



**Carlos Filipe de Oliveira Martins**  
Licenciado em Ciências de Engenharia Civil

## **Análise e verificação da segurança de pórticos de aço segundo o Eurocódigo 3**

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em Engenharia  
Civil – Perfil Estruturas

Orientador: Professor Doutor Rodrigo Moura Gonçalves

Presidente: Professor Doutor Corneliu Cismasiu  
Arguente: Professor Doutor João Carlos Gomes Rocha de Almeida  
Vogal: Professor Doutor Rodrigo de Moura Gonçalves



FACULDADE DE  
CIÊNCIAS E TECNOLOGIA  
UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA

**Julho 2014**

“Copyright” **Carlos Filipe de Oliveira Martins**, Faculdade de Ciências e Tecnologia,  
Universidade Nova de Lisboa

A Faculdade de Ciências e Tecnologia e a Universidade Nova de Lisboa têm o direito, perpétuo e sem limites geográficos, de arquivar e publicar esta dissertação através de exemplares impressos reproduzidos em papel ou de forma digital, ou por qualquer outro meio conhecido ou que venha a ser inventado, e de a divulgar através de repositórios científicos e de admitir a sua cópia e distribuição com objectivos educacionais ou de investigação, não comerciais, desde que seja dado crédito ao autor e editor.



# Agradecimentos

Venho por este meio expressar, de forma sincera, a consideração e o agradecimento que tenho por todos os que me ajudaram e acompanharam ao longo destes anos.

Em primeiro lugar, gostaria de expressar a grande admiração que tenho pelo Professor Doutor Rodrigo Gonçalves, bem como agradecer o enorme trabalho, dedicação, disponibilidade e muita paciência no acompanhamento desta Dissertação.

A todos os Professores da enorme Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa, pela sabedoria, profissionalismo e dedicação transmitidos ao longo do meu curso.

A todos os colegas da Norfin – Sociedade de fundos de investimento imobiliário, em especial aos directores Doutor Luís Dias e Doutor Belarmino Carvalho, por me auxiliarem no mundo profissional. Ao Tiago Pinto Carneiro por me ter convidado para a Norfin e acima de tudo, por ser um grande amigo.

Ao Gonçalo Simões, Nuno Pedrinho, Idevor Mendonça, Diogo Schaefer, Zé Miguel e ao Tomás Ferreira por saber que posso, independentemente do que aconteça, contar sempre com o apoio, amizade e insanidade deles.

Ao Gonçalo Glória por ser o mais baixo dos meus amigos.

A todos os meus amigos, pela sorte de me terem como amigo.

À Francisca Pinto por ser a mulher da minha vida.

A toda a minha família, em especial à Mãe, ao Pai e ao Irmão, por me lembrarem todos os dias que o curso não termina enquanto a Dissertação não estiver terminada.



# Resumo

Nesta dissertação estuda-se a aplicação das fórmulas de verificação da segurança do Método 2 do Eurocódigo 3 (EC3) a pórticos com possibilidade de instabilizar lateralmente por flexão-torção. Mais concretamente, é efectuado um estudo paramétrico no qual se comparam as cargas de colapso obtidas utilizando (i) as equações do EC3 e (ii) modelos de elementos finitos de barra analisados através do programa ANSYS, os quais incluem tensões residuais, imperfeições geométricas, espalhamento da plastificação e a modelação da transmissão de empenamento. A análise dos resultados obtidos permite extrair conclusões relativamente à aplicação das expressões regulamentares. Em particular, mostra-se que a instabilização por flexão-torção não permite explorar a reserva de resistência plástica da estrutura (hiperestática) e conduz a resultados contra a segurança se a verificação da travessa não contabilizar o efeito do esforço axial no montante.

## **Palavras-chave:**

Pórticos de aço, Eurocódigo 3, Instabilidade lateral, Método 2



# Abstract

## **Analysis and safety checking of steel frames according to Eurocode 3**

This work concerns the application of the Eurocode 3 (EC3) Method 2 interaction formulae to unbraced steel frames, which may undergo lateral-torsional buckling. In particular, a parametric study is conducted, where a comparison is made between the collapse loads obtained with (i) the EC3 interaction formulae and (ii) beam finite element models analyzed with ANSYS, including residual stresses, geometric imperfections, plasticity spreading and the modelling of the warping transmission. These results make it possible to extract conclusions concerning the application of the EC3 formulae. In particular, it is shown that lateral-torsional buckling limits the plastic reserve in statically indeterminate frames and leads to unsafe strength estimates if the safety checking of the beam does not allow for the effect of the axial force in the column.

### **Key-words:**

Steel frames, Eurocode 3, Lateral buckling, Method 2



# Índice de Matérias

<b>1. Enquadramento.....</b>	<b>1</b>
1.1. Considerações gerais.....	1
1.2. Estrutura da dissertação.....	2
<b>2. Modelação numérica.....</b>	<b>3</b>
2.1. Introdução .....	3
2.2. Modelação numérica através do programa ANSYS .....	4
2.2.1 Elemento finito.....	4
2.2.2 Lei constitutiva do aço .....	5
2.2.3 Imperfeições geométricas.....	6
2.2.4 Transmissão de empenamento .....	6
2.2.5 Tensões residuais .....	9
2.3. Exemplos de validação.....	11
2.3.1 Pórtico em L - Análise pós-encurvadura.....	11
2.3.2 Consola $\Gamma$ – Comportamento espacial.....	14
<b>3. Estudo paramétrico.....</b>	<b>17</b>
3.1. Descrição geral.....	17
3.2. Verificações de segurança do Eurocódigo 3 .....	22
3.3.1 Caso de estudo 1.....	27
3.3.2 Caso de estudo 2.....	30
3.3. ANSYS.....	31
3.4. Análise de resultados.....	32
3.4.1 Caso de estudo 1.....	32
3.4.2 Caso de estudo 2.....	37
<b>4. Conclusões e desenvolvimentos futuros.....</b>	<b>43</b>
4.1. Conclusões .....	43
4.2. Desenvolvimentos futuros.....	44

<b>5. Bibliografia .....</b>	<b>45</b>
<b>6. Tabelas do EC3.....</b>	<b>47</b>

# Índice de Figuras

Figura 2.1 – Elemento finito de barra BEAM189.....	5
Figura 2.2 – Gráfico tensão-deformação representativo da lei constitutiva uniaxial do aço .....	5
Figura 2.3 – Imperfeições Geométricas (Gonçalves et al.,2009) .....	6
Figura 2.4 – Transmissão de empenamento (a) Directa, (b) Inversa, (c) Nulo [Extraído de Basaglia et al., 2012] .....	7
Figura 2.5 – Geometria do pórtico e discretização dos seus elementos [Extraído de Basaglia et al., 2012] .....	7
Figura 2.6 – Modelação em ANSYS para a transmissão de empenamento directa entre nós.....	8
Figura 2.7 – Modelação em ANSYS para a transmissão de empenamento inversa entre nós .....	9
Figura 2.8 – Discretização da secção transversal em 200 células .....	10
Figura 2.9 – Geometria do pórtico, tipo de ligações e carregamento [Extraído de Basaglia et al., 2012] .....	11
Figura 2.10 – Características do perfil I200x5 [Extraído de Basaglia et al., 2012] .....	12
Figura 2.11 – Gráfico comparativo de elementos de barra com elementos de casca para transmissão de empenamento directa.....	12
Figura 2.12 – Gráfico comparativo de elementos de barra com elementos de casca para transmissão de empenamento inversa .....	13
Figura 2.13 – Gráfico comparativo de elementos de barra com elementos de casca para transmissão de empenamento nulo.....	13
Figura 2.14 – Geometria do pórtico, carregamento e falta de verticalidade .....	14
Figura 2.15 – Tensões Residuais de um perfil metálico I (Boissonnade et al., 2006) .....	14
Figura 2.16 – Modelação dos nós em ABAQUS [Extraído de Gonçalves et al., 2009].....	15
Figura 2.17 – Gráfico do parâmetro de carga vs deslocamento vertical da extremidade da consola para o caso A.....	15
Figura 2.18 - Gráfico do parâmetro de carga vs deslocamento vertical da extremidade da consola para o caso B.....	16
Figura 3.1 – Condições de apoio e carregamentos considerados .....	17
Figura 3.2 – Geometria da secção transversal do perfil IPE200 .....	18
Figura 3.3 – Diagramas de esforços resultantes da análise através do MDF: N – Esforço Axial, V – Esforço Transverso, M – Momento Flector .....	21
Figura 3.4 – Simplificação utilizada no cálculo do $L_{cr}$ .....	28
Figura 3.5 – Modelo para o cálculo da rigidez da mola equivalente à travessa .....	28

Figura 3.6 – Modelo para o cálculo do comprimento crítico no eixo z-z.....	30
Figura 3.7 – Modelo utilizado para o cálculo do $M_{cr}$ no programa ANSYS .....	31
Figura 3.8 – Curvas de resistência obtidas com o ANSYS e o EC3 para o caso de estudo 1 $\beta=0,75$ e $\lambda=0,5$ .....	33
Figura 3.9 – Curvas de resistência obtidas com o ANSYS e o EC3 para o caso de estudo 1 $\beta=0,75$ e $\lambda=1,0$ .....	34
Figura 3.10 – Curvas de resistência obtidas com o ANSYS e o EC3 para o caso de estudo 1 $\beta=0,75$ e $\lambda=1,5$ .....	34
Figura 3.11 – Curvas de resistência obtidas com o ANSYS e o EC3 para o caso de estudo 1 $\beta=0,75$ e $\lambda=2,5$ .....	35
Figura 3.12 – Curvas de resistência obtidas com o ANSYS e o EC3 para o caso de estudo 1 $\beta=1,25$ e $\lambda=0,5$ .....	36
Figura 3.13 – Curvas de resistência obtidas com o ANSYS e o EC3 para o caso de estudo 1 $\beta=1,25$ e $\lambda=1,0$ .....	36
Figura 3.14 – Curvas de resistência obtidas com o ANSYS e o EC3 para o caso de estudo 1 $\beta=1,25$ e $\lambda=1,5$ .....	37
Figura 3.15 – – Curvas de resistência obtidas com o ANSYS e o EC3 para o caso de estudo 1 $\beta=1,25$ e $\lambda=2,5$ .....	37
Figura 3.16 – Curvas de resistência obtidas com o ANSYS e o EC3 para o caso de estudo2 $\beta=0,75$ e $\lambda=0,5$ .....	38
Figura 3.17 – Curvas de resistência obtidas com o ANSYS e o EC3 para o caso de estudo2 $\beta=0,75$ e $\lambda=1,0$ .....	38
Figura 3.18 – Curvas de resistência obtidas com o ANSYS e o EC3 para o caso de estudo2 $\beta=0,75$ e $\lambda=1,5$ .....	39
Figura 3.19 – Curvas de resistência obtidas com o ANSYS e o EC3 para o caso de estudo2 $\beta=0,75$ e $\lambda=2,5$ .....	39
Figura 3.20 – Curvas de resistência obtidas com o ANSYS e o EC3 para o caso de estudo2 $\beta=1,25$ e $\lambda=0,5$ .....	40
Figura 3.21 – Curvas de resistência obtidas com o ANSYS e o EC3 para o caso de estudo2 $\beta=1,25$ e $\lambda=1,0$ .....	40
Figura 3.22 – Curvas de resistência obtidas com o ANSYS e o EC3 para o caso de estudo2 $\beta=1,25$ e $\lambda=1,5$ .....	41
Figura 3.23 – Curvas de resistência obtidas com o ANSYS e o EC3 para o caso de estudo2 $\beta=1,25$ e $\lambda=2,5$ .....	42
Figura 6.1 –Curvas de encurvadura em função da secção transversal [Extraído do EC3] .....	47
Figura 6.2 – Factor de imperfeição para as curvas de encurvadura [Extraído do EC3] .....	47
Figura 6.3 – Curvas de encurvadura lateral em função da secção transversal [Extraído do EC3] .....	48
Figura 6.4 – Factores de imperfeição para as curvas de encurvadura lateral [Extraído do EC3]	48
Figura 6.5 – Método 2: Factores de interacção $k_{ij}$ para elementos não susceptíveis à deformação por torção [Extraído do EC3] .....	48
Figura 6.6 – Método 2: Factores de interacção $k_{ij}$ para elementos susceptíveis à deformação por torção [Extraído do EC3] .....	49
Figura 6.7 – Coeficientes de momento uniforme equivalente $C_m$ das Figura 6.5 Figura 6.6 [Extraído do EC3] .....	49

# Índice de Tabelas

Tabela 3.1 – Propriedades geométricas e módulos de flexão plásticos para o perfil IPE200 .....	18
Tabela 3.2 – Esforços resistentes plásticos para o perfil IPE200.....	18
Tabela 3.3 – Geometria dos pórticos estudados para os casos estudados .....	20
Tabela 3.4 – Combinações de carga consideradas .....	20
Tabela 3.5 – Esforços máximos nos elementos do pórtico estudado .....	22
Tabela 3.6 – Momentos críticos retirados do programa ANSYS.....	32



# Lista de abreviaturas, siglas e símbolos

## Abreviaturas

EC3 Eurocódigo 3

## Siglas

CEN Comité Europeu de Normalização

FCT Faculdade de Ciências e Tecnologia

UNL Universidade Nova de Lisboa

## Índices

$(\dots)_{cr}$  relativo à carga crítica

$(\dots)_{Ed}$  relativo ao valor de cálculo do esforço actuante

$(\dots)_{pl}$  relativo ao valor de cálculo do esforço plástico

$(\dots)_{Rd}$  relativo ao valor de cálculo do esforço resistente

$(\dots)_x$  relativo ao eixo x

$(\dots)_y$  relativo ao eixo y

$(\dots)_z$  relativo ao eixo z

## **Letras Latinas**

A área do perfil metálico

$A_v$  área resistente ao esforço transversal

b largura do banzo do perfil metálico

$C_m$  coeficiente de momento equivalente

E módulo de Elasticidade

$e_0$  amplitude de imperfeição de um elemento

$f_y$  tensão de cedência

h altura da secção transversal

I momento de inércia

$k_{ij}$  coeficiente de interacção

L comprimento do elemento

$L_{cr}$  comprimento crítico

M momento flector

N esforço axial

P carga aplicada

$t_f$  espessura do banzo do perfil de aço

$t_w$  espessura da alma do perfil de aço

V esforço transversal

W módulo de flexão

## **Letras Gregas**

$\Lambda$  parâmetro de carga

$\alpha$  factor de imperfeição para a encurvadura

$\alpha_{LT}$  factor de imperfeição para a encurvadura lateral

$\beta$  Relação entre os comprimentos dos elementos

$\gamma_{M0}$  coeficiente parcial de segurança para a resistência de secções transversais

$\gamma_{MI}$  coeficiente parcial de segurança para a resistência dos elementos em relação a fenómenos de encurvadura

$\lambda$  esbelteza normalizada

$\lambda_{LT}$  esbelteza normalizada para a instabilidade por flexão-torção

$\nu$  coeficiente de Poisson

$\chi$  factor de redução

$\chi_1$  incógnita hiperestática (momento na ligação montante-travessa)

$\chi_{LT}$  factor de redução para a instabilidade lateral por flexão-torção

$\Phi$  factor para a determinação do coeficiente de redução

$\Psi$  relação entre os momentos de extremidade



# Capítulo 1

## Enquadramento

### 1.1. Considerações gerais

Para uma estrutura ser considerada estável requer que todos os elementos e ligações estruturais possuam a resistência adequada às cargas aplicadas, mantendo o necessário equilíbrio para a geometria deformada da estrutura. Na prática, este requisito suscita dificuldades para o engenheiro que realiza o projecto. Os métodos de análise convencionais são geralmente limitados na sua capacidade para efectuar um cálculo preciso das deformações plásticas e das tensões que ocorrem quando as estruturas atingem o seu estado limite último de resistência. Os cálculos baseados numa análise elástica de primeira ordem, em que o equilíbrio é satisfeito apenas para a configuração inicial e em que o material é sempre assumido como elástico, são deste modo inadequados para satisfazer a situação anteriormente descrita. Para além dos efeitos de 2ª ordem, tem de se ter em conta factores de incerteza introduzidos pela variação na magnitude e distribuição das cargas, assim como factores que afectam a resistência e a rigidez, tais como as propriedades dos materiais, as ligações, as tolerâncias de fabrico e de montagem e as tensões residuais. A complexidade do problema leva a que grande parte das abordagens de dimensionamento e verificação de segurança separe os comportamentos no plano e fora-do-plano (Zieman, 2010).

O actual regulamento Europeu de estruturas de aço, Eurocódigo 3 (CEN, 2005), permite que se recorra a métodos de análise geometricamente e fisicamente não linear na verificação de segurança de pórticos de aço. A aplicação do EC3 a barras inseridas em estruturas pode ser

bastante complexa, sendo um tema ainda pouco discutido (ver por exemplo Gonçalves e Camotim, 2005)

A presente Dissertação tem como objectivo aferir a precisão das verificações de segurança do EC3 quando aplicadas a pórticos com possibilidade de instabilizar lateralmente. Deste modo, procedeu-se à modelação de um pórtico utilizando um programa de elementos finitos, o ANSYS (ANSYS Inc., 2004). Este programa permite contemplar grande parte dos fenómenos de instabilidade assim como a transmissão de empenamento, o que conduz a resultados com um elevado grau de precisão.

