



**Gilberto Fernando Mohamadú Charifo Baldé**

Mestre em Engenharia Geológica (Georrecursos)

**Modelação de depósitos minerais  
amostrados por suportes irregulares  
O caso de estudo do depósito de Farim-  
Saliquinhé na Guiné-Bissau**

Dissertação para obtenção do Grau de Doutor em  
Engenharia Geológica

Orientador: Doutor José António de Almeida, Prof. Associado,  
Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de  
Lisboa

Co-orientador: Doutor António Miguel Pereira Jorge Ferreira,  
Investigador Auxiliar, Faculdade de Ciências e Tecnologia da  
Universidade Nova de Lisboa

Júri:

Presidente: Prof. Doutor João José Cardoso Pais  
Arguente(s): Prof. Doutor António Jorge Gonçalves de Sousa  
Doutora Júlia Cristina da Costa Carvalho

Vogais: Prof. Doutor José António de Almeida  
Prof. Doutor Joaquim António dos Reis Silva Simão  
Doutor António Alberto Gabriel Luís  
Doutor António Miguel Pereira Jorge Ferreira



**Setembro 2012**





**Gilberto Fernando Mohamadú Charifo Baldé**

Mestre em Engenharia Geológica (Georrecursos)

**Modelação de depósitos minerais  
amostrados por suportes irregulares. O  
caso de estudo do depósito de Farim-  
Saliquinhé na Guiné-Bissau.**

Dissertação para obtenção do Grau de Doutor em  
Engenharia Geológica



FACULDADE DE  
CIÊNCIAS E TECNOLOGIA  
UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA

***Copyright***

*“A Faculdade de Ciências e Tecnologia e a Universidade Nova de Lisboa têm o direito, perpétuo e sem limites geográficos, de arquivar e publicar esta dissertação através de exemplares impressos reproduzidos em papel ou de forma digital, ou por qualquer outro meio conhecido ou que venha a ser inventado, e de a divulgar através de repositórios científicos e de admitir a sua cópia e distribuição com objectivos educacionais ou de investigação, não comerciais, desde que seja dado crédito ao autor e editor.”*

**Setembro 2012**



## **Preambulo**

Uma das principais etapas da avaliação de um recurso geológico consiste na elaboração de cartografia geológica e mineira, ou seja, na representação espacial da morfologia e das respectivas propriedades que condicionam, técnica e economicamente a sua apropriação. A análise computacional permite quantificar o benefício local e global do recurso, quer seja metálico ou não metálico. Nas etapas preliminares de prospecção do recurso, e principalmente se este for heterogéneo e reconhecido por poucas sondagens e amostras, existe sempre subjacente a cada avaliação de reservas elevada incerteza. Nestes casos, para quantificar as incertezas globais e locais pode recorrer-se a algoritmos geoestatísticos de simulação, que possuem a vantagem de gerarem várias imagens equiprováveis do comportamento das características intrínsecas.

Na modelação de depósitos minerais, a integração de amostras provenientes de suportes com dimensão variada e o condicionamento zonal de teores constituem desafios actuais. A abordagem comum de possança e acumulação fornece como resultado um modelo 2D de blocos onde cada bloco reporta à altura da camada sem detalhe no interior da camada. Relativamente ao controlo zonal em ambiente de simulação, o procedimento habitual é a modelação de teores em separado ou então fazer co-simulação com informação secundária e médias locais. No primeiro caso, os resultados mostram total discriminação e descontinuidade de teores entre formações e, no segundo, menor discriminação e mistura de histogramas nos resultados. Estas podem ser vantagens e desvantagens, dependendo do caso de estudo, mas nenhuma delas se considerou adequada para este caso de estudo.

Estas duas características foram desde logo observadas no caso de estudo do depósito mineral de fosfato de Farim-Saliquinhé na Guiné-Bissau. Constituem a motivação para o desenvolvimento da presente tese de doutoramento onde se propõe uma metodologia integrada que espera contribuir para o estudo desta temática, promovendo a introdução de novas ideias e técnicas, combinando conhecimento geológico com ferramentas geoestatísticas, através de algoritmos adaptados e contribuições informáticas que possibilitarão melhores desempenhos em casos de estudo similares.



## **Agradecimentos**

O resultado deste trabalho decorre da aprendizagem adquirida ao longo da minha actividade profissional e dos conhecimentos adquiridos com a frequência do curso de Mestrado em Engenharia Geológica (Georrecursos) e agora do Doutoramento em Engenharia Geológica na FCT-UNL.

Aos meus avós e pais, pela instrução que me foi dada desde os primeiros momentos de vida.

Um agradecimento muito especial aos meus filhos (Gilberto, Melissa e Déborah), à Jacira e à minha família e amigos pelo carinho, ajuda e disponibilidade que mostraram ao longo de todo este percurso, por me apoiarem incondicionalmente e, porque sem eles, nada teria sido possível nem faria sentido.

Ao Professor José António de Almeida, meu orientador científico, pelas suas ideias, pelo seu apoio, disponibilidade, entusiasmo e incentivo na maneira inovadora de abordar as questões.

Ao Doutor António Ferreira, meu co-orientador científico agradeço a colaboração, amizade e críticas sempre preciosas.

Ao Ministério dos Recursos Naturais e Energia da Guiné-Bissau, e em particular à Direcção Geral de Geologia e Minas, por terem disponibilizado e preparado as condições para que fosse possível consultar a informação disponível sobre o trabalho.

Ao Professor Jorge de Sousa, pelo seu apoio e aprendizagem proporcionada no curso de pós graduação de geoestatística

Aos meus irmãos pelo apoio e encorajamento ao longo da minha carreira académica e profissional.

À Filipa Matias, à Ascension de Sousa, agradeço a colaboração, amizade, incentivo e críticas sempre preciosas.

À equipa de consultores da empresa Gold Fluvium – Engenharia e Ambiente, Lda., agradeço a colaboração, amizade, incentivo e críticas não menos preciosas.

A todos os que de alguma forma contribuíram para a relevância deste projecto, um muito obrigado.



## Resumo

O objectivo deste trabalho é a modelação da morfologia e teores, do depósito de fosfato Farim-Saliquinhé, Guiné-Bissau, com os dados obtidos pelo BRGM nos anos 80 do século passado. O estudo inicia-se com a análise estatística onde foram identificados dois desafios: i) teores amostrados em suportes com vários comprimentos; ii) simulação condicional de teores a formações geológicas.

Neste trabalho apresenta-se uma metodologia de simulação 3D desenhada para lidar especificamente com amostragem a partir de suportes irregulares em comprimento e condicional a formações geológicas. Inicia-se com a simulação dos teores na localização das sondagens para uma malha regular de alta resolução de 0,05m, dimensão do menor suporte amostrado. São testadas várias variâncias sendo escolhida a que melhor reproduz a variância dos dados nos suportes originais numa abordagem inversa. Os valores simulados são posteriormente convertidos para a resolução pretendida da malha 3D de blocos.

Os teores ocorrem zonados por formação geológica. No estudo do BRGM, os suportes foram classificados como pertencentes às formações *FPA* ou *FPB* mas, verificou-se existir amostras mal ou não classificadas. Com os valores simulados na localização das sondagens, fez-se a reclassificação automática dos suportes em três formações geológicas por análise discriminante dos grupos obtidos a partir da análise grupal com os dados de partida.

Na simulação de teores na malha 3D de blocos propõe-se o uso de uma variante da simulação sequencial directa (SSD), com condicionamento a histogramas e médias locais, garantido a transição rápida mas continua de teores.

Os resultados foram validados por comparação com os homólogos obtidos por krigagem da possança e acumulação. O conjunto das imagens simuladas foi tratado do ponto de vista da análise de incerteza, local e global.

**Palavras-chave:** Farim-Saliquinhé; depósito mineral de fosfato; modelação 3D, suportes irregulares, simulação; avaliação da incerteza.



## Abstract

The objective of this work is to model the morphology and grades of the phosphate mineral deposit Farim-Saliquinhé at Guiné-Bissau, by using the boreholes and samples of the previous BRGM survey. A statistical analysis was conducted first. Two main challenges were identified: i) grades sampled in irregular core lengths; ii) conditional simulation of grades to geological units.

In this work it is presented a 3D stochastic simulation methodology to deal with irregular sample lengths and geological units. It involves the stochastic simulation of the grades in a regular high resolution grid matching the boreholes locations (spacing equal to 0,05m the minimum sample size). For the simulation of grades several variances were considered and the selected are the one that better reproduce the variance at the initial length samples. Finally the simulated values are upscaled to the final resolution of the 3D grid of blocks.

Grades are zoned by geological units. In the previous BRGM studies, samples were classified into two units *FPA* or *FPB* but several samples are mis- or unclassified. Thus, previous to the 3D simulation of grades, the set of simulated values at boreholes locations were automatically classified into three geological units with discriminante analysis based on the groups provided by a grupal analysis conducted with the initial dataset.

The final issue concerns to the simulation of grades when two or more geological units are present. In this work it is proposed the use of the direct sequential simulation (DSS) with local histograms and averages, ensuring a quick but continuous transition of grades.

The results were validated by comparison with the homologues obtained by thickness and accumulation modelling. Simulated images sets also enabled the global and local evaluation of uncertainty.

**Key-words:** Farim-Saliquinhé; phosphate mineral deposit; 3D modelling, irregular length samples; simulation; uncertainty evaluation.



## Índice de matérias

<b>1. Introdução .....</b>	<b>1</b>
1.1 Considerações Gerais .....	1
1.2 Objectivos e Desafios do Caso de Estudo .....	3
1.3 Organização da Dissertação.....	7
<b>2. Apresentação do Caso de Estudo.....</b>	<b>9</b>
2.1 Enquadramento Geográfico .....	9
2.2 Enquadramento Geológico .....	10
2.3 Enquadramento Hidrogeológico.....	13
2.4 Estudos Anteriores e Descrição dos Dados Disponíveis .....	13
<b>3. Análise Estatística.....</b>	<b>17</b>
3.1 Análise da Relação dos Teores com o Suporte.....	17
3.2 A Questão da Natureza dos Dados .....	18
3.3 Análise Univariada .....	20
3.4 Análise Bivariada .....	24
3.5 Análise de Razões.....	28
3.6 Análise em Componentes Principais .....	33
3.7 Análise Grupal.....	37
3.8 Síntese de Resultados .....	40
<b>4. Fundamentos Teóricos Geoestatísticos.....</b>	<b>41</b>
4.1 Introdução.....	41
4.2 Análise de Continuidade Espacial .....	44
4.2.1 Variograma e covariância espacial.....	44

4.2.2	Ajustamento de modelos teóricos .....	45
4.3	Estimação por Krigagem .....	46
4.3.1	Krigagem normal.....	47
4.3.2	Cokrigagem simples co-localizada com coeficientes de correlação globais.....	48
4.4	Algoritmos de Simulação Sequencial e Simulação Sequencial Directa.....	49
4.4.1	Etapas da SSD e Co-SSD .....	51
4.4.2	Simulação sequencial directa com histogramas locais.....	53
<b>5.</b>	<b>Metodologia.....</b>	<b>55</b>
5.1	Estado da Arte .....	55
5.2	Metodologia Proposta.....	60
5.2.1	Cenário base para validação do modelo 3D .....	62
5.2.2	Regularização dos suportes .....	63
5.2.3	Zonamento das formações CM, FPA e FPB na localização das sondagens com base nos teores simulados e estimação de superfícies de transição .....	67
5.2.4	Simulação 3D de teores com histogramas locais e análise de resultados .....	68
<b>6.</b>	<b>Caso de Estudo: Modelação e Zonamento de Teores .....</b>	<b>69</b>
6.1	Cenário Base: Modelação Geométrica e Avaliação Global de Reservas em P <sub>2</sub> O <sub>5</sub> ...	69
6.2	Regularização dos Troços de Sondagem por Simulação e Co-simulação Sequencial Directa com Médias Locais.....	74
6.2.1	Variografia dos teores na direcção da sondagem .....	76
6.2.2	Regularização dos teores nas regiões A e B.....	79
6.3	Redefinição das Formações Geológicas com Base nos Teores Simulados na Localização das Sondagens.....	92
6.4	Modelo Geológico por Superfícies das formações <i>CM, FPA e FPB</i> .....	95
6.5	Simulação 3D de Teores.....	98
6.5.1	Análise estatística condicional dos teores em P <sub>2</sub> O <sub>5</sub> , CaO e SiO <sub>2</sub> por formação.	98

6.5.2	Variografia dos teores em $P_2O_5$ , CaO e $SiO_2$ nos suportes regularizados.....	101
6.5.3	Simulação dos teores em $P_2O_5$ , CaO e $SiO_2$ .....	102
<b>7.</b>	<b>Conclusões .....</b>	<b>119</b>
<b>8.</b>	<b>Referências Bibliográficas .....</b>	<b>125</b>
<b>ANEXO I</b>	<b>.....</b>	<b>131</b>



## Índice de figuras

Figura 2.1 – Localização da área de estudo na Guiné-Bissau. A forma da poligonal foi retirada de BRGM (1983) e Prian <i>et al</i> (1987).....	9
Figura 2.2 – Enquadramento geológico regional do depósito mineral de Farim-Saliquinhé (fonte: Prian, 1989) .....	10
Figura 2.3 – Modelo conceptual geológico simplificado (sem escala) .....	13
Figura 2.4 – Modelo simplificado 3D da morfologia do depósito (sequência de superfícies obtidas por interpolação) e localização das sondagens e rio Cacheu. Inclui a superfície topográfica, topo de <i>FPA</i> , topo de <i>FPB</i> e base de <i>FPB</i> .....	14
Figura 2.5 – Histograma do comprimento dos 320 suportes amostrados.....	15
Figura 3.1 – Diagramas de dispersão dos teores <i>vs</i> comprimento do suporte e <i>box-plots</i> dos teores por intervalo de comprimento do suporte. ....	18
Figure 3.2 – Gráficos descritivos dos dados de $P_2O_5$ , $SiO_2$ , $Al_2O_3$ , $Fe_2O_3$ , $MgO$ , $CaO$ , $F$ , $CO_2$ . Histograma e <i>box-plot</i> (a); Curva de frequências cumuladas para (b) Todas as amostras e (c) cada conjunto. <i>FPB</i> : quadrados azuis; <i>FPA</i> : círculos cor de laranja; <i>CM</i> : losangos abertos cor-de-rosa; <i>sobFPB</i> : quadrados abertos verdes. (d) gráficos X (dados em bruto)/Y ( <i>clr</i> dos dados). <i>clr-centred logratio transformation</i> : o <i>clr</i> de uma variável numa dada amostra é igual ao valor dessa variável dividida pela média geométrica de todas as variáveis na mesma amostra seguida de transformação logarítmica, Aitchison, 1986) .....	22
Figure 3.3 – <i>Box-plots</i> de teores de: a) $P_2O_5$ todas as amostras; b) $P_2O_5$ amostras com teores superiores a 10%; c) $SiO_2$ amostras com teores superiores a 10%; d) $Al_2O_3$ amostras com teores superiores a 10%; e) $Fe_2O_3$ amostras com teores superiores a 10%; f) $MgO$ amostras com teores superiores a 10%; g) $CaO$ amostras com teores superiores a 10%; h) $F$ amostras com teores superiores a 10%; i) $CO_2$ amostras com teores superiores a 10%; j) U amostras com teores superiores a 10%. ....	23
Figure 3.4 – Diagramas de dispersão entre pares de variáveis para todas as amostras em escala natural (abaixo da diagonal) e escala logarítmica decimal (acima da diagonal) .....	26
Figure 3.5 – Diagramas de dispersão entre pares de variáveis para as amostra <i>FPA</i> (acima da diagonal) e <i>FPB</i> (abaixo da diagonal). ....	27

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figure 3.6 – Diagramas de dispersão das melhores correlações de Pearson observadas positivas (a) e negativas (b) ( <i>FPB</i> - quadrados, <i>FPA</i> - círculos, <i>CM</i> – losangos e <i>sobFPB</i> – quadrados abertos). .....	28
Figure 3.7 – Diagrama de dispersão das variáveis $P_2O_5/CaO$ (adaptado de Prian <i>et al</i> , 1987). O tamanho dos círculos é proporcional à soma de teores $Al_2O_3 + SiO_2 + Fe_2O_3$ . <i>FPB</i> – quadrados, <i>FPA</i> – círculos, <i>CM</i> losangos e <i>sobFPB</i> – quadrados abertos.....	29
Figura 3.8 – Diagrama de dispersão do par $P_2O_5-CaO$ (adaptado de Prian <i>et al</i> , 1987) com os respectivos histogramas e medianas de cada conjunto de dados. Para o $P_2O_5$ são mostrados dois histogramas sobrepostos (a cinza escuro as 247 amostras analisadas também em $CaO$ e em cinza claro os 320 resultados analíticos em $P_2O_5$ ). <i>FPB</i> – quadrados, <i>FPA</i> – círculos, <i>CM</i> losangos e <i>sobFPB</i> – quadrados abertos. Os três principais domínios ambientais estão sombreados no topo à esquerda (fosforites carbonatadas), no topo à direita (fosforites descarbonatadas) e na parte inferior (fosforites descarbonatadas e com alteração pedogénica). .....	31
Figura 3.9 – Diagrama de dispersão do par $P_2O_5/MgO$ em <i>FPA</i> e representação dos teores com o tamanho dos símbolos (a) $Al_2O_3 + SiO_2$ ; (b) $Fe_2O_3$ e (c) U. <i>FPB</i> - quadrados, <i>FPA</i> - círculos, <i>CM</i> – losangos e <i>sobFPB</i> – quadrados abertos. ....	32
Figure 3.10 – Plano CP1/CP2, incluindo as projecções das oito variáveis (coeficientes de correlação) e das 247 amostras. São também apresentados os histogramas das CPs com indicação da mediana (Mdn) para cada conjunto de amostras ( <i>CM</i> , <i>FPA</i> , <i>FPB</i> ). (legenda: <i>FPB</i> – quadrados azuis; <i>FPA</i> - círculos vermelhos, <i>CM</i> - losangos rosa; <i>sobFPB</i> - quadrados verdes). .....	35
Figure 3.11 – Plano factorial CP1/CP3, incluindo as projecções das oito variáveis e das 247 amostras. São também apresentados os histogramas das CPs com indicação da mediana (Mdn) para cada conjunto ( <i>CM</i> , <i>FPA</i> , <i>FPB</i> ). (legenda: <i>FPB</i> – quadrados azuis; <i>FPA</i> por círculos vermelhos, <i>CM</i> por losangos rosa; <i>sobFPB</i> por quadrados verdes).....	36
Figura 3.12 – Resultados da ACP apresentada nas figuras 3.10 e 3.11 mas com as amostras referenciadas segundo os resultados da análise grupal: A - círculos vermelhos; B - quadrados azuis; C - losangos rosa. ....	39
Figura 4.1 – Nomenclatura utilizada na representação do variograma .....	45
Figura 5.1 – Hipotéticos histogramas cumulativos condicionais como forma de mostrar o grau de discriminação de uma propriedade por região (I e II) numa área A.....	56
Figura 5.2 – Estratégias de modelação de propriedades intrínsecas condicionadas a um modelo morfológico .....	58
Figura 5.3 – Fluxograma de metodologia adoptada .....	61

Figura 5.4 – a) Suportes de dimensão variada numa sondagem; b) geração de uma malha regular de $m$ suportes sintéticos de pequena dimensão; c) geração de uma malha regular de $p$ suportes sintéticos com a dimensão final em altura dos blocos do modelo 3D. ....	63
Figura 6.1 – Variogramas experimentais e modelos teóricos ajustados às variáveis a) cotas topo A, b) possança de A e c) possança de B. ....	70
Figura 6.2 – Representação 3D das quatro superfícies estimadas (do topo para a base): relevo, topo A, transição A para B e base de B. ....	71
Figura 6.3 – Variogramas experimentais e modelos teóricos ajustados da acumulação em $P_2O_5$ nas regiões A e B. ....	71
Figura 6.4 – Representação 3D da acumulação (cima) e teor (baixo) em $P_2O_5$ na região A. ....	72
Figura 6.5 – Representação 3D da acumulação (cima) e teor (baixo) em $P_2O_5$ na região B. ....	73
Figura 6.6 – Procedimento experimental de calibração da variância na malha de alta resolução por selecção. ....	74
Figura 6.7 – Variogramas experimentais na direcção das sondagens dos teores em $Al_2O_3$ (médias locais) e modelos teóricos ajustados nas regiões A (esquerda) e B (direita). ....	76
Figura 6.8 – Variogramas experimentais na direcção das sondagens dos teores em $CaO$ (médias locais) e modelos teóricos ajustados nas regiões A (esquerda) e B (direita). ....	77
Figura 6.9 – Variogramas experimentais na direcção das sondagens dos teores em $CO_2$ (médias locais) e modelos teóricos ajustados nas regiões A (esquerda) e B (direita). ....	77
Figura 6.10 – Variogramas experimentais na direcção das sondagens dos teores em F (médias locais) e modelos teóricos ajustados nas regiões A (esquerda) e B (direita). ....	77
Figura 6.11 – Variogramas experimentais na direcção das sondagens dos teores em $Fe_2O_3$ (médias locais) e modelos teóricos ajustados nas regiões A (esquerda) e B (direita). ....	78
Figura 6.12 – Variogramas experimentais na direcção das sondagens dos teores em $MgO$ (médias locais) e modelos teóricos ajustados nas regiões A (esquerda) e B (direita). ....	78
Figura 6.13 – Variogramas experimentais na direcção das sondagens dos teores em $P_2O_5$ (médias locais) e modelos teóricos ajustados nas regiões A (esquerda) e B (direita). ....	78
Figura 6.14 – Variogramas experimentais na direcção das sondagens dos teores em $SiO_2$ (médias locais) e modelos teóricos ajustados nas regiões A (esquerda) e B (direita). ....	79
Figura 6.15 – Representação dos teores em $P_2O_5$ na região A para as 60 sondagens (colunas): a) Dados originais nos suportes irregulares; b) resultado de uma realização com resolução vertical de 0,05m; c) resultado de uma simulação com resolução vertical de 0,05m após correcção para as	

## ÍNDICE DE FIGURAS

médias locais homólogas; d) resultados finais após cálculo para a resolução vertical final de 0,5m. .....	88
Figura 6.16 – Representação dos teores em $P_2O_5$ na região B para as 60 sondagens (colunas): a) Dados originais nos suportes irregulares; b) resultado de uma realização com resolução vertical de 0,05m; c) resultado de uma simulação com resolução vertical de 0,05m após correcção para as médias locais homólogas; d) resultados finais após cálculo para a resolução vertical final de 0,5m. .....	89
Figura 6.17 – Representação dos teores simulados nos suportes finais de 0,5m em comparação com os valores nos suportes originais em duas sondagens. ....	90
Figura 6.18 – Representação 3D das sondagens na resolução de 0,5m e superfície base do Modelo com a classificação nas três formações geológicas: <i>CM</i> -amarelo; <i>FPA</i> -vermelho e <i>FPB</i> -azul. ....	94
Figura 6.19 – Variogramas experimentais da espessura das formações <i>CM</i> , <i>FPA</i> e <i>FPB</i> . ....	95
Figura 6.20 – Modelo geológico das formações <i>CM</i> , <i>FPA</i> e <i>FPB</i> representado por superfícies de transição. ....	96
Figura 6.21 – Modelo geológico das formações geológicas <i>CM</i> , <i>FPA</i> e <i>FPB</i> representado na malha 3D de blocos. ....	97
Figura 6.22 – Histogramas cumulativos condicionais dos teores simulados em $P_2O_5$ por formação geológica. ....	99
Figura 6.23 – Histogramas cumulativos condicionais dos teores simulados em CaO por formação geológica. ....	99
Figura 6.24 – Histogramas cumulativos condicionais dos teores simulados em $SiO_2$ por formação geológica. ....	100
Figura 6.25 – Variogramas experimentais na direcção horizontal (esquerda) e vertical (esquerda) das sondagens dos teores em CaO após regularização e modelos teóricos ajustados para o conjunto das formações geológicas. ....	101
Figura 6.26 – Variogramas experimentais na direcção horizontal (esquerda) e vertical (esquerda) das sondagens dos teores em $P_2O_5$ após regularização e modelos teóricos ajustados para o conjunto das formações geológicas. ....	101
Figura 6.27 – Variogramas experimentais na direcção horizontal (esquerda) e vertical (esquerda) das sondagens dos teores em $SiO_2$ após regularização e modelos teóricos ajustados para o conjunto das formações geológicas. ....	102

Figura 6.28 – Representação 3D de uma realização de teores em CaO para o conjunto das três formações estudadas, <i>CM</i> , <i>FPA</i> e <i>FPB</i> . .....	102
Figura 6.29 – Representação 3D da imagem média dos teores em CaO para o conjunto das três formações estudadas, <i>CM</i> , <i>FPA</i> e <i>FPB</i> . .....	103
Figura 6.30 – Representação 3D da imagem da variância local dos teores em CaO para o conjunto das três formações estudadas, <i>CM</i> , <i>FPA</i> e <i>FPB</i> .....	103
Figura 6.31 – Representação 3D de uma realização de teores em P <sub>2</sub> O <sub>5</sub> para o conjunto das três formações estudadas, <i>CM</i> , <i>FPA</i> e <i>FPB</i> . .....	104
Figura 6.32 – Representação 3D da imagem média dos teores em P <sub>2</sub> O <sub>5</sub> para o conjunto das três formações estudadas, <i>CM</i> , <i>FPA</i> e <i>FPB</i> . .....	104
Figura 6.33 – Representação 3D da imagem da variância local dos teores em P <sub>2</sub> O <sub>5</sub> para o conjunto das três formações estudadas, <i>CM</i> , <i>FPA</i> e <i>FPB</i> .....	105
Figura 6.34 – Representação 3D de uma realização de teores em SiO <sub>2</sub> para o conjunto das três formações estudadas, <i>CM</i> , <i>FPA</i> e <i>FPB</i> . .....	105
Figura 6.35 – Representação 3D da imagem média dos teores em SiO <sub>2</sub> para o conjunto das três formações estudadas, <i>CM</i> , <i>FPA</i> e <i>FPB</i> . .....	106
Figura 6.36 – Representação 3D da imagem da variância local dos teores em SiO <sub>2</sub> para o conjunto das três formações estudadas, <i>CM</i> , <i>FPA</i> e <i>FPB</i> .....	106
Figura 6.37 – Representação em perfil EW (no referencial transformado, iy=77) de: a) formações geológicas <i>CM</i> -azul, <i>FPA</i> -verde e <i>FPB</i> -vermelho; b) e c) duas imagens simuladas de teores em CaO; d) imagem média dos teores em CaO; e) imagem da variância local dos teores simulados em CaO.....	107
Figura 6.38 – Representação em perfil EW (no referencial transformado, iy=77) de: a) formações geológicas <i>CM</i> -azul, <i>FPA</i> -verde e <i>FPB</i> -vermelho; b) e c) duas imagens simuladas de teores em P <sub>2</sub> O <sub>5</sub> ; d) imagem média dos teores em P <sub>2</sub> O <sub>5</sub> ; e) imagem da variância local dos teores simulados em P <sub>2</sub> O <sub>5</sub> . .....	108
Figura 6.39 – Representação em perfil EW (no referencial transformado, iy=77) de: a) formações geológicas <i>CM</i> -azul, <i>FPA</i> -verde e <i>FPB</i> -vermelho; b) e c) duas imagens simuladas de teores em SiO <sub>2</sub> ; d) imagem média dos teores em SiO <sub>2</sub> ; e) imagem da variância local dos teores simulados em SiO <sub>2</sub> .....	109
Figura 6.40 – Representação em horizonte (no referencial transformado, iz=30) de: a) formações geológicas <i>CM</i> -azul, <i>FPA</i> -verde e <i>FPB</i> -vermelho; b) imagem simulada de teores em CaO; c)	

imagem média dos teores em CaO; d) imagem da variância local dos teores simulados em CaO. .....	110
Figura 6.41 – Representação em horizonte (no referencial transformado, $iz=30$ ) de: a) formações geológicas <i>CM</i> -azul, <i>FPA</i> -verde e <i>FPB</i> -vermelho; b) imagem simulada de teores em $P_2O_5$ ; c) imagem média dos teores em $P_2O_5$ ; d) imagem da variância local dos teores simulados em $P_2O_5$ . .....	111
Figura 6.42 – Representação em horizonte (no referencial transformado, $iz=30$ ) de: a) formações geológicas <i>CM</i> -azul, <i>FPA</i> -verde e <i>FPB</i> -vermelho; b) imagem simulada de teores em $SiO_2$ ; c) imagem média dos teores em $SiO_2$ ; d) imagem da variância local dos teores simulados em $SiO_2$ . .....	112
Figura 6.43 – Variograma de uma imagem simulada de teores em CaO e modelo teórico ajustado aos dados das sondagens, esq) direcção horizontal; dir) direcção vertical. ....	113
Figura 6.44 – Variograma de uma imagem simulada de teores em $P_2O_5$ e modelo teórico ajustado aos dados das sondagens, esq) direcção horizontal; dir) direcção vertical. ....	113
Figura 6.45 – Variograma de uma imagem simulada de teores em $SiO_2$ e modelo teórico ajustado aos dados das sondagens, esq) direcção horizontal; dir) direcção vertical. ....	113
Figura 6.46 – Histogramas condicionais cumulativos dos teores simulados (manchas) e dos dados experimentais (valores simulados na localização das sondagens) para CaO por formação geológica <i>CM</i> -amarelo, <i>FPA</i> -vermelho e <i>FPB</i> -azul.....	114
Figura 6.47 – Histogramas condicionais cumulativos dos teores simulados (manchas) e dos dados experimentais (valores simulados na localização das sondagens) para $P_2O_5$ por formação geológica <i>CM</i> -amarelo, <i>FPA</i> -vermelho e <i>FPB</i> -azul.....	114
Figura 6.48 – Histogramas condicionais cumulativos dos teores simulados (manchas) e dos dados experimentais (valores simulados na localização das sondagens) para $SiO_2$ por formação geológica <i>CM</i> -amarelo, <i>FPA</i> -vermelho e <i>FPB</i> -azul.....	115
Figura 6.49 – Curvas de quantidade de minério em função do teor de corte para os teores simulados em $P_2O_5$ para o conjunto das formações geológicas ( <i>CM+FPA+FPB</i> ).....	117
Figura 6.50 – Curvas de quantidade de fosfato em função do teor de corte para os teores simulados em $P_2O_5$ para o conjunto das formações geológicas ( <i>CM+FPA+FPB</i> ).....	118
Figura 6.51 – Curvas de teor médio em fosfato em função do teor de corte para os teores simulados em $P_2O_5$ para o conjunto das formações geológicas ( <i>CM+FPA+FPB</i> ).....	118

## Índice de tabelas

Tabela 2.1 – Síntese do número de amostras disponíveis e elementos amostrados por formação geológica. ....	16
Tabela 3.1 – Estatísticos básicos dos dados originais nas variáveis amostradas mais resíduo (R) para os conjuntos de amostras <i>CM, FPA, FPB, BM</i> e <i>Todas</i> (azul - valores mais baixos; vermelho - valores mais altos). ....	21
Tabela 3.2 – Coeficientes de correlação de Pearson (a azul) e Spearman (a vermelho) por formação geológica. ....	25
Tabela 3.3 – Síntese resultados das correlações observadas para as três formações. ....	25
Tabela 3.4 – Valores próprios das oito CPs resultantes da ACP. Os valores próprios >1 estão assinalados a vermelho. ....	34
Tabela 3.5 – Coeficientes de correlação entre as oito variáveis geoquímicas (medidas em 247 amostras da mineralização de fosfatos de Farim-Saliquinhé) e nas cinco primeiras CPs. As correlações mais elevadas em valor absoluto estão a vermelho. ....	34
Tabela 3.6 – Estatísticos dos três grupos definidos por análise grupal <i>k-means</i> ....	38
Tabela 6.1 – Informação da malha de blocos 2D e 3D do depósito mineral de Farim-Saliquinhé .....	69
Tabela 6.2 – Dados de síntese do modelo geométrico do depósito mineral de Farim-Saliquinhé .....	70
Tabela 6.3 – Dados de síntese das reservas em fosfato do depósito mineral de Farim-Saliquinhé. ....	74
Tabela 6.4 – Pares de variáveis ordenados por ordem decrescente dos respectivos coeficientes de correlação de Pearson (a amarelo os que foram utilizados). ....	75
Tabela 6.5 – Sequência de simulação de teores para as regiões A e B e indicação se é simulação ou co-simulação e respectivo coeficiente de correlação. ....	76
Tabela 6.6 – Média simples, média ponderada pelo comprimento do suporte e variância dos teores para as regiões A e B dos dados nos suportes originais .....	79
Tabela 6.7 – Resultados da calibração da variância dos teores em Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> para as regiões A e B. ....	80
Tabela 6.8 – Resultados da calibração da variância dos teores em CaO para as regiões A e B. ....	81
Tabela 6.9 – Resultados da calibração da variância dos teores em CO <sub>2</sub> para as regiões A e B. ....	82
Tabela 6.10 – Resultados da calibração da variância dos teores em F para as regiões A e B. ....	83

## ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 6.11 – Resultados da calibração da variância dos teores em $\text{Fe}_2\text{O}_3$ para as regiões A e B.....	84
Tabela 6.12 – Resultados da calibração da variância dos teores em $\text{MgO}$ para as regiões A e B.....	85
Tabela 6.13 – Resultados da calibração da variância dos teores em $\text{P}_2\text{O}_5$ para as regiões A e B.....	86
Tabela 6.14 – Resultados da calibração da variância dos teores em $\text{SiO}_2$ para as regiões A e B.....	87
Tabela 6.15 – Resultados da calibração da variância dos teores em $\text{SiO}_2$ para a região A (a verde valores superiores a 0,5 em valor absoluto; a laranja valores entre 0,4 e 0,5 em valor absoluto), metade inferior dados originais e metade superior dados médios das simulações. ....	91
Tabela 6.16 – Resultados da calibração da variância dos teores em $\text{SiO}_2$ para a região B (a verde valores superiores a 0,5 em valor absoluto; a laranja valores entre 0,4 e 0,5 em valor absoluto), metade inferior dados originais e metade superior dados médios das simulações. ....	91
Tabela 6.17 – Totais de número de indivíduos por formação geológica. É indicada a região a priori ( $A=CM+FPA$ ou $B=FPB+BM$ ) conforme os dados de partida do BRGM e o resultado final ( $CM$ , $FPA$ e $FPB$ ). ....	93
Tabela 6.18 – Síntese de volumes do modelo de blocos 3D e comparação com dados do modelo base. ....	96
Tabela 6.19 – Síntese de volumes do modelo de blocos 3D e comparação com dados do modelo base. ....	100
Tabela 6.20 – Dados de síntese das reservas em fosfato do depósito mineral de Farim-Saliquinhé (cenário base e cenário das imagens simuladas). ....	116

# 1. INTRODUÇÃO

## 1.1 CONSIDERAÇÕES GERAIS

Este trabalho tem como objectivo propor e testar uma metodologia de geração de um modelo geológico 3D e de teores, de depósitos minerais caracterizados por morfologia tabular sub-horizontal, e que em especial sejam caracterizados por amostras de comprimento irregular. A metodologia proposta foi testada com informação do depósito mineral de fosfato de Farim-Saliquinhé, Guiné-Bissau.

A Guiné-Bissau localiza-se na faixa tropical da África Ocidental e caracteriza-se por clima húmido e solos ácidos e pobres em nutrientes. Essas características sugerem a necessidade de utilização maciça de fertilizantes para repor os elementos vitais retirados do solo pelos processos de intemperismo pelo que a eventual exploração deste depósito constituiria mais-valia para o país (Da Silva Teixeira, 1962).

Os fosfatos formam um grupo de minerais não metálicos, cujo componente principal é o elemento fósforo. Encontram-se em depósitos minerais de origem sedimentar, ígnea ou biogenética (Evans, 1993; Velho, 2005). Os depósitos sedimentares e os de origem ígnea são os mais importantes do ponto de vista económico. Os depósitos biogenéticos são concentrações orgânicas nitrogenadas, originadas pelos dejectos de aves, e têm menor importância económica. Os minérios de fosfato, originados de sedimentos marinhos, localizam-se principalmente nos Estados Unidos, sudeste do México, Marrocos, noroeste do Sahara e Oriente Médio. Já os originários de depósitos ígneos estão presentes na África do Sul, Rússia, Finlândia e Brasil, entre outras áreas. Esses fosfatos recebem a denominação de fosfato natural, rocha fosfatada ou mesmo concentrado fosfático caso sejam passíveis de serem usados tal qual se encontram na natureza ou após sofrerem concentração por meios físicos nos processos de beneficiação em lavaria.

Os concentrados fosfáticos são comercialmente expressos sob a forma de pentóxido de fósforo ( $P_2O_5$ ) ou fosfato tricálcio TCF [ $Ca_3(PO_4)_3$ ], também conhecido como “Bone Phosphate of Lime, BPL”. As rochas fosfatadas de origem sedimentar são as que evidenciam os valores mais elevados em  $P_2O_5$  que podem atingir 40%. O teor em  $P_2O_5$  relaciona-se com o índice TCF do seguinte modo:

$$\%TCF = 2,1853 P_2O_5(\%)$$

O índice TCF classifica os depósitos minerais em de *teor baixo* (30 a 49,9% TCF); *teor médio* (50 a 69,9% TCF); ou *teor elevado* (mais de 70% TCF). Regra geral, os depósitos com mais de 65% em TCF (29,74% em  $P_2O_5$ ) são considerados como tendo elevado potencial para exploração mineira.

O fósforo é o componente fundamental das misturas fertilizantes (adubos), minerais ou orgânicas, que adicionado aos solos permite repor os elementos vitais nutrientes (oxigénio, carbono, nitrogénio,

## CAPÍTULO 1

fósforo, potássio, cálcio, magnésio, enxofre, ferro, cobre, zinco, manganés, boro, molibdénio e hidrogénio) que são retirados pelas plantas, tornando-o apto para novas plantações, principalmente em ciclos de culturas intensivas. Este procedimento permite garantir, pelo menos teoricamente, os solos férteis e manter produtiva a indústria agro-pecuária mundial, de forma a ser capaz de sustentar os mais de sete biliões de pessoas e manter as condições vitais da fauna e flora no globo terrestre. A produção de rochas fosfáticas ganha assim importância no mundo com a necessidade de aumento na produção de alimentos e combustíveis de origem vegetal, já que é o componente básico dos fertilizantes.

O depósito mineral de Farim-Saliquinhé é de origem sedimentar e foi reconhecido primeiramente pelo Bureau de Recherches Géologiques et Minières (BRGM) nos anos 80, diga-se que de forma acidental quando a prospecção estava orientada para hidrocarbonetos. Após estudo mais detalhado de prospecção e amostragem levada a cabo pelo BRGM em 1983 (BRGM, 1983), as reservas totais de rocha fosfática foram avaliadas em mais de 120 milhões de toneladas, com teor médio de 30% em  $P_2O_5$ . Este depósito encontra-se actualmente concessionado para uma possível exploração mineira pelo que se justifica o presente trabalho de modelação e avaliação de reservas na sequência de trabalhos anteriores (Charifo, 2008).

As reservas mundiais de rocha fosfática estimam-se em cerca de 47 biliões de toneladas o que representa 281 anos de consumo actual. Estão concentradas em três países, Marrocos (42,3%), China (26%) e Estados Unidos (7%), sendo inexpressivas as reservas brasileiras, Guiné-Bissau e outros países.

Segundo dados do *United States Geological Survey* (USGS) de 2011, a produção mundial em 2008 e 2009 foi fortemente abalada devido a grandes stocks que a empresas do sector tinham, baixando as cotações. A partir do primeiro trimestre de 2010, a retoma iniciou-se em torno de US\$ 90 por tonelada e aumentou no terceiro trimestre para cerca de US\$ 150 por tonelada.

A produção mundial de concentrado de rocha fosfática é de cerca de 167 milhões de toneladas, com a China a produzir 30% do total, Estados Unidos, 19% e Marrocos, 17%. O Brasil foi responsável por apenas 3,7% da produção mundial. A abertura em 2010 de mina de fosfato no norte de Peru com a produção anual de 3,9 milhões de toneladas veio dar impulso ao mercado mundial. Acresce cerca de cinco milhões de toneladas por ano na mina de rocha fosfática que começou a laborar na Arábia Saudita no final de 2010. A capacidade mundial de produção deverá aumentar para 228 milhões de toneladas em 2015 através de projectos de expansão na Argélia, Brasil, China, Israel, Jordânia, Síria e Tunísia e desenvolvimento de novas minas na Austrália, Kazaquistão, Namíbia e Rússia. Foram anunciados mundialmente projectos que, se implementados, acrescentarão, no médio prazo, 57,4 milhões de toneladas à capacidade mundial de rocha fosfática, significando um aumento de 35%. Muitos desses projectos porém podem não ser concretizados pois, utilizados como chamarizes para

captação de recursos antes da crise, muitos deles ainda não saíram do papel ou ficaram na primeira pedra inaugural, porque não existe mais atractividade para recursos financeiros desse porte afluírem.

A tendência futura dos preços internacionais, segundo analistas do sector, ligados às empresas produtoras de fertilizantes, como é o caso da *International Fertilizer Industry Association* (IFA), é ainda de baixa de preços, mas passageira, para mais adiante a rocha fosfática retomar preços mais altos. Entretanto, não corroborando esta perspectiva, o *British Sulphur Consultants* (BSC, 2009) afirma que as novas capacidades de produção já em implantação, a nível mundial, não podendo ser interrompidas, excederão, já a partir de 2010, a procura, e que há forte probabilidade de capacidade excedente, principalmente na África do Norte, gerando pressões para baixas maiores nos preços. Segundo esta mesma fonte, a única incerteza estaria em se saber se esta queda se concretizará de maneira gradual ou abrupta.

A projecção das necessidades de produção de rocha fosfática, considerando-se como meta a auto-suficiência em cinco anos, ou seja, em 2015, dar-se-ia com a adição de mais 4 a 5 milhões de toneladas à produção actual de 6 milhões/ano, que, como se verá a seguir, seria exactamente o montante dos novos projectos anunciados. Para a manutenção dessa auto-suficiência no período de 2015 a 2030, seria necessário ainda, um novo aporte de entre 5, 7 e 10 milhões de toneladas anuais de concentrado de rocha fosfática, respectivamente para os cenários de crescimento do PIB frágil, vigoroso e inovador.

## 1.2 OBJECTIVOS E DESAFIOS DO CASO DE ESTUDO

Este trabalho tem como objectivo propor e testar uma metodologia de geração de um modelo geológico 3D (MG3D) e de teores de depósitos minerais caracterizados por morfologia tabular sub-horizontal, e que em especial sejam caracterizados por amostras de comprimento irregular.

Um MG3D acaba por ser qualquer representação espacial e tridimensional da morfologia e das características de um objecto ou conjunto de objectos geológicos num dado volume de estudo. Dado que é uma representação da realidade (máximo detalhe possível) em computador, envolve implicitamente dois níveis de simplificação que são a selecção dos geo-objectos relevantes para o estudo e a resolução espacial ou detalhe com que são representados os objectos. O conceito de modelo por si só implica inferência / previsão, por isso um MG3D inclui em primeiro lugar a representação dos dados disponíveis em sondagens, valas e perfis (litologias, *logs*, teores, etc.) mas é muito mais do que isso, e inclui ferramentas de modelação e inferência espacial do qual os modelos geoestatísticos têm grande relevância. Topologicamente, existem duas formas essenciais de representação da informação que são as representações de tipo vectorial (pontos, linhas, polígonos, superfícies sólidas) e matricial ou celular. A informação é assim sempre representada por um destes modos mas a

## CAPÍTULO 1

representação matricial é a que é mais utilizada nos modelos geoestatísticos. A MG3D é uma área de investigação muito actual, de que se destaca a visualização 3D (Jones *et al*, 2009), topologias e bases de dados (Apel, 2006), incerteza e erros de localização (Bistacchi *et al*, 2008), e aplicações algorítmicas orientadas por casos de estudo (Feltrin *et al*, 2009).

A MG3D acaba por ser um conceito agregador, de disciplina científica, ferramenta de desenvolvimento e plataforma de visualização, com potencial proporcional à capacidade do computador onde está instalado e normalmente ao custo, actualidade e sofisticação do contexto. Actualmente, a MG3D é essencial na indústria petrolífera em todas as fases de caracterização de reservatórios, desde a prospecção sísmica à modelação de escoamentos e também na indústria mineira especialmente de minérios metálicos, incluindo as etapas de prospecção e planeamento mineiro. Mais recentemente, a MG3D tem-se expandido para a cartografia geológica em geral (Caumon *et al*, 2009), e inclusivamente reconstruções paleogeográficas.

Uma das principais etapas da avaliação de um recurso geológico consiste precisamente na elaboração de um modelo geológico e mineiro 3D, ou seja, na representação espacial da morfologia e das respectivas propriedades que condicionam, técnica e economicamente a sua apropriação (Matheron, 1970; Sousa e Muge, 1990; Garcia-Pereira, 1994; Chilès & Delfiner, 1999). A análise computacional deste modelo permite quantificar as tonelagens de minério, estéril e teores da variável de interesse económico (avaliação de reservas) e posteriormente o benefício, local e global do recurso (avaliação económica).

Quando o comportamento espacial do recurso geológico é heterogéneo, e simultaneamente é reconhecido por pouca informação, existe sempre subjacente a cada avaliação de reservas elevada incerteza. Nestes casos, para quantificar as incertezas globais e locais recorrem-se a algoritmos geoestatísticos (classe de algoritmos muito utilizada na MG3D), que possuem a vantagem de incorporar a correlação espacial na previsão dos valores da variável em estudo em cada local não amostrado.

Os modelos estocásticos geoestatísticos foram utilizados pela primeira vez nos anos 60 do século passado (Matheron, 1965), primeiramente na indústria mineira, para fazer a caracterização espacial de teores de metais, tendo-se posteriormente expandido para a caracterização de reservatórios de petróleo (Almeida, 1999, 2010) e, ainda mais recentemente, para aplicações em sistemas ambientais (solos, águas e ar), clima e ecologia. A geoestatística inclui algoritmos e metodologias destinadas a gerar modelos numéricos ou realizações da distribuição espacial de variáveis ditas regionalizadas, categóricas ou contínuas (Matheron *et al*, 1987; Matheron, 1970; Journel e Alabert, 1989; Srivastava, 1994; Goovaerts, 1997; Deutsch e Journel, 1998). Nas aplicações de índole mineira são utilizados

correntemente na avaliação de reservas, caracterização da incerteza local e global e em planeamento mineiro (Taboada *et al*, 1999; Tercan e Özçelik, 2000; Emery e Silva, 2009).

A geoestatística pode ser utilizada com o propósito de produzir a imagem média (estimação por krigagem) ou um conjunto de imagens equiprováveis (simulação) da distribuição espacial de uma variável que descreva as características morfológicas, petrofísicas e geoquímicas da área de estudo (Journel, 1989; Goovaerts, 1997).

A estimação por krigagem permite inferir os valores médios ou mais prováveis de uma variável em localizações não amostradas a partir de amostras vizinhas (Isaaks & Srivastava, 1989; Soares, 2000).

No caso dos algoritmos de simulação, que são os mais ricos do ponto de vista dos resultados e que são o foco do presente trabalho, o objectivo principal não é o de gerar uma imagem média ou a mais provável, como a que seria obtida por estimação, mas sim um conjunto de imagens equiprováveis que mostrem as características extremas e de variabilidade locais. Cada imagem simulada é uma realização de uma função aleatória, e preserva o histograma e estatísticos básicos dos dados de partida, assim como a variabilidade espacial traduzida pela função variograma.

A abordagem clássica de modelação de uma área mineralizada, onde os teores são discriminados por várias formações geológicas, envolve duas etapas principais (Journel & Isaaks, 1984; Soares, 1990; Srivastava, 2005): i) **caracterização da morfologia** por estimação ou simulação de variáveis descritoras da respectiva morfologia (cotas, possança, indicatriz, litologias, fácies, etc.), e em segundo lugar: ii) **caracterização das propriedades de interesse** (teores, índices de qualidade, etc.) condicionadas à morfologia. Esta abordagem clássica, conforme a informação disponível, pode ter várias variantes, uma das quais é a caracterização da morfologia com recurso a métodos clássicos de desenho geológico e pericial de perfis e interpolação entre perfis seguida da aplicação de metodologias geoestatísticas para a geração de imagens das propriedades de interesse (Almeida *et al*, 1993; Caumon *et al*, 2009; Matias, 2010; Matias *et al*, 2010a, 2010b).

Neste contexto, neste trabalho é gerado um modelo conjunto da morfologia das formações potencialmente mineralizadas (rochas fosfáticas *FPA* principal, e carbonato-fosfática *FPB*, secundária) e dos teores em  $Al_2O_3$ ,  $CaO$ ,  $CO_2$ ,  $F$ ,  $Fe_2O_3$ ,  $MgO$ ,  $P_2O_5$  e  $SiO_2$  do depósito mineral de fosfato, de origem sedimentar, Farim-Saliquinhé, na Guiné-Bissau, utilizando as sondagens feitas em estudos anteriores do BRGM. Face à informação conhecida e a forma como está disponível, foram identificados dois desafios principais, cuja solução encontrada pode ser facilmente aplicada a todos os casos de estudo similares:

- i) Incorporação teores amostrados em suportes com vários comprimentos num modelo de blocos 3D;
- ii) Simulação e co-simulação de teores condicionada a formações geológicas.

## CAPÍTULO 1

A modelação morfológica e de teores amostrados em suportes com vários comprimentos, tal como acontece frequentemente em jazigos tabulares que podem ser delimitados por duas superfícies, recorre normalmente às variáveis possança e acumulação (variável compósita produto da possança pelo teor). O resultado é apresentado num modelo de blocos, dito 2D porque é constituído por um único nível, no sentido em que os resultados dizem respeito localmente à espessura de toda a camada, ou seja, a altura dos blocos do único nível acompanha o topo e a base da camada. A principal desvantagem é obviamente não serem reportados os teores no interior da camada. Quando a espessura da camada é pequena, este problema acaba por não ser relevante porque a camada é sempre explorada na totalidade (lavra não selectiva na vertical) e no produto final observa-se a mistura dos teores em toda a espessura (Revuelta e Jimeno, 1996, 1997). Todavia, quando a espessura é significativa, da ordem de alguns metros, e existe potencial técnico para lavra selectiva na vertical, interessa caracterizar os teores no interior da camada para poder fazer selecção de minério ao longo da camada do desmonte. Para ir ao encontro desta questão, neste trabalho apresenta-se uma proposta de simulação de teores no interior de uma camada amostrada por suportes de dimensão irregular. A ideia da metodologia proposta, que será desenvolvida mais em detalhe no capítulo cinco, é gerar teores nas malhas de blocos em duas etapas: i) simular teores na localização da sondagem numa malha regular e mais densa do que a informação de partida forçando como médias locais os valores amostrados após calibração da variância dos dados na resolução detalhada; ii) estender os valores simulados nas sondagens para uma malha de blocos 3D previamente gerada para o volume de estudo.

O segundo aspecto / desafio diz respeito à simulação e co-simulação de vários teores quando em presença de duas ou mais formações geológicas fortemente discriminantes dos teores, o que no caso de estudo presente se refere às formações *FPA* e *FPB*. O procedimento habitual é a modelação de teores em separado, região a região, ou então fazer a modelação considerando como informação secundária, por exemplo, as médias locais. No primeiro caso, os resultados mostram total discriminação e até descontinuidade de teores entre regiões e, no segundo, menor discriminação e mistura de histogramas nos resultados por região. Estas podem ser vantagens e desvantagens, dependendo do caso de estudo, mas nenhuma delas se considerou adequada para este caso de estudo. Também a simulação em separado implica sempre gerar mais execuções de simulações, tantas quantas as regiões, pelo que o trabalho computacional é sempre muito maior e tanto maior quantas as regiões. Também, neste caso de estudo verifica-se franca discriminação de teores entre *FPA* e *FPB* mas as transições de teores não aparentam, pelo menos nalgumas sondagens, ser completamente descontínuas na interface. Assim, propõe-se a utilização de uma variante da simulação e co-simulação sequencial directa (Soares, 2001; Roxo, 2011), com histogramas e médias locais, indo ao encontro do que é esperado em termos de transições de teores. Esta metodologia também é mais eficiente porque permite fazer cada simulação numa única execução, independentemente do número de regiões. Outra questão é que a simulação é feita para várias variáveis, e como pelo menos nalguns casos existe correlação entre variáveis, a

solução proposta pode ser aplicada em ambiente de simulação ou de co-simulação. Os resultados obtidos foram validados pelas características comuns de respeito pelos histogramas, dados experimentais e modelo de continuidade espacial, e por comparação de quantitativos com os homólogos da krigagem convencional da possança e acumulação em  $P_2O_5$ .

Finalmente, mas não menos importante, no estudo inicial do BRGM, e com base nos teores, os suportes foram classificados como pertencentes à formação *FPA* ou *FPB*, mas verificou-se que esta classificação não é coerente para todas as amostras, principalmente na transição entre formações. Todavia, a classificação inicial proposta pelo BRGM foi utilizada para definir *a priori* duas grandes regiões de condicionamento aos histogramas locais na simulação dos vários teores. Com base no conjunto dos oito teores simulados na localização das sondagens, e previamente à simulação dos teores na malha de blocos, propõe-se zonamento automático por análise discriminante (quantificação da probabilidade de pertença de cada bloco a cada região) tendo sido utilizados três grupos obtidos de uma análise grupal. Estes três grupos verificou-se que constituem os arquétipos das designações *CM*-cobertura mineralizada, *FPA* e *FPB* conforme definição do BRGM.

As imagens simuladas permitem a quantificação local da incerteza, no presente caso de estudo os teores e a morfologia final das formações geológicas, que foi um dos aspectos explorados no final do caso de estudo. Refira-se que a incerteza do modelo 3D de teores reflecte a distância às sondagens, a heterogeneidade dos teores e, neste caso em particular, o comprimento do suporte.

No que se refere aos programas informáticos, a componente experimental da geoestatística (variografia e estimação por krigagem) foi executada com o geoMS (Alexandre e Almeida, 1998); a análise de dados recorreu ao ANDAD e ao STATISTICA®; finalmente, a simulação e o zonamento foi feito com aplicações dedicadas desenvolvidas no contexto deste trabalho. O gOcad® foi utilizado para visualização dos resultados.

### **1.3 ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO**

Este trabalho está organizado em oito capítulos.

No capítulo 1 faz-se a introdução e apresentam-se os objectivos e a organização do documento. Apresenta-se também alguma informação de contexto sobre a Guiné-Bissau e sobre os depósitos de fosfato.

No capítulo 2 descrevem-se as características do depósito mineral de fosfato de Farim-Saliquinhé, nomeadamente, o enquadramento geográfico, geológico e hidrogeológico e os dados disponíveis.

No capítulo 3 apresentam-se os resultados de uma análise estatística univariada, bivariada e multivariada que serviu de base à construção da metodologia proposta no estudo.

## CAPÍTULO 1

No capítulo 4 fazem-se as considerações teóricas dos algoritmos geoestatísticos utilizados e no capítulo 5 apresenta-se o estado da arte no que respeita a este tipo de estudos assim como a metodologia proposta.

No capítulo 6 apresentam-se os resultados do modelo geoestatístico, morfológico e de teores, do depósito mineral de fosfatos que é estudado neste trabalho.

No capítulo 7 fazem-se as considerações finais mais relevantes do trabalho e, finalmente, no capítulo 8 listam-se as referências bibliográficas.

## 2. APRESENTAÇÃO DO CASO DE ESTUDO

Este capítulo faz o enquadramento geográfico e geológico do depósito de fosfato Farim-Saliquinhé, nomeadamente, síntese dos trabalhos de prospecção e descrição das formações de rochas fosfáticas, designadas por *FPA* e *FPB* (BRGM, 1983).

### 2.1 ENQUADRAMENTO GEOGRÁFICO

A mineralização Eocénica de fosfatos de Farim-Saliquinhé, na Guiné-Bissau (figura 2.1), é um depósito sub-superficial de origem sedimentar (BRGM, 1983) localizado perto da aldeia de Saliquinhé, a cerca de 3 km Farim, junto ao rio Cacheu.



Figura 2.1 – Localização da área de estudo na Guiné-Bissau. A forma da poligonal foi retirada de BRGM (1983) e Prian *et al* (1987).

## 2.2 ENQUADRAMENTO GEOLÓGICO

O depósito localiza-se no flanco norte da flexura de Farim, marcada pela linha de cumeada (doma) do Rio Jumbembem (com direcção N 50-60 ° E), que é uma estrutura tectónica regional que delimita a margem sul do Golfo Meso-Cenozóico de Casamance-Gâmbia (Prian *et al*, 1987) e, mais genericamente, a grande bacia sedimentar da Mauritânia-Senegal-Guiné (figura 2.2). Na margem norte desta bacia são conhecidas outras ocorrências de fosfatos semelhantes à de Farim (Lucas *et al*, 1979).

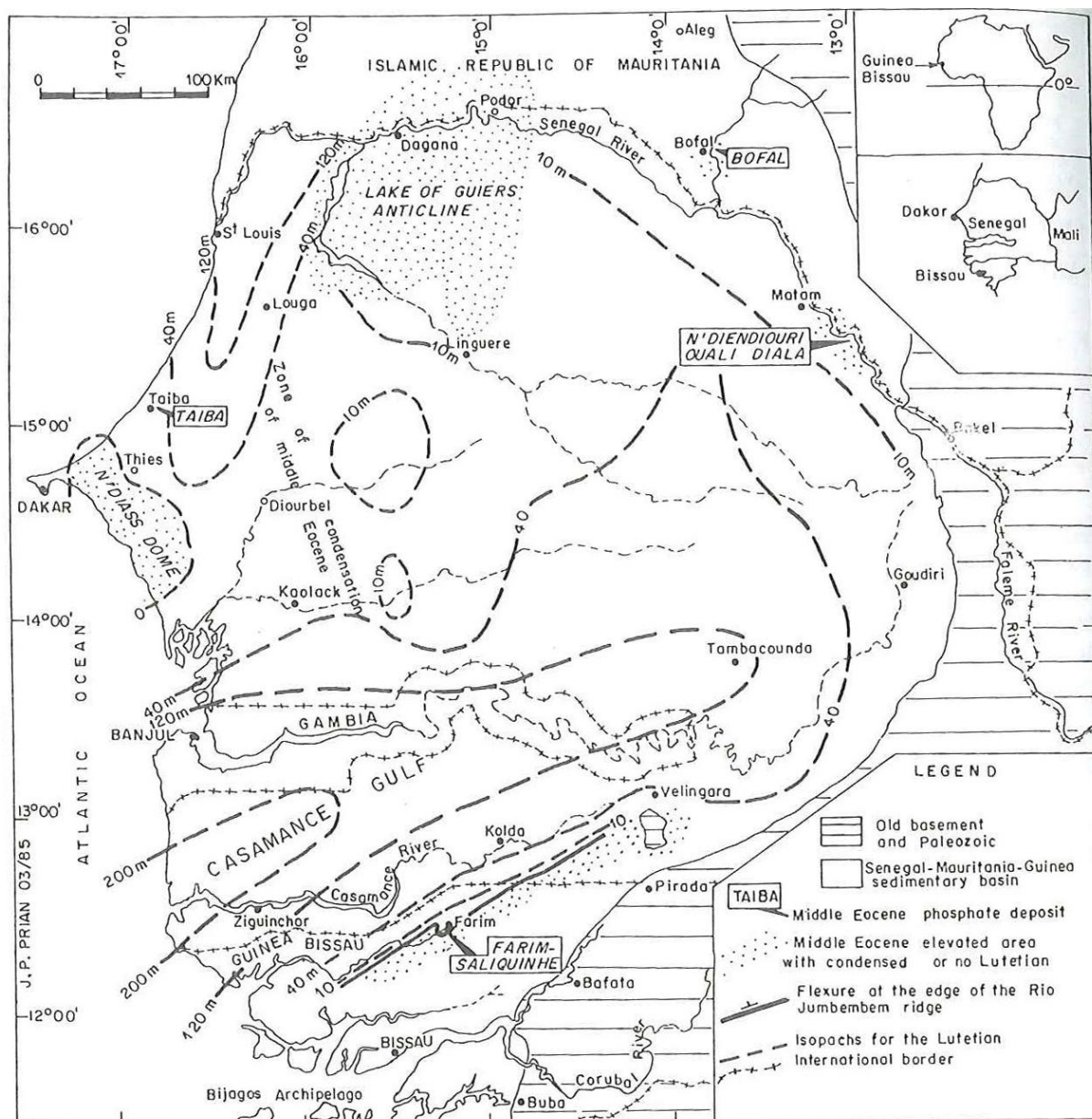


Figura 2.2 – Enquadramento geológico regional do depósito mineral de Farim-Saliquinhé (fonte: Prian, 1989)

A deposição de sedimentos de fosfato foi regulada por uma armadilha paleogeográfica composta por fundos elevados em ambiente marinho (*shallow-and-bay*: baías com baixios) que se desenvolveu durante o Paleocénico superior e o início do Eocénico médio.

O depósito mineral é composto por dois membros: 1) um membro inferior de fosfatos carbonatados, denominado *FPB*, de idade Luteciano médio a superior, de extensão regional que termina em bisel (cunha) nas elevações submarinas existentes, e 2) um membro superior de fosfatos não carbonatados, sem cimento calcítico, chamado *FPA*, espacialmente limitada à área de Saliquinhé (Prian *et al*, 1987).

A série de fosfatos carbonatados do Eocénico médio *FPB* desenvolveu-se sobre um nível endurecido (*hardground*) basal resultante de hiato na sedimentação dos calcários e laminitos do Eocénico inferior a médio. A maior espessura atingida por esta formação de calcário fosfatado bioclástico (até 15 m) corresponde à parte subsidente da bacia e à parte interna da baía de Saliquinhé, enquanto que nas extremidades da bacia termina rapidamente em bisel (cunha). A mineralização de fosfato *FPA*, de idade Luteciano a Luteciano tardio, ocorre acima de um *hardground* infralitoral, recobrando sobretudo o membro *FPB*, mas também o calcário infra-*FPB* subjacente para lá dos locais onde o *FPB* termina em bisel. A espessura do fosfato granular *FPA* varia de menos de 1m nas extremidades da armadilha a 6,2m no centro. Apesar do *FPA* poder ser parcialmente o resultado do winnowing (joeira) e retrabalhamento dos grãos de fosfato da parte superior do membro *FPB*, ele representa sobretudo sedimentação distinta rica em fosfatos ocorrida acima do *hardground* no topo da *FPB*. Os grãos finos de *FPA* (200 a 500 micrones) consistem principalmente em foraminíferos bentónicos e planctónicos fosfatizados, fitoplancton, coprólitos, pellets e litoclastos fosfatizados. A fauna e flora marinha circalitoral indica um ambiente rico em nutrientes. No local de sedimentação primária infralitoral, deverá ter ocorrido mortalidade em massa seguida pela decomposição de microrganismos e processos diagenéticos de fosfatização (biomineralização, precipitação, epigénese). Estes grãos de fosfato sofreram um processo de joeiramento (remoção de partículas finas) no próprio local onde se formaram, mas pouco se alterando as formas originais dos grãos (coprólitos não-quebrados alongados). De seguida foram depositados numa bacia quase fechada onde também se depositaram grãos de quartzo detríticos continentais, e onde ocorreu fosfatização do cimento *FPA* e cristalização de algum cimento de pirite e siderite. Este ambiente secundário deposicional do *FPA* (com joeiramento) é, portanto, basicamente uma zona marinha litoral pouco profunda confinada e próxima do local de fosfatogénese primária, com forte influência continental. Pode ainda definir-se um terceiro ambiente deposicional ligada ao período de emersão ocorrido no limite Eoceno-Oligoceno, que produziu um forte desgaste sobre o topo da *FPA*, com provável descarbonização, e cristalização de fosfatos silico-aluminosos e fosfatos de alumínio-cálcio a partir do fosfato de cálcio. Durante o Eocénico superior uma transgressão (menos extensa do que a que originou *FPB*) produziu uma série de calcários dolomíticos, que é espessa e se sobrepõe a *FPB* no domínio subsidente da bacia, mas se condensa perto dos baixios da região Farim. A série dolomítica só se sobrepôs à formação *FPA* nas áreas mais

## CAPÍTULO 2

orientais desta, enquanto que o resto de *FPA* emergiu e, ficando à mercê de processos locais de intemperismo pedogénico, como transformação de montemorilonite em caulinite e neogénese local de cimento de pirite e siderite e de fosfatos alumino-cálcicos na parte superior do perfil. Um intervalo argilo-fosfatado fino discordante (denominado *FPO*) que recobre os membros do Eocénico marca o início de sedimentação continental Oligocénica. Esta fácies fosfatada consiste em *pellets* milimétricas arredondadas de cor branca, sem estrutura interna, e inclui mineralização de fosfato retrabalhado e, no topo, grés fosfatado alumino-cálcico indicativo de forte intemperismo pedogenético (Prian *et al*, 1987).

