



Vsevolod Kozub

Licenciado em Ciências de Engenharia Mecânica

**Otimização robusta multiobjetivo de
compósitos constituídos por polímero
reforçado por fibra**

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em
Engenharia Mecânica

Orientador: Doutor João Mário Burguete Botelho Cardoso,
Professor Auxiliar, Faculdade de Ciências e Tecnologia da
Universidade Nova de Lisboa

Vsevolod Kozub

Licenciado em Ciências de Engenharia Mecânica

**Otimização robusta multiobjetivo de
compósitos constituídos por polímeros
reforçados por fibra**

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em
Engenharia Mecânica

Orientador: Doutor João Mário Burguete Botelho Cardoso,
Professor auxiliar, Faculdade de Ciências e Tecnologia da
Universidade Nova de Lisboa

março de 2016

Otimização robusta multiobjetivo de compósitos constituídos por polímero reforçado por fibra

Copyright 2016 Vsevolod Kozub

A Faculdade de Ciências e Tecnologia e a Universidade Nova de Lisboa tem o direito, perpétuo e sem limites geográficos, de arquivar e publicar esta dissertação através de exemplares impressos reproduzidos em papel ou de forma digital, ou por qualquer outro meio conhecido ou que venha a ser inventado, e de a divulgar através de repositórios científicos e de admitir a sua cópia e distribuição com objetivos educacionais ou de investigação, não comerciais, desde que seja dado crédito ao autor e editor.

RESUMO

O comportamento mecânico dos materiais compósitos é muito complexo, uma vez que estes não são homogêneos nem isotrópicos. Estes materiais, tal como quaisquer outros, são sujeitos a variabilidades nas suas propriedades mecânicas e geométricas. É impossível eliminar a variabilidade totalmente, porque esta resulta da incerteza inerente à natureza, podendo ter uma influência crítica na resistência, absorção de energia e falha de uma estrutura constituída por materiais compósitos. A otimização robusta procura minimizar os efeitos da variabilidade.

No presente trabalho é discutida a incerteza em compósitos e é estudada a possibilidade de otimização robusta multiobjetivo de materiais compósitos de matriz polimérica reforçada por fibras sujeitos à incerteza. Para isso, foi desenvolvido um conjunto de códigos em MATLAB que, para uma dada configuração de um compósito laminado, gera uma superfície de resposta e usa-a para estimar o desvio padrão da resposta do compósito à solicitação aplicada. A resposta do material foi definida como sendo a sua tensão de colapso que é atingida após o material sofrer um dano inicial. A simulação numérica do dano progressivo é feita através de um código MATLAB empregue em conjunto com o ANSYS Mechanical APDL. Esse código faz todo o processamento do dano pois o ANSYS executa apenas análises lineares. O código MATLAB permitiu eliminar a discretização do carregamento feita no ANSYS que introduzia uma variabilidade de tamanho desconhecido nos resultados.

No presente trabalho é avaliada a capacidade do ANSYS Mechanical APDL de simular dano progressivo. Para este propósito é, também, testado o Helius PFA. Além disso, é resolvido um problema publicado de otimização clássica mostrando resultados melhores que os originais. Por fim, é resolvido, como exemplo, um problema de otimização robusta aplicando as ferramentas desenvolvidas.

Palavras-chave: otimização, multiobjetivo, robusta, incerteza, compósitos, dano progressivo

ABSTRACT

The mechanical behaviour of composite materials is very complex since they are not homogeneous nor isotropic. These materials, such as any other, are subject to variabilities in their mechanical and geometrical properties. It is impossible to eliminate variability totally because it results from the uncertainty inherent to the nature and can have a critical influence on the strength, energy absorption and failure of a structure composed of composite materials. Robust optimization seeks to minimize the effects of variability.

In the present work, the uncertainty in composites is discussed and a possibility of robust multi-objective optimization of fibre-reinforced polymer matrix composite materials subject to uncertainty is studied. A set of codes in MATLAB was developed for robust optimization which, for a given configuration of a composite laminate, generates a response surface and uses it to estimate the standard deviation of the response of the composite to the applied loading. The collapse stress, which is reached after the material suffers some damage, was defined as the material response. Progressive damage numerical simulation is executed by a MATLAB code used together with ANSYS Mechanical APDL. This code does all the damage processing since ANSYS executes only linear analyses. The MATLAB code allowed to eliminate the loading discretisation made in ANSYS which introduces variability of the results of unknown size.

In the present work, the ability of ANSYS Mechanical APDL to simulate progressive damage is evaluated. Also, Helius PFA was tested for this purpose. Additionally, a published problem of a classical optimization is resolved and a better results than the original ones are obtained. Finally, as an example, a robust optimization problem is resolved applying the developed tools.

Keywords: optimization, multi-objective, robust, uncertainty, composites, progressive damage

Índice

Lista de figuras.....	XI
Lista de tabelas	XIII
Lista de siglas	XV
Capítulo 1. Introdução.....	1
1.1 Motivação.....	1
1.2 Objetivos	2
1.3 Estrutura da dissertação	2
1.4 Trabalhos semelhantes publicados	4
Capítulo 2. Fundamentos dos materiais compósitos.....	5
2.1 Classificação dos materiais compósitos	5
2.1.1 Tipologia de materiais compósitos.....	5
2.1.2 Compósitos de matriz polimérica reforçada com fibras	7
2.1.3 Tipos de fibra nos compósitos PRF	8
2.1.4 Tipos de matriz nos compósitos PRF.....	9
2.2 Fabrico de materiais compósitos.....	10
2.3 Caracterização do comportamento mecânico de compósitos	12
2.3.1 Elementos do comportamento mecânico de compósitos.....	13
2.3.2 As três escalas de análise dos materiais compósitos	17
2.3.3 Falha nos compósitos.....	18
2.4 Incerteza e variabilidade nos materiais compósitos.....	27
Capítulo 3. Simulação numérica	31
3.1 Descrição do problema.....	31
3.2 Validação do ANSYS Mechanical APDL.....	33
3.2.1 Descrição do ANSYS Mechanical APDL.....	33
3.2.2 Definição das simulações no ANSYS	35
3.2.3 O estudo da influência de vários parâmetros na análise	37
3.3 Simulação no ansys em conjunto com o HELIUS PFA.....	43
3.3.1 Acerca do HELIUS PFA.....	43
3.3.2 Resultados das simulações no HELIUS.....	44
3.4 Simulação combinada no ANSYS E MATLAB	45
3.4.1 O princípio de funcionamento.....	45
3.4.2 A sequência de operação.....	49
3.4.3 Resultados das simulações	50
Capítulo 4. Otimização.....	57
4.1 O conceito de otimização	57
4.2 A implementação da otimização no presente estudo	58
4.3 Problema de otimização determinística resolvido.....	59

Capítulo 5. Otimização robusta	65
5.1 Incerteza e fiabilidade estrutural	65
5.1.1 Otimização considerando incerteza	65
5.1.2 Previsibilidade da sequência de falha	67
5.2 Implementação da otimização robusta	69
5.2.1 As técnicas implementadas na otimização robusta	69
5.2.2 O código de otimização	71
5.3 Problema demonstrativo de otimização robusta	72
5.3.1 Definição do problema inicial	72
5.3.2 Ajustamento do modelo	73
5.3.3 Resultados para o problema inicial	79
5.3.4 Definição do problema simplificado	80
5.3.5 Resultados para o problema simplificado	82
Capítulo 6. Conclusão	85
6.1 Considerações finais	85
6.2 Sugestões para futuros desenvolvimentos	86
Bibliografia	87

Lista de figuras

Figura 2.1: Topologia dos materiais compósitos	6
Figura 2.2: Classificação dos materiais compósitos fibrosos.....	6
Figura 2.3: Vários tipos de tecidos usados com fibras cerâmicas: a) exemplos de variantes mais simples de tafetá, sarja e cetim, da esquerda à direita; b) tecidos triaxiais; c) tecido tridimensional.....	7
Figura 2.4: Vista expandida de um compósito laminado cujas lâminas unidirecionais têm orientações diferentes.....	8
Figura 2.5: Fita de fibra de carbono pré-impregnada.....	10
Figura 2.6: Fusão a quente. Imagem publicada por Hexcel®.....	11
Figura 2.7: Enrolamento de filamentos. Imagem publicada por Hexcel®.....	12
Figura 2.8: Um compósito PRF unidirecional, as suas direções principais e os seus planos de simetria.....	13
Figura 2.9: Os eixos principais de ortotropia de uma lâmina unidirecional.....	14
Figura 2.10: Ilustração exemplificativa do comportamento à tração de materiais diferentes....	14
Figura 2.11: Diferentes tipos de empilhamento dos materiais compósitos laminados.	16
Figura 2.12: Distorção dos compósitos PRF laminados devido à falta de simetria.....	15
Figura 2.13: A microescala, mesoescala e macroescala dos materiais compósitos PRF [44] [45].	17
Figura 2.14: Descolamento na interface entre as fibras e a matriz.....	19
Figura 2.15: Rotura da matriz.....	19
Figura 2.16: Rotura interlaminar.....	20
Figura 2.17: a) microencurvadura das fibras; b), c) banda vincada (kink band).....	21
Figura 2.18: Os quatro modos de falha de uma lâmina PRF. a) tração longitudinal, b) compressão longitudinal, c) tração transversal, d) compressão transversal em relação à direção das fibras.....	22
Figura 2.19: Ilustração do modelo de falha laminar progressiva da degradação das propriedades através do gráfico tensão-extensão.....	27
Figura 2.20: Taxinomia de estados associados com defeitos observados em compósitos [86].	30
Figura 3.1: Sistema de coordenadas de uma lâmina unidirecional.....	32
Figura 3.2: A geometria da placa furada usada no presente exemplo.....	33
Figura 3.3: Os gráficos tensão-extensão ampliados de duas simulações com uma malha de 936 elementos e 300 passos temporais tendo: a) ATS desativada, b) ATS ativa.....	37
Figura 3.4: A variação da tensão máxima alcançada ou tensão de colapso em função do FRR... 39	39
Figura 3.5: O aspeto da malha de 936 elementos.....	40
Figura 3.6: A variação da tensão máxima alcançada ou tensão de colapso em função do número de elementos da malha (escala logarítmica).....	41
Figura 3.7: Os gráficos tensão-extensão correspondentes às simulações da placa furada usando a malha de 432 elementos e FRR de 0.4.....	42
Figura 3.8: Gráficos tensão-extensão (valores da extensão omissos) para as simulações da placa furada usando uma malha de 432 elementos e FRR de 0.15 para a matriz e 0.07 para a fibra e aplicando o método baseado na Teoria Multicontínuo.....	44
Figura 3.9: O modelo de falha progressiva da degradação das propriedades aplicado no presente trabalho.....	46
Figura 3.10: A geometria do modelo numérico usado com uma malha de 806 elementos.....	48
Figura 3.11: A linha vertical de simetria divide uma única faixa vertical de elementos ao meio, tal como foi implementado. Pode-se observar alguma distorção induzida por geração automática da malha.....	49

Figura 3.12: Os gráficos de tensão-extensão associados aos critérios de falha sobrepostos na seguinte sequência: TM, Hashin e Tsai-Wu. O FRR aplicado foi $\{10^{-3} 10^{-3} 10^{-2} 10^{-2} 10^{-2}\}$.	51
Figura 3.13: Os gráficos de tensão-extensão associados aos critérios de falha sobrepostos na seguinte sequência: TM, Hashin e Tsai-Wu.	52
Figura 3.14: Os gráficos de tensão-extensão associados aos critérios de falha sobrepostos na seguinte sequência: TM, Hashin e Tsai-Wu.	52
Figura 3.15: Os gráficos de tensão-extensão associados aos critérios de falha sobrepostos na seguinte sequência: TM, Hashin e Tsai-Wu.	53
Figura 3.16: Os gráficos de tensão-extensão associados a malhas com diferente número de elementos: 130, 238, 806, 1326, 2850.	54
Figura 3.17: Os gráficos de tensão-extensão associados a FRR diferentes: $\{10^{-1} 10^{-1} 10^{-1} 10^{-1} 10^{-1}\}$, $\{7 \times 10^{-2} 7 \times 10^{-2} 15 \times 10^{-2} 15 \times 10^{-2} 15 \times 10^{-2}\}$ e $\{5 \times 10^{-2} 5 \times 10^{-2} 2 \times 10^{-1} 2 \times 10^{-1} 2 \times 10^{-1}\}$. A malha utilizada é de 238 elementos e o critério aplicado é da TM.	55
Figura 3.18: O dano ocorrido em uma simulação com a malha de 806 elementos, o critério da TM e o FRR $\{10^{-1} 10^{-1} 10^{-1} 10^{-1} 10^{-1}\}$. Uma falha da fibra marcada a vermelho e uma falha matricial a azul podendo as duas existir em um mesmo elemento.	56
Figura 4.1: Representação esquemática do problema e os valores das propriedades mecânicas do material.	60
Figura 4.2: Comparação das soluções do problema obtidas na publicação original e no presente estudo.	61
Figura 4.3: A intensidade das tensões na placa do problema.	64
Figura 5.1: Otimização robusta versus otimização determinística.	66
Figura 5.2: Possíveis trajetos de falha de um sistema com vários níveis (componentes) com dois modos de falha, um dos quais é dominante.	68
Figura 5.3: Os históricos de carregamento de um PRF de 48 lâminas sujeito à tração uniaxial. O trajeto a vermelho é do projeto base e os restantes, a azul, são dos laminados resultantes da incerteza na orientação das fibras.	69
Figura 5.4: Exemplo de uma superfície de resposta no espaço tridimensional.	70
Figura 5.5: Os gráficos pressão-flecha associados às placas ótimas mais leve e à mais pesada, indicadas em [7], com utilização de 4 malhas compostas por 400, 1600, 10000 e 40000 elementos.	75
Figura 5.6: O gráfico pressão-flecha associado à configuração média ($\alpha = 0.5$) das placas ótimas indicadas em [7], com utilização de 5 malhas, 4 das quais correspondem às indicadas para a Figura 5.5 e mais uma de 400 elementos não uniforme.	75
Figura 5.7: Duas malhas de 400 elementos, uma uniforme e uma não uniforme utilizadas no estudo da influência da malha. A malha uniforme contém dois pontos de medição da flecha assinalados: o ponto utilizado no estudo da influência da malha, a branco, e o ponto utilizado mais à frente durante a otimização, a preto.	76
Figura 5.8: O desvio padrão para os indivíduos ótimos obtidos com base em 6 e 30 pontos amostrados.	79
Figura 5.9: Duas das dimensões da fronteira de Pareto obtida, o valor médio da pressão de colapso e o peso da placa.	83
Figura 5.10: Duas das dimensões da fronteira de Pareto obtida, o desvio padrão da pressão de colapso e o peso da placa.	83
Figura 5.11: Duas das dimensões da fronteira de Pareto obtida, o valor médio da pressão de colapso e o seu desvio padrão.	84

Lista de tabelas

Tabela 2.1: Comparação das características mais importantes dos polímeros termoplástico e termoendurecível.....	9
Tabela 3.1: Algumas das propriedades mecânicas do material IM7-8552 indicadas em [6].	31
Tabela 3.2: A variação da tensão máxima alcançada ou tensão de colapso em função do FRR e erros relativos ao valor indicado em [6] para determinar a influência do FRR.....	39
Tabela 3.3: A variação da tensão máxima alcançada ou tensão de colapso em função do número de elementos da malha e erros relativos ao valor indicado em [6] para determinar a influência do número de elementos da malha.....	40
Tabela 3.4: Os resultados das simulações da placa furada com 432 elementos da malha e um FRR igual a 0.4, com ATS ativo. Os valores da tensão são os do maior pico.	42
Tabela 3.5: Os valores obtidos por critérios diferentes para $FRR = \{10^{-3} 10^{-3} 10^{-2} 10^{-2} 10^{-2}\}$ com a malha de 806 elementos.	51
Tabela 3.6: Os valores obtidos por critérios diferentes para $FRR = \{10^{-1} 10^{-1} 10^{-1} 10^{-1} 10^{-1}\}$ com a malha de 806 elementos.	51
Tabela 3.7: Os valores obtidos por critérios diferentes para $FRR = \{2 \times 10^{-1} 2 \times 10^{-1} 2 \times 10^{-1} 2 \times 10^{-1} 2 \times 10^{-1}\}$ com a malha de 806 elementos.	53
Tabela 3.8: Os valores obtidos por critérios diferentes para $FRR = \{7 \times 10^{-2} 14 \times 10^{-2} 2 \times 10^{-1} 4 \times 10^{-1} 10^{-6}\}$ com a malha de 806 elementos.	53
Tabela 4.1: Comparação entre as soluções ótimas do problema obtidas na publicação original e no presente estudo onde δ designa a flecha e W designa o peso da placa. A sequência de empilhamento é indicada por quatro orientações das lâminas de fora para a linha de simetria (lida da esquerda à direita) sendo as suas espessuras representadas pelo índice respetivo.	62
Tabela 4.2: Comparação das soluções do problema obtidas na publicação original e no presente estudo que diferem entre si. Aqui $\bar{\delta}$ designa a flecha correspondente a uma configuração de [7] calculada aplicando o modelo numérico do trabalho presente.	63
Tabela 5.1: Os erros máximo e médio para os dois tipos de superfícies de resposta, linear e polinomial quadrática sem termos cruzados, baseadas em número diferente de pontos (pts) com o valor médio (μ) e o desvio padrão (DP) destes erros.	81
Tabela 5.2: Os desvios padrão calculados com base nas amostras tiradas e com base nas superfícies de resposta, linear e polinomial quadrática sem termos cruzados, baseadas nessas amostras cujo número varia. São calculados o valor médio e o desvio padrão (DP), em kPa, de cada desvio padrão associado à placa.....	82
Tabela 5.3: O conjunto das soluções ótimas de Pareto resultante da otimização robusta.	84

Lista de siglas

- AG – algoritmo genético
- AHL – amostragem por hipercubo latino
- ATS – *auto time stepping*
- CET – coeficiente de expansão térmica
- CFRP – *carbon fibre-reinforced polymer*
- DP – desvio padrão
- EDP – equações diferenciais parciais
- FRR – fator de redução da rigidez
- FS – fator de segurança
- LVS – linha vertical de simetria
- MEF – método dos elementos finitos
- MMC – método de Monte Carlo
- OMO – otimização multiobjetivo
- PRF – polímero reforçado por fibra
- RBDO – *reliability-based design optimization*
- RDO – *robust design optimization*
- SR – superfície de resposta
- TCL – teoria clássica de laminados
- TM – tensão máxima
- TMC – teoria multicontínuo

1

INTRODUÇÃO

1.1 MOTIVAÇÃO

Atualmente as estruturas de materiais compósitos têm cada vez mais aplicações, sobretudo nas indústrias de transportes de aeronáutica, automóvel, ferroviária, e naval [1]. Esta realidade é comprovada no Boeing 787 Dreamliner (primeiro voo em 2009) e no Airbus A350XWB (primeiro voo em 2013) têm, respetivamente 50% e 53% das suas estruturas constituídas por materiais compósitos. Para os seus superdesportivos Koenigsegg fabrica, utilizando compósitos, jantes feitas totalmente de fibra de carbono pré-impregnada (que são cerca de 40% mais leves que jantes de alumínio forjadas), quase toda a carroçaria, uma grande parte do chassi, coletor de admissão e alguns outros componentes. Os materiais compósitos estão a substituir os materiais tradicionais em muitas aplicações estruturais devido às vantagens únicas que oferecem, tais como melhores relação resistência/peso, resistência à corrosão, resistência à fadiga; rigidez mais elevada e maior liberdade de ajustamento das suas propriedades comparativamente aos materiais estruturais convencionais [2]. Os exemplos de aplicação dos materiais compósitos incluem estruturas de aeronaves, reservatórios pressurizados, equipamento desportivo, veios de transmissão, componentes de suspensão automóvel e volantes de motor de altas velocidades com grandes capacidades de armazenamento de energia [3]. Em aplicações de resistência ao impacto, o uso de materiais compósitos pode aumentar a absorção de energia e dissipar uma quantidade significativa da energia de impacto através da falha do material [4]. Por exemplo, a resistência de uma liga de alumínio usada na indústria aeronáutica é, tipicamente, da ordem dos 450MPa , enquanto a resistência à tração de um compósito de resina epóxi reforçada por fibra de carbono pode atingir valores cinco vezes maiores sendo a densidade deste último quase duas vezes menor.

Estas vantagens são, muitas vezes, atenuadas pelas limitações introduzidas pela complexidade de análise do material, projeto, testes e fabrico. O fabrico de compósitos envolve processos complexos que, frequentemente, são difíceis de controlar, o que é capaz de levar à dispersão considerável nas propriedades mecânicas do compósito fabricado. A complexidade do material torna a sua análise difícil e é por isso que se observa a falta de ferramentas precisas e eficazes para a sua análise teórica e numérica. A não uniformidade da estrutura dos compósitos pode levar a dispersões consideráveis das medições experimentais. Por outro lado, a falta de ductilidade dificulta a tarefa de prevenção de falha.

As incertezas estão presentes em várias etapas de um projeto sendo associadas à variabilidade inerente à natureza. É impossível eliminar a variabilidade na sua totalidade, sendo

apenas possível reduzi-la através de uso de modelos numéricos mais desenvolvidos ou detalhados, através da obtenção de mais informações sobre o problema (maior número de testes do material ou monitorização das condições operacionais com mais precisão), tecnologias de fabrico mais avançadas. No entanto, a implementação de métodos de redução da variabilidade pode não ser viável o que conduz à necessidade de, em vez de tentar reduzir a variabilidade, reduzir as consequências da sua existência. É este o objetivo da otimização robusta.

Atualmente, na indústria, é elevada a procura das propriedades superiores dos materiais, tais como resistência à fadiga, alta rigidez a relação resistência-peso. Testes experimentais de um material compósito exigem a avaliação de muitas amostras para conseguir projetar o material com as propriedades desejadas para uma aplicação específica [5]. Por isso, um projeto deste tipo é complexo e demorado tendo custos financeiros elevados. Face a estes pressupostos, uma ferramenta capaz de reduzir a variabilidade (aumentar a robustez) de compósitos fabricados seria muito valiosa por reduzir o número das amostras necessários para que os resultados experimentais sejam representativos do material.

1.2 OBJETIVOS

Os principais objetivos do trabalho desenvolvido no âmbito da presente dissertação foram:

- Refletir sobre os materiais compósitos de polímero reforçado por fibra e explicitar os seus aspetos mais importantes e as dificuldades associadas ao seu projeto e fabrico, com foco na incerteza e variabilidade;
- Encontrar meios para fazer simulações numéricas de compósitos com especial atenção à falha;
- Desenvolver um método de otimização multiobjetivo, com vista a aumentar a robustez dos tais materiais que seja eficaz e computacionalmente acessível.

1.3 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

A revisão bibliográfica encontra-se logo a seguir, em 1.4.

No capítulo 2 são explicitados os aspetos mais importantes do fabrico, do comportamento mecânico e da análise dos materiais compósitos constituídos por matrizes poliméricas reforçadas por fibras. No final do mesmo capítulo são discutidas as origens da incerteza e a sua manifestação como variabilidade nas propriedades dos compósitos.

No capítulo 3 são discutidos alguns aspetos importantes de análise numérica de compósitos no ANSYS Mechanical APDL, é explicado o princípio de funcionamento do código desenvolvido em MATLAB para fazer simulação numérica de dano progressivo em conjunto com o ANSYS. São feitas várias simulações numéricas do ensaio publicado em [6] aplicando o ANSYS juntamente com o código MATLAB, juntamente com o programa comercial Helius PFA e também isoladamente.

No capítulo 4 trata-se da otimização clássica, i.e., não robusta. Na primeira parte do capítulo são definidos, brevemente, os conceitos da otimização clássica. Seguidamente, é resolvido um problema de otimização que foi publicado em [7].

No capítulo 5 é introduzido o conceito da otimização robusta e é realçada a importância da variabilidade das propriedades de material num projeto. Seguidamente, é explicada a metodologia desenvolvida para a otimização robusta multiobjetivo e aplicada num exemplo demonstrativo.

No capítulo 6 apresentam-se as reflexões finais e as conclusões deste trabalho de pesquisa, apresentando-se concomitantemente as limitações do estudo e descortinando algumas sugestões para futuro desenvolvimento ou expansão deste tema.

Nota: no presente texto estão presentes alguns neologismos e anglicismos. O uso de estrangeirismos em português é bastante frequente na área de materiais compósitos. No entanto, no presente texto tentou-se traduzir o máximo possível. As tais palavras traduzidas, cujo uso não é generalizado em português, são devidamente assinaladas e acompanhadas pelo seu análogo em inglês. A presença de neologismos é devida, sobretudo, à necessidade de descrever vários fenómenos do ponto de vista das escalas microscópica e macroscópica ou das duas em simultâneo. Por isso, são frequentemente usados os prefixos multi-, macro-, micro- e outros a várias palavras resultando em novos termos não presentes nos dicionários.

Nota: em muitos casos, as referências apresentadas no final de um parágrafo serviram de fonte não só à última frase mas ao parágrafo todo.

1.4 TRABALHOS SEMELHANTES PUBLICADOS

Apesar de as primeiras tentativas de otimização de compósitos de forma robusta terem sido feitas há mais de 15 anos, ainda existe escassez de investigações publicadas sobre este assunto que não deixou de ser pertinente. Em [8] é abordado o problema do alívio dos efeitos das incertezas inevitáveis dos parâmetros com aplicação à vibração livre de vigas compósitas encastradas sujeitas à incerteza na espessura das lâminas, na sua orientação e nas constantes elásticas. Nessa publicação foi demonstrado que, para além da orientação das lâminas, pode ser ajustada a espessura do laminado e o número das lâminas para mitigar os efeitos da incerteza. Em [9] foi apresentada uma otimização das orientações das lâminas unidirecionais de um compósito laminado tendo como objetivo a maximização do índice de fiabilidade do laminado. Em [10] foi proposta uma metodologia de otimização robusta de compósitos laminados espessos utilizando as técnicas de desenho experimental e superfície de resposta. Em [11] foi estudada a variabilidade da resposta não linear dos painéis compósitos reforçados, devida às variações nas propriedades do material e geométricas. Em [12] foi investigada a influência das variações das propriedades do material na estabilidade elástica dos painéis compósitos. Em [13] foi desenvolvido um modelo para projetar, por anti-otimização, laminados compósitos sujeitos à incerteza associada à carga crítica de encurvadura. Para cada ponto analisado calculou-se a carga crítica mínima devido à incerteza e escolheu-se como ótimo aquele que a maximiza. Em [14] foi proposto maximizar as frequências naturais de uma folha compósita tendo a variabilidade das frequências naturais limitada por um constrangimento que tem em conta a banda da variação da elasticidade longitudinal do material. Em [15] foi descrito um procedimento não probabilístico, baseado no caso mais desfavorável, para projeto dos laminados simétricos maximizando a sua resistência à flexão quando sujeitos à incerteza de fabrico nas orientações das lâminas acrescentando, em [16], a existência da incerteza na espessura das lâminas e generalizando a técnica em [17]. Em [18] é analisado o efeito da incerteza geométrica nos parâmetros de contorno de uma asa tridimensional flexível. Em [19] é proposta uma metodologia de otimização com constrangimentos de fiabilidade de um compósito laminado sujeito à compressão plana biaxial. Na formulação do problema foi introduzida uma imperfeição do material que, junto com os parâmetros de resistência e as espessuras das lâminas, são consideradas sujeitas a umas variabilidades aleatórias sendo a função objetivo a minimização da espessura do laminado. Em [20] foi proposta e aplicada uma otimização biobjetivo de compósitos angulares (*angle-ply*), sendo um dos objetivos a minimização do quadrado da diferença entre o índice de fiabilidade estrutural e o prescrito enquanto o segundo objetivo era a minimização da variabilidade da carga crítica, suportada na presença da incerteza associada às propriedades de resistência e rigidez do material. Em [21] foi feita uma otimização robusta de um painel compósito para aplicação em engenharia civil tendo como os objetivos a minimização do peso e a maximização da frequência fundamental de vibração do painel.

2

FUNDAMENTOS DOS MATERIAIS COMPÓSITOS

Um material compósito ou, simplesmente, um compósito, é um material sólido heterogêneo constituído por, pelo menos, dois componentes com uma fronteira definida entre eles. O objetivo de juntar vários materiais distintos em um único tem como objetivo obter propriedades mecânicas que nenhum dos constituintes possui em separado [22].

No presente capítulo é explicada a tipologia dos compósitos e são caracterizados os compósitos estudados no presente trabalho; são mencionados os principais processos de fabrico de compósitos, para criar uma noção das dificuldades que limitam a precisão no seu fabrico originando variabilidade; são introduzidas algumas noções básicas do comportamento mecânico desses materiais, que serão usados nas análises realizadas no capítulo seguinte; são, por fim, discutidas as origens da variabilidade e incerteza nos compósitos CFRP (*Carbon Fiber Reinforced Polymer*) cuja atenuação, através de otimização, constitui o foco do presente trabalho.

2.1 CLASSIFICAÇÃO DOS MATERIAIS COMPÓSITOS

Um dos compósitos mais antigos conhecidos é o adobe que consiste em palha misturada com a terra crua ou argila (um adesivo com grande resistência à compressão) e água. A palha atua como reforço e aumenta muito a resistência do conjunto à tração. Outra forma de material compósito é o contraplacado, material de construção muito comum. Neste material placas finas de madeira são colocadas, umas em cima das outras, com diferentes orientações das fibras, unidas por um adesivo forte. Esta estrutura é mais robusta que a madeira por si só. Por sua vez, o betão armado é uma combinação de betão (que já, por si, é um compósito) e aço tirando partido das vantagens dos dois para ultrapassar as limitações individuais de cada um [23].

2.1.1 TIPOLOGIA DE MATERIAIS COMPÓSITOS

Hoje em dia existe uma grande variedade de materiais compósitos. Na maioria dos casos, os componentes de um compósito podem ser divididos em matriz e reforço. Nos compósitos para uso estrutural, os reforços, normalmente, oferecem as características mecânicas desejadas

enquanto a matriz proporciona o funcionamento simultâneo dos reforços protegendo-os dos danos mecânicos e de ambientes quimicamente agressivos. Embora a contribuição da matriz para a resistência e rigidez longitudinal do compósito seja pequena, esta aumenta a resistência transversal ou ao corte ajudando a transmitir a carga mais eficientemente [24].

A Figura 2.1 ilustra vários tipos de topologia dos materiais compósitos (segundo [25]):

- Fibroso (*fiber*). Composto por fibras suspensas no material da matriz.
- Partículas (*particulate*). Composto por partículas suspensas no material da matriz.
- Floculeado (*flake*). Composto por flocos que têm um grande rácio entre a sua área vista do topo e a espessura.
- Reticulado (*filled/skeletal*). Composto por uma matriz reticulada contínua com orifícios que são cheios com um outro material.
- Laminado (*laminar*). Composto por várias lâminas ligadas entre si.



Figura 2.1: Topologia dos materiais compósitos [25].

Os compósitos fibrosos podem ser classificados (segundo [25] e [26]) da forma representada na Figura 2.2. Nos compósitos de fibra tecida esta pode ser fiada de várias maneiras (Figura 2.3). Nos compósitos de fibra cortada esta pode ser aleatoriamente distribuída ou alinhada numa determinada direção. Os compósitos híbridos combinam vários tipos de compósitos, anteriormente descritos, entre si. As fibras contribuem para a rigidez e resistência do compósito, principalmente, na sua direção longitudinal. A resistência transversal dos compósitos de fibra contínua unidirecional é conseguida através de empilhamento e colagem de lâminas com diferentes orientações da fibra.

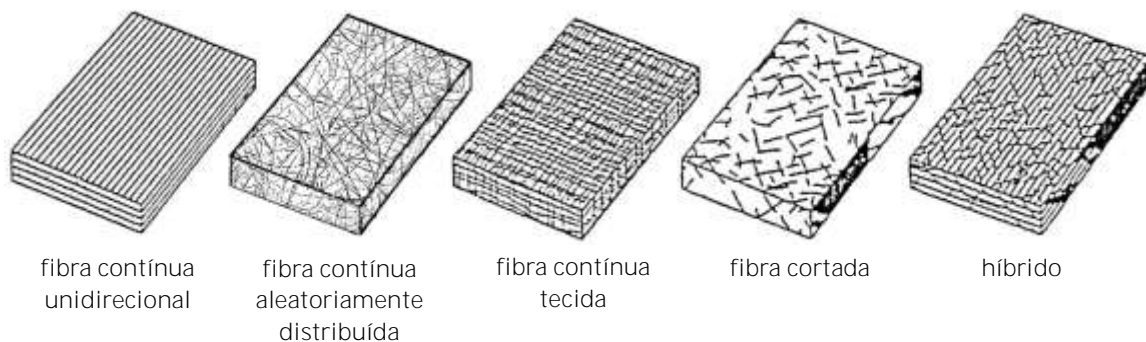


Figura 2.2: Classificação dos materiais compósitos fibrosos [25] [26].

Os constituintes (fibras e matriz) dos compósitos fibrosos podem ser feitos de um dos três tipos de material: metal, polímero ou material cerâmico. Existem todas as possíveis combinações destes três materiais para a fibra e a matriz incluindo o uso de materiais do mesmo tipo para os dois componentes.

Quando se faz o projeto de uma estrutura construída com materiais metálicos, as únicas escolhas do projetista são o tipo de liga e o tratamento térmico, seguidas pela escolha da geometria. Em contraste, a determinação de uma estrutura eficiente construída com compósitos, que satisfaça todos os requisitos de uma aplicação específica, é realizada através de uma seleção cuidadosa de orientação das fibras, fração volúmica das fibras na matriz, número de lâminas e sequência de empilhamento, para além da geometria. A possibilidade de variar estes fatores oferece uma grande possibilidade de adaptação dos materiais compósitos à aplicação, a fim de atingir as propriedades mecânicas desejadas. Isto distingue os compósitos dos outros materiais comuns usados na engenharia.

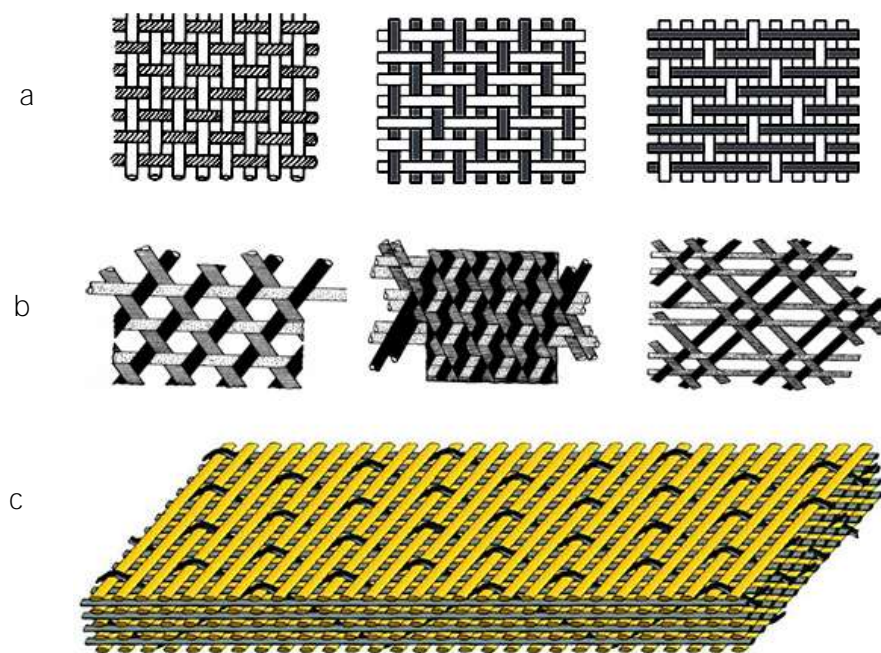


Figura 2.3: Vários tipos de tecidos usados com fibras cerâmicas: a) exemplos de variantes mais simples de tafetá, sarja e cetim, da esquerda à direita [27]; b) tecidos triaxiais [28]; c) tecido tridimensional [29].

2.1.2 COMPÓSITOS DE MATRIZ POLIMÉRICA REFORÇADA COM FIBRAS

No presente texto são analisados e discutidos os materiais compósitos constituídos por uma matriz polimérica reforçada com fibras de carbono, vidro ou aramida contínuas (alinhadas ou tecidas) que são, geralmente, os compósitos do desempenho (*performance*) mais elevado [30]. Este tipo de compósitos será referido como PRF, de “polímero reforçado por fibras”. Estes podem apresentar-se na forma de lâmina (cuja espessura é, tipicamente, dentro da gama de 0.1-1mm), referidos como lâminas, ou várias lâminas coladas umas por cima das outras, tal como está esquematizado na Figura 2.4, referidos aqui como laminado.

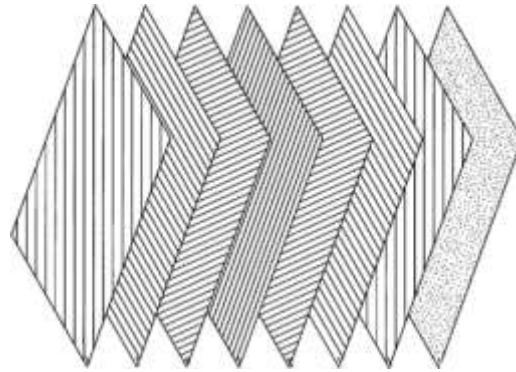


Figura 2.4: Vista expandida de um compósito laminado cujas lâminas unidirecionais têm orientações diferentes.

2.1.3 TIPOS DE FIBRA NOS COMPÓSITOS PRF

As fibras mais usadas como reforço nos compósitos avançados de matriz polimérica são fabricadas com vidro, carbono ou aramida. Milhares de fibras são juntas para formar um feixe que pode ser usado tal como está ou para formar tecidos. As propriedades excepcionais das fibras são devidas à sua extraordinária perfeição estrutural, porque na forma de fibra o material inclui muito menos imperfeições do que na forma inicial da matéria-prima.

A fibra de vidro pode ter $5-25\mu\text{m}$ de diâmetro e é produzida a partir da matéria-prima do vidro. O vidro na forma de fibra demonstra propriedades inabituais: não parte e pode ser facilmente fletido sem ser destruído. A fibra de vidro apresenta uma elevada resistência (que, porém, não atinge a resistência da fibra de carbono), tem baixo custo, alta resistência química e boas propriedades isolantes. Os seus inconvenientes são o baixo módulo de elasticidade, pouca adesão a polímeros, alta densidade, sensibilidade à abrasão e baixa resistência à fadiga. É a fibra mais comumente usada em aplicações industriais de baixo custo [31].

A fibra de carbono tem $5-10\mu\text{m}$ de diâmetro e contém 80-95% de carbono sendo os restantes 5-20% hidrogénio, nitrogénio ou oxigénio que visam melhorar a interação fibra-matriz [32]. As suas vantagens incluem elevadas resistência e rigidez específicas, baixo coeficiente de expansão térmica, boa resistência química e resistência à fadiga e fluência. As suas desvantagens incluem alto custo e pouca resistência ao impacto devido à sua fragilidade. Tem alta condutividade elétrica. Este tipo de fibras domina o mercado aeroespacial [26]. O facto de as fibras deste tipo serem bastante dispendiosas comparadas com as fibras de vidro ou de aramida é o maior fator que limita a sua aplicação [33]. Esta família de fibras inclui fibra de grafite em que o teor de carbono está acima dos 99%.

As fibras de aramida (poliamida aromática) são uma classe de fibras sintéticas poliméricas feitas de carbono, hidrogénio, oxigénio e azoto e podem ter diâmetros de $10-100\mu\text{m}$. São os materiais em que as cadeias moleculares estão orientadas segundo o eixo da fibra aproveitando, desta forma, a força da ligação química. A fibra mais conhecida desta família é o *kevlar*. As suas vantagens principais são a baixa densidade, alta resistência à tração e grande capacidade de absorção de energia durante a falha o que a faz ideal para proteção balística e contra impacto. A sua rigidez é bastante mais baixa comparada com a fibra de carbono baseada em poliacrilonitrila.

2.1.4 TIPOS DE MATRIZ NOS COMPÓSITOS PRF

O material polimérico da matriz pode ser do tipo termoplástico, termoendurecível ou elastômero. Os casos de aplicação dos elastômeros são raros. As principais características que distinguem os termoplásticos e os termoendurecíveis, do ponto de vista da engenharia e do fabrico, estão listadas na Tabela 2.1.

Tabela 2.1: Comparação das características mais importantes dos polímeros termoplástico e termoendurecível [31].

Termoplástico	Termoendurecível
amolece ao aquecer, por isso, fácil de reparar	decompõe-se ao aquecer
extensões grandes antes de falha	extensões pequenas antes de falha
elevada viscosidade	fácil de manusear
pode ser processado de novo	não pode ser processado de novo
prazo de validade indefinido	prazo de validade definido
ciclos de cura curtos	ciclos de cura longos
temperatura de fabrico mais alta e viscosidade fazem-no difícil de processar	temperatura de fabrico mais baixa
elevada resistência a solventes	fraca resistência a solventes

Os polímeros termoendurecíveis são caracterizados por terem reticulação durante a cura que é um fenómeno que ocorre em polímeros e que consiste na interligação das cadeias poliméricas através de ligações cruzadas. De entre os polímeros deste tipo os mais empregues são resinas epóxi ou poliéster devido ao seu nível alto de reticulação polimérica que produz redes tridimensionais fortemente aderentes à volta das fibras e, portanto, conduz a uma boa capacidade de transferência de carga [34] [35]. O grau de reticulação influencia fortemente as propriedades características do polímero [36]. Em consequência, o ciclo de cura é um aspeto importante na obtenção das propriedades ótimas da matriz. Para resinas epóxi o estágio de cura pode só terminar ao fim de 6 a 12 meses [37]. Os polímeros termoendurecíveis têm uma viscosidade relativamente baixa o que faz com que se consiga atingir uma distribuição bastante uniforme com este tipo de polímeros. As resinas epóxi, que são polímeros termoendurecíveis, representam mais de dois terços dos materiais usados como matriz na indústria aeroespacial [31].

Resinas epóxi e poliésteres têm sido os materiais principais para fabrico de matrizes poliméricas mas alguns termoplásticos também são utilizados para este propósito, por exemplo, *nylon 6.6*, polipropileno, poli (sulfeto de p-fenileno) e polieteretercetona. Um polímero desta classe pode ser fundido de novo se atingir a sua temperatura de fusão. Embora este tipo de polímeros não tenha reticulação, as suas propriedades mecânicas vêm do entrelaçamento de cadeias de carbono-carbono comprimidas. A desvantagem principal dos termoplásticos é a dificuldade de impregnação das fibras [38]. Mesmo acima da temperatura de transição vítrea os termoplásticos permanecem altamente viscosos e, portanto, é difícil distribuir uniformemente a matriz à volta das fibras [34].

2.2 FABRICO DE MATERIAIS COMPÓSITOS

Para fabricar materiais compósitos podem ser usadas várias tecnologias. Podem ser fabricados materiais tanto com propriedades mecânicas e físicas excelentes quanto com propriedades modestas mas permitindo reduzir drasticamente os custos de fabrico. A escolha do processo de fabrico depende, entre outros, do tipo de matriz e de fibra, a temperatura necessária para formar a peça e para curar a matriz e a rentabilidade do processo. O processo de fabrico é, muitas vezes, definido logo no início dos projetos devido à sua influência nos custos, volumes de fabrico, rapidez de fabrico e devido à sua adequabilidade para a produção da peça desejada. O processo de fabrico e o modo de armazenamento do material fabricado têm uma grande influência na variabilidade das propriedades do material.

O desenvolvimento de fibras pré-impregnadas (Figura 2.5), “*prepreg*”, foi um grande avanço na tecnologia de fabrico de compósitos. Este é um material compósito em forma de uma lâmina contínua que consiste em fibras revestidas com resina polimérica e é fabricado com vista a continuar o seu processamento no futuro. Isto implica que um fabricante de peças de materiais compósitos do tipo PRF, hoje em dia, não é obrigado a preocupar-se com a mistura dos componentes da resina na proporção certa e combinação da resina com as fibras na forma correta. Hoje em dia, para obter o laminado final, basta adquirir as lâminas *prepreg* com fibras unidireccionais ou sob a forma de tecidos com as devidas propriedades, cortá-las e pô-las umas em cima das outras da forma desejada e, por fim, submeter o produto semiacabado a certas temperaturas e pressões.

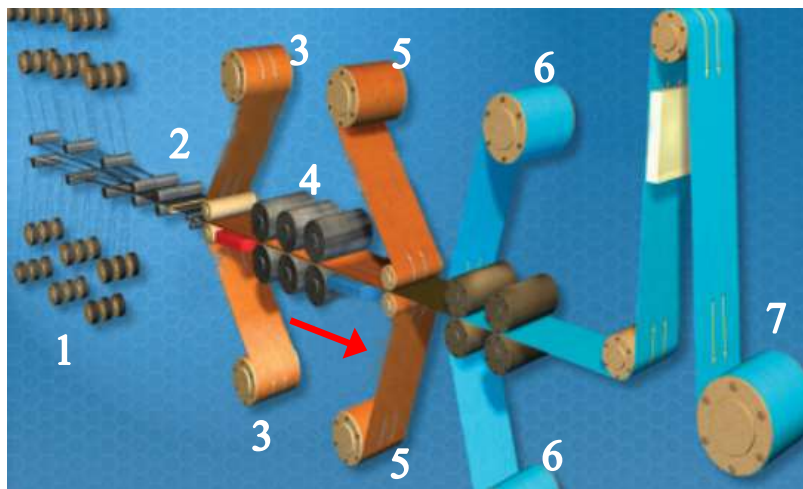
As *prepreg* estão disponíveis no mercado em larguras de 3 a 60 polegadas (de 76 a 1524 mm). Na Figura 2.6 está ilustrado o processo de fusão a quente que é amplamente usado no seu fabrico [39]. Se a resina usada para o revestimento é termoendurecível, então as *prepreg* são parcialmente curadas e devem permanecer a baixas temperaturas para prevenir a sua cura total antes da aplicação final. Porém, o período de armazenamento de uma lâmina *prepreg*, mesmo guardada num frigorífico, é limitado a alguns meses. Se a resina usada é termoplástica, as *prepreg* podem ser armazenadas a temperatura ambiente até serem aquecidas durante o seu uso final. No fabrico, as lâminas *prepreg* são, muitas vezes, posicionadas manualmente (especialmente em estruturas complexas) tendo, portanto, uma precisão de colocação bastante limitada. Para construir peças com compósitos PRF é habitual os fabricantes colarem várias lâminas sobrepostas fazendo ângulos entre si para formar laminados. Apenas um pequeno conjunto prescrito de ângulos de posicionamento que são, tipicamente, 0° , 45° , -45° , 90° é, normalmente, usado. Isto é justificado pela disponibilidade dos dados experimentais para os compósitos laminados construídos com esses ângulos [40].