## **1.2. Estrutura da dissertação**

A presente Dissertação divide-se em 4 Capítulos, descritos sucintamente.

O primeiro Capítulo refere-se ao enquadramento e à organização da Dissertação.

No segundo Capítulo é apresentado o programa de elementos finitos, ANSYS, escolhido para modelar o estudo de caso. Descrevem-se os aspectos de modelação desse programa mais relevantes e os exemplos de validação, efectuados no âmbito deste estudo.

O terceiro Capítulo apresenta a envolvente e o método de análise para o estudo de caso da presente Dissertação. Os resultados obtidos pelo programa ANSYS são comparados com os fornecidos pelas equações de verificação de segurança do EC3, aferindo-se a precisão destas últimas.

No quarto e último capítulo são apresentadas as conclusões e sugeridas possíveis extensões para o presente trabalho.

## Capítulo 2

# Modelação numérica

### 2.1. Introdução

No presente capítulo será abordado e estudado o processo de modelação numérica de um pórtico através do programa de elementos finitos ANSYS (ANSYS Inc., 2004). Os aspectos de modelação mais relevantes são cuidadosamente explicados, tais como: o elemento finito escolhido, a lei constitutiva do aço, as imperfeições geométricas, a transmissão de empenamento entre nós de pórticos e as tensões residuais.

No âmbito desta Dissertação foram realizados vários exemplos de validação do programa ANSYS. Numa primeira fase foram reproduzidos os quatro exemplos de validação já utilizados nas teses de Rosa (2011), Amarante (2012) e Vieira (2012), os quais dizem respeito à determinação das trajectórias de equilíbrio e cargas de colapso de:

- perfil com secção em I com tensões residuais, sujeito à tração pura;
- pórtico plano com imperfeições geométricas (Vogel, 1985)
- colunas-viga apoiada-apoiada e apoiada-encastada, com tensões residuais e imperfeições geométricas (Gonçalves *et al.*, 2009)
- consola com secção em C (Gruttman *et al.*, 2000)

Dado que estes exemplos foram já apresentados e discutidos com detalhe nas teses já referidas e que os resultados obtidos são idênticos, optou-se por não os apresentar no presente trabalho. Desta forma, a atenção é focada em dois novos casos de validação, os quais são particularmente relevantes para o âmbito da presente Dissertação.

## **2.2. Modelação numérica através do programa ANSYS**

### **2.2.1 Elemento finito**

Para modelar adequadamente o comportamento estrutural de perfis de aço com secção de parede fina aberta (trata-se do caso das secções IPE, HEB, etc.), é imprescindível contabilizar o efeito do empenamento associado à torção. Em geral, as análises pelo método dos elementos finitos que melhor se adequam ao estudo de estruturas constituídas por estes elementos (o que envolve a modelação explícita dos nós da estrutura) são as que utilizam elementos de casca ou sólidos, os quais requerem um grande esforço computacional, não só na quantidade de dados introduzidos como na análise posterior de resultados. Este tipo de análise torna-se, por isso, proibitiva para o dia-a-dia num gabinete de projecto, onde é necessário recorrer a programas rápidos, baseados em elementos de fácil utilização e implementação. É o caso de elementos finitos de barra que incluem um grau de liberdade associado ao empenamento por torção. No presente trabalho adoptou-se o elemento de barra BEAM189 da biblioteca do programa ANSYS, ilustrado na Figura 2.1 e baseado na teoria de vigas de Timoshenko, contabilizando assim a deformação por corte para além do empenamento de torção – por nó, possui 3 graus de liberdade de deslocamento, três graus de liberdade de rotação e um grau de liberdade de empenamento. Este elemento é bastante apropriado para efectuar análises físicas e geometricamente não-lineares, podendo incluir imperfeições geométricas e tensões residuais.

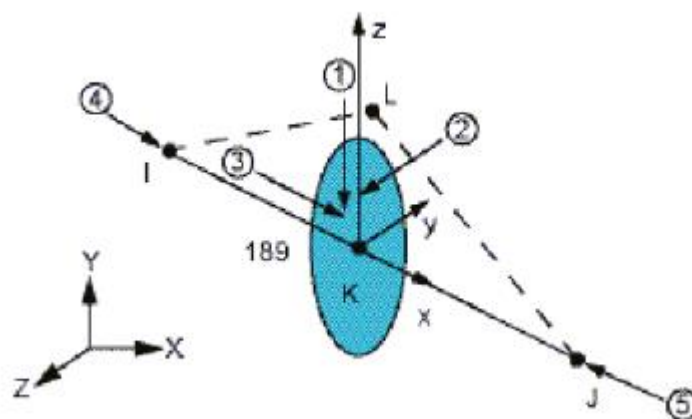


Figura 2.1 – Elemento finito de barra BEAM189

### 2.2.2 Lei constitutiva do aço

O elemento de barra BEAM189 é compatível com a utilização de várias leis constitutivas. No presente trabalho é utilizado o aço, considerado como um material elasto-plástico perfeito cuja relação constitutiva pode ser simplificada descrita pela Figura 2.2, em que  $E$  é o módulo de elasticidade e  $f_y$  é a tensão de cedência e coeficiente de Poisson  $\nu$  igual a 0,3. O critério de cedência adotado é o de Von Mises, com lei de escoamento associada e sem endurecimento. Esta lei material é bastante coerente com a utilizada em estudos semelhantes (Gonçalves *et al.*, 2009; Boissonnade *et al.*, 2006).

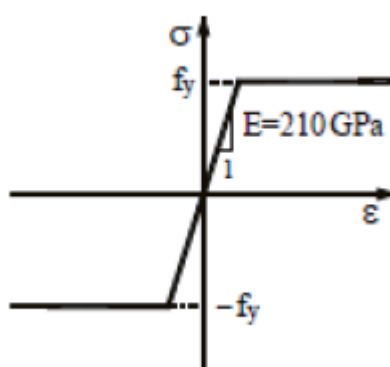


Figura 2.2 – Gráfico tensão-deformação representativo da lei constitutiva uniaxial do aço

### 2.2.3 Imperfeições geométricas

As imperfeições geométricas de um perfil de aço resultam do seu processo de fabrico e traduzem-se numa variação da geometria da secção transversal e falta de rectilinearidade do seu eixo. Os valores para as imperfeições geométricas adoptados, quer nos casos de validação, quer no restante trabalho, são os que estiveram na base da calibração das equações de interacção do EC3 e têm o valor máximo, a meio vão, de  $e_0 = L/1000$ , em que  $L$  é o comprimento do elemento, nos dois eixos principais de flexão da secção, conforme representado na Figura 2.3. O programa ANSYS possibilita materializar estas imperfeições através do comando *SPLine*, que permite criar linhas parabólicas.

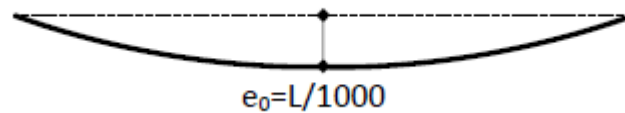


Figura 2.3 – Imperfeições Geométricas (Gonçalves *et al.*,2009)

### 2.2.4 Transmissão de empenamento

As estruturas estudadas têm, na maior parte dos casos, propensão a instabilizar por flexão-torção, tornando-se indispensável analisar a forma como se processa a transmissão de empenamento no nó, dado que esse efeito pode influenciar significativamente o comportamento estrutural.

As configurações possíveis para a transmissão de empenamento entre nós convergentes encontram-se representadas na Figura 2.4 e são as seguintes:

- Directa (*Box-stiffened*), i.e., o valor de transmissão de empenamento na travessa é igual ao do montante.
- Inversa (*Diagonal-stiffened*), i.e., o valor de transmissão de empenamento na travessa é igual e de sinal contrário ao do montante
- Empenamento nulo (*Diagonal-box stiffened*), i.e., a ligação é muito rígida, impedindo a transmissão de empenamento entre a travessa e o montante.

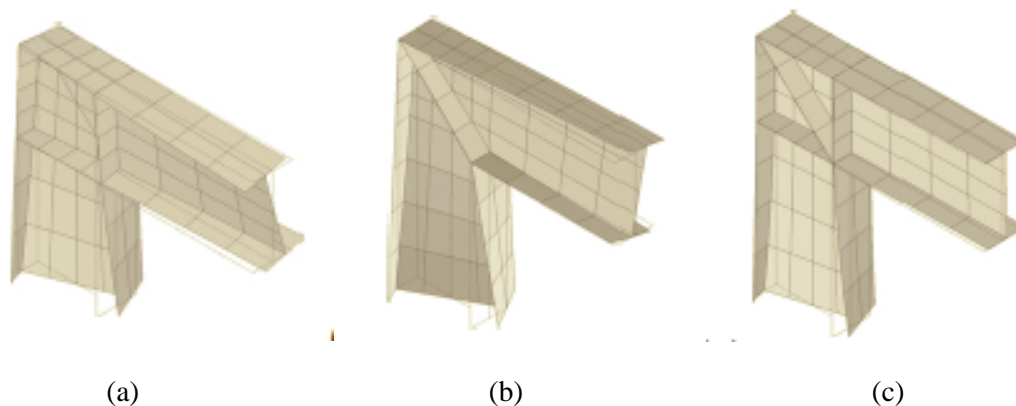


Figura 2.4 – Transmissão de empenamento (a) Directa, (b) Inversa, (c) Nulo  
 [Extraído de Basaglia *et al.*, 2012]

No programa ANSYS, a geometria da estrutura é definida através de vários pontos conectados por linhas rectas (*Line*) ou parabólicas (*SPLine*). O problema surge quando a estrutura tem pontos comuns, como é o caso do nó convergente do montante com a travessa num pórtico.

O exemplo da Figura 2.5, ilustra um pórtico onde o montante e a travessa, são definidos por dois pontos cada (*Keypoints*),  $K_{1\alpha}$  e  $K_{2\alpha}$  e  $K_{1\beta}$  e  $K_{2\beta}$  unidos pelas linhas (*Line*)  $\alpha$  e  $\beta$ , respectivamente.

O programa garante automaticamente, para os nós interiores, a compatibilidade dos diferentes graus de liberdade. No caso dos nós convergentes, essa compatibilidade não está automaticamente garantida pelo programa. Os graus de liberdade associados aos deslocamentos ( $U_x, U_y, U_z$ ) e às rotações ( $\theta_x, \theta_y, \theta_z$ ) têm de ser ligados manualmente de forma a garantir a sua compatibilidade, através do comando *Preprocessor -> Coupling/Ceqn -> Couple DOFs*.

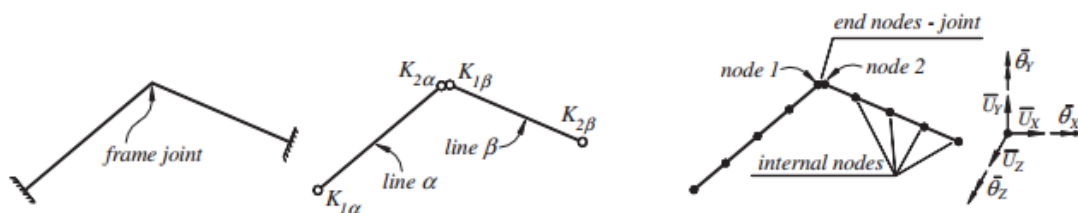


Figura 2.5 – Geometria do pórtico e discretização dos seus elementos [Extraído de Basaglia *et al.*, 2012]  
 em que se define o seguinte:

- 1)  $U_{x-1} = U_{x-2}$
- 2)  $U_{y-1} = U_{y-2}$
- 3)  $U_{z-1} = U_{z-2}$
- 4)  $\theta_{x-1} = \theta_{x-2}$
- 5)  $\theta_{y-1} = \theta_{y-2}$
- 6)  $\theta_{z-1} = \theta_{z-2}$

O sétimo grau de liberdade do elemento BEAM189, referido anteriormente, é utilizado para assegurar a compatibilidade dos graus de liberdade referentes ao empenamento.

O tipo de transmissão de empenamento depende da configuração do nó e é especificado pela introdução manual do comando *Preprocessor -> Coupling/Ceqn -> Constraint Eqn*. Na Figura 2.6, podemos observar a equação de restrição de transmissão de empenamento directa para os nós convergentes 1 e 2 ( $\Delta_1 = \Delta_2 = 1$ ). No caso de se modelar uma a transmissão de empenamento inversa para os mesmos nós, altera-se o sinal ( $\Delta_1 = \Delta_2 = -1$ ), conforme demonstra a Figura 2.7.

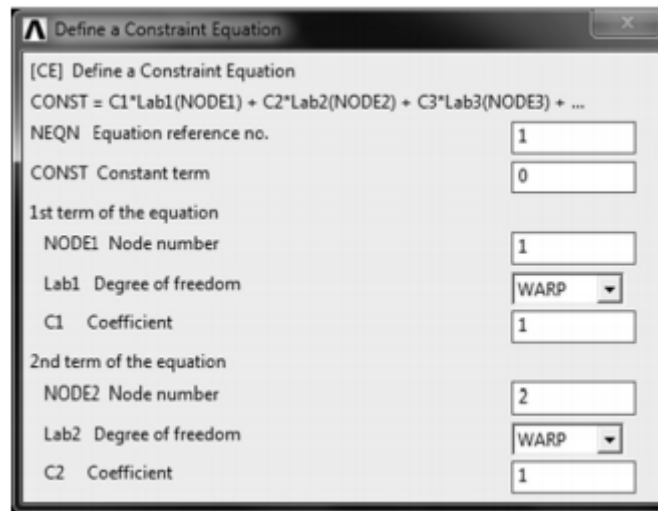


Figura 2.6 – Modelação em ANSYS para a transmissão de empenamento directa entre nós

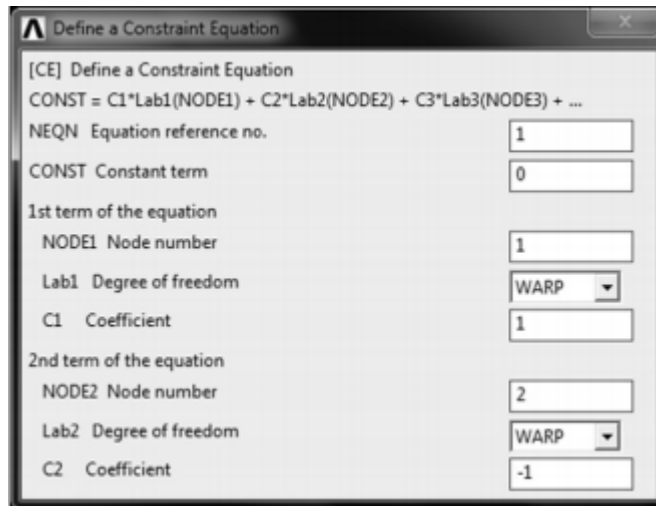


Figura 2.7 – Modelação em ANSYS para a transmissão de empenamento inversa entre nós

No caso de empenamento nulo, a restrição é assegurada pelo seguinte procedimento no programa *Define Loads -> Apply -> Structural -> Displacement -> On Nodes -> Warping displacement value equal do zero*.

### 2.2.5 Tensões residuais

No processo de fabrico, o arrefecimento diferencial dos perfis de aço causa tensões residuais. Em perfis em I, as zonas que arrefecem mais rapidamente ficam comprimidas e correspondem às extremidades dos banzos e à zona central da alma. Por fim, as zonas que arrefecem por último correspondem às zonas traccionadas e dizem respeito às zonas de ligação banzo-alma.

No programa ANSYS, as tensões residuais podem ser introduzidas directamente: (i) em grupos de elementos (ELID), (ii) em secções transversais (Eint), (iii) em células das secções transversais (Klayer) ou (iv) em pontos de integração das células das secções transversais (Parmint). As tensões residuais são introduzidas através do comando,

(inistate, define, ELID, Eint, Klayer, Parmint,  $S_{xx}$ ,  $S_{yy}$ ,  $S_{zz}$ ,  $S_{xy}$ ,  $S_{yz}$ ,  $S_{xz}$ )

Em que,

ELID – Identificação do elemento

Eint – Identificação do ponto de integração

Klayer – Número da célula

Parmint – Número do ponto de integração

$S_{xx}$  e restantes – Valor da tensão no ponto na respectiva componente

Deve-se preencher todos os parâmetros com os respectivos valores ou caso se pretenda a aplicação em todos os valores do parâmetro, deixa-se esse campo em branco. Neste trabalho são utilizadas 200 células para caracterizar cada secção de cada elemento, ilustrado na Figura 2.8.

