



ANDRÉ GONÇALO LIMA DOS SANTOS HENRIQUES

Licenciado em Ciências da Engenharia Mecânica

INTERAÇÃO ONDA-ESTRUTURAS FLUTUANTES E FLEXÍVEIS: UMA ANÁLISE NUMÉRICA CFD-CSM

**DISSERTAÇÃO PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM
ENGENHARIA MECÂNICA**

MESTRADO EM ENGENHARIA MECÂNICA

Universidade NOVA de Lisboa
Setembro, 2024



INTERAÇÃO ONDA-ESTRUTURAS FLUTUANTES E FLEXÍVEIS: UMA ANÁLISE NUMÉRICA CFD-CSM

DISSERTAÇÃO PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM ENGENHARIA
MECÂNICA

ANDRÉ GONÇALO LIMA DOS SANTOS HENRIQUES

Licenciado em Ciências da Engenharia Mecânica

Orientador: Moisés Gonçalves de Brito
Professor Auxiliar, DEMI, NOVA FCT

Júri

Presidente: Luís Miguel Chagas da Costa Gil
Professor Auxiliar DEMI, NOVA FCT

Arguente: Eric Lionel Didier
Investigador Auxiliar no Laboratório Nacional de Engenharia Civil

Orientador: Moisés Gonçalves de Brito
Professor Auxiliar DEMI, NOVA FCT

Interação onda-estruturas flutuantes e flexíveis: uma análise numérica CFD-CSM

Dissertação para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Mecânica

Copyright © André Gonçalo Lima dos Santos Henriques, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade NOVA de Lisboa.

A Faculdade de Ciências e Tecnologia e a Universidade NOVA de Lisboa têm o direito, perpétuo e sem limites geográficos, de arquivar e publicar esta dissertação através de exemplares impressos reproduzidos em papel ou de forma digital, ou por qualquer outro meio conhecido ou que venha a ser inventado, e de a divulgar através de repositórios científicos e de admitir a sua cópia e distribuição com objetivos educacionais ou de investigação, não comerciais, desde que seja dado crédito ao autor e editor.

AGRADECIMENTOS

Gostaria de começar por expressar o meu profundo agradecimento ao Professor Doutor Moisés Gonçalves de Brito pela orientação e pelo apoio durante todas as fases deste trabalho. A sua experiência e disponibilidade foram fundamentais para o desenvolvimento desta dissertação.

Quero também manifestar a minha sincera gratidão ao Doutorando Francisco Bernardo, cuja colaboração foi essencial na realização e análise das experiências. A sua ajuda incansável, o conhecimento partilhado e a disponibilidade para discutir e ultrapassar desafios contribuíram de forma significativa para os resultados alcançados.

À minha família, deixo um agradecimento especial pelo suporte incondicional e pela força que me transmitiram durante todo este processo. O apoio que recebi foi essencial para manter o foco na concretização deste objetivo.

Por fim, agradeço ainda aos meus amigos e colegas, pelo companheirismo e pelo constante incentivo, que foram um alicerce importante durante este caminho.

”

«Nature is relentless and unchangeable, and it is indifferent as to whether its hidden reasons and actions are understandable to man or not.»

— **Galileu Galilei**
(Físico, matemático, astrónomo e filósofo)

RESUMO

As estruturas flutuantes muito flexíveis (VFFS - *Very Flexible Floating Structures*) têm tido recentemente uma grande relevância na indústria marítima devido às suas potenciais aplicações na área *offshore*, como: eólica, solar ou das ondas. Apesar do seu futuro promissor, o comportamento hidrodinâmico das VFFS e a sua influência no escoamento continua a não ser totalmente compreendido.

A recente proposta das VFFS como uma categoria distinta de estruturas flutuantes exige um estudo aprofundado das suas características únicas, existindo ainda uma lacuna especial de estudos numéricos de VFFS.

Este documento aborda esta lacuna crítica, apresentando um estudo numérico de três simulações do tipo interação fluido-estrutura (FSI) com o objetivo de analisar as complexas interações fluido-estrutura quando sujeitas a diferentes tipos de escoamento. O primeiro consiste no caso HronTurekFSI3, uma simulação padrão usada para testar métodos associados a casos FSI, o segundo caso é de *sloshing* com um corpo flutuante e flexível na sua superfície e o último caso de uma VFFS colocada num tanque e sujeita a ondas. Inicialmente, o *OpenFOAM* é também verificado e validado para problemas multifásicos através da simulação de um caso de *sloshing* sem corpo flutuante. Além disso, pretende-se verificar e validar a ferramenta numérica *solids4foam* associada ao *OpenFOAM* para a simulação de casos FSI bem como para o projeto e análise funcional de estruturas marítimas flutuantes e flexíveis, facilitando assim o processo de decisão numa fase de projeto.

De modo geral, o *OpenFOAM*, em conjunto com o *solids4foam*, revela-se uma ferramenta muito útil para a simulação de problemas de FSI, que envolvem simultaneamente a dinâmica de fluidos computacional (CFD) e a mecânica de sólidos computacional (CSM). Demonstrou-se que, em todos os casos, é possível obter resultados precisos e fidedignos, mesmo ao lidar com estruturas de elevada flexibilidade, tendo-se obtido erros relativos reduzidos (na ordem dos 5%) e dentro de limites aceitáveis.

Palavras-chave: Estruturas flutuantes muito flexíveis, Hidroelastecidade, Interação Fluido-estrutura, CFD-CSM, OpenFOAM-solids4foam

ABSTRACT

Very Flexible Floating Structures (VFFS) have recently gained significant relevance in the maritime industry due to their potential applications in the offshore sector, such as wind, solar, or wave energy. Despite their promising future, the hydrodynamic behavior of VFFS and their influence on the flow remain not fully understood.

The recent proposal of VFFS as a distinct category of floating structures calls for a thorough study of their unique characteristics. There is still a notable gap in numerical studies concerning VFFS.

This document addresses this critical gap by presenting a numerical study of three fluid-structure interaction (FSI) simulations aimed at analyzing the complex fluid-structure interactions under different flow conditions. The first case is the HronTurekFSI3 benchmark, a case used to test FSI methods, the second involves sloshing with a floating and flexible body, and the final case examines a VFFS subjected to wave action. Initially, *OpenFOAM* is also verified and validated for multiphase problems through the simulation of a sloshing case. Additionally, the numerical tool *solids4foam*, integrated with *OpenFOAM*, is intended to be verified and validated for FSI simulations, as well as for the design and functional analysis of flexible maritime floating structures, thus facilitating decision-making in the design phase.

Overall, *OpenFOAM*, in conjunction with *solids4foam*, proves to be a highly useful tool for simulating FSI problems involving both computational fluid dynamics (CFD) and computational solid mechanics (CSM). In all cases, it was demonstrated that precise and reliable results can be obtained, even when dealing with highly flexible structures, with reduced relative errors (on the order of 5%) that fall within acceptable limits.

Keywords: Very Flexible Floating Structures (VFFS), Hydroelasticity, Fluid-Structure Interaction (FSI), Computational Fluid Dynamics - Computational Structural Mechanics (CFD-CSM), OpenFOAM-solids4foam

ÍNDICE

Índice de Figuras	xv
Índice de Tabelas	xxiii
Siglas	xxvii
Símbolos	xxix
1 Introdução	1
1.1 Enquadramento do tema	1
1.2 Estruturas marítimas flutuantes	2
1.3 Categorização das estruturas flutuantes	4
1.4 Motivação associada às VFFS	6
1.5 Revisão da Literatura	9
1.5.1 Estudos analíticos	9
1.5.2 Estudos experimentais	10
1.5.3 Estudos numéricos	14
1.6 Objetivos	19
1.7 Organização do documento	19
2 Modelo matemático	21
2.1 Equações governativas da dinâmica dos fluidos	21
2.1.1 Equação da continuidade	21
2.1.2 Equação da conservação da quantidade de movimento	21
2.1.3 Equações de Navier-Stokes	22
2.1.4 Equação de transporte de uma propriedade ϕ	22
2.2 Equações governativas do domínio do sólido	23
2.2.1 Relações constitutivas	26
3 Modelo numérico	29

3.1	Métodos numéricos	29
3.1.1	Método dos volumes finitos	29
3.1.2	Método VOF	30
3.2	Interação Fluido – Estrutura	31
3.2.1	Tipos de métodos	31
3.2.2	Método de volumes finitos em FSI	33
3.2.3	Malhas em problemas de FSI	35
3.2.4	Acoplamento na interface fluido-estrutura	37
3.3	Erros e incertezas na modelação CFD	41
3.3.1	Verificação	42
3.3.2	Validação	44
3.4	Ferramentas computacionais	45
3.4.1	<i>OpenFOAM</i>	45
3.4.2	<i>solids4foam</i>	47
4	Caso HronTurekFSI3	49
4.1	Introdução	49
4.2	Domínio computacional	50
4.3	Condições de fronteira	50
4.4	Condições iniciais	51
4.5	Materiais	51
4.6	Quantidades para comparação	51
4.7	Modelo numérico	52
4.7.1	Malhas	52
4.7.2	Esquemas e algoritmos	53
4.7.3	Modelos do sólido e de acoplamento FSI	55
4.8	Verificação	56
4.8.1	Análise de sensibilidade da malha do fluido	56
4.8.2	Análise de sensibilidade da malha do sólido	62
4.8.3	Análise de sensibilidade do passo de tempo	68
4.8.4	Convergência dos processos iterativos	71
4.8.5	Influência do modelo do material	74
4.8.6	Simulação em série <i>vs</i> em paralelo	76
4.8.7	Evolução da qualidade da malha	79
4.8.8	Performance das simulações	81
4.9	Validação	82
4.9.1	Comparação com resultados da literatura	82
4.9.2	Análise física do escoamento	84
5	Simulação do <i>Sloshing</i>	93
5.1	Introdução ao <i>sloshing</i>	93

5.2	Caso em estudo	94
5.3	Dados experimentais	95
5.4	Modelo numérico	101
5.4.1	Malha	101
5.4.2	Condições fronteira	102
5.4.3	Excitação	103
5.4.4	Esquemas e algoritmos	103
5.5	Verificação	104
5.5.1	Análise de sensibilidade da malha	104
5.5.2	Análise de sensibilidade do passo de tempo	116
5.6	Validação	126
5.6.1	Comparação das pressões	127
5.6.2	Comparação da superfície livre	129
5.6.3	Comparação do campo de velocidades	132
6	Simulações de estruturas flutuantes flexíveis	137
6.1	Simulação de um caso de <i>sloshing</i> com um corpo flutuante	137
6.1.1	Caso em estudo	137
6.1.2	Modelo numérico	137
6.1.3	Desafios iniciais	141
6.1.4	Verificação	144
6.1.5	Validação	149
6.1.6	Deformação da estrutura elástica	154
6.2	Simulação de um corpo flutuante muito flexível sujeito a ondas	155
6.2.1	Caso em estudo	155
6.2.2	Modelo numérico	156
6.2.3	Resultados	159
7	Conclusão	165
	Bibliografia	167
	Apêndices	
A	Imagens das simulações do sloshing	177
B	Imagens das simulações do caso HronTurekFSI3	179
C	Imagens das simulações do sloshing com um corpo flutuante	183
D	Imagens das simulações de uma VFFS sujeita a ondas	187
E	Outros parâmetros adimensionais	191

F	Esquemas numéricos	193
F.1	Esquemas para o gradiente	193
F.1.1	Método linear de Gauss	193
F.1.2	Método dos quadrados mínimos	193
F.2	Esquemas para o gradiente normal à superfície	194
F.3	Esquemas de interpolação	195
F.4	Esquemas para o divergente	195
F.4.1	Esquema linear	195
F.4.2	Esquema Upwind	196
F.4.3	Esquema Linear-Upwind	196
F.4.4	Esquemas TVD	197
F.5	Esquemas para o laplaciano	197
F.6	Esquemas temporais	197
F.6.1	Método de Euler explícito	198
F.6.2	Método de Euler implícito	199
F.6.3	Método <i>Backwards</i>	199
F.6.4	Método de Crank-Nicolson	200
G	Algoritmos de resolução	201
G.1	Algoritmo PIMPLE	202
G.2	<i>Solvers</i>	203

ÍNDICE DE FIGURAS

1.1	Resposta global sob uma carga estática. Adaptado de Suzuki et al. [23] e retirado de Zhang et al. [13].	5
1.2	Resumo das características das estruturas de modelos flutuantes. Triângulos pretos: VLFS; diamantes azuis: estruturas relacionadas com o gelo; círculos vermelhos: estruturas mais flexível, Schreier e Jacobi. Os pontos sólidos e ociosos representam os comprimentos de onda mais longos e mais curtos utilizados em cada artigo respetivamente. Retirado de Zhang et al. [13].	5
1.3	Mapa das respostas de estruturas flutuantes. Adaptado de Suzuki et al. [23] e retirado de Zhang et al. [13].	7
1.4	Fotografia da montagem da experiência de Montiel et al. [43].	11
1.5	Fotografia da montagem da experiência de Schreier et al. [25].	13
1.6	Resposta da estrutura de Schreier et al. [25] num dos testes onde é apresentada a elevação normalizada pela amplitude da onda.	13
1.7	Comparação da elevação da estrutura obtida por Brown et al. [46] experimentalmente e numericamente.	17
1.8	Comparação dos resultados obtidos por Martínez-Ferrer et al. [65] na colisão do fluido com um corpo elástico.	18
2.1	Deformação genérica de um sólido de um instante de tempo t_0 para outro t [66].	24
3.1	Esquemas de acoplamento fluido-estrutura: a) Método de domínio único fluido-estrutura, b) Método de análise única, c) Método de análise separada.	32
3.2	Exemplos de uma malha conforme a) e não conforme b). Adaptado de [73].	36
3.3	Diagrama dos domínios presentes num problema de FSI. Adaptado de [73].	38
3.4	Algoritmo de acoplamento fluido-estrutura.	39
3.5	Diagrama da estrutura do <i>software</i> OpenFOAM [103].	46
3.6	Diagrama da organização dos ficheiros do OpenFOAM [104].	47
3.7	Estrutura do modelo físico usado pelo solids4foam. Adaptado de [78].	48

3.8	Leis constitutivas mecânicas implementadas no solids4foam. Adaptado de [78].	48
4.1	Esquema do domínio computacional e respectivas dimensões em metros. . .	50
4.2	Caso exemplificativo de ambas as malhas no caso HronTurekFSI3.	52
4.3	Caso exemplificativo da malha do sólido no caso HronTurekFSI3 em diferentes instantes de tempo.	53
4.4	Caso exemplificativo da malha do fluido no caso HronTurekFSI3 focada na malha ao redor do cilindro e membrana em diferentes instantes de tempo. .	54
4.5	Evolução do deslocamento em x do ponto A para várias malhas do fluido na simulação HronTurekFSI3.	58
4.6	Evolução do deslocamento em y do ponto A para várias malhas do fluido na simulação HronTurekFSI3.	58
4.7	Evolução da força em x para várias malhas do fluido na simulação HronTurekFSI3.	59
4.8	Evolução da força em y para várias malhas do fluido na simulação HronTurekFSI3.	59
4.9	Caso exemplificativo da evolução temporal do deslocamento vertical e o desfaseamento entre as duas simulações.	60
4.10	Evolução do erro relativo dos valores médios em função do número de elementos das malhas do fluido na simulação HronTurekFSI3.	62
4.11	Evolução do erro relativo das amplitudes em função do número de elementos das malhas do fluido na simulação HronTurekFSI3.	62
4.12	Evolução do erro relativo das frequências em função do número de elementos das malhas do fluido na simulação HronTurekFSI3.	63
4.13	Evolução do deslocamento em x do ponto A para várias malhas do sólido na simulação HronTurekFSI3.	64
4.14	Evolução do deslocamento em y do ponto A para várias malhas do sólido na simulação HronTurekFSI3.	64
4.15	Evolução da força em x para várias malhas do sólido na simulação HronTurekFSI3.	65
4.16	Evolução da força em y para várias malhas do sólido na simulação HronTurekFSI3.	65
4.17	Evolução do erro relativo dos valores médios em função do número de elementos das malhas do sólido na simulação HronTurekFSI3 (Nota: o primeiro ponto da força em y não foi apresentado por ter um erro relativo de 3200% por ser uma valor negativo comparado com um positivo).	67
4.18	Evolução do erro relativo das amplitudes em função do número de elementos das malhas do sólido na simulação HronTurekFSI3.	67
4.19	Evolução do erro relativo das frequências em função do número de elementos das malhas do sólido na simulação HronTurekFSI3.	68

4.20	Evolução do deslocamento em x para diferentes passos de tempo na simulação HronTurekFSI3.	69
4.21	Evolução do deslocamento em y para diferentes passos de tempo na simulação HronTurekFSI3.	69
4.22	Evolução da força em x para diferentes passos de tempo na simulação HronTurekFSI3.	70
4.23	Evolução da força em y para diferentes passos de tempo na simulação HronTurekFSI3.	70
4.24	Exemplo da degeneração da solução no caso do deslocamento em x para a simulação $c-4-\beta$	73
4.25	Evolução do deslocamento horizontal para vários modelos do material na simulação HronTurekFSI3.	75
4.26	Evolução do deslocamento vertical para vários modelos do material na simulação HronTurekFSI3.	75
4.27	Evolução da força em x para vários modelos do material na simulação HronTurekFSI3.	76
4.28	Evolução da força em y para vários modelos do material na simulação HronTurekFSI3.	76
4.29	Comparação do deslocamento horizontal entre uma simulação em série com a mesma simulação em paralelo.	77
4.30	Comparação do deslocamento vertical entre uma simulação em série com a mesma simulação em paralelo.	78
4.31	Comparação da força horizontal entre uma simulação em série com a mesma simulação em paralelo.	78
4.32	Comparação da força vertical entre uma simulação em série com a mesma simulação em paralelo.	79
4.33	Malha do fluido no instante inicial.	79
4.34	Malha do fluido no instante $t = 6$ s onde a configuração do sólido é aproximadamente igual à do instante $t = 0$ s.	80
4.35	Gráficos relativos às durações das várias simulações do caso HronTurekFSI3.	82
4.36	Imagem do estado da simulação HronTurekFSI3 no instante inicial $t = 0,1$ s.	84
4.37	Imagem do estado da simulação HronTurekFSI3 no instante inicial $t = 0,2$ s.	85
4.38	Imagem do estado da simulação HronTurekFSI3 no instante inicial $t = 0,3$ s.	85
4.39	Imagem do estado da simulação HronTurekFSI3 no instante inicial $t = 0,4$ s.	85
4.40	Imagem do estado da simulação HronTurekFSI3 no instante inicial $t = 2,0$ s.	86
4.41	Imagem do estado da simulação HronTurekFSI3 no instante inicial $t = 2,65$ s.	87
4.42	Imagem do estado da simulação HronTurekFSI3 no instante inicial $t = 3,0$ s.	87
4.43	Imagem do estado da simulação HronTurekFSI3 no instante inicial $t = 5,50$ s.	88
4.44	Imagem do estado da simulação HronTurekFSI3 no instante inicial $t = 5,52$ s.	89
4.45	Imagem do estado da simulação HronTurekFSI3 no instante inicial $t = 5,54$ s.	89
4.46	Imagem do estado da simulação HronTurekFSI3 no instante inicial $t = 5,56$ s.	89

4.47	Imagem do estado da simulação HronTurekFSI3 no instante inicial $t = 5,58$ s.	90
4.48	Imagem do estado da simulação HronTurekFSI3 no instante inicial $t = 5,60$ s.	90
4.49	Imagem do estado da simulação HronTurekFSI3 no instante inicial $t = 5,66$ s.	90
4.50	Representação do campo da tensão normal em X no sólido na simulação HronTurekFSI3.	91
4.51	Representação do campo da tensão de corte em XY no sólido na simulação HronTurekFSI3.	91
5.1	Esquema do fenómeno de <i>sloshing</i> [108].	93
5.2	Esquema do caso do <i>sloshing</i> - geometria e posição dos sensores de pressão.	94
5.3	Variação do ângulo de excitação com o tempo.	95
5.4	Fotografia da montagem geral vista de frente.	96
5.5	Modelo 3D CAD da montagem experimental.	96
5.6	Fotografia da montagem vista de perspetiva onde estão numeradas diversas peças (1 a 8).	97
5.7	Fotografia da montagem vista de trás onde é visível o suporte e o mecanismo de rotação.	97
5.8	Fotografia do mecanismo que transforma a rotação do motor de passo no movimento da biela que, posteriormente, leva ao movimento do tanque. . .	98
5.9	Fotografia do tanque com as várias entradas para os sensores e com um dos sensores digitais de pressão.	98
5.10	Fotografia do mecanismo de rotação do tanque e da medição da rotação pela associação de engrenagens e de um sensor de rotação.	99
5.11	Fotografia da câmara de alta velocidade direcionada para o tanque de modo a captar o seu movimento.	99
5.12	Fotografia do tanque a ser iluminado pelo LED verde para a técnica PIV. . .	100
5.13	Fotografia da montagem vista de perspetiva em que o tanque está iluminado com um LED para facilitar o PIV.	100
5.14	Esquema de uma malha estruturada retangular [109].	102
5.15	Exemplo de uma malha grosseira com 4100 elementos.	102
5.16	Comparação da evolução da pressão no ponto 1 para as 10 malhas.	106
5.17	Comparação da evolução da pressão no ponto 1 desde a malha mais grosseira à malha mais refinada.	106
5.18	Comparação da evolução da pressão no ponto 1 nas malhas mais refinadas.	106
5.19	Comparação da evolução da pressão no ponto 2 para as 10 malhas.	107
5.20	Comparação da evolução da pressão no ponto 2 desde a malha mais grosseira à malha mais refinada.	107
5.21	Comparação da evolução da pressão no ponto 2 nas malhas mais refinadas.	107
5.22	Comparação da evolução da pressão no ponto 3 para as 10 malhas.	108
5.23	Comparação da evolução da pressão no ponto 3 desde a malha mais grosseira à malha mais refinada.	108

5.24	Comparação da evolução da pressão no ponto 3 nas malhas mais refinadas.	108
5.25	Comparação da evolução da pressão no ponto 4 para as 10 malhas.	109
5.26	Comparação da evolução da pressão no ponto 4 desde a malha mais grosseira à malha mais refinada.	109
5.27	Comparação da evolução da pressão no ponto 4 nas malhas mais refinadas.	109
5.28	Comparação da evolução da pressão no ponto 5 para as 10 malhas.	110
5.29	Comparação da evolução da pressão no ponto 5 desde a malha mais grosseira à malha mais refinada.	110
5.30	Comparação da evolução da pressão no ponto 5 nas malhas mais refinadas.	110
5.31	Evolução do erro relativo médio no ponto 1 num sucessivo refinamento das malhas.	113
5.32	Evolução do erro relativo médio no ponto 2 num sucessivo refinamento das malhas.	113
5.33	Evolução do erro relativo médio no ponto 3 num sucessivo refinamento das malhas.	114
5.34	Evolução do erro relativo médio no ponto 4 num sucessivo refinamento das malhas.	114
5.35	Evolução do erro relativo médio no ponto 5 num sucessivo refinamento das malhas.	115
5.36	Comparação da evolução da pressão no ponto 1 para as 10 simulações. . . .	117
5.37	Comparação da evolução da pressão no ponto 1 desde a simulação com o maior passo de tempo até ao menor passo de tempo.	117
5.38	Comparação da evolução da pressão no ponto 1 para as simulações mais refinadas.	118
5.39	Comparação da evolução da pressão no ponto 2 para as 10 simulações. . . .	118
5.40	Comparação da evolução da pressão no ponto 2 desde a simulação com o maior passo de tempo até ao menor passo de tempo.	119
5.41	Comparação da evolução da pressão no ponto 2 para as simulações mais refinadas.	119
5.42	Comparação da evolução da pressão no ponto 3 para as 10 simulações. . . .	119
5.43	Comparação da evolução da pressão no ponto 3 desde a simulação com o maior passo de tempo até ao menor passo de tempo.	120
5.44	Comparação da evolução da pressão no ponto 3 para as simulações mais refinadas.	120
5.45	Comparação da evolução da pressão no ponto 4 para as 10 simulações. . . .	120
5.46	Comparação da evolução da pressão no ponto 4 desde a simulação com o maior passo de tempo até ao menor passo de tempo.	121
5.47	Comparação da evolução da pressão no ponto 4 para as simulações mais refinadas.	121
5.48	Comparação da evolução da pressão no ponto 5 para as 10 simulações. . . .	121

5.49	Comparação da evolução da pressão no ponto 5 desde a simulação com o maior passo de tempo até ao menor passo de tempo.	122
5.50	Comparação da evolução da pressão no ponto 5 para as simulações mais refinadas.	122
5.51	Evolução do erro relativo médio no ponto 1 num sucessivo refinamento do passo de tempo.	124
5.52	Evolução do erro relativo médio no ponto 2 num sucessivo refinamento do passo de tempo.	124
5.53	Evolução do erro relativo médio no ponto 3 num sucessivo refinamento do passo de tempo.	125
5.54	Evolução do erro relativo médio no ponto 4 num sucessivo refinamento do passo de tempo.	125
5.55	Evolução do erro relativo médio no ponto 5 num sucessivo refinamento do passo de tempo.	126
5.56	Comparação das curvas de pressão nos 5 pontos de pressão entre os resultados numéricos e os experimentais.	127
5.57	Comparação das curvas de pressão no ponto 3 entre os resultados numéricos e os experimentais através de um sensor digital e outro analógico.	129
5.58	Comparação das curvas da altura da superfície livre entre os resultados numéricos e os experimentais para os pontos 1 a 10.	131
5.59	Comparação das curvas da componente horizontal da velocidade entre os resultados numéricos e os experimentais para os pontos 1 a 12.	134
5.60	Comparação das curvas da componente vertical da velocidade entre os resultados numéricos e os experimentais para os pontos 1 a 12.	135
6.1	Esquema do caso do sloshing com um corpo flutuante.	138
6.2	Esquema das malhas usadas na simulação de <i>sloshing</i> com um corpo flutuante e flexível.	139
6.3	Ilustração da fração volúmica na simulação onde na zona A é visível um distúrbio irrealista.	142
6.4	Ilustração da malha do fluido na simulação onde na zona A é visível um nível de deformação muito elevado.	143
6.5	Evolução do deslocamento vertical para diferentes malhas do fluido na simulação do <i>sloshing</i> com o corpo flutuante.	145
6.6	Evolução do erro relativo médio num sucessivo refinamento da malha do fluido na simulação de <i>sloshing</i> com um corpo flutuante.	146
6.7	Evolução do deslocamento vertical para diferentes malhas do sólido na simulação do <i>sloshing</i> com o corpo flutuante.	147
6.8	Evolução do erro relativo médio num sucessivo refinamento da malha do sólido na simulação de <i>sloshing</i> com um corpo flutuante.	148

6.9	Evolução do deslocamento vertical para diferentes passos de tempo na simulação do <i>sloshing</i> com o corpo flutuante.	149
6.10	Evolução do erro relativo médio num sucessivo refinamento do passo de tempo na simulação de <i>sloshing</i> com um corpo flutuante.	150
6.11	Comparação das curvas de pressão, em 5 pontos, entre os resultados numéricos e os experimentais na simulação de <i>sloshing</i> com um corpo flutuante.	151
6.12	Ilustração dos oito pontos detetados na superfície do corpo flutuante em dois instantes de tempo distintos.	152
6.13	Comparação das curvas da altura do corpo flutuante entre os resultados numéricos e os experimentais para os pontos 1 a 8.	154
6.14	Deslocamento ao longo do comprimento da estrutura flutuante para quatro instantes de tempo na simulação de <i>sloshing</i> com um corpo flutuante.	155
6.15	Esquema do caso do corpo flutuante sujeito a ondas.	156
6.16	Esquema das malhas usadas na simulação do corpo flutuante sujeito a ondas. A subfigura a) ilustra todo o domínio enquanto que a b) é uma vista de pormenor de uma das extremidades do corpo flutuante.	158
6.17	Deslocamento vertical (D_z) normalizado pela amplitude das ondas (A) como função da posição relativa (x/L) ao longo do comprimento do corpo flutuante.	160
6.18	Deslocamento vertical normalizado pela amplitude das ondas como função do tempo nas duas extremidades da estrutura e na sua linha central.	161
6.19	Deslocamento vertical em função do deslocamento horizontal para três pontos.	162
6.20	Diagrama de excitação da estrutura flutuante para diferentes frequências de ondulação.	163
6.21	Diagrama do RAO da estrutura flutuante em função do parâmetro adimensional L/λ_c	163
6.22	Deslocamento vertical normalizado pela amplitude das ondas como função do tempo para três valores do parâmetro L/λ_c	164
A.1	Legenda geral para o conjunto de figuras	177
A.2	Imagens da simulação do <i>sloshing</i> , com passo de tempo de 1,5625e-4 segundos e uma malha com 519680 elementos, para vários instantes de tempo.	177
A.3	Imagens da simulação do <i>sloshing</i> , com passo de tempo de 1,5625e-4 segundos e uma malha com 519680 elementos, para vários instantes de tempo (continuação).	178
B.1	Imagens da simulação do caso HronTurekFSI3, com passo de tempo de 1e-3 segundos, uma malha do fluido com 10481 elementos e uma malha do sólido com 380 elementos, nos instantes de tempo iniciais da simulação.	179

B.2	Imagens da simulação do caso HronTurekFSI3, com passo de tempo de 1e-3 segundos, uma malha do fluido com 10481 elementos e uma malha do sólido com 380 elementos, nos instantes em que é ativado o acoplamento fluido-estrutura.	180
B.3	Imagens da simulação do caso HronTurekFSI3, com passo de tempo de 1e-3 segundos, uma malha do fluido com 10481 elementos e uma malha do sólido com 380 elementos, num ciclo completo de movimento do sólido.	181
C.1	Imagens da simulação do caso de <i>sloshing</i> com um corpo flutuante, com passo de tempo de 5e-4 segundos, uma malha do fluido com 18902 e uma malha do sólido com 432 elementos.	183
C.2	Imagens da simulação do caso de <i>sloshing</i> com um corpo flutuante, com passo de tempo de 5e-4 segundos, uma malha do fluido com 18902 e uma malha do sólido com 432 elementos (continuação).	184
C.3	Imagens da simulação do caso de <i>sloshing</i> com um corpo flutuante, com passo de tempo de 5e-4 segundos, uma malha do fluido com 18902 e uma malha do sólido com 432 elementos (continuação).	185
D.1	Imagens da simulação do caso do corpo flutuante sujeito a ondas, com passo de tempo de 5e-4 segundos, uma malha do fluido com 20175 elementos e uma malha do sólido com 450 elementos.	187
D.2	Imagens da simulação do caso do corpo flutuante sujeito a ondas, com passo de tempo de 5e-4 segundos, uma malha do fluido com 20175 elementos e uma malha do sólido com 450 elementos (continuação).	188
D.3	Imagens da simulação do caso do corpo flutuante sujeito a ondas, com passo de tempo de 5e-4 segundos, uma malha do fluido com 20175 elementos e uma malha do sólido com 450 elementos (continuação).	189
F.1	Esquema representativo da interpolação pelo método linear e upwind [104].	196
F.2	Esquema do funcionamento do esquema linear upwind [104].	196
G.1	Fluxograma do funcionamento do algoritmo PIMPLE.	203

ÍNDICE DE TABELAS

4.1	Propriedades dos materiais envolvidos na simulação, onde F simboliza o fluido e S o sólido, ρ é a massa volúmica do material, ν_F refere-se à viscosidade cinemática do fluido, ν_S ao coeficiente de Poisson do sólido, e E é o módulo de Young.	51
4.2	Tolerâncias para as variáveis da simulação. Nota: As tolerâncias da pressão são divididas para os ciclos de iteração intermédia e para a iteração final.	56
4.3	Refinamento da malha do fluido na análise de convergência da simulação HronTurekFSI3.	57
4.4	Valores das quantidades de comparação na análise de sensibilidade da malha do fluido na simulação HronTurekFSI3.	60
4.5	Erros relativos em percentagem entre as várias malhas (1 a 3) do fluido com a malha de referência (4) na forma {erro do valor médio; erro da amplitude; erro da frequência}.	61
4.6	Refinamento da malha do sólido na análise de convergência da simulação HronTurekFSI3.	63
4.7	Valores das quantidades de comparação na análise de sensibilidade da malha do sólido na simulação HronTurekFSI3.	66
4.8	Erros relativos em percentagem entre as várias malhas (1 a 3) do sólido com a malha de referência (4) na forma {erro do valor médio; erro da amplitude; erro da frequência}.	66
4.9	Refinamento do passo de tempo na análise de convergência da simulação HronTurekFSI3.	68
4.10	Valores das quantidades de comparação na análise de sensibilidade do passo de tempo na simulação HronTurekFSI3.	71
4.11	Erros relativos em percentagem entre as simulações (α e β) com diferentes passos de tempo com a simulação de referência (γ) na forma {erro do valor médio; erro da amplitude; erro da frequência}.	71
4.12	Evolução dos vários parâmetros de qualidade da malha do fluido ao longo do tempo para a simulação C-4- β	81

4.13	Comparação dos valores calculados neste estudo com os valores de referência de Hron e Turek [85] através do erro relativo na simulação HronTurekFSI3.	83
4.14	Comparação dos valores calculados neste estudo com os valores de referência de Tukovic et al. [71] através do erro relativo na simulação HronTurekFSI3.	83
5.1	Propriedades físicas (em unidades SI) da água e do ar a 15 °C. Sendo ρ a massa volúmica, ν a viscosidade cinemática e σ_S a tensão superficial.	95
5.2	Tolerâncias para as variáveis da simulação. Nota: As tolerâncias da pressão são divididas para os ciclos de iteração intermédia e para a iteração final.	104
5.3	Refinamento das malhas usadas na análise de convergência do problema de sloshing.	104
5.4	Comparação dos erros relativos e <i>Grid Convergence Index</i> (GCI) entre as malhas (1 a 9) e a malha mais refinada (10) para a análise de sensibilidade da malha.	112
5.5	Número de Courant máximo, número de Courant médio máximo e duração de cada simulação.	115
5.6	Parâmetros das simulações da análise de sensibilidade do passo de tempo, respetivos números de Courant obtidos e duração das simulações.	116
5.7	Comparação dos erros relativos e <i>Grid Convergence Index</i> (GCI) entre as simulações (1 a 9) e a simulação com o menor passo de tempo (10) para a análise de sensibilidade do passo de tempo.	123
5.8	Erros relativos médios [%] entre as curvas numéricas e as experimentais para o caso original e o caso "corrigido" onde se subtrai 1 mbar aos valores experimentais.	129
5.9	Pontos e respetivas coordenadas no tanque usados na análise da superfície livre.	130
5.10	Pontos e respetivas coordenadas no tanque usados na análise da do campo de velocidades.	133
5.11	Erros relativos médios [%] entre os resultados numéricos e os experimentais para as curvas de velocidade dos pontos 1 a 12.	133
6.1	Propriedades físicas da água, do ar (ambos a 15 °C) e do polímero. Sendo ρ a massa volúmica, ν a viscosidade cinemática e σ_S a tensão superficial.	138
6.2	Tolerâncias para as variáveis da simulação. Nota: As tolerâncias da pressão são divididas para os ciclos de iteração intermédia e para a iteração final.	141
6.3	Parâmetros usados na simulação preliminar.	142
6.4	Evolução dos vários parâmetros de qualidade da malha do fluido ao longo do tempo para a simulação teste.	143
6.5	Parâmetros usados na simulação preliminar.	144
6.6	Refinamento da malha do fluido na análise de convergência da simulação de <i>sloshing</i> com um corpo flutuante.	145

6.7	Comparação dos erros relativos e <i>Grid Convergence Index</i> (GCI) entre as simulações 1, 2, 3 e 4 e a simulação 5 para a análise de sensibilidade da malha do fluido.	146
6.8	Refinamento da malha do sólido na análise de convergência da simulação de <i>sloshing</i> com um corpo flutuante.	147
6.9	Comparação dos erros relativos e <i>Grid Convergence Index</i> (GCI) entre as simulações 1, 2, 3 e 4 e a simulação 5 para a análise de sensibilidade da malha do fluido.	147
6.10	Refinamento do passo de tempo na análise de convergência da simulação do <i>sloshing</i> com um corpo flutuante.	148
6.11	Comparação dos erros relativos e <i>Grid Convergence Index</i> (GCI) entre as simulações α , β e γ e a com o menor passo de tempo (δ) para a análise de sensibilidade do passo de tempo.	149
6.12	Erros relativos médios [%] entre as curvas numéricas e as experimentais no caso do <i>sloshing</i> com um corpo flutuante.	151
6.13	Pontos e respectivas coordenadas no tanque usados na análise da elevação do corpo flutuante.	152
6.14	Erros relativos médios [%] entre as curvas numéricas e as experimentais na elevação do corpo flutuante.	153
6.15	Propriedades físicas da água, do ar (ambos a 15 °C) e do polímero. Sendo ρ a massa volúmica, ν a viscosidade cinemática e σ_S a tensão superficial.	157

SIGLAS

AIAA	<i>American Institute of Aeronautics and Astronautics</i>
ALE	<i>Arbitrary Lagrangian-Eulerian</i>
AMI	<i>Arbitrary Mesh Interface</i>
BEM	<i>Boundary Element Method</i>
CFD	<i>Computational Fluid Dynamics</i>
CFL	<i>Condição de Courant-Friedrichs-Lewy</i>
CSM	<i>Computational Solid Mechanics</i>
DEM	<i>Discrete Element Method</i>
DEMI	<i>Departamento de Engenharia Mecânica e Industrial</i>
DIC	<i>Digital Image Correlation</i>
ERCFTAC	<i>European Research Community on Flow, Turbulence and Combustion</i>
FCT	<i>Faculdade de Ciências e Tecnologia</i>
FDM	<i>Finite Difference Method</i>
FEA	<i>Finite Element Analysis</i>
FEM	<i>Finite Element Method</i>
FOAM	<i>Field Operation And Manipulation</i>
FPV	<i>Floating Photovoltaics</i>
FSI	<i>Fluid-Structure Interaction</i>
FVM	<i>Finite Volume Method</i>
GAMG	<i>Geometric-Algebraic Multi-Grid</i>
GCI	<i>Grid Convergence Index</i>
GGI	<i>General Grid Interface</i>

MPS	<i>Moving Particle Semi-Implicit</i>
NOVA	Universidade NOVA de Lisboa
NPARC	<i>National Program for Applications-Oriented Research in CFD</i>
OFPV	<i>Oceanic Floating Photovoltaics</i>
PCG	<i>Preconditioned Conjugate Gradient</i>
PISO	<i>Pressure-Implicit with Splitting of Operators</i>
RANS	<i>Reynolds-Averaged Navier-Stokes</i>
RBF	<i>Radial Basis Function</i>
SIMPLE	<i>Semi-Implicit Method for Pressure Linked Equations</i>
SPH	<i>Smoothed Particle Hydrodynamics</i>
VC	Volume de controlo
VFFS	<i>Very Flexible Floating Structures</i>
VLFS	<i>Very Large Floating Structures</i>
VOF	<i>Volume of Fluid</i>

SÍMBOLOS

α	Fração volúmica
C_r	Parâmetro de Courant
Ca	Número de Cauchy
d	Deslocamento
Δt	Intervalo de tempo / Passo de tempo
D_x	Número de elementos da malha na direção x
D_y	Número de elementos da malha na direção y
E	Módulo de Young
\mathbf{E}	Tensor das deformações de Green-Lagrange
ε	Erro relativo
$\boldsymbol{\varepsilon}$	Tensor das deformações
F	Força / Gradiente da deformação
f	Frequência
f_b	Força externa a atuar no sólido
F_x	Força ao longo de x
F_y	Força ao longo de y
Γ	Coefficiente de difusão
I	Segundo momento de área por unidade de largura
i	Energia interna
J	Jacobiano
k_c	Constante de restauração hidrostática

KC Número de Keulegan-Carpenter

L Comprimento

λ Primeiro parâmetro de Lamé

λ_c Comprimento característico

λ_w Comprimento da onda

μ Segundo parâmetro de Lamé / Viscosidade dinâmica

\mathbf{n} Vetor normal

ν_F Viscosidade cinemática

ν_S Coeficiente de Poisson

p Pressão / Ordem de convergência

ϕ Propriedade escalar genérica

r Rácio de refinamento

Re Número de Reynolds

ρ Massa volúmica

Σ Tensor das tensões de Piola-Kirchhoff

σ Tensor das tensões de Cauchy

σ_S Tensão superficial

T Período / Temperatura

τ_{ij} Tensor das tensões viscosas

\mathbf{u} Vetor das componentes da velocidade

\bar{U} Velocidade média

u_x Deslocamento na componente x

u_y Deslocamento na componente y

\mathbf{v} Velocidade do meio

\mathbf{v}_s Velocidade da superfície S

INTRODUÇÃO

1.1 Enquadramento do tema

Atualmente têm-se assistido um aumento da relevância das estruturas marítimas flutuantes na produção de energia limpa, nomeadamente, como suporte de turbinas eólicas *offshore*, plataformas solares flutuantes ou dispositivos de aproveitamento de energia das ondas.

Este aumento é justificado pelo crescente reconhecimento das questões ambientais, como o aquecimento global, a elevação do nível do mar e as alterações climáticas associadas ao uso de combustíveis fósseis, que são agora amplamente reconhecidas como problemas graves e presentes na consciência coletiva.

Devido à corrente crise climática, existe um elevado esforço focado na investigação das energias renováveis *offshore*, especificamente com o objetivo de utilizar os potenciais benefícios da hidroelasticidade. Isto deve-se ao facto de a maioria dos governos terem aumentado o apoio à indústria e à academia no seu desenvolvimento [2].

Assim, surgiu uma necessidade urgente de desenvolver e produzir energia sustentável e limpa para sustentar o planeta com baixas emissões de carbono.

De entre as fontes de energia renováveis, as energias solar, eólica, biomassa e das marés e ondas são das mais abundantes à disposição da humanidade. Além disso, recentes avanços nestas áreas levaram a que a tecnologia fotovoltaica, eólica e de aproveitamento da energia das marés registasse um enorme crescimento nas últimas décadas, com especial destaque para os sistemas fotovoltaicos e eólicos que alcançaram aceitação a nível mundial.

A escassez de terrenos disponíveis é outro problema de muitas cidades costeiras, uma vez que quase 40% da população mundial vive a menos de 100 km da costa [3] o que cria o conflito entre a construção destas estruturas de aproveitamento de energia e edifícios residenciais, comerciais ou industriais.

Considerando que mais de dois terços da superfície terrestre é coberta por oceanos, é fácil compreender que uma melhor utilização do espaço disponível poderia ser alcançada através do aproveitamento da área oceânica, oferecendo uma solução viável para aliviar a pressão sobre o uso da terra. Além disso, a instalação calculada de painéis fotovoltaicos

flutuantes em albufeiras poderia contribuir para a redução da evaporação da água.

1.2 Estruturas marítimas flutuantes

Nas últimas décadas têm havido muitos avanços no estudo para a implementação de estruturas flutuantes marítimas, associadas a dois grandes grupos de sistemas: placas de gelo marinho e *Very Large Floating Structures* (VLFS), como descrito nas revisões de Karmakar et al. [4], Squire et al. [5], Chen et al. [6], e Lamas-Pardo et al. [7].

Apesar da maioria destas grandes estruturas nunca ter sido efetivamente construída e usada na prática, não há dúvida de que estes projetos despertaram o interesse científico no domínio da hidroelasticidade, levando a estudos usando métodos analíticos, experimentais e numéricos.

Devido à grande área superficial quando comparada com a espessura, o comportamento hidroelástico é o tipo de movimento mais significativo nas VLFS. A hidroelasticidade pode ser definida como um fenómeno dinâmico que inclui as interações entre forças inerciais, hidrodinâmicas e elásticas presentes no sistema, como definido por Heller et al. [8].

Desde a década dos anos 70, a teoria e os métodos baseados no escoamento potencial para a análise da hidroelasticidade obtiveram resultados importantes, nomeadamente Bishop et al. [9] e Betts et al. [10] no desenvolvimento de uma teoria hidroelástica bidimensional posteriormente amplificada por Wu [11] para o caso tridimensional, ambos pelo método de expansão modal.

Em nota, refere-se que existem essencialmente duas famílias de métodos hidroelásticos (Ohmatsu [12], 2005) o método de expansão modal, onde o movimento da estrutura e a hidrodinâmica são resolvidos separadamente, e o método direto, no qual é resolvida a equação de movimento acoplada e o movimento da estrutura é então estimado a partir do potencial resultante.

Mais tarde, o método de expansão modal foi amplamente utilizado na análise hidrodinâmica de VLFS de vários tipos de estruturas devido à sua simplicidade na determinação do movimento da vibração. Por outro lado, o método direto, apesar de ser computacionalmente mais exigente, apresenta resultados mais realistas para estruturas flexíveis; ver Zhang et al. [13].

Independentemente do método estrutural, o problema hidroelástico é abordado através do método dos elementos de fronteira (BEM), do método dos elementos finitos (FEM) ou do híbrido BEM-FEM. De um modo geral, o BEM tem ganho popularidade devido à sua eficiência, uma vez que é apenas necessário considerar a superfície e não o volume todo. Além disso, o FEM pode ser bastante dispendioso do ponto de vista computacional porque a sua estabilidade depende muito da qualidade da malha. Por conseguinte, para se obter uma previsão precisa é necessária uma malha mais refinada. Por outro lado, há muito menos elementos no BEM devido à sua discretização apenas da superfície. Uma das principais limitações do BEM é a sua aplicação inconsistente a problemas não lineares.

Para combinar as vantagens do BEM e do FEM, foi desenvolvida uma técnica híbrida BEM-FEM em que o BEM é utilizado para discretizar o campo do fluido e o FEM é utilizado para discretizar a própria estrutura, como nos trabalhos de Shirkol e Nasar [14], Wang e Meylan [15] entre outros.

As previsões analíticas ou numéricas podem ignorar alguns aspetos físicos importantes, de modo a simplificar o problema, o que leva a que os resultados se afastem da realidade. Assim, é crucial realizar estudos experimentais para validar a análise teórica e/ou numérica e investigar o comportamento da estrutura em condições reais. Contudo, dadas as dimensões destas estruturas, é claro que experiências em escalas reais não são possíveis tendo-se de recorrer a modelos e à lei da semelhança para extrapolar os resultados.

Dada a importância da elasticidade no comportamento destas estruturas é necessário considerar a semelhança da rigidez à flexão entre o modelo e a estrutura real, tal como Ohmatsu et al. [16] apresenta numa lista de condições de semelhança associadas à resposta hidroelástica das VLFS, das quais se destacam as seguintes: massa por unidade de área e a rigidez de flexão vertical. Vale referir que cumprir a última condição não é trivial o que introduz complexidade na construção do modelo e na escolha dos materiais para satisfazer a condição de similaridade.

De seguida referem-se outros parâmetros adimensionais (não referidos por Ohmatsu) interessantes no estudo destas estruturas:

1. Número de Reynolds – Tal como em muitos casos de dinâmica de fluidos, o número de Reynolds (Re) desempenha um papel fundamental na dinâmica de estruturas flutuantes flexíveis devido à transição entre o escoamento laminar e turbulento ao redor da estrutura. No contexto de estruturas flutuantes flexíveis, como plataformas *offshore* ou embarcações flutuantes, o número de Reynolds está associado às forças de arrasto e à interação fluido-estrutura. Também é um parâmetro a ter em conta nos testes com modelos para cumprir as leis de semelhança [17].
2. Número de Froude – É um número parâmetro adimensional crucial para avaliar o comportamento dinâmico de estruturas flutuantes flexíveis, particularmente em relação ao movimento induzido pelas ondas. O número de Froude representa o rácio entre as forças de inércia e as forças gravitacionais, indicando a importância relativa dos efeitos hidrodinâmicos. Rege fenómenos como a rebentação das ondas e as suas velocidades críticas, tendo influência na interação fluido-estrutura [17].
3. Número de Cauchy - A geometria e as propriedades elásticas da estrutura também devem ser adequadamente dimensionadas quando as forças elásticas são relevantes, deste modo, os critérios de dimensionamento seguem a semelhança de Cauchy com base no número de Cauchy $Ca = (\text{força inercial}/\text{força elástica})$ [18].

4. Razão de massa - Representa a razão entre a massa da estrutura flutuante e a massa do fluido deslocado. Influencia a frequência natural da estrutura e a sua resposta à excitação das ondas [19].
5. Número de Keulegan-Carpenter - O número de Keulegan-Carpenter (KC) é um parâmetro adimensional utilizado para caracterizar a importância relativa das forças de inércia em relação às forças viscosas no escoamento oscilatório em torno de um corpo flutuante, como uma estrutura cilíndrica ou retangular. No contexto das estruturas flutuantes flexíveis, o número KC é crucial para compreender as forças hidrodinâmicas exercidas pelas ondas e correntes. Ajuda a perceber a importância dos efeitos de inércia em comparação com os efeitos viscosos na resposta da estrutura à ação das ondas. Um número KC mais elevado indica forças de inércia mais fortes em relação às forças viscosas, o que pode levar a um aumento do arrasto, da formação de vórtices e de uma potencial fadiga estrutural [20–22].

1.3 Categorização das estruturas flutuantes

Após esta breve descrição dos VLFS e do seu estudo é claro que já existe muita pesquisa nesta área, não existindo necessidade de um foco na mesma. Contudo, um caso a considerar é a dos extremos.

Um deles é a do movimento completamente rígido, que é normalmente associado a estruturas muito pequenas (inferiores ao comprimento de onda da ondulação) e que já foi também muito estudado dada a sua simplicidade.

O outro é o caso muito flexível em que existem grandes deformações associadas ao acompanhamento da ondulação. Ora, este tópico é muito recente e apenas em 2021 foi proposta uma designação única para estas estruturas que as separassem dos VLFS. Assim, há um elevado potencial para lacunas no conhecimento que precisem de ser preenchidas. Contudo, antes é necessário esclarecer esta nova categoria e o seu estado do conhecimento.

Suzuki et al. [23] caracterizou o movimento de várias estruturas flutuantes através de dois rácios: o comprimento da estrutura (L) sobre o comprimento característico (λ_c): L/λ_c e o comprimento da estrutura sobre o comprimento de onda (λ_w): L/λ_w .

Neste estudo Suzuki et al. [23] recorrem ao comprimento característico λ_c inicialmente proposto por Suzuki e Yoshida [24] através do comprimento da região localmente deformada por uma carga estática concentrada, formalmente definido por:

$$\lambda_c = 2\pi \left(\frac{EI}{k_c} \right)^{\frac{1}{4}}$$

Onde EI é a rigidez à flexão e k_c uma constante da força de restauração hidrostática. A Figura 1.1 apresenta de uma forma visual o significado deste parâmetro e a diferença para três tipos de estrutura

1.3. CATEGORIZAÇÃO DAS ESTRUTURAS FLUTUANTES

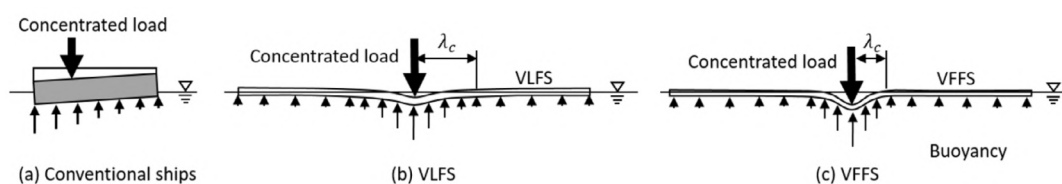


Figura 1.1: Resposta global sob uma carga estática. Adaptado de Suzuki et al. [23] e retirado de Zhang et al. [13].

Baseando-se nestes dois importantes rácios, Zhang et al. [13] estudou a sua relação para vários estudos disponíveis para obter uma visão geral das características dos modelos elásticos utilizados na literatura mencionada. Esta relação está apresentada na Figura 1.2.

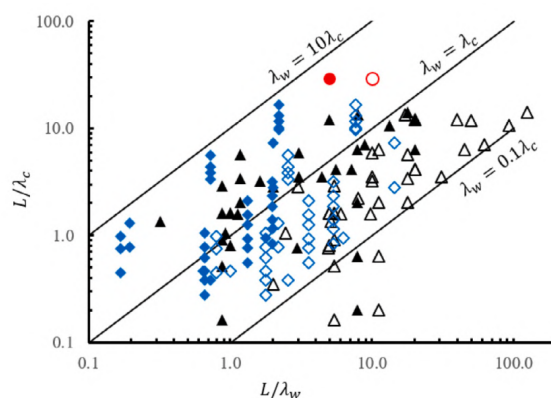


Figura 1.2: Resumo das características das estruturas de modelos flutuantes. Triângulos pretos: VLFS; diamantes azuis: estruturas relacionadas com o gelo; círculos vermelhos: estruturas mais flexíveis, Schreier e Jacobi. Os pontos sólidos e abertos representam os comprimentos de onda mais longos e mais curtos utilizados em cada artigo respetivamente. Retirado de Zhang et al. [13].

Nesta figura, as razões L/λ_c e L/λ_w são apresentadas em escalas logarítmicas. Quanto mais alta a estrutura estiver no eixo vertical, mais flexível é e quanto mais à direita no eixo horizontal, mais longa é a estrutura em comparação com as ondas. As linhas diagonais indicam o rácio entre o comprimento de onda e o comprimento característico da estrutura, λ_w/λ_c .

Os símbolos de triângulos pretos na figura representam VLFS, enquanto os losangulos azuis mostram estruturas relacionadas com o gelo marinho. Os dois círculos vermelhos correspondem à estrutura utilizada por Schreier e Jacobi [25].

Para indicação, os símbolos sólidos e abertos indicam, respetivamente, o comprimento de onda mais longo e mais curto usado em cada estudo.

Se o comprimento da estrutura é menor que o comprimento característico, ou seja, $L/\lambda_c < 1$ tem-se que a resposta é descrita por movimentos de corpo rígido. Já as deformações elásticas da estrutura tornam-se mais pronunciadas quando o comprimento da estrutura excede o comprimento característico, ou seja, $L/\lambda_c > 1$.

O rácio de λ_w/λ_c determina a magnitude da resposta. Quando as ondas são mais

longas do que o comprimento característico, ou seja, $\lambda_w/\lambda_c > 1$, a resposta global torna-se significativa, caso contrário ocorre o cancelamento dos efeitos das ondas locais no intervalo do comprimento característico L/λ_c e a resposta é pequena, como descrito por Zhang et al. [13].

Assim, é claro que grande parte do estudo realizado foi feito para estrutura flutuantes rígidas ou apenas moderadamente flexíveis, pela elevada densidade de pontos a meio do gráfico entre as zonas: $1 < L/\lambda_w < 20$ e $0.1 < L/\lambda_c < 10$.

Nota-se que na maioria das VLFS e na maioria das estruturas de gelo, o comprimento da estrutura é mais longo do que o comprimento de onda, de modo que a resposta do corpo elástico era dominante sobre os movimentos do corpo rígido.

Destacam-se as marcas a vermelho relativas a Schreier e Jacobi [25] que não pertencem ao conjunto de pontos anteriormente definido. Esta estrutura apresenta um rácio L/λ_c superior ao de todas as outras estruturas, cerca de 29; um valor elevado e que teoricamente leva um elevado nível de flexibilidade na resposta da estrutura. Esta flexibilidade foi confirmada experimentalmente por Schreier e Jacobi ao notarem uma amplitude da resposta de cerca de quatro vezes a espessura da estrutura quando esta segue o movimento da ondulação.

A diferença na resposta, como ilustrado com os dados da Figura 1.2, leva à criação de uma nova categoria de estruturas flutuantes e muito flexíveis (VFFS) à parte das VLFS dada a resposta estar associada a fenómenos de elevada elasticidade. A Figura 1.3 resume os vários tipos de resposta, modificada a partir de Suzuki et al. [23] por Zhang et al. [13] para incluir as VFFS.

De forma condensada a Figura 1.3 ilustra os vários tipos de resposta a partir dos rácios anteriormente apresentados onde sugere a definição de uma estrutura VFFS para $L/\lambda_w > 1$ e $L/\lambda_c > 10$. Sendo que pouco foi o estudo incidente neste tipo de estruturas.

1.4 Motivação associada às VFFS

Assim, com base nos dados apresentados ao longo deste capítulo é clara a falta de estudo nesta área emergente e com especial destaque para o seu estudo numérico. É esta falha no conhecimento que leva à criação deste estudo.

Contudo, algo só é interessante estudar se o conhecimento gerado for produtivo e se o tópico for de interesse. Já se apresentaram razões para esse interesse nas VLFS, de seguida apresentam-se razões para as VFFS:

1. As estruturas marítimas flexíveis, caracterizadas pela sua capacidade de deformação e capacidade de adaptação a condições ambientais variáveis, oferecem uma vantagem única em ambientes dinâmicos e de maior imprevisibilidade. Ao contrário das estruturas rígidas, mais suscetíveis a sofrer tensões excessivas e danos em águas turbulentas, as estruturas flexíveis permitem absorver e dissipar a energia transmitida, aumentando a sua resistência e durabilidade;

2. As estruturas marítimas flexíveis possuem uma maior adaptabilidade na medida em que permitem utilizar a energia de forma mais eficiente, como no caso das ondas, alinhando as estruturas com os padrões variáveis do vento e das ondas, o que é difícil no caso de estruturas rígidas. Além disso são mais adaptáveis à flutuação do nível das marés dada a sua reduzida espessura;
3. Pela sua natureza, as estruturas marítimas flexíveis requerem, frequentemente, menos material e recursos do que as estruturas rígidas. Esta inerente eficiência contribui para uma construção mais económica (em terra ao contrário de muitas VLFS) torna as estruturas flexíveis uma opção atrativa para aplicações em que as considerações económicas são de maior importância. Além disso, a adaptabilidade das estruturas flexíveis, ao conjugar painéis solares com turbinas eólicas por exemplo, pode reduzir os custos de manutenção ao longo do tempo [13];
4. A versatilidade das estruturas flexíveis permite a sua utilização em contextos onde as estruturas rígidas tradicionais podem ser de difícil implementação ou mesmo inviáveis [26].

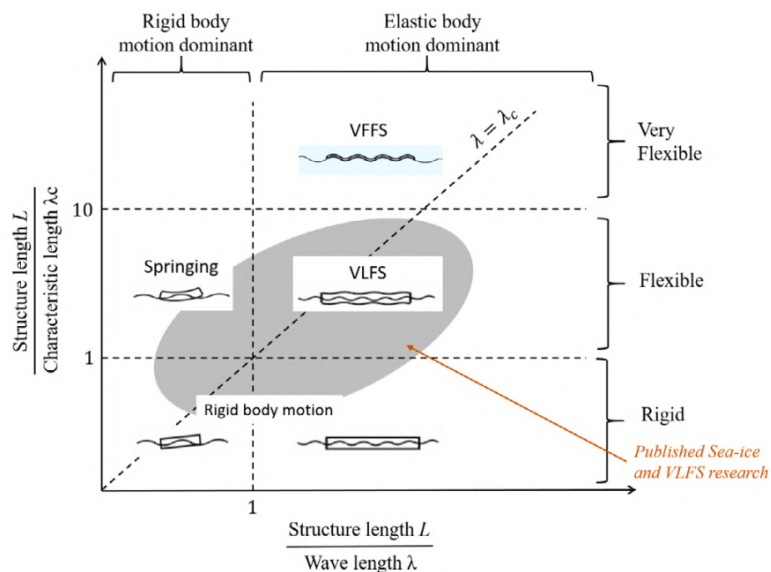


Figura 1.3: Mapa das respostas de estruturas flutuantes. Adaptado de Suzuki et al. [23] e retirado de Zhang et al. [13].

Todas estas vantagens (e outras aqui não mencionadas) levam à aplicação das VFFS em diversas aplicações como:

1. Painéis fotovoltaicos flutuantes *offshore* (OFPV): Estas estruturas flutuantes de baixa espessura, contínuas e flexíveis já demonstraram apresentar vantagens técnicas e económicas, contudo, apesar de ser um conceito competitivo em termos de custo e já ter sido recentemente desenvolvido em águas costeiras, ainda há um longo caminho até o desenvolvimento de grandes estruturas em ambientes *offshore*. Foram propostos vários conceitos de OFPV de película fina, com estruturas de suporte flutuantes do tipo colchão com uma espessura mínima (ordem dos centímetros) em comparação com a sua largura e comprimento (em dezenas a centenas de metros). Estas estruturas de suporte flutuantes, feitas principalmente de espuma polimérica, são mais flexíveis do que as tradicionais VLFS estudadas na década de 1990 [13, 27, 28];
2. Uso conjunto com turbinas eólicas: As VFFS podem ser usadas com turbinas eólicas flutuantes em águas profundas onde as estruturas fixas são impraticáveis, combinando a utilização dos painéis fotovoltaicos na mesma área das turbinas eólicas [29];
3. As estruturas flutuantes muito flexíveis constituem uma plataforma versátil para os conversores de energia das ondas, oferecendo vantagens como a adaptabilidade ao movimento das ondas, a estabilidade em condições variáveis e a facilidade de implantação e manutenção. Estas estruturas podem ser concebidas com escalabilidade e modularidade, permitindo a integração de várias unidades de conversão de energia das ondas numa única plataforma [30–32];
4. Plataformas de investigação oceanográfica: estas estruturas fornecem plataformas para a realização de investigação oceanográfica, monitorização ambiental e estudos de biodiversidade marinha. Podem suportar instrumentos científicos, pequenos laboratórios e equipamento de observação em ambientes *offshore*;
5. Aquacultura e piscicultura: As estruturas flutuantes muito flexíveis podem ser adaptadas para fins de aquacultura, fornecendo plataformas para explorações piscícolas, cultivo de marisco e cultivo de algas. Estas estruturas oferecem oportunidades para a aquacultura *offshore* em águas mais profundas com condições ambientais ótimas para o crescimento e produção de peixe [33].

Como foi mostrado anteriormente estas estruturas tanto têm potencial para serem aplicadas num contexto prático com utilidade, como têm falta de estudo sobre as mesmas.

Apesar do conjunto de conhecimentos existentes, persistem lacunas significativas na literatura relativa ao estudo de estruturas muito flexíveis e flutuantes. Muitos dos modelos atuais simplificam excessivamente as complexidades das interações entre o fluido e a estrutura, conduzindo a limitações nos resultados.

Além disso, a integração da flexibilidade estrutural em simulações numéricas é muitas vezes um desafio, exigindo métodos mais sofisticados, além de não existir uma ferramenta numérica capaz de auxiliar na fase de projeto destas estruturas. Esta dissertação procura colmatar estas lacunas através da implementação e validação de técnicas numéricas com o objetivo de contribuir para a compreensão das estruturas flexíveis flutuantes através da utilização de métodos numéricos.

1.5 Revisão da Literatura

Neste subcapítulo apresenta-se uma revisão da literatura sobre os métodos utilizados no estudo de estruturas flutuantes flexíveis. Serão abordadas três abordagens principais: métodos analíticos, simulações de dinâmica de fluidos e investigações experimentais. A revisão fornecerá uma visão abrangente das pesquisas e avanços realizados nessas áreas, destacando as vantagens e limitações de cada método.

1.5.1 Estudos analíticos

As soluções analíticas desempenham um papel importante no estudo das VFFS na medida em que permitem realizar uma primeira análise simples e rápida. Estas estruturas, frequentemente sujeitas a forças hidrodinâmicas e condições ambientais complexas, exigem uma análise rigorosa (numérica ou experimental) para uma previsão fiável, contudo, ao simplificar alguns aspetos é possível estudá-las analiticamente de modo a obter uma compreensão geral (aprofundando depois o conhecimento com outras ferramentas).

Uma das simplificações mais comuns é a de considerar o escoamento como potencial, desprezando os efeitos viscosos. Em certas situações (água com ondulação muito ligeira por exemplo) as soluções aproximam-se bastante bem do caso real. O fluido à volta do corpo é considerado ideal (ou seja: uniforme, contínuo, invíscido, incompressível e irrotacional), com uma onda superficial de pequena amplitude. Como resultado, o potencial de velocidade controla completamente o comportamento do fluido [34].

As VFFS (e as VLFS) são frequentemente consideradas como estruturas semelhantes a tapetes (ou folhas finas) que repousam na superfície da água (sem se considerar a sua submersão parcial) e modelados como uma placa elástica com espessura nula devido às suas grandes dimensões horizontais e pequenas dimensões verticais. Assim, a vibração do corpo flutuante é analiticamente explicada pela teoria clássica das placas finas, também conhecida como teoria das placas de Kirchhoff-Love [13, 35].

A teoria de placas finas produz resultados aceitáveis para pequenas rotações (cerca de $<10^\circ$). Os movimentos de grande amplitude (da resposta da estrutura) requerem formulações mais gerais que tenham em conta a não linearidade geométrica. Assim, é adicionado um termo extra, força de membrana, não linear e induzido por grandes rotações.

Esta formulação foi inicialmente proposta por Föppl [36] e refinada por von Kármán [37] e aplica a teoria básica das placas com rotações moderadas, tendo ficado conhecida pela teoria de placas de Föppl–von Kármán.

Muitos estudos focam-se também na relação de dispersão hidroestática que, essencialmente, ajuda a caracterizar a forma como as ondas se propagam e interagem com a estrutura flexível, tendo em conta tanto a dinâmica dos fluidos como a dinâmica estrutural.

Para uma VFFS, o número de onda característico da estrutura pode ser muito grande em comparação com uma VLFS, resultando num possível encurtamento da onda (fenómeno que pode levar à ressonância da estrutura) [13].

Também, Bishop et al. [9] e Betts et al. [10] desenvolveram uma teoria hidroelástica bidimensional posteriormente amplificada por Wu [11] para o caso tridimensional.

Peter et al. [38] estenderam um modelo anterior que resolvia a interação da ondulação com uma placa para resolver a dispersão de ondas numa placa elástica circular a flutuar em água (com profundidade finita).

Zheng et al. [31] utilizaram recentemente um modelo teórico baseado também nas relações de dispersão para estudar a extração de energia das ondas por um WEC de geometria do tipo placa elástica circular.

Foram feitos também estudos que consideram a evolução temporal do sistema, como estudado por Montiel et al. [39] onde o movimento linear dependente do instante temporal foi estudado para um grupo de placas elásticas finas e flutuantes num domínio bidimensional.

Muitos estudos focaram-se também em placas retangulares, como descrito nos artigos de Kohout et al. [40] para o caso de um conjunto de placas colocadas em linha.

Xu e Wellens [41] efetuaram uma análise da interação não linear entre as ondas e as estruturas com painéis fotovoltaicos flutuantes (FPV) em regime *offshore* que conta com um modelo hidroelástico e as respetivas soluções analíticas.

Muito mais estudos têm sido realizados na análise de estruturas flexíveis flutuantes através de métodos analíticos. Contudo, dado que este não é o foco do presente estudo, este tema não será aqui aprofundado.

1.5.2 Estudos experimentais

Os artigos e revisões acima mencionados mostram que existem vários estudos teóricos sobre a hidroelasticidade. No entanto, os estudos e resultados experimentais são muito mais escassos. De seguida apresentam-se alguns dos trabalhos focados em estruturas flutuantes flexíveis através de métodos empíricos.

Um desses estudos é o de Meylan [42], que utilizou um gerador de ondas num canal de 20 m de comprimento e 1,83 m de largura para estudar o impacto da ondulação em folhas flexíveis de polipropileno de 1,22 m de comprimento e tanto 3,175 mm como 6,35 mm de espessura. A pressão na base da placa foi medida com uma sonda de pressão sensível. Esta experiência foi feita para ser uma comparação direta da teoria bidimensional e apresenta

resultados com uma boa concordância com o esperado teoricamente, apesar de existirem discrepâncias quanto menor for a espessura ou maior o comprimento da onda.

Já noutro estudo, Montiel et al. [43] apresentam diversas experiências em bacias com ondas onde se estuda a resposta à flexão de discos elásticos finos flutuantes sujeitos a ondas monocromáticas. A espessura do disco, a inclinação da onda incidente e a frequência bem como a disposição geométrica são testadas tanto para um como para dois discos. Os investigadores usaram marcadores ópticos distribuídos pela superfície do modelo que foram monitorados por um sistema estereoscópico, uma fotografia da montagem é apresentada na Figura 1.4. Os resultados são depois comparados com um modelo potencial.

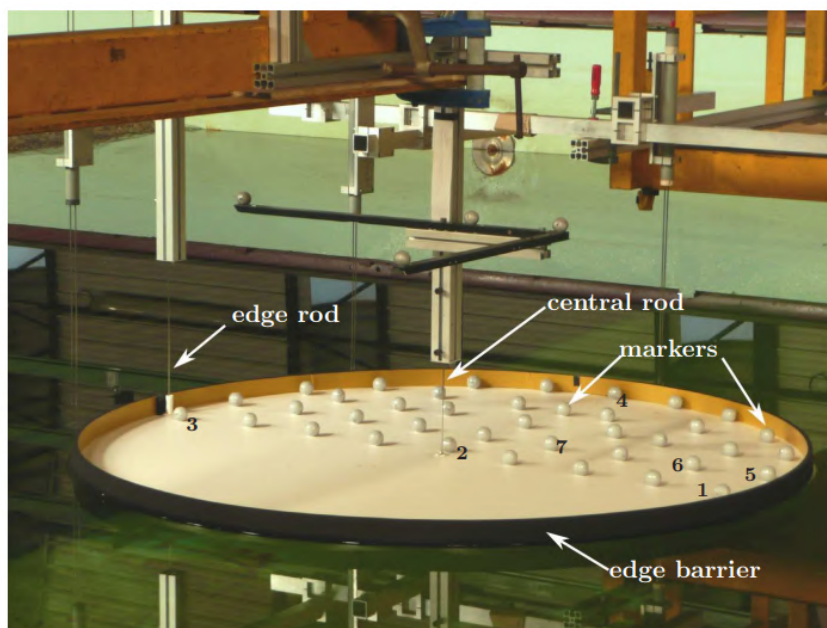


Figura 1.4: Fotografia da montagem da experiência de Montiel et al. [43].

Recentemente Michele et al. [30] também estudaram discos elásticos sujeitos a ondas tanto regulares como irregulares. Os operadores de amplitude de resposta (RAOs) são calculados para ondas monocromáticas e irregulares (definidos pelos espectros JONSWAP). Os medidores de ondas medem os deslocamentos da superfície livre, enquanto um sistema de câmaras regista o movimento da placa. O estudo examina a forma como a profundidade da bacia e a espessura da placa afetam o comportamento dinâmico de um disco circular. Na generalidade a hidrodinâmica associada ao fluido e a resposta do disco correspondem às previsões teóricas baseadas na teoria do escoamento potencial linear.

Liu et al. [44] focaram-se no estudo da propagação de ondas sob estruturas flexíveis flutuantes de baixa espessura. O fenómeno de fissão de uma onda solitária é observado quando esta atravessa uma estrutura flexível. O fenómeno é causado pela diferença de velocidades de propagação entre a deformação elástica da estrutura e a pressão da onda que atua na sua base. As velocidades de propagação da deformação da estrutura e da

pressão da onda são examinadas de modo a avaliar o impacto da rigidez e da profundidade da bacia nos padrões de fissão das ondas.

Sreea et al. [45] efetuaram experiências em 2D com placas finas viscoelásticas e construíram os seus modelos em polidimetilsiloxano (PDMS) e polipropileno (PP). A elevação do modelo foi medida através de sondas de altura ultra-sónicas ao longo da sua linha central. Sreea et al. determinaram que o modelo de PP, mais rígido, provocava o alongamento da onda quando comparado com as ondas em água livre, enquanto que os modelos de PDMS viscoelásticos provocavam o encurtamento das ondas.

Outro estudo, muito relevante para a análise de estruturas flutuantes flexíveis experimentalmente (e numericamente) é o de Brown et al [46]. As experiências são realizadas num canal de ondas onde foram utilizadas estruturas flutuantes flexíveis de variadas dimensões. Neste estudo, a deformação da estrutura é medida com um sistema de captura de movimento *Qualisys* (sem contacto), que fornece a posição instantânea de marcadores fixos localizados no bordo superior de cada estrutura e para registar a elevação da superfície livre, são instalados quatro aparelhos de medição (*wave gauges*).

Contudo, muitas das estruturas anteriores não são completamente classificadas como VFFS, tanto pelos autores como pela categorização proposta por Zhang et al. [13] (e descrita na introdução deste documento). Contudo, ainda são estruturas flexíveis e o seu estudo é relevante para as estruturas muito flexíveis.

Realmente o estudo de VFFS através de métodos experimentais ainda não está bem estabelecido. De seguida apresenta-se um artigo que até à data, pelo conhecimento do autor, é o único que efetivamente designa a estrutura como uma VFFS.

Este é o estudo de Schreier et al. [25], um artigo muito influente que propagou a ideia de estruturas muito flexíveis, que se caracterizam por terem um comprimento característico inferior ao das VLFS e de conseguirem acompanhar o movimento das ondulações.

O tanque usado mede 80 metros de comprimento e 2,75 metros de largura e as experiências foram efetuadas a uma profundidade de água de 1,00 m. O tanque possui uma máquina de geração de ondas de pá única com um ponto de articulação ajustável e uma praia de amortecimento de ondas no lado oposto. O modelo consistia numa folha de espuma de borracha de neopreno com 4,95 m de comprimento e 1,02 m de largura, tendo uma espessura de 5 mm. Para demonstrar a complexidade da construção destas experiências apresenta-se na Figura 1.5 a montagem de Schreier et al.

Este estudo efetuou as suas medições através de Correlação Digital de Imagem (DIC – *Digital Image Correlation*) para analisar a deflexão vertical da VFFS. O comprimento característico do modelo é de 1/3 do comprimento de onda mais curto e foi testado em ondas longitudinais regulares. O comprimento de onda usado variou de 1/10 a 1/5 do comprimento da estrutura.

As medições indicaram que a estrutura segue maioritariamente a elevação da onda e exhibe efeitos 3D. O modelo conseguiu acompanhar ondas de crista longa com uma amplitude de 20 mm e um comprimento de onda de 0,99 m sem causar qualquer impacto aparente nas ondas. Ondas mais curtas levaram uma interação hidroelástica significativa

com o modelo, resultando na elevação tridimensional da superfície. A Figura 1.6 ilustra a capacidade da estrutura em seguir a ondulação, apresentando uma elevação normalizada pela amplitude da onda de 0,8, ou seja, muito perto da amplitude original da onda.

Como apresentado anteriormente os estudos sobre a hidroelasticidade de estruturas flexíveis têm-se centrado na deformação da estrutura induzida pelas ondas e impacto no campo de escoamento do fluido e fornecem informação valiosa para a validação de códigos numéricos.

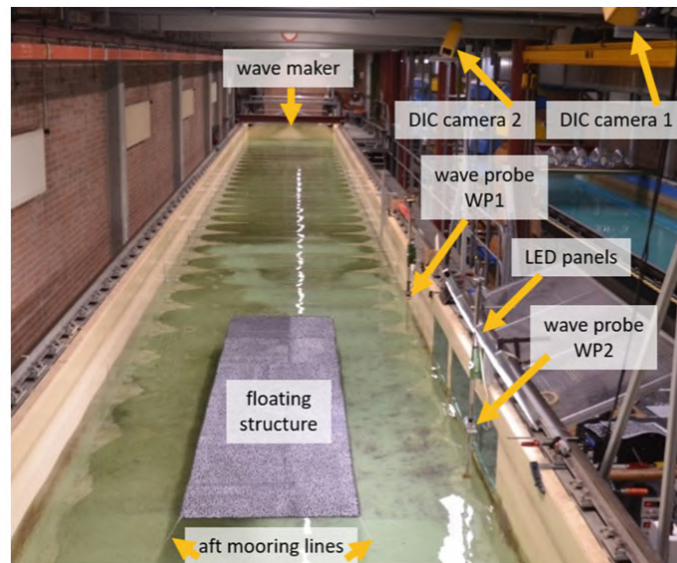


Figura 1.5: Fotografia da montagem da experiência de Schreier et al. [25].

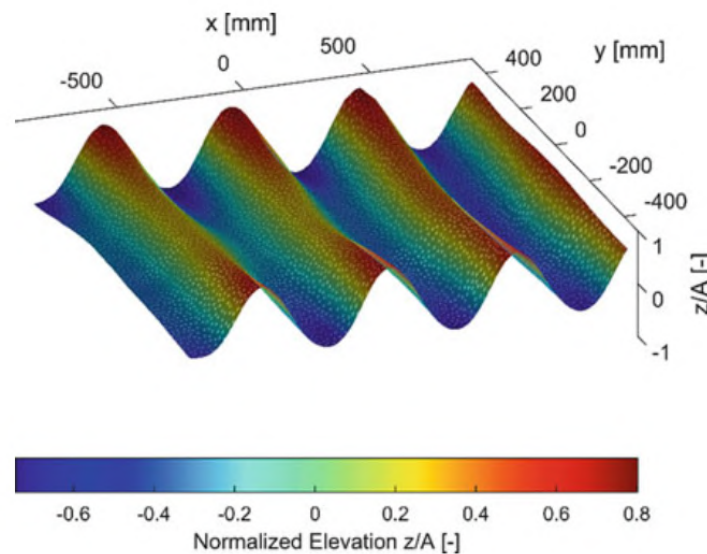


Figura 1.6: Reposta da estrutura de Schreier et al. [25] num dos testes onde é apresentada a elevação normalizada pela amplitude da onda.

1.5.3 Estudos numéricos

Os métodos de CFD (dinâmica de fluidos computacional), quando comparados com a teoria baseada no escoamento potencial, são mais precisos e permitem capturar as alterações dos campos de velocidade e pressão com maior fidelidade, tendo a capacidade de simular ondas não lineares na superfície livre e as interações hidrodinâmicas fluido-estrutura.

Já quando comparado com os métodos experimentais, os estudos de CFD são normalmente mais rápidos e económicos uma vez que não é necessário construir nem um modelo nem uma instalação adaptada à formação de ondas. Contudo, estes modelos de CFD precisam primeiro de ser validados, daí a elevada importância dos resultados experimentais.

Além disso, a modelação experimental apresenta uma série de questões fundamentais que a tornam difícil no caso de estruturas flutuantes altamente flexíveis, por exemplo, devem ser utilizadas técnicas não invasivas para a medição das deformações, uma vez que qualquer mudança na estrutura, pela introdução de sensores no corpo, pode afetar a resposta. Existem também desafios significativos na quantificação e descrição em condições não lineares da superfície livre (como é o caso da rebentação das ondas e a influência do vento). Estes fatores são sensíveis às condições iniciais, o que limita a sua repetibilidade.

Assim, a modelação numérica tem o potencial de complementar os estudos experimentais de modo a fornecer uma análise pormenorizada da dinâmica da estrutura e do fluido (sem se ter de resolver algumas das limitações das técnicas laboratoriais mencionadas anteriormente).