De acordo com os mesmos autores, e tal como foi recentemente confirmado por Charifo (2008) e Charifo e Almeida (2010), as reservas do membro *FPA* ascendem a mais de 100 milhões de toneladas (Mt) de fosfato (sem carbono) com teor médio de 30% em  $P_2O_5$  e numa extensão superior a 25 km<sup>2</sup>. Outras avaliações referem 166,2 Mt, com o teor médio de 29,1%  $P_2O_5$  nas categorias indicadas e medidas, e 164,3 Mt, com o teor médio de 29,4% em  $P_2O_5$  (Zbeetnoff, 2000, para a Champion Resources Inc).

Em síntese, a geologia do volume em estudo pode ser subdividida nas seguintes unidades lito-estratigráficas, da base para o topo.

- 1) Calcários micríticos na base da série fosfatada;
- 2) Formação carbonato-fosfática (*FPB*);
- 3) Formação fosfática não carbonatada (*FPA*);
- 4) Calcários dolomíticos do topo;
- 5) Outras rochas fosfáticas (*FPO*);
- 6) Cobertura composta maioritariamente de níveis arenosos e argilosos (BRGM, 1983; Prian *et al*, 1987), com uma unidade de argilas negras na base (*Lignite Group of petroleum geologists*).

A figura 2.3 mostra uma versão muito simplificada do modelo geológico conceptual num perfil NW-SE. A formação *FPA* foi identificada em toda a área estudada pelo BRGM, enquanto que a formação *FPB* ocupa apenas um pouco mais de metade da área total, e está ausente a oeste e a sul. A unidade 4), que do ponto de vista estratigráfico se sobrepõe às séries fosfatadas *FPB+FPA*, na realidade só atinge marginalmente a parte mais a Este de *FPA*. Quando aqueles calcários dolomíticos superiores se sobrepõem a *FPA*, esta formação apresenta uma fácies não completamente descarbonatada.

## MODELO CONCEPTUAL GEOLÓGICO SIMPLIFICADO

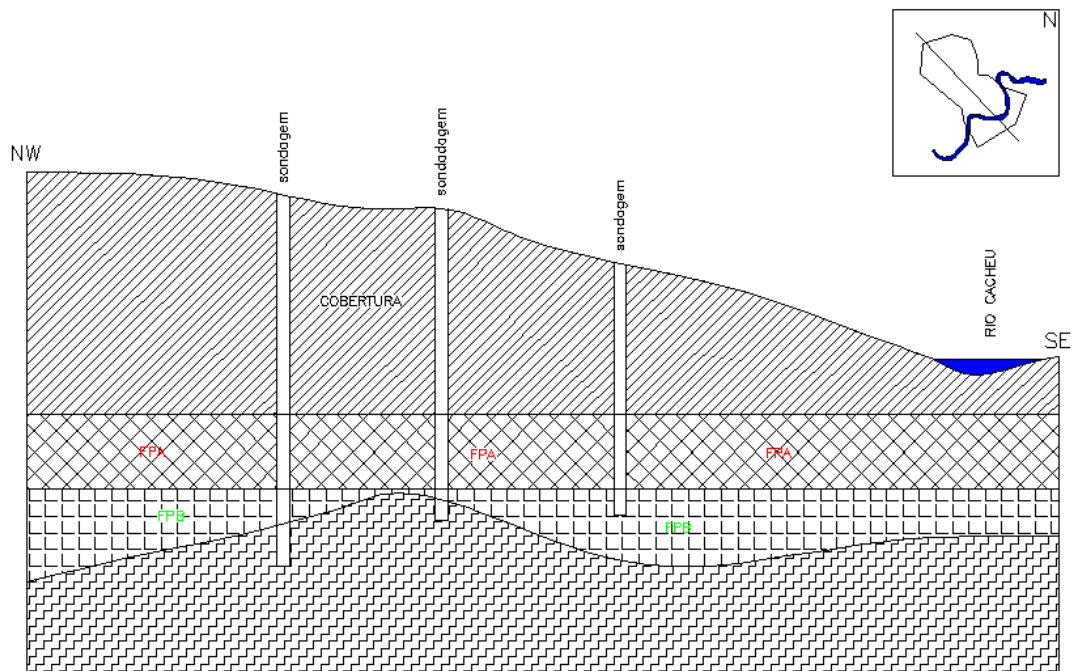


Figura 2.3 – Modelo conceptual geológico simplificado (sem escala)

Nos textos seguintes, a primeira unidade será denominada de *Base* ou *sub-FPB*, no topo da qual está localizada a superfície da base de *FPB* (ou *FPA* caso não exista *FPB*); enquanto *Cobertura* designa as unidades Oligo-Mio-Pliocenicás e Quaternária (4, 5 e 6) sobre o depósito mineral (formações *FPA* e *FPB*). A *Cobertura* ocupa o volume acima do topo de *FPA* até à superfície.

### 2.3 ENQUADRAMENTO HIDROGEOLÓGICO

A série areno-argilosa *Cobertura*, sobre a formação *FPA*, apresenta-se não consolidada, e é constituída por alternância de níveis arenosos e níveis argilosos. Os níveis arenosos são aquíferos. O nível hidrostático é aproximadamente constante e está à cota do Rio Cacheu, 3 m acima do nível do mar.

### 2.4 ESTUDOS ANTERIORES E DESCRIÇÃO DOS DADOS DISPONÍVEIS

Este trabalho é baseado em dados geológicos e geoquímicos de 69 poços verticais resultado da campanha de prospecção levada a cabo por BRGM nos anos 80, após um levantamento preliminar feito em 1975, o que levou à descoberta da mineralização. Os 69 poços de amostragem foram distribuídos espacialmente de forma aproximada a uma malha regular com 500 metros de lado para a área total de cerca de 9x4,5 km. Esta malha de sondagens reconhece de forma consistente o que se

considera actualmente como o volume mineralizado e a respectiva envolvente, permitindo determinar a geometria do depósito e quantificar as reservas de fosfatos nas formações *FPA* e *FPB* (BRGM, 1983 e Prian *et al*, 1987).

Recentemente, Charifo (2008) e Charifo e Almeida (2010) avaliaram as reservas por krigagem e propõem um cenário de exploração mineira com base em ferramentas de geoestatística e visualização em 2D. Um esboço preliminar de modelo geológico 3D do depósito foi recentemente apresentado por Ferreira *et al* (2010). A construção e visualização do modelo – incluindo a construção de superfícies, malha de blocos 3D, e estimativa de reservas, foram realizadas no software GOCAD® (figura 2.4).

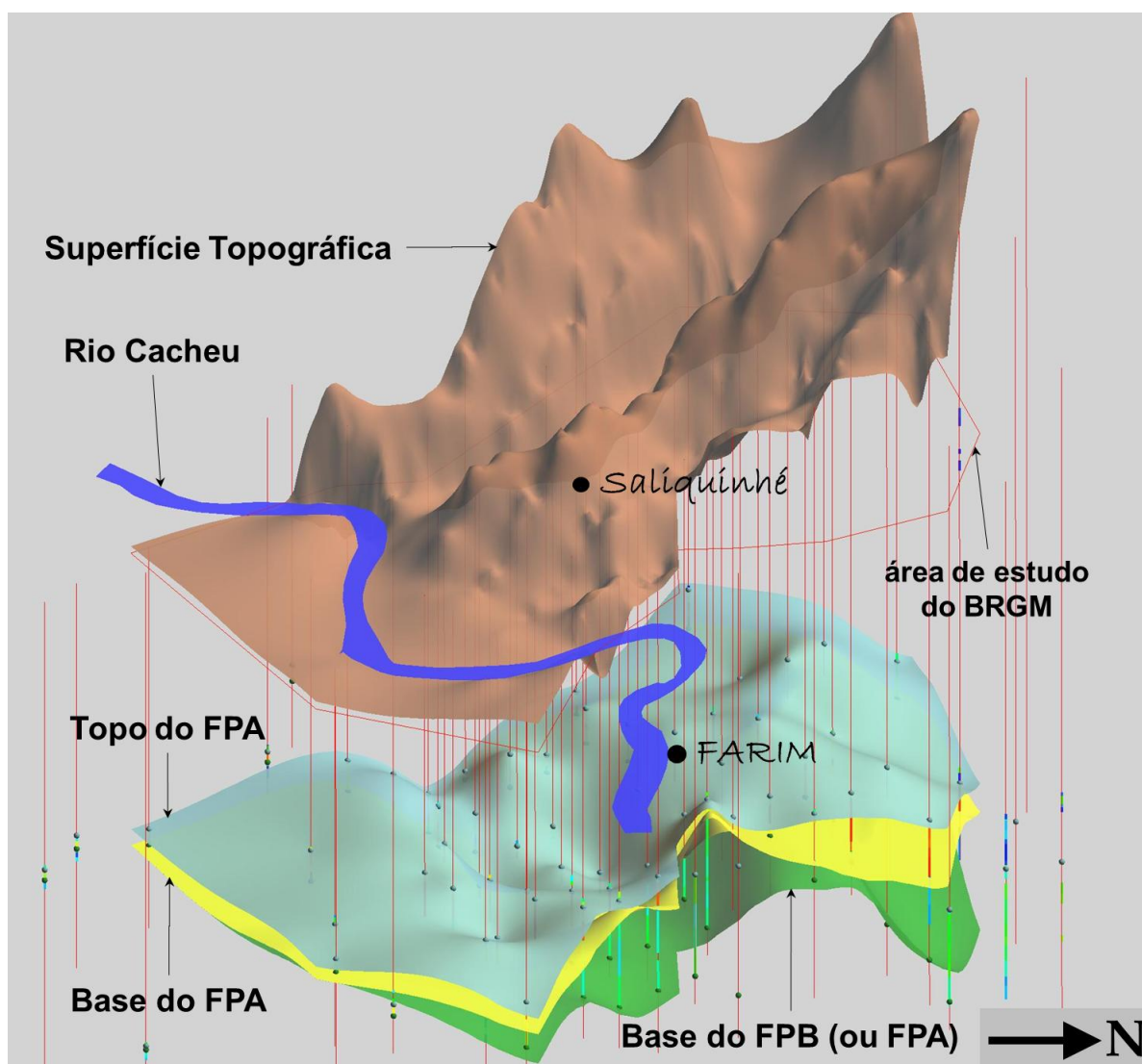


Figura 2.4 – Modelo simplificado 3D da morfologia do depósito (sequência de superfícies obtidas por interpolação) e localização das sondagens e rio Cacheu. Inclui a superfície topográfica, topo de *FPA*, topo de *FPB* e base de *FPB*.

Os resultados analíticos foram obtidos no laboratório da Direcção de Geologia e Minas, em Bissau, na década de 80, logo após o levantamento de campo, em 368 amostras recolhidas a partir dos testemunhos das 69 sondagens. O laboratório foi chefiado por um engenheiro químico Francês.

A amostragem para as análises químicas foi realizada num quarto da carote para as várias fácies de fosfato: *FPB*, *FPA* e *FPO*. O comprimento das amostras é irregular e varia normalmente entre 0,10 e 1 m, mas pontualmente atinge 4,40 m devido à má recuperação e quebra da carote.

No fosfato não carbonatado de grão fino *FPA*, a amostragem teve em conta a coloração do minério: bege, esbranquiçado ou cinzento-escuro. No fosfato calcário *FPB*, a amostragem distinguiu o fosfato calcário bioclástico macio (fosfato calcário de baixo teor), e o menos abundante fosfato calcário bioclástico duro. O fosfato da formação *FPO* ocorre em pelóides (*phosphatic pellets*) brancos com argila.

De acordo com o relatório BRGM (1983), os métodos de análise foram as seguintes:  $P_2O_5$  e F por colorimetria;  $SiO_2$  por absorção ou gravimetria;  $Al_2O_3$ ,  $Fe_2O_3$ ,  $TiO_2$ , MgO por absorção atómica; CaO por EDTA titrimetria e  $CO_2$  por gasometria frio. A densidade média de minério seco de *FPA* é de 1,43 e foi obtido após 31 determinações no laboratório do BRGM de Orléans (França).

Este estudo utilizou as 320 amostras de  $P_2O_5$ , das quais 247 apresentam teores em  $P_2O_5$  superiores a 10% e, como têm potencial para exploração, estão amostradas em mais sete elementos  $SiO_2$ ,  $Al_2O_3$ ,  $Fe_2O_3$ , CaO, MgO, F e  $CO_2$ . Destas, 72 estão ainda amostradas em U. Das 320 amostras totais, apenas 12 com teor de  $P_2O_5$  superior a 10% não foram analisadas nos restantes elementos químicos. O comprimento dos suportes é variado, entre 0,10 e 4,40 m com média de 1,04 m (figura 2.5).

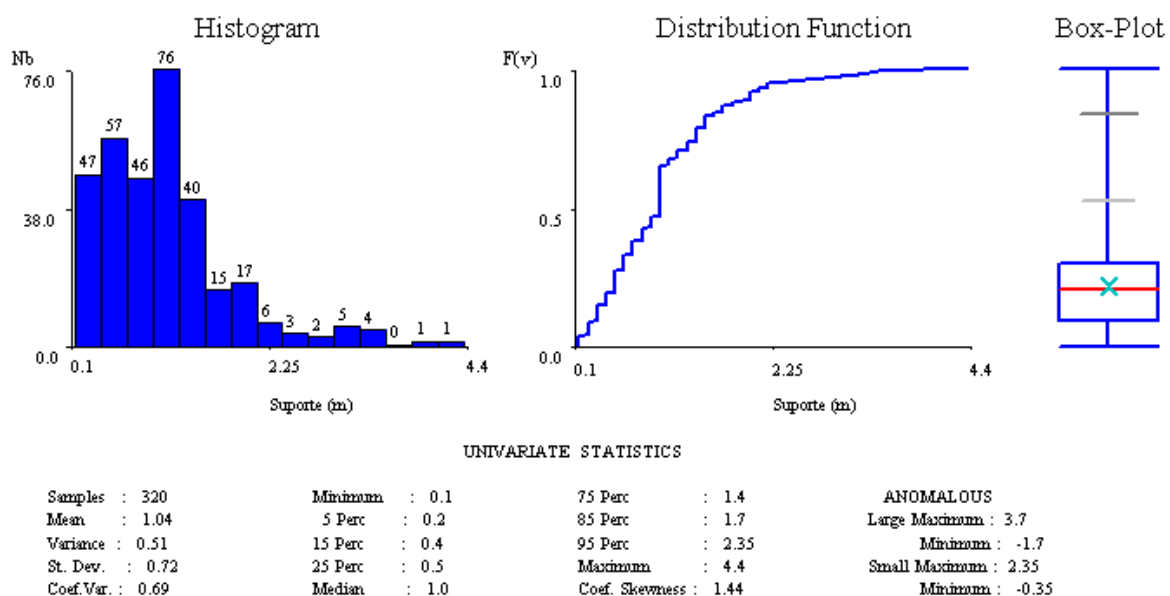


Figura 2.5 – Histograma do comprimento dos 320 suportes amostrados

## CAPÍTULO 2

A tabela 2.1 sintetiza o número de amostras por formação e teor. Nas designações encontradas nos dados providenciados pelo BRGM, verificou-se existirem amostras no topo de *FPA* que não foram classificadas em nenhuma formação geológica. No presente trabalho, as amostras localizadas na cobertura (i.e. acima do topo de *FPA*) e com teor de  $P_2O_5 \geq 10\%$  foram integradas com o código *CM* (cobertura mineralizada), já as posicionadas por debaixo da base de *FPB* (ou *FPA* caso não exista *FPB*) foi-lhes atribuída o código *BM* (base mineralizada). Este último grupo com sete amostras é pouco relevante.

Tabela 2.1 – Síntese do número de amostras disponíveis e elementos amostrados por formação geológica.

Formação geológica	Todas	$P_2O_5 \geq 10\%$		$P_2O_5 < 10\%$	Com U	
		Só $P_2O_5$	Multi-elemento	Só $P_2O_5$	Só $P_2O_5$	Multi-elemento
<b>CM</b>	61	3	<b>33</b>	25	0	5
<b>FPA</b>	142	8	<b>132</b>	2	4	59
<b>FPB</b>	91	1	<b>75</b>	15	0	4
<b>BM</b>	26	0	<b>7</b>	19	0	0
<b>Todas</b>	320	12	<b>247</b>	61	4	68

Refira-se que esta classificação *a priori* proposta pelo BRGM contém incongruências do ponto de vista geoquímico, nomeadamente em várias amostras na transição entre as formações *FPA* e *FPB*, e essa é uma das razões que justifica a reclassificação automática proposta após a simulação dos teores na localização das sondagens (metodologia proposta para homogeneização dos suportes).

### 3. ANÁLISE ESTATÍSTICA

A análise estatística consistiu em estudo univariado, bivariado e multivariado. Nesta última foram utilizadas a análise em componentes principais (ACP) e a análise grupal por *k-Means*.

#### 3.1 ANÁLISE DA RELAÇÃO DOS TEORES COM O SUPORTE

Previamente ao estudo estatístico, fez-se análise de sensibilidade dos comprimentos do suporte na relação com os teores. Calculou-se a diferença entre a média aritmética (M) e a média aritmética ponderada pela dimensão do suporte (WM).

Observou-se que a diferença entre as médias é inferior a um (*Todas* = 0,17; *CM* = -0,82; *FPA* = -0,57 e *FPB* = 0,53) independentemente do conjunto de amostras, ou seja, diferença em percentagem inferior a 5% ( $100 \times (M - WM) / WM$ ) (*Todas* = 0,7%, *CM* = -4,3%; *FPA* = -1,9% e *FPB* = 3,5%). Quando não é tida em conta a dimensão do suporte observa-se ligeira sub-estimação do teor médio em *FPA* e *CM* e sobre-estimação dos teores em *FPB*, suficientemente elevada para condicionar o resultado no conjunto *Todas*.

A influência do comprimento dos suportes nos teores amostrados foi detalhada para a formação *FPA* através de: i) diagramas de dispersão do comprimento do suporte vs teor de cada elemento, e ii) box-plots por elemento e por intervalo do suporte. Para esta segunda análise as amostras foram subdivididas em quatro conjuntos com a mesma frequência (1/4 das 132 amostras de *FPA*, ou sejam 33) de acordo com o comprimento do suporte, tendo sido obtidos os seguintes intervalos: [0,1-0,7[, [0,7-1,0[, [1,0-1,4[ e [1,4-2,8] metros. Estes gráficos encontram-se representados na figura 3.1.

Com excepção do  $\text{Fe}_2\text{O}_3$ , estes gráficos mostram a tendência geral para o aumento da dispersão dos teores quando a dimensão do suporte diminui, o que está de acordo com o esperado. Também, a mediana dos teores em  $\text{P}_2\text{O}_5$ ,  $\text{CaO}$ ,  $\text{MgO}$ ,  $\text{F}$  e  $\text{CO}_2$  tende a ser ligeiramente inferior para as amostras de menor dimensão, enquanto que para o  $\text{SiO}_2$  e  $\text{Al}_2\text{O}_3$  ocorre o contrário.

Apesar das tendências detectadas, a dimensão do suporte da amostra não foi tido em conta na análise estatística apresentada nas secções seguintes, dado que a finalidade deste estudo é distinguir entre perfis de teores das amostras de fosfato provenientes das várias formações. No entanto, essas diferenças são o objecto do capítulo de caracterização por simulação, e a distribuição 3D de propriedades, visando obter cenários realistas para a correcta caracterização local das reservas e zonamento da área de estudo.

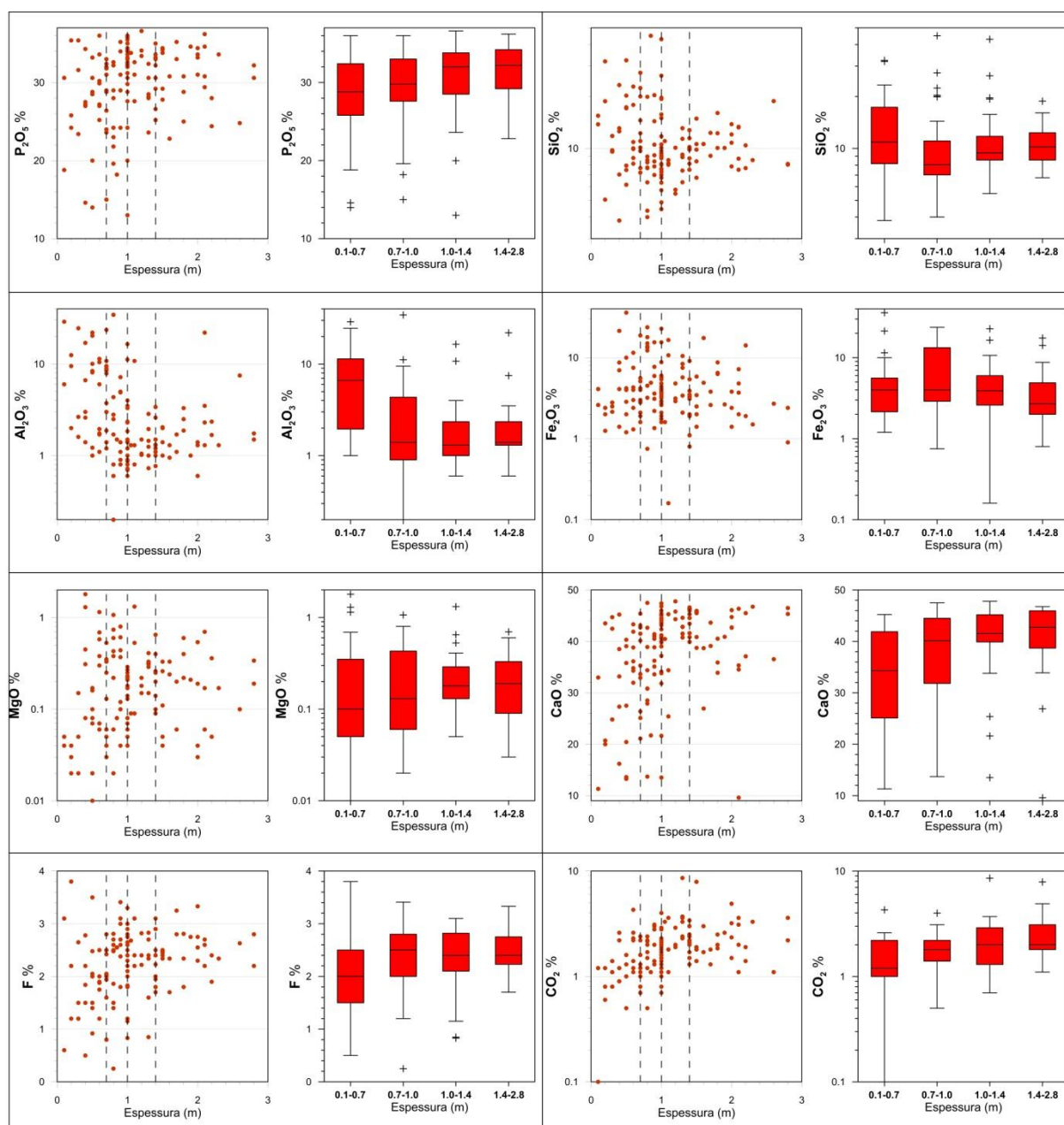


Figura 3.1 – Diagramas de dispersão dos teores vs comprimento do suporte e *box-plots* dos teores por intervalo de comprimento do suporte.

## 3.2 A QUESTÃO DA NATUREZA DOS DADOS

A natureza dos dados geoquímicos do presente trabalho é designada por **composicional** ou **fechada**. Isto acontece sempre que a soma das componentes (variáveis geoquímicas) passíveis de ser analisadas numa amostra é constante (no presente caso 100%) e, por isso, os teores de cada variável nunca variam separadamente uns dos outros. Desde os anos 1980 que este problema tem vindo a ser abordado por Aitchison (e.g.: Aitchison, 1986). Este autor argumenta que as concentrações de uma variável geoquímica só têm sentido se for tida em conta a relação com as demais variáveis. Na

tentativa de resolver este problema de dados composicionais, Aitchison desenvolveu uma abordagem estatística mais adequada enquadrada na chamada geometria de Aitchison, o Simplex, propondo duas transformações logarítmicas de quocientes (*logratio*): a *logratio* aditiva - **alr** e a *logratio* centrada - **clr** (Aitchison, 1986). Uma terceira transformação desenvolvida na mesma geometria, a transformação *logratio* isométrica - **ilr**, foi mais tarde proposta por Egozcue *et al* (2003). No entanto, de uma forma geral, este tipo de abordagem tem tido alguma dificuldade em se impor junto de quem trabalha nas ciências da terra e do ambiente. Por um lado, os procedimentos em geral são relativamente complexos, sendo que no âmbito da análise estatística uni- e bivariada estão mal estabelecidos, ainda que tenham sofrido desenvolvimentos recentes (Filzmoser *et al*, 2009, 2010). Por outro lado, é difícil convencer o prospectador geoquímico de que os mapas e a estatística usados com sucesso no passado, quer na prospecção de depósitos minerais quer para outros propósitos, estão incorrectos e que os únicos mapas e estatística correctos são os baseados em valores adimensionais de logaritmos de razões de variáveis (Reimann *et al*, 2012). Este problema é ainda mais pertinente em contextos de caracterização de áreas mineralizadas, onde as concentrações reais, quer dos componentes alvo quer dos penalizantes, são factores chave para a avaliação das reservas geológicas e da viabilidade económica com vista à exploração do minério. De facto quando os dados em bruto são transformados com uma *logratio* perde-se, pelo menos em parte, a noção dos teores reais ou nalguns casos até da própria variável, o que é uma desvantagem.

Apesar dos avanços recentes na aplicação deste novo e mais correcto formalismo estatístico, a análise estatística clássica de dados geoquímicos em bruto não deve ser completamente descartada, nomeadamente quando os valores reais são muito importantes e porque quando efectuada e interpretada com critério, a análise estatística clássica pode dar origem a resultados que fazem sentido do ponto de vista geológico e úteis, por exemplo, no contexto da caracterização e avaliação do depósito.

Assumindo que da transformação *logratio* resulta um conjunto de dados mais correcto do ponto de vista formal, foram calculados os **clr** dos teores e comparados com os dados em bruto, variável a variável, num gráfico de dispersão ((d) da figura 3.2). De certa forma, é de esperar que de uma maior (menor) diferença entre os dados em bruto e a respectiva **clr**, resultará uma maior (menor) diferença entre os resultados estatísticos respectivos; daí diminuindo (aumentando) a consistência da interpretação com base no dados em bruto, nomeadamente, sobre o comportamento no contexto geológico de cada elemento analisado. A transformação **clr** – *centred log-ratio transformation* do teor em bruto de uma variável numa dada amostra é igual ao teor dessa variável dividido pela média geométrica do teor de todas as variáveis na mesma amostra seguida de transformação logarítmica (Aitchison, 1986).

Dos gráficos (d) da figura 3.2, pode concluir-se genericamente que da transformação *clr* não resulta uma clara diferença relativamente aos dados em bruto. Isto é bem visível para os teores em SiO<sub>2</sub>, Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, Fe<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, CaO, CO<sub>2</sub>. Já para P<sub>2</sub>O<sub>5</sub>, F e MgO as diferenças são maiores, sendo que os respectivos gráficos sugerem que os valores dos teores em bruto no membro FPB estão sub-dimensionados relativamente aos outros conjuntos de amostras. No entanto, a posição relativa entre os conjuntos *FPB*, *FPA* e *CM* não se altera; por exemplo, os valores *clr* do P<sub>2</sub>O<sub>5</sub> no *FPB* são inferiores aos do *FPA* tal como acontece com o P<sub>2</sub>O<sub>5</sub> em bruto. Assim, estas diferenças são suficientemente pequenas para que se possa realizar uma análise estatística clássica, ainda que efectuada e interpretada com critério.

### 3.3 ANÁLISE UNIVARIADA

A análise descritiva univariada foi conduzida para os conjuntos *Todas* – todas as amostras com teores de P<sub>2</sub>O<sub>5</sub> ≥ 10% (N=247), *CM* (N=33), *FPA* (N=132) e *FPB* (N=75). Foram consideradas as nove variáveis amostradas (P<sub>2</sub>O<sub>5</sub>, CaO, SiO<sub>2</sub>, Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>; Fe<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, MgO, F, CO<sub>2</sub> e U) mais a componente designada por resíduo R (calculada como R% = 100-(P<sub>2</sub>O<sub>5</sub>+SiO<sub>2</sub>+Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>+Fe<sub>2</sub>O<sub>3</sub>+MgO+CaO+F+CO<sub>2</sub>)).

A tabela 3.1 sintetiza os resultados obtidos da análise univariada para os dados na forma original e estão expressos em % excepto para o U (ppm). Na figura 3.2 apresentam-se gráficos descritivos de cada variável (excepto U) para todas as 247 amostras (histograma, *box-plot*, e curva de frequências cumuladas) e para cada conjunto (curva de frequências cumuladas); sendo apresentados na figura 3.3 os *box-plots* por variável e por conjunto.

Estes resultados mostram que:

- 1) A formação *FPA* é a que contém os valores mais elevados de fosfato constituindo por isso a mineralização principal. Os teores em F (próximo de 3%) e algum enriquecimento em U confirmam que a fluorapatite – Ca<sub>10</sub>(PO<sub>4</sub>)<sub>6</sub>F<sub>2</sub> – é o mineral principal do depósito.
- 2) A formação *FPB* é essencialmente carbonatada enquanto que o conjunto *CM* apresenta forte componente detrítica

Tabela 3.1 – Estatísticos básicos dos dados originais nas variáveis amostradas mais resíduo (R) para os conjuntos de amostras *CM*, *FPA*, *FPB*, *BM* e *Todas* (azul - valores mais baixos; vermelho - valores mais altos).

	Conjunto	(#)	Min	Q1	Mediana	Q3	Max	Média aritmética	Desvio padrão	Coefficiente assimetria
P2O5 (total)	<i>CM</i>	61	0,00	5,20	13,50	18,10	29,40	12,28	7,75	0,13
	<i>FPA</i>	142	5,30	27,53	30,80	33,20	36,60	29,47	5,52	-1,70
	<i>FPB</i>	91	4,50	11,35	14,20	17,25	27,80	14,53	4,86	0,26
	<i>BM</i>	26	0,30	7,18	9,10	9,98	21,20	8,70	4,60	0,61
	<i>Todas</i>	320	0,00	12,40	19,60	30,30	36,60	20,26	10,16	-0,10
P2O5 (≥10%)	<i>CM</i>	33	10,10	14,50	17,30	20,40	29,40	18,03	4,63	0,75
	<i>FPA</i>	132	13,00	27,58	30,70	33,25	36,60	29,68	4,94	-1,23
	<i>FPB</i>	75	10,00	13,00	15,60	18,40	27,80	15,88	3,96	0,87
	<i>BM</i>	7	10,00	10,85	12,50	15,70	21,20	13,83	4,18	1,11
	<i>Todas</i>	247	10,00	15,80	23,80	31,00	36,60	23,48	8,11	-0,05
SiO2	<i>CM</i>	33	10,18	20,97	30,09	36,89	58,04	30,05	10,91	0,38
	<i>FPA</i>	132	3,82	8,02	9,84	12,85	45,01	11,64	6,62	2,57
	<i>FPB</i>	75	1,02	2,61	4,02	5,12	19,66	4,25	2,58	3,19
	<i>BM</i>	7	2,65	12,32	15,20	20,43	26,67	15,72	8,20	-0,17
	<i>Todas</i>	247	1,02	5,08	8,77	14,54	58,04	11,97	10,24	1,79
Al2O3	<i>CM</i>	33	1,00	7,75	11,80	22,40	39,00	15,13	10,23	0,45
	<i>FPA</i>	132	0,20	1,20	1,69	3,56	34,50	4,23	6,04	2,77
	<i>FPB</i>	75	0,34	0,55	0,70	0,87	2,10	0,74	0,29	2,01
	<i>BM</i>	7	0,80	5,73	10,70	10,80	15,60	8,59	4,84	-0,30
	<i>Todas</i>	247	0,20	0,80	1,40	4,95	39,00	4,75	7,32	2,34
Fe2O3	<i>CM</i>	33	1,10	2,75	4,40	7,50	19,60	5,82	4,41	1,46
	<i>FPA</i>	132	0,16	2,40	3,60	5,88	36,00	5,46	5,46	2,59
	<i>FPB</i>	75	0,16	0,50	0,60	1,30	15,00	1,09	1,74	7,12
	<i>BM</i>	7	0,80	3,35	5,45	6,25	11,70	5,31	3,44	0,90
	<i>Todas</i>	247	0,16	1,23	2,65	4,80	36,00	4,18	4,88	2,67
MgO	<i>CM</i>	33	0,00	0,06	0,19	0,75	1,75	0,42	0,51	1,38
	<i>FPA</i>	132	0,01	0,07	0,17	0,32	1,80	0,25	0,28	2,70
	<i>FPB</i>	75	0,18	0,44	0,50	0,56	2,05	0,52	0,22	4,84
	<i>BM</i>	7	0,03	0,50	0,84	1,78	2,70	1,16	0,97	0,57
	<i>Todas</i>	247	0,00	0,11	0,30	0,52	2,70	0,38	0,38	2,51
CaO	<i>CM</i>	33	3,50	10,50	17,50	24,92	43,60	18,13	10,19	0,51
	<i>FPA</i>	132	9,60	34,05	40,57	44,51	47,80	37,60	8,95	-1,35
	<i>FPB</i>	75	38,50	47,16	48,80	50,96	53,54	48,63	3,37	-1,13
	<i>BM</i>	7	25,50	32,00	34,70	36,50	52,80	35,71	8,47	1,45
	<i>Todas</i>	247	3,50	33,35	42,36	46,83	53,54	38,30	12,20	-1,12
F	<i>CM</i>	33	0,10	0,60	1,30	1,50	2,90	1,17	0,75	0,26
	<i>FPA</i>	132	0,25	1,90	2,40	2,70	3,80	2,26	0,64	-0,68
	<i>FPB</i>	75	0,20	0,63	0,99	1,20	2,70	1,00	0,50	0,93
	<i>BM</i>	7	1,00	1,03	1,10	1,33	1,80	1,23	0,31	1,43
	<i>Todas</i>	247	0,10	1,00	1,70	2,44	3,80	1,70	0,86	0,01
CO2	<i>CM</i>	33	0,06	0,40	1,00	1,40	5,60	1,09	1,01	2,92
	<i>FPA</i>	132	0,10	1,30	1,83	2,36	8,60	2,00	1,16	2,63
	<i>FPB</i>	75	2,58	21,40	24,60	27,90	33,00	23,25	6,79	-1,21
	<i>BM</i>	7	1,00	1,45	2,30	16,50	28,50	9,67	12,70	1,18
	<i>Todas</i>	247	0,06	1,30	2,20	18,80	33,00	8,55	10,73	1,07
R	<i>CM</i>	33	3,61	6,55	10,69	12,50	21,99	10,16	4,53	0,64
	<i>FPA</i>	132	-4,28	3,88	5,97	8,69	30,01	6,88	4,72	1,63
	<i>FPB</i>	75	-4,43	2,06	3,43	5,17	31,46	4,65	5,73	3,07
	<i>BM</i>	7	1,91	5,51	9,80	11,69	15,36	8,78	4,99	-0,33
	<i>Todas</i>	247	-4,43	3,41	5,46	8,74	31,46	6,69	5,30	1,67
U (ppm)	<i>CM</i>	5	57,00	60,00	70,00	76,00	121,00	76,80	25,86	1,77
	<i>FPA</i>	63	38,00	96,50	115,00	158,00	403,00	141,65	74,76	1,86
	<i>FPB</i>	4	41,00	44,75	55,50	65,00	65,00	54,25	12,58	-0,13
	<i>BM</i>	0	-	-	-	-	-	-	-	-
	<i>Todas</i>	71	38,00	90,50	107,00	145,50	403,00	131,94	75,06	1,86

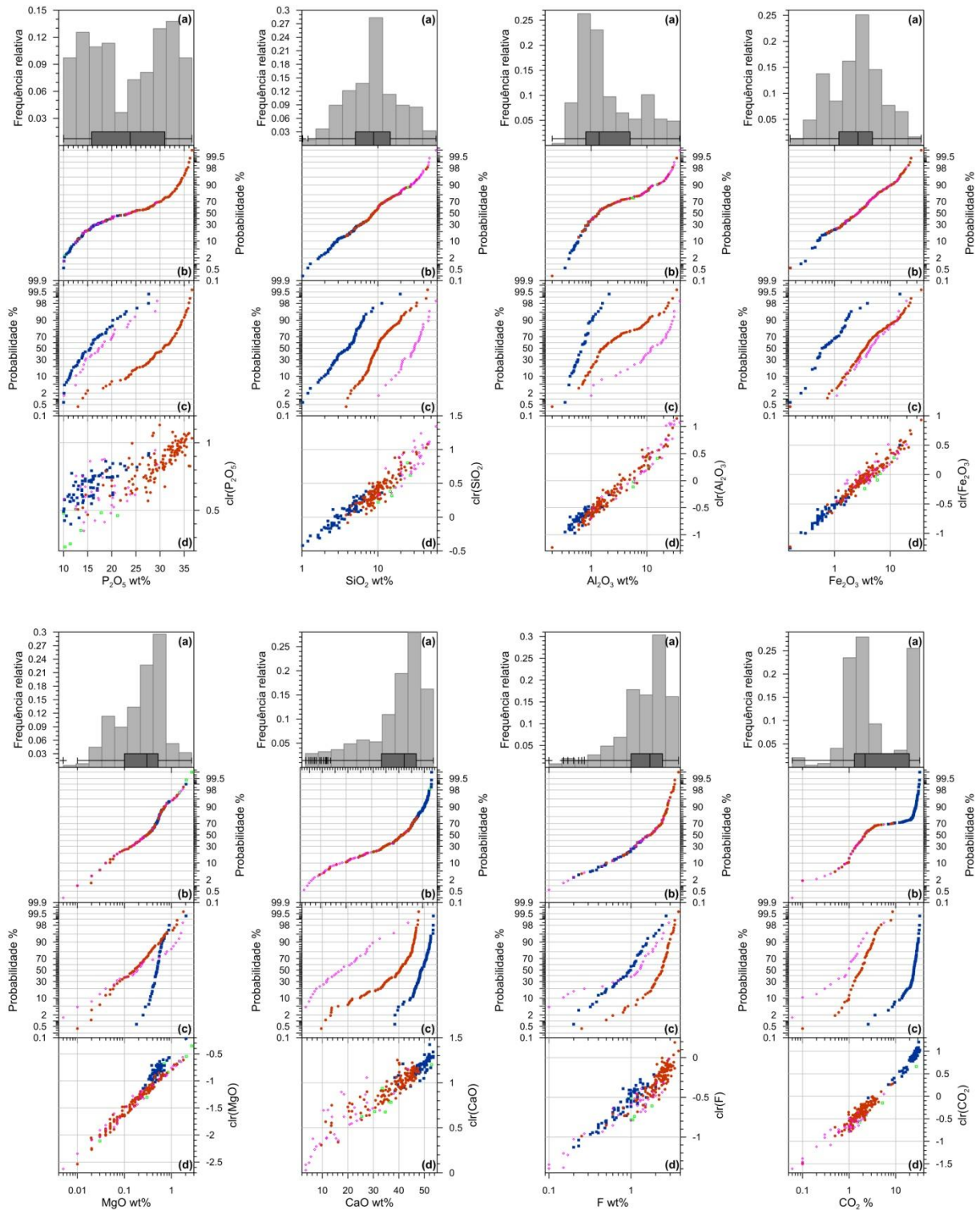


Figure 3.2 – Gráficos descritivos dos dados de  $P_2O_5$ ,  $SiO_2$ ,  $Al_2O_3$ ,  $Fe_2O_3$ ,  $MgO$ ,  $CaO$ ,  $F$ ,  $CO_2$ . Histograma e *box-plot* (a); Curva de frequências cumuladas para (b) Todas as amostras e (c) cada conjunto. *FPB*: quadrados azuis; *FPA*: círculos cor de laranja; *CM*: losangos abertos cor-de-rosa; *sobFPB*: quadrados abertos verdes. (d) gráficos X (dados em bruto)/Y (*clr* dos dados). *clr-centred logratio transformation*: o *clr* de uma variável numa dada amostra é igual ao valor dessa variável dividida pela média geométrica de todas as variáveis na mesma amostra seguida de transformação logarítmica, Aitchison, 1986)

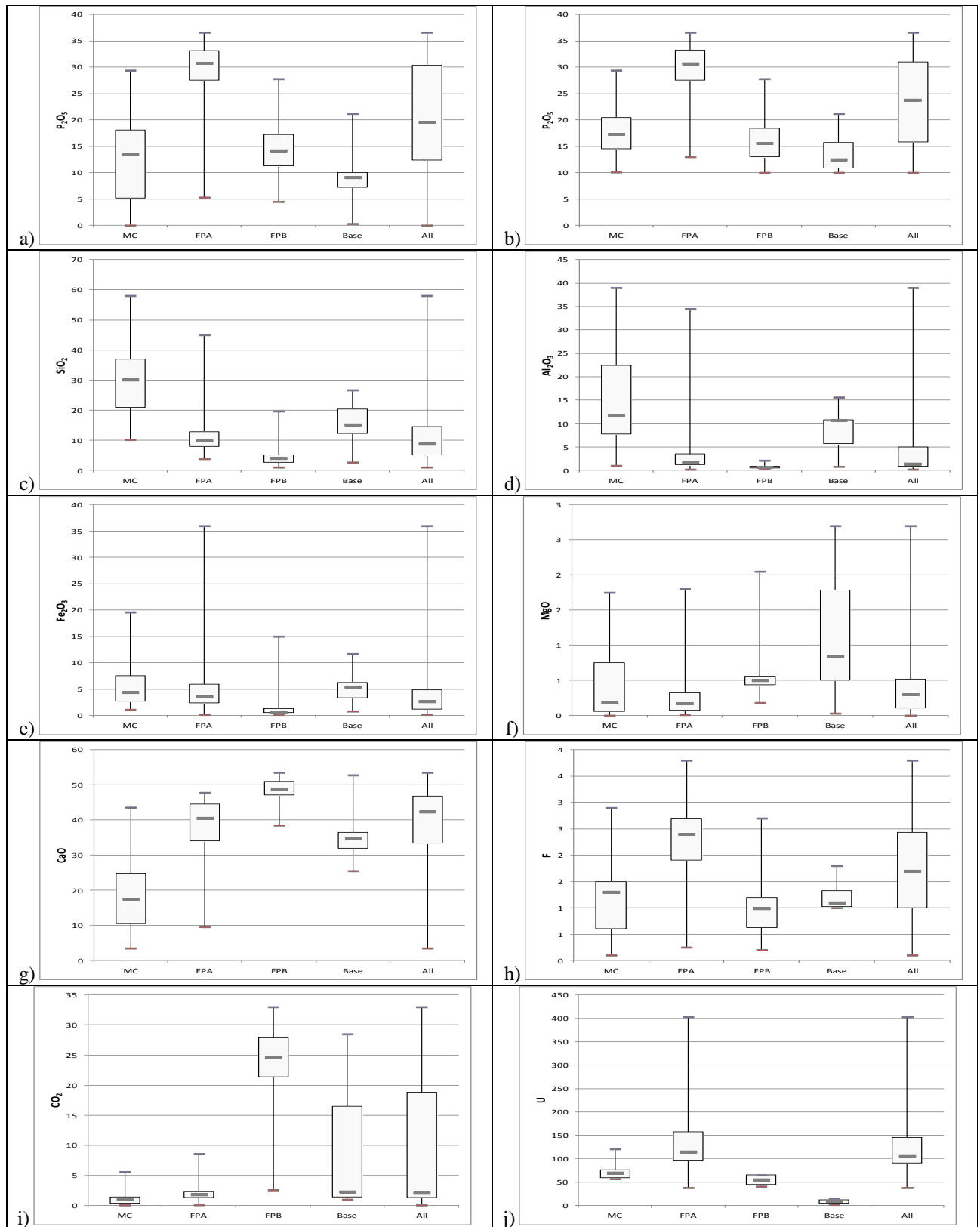


Figure 3.3 – *Box-plots* de teores de: a)  $P_2O_5$  todas as amostras; b)  $P_2O_5$  amostras com teores superiores a 10%; c)  $SiO_2$  amostras com teores superiores a 10%; d)  $Al_2O_3$  amostras com teores superiores a 10%; e)  $Fe_2O_3$  amostras com teores superiores a 10%; f)  $MgO$  amostras com teores superiores a 10%; g)  $CaO$  amostras com teores superiores a 10%; h) F amostras com teores superiores a 10%; i)  $CO_2$  amostras com teores superiores a 10%; j) U amostras com teores superiores a 10%.

### 3.4 ANÁLISE BIVARIADA

A análise estatística bivariada consistiu na determinação dos coeficientes de correlação de Pearson e de Spearman e na construção de diagramas de dispersão (scattergrams). A principal diferença entre estes dois coeficientes de correlação é que o R de Spearman é calculado a partir dos números de ordem ou 'ranks' (escala ordinal), resultando numa medida não-paramétrica, em vez de se usar os valores regulares como é o caso do r de Pearson. Isto é, para o R de Spearman, as observações individuais de cada variável são previamente classificadas numa série ordenada de valores. O poder e a eficiência destes coeficientes de correlação está bem documentado e discutido na literatura (por exemplo: Gibbons, 1985, Davis, 1986). O coeficiente R de Spearman é frequentemente preferido por ser mais robusto, ou seja, menos sensível aos valores anómalos, e também porque não requer qualquer suposição sobre a distribuição estatística das duas populações ou sobre a relação entre as variáveis; no entanto o r de Pearson é muitas vezes considerado um coeficiente de correlação mais rico dado que tem em conta a variância dos dados.

No presente estudo os coeficientes de correlação de Pearson e de Spearman foram calculados para o conjunto de amostras onde todas as variáveis estão amostradas e que são os conjuntos Todas (247 amostras), CM (33), FPA (132) e FPB (75). Os resultados estão apresentados nas tabelas 3.2 (a negrito estão representados os coeficientes de correlação r de Pearson e R de Spearman significativos para um nível de significância  $p < 0,00001$  para *Todas*,  $p < 0,0001$  para *FPA*,  $p < 0,001$  para *FPB* e  $p < 0,01$  para *CM*) e 3.3 e nas figuras 3.4 e 3.5.

De todos os valores representados na tabela 3.2 as melhores correlações positivas são as relativas aos pares F-P<sub>2</sub>O<sub>5</sub> (Pearson  $r=0.81$ ; Spearman  $R=0.80$ ; figura 3.5(a)) e CaO-CO<sub>2</sub> (Pearson  $r=0.57$ ; Spearman  $R=0.80$ ), enquanto que as melhores correlações negativas se observam para os pares Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>-CaO (Pearson  $r=-0.79$ ; Spearman  $R=-0.80$ ; figura 3.5(b)) e SiO<sub>2</sub>-CaO (Pearson  $r=-0.78$ ; Spearman  $R=-0.81$ ).

Tabela 3.2 – Coeficientes de correlação de Pearson (a azul) e Spearman (a vermelho) por formação geológica.

<b>CM</b>		P <sub>2</sub> O <sub>5</sub>	SiO <sub>2</sub>	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	MgO	CaO	F	CO <sub>2</sub>
	P <sub>2</sub> O <sub>5</sub>	-	<b>-0,562</b>	<b>-0,241</b>	<b>0,207</b>	<b>0,329</b>	<b>0,409</b>	<b>0,555</b>	<b>0,431</b>
	SiO <sub>2</sub>	<b>-0,504</b>	-	<b>-0,247</b>	<b>-0,138</b>	<b>-0,145</b>	<b>-0,363</b>	<b>-0,229</b>	<b>0,022</b>
	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	<b>-0,236</b>	<b>-0,292</b>	-	<b>-0,226</b>	<b>-0,422</b>	<b>-0,656</b>	<b>-0,685</b>	<b>-0,733</b>
	Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	<b>0,207</b>	<b>-0,241</b>	<b>-0,266</b>	-	<b>0,681</b>	<b>0,043</b>	<b>0,454</b>	<b>0,433</b>
	MgO	<b>0,174</b>	<b>-0,217</b>	<b>-0,338</b>	<b>0,490</b>	-	<b>0,335</b>	<b>0,481</b>	<b>0,749</b>
	CaO	<b>0,339</b>	<b>-0,361</b>	<b>-0,640</b>	<b>0,044</b>	<b>0,305</b>	-	<b>0,575</b>	<b>0,555</b>
	F	<b>0,475</b>	<b>-0,237</b>	<b>-0,657</b>	<b>0,395</b>	<b>0,348</b>	<b>0,639</b>	-	<b>0,627</b>
	CO <sub>2</sub>	<b>0,379</b>	<b>-0,119</b>	<b>-0,611</b>	<b>0,291</b>	<b>0,376</b>	<b>0,541</b>	<b>0,458</b>	-
<b>FPA</b>		P <sub>2</sub> O <sub>5</sub>	SiO <sub>2</sub>	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	MgO	CaO	F	CO <sub>2</sub>
	P <sub>2</sub> O <sub>5</sub>	-	<b>-0,314</b>	<b>-0,296</b>	<b>-0,390</b>	<b>-0,238</b>	<b>0,590</b>	<b>0,527</b>	<b>0,267</b>
	SiO <sub>2</sub>	<b>-0,494</b>	-	<b>0,398</b>	<b>-0,102</b>	<b>-0,118</b>	<b>-0,445</b>	<b>-0,132</b>	<b>-0,338</b>
	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	<b>-0,320</b>	<b>0,196</b>	-	<b>-0,121</b>	<b>-0,323</b>	<b>-0,489</b>	<b>-0,233</b>	<b>-0,629</b>
	Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	<b>-0,542</b>	<b>0,030</b>	<b>-0,137</b>	-	<b>0,526</b>	<b>-0,473</b>	<b>-0,198</b>	<b>0,029</b>
	MgO	<b>-0,211</b>	<b>-0,098</b>	<b>-0,049</b>	<b>0,495</b>	-	<b>-0,117</b>	<b>-0,166</b>	<b>0,475</b>
	CaO	<b>0,632</b>	<b>-0,534</b>	<b>-0,705</b>	<b>-0,415</b>	<b>-0,223</b>	-	<b>0,341</b>	<b>0,513</b>
	F	<b>0,576</b>	<b>-0,195</b>	<b>-0,431</b>	<b>-0,216</b>	<b>-0,137</b>	<b>0,459</b>	-	<b>0,170</b>
	CO <sub>2</sub>	<b>0,138</b>	<b>-0,269</b>	<b>-0,434</b>	<b>0,004</b>	<b>0,241</b>	<b>0,414</b>	<b>0,063</b>	-
U	<b>0,034</b>	<b>0,348</b>	<b>0,526</b>	<b>-0,293</b>	<b>-0,398</b>	<b>-0,287</b>	<b>0,082</b>	<b>-0,395</b>	
U	<b>0,046</b>	<b>0,281</b>	<b>0,392</b>	<b>-0,227</b>	<b>-0,303</b>	<b>-0,090</b>	<b>0,045</b>	<b>-0,421</b>	
<b>FPB</b>		P <sub>2</sub> O <sub>5</sub>	SiO <sub>2</sub>	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	MgO	CaO	F	CO <sub>2</sub>
	P <sub>2</sub> O <sub>5</sub>	-	<b>0,351</b>	<b>-0,117</b>	<b>0,170</b>	<b>-0,307</b>	<b>-0,293</b>	<b>0,586</b>	<b>-0,560</b>
	SiO <sub>2</sub>	<b>0,340</b>	-	<b>-0,006</b>	<b>0,369</b>	<b>-0,358</b>	<b>-0,310</b>	<b>0,243</b>	<b>-0,404</b>
	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	<b>-0,043</b>	<b>0,031</b>	-	<b>0,461</b>	<b>0,441</b>	<b>-0,416</b>	<b>-0,032</b>	<b>-0,001</b>
	Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	<b>-0,007</b>	<b>0,268</b>	<b>0,155</b>	-	<b>-0,083</b>	<b>-0,530</b>	<b>0,159</b>	<b>-0,304</b>
	MgO	<b>0,039</b>	<b>-0,144</b>	<b>0,279</b>	<b>-0,058</b>	-	<b>-0,172</b>	<b>-0,057</b>	<b>0,498</b>
	CaO	<b>-0,365</b>	<b>-0,443</b>	<b>-0,399</b>	<b>-0,410</b>	<b>-0,382</b>	-	<b>-0,305</b>	<b>0,064</b>
	F	<b>0,647</b>	<b>0,295</b>	<b>0,092</b>	<b>0,057</b>	<b>0,291</b>	<b>-0,435</b>	-	<b>-0,233</b>
CO <sub>2</sub>	<b>-0,442</b>	<b>-0,375</b>	<b>-0,263</b>	<b>-0,258</b>	<b>0,270</b>	<b>0,154</b>	<b>-0,276</b>	-	
<b>Todas</b>		P <sub>2</sub> O <sub>5</sub>	SiO <sub>2</sub>	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	MgO	CaO	F	CO <sub>2</sub>
	P <sub>2</sub> O <sub>5</sub>	-	<b>0,22</b>	<b>0,19</b>	<b>0,32</b>	<b>-0,46</b>	<b>-0,16</b>	<b>0,80</b>	<b>-0,34</b>
	SiO <sub>2</sub>	<b>-0,10</b>	-	<b>0,74</b>	<b>0,56</b>	<b>-0,39</b>	<b>-0,81</b>	<b>0,24</b>	<b>-0,77</b>
	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	<b>-0,13</b>	<b>0,48</b>	-	<b>0,51</b>	<b>-0,40</b>	<b>-0,80</b>	<b>0,14</b>	<b>-0,80</b>
	Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	<b>0,07</b>	<b>0,22</b>	<b>0,06</b>	-	<b>-0,09</b>	<b>-0,73</b>	<b>0,37</b>	<b>-0,56</b>
	MgO	<b>-0,35</b>	<b>-0,11</b>	<b>-0,11</b>	<b>0,19</b>	-	<b>0,28</b>	<b>-0,32</b>	<b>0,62</b>
	CaO	<b>0,05</b>	<b>-0,78</b>	<b>-0,79</b>	<b>0,45</b>	<b>0,03</b>	-	<b>-0,17</b>	<b>0,80</b>
	F	<b>0,81</b>	<b>-0,04</b>	<b>-0,26</b>	<b>0,17</b>	<b>-0,20</b>	<b>0,08</b>	-	<b>-0,28</b>
CO <sub>2</sub>	<b>-0,62</b>	<b>-0,52</b>	<b>-0,38</b>	<b>-0,41</b>	<b>0,33</b>	<b>0,57</b>	<b>-0,53</b>	-	

Tabela 3.3 – Síntese resultados das correlações observadas para as três formações

Par de variáveis		CM	FPA	FPB
Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	CaO	Alta	Moderada	
Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	CO <sub>2</sub>	Alta	Moderada	
Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	F	Alta		
CaO	CO <sub>2</sub>	Moderada	Moderada	
CaO	F	Moderada		
CaO	Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>		Moderada	Moderada
CaO	P <sub>2</sub> O <sub>5</sub>	Moderada		
CaO	SiO <sub>2</sub>	Moderada		
CO <sub>2</sub>	F	Moderada		
CO <sub>2</sub>	P <sub>2</sub> O <sub>5</sub>			Moderada
F	P <sub>2</sub> O <sub>5</sub>	Moderada	Moderada	Moderada
Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	MgO	Moderada	Moderada	
P <sub>2</sub> O <sub>5</sub>	SiO <sub>2</sub>	Moderada		

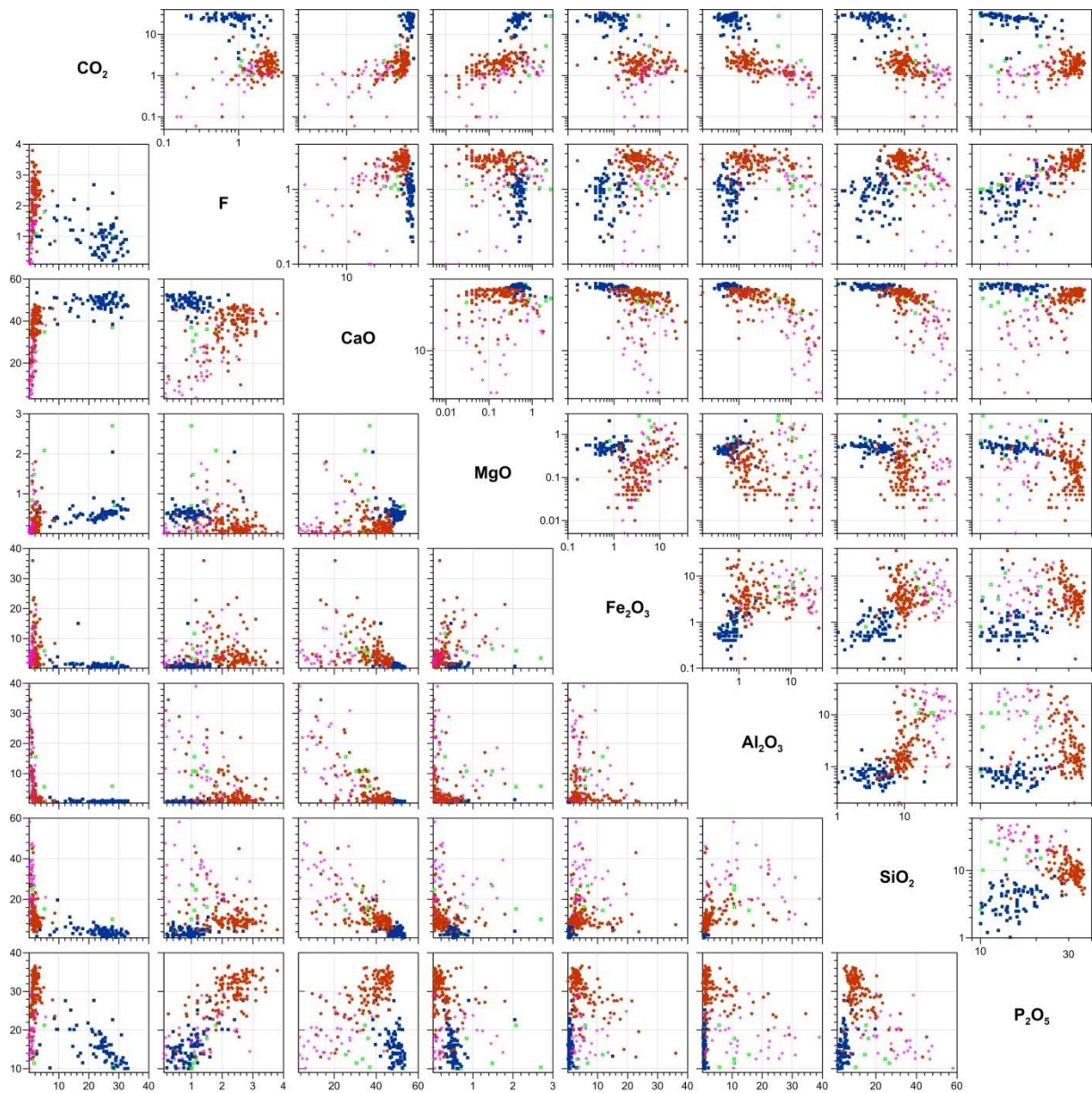


Figure 3.4 – Diagramas de dispersão entre pares de variáveis para todas as amostras em escala natural (abaixo da diagonal) e escala logarítmica decimal (acima da diagonal)

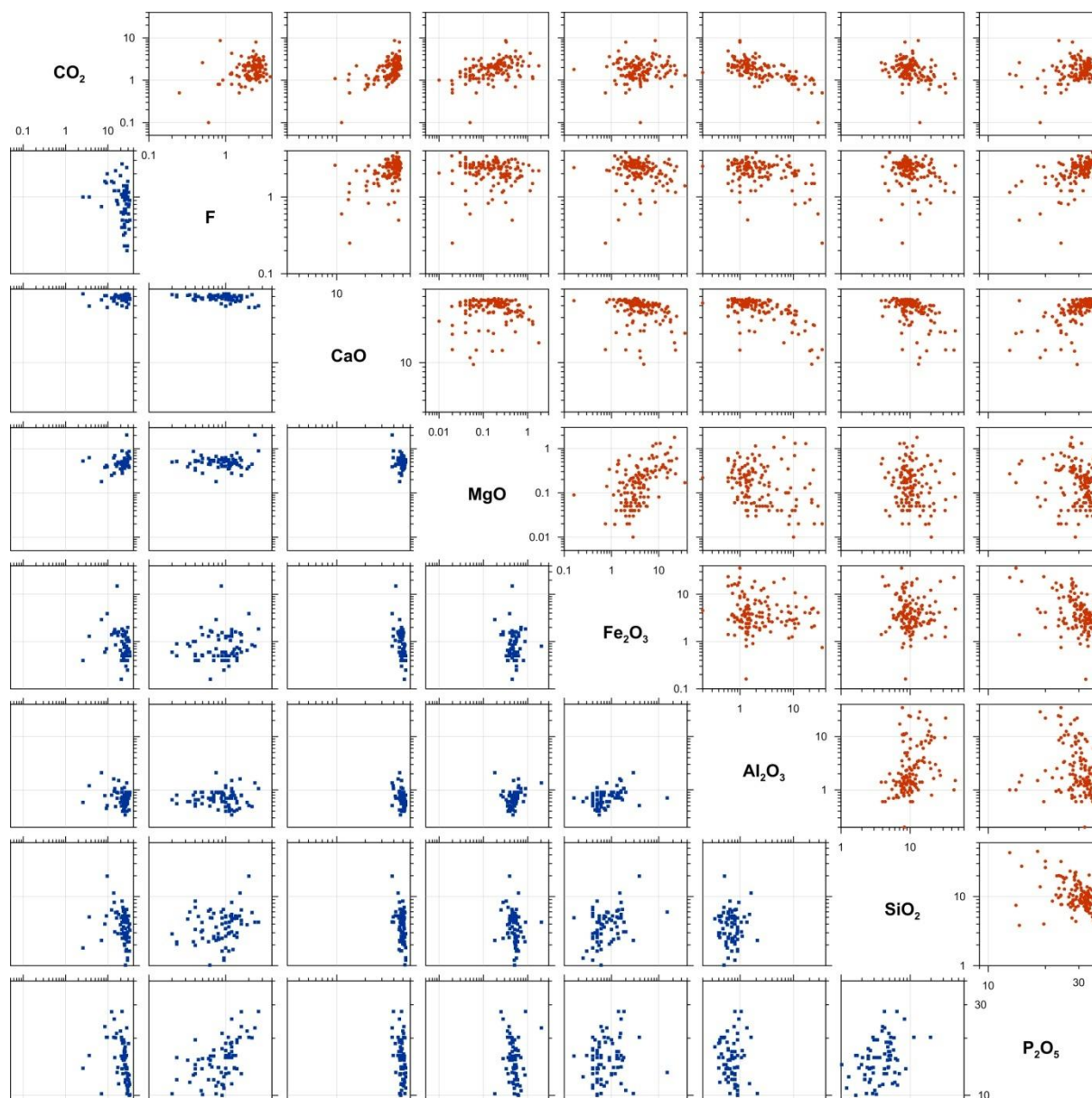


Figure 3.5 – Diagramas de dispersão entre pares de variáveis para as amostra *FPA* (acima da diagonal) e *FPB* (abaixo da diagonal).

Para estes pares, o valor de correlação obtido com todas as amostras (conjunto *Todas*) é mais elevado do que o observado para cada um dos conjuntos parciais (*FPA*, *FPB*, *CM*). Este resultado é facilmente explicado após inspeção dos respectivos diagramas de dispersão (figuras 3.4 e 3.5) conjuntamente com os resultados dos estatísticos univariados (tabela 3.1 e figuras 3.2 e 3.3). Pode observar-se que o  $P_2O_5$  e o  $F$  apresentam teores elevados na formação *FPA* e teores baixos na formação *FPB* e *CM*. Quando estes três conjuntos de amostras são apresentados no mesmo gráfico, a nuvem de pontos resultante “estica-se” no sentido positivo dos eixos, daí resultando um valor de correlação mais elevado. Um efeito similar, mas inverso, é observado para o par  $Al_2O_3$ - $CaO$  (figura 3.5).

### 3.5 ANÁLISE DE RAZÕES

A mediana da razão de teores  $F/P_2O_5$  para o conjunto *Todas* é 0,074, que é um valor baixo quando comparado com os geralmente observados nas fluorapatites,  $F=0,0898P_2O_5$  (Altschuler *et al*, 1958; Flicoteaux, 1980) ou com os valores normalmente observados em depósitos de fosfato com origem sedimentar,  $0,09 < F/P_2O_5 < 0,13$  (Notholt, 1994, p. 62). Mais ainda, pelo menos 75% das amostras mostram razão  $F/P_2O_5$  inferior a 0,0898, mesmo conjunto a conjunto (*FPB*, *FPA* ou *CM*). Estes resultados, em conjunto com a recta de melhor ajuste linear, (conjunto *Todas*),  $F=0,0853P_2O_5-0,2983$ , sugere que os fosfatos do depósito em estudo são pobres em F. Dado que o declive da recta dos mínimos quadrados (0,0853) é relativamente próxima à que é referida para as fluorapatites (0,0898), a ordenada na origem  $-0,2983$ , pode ser considerada como a estimativa do empobrecimento médio em flúor nas amostras do depósito de Farim-Saliquinhé.