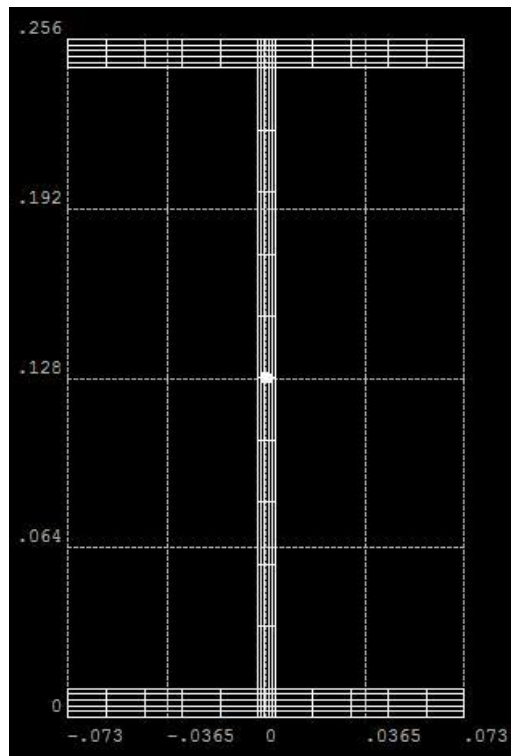


Figura 2.8 – Discretização da secção transversal em 200 células

A título exemplificativo, para se aplicar uma tensão residual  $S_{xx} = 0,3f_y = 96000$  MPa na célula 8, em todos os pontos de integração, insere-se o seguinte comando na consola do programa ANSYS:

- (inis,defi, , ,8, , 96000,0,0,0,0,0)

O programa ANSYS aplica, por defeito, as tensões residuais segundo eixos globais e não segundo eixos locais. Os casos de validação abordados e o caso de estudo paramétrico são estruturas porticadas, tendo de se inserir manualmente as tensões residuais segundo o eixo de cada elemento através do comando,

(inistate, set, CSYS, -2)

Em que,

- **CSYS** – Sistema de coordenadas
- **-2** – Opção que aplica as tensões residuais no eixo local do elemento

## 2.3. Exemplos de validação

### 2.3.1 Pórtico em L - Análise pós-encurvadura

O presente exemplo, retirado de (Basaglia *et al.*, 2012), tem como objectivo validar a utilização de elementos finitos de barra, mais concretamente o elemento BEAM189 com a opção dos sete graus de liberdade por nó descrita anteriormente, em comparação com elementos finitos de casca. É ainda, demonstrado a influência do tipo de ligação no nó (directa, inversa ou empenamento nulo) no comportamento global da estrutura. Na Figura 2.9 pode-se observar a geometria do pórtico, assim como as imperfeições geométricas iniciais para fora do plano ( $\delta z_0 = 0,6$  cm), o contraventamento no nó de ligação coluna-viga que impede deslocamentos para fora do plano e a carga vertical imposta a meio da travessa. O tipo de aço utilizado tem uma tensão de cedência  $f_y$  igual a 235 MPa, com  $E$  igual a 205 GPa e  $\nu$  igual a 0,3, sendo o perfil de todas as secções do pórtico o I200x5 ( $h = 200$  mm,  $b = 100$  mm e  $t = 5,0$  mm) de acordo com a Figura 2.10.

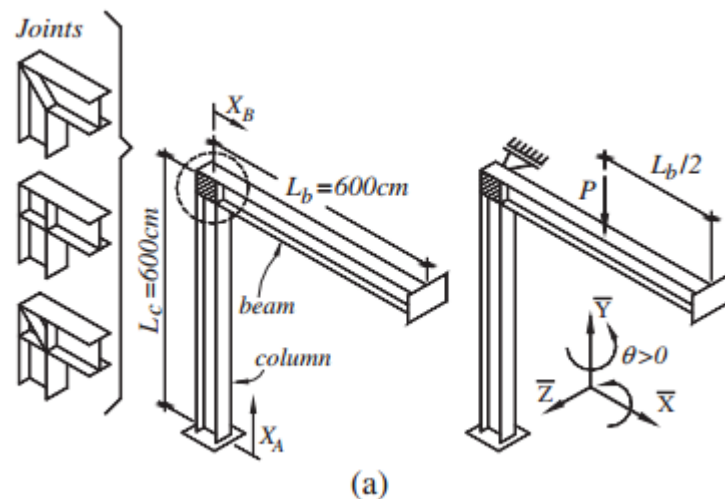


Figura 2.9 – Geometria do pórtico, tipo de ligações e carregamento [Extraído de Basaglia *et al.*, 2012]

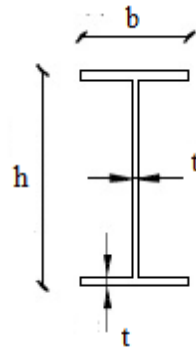


Figura 2.10 – Características do perfil I200x5

Este caso de validação utilizou o programa ANSYS na modelação dos elementos de barra (ANSYS) e de casca (S-FE). São comparados os resultados obtidos para as trajetórias de  $P$  vs  $\theta$ , isto é, a rotação de torção resultante da força aplicada. Os gráficos analisados dizem respeito ao nó a meio da coluna e ao nó a meio da travessa, respectivamente. Na Figura 2.11 temos as curvas associadas à transmissão de empenamento directa.

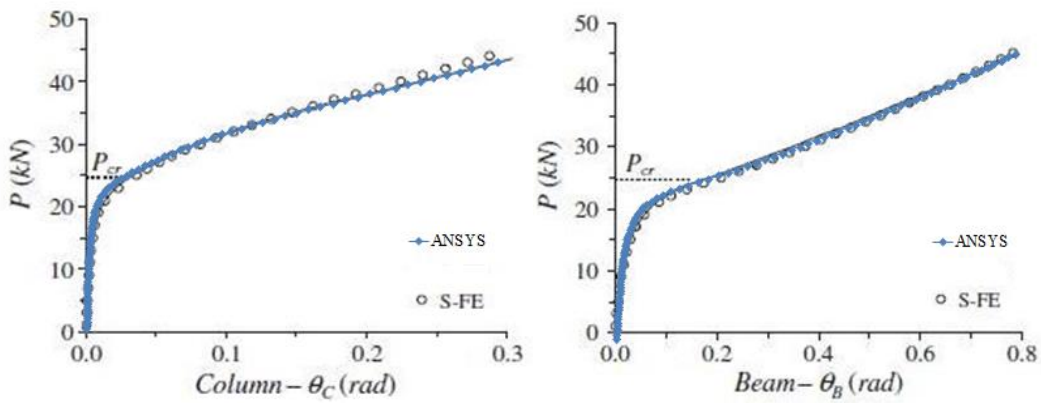


Figura 2.11 – Gráfico comparativo de elementos de barra com elementos de casca para transmissão de empenamento directa

Na Figura 2.12 ilustra-se as trajectórias de equilíbrio associadas à transmissão de empenamento inversa.

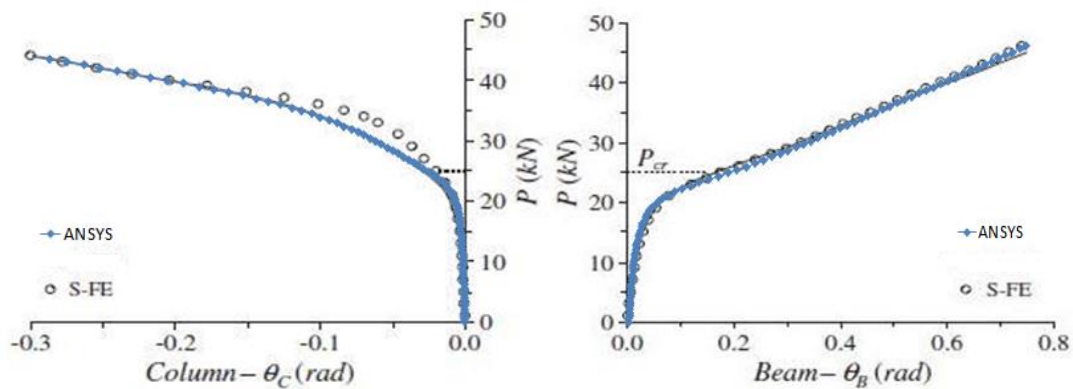


Figura 2.12 – Gráfico comparativo de elementos de barra com elementos de casca para transmissão de empenamento inversa

Por fim, na Figura 2.13 são ilustradas as trajectórias de equilíbrio  $P$  vs  $\theta$  associadas à ligação rígida com transmissão de empenamento nulo.

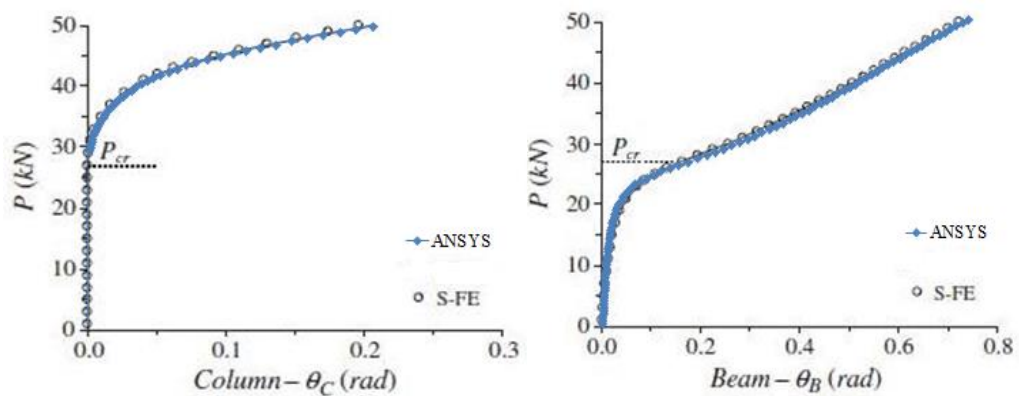


Figura 2.13 – Gráfico comparativo de elementos de barra com elementos de casca para transmissão de empenamento nulo

Através das trajectórias de equilíbrio obtidas para os nós intermédios dos elementos pode-se concluir que:

- Há uma elevada precisão nos resultados obtidos pelo ANSYS, com apenas a excepção na transmissão de empenamento inversa no montante quando  $25 < P < 35$  kN.
- Relativamente ao caso da transmissão de empenamento nulo, apenas surgem rotações na coluna após atingir a sua carga crítica ( $P_{cr}$ ).
- Verifica-se que a estrutura com transmissão de empenamento directa é a mais flexível e a estrutura com a transmissão de empenamento nulo é a mais rígida.

### 2.3.2 Consola $\Gamma$ – Comportamento espacial

O segundo caso de validação diz respeito à análise da consola “ $\Gamma$ ”, estudada por (Mahendran e Yuan, 2001), que se encontra representada na Figura 2.14. A consola é constituída por perfis do tipo 250UB37,3 (“universal beam” australiano), sendo encastrada na base e contraventada para fora do plano na ligação viga-coluna. A coluna apresenta falta de verticalidade ( $\Psi_0 = 1/500$ ). Em ambas as barras são consideradas imperfeições geométricas para fora do plano com o valor de  $L/1000$  e tensões residuais com a distribuição da Figura 2.15. A lei constitutiva é elástica-perfeitamente plástica, com  $E = 200$  GPa,  $\nu = 0,3$  e  $f_y = 320$  MPa. São utilizados 18 elementos finitos para discretizar cada barra. O parâmetro de carga utilizado consiste na relação entre a carga aplicada e a carga de plastificação por flexão numa análise de 1ª ordem ( $Q = M_p/2m$ ).

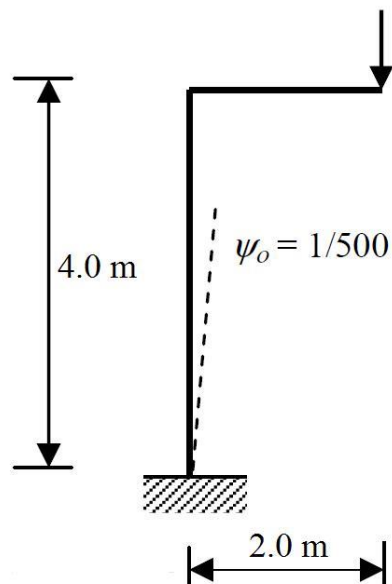


Figura 2.14 – Geometria do pórtico, carregamento e falta de verticalidade

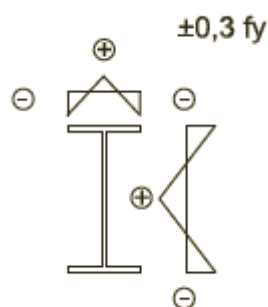


Figura 2.15 – Tensões Residuais de um perfil metálico I (Boissonnade *et al.*, 2006)

Tal como no exemplo anterior, são analisados vários tipos de transmissão de empenamento. São considerados dois tipos de transmissão de empenamento e os resultados são comparados com os obtidos com elementos de casca do programa ABAQUS (Simulia Inc., 2009) e com elementos de barra geometricamente exactos (Gonçalves *et al.*, 2009). A modelação dos nós feita em ABAQUS por (Mahendran e Yuan, 2001), encontra-se ilustrada na Figura 2.16. São analisados os seguintes casos:

- A. Transmissão inversa, como explicado anteriormente neste capítulo, o valor do empenamento da viga é igual e de sinal contrário ao da coluna.
- B. Empenamento nulo, que impede a transmissão de empenamento entre a viga e a coluna.

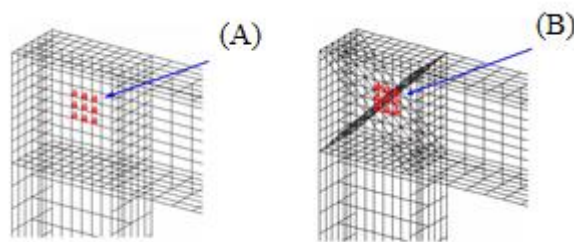


Figura 2.16 – Modelação dos nós em ABAQUS [Extraído de Gonçalves *et al.*, 2009]

Os resultados obtidos são os das seguintes figuras, sendo a Figura 2.17 respeitante ao caso A e a Figura 2.18 ao caso B.

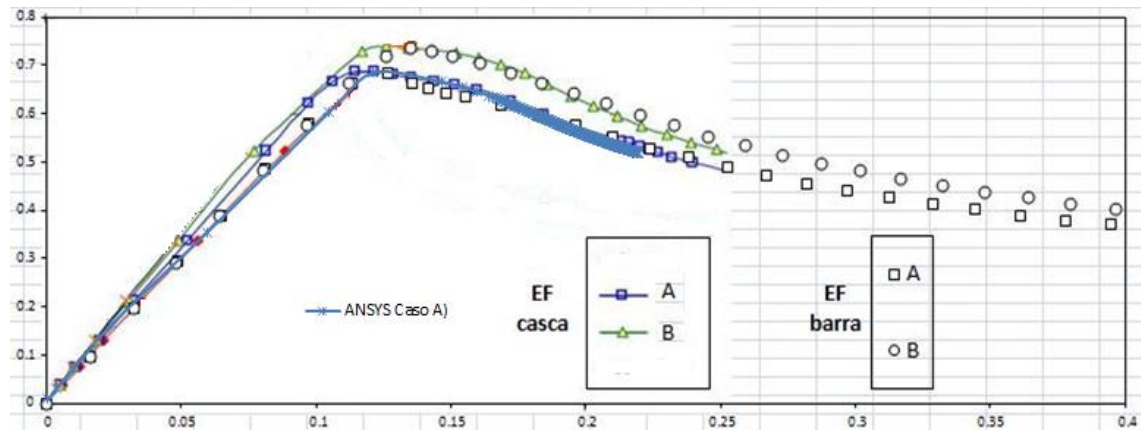


Figura 2.17 – Gráfico do parâmetro de carga vs deslocamento vertical da extremidade da consola para o caso A

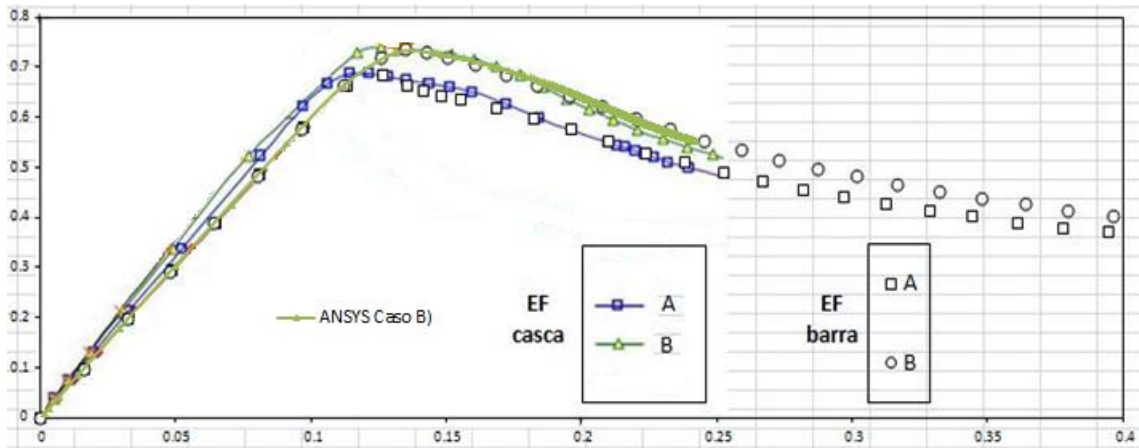


Figura 2.18 - Gráfico do parâmetro de carga vs deslocamento vertical da extremidade da consola para o caso B

O modo de colapso desta estrutura é bastante complexo, envolvendo torção e flexão para fora do plano da estrutura.