No geral, já foi realizado um trabalho numérico extensivo e muito importante para a compreensão das VLFS, contudo o mesmo não pode ser dito das VFFS (daí este estudo). O número de estudos numéricos sobre estruturas flexíveis é limitado e o de estruturas muito flexíveis ainda mais escasso é. De seguida apresentam-se os trabalhos mais relevantes nesta área.

Os modelos de menor fidelidade baseiam-se na teoria potencial e são uma opção popular. Estas técnicas combinam métodos de discretização de superfície, como o método dos elementos de fronteira discretizados à superfície (BEM) para o domínio do fluido, com formulações de resposta estrutural.

Neste último ponto (resposta estrutural) as opções mais comuns são o modelo da placa elástica de Kirchhoff-Love [35] como usado por Hartmann et al. [47] no estudo de placas finas de gelo através do método de elementos finitos, ou a teoria de vigas de Euler-Bernoulli usada, por exemplo, nos trabalhos de Riyansyah et al. [48] e Montiel et al. [39].

O método BEM foi também usado várias vezes na resolução das equações diferenciais parciais acopladas a outros métodos, como o de expansão modal usado por Liang et al. [49] ou métodos de elementos finitos, como por Wang et al. [15].

Outro dos métodos estruturais por vezes usado é o dos módulos discretos ligados por

vigas (designado BCDM ou DMB conforme os estudos), usado por exemplo por Li et al. [50] e Chen et al. [51].

As abordagens de escoamento potencial são uma opção atrativa para resolver a hidroelasticidade devido ao seu baixo custo computacional, no entanto, a sua aplicabilidade é limitada, uma vez que não podem modelar fenômenos altamente não lineares.

Já as equações de Navier-Stokes fornece uma solução mais abrangente para a resolução de problemas de dinâmica dos fluidos, incluindo os fenômenos não lineares: rebentação das ondas, estudado por métodos CFD (em *OpenFOAM*) por Hu et al. [52], *Overwash* – fenômeno onde o fluido salta por cima da estrutura – também simulado em *OpenFOAM* por Huang et al. [53], *slamming*, o choque da estrutura na água, ou *aeration* – influência das bolhas de ar na água, estudado por Ali Aghaei et al. [54].

Contudo, nota-se também que a resolução destas equações é um processo computacional muito intensivo. Esta categoria pode ainda ser subdividida em duas subcategorias:

Métodos baseados em partículas que usam uma formulação Lagrangiana, como *Smoothed Particle Hydrodynamics* (SPH), inicialmente proposto para problemas astrofísicos por Gingold et al. [55], e *Moving Particle Semi-Implicit* (MPS) introduzido por Koshizuka et al. [56]. Estes métodos têm sido ultimamente favorecidos na área de interação fluido-estrutura uma vez que o tratamento da superfície livre é relativamente fácil quando comparada com a dos outros métodos, particularmente em escoamentos com separação, além disso evitam as complexidades relacionadas com o processo de criação da malha para geometrias complexas.

Lind et al. [57] constataram que os potenciais benefícios dos métodos baseados em partículas são contrabalanceados por um custo computacional mais elevado devido à fraca convergência, pelo limite máximo de passos de tempo e pela necessidade de recalculá-la cada partícula vizinha em cada passo de tempo.

Estes métodos, assim como os baseados em malhas, são normalmente acoplados, quando o estudo é numérico, a métodos de análise estrutural baseados em malhas, como o Método de Elementos Finitos (FEM), usado por Fourey et al. [58] e Zhang et al. [59] e, por vezes, o Método de Elementos Discretos (DEM), usado por Zhang et al. [60] e He et al. [61].

A outra categoria são os métodos baseados em malhas, que resolvem as equações de Navier-Stokes através de formulações Eulerianas. As abordagens baseadas em malhas são provavelmente o método mais usado em CFD e também já foram demonstradas numa vasta gama de aplicações marítimas. Destacam-se os trabalhos de Windt et al. [62] na revisão dos modelos de CFD no estudo de WECs e de Day et al. [63] na revisão da modelação numérica associada tanto a WECs como a turbinas eólicas *offshore*.

De forma particular, Brown et al. [46] abordou numericamente as interações hidroelásticas não lineares em estruturas flutuantes flexíveis, onde se utilizou o programa de código aberto *OpenFOAM*, mais especificamente o seu módulo *solids4foam*, um módulo para a simulação de mecânica dos sólidos e de FSI.

É utilizado um modelo elástico linear para o modelo estrutural, da estrutura flexível, baseado na lei de Hooke. Para o fluido o modelo resolve as equações Reynolds Averaged Navier-Stokes (RANS) de duas fases, incompressíveis e considerando o escoamento laminar. Foi também usado o esquema de captura da interface (superfície livre) *Volume Of Fluid* (VOF).

Como descrito por Brown et al. cada domínio tem uma malha independente onde se aplicam condições de fronteira e as próprias equações. O campo de deformação do corpo é resolvido numa malha com as forças projetadas do domínio do fluido como condições de fronteira. As forças calculadas na interface são depois transferidas para o fluido e a malha é deformada com base nos deslocamentos estruturais projetados em cada passo de tempo. Os domínios do fluido e da estrutura são acoplados utilizando um algoritmo iterativo de Dirichlet-Neumann.

Os resultados numéricos, apresentados por Brown et al. [46] para as interações entre as ondas monocromáticas e estruturas flutuantes altamente flexíveis são consistentes com os seus dados da modelação experimental. O modelo numérico indica que as estruturas mais finas sofreram maiores deformações, no entanto, a dimensão da deformação é consistentemente subestimada, sugerindo que um método 3D pode ser essencial para representar com exatidão o movimento nestas estruturas. Na Figura 1.7 apresenta-se a comparação dos resultados obtidos por Brown et al. tanto numericamente como experimentalmente e é notável a elevada semelhança nas respostas obtidas.

O módulo *solids4foam* tem a capacidade de realizar simulações 3D, mas o custo computacional é muito elevado, sendo este um grande desafio. O acoplamento fluido-estrutura exige métodos iterativos, o que resulta em custos de computação significativos para as aplicações FSI.

Este é um dos poucos estudos que estuda estruturas muito flexíveis através de CFD por métodos baseados e malhas, tanto para a estrutura como para o domínio do fluido. Além disso mostrou que modelos em *OpenFOAM* têm potencial para a resolução de problemas associados às VFFS. Sendo assim, este é um artigo de referência no estudo sugerido neste documento.

O método FEM é normalmente utilizado no domínio sólido devido às suas propriedades de convergência, já os códigos de CFD baseados em malhas utilizam normalmente o Método dos Volumes Finitos (FVM), que requer mais complexidade mas oferece melhores propriedades de conservação.

Para resolver um problema de FSI, é recomendada uma abordagem separada devido à discrepância entre os métodos de discretização das malhas. Isto implica a resolução do escoamento e da estrutura de forma independente em duas malhas diferentes e a comunicação em fronteiras partilhadas de modo a conseguir o acoplamento entre os métodos.

Estudos anteriores mostraram que as abordagens FVM-FEM independentes são eficazes para escoamentos de duas fases. Tal é o caso do estudo de Kassiotis et al. [64] que se foca no impacto de um escoamento de superfície livre num corpo não linear

resolvido por FVM-FEM. Outro exemplo é o trabalho de Martínez-Ferrer et al. [65] no estudo do fenômeno de FSI com estruturas flexíveis através do software *OpenFOAM*, onde, na Figura 1.8 é apresentada de forma visual a semelhança entre o escoamento simulado quando comparado com o experimental na colisão com um corpo elástico. E, como exposto anteriormente, o estudo de Brown et al. [46].

Em suma, é notável a investigação já desenvolvida na área de estruturas flutuantes, hidrodinâmica e FSI. Contudo, especificamente para estruturas muito flexíveis não existe uma base de conhecimento tão grande, especialmente em termos numéricos. Apesar de os métodos já estarem essencialmente estabelecidos a sua aplicação ainda não foi suficiente. Além disso, existe falta de uma ferramenta numérica integrada de fácil acesso, com um código estruturado e uma interface para facilitar o uso a utilizadores numa fase de projeto.

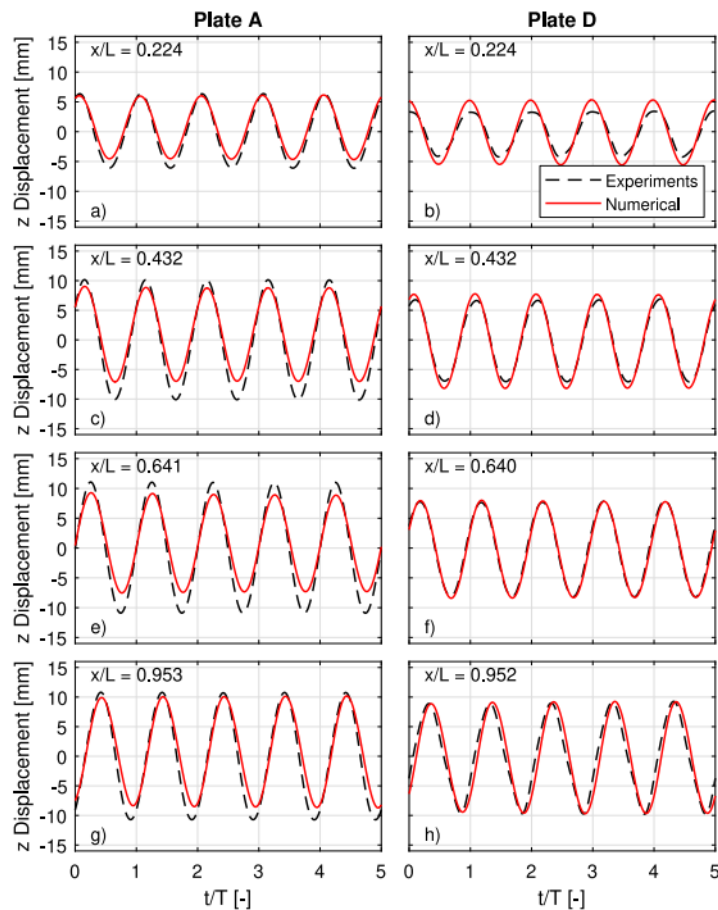


Figura 1.7: Comparação da elevação da estrutura obtida por Brown et al. [46] experimentalmente e numericamente.

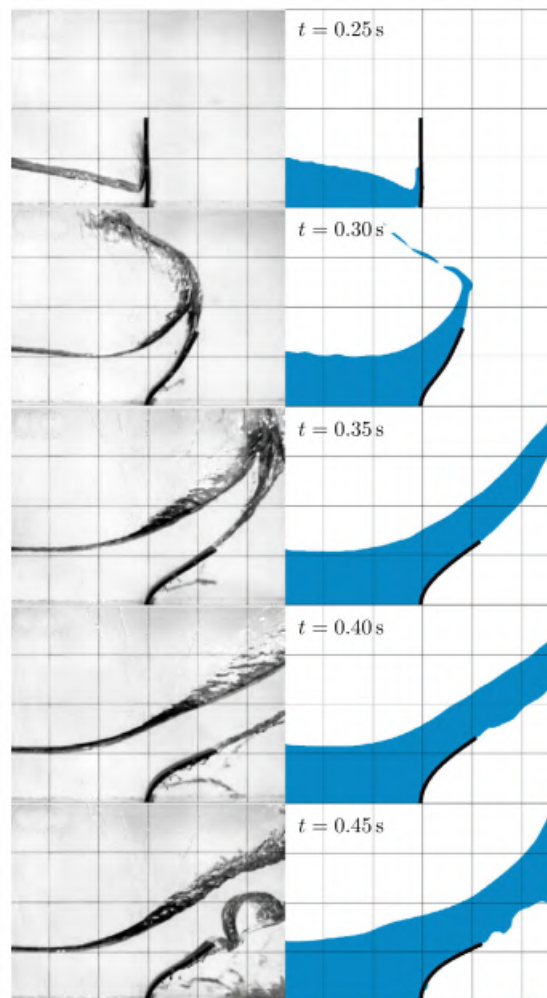


Figura 1.8: Comparação dos resultados obtidos por Martínez-Ferrer et al. [65] na colisão do fluido com um corpo elástico.

1.6 Objetivos

O principal objetivo desta dissertação é validar um modelo numérico para o estudo da interação onda-estruturas flexíveis. Os objetivos específicos são os seguintes:

1. Adaptar um modelo numérico abrangente para simular a resposta dinâmica de estruturas flexíveis flutuantes e a interação com as ondas;
2. Realizar uma análise dimensional para melhor perceber os parâmetros envolvidos;
3. Validar o modelo numérico através de comparações com dados experimentais existentes - calibrar os parâmetros numéricos, validar a geração e propagação de ondas e as interações fluido-estrutura com dados experimentais ¹;
4. Realizar uma simulação 2D para investigar a influência da flexibilidade estrutural na resposta à ondulação e na integridade destas estruturas;

1.7 Organização do documento

Este documento está organizado em sete capítulos. No Capítulo 2 apresenta-se o modelo matemático, abordando as equações fundamentais da dinâmica dos fluidos e o tratamento do domínio sólido. O Capítulo 3 descreve o modelo numérico, incluindo os métodos numéricos, como o método dos volumes finitos e a interação fluido-estrutura bem como as questões dos erros e incertezas. Por fim aborda também as ferramentas numéricas usadas. O Capítulo 4 detalha o estudo do caso HronTurekFSI3, uma referência padrão do tipo FSI, envolvendo a simulação de uma placa elástica conectada à esteira cilindro rígido, com verificação e validação dos resultados. O Capítulo 5 introduz o problema do *sloshing*, com uma forte verificação e validação. Finalmente, o Capítulo 6 apresenta duas simulações de estruturas flutuantes e flexíveis: primeiro o fenómeno de *sloshing* com um corpo flutuante na superfície da água e, segundo, uma VFFS colocada num tanque e sujeita à ondulação.

¹Produzidos na FCT NOVA (DEMI) por Francisco Bernardo na sua tese de doutoramento.

MODELO MATEMÁTICO

2.1 Equações governativas da dinâmica dos fluidos

As equações governativas são construídas a partir de princípios físicos e permitem descrever matematicamente a dinâmica dos fluidos que corre na realidade.

2.1.1 Equação da continuidade

A equação da conservação da massa pode ser escrita na notação vetorial da seguinte forma:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \mathbf{u}) = \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0 \quad (2.1)$$

Onde ρ é a massa volúmica e \mathbf{u} é o vetor das três componentes da velocidade. O termo do lado esquerdo na equação é a taxa de variação temporal da massa volúmica. O segundo termo descreve o fluxo líquido de massa através das fronteiras do elemento infinitesimal e é designado por termo convectivo.

Muitas das vezes, a massa volúmica de um fluido pode ser considerada constante, designando-se assim o fluido por incompressível. Nestas condições, a Equação (2.1) pode-se simplificar da seguinte forma:

$$\text{div}(\rho \mathbf{u}) = 0 \Leftrightarrow \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial w}{\partial t} = 0 \quad (2.2)$$

2.1.2 Equação da conservação da quantidade de movimento

A equação de conservação da quantidade de movimento é dada aplicando a segunda lei de Newton a um volume de controlo de fluido de volume infinitesimal.

O estado de tensão num elemento de fluido é definido em função da pressão (tensão normal) e de 9 tensões viscosas (as tensões são simbolizadas por τ_{ij}), associadas a cada uma das 6 faces do volume infinitesimal. Assim, a componente em x da equação da conservação da quantidade de movimento é encontrada definindo a taxa de variação da quantidade de movimento em x igual à força total na direção x sobre o elemento devido

às forças de superfície mais a taxa associada às forças de campo (demarcadas por S_M), resultando nas equações (2.3), (2.4) e (2.5) para x , y e z respetivamente:

$$\rho \frac{Du}{Dt} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} + S_{Mx} \quad (2.3)$$

$$\rho \frac{Dv}{Dt} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} + S_{My} \quad (2.4)$$

$$\rho \frac{Dw}{Dt} = -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} + S_{Mz} \quad (2.5)$$

O escoamento de um fluido (em 3D) é descrito por um sistema de cinco equações diferenciais parciais: a equação da continuidade (2.2), as equações da quantidade de movimento em x , y e z (2.3, 2.4 e 2.5) e a equação da energia (aqui suprimida por não ser usada). Entre as incógnitas estão quatro variáveis termodinâmicas: ρ , p , i e T . A interligação entre estas é feita por equações de estado.

2.1.3 Equações de Navier-Stokes

As equações governativas contêm ainda mais incógnitas adicionais, as componentes de tensão viscosa τ_{ij} . Para tratar este problema é introduzido um modelo adequado para as tensões viscosas τ_{ij} em função de outras variáveis de modo a ser possível resolver as equações. Em muitos escoamentos, aqueles com fluidos Newtonianos, as tensões viscosas podem ser expressas como funções da taxa de deformação do fluido, ou seja, do gradiente da velocidade.

Estas relações permitem reescrever as equações anteriores nas famosas equações de Navier-Stokes, em coordenadas cartesianas, que regem qualquer tipo de escoamento. A sua forma mais útil no âmbito do método dos volumes finitos é a apresentada nas equações (2.6), (2.7) e (2.8).

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \text{div}(\rho u \mathbf{u}) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \text{div}(\mu \text{grad } u) + S_{Mx} \quad (2.6)$$

$$\frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \text{div}(\rho v \mathbf{u}) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \text{div}(\mu \text{grad } v) + S_{My} \quad (2.7)$$

$$\frac{\partial(\rho w)}{\partial t} + \text{div}(\rho w \mathbf{u}) = -\frac{\partial p}{\partial z} + \text{div}(\mu \text{grad } w) + S_{Mz} \quad (2.8)$$

2.1.4 Equação de transporte de uma propriedade ϕ

Algo a notar é que de forma genérica pode-se escrever a conservação de uma propriedade escalar ϕ de uma forma muito semelhante às anteriores:

$$\frac{\partial(\rho \phi)}{\partial t} + \text{div}(\rho \phi \mathbf{u}) = \text{div}(\Gamma \text{grad } \phi) + S_\phi \quad (2.9)$$

Onde Γ é o coeficiente de difusão. O primeiro termo é o termo local associado à variação temporal, o segundo é o termo convectivo, o terceiro o difusivo e o quarto é o termo fonte. Por palavras, pode-se dizer que a taxa de variação de ϕ mais a variação de ϕ pela entrada ou saída do elemento de fluido é igual à soma da taxa da variação de ϕ por difusão com a variação de ϕ devido a outras fontes.

A Equação (2.9) é usada como o ponto de partida para o processo computacional no método de volumes finitos ao definir as quantidades genéricas ϕ e Γ para um caso concreto. Se se escolher corretamente o coeficiente de convecção e o termo fonte, é possível obter as equações diferenciais da conservação da massa, conservação da energia e balanço da quantidade de movimento.

2.2 Equações governativas do domínio do sólido

A deformação de um sólido, sob os pressupostos de este ser elástico, compressível e isotérmico, pode ser descrita pela aplicação do princípio de conservação da quantidade de movimento numa abordagem Lagrangiana da seguinte forma:

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho \mathbf{v} dV + \oint_S \mathbf{n} \cdot \rho (\mathbf{v} - \mathbf{v}_s) \mathbf{v} dS = \oint_S \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\sigma} dS + \int_V \rho \mathbf{f}_b dV, \quad (2.10)$$

Onde ρ é a densidade do material, \mathbf{n} o vetor normal à superfície S , \mathbf{v} é a velocidade do meio e \mathbf{v}_s a velocidade da superfície S , $\boldsymbol{\sigma}$ é o tensor das tensões de Cauchy e \mathbf{f}_b é a força resultante externa atuar no sólido.

Na abordagem lagrangiana, a velocidade do material é igual à velocidade da malha do sólido, logo, os termos de convecção são anulados e, desta forma, nenhuma massa entra ou sai de cada volume de controlo fazendo com que a continuidade da massa seja automaticamente satisfeita. Assim a equação governativa (2.10) simplifica-se para a Equação (2.11):

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho \mathbf{v} dV = \oint_S \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\sigma} dS + \int_V \rho \mathbf{f}_b dV, \quad (2.11)$$

Considere-se agora a transformação de um material sólido sob uma força externa. A Figura 2.1 ilustra um exemplo de um sólido num instante T_0 onde são depois atuadas forças externas causando a sua deformação em T . Em termos gerais, um elemento infinitesimal de material alterará o seu volume de V_0 para V , e, do mesmo modo, uma superfície infinitesimal alterará a sua área de S_0 para S e o seu versor normal de \mathbf{n}_0 para \mathbf{n} . Assim, é evidente que os volumes e áreas da equação da quantidade de movimento são dependentes do campo de deformação e, assim, a Equação (2.10) é uma função não linear da velocidade (ou do deslocamento).

Este ponto é relevante, pois dependendo da magnitude das deformações no sólido, podemos optar por uma aproximação linear ou não.

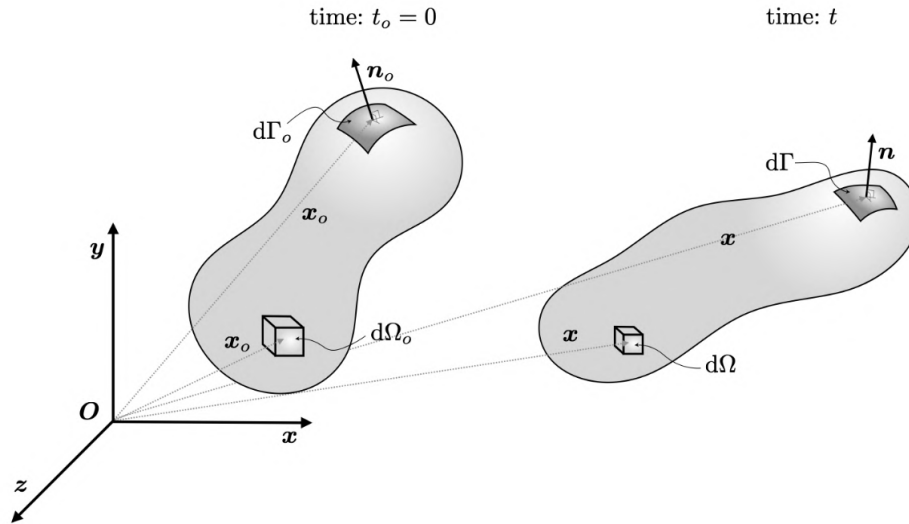


Figura 2.1: Deformação genérica de um sólido de um instante de tempo t_0 para outro t [66].

No caso da aproximação linear, que é aplicável a muitos casos práticos, as mudanças de volume, área e orientação são muito reduzidas, por exemplo, na deformação de estruturas de aço do dia a dia. Nesses casos, é seguro assumir que a malha não é uma função do movimento do material: é a chamada hipótese da geometria linearizada ou mais comumente a hipótese das pequenas deformações

Contudo, existem também muitos casos onde esta hipótese não é válida. Se as variações do volume, área ou orientação não forem pequenas, então não se pode fazer tal simplificação e a equação não linear original tem de ser resolvida; esta formulação é designada por geometria não linear, deformação finita ou abordagem de grandes deformações. Na análise de materiais dúcteis ou flexíveis, como a polímeros ou tecidos biológicos esta abordagem torna-se essencial para assegurar resultados fidedignos [66].

Na abordagem linear, a equação da conservação da quantidade de movimento é integrada sobre a malha inicial, que é conhecida, e não há necessidade de a atualizar, ficando a Equação (2.11) expressa por (2.12):

$$\frac{d}{dt} \int_{V_0} \rho_0 \mathbf{v} dV_0 = \oint_{S_0} \mathbf{n}_0 \cdot \boldsymbol{\sigma} dS_0 + \int_{V_0} \rho_0 \mathbf{f}_b dV_0, \quad (2.12)$$

A abordagem não-linear é o caso de interesse para este estudo uma vez que a estrutura em análise é altamente flexível, tornando o problema claramente não linear. Uma vez que a posição atualizada da malha é desconhecida, é necessário reformular a equação governativa em termos de quantidades conhecidas, que são atualizadas por meio de processos iterativos. Para este efeito, são normalmente utilizadas duas formulações:

- Formulação Lagrangiana Atualizada;
- Formulação Lagrangiana Total.

De maneira geral, a formulação Lagrangiana total usa como referência para todas as variáveis a configuração inicial, acompanhando as alterações relativas ao estado original ao longo da deformação. Em contrapartida, a formulação lagrangiana actualizada atualiza continuamente a configuração de referência para o estado atual de deformação da malha, recalculando as variáveis com base na geometria deformada em cada passo de tempo [67].

Na formulação lagrangiana total, para expressar os volumes e as áreas desconhecidas em função dos valores iniciais é usada a relação de Nanson:

$$\mathbf{S} = J\mathbf{F}^{-T} \cdot \Gamma_0 \quad (2.13)$$

$$\text{Com } \mathbf{F} = \mathbf{I}_d + (\nabla_0 \mathbf{d})^T \quad (2.14)$$

Onde F é o gradiente da deformação que representa o mapeamento entre o o instante inicial e o instante onde o material já está deformado, d o vetor de deslocamento, J é o Jacobiano onde $J = \det[F] = V/V_0$ e I_d o tensor identidade de segunda ordem.

Assim, a equação da conservação da quantidade de movimento expressa segundo a formulação Lagrangiana Total é dada por (2.15) na forma integral e por (2.16) na forma diferencial:

$$\int_{V_0} \frac{\partial \rho_0 \mathbf{v}}{\partial t} dV_0 = \int_{S_0} \mathbf{n}_0 \cdot (\boldsymbol{\sigma} \cdot J\mathbf{F}^T) dS_0 + \int_{V_0} \rho_0 \mathbf{f}_b dV_0, \quad (2.15)$$

$$\frac{\partial (\rho_0 \mathbf{v})}{\partial t} = \nabla_0 \cdot (J\mathbf{F}^{-1} \cdot \boldsymbol{\sigma}) + \rho_0 \mathbf{b} \quad (2.16)$$

Outra abordagem comum consiste em apresentar a relação de Nanson segundo a configuração deformada em T e a configuração no final do último passo de tempo T_u , a chamada configuração atualizada, o que resulta na expressão (2.17):

$$\mathbf{S} = j\mathbf{f}^{-T} \cdot \mathbf{S}_u \quad (2.17)$$

$$\text{Com } \mathbf{f} = \mathbf{I}_d + (\nabla_u \mathbf{d})^T \quad (2.18)$$

Neste caso, f é o gradiente relativo da deformação, $j = \det[F] = V/V_u$. As novas configurações da Equação (2.11) ficam:

$$\int_{V_u} \frac{\partial (\rho_u \mathbf{v})}{\partial t} dV_u = \oint_{S_u} (j\mathbf{f}^{-T} \cdot \mathbf{v}_u) \cdot \boldsymbol{\sigma} dS_u + \int_{V_u} \rho_u \mathbf{b} dV_u \quad (2.19)$$

$$\frac{\partial (\rho_u \mathbf{v})}{\partial t} = \nabla_u \cdot (j\mathbf{f}^{-1} \cdot \boldsymbol{\sigma}) + \rho_u \mathbf{b} \quad (2.20)$$

Tal como a abordagem Lagrangiana total, a abordagem atualizada requer um procedimento iterativo para a resolução da equação. Estas formulações geométricas podem ser

resolvidas de forma explícita ou implícita sendo que no *software* solids4Foam a maioria dos métodos implementados são implícitos e segregados.

Por fim, ao contrário da abordagem Lagrangiana total, a abordagem Lagrangiana atualizada exige que a malha seja movida no final de cada passo de tempo, de modo a que esteja na configuração atualizada para os cálculos do passo seguinte [67].

2.2.1 Relações constitutivas

As relações constitutivas para modelos sólidos descrevem a relação fundamental entre a tensão e a deformação num material, caracterizando efetivamente a forma como o material se deforma sob várias cargas. Estas relações são essenciais para definir o comportamento mecânico do material, englobando respostas elásticas, plásticas, viscoelásticas ou outras. Os modelos constitutivos incorporam parâmetros específicos do material, como o módulo de Young, o rácio de Poisson, a tensão de cedência entre outros, que são inferidos de dados experimentais. Ao integrar estas relações nas equações de conservação é possível prever o comportamento dos materiais em diferentes condições.

De seguida apresentam-se algumas das relações mais usadas, dando-se destaque às relações não lineares.

2.2.1.1 Relação linear elástica

A relação linear elástica, também conhecida como Lei de Hooke, afirma que a deformação de um material elástico é diretamente proporcional à tensão a que o material está sujeito, dentro do limite elástico do material.

O tensor das deformações linearizado ϵ é dado pela Equação (2.21):

$$\epsilon = \frac{1}{2} (\nabla d + \nabla d^T) \quad (2.21)$$

E, assim, a relação linear elástica fica:

$$\sigma_s = 2\mu\epsilon + \lambda \text{tr}[\epsilon]\mathbf{I} \quad (2.22)$$

Onde μ e λ são os parâmetros de Lamé (relacionáveis com o módulo de Young e o coeficiente de Poisson). O operador traço está representado por $\text{tr}[\cdot]$.

2.2.1.2 Relação elástica Neo-Hookean

O modelo elástico Neo-Hookean é um tipo de modelo de material hiperelástico que estende o modelo Hookeano clássico para acomodar grandes deformações não lineares. É particularmente útil para materiais que apresentam deformações elásticas significativas.

A sua definição é mais complexa, sendo esta dada pelas seguintes expressões:

$$\begin{aligned}\sigma &= \mu \operatorname{dev}[\bar{\mathbf{b}}] + \frac{\kappa}{2} \left(\frac{J^2 - 1}{J} \right) \mathbf{I} \\ \bar{\mathbf{b}} &= J^{-2/3} \mathbf{F} \cdot \mathbf{F}^T\end{aligned}\quad (2.23)$$

Onde κ é o módulo volumétrico, J é o determinante de \mathbf{F} e dev é o operador deviatório.

2.2.1.3 Relação elástica St.Venant Kirchhoff

O modelo de Saint Venant-Kirchhoff é um modelo elástico não linear que alarga a teoria da elasticidade linear a grandes deformações mantendo a simplicidade da elasticidade linear Hookeana. Assume que a relação tensão-deformação permanece linear, mas é aplicada ao tensor de deformação de Green-Lagrange em vez do tensor de deformação infinitesimal.

Este é um modelo muito usado na mecânica estrutural em aplicações onde a simplicidade e a eficiência computacional são importantes. Por estas razões, este foi o modelo principal escolhido para as simulações efetuadas neste estudo.

Este modelo liga o segundo tensor das tensões de Piola-Kirchhoff, designado por Σ , com o tensor das deformações de Green-Lagrange, \mathbf{E} , da seguinte forma:

$$\Sigma = 2\mu\mathbf{E} + \lambda \operatorname{tr}[\mathbf{E}]\mathbf{I} \quad (2.24)$$

Sendo o tensor das deformação de Green-Lagrange definido como:

$$\mathbf{E} = \frac{1}{2} (\mathbf{F}^T \cdot \mathbf{F} - \mathbf{I}) \quad (2.25)$$

Assim, das relações dadas por (2.24) e (2.25) tem-se que:

$$\sigma = J^{-1} \mathbf{F} \cdot \Sigma \cdot \mathbf{F}^T \quad (2.26)$$

Substituindo esta relação constitutiva na equação governativa (2.15) obtém-se a equação da conservação do momento linear para um sólido hiperelástico de St. Venant-Kirchhoff na forma Lagrangiana total, onde o vetor de deslocamento \mathbf{d} é a variável primitiva:

$$\int_{V_0} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial \rho_0 \mathbf{d}}{\partial t} \right) dV_0 = \int_{S_0} \mathbf{n}_0 \cdot \mathbf{q} dS_0 + \int_{V_0} \rho_0 \mathbf{f}_b dV_0, \quad (2.27)$$

$$\begin{aligned}\text{Onde} \quad \mathbf{q} &= \mu(\nabla \mathbf{d})^T + \lambda \operatorname{tr}(\nabla \mathbf{d})\mathbf{I} - (\mu + \lambda)\nabla \mathbf{d} \\ &+ \mu \nabla \mathbf{d} \cdot (\nabla \mathbf{d})^T + \frac{1}{2} \lambda \operatorname{tr} [\nabla \mathbf{d} \cdot (\nabla \mathbf{d})^T] \mathbf{I} + \Sigma \cdot \nabla \mathbf{d}\end{aligned}\quad (2.28)$$

MODELO NUMÉRICO

3.1 Métodos numéricos

Neste capítulo apresenta-se uma breve descrição dos métodos numéricos usados nas simulações. Isto é importante pois facilita o entendimento quando na descrição das simulações forem referidos estes métodos, que muitas vezes diferem na nomenclatura dependendo do autor ou *software* usado.

3.1.1 Método dos volumes finitos

O método dos volumes finitos (onde FVM é a sigla inglesa) é uma técnica numérica amplamente utilizada na dinâmica de fluidos computacional para a resolução de equações diferenciais parciais que descrevem o escoamento de fluidos. A popularidade deste método nesta área deve-se à sua capacidade de conservação de quantidades fundamentais (como massa, momento e energia) ao longo do domínio de cálculo, característica essencial para a precisão e a robustez das simulações de escoamento.

O FVM foi introduzido no domínio da dinâmica dos fluidos computacional no início dos anos setenta por McDonald [68], Mac-Cormack e Paullay [69] ganhando depois um grande destaque nos anos seguintes até os dias de hoje onde ainda é o principal método usado em CFD.

Do ponto de vista numérico, o FVM é uma generalização do método das diferenças finitas (FDM) num sentido topológico e geométrico na medida em que o FDM é baseado nas relações entre os nós para equações diferenciais, enquanto que o FVM é uma discretização das equações governativas numa forma integral.

Outra característica vantajosa deste método é a possibilidade de ser aplicado em malhas arbitrárias para descrever problemas e/ou geometrias complexas.

No método dos volumes finitos, o domínio computacional é dividido em pequenos volumes de controle (VC), geralmente com geometrias simples, como hexaedros em malhas estruturadas ou outros polígonos em malhas não estruturadas. As equações governativas são depois integradas sobre cada volume de controlo resultando num sistema de equações

algébricas que relacionam cada variável nos centros dos volumes de controlo com os fluxos nas suas faces e com um termo fonte, se houver.

A formulação matemática pode ser generalizada pela equação de transporte de um escalar ϕ (3.1).

$$\int_S \rho \phi \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} dS = \int_S \Gamma \text{grad } \phi \cdot \mathbf{n} dS + \int_V S_\phi dV \quad (3.1)$$

Cada integral é depois tratado individualmente conforme os esquemas numéricos usados. Para mais informações sobre os esquemas e algoritmos disponíveis deve-se recorrer aos apêndices F e G respetivamente.

3.1.2 Método VOF

Em simulações multifásicas são necessárias técnicas que tratem a interface entre os dois fluidos. Existem vários modelos sendo os mais comuns o VOF, métodos lagrangianos baseados em partículas, o *Level Set Method* e o primeiro método usado *marker-and-cell method*. O mais comum quando se usam métodos eularianos é, sem dúvida, o VOF, descrito pela primeira vez por Nichols and Hirt [70]. Foi este o método usado neste estudo.

O modelo VOF (*Volume of Fluid*) tem como objetivo modelar dois ou mais fluidos imiscíveis ao resolver um único conjunto de equações de quantidade de movimento e da continuidade (as equações são as mesmas para as duas fases) através do cálculo e uso da fração de volume de cada um dos fluidos em todo os VC do domínio.

É usada uma função indicadora da fração de volume de uma das fases, α , que varia entre 0 e 1, onde 0 indica a ausência total e 1 indica a presença total dessa fase. A superfície livre é definida pela fração volúmica de 0,5.

As propriedades físicas de cada fluido são calculadas como médias ponderadas baseadas na fração de volume dos dois fluidos dentro de uma célula como ilustrado a caso de exemplo para a massa volúmica na Equação (3.2) seguindo-se a mesma ideia para as outras variáveis.

A fração volúmica é calculada segundo a Equação (3.3) onde, no caso do *OpenFOAM* é usado um termo artificial de compressão da superfície livre (o terceiro termo do lado esquerdo da equação onde o parâmetro alterado é U_r) para ajustar a suavidade da interface.

$$\rho = \alpha \rho + (1 - \alpha) \rho \quad (3.2)$$

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + \text{div}(\alpha U) + \text{div}(\alpha(1 - \alpha)U_r) = 0 \quad (3.3)$$

Ao usar o método VOF, a interface entre os fluidos, ou seja, a superfície livre, não requer definição de qualquer condição de fronteira. Este é um método, que quando usado com os esquemas de discretização corretos, é eficaz na conservação da massa e na sua capacidade de lidar com grandes deformações da interface mas pode apresentar dificuldades em

resolver camadas muito finas de um fluido. Para os casos aqui usados será este o método usado.

3.2 Interação Fluido – Estrutura

No domínio dos problemas de FSI, estruturas sólidas entram em contacto com o escoamento de um ou mais fluidos. Dada a importância significativa deste tipo de casos em vários domínios científicos e de engenharia o seu estudo tem sido substancial. A sua análise analítica constitui um desafio devido à intensa não linearidade e às características multidisciplinares típicas destes problemas, sendo estas geralmente inatingíveis para a maioria dos problemas de FSI. Por outro lado, as experiências laboratoriais têm um alcance limitado e custoso. Assim, para poder explorar os princípios fundamentais subjacentes à intrincada interação entre fluidos e sólidos, as simulações numéricas têm assumido um papel fundamental.

Um modelo computacional que englobe os fenómenos interligados do escoamento de fluidos e da deformação estrutural representa um desafio significativo. Historicamente, a investigação neste domínio centrou-se predominantemente num dos fenómenos, simplificando excessivamente a representação do outro. No entanto, nos últimos anos têm sido desenvolvidas abordagens para o acoplamento completo entre a mecânica dos fluidos e a mecânica dos sólidos. Este capítulo vai abordar os tópicos mais importantes à interação fluido-estrutura em CFD.

3.2.1 Tipos de métodos

O elemento principal em qualquer análise de FSI é a ligação entre as regiões do fluido e do sólido, o que implica a troca de informação relevante através da interface fluido-sólido. A natureza destes dados depende principalmente do método de solução escolhido. Normalmente, as forças causadas pelo fluido são transmitidas para a região do sólido na interface fluido-sólido, enquanto os deslocamentos e as velocidades são comunicados da região sólida para a do fluido. Os procedimentos numéricos para resolver estes problemas podem ser classificados, em termos gerais, em duas abordagens: a abordagem monolítica e a abordagem particionada que, como ilustra a Figura 3.1, se pode subdividir em mais duas [71, 72].

Obtêm-se assim na totalidade:

- Método de domínio único fluido-estrutura (com o mesmo método);
- Método de análise única;
- Método de análise separada (método híbrido).

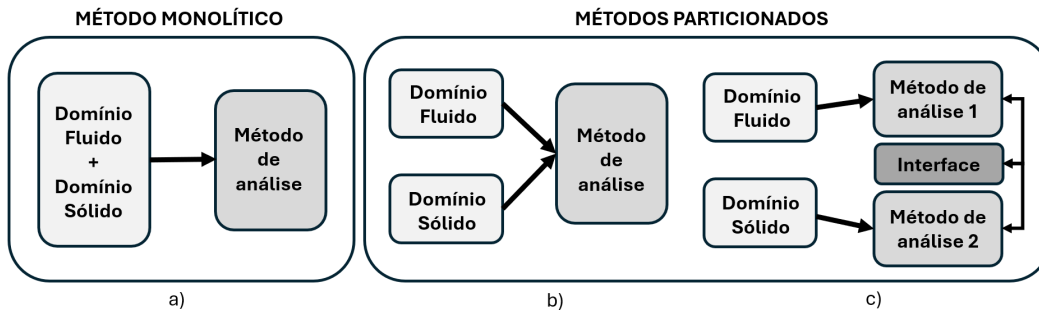


Figura 3.1: Esquemas de acoplamento fluido-estrutura: a) Método de domínio único fluido-estrutura, b) Método de análise única, c) Método de análise separada.

A primeira técnica (a) é atualmente reconhecida como o método monolítico, no qual o problema acoplado é resolvido como uma entidade única, combinando o domínio do fluido e do sólido num só, através da utilização de um método numérico singular (FVM ou FE por exemplo). A estratégia monolítica aborda o fluido e o sólido numa estrutura matemática conjugada para estabelecer apenas um sistema de equações para o problema FSI completo, sendo o domínio do fluido e da estrutura resolvidos simultaneamente. As condições de fronteira na interface são implicitamente incorporadas neste processo de resolução [71, 73, 74].

Ryzhakov et al. [74] usaram este método para estudar problemas de interação fluido-estrutura, nomeadamente de estruturas flexíveis e escoamentos de superfície livre. Utilizaram também uma descrição Lagrangiana tanto para o fluido como para a estrutura. No mesmo artigo notam que os métodos monolíticos são caracterizados pela sua robustez, uma vez que evitam os erros de divisão do domínio. No entanto, um inconveniente associado a estes métodos é a geração de sistemas condicionados, devido à elevada discrepância escalar das variáveis envolvidas (como a velocidade, o deslocamento e a pressão).

Degroote et al. [75] usaram tanto uma técnica particionada como uma monolítica para resolver 5 diferentes tipos de problemas de FSI comparando os resultados e desempenhos entre cada um. Em conclusão, os resultados obtidos pelo método particionado usado são diretamente comparáveis com os do método monolítico para vários dos problemas de FSI, notando-se, contudo, um ligeiro aumento do desempenho da simulação. Referem ainda que as abordagens particionadas têm uma maior modularidade no que toca ao uso de diferentes *softwares* para cada domínio podendo levar a uma resolução mais eficiente de cada conjunto de equações.

Os métodos particionados, (b) e (c) na Figura 3.1, são aqueles onde os domínios do sólido e do fluido são resolvidos independentemente. As condições de fronteira na interface fluido-sólido são utilizadas explicitamente para transmitir a informação relevante entre os métodos usados nas resoluções do fluido e da estrutura.

Estes são os métodos mais comuns para resolver problemas de FSI, possivelmente devido às seguintes razões: a sua capacidade de integrar algoritmos já existentes, tais

como os relativos a análises estruturais e de fluidos. Isto reduz o tempo necessário para o desenvolvimento de códigos através da utilização de códigos credíveis e pré-existentes ou de algoritmos numéricos validados na resolução de numerosos outros problemas complexos de fluidos ou de estruturas. Consequentemente, uma técnica de partição bem implementada pode resolver eficazmente um problema de interação fluido-estrutura que envolva fenômenos fluidos e estruturais interligados.

No entanto, o principal desafio associado a esta abordagem é a harmonização dos dois métodos para obter uma solução precisa e estável. Em particular, a interface que separa os dois domínios, sendo indeterminada *a priori* e variando com o tempo introduz a necessidade de monitorizar a posição da interface e dos parâmetros a ela associados, uma tarefa numericamente árdua e suscetível a erros [71, 73].

3.2.2 Método de volumes finitos em FSI

Desde os anos 70, o método de elementos finitos tem dominado tanto a área da mecânica dos sólidos computacional que o termo "análise de elementos finitos"(FEA) tornou-se sinónimo com mecânica dos sólidos computacional (CSM).

No entanto, ultimamente, o método dos volumes finitos (FVM) tem-se revelado uma ferramenta poderosa para a análise tanto de fluidos como de sólidos, levando, assim, ao seu uso neste tipo de métodos de análise para problemas de FSI, podendo substituir o tradicional método dos elementos finitos para a resolução do sólido [76, 77].

Uma característica dos métodos de volumes finitos é a sua tendência para gerar discretizações que são notavelmente conservadoras, exibindo fortes propriedades de conservação tanto a nível local como global; uma diferença notável quando comparada com os métodos de elementos finitos, que demonstram um nível de conservação mais fraco.

Uma desvantagem inegável do FVM quando comparada com a abordagem FEM é a sua natureza limitada e fragmentada do domínio da mecânica dos sólidos computacional devido ao ainda limitado estudo académico. No entanto, este aspeto não diminui a capacidade da abordagem de volumes finitos na solução de problemas estruturais, sendo até potencialmente preferíveis em determinados cenários sobre os métodos de elementos finitos, nomeadamente, em simulações de casos não lineares e de natureza multi-física [78].

Tanto quanto é do conhecimento do autor, são poucos os métodos particionados para simulações FSI baseados em FVM encontrados na literatura. Destacam-se os trabalhos de Malan e Oxtoby [79] no desenvolvimento de um esquema de volume finito híbrido não estruturado, paralelo e 3D; Gillebaart et al.[80] no estudo de problemas de FSI com malhas móveis; Moosavi e Khelil [81] onde é apresentado outro método numérico para resolver problemas de FSI e de escoamento interior e, por fim, Xia e Lin [82] no desenvolvimento de um método de dinâmica estrutural (com FVM) de malha não estruturada e a sua integração com um código para fluidos.

O objetivo deste estudo é a utilização de um código do tipo particionado de análise

única para a análise da interação entre um fluido incompressível e uma estrutura elástica através do método dos volumes finitos, portando, o foco estará na análise deste método. A parte do fluido é descrita pelas equações de Navier-Stokes numa malha tetraédrica móvel utilizando um método de volumes finitos com discretizações e esquemas de segunda ordem. Esta estratégia já é amplamente usada e validada noutros contextos. Em relação à parte sólida, é usado também o método de volumes finitos numa malha tetraédrica. De seguida, mais atenção será dada aos diferentes tipos de malha e aos possíveis métodos de acoplamento.

Foram Demirdžić e Muzaferija [76, 83] que apresentaram pela primeira vez este modelo numérico estrutural baseado no método dos volumes finitos. Este método foi depois implementado como um pacote adicional ao software *OpenFOAM* que eventualmente culminou no software *solids4Foam* usado neste estudo.

Um dos desafios da interação dinâmica fluido-estrutura é a capacidade de computar resultados precisos e estáveis em simulações transientes de longa duração. A quantidade de publicações com foco em métodos de volumes finitos aplicados a tais desafios permanece limitada, particularmente em casos que envolvem deformações substanciais (como o caso de interesse aqui apresentado). Tukovic e Jasak [67] abordaram estes tópicos. O objetivo deste artigo foi o de contribuir para a melhoria das metodologias de FVM para a resolução de problemas dinâmicos estruturais caracterizados por deformações elevadas, no âmbito da área de FSI, com uma formulação Lagrangiana atualizada (uma versão mais recente foi usada nas simulações apresentadas neste documento). Os autores concluíram que a metodologia por eles apresentada é suficientemente precisa e estável para o uso em problemas de interação fluido-estrutura.

Outro estudo, de Habchi et al. [84], onde é usado um método particionado de volumes finitos para discretizar um problema numa malha móvel segundo a formulação Lagrangiana-Euleriana arbitrária e utilizando um passo de tempo adaptativo. A deformação elástica estrutural é analisada numa formulação Lagrangiana, utilizando a lei constitutiva de St. Venant-Kirchhoff, para grandes deformações (e não lineares). A estrutura sólida é discretizada pelo método dos volumes finitos numa abordagem iterativa segregada. O forte acoplamento entre os diferentes métodos na interface fluido-estrutura são obtidos através de um algoritmo iterativo implícito com o método de relaxação de Aitken. Muitos dos parâmetros usados por Habchi et al. foram também os usados nas simulações apresentadas neste documento, dado revelarem-se validados por diversas fontes.

Tukovic et al. [71] usaram também o software *OpenFOAM* para desenvolver um método paralelizado para resolver a interação fluido-estrutura baseada numa discretização de volumes finitos através de um esquema particionado fortemente acoplado. As simulações são validadas com três casos distintos de modo a avaliar o nível de precisão dos resultados obtidos. Este é um artigo de referência na análise aqui apresentada uma vez que além de simular também o problema de Hron e Turek [85] usa o pacote *solids4Foam* que aqui também será usado.

Por fim, mais recentemente e também utilizando o *solids4Foam*, o estudo de Brown et al. [46] usa uma metodologia numérica acoplada para a simulação de interações hidroelásticas totalmente não lineares com estruturas flutuantes altamente flexíveis através do método acima descrito. Este é também uma fonte de referência pois foca-se em estruturas flutuantes flexíveis no ambiente das interações fluido-estrutura.

3.2.3 Malhas em problemas de FSI

Outra classificação geral dos códigos de FSI é baseada no tratamento das malhas: os métodos das malhas conformes e os métodos das malhas não conformes.

Os métodos de malhas não conformes consideram a localização da fronteira e as condições fronteira na interface como restrições impostas às equações do modelo para permitir resolução das equações do fluido e do sólido nas suas respetivas malhas sem a necessidade de atualizar a malha. Destes, o método mais conhecido é o *Immersed Boundary Method*.

Por outro lado, os métodos de malhas conformes consideram as condições na interface como condições de fronteira físicas em que a localização da interface é integrada na solução e requer malhas que sejam conformes à interface. Devido ao deslocamento ou distorção da estrutura sólida, a atualização da malha é um passo essencial. Estes são os métodos de malhas deformáveis. [73].

A Figura 3.2 ilustra visualmente os dois métodos anteriores num caso do movimento de uma esfera num domínio sólido; destaca-se a necessidade de atualizar a malha no caso das malhas conformes a) de um passo de tempo para outro.

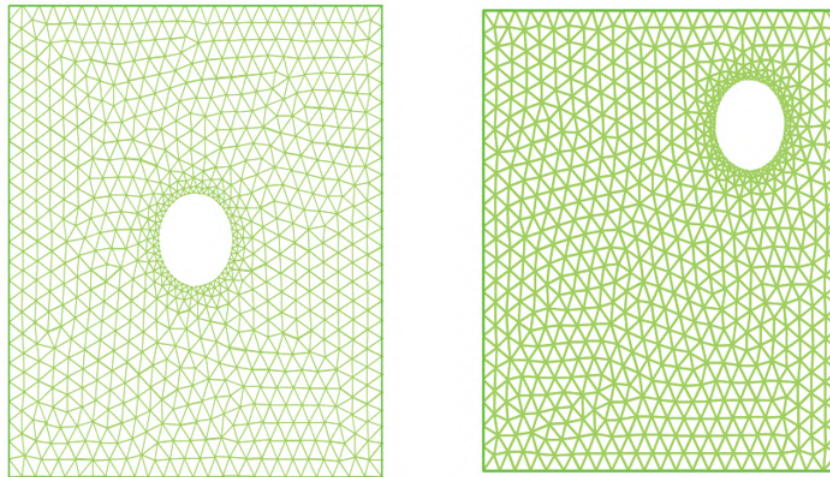
A maioria dos códigos numéricos baseados em abordagens particionadas usam métodos de malhas conformes. Será este também o tratamento das malhas usado nas simulações de seguida apresentadas.

Surge assim a necessidade de descrever a atualização da malha a cada instante de tempo. A gestão eficaz deste processo de uma forma robusta e fiável tem uma importância significativa, uma vez que é indispensável para a geração de resultados de simulação precisos. Em cenários em que a estrutura do domínio não é conhecida o envolvimento do utilizador deve ser erradicada para se obter um movimento genuinamente automático que seja específico da solução.

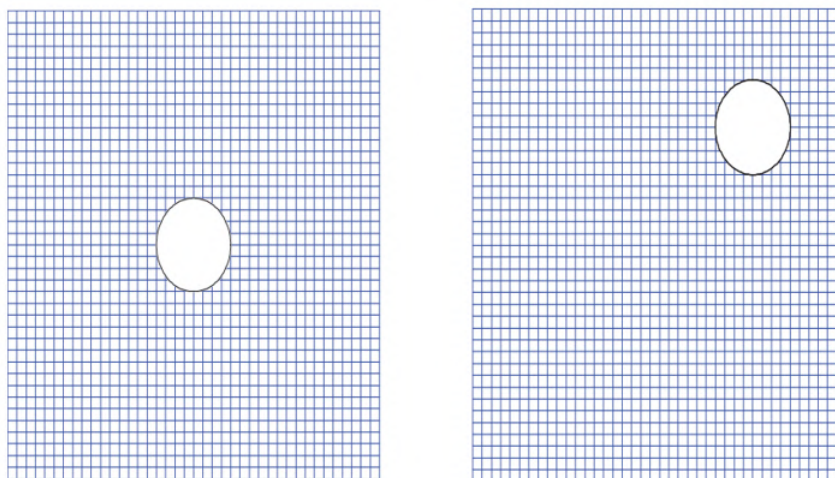
É possível definir duas operações dinâmicas sobre a malha, uma onde a deformação da malha envolve casos em que o movimento da fronteira (ou interfaces) é acomodado simplesmente movendo os nós que suportam os elementos de volume da malha e outra, as alterações topológicas, em que o número ou a ligação entre os nós, faces ou células da malha altera-se num intervalo de tempo [86].

O estudo para o desenvolvimento de discretizações para casos de malhas deformadas já pode ser considerado completo. O método *Arbitrary Lagrangian-Eulerian Finite Element Method* (ALE-FEM) é um tema clássico, enquanto as extensões deste caso para a discretização de volumes finitos existem desde a década de 1980 [87]. Este método de malha móvel

não apresenta qualquer erro adicional em comparação com as técnicas de malhas estáticas. Já os métodos com alterações topológicas da malha envolvem erros de mapeamento e conservação de informação. Por estas razões as técnicas de deformação de malhas são mais fáceis de implementar e tipicamente consideradas numericamente superiores.



a) Malhas conformes em diferentes instantes de tempo



b) Malhas não conformes em diferentes instantes de tempo

Figura 3.2: Exemplos de uma malha conforme a) e não conforme b). Adaptado de [73].

No entanto, os métodos de deformação de malhas não preservam a qualidade da malha ao longo da simulação, a deformação pode levar a maiores rácios de aspeto, uma menor ortogonalidade, enviesamento (*skewness*) ou à pioria de outros parâmetros de qualidade, que eventualmente levam a uma solução menos precisa ou até à divergência da simulação.

No entanto, dado que nos casos aqui expostos a estrutura sólida permanece aproximadamente na mesma posição, claro que com as deformações elásticas, e que o método de

deformação da malha já está muito bem estabelecido tanto na literatura como no próprio *OpenFOAM* este foi o método escolhido.

Já foram apresentados na literatura vários algoritmos de deformação de malhas com várias estratégias para definir o movimento da malha. As mais usadas são o método de analogia a uma mola e o método de alisamento Laplaciano [88]. A escolha recaiu na última, no uso da equação de Laplace com difusividade variável, baseada na distância onde a difusividade diminui com o quadrático do inverso da distância.

O parâmetro de difusão regula a forma como o movimento da malha é disperso pela totalidade dessa malha. A situação mais básica assume a existência de uma fronteira móvel e de um conjunto adicional de fronteiras fixas. O mecanismo de resolução do movimento da malha deve descobrir um método para disseminar o movimento desta fronteira móvel na restante região [89].

3.2.4 Acoplamento na interface fluido-estrutura

Como já foi referido, foi adotada uma abordagem particionada em que o fluido e o sólido são resolvidos separadamente e a malha é atualizada a cada instante de tempo devido ao movimento do corpo flexível. É, assim, necessário garantir que existe um forte acoplamento entre o domínio do fluido e do sólido na sua interface.

Em problemas de interação fluido-estrutura é obviamente essencial que os domínios (do fluido e da estrutura) definam a interface na mesma localização; além disso, devem também partilhar a mesma velocidade na fronteira, devido à condição de não escorregamento, e a mesma tensão normal. O requisito de velocidade mútua é uma condição de Dirichlet, cuja integração temporal deve resultar na localização idêntica da interface. Já a exigência da tração (*traction* é o termo usado na línhua inglesa) é uma condição de Neumann, por isso, este método é normalmente denominado condição Dirichlet-Neumann. Na resolução, a condição de Dirichlet é normalmente aplicada ao fluido enquanto a condição de Neumann é aplicada ao domínio estrutural. Isto significa que, após a atualização da malha, a localização da fronteira é também atualizada, o domínio do fluido é calculado com a estipulação de que a velocidade do escoamento ao longo da fronteira deve ser igual à velocidade da estrutura conhecida da iteração anterior. Por outro lado, o domínio estrutural é calculado considerando a tração, ou seja, a carga aplicada, que é estaticamente igual às forças exercidas pelo fluido na interface fluido-estrutura [71, 73, 78].

Para as seguintes expressões considere-se um domínio computacional Ω composto pelos domínios relativos ao fluido Ω_F e ao sólido Ω_S em que $\Omega = \Omega_F \cup \Omega_S$ e a interface entre os dois domínios é $\Gamma = \Omega_F \cap \Omega_S$. Esta situação está ilustrada na Figura 3.3.

Matematicamente estas condições são impostas na interface da seguinte forma:

1. Condições de Dirichlet - condições cinemáticas que garantem a continuidade do deslocamento e velocidade na interface:

$$v^S = v^F \quad \text{em} \quad \Gamma_S \quad (3.4)$$

$$u^S = u^F \quad \text{em} \quad \Gamma_S \quad (3.5)$$

Onde v representa a velocidade e u o deslocamento. Na prática a condição da mesma velocidade é a diferenciação da condição da mesma posição, sendo por isso normalmente apenas uma delas aplicada.

2. Condição de Neumann – condição dinâmica extraída da conservação do momento que garante o equilíbrio de forças na interface:

$$\mathbf{n}_i \cdot \sigma_{F,i} = \mathbf{n}_i \cdot \sigma_{S,i} \quad (3.6)$$

Onde o subscrito i refere-se à interface e \mathbf{n}_i é o vetor normal unitário na interface.

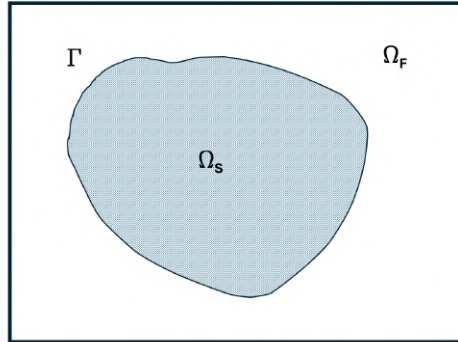


Figura 3.3: Diagrama dos domínios presentes num problema de FSI. Adaptado de [73].

A tração é a soma das forças viscosas e de pressão. A componente viscosa é dada pela lei da viscosidade de Newton segundo (3.7). Onde μ é a viscosidade dinâmica do fluido. Assim, o tensor das tensões para um fluido newtoniano incompressível pode-se escrever como (3.8):

$$\tau = \mu[\nabla v + \nabla v^T] \quad (3.7)$$

$$\sigma_{F,i} = -p\mathbf{I} + \tau = -p\mathbf{I} + \mu[\nabla v + \nabla v^T] \quad (3.8)$$

E, logo, a tração na superfície fica dada por (3.9).

$$t_{F,i} = \mathbf{n}_i \cdot \sigma_{F,i} = -p\mathbf{n}_i + \mu\mathbf{n}_i \cdot \nabla v_t - 2\mu(\nabla_s \cdot v)\mathbf{n}_i + \mu\nabla_s v_n \quad (3.9)$$

Onde $v_t = (I - \mathbf{nn}) \cdot v$ é a componente tangencial da velocidade, $\nabla_s = \nabla - \mathbf{nn} \cdot \nabla$ é o operador gradiente tangencial à superfície e $v_n = \mathbf{n} \cdot v$ é a componente normal da velocidade.

Essencialmente, o problema da interação fluido-estrutura é decomposto utilizando a metodologia Dirichlet-Neumann, em que o escoamento é resolvido para uma determinada velocidade (ou deslocamento) da fronteira fluido-estrutura, enquanto a estrutura é resolvida para uma determinada pressão aplicada na fronteira.

Este acoplamento pode ser interpretado como assumindo a dominância da componente estrutural no processo de interação devido ao movimento da malha. Contudo, se a estrutura for leve e flexível, as forças do fluido exercem uma influência significativa sobre a estrutura, levando a um provável desfasamento entre a estimativa do deslocamento da interface e o resultado real. Nestes cenários, torna-se necessário um ajuste iterativo do deslocamento da interface. Ao contrário de uma abordagem de acoplamento fraco que calcula as equações uma vez por cada passo de tempo, os métodos iterativos ou de acoplamento forte envolvem múltiplas iterações até que o problema de interação fluido-estrutura totalmente acoplado seja resolvido [90].

Assim, as condições de Dirichlet-Neumann nas interfaces são aplicadas em cada passo de tempo através de um processo iterativo cujo critério de terminação é o valor do resíduo relativo do deslocamento da interface especificado pelo utilizador [46, 71]. O algoritmo completo do acoplamento iterativo fluido-estrutura está representado na Figura 3.4.

Note-se que o cálculo do resíduo relativo à interface é definido como a diferença entre o deslocamento da interface do lado sólido, obtido diretamente através da resolução do sistema de equações estruturais, e o deslocamento da interface do lado do fluido que foi utilizado para mover a malha do fluido antes da resolução do sistema de equações [71].

- 1 Passar para o próximo instante de tempo;
- 2 Prever o deslocamento da interface e calcular o resíduo inicial da interface;
- 3 Começar o ciclo iterativo fluido-estrutura;
- 4 Passar para a próxima iteração;
- 5 Calcular o deslocamento dos pontos do domínio do fluido;
- 6 Resolver a equação de atualização da malha;
- 7 Mover a malha do fluido;
- 8 Resolver o modelo numérico do fluido;
- 9 Transpor face a face as forças do fluido para o sólido;
- 10 Resolver o modelo numérico do sólido;
- 11 Transpor os deslocamentos dos pontos do domínio do sólido para o fluido;
- 12 Calcular o resíduo final da interface no lado do fluido;
- 13 SE convergir ENTÃO:
- 14 Avançar para o próximo instante de tempo (linha 1);
- 15 SE NÃO:
- 16 Avançar para a próxima iteração (linha 4);

Figura 3.4: Algoritmo de acoplamento fluido-estrutura.

Pode ser usado o método de Gauss-Seidel resolver estas equações iterativamente, mas estas iterações convergem lentamente ou divergem se a interação entre o fluido e a estrutura for forte devido a, por exemplo, um rácio elevado de densidade fluido/estrutura ou no caso de um fluido incompressível.

Para acelerar e melhorar a convergência do algoritmo de acoplamento Dirichlet-Neumann, é normalmente usada uma sub-relaxação na passagem de informação na interface quando se passa a velocidade/deslocamento do sólido para o fluido [75].

Para atingir este objetivo, pode optar-se pelo método iterativo de Gauss-Seidel, com relaxação constante ou com aceleração da convergência utilizando o método de relaxação de Aitken [90, 91] ou o procedimento de interface pseudo-Newton, com a estimativa do inverso do Jacobiano a partir de um modelo dos quadrados mínimos (IQN-ILS) [75, 92]. As duas últimas técnicas são antecedidas por duas iterações com um fator de relaxação fixo.

A abordagem mais rudimentar e menos eficiente envolve a seleção de um parâmetro constante ω em todos os passos de tempo. O fator de relaxação deve ser suficientemente pequeno para evitar a divergências, mas suficientemente grande para utilizar o máximo da solução atualizada e minimizar os ciclos de iteração redundantes. Determinar este valor é impossível, uma vez que é específico a cada problema e não pode ser predeterminado. Além disso, mesmo considerando um valor constante e ideal, este método exigirá mais iterações em comparação com um parâmetro de relaxação dinâmico, por isso, na grande maioria dos problemas de FSI é usado ou o método Aitken ou IQN-ILS [90].

Para uma descrição mais pormenorizada destes métodos deve-se recorrer às referências anteriormente citadas, mas em suma pode-se dizer o seguinte:

- O método de Aitken estima o fator de relaxação ótimo utilizando o histórico das iterações anteriores para prever o valor seguinte com maior precisão. Este é um método relativamente simples e não exige um elevado esforço computacional ou memória;
- A implementação IQN-ILS é mais complexa pois requer a gestão de um historial de dados da interface e a resolução de sistemas lineares adicionais em cada iteração, por isso este método exige mais recursos computacionais;
- Em termos gerais é considerado que o método IQN-ILS é mais robusto e eficaz para problemas de FSI fortemente acoplados, apresentando também um melhor desempenho devido à sua abordagem mais sofisticada.

O método de transmissão da informação através da interface depende de outra abordagem em relação às malhas do fluido e do sólido. Se ambas as malhas têm o mesmo número de elementos na interface, ou seja, existe a relação de um volume de controlo do fluido para um de sólido, os dados de uma face na fronteira são diretamente transferidos para a face de fronteira do outro domínio. O único cuidado necessário a ter é na criação das malhas.

Por outro lado, se existirem faces não coincidentes torna-se necessário um método de interpolação entre as fronteiras do fluido e do sólido na interface. Esta abordagem revela-se vantajosa para geometrias muito complexas, em que é difícil obter a relação 1:1 na fronteira. No entanto, surgem sempre erros de interpolação associados com esta estratégia [72].

Para o efeito do último caso apresentado, são utilizadas duas técnicas de interpolação diferentes [71]:

- Interpolação entre faces para o mapeamento da tração, velocidade e deslocamento das faces das células na fronteira do lado do fluido para as faces das células de fronteira do lado do sólido;
- Interpolação entre vértices para a interpolação do campo de deslocamentos do lado do sólido da interface para os vértices do lado do fluido da interface.

Existem vários métodos para estas situações [93], sendo que no *OpenFOAM* estão implementados os seguintes: *Arbitrary Mesh Interface* (AMI), *General Grid Interface* (GGI) E *Radial Basis Functions* (RBF).

Os métodos AMI e GGI são muito semelhantes sendo a sua distinção principalmente devida à versão do *OpenFOAM* em uso. Estes funcionam projetando e calculando as sobreposições entre faces das malhas e, em seguida, calculando os pesos de interpolação para mapear com precisão os dados de uma malha para outra. Este processo assegura que a transferência é conservadora, preservando as quantidades físicas na interface, e proporciona flexibilidade e precisão no tratamento de geometrias complexas [71, 94].

O método de interpolação RBF, escolhido neste trabalho, funciona através do ajuste de funções de base radial a pontos de dados com base nas suas coordenadas espaciais e não na estrutura da malha. Este método envolve a definição de um conjunto de funções centradas em torno de cada ponto, o cálculo dos pesos para que estas funções se ajustem melhor aos dados e, em seguida, a utilização destes pesos para interpolar valores em novos pontos. Esta abordagem é muito precisa e pode lidar eficazmente com grandes deformações, embora possa ser computacionalmente intensiva devido à necessidade de resolver um sistema de equações que envolve todos os pontos de dados junto da interface [93, 95].

3.3 Erros e incertezas na modelação CFD

Cada método tem a si associado erros e incertezas. Para abordar esta questão já foram realizados muitos estudos sistemáticos com o objetivo de avaliar quantitativamente os erros, o que levou à formulação de uma série de orientações para as melhores práticas em CFD, sendo as mais influentes as orientações da AIAA e do ERCOFTAC, mas também da MARNET [96] e NPARC [97] seguidas neste trabalho.

De seguida apresenta-se uma visão geral dos princípios fundamentais no controlo dos erros e da incerteza em CFD aplicados nesta dissertação

3.3.1 Verificação

A verificação é o processo de quantificação dos erros numéricos de modo a que se obtenha uma solução consistente com as equações usadas. Isto não significa que sejam usados os modelos corretos, mas sim que os modelos computacionais sejam a implementação correta dos modelos conceptuais.

Para casos complexos o uso de precisão-dupla é tão crítico que não faz sentido comparar com os resultados obtidos com precisão-única uma vez que o erro de arredondamento seria excessivo e levaria a problemas de convergência ou simplesmente a resultados incorretos.

Os erros mais pronunciados são os erros de discretização. Estes são quantificáveis pelo sucessivo e sistemático refinamento da(s) malha(s) envolvida(s) bem como do passo de tempo. É necessário demonstrar que a solução torna-se independente da discretização usada para que a solução obtida seja apenas o resultado das equações usadas e não da malha ou passo de tempo usado.

Neste estudo foi feita a verificação através essencialmente da análise de sensibilidade para as malhas e a discretização temporal para cada uma das simulações realizadas. Cada capítulo associado às simulações apresentará mais informações sobre este tópico. Também ter-se-á em conta a convergência iterativa e a consistência da solução.

3.3.1.1 Análises de sensibilidade

Um método numérico diz-se convergente se a solução do problema, pelas equações discretizadas, tende à solução exata da equação diferencial à medida que o espaçamento da malha tende para zero, ou dito de outra forma, o número de elementos tende para infinito. Contudo, a convergência de um método é difícil de demonstrar em situações mais complexas. Portanto, a convergência é geralmente verificada através de sucessivas simulações numéricas ao repetir o cálculo para uma série de malhas sucessivamente refinadas. Se o método é estável e se todas as aproximações utilizadas no processo de discretização forem consistentes, verifica-se que a solução converge para uma solução independente da malha usada.

O artigo da autoria de Roache [98] apresenta uma exposição detalhada das técnicas usadas na análise da convergência espacial e temporal de simulações numéricas. Estes métodos baseiam-se na aplicação da extrapolação de Richardson mas concentram-se depois no *Grid Convergence Index*(GCI).

Algumas quantidades importantes para estas análises são o rácio de refinamento r e a ordem de convergência p . A primeira é a razão entre o espaçamento das malhas numa direção entre uma malha mais refinada que outra e a segunda pode ser calculada através da expressão 3.10 e indica a rapidez com a qual uma solução atinge o seu valor exato à

medida que a malha (ou passo de tempo) é refinada, quantificando também por quanto decresce o erro numérico num refinamento.

$$p = \ln\left(\frac{f_3 - f_2}{f_2 - f_1}\right) / \ln(r) \quad (3.10)$$

Na equação 3.10 f_3 , f_2 e f_1 são três soluções obtidas com um rácio de refinamento constante r .

Roache propõe a utilização de um índice de convergência, o GCI, para assegurar uma abordagem uniforme na apresentação dos resultados dos estudos de convergência das malhas e para potencialmente estabelecer uma margem de erro relativamente à convergência da solução. O cálculo do GCI pode envolver duas malhas embora seja aconselhável utilizar três para uma avaliação mais precisa da ordem de convergência e para verificar se as soluções se encontram dentro do intervalo de convergência assintótica (onde a solução é aproximadamente constante). O GCI também quantifica a potencial variação na solução com um maior refinamento da malha, com um GCI baixo a denotar uma proximidade do intervalo assintótico.

Uma análise computacional consistente produzirá resultados que tendem para o resultado verdadeiro à medida que a resolução da malha diminui para zero. Consequentemente, as equações discretizadas aproximar-se-ão progressivamente da solução das equações originais.

O cálculo do GCI é dado por:

$$GCI = \frac{F_s |\varepsilon|}{(r^p - 1)} \quad (3.11)$$

Onde ε é o erro relativo entre duas malhas e F_s um fator de segurança (normalmente 3 para um estudo com duas malhas ou menor quando são usadas mais).

A escolha tradicional para o erro relativo é a razão de uma diferença entre valores pelo valor de referência, contudo, em situações onde os valores são próximos de zero, ou mesmo zero, este erro é altamente amplificado e, de forma irrealista, expressa diferenças exageradas.

De modo a minimizar esta situação optou-se por usar a diferença normalizada pelo valor médio, como expresso na expressão 3.12. Os erros ainda serão elevados mas expressam a situação de forma mais realista. Para garantir a consistência na análise, este tipo de erro foi usado em todos os cálculos.

$$Erro\ relativo = \frac{2 \cdot |f_1 - f_2|}{|f_1 + f_2|} \quad (3.12)$$

3.3.1.2 Convergência dos processos iterativos

Essencialmente, esta análise pretende avaliar se os vários métodos iterativos usados nas simulações convergem para uma certa tolerância predefinida.

Todas as quantidades têm um resíduo associado a estes processos iterativos, assim, uma forma visual e fácil de avaliar a convergência destas quantidades é através da evolução dos resíduos ao longo das iterações num gráfico.

Contudo, muitas das vezes é fácil avaliar se um processo iterativo convergiu ou não pelo facto de ter, ou não, atingido o limite máximo de iterações definido pelo utilizador no início da simulação.

Se não existir a convergência num dos processos iterativos (e especialmente se as tolerâncias forem baixas) as soluções podem variar significativamente, e ao longo do tempo, levar a resultados irrealistas. Por isso, ao longo do processo da criação de cada simulação esta análise é feita com o intuito de garantir a convergência total.

3.3.2 Validação

A incerteza relacionada com os parâmetros de entrada pode ser estudada através de uma análise de sensibilidade, ou seja, como uma variação de um dos parâmetros afeta a solução final. Idealmente este procedimento deveria ser executado para todos os parâmetros de entrada, contudo, tal seria um processo extremamente complexo e demorado para simulações moderadamente complexas.

Por outro lado, a incerteza associada aos modelos físicos pode ser avaliada pela comparação dos resultados numéricos com dados experimentais confiáveis, como notado por Oberkampf e Trucano [99].

Se não estiverem disponíveis resultados experimentais adequados para uma validação exaustiva, como alternativa é necessário identificar um conjunto de dados de outros casos estreitamente relacionados. É exatamente esta a situação na validação de uma estrutura muito flexível sujeita a ondas. Apesar de existirem alguns dados estes ainda são poucos e/ou não apresentam toda a informação que seria necessária à correta validação do caso.

A AIAA sugere uma abordagem por blocos para a validação de problemas mais complexos. A complexidade de todo o sistema é reduzida dividindo-o em subsistemas menos complexos. Este método é feito passo a passo e culmina com a identificação de um conjunto de problemas básicos para os quais existe acesso a dados fiáveis que permitam uma validação completa. Foi exatamente esta a abordagem seguida neste estudo.

Assim, a validação do modelo para simulações do tipo onda-estrutura foi subdividida nos seguintes passos:

- Validação de um problema de *sloshing*: este é um caso clássico de CFD que permite validar o modelo numérico numa simulação com apenas fluidos. Mais precisamente uma simulação multifásica. Deste modo, é possível verificar se o método numérico tem a capacidade de obter resultados realistas e confiáveis para o movimento de água num tanque e a autogeração da ondulação, o que é essencial quando se pretende fazer uma simulação FSI onde a excitação é justamente a ondulação. Além disso, o facto de tanto esta como a simulação de uma VFFS num ambiente marinho serem

casos multifásicos leva a uma mais forte justificação para a validação da simulação de *sloshing*;

- Comparação de um caso padrão de FSI – HronTurekFSI3: este é um caso de FSI amplamente usado na literatura para comparar códigos numéricos na resolução de um problema onde uma membrana muito flexível é colocada atrás de um cilindro. A interação entre o fluido e o cilindro leva a instabilidades que, por sua vez, levam à deformação da membrana. Este é um bom problema para usar para a validação pois está em causa uma estrutura muito flexível que apresenta elevadas deformações. Contudo, por não se comparar com dados experimentais não se pode dizer que é uma validação, mas sim uma comparação com outros dados numéricos. Além disso, é um problema computacionalmente desafiante devido à dificuldade de convergência permitindo assim avaliar os critérios de convergência associados ao sólido e ao acoplamento fluido-estrutura (nota: foi tentado, sem sucesso, o caso experimental FSI-PfS-1a [100] para validação contudo, é um caso muito complexo que envolve muitos elementos na malha do fluido e um modelo de turbulência exigente, assim, optou-se por investir o tempo nas outras simulações FSI);
- No caso do *sloshing* com um corpo flexível foi realizada a validação com dados experimentais de modo a avaliar a eficácia e precisão do modelo numérico num problema de FSI multifásico como encontrado em ambientes marinhos onde a estrutura é muito flexível.

Assim, foram estes os casos escolhidos para melhor validar o código. O capítulo respetivo a cada uma destas simulações apresenta mais informações sobre os resultados de cada validação.

3.4 Ferramentas computacionais

A complexidade inerente à dinâmica dos fluidos, regida pela natureza não linear das equações de Navier-Stokes, exige a utilização de ferramentas computacionais avançadas.

O advento da computação de alto desempenho e de algoritmos numéricos sofisticados revolucionou o domínio da dinâmica de fluidos, permitindo a resolução de problemas anteriormente intratáveis. As ferramentas da dinâmica de fluidos computacional, que utilizam as técnicas de discretização anteriormente apresentadas, tornaram-se indispensáveis na investigação e na indústria modernas. Isto foi conseguido com o auxílio de códigos comerciais avançados mas também de códigos abertos igualmente poderosos. Um desses códigos é o *OpenFOAM*, o *software* usado nesta trabalho.

3.4.1 *OpenFOAM*

O *OpenFOAM* (*Open Field Operation and Manipulation*) é um software de código aberto concebido para CFD. Este *software* foi amplamente adotado tanto no meio académico

como no industrial devido à sua flexibilidade, robustez e por ser de livre acesso. Sendo uma plataforma de código aberto, o *OpenFOAM* permite que os utilizadores acedam e modifiquem o código-fonte, promovendo um ambiente de colaboração em que os avanços podem ser partilhados com a comunidade [101].

Com origem no conceito FOAM (Field Operations And Manipulations) do *Imperial College London*, no final dos anos 80, o projeto *OpenFOAM* tem tido um crescimento substancial. Como descrito por Weller et al. [102], o objetivo principal do projeto foi o de simplificar o desenvolvimento de códigos de CFD fiáveis e eficazes. Este objetivo foi alcançado através da utilização de princípios de programação *object-oriented* e do uso da sintaxe de nível superior com as notações matemáticas tradicionais.

O *OpenFOAM* é essencialmente constituído por bibliotecas escritas em C++ que se enquadram em duas categorias: *solvers*, que são projetados para resolver um certo problema em mecânica dos fluidos; e outros utilitários, que têm como função executar tarefas que envolvem manipulação de dados (por exemplo criação e manipulação da malha e ferramentas de pós processamento). Esta estrutura é bem representada pela Figura 3.5:

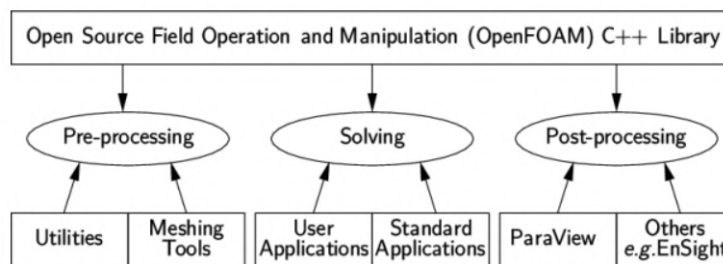


Figura 3.5: Diagrama da estrutura do *software* OpenFOAM [103].

O *OpenFOAM* segue uma organização padrão para todos os casos de modo a organizar toda a informação necessária às simulações em ficheiros que contêm dicionários em C++. Estes ficheiros estão, por sua vez, organizados em certas diretorias padrão como ilustrado na Figura 3.6.

A pasta *constant* contém os ficheiros com a informação das propriedades físicas do problema, parâmetros dos fluidos, parâmetros de turbulência e as malhas envolvidas.

A pasta *system* contém a informação necessária para executar a simulação numérica: os parâmetros da simulação, os esquemas e algoritmos numéricos a utilizar bem como as tolerâncias pretendidas.

Por fim, existirão diversas pastas associadas a cada instante de tempo simulado. Estas contêm gravados os campos de velocidade, pressão, temperatura ou outras variáveis para cada elemento da malha.