Para continuar esta análise, na figura 3.6 apresentam-se os diagramas de dispersão das melhores correlações de Pearson positivas (pares  $P_2O_5$ -F e  $Al_2O_3$ -CaO) e na figura 3.7 o diagrama de dispersão do par  $P_2O_5$ -CaO (adaptado de Prian *et al*, 1987).

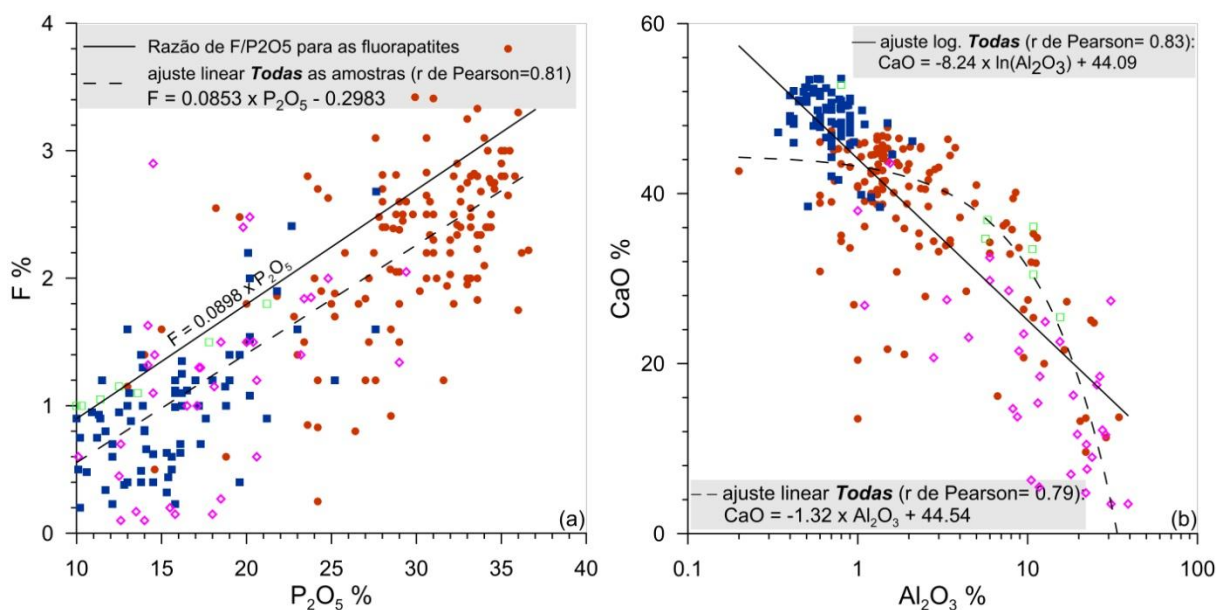


Figure 3.6 – Diagramas de dispersão das melhores correlações de Pearson observadas positivas (a) e negativas (b) (*FPB* - quadrados, *FPA* - círculos, *CM* – losangos e *sobFPB* – quadrados abertos).

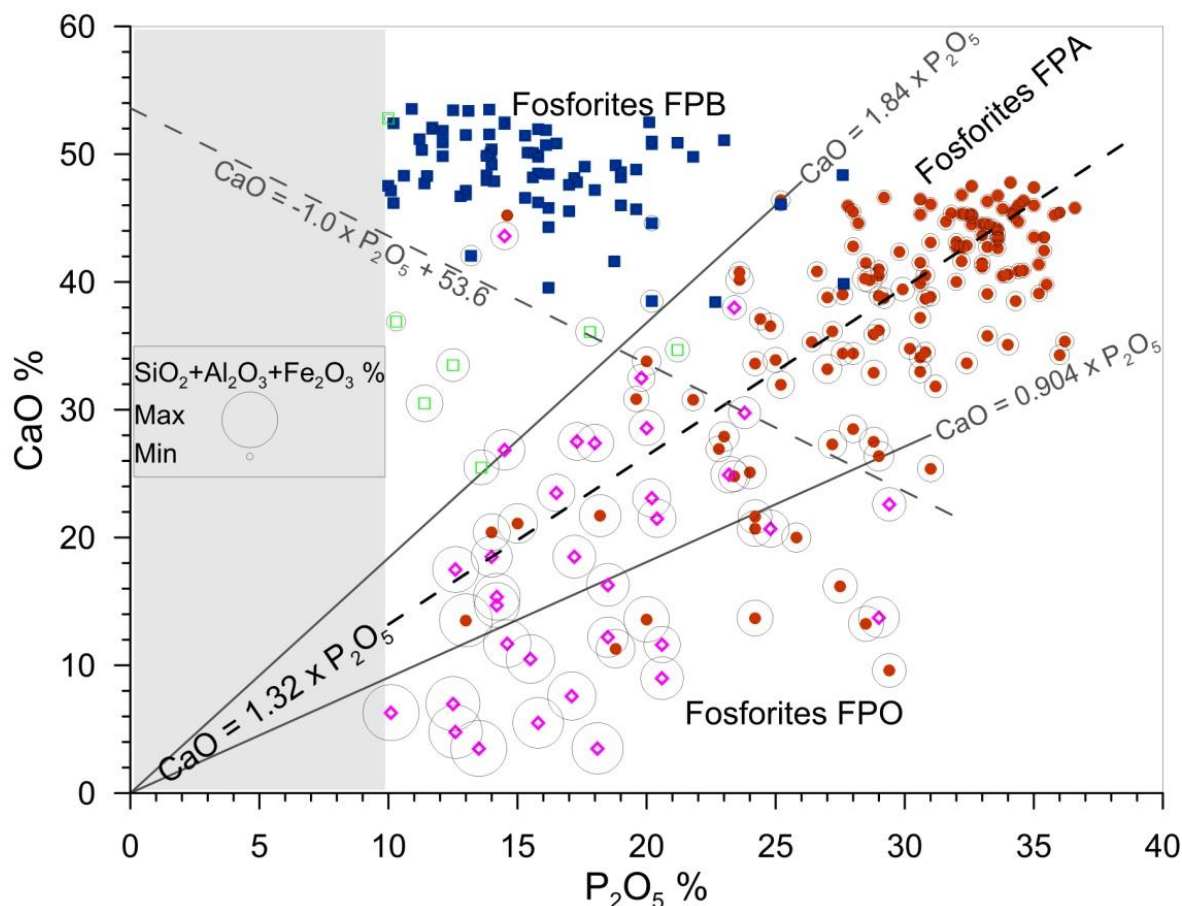


Figure 3.7 – Diagrama de dispersão das variáveis  $P_2O_5$ /CaO (adaptado de Prian *et al*, 1987). O tamanho dos círculos é proporcional à soma de teores  $Al_2O_3 + SiO_2 + Fe_2O_3$ . *FPB* – quadrados, *FPA* – círculos, *CM* losangos e *sobFPB* – quadrados abertos.

O par CaO- $P_2O_5$  mostra correlação  $r$  de Pearson positiva e significativa ( $p < 0,0001$ ) no conjunto *FPA* ( $r = 0,63$ ), não significativa ( $p < 0,01$ ) mas positiva ( $r = 0,34$ ) no *CM* e significativa (para um nível de significância  $p < 0,01$ ) mas negativa ( $r = -0,36$ ) para *FPB*. Um padrão ligeiramente diferente é mostrado pelo par CaO-F (tabela 3.2 e nas figuras 3.4), com correlações significativas ( $p < 0,01$ ) para *FPA* ( $r = 0,46$ ), *CM* ( $r = 0,64$ ) e *FPB* ( $-0,43$ ). Estas duas últimas correlações negativas poderão estar a reflectir o ambiente profundo (bacia subsidente) / ambiente pouco profundo (armadilha paleogeográfica de tipo *shallow-and-bay* da deposição *FPB*, sendo que o mais profundo está enriquecido em carbonatos e CaO e o pouco profundo enriquecido em  $P_2O_5$ ; ao se ajustar a melhor função linear entre CaO e  $P_2O_5$  para as amostras de *FPB* (figura 3.7), é interessante observar que esta linha aponta para o centro das melhores amostras do minério *FPA*, levando-nos a concluir que este subgrupo (canto superior direito da figura 3.7, onde as amostras são *FPA* e apresentam teores de  $P_2O_5 > 30\%$  e de  $CaO > 40\%$ ) corresponde às amostras *FPA* que foram submetidas a descarbonização e fosfatização, mas que não foram sujeitas a processos pedogénicos. Por outro lado, as correlações positivas para o par CaO- $P_2O_5$  (e F) no *CM* e *FPA*, deverão traduzir o facto de não haver carbonatos livres presentes nestes dois conjuntos de amostras, reflectindo assim a presença de CaO e  $P_2O_5$  (e F)

na estrutura de apatite; no entanto, esta correlação também deverá ser influenciada pelo aumento relativo no conteúdo em  $\text{Al}_2\text{O}_3 + \text{SiO}_2 + \text{Fe}_2\text{O}_3$  à custa de ambos  $\text{CaO}$  e  $\text{P}_2\text{O}_5$  (figura 3.6), em função do aumento da intensidade dos processos pedogénicos (canto superior direito para o fundo do gráfico da figura 3.6) que afectou estas duas formações (apenas parcialmente e em menor medida para *FPA*) na interface de emersão Eocénico-Oligocénico, como foi apontado por Prian *et al* (1987). Este aumento é particularmente evidente abaixo da linha  $\text{CaO} = -1.0\text{P}_2\text{O}_5 + 53,6$  (indicada nas figuras 3.6 e 3.7), sob a qual dominam as amostras do conjunto *CM*.

Ainda, o valor médio da razão  $\text{CaO}/\text{P}_2\text{O}_5$  (figuras 3.7 e 3.8) para as amostras de *FPA* é de 1,31 (com 90% entre 0,8 e 1,6), valor que é comparável com a razão  $\text{CaO}/\text{P}_2\text{O}_5$  no mineral padrão de fluorapatite -  $\text{Ca}_{10}(\text{PO}_4)_6\text{F}_2$  - (1,32, ou 1,27-1,34 para os seus compostos isomórficos, de acordo com a base de dados <http://webmineral.com/> Mineralogy). Isto sugere que a fluorapatite e seus compostos isomorfos são os principais minerais que compõem a *FPA* e, confirma que, em geral, não há carbonatos disponíveis nas fácies dominantes deste minério. As amostras com razão  $\text{CaO}/\text{P}_2\text{O}_5$  inferior a 1,27, como é o caso de cerca de 70% das amostras de *CM* (valor médio = 1,04; figuras 3.6 e 3.7) e cerca de 40% das amostras de *FPA*, indicam a presença de minerais de fosfato de alumínio e alumino-cálcicos, devido à acção do intemperismo durante a pedogénese (que promove a lixiviação de  $\text{CaO}$ , a substituição de  $\text{PO}_4$  por  $\text{CO}_2$  e, se mais intenso, como no caso do *FPO*, cujas amostras estão incluídas no conjunto *CM*, a transformação de fosfato de cálcio para fosfato de alumínio). As amostras com razão  $\text{CaO}/\text{P}_2\text{O}_5$  superior a 1,34 (figura 3.7) indicam diminuição no conteúdo de  $\text{P}_2\text{O}_5$  e um aumento no teor de carbonato, que pode ser devido, quer (i) à presença de (flúor)apatite mais carbonatada (o anião  $\text{CO}_3^{2-}$  substitui parcialmente o  $\text{PO}_4^{3-}$  na estrutura de apatite), ou (ii) à presença de calcite ou dolomite no minério fosfatado. As amostras *FPA* com razão  $\text{CaO}/\text{P}_2\text{O}_5$  entre 1,34 e 1,60 são susceptíveis de reflectir (i), enquanto que, de acordo com Lehr *et al* (1967), razão  $\text{CaO}/\text{P}_2\text{O}_5 > 1,6$  indica a presença de carbonato de livre (ii), particularmente no cimento, como é o caso das amostras de *FPB* e um pequeno número de amostras *FPA*.

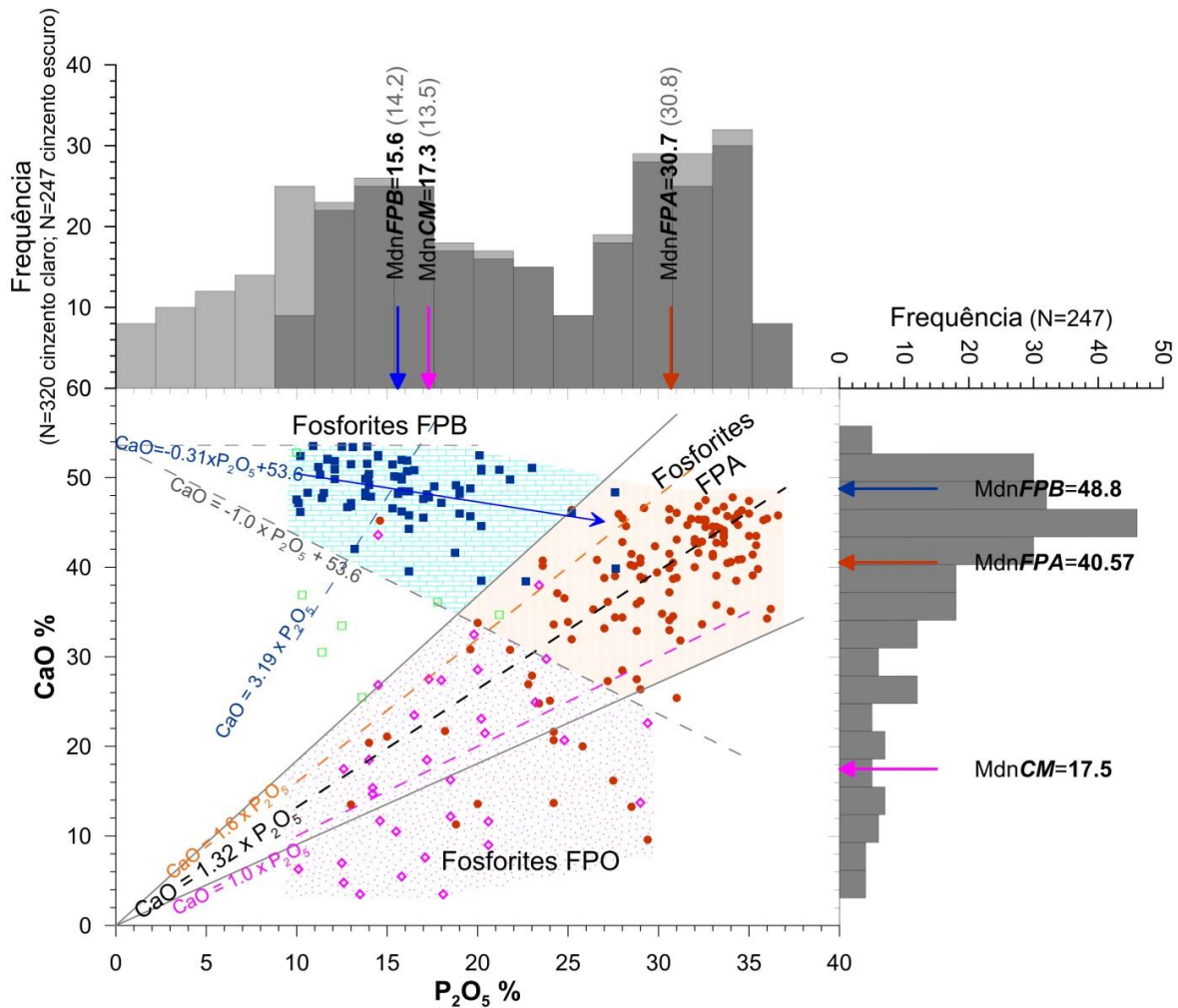


Figura 3.8 – Diagrama de dispersão do par  $P_2O_5$ -CaO (adaptado de Prian *et al*, 1987) com os respectivos histogramas e medianas de cada conjunto de dados. Para o  $P_2O_5$  são mostrados dois histogramas sobrepostos (a cinza escuro as 247 amostras analisadas também em CaO e em cinza claro os 320 resultados analíticos em  $P_2O_5$ ). *FPB* – quadrados, *FPA* – círculos, *CM* losangos e *sobFPB* – quadrados abertos. Os três principais domínios ambientais estão sombreados no topo à esquerda (fosforites carbonatadas), no topo à direita (fosforites descarbonatadas) e na parte inferior (fosforites descarbonatadas e com alteração pedogénica).

O diagrama de dispersão do par  $P_2O_5$ -MgO (figura 3.9), para as amostras de *FPA* com teores em MgO > 0,1%, mostra que quando os teores em  $P_2O_5$  aumentam os teores em MgO diminuem; para teores inferiores a MgO < 0,1% a queda nos teores de  $P_2O_5$  é acompanhada pelo MgO, enquanto que  $Al_2O_3 + SiO_2$  (figura 3.9(a)) e U (figura 3.9(c)) aumentam e o  $Fe_2O_3$  mostra valores mais baixos (figura 3.9(b)).

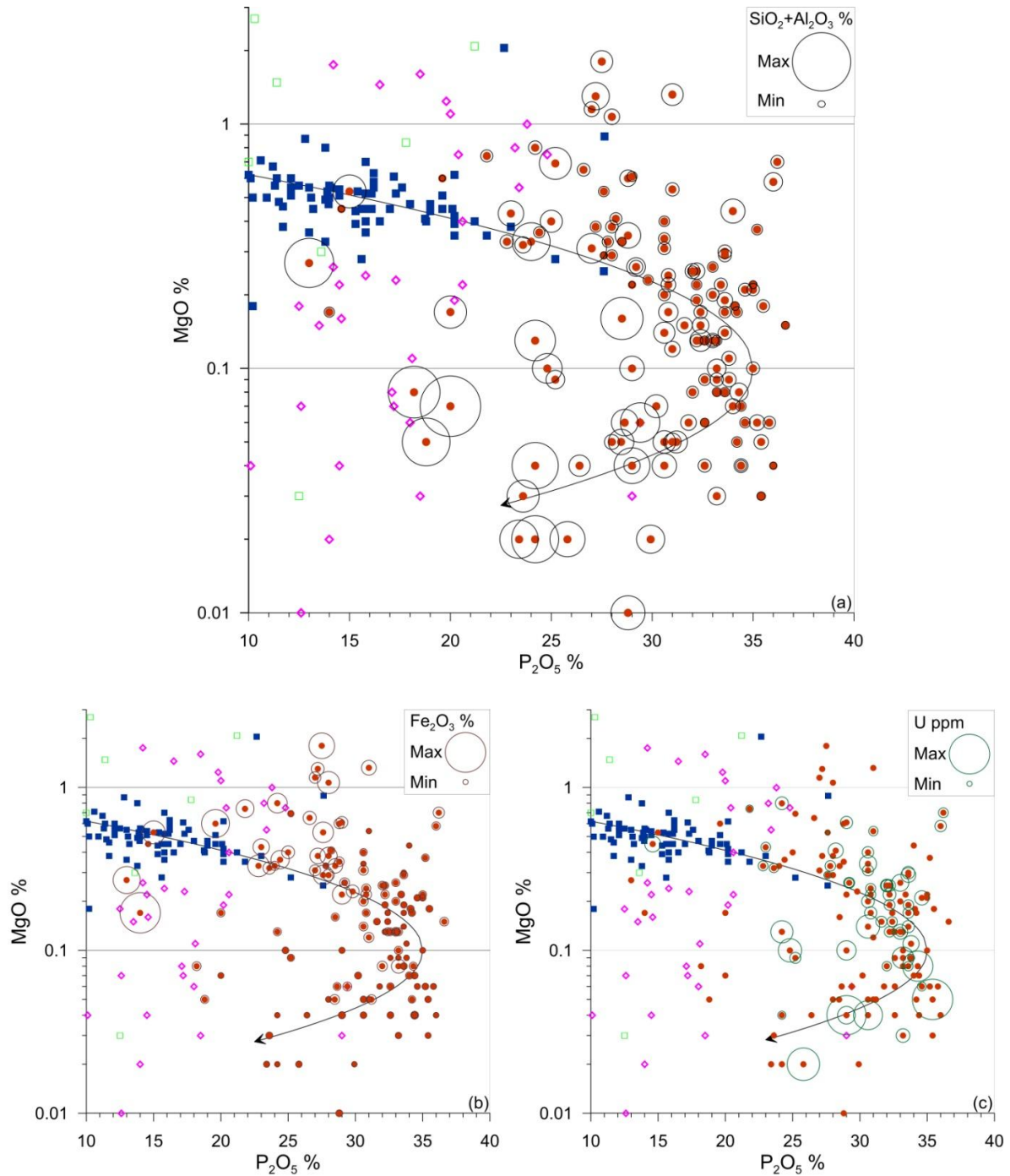


Figura 3.9 – Diagrama de dispersão do par P<sub>2</sub>O<sub>5</sub>/MgO em FPA e representação dos teores com o tamanho dos símbolos (a) Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> + SiO<sub>2</sub>; (b) Fe<sub>2</sub>O<sub>3</sub> e (c) U. FPB - quadrados, FPA - círculos, CM – losangos e sobFPB – quadrados abertos.

As amostras associadas ao primeiro troço (MgO > 0,1), com tendência negativa a partir de FPB para FPA, podem ser o reflexo da diminuição na disponibilidade de Mg<sup>2+</sup> (conjuntamente com um aumento em PO<sub>4</sub><sup>3+</sup>, Ca<sup>2+</sup> e F) no ambiente, o que, de acordo com Sheldon (1981) referindo-se a Atlas (1975), contribui para a redução da solubilidade da apatite, favorecendo assim a sua precipitação. O segundo troço (MgO < 0,1) é composto principalmente por amostras dos níveis superiores do FPA enriquecido

em quartzo e minerais de fosfato alumino-cálcico, tais como a crandalite,  $\text{Ca}_2\text{Al}_6(\text{PO}_4)_4(\text{OH})_{10}2\text{H}_2\text{O}$  (devido aos processos de intemperismo *in situ*), diluindo progressivamente (seguindo a seta na figura 3.8) o conteúdo em  $\text{P}_2\text{O}_5$  e Mg. Além disso, o grupo de amostras de *FPA* com teor em  $\text{Fe}_2\text{O}_3$  elevado mostra aparente correlação positiva entre MgO e  $\text{P}_2\text{O}_5$ , como pode ser visto no gráfico da figura 3.9(b), sugerindo que quando os compostos de ferro são formados durante os processos diagenéticos / intemperismo no *FPA* poderão sequestrar algum magnésio.

### 3.6 ANÁLISE EM COMPONENTES PRINCIPAIS

A Análise em Componentes Principais (ACP) é um método de análise multivariada de variáveis contínuas proposto por Pearson (1901), que é amplamente utilizado graças aos avanços na computação verificados nos últimos anos, sendo geralmente incluído nos pacotes de software estatístico. É amplamente utilizada nas geociências, em particular para facilitar a compreensão de grandes conjuntos de dados no contexto da prospecção geoquímica (por exemplo: Jimenez-Espinosa *et al*, 1993; Batista *et al*, 2001; Garcia Pereira *et al*, 2003; Reis *et al*, 2003) ou no contexto de estudos ligados a questões ambientais (por exemplo: Boruvka *et al*, 2005; Tavares *et al*, 2008) ou questões no âmbito de outras ciências da terra (por exemplo: Carranza-Edwards *et al*, 2005).

O propósito da ACP é fundamentalmente a redução da dimensionalidade de um conjunto de dados, baseada na exploração da dependência entre as variáveis originais. A ideia da ACP consiste em substituir as  $n$  variáveis originais por um conjunto de  $n$  variáveis não correlacionadas (componentes principais CPs), que retêm a variância original do conjunto de dados, e que estão dispostas de tal maneira que as primeiras contêm a maior parte da variação presente em todas as variáveis originais (Jolliffe, 2002). De facto, a primeira componente principal contém, o máximo possível da variância dos dados, a segunda componente contém o máximo possível da variância residual da primeira e assim sucessivamente. Idealmente, as primeiras CPs representam os principais processos subjacentes responsáveis pelas correlações entre as variáveis originais que são mais importantes na definição das CPs.

A ACP foi realizada com as 247 amostras com teor em  $\text{P}_2\text{O}_5$  superior a 10% e oito variáveis ( $\text{P}_2\text{O}_5$ ,  $\text{Al}_2\text{O}_3$ ,  $\text{SiO}_2$ , CaO, MgO,  $\text{Fe}_2\text{O}_3$ , F e  $\text{CO}_2$ ). Os resultados são apresentados nas tabelas 3.4 e 3.5 e nas figuras 3.10 e 3.11.

Tabela 3.4 – Valores próprios das oito CPs resultantes da ACP. Os valores próprios &gt;1 estão assinalados a vermelho.

Componentes	Valor próprio	% Variância Total	% Variância Total Acumulada
CP1	<b>3,047</b>	<b>38,091</b>	<b>38,091</b>
CP2	<b>2,337</b>	<b>29,214</b>	<b>67,305</b>
CP3	<b>1,208</b>	<b>15,094</b>	<b>82,399</b>
CP4	0,571	7,142	89,541
CP5	0,514	6,423	95,964
CP6	0,186	2,319	98,282
CP7	0,111	1,394	99,676
CP8	0,026	0,324	100

Tabela 3.5 – Coeficientes de correlação entre as oito variáveis geoquímicas (medidas em 247 amostras da mineralização de fosfatos de Farim-Saliquinhé) e nas cinco primeiras CPs. As correlações mais elevadas em valor absoluto estão a vermelho.

Variáveis	CP1	CP2	CP3	CP4	CP5	CP6	CP7	CP8
P <sub>2</sub> O <sub>5</sub>	0,36	<b>0,87</b>	-0,04	-0,20	-0,09	-0,15	0,20	0,04
SiO <sub>2</sub>	<b>0,75</b>	-0,37	-0,08	0,09	0,54	-0,02	0,03	0,07
Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	<b>0,65</b>	-0,51	-0,30	-0,30	-0,36	0,09	-0,06	0,07
Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	0,48	-0,02	<b>0,75</b>	0,40	-0,24	0,02	0,02	0,04
MgO	-0,28	-0,36	<b>0,72</b>	-0,49	0,12	-0,07	-0,01	0,00
CaO	<b>-0,87</b>	0,44	-0,05	0,06	0,03	-0,09	-0,14	0,10
F	0,31	<b>0,86</b>	0,17	-0,15	0,14	0,30	-0,07	0,00
CO <sub>2</sub>	<b>-0,88</b>	-0,36	-0,02	0,03	0,01	0,22	0,20	0,04

As três primeiras CP explicam 82,4% da variância total, sendo estes os únicos que mostram um valor próprio > 1 (tabela 3.4). Isto significa que as restantes CP, consideradas em conjunto, explicam um valor inferior a 20% da variância total, enquanto que cada uma delas explica uma variância que equivale a um valor inferior ao de uma variável original.

A CP1, que explica 38,1% da variância total, junta essencialmente CaO e CO<sub>2</sub>, em oposição a SiO<sub>2</sub> e Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> (tabela 3.5); a CP2, que explica 29,2% da variância total, junta essencialmente P<sub>2</sub>O<sub>5</sub> e F em oposição a Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> e, finalmente, a CP3 que explica 15,1% da variância total, junta o Fe<sub>2</sub>O<sub>3</sub> com o MgO. Verifica-se ainda que o par de variáveis P<sub>2</sub>O<sub>5</sub> e F são os que apresentam correlação mais semelhante com os eixos, por isso também têm a maior correlação entre si.

Para detalhar os resultados apresentam-se nas figuras 3.10 e 3.11 a projecção das amostras e das variáveis no plano factorial CP1/CP2 e CP1/CP3 (primeiro e segundos planos factoriais) juntamente com os respectivos histogramas de frequências das CP1, CP2 e CP3.

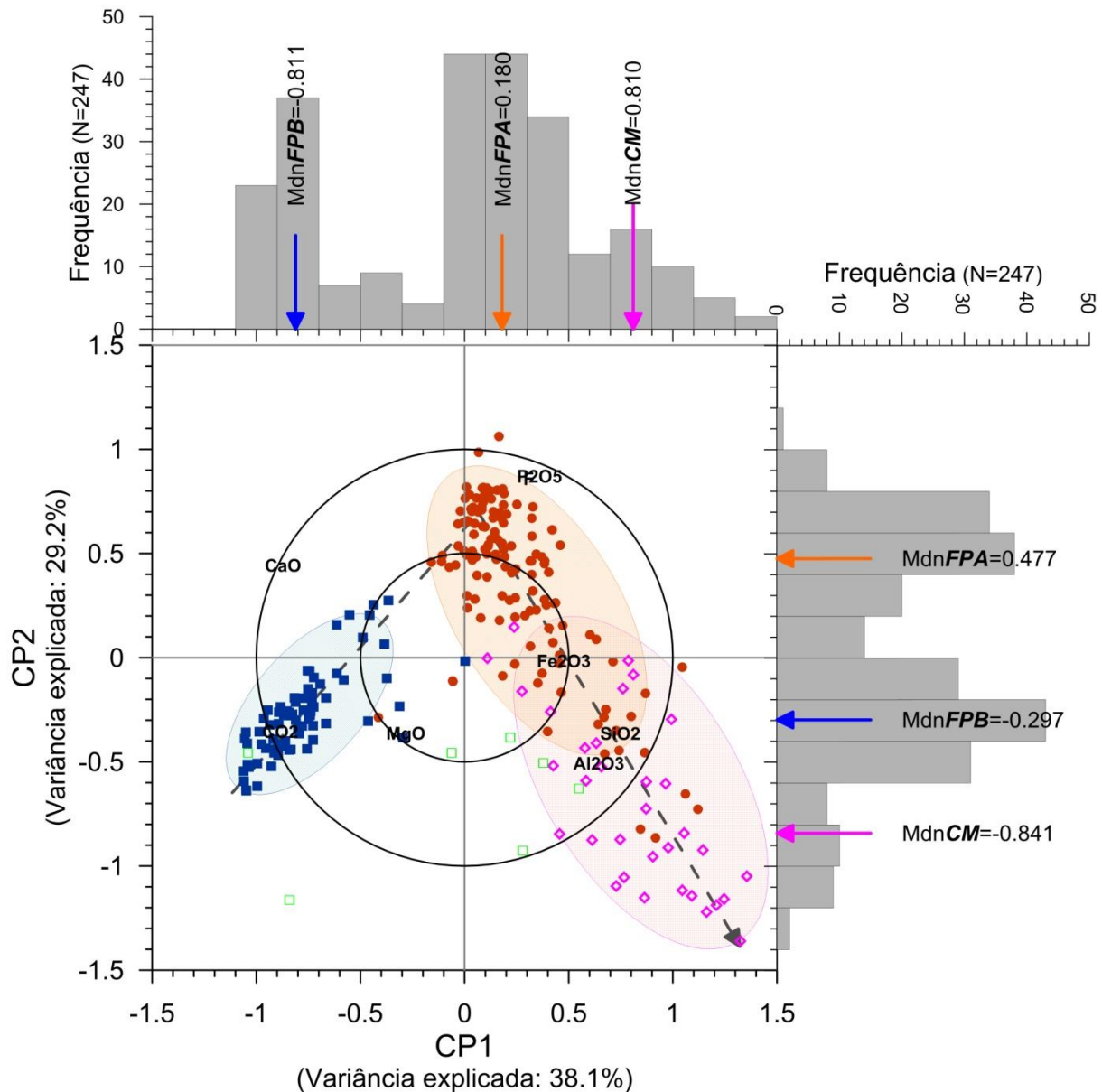


Figure 3.10 – Plano CP1/CP2, incluindo as projecções das oito variáveis (coeficientes de correlação) e das 247 amostras. São também apresentados os histogramas das CPs com indicação da mediana (Mdn) para cada conjunto de amostras (*CM*, *FPA*, *FPB*). (legenda: *FPB* – quadrados azuis; *FPA* - círculos vermelhos, *CM* - losangos rosa; *sobFPB* - quadrados verdes).

Na figura 3.10 observa-se que o plano CP1/CP2 é muito eficaz a separar o conjunto de amostras de *FPB* (rico em  $\text{CO}_2$  e  $\text{CaO}$ ) do conjunto composto por *FPA* (rico em  $\text{P}_2\text{O}_5$  e  $\text{F}$ ) + *CM* (enriquecido em  $\text{Al}_2\text{O}_3$  e  $\text{SiO}_2$ ). É possível que esta separação traduza a presença do *hardground* na parte superior do membro *FPB*, como foi referido por Prian *et al* (1987), acima do qual o *FPA*, enriquecido em  $\text{P}_2\text{O}_5$ , se desenvolveu. Na verdade, a linha imaginária (linha cinza a tracejado na figura 3.10) que pode ser traçada a partir das amostras *FPB* em direcção ao núcleo das amostras *FPA* poderá ser interpretada como transição entre as amostras *FPB* (enriquecidas em  $\text{CO}_2$  e relativamente empobrecidas em  $\text{P}_2\text{O}_5$ ) e as amostras *FPA* (enriquecidas em  $\text{P}_2\text{O}_5$  e empobrecidas em  $\text{CO}_2$ ) sendo que a lacuna observada entre

estes dois conjuntos de amostras pode ser vista como a barreira físico-química interpretada como o *hardground* acima mencionado.

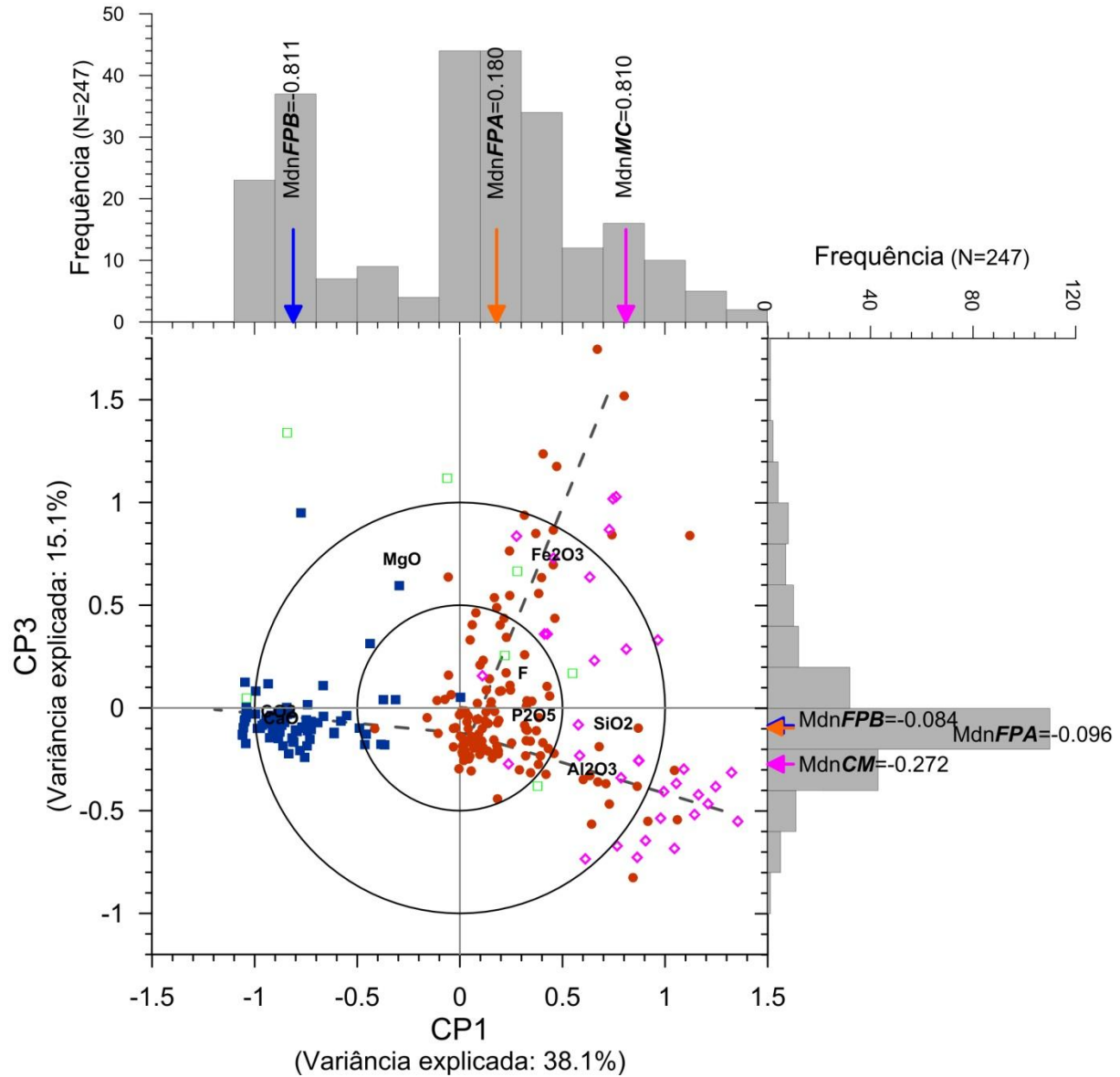


Figure 3.11 – Plano factorial CP1/CP3, incluindo as projecções das oito variáveis e das 247 amostras. São também apresentados os histogramas das CPs com indicação da mediana (Mdn) para cada conjunto (CM, FPA, FPB). (legenda: FPB – quadrados azuis; FPA por círculos vermelhos, CM por losangos rosa; sobFPB por quadrados verdes).

A passagem difusa observada na figura 3.10 entre as amostras FPA e as CM resulta do elevado teor de  $Al_2O_3$  e / ou  $SiO_2$  em algumas amostras FPA, tornando-as quimicamente mais próximas das amostras CM, em consequência dos processos de alteração pedogénica que afectou parte do FPA (Eocénico superior) e, de forma mais intensa, o CM (Eocénico superior - Oligocénico inferior); por outro lado,

esta proximidade observada entre o *FPA* e o *CM* sugere que parte do membro *FPA* (e o topo do *FPB*?) pode ter sido retomado durante o Oligocénico inferior, eventualmente dando origem a alguns níveis de teor elevado em  $P_2O_5$  existentes no *CM*.

Já o plano CP1/CP3 (figura 3.11) permite distinguir dois sub-grupos de amostras no interior do amplo conjunto *FPA+CM*: 1) um composto por amostras enriquecidas em  $Fe_2O_3$  (e  $MgO$ ), onde predominam amostras *FPA* (e em menor grau *CM*), e 2) um outro com amostras enriquecidas em  $Al_2O_3 + SiO_2$ , essencialmente *CM* (e em menor grau *FPA*). É possível que estes dois sub-grupos reflectam dois processos principais de alteração pedogénica, o primeiro induzindo a neogénese local de cimento de siderite e a segunda provocando a transformação de montmorilonite em caulinite, o aumento de quartzo e a formação de fosfatos de alumínio e de alumínio-cálcio, tal como referido por Prian *et al* (1987).

### 3.7 ANÁLISE GRUPAL

A análise grupal considerou o conjunto de oito variáveis ( $P_2O_5$ ,  $CaO$ ,  $SiO_2$ ,  $Al_2O_3$ ;  $Fe_2O_3$ ,  $MgO$ ,  $F$  e  $CO_2$ ) medidas nas 247 amostras com teor em  $P_2O_5$  superior a 10%. Pretendeu-se avaliar a coerência dos três conjuntos *a priori* - *FPB*, *FPA* e *CM* - e eventualmente re-classificar algumas amostras com base nestes resultados. Refira-se ainda que não se pretende pôr em causa a classificação lito-geológica das amostras previamente estabelecida por Prian e outros (BRGM, 1983, Prian *et al*, 1987) mas integrar a informação geoquímica disponível numa classificação coerente na perspectiva de melhorar a modelação 3D de teores e o respectivo zonamento.

Optou-se pelo algoritmo *k-Means clustering*. Este algoritmo assume no início *k clusters* (ou grupos) compostos por objectos escolhidos aleatoriamente; em cada iteração são transferidos objectos entre os *k* grupos tendo por objectivo minimizar a variabilidade intra-grupo e maximizar a variabilidade inter-grupo.

Neste caso de estudo pretende-se que as 247 amostras sejam arrumadas em três grupos ( $k=3$ ) tão distintos quanto possível. A escolha de  $k=3$  deve-se ao facto de existirem três conjuntos principais de amostras (*FPB*, *FPA*, *CM*); o quarto conjunto (*subFPB*) não foi tido em conta quanto ao número de grupos a distinguir por apresentar poucas amostras ( $N=7$ ).

Da análise grupal por *k-Means* (resultados na tabela 3.6 e no anexo I) resultou a formação dos grupos A ( $N=125$ ), B ( $N=72$ ) e C ( $N=50$ ), os quais coincidem em grande parte com os conjuntos de amostras *FPA* ( $N=132$ ), *FPB* ( $N=75$ ) e *CM* ( $N=33$ ).

Tabela 3.6 – Estatísticos dos três grupos definidos por análise grupal *k-means*

	Grupo A (N=125)			Grupo B (N=72)			Grupo C (N=50)		
	Média	Desvio padrão	Variância	Média	Desvio padrão	Variância	Média	Desvio padrão	Variância
<b>Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub></b>	2,73	2,93	8,60	0,80	0,66	0,44	15,48	9,79	95,89
<b>CaO</b>	40,39	5,29	27,98	48,75	3,40	11,55	17,89	7,85	61,68
<b>CO<sub>2</sub></b>	2,48	2,01	4,05	24,31	5,75	33,11	0,99	0,59	0,35
<b>F</b>	2,32	0,58	0,34	0,96	0,48	0,23	1,23	0,68	0,47
<b>Fe<sub>2</sub>O<sub>3</sub></b>	4,92	4,24	17,94	1,07	1,77	3,13	6,77	6,86	47,04
<b>MgO</b>	0,29	0,31	0,10	0,56	0,34	0,11	0,35	0,50	0,25
<b>P<sub>2</sub>O<sub>5</sub></b>	29,89	4,79	22,98	15,24	3,54	12,56	19,26	5,57	31,02
<b>SiO<sub>2</sub></b>	10,57	4,59	21,08	4,00	1,94	3,75	26,91	11,89	141,32

O grupo *A* resultante da análise grupal é composto por 115 amostras *FPA* (87% das 132), 5 *FPB*, 3 *CM* e 2 *sobFPB*; o grupo *B* é composto por 70 amostras *FPB* (93% das 75) e 2 *sobFPB*; e o grupo *C* é composto por 30 amostras *CM* (91% das 33), 17 *FPA* (13% das 132) e 3 *sobFPB*. Os grupos *A* e *B* correspondem, quase exclusivamente, a *FPA* e *FPB* respectivamente, enquanto que o grupo *C* inclui quase todas as amostras de *CM* e as restantes 17 amostras de *FPA* que não estão incluídos no grupo *A*. As 17 amostras *FPA* presentes no grupo *C*, essencialmente colhidas no topo do membro *FPA* (em 15 furos diferentes) são, muito provavelmente, um conjunto de amostras representativas do *FPA* que foi submetido a processos pedogenéticos, tornando-se assim enriquecido em SiO<sub>2</sub> e/ou Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> e/ou Fe<sub>2</sub>O<sub>3</sub>.

Na figura 3.12 são apresentados os resultados da ACP (figuras 3.9 e 3.10), mas com as amostras referenciadas com nova classificação, para melhor percepção das alterações promovidas pela reclassificação (*FPA*, *FPB*, *CM* respectivamente em *A*, *B*, *C*) após a análise grupal por *k-Means* efectuada. A diferenciação entre os grupos *A* e *C* é mais clara do que entre os conjuntos *FPA* e *CM*, em ambos os planos factoriais. Já a diferenciação entre os grupos *A* e *B* não parece ter melhorado comparativamente à já existente entre os conjuntos *FPA* e *FPB*.

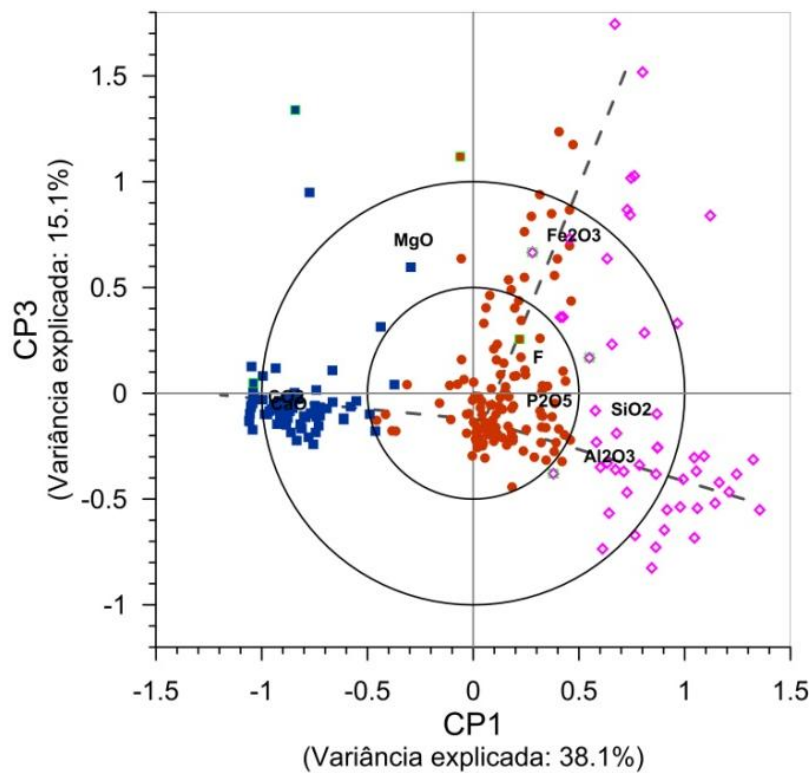
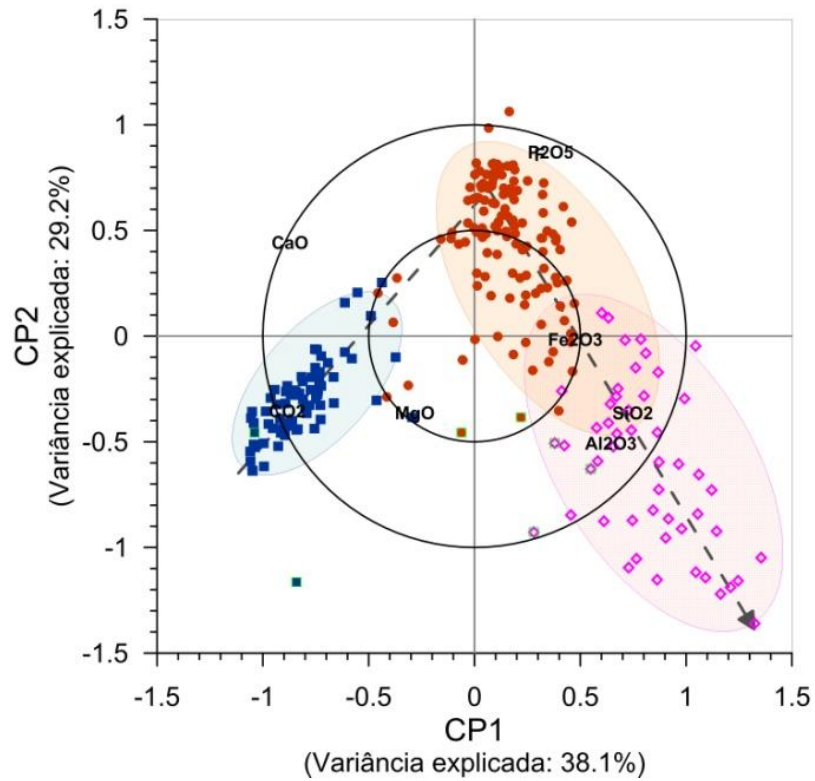


Figura 3.12 – Resultados da ACP apresentada nas figuras 3.10 e 3.11 mas com as amostras referenciadas segundo os resultados da análise grupal: A - círculos vermelhos; B - quadrados azuis; C - losangos rosa.

### 3.8 SÍNTESE DE RESULTADOS

Foi efectuado um estudo estatístico detalhado, incluindo análise estatística univariada, bivariada e multivariada (ACP e análise grupal), dos resultados geoquímicos ( $P_2O_5$ ,  $SiO_2$ ,  $Al_2O_3$ ,  $Fe_2O_3$ ,  $CaO$ ,  $MgO$ ,  $F$  e  $CO_2$ ) de 247 amostras colhidas em 69 sondagens que cortam a mineralização de fosfatos de Farim-Saliquinhé. Esta análise estatística serviu para clarificar a distribuição e comportamento de cada elemento / óxido estudado e da relação entre eles, quer ao nível de todo o conjunto de 247 amostras (*Todas*) quer em cada conjunto parcial de amostras (*FPB*, *FPA* e *CM*). Os resultados reforçam e enriquecem as interpretações anteriores de Prian *et al* (1987).

A comparação entre os conjuntos de amostras *FPB*, *FPA* e *CM*, mostra que do ponto de vista geoquímico existe entre eles várias diferenças, a saber: (a) os teores elevados em  $CO_2$ ,  $CaO$  e  $MgO$  e baixos em  $Fe_2O_3$ ,  $SiO_2$  e  $Al_2O_3$  no conjunto *FPB*; (b) os teores elevados em  $P_2O_5$ ,  $F$  (e  $U$ ) no conjunto *FPA* e (c) os teores elevados em  $SiO_2$  e  $Al_2O_3$  e baixos em  $CaO$  e  $CO_2$  no conjunto *CM*.

Os resultados sugerem que as fácies de fosfato da mineralização de Farim-Saliquinhé são empobrecidas em  $F$  (em cerca de  $-0,3\%$ ) em relação a outros depósitos de fosfato sedimentares conhecidos. Esta conclusão baseia-se na análise da correlação  $F/P_2O_5$  e respectivo gráfico.

No contexto do presente trabalho, a análise grupal efectuada e a análise de componentes principais são ambas eficazes na (i) discriminação entre amostras do *FPA* e do *FPB* e (ii) separação das amostras do *FPA* que não sofreram processos pedogénicos das restantes amostras *FPA* que conjuntamente com as amostras *CM*, foram sujeitas a estes processos de alteração. Além disso, a ACP também permite individualizar dois grupos de amostras do super conjunto *CM + FPA*, cada um deles afectado por diferentes processos pedogénicos.

A clara discriminação obtida a partir dos resultados deste estudo estatístico indicam que este é um método alternativo mais consistente (utiliza oito em vez de duas variáveis) e eficaz ao usado por Prian *et al* (1987) - baseado exclusivamente na relação  $CaO/P_2O_5$  e respectivo gráfico (ver figura 3.8, adaptado de Prian *et al*, 1987) – para a diferenciação entre os três membros *FPB*, *FPA* e *CM* (incluindo *FPO*) da mineralização de fosfato de Farim-Saliquinhé. Além disso, o plano CP1/CP3 da ACP (figura 3.11) distingue dois grupos de amostras (a partir do conjunto de *FPA + CM*), um enriquecido em  $Fe_2O_3$  (e  $MgO$ ) e outro em  $Al_2O_3$  e  $SiO_2$ .

Estes resultados serão usados para realizar a nova avaliação das reservas de minério e simulação de imagens de teores. Concretamente, os resultados da análise multivariada permitem simular cenários da distribuição espacial 3D do minério fosfatado condicionais a histogramas locais por região correspondentes aos grupos da análise grupal homólogos das formações geológicas *CM*, *FPA* e *FPB*.

## 4. FUNDAMENTOS TEÓRICOS GEOESTATÍSTICOS

### 4.1 INTRODUÇÃO

A geoestatística consiste num conjunto de modelos de análise e previsão de fenómenos em contexto espacial e/ou temporal.

De acordo com a distribuição espacial dos dados, ou seja a sua organização no espaço, a geoestatística pretende caracterizar a distribuição espacial das grandezas dos fenómenos e avaliar a incerteza das medidas, tendo em conta a maior ou menor variabilidade do fenómeno espacial, a qualidade das amostras, e o maior ou menor grau de conhecimento que se tem do fenómeno (Soares, 2000).

Os primeiros desenvolvimentos da geoestatística devem-se a Matheron, nos anos 60, com a caracterização de depósitos minerais. Posteriormente, surgiram aplicações no âmbito dos reservatórios de petróleo, recursos naturais e problemas ambientais, dado que todos estes fenómenos são caracterizados por variáveis que se regem pelos mesmos princípios estatísticos.

Em termos muito resumidos, a utilização de metodologias geoestatísticas envolve os seguintes pontos:

- a) **Análise exploratória de dados;**
- b) **Análise estrutural** (cálculo e modelação de variogramas);
- c) **Previsão** (estimação por krigagem ou simulação).

O paradigma básico da geoestatística é converter o valor hipotético  $z$  de cada localização não amostrada numa realização de uma variável aleatória (VA)  $Z$ , cuja lei de distribuição permite entender e modelar a variabilidade espacial.

Uma variável aleatória pode assumir um conjunto de respostas de acordo com uma lei de distribuição de probabilidade. Se for apresentada pela letra maiúscula  $Z$ , os resultados são apresentados pelo seu homólogo minúsculo  $z$ . A VA ( $Z$ ) ou, mais especificamente, a lei de distribuição, é dependente do local, por isso refere-se normalmente ( $u$ ) sendo  $u$  a localização. A VA também depende da informação conhecida, isto é, a lei de distribuição altera-se quando a informação sobre o ponto ( $u$ ) não amostrado se torna mais rica.

As VA podem ser do tipo categórico ou contínuo. Alguns exemplos do primeiro tipo são, por exemplo, a litologia e a cor. Exemplos de variáveis do tipo contínuo são as propriedades petrofísicas (porosidade, permeabilidade e densidade), teores e propriedades geográficas que descrevem a morfologia (elevação do terreno, profundidade e espessura).

A função de distribuição cumulativa ( $f_{dc}$ ) de uma variável aleatória contínua ( $u$ ) é expressa por:

$$F(u; z) = \text{prob } Z(u) \leq z$$

Quando a *fdc* é expressa para uma localização  $u$ , tendo em consideração um conjunto de  $n$  amostras vizinhas de  $u$ ,  $(u_\alpha) = z(u_\alpha), \alpha = 1, \dots, n$  utiliza-se a notação “condicional a”:

$$F(u; z|(n)) = \text{prob } Z(u) \leq z|(n)$$

Na geoestatística, a maior parte da informação relacionada com uma localização não amostrada ( $u$ ) é proveniente de amostras vizinhas  $u'$  do mesmo atributo  $z$  ou então de outro atributo  $y$  com o qual existe correlação. Assim, é importante modelar o grau de correlação ou dependência entre as VA  $(u_\alpha) = z(u_\alpha), \alpha = 1, \dots, n$  e  $(u_\beta) = y(u_\beta), \beta = 1, \dots, n'$ .

Uma função aleatória FA é um conjunto de VA definidas na mesma área de estudo  $z(u), u \in \text{área de estudo}$ .

Tal como uma VA é caracterizada pela sua *fdc*, uma FA é caracterizada pelo conjunto das *K-fdc* para qualquer número  $K$  de localizações,  $k = 1, \dots, K$ .

$$F(u_1, \dots, u_k; z_1, \dots, z_k) = \text{prob } Z(u_1) \leq z_1; \dots, Z(u_k) \leq z_k$$

Tal como a *fdc* univariada da VA ( $u$ ) destina-se a caracterizar a incerteza do valor ( $u$ ), a *fdc* multivariada é utilizada para caracterizar a incerteza conjunta dos  $K$  valores  $z(u_1), \dots, z(u_k)$ .

Os métodos geoestatísticos têm em conta que as VA a estudar apresentam simultaneamente:

- Um carácter aleatório, isto é, à pequena escala tem flutuações aleatórias;
- Um carácter estruturado e, por isso, previsível do fenómeno em estudo (geologia do depósito, dispersão de teores).

A componente aleatória pode ser mais ou menos predominante, associada à variabilidade do fenómeno e à sua amostragem, como sejam os erros decorrentes da recolha dos dados; ou a existência de diferentes tipos de procedimento para a quantificação do mesmo atributo.

A geoestatística estabelece que a média e variância da diferença dos valores de uma variável entre pares de pontos (amostras) é similar na área em estudo e depende apenas da distância e da orientação dos pares de pontos. Este conceito base tem a designação de estacionaridade (de 2ª ordem), e é o conceito fundamental que é necessário assumir em geoestatística.

Pode-se assim referir que a principal diferença entre a estatística e a geoestatística é que a primeira assume os valores das amostras e não toma em conta a localização em que esses dados foram

amostrados, e a segunda considera a localização espacial de cada amostra na análise com as amostras vizinhas.

Surge assim o conceito de variável regionalizada, que é a variável cujo valor numa localização do jazigo é função da magnitude e do suporte (volume, forma e orientação). Exemplos característicos de variáveis regionalizadas que podem ser trabalhadas com a geoestatística são, por exemplo, a espessura de um corpo mineralizado, a densidade aparente, parâmetros físicos da rocha como a porosidade, etc..

Dada a impossibilidade de avaliar totalmente, no espaço e/ou no tempo, a distribuição da propriedade em estudo, opta-se geralmente por efectuar a sua caracterização com base num conjunto limitado de dados, obtidos por amostragem também limitada, sendo a sua densidade determinada em função do objectivo em causa.

A recolha de dados desta natureza apresenta características específicas, associadas a um determinado grau de incerteza ligado ao conhecimento, sendo únicos como realizações espaciais o que impossibilita a repetição da observação num dado espaço e momento.

A metodologia base da geoestatística consiste, por um lado, num conjunto de instrumentos estatísticos que quantificam a continuidade espacial da grandeza em estudo e, por outro lado, em modelos de interpolação espacial que têm em conta a sua variabilidade estrutural e em modelos de simulação estocástica que quantificam a incerteza ligado ao fenómeno espacial (Soares, 2000).

Os modelos de geoestatística, utilizados na modelização de fenómenos espaciais, resultam na associação do comportamento dos recursos minerais e dos fundamentos teóricos da matemática e da estatística, em particular da teoria das funções aleatórias. Note-se que as FA consistem no modo mais apropriado para representar a incerteza, característica associada aos fenómenos naturais e concretamente aos recursos minerais.

Assim, a escolha de um determinado modelo geoestatístico tem por base o estudo e conhecimento do fenómeno natural em causa, incorporando-se a sua componente espacial na caracterização destes fenómenos. Os métodos geoestatísticos aplicam-se às áreas do planeamento, do ordenamento e da valorização e monitorização do recurso natural.

A validação dos modelos geoestatísticos, utilizados na caracterização dos recursos, terá necessariamente de ser efectuada à *posteriori*, mediante o cruzamento entre os resultados obtidos através da modelização e o conhecimento, científico e comum do recurso em causa, que determina um maior ou menor afastamento dos resultados à realidade.

## 4.2 ANÁLISE DE CONTINUIDADE ESPACIAL

### 4.2.1 VARIOGRAMA E COVARIÂNCIA ESPACIAL

Nesta fase interessa abordar os instrumentos geoestatísticos de medida da continuidade espacial das características do recurso objecto de estudo. Estas medidas cumprem fundamentalmente dois objectivos: por um lado, caracterizam e quantificam o modo como a variável em estudo se comporta no espaço, fornecendo-nos o grau de continuidade espacial e o seu modo de dispersão, ou seja, a sua análise estrutural, e por outro, servem de base aos processos de estimação e simulação.

A dependência entre as observações pode ser calculada com a ferramenta semi-variograma, que é uma medida da correlação espacial entre as observações em função de um vector  $h$ . O semi-variograma experimental  $\gamma h$  é calculado pela semi-soma dos quadrados das diferenças entre pares de medições segundo a direcção do vector  $h$  e distanciados de  $h$ , onde  $N h$  é o número de pares de amostras separadas por um vector  $h$ .

$$\gamma h = \frac{1}{2N(h)} \sum_{\alpha=1}^{N(h)} (z u_{\alpha} - z(u_{\alpha} + h))^2$$

Fixada a direcção, ou classe de direcções, os valores de  $\gamma h$  representam-se num gráfico em função da distância (módulo do vector  $h$ ). O incremento de  $\gamma h$ , com a distância, depende do gradiente ou da velocidade com que a influência de uma amostra diminui com a distância. Quando  $\gamma h$  estabiliza atinge-se a chamada distância máxima de correlação ou zona de influência de uma amostra.

Outra medida de continuidade espacial é a covariância espacial que é calculada pela seguinte fórmula:

$$C h = \frac{1}{N(h)} \sum_{\alpha=1}^{N(h)} z u_{\alpha} \cdot z u_{\alpha + h} - m_{-h} \cdot m_{+h}$$

Sendo  $m_{-h} = \frac{1}{N(h)} \sum_{i=1}^{N(h)} z u_i$  e  $m_{+h} = \frac{1}{N(h)} \sum_{i=1}^{N(h)} z u_i + h$  as médias à esquerda e à direita para o vector  $h$ , respectivamente.

A covariância espacial  $c h$  relaciona-se com o variograma  $\gamma h$  da seguinte forma,  $\gamma h = C(0) - C h$  onde  $C(0) = C h = 0$  é a variância estatística da população.

**4.2.2 AJUSTAMENTO DE MODELOS TEÓRICOS**

Os variogramas experimentais calculados para várias direcções, a partir da informação disponível, permitem fazer a análise da estrutura de continuidade da variável em estudo.

Estes variogramas experimentais podem ser interpretados como estimadores de um modelo teórico global, calculado apenas para alguns intervalos de distância e de direcção.

Por esta razão, o semi-variograma experimental deve ser ajustado por uma função teórica que cumpra o requisito de ser definida positiva (figura 4.1).

O modelo teórico final pode ser definido por uma única função, ou por uma soma de funções teóricas, dado que a soma de duas funções definidas positivas é ainda uma função definida positiva. Pode ser isotrópico ou anisótropo, conforme é constante ou não, segundo as várias direcções.

A função mais comum tem a designação de esférica ou de Matheron. Tem um comportamento crescente mais acentuado para as menores distâncias e depois mais lentamente até atingir o patamar.

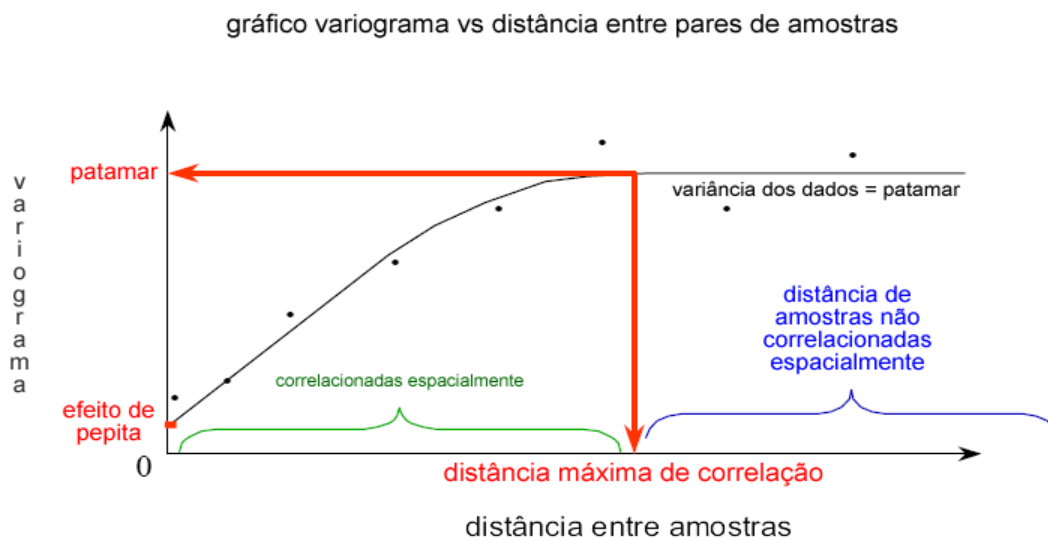


Figura 4.1 – Nomenclatura utilizada na representação do variograma

$$\gamma^*(h) = \begin{cases} C \left( 1,5 \frac{h}{a} - 0,5 \frac{h^3}{a^3} \right) & \text{para } h \leq a \\ C & \text{para } h > a \end{cases}$$

Onde  $C$  é o patamar (variância estatística dos dados),  $a$  é a amplitude ou distância máxima de correlação e  $h$  é a distância.

Outra função muito utilizada é o modelo exponencial.

$$\gamma^* h = C \cdot \text{Exp} \frac{h}{a} = C \cdot \left( 1 - \text{Exp} -\frac{h}{a} \right)$$

Para todos os modelos pode ainda considerar-se o chamado efeito de pepita ( $C_0$ ).

O efeito de pepita é um indicador da variabilidade da variável em estudo, à pequena escala como seja, na prática, para todas as distâncias inferiores ao menor espaçamento da malha de amostragem.

Graficamente, o efeito de pepita corresponde à ordenada na origem do gráfico de representação do semi-variograma em função da distância (figura 4.1). Teoricamente pode variar entre 0 (ausência de efeito de pepita) e o patamar do variograma (efeito de pepita puro).

### 4.3 ESTIMAÇÃO POR KRIGAGEM

Krigagem é o nome genérico de uma família de interpoladores que permite ter em conta a dependência espacial entre as observações na previsão de uma localização não amostrada.