De um modo geral, verifica-se uma boa concordância nos resultados obtidos para as trajetórias de equilíbrio entre o ANSYS/elementos de barra geometricamente exactos/elementos de casca do programa ABAQUS embora os elementos de barra apresentem uma fase elástica menos rígida que os elementos de casca.

Desde que se tenha em atenção a modelação da transmissão do empenamento nos nós, os elementos de barra podem ser aplicados com sucesso.

## Capítulo 3

# Estudo paramétrico

### 3.1. Descrição geral

No presente capítulo são apresentados os resultados de um estudo paramétrico respeitante à análise de elementos inseridos em estruturas. Através dos resultados obtidos pela modelação dum pórtico, é possível aferir a precisão das verificações de segurança do EC3.

O caso de estudo, um pórtico submetido a duas forças verticais descendentes P1 e P2, encontra-se ilustrado na Figura 3.1.

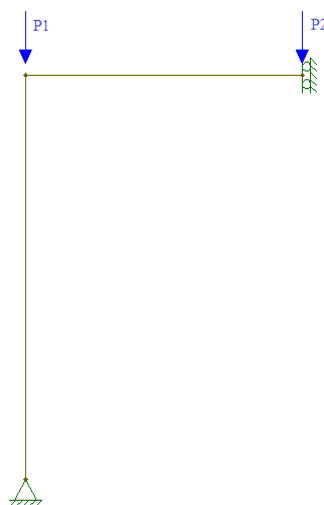


Figura 3.1 – Condições de apoio e carregamentos considerados

O material utilizado é o aço S235 (em que  $f_y = 235$  MPa;  $E = 210$  GPa e  $\nu = 0,3$ ), adoptando-se a lei constitutiva uniaxial anteriormente descrita no Capítulo 2, Figura 2.2.

As secções transversais são em I (IPE200), duplamente simétricas sem raio de transição banzo-alma<sup>1</sup>, de classe 1 ou 2, o que implica considerar uma resistência de secção plástica. As características geométricas, módulos de flexão plásticos e os esforços resistentes da secção transversal dos perfis são apresentados na Figura 3.2 e nas Tabela 3.1 e Tabela 3.2, respectivamente.

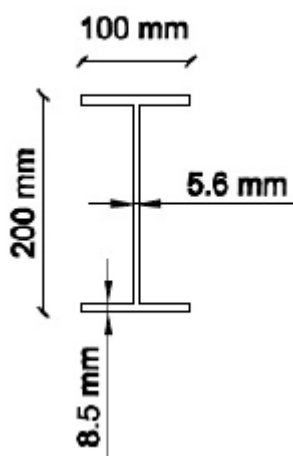


Figura 3.2 – Geometria da secção transversal do perfil IPE200

Tabela 3.1 – Propriedades geométricas e módulos de flexão plásticos para o perfil IPE200

A (m <sup>2</sup> )	I <sub>y</sub> (m <sup>4</sup> )	I <sub>z</sub> (m <sup>4</sup> )	W <sub>pl,y</sub> (mm <sup>3</sup> )	W <sub>pl,z</sub> (mm <sup>3</sup> )
$2,725 \times 10^{-3}$	$18,456 \times 10^{-6}$	$1,419 \times 10^{-6}$	$2,097 \times 10^5$	$4,393 \times 10^4$

Tabela 3.2 – Esforços resistentes plásticos para o perfil IPE200

Perfil	N <sub>pl</sub> (kN)	M <sub>pl,y</sub> (kNm)	V <sub>pl</sub> (kN)
IPE200	640,33	49,27	173,18

<sup>1</sup> Não se tem em consideração os raios de transição banzo-alma no cálculo das propriedades geométricas visto o ANSYS não permitir considerá-los na modelação da secção transversal. Apenas se utiliza para o A<sub>v</sub> no cálculo do V<sub>pl</sub>.

Estabelece-se que  $\beta$  exprime a relação entre o comprimento da travessa e o comprimento do montante do pórtico

$$\beta = \frac{L_t}{L_m} \quad (3.1)$$

Analisa-se duas situações distintas para o mesmo pórtico:

- Caso de estudo 1: Comportamento Plano – O pórtico encontra-se contraventado para fora do plano e à torção em ambos os elementos, não instabilizando lateralmente. São apenas contabilizadas as imperfeições geométricas no plano de cada elemento. Não há transmissão de empenamento entre os elementos.
- Caso de estudo 2: Comportamento Espacial da Travessa – O pórtico encontra-se apenas contraventado no montante para fora do plano. A travessa pode instabilizar por flexão-torção. Não há transmissão de empenamento da travessa para o montante. São contabilizadas imperfeições geométricas no plano e fora do plano da travessa. No montante, apenas se contabilizam as imperfeições geométricas no plano.

Para cada uma desses casos consideram-se as geometrias da Tabela 3.3, com a seguinte proporção geométrica:

- Comprimento do montante maior que o comprimento da travessa, na proporção de  $\beta = 0,75$
- Comprimento do montante menor que o comprimento da travessa, na relação de  $\beta = 1,25$

Para essas relações geométricas estudam-se quatro casos de esbeltezas no eixo principal de inércia (y-y) para o montante:

- $\lambda_y = 0,5$
- $\lambda_y = 1,0$
- $\lambda_y = 1,5$
- $\lambda_y = 2,5$

Tabela 3.3 – Geometria dos pórticos estudados para os casos estudados

$\beta$	$L_m$ (m)	$L_t$ (m)	$\lambda_y$
0,75	5	3,75	0,5
	8	6	1,0
	12	9	1,5
	20	15	2,5
1,25	4	5	0,5
	8	10	1,0
	12	15	1,5
	20	25	2,5

Para cada caso estudado, foram consideradas várias combinações de carga (P1+P2) conforme demonstra a Tabela 3.4.

Tabela 3.4 – Combinações de carga consideradas

P1 (kN)	P2 (kN)
0	100
25	75
50	50
75	25
150	20
300	15
400	10
500	5
600	1
640	0

De forma a compreender melhor o comportamento deste pórtico para a combinação de cargas aplicada P1+P2, utilizou-se o Método das Forças na sua análise, obtendo os diagramas de esforços representados na Figura 3.3:

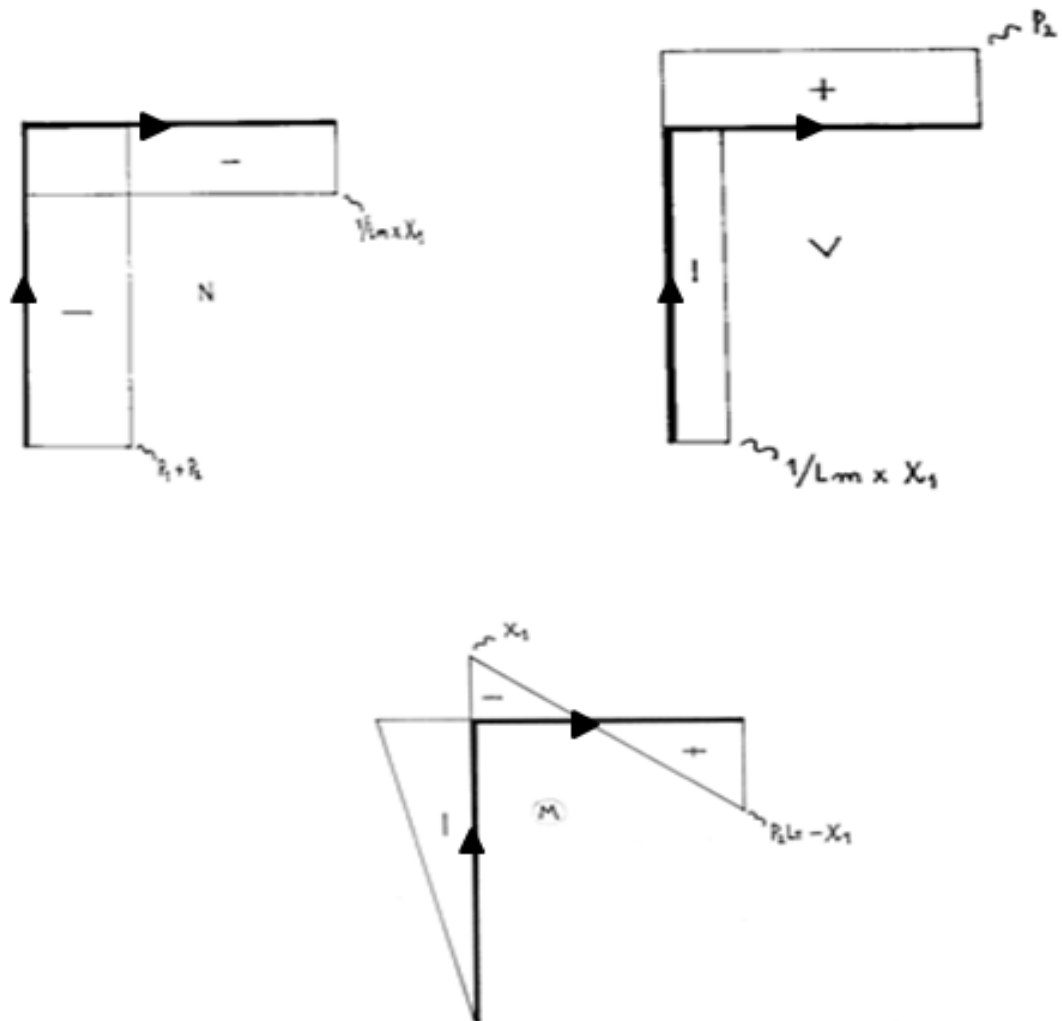


Figura 3.3 – Diagramas de esforços resultantes da análise através do MDF: N – Esforço Axial, V – Esforço Transverso, M – Momento Flector

Em que,

$$X_1 = \frac{3P_2L_t}{2\left(3 + \frac{L_m}{L_t} + \frac{3I_y}{AL_mL_t}\right)} \quad (3.2)$$

### 3.2. Verificações de segurança do Eurocódigo 3

As geometrias e as cargas consideradas para ambos os casos de estudo encontram-se descritas nas Tabela 3.4 e Tabela 3.3.

O EC3 considera a verificação de segurança para as secções transversais e para cada um dos elementos em separado.

Todas as secções transversais dos elementos do pórtico estudado são consideradas de Classe 1.

Analisando os diagramas de esforços representativos da estrutura, segundo a Figura 3.3 pode concluir-se que existem duas secções críticas<sup>2</sup>, (i) a secção transversal no montante imediatamente antes do nó convergente do montante com a travessa e (ii) a secção transversal correspondente ao encastramento deslizante na travessa para os valores de  $\beta$  estudados.

Pelos diagramas de esforços pode-se ainda concluir quais os esforços máximos para cada elemento do pórtico, representados na Tabela 3.5.

Tabela 3.5 – Esforços máximos nos elementos do pórtico estudado

	Montante	Travessa
$N_{Ed,max}$	$P1 + P2$	$\frac{1}{L_m} \chi_1$
$M_{Ed,max}$	$\chi_1$	$P2L_t - \chi_1$
$V_{Ed,max}$	$\frac{1}{L_m} \chi_1$	$P2$

Todas as secções devem verificar as seguintes condições impostas pelo EC3:

#### 6.2.4 – Verificação à compressão simples

$$\frac{N_{Ed}}{N_{c,Rd}} \leq 1,0 \quad (3.3)$$

Em que,

$$N_{c,Rd} = N_{pl} = \frac{A f_y}{\gamma_{M0}} \quad (3.4)$$

Com o valor de  $N_{pl}$  indicado na Tabela 3.2.

<sup>2</sup> São consideradas críticas as secções mais esforçadas para a combinação de cargas aplicada (P1+P2)

$\gamma_{M0}$  – coeficiente parcial de segurança para a resistência de secções transversais de qualquer classe com o valor recomendado igual a 1,0.

#### 6.2.5 – Verificação à flexão simples

$$\frac{M_{Ed}}{M_{c,Rd}} \leq 1,0 \quad (3.5)$$

Em que,

$$M_{c,Rd} = M_{pl,y} = \frac{W_{pl,y} f_y}{\gamma_{M0}} \quad (3.6)$$

Com o valor de  $M_{pl,y}$  indicado na Tabela 3.2.

#### 6.2.6 – Verificação ao esforço transversal simples

$$\frac{V_{Ed}}{V_{c,Rd}} \leq 1,0 \quad (3.7)$$

Em que,

$$V_{c,Rd} = V_{pl} = \frac{A_v (f_y \sqrt{3})}{\gamma_{M0}} \quad (3.8)$$

Com o valor de  $V_{pl}$  indicado na Tabela 3.2.

Para o perfil em I estudado,  $A_v$  calcula-se de acordo com a equação (3.9)

$$A_v = (A - 2bt_f + (t_w + 2r)t_f) \quad (3.9)$$

#### 6.2.8 – Verificação à flexão com esforço transversal

Segundo o EC3, para o presente estudo, esta verificação pode ser desprezada visto o esforço transversal actuante ser inferior a metade do esforço transversal resistente plástico em todos os casos estudados.

### 6.2.9 – Verificação à flexão composta

Na presença de um esforço normal, o seu efeito no cálculo do momento flector resistente plástico deverá ser tomado em consideração caso não satisfaça uma das seguintes condições<sup>3</sup>:

$$N_{Ed} \leq 0,25N_{pl,Rd} \quad (3.10)$$

$$N_{Ed} \leq \frac{0,5h_w t_w f_y}{\gamma_{M0}} \quad (3.11)$$

Para a secção transversal do perfil utilizado no âmbito desta Dissertação, a equação condicionante é a equação (3.11).

No caso de não satisfazer a condição imposta pela equação (3.10) ou pela equação (3.11), é considerado a existência de flexão composta pelo que é necessário utilizar a equação (3.12)

$$M_{Ed} \leq \frac{M_{pl,y,Rd}(1 - n)}{(1 - 0,5a)} \quad (3.12)$$

em que,

$$n = \frac{N_{Ed}}{N_{pl,Rd}} \quad (3.13)$$

e

$$a = \frac{(A - 2bt_f)}{A} \quad (3.14)$$

Relativamente aos elementos, o EC3 define as seguintes condições:

#### 6.3.1 Verificação de elementos uniformes comprimidos

Um elemento comprimido deverá ser verificado em relação à encurvadura através de

---

<sup>3</sup> Em relação ao eixo y-y e para o tipo de perfil estudado (IPE200). Não existem esforços actuantes no eixo z-z, não sendo enunciadas as condições para este eixo.

$$\frac{N_{Ed}}{N_{b,Rd}} \leq 1,0 \quad (3.15)$$

em que,

$$N_{b,Rd} = \frac{\chi A f_y}{\gamma_{M1}} \quad (3.16)$$

$\gamma_{M1}$  coeficiente parcial de segurança para a resistência dos elementos em relação a fenómenos de encurvadura, com o valor igual a 1,0.

o parâmetro  $\chi$  é retirado através de

$$\chi = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \lambda^2}} \quad (3.17)$$

com

$$\Phi = 0,5[1 + \alpha(\lambda - 0,2) + \lambda^2] \quad (3.18)$$

onde

$$\lambda = \sqrt{\frac{A f_y}{N_{cr}}} \quad (3.19)$$

e

$$N_{cr} = \frac{EI\pi^2}{L_{cr}^2} \quad (3.20)$$

$\alpha$  – Factor de imperfeição, retirado através das Figura 6.1 e Figura 6.2 do Anexo B, nos casos de estudo considerou-se  $\alpha$  igual a 0,21 no eixo y-y e igual a 0,34 no eixo z-z.

$L_{cr}$  – Comprimento crítico do elemento

### 6.3.2 Verificação de elementos uniformes em flexão

Um elemento sem travamento lateral e solicitado à flexão em relação ao eixo principal de maior inércia deverá ser verificado em relação à encurvadura lateral através de:

$$\frac{M_{Ed}}{M_{b,Rd}} \leq 1,0 \quad (3.21)$$

em que

$$M_{b,Rd} = \frac{\chi_{LT} W_{pl,y} f_y}{\gamma_{M1}} \quad (3.22)$$

o parâmetro  $\chi_{LT}$  é retirado através da equação 3.23

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\Phi_{LT} + \sqrt{\Phi_{LT}^2 - \lambda_{LT}^2}} \quad (3.23)$$

que depende de

$$\Phi_{LT} = 0,5[1 + \alpha_{LT}(\lambda_{LT} - 0,2) + \lambda_{LT}^2] \quad (3.24)$$

onde

$$\lambda_{LT} = \sqrt{\frac{W_{pl,y} f_y}{M_{cr}}} \quad (3.25)$$

$\alpha_{LT}$  – Factor de imperfeição, retirado através da Figura 6.3 e Figura 6.4 do Anexo B, para os casos de estudo  $\alpha_{LT} = 0,21$ .