Figura 2.5: Fibra de carbono pré-impregnada.

Existem vários métodos de fabrico dos componentes dos compósitos PRF. A seleção das tecnologias para fabrico de componentes de materiais compósitos é influenciada pela quantidade a fabricar, pela geometria, pelo tamanho e pelas propriedades do produto final desejadas. As tecnologias de fabrico podem ser classificadas como fabrico de molde aberto ou fechado, contínuo ou descontínuo, manual ou automatizado [41]. Uma forma possível de agrupamento das técnicas de fabrico de PRF existentes é com base no que forma geometricamente a peça – molde, matriz ou mandril – tal como é descrito a seguir.

Formação por molde. Esta técnica pode ser usada tanto com reforço inicialmente seco (tecido ou troços curtos de fibra), que é coberto com resina durante o fabrico da estrutura, quanto com fibras pré-impregnadas em resina. Os processos de fabrico deste grupo diferem entre si em vários aspetos, alguns dos quais são: modo de mistura do reforço com a matriz e da sua aplicação ao molde, aplicação de pressão ou temperatura durante a cura, quantidade de trabalho manual necessário, tipo de molde (aberto ou fechado). Em muitos casos a competência do operador tem uma influência crítica na forma e na qualidade do produto final.



- | | |
|---|---|
| 1 – Reforço | 5 – Recolha da entrefolha portadora da resina |
| 2 – Rolos puxadores | 6 – Entrefolha portadora da fita <i>prepreg</i> |
| 3 – Filme de resina numa entrefolha portadora | 7 – Rolos com a fita <i>prepreg</i> numa entrefolha portadora |
| 4 – Rolos de aquecimento e pressão | |

Figura 2.6: Fusão a quente. Imagem publicada por Hexcel®.

Formação por matriz. A técnica de fabrico que usa este tipo de formação é denominada *pultrusão**. O processo de *pultrusão* é semelhante à extrusão de perfis, porém, não oferece flexibilidade, uniformidade do controlo sobre o produto nem automação. É usada para a produção contínua de geometrias simples (varas, tubos, cantos). São possíveis elevadas cadências de fabrico. Esta técnica só é capaz de produzir compósitos unidireccionais o que resulta em resistência fraca nas direções transversais. O controlo das tolerâncias apertadas exige diligência.

Formação por mandril. A técnica de fabrico que usa este tipo de formação é denominada enrolamento de filamentos. Consiste em passar fibras secas por um banho de resina e enrolá-las num mandril como está esquematizado na Figura 2.7. Sendo as fibras enroladas individualmente, a peça final tende a ter maior fração de volume de resina do que no caso dos *prepreg*. A geometria

* O nome provém da palavra “*pultrusion*” em inglês que é uma amálgama de *pull*, “puxar”, e *extrusion*, “extrusão”.

da peça resultante é restringida a corpos de revolução bastante simples. Utilizando este método não é possível fabricar fibras dispostas segundo a direção longitudinal do tubo. A vantagem desta técnica é uma distribuição de propriedades mais uniforme e a redução dos defeitos, comparativamente às técnicas que envolvem trabalho manual. [32]

A cada processo de fabrico é associado o seu tipo e quantidade de imperfeições no produto final que, na prática, estão sempre presentes. Uma forma de classificar as imperfeições e defeitos num material compósito é agrupá-los em associados à matriz, fibra e interface. Os defeitos da matriz podem ser cura incompleta e vazios; os da fibra – desalinhamento, ondulação, fibras partidas e irregularidades na distribuição das fibras dentro da matriz; os da interface – regiões sem aderência nas superfícies das fibras ou entre as lâminas. Uma descrição geral destes defeitos em compósitos e das suas implicações pode ser encontrada em [42].

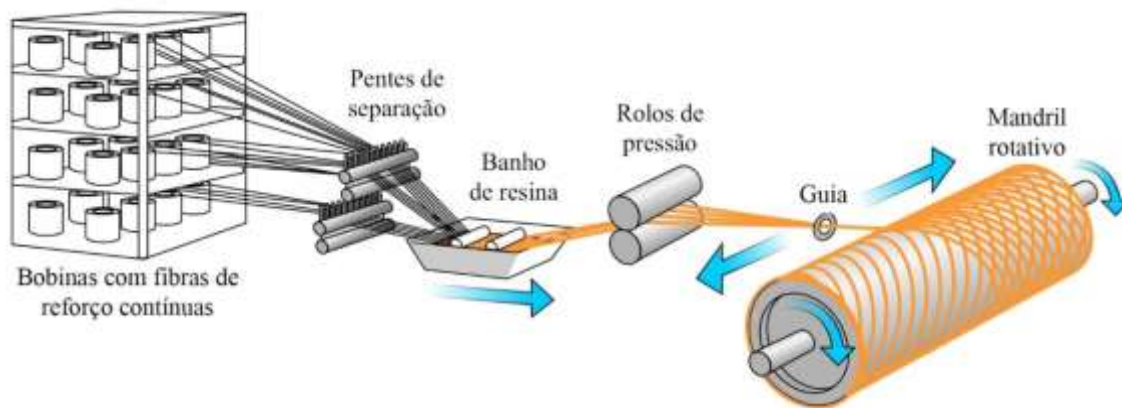


Figura 2.7: Enrolamento de filamentos. Imagem publicada por Hexcel®.

2.3 CARACTERIZAÇÃO DO COMPORTAMENTO MECÂNICO DE COMPÓSITOS

Quando um engenheiro se propõe usar os materiais compósitos pela primeira vez, descobre rapidamente que já não pode contar muito com a sua experiência sobre o comportamento de materiais desenvolvida através do uso de materiais estruturais convencionais. Os materiais estruturais metálicos, na sua maioria, comportam-se como sendo homogêneos* e isotrópicos† (não se aplica, por exemplo, aos metais com os grãos fortemente alinhados numa determinada direção) enquanto os compósitos são heterogêneos e anisotrópicos. Por exemplo, as propriedades mecânicas de um compósito variam se se passar de um ponto na matriz para um ponto na fibra e a resistência segundo a direção longitudinal da fibra é muito maior do que segundo à direção transversal. [39]

As relações entre as tensões e as deformações são bem mais complicadas para os compósitos do que para os materiais isotrópicos convencionais o que pode resultar num comportamento inesperado. Por exemplo, nos materiais isotrópicos as tensões normais resultam sempre em extensões normais e as tensões de corte produzem exclusivamente distorções, enquanto nos compósitos cada uma destas tensões pode originar extensões dos dois tipos. As alterações da

* As propriedades físicas do material não variam de um ponto para outro.

† As propriedades físicas do material não dependem da sua orientação.

temperatura de um compósito causam contrações ou expansões que não têm uma mesma taxa em todas as direções (normalmente, o coeficiente de expansão térmica na direção das fibras é muito menor do que numa direção perpendicular a estas). Estes efeitos têm implicações importantes não só para a mecânica analítica dos compósitos mas também para a caracterização experimental do seu comportamento [39].

2.3.1 ELEMENTOS DO COMPORTAMENTO MECÂNICO DE COMPÓSITOS

O comportamento de uma lâmina de material compósito PRF pode ser aproximado pelos modelos ortotrópico e transversamente isotrópico de material. Segundo a Lei de Hooke, a matriz de rigidez de um material elástico anisotrópico (o caso mais genérico) tem 21 constantes únicas (independentes). Quando existe alguma simetria das propriedades mecânicas do material, a sua matriz de rigidez pode ser simplificada o que se reflete, também, na redução do número das constantes únicas até a um mínimo de 2 (módulo de elasticidade e coeficiente de Poisson) no caso de material elástico isotrópico. Um material ortotrópico (ortogonalmente anisotrópico) tem três planos de simetria* mutuamente perpendiculares e exige 9 constantes únicas (3 módulos de elasticidade, 3 módulos de distorção e 3 coeficientes de Poisson) para a sua descrição. Na Figura 2.8 está representado, à esquerda, um esboço de uma lâmina compósita unidirecional e, à direita, os três eixos principais de coordenadas orientados devidamente em relação à lâmina e, associados a estes, três planos de simetria do modelo ortotrópico. Um material transversamente isotrópico tem um eixo de simetria exigindo 5 (2 módulos de elasticidade, 1 módulo de distorção e 2 coeficientes de Poisson) constantes únicas para a sua descrição. No caso de um material transversamente isotrópico, existe uma infinidade de planos paralelos às fibras e perpendiculares ao plano a vermelho ① incluindo os planos a azul ② e a verde ③.

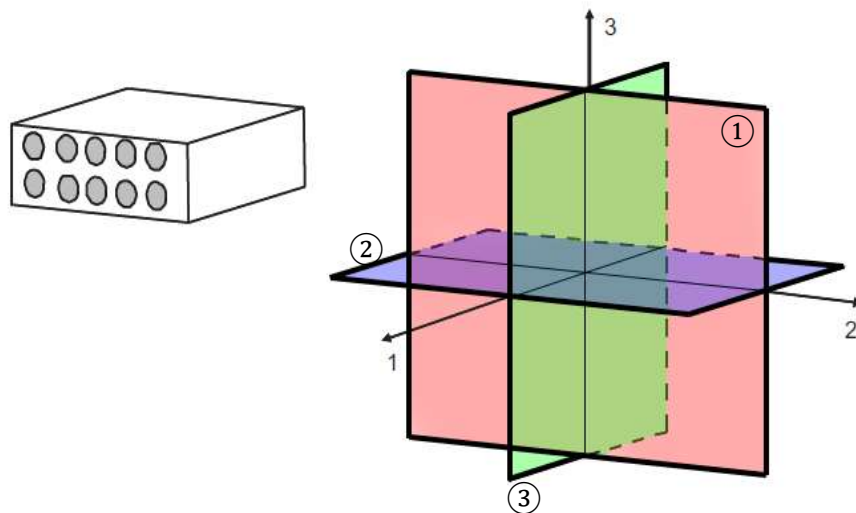


Figura 2.8: Um compósito PRF unidirecional, as suas direções principais e os seus planos de simetria.

Durante uma análise estrutural é escolhido, por conveniência, um sistema de coordenadas para o laminado. Este pode estar alinhado com a aresta de uma peça em análise, com os eixos principais de uma lâmina, com a direção da maior carga etc. Para uma lâmina unidirecional

* A simetria elástica de um material implica que o material de um lado do plano de simetria e do outro exibem propriedades idênticas.

existem dois eixos principais das propriedades do material. Estes eixos principais são paralelos ao plano da lâmina e correspondem à direção das fibras (eixo 1 na Figura 2.9) e à perpendicular a esta (eixo 2 na Figura 2.9). As lâminas deste tipo são denominadas ortotrópicas e os dois eixos mencionados denominam-se eixos principais de ortotropia (por vezes referidos como direções principais do material). Quando os eixos principais de ortotropia de uma lâmina estão orientadas segundo um ângulo θ relativamente aos eixos do laminado, o comportamento da lâmina parece possuir características de material anisotrópico quando visto das coordenadas globais do laminado. No entanto, a lâmina continua a ser referida como ortotrópica. [40]

A partir daqui, qualquer menção de orientação de uma lâmina refere-se ao ângulo θ representado na Figura 2.9 e significa que se trata de uma lâmina unidirecional.

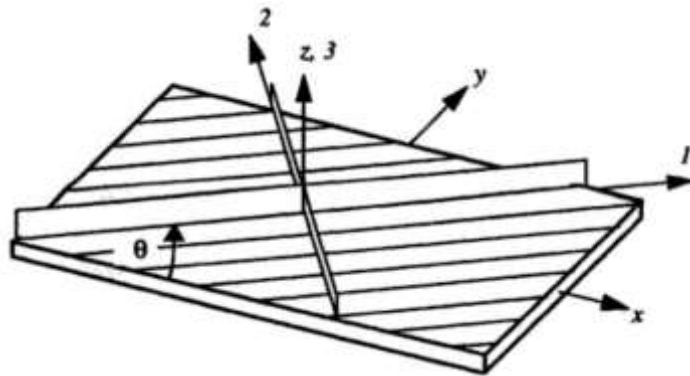


Figura 2.9: Os eixos principais de ortotropia de uma lâmina unidirecional.

A título de exemplo, a Figura 2.10 ilustra o comportamento à tração de vários materiais: a) uma lâmina isotrópica, b) uma lâmina ortotrópica alinhada com os eixos da solicitação (caso, às vezes, chamado especialmente ortotrópico), c) uma lâmina ortotrópica desalinhada dos eixos de solicitação (caso chamado, às vezes, geralmente ortotrópico) e d) um composto laminado.

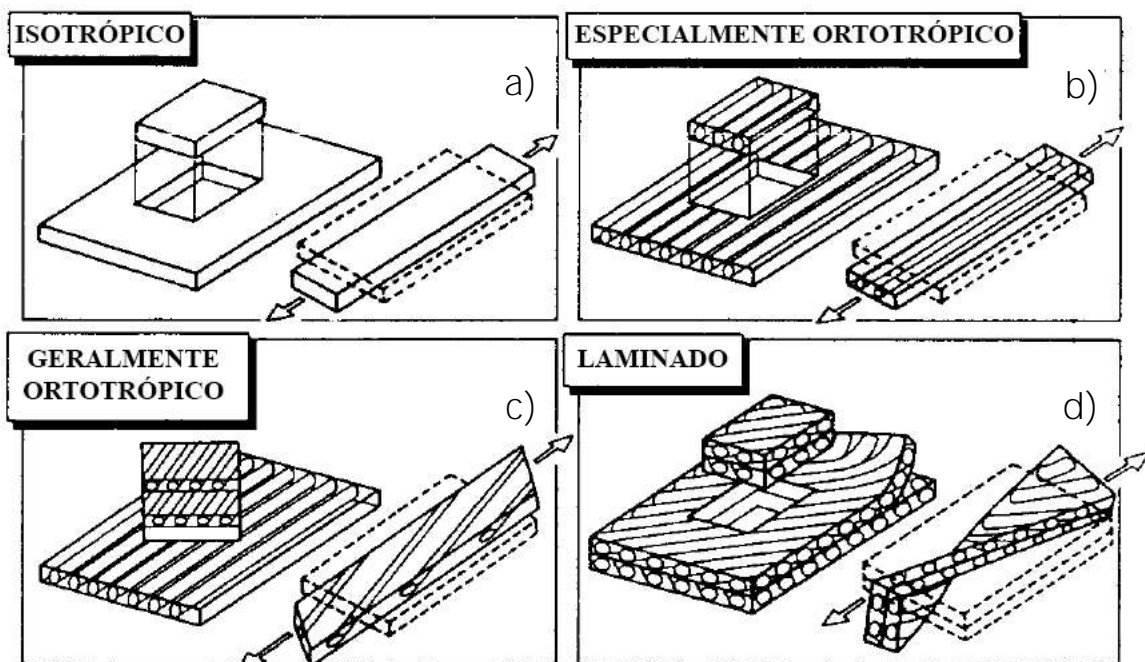


Figura 2.10: Ilustração exemplificativa do comportamento à tração de materiais diferentes [43].

Enquanto nos três primeiros casos o comportamento ilustrado é o típico, no caso d) na Figura 2.10, de torção de um laminado ao sofrer tração, o comportamento ilustrado é meramente exemplificativo, pois o comportamento de um laminado depende, totalmente, da sua sequência de empilhamento. Note-se que a interação tração-corte tem lugar no caso c) mas não no b) quando o eixo principal 1 da mesma lâmina está alinhado com o eixo do carregamento.

A sequência de empilhamento é de grande importância porque determina as interações entre lâminas contíguas e é crucial para o laminado resistir à flexão. É natural que as lâminas exteriores de um laminado sujeito à flexão estejam sujeitas a tensões mais altas que as lâminas no interior. Por isso, para maximizar a resistência do laminado à flexão, é razoável colocar no seu exterior as lâminas cuja direção das fibras coincida com a direção das tensões induzidas pela flexão. Existem alguns casos específicos da sequência de empilhamento que permitem simplificar a análise de um laminado. Com base na sequência de empilhamento, tal como está exemplificado na Figura 2.11, os compósitos podem ser de empilhamento:

- Unidirecional. Composto por lâminas unidirecionais orientadas de forma que $\theta = 0^\circ$.
- Simétrico. As lâminas de um mesmo material, espessura e orientação são simetricamente dispostas relativamente ao plano médio do laminado. Isto é, se se voltar uma placa compósita simétrica, não se nota diferença nenhuma na sequência de empilhamento.

A simetria de um laminado significa que este tem as mesmas propriedades mecânicas em cima e em baixo do plano médio o que faz com que este, quando sofrer alterações de temperatura (p. ex. arrefecer depois da cura) ou solicitação por forças paralelas com as lâminas, retenha a sua geometria e não fique distorcido como está representado na Figura 2.12. Laminados simétricos são usados sempre que possível porque a sua análise é simplificada e o seu comportamento é mais previsível.

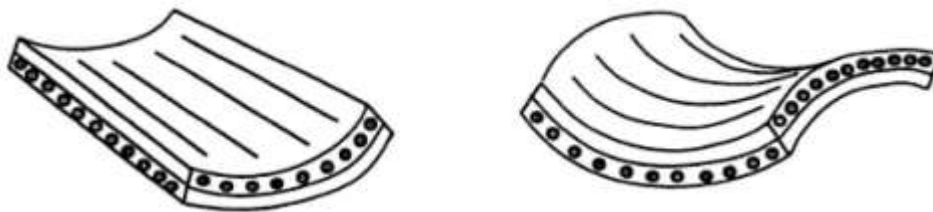


Figura 2.11: Distorção dos compósitos PRF laminados devido à falta de simetria [34].

- Antissimétrico. Semelhante ao simétrico com a única diferença de os ângulos θ de um lado do plano médio serem o negativo dos ângulos do outro lado.
- Equilibrado. Qualquer lâmina com θ diferente de 0° e 90° é acompanhada por uma lâmina com a orientação $-\theta$. Segundo algumas definições, as orientações de 0° e 90° não são aplicadas. Segundo outras definições, estas orientações também são aplicáveis sendo qualquer lâmina orientada a 0° é acompanhada por uma lâmina orientada a 90° e vice-versa. Todos os pares de lâminas são de um mesmo material e espessura. O laminado pode ser simétrico ou não.

Em um compósito equilibrado os efeitos de interação tração-corte* são desprezáveis.

* A interação tensão-corte tem lugar quando uma solicitação do compósito somente à tração ou somente ao corte provoca nestes tensões de tração e de corte.

- Cruzado* (*cross-ply*). As orientações das lâminas relativamente aos eixos do laminado podem ter apenas dois valores, 0° e 90° .

A principal vantagem de laminados cruzados é a sua simplicidade de construção, sendo o contraplacado um exemplo típico. Isto não é uma grande vantagem do ponto de vista de análise do desempenho, a menos que estes laminados sejam também simétricos.

- Angular (*angle-ply*). Constituído lâminas de uma mesma espessura e material cuja orientação alterna sucessivamente entre $+\theta$ e $-\theta$ (diferentes de 0° e 90°) com só um valor de θ dentro de um laminado. Podem ser simétricos ou não.
- Quasi-isotrópico. Constituídos por três ou mais lâminas de um mesmo material e com igual espessura dispostas de forma a terem todas entre si um mesmo ângulo. Desta forma, o ângulo entre duas lâminas adjacentes é π/N sendo N o número total das lâminas no laminado.

Os laminados quasi-isotrópicos são construídos numa tentativa de criar um laminado que se comporte como um material isotrópico. Este objetivo é atingido razoavelmente bem para solicitações paralelas às lâminas mas no caso de flexão o comportamento de tais laminados é bastante diferente de um material isotrópico. O uso de laminados quasi-isotrópicos, como uma solução genérica, em vez de compósitos especialmente projetados para o propósito, leva, normalmente, a soluções ineficazes e conservativas [26].

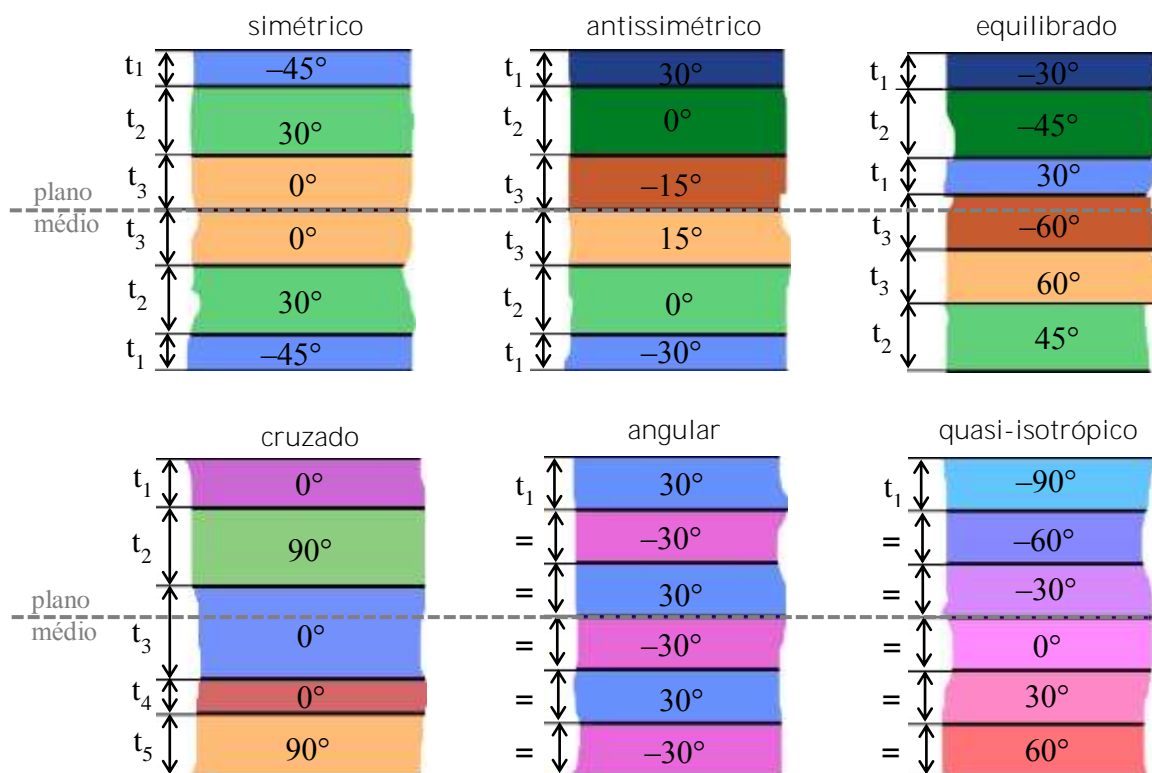


Figura 2.12: Diferentes tipos de empilhamento dos materiais compostos laminados.

* Os nomes dos tipos *cruzado* e *angular* são válidos apenas no presente texto devido à ausência de conhecimento sobre alguma convenção sobre estes nomes em português. Estes nomes foram aqui adotados numa tentativa de adaptar os nomes em inglês escritos entre parêntesis.

Na análise de laminados é assumido, muitas vezes, que uma lâmina está em estado bidimensional de tensão (tensão plana). Neste caso, se o laminado for de tipo simétrico e equilibrado, o que será um caso frequente na prática, as relações tensão-extensão podem ser simplificadas o que resulta em apenas quatro constantes únicas para um material ortotrópico. Para informações sobre a matriz de rigidez, as constantes que a preenchem e as deduções de simplificações para diferentes modelos de material o leitor pode consultar um livro sobre mecânica de materiais compósitos (por exemplo, [31], [26], [39]).

2.3.2 AS TRÊS ESCALAS DE ANÁLISE DOS MATERIAIS COMPÓSITOS

No caso dos materiais heterogêneos, a sua resposta macroscópica resulta da distribuição espacial dos seus constituintes e dos fenômenos microscópicos ocorrentes dentro destes e na sua interface. Na análise mecânica e modelação de incerteza nos compósitos são distinguidas três escalas: *microescala*, *mesoescala* e *macroescala* (Figura 2.13). Cada uma destas escalas tem a sua importância e o interesse associado para o estudo e a análise do comportamento mecânico do material. A *micromecânica* lida com o comportamento mecânico dos materiais constituintes (no caso de PRF são as fibras e a matriz) e com a sua influência da sua interação no comportamento do material compósito. A *macromecânica* lida com o comportamento mecânico de lâminas, laminados e estruturas compósitas que são assumidos feitos de materiais homogêneos onde o efeito dos materiais constituintes se manifesta na forma de propriedades aparentes médias do material compósito. A *mesoescala* é utilizada para estudos numa escala intermédia entre macro e *microescala*. O tamanho da *mesoescala* depende da aplicação e pode ser variado afetando a precisão dos resultados [39] [44].

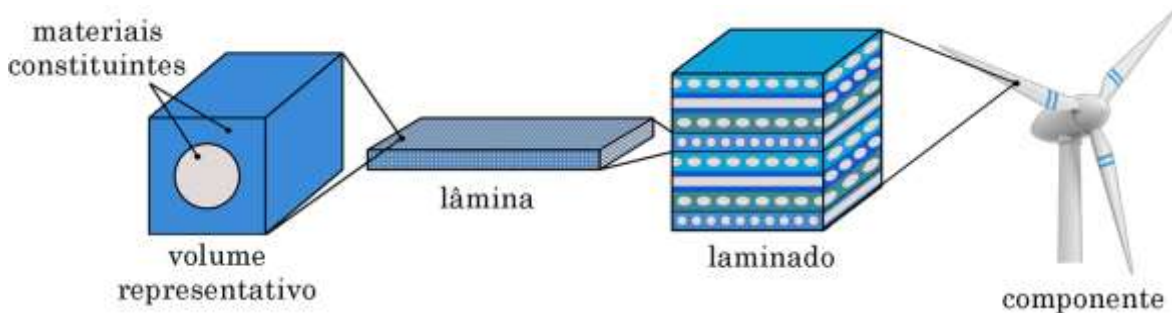


Figura 2.13: A *microescala*, *mesoescala* e *macroescala* dos materiais compósitos PRF [45] [46].

As propriedades mecânicas de uma lâmina compósita podem ser determinadas através de ensaios ou podem ser estimadas com modelos matemáticos simples com base nas propriedades dos seus constituintes. Hoje em dia, a aplicação mais vulgar da modelação numérica à *microescala* é o estudo das relações entre as propriedades efetivas do compósito e as dos constituintes. O conhecimento de como prognosticar propriedades é essencial na conceção de materiais compósitos que devem ter certas propriedades aparentes ou macroscópicas. Portanto, a *micromecânica* é um complemento natural da *macromecânica*, sendo preponderante no aspeto de projeto de materiais e menos na análise estrutural.

A modelação à *macroescala* é um modo de análise aproximado que requer um esforço computacional drasticamente menor do que a modelação à *microescala* permitindo análises de estruturas complexas ou de grandes dimensões. A modelação à *macroescala* faz uma grande simplificação da composição estrutural do material: o material é definido como homogêneo com

propriedades equivalentes ao do compósito em análise. O material homogêneo equivalente pode ser atribuído ao conjunto do laminado ou atribuído a cada lâmina.

A grande desvantagem da análise à *macroescala* é a ausência da informação *micromecânica* importante acerca da interação entre os constituintes e da contribuição da falha individual de cada um deles para a falha da lâmina e do laminado. A Teoria Multicontínuo (TMC) [47] tem como objetivo a extração dos campos das tensões e das extensões dos constituintes numa análise à *macroescala* sendo, portanto, uma abordagem que funde as escalas de análise. A TMC usa uma série de expressões para deduzir as tensões nos constituintes, que são importantes na análise do desenvolvimento de uma falha, a partir das tensões no material homogenizado possibilitando, desta forma, a análise com grandezas *micromecânicas* numa simulação à *macroescala*. O dano também é tratado individualmente para cada um dos constituintes pela TMC. A maior vantagem da análise aplicando TMC é a eficiência computacional uma, vez que o tempo de cálculo é quase o mesmo que no caso de análise *macromecânica* sendo o impacto típico de 2-3% de aumento do tempo de cálculo total [48] [49]. Em 3.3 apresentam-se alguns resultados das simulações feitas aplicando a TMC. Contudo, pelas razões explicadas na mesma secção, este método não foi adotado para ser utilizado no resto do trabalho.

2.3.3 FALHA NOS COMPÓSITOS

O processo de falha nos compósitos PRF é um fenómeno complexo. Não existe nenhuma **definição única de “falha” de compósito**. Num sentido mais lato, um material falha quando deixa de desempenhar as suas funções. Nos materiais compósitos a falha ocorre de forma diferente comparativamente aos materiais isotrópicos. Falha de uma determinada lâmina segundo uma direcção não implica, necessariamente, falha total da lâmina nem falha do laminado. Uma certa intensidade da solicitação provoca, num PRF, rotura de algumas fibras, ou fissuração da matriz, ou, eventualmente, rotura de uma lâmina inteira. Frequentemente, após a ocorrência das degradações indicadas, este tipo de compósitos é capaz de suportar uma maior solicitação [50]. A este tipo de degradação do compósito chama-se dano. Ao falhar, uma lâmina sofre redução da sua rigidez, o que se reflete na rigidez do laminado todo. A rigidez residual de uma lâmina danificada depende do modo segundo o qual falhou. Quando a solicitação for suficientemente grande ocorre a falha do laminado (ou colapso), ou seja, a rotura de todas as suas lâminas.

Na análise dos compósitos PRF distinguem-se modos de falha e mecanismos de falha. Os mecanismos de falha dizem respeito a fenómenos ocorrentes dentro do material que o deterioram levando-o à fratura quando acumulados. Estes podem ocorrer tanto isoladamente quanto em sinergia. Os modos de falha dizem respeito a direcções do carregamento do material e as formas de falha originada por esta. Os principais mecanismos de falha (dano) de um PRF são descritos a seguir:

- Descolamento na interface entre as fibras e a matriz (Figura 2.14), arrancamento das fibras, deslizamento interfacial. A interface desempenha um papel importante de transferência de carga entre as fibras e a matriz, por isso, pode ter uma grande influência no desempenho do compósito. Por aumento da adesão da matriz às fibras consegue-se atrasar o início de fissuração da matriz. Para avaliar a adesão entre as fibras e a matriz podem ser efetuados vários ensaios destrutivos sendo os mais usados os de arrancamento de fibras [51] e fragmentação de fibra [52].

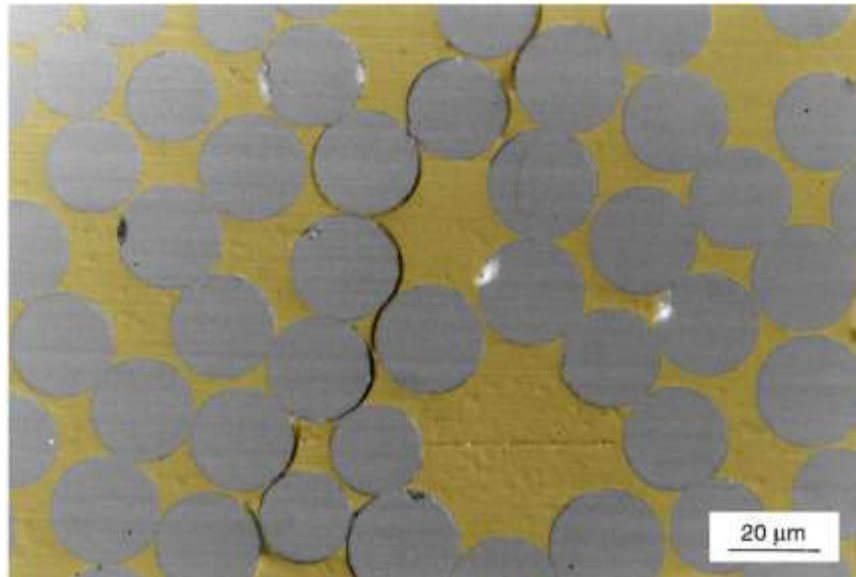


Figura 2.14: Descolamento na interface entre as fibras e a matriz [53].

- *Microfissuração* da matriz, rotura das lâminas (Figura 2.15). Sendo a matriz o componente menos resistente do compósito é frequente que aí se inicie o dano. Pequenas fissuras ao longo das fibras são, tipicamente, a primeira forma de dano observada em PRF [54]. Em laminados com as lâminas dispostas em diferentes orientações estas fissuras podem ser originadas nos defeitos ou imperfeições e crescer ao longo das fibras e perpendicularmente ao plano da lâmina. Os termos *microfissuras* da matriz, fissuras transversais, fissuras interlaminares, fissuras das lâminas configuram designações similares para este tipo de fissura. Só por si, este tipo de dano não causa a falha da estrutura, mas pode induzir uma degradação grave da resistência do material.

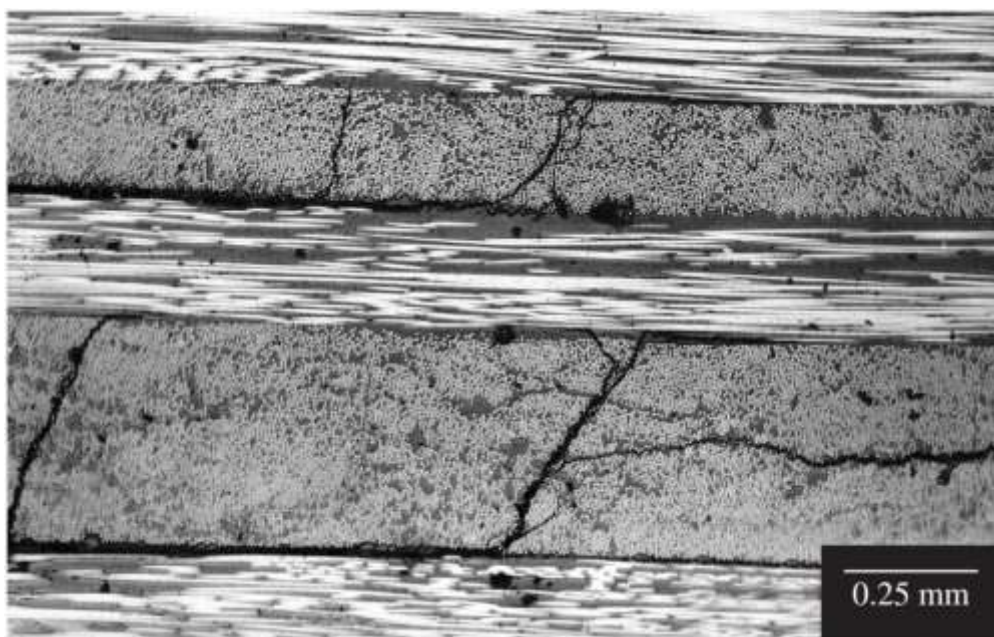


Figura 2.15: Rotura da matriz [55].

- Deslizamento interfacial. Este fenómeno consiste no deslizamento dos constituintes de um compósito de fibras contínuas, uns relativamente aos outros. O deslizamento interfacial pode ocorrer em compósitos em que as fibras e a matriz não são ligados por adesão mas por mecanismo de encolhimento dos constituintes devido às diferenças nos seus coeficientes de expansão térmica, especialmente se forem sujeitos a carregamentos termomecânicos. Em compósitos cujos constituintes são ligados por adesão este fenómeno também pode ocorrer após à descolagem que, por sua vez, é induzida por rotura da matriz ou resulta de crescimento dos defeitos na interface [56].
- Separação das lâminas (*delaminação*), rotura interlaminar. Em PRF, a separação das lâminas pode ocorrer nas bordas (tanto exteriores quanto em furos) ou no interior do material resultando de uma sollicitação paralela ao plano das lâminas, um impacto ou fissuração da matriz de uma lâmina que se propagou até à superfície de contacto de duas lâminas contíguas como está ilustrado na Figura 2.16.

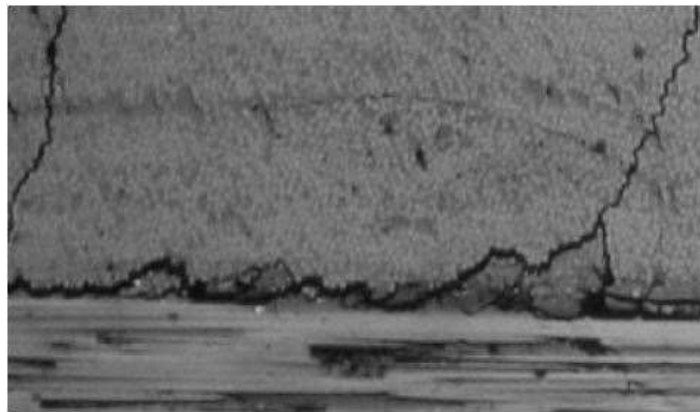


Figura 2.16: Rotura interlaminar [56].

- Rotura das fibras. A fratura (desagregação) de um PRF provém, conseqüentemente, da rotura das fibras. Numa lâmina unidirecional sujeita à tração, uma falha começa pela rotura de fibras individuais nos seus pontos fracos cuja carga passa a ser transmitida para as fibras ainda integrais, algumas das quais começam a falhar dado não serem capazes de suportar a nova carga. O processo de rotura das fibras de um compósito é, até um certo grau, um processo estatístico porque depende das imperfeições do material, distribuição das fibras dentro da matriz, variação da resistência mecânica de uma fibra para outra e ao longo de uma mesma fibra. Devido a isto, é difícil vaticinar a resistência à tração de uma lâmina dentro de um laminado a partir da resistência à tração da fibra.
- *Microencurvadura* das fibras (Figura 2.17). Este é um dos mecanismos subjacentes à falha quando uma lâmina unidirecional sofre compressão. A *microencurvadura* consiste em instabilização geométrica das fibras esbeltas dentro de uma matriz elástica e parte do problema da carga crítica de Euler que determina quando uma barra submetida à compressão uniaxial destabiliza e sofre encurvadura.
- Banda vincada ou de corte ou de cisalhamento (*kink band*) (Figura 2.17). Uma banda vincada corresponde ao último estado de dano em compressão longitudinal. Não existe consenso sobre se a formação de tal banda é um mecanismo por si só ou é o último estado de *microencurvadura*.

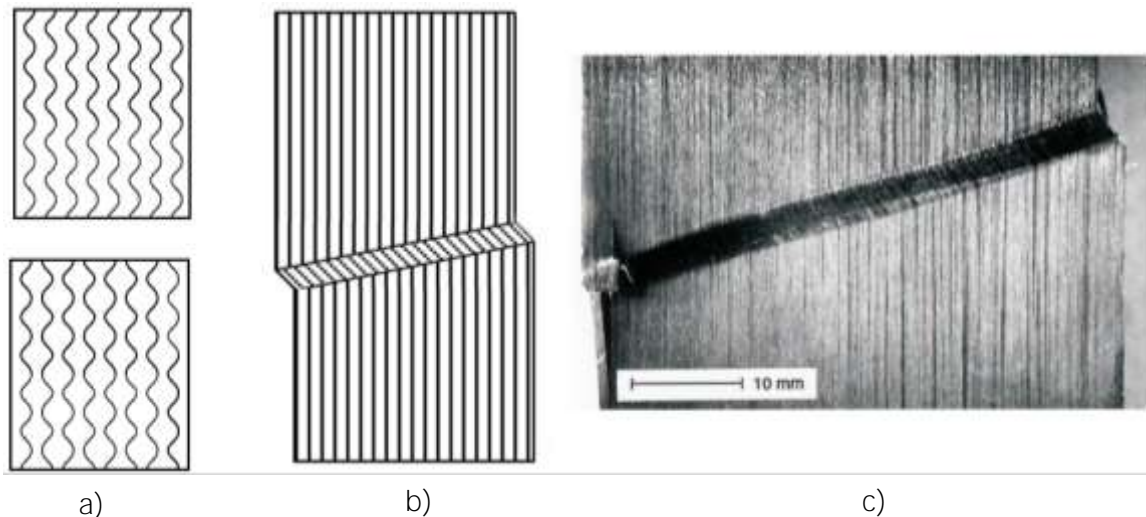


Figura 2.17: a) microencurvadura das fibras [57]; b), c) banda vincada (*kink band*) [58] [59].

Entende-se como modo de falha de um compósito um conjunto de mecanismos de degradação que produzem rotura do material. Quando uma lâmina falha esta perde a sua capacidade de sustentação de carga o que causa redistribuição de cargas dentro do laminado. O modo através do qual uma lâmina pode falhar depende da geometria do componente, da orientação, da sequência de empilhamento e da carga externa. Para perceber a falha do laminado é mais fácil começar por perceber a falha de uma lâmina. Na mecânica dos compósitos PRF é comum identificar quatro modos de falha de uma lâmina compósita ilustrados na Figura 2.18:

- Tração na direção da fibra que provoca rotura da fibra. É um modo explosivo, na medida em que liberta grandes quantidades de energia.
- Compressão na direção da fibra que induz falha por encurvadura local da fibra. Este modo é muito influenciado pelo comportamento da matriz ao corte e pelas imperfeições tais como desalinhamento inicial das fibras e vazios. Tipicamente, podem ser observadas bandas de deslizamento a uma escala menor como o resultado da *microencurvadura* das fibras, falha da matriz ao corte ou falhadas fibras.
- Tração perpendicular à fibra resultando em fratura da matriz. A superfície de fratura resultante deste modo de falha é, normalmente, perpendicular à direção de solicitação.
- Compressão transversal à fibra ou deformação de corte levam à formação de bandas vincadas (*kink bands*). O que é comumente referido como falha da matriz à compressão é, na verdade, a falha da matriz ao corte pois a falha ocorre a um ângulo em relação à direção de solicitação.

No que se refere ao laminado, este pode falhar não só por falha das suas lâminas mas, também, por falha interlaminar que acontece devido à falta de coesão entre as lâminas, chamada aqui *delaminação*. De facto, a *delaminação* é uma das formas de falha predominantes em compósitos laminados devido à falta de reforço na direção transversal [60]. A rigidez à flexão de um laminado em que ocorreu *delaminação* pode ser significativamente reduzida, mesmo se não houver nenhum efeito visível na superfície das bordas. Uma das melhores ferramentas em simulação de propagação de *delaminação* consiste no uso de elementos coesivos (*cohesive*) [61]

[62] em simulação por elementos finitos*. Para mais detalhes sobre este modo de falha pode consultar-se [63] [57].

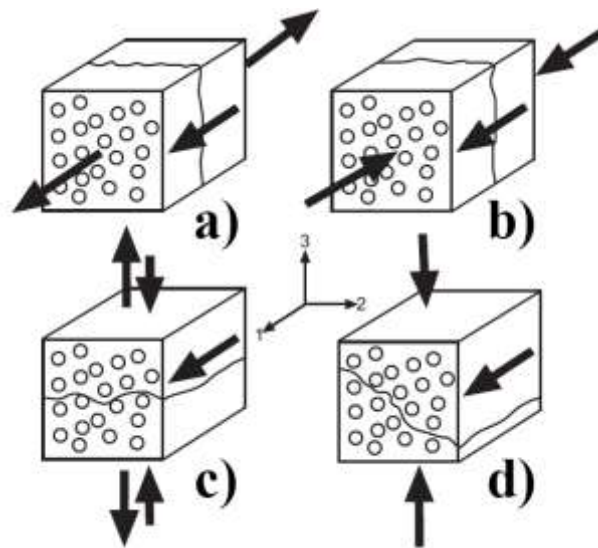


Figura 2.18: Os quatro modos de falha de uma lâmina PRF [63]. a) tração longitudinal, b) compressão longitudinal, c) tração transversal, d) compressão transversal em relação à direção das fibras.

É importante reparar que a falha segundo um modo não corresponde a um único mecanismo de degradação. Por exemplo, a falha à tensão paralela às fibras pode resultar de uma combinação de rotura das fibras, falha da matriz perpendicularmente às fibras danificadas e falha da interface fibra/matriz. A sequência dos eventos depende da rigidez e da resistência relativos entre as fibras e a matriz e da intensidade da ligação entre estes. É muito difícil incorporar no projeto todos os mecanismos e as suas interações. Em vez disso, uma alternativa mais simples é usar um critério de falha empírico.

Os critérios de falha de lâmina são funções matemáticas que visam verificar a ocorrência ou não de falha de uma lâmina PRF sujeita a determinadas condições de carregamento. Os critérios são usados no projeto em casos para quais não estão disponíveis dados experimentais suficientes. Seguidamente, os critérios de falha são complementados com as técnicas de análise de falha de laminados para prever a primeira falha laminar no laminado a partir dos dados relativos a uma lâmina. Os critérios que utilizam uma função costumam ser ajustes polinomiais aos dados experimentais (p.ex. Tsai-Hill ou Tsai-Wu). Os critérios de falha combinada utilizam várias funções para descrever vários modos de falha e consideram, em maior ou menor grau, a *micromecânica* dos distintos modos de falha [57]. A maioria dos critérios considera as propriedades da lâmina enquanto poucos usam, explicitamente, as dos constituintes (fibra e matriz) para prever a falha do compósito [50]. Existem, também, critérios de falha por *delaminação* que são combinados com os critérios de falha de lâmina para uma análise completa de um laminado.