O nome de krigagem designa um conjunto de algoritmos de regressão linear, com base num critério de mínimos quadrados, em homenagem ao investigador Daniel Krige que se apercebeu, durante o seu trabalho de prospecção em minas na África de Sul, que a variância de dispersão dos teores reais de ouro num painel de pesquisa de uma mina é sempre mais fraca que a variância de dispersão dos resultados de uma amostragem interior, estando subjacente um erro sistemático da sobrestimação dos painéis ricos e subestimação dos pobres (Sousa e Muge, 1990).

Basicamente, a ideia da estimação de uma qualquer localização  $u$  é considerar uma combinação linear de um conjunto de amostras vizinhas ( $u$ ). O estimador de krigagem simples (KS) para uma localização  $u$  é dado por:

$$Z_{KS}^* - m u = \sum_{\alpha=1}^{n(u)} \lambda_{\alpha} u Z u_{\alpha} - m(u_{\alpha})$$

Onde  $(u)$  representa a VA na localização  $u$ ,  $u_{\alpha}$  são as localizações amostradas,  $m u = E Z(u)$  representa a média da VA  $Z(u)$  e  $\lambda_{\alpha} u$  são os ponderadores de krigagem atribuídos às amostras  $z u_{\alpha}$  que foram seleccionadas segundo um critério de vizinhança.

Os ponderadores  $\lambda_{\alpha} u$  são obtidos com a resolução do seguinte sistema de equações:

$$\sum_{\beta=1}^n \lambda_{\beta} u \cdot C u_{\beta}, u_{\alpha} = C u, u_{\alpha}, \alpha = 1, \dots, n$$

O algoritmo de krigagem simples requer o conhecimento prévio das  $n + 1$  médias  $(u)$ ,  $m(u_\alpha), \alpha = 1, \dots, n$  e das covariâncias.

A inferência das médias e das covariâncias referidas implicam, na maior parte das vezes, a assunção da estacionaridade da média (1ª ordem) e das diferenças dos valores (2ª ordem). Assumindo a estacionaridade da média o estimador de krigagem simples assume a seguinte forma:

$$Z_{KS}^* = \sum_{\alpha=1}^{n(u)} \lambda_\alpha u_\alpha + 1 - \sum_{\alpha=1}^{n(u)} \lambda_\alpha u_\alpha \cdot m$$

Algumas das propriedades da krigagem são:

- Exactidão, as estimativas da VR em locais conhecidos são exactamente iguais aos seus valores experimentais;
- Unicidade, os interpoladores de krigagem fornecem uma solução única;
- Variância de krigagem, apenas depende da estrutura espacial da VR e da posição das amostras.

O estimador de krigagem simples, ao assumir uma média estacionária, não se adapta às alterações locais da variável  $(u)$ . Por esta razão o algoritmo de krigagem normal (*ordinary kriging*) é o mais utilizado por ser mais robusto.

#### 4.3.1 KRIGAGEM NORMAL

A krigagem normal ou ordinária (KO) filtra a média do estimador de krigagem simples impondo a condição de soma dos ponderadores igual a um. O resultado é o seguinte estimador:

$$Z_{KN}^* u = \sum_{\alpha=1}^{n(u)} \lambda_\alpha(u) \cdot Z u_\alpha$$

O sistema de krigagem é expresso da seguinte forma:

$$\sum_{\beta=1}^{n(u)} \lambda_\beta(u) \cdot C u_\beta - u_\alpha + \mu u = C u - u_\alpha, \quad \alpha = 1, \dots, n(u)$$

$$\sum_{\beta=1}^{n(u)} \lambda_\beta(u) = 1$$

O sistema de krigagem pode ser expresso em notação matricial como função das covariâncias espaciais ( $h$ ) da variável ( $u$ ):

$$\begin{matrix} C_{11} & C_{12} & \dots & C_{1n} & 1 & \lambda_1 & C_{u1} \\ C_{21} & C_{22} & \dots & C_{2n} & 1 & \lambda_2 & C_{u2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ C_{n1} & C_{n2} & \dots & C_{nn} & 1 & \lambda_n & C_{un} \\ 1 & 1 & \dots & 1 & 0 & \mu & 1 \end{matrix} = \dots$$

Os ponderadores  $\lambda_\alpha$  são, à semelhança da krigagem simples (KS), determinados de forma a minimizar a variância do erro. Contudo, a condição adicional que lhes é imposta (soma igual a um) pede a inclusão de um parâmetro de Lagrange  $\mu$  (Goovaerts, 1977).

Em comparação com a krigagem simples, demonstra-se que a krigagem normal faz a estimação implícita da média em cada localização a estimar ( $u$ ).

$$Z_{KN}^* u = \sum_{\alpha=1}^{n u} \lambda_\alpha u . Z u_\alpha = \sum_{\alpha=1}^{n u} \lambda_\alpha u . Z u_\alpha + 1 - \sum_{\alpha=1}^{n u} \lambda_\alpha (u) . m^*(u)$$

**4.3.2 COKRIGAGEM SIMPLES CO-LOCALIZADA COM COEFICIENTES DE CORRELAÇÃO GLOBAIS**

Se existir uma variável secundária  $Z_2(x)$  considerada superabundante em relação à variável principal  $Z_1(x)$ , o modelo de estimação tem a capacidade de incorporar ambas, desde que exista correlação espacial entre  $Z_1(x)$  e  $Z_2(x)$ . A relação entre os dados principais e secundários é medida pelo coeficiente de correlação  $\rho_{Z_1;Z_2}$ .

A cokrigagem simples co-localizada ultrapassa os problemas da diferença de densidade amostral entre as duas variáveis, utilizando apenas para a estimação o valor da variável auxiliar localizada sobre o ponto que se pretende estimar.

Para aplicar o estimador, a variável  $Z_2(x)$  tem de ser transformada para a média e variância da variável principal  $Z_1(x)$ .

$$Z(x_0)_{cks}^* = m_{global} + \sum_{\alpha=1}^N \lambda_\alpha Z_1 x_\alpha - m_{global} + \lambda_s Z_2 x_0 - m_{global}$$

#### 4.4 ALGORITMOS DE SIMULAÇÃO SEQUENCIAL E SIMULAÇÃO SEQUENCIAL DIRECTA

A simulação geoestatística é, genericamente, um algoritmo destinado a gerar imagens que reproduzem as características do fenómeno em estudo, tais como, a variabilidade do conjunto de amostras; a lei de distribuição da variável em estudo; e a continuidade espacial (Soares, 2000; Goovaerts, 1997). Normalmente, com a simulação não se pretende obter a imagem média ou a mais provável das características de um dado recurso (que é o objectivo da estimação), mas sim um conjunto de imagens equiprováveis, que permitem visualizar diferentes comportamentos extremos das características internas ou morfológicas de um recurso, e simultaneamente quantificar a incerteza local dessas características.

Esta análise é particularmente útil no estudo de comportamentos extremos de uma variável, por exemplo, por um processo tão simples como a contagem, para uma localização  $x$ , do número de imagens em que o valor simulado excede um determinado valor.

Se  $Z^s(x)$  designar o conjunto de valores simulados,  $Z_{x_\alpha}$ ,  $x_\alpha = 1, \dots, n$ , os  $n$  valores experimentais,  $\gamma(h)$  o variograma dos dados,  $\gamma^s(h)$  o variograma dos valores simulados e  $Z(x_0)$  o valor no ponto amostrado  $x_0$ , uma imagem simulada válida deve respeitar:

- O histograma dos dados:

$$\text{prob } Z_{x_\alpha} < z = \text{prob } Z^s(x) < z$$

- O variograma dos dados:

$$\gamma(h) = \gamma^s(h)$$

- Os valores dos dados na localização das amostras:

$$Z_{x_0} = Z^s(x_0)$$

A simulação sequencial é uma família de algoritmos de simulação em que é aplicada a relação de Bayes (Soares, 2000; Goovaerts, 1997).

Considere-se a lei de distribuição conjunta de  $N$  variáveis aleatórias e  $n$  valores condicionantes experimentais:  $F(N) = (Z_1, Z_2, Z_3, \dots, Z_N | n)$ . A simulação de  $(N)$  pode ser realizada a partir da relação de Bayes, em  $N$  etapas consecutivas, e por aplicação de incrementos unitários à informação condicionante:

1. A partir de um caminho aleatório escolhido sobre a área  $A$ , simulação de um valor  $z_1$  considerando a lei de distribuição cumulativa  $Z_1$ . Depois da simulação de  $z_1$ , este valor é adicionado ao conjunto de informação condicionante, que aumenta de  $n$  para  $n + 1$ :  $n + z_1$ ;

## CAPÍTULO 4

2. Simulação de um novo valor  $z_2$  a partir da lei de distribuição de  $Z_2$  baseada nos  $(n + 1)$  valores condicionantes. Este novo valor simulado  $z_2$  é adicionado à informação condicionante, que aumenta agora de  $n + 1$  para  $n + 2$ :  $(n + 1) + z_2$  ;
3. Repetição do processo sequencial até completar a simulação de todas as  $N$  variáveis.

Se se pretender simular a mesma variável, o conjunto de  $N$  variáveis aleatórias  $Z_1, Z_2, Z_3, \dots, Z_N$  pode representar a mesma variável, referenciada espacialmente em  $N$  nós, na área  $A$ . Se considerarmos os  $n$  dados experimentais de informação inicial condicionante, a lei de distribuição conjunta das  $N$  variáveis aleatórias temos:

$$F(N) = ( Z(x_1), Z(x_2), Z(x_3), \dots, Z(x_N) | (n) )$$

Para executar uma simulação sequencial é necessário conhecer as  $N$  leis condicionais de distribuição cumulativa:

$$\begin{aligned} & \text{prob} \{ Z(x_1) < z_1 | (n) \} \\ & \text{prob} \{ Z(x_2) < z_2 | (n + 1) \} \\ & \text{prob} \{ Z(x_3) < z_3 | (n + 2) \} \\ & \dots \\ & \text{prob} \{ Z(x_N) < z_N | (n + N - 1) \} \end{aligned}$$

A maior dificuldade de implementação desta família de métodos é o desconhecimento destas funções em casos práticos. Journel e Alabert (1989), propuseram a utilização da krigagem para estimar estas funções, particularmente a krigagem multigaussiana para a SSG e a krigagem da indicatriz para a SSI. Mais recentemente, Soares (2001), considera a estimação por krigagem simples, com ou sem variáveis secundárias, (deriva externa, com médias locais e cokrigagem colocalizada) para a SSD.

Dado que a sequência de simulação dos  $N$  nós é aleatória, tal como é a geração do valor simulado no próprio ponto (a partir de uma metodologia do tipo Monte Carlo), cada realização é independente. Todas as imagens geradas são equiprováveis, respeitam o histograma condicionante e os dados originais, o que é garante de validade.

A SSG é uma variante de simulação sequencial onde todos os valores da variável em estudo são previamente transformados para uma lei de distribuição gaussiana, segundo a relação  $(x) = [Z(x)]$ , sendo que toda a simulação se desenvolve depois em “ambiente gaussiano” (Journel, 1989). A transformação dos dados para a distribuição original é feita no fim da simulação. Pode-se dizer que se trata de um método paramétrico, no sentido em que se caracterizam localmente, por krigagem, os parâmetros de uma lei de distribuição do tipo gaussiano (média e variância).

No presente trabalho utilizou-se o algoritmo de Simulação e Co-Simulação Sequencial Directa para a modelação dos teores (variável contínua) precisamente porque esta variante de simulação sequencial não necessita de uma pré-transformação dos dados para uma lei gaussiana e porque é muito flexível em ambiente de co-simulação com outras variáveis.

#### 4.4.1 ETAPAS DA SSD E Co-SSD

Considere-se uma malha de blocos ou células com  $N$  localizações ( $x_u$ ) e as variáveis aleatórias principal ou primária  $Z_1(x)$  e secundária  $Z_2(x)$ .

As etapas da SSD para a simulação de  $Z_1(x)$  são as seguintes (Soares, 2001):

- i) Selecção de uma sequência aleatória que percorra todos os blocos ou células da malha a simular.
- ii) Iniciar a sequência aleatória. Para cada localização  $x_u$ , simular o valor  $z_1^s(x_u)$ :
  - Estimar a média e variância locais de  $Z_1(x)$  na localização  $x_u$ , respectivamente  $z_1(x_u)^*$  e  $\sigma_{z_1}^2(x_u)^*$ , por krigagem simples.
  - Amostrar localmente o histograma de  $z_1(x_u)$  utilizando, por exemplo, a transformação Gaussiana ( $\varphi_1$ ) da variável  $Z_1(x)$ ; cálculo de  $y(x_u)^* = \varphi_1(z_1(x_u)^*)$ .
  - Geração de um número aleatório  $p$  de uma lei de distribuição uniforme  $U$  definida no intervalo  $[0;1]$ .
  - Geração do valor simulado  $y^s$  a partir da lei de distribuição Gaussiana  $G(y(x_u)^*, \sigma_{z_1}^2(x_u)^*)$ :  $y^s = G^{-1}(y(x_u)^*, \sigma_{z_1}^2(x_u)^*, p)$ .
  - Fazer a transformada inversa e gerar o valor simulado pretendido  $z_1^s(x_u) = \varphi_1^{-1}(y^s)$ .
- iii) Passar para o nó seguinte, regressar iterativamente a ii) até serem simulados valores para todos os  $N$  blocos ou células da malha.

Se se pretender simular valores de uma variável principal  $Z_1(x)$  em todas as  $N$  localizações da malha, conhecidos os valores de uma variável secundária  $Z_2(x)$  que se correlaciona com a variável principal por um coeficiente de correlação  $\rho_{z_1 z_2}$  global, então a simulação decorre segundo o formalismo de co-simulação (Co-SSD) e envolve as seguintes etapas (Soares, 2001):

- i) Selecção de uma sequência aleatória que percorra todos os blocos ou células da malha a simular.

- ii) Iniciar a sequência aleatória. Para cada localização  $x_u$ , simular o valor  $z_1^s(x_u)$  condicionado ao valor conhecido da variável secundária  $z_2(x_u)$ :
- Estimar a média e variância locais de  $Z_1(x)$  na localização  $x_u$ , respectivamente  $z_1(x_u)^*$  and  $\sigma_{z_1}^2(x_u)^*$ , por cokrigagem co-localizada simples.
  - Amostrar localmente o histograma de  $z_1(x_u)$  utilizando, por exemplo, a transformação Gaussiana ( $\varphi_1$ ) da variável  $Z_1(x)$ ; cálculo de  $y(x_u)^* = \varphi_1 z_1(x_u)^*$ .
  - Geração de um número aleatório  $p$  de uma lei de distribuição uniforme  $U$  definida no intervalo  $[0;1]$ .
  - Geração do valor simulado  $y^s$  a partir da lei de distribuição Gaussiana  $G(y(x_u)^*, \sigma_{z_1}^2(x_u)^*)$ :  $y^s = G^{-1}(y(x_u)^*, \sigma_{z_1}^2(x_u)^*, p)$ .
  - Fazer a transformada inversa e gerar o valor simulado pretendido  $z_1^s(x_u) = \varphi_1^{-1}(y^s)$ .
- iii) Passar para o nó seguinte, regressar iterativamente a ii) até serem simulados valores para todos os  $N$  blocos ou células da malha.

Utilizando o formalismo matricial, o sistema de krigagem simples co-localizada em  $x_u$ , com  $n$  amostras vizinhas de  $x_u$  é expresso por:

$$\begin{matrix}
 1 & C_{12} & \cdots & C_{1n} & C_{1u}^{Z_2} & \lambda_1 & C_{1u} \\
 C_{21} & 1 & \cdots & C_{2n} & C_{2u}^{Z_2} & \lambda_2 & C_{2u} \\
 \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
 C_{n1} & C_{n2} & \cdots & C_{nn} & C_{nu}^{Z_2} & \lambda_n & C_{nu} \\
 C_{u1}^{Z_2} & C_{u2}^{Z_2} & \cdots & C_{un}^{Z_2} & 1 & \lambda_{Z_2} & C_u^{Z_2}
 \end{matrix} \cdot =$$

com

$C_{\alpha\beta}$  – Covariância da variável principal entre as localizações  $x_\alpha$  e  $x_\beta$

$C_{\alpha u}^{Z_2}$  – Covariância cruzada entre a variável principal na localização  $x_\alpha$  e a variável secundária na localização a estimar  $x_u$  ( $i=1, 2$ )

$\lambda_\alpha$  – Ponderadores da variável principal

$\lambda_{Z_2}$  – Ponderador da variável secundária colocalizada

$C_{\alpha u}$  – Covariância da variável principal entre as localizações das amostras  $x_\alpha$  e a localização a estimar  $x_u$

$C_u^{Z_2}$  – Covariância cruzada entre a variável principal e a variável secundária na localização a estimar  $x_u$

e  $\alpha = 1 \dots n$ ;  $\beta = 1 \dots n$  (número de amostras / blocos adjacentes à localização a estimar  $x_u$  considerados).

Se se assumir a aproximação de Markov, as covariâncias cruzadas podem ser calculadas pelas relações simples em termos de covariâncias simples ou correlogramas (Almeida e Journel, 1994, Goovaerts, 1997):

$$C_{12}(h) \cong \frac{C_{12}(0)}{C_{11}(0)} C_{11}(h) \quad \rho_{12}(h) \cong \rho_{12}(0) \cdot \rho_{11}(h)$$

Assim, a covariância espacial entre a variável primária e a variável secundária é inferida tendo em conta a covariância (variograma) ajustado à variável primária  $C_{11}(h)$  mais o coeficiente de correlação (local ou global) entre a variável secundária e a variável principal ( $\rho_{Z_1 Z_2}$ ):

$$C_{\alpha u}^{Z_2} = \rho_{Z_1 Z_2} \cdot C_{\alpha u}(h)$$

#### 4.4.2 SIMULAÇÃO SEQUENCIAL DIRECTA COM HISTOGRAMAS LOCAIS

Neste estudo, na simulação dos teores nos blocos utiliza-se uma variante da SSD própria para tomar em conta regiões com histogramas francamente distintos. As alterações à versão original proposta por Soares (2001), são as seguintes:

- a) Na estimação da média e da variância locais de  $Z_1(x)$ ,  $z_1(x_u)$  e  $\sigma_{sk_2}^2(x_u)$  por krigagem simples considera-se como médias locais o valor médio do histograma da região correspondente à localização  $x_u$ ;
- b) Para histogramas locais consideram-se não os histogramas globais da variável  $Z_1(x)$ , mas sim os histogramas condicionais de  $Z_1(x) | R(x)$  à região da localização  $x$ .



## 5. METODOLOGIA

### 5.1 ESTADO DA ARTE

Neste capítulo descreve-se a metodologia adoptada para a caracterização das reservas geológicas do depósito mineral de Farim-Saliquinhé por simulação geoestatística.

A morfologia e as características intrínsecas de um depósito mineral têm grande importância no método de exploração e no ritmo de desmonte, assim como na avaliação de reservas geológicas (reservas totais em função do envelope amostrado) e reservas mineiras (subconjunto das reservas geológicas quando é tido em conta um método de exploração e um teor de corte) (Journel e Huijbregts, 1992).

O depósito de Farim-Saliquinhé é um depósito sedimentar multi-camada e, como tal, caracteriza-se por contactos com o encaixante, a tecto e muro, bem definidos e por indicadores de qualidade (teores) com variações graduais, onde a maior variabilidade esperada é na direcção perpendicular à camada. Estas mineralizações exibem ainda espessas coberturas de materiais não completamente consolidados (Prian *et al*, 1987; Charifo, 2008).

Tradicionalmente, a avaliação de reservas tem em conta dois modelos 3D: um modelo morfológico ou da forma e um modelo de propriedades ou teores obtidos a partir da informação disponível de sondagens, trincheiras, etc., condicionado ao modelo geológico (Srivastava, 2005; Feltrin *et al*, 2009). Ambos os modelos são continuamente actualizados à medida que nova informação é disponibilizada, tanto lateralmente como em profundidade. A previsão das reservas em minério (volume e toneladas) e os teores médios incorporam tradicionalmente os chamados atributos quantitativos, tais como a espessura da camada e os teores nas propriedades em estudo que no depósito de Farim-Saliquinhé são o fosfato e mais sete outros elementos que de alguma forma podem condicionar a exploração e principalmente a forma de concentração e valorização do minério.

A caracterização da forma pode incluir somente a delimitação da envolvente mineralizada mas também a delimitação de fácies ou formações geológicas dentro da zona mineralizada (genericamente regiões). Esta primeira etapa de modelação de regiões é extremamente importante quando os teores são discriminados pelas formações geológicas (figura 5.1). Aliás, a discriminação de teores por regiões é uma etapa inicial fundamental. Outra possibilidade é proceder à modelação de intervalos de teores como se fossem regiões (principalmente na modelação de propriedades com histogramas muito assimétricos), e aí a abordagem é em tudo muito similar à modelação de regiões.

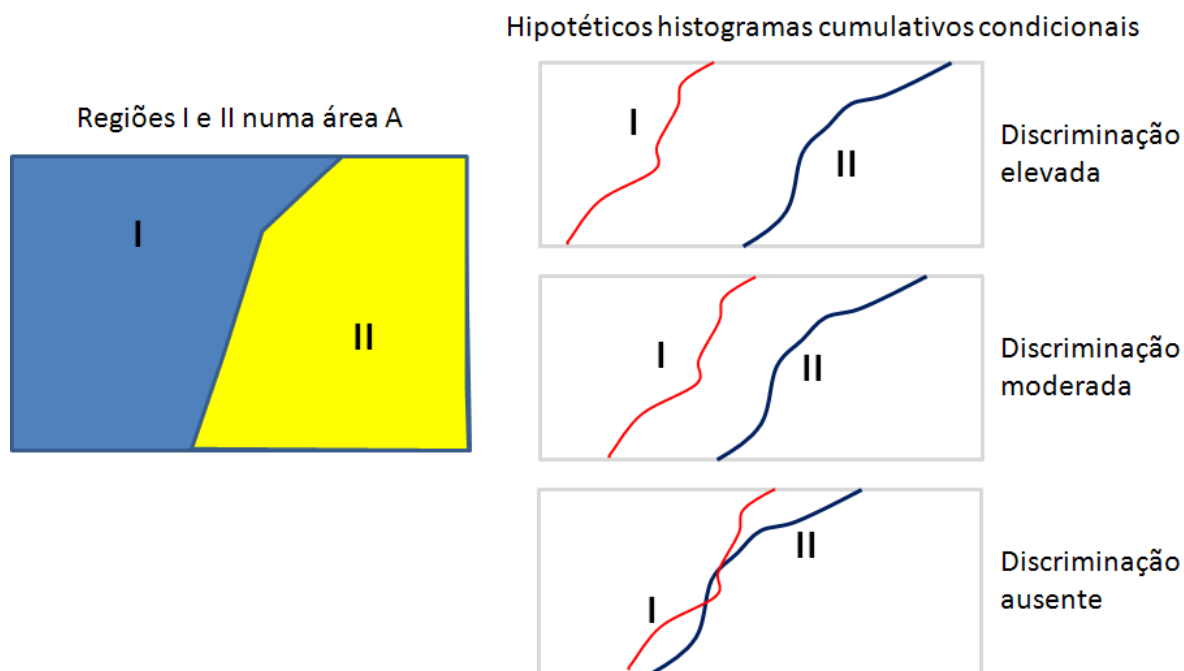


Figura 5.1 – Hipotéticos histogramas cumulativos condicionais como forma de mostrar o grau de discriminação de uma propriedade por região (I e II) numa área A

A discriminação dos teores por regiões pode ter vários graus de intensidade conforme é ilustrado na figura 5.1, e pode ser confirmada facilmente pela comparação de histogramas condicionais. Observadas as situações apresentadas na figura 5.1, se a discriminação for muito acentuada os histogramas condicionais são francamente distintos e, no limite, o valor mínimo de um histograma está acima do valor máximo do outro. Neste caso, o histograma conjunto da propriedade é bimodal com lacuna no centro da distribuição. À medida que o grau de discriminação diminui, os histogramas aproximam-se e o histograma conjunto deixa de ser bimodal. Se a proporção das áreas mais ricas for muito menor o histograma conjunto será do tipo logarítmico, caso contrário tenderá a ser do tipo gaussiano. No limite os histogramas ficam sobrepostos e deixa de haver razão para a caracterização de regiões no interior de um envelope mineralizado, havendo apenas o interesse de delimitar a mineralização com a rocha encaixante.

Para a geração de um modelo geológico de um qualquer depósito podem ser utilizadas metodologias de desenho geológico e interpolação de contornos, modelação de variáveis categóricas tipo indicatriz por estimação ou simulação em contexto bi-ponto ou multi-ponto (Luis, 2004; Bastante *et al*, 2005) com ou sem orientações locais, ou no caso de formas tabulares como as do depósito em estudo coordenadas do topo e espessuras (possanças no caso de camadas mineralizadas) ou coordenadas do topo e da base na localização espacial de um conjunto de sondagens verticais. Um bom modelo geológico deve subdividir o depósito mineral em várias regiões, discriminadas pelas propriedades (por exemplo, zonas ricas e pobres).

Com excepção do desenho geológico, as restantes abordagens de modelação recorrem ao chamado modelo de blocos ou modelo numérico, onde a cada bloco são alocados valores de propriedades, no caso da abordagem da indicatriz a modalidade da geologia (modelo de blocos 3D) e no caso da abordagem topo e base (modelação de superfícies) recorrem ao chamado modelo de blocos 2D onde a cada bloco é alocado um valor correspondente à espessura (modelo de blocos adaptado – *adaptive grid*). A soma do volume dos blocos estimados como mineralizados ou a soma da espessura estimada multiplicada pela área do bloco para todos os blocos dá o volume total mineralizado ou as reservas em minério. A estimação pode ser feita por processos clássicos simples do tipo do inverso do quadrado das distâncias, ou por métodos geoestatísticos de krigagem ou simulação estocástica.

Nas aplicações mineiras, o desenho geológico normalmente antecede outra abordagem como a da indicatriz (Matias *et al*, 2010a, 2010b). O desenho da geologia é feito ao longo de vários perfis paralelos, ou aproximadamente paralelos entre si, e depois são integrados numa forma final 3D (modelo por objecto ou booleano – *object based model*). O desenho perfil a perfil utiliza a informação de sondagens, sanjas, cartografia geológica de superfície etc. mas é uma etapa de trabalho intensivo e subjectivo (modelo pericial). Este modelo por objectos, para ter utilidade nas etapas seguintes, deve discriminar inequivocamente as propriedades numéricas que se pretende modelar ou então será perfeitamente inútil na avaliação de reservas.

As metodologias da indicatriz são muito utilizadas em projectos mineiros e na modelação de fácies de reservatórios de hidrocarbonetos e aquíferos (hidrofacies). Basicamente, com estes métodos estima-se a probabilidade de um determinado bloco, ou ponto, de pertença a determinada formação geológica. Podem ser utilizadas em associação com os modelos por objectos, para fazer um modelo geológico em duas etapas (desenho geológico + modelo indicatriz). A modelação pode contemplar estimação por krigagem da indicatriz (simples ou multifásica) ou simulação (também simples ou multifásica) (Bastante *et al*, 2005; Nunes e Almeida, 2010). Com a estimação pretende-se ter a imagem média ou mais provável da distribuição dos corpos geológicos no espaço e na simulação pretende-se ter várias imagens equiprováveis. No caso de se utilizar a estimação o resultado é um mapa de probabilidades que depois necessita de ser convertido em mapa categórico para o qual existem vários procedimentos (maior probabilidade, compromisso entre médias locais e globais). No caso de se utilizar a simulação o resultado dos algoritmos geoestatísticos é, nos métodos mais utilizados de simulação sequencial da indicatriz ou simulação multi-ponto, uma imagem categórica da geologia (Soares, 1998; Strebelle, 2002; Almeida, 2010).

Para um depósito como o de Farim-Saliquinhé a abordagem mais óbvia é a de modelação do topo e base ou topo e espessura, que foi a utilizada no presente estudo para delimitar a envolvente mineralizada. Tanto o desenho geológico, como as abordagens da indicatriz, não tem qualquer vantagem adicional e por isso não foram utilizadas neste estudo.

A modelação das variáveis de interesse em depósitos minerais é um requisito fundamental para a avaliação de reservas da substância que se pretende explorar. Por exemplo, num depósito mineral de uma substância que ocupa uma fracção do volume como a do presente estudo (fosfato), a caracterização espacial dos teores é uma etapa fundamental e precede a caracterização da forma.

Quando a estimação da forma delimita apenas o envelope mineralizado, a estimação dos teores é feita nos blocos que estão no seu interior, e então a estimação morfológica destina-se a estabelecer o domínio dos blocos que potencialmente podem ser explorados. Quando a estimação morfológica é mais rica, e envolve formações geológicas, a estimação dos teores pode e deve ter em conta as regiões discriminadas, sendo adoptados modelos de estimação ou simulação com controlo zonal. Também na delimitação das propriedades podem ser adoptados modelos de estimação e / ou simulação com os mesmos objectivos dos referidos anteriormente.

Na caracterização de teores condicionados a um mosaico de regiões existem várias estratégias que podem ser utilizadas conforme o comportamento dos teores nas zonas de transição, nomeadamente uma estratégia de modelação em separado ou conjunta (figura 5.2).

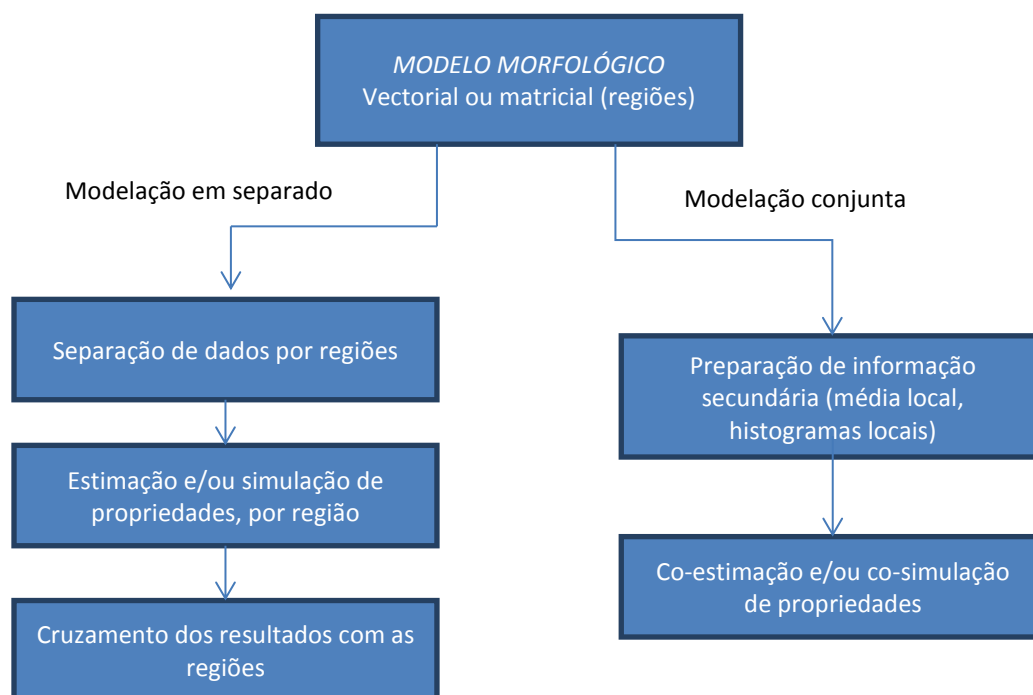


Figura 5.2 – Estratégias de modelação de propriedades intrínsecas condicionadas a um modelo morfológico

Na estratégia em separado, a ideia é proceder à caracterização dos teores, por simulação ou estimação, de forma independente por região e, no final, fazer o cruzamento condicionado dos resultados. Com

esta estratégia, os teores a serem estimados de forma independente têm grandes discrepâncias nas transições o que pode corresponder ou não ao modelo conceptual de teores do depósito em estudo. Esta abordagem de modelação em separado é mais adequada quando existe completa independência de teores no contacto das formações, por exemplo num processo de deposição por camadas onde não existe interferência entre camadas que já se depositaram no passado e sem efeito de alteração ou mistura posteriores. Computacionalmente, a modelação em separado implica fazer tantos modelos quantas as regiões tornando-se por isso mais desvantajoso e difícil quando o número de amostras disponível é reduzido e porque as amostras são repartidas por vários sub-modelos.

Na estratégia conjunta, pretende-se modelar as propriedades tendo em conta a informação local (região) segundo uma variável auxiliar, nomeadamente, através de médias locais ou deriva externa. Novamente, também podem ser adoptadas estratégias de estimação e simulação com informação local. No que se refere à simulação, o algoritmo de co-simulação sequencial directa (Co-SSD) veio alargar os horizontes destas abordagens de simulação com informação local, porque permite implementá-las de modo muito flexível (Caers, 2000; Soares, 2001; Almeida, 2010). Destas destaca-se a implementação da Co-SSD com histogramas locais que foi utilizada neste estudo para a modelação dos teores condicionados a regiões (Roxo, 2011).

Nos projectos mineiros é também comum fazer a caracterização simultânea de várias propriedades / teores, porque algumas podem quantificar subprodutos, outras penalizantes, outras simplesmente porque condicionam o processo de concentração na lavaria. Normalmente, todas as variáveis estão amostradas com a mesma densidade, pelo que a informação de umas não serve para melhorar a caracterização das restantes. Todavia, se existirem correlações entre variáveis, o que é comum pelo menos nalguns pares, na caracterização conjunta deve-se impor estas correlações pelo que os métodos de co-simulação directa (com cokrigagem colocada e correlações globais ou locais) devem ser utilizados. Quando as correlações entre variáveis são muito elevadas, para facilitar a co-simulação conjunta e os resultados não serem dependentes da ordem de simulação das variáveis, podem ser utilizadas as componentes principais da ACP como variáveis auxiliares (Almeida, 2010).

Um conjunto de imagens simuladas constitui uma poderosa ferramenta de avaliação de reservas, permitindo apresentar curvas de reservas por teor de corte, avaliar o risco de exploração do depósito e mesmo simular a exploração mineira em fase de projecto.

A discriminação em regiões, com base nos teores, pode ser feita com os dados das sondagens a que se seguem os modelos da morfologia e das propriedades, ou então só no final com os dados do modelo das propriedades (Almeida *et al*, 1997). Aqui podem ser utilizados vários tipos de algoritmos, de que se destacam os de análise discriminante, classificação automática e redes neuronais.

Em síntese, embora a modelação geoestatística tenha forte tradição de aplicações à área mineira, existem ainda muitos problemas por resolver nomeadamente tudo o que se relaciona com a relação

entre os modelos geológicos e os modelos de propriedades, e como utilizar a informação geológica como informação secundária.

## 5.2 METODOLOGIA PROPOSTA

Para a modelação 3D do depósito mineral de Farim-Saliquinhé foi desenhada uma metodologia baseada na informação disponível e no objectivo propriamente dito de construir um modelo simulado de teores suportado numa malha de blocos 3D.

Tal como descrito anteriormente, a informação disponível é proveniente de um conjunto de 69 sondagens verticais para uma região com cerca de cinco por sete km. Regra geral, todas as sondagens atravessam a zona de cobertura, atingem o depósito mineral nas formações *FPA* e *FPB*, caso existam, e atingem o substrato não mineralizado. As sondagens permitiram a recolha de amostras que foram para análise. Cada troço mineralizado, supostamente de igual diâmetro mas com comprimento diferente, foi primeiramente analisado em  $P_2O_5$  e, no caso do respectivo valor ser superior a 10%, foi posteriormente analisado em mais sete elementos:  $Al_2O_3$ ,  $CaO$ ,  $CO_2$ ,  $F$ ,  $Fe_2O_3$ ,  $MgO$  e  $SiO_2$ . O teor de 10% funcionou como teor de corte *a priori* na amostragem, excluindo-se desde logo as amostras com teores inferiores. No exercício de modelação agora desenvolvido, considerou-se igualmente que as zonas com teor inferior a 10% não seriam consideradas como fazendo parte do depósito mineral, pelo que os suportes não amostrados nos oito elementos foram considerados como estéril. Cada troço amostrado nos oito elementos (247 suportes) foi na altura classificado como fazendo parte das formações *FPA* ou *FPB*; alguns não foram classificados e estão acima de *FPA* (cobertura mineralizada - *CM*) ou abaixo de *FPB* (base mineralizada - *BM*).

Também as seguintes conclusões da análise estatística foram relevantes para o estabelecimento da metodologia:

- a) Os suportes são todos diferentes e é necessário combinar correctamente esta informação.
- b) A classificação *a priori* das amostras em *FPA* e *FPB* não é coerente para todas as amostras (tendo em conta apenas a informação geoquímica disponível neste trabalho), verificando-se que algumas (embora poucas) deveriam pertencer à outra e vice-versa;
- c) Algumas amostras não classificadas como *FPA* na cobertura mineralizada poderão constituir formação própria com características distintas (*CM*);
- d) Nas formações *FPA* e *FPB* existem algumas correlações moderadas entre pares de variáveis que importa ter em conta no modelo final.

Face a estas evidências e condicionalismos, propõe-se então que a modelação siga a metodologia ilustrada no fluxograma da figura 5.3 e que se descreve seguidamente em mais detalhe.

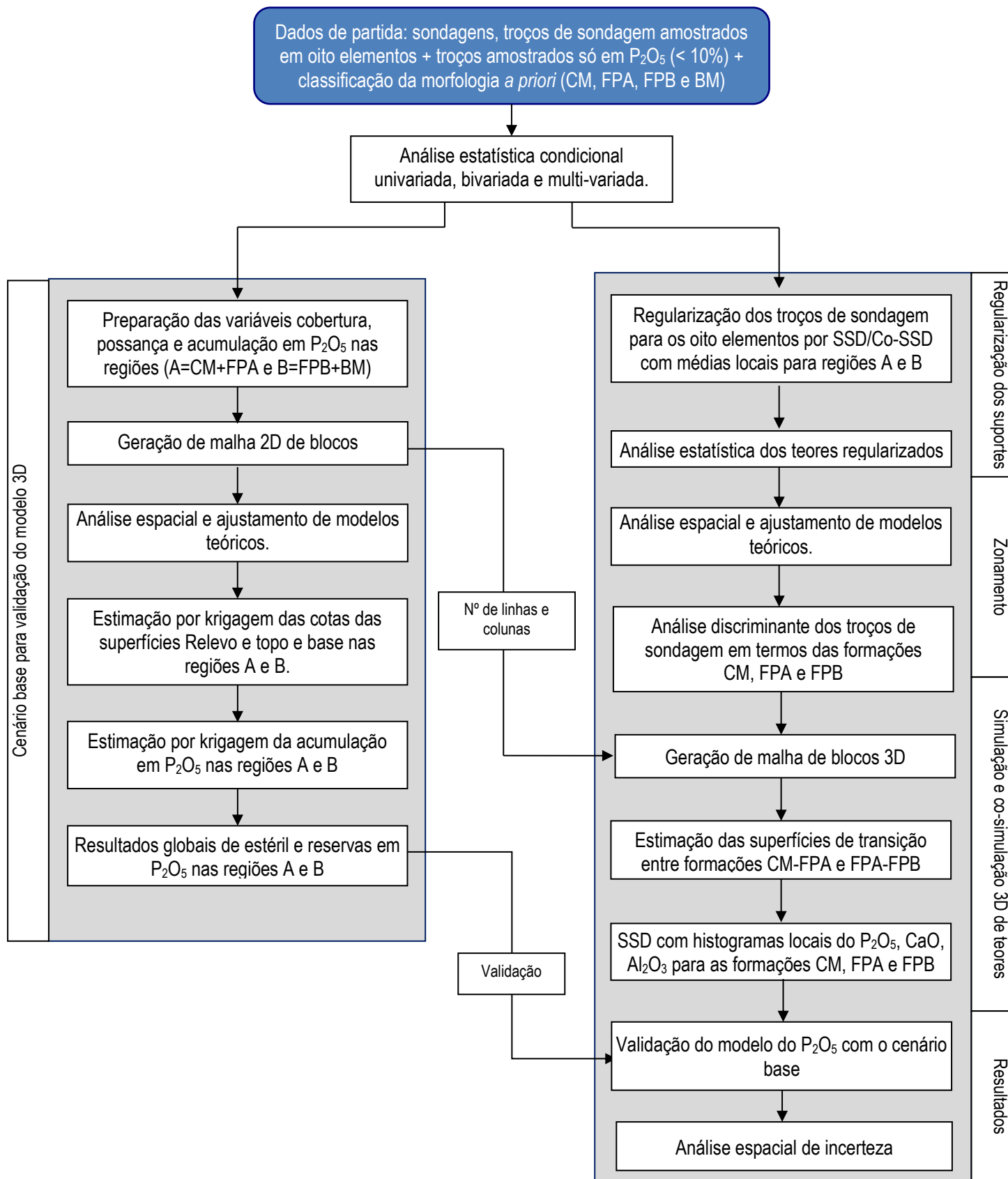


Figura 5.3 – Fluxograma de metodologia adoptada

A metodologia proposta inicia-se com a análise estatística clássica univariada, bivariada e multivariada que já foi apresentada no capítulo 3. Na realidade, a análise estatística condicionou o desenho da metodologia pelo que foi apresentada antes.

O estudo propriamente dito, pós análise estatística, pode-se dividir em cinco grandes tarefas (ver figura 5.3):

- a) Elaboração de um **cenário base para validação do modelo 3D**;
- b) **Regularização dos suportes** para a mesma dimensão;
- c) **Zonamento** das formações *CM*, *FPA* e *FPB* com base nos teores simulados e estimação das superfícies de transição *CM-FPA* e *FPA-FPB*;
- d) **Simulação 3D de teores** na malha de blocos;
- e) Análise de **resultados**.

### 5.2.1 CENÁRIO BASE PARA VALIDAÇÃO DO MODELO 3D

Na elaboração do cenário base estimou-se a possança e a acumulação das regiões agora designadas por A e B, que têm correspondência com as formações *CM+FPA* e *FPB*. A caracterização da forma é, no essencial, a estimação em cada local (X, Y) da possança  $[p_A(x)]$  e  $[p_B(x)]$ .

Para cada localização  $x_u$ , da área de estudo A, com a possança das regiões A e B,  $[p_A(x)]$  e  $[p_B(x)]$ , e os respectivos teores em  $P_2O_5$ ,  $[z_A(x)]$  e  $[z_B(x)]$ , definem-se as variáveis auxiliares acumulação em A e B:

$$A: a_A x_u = p_A x_u \cdot z_A(x_u) \text{ e } B: a_B x_u = p_B x_u \cdot z_B(x_u)$$

A utilização destas variáveis auxiliares é prática comum na modelação deste tipo de depósitos minerais, onde os teores são medidos sobre suportes com dimensão variável, conforme a espessura local da camada amostrada. Estas variáveis auxiliares representam a quantidade de fosfato na espessura da camada, ao contrário dos teores que dizem respeito a possanças variáveis. São por isso expressas em % .m de  $P_2O_5$ .

A acumulação em  $P_2O_5$ , nas regiões A e B, foi estimada por krigagem normal para toda a área do depósito.

$$A: a_A u^* = \frac{n(x_u)}{\alpha=1} \lambda_\alpha(x_u) \cdot a_A(x_\alpha) \text{ e } B: a_B u^* = \frac{n(x_u)}{\alpha=1} \lambda_\alpha(x_u) \cdot a_B(x_\alpha)$$

Com as estimações da possança e da acumulação em  $P_2O_5$ , podem ser calculados os teores estimados para cada bloco:

$$A: z_A^* u = \frac{a_A(u)^*}{p_A(u)^*} \text{ e } B: z_B^* u = \frac{a_B(u)^*}{p_B(u)^*}$$

O volume total de fosfato, no bloco selecção  $x_i$  de área A, nas regiões A e B é dado por (quantidade de metal):

$$V_{A \text{ P}_{205}}^* x_i = A \cdot a_A^* x_i \text{ e } V_{B \text{ P}_{205}}^* x_i = A \cdot a_B^* x_i$$

E os volumes totais de fosfato nas regiões A e B são estimados pelo somatório dos volumes individuais:

$$V_{A \text{ P}_{205}}^* \text{ total} = \sum_i A \cdot a_A^*(x_i) \text{ e } V_{B \text{ P}_{205}}^* \text{ total} = \sum_i A \cdot a_B^*(x_i)$$

Estes dois quantitativos, em volume total de fosfato nas regiões A e B, servirão para validação do modelo de regularização e simulação de teores em  $P_2O_5$ .

### 5.2.2 REGULARIZAÇÃO DOS SUPORTES

A regularização dos suportes tem como objectivo apresentar os valores por sondagem como uma malha 1D (traço) de espaçamento constante ( $x'_1, x'_2, \dots, x'_p$ ). a partir de espaçamentos variados ( $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ ) (ver figura 5.4).

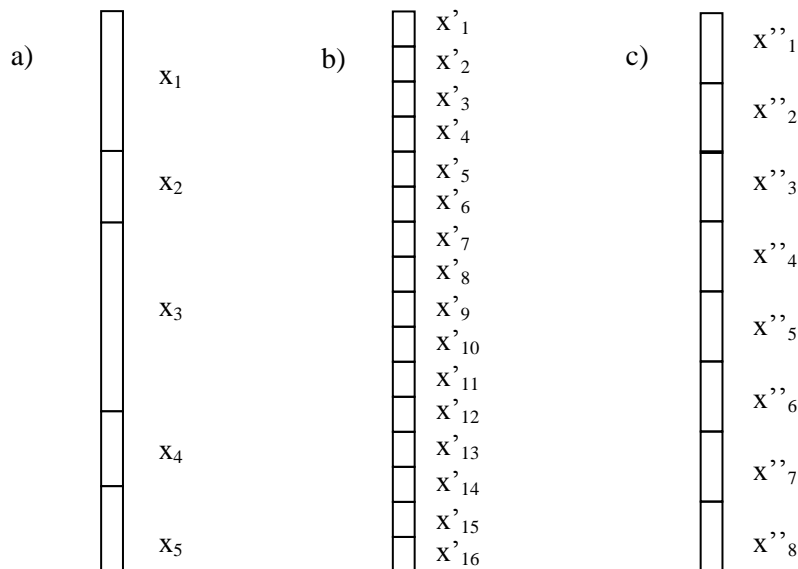


Figura 5.4 – a) Suportes de dimensão variada numa sondagem; b) geração de uma malha regular de  $m$  suportes sintéticos de pequena dimensão; c) geração de uma malha regular de  $p$  suportes sintéticos com a dimensão final em altura dos blocos do modelo 3D.

Propõe-se que este procedimento seja feito por simulação para todas as oito variáveis, ou seja, para cada sondagem são gerados vários traços de teores, equiprováveis e a espaçamento constante. Entendeu-se como adequado ao processo de exploração e selecção que os teores poderiam ser simulados para a malha final de 0,5 metros.

Considere-se então um teor ( $x$ ) amostrado por sondagens sobre suportes de dimensão variada  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$  (figura 5.4a). A regularização é feita as seguintes etapas:

- a) Com os dados disponíveis na resolução original, cálculo do variograma experimental e ajuste de modelo teórico na direcção vertical. Assumiu-se que este variograma é representativo dos teores na malha final de maior resolução.
- b) Estabelecimento de uma tabela de correspondências entre os suportes de diferentes dimensões, sondagem a sondagem:

$$x_1 \in \{x'_1, x'_2, x'_3, \dots, x'_a\} \text{ com } a = n^\circ \text{ de suportes sintéticos contidos no suporte } x_1$$

$$x_2 \in \{x'_{a+1}, x'_{a+2}, x'_{a+3}, \dots, x'_{a+b}\} \text{ com } b = n^\circ \text{ de suportes sintéticos contidos no suporte } x_2$$

.....

- c) Simulação dos teores na localização das sondagens numa malha regular  $m$  de suportes sintéticos de pequena dimensão ( $x'_1, x'_2, \dots, x'_m$ ), inferior à malha final e correspondente à menor dimensão encontrada para os suportes originais (neste caso de estudo 0,05 metros). Esta dimensão implica que todos os troços originais aumentem a sua resolução (*downscaling*).

Envolve:

- i) Geração de  $k$  histogramas para os teores ( $x$ ) na malha de alta resolução ( $x'_1, x'_2, \dots, x'_q$ ). Na construção destes hipotéticos histogramas assumiu-se que têm a mesma forma e a média dos dados originais mas a variância é desconhecida. Efectivamente sabe-se que a variância de um conjunto de teores aumenta quando a resolução espacial também aumenta mas este aumento não pode ser quantificado. Por isso, a partir do histograma original dos dados nos suportes variados, geraram-se vários histogramas com várias variâncias, de onde será escolhido o “melhor histograma”.
- ii) Simulação sequencial directa (SSD) dos teores na malha de alta resolução ( $x'_1, x'_2, \dots, x'_m$ ): ( $y^s(x'_1), y^s(x'_2), y^s(x'_3), \dots, y^s(x'_m)$ ) condicionados às médias locais correspondentes a ( $x_1, Y(x_2), \dots$ ) e ao variograma e histogramas gerados na etapa i). Na estimação da média e variância locais, a SSD é executada com krigagem simples com médias locais (valores homólogos nos suportes originais). No presente caso de estudo foram geradas  $l$  realizações para cada um dos  $k$  histogramas.

- d) Para todas as ( $l \times k$ ) realizações, calcular o valor simulado homólogo no suporte original por médias aritméticas dos suportes envolvidos conforme a correspondência encontrada no ponto ii):

$$y^s x_1 = \frac{1}{a} \sum_{i=1}^a y^s x'_i$$

$$y^s x_2 = \frac{1}{b} \sum_{i=1}^b y^s x'_i$$

...

- e) Calcular a variância dos valores homólogos por simulação e histograma e fazer a média dos  $l$  valores obtidos por histograma. Seleccionar o histograma cuja variância média é a que melhor se aproxima da obtida dos dados experimentais. As variâncias dos histogramas gerados em i) devem ser suficientemente variadas para encontrar facilmente um valor adequado (calibração da variância na malha de alta resolução).
- f) Para as  $l$  realizações do histograma seleccionado, fazer o ajustamento das médias, ou seja, fazer com que a média de cada conjunto simulado nos suportes na malha de alta resolução tenha o mesmo valor dos dados na resolução experimental. Então:

- a) Determinar erro de simulação em  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ :

$$\epsilon y^s x_1 = y x_1 - y^s x_1$$

$$\epsilon y^s x_2 = y x_2 - y^s x_2$$

...

- b) Adicionar o erro de simulação aos valores anteriormente simulados  $y^s(x'_1), y^s(x'_2), y^s(x'_3), \dots, y^s(x'_n)$ :

$$y^{sc} x'_1 = y^s x'_1 + \epsilon y^s x_1$$

$$y^{sc} x'_2 = y^s x'_2 + \epsilon y^s x_1$$

...

$$y^{sc} x'_a = y^s x'_a + \epsilon y^s x_1$$

$$y^{sc} x'_{a+1} = y^s x'_{a+1} + \epsilon y^s x_2$$

$$y^{sc} x'_{a+2} = y^s x'_{a+2} + \epsilon y^s x_2$$

...

$$y^{sc} x'_b = y^s x'_b + \epsilon y^s x_2$$

- g) Finalmente, fazer a conversão dos teores da malha sintética de maior resolução (0,05m) para a resolução final (0,5m) ( $x_1'', x_2'', \dots, x_q''$ ) por média aritmética (*upsaling*).

Esta regularização de suportes observa as seguintes condições:

- São gerados vários cenários equiprováveis de valores à escala não amostrada (alta resolução);
- A média dos valores simulados após serem combinados na resolução dos dados de partida reproduz exactamente os dados experimentais como se estes fossem uma amostra compósita dos valores simulados;
- A variância dos valores simulados, após serem combinados na resolução dos dados de partida, e após a correcção para as médias, é igual à variância dos dados experimentais.

**Aspectos de implementação:**

- I) A correcção das médias é feita só depois da selecção da “melhor” variância porque após a correcção das médias a variância calculada para a dimensão dos dados de partida é a mesma para todas as variâncias de partida e igual à dos dados nos suportes originais.
- II) Foram geradas cinco realizações para cada histograma por variável. O número de histogramas que reflectem as variâncias testadas variou caso a caso (por variável e região ou A e B).
- III) Para tornar este processo mais expedito, a simulação dos valores nas sondagens foi feita como se fosse uma simulação numa malha 2D, onde o número de colunas é igual ao número de sondagens e o número de linhas é igual ao número máximo de suportes. A selecção dos nós mais próximos foi condicionada à coluna para não misturar dados entre sondagens. O resultado final é o mesmo que se obteria se fossem feitas tantas simulações quantas as sondagens.
- IV) A simulação foi feita em separado para as regiões A e B, tal como a selecção dos “melhores histogramas”. No final os resultados obtidos para as regiões A e B foram adicionados um ao outro e estão aptos para a geração do modelo 3D de teores.
- V) Esta metodologia pode ser executada em modo de co-simulação, ou seja, impor condicionamento entre variáveis. Foi feita co-simulação entre as variáveis com as correlações mais significativas.

### 5.2.3 ZONAMENTO DAS FORMAÇÕES *CM*, *FPA* E *FPB* NA LOCALIZAÇÃO DAS SONDAGENS COM BASE NOS TEORES SIMULADOS E ESTIMAÇÃO DE SUPERFÍCIES DE TRANSIÇÃO

O fosfato é a variável principal do estudo, mas a geração dos teores nas oito variáveis tem como principal objectivo o zonamento do depósito num critério multi-teor. A análise estatística levada a cabo no capítulo 3 mostra claramente que a análise multivariada permite subdividir o depósito em regiões. Acresce a este facto que a classificação dos dados originais proposto pelo BRGM tem incongruências.

Nesta etapa pretende-se reclassificar os troços das sondagens na resolução de 0,5m nas formações *CM*, *FPA* e *FPB*. A reclassificação resolve a questão da má classificação do BRGM à luz dos teores e classifica todos os suportes na nova resolução espacial.

Para tal, foram utilizados dois algoritmos de análise de dados:

- I) Classificação preliminar por  $k$ -médias: este algoritmo permite classificar um conjunto de dados num número previamente definido de grupos, de tal forma que os grupos formados são tão distintos quanto possível. Funciona como a análise de variância (ANOVA) mas ao contrário. O algoritmo inicia-se com a divisão aleatória das amostras nos  $k$ -grupos pretendidos, e depois troca iterativamente as amostras entre grupos com o objectivo de 1) minimizar a variância dentro de cada grupo e (2) aumentar a variância entre grupos. Neste algoritmo, um aspecto determinante é como calcular distâncias entre amostras do mesmo grupo e entre grupos. No presente estudo, o algoritmo foi executado para definir três grupos para os dados experimentais nos suportes originais (dados de treino), cujos resultados apresentaram-se no capítulo 3 e anexo I. Estes três grupos gerados automaticamente com a classificação verificou-se terem “quase” total correspondência com as formações *CM*, *FPA* e *FPB*.
- II) Seguidamente, e com os dados de partida classificados nos três grupos obtidos pelo algoritmo de análise grupal (conjunto de treino), mais os dados simulados nos locais das sondagens (conjunto a classificar) executou-se a análise discriminante onde os suportes regularizados são classificados de acordo com a probabilidade de pertença a cada formação geológica. No final, cada troço de sondagem é classificado numa formação *CM*, *FPA* ou *FPB* de acordo com a maior probabilidade de pertença.

Com os resultados das formações geológicas obtidos no local das sondagens, estimaram-se por krigagem duas superfícies de transição *CM-FPA* e *FPA-FPB* a partir da posança das formações *CM* e *FPA*. Estas duas superfícies mais o topo e a base do modelo constituem o modelo morfológico do depósito de Farim-Saliquinhé.

#### 5.2.4 SIMULAÇÃO 3D DE TEORES COM HISTOGRAMAS LOCAIS E ANÁLISE DE RESULTADOS

Nesta tarefa procedeu-se à simulação 3D dos teores na malha regular 3D de blocos, com o mesmo número de linhas e colunas da malha 2D do cenário de referência considerado na estimação por possanças e acumulação.

Em ponto prévio, procedeu-se à análise estatística uni e bivariada dos dados regularizados e ao cálculo dos variogramas experimentais e ajustamento dos respectivos modelos teóricos. Esta informação destina-se a ser utilizada no algoritmo de simulação.

Nas simulações, os dados experimentais são os que foram obtidos na tarefa anterior. Para cada uma das cinco realizações de teores da tarefa anterior foram geradas 20 simulações de teores perfazendo 100 realizações por variável.

A simulação foi feita em conjunto para as duas regiões *FPA* e *FPB* com o algoritmo de simulação sequencial directa (SSD) com médias e histogramas locais. Este algoritmo tem a vantagem de poder simular simultaneamente todos os blocos, independentemente de pertencerem à região *FPA* ou *FPB*, pelo que apenas um modelo de variograma global necessita de ser ajustado.

Foram simuladas imagens de  $P_2O_5$ ,  $CaO$  e  $SiO_2$  porque o fosfato é a variável principal e as restantes porque discriminam as formações geológicas. Os resultados das simulações foram validados do seguinte modo:

- Observação dos dados experimentais que devem coincidir com os simulados;
- Variogramas dos dados simulados que devem ser semelhantes aos dos modelos teóricos;
- Histograma dos dados simulados que devem coincidir com o histograma dos dados de partida.

Para a variável fosfato, a validação compreende igualmente a comparação das reservas obtidas por simulação com as obtidas no cenário base que devem ser aproximadas. Esta comparação permite, simultaneamente, validar o procedimento de regularização dos suportes, estendendo-se implicitamente os resultados desta validação para todas as variáveis.

No que respeita a resultados, e para além da validação clássica dos resultados das simulações (coincidência com os dados experimentais na respectiva localização, variogramas e histogramas), apresentam-se no capítulo do caso de estudo os seguintes resultados objectivos:

- a) Para as variáveis simuladas ( $CaO$ ,  $P_2O_3$  e  $SiO_2$ ), a média e variância locais das simulações na malha de blocos – análise de incerteza;
- b) Para o  $P_2O_5$  em particular, e como demonstração da utilização das simulações, as curvas de tonelagem e teor médio em fosfato por teor de corte para o conjunto das simulações.

Refira-se que na secção quatro foram apresentados os fundamentos teóricos dos algoritmos geoestatísticos necessários à compreensão da metodologia.

## 6. CASO DE ESTUDO: MODELAÇÃO E ZONAMENTO DE TEORES

### 6.1 CENÁRIO BASE: MODELAÇÃO GEOMÉTRICA E AVALIAÇÃO GLOBAL DE RESERVAS EM $P_2O_5$

O caso de estudo inicia-se com a modelação das quatro superfícies de referência relevo e topo e base das regiões A e B, que têm correspondência com  $CM+FPA$  e  $FPB+BM$  (topo de B = base de A). Para o efeito preparou-se um ficheiro onde, por sondagem, foram seleccionados os seguintes campos:

- Coordenadas X, Y;
- Cota superfície;
- Cota do topo da região A;
- Cota do topo da região B (coincidente com a cota da base de A);
- Cota da base da região B.

Atendendo a que a direcção de maior desenvolvimento do jazigo não coincide com nenhum eixo coordenado, foi feita rotação prévia das coordenadas, cujo resultado foi que a direcção OY passou a ser a direcção de maior desenvolvimento do depósito. Esta rotação de coordenadas torna desnecessária a máscara de delimitação.

Seguidamente, iniciaram-se duas malhas de blocos, respectivamente 2D e 3D, que servem de referência a todo o estudo e cujos parâmetros de síntese estão listados na tabela 6.1. Das 69 sondagens disponíveis, 52 encontram-se no interior da área de estudo.

Tabela 6.1 – Informação da malha de blocos 2D e 3D do depósito mineral de Farim-Saliquinhé

Dimensão	Eixo	Coordenadas		Espaçamento (m)	Nº de blocos por direcção	Nº total de blocos
		Mínimo (m)	Máximo (m)			
2D	OX	2000	7250	25	210	55860
	OY	500	7150	25	266	
3D	OZ	-44	-21,5	0,5	45	2513700

A modelação da superfície foi feita por interpolação linear (triangulação) no sistema de informação geográfica ARCGIS®, a partir dos pontos cotados disponíveis de levantamentos topográficos anteriores. A modelação das três superfícies relativas ao depósito mineral foi feita por krigagem,

tendo-se procedido à estimação da superfície do topo e à estimação da possança (espessura) das regiões A e B.

Na figura 6.1 apresentam-se os variogramas das três variáveis modeladas por krigagem; todos os variogramas experimentais foram ajustados por uma função de tipo esférico, isotrópica. As amplitudes variam entre 1500 e 2000 metros.

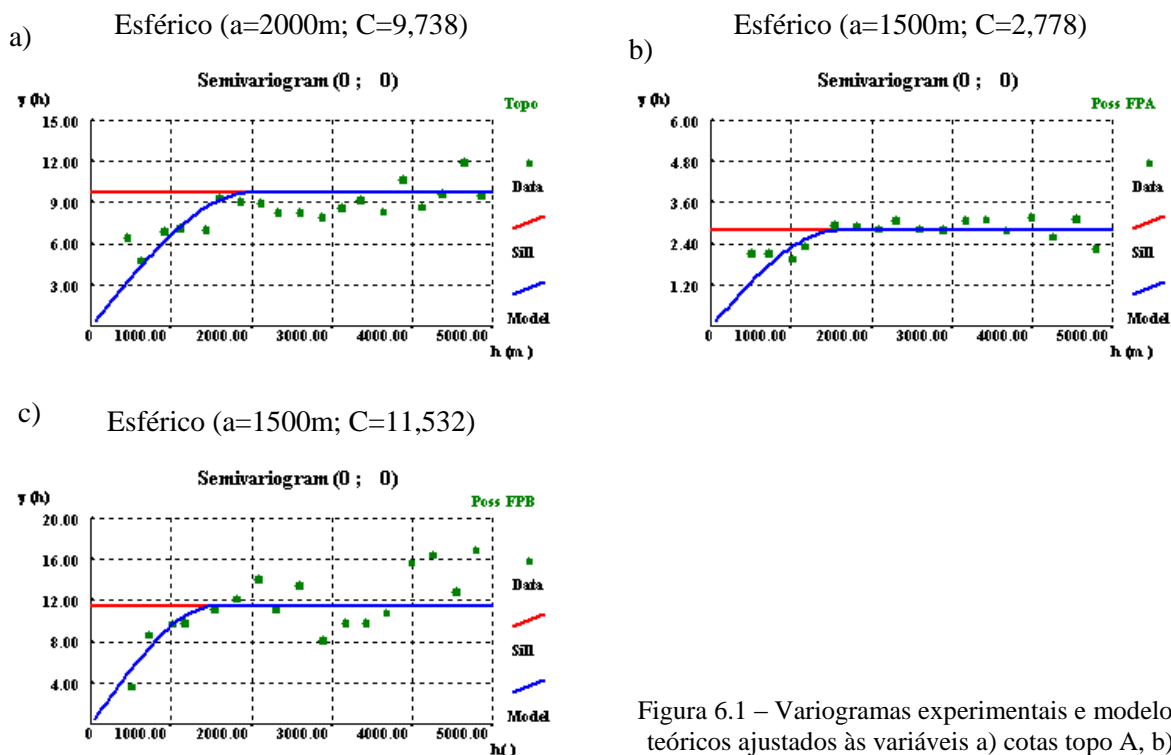


Figura 6.1 – Variogramas experimentais e modelos teóricos ajustados às variáveis a) cotas topo A, b) possança de A e c) possança de B.

As superfícies estimadas foram importadas para o gOcad® cujo resultado pode ser observado na figura 6.2. Na tabela 6.2 sintetizam-se os resultados deste modelo geométrico. Refira-se que a fracção de área da região B para possanças inferiores a 1 metro e 0,5 metros é de 28% e 16,3% respectivamente, enquanto que para a região A estes valores diminuem para 4,4 e 1,01%. Estes resultados confirmam que a região A ocupa praticamente toda a área, o mesmo não acontecendo para a região B.