$M_{cr}$  – Momento crítico elástico para a encurvadura lateral.

O montante encontra-se contraventado à torção, em ambos os casos de estudo, não sendo necessário verificar esta condição para esse elemento.

### 6.3.3. Verificação de elementos uniformes em flexão composta com compressão

Os elementos solicitados à flexão composta com compressão deverão satisfazer as seguintes condições:

$$\frac{N_{Ed}}{\frac{\chi_y N_{pl}}{\gamma_{M1}}} + k_{yy} \frac{M_{y,Ed} + \Delta M_{y,Ed}}{\frac{\chi_{Lt} M_{y,pl}}{\gamma_{M1}}} + k_{yz} \frac{M_{z,Ed} + \Delta M_{z,Ed}}{\frac{M_{z,pl}}{\gamma_{M1}}} \leq 1 \quad (3.26)$$

$$\frac{N_{Ed}}{\frac{\chi_z N_{pl}}{\gamma_{M1}}} + k_{zy} \frac{M_{y,Ed} + \Delta M_{y,Ed}}{\frac{\chi_{Lt} M_{y,pl}}{\gamma_{M1}}} + k_{zz} \frac{M_{z,Ed} + \Delta M_{z,Ed}}{\frac{M_{z,pl}}{\gamma_{M1}}} \leq 1 \quad (3.27)$$

Em que,

$N_{Ed}$ ,  $M_{y,Ed}$  e  $M_{z,Ed}$  – Valores de cálculo do esforço de compressão e dos momentos máximos no elemento, respectivamente, em relação aos eixos y-y- e z-z

$\Delta M_{y,Ed}$ ,  $\Delta M_{z,Ed}$  – Momentos devidos ao deslocamento do eixo neutro de acordo com a secção 6.2.9.3 do EC3 para as secções de Classe 4.

$\chi_y$  e  $\chi_z$  – Factores de redução devidos à encurvadura por flexão, retirado de acordo com 6.3.1 do EC3

$\chi_{LT}$  – Factores de redução devido à encurvadura lateral, retirado de acordo com 6.3.2 do EC3

$k_{yy}$ ,  $k_{yz}$ ,  $k_{zy}$ ,  $k_{zz}$  – Factores de interacção, retirados de acordo com as tabelas do EC3 (ver Anexo A).

### 3.3.1 Caso de estudo 1

Como referido anteriormente, este estudo apenas tem em conta o comportamento plano do pórtico.

As geometrias e as cargas consideradas encontram-se descritas nas Tabela 3.4 e Tabela 3.3.

Deve-se ter em conta os seguintes pormenores na verificação de segurança das secções críticas:

Todos os resultados são apresentados em parâmetros de carga ( $\Lambda$ ). Para cada verificação de segurança associado a cada combinação de carga, resulta um  $\Lambda$ . A verificação de segurança que resulta o menor  $\Lambda$  é a condicionante.

Como referido nos casos estudados, para ambas as secções críticas e segundo o EC3, o efeito do esforço transversal na flexão é desprezável.

Na secção crítica (i), para algumas combinações de carga, existe flexão composta. Para esforços axiais relativamente baixos, a verificação 6.2.5 é a condicionante. À medida que se aumenta  $P1$ , a verificação condicionante passa a ser a 6.2.9.

Na secção crítica (ii), apenas existe flexão simples. A verificação 6.2.5 é sempre a condicionante para esta secção.

Na verificação dos elementos, é necessário ter em atenção as seguintes premissas:

Para o cálculo do  $L_{cr}$  do montante, assume-se que o esforço axial da travessa é desprezável, o que permite fazer a seguinte simplificação da Figura 3.4.



Figura 3.4 – Simplificação utilizada no cálculo do  $L_{cr}$

em que a rigidez do montante é igual a

$$K_m = \frac{4EI_m}{L_m} \quad (3.28)$$

e a rigidez da mola é equivalente a

$$K_{mola} = \frac{EI_t}{L_t} \quad (3.29)$$

considerando o seguinte modelo da Figura 3.5

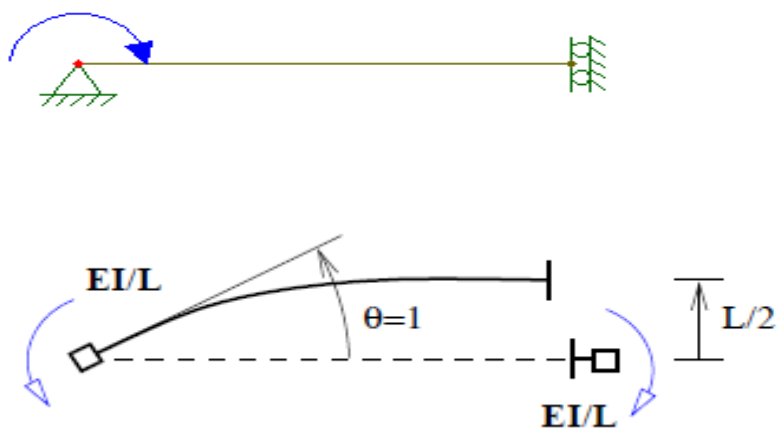


Figura 3.5 – Modelo para o cálculo da rigidez da mola equivalente à travessa

Quer no montante quer na travessa, não existe encurvadura lateral, nem encurvadura para fora do plano (no eixo z-z), devido às restrições impostas para este caso de estudo.

Para a travessa, os efeitos de encurvadura no plano y-y podem ser ignorados visto segundo a cláusula 6.3.1.2 (4) do EC3:

$$\frac{N_{Ed}}{N_{cr}} \leq 0,04 \quad (3.30)$$

A verificação 6.3.3. é apenas efectuada para o montante e pode ser simplificada descrita pelas equações (3.31) e (3.32)

$$\frac{\frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{pl}}}{\gamma_{M1}} + k_{yy} \frac{\frac{M_{y,Ed}}{M_{y,pl}}}{\gamma_{M1}} \leq 1 \quad (3.31)$$

$$\frac{\frac{N_{Ed}}{N_{pl}}}{\gamma_{M1}} + k_{zy} \frac{\frac{M_{y,Ed}}{M_{y,pl}}}{\gamma_{M1}} \leq 1 \quad (3.32)$$

Isto porque,

$$M_{z,Ed} = 0.$$

$\Delta M_{y,Ed}$ ,  $\Delta M_{z,Ed} = 0$ , momentos apenas aplicáveis para secções de classe 4.

Para analisar o comportamento dos elementos da estrutura, optou-se por utilizar as equações de interacção do Método 2 do EC3, tendo-se obtido os factores de interacção,  $k_{yy}$ ,  $k_{yz}$ ,  $k_{zy}$ ,  $k_{zz}$ . Este método envolve um número reduzido de parâmetros, sendo as suas expressões simples e de fácil implementação.

Visto este caso não ter elementos susceptíveis à deformação por torção os factores de interacção são retirados da Figura 6.5 do Anexo B.

Os deslocamentos encontram-se impedidos para fora do plano, não existindo efeitos de encurvadura lateral e no eixo z-z.

### 3.3.2 Caso de estudo 2

Neste estudo de caso, liberta-se a travessa dos contraventamentos para fora do plano e à torção.

É considerada a transmissão de empenamento directa da travessa para o montante.

As geometrias e as cargas consideradas são iguais ao caso de estudo anterior, descritas nas Tabela 3.4 e Tabela 3.3.

As verificações de segurança respeitantes à secção transversal apenas dependem das suas propriedades geométricas e da tensão de cedência do aço, sendo as secções críticas e os resultados obtidos iguais aos do caso de estudo 1.

No entanto, a verificação dos elementos necessita de uma análise mais cuidada.

Embora no montante sejam efectuadas as mesmas verificações de segurança, na travessa contrariamente ao primeiro caso de estudo, é necessário contabilizar os efeitos da encurvadura para fora do plano, sendo necessário calcular o valor de  $\chi_z$  e  $\chi_{LT}$ .

Para a encurvadura fora do plano, no eixo z-z, o  $L_{cr}$  da travessa considerado é igual ao L da travessa, isto deve-se ao facto de neste eixo termos o seguinte modelo, representado na Figura 3.6.

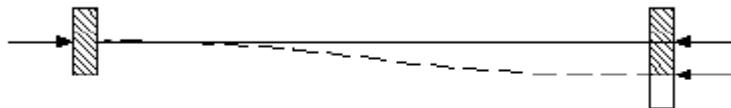


Figura 3.6 – Modelo para o cálculo do comprimento crítico no eixo z-z

Para a encurvadura lateral, recorreu-se ao programa ANSYS para o cálculo do  $M_{cr}$ , explicado detalhadamente na secção 3.3.

### 3.3. ANSYS

A modelação numérica no ANSYS foi efectuada de acordo com o Capítulo 2, sendo o elemento finito, a lei constitutiva e as imperfeições geométricas, as descritas.

Para o caso de estudo 1, apenas se consideraram imperfeições geométricas no plano em ambos os elementos.

No caso de estudo 2, teve-se em conta as imperfeições geométricas no plano em ambos os elementos e para fora do plano apenas na travessa.

É considerada a transmissão de empenamento directa para todos os casos estudados, modelada de acordo com o Capítulo 2.

Em todos os casos foram incluídas tensões residuais, com a distribuição indicada na Figura 2.15, sendo as tensões máximas de tracção e compressão iguais a 30% da tensão de cedência ( $f_y$ ). De referir que estas distribuições de tensões residuais encontram-se em concordância com o recomendado na bibliografia (Boissonnade et al., 2002).

Na obtenção do  $M_{cr}$  é utilizada a análise *Eigen-Buckling*. Na modelação utilizada não se quis ter em conta o efeito do esforço axial no montante, considerando flexão simples na travessa, de acordo com o seguinte modelo ilustrado na Figura 3.7.

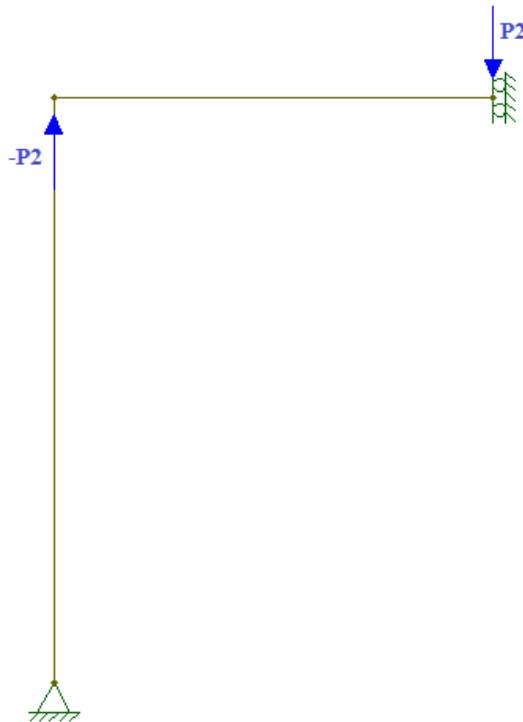


Figura 3.7 – Modelo utilizado para o cálculo do  $M_{cr}$  no programa ANSYS

Na Tabela 3.6, apresentam-se os valores de  $M_{cr}$  obtidos através do programa ANSYS e as respectivas esbeltezas normalizadas.

Tabela 3.6 – Momentos críticos retirados do programa ANSYS

$\beta$	$\lambda_y$	$M_{cr}$ (kNm)	$\lambda_{LT}$
0,75	0,5	219,88	0,47
0,75	1,0	109,94	0,67
0,75	1,5	64,30	0,88
0,75	2,5	34,81	1,19
1,25	0,5	134,42	0,61
1,25	1,0	53,47	0,96
1,25	1,5	32,99	1,22
1,25	2,5	18,68	1,67

### 3.4. Análise de resultados

A partir do programa ANSYS, determinou-se o parâmetro de carga ( $\Lambda$ ) associado à carga de colapso global da estrutura, para cada uma dessas combinações de carga. Os resultados obtidos a partir das verificações de segurança do EC3 também se encontram em forma de  $\Lambda$ . Esta forma de representação permite não só entender qual a verificação condicionante para cada combinação de carga utilizada mas, também os esforços reais aplicados na estrutura. Para se aferir a precisão das equações associadas às verificações de segurança da secção e dos elementos propostos pelo EC3, são comparados os resultados obtidos por essas verificações com os resultados obtidos através do programa ANSYS.

#### 3.4.1 Caso de estudo 1

Os resultados obtidos através do ANSYS e das verificações de segurança do EC3 encontram-se representados sobre a forma de P1 - P2. A Figura 3.8 representa os resultados obtidos para  $\beta$  igual 0,75 e  $\lambda_y$  igual a 0,5. As equações do EC3 fornecem resultados do lado da segurança.

Nota-se para baixos valores de P1 que a secção condicionante é a secção crítica (ii), na travessa. Ao se aumentar o valor de P1, a verificação da encurvadura para elementos uniformes em flexão composta com compressão acaba por condicionar. De se referir, a reserva de resistência plástica quando ainda não existem esforços de 2ª ordem significativos na estrutura.

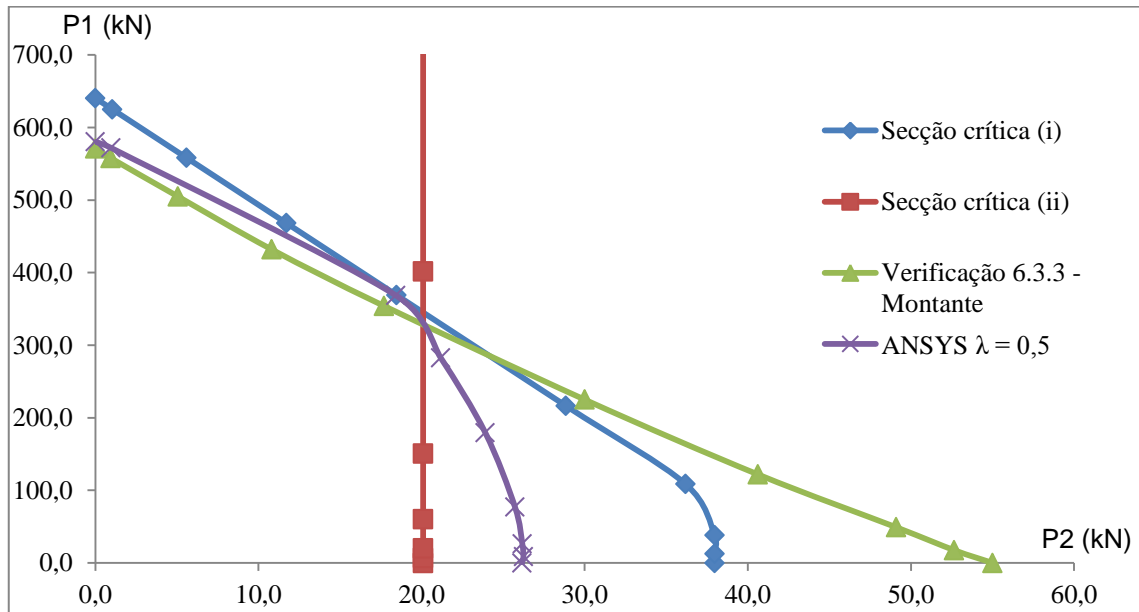


Figura 3.8 – Curvas de resistência obtidas com o ANSYS e o EC3 para o caso de estudo 1  $\beta=0,75$  e  $\lambda=0,5$

Os resultados para  $\beta$  igual 0,75 e  $\lambda_y$  igual a 1,0 podem ser observados na Figura 3.9, estando mais uma vez do lado da segurança. Para uma melhor análise, podia ter sido analisado um ponto intermédio entre as combinações de carga de P1 igual a 150 kN e P2 igual a 20 kN e P1 igual a 300 kN e P2 igual a 15 kN. Mais uma vez, a reserva de resistência plástica bastante visível na Figura 3.9.