Com base no conhecimento sobre os mecanismos e modos de falha de um PRF foram desenvolvidos diferentes critérios de falha que envolvem vários conceitos teóricos e diferentes conjecturas. Apesar de existirem dezenas de critérios de falha, nenhum dos critérios de falha disponível atualmente é suficientemente preciso nas suas previsões para poder ser usado de

* A técnica mais usada na análise numérica estrutural.

modo único para todos os casos de solicitação de um PRF [64]. Em consequência, a utilidade dos critérios de falha é limitada sendo a realização de ensaios experimentais um requisito indispensável de qualquer projeto. Reconhecendo estas limitações, os investigadores de todo o mundo têm colaborado no esforço de avaliar a precisão e aplicabilidade de vários critérios de falha. Em seguida, são descritos, brevemente, alguns dos critérios de falha que indicam o início de falha mais conhecidos e usados hoje em dia: os de tensão máxima, extensão máxima, Tsai-Wu, Puck, Hashin, LaRC03, LaRC04. Estes critérios estão programados no *software* comercial ANSYS Mechanical APDL 16.2 usado no presente trabalho sendo, no caso do critério de Tsai-Wu, não aplicável a falha progressiva. Para os critérios implementados manualmente através do código no MATLAB – da tensão máxima, Tsai-Wu e Hashin - são fornecidas as suas equações constituintes.

Devido à complexidade da natureza dos modos de falha em PRF, as interações entre as tensões principais (correspondentes à direção da fibra a à perpendicular a esta) podem alterar significativamente as capacidades de sustentação de carga de lâminas individuais. Os critérios de falha que não consideram estas interações (chamados não interativos) têm, muitas vezes, mostrado não estar de acordo com os resultados experimentais [65].

Tensão máxima. Após o cálculo das extensões e curvaturas do plano médio do compósito laminado, facilmente se obtêm as tensões e extensões segundo as duas direções principais (paralelas ao plano da lâmina) de cada lâmina individual. Cada componente das tensões presentes numa lâmina é comparado com os correspondentes valores limite do material. Portanto, as interações entre diferentes componentes da tensão não são tidas em conta neste critério. Este critério possibilita obtenção da informação acerca do modo de falha.

Segundo o critério da tensão máxima, uma falha ocorre quando se verifica alguma das condições:

$$\sigma_1 \geq X_T \quad -\sigma_1 \geq X_C \quad \sigma_2 \geq Y_T \quad -\sigma_2 \geq Y_C \quad |\sigma_{12}| \geq S_{12}$$

Aqui σ_i é a tensão no material segundo as fibras;

σ_2 é a tensão no material na direção perpendicular às fibras;

σ_{12} é a tensão de corte no material;

X_T e X_C são as tensões longitudinais do material, observadas no momento de falha à tração e à compressão, respetivamente;

Y_T e Y_C são as tensões transversais do material, observadas no momento de falha à tração e à compressão, respetivamente;

S_{12} é a tensão de corte do material, observada no plano da lâmina no momento de falha por corte no plano da lâmina.

Os valores limite do material indicados acima têm todos sinal positivo.

Extensão máxima. Completamente análogo ao critério da tensão máxima com a única diferença de usar extensões em vez de tensões. Este critério continua a ser um dos mais usados na indústria hoje em dia [26].

Tsai-Hill. Este critério evoluiu do critério de Hill para metais ortotrópicos (p. ex. resultantes de laminagem a frio). Enquanto os dois critérios indicados em cima consideram cada componente de tensão individualmente, o critério de Tsai-Hill visa a obter o efeito da combinação e interação das tensões, analogamente aos critérios de Tresca ou de von Mises para metais. Antes do aparecimento do critério de Tsai-Wu, o critério de Tsai-Hill era muito usado e

tinha bastante sucesso em muitos casos. É importante reparar que a formulação deste critério é baseada em técnicas de ajustamento de curva que não têm em conta nenhum mecanismo de início de falha e, para além disso, este critério não identifica o modo de falha nem diferencia as resistências à tração e à compressão que podem ter magnitudes bastante diferentes em compósitos [66].

Tsai-Wu [67]. Este critério apresenta-se como um desenvolvimento do critério de Tsai-Hill que, entretanto, distingue as resistências à tração e à compressão do material. Apesar desta melhoria, o critério de Tsai-Wu continua a ser um ajuste de curva incapaz de determinar bem o mecanismo de falha nem a carga que origina a falha, especialmente em casos de carregamento combinado sendo a compressão biaxial um dos seus maiores problemas [66]. Este critério é fácil de aplicar porque, tal como o seu antecessor, consiste apenas numa equação. De qualquer modo, este critério tem demonstrado dar bons resultados em muitos casos, especialmente, quando complementado ou reforçado por resultados experimentais.

O critério de Tsai-Wu envolve algumas resistências do material determinadas num ensaio de solitação biaxial. Devido à grande escassez de resultados dos tais ensaios existem artifícios para contornar este problema estimando as resistências determinadas em testes biaxiais a partir das resistências uniaxiais convencionais. Aqui indica-se o critério de Tsai-Wu com as devidas simplificações feitas, na sua variante final aplicada no presente trabalho. Para um material transversamente isotrópico em estado biaxial de tensão, o critério de Tsai-Wu indica que o material falha quando se verifica a seguinte condição:

$$\left(\frac{1}{X_T} - \frac{1}{X_C}\right) \times \sigma_1 + \left(\frac{1}{Y_T} - \frac{1}{Y_C}\right) \times \sigma_2 + \frac{\sigma_1^2}{X_T X_C} + \frac{\sigma_2^2}{Y_T Y_C} + \frac{\sigma_{12}^2}{S^2} - \sqrt{\frac{1}{X_T X_C Y_T Y_C}} \times \sigma_1 \sigma_2 \geq 1$$

Os símbolos usados foram explicados anteriormente, quando da apresentação do critério da tensão máxima.

Hashin [68]. Este critério propõe quatro condições para distinguir falhas da matriz e as das fibras causadas por tração ou compressão, sob um estado tridimensional de tensão. Foi o primeiro critério cujo desenvolvimento incluía considerações físicas, ou seja, conhecimento sobre vários mecanismos de falha. A falha da matriz ocorre no plano de fratura cuja inclinação* é governada pelas tensões normais e de corte atuando no plano. Vários estudos têm mostrado que a interação das tensões propostas por Hashin nem sempre está de acordo com os resultados experimentais, sobretudo no caso de compressão da matriz ou das fibras [58].

Para um material transversamente isotrópico, em estado biaxial de tensão, o critério de Hashin indica que o material falha quando se verifica alguma das seguintes condições:

$$\text{Falha da fibra por tração } (\sigma_1 > 0): \quad \left(\frac{\sigma_1}{X_T}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{12}}{S_{12}}\right)^2 \geq 1$$

$$\text{Falha da fibra por compressão } (\sigma_1 < 0): \quad -\sigma_1 \geq X_C$$

$$\text{Falha matricial por tração } (\sigma_2 > 0): \quad \left(\frac{\sigma_2}{Y_T}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{12}}{S_{12}}\right)^2 \geq 1$$

$$\text{Falha matricial por compressão } (\sigma_2 < 0): \quad \left(\left(\frac{Y_C}{2S_{23}}\right)^2 - 1\right) \times \frac{\sigma_2}{Y_C} + \left(\frac{\sigma_2}{2S_{23}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{12}}{S_{12}}\right)^2 \geq 1$$

* Esta noção de plano de fratura inclinado provém de falha dos solos e foi originada por Coulomb em 1776.

Aqui S_{23} é a tensão de corte σ_{23} do material observada num plano perpendicular à lâmina no momento de falha por corte transversal e os símbolos usados foram explicados anteriormente, abaixo do critério da tensão máxima.

Puck [69]. Este critério distingue diferentes modos de falha por determinação do plano crítico de fratura no qual a combinação das tensões provoca uma falha matricial ou das fibras. São consideradas seis diferentes situações de solitação, para uma lâmina individual:

- Tensão na direção das fibras
- Compressão na direção das fibras
- Tensão perpendicular às fibras
- Compressão perpendicular às fibras
- Solitação ao corte 1-2 ou corte 1-3*
- Solitação ao corte 2-3

O critério de Puck exige a determinação do plano crítico de fratura, bem como o declive das superfícies de fratura em locais específicos. Adicionalmente, é necessário um parâmetro que determina a partilha de carga entre as fibras e a matriz sob carregamento transversal. Alguns dos sete parâmetros associados à falha na matriz são difíceis de determinar, mesmo para uma lâmina unidirecional. Com um grande número de constantes empíricas, esta teoria tem maior capacidade de obter prognósticos precisos acerca da falha do que qualquer uma das teorias anteriormente descritas [56] [66].

LaRC03† [70]. Este critério é uma extensão dos critérios de Puck e Hashin sendo composto por uma família de seis critérios. Tal como o critério de Puck este foca-se no plano de fratura. No critério LaRC03 uma falha devida à compressão da matriz resulta das interações locais das tensões de corte no plano de fratura. É particularmente útil quando as tensões normais e de corte agem em simultâneo num certo plano do material. É necessário conhecer a inclinação do plano de fratura para aplicar este critério. Este critério não exige parâmetros adicionais‡ para a definição da resistência de um material. No entanto, as cinco resistências do material exigidas para aplicar este critério a laminados compósitos devem ser determinadas *in situ*, ou seja, quando as lâminas fazem parte do laminado. Estes podem ser significativamente diferentes dos valores obtidos nos ensaios típicos de lâmina única [71]. Os prognósticos obtidos com este critério para lâminas unidirecionais estão em boa concordância com os resultados experimentais [70].

LaRC04 [58]. Uma vez que o critério LaRC03 assume a condição de tensão plana, o critério LaRC04 foi desenvolvido como extensão do seu antecessor tomando em conta carregamento geral tridimensional e não linearidade do material quando sujeito a carregamentos ao corte aplicado no plano das lâminas. Tal como LaRC03 consiste em seis expressões que identificam vários modos de falha: dois modos de falha da fibra, três modos de falha da matriz e um modo de falha simultânea da fibra e da matriz. Tem capacidade de vaticinar o ângulo de fratura da matriz e o plano de deslizamento das fibras.

* O eixo principal 1 de uma lâmina unidirecional está alinhado com as fibras, o eixo 2 está perpendicular ao 1 dentro do plano da lâmina, o eixo 3 é perpendicular à lâmina.

† O nome LaRC, atribuído a vários critérios de falha de compósitos, provém de Langley Research Center situado em Virgínia, um centro de pesquisa da Administração Nacional da Aeronáutica e Espaço (NASA) dos EUA, onde esta família de critérios foi originada.

‡ A maioria dos critérios de falha exige cinco constantes para a definição da resistência de um material ortotrópico: as resistências à tração e à compressão segundo os eixos principais 1 e 2 da lâmina e a resistência ao corte 1-2.

Os quatro primeiros critérios de falha acima descritos, da tensão máxima, extensão máxima, Tsai-Hill e Tsai-Wu, são fenomenológicos porque não explicam o mecanismo nem o modo de falha. Os modos de falha não podem ser analisados devido à descrição homogeneizada dos compósitos. Por exemplo, os efeitos das fibras sobre o início da falha e o seu desenvolvimento na matriz ou na interface da matriz com as fibras não podem ser especificamente tidos em conta porque dependem dos campos locais de tensão na matriz e na interface desta com as fibras. A informação necessária para determinar estes campos de tensão é perdida ao homogeneizar o compósito. Visto que os critérios fenomenológicos operam com os estados limite, que são valores das tensões que ocorrem na falha total, e que todo o caminho de falha é determinado pelos campos locais de tensão, estes critérios não têm capacidade de descrever o início e o desenvolvimento da falha. [56]

Uma outra limitação dos critérios de falha fenomenológicos consiste na sua incapacidade de tomar em conta defeitos de fabrico que são inevitáveis em estruturas compósitas. Nos últimos anos, aumentou o número de aplicação de estruturas compósitas em outras áreas, para além da aeroespacial, tais como em pás de geradores eólicos e em estruturas para automóveis, onde as restrições de custo não permitem níveis elevados de controlo de qualidade do processo de fabrico e é limitada a inspeção durante o serviço. Portanto, a consideração dos defeitos de fabrico, na fase de projeto, passou a ser fundamental. Uma possibilidade de ultrapassar as limitações dos critérios de falha fenomenológicos é a análise multi-escalar computacional [56].

O cálculo da primeira falha laminar é fácil de se operacionalizar e constitui uma boa abordagem para os casos em que é inaceitável qualquer degradação do laminado. Contudo, quando se pretende determinar se o material colapsa catastroficamente ou se apenas sofre uma pequena rotura continuando a servir o seu propósito, esta abordagem revela-se inválida, uma vez que não fornece informação sobre a capacidade residual de sustentação de carga da lâmina danificada. Para continuar a análise de um laminado após a falha da primeira lâmina recorre-se, frequentemente, a técnicas de análise de falha laminar progressiva (às vezes chamado dano progressivo). Felizmente, a facilidade e a celeridade dos meios informáticos, hoje em dia, permite lidar com a complexidade da análise da falha laminar progressiva em compósitos o que faz com que esta técnica seja acessível a qualquer engenheiro de compósitos.

Os modelos de falha progressiva resultam da combinação dos critérios de falha e de regras de degradação. O processo de modelação da falha laminar progressiva num compósito laminado consiste em calcular as tensões a nível laminar, comparar com os valores indicados por diferentes critérios de falha e, no caso de uma lâmina se apresentar falhada, limitar as suas capacidades de sustentação de carga. Existem vários modelos de falha progressiva que fazem degradar as propriedades de uma lâmina danificada de formas diferentes. O modelo da degradação das propriedades* reduz, imediatamente, os respetivos (pode depender do modo de falha) módulos de elasticidade da lâmina danificada até a um valor muito baixo após a falha. Neste modelo a rigidez das lâminas danificadas é reduzida até, tipicamente, 10%-20% do seu valor inicial, mas o fator de redução da rigidez pode depender do modo de falha. O modelo da tensão constante assume que uma lâmina danificada continuará a suportar a carga que provocou a falha, mas sem poder suportar carga adicional. Aquilo que acontece na realidade recai algures no meio destes dois modelos [72]. Devido a isso, foram desenvolvidos modelos de descarregamento gradual da lâmina danificada como, por exemplo, em [73].

No presente trabalho foi usado o modelo da degradação das propriedades por ser o único compatível com os diferentes critérios existentes no *software* usado, por ser simples, direito e

* Adaptação de “ply discount” de inglês aplicada ao presente texto.

bastante usado por outros investigadores tendo mostrado resultados satisfatórios, por exemplo, em [72], [74] e [75]. O procedimento geral usado para modelação do dano em compósitos, aplicando o modelo da degradação das propriedades, é descrito a seguir e ilustrado na Figura 2.19, sendo a sua aplicação no presente trabalho explicada mais detalhadamente em 3.4.1. O laminado é inicialmente solicitado por incrementos de extensão até ocorrer a primeira falha laminar (ponto A). A correspondente redução da rigidez da lâmina danificada provoca uma redistribuição das cargas dentro do laminado e conseqüente alteração das tensões nas lâminas. Seguidamente, verifica-se se falhou mais alguma lâmina devido à redistribuição das tensões. Este processo repete-se até não haver mais nenhuma lâmina danificada para o presente nível de extensão e conduz ao novo ponto de equilíbrio (ponto B), após a sequência inicial de degradações. Nesse ponto volta a ser aplicado um aumento da extensão até ocorrer a falha laminar seguinte (ponto C). Este procedimento repete-se até o laminado ficar demasiadamente deformado ou deixar de ter a capacidade de suportar quaisquer cargas [4]. Na figura pode ser notado que o declive das linhas correspondentes ao aumento da extensão reduz-se refletindo a redução da rigidez do laminado.

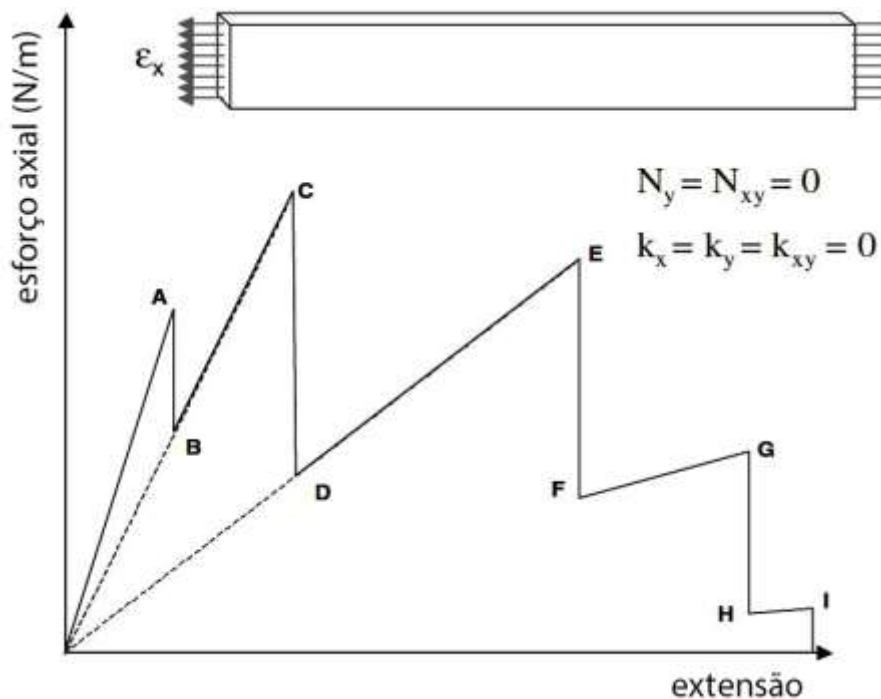


Figura 2.19: Ilustração do modelo de falha laminar progressiva da degradação das propriedades através do gráfico tensão-extensão [4].

2.4 INCERTEZA E VARIABILIDADE NOS MATERIAIS COMPÓSITOS

Um material compósito, sendo mais complexo do que um material homogêneo (como os metais usados para aplicações estruturais), tem uma maior incerteza associada. É bem conhecido que os compósitos pré-impregnados demonstram, frequentemente, uma variabilidade significativa nos valores de massa de fibra por unidade de área ou do conteúdo de resina, e que o desalinhamento e ondulação das fibras é bem capaz de estar presente em pré-impregnados na forma como são fornecidos [76]. Estas variabilidades têm influência direta nas propriedades físicas do compósito.

Existem várias maneiras de classificar as incertezas com que um projetista tem de lidar durante um processo de projeto robusto. No contexto da mecânica estrutural, as incertezas, normalmente, são classificadas em objetivas e subjetivas. As incertezas objetivas ou aleatórias são de natureza irreduzivelmente estocástica* como, por exemplo, a que decorre de tolerâncias de fabrico ou de fenómenos ambientais, como cargas sísmicas, cargas eólicas ou cargas originadas pela ondulação. Estas incertezas são muitas vezes descritas por distribuições probabilísticas. Por outro lado, as incertezas subjetivas (ou epistémicas) são devidas à falta de informação que, em princípio, pode ser reduzida por informação adicional. Este tipo de incerteza inclui erros nos modelos numéricos e erros de medição entre outros [77].

A classificação das incertezas pela sua natureza, publicada em [78], distingue quatro classes:

- Condições ambientais e operacionais variáveis. Estas incluem temperatura, humidade, pressão, propriedades do material variáveis, etc.
- Tolerâncias de fabrico e imprecisões do operador. Os parâmetros de projeto podem ser realizados apenas até um certo grau de precisão.
- Incertezas associadas à resposta do sistema. Estas incluem erros de medição e todos os tipos de erros de aproximação devido ao uso de modelos para estimar o comportamento dos objetos reais.
- Incertezas de factibilidade (*feasibility*). Este tipo de incerteza tem lugar quando os constrangimentos são incertos (enquanto nos tipos de incerteza anteriormente indicados são incertas as variáveis do projeto).

A influência das incertezas associadas ao fabrico sobre as propriedades de um material compósito é complexa e muitas vezes não pode ser inferida diretamente. Essas propriedades variam devido ao rácio entre o volume das fibras e da matriz, cura apropriada, vazios ou porosidade na matriz, alinhamento das fibras, curvatura das fibras, aderência adequada entre as fibras e a matriz, efeitos térmicos entre outros. A incerteza nestes parâmetros propaga-se até à *macroescala* e manifesta-se na variabilidade dos parâmetros relativos a rigidez e resistência afetando o desempenho geral do compósito. Todos os fatores mencionados dificultam a descrição e quantificação da incerteza para análise e projeto de estruturas de materiais compósitos. Além disso, existe incerteza associada às técnicas de ligação e montagem [3].

A incerteza a nível *micromecânico* deriva da aleatoriedade das propriedades das fibras e da matriz (as suas propriedades mecânicas, distribuição espacial, característica da interface, presença de defeitos etc.). A incerteza a nível de lâmina está relacionada com a espessura da lâmina, fração volúmica dos vazios, interstícios, *delaminação*, bem como a orientação, distribuição, comprimento e fração volúmica das fibras. A modelação a nível de do laminado e do componente é caracterizada pela incerteza nas frequências naturais, tensão de rotura, carga crítica, resistência à fadiga, resistência interlaminar e resistência residual (resistência do material danificado). As incertezas nos dois últimos níveis de modelação são originadas, sobretudo, pela aleatoriedade nos processos de fabrico. A escala é escolhida com base no objetivo da análise e, conseqüentemente, nos fenómenos de interesse. Por vezes, a abordagem multi-escalar apresenta grandes vantagens [3]. A modelação das incertezas para vários estudos de compósitos pode também ser feita para modelos de cada uma das três escalas em engenharia.

Humidade ou imersão em água de um compósito PRF podem conduzir a degradação de rigidez e de resistência que, no entanto, são restauradas após a desidratação do material. Alguns efeitos semelhantes mas irreversíveis são causados por água salgada (que, adicionalmente, é

* Baseada em processos aleatórios.

corrosiva), combustível para aviação, fluidos hidráulicos, gases de combustão [79]. A temperatura pode causar, a curto prazo, alterações das propriedades da matriz e a sua expansão (que, por sua vez, causa encurvadura do laminado) e, a longo prazo, o seu detrimento. Os compósitos no espaço, por exemplo, em estações espaciais ou satélites, são sujeitos a vácuo (causa libertação das moléculas de baixo peso molecular, como as da matriz), ciclos térmicos (causa fadiga térmica), bem com às radiações ultravioleta, eletrônica e protônica (causam dano na matriz polimérica) [79].

A cura do compósito consiste em submissão deste a um certo perfil de temperaturas que provocam a polimerização da resina epóxi, ou seja, o seu endurecimento. O processo de cura é um dos parâmetros de fabrico importantes que afeta a qualidade final do compósito. Isto significa que as incertezas associadas ao processo de cura podem ter um grande impacto na qualidade do produto e no tempo de processamento. As fontes dessas incertezas podem ser diversas: falta de rigor nas medições de controlo do processo, erros em parâmetros determinados experimentalmente, tais como constantes de velocidade de reação, energia de ativação e fator de frequência [80]. O encolhimento da resina durante o processo de cura e a sua expansão anisotrópica produzem, em compósitos, tensões residuais induzidas pelo processo. Quando aliviadas, as tensões residuais provocam redução de ângulo em cantos de um compósito o que compromete a sua fidelidade dimensional [81].

A variação do conteúdo de resina medido na direção da espessura resulta em distorções geométricas devido a diferenças do coeficiente de expansão térmica (CET) [82]. Uma outra origem de distorção geométrica é a interação entre as ferramentas e o compósito quando a cura é feita a altas temperaturas sendo os CET da ferramenta e do compósito diferentes. A expansão de uma ferramenta em alumínio pode causar distorções e tensões residuais significativas [81]. De modo semelhante, as tensões nas fibras podem ser consequências da pressão num autoclave [76].

Na direção das fibras, a resistência à compressão de uma lâmina PRF é, normalmente, da ordem de metade, ou menos, da sua resistência à tração. Como já foi mencionado, um modo de falha resulta da encurvadura de fibras dentro de uma lâmina compósita. Caso uma fibra dentro do compósito esteja encurvada, esta suporta uma tensão desprezável sobrecarregando, portanto, as fibras vizinhas. Este processo é controlado pelo desalinhamento das fibras, módulo de distorção e resistência ao corte do compósito. A ondulação das fibras está sempre presente, com uma determinada intensidade, apesar de ter sido feito um grande esforço pelos fabricantes para a evitar. A ondulação tem as suas raízes, sobretudo, em armazenamento das fibras em bobinas (o que induz curvatura nestas) e no encolhimento da matriz polimérica ao arrefecer após a cura (enquanto as fibras praticamente não encolhem). Obviamente, para uma lâmina compósita unidirecional solicitada à tração na direção das fibras, a falta de retidão das fibras dentro da lâmina altera as suas capacidades resistentes substancialmente menos [26].

Em [83] foi demonstrado que é induzida uma ondulação das fibras devido à dobragem de um pré-impregnado e que esta ondulação não deve ser negligenciada. Outros estudos [84] [85] [86] mostram que a ondulação e o mau alinhamento das fibras podem causar uma redução significativa da resistência, especialmente, à compressão.

Em [87] foi realçada a importância das decisões de projeto na variabilidade das propriedades dos compósitos e nos efeitos indesejáveis como rugas, distorção, desalinhamento das fibras etc., que se podem refletir muito significativamente nas propriedades do compósito. **Os autores não chamam a estes efeitos indesejáveis “defeitos” porque estes são as consequências** diretas das decisões do projeto. No mesmo artigo foi apresentada uma taxinomia de estados associados com defeitos observados em compósitos (Figura 2.20). Como se pode ver, existe uma

grande quantidade de fontes de alteração das propriedades mecânicas de um compósito. É por isso que a otimização dos compósitos sem incluir a variabilidade das suas propriedades mecânicas pode não ser muito eficaz, estando o material simulado longe da realidade.

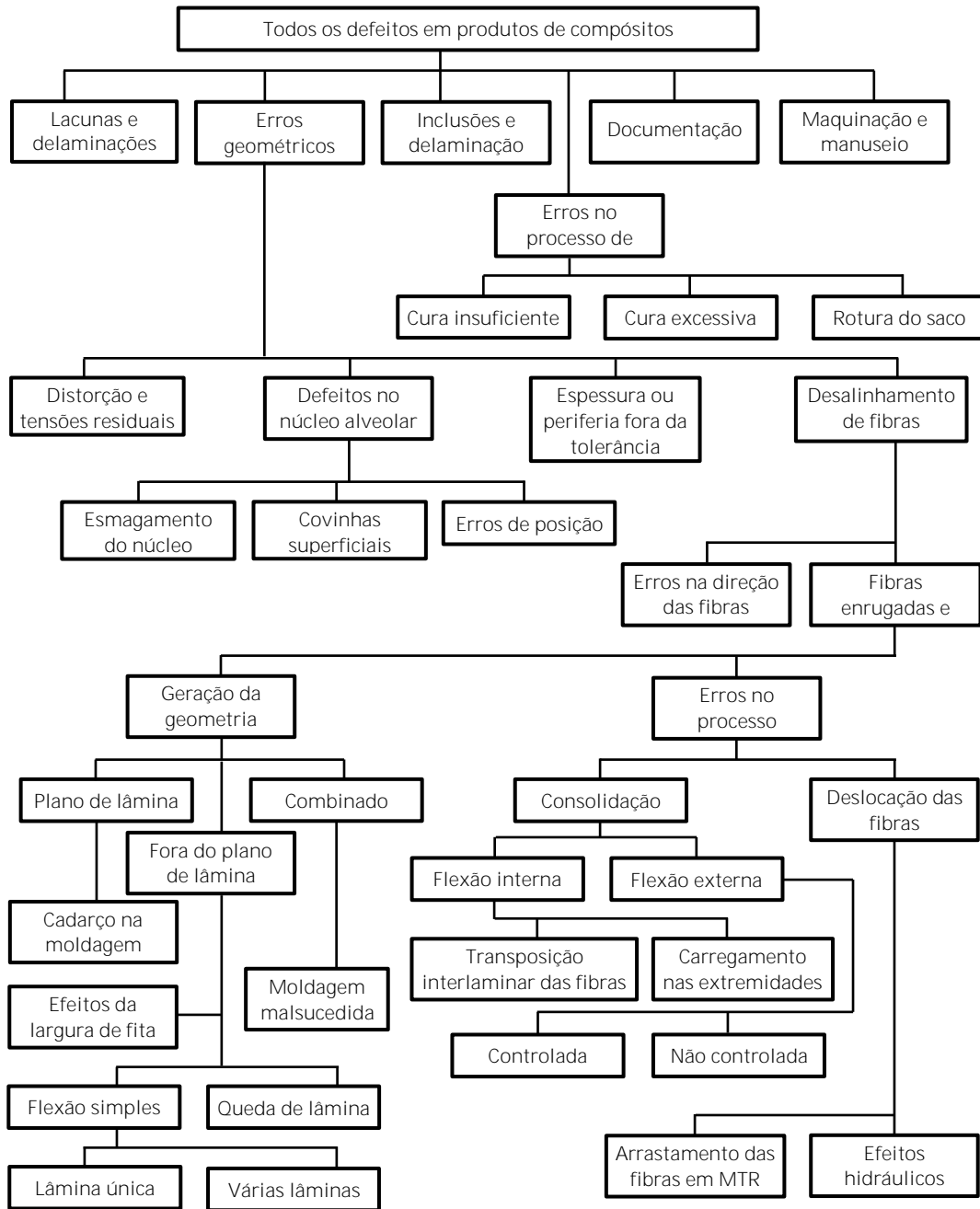


Figura 2.20: Taxinomia de estados associados com defeitos observados em compósitos. Adotado e traduzido de [87].

3

SIMULAÇÃO NUMÉRICA

A metodologia de otimização desenvolvida no presente trabalho requer o uso de um programa de simulação numérica para obter a resistência última de um componente considerando o seu dano progressivo. Para avaliar as ferramentas de simulação numérica disponíveis, foram executadas várias simulações do problema apresentado por Camanho *et al.* [6] e descrito em 3.1, comparando-se os resultados obtidos com os respectivos resultados experimentais. As simulações foram, inicialmente, executadas utilizando as capacidades do *software* comercial ANSYS Mechanical APDL. Em seguida, quando se verificou que os resultados não exibiam uma qualidade satisfatória, foi utilizado o *add-on* Heliuss PFA que se integra no ANSYS aumentando as suas capacidades. Por fim, não obtendo resultados satisfatórios com recurso ao Heliuss PFA, foi escrito um código no MATLAB que, em conjunto com o ANSYS, realiza a modelação de dano progressivo. A discussão dos programas e códigos usados, bem como dos resultados obtidos, é o assunto do presente capítulo.

3.1 DESCRIÇÃO DO PROBLEMA

O problema utilizado para validação das ferramentas de simulação numérica disponíveis consiste num ensaio de tração de uma placa furada cuja descrição completa, bem como os resultados experimentais, está disponível em [6]. O provete ensaiado, descrito em [6], era fabricado com lâminas de fibra pré-impregnada unidirecional de carbono, IM7-8552 da Hexcel, com a espessura nominal de $0.131mm$. As propriedades desse material indicadas em [6] são apresentadas na Tabela 3.1.

Tabela 3.1: Algumas das propriedades mecânicas do material IM7-8552 indicadas em [6].

Propriedade	E_1	E_2	G_{12}	ν_{12}	X_T	X_C	Y_T^i	Y_T^e	Y_C	S_{12}^i	S_{12}^e
Valor médio	171.42 GPa	9.08 GPa	5.29 GPa	0.32	2326.2 MPa	1200.1 MPa	160.2 MPa	101.4 MPa	199.8 MPa	130.2 MPa	107.0 MPa

Considerando a Figura 3.1, os valores na Tabela 3.1 são:

- E_1 – módulo de elasticidade longitudinal
- E_2 – módulo de elasticidade transversal
- G_{12} – módulo de distorção no plano xy
- ν_{12} – coeficiente de Poisson no plano xy
- X_T – tensão longitudinal máxima à tração
- X_C – tensão longitudinal máxima à compressão
- Y_T^i – tensão transversal máxima à tração das lâminas interiores
- Y_T^e – tensão transversal máxima à tração das duas lâminas exteriores
- Y_C – tensão transversal máxima à compressão
- S_{12}^i – tensão máxima de corte das lâminas interiores
- S_{12}^e – tensão máxima de corte das duas lâminas exteriores

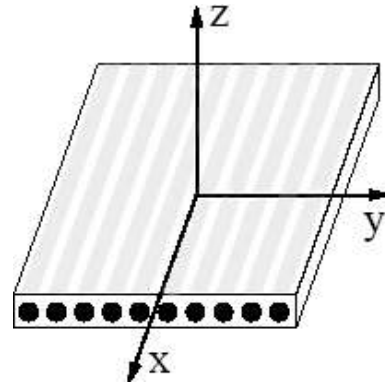


Figura 3.1: Sistema de coordenadas de uma lâmina unidirecional.

Apesar de o material das lâminas todas ser o mesmo, quando estas fazem parte de um laminado exibem resistências (chamadas, neste caso, *in situ*), transversal à tração e de corte, maiores comparativamente à lâmina unidirecional isolada. Porém, o aumento dos valores destas duas resistências é menor nas lâminas exteriores.

Assume-se que o material IM7-8552 é transversalmente isotrópico, ou seja, as propriedades do material na direção dos y são iguais às na direção dos z . Um material transversalmente isotrópico é caracterizado por cinco constantes elásticas independentes do material, tal como referido em 2.3.1, sendo em [6] indicadas apenas quatro (as relevantes num caso de carregamento paralelo ao plano de uma lâmina). Uma vez que o programa de simulação numérica usado, o ANSYS Mechanical APDL, exige introdução das constantes todas associadas ao material e visto que se pretende fazer uma verificação da importância das tensões associadas com a direção dos z na simulação de dano progressivo do material, o valor da quinta constante, ν_{23} , foi tomado igual ao indicado, para o mesmo material, na base de dados do programa Helius PFA discutido mais à frente, em 3.3. Atendendo, também, às relações entre as propriedades elásticas num material transversalmente isotrópico, tem-se:

$$E_3 = E_2 \quad \nu_{13} = \nu_{12} \quad G_{13} = G_{12} \quad \nu_{23} = 0.46 \quad G_{23} = 3.90 \text{ GPa}$$

O material laminado do provete para o teste de tração foi fabricado empilhando 24 lâminas de IM7-8552, segundo quatro orientações diferentes. A sequência de empilhamento é $[90/0/\pm 45]_{3s}$, o que se traduz em $[90/0/45/-45 / 90/0/45/-45 / 90/0/45/-45 / -45/45/0/90 / -45/45/0/90 / -45/45/0/90]$. O provete, antes do ensaio de tração, tinha tensões residuais devido à contração do material ao arrefecer após à cura. Estas tensões podem ser simuladas sabendo que os coeficientes de expansão térmica são $\alpha_{11} = -5.5 \times 10^{-6}/^\circ\text{C}$ na direção das fibras e $\alpha_{22} = -25.8 \times 10^{-6}/^\circ\text{C}$ na direção transversal e que a diferença das temperaturas foi cerca de -155°C . O provete é uma placa com um furo no seu centro, com a relação entre a sua largura e o diâmetro do furo igual a 6, tal como está representado na Figura 3.2. Entre as placas de vários tamanhos ensaiadas em [6] foi escolhida a menor, com a largura igual a 12mm, diâmetro 2mm e o comprimento foi arbitrado (por não ser uma dimensão crítica, desde que suficientemente grande) como sendo 24mm nos ensaios descritos em 3.2 e 3.3 e 36mm nos ensaios descritos em 3.4.

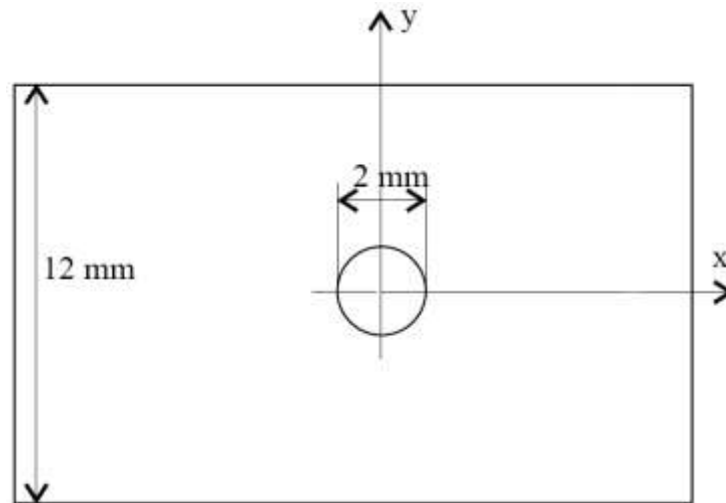


Figura 3.2: A geometria da placa furada usada no presente exemplo [6].

O valor experimental da tensão máxima do laminado obtido em [6] é igual a 555.7 MPa, em média. Para obter resultados numéricos comparáveis é necessário resolver um problema de dano progressivo, o que foi feito inicialmente recorrendo ao programa ANSYS. Todos os gráficos de tensão-extensão exibidos neste capítulo foram obtidos extraindo do ANSYS a soma das forças de reação segundo x (a direção da tração) em todos os nós da aresta à qual foi aplicado o deslocamento (a aresta direita na Figura 3.2) e dividindo-a pelo valor da área da secção do laminado que é $0.131\text{mm} \times 24 \times 12\text{mm} = 37.728\text{mm}^2$.

3.2 VALIDAÇÃO DO MODELO NO ANSYS Mechanical APDL

Com o objetivo de verificar a capacidade do programa ANSYS Mechanical APDL 16.2 para resolver problemas de dano em compósitos, este foi utilizado para a simulação completa do problema. Em numerosas experiências foi estudada a influência de vários fatores nas análises no ANSYS e nos seus resultados. Durante as simulações deparou-se com várias dificuldades que impediram uma comparação aceitável dos resultados numéricos com os experimentais.

3.2.1 DESCRIÇÃO DO ANSYS Mechanical APDL

O método dos elementos finitos* (MEF) é uma técnica de análise numérica que constitui uma ferramenta poderosa de análise de problemas reais da engenharia. O MEF é baseado no conceito de discretização de geometrias complexas em componentes interligados de geometria simples cujo comportamento conjugado representa, de modo aproximado, o comportamento do modelo original. Com este método é possível executar simulações em vários domínios da engenharia e da física envolvendo, por exemplo, mecânica dos sólidos e estruturas, transmissão do calor, fluxo potencial, eletrostática e magnetostática. Este método é o mais usado atualmente na análise computacional estrutural. A análise numérica envolve solução de equações diferenciais parciais (EDP) constrangidas por condições fronteira. O MEF permite resolver as EDP

* Para informações mais detalhadas sugere-se um livro dedicado especialmente ao método dos elementos finitos, por exemplo, [125].

de forma aproximada dividindo o domínio do problema num número finito de elementos. Os pontos fortes do MEF incluem a sua capacidade de resolver as EDP em regiões de forma arbitrária e a adequabilidade para uma ampla gama de EDP.

Para realizar as simulações numéricas de compósitos necessárias para os objetivos do presente trabalho foi escolhido o *software* ANSYS Mechanical APDL 16.2 (doravante referido como ANSYS) dada a facilidade de acesso a este programa. O ANSYS é um *software* poderoso, com uma ampla gama de ferramentas para efetuar análise numérica de estruturas de grande complexidade, sujeitos a diversos tipos de solicitações, usando o MEF. O ANSYS tem ferramentas de modelação e análise de compósitos desde há mais de duas décadas que continuam a ser desenvolvidas e atualizadas hoje em dia.

Na maioria dos programas de análise pelo MEF, incluindo o ANSYS, a análise de uma lâmina de PRF é conduzida aplicando a Teoria Clássica de Laminados* (TCL) que é quase idêntica à Teoria Clássica de Placas com a exceção de o material não ser isotrópico. As duas teorias partilham os pressupostos assumidos pela hipótese de Kirchhoff† e têm as mesmas exigências relativamente à relação entre a espessura e as outras duas medidas da placa e entre a espessura e o deslocamento na direção transversal. A TCL, também, pressupõe que

- o laminado é constituído por lâminas perfeitamente coesas
- a ligação entre lâminas é infinitesimalmente fina e não deformável por solicitação de corte, isto é, nenhuma lâmina pode deslizar sobre outra
- a variação da extensão com a espessura é linear
- o laminado é infinitamente rígido na direção perpendicular ao plano das lâminas o que é uma hipótese satisfatória para laminados finos

A TCL é uma teoria linear que serve de base para os cálculos da resposta de um laminado a cargas estáticas, dinâmicas e térmicas. Usando esta teoria, pode-se proceder, de forma consistente, do bloco constitutivo (lâmina) diretamente ao resultado final (laminado estrutural). Usando hipóteses simplificativas razoavelmente precisas alcança-se a redução de um problema tridimensional para um bidimensional de mecânica de corpos deformáveis. A TCL não considera as tensões interlaminares pois nesta é assumido o estado plano de tensão do laminado que tem em conta apenas σ_x , σ_y e σ_{xy} . Daqui infere-se que a TCL não considera algumas tensões que, na verdade, podem causar a falha de um compósito laminado.

O modelo de material, para uma lâmina unidirecional de compósito reforçado por fibra, consiste no modelo linear elástico ortotrópico do material, no critério de falha que indica o início da resposta não elástica e na lei de evolução que determina a degradação da rigidez com a carga. Os tipos de elementos finitos usados para modelação de compósitos no ANSYS são sólidos (SOLID 185/186) ou cascas (SHELL 181/281), embora só estes últimos utilizem a TCL. O segundo tipo usa-se quando a espessura do corpo é negligenciável comparada com o comprimento e a largura o que se verifica na maioria dos casos na indústria, para materiais compósitos com reforço de fibra. A vantagem dos elementos do tipo casca é o tempo de computação. Os elementos do tipo casca têm seis graus de liberdade por nó – três de translação e três de rotação. Os elementos SHELL181

* Para informações mais detalhadas sugere-se a referência [79] que contém um resumo da Teoria Clássica de Laminados e da mecânica do método baseado nesta teoria.

† As assunções de Kirchhoff foram formuladas para a análise de uma placa, na forma bidimensional, através do seu plano médio (plano vertical de simetria). As assunções constam que, após a deformação, quaisquer linhas retas inicialmente perpendiculares ao plano médio mantêm-se retas e perpendiculares a esse plano e a espessura da placa permanece inalterada.

e SHELL281 suportam até 255 camadas (lâminas) e são adequados para análise linear e não linear de cascas finas e moderadamente espessas [88]. A única diferença entre os dois tipos de elemento é o número de nós: o primeiro tem quatro nós enquanto o segundo tem oito o que se traduz em resultados mais precisos para a mesma dimensão da malha mas maior tempo de cálculo.

Tal como já foi mencionado, os critérios de falha disponíveis no ANSYS são os da tensão máxima, extensão máxima, Puck, Hashin, LaRC03 e LaRC04. A evolução do dano em compósitos foi introduzida no ANSYS 14.5 de 2012 e desenvolvida nas versões posteriores incluindo, hoje em dia, o modelo de dano contínuo (disponível apenas para o critério de Hashin) e o da degradação das propriedades (*ply discount*).

3.2.2 DEFINIÇÃO DAS SIMULAÇÕES NO ANSYS

Os modelos numéricos com elementos do tipo casca conseguem reter muitas das capacidades de análise necessárias, presentes nos elementos tridimensionais que são muito mais complexos, conferindo a eficiência computacional necessária para um projeto [89]. Sendo este tipo de elementos mais simples que um tridimensional, este tem uma grande preferência na análise de estruturas complexas ou extensas quando a espessura do material é pequena comparada com as outras dimensões. Por isso, há todo o interesse de aplicação dos elementos do tipo casca nos estudos presentes.

Na análise mecânica uma placa é, tipicamente, considerada fina se tiver o rácio entre a sua dimensão característica* e a espessura superior a 10 ou, em alguns casos, 8 [90]. Como a solicitação da placa furada em questão é feita apenas na direção da sua maior dimensão, o estado da tensão induzida pode ser aproximado a um estado plano, apesar de a placa não ser fina tendo a relação entre a sua espessura e a sua largura apenas de 3.82. Isto foi verificado comparando as tensões na placa com as dimensões definidas em 3.1 e uma outra cujos comprimento, largura e tamanho de furo são iguais ao décuplo das respetivas dimensões da placa original (só se manteve inalterada a espessura), ambas modeladas com recurso a elementos sólidos tridimensionais. Verificou-se que as diferenças, na placa original e na placa fina, entre as tensões[†] σ_1 , σ_2 e σ_{12} não excediam 0.06%, entre as tensões σ_3 eram, em média 50% e ainda maiores entre as tensões σ_{13} e σ_{23} . No entanto, as tensões σ_3 são três ordens de grandeza menores que as σ_2 (partilhando as duas o mesmo limite de resistência do material, o relativo à matriz à tração ou à compressão) e as tensões σ_{13} e σ_{23} são, na maior das ocorrências, seis ordens de grandeza menores que as tensões σ_{12} (partilhando as três o mesmo limite de resistência do material, o ao corte), para qualquer uma das placas. Daqui deduz-se que as tensões relacionadas com as direções 1 e 2 são dominantes e, portanto, são as que provocam falhas no material seja a placa furada fina ou não. Visto isto, julga-se razoável desprezar as tensões relacionadas com a direção 3, perpendicular à espessura da placa, modelando a placa por elementos do tipo casca.

A modelação neste caso foi feita à *macroescala* usando o elemento finito do tipo casca, com 4 nós e 6 graus de liberdade por nó, SHELL181, significando que o modelo geométrico é definido por uma área bidimensional. Este tipo de elemento suporta a definição de várias camadas e é adequado para espessuras pequenas e médias. Na modelação descrita aqui foram usados 3 pontos de integração por lâmina, um na face superior, um na inferior e um a meio entre as faces.

* A definição de dimensão característica depende da geometria da placa e dos carregamentos. Esta dimensão pode ser igual a apenas uma das dimensões da placa ou ser uma combinação destas [126].

† A indicação das tensões está de acordo com os eixos principais de uma lâmina unidirecional assinalados na Figura 2.9.

Os valores das tensões extraídos para a verificação da ocorrência de alguma falha são referentes ao ponto no meio da espessura de cada lâmina. Foi aplicado à placa um deslocamento de 0.32mm determinado, em várias simulações, como suficiente para se atingir a tensão máxima na placa sem ser um deslocamento excessivo.