Podem também existir mais diretorias estando estas normalmente associadas ao pós-processamento dos resultados.

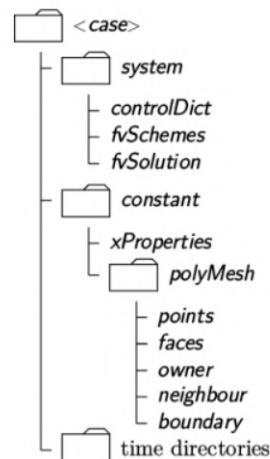


Figura 3.6: Diagrama da organização dos ficheiros do OpenFOAM [104].

3.4.2 *solids4foam*

Essencialmente o *solids4foam* é uma pacote extra que possibilita a realização de simulações de mecânica dos sólidos e de interação fluido-sólido no *OpenFOAM*.

Embora o *OpenFOAM* tenha registado um desenvolvimento bastante significativo no domínio CFD, o estabelecimento de procedimentos para CSM e as FSI é ainda incipiente, para o que contribui a falta, em geral, de utilizadores com conhecimentos combinados de CFD e CSM como justificado por Cardiff et al.[78].

Contudo, nos últimos anos a tendência tem sido a de desenvolver códigos numéricos genéricos que possam resolver uma gama mais larga de problemas, notavelmente problemas de interação fluido-estrutura. É este o caso do pacote *solids4foam*.

A estrutura do *solids4foam* está ilustrada nas figuras 3.7 e 3.8; como indicado, a classe do modelo físico é composta por outros modelos (ou classes no *OpenFOAM* e *solids4foam*): modelo sólido, leis constitutivas mecânicas, malha dinâmica, acoplamento fluido-estrutura e os modelos dos fluidos. Todas estas classes são interligadas de modo a reproduzir um problema de FSI num modelo computacional.

Por fim, nota-se que o paradigma de código aberto oferece uma vantagem incontestável na medida em que a base do código está totalmente acessível para análise académica, permitindo a todos os utilizadores uma visão abrangente do código fonte; isto facilita a compreensão dos algoritmos implementados e a forma como são executados. Assim, o potencial para colaborações extensivas da comunidade é aumentado, permitindo que o avanço de simulações para problemas complexos ocorra a um ritmo mais acelerado. Contudo, as avaliações formais do código ou os mecanismos de garantia de qualidade estão frequentemente ausentes (ao contrário dos códigos comerciais), dependendo assim dos utilizadores e dos programadores, através das simulações e posterior publicação, validar e subsequentemente retificar os eventuais erros.



Figura 3.7: Estrutura do modelo físico usado pelo solids4foam. Adaptado de [78].

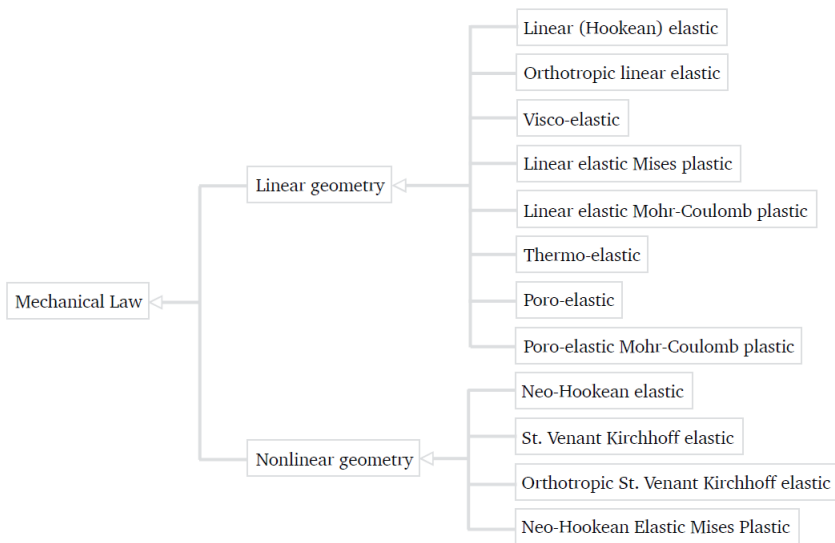


Figura 3.8: Leis constitutivas mecânicas implementadas no solids4foam. Adaptado de [78].

CASO HRON TUREK FSI3

4.1 Introdução

O caso de uma membrana elástica ligada à esteira de um cilindro rígido é uma simulação de referência bem conhecida e estudada no âmbito de FSI, tendo sido inicialmente documentado por Turek e Hron em 2007 [85]. Mais precisamente o caso aqui usado é o denominado FSI3, que se trata de um caso transiente periódico.

Como descrito em [85], este caso foi criado para testar e comparar diferentes métodos numéricos para os problemas de FSI.

Esta referência baseia-se no conhecido escoamento em torno de um cilindro para um escoamento laminar e um fluido incompressível. As condições deste estudo são também de escoamento laminar e de um fluido incompressível. Já a estrutura é muito flexível e apresenta elevadas deformações elásticas.

Assim, serve este problema como um caso de comparação de códigos numéricos focados em FSI e que será usado para confrontar os modelos numéricos usados nesta dissertação com os publicados na literatura. Este passo é muito importante pois permite avaliar se os métodos usados permitem obter soluções aproximadamente constantes para problemas de FSI através da comparação dos resultados com outros autores.

Apesar de aparentar ser um caso simples que é, no entanto, um desafio significativo para o acoplamento fluido-estrutura devido às seguintes características:

- Um número de Reynolds de aproximadamente 1×10^5 - é necessário um código de baixa difusão numérica, caso contrário a oscilação é amortecida (Nota: aqui é reproduzido o caso tal como está apresentado pelos autores [85]);
- Um material muito flexível, permitindo elevadas deformações não lineares - é um desafio para o código estrutural e para o algoritmo de acoplamento;
- Um rácio de densidades (entre o fluido e o sólido) muito perto da unidade - dificulta a convergência, exigindo métodos de estabilização dos algoritmos de acoplamento.

A simulação deste caso padrão permite comparar os resultados numéricos no que toca a simulações de FSI com outros resultados publicados na literatura. Apesar de não se tratar de uma validação é um passo importante na familiarização com conceitos específicos da interação fluido-estrutura.

4.2 Domínio computacional

O domínio computacional baseia-se no caso do escoamento em torno de um cilindro, excluindo a membrana elástica, como apresentado na Figura 4.1. O caso é bidimensional (2D) e é composto por um retângulo de 2,5 m de comprimento de 0,41 m de altura. O círculo tem 0,05 m de raio e o seu centro está posicionado no ponto $C = (0,2; 0,2)$, tomando como origem do referencial o canto inferior esquerdo do canal. A membrana elástica tem 0,35 m de comprimento e 0,02 m de altura e está ligada ao lado direito do cilindro, como ilustra a Figura 4.1.

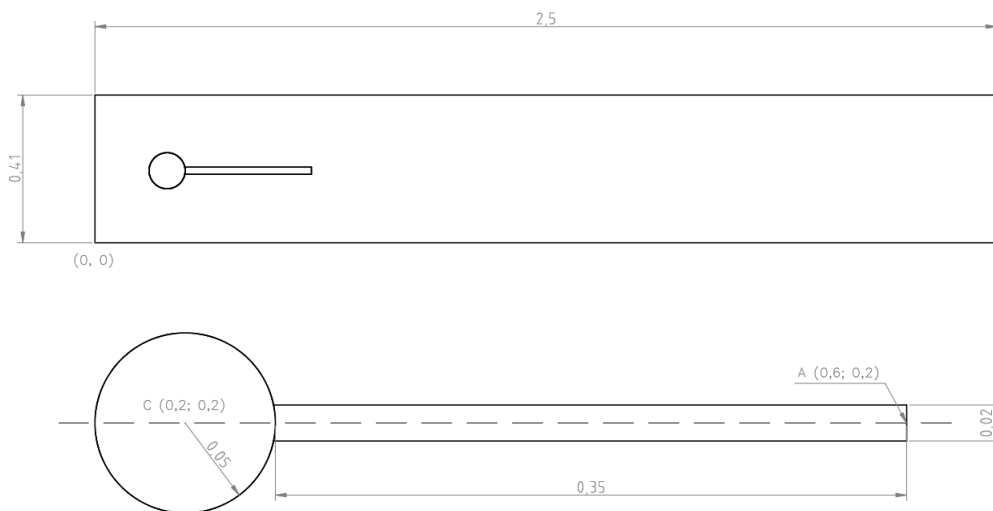


Figura 4.1: Esquema do domínio computacional e respetivas dimensões em metros.

4.3 Condições de fronteira

As condições fronteiras definidas para este problema são as seguintes:

- Pressão nula à saída do canal em todos os instantes de tempo;
- Condição de não-escorregamento aplicada às paredes (paredes do topo e de baixo bem como a superfície do cilindro e a interface da interação fluido-estrutura);
- Perfil de velocidade parabólico à entrada dependente da coordenada y e segundo:

$$v^f(0, y) = 1,5\bar{U} \frac{y(H-y)}{\left(\frac{H}{2}\right)^2} = 1,5\bar{U} \frac{4}{0,1681} y(0,41-y)$$

Onde \bar{U} é a velocidade média e a velocidade máxima é dada por $1,5\bar{U}$.

4.4 Condições iniciais

A fim de alcançar rapidamente o movimento periódico da placa, o perfil de velocidade parabólico à entrada é aplicado instantaneamente, isto é, sem um aumento gradual da velocidade média. O valor numérico da velocidade média está apresentado na Tabela 4.1.

Tabela 4.1: Propriedades dos materiais envolvidos na simulação, onde F simboliza o fluido e S o sólido, ρ é a massa volúmica do material, ν_F refere-se à viscosidade cinemática do fluido, ν_S ao coeficiente de Poisson do sólido, e E é o módulo de Young.

Fluido	ρ_F [kg/m ³]	1000
	ν_F [m ² /s]	0,001
	\bar{U} [m/s]	2
Sólido	ρ_S [kg/m ³]	1000
	E_S [Pa]	$5,6 \times 10^6$
	ν_S	0,4

4.5 Materiais

Os materiais selecionados foram tais que o escoamento fosse laminar e que permitisse a deformação da estrutura. Dentro dos candidatos, os materiais escolhidos por Turek e Hron foram a glicerina e propileno com as propriedades indicadas na Tabela 4.1.

4.6 Quantidades para comparação

Neste problema as oscilações periódicas auto-induzidas ocorrem tanto na estrutura como no fluido, assim, os autores sugerem que as quantidades de comparação sejam medidas quando o escoamento estiver completamente desenvolvido e num período de oscilação completo do ponto A (ver Figura 4.1), sendo estas quantidades as seguintes:

- A posição (x, y) do ponto A, que corresponde ao ponto extremo da membrana, dando-se mais destaque para a coordenada $y(t)$;
- As forças que o fluido exerce na estrutura submersa (cilindro e membrana), ou seja, o arrasto e a força vertical.

As variáveis dependentes do tempo são apresentadas pelo seu valor médio, amplitude e frequência. As primeiras duas são obtidas através do valor máximo e mínimo num

conjunto de oscilações. Já a frequência f pode ser obtida diretamente através do período, $f = 1/T$, ou pela análise de Fourier no conjunto de dados de modo a calcular a menor frequência significativa.

Estas quantidades são apresentadas de seguida juntamente com a comparação com outros resultados numéricos.

4.7 Modelo numérico

O modelo numérico usado nesta simulação baseia-se no acoplamento de um código para a resolução do fluido (OpenFOAM) com um código para resolver o sólido (solids4foam) como apresentado no Subcapítulo 3.4.

4.7.1 Malhas

Dada a natureza do problema são usadas duas malhas para discretizar o domínio: uma para o fluido e outra para o sólido. Na teoria, estas podem ser completamente independentes (ou seja, não têm de ser conformes na superfície), contudo, como será visto mais à frente isto trará problemas de divergência. Na Figura 4.2 pode-se ver a conjugação das duas malhas.

A malha do sólido é extremamente simples dado tratar-se apenas de um retângulo dividido em elementos aproximadamente quadrados. Ou seja, inicialmente é uma malha estruturada bidimensional composta por quadriláteros, contudo, à medida que a simulação evolui e o sólido é deformado, a malha é também deformada (para mais detalhes sobre a atualização da malha ver o Subcapítulo 4.1). A Figura 4.3 ilustra a malha do sólido no instante inicial e no instante $t = 9$ s para comparação. É de notar que a qualidade da malha também varia ao longo da simulação.

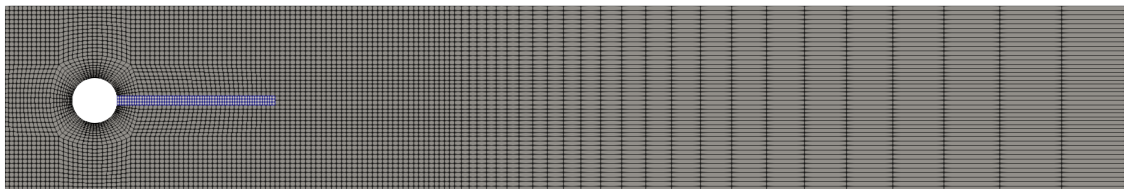


Figura 4.2: Caso exemplificativo de ambas as malhas no caso HronTurekFSI3.

Já a malha do fluido é mais complexa pois tem de se ajustar aos objetos sólidos que rodeia. Na Figura 4.2 pode-se vê-la na totalidade e na Figura 4.4 apresenta-se uma comparação das malhas, com foco na zona de interesse, em dois instantes de tempo. Como se pode ver, ocorre a deformação da malha conforme a membrana sólida se deforma. E, assim, a qualidade da malha muda também ao longo da simulação. Será apresentado

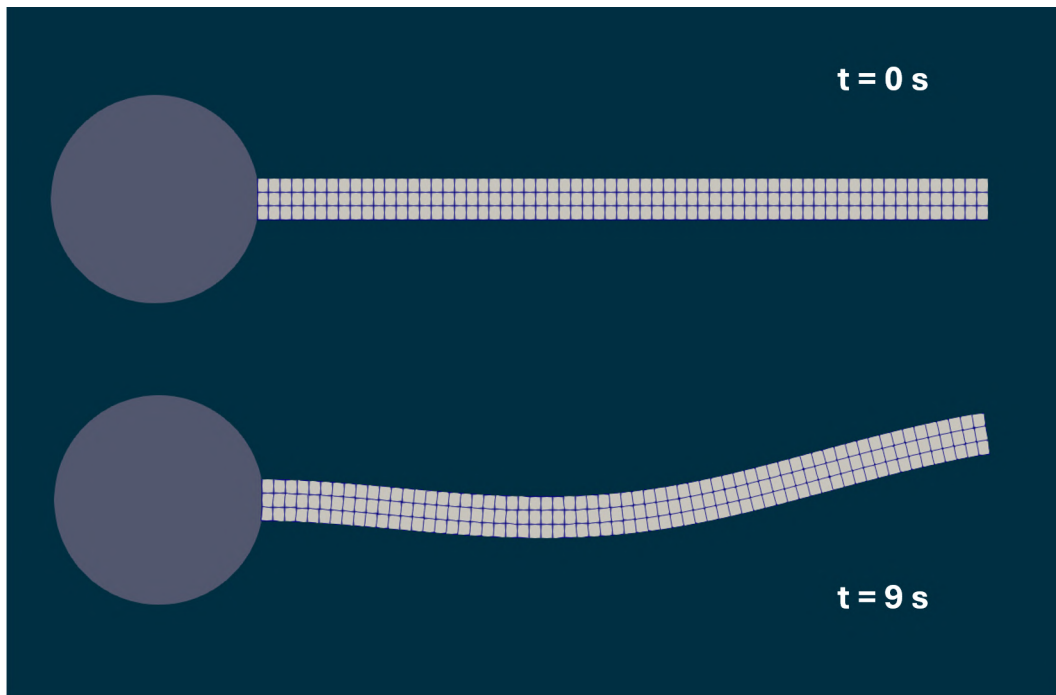


Figura 4.3: Caso exemplificativo da malha do sólido no caso HronTurekFSI3 em diferentes instantes de tempo.

adiante que ocorre uma degeneração da qualidade da malha que pode comprometer os resultados em simulações de maior duração.

Em termos gerais, a malha é mais refinada junto ao cilindro de modo a criar as oscilações no fluido características do escoamento em torno de um cilindro. Esta é também ligeiramente mais refinada junto à membrana flexível. Além disso, a partir de duas vezes o comprimento da membrana a malha é estirada uma vez que o escoamento longe do cilindro e da membrana não é de interesse nesta simulação.

Poder-se-ia usar um método de refinamento dinâmico da malha, contudo, desta forma, a análise de sensibilidade da malha seria deturpada e de difícil interpretação. Assim, por questões de simplicidade, o nível de refinamento local de cada malha é constante ao longo de cada simulação

No subcapítulo da análise de sensibilidade da malha são dadas mais informações sobre as malhas usadas e as dificuldades com elas relacionadas.

4.7.2 Esquemas e algoritmos

Mais uma vez, é dedicada uma secção aos esquemas e modelos usados na simulação devido à sua importância para a estabilidade, precisão e convergência da solução. Para mais detalhes sobre os métodos deve-se recorrer ao Capítulo 3.1.

Sendo esta uma simulação transiente do tipo FSI é necessário discretizar a dimensão temporal bem como o fluido e o sólido, assim, cada uma destas áreas terá, também, esquemas numéricos diferentes.

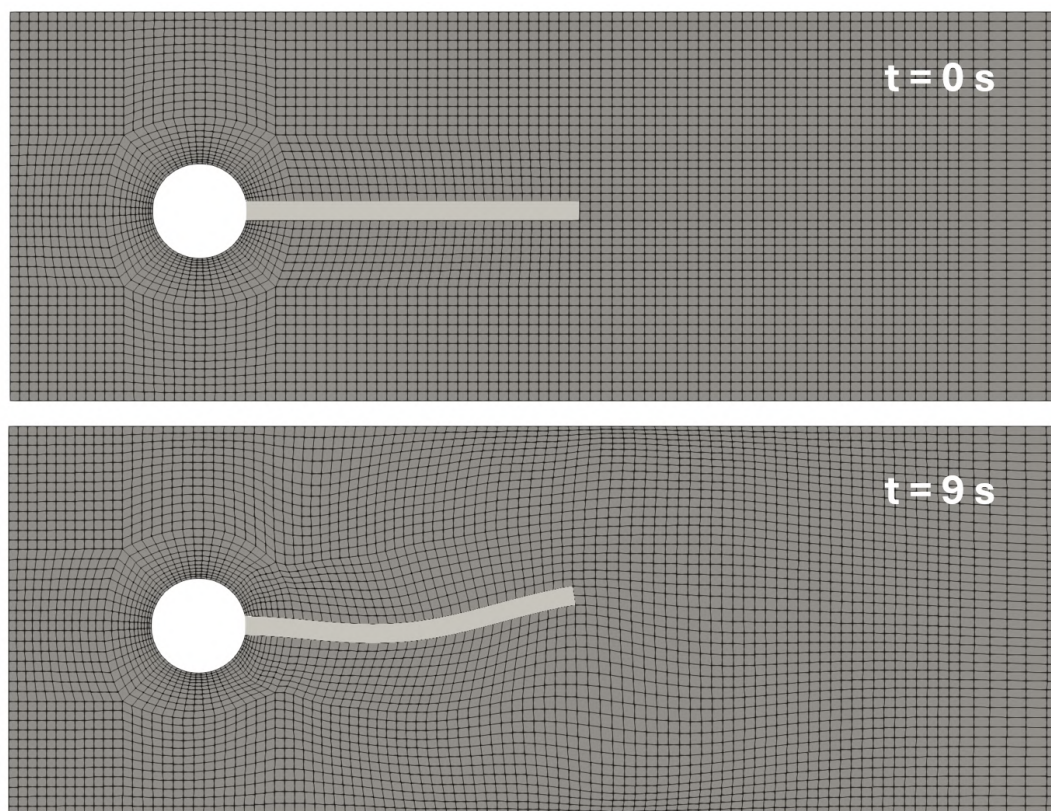


Figura 4.4: Caso exemplificativo da malha do fluido no caso HronTurekFSI3 focada na malha ao redor do cilindro e membrana em diferentes instantes de tempo.

O esquema de discretização usado para o termo da primeira derivada temporal foi o esquema *Backwards*, que é um esquema implícito e de segunda ordem que oferece uma maior precisão quando comparado com o método de Euler. Este esquema é adequado para problemas dependentes do tempo, mas tem o inconveniente de não ser limitado, ou seja, pode conduzir a soluções oscilatórias ou instáveis, especialmente para equações de transporte como a equação da fração volúmica, contudo, dado este caso não possuir variáveis limitadas e de este método ser incondicionalmente estável optou-se pelo seu uso ao invés do método de Crank-Nicolson que é ainda mais oscilatório e menos estável.

Para o esquema do gradiente foi usado o método dos quadrados mínimos por ser mais estável e preciso que o método linear de Gauss. Para o sólido usou-se uma versão deste esquema, o método dos quadrados mínimos estendido, dado ser o esquema recomendado pelos autores do pacote *solids4foam*.

Para os esquemas do divergente, a escolha varia entre o esquema linearUpwind limitado para a velocidade e o esquema linear para as outras variáveis, incluindo as relativas ao sólido.

Para o esquema do laplaciano usou-se o simples mas efetivo método linear corrigido e para o esquema do gradiente normal o esquema corrigido. Neste problema, dada a deterioração da ortogonalidade da malha, é usado este método corrigido de modo a

limitar o erro causado pela não ortogonalidade nos resultados.

O esquema de interpolação conta também com um fator corretivo para se ajustar ao enviesamento das células da malha (*skewness*).

A seleção destes esquemas foi feita a partir da leitura da bibliografia de problemas semelhantes, apesar de não existirem muitos que partilhem os esquemas usados. Além disso, foi realizado um conjunto de testes de modo a determinar que métodos levavam a um resultado mais realista mas, acima de tudo, que levassem a uma maior convergência da simulação.

Em relação aos algoritmos usados foi usado o algoritmo GAMG para a pressão, deslocamento das células da malha do fluido e para o deslocamento associado ao sólido. Já para a velocidade foi usado o algoritmo PBiCG. Existem muitas mais definições que aqui foram omitidas por simplicidade.

O algoritmo de acoplamento velocidade-pressão usado foi o PIMPLE com três corretores, um corretor externo, e dois corretores da não-ortogonalidade.

Em relação às tolerâncias usadas a questão é complexa uma vez que estes valores influenciam fortemente a convergência da simulação. Uma tolerância aparentemente baixa pode não ser pequena o suficiente para levar a uma simulação estável. O que acontece é que ao longo do tempo vai existindo uma acumulação dos erros (especialmente na interface sólido-fluido) que leva à degeneração da simulação e, logo, dos resultados. Em casos extremos, a simulação diverge antes dos 10 segundos de simulação. Por isso, foi necessário usar tolerâncias consideravelmente reduzidas, estando estas descritas na Tabela 5.2. Nota-se também que o uso de tolerâncias excessivamente baixas leva a durações proibitivas das simulações.

Outro tópico importante são os fatores de relaxação. Para o fluido não se usou qualquer fator uma vez que as variáveis convergiam sem dificuldade. Contudo, para o sólido notou-se que um fator de relaxação inferior a um pode facilitar a convergência. No entanto, a seleção deste valor tem de ser cuidadosa pois certos valores produziram o efeito contrário ao divergir a solução. Após alguns testes o valor em que se notaram melhores resultados foi quando se usou 0,99 como o fator de relaxação para as variáveis do deslocamento e primeira derivada do deslocamento no sólido. Contudo, um estudo mais aprofundado pode levar a outras conclusões mais corretas.

4.7.3 Modelos do sólido e de acoplamento FSI

A deformação da membrana elástica é descrita pelo modelo constitutivo de Saint Venant-Kirchhoff, considerando adicionalmente a hipótese de deformação plana. O uso deste modelo prende-se com o elevado nível de deformação do sólido. Um modelo linear não seria adequado na descrição das elevadas deformações. Entre este modelo e a relação

Tabela 4.2: Tolerâncias para as variáveis da simulação. Nota: As tolerâncias da pressão são divididas para os ciclos de iteração intermédia e para a iteração final.

Variáveis/equações	Tolerâncias	
	Relativa	Absoluta
Pressão (intermédia e final)	0	1×10^{-6}
Deslocamento das células do fluido	0	1×10^{-6}
Velocidade (intermédia e final)	0	1×10^{-6}
Deslocamento do sólido	1×10^{-2}	1×10^{-9}
FSI - <i>outer correction loop</i>	0	1×10^{-6}
FSI - deslocamento	1×10^{-3}	1×10^{-7}

elástica Neo-Hookean a escolha foi feita com base no artigo de Tukovic et al. [71] onde também é usado o modelo de Saint Venant-Kirchhoff.

Por fim e como descrito no Capítulo 2.2 foi usada a formulação Lagrangiana total para geometrias não lineares na descrição da equação governativa da deformação do sólido. Mais uma vez escolheu-se a formulação total ao invés da formulação atualizada para estar em conformidade com o estudo de Tukovic et al. [71]

Para o método de relaxação dinâmica na passagem de informação na interface foi usado o método de Aitken. Desta vez, e ao contrário da referência [71], notou-se que este método resulta numa simulação mais estável que não diverge tão facilmente para malhas refinadas.

4.8 Verificação

Neste capítulo tem-se como objetivo a verificação do código numérico através da análise de sensibilidade das duas malhas envolvidas (do fluido e do sólido) e do passo de tempo. Analisou-se também a convergência dos processos iterativos.

No Apêndice B são apresentadas várias imagens desta simulação de modo a expor de forma visual e estática a simulação multivariável transiente.

4.8.1 Análise de sensibilidade da malha do fluido

Para esta análise optou-se por refinar as malhas segundo um rácio de refinamento $r = \sqrt{2} \approx 1,4142$ o que idealmente resulta numa duplicação do número de elementos entre malhas consecutivas; contudo, a duplicação não é exata devido ao arredondamentos para números inteiros e à complexidade da malha. A primeira malha, a mais grosseira, foi construída com 2670 elementos, tendo as seguintes aproximadamente o dobro do número de elementos da malha anterior, como apresentado na Tabela 4.3. Para a malha do sólido foi usada uma malha com 380 elementos e com um passo de tempo de 1×10^{-3} segundos. Dado o elevado número de simulações foi dado um código alfanumérico a cada malha/passo de tempo como ilustrado na Tabela 4.3.

Não se espera que a malha do fluido apresente uma influência significativa a partir de um certo número de elementos. Além disso, quanto maior o número de elementos mais difícil é convergir a simulação (situação abordada mais à frente). Por estas razões, a malha mais refinada do fluido tem apenas 20981 elementos. Um acontecimento recorrente nesta simulação foi a impossibilidade de fazer uma simulação com uma discretização muito refinada (tanto do fluido, do sólido como do tempo) devido a problemas de divergência por isso é que as malhas têm relativamente poucos elementos quando em comparação com outros problemas tradicionais de CFD. Contudo, o número de elementos aqui usados é muito semelhante ao número usado nas referências [71] e [85].

Tabela 4.3: Refinamento da malha do fluido na análise de convergência da simulação HronTurekFSI3.

Malha do sólido		Malha do fluido		Tempo	
Código	Nº de elementos	Código	Nº de elementos	Código	Passo de tempo [s]
C	380	1	2670	α	1×10^{-3}
		2	5336		
		3	10481		
		4	20981		

Nota-se também que este é um escoamento com um número de Reynolds não elevado. Portanto, a condição de Courant-Friedrichs-Lewy (CFL) é facilmente cumprida, mesmo com um passo de tempo grosseiro.

As quantidades usadas nesta análise e a sua forma de medição são as apresentadas no Subcapítulo 4.6, ou seja, o valor médio, amplitude e frequência das curvas periódicas dos deslocamentos (u_x e u_y) e forças horizontais e verticais (F_x e F_y). Isto resulta num elevado número de informação para comparar e tratar de modo a avaliar a influência da malha do fluido.

Primeiro, é apresentada nas figuras 4.5, 4.6, 4.7 e 4.8 a evolução destes deslocamentos e forças ao longo do tempo. Está documentado em [85] e [71] que o sistema é periódico a partir dos quatro segundos de simulação, sendo os instantes aperiódicos anteriores irrelevantes para esta análise. Assim, estas figuras mostram apenas as curvas entre os 5,5 e os 6 segundos da simulação para uma maior clareza de imagem.

De modo a apresentar todos os dados de uma forma organizada recorreu-se ao mesmo formato usado por [85] e [71]: Valor médio \pm amplitude [frequência]. Estes dados estão apresentados na Tabela 4.4.

O que é visível tanto através das figuras como dos próprios dados numéricos é que existe uma tendência à aproximação dos valores. Em termos gerais, a frequência é fracamente afetada pelo refinamento da malha, já no caso dos valores médios e amplitudes a influência é maior.

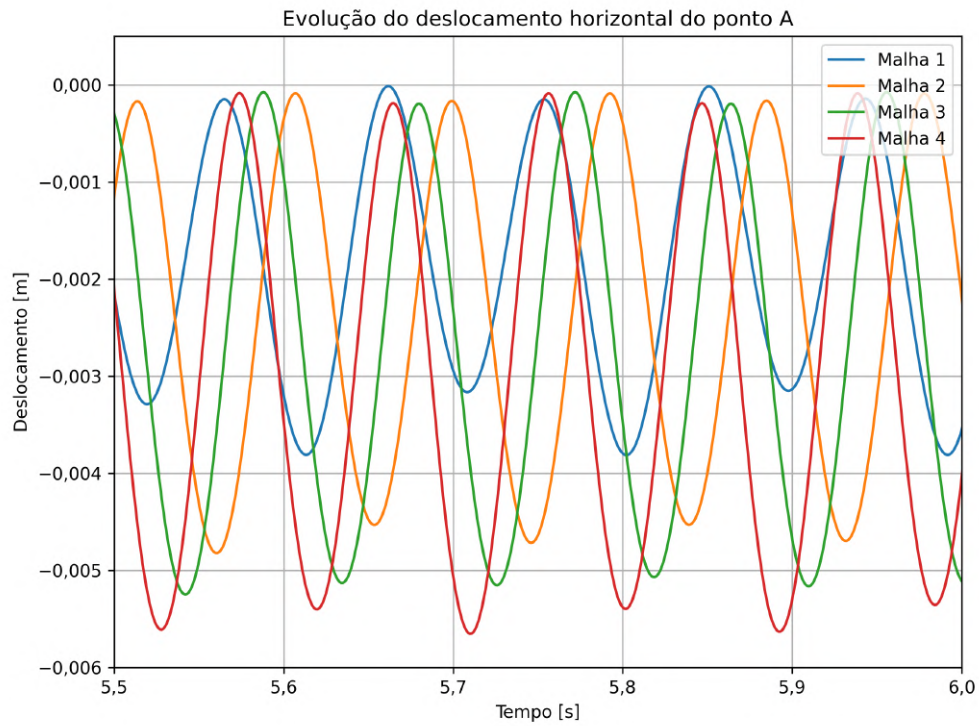


Figura 4.5: Evolução do deslocamento em x do ponto A para várias malhas do fluido na simulação HronTurekFSI3.

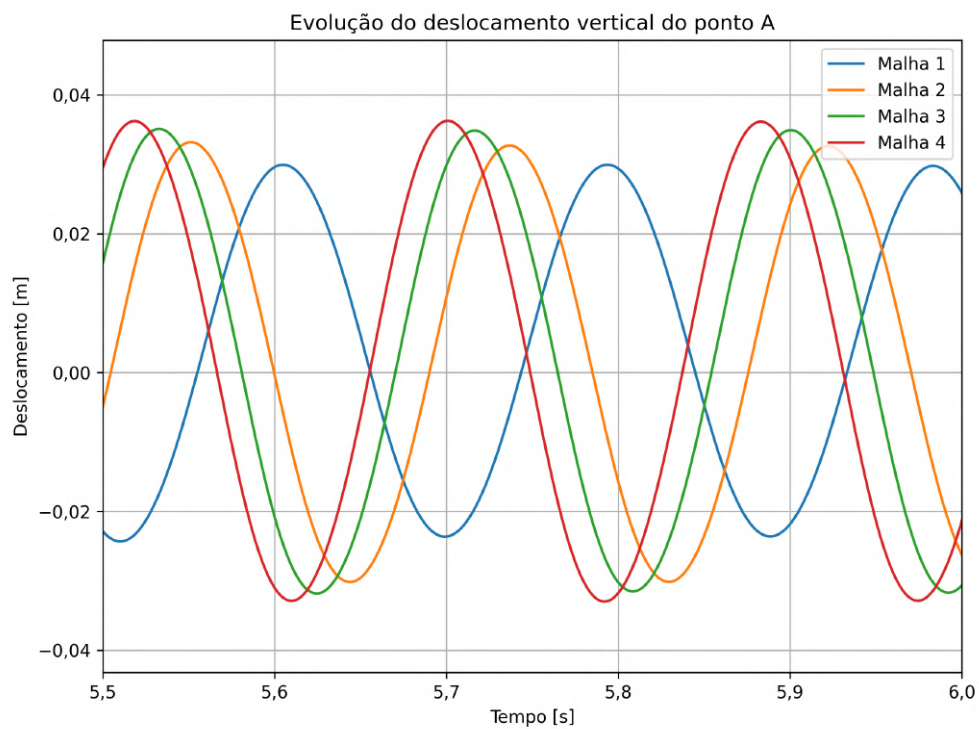


Figura 4.6: Evolução do deslocamento em y do ponto A para várias malhas do fluido na simulação HronTurekFSI3.

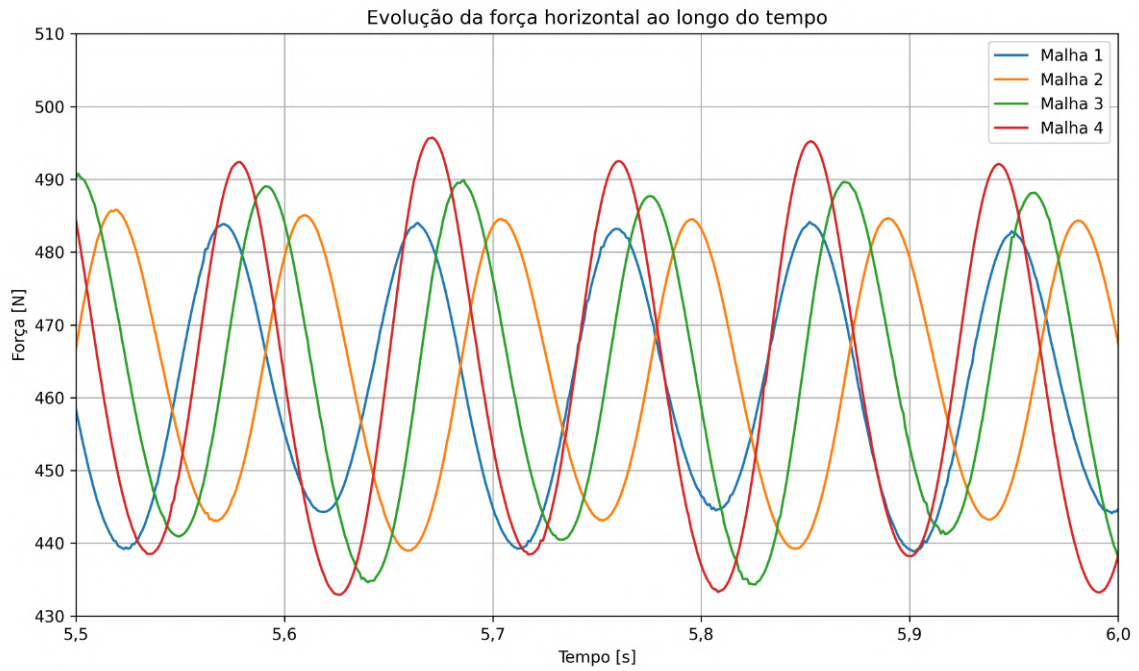


Figura 4.7: Evolução da força em x para várias malhas do fluido na simulação HronTurkFSI3.

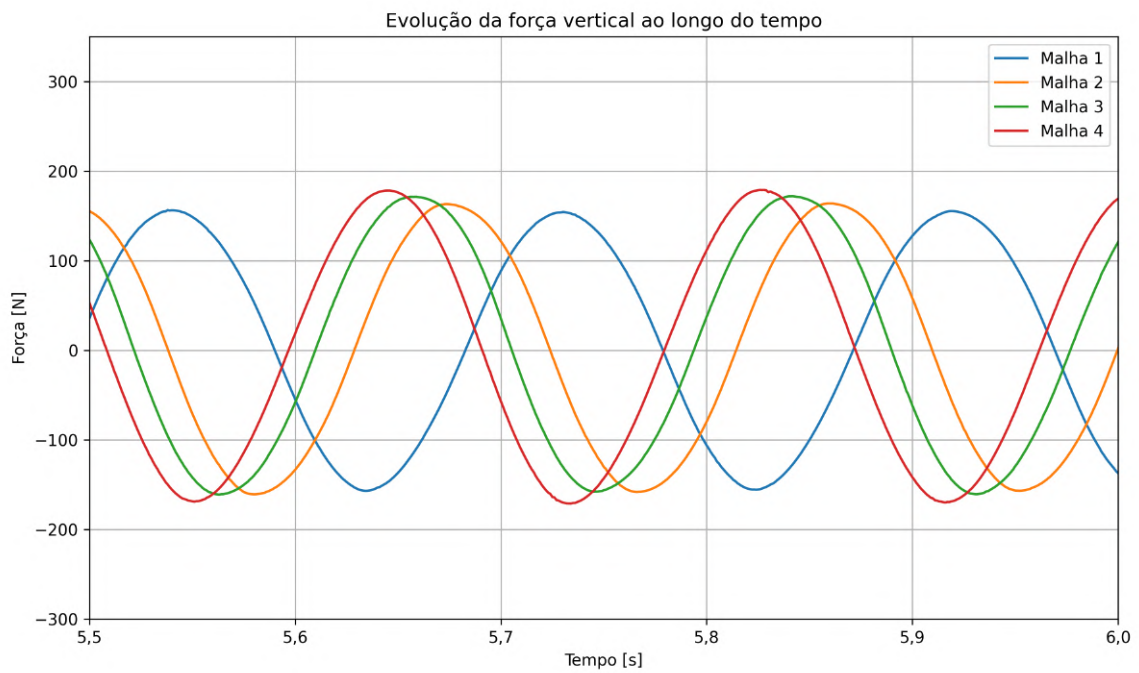


Figura 4.8: Evolução da força em y para várias malhas do fluido na simulação HronTurkFSI3.

Tabela 4.4: Valores das quantidades de comparação na análise de sensibilidade da malha do fluido na simulação HronTurekFSI3.

Malha do sólido		Quantidades de comparação			
Código	Nº de elementos	$u_x \cdot e-3$ [m]	$u_y \cdot e-3$ [m]	F_x [N]	F_y [N]
1	2670	$-2,03 \pm 2,01$ [10,3]	$2,81 \pm 27,24$ [5,2]	$462,0 \pm 22,73$ [10,5]	$0,85 \pm 159,2$ [5,3]
2	5336	$-2,41 \pm 2,33$ [10,9]	$1,58 \pm 31,66$ [5,4]	$462,2 \pm 23,08$ [10,8]	$2,38 \pm 159,7$ [5,4]
3	10481	$-2,62 \pm 2,56$ [11,0]	$1,60 \pm 33,33$ [5,4]	$462,6 \pm 27,73$ [10,7]	$3,40 \pm 154,8$ [5,4]
4	20981	$-2,86 \pm 2,77$ [11,0]	$1,60 \pm 34,32$ [5,5]	$466,0 \pm 29,60$ [10,6]	$5,95 \pm 167,4$ [5,5]

Outro ponto a notar é a proximidade dos valores numéricos, especialmente para as malhas mais refinadas. Isto é visível através das figuras. O que pode criar confusão é o desfasamento entre as curvas; isto acontece pois, nos instantes iniciais, a diferença entre as malhas leva a movimentos claramente distintos, mas ao atingir o movimento periódico aos 4 segundos a frequência torna-se aproximadamente fixa. Porém, as curvas já vêm desfasadas dos instantes anteriores, isto é claro na Figura 4.9 onde se mostra a evolução total para duas malhas a título de exemplo.

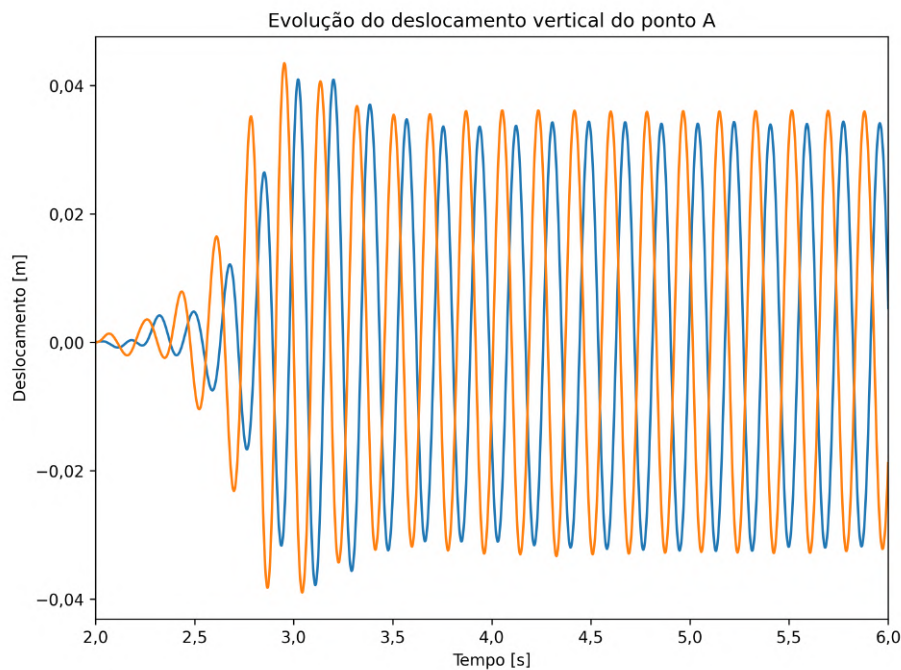


Figura 4.9: Caso exemplificativo da evolução temporal do deslocamento vertical e o desfasamento entre as duas simulações.

O deslocamento em x é o caso onde esta tendência é mais fraca, tanto o valor médio como a amplitude continuam a aumentar à medida que a malha é refinada. Já no deslocamento em y existe uma convergência clara do valor médio, amplitude e frequência. Em termos da força horizontal, apesar da proximidade dos valores, o valor médio não converge, contudo, a frequência e a amplitude convergem. Por fim, na força em y o valor médio e a amplitude

também não convergem, ao contrário da frequência.

Uma análise quantitativa através do erro relativo e do GCI é necessária para melhor visualizar a convergência (ou não) destas quantidades. De seguida apresentam-se os gráficos da evolução do erro relativo em função do número de elementos para a amplitude, valor médio e frequência. Dada a dimensão da tabela para os valores dos erros relativos e GCI para todas estas quantidades apenas se apresentam os erros relativos na Tabela 4.5. Para simplificar e compactar a apresentação dos erros relativos em relação ao valor médio (erro 1), amplitude (erro 2) e frequência (erro 3) estes são apresentados na forma erro 1; erro 2; erro 3.

Cada malha (1 a 3) é comparada com a malha mais refinada (malha 4). O GCI é calculado com base num fator de segurança de 1,25 e com uma convergência de primeira ordem ($p=1$) devido à falta de confiança na ordem de convergência dos resultados. Como se concluirá à frente, não é clara a convergência a partir dos erros relativos, e, sendo o GCI uma medida mais conservadora que o erro relativo, a análise ainda mostraria resultados menos convergentes pois o erro relativo é multiplicado por 3,02 (segundo o fator de segurança e ordem de convergência acima apresentados). Assim, optou-se por não se apresentar o GCI pois não adiciona nenhuma informação adicional.

Contudo, para uma visualização da convergência, apresentam-se aqui as evoluções dos erros relativos sob a forma gráfica nas figuras 4.10, 4.11 e 4.12.

Tabela 4.5: Erros relativos em percentagem entre as várias malhas (1 a 3) do fluido com a malha de referência (4) na forma {erro do valor médio; erro da amplitude; erro da frequência}.

Malha	$u_x \cdot e-3$ [m]	$u_y \cdot e-3$ [m]	F_x [N]	F_y [N]
1	{33,95; 31,80; 6,57}	{54,88; 23,00; 5,61}	{0,86; 26,26; 0,95}	{150,00; 5,02; 3,70}
2	{17,08; 17,25; 0,91}	{1,26; 8,06; 1,83}	{0,82; 24,75; 1,87}	{85,71; 4,71; 1,83}
3	{8,76; 7,88; 0,00}	{0,00; 2,93; 1,83}	{0,73; 6,52; 0,94}	{54,55; 7,82; 1,83}

Tanto através dos dados numéricos como a partir de uma visualização da evolução gráfica dos erros é possível concluir que existe uma tendência da diminuição do erro relativo mas, em muitos casos, o erro permanece relativamente elevado o que pode indicar que os resultados ainda não convergiram totalmente. Os erros são especialmente elevados nos valores médios, sendo que no caso da força em y isto é justificado por ser um valor muito próximo de zero.

Assim, não é possível concluir a independência da malha do fluido pois não se verifica a estabilização do erro relativo e para certas variáveis este permanece relativamente elevado.

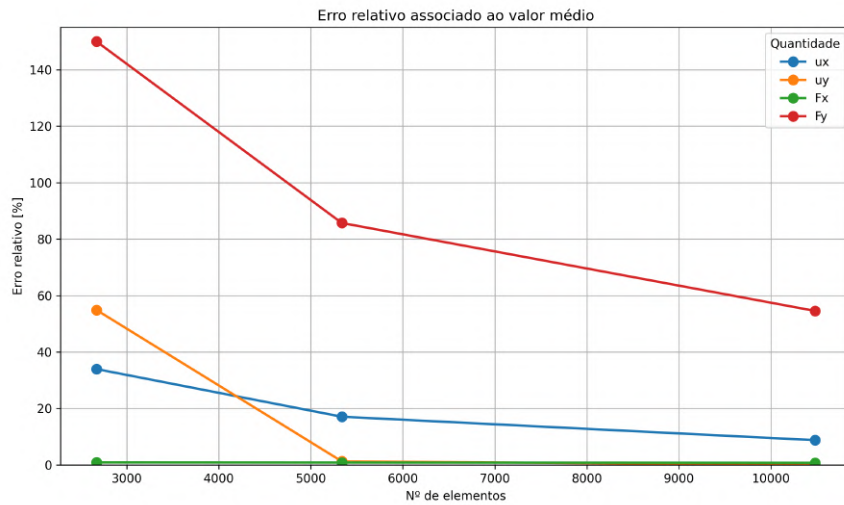


Figura 4.10: Evolução do erro relativo dos valores médios em função do número de elementos das malhas do fluido na simulação HronturekFSI3.

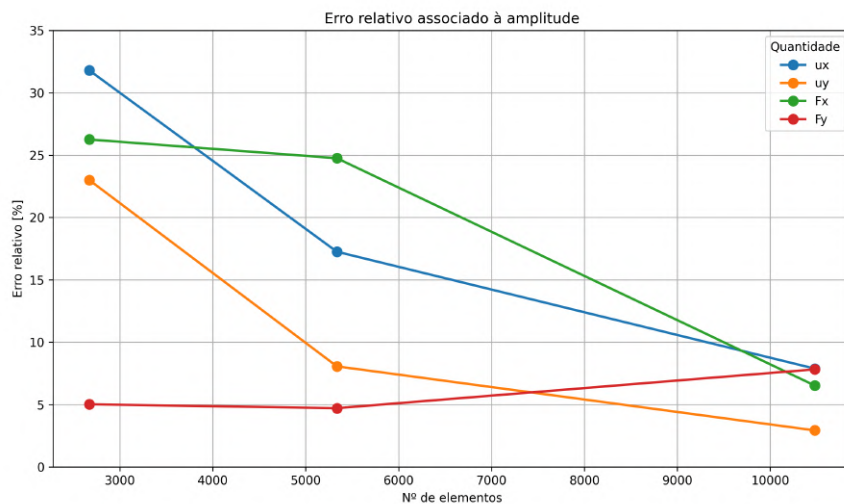


Figura 4.11: Evolução do erro relativo das amplitudes em função do número de elementos das malhas do fluido na simulação HronturekFSI3.

4.8.2 Análise de sensibilidade da malha do sólido

Esta análise é muito semelhante à anterior, mas agora é avaliada a dependência da malha do sólido. Também foi feita uma duplicação do número de elementos entre malhas, tendo a mais refinada 1520 elementos e a mais grosseira 90 elementos. A descrição total está apresentada na Tabela 4.6.

É normal, em métodos numéricos, que não seja necessário uma densidade de elementos tão elevada numa análise estrutural quando em comparação com uma análise da dinâmica de fluidos. A ordem de grandeza do número de elementos usados neste estudo teve como referência os artigos [85] e [71] onde é simulado o mesmo caso.

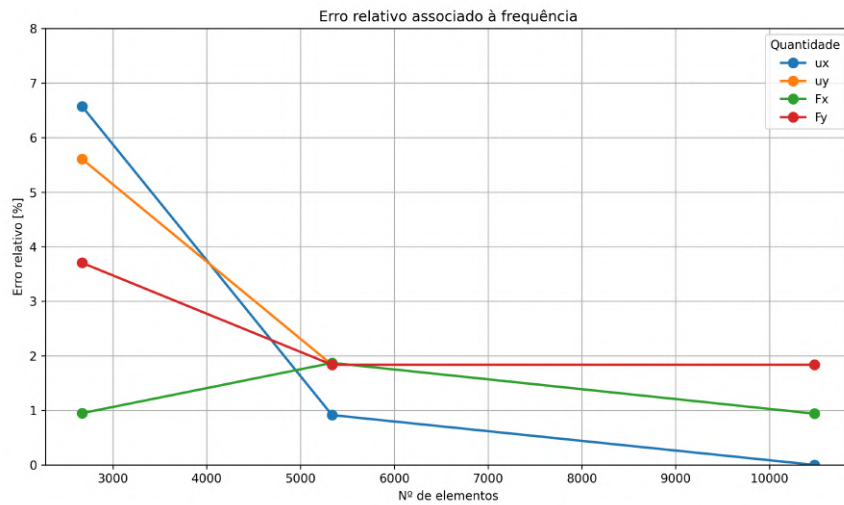


Figura 4.12: Evolução do erro relativo das frequências em função do número de elementos das malhas do fluido na simulação HronTurekFSI3.

Tabela 4.6: Refinamento da malha do sólido na análise de convergência da simulação HronTurekFSI3.

Malha do sólido		Malha do fluido		Tempo	
Código	Nº de elementos	Código	Nº de elementos	Código	Passo de tempo [s]
A	90				
B	190				
C	380	3	10481	α	1×10^{-3}
D	760				
E	1520				

De seguida apresentam-se nas figuras 4.13, 4.14, 4.15 e 4.16 a evolução dos deslocamentos e das forças a que a membrana flexível está sujeita.

Mais uma vez verifica-se existir uma tendência na aproximação das curvas apesar de não atingirem um patamar. O caso de exceção é o do deslocamento vertical (talvez considerado a quantidade de referência nesta simulação) em que os valores são todos muito semelhantes desde a malha A até à malha E. De novo, as curvas estão desfasadas devido aos instantes iniciais (antes dos 4 segundos) sendo que depois a frequência estabiliza.

As componentes horizontais do deslocamento e da força são, de novo, as que apresentam valores mais díspares entre si. Em relação ao deslocamento isto pode ser explicado pelo facto de os valores serem numericamente baixos (uma ordem de grandeza inferiores ao deslocamento vertical) uma vez que estão associados à compressão da membrana flexível durante o seu movimento. Assim, é possível que uma maior discretização do domínio do sólido não altera o deslocamento vertical mas afeta o deslocamento vertical com um maior impacto devido à compressibilidade do sólido. Já o caso da força horizontal, onde

existe uma tendência da diminuição da amplitude, é menos severo mas aparenta ainda ser dependente do número de elementos do sólido.

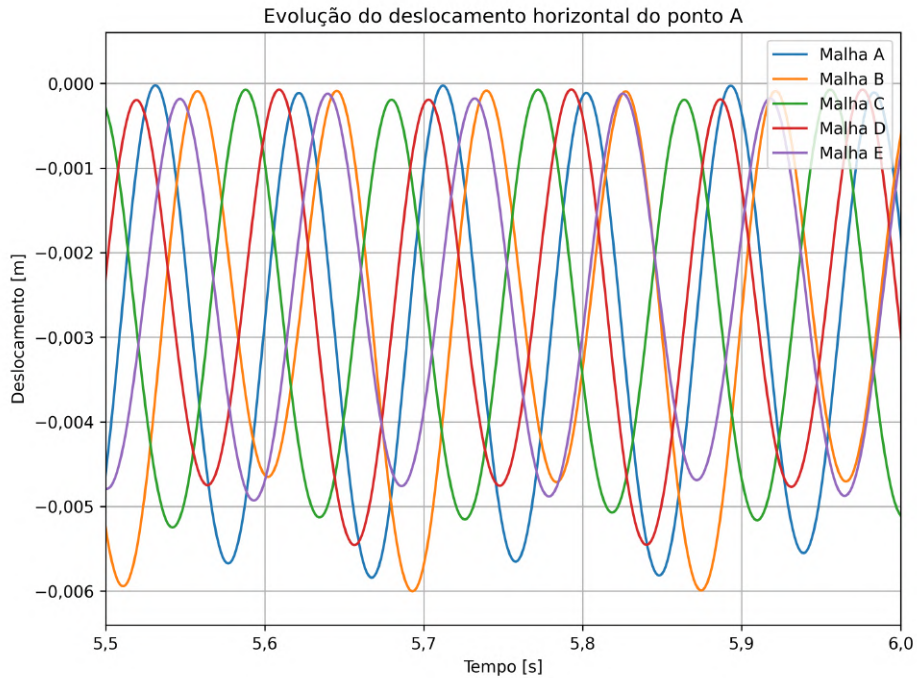


Figura 4.13: Evolução do deslocamento em x do ponto A para várias malhas do sólido na simulação HronTurekFSI3.

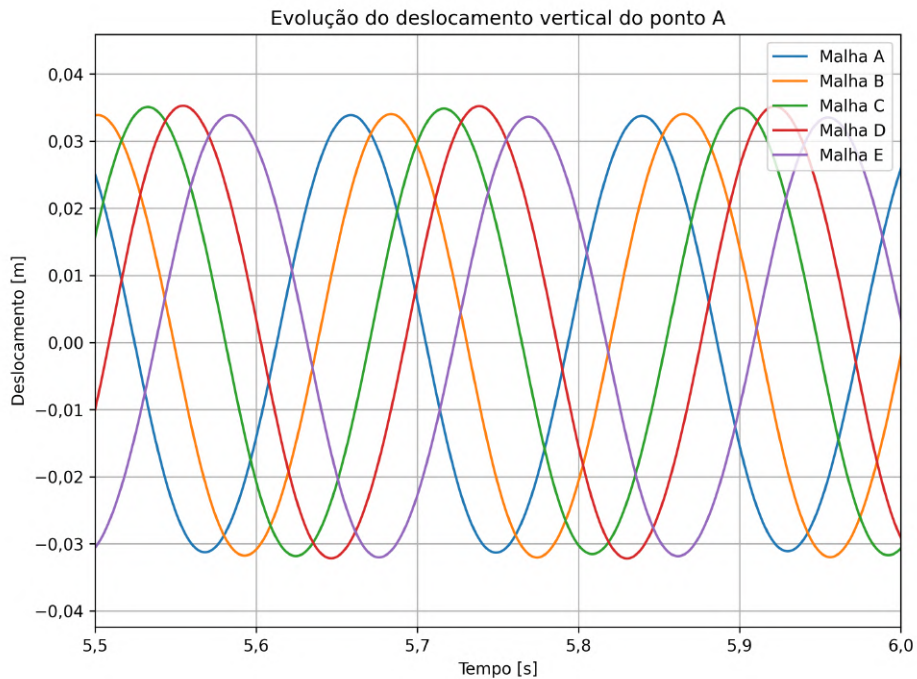


Figura 4.14: Evolução do deslocamento em y do ponto A para várias malhas do sólido na simulação HronTurekFSI3.

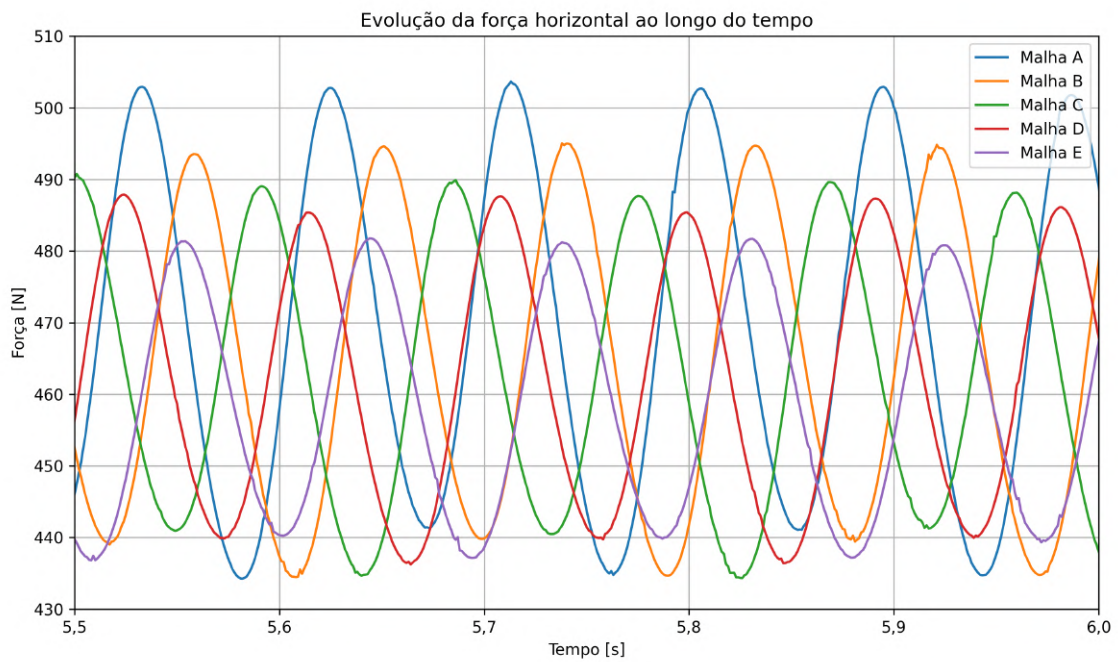


Figura 4.15: Evolução da força em x para várias malhas do sólido na simulação HronTurkFSI3.

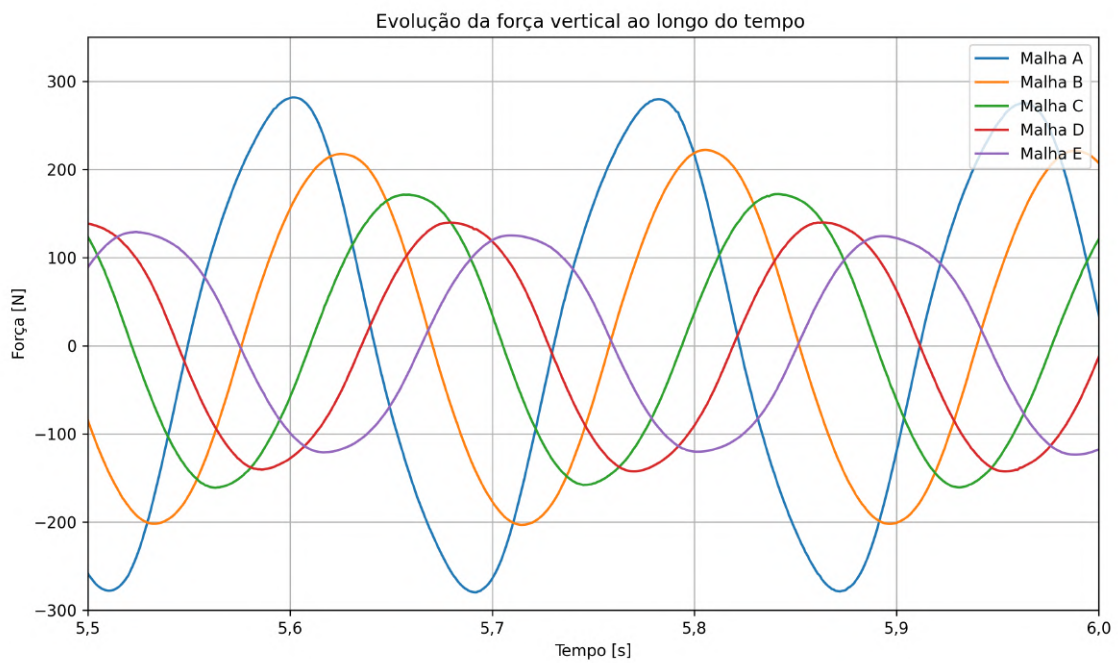


Figura 4.16: Evolução da força em y para várias malhas do sólido na simulação HronTurkFSI3.

Esta é apenas uma breve análise visual mas pode ser corroborada pelos dados da Tabela 4.7, onde são apresentadas todas as quantidades na forma: Valor médio \pm amplitude [frequência] e os erros relativos da Tabela 4.8.

Tabela 4.7: Valores das quantidades de comparação na análise de sensibilidade da malha do sólido na simulação HronturekFSI3.

Malha do sólido		Quantidades de comparação			
Código	Nº de elementos	$u_x \cdot e-3$ [m]	$u_y \cdot e-3$ [m]	F_x [N]	F_y [N]
A	90	-2,91 \pm 2,89 [11,4]	1,36 \pm 32,43 [5,7]	468,7 \pm 34,10 [11,0]	-1,20 \pm 278,6 [5,6]
B	190	-3,00 \pm 2,94 [10,9]	1,17 \pm 32,77 [5,6]	464,6 \pm 30,02 [11,1]	6,97 \pm 210,2 [5,5]
C	380	-2,62 \pm 2,56 [11,0]	1,60 \pm 33,33 [5,4]	462,6 \pm 27,73 [10,7]	3,40 \pm 154,8 [5,4]
D	760	-2,78 \pm 2,70 [10,7]	1,64 \pm 33,63 [5,4]	462,1 \pm 25,56 [10,8]	0,68 \pm 143,3 [5,4]
E	1520	-2,49 \pm 2,48 [10,9]	1,55 \pm 32,92 [5,3]	459,7 \pm 22,17 [10,6]	1,36 \pm 125,0 [5,4]

Tabela 4.8: Erros relativos em percentagem entre as várias malhas (1 a 3) do sólido com a malha de referência (4) na forma {erro do valor médio; erro da amplitude; erro da frequência}.

Malha	$u_x \cdot e-3$ [m]	$u_y \cdot e-3$ [m]	F_x [N]	F_y [N]
A	{15,56; 15,27; 4,48}	{13,06; 1,50; 7,27}	{1,94; 42,40; 3,70}	{3200,00; 76,11; 3,64}
B	{18,58; 16,97; 0,00}	{27,94; 0,46; 5,51}	{1,06; 30,08; 4,61}	{134,69; 50,84; 1,83}
C	{5,09; 3,17; 0,91}	{3,17; 1,24; 1,87}	{0,63; 22,28; 0,94}	{85,71; 21,30; 0,00}
D	{11,01; 8,49; 0,93}	{5,64; 2,13; 1,87}	{0,52; 14,20; 1,87}	{66,67; 13,64; 0,00}

É de novo claro que a frequência permanece aproximadamente constante para todas as quantidades, o mesmo acontece para o valor médio e amplitude do deslocamento em y. Para as restantes quantidades, os resultados não são satisfatórios para concluir a independência da malha do sólido, apesar de estarem relativamente próximos nas malhas mais refinadas.

O mesmo pode ser dito através da tabela e das figuras dos erros relativos 4.17, 4.18 e 4.19 onde é clara a variação excessiva entre as malhas. Contudo, em geral ocorre uma diminuição do erro relativo em todos os gráficos.

Assim, não se verifica que os resultados se tornaram independentes da malha do sólido (para as condições aqui usadas) apesar de se notar uma tendência de convergência.

Uma possibilidade para as discrepâncias acima comentadas (tanto na análise de sensibilidade da malha do fluido como na do sólido) é o facto de que à medida que a malha é refinada a convergência dos processos iterativos é mais difícil, sendo este especialmente o caso quando existe uma elevada discrepância entre o número de elementos na malha do fluido e na do sólido. É possível que exista uma acumulação de erros que levem às diferenças mostradas. Assim, uma diminuição do valor das tolerâncias talvez fosse necessária (tendo em conta também que isto dificultaria ainda mais a convergência).

Outra possibilidade prende-se com o modelo sólido, isto uma vez que o escoamento em si é relativamente simples e não se pensa que as diferenças sejam causadas pelo modelo numérico do fluido. Dadas as elevadas deformações, é possível que os parâmetros definidos na lei do material, esquemas de interpolação ou algoritmos não sejam capazes de atingir uma solução consistente. Para analisar esta possibilidade seria necessário executar uma bateria de testes de sensibilidade individual a cada parâmetro, sendo que neste estudo tal não seria possível.

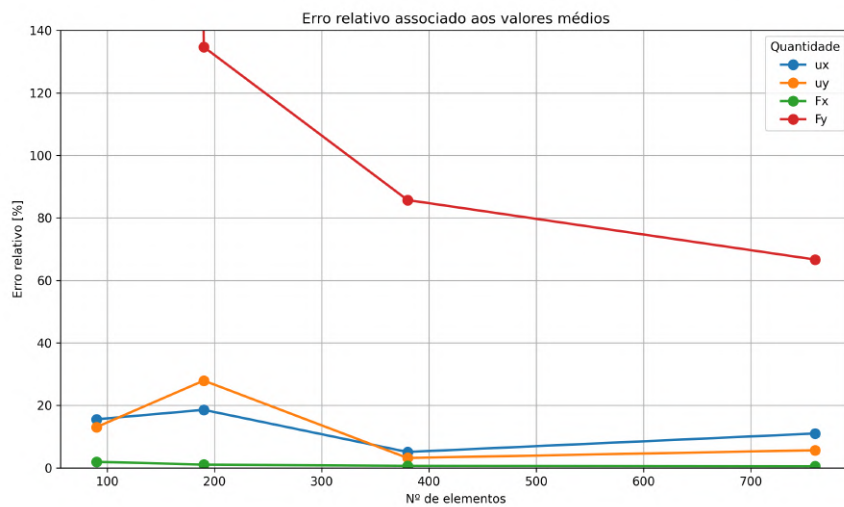


Figura 4.17: Evolução do erro relativo dos valores médios em função do número de elementos das malhas do sólido na simulação HronTurekFSI3 (Nota: o primeiro ponto da força em y não foi apresentado por ter um erro relativo de 3200% por ser um valor negativo comparado com um positivo).

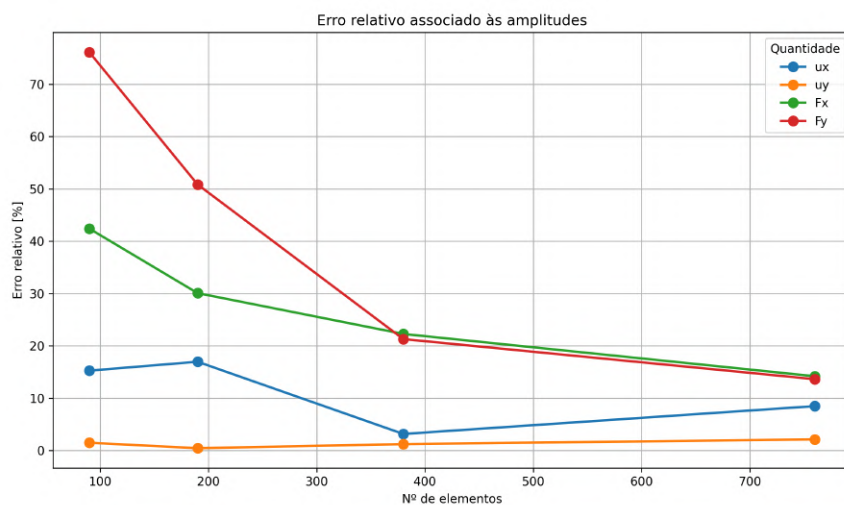


Figura 4.18: Evolução do erro relativo das amplitudes em função do número de elementos das malhas do sólido na simulação HronTurekFSI3.

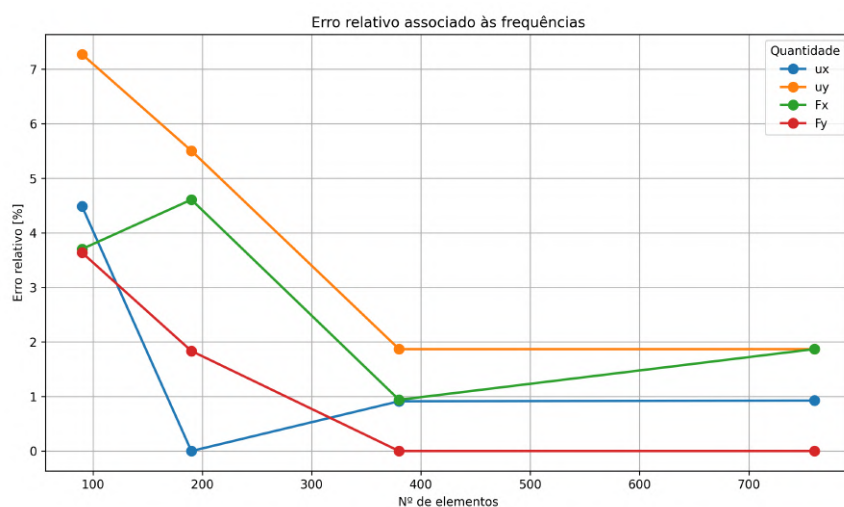


Figura 4.19: Evolução do erro relativo das frequências em função do número de elementos das malhas do sólido na simulação HronTurekFSI3.

4.8.3 Análise de sensibilidade do passo de tempo

Resta apenas avaliar a dependência do passo de tempo nesta simulação. O passo de tempo é um parâmetro extremamente relevante em simulações de CFD e é provável que também o seja em simulações de FSI. Contudo, dado este ser um escoamento com um baixo número de Reynolds é possível que não seja necessário um passo de tempo muito baixo para capturar os movimentos do fluido e do sólido.

Para realizar esta análise pretendeu-se usar a mesma estratégia usada nas análises anteriores mas verificou-se que além de ser desnecessário, os problemas de divergência não permitiram refinar ainda mais o passo de tempo. Assim, usaram-se os valores da Tabela 4.9.

Os valores do passo de tempo podem parecer excessivamente grandes mas, como justificado anteriormente, dada a natureza do escoamento, estes valores são, na realidade, aceitáveis. Tal é comprovado pela utilização de valores iguais/semelhantes nas referências [85] e [71].

Tabela 4.9: Refinamento do passo de tempo na análise de convergência da simulação HronTurekFSI3.

Malha do sólido		Malha do fluido		Tempo	
Código	Nº de elementos	Código	Nº de elementos	Código	Passo de tempo [s]
C	380	4	20981	α	2×10^{-3}
				β	1×10^{-3}
				γ	5×10^{-4}

Nas figuras seguintes apresentam-se as curvas do deslocamento e da força para as simulações com os três passos de tempo. Como é visível, existe uma elevada semelhança entre as três mas especialmente entre as curvas relativas aos passos de tempo β e γ onde as curvas estão quase sobrepostas o que indica a convergência dos resultados.

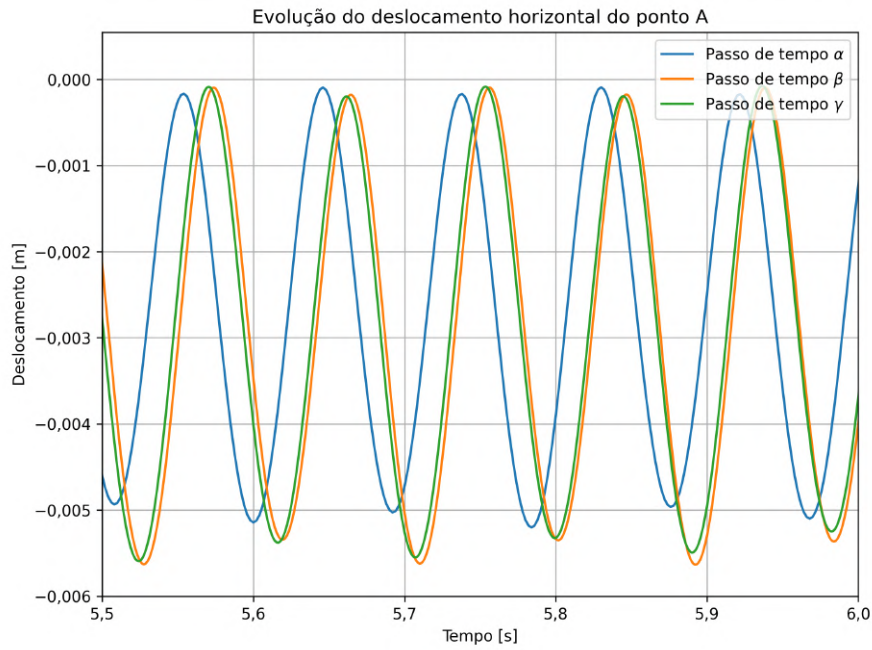


Figura 4.20: Evolução do deslocamento em x para diferentes passos de tempo na simulação HronTurekFSI3.

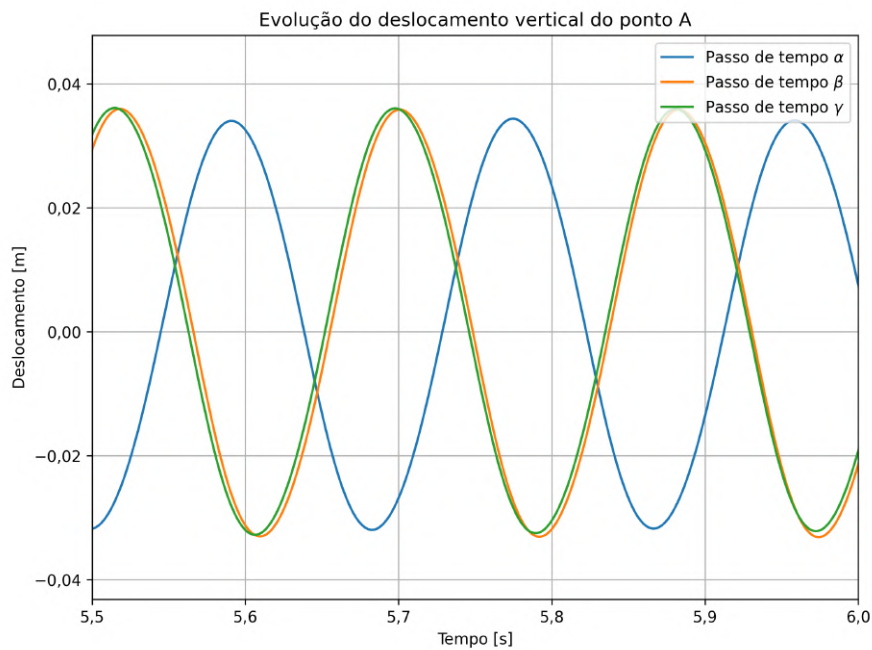


Figura 4.21: Evolução do deslocamento em y para diferentes passos de tempo na simulação HronTurekFSI3.

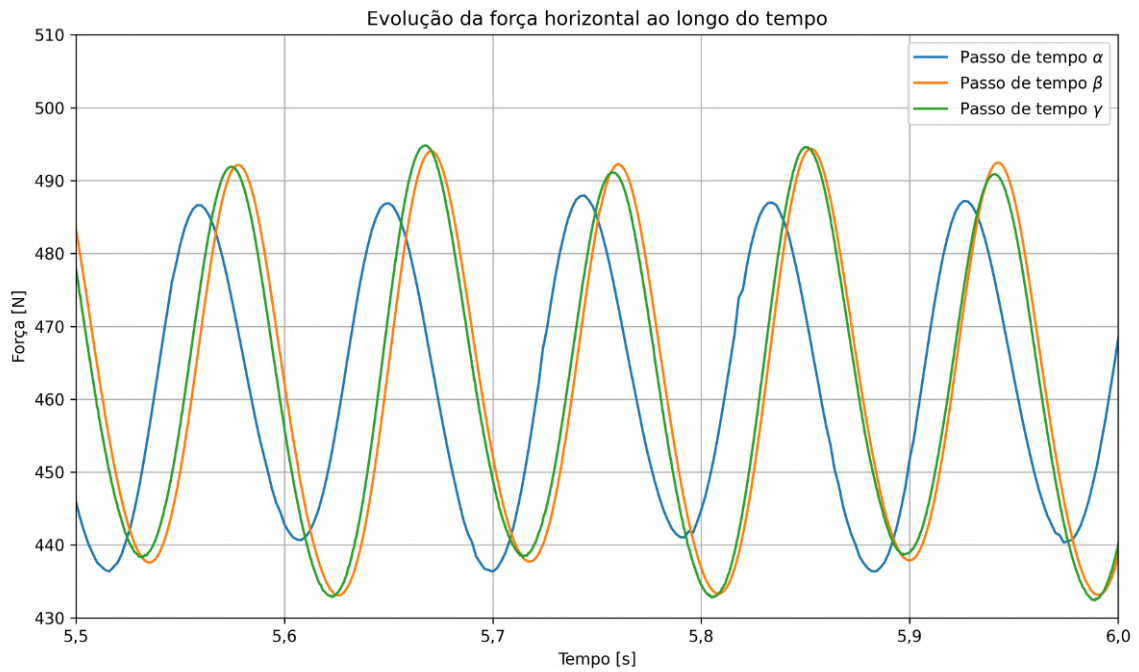


Figura 4.22: Evolução da força em x para diferentes passos de tempo na simulação HronTurekFSI3.