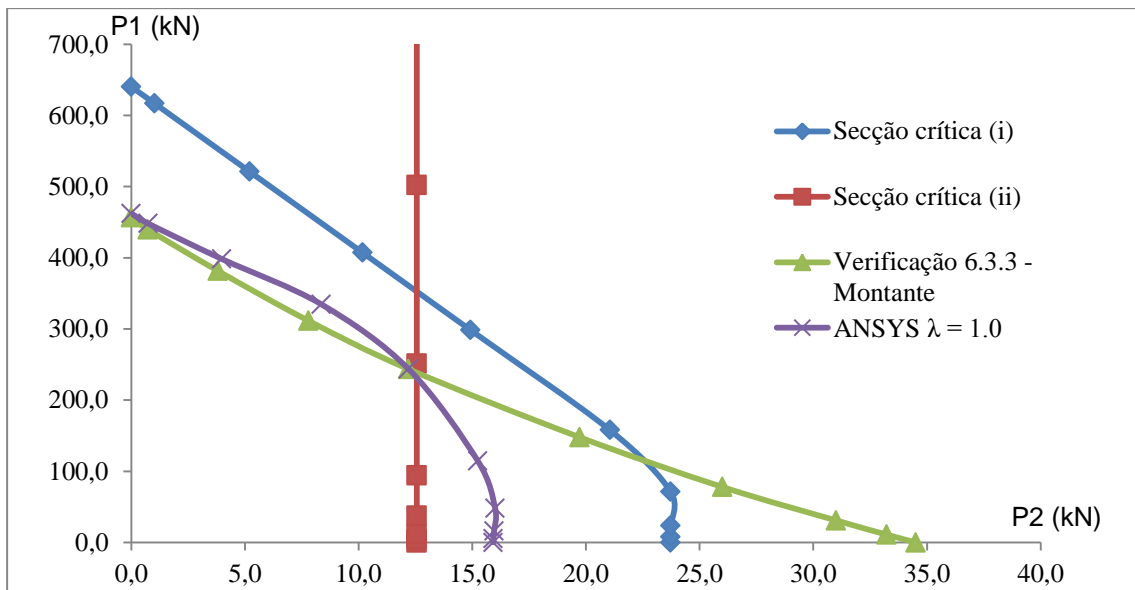


Figura 3.9 – Curvas de resistência obtidas com o ANSYS e o EC3 para o caso de estudo 1  $\beta=0,75$  e  $\lambda=1,0$

Na Figura 3.10, os resultados obtidos pelo EC3 são novamente do lado da segurança. No entanto, parece existir um pequeno troço susceptível de uma análise mais rigorosa. Dever-se-ia correr outra análise para um caso intermédio.

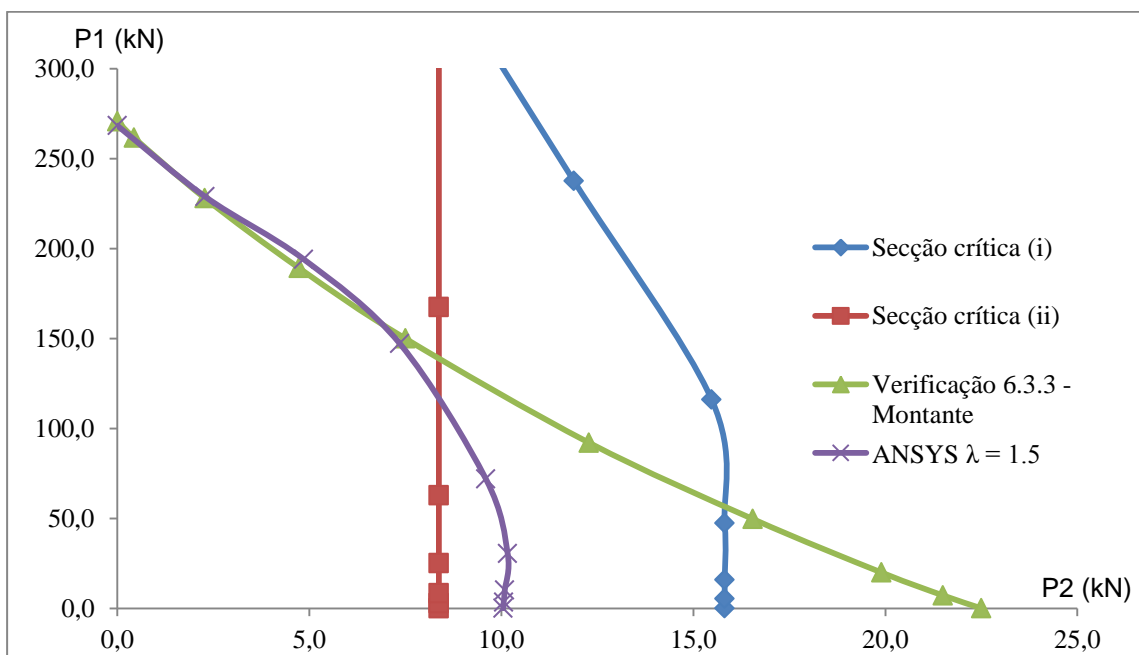


Figura 3.10 – Curvas de resistência obtidas com o ANSYS e o EC3 para o caso de estudo 1  $\beta=0,75$  e  $\lambda=1,5$

Tal como a Figura 3.10, a Figura 3.11 respeitante ao caso de estudo  $\beta$  igual a 0,75 e  $\lambda_y$  igual a 2,5, existe um troço susceptível de uma análise mais pormenorizada. É evidente a resistência de reserva plástica para ambos os casos. À medida que a esbelteza aumenta, a verificação da segurança na secção crítica (i) é cada vez menos relevante. A secção crítica (ii) é sempre condicionante mesmo não tendo em conta qualquer efeito de encurvadura.

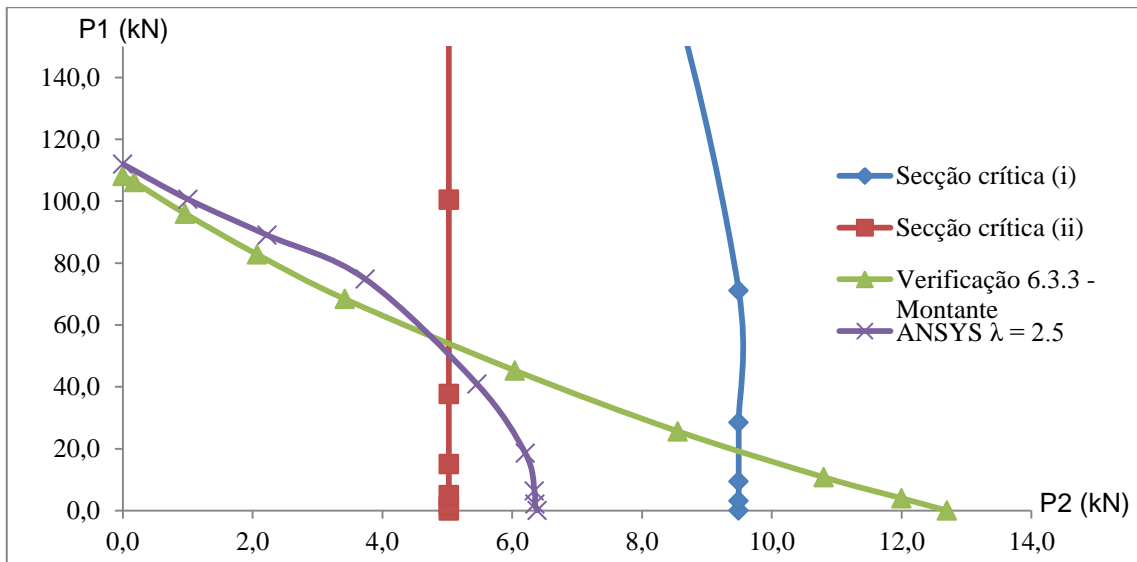


Figura 3.11 – Curvas de resistência obtidas com o ANSYS e o EC3 para o caso de estudo 1  $\beta=0,75$  e  $\lambda=2,5$

Para os casos em que a travessa é maior que o montante, isto é,  $\beta$  igual a 1,25 representados pelas Figura 3.12, Figura 3.13, Figura 3.14, Figura 3.15 é bem visível mais uma vez a reserva de resistência plástica na estrutura para valores de P1 pequenos. Os resultados obtidos conduzem mais uma vez a valores do lado da segurança das verificações de segurança do EC3.

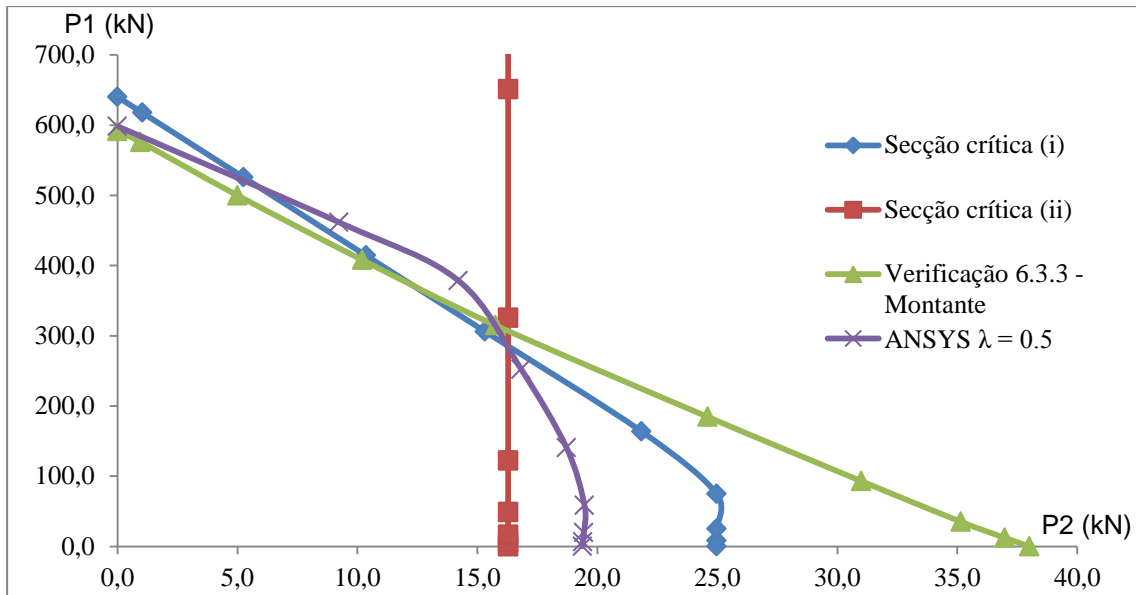


Figura 3.12 – Curvas de resistência obtidas com o ANSYS e o EC3 para o caso de estudo 1  $\beta=1,25$  e  $\lambda=0,5$

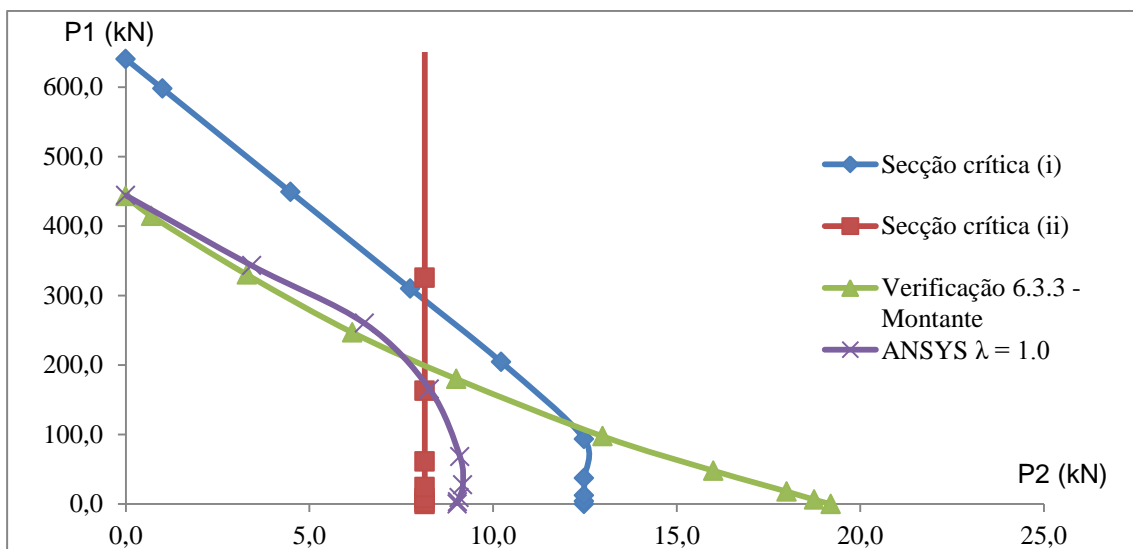


Figura 3.13 – Curvas de resistência obtidas com o ANSYS e o EC3 para o caso de estudo 1  $\beta=1,25$  e  $\lambda=1,0$

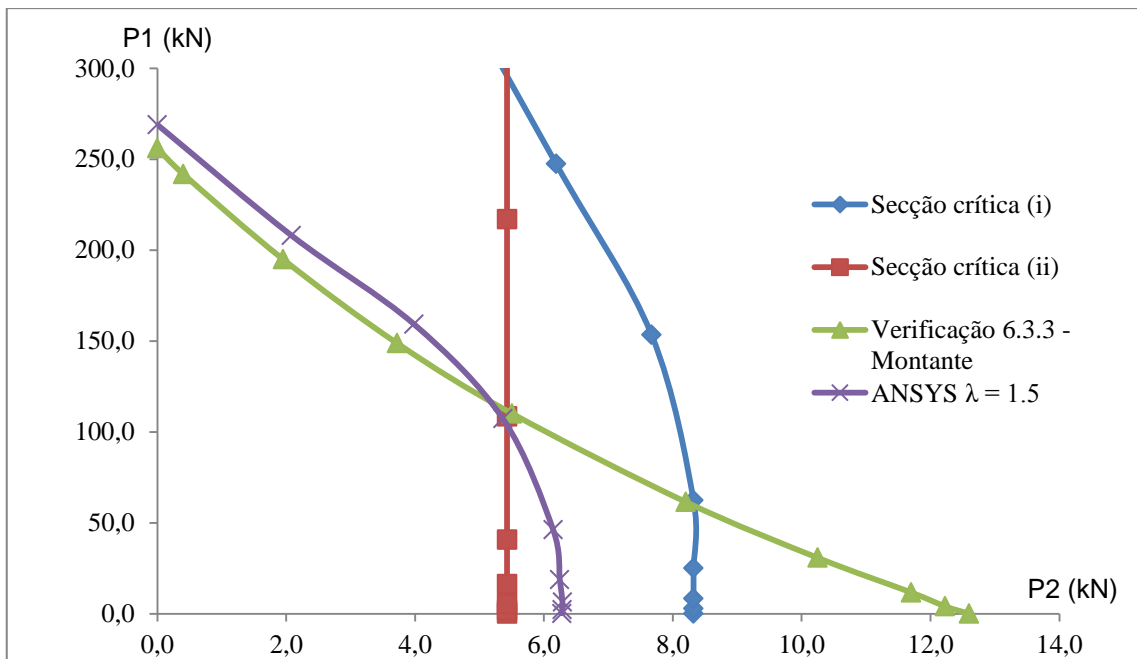


Figura 3.14 – Curvas de resistência obtidas com o ANSYS e o EC3 para o caso de estudo 1  $\beta=1,25$  e  $\lambda=1,5$

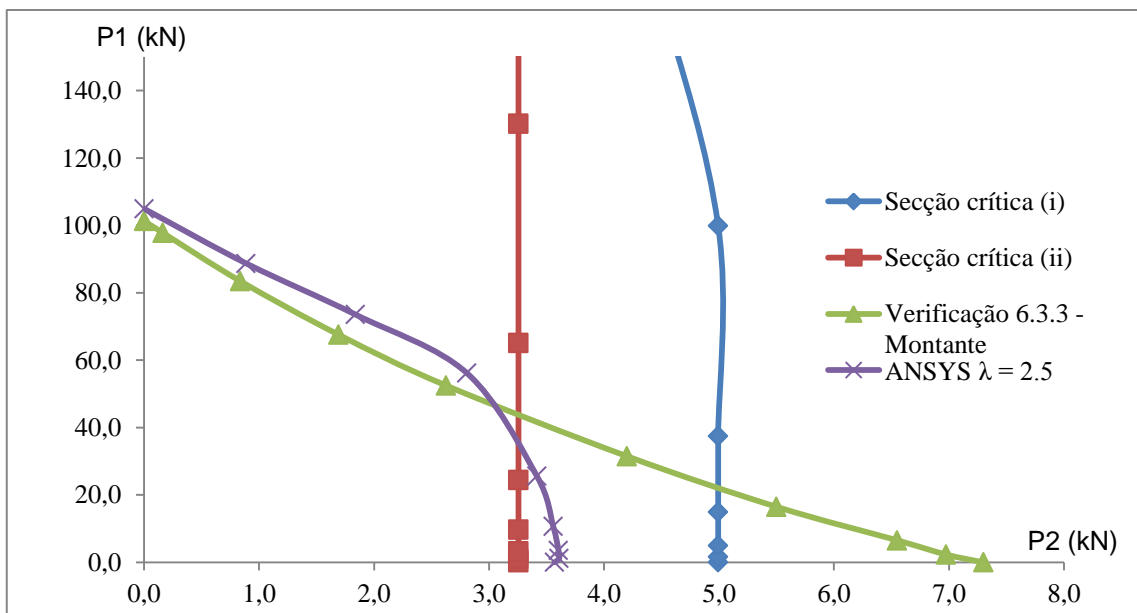


Figura 3.15 – Curvas de resistência obtidas com o ANSYS e o EC3 para o caso de estudo 1  $\beta=1,25$  e  $\lambda=2,5$

### 3.4.2 Caso de estudo 2

De seguida, são apresentados e analisados os resultados para o caso de estudo 2.