Tabela 6.2 – Dados de síntese do modelo geométrico do depósito mineral de Farim-Saliquinhé

Descritor	Cota (m)		Espessura (m)			Área (m <sup>2</sup> )	Volume (m <sup>3</sup> )
	Mínima	Máxima	Mínima	Máxima	Média		
Cobertura	3	35,92	26,50	69,57	38,96	34 912 500	1 360 064 082
Região A	-35,09	-22,90	0,01	6,29	2,88		100 578 386
Região B	-36,68	-25,32	0	13,30	2,76		96 305 413

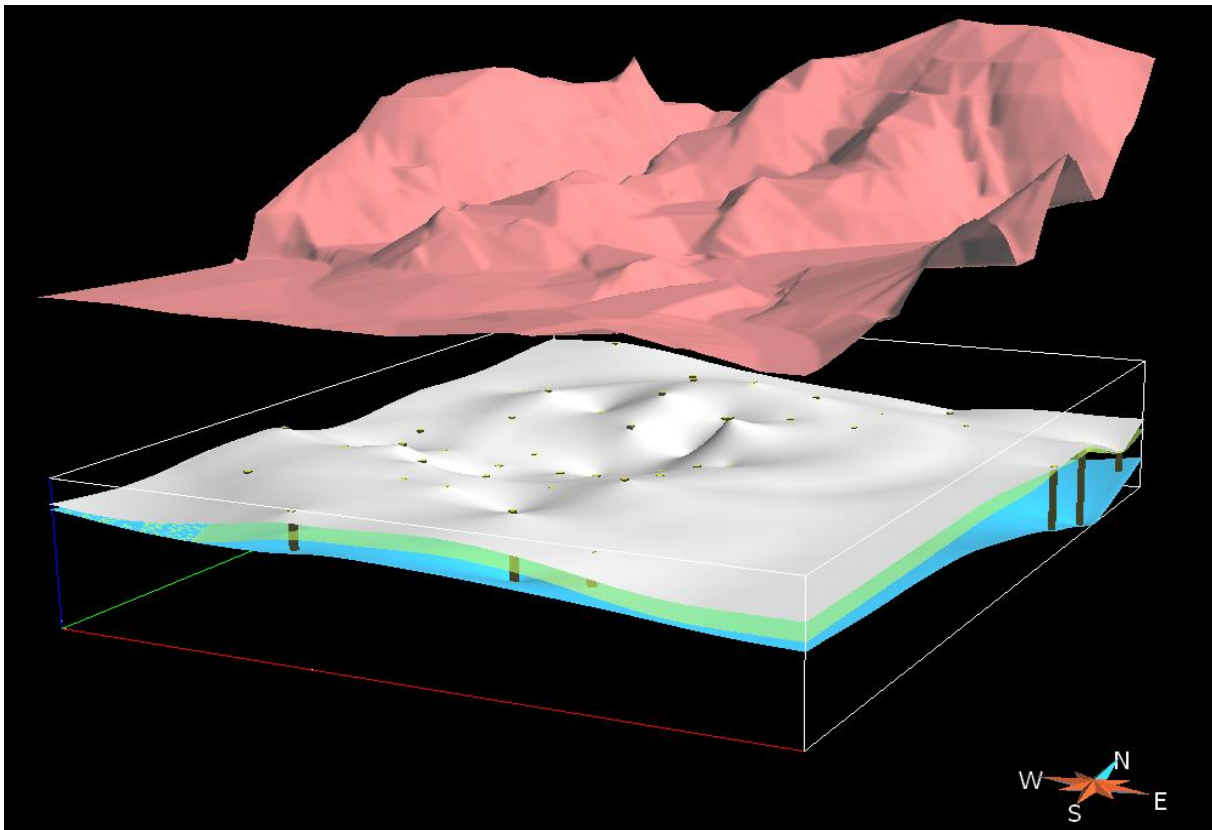


Figura 6.2 – Representação 3D das quatro superfícies estimadas (do topo para a base): relevo, topo A, transição A para B e base de B.

Seguidamente, e para avaliar os quantitativos em fosfato no volume em estudo, estimou-se por krigagem a acumulação em  $P_2O_5$  nas regiões A e B. Na figura 6.3 apresentam-se os variogramas da variável acumulação nas duas formações; todos os variogramas experimentais foram ajustados por função de tipo esférico, isotrópica com amplitude de 1500 metros.

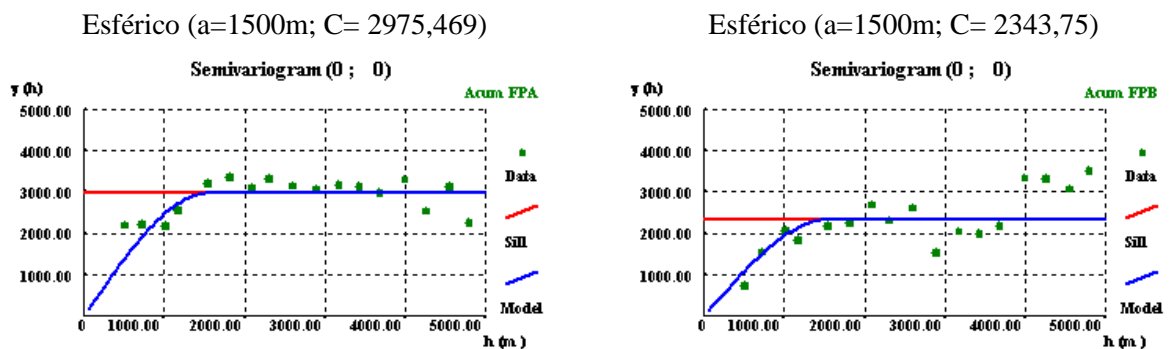


Figura 6.3 – Variogramas experimentais e modelos teóricos ajustados da acumulação em  $P_2O_5$  nas regiões A e B.

## CAPÍTULO 6

Os valores estimados foram importados para o gOcad® para visualização e podem ser vistos nas figuras 6.4 e 6.5, respectivamente para as regiões A e B.

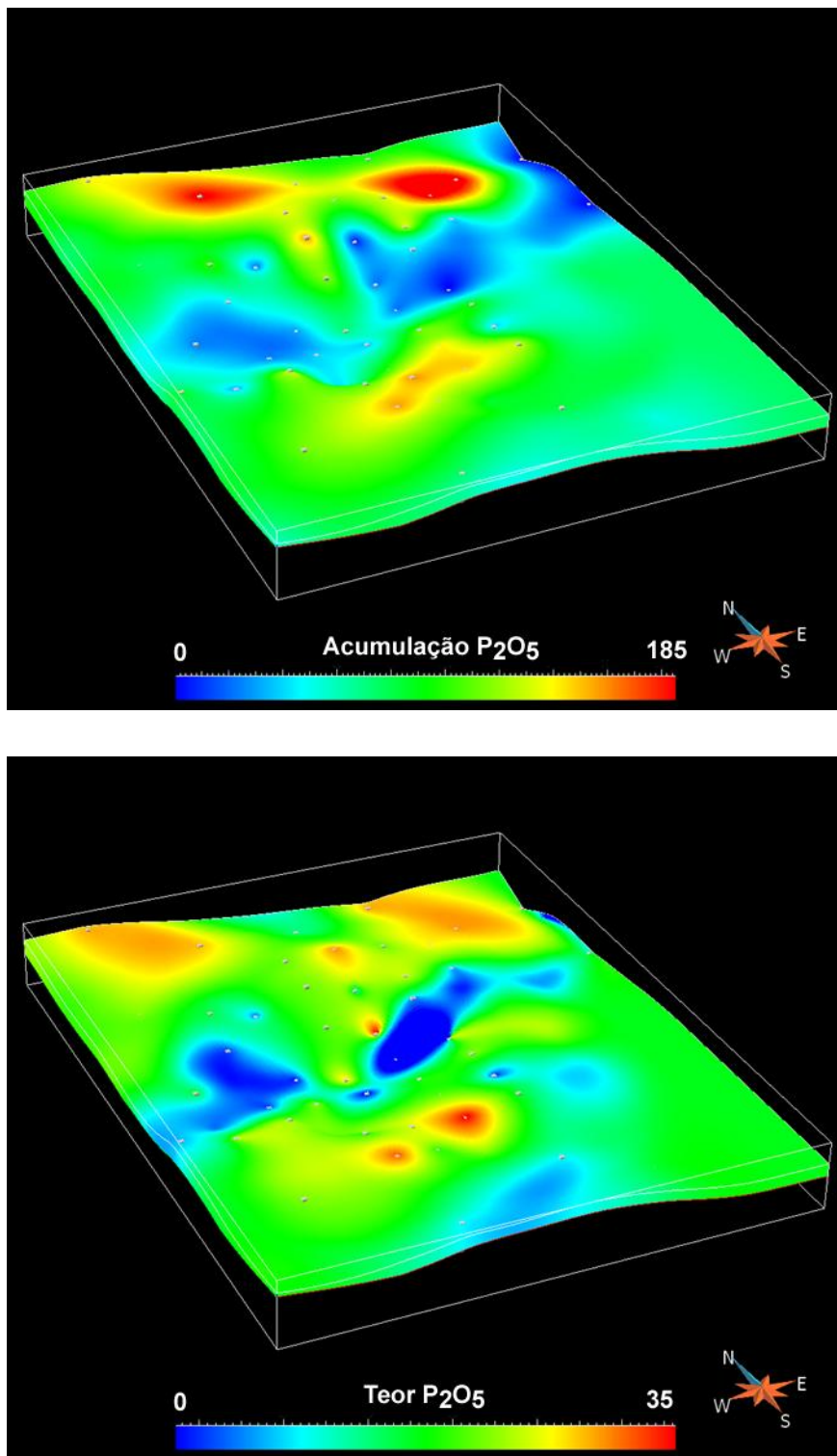


Figura 6.4 – Representação 3D da acumulação (cima) e teor (baixo) em P<sub>2</sub>O<sub>5</sub> na região A.

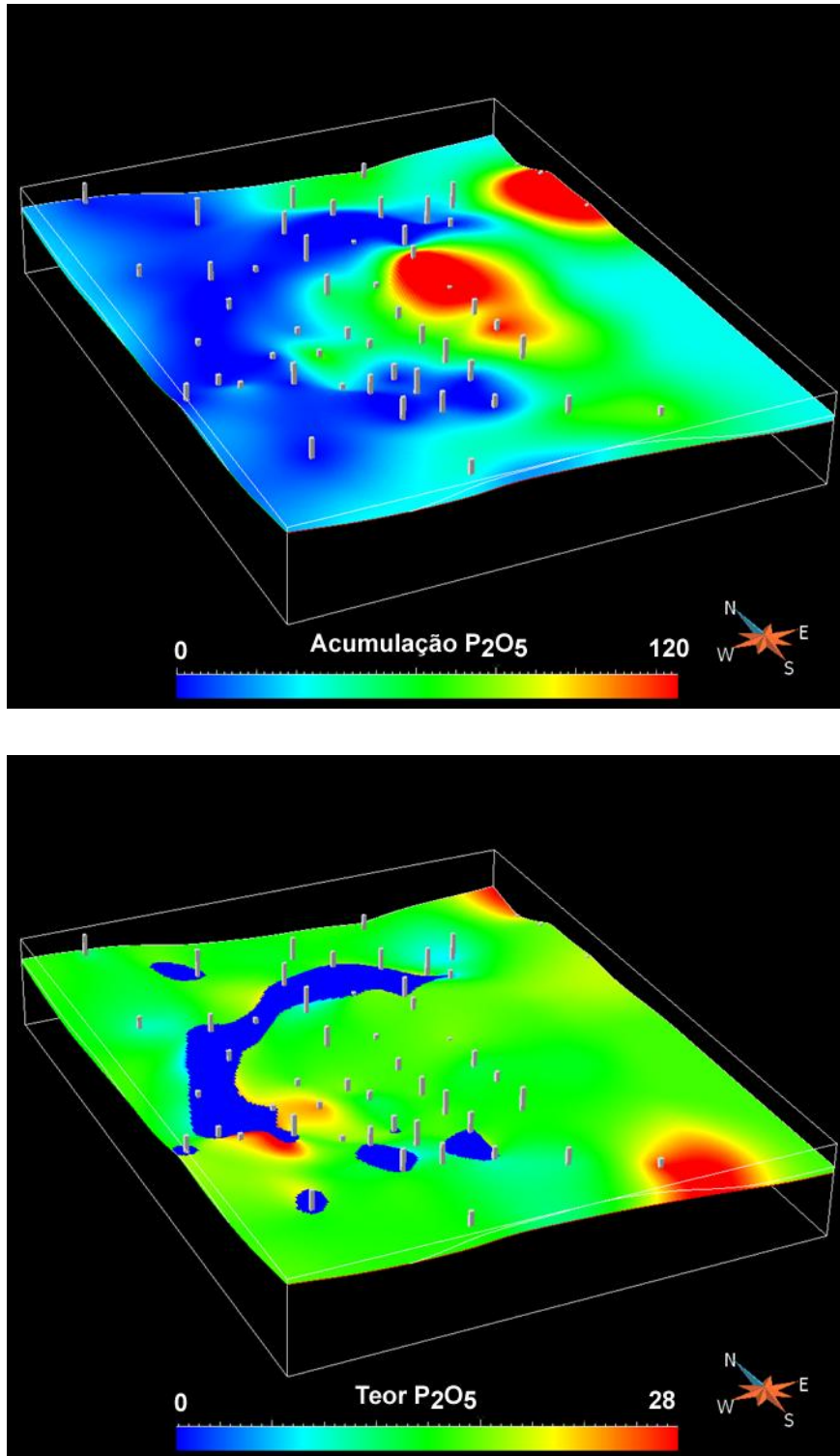


Figura 6.5 – Representação 3D da acumulação (cima) e teor (baixo) em P<sub>2</sub>O<sub>5</sub> na região B.

Na tabela 6.3 representa-se em síntese os resultados da avaliação de reservas para as duas formações mineralizadas estudadas. No cálculo de tonelagem considerou-se para a densidade o valor de 1,43 constante para as duas formações (BRGM, 1983).

Tabela 6.3 – Dados de síntese das reservas em fosfato do depósito mineral de Farim-Saliquinhé

Regiões	Teor médio em P <sub>2</sub> O <sub>5</sub> (%)	Quantidade minério (m <sup>3</sup> )	Quantidade minério (ton)	Quantidade P <sub>2</sub> O <sub>5</sub> (ton)
A = CM + FPA	29,99	100 578 386	143 827 092	43 128 610
B = FPB + BM	13,46	96 305 413	137 716 741	18 532 222

## 6.2 REGULARIZAÇÃO DOS TROÇOS DE SONDAGEM POR SIMULAÇÃO E CO-SIMULAÇÃO SEQUENCIAL DIRECTA COM MÉDIAS LOCAIS

Procedeu-se à regularização dos suportes para a malha vertical de 0,5 m que é a mesma dimensão vertical da malha de blocos 3D. Esta regularização, tal como descrito anteriormente, faz-se nas seguintes etapas experimentais, por região (A e B) (ver figura 6.7):

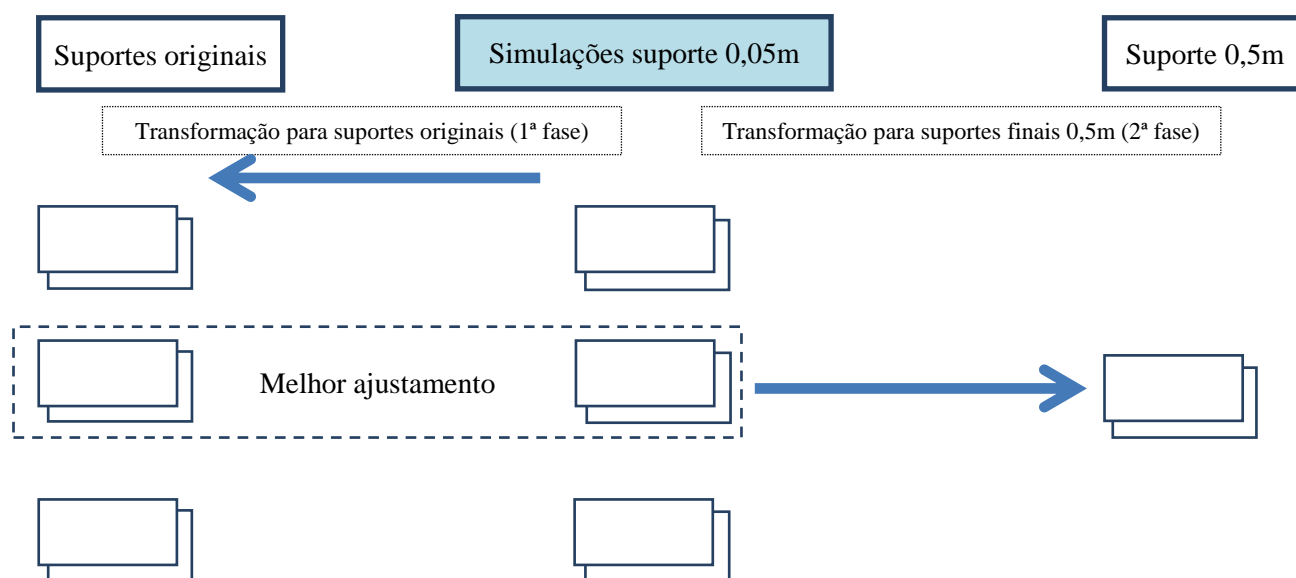


Figura 6.6 – Procedimento experimental de calibração da variância na malha de alta resolução por selecção.

- Simulação (ou co-simulação) dos teores na localização das sondagens numa malha de alta resolução. A simulação é condicional ao histograma dos dados de partida mas não é condicional aos dados propriamente ditos na localização da amostra. Optou-se pelo espaçamento de 0,05 m por ser a menor dimensão dos suportes amostrados, tendo sido geradas 5 realizações. De acordo com o maior comprimento dos suportes amostrados, foram considerados 125 suportes de 0,05m na região A e 270 suportes na região B.
- Transformação dos valores simulados para várias variâncias, preservando a média e a forma do histograma dos dados de partida.

- c) Fazer a transformação dos suportes simulados de 0,05m para os suportes homólogos originais das sondagens e recalcular a variância.
- d) Seleccionar a variância na malha de 0,05m, cujo valor na malha dos suportes originais mais se aproxima do valor original.
- e) Para os valores simulados na variância seleccionada, aumentar a dimensão dos suportes de 0,05 m para 0,5 m por médias aritméticas dos teores.

Para preservar as correlações bivariadas observadas nos dados experimentais (tabela 3.2 da página 27), estabeleceu-se uma sequência de simulação das variáveis por formação com base nos valores das correlações. Para o efeito, listaram-se todos os coeficientes de correlação e os respectivos pares de variáveis e ordenaram-se os pares por ordem decrescente do valor absoluto dos coeficientes de correlação. Os resultados encontram-se nas tabelas 6.4 e 6.5 onde se lista a sequência de simulação das variáveis, se é simulação ou co-simulação, e neste caso qual a variável já simulada que actua como informação condicionante.

Tabela 6.4 – Pares de variáveis ordenados por ordem decrescente dos respectivos coeficientes de correlação de Pearson (a amarelo os que foram utilizados).

Região A				Região B			
Var 1	Var 2	CC Pearson	Valor absoluto CC	Var 1	Var 2	CC Pearson	Valor absoluto CC
CaO	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	-0,692	0,692	F	P <sub>2</sub> O <sub>5</sub>	0,647	0,647
CaO	P <sub>2</sub> O <sub>5</sub>	0,573	0,573	CaO	SiO <sub>2</sub>	-0,443	0,443
F	P <sub>2</sub> O <sub>5</sub>	0,556	0,556	CO <sub>2</sub>	P <sub>2</sub> O <sub>5</sub>	-0,442	0,442
SiO <sub>2</sub>	CaO	-0,499	0,499	F	CaO	-0,435	0,435
P <sub>2</sub> O <sub>5</sub>	SiO <sub>2</sub>	-0,496	0,496	CaO	Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	-0,410	0,410
F	CaO	0,495	0,495	CaO	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	-0,399	0,399
Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	MgO	0,494	0,494	CaO	MgO	-0,382	0,382
Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	F	-0,476	0,476	CO <sub>2</sub>	SiO <sub>2</sub>	-0,375	0,375
Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	CO <sub>2</sub>	-0,469	0,469	CaO	P <sub>2</sub> O <sub>5</sub>	-0,365	0,365
CaO	CO <sub>2</sub>	0,439	0,439	SiO <sub>2</sub>	P <sub>2</sub> O <sub>5</sub>	0,340	0,340
P <sub>2</sub> O <sub>5</sub>	Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	-0,392	0,392	F	SiO <sub>2</sub>	0,295	0,295
Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	CaO	-0,323	0,323	F	MgO	0,291	0,291
P <sub>2</sub> O <sub>5</sub>	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	-0,303	0,303	MgO	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	0,279	0,279
MgO	CO <sub>2</sub>	0,268	0,268	CO <sub>2</sub>	F	-0,276	0,276
SiO <sub>2</sub>	CO <sub>2</sub>	-0,239	0,239	CO <sub>2</sub>	MgO	0,270	0,270
SiO <sub>2</sub>	F	-0,203	0,203	Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	SiO <sub>2</sub>	0,268	0,268
P <sub>2</sub> O <sub>5</sub>	CO <sub>2</sub>	0,186	0,186	CO <sub>2</sub>	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	-0,263	0,263
Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	-0,163	0,163	CO <sub>2</sub>	Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	-0,258	0,258
CO <sub>2</sub>	F	0,142	0,142	Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	0,155	0,155
P <sub>2</sub> O <sub>5</sub>	MgO	-0,134	0,134	CO <sub>2</sub>	CaO	0,154	0,154
SiO <sub>2</sub>	MgO	-0,122	0,122	MgO	SiO <sub>2</sub>	-0,144	0,144
MgO	CaO	-0,117	0,117	F	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	0,092	0,092
Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	MgO	-0,107	0,107	MgO	Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	-0,058	0,058
SiO <sub>2</sub>	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	0,098	0,098	F	Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	0,057	0,057
Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	F	-0,094	0,094	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	P <sub>2</sub> O <sub>5</sub>	-0,043	0,043
Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	CO <sub>2</sub>	0,061	0,061	MgO	P <sub>2</sub> O <sub>5</sub>	0,039	0,039
MgO	F	-0,040	0,040	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	SiO <sub>2</sub>	0,031	0,031
SiO <sub>2</sub>	Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	-0,024	0,024	Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	P <sub>2</sub> O <sub>5</sub>	-0,007	0,007

Tabela 6.5 – Sequência de simulação de teores para as regiões A e B e indicação se é simulação ou co-simulação e respectivo coeficiente de correlação.

Região	Ordem	Variável primária	Variável secundária	Coefficiente de correlação	Simulação ou co-simulação
A	1	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>			Simulação
	2	CaO	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	-0.692	Co-simulação
	3	P <sub>2</sub> O <sub>5</sub>	CaO	0.573	Co-simulação
	4	F	P <sub>2</sub> O <sub>5</sub>	0.556	Co-simulação
	5	SiO <sub>2</sub>	CaO	-0.499	Co-simulação
	6	Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>			Simulação
	7	MgO	Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	0.494	Co-simulação
	8	CO <sub>2</sub>	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	-0,469	Co-simulação
B	1	P <sub>2</sub> O <sub>5</sub>			Simple
	2	F	P <sub>2</sub> O <sub>5</sub>	0.647	Co-simulação
	3	SiO <sub>2</sub>			Simple
	4	CaO	SiO <sub>2</sub>	-0.443	Co-simulação
	5	CO <sub>2</sub>	P <sub>2</sub> O <sub>5</sub>	-0.442	Co-simulação
	6	Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	CaO	-0.410	Co-simulação
	7	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	CaO	-0.399	Co-simulação
	8	MgO	CaO	-0.382	Co-simulação

### 6.2.1 VARIOGRAFIA DOS TEORES NA DIRECÇÃO DA SONDAGEM

Para se proceder à simulação é necessário utilizar um modelo teórico de variograma, neste caso na direcção da sondagem. Para calcular estes variogramas utilizaram-se os teores dos suportes originais e reproduziram-se estes valores para a resolução de 0,05 m, ou seja, esta é a informação secundária local dos valores médios. Os resultados obtidos são apresentados nas figuras 6.7 a 6.14, respectivamente para a região A (esquerda) e B (direita) e foram ajustados os necessários modelos teóricos.

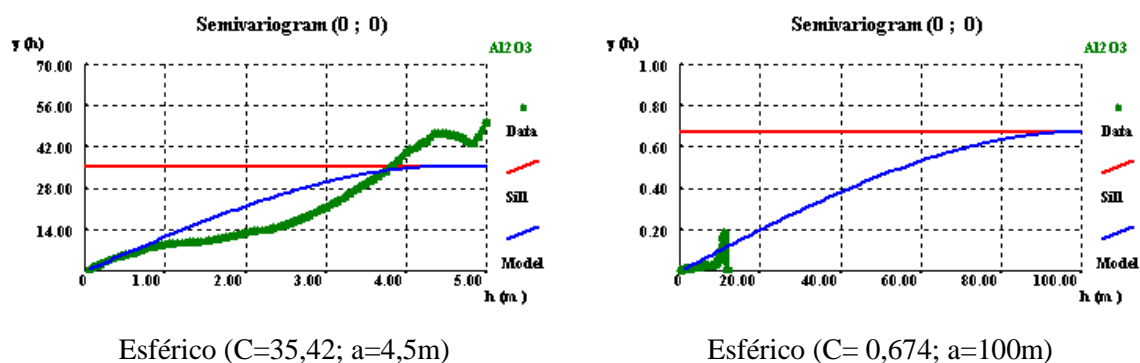
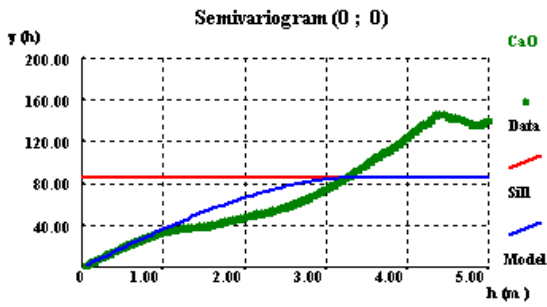
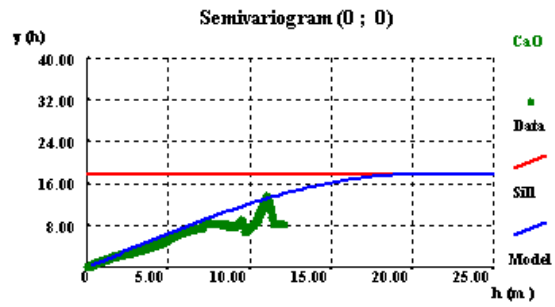


Figura 6.7 – Variogramas experimentais na direcção das sondagens dos teores em Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> (médias locais) e modelos teóricos ajustados nas regiões A (esquerda) e B (direita).

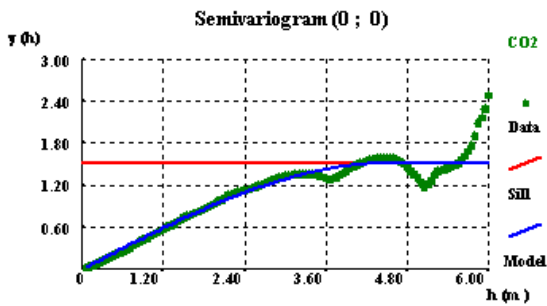


Esférico ( $C= 85,675$ ;  $a=3,5m$ )

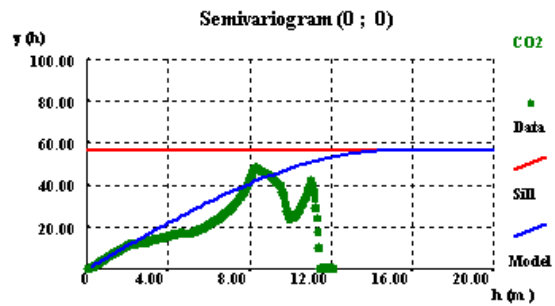


Esférico ( $C= 17,712$ ;  $a=20m$ )

Figura 6.8 – Variogramas experimentais na direcção das sondagens dos teores em CaO (médias locais) e modelos teóricos ajustados nas regiões A (esquerda) e B (direita).

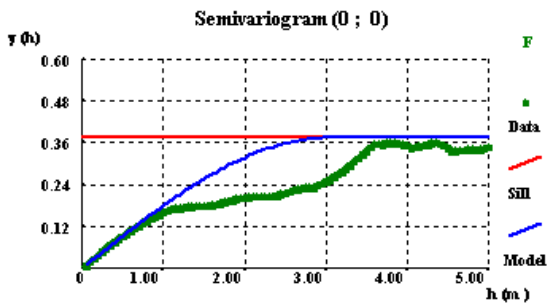


Esférico ( $C= 1,515$ ;  $a=4,5m$ )

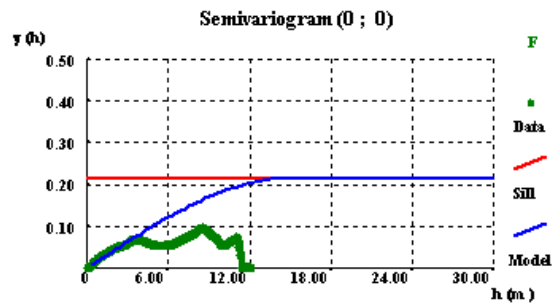


Esférico ( $C= 56,488$ ;  $a=15m$ )

Figura 6.9 – Variogramas experimentais na direcção das sondagens dos teores em CO<sub>2</sub> (médias locais) e modelos teóricos ajustados nas regiões A (esquerda) e B (direita).

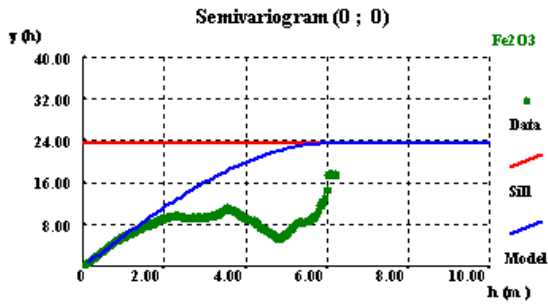


Esférico ( $C= 0,374$ ;  $a=3m$ )

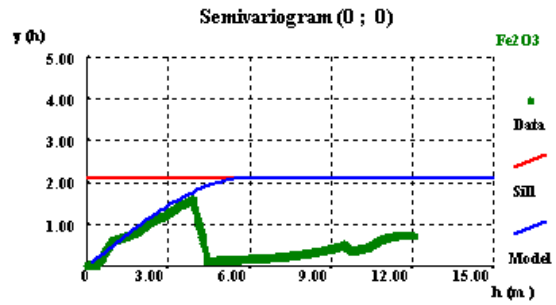


Esférico ( $C= 0,216$ ;  $a=15m$ )

Figura 6.10 – Variogramas experimentais na direcção das sondagens dos teores em F (médias locais) e modelos teóricos ajustados nas regiões A (esquerda) e B (direita).

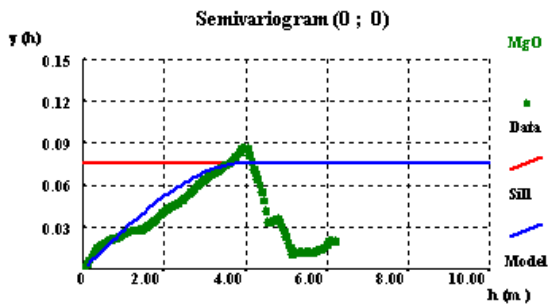


Esférico ( $C=23,449$ ;  $a=6m$ )

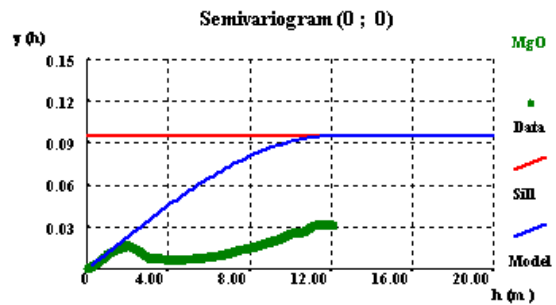


Esférico ( $C= 2,12$ ;  $a=6m$ )

Figura 6.11 – Variogramas experimentais na direcção das sondagens dos teores em  $Fe_2O_3$  (médias locais) e modelos teóricos ajustados nas regiões A (esquerda) e B (direita).

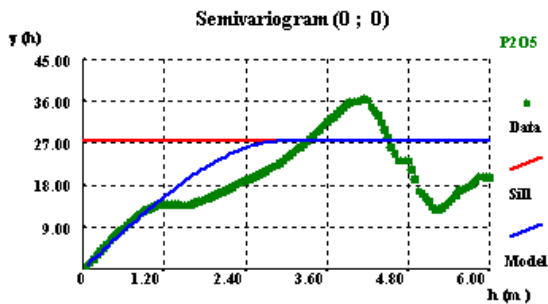


Esférico ( $C= 0,076$ ;  $a=4m$ )

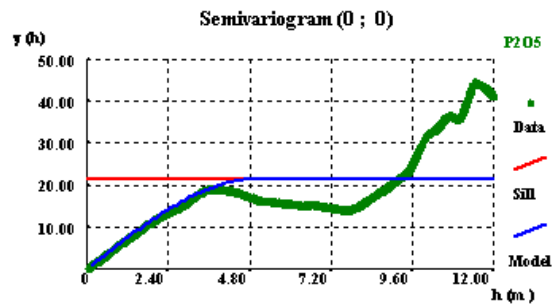


Esférico ( $C= 0,095$ ;  $a=12m$ )

Figura 6.12 – Variogramas experimentais na direcção das sondagens dos teores em  $MgO$  (médias locais) e modelos teóricos ajustados nas regiões A (esquerda) e B (direita).



Esférico ( $C= 27,572$ ;  $a=3m$ )



Esférico ( $C= 21,529$ ;  $a=5m$ )

Figura 6.13 – Variogramas experimentais na direcção das sondagens dos teores em  $P_2O_5$  (médias locais) e modelos teóricos ajustados nas regiões A (esquerda) e B (direita).

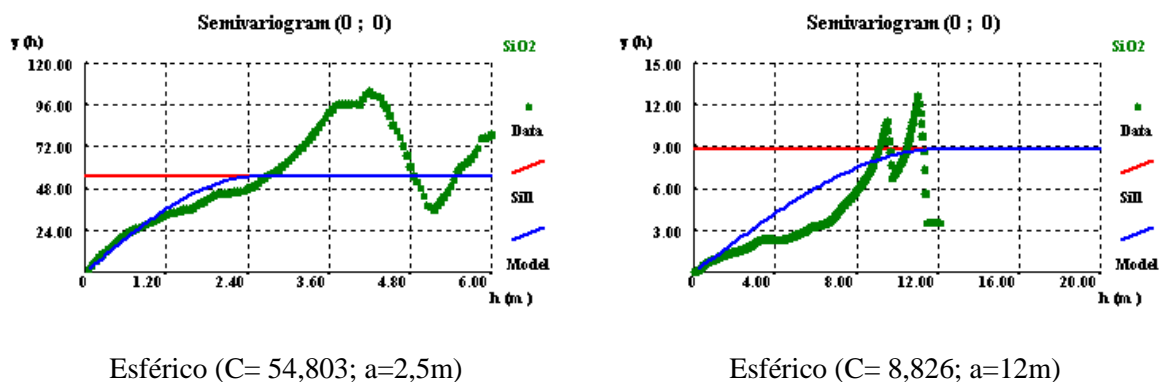


Figura 6.14 – Variogramas experimentais na direcção das sondagens dos teores em SiO<sub>2</sub> (médias locais) e modelos teóricos ajustados nas regiões A (esquerda) e B (direita).

### 6.2.2 REGULARIZAÇÃO DOS TEORES NAS REGIÕES A E B

Neste capítulo apresentam-se os resultados obtidos da regularização dos oito teores em estudo nas regiões A e B. Em particular são apresentadas figuras para os teores em P<sub>2</sub>O<sub>5</sub> na região A.

Na tabela 6.6 apresentam-se a média simples, média ponderada pelo comprimento do suporte e a variância dos teores nos suportes originais, onde esta última estatística constitui o objectivo a atingir com a calibração da variância na mudança de resolução, de 0,05m para a dimensão dos suportes originais. As médias ponderadas serão comparadas com os valores médios dos teores nos suportes finais de 0,5m que deverão ser muito próximas. Comparativamente às médias simples, as médias ponderadas têm os maiores desvios nos teores em Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>.

Tabela 6.6 – Média simples, média ponderada pelo comprimento do suporte e variância dos teores para as regiões A e B dos dados nos suportes originais

Regiões	Estatística	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	CaO	CO <sub>2</sub>	F	Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	MgO	P <sub>2</sub> O <sub>5</sub>	SiO <sub>2</sub>
A	Média	6,040	34,416	1,854	2,078	5,542	0,284	27,680	14,701
	Média ponderada	3,949 (↘)	38,100 (↗)	2,144 (↗)	2,283 (↗)	5,128 (↘)	0,259 (↘)	29,596 (↗)	12,114 (↘)
	Variância	64,800	132,557	1,409	0,588	27,889	0,116	44,072	102,155
B	Média	1,410	47,525	22,092	1,018	1,449	0,573	14,014	5,233
	Média ponderada	0,970 (↘)	48,682 (↗)	23,833 (↗)	0,965 (↘)	1,013 (↘)	0,552 (↘)	13,731 (↘)	4,217 (↘)
	Variância	6,605	28,502	67,775	0,236	4,995	0,144	24,012	21,191

Nas tabelas 6.7 a 6.14 apresentam-se detalhadamente os resultados obtidos para os oito teores em análise nas duas regiões A e B. Para todas as situações foram testadas sete variâncias na resolução de 0,05m tendo sido seleccionada a que é indicada a verde. A variância seleccionada é a mais próxima ou, no caso dos valores serem aproximados, optou-se por escolher a variância maior. Na linha da

variância, indicada a verde, apresenta-se entre parênteses o valor objectivo da variância (conforme valores da tabela 6.6).

Tabela 6.7 – Resultados da calibração da variância dos teores em  $Al_2O_3$  para as regiões A e B.

$Al_2O_3$		Realizações					média (#1...#5)			
		#1	#2	#3	#4	#5				
Região A	Testes de selecção de variância (média e variância calculadas nos suportes homólogos originais)	variância = 50	m	5,176	6,327	6,529	6,104	5,917	6,010	
			$\sigma^2$	35,245	48,451	56,003	45,837	44,037	45,915	
		variância = 55	m	5,133	6,341	6,553	6,107	5,911	6,009	
			$\sigma^2$	38,769	53,296	61,604	50,421	48,440	50,506	
		variância = 60	m	5,093	6,355	6,576	6,110	5,905	6,008	
			$\sigma^2$	42,294	58,141	67,204	55,005	52,844	55,098	
		variância = 65	m	5,054	6,368	6,598	6,112	5,899	6,006	
			$\sigma^2$	45,818	62,986	72,804	59,588	57,248	59,689	
		variância = 70	m	5,017	6,380	6,619	6,115	5,894	6,005	
			$\sigma^2$	49,343	67,832	78,405	64,172	61,651	64,280 (64,800)	
		variância = 75	m	4,981	6,392	6,639	6,118	5,934	6,013	
			$\sigma^2$	52,867	72,677	84,005	68,756	65,538	68,769	
		variância = 80	m	4,947	6,403	6,659	6,120	6,012	6,028	
			$\sigma^2$	56,392	77,522	89,605	73,339	68,965	73,165	
Para a variância seleccionada (=70)	Suportes de 0,05 m; após ajuste das médias	m	4,233	4,253	4,293	4,301	4,355	4,287		
		$\sigma^2$	39,464	38,885	37,527	39,014	39,442	38,867		
	Suportes homólogos originais; após ajuste das médias	m	6,255	6,321	6,332	6,304	6,344	6,311		
		$\sigma^2$	63,206	62,604	62,425	62,838	62,352	62,685		
	Suporte final de 0,5m	m	3,526	3,507	3,589	3,635	3,696	3,591		
		$\sigma^2$	21,014	21,244	20,777	22,276	22,401	21,542		
Região B	Testes de selecção de variância (média e variância calculadas nos suportes homólogos originais)	variância = 6	m	1,183	1,579	1,119	1,308	1,333	1,304	
			$\sigma^2$	3,242	5,784	3,104	4,150	5,091	4,274	
		variância = 7	m	1,164	1,592	1,096	1,313	1,327	1,298	
			$\sigma^2$	3,782	6,748	3,622	4,810	5,939	4,980	
		variância = 8	m	1,148	1,605	1,074	1,361	1,321	1,302	
			$\sigma^2$	4,322	7,712	4,139	5,353	6,787	5,663	
		variância = 8,5	m	1,139	1,611	1,064	1,386	1,318	1,304	
			$\sigma^2$	4,592	8,194	4,398	5,619	7,212	6,003	
		variância = 9	m	1,132	1,617	1,054	1,410	1,316	1,305	
			$\sigma^2$	4,862	8,676	4,656	5,882	7,636	6,343	
		variância = 9,5	m	1,124	1,622	1,044	1,434	1,313	1,307	
			$\sigma^2$	5,132	9,158	4,915	6,144	8,060	6,682 (6,605)	
		variância = 10	m	1,117	1,628	1,034	1,458	1,311	1,309	
			$\sigma^2$	5,403	9,640	5,174	6,403	8,484	7,021	
		Para a variância seleccionada (=9,5)	Suportes de 0,05 m; após ajuste das médias	m	1,254	1,187	1,200	1,234	1,157	1,207
				$\sigma^2$	4,624	4,035	4,092	3,841	3,566	4,031
			Suportes homólogos originais; após ajuste das médias	m	1,589	1,597	1,560	1,623	1,549	1,584
				$\sigma^2$	6,566	6,521	6,522	6,438	6,481	6,506
Suporte final de 0,5m	m		1,007	0,939	0,960	1,001	0,908	0,963		
	$\sigma^2$		1,528	1,104	1,191	0,920	0,595	1,067		

Estes resultados mostram que a variância dos teores em  $Al_2O_3$  a simular na malha de resolução 0,05m deverá ser de 70 para a região A e 9,5 para a região B, para se obterem valores semelhantes de variância aos obtidos no plano de amostragem (64,8 e 6,605, respectivamente).

Tabela 6.8 – Resultados da calibração da variância dos teores em CaO para as regiões A e B.

CaO		Realizações					média (#1...#5)			
		#1	#2	#3	#4	#5				
Região A	Testes de seleção de variância (média e variância calculadas nos suportes homólogos originais)	variância = 100	m	34,769	34,037	33,528	34,142	34,141	34,124	
			$\sigma^2$	77,916	87,456	100,354	85,784	89,551	88,212	
		variância = 110	m	34,787	34,018	33,485	34,129	34,128	34,109	
			$\sigma^2$	85,708	96,202	110,390	94,362	98,506	97,033	
		variância = 120	m	34,803	34,001	33,443	34,116	34,115	34,096	
			$\sigma^2$	93,500	104,948	120,425	102,940	107,461	105,855	
		variância = 130	m	34,819	33,984	33,404	34,104	34,103	34,083	
			$\sigma^2$	101,291	113,693	130,461	111,519	116,416	114,676	
		variância = 140	m	34,835	33,967	33,365	34,095	34,091	34,071	
			$\sigma^2$	109,019	122,439	140,496	119,956	125,371	123,456	
		variância = 150	m	34,854	33,956	33,366	34,090	34,084	34,070	
			$\sigma^2$	116,612	130,934	148,070	128,238	134,068	131,584 (132,557)	
		variância = 160	m	34,875	33,964	33,368	34,087	34,090	34,077	
			$\sigma^2$	124,054	138,250	155,497	136,420	141,934	139,231	
Para a variância selecionada (=150)	Suportes de 0,05 m; após ajuste das médias	m	38,145	38,137	38,111	38,114	38,119	38,125		
		$\sigma^2$	109,759	109,009	110,270	112,777	109,340	110,231		
	Suportes homólogos originais; após ajuste das médias	m	34,431	34,428	34,417	34,425	34,423	34,425		
		$\sigma^2$	131,832	131,966	132,485	132,017	132,136	132,087		
	Suporte final de 0,5m	m	39,254	39,241	39,134	39,139	39,149	39,184		
		$\sigma^2$	74,772	75,309	73,748	79,585	74,717	75,626		
Região B	Testes de seleção de variância (média e variância calculadas nos suportes homólogos originais)	variância = 25	m	47,206	48,166	47,971	48,056	48,169	47,913	
			$\sigma^2$	26,174	22,417	21,423	19,949	21,212	22,235	
		variância = 28	m	47,187	48,203	47,997	48,087	48,206	47,936	
			$\sigma^2$	29,314	25,107	23,994	22,343	23,758	24,903	
		variância = 31	m	47,169	48,239	48,022	48,116	48,242	47,958	
			$\sigma^2$	32,455	27,797	26,565	24,737	26,303	27,571	
		variância = 34	m	47,152	48,272	48,045	48,144	48,276	47,978	
			$\sigma^2$	35,596	30,487	29,136	27,131	28,849	30,240 (28,502)	
		variância = 37	m	47,136	48,305	48,068	48,171	48,308	47,998	
			$\sigma^2$	38,737	33,177	31,706	29,525	31,394	32,908	
		variância = 40	m	47,121	48,336	48,090	48,196	48,339	48,016	
			$\sigma^2$	41,878	35,867	34,277	31,918	33,940	35,576	
		variância = 43	m	47,106	48,366	48,110	48,221	48,369	48,034	
			$\sigma^2$	45,018	38,557	36,848	34,312	36,485	38,244	
		Para a variância selecionada (=34)	Suportes de 0,05 m; após ajuste das médias	m	48,667	48,667	48,668	48,668	48,668	48,667
				$\sigma^2$	20,939	21,529	22,151	21,919	21,677	21,643
			Suportes homólogos originais; após ajuste das médias	m	47,525	47,525	47,525	47,525	47,525	47,525
				$\sigma^2$	28,502	28,502	28,502	28,502	28,502	28,502
Suporte final de 0,5m	m		49,128	49,093	49,086	49,099	49,093	49,100		
	$\sigma^2$		13,018	13,150	13,561	13,089	13,142	13,192		

Para os teores em CaO, os resultados mostram que a variância a simular na malha de resolução 0,05m deverá ser de 150 para a região A e 34 para a região B, para se obterem valores semelhantes de variância aos obtidos no plano de amostragem (132,557 e 28,502, respectivamente).

Tabela 6.9 – Resultados da calibração da variância dos teores em CO<sub>2</sub> para as regiões A e B.

CO <sub>2</sub>		Realizações					média (#1...#5)		
		#1	#2	#3	#4	#5			
Região A	Testes de seleção de variância (média e variância calculadas nos suportes homólogos originais)	variância = 1,40	m	1,924	1,860	1,871	1,873	1,904	1,886
			$\sigma^2$	0,984	1,092	1,640	1,626	1,637	1,396
		variância = 1,41	m	1,924	1,860	1,871	1,873	1,904	1,887
			$\sigma^2$	0,991	1,099	1,651	1,638	1,648	1,405
		variância = 1,42	m	1,924	1,861	1,871	1,873	1,905	1,887
			$\sigma^2$	0,998	1,106	1,663	1,649	1,660	1,415 (1,409)
		variância = 1,43	m	1,924	1,861	1,872	1,873	1,905	1,887
			$\sigma^2$	1,005	1,113	1,675	1,661	1,672	1,425
	variância = 1,44	m	1,925	1,861	1,872	1,873	1,905	1,887	
		$\sigma^2$	1,012	1,119	1,686	1,673	1,683	1,435	
	variância = 1,45	m	1,925	1,862	1,872	1,873	1,905	1,887	
		$\sigma^2$	1,019	1,126	1,698	1,684	1,695	1,444	
	variância = 1,50	m	1,925	1,862	1,872	1,873	1,905	1,888	
		$\sigma^2$	1,026	1,133	1,710	1,696	1,707	1,454	
	Para a variância selecionada (=1,42)	Suportes de 0,05 m; após ajuste das médias	m	2,155	2,158	2,157	2,158	2,156	2,157
			$\sigma^2$	1,792	1,840	1,701	1,717	1,698	1,750
Suportes homólogos originais; após ajuste das médias		m	1,857	1,860	1,861	1,861	1,859	1,860	
		$\sigma^2$	1,405	1,398	1,394	1,393	1,398	1,398	
Suporte final de 0,5m		m	2,234	2,262	2,250	2,255	2,248	2,250	
		$\sigma^2$	1,510	1,614	1,416	1,422	1,411	1,475	
Região B	Testes de seleção de variância (média e variância calculadas nos suportes homólogos originais)	variância = 65	m	23,408	21,726	21,734	22,652	22,148	22,334
			$\sigma^2$	59,841	65,037	58,313	49,886	58,411	58,297
		variância = 68	m	23,438	21,718	21,726	22,665	22,150	22,339
			$\sigma^2$	62,603	68,039	61,004	52,188	61,106	60,988
		variância = 71	m	23,468	21,710	21,718	22,678	22,151	22,345
			$\sigma^2$	65,365	71,041	63,695	54,491	63,802	63,679
		variância = 74	m	23,498	21,702	21,710	22,690	22,152	22,350
			$\sigma^2$	68,079	74,042	66,387	56,793	66,493	66,359
		variância = 77	m	23,528	21,694	21,702	22,702	22,154	22,356
			$\sigma^2$	70,741	77,044	69,078	59,096	69,173	69,026 (67,775)
		variância = 80	m	23,560	21,686	21,695	22,714	22,156	22,362
			$\sigma^2$	73,315	80,046	71,769	61,398	71,843	71,674
	variância = 83	m	23,593	21,679	21,688	22,725	22,159	22,369	
		$\sigma^2$	75,821	83,047	74,461	63,701	74,489	74,304	
	Para a variância selecionada (=77)	Suportes de 0,05 m; após ajuste das médias	m	23,866	23,800	23,802	23,844	23,821	23,827
			$\sigma^2$	62,960	63,496	63,348	61,884	66,859	63,709
		Suportes homólogos originais; após ajuste das médias	m	22,122	22,096	22,095	22,123	22,117	22,111
			$\sigma^2$	66,671	67,584	67,629	66,553	66,761	67,040
Suporte final de 0,5m		m	24,547	24,424	24,360	24,460	24,402	24,439	
		$\sigma^2$	48,938	49,199	48,464	47,188	50,942	48,946	

Já para os teores em CO<sub>2</sub>, os resultados mostram que a variância a simular na malha de resolução 0,05m deverá ser de 1,42 para a região A e 77 para a região B, para se obterem valores semelhantes de variância aos obtidos no plano de amostragem (1,409 e 67,775, respectivamente).

Tabela 6.10 – Resultados da calibração da variância dos teores em F para as regiões A e B.

F		Realizações					média (#1...#5)				
		#1	#2	#3	#4	#5					
Região A	Testes de seleção de variância (média e variância calculadas nos suportes homólogos originais)	variância = 0,58	m	2,004	2,054	2,085	2,103	2,055	2,060		
			$\sigma^2$	0,479	0,524	0,543	0,446	0,501	0,498		
		variância = 0,60	m	2,003	2,054	2,086	2,104	2,055	2,060		
			$\sigma^2$	0,495	0,542	0,561	0,461	0,518	0,516		
		variância = 0,62	m	2,002	2,053	2,086	2,104	2,054	2,060		
			$\sigma^2$	0,512	0,560	0,580	0,477	0,536	0,533		
		variância = 0,64	m	2,000	2,053	2,086	2,104	2,054	2,060		
			$\sigma^2$	0,528	0,578	0,599	0,492	0,553	0,550		
		variância = 0,66	m	1,999	2,053	2,086	2,105	2,054	2,059		
			$\sigma^2$	0,545	0,596	0,617	0,507	0,570	0,567		
		variância = 0,68	m	1,998	2,052	2,086	2,106	2,054	2,059		
			$\sigma^2$	0,561	0,614	0,635	0,521	0,586	0,584 (0,588)		
		variância = 0,70	m	1,997	2,052	2,087	2,106	2,054	2,059		
			$\sigma^2$	0,578	0,632	0,652	0,536	0,602	0,600		
Região A	Para a variância selecionada (=0,68)	Suportes de 0,05 m; após ajuste das médias	m	2,292	2,292	2,296	2,300	2,292	2,294		
			$\sigma^2$	0,484	0,496	0,489	0,501	0,494	0,493		
		Suportes homólogos originais; após ajuste das médias	m	2,078	2,078	2,083	2,082	2,081	2,080		
			$\sigma^2$	0,585	0,586	0,585	0,586	0,588	0,586		
		Suporte final de 0,5m	m	2,333	2,332	2,350	2,351	2,340	2,341		
			$\sigma^2$	0,359	0,370	0,361	0,353	0,358	0,360		
Região B	Testes de seleção de variância (média e variância calculadas nos suportes homólogos originais)	variância = 0,23	m	1,026	0,961	1,073	1,007	1,000	1,013		
			$\sigma^2$	0,190	0,165	0,272	0,220	0,226	0,215		
		variância = 0,24	m	1,026	0,960	1,074	1,006	0,999	1,013		
			$\sigma^2$	0,199	0,171	0,284	0,230	0,236	0,224		
		variância = 0,25	m	1,026	0,959	1,075	1,006	0,999	1,013		
			$\sigma^2$	0,207	0,178	0,296	0,239	0,245	0,233 (0,236)		
		variância = 0,26	m	1,026	0,958	1,076	1,006	0,999	1,013		
			$\sigma^2$	0,215	0,184	0,308	0,249	0,254	0,242		
		variância = 0,27	m	1,026	0,958	1,077	1,006	0,999	1,013		
			$\sigma^2$	0,223	0,191	0,320	0,258	0,264	0,251		
		variância = 0,28	m	1,026	0,957	1,078	1,006	0,999	1,013		
			$\sigma^2$	0,232	0,197	0,331	0,268	0,273	0,260		
		variância = 0,29	m	1,027	0,956	1,080	1,006	0,999	1,013		
			$\sigma^2$	0,240	0,204	0,343	0,276	0,282	0,269		
		Região B	Para a variância selecionada (=0,25)	Suportes de 0,05 m; após ajuste das médias	m	0,966	0,967	0,965	0,966	0,966	0,966
					$\sigma^2$	0,241	0,269	0,248	0,259	0,257	0,255
				Suportes homólogos originais; após ajuste das médias	m	1,018	1,019	1,018	1,019	1,018	1,019
					$\sigma^2$	0,236	0,235	0,236	0,235	0,236	0,236
				Suporte final de 0,5m	m	0,954	0,947	0,957	0,958	0,959	0,955
					$\sigma^2$	0,239	0,265	0,242	0,249	0,253	0,250

Continuando a análise, para os teores em F os resultados mostram que a variância a simular na malha de resolução 0,05m deverá ser de 0,68 para a região A e 0,25 para a região B, para se obterem valores semelhantes de variância aos obtidos no plano de amostragem (0,588 e 0,236, respectivamente).

Tabela 6.11 – Resultados da calibração da variância dos teores em Fe<sub>2</sub>O<sub>3</sub> para as regiões A e B.

Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>		Realizações					média (#1...#5)			
		#1	#2	#3	#4	#5				
Região A	Testes de seleção de variância (média e variância calculadas nos suportes homólogos originais)	variância = 25	m	6,058	5,689	5,571	5,788	5,507	5,722	
			$\sigma^2$	21,631	19,691	16,317	20,060	16,910	18,922	
		variância = 29	m	6,160	5,790	5,659	5,876	5,581	5,813	
			$\sigma^2$	24,367	21,832	18,010	22,477	18,798	21,097	
		variância = 33	m	6,258	5,890	5,745	5,964	5,656	5,902	
			$\sigma^2$	27,052	23,904	19,652	24,810	20,628	23,209	
		variância = 37	m	6,354	5,987	5,828	6,052	5,730	5,990	
			$\sigma^2$	29,693	25,931	21,256	27,068	22,405	25,271	
		variância = 41	m	6,447	6,081	5,909	6,137	5,803	6,075	
			$\sigma^2$	32,310	27,920	22,831	29,298	24,137	27,299 (27,889)	
		variância = 45	m	6,536	6,173	5,987	6,220	5,875	6,158	
			$\sigma^2$	34,908	29,865	24,382	31,499	25,845	29,299	
		variância = 49	m	6,621	6,263	6,063	6,301	5,945	6,239	
			$\sigma^2$	37,490	31,779	25,915	33,671	27,529	31,277	
Para a variância selecionada (=41)	Suportes de 0,05 m; após ajuste das médias	m	5,364	5,439	5,457	5,328	5,403	5,398		
		$\sigma^2$	29,920	30,175	32,143	29,144	30,102	30,297		
	Suportes homólogos originais; após ajuste das médias	m	5,706	5,756	5,734	5,669	5,687	5,710		
		$\sigma^2$	26,915	26,728	26,911	27,248	27,099	26,980		
	Suporte final de 0,5m	m	4,939	5,070	5,076	4,885	5,025	4,999		
		$\sigma^2$	21,962	21,255	24,229	19,152	22,100	21,740		
Região B	Testes de seleção de variância (média e variância calculadas nos suportes homólogos originais)	variância = 5	m	1,557	1,575	1,540	1,415	1,450	1,507	
			$\sigma^2$	4,565	3,928	2,839	3,450	3,446	3,646	
		variância = 5,5	m	1,583	1,599	1,564	1,433	1,466	1,529	
			$\sigma^2$	4,960	4,262	3,065	3,739	3,744	3,954	
		variância = 6	m	1,608	1,628	1,588	1,452	1,483	1,552	
			$\sigma^2$	5,352	4,578	3,289	4,026	4,040	4,257	
		variância = 6,5	m	1,632	1,657	1,612	1,470	1,500	1,574	
			$\sigma^2$	5,742	4,891	3,511	4,310	4,334	4,558	
		variância = 7	m	1,656	1,685	1,634	1,489	1,516	1,596	
			$\sigma^2$	6,130	5,202	3,732	4,593	4,625	4,856	
		variância = 7,5	m	1,679	1,712	1,657	1,508	1,533	1,618	
			$\sigma^2$	6,517	5,511	3,951	4,872	4,914	5,153 (4,995)	
		variância = 8	m	1,703	1,738	1,679	1,527	1,550	1,640	
			$\sigma^2$	6,901	5,817	4,168	5,150	5,201	5,447	
		Para a variância selecionada (=7,5)	Suportes de 0,05 m; após ajuste das médias	m	1,200	1,196	1,259	1,220	1,196	1,214
				$\sigma^2$	3,562	3,293	4,640	3,443	3,375	3,662
			Suportes homólogos originais; após ajuste das médias	m	1,589	1,608	1,644	1,596	1,564	1,600
				$\sigma^2$	4,877	4,875	4,905	4,855	4,868	4,876
Suporte final de 0,5m	m		1,055	1,099	1,118	1,088	1,053	1,082		
	$\sigma^2$		1,928	1,874	2,767	1,814	1,715	2,020		

Para os teores em Fe<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, os resultados mostram que a variância a simular na malha de resolução 0,05m deverá ser de 41 para a região A e 7,5 para a região B, para se obterem valores semelhantes de variância aos obtidos no plano de amostragem (27,889 e 4,995, respectivamente).

Tabela 6.12 – Resultados da calibração da variância dos teores em MgO para as regiões A e B.

		MgO		Realizações					média (#1...#5)
				#1	#2	#3	#4	#5	
Região A	Testes de seleção de variância (média e variância calculadas nos suportes homólogos originais)	variância = 0,11	m	0,289	0,294	0,302	0,266	0,294	0,289
			$\sigma^2$	0,111	0,084	0,116	0,071	0,097	0,096
		variância = 0,12	m	0,289	0,295	0,303	0,265	0,295	0,289
			$\sigma^2$	0,122	0,092	0,126	0,078	0,106	0,105
		variância = 0,13	m	0,291	0,296	0,303	0,264	0,296	0,290
			$\sigma^2$	0,131	0,099	0,137	0,084	0,114	0,113
		variância = 0,14	m	0,292	0,297	0,306	0,264	0,297	0,291
			$\sigma^2$	0,140	0,106	0,146	0,090	0,122	0,121 (0,116)
		variância = 0,15	m	0,294	0,299	0,309	0,265	0,299	0,293
			$\sigma^2$	0,150	0,113	0,155	0,096	0,130	0,129
		variância = 0,16	m	0,297	0,301	0,311	0,265	0,302	0,295
			$\sigma^2$	0,158	0,120	0,165	0,102	0,138	0,137
		variância = 0,17	m	0,299	0,304	0,314	0,266	0,304	0,297
			$\sigma^2$	0,167	0,126	0,174	0,107	0,146	0,144
Para a variância selecionada (=0,14)	Suportes de 0,05 m; após ajuste das médias	m	0,275	0,274	0,276	0,277	0,278	0,276	
		$\sigma^2$	0,092	0,096	0,091	0,098	0,091	0,093	
	Suportes homólogos originais; após ajuste das médias	m	0,296	0,294	0,296	0,295	0,297	0,295	
		$\sigma^2$	0,112	0,112	0,112	0,113	0,112	0,112	
	Suporte final de 0,5m	m	0,247	0,248	0,249	0,251	0,250	0,249	
		$\sigma^2$	0,057	0,057	0,056	0,063	0,055	0,058	
Região A	Testes de seleção de variância (média e variância calculadas nos suportes homólogos originais)	variância = 0,14	m	0,573	0,583	0,584	0,555	0,565	0,572
			$\sigma^2$	0,109	0,103	0,128	0,094	0,084	0,103
		variância = 0,15	m	0,573	0,584	0,585	0,554	0,565	0,572
			$\sigma^2$	0,117	0,110	0,137	0,100	0,089	0,111
		variância = 0,16	m	0,573	0,584	0,586	0,554	0,566	0,573
			$\sigma^2$	0,124	0,118	0,145	0,107	0,094	0,118
		variância = 0,17	m	0,574	0,584	0,587	0,554	0,566	0,573
			$\sigma^2$	0,131	0,125	0,154	0,113	0,100	0,125
		variância = 0,18	m	0,575	0,585	0,587	0,553	0,566	0,573
			$\sigma^2$	0,138	0,132	0,163	0,120	0,105	0,132
		variância = 0,19	m	0,575	0,586	0,588	0,553	0,567	0,574
			$\sigma^2$	0,145	0,139	0,171	0,126	0,110	0,138
		variância = 0,20	m	0,576	0,587	0,589	0,553	0,567	0,574
			$\sigma^2$	0,152	0,145	0,180	0,133	0,115	0,145 (0,144)
Para a variância selecionada (=0,20)	Suportes de 0,05 m; após ajuste das médias	m	0,559	0,557	0,556	0,560	0,557	0,558	
		$\sigma^2$	0,146	0,136	0,119	0,127	0,132	0,132	
	Suportes homólogos originais; após ajuste das médias	m	0,582	0,578	0,577	0,580	0,576	0,578	
		$\sigma^2$	0,141	0,143	0,144	0,143	0,144	0,143	
	Suporte final de 0,5m	m	0,541	0,537	0,535	0,540	0,537	0,538	
		$\sigma^2$	0,090	0,085	0,065	0,071	0,077	0,078	

Continuando, para os teores em MgO, os resultados mostram que a variância a simular na malha de resolução 0,05m deverá ser de 0,14 para a região A e 0,20 para a região B, para se obterem valores semelhantes de variância aos obtidos no plano de amostragem (0,116 e 0,144, respectivamente).

Tabela 6.13 – Resultados da calibração da variância dos teores em P<sub>2</sub>O<sub>5</sub> para as regiões A e B.

P <sub>2</sub> O <sub>5</sub>		Realizações					média (#1...#5)		
		#1	#2	#3	#4	#5			
Região A	Testes de seleção de variância (média e variância calculadas nos suportes homólogos originais)	variância = 40	m	27,175	27,913	27,677	28,065	27,360	27,638
			$\sigma^2$	33,052	30,983	36,902	30,839	35,243	33,404
		variância = 45	m	27,144	27,927	27,677	28,089	27,341	27,635
			$\sigma^2$	37,184	34,856	41,515	34,694	39,648	37,579
		variância = 50	m	27,115	27,940	27,676	28,111	27,323	27,633
			$\sigma^2$	41,315	38,729	46,128	38,549	44,053	41,755
		variância = 55	m	27,088	27,953	27,676	28,132	27,305	27,631
			$\sigma^2$	45,447	42,602	50,741	42,404	48,458	45,930 (44,072)
		variância = 60	m	27,061	27,965	27,676	28,152	27,289	27,629
			$\sigma^2$	49,578	46,475	55,353	46,259	52,864	50,106
		variância = 65	m	27,036	27,977	27,676	28,171	27,273	27,626
			$\sigma^2$	53,710	50,348	59,966	50,114	57,269	54,281
		variância = 70	m	27,012	27,988	27,676	28,190	27,257	27,624
			$\sigma^2$	57,841	54,221	64,579	53,969	61,674	58,457
	Para a variância selecionada (=55)	Suportes de 0,05 m; após ajuste das médias	m	29,601	29,601	29,601	29,601	29,601	29,601
			$\sigma^2$	40,542	40,299	41,031	41,722	43,460	41,411
		Suportes homólogos originais; após ajuste das médias	m	27,680	27,680	27,680	27,680	27,680	27,680
			$\sigma^2$	44,072	44,072	44,072	44,072	44,072	44,072
Suporte final de 0,5m		m	30,111	30,208	30,149	30,238	30,250	30,191	
		$\sigma^2$	26,472	23,512	26,463	27,719	27,898	26,413	
Região B	Testes de seleção de variância (média e variância calculadas nos suportes homólogos originais)	variância = 24	m	14,070	13,742	14,371	14,005	14,293	14,096
			$\sigma^2$	21,182	21,413	23,576	22,656	23,882	22,542
		variância = 25	m	14,071	13,737	14,378	14,005	14,299	14,098
			$\sigma^2$	22,065	22,305	24,558	23,600	24,877	23,481
		variância = 26	m	14,072	13,731	14,385	14,004	14,304	14,099
			$\sigma^2$	22,947	23,197	25,541	24,544	25,872	24,420 (24,012)
		variância = 27	m	14,073	13,726	14,392	14,004	14,310	14,101
			$\sigma^2$	23,830	24,090	26,523	25,488	26,867	25,360
		variância = 28	m	14,074	13,720	14,399	14,004	14,315	14,103
			$\sigma^2$	24,712	24,982	27,505	26,433	27,862	26,299
		variância = 29	m	14,075	13,715	14,406	14,004	14,321	14,104
			$\sigma^2$	25,595	25,874	28,488	27,377	28,857	27,238
		variância = 30	m	14,076	13,710	14,413	14,004	14,326	14,106
			$\sigma^2$	26,478	26,766	29,470	28,321	29,852	28,177
	Para a variância selecionada (=26)	Suportes de 0,05 m; após ajuste das médias	m	13,733	13,733	13,734	13,733	13,733	13,733
			$\sigma^2$	25,094	25,524	25,250	24,751	25,734	25,271
		Suportes homólogos originais; após ajuste das médias	m	14,014	14,014	14,015	14,014	14,014	14,014
			$\sigma^2$	24,012	24,012	24,006	24,012	24,012	24,011
		Suporte final de 0,5m	m	13,755	13,735	13,750	13,759	13,845	13,769
			$\sigma^2$	23,922	24,368	24,094	23,542	24,671	24,120

Continuando, para os teores em  $P_2O_5$ , os resultados mostram que a variância a simular na malha de resolução 0,05m deverá ser de 55 para a região A e 26 para a região B, para se obterem valores semelhantes de variância aos obtidos no plano de amostragem (44,072 e 24,012, respectivamente).