A opção de evolução do dano fica ativa através dos comandos de tabela:

- TB,FCLI que define as propriedades do material (tensões e extensões admissíveis, coeficientes de acoplamento e fricção etc.)
- TB,DMGI que define os critérios de início do dano (atualmente existem seis critérios pré-definidos e a possibilidade de definir até nove critérios manualmente)
- TB,DMGE que define como o dano evolui (opção MPDG que reduz a rigidez instantaneamente após o dano ocorrer ou CDM que reduz a rigidez de forma contínua)

Várias simulações numéricas foram feitas com o propósito de determinar a influência dos diferentes fatores no resultado final: tamanho do passo, dimensão da malha, critério de falha, fator de redução da rigidez* (FRR) do material falhado. Foi usado o modelo de evolução do dano da degradação das propriedades cujo princípio de funcionamento e as razões da aplicação são descritos em 2.3.3. Durante este estudo deparou-se com o problema bem conhecido entre os investigadores do dano em compósitos – falta de convergência durante o cálculo.

A solução de um problema de dano progressivo é obtida considerando que o carregamento é aplicado gradualmente, em incrementos e resolvendo os sucessivos *subproblemas*, um para cada incremento. No caso do ANSYS, é assumido que o carregamento total corresponde a um tempo de aplicação que é dividido em intervalos e cada um dos incrementos de carga corresponde a um incremento no tempo. O valor do tempo total não é importante uma vez que neste tipo de problemas não são envolvidas grandezas dependentes da taxa de solitação; apenas a relação entre os intervalos de tempo dos *subproblemas* e o total têm relevância. O intervalo de tempo que um *subproblema* considera é aqui referido como o tamanho do passo temporal. Em cada *subproblema* são considerados apenas os estados inicial e final do material e é encontrado o equilíbrio (até uma precisão definida) entre as cargas aplicadas exteriormente e as tensões no interior do material no final do passo antes de se proceder ao *subproblema* seguinte. Esta medida tem grande importância porque se o passo for demasiado grande pode acontecer que várias falhas, na verdade, ocorram em diferentes instantes, o que não é distinguido pelo programa porque estes instantes recaem dentro de um mesmo passo. Isto faz com que essas falhas sejam consideradas ocorridas num mesmo instante (no final do passo) o que afeta o resultado.

Se a resposta não linear do material não for suficientemente regular, i.e., se tiver alterações abruptas em intervalos de tempo curtos, o algoritmo de resolução, baseado no método de Newton-Raphson, pode não conseguir convergir para uma solução. A resposta de um sistema, em que as falhas do material resultam em reduções instantâneas de rigidez, não é suave, especialmente ao nível local. Isto altera completamente as características da convergência do processo não linear da solução. Este é um assunto muito bem conhecido entre os investigadores e analistas nesta área. Este assunto tem sido objeto de várias investigações que incluem tentativas de alterar o método de Newton-Raphson para ultrapassar a dificuldade de convergência. Uma solução óbvia, mas nem sempre eficaz e com as suas desvantagens, é reduzir a intensidade da degradação do material danificado ou diminuir o tamanho do passo temporal para reduzir a brusquidão da transição do estado do sistema entre o início de um *subproblema* e o seu final.

* Também chamado fator de redução das propriedades elásticas.

Para ultrapassar o problema de não convergência da solução, foi ativada a opção de *auto time stepping* (ATS) no ANSYS. A opção de ATS deixa a definição do tamanho dos passos temporais correspondentes a cada iteração, durante a resolução, ao cargo do ANSYS. A quantidade dos passos temporais pode ser definida pelo utilizador, como uma gama de valores à qual o ANSYS adapta a sua resolução aumentando, presumidamente, o tamanho do passo quando a resposta do material é suave e reduzindo-o quando encontra dificuldades de convergência. Foi observado, também, que o ANSYS, nas zonas do problema onde ocorrem falhas e consequente dificuldade de convergência, recua a instantes anteriores durante o cálculo. Isto é, o ANSYS faz cálculos num instante de tempo, depois volta a efetuar cálculos no instante de tempo imediatamente anterior e, eventualmente, recua, desta forma, ainda mais voltando, depois, a fazer cálculos a partir do passo a que se regressou.

Na Figura 3.3 é ilustrado, através do gráfico de tensão-extensão, o efeito da ATS. No gráfico correspondente à análise sem a ATS a curva é típica aos ensaios experimentais dos compósitos PRF por apresentar vários picos acentuados com quedas quase verticais após estes. A opção de ATS suaviza os picos, como se pode observar no gráfico respetivo. Combinada com uma malha muito refinada (p.ex. de 5760 elementos) esta resulta em curvas tensão-extensão que podem ser descritas em termos de concavidades e convexidades mais do que em termos de picos e depressões. A malha produz o tal efeito porque ao aumentar o número de elementos na malha, aumenta o número de falhas que ocorre na placa e diminui o seu impacto na rigidez total da placa. Ao suavizar os picos o ANSYS consegue evitar ou reduzir o efeito da degradação instantânea do material facilitando a convergência da solução mas comprometendo o resultado por afastar o comportamento do material da realidade. Uma vez que o valor de interesse na otimização, que é objeto de estudo do presente trabalho, é um valor de pico (seja do primeiro ou do maior, dependendo dos objetivos), a opção de ATS foi considerada não adequada introduzindo uma variabilidade numérica de dimensão desconhecida. No entanto, ao desativar a ATS encontram-se dificuldades graves de convergência da solução.

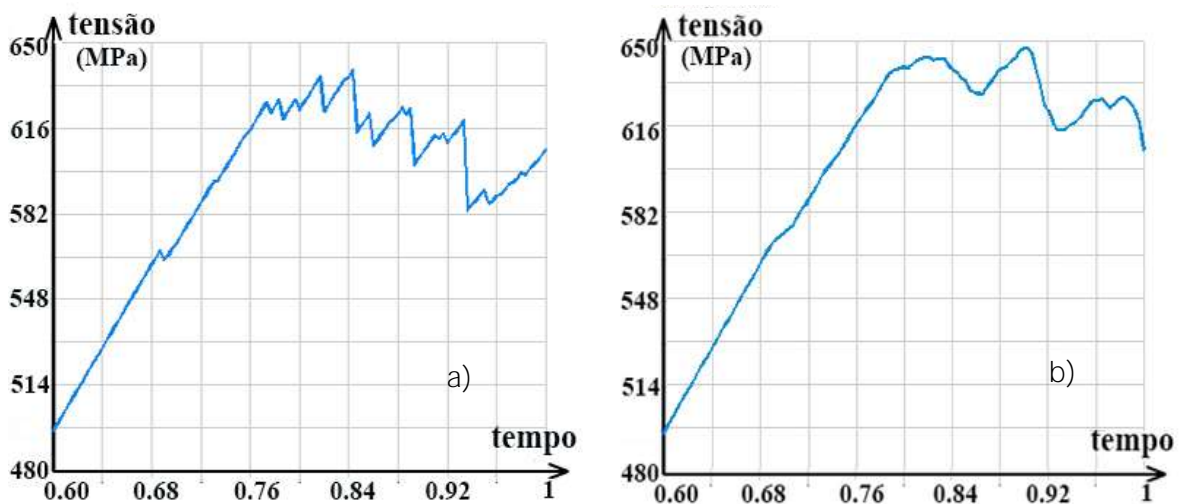


Figura 3.3: Os gráficos tensão-extensão ampliados de duas simulações com uma malha de 936 elementos e 300 passos temporais tendo: a) ATS desativada, b) ATS ativa.

3.2.3 O ESTUDO DA INFLUÊNCIA DE VÁRIOS PARÂMETROS NA ANÁLISE

Para aprofundar a percepção dos problemas que ocorrem na análise numérica de compósitos, foi feito um estudo da influência no resultado final dos fatores mais importantes definidos pelo utilizador. Nos estudos da influência do FRR e do tamanho da malha foram aplicados três critérios

de início do dano: o da tensão máxima, o de Hashin e o LaRC04 por serem uns dos mais usados na indústria, fáceis de implementar e acessíveis com os dados disponíveis sobre o material. O critério LaRC04 foi escolhido inicialmente por ser o mais recente embora o critério LaRC03 possa ser considerado equivalente neste caso uma vez que o problema é bidimensional e a única diferença entre estes critérios são alguns efeitos tridimensionais tidos em conta no LaRC04.

Como foi mencionado em 2.3.3, o fator de redução da rigidez, FRR, é necessário para reduzir os módulos de elasticidade (à tração e à compressão, longitudinal e transversalmente) de uma lâmina danificada porque é assumido que esta não perde a sua rigidez total existindo, portanto, uma rigidez residual. Também foi explicado que este fator é um artifício e o seu valor é sempre muito difícil de estimar. O FRR pode depender do modo de falha, por isso, pode ser necessário definir vários fatores para um material. O ANSYS inclui quatro fatores, um para cada modo de falha mas, para evitar demasiada complexidade da análise da influência do FRR, considerou-se um mesmo fator para todos os modos de falha, em cada simulação. Uma das dificuldades na análise de compósitos envolvendo o dano foi perceber que o FRR indicado na literatura é visto como o fator que indica a fração residual da rigidez (é multiplicado pelo valor de rigidez inicial para obter a rigidez do material danificado), enquanto no ANSYS corresponde ao fator que indica a redução a efetuar na rigidez inicial para obter a rigidez do material danificado. Isto é, a interpretação habitual de fator de redução corresponde, no ANSYS, a $1 - \text{FRR}$. Este pormenor impediu a identificação do dano no início dos estudos, uma vez que este fator tinha sido definido como sendo 0.15 e, na ausência de transições abruptas no diagrama tensão-extensão foi sendo diminuído ainda mais com o objetivo de reduzir a rigidez das lâminas falhadas de forma ainda mais acentuada o que, na verdade, atenuou o efeito do dano. Daqui em diante o FRR indicado corresponde ao FRR que é multiplicado pelo valor do módulo de elasticidade inicial para obter o correspondente módulo de elasticidade do material após a falha, isto é, corresponde ao conceito habitual e não ao parâmetro usado no ANSYS.

A influência do valor de FRR na tensão máxima alcançada foi testada com uma malha de 936 elementos, que foi escolhida numa tentativa de encontrar equilíbrio entre a dimensão da malha e o custo computacional, e com uma gama constituída por nove FRR diferentes. Inicialmente foram testados três FRR: 0.05, 0.1 e 0.15. Depois, quando foi determinada a gama dos valores de FRR que resultam em tensão máxima mais parecida com a determinada experimentalmente, foram testados mais quatro fatores na gama do maior interesse, que são 0.12, 0.08 e 0.11, 0.1075, 0.105. Para cada FRR foram feitas três simulações, com os critérios de início do dano diferentes, mencionados acima. A Tabela 3.2 indica os valores resultantes e os erros relativos, obtidos considerando o valor experimental indicado em [6]. Os erros relativos não são grandes no presente caso, mas isto resulta do ajustamento do FRR para obter os menores erros possíveis. A Figura 3.4 contém o gráfico com os pontos resultantes, para cada critério de início do dano, assim como uma curva resultante de interpolação por *splines* disponível no programa Microsoft Excel 2013 e acompanhadas pelas linhas de tendência* polinomiais de segundo grau. Pode, pois, concluir-se que não se pode introduzir este fator de forma aleatória porque este, claramente, influencia o resultado – quanto maior for a redução do módulo da rigidez menor é a tensão máxima suportada (desprezando um salto que ocorreu para os critérios de tensão máxima e de Hashin). Também se conclui que, face aos resultados, o critério LaRC04 é melhor que os outros dois por ser mais estável visto que os saltos ocorridos nos outros critérios entre $\text{FRR}=0.12$ e $\text{FRR}=0.10$ não são logicamente justificados e até ocorrem em sentidos opostos para $\text{FRR}=0.11$.

* Uma linha de tendência é uma curva, normalmente bastante suave, ajustada aproximadamente aos dados cujo propósito é ajudar a fazer prognósticos quando os valores dos dados flutuam mas, em média, exibem uma certa tendência.

Tabela 3.2: A variação da tensão máxima alcançada ou tensão de colapso (MPa) em função do FRR e erros relativos ao valor indicado em [6] para determinar a influência do FRR.

FRR	Tensão Máxima	erro	Hashin	erro	LaRC4	erro
0.15	607.1	9.25%	581.1	4.57%	583.0	4.91%
0.12	567.3	2.09%	567.5	2.12%	575.1	3.49%
0.11	533.2	-4.05%	570.6	2.68%	570.7	2.70%
0.1075	530.0	-4.62%	540.6	-2.72%	566.0	1.85%
0.105	543.2	-2.25%	523.8	-5.74%	566.6	1.96%
0.1	520.4	-6.35%	515.7	-7.20%	557.3	0.29%
0.08	500.0	-10.02%	496.7	-10.62%	528.7	-4.86%
0.05	487.0	-12.36%	453.0	-18.48%	483.6	-12.97%

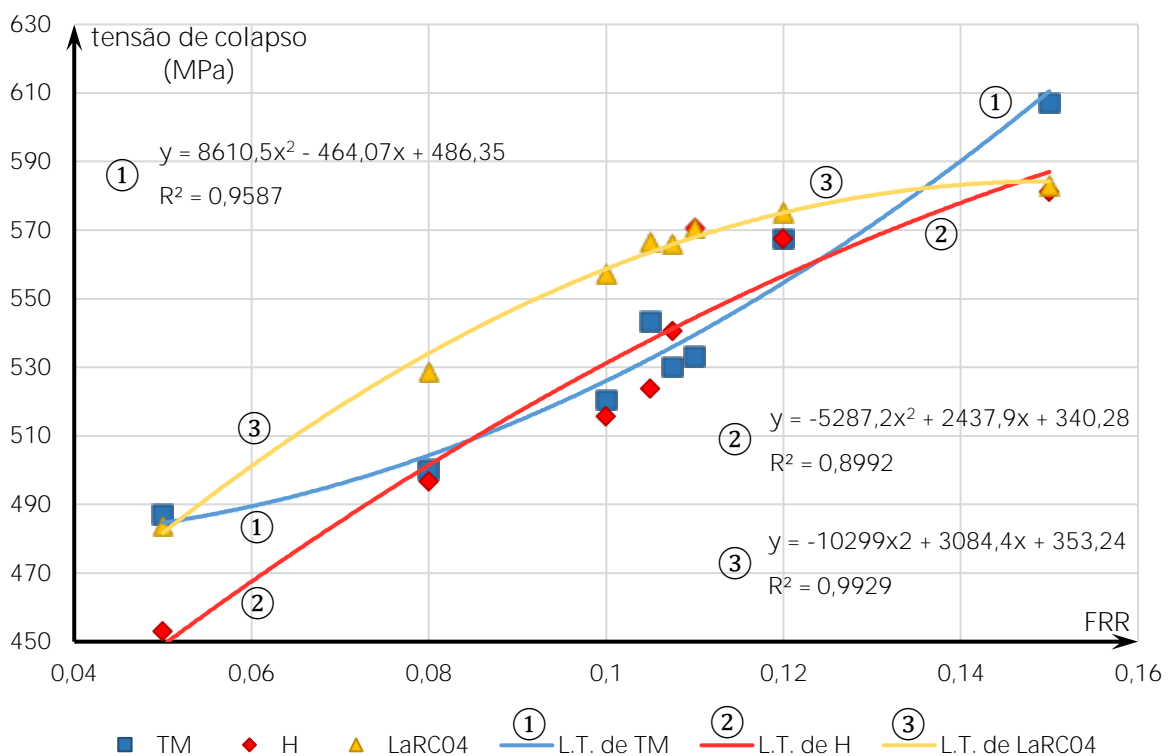


Figura 3.4: A variação da tensão máxima alcançada ou tensão de colapso (MPa) em função do FRR. As curvas são as linhas de tendência (L.T.) dos resultados das simulações com aplicação três critérios de falha: tensão máxima (TM), Hashin (H) e LaRC4.

Nos estudos da influência do tamanho da malha foram testadas dez malhas, aquelas que os recursos computacionais permitiram testar mantendo o FRR igual a 0.10, por este valor estar aproximadamente no meio da gama de interesse. Na Figura 3.5 é mostrada, a título ilustrativo, uma das malhas geradas (936 elementos). As malhas foram todas criadas com a opção de malha regular (*mapped mesh*). O seu grau de refinamento variou através da introdução direta do valor do tamanho do elemento. Os resultados das simulações para determinar a influência da malha, acompanhados pelos erros relativos, podem ser consultados na Tabela 3.3. A Figura 3.6 contém o gráfico com os pontos resultantes, para cada critério de início do dano, ligados por uma curva resultante de interpolação por *splines* disponível no programa Microsoft Excel 2013 e acompanhadas pelas linhas de tendência de polinômio de segundo grau. O início e o final das linhas de tendência não deve ser considerado porque não são corretamente representados por

falta de dados fora dos extremos. Em geral, observou-se a tendência da tensão máxima a reduzir-se com a redução do tamanho do elemento. Neste estudo observou-se uma grande oscilação dos valores ao alterar o tamanho do elemento de malha, para todos os critérios de falha. É interessante observar que há troços em que as curvas dos vários critérios se acompanham umas às outras excepcionalmente bem, seguidamente há um troço em que a relação entre as curvas não tem tendência definida e, finalmente, há um outro troço em que as curvas seguem precisamente em direções opostas. Devido ao observado aqui, é impossível garantir a credibilidade de uma simulação com as definições usadas neste estudo.

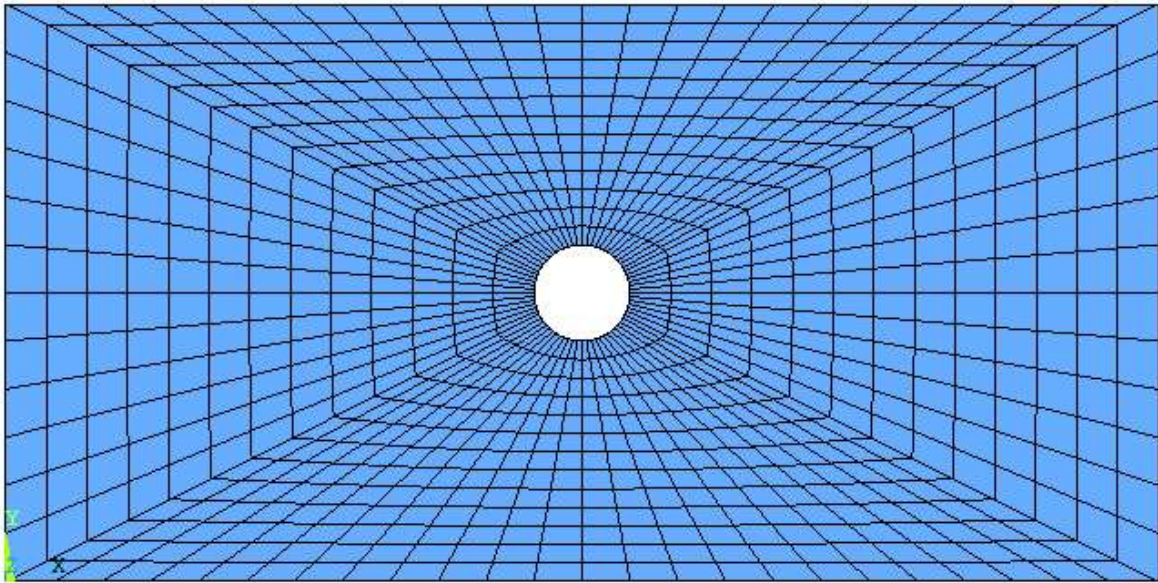


Figura 3.5: O aspeto da malha de 936 elementos.

Tabela 3.3: A variação da tensão máxima alcançada ou tensão de colapso (*MPa*) em função do número de elementos da malha e erros relativos ao valor indicado em [6] para determinar a influência do número de elementos da malha.

Número de elementos	Tensão Máxima	erro	Hashin	erro	LaRC4	erro
12	685.7	23.39%	631.7	13.68%	595.6	7.18%
36	629.3	13.24%	615.0	10.67%	606.8	9.20%
72	591.6	6.46%	581.1	4.57%	565.9	1.84%
120	529.9	-4.64%	587.8	5.78%	536.2	-3.51%
252	564.3	1.55%	527.0	-5.16%	537.4	-3.29%
936	520.4	-6.35%	515.7	-7.20%	557.3	0.29%
1440	436.3	-21.49%	454.6	-18.19%	456.0	-17.94%
3600	504.0	-9.30%	482.2	-13.23%	492.6	-11.36%
5760	519.9	-6.44%	508.0	-8.58%	510.9	-8.06%
10080	520.9	-6.26%	527.1	-5.15%	521.4	-6.17%

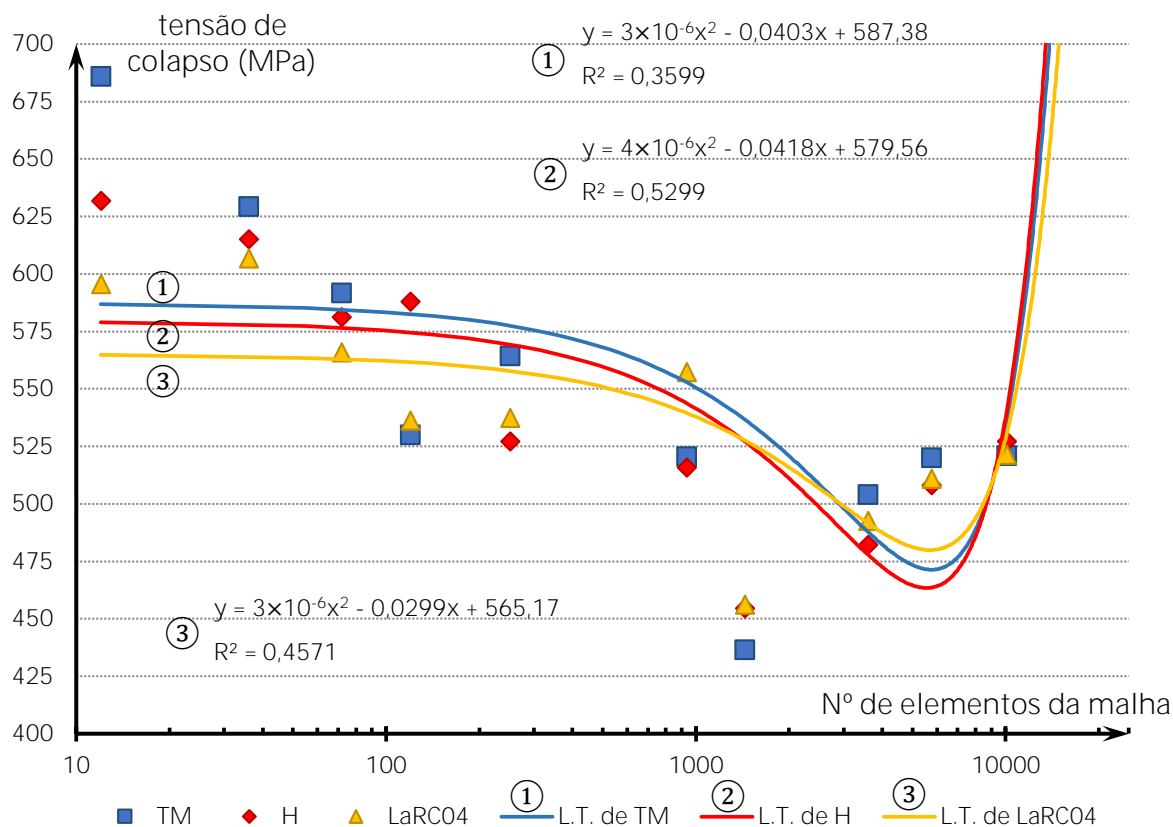


Figura 3.6: A variação da tensão máxima alcançada ou tensão de colapso (MPa) em função do número de elementos da malha (escala logarítmica). As curvas são as linhas de tendência (L.T.) dos resultados das simulações com aplicação de três critérios de falha: tensão máxima (TM), Hashin (H) e LaRC04.

Por fim, estudou-se a influência do tamanho do passo temporal. Tal como foi explicado, o tamanho do passo pode ser um fator decisivo na convergência da solução ou suprimir alguns picos na curva tensão-extensão. Na Figura 3.7 demonstra-se o efeito do tamanho do passo temporal no comportamento da curva tensão-extensão, com e sem a opção de ATS. Nos dois gráficos relativos às simulações sem ATS nota-se uma alteração significativa do aspeto e do valor do pico máximo ao passar de 250 passos temporais para 600. Isto significa que 250 passos não é suficiente porque se fosse, o único efeito do aumento da quantidade de passos seria um aumento da definição do gráfico, i.e., a sua nitidez. A ativação da ATS produziu o efeito esperado – suavização da curva e alguma alteração do valor do pico.

Na Tabela 3.4 são expostos os resultados de uma outra simulação, com a opção de ATS. Os gráficos e a tabela mostram, claramente, que o tamanho de passo influencia bastante o comportamento do material à falha quando a opção ATS está ativa. Foi esta opção que originou as oscilações dos valores extraídos e das alterações das curvas tensão-extensão da tal forma inesperada. Isto leva à conclusão que a opção de ATS deve ser evitada porque esta gera erros numéricos elevados. Mas isto implica, como já foi referido, problemas graves de convergência impossibilitando a maior parte das análises acima descritos. Além disso, mesmo sem ATS, o número de passos temporais, se não for suficientemente elevado, pode ter uma influência muito importante no valor do pico.

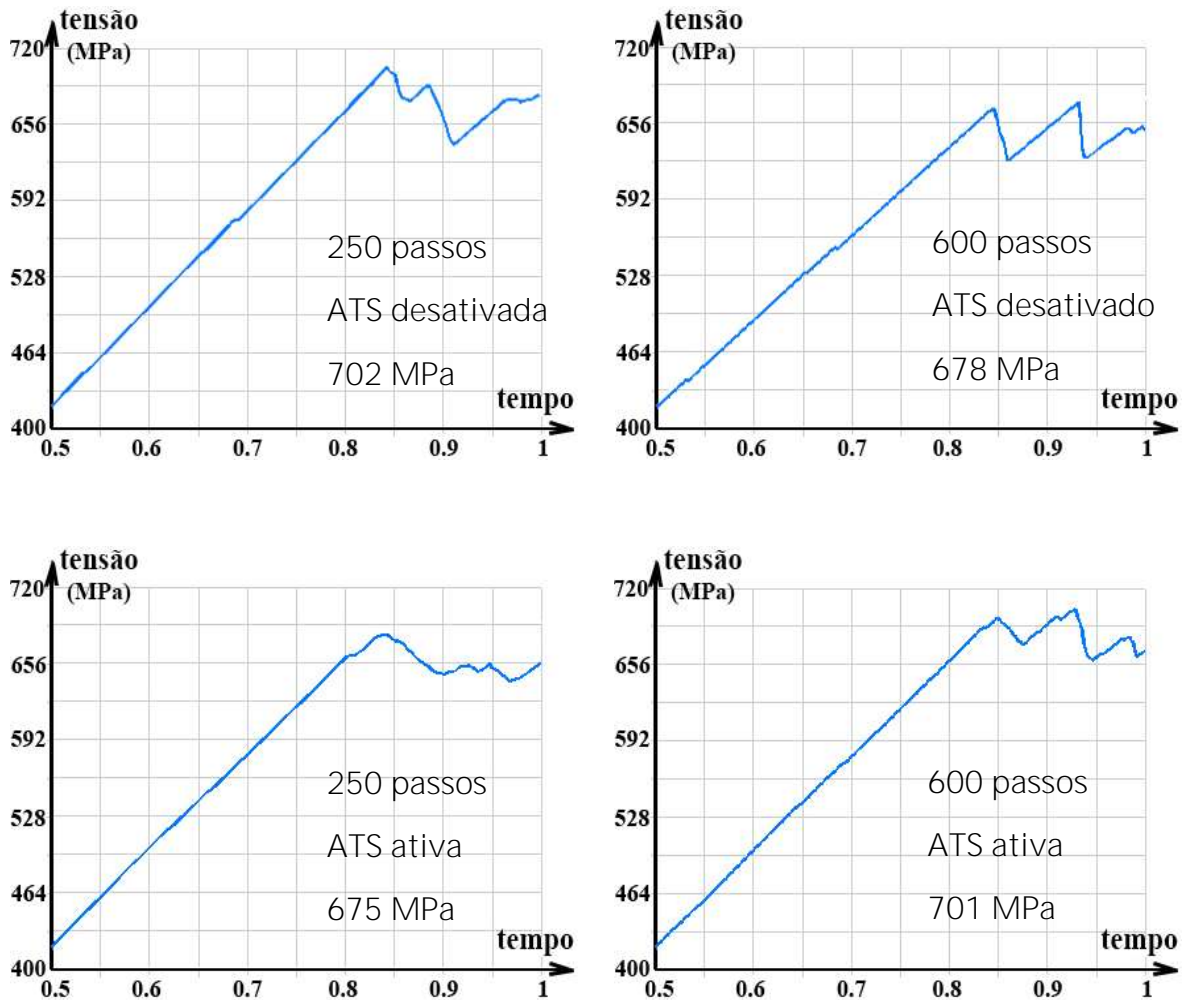


Figura 3.7: Os gráficos tensão-extensão correspondentes às simulações da placa furada usando a malha de 432 elementos e FRR de 0.4.

Tabela 3.4: Os resultados das simulações da placa furada com 432 elementos da malha e um FRR igual a 0.4, com ATS ativa. Os valores da tensão são os do maior pico.

nº de passos	250	275	300	500	550	555	560	565	580	590
tensão (MPa)	675.0	677.2	688.1	688.1	688.1	687.7	700.1	699.6	699.6	700.0
nº de passos	600	800	1100	1115	1120	1130	1150	1200	1300	1500
tensão (MPa)	700.5	700.5	700.4	679.5	679.4	679.7	680.2	679.7	678.5	678.4

Para além do modelo de dano da degradação das propriedades, também se experimentou alterar o critério de falha para o de Hashin e ativar o modelo contínuo de dano. Durante as simulações observou-se uma grande dificuldade para obter a convergência. Apenas se conseguiu terminar simulações para um número muito baixo de elementos (72 ou menos) tendo o resultado obtido um erro de cerca de 15%.

3.3 SIMULAÇÃO NO ANSYS EM CONJUNTO COM O HELIUS PFA

Dispondo somente do ANSYS Mechanical APDL como ferramenta de simulação numérica, para a prossecução dos objetivos, foram escolhidos meios para melhorar a sua utilização. Observado que o seu algoritmo de resolução de problemas não lineares muitas vezes não conseguia convergir para nenhuma solução e, quando convergia, os resultados obtidos não eram estáveis, como foi observado em 3.2, foi feita uma pesquisa de métodos alternativos. Foi encontrado o *software* Helius PFA, do tipo *add-on*, que se integra no ANSYS e que estende as suas capacidades de análise de falha progressiva em compósitos sendo sempre capaz de convergir.

3.3.1 ACERCA DO HELIUS PFA

O Helius PFA é destinado a ampliar as capacidades dos seguintes programas de simulação numérica: ANSYS, Abaqus e Nastran. Este, não sendo um *software* gratuito, oferecia, na altura da escrita do presente texto, licenças grátis até três anos a estudantes e professores, para fins de educação. O Helius PFA é composto por dois módulos de *software* e uma base de dados de materiais que se integram no ANSYS e trabalham em conjunto com este complementando-o. Este programa utiliza diferentes formas de modelação sendo o seu grande destaque a modelação à multi-escala baseada na Teoria Multicontínuo (TMC), mencionada em 2.3.2, que tem sido sujeita a desenvolvimento e validação contínuos durante os últimos 18 anos [48]. O *software* também inclui alguns critérios convencionais: da tensão máxima, extensão máxima, Tsai-Hill, Tsai-Wu, Hashin, Puck, Christensen e LaRC02.

Numa análise *macromecânica* o ANSYS por si so utiliza as informações sobre o compósito e os seus constituintes para criar um material homogéneo com as propriedades mecânicas tais que o comportamento *macromecânico* do material criado seja semelhante ao do compósito real. Aplicando este conceito perde-se a informação *micromecânica* toda (p.ex. a distribuição espacial das fibras, a interação entre a fibra e a matriz, a influência do dano de cada um dos constituintes na falha do compósito) que é importante para um cálculo preciso da evolução do dano. Apesar deste lado negativo da homogeneização do compósito é graças à grande simplificação da estrutura interna do material que é possível analisar estruturas complexas.

O Helius PFA intervém nos cálculos do ANSYS em cada iteração com o objetivo de melhorar o processo de cálculo aplicando os seus algoritmos desenvolvidos para problemas de compósitos. No caso de análise utilizando a TMC, o Helius PFA decompõe os campos das tensões e extensões do material homogenizado em campos de tensões e extensões dos constituintes. Com base nos dados *micromecânicos* extraídos, o Helius PFA faz cálculos necessários para determinar o dano ocorrido em cada um dos constituintes e prever a sua evolução. Com base na informação nova sobre os constituintes, o Helius PFA atualiza o material homogéneo que o ANSYS utiliza para prosseguir com a análise. Isto significa que, com a ideia de aprofundar a análise macroscópica, nesta são envolvidas grandezas microscópicas.

Um atributo muito importante do Helius PFA são os seus algoritmos privativos destinados a resolver as dificuldades de convergência durante simulações de dano progressivo em compósitos. Como foi discutido em 3.2.2, a solução das equações numa análise por elementos finitos, na maioria dos *softwares* comerciais [48] incluindo o ANSYS, é feita utilizando o método de Newton-Raphson que, no exemplo da placa furada em questão, levou a problemas graves de convergência. O fabricante do Helius PFA garante que qualquer análise convirja desde que sejam impostas umas certas configurações básicas no ANSYS. No curso das simulações esta afirmação foi averiguada e comprovou-se ser verdadeira.

3.3.2 RESULTADOS DAS SIMULAÇÕES NO HELIUS

Utilizando o modelo numérico descrito em 3.2, foi, inicialmente, avaliado o método baseado na TMC. As simulações foram feitas para uma placa de 432 elementos usando, segundo a sugestão indicada no tutorial do programa, um FRR de 0.15 para a degradação da matriz e 0.07 aplicado à fibra. Ao tamanho do passo foram atribuídos quatro valores: 50, 150, 200 e 250. É de notar que a convergência ocorria sempre, mesmo para um número de passos temporais tão baixo como 50 que não era aplicável nas experiências descritas anteriormente em 3.2.3 por causa da não convergência. É de reparar, também, que não se sentiu nenhum aumento do tempo de cálculo comparativamente às análises efetuadas apenas com o ANSYS na Secção 3.2. Como se vê na Figura 3.8, nas três simulações com menor número de passos, foram obtidos gráficos muito semelhantes. O gráfico correspondente a 250 passos temporais é bastante diferente em termos de proporção relativa dos picos. Portanto, apesar de se ter uma melhoria significativa representada pela convergência robusta dos cálculos, ainda existe uma variabilidade imprevisível de dimensão desconhecida associada ao número de passos temporais. Isto significa que não se sabe avaliar a variabilidade a que os cálculos estão sujeitos por reduzir o número de passos (a precisão perde-se ao reduzir o número de passos por agrupar várias falhas consecutivas numa instantânea) nem se sabe, por causa disso, escolher o número de passos que representem equilíbrio entre a precisão e o tempo de cálculo. Foram, também, experimentados outros critérios apresentando os resultados adquiridos um comportamento semelhante ao descrito acima neste parágrafo.

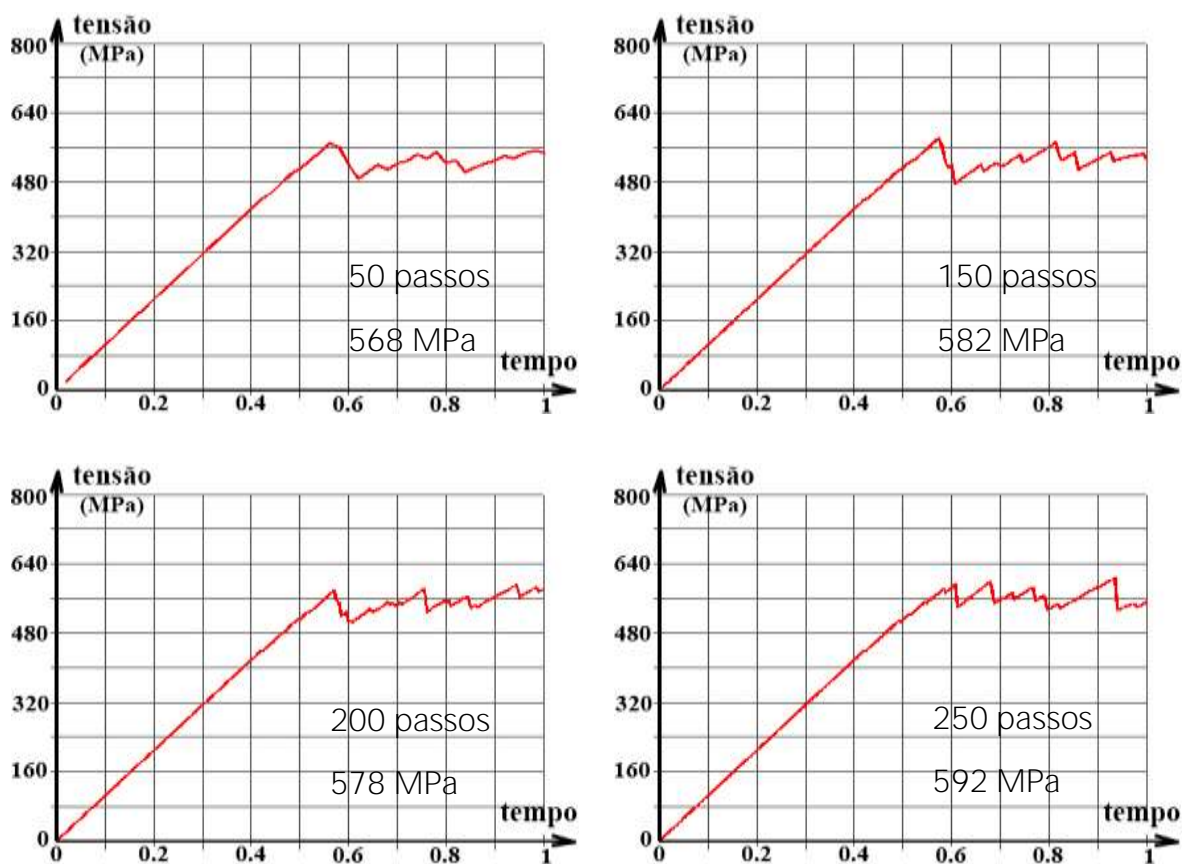


Figura 3.8: Gráficos tensão-extensão (valores da extensão omissos) para as simulações da placa furada usando uma malha de 432 elementos e FRR de 0.15 para a matriz e 0.07 para a fibra e aplicando o método baseado na Teoria Multicontínua. Os valores indicados são do pico relevante.

3.4 SIMULAÇÃO COMBINADA NO ANSYS E MATLAB

Na impossibilidade de obter resultados estáveis (segundo as secções 3.2 e 3.3) foi desenvolvido um código para atingir os resultados desejados. O código, desenvolvido no ambiente de programação MATLAB R2013a, desempenha o papel de um centro de controlo (faz avaliações dos dados bem como toma decisões) comandando o ANSYS que desempenha o papel de ferramenta (aplica a informação recebida e lê os resultados de uma simulação). Desta forma conseguiu-se controlar o processo de avaliação do estado do modelo e tomar decisões de modo a obter resultados mais estáveis.

3.4.1 O PRINCÍPIO DE FUNCIONAMENTO

Este método foi escolhido por ser bastante simples, direto e permitir sempre a convergência da solução, um problema que se manifestou muito durante as simulações descritas em 3.2 constituindo uma grave limitação para atingir o objetivo principal do trabalho. Enquanto existem outros métodos avançados não lineares de análise e simulação do dano (como, p.ex. [91] [92]), estes são mais difíceis de implementar e são potencialmente mais exigentes em relação às capacidades computacionais.

No caso das simulações conduzidas nas secções 3.2 e 3.3, o ANSYS era executado uma vez para cada ensaio e fazia uma simulação não linear. O método aplicado ao código desenvolvido exige a execução do ANSYS várias vezes por cada ensaio, porém, as análises conduzidas pelo ANSYS neste caso são lineares. Por isso, o tempo de resolução do problema pelos dois métodos é comparável, sendo, contudo, difícil especificar mais esta afirmação porque nas análises não lineares o tempo depende totalmente do número dos passos temporais.

A ideia principal do método de análise aplicado no código desenvolvido é a determinação da carga de colapso por falha progressiva com recurso ao modelo da degradação das propriedades (*ply discount*) através de uma série de análises lineares. Uma vez que o maior problema dos programas de simulação numérica é a falta de continuidade que ocorre numa mesma análise não linear devida à redução instantânea da rigidez dos elementos danificados, na abordagem utilizada um problema é decomposto em vários sub-problemas lineares enquanto a parte não linear é processada pelo código no MATLAB. Desta forma é possível obter com o MATLAB melhores resultados que com o ANSYS. Nas simulações lineares no ANSYS não há falha, por definição, e a simulação é feita aplicando um deslocamento arbitrário à placa. Do ponto de vista geral, o valor da extensão pode ser tanto 0.01 mm quanto 1 m porque as únicas finalidades da simulação são determinar o módulo de elasticidade médio da placa e guardar as tensões que ocorrem nos elementos.

Atente-se na Figura 3.9 que representa um gráfico de tensão-extensão ilustrativo de um problema resolvido pelo código aqui discutido ajudando a perceber o seu princípio de funcionamento. Numa primeira simulação aplica-se uma extensão ϵ_1 resultando numa tensão média σ_1 e produzindo a reta azul. A seguir, de acordo com o critério escolhido, determina-se o menor fator de segurança entre todos os elementos. O fator de segurança (FS), também chamado, neste contexto, margem de segurança ou rácio de resistência, é o escalar pelo qual devem ser multiplicadas as tensões para o respetivo elemento atingir a falha, segundo o critério em questão. O elemento com o menor FS falha primeiro. No caso da Figura 3.9 o seu FS é inferior a um o que significa que o elemento falha a uma extensão inferior àquela que foi aplicada à placa na simulação. Desta forma, determinam-se a tensão e a extensão do ponto 1, o ponto da falha

mais próxima. Estas são iguais a $\epsilon_1^* = FS_1 \times \epsilon_1$ e $\sigma_1^* = FS_1 \times \sigma_1$. A seguir, executa-se uma nova simulação linear, mas agora com os módulos de elasticidade dos elementos identificados como danificados penalizados pela aplicação do FRR. Desta vez, pelas razões descritas no parágrafo seguinte, aplica-se a extensão ϵ_1^* que resulta numa tensão σ_2 . Daqui nota-se, pelo declive da reta amarela, a redução do módulo de elasticidade da placa devido à falha dalguns dos elementos. Neste ponto calcula-se o menor FS de todos os elementos exceto os já falhados. Neste caso, o FS é superior a um ($FS_2 > 1$) significando que o deslocamento da falha seguinte é superior ao aplicado e igual a $\epsilon_2^* = FS_2 \times \epsilon_2$. Agora, aplicada a extensão ϵ_3 igual a ϵ_2^* obtém-se o ponto vermelho no qual o elemento com o FS mais baixo tem o FS unitário ou até inferior a um (devido à redistribuição das tensões após a falha no ponto 2 o elemento poderá ter ficado sobrecarregado) mas a extensão durante o ensaio não pode reduzir, apenas aumentar, significando que a falha no ponto 3 ocorre à mesma extensão que no ponto 2. Finalmente, implementada a falha no ponto 3 e, feita mais uma análise linear, obtém-se o ponto verde. Aqui chega-se à conclusão que o módulo de elasticidade médio da placa está muito reduzido e, portanto, para-se a simulação para este ensaio.

Um dos objetivos das simulações no ANSYS é determinar o módulo de elasticidade médio da placa, representado pelo declive da reta no correspondente gráfico tensão-extensão. Sabendo que uma reta destas começa na origem do gráfico, seria suficiente obter qualquer um ponto para determinar o declive. No entanto, no código desenvolvido, o deslocamento imposto é atualizado para ter um valor relativamente próximo do valor do deslocamento para o qual ocorre a falha seguinte resultando em FS baixos. Isto tem importância porque quando os valores da tensão e extensão obtidos no ANSYS são multiplicados pelo FS, os seus erros de arredondamento são multiplicados também.

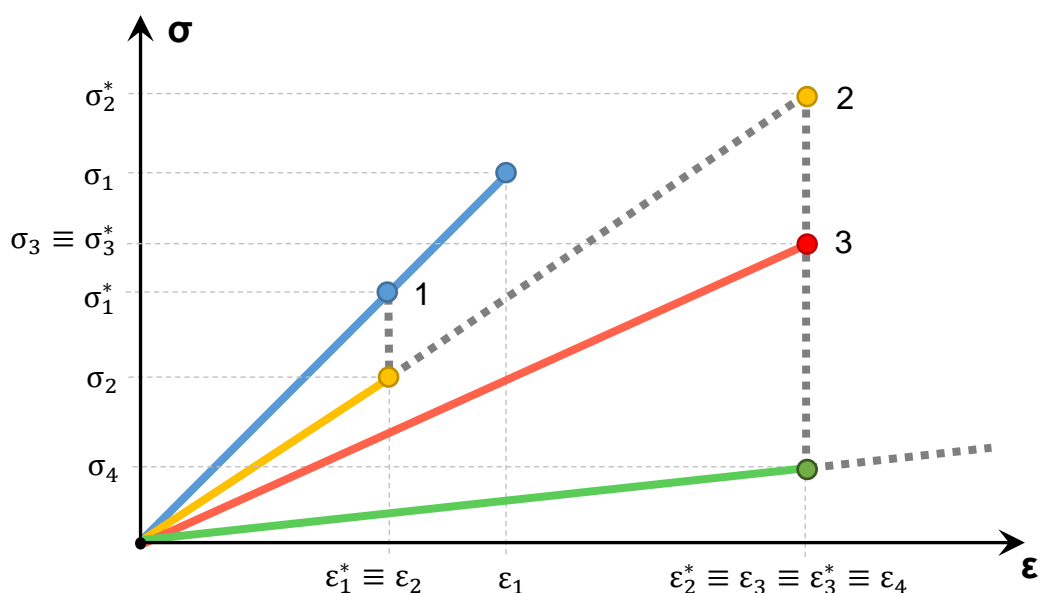


Figura 3.9: O modelo de falha progressiva da degradação das propriedades aplicado no presente trabalho.