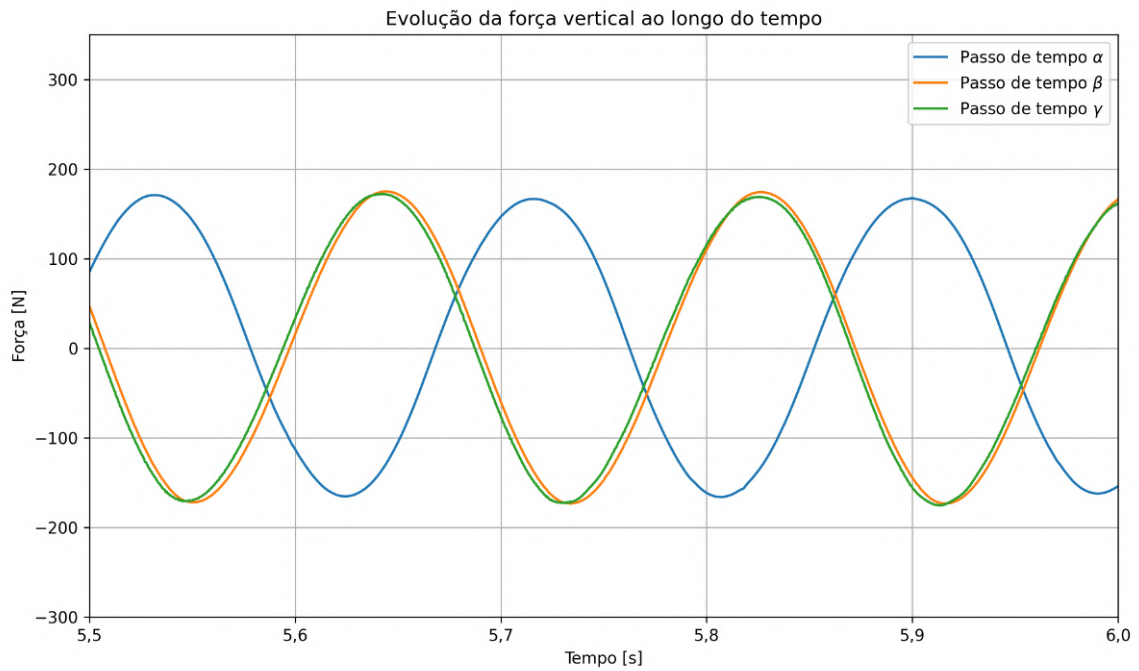


Figura 4.23: Evolução da força em y para diferentes passos de tempo na simulação HronTurekFSI3.

Esta convergência é numericamente corroborada pelos dados da Tabela 4.10 onde se percebe a proximidade dos valores do valor médio, amplitude e frequência.

Desta vez, dado serem poucas as simulações, apenas dois pontos existiriam nos gráficos da evolução dos erros relativos. Isto não faz sentido apresentar pois as retas resultantes não acrescentam qualquer informação adicional. Assim, apresentam-se apenas os vários erros relativos na Tabela 4.11.

Tabela 4.10: Valores das quantidades de comparação na análise de sensibilidade do passo de tempo na simulação HronTurekFSI3.

Malha do sólido		Quantidades de comparação			
Código	Passo de tempo [s]	$u_x \cdot e-3$ [m]	$u_y \cdot e-3$ [m]	F_x [N]	F_y [N]
α	2×10^{-3}	$-2,61 \pm 2,54$ [10,7]	$1,27 \pm 33,00$ [5,5]	$461,9 \pm 25,56$ [10,6]	$1,36 \pm 167,9$ [5,4]
β	1×10^{-3}	$-2,86 \pm 2,77$ [11,0]	$1,60 \pm 34,32$ [5,5]	$466,0 \pm 29,60$ [10,6]	$5,95 \pm 167,4$ [5,5]
γ	5×10^{-4}	$-2,80 \pm 2,72$ [10,9]	$1,84 \pm 34,28$ [5,5]	$464,9 \pm 30,02$ [10,7]	$5,84 \pm 167,5$ [5,5]

Tabela 4.11: Erros relativos em percentagem entre as simulações (α e β) com diferentes passos de tempo com a simulação de referência (γ) na forma {erro do valor médio; erro da amplitude; erro da frequência}.

Simulação	$u_x \cdot e-3$ [m]	$u_y \cdot e-3$ [m]	F_x [N]	F_y [N]
α	{7,02; 6,84; 1,85}	{36,66; 3,80; 0,00}	{0,65; 16,05; 0,94}	{124,44; 0,24; 1,83}
β	{2,12; 1,82; 0,91}	{13,95; 0,12; 0,00}	{0,24; 1,41; 0,94}	{1,87; 0,06; 0,00}

Os valores dos erros relativos são muito reduzidos para a simulação β em comparação com a simulação γ o que indica que para este passo de tempo (1×10^{-3} segundos) a solução já convergiu sendo independente do passo de tempo. Pode-se então concluir esta análise de sensibilidade com sucesso.

Em conclusão verificou-se, com confiança, a independência do passo de tempo. Por outro lado não ocorreu uma diminuição substantiva e posterior estagnação do erro relativo para se poder concluir que a solução é independente da malha do fluido e do sólido para o modelo numérico aqui usado. Contudo, os valores são relativamente próximos.

É também importante notar que Hron e Turek no seu artigo [85] de proposta desta simulação também não atingiram uma convergência acentuada das quantidades de comparação o que demonstra a complexidade desta simulação e das simulações de FSI no geral para obter os mesmos níveis de independência das malhas e do passo de tempo que se obtêm nas simulações de CFD.

4.8.4 Convergência dos processos iterativos

Em relação às variáveis tradicionais numa simulação de CFD (normalmente as componentes da velocidade e a pressão) estas variáveis seguem o típico padrão de diminuição dos resíduos ao longo das iterações até atingir a tolerância especificada. Tipicamente o

número de iterações necessário é baixo, por volta das 2 ou 3 iterações para as componentes da velocidade. Já para a pressão este número é superior (também devido ao número de corretores usados), variando sensivelmente das 10 às 100 iterações. Nota-se também que com o aumento do refinamento da malha do fluido, do sólido e do passo de tempo o número de iterações necessárias também aumenta.

Já em termos de uma simulação FSI surgem novas variáveis e a elas associadas novos processos iterativos. São estes o algoritmo de atualização da malha, os algoritmos de resolução do sólido e o próprio algoritmo de acoplamento fluido-sólido.

Em relação ao algoritmo iterativo de atualização da malha do fluido este é também de fácil convergência, mesmo para tolerâncias muito reduzidas, necessitando normalmente de apenas uma iteração para atingir o critério de convergência.

Dentro do algoritmo de resolução do sólido existem vários processos iterativos, nomeadamente o do algoritmo do modelo do material e das equações governativas. Contudo, o resíduo é normalmente expresso em relação ao cálculo do deslocamento do sólido. O número de iterações necessário para atingir o critério de convergência varia muito desde as dezenas de iterações até às centenas quando existem maiores deformações. Verificou-se também que é necessário garantir uma tolerância bastante baixa (1×10^{-8} a 1×10^{-9}) para minimizar a degeneração dos resultados.

A degeneração dos resultados está associada à acumulação de pequenos erros em todos os processos iterativos e que ao longo da simulação vão tornando-se cada vez mais significativos, alterando a solução e, portanto, os resultados. Como ilustrado na Figura 4.24 a amplitude e o valor médio vão-se alterando significativamente quando a duração da simulação é mais extensa. Este fenómeno é mais pronunciado para os valores da deformação em x onde os valores da deformação são menores e, logo, a acumulação do erro é mais visível. Ao longo do tempo os picos inferiores vão-se distanciando cada vez mais em vez de estarem aproximadamente estáveis como para $t < 6$ s aproximadamente.

Para minimizar este fenómeno é necessário baixar tanto quanto possível as tolerâncias associadas ao sólido e ao acoplamento fluido-estrutura. O problema é que para tolerâncias muito pequenas a simulação pode divergir, por isso, foi necessário encontrar um balanço tendo em conta todos estes aspetos. Para minimizar a influência destes erros todas as comparações foram feitas antes dos seis segundos.

Nota-se também que esta degeneração dos resultados pode-se dever em parte à perda de qualidade da malha do fluido ao longo da simulação, como será apresentado adiante.

Por fim, o algoritmo de acoplamento fluido-sólido é o processo iterativo que engloba muitos dos outros métodos. Assim, a performance deste algoritmo é crítica para a performance de toda a simulação. Em geral, são necessárias bastantes iterações para atingir a tolerância predefinida (depende das malhas e do passo de tempo mas por volta de meia centena). O resíduo associado à comunicação na interface é também crítico para garantir a convergência da solução pois se não convergir e atingir valores excessivamente altos além de levar ao desalinhamento do sólido com o fluido pode levar à divergência da própria simulação.

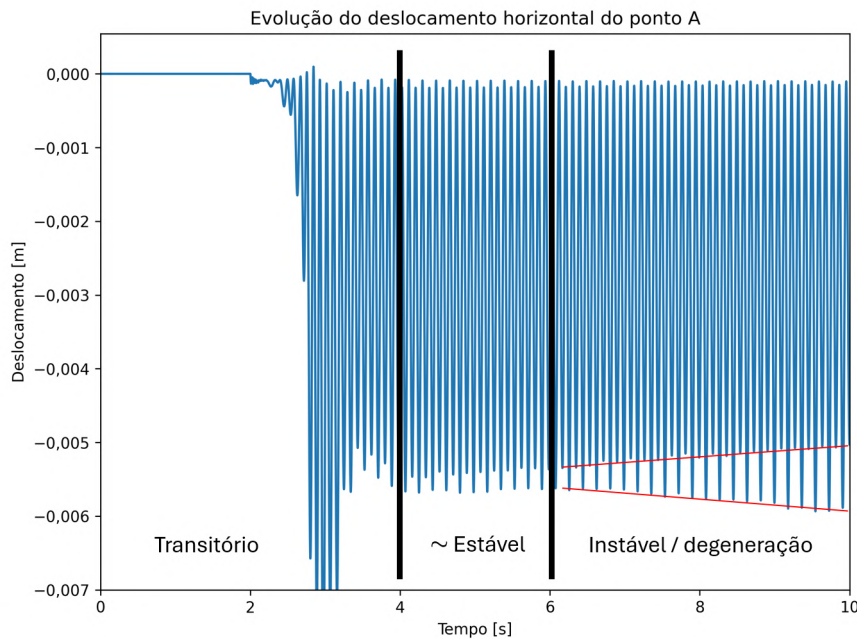


Figura 4.24: Exemplo da degeneração da solução no caso do deslocamento em x para a simulação $c-4-\beta$.

Outro ponto a notar em relação ao algoritmo do modelo sólido é que se os resíduos forem excessivamente elevados o *software* impõe automaticamente um modelo linear do material. Isto acontece quando as deformações são significativas e o algoritmo, para manter a estabilidade da simulação, faz esta simplificação de modo a poder convergir a solução. Este acontecimento ocorreu algumas vezes especialmente para simulações mais refinadas. Apesar de não ser fácil quantificar o erro introduzido por esta manobra é incontestável que este existe.

Para todas as simulações o objetivo principal foi simular 12 segundos deste caso, no entanto para as simulações mais refinadas isto não foi possível pois cada simulação divergia antes deste instante. Foi especialmente desafiante para as simulações com as malhas do fluido com muitos elementos conseguir atingir uma duração suficientemente longa onde fosse possível observar o movimento periódico do sólido sem que ocorresse a degeneração da simulação. Normalmente, foi sempre possível simular 10 segundos, as exceções foram as simulações $C-4-\gamma$ e $C-5-\alpha$ onde, com muita dificuldade, se simularam apenas 6 segundos.

A estabilidade dos algoritmos de acoplamento fluido-sólido é um ponto de estudo na literatura (por exemplo nas referências [105] e [106]). Apesar de este estudo não se focar na estabilidade da simulação, os seus efeitos foram certamente sentidos à medida que foi tentada a convergência das várias simulações e se notaram algumas conclusões em conformidade com os artigos anteriores.

O número de iterações nos vários algoritmos iterativos aumenta com o aumento do

número de elementos de cada malha mas especialmente com a diminuição do passo de tempo sendo que um passo de tempo excessivamente reduzido promove a divergência da simulação.

Como seria de esperar, a estabilidade é dependente dos esquemas e algoritmos usados, tendo um papel fundamental o esquema de discretização temporal e o modelo do sólido (sendo possível que os algoritmos aqui usados não tenham sido os ideais mas seriam necessárias mais verificações para confirmar se tal seria o caso).

Estruturas muito flexíveis são mais propensas à não convergência da solução por serem necessárias mais iterações no acoplamento fluido-estrutura.

Por fim, métodos de sub-relaxamento dinâmico (Aitken ou IQNILS por exemplo) facilitam fortemente a convergência dos processos iterativos de acoplamento. Apesar de não ter havido sucesso com o método IQNILS (possivelmente por erros do utilizador ou de código) o método Aitken foi essencial nas simulações do estudo aqui apresentado.

4.8.5 Influência do modelo do material

O modelo do material é um dos parâmetros que obviamente controla a resposta do material aos esforços a ele solicitado. Assim, foi feita uma breve análise de sensibilidade a este parâmetro de modo a avaliar a sua influência nos resultados desta simulação. Consideraram-se apenas os seguintes modelos por já abrangerem uma larga gama de deformações: Saint Venant-Kirchhoff, Neo-Hookean elástico e o modelo linear. As figuras 4.25, 4.26, 4.27 e 4.28 apresentam de forma visual e qualitativa a comparação entre os deslocamentos e forças obtidas através de cada lei do material.

Estas figuras ilustram de modo geral a parecença entre os modelos de elevada elasticidade, Saint Venant-Kirchhoff e Neo-Hookean, onde as curvas estão quase sobrepostas em todos os gráficos. Existe apenas uma ligeira diferença nos picos especialmente na força e deslocamento horizontais. Nota-se também que as curvas até estão em fase o que mostra que a evolução do escoamento é extremamente semelhante.

Já quando é usado um modelo linear as diferenças são mais significativas. No caso da força e deslocamento verticais a diferença na amplitude é diferente da dos modelos hiper-elásticos, sendo que no deslocamento a diferença não é muito significativa mas na força vertical a amplitude é substancialmente menor.

Na componente horizontal a diferença é muito significativa devido ao tratamento do material como se este apenas tivesse pequenas deformações. Com o modelo linear as deformações em x são praticamente nulas o que ilustra que o sólido deforma-se de uma forma substancialmente diferente em relação aos modelos que consideram os fenómenos não lineares.

Em termos gerais conclui-se que o modelo linear não é adequado para este problema e que a escolha entre os dois modelos hiper-elásticos não afeta significativamente os resultados obtidos.

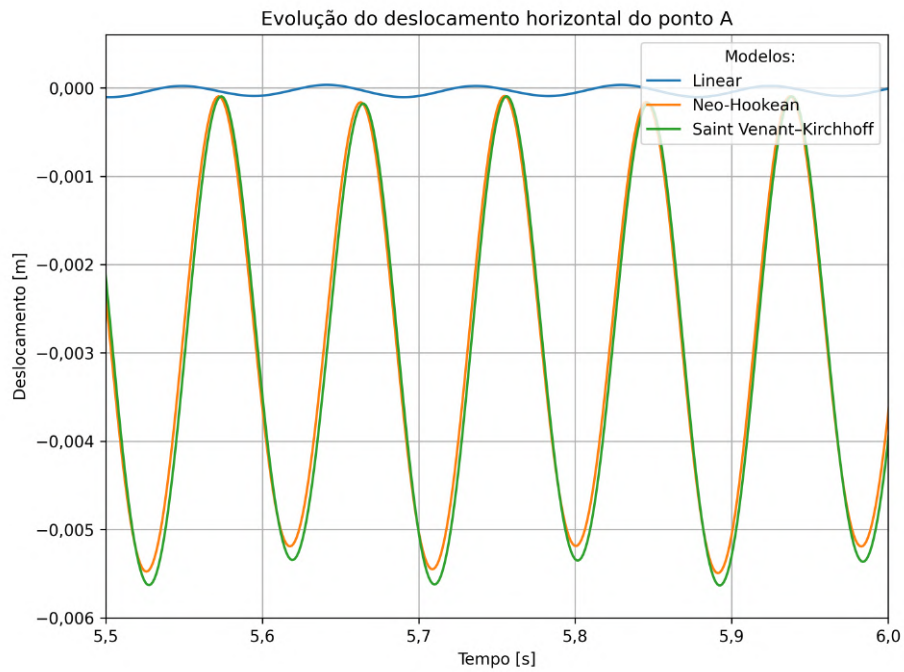


Figura 4.25: Evolução do deslocamento horizontal para vários modelos do material na simulação HronTurekFSI3.

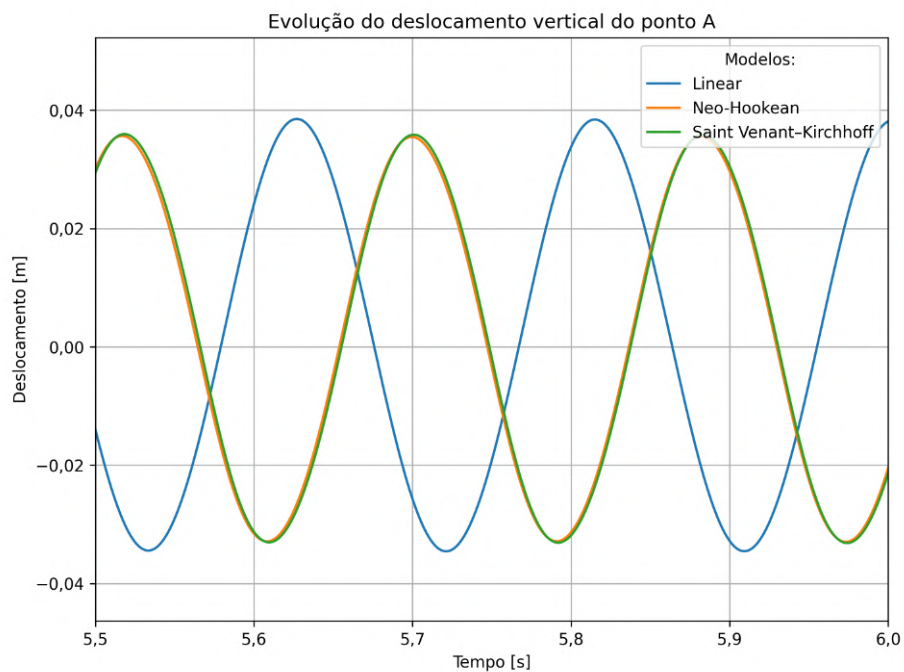


Figura 4.26: Evolução do deslocamento vertical para vários modelos do material na simulação HronTurekFSI3.

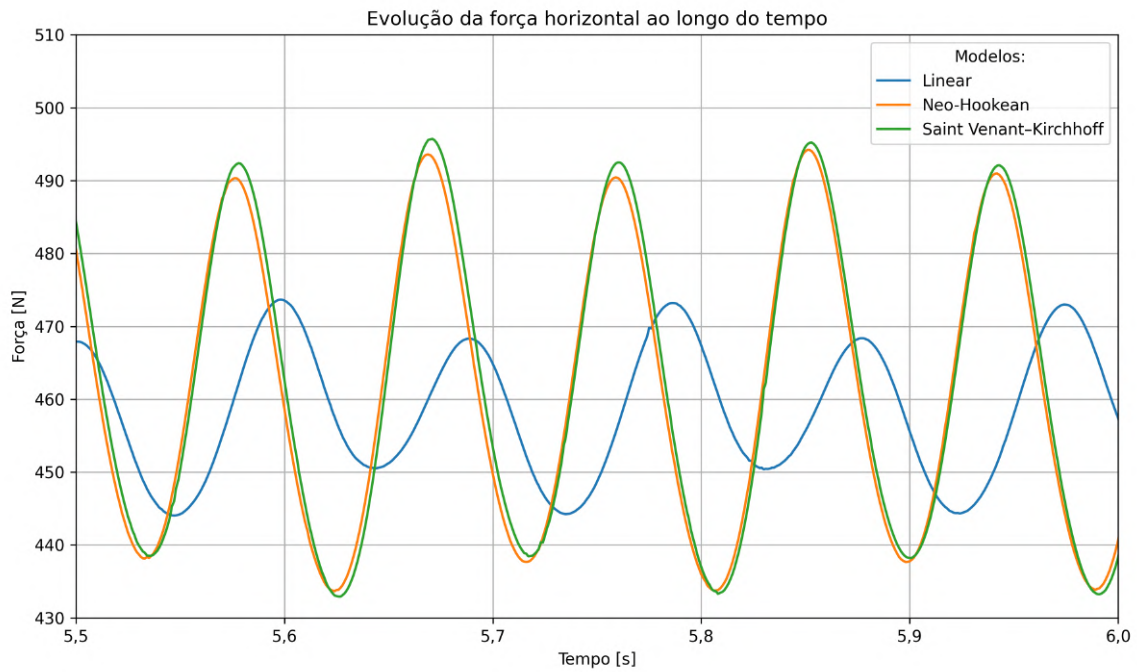


Figura 4.27: Evolução da força em x para vários modelos do material na simulação HronTurekFSI3.

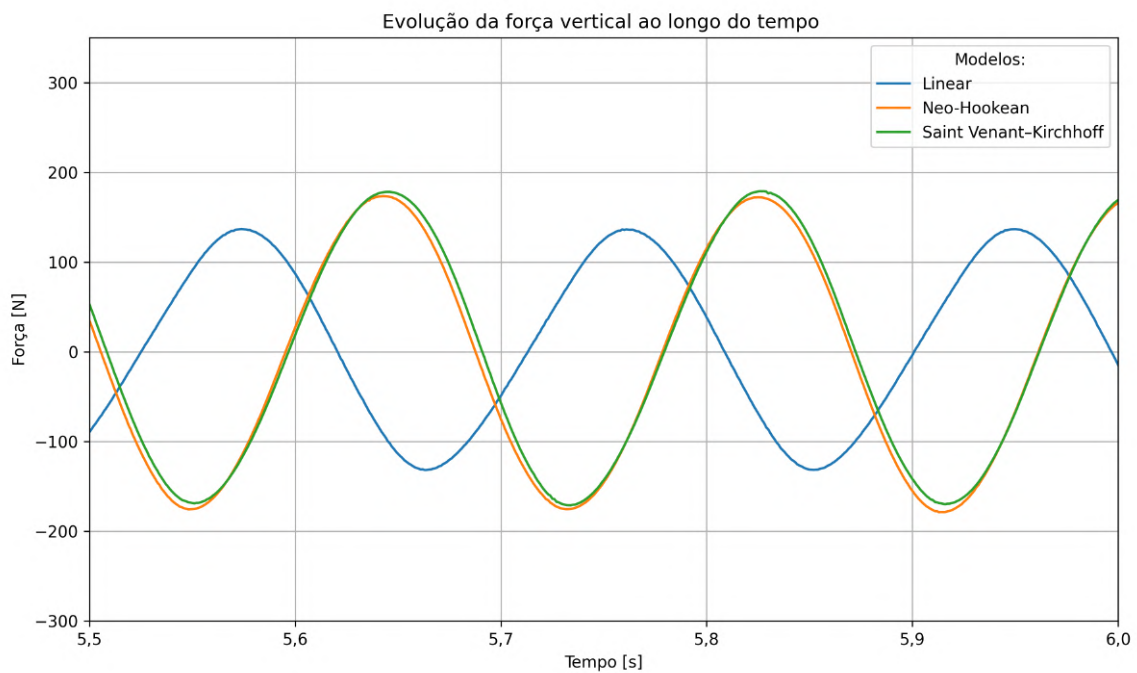


Figura 4.28: Evolução da força em y para vários modelos do material na simulação HronTurekFSI3.

4.8.6 Simulação em série vs em paralelo

As simulações anteriormente apresentadas foram corridas em paralelo. Serve este capítulo para estudar a influência da divisão do domínio para correr a simulação em paralelo

quando comparada com uma simulação em série. Foi usada a simulação C-3- α nesta análise.

As figuras 4.29, 4.30, 4.31 e 4.32 ilustram esta comparação em termos do deslocamento e forças.

De modo geral os resultados são semelhantes mas com diferenças significativas em alguns pontos. São nas componentes horizontais onde a diferença é mais significativa. A componente vertical apresenta uma maior sobreposição dos resultados mas com diferenças relativas especialmente na amplitude e frequência.

Contudo, a quantidade de excelência nesta simulação, o deslocamento vertical, é muito semelhante entre ambos os casos.

As diferenças relativas devem-se essencialmente aos erros na divisão e comunicação de dados no caso paralelo - esta é a explicação mais sensata uma vez que a complexidade adicional de uma simulação em paralelo inevitavelmente introduz alguns erros associados à maior quantidade de interpolações e outros cálculos realizados.

É também de referir que todos os parâmetros da simulação foram ajustados para o caso em paralelo, logo, é possível que a simulação não esteja otimizada para correr em série.

Em conclusão, continua a ser preferível correr a simulação em paralelo dado existir uma drástica diminuição do tempo de simulação (aproximadamente 2,5 vezes mais rápida) enquanto que os resultados apesar de diferentes apenas o são ligeiramente.

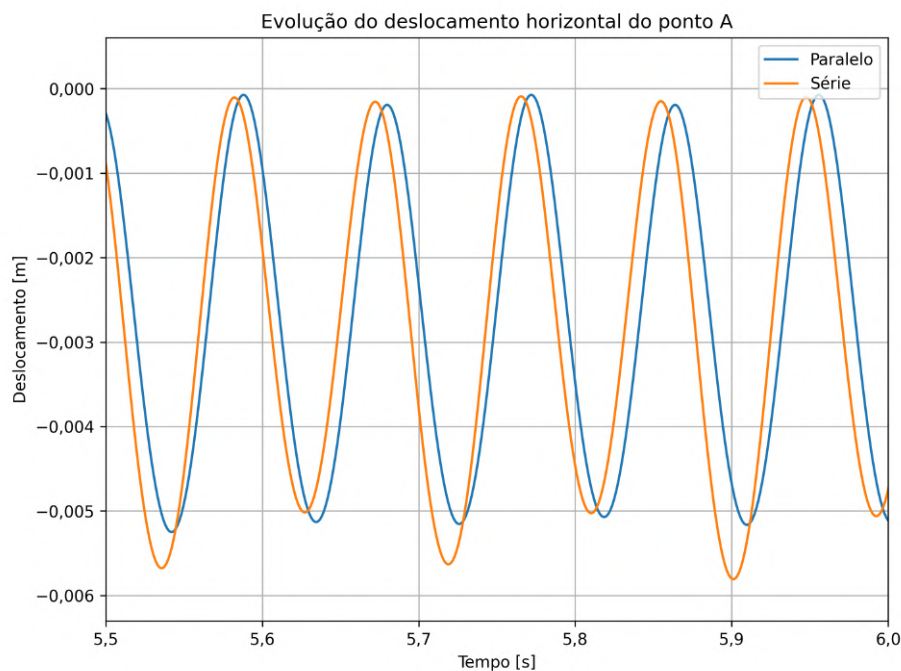


Figura 4.29: Comparação do deslocamento horizontal entre uma simulação em série com a mesma simulação em paralelo.

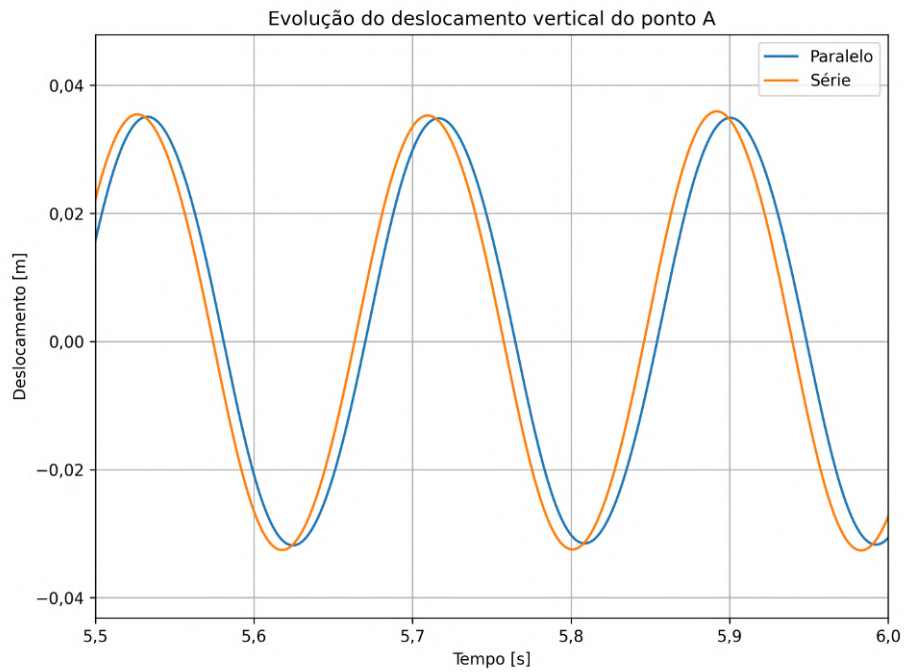


Figura 4.30: Comparação do deslocamento vertical entre uma simulação em série com a mesma simulação em paralelo.

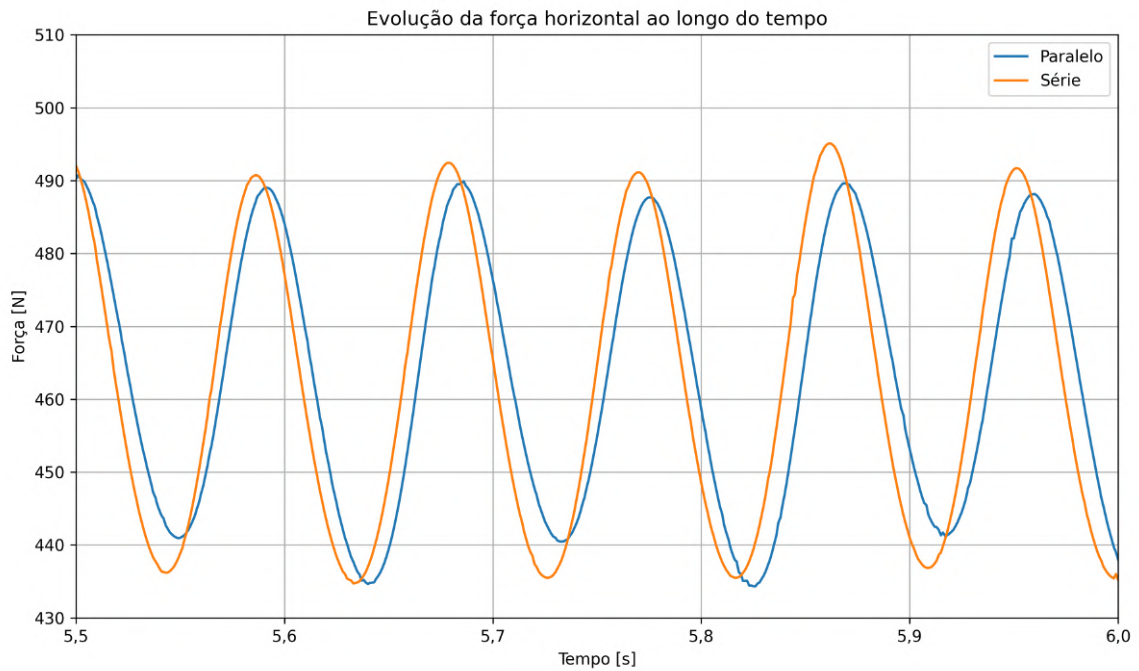


Figura 4.31: Comparação da força horizontal entre uma simulação em série com a mesma simulação em paralelo.

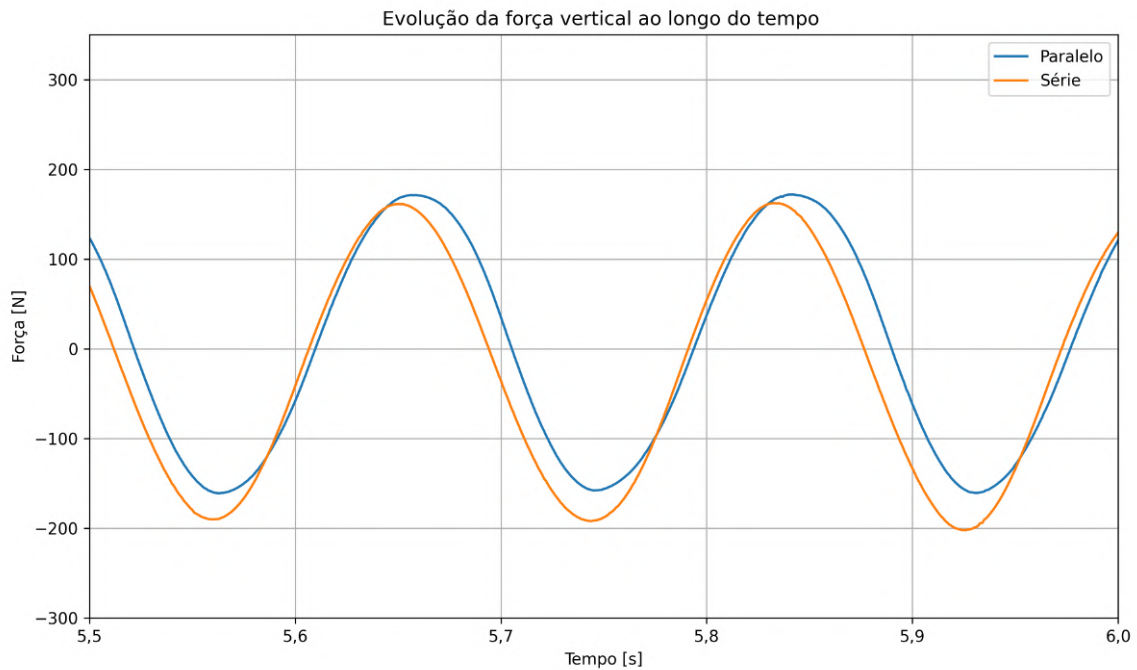


Figura 4.32: Comparação da força vertical entre uma simulação em série com a mesma simulação em paralelo.

4.8.7 Evolução da qualidade da malha

Um tópico anteriormente introduzido foi a atualização da malha e a progressiva perda de qualidade à medida que a simulação avança no tempo. Este subcapítulo tem como objetivo avaliar de forma geral este fenómeno.

As figuras 4.33 e 4.34 ilustram a disposição da malha do fluido em instantes diferentes mas onde a configuração do sólido é aproximadamente a mesma.

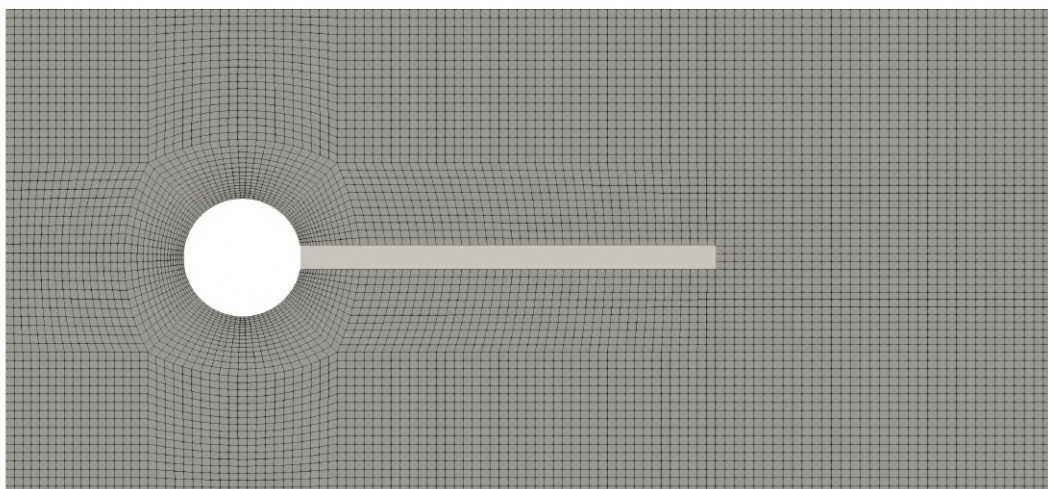


Figura 4.33: Malha do fluido no instante inicial.

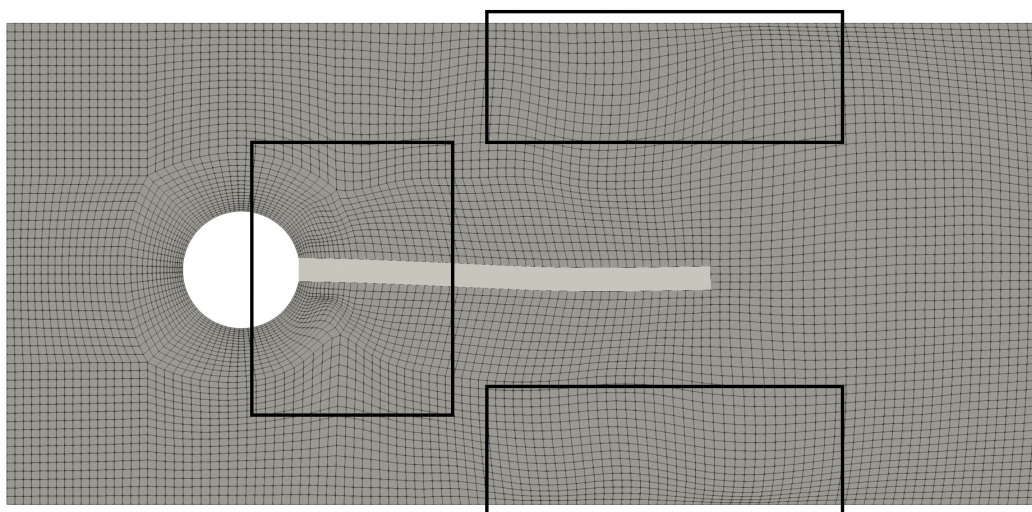


Figura 4.34: Malha do fluido no instante $t = 6$ s onde a configuração do sólido é aproximadamente igual à do instante $t = 0$ s.

Apesar de o sólido não estar exatamente na mesma configuração nas duas imagens, é clara a diferença entre a posição dos elementos de cada malha, especialmente nas zonas assinaladas na Figura 4.34. De facto, esta é uma deformação permanente da malha uma vez que permanece mesmo para outros instantes de tempo onde o sólido encontra-se numa disposição completamente diferente. Este fenómeno está relacionado com a forma como a malha é atualizada a cada instante de tempo, neste caso através do método *velocityLaplacian* implementado no *OpenFOAM*. É possível que seja devido à acumulação do erro ou à incorreta escolha de alguns parâmetros relativos à atualização da malha.

Esta distorção ao longo do tempo tem tendência a piorar a qualidade da malha. Este facto foi demonstrado pela comparação de vários parâmetros de qualidade nos instantes $t = 0$ s e $t = 6$ s apresentados na Tabela 4.12.

Enquanto visualmente a perda de qualidade pode não ser óbvia, através da Tabela 4.12 torna-se claro que existem vários parâmetros que se vão alterando ao longo da simulação e, normalmente, para pior.

O primeiro parâmetro, o *Aspect Ratio* máximo (um índice de proporcionalidade das células), é o único que não varia. Isto é facilmente explicado porque originalmente as células com um maior *Aspect Ratio* são aquelas mais à direita no domínio, longe da zona de interesse, e, como a malha é atualizada junto da interface com uma difusão proporcional ao inverso do quadrado da distância, estas células nem sequer são atualizadas devido à elevada distância.

O segundo parâmetro é a não-ortogonalidade. Neste, a evolução negativa é clara uma vez que a não-ortogonalidade começa relativamente baixa (tanto em termos médios como máximos) e aumenta gradualmente conforme a simulação continua. A não-ortogonalidade

Tabela 4.12: Evolução dos vários parâmetros de qualidade da malha do fluido ao longo do tempo para a simulação C-4- β

Instantes de tempo	<i>Aspect Ratio</i> máximo	Não-ortogonalidade		Assimetria máxima
		Média	Máxima	
t = 0,0 s	17,03	4,79	25,47	0,41
t = 2,5 s	17,03	4,77	25,72	0,42
t = 3,0 s	17,03	6,45	28,91	0,45
t = 4,0 s	17,03	6,17	29,12	0,50
t = 5,0 s	17,03	6,65	36,87	0,52
t = 6,0 s	17,03	7,26	35,93	0,54
t = 7,0 s	17,03	7,78	42,99	0,58
t = 8,0 s	17,03	8,42	53,72	0,60
t = 9,0 s	17,03	8,62	57,31	0,61
t = 10,0 s	17,03	9,28	62,29	0,70

média quase que duplica entre $t = 0s$ e $t = 10s$ e em termos de valores máximos mais que duplica. Sendo este um parâmetro de elevada importância para a correta resolução de vários algoritmos e até para a estabilidade da simulação esta perda de qualidade é preocupante.

Em relação à assimetria máxima, esta também sofre um aumento ao longo da simulação até a um valor de 0,7 aos dez segundos a partir dos 0,4 iniciais, um valor bastante elevado. Mais uma vez este é um parâmetro importante pois com valores elevados de assimetria a interpolação apresentará maiores erros.

Assim, conclui-se que realmente existe também uma degeneração da malha ao longo da simulação com uma perda da qualidade nos parâmetros da não-ortogonalidade e da assimetria. Esta perda de qualidade afeta cada valor calculado pelos modelos numéricos que se baseiam na malha do fluido e, logo, vão alterando os resultados através da propagação dos erros numéricos.

4.8.8 Performance das simulações

Por fim, um tópico também importante em CFD é a performance das simulações, especialmente em termos de duração. Isto é ainda mais verdade para simulações de FSI onde o cálculo de cada simulação pode facilmente demorar semanas ou mais mesmo para casos aparentemente simples.

Assim, de forma compacta, apresentam-se as durações das várias simulações realizadas ao longo deste estudo de modo a avaliar a variação da sua duração em função dos níveis de refinamento anteriormente apresentados. Todas estas simulações foram corridas na mesma máquina usando 6 processadores, cada um com uma velocidade base de 3,7 GHz para simular 10 segundos na simulação. Os dados estão apresentados sob a forma de três gráficos na Figura 4.35, um para cada análise de sensibilidade.

Como seria de esperar, a duração de cada simulação aumenta conforme se aumenta o número de elementos ou se diminui o passo de tempo. Contudo, esta relação não

é linear mas sim aproximadamente logarítmica. Isto revela que é o próprio processo de acoplamento FSI que demora uma porção substancial do tempo total e à medida que a simulação é mais refinada a componente associada à resolução dos domínios do fluido/sólido assume cada vez um peso menor.

Este é um estudo simples e com poucos casos mas fornece uma visão geral de como evolui a duração das simulações quando se refinam as malhas ou o passo de tempo. Outros parâmetros que também influenciam fortemente a duração são os valores das tolerâncias, contudo, esta é uma análise complexa que pode ser explorada num futuro trabalho juntamente com outros parâmetros.

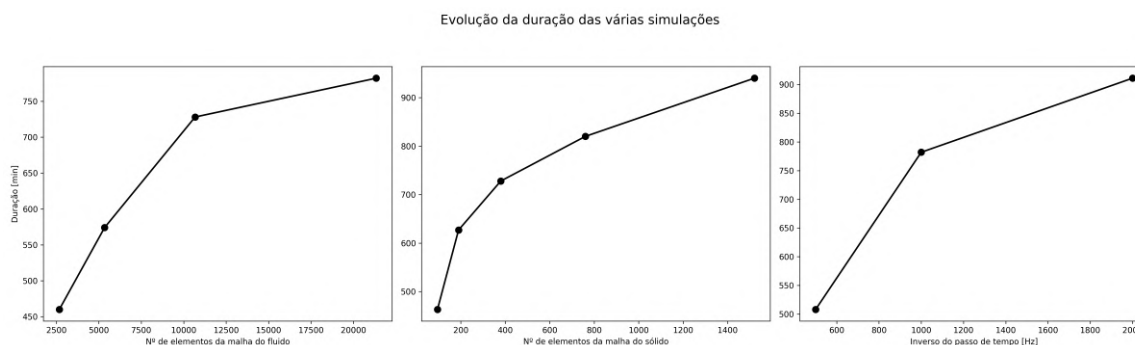


Figura 4.35: Gráficos relativos às durações das várias simulações do caso HronTurekFSI3.

4.9 Validação

4.9.1 Comparação com resultados da literatura

Idealmente é feita a validação do modelo numérico através da comparação com dados experimentais. Contudo, neste estudo, apenas é realizada uma comparação com dados na literatura deste caso de FSI padrão pela falta de tempo.

Como já apresentado anteriormente este é um caso padrão de FSI documentado e proposto por Hron e Turek no seu artigo [85] para a comparação de códigos numéricos.

Nesta comparação optou-se por usar uma simulação consistente na medida em que se garantiu a convergência de todos os processos iterativos e onde a degeneração ao longo do tempo foi mínima. Esta é a simulação $C-4-\beta$, que corresponde aproximadamente ao mesmo número de elementos de cada malha e passo de tempo usados por Tukovic et al. [71] com o mesmo *software* aqui usado (OpenFOAM + solids4faom). Isto reforça a ideia de que esta combinação de malhas e de passo de tempo fornece resultados fidedignos, ou, que pelo menos resultam numa simulação estável.

Assim, apresenta-se na Tabela 4.13 a comparação dos valores obtidos numericamente neste estudo com os resultados padrão sugeridos por Hron e Turek e na Tabela 4.14 a comparação com os resultados de Tukovic et al. de modo a fazer uma comparação cruzada com mais de uma referência. Para simplificar e compactar a apresentação dos

erros relativos em relação ao valor médio (erro 1), amplitude (erro 2) e frequência (erro 3) estes são apresentados na forma {erro 1; erro 2; erro 3}.

Tabela 4.13: Comparação dos valores calculados neste estudo com os valores de referência de Hron e Turek [85] através do erro relativo na simulação HronTurekFSI3.

	$u_x \cdot e-3$ [m]	$u_y \cdot e-3$ [m]	F_x [N]	F_y [N]
Calculado	$-2,86 \pm 2,77$ [11,0]	$1,60 \pm 34,32$ [5,5]	$466,0 \pm 29,60$ [10,6]	$5,95 \pm 167,4$ [5,5]
Referência	$-2,69 \pm 2,53$ [10,9]	$1,48 \pm 34,38$ [5,3]	$457,3 \pm 22,66$ [10,9]	$2,22 \pm 149,8$ [5,3]
Erros relativos [%]	{-6,1; 9,1; 0,9}	{7,8; -0,2; 3,7}	{1,9; 26,6; -2,8}	{91,3; 11,1; 3,7}

Em termos gerais, os erros apresentados na Tabela 4.13 são aceitáveis estando normalmente abaixo dos 10%. As exceções são o erro relativo da amplitude na força horizontal e no valor médio da força vertical onde existe uma elevada discrepância. Vale a pena notar que na análise de sensibilidade da malha do sólido quanto mais elementos maior a proximidade com o valor de referência, esta pode ser uma explicação da diferença. O elevado erro relativo do valor médio de F_y não tem uma explicação óbvia pois todas as análises de sensibilidade mostraram que este é um valor muito volátil.

Tabela 4.14: Comparação dos valores calculados neste estudo com os valores de referência de Tukovic et al. [71] através do erro relativo na simulação HronTurekFSI3.

	$u_x \cdot e-3$ [m]	$u_y \cdot e-3$ [m]	F_x [N]	F_y [N]
Calculado	$-2,86 \pm 2,77$ [11,0]	$1,60 \pm 34,32$ [5,5]	$466,0 \pm 29,60$ [10,6]	$5,95 \pm 167,4$ [5,5]
Referência	$-2,72 \pm 2,58$ [11,1]	$1,67 \pm 33,84$ [5,5]	$459,2 \pm 24,86$ [10,9]	$1,59 \pm 155,9$ [5,5]
Erros relativos [%]	{5,0; 7,1; -0,9}	{-4,3; 1,4; 0,0}	{1,5; 17,4; -2,8}	{115,6; 7,1; 0,0}

Já na comparação com os resultados de Tukovic et al. (Tabela 4.14) os erros relativos são ligeiramente inferiores. Dado terem sido usados os mesmos *softwares*, um modelo numérico semelhante, aproximadamente o mesmo número de elementos para o fluido e sólido e o mesmo passo de tempo, esta aproximação dos resultados é esperada. Contudo, mais uma vez o valor médio da força vertical apresenta um erro demasiado elevado. Este trata-se de um erro sistemático que deve estar relacionado a um (ou mais) parâmetros usados nesta simulação.

Algo a notar é a assimetria no deslocamento e força vertical tanto nos dados aqui obtidos como nos estudos anteriormente citados. O valor médio destas quantidades deveria ser zero, o que não acontece; assim, não tendo esta discrepância uma razão física, deve-se então dever ao método numérico.

Em suma, pode-se dizer que os resultados obtidos neste estudo estão sensivelmente próximos dos resultados de referência obtidos por outros autores na literatura. No entanto,

existem ainda erros sistemáticos que devem ser corrigidos para que haja uma maior confiança nesta análise. Um trabalho futuro poderia expandir a comparação a uma validação para avaliar a realidade dos resultados obtidos.

4.9.2 Análise física do escoamento

Este capítulo tem como objetivo estudar os resultados da simulação HronTurekFSI3 numa perspectiva física de modo a fazer uma validação dos fenómenos físicos que acontecem ou que deviam acontecer nesta simulação.

Ao longo deste capítulo vão sendo apresentadas algumas figuras mas no Apêndice B são fornecidas muitas mais de forma a documentar a totalidade da simulação através de imagens do sistema. Todas as figuras apresentadas em apêndice são da simulação $C-4-\beta$.

Primeiro, é feita uma análise do escoamento do fluido através do campo de pressões e da deformação da membrana pela magnitude do deslocamento. São estas as variáveis usadas no mapa de cor das figuras em apêndice.

A figuras 4.36, 4.37, 4.38 e 4.39 ilustram o início da simulação nos instantes de tempo 0,1; 0,2 e 0,3 segundos.

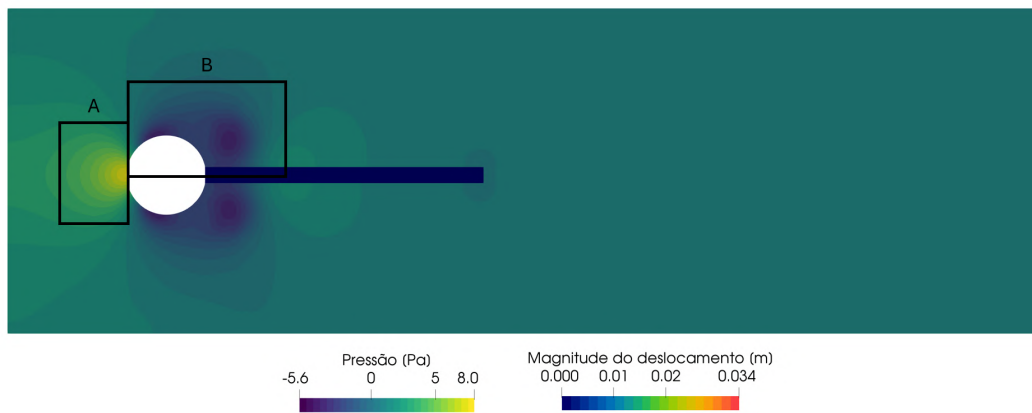


Figura 4.36: Imagem do estado da simulação HronTurekFSI3 no instante inicial $t = 0,1$ s.

Na primeira figura verifica-se uma pressão mais elevada na zona A como esperado devido ao contacto do fluido com um local pontual (ponto de estagnação) do cilindro. Esta pressão diminui à medida que o fluido acelera e contorna o cilindro até ocorrer a separação. Também como previsto, na zona de separação a pressão é mais baixa que na região envolvente. Este gradiente de pressão leva à formação de vórtices na esteira do cilindro que se desenvolvem ao longo da membrana até se dissiparem como ilustrado nas figuras seguintes.

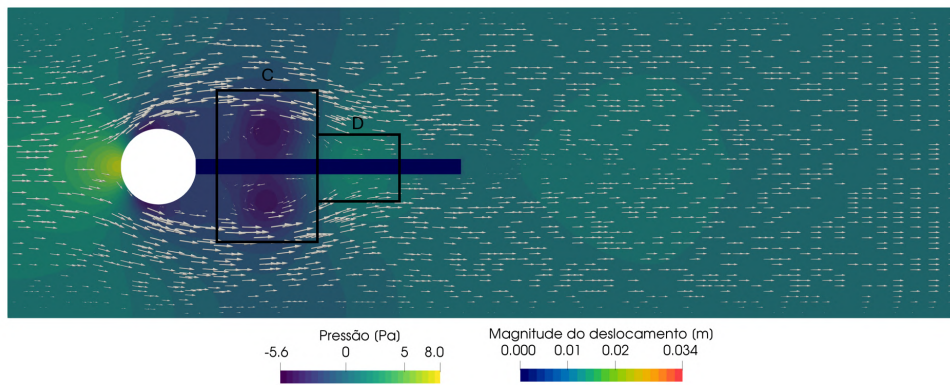


Figura 4.37: Imagem do estado da simulação HronTurekFSI3 no instante inicial $t = 0,2$ s.

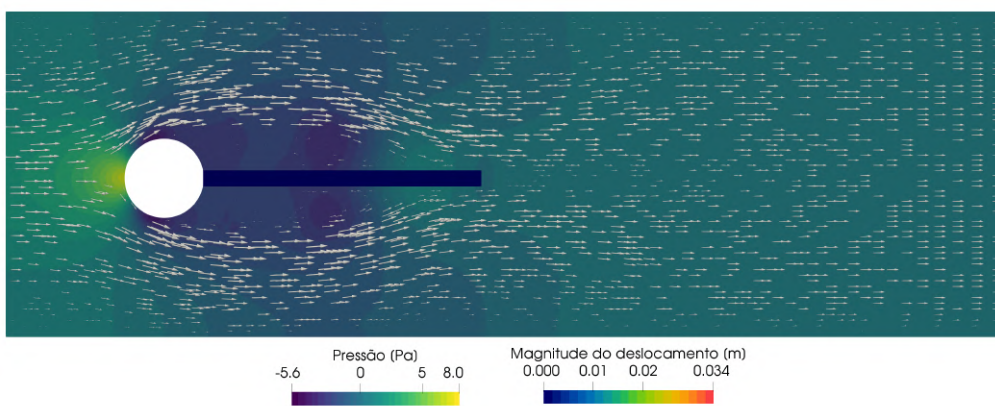


Figura 4.38: Imagem do estado da simulação HronTurekFSI3 no instante inicial $t = 0,3$ s.

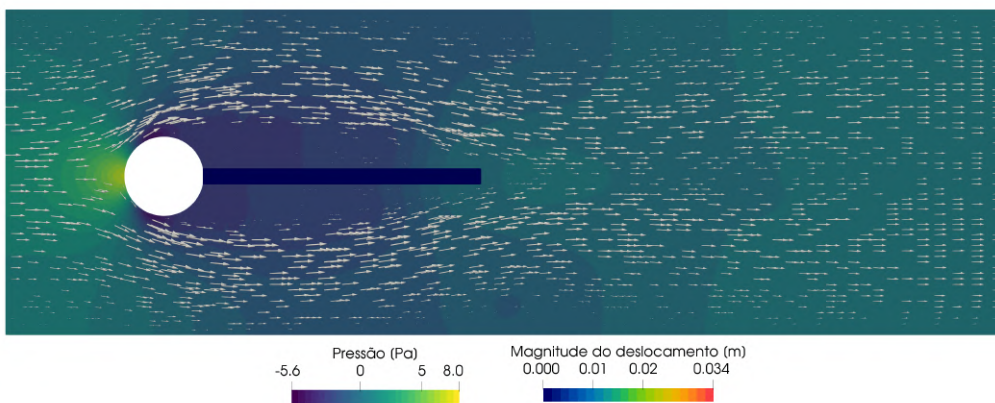


Figura 4.39: Imagem do estado da simulação HronTurekFSI3 no instante inicial $t = 0,4$ s.

Neste caso, devido à presença da membrana na esteira, é formado um vórtice de cada lado, cada um associado a uma zona de baixa pressão como ilustrado na Figura 4.37 na zona C. Relembra-se que nesta simulação o acoplamento entre o fluido e o sólido só é ativado aos dois segundos, neste momento a membrana comporta-se apenas como um corpo rígido e fixo.

Na Figura 4.37 estão também representados alguns vetores de velocidade do fluido de modo a auxiliar a visualização do escoamento. É possível notar a separação do escoamento devido ao cilindro e o posterior recolamento na membrana na zona D. A zona interior de baixa pressão é um local de recirculação e depois do recolamento a velocidade é maioritariamente horizontal mas com menor intensidade no centro. Todos estes aspetos são os esperados num caso deste tipo.

As figuras 4.38 e 4.39 ilustram a progressão do escoamento ao longo dos instantes iniciais bem como a progressão dos vórtices em 4.37 até diminuírem muito de intensidade. A bolha de recirculação acaba por ocupar a membrana na sua totalidade.

Assim, os instantes iniciais aparentam estar qualitativamente corretos pois apresentam os fenómenos que se esperariam obter neste caso. Outro momento relevante é o da transição que ocorre aos dois segundos quando é ativado o acoplamento fluido-sólido.

Assim, apresentam-se nas figuras 4.40, 4.41 e 4.42 alguns momentos após esta transição onde começa a ocorrer a deformação do sólido pela primeira vez. Aos dois segundos, o escoamento permanece muito semelhante ao da Figura 4.39 aos 0,4 segundos.

Depois, para $t = 2,65$ s já é possível notar uma deformação significativa da membrana nas zonas E1 e E2. Esta configuração, com a deformação no meio e na ponta, é o resultado do campo de pressões que se foi alterando desde os 2 segundos até criar um diferencial de pressões significativo entre os dois lados da membrana para levar à sua deformação. Em $t = 3$ s a deformação é ainda mais significativa.

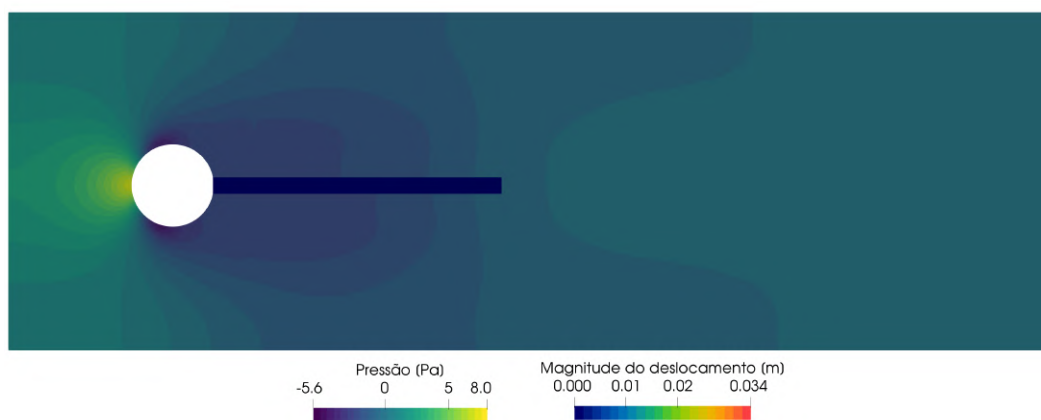


Figura 4.40: Imagem do estado da simulação HronTurekFSI3 no instante inicial $t = 2,0$ s.

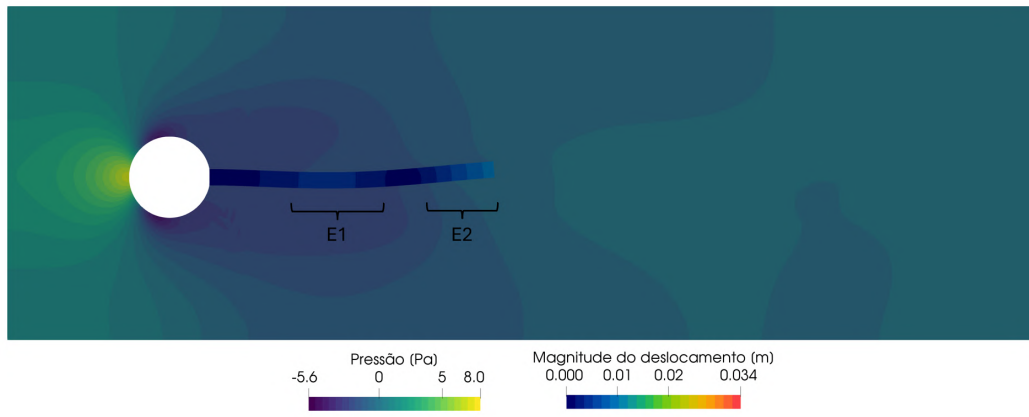


Figura 4.41: Imagem do estado da simulação HronTurekFSI3 no instante inicial $t = 2,65$ s.

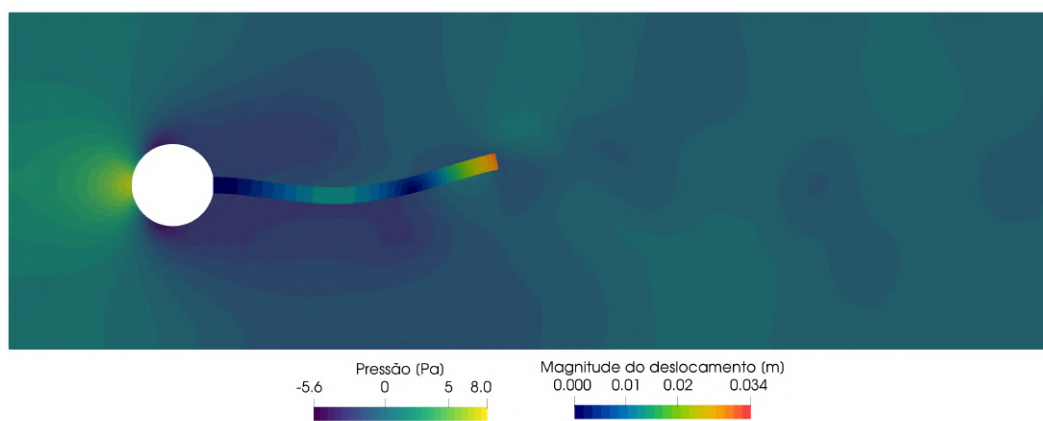


Figura 4.42: Imagem do estado da simulação HronTurekFSI3 no instante inicial $t = 3,0$ s.

O que acontece depois é o progressivo aumento da amplitude do movimento vertical da ponta da membrana à medida que o escoamento atinge uma natureza periódica aos quatro segundos. Apesar de não ser fácil descobrir o modo de deformação do sólido analiticamente, este aparenta ser realista uma vez que, como seria de esperar, é a extremidade da membrana que exhibe os maiores níveis de deslocamento e aproximadamente a meio do sólido este apresenta um deslocamento inverso ao da ponta, como ilustrado nas figuras anteriores. Contudo, uma correta validação da deformação do corpo inteiro apenas poderá ser feita através da comparação com dados experimentais.

Para finalizar, analisam-se alguns instantes da simulação quando esta é periódica. Para tal, recorre-se às imagens 4.43 à 4.48 de modo a visualizar, instante a instante, o que acontece no escoamento durante 0,1 segundos.

Estas imagens mostram a evolução do campo de pressão devido à associação das interações do fluido com o cilindro e do fluido com a membrana flexível. Como visto antes, o cilindro cria um campo de vorticidade que induz o movimento do sólido. Este, por sua vez, ao mover-se cria zonas de baixa pressão como ilustrado especialmente na Figura 4.45. Este diferencial de pressão retarda o movimento do sólido até que este inverta o seu movimento como da Figura 4.45 para a 4.46. Depois, a situação é a inversa, cria-se um campo de baixa pressão do outro lado da membrana e o processo reverso ocorre, daí tornar-se num movimento periódico. De um ponto de vista físico qualitativo esta é uma situação muito plausível.

Nota-se também através da Figura 4.46 os vórtices que remanescem da interação FSI e marcados por F1, F2 e F3 a jusante do cilindro e membrana. Estes vórtices são também visíveis na Figura 4.49 através de um campo de velocidades por cores onde é bastante visível a perturbação na esteira causada pelo sólido flexível. Além disso, é também possível confirmar que a velocidade média estabelecida à entrada do sistema é aproximadamente a velocidade média do escoamento e que o perfil parabólico de velocidade à entrada também foi bem aplicado.

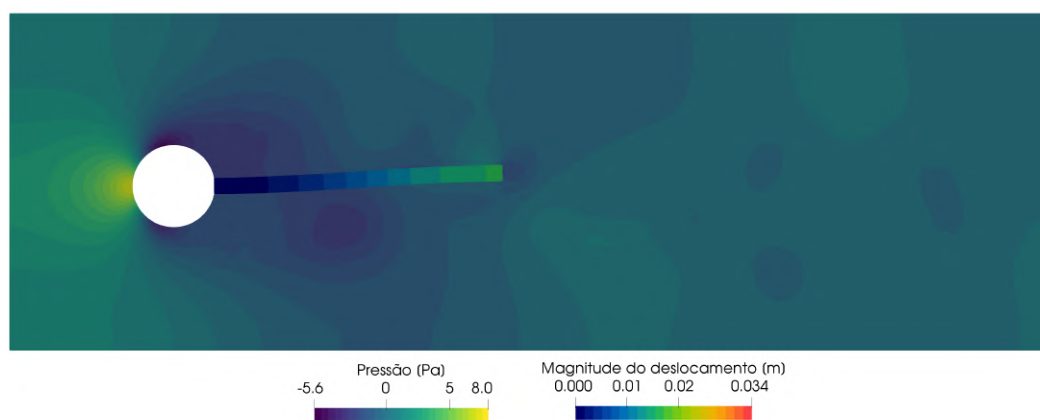
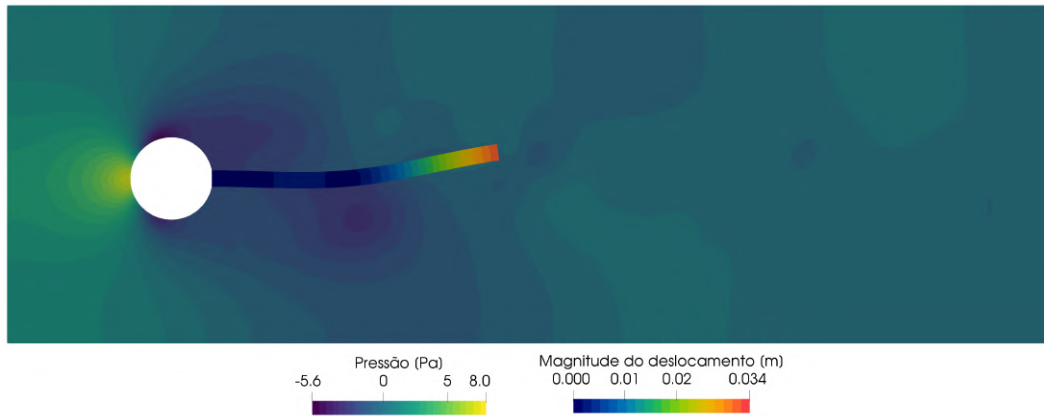
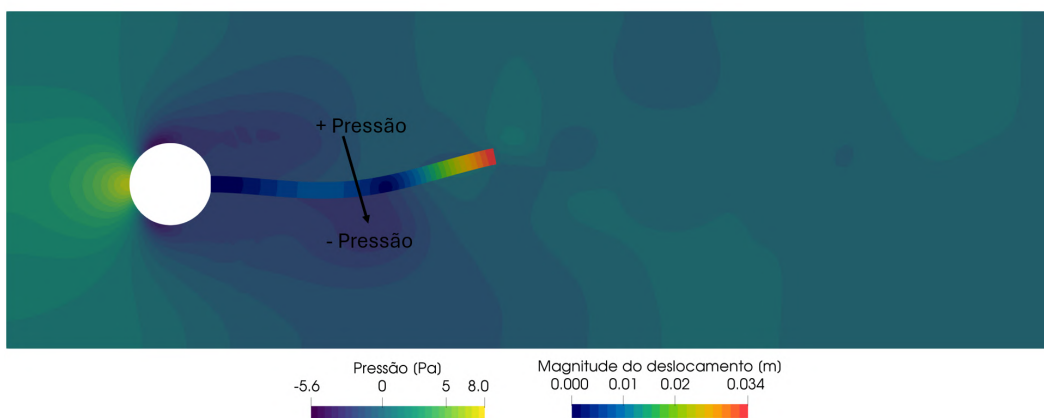
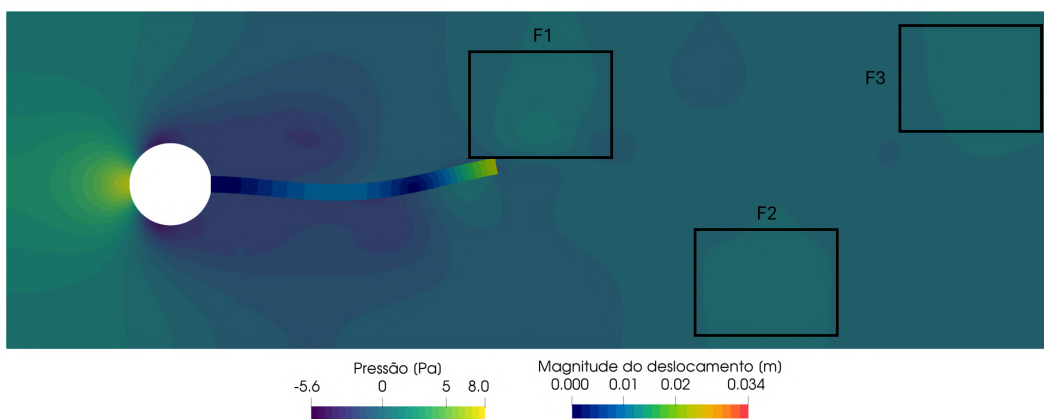


Figura 4.43: Imagem do estado da simulação HronTurekFSI3 no instante inicial $t = 5,50$ s.

Figura 4.44: Imagem do estado da simulação HronTurekFSI3 no instante inicial $t = 5,52$ s.Figura 4.45: Imagem do estado da simulação HronTurekFSI3 no instante inicial $t = 5,54$ s.Figura 4.46: Imagem do estado da simulação HronTurekFSI3 no instante inicial $t = 5,56$ s.

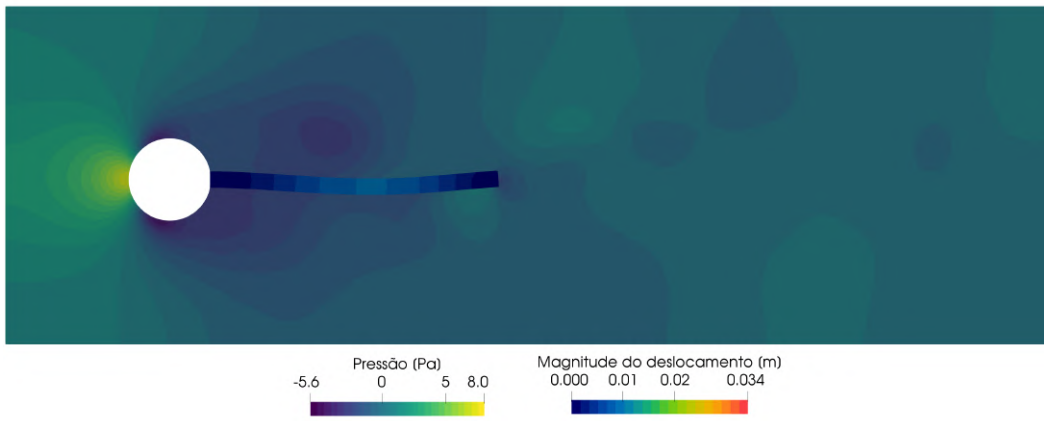


Figura 4.47: Imagem do estado da simulação HronTurekFSI3 no instante inicial $t = 5,58$ s.

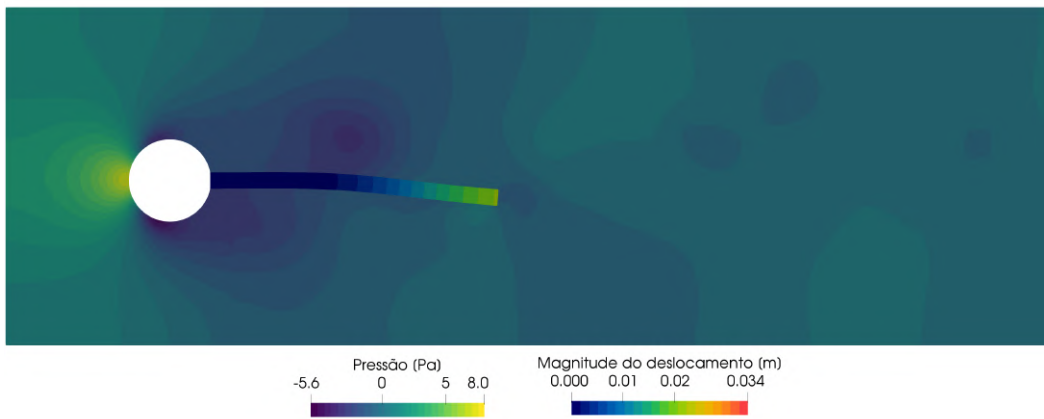


Figura 4.48: Imagem do estado da simulação HronTurekFSI3 no instante inicial $t = 5,60$ s.

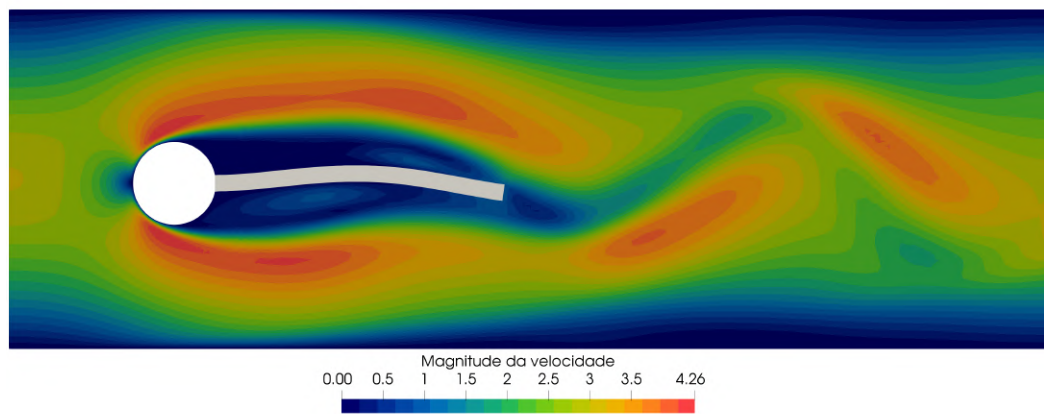


Figura 4.49: Imagem do estado da simulação HronTurekFSI3 no instante inicial $t = 5,66$ s.

Para finalizar, aborda-se rapidamente o tópico das tensões a que o sólido está sujeito. Como ilustrado nas figuras 4.50 e 4.51, onde são apresentadas as distribuições das tensões de maior intensidade, os locais de interesse são aqueles onde ocorre compressão e tração da membrana levado a tensões normais e tangenciais de maior intensidade, como esperado. Já na ponta da membrana é onde se notam os maiores valores de tensão, este resultado pode-se dever a erros numéricos ou à concentração das tensões nos cantos, apesar de este valor dever ser apenas pontual.

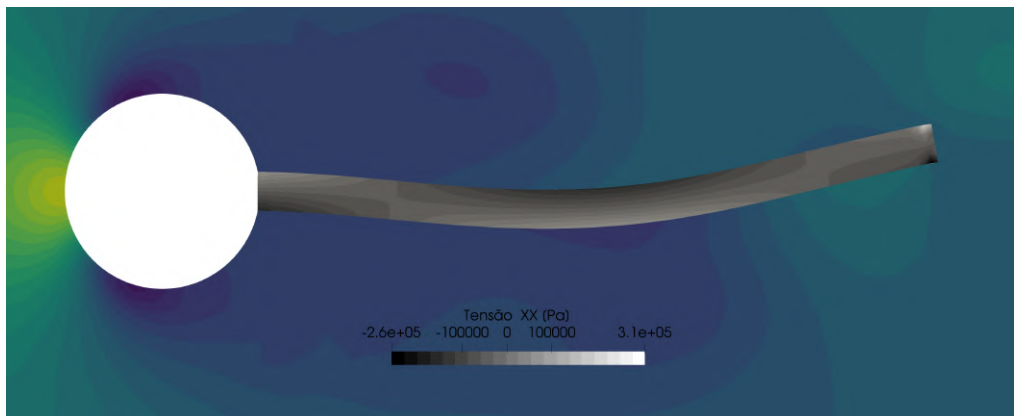


Figura 4.50: Representação do campo da tensão normal em X no sólido na simulação HronTurekFSI3.

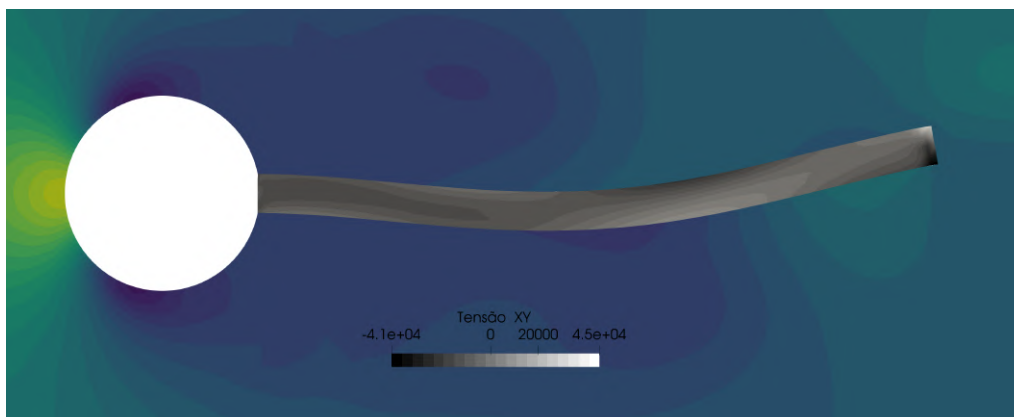


Figura 4.51: Representação do campo da tensão de corte em XY no sólido na simulação HronTurekFSI3.

Todas as informações anteriormente apresentadas aumentam a credibilidade da simulação e dos seus resultados. Contudo, volta-se a referir que esta é apenas uma análise crítica dos resultados e não uma validação.

SIMULAÇÃO DO *SLOSHING*

Como referido anteriormente, a validação e verificação de um problema de sloshing permite validar e verificar o código numérico no que toca a simulações multifásicas.

5.1 Introdução ao *sloshing*

O fenómeno de *sloshing* refere-se ao movimento da superfície livre que separa dois fluídos dentro de um recipiente parcialmente preenchido e é causado por qualquer excitação externa que transfira energia para o recipiente e posteriormente aos fluidos interiores causando o seu movimento [107]. Este movimento é ilustrado esquematicamente na Figura 5.1 num tanque de dimensões $a \cdot b$ preenchido com um fluido até a altura h .

Este é um problema matemático difícil de resolver, uma vez que a superfície livre é não linear e a sua posição varia com o tempo (não conhecida *a priori*). Assim, não existe uma solução analítica genérica até à data. Além disso, a densidade e outros parâmetros variam de célula para célula em função da fração volúmica. E para garantir uma interface quase descontínua, é necessário utilizar uma malha altamente refinada, a fim de evitar a dispersão da fração volumétrica.

Deste modo, este capítulo foca-se no estudo do fenómeno de *sloshing* num tanque bidimensional pela resolução das equações de Navier-Stokes num método de volumes finitos e usando a formulação VOF (Volume of Fluid) para modelar a superfície livre. De seguida validam-se os resultados através da comparação com resultados experimentais.