Tabela 6.14 – Resultados da calibração da variância dos teores em  $SiO_2$  para as regiões A e B.

$SiO_2$			Realizações					média (#1...#5)	
			#1	#2	#3	#4	#5		
Região A	Testes de seleção de variância (média e variância calculadas nos suportes homólogos originais)	variância = 100	m	14,702	14,830	13,578	14,186	13,989	14,257
			$\sigma^2$	72,714	82,226	59,581	66,092	57,475	67,617
		variância = 115	m	14,702	14,839	13,497	14,148	13,938	14,225
			$\sigma^2$	83,621	94,560	68,518	76,005	66,096	77,760
		variância = 130	m	14,702	14,848	13,420	14,114	13,890	14,195
			$\sigma^2$	94,528	106,894	77,455	85,919	74,717	87,903
		variância = 145	m	14,720	14,856	13,415	14,081	13,844	14,183
			$\sigma^2$	104,948	119,227	84,682	95,833	83,339	97,606
		variância = 160	m	14,804	14,966	13,463	14,131	13,801	14,233
			$\sigma^2$	113,552	128,631	90,528	103,568	91,960	105,648 (102,155)
		variância = 175	m	14,887	15,102	13,513	14,221	13,809	14,306
			$\sigma^2$	122,024	137,095	96,288	110,170	99,347	112,985
		variância = 190	m	14,971	15,237	13,562	14,311	13,869	14,390
			$\sigma^2$	130,379	145,405	101,999	116,655	105,380	119,964
	Para a variância seleccionada (=160)	Suportes de 0,05 m; após ajuste das médias	m	12,354	12,387	12,456	12,446	12,587	12,446
			$\sigma^2$	90,338	97,757	104,888	99,999	97,446	98,086
Suportes homólogos originais; após ajuste das médias		m	14,891	14,939	14,952	14,958	15,003	14,948	
		$\sigma^2$	99,809	99,357	99,098	99,182	98,946	99,279	
Suporte final de 0,5m		m	12,224	12,174	12,176	12,058	12,473	12,221	
		$\sigma^2$	56,315	62,981	61,461	61,463	65,188	61,482	
Região B	Testes de seleção de variância (média e variância calculadas nos suportes homólogos originais)	variância = 20	m	5,168	5,157	5,267	5,625	5,168	5,277
			$\sigma^2$	18,747	17,128	18,063	21,132	18,789	18,772
		variância = 21	m	5,167	5,155	5,268	5,635	5,167	5,278
			$\sigma^2$	19,684	17,984	18,967	22,189	19,728	19,710
		variância = 22	m	5,165	5,153	5,269	5,645	5,165	5,279
			$\sigma^2$	20,621	18,841	19,870	23,245	20,668	20,649
		variância = 23	m	5,164	5,151	5,270	5,654	5,164	5,280
			$\sigma^2$	21,559	19,697	20,773	24,302	21,607	21,588 (21,191)
		variância = 24	m	5,162	5,150	5,271	5,663	5,162	5,281
			$\sigma^2$	22,496	20,554	21,676	25,359	22,546	22,526
		variância = 25	m	5,161	5,148	5,271	5,672	5,161	5,282
			$\sigma^2$	23,433	21,410	22,579	26,415	23,486	23,465
		variância = 26	m	5,159	5,146	5,272	5,680	5,159	5,283
			$\sigma^2$	24,371	22,266	23,482	27,472	24,425	24,403
	Para a variância seleccionada (=23)	Suportes de 0,05 m; após ajuste das médias	m	4,273	4,251	4,254	4,277	4,276	4,266
			$\sigma^2$	10,646	11,099	10,974	10,111	10,032	10,572
		Suportes homólogos originais; após ajuste das médias	m	5,259	5,251	5,249	5,276	5,267	5,260
			$\sigma^2$	21,042	21,116	21,138	20,946	21,023	21,053
		Suporte final de 0,5m	m	3,996	3,966	3,994	3,979	3,966	3,980
			$\sigma^2$	5,365	5,471	5,766	4,698	4,833	5,226

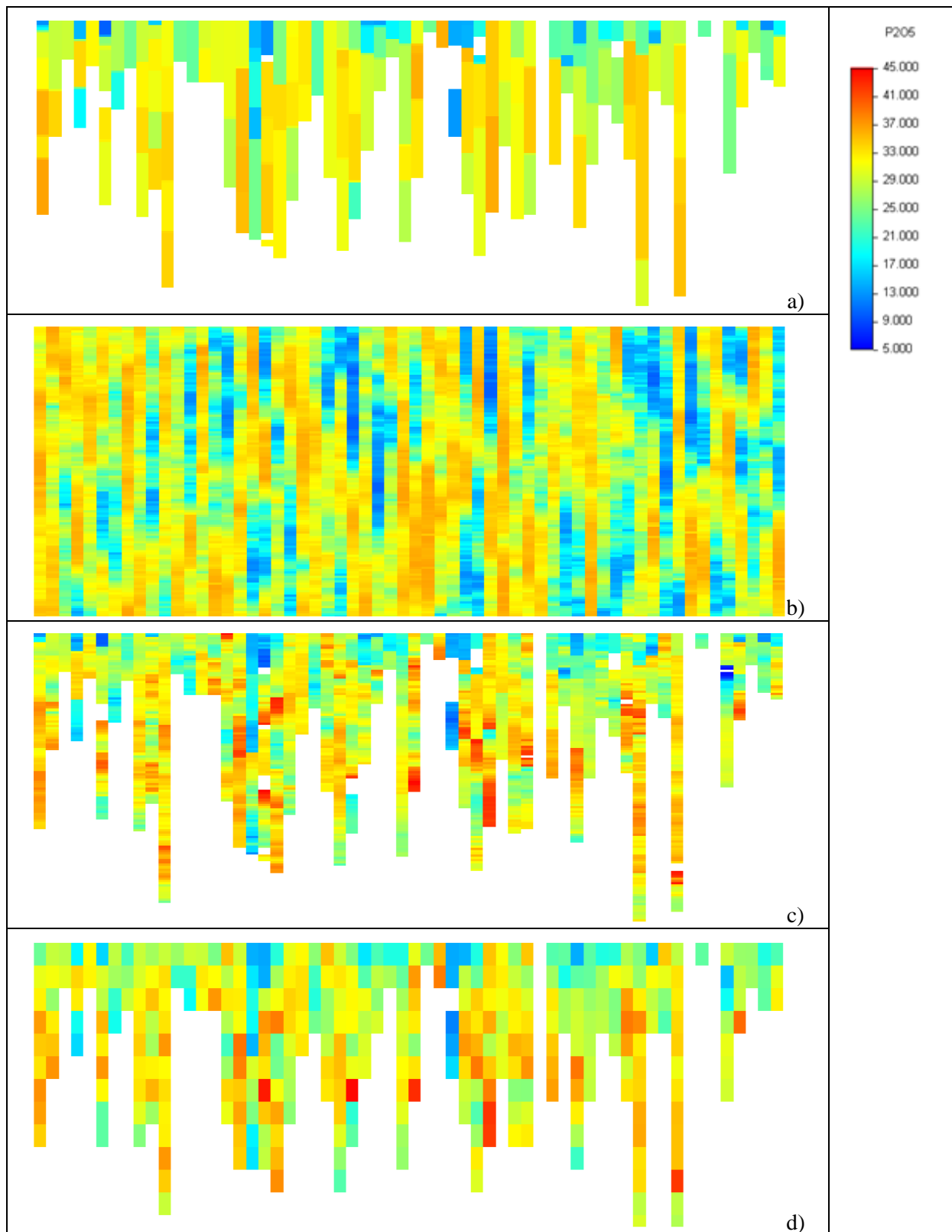


Figura 6.15 – Representação dos teores em P<sub>2</sub>O<sub>5</sub> na região A para as 60 sondagens (colunas): a) Dados originais nos suportes irregulares; b) resultado de uma realização com resolução vertical de 0,05m; c) resultado de uma simulação com resolução vertical de 0,05m após correção para as médias locais homólogas; d) resultados finais após cálculo para a resolução vertical final de 0,5m.

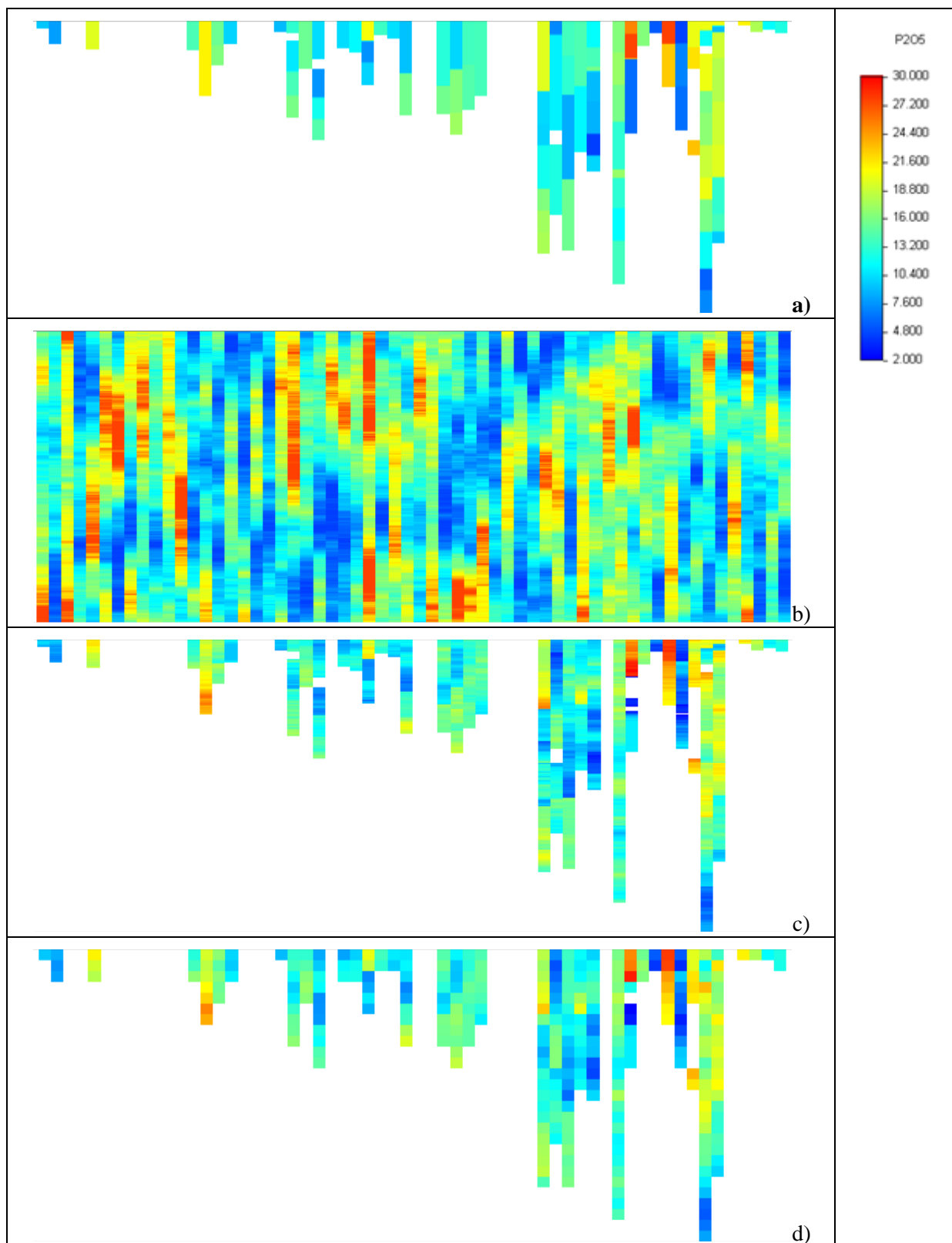


Figura 6.16 – Representação dos teores em  $P_2O_5$  na região B para as 60 sondagens (colunas): a) Dados originais nos suportes irregulares; b) resultado de uma realização com resolução vertical de 0,05m; c) resultado de uma simulação com resolução vertical de 0,05m após correção para as médias locais homólogas; d) resultados finais após cálculo para a resolução vertical final de 0,5m.

Finalmente, para os teores em  $\text{SiO}_2$ , os resultados mostram que a variância a simular na malha de resolução 0,05m deverá ser de 160 para a região A e 23 para a região B, para se obterem valores semelhantes de variância aos obtidos no plano de amostragem (102,155 e 21,191, respectivamente).

Para ilustrar este procedimento nas várias etapas, na sequência de imagens das figuras 6.15 e 6.16 mostram-se: a) representação dos teores em  $\text{P}_2\text{O}_5$  na região A ou B para as 60 sondagens (colunas) nos suportes originais irregulares; b) resultados de uma simulação com resolução vertical de 0,05m após correcção dos erros, ou seja, os valores apresentam a média dos suportes homólogos originais; c) resultados finais após cálculo para a resolução vertical final de 0,5 m. Nas imagens, as sondagens são apresentadas por colunas (60 colunas) e as linhas representam os dados em profundidade, do topo para a base. Todas as sondagens foram representadas relativamente a uma origem fictícia constante.

Na figura 6.17 ilustram-se os resultados das cinco realizações nos suportes de 0,5m relativamente aos originais para duas sondagens na região A.

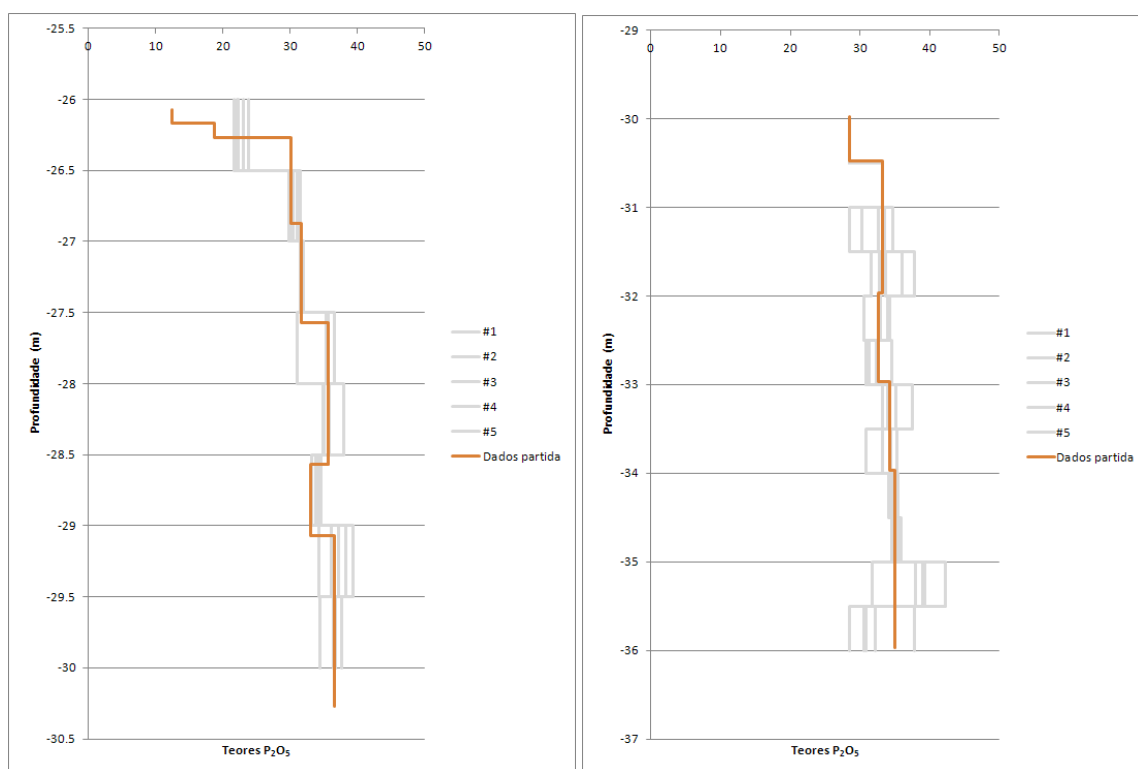


Figura 6.17 – Representação dos teores simulados nos suportes finais de 0,5m em comparação com os valores nos suportes originais em duas sondagens.

Para complementar a análise dos teores, nas tabelas 6.15 e 6.16 apresentam-se as matrizes dos coeficientes de correlação de Pearson dos dados simulados na malha de 0,5m para as regiões A e B (média das 5 simulações, 25 combinações) – metade superior e entre os teores nas formações designadas anteriormente por *CM+FPA* – metade inferior e *FPB+BM* respectivamente.

Tabela 6.15 – Resultados da calibração da variância dos teores em SiO<sub>2</sub> para a região A (a verde valores superiores a 0,5 em valor absoluto; a laranja valores entre 0,4 e 0,5 em valor absoluto), metade inferior dados originais e metade superior dados médios das simulações.

	P <sub>2</sub> O <sub>5</sub>	SiO <sub>2</sub>	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	MgO	CaO	F	CO <sub>2</sub>
P <sub>2</sub> O <sub>5</sub>		-0,427	-0,284	-0,397	-0,277	0,464	0,420	0,061
SiO <sub>2</sub>	-0,494		0,277	0,001	0,124	-0,463	-0,252	-0,207
Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	-0,32	0,196		-0,092	-0,053	-0,604	-0,302	-0,351
Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	-0,542	0,03	-0,137		0,285	-0,304	-0,231	0,011
MgO	-0,211	-0,098	-0,049	0,495		-0,193	-0,190	0,240
CaO	0,632	-0,534	-0,705	-0,415	-0,223		0,337	0,308
F	0,576	-0,195	-0,431	-0,216	-0,137	0,459		-0,012
CO <sub>2</sub>	0,138	-0,269	-0,434	0,004	0,241	0,414	0,063	

Tabela 6.16 – Resultados da calibração da variância dos teores em SiO<sub>2</sub> para a região B (a verde valores superiores a 0,5 em valor absoluto; a laranja valores entre 0,4 e 0,5 em valor absoluto), metade inferior dados originais e metade superior dados médios das simulações.

	P <sub>2</sub> O <sub>5</sub>	SiO <sub>2</sub>	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	MgO	CaO	F	CO <sub>2</sub>
P <sub>2</sub> O <sub>5</sub>		0,280	-0,077	0,003	0,062	-0,334	0,503	-0,317
SiO <sub>2</sub>	0,340		-0,058	0,119	-0,104	-0,287	0,147	-0,219
Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	-0,043	0,031		0,023	0,047	0,002	-0,022	0,032
Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	-0,007	0,268	0,155		-0,011	-0,204	0,002	-0,166
MgO	0,039	-0,144	0,279	-0,058		-0,317	0,260	0,210
CaO	-0,365	-0,443	-0,399	-0,410	-0,382		-0,314	-0,007
F	0,647	0,295	0,092	0,057	0,291	-0,435		-0,158
CO <sub>2</sub>	-0,442	-0,375	-0,263	-0,258	0,270	0,154	-0,276	

Esta série de resultados permite sintetizar que:

- I) A variância dos valores simulados na resolução de 0,05m tem de ser sempre muito superior à que é observada nos dados experimentais quando são combinadas as amostras com as várias dimensões de suporte o que está de acordo com o que seria esperado, ou seja, quando menor é a dimensão do suporte maior será a variância dos dados homólogos.
- II) Com excepção dos teores em CO<sub>2</sub> na região A, F na região B e P<sub>2</sub>O<sub>5</sub> na região B, a variância dos teores nos suportes finais de 0,5m é sempre menor do que a dos dados originais, sendo na maior parte dos casos muito menor da ordem de metade ou até menos. É expectável dado que a dimensão média dos suportes originais é 0,95m, superior a 0,5 m.
- III) A média aritmética nos teores nos suportes homogeneizados aproxima-se da média ponderada dos teores pelos suportes iniciais o que está de acordo com o esperado.

- IV) A figura 6.17 mostra que sistematicamente os valores simulados nos suportes regulares de 0,5m acompanham os dados originais nos suportes irregulares estão posicionados entre os valores simulados. Detalhando os resultados apresentados na figura 6.17, nos troços iniciais da sondagem da direita, os dados experimentais por coincidência estão amostrados a 0,5m (dimensão do suporte final) e com o mesmo posicionamento dos suportes finais pelo que todas as realizações das simulações quando convertidas para a dimensão final têm o mesmo valor e igual aos dados de partida.
- V) Mesmo com a mudança de dimensão do suporte, das dimensões originais irregulares para 0,5m, estes resultados mostram que os coeficientes de correlação mantêm genericamente a mesma tendência, tanto em magnitude como em sinal. Embora não sejam apresentados os resultados, os valores obtidos na simulação dos teores a 0,05m observam os coeficientes de correlação impostos, pelo que estas diferenças agora observadas incluem também a mudança do suporte.

### **6.3 REDEFINIÇÃO DAS FORMAÇÕES GEOLÓGICAS COM BASE NOS TEORES SIMULADOS NA LOCALIZAÇÃO DAS SONDAGENS**

Nesta etapa procedeu-se à reclassificação automática dos suportes das sondagens em três formações geológicas que correspondem às designações anteriores *CM* – cobertura mineralizada, *FPA* e *FPB*.

Esta reclassificação teve por base os teores simulados na localização das sondagens para os suportes finais regulares de 0,5m. Em cada suporte foram geradas cinco realizações dos oito teores ( $Al_2O_3$ , CaO,  $CO_2$ , F,  $Fe_2O_3$ , MgO,  $P_2O_5$  e  $SiO_2$ ).

Procedeu-se do seguinte modo:

- a) Prepararam-se dois conjuntos de dados, um designado de treino e outro com os dados a classificar. O ficheiro de dados de treino contém uma listagem com todos os oito teores nas amostras com os suportes originais e um identificador prévio de grupo conforme obtido na classificação *k-means* (*CM*, *FPA* ou *FPB*). O ficheiro de dados a classificar contém os teores simulados como propriedades e cada localização e realização de teores constitui um indivíduo. O número de indivíduos é o número de localizações (500) multiplicado por cinco conforme as cinco realizações de teores (2500 indivíduos).
- b) Estes dois ficheiros foram tratados em análise discriminante, onde os dados de treino serviram para reorientar os eixos segundo a maior discriminação dos grupos previamente configurados e os dados a classificar foram projectados em suplementar. Os resultados da análise discriminante são para cada indivíduo a probabilidade de pertença a cada grupo.

- c) Os resultados são apresentados para todas as amostras, inclusivamente as de treino. Para estas verificou-se que as probabilidades eram inequívocas conforme os grupos resultantes da classificação *k-means*. Para o segundo conjunto, para cada uma das 5 realizações são apresentadas probabilidade de pertença a *CM*, *FPA* e *FPB*.
- d) Calcularam-se para cada localização / suporte a probabilidade média.
- e) Para cada localização / suporte atribuiu-se um grupo de acordo com o máximo valor de probabilidade;
- f) Sondagem a sondagem, verificou-se manualmente se os resultados eram coerentes com os do modelo conceptual, que do topo para a base preconiza a sequencia *CM*, *FPA* e *FPB*. Algumas destas camadas podem não existir localmente mas a sequencia será sempre esta não sendo admissíveis intercalações.
- g) De todas as 500 localizações / suportes apenas quatro foram alteradas manualmente para coincidirem com a coerência do modelo conceptual, ou seja, o resultado final do grupo não corresponde ao maior valor de probabilidade conforme resultado da análise discriminante. Os totais finais por formação geológica são sintetizados na tabela 6.17.

Tabela 6.17 – Totais de número de indivíduos por formação geológica. É indicada a região a priori (A=*CM*+*FPA* ou B=*FPB*+BM) conforme os dados de partida do BRGM e o resultado final (*CM*, *FPA* e *FPB*).

Totais antes da reconciliação com o modelo conceptual		<i>CM</i>	<i>FPA</i>	<i>FPB</i>	Totais
	Região A	22	246	0	268
	Região B	0	17	215	232
	totais	22	263	215	500

Totais finais		<i>CM</i>	<i>FPA</i>	<i>FPB</i>	totais
	Região A	20	248	0	268
	Região B	0	15	217	232
	Totais	20	263	217	500

Esta classificação permitiu:

- a) Reclassificar cada indivíduo numa formação geológica com base nos teores após a homogeneização dos suportes, ou seja, proceder à classificação dos novos suportes após regularização;
- b) Validar só com base nos teores o modelo conceptual;
- c) Subdividir a região *a priori* A (que resulta da união dos conjuntos *CM* e *FPA*) nas formações geológicas *CM* e *FPA*;

- d) Reclassificar 15 localizações da região *a priori* B para *FPA* que poderão ter sido mal classificadas pelo BRGM ou, pelo menos do ponto de vista geoquímico, "encaixam" melhor no *FPA*.
- e) Na localização de cada sondagem, apresentar a espessura de cada formação geológica, que pode ser zero ou maior do que zero, mas múltipla de 0,5m de acordo com a nova resolução proposta inferior à média dos dados de partida (1,04m).

Os 500 indivíduos (suportes de 0,5m) totalizam 250 metros de sondagens. Destes, verificou-se que 10 metros correspondem a *CM* (4% do total), 131,5 metros correspondem a *FPA* (52,6% do total) e finalmente 108,5 metros correspondem a *FPB* (restantes 43,4%). A figura 6.18 mostra as sondagens reclassificadas numa projecção 3D. As espessuras de cada formação geológica em cada localização de sondagem são seguidamente estimadas para toda a área de estudo resultando num novo modelo geológico de superfícies.

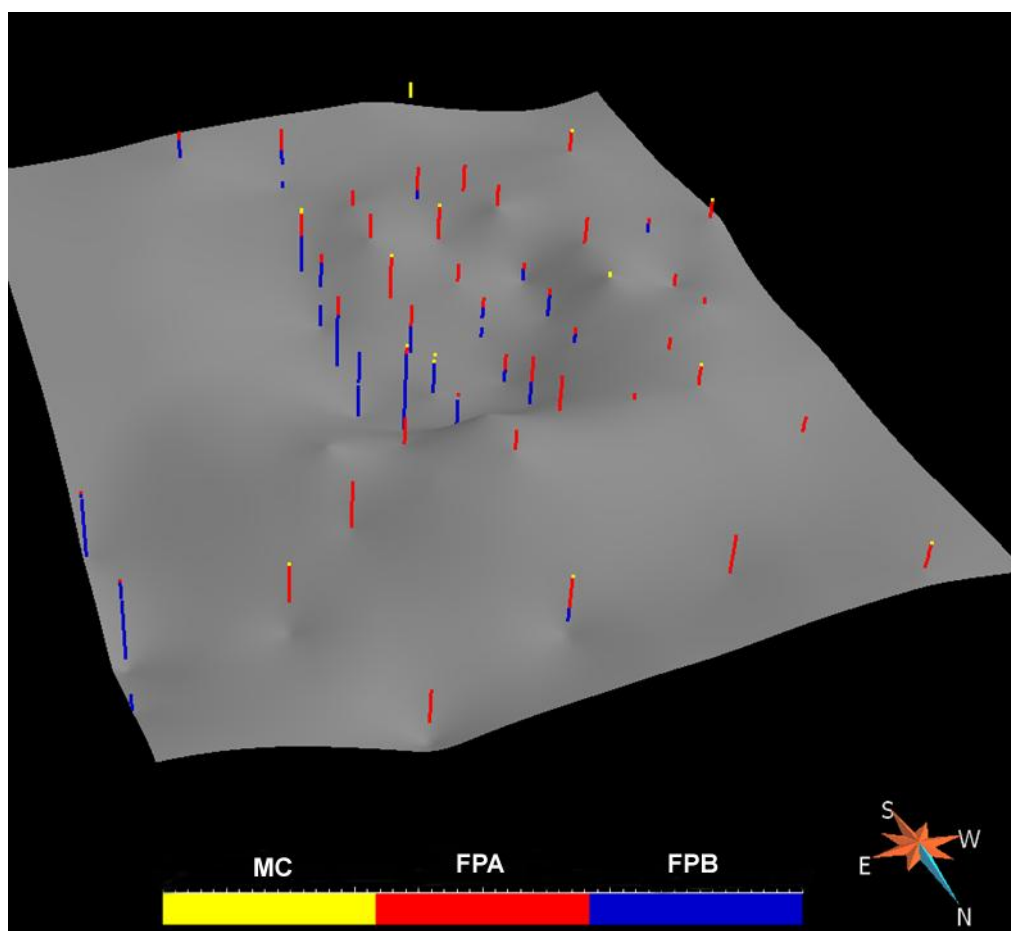
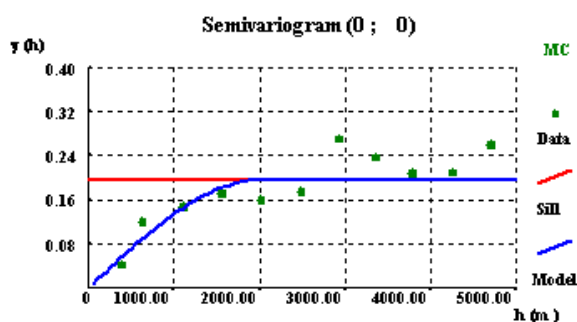


Figura 6.18 – Representação 3D das sondagens na resolução de 0,5m e superfície base do Modelo com a classificação nas três formações geológicas: *CM*-amarelo; *FPA*-vermelho e *FPB*-azul.

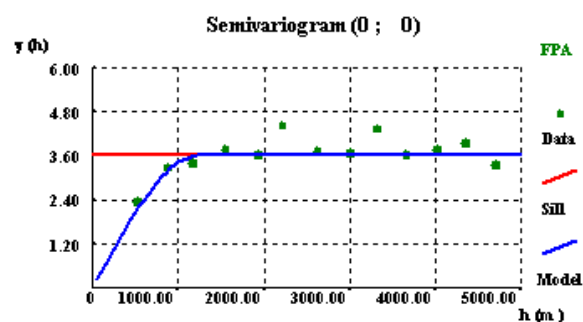
## 6.4 MODELO GEOLÓGICO POR SUPERFÍCIES DAS FORMAÇÕES *CM*, *FPA* E *FPB*

O modelo geológico das três formações é aqui representado por quatro superfícies (topo do modelo, *CM-FPA*, *FPA-FPB* e base do modelo). O topo e a base do modelo dizem respeito ao início e fim do registo de teores e já foi estimado aquando da avaliação clássica de teores.

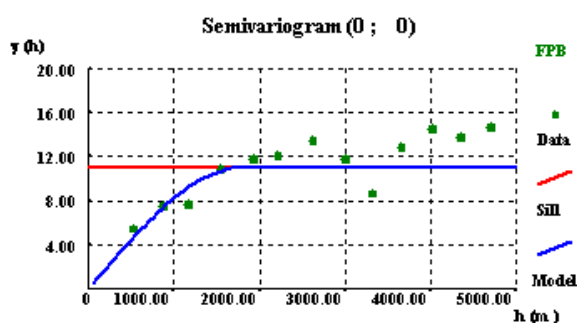
Para a representação das superfícies de transição *CM-FPA* e *FPA-FPB* foram estimadas por krigagem normal a espessura de cada formação conforme os resultados apresentados no capítulo anterior. Previamente foram calculados variogramas experimentais e ajustados modelos teóricos destas três variáveis que se apresentam na figura 6.19. Todos foram facilmente ajustados por modelos esféricos com amplitudes que variam entre 1250 e 2000 metros.



Esférico ( $C=0,196$ ;  $a=2000m$ )



Esférico ( $C= 3,625$ ;  $a=1250m$ )



Esférico ( $C=11,042$ ;  $a=1800m$ )

Figura 6.19 – Variogramas experimentais da espessura das formações *CM*, *FPA* e *FPB*.

As espessuras estimadas em malha 2D conjugadas com as cotas do topo e base do modelo permitiram obter as cotas das superfícies de transição. Na figura 6.20 apresenta-se uma representação tridimensional das superfícies *CM-FPA* (vermelho), *FPA-FPB* (azul) e base do modelo (cinza).

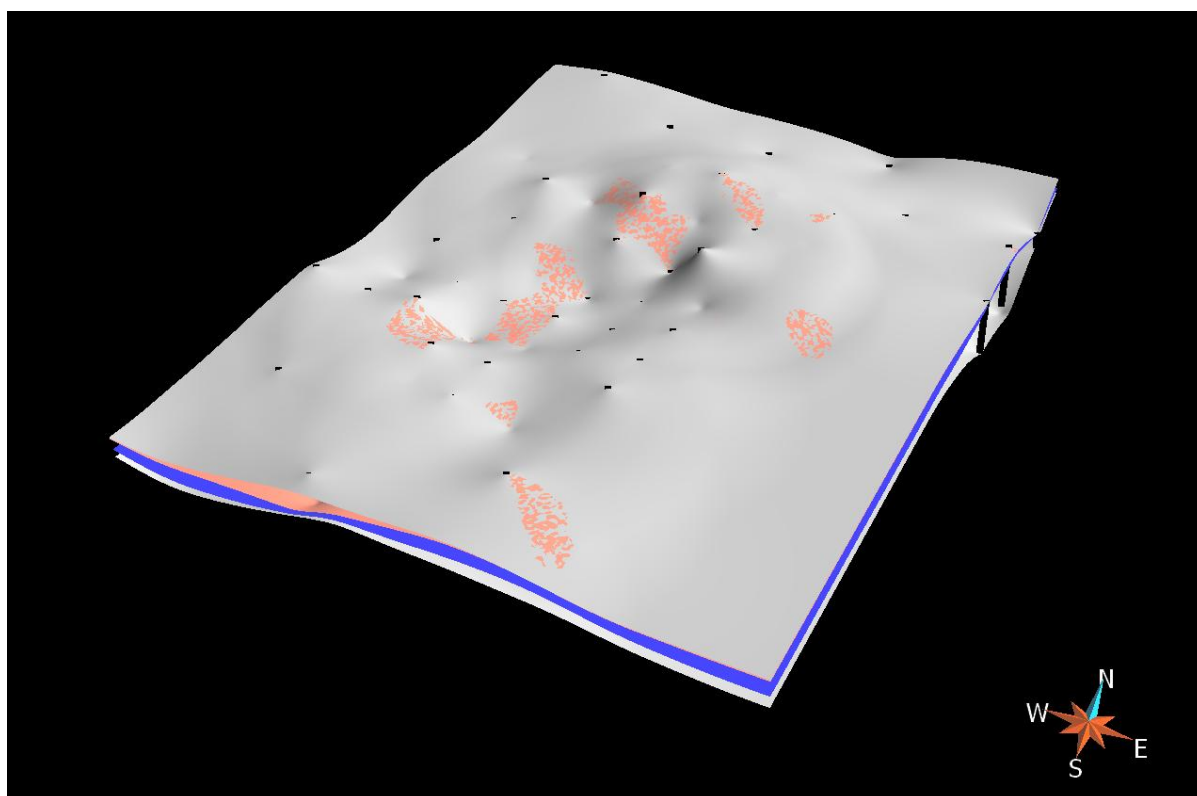


Figura 6.20 – Modelo geológico das formações *CM*, *FPA* e *FPB* representado por superfícies de transição.

Seguidamente iniciou-se o modelo 3D de blocos, coincidente lateralmente com o modelo 2D e em profundidade com a nova resolução espacial das sondagens. As superfícies estimadas permitiram codificar os blocos do modelo 3D nas modalidades 1 (*CM*), 2 (*FPA*) e 3 (*FPB*) (figura 6.21). A tabela 6.18 sintetiza os totais por formação geológica em comparação com os dados do modelo base anterior.

Tabela 6.18 – Síntese de volumes do modelo de blocos 3D e comparação com dados do modelo base.

Formações geológicas	Número blocos	Volume (m <sup>3</sup> )	% volume	Regiões	Volume (ver tabela 6.2) (m <sup>3</sup> )	% volume
<i>CM</i>	35386	11058125	5,62	A = <i>CM</i> + <i>FPA</i>	100578386	51,09
<i>FPA</i>	353702	110531875	56,17			
<i>FPB</i>	240578	75180625	38,21	B = <i>FPB</i> + <i>BM</i>	96305413	48,91
total	629666	196770625	100		196883799	100

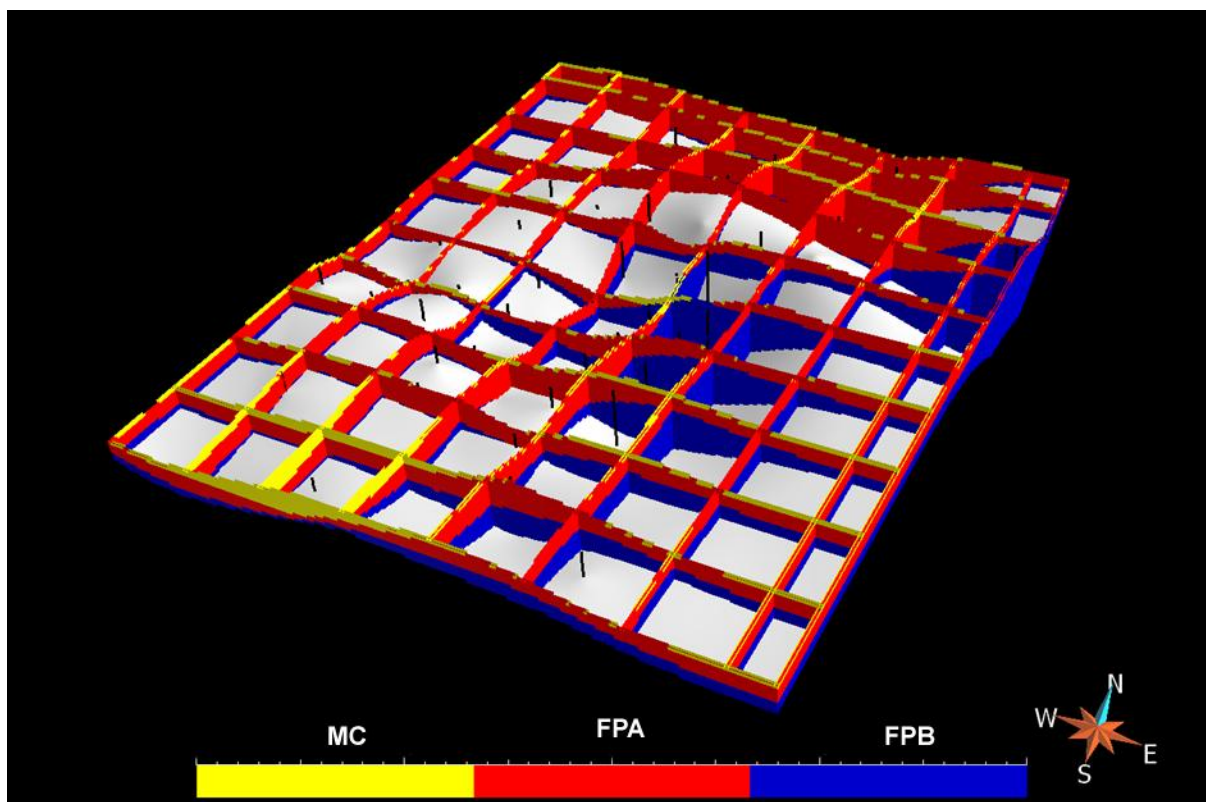


Figura 6.21 – Modelo geológico das formações geológicas *CM*, *FPA* e *FPB* representado na malha 3D de blocos.

Estes dados mostram que:

- O volume total agora apresentado calculado com base no modelo matricial de blocos tem um desvio inferior a 1% relativamente ao volume anteriormente calculado no cenário com base nas superfícies (de 196 883 799 para 196 770 625 m<sup>3</sup>).
- A anterior região B (*FPB+BM*) diminui o volume em cerca de 10%, o que está concordante com os resultados da reclassificação das amostras apresentados anteriormente;
- Em compensação, a soma das formações *CM* e *FPA* aumenta cerca de 10% relativamente à anterior região A;
- Aparecem quantitativos relativos à formação *CM* que representa cerca de 5% do volume total.
- Comparativamente ao número de amostras apresentado na tabela 6.17 após regularização, os quantitativos agora apresentados mantêm praticamente as mesmas percentagens de distribuição por formação, o que confirma a correcta representatividade da amostragem em termos de espaçamento regular e abrangente e sem agrupamentos.

## 6.5 SIMULAÇÃO 3D DE TEORES

A etapa seguinte consistiu na simulação dos teores na malha 3D de blocos por simulação sequencial directa (SSD) condicionada a histogramas e médias locais. De acordo com o potencial mineiro e a discriminação das formações pelos teores optou-se por desenvolver imagens simuladas para os teores em  $P_2O_5$  (elemento chave da exploração) e  $CaO$  e  $SiO_2$  (segundo a ACP são importantes na discriminação entre as formações *CM*, *FPA* e *FPB*). Os quantitativos extraídos das imagens simuladas de  $P_2O_5$  foram comparados com os quantitativos obtidos no cenário base e servem de validação global da metodologia agora proposta.

A adaptação do algoritmo de simulação sequencial directa para condicionamento a histogramas locais permite que a simulação de cada teor seja feita em simultâneo para as três formações e com um modelo de variograma global. Estes variogramas são calculados e ajustados seguidamente tendo por base os valores simulados na localização das sondagens. Dado que com as imagens pretende-se confirmar e ver espacialmente a discriminação dos teores, e também porque as correlações são em geral moderadas a fracas e contraditórias entre formações, na simulação dos teores na malha de blocos 3D não foi tida em conta estas correlações bivariadas.

### 6.5.1 ANÁLISE ESTATÍSTICA CONDICIONAL DOS TEORES EM $P_2O_5$ , $CAO$ E $SIO_2$ POR FORMAÇÃO

Para confirmar o zonamento dos teores por formação geológica conforme a análise estatística dos dados nos suportes originais, nas figuras 6.22 a 6.24 apresentam-se histogramas cumulativos condicionais dos teores em  $P_2O_5$ ,  $CaO$  e  $SiO_2$  para os valores simulados na localização das sondagens e regularizados para 0,5m. Na tabela 6.19 apresentam-se a média e variância condicionais.

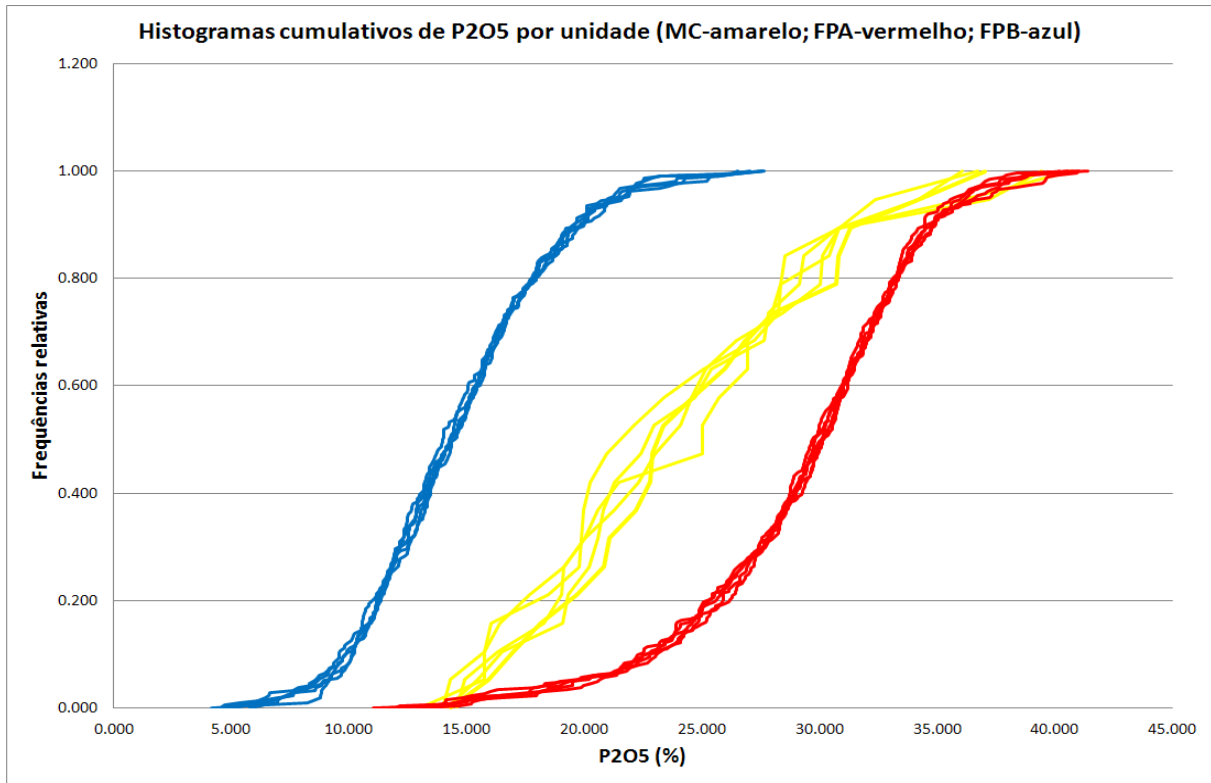


Figura 6.22 – Histogramas cumulativos condicionais dos teores simulados em  $P_2O_5$  por formação geológica.

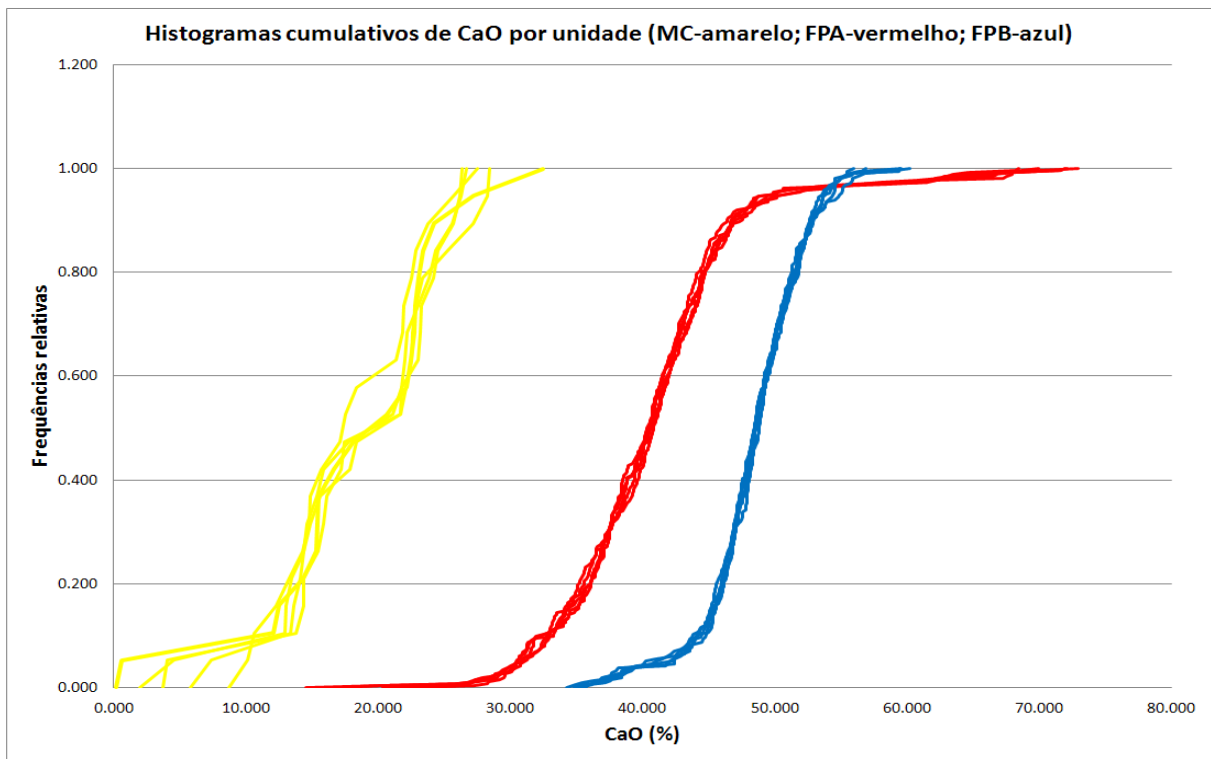


Figura 6.23 – Histogramas cumulativos condicionais dos teores simulados em  $CaO$  por formação geológica.

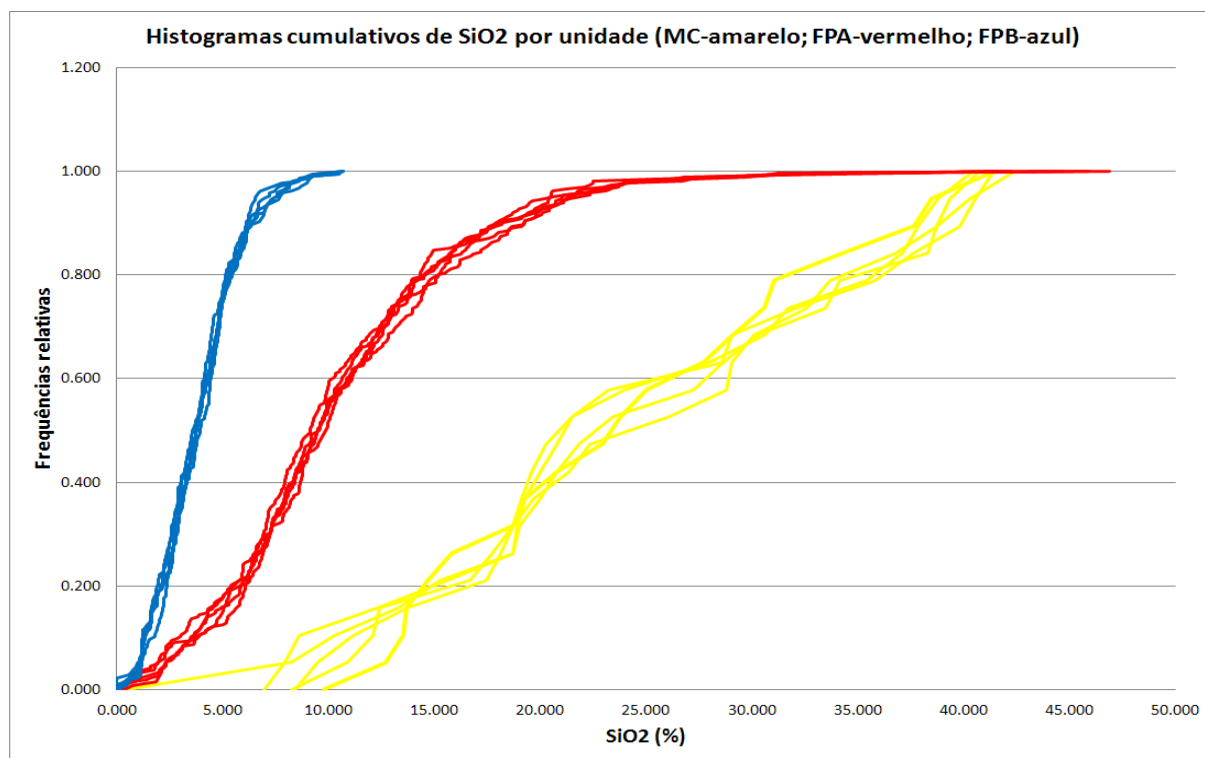


Figura 6.24 – Histogramas cumulativos condicionais dos teores simulados em SiO<sub>2</sub> por formação geológica.

Tabela 6.19 – Síntese de volumes do modelo de blocos 3D e comparação com dados do modelo base.

		CM	FPA	FPB
P <sub>2</sub> O <sub>5</sub>	média	23,959	29,275	14,567
	variância	40,741	25,129	15,449
CaO	média	18,285	40,642	48,396
	variância	43,091	48,664	14,887
SiO <sub>2</sub>	média	24,210	10,462	3,851
	variância	105,890	37,814	3,833

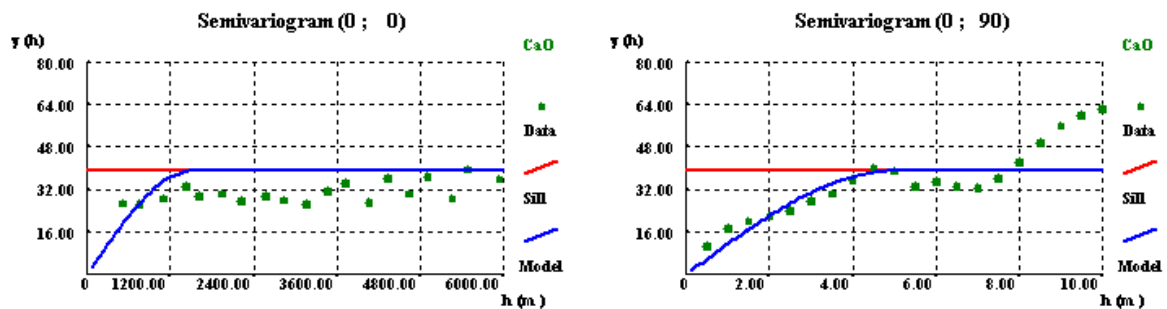
Estes dados permitem confirmar que:

- I) Os teores em P<sub>2</sub>O<sub>5</sub> discriminam as três formações, onde os teores mais elevados verificam-se na formação FPA (média de 29,275), seguindo-se os das formações CM e FPB (francamente mais baixos). A discriminação entre as formações FPA e FPB é parcial porque existe sobreposição dos histogramas em cerca de 20% da população.
- II) Os teores em CaO discriminam a formação CM das restantes FPA+FPB. Entre estas duas existe alguma discriminação, onde os teores mais elevados são observados na formação FPB.

- III) Os teores em  $\text{SiO}_2$  discriminam completamente as formações *CM* e *FPB*, mas a formação *FPA* com valores intermédios é pouco discriminada relativamente às restantes.

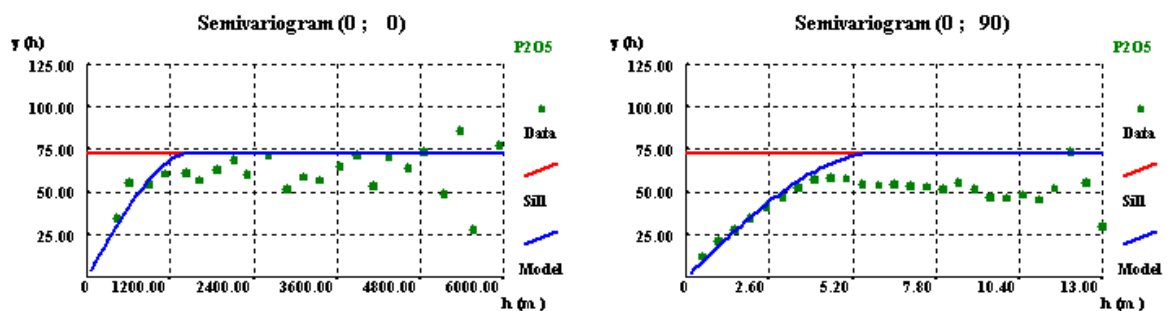
### 6.5.2 VARIOGRAFIA DOS TEORES EM $\text{P}_2\text{O}_5$ , $\text{CaO}$ E $\text{SiO}_2$ NOS SUPORTES REGULARIZADOS

Para proceder à simulação dos teores fez-se o cálculo dos variogramas experimentais dos teores em  $\text{P}_2\text{O}_5$ ,  $\text{CaO}$  e  $\text{SiO}_2$  nas direcções horizontal e vertical. Também, e dado que existem cinco realizações de teores, foram calculados os variogramas horizontal e vertical para cada realização e calculada a respectiva média. Estes variogramas foram depois ajustados com modelos teóricos. Nas figuras 6.25 a 6.27 mostram-se os variogramas obtidos para as três variáveis estudadas nas duas direcções horizontal e vertical.



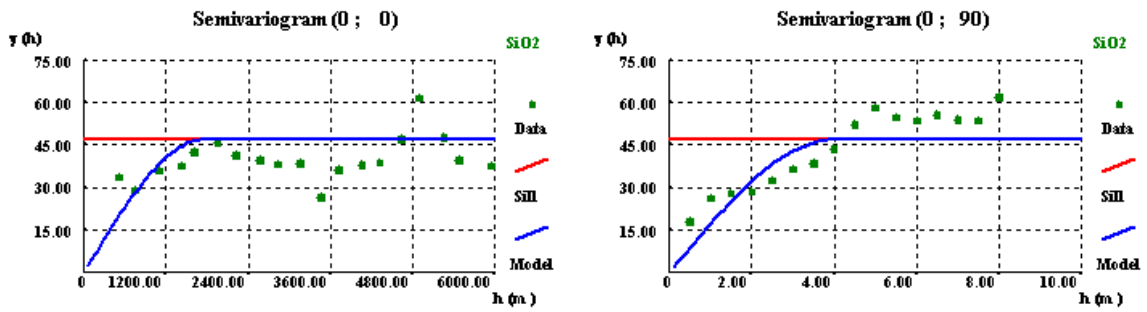
Modelo esférico ( $C_{\text{total}}=38,96$ ;  $a_{1h}=1500\text{m}$ ;  $a_v=5\text{m}$ )

Figura 6.25 – Variogramas experimentais na direcção horizontal (esquerda) e vertical (esquerda) das sondagens dos teores em  $\text{CaO}$  após regularização e modelos teóricos ajustados para o conjunto das formações geológicas.



Modelo esférico ( $C_{\text{total}}=73,07$ ;  $a_h=1500\text{m}$ ;  $a_v=6\text{m}$ )

Figura 6.26 – Variogramas experimentais na direcção horizontal (esquerda) e vertical (esquerda) das sondagens dos teores em  $\text{P}_2\text{O}_5$  após regularização e modelos teóricos ajustados para o conjunto das formações geológicas.



Modelo esférico ( $C_{total}=46,953$ ;  $a_h=1750m$ ;  $a_v= 4m$ )

Figura 6.27 – Variogramas experimentais na direção horizontal (esquerda) e vertical (esquerda) das sondagens dos teores em  $SiO_2$  após regularização e modelos teóricos ajustados para o conjunto das formações geológicas.

### 6.5.3 SIMULAÇÃO DOS TEORES EM $P_2O_5$ , $CaO$ E $SiO_2$

Foram geradas 20 imagens de teores para cada simulação na localização das sondagens conforme a metodologia de regularização de suportes o que perfaz 100 realizações por teor  $P_2O_3$ ,  $CaO$  ou  $SiO_2$ . Os resultados encontram-se nas imagens seguintes: i) representações 3D de uma simulação e imagens média e variância por teor, figuras 6.28 a 6.36; ii) representações 2D num horizonte e num perfil por teor, figuras 6.37 a 6.42.

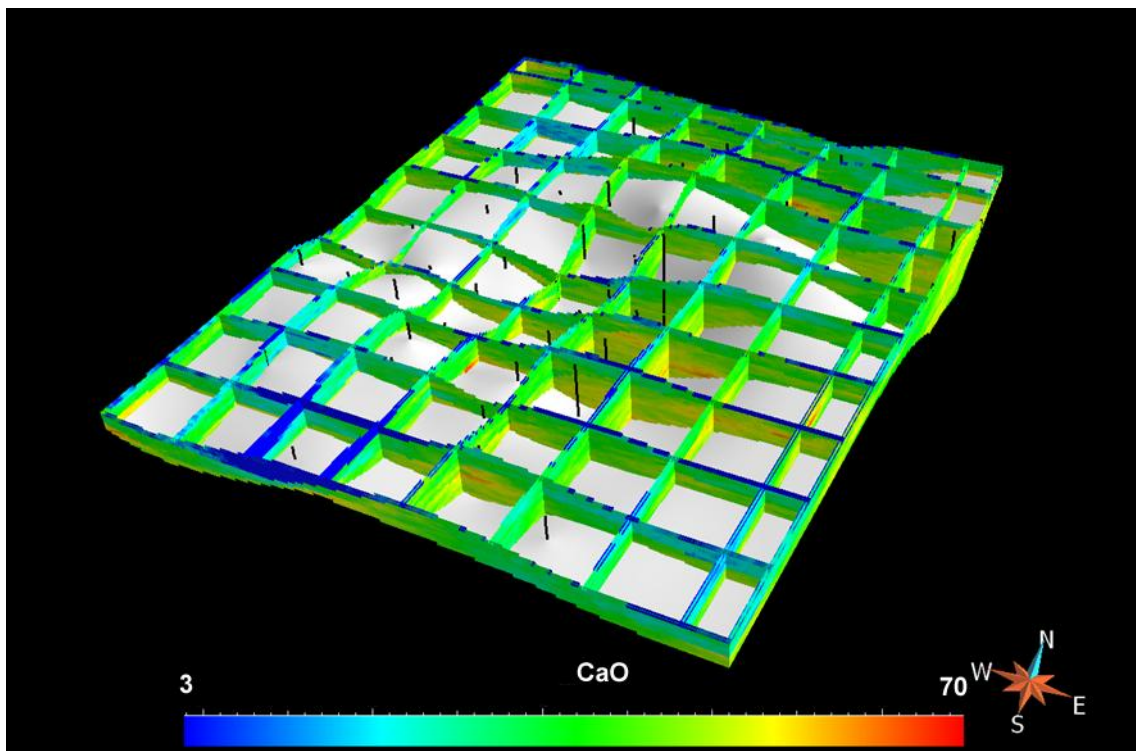


Figura 6.28 – Representação 3D de uma realização de teores em  $CaO$  para o conjunto das três formações estudadas, *CM*, *FPA* e *FPB*.

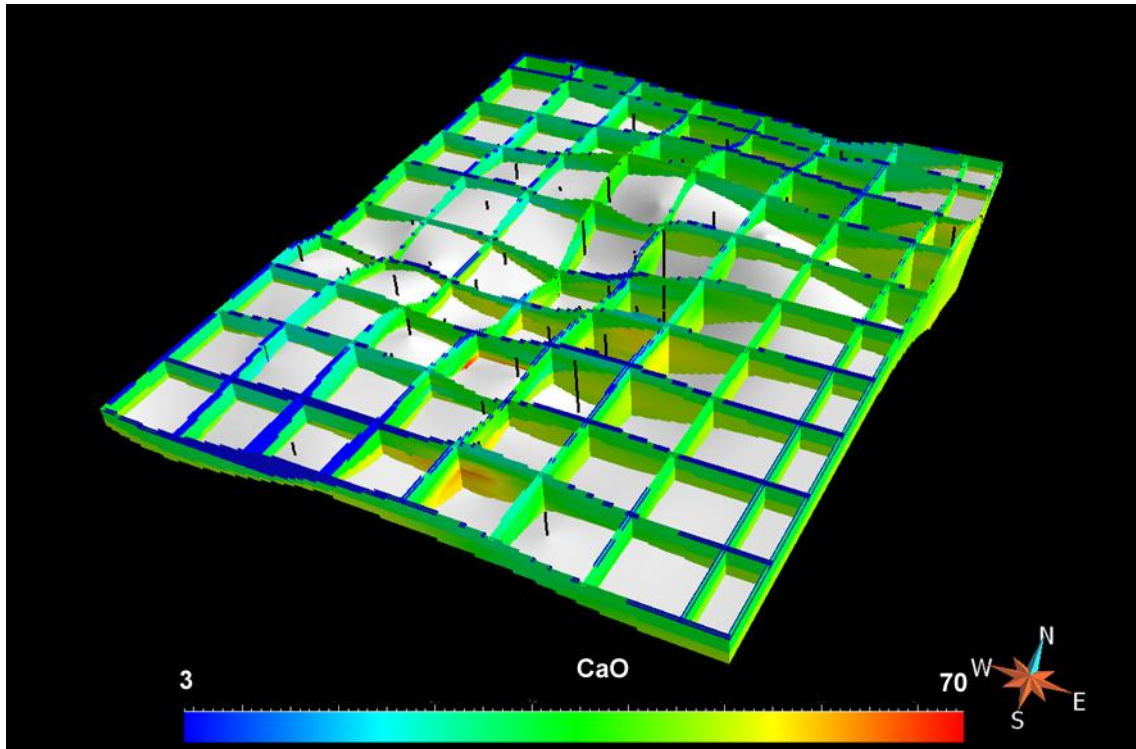


Figura 6.29 – Representação 3D da imagem média dos teores em CaO para o conjunto das três formações estudadas, *CM*, *FPA* e *FPB*.