Nestes casos, é incluída a verificação de segurança 6.3.2 respeitante à encurvadura lateral na travessa. Para esbeltezas pouco elevadas,  $\lambda$  igual a 0,5 e 1,0 e para um montante maior que a

travessa,  $\beta$  igual a 0,75, os resultados estão do lado de segurança sendo talvez até demasiado conservativos como se pode visualizar nas Figura 3.16 e Figura 3.17. Verifica-se que a reserva de resistência não é tão elevada como no caso de estudo 1, devido ao efeito da encurvadura lateral.

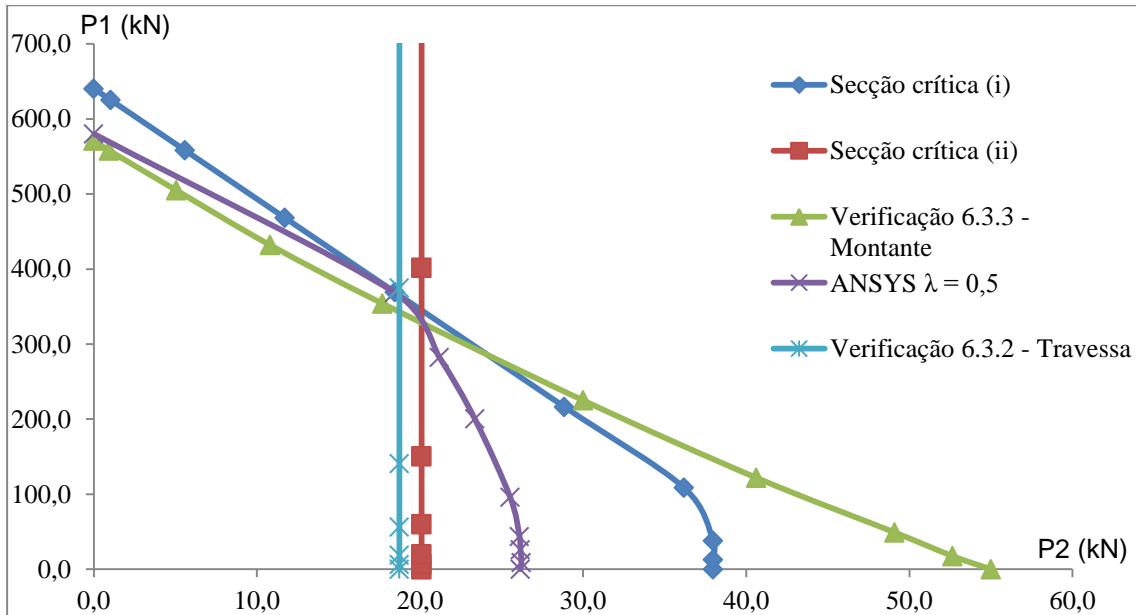


Figura 3.16 – Curvas de resistência obtidas com o ANSYS e o EC3 para o caso de estudo 2  $\beta=0,75$  e  $\lambda=0,5$

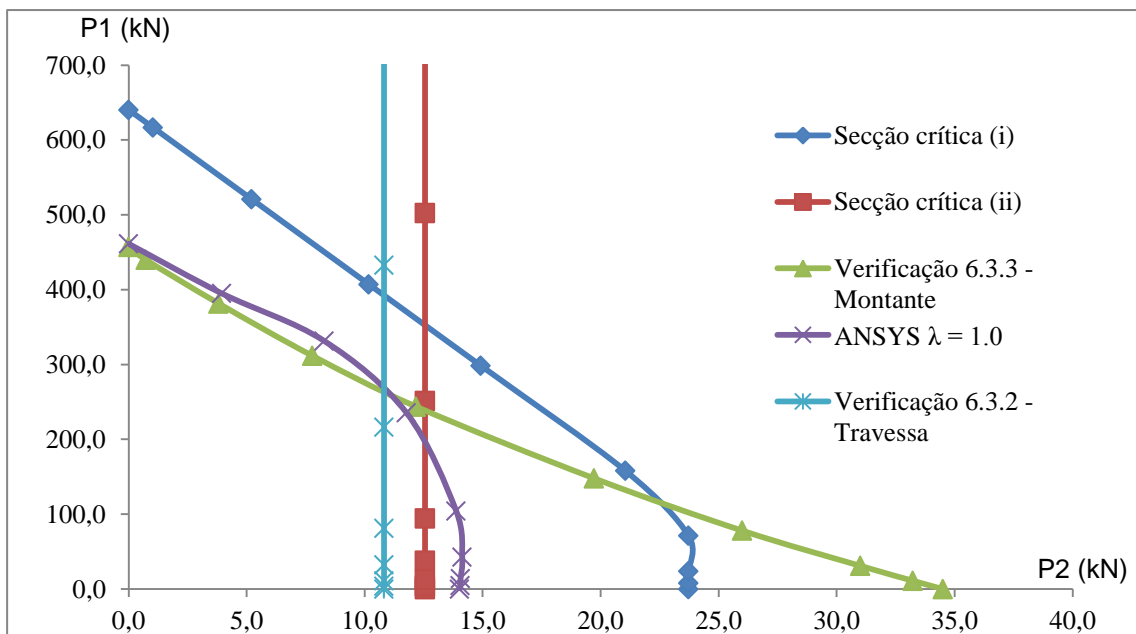


Figura 3.17 – Curvas de resistência obtidas com o ANSYS e o EC3 para o caso de estudo 2  $\beta=0,75$  e  $\lambda=1,0$

Para esbeltezas maiores,  $\lambda$  igual a 1,5 e 2,5, a reserva de resistência plástica é bastante reduzida, observando-se que as análises do ANSYS se encontram entre as duas linhas verticais. Se se tivesse obtido o valor de  $\chi_{LT}$  ao programa ANSYS os resultados seriam contra a segurança. A reserva de resistência plástica nestes casos parece ajudar as verificações do EC3.

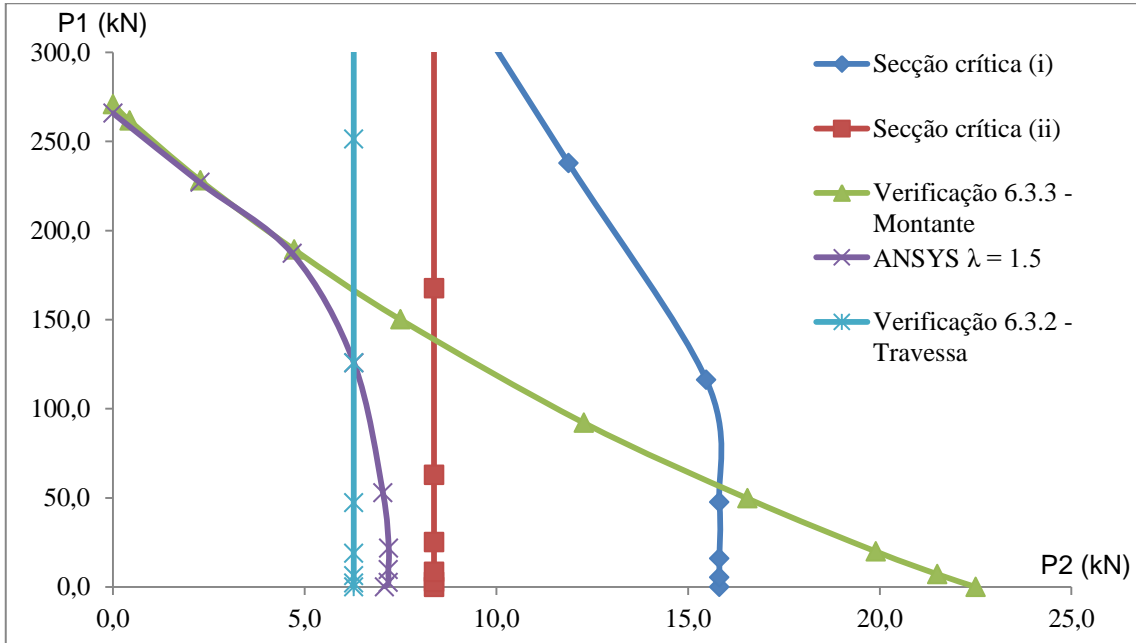


Figura 3.18 – Curvas de resistência obtidas com o ANSYS e o EC3 para o caso de estudo2  $\beta=0,75$  e  $\lambda=1,5$

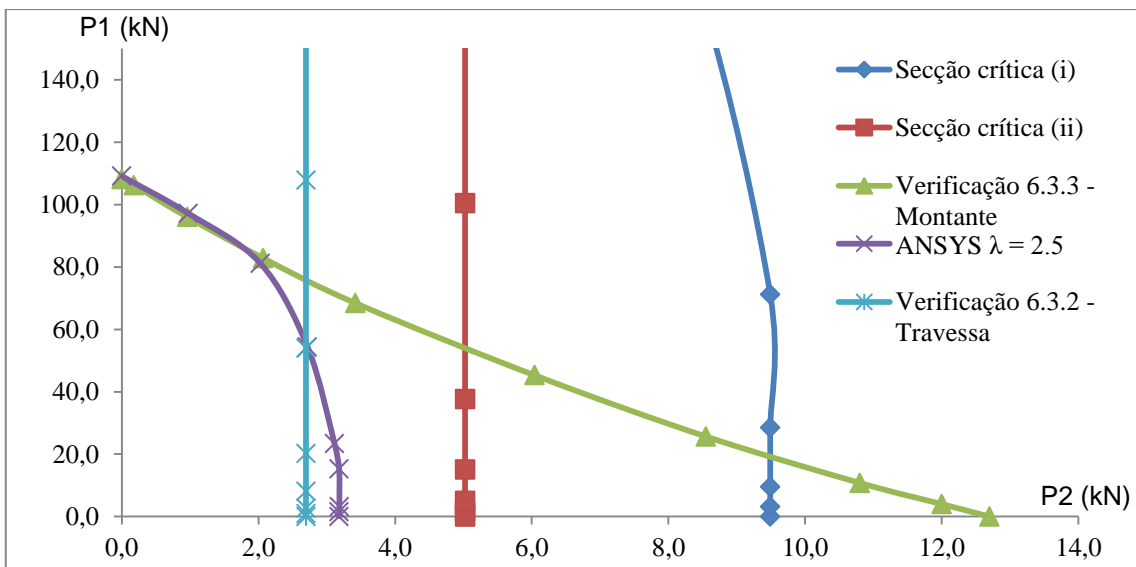


Figura 3.19 – Curvas de resistência obtidas com o ANSYS e o EC3 para o caso de estudo2  $\beta=0,75$  e  $\lambda=2,5$

Para  $\beta$  igual a 1,25, isto é, em que o comprimento da travessa é maior que o comprimento do montante e para esbeltezas pouco elevadas,  $\lambda$  igual a 0,5 e 1,0, é visível a sobreavaliação do efeito da encurvadura lateral nas equações do EC3.

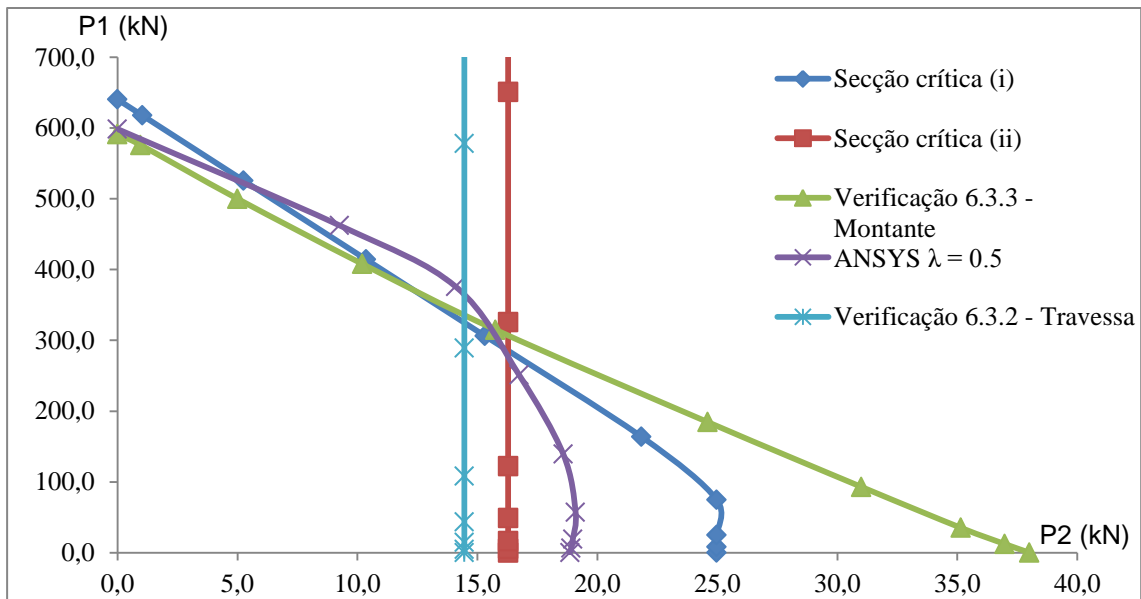


Figura 3.20 – Curvas de resistência obtidas com o ANSYS e o EC3 para o caso de estudo2  $\beta=1,25$  e  $\lambda=0,5$

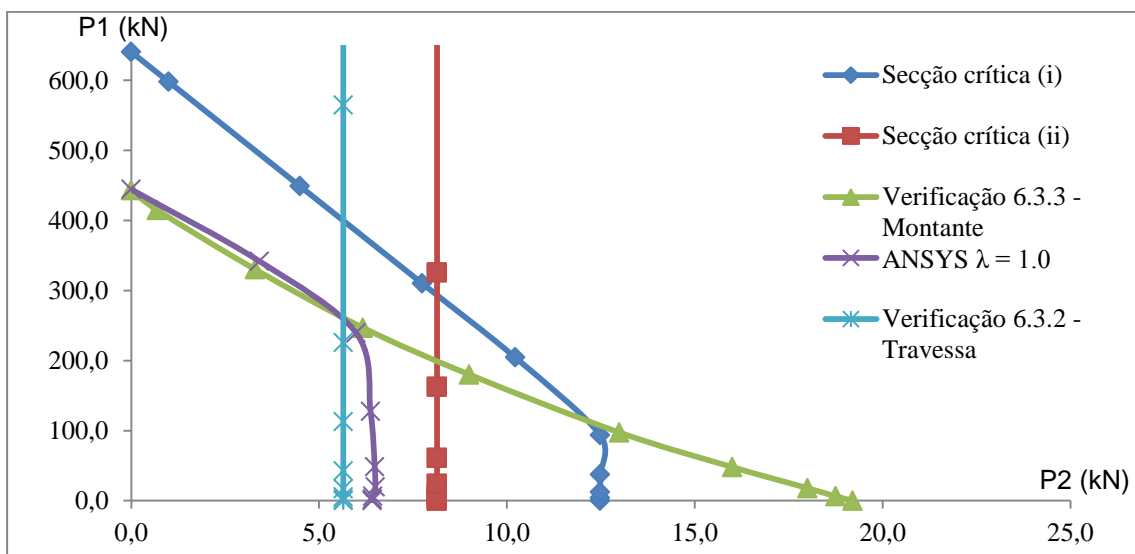


Figura 3.21 – Curvas de resistência obtidas com o ANSYS e o EC3 para o caso de estudo2  $\beta=1,25$  e  $\lambda=1,0$

Contrariamente aos resultados obtidos para os dois casos anteriores, a Figura 3.22 demonstra que para uma esbelteza mais elevada,  $\lambda = 1,5$ , é notório mais uma vez a importância da verificação de segurança 6.3.2.