O código criado no MATLAB suporta três critérios de falha: da tensão máxima, Hashin e Tsai-Wu. Estes critérios foram selecionados por serem fáceis de aplicar, por não necessitarem de fatores adicionais determinados experimentalmente e por serem de naturezas diferentes: o primeiro não inclui interações entre as tensões principais, o segundo inclui-as e o terceiro não distingue modos de falha sendo um ajustamento da expressão à curva experimental. Adicionalmente, estes critérios podem ser considerados como tipicamente usados em projeto de

compósitos [72]. Inicialmente, o objetivo era aplicar apenas o critério da tensão máxima mas a diferença entre o valor obtido e os experimentais levou à implementação de outros dois critérios.

Atendendo às equações que definem os critérios de falha apresentadas em 2.3.3, obtém-se o formulário para calcular os respetivos fatores de segurança:

critério da tensão máxima

$$FS_{XT} = \frac{X_T}{\sigma_1} \quad FS_{XC} = -\frac{X_C}{\sigma_1} \quad FS_{YT} = \frac{Y_T}{\sigma_2} \quad FS_{YC} = -\frac{Y_C}{\sigma_2} \quad FS_S = \frac{S_{12}}{|\sigma_{12}|}$$

critério de Tsai-Wu

$$FS_{TW} = \min \left[\frac{b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} > 0 \right] \quad \text{sendo} \quad a = \frac{\sigma_1^2}{X_T X_C} + \frac{\sigma_2^2}{Y_T Y_C} + \frac{\sigma_{12}^2}{S^2} - \sqrt{\frac{1}{X_T X_C Y_T Y_C}} \times \sigma_1 \sigma_2$$

$$b = \left(\frac{1}{X_T} - \frac{1}{X_C} \right) \times \sigma_1 + \left(\frac{1}{Y_T} - \frac{1}{Y_C} \right) \times \sigma_2 \quad c = -1$$

critério de Hashin

Falha da fibra por tração ($\sigma_1 > 0$): $FS_{XT} = \left(\left(\frac{\sigma_1}{X_T} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_{12}}{S_{12}} \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}}$

Falha da fibra por compressão ($\sigma_1 < 0$): $FS_{XC} = -\frac{X_C}{\sigma_1}$

Falha matricial por tração ($\sigma_2 > 0$): $FS_{YT} = \left(\left(\frac{\sigma_2}{Y_T} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_{12}}{S_{12}} \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}}$

Falha matricial por compressão ($\sigma_2 < 0$): $FS_{YC} = \min \left[\frac{b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} > 0 \right]$

sendo $a = \left(\frac{\sigma_2}{2S_{23}} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_{12}}{S_{12}} \right)^2$ $b = \left(\left(\frac{Y_C}{2S_{23}} \right)^2 - 1 \right) \times \frac{\sigma_2}{Y_C}$ $c = -1$

A designação dos símbolos acima usados pode ser consultada em 2.3.3. Todos os valores das resistências do material são positivos. Pode-se notar que os FS para os critérios de Tsai-Wu e Hashin foram deduzidos resolvendo uma equação polinomial quadrática. Repare-se que esses FS são obtidos escolhendo o menor valor positivo das duas soluções da equação quadrática respetiva. Isto porque um valor negativo nesse caso seria inútil representando a segurança até à rotura por um carregamento inverso e é o menor valor (caso sejam os dois positivos) que tem utilidade porque o interesse aqui é determinar a falha mais próxima.

Como a análise efetuada no ANSYS é linear, a dependência entre a solicitação e as tensões é igualmente linear. A dependência é, também, linear entre o FS e as tensões no elemento nos três critérios de falha utilizados. O primeiro facto significa que uma duplicação do valor da solicitação aplicada provocará uma duplicação das tensões observadas, enquanto o segundo garante que se se duplicar os valores das tensões, os valores dos respetivos FS também duplicam. A combinação

destes dois factos possibilita a utilização do FS para a determinação da extensão necessária para falhar o elemento seguinte. Depois da implementação na simulação da falha do primeiro elemento, acontece uma redistribuição das tensões entre os elementos. Por isso, não se deve tentar determinar a sequência de falha toda em uma única operação por uma simples ordenação dos FS na sequência crescente após a primeira simulação.

No caso do critério da tensão máxima, os cinco fatores de redução da rigidez* (FRR) possíveis foram aplicados individualmente a cada modo de falha, produzindo a degradação da sua respetiva propriedade de material. A situação é semelhante no caso do critério de Hashin com a diferença de a degradação da resistência ao corte ocorrer na falha matricial, seja à tração ou à compressão, uma vez que o critério não distingue falha ao corte. A degradação da resistência do material ao corte, quase inteiramente fornecida pela matriz, à medida que o dano progride é uma condição necessária. No caso do critério de Tsai-Wu, como há apenas dois estados do material, íntegro e danificado, os FRR todos são aplicados ao mesmo tempo quando ocorre uma falha. Apesar de existirem tentativas de identificar o modo de falha aplicando o critério de Tsai-Wu (p.ex. [93]), estas não garantem exatidão e, por isso, não foram implementadas aqui. Para além disso, após a falha de um elemento, são anulados os coeficientes de Poisson relacionados com a direção da falha porque deixam de ser aplicáveis. A falha na direção do eixo dos z não é prevista aqui, tal como falhas ao corte num plano diferente do plano da lâmina, porque o problema é, essencialmente, bidimensional. Por essa razão, durante a simulação o nem módulo de elasticidade segundo z nem os módulos de distorção segundo yz e xz (alternativamente 2-3 e 1-3) são alterados, uma vez que isso não iria produzir nenhum efeito significativo.

O modelo numérico usado (tipo de elemento finito, definição das propriedades do material etc.) aqui manteve-se o mesmo que em 3.2 mas a malha foi alterada. Procurou-se melhorar a malha utilizando boas práticas e obter uma malha semelhante à de [6] e [94], o que foi alcançado ultrapassando algumas dificuldades na sua definição tidas previamente. Foram testadas cinco malhas com diferente tamanho de elemento e um exemplo da nova malha está representado na Figura 3.10. Em cada caso, a malha foi criada de modo a ter elementos posicionados sobre a linha vertical de simetria (LVS) da placa porque a rotura segue esta linha, como foi visto em [6]. Tendo uma faixa de elementos em cima da linha de simetria, tal como está na Figura 3.11, são fornecidos os meios necessários para a falha ocorrer de forma previsível e sequencial. Se, em contraste, existissem duas faixas de elementos iguais, uma de cada lado da LVS, quaisquer dois elementos simétricos teriam uma igual possibilidade de falhar. Se, adicionalmente, a malha, gerada automaticamente pelo ANSYS, fosse distorcida (o facto observado durante a execução do presente exemplo), então a probabilidade de falhar de cada lado da LVS deixava de ser igual provocando aleatoriedade quanto à ordem de falha de cada um dos lados da LVS.

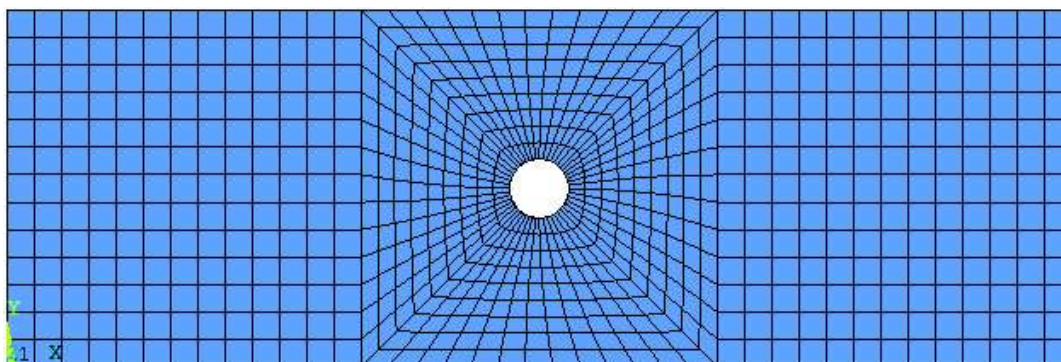


Figura 3.10: A geometria do modelo numérico usado com uma malha de 806 elementos.

* Mais informações acerca do fator de redução da rigidez em 2.3.3 e 3.2.3.

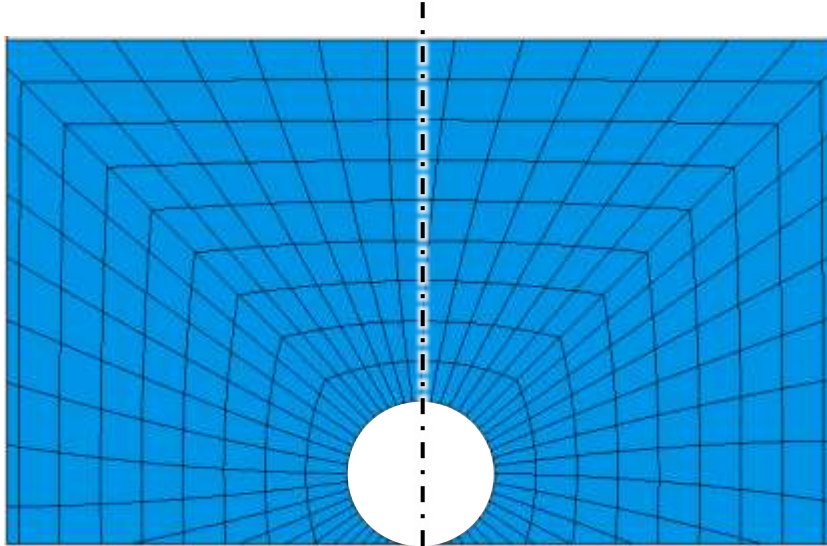


Figura 3.11: A linha vertical de simetria divide uma única faixa vertical de elementos ao meio, tal como foi implementado. Pode-se observar alguma distorção induzida por geração automática da malha.

A sequência de funcionamento do programa desenvolvido é descrita na secção seguinte. Para além do código MATLAB, deve existir, à parte, um ficheiro de instruções APDL para o ANSYS que define a análise pretendida e extrai os dados necessários. O código desenvolvido foi escrito para o problema de ensaio de placa furada descrito em 3.1. O código tem algum grau de generalidade (algumas funções que são destinadas a trabalhar com uma gama mais ampla de problemas), mas, na sua integridade, é um código *ad hoc* e, por isso, deve ser adaptado para poder ser aplicável a problemas diferentes.

3.4.2 A SEQUÊNCIA DE OPERAÇÃO

O processo de simulação do ensaio de tração da placa furada descrita em [6] é inteiramente gerido pelo MATLAB executando o ANSYS para correr simulações numéricas lineares. O ANSYS é executado pelo MATLAB com a solicitação de executar as instruções em linguagem APDL guardadas num ficheiro de texto. Este ficheiro é alterado no decorrer da simulação para penalizar a rigidez dos elementos danificados. Os comandos APDL no ficheiro de texto executam a análise completa e obrigam o ANSYS a guardar as tensões nos elementos e a tensão média na placa num ficheiro de texto auxiliar.

O MATLAB, numa fase inicial, cria uma lista de materiais danificados. No caso do critério de Tsai-Wu, existe apenas um material danificado porque o critério não distingue modos de falha. No caso do critério da tensão máxima existem cinco modos de falha: falha da fibra à tração e à compressão, falha matricial à tração e à compressão e falha ao corte. Estes modos de falha podem combinar-se de diversas formas: num material pode haver uma falha segundo um dos modos ou vários ao mesmo tempo, embora não se possam combinar falhas da matriz ou da fibral à tração e, simultaneamente, à compressão.

O efeito das tensões residuais térmicas na placa, induzidas na realidade por arrefecimento desta após a cura, também pode ser modelado no código desenvolvido. Neste caso, antes de começar o ciclo de simulação da falha progressiva, é modelado apenas o arrefecimento da placa sendo extraídas e guardadas as tensões residuais observadas. Depois, no ciclo de falha

progressiva, são extraídas as tensões produzidas puramente pela tração aplicada à placa. Quando se aplicam os critérios de falha, as tensões em cada elemento são calculadas somando as tensões induzidas pela tração (variável durante o ensaio devido à redistribuição das tensões causada por falha dalguns elementos) com as tensões puramente térmicas (constantes).

A seguir, o MATLAB executa uma primeira simulação com uma extensão aplicada pré-determinada pelo utilizador, da qual extrai a lista completa dos nós e dos elementos bem como os dados acerca da resposta da placa modelada. Com os dados todos acerca da configuração do problema extraídos, começa-se então o ciclo iterativo de falha progressiva que prossegue até chegar a um critério de paragem que pode corresponder a atingir um certo valor da extensão ou um certo limite inferior do módulo da elasticidade médio da placa.

O ciclo da falha progressiva inicia-se lendo os resultados guardados pelo ANSYS num ficheiro de texto. Para cada um dos elementos as suas tensões segundo x e y e as de corte, inicialmente em coordenadas globais (representadas na Figura 3.2), são transformadas para as coordenadas locais (representadas na Figura 3.1) de cada uma das lâminas. Após isso, é aplicado o critério de falha escolhido para determinar o fator de segurança (FS) relativamente a cada elemento. Seguidamente, são identificados os elementos com o menor FS entre todos os calculados bem como os modos de falha (se aplicável) correspondentes e o deslocamento causador da falha. Depois de guardar os dados no histórico de falha e traçar o correspondente troço no gráfico de tensão-extensão, procede-se à escrita da informação atualizada sobre os elementos danificados no ficheiro de comandos para o ANSYS e executa-se neste uma nova simulação se não for atingido entretanto o critério de paragem.

3.4.3 RESULTADOS DAS SIMULAÇÕES

Para testar o código desenvolvido e avaliar a influência de vários fatores na análise, tal como foi feito em 3.2, foram feitas várias simulações utilizando o modelo numérico indicado em 3.2. Antes de tudo, foi avaliado o efeito do FRR no resultado. Para isso foi utilizada uma malha de 806 elementos aplicando os três critérios de falha disponíveis. Os FRR indicados adiante têm o formato de cinco números consecutivos como $\{10^{-3} 10^{-3} 2 \times 10^{-2} 2 \times 10^{-2} 10^{-2}\}$. Aqui cada um dos números representa o FRR relativo a um modo falha, na seguinte sequência: longitudinal à tração, longitudinal à compressão, transversal à tração, transversal à compressão, ao corte.

No início foi avaliado um conjunto de FRR considerados relativamente baixos $\{10^{-3} 10^{-3} 10^{-2} 10^{-2} 10^{-2}\}$, tão baixos que uma redução dos seus valores não conduzia a alteração nenhuma do resultado. Este conjunto dos FRR resultou num comportamento muito estável e robusto das curvas tensão-extensão mas, também, num valor da tensão máxima significativamente abaixo do valor experimental, como se pode reparar na Tabela 3.5. A Figura 3.12 mostra o resultado em que a linha correspondente ao critério de Hashin cobriu quase totalmente a linha correspondente ao critério da tensão máxima (TM) significando uma completa concordância dos critérios. O critério de Tsai-Wu exibiu valores ligeiramente mais baixos tendo a curva o aspeto semelhante às outras duas. Houve algumas falhas de pequeno impacto antes de chegar ao colapso total. As curvas são caracterizadas por não terem oscilações, por apresentarem um único pico notável, o que corresponde ao aspeto da curva apresentada em [6] onde foi modelada a mesma experiência.

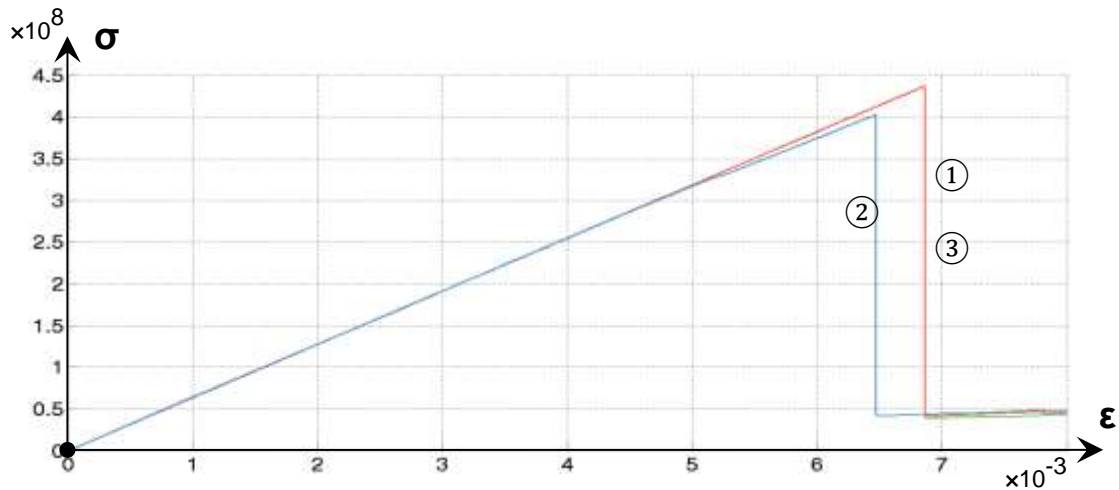


Figura 3.12: Os gráficos de tensão- extensão associados aos critérios de falha sobrepostos na seguinte sequência: TM (verde ③), Hashin (vermelho ①) e Tsai-Wu (azul ②). O FRR aplicado foi $\{10^{-3} 10^{-3} 10^{-2} 10^{-2} 10^{-2}\}$.

Tabela 3.5: Os valores obtidos por critérios diferentes para FRR = $\{10^{-3} 10^{-3} 10^{-2} 10^{-2} 10^{-2}\}$ com a malha de 806 elementos.

critério	tensão máxima	Hashin	Tsai-Wu
deslocamento(mm)	0.2473	0.2472	0.2330
tensão (MPa)	437.0	436.8	402.4
erro (%)	-21.3	-21.3	-27.5

De seguida, aumentaram-se os FRR para $\{10^{-2} 10^{-2} 10^{-1} 10^{-1} 10^{-1}\}$ o que resultou em curvas praticamente idênticas às do caso anterior sendo a única diferença o seu comportamento após o pico que agora se caracteriza por ter uma maior rigidez residual. Por isso, os resultados não são apresentados para esta experiência.

Aumentando os FRR ainda mais, para $\{10^{-1} 10^{-1} 10^{-1} 10^{-1} 10^{-1}\}$, conseguiu-se superar o ponto de colapso dos ensaios anteriores e aproximar-se ao valor experimental. Os resultados são apresentados na Figura 3.13 e na Tabela 3.6. Sendo a reta inicial semelhante em todos os casos, esta não é representada na Figura 3.13 nem nos gráficos seguintes sendo enfatizada a parte do gráfico onde as curvas variam e se distinguem. Desta vez, os gráficos relativos aos critérios de Hashin e Tsai-Wu é que têm maior semelhança. A linha referente ao critério da TM tem um aspeto agradável por o seu primeiro pico saliente ser dominante e ter um valor muito próximo do experimental. No caso do critério de Hashin, foi difícil decidir qual é o pico representativo no respetivo gráfico. Para esse efeito considerou-se o pico correspondente à extensão de 0.1ϵ . Nos gráficos seguintes é difícil identificar algum pico que seja muito mais significativo que os outros. Por isso, é discutível se o pico inscrito na tabela respetiva é o mais representativo ou não.

Tabela 3.6: Os valores obtidos por critérios diferentes para FRR = $\{10^{-1} 10^{-1} 10^{-1} 10^{-1} 10^{-1}\}$ com a malha de 806 elementos.

critério	tensão máxima	Hashin	Tsai-Wu
deslocamento(mm)	0.3369	0.3593	0.3553
tensão (MPa)	571.7	519.4	499.3
erro (%)	2.9	-6.6	-10.1

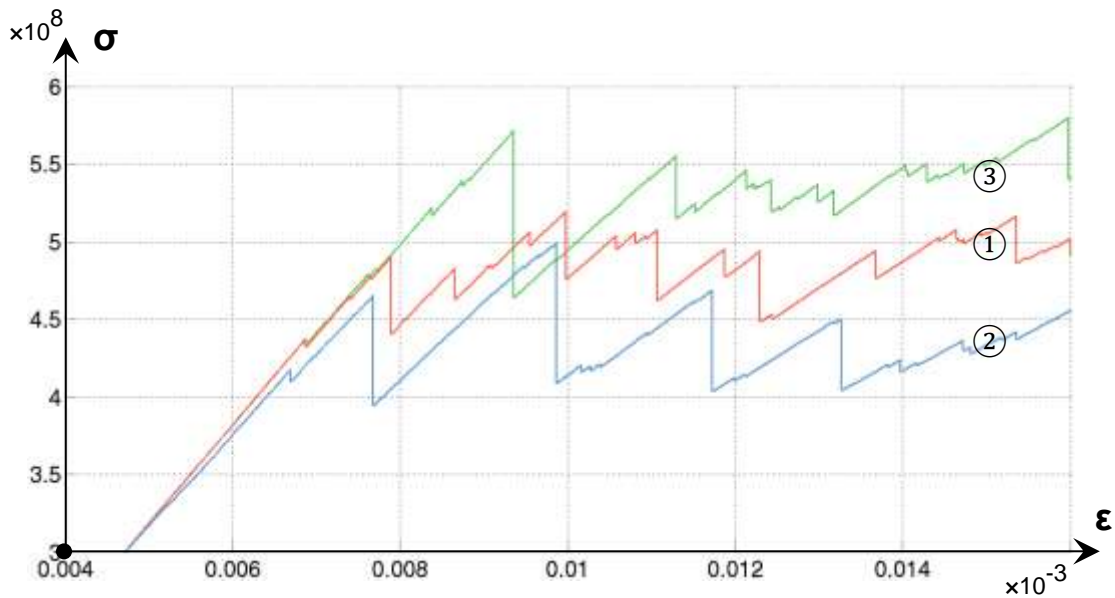


Figura 3.13: Os gráficos de tensão-extensão associados aos critérios de falha sobrepostos na seguinte sequência: TM (verde ③), Hashin (vermelho ①) e Tsai-Wu (azul ②).

Continuando a subir os valores dos FRR chegou-se a $\{2 \times 10^{-1} \ 2 \times 10^{-1} \ 2 \times 10^{-1} \ 2 \times 10^{-1} \ 2 \times 10^{-1}\}$. Estes FRR foram aplicados em [72]. Neste caso, os três gráficos (Figura 3.14) espelham um aspeto ainda mais complexo. No entanto, têm o primeiro pico saliente e agora é o critério de Tsai-Wu que se aproximou do valor experimental (Tabela 3.7). Ao continuar o ensaio, o material não parece tender a colapsar catastroficamente e as curvas parecem continuar a subir indefinidamente.

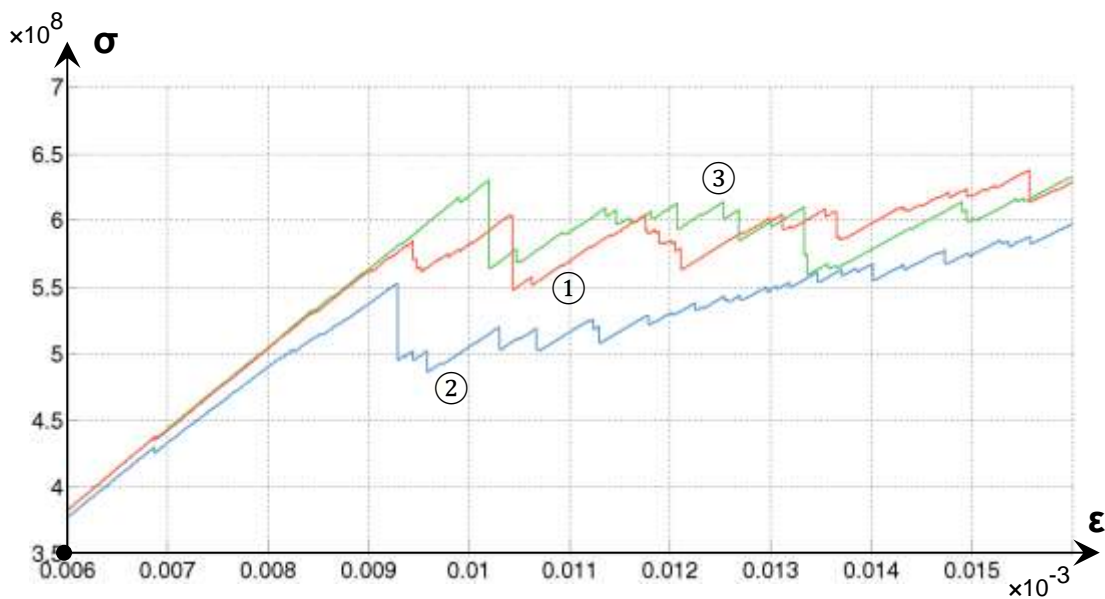


Figura 3.14: Os gráficos de tensão-extensão associados aos critérios de falha sobrepostos na seguinte sequência: TM (verde ③), Hashin (vermelho ①) e Tsai-Wu (azul ②).

Tabela 3.7: Os valores obtidos por critérios diferentes para $FRR = \{2 \times 10^{-1} \ 2 \times 10^{-1} \ 2 \times 10^{-1} \ 2 \times 10^{-1} \ 2 \times 10^{-1}\}$ com a malha de 806 elementos.

critério	tensão máxima	Hashin	Tsai-Wu
deslocamento(mm)	0.3672	0.3744	0.3345
tensão (MPa)	630.9	604.3	553.2
erro (%)	13.5	8.7	-0.4

Numa tentativa de encontrar alguns valores fundamentados dos FRR, aplicaram-se os valores introduzidos em [95] e estendidos em [74] que mostraram em [75] ter sucesso na predição da falha. Juntamente, foi alterado o algoritmo de penalização dos módulos de elasticidade pelos FRR para corresponder ao proposto em [74] onde uma falha transversal (i.e. da matriz) penaliza, também, os módulos de distorção G_{xy} e G_{yz} . No entanto, como se pode observar na Figura 3.15 e na Tabela 3.8, os resultados obtidos não são satisfatórios. Apesar de os valores na Tabela 3.8 serem bastante próximos do experimental, o aspeto dos gráficos não demonstra estabilidade, i.e. um único pico bem definido. Os resultados não satisfatórios no presente caso podem ser causados pelo uso de técnicas de modelação numérica diferentes das indicadas nas referências. Também, os FRR foram definidos para um material e uma sequência de empilhamento específicos. Por exemplo, o FRR para a fibra à tração foi deduzido em [95] simplesmente variando o coeficiente entre 0.001 e 0.07 em várias análises e comparando o resultado com o experimental.

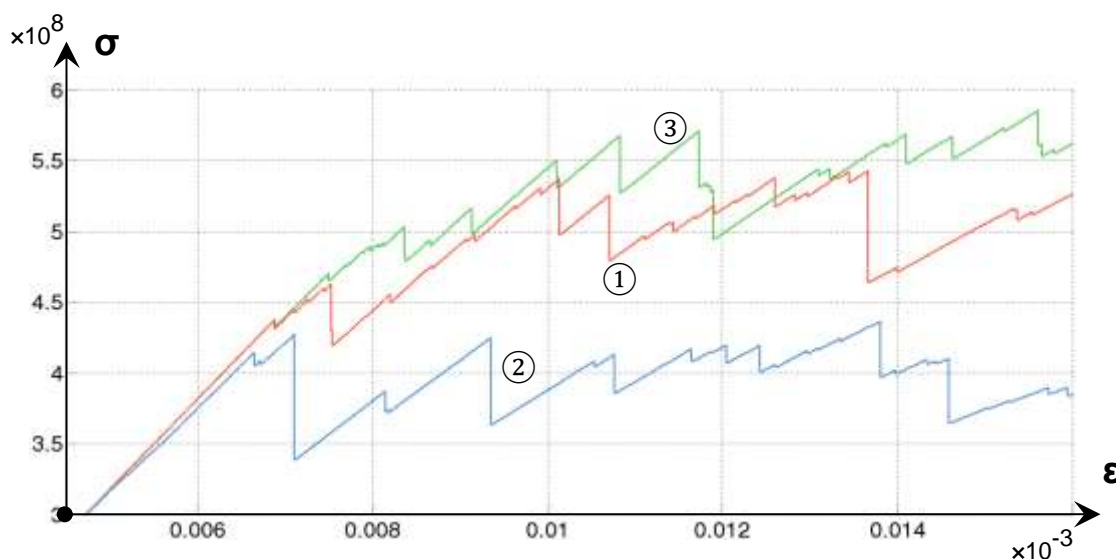


Figura 3.15: Os gráficos de tensão-extensão associados aos critérios de falha sobrepostos na seguinte sequência: TM (verde ③), Hashin (vermelho ①) e Tsai-Wu (azul ②).

Tabela 3.8: Os valores obtidos por critérios diferentes para $FRR = \{7 \times 10^{-2} \ 14 \times 10^{-2} \ 2 \times 10^{-1} \ 4 \times 10^{-1} \ 10^{-6}\}$ com a malha de 806 elementos.

critério	tensão máxima	Hashin	Tsai-Wu
deslocamento(mm)	0.3888	0.3636	0.2559
tensão (MPa)	567.9	537.6	427.4
erro (%)	2.2	-3.3	-23.1

Dos dados observados conclui-se que, para este exemplo, têm mais potencial os critérios da tensão máxima com $FRR = \{10^{-1} 10^{-1} 10^{-1} 10^{-1} 10^{-1}\}$ e de Tsai-Wu com $FRR = \{2 \times 10^{-1} 2 \times 10^{-1} 2 \times 10^{-1} 2 \times 10^{-1} 2 \times 10^{-1}\}$. Uma vez que o critério de Tsai-Wu não é o mais indicado para a falha progressiva, por não distinguir modos de falha e penalizar os módulos de elasticidade todos ao mesmo tempo, e atendendo a que este critério tem mostrado necessitar de mais de o dobro de iterações, para concluir uma análise, do que o critério da TM, a escolha recai sobre o critério da tensão máxima para ser utilizado daqui para a frente.

Utilizando o FRR de $\{10^{-1} 10^{-1} 10^{-1} 10^{-1} 10^{-1}\}$ para o critério da TM, estudou-se o efeito do tamanho do elemento no resultado final. Na Figura 3.16 são comparados os gráficos de tensão-extensão associados à utilização das malhas com 130, 238, 806, 1326 e 2850 elementos. Enquanto no caso das três malhas mais grosseiras o resultado exibe muita semelhança, especialmente, no instante do maior pico e no precedente, ao refinar a malha os resultados divergem muito. Os resultados associados à malha de 238 elementos demonstraram, aqui e noutras experiências conduzidas, uma boa concordância com os da malha de 806 elementos e alguma concordância com os da malha de 130 elementos. Além disso, a malha de 238 elementos implica um custo computacional moderado. Por isso, esta malha foi escolhida para ser usada futuramente.

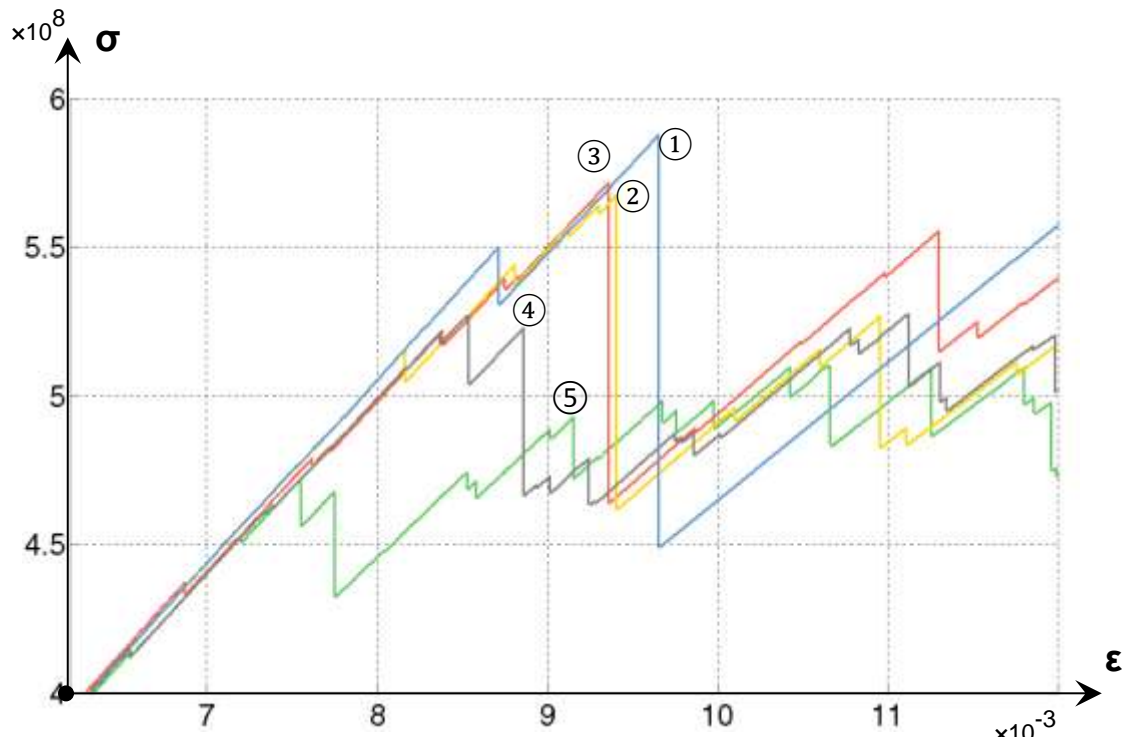


Figura 3.16: Os gráficos de tensão-extensão associados a malhas com diferente número de elementos: 130 (azul ①), 238 (amarelo ②), 806 (vermelho ③), 1326 (cinzento ④), 2850 (verde ⑤).

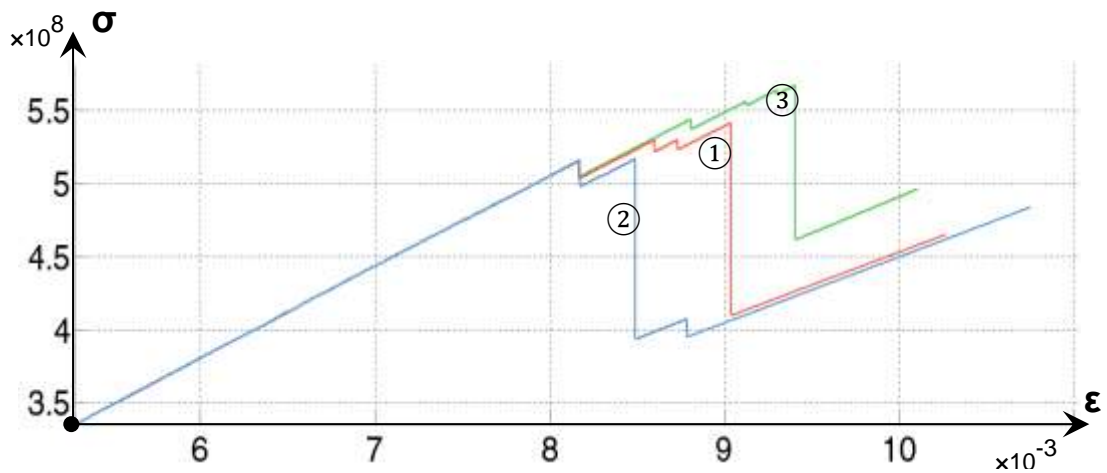


Figura 3.17: Os gráficos de tensão-extensão associados a FRR diferentes: $\{10^{-1} 10^{-1} 10^{-1} 10^{-1} 10^{-1}\}$ (verde ③), $\{7 \times 10^{-2} 7 \times 10^{-2} 15 \times 10^{-2} 15 \times 10^{-2} 15 \times 10^{-2}\}$ (vermelho ①) e $\{5 \times 10^{-2} 5 \times 10^{-2} 2 \times 10^{-1} 2 \times 10^{-1} 2 \times 10^{-1}\}$ (azul ②). A malha utilizada é de 238 elementos e o critério aplicado é da TM.

Ao modelo com a malha de 238 elemento e o critério da TM foram aplicados diferentes combinações de FRR: $\{10^{-1} 10^{-1} 10^{-1} 10^{-1} 10^{-1}\}$, $\{7 \times 10^{-2} 7 \times 10^{-2} 15 \times 10^{-2} 15 \times 10^{-2} 15 \times 10^{-2}\}$ e $\{5 \times 10^{-2} 5 \times 10^{-2} 2 \times 10^{-1} 2 \times 10^{-1} 2 \times 10^{-1}\}$. Observando a Figura 3.17 conclui-se que a tendência do pico foi a descer ao mesmo tempo que a rigidez residual da fibra foi sendo reduzida e a da matriz aumentada. Ou seja, apesar de ter havido mais falhas da matriz ao corte até atingir o pico, é a falha da fibra que influencia mais o resultado. Dos resultados obtidos deduz-se que um valor entre 7×10^{-2} e 10^{-1} dos FRR longitudinais conduz a um resultado próximo do valor experimental para a matriz de 238 elementos.

Depois das várias simulações, parece que a tensão máxima calculada é dependente da combinação do FRR com o critério aplicado e, portanto, a escolha dos dois parâmetros não deve ser independente. Não se consegue afirmar se é a malha ou o FRR mais importante em termos do resultado final.

Juntamente com o código da simulação de falha progressiva foi criado um código de pós-processamento que permite visualizar uma animação do progresso da falha na placa a partir do ficheiro do histórico da simulação. Com recurso à ferramenta de pós-processamento mencionada foi obtida a Figura 3.18, através da qual se pode conferir que a fratura acontece no sentido esperado conforme o indicado em [6]. Sendo uma falha da fibra assinalada com a cor vermelha e uma falha matricial com a cor azul, a cor roxa significa a falha segundo os dois modos. Quanto mais intensa é a cor, maior é o rácio entre as lâminas danificadas e as íntegras.

Mesmo eliminada a possibilidade de a variabilidade ser induzida pelo passo temporal, foram observados vários fatores que tiveram que ser ajustados para conduzir ao resultado experimental em vez de o prever, antes da comparação. Isto é um problema comum entre pesquisadores da área (p.ex. [95] [72]). Visto isto, a variabilidade induzida numericamente ainda subsiste, mas o código desenvolvido é isento de problemas de convergência e permite ter algum controlo sobre essa variabilidade. Este controlo reside na capacidade de prever o sentido da alteração do valor da falha quando se alteram os parâmetros acima mencionados, o que não acontece tendo o passo temporal entre esses parâmetros. Apesar de tudo, conseguiu-se obter resultados próximos do experimental com o método aplicado que é muito simples e não inclui muitos fenómenos relacionados com o comportamento mecânico dos compósitos observados na realidade como,

por exemplo, a não linearidade da resposta do material em geral, não linearidade da resposta matricial antes do colapso [96], propagação gradual do dano, interação interlaminar ou interação entre todos esses fenómenos. Existem ainda funcionalidades que se podem desenvolver e acrescentar ao código aqui apresentado. Decidiu-se não aprofundar as capacidades analíticas do código uma vez que este é um tópico muito complexo e que merece um estudo mais aprofundado que está fora do alcance desta investigação.

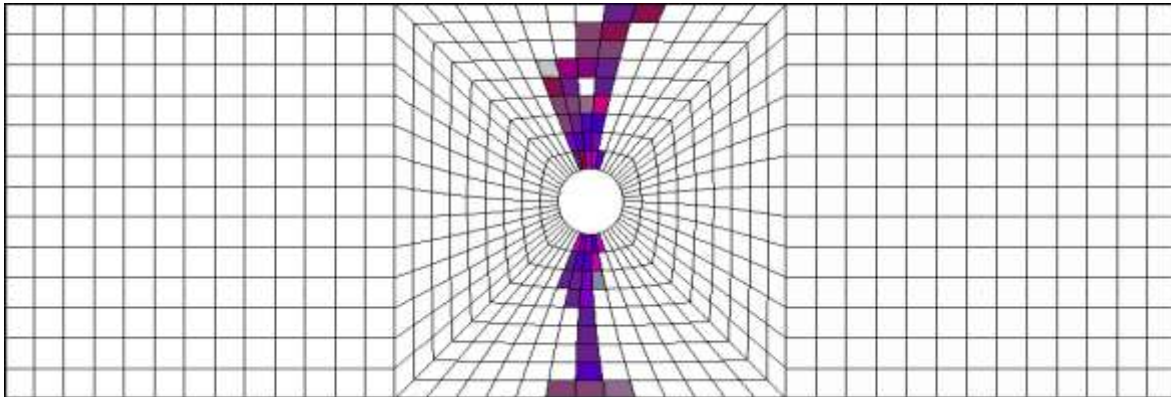


Figura 3.18: O dano ocorrido numa simulação com a malha de 806 elementos, o critério da TM e o FRR $\{10^{-1} 10^{-1} 10^{-1} 10^{-1} 10^{-1}\}$. Uma falha da fibra marcada a vermelho e uma falha matricial a azul podendo as duas existir num mesmo elemento.

Apesar de o código desenvolvido pode ser melhorado e otimizado, a sua aplicação oferece algumas vantagens comparativamente a simulação utilizando unicamente o ANSYS. Numa simulação através do código desenvolvido sabe-se que, para aumentar o valor da tensão de colapso resultante, é necessário reduzir a penalização (i.e., aumentar o FRR) sendo apenas necessário determinar o módulo de elasticidade cuja penalização será reduzida. Ao fazer uma simulação unicamente no ANSYS ou em conjunto com Helius PFA, é necessário ajustar os FRR e, mesmo assim, o valor da tensão de colapso resultante poderá ser sujeito a flutuações devido à discretização do carregamento e, nesse caso, não se sabe qual será o efeito sobre a tensão de colapso de uma alteração do número de divisões do carregamento (passos temporais).

4

OTIMIZAÇÃO

Já há mais de dois séculos que o homem, na busca constante de resolução de problemas, nomeadamente em matemática, recorre à otimização. O objetivo de uma otimização é a maximização ou a minimização de uma função específica. A aplicação de técnicas de otimização a estruturas iniciou-se há mais de 100 anos, com os trabalhos de Maxwell, em 1890, e Mitchell, em 1904, e apesar de, até hoje, ter havido um desenvolvimento enorme, a otimização estrutural permanece um tópico de investigação e pesquisa ativa e continua a evoluir.

O presente capítulo visa apresentar os conceitos e o modo de funcionamento básico da otimização estrutural clássica para, no capítulo seguinte, se avançar no desenvolvimento deste tópico introduzindo o conceito da otimização robusta. Com o objetivo de avaliar a ferramenta de otimização escolhida para aplicação no presente trabalho e adquirir experiência no seu uso, resolveu-se um problema de otimização publicado em [7] e compararam-se os resultados obtidos.

4.1 O CONCEITO DE OTIMIZAÇÃO

A otimização é um processo de procura do conjunto de parâmetros de um problema que resultem na sua melhor possível solução. Genericamente, um problema de otimização pode ser definido, em termos matemáticos, como:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Otimizar: } f(x) \\ \text{Sujeito a: } \begin{array}{ll} g_i(x) \leq 0 & i = 1, \dots, I \\ h_j(x) = 0 & j = 1, \dots, J \\ x_k^l \leq x_k \leq x_k^u & i = 1, \dots, K \end{array} \end{array} \right\} \quad (4.1)$$

onde a primeira linha representa a função objetivo, a segunda e a terceira linhas representam, respetivamente, constrangimentos* de desigualdade e de igualdade e a quarta linha define a gama das variáveis de projeto disponíveis e os valores admissíveis para cada uma. Na formulação em cima a função $f(x)$ é aquilo que se pretende melhorar no projeto (p.ex. a resistência da estrutura), as funções g_i e h_j são as limitações que o projeto apresenta (p.ex. peso máximo da

* A sua existência não é obrigatória mas praticamente inevitável.

estrutura, tensões ou deslocamentos máximos que não podem ser ultrapassados) e x_k são os valores que se podem adotar quando se procura obter o melhor valor da função $f(x)$.

As variáveis de projeto (parâmetros que um projetista pode alterar) podem ser tão diversas como o material dos constituintes de uma estrutura, a sua quantidade, geometria, disposição no espaço, para citar algumas. O bom ajustamento destas variáveis pode traduzir-se numa melhor estrutura, numa melhor ou na melhoria de qualquer medida do desempenho definida pelo projetista. É habitual minimizar a massa de uma estrutura sem atingir a tensão de cedência do material que a constitui, minimizar a deformação sem que a massa da estrutura ultrapasse um certo valor etc.

No fundo, o propósito da otimização é encontrar formas de o projetista obter o benefício máximo dos recursos disponíveis. A ideia básica que subjaz um projeto intuitivo ou indireto é a memória das experiências passadas, motivos subconscientes, processos lógicos incompletos, escolhas aleatórias ou, às vezes, meras superstições. A vantagem da otimização é que esta procura o melhor projeto somente com base em decisões lógicas [97].

Doravante a otimização de uma função será tratada como uma minimização. Na prática comum, se se pretender maximizar uma função, o sinal desta inverte-se e a otimização é feita minimizando a função assim obtida.

4.2 A IMPLEMENTAÇÃO DA OTIMIZAÇÃO NO PRESENTE ESTUDO

De forma geral, os métodos de otimização podem ser classificados como baseados no gradiente ou como estocásticos. Os baseados no gradiente resolvem problemas com funções contínuas e têm limitações no caso de estruturas compósitas devido ao facto de algumas variáveis serem discretas, como o número de lâminas no laminado. Para estes materiais, devido a limitações tecnológicas de fabrico ou as impostas pela disponibilidade dos componentes no mercado, um projetista tem a liberdade de escolher apenas entre poucos valores pré-definidos de ângulos de orientação das lâminas unidireccionais, diâmetro das fibras entre outros parâmetros, que conseqüentemente, apenas poderão ser associados a variáveis discretas. Visto isto, as técnicas baseadas no gradiente não são muito adequadas neste caso. Em [98] defende-se que a existência de numerosos extremos locais para as funções objetivo, no caso de materiais compósitos laminados, impede o uso dos algoritmos de otimização clássica. Os métodos estocásticos, por sua vez, têm a capacidade de procurar a solução ótima mesmo que as variáveis sejam discretas e as funções descontínuas, pelo que parecem ser mais adequados no caso de otimização de compósitos.