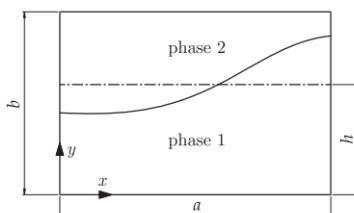


Figura 5.1: Esquema do fenómeno de *sloshing* [108].

5.2 Caso em estudo

O caso de estudo aqui apresentado é o de um tanque retangular semi-preenchido com água e com uma abertura no topo de modo a que o segundo fluido seja o ar à pressão atmosférica.

Considera-se um tanque 1000 x 600 x 200 mm enchido com água até à marca dos 150 mm e submetido a uma excitação quasi-periódica angular, situação esta ilustrada esquematicamente na Figura 5.2.

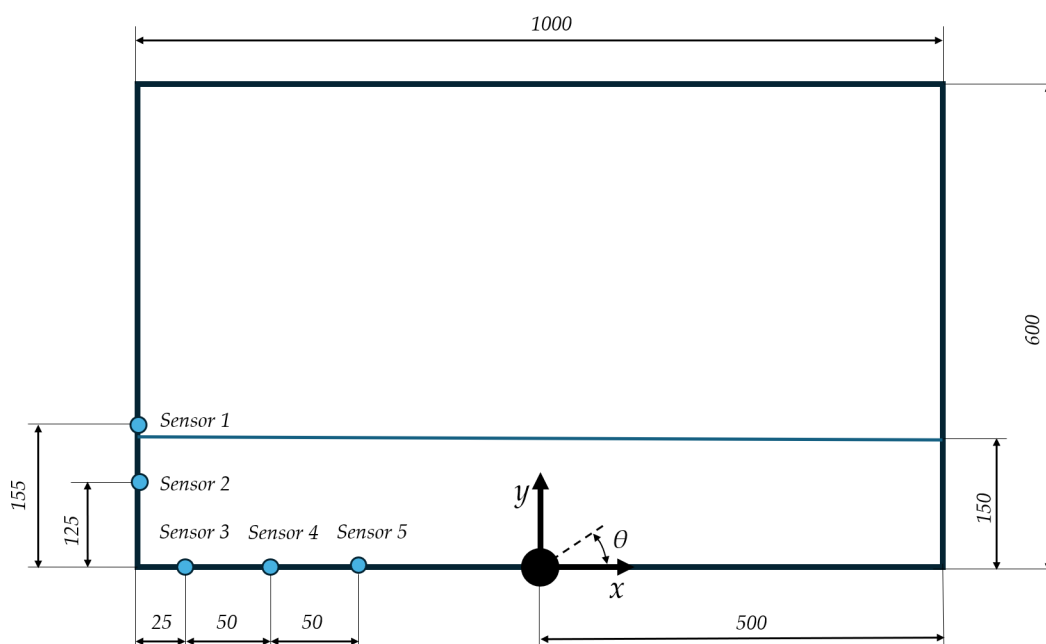


Figura 5.2: Esquema do caso do sloshing - geometria e posição dos sensores de pressão.

O centro de rotação está localizado a meio da parede inferior do tanque (na origem do referencial da Figura 5.2).

A Figura 5.3 apresenta o ângulo de rotação θ do tanque em função do tempo. Estes dados foram obtidos experimentalmente através de um sensor digital de rotação que mede o ângulo do tanque segundo um passo de tempo de 0,001 segundos, guardando posteriormente a informação num ficheiro. Foi necessário aplicar uma operação de suavização para minimizar as descontinuidades nos dados (que são inevitavelmente obtidas pela utilização de um motor de passo mas impercetíveis a olho nu). Estas descontinuidades causariam picos de pressão irrealistas quando o passo de tempo da simulação fosse pequeno.

É importante notar que as dimensões do contentor, o período e amplitude da excitação não levam ao fenómeno de ressonância, tendo estes valores sido ajustados para que não ocorresse a rebentação das ondas nas paredes do reservatório.

O líquido utilizado foi água à temperatura ambiente podendo esta ser considerada como um fluido newtoniano com as propriedades em unidades S.I. indicadas na Tabela 5.1.

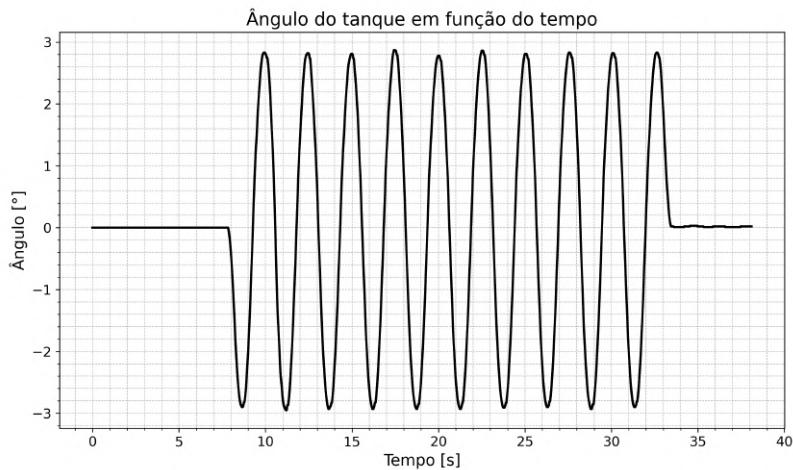


Figura 5.3: Variação do ângulo de excitação com o tempo.

Tabela 5.1: Propriedades físicas (em unidades SI) da água e do ar a 15 °C. Sendo ρ a massa volúmica, ν a viscosidade cinemática e σ_S a tensão superficial.

	ρ	ν	σ_S
Água	999,0	$1,134 \times 10^{-6}$	0,0728
Ar	1,225	$1,790 \times 10^{-5}$	–

Serão estas as propriedades usadas na simulação numérica de modo a replicar o problema em estudo e assim validar este método para casos de *sloshing*.

5.3 Dados experimentais

Os dados experimentais aqui usados para validação são cortesia de Francisco Bernardo no decorrer da sua tese de doutoramento na NOVA FCT .

A montagem desta experiência tem como objetivo aplicar um movimento de rotação controlado a um tanque com água com e sem uma membrana flexível na superfície da água. Nas seguintes figuras ilustra-se a montagem usada de diversos ângulos, o modelo 3D CAD da montagem e as peças principais da montagem.

O mecanismo de excitação é um motor de passo (1) ligado a uma biela (2) que transmite o movimento de rotação a um eixo (3) e por sua vez ao tanque de vidro (4) de 1000 x 600 x 200 mm suportado por uma estrutura metálica estável (5).

Os sensores de pressão digitais (6) e o sensor de rotação (7) comunicam a informação a sistemas de aquisição de dados (8) que, por sua vez, são ligados a um computador.

Uma câmara de alta velocidade (9) é colocada de frente para o tanque de modo a capturar sucessivas imagens da água, onde são colocadas pequenas partículas suspensas, para avaliar o campo de velocidades pela técnica PIV com o auxílio de um LED (10) potente para melhor iluminação.

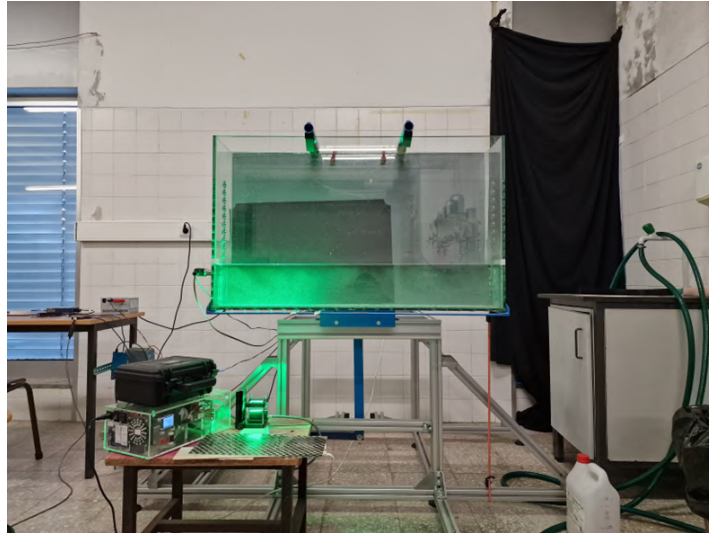


Figura 5.4: Fotografia da montagem geral vista de frente.

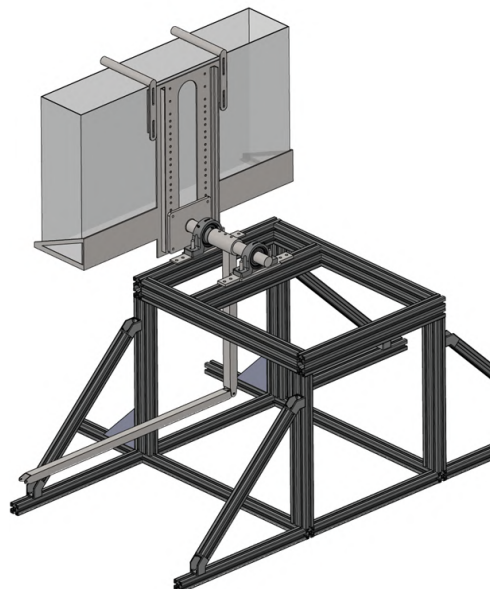


Figura 5.5: Modelo 3D CAD da montagem experimental.

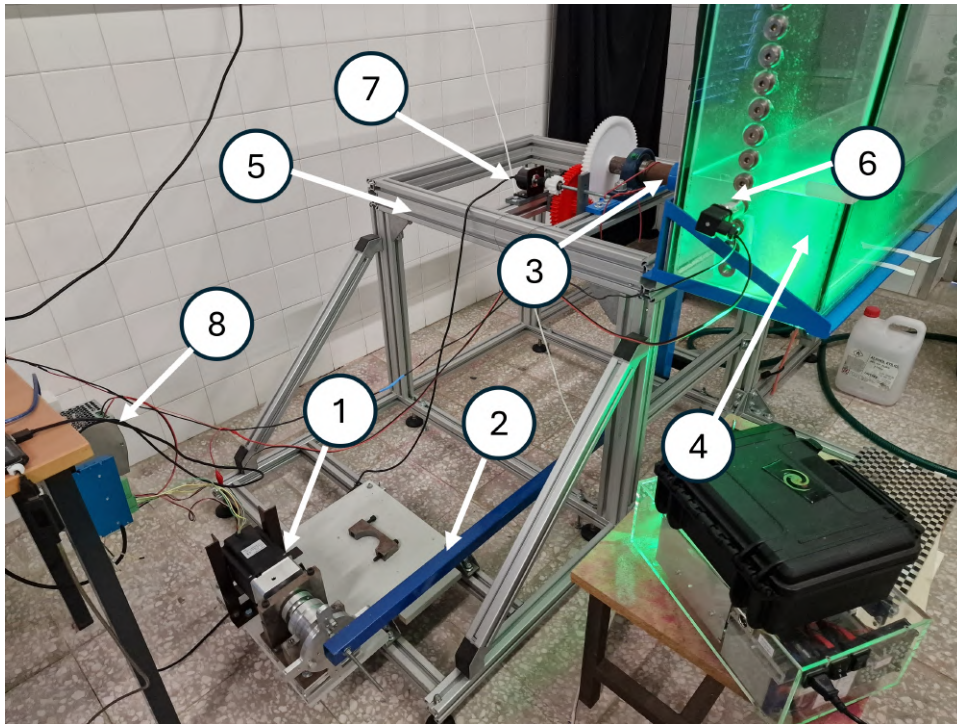


Figura 5.6: Fotografia da montagem vista de perspectiva onde estão numeradas diversas peças (1 a 8).

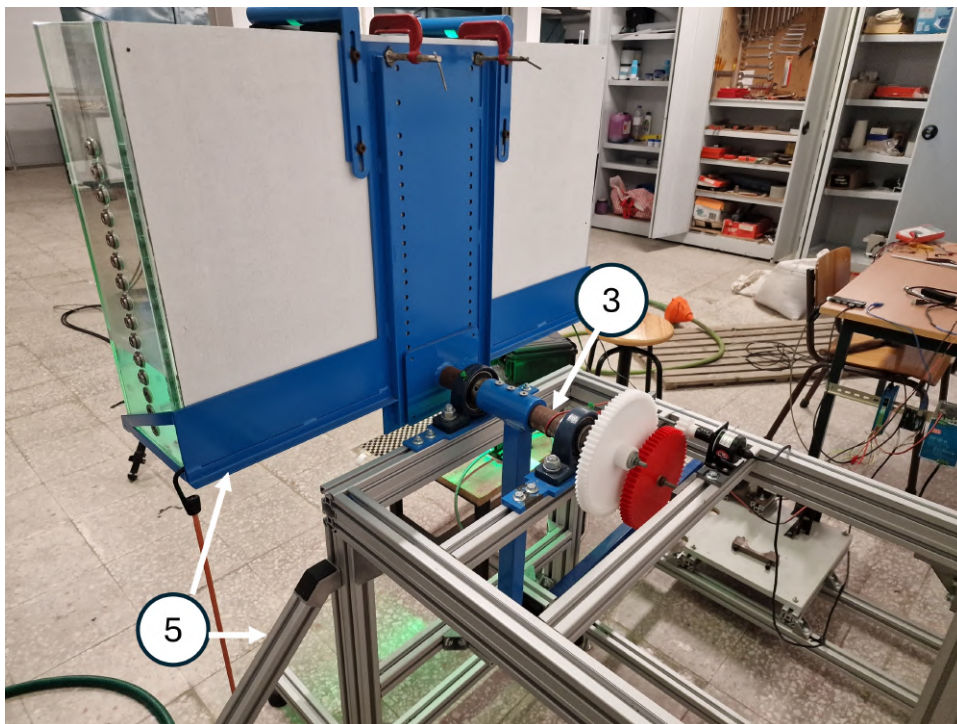


Figura 5.7: Fotografia da montagem vista de trás onde é visível o suporte e o mecanismo de rotação.

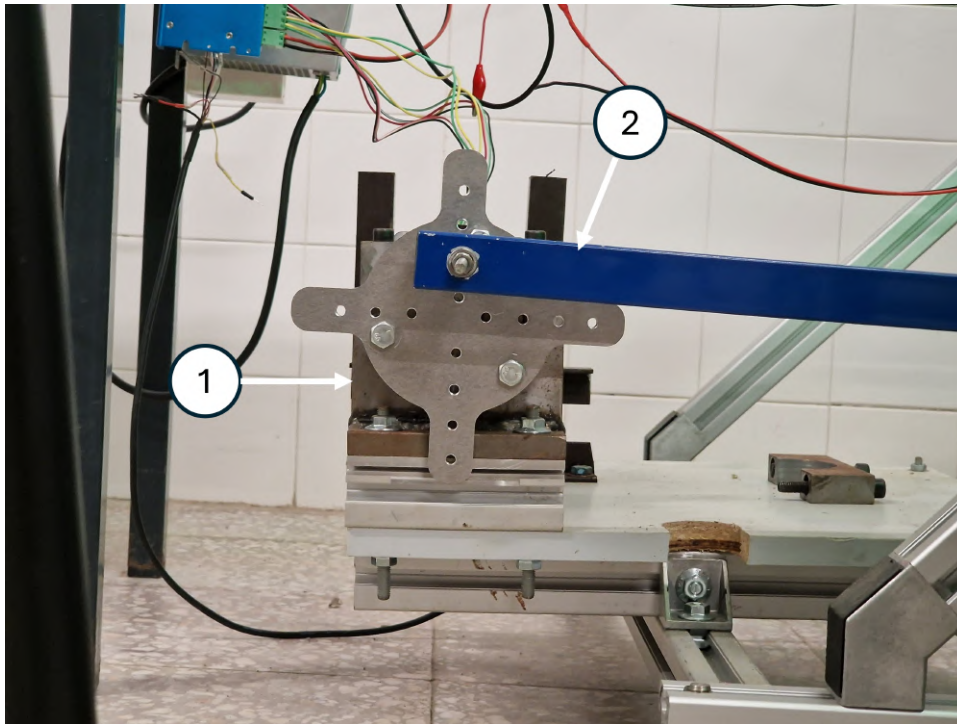


Figura 5.8: Fotografia do mecanismo que transforma a rotação do motor de passo no movimento da biela que, posteriormente, leva ao movimento do tanque.

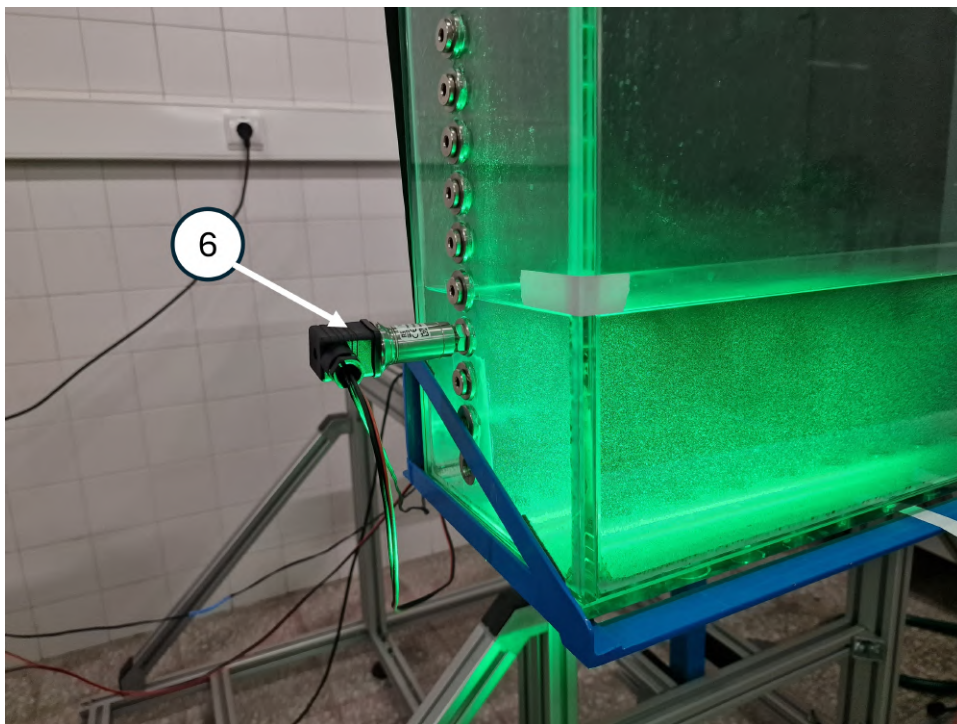


Figura 5.9: Fotografia do tanque com as várias entradas para os sensores e com um dos sensores digitais de pressão.

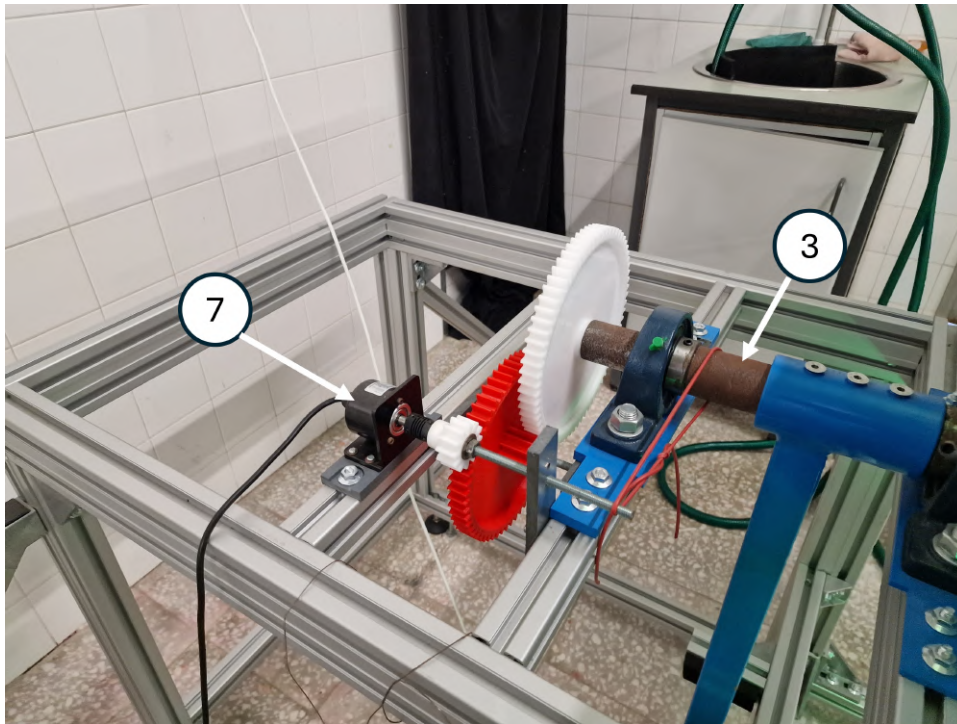


Figura 5.10: Fotografia do mecanismo de rotação do tanque e da medição da rotação pela associação de engrenagens e de um sensor de rotação.

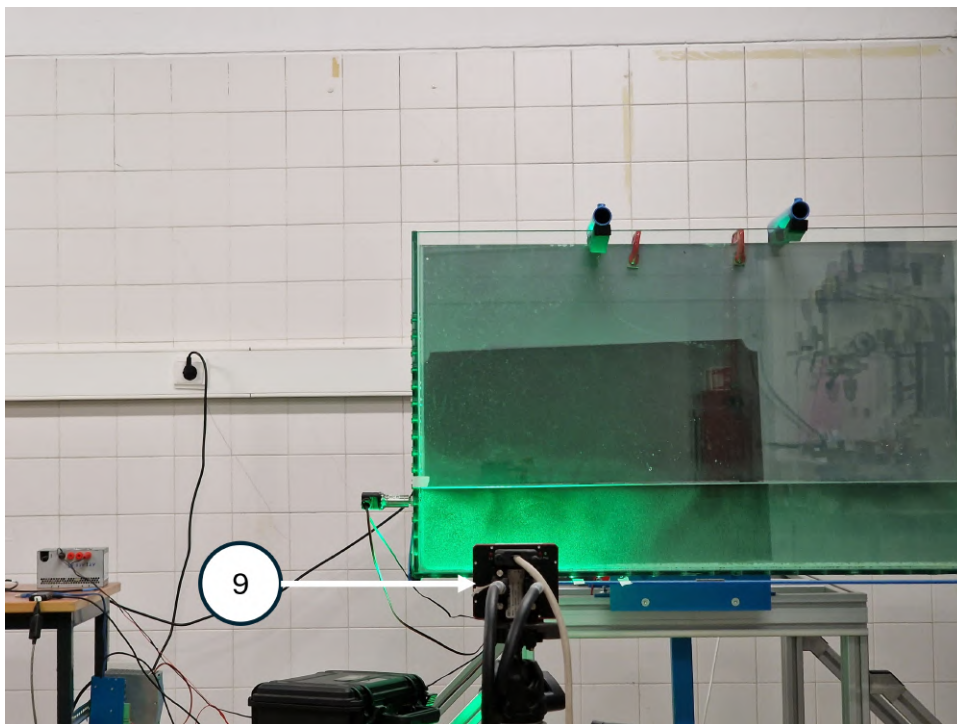


Figura 5.11: Fotografia da câmara de alta velocidade direcionada para o tanque de modo a captar o seu movimento.

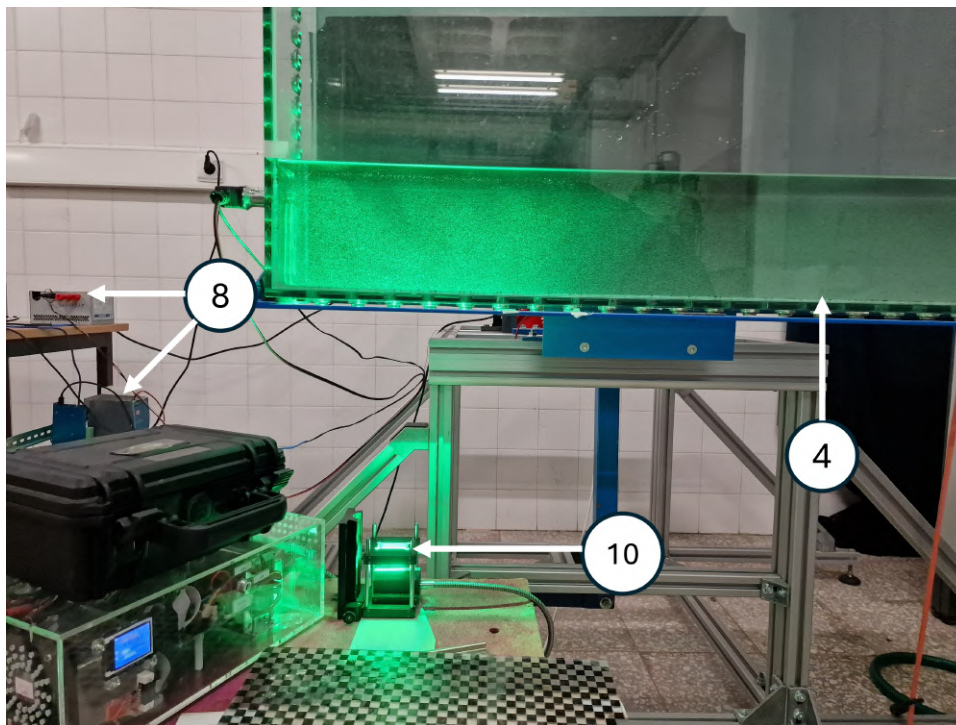


Figura 5.12: Fotografia do tanque a ser iluminado pelo LED verde para a técnica PIV.

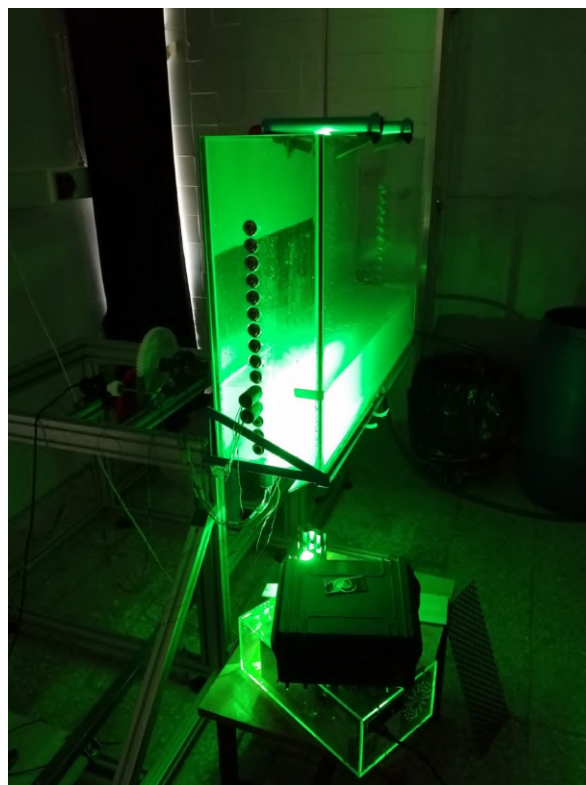


Figura 5.13: Fotografia da montagem vista de perspectiva em que o tanque está iluminado com um LED para facilitar o PIV.

5.4 Modelo numérico

Para simular este problema recorreu-se ao método dos volumes finitos para a resolução das equações de Navier-Stokes bem como equações adicionais que permitam o acoplamento entre as variáveis.

Para simplificação considerou-se o caso bidimensional dado o problema não mostrar uma elevada dependência da espessura do reservatório, podendo-se assim definir malhas mais refinadas numa só face com um menor esforço computacional, simplificando o problema.

Considerou-se também o escoamento como laminar pelas seguintes razões: como não se está perto do fenómeno de ressonância o movimento da água não é severo, as velocidades são relativamente baixas e não ocorre rebentação; além disso, os modelos de turbulência são mais complexos e exigem um maior poder computacional e dado este ser um dos casos de validação a realizar não se justifica o maior tempo despendido quando os resultados seriam semelhantes.

5.4.1 Malha

Uma das dificuldades da simulação numérica do *sloshing* é a do constante movimento da superfície livre ao longo do tempo, ou seja, a zona que se pretende muito refinada (a superfície livre para obter a interação dos dois fluidos e a evolução da crista da onda) é uma superfície variável e não fixa, dificultando assim a criação de uma malha única.

Um método já usado na literatura é a de malhas adaptativas que adaptam o tamanho dos elementos conforme parâmetros pré-estabelecidos. Um problema óbvio desta abordagem é a falta de repetibilidade, ou seja, reproduzir o mesmo problema sempre com a mesma malha para obter os mesmos resultados.

Assim, optou-se por usar uma malha estruturada retangular uniforme, com o princípio de construção ilustrado na Figura 5.14. Este método tem a vantagem de ser muito fácil na etapa da construção da malha uma vez que apenas é necessário definir o tamanho dos elementos em x e y (Dx e Dy). Na Figura 5.15 apresenta-se uma das malhas usadas como exemplo.

A desvantagem desta estratégia é que, sendo a malha uniforme, existem espaços que estão a ser desnecessariamente refinados enquanto outros podiam ter um maior nível de refinamento. Para malhas muito refinadas o tempo de simulação é também muito elevado dado o reduzido tamanho dos elementos necessários para resolver satisfatoriamente a superfície livre serem aplicados a toda a malha.

No subcapítulo da análise de sensibilidade da malha são dadas mais informações sobre as malhas usadas.

Em termos de qualidade, estas malhas são ideais pois têm uma proporção (*Aspect Ratio* igual à unidade (são elementos quadriláteros), o parâmetro da não-ortogonalidade é zero tanto em termos médios como no valor máximo e o parâmetro da assimetria (*Skewness*)

também é nulo. Apenas por aproximações no número de elementos é que estes parâmetros se alteram, mantendo-se, contudo, sempre muito próximos destes valores.

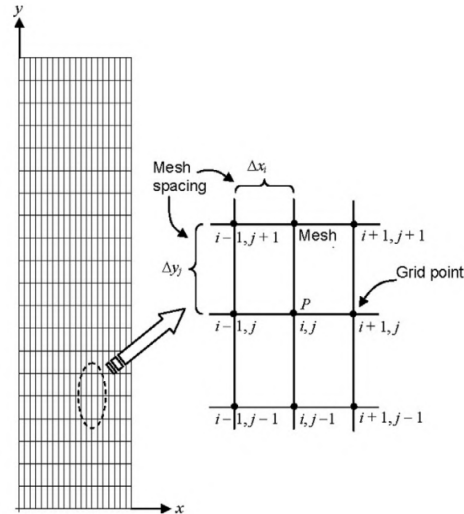


Figura 5.14: Esquema de uma malha estruturada retangular [109].

5.4.2 Condições fronteira

As condições de fronteira neste problema referem-se essencialmente às paredes do reservatório e ao topo do reservatório.

Em relação às paredes, estas são estáticas (em termos de movimento relativo entre elas) e é aplicada a condição de não escorregamento, ou seja, o fluido diretamente em contacto com cada uma das paredes é obrigado a ter velocidade nula.

No topo do reservatório aplicou-se a condição de pressão relativa nula, isto é, o ar dentro do reservatório está também à pressão ambiente.

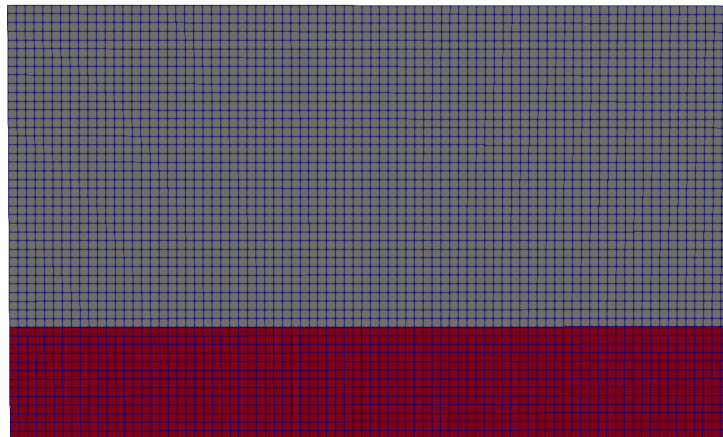


Figura 5.15: Exemplo de uma malha grosseira com 4100 elementos.

5.4.3 Excitação

Recorreu-se à mesma excitação usada na experiência acima descrita para poder realizar uma comparação e validação entre os dados numéricos e os experimentais. Como ilustrado na Figura 5.3 a amplitude do movimento é de sensivelmente 2,8 graus por segundo com um período aproximado de 2,5 segundos.

O eixo de rotação corresponde, em 2D, ao centro de rotação localizar-se no centro da parede inferior do tanque, como ilustrado na Figura 5.2.

Esta excitação foi aplicada no dicionário *dynamicMeshDict* no *OpenFOAM* através de um movimento de corpo rígido aplicado a todas as superfícies do domínio.

5.4.4 Esquemas e algoritmos

O esquema de Euler implícito foi escolhido para a discretização temporal, sendo este o método normalmente usado para problemas multifásicos. Foi ponderada a utilização de um esquema de segunda ordem, contudo, segundo simulações preliminares, o método de Crank-Nicolson introduzia demasiadas oscilações numéricas e o método *Backwards* não é suportado quando usado com o modelo VOF no *OpenFOAM*.

Para o esquema do gradiente foi usado o método dos quadrados mínimos por ser mais estável e preciso que o método linear de Gauss.

Para os esquemas do divergente a escolha varia consoante a variável associada. Para a fração volúmica α usou-se o método *interfaceCompression* vanLeer limitado por ser um esquema TVD de segunda ordem com um algoritmo de compressão da interface que mantém a interface nítida em simulações que utilizem o método VOF. Para a velocidade recorreu-se ao esquema *vanLeerV*, mais uma vez um método TVD, de modo a manter o problema limitado e evitar descontinuidades no campo de velocidades, especialmente na interface.

Para o esquema do laplaciano usou-se o simples mas efetivo método linear corrigido e para o esquema do gradiente normal o esquema corrigido. Neste problema, o efeito destes métodos não é muito pronunciado dada a elevada ortogonalidade da malha, tendo outros métodos um maior impacto nos resultados.

A seleção destes esquemas foi realizada através da leitura da bibliografia sobre problemas semelhantes, juntamente com uma pequena bateria de testes, visando identificar os esquemas que apresentassem os resultados mais precisos.

O algoritmo de acoplamento velocidade-pressão usado foi o PIMPLE com três corretores, um corretor externo e um corretor da não-ortogonalidade.

As tolerâncias escolhidas como critério de terminação das iterações de cada algoritmo estão apresentadas na Tabela 5.2. Estas tolerâncias estão associadas aos resíduos na resolução das equações. É possível indicar uma tolerância relativa e outra absoluta e a iteração converge quando uma das condições for satisfeita.

Tabela 5.2: Tolerâncias para as variáveis da simulação. Nota: As tolerâncias da pressão são divididas para os ciclos de iteração intermédia e para a iteração final.

Variáveis	Tolerâncias	
	Relativa	Absoluta
Fração volúmica	0	1×10^{-8}
Pressão (intermédia)	1×10^{-3}	1×10^{-8}
Pressão (final)	0	n.a.
Velocidade	0	1×10^{-6}

5.5 Verificação

A verificação deste modelo foi feita através de uma análise de sensibilidade da malha e uma análise de sensibilidade do passo de tempo.

5.5.1 Análise de sensibilidade da malha

Para esta análise optou-se por refinar as malhas segundo um rácio de refinamento $r = \sqrt{2} \approx 1,4142$ o que idealmente resulta numa duplicação do número de elementos entre malhas consecutivas, contudo, a duplicação não é exata devido ao arredondamentos para números inteiros. A primeira malha, a mais grosseira, foi construída com 1025 elementos, tendo as seguintes aproximadamente o dobro do número de elementos da malha anterior. No processo de refinamento o número de elementos ao longo de x e y obtidos pela multiplicação do rácio r pelo respetivo o número de elementos da malha anterior são depois arredondados ao número inteiro mais próximo. Obtiveram-se, assim, os dados de cada malha apresentados na Tabela 5.3.

Tabela 5.3: Refinamento das malhas usadas na análise de convergência do problema de sloshing.

Nº da malha	Nº de elementos	Nº de elementos em x	Nº de elementos em y	Dimensão dos elementos [mm]
1	1 025	41	25	24
2	2 030	58	35	17
3	4 050	82	50	12
4	8 120	116	70	8,6
5	16 236	164	99	6,1
6	32 480	232	140	4,3
7	64 944	328	198	3,0
8	129 920	464	280	2,2
9	259 776	656	396	1,5
10	519 680	928	560	1,1

Tendo em conta a dimensão do domínio e o número de elementos é possível calcular a dimensão destes elementos. As dimensões aproximadas de cada elemento estão

apresentadas na quinta coluna da Tabela 5.3.

Cada malha foi associada a um passo de tempo fixo para apenas variar uma variável. O passo de tempo foi escolhido tendo em conta o parâmetro de Courant (C_r) para a malha mais refinada. É estritamente necessário que a condição de Courant-Friedrichs-Lewy seja cumprida ($C_{r_{max}} < 1$) para obter uma solução realista, por isso selecionou-se um $\Delta t = 1,5625 \times 10^{-4}$ s para o passo de tempo a partir de simulações preliminares que indicaram que o valor máximo do C_r está perto da unidade (pode acontecer para certas células isoladas) mas o número de Courant máximo médio está bastante abaixo (ver Tabela 5.5). Além disso, este é o passo de tempo mais pequeno da análise de sensibilidade do passo de tempo.

Os critérios usados na avaliação da dependência da malha foram os valores de pressão nas posições dos sensores 1 a 5 da Figura 5.2. Assim, realizou-se a simulação para cada um dos casos documentados na Tabela 5.3 e obteve-se a evolução da pressão relativa ao longo do tempo para cada uma das malhas usadas.

Dado o elevado número de curvas, associadas às 10 malhas e aos 5 pontos de pressão, a análise qualitativa é de difícil visualização através dos gráficos com todas as curvas. Assim, apresenta-se de seguida, para cada ponto de pressão, três gráficos: um com todas as malhas, outro para comparar as malhas refinadas e outro em que é possível comparar a evolução desde a primeira até à última malha através de apenas algumas das malhas. As figuras 5.16, 5.17 e 5.18 referem-se ao ponto de pressão 1, as 5.19, 5.20 e 5.21 ao ponto 2, 5.22, 5.23 e 5.24 ao 3, 5.25, 5.26 e 5.27 ao 4 e, por fim, as figuras 5.28, 5.29 e 5.30 ao ponto 5.

A partir de uma inspeção visual é claro que os resultados estão a convergir conforme as malhas se tornam mais refinadas. Contudo, é também notável que para malhas grosseiras os resultados são bastante aceitáveis, apenas a malha 1 apresenta uma discrepância significativa.

Através das figuras com as malhas mais refinadas é óbvia a elevada sobreposição das curvas levando assim a crer que a solução já convergiu para, pelo menos a malha 7. Os erros, mais significativos, entre as malhas ocorrem sempre para os mesmos instantes de tempo, visíveis nas figuras 5.18, 5.21, 5.24, 5.27 e 5.30 aproximadamente nos instantes 4,8; 7,4; 7,8 e 9,3 segundos. A maioria destes momentos está associada com os instantes de tempo em que o tanque atinge a sua posição angular máxima, mudando o seu sentido de rotação. Assim, é possível que os dados de posição nestes instantes de transição não sejam suficientemente suaves o que leva a oscilações e picos numéricos nas simulações.

Para observar o estado do tanque e da água em vários momentos deve-se recorrer à Figura D.3 no Apêndice A onde são apresentadas várias imagens de 0,5 em 0,5 segundos (as imagens referem-se ao caso mais refinado - malha 10).

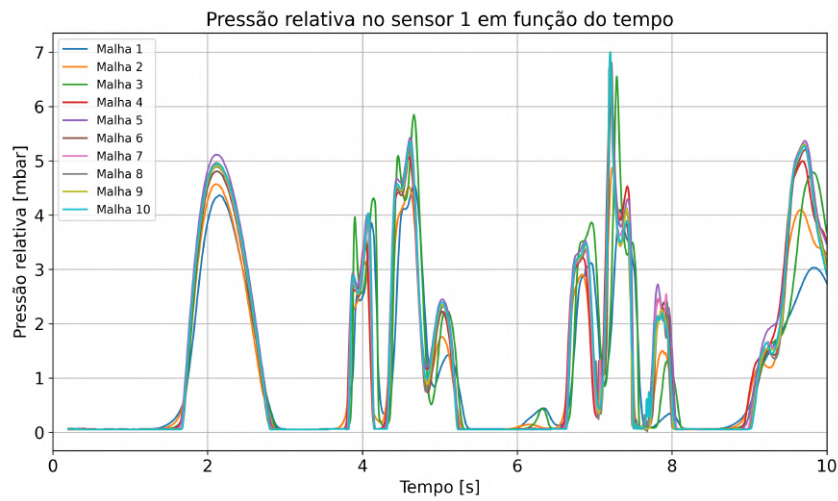


Figura 5.16: Comparação da evolução da pressão no ponto 1 para as 10 malhas.

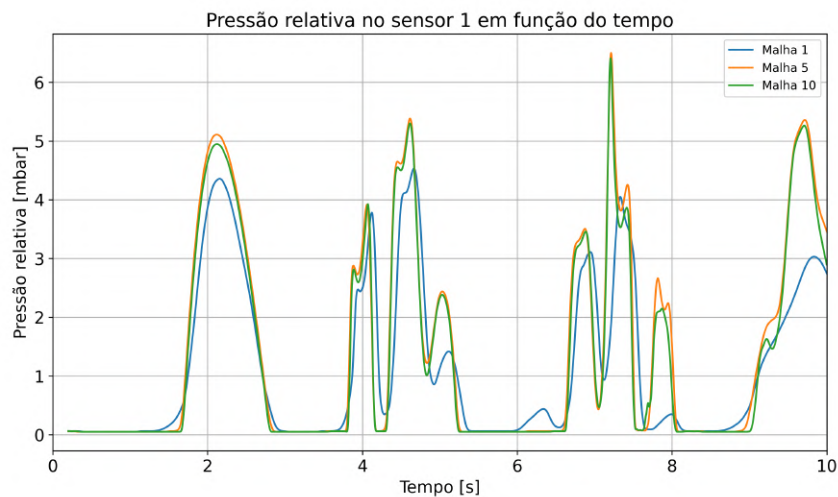


Figura 5.17: Comparação da evolução da pressão no ponto 1 desde a malha mais grosseira à malha mais refinada.

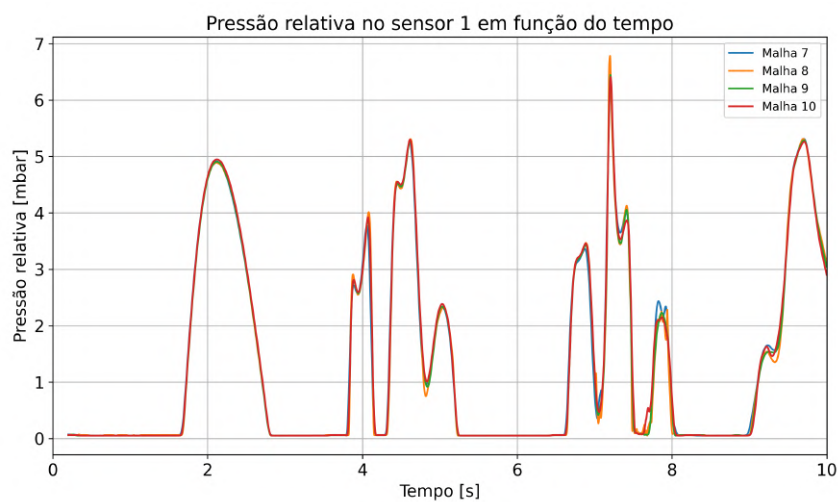


Figura 5.18: Comparação da evolução da pressão no ponto 1 nas malhas mais refinadas.

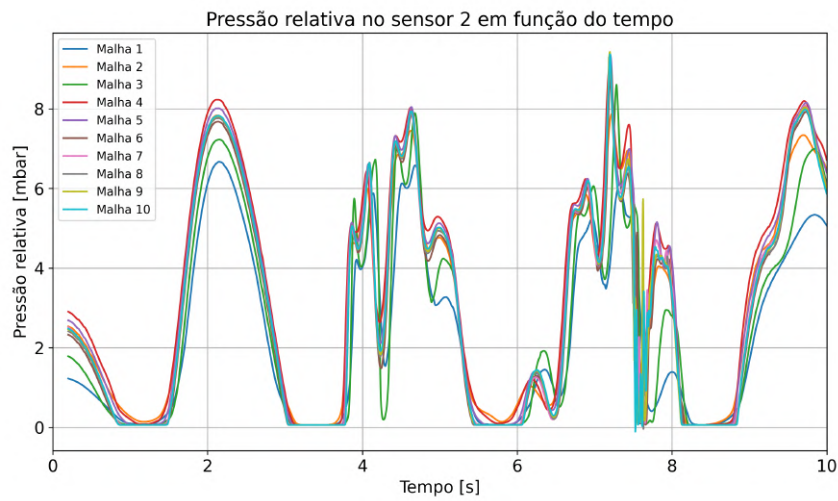


Figura 5.19: Comparação da evolução da pressão no ponto 2 para as 10 malhas.

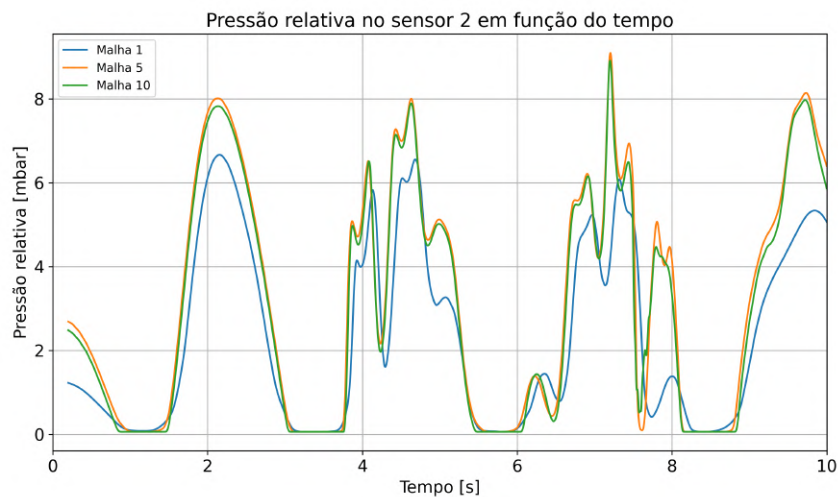


Figura 5.20: Comparação da evolução da pressão no ponto 2 desde a malha mais grosseira à malha mais refinada.

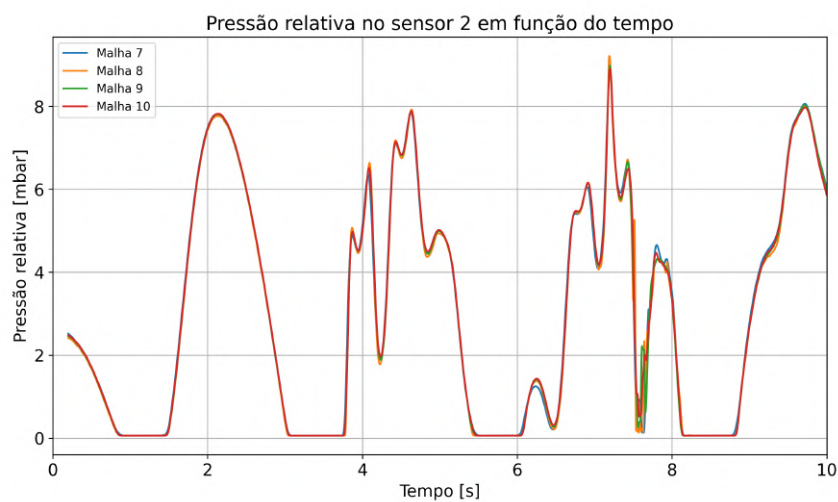


Figura 5.21: Comparação da evolução da pressão no ponto 2 nas malhas mais refinadas.

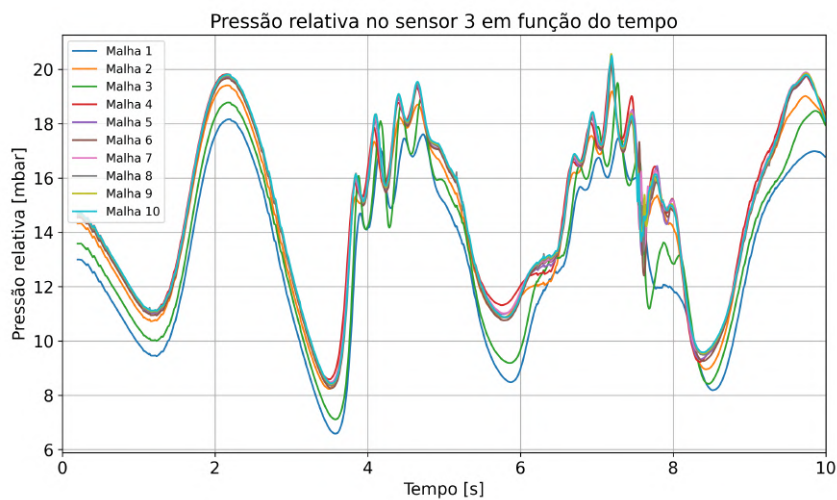


Figura 5.22: Comparação da evolução da pressão no ponto 3 para as 10 malhas.

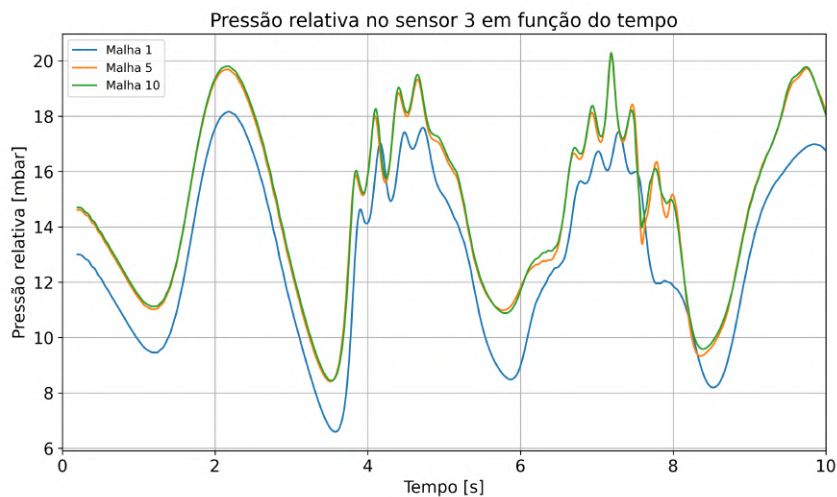


Figura 5.23: Comparação da evolução da pressão no ponto 3 desde a malha mais grosseira à malha mais refinada.

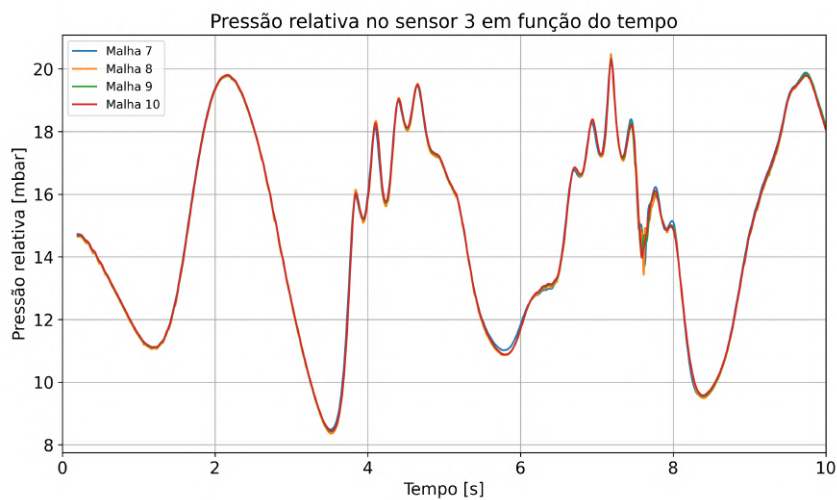


Figura 5.24: Comparação da evolução da pressão no ponto 3 nas malhas mais refinadas.

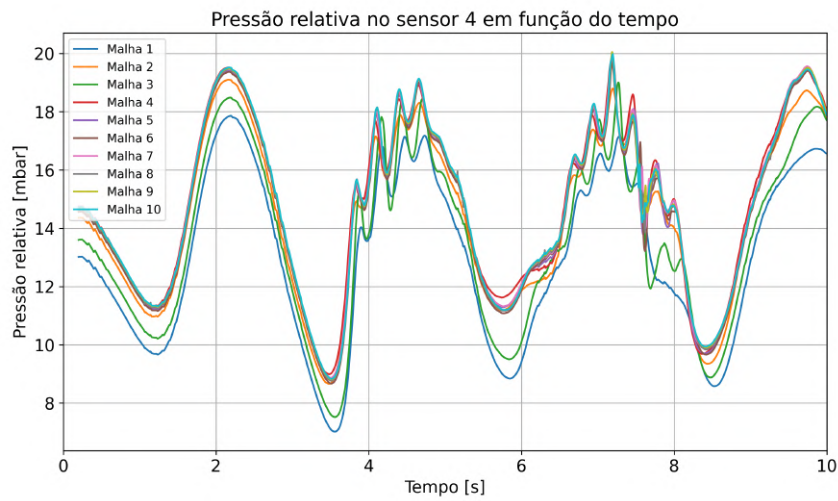


Figura 5.25: Comparação da evolução da pressão no ponto 4 para as 10 malhas.

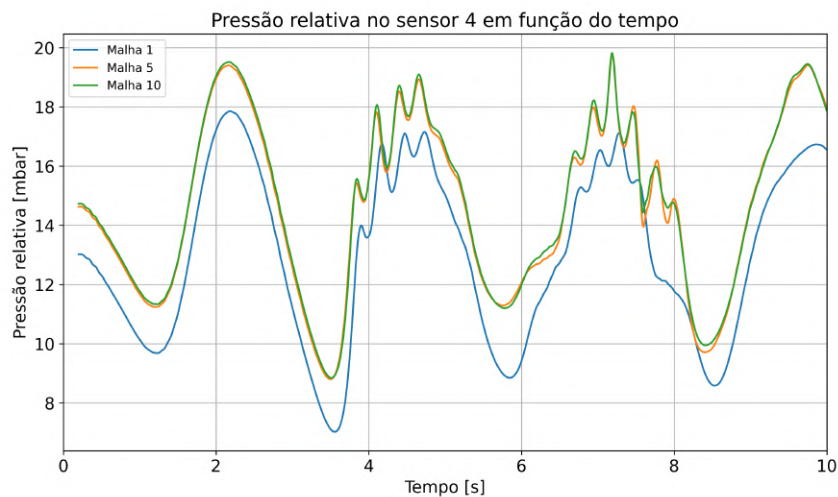


Figura 5.26: Comparação da evolução da pressão no ponto 4 desde a malha mais grosseira à malha mais refinada.

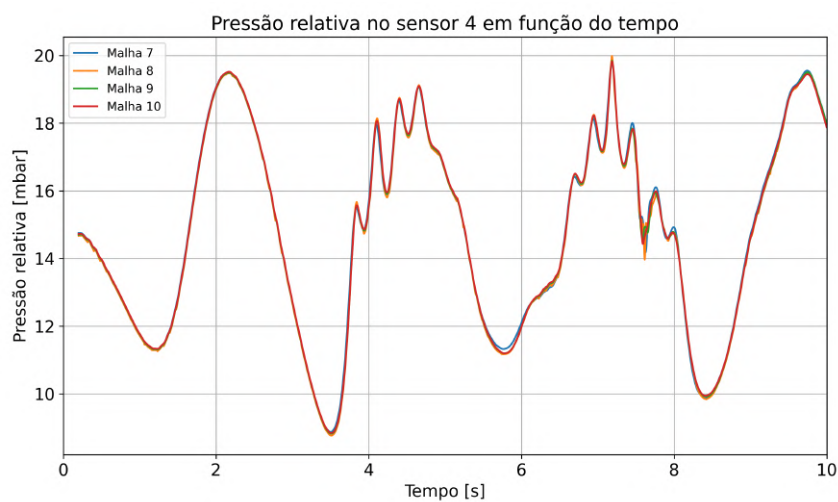


Figura 5.27: Comparação da evolução da pressão no ponto 4 nas malhas mais refinadas.

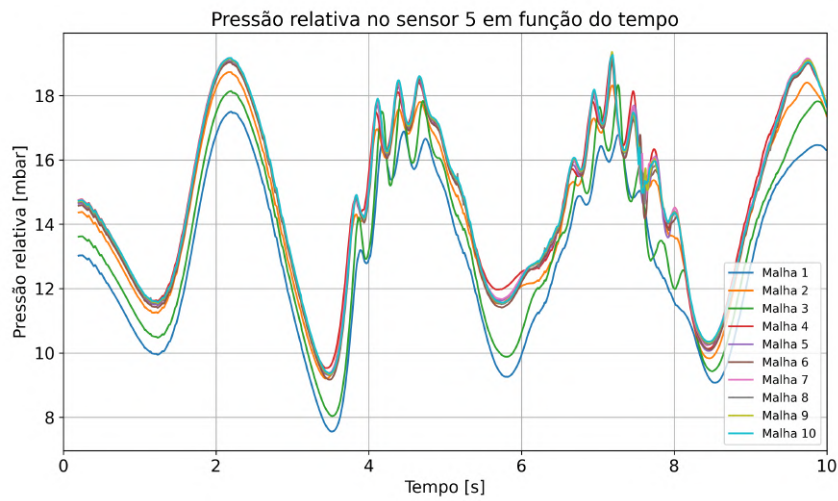


Figura 5.28: Comparação da evolução da pressão no ponto 5 para as 10 malhas.

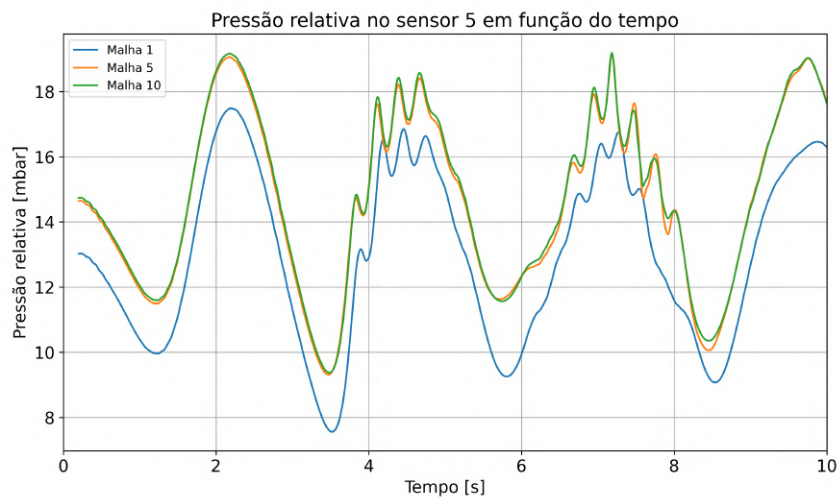


Figura 5.29: Comparação da evolução da pressão no ponto 5 desde a malha mais grosseira à malha mais refinada.

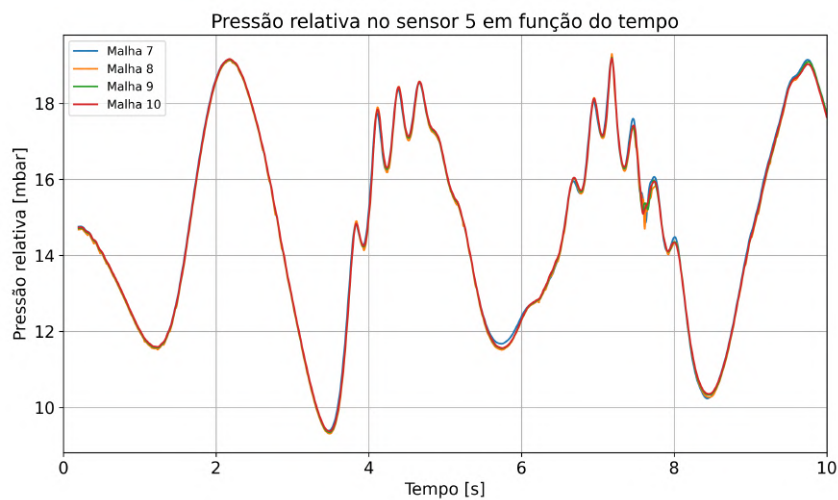


Figura 5.30: Comparação da evolução da pressão no ponto 5 nas malhas mais refinadas.

Contudo, apenas uma análise quantitativa pode demonstrar a convergência da solução pela diminuição sucessiva do erro relativo entre malhas até atingir um patamar estável.

Como descrito no Subcapítulo 3.3 a quantificação do erro é feita através do cálculo do erro relativo entre duas malhas e posteriormente através do GCI (*Grid Convergence Index*) como sugerido por Roache [98] de forma a uniformizar a apresentação dos resultados de convergência.

Considera-se o erro relativo médio como o somatório do erro relativo entre 8540 pares de pontos. Isto porque cada curva de pressão para cada malha foi discretizada em 8540 pontos. Cada malha (1 à 9) é comparada com a malha mais refinada (malha 10).

O GCI é calculado com base num fator de segurança de 2, com um método de segunda ordem ($p = 2$) e com o erro relativo médio acima descrito. Estas quantidades são apresentadas na Tabela 5.4 juntamente com uma visualização gráfica da diminuição do erro relativo nas figuras 5.31, 5.32, 5.33, 5.34 e 5.35.

É óbvio tanto pelos valores quanto pelos gráficos que o erro relativo decresce rapidamente nas malhas iniciais desde um erro relativamente alto para um erro baixo. Depois, para as malhas mais refinadas, o erro relativo médio permanece sensivelmente baixo e constante o que indica que a solução já convergiu e é independente da malha. Os erros finais (3,76%, 2,26%, 0,19%, 0,18% e 0,17%) são já bastante reduzidos, especialmente para os sensores 3, 4 e 5.

A razão para os maiores erros nos sensores 1 e 2 prende-se com a sua posição. Enquanto os pontos 3, 4 e 5 estão localizados na base do tanque, registando assim uma maior pressão relativa, os outros estão na parede lateral onde a pressão é menor, aumentando assim o erro relativo. Além disso, é na parede lateral onde ocorrem os embates das ondas, fenómeno este mais violento e complexo que pode estar associado a maiores erros na sua simulação.

A análise do GCI é muito semelhante à do erro relativo, até porque, devido aos parâmetros usados, o GCI é exatamente o dobro do erro relativo; contudo, a sua apresentação é importante tanto pela normalização da apresentação de resultados científicos como pelo facto de este ser um critério mais conservativo.

Pelos valores da Tabela 5.4 nota-se que apesar dos valores numérico serem maiores, estes ainda convergem nas malhas mais refinadas. É indiscutível o nível de convergência para as três últimas malhas. As primeiras duas apresentam um maior GCI mas, tendo em conta a sua estabilização em patamar, é seguro dizer que os resultados já não são dependentes da malha.

Assim, numa perspectiva conservadora, pode-se dizer que a partir da malha 7 (com 64 960 elementos) os resultados já são significativamente independentes da malha.

Por fim, alguns pontos merecem também uma análise, ainda que breve. São estes relativos à performance e a outros aspetos gerais das simulações.

Na Tabela 5.5 apresentam-se as seguintes quantidades: número de Courant máximo e número de Courant médio máximo de toda a simulação (obtidos numa(s) certa(s) iteração(ões) da simulação) bem como a duração real total da simulação (todas as simulações foram realizadas no mesmo computador em paralelo com 4 processadores).

Tabela 5.4: Comparação dos erros relativos e *Grid Convergence Index* (GCI) entre as malhas (1 a 9) e a malha mais refinada (10) para a análise de sensibilidade da malha.

		Comparação com a malha 10								
		1	2	3	4	5	6	7	8	9
Ponto 1	Erro relativo médio [%]	25,04	14,61	16,98	8,17	6,46	4,86	3,93	4,18	3,76
	GCI [%]	50,08	29,22	33,96	16,34	12,92	9,72	7,86	8,36	7,52
Ponto 2	Erro relativo médio [%]	22,70	17,64	17,20	16,07	8,43	4,54	3,52	2,56	2,26
	GCI [%]	45,40	35,28	34,40	32,14	16,86	9,08	7,04	5,12	4,52
Ponto 3	Erro relativo médio [%]	6,67	1,47	0,97	0,72	0,52	0,63	0,29	0,30	0,19
	GCI [%]	13,34	2,94	1,94	1,44	1,04	1,26	0,58	0,60	0,38
Ponto 4	Erro relativo médio [%]	6,59	1,42	0,91	0,67	0,48	0,59	0,27	0,28	0,18
	GCI [%]	13,18	2,84	1,82	1,34	0,96	1,18	0,54	0,56	0,36
Ponto 5	Erro relativo médio [%]	6,51	1,36	0,82	0,61	0,43	0,58	0,23	0,26	0,17
	GCI [%]	13,02	2,72	1,64	1,22	0,86	1,16	0,46	0,52	0,34

De forma geral a tendência é para a duplicação de todas as variáveis à medida que as malhas são refinadas pela duplicação do número de elementos. Em relação ao número de Courant é claro que o número de Courant médio máximo está sempre abaixo da unidade, já o número de Courant máximo aproxima-se mais da unidade chegando-a a ultrapassar ligeiramente na última malha, contudo este pode ser um valor pontual uma vez que é verificado em cada célula e em cada iteração. A duração aumenta progressivamente desde 6 minutos até às 59 horas.

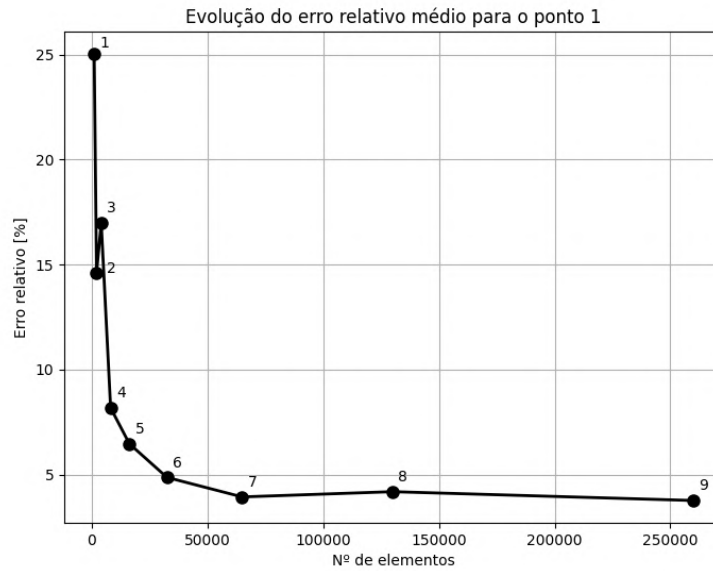


Figura 5.31: Evolução do erro relativo médio no ponto 1 num sucessivo refinamento das malhas.

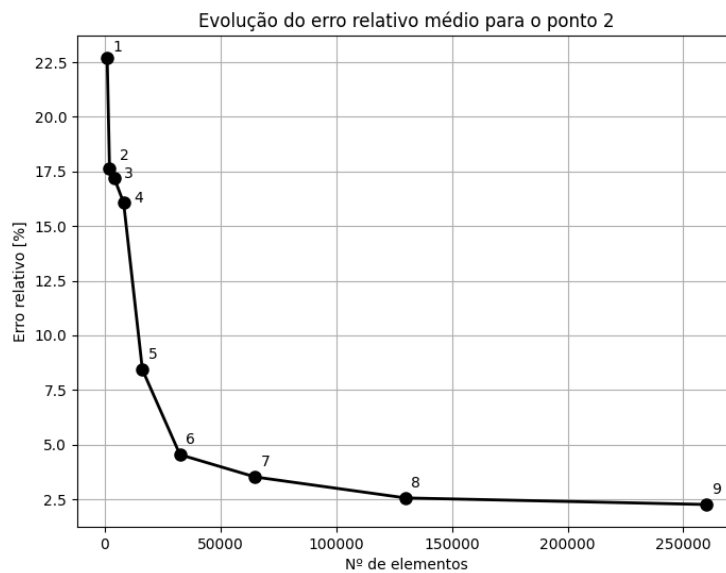


Figura 5.32: Evolução do erro relativo médio no ponto 2 num sucessivo refinamento das malhas.

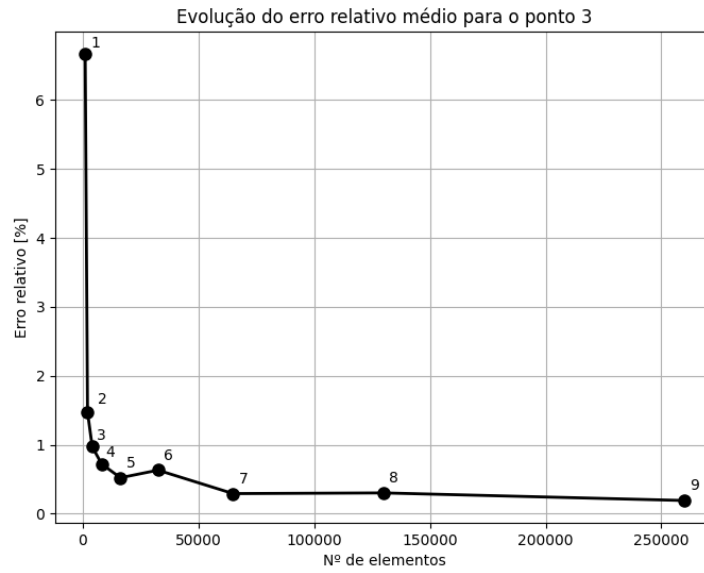


Figura 5.33: Evolução do erro relativo médio no ponto 3 num sucessivo refinamento das malhas.

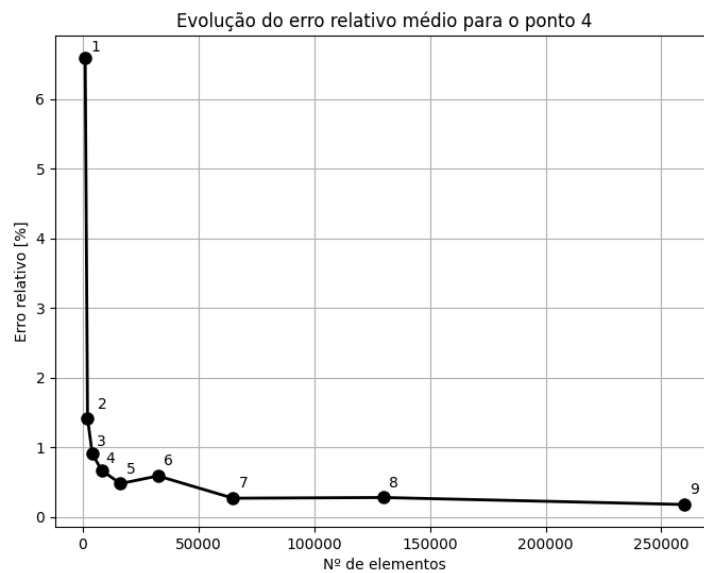


Figura 5.34: Evolução do erro relativo médio no ponto 4 num sucessivo refinamento das malhas.

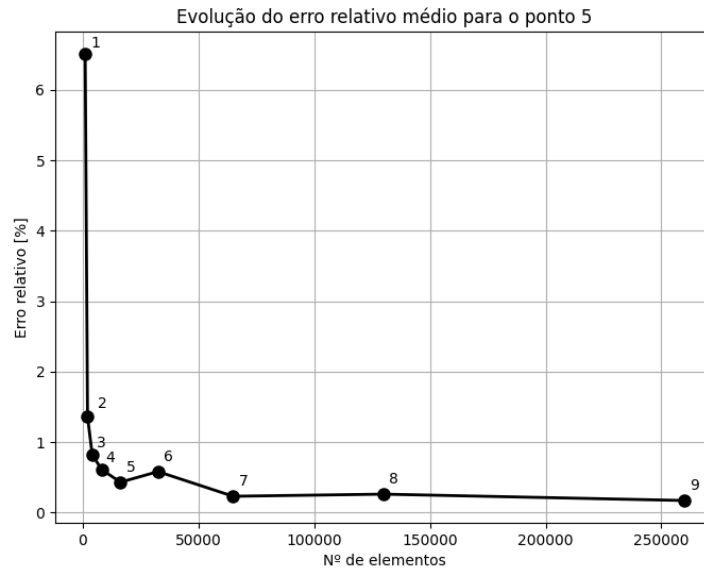


Figura 5.35: Evolução do erro relativo médio no ponto 5 num sucessivo refinamento das malhas.

Tabela 5.5: Número de Courant máximo, número de Courant médio máximo e duração de cada simulação.

Simulação i associada à malha i	Nº de Courant máximo	Nº de Courant médio máximo	Duração [min]
1	$1,80 \times 10^{-2}$	$2,61 \times 10^{-3}$	6,0
2	$1,44 \times 10^{-2}$	$2,49 \times 10^{-3}$	7,9
3	$2,66 \times 10^{-2}$	$4,16 \times 10^{-3}$	14,2
4	$3,38 \times 10^{-2}$	$3,64 \times 10^{-3}$	25,9
5	$8,64 \times 10^{-2}$	$6,19 \times 10^{-3}$	52,7
6	$1,61 \times 10^{-1}$	$9,71 \times 10^{-3}$	98,3
7	$2,44 \times 10^{-1}$	$1,27 \times 10^{-2}$	246,2
8	$3,60 \times 10^{-1}$	$2,33 \times 10^{-2}$	610,8
9	$6,53 \times 10^{-1}$	$3,37 \times 10^{-2}$	1297,4
10	$1,05 \times 10^0$	$8,12 \times 10^{-2}$	3540,0

5.5.2 Análise de sensibilidade do passo de tempo

Esta análise é muito semelhante à anterior, porém, ao invés de se avaliar a dependência da malha, avalia-se a dependência do passo de tempo usado nas simulações.

O passo de tempo foi reduzido a metade do passo de tempo anterior de modo a refinar a discretização temporal. A Tabela 5.6 sumaria os passos de tempo usados nesta análise. Dada a importância do número de Courant na análise de sensibilidade temporal, a tabela também apresenta o número de Courant máximo e o número de Courant médio máximo. Para a malha usaram-se 64960 elementos (a malha 7 da análise anterior).

Tabela 5.6: Parâmetros das simulações da análise de sensibilidade do passo de tempo, respetivos números de Courant obtidos e duração das simulações.

Nº da simulação	Passo de tempo	Nº de Courant máximo	Nº de Courant médio máximo	Duração [min]
1	2×10^{-2}	$3,85 \times 10^1$	$6,16 \times 10^0$	3,7
2	1×10^{-2}	$1,64 \times 10^1$	$2,55 \times 10^0$	6,7
3	5×10^{-3}	$9,9 \times 10^0$	$1,43 \times 10^0$	11,6
4	$2,5 \times 10^{-3}$	$4,46 \times 10^0$	$5,11 \times 10^{-1}$	22,5
5	$1,25 \times 10^{-3}$	$1,81 \times 10^0$	$1,31 \times 10^{-1}$	36,6
6	$6,25 \times 10^{-4}$	$8,90 \times 10^{-1}$	$5,26 \times 10^{-2}$	67,0
7	$3,125 \times 10^{-4}$	$4,41 \times 10^{-1}$	$2,04 \times 10^{-2}$	126,1
8	$1,5625 \times 10^{-4}$	$2,44 \times 10^{-1}$	$1,27 \times 10^{-2}$	246,2
9	$7,8125 \times 10^{-5}$	$9,68 \times 10^{-2}$	$5,54 \times 10^{-3}$	404,7
10	$3,90625 \times 10^{-5}$	$5,26 \times 10^{-2}$	$3,09 \times 10^{-3}$	760,5

As figuras 5.36 a 5.50 ilustram a evolução da pressão medida nos pontos 1, 2, 3, 4 e 5 à medida que o passo de tempo é diminuído. Apresentam-se três figuras para cada ponto de pressão, uma que mostre todas as simulações, outra que mostre a evolução com apenas algumas e outra que compare as simulações mais refinadas.

Da análise das figuras a primeira observação óbvia é o quanto a primeira simulação divergiu das restantes. Isto era completamente esperado dado o passo de tempo muito grosseiro e que, como exposto na Tabela 5.6, levou a números de Courant muito acima da unidade. No geral o erro vai diminuindo até à simulação 4 onde já existe uma maior sobreposição das curvas. Isto coincide com o facto de, na simulação 4, o valor médio máximo do número de Courant descer para um valor abaixo da unidade.

Nas figuras onde se apresenta a evolução com três simulações optou-se por usar a terceira como inicial por esta já seguir, ainda que mal, os contornos reais da pressão, ao contrário da simulação 1. Através destas figuras é claro a semelhança entre as simulações 6 e 10.

Por fim, nas figuras com as simulações refinadas é onde se obtém a maior sobreposição indicando a convergência da solução. Mais uma vez existem picos e oscilações nos mesmos instantes da análise das malhas. Estes ocorrem pois à medida que o passo de tempo é refinado as discontinuidades no ficheiro de movimento do tanque são amplificadas levando à captura destes movimentos (travagem e avanços súbitos e microscópicos) e a oscilações nos valores da pressão.

Ainda em relação aos números de Courant, apresentados na Tabela 5.6, é clara a diminuição de ambos os números de Courant à medida que o passo de tempo é sucessivamente diminuído para metade. A tendência é também da diminuição para metade dos números de Courant, já a duração da simulação duplica. Apesar de o número de Courant máximo só estar confortavelmente abaixo da unidade para a simulação 7, o número de Courant médio máximo já está abaixo da unidade desde a quarta simulação.

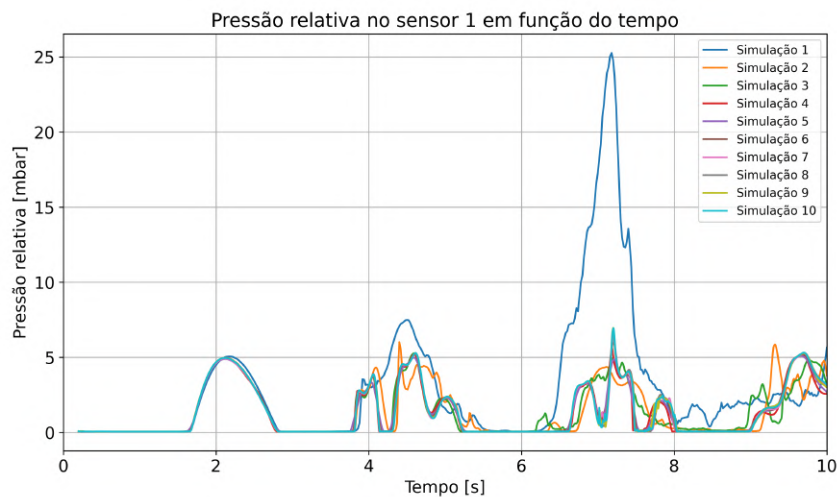


Figura 5.36: Comparação da evolução da pressão no ponto 1 para as 10 simulações.