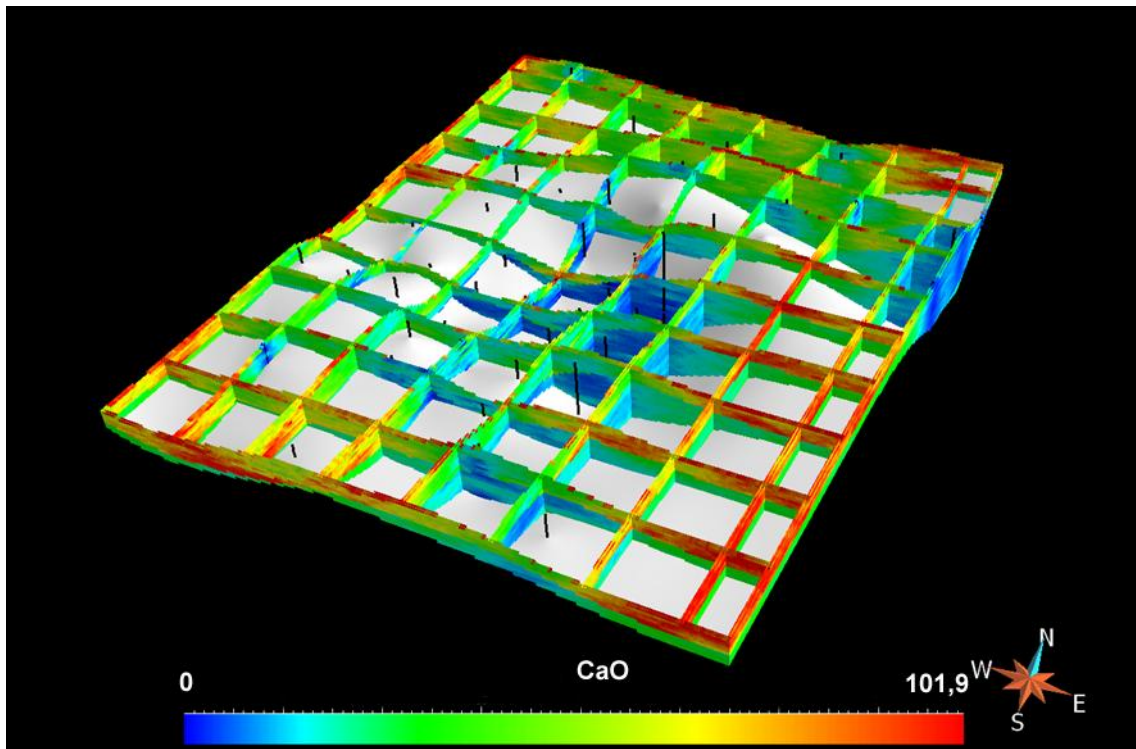


Figura 6.30 – Representação 3D da imagem da variância local dos teores em CaO para o conjunto das três formações estudadas, *CM*, *FPA* e *FPB*.

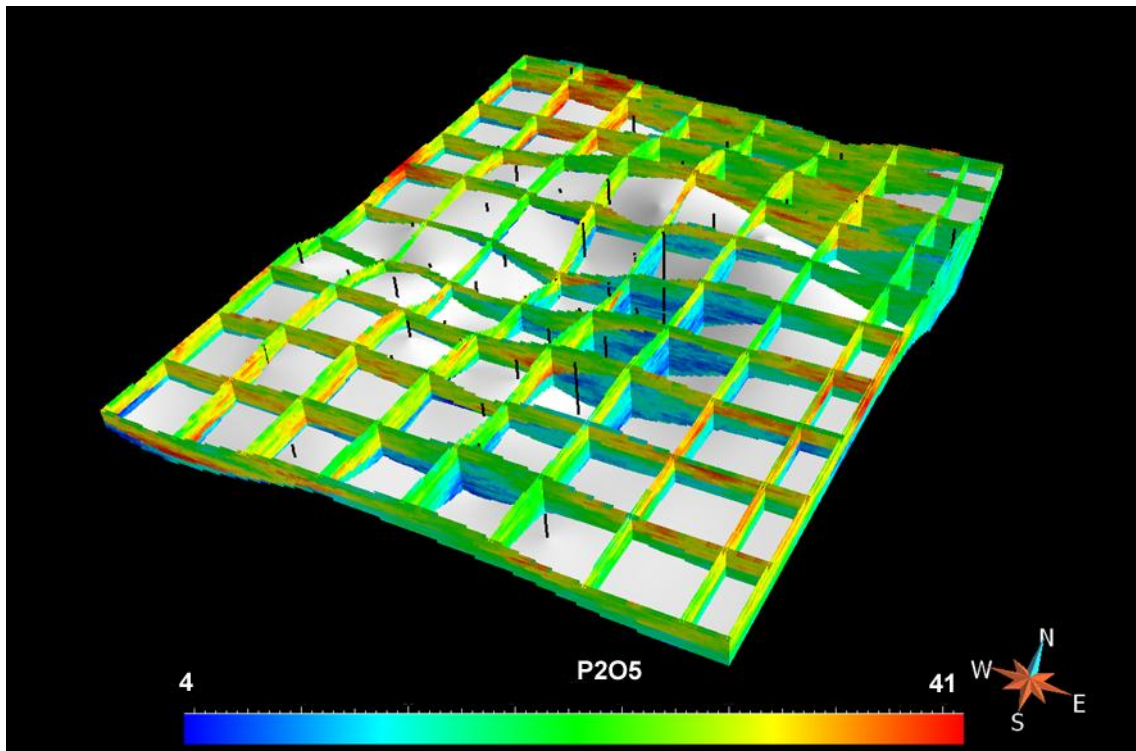


Figura 6.31 – Representação 3D de uma realização de teores em  $P_2O_5$  para o conjunto das três formações estudadas, *CM*, *FPA* e *FPB*.

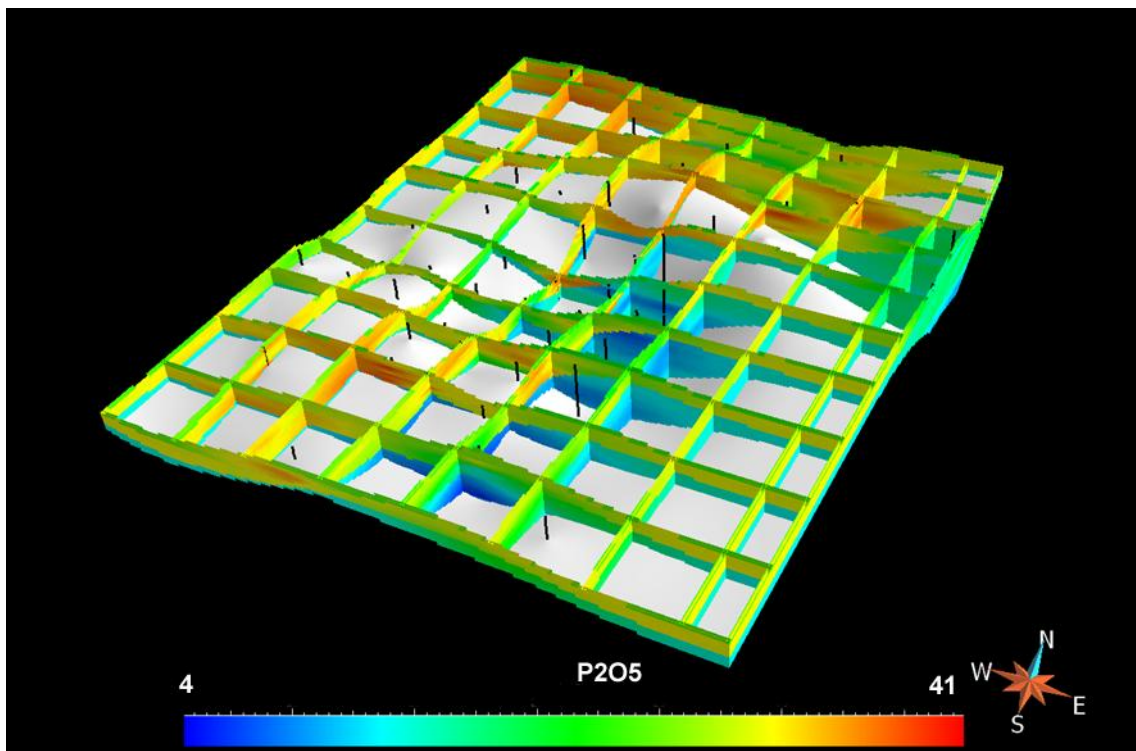


Figura 6.32 – Representação 3D da imagem média dos teores em  $P_2O_5$  para o conjunto das três formações estudadas, *CM*, *FPA* e *FPB*.

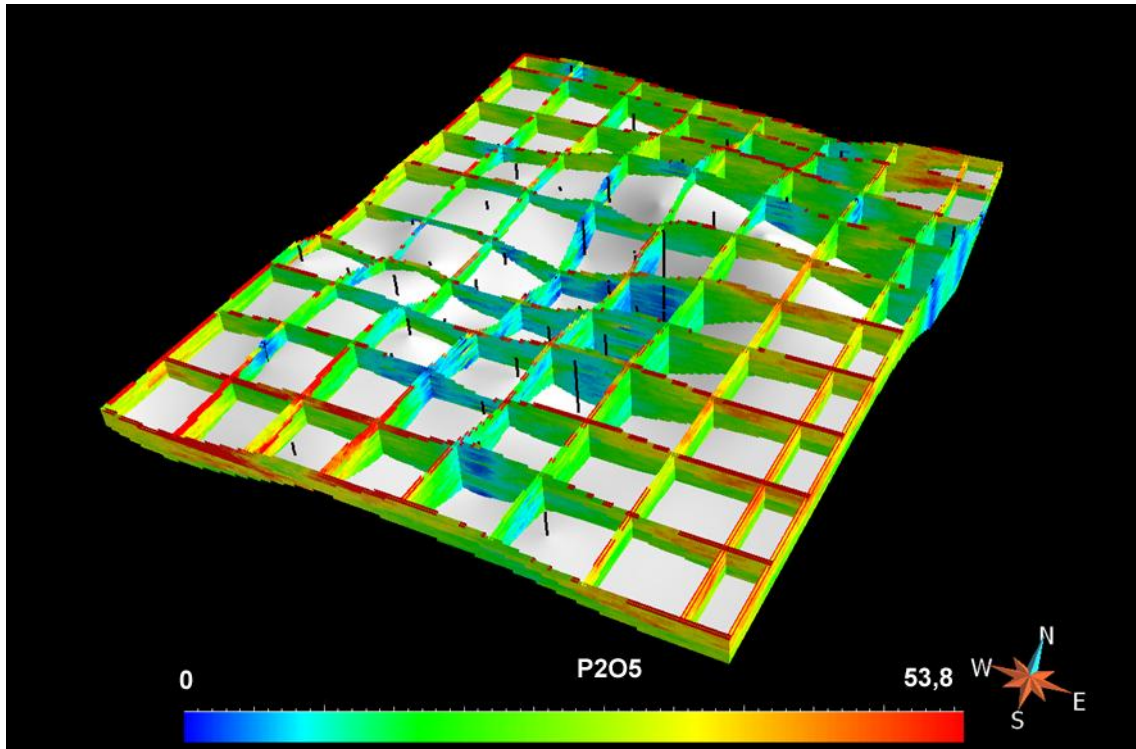


Figura 6.33 – Representação 3D da imagem da variância local dos teores em  $P_2O_5$  para o conjunto das três formações estudadas, *CM*, *FPA* e *FPB*.

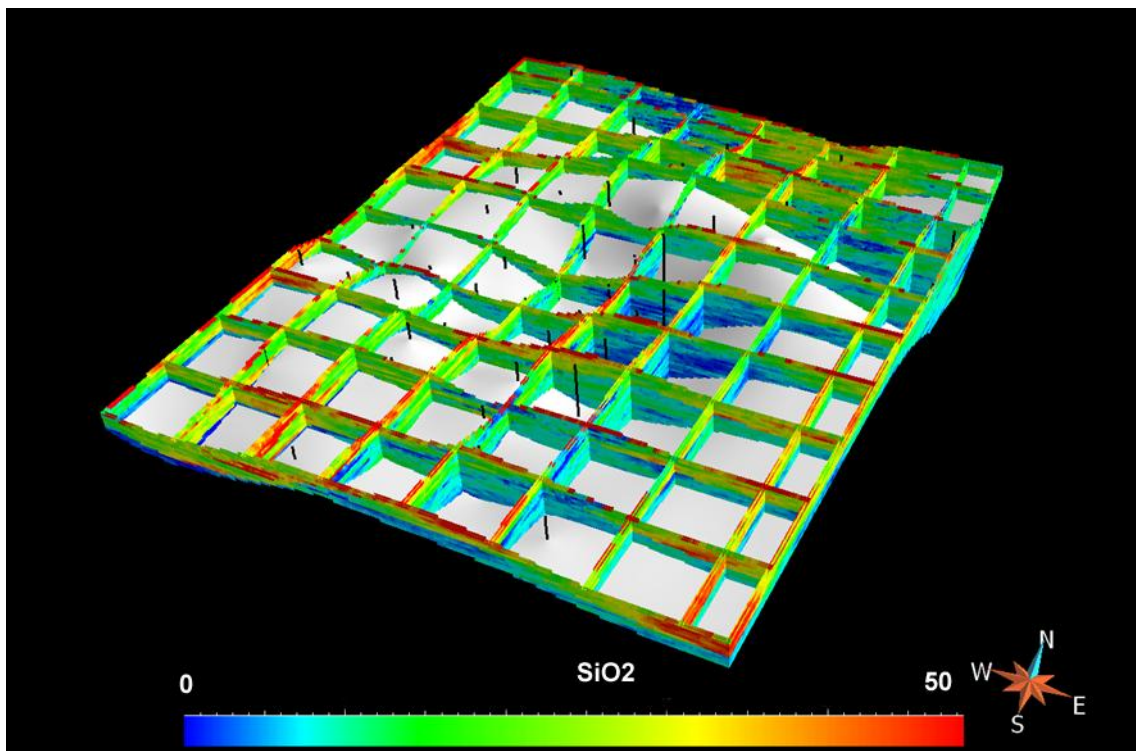


Figura 6.34 – Representação 3D de uma realização de teores em  $SiO_2$  para o conjunto das três formações estudadas, *CM*, *FPA* e *FPB*.

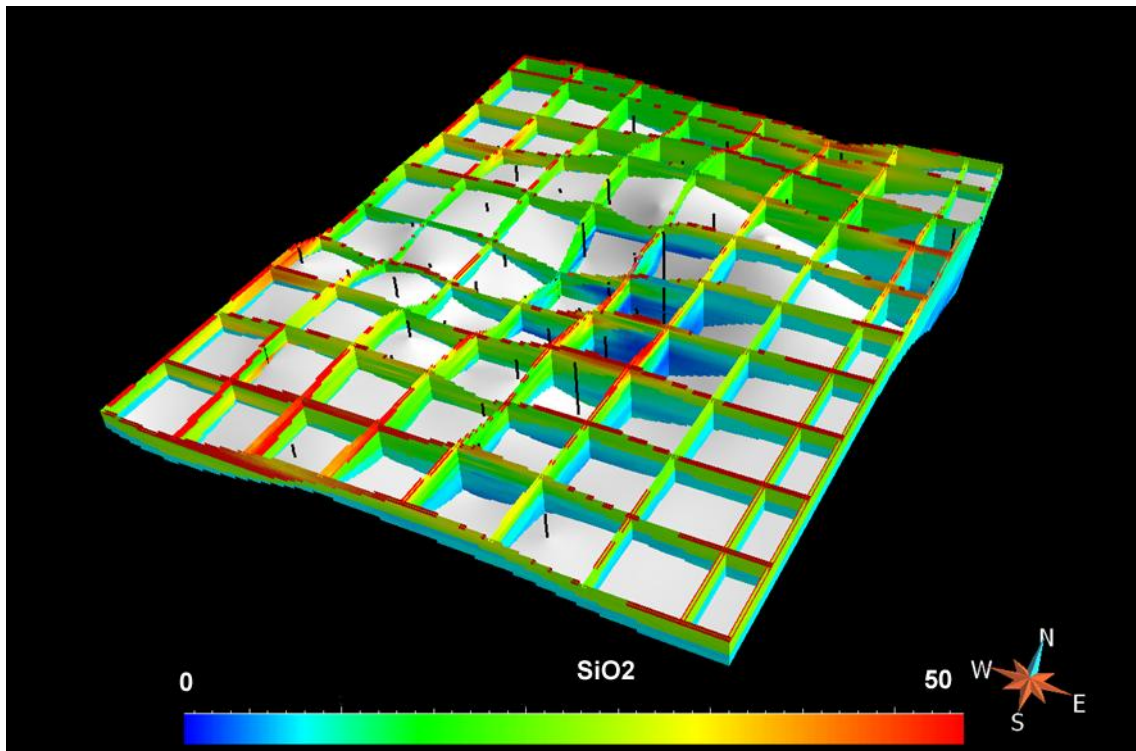


Figura 6.35 – Representação 3D da imagem média dos teores em SiO<sub>2</sub> para o conjunto das três formações estudadas, *CM*, *FPA* e *FPB*.

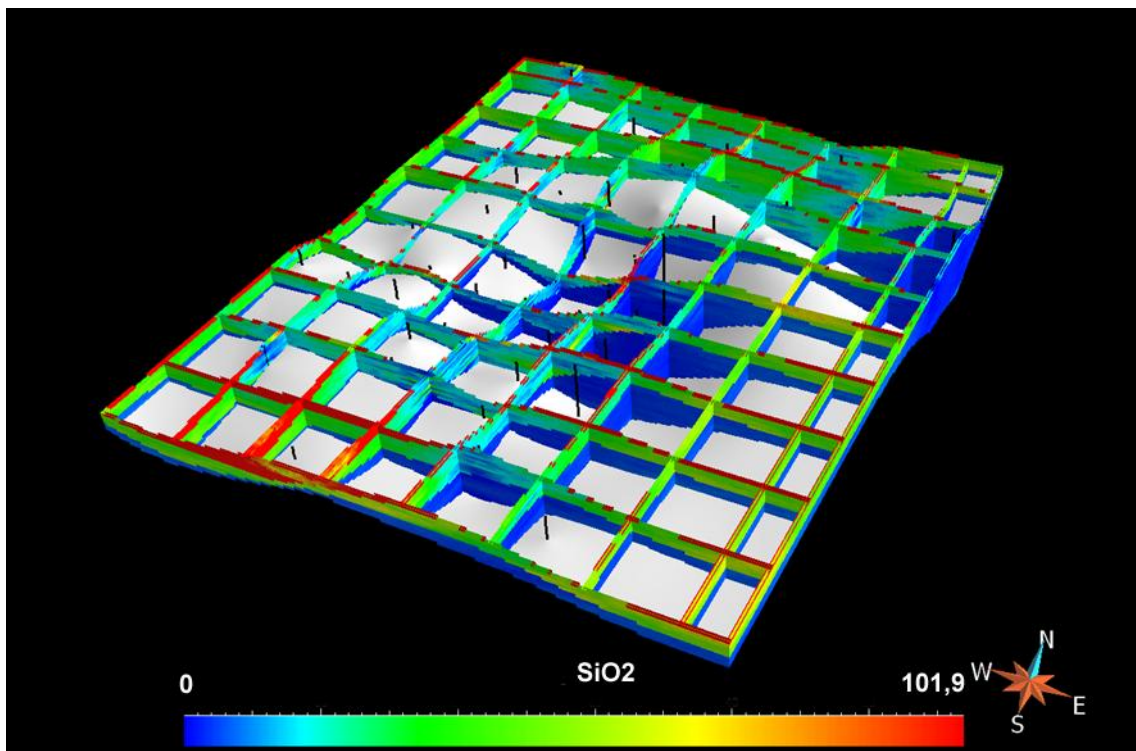


Figura 6.36 – Representação 3D da imagem da variância local dos teores em SiO<sub>2</sub> para o conjunto das três formações estudadas, *CM*, *FPA* e *FPB*.

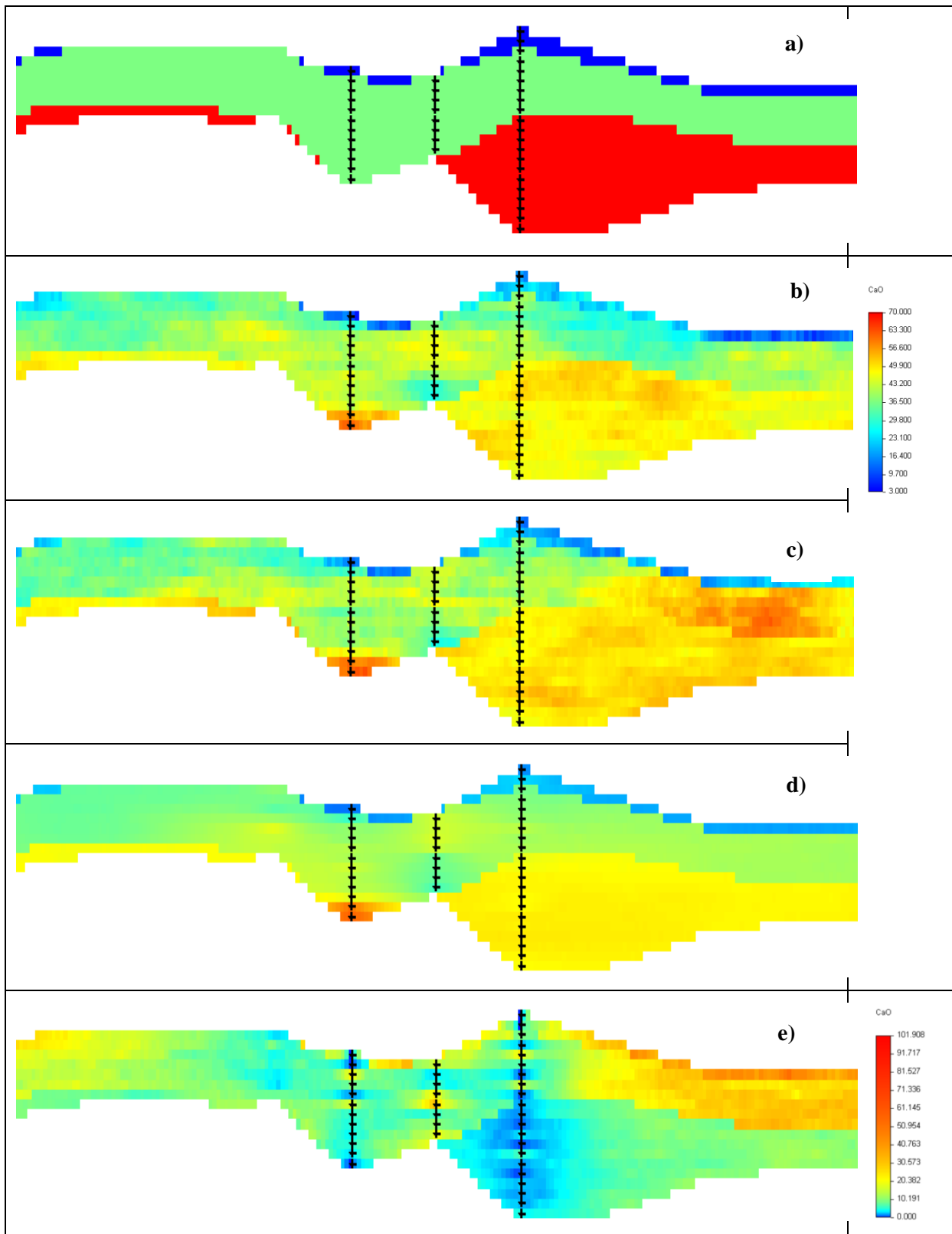


Figura 6.37 – Representação em perfil EW (no referencial transformado,  $iy=77$ ) de: a) formações geológicas *CM-azul*, *FPA-verde* e *FPB-vermelho*; b) e c) duas imagens simuladas de teores em CaO; d) imagem média dos teores em CaO; e) imagem da variância local dos teores simulados em CaO.

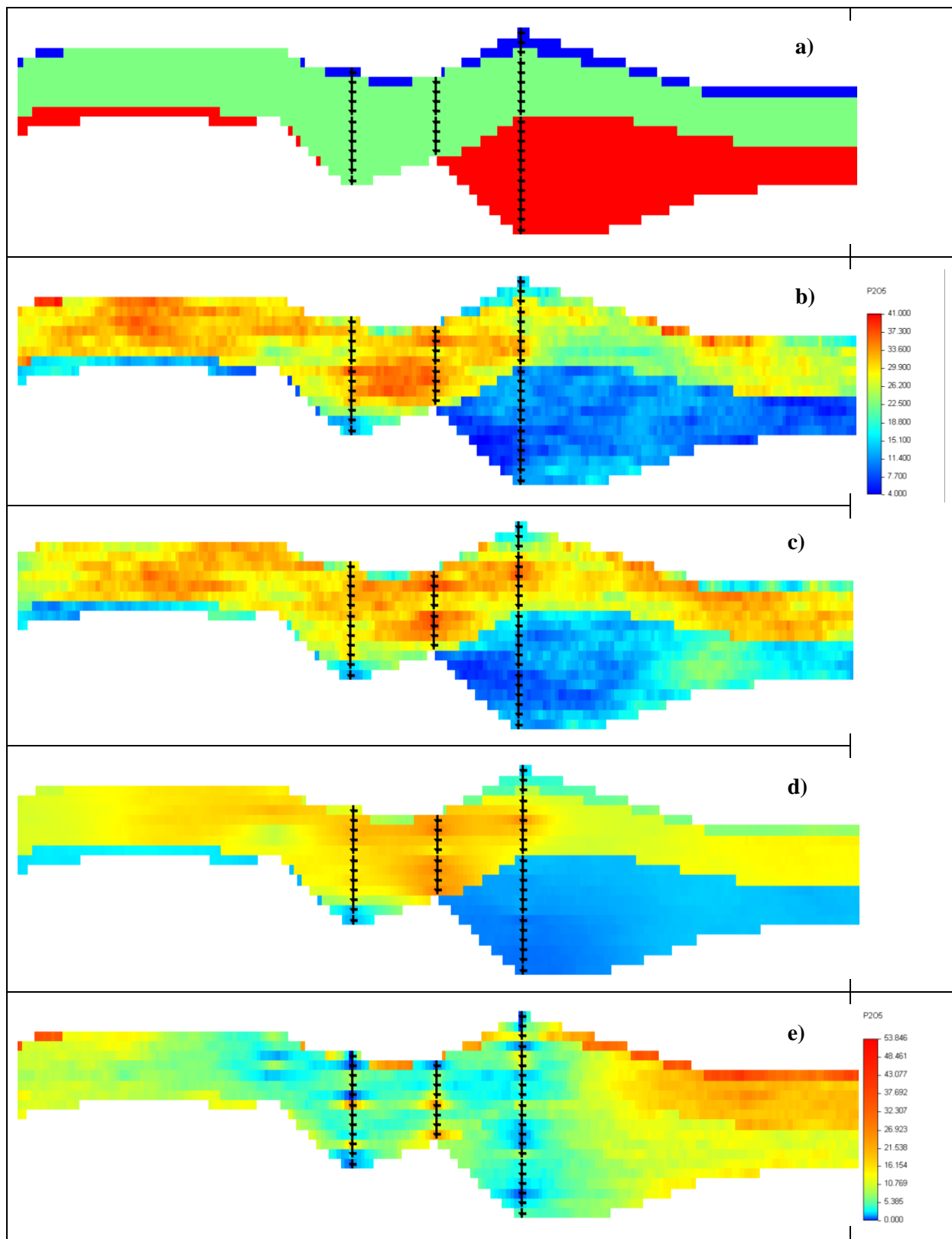


Figura 6.38 – Representação em perfil EW (no referencial transformado,  $iy=77$ ) de: a) formações geológicas *CM-azul*, *FPA-verde* e *FPB-vermelho*; b) e c) duas imagens simuladas de teores em  $P_2O_5$ ; d) imagem média dos teores em  $P_2O_5$ ; e) imagem da variância local dos teores simulados em  $P_2O_5$ .

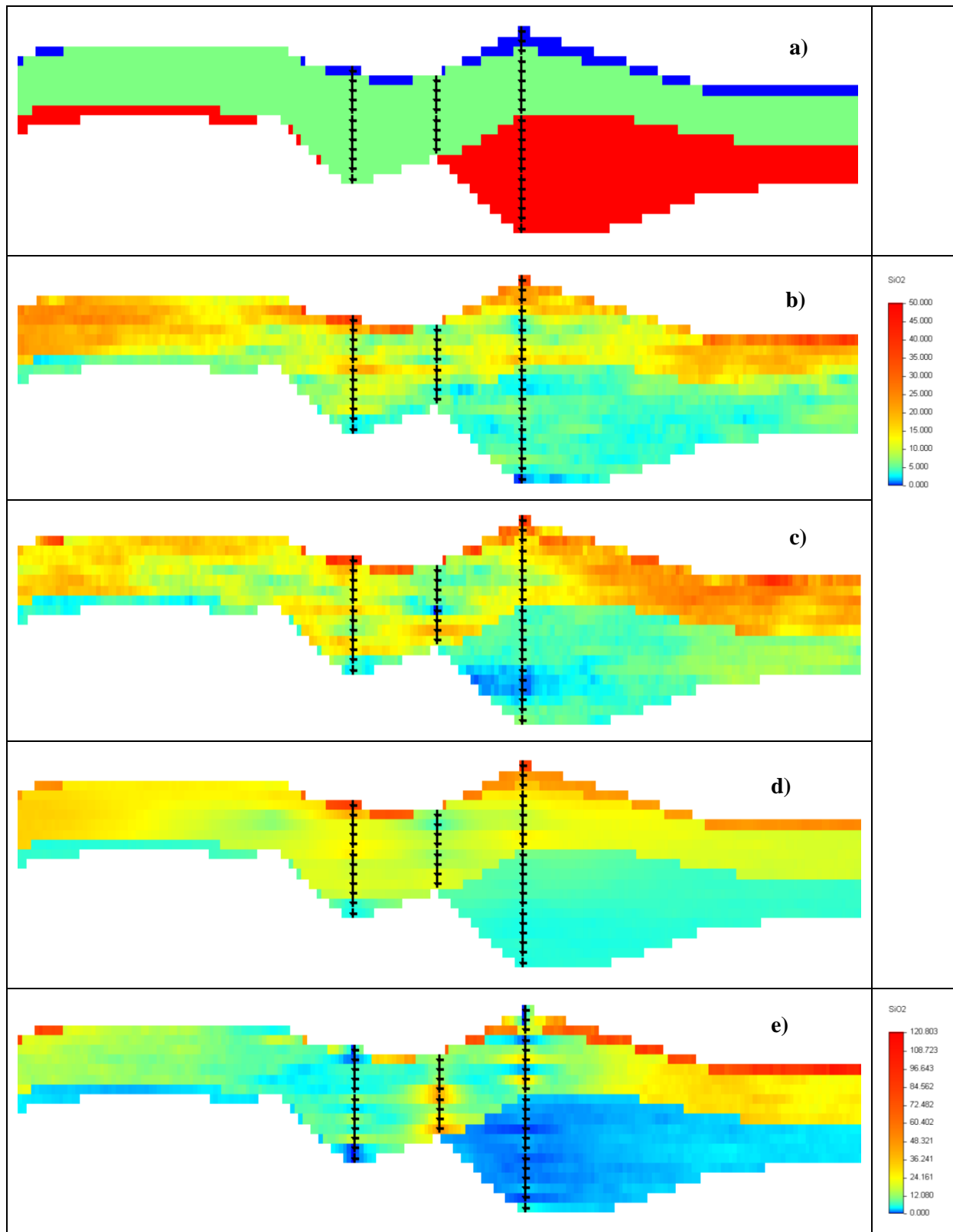


Figura 6.39 – Representação em perfil EW (no referencial transformado,  $iy=77$ ) de: a) formações geológicas *CM-azul*, *FPA-verde* e *FPB-vermelho*; b) e c) duas imagens simuladas de teores em  $SiO_2$ ; d) imagem média dos teores em  $SiO_2$ ; e) imagem da variância local dos teores simulados em  $SiO_2$ .

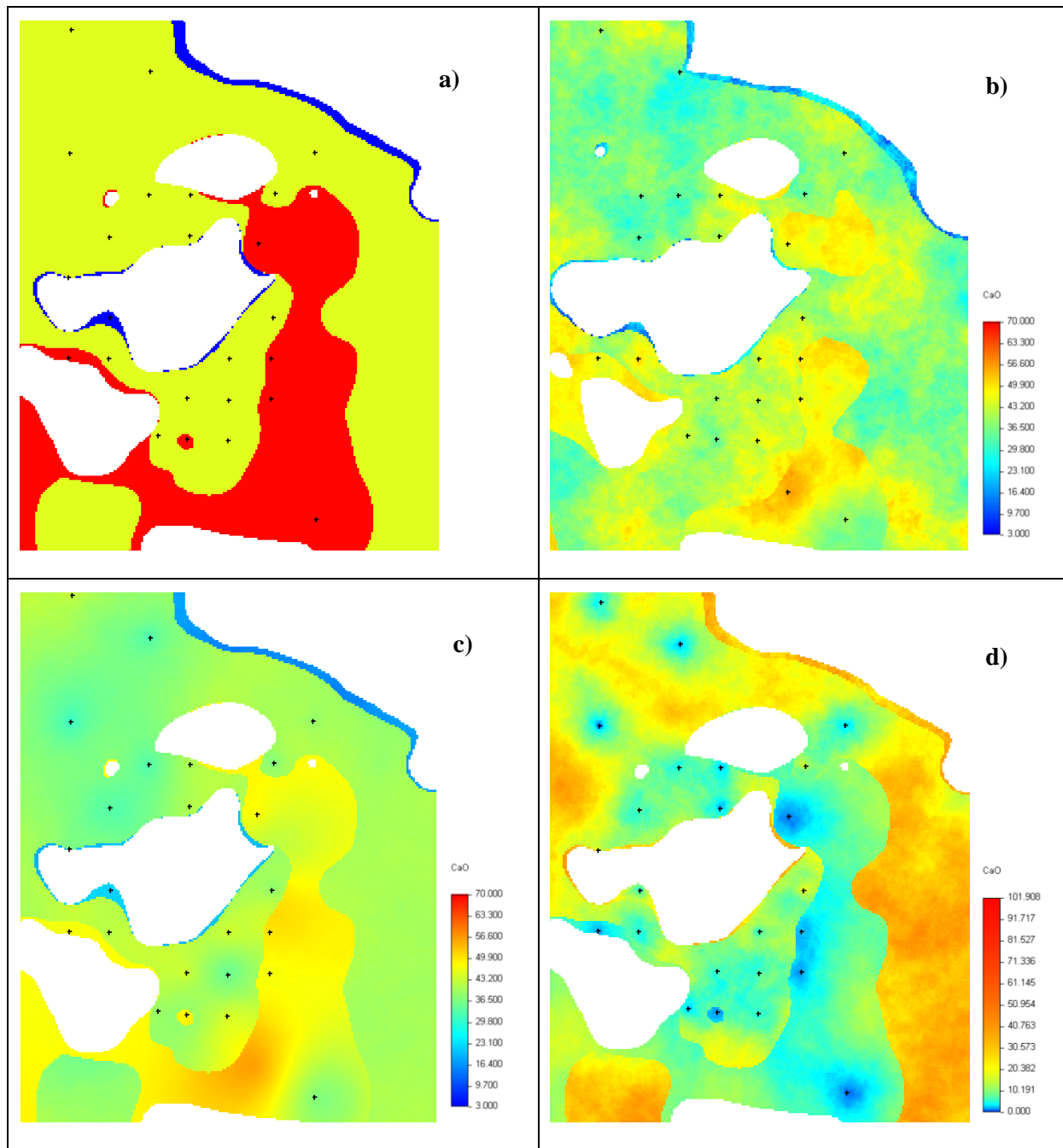


Figura 6.40 – Representação em horizonte (no referencial transformado,  $iz=30$ ) de: a) formações geológicas *CM-azul*, *FPA-verde* e *FPB-vermelho*; b) imagem simulada de teores em CaO; c) imagem média dos teores em CaO; d) imagem da variância local dos teores simulados em CaO.

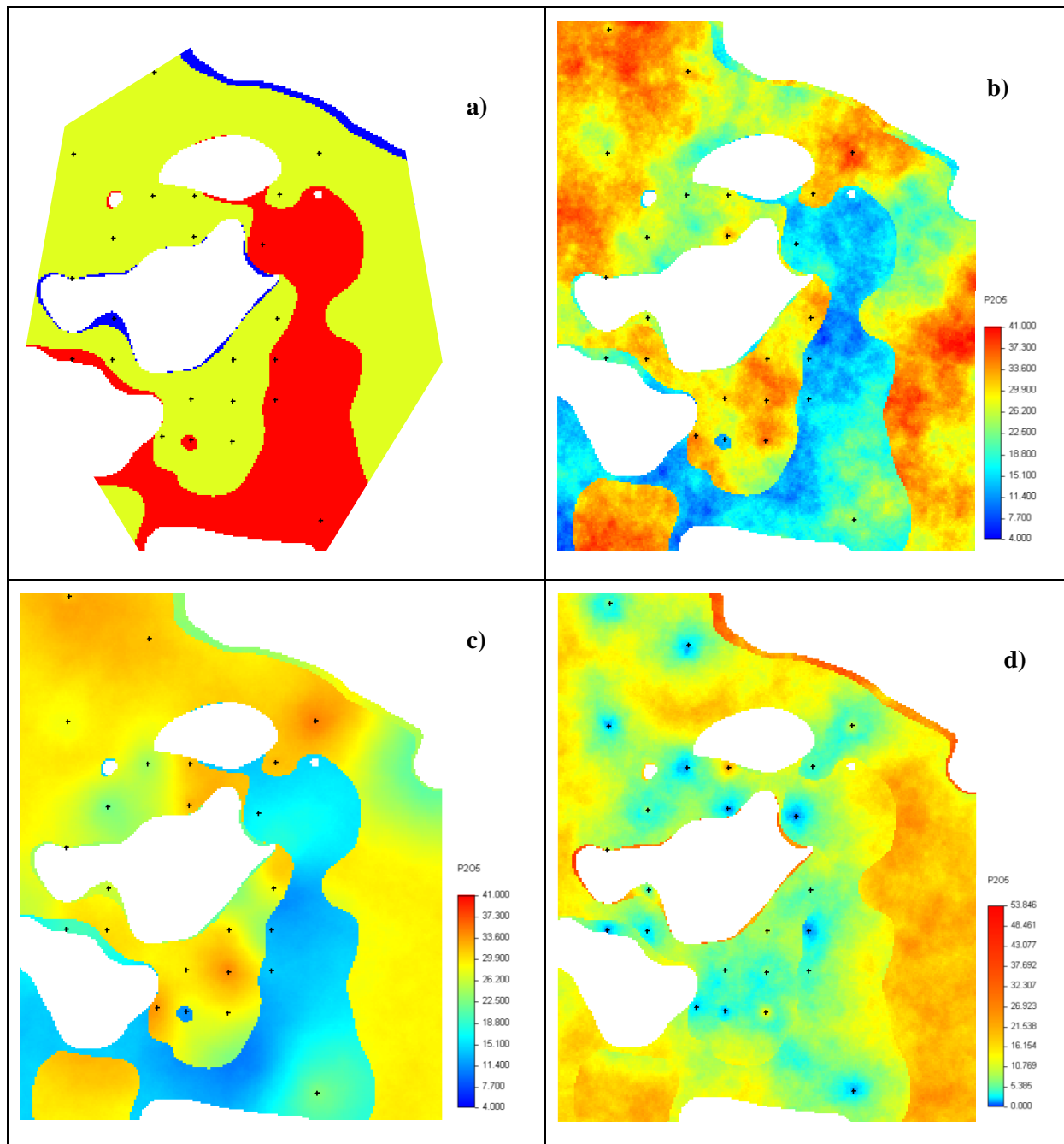


Figura 6.41 – Representação em horizonte (no referencial transformado,  $iz=30$ ) de: a) formações geológicas *CM-azul*, *FPA-verde* e *FPB-vermelho*; b) imagem simulada de teores em  $P_2O_5$ ; c) imagem média dos teores em  $P_2O_5$ ; d) imagem da variância local dos teores simulados em  $P_2O_5$ .

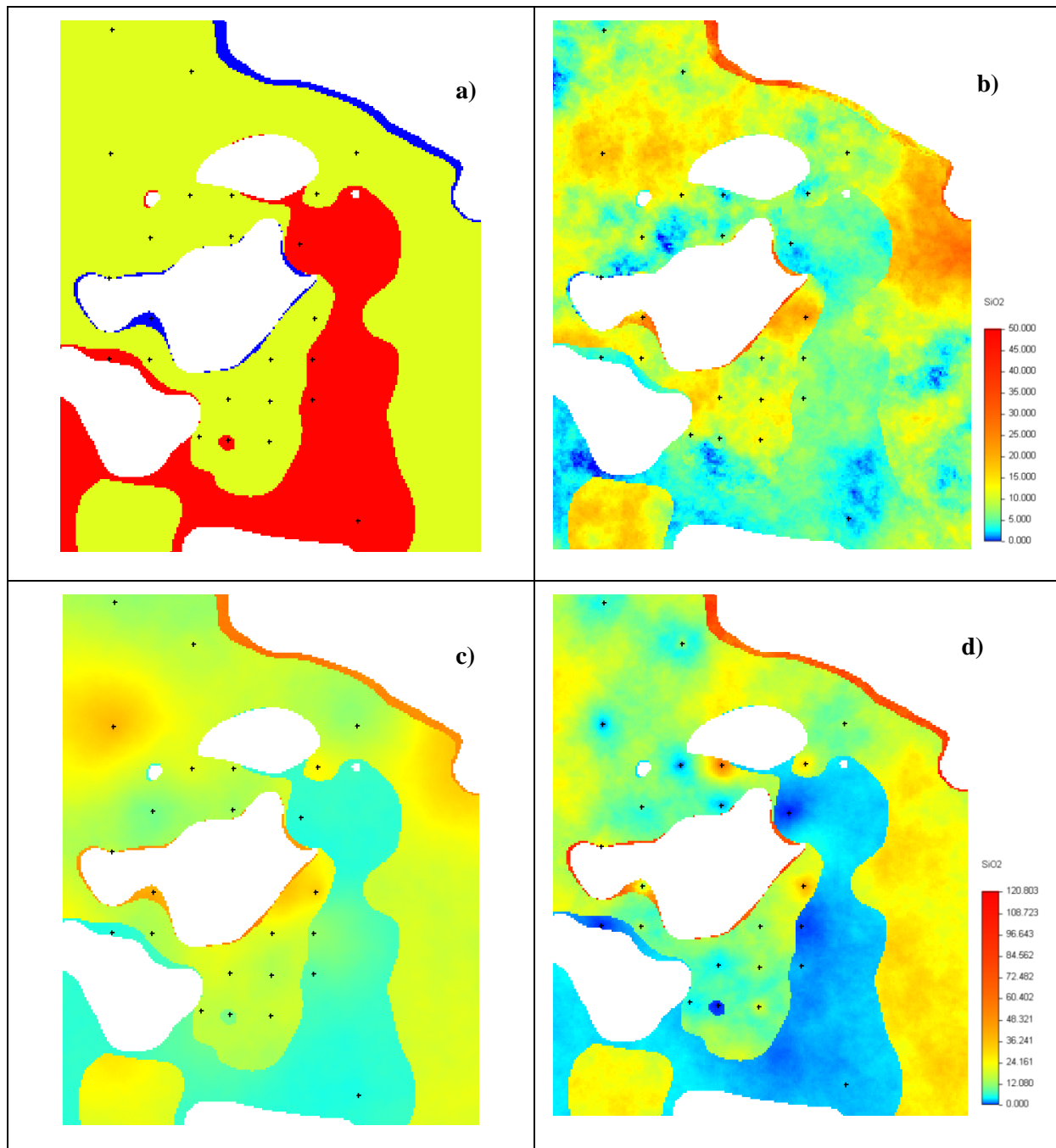


Figura 6.42 – Representação em horizonte (no referencial transformado,  $iz=30$ ) de: a) formações geológicas *CM-azul*, *FPA-verde* e *FPB-vermelho*; b) imagem simulada de teores em  $SiO_2$ ; c) imagem média dos teores em  $SiO_2$ ; d) imagem da variância local dos teores simulados em  $SiO_2$ .

Nas figuras 6.43 a 6.45 apresentam-se os variogramas experimentais nas direcções horizontal e vertical para uma realização escolhida ao acaso, respectivamente para  $CaO$ ,  $P_2O_5$  e  $SiO_2$ .

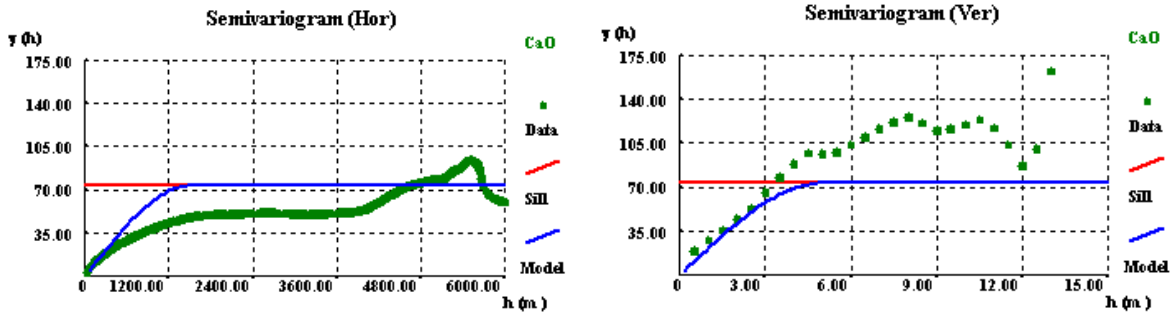


Figura 6.43 – Variograma de uma imagem simulada de teores em CaO e modelo teórico ajustado aos dados das sondagens, esq) direcção horizontal; dir) direcção vertical.

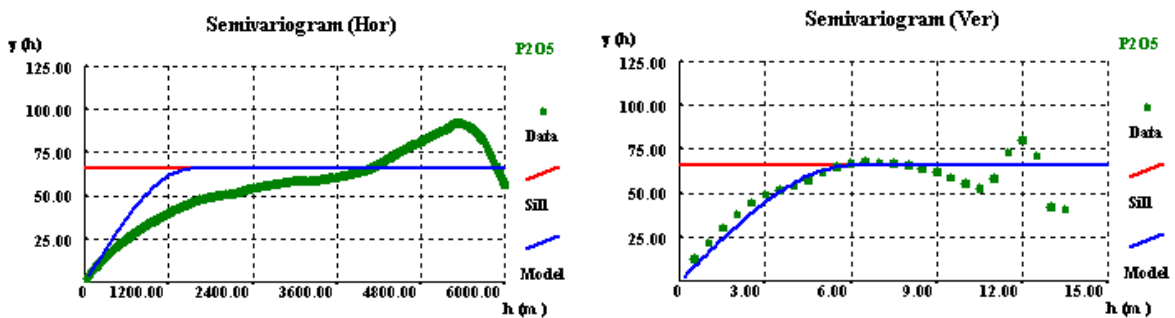


Figura 6.44 – Variograma de uma imagem simulada de teores em P<sub>2</sub>O<sub>5</sub> e modelo teórico ajustado aos dados das sondagens, esq) direcção horizontal; dir) direcção vertical.

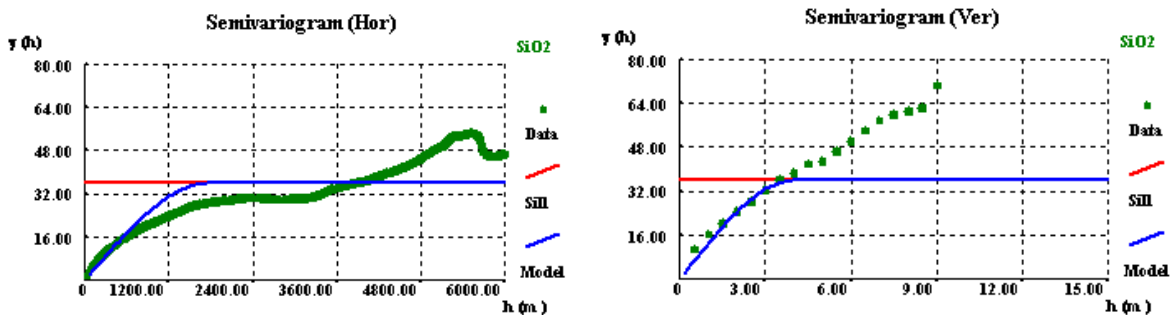


Figura 6.45 – Variograma de uma imagem simulada de teores em SiO<sub>2</sub> e modelo teórico ajustado aos dados das sondagens, esq) direcção horizontal; dir) direcção vertical.

Finalmente nas figuras 6.46 a 6.48 apresentam-se os histogramas condicionais cumulativos dos teores simulados (manchas) e dos dados experimentais (cinco realizações na localização das sondagens) respectivamente para CaO, P<sub>2</sub>O<sub>5</sub> e SiO<sub>2</sub> por formação geológica (CM-amarelo; FPA-vermelho; FPB-azul).

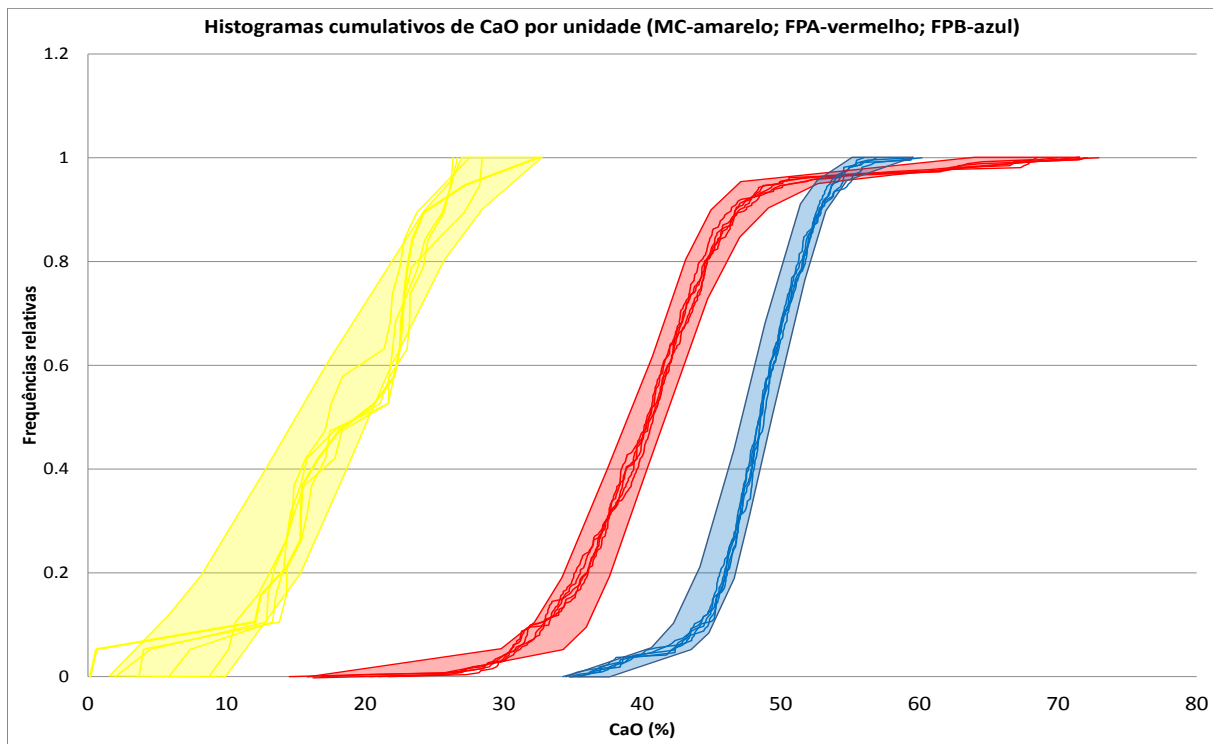


Figura 6.46 – Histogramas condicionais cumulativos dos teores simulados (manchas) e dos dados experimentais (valores simulados na localização das sondagens) para CaO por formação geológica *CM*-amarelo, *FPA*-vermelho e *FPB*-azul.

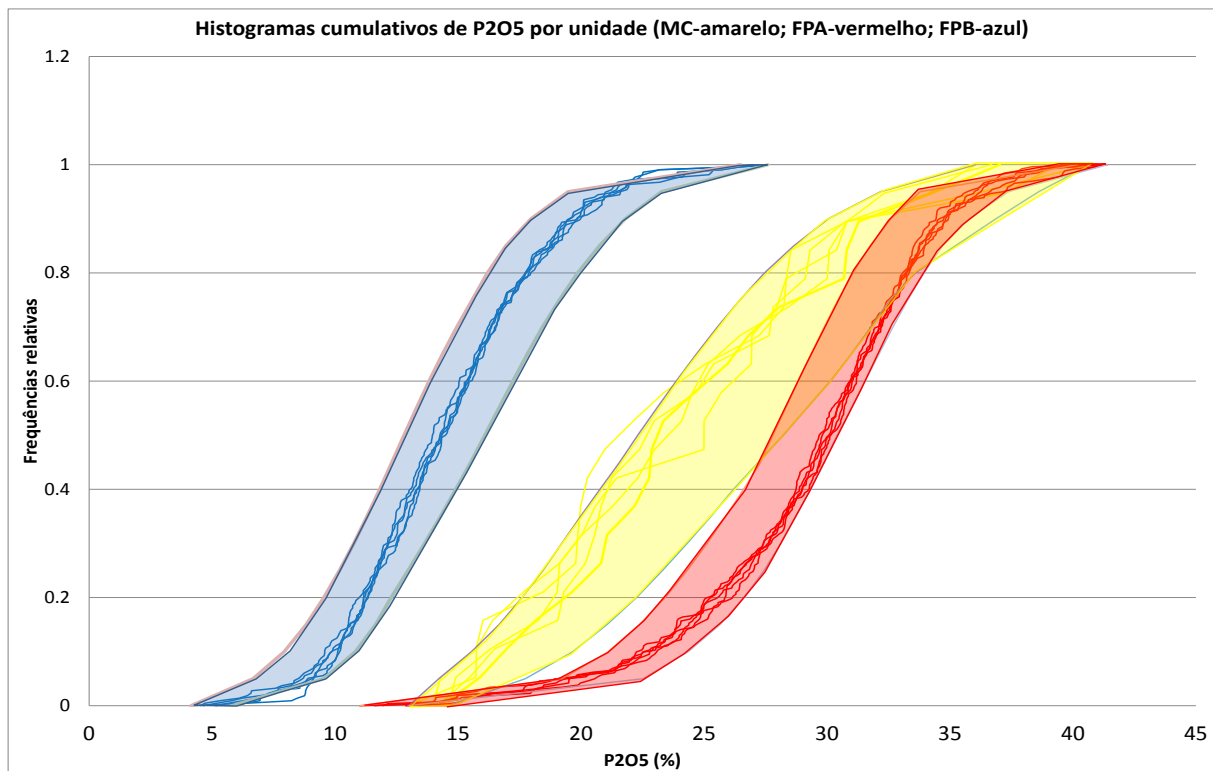


Figura 6.47 – Histogramas condicionais cumulativos dos teores simulados (manchas) e dos dados experimentais (valores simulados na localização das sondagens) para P<sub>2</sub>O<sub>5</sub> por formação geológica *CM*-amarelo, *FPA*-vermelho e *FPB*-azul

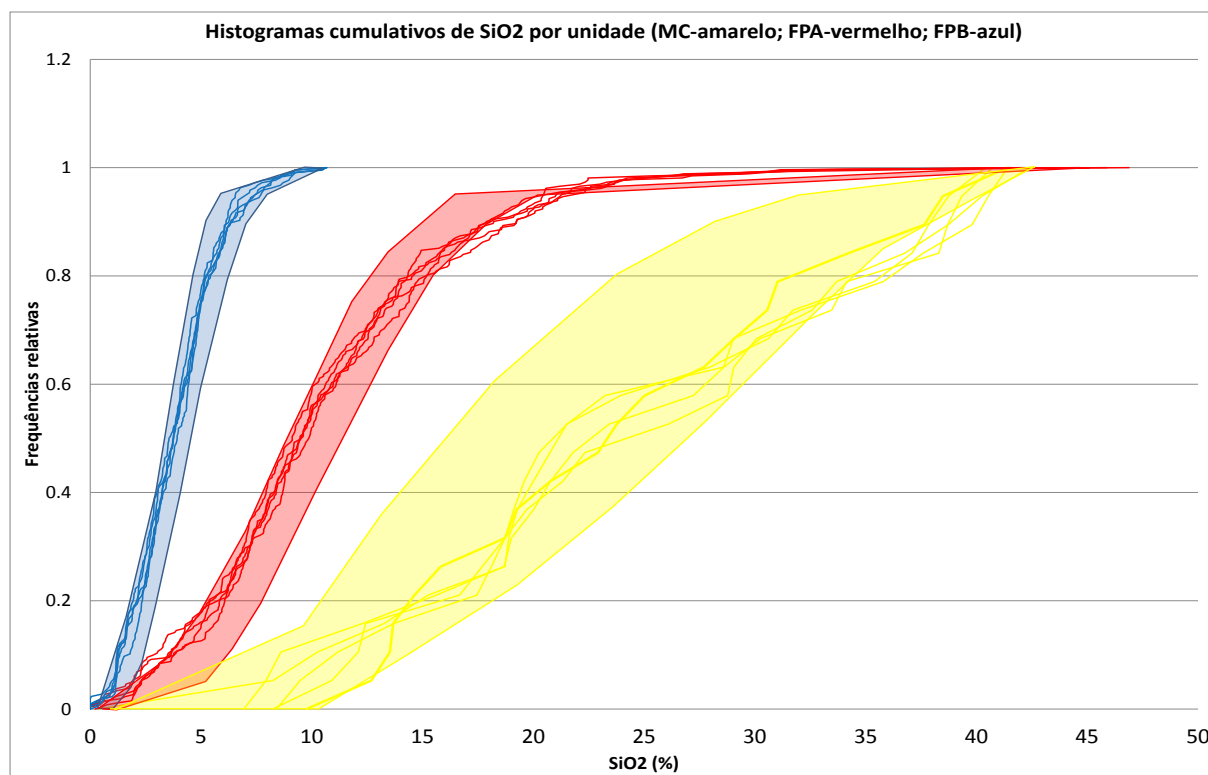


Figura 6.48 – Histogramas condicionais cumulativos dos teores simulados (manchas) e dos dados experimentais (valores simulados na localização das sondagens) para SiO<sub>2</sub> por formação geológica *CM*-amarelo, *FPA*-vermelho e *FPB*-azul

Os resultados mostrados pelas imagens simuladas e figuras anteriores permitem afirmar que:

- Os teores simulados respeitam os dados de partida na localização das sondagens (simulação por condicionamento preliminar aos nós – opção *data nodes transformation*).
- Para todos os elementos simulados, a homogeneidade da imagem média e da imagem da variância dá indicação de que as 100 realizações são suficientes para explorar o espaço de incerteza;
- A amplitude do variograma na direcção vertical é muito bem respeitada, já a amplitude na direcção horizontal aparenta estar sobre-estimada (principalmente para o CaO e P<sub>2</sub>O<sub>5</sub>), ou seja, a amplitude de 1500 metros ajustada aos dados experimentais aparece agora muito maior. Este facto deriva muito provavelmente da imposição dos histogramas em regiões sub-horizontais. Poderá ser minimizado em trabalhos futuros se se simular com uma amplitude significativamente menor, seleccionada por tentativa e erro.
- O zonamento dos teores por formação é visível e coerente para todos os elementos e formações geológicas, quer nas direcções horizontal quer na vertical. O CaO discrimina a formação *CM* de *FPA*+*FPB*; o P<sub>2</sub>O<sub>5</sub> as formações *CM*+*FPA* e *FPB*; e finalmente o SiO<sub>2</sub> todas

## CAPÍTULO 6

as formações com os teores mais altos em *CM*, intermédios em *FPA* e empobrecimento em *FPB*. Os histogramas cumulativos confirmam que os dados simulados respeitam correctamente as formações geológicas.

- e) Dado que o variograma utilizado é o mesmo para todas as formações, a variância local dos valores simulados (medida de incerteza local) resulta de: variância das populações por formação; comprimento do suporte original, maior comprimento dá origem a maior incerteza na regularização dos suportes, logo maior variância local nas simulações; contraste entre os valores no poço e entre poços vizinhos. Todos estes aspectos são visíveis nas imagens da variância, principalmente o primeiro (zonamento da variância por formação geológica).

Seguidamente, na tabela 6.20 apresentam-se estatísticas comparativas entre o cenário base e os resultados das 100 simulações para o  $P_2O_5$ .

Tabela 6.20 – Dados de síntese das reservas em fosfato do depósito mineral de Farim-Saliquinhé (cenário base e cenário das imagens simuladas).

		Cenário base			Cenário simulações			
		Região A	Região B	A+B	<i>CM</i>	<i>FPA</i>	<i>FPB</i>	<i>CM+FPA+FPB</i>
Quantidade de minério ( $m^3$ )		100 578 386	96 305 413	196 883 799	11 058 125	110 531 875	75 180 625	196 770 625
Quantidade de minério (ton)		143 827 092	137 716 741	281 543 832	15 813 118	158 060 581	107 508 293	281 381 993
Teor $P_2O_5$ (%)	Mínimo				22,76	27,65	12,95	22,14
	Médio	29,99	13,46	21,90	25,34	28,90	14,47	23,19
	Máximo				27,71	30,02	16,02	24,17
Quantidade $P_2O_5$ (ton)	Mínimo				3 599 542	43 701 463	13 920 325	62 311 283
	Médio	43 128 610	18 532 222	61 660 832	4 006 410	45 678 322	15 558 555	65 243 288
	Máximo				4 381 250	47 442 514	17 217 663	68 022 494

Os dados da tabela permitem reportar que os teores médios sobem ligeiramente (1-2%) em todas as formações geológicas quando comparados com os dados homólogos do cenário base, e também de todos os quantitativos de  $P_2O_5$  na mesma proporção. Globalmente, o teor médio sobe de 21,90% em  $P_2O_5$  no cenário base (possança e acumulação) para 23,19% no cenário das simulações 3D. Todavia importa realçar que o valor médio obtido com as simulações é muito próximo do teor médio ponderado pelo comprimento do suporte quando se consideram todas as amostras que é de 23,32%, o que representa um desvio de 0,13% !. Pode-se assim considerar que o valor agora obtido como resultado do modelo 3D de teores simulados é coerente com a média ponderada dos dados de partida, o que novamente é plausível para uma amostragem regular e bem distribuída.

Para mostrar a aplicabilidade das imagens simuladas 3D de fosfato, apresentam-se curvas de tonelagem de minério por teor de corte (figura 6.49), tonelagem de metal por teor de corte (figura 6.50) e teor médio por teor de corte (figura 6.51). Estas curvas podem integrar estudos prévios de exploração do depósito, pois permitem explorar várias alternativas de sequências de exploração e servir de base a cálculos de valorização económica e análise de risco. Este assunto foi desenvolvido em contexto de estimação por krigagem da possança e acumulação em anterior tese de mestrado (Charifo, 2008; Charifo e Almeida, 2010).