Os métodos de otimização estocástica têm mostrado um maior potencial de resolução eficiente de problemas de elevada complexidade em comparação com os métodos contínuos. Por exemplo, em [99] foi mostrado que a estimação do volume de um corpo complexo exige um número exponencial de avaliações de função para qualquer algoritmo determinístico enquanto um algoritmo estocástico pode calcular uma estimativa, com probabilidade alta de estar correta, em tempo polinomial. Existe, pois, um compromisso entre o tempo de otimização e a precisão do resultado. Uma outra vantagem dos métodos estocásticos é a facilidade relativa da sua aplicação em problemas complexos. Estes métodos, tipicamente, apenas necessitam de avaliação da função objetivo, em vez do gradiente e informação *hessiana*, o que significa que estes podem ser programados rapidamente e aplicados a uma gama ampla de problemas mal estruturados [100].

Os algoritmos genéticos (AG) têm sido usados amplamente na engenharia, para uma variedade de aplicações. Os AG são uma família de algoritmos de otimização estocástica que imitam o processo de seleção natural. As características que são benéficas para um indivíduo têm a tendência de passar para as futuras gerações, uma vez que os individuais portadores dessas características têm mais probabilidade de sobreviver e, conseqüentemente, reproduzir-se. Os AG lidam com uma população de indivíduos, cada um dos quais representa um ponto no espaço das soluções possíveis, que evolui de uma geração para outra com vista a ir obtendo indivíduos com melhores propriedades. Os indivíduos são representados por cromossomas que, por sua vez, são constituídas por genes. Estes indivíduos, ao passar de uma geração para outra, podem ficar inalterados, sofrer mutação, cruzar-se para transmitir apenas uma parte dos seus genes à descendência. Existem várias opções disponíveis na aplicação dos AG que permitem um melhor ajustamento destes à natureza do problema.

A otimização multiobjetivo (OMO) é uma especialização da formulação (4.1) em que existe mais do que uma função $f(x)$ a otimizar, isto é, considera-se mais do que um objetivo. Uma vez que, na maioria dos casos, o ponto ótimo que diz respeito a um objetivo não coincide com os pontos ótimos dos outros objetivos (i.e., não existe uma solução que otimiza simultaneamente todas as funções objetivo), a solução do problema é um compromisso encontrado atribuindo uma importância a cada objetivo através do fator de peso. Geralmente, a importância relativa dos objetivos não é totalmente entendida até se determinar as melhores capacidades do sistema e o custo do compromisso entre os objetivos.

Existem, portanto, dois tipos de pontos dentro do espaço de pesquisa: não ótimos e ótimos de Pareto. Os pontos ótimos de Pareto são de tal forma ótimos que não existe nenhum outro ponto no âmbito do espaço de pesquisa que optimize uma função objetivo sem deteriorar o valor da outra. Tal como foi mencionado, num caso de OMO, um projetista escolhe um ponto que optimize as funções objetivo mais importantes tendo que sacrificar os valores das funções objetivo que são preteridos. É neste tipo de otimização que se foca o presente documento para resolução de problemas de otimização de estruturas constituídas por materiais compósitos. O presente trabalho estuda a possibilidade de definir os objetivos como sendo a minimização da variabilidade da resposta e maximização da resistência a solicitações definidas de um compósito laminado sujeito a incerteza em algumas propriedades do material.

No presente trabalho foi utilizado o algoritmo de otimização multiobjetivo por AG (uma variante do algoritmo NSGA-II [101]) que faz parte da ferramenta de otimização no MATLAB. Este algoritmo permite definir vários objetivos separadamente e observar a fronteira de Pareto para ajudar o projetista a definir o fator de peso para o problema.

4.3 PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO DETERMINÍSTICA RESOLVIDO

Nesta secção é descrito o problema de otimização do problema definido em [7] que foi resolvido para experimentar o uso do algoritmo de OMO contido no MATLAB e avaliar se este poderá ser usado para resolver problemas de otimização robusta no capítulo 5 considerando a variabilidade dos parâmetros.

O problema de otimização resolvido em [7] procura minimizar a flecha máxima de uma placa quadrada, encastrada de dois lados opostos, sujeita a uma pressão transversal uniforme de 0.1MPa , minimizando, ao mesmo tempo, o peso total da placa. A Figura 4.1 representa, esquematicamente, o problema e contém os valores das propriedades mecânicas do material

cuja designação encontra-se nos comentários à Tabela 3.1 (sendo os próprios valores diferentes dos contidos nessa tabela). O problema pode ser resumido da seguinte forma:

- Objetivos:*
- minimizar o peso da placa
 - minimizar a flecha da placa
- Constrangimentos:*
- qualquer falha é inadmissível
 - a espessura total de quaisquer lâminas adjacentes com uma mesma orientação não pode ser superior a 2mm
- Espaço de pesquisa:*
- oito lâminas unidirecionais dispostas simetricamente
 - as suas espessuras podem tomar os valores 0.75mm, 1mm, 1.5mm, 2mm
 - as suas orientações podem ser de 0°, 45°, -45° e 90°

Repare-se que as duas funções objetivo são contraditórias: ao reduzir o peso da placa é reduzida a sua espessura e, conseqüentemente, a sua rigidez, o que provoca o aumento da flecha a qual se pretende minimizar. Existe aqui a necessidade de usar os AG neste problema uma vez que o número de configurações possíveis da placa é 65536 o que não permite avaliar cada uma delas em tempo útil. Em [7] foram indicadas apenas quatro constantes elásticas independentes do material o que é, normalmente, suficiente para uma análise quando o carregamento aplicado é paralelo ao plano do laminado o que não é o presente caso. Complementarmente, tal como descrito em 5.3.2, fez-se, no presente trabalho, um estudo da importância das tensões associadas à direção perpendicular ao plano do laminado, utilizando elementos tridimensionais em que o valor da constante elástica em falta podia ser bastante relevante. Por isso, o valor do coeficiente de Poisson ν_{23} e o do módulo de distorção G_{23} , deduzido a partir deste, foram considerados iguais aos do material IM7-977-2 da base de dados do Heliux PFA que tem propriedades elásticas semelhantes ao material em questão. Com base nisso e assumindo que o material em questão é transversalmente isotrópico, tem-se:

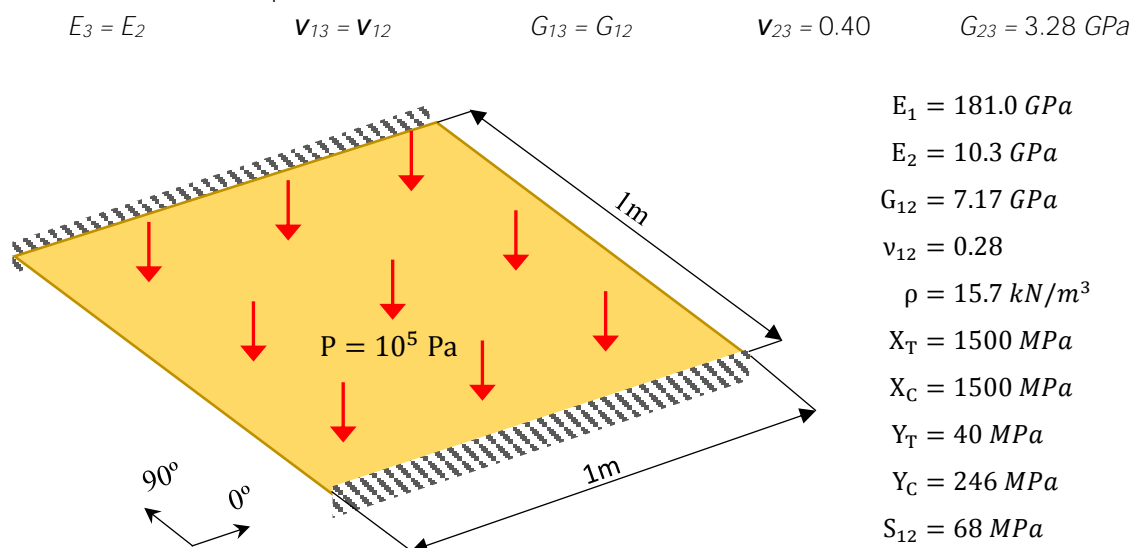


Figura 4.1: Representação esquemática do problema e os valores das propriedades mecânicas do material.

Na resolução original do problema é usado um fator de peso que determina a importância relativa de cada um dos objetivos. São feitas várias otimizações, com o fator de peso a variar entre o seu mínimo e o máximo, ou seja, entre 0 e 1. Com base nos 15 pontos obtidos é definida a fronteira de Pareto. O MATLAB propõe tratar cada função objetivo separadamente sem definir a

importância relativa durante o processo de otimização dispondo os pontos numa fronteira de Pareto. Tal como em [7], a função de OMO no MATLAB recorre a algoritmos genéticos (AG) para a resolução de problemas de otimização. Todavia, a otimização feita no caso presente usa os operadores genéticos definidos no MATLAB para qualquer tipo de problema enquanto em [7] os operadores genéticos foram ajustados para serem mais eficazes no trabalho com compósitos. Uma vez que o objetivo da otimização aqui feita é a demonstração do seu uso, não se atribuiu muita importância aos parâmetros do AG.

O modelo numérico empregue simula a placa completa e tem uma malha de 400 elementos que se achou razoável* para o propósito sendo composto, tal como em 3.2-3.4, por elementos quadrados do tipo casca com quatro nós e seis graus de liberdade por nó, SHELL181. Na publicação original foi utilizado o elemento triangular do tipo casca com três nós e seis graus de liberdade por nó designado DKT por utilizar a teoria discreta de Kirchhoff modificado pelos autores. Neste problema foram observadas tensões consideráveis perpendiculares à lâmina e de corte fora do plano do laminado, em contraste com o problema do capítulo 3, em que a carga estava aplicada paralelamente ao plano do laminado. Apesar disso, o modelo aqui utilizado é bidimensional, i.e., despreza as tensões segundo z (direção 3 do laminado), uma vez que estas tensões nunca provocam a primeira falha, segundo o observado em várias simulações. Além disso, é o tipo de elemento utilizado na publicação original.

Visto que o laminado em estudo possui simetria, apenas quatro das oito lâminas têm de ser modificadas durante a otimização sendo as restantes quatro iguais a estas pela ordem respetiva. Foram usados cromossomas com 16 genes binários no AG multiobjetivo (contendo apenas valores de 0 ou 1) sendo os primeiros quatro pares representantes dos ângulos das quatro lâminas independentes e os segundos quatro pares representantes das respetivas espessuras. A codificação foi feita desta maneira dado que o número de combinações de 0 e 1 num número de dois dígitos é igual a quatro o que é muito conveniente tendo exatamente quatro diferentes ângulos e quatro espessuras. As funções de penalização, utilizadas para penalizar os valores dos indivíduos que violam algum dos constrangimentos, foram definidas de modo a afastar os tais indivíduos do ótimo, segundo os dois objetivos. Pretendeu-se que, quanto maior for a violação, mais afastados do ótimo os indivíduos deverão ficar, para se poder guiar o AG no sentido da melhoria.

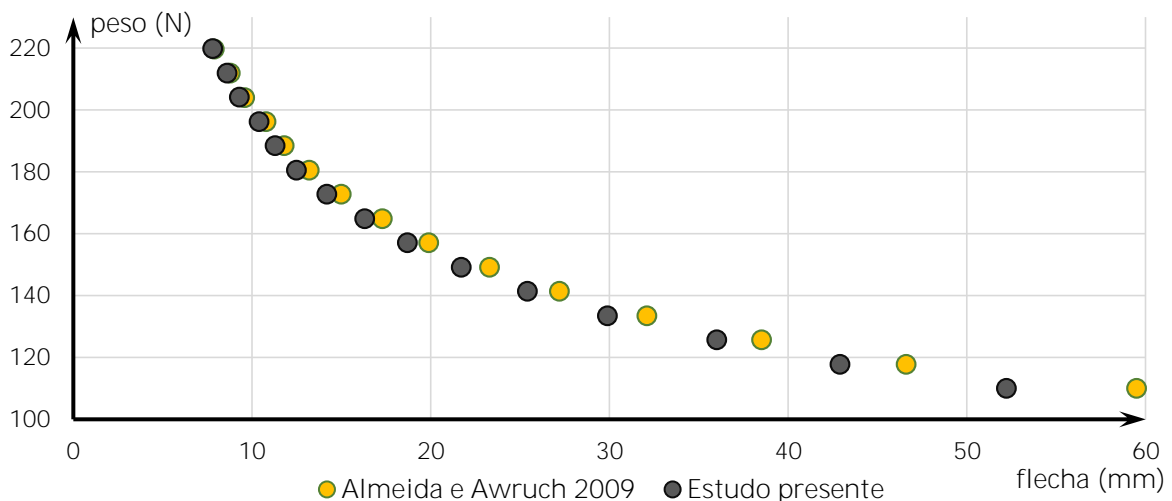


Figura 4.2: Comparação das soluções do problema obtidas na publicação original e no presente estudo.

* A discussão sobre a malha é feita em 5.3 durante a resolução de uma modificação deste problema.

Apesar de o problema ter sido resolvido aqui de uma forma diferente da usada em [7], as soluções resultantes foram muito próximas das originalmente obtidas como se pode averiguar através da Figura 4.2. Na Tabela 4.1 estão listadas as soluções apresentadas na publicação original [7] e as obtidas aqui. As duas soluções são iguais em 10 entre os 15 pontos elencados, havendo pequenas diferenças nos outros 5 pontos, expressos nas últimas linhas da Tabela 4.1.

Tabela 4.1: Comparação entre as soluções ótimas do problema obtidas na publicação original e as obtidas no presente estudo onde δ designa a flecha e W designa o peso da placa. A sequência de empilhamento é indicada por quatro orientações das lâminas de fora para a linha de simetria (lida da esquerda para a direita) sendo as suas espessuras representadas pelo índice respetivo.

Almeida e Awruch 2009 [7]			Estudo presente		
W (N)	δ (mm)	Sequência de empilhamento	W (N)	δ (mm)	Sequência de empilhamento
219.8	7.9	$[90^{2.0}/45^{2.0}/90^{2.0}/-45^{1.0}]_s$	219.8	7.8	$[90^{2.0}/45^{2.0}/90^{2.0}/45^{1.0}]_s$
211.9	8.8	$[90^{2.0}/-45^{2.0}/90^{2.0}/45^{0.75}]_s$	212.0	8.6	$[90^{2.0}/-45^{2.0}/90^{2.0}/-45^{0.75}]_s$
204.0	9.6	$[90^{2.0}/-45^{1.75}/90^{2.0}/45^{1.0}]_s$	204.1	9.3	$[90^{2.0}/45^{1.5}/90^{2.0}/45^{1.0}]_s$
196.2	10.8	$[90^{2.0}/-45^{1.75}/90^{2.0}/45^{0.75}]_s$	196.3	10.4	$[90^{2.0}/-45^{1.5}/90^{2.0}/-45^{0.75}]_s$
188.4	11.8	$[90^{2.0}/-45^{1.0}/90^{2.0}/45^{1.0}]_s$	188.4	11.3	$[90^{2.0}/-45^{1.0}/90^{2.0}/-45^{1.0}]_s$
180.5	13.2	$[90^{2.0}/-45^{0.75}/90^{2.0}/45^{1.0}]_s$	180.6	12.5	$[90^{2.0}/45^{0.75}/90^{2.0}/45^{1.0}]_s$
172.7	15.0	$[90^{2.0}/-45^{0.75}/90^{2.0}/45^{0.75}]_s$	172.7	14.2	$[90^{2.0}/45^{0.75}/90^{2.0}/45^{0.75}]_s$
164.8	17.3	$[90^{2.0}/-45^{0.75}/90^{1.75}/45^{1.0}]_s$	164.9	16.3	$[90^{2.0}/-45^{0.75}/90^{1.5}/-45^{1.0}]_s$
157.0	19.9	$[90^{2.0}/-45^{0.75}/90^{1.75}/45^{0.75}]_s$	157.0	18.7	$[90^{2.0}/45^{0.75}/90^{1.5}/45^{0.75}]_s$
125.6	38.5	$[90^{1.0}/90^{1.0}/-45^{1.0}/90^{1.0}]_s$	125.6	36.0	$[90^{1.0}/90^{1.0}/45^{1.0}/90^{1.0}]_s$
149.1	23.3	$[90^{2.0}/-45^{0.75}/90^{1.0}/45^{1.0}]_s$	149.2	21.7	$[90^{2.0}/45^{0.75}/90^{1.0}/90^{1.0}]_s$
141.3	27.2	$[90^{2.0}/-45^{0.75}/90^{1.0}/45^{0.75}]_s$	141.3	25.4	$[90^{2.0}/45^{0.75}/90^{1.0}/90^{0.75}]_s$
133.4	32.1	$[90^{2.0}/-45^{0.75}/90^{0.75}/-45^{0.75}]_s$	133.5	29.9	$[90^{2.0}/-45^{0.75}/90^{0.75}/90^{0.75}]_s$
117.7	46.6	$[90^{1.0}/90^{1.0}/45^{0.75}/-45^{1.0}]_s$	117.8	42.9	$[90^{1.0}/90^{1.0}/45^{0.75}/90^{1.0}]_s$
109.9	59.5	$[90^{1.0}/90^{1.0}/0^{0.75}/45^{0.75}]_s$	109.9	52.2	$[90^{1.0}/90^{1.0}/45^{0.75}/90^{0.75}]_s$

Observa-se que, na publicação original, os ângulos de $\pm 45^\circ$ são, quase em todos os casos, acompanhados pelo seu negativo, nas quatro lâminas independentes, o que contribui para o equilíbrio do laminado, tal como referido em 2.3.1. No resultado aqui obtido a tendência é diferente. Aqui, se existem duas lâminas a 45° ou -45° independentes, as duas têm sempre um mesmo sinal. Uma investigação mais aprofundada revelou que este tipo de sequência de empilhamento é mais resistente, segundo o modelo numérico utilizado, do que o observado no artigo original. Por exemplo, segundo o modelo numérico utilizado no presente estudo, para a orientação indicada na segunda linha da Tabela 4.1, $[90^{2.0}/-45^{2.0}/90^{2.0}/45^{0.75}]_s$ a flecha resultante é $8.6161mm$ enquanto para as orientações $[90^{2.0}/45^{2.0}/90^{2.0}/45^{0.75}]_s$ e $[90^{2.0}/-45^{2.0}/90^{2.0}/-45^{0.75}]_s$ a flecha é de $8.6156mm$. Note-se que, no modelo numérico usado no presente estudo, se os ângulos $\pm 45^\circ$ forem todos positivos ou todos negativos a flecha resultante será a mesma. Devido a isso, muitas soluções indicadas na Tabela 4.1 para o estudo presente têm soluções análogas desde que os ângulos de $\pm 45^\circ$ sejam invertidos. Repare-se, também que para a orientação acima indicada obtém-se aqui uma flecha de $8.6mm$ enquanto em [7] esta é de $8.8mm$. Isto significa que uma fronteira de Pareto obtida no presente estudo aparenta ser muito melhor,

segundo a Figura 4.2, mas tal facto não é verdadeiro (exceto as pequenas diferenças nas últimas seis linhas discutidas a seguir), uma vez que uma grande parte da diferença nos valores das funções objetivo obtidos no presente estudo é devida ao modelo numérico e ao ponto onde foi medida a flecha.

O facto de alguns valores do peso da placa apresentados em [7] serem $0.1N$ mais baixos do que os calculados durante o presente estudo explica-se pelo uso de arredondamento para cima aqui e para baixo pelos autores de [7] pois o peso resulta de um cálculo direto que é a espessura de todas as oito lâminas multiplicada pela área e pelo peso específico da placa vindos da Figura 4.1. Na publicação original são referidos valores de $1.75mm$ de espessura de algumas lâminas, não sendo esse um valor admissível, segundo a descrição do problema. Verificou-se que os valores de peso indicados para as sequências que contêm espessuras de $1.75mm$ correspondem aos valores de peso obtidos, assumindo-se assim que as tais espessuras são, na verdade, iguais $1.5mm$. Por isso, não há dúvidas que os valores de $1.75mm$ resultam de um erro tipográfico e correspondem a $1.5mm$.

As configurações da placa obtidas no presente estudo são realmente diferentes das originais para os pesos de $149.2N$, $141.3N$, $133.5N$, $117.8N$ e $109.9N$. As flechas calculadas para as tais configurações estão exibidas na Tabela 4.2. Para as configurações de [7] a flecha foi recalculada utilizando o *software* e o modelo numérico utilizados na obtenção da solução ótima no trabalho presente. Pelos valores das flechas nota-se que as soluções calculadas aqui minimizam a flecha melhor que as originais. Isto, também, tem lógica se for observada a tendência que as configurações todas apresentadas na Tabela 4.1 apresentam. As soluções ótimas tendem a ter a maior presença possível das lâminas de 90° e evitam as de 0° , sendo as orientações de 90° atribuídas às lâminas mais distantes do plano de simetria do laminado. Isto faz sentido quando se constata que a placa, sob a pressão aplicada, fica tracionada entre os apoios e, ao mesmo tempo, fletida. A maior flexão ocorre nas regiões adjacentes aos apoios de encastramento, como se pode reparar da Figura 4.3. A tração exige à configuração ótima a maior possível resistência na direção perpendicular aos apoios (correspondente à orientação de 90°) enquanto a flexão exige resistência na mesma direção e que esta esteja o mais distante do plano neutro da placa (que, julga-se, no presente caso não se encontra longe do plano de simetria do laminado). Por isso, a presença de lâminas a $\pm 45^\circ$ nos lugares onde era possível adotar uma lâmina de 90° , na solução original, faz com que essas configurações não sejam as ótimas.

Tabela 4.2: Comparação das soluções do problema obtidas na publicação original e no presente estudo que diferem entre si. Aqui $\bar{\delta}$ designa a flecha correspondente a uma configuração de [7] calculada aplicando o modelo numérico do trabalho presente.

Almeida e Awruch 2009 [7]			Estudo presente	
W (N)	$\bar{\delta}$ (mm)	Sequência de empilhamento	$\bar{\delta}$ (mm)	Sequência de empilhamento
149.2	21.8514	$[90^{2.0}/-45^{0.75}/90^{1.0}/45^{1.0}]_s$	21.7053	$[90^{2.0}/45^{0.75}/90^{1.0}/90^{1.0}]_s$
141.3	25.4667	$[90^{2.0}/-45^{0.75}/90^{1.0}/45^{0.75}]_s$	25.3826	$[90^{2.0}/45^{0.75}/90^{1.0}/90^{0.75}]_s$
133.5	30.0442	$[90^{2.0}/-45^{0.75}/90^{0.75}/-45^{0.75}]_s$	29.9307	$[90^{2.0}/-45^{0.75}/90^{0.75}/90^{0.75}]_s$
117.8	43.4235	$[90^{1.0}/90^{1.0}/45^{0.75}/-45^{1.0}]_s$	42.8502	$[90^{1.0}/90^{1.0}/45^{0.75}/90^{1.0}]_s$
109.9	53.5489	$[90^{1.0}/90^{1.0}/0^{0.75}/45^{0.75}]_s$	52.1711	$[90^{1.0}/90^{1.0}/45^{0.75}/90^{0.75}]_s$

Os parâmetros do AG usados, na sua maioria, foram os pré-definidos ou estão pouco alterados e são: uma população de 100 indivíduos; seleção por torneio de tamanho igual a 3;

probabilidade de cruzamento de 0.8; mutação uniforme com uma probabilidade de 0.06; função de cruzamento dispersa “scattered”; migração à frente com probabilidade de 0.2 e intervalo de 20; função de medição de distância “distancecrowding” com a fração da população da fronteira de Pareto igual a 0.35. A resolução parou após 102 iterações porque foi observada a alteração média da dispersão das soluções Pareto inferior à tolerância que era igual a 10^{-4} .

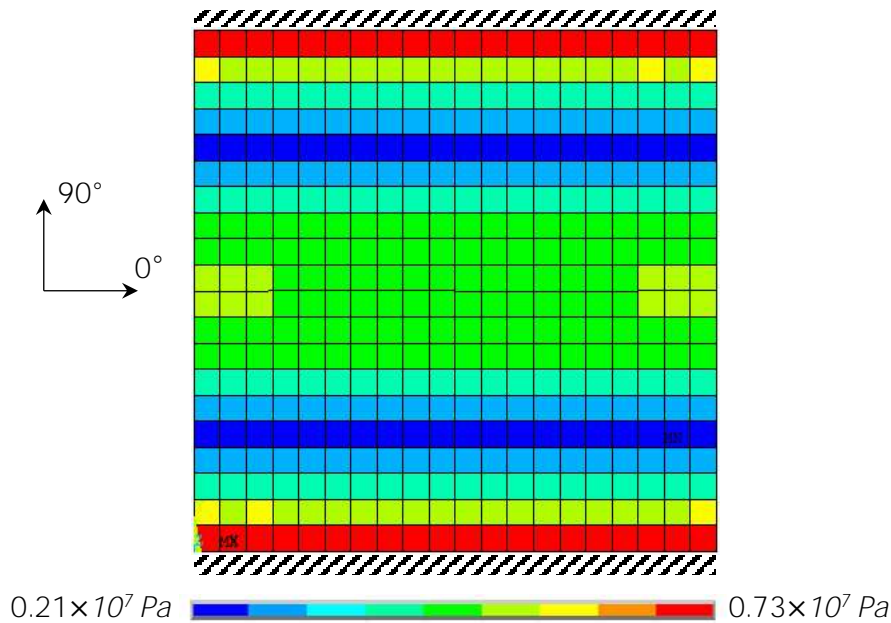


Figura 4.3: A intensidade das tensões na placa do problema com a sequência de empilhamento $[90^{1.0}/0^{1.0}/90^{1.0}/0^{1.0}]_s$.

O AG neste estudo permitiu obter resultados ligeiramente melhores do que na publicação original. É de notar que na publicação original os autores, usando o AG de objetivo único, foram obrigados a executar várias otimizações para gerar a fronteira de Pareto para conseguir uma perceção de compromisso entre as funções objetivo e o seu impacto na configuração da placa. Para atingir esse objetivo, os autores tiveram que considerar um parâmetro auxiliar α que variou de 0 a 1 com incrementos de 0.05, o que significa que foram feitas 21 otimizações para obter 15 configurações, o que significa, portanto, que algumas otimizações resultaram nas mesmas configurações. Se, ao contrário, a taxa de aumento do α fosse demasiado grande, algumas soluções poderiam ter sido omitidas. Na presente investigação a otimização foi feita executando uma única vez o algoritmo, resultando nas 15 configurações ótimas de Pareto. O objetivo principal da abordagem original foi a eficácia computacional que não se revelou neste exemplo uma vez que originalmente a otimização necessitou de 21 otimizações de 50 gerações de 50 indivíduos ($21 \times 50 \times 50 = 52500$ avaliações) enquanto no estudo presente a otimização terminou com 100 indivíduos e 102 iterações ($100 \times 102 = 10200$ avaliações).

5

OTIMIZAÇÃO ROBUSTA

A aplicação da otimização na sua forma clássica, referida no capítulo 4, tem demonstrado conduzir a projetos ótimos, muito sensíveis a variações inesperadas das condições de funcionamento. Devido a esta deficiência, constata-se um interesse crescente nas metodologias de otimização, capazes de obter soluções ótimas na presença de incerteza, entendendo-se por soluções ótimas, neste contexto, soluções que não sejam sensíveis à variabilidade associada a essas incertezas. Designou-se otimização robusta a área que estuda este tipo de problemas de otimização.

Este capítulo define alguns conceitos fundamentais da otimização robusta e explica as técnicas usadas no algoritmo de otimização aqui proposto. No final, é definido e resolvido um problema de otimização robusta, aplicando as técnicas desenvolvidas no âmbito do presente trabalho. São avaliados e discutidos os resultados da otimização robusta quando comparados com os obtidos com a otimização determinística*.

5.1 INCERTEZA E FIABILIDADE ESTRUTURAL

5.1.1 OTIMIZAÇÃO CONSIDERANDO INCERTEZA

As incertezas associadas aos vários parâmetros que influenciam um projeto têm normalmente uma influência importante sobre o desempenho futuro de uma estrutura. A incerteza no projeto de uma estrutura tem várias fontes, discutidas em 2.4, que incluem variabilidade das propriedades do material e das dimensões dos seus componentes, conhecimento insuficiente do efeito da possível degradação e das solicitações a que a estrutura estará sujeita ao longo da sua vida, aproximações usadas na constituição do modelo numérico. A incerteza, sendo uma característica inerente à natureza, simplesmente não pode ser evitada, mas apenas reduzida [102] [103].

O problema da incerteza em projetos em engenharia tem sido ultrapassado, há longa data, através de uso dos valores extremos ou de valores médios e de fatores de segurança que podem não garantir a segurança ou um nível satisfatório de desempenho [104]. Por exemplo, em [105]

* Sem aleatoriedade associada.

concluiu-se que, para adaptar um laminado a uma maior incerteza associada às propriedades do material, a solução ótima não será simplesmente aumentar as espessuras de todas as lâminas. Apesar de esta lógica, baseada na experiência e no bom senso técnico, ter sido usada com sucesso em muitas situações na prática, ela não permite quantificar a fiabilidade e segurança. Tratar os compósitos no projeto e na análise de forma determinística pode desvalorizá-los enquanto materiais de alto desempenho desaproveitando o seu potencial de otimização e resultando em valores excessivos do fator de segurança. Tal como foi mostrado em [106], a fiabilidade de um laminado compósito pode ser seriamente sobrestimada quando a natureza estocástica das suas propriedades não é tida em conta. A inclusão da incerteza na otimização estrutural permite melhorar o dimensionamento das estruturas assegurando o seu desempenho sem o uso excessivo de material. Várias aplicações apresentadas na literatura mostram que a consideração da incerteza num projeto não deve ser uma mera verificação para averiguar se um sistema, projetado de forma determinística, sustenta condições incertas de operação. Na prática, as condições incertas em sistemas podem afetar o seu desempenho substancialmente. Consequentemente, as incertezas devem ser tidas em conta durante a fase de projeto para obter sistemas mais seguros e económicos [77].

Atente-se à Figura 5.1 onde está representada uma função $f(x)$ a otimizar o que neste caso corresponde a minimizar o seu valor que depende da única variável de projeto x . O problema está sujeito a um constrangimento que não permite a x tomar valores inferiores a K . Classicamente, pesquisava-se, dentro da região admissível, o valor de x para o qual $f(x)$ fosse o mínimo o que resultava em $x_{ótimo} = \omega$. Sistemas otimizados de forma clássica (determinística) podem ser muito sensíveis a pequenas alterações [78] [77], tal como exemplificado na figura. Variações pequenas δ (que podem ser as tolerâncias de fabrico) da variável de projeto x na Figura 5.1 provocam grandes flutuações da função objetivo f quando $x = \omega$ o que não acontece para $x = \psi$. O ponto ψ tem uma grande vantagem sobre o ponto ω pelo facto de variabilidade de x não causar alterações significativas do valor de f , apesar de o valor de f ser geralmente maior quando centrado no ponto ω . Isto significa que o projetista, tendo escolhido o ponto ψ , pode confiar no valor de $f(\psi)$ e fazer o projeto contando com este valor enquanto no caso do ponto ω pode-se deparar, na realidade, com um valor de f muito diferente, e muito mais elevado, de $f(\omega)$. Neste caso diz-se que a função $f(\psi)$ possui um maior grau de robustez no ponto ψ que no ponto ω .

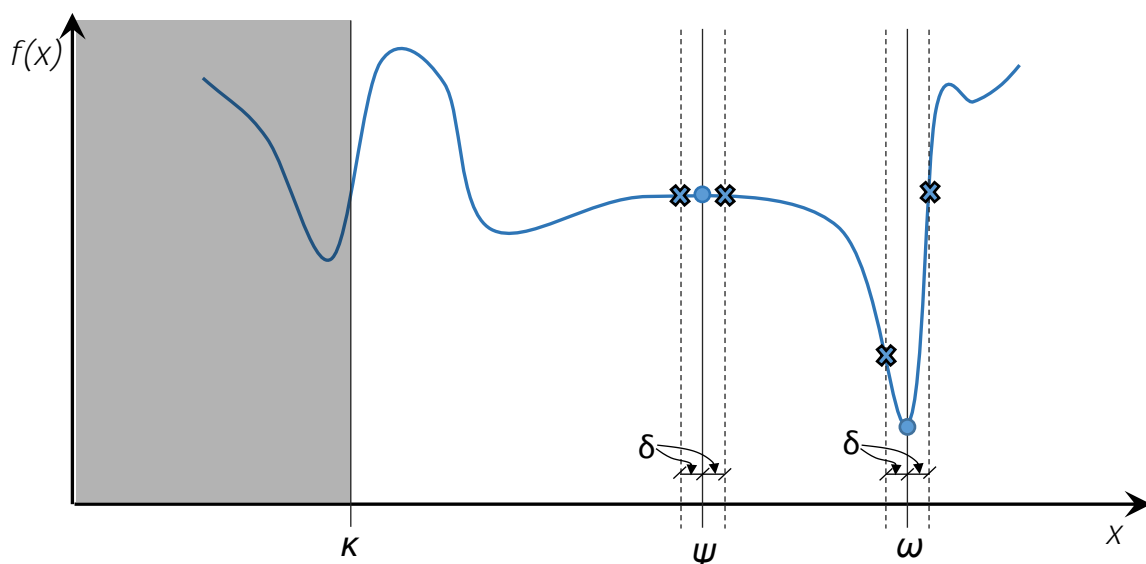


Figura 5.1: Otimização robusta versus otimização determinística.

A fiabilidade estrutural tem como objetivo a avaliação da probabilidade de falha de uma estrutura quando sujeita a condições incertas. Utiliza variáveis aleatórias para modelar a incerteza e considera a distribuição probabilística da resistência e da solicitação para calcular a probabilidade de a primeira ser menor que a segunda. Dada a natureza aleatória das variáveis envolvidas no processo de dimensionamento estrutural (intensidade da ação, características resistentes dos materiais, etc.), não é possível garantir que uma estrutura seja absolutamente segura. Será sempre necessário considerar algum grau de risco [107]. A análise de sensibilidade é o estudo da influência de vários parâmetros na resposta do sistema. Esse estudo pode ser muito útil permitindo escolher os parâmetros importantes a incluir na análise e negligenciar a variabilidade dos parâmetros menos importantes que, mesmo sendo elevada, não causa nenhum efeito considerável na resposta do sistema.

A técnica mais usada até hoje para otimização tendo em consideração a incerteza é a otimização com estrangulamentos de fiabilidade, ou *reliability-based design optimization* (RBDO). Esta técnica disponibiliza meios de determinação da solução ótima, para uma função objetivo definida, garantindo que a probabilidade de falha, que pode ocorrer devido à incerteza, seja mais baixa que um valor exigido.

A otimização robusta de estruturas, conhecida como *robust design optimization* (RDO) é uma abordagem, mais recente e menos desenvolvida do que a RBDO, que explicitamente reconhece os efeitos da variabilidade dos dados do projeto e procura minimizar as suas consequências sem eliminar as suas fontes. Esta técnica procura uma configuração da estrutura que mantenha o seu desempenho inalterado quando exposta a condições incertas [78]. O contraste, em termos de resultados obtidos, entre a otimização robusta e a otimização clássica é ilustrado pelos pontos ψ e ω da Figura 5.1, tal como foi anteriormente explicado.

Portanto, RBDO procura soluções cujo nível de fiabilidade seja maior do que um determinado valor e, de entre estes, escolhe aquele que tiver o valor médio mais baixo (ou mais alto, dependendo do objetivo). RDO, por sua vez, procura minimizar a variabilidade do comportamento estrutural não definindo nenhum valor mínimo da fiabilidade.

5.1.2 PREVISIBILIDADE DA SEQUÊNCIA DE FALHA

Menciona-se aqui, devido à sua importância, a metodologia que incrementa a previsibilidade da sequência de falha, e que influencia a robustez da resposta de uma estrutura, especialmente constituída por materiais compósitos PRF que, no entanto, não chegou a ser implementada no presente trabalho. O aumento da robustez de uma estrutura com um comportamento não linear e dependente do histórico do carregamento exige que a sua resposta seja muito previsível. Em sistemas complexos a sequência de falha pode exibir grande sensibilidade a pequenas variações.

As bifurcações no trajeto de falha (sucessão de falhas consecutivas) levam, muitas vezes, a vários trajetos de falha que competem entre si. Estas são originadas por diferentes possibilidades de falha que ocorrem a um mesmo nível de extensão. Neste caso, pequenas variações das propriedades do material determinam a ordem de ocorrência de várias falhas e é impossível prever como a estrutura vai colapsar. Isto contradiz o conceito da robustez de um projeto. Na Figura 5.2 está representada uma árvore com possíveis trajetos de falha para um sistema hipotético, composto por quatro componentes (níveis da árvore), cada um dos quais tem dois modos de falha sendo um deles dominante, com probabilidade de ocorrência 0.8. Assumindo que o modo de falha dominante é o modo de falha favorável (p.ex., por oferecer maior absorção de energia) verifica-se que a probabilidade de falha com os modos de falha favoráveis é apenas de

41%. Se o número dos componentes aumentar, por exemplo, até 10, a probabilidade de os modos de falha serem todos favoráveis passa a ser 0.8^{10} ou 11%. Esta observação indica que para obter uma probabilidade razoável de o trajeto de falha seguir os modos de falha favoráveis, em sistemas complexos, é necessário garantir que os modos favoráveis tenham probabilidades muito altas de realização. [4]

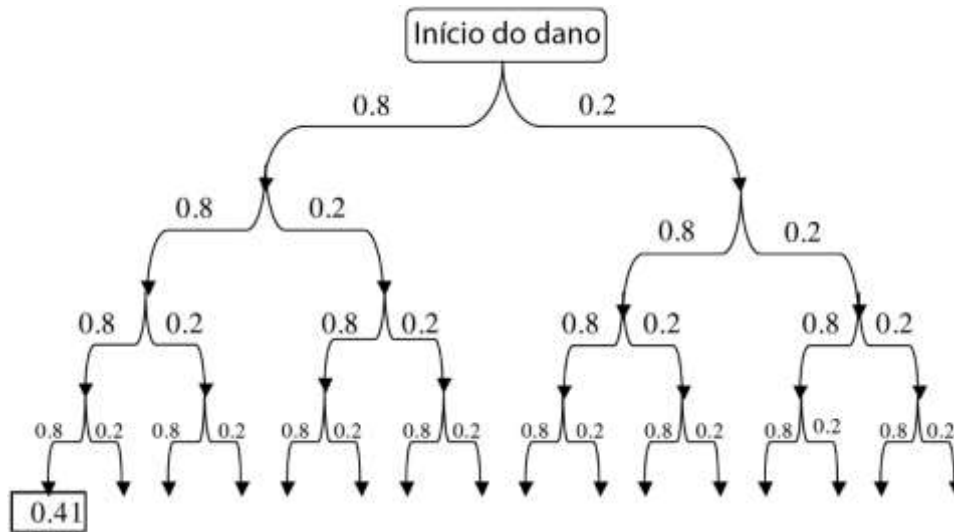


Figura 5.2: Possíveis trajetos de falha de um sistema com vários níveis (componentes) com dois modos de falha, um dos quais é dominante [4].

As estruturas em engenharia são projetadas de forma a poderem operar após a primeira falha e poderem absorver uma grande quantidade de energia antes de colapso, visando assim proteger naturalmente pessoas e equipamento. Diferentes trajetos de falha conduzem a diferentes energias absorvidas pela estrutura antes do colapso. Na Figura 5.3 são representados os históricos de carregamento de um PRF com 48 lâminas sujeito a tração uniaxial, publicados em [108]. Aqui a linha vermelha com asteriscos corresponde ao projeto base e as linhas azuis correspondem a simulações com as direções das fibras sujeitas a uma variabilidade, relativamente ao projeto base, correspondente a um desvio padrão de 0.1° com uma distribuição normal. Como está indicado na mesma figura, o compósito devia absorver uma energia de 116.9 kJ/m^2 mas com a variabilidade introduzida consegue-se garantir, com 95% de fiabilidade, apenas 50.6 kJ/m^2 . A energia absorvida corresponde à área por baixo da linha e, como se pode observar, esta pode variar significativamente com a alteração da sequência de falha.

A otimização determinística, que não considera a variabilidade probabilística das propriedades do material, reduz muitas vezes a previsibilidade da sequência de falha. Uma otimização deste tipo, tipicamente, retira todo o material que está em excesso para um caso concreto de solicitação em que as forças aplicadas sobre a estrutura não variam em amplitude nem em direção. Tal eliminação aproxima os valores de cargas de colapso (que provocam várias falhas) entre si reduzindo, deste modo, as margens entre os vários cenários de falha. Por outras palavras, a otimização baseada somente em clássicas cargas de colapso pode agir quase como um gerador de sensibilidade às imperfeições (que é diretamente relacionada com a coalescência dos modos de falha). Um exemplo deste efeito pode ser consultado em [109].

Para estruturas complexas que sofrem colapso por falha progressiva, o cálculo de probabilidade das diferentes sequências de falha exige um grande número de análises e não está, atualmente, ao alcance das capacidades computacionais disponíveis. Por isso, muitas vezes, é

identificado o conjunto das seqüências de falha dominantes e o compósito é otimizado de forma a falhar segundo aquelas seqüências. Em [110] os autores demonstram, através de simulações, que a aplicação dos chamados fusos estruturais pode contribuir significativamente para o aumento da previsibilidade da seqüência de falha.

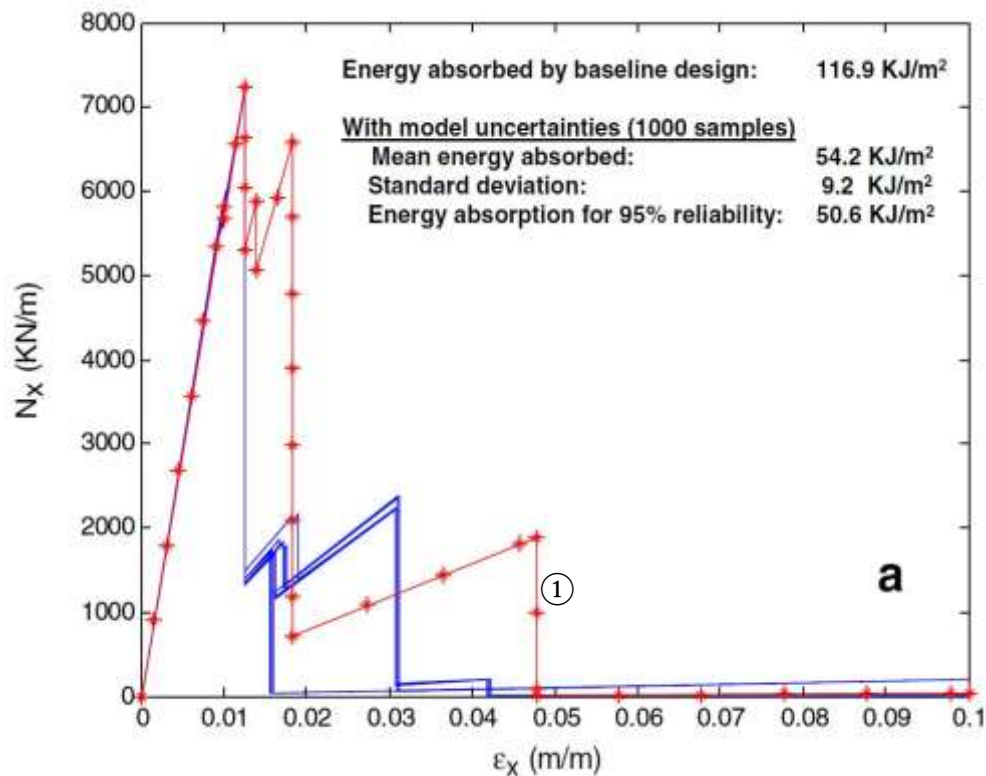


Figura 5.3: Os históricos de carregamento de um PRF de 48 lâminas sujeito à tração uniaxial. O trajeto a vermelho ① é do projeto base e os restantes, a azul, são dos laminados resultantes da incerteza na orientação das fibras [108].

5.2 IMPLEMENTAÇÃO DA OTIMIZAÇÃO ROBUSTA

Para além das metodologias usadas na otimização multiobjetivo determinística explicadas no Capítulo 4, na otimização robusta são ainda aplicadas técnicas para estimar o efeito da variabilidade nos parâmetros. Os princípios de funcionamento destas técnicas, bem como o funcionamento dos códigos de otimização desenvolvidos, são descritos em seguida.

5.2.1 AS TÉCNICAS IMPLEMENTADAS NA OTIMIZAÇÃO ROBUSTA

Durante um processo de otimização, enquanto se procura um ponto (conjunto dos parâmetros) ótimo, são feitas numerosas avaliações da resposta da estrutura. Uma otimização, considerando incerteza, requer uma capacidade computacional muito maior do que no caso de otimização clássica devido às avaliações da fiabilidade ou robustez do sistema a otimizar. A complexidade dos materiais compósitos não permite avaliações rápidas da sua resposta através de programas de elementos finitos o que pode impossibilitar uma otimização apropriada em tempo útil. Uma abordagem comum deste tipo de problemas recorre a uma pesquisa aproximada

utilizando uma superfície de resposta (SR). Este método consiste na obtenção, por simulação, de apenas algumas respostas da estrutura, enquanto as restantes respostas possíveis são obtidas por interpolação ou regressão, formando assim uma superfície. Para obter uma SR, as simulações são feitas com valores das variáveis e dos parâmetros sujeitos a variabilidades dispersos ao longo da gama dos valores possíveis para abranger toda a variedade das configurações do sistema. Por exemplo, caso existam apenas dois parâmetros que possam variar, representados pelos eixos x e y na Figura 5.4 [111], o conjunto dos pontos da resposta do sistema (representada pelo eixo z), em cada configuração dos parâmetros, forma uma superfície. Uma outra vantagem possível de uma SR é que as suas funções suaves podem, na verdade, mitigar os efeitos de ruído nos dados [112]. No presente texto foi adotado a designação “**superfície de resposta**” por ser a mais usada neste tipo de técnicas. Na verdade, a superfície é formada só no caso de duas variáveis. No caso de uma, ter-se-ia uma linha (gráfico) de resposta e no caso de mais de duas variáveis ter-se-ia uma hipersuperfície de resposta.