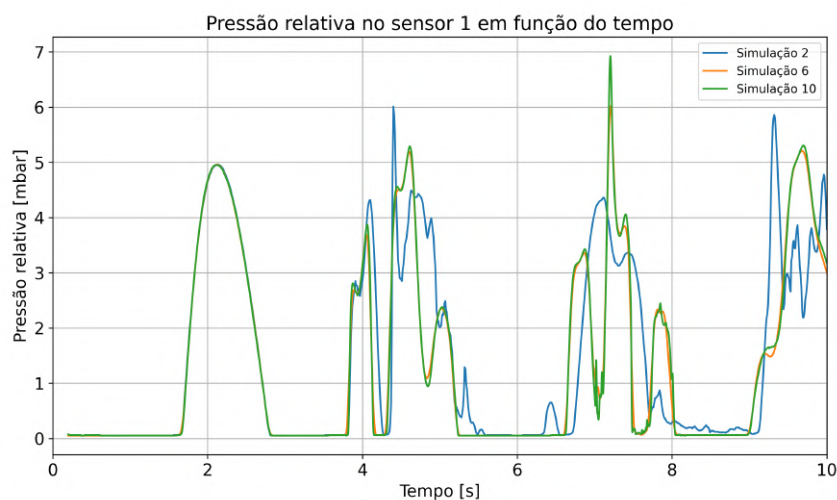


Figura 5.37: Comparação da evolução da pressão no ponto 1 desde a simulação com o maior passo de tempo até ao menor passo de tempo.

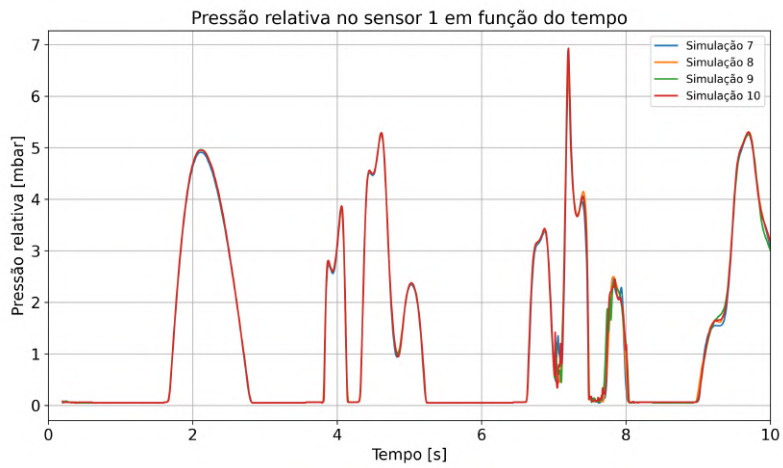


Figura 5.38: Comparação da evolução da pressão no ponto 1 para as simulações mais refinadas.

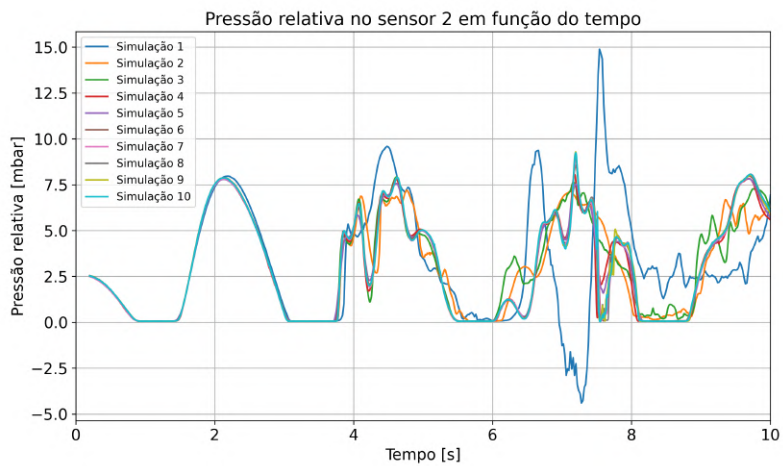


Figura 5.39: Comparação da evolução da pressão no ponto 2 para as 10 simulações.

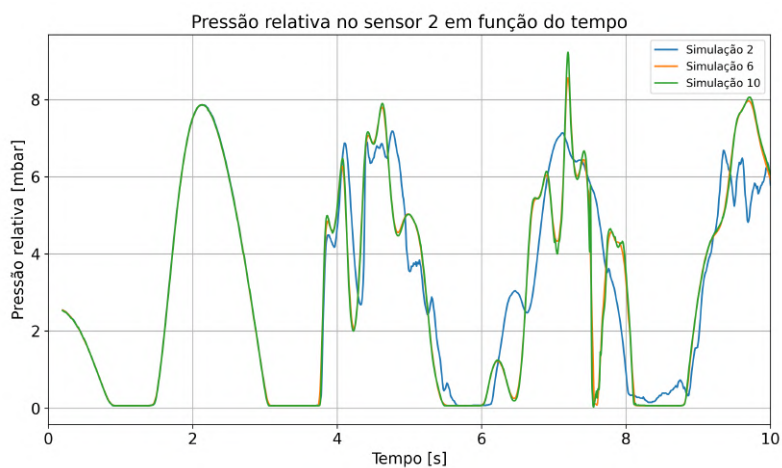


Figura 5.40: Comparação da evolução da pressão no ponto 2 desde a simulação com o maior passo de tempo até ao menor passo de tempo.

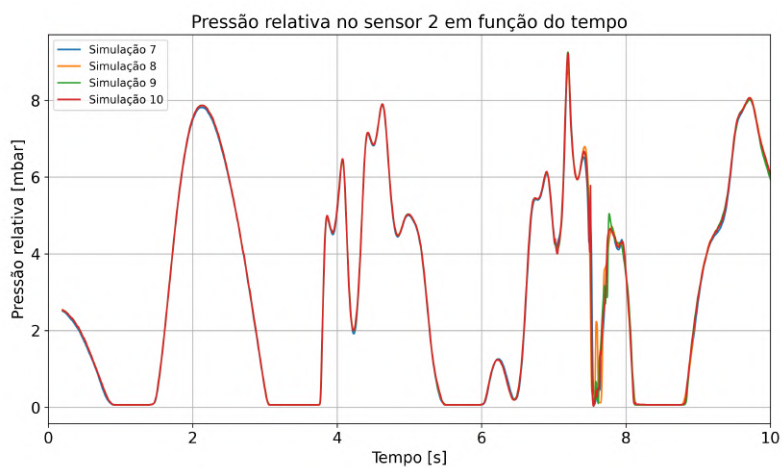


Figura 5.41: Comparação da evolução da pressão no ponto 2 para as simulações mais refinadas.

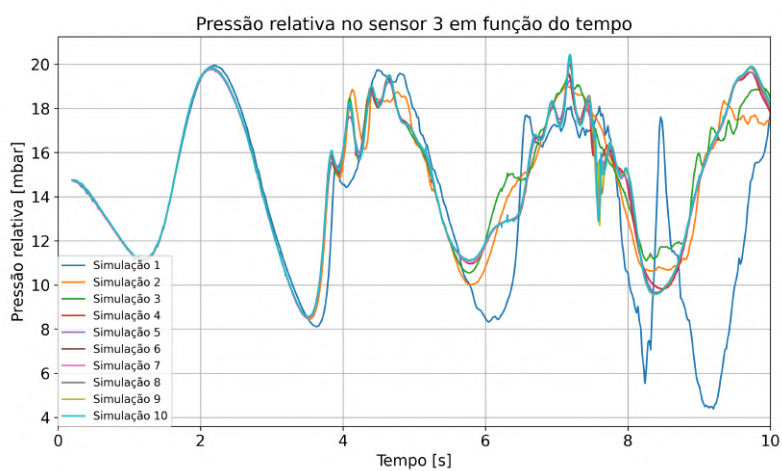


Figura 5.42: Comparação da evolução da pressão no ponto 3 para as 10 simulações.

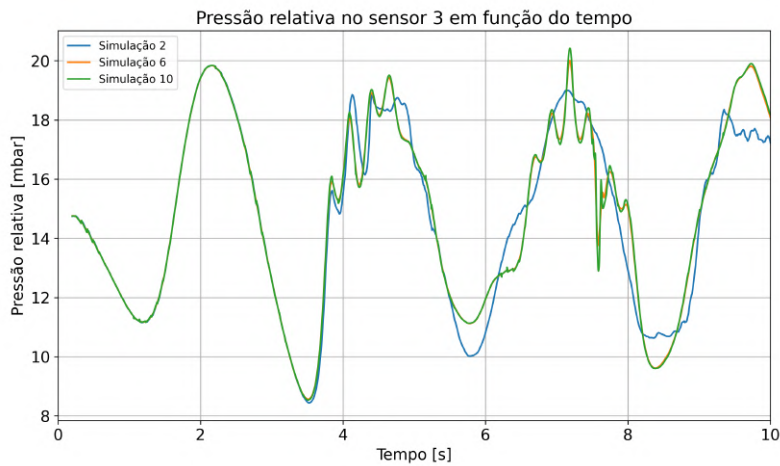


Figura 5.43: Comparação da evolução da pressão no ponto 3 desde a simulação com o maior passo de tempo até ao menor passo de tempo.

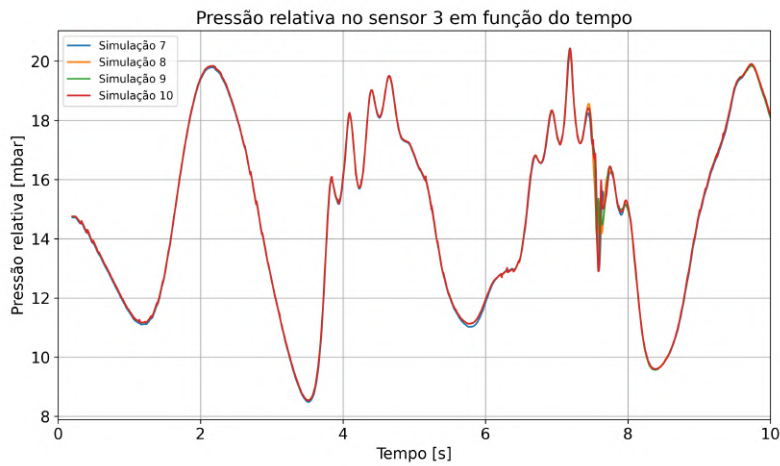


Figura 5.44: Comparação da evolução da pressão no ponto 3 para as simulações mais refinadas.

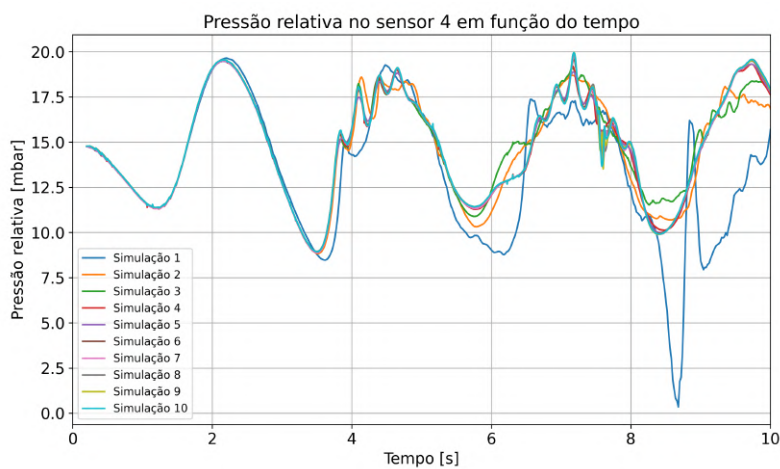


Figura 5.45: Comparação da evolução da pressão no ponto 4 para as 10 simulações.

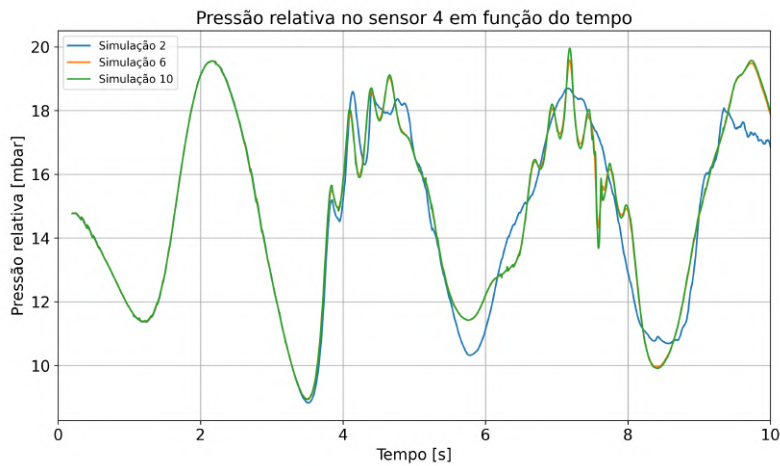


Figura 5.46: Comparação da evolução da pressão no ponto 4 desde a simulação com o maior passo de tempo até ao menor passo de tempo.

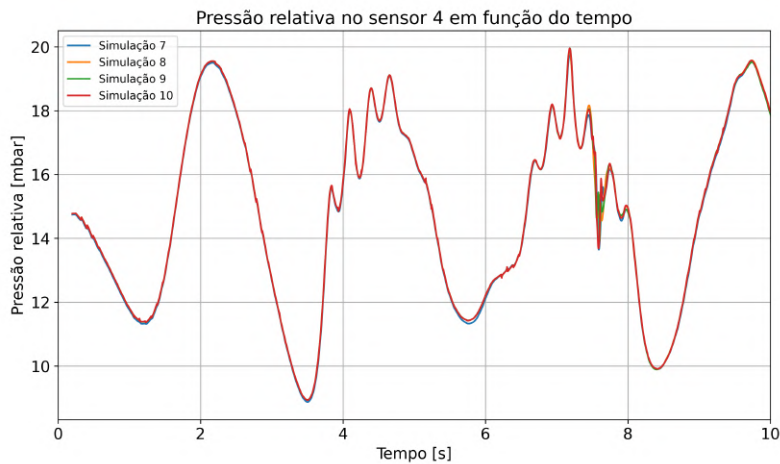


Figura 5.47: Comparação da evolução da pressão no ponto 4 para as simulações mais refinadas.

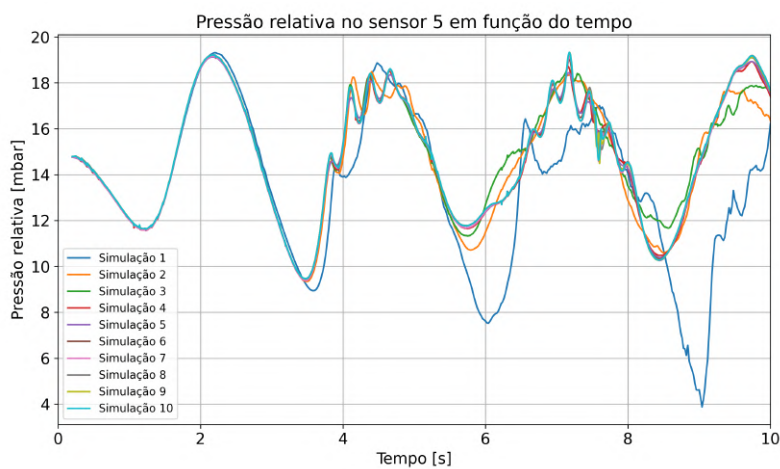


Figura 5.48: Comparação da evolução da pressão no ponto 5 para as 10 simulações.

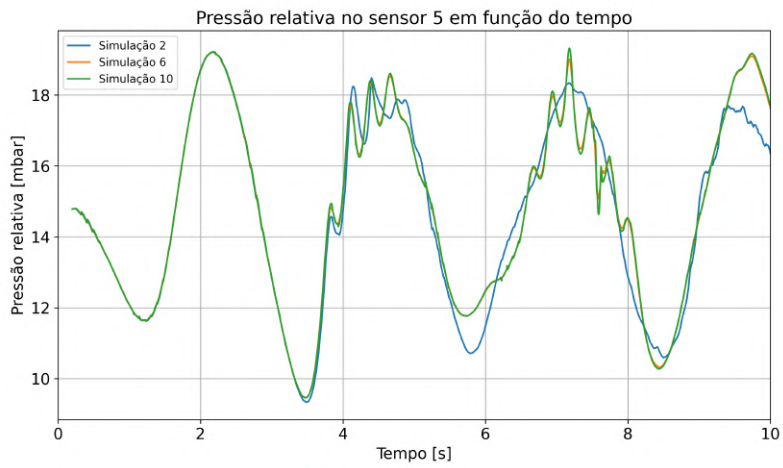


Figura 5.49: Comparação da evolução da pressão no ponto 5 desde a simulação com o maior passo de tempo até ao menor passo de tempo.

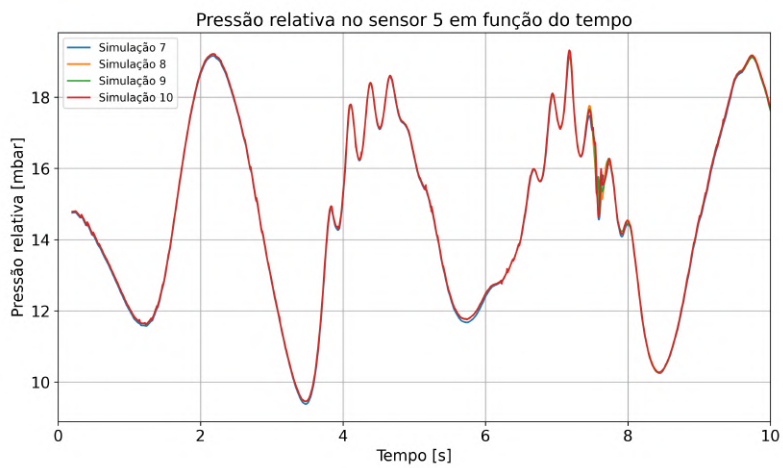


Figura 5.50: Comparação da evolução da pressão no ponto 5 para as simulações mais refinadas.

Mais uma vez, é a avaliação quantitativa que melhor ilustra a convergência dos resultados e a independência do passo de tempo. A Tabela 5.7 apresenta os resultados desta análise.

São também apresentadas as evoluções do erro relativo médio para cada ponto nas figuras 5.51, 5.52, 5.53, 5.54 e 5.55.

De novo, nota-se que o erro relativo decresce rapidamente nas malhas iniciais desde um erro relativamente alto para um erro baixo. Depois, para as malhas mais refinadas, o erro relativo médio permanece sensivelmente baixo e constante o que indica que a solução já convergiu e é independente da malha. A solução torna-se sensivelmente independente do passo de tempo a partir da simulação 7, com um passo de tempo de $3,125 \times 10^{-4}$ segundos.

Tabela 5.7: Comparação dos erros relativos e *Grid Convergence Index* (GCI) entre as simulações (1 a 9) e a simulação com o menor passo de tempo (10) para a análise de sensibilidade do passo de tempo.

		Comparação com a simulação 10								
		1	2	3	4	5	6	7	8	9
Ponto 1	Erro relativo médio [%]	34,57	23,23	21,01	7,42	6,85	3,79	3,03	3,13	2,69
	GCI [%]	69,14	46,46	42,02	14,84	13,70	7,58	6,06	6,26	5,38
Ponto 2	Erro relativo médio [%]	38,90	16,90	13,36	4,70	4,39	2,16	2,10	1,88	1,44
	GCI [%]	77,80	33,80	26,72	9,40	8,78	4,32	4,20	3,76	2,88
Ponto 3	Erro relativo médio [%]	7,91	2,00	1,70	0,56	0,52	0,24	0,25	0,17	0,19
	GCI [%]	15,82	4,00	3,40	1,12	1,04	0,48	0,50	0,34	0,38
Ponto 4	Erro relativo médio [%]	7,22	1,79	1,59	0,50	0,44	0,20	0,25	0,13	0,14
	GCI [%]	14,44	3,58	3,18	1,00	0,88	0,40	0,50	0,26	0,28
Ponto 5	Erro relativo médio [%]	6,83	1,48	1,74	0,44	0,57	0,45	0,26	0,11	0,12
	GCI [%]	13,66	2,96	3,48	0,88	1,14	0,90	0,52	0,22	0,24

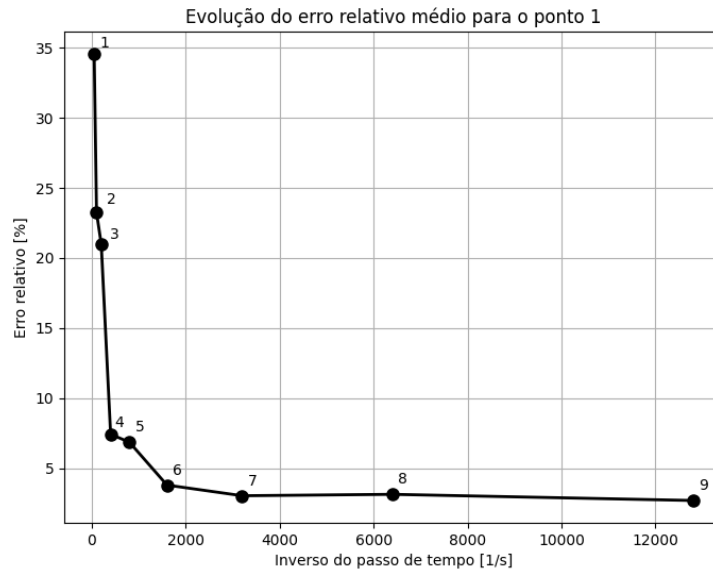


Figura 5.51: Evolução do erro relativo médio no ponto 1 num sucessivo refinamento do passo de tempo.

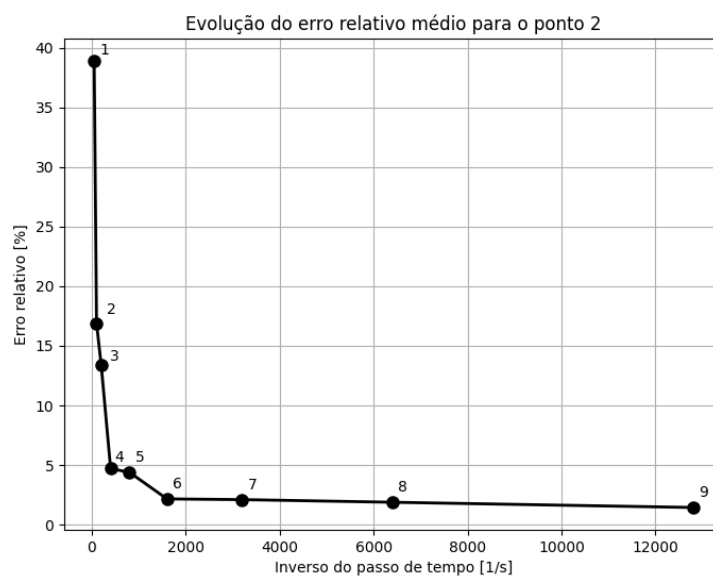


Figura 5.52: Evolução do erro relativo médio no ponto 2 num sucessivo refinamento do passo de tempo.

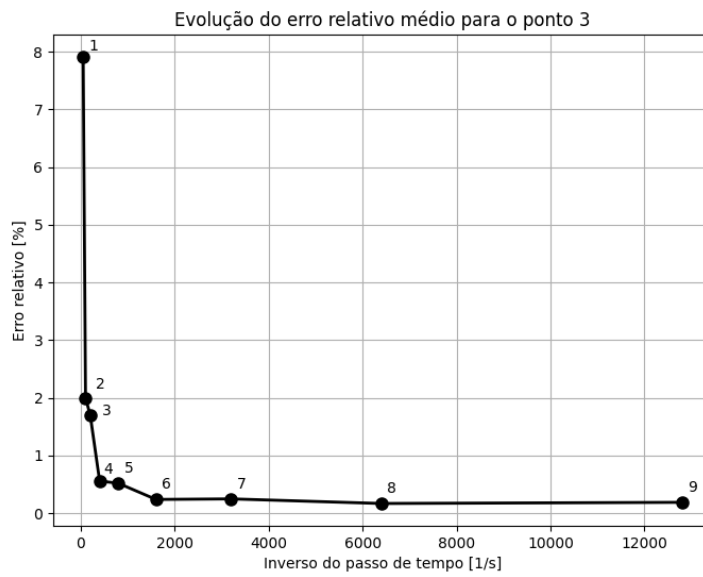


Figura 5.53: Evolução do erro relativo médio no ponto 3 num sucessivo refinamento do passo de tempo.

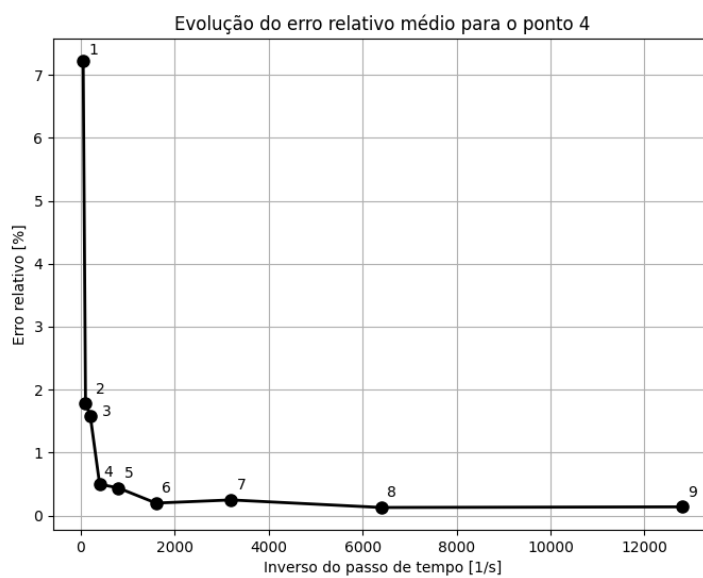


Figura 5.54: Evolução do erro relativo médio no ponto 4 num sucessivo refinamento do passo de tempo.

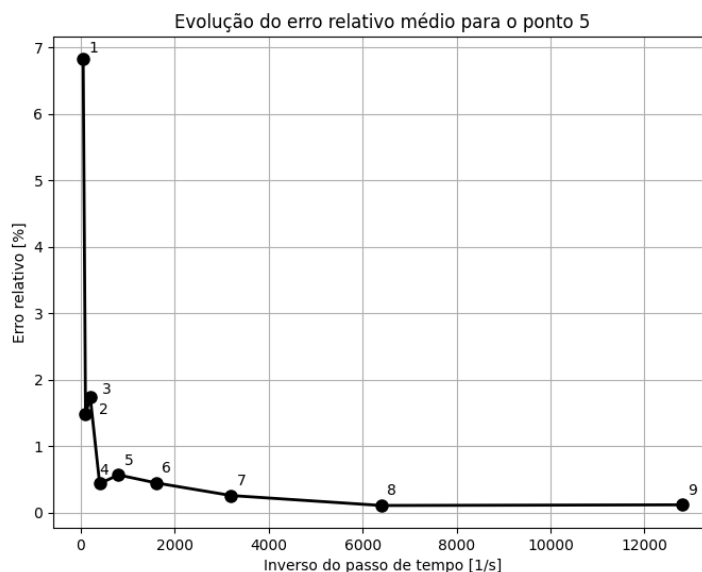


Figura 5.55: Evolução do erro relativo médio no ponto 5 num sucessivo refinamento do passo de tempo.

Assim, conclui-se a verificação deste modelo numérico com sucesso. Ambas as análises de sensibilidade mostraram que a solução converge e torna-se independente tanto do passo de tempo como da malha. De forma conservativa pode-se dizer que uma simulação com 64900 elementos e com um passo de tempo de $3,125 \times 10^{-4}$ segundos atinge uma solução tão precisa como outras simulações com parâmetros mais refinados.

Em termos da convergência iterativa verificou-se que em todos os passos de tempo o processo convergiu até às tolerâncias estabelecidas sem nunca atingir o número máximo de iterações.

Por fim, em termos de consistência, a simulação manteve a fração volúmica limitada entre 0 e 1 tendo mantido o mesmo volume de água ao longo da simulação. Situações estas essenciais de ocorrer num código de problemas multifásicos.

5.6 Validação

O capítulo anterior verificou o modelo numérico mas não o validou. Ou seja, o modelo numérico pode convergir mas para o valor errado. Na fase de validação pretende-se mostrar que os resultados da simulação são corretos e realistas comparando-os com dados experimentais.

Como explicado acima, usou-se uma experiência laboratorial com o objetivo de estudar o *sloshing* do ponto de vista da pressão relativa em pontos, da evolução da superfície livre e da comparação do campo de velocidades pela técnica PIV. Estes dados são comparados com os dados obtidos numericamente.

Para a simulação numérica optou-se por usar uma das simulações já realizadas na verificação, tendo esta 129920 elementos com um passo de tempo de $1,5625 \times 10^{-4}$ segundos. Não se usou a simulação mais refinada para evitar as pequenas oscilações que surgem nas malhas mais refinadas dada a natureza do ficheiro de posição de entrada como explicado anteriormente.

5.6.1 Comparação das pressões

Nesta comparação foram usados os mesmos 5 pontos de pressão descritos e usados anteriormente e os dados foram comparados com medições experimentais através de sensores de pressão digitais.

A Figura 5.56 ilustra a evolução das pressões ao longo do tempo obtidas experimentalmente e numericamente.

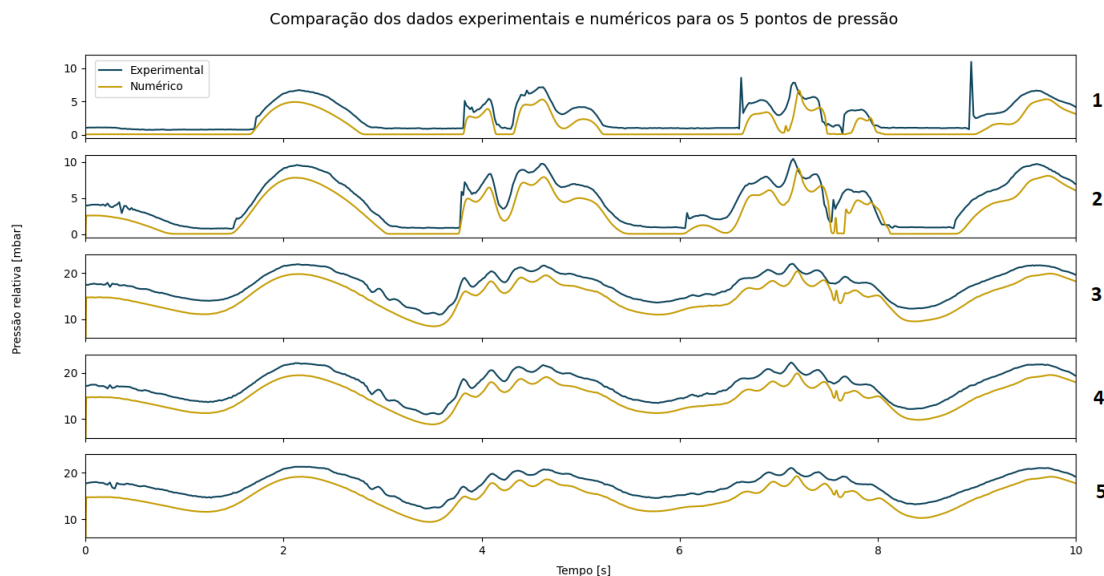


Figura 5.56: Comparação das curvas de pressão nos 5 pontos de pressão entre os resultados numéricos e os experimentais.

É claro para todos os pontos que ambas as curvas estão próximas e que as curvas numéricas seguem as curvas experimentais na perfeição tanto nos picos como nos vales.

Contudo, existe uma discrepância (aproximadamente constante) entre os valores: a curva dos resultados experimentais está sempre acima da curva dos resultados numéricos. Ou seja, é muito provável que exista um erro sistemático na parte numérica, na experimental ou em ambas.

Outro ponto a ter em atenção é o facto de que nos instantes iniciais o tanque ainda não está em movimento e o ponto de pressão 1 encontra-se acima da superfície livre, ou seja, espera-se que a pressão seja atmosférica e logo que a pressão relativa seja nula. De facto é isto que acontece na curva numérica mas na curva experimental isto não acontece (os valores estão acima do zero). Este é um erro experimental que pode ser explicado pela

acumulação de gotículas de água no sensor. Ao longo do tempo existem também mais instantes deste tipo onde a pressão experimental não desce até ao zero como é visível na Figura 5.56.

De novo, lembrando que nos instantes iniciais o tanque ainda não está em movimento a pressão relativa nos pontos 2, 3, 4 e 5 é apenas composta pela pressão hidroestática da coluna de água de altura h . Verificando este valor de pressão nos sensores 3, 4 e 5 que se encontram a 15 mm de profundidade (fundo do tanque) tem-se o cálculo (5.1).

$$P = \rho \cdot g \cdot h = 999 \cdot 9,81 \cdot 0,015 = 1471,5 \text{ Pa} \approx 14,7 \text{ mbar} \quad (5.1)$$

Mais uma vez confirmam-se os dados numéricos uma vez que a pressão nos pontos 3, 4 e 5 nos instantes iniciais é de exatamente 14,7 mbar. Na curva experimental os valores são superiores por algum erro experimental. E dado que este desvio permanece ao longo dos próximos dez segundos da curva é razoável admitir a existência de uma descalibração dos sensores usados na experiência que explique o constante desvio. De facto, ao usar-se um sensor analógico este erro já não acontecia como será visto à frente (mas por falta de material foram usados os sensores digitais).

Em termos quantitativos os erros relativos médios associados a cada ponto estão expressos na Tabela 5.8. A primeira linha dos erros refere-se ao caso dos dados originais onde é possível ver erros relativamente baixos para os pontos 3, 4 e 5 mas mais elevados para os pontos 1 e 2. Isto deve-se ao facto de muitos valores serem extremamente próximos de zero o que faz com que o cálculo do erro relativo amplifique o erro.

Na segunda linha apresentam-se os erros numa versão "corrigida" em que se subtraiu 1 mbar a todas as curvas experimentais. Este não é o valor real do desvio nem quer isto dizer que se confirma que o erro experimental é de 1 mbar, serve esta análise apenas para mostrar que com esta pequena correção os valores dos erros decrescem significativamente ilustrando a real proximidade dos resultados.

Para avaliar a fiabilidade dos sensores digitais utilizados nesta experiência, foi realizada uma nova medição com um sensor analógico de pressão. Esta comparação está apresentada na Figura 5.57. Para o ponto 3, é evidente que o sensor analógico captura uma pressão relativa inicial extremamente próxima da teórica. Além disso, a sua curva está, na maior parte, muito próxima da curva numérica. Assim, a hipótese de uma descalibração ou erro experimental associado aos sensores digitais torna-se bastante forte. O erro relativo médio também decresce significativamente para 1,46% (para o sensor digital é de 8,08%).

No entanto, apesar da comparação entre os resultados numéricos e os obtidos com o sensor analógico, há diferenças notáveis, especialmente nos picos e vales, onde os dados numéricos preveem consistentemente valores mais extremos, como picos mais elevados e vales mais profundos. Embora isso possa indicar uma limitação do modelo numérico, como os valores ainda permanecem relativamente próximos, a situação não é alarmante.

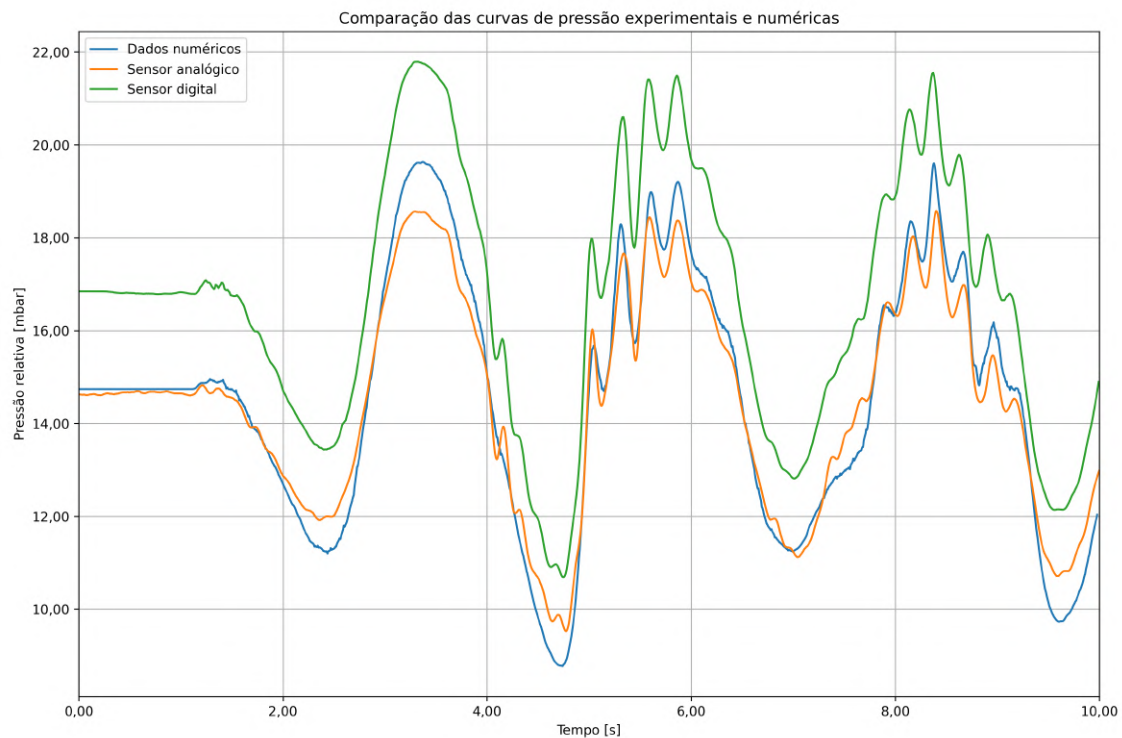


Figura 5.57: Comparação das curvas de pressão no ponto 3 entre os resultados numéricos e os experimentais através de um sensor digital e outro analógico.

Em conclusão, no geral pode-se dizer que os dados de pressão numéricos são validados pelos dados experimentais dada a proximidade das curvas e pela forma como ilustram os mesmos picos e vales nos mesmos instantes de tempo.

Tabela 5.8: Erros relativos médios [%] entre as curvas numéricas e as experimentais para o caso original e o caso "corrigido" onde se subtrai 1 mbar aos valores experimentais.

	Pontos				
	1	2	3	4	5
Original	62,11	41,86	8,38	8,08	8,62
Com correção	15,56	13,13	5,17	4,87	5,43

5.6.2 Comparação da superfície livre

Para assegurar que a simulação numérica reproduz fielmente o comportamento do fluido num caso de *sloshing*, é crucial verificar que a superfície livre obtida numericamente seja semelhante à obtida experimentalmente.

Para analisar esta situação quantitativamente avalia-se a evolução da altura da superfície livre ao longo do tempo para vários instantes de tempo comparando os resultados numéricos com os experimentais.

Os dados experimentais são obtidos através de uma análise computacional visual e automática das imagens gravadas por uma câmara de alta velocidade. Contudo, como a câmara está fixa e o tanque a rodar, existem instantes em que a superfície livre sai do campo de visão da câmara levando a uma análise incorreta nesses instantes. Isto é inevitável mas, dado usarem-se vários pontos, torna-se aceitável pois existe bastante informação para a validação.

Foram escolhidos os pontos apresentados na Tabela 6.13 nesta análise. A dimensão horizontal tem como referência o canto esquerdo inferior do tanque. Dada que a câmara apenas captura 370 mm do lado esquerdo do tanque os pontos apenas se concentram neste intervalo.

Nota-se também que foi feita uma limpeza dos dados experimentais de modo a retirar pontos *outliers* que claramente eram impossíveis de existir e que resultaram de um erro na análise visual da superfície livre. Estes pontos apareciam maioritariamente nas zonas onde a superfície livre já não era visível, dando assim uma ideia errada da altura da água nestes instantes.

Tabela 5.9: Pontos e respetivas coordenadas no tanque usados na análise da superfície livre.

Ponto	Coordenada horizontal [mm]
1	8,6
2	48,6
3	88,6
4	128,6
5	168,6
6	208,6
7	248,6
8	288,6
9	328,6
10	368,6

Na Figura 5.58 apresentam-se todas as curvas de comparação entre os dados experimentais e numéricos para os pontos 1 a 10.

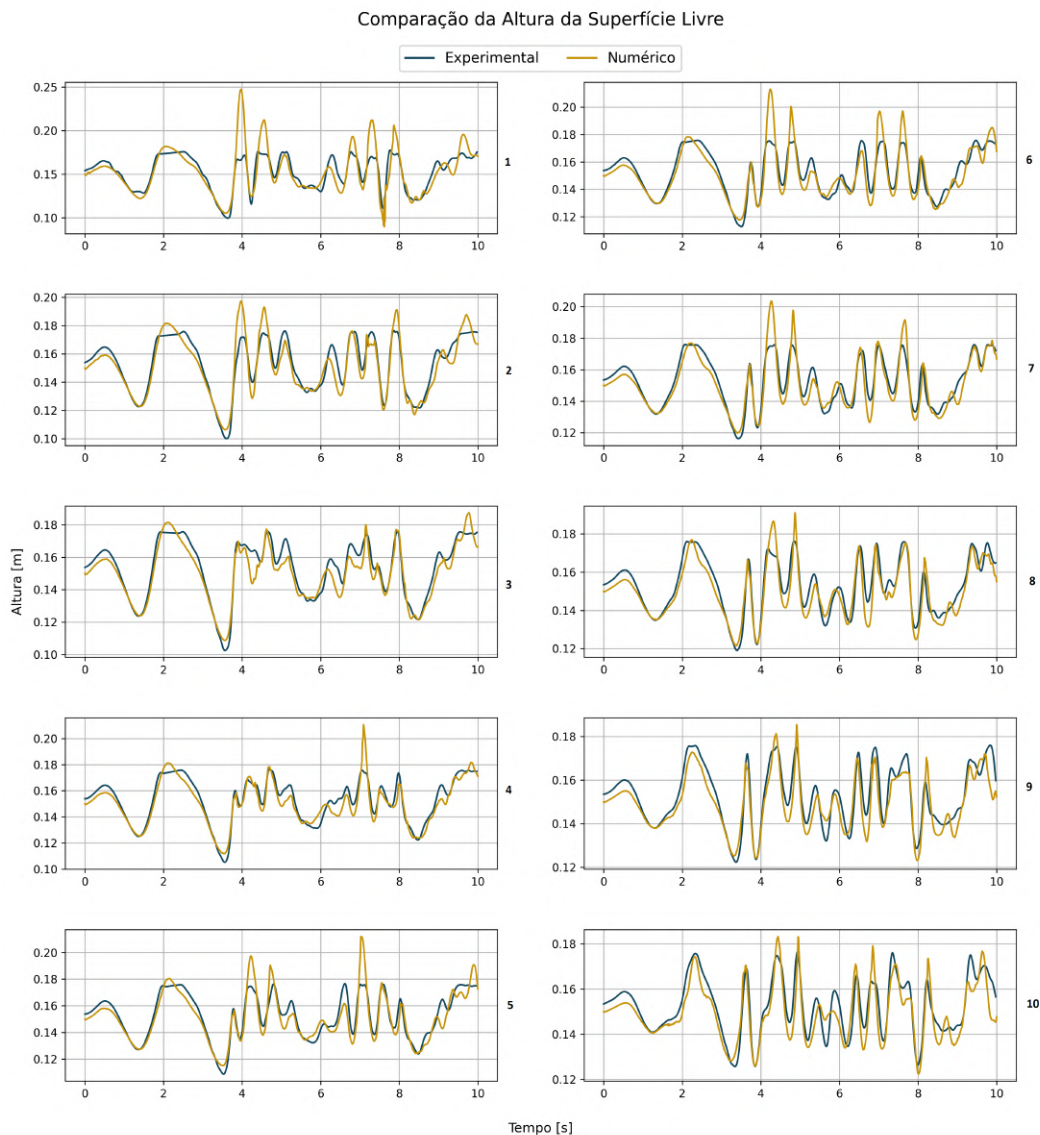


Figura 5.58: Comparação das curvas da altura da superfície livre entre os resultados numéricos e os experimentais para os pontos 1 a 10.

Uma análise visual revela a proximidade entre ambas as curvas na maioria dos instantes de tempo. No geral, e como esperado, as curvas vão-se distanciando à medida que o tempo avança.

No início, e em todas os pontos, existe sempre uma discrepância em que a superfície livre é mais alta que no caso experimental. Esta diferença não tem uma justificação física dado que os instantes iniciais devem ser os mais precisos. O que ocorre é que, quando o líquido está parado, a superfície livre é bastante iluminada pelo LED o que a torna "espessa" quando vista pela câmara de alta velocidade. Como o método de deteção avalia a imagem de cima para baixo o primeiro ponto detetado está sempre ligeiramente acima (cerca de 5 mm apenas).

Como é visível (essencialmente nos picos) os dados experimentais são sempre cortados à volta dos 0,175 metros. Isto, como descrito acima, ocorre devido ao facto da câmara e do tanque estarem em movimento relativo, saindo o fluido do enquadramento da imagem da câmara quando se eleva acima desta marca.

Nos instantes finais a discrepância entre as curvas é maior dado que neste momento o escoamento é mais caótico devido à reflexão e embate das várias ondas mas no geral as curvas estão próximas.

Nesta análise não são apresentados erros relativos dado que os resultados seriam comprometidos pelo erro irrealista nos instantes em que a curva experimental está cortada.

Assim, conclui-se que o modelo numérico tem capacidade de obter a altura da superfície livre próxima da obtida experimentalmente, existindo, no entanto, algumas diferenças relativas. Nota-se também que não se podem descartar pequenos erros no método de análise computacional visual dos dados experimentais.

5.6.3 Comparação do campo de velocidades

Por fim, e para a avaliar o método numérico mais aprofundadamente, compararam-se os campos de velocidade obtidos numericamente e experimentalmente.

Os resultados experimentais são obtidos através da técnica de PIV. A câmara de alta velocidade está enquadrada na mesma zona da análise anterior por isso só se podem avaliar os pontos do lado esquerdo do tanque. Mas, dado usarem-se 12 pontos, já é possível obter uma boa comparação dos dados sem fazer uma análise exaustiva com muitos pontos.

Os pontos usados estão apresentados na Tabela 5.10. As coordenadas são dadas tendo em conta o referencial estático com a origem no canto inferior esquerdo do tanque apenas no instante inicial. Ou seja, cada ponto está fixo na imagem mas está a mover-se em relação ao tanque ao longo do tempo (dito de outra forma cada ponto não roda com o tanque). Optou-se por esta análise uma vez que, como a câmara não acompanha o movimento do tanque, os dados que resultam do PIV veem neste formato.

Nas figuras 5.59 e 5.60 apresentam-se as comparações das curvas de evolução de ambas as componentes da velocidade, nos doze pontos anteriormente mencionados, ao longo do tempo.

Através de uma inspeção visual dos vinte e quatro gráficos é clara a elevada proximidade dos resultados estando as curvas muitas das vezes sobrepostas. Apesar de existirem discrepâncias em alguns dos picos a tendência das curvas é geralmente a mesma.

Para melhor quantificar a sua proximidade calcularam-se os erros relativos médios de todas as curvas, estando estes apresentados na Tabela 5.11. À primeira vista os erros são elevados, contudo, não se pode ignorar a amplificação do erro relativo para valores perto de zero (como é o caso aqui apresentado). Assim, de modo geral, os resultados quantitativos corroboram a análise visual mostrando a proximidade das curvas e, conseqüentemente, a capacidade do modelo numérico aqui usado de calcular fielmente os campos de velocidade num problema de *sloshing*.

Tabela 5.10: Pontos e respectivas coordenadas no tanque usados na análise da do campo de velocidades.

Ponto	Coordenada	
	horizontal [mm]	vertical [mm]
1	38,6	137,8
2	126,6	137,8
3	210,0	137,8
4	298,0	137,8
5	38,6	86,3
6	126,6	86,3
7	210,0	86,3
8	298,0	86,3
9	38,6	39,4
10	126,6	39,4
11	210,0	39,4
12	298,0	39,4

Tabela 5.11: Erros relativos médios [%] entre os resultados numéricos e os experimentais para as curvas de velocidade dos pontos 1 a 12.

Ponto	Erro relativo associado à componente	
	horizontal	vertical
1	37,6	35,0
2	28,0	34,2
3	29,4	28,0
4	21,3	28,6
5	21,6	31,0
6	16,0	32,4
7	15,8	30,6
8	13,5	29,6
9	22,6	27,4
10	17,1	26,8
11	12,7	27,7
12	12,5	31,4

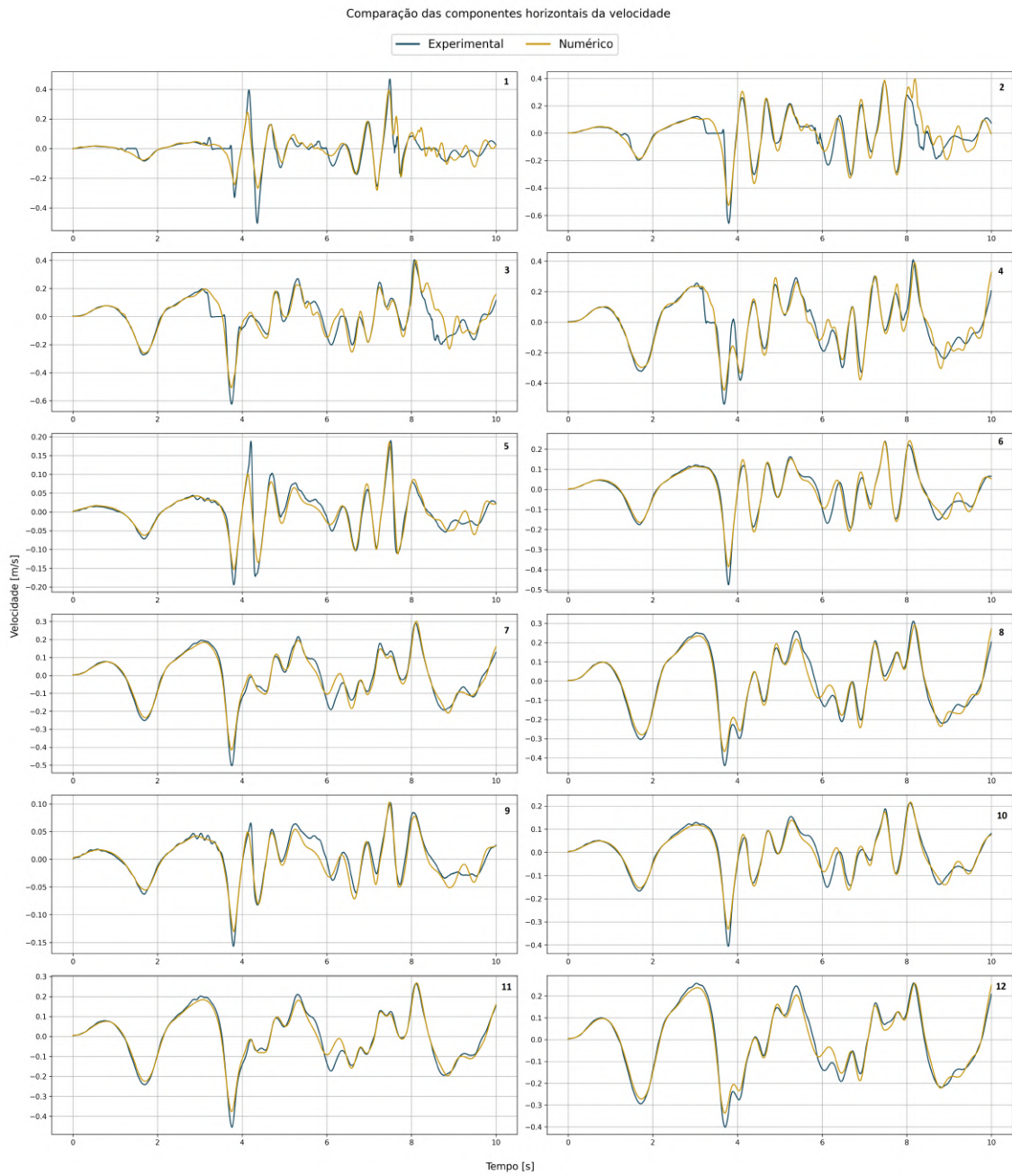


Figura 5.59: Comparação das curvas da componente horizontal da velocidade entre os resultados numéricos e os experimentais para os pontos 1 a 12.

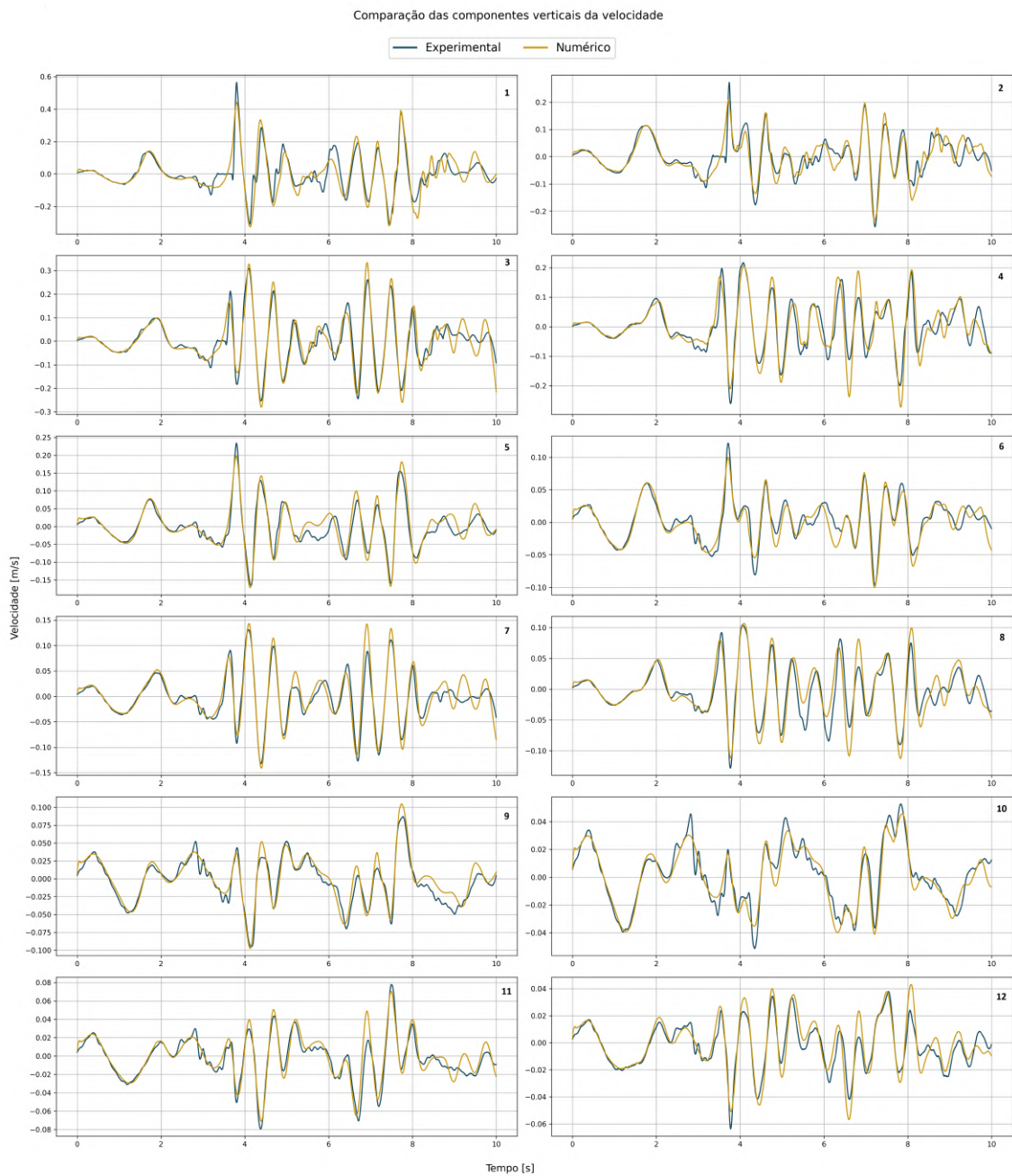


Figura 5.60: Comparação das curvas da componente vertical da velocidade entre os resultados numéricos e os experimentais para os pontos 1 a 12.

SIMULAÇÕES DE ESTRUTURAS FLUTUANTES FLEXÍVEIS

6.1 Simulação de um caso de *sloshing* com um corpo flutuante

Neste capítulo é aplicado o modelo numérico anteriormente apresentado e testado para a simulação de um corpo flutuante e muito flexível colocado na superfície livre da água de um tanque sujeito a *sloshing*. De modo a poder ter resultados experimentais para validação, optou-se pela simulação de um problema de *sloshing* onde é colocada uma membrana flexível na superfície livre da água.

6.1.1 Caso em estudo

Tal como na simulação do *sloshing*, é usado um tanque retangular semi-preenchido com água e com uma abertura no topo. O tanque, de 1000 x 600 x 200 mm, está enchido com água até à marca dos 200 mm e submetido a uma excitação periódica angular. No topo da superfície livre é colocado um corpo de dimensões de comprimento L e espessura h afastado uma distância d da parede do tanque. Esta situação está ilustrada esquematicamente na Figura 6.1. As dimensões d , L e h podem ser ajustadas de modo a estudar diferentes situações.

Em termos dos materiais, o líquido utilizado foi água à temperatura ambiente podendo esta ser considerada como um fluido newtoniano com as propriedades em unidades S.I. indicadas na Tabela 6.1 e o gás considerou-se ar atmosférico. O sólido é um polímero elástico leve e hidrofóbico com as propriedades mecânicas apresentadas na mesma tabela.

6.1.2 Modelo numérico

Para simular este problema recorreu-se, de novo, ao software de livre acesso *OpenFOAM* juntamente com o pacote *solids4foam*.

Para simplificação considerou-se o caso bidimensional. O esforço computacional para simular um problema de FSI deste tipo em três dimensões é excessivamente elevado. Não

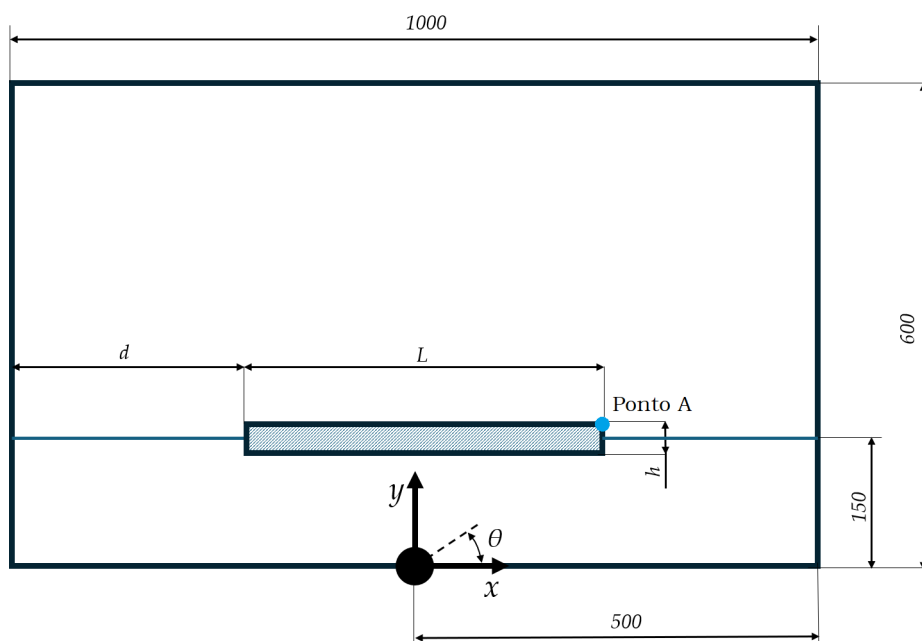


Figura 6.1: Esquema do caso do sloshing com um corpo flutuante.

Tabela 6.1: Propriedades físicas da água, do ar (ambos a 15 °C) e do polímero. Sendo ρ a massa volúmica, ν a viscosidade cinemática e σ_S a tensão superficial.

Fluido 1 - Água	ρ_{F1} [kg/m ³]	999,0
	ν_{F1} [m ² /s]	$1,134 \times 10^{-6}$
	σ_S [N/m]	0,0728
Fluido 2 - Ar	ρ_{F2} [kg/m ³]	1,2
	ν_{F2} [m ² /s]	$1,790 \times 10^{-5}$
Sólido - Polímero	ρ_S [kg/m ³]	106
	E_S [Pa]	$2,4 \times 10^5$ (variável)
	ν_S	0,4

quer isto dizer, contudo, que um estudo tridimensional não seja de interesse, possível de ser feito num outro estudo.

6.1.2.1 Malhas

Uma das maiores dificuldades deste caso é o tratamento das malhas pelas seguintes razões:

- Constante movimento da superfície livre ao longo do tempo, dificultando assim a criação de uma malha única que seja refinada na superfície livre;
- Movimento do corpo flutuante associado ao movimento da água;

- Aproximação do corpo flutuante das fronteiras físicas do domínio do fluido.

Por razões de consistência, optou-se por usar a mesma estratégia anteriormente apresentada no caso HronTurekFSI3: uma malha deformável para o fluido, inicialmente estruturada e com elementos retangulares (sem mudanças topológicas de adição ou subtração de elementos) juntamente com uma malha também deformável para o sólido. A Figura 6.2 ilustra, como exemplo, as malhas usadas neste caso no instante inicial da simulação.

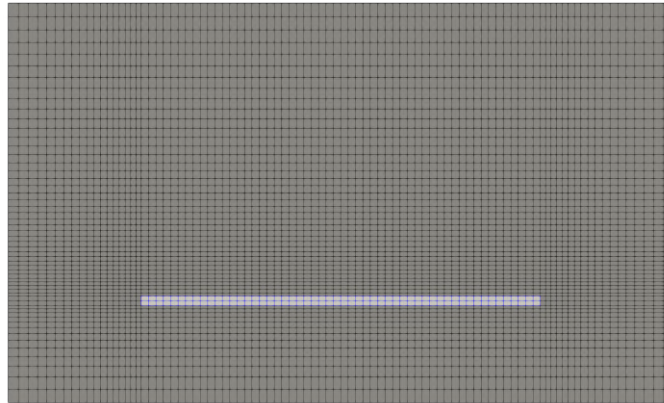


Figura 6.2: Esquema das malhas usadas na simulação de *sloshing* com um corpo flutuante e flexível.

A desvantagem desta estratégia é que, sendo as malhas uniformes (em termos do número de elementos), existem espaços que estão a ser desnecessariamente refinados enquanto outros podiam ter um maior nível de refinamento. Além disso, e como será discutido à frente, ao se usar um método de malhas conformes, a deterioração da qualidade da malha pode ser tão elevada que impossibilite a simulação.

6.1.2.2 Modelos do sólido e de acoplamento FSI

A deformação da membrana elástica é descrita pelo modelo constitutivo de Saint Venant-Kirchhoff devido ao elevado nível de deformação esperado do sólido.

Como descrito no Capítulo 2.2 foi usada a formulação Lagrangiana total para geometrias não lineares na descrição da equação governativa da deformação do sólido.

Por fim, para o método de relaxação dinâmica na passagem de informação na interface foi de novo usado o método de Aitken.

6.1.2.3 Condições fronteira

As condições de fronteira neste problema referem-se essencialmente às paredes do reservatório, à interface entre os dois fluidos e à interface fluido-sólido. Como apresentado anteriormente o modelo VOF, ao calcular a superfície livre já adiciona a condição fronteira referente a esta superfície.

Em relação às paredes e ao topo, estas são móveis segundo uma função sinusoidal onde é especificada a amplitude e frequência da velocidade de rotação (no *OpenFOAM*

isto corresponde ao tipo *angularOscillatingVelocity* no ficheiro *pointMotionU*). Para a velocidade foi usada a condição *newMovingWallVelocity* para permitir a rotação das paredes e *pressureInletOutletVelocity* no topo do reservatório. Em termos de pressão aplicou-se uma condição de gradiente zero nas paredes (*zeroGradient*) e de pressão total nula no topo do reservatório (*totalPressure*). Para a fração volúmica nas paredes aplicou-se a condição de gradiente zero e no topo a condição *inletOutlet*.

Já no corpo flutuante foi também imposta a condição *zeroGradient* em termos da pressão, *newMovingWallVelocity* para a velocidade, *zeroGradient* para a fração volúmica e sem qualquer movimento externo imposto. Para permitir o acoplamento FSI aplicou-se também a condição *solidTraction* no deslocamento sólido de todas as superfícies do corpo flutuante.

6.1.2.4 Excitação

A excitação aqui usada é muito semelhante à usada no caso do sloshing em que o eixo de rotação corresponde, em 2D, ao centro de rotação localizar-se no centro da parede inferior do tanque. Contudo, este movimento foi imposto como uma condição fronteira no ficheiro *pointMotionU* onde se define a velocidade de rotação das paredes. A amplitude e frequência da velocidade de rotação são parâmetros importantes que serão abordados mais à frente pois variam de caso para caso.

6.1.2.5 Esquemas e algoritmos

O esquema de Euler implícito foi escolhido para a discretização temporal, sendo este o método normalmente usado para problemas multifásicos. Foi ponderada a utilização de um esquema de segunda ordem, contudo, segundo simulações preliminares, o método de Crank-Nicolson introduzia demasiadas oscilações numéricas e o método *Backwards* não é suportado quando usado com o modelo VOF no OpenFOAM.

Para o esquema do gradiente foi usado o método dos quadrados mínimos por ser mais estável e preciso que o método linear de Gauss. Para o sólido usou-se uma versão deste esquema, o método dos quadrados mínimos estendido, dado ser o esquema recomendado pelos autores do pacote *solids4foam*.

Para os esquemas do divergente a escolha varia consoante a variável associada. Para a fração volúmica α usou-se o método *interfaceCompression* vanLeer limitado por ser um esquema TVD de segunda ordem com um algoritmo de compressão da interface que mantém a interface nítida em simulações que utilizem o método VOF. Para a velocidade recorreu-se ao esquema *vanLeerV*, mais uma vez um método TVD, de modo a manter o problema limitado e evitar descontinuidades no campo de velocidades, especialmente na interface. Para os restantes usou-se o esquema *linearUpwind* exceto para o sólido onde se usou o esquema linear.

Para o esquema do laplaciano usou-se o simples, mas efetivo, método linear corrigido e para o esquema do gradiente normal o esquema corrigido. Neste problema, dada a

deterioração da ortogonalidade da malha, é usado este método corrigido de modo a limitar o erro causado pela não ortogonalidade nos resultados.

A seleção destes esquemas foi realizada tanto através da leitura da bibliografia sobre problemas semelhantes como a partir dos resultados obtidos das outras simulações anteriormente realizadas.

Em relação aos algoritmos usados foi usado o algoritmo GAMG para a pressão, deslocamento das células da malha do fluido e para o deslocamento associado ao sólido. Já para a velocidade foi usado o algoritmo PBiCG. Existem muitas mais definições que aqui foram omitidas por simplicidade.

O algoritmo de acoplamento velocidade-pressão usado foi o PIMPLE com três corretores, dois corretores externos e dois corretores de não-ortogonalidade. Também se usou o método MULES com ciclos de correção para a fração volúmica.

As tolerâncias escolhidas como critério de terminação das iterações de cada algoritmo estão apresentadas na Tabela 6.2.

Tabela 6.2: Tolerâncias para as variáveis da simulação. Nota: As tolerâncias da pressão são divididas para os ciclos de iteração intermédia e para a iteração final.

Variáveis	Tolerâncias	
	Relativa	Absoluta
Fração volúmica	0	1×10^{-10}
Pressão (intermédia)	0	1×10^{-8}
Pressão (final)	0	n.a.
Deslocamento das células do fluido	0	1×10^{-8}
Velocidade (intermédia e final)	0	1×10^{-8}
Deslocamento do sólido	1×10^{-3}	1×10^{-9}
FSI - <i>outer correction loop</i>	0	1×10^{-6}
FSI - deslocamento	1×10^{-3}	1×10^{-7}

6.1.3 Desafios iniciais

O objetivo deste tipo de simulação é estudar o comportamento do corpo flexível devido à sua relação com o fluido. Para criar um caso deste tipo foi necessário realizar várias simulações preliminares para perceber o nível de viabilidade da simulação numérica.

O principal fator que dificulta esta simulação é a excessiva deformação da malha do fluido causada pelo movimento acentuado do corpo flutuante. Para estudar este fenómeno realizou-se uma simulação teste com os parâmetros da Tabela 6.3.

Esta simulação apenas corre durante 1,82 segundos, uma vez que diverge devido ao crescimento súbito e descontrolado da fração volúmica da água para 1×10^{82} numa célula local (e outros valores igualmente elevados noutras células). Como este valor deveria estar limitado entre 0 e 1, a simulação foi interrompida.

Tabela 6.3: Parâmetros usados na simulação preliminar.

Comprimento L [m]	0,6
Espessura h [m]	0,014
Espaçamento d [m]	0,2
Velocidade de rotação máxima [rad/s]	0,07
Frequência de rotação [Hz]	2,5

Na Figura 6.3 ilustra-se o instante anterior ao que a simulação terminou. Como é visível, na zona A, a fração volúmica tem um comportamento não físico pois forma-se uma pequena zona onde a fração volúmica desceu rapidamente para zero e outra onde subiu rapidamente para um.

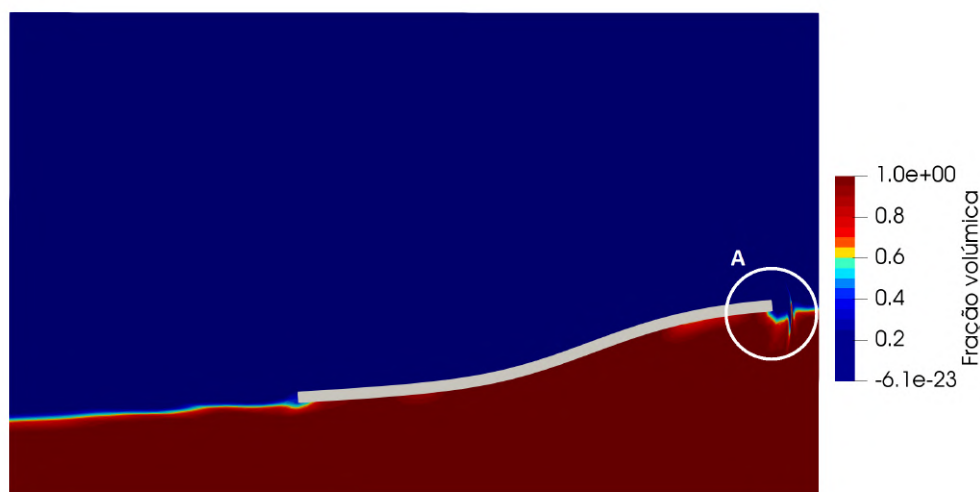


Figura 6.3: Ilustração da fração volúmica na simulação onde na zona A é visível um distúrbio irrealista.

A localização da zona A não é aleatória, está localizada entre o extremo do corpo flutuante e a parede do tanque. E a razão prende-se com a deformação da malha que, como visível na Figura 6.4, é extrema na mesma localização.

O que acontece é que o corpo flutuante, por não ter qualquer grau de liberdade restringido, movimenta-se livremente no topo da água. Dada a natureza da simulação é normal que este derive conforme o movimento da água. É este movimento que obriga a malha do fluido a ser atualizada para manter o acoplamento FSI. Contudo, dado que o deslocamento do sólido é muito elevado, também é muito elevado o nível de deformação da malha. Este caso é especialmente perigoso quando duas fronteiras vão-se aproximando (como na zona A: face do sólido e a parede do tanque) pois a malha do fluido é comprimida levando a uma perda muito elevada da qualidade da malha, especialmente porque o volume de cada elemento pode chegar mesmo a zero.

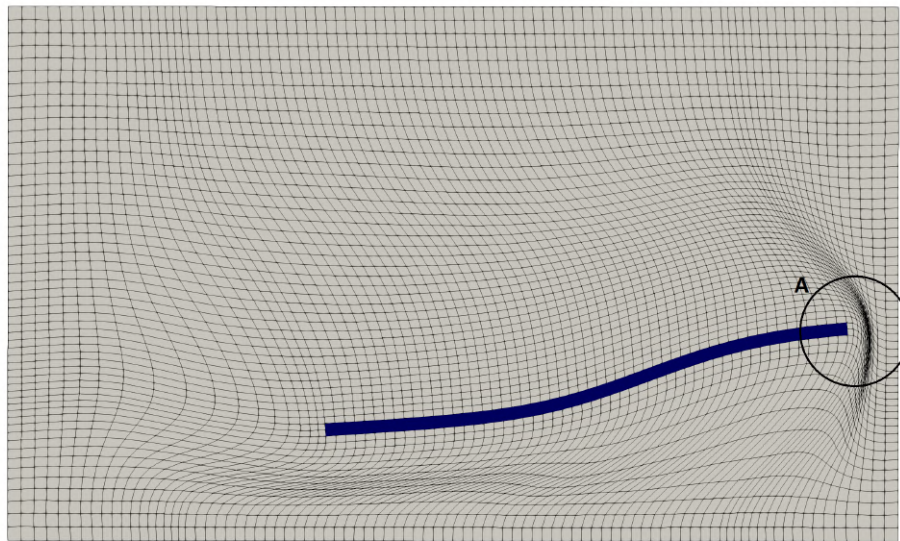


Figura 6.4: Ilustração da malha do fluido na simulação onde na zona A é visível um nível de deformação muito elevado.

Para avaliar a real perda de qualidade da malha do fluido foram extraídos vários parâmetros de qualidades nos seguintes instantes de tempo: 0 s, 1,4 s e 1,82 s. Estes dados estão apresentados na Tabela 6.4. Como seria de esperar a qualidade da malha decresce rapidamente para todos os parâmetros de qualidade sendo que no instante $t = 1,82$ s todos os valores estão acima dos normalmente recomendados como valores máximos aceitáveis em simulações CFD.

Tabela 6.4: Evolução dos vários parâmetros de qualidade da malha do fluido ao longo do tempo para a simulação teste.

Instantes de tempo	<i>Aspect Ratio</i> máximo	Não-ortogonalidade		Assimetria máxima
		Média	Máxima	
$t = 0,00$ s	2,19	0,00	0,00	0,00
$t = 1,40$ s	3,08	12,67	45,50	0,30
$t = 1,82$ s	30,24	30,66	85,79	1,13

O método de atualização da malha usado foi o *velocityLaplacian* com uma difusão proporcional ao inverso do quadrado da distância. Foram tentados outros métodos mas surgiram erros que, por questões de tempo, não puderam ser corrigidos de modo a os poder avaliar (*RBFMeshMotionSolver*, *displacementLaplacian* ou *surfaceAlignedSBRStress* por exemplo).

Esta análise foi repetida para vários níveis de refinamento da malha e para diferentes parâmetros de excitação. No entanto, sempre que o movimento do corpo flutuante é elevado, a qualidade da malha do fluido deteriora-se rapidamente, resultando na interrupção da simulação. Portanto, esta análise revela uma limitação deste método numérico ao estudar casos com deslocamentos elevados do sólido. Uma possível solução é usar o método

Tabela 6.5: Parâmetros usados na simulação preliminar.

Comprimento L [m]	0,6
Espessura h [m]	0,014
Espaçamento d [m]	0,2
Ângulo máximo [rad]	0,05
Frequência de rotação [Hz]	2,5
Altura da água [m]	0,2

immersed boundary, que não requer conformidade entre as malhas e, conseqüentemente, elimina a necessidade de atualização da malha do fluido. Contudo, pelo conhecimento do autor, este método não está implementado no pacote *solids4foam*.

6.1.4 Verificação

De seguida apresentam-se três breves análises que pretendem estudar a independência dos resultados em relação a ambas as malhas e ao passo de tempo.

Sendo o comportamento da estrutura flexível o tópico em foco é usada como quantidade de comparação o deslocamento vertical do canto superior direito do corpo flutuante.

De modo a minimizar o problema da perda súbita de qualidade da malha foram escolhidos outros parâmetros de modo a evitar que o corpo flutuante se aproxime em demasia das paredes do tanque. Estes parâmetros estão apresentados na Tabela 6.5. Contudo, ainda se pretendiam obter movimentos não lineares da superfície livre para avaliar a resposta da estrutura flexível, por isso foi necessário obter um compromisso na duração da simulação, apenas 4 segundos.

De novo, apresentam-se no Apêndice C várias imagens desta simulação em vários instantes de tempo.

6.1.4.1 Análise de sensibilidade da malha do fluido

Nesta análise optou-se também por refinar as malhas segundo um rácio de refinamento $r = \sqrt{2} \approx 1,4142$ de modo a duplicar o número de elementos entre malhas consecutivas. A primeira malha, a mais grosseira, foi construída com 2330 elementos (ver Tabela 6.6).

Tal como na simulação do caso HronTureFSI3, o aumento do número de elementos na interface fluido-sólido dificulta a convergência do acoplamento FSI, daí o número de elementos ser aparentemente reduzido.

A evolução do deslocamento do ponto A (ver Figura 6.1) está apresentada na Figura 6.5. O erro relativo médio e GCI (considerando um fator de segurança de 1,25 e ordem de convergência 2) entre cada uma das simulações e a simulação com a malha mais refinada está apresentado na Tabela 6.9. Tanto através da figura como da tabela é claro que as curvas estão bastante próximas, estando as mais refinadas quase sobrepostas.

6.1. SIMULAÇÃO DE UM CASO DE *SLOSHING* COM UM CORPO FLUTUANTE

Tabela 6.6: Refinamento da malha do fluido na análise de convergência da simulação de *sloshing* com um corpo flutuante.

Malha do sólido		Malha do fluido		Tempo	
Código	Nº de elementos	Código	Nº de elementos	Código	Passo de tempo [s]
C	432	1	2330	δ	5×10^{-4}
		2	4842		
		3	9500		
		4	18902		
		5	37644		

A convergência é corroborada pela Figura 6.6 onde é clara a diminuição e estabilização do erro relativo. Assim, pode-se dizer que para a malha 4 a solução já não é muito dependente da malha do fluido.