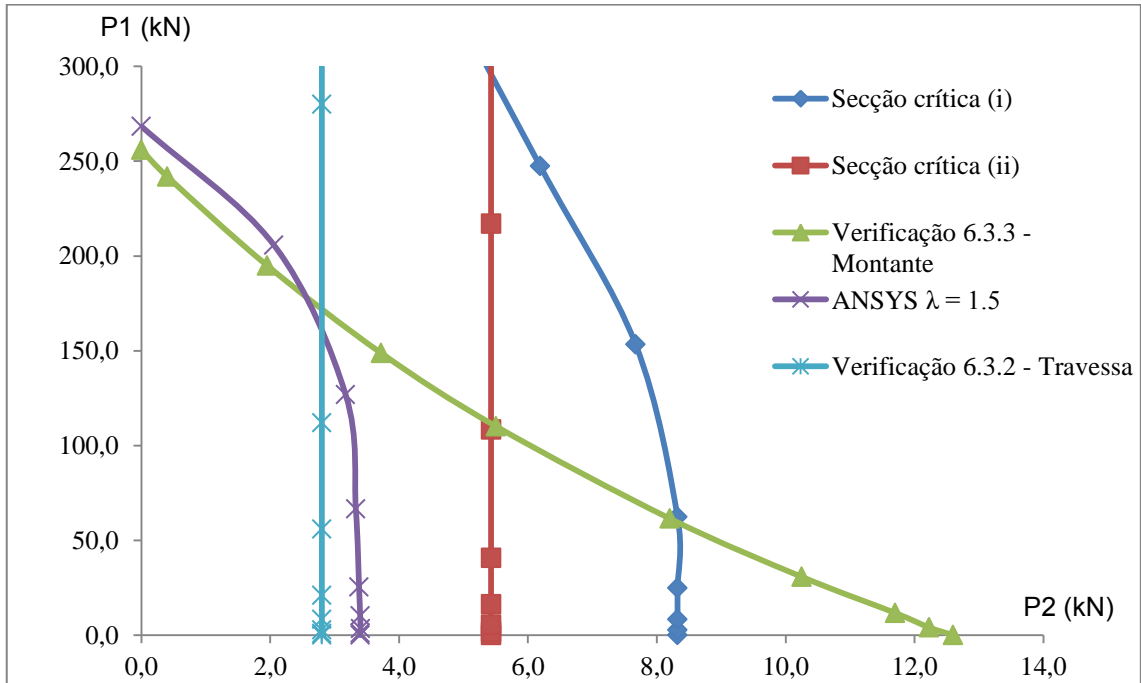


Figura 3.22 – Curvas de resistência obtidas com o ANSYS e o EC3 para o caso de estudo 2  $\beta=1,25$  e  $\lambda=1,5$

Por fim, analisa-se o caso  $\beta$  igual a 1,25 e  $\lambda$  igual a 2,5 demonstrado na Figura 3.23. Para este caso e para combinações de carga com P1 elevado, os resultados obtidos estão contra a segurança. Os resultados poderiam ser mais gravosos se não existisse a reserva da resistência plástica, por exemplo se se tivesse retirado  $\chi_{LT}$  directamente do programa. A curva do ANSYS deveria ser assintótica à recta vertical da verificação 6.3.2. De notar que se está a analisar uma travessa com 20 metros de comprimento.

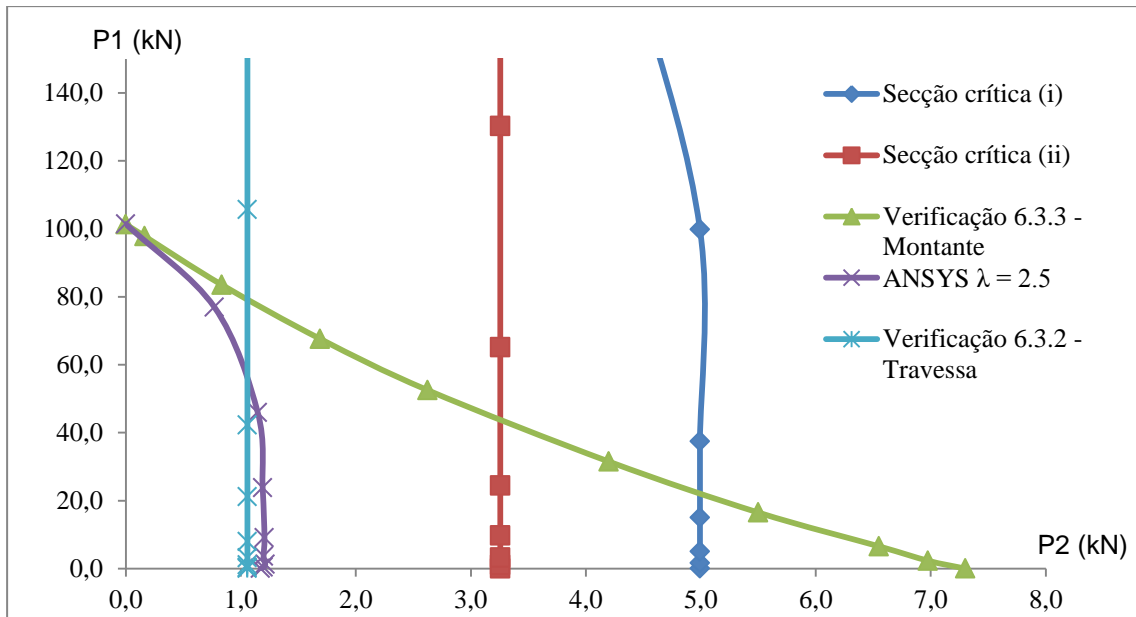


Figura 3.23 – Curvas de resistência obtidas com o ANSYS e o EC3 para o caso de estudo2  $\beta=1,25$  e  $\lambda=2,5$

## Capítulo 4

# Conclusões e desenvolvimentos futuros

### 4.1. Conclusões

Os estudos efectuados no âmbito desta Dissertação permitem retirar as seguintes conclusões:

1. Mostrou-se que o programa ANSYS é capaz de modelar adequadamente o comportamento espacial de pórticos de aço. Em particular, este programa permite incluir (i) tensões residuais, (ii) imperfeições geométricas, (iii) espalhamento da plastificação, (iv) grandes deslocamentos e (v) a transmissão de empenamento nos nós do pórtico.
2. No caso de estudo 1 (pórtico totalmente contraventado), mostrou-se que as fórmulas do Método 2 do EC3 conduzem a um dimensionamento em geral do lado da segurança. No entanto, tal deve-se à existência de uma reserva de resistência plástica para esforços axiais reduzidos (a estrutura é hiperestática).
3. No caso de estudo 2 (travessa não-contraventada), observou-se que o EC3 conduz a resultados ligeiramente contra a segurança quando as verificações de ambas as barras podem ser condicionantes. Tal deve-se ao facto de, ao contrário do caso anterior, a reserva de resistência plástica ser agora limitada pelo efeito da encurvadura lateral

(flexão-torção) na travessa. Em particular, mostrou-se que a verificação da travessa à encurvadura lateral deveria ter em conta o efeito do esforço axial no montante.

4. É de referir que se observou que o factor de redução para a encurvadura lateral do EC3 está ligeiramente a favor da segurança, o que contribui para minorar os resultados contra a segurança. Caso se tivessem adoptado os factores de redução fornecidos pelas análises numéricas, o número de casos contra a segurança aumentaria significativamente.

## **4.2. Desenvolvimentos futuros**

Ao longo deste trabalho, foram identificadas várias possibilidades de desenvolvimentos futuros para o estudo efectuado. Descreve-se seguidamente, algumas das extensões propostas:

1. Investigar de que forma se poderão adaptar as verificações do EC3 para a travessa, de forma a ter em conta a influência do esforço axial do montante.
2. Para os mesmos pórticos, libertar o contraventamento para fora do plano no montante e comparar os resultados obtidos no programa ANSYS com as verificações de segurança do EC3.
3. Modelar e analisar outros dois tipos de transmissão de empenamento, inversa e nula, a partir do programa ANSYS. Como foi referido ao longo deste trabalho, com especial foco no Capítulo 2, o tipo de transmissão tem grande influência no comportamento global da estrutura.
4. Abordar o mesmo problema, recorrendo aos coeficientes propostos pelo Método 1 do EC3 para a análise 6.3.3.

# Bibliografia

Amarante, F., *Encurvadura Lateral em Vigas Metálicas Sujeitas a Flexão Desviada*, Dissertação de Mestrado, Universidade Nova de Lisboa, Faculdade de Ciências e Tecnologia, 2012.

Ansys Inc. (2004). *ANSYS versão 12.1*, Inc. Theory Reference, Estados Unidos da América.

Basaglia, C., D. Camotim, N. Silvestre, “Torsion Warping Transmission at thin-walled frame joints: Kinematics, modelling and structural response”, *Journal of Construction Steel Research*, vol. 69, pp. 39-53, 2012.

Boissonnade, N., J.-P. Jaspart, J. Lindner, R. Greiner, *Rules for Member Stability in EN1993-1-1 Background Documentation and Design Guidelines*. ECCS Technical Committee 8 – Stability, 2006.

Boissonnade, N., J.-P. Jaspart, J.-P. Muzeau, M. Villette, “Improvement of the interaction formulae for beam-columns in Eurocode 3”, *Computers and Structures*, 80, pp. 2375-2385, 2002.

Comité Européen de Normalização. *EN 1993-1-1 Eurocode 3: Design of Steel Structures part 1.1: General Rules and Rules for Buildings*, CEN, Bruxelas, 2005.

Gonçalves, R., D. Camotim, “Design of Plane Steel Frames – Towards a Rational Approach”, *International Journal of Advanced Steel Construction*, vol. 1, pp. 105–128, 2005

Gonçalves, R., M. Corrêa Ritto, D. Camotim, “Aplicação da teoria geometricamente exacta de vigas à análise de pórticos de aço”, *Actas do VII Congresso de Construção Metálica e Mista*, Lisboa, LNEC, Novembro 2009, pp. II 205–II 213.

Mahendran, M., Yuan, Z., “Behaviour of Steel Frame Structures to Lateral Torsional Buckling Effects”, *Proceedings of the 9th Nordic Steel Construction Conference* (Eds.: P. Makelainen, J. Kesti, A. Jutila, O. Kaitila), Helsínquia, Finlândia, pp. 18-20, 2001.

Rosa, J., *Estudo das Equações de Interação de Colunas-Viga do Método 2 do Eurocódigo 3*. Dissertação de Mestrado, Universidade Nova de Lisboa, Faculdade de Ciências e Tecnologia, 2011.

Gruttman F., Sauer R., Wagner, “Theory and Numerics of Three-Dimensional Beams with Elastoplastic Material Behaviour. International Journal for Numerical Methods in Engineering”, pp. 1675-1702, 2000.

Simulia Inc., *ABAQUS/Standard* (version 6.9), 2009.

Vieira, S., *Aplicação do Método da Resistência Directa a Vigas Contínuas de Aço*, Dissertação de Mestrado, Universidade Nova de Lisboa, Faculdade de Ciências e Tecnologia, 2012.

Vogel, U. “Calibrating frames”, *Stahlbau*, 54, pp. 295-301, 1985.

Zieman, R., *Guide to Stability Design Criteria for Metal Structures*, 2010.

## Anexo A.

### Tabelas do EC3

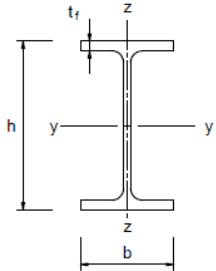
Secção transversal		Limites	Encurva- dura em relação ao eixo	Curva de encurvadura	
				S 235 S 275 S 355 S 420	S 460
Perfis laminados		$h/b > 1,2$	$t_f \leq 40 \text{ mm}$	y - y z - z	a a <sub>0</sub>
			$40 \text{ mm} < t_f \leq 100 \text{ mm}$	y - y z - z	b a
		$h/b \leq 1,2$	$t_f \leq 100 \text{ mm}$	y - y z - z	b a
			$t_f > 100 \text{ mm}$	y - y z - z	d c

Figura 6.1 –Curvas de encurvadura em função da secção transversal [Extraído do EC3]

Curva de encurvadura	a <sub>0</sub>	a	b	c	d
Factor de imperfeição $\alpha$	0,13	0,21	0,34	0,49	0,76

Figura 6.2 – Factor de imperfeição para as curvas de encurvadura [Extraído do EC3]

<i>Secção transversal</i>	<i>Limites</i>	<i>Curva de encurvadura</i>
<i>Secções em I laminadas</i>	$h/b \leq 2$	a
	$h/b > 2$	b
<i>Secções em I soldadas</i>	$h/b \leq 2$	c
	$h/b > 2$	d
<i>Outras secções transversais</i>	-	d

Figura 6.3 – Curvas de encurvadura lateral em função da secção transversal [Extraído do EC3]

<i>Curva de encurvadura</i>	a	b	c	d
<i>Factor de imperfeição <math>\alpha_{LT}</math></i>	0,21	0,34	0,49	0,76

Figura 6.4 – Factores de imperfeição para as curvas de encurvadura lateral [Extraído do EC3]

Factores de interacção	Tipo de secções	Hipóteses de cálculo	
		Propriedades elásticas das secções transversais Classe 3, Classe 4	Propriedades plásticas das secções transversais Classe 1, Classe 2
$k_{yy}$	Secções em I Secções tubulares rectangulares	$C_{my} \left( 1 + 0,6 \bar{\lambda}_y \frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$ $\leq C_{my} \left( 1 + 0,6 \frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$	$C_{my} \left( 1 + (\bar{\lambda}_y - 0,2) \frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$ $\leq C_{my} \left( 1 + 0,8 \frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$
$k_{yz}$	Secções em I Secções tubulares rectangulares	$k_{zz}$	$0,6 k_{zz}$
$k_{zy}$	Secções em I Secções tubulares rectangulares	$0,8 k_{yy}$	$0,6 k_{yy}$
$k_{zz}$	Secções em I	$C_{mz} \left( 1 + 0,6 \bar{\lambda}_z \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$ $\leq C_{mz} \left( 1 + 0,6 \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$	$C_{mz} \left( 1 + (2\bar{\lambda}_z - 0,6) \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$ $\leq C_{mz} \left( 1 + 1,4 \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$
	Secções tubulares rectangulares	$C_{mz} \left( 1 + 0,6 \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$	$C_{mz} \left( 1 + (\bar{\lambda}_z - 0,2) \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$ $\leq C_{mz} \left( 1 + 0,8 \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$
Para secções em I e H e para secções tubulares rectangulares submetidas a compressão axial e a flexão recta $M_{y,Ed}$ , o factor $k_{zy}$ poderá considerar-se $k_{zy} = 0$ .			

Figura 6.5 – Método 2: Factores de interacção  $k_{ij}$  para elementos não susceptíveis à deformação por torção [Extraído do EC3]

Factores de interação	Hipóteses de cálculo	
	Propriedades elásticas das secções transversais Classe 3, Classe 4	Propriedades plásticas das secções transversais Classe 1, Classe 2
$k_{yy}$	$k_{yy}$ do Quadro B.1	$k_{yy}$ do Quadro B.1
$k_{yz}$	$k_{yz}$ do Quadro B.1	$k_{yz}$ do Quadro B.1
$k_{xy}$	$\left[ 1 - \frac{0,05\bar{\lambda}_z N_{Ed}}{(C_{mLT} - 0,25)\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right]$ $\geq \left[ 1 - \frac{0,05 N_{Ed}}{(C_{mLT} - 0,25)\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right]$	$\left[ 1 - \frac{0,1\bar{\lambda}_z N_{Ed}}{(C_{mLT} - 0,25)\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right]$ $\geq \left[ 1 - \frac{0,1 N_{Ed}}{(C_{mLT} - 0,25)\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right]$ <p>para <math>\bar{\lambda}_z &lt; 0,4</math>:</p> $k_{xy} = 0,6 + \bar{\lambda}_z \leq 1 - \frac{0,1\bar{\lambda}_z N_{Ed}}{(C_{mLT} - 0,25)\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}}$
$k_{zz}$	$k_{zz}$ do Quadro B.1	$k_{zz}$ do Quadro B.1

Figura 6.6 – Método 2: Factores de interação  $k_{ij}$  para elementos susceptíveis à deformação por torção [Extraído do EC3]


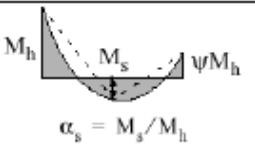
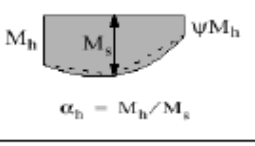
Diagrama de momentos	Domínio de aplicação		$C_{my}$ e $C_{mz}$ e $C_{mLT}$	
			Carga uniforme	Carga concentrada
	$-1 \leq \psi \leq 1$		$0,6 + 0,4\psi \geq 0,4$	
 $\alpha_s = M_s / M_h$	$0 \leq \alpha_s \leq 1$	$-1 \leq \psi \leq 1$	$0,2 + 0,8\alpha_s \geq 0,4$	$0,2 + 0,8\alpha_s \geq 0,4$
	$-1 \leq \alpha_s < 0$	$0 \leq \psi \leq 1$	$0,1 - 0,8\alpha_s \geq 0,4$	$-0,8\alpha_s \geq 0,4$
 $\alpha_h = M_h / M_s$	$0 \leq \alpha_h \leq 1$	$-1 \leq \psi \leq 1$	$0,95 + 0,05\alpha_h$	$0,90 + 0,10\alpha_h$
	$-1 \leq \alpha_h < 0$	$0 \leq \psi \leq 1$	$0,95 + 0,05\alpha_h$	$0,90 + 0,10\alpha_h$
		$-1 \leq \psi < 0$	$0,95 + 0,05\alpha_h(1+2\psi)$	$0,90 + 0,10\alpha_h(1+2\psi)$
Em elementos com modos de encurvadura associados a deslocamentos laterais, o coeficiente de momento uniforme equivalente deverá tomar-se igual a $C_{my} = 0,9$ ou $C_{mz} = 0,9$ , respectivamente.				
$C_{my}$ , $C_{mz}$ e $C_{mLT}$ deverão ser obtidos de acordo com o diagrama dos momentos flectores actuantes entre as secções de travamento, de acordo com:				
coeficiente de momento	eixo de flexão	travamento na direcção		
$C_{my}$	y-y	z-z		
$C_{mz}$	z-z	y-y		
$C_{mLT}$	y-y	y-y		

Figura 6.7 – Coeficientes de momento uniforme equivalente  $C_m$  das Figura 6.5 Figura 6.6 [Extraído do EC3]