Na Figura 5.4, os pontos vermelhos representam as respostas do sistema simuladas numericamente, sendo todos os restantes pontos da superfície formados por interpolação ou regressão. A utilização de técnicas de regressão permite obter uma função que melhor descreve a superfície. Tendo calculado essa função, facilmente se obtém a informação relativamente ao seu comportamento, como derivadas, que permitem estudar a influência de cada parâmetro variável na resposta do sistema. No caso do presente trabalho foi usado o método dos mínimos quadrados que procura encontrar o melhor ajuste dos coeficientes variáveis da função definida a um conjunto de pontos que representam a resposta do sistema. O ajuste é feito por minimização da soma dos quadrados das diferenças entre os valores estimados pela função e a resposta observada do sistema.

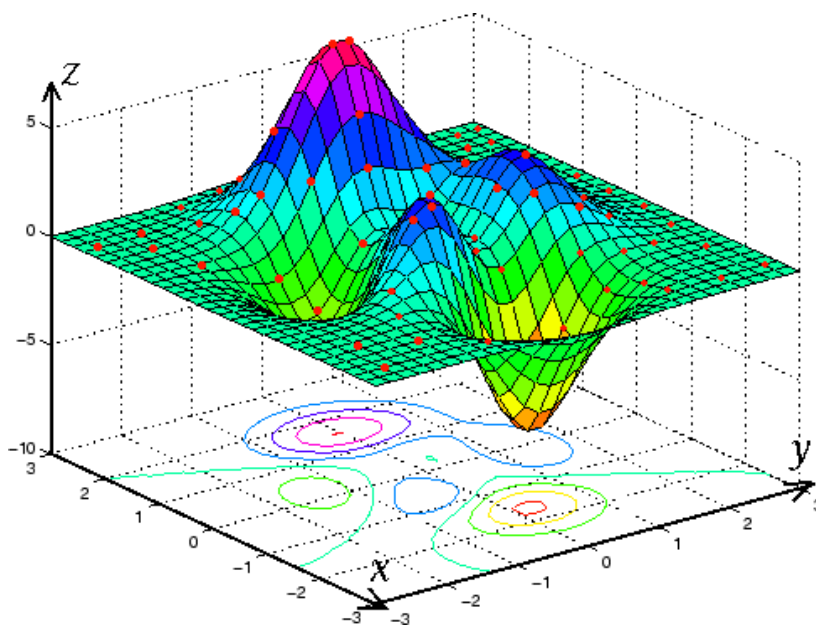


Figura 5.4: Exemplo de uma superfície de resposta no espaço tridimensional.

O uso de modelos aproximados na análise de fiabilidade e RBDO foi estudado em várias publicações. Para além do uso da SR, a rede neuronal e invólucro convexo são as abordagens mais usadas neste contexto. Em [113] foi proposta uma metodologia para uso de SR em análise de fiabilidade estrutural e foi mostrado que a tal metodologia permite o tratamento completo probabilístico do problema sem perda significativa de precisão. Este conceito foi aplicado em [114] e [115].

Os pontos arbitrários para a geração de uma SR são criados, na presente pesquisa, através amostragem por hipercubo latino (AHL). Esta é uma técnica que permite fazer uma amostragem bastante uniforme de um domínio dado e é capaz de ser mais eficaz que o MMC para estimar médias, variâncias e funções de distribuição [116]. Esta técnica é semelhante ao método de Monte Carlo (MMC) com a diferença de a amostragem não ser feita de forma totalmente aleatória. A vantagem de AHL sobre o MMC é atenuada quando o número das amostras é muito grande podendo-se tornar, nesses casos, numa desvantagem devido à necessidade de gerar e guardar as informações relativas aos subdomínios. Para mais informações sobre a técnica de amostragem por hipercubo latino, remete-se para a literatura respetiva, por exemplo, [117].

A função f , em relação à qual se cria uma SR, sendo uma função de variáveis aleatórias (além de não aleatórias), também é, de uma certa forma, aleatória. A sua variância* pode ser calculada, conhecendo as variâncias das variáveis aleatórias, pela seguinte fórmula:

$$Var(f) = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n)}{\partial x_i} \right)^2 Var(x_i)$$

onde Var é variância e x_i são os parâmetros incertos cujo valor médio é μ_i . Esta fórmula foi deduzida, assumindo que não há covariância† entre as variáveis aleatórias, a partir das séries de Taylor aplicadas à função f no ponto do valor médio μ_i e representa uma aproximação do primeiro grau. A sua dedução pode ser consultada, por exemplo, em [118]. A covariância dos parâmetros pode existir na realidade, mas a pesquisa sobre este tema configura um problema de grande complexidade porque a maioria das variáveis aleatórias é correlacionada de uma forma arbitrária [98]. A variância ou, mais frequentemente, a sua raiz quadrada (i.e. desvio padrão) é um dos objetivos a minimizar numa otimização robusta.

No presente trabalho é criada uma SR para cada configuração do compósito gerada pelo algoritmo de otimização. A aproximação por SR é adotada aqui por ter o potencial de oferecer uma melhor estimativa da região correspondente à variabilidade à volta de um ponto do que uma simples amostragem oferecendo a possibilidade de reduzir o número de pontos amostrados para o tempo de otimização ser aceitável. Além disso, a aplicação da SR pode ser estendida para todo o domínio do problema, caso as variáveis de projeto serem todas contínuas. Nesse caso, seria gerada primeiro uma SR abrangendo todas as configurações possíveis do sistema em questão e, depois, seria feita uma otimização para encontrar o mínimo da superfície gerada.

5.2.2 O CÓDIGO DE OTIMIZAÇÃO

Faz-se aqui uma descrição geral do funcionamento do conjunto de códigos desenvolvidos no MATLAB para a otimização robusta. Estes consistem numa função de aptidão (*fitness function*), uma função de amostragem e uma instrução para a geração da superfície de resposta.

A função de aptidão é escrita individualmente para cada problema de otimização. O código de amostragem escolhe um número definido de pontos onde serão tiradas as amostras, com base nos valores fornecidos, executa o código de simulação numérica e guarda os valores obtidos. Com base nesses valores é gerada uma superfície de resposta. A função de geração da superfície de

* A variância é uma medida do grau da dispersão estatística de uma variável aleatória.

† A covariância é uma medida da dependência entre duas variáveis aleatórias sendo igual a zero para duas variáveis aleatórias independentes.

resposta cria uma fórmula em variáveis simbólicas, executa a função de ajustamento por mínimos quadrados existente no MATLAB, deriva-a de acordo com a fórmula para o cálculo da variância, indicada em 5.2.1, e guarda-a junto com essa derivada. A função objetivo, depois, introduz nas duas fórmulas os valores médios das variáveis aleatórias e transforma as variáveis simbólicas em valores numéricos obtendo, desta forma o valor médio de uma configuração na otimização e a variância associada.

O conjunto de códigos de otimização pode ser adaptado a qualquer outro problema estrutural, porque toda a complexidade do modelo numérico e as condições de solicitação são modelados e processados no programa de simulação numérica. O algoritmo desenvolvido pode ser facilmente adaptado ao emprego de qualquer outro programa de simulação numérica.

5.3 PROBLEMA DEMONSTRATIVO DE OTIMIZAÇÃO ROBUSTA

Tendo por objetivo a validação das técnicas desenvolvidas e a sua afinação tentou-se, primeiro, resolver um problema de otimização robusta multiobjetivo de uma estrutura compósita o que exigiu capacidades computacionais muito além das disponíveis durante a pesquisa. As dificuldades encontradas na sua resolução e as observações sobre o funcionamento da otimização estão descritas no presente capítulo. Com base nessa experiência, foi, seguidamente, definido e resolvido um problema simplificado. Vários parâmetros usados na resolução dos dois problemas são discutidos na definição do problema inicial.

5.3.1 DEFINIÇÃO DO PROBLEMA INICIAL

O problema de RDO aqui proposto é baseado no problema determinístico apresentado em [7] e descrito em 4.3. O problema redefinido pode ser resumido da seguinte forma:

- Objetivos:*
- **minimizar o peso da placa**
 - **maximizar a pressão** transversal que conduz ao colapso da placa
 - **minimizar** o desvio padrão dessa pressão transversal
- Constrangimentos:*
- **a espessura total de quaisquer** lâminas adjacentes com uma mesma orientação não pode ser superior a *2mm*
- Espaço de pesquisa:*
- **oito** lâminas unidirecionais dispostas simetricamente
 - **a sua espessura pode tomar os valores** *0.75mm, 1mm, 1.5mm, 2mm*
 - **as suas orientações podem ser de** *0°, 45°, -45° e 90°*
 - **a variabilidade afeta os oito ângulos separadamente**, com uma amplitude de $\pm 2^\circ$, e as duas resistências do material: longitudinal e transversal, à tração, com a amplitude derivada de [6]

No caso aqui estudado, em contraste com o problema original, a placa pode sofrer dano e mais que isso, vai ser carregada até ao colapso, i.e. falha última, para determinar a pressão transversal máxima que pode suportar antes do colapso. Por isso, a minimização da deflexão já não se aplica aqui sendo substituída pela pressão máxima de colapso. Também foi introduzido um novo objetivo, a maximização do grau da robustez do compósito, i.e. a minimização do seu desvio padrão (DP). A variabilidade foi introduzida com base nos argumentos apresentados abaixo.

A variabilidade nas orientações das fibras num laminado pode afetar significativamente a sua resistência à primeira falha [119] [120] bem como a sua frequência fundamental de vibração

[121] e o coeficiente de expansão térmica [122]. Devido a isso, considerou-se este parâmetro como sujeito à variabilidade. Nos compósitos PRF laminados estudados em [122], o ângulo das orientações das lâminas variava entre 1° e 2° na magnitude. Isto adicionado ao desalinhamento e ondulação das fibras presentes já nas lâminas *prepreg* constituintes que revelou um desalinhamento de 3.8° em média em [76]. Por isso, achou-se razoável um DP de 1° que significa que nos 95.45% dos casos as orientações tomam os valores dentro de $\pm 2^\circ$ do original e em 99.73% dos casos dentro de $\pm 3^\circ$.

Apesar de qualquer propriedade de um material ter, na realidade, uma incerteza associada, nem toda essa incerteza produz efeitos importantes num projeto. A qualidade mais importante de uma incerteza é a sensibilidade da resposta do sistema à variabilidade produzida pela incerteza. No caso do presente problema, foi observado que a variabilidade dos módulos de elasticidade do material não causava nenhum efeito sensível sobre a pressão de colapso da placa. Verificou-se, também, que no modelo com os elementos do tipo casca (utilizado no presente estudo), as lâminas a 90° falhavam somente devido à tração longitudinal ou transversal e as a 0° falhavam somente por tração perpendicular às fibras. Visto isto, apenas as duas resistências à tração foram definidas como sujeitas à variabilidade. Como os autores do problema original [7] formulado em 4.3 não fornecem nenhum valor da incerteza associada às propriedades do material nem é conhecido a designação deste, formula-se aqui uma incerteza para o material com base nos valores indicados para o problema definido em [6] formulado em 3.1. A variabilidade é importada de [6] para aqui não na forma de valores da tensão mas sim, como coeficiente de variação (fração percentual). Portanto, os DP associados a X_T e Y_T são, respetivamente, de 87.0 MPa e 3.4 MPa .

Uma SR é gerada com base nas amostras tiradas num intervalo de dois DP de cada parâmetro sujeito à variabilidade. Isto significa que as amostras abrangem os valores que estes parâmetros tomarão na realidade em 95.45% dos casos. Note-se que, na presente análise, são desprezadas as incertezas associadas às outras resistências do material, aos seus módulos de elasticidade, às condições fronteira, às espessuras das lâminas e às imperfeições geométricas. Portanto, a descrição do modelo, em termos de variabilidade, é bastante simplificada.

5.3.2 AJUSTAMENTO DO MODELO

O código de simulação de falha progressiva no MATLAB em conjunto com o ANSYS, descrito em 3.4, foi ajustado ao problema em questão. Neste caso, a pressão transversal aumenta até a placa não conseguir sustentar mais colapsando sob o efeito da pressão atingida. Neste caso há muito menos ambiguidade quanto ao resultado final a considerar do que no caso da placa furada sujeita à extensão na direção da sua maior dimensão descrito no capítulo 3. Naquele caso, como o carregamento estava na forma de uma extensão, a tensão na placa podia aumentar e diminuir tendo o gráfico tensão-extensão vários picos. No caso do problema presente, a solicitação corresponde à pressão que apenas pode aumentar até atingir um certo valor máximo, a partir do qual a placa falha completamente sem ser capaz de recuperar a capacidade de no decorrer do ensaio. Devido ao tal comportamento das simulações, estas terminam mais rápido do que no caso da placa furada mencionada. É esse valor máximo da pressão que se procura maximizar na otimização que é descrita a seguir. A paragem de uma simulação de dano progressivo foi definida acontecer quando se verificar que durante um aumento da flecha de, no mínimo, 20% não houve nenhum aumento significativo ($>2\%$) da pressão. Foram aplicados, para o critério de paragem, os valores indicados por se acharem razoáveis.

Considerando a dimensão característica da placa igual ao comprimento do seu lado, o rácio desta com a espessura é, no máximo, de 62.5 e, portanto, a placa em questão corresponde à definição de uma placa fina (indicada em 3.2.2). A utilização do elemento do tipo sólido, SOLID185, para a modelação do problema mostrou que as tensões* σ_3 são, no máximo, duas ordens de grandeza menores que as tensões σ_2 , observadas nos modelos construídos com os elementos do tipo sólido (tridimensional) e do tipo casca (bidimensional), modelado recorrendo ao elemento SHELL181 utilizado anteriormente. As três tensões de corte, σ_{12} , σ_{23} , σ_{13} , têm valores de uma mesma ordem de grandeza e semelhantes para os dois tipos de elemento sendo esta inferior à ordem de grandeza das tensões de tração ou de compressão. Visto que as tensões relacionadas com a direção 3 não causam uma primeira falha e que a modelação bidimensional permite uma maior eficácia computacional, foi utilizado o elemento do tipo casca para a verificação da primeira falha no problema resolvido em 4.3.

Com o objetivo de aprofundar a análise da influência de várias tensões na sequência de falha, foi criada uma variante do código de simulação de dano progressivo utilizando o critério da tensão máxima capaz de efetuar uma análise tridimensional. Para distinguir as faces da placa, considere-se que a face na qual está aplicada a pressão é designada superior e que a pressão, portanto, age sobre a placa de cima para baixo. Foi verificado que o material apenas falha à tração no caso do modelo bidimensional mas falha frequentemente à compressão quando o modelo é tridimensional. A tal compressão acontece nos elementos mais solicitados (indicados a vermelho na Figura 4.3) devido ao momento fletor a que estão sujeitos. A compressão acontece perto da face inferior da placa sendo a superior sujeita à tração. A pressão aplicada induz na placa não só um momento fletor que provoca tensões de tração e de compressão no material mas, também, induz uma tração (produzindo tensões referidas frequentemente como de membrana) esticando a placa entre os seus apoios. Por isso, no modelo tridimensional, a falha à tração é mais frequente que à compressão. Portanto, conclui-se que, no elemento do tipo casca, a tal compressão na face inferior da placa não chega a provocar tensões capazes de causar uma falha por compressão.

Apesar de o elemento do tipo sólido ter o potencial de permitir uma representação do objeto físico mais realista, a aplicação deste exige recursos computacionais bastante mais elevados que o elemento do tipo casca. Por isso, a sua aplicação a problemas de estruturas complexas ou extensas em compósitos pode, em muitos casos, ser inadequada. Por esse facto, utilizou-se na resolução do problema acima definido o elemento do tipo casca podendo, caso haja necessidade, ser utilizado com os códigos desenvolvidos um modelo numérico com o elemento do tipo sólido.

Definido o tipo de elemento a utilizar na modelação, foi conduzido um estudo para calcular o efeito do tamanho de elemento da malha simulando a falha das placas de três configurações ótimas obtidas, no problema de otimização determinística descrito em 4.3, pelos autores da publicação original [7]. As configurações estudadas foram: a mais pesada ($[90^{2.0}/45^{2.0}/90^{2.0}/-45^{1.0}]_S$), a média ($[90^{2.0}/-45^{0.75}/90^{1.75}/45^{1.0}]_S$) e a mais leve ($[90^{1.0}/90^{1.0}/0^{0.75}/45^{0.75}]_S$). Foram usadas as configurações da publicação original e não as obtidas no presente trabalho porque o estudo do efeito do tamanho de elemento foi feito antes da otimização descrita em 4.3. Os gráficos pressão-flecha sobrepostos para as malhas uniformes de 400, 1600, 10000 e 40000 elementos relativos à configuração mais leve e à mais pesada estão exibidos na Figura 5.5. Na Figura 5.6 está apresentado o gráfico pressão-flecha para a configuração média da placa utilizando as malhas referidas e mais uma malha não uniforme de 400 elementos. A malha não uniforme foi gerada numa tentativa de obter uma malha com um número de elementos baixo que produzisse um efeito de uma malha mais fina. Isto foi feito por redução do tamanho do

* A indicação das tensões está de acordo com os eixos principais de uma lâmina unidirecional assinalados na Figura 2.9.

elemento nas regiões mais sensíveis à falha (nas proximidades dos suportes da placa) compensada com um aumento do tamanho de elemento noutras regiões. Na Figura 5.7 estão representadas duas malhas de 400 elementos: uma uniforme e uma não uniforme. Observando os gráficos de pressão-flecha nota-se que a flecha, antes do seu aumento para o infinito no colapso da placa, sofre uma redução. Verificou-se que, atingida a flecha da falha última, e após a falha dalguns elementos a placa arqueia e a flecha no ponto de medição é, na verdade, reduzida antes do colapso final. O ponto de medição nos casos representados nas figuras 5.5 e 5.6 estava localizado no centro geométrico da placa (ponto branco na Figura 5.7) e foi mudado antes da otimização descrita a seguir para o ponto preto, indicado na Figura 5.7, por este apresentar uma menor sensibilidade ao fenómeno de arqueamento referido.

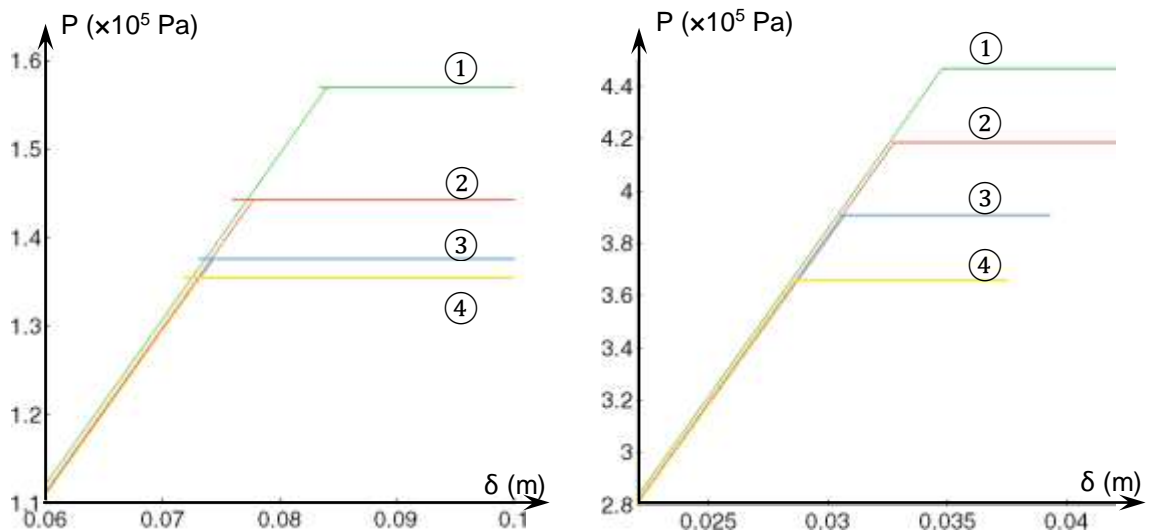


Figura 5.5: Os gráficos pressão-flecha (partes relevantes) associados às placas ótimas mais leve (à esquerda) e à mais pesada (à direita), indicadas em [7], com utilização de 4 malhas compostas por 400 (a verde ①), 1600 (a vermelho ②), 10000 (a azul ③) e 40000 (a amarelo ④) elementos.

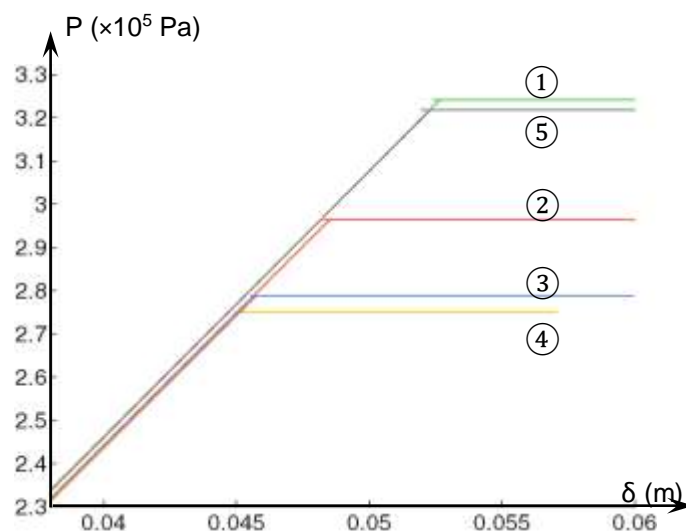


Figura 5.6: O gráfico pressão-flecha (parte relevante) associado à configuração média ($\alpha = 0.5$) das placas ótimas indicadas em [7], com utilização de 5 malhas, 4 das quais correspondem às indicadas para a Figura 5.5 e mais uma de 400 elementos não uniforme cujo respetivo gráfico está marcado a cinzento e assinalado com ⑤.

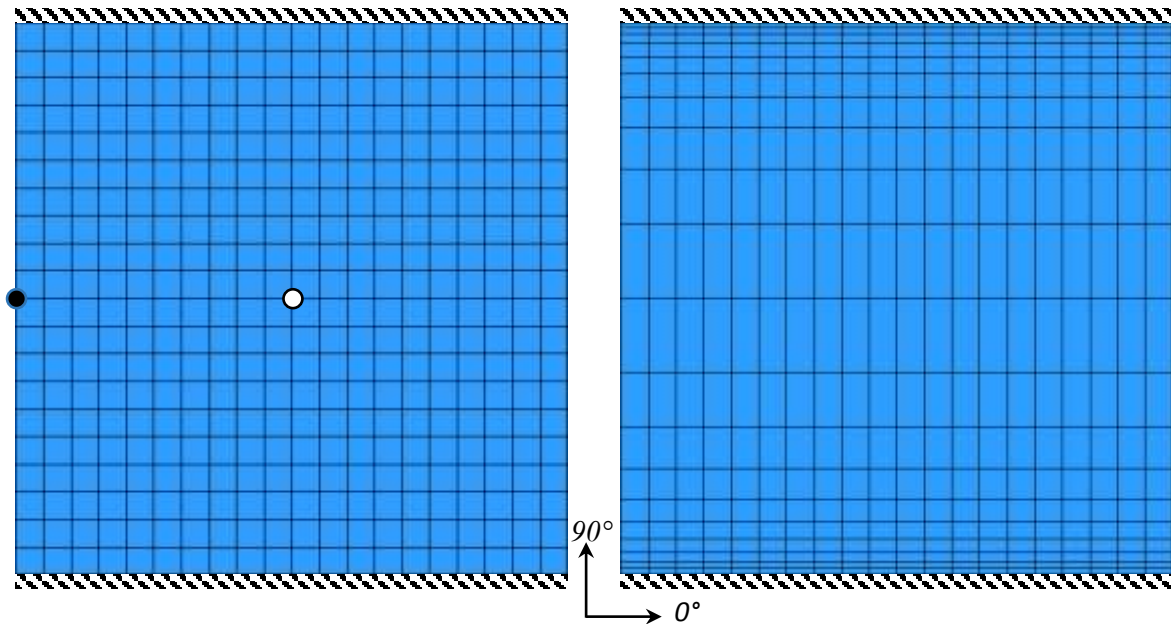


Figura 5.7: Duas malhas de 400 elementos, uma uniforme (à esquerda) e uma não uniforme (à direita) utilizadas no estudo da influência da malha. A malha uniforme contém dois pontos de medição da flecha assinalados: o ponto utilizado no estudo da influência da malha, a branco, e o ponto utilizado mais à frente durante a otimização, a preto.

Atendendo à Figura 5.6, conclui-se que a malha não uniforme não produziu grande diferença, sendo os resultados obtidos, utilizando as duas malhas de 400 elementos, muito próximos. De resto, o estudo do efeito da malha no resultado revelou um efeito amplamente conhecido em modelação por elementos finitos: o resultado varia com o tamanho de elemento e, ao refinar a malha, os resultados convergem para um certo valor. Uma informação importante para o presente estudo é que este efeito do tamanho da malha é observado para diferentes configurações (espera-se que para todas), apesar de a taxa de variação da pressão de colapso com o tamanho de elemento da malha não ser a mesma para todas as configurações. Como o objetivo da otimização é a comparação entre várias configurações e não a previsão precisa dos valores que seriam observados na realidade e como não foi observada nenhuma disparidade grave das simulações com o que seria espectável acontecer na realidade, adotou-se uma malha uniforme de 400 elementos para o problema de otimização. Salienta-se que seria difícil adotar uma malha muito mais fina do que a adotada devido às exigências computacionais do problema.

O fator de redução da rigidez (FRR) utilizado no presente problema foi de $\{5 \times 10^{-2} \ 5 \times 10^{-2} \ 2 \times 10^{-1} \ 2 \times 10^{-1} \ 2 \times 10^{-1}\}$, de acordo com a designação introduzida em 3.4.3. Este FRR foi adotado por ser um dos que tinha mostrado resultados próximos para uma malha grosseira em 3.4.3. Uma vez que o objetivo do presente problema não é a obtenção de um prognóstico preciso do valor que seria observado na realidade, não se fez nenhum ajustamento do FRR ao problema e ao modelo numérico em questão.

Para aproximar a resposta do modelo numérico recorrendo à superfície de resposta (SR) é utilizado um polinómio de aproximação de segundo grau na sua definição. Foi assumido que a curvatura da superfície a ser aproximada é grande sem ser muito complexa, tal como foi feito em [123] na estimação da fiabilidade de uma casca compósita sujeita à compressão tendo imperfeições geométricas. No presente estudo, em contraste com [123], foram omitidos os termos cruzados do polinómio. Um polinómio de segundo grau completo, no caso de duas variáveis, pode ser expresso como:

$$y = a + bx_1 + cx_2 + dx_1x_2 + fx_1^2 + gx_2^2$$

onde a, b, c, d, f, g são constantes desconhecidas a ajustar aos dados. Chamam-se “**termos cruzados**”, num polinómio de segundo grau, aos termos que contêm produto de duas variáveis diferentes. Na equação exposta acima há apenas um termo cruzado que é dx_1x_2 , mas quando o número de variáveis aumenta os termos cruzados passam a representar uma maior parcela do polinómio devido a várias combinações possíveis entre as variáveis. No presente caso de 10 variáveis (descritas em 5.2) o polinómio tem 66 constantes com termos cruzados e 21 constantes sem estes. O método de ajustamento de equações aos dados experimentais por mínimos quadrados é aplicável tanto a problemas sobredeterminados em que o número de pontos experimentais é maior que o número de incógnitas quanto a subdeterminados em que o número de pontos experimentais é menor que o número de incógnitas e existe um número infinito de soluções.

Foi observado um erro médio de 4% para 6 pontos amostrados. A avaliação do erro foi feita com base em 20 avaliações usando 10 pontos arbitrariamente amostrados. Com base nestes resultados, foram adotados 6 pontos nas amostragens para a otimização inicialmente. Não se expõe mais detalhes sobre o estudo da influência do número de pontos amostrados, uma vez que este foi verificado não ser suficiente, nos resultados obtidos posteriormente e foi conduzido um novo estudo para resolver o problema simplificado descrito mais à frente.

Ao iniciar uma otimização, verificou-se que, com os recursos computacionais disponíveis na altura da escrita do presente texto, não era possível fazer uma simulação em tempo útil tendo por estimativa dezenas de dias, com 30 amostras (o número adotado inicialmente) por indivíduo e usando o elemento do tipo casca. Visto isto, foram procuradas maneiras de reduzir os cálculos computacionais que estão descritas a seguir. Antes de começar a melhorar o tempo de processamento, identificou-se o problema. Este residia no tempo de cálculo da pressão de colapso da placa do problema, modelando uma falha progressiva, e no número de cálculos que era necessário fazer. O processamento restante, i.e. a geração da incerteza, o armazenamento dos resultados, o ajustamento do polinómio aos resultados, o cálculo do valor médio e do DP da SR, era menor que 1% do tempo total de processamento.

1. Primeiramente observou-se que podem existir indivíduos iguais numa mesma geração e entre várias gerações. Segundo o princípio do algoritmo genético, o conjunto dos indivíduos mais aptos sobrevive de uma geração para outra. Por isso, foi implementada uma verificação durante a otimização. Esta visa identificar os indivíduos já processados e atribuir a estes os valores médio e o do DP calculados previamente e guardados num ficheiro de texto. Ponderou-se que a leitura dos ficheiros de resultados em cada iteração da otimização e a sua escrita após cada indivíduo novo implicava tempos de processamento drasticamente menores do que a avaliação de cada novo indivíduo. Portanto, só se faz uma nova simulação numérica se o indivíduo não foi ainda processado. Isto, também, tem o benefício de eliminar a competitividade desnecessária entre indivíduos iguais que podia surgir devido a flutuações nas estimativas dos seus DP.
2. Segundo, atendendo à definição do problema, considerou-se que, durante uma otimização, pode haver um número grande de indivíduos que violam o constrangimento. Calculou-se, com base em 10000 experiências, que entre 200 indivíduos (o número adotado para a otimização) aleatoriamente gerados apenas 143, em média, não infringem o constrangimento do problema. Por isso, foram implementados artifícios para não processar estes indivíduos. Já que se estes indivíduos violam o constrangimento, então não são interessantes para o resultado final e podem ser descartados logo à partida. Um detalhe importante a notar é que estes indivíduos não podem ser penalizados todos de uma mesma

maneira: para o AG convergir para a solução ótima, tem de haver a possibilidade de identificar o sentido em que se encontra a solução ótima, ou seja, é preciso o AG conseguir distinguir um indivíduo mau de um muito mau. Por isso, fez-se um estudo do contradomínio do problema, para identificar os valores das três funções objetivo que limitam a região admissível (conjunto dos indivíduos que não violam o constrangimento) da não admissível. Com base nessa fronteira, um indivíduo que viole o constrangimento pode ser colocado logo fora da região admissível e quanto mais violar esse constrangimento mais longe da região admissível se encontrará.

3. Seguidamente foi feito um estudo do número de amostras necessário para obter uma precisão razoável dos resultados com a SR visto que o número inicialmente atribuído foi, na maior parte, arbitrário. Segundo os resultados obtidos, este foi fixo em 6 pontos.
4. Depois, o modelo numérico, que inicialmente tinha a dimensão toda da placa a simular, foi reduzido para apenas um quadrante da placa aplicando as condições de simetria, às duas bordas respetivas do quadrante, o que reduziu o número de elementos a processar no ANSYS e no MATLAB para um quarto. Isto, em conjunto com algumas pequenas correções do código no MATLAB, reduziu o tempo de uma simulação de falha progressiva em, aproximadamente, 30%-45%. O modelo completo foi inicialmente utilizado baseando-se no que foi praticado em 3.4. No capítulo 3 foi utilizado o modelo completo tendo-se adotado, devido à falta de experiência, o utilizado em [6], [94] e [48] na análise numérica de placas furadas.

Depois de implementado tudo o que foi descrito acima, o tempo de cálculo do problema de otimização robusta reduziu-se para algumas dezenas de horas, no mesmo computador em que foi avaliada a estimativa inicial. Observou-se, numa otimização com 200 indivíduos, que no seu final (após 102 iterações) a base de dados contava com 4285 indivíduos. Isto significa que, durante a otimização, foram efetivamente processados, através da simulação da falha progressiva, 4285 indivíduos em vez de $102 \times 200 = 20400$ indivíduos caso não fossem implementadas as medidas acima descritas, resultando numa redução de 79% do tempo desta otimização.

Além do descrito acima, foi feita uma tentativa de otimização do código de cálculo da falha progressiva, mas não se conseguiu encontrar nenhuma forma de implementar a ideia entretanto surgida. O código da falha progressiva executa o ANSYS várias vezes durante uma simulação completa, tal como explicado em 3.4.1 e 3.4.2, definindo os materiais, a sequência de empilhamento, a malha e a solicitação aplicada de cada vez. Durante uma simulação, após um cálculo das falhas ocorridas num instante, o código define no ANSYS tudo o que foi mencionado, as falhas já existentes e as novas. Não se encontrou nenhuma maneira de fazer o ANSYS esperar, enquanto os dados estão a ser processados no MATLAB, e voltar a calcular logo que o processamento terminar acrescentado à definição do problema apenas uma nova falha de um elemento sem definir o resto do modelo de novo. Também foram investigadas as possibilidades de prever os valores resultantes de um indivíduo com base na sua semelhança com um outro indivíduo já processado (p.ex., foi visto se um indivíduo com as espessuras das laminas todas iguais a $2mm$ sustenta exatamente o dobro da pressão de colapso sustentada por um indivíduo com as espessuras das lâminas todas iguais a $1mm$) mas não se atingiu sucesso.

Se se pretender fazer otimizações mais rápidas que as feitas aqui, sugere-se aqui um compromisso entre uma otimização determinística e uma otimização considerando a incerteza. Nesse caso, pode ser feita uma otimização determinística, como em 4.3, e guardados os indivíduos ótimos e, também alguns indivíduos subótimos (i.e., numa certa proximidade dos ótimos) para depois aplicar os códigos aqui desenvolvidos para estimar a sua robustez. Desta forma, um projetista poderá saber o grau de robustez de cada indivíduo ótimo para incluir esta

informação na escolha do compromisso entre os dois objetivos da otimização determinística como também terá a possibilidade de identificar um indivíduo que não seja tão bom quanto um ótimo, do ponto de vista dos objetivos da otimização, mas possua um elevado grau de robustez. A contrapartida disto é a ausência de alguns indivíduos com elevada robustez dado que a procura dos indivíduos mais robustos não foi feita pelo algoritmo de otimização.

5.3.3 RESULTADOS PARA O PROBLEMA INICIAL

A otimização do problema definido em 5.3.1 foi concluída após 102 gerações quando a dispersão das soluções de Pareto* ficou menor que a tolerância pré-definida de 10^{-4} . Os parâmetros da otimização em consideração foram iguais aos da descrita em 4.3 com a exceção de o número de indivíduos ser 200. Obtidos os indivíduos ótimos foi feita uma afinação dos valores de desvio padrão associados a estes estimados através de uma superfície de resposta construída com base em 6 pontos amostrados. Foi, portanto, estimado o DP dos indivíduos ótimos utilizando uma superfície de resposta baseada em 30 pontos amostrados. A comparação entre os dois DP para os indivíduos ótimos está representada na Figura 5.8. Uma vez que o DP dos indivíduos ótimos obtido com a SR refinada é, para todos os indivíduos, abaixo dos $0.11 \times 10^5 Pa$ e o DP para a SR inicial atinge, nalguns casos, valores superiores a $2 \times 10^5 Pa$, concluiu-se que uma SR baseada em 6 pontos amostrados resulta numa má estimativa do DP, em alguns casos, o que corrompe os resultados. A utilização de um número de pontos para fazer amostragens significativamente maior que 6 não é viável devido ao tempo prolongado de execução da otimização dados os recursos computacionais disponíveis na altura da escrita do presente texto. Por isso, o problema da otimização da placa sujeita à pressão foi simplificado para se poder estimar o DP com mais amostras em tempo útil e fazer uma demonstração da metodologia desenvolvida.

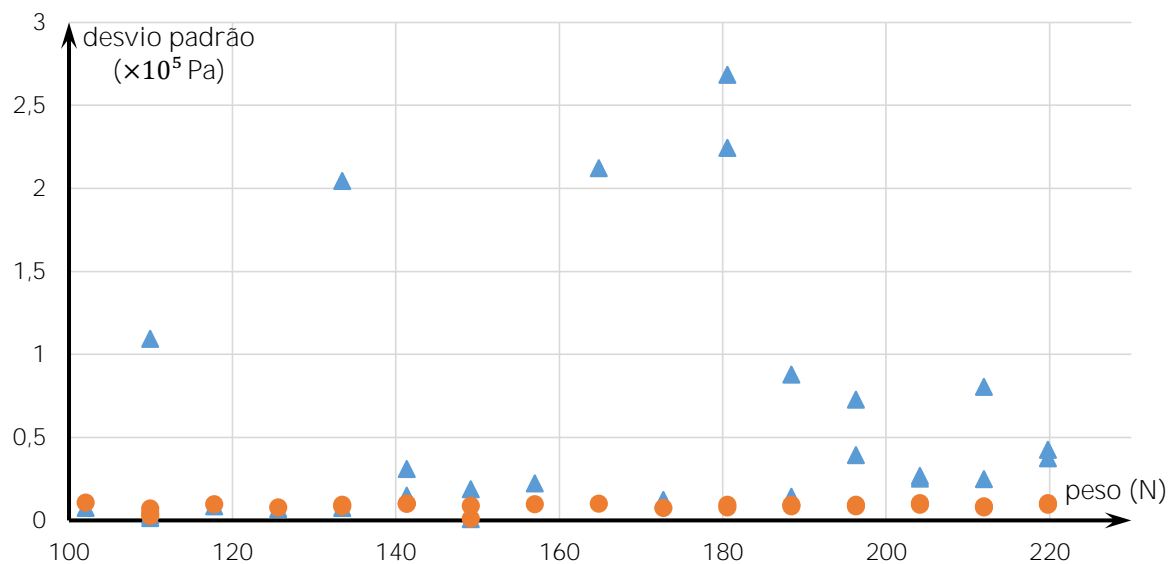


Figura 5.8: O desvio padrão para os indivíduos ótimos obtidos com base em 6 (▲) e 30 (●) pontos amostrados.

* A definição dos pontos ótimos de Pareto é dada em 4.2.

5.3.4 DEFINIÇÃO DO PROBLEMA SIMPLIFICADO

Tendo em consideração que o problema de otimização robusta inicialmente definido, foi muito ambicioso exigindo recursos computacionais excessivamente vastos, este foi redefinido. O problema simplificado consiste na mesma placa quadrada, com 1m de comprimento de lado, definida em 4.3 e feita do mesmo material, sujeita à pressão transversal tendo agora apenas 4 lâminas no total sendo 2 destas independentes e as outras 2 simétricas a estas. Os objetivos da otimização mantiveram-se os indicados em 5.3.1. O número de espessuras disponíveis para as placas foi reduzido e foi alterado o constrangimento de acordo com o seguinte:

- Constrangimentos:*
- As orientações das duas lâminas independentes não podem ser iguais
- Espaço de pesquisa:*
- quatro lâminas unidirecionais dispostas simetricamente
 - **a sua espessura pode tomar os valores de 1mm e 2mm**
 - **as suas orientações podem ser de 0°, 45°, -45° e 90°**
 - **a variabilidade afeta os quatro ângulos separadamente, com uma amplitude de ±2°, e as duas resistências do material: longitudinal e transversal, à tração, com a amplitude derivada de [82]**

Verificando-se, em 5.3.3, a importância da criação de uma superfície de resposta precisa, foi, neste segundo problema, reduzido o hiato entre o número das constantes na função da SR e das amostras tiradas para a definição da SR. Para o problema atual foi considerada a definição das SR com base em funções relativamente simples, polinómios linear e quadrático sem termos cruzados, que exigem a determinação de, respetivamente, 7 e 13 constantes para a sua definição. Para definir o número de pontos amostrados necessários para a definição de uma SR de qualidade suficiente, foi feito um breve estudo cujos resultados estão apresentados nas tabelas 5.1 e 5.2. Este estudo consiste em criação de dois conjuntos de SR, linear e quadrática sem os termos cruzados, para uma placa da configuração $[90^{1.0}/0^{1.0}]_S$, com base em 3, 5, 8, 11, 13, 16, 20, 25, 35 e 50 pontos e a sua consequente avaliação. As SR são avaliadas retirando, através das simulações, 19 amostras arbitrárias e comparando estas com o prognóstico da SR para os 19 pontos nos quais foram retiradas as amostras. As amostras de avaliação foram retiradas individualmente para cada SR e o seu número foi escolhido de modo a não ser muito pequeno nem coincidir com o número das amostras em que se baseiam as SR (porque, atendendo à forma como é feita a amostragem por hipercubo latino, dois conjuntos de pontos gerados para se obterem as amostras têm mais probabilidade de estarem próximos se o número dos pontos for igual nos dois). A experiência de avaliação das SR baseadas em diferente número de pontos foi repetida 10 vezes. Devido ao pequeno número das experiências, os resultados obtidos não permitem extrair conclusões definitivas mas sim, formar uma noção da relação entre a dimensão da amostragem e as SR resultantes.

A comparação entre as 19 amostras e os prognósticos das SR é feita através dos erros máximo e médio observados (Tabela 5.1). Como o atributo mais importante de uma SR, neste caso, é a sua capacidade de avaliar o DP associado a uma configuração (tal como foi realçado em 5.3.), os valores do DP foram avaliados (segundo o indicado em 5.2.1) para a SR linear, a SR quadrática sem termos cruzados e ainda com base nas amostras em si e estão apresentados na Tabela 5.2. O DP com base puramente nas amostras é feito por avaliação do valor médio (μ) das amostras ou seja, a sua média aritmética simples, e consequente determinação do desvio padrão (DP) com base na sua definição:

$$DP = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N |A_i - \mu|^2}$$

onde N representa o número das amostras. Os valores apresentados nas tabelas 5.1 e 5.2 são complementados com os seus DP e valor médio. Por exemplo, na Tabela 5.1, o valor médio do erro máximo permite observar uma tendência deste a diminuir com o aumento do número de amostras para a SR linear o que não se manifesta tanto para a SR quadrática. Um comportamento semelhante observa-se para o erro médio. O DP do erro médio mostra a sua capacidade de variar, para um determinado número de amostras, e este claramente diminui com o aumento do número de amostras mas, apenas, para a SR linear.

Tabela 5.1: Os erros máximo e médio para os dois tipos de superfícies de resposta, linear e polinomial quadrática sem termos cruzados, baseadas em número diferente de pontos (pts) com o valor médio (μ) e o desvio padrão (DP) destes erros.

		SR polinomial quadrática sem termos cruzados										SR linear									
pts		3	5	8	11	13	16	20	25	35	50	3	5	8	11	13	16	20	25	35	50
erro máximo (%)		4.2	11.4	9.6	6.0	12.1	2.9	4.0	3.1	4.0	3.2	4.1	4.8	8.2	5.1	4.4	3.2	2.5	4.5	3.9	3.1
		10.8	7.7	4.0	4.6	3.7	4.7	3.9	4.0	3.4	3.0	10.3	6.6	5.8	4.8	4.2	5.9	4.7	3.0	2.9	3.2
		8.1	8.1	7.0	3.0	3.1	2.2	11.9	4.0	3.4	3.9	3.7	8.1	5.0	6.3	3.8	2.1	2.6	2.9	4.0	3.7
		11.9	5.5	4.2	2.8	10.5	4.0	2.9	2.5	9.5	4.0	8.0	8.2	5.7	2.9	2.6	3.6	4.2	2.5	3.0	3.3
		5.1	12.8	3.6	3.3	5.1	4.7	13.2	4.3	10.8	3.8	5.6	3.4	3.8	4.3	4.0	4.1	3.0	5.7	4.0	3.3
		5.0	3.0	2.6	2.7	12.3	11.8	10.6	2.8	3.4	2.6	5.1	7.3	11.2	4.3	4.3	4.7	3.7	3.0	3.5	2.7
		4.1	4.5	4.6	3.4	3.6	3.1	11.0	5.7	3.4	2.4	4.1	5.2	6.1	5.6	3.2	3.2	3.4	3.3	4.6	3.2
		4.1	3.3	3.8	3.8	5.4	3.0	14.5	9.3	3.3	3.1	4.0	4.1	9.3	3.4	3.3	3.5	3.2	3.8	2.5	4.5
		3.6	4.4	4.1	5.1	10.5	8.0	12.3	4.9	13.6	2.4	3.6	5.4	7.2	4.9	5.2	2.7	3.5	3.5	3.0	2.5
		3.8	8.8	3.8	2.6	4.2	3.1	2.9	3.7	2.9	2.6	3.6	11.0	8.5	2.8	3.9	3.6	4.1	3.7	3.1	2.6
μ		6.1	7.0	4.7	3.7	7.0	4.7	8.7	4.4	5.8	3.1	5.2	6.4	7.1	4.4	3.9	3.7	3.5	3.6	3.4	3.2
erro médio (%)		1.4	4.6	2.7	1.9	4.7	1.4	1.4	1.6	1.4	1.1	1.3	2.3	2.6	2.0	1.4	1.3	1.1	1.7	1.4	1.3
		3.5	3.2	2.0	1.5	1.6	1.9	1.1	1.3	1.2	1.2	3.3	3.2	2.9	1.7	1.8	2.0	1.5	1.2	1.2	1.1
		2.8	2.7	2.4	1.0	1.0	1.0	4.3	1.6	1.4	1.3	1.7	3.2	2.1	2.6	1.0	1.1	1.1	1.3	1.4	1.2
		5.2	2.6	1.6	1.5	3.1	1.4	1.5	1.4	3.3	1.5	3.5	3.1	2.1	1.5	1.1	1.2	1.5	1.2	1.1	1.4
		1.9	3.7	1.9	1.5	2.5	1.6	4.9	1.6	4.1	1.6	1.9	1.6	1.5	1.7	1.5	1.3	1.3	1.8	1.2	1.2
		1.3	1.5	1.2	1.3	5.9	5.5	4.9	1.3	1.2	1.1	1.4	2.8	3.6	1.5	1.4	2.1	1.1	1.3	1.2	1.2
		1.5	1.6	1.9	1.3	1.6	1.5	4.9	2.2	1.2	1.0	1.4	1.7	2.8	1.6	1.4	1.4	1.4	1.6	1.7	1.1
		2.1	1.7	1.3	1.7	1.5	1.5	5.6	3.2	1.4	1.2	2.0	1.9	3.2	1.5	1.3	1.3	1.3	1.5	1.2	1.2
		1.3	1.7	1.7	1.5	4.8	1.8	4.5	3.2	4.7	1.2	1.2	2.2	3.1	1.5	1.7	1.1	1.6	1.3	1.2	1.0
		1.7	3.4	1.3	1.1	1.2	1.5	1.4	1.4	1.5	1.2	1.6	4.8	2.8	1.0	1.5	1.8	1.4	1.5	1.5	1.0
μ		2.3	2.7	1.8	1.4	2.8	1.9	3.5	1.9	2.1	1.2	1.9	2.7	2.7	1.7	1.4	1.4	1.3	1.4	1.3	1.2
DP		1.3	1.1	0.5	0.3	1.7	1.3	1.8	0.7	1.3	0.2	0.8	1.0	0.6	0.4	0.3	0.4	0.2	0.2	0.2	0.1

No caso da Tabela 5.2, constata-se um problema de ajustamento da SR quadrática uma vez que a maior parte dos valores do DP estimado, associados a esta, são semelhantes aos associados à SR linear mas há valores que, por vezes, chegam a quase o dobro desses. O valor médio do DP, associado à placa, permite comparar os prognósticos calculados das três formas mencionadas e, também, permite julgar se um método de cálculo do DP demonstra valores consistentes quando o número de amostras varia. Observa-se que o valor médio do DP baseado na SR quadrática não converge com o aumento do número de amostras enquanto, no caso da SR linear, o valor médio é praticamente o mesmo qualquer que seja o número de amostras e, no caso do DP calculado puramente nas amostras, observa-se uma convergência clara.