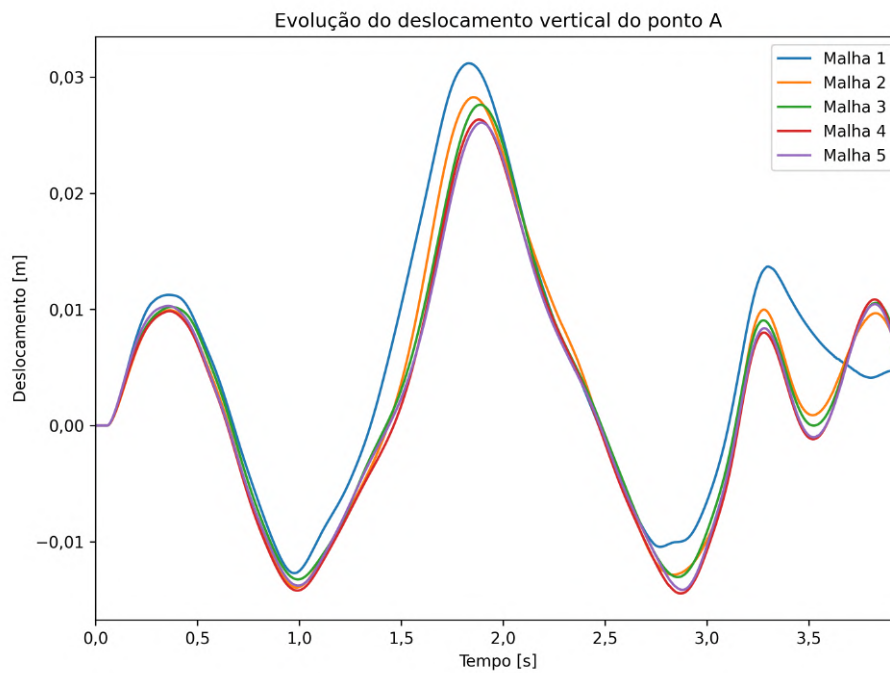
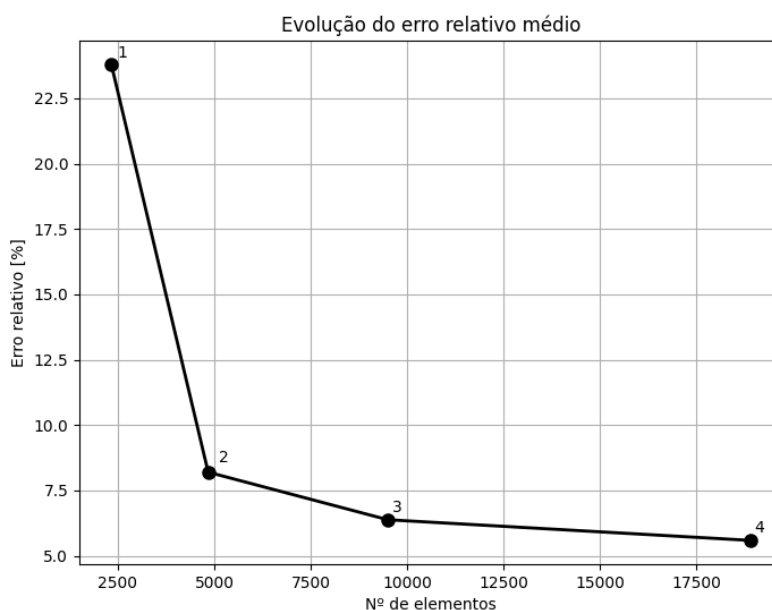


Figura 6.5: Evolução do deslocamento vertical para diferentes malhas do fluido na simulação do *sloshing* com o corpo flutuante.

Tabela 6.7: Comparação dos erros relativos e *Grid Convergence Index* (GCI) entre as simulações 1, 2, 3 e 4 e a simulação 5 para a análise de sensibilidade da malha do fluido.

Comparação com a simulação 5				
Simulação	1	2	3	4
Erro relativo médio [%]	23,80	8,20	6,38	5,59
GCI [%]	60,74	20,93	16,28	14,27

Figura 6.6: Evolução do erro relativo médio num sucessivo refinamento da malha do fluido na simulação de *sloshing* com um corpo flutuante.

6.1.4.2 Análise de sensibilidade da malha do sólido

Agora é avaliada a dependência da malha do sólido. Também foi feita uma duplicação do número de elementos entre malhas estando a descrição total apresentada na Tabela 6.8.

A Figura 6.8 ilustra a evolução do deslocamento vertical do ponto A ao longo do tempo onde é visível a proximidade das várias curvas. Isto indica que para as malhas mais refinadas a solução é independente da malha do sólido. Esta proximidade é também verificada na Tabela 6.11 e na Figura 6.10 onde se apresenta a evolução do erro relativo quando se compara cada uma das simulações com a simulação associada à malha mais refinada. Não existe estabilização do erro mas ocorre uma diminuição substantiva do erro relativo médio o que indica que se a independência ainda não foi atingida. Apenas seria necessária uma malha ligeiramente mais refinada para obter praticamente a mesma solução.

6.1. SIMULAÇÃO DE UM CASO DE *SLOSHING* COM UM CORPO FLUTUANTE

Tabela 6.8: Refinamento da malha do sólido na análise de convergência da simulação de *sloshing* com um corpo flutuante.

Malha do sólido		Malha do fluido		Tempo	
Código	Nº de elementos	Código	Nº de elementos	Código	Passo de tempo [s]
A	108				
B	228				
C	432	4	18902	δ	5×10^{-4}
D	912				
E	1824				

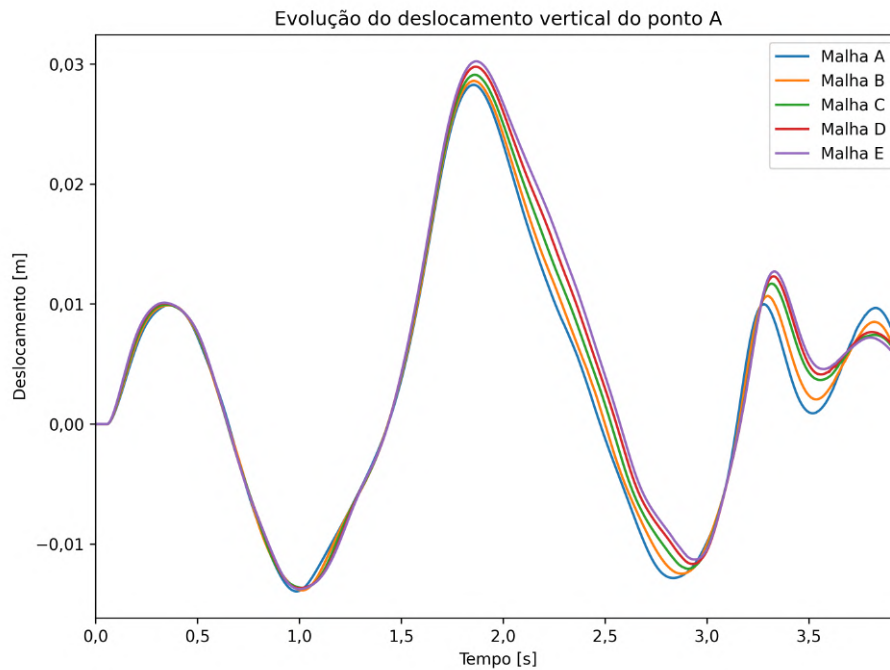


Figura 6.7: Evolução do deslocamento vertical para diferentes malhas do sólido na simulação do *sloshing* com o corpo flutuante.

Tabela 6.9: Comparação dos erros relativos e *Grid Convergence Index* (GCI) entre as simulações 1, 2, 3 e 4 e a simulação 5 para a análise de sensibilidade da malha do fluido.

	Comparação com a simulação 5			
Simulação	1	2	3	4
Erro relativo médio [%]	14,86	10,21	6,26	3,91
GCI [%]	38,00	26,03	15,96	9,97

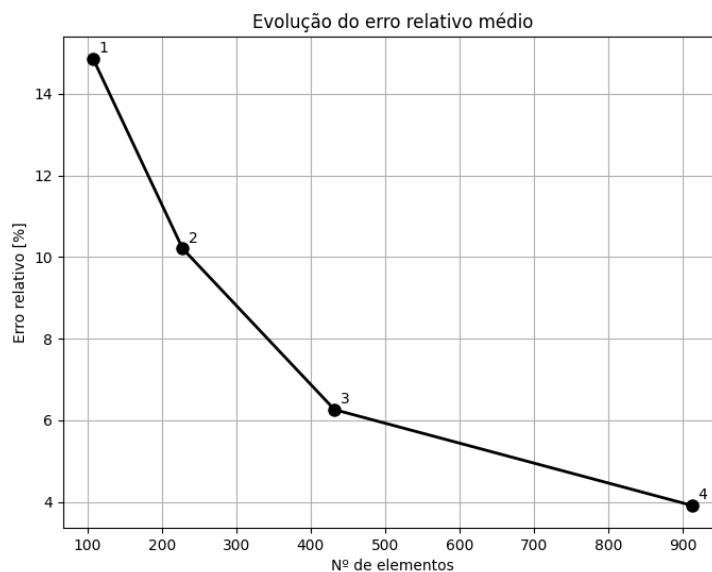


Figura 6.8: Evolução do erro relativo médio num sucessivo refinamento da malha do sólido na simulação de *sloshing* com um corpo flutuante.

6.1.4.3 Análise de sensibilidade do passo de tempo

Por fim avalia-se a dependência do passo de tempo. Para realizar esta análise pretendeu-se usar a mesma estratégia usada nas análises anteriores mas verificou-se que os problemas de divergência não permitiram refinar ainda mais o passo de tempo. Assim, usaram-se os valores da Tabela 6.10.

Tabela 6.10: Refinamento do passo de tempo na análise de convergência da simulação do *sloshing* com um corpo flutuante.

Malha do sólido		Malha do fluido		Tempo	
Código	Nº de elementos	Código	Nº de elementos	Código	Passo de tempo [s]
C	432	4	18902	α	4×10^{-3}
				β	2×10^{-3}
				γ	1×10^{-3}
				δ	5×10^{-4}

A Figura 6.9 ilustra a evolução do deslocamento vertical do ponto A ao longo do tempo. Desde já é visível a proximidade das várias curvas, o que indica a fraca dependência da simulação para os passos de tempo aqui usados. Esta proximidade é confirmada na Tabela 6.11 e na Figura 6.10 onde se apresenta a evolução do erro relativo quando se compara cada uma das simulações com a simulação associada ao menor passo de tempo (δ).

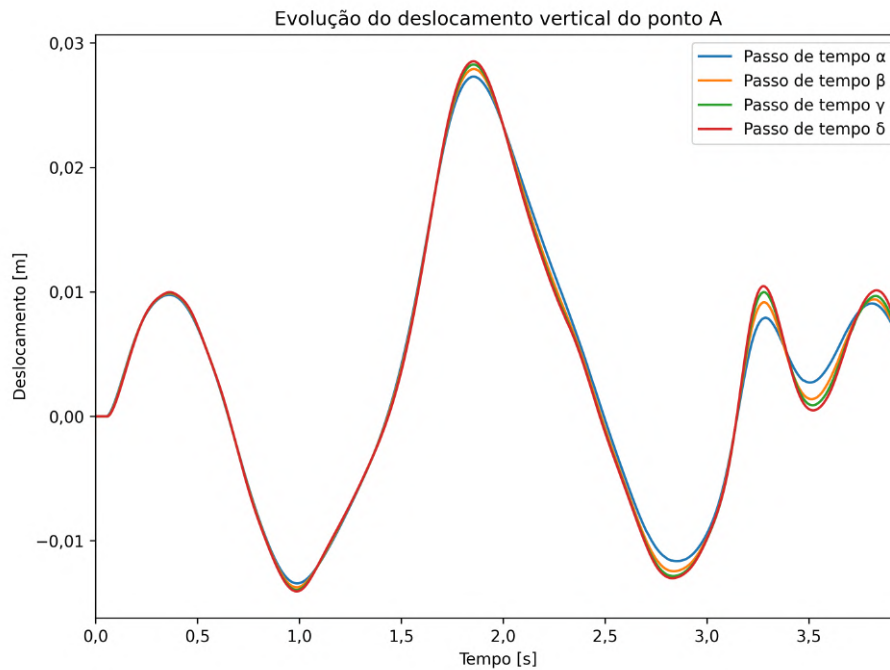


Figura 6.9: Evolução do deslocamento vertical para diferentes passos de tempo na simulação do *sloshing* com o corpo flutuante.

Tabela 6.11: Comparação dos erros relativos e *Grid Convergence Index* (GCI) entre as simulações α , β e γ e a com o menor passo de tempo (δ) para a análise de sensibilidade do passo de tempo.

Comparação com a simulação δ			
Simulação	α	β	γ
Erro relativo médio [%]	30,12	7,95	3,25
GCI [%]	75,32	19,88	5,63

É clara a diminuição do erro relativo médio e do GCI até valores muito baixos o que indica que a solução já não é fortemente dependente do passo de tempo usado para valores abaixo de 1×10^{-3} segundos.

De um modo geral é possível obter uma solução independente das discretizações usadas com as malhas e passos de tempo anteriormente apresentados.

6.1.5 Validação

Os dados experimentais aqui usados para validação são cortesia de Francisco Bernardo no decorrer da sua tese de doutoramento na NOVA FCT. A montagem experimental é a mesma do caso de *sloshing* (ver Capítulo 5) acrescentando-se apenas um polímero elástico leve e hidrófobo com as propriedades mecânicas apresentadas na Tabela 6.1, tendo sido estes parâmetros medidos experimentalmente.

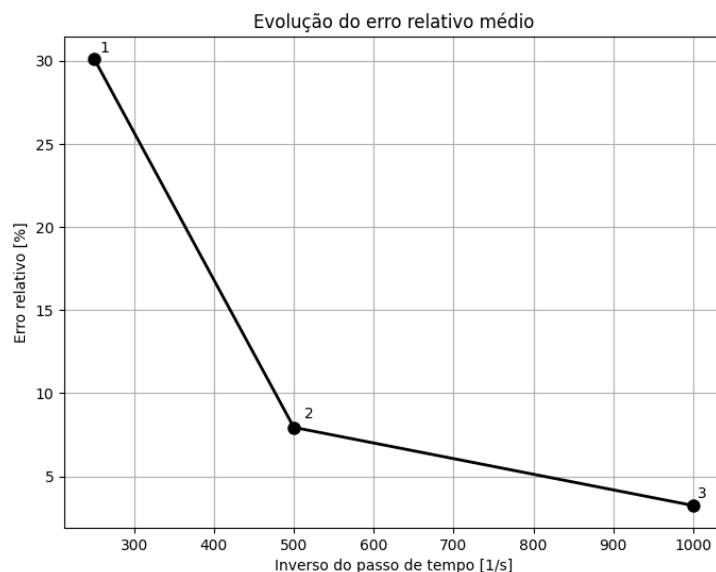


Figura 6.10: Evolução do erro relativo médio num sucessivo refinamento do passo de tempo na simulação de *sloshing* com um corpo flutuante.

Neste caso usaram-se os mesmos parâmetros usados nas análises de sensibilidade (ver Tabela 6.5) com um passo de tempo de 5×10^{-4} segundos, uma malha com 18902 elementos para o fluido e outra com 912 elementos para o sólido. Como foi verificado nas análises de sensibilidade nestas condições os resultados já são aceitavelmente independentes das malhas e do passo de tempo.

Nesta análise de validação compararam-se as pressões no tanque bem como a elevação do corpo flutuante. Por questões de falta de tempo não foi possível fazer uma comparação dos campos de velocidade.

A comparação das pressões relativas foi executada do mesmo modo que na simulação do *sloshing*: através dos mesmos cinco pontos onde se mede a pressão nas paredes do tanque (ver Figura 5.2).

A Figura 6.11 apresenta, de forma compacta, a comparação das curvas numéricas e experimentais para os cinco pontos de pressão. Como é visível existe uma elevada proximidade entre as curvas, contudo, e tal como acontecia na validação do caso de *sloshing*, verifica-se sempre um desvio aproximadamente constante ao longo do tempo entre os resultados (nos pontos 1, 2, 3 e 5). Como foi hipotetizado anteriormente esta discrepância deve-se dever a uma descalibração dos sensores digitais de pressão pela consistência no erro e no valor errado mesmo quando o tanque está estático.

Assim, neste caso optou-se por usar um sensor analógico no ponto 4 de modo a comparar as pressões obtidas experimentalmente e, como é claro na Figura 6.11, as curvas no ponto 4 além de estarem mais próximas começam no mesmo valor de pressão como seria de esperar, fortificando a hipótese acima apresentada.

6.1. SIMULAÇÃO DE UM CASO DE *SLOSHING* COM UM CORPO FLUTUANTE

Deste modo, como apenas foi possível usar um sensor analógico, tem-se de prosseguir a análise com a ideia que uma parte da diferença entre as curvas experimentais e numéricas é devida a este erro experimental associado aos sensores digitais.

Contudo, mesmo com este percalço, é claro que as curvas têm a mesma tendência o que indica uma forte capacidade do modelo numérico em prever os níveis de pressão relativa a que as paredes do tanque estão sujeitas neste caso.

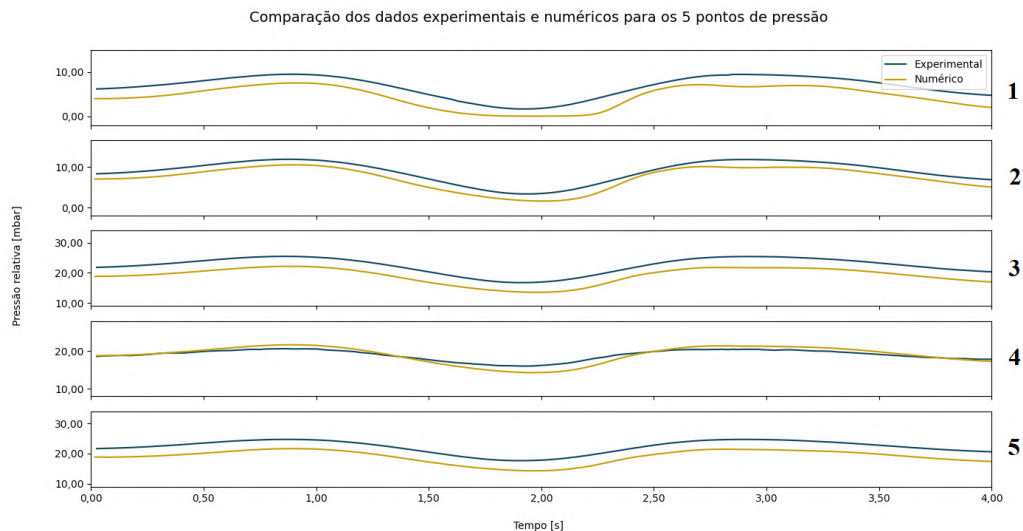


Figura 6.11: Comparação das curvas de pressão, em 5 pontos, entre os resultados numéricos e os experimentais na simulação de *sloshing* com um corpo flutuante.

Em termos quantitativos os erros relativos médios associados a cada ponto estão expressos na Tabela 6.12. Através desta análise é claro que o erro é numericamente mais baixo no ponto 4. Isto porque foi neste ponto onde se usou um sensor analógico de pressão. Tendo em conta que os pontos 3, 4 e 5 estão bastante próximos geometricamente as curvas deveriam ser muito semelhantes, mas como é claro na Figura 6.11, apenas as curvas 3 e 5 o são, desviando-se da curva 4. No geral, pode-se dizer que existe um erro relativo suficientemente reduzido para que o método numérico esteja validado neste aspeto.

Tabela 6.12: Erros relativos médios [%] entre as curvas numéricas e as experimentais no caso do *sloshing* com um corpo flutuante.

Pontos	1	2	3	4	5
Erro relativo médio [%]	25,56	10,57	13,17	4,98	13,77

Como neste caso os efeitos da inércia da água devem ser muito superiores à influência do corpo flutuante no campo de pressão esta não é uma comparação suficiente neste caso de FSI. Deste modo, comparou-se também a elevação do corpo flutuante em oito pontos com a coordenada horizontal fixa de acordo com a tabela 6.13 onde a dimensão horizontal tem como referência o canto esquerdo inferior do tanque. (Nota: não se usaram

pontos fixos no corpo flutuante por não terem sido usados marcadores que auxiliassem a detecção destes pontos na atividade experimental). Os pontos da extremidade estão a alguma distância das bordas do corpo flutuante para assegurar que, caso o corpo derive, estes pontos estejam sempre no corpo flutuante e não na água.

A Figura 6.12 ilustra a posição dos pontos no instante inicial e num instante onde o corpo está deformado. O método de detecção da superfície do corpo flutuante foi a mesma que foi aplicada no caso de *sloshing*: através de um método de visão computacional (com um código em Python) detetou-se a brusca mudança de tonalidade, ao longo das linhas verticais, que indica a transição ar-sólido. Este não é um método perfeito, apresentando alguma incerteza difícil de computar, mas fornece resultados suficientemente robustos e precisos na maioria dos casos.

Tabela 6.13: Pontos e respetivas coordenadas no tanque usados na análise da elevação do corpo flutuante.

Ponto	Coordenada horizontal [mm]
1	288
2	350
3	413
4	475
5	538
6	600
7	663
8	725

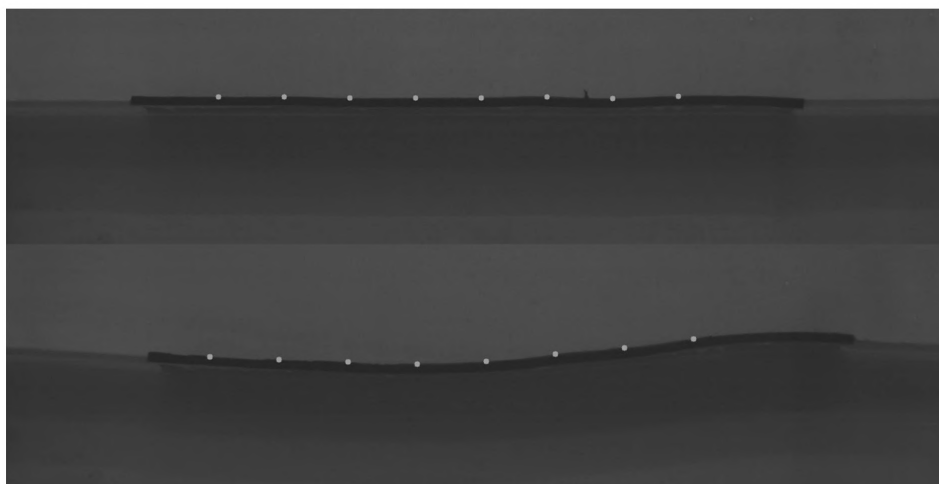


Figura 6.12: Ilustração dos oito pontos detetados na superfície do corpo flutuante em dois instantes de tempo distintos.

6.1. SIMULAÇÃO DE UM CASO DE *SLOSHING* COM UM CORPO FLUTUANTE

Na Figura 6.13 apresentam-se todas as curvas de comparação entre os dados experimentais e numéricos para os pontos 1 a 8. Uma análise visual revela a proximidade entre ambas as curvas na maioria dos instantes de tempo. Verifica-se, contudo, que nos instantes iniciais existe uma oscilação muito superior nas curvas numéricas quando comparadas com as experimentais. Uma possível explicação é o facto de existir um transitório na simulação numérica que introduza algumas oscilações associadas à estabilização do corpo flutuante. À medida que o tempo avança e o tanque roda o movimento do corpo flutuante aproxima-se mais do obtido experimentalmente. No geral a amplitude e fase dos picos e vales é obtida com uma boa precisão.

Existem também sempre alguns erros na análise dos dados experimentais. Um caso óbvio é a discrepância dos valores logo nos instante iniciais associada ao método de análise computacional visual (apenas na ordem dos milímetros) e ao facto de que no caso experimental o corpo nunca estar completamente horizontal (uma vez que é flexível). Este último é praticamente anulado quando o tanque começa a rodar e o corpo flutuante a deformar-se mais.

O cálculo do erro relativo médio, apresentado na Tabela 6.14, corrobora a proximidade dos resultados numéricos e experimentais.

Tabela 6.14: Erros relativos médios [%] entre as curvas numéricas e as experimentais na elevação do corpo flutuante.

Pontos	1	2	3	4	5	6	7	8
Erro relativo médio [%]	3,32	2,22	4,17	3,01	2,37	3,28	3,19	2,91

Assim, através da análise anterior, verifica-se que o modelo numérico aqui usado consegue obter com uma precisão aceitável a elevação do corpo flutuante associada à sua deformação elástica.

Conclui-se assim a validação do modelo numérico para este caso, verificando-se uma boa capacidade na obtenção da elevação do corpo flutuante e das pressões numericamente e um bom potencial em aplicações semelhantes.

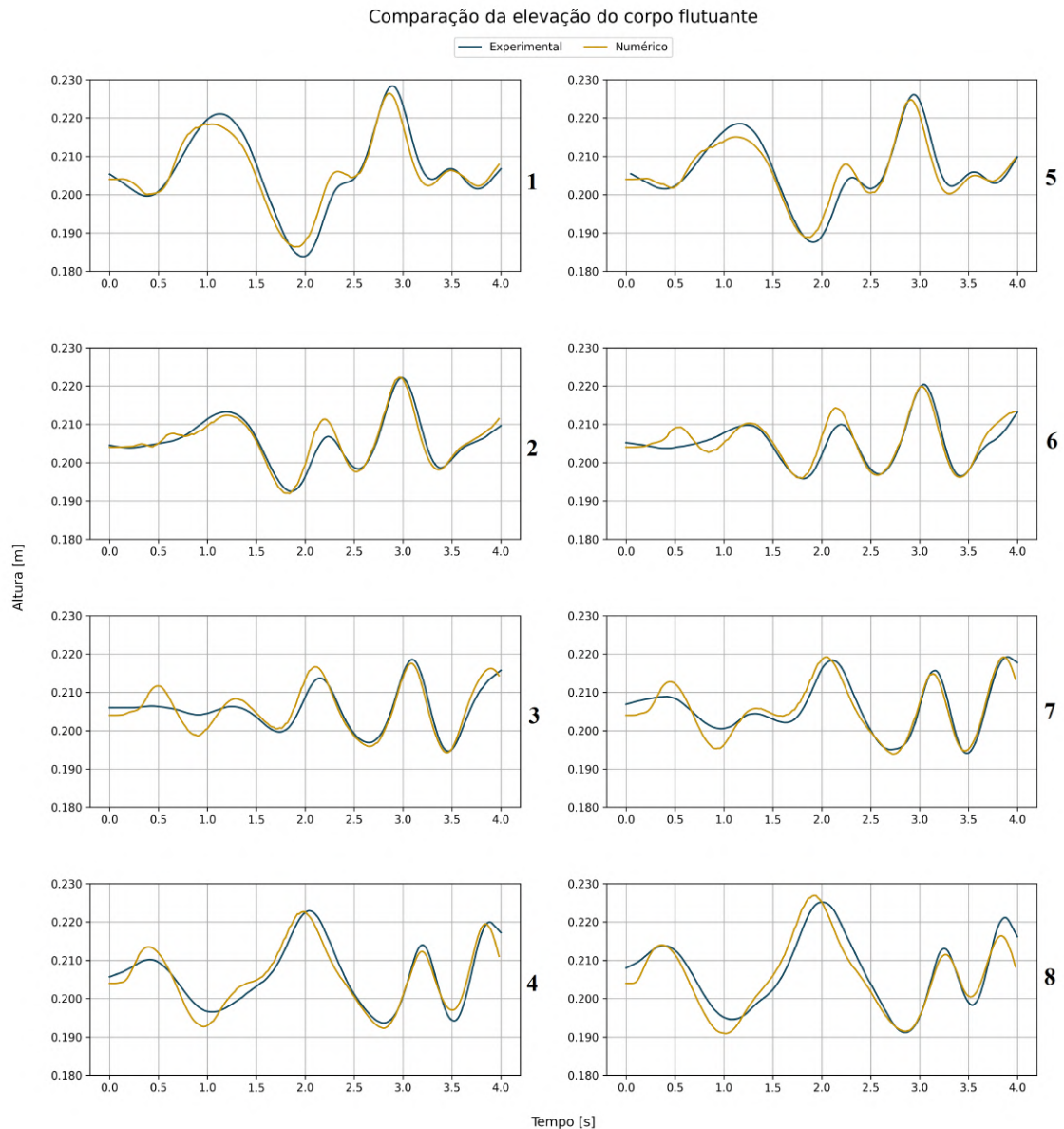


Figura 6.13: Comparação das curvas da altura do corpo flutuante entre os resultados numéricos e os experimentais para os pontos 1 a 8.

6.1.6 Deformação da estrutura elástica

A Figura 6.14 ilustra o deslocamento da estrutura flexível ao longo do seu comprimento para quatro instantes de tempo. Os dois eixos não estão na mesma escala mas é possível notar a curvatura que a estrutura adquire dada a sua flexibilidade.

Serve esta imagem como ilustração dos níveis de deformação experienciados pelo corpo flutuante. Não se tratam de pequenas deformações mas sim de deformações significativas e claramente não lineares.

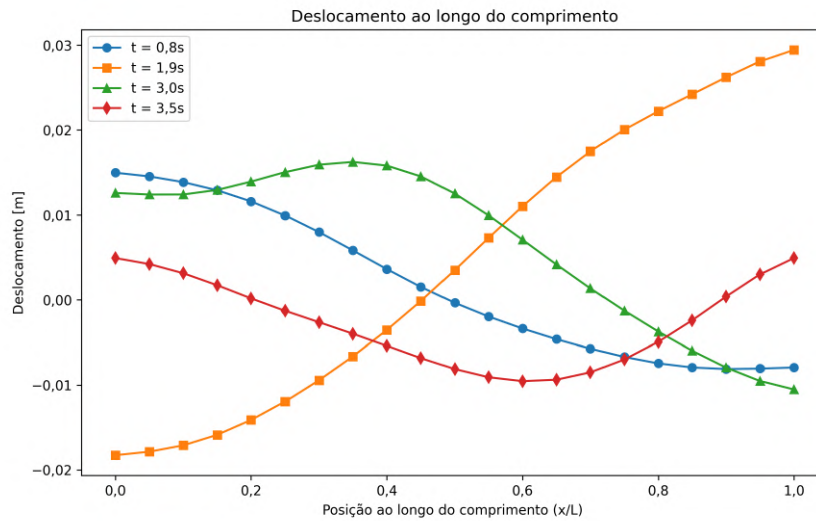


Figura 6.14: Deslocamento ao longo do comprimento da estrutura flutuante para quatro instantes de tempo na simulação de *sloshing* com um corpo flutuante.

6.2 Simulação de um corpo flutuante muito flexível sujeito a ondas

Esta simulação final tem como objetivo estudar o movimento de estruturas flutuantes e muito flexíveis (VFFS). Neste cenário, analisa-se uma situação simplificada da realidade, onde o corpo flutuante está exposto à ação da ondulação. A excitação é modelada como uma onda incidente regular, para uma altura de onda de 0,1 m e períodos de onda entre 0,6 e 3 s.

6.2.1 Caso em estudo

O domínio numérico quase 2-D foi configurado para representar o plano $x - z$ de um tanque de ondas experimental. Por questões de eficiência na computação, o comprimento do tanque foi reduzido a 5 m de comprimento (quanto maior for, mais elementos existirão e logo, mais tempo demorará a solução a calcular. Neste estudo, domínios grandes não são realistas devido à falta de tempo para correr as simulações). O tanque tem 0,8 m de altura com uma profundidade de água de 0,6 m (ver Figura 6.15). A estrutura deformável não tem nenhum grau de liberdade fixo, ou seja, é livre para se deformar em qualquer direção devido à interação com as ondas.

O corpo tem um comprimento L , espessura h e está colocado a 1,5 m da entrada e a 2 m da saída do domínio, tal como indica a Figura 6.15. De modo a obter um comportamento flexível optou-se por usar um comprimento de 1,5 m e uma espessura de 5 mm.

O que se pretende é simular uma VFFS, ou seja, uma estrutura extremamente flexível onde o seu comprimento é várias ordens de grandeza superior à sua espessura. Recordando o conceito do comprimento característico, discutido na introdução e apresentado por

Suzuki e Yoshida [24], como o comprimento da região localmente deformada por uma carga estática concentrada, formalmente definido por:

$$\lambda_c = 2\pi \left(\frac{EI}{\rho g} \right)^{\frac{1}{4}}$$

Onde EI é a rigidez à flexão por unidade de largura e ρg é uma medida da força de restauração hidrostática por unidade de largura. O rácio L/λ_c ao ser superior a 10 (limite considerado por [13] e [25]) indica que a resposta da estrutura é verdadeiramente muito flexível. Testes preliminares revelaram que um comprimento elevado introduz dois problemas severos neste modelo numérico: 1) Um tempo de computação muito elevado (cerca de dez vezes mais quando o comprimento é multiplicado por 5); e 2) problemas de convergência do acoplamento FSI (mesmo em água estacionária) o que se pode dever aos pequenos deslocamentos induzidos pelo próprio peso da estrutura necessitarem de uma elevada resolução das malhas.

Assim, pelas razões acima declaradas, de modo a poder realizar esta simulação optou-se por usar um comprimento de 1,5 m, que ainda se traduz numa estrutura muito flexível mas apenas no seu limite, sendo o rácio $L/\lambda_c = 10,6$.

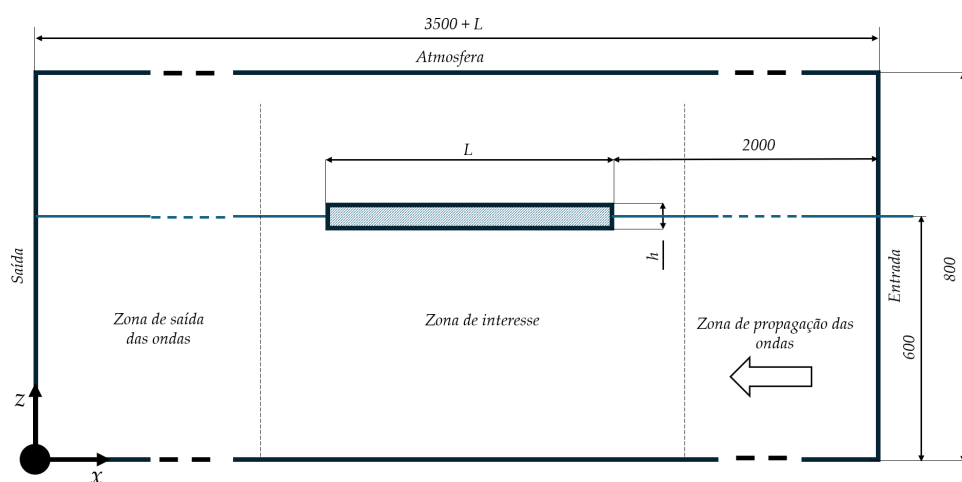


Figura 6.15: Esquema do caso do corpo flutuante sujeito a ondas.

Tal como nas simulações anteriores, o líquido utilizado foi água à temperatura ambiente podendo esta ser considerada como um fluido newtoniano com as propriedades em unidades S.I. indicadas na Tabela 6.15, o mesmo aplica-se ao ar. O sólido é também um polímero elástico com as propriedades mecânicas apresentadas na mesma tabela (mais à frente o módulo de Young será variado).

6.2.2 Modelo numérico

Para simular este problema recorreu-se ao mesmo modelo numérico usado na simulação de *sloshing* com um corpo flutuante dado que este já foi verificado e validado para esse

6.2. SIMULAÇÃO DE UM CORPO FLUTUANTE MUITO FLEXÍVEL SUJEITO A ONDAS

Tabela 6.15: Propriedades físicas da água, do ar (ambos a 15 °C) e do polímero. Sendo ρ a massa volúmica, ν a viscosidade cinemática e σ_S a tensão superficial.

Fluido 1 - Água	ρ_{F1} [kg/m ³]	999,0
	ν_{F1} [m ² /s]	$1,134 \times 10^{-6}$
	σ_S [N/m]	0,0728
Fluido 2 - Ar	ρ_{F2} [kg/m ³]	1,2
	ν_{F2} [m ² /s]	$1,790 \times 10^{-5}$
Sólido - Polímero	ρ_S [kg/m ³]	600
	E_S [Pa]	$2,4 \times 10^5$
	ν_S	0,4

problema. Sendo este um caso semelhante, supõe-se que seja um modelo adequado para este caso também.

Nesta situação, espera-se um escoamento suave dado que as ondas não são de elevada amplitude e velocidade (número de Froude abaixo da unidade). Por esta razão, não se usou um modelo de turbulência dado que, em princípio, teria pouco impacto e introduziria uma maior complexidade na simulação. Contudo, ainda não é possível confirmar se esta é uma aproximação razoável ou não (apenas uma comparação com dados experimentais o pode dizer).

6.2.2.1 Malhas

Usou-se de novo a estratégia da malha deformável para o fluido, inicialmente estruturada e com elementos retangulares (sem mudanças topológicas de adição ou subtração de elementos) juntamente com uma malha deformável para o sólido. A Figura 6.16 ilustra, como exemplo, as malhas usadas neste caso no instante inicial da simulação.

Com base em simulações preliminares e nos resultados das simulações anteriores foi usada uma discretização horizontal uniforme de $\Delta_x = 0,01$ m na região de interesse com um gradiente na direção da entrada/saída para minimizar o esforço computacional. Verificou-se também que a deformação da estrutura é mais sensível à resolução vertical do que à horizontal (especialmente na superfície livre), possivelmente devido à difusão associada ao VOF e à interpolação FSI. Logo, optou-se por reduzir a resolução vertical na superfície livre através do uso de um gradiente.

Na interface fluido-sólido usou-se uma malha conforme para minimizar os erros associados à passagem de informação nesta interface. Ou seja, no sólido $\Delta_x = 0,01$ m e $\Delta_z = 0,0025$ m. Considerando um comprimento da estrutura de 1,5 m isto resulta numa densidade da malha de 150 elementos por metro.

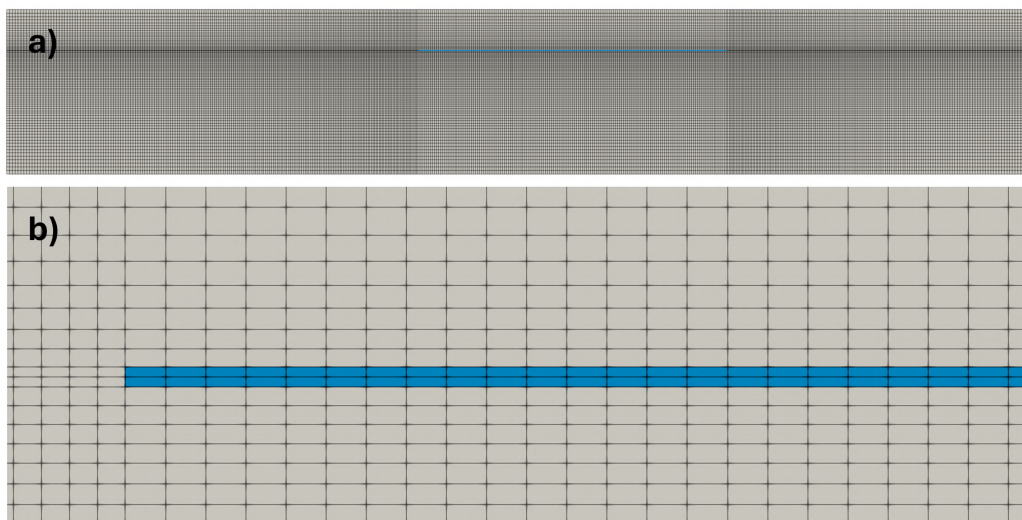


Figura 6.16: Esquema das malhas usadas na simulação do corpo flutuante sujeito a ondas. A subfigura a) ilustra todo o domínio enquanto que a b) é uma vista de pormenor de uma das extremidades do corpo flutuante.

6.2.2.2 Condições fronteira e iniciais

Muitas destas condições são iguais às usadas nas simulações anteriores, logo de forma breve: para o fluido, a condição inicial é a de água estacionária com o corpo flutuante em repouso a flutuar na sua posição de equilíbrio. A geração de ondas é conseguida na fronteira de entrada através da condição *waveAlpha* incluída no OpenFOAM 2012 associada à condição *waveVelocity* tanto na entrada como na saída. As restantes condições de fronteira são: condição de não escorregamento na fronteira inferior e pressão total para a atmosfera.

Para permitir o acoplamento FSI aplicou-se também a condição *solidTraction* no deslocamento sólido de todas as superfícies do corpo flutuante.

6.2.2.3 Ondas

Nesta simulação, recorreu-se a ondas de Stokes de segunda ordem [110] para representar com maior precisão as características das ondas, tendo em conta a relação de dispersão e as propriedades de uma onda regular que se propaga em águas de pequena profundidade e com uma altura de onda significativa, onde a teoria linear deixa de ser adequada.

As principais características que definem estas ondas são a sua altura (medida entre o vale e a crista da onda) e seu período. Tomou-se a altura da onda como constante ao longo destas simulações, adotando-se o valor de 0,1 m, um valor razoável onde é possível deformar a estrutura significativamente. O período foi tomado como 1 s, mas foi variado para determinar o diagrama de excitação da estrutura, em todos os outros casos o valor é de um segundo.

Foi utilizado um comprimento de propagação das ondas de 2 m para que as ondas se possam desenvolver completamente e um comprimento de saída de 1,5 m para minimizar os efeitos de reflexão que ocorrem na saída do domínio. À saída foi também aplicado um absorvor numérico para remover as reflexões.

6.2.2.4 Esquemas e algoritmos

Nesta simulação usaram-se exatamente os mesmos esquemas e algoritmos que foram usados na simulação do *sloshing* com um corpo flutuante. Assim, por questões de brevidade não se apresenta aqui a mesma listagem (ver 6.1.2.5).

Nota-se que se usou um passo de tempo fixo de 5×10^{-4} segundos (derivado das simulações anteriores).

6.2.3 Resultados

Os seguintes resultados usam como parâmetros de simulação: período da onda $P = 1$ s, amplitude da onda $A = 0,05$ m, comprimento da estrutura $L = 1,5$ m e espessura $0,005$ m. Os deslocamentos são sempre medidos a meio da estrutura para evitar a influência do fenómeno de *overwash* nos resultados.

No Apêndice D apresentam-se, de novo, várias figuras que ilustram a evolução da simulação para as condições acima descritas.

A Figura 6.17 apresenta uma comparação espacial das soluções numéricas para diferentes instantes de tempo. O deslocamento vertical (D_z), que é normalizado pela amplitude das ondas, é uma função da posição relativa x/L . É possível observar que a estrutura flexível acompanha a elevação das ondas apresentando curvas acentuadas resultantes da flexibilidade da estrutura. O ideal seria fazer uma comparação com dados experimentais mas por questões de tempo tal terá de ser tratado noutro estudo.

De um modo semelhante, a Figura 6.18 ilustra a evolução do deslocamento ao longo do tempo para três pontos na estrutura flutuante. É visível que o deslocamento é periódico tal como as ondas. O deslocamento vertical é muito superior nos pontos $x/L = 1$ (ponta frontal) e $x/L = 0,5$ (linha central) pois a onda perde energia à medida que atravessa a estrutura, diminuindo assim a deformação da parte posterior da estrutura. É também interessante notar que as depressões são sempre menores em magnitude que as elevações talvez devido à recuperação elástica e hidrostática que impedem uma maior deformação.

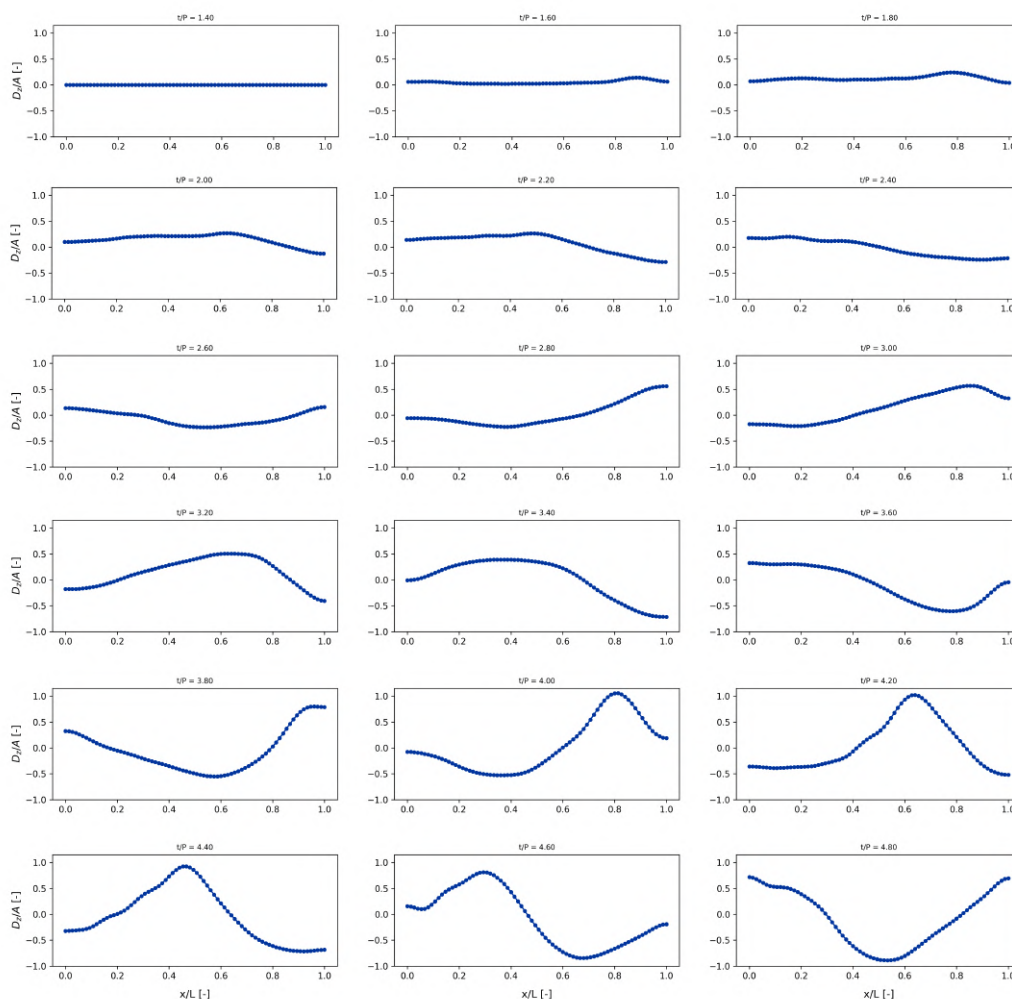


Figura 6.17: Deslocamento vertical (D_z) normalizado pela amplitude das ondas (A) como função da posição relativa (x/L) ao longo do comprimento do corpo flutuante.

Já a Figura 6.19 ilustra o diagrama da trajetória dos mesmos três pontos na estrutura flutuante. O principal aspeto a notar é que a magnitude do deslocamento em x é bastante superior ao deslocamento em z , o que revela um elevado nível de deriva da estrutura no sentido negativo. Além disso, pelo facto de nem todos os pontos atingirem o mesmo deslocamento horizontal, é possível concluir que também existe algum nível de compressão da estrutura.

De seguida realizou-se um breve estudo da resposta da estrutura a diferentes frequências de ondulação, tendo-se para tal variado o período das ondas. Os resultados estão apresentados na Figura 6.20. O eixo vertical corresponde ao RAO (*Response Amplitude Operator*) dado pela razão entre a amplitude do deslocamento vertical e a altura das ondas. Os cálculos foram realizados para o último ciclo da ondulação onde as ondas já têm a altura definida de 0,1 m.

6.2. SIMULAÇÃO DE UM CORPO FLUTUANTE MUITO FLEXÍVEL SUJEITO A ONDAS

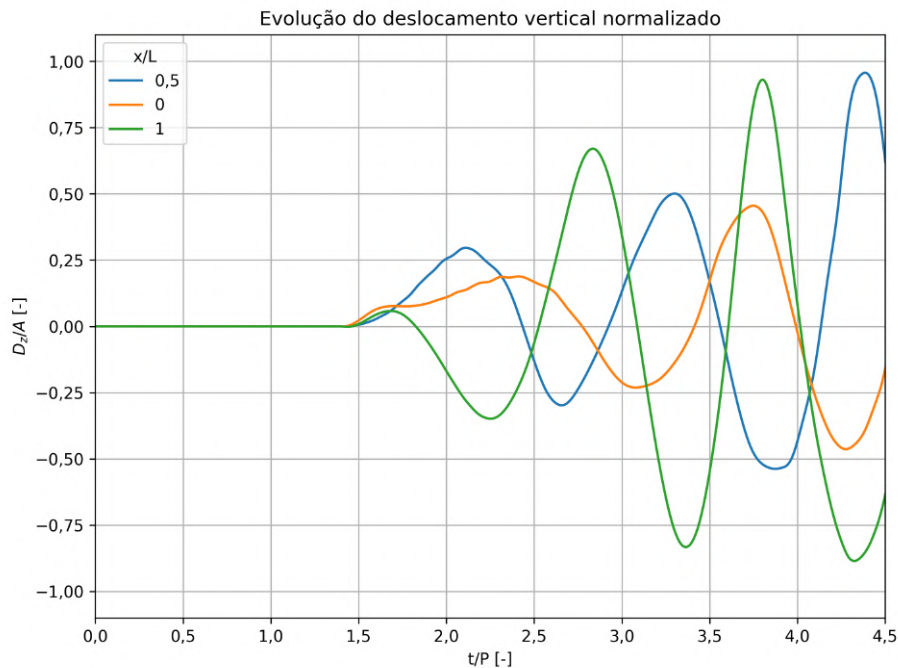


Figura 6.18: Deslocamento vertical normalizado pela amplitude das ondas como função do tempo nas duas extremidades da estrutura e na sua linha central.

Através desta análise é claro um crescimento (semelhante ao logarítmico) onde para pequenos períodos (elevadas frequências) o RAO é muito reduzido (ponto 1). Isto pode-se dever ao maior decaimento da altura das ondas quando em contacto com a estrutura bem como pela maior facilidade de ocorrer *overwash* nestas condições mais agitadas. Contudo, quando o período aumenta ligeiramente de 0,6 para 0,8 s (ponto 2), verifica-se um aumento substancial na resposta da estrutura. Este crescimento exhibe depois um aumento assintótico à medida que o período aumenta (pontos 4, 5, 6 e 7). Para períodos de ondulação superiores a 1,5 s já é possível dizer que a estrutura flexível segue a ondulação com um RAO muito próximo da unidade.

Por fim, pretendeu-se também analisar a influência da flexibilidade da estrutura. Para tal recorreu-se ao parâmetro adimensional L/λ_c definido por:

$$L/\lambda_c = \frac{L}{2\pi \left(\frac{EI}{\rho g} \right)^{\frac{1}{4}}}$$

Valores abaixo de 1 significam que a estrutura não tem uma resposta flexível às cargas das ondas. É considerado que para valores entre 1 e 10 a estrutura pode-se dizer flexível mas sem seguir completamente as ondas. Já para valores superiores a 10, as estruturas são chamadas VFFS e exibem um comportamento extremamente flexível sendo capazes de se deformar para seguir a ondulação quase na totalidade. Quanto maior a flexibilidade maior este valor.

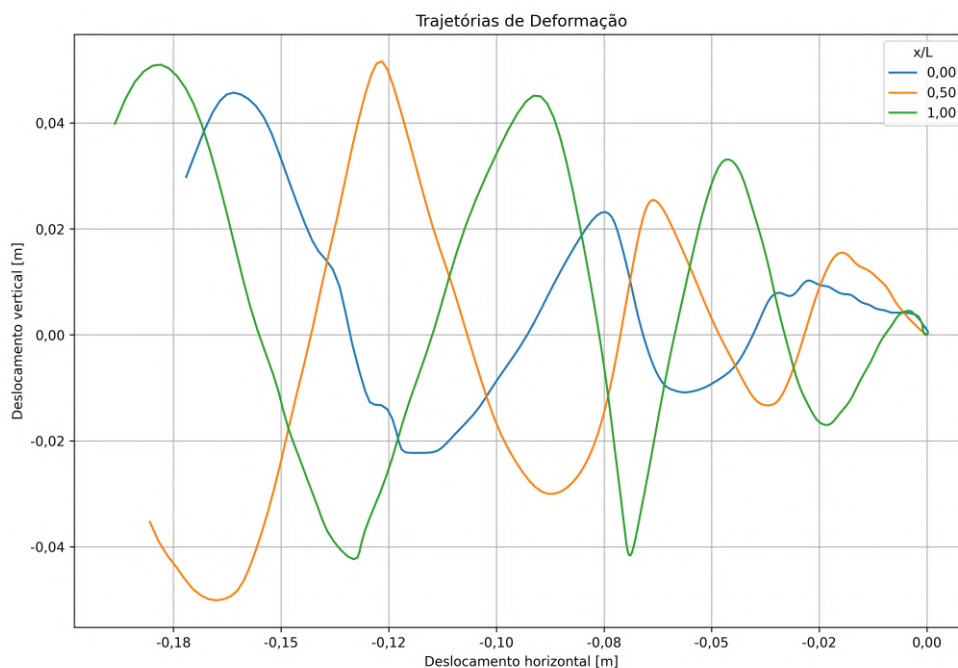


Figura 6.19: Deslocamento vertical em função do deslocamento horizontal para três pontos.

Assim, apresenta-se na Figura 6.21 esta análise para sete valores do rácio L/λ_c e as respetivas respostas em termos da amplitude da deformação vertical normalizada pela amplitude das ondas.

O que se verifica é que, tal como esperado, existe um aumento progressivo da amplitude da resposta à medida que o parâmetro L/λ_c aumenta, ou seja, à medida que a flexibilidade da estrutura aumenta.

A tendência é logarítmica (como ilustrado pela linha a vermelho) em que o aumento é inicialmente elevado mas tende para um patamar à medida que a flexibilidade aumenta. Para valores superiores a $L/\lambda_c = 15$ (já considerados VFFS) a resposta é praticamente igual e independente da flexibilidade. Para valores entre 1 e 10 a estrutura ainda é flexível, mas, é claro pela figura, que o RAO é menor.

Também se pretendiam estudar outros parâmetros adimensionais que relacionassem as características da estrutura flexível com as condições, contudo, por razões de tempo não foi possível estudar a sua aplicabilidade e significado físico. Deste modo, apenas são apresentados em apêndice os principais parâmetros adimensionais resultantes de uma análise dimensional de um típico problema de interação corpo flutuante - ondas.

Por fim, a Figura 6.22 ilustra a evolução temporal do deslocamento da linha central da estrutura para três valores do parâmetro L/λ_c . É clara a distinta diferença entre a amplitude da resposta entre o caso $L/\lambda_c = 3, 18$ e os casos $L/\lambda_c = 7, 11$ e $L/\lambda_c = 15, 90$, o que é de esperar devido à menor flexibilidade da estrutura. Entre os últimos dois casos a diferença é menor (como também verificado na Figura 6.21).

6.2. SIMULAÇÃO DE UM CORPO FLUTUANTE MUITO FLEXÍVEL SUJEITO A ONDAS

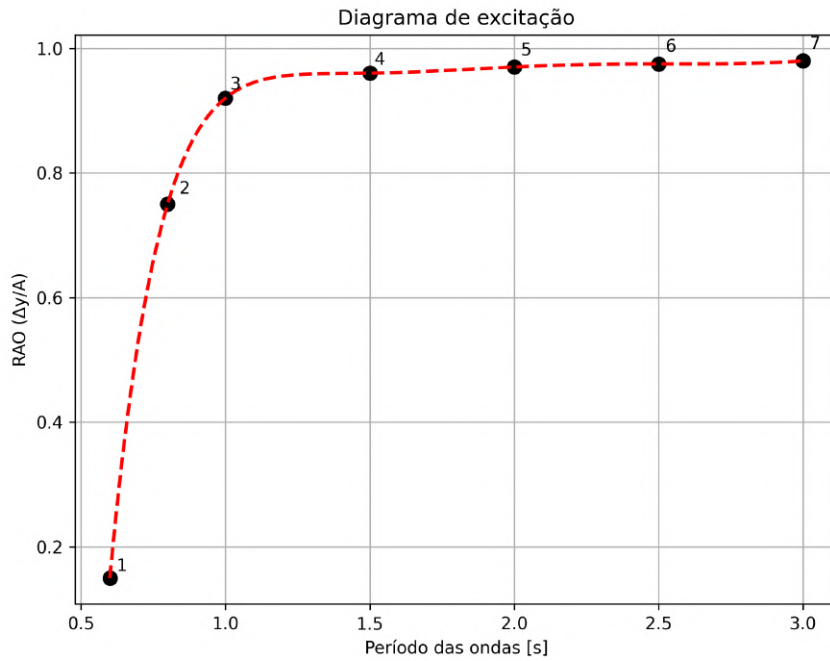


Figura 6.20: Diagrama de excitação da estrutura flutuante para diferentes frequências de ondulação.

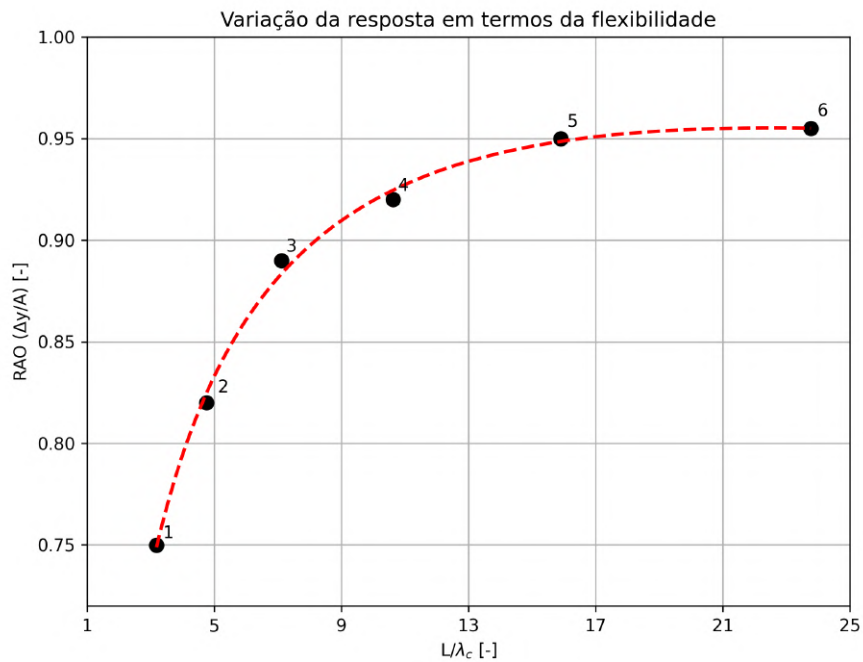


Figura 6.21: Diagrama do RAO da estrutura flutuante em função do parâmetro adimensional L/λ_c .

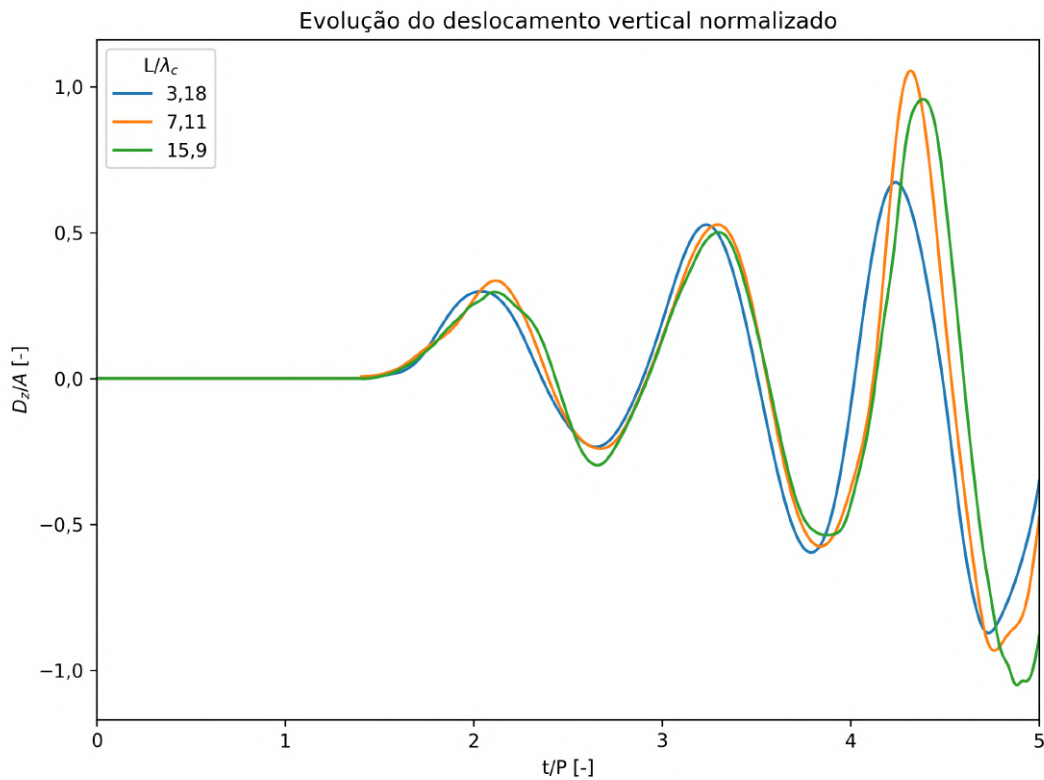


Figura 6.22: Deslocamento vertical normalizado pela amplitude das ondas como função do tempo para três valores do parâmetro L/λ_c .

Em termos gerais, o método numérico aqui apresentado gera resultados qualitativamente corretos. Para aumentar o nível de confiança, o mais indicado é confirmar quantitativamente os resultados através de uma validação com dados experimentais.

CONCLUSÃO

Impulsionado pelas aplicações das VFFS em ambientes marítimos, este estudo tem como objetivo apoiar o desenvolvimento de ferramentas numéricas para simular interações hidroelásticas não lineares de estruturas flutuantes altamente flexíveis. São apresentados resultados numéricos gerados através dos *softwares* livres *OpenFOAM* e *solids4Foam* com o intuito de avaliar a sua capacidade de simular este tipo de problemas. No entanto, o modelo numérico utilizado neste estudo é limitado a uma abordagem em 2D devido ao enorme custo computacional associado ao casos FSI multifásicos. Um futuro trabalho pode expandir o estudo aqui apresentado para modelos tridimensionais.

O modelo numérico consiste no uso do modelo VOF, fortemente acoplado pela estratégia Dirichlet–Neumann e com relaxação dinâmica de Aitken, com a abordagem Lagrangiana total para o sólido, associado ao modelo constitutivo de Saint-Venant-Kirchhoff.

O modelo numérico é primeiramente usado para simular o caso HronTurekFSI3 de modo a verificar e comparar os resultados obtidos com outros dados apresentados na literatura. Obtiveram-se resultados semelhantes apesar de a independência das malhas do fluido e do sólido ainda não ter sido definitivamente verificada.

Simulou-se também um caso de *sloshing* para validar o modelo numérico, tendo-se obtido uma concordância muito significativa entre os resultados numéricos e os experimentais. Ao acrescentar um corpo flutuante ao caso de *sloshing* foi possível avaliar a movimentação e deformação do mesmo quando sujeito à movimentação da água, tendo-se verificado uma deformação significativa da estrutura como resultado da sua flexibilidade. Atingiu-se também a independência das malhas e do passo de tempo nas análises de sensibilidade desta simulação.

Para estudar a interação de um VFFS com a ondulação simulou-se tal problema para ondas regulares de Stokes de segunda ordem (variando o seu período) com uma estrutura flutuante com elevados níveis de flexibilidade. Os resultados obtidos aparentam estar qualitativamente corretos mas sem uma validação mais profunda o nível de confiança não pode ser elevado. Observou-se que a estrutura flutuante acompanha a ondulação quase na totalidade quando, simultaneamente, o período é superior a um valor patamar e quando o rácio L/λ_c é superior a 10. Um futuro trabalho pode confirmar estes resultados

através da comparação com dados experimentais.

De forma geral, os resultados sugerem que o código numérico possui um excelente potencial para ser aplicado no futuro a problemas hidroelásticos causados por ondas, particularmente em situações que possam ser simplificadas para um modelo em 2D. Contudo, para que o código seja útil em aplicações práticas e tridimensionais, ainda é necessário otimizar a abordagem numérica nomeadamente para reduzir o esforço computacional. Além disso, ainda é necessário ser aplicada uma melhor estratégia de atualização da malha, a fim de garantir maior precisão e nos cálculos em cenários onde existe um elevado movimento do corpo sólido.

Este trabalho contribui significativamente para a compreensão e simulação das interações hidroelásticas em estruturas flutuantes flexíveis, validando em parte a eficácia dos modelos numéricos utilizados. Contudo, os desafios computacionais e a necessidade de validação experimental mais robusta indicam que ainda há um percurso a percorrer antes que estas ferramentas possam ser aplicadas em contextos tridimensionais mais complexos. Em suma, este estudo serve como base para investigações futuras que aprofundem a modelação e a análise das interações entre ondas e estruturas flutuantes muito flexíveis, contribuindo para o avanço do conhecimento e apoiando a evolução das tecnologias emergentes.

BIBLIOGRAFIA

- [1] J. M. Lourenço, “The NOVAthesis L^AT_EX Template User’s Manual”, NOVA University Lisbon, 2021, URL: <https://github.com/joaomlourenco/novathesis/raw/main/template.pdf>.
- [2] IEA, “Key World Energy Statistics 2021 – Statistics Report”, em: *IEA Publications* (2021), pp. 1–82.
- [3] H. Leslie, *Coastal Zone Management*, 2014, URL: <https://www.unep.org/topics/ocean-seas-and-coasts/regional-seas-programme/coastal-zone-management> (acedido em 2024-06-08).
- [4] D. Karmakar, J. Bhattacharjee e T. Sahoo, “Contemporary approaches in the hydroelastic analysis of floating and submerged structures”, em: *Marine Technology and Engineering* 1 (2011), pp. 461–478.
- [5] V. A. Squire, “Of ocean waves and sea-ice revisited”, em: *Cold Regions Science and Technology* 49.2 (2007), pp. 110–133, DOI: 10.1016/j.coldregions.2007.04.007.
- [6] X. Chen et al., “Review of hydroelasticity theories for global response of marine structures”, em: *Ocean Engineering* 33.3-4 (2006), pp. 439–457, DOI: 10.1016/j.oceaneng.2004.04.010.
- [7] M. Lamas-Pardo, G. Iglesias e L. Carral, “A review of Very Large Floating Structures (VLFS) for coastal and offshore uses”, em: *Ocean Engineering* 109 (2015), pp. 677–690, DOI: 10.1016/j.oceaneng.2015.09.012.
- [8] S. R. Heller e H. N. Abramson, “Hydroelasticity: a new naval science”, em: *Journal of the American Society for Naval Engineers* 71.2 (1959), pp. 205–209, DOI: 10.1111/j.1559-3584.1959.tb02326.x.
- [9] Bishop, R.E.D.; Price, W.G., “Hydroelasticity of Ships”, Cambridge University Press, 1979.
- [10] Betts, C.V.; Bishop, R.E.D.; Prices, W.G., “The symmetric generalized fluid forces applied to a ship in a seaway”, em: *International Shipbuilding Progress* 24 (1977), pp. 3–14.

- [11] Y. Wu, "Hydroelasticity of Floating Bodies", em: *Ph.D. Thesis, Brunel University, Uxbridge, UK* (1984).
- [12] S. Ohmatsu, "Overview: Research on wave loading and responses of VLFS", em: *Marine Structures* 18.2 (2005), pp. 149–168, DOI: 10.1016/j.marstruc.2005.07.004.
- [13] M. Zhang e S. Schreier, "Review of wave interaction with continuous flexible floating structures", em: *Ocean Engineering* 264 (2022), p. 112404, DOI: 10.1016/j.oceaneng.2022.112404.
- [14] A. I. Shirkol e T. Nasar, "Coupled boundary element method and finite element method for hydroelastic analysis of floating plate", em: *Journal of Ocean Engineering and Science* 3.1 (2018), pp. 19–37, DOI: 10.1016/j.joes.2017.11.003.
- [15] C. D. Wang e M. H. Meylan, "A higher-order-coupled boundary element and finite element method for the wave forcing of a floating elastic plate", em: *Journal of Fluids and Structures* 19.4 (2004), pp. 557–572, DOI: 10.1016/j.jfluidstructs.2004.02.006.
- [16] S. Ohmatsu, "Model experiments for VLFS", 1ª ed., CRC Press, 2007, p. 24, ISBN: 9780429152634.
- [17] W. Sheng, R. Alcorn e T. Lewis, "Physical modelling of wave energy converters", em: *Ocean Engineering* 84 (2014), pp. 29–36, DOI: 10.1016/j.oceaneng.2014.03.019.
- [18] T. Attili, V. Heller e S. Triantafyllou, "Scaling approaches and scale effects in wave–flexible structure interaction", em: *Journal of Fluids and Structures* 123 (2023), p. 103987, DOI: 10.1016/j.jfluidstructs.2023.103987.
- [19] H. Cen, R. Carriveau e D. S. Ting, "Effect of mass ratio on hydrodynamic response of a flexible cylinder", em: *Journal of Marine Science and Application* 15.1 (2016), pp. 50–62, DOI: 10.1007/s11804-016-1339-9.
- [20] E. J. Laya, J. J. Connor e S. S. Sunder, "Hydrodynamic Forces on Flexible Offshore Structures", em: *Journal of Engineering Mechanics* 110.3 (1984), pp. 433–448, DOI: 10.1061/(asce)0733-9399(1984)110:3(433).
- [21] N. Hogben et al., "Estimation of fluid loading on offshore structures." Em: *Proceedings of the Institution of Civil Engineers* 63 (1977), pp. 515–562, DOI: 10.1680/iicep.1977.3125.
- [22] G. H. Keulegan e L. H. Carpenter, "Forces on cylinders and plates in an oscillating fluid", em: *Journal of Research of the National Bureau of Standards* 5 (1958).
- [23] H. Suzuki et al., "Very Large Floating Structures", em: *Proceedings of the 26th International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering* (2007), pp. 597–608, DOI: <http://dx.doi.org/10.1115/OMAE2007-29758>.

- [24] K. Suzuki e H. Yoshida, "Design flow and strategy for safety of very large floating structure", em: *Proceedings of Int Workshop on Very Large Floating Structures, VLFS'96, Hayama, Japan* (1996), pp. 21–27.
- [25] S. Schreier e G. Jacobi, "Experimental investigation of wave interaction with a thin floating sheet", em: *International Journal of Offshore and Polar Engineering* 31.4 (2021), pp. 435–444, DOI: 10.17736/ijope.2021.mk76.
- [26] C. M. Wang e Z. Y. Tay, "Very large floating structures: Applications, research and development", em: *Procedia Engineering* 14 (2011), pp. 62–72, DOI: 10.1016/j.proeng.2011.07.007.
- [27] G. Schreier Sebastian; Jacobi, "Measuring Hydroelastic Deformation of Very Flexible Floating Structures", em: *Proceedings of the 2nd World Conference on Floating Solutions, WCFS2020*(pp. 347-371). (*Lecture Notes in Civil Engineering; Vol. 158*). Springer. 20 (2022), pp. 347–371, DOI: 10.1007/978-981-16-2256-4.
- [28] S. Oliveira-Pinto e J. Stokkermans, "Marine floating solar plants: An overview of potential, challenges and feasibility", em: *Proceedings of the Institution of Civil Engineers: Maritime Engineering* 173.4 (2020), pp. 120–135, DOI: 10.1680/jmaen.2020.10.
- [29] M. López, N. Rodríguez e G. Iglesias, "Combined floating offshore wind and solar PV", em: *Journal of Marine Science and Engineering* 8.8 (2020), DOI: 10.3390/JMSE8080576.
- [30] S. Michele et al., "Floating hydroelastic circular plate in regular and irregular waves", em: *European Journal of Mechanics, B/Fluids* 99 (2023), pp. 148–162, DOI: 10.1016/j.euromechflu.2023.01.008.
- [31] S. Michele, S. Zheng e D. Greaves, "Wave energy extraction from a floating flexible circular plate", em: *Ocean Engineering* 245 (2022), DOI: 10.1016/j.oceaneng.2021.110275.
- [32] Y. Cheng et al., "Wave energy conversion by an array of oscillating water columns deployed along a long-flexible floating breakwater", em: *Renewable and Sustainable Energy Reviews* 192 (2024), p. 114206, DOI: 10.1016/j.rser.2023.114206.
- [33] Z. Liu, S. C. Mohapatra e C. Guedes Soares, "Finite element analysis of the effect of currents on the dynamics of a moored flexible cylindrical net cage", em: *Journal of Marine Science and Engineering* 9.2 (2021), pp. 1–18, DOI: 10.3390/jmse9020159.
- [34] X. Chen et al., "Hydroelastic Analysis of Flexible Floating Structures in Regular Waves", em: *Proceedings of ICMEM2005* 34.11-12 (2005), pp. 973–977.
- [35] A. Love, "The small free vibrations and deformation of a thin elastic shell", em: *Proceedings of the Royal Society of London* 43.258-265 (1888), pp. 352–353, DOI: 10.1098/rsp1.1887.0146.
- [36] A. Foppl, "Vorlesungen uber Technische Mechanik", 1897.

- [37] T. von Kármán, “Festigkeitsprobleme im maschinenbau”, In: Klein e Müller Mechanik., 1907, pp. 311–385, URL: https://doi.org/10.1007/978-3-663-16028-1_5.
- [38] M. A. Peter, M. H. Meylan e H. Chung, “Wave scattering by a circular elastic plate in water in finite depth: A closed form solution”, em: *International Journal of Offshore and Polar Engineering* 14.2 (2004), pp. 81–85.
- [39] F. Montiel, L. G. Bennetts e V. A. Squire, “The transient response of floating elastic plates to wavemaker forcing in two dimensions”, em: *Journal of Fluids and Structures* 28 (2012), pp. 416–433, DOI: 10.1016/j.jfluidstructs.2011.10.007.
- [40] A. L. Kohout et al., “Linear water wave propagation through multiple floating elastic plates of variable properties”, em: *Journal of Fluids and Structures* 23.4 (2007), pp. 649–663, DOI: 10.1016/j.jfluidstructs.2006.10.012.
- [41] P. Xu e P. R. Wellens, “Theoretical analysis of nonlinear fluid–structure interaction between large-scale polymer offshore floating photovoltaics and waves”, em: *Ocean Engineering* 249 (2022), DOI: 10.1016/j.oceaneng.2022.110829.
- [42] M. Meylan, “The Behaviour of Sea Ice in Ocean Waves”, em: *University of Otago* (1993).
- [43] Montiel, “Hydroelastic response of floating elastic disks to regular waves . Part 1 : Wave basin experiments”, em: *J Fluid Mech* 723:604–628 (2013), DOI: 10.1017/jfm.2013.123.
- [44] X. Liu, S. Sakai e H. Konno, “Propagation Characteristics of Solitary Waves under Flexible Floating Structures”, em: *Journal of the Society of Naval Architects of Japan* 2002.192 (2002), pp. 339–345, DOI: <https://doi.org/10.2534/jjasnaoe1968.2002.339>.
- [45] D. K. Sreea, A. W.-K. Lawa e H. H. Shen, “An experimental study on the interactions between surface waves and floating viscoelastic covers”, em: *Wave Motion* 70:195–208 (2017), DOI: <https://doi.org/10.1016/j.wavemoti.2016.08.003>.
- [46] S. A. Brown et al., “Investigation of wave-driven hydroelastic interactions using numerical and physical modelling approaches”, em: *Applied Ocean Research* 129 (2022), DOI: 10.1016/j.apor.2022.103363.
- [47] M. C. Hartmann et al., “Hydroelastic potential flow solver suited for nonlinear wave dynamics in ice-covered waters”, em: *Ocean Engineering* 259 (2022), DOI: 10.1016/j.oceaneng.2022.111756.
- [48] M. Riyansyah, C. M. Wang e Y. S. Choo, “Connection design for two-floating beam system for minimum hydroelastic response”, em: *Marine Structures* 23.1 (2010), pp. 67–87, DOI: 10.1016/j.marstruc.2010.01.001.
- [49] S. Liang, Y. Gou e B. Teng, “The nonlinear wave interaction with a two-dimensional large-scale floating elastic plate”, em: *Ocean Engineering* 282 (2023), DOI: 10.1016/j.oceaneng.2023.115046.

- [50] S. Li et al., "Second-order hydroelastic analysis of a flexible floating structure under spatially inhomogeneous waves", em: *Marine Structures* 86 (2022), DOI: 10.1016/j.marstruc.2022.103306.
- [51] Y. Chen et al., "A numerical framework for hydroelastic analysis of a flexible floating structure under unsteady external excitations : Motion and internal force / moment", em: *Ocean Engineering* 253 (2022), p. 111288, DOI: <https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2022.111288>.
- [52] Z. Z. Hu et al., "Investigations of offshore breaking wave impacts on a large offshore structure", em: *Journal of Fluids and Structures* 75 (2017), pp. 99–116, DOI: 10.1016/j.jfluidstructs.2017.08.005.
- [53] L. Huang et al., "Fluid-structure interaction of a large ice sheet in waves", em: *Ocean Engineering* 182 (2019), pp. 102–111, DOI: 10.1016/j.oceaneng.2019.04.015, arXiv: 1812.03493.
- [54] A. Aghaei et al., "Numerical investigation of the effect of aeration and hydroelasticity on impact loading and structural response for elastic plates during water entry", em: *Ocean Engineering* 201 (2020), p. 107098, DOI: 10.1016/j.oceaneng.2020.107098.
- [55] R. A. Gingold e J. J. Monaghan, "Smoothed particle hydrodynamics: theory and application to non-spherical stars", em: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 181.3 (1977), pp. 375–389, DOI: 10.1093/mnras/181.3.375.
- [56] S. Koshizuka, A. Nobe e Y. Oka, "Numerical analysis of breaking waves using the moving particle semi-implicit method", em: *International Journal for Numerical Methods in Fluids* 26.7 (1998), pp. 751–769, DOI: [https://doi.org/10.1002/\(SICI\)1097-0363\(19980415\)26:7%3C751::AID-FLD671%3E3.0.CO;2-C](https://doi.org/10.1002/(SICI)1097-0363(19980415)26:7%3C751::AID-FLD671%3E3.0.CO;2-C).
- [57] S. J. Lind, B. D. Rogers e P. K. Stansby, "Review of smoothed particle hydrodynamics: Towards converged Lagrangian flow modelling", em: *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences* 476.2241 (2020), DOI: 10.1098/rspa.2019.0801.
- [58] G. Fourey et al., "An efficient FSI coupling strategy between Smoothed Particle Hydrodynamics and Finite Element methods", em: *Computer Physics Communications* 217 (2017), pp. 66–81, DOI: 10.1016/j.cpc.2017.04.005.
- [59] G. Zhang, W. Zhao e D. Wan, "Moving Particle Semi-implicit method coupled with Finite Element Method for hydroelastic responses of floating structures in waves", em: *European Journal of Mechanics, B/Fluids* 95 (2022), pp. 63–82, DOI: 10.1016/j.euromechflu.2022.04.005.
- [60] G. Zhang, W. Zhao e D. Wan, "Partitioned MPS-FEM method for free-surface flows interacting with deformable structures", em: *Applied Ocean Research* 114 (2021), p. 102775, DOI: 10.1016/j.apor.2021.102775.