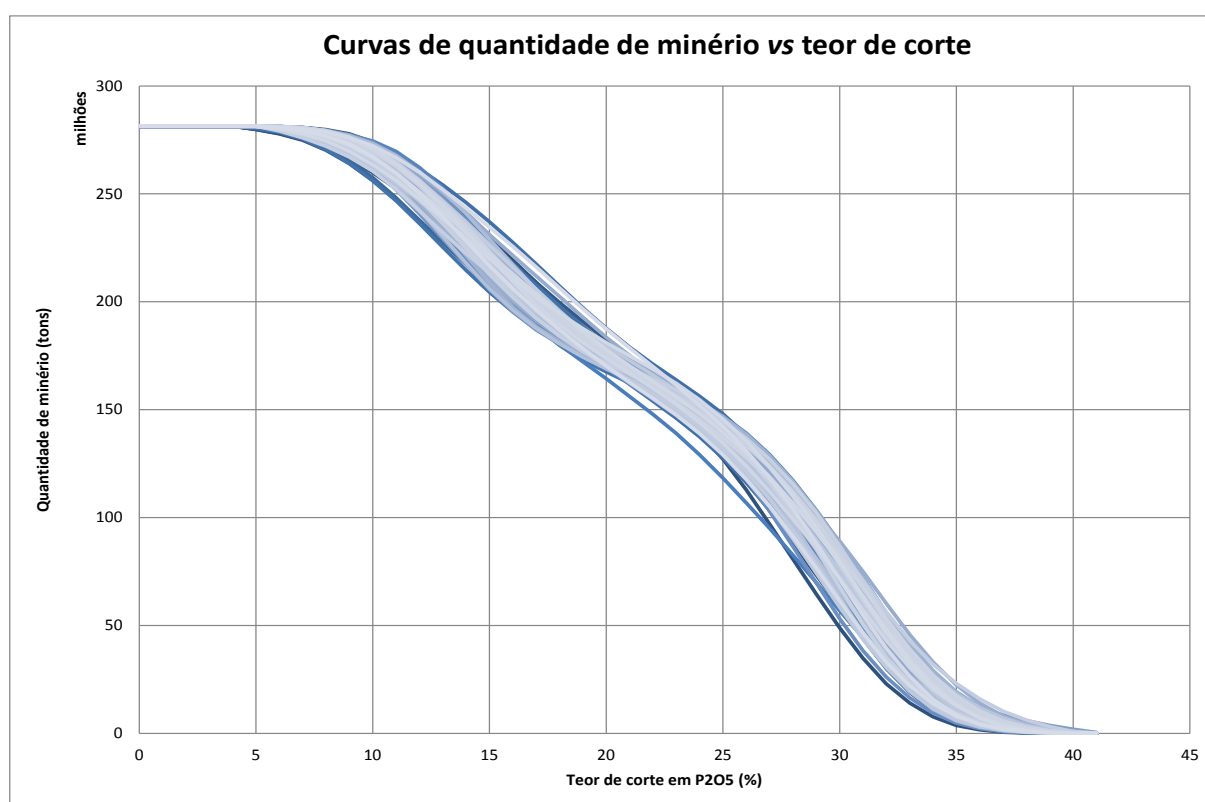


Figura 6.49 – Curvas de quantidade de minério em função do teor de corte para os teores simulados em P<sub>2</sub>O<sub>5</sub> para o conjunto das formações geológicas (CM+FPA+FPB).

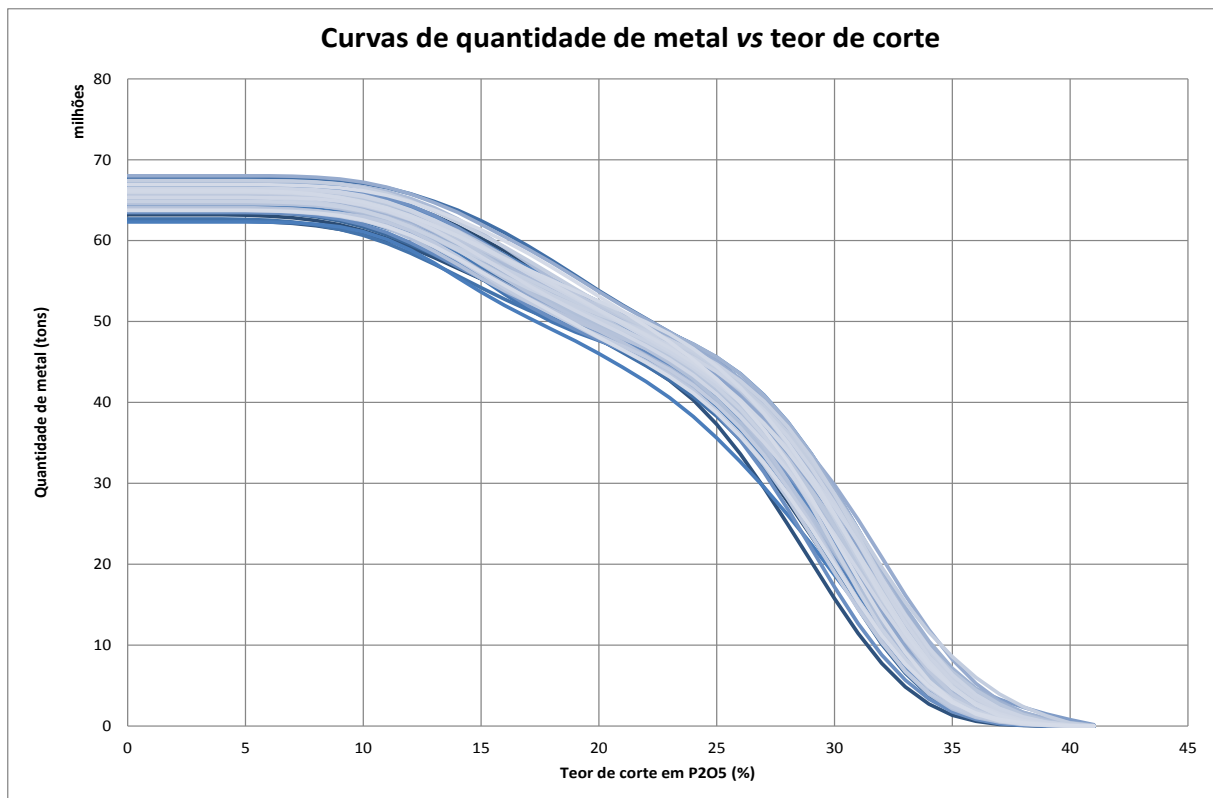


Figura 6.50 – Curvas de quantidade de fosfato em função do teor de corte para os teores simulados em P<sub>2</sub>O<sub>5</sub> para o conjunto das formações geológicas (CM+FPA+FPB).

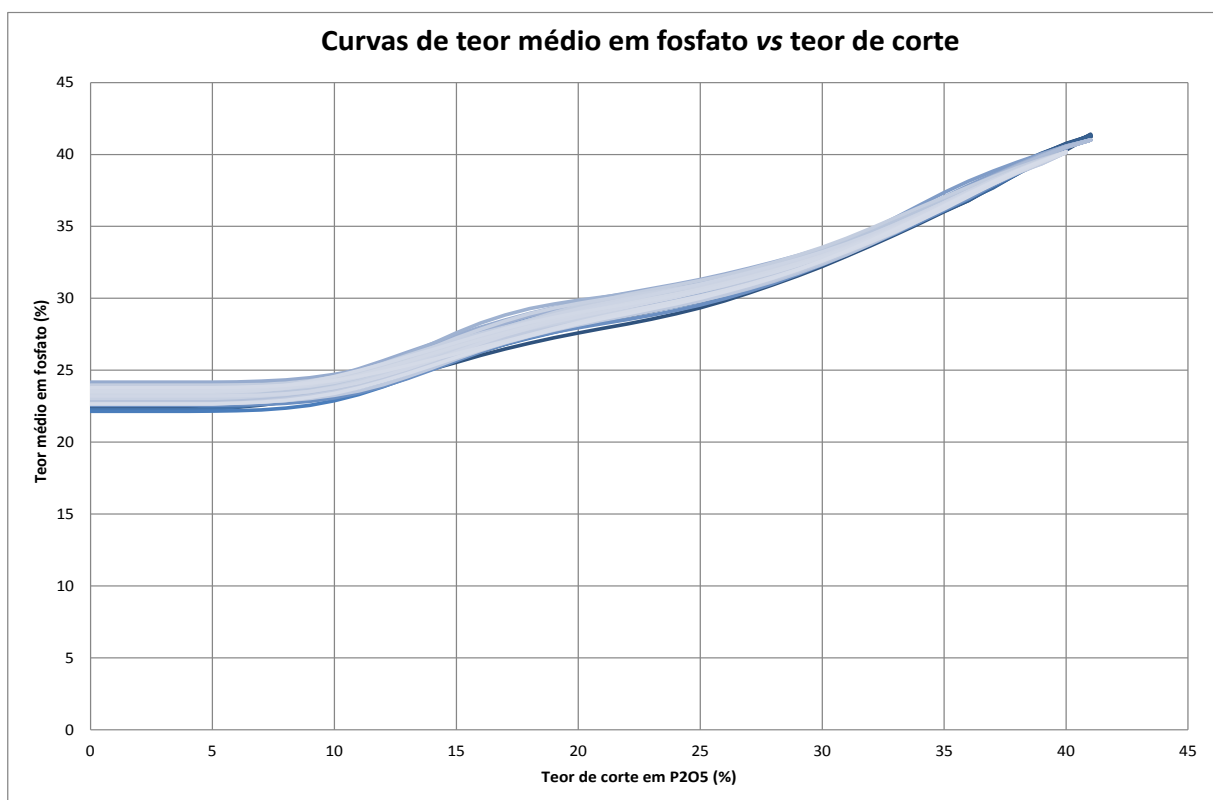


Figura 6.51 – Curvas de teor médio em fosfato em função do teor de corte para os teores simulados em P<sub>2</sub>O<sub>5</sub> para o conjunto das formações geológicas (CM+FPA+FPB).

## 7. CONCLUSÕES

Relativamente ao trabalho desenvolvido sintetizam-se as conclusões:

### *I - Linhas gerais do caso de estudo de Farim-Saliquinhé*

- a) A metodologia proposta para este trabalho foi desenhada a partir do caso de estudo e tem como objectivo a geração de um modelo 3D da geologia (MG3D) com a representação da morfologia e dos teores.
- b) Concretamente pretende-se fazer a modelação da morfologia e teores em  $\text{Al}_2\text{O}_3$ ,  $\text{CaO}$ ,  $\text{CO}_2$ ,  $\text{F}$ ,  $\text{Fe}_2\text{O}_3$ ,  $\text{MgO}$ ,  $\text{P}_2\text{O}_5$  e  $\text{SiO}_2$  do depósito de fosfato Farim-Saliquinhé, Guiné-Bissau, com os dados obtidos pelo BRGM provenientes de sondagens nos anos 80 do século passado.
- c) O depósito em estudo é caracterizado por morfologia tabular sub-horizontal, onde se evidenciam duas formações principais fosfatadas designadas por *FPA* (rochas fosfáticas) e *FPB* (carbonato-fosfática).
- d) Os teores ocorrem zonados por formação geológica. Os teores em fosfato são francamente mais elevados na formação *FPA*, com valores médios próximos dos 30% em  $\text{P}_2\text{O}_5$ .
- e) A análise estatística (capítulo 3) serviu de base para re-ajustar a classificação dos suportes (*CM*, *FPA*, *FPB*) adoptada a partir dos relatórios do BRGM, re-ajustamento esse em função de uma maior congruência geoquímica.
- f) Os valores dos teores estão reportados a amostras provenientes de suportes com dimensão muito variada. Existem suportes desde 5 cm até quase 5 metros.

### *II - Desafios do estudo, inovação e metodologia*

- a) A MG3D é uma ferramenta essencial na indústria petrolífera e mineira e permite quantificar com detalhe a tonelagem de minério e teor da variável de interesse económico. Pode ser utilizado posteriormente em estudos económicos nomeadamente para calcular o benefício local e global do recurso.
- b) Os principais desafios neste caso de estudo são dois: combinar suportes de dimensão variada e fazer a simulação de teores condicionada a formações geológicas de forma a apresentar um modelo 3D dos teores, detalhado no interior das camadas.
- c) O modelo proposto inicia-se com a simulação dos oito teores na localização das sondagens para uma malha regular de alta resolução de 0,05m equivalente ao menor suporte amostrado. A variância desconhecida dos valores simulados na malha de alta resolução foi estimada por

uma abordagem inversa de calibração da variância. Esta abordagem de calibração da variância entre escalas é uma das inovações deste trabalho.

- d) Na simulação dos teores na malha 3D propõe-se a utilização do algoritmo de simulação sequencial directa com histogramas locais, que impõe condicionamento zonal dos teores por formação geológica. Esta variante da DSS foi testada pela primeira vez neste trabalho a um caso de estudo mineiro.

### III - Análise estatística de dados

- a) A análise estatística consistiu num estudo univariado, bivariado e multivariado.
- b) Na análise univariada verificou-se que: i) a formação *FPA* é a que contém os valores mais elevados de fosfato constituindo por isso a mineralização principal. Os teores em F (próximo de 3%) e algum enriquecimento em U confirmam que a fluorapatite –  $\text{Ca}_{10}(\text{PO}_4)_6\text{F}_2$  – é o mineral principal do depósito. ii) A formação *FPB* é essencialmente carbonatada enquanto que a formação *CM* apresenta uma forte componente detrítica
- c) A análise estatística bivariada consistiu na determinação dos coeficientes de correlação de Pearson e de Spearman e na construção de diagramas de dispersão. Verificou que as correlações observadas variam entre moderada e alta, sendo que a correlação entre os elementos  $\text{F}/\text{P}_2\text{O}_5$ , é moderada para as três formações (*CM*, *FPA* e *FPB*).
- d) A análise multivariada foi baseada na ACP e na análise grupal K-means. Serviu para clarificar a distribuição e comportamento de cada elemento / óxido estudado e da relação entre eles, quer ao nível de todo o conjunto de 247 amostras (*Todas*) quer em cada conjunto parcial de amostras (*FPB*, *FPA* e *CM*). Os resultados reforçam e enriquecem as interpretações anteriores de Prian *et al* (1987).
- e) A comparação entre os conjuntos de amostras *FPB*, *FPA* e *CM*, mostra que do ponto de vista geoquímico existe entre eles várias diferenças, a saber (a) os teores elevados em  $\text{CO}_2$ , CaO e MgO e baixos em  $\text{Fe}_2\text{O}_3$ ,  $\text{SiO}_2$  e  $\text{Al}_2\text{O}_3$  no conjunto *FPB*; (b) os teores elevados em  $\text{P}_2\text{O}_5$ , F (e U) no conjunto *FPA* e (c) os teores elevados em  $\text{SiO}_2$  e  $\text{Al}_2\text{O}_3$  e baixos em CaO e  $\text{CO}_2$  no conjunto *CM*.
- f) Os resultados sugerem ainda que as fácies de fosfato da mineralização de Farim-Saliquinhé são empobrecidas em F (em cerca de -0,3%) em relação a outros depósitos de fosfato sedimentares conhecidos.
- g) No contexto do presente trabalho, a análise grupal e a ACP são eficazes na (i) discriminação entre amostras do *FPA* e do *FPB* e (ii) separação das amostras de *FPA* que não sofreram processos pedogénicos das restantes amostras *FPA* que conjuntamente com as amostras *CM*, foram sujeitas a estes processos de alteração. Além disso, a ACP também permite

individualizar dois grupos de amostras do super conjunto *CM + FPA*, cada um deles afectado por diferentes processos pedogenéticos.

- h) A clara discriminação obtida a partir dos resultados deste estudo estatístico indicam que este é um método alternativo mais consistente (uma vez que utiliza oito em vez de duas variáveis) e eficaz ao usado por Prian *et al* (1987), para a diferenciação entre os três membros *FPB*, *FPA* e *CM* (incluindo *FPO*) da mineralização de fosfato de Farim-Saliquinhé. Este novo método é baseado na ACP complementada com análise grupal com oito variáveis geoquímicas medidas em 247 amostras da mineralização de fosfato em estudo e representados no plano factorial CP1/CP2. Além disso, o plano CP1/CP3 da ACP distingue dois grupos de amostras (a partir do conjunto de *FPA + CM*), um enriquecido em  $Fe_2O_3$  (e  $MgO$ ) e outro em  $Al_2O_3$  e  $SiO_2$ .

#### IV - Simulação nas sondagens (mistura de suportes)

- a) A metodologia proposta inicia-se com a regularização de suportes para a mesma dimensão. Foi aplicada para todas as variáveis. Procedeu-se em duas etapas: simulação de valores para um intervalo muito pequeno equivalente ao do menor suporte, calibração da variância e aumento da dimensão do suporte para a dimensão final do bloco. No caso de estudo presente estes valores foram de 0,05m e 0,5m. Esta regularização de suportes observa as seguintes condições:
- São gerados cinco cenários equiprováveis de valores à escala não amostrada (alta resolução);
  - A média dos valores simulados após serem combinados na resolução dos dados de partida reproduz exactamente os dados experimentais como se estes fossem uma amostra compósita dos valores simulados;
  - A variância dos valores simulados após serem combinados na resolução dos dados de partida e após a correcção para as médias é igual à variância dos dados experimentais.
- b) A metodologia funcionou como esperado e os testes finais de comparação dos teores médios do modelo 3D simulado com os teores dos dados originais e de um cenário base também construído permitiram validar com sucesso a metodologia.

#### V – Zonamento

- a) Através dos dados simulados na localização das sondagens foi possível reclassificar de forma automática as amostras nos novos suportes nas formações *CM*, *FPA* e *FPB*. Para tal utilizou-se a análise discriminante aplicada a três conjuntos obtidos de forma automática pela análise grupal *k-means*.

- b) Esta reclassificação feita nos novos suportes permitiu resolver duas questões em simultâneo: i) reclassificar eventuais amostras mal classificadas nos dados originais; ii) reclassificar os novos suportes regulares de 0,5m que resultam da regularização. A alternativa de classificar estes suportes com base nos dados originais teria limitações nos novos suportes de 0,5m que resultem da mistura de suportes classificados originalmente em formações diferentes. A reclassificação nesta fase do trabalho permite resolver estes dois problemas de uma vez.
- c) Nenhuma variável só por si discrimina todas as formações em estudo (*CM*, *FPA* e *FPB*) mas só o conjunto das variáveis pode ser utilizado na discriminação.
- d) Na conversão dos dados de probabilidade fornecidos pela análise discriminante foi sempre considerada a maior probabilidade média do conjunto das cinco realizações para a atribuição da formação geológica.
- e) As probabilidades obtidas da análise discriminante são na sua maioria valores de um e zero pelo que a maior parte das amostras foram classificadas de forma inequívoca. Outras, poucas, nas zonas de transição, evidenciaram probabilidades distribuídas entre duas formações.

#### VI - Simulação condicionada de teores

- a) A simulação foi feita em simultâneo para as duas regiões *FPA* e *FPB* com o algoritmo de simulação sequencial directa (SSD) com médias e histogramas locais. Este algoritmo tem a vantagem de poder simular simultaneamente todos os blocos, independentemente da formação geológica, e utiliza um modelo de variograma global.
- b) Simularam-se os teores em  $P_2O_5$  (variável principal) e em  $CaO$  e  $SiO_2$  porque se entendeu que estas duas variáveis eram as que melhor discriminavam as formações. Ainda assim nenhum teor só por si discrimina de forma inequívoca todas as formações.
  - Os teores em  $P_2O_5$  discriminam as três formações, onde os teores mais elevados verificam-se em *FPA* (média de 29,275), seguindo-se *CM* e *FPB* (francamente mais baixos). A discriminação entre *FPA* e *FPB* não é total porque existe sobreposição dos histogramas em cerca de 20% da população.
  - Os teores em  $CaO$  discriminam a formação *CM* das restantes *FPA+FPB*. Entre estas duas existe alguma discriminação, onde os teores mais elevados são observados em *FPB*.
  - Os teores em  $SiO_2$  discriminam completamente as formações *CM* e *FPB*, mas *FPA* com valores intermédios é pouco discriminada relativamente às restantes.
- c) A média dos teores simulados em  $P_2O_5$  sobe ligeiramente (1-2%) em todas as formações geológicas quando comparados com os dados homólogos do cenário base.

- d) Globalmente, o teor médio sobe de 21,90% em  $P_2O_5$  no cenário base (possança e acumulação) para 23,19% no cenário das simulações 3D. Todavia importa realçar que o valor médio obtido com as simulações é muito próximo do teor médio ponderado pelo comprimento do suporte quando se consideram todas as amostras que é de 23,32%, o que representa um desvio de 0,13% !. Pode-se assim considerar que o valor agora obtido como resultado do modelo 3D de teores simulados é coerente com a média ponderada dos dados de partida, o que novamente é plausível para uma amostragem regular e bem distribuída.
- e) A metodologia agora testada é promissora para aplicação a outro tipo de depósitos mesmo que mais complexos e com distribuições assimétricas (logarítmicas) de teores.

### *VII - Perspectivas de desenvolvimentos futuros*

- a) A geoestatística nasceu com as aplicações na área mineira nos anos 60 do século passado, por isso é uma abordagem madura. Mesmo assim ainda existem muitas questões que são resolvidas por simplificações, quer na resolução espacial por limitações computacionais quer na adopção de pressupostos não demonstrados, pelo que existem tópicos para investigação.
- b) A modelação geológica 3D, a integração com algoritmos geoestatísticos e a combinação de várias fontes de informação com diferentes resoluções e detalhe (“hard” e “soft”) continua hoje em dia a ser uma fonte de inspiração de novas variantes e metodologias.
- c) Neste trabalho mereceu particular atenção a modelação dos teores e menos a modelação morfológica, porque se trata de um depósito regular sub-horizontal. A modelação condicional de teores a várias formações geológicas de morfologia complexa, que por isso tenham de ser modeladas por simulação (bi-ponto ou multi-ponto), será certamente um novo desafio a abordar em trabalhos futuros em depósitos de morfologia complexa.



## 8. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Aitchison J (1986) The statistical analysis of compositional data. London, U.K.: Chapman & Hall, 416 p.
- Alexandre, J e Almeida, JA (1998) geoMS - Geostatistical Modelling Software. Lisboa: Centro de Modelização de Reservatórios Petrolíferos, Instituto Superior Técnico.
- Almeida J, Soares A e Reynaud R (1993) Modelling the Shape of Several Marble Types in a Quarry. In: Elbrond J, Tang X, editors. Proceedings of the XXIV APCOM (International Symposium on Computer Applications in the Minerals Industries), Montreal; vol. 3 p. 452-9.
- Almeida, J, Soares, A e Albuquerque, A (1997) Zonal control to estimate classes of histograms: application to a diamond alluvial deposit. In E.Y. Baafi and N.A. Schofield, editors, Geostatistics Wollongong'96, Kluwer Academic Pub., Dordrecht, 2: p. 658-669, 1997.
- Almeida, J (1999) Use of geostatistical models to improve reservoir description and flow simulation in heterogeneous oil fields, Tese de doutoramento, IST-UTL, 163p.
- Almeida, JA (2010) Stochastic simulation methods for characterization of lithoclasses in carbonate reservoirs, Earth Science Reviews (101) 250-270.
- Altschuler ZS, Clarke RSJr. e Young EJ (1958) The geochemistry of uranium in apatite and phosphorite. U.S. Geol. Survey Prof. Paper, 314-D, 45-90.
- Apel M (2006) From 3D geomodeling systems towards 3d geoscience information systems: Data model, query functionality, and data management. Computers & Geosciences, 32: 222–229.
- Atlas EL (1975) Phosphate equilibria in seawater and interstitial waters. Tese de doutoramento. Oregon State Univ., Corvallis, Oregon. 154 p.
- Bastante, FG, Taboada, J, Alejano, LR e Ordóñez, C (2005) Evaluation of the resources of a slate deposit using indicator kriging. Engineering Geology, 81 (2005) 407-418.
- Batista AC, Sousa AJ, Batista MJ e Viegas L (2001) Factorial kriging with external drift: a case study on the Penedono region, Portugal. Applied Geochemistry 16: 921-929.
- Bistacchi A, Massironi M, Dal Piaz GV, Dal Piaz G, Monopoli B, Schiavo A e Toffolon G (2008) 3D fold and fault reconstruction with an uncertainty model: An example from an Alpine tunnel case study. Computers & Geosciences, 34: 351–372.
- Boruvka L, Vacek O e Jehlicka J (2005) Principal component analysis as a tool to indicate the origin of potentially toxic elements in soils. Geoderma 141 (3-4), 370–383.
- BRGM (1983) Géologie et Reserves du Gisement de Phosphate de Chaux de Farim-Saliquinhe (Guinée-Bissau), Volume 1, 83DAK004, 1983, 51 p.
- Caers, J (2000) Direct sequential indicator simulation. 6th International Geostatistics Congress, 2000 Cape Town.
- Carranza-Edwards A, Rosales-Hoz L, Urrutia-Fucugauchi J, Alejandra Sandoval-Fortanel A, Morales de la Garza E e Lozano Santa Cruz R (2005) Geochemical distribution pattern of sediments in an active continental shelf in Southern Mexico. Continental Shelf Research 25: 521–537.
- Caumon G, Collon-Drouaillet P, Le Carlier de Veslud C, Viseur S e Sausse J (2009) Surface-Based 3D Modeling of Geological Structures. Mathematical Geosciences, 41: 927–945.
- Charifo, G (2008) Caracterização e avaliação de reservas geológicas do depósito mineral de Farim-Saliquinhé, Tese de mestrado, FCT-UNL, 82p.

- Charifo, G e Almeida, JA (2010) Aplicação dos SIGs e metodologias geoestatísticas na caracterização morfológica e de teores do depósito de Farim-Saliquinhé. Resumos do Encontro USIG 2010. 8 p.
- Chilès, JP e Delfiner, P (1999) Geostatistics: modeling spatial uncertainty: Wiley, New York, 720p.
- Da Silva Teixeira, AJ (1962) Os solos da Guiné portuguesa. Carta geral, características formação e utilização. Junta de Investigações do Ultramar, Estudos, Ensaios e Documentos (100), 397p.
- Davis JC (1986) Statistics and Data Analysis in Geology, 2nd ed. Wiley (New York), 646 p.
- Deutsch, CV e Journel, AG (1998) GSLIB: Geostatistical Software Library and User's Guide. Oxford University Press, New York, 384p.
- Egozcue J, Pawlowsky-Glahn V, Mateu-Figueras F e Barceló-Vidal C (2003) Isometric logratio transformations for compositional data analysis. *Mathematical Geology* 35: 279-300.
- Emery, X e Silva, DA (2009) Conditional co-simulation of continuous and categorical variables for geostatistical applications. *Computers & Geosciences*, 35 (6), 1234–1246.
- Evans, AM (1993) Ore Geology and Industrial Minerals: An Introduction. Blackwell Science, London, 389p.
- Feltrin L, McLellan J e Oliver N (2009) Modeling the giant, Zn–Pb–Ag Century deposit, Queensland, Australia. *Compu. & Geosci.* 35: 108-133.
- Ferreira, A, Charifo, G e Almeida, JA (2010) 3D Geologic Modeling. The example of the Farim-Saliquinhé Phosphates Mineralization. In: Geophysical Research Abstracts Vol. 12, EGU2010-10927, 2010 EGU General Assembly 2010. Proceedings of the European Geosciences Union General Assembly 2010, SSP1.1 Open session on stratigraphy, sedimentology and palaeontology. Vienna (Austria), May 2-7, 2010.
- Filzmoser P, Hron K e Reimann C (2009) Univariate statistical analysis of environmental (compositional) data: Problems and possibilities. *Science of the Total Environment* 407: 6100-6108.
- Filzmoser P, Hron K e Reimann C (2010) The bivariate statistical analysis of environmental (compositional) data. *Science of the Total Environment* 408: 4230-4238.
- Flicoteaux R (1980) Genèse des phosphates alumineux du Sénégal occidental. Etapes et guides de l'altération. Thèse Faculté des Sciences et Techniques de Saint Jérôme, Marseille.
- Garcia-Pereira, H (1994) Cálculo Geoestatístico de Reservas em Economia Mineira. *Geosistemas*, 3, 89–93.
- Garcia-Pereira, H, Renca, S e Saraiva, J (2003) A case study on geochemical anomaly identification through principal components analysis supplementary projection. *Applied Geochemistry* 18 (2003) 37–44
- Gibbons JD (1985) Nonparametric statistical inference (2nd ed.). New York: Marcel Dekker.
- Goovaerts, P (1997) Geostatistics for natural resources characterization: Oxford University Press, New York, 483p.
- Isaaks, EH e Srivastava, RM (1989) An introduction to applied geostatistics. Oxford University Press, New York. 561p.
- Jimenez-Espinosa, R, Sousa, AJ e Chica-Olmo, M (1993) Identification of geochemical anomalies using principal component analysis and factorial kriging analysis. *Journal of Geochemical Exploration*, 46 (1993) 245-256.
- Jolliffe IT (2002) Principal Component Analysis, Series: Springer Series in Statistics, 2nd ed., Springer, NY, 2002, XXIX, 487 pp, 28 illus. ISBN 978-0-387-95442-4.
- Jones R, McCaffrey K, Clegg P, Wilson R, Holliman N, Holdsworth R, Imber J & Waggott S (2009). Integration of regional to outcrop digital data: 3D visualisation of multi-scale geological models. *Comp. & Geosc.* 35: 4-18.

- Journel, AG e Isaaks EH (1984) Conditional indicator simulation: application to a Saskatchewan uranium deposit. *Mathematical Geology* 16 (7), 685-718.
- Journel AG e Alabert FG (1989) Non Gaussian data expansion in the earth sciences. *Terra Nova* (1): 123-134
- Journel, AG e Huijbregts, CJ (1992) *Mining Geostatistics*. New York: Academic Press, 600p.
- Journel, AG (1989). Fundamentals of geostatistics in five lessons. In: *Short Course in Geology*, 8:1-33.
- Lehr JR, McClellan GH, Smith JP e Frazier AW (1967) Characterization of apatites in commercial phosphate rocks; in: *Coll. Int. Phos. Miner. Solides*, Toulouse, 16-20 May 1967, 2, 29-44.
- Lucas J, Menor E e Prévôt L (1979) Le gisement de phosphate de chaux de Taiba (Sénégal). Un exemple d'enrichissement par altération. *Strasbourg Sciences Géologiques Bulletin* 32 (1-2): 39-57.
- Luis, AAG (2004) Utilização de informação auxiliar na estimação e simulação de variáveis regionalizadas. Tese de doutoramento não publicada. Universidade Técnica de Lisboa, Instituto Superior Técnico. 207 p.
- Matheron, G (1965) *Les variables regionalisées et leur estimation*, PhD thesis, Ed Masson et Cie., Paris, 305 p.
- Matheron, G (1970) *La Théorie des Variables Regionalisées et ses Applications*. Fascicule 5, Les Cahiers du Centre de Morphologie Mathématique, Ecole des Mines de Paris, Fontainebleau.
- Matheron G, Beucher H, De Fouquet, C, Galli, Guerillot, D., Ravenne, C. (1987) Conditional simulation of the geometry of fluvio-deltaic reservoirs. 62<sup>nd</sup> Annual Technical Conference and Exhibition of the Society of Petroleum Engineers, pp. 571-599. Dallas, Texas. SPE 16753.
- Matias, F (2010) *Modelação 3D de um Subsector das Mineralizações Auríferas de Casas Novas, Montemor-o-Novo*, Tese de mestrado, FCT-UNL, 121p.
- Matias, FV, Almeida, JA e Chichorro, M (2010a) 3D modelling of a subsector of Casas Novas gold mineralization, Montemor-o-Novo, Portugal, *Proceedings of the 30th gOcad meeting*.
- Matias, FV, Chichorro, MA, Almeida, JA (2010b) *Modelação geológica 3D de um subsector das mineralizações auríferas de Casas Novas (Zona de Cisalhamento de Montemor-o-Novo). Relações espaciais e temporais entre as rochas Carboníferas graníticas, andesíticas e dacíticas e as mineralizações de ouro*. VIII Congresso Nacional de Geologia, (22) 10, Braga
- Notholt AJG (1994) Phosphate rock: factors in economic and technical evaluation. In: Whateley, M.K.G. and Harvey, P.K. (eds), 1994, *Mineral Resource Evaluation II: Methods and Case Histories*, Geological Society Special Publication 79: 53-65.
- Notholt, AJG, Sheldon, RP e Davidson, DF (2005) *Phosphate Deposits of the World: Phosphate Rock Resources*. Cambridge University Press, 2005, ISBN 052167333X, 9780521673334, 596 p.
- Nunes, R e Almeida, JA (2010) Parallelization of sequential Gaussian, indicator and direct simulation algorithms. *Computers & Geosciences* (36): 1042-1052.
- Pearson K (1901) "On Lines and Planes of Closest Fit to Systems of Points in Space" (PDF). *Philosophical Magazine* 2 (6): 559-572.
- Prian JP, Gama P, Grissac CB e Roger J (1987) Le gisement de phosphate éocène de Farim-Saliquinhé (République de Guinée-Bissau). *Chronique de la Recherche Minière* 486(1987): 25-54.
- Prian JP (1989) The Farim-Saliquinhe Eocene phosphate deposit, Guinea Bissau, West Africa. In: *Phosphate deposits of the World*, vol. 2, Phosphate rock resources, Notholt *et al*, 277-283, Cambridge University Press.
- Reimann C, Filzmoser P, Fabian K, Hron K, Birke M, Demetriades A, Dinelli E, Ladenberger A e The GEMAS Project Team (2012) The concept of compositional data analysis in practice - Total major

element concentrations in agricultural and grazing land soils of Europe, *Science of the Total Environment*.

Reis, AP, Sousa, AJ e Cardoso Fonseca, E (2003) Application of geostatistical methods in gold geochemical anomalies identification (Montemor-o-Novo, Portugal). *Journal of Geochemical Exploration* 77 (1), 45–63.

Revuelta, M e Jimeno, C (1996) Recursos Minerales. Gráficas Arias Montano, Madrid, ISBN 84-921708-0-8 (Hard cover).

Revuelta, M e Jimeno, C (1997) - Manual de Evaluación y Diseño de Explotaciones Mineras. Entorno Grafico, SL, Madrid, ISBN 84-921708-2-4.

Roxo, S (2011) Integração de informação secundária na modelação geoestatística da qualidade de solos em locais potencialmente contaminados. Aplicação à área de uma antiga refinaria., Tese de mestrado, FCT-UNL, 64p.

Sheldon, RP (1981) Ancient Marine Phosphates. *Annual Review of Earth and Planetary Sciences* (9) 251-284.

Soares, A (1990) Geostatistical Estimation of Orebody Geometry: Morphological Kriging. *Mathematical Geology*, 22, 787–802.

Soares, A (1998) Sequential Indicator Simulation with correction for local probabilities. *Mathematical Geology*, 30(6).

Soares, A (2000) Geoestatística para as Ciências da Terra e do Ambiente. Coleção Ensino da Ciência e da Tecnologia, IST Press, Lisboa, 206 p.

Soares, A (2001) Direct Sequential Simulation and Cosimulation, *Mathematical Geology*, Vol. 33(8): 911 926.

Sousa, AJ e Muge, F (1990) Elementos de Geoestatística. Laboratório de Mineralurgia e Planeamento Mineiro. Lisboa, 63 p.

Srivastava RM (1994) An overview of stochastic methods for reservoir characterization. In Yarus, J., Chambers, R. (Eds.), *Stochastic Modelling and Geostatistics, Practical Applications and Case Histories*. American Association of Petroleum Geologists.

Srivastava, RM (2005) Probabilistic Modeling of Ore Lens Geometry: an Alternative to Deterministic Wireframes. *Mathematical Geology*, 37 (5).

Strebelle, S. (2002). Conditional simulation of complex geological structures using Multi-Point, Statistics. *Mathematical geology*, 34 (1).

Taboada, J., Vaamonde, A., Saavedra, A. and Alejano, L., 1999. Application of geostatistical techniques to exploitation planning in slate quarries. *Engineering Geology*, 47 (3), 269–277.

Tavares, MT, Sousa AJ e Abreu, MM (2008) Ordinary kriging and indicator kriging in the cartography of trace elements contamination in São Domingos mining site (Alentejo, Portugal). *Journal of Geochemical Exploration* 98 (2008), 43–56.

Tercan, AE e Özçelik Y (2000) Geostatistical evaluation of dimension-stone quarries. *Eng. Geol.*, 58 (1), 25–33.

Velho, JL (2005) *Mineralogia Industrial, Princípios e aplicações*. Lidel-edições técnicas Lda, 606p.

Zbeetnoff J (2000) Farim March 2000 Resource calculation. Farim Phosphate Project Resource Audit, for Champion Industrial Minerals Inc, March 2000, 21 p.

**Sites Consultados**

<http://www.webmineral.com/> (Mineralogy Database), Setembro 2012.

<http://www.crugroup.com/> British Sulphur Consultants (BSC, 2009), Setembro 2012.

[http://minerals.usgs.gov/minerals/pubs/commodity/phosphate\\_rock/](http://minerals.usgs.gov/minerals/pubs/commodity/phosphate_rock/) United States Geological Survey (USGS), Setembro 2012.

<http://www.fertilizer.org/ifa/HomePage/SUSTAINABILITY/Fertilizer-Best-Management-Practices/Links-to-Industry-Associations> International Fertilizer Industry Association (IFA), Setembro 2012.



# ANEXO I

Amostras	CP	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	CaO	CO <sub>2</sub>	F	Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	MgO	P <sub>2</sub> O <sub>5</sub>	SiO <sub>2</sub>	Grupo	CN	D
C1	CM	22,00	4,80	0,60	0,70	6,20	0,07	12,60	39,36	2	C	7,19
A1	FPA	29,00	11,30	0,10	0,60	4,10	0,05	18,80	13,80	2	C	7,13
A2	FPA	11,40	34,80	1,10	1,90	3,00	0,07	30,20	8,81	1	A	3,80
A3	FPA	3,75	45,40	1,30	1,94	1,60	0,06	31,80	9,67	1	A	2,33
A4	FPA	1,85	45,25	2,00	2,80	2,10	0,06	35,80	8,78	1	A	2,98
A5	FPA	1,22	39,06	1,60	2,00	10,00	0,08	33,20	6,16	1	A	2,76
A6	FPA	1,02	45,80	2,00	2,22	4,80	0,15	36,60	5,47	1	A	3,60
A7	FPA	10,05	27,50	1,00	2,05	2,85	0,01	28,80	20,25	2	C	5,85
A8	FPA	3,26	40,26	0,99	2,07	5,68	0,05	28,46	19,13	1	A	3,13
A9	FPA	2,35	40,60	1,10	2,10	3,35	0,07	34,00	10,56	1	A	1,64
A10	FPA	0,60	38,91	2,40	1,50	15,00	0,22	29,00	4,36	1	A	4,31
A11	FPA	1,40	45,22	2,60	0,50	1,40	0,45	14,60	3,82	1	A	6,33
A12	FPA	1,30	40,48	3,30	2,68	1,60	0,09	33,80	11,04	1	A	1,92
A13	FPA	1,50	21,71	1,10	2,55	4,90	0,08	18,20	45,01	2	C	8,25
A14	FPA	1,20	40,01	2,80	2,30	4,40	0,25	32,00	11,75	1	A	1,04
B1	FPB	0,90	45,70	21,20	0,40	1,00	0,51	19,60	3,34	3	B	2,20
C2	CM	10,50	6,30	0,20	0,60	2,80	0,04	10,10	58,04	2	C	12,39
A15	FPA	12,50	20,00	0,60	2,20	2,40	0,02	25,80	18,78	2	C	4,22
A16	FPA	6,00	32,98	1,20	3,10	2,60	0,04	30,60	15,49	1	A	3,50
A17	FPA	5,00	41,00	1,40	2,60	3,10	0,04	29,00	9,13	1	A	1,28
A18	FPA	1,40	41,50	2,20	2,00	3,00	0,13	33,00	11,04	1	A	1,45
A19	FPA	1,30	39,90	1,50	3,10	5,40	0,20	30,60	8,77	1	A	0,99
A20	FPA	0,80	34,40	3,60	3,10	16,50	0,53	27,60	8,04	1	A	4,84
A21	FPA	0,60	30,85	1,70	2,48	23,70	0,60	19,60	4,00	1	A	8,64
A22	FPA	16,50	21,63	0,80	0,83	4,10	0,13	24,20	19,68	2	C	3,52
A23	FPA	7,20	36,23	1,30	1,80	2,20	0,10	29,00	14,38	1	A	2,78
A24	FPA	1,40	46,81	2,00	2,50	1,90	0,13	32,20	9,17	1	A	2,73
A25	FPA	1,50	43,78	2,20	1,83	3,80	0,29	33,60	9,42	1	A	1,93
A26	FPA	0,77	45,29	3,40	2,00	3,50	0,40	30,60	8,16	1	A	2,16
C3	CM	11,70	5,50	1,10	0,15	4,30	0,24	15,80	47,60	2	C	8,77
C4	CM	15,50	22,60	0,85	2,05	3,75	0,06	29,40	20,11	2	C	4,76
A27	FPA	8,90	33,65	1,10	2,42	4,00	0,13	32,40	10,09	1	A	3,41
A28	FPA	4,90	38,85	1,40	3,41	5,95	0,12	31,00	8,41	1	A	1,43
A29	FPA	2,80	34,40	1,20	2,81	13,30	0,38	28,00	7,76	1	A	3,86
A30	FPA	0,80	35,10	3,00	3,10	1,35	0,44	34,00	20,38	1	A	4,45
A31	FPA	11,20	31,83	1,60	2,00	5,40	0,05	31,20	8,04	1	A	4,39
A32	FPA	3,50	44,50	1,40	2,40	2,70	0,04	32,60	7,62	1	A	2,23
A33	FPA	2,04	45,50	1,80	2,40	3,45	0,05	34,20	6,76	1	A	2,79
A34	FPA	1,30	45,30	1,80	2,40	0,16	0,09	32,60	8,56	1	A	2,76
A35	FPA	1,50	47,80	1,90	2,40	3,14	0,18	34,10	5,76	1	A	3,55
C5	CM	4,50	23,10	1,10	2,48	11,60	0,19	20,20	30,09	2	C	4,79
A36	FPA	0,90	33,61	2,80	2,70	15,50	0,80	24,20	10,52	1	A	4,92
A37	FPA	1,00	40,75	8,60	0,85	8,40	0,32	23,60	13,09	1	A	3,55
B2	FPB	0,90	47,88	26,00	0,66	1,60	0,55	14,10	4,87	3	B	0,87
A38	FPA	1,63	40,13	1,34	2,39	3,83	0,06	28,64	21,87	1	A	4,08
A39	FPA	1,20	42,72	2,40	2,03	4,20	0,25	32,00	7,24	1	A	1,73
B3	FPB	0,90	50,89	15,90	0,90	1,55	0,40	21,20	4,90	3	B	3,74
A40	FPA	1,45	41,52	2,30	2,83	5,70	0,31	30,60	9,20	1	A	0,88
B4	FPB	0,60	51,47	23,40	0,32	0,90	0,39	15,30	4,72	3	B	1,07
B5	FPB	0,70	51,90	20,60	0,63	0,16	0,45	16,10	4,91	3	B	1,81
A41	FPA	3,50	34,52	2,00	2,60	3,70	0,17	30,80	13,35	1	A	2,38
A42	FPA	1,00	45,95	7,90	2,48	2,00	0,33	27,80	8,42	1	A	3,18
A43	FPA	4,00	37,20	1,20	2,50	2,60	0,05	30,60	15,74	1	A	2,40
A44	FPA	1,10	39,10	1,30	2,80	2,60	0,06	35,20	12,32	1	A	2,31

## ANEXO I

Amostras	CP	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	CaO	CO <sub>2</sub>	F	Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	MgO	P <sub>2</sub> O <sub>5</sub>	SiO <sub>2</sub>	Grupo	CN	D
A45	FPA	0,60	39,80	2,20	3,00	2,90	0,18	35,50	10,10	1	A	2,27
A46	FPA	1,10	41,40	2,00	3,00	3,60	0,37	35,20	7,87	1	A	2,28
C6	CM	19,60	11,70	1,00	1,40	3,90	0,16	14,60	35,84	2	C	4,54
C7	CM	9,50	23,50	1,00	1,00	8,00	1,45	16,50	27,48	2	C	3,12
A47	FPA	2,30	33,80	0,70	1,80	4,15	0,17	20,00	26,39	1	A	7,03
A48	FPA	1,88	21,10	0,70	1,60	18,80	0,53	15,00	27,48	2	C	6,70
A49	FPA	1,68	37,10	1,40	1,90	14,20	0,36	24,40	7,70	1	A	4,15
A50	FPA	3,40	46,40	2,20	1,70	3,10	0,09	25,20	12,77	1	A	2,90
A51	FPA	1,40	44,15	2,90	2,80	2,90	0,08	33,60	6,33	1	A	2,56
A52	FPA	1,50	45,33	2,20	2,80	2,40	0,19	32,20	8,13	1	A	2,34
A53	FPA	1,60	44,72	1,40	1,20	2,80	0,15	31,60	11,81	1	A	1,98
A54	FPA	0,90	43,15	1,70	2,20	6,00	0,08	32,00	9,15	1	A	1,55
A55	FPA	1,40	41,20	1,60	2,75	4,80	0,13	33,00	8,13	1	A	1,54
A56	FPA	0,70	39,02	1,50	1,20	15,50	0,29	27,60	4,87	1	A	4,44
A57	FPA	1,10	36,13	2,20	2,00	11,50	0,38	27,20	8,16	1	A	3,11
B6	FPB	0,70	42,06	16,40	0,88	15,00	0,45	13,20	5,99	3	B	6,22
B7	FPB	0,90	48,32	29,60	0,48	2,00	0,71	10,60	3,08	3	B	2,54
B8	FPB	0,90	49,18	27,20	0,81	1,10	0,56	14,00	2,39	3	B	1,26
B9	FPB	0,80	49,92	24,40	0,23	0,90	0,52	15,80	2,05	3	B	0,87
A58	FPA	1,20	44,54	2,50	1,95	3,90	0,26	33,00	7,53	1	A	2,23
A59	FPA	0,20	42,66	1,50	2,50	4,50	0,22	32,20	8,31	1	A	1,70
B10	FPB	0,65	46,59	23,10	0,63	1,70	0,44	15,30	6,53	3	B	1,28
A60	FPA	0,95	26,93	1,70	1,70	17,50	0,33	22,80	10,61	1	A	7,01
B11	FPB	0,65	52,43	28,20	0,20	0,60	0,50	10,20	2,88	3	B	2,65
B12	FPB	0,55	51,85	29,00	0,23	0,50	0,51	12,10	2,20	3	B	2,39
B13	FPB	0,50	52,51	26,00	0,62	0,60	0,51	14,50	1,02	3	B	1,83
A61	FPA	2,50	40,53	1,85	2,34	6,50	0,22	30,80	10,06	1	A	0,71
A62	FPA	1,30	38,70	3,00	2,34	4,90	0,24	30,80	10,62	1	A	0,86
C8	CM	8,70	13,75	0,60	1,34	2,50	0,03	29,00	38,50	2	C	6,23
A63	FPA	2,60	38,50	0,90	2,78	4,10	0,08	34,30	13,10	1	A	2,03
A64	FPA	1,40	42,73	1,50	2,55	2,40	0,03	33,20	13,82	1	A	2,13
A65	FPA	0,60	46,07	4,90	2,30	1,40	0,54	31,00	10,79	1	A	2,66
B14	FPB	2,10	46,18	7,00	0,75	2,90	0,18	10,20	2,32	3	B	6,52
A66	FPA	10,50	31,95	1,20	1,88	2,40	0,69	25,20	17,89	1	A	5,19
A67	FPA	2,60	41,61	1,70	1,80	3,30	0,25	32,20	11,47	1	A	1,18
A68	FPA	1,40	45,72	1,90	2,34	1,40	0,11	33,80	10,61	1	A	2,70
A69	FPA	1,70	30,79	2,20	1,86	13,75	0,74	21,80	8,56	1	A	5,49
B15	FPB	0,85	50,33	27,80	0,93	0,40	0,56	11,30	6,51	3	B	2,15
C9	CM	26,60	18,50	0,30	0,10	2,45	0,02	14,00	21,05	2	C	5,08
C10	CM	30,90	27,40	0,10	0,15	1,70	0,06	18,00	12,67	2	C	8,37
A70	FPA	22,00	9,60	1,10	2,60	4,80	0,06	29,40	13,25	2	C	7,13
C11	CM	31,00	3,50	0,10	0,17	9,25	0,15	13,50	30,76	2	C	7,94
A71	FPA	23,60	25,10	1,00	2,00	5,10	0,33	24,00	10,13	2	C	7,29
A72	FPA	7,90	32,90	1,00	2,50	5,60	0,35	28,80	14,54	1	A	3,58
D1	D	15,60	25,50	2,30	1,10	11,70	0,30	13,60	14,54	2	C	5,80
C12	CM	39,00	3,50	0,10	1,15	5,40	0,11	18,10	20,29	2	C	10,05
A73	FPA	17,00	27,30	1,20	1,50	8,70	1,30	27,20	7,06	1	A	7,18
D2	D	5,80	36,90	27,80	1,00	3,50	2,70	10,30	10,09	3	B	5,59
C13	CM	22,40	7,60	0,60	1,00	3,00	0,08	17,10	34,91	2	C	5,44
A74	FPA	22,00	13,60	0,50	1,50	2,00	0,07	20,00	32,46	2	C	3,80
A75	FPA	2,35	45,50	1,90	2,40	1,90	0,05	28,00	10,43	1	A	2,22
A76	FPA	0,80	47,50	2,20	2,70	3,20	0,06	32,60	6,36	1	A	3,21
A77	FPA	1,95	42,80	3,30	2,70	7,50	0,29	28,00	7,44	1	A	1,85
B16	FPB	0,74	48,20	22,00	0,50	1,40	0,28	15,60	2,48	3	B	1,03
A78	FPA	8,21	39,43	0,98	3,42	1,17	0,02	29,92	16,74	1	A	3,29
A79	FPA	2,00	43,50	1,20	3,80	2,00	0,03	35,40	5,05	1	A	3,23
A80	FPA	1,40	45,44	1,80	3,30	1,60	0,04	36,00	4,45	1	A	3,79

Amostras	CP	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	CaO	CO <sub>2</sub>	F	Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	MgO	P <sub>2</sub> O <sub>5</sub>	SiO <sub>2</sub>	Grupo	CN	D
A81	FPA	1,70	43,65	1,80	3,25	3,80	0,20	33,00	9,07	1	A	1,81
A82	FPA	9,50	20,70	0,80	1,20	1,25	0,04	24,20	32,00	2	C	3,95
A83	FPA	6,00	34,29	2,30	1,75	4,30	0,58	36,00	10,01	1	A	3,28
B17	FPB	0,80	46,72	31,40	0,38	1,00	0,87	12,80	2,22	3	B	2,83
B18	FPB	0,70	50,10	23,20	0,60	1,30	0,45	15,60	6,16	3	B	1,00
A84	FPA	1,00	20,42	1,30	1,40	36,00	0,17	14,00	7,50	2	C	13,58
A85	FPA	1,00	13,52	1,40	1,15	22,80	0,27	13,00	43,00	2	C	9,90
B19	FPB	0,90	47,54	32,00	0,90	0,50	0,62	10,00	1,63	3	B	3,43
B20	FPB	0,90	45,79	27,40	1,25	0,60	0,58	16,20	1,71	3	B	1,76
B21	FPB	0,70	48,46	26,80	1,10	0,30	0,56	16,20	1,63	3	B	1,30
B22	FPB	1,10	48,14	24,50	1,00	0,50	0,61	17,20	2,66	3	B	0,90
C14	CM	8,20	14,72	1,10	1,63	13,50	0,26	14,20	33,89	2	C	4,78
C15	CM	1,55	43,60	1,00	2,90	1,10	0,04	14,50	28,76	1	A	8,64
A86	FPA	2,65	42,46	1,10	2,65	2,50	0,05	35,40	9,76	1	A	2,32
A87	FPA	1,32	43,45	2,10	2,23	0,80	0,14	33,60	10,20	1	A	2,30
A88	FPA	1,75	43,33	2,60	2,00	1,30	0,30	33,60	9,92	1	A	2,15
A89	FPA	1,40	40,51	3,10	2,38	7,70	0,61	29,00	7,02	1	A	1,71
B23	FPB	0,55	47,96	26,60	0,49	0,52	0,49	13,80	4,23	3	B	1,04
B24	FPB	0,55	52,37	25,00	0,40	0,54	0,54	14,50	1,97	3	B	1,54
C16	CM	7,75	28,58	1,50	1,50	4,10	1,10	20,00	30,15	2	C	4,91
C17	CM	3,35	27,52	1,40	1,30	5,20	0,23	17,30	36,95	2	C	6,59
A90	FPA	1,30	46,31	2,40	2,40	1,10	0,09	33,20	10,20	1	A	2,80
A91	FPA	1,75	46,50	3,60	2,20	0,90	0,34	30,60	8,06	1	A	2,80
B25	FPB	0,58	53,50	2,58	1,00	0,40	0,53	13,90	1,81	3	B	7,92
A92	FPA	1,30	46,36	3,10	2,70	2,00	0,06	34,60	7,53	1	A	3,13
A93	FPA	2,30	35,34	3,60	2,20	7,20	0,70	36,20	8,73	1	A	3,07
A94	FPA	2,85	42,86	2,40	2,34	2,10	0,15	32,40	11,38	1	A	1,62
A95	FPA	1,50	46,62	3,00	2,50	2,00	0,26	29,20	9,99	1	A	2,50
A96	FPA	3,50	34,10	1,30	2,65	4,80	0,14	30,60	14,98	1	A	2,77
A97	FPA	1,00	40,90	2,60	2,75	2,65	0,21	34,60	10,06	1	A	1,97
A98	FPA	1,25	44,60	3,60	2,40	3,40	0,41	28,20	8,91	1	A	1,91
B26	FPB	0,77	41,61	30,90	1,15	1,05	0,41	18,75	5,26	3	B	3,68
B27	FPB	0,90	47,16	33,00	0,50	0,50	0,60	10,10	3,25	3	B	3,63
B28	FPB	0,70	49,84	30,80	0,60	0,60	0,60	12,10	2,22	3	B	2,66
B29	FPB	0,80	50,91	25,80	0,70	0,50	0,55	12,10	2,65	3	B	1,54
B30	FPB	0,70	50,72	24,40	0,70	0,40	0,52	16,10	2,48	3	B	0,97
B31	FPB	0,60	47,81	24,80	0,70	0,40	0,52	17,30	5,73	3	B	1,05
B32	FPB	0,60	49,04	24,80	0,90	0,40	0,55	17,60	2,48	3	B	1,04
A99	FPA	2,50	27,90	2,00	1,40	12,25	0,43	23,00	19,94	1	A	6,58
A100	FPA	1,30	46,76	3,30	2,34	1,50	0,17	33,60	8,56	1	A	3,02
B33	FPB	0,80	53,54	29,10	0,95	0,40	0,50	10,90	1,20	3	B	3,02
B34	FPB	0,60	53,45	28,90	0,95	0,25	0,56	12,50	1,29	3	B	2,71
C18	CM	6,00	29,77	1,60	1,85	4,40	1,00	23,80	27,21	2	C	5,69
C19	CM	1,10	26,86	1,60	1,10	2,30	0,22	14,50	46,07	2	C	9,34
A101	FPA	1,95	38,80	4,30	1,20	7,50	1,15	27,00	10,90	1	A	1,72
B35	FPB	0,65	49,88	21,60	0,40	0,50	0,33	13,80	8,60	3	B	2,02
B36	FPB	0,50	51,51	22,40	0,40	0,40	0,36	13,00	6,96	3	B	1,80
B37	FPB	0,65	50,14	24,60	0,44	0,40	0,53	15,40	5,13	3	B	0,71
C20	CM	11,50	15,37	1,30	1,32	7,50	1,75	14,20	39,38	2	C	5,07
C21	CM	12,70	24,92	2,00	1,40	14,25	0,80	23,20	17,12	2	C	5,31
A102	FPA	1,40	38,74	1,80	2,45	5,85	0,26	29,20	14,90	1	A	1,77
A103	FPA	1,30	42,65	2,35	3,33	2,40	0,19	33,60	12,06	1	A	1,95
B38	FPB	0,79	50,07	27,83	1,30	0,69	0,47	13,96	4,80	3	B	1,44
B39	FPB	0,90	51,19	30,60	0,75	0,70	0,67	11,20	3,60	3	B	2,79
A104	FPA	3,30	33,90	2,00	1,80	8,75	0,40	25,00	16,06	1	A	3,73
A105	FPA	0,73	41,50	3,70	1,60	10,50	0,33	28,50	6,37	1	A	2,69
B40	FPB	1,50	48,30	17,90	1,20	1,60	0,48	11,50	5,53	3	B	2,70

## ANEXO I

Amostras	CP	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	CaO	CO <sub>2</sub>	F	Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	MgO	P <sub>2</sub> O <sub>5</sub>	SiO <sub>2</sub>	Grupo	CN	D
B41	FPB	0,88	50,40	17,20	0,80	1,35	0,50	14,00	2,91	3	B	2,65
B42	FPB	1,06	49,80	14,60	1,20	1,81	0,70	15,80	3,08	3	B	3,49
D3	D	0,80	52,80	28,50	1,00	0,80	0,70	10,00	2,65	3	B	2,81
C22	CM	18,60	16,30	1,60	1,50	13,30	1,60	18,50	20,53	2	C	3,50
C23	CM	2,80	20,70	2,40	2,00	19,60	0,75	24,80	22,46	2	C	6,95
A106	FPA	4,35	28,50	2,15	2,60	17,90	1,07	28,00	8,98	1	A	6,32
A107	FPA	6,65	16,20	2,20	2,20	21,40	1,80	27,50	12,58	2	C	8,46
C24	CM	28,80	11,63	0,40	1,20	4,80	0,40	20,60	10,18	2	C	7,92
C25	CM	8,90	21,50	1,80	1,50	6,00	0,75	20,40	31,45	2	C	3,16
A108	FPA	1,00	40,82	1,30	1,80	9,10	0,65	26,60	9,84	1	A	2,05
B43	FPB	0,70	44,29	27,40	1,35	1,60	0,55	16,20	5,22	3	B	2,01
B44	FPB	0,80	47,62	24,23	1,20	1,30	0,45	17,00	5,05	3	B	0,84
B45	FPB	0,70	46,23	23,40	1,10	1,30	0,45	15,80	3,63	3	B	0,98
B46	FPB	0,80	47,16	29,20	1,60	1,00	0,55	13,00	4,54	3	B	2,01
B47	FPB	0,70	45,55	25,40	1,20	1,40	0,45	17,00	4,87	3	B	1,39
B48	FPB	0,70	46,84	29,20	1,00	1,20	0,55	13,00	4,19	3	B	2,02
B49	FPB	0,80	47,72	32,50	0,90	0,60	0,60	11,40	4,02	3	B	3,22
B50	FPB	0,60	48,34	28,20	1,40	0,40	0,80	13,80	2,57	3	B	1,59
C26	CM	24,00	9,00	1,20	0,60	1,60	0,22	20,60	26,95	2	C	4,75
A109	FPA	3,00	33,19	2,20	1,84	7,00	0,31	27,00	23,32	1	A	5,33
A110	FPA	1,10	46,00	2,00	2,90	1,90	0,10	35,00	9,92	1	A	2,97
A111	FPA	1,05	44,33	2,90	2,82	2,90	0,22	33,40	10,09	1	A	2,10
B51	FPB	0,95	46,07	14,00	1,20	1,60	0,28	25,20	8,24	1	A	5,10
B52	FPB	0,80	48,37	12,20	1,60	1,40	0,25	27,60	6,41	1	A	4,97
A112	FPA	8,50	40,16	1,60	2,80	2,90	0,03	23,60	20,03	1	A	4,58
A113	FPA	2,00	40,85	1,40	2,50	2,50	0,04	34,40	9,84	1	A	1,90
A114	FPA	1,30	44,73	3,20	2,75	3,80	0,04	34,40	7,87	1	A	2,51
A115	FPA	0,90	46,00	2,20	2,40	2,90	0,07	34,40	7,53	1	A	2,93
A116	FPA	1,20	42,36	4,00	2,50	8,80	0,23	29,80	7,30	1	A	2,07
B53	FPB	1,20	39,56	3,60	1,00	1,30	0,63	16,20	5,05	1	A	5,45
A117	FPA	1,88	35,90	2,50	2,81	6,30	0,60	28,80	12,26	1	A	1,84
B54	FPB	1,05	39,87	21,67	2,68	1,84	0,89	27,64	4,25	3	B	5,51
B55	FPB	1,35	38,43	27,95	2,41	0,80	2,05	22,66	4,26	3	B	4,74
A118	FPA	20,40	13,25	1,00	0,92	4,00	0,16	28,50	17,32	2	C	5,37
A119	FPA	8,10	35,79	1,30	2,48	4,20	0,10	33,20	7,96	1	A	2,95
A120	FPA	1,43	44,52	1,90	2,80	4,00	0,13	33,20	7,02	1	A	2,34
A121	FPA	0,72	45,08	2,30	2,60	3,80	0,13	32,60	6,76	1	A	2,48
A122	FPA	0,87	45,18	2,10	3,00	3,20	0,17	34,20	8,13	1	A	2,61
A123	FPA	0,80	43,50	2,00	3,00	2,60	0,21	35,00	9,71	1	A	2,41
A124	FPA	0,70	47,40	2,00	2,80	3,60	0,22	35,00	5,73	1	A	3,62
C27	CM	6,00	32,50	1,10	2,40	9,75	1,24	19,80	15,06	1	A	5,26
B56	FPB	0,49	52,50	15,10	2,20	0,85	0,45	20,10	5,86	3	B	3,99
B57	FPB	0,58	49,80	19,70	1,90	0,65	0,35	21,80	3,91	3	B	2,88
B58	FPB	0,78	51,10	8,50	1,60	0,60	0,38	23,00	3,99	1	A	5,75
C28	CM	18,00	7,00	0,80	0,45	3,70	0,18	12,50	46,68	2	C	8,45
C29	CM	1,00	38,00	5,60	1,84	4,50	0,55	23,40	20,97	1	A	4,60
B59	FPB	1,60	44,60	13,60	1,54	1,50	0,62	20,20	11,25	3	B	5,13
B60	FPB	0,60	52,00	25,40	0,34	0,80	0,46	11,70	5,99	3	B	1,90
B61	FPB	0,45	51,00	9,20	1,52	0,70	0,42	20,20	5,22	3	B	5,70
B62	FPB	0,40	48,50	24,80	1,12	0,50	0,36	15,80	2,99	3	B	0,52
B63	FPB	0,45	50,85	24,30	1,12	0,50	0,40	16,50	4,27	3	B	0,90
B64	FPB	0,40	49,15	22,20	1,00	0,55	0,40	18,80	5,22	3	B	1,55
B65	FPB	0,50	50,79	21,00	1,08	0,40	0,35	20,20	2,90	3	B	2,28
B66	FPB	0,48	51,98	25,80	0,99	0,60	0,40	15,80	3,42	3	B	1,31
B67	FPB	0,42	52,10	31,40	0,80	0,50	0,38	11,70	2,56	3	B	3,10
B68	FPB	0,51	38,50	9,60	2,00	3,90	0,39	20,20	19,66	1	A	5,44
B69	FPB	0,42	46,00	24,00	1,40	0,75	0,47	19,00	5,10	3	B	1,71

Amostras	CP	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	CaO	CO <sub>2</sub>	F	Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	MgO	P <sub>2</sub> O <sub>5</sub>	SiO <sub>2</sub>	Grupo	CN	D
B70	FPB	0,34	47,20	25,50	1,20	0,55	0,47	18,00	4,76	3	B	1,25
B71	FPB	0,42	48,20	24,00	1,20	0,55	0,47	19,00	4,50	3	B	1,38
B72	FPB	0,57	48,60	23,60	1,40	0,55	0,44	19,00	4,85	3	B	1,41
B73	FPB	0,42	48,80	23,50	1,40	0,45	0,45	19,60	2,99	3	B	1,63
B74	FPB	0,52	53,40	26,90	1,10	0,50	0,50	13,10	2,91	3	B	2,08
B75	FPB	0,40	51,55	28,20	1,30	0,50	0,52	13,90	2,73	3	B	1,84
A125	FPA	9,50	26,37	1,20	2,05	2,80	0,04	29,00	22,42	2	C	5,47
A126	FPA	7,50	36,54	1,10	2,63	2,70	0,10	24,80	18,83	1	A	4,16
C30	CM	11,80	18,50	1,00	1,30	5,60	0,07	17,20	35,29	2	C	3,35
A127	FPA	3,00	43,10	1,30	2,50	2,10	0,05	31,00	12,25	1	A	1,62
A128	FPA	2,35	45,30	1,30	2,90	1,75	0,17	32,40	8,95	1	A	2,37
D4	D	5,65	34,70	5,20	1,80	5,90	2,08	21,20	15,20	1	A	4,33
A129	FPA	10,80	35,30	0,80	0,80	1,90	0,04	26,40	7,70	1	A	3,97
D5	D	10,80	36,10	1,00	1,50	5,45	0,84	17,80	16,26	1	A	5,76
C31	CM	25,60	17,50	0,40	0,10	1,55	0,01	12,60	29,95	2	C	4,81
A130	FPA	34,50	13,70	0,50	0,25	0,75	0,02	24,20	7,70	2	C	10,06
A131	FPA	24,60	24,80	0,80	1,50	2,15	0,02	23,40	9,58	2	C	7,66
D6	D	10,80	30,50	1,70	1,05	6,60	1,48	11,40	26,67	2	C	5,53
C32	CM	22,20	10,50	0,30	0,20	1,70	0,01	15,50	36,89	2	C	5,49
C33	CM	27,60	12,20	0,06	0,27	2,75	0,03	18,50	18,90	2	C	5,72
A132	FPA	10,80	25,40	1,10	2,20	10,70	1,32	31,00	8,21	1	A	6,45
D7	D	10,70	33,50	1,20	1,15	3,20	0,03	12,50	24,60	2	C	6,43

CP: Classificação lito-geológica *a priori*; CN: Classificação nova obtida após Análise Grupal por *k-Means* com  $k=3$ ; D: Distância euclidiana da amostra ao centro do respectivo grupo CN; a amarelo: amostras cuja classificação CN (A, B, C) não coincide com a classificação CP (respectivamente FPA, FPB, CM); a cor de laranja: amostras sobFPB indicadas por D na coluna CP.