Tabela 5.2: Os desvios padrão calculados com base nas amostras tiradas e com base nas superfícies de resposta, linear e polinomial quadrática sem termos cruzados, baseadas nessas amostras cujo número varia. São calculados o valor médio e o desvio padrão (DP), em kPa, de cada desvio padrão associado à placa.

	pts	desvio padrão associado à placa (kPa)										μ	DP
SR quadrática sem termos	3	2.3	1.9	1.8	4.6	2.8	2.8	2.5	3.0	2.2	2.4	2.6	0.8
	5	4.3	3.1	3.2	2.6	4.0	2.5	1.9	2.5	2.2	3.9	3.0	0.8
	8	3.3	2.8	2.1	2.7	2.6	2.6	2.5	2.2	2.7	2.5	2.6	0.3
	11	2.4	2.2	2.6	2.5	2.4	2.4	2.7	2.4	2.5	2.6	2.5	0.1
	13	4.5	2.6	2.5	4.2	3.8	4.5	2.6	2.3	4.5	2.8	3.4	1.0
	16	2.3	2.2	2.5	2.3	2.8	4.4	2.6	2.6	2.1	2.7	2.7	0.7
	20	2.4	2.6	4.4	2.7	4.4	4.4	4.6	4.5	4.4	2.6	3.7	1.0
	25	2.6	2.3	2.3	2.4	2.4	2.7	3.5	3.9	3.5	2.6	2.8	0.6
	35	2.7	2.4	2.4	3.8	4.4	2.5	2.6	2.5	4.4	2.7	3.0	0.8
	50	2.4	2.5	2.7	2.5	2.9	2.5	2.6	2.5	2.6	2.4	2.6	0.2
SR linear	3	2.3	1.9	2.8	3.4	2.9	2.8	2.6	2.9	2.2	2.4	2.6	0.4
	5	2.6	2.4	2.5	2.8	2.1	2.7	2.2	2.5	2.2	4.5	2.6	0.7
	8	3.4	3.0	2.5	2.9	2.4	2.3	2.2	2.5	2.4	2.8	2.6	0.4
	11	2.8	2.3	3.1	2.5	2.4	2.4	2.8	2.4	2.2	2.6	2.5	0.3
	13	2.5	2.4	2.5	2.6	2.4	2.4	2.5	2.6	2.5	2.8	2.5	0.1
	16	2.6	2.3	2.5	2.4	2.5	2.2	2.6	2.6	2.4	2.8	2.5	0.2
	20	2.5	2.6	2.5	2.7	2.7	2.6	2.7	2.6	2.5	2.5	2.6	0.1
	25	2.5	2.4	2.4	2.5	2.3	2.8	2.4	2.7	2.5	2.5	2.5	0.1
	35	2.6	2.5	2.4	2.6	2.5	2.4	2.6	2.5	2.7	2.6	2.5	0.1
	50	2.5	2.5	2.6	2.6	2.5	2.6	2.6	2.6	2.5	2.5	2.6	<0.1
baseado puramente nas amostras	3	2.6	3.2	3.6	4.3	3.9	5.5	2.8	5.2	4.2	5.1	4.0	1.0
	5	3.9	3.5	3.5	3.3	3.4	2.9	3.3	4.2	3.7	3.4	3.5	0.4
	8	3.2	3.4	3.1	3.7	3.5	3.5	3.7	3.4	3.6	3.4	3.4	0.2
	11	3.1	3.4	3.1	2.9	3.0	3.3	3.1	3.4	3.1	3.1	3.2	0.2
	13	3.2	2.8	2.8	2.9	3.0	2.9	3.2	2.9	3.2	3.1	3.0	0.2
	16	2.9	3.1	3.0	3.0	3.5	3.0	3.3	3.3	3.0	3.1	3.1	0.2
	20	3.1	3.0	3.1	3.1	3.2	3.1	3.0	3.0	3.1	3.4	3.1	0.1
	25	3.0	3.0	3.0	3.2	3.1	3.2	3.0	3.4	3.0	3.1	3.1	0.1
	35	3.2	2.9	3.0	3.0	3.0	3.1	3.1	3.1	3.1	2.9	3.0	0.1
	50	3.0	3.0	3.0	2.9	3.2	3.0	3.1	3.0	3.1	2.9	3.0	0.1

É de reparar que os prognósticos do DP associado à placa, feitos pela SR linear, tendem para 2.5-2.6 kPa e os feitos com base puramente nas amostras tendem para 3.0-3.1 kPa. O DP do DP associado à placa indica a capacidade de um método de cálculo do DP associado à placa de ter os seus resultados invariáveis o que é a sua propriedade mais importante neste caso. Da Tabela 5.2 deriva-se que a SR quadrática, como foi visto, apresenta resultados muito instáveis. O cálculo do DP com base puramente nas amostras demonstra resultados praticamente independentes do número de amostras. A SR linear demonstra os resultados menos sujeitos à variabilidade de todos os métodos de cálculo do DP associado à placa e foi este o método escolhido para a otimização sendo aplicado com 50 pontos de amostragem. No entanto, o cálculo sem utilização de SR também podia ser empregue neste caso.

5.3.5 RESULTADOS PARA O PROBLEMA SIMPLIFICADO

No problema simplificado, o número das configurações possíveis da placa é 48. Porque esse número é reduzido é preferível, neste caso, usar uma estratégia que passa pela avaliação do valor das funções objectivo para cada uma das configurações. Contudo, com o objectivo de testar a metodologia e programas desenvolvidos, foi decidido utilizar o algoritmo de optimização empregue no problema inicial. Para a otimização foi estabelecida uma população de 14 indivíduos mantendo os restantes parâmetros iguais aos indicados em 4.3. Após 104 iterações, foram obtidos 14 indivíduos resultantes. Desses, 10 indivíduos, listados na Tabela 5.3, constituíram a fronteira de Pareto cujas três dimensões estão representadas, duas a duas, nas figuras 5.9-5.11. Nas figuras 5.9 e 5.10 estão marcados a círculo azul os pontos que são ótimos apenas do ponto de vista dos dois objetivos no respetivo gráfico. Atendendo à Figura 5.9 constata-se que os indivíduos 2, 5 e 10 seriam os ótimos se a otimização em questão fosse determinística. Como na otimização robusta tem-se em atenção, também, o DP da pressão de colapso, os restantes pontos, também, são incluídos na solução ótima como uma possível escolha do projetista uma vez que estes, segundo a Figura 5.10, têm um menor DP da pressão de colapso associado que os pontos 2, 5 e 10. Já os pontos ótimos, do ponto de vista dos objetivos da Figura 5.10, possuem a pressão de colapso mais baixa entre os pontos com um mesmo peso o que é uma desvantagem. Em geral, observa-se a tendência de o DP da pressão de colapso aumentar com o aumento do seu valor médio o que está bem ilustrado na Figura 5.11 e tem lógica.

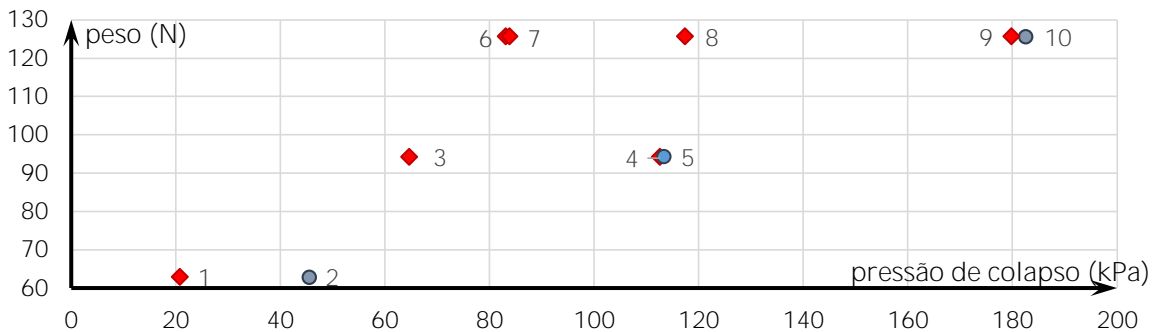


Figura 5.9: Duas das dimensões da fronteira de Pareto obtida, o valor médio da pressão de colapso e o peso da placa.

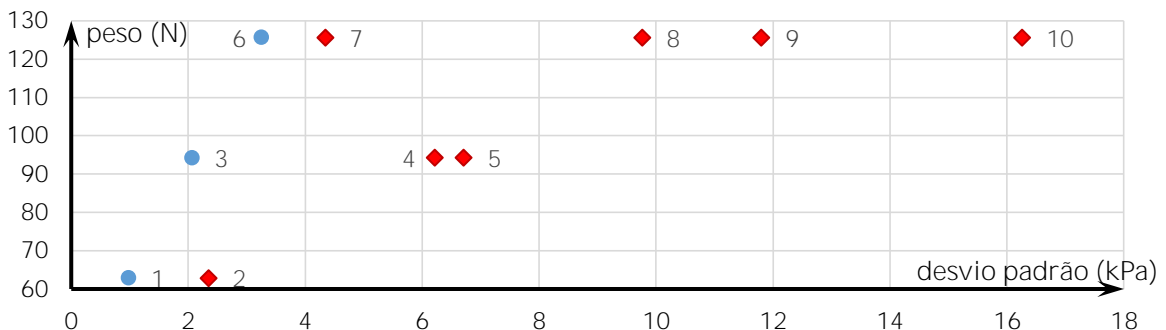


Figura 5.10: Duas das dimensões da fronteira de Pareto obtida, o desvio padrão da pressão de colapso e o peso da placa.

Atendendo à Tabela 5.3, notam-se alguns resultados inesperados. Com base nos resultados observados em 4.3, seria expectável que uma lâmina exterior contribuísse para a resistência da placa mais do que uma no seu interior e que a orientação mais resistente de uma lâmina fosse a

90° e a menos resistente a 0°. A primeira afirmação verifica-se nos resultados obtidos, tendo as configurações mais resistentes da sua categoria de peso as lâminas a 90° no seu exterior. No entanto, a segunda afirmação nem sempre se verifica ser verdadeira existindo indivíduos em que a alteração da orientação de uma lâmina para uma outra, menor em módulo, provoca um aumento do valor médio da pressão de colapso. Por exemplo, nas duas configurações mais resistentes, para cada um dos pesos de 94.2N e de 125.6N, o facto de a lâmina no meio ser de 0° ou -45° não se reflete significativamente no valor médio da pressão de colapso. Atendendo ao facto de o dano progressivo ser um fenómeno complexo, a divergência entre os resultados observados e os expectáveis (com base na otimização descrita em 4.3, onde a resistência da placa era avaliada com base na pressão que provoca uma primeira falha) é considerada legítima. No entanto, este assunto merece uma investigação mais aprofundada em que seja dedicada uma atenção mais cuidada à sequência de falha dos elementos da placa e à influência do grau de refinação da malha nessa sequência.

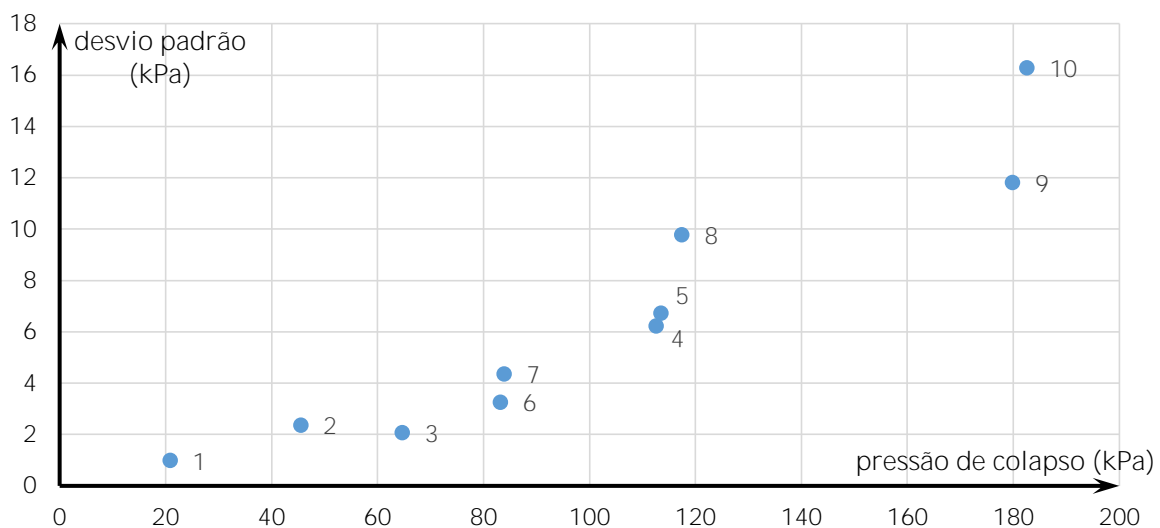


Figura 5.11: Duas das dimensões da fronteira de Pareto obtida, o valor médio da pressão de colapso e o seu desvio padrão.

Tabela 5.3: O conjunto das soluções ótimas de Pareto resultante da otimização robusta.

Nº de ponto	peso (N)	valor médio da pressão de colapso (Pa)	desvio padrão da pressão de colapso (Pa)	sequência de empilhamento
1	62.8	20821	983	$[-45^{1.0}/90^{1.0}]_S$
2	62.8	45498	2350	$[90^{1.0}/0^{1.0}]_S$
3	94.2	64656	2067	$[45^{2.0}/0^{1.0}]_S$
4	94.2	112590	6223	$[90^{2.0}/0^{1.0}]_S$
5	94.2	113480	6717	$[90^{2.0}/-45^{1.0}]_S$
6	125.6	83182	3255	$[45^{2.0}/-45^{2.0}]_S$
7	125.6	83847	4347	$[-45^{2.0}/90^{2.0}]_S$
8	125.6	117430	9769	$[45^{2.0}/0^{2.0}]_S$
9	125.6	179830	11803	$[90^{2.0}/-45^{2.0}]_S$
10	125.6	182540	16262	$[90^{2.0}/0^{2.0}]_S$

6

CONCLUSÃO

6.1 CONSIDERAÇÕES FINAIS

No âmbito do presente trabalho foram estudados alguns aspectos importantes do comportamento dos materiais compósitos do tipo PRF, com especial atenção ao dano e ao colapso por falha progressiva, o que permitiu entender porque estes materiais são mais sujeitos à incerteza do que os metais, cuja importância, também, foi mencionada. Foram testadas as capacidades do ANSYS Mechanical APDL 16.2 de efetuar simulações numéricas de compósitos à *macroescala*. Usando unicamente o ANSYS, foram observadas grandes dificuldades na obtenção do valor correto da tensão máxima e na convergência das simulações. O segundo problema foi eliminado através da utilização do Helius PFA junto com o ANSYS. No entanto, como a aplicação do carregamento no ANSYS é feita incrementalmente, dividindo o carregamento inicial em partes, para obter soluções não influenciadas pela divisão do carregamento, sempre convergentes e mais próximas do valor experimental, foi desenvolvido um código *ad hoc* no MATLAB para fazer simulação de dano progressivo em conjunto com o ANSYS. Este código, garantindo sempre a convergência, permitiu obter valores da tensão de colapso próximos dos experimentais através do ajustamento dos fatores que penalizam os módulos de elasticidade (FRR) dos elementos danificados. Também foram mencionados alguns conceitos básicos da otimização robusta e foram resolvidos dois problemas de otimização, um determinístico (otimização clássica) e estocástico (otimização robusta). As soluções do problema determinístico mostraram estar, geralmente, de acordo com as soluções publicadas em [7], onde o problema foi definido, havendo 5 soluções das 15 obtidas diferentes e aparentemente melhores que as originais. O método empregue no presente trabalho demonstrou, também, uma maior eficácia. O problema de otimização estocástico foi definido como sendo muito simples uma vez que, dada a necessidade de fazer numerosas simulações de dano progressivo, os recursos computacionais necessários ultrapassavam os disponíveis. A resolução foi realizada por um conjunto de códigos que formam uma superfície de resposta para uma configuração do compósito laminado e, com base nessa superfície, calcula o desvio padrão (DP) da resposta. Para esse propósito, também foram aplicadas vários melhoramentos dos códigos e do modelo utilizados o que resultou numa redução do tempo de cálculo em mais de 85%.

A aplicação da superfície de resposta (SR) na avaliação do desvio DP não mostrou vantagens evidentes sobre a avaliação do DP com base somente nas amostras. Espera-se que o primeiro seja vantajoso no caso de variáveis de projeto contínuas em que uma SR seria criada para todo o espaço de pesquisa e uma otimização apenas procuraria mínimos nessa SR.

Hoje em dia a análise numérica de compósitos necessita de mais desenvolvimento. Os materiais compósitos PRF são de tal forma complexos e têm uma resposta tão não linear que os

métodos de análise, aplicados tradicionalmente a metais, podem produzir dificuldades na obtenção da resposta de um compósito comparável à real. Aqui, como noutros estudos [95] [72], a malha e o coeficiente de redução da rigidez após a falha devem ser ajustados a cada aplicação específica, com base nos valores experimentais, para produzir uma resposta semelhante à observada na realidade. As simulações de dano progressivo feitas no presente trabalho foram todas baseadas no método de elementos finitos. Qualquer das três formas de simulações numéricas do dano progressivo, apresentadas no capítulo 3, exibiram uma dependência considerável de parâmetros numéricos, i.e., que não são as propriedades do material – o tamanho de elemento da malha, o FRR e, no caso das simulações sem utilização do código desenvolvido em MATLAB, o número de passos temporais.

Infelizmente, hoje em dia, os modelos avançados não permitem o seu uso na otimização robusta onde são feitas numerosas simulações para encontrar a melhor combinação das propriedades de um compósito o que, certamente, põe fora de questão a sua aplicação na análise de estruturas tão complexas como uma aeronave. Infelizmente, ainda há que distinguir uma simulação para otimização de uma simulação para obtenção dos valores realistas.

6.2 SUGESTÕES PARA FUTUROS DESENVOLVIMENTOS

No que se refere à otimização robusta em si, seria muito importante acrescentar a otimização da previsibilidade de falha porque, como foi explicado em 5.1.2, esta tem uma grande influência na robustez do comportamento à falha de um compósito. No sentido de melhorar as ferramentas utilizadas no presente trabalho para uma otimização robusta, pode-se procurar formas de aumentar a eficácia tanto das simulações numéricas quanto da otimização robusta.

Para atingir esse objetivo uma hipótese seria procurar outros métodos alternativos disponíveis no ANSYS ou num outro programa de simulação numérica ou, então, adaptar uma metodologia avançada existente no programa de simulação numérica, através de uma subrotina criada pelo utilizador. Por, exemplo, em [92] os autores propõem, para o critério de falha de lâmina LaRC04, uma metodologia de simulação de dano progressivo de forma contínua, baseada na energia dissipada à fratura, à tração e à compressão, longitudinal e transversalmente. A metodologia inclui o uso de um modelo constitutivo que produz uma solução independente da malha, o que foi demonstrado, com êxito, em [6] através de uma subrotina implementada no programa ABAQUS. Sendo o dano aplicado de forma contínua, este não necessita de nenhum FRR para penalizar instantaneamente a elasticidade dos elementos danificados, mas sim de um modelo de redução gradual do módulo de elasticidade que, em [92] e [6] foi exponencial. No entanto, dada a complexidade do modelo, a sua eficácia computacional é digna de um estudo aprofundado.

Para a aplicação da SR resultar em mais eficácia computacional, deve ser investigada a função que define a SR uma vez que o seu bom ajustamento num problema pode não se observar num outro problema. Uma possibilidade de procura de uma função usada na definição das SR adequada para um determinado caso é proceder, antes da otimização principal do compósito, a uma otimização da estrutura dessa função, podendo esta incluir qualquer operador matemático (p.ex. funções trigonométricas), dependendo da perceção do problema. Alternativamente, a interpolação da SR pode ser feita por *splines*, que são funções definidas por partes utilizando polinómios de graus diferentes. Também se pode estudar a possibilidade de substituição da amostragem por hipercubo latino (AHL) pelo método de Audze-Eglais [124] que é análogo ao de AHL, sendo a sua principal vantagem uma distribuição dos pontos de amostragem uniforme no espaço.

Bibliografia

- [1] J. N. Reddy, *Mechanics of Laminated Composite Plates and Shells: Theory and Analysis*, 2nd Edition, Boca Raton, USA: CRC Press, 2004.
- [2] J. L. Pelletier e S. S. Vel, “Multi-objective optimization of fiber reinforced composite laminates for strength, stiffness and minimal mass,” *Composites & Structures*, vol. 84, pp. 2065-2080, 2006.
- [3] S. Sriramula e M. K. Chryssanthopoulos, “Quantification of uncertainty modelling in stochastic analysis of FRP composites,” *Composites: Part A*, vol. 40, n° 11, pp. 1673-1684, 2009.
- [4] S. Venkataraman e P. Salas, “Optimization of Composite Laminates for Robust and Predictable Progressive Failure Response,” *AIAA Journal*, vol. 45, n° 5, pp. 1113-1125, 2007.
- [5] N. Rahimi, M. Musa, A. K. Hussain e J. Mahmud, “Finite Element Implementations to Predict the Failure of Composite Laminates Under Uniaxial Tension,” *Advanced Materials Research*, vol. 499, pp. 20-24, 2012.
- [6] P. P. Camanho, P. Maimí e D. C. G., “Prediction of size effects in notched laminates using continuum damage mechanics,” *Composites Science and Technology*, vol. 67, p. 2715-2727, 2007.
- [7] F. S. Almeida e A. M. Awruch, “Design optimization of composite laminated structures using genetic algorithms and finite element analysis,” *Composite Structures*, vol. 88, n° 3, pp. 443-454, 2009.
- [8] D. H. Oh e L. Librescu, “Free vibration and reliability of composite cantilevers featuring uncertain properties,” *Reliability Engineering & System Safety*, vol. 56, n° 3, pp. 265-272, 1997.
- [9] M. Miki, Y. Murotsu, T. Tanaka e S. Shao, “Reliability-based optimization of fibrous laminated composites,” *Reliability Engineering and System Safety*, vol. 56, n° 3, pp. 285-290, 1997.
- [10] W. Chen, W. Fu, S. B. Biggers e R. A. Latour, “An Affordable Approach for Robust Design of Thick Laminated Composite Structure,” *Optimization and Engineering*, vol. 1, n° 3, pp. 305-322, 2000.
- [11] A. K. Noor, J. H. Starnes e J. M. Peters, “Uncertainty analysis of stiffened composite panels,” *Composite Structures*, vol. 51, n° 2, pp. 139-158, 2001.
- [12] B. N. Singh, D. Yadav e N. G. R. Iyengar, “Stability analysis of laminated cylindrical panels with uncertain material properties,” *Composite Structures*, vol. 54, n° 1, pp. 17-26, 2001.
- [13] S. Adali, F. Lene, G. Duvaut e V. Chiaruttini, “Optimization of laminated composites subject to uncertain buckling loads,” *Composite Structures*, vol. 62, n° 3, pp. 261-269, 2003.
- [14] M. Nakanishi, Y. Kobayashi e G. Yamada, “Robust Design of a Flexible Structure Reinforced by FRP Sheets,” *JSM E International Journal Series C*, vol. 47, n° 1, pp. 260-267, 2004.
- [15] M. Walker e R. Hamilton, “A technique for optimally designing fibre-reinforced laminated plates with manufacturing uncertainties for maximum buckling strength,” *Engineering Optimization*, vol. 37, n° 2, pp. 135-144, 2005.
- [16] M. Walker, “Optimal design of fibre-reinforced laminated plates accounting for manufacturing uncertainty,” *International Journal of Mechanics and Materials in Design*, vol. 2, n° 3, pp. 147-155, 2006.
- [17] T. P. Y. e M. Walker, “A technique for optimally designing engineering structures with manufacturing tolerances accounted for,” *Engineering Optimization*, vol. 39, n° 1, pp. 1-15, 2007.
- [18] C. R. Gumbert, P. A. Newman e G. J.-W. Hou, “High-Fidelity Computational Optimization for 3-D Flexible Wings: Part II—Effect of Random Geometric Uncertainty on Design,” *Optimization and Engineering*, vol. 6, n° 1, pp. 139-156, 2005.
- [19] W. Xiangyang, “Probabilistic Optimum Design of Symmetric Laminates under First-Ply Failure,” *Wuhan University Journal of Natural Sciences*, vol. 12, n° 2, pp. 303-306, 2007.

- [20] C. C. António e L. N. Hoffbauer, “An approach for reliability-based robust design optimisation of angle-ply composites,” *Composite Structures*, vol. 90, nº 1, pp. 53-59, 2009.
- [21] Z. K. Awad, F. Gonzalez e T. Aravinthan, “Advanced robust design optimization of FRP sandwich floor,” *Iop Conference Series: Materials Science and Engineering*, vol. 10, nº 1, 2010.
- [22] R. Prasanth, P. S. Owuor, R. Shankar, J. Joyner, S. Kosolwattana, S. P. Jose, P. Dong, V. K. Thakur, J. H. Cho e M. Shelke, “Eco-Friendly Polymer-Layered Silicate Nanocomposite-Preparation, Chemistry, Properties, and Applications,” em *Eco-friendly Polymer Nanocomposites: Chemistry and Applications*, Nova Déli, Springer, 2015, pp. 1-42.
- [23] B. Sharma, “Progressive Damage Modeling of Pin Loaded Composite Plate Using FEMA,” Thapar Institute of Engineering and Technology, Patiala, 2006.
- [24] G. Lubin, Handbook of composites, Nova Iorque: Van Nostrand Reinhold Company Inc., 1982.
- [25] J. R. Vinson e R. L. Sierakowski, The Behaviour of Structures Composed of Composite Materials, Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2002.
- [26] E. J. Barbero, Introduction to Composite Materials Design, Boca Raton: CRC Press, 2011.
- [27] “TROFICOLOR DENIM MAKERS,” [Online]. Available: http://www.troficolor.pt/oldsite/img_upload/03_Tecelagem.pdf. [Acedido em 14 agosto 2015].
- [28] N. F. Dow, “Triaxial fabric”. EUA Patente 3446251, 27 maio 1969.
- [29] “ECRE - The Engineering Research Centre,” [Online]. Available: <http://ecre.ulster.ac.uk/research>. [Acedido em 14 agosto 2015].
- [30] R. M. Christensen, The Theory of Materials Failure, Oxford: Oxford University Presss, 2013.
- [31] A. K. Kaw, Mechanics of Composite Materials, Boca Raton: CRC Press, 2006.
- [32] C. Slater, “The Static and Dynamic Behaviour of Carbon Fibre Composites used in Golf Club Shafts,” The University of Birmingham, College of Engineering and Physical Sciences, School of Metallurgy and Materials, Birmingham, 2011.
- [33] “Carbon (fiber),” Wikipédia, [Online]. Available: http://en.wikipedia.org/wiki/Carbon_%28fiber%29. [Acedido em 25 janeiro 2015].
- [34] D. Hull e T. Clyne, An Introduction to Composite Materials, 2ª ed., Cambridge: Cambridge University Press, 1996.
- [35] D. D. D. L. Chung, Carbon Fiber Composites, Elsevier, 1994.
- [36] J. M. G. Cowie, Polymers: Chemistry and Physics of Modern Materials. 2nd Edition, Chapman and Hall, 1991.
- [37] S. Goodman, Handbook of Thermoset Plastics, 2ª ed., Noyes Publications, 1998.
- [38] C. A. May, Epoxy Resins: Chemistry and Technology, 2ª ed., Nova Iorque: Marcel Dekker, 1988.
- [39] R. F. Gibson, Principles of Composite Material Mechanics, McGraw-Hill, 1994.
- [40] Z. Gürdal, R. T. Haftka e P. Hajela, Design and Optimization of Laminated Composite Materials, Toronto: John Wiley & Sons, 1999.
- [41] D. Brigante, New Composite Materials. Selection, Design, and Application., Springer, 2014.
- [42] R. Talreja, “Manufacturing defects in composites and their effects on performance,” em *Polymer Composites in Aerospace Industry*, Cambridge, Woodhead Publishing, 2015, pp. 99-113.
- [43] J. C. Halpin, Primer on Composite Analysis, Stanford, Conn: Technomic Publishing Co., 1969.
- [44] K. A. Acton, “Modeling elasto-plastic composite material behavior by meso-scale homogenization,” ProQuest LLC, Baltimore, 2009.
- [45] M. J. Bogdanor e C. Oskay, “Failure Prediction of Composites under Uncertainty,” 2015. [Online]. Available: <https://my.vanderbilt.edu/mcml/cv/failure-prediction-of-composites-under-uncertainty/>. [Acedido em 03 Abril 2015].

- [46] "Expo Astana 2017," [Online]. Available: <http://www.expo2017astana.com>. [Acedido em 12 fevereiro 2016].
- [47] A. G. Hansen e M. R. Garnich, "A multicontinuum theory for structural analysis of composite material systems," *Composites Engineering*, vol. 5, nº 9, pp. 1091-1103, 1995.
- [48] "Simulation Composite Analysis 2015 Help," Autodesk, 2015.
- [49] J. S. Mayes e A. C. Hansen, "Composite laminate failure analysis using multicontinuum theory," *Composites Science and Technology*, vol. 64, nº 3-4, pp. 379-394, 2004.
- [50] P. D. Soden, M. J. Hinton e A. S. Kaddour, "A comparison of the predictive capabilities of current failure theories for composite laminates," *Composites Science and Technology*, vol. 58, nº 7, pp. 1225-1254, 1998.
- [51] C. Wang, "Fracture mechanics of single-fibre pull-out test," *Journal of Materials Science*, vol. 32, nº 2, pp. 483-490, 1997.
- [52] D. Tripathi e F. Jones, "Single fibre fragmentation test for assessing adhesion in fibre reinforced composites," *Journal of Materials Science*, vol. 33, nº 1, pp. 1-16, 1998.
- [53] E. Gamstedt e B. Sjörgen, "Micromechanisms in tension-compression fatigue of composite laminates containing transverse plies," *Composites Science and Technology*, vol. 59, nº 2, pp. 167-178, 1999.
- [54] J. Nairn, "Matrix microcracking in composites," em *Polymer Matrix Composites*, Elsevier Science, 2000, pp. 403-432.
- [55] J. R. Tarpani, M. T. Milan, D. Spinelli e W. W. Bose, "Mechanical performance of carbon-epoxy laminates Part II: quasi-static and fatigue tensile properties," *Materials Research*, vol. 9, nº 2, pp. 121-130, 2006.
- [56] R. Talreja, "Analysis of Failure in Composite Structures," em *Failure and Damage Analysis of Advanced Materials*, Udine, Springer, 2015, pp. 255-278.
- [57] P. Maimí, "Modelización constitutiva y computacional del daño y la fractura de materiales compuestos," Escola Politècnica Superior, Universitat de Girona, Girona, 2006.
- [58] S. T. Pinho, C. G. Dávila, P. P. Camanho, L. Iannucci e P. Robinson, "Failure Models and Criteria for FRP Under In-Plane or Three-Dimensional Stress States Including Shear Non-Linearity," NASA Langley Research Center, Hampton, 2005.
- [59] T. J. Vogler e S. Kyriakides, "On the axial propagation of kink bands in fiber composites: Part I experiments," *Journal of Solids and Structures*, vol. 36, nº 4, pp. 557-574, 1999.
- [60] P. P. Camanho, "Failure criteria for fibre-reinforced polymer," Departamento de Engenharia Mecânica e Gestão Industrial, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto, 2002.
- [61] P. P. Camanho, C. G. Dávila e M. F. Moura, "Numerical simulation of mixed-mode progressive delamination in composite materials," *Journal of Composite Materials*, vol. 37, nº 16, pp. 1415-1438, 2003.
- [62] A. Turon, P. P. Camanho, J. Costa e C. G. Dávila, "An interface damage model for the simulation of delamination under variable-mode ratio in composite materials," National Aeronautics and Space Administration, Hampton, 2004.
- [63] S. Sadaba, C. Gonzalez e J. Llorca, "Failure simulation in laminates of fiber-reinforced composites," *Anales de Mecánica de la Fractura*, vol. 1, nº 25, pp. 299-304, 2008.
- [64] M. J. Hinton, K. A. S. e P. D. Soden, "A further assessment of the predictive capabilities of current failure theories for composite laminates: comparison with experimental evidence," *Composites Science and Technology*, vol. 64, nº 3-4, pp. 549-588, 2004.
- [65] B. Sharma, "Progressive Damage Modelling of Pin Load Composite Plate Using FEMA," Thapar Institute of Engineering and Technology, Patiala, 2006.
- [66] C. Kassapoglou, "Modelling the stiffness and strength of aerospace structural elements," em *Polymer Composites in the Aerospace Industry*, Cambridge, Woodhead Publishing, 2015, pp. 117-154.

- [67] S. W. Tsai e E. M. Wu, "A general theory of strength for anisotropic materials," *Journal of Composite Materials*, vol. 5, nº 1, pp. 58-80, 1971.
- [68] Z. Hashin, "Failure Criteria for Unidirectional Fiber Composites," *Journal of Applied Mechanics- transactions of The Asme*, vol. 47, nº 2, p. 329, 1980.
- [69] A. Puck e H. Schürmann, "Failure analysis of FRP laminates by means of physically based phenomenological models," *Composites Science and Technology*, vol. 62, nº 12, pp. 1633-1662, 2002.
- [70] C. G. Dávila, P. P. Camanho e C. A. Rose, "Failure Criteria for FRP Laminates," *Journal of Composite Materials*, vol. 39, nº 4, pp. 323-345, 2005.
- [71] G. J. Dvorak e N. Laws, "Analysis of progressive matrix cracking in composite laminates II. First ply failure.," *Journal of Composite Materials*, vol. 21, nº 4, pp. 309-329, 1987.
- [72] V. Skyttä, O. Saarela e M. Wallin, "Progressive Analysis of Composite Laminates; Analysis vs Experiments," *Fracture of Nano and Engineering Materials and Structures*, pp. 341-342, 2006.
- [73] M. Nahas, "Survey of Failure and Post-Failure Theories of Laminated Fiber-Reinforced Composites," *Journal of Composites Technology & Research*, vol. 8, nº 4, pp. 138-153, 1986.
- [74] P. P. Camanho e F. L. Matthews, "A Progressive Damage Model for Mechanically Fastened Joints in Composite Laminates," *Journal of Composite Materials*, vol. 33, nº 24, pp. 2248-2280, 1999.
- [75] K. I. Tserpes, G. Labeas, B. Papanikos e T. Kermanidis, "Strength prediction of bolted joints in graphite/epoxy composite laminates," *Composites Part B: Engineering*, vol. 33, nº 7, pp. 521-529, 2002.
- [76] K. Potter, C. Langer, B. Hodgkiss e S. Lamb, "Sources of variability in uncured aerospace grade unidirectional carbon fibre epoxy prepregmate," vol. 38, nº 3, 2007.
- [77] G. I. Schuëller e H. A. Jensen, "Computational methods in optimization considering uncertainties - An overview," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 198, nº 1, pp. 2-13, 2008.
- [78] H.-G. Beyer e B. Sendhoff, "Robust optimization – A comprehensive survey," *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, vol. 196, nº 33-34, pp. 3190-3218, 2007.
- [79] R. M. Jones, *Mechanics of Composite Materials*, 2ª ed., Filadélfia: Taylor & Francis, 1999.
- [80] C. Acquah, I. V. Datskov, A. Mawardi, F. Zhang, L. E. K. Achenie, R. Pitchumani e E. Santos, "Optimization under uncertainty of a composite fabrication process using a deterministic one-stage approach," *Computers and Chemical Engineering*, vol. 30, nº 6-7, pp. 947-960, 2006.
- [81] G. Fernlund, N. Rahman, R. Courji, M. Bresslauer, A. Poursartip, K. Willden e K. Nelson, "Experimental and numerical study of the effect of cure cycle, tool surface, geometry and lay-up on the dimensional fidelity of autoclave-processed parts," vol. 33, 2002.
- [82] D. W. Radford, "Volume fraction gradient induced warpage in curved composite plates," vol. 5, nº 7, 1995.
- [83] K. D. Potter, M. Campbell, C. Langer e M. R. Wisnom, "The generation of geometrical deformations due to tool/part interaction in the manufacture of composite components," vol. 36, nº 2, 2005.
- [84] W. H. M. Van Dreuvel e J. L. M. Kamp, "Non Hookean Behaviour in the Fibre Direction of Carbon-Fibre Composites and the Influence of Fibre Waviness on the Tensile Properties," *Journal of Composite Materials*, vol. 11, nº 4, 1977.
- [85] A. Mrse e M. R. Piggott, "Relation between fibre waviness and compressive properties of fiber composites," em *35th International SAMPE Symposium*, 1990.
- [86] M. R. Wisnom e J. W. Atkinson, "Fibre Waviness Generation and Measurement and its Effect on Compressive Strength," *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, vol. 19, nº 2, pp. 96-110, 2000.
- [87] K. Potter, B. Khan, M. Wisnom, T. Bell e J. Stevens, "Variability, fibre waviness and misalignment in the determination of the properties of composite materials and structures," *Composites: Part A*, vol. 39, nº 9, pp. 1343-1354, 2008.

- [88] T. Delpero, G. Lepoittevin e A. Sanchez, "ETH - Laboratory of Composite Material and Adaptive Structures - Strukturlabor," 01 março 2011. [Online]. Available: https://www1.ethz.ch/structures/education/bachelor/Strukturlabor/FS11PDFs/FEM_with_Ansys_-_Introduction.pdf. [Acedido em 27 janeiro 2015].
- [89] C. G. Dávila, P. P. Camanho e A. Turon, "Effective Simulation of Delamination in Aeronautical Structures Using Shells and Cohesive Elements," *Journal of Aircraft*, vol. 45, nº 2, pp. 663-672, 2008.
- [90] E. Ventsel e T. Krauthammer, *Thin Plates and Shells. Theory, Analysis and Applications.*, Nova Iorque: Marcel Dekker, Inc., 2001.
- [91] A. Matzenmiller, J. Lubliner e R. L. Taylor, "A constitutive model for anisotropic damage in fiber-composites," *Mechanics of Materials*, vol. 20, nº 2, pp. 125-152, 1994.
- [92] P. Miamí, P. P. Camanho, J. A. Mayugo e C. G. Dávila, "A continuum damage model for composite laminates: Part I - Constitutive model," *Mechanics of Materials*, vol. 39, nº 10, pp. 897-908, 2007.
- [93] G. S. Padhi, R. A. Shenoi, S. S. J. Moy e G. L. Hawkins, "Progressive failure and ultimate collapse of laminated composite plates in bending," *Composite Structures*, vol. 40, nº 3, pp. 277-291, 1997.
- [94] M. Bessa, "Meso-mechanical model of the structural integrity of advanced composite laminates," Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto, 2010.
- [95] S. C. Tan, "A Progressive Failure Model for Composite Laminates Containing Openings," *Journal of Composite Materials*, vol. 25, nº 5, pp. 556-577, 1991.
- [96] J. Aboudi, *Mechanics of Composite Materials: A Unified Micromechanical Approach*, Amsterdão: Elsevier Science Publishers B.V., 1991.
- [97] N. G. R. Iyengar, "Optimization in Structural Design," [Online]. Available: <http://www.iitk.ac.in/directions/directsept04/iyengar~new.pdf>. [Acedido em 2016 janeiro 2016].
- [98] A. Muc, "Optimization of multilayered composite structures with randomly distributed mechanical properties," *Mechanics of Composite Materials*, vol. 41, nº 6, pp. 505-510, 2005.
- [99] M. Dyer e A. Frieze, "Computing the Volume of Convex Bodies: A Case Where Randomness Provably Helps," Carnegie Mellon University, Pittsburgh, 1991.
- [100] Z. Zabinsky, *Stochastic Adaptive Search for Global Optimization*, Springer US, 2003.
- [101] K. Deb, A. Pratap, S. Agarwal e T. Meyarivan, "A Fast and Elitist Multiobjective Genetic Algorithm: NSGA-II," *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, vol. 6, nº 2, pp. 182-197, 2002.
- [102] Z. Kang e V. Vorgelegt, "Robust design optimization of structures under," struktionen Univ. Stuttgart, Estugarda, 2005.
- [103] M. Correia, "Optimização robusta," Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa, 2014.
- [104] A. Ben-Tal e A. Nemirovski, "Robust optimization - methodology and applications," *Mathematical Programming*, vol. 92, pp. 453-480, 2002.
- [105] T. U. Kim e H. C. Sin, "Optimal design of composite laminated plates with the discreteness in ply angles and uncertainty in material properties considered," *Computers & Structures*, vol. 79, nº 29-30, pp. 2501-2509, 2001.
- [106] D. J. Lekou e T. P. Philippidis, "Mechanical property variability in FRP laminates and its effect on failure prediction," *Composites Part B*, vol. 39, nº 7, pp. 1247-1256, 2008.
- [107] L. Guerreiro, *Apontamentos da Disciplina de Dinâmica e Engenharia Sísmica*, Lisboa: Instituto Superior Técnico, 1999.
- [108] P. Salas e S. Venkataraman, "Laminate optimization incorporating analysis and model parameter uncertainties for predictable failure," *Structural Multidisciplinary Optimization*, vol. 37, nº 6, pp. 541-555, 2009.
- [109] J. M. T. Thompson e W. J. Supple, "Erosion of Optimum Designs by Compound Branching Phenomena," *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, vol. 21, nº 3, pp. 135-144, 1973.

- [110] P. Salas, e S. Venkataraman, "Controlling failure using structural fuses for predictable progressive failure of composite laminates," *Structural and Multidisciplinary Optimization*, vol. 34, n° 6, pp. 473-489, 2007.
- [111] H. Yang, "ESI6247 Statistical Design Models," University of South Florida, [Online]. Available: <http://www.eng.usf.edu/~huiyang/ESI6247design.htm>. [Acedido em 15 09 2015].
- [112] L. F. Alvarez, "Approximation model building for design optimization using the response surface methodology and genetic programming," Universidade de Bradford, UK, Bradford, 2000.
- [113] C. G. Bucher e U. Bourgund, "A fast and efficient response surface approach for structural reliability problems," *Structural Safety*, vol. 7, n° 1, pp. 57-66, 1990.
- [114] H. Agarwal e J. E. Renaud, "Reliability based design optimization using response surfaces in application to multidisciplinary systems," *Engineering Optimization*, vol. 36, n° 3, pp. 291-311, 2004.
- [115] C. Kim e K. K. Choi, "Reliability-Based Design Optimization Using Response Surface Method With Prediction Interval Estimation," *Journal of Mechanical Design*, vol. 130, n° 12, 2008.
- [116] G. G. Wang, "Adaptive Response Surface Method Using Inherited Latin Hypercube Design Points," *Journal of Mechanical Design*, vol. 125, n° 2, pp. 210-220, 2003.
- [117] T. J. Santner, B. J. Williams e W. I. Notz, *The Design and Analysis of Computer Experiments*, Nova Iorque: Springer, 2003.
- [118] H. Benaroya e S. M. Han, *Probability Models in Engineering and Science*, Boca Raton: CRC Press, 2005.
- [119] Y. Murutsu e N. Kogiso, "Reliability and optimum design of fiber-reinforced composite material systems and structures," em *Reliability and Optimization of Structural Systems*, Ósaca, 2003.
- [120] P. K. Mallick, "Effect of fiber misorientation on the tensile strength of compression molded continuous fiber composites," *Polymer Composites*, vol. 7, n° 1, pp. 14-18, 1986.
- [121] W. Lacarbonara, *Nonlinear Structural Mechanics: Theory, Dynamical Phenomena and Modeling*, Nova Iorque: Springer US, 2013.
- [122] K. C. Wu, *Thermal and Structural Performance of Tow-placed, Variable Stiffness Panels*, Hampton: IOS Press, 2006.
- [123] K. Winkelmann e J. Górski, "The use of response surface methodology for reliability estimation of composite engineering structures," *Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, vol. 52, n° 4, pp. 1019-1032, 2014.
- [124] P. Audze e V. Eglais, "New approach for planning out of experiments," *Problems of Dynamics and Strengths*, vol. 35, pp. 104-107, 1977.