- [61] K. He et al., “Numerical simulation on the breakup of an ice sheet induced by regular incident waves”, em: *Applied Ocean Research* 120 (2022), p. 103024, DOI: 10.1016/j.apor.2021.103024.
- [62] C. Windt, J. Davidson e J. V. Ringwood, “High-fidelity numerical modelling of ocean wave energy systems: A review of computational fluid dynamics-based numerical wave tanks”, em: *Renewable and Sustainable Energy Reviews* 93 (2018), pp. 610–630, DOI: 10.1016/j.rser.2018.05.020.
- [63] A. H. Day et al., “Hydrodynamic modelling of marine renewable energy devices: A state of the art review”, em: *Ocean Engineering* 108 (2015), pp. 46–69, DOI: 10.1016/j.oceaneng.2015.05.036.
- [64] C. Kassiotis, A. Ibrahimbegovic e H. Matthies, “Partitioned solution to fluidstructure interaction problem in application to free-surface flows”, em: *European Journal of Mechanics, B/Fluids* 29.6 (2010), pp. 510–521, DOI: 10.1016/j.euromechflu.2010.07.003.
- [65] P. J. Martínez-Ferrer et al., “An efficient finite-volume method to study the interaction of two-phase fluid flows with elastic structures”, em: *Journal of Fluids and Structures* 83 (2018), pp. 54–71, DOI: 10.1016/j.jfluidstructs.2018.08.019.
- [66] Solids4foam, *Solids4foam Documentation - Solid models*, URL: <https://www.solids4foam.com/documentation/solid-models.html> (acedido em 2024-06-08).
- [67] Ž. Tuković e H. Jasak, “Updated Lagrangian finite volume solver for large deformation dynamic response of elastic body”, em: *Transactions of Famena* 31.1 (2007), pp. 55–70.
- [68] P. W. McDonald, “The computation of transonic flow through two-dimensional gas turbine cascades”, em: *Proceedings of the ASME Turbo Expo* 1A (1971), pp. 1–7, DOI: 10.1115/71GT89.
- [69] R. Mac-Cormack e A. Paullay, “Computational efficiency achieved by time splitting of finite difference operators”, em: *AIAA* 72 (1972), DOI: 10.2514/6.1972-154.
- [70] C. W. Hirt e B. D. Nichols, “Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries”, em: *Journal of Computational Physics* 39.1 (1981), pp. 201–225, DOI: 10.1016/0021-9991(81)90145-5.
- [71] Z. Tukovic et al., “OpenFOAM finite volume solver for fluid-solid interaction”, em: *Transactions of FAMENA* 42(3):1-31 (2018), DOI: <https://doi.org/10.21278/TOF.42301>.
- [72] A. Karac e A. Ivankovic, “Drop Impact of Fluid-Filled Plastic Containers: Finite Volume Method for Coupled Fluid-Structure-Fracture Problems”, em: *WCCM V, Fifth World Congress on Computational Mechanics, Vienna, Austria* (2002).

- [73] G. Hou, J. Wang e A. Layton, "Numerical methods for fluid-structure interaction - A review", em: *Communications in Computational Physics* 12.2 (2012), pp. 337–377, DOI: 10.4208/cicp.291210.290411s.
- [74] P. B. Ryzhakov et al., "A monolithic Lagrangian approach for fluid-structure interaction problems", em: *Computational Mechanics* 46.6 (2010), pp. 883–899, DOI: 10.1007/s00466-010-0522-0.
- [75] J. Degroote, K. J. Bathe e J. Vierendeels, "Performance of a new partitioned procedure versus a monolithic procedure in fluid-structure interaction", em: *Computers and Structures* 87.11-12 (2009), pp. 793–801, DOI: 10.1016/j.compstruc.2008.11.013.
- [76] I. Demirdžić e S. Muzaferija, "Numerical method for coupled fluid flow, heat transfer and stress analysis using unstructured moving meshes with cells of arbitrary topology", em: *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 125.1-4 (1995), pp. 235–255, DOI: 10.1016/0045-7825(95)00800-G.
- [77] P. Cardiff e I. Demirdžić, "Thirty Years of the Finite Volume Method for Solid Mechanics", vol. 28, 5, Springer Netherlands, 2021, pp. 3721–3780, DOI: 10.1007/s11831-020-09523-0.
- [78] P. Cardiff et al., "An open-source finite volume toolbox for solid mechanics and fluid-solid interaction simulations", em: (2018), DOI: <https://doi.org/10.48550/arXiv.1808.10736>.
- [79] A. G. Malan e O. F. Oxtoby, "An accelerated, fully-coupled, parallel 3D hybrid finite-volume fluid-structure interaction scheme", em: *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 253 (2013), pp. 426–438, DOI: 10.1016/j.cma.2012.09.004.
- [80] T. Gillebaart et al., "Time consistent fluid structure interaction on collocated grids for incompressible flow", em: *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 298 (2015), pp. 159–182, DOI: 10.1016/j.cma.2015.09.025.
- [81] M. R. Moosavi e A. Khelil, "Nonlinear internal fluid structure interaction by finite volume methods in both domains", em: *International Journal for Computational Methods in Engineering Science and Mechanics* 16.2 (2015), pp. 86–97, DOI: 10.1080/15502287.2015.1009578.
- [82] G. Xia e C. L. Lin, "An unstructured finite volume approach for structural dynamics in response to fluid motions", em: *Computers and Structures* 86.7-8 (2008), pp. 684–701, DOI: 10.1016/j.compstruc.2007.07.008.
- [83] I. Demirdžić e S. Muzaferija, "Finite volume method for stress", em: *International journal for numerical methods in engineering* 37 (1994), pp. 3751–3766, DOI: <https://doi.org/10.1002/nme.1620372110>.

- [84] C. Habchi et al., “Partitioned solver for strongly coupled fluid-structure interaction”, em: *Computers and Fluids* 71 (2012), pp. 306–319, DOI: 10.1016/j.compfluid.2012.11.004.
- [85] S. Turek e J. Hron, “Proposal for numerical benchmarking of fluid-structure interaction between an elastic object and laminar incompressible flow”, em: *In: Bungartz, HJ., Schäfer, M. (eds) Fluid-Structure Interaction. Lecture Notes in Computational Science and Engineering. Springer, Berlin, Heidelberg* (2006), pp. 371–385, DOI: https://doi.org/10.1007/3-540-34596-5_15.
- [86] H. Jasak, “Dynamic mesh handling in OpenFOAM”, em: *47th AIAA Aerospace Sciences Meeting including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition* (2009), DOI: 10.2514/6.2009-341.
- [87] I. Demirdžić e M. Perić, “Finite volume method for prediction of fluid flow in arbitrarily shaped domains with moving boundaries”, em: *International Journal for Numerical Methods in Fluids* 10.7 (1990), pp. 771–790, DOI: 10.1002/flid.1650100705.
- [88] H. Jasak e Ž. Tuković, “Automatic mesh motion for the unstructured Finite Volume Method”, em: *Transactions of Famena* 30.2 (2006), pp. 1–20.
- [89] *Parameter Definitions - dynamicMotionSolverFvMesh*, URL: https://openfoamwiki.net/index.php/Parameter_Definitions_-_dynamicMotionSolverFvMesh#inverseDistance (accedido em 2024-06-08).
- [90] U. Küttler e W. A. Wall, “Fixed-point fluid-structure interaction solvers with dynamic relaxation”, em: *Computational Mechanics* 43.1 (2008), pp. 61–72, DOI: 10.1007/s00466-008-0255-5.
- [91] B. M. Irons e R. C. Tuck, “A version of the Aitken accelerator for computer iteration”, em: *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 1.3 (1969), pp. 275–277, DOI: 10.1002/nme.1620010306.
- [92] N. Delaissé et al., “Quasi-Newton Methods for Partitioned Simulation of Fluid-Structure Interaction Reviewed in the Generalized Broyden Framework”, em: *Archives of Computational Methods in Engineering* 30.5 (2023), pp. 3271–3300, DOI: 10.1007/s11831-023-09907-y.
- [93] A. de Boer, A. H. van Zuijlen e H. Bijl, “Review of coupling methods for non-matching meshes”, em: *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 196.8 (2007), pp. 1515–1525, DOI: 10.1016/j.cma.2006.03.017.
- [94] M. Beaudoin e H. Jasak, “Development of a Generalized Grid Interface for Turbomachinery simulations with OpenFOAM”, em: *Proceedings of the Open Source CFD International Conference, Berlin, Germany, 4–5 December* (2008), URL: https://www.researchgate.net/publication/254000473_Development_of_a_Generalized_Grid_Interface_for_Turbomachinery_simulations_with_OpenFOAM.

- [95] M. Lombardi, N. Parolini e A. Quarteroni, “Radial basis functions for inter-grid interpolation and mesh motion in FSI problems”, em: *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 256 (2013), pp. 117–131, DOI: 10.1016/j.cma.2012.12.019.
- [96] MARNET, *Best practice guidelines for marine applications of computational fluid dynamics*, 2003, URL: [https://www.soton.ac.uk/~sim\\$nw/lectures/GoodPracticeCFD/Articles/marineCFDbpg.pdf](https://www.soton.ac.uk/~sim$nw/lectures/GoodPracticeCFD/Articles/marineCFDbpg.pdf) (acedido em 2024-06-08).
- [97] NPARC/NASA, *NPARC Alliance CFD Verification and Validation Web Site*, 2021, URL: <https://www.grc.nasa.gov/www/wind/valid/tutorial/tutorial.html> (acedido em 2024-06-08).
- [98] P. J. Roache, “Perspective: A method for uniform reporting of grid refinement studies”, em: *Journal of Fluids Engineering, Transactions of the ASME* 116.3 (1994), pp. 405–413, DOI: 10.1115/1.2910291.
- [99] C. J. Roy e W. L. Oberkampf, “Verification and validation in computational fluid dynamics”, vol. 38, 2016, pp. 44.1–44.11, ISBN: 9781439849576, DOI: 10.1201/b19031-50.
- [100] G. De Nayer et al., “Flow past a cylinder with a flexible splitter plate: A complementary experimental-numerical investigation and a new FSI test case (FSI-PfS-1a)”, em: *Computers and Fluids* 99 (2014), pp. 18–43, DOI: 10.1016/j.compfluid.2014.04.020.
- [101] *About OpenFOAM*, URL: <https://cfd.direct/openfoam/about/> (acedido em 2024-06-08).
- [102] H. G. Weller et al., “A tensorial approach to computational continuum mechanics using object-oriented techniques”, em: *Computers in Physics* 12.6 (1998), pp. 620–631, DOI: 10.1063/1.168744.
- [103] *OpenFOAM v9 User Guide*, URL: <https://doc.cfd.direct/openfoam/user-guide-v9/contents/> (acedido em 2024-06-08).
- [104] C. Greenshields e H. Weller, *Notes on Computational Fluid Dynamics: General Principles*, URL: <https://doc.cfd.direct/notes/cfd-general-principles/contents> (acedido em 2024-06-06).
- [105] J. Degroote et al., “Stability of a coupling technique for partitioned solvers in FSI applications”, em: *Computers and Structures* 86.23-24 (2008), pp. 2224–2234, DOI: 10.1016/j.compstruc.2008.05.005.
- [106] J. Vierendeels et al., “Stability Issues in Partitioned FSI Calculations”, Springer Berlin Heidelberg, *Fluid Structure Interaction II. Lecture Notes in Computational Science e Engineering*, 2010, pp. 83–102.

- [107] R. A. Ibrahim, V. N. Pilipchuk e T. Ikeda, "Recent advances in liquid sloshing dynamics", em: *Applied Mechanics Reviews* 54.2 (2001), pp. 133–199, DOI: 10.1115/1.3097293.
- [108] M. R. Ansari, R. D. Firouz-Abadi e M. Ghasemi, "Two phase modal analysis of nonlinear sloshing in a rectangular container", em: *Ocean Engineering* 38.11-12 (2011), pp. 1277–1282, DOI: 10.1016/J.OCEANENG.2011.04.004.
- [109] J. Tu, G.-H. Yeoh e C. Liu, "Practical Guidelines for CFD Simulation and Analysis", em: *Computational Fluid Dynamics* 6 (2013), pp. 219–273, DOI: 10.1016/b978-0-08-098243-4.00006-8.
- [110] G. G. Stokes, "On the Theory of Oscillatory Waves", Cambridge Library Collection - Mathematics, Cambridge University Press, 1847, 197–229.
- [111] J. Ferziger e M. Peric, "Computational Methods for Fluid Dynamics", 3^a ed., Springer, 2002, DOI: <https://doi.org/10.1007/978-3-642-56026-2>.
- [112] H. K. V. W. Malalasekera, "An Introduction to Computational Fluid Dynamics: The Finite Volume Method", Harlow: Pearson Education, 2007.

IMAGENS DAS SIMULAÇÕES DO SLOSHING

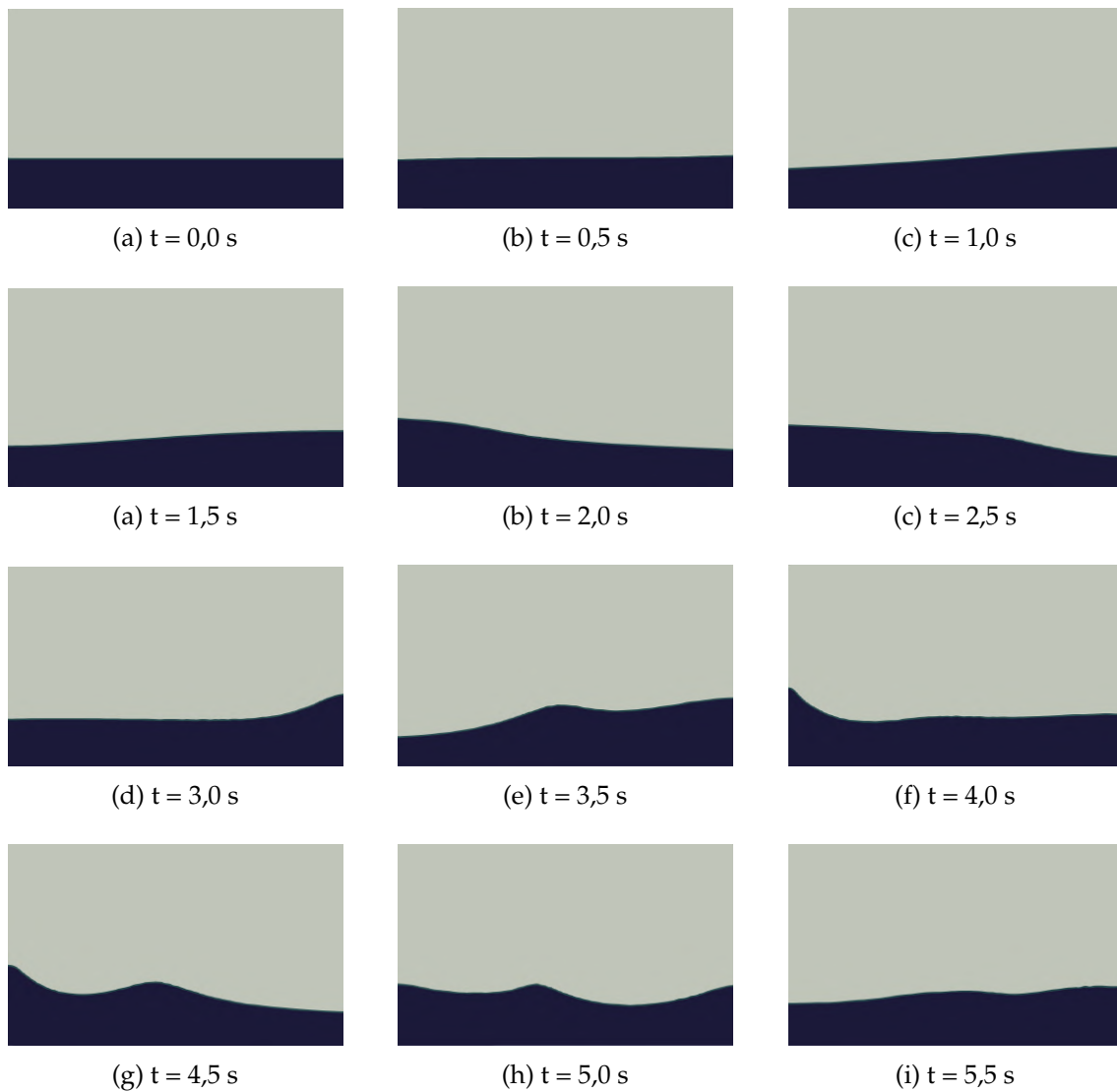


Figura A.2: Imagens da simulação do *sloshing*, com passo de tempo de $1,5625e-4$ segundos e uma malha com 519680 elementos, para vários instantes de tempo.

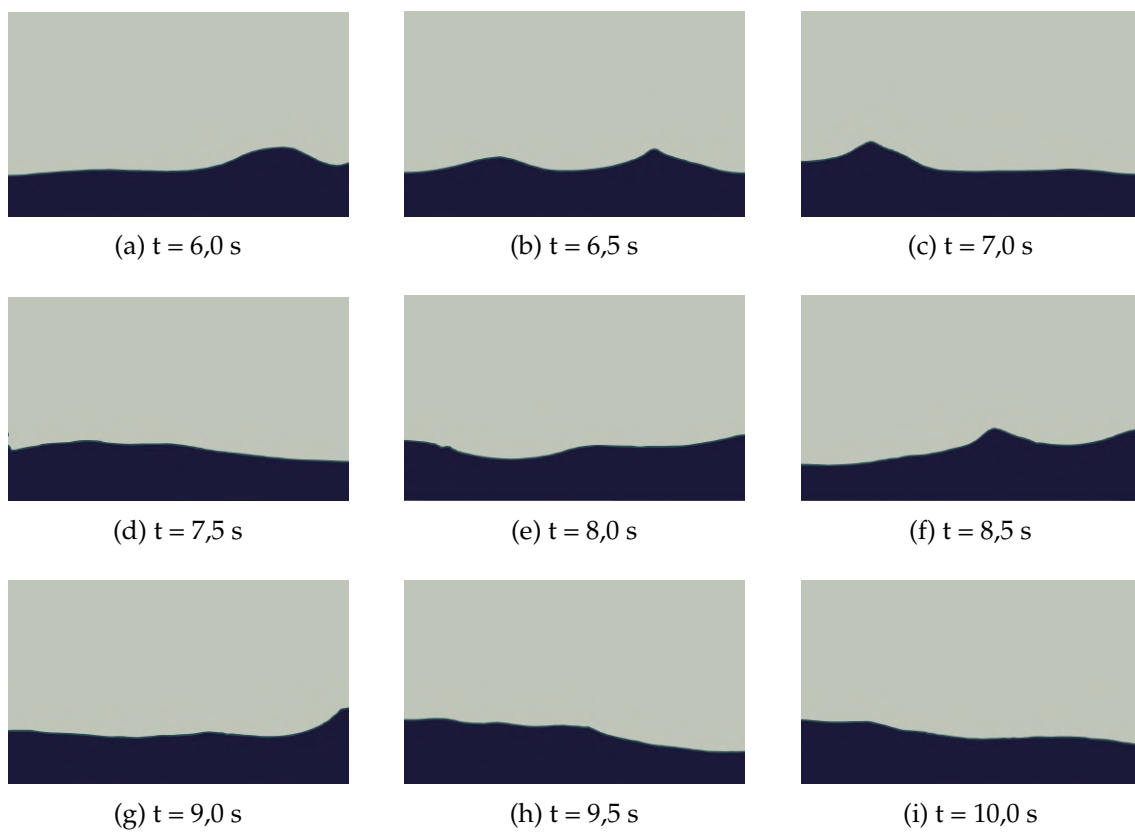


Figura A.3: Imagens da simulação do *sloshing*, com passo de tempo de $1,5625 \times 10^{-4}$ segundos e uma malha com 519680 elementos, para vários instantes de tempo (continuação).

IMAGENS DAS SIMULAÇÕES DO CASO HronTurekFSI3

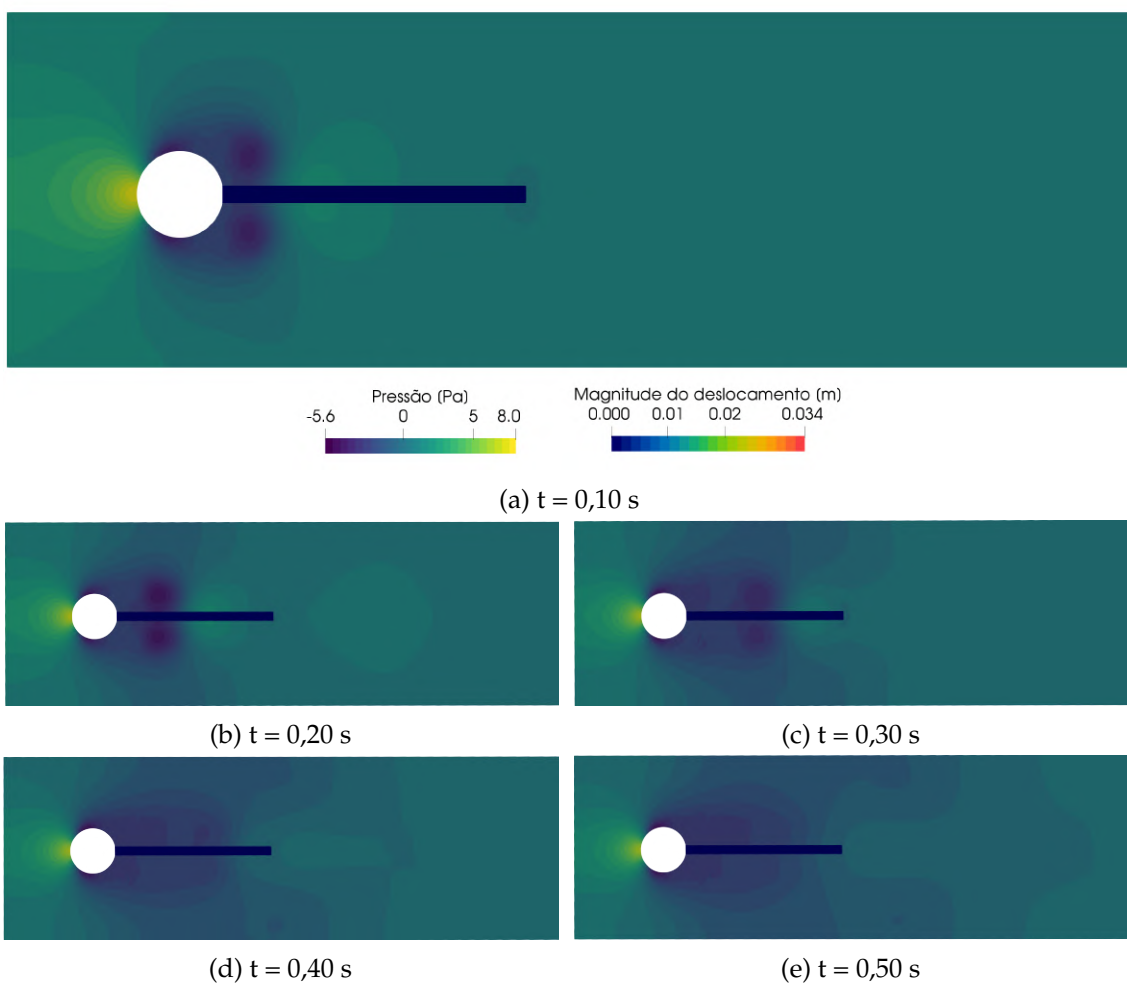


Figura B.1: Imagens da simulação do caso HronTurekFSI3, com passo de tempo de $1e-3$ segundos, uma malha do fluido com 10481 elementos e uma malha do sólido com 380 elementos, nos instantes de tempo iniciais da simulação.

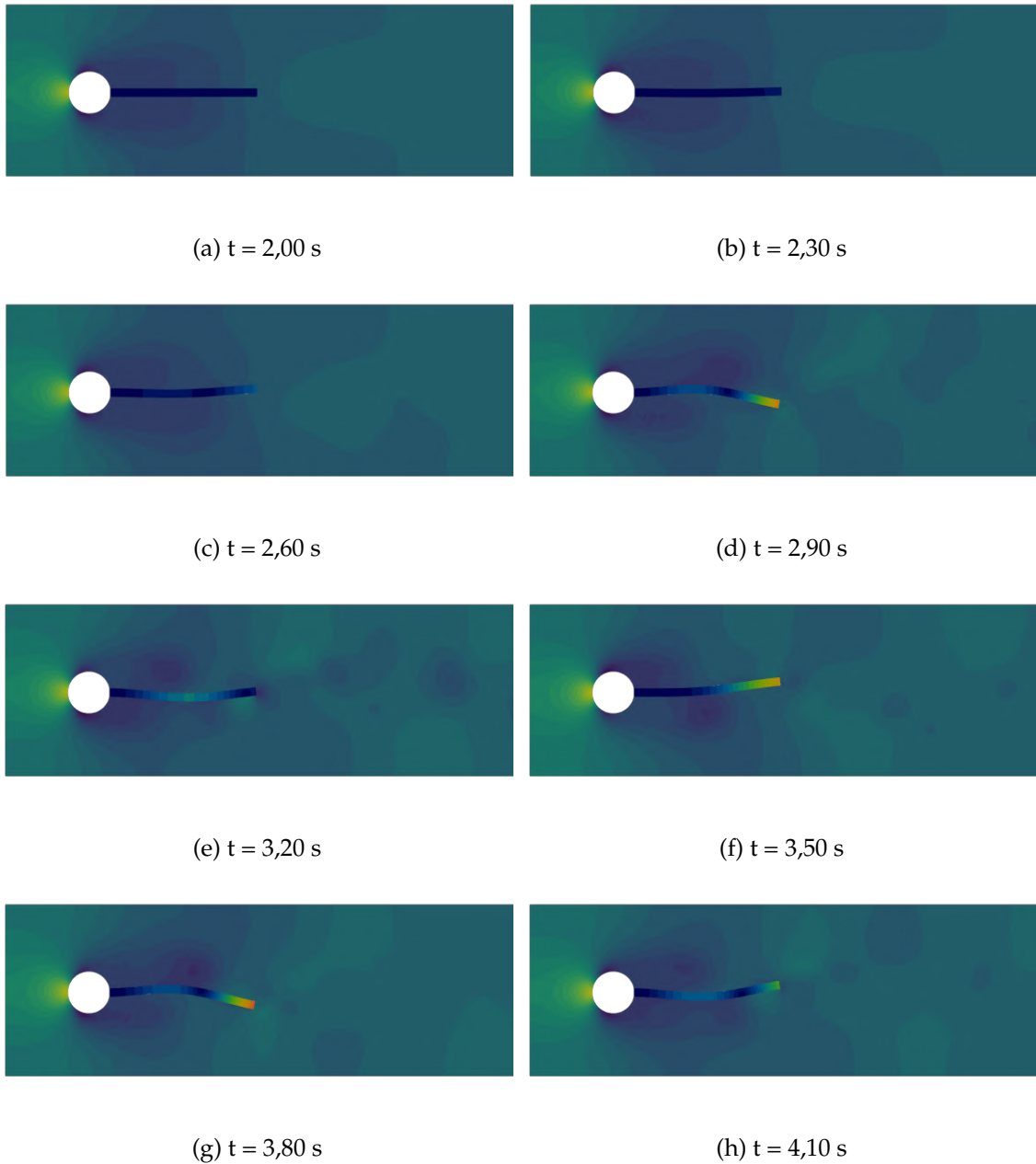


Figura B.2: Imagens da simulação do caso HronTurekFSI3, com passo de tempo de $1e-3$ segundos, uma malha do fluido com 10481 elementos e uma malha do sólido com 380 elementos, nos instantes em que é ativado o acoplamento fluido-estrutura.

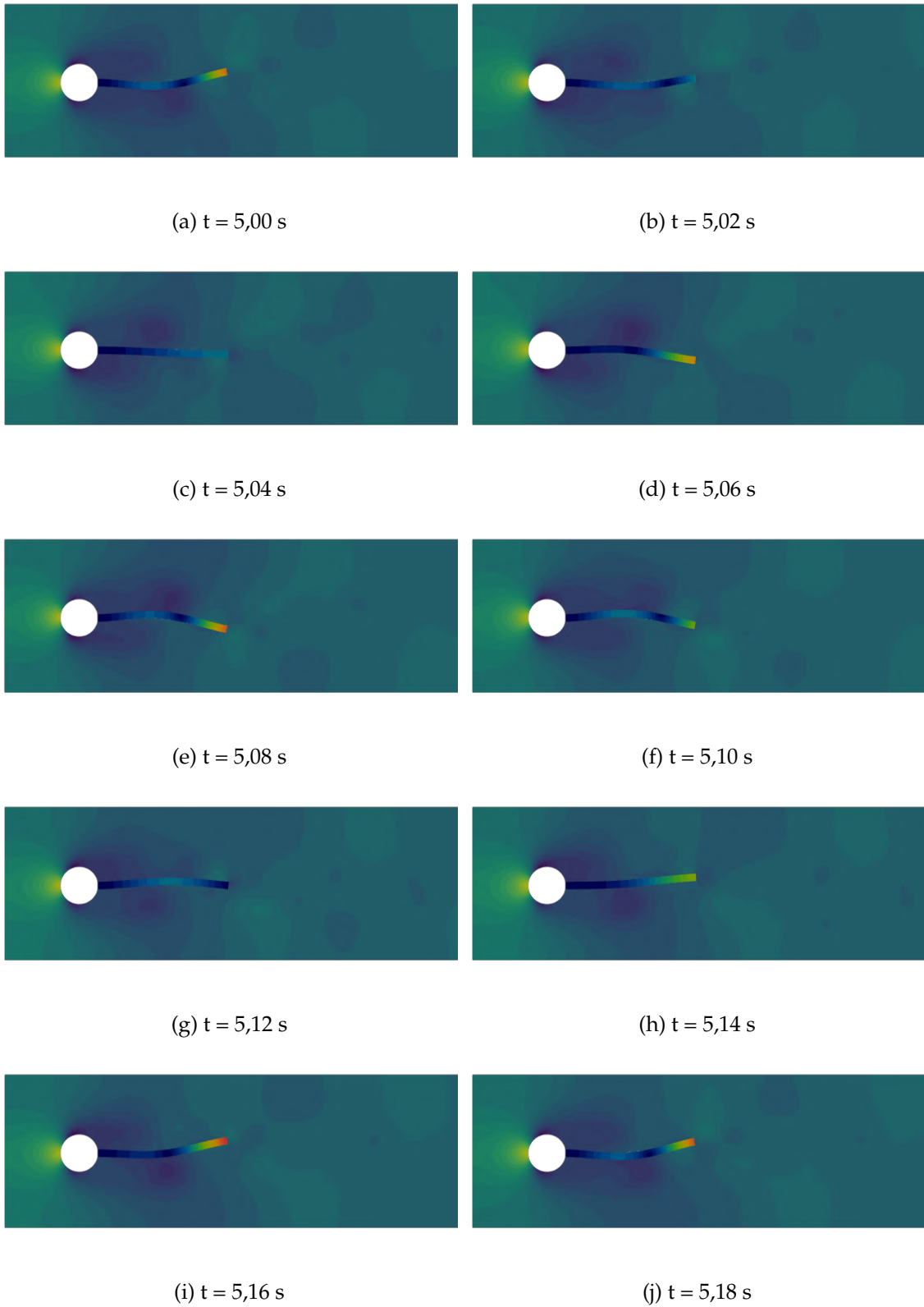


Figura B.3: Imagens da simulação do caso HronTurekFSI3, com passo de tempo de $1e-3$ segundos, uma malha do fluido com 10481 elementos e uma malha do sólido com 380 elementos, num ciclo completo de movimento do sólido.

IMAGENS DAS SIMULAÇÕES DO SLOSHING COM UM CORPO FLUTUANTE

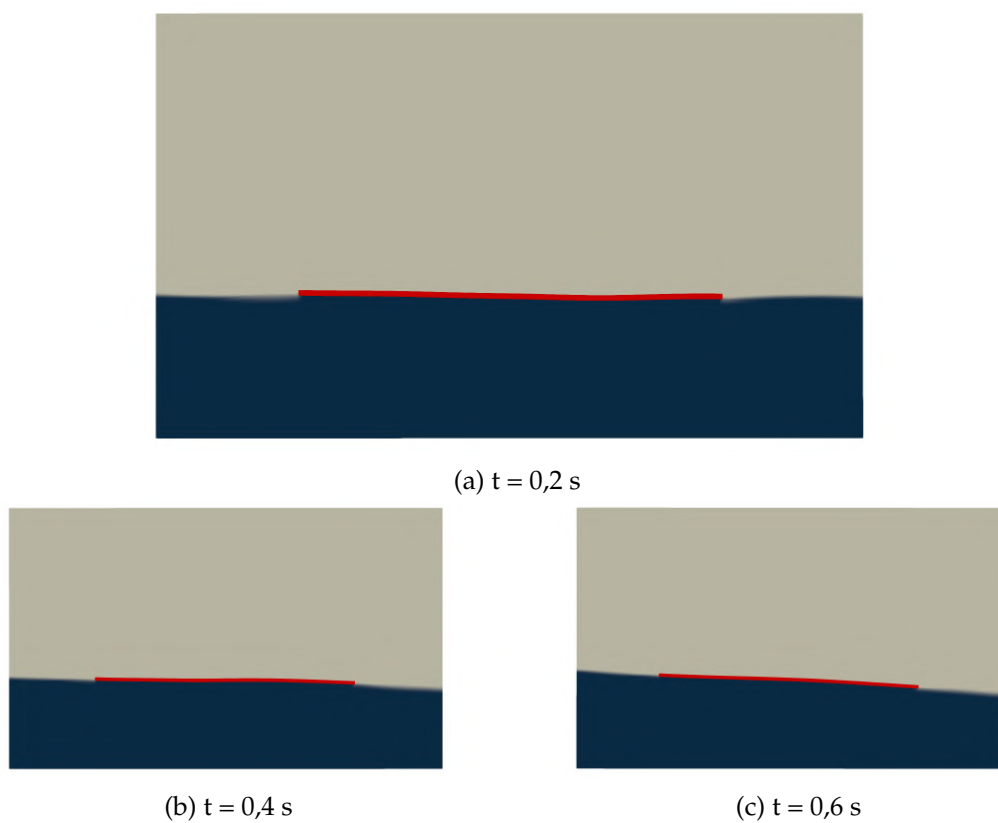


Figura C.1: Imagens da simulação do caso de *sloshing* com um corpo flutuante, com passo de tempo de $5e-4$ segundos, uma malha do fluido com 18902 e uma malha do sólido com 432 elementos.

APÊNDICE C. IMAGENS DAS SIMULAÇÕES DO SLOSHING COM UM CORPO FLUTUANTE

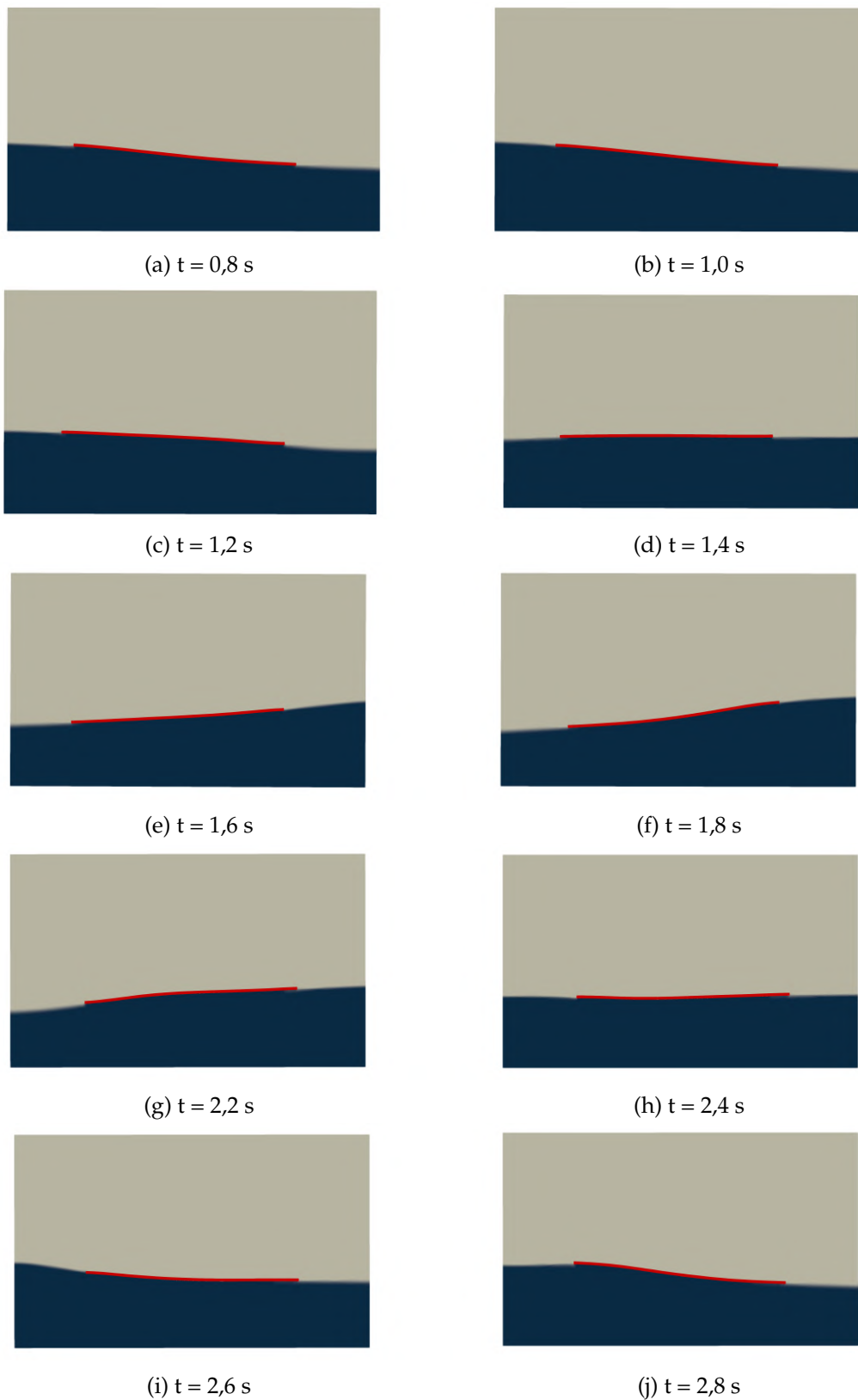
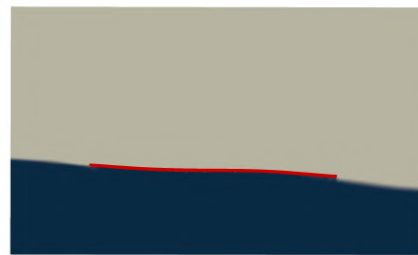


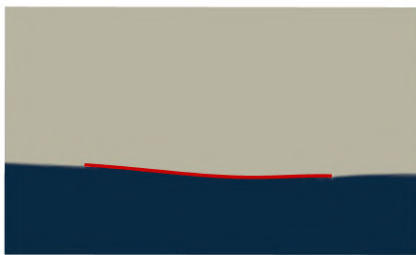
Figura C.2: Imagens da simulação do caso de *sloshing* com um corpo flutuante, com passo de tempo de $5e-4$ segundos, uma malha do fluido com 18902 e uma malha do sólido com 432 elementos (continuação).



(a) $t = 3,0$ s



(b) $t = 3,2$ s



(c) $t = 3,4$ s



(d) $t = 3,6$ s



(e) $t = 3,8$ s



(f) $t = 4,0$ s

Figura C.3: Imagens da simulação do caso de *sloshing* com um corpo flutuante, com passo de tempo de $5e-4$ segundos, uma malha do fluido com 18902 e uma malha do sólido com 432 elementos (continuação).

IMAGENS DAS SIMULAÇÕES DE UMA VFFS SUJEITA A ONDAS

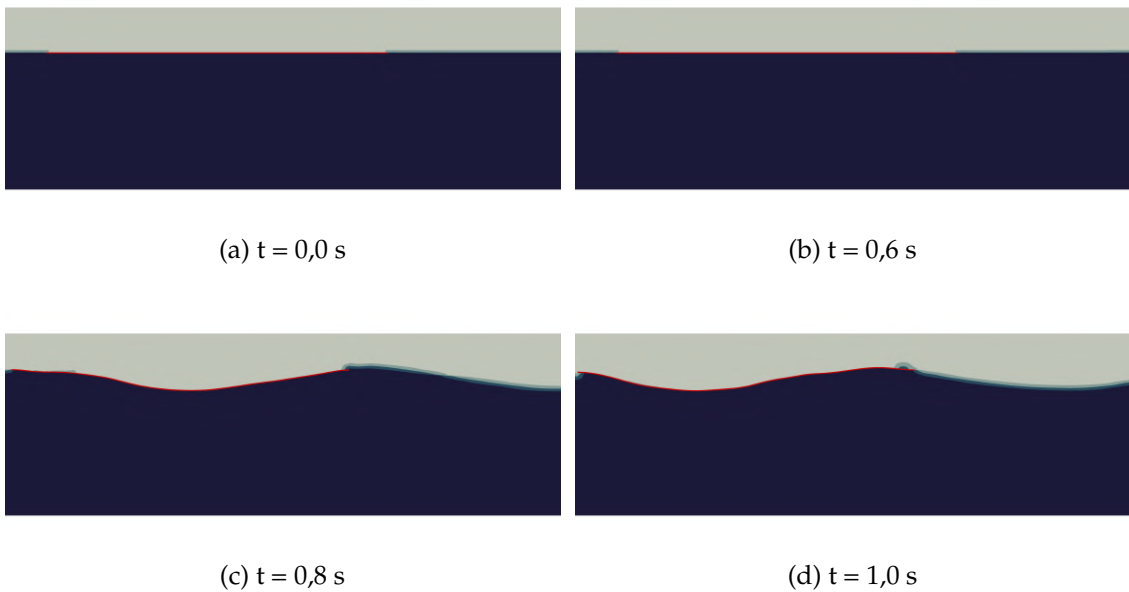


Figura D.1: Imagens da simulação do caso do corpo flutuante sujeito a ondas, com passo de tempo de $5e-4$ segundos, uma malha do fluido com 20175 elementos e uma malha do sólido com 450 elementos.

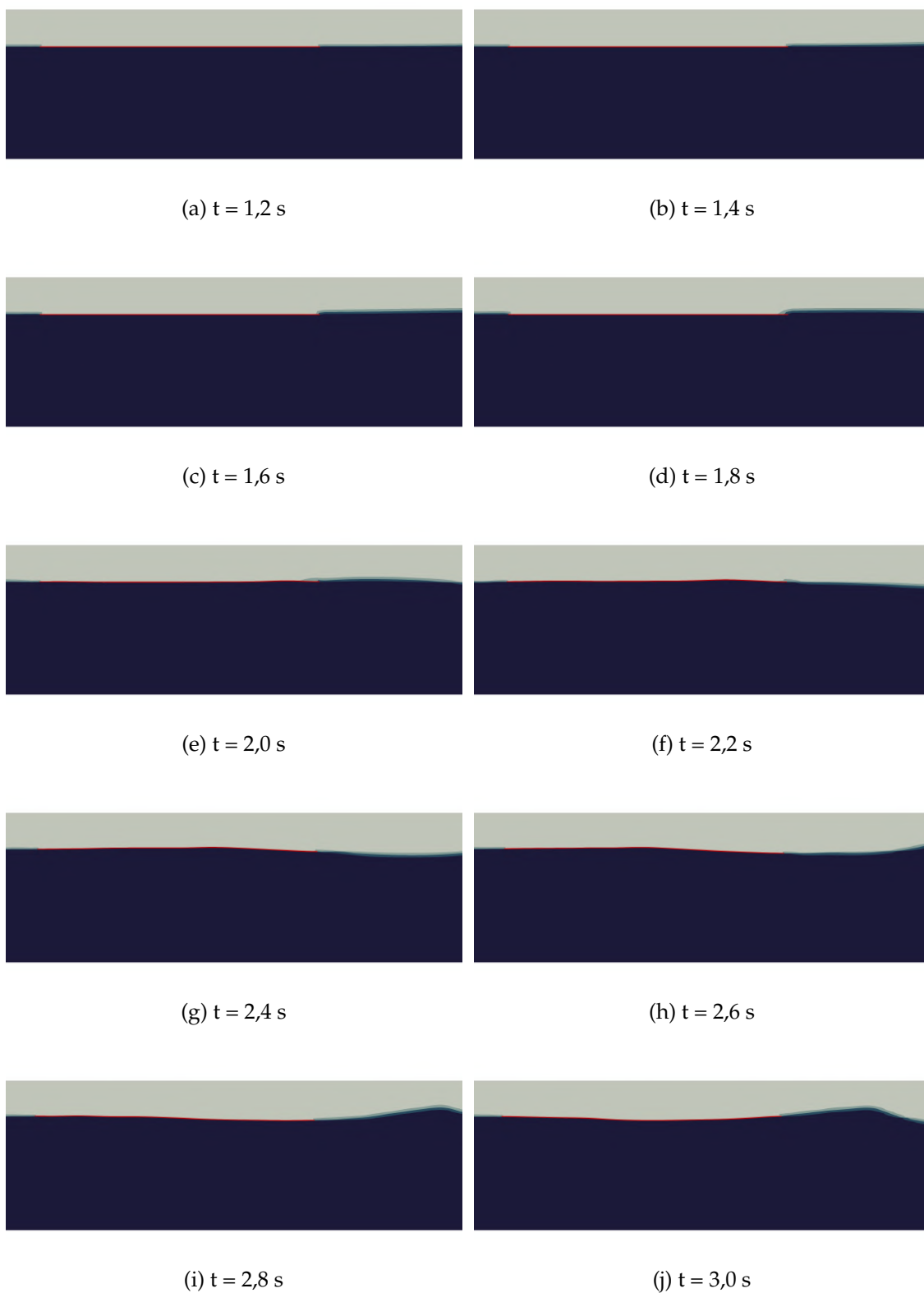


Figura D.2: Imagens da simulação do caso do corpo flutuante sujeito a ondas, com passo de tempo de $5e-4$ segundos, uma malha do fluido com 20175 elementos e uma malha do sólido com 450 elementos (continuação).

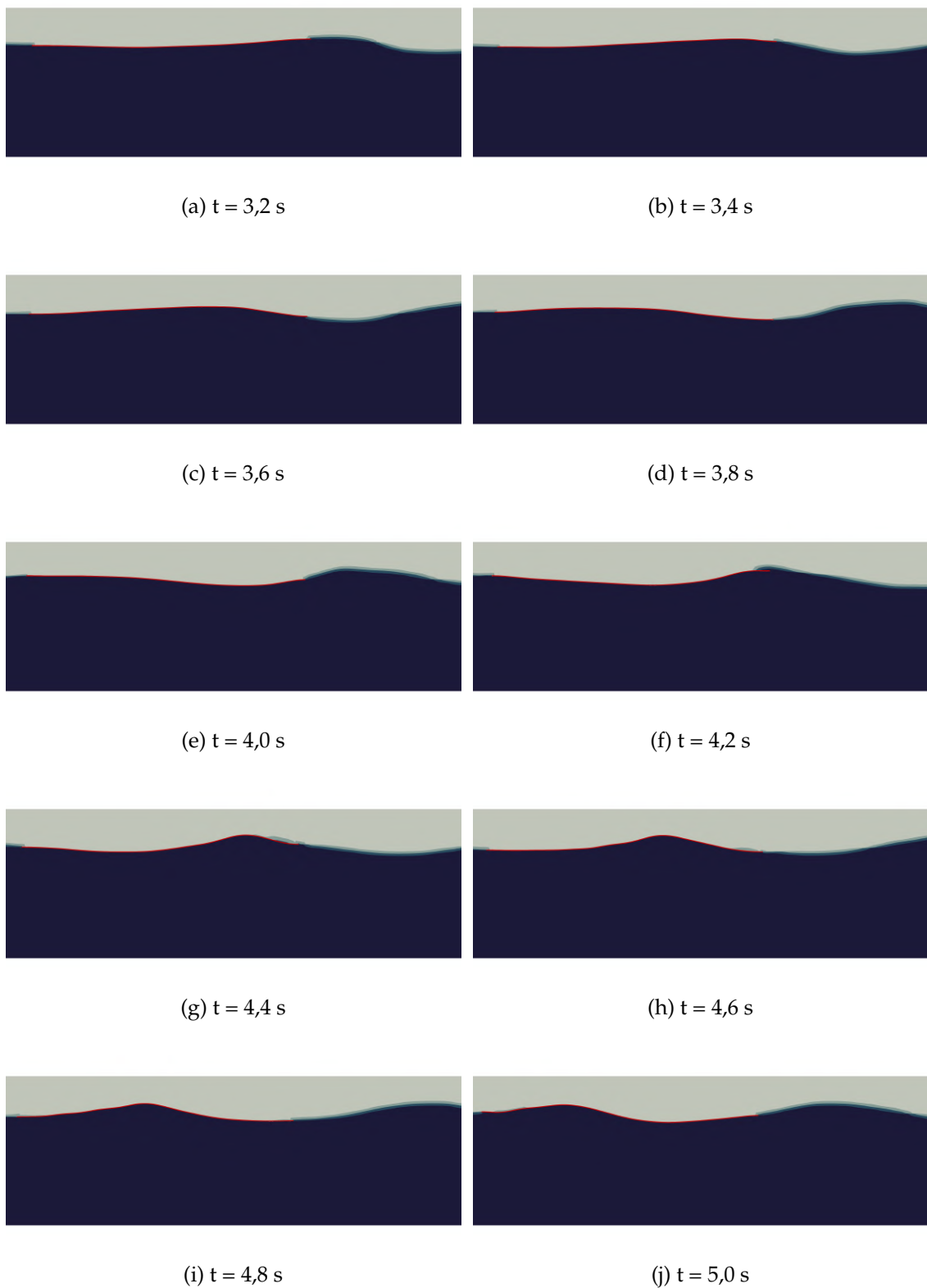


Figura D.3: Imagens da simulação do caso do corpo flutuante sujeito a ondas, com passo de tempo de $5e-4$ segundos, uma malha do fluido com 20175 elementos e uma malha do sólido com 450 elementos (continuação).

OUTROS PARÂMETROS ADIMENSIONAIS

Lista de símbolos relevantes aos parâmetros adimensionais:

- A - Amplitude das ondas;
- P - Período das ondas;
- λ - Comprimento de onda das ondas;
- L - Comprimento da estrutura flutuante;
- h - Espessura da estrutura flutuante;
- I - Segundo momento de área por unidade de largura;
- ρ_S - Massa volúmica do material da estrutura flutuante;
- E - Módulo de Young do material da estrutura flutuante;
- ρ_F - Massa volúmica do fluido;
- μ - Viscosidade dinâmica do fluido;
- g - Aceleração gravítica;

Parâmetros adimensionais que podem ser de interesse:

$\frac{A}{h}$ Relação entre amplitude das ondas e espessura da VFFS

$\frac{x}{h}$ Relação entre comprimento e espessura da VFFS

$\frac{x}{\lambda}$ Relação entre comprimento da VFFS e da onda

$\frac{A}{\lambda}$ Parâmetro de agitação da onda

$$\frac{\rho_S}{\rho_F} \quad \text{Razão de densidades}$$

$$\frac{\lambda}{\sqrt{gLP}} \quad \text{Número de Froude}$$

$$\frac{\rho_F^2 g L^3}{\mu^2} \quad \text{Número de Galileu - relação entre ondas gravíticas e forças viscosas}$$

$$\frac{g \rho_F (\rho_F - \rho_S) L h b}{\mu^2} \quad \text{Número de Arquimedes - relação entre a força de impulsão e as forças viscosas}$$

$$\frac{g \rho_F L^3}{E h \lambda} \quad \text{Relaciona a flexibilidade da estrutura com o comprimento de onda da ondulação}$$

ESQUEMAS NUMÉRICOS

Os esquemas numéricos são uma parte essencial de qualquer código CFD pois permitem discretizar as equações diferenciais num conjunto de equações discretas. De seguida, são apresentados os métodos mais importantes usados ao longo das simulações apresentadas neste documento. Como as simulações são efetuadas utilizando o software *OpenFOAM*, muita da documentação usada foi retirada da documentação de referência [104].

F.1 Esquemas para o gradiente

Para poder discretizar a operação matemática gradiente (∇ ou *grad*) de uma variável existem vários métodos, todos pelo menos de segundo grau. Contudo, apenas dois são normalmente usados na prática.

F.1.1 Método linear de Gauss

É o mais comum e tomado como padrão. A palavra “Gauss” define a discretização convencional de volumes finitos utilizando a integração pelo teorema de Gauss (F.1) para reescrever um integral de volume num integral de área; este requer a interpolação de valores dos centros das células para os centros das faces. Subsequentemente, o método de interpolação é determinado pela entrada “linear”, indicando a interpolação linear ou diferenciação central.

$$\int_V (\text{div} \mathbf{u}) dV = \oint_S (\mathbf{n} \cdot \mathbf{u}) dS \quad (\text{F.1})$$

F.1.2 Método dos quadrados mínimos

Denominado *leastSquares* pelo *OpenFOAM* este é outro método que oferece uma maior precisão (especialmente em malhas com maior distorção) à custa de oscilações em malhas tetraédricas.

O gradiente é calculado no centróide da célula pela minimização do erro entre os valores extrapolados das células vizinhas e os valores reais das células tendo em conta a

distância. Esta abordagem assegura que o gradiente é calculado com base nos valores do centro da célula e não nos valores da face, que podem ser distorcidos devido à geometria da malha.

Para uma determinada célula, é calculado um tensor G através da soma nas faces da ponderação das distâncias inversas $w = 1/\Delta_d$, em que Δ_d é a distância entre os centros das células, segundo a Equação (F.2). O gradiente é depois calculado pelo inverso do tensor e os valores nas células vizinhas (N) e a atual (P) segundo a Equação (F.3):

$$\int_V (\nabla \cdot \mathbf{u}) dV = \oint_S (\mathbf{n} \cdot \mathbf{u}) dS \quad (\text{F.2})$$

$$\text{grad}\Psi = \frac{1}{V} \sum_f w_{fd}^2 G^{-1} \cdot \Delta d (\Psi_N - \Psi_P) \quad (\text{F.3})$$

É dada preferência a este método dado ser estável e mais preciso que o método linear de Gauss.

Para certos problemas é importante limitar os resultados do gradiente de modo a evitar as aproximações excessivas ou insuficientes nos cálculos de gradiente (importante para variáveis limitadas). É possível aplicar um limitador a qualquer um dos métodos sendo que esta limitação aumenta a estabilidade, mas acrescenta difusão numérica devido ao corte dos valores (*clipping*).

F.2 Esquemas para o gradiente normal à superfície

Um gradiente normal a uma superfície é avaliado numa face de uma célula e é a componente, normal à face, do gradiente de valores nos centros das duas células que a face liga.

A discretização é construída sobre uma diferença finita de valores das células em cada lado da face (N e P) de acordo com a Equação (F.4):

$$\nabla_n \Psi_f = \frac{1}{\Delta d} (\Psi_N - \Psi_P) \quad (\text{F.4})$$

A discretização através desta equação é tão mais correta quanto maior a ortogonalidade entre a face e o vetor distância. Contudo, para certos tipos de malhas este caso geralmente não se aplica usando-se, portanto, um esquema com um fator de correção segundo (F.5) e (F.6) onde é usado um corretor explícito calculado a partir do gradiente. Para malhas mais complexas é comum usar este esquema pois proporciona uma maior estabilidade e precisão.

$$C_{\Delta}^{corr} = \frac{1}{\mathbf{n} \cdot \Delta \mathbf{d}} = \frac{1}{|\Delta \mathbf{d}| \cos \theta} \quad (\text{F.5})$$

$$\nabla_n \Psi_f = C_{\Delta}^{corr} (\Psi_N - \Psi_P) + (\mathbf{n} - C_{\Delta}^{corr} \Delta \mathbf{d}) \cdot \nabla \Psi_f \quad (\text{F.6})$$

F.3 Esquemas de interpolação

Não confundir com esquemas de interpolação tradicionais, estes são uma categoria separada no *OpenFOAM*. Os esquemas de interpolação são utilizados para transformar as quantidades conhecidas no centro da célula nos centros de uma face. Esta operação é utilizada em muitos dos cálculos (ex: gradiente, divergência e termos Laplacianos). Também existem vários esquemas de interpolação no *OpenFOAM*, mas a interpolação linear é utilizada em quase todos os casos.

F.4 Esquemas para o divergente

Nesta secção usa-se a equação permanente do transporte de uma propriedade geral ϕ (apenas convecção-difusão e o termo fonte), apresentada na Equação (F.7), para descrever os esquemas. A integração da mesma sobre um volume de controlo resulta na Equação (F.8):

$$\text{div}(\rho\mathbf{u}\phi) = \text{div}(\Gamma \text{grad } \phi) + S_\phi \quad (\text{F.7})$$

$$\int_A \mathbf{n} \cdot (\rho\phi\mathbf{u})dA = \int_A \mathbf{n} \cdot (\Gamma \text{grad } \phi)dA + \int_{VC} S_\phi dV \quad (\text{F.8})$$

O lado esquerdo da equação representa o fluxo convectivo líquido e o lado direito o fluxo difusivo líquido bem como a geração ou destruição da propriedade ϕ dentro do volume de controlo. É nesta fase que é necessário discretizar os integrais anteriormente apresentados.

Focando-se inicialmente no termo convectivo, o principal objetivo na sua discretização consiste na determinação do valor de ϕ nas faces dos volumes de controlo e o fluxo convectivo desta propriedade através destas faces. É importante notar que um processo convectivo afeta apenas o transporte ao longo da direção do escoamento [111, 112].

De seguida, apresentam-se alguns dos esquemas de discretização comumente usados na discretização dos termos convectivos (associados ao divergente) e que sejam relevantes para esta dissertação.

F.4.1 Esquema linear

Uma aproximação direta para o valor no centro da face do volume de controlo é a interpolação linear entre os dois nós mais próximos. É um esquema de segunda ordem e a equação geral é (F.9).

$$\phi_P = \phi_E \cdot \frac{x_P - x_O}{x_E - x_O} + \phi_O \cdot \left(1 - \frac{x_P - x_O}{x_E - x_O}\right) \quad (\text{F.9})$$

Onde E e O representam os nós mais próximos do nó P. A Figura F.1 ilustra o modo de operação deste esquema (e do esquema Upwind) para maior compreensão. À primeira vista parece aceitável, mas não o é pois este esquema não tem em conta a direção do escoamento. Além disso, é um método não limitado (mas pode ser aplicada uma função limitadora). No entanto é um esquema muito usado na prática.

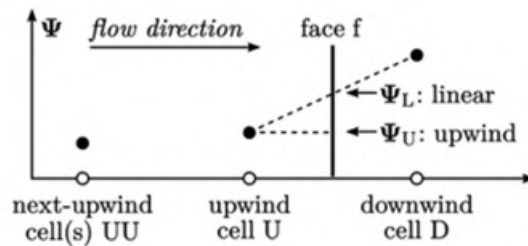


Figura F.1: Esquema representativo da interpolação pelo método linear e upwind [104].

F.4.2 Esquema Upwind

Já o esquema de diferenciação Upwind tem em conta a direção do escoamento. Este assume que o valor de ϕ por convecção numa face da célula é equivalente ao valor do nó a montante, tal como ilustra a Figura F.1.

Esta é a única aproximação que satisfaz incondicionalmente o critério da limitação, ou seja, nunca produzirá soluções oscilatórias. No entanto, é numericamente difusiva e de primeira ordem. Não sendo, portanto, um esquema muito atrativo.

F.4.3 Esquema Linear-Upwind

Este é outro dos esquemas significativos para a convecção. Este método reduz a natureza difusiva do método Upwind por incluir uma contribuição adicional da célula a jusante a partir do gradiente, como ilustrado na Figura F.2.

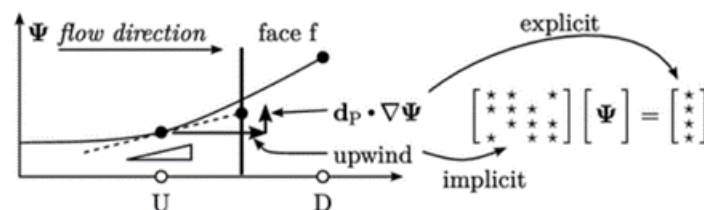


Figura F.2: Esquema do funcionamento do esquema linear upwind [104].

Este é um esquema de segunda ordem e não limitado (mas muito menos do que o linear) e é muito usado por ser decentemente preciso e estável.

F.4.4 Esquemas TVD

Foram desenvolvidos alguns esquemas de terceira ou de ordens superiores para a discretização dos termos convectivos, contudo, estes sofrem de oscilações graves resultantes da interpolação excessiva por excesso ou defeito.

A classe de esquemas TVD (sigla para diminuição da variação total) foi especialmente formulada para obter soluções livres de oscilações. Nos esquemas de TVD, a tendência para a oscilação é atenuada através da incorporação de uma componente de difusão artificial ou da inclusão de um maior peso sobre o esquema Upwind.

Existem dois esquemas de TVD notáveis que exibem uma baixa difusão numérica, mantêm a simetria através de alguma interpolação a jusante e têm funções limitadoras contínuas ao longo do gradiente, o que evita problemas devido a mudanças repentinas nos valores do limitador. São estes o Van Leer TVD e o Van Albada TVD. Estes usam diferentes métodos, mas na prática obtêm resultados muito semelhantes [112].

F.5 Esquemas para o laplaciano

Recordando a equação F.7, o primeiro termo à direita está associado ao termo difusivo descrito pela operação matemática conhecida como laplaciano (o divergente do gradiente). É agora necessário discretizar o integral resultante deste termo, apresentado na equação, para poder avaliar as propriedades nas faces dos volumes de controlo. Nota-se que também é usado um esquema de discretização do gradiente normal à superfície (anteriormente apresentado).

Na grande maioria dos casos é usado o esquema de interpolação linear como base. É depois possível aplicar funções corretivas para lidar com o facto de uma quantidade ser limitada ou da falta de ortogonalidade da malha.

Este é um termo relativamente fácil de discretizar pois a difusão é um fenómeno que ocorre em todas as direções, ao contrário da convecção que requer mais cuidado.

F.6 Esquemas temporais

Nas simulações transientes a discretização temporal desempenha um papel fundamental na integração numérica das equações ao longo do tempo. Este processo implica a divisão do domínio do tempo em pequenos intervalos e a atualização iterativa da solução utilizando técnicas numéricas.

Considere-se, como exemplo, a equação de transporte de um escalar num escoamento transiente, escrita segundo a forma geral expressa na equação F.10:

$$\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} + \text{div}(\rho\mathbf{u}\phi) = \text{div}(\Gamma \text{grad } \phi) + S_\phi \quad (\text{F.10})$$

O primeiro termo da equação representa o termo da taxa de variação temporal do escalar ϕ . A integração da equação anterior sobre um volume de controlo (VC) através

do método dos volumes finitos requer uma integração adicional num intervalo de tempo finito Δt . Através da substituição dos integrais dos termos convectivos e difusivos por integrais de superfície (como discutido anteriormente para a discretização dos outros termos) e da reorganização da ordem de integração no termo da taxa de variação obtém-se como resultado a Equação (F.11).

$$\begin{aligned} & \int_{VC} \left(\int_t^{t+\Delta t} \frac{\partial}{\partial t} (\rho\phi) dt \right) dV + \int_t^{t+\Delta t} \left(\int_A \mathbf{n} \cdot (\rho\mathbf{u}\phi) dA \right) dt \\ & = \int_t^{t+\Delta t} \left(\int_A \mathbf{n} \cdot (\Gamma \text{grad } \phi) dA \right) dt + \int_t^{t+\Delta t} \int_{VC} S_\phi dV dt \end{aligned} \quad (\text{F.11})$$

Os termos convectivos, difusivos e de fonte são discretizados utilizando uma das metodologias descritas nos capítulos anteriores. No caso de se usar uma abordagem explícita para a integração temporal, estes termos são apenas calculados em passos de tempo onde a solução já está determinada. Por outro lado, quando se utiliza uma técnica implícita, estes termos devem ser determinados no passo temporal subsequente, onde a solução permanece desconhecida. Consequentemente, é necessário resolver um sistema de equações algébricas, distinto do derivado para situações estacionárias [111, 112].

O foco será agora concentrado nos métodos necessários para a integração do tempo através de um caso 1D, que é facilmente estendido para mais dimensões. Destacam-se apenas os métodos mais reconhecidos e com maior utilidade para as simulações aqui apresentadas.

F.6.1 Método de Euler explícito

A abordagem mais básica é o método de Euler explícito, em que todos os fluxos e fontes são calculados com base nos valores dados no tempo t_n . Na formulação, para um volume de controlo, a única incógnita num instante de tempo é a quantidade no centroide desse VC; os valores dos nós vizinhos são determinados em instâncias de tempo anteriores. Por conseguinte, é possível determinar explicitamente a quantidade atualizada em cada nó.

Matematicamente, esta situação é descrita pelas equações (F.12 e F.13). Aplicando este princípio (e a discretização da diferença central) no caso unidimensional da Equação (F.10) e sem um termo fonte obtém-se a Equação (F.14):

$$\frac{d\phi}{dt} = f(t, \phi) \quad (\text{F.12})$$

$$\phi^{n+1} = \phi^n + f(t_n, \phi^n) \quad (\text{F.13})$$

$$\phi_i^{n+1} = \phi_i^n + \left[-u \frac{\phi_{i+1}^n - \phi_{i-1}^n}{2\Delta x} + \frac{\Gamma}{\rho} \frac{\phi_{i+1}^n + \phi_{i-1}^n - 2\phi_i^n}{(\Delta x)^2} \right] \Delta t \quad (\text{F.14})$$

Tendo sido um dos primeiros métodos criados já muito foi o estudo realizado sobre as características deste método numérico. Apesar da sua simplicidade, este processo requer

malhas bastante refinadas para garantir as condições de estabilidade em casos transientes. Isto aliado com o facto de ser um método de 1ª ordem leva a que o seu uso em CFD seja muito limitado, optando-se normalmente por métodos implícitos.

F.6.2 Método de Euler implícito

Este é um método muito semelhante ao anterior, porém, uma vez que usa a informação do passo $n + 1$ para o cálculo da aproximação em $n + 1$ este é um algoritmo implícito, necessitando de uma resolução algébrica para a determinação dos valores.

Sob a forma matemática este modelo toma a forma das equações (F.15 e F.16):

$$\phi^{n+1} = \phi^n + f(t^{n+1}, \phi^{n+1}) \quad (\text{F.15})$$

$$\frac{d\phi}{dt} = f(t^{n+1}, \phi^{n+1}) \quad (\text{F.16})$$

$$\phi_i^{n+1} = \phi_i^n + \left[-u \frac{\phi_{i+1}^{n+1} - \phi_{i-1}^{n+1}}{2\Delta x} + \frac{\Gamma}{\rho} \frac{\phi_{i+1}^{n+1} + \phi_{i-1}^{n+1} - 2\phi_i^{n+1}}{(\Delta x)^2} \right] \Delta t \quad (\text{F.17})$$

Ou seja, aplicada à Equação (F.10) tem-se a Equação (F.17):

Este é também um esquema de primeira ordem e é incondicionalmente estável, permitindo passos de tempo maiores em comparação com os esquemas explícitos. Além disso é também mais preciso que o esquema de Euler implícito tornando-o um esquema muito robusto, especialmente para obter uma primeira aproximação de um problema ou como ponto de partida para assegurar a convergência inicial.

F.6.3 Método *Backwards*

O método *Backwards* (como nomeado no software *OpenFOAM*), também chamado de *Three Time Level* por outros autores, é um método completamente implícito de segunda ordem de precisão.

Este é um método mais complexo que envolve o passo de tempo atual e os dois anteriores, como expresso na Equação (F.18). E, mais uma vez, com a aplicação deste esquema tem-se a Equação (F.19):

$$\frac{\partial\phi}{\partial t} = \frac{1}{\Delta t} \left(\frac{3\phi^{n+1}}{2} - 2\phi^n + \frac{\phi^{n-1}}{2} \right) \quad (\text{F.18})$$

$$\phi_i^{n+1} = \frac{4\phi_i^n - \phi_i^{n-1}}{3} + \left[-u \frac{\phi_{i+1}^{n+1} - \phi_{i-1}^{n+1}}{3\Delta x} + \frac{2\Gamma}{\rho} \frac{\phi_{i+1}^{n+1} + \phi_{i-1}^{n+1} - 2\phi_i^{n+1}}{3(\Delta x)^2} \right] \Delta t. \quad (\text{F.19})$$

Tal como o esquema implícito de Euler, o esquema *backwards* é também completamente estável tendo, contudo, o benefício de ser de segunda ordem e, portanto, ser mais preciso.

No entanto, este não é limitado e pode produzir soluções oscilatórias para passos de tempo demasiadamente elevados.

F.6.4 Método de Crank-Nicolson

Por fim, este é também um método implícito de segunda ordem (devido ao uso da regra do trapézio para a aproximação do integral) que combina os métodos de Euler implícito e explícito. Desta discretização resulta a Equação (F.20):

$$\begin{aligned} \phi_i^{n+1} = \phi_i^n + \frac{\Delta t}{2} & \left[-u \frac{\phi_{i+1}^{n+1} - \phi_{i-1}^{n+1}}{2\Delta x} + \frac{\Gamma}{\rho} \frac{\phi_{i+1}^{n+1} + \phi_{i-1}^{n+1} - 2\phi_i^{n+1}}{(\Delta x)^2} \right] + \\ & \frac{\Delta t}{2} \left[-u \frac{\phi_{i+1}^n - \phi_{i-1}^n}{2\Delta x} + \frac{\Gamma}{\rho} \frac{\phi_{i+1}^n + \phi_{i-1}^n - 2\phi_i^n}{(\Delta x)^2} \right] \end{aligned} \quad (\text{F.20})$$

Este é um esquema muito preciso, especialmente para pequenos passos de tempo e até quando comparado com o método *backwards*. Apesar da sua estabilidade e exatidão, o método de Crank-Nicolson pode ainda produzir oscilações em certas condições, particularmente quando o passo de tempo é grande em relação à resolução espacial.

Além disso, este esquema requer pouco mais esforço computacional por passo de tempo do que o esquema de Euler implícito.

A seleção da abordagem de discretização temporal influencia significativamente a estabilidade e a precisão da simulação, logo, cuidado foi tomado na sua seleção para cada uma das simulações.

ALGORITMOS DE RESOLUÇÃO

É dado um breve destaque aos solucionadores usados nestas simulações uma vez que na grande maioria dos casos é necessário controlar alguns parâmetros para que a simulação seja estável, não divirja e apresente resultados corretos. Contudo, devido ao elevado número de parâmetros opcionais apenas são abordadas os principais.

A resolução das equações de Navier-Stokes requer a solução das equações acopladas que regem os campos de velocidade e pressão. Existem várias metodologias, mas as mais comuns têm como objetivo separar estas equações e calcular a velocidade e a pressão de forma independente, sendo conhecidos por métodos segregados. Para conseguir esta separação usa-se uma abordagem conhecida como estratégia preditor-corretor.

Considerando a equação geral da conservação do momento é claro que existem quatro variáveis desconhecidas (velocidade em x , y e z bem como a pressão) mas apenas as três equações do momento nas três direções. A estratégia envolve utilizar a equação da conservação da massa para derivar uma equação adicional que incorpore a pressão, podendo-se assim resolver um sistema de quatro equações e quatro incógnitas.

Na maioria dos casos, estas equações são resolvidas sequencialmente e individualmente para cada variável até que o campo de velocidades e de pressão satisfaça a equação da conservação da massa. O procedimento de resolução sequencial é conseguido através da utilização (na maioria dos casos) dos seguintes algoritmos: PISO, SIMPLE ou PIMPLE.

SIMPLE – significa *Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations* e é usado para problemas estacionários.

PISO – significa *pressure-implicit split-operator*.

PIMPLE – trata-se de uma combinação dos dois métodos anteriores. Como foi este o algoritmo usado nas simulações será este o método abordado em maior detalhe.

Nota: Embora todos os algoritmos resolvam as mesmas equações governativas (mesmo que escritas em formas diferentes), estes diferem principalmente na forma como executam o ciclo, controlado por um número de parâmetros de entrada.

G.1 Algoritmo PIMPLE

O funcionamento do algoritmo é apresentado no fluxograma da Figura G.1 e sumariamente descrito de seguida.

Num único passo de tempo, é procurada uma solução como se tratasse de um problema estacionário enquanto são aplicados fatores de sub-relaxação, onde primeiro se predizem os valores das velocidades. Para tal, são necessários os chamados *loops* de correção externos (*outer correction loops* usados no *OpenFOAM*) para corrigir os valores da velocidade e pressão e garantir que todos os termos explícitos das equações convergem. Depois que um critério de tolerância (definido pelo utilizador) é atingido, e ainda dentro do cálculo estacionário, deixa-se o loop de correção externo e segue-se para o próximo passo de tempo. Este processo é feito até que o tempo final da simulação seja alcançado. As primeiras equações resolvidas são as do momento, seguindo-se da pressão e depois, e se houver, as da turbulência ou de outros fenómenos mais complexos.

Alguns dos parâmetros que influenciam este *loop* e que são necessários ajustar para obter um bom acoplamento são os seguintes:

- *nCorrectors*: define o número de vezes que o algoritmo resolve a equação da pressão e o corretor das equações do momento em cada passo;
- *nNonOrthogonalCorrectors*: especifica o número de soluções repetidas na resolução da equação da pressão, usadas para atualizar a correção explícita do termo laplaciano;
- *nOuterCorrectors*: representa o número total de vezes que o sistema é resolvido num único passo de tempo;
- *pRefValue* e *pRefCell*: definem o valor da pressão e o ponto de referência para a pressão.

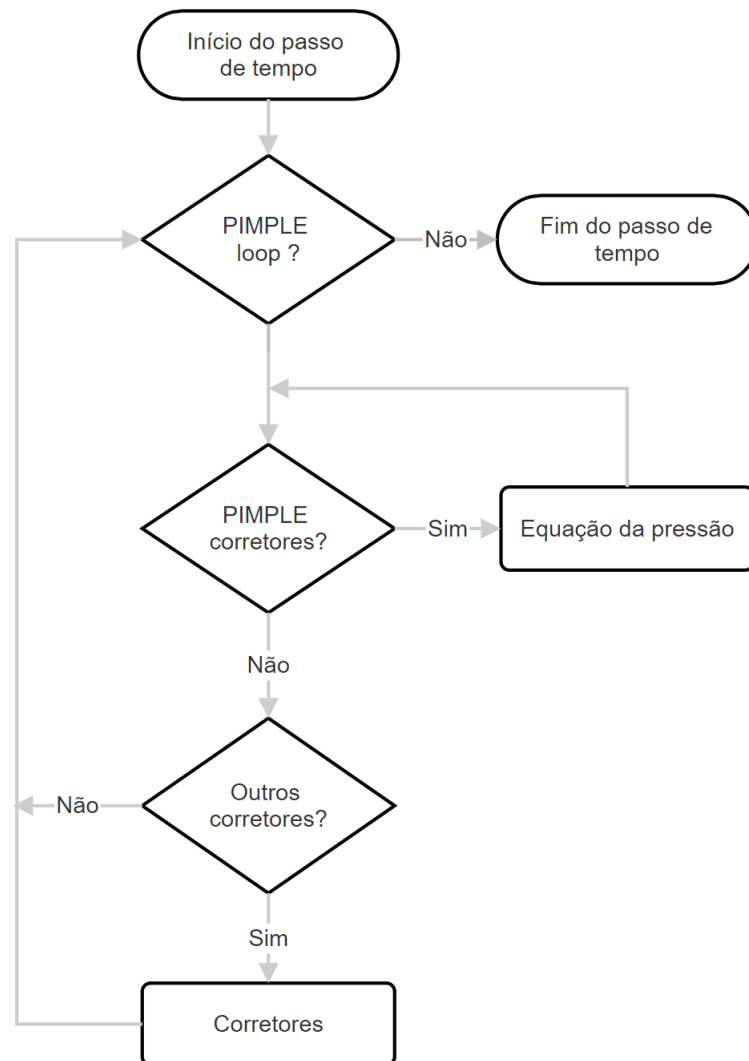


Figura G.1: Fluxograma do funcionamento do algoritmo PIMPLE.

G.2 Solvers

Estes são os métodos usados para resolver cada sistema de equações. Os *solvers* comumente usados pelo *OpenFOAM* são os seguintes:

- PCG: preconditioned (bi-)conjugate gradient;
- *smoothSolver*: solucionador que utiliza um suavizador;
- GAMG: generalised geometric-algebraic multi-grid;
- diagonal: solucionador diagonal para sistemas explícitos.

Nenhum destes métodos será abordado em detalhe, esclarece-se apenas que cada um usa diferentes procedimentos para resolver as matrizes de equações e que a sua utilização é dependente do tipo de problema, mas os resultados finais são razoavelmente próximos na maioria dos casos.

Estes métodos são tipicamente de natureza iterativa, centrados especificamente na diminuição do resíduo da equação com cada solução sucessiva. O resíduo serve essencialmente como um indicador da exatidão da solução, sendo que valores mais pequenos indicam uma maior precisão. A avaliação do resíduo envolve a substituição da solução atual na equação e a comparação das magnitudes das disparidades entre os lados esquerdo e direito da equação, um processo que é normalizado para garantir a independência da escala do problema.

Antes da resolução de uma equação, o resíduo inicial é calculado e após cada iteração do solucionador o resíduo é reavaliado. O solucionador para quando se verifica uma das seguintes condições: se o resíduo descer abaixo do nível de tolerância absoluta especificada, se o rácio entre os resíduos atuais e iniciais descer abaixo da tolerância relativa designada, ou se o número de iterações ultrapassar o limite máximo permitido.

Por fim, outro tópico importante é o dos fatores de relaxação. O sub-relaxamento é utilizado para melhorar a estabilidade de um cálculo e por conseguinte da simulação. Funciona através da limitação da quantidade que uma variável muda de uma iteração para a seguinte. Se o fator for 0 a solução não muda de iteração para iteração, se for 1 não existe qualquer influência deste fator. Os valores intermédios causam uma diminuição na quantidade mudada.

A escolha ótima do fator de relaxação é aquela que é suficientemente pequena para assegurar um cálculo estável mas suficientemente grande para fazer avançar rapidamente o processo iterativo, sendo esta escolha extremamente dependente do tipo de problema.



2024

Interação onda-estruturas flutuantes e flexíveis: uma análise numérica CFD-CSM:

Dissertação para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Mecânica

André Henriques

NOVA

NOVA SCHOOL OF
SCIENCE & TECHNOLOGY