



**Jorge Gonçalo Silva Cruz**

Licenciado em Ciências de Engenharia Civil

# **Influência da Resistência à Tração e da Energia de Fratura do Betão na Resistência da Zona Local de Ancoragem**

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em  
Engenharia Civil – Perfil de Estruturas

Orientador: Professora Doutora Carla Alexandra da Cruz Marchão,  
Professora Auxiliar, FCT/UNL

Júri:

Presidente: Professor Doutor Fernando Farinha da Silva Pinho

Arguente: Professor Doutor António Manuel Pinho Ramos

Vogal: Professora Doutora Carla Alexandra da Cruz Marchão

**Junho, 2017**



FACULDADE DE  
CIÊNCIAS E TECNOLOGIA  
UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA



## **Influência da Resistência à Tração e da Energia de Fratura do Betão na Capacidade Resistente da Zona Local de Ancoragem**

Copyright © Jorge Gonçalo Silva Cruz, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Nova de Lisboa.

A Faculdade de Ciências e Tecnologia e a Universidade Nova de Lisboa têm o direito, perpétuo e sem limites geográficos, de arquivar e publicar esta dissertação através de exemplares impressos reproduzidos em papel ou de forma digital, ou por qualquer outro meio conhecido ou que venha a ser inventado, e de a divulgar através de repositórios científicos e de admitir a sua cópia e distribuição com objetivos educacionais ou de investigação, não comerciais, desde que seja dado crédito ao autor e editor.







# Agradecimentos

A realização desta dissertação não teria sido possível sem o contributo de diversas pessoas. Assim, não poderia deixar de exprimir o meu profundo agradecimento:

À Professora Doutora Carla Marchão, minha orientadora, pela paciência, orientação, partilha de conhecimentos, interesse e disponibilidade até ao final deste trabalho.

A todos os professores e funcionários do Departamento de Engenharia Civil que de forma direta ou indireta me auxiliaram ao longo de todo o meu percurso académico.

Quero agradecer a todos os meus verdadeiros amigos, que me ajudaram a ultrapassar mais uma fase da minha vida, cuja amizade estimo acima de tudo. Um especial agradecimento aos meus companheiros de curso pelos bons momentos vividos ao longo desta caminhada.

Um profundo agradecimento aos meus pais e irmãos, a quem devo tudo aquilo que sou hoje, por todo o apoio incondicional no decorrer de todo o trajeto académico e da minha vida.

Por fim quero agradecer à Andreia por ser a pessoa que é, pelo amor, carinho e ajuda demonstrada ao longo deste percurso.



# Resumo

---

Com o objetivo de estudar a influência da resistência à tração e da energia de fratura do betão na capacidade resistente de zonas locais de ancoragem de pré-esforço, efetuou-se um estudo paramétrico tendo sido os modelos previamente calibrados com base em modelos experimentais, de acordo com o preconizado na ETAG013.

Para a realização do estudo paramétrico, recorreu-se ao programa de cálculo automático ATENA3D (*Advanced Tool for Engineering Nonlinear Analysis*) que permite simular o comportamento dos materiais através de análise não linear, tendo em conta fenómenos como a fendilhação e o esmagamento do betão.

Para o estudo paramétrico foram analisados 305 modelos numéricos de quartos de prismas, representativos da zona local de ancoragem. Os parâmetros estudados foram a classe de resistência do betão, as dimensões da secção transversal, a resistência à tração e a energia de fratura. Através da imposição de deslocamentos no topo da cabeça de ancoragem os modelos numéricos foram levados até à rotura.

Realizou-se uma análise dos resultados a fim de se obter conclusões sobre a forma como as diferentes magnitudes de resistência à tração e energia de fratura afetam o comportamento do betão, com vista a formulação de uma expressão que estime a capacidade resistente de zonas locais de ancoragem de pré-esforço.

**Palavras-chave:** Zona local de ancoragem de pré-esforço, Resistência à tração, Energia de fratura, Estudo paramétrico, Análise numérica



# Abstract

---

With the aim of investigating the influence of tensile strength and fracture energy of the concrete in the resistant capacity of the local anchorage zone of post-tensioning tendons, a parametric study was carried out based on the experimental models tested in ETAG 013.

In order to perform the parametric study, the finite element software ATENA3D (Advanced Tool for Engineering Nonlinear Analysis) was used to simulate the behavior of the materials through non-linear analysis, taking into account phenomena such as cracking and crushing of the concrete.

For the parametric study, 305 numerical models of quarters of prisms were analyzed, representative of the local anchorage zone. The parameters studied were concrete strength class, cross-sectional dimensions, tensile strength and fracture energy. By imposing displacements at the top of the anchoring head the numerical models were loaded until failure.

An analysis of the results was carried out in order to obtain conclusions about the way in which the different magnitudes of tensile strength and fracture energy affect the behavior of the concrete and in order to formulate an expression that estimates the resistant capacity of post-tensioning local anchorage zones.

**Keywords:** post-tensioning local anchorage zones, Fracture energy, Parametric study, Numerical analysis



# Conteúdo

<b>1.</b>	<b>Introdução</b> .....	<b>1</b>
1.1	Enquadramento Geral .....	1
1.2	Objetivos.....	2
1.3	Estrutura da Dissertação .....	3
<b>2.</b>	<b>Estado de Arte</b> .....	<b>5</b>
2.1	Comportamentos dos Betões Reforçados Com Fibras de Aço (BRFA) ....	5
2.1.1	<i>Comportamento mecânico</i> .....	7
2.1.2	<i>Investigação realizada na caracterização de BRF</i> .....	12
2.2	Capacidade resistente para betões simples .....	17
2.2.1	<i>Estudos iniciais</i> .....	17
2.2.2	<i>Hawkins [27]</i> .....	18
2.2.3	<i>Breen et al [28]</i> .....	19
2.2.4	<i>Roberts-Wollmann [29]</i> .....	20
2.2.5	<i>Bonetti [30]</i> .....	20
2.3	Capacidade resistente dos BRFA .....	25
2.3.1	<i>Haroon et al [2]</i> .....	25
2.3.2	<i>Marchão [6]</i> .....	29
<b>3.</b>	<b>Fundamentos da Análise Não Linear</b> .....	<b>31</b>
3.1	Introdução.....	31
3.2	Modelos constitutivos e propriedades mecânicas dos materiais .....	32
3.2.1	<i>Modelo de Fendas</i> .....	32
3.2.2	<i>Relação Tensão-Deformação do Betão</i> .....	34
3.2.3	<i>Rotura Biaxial</i> .....	36
3.2.4	<i>Tração</i> .....	37
3.2.5	<i>Compressão</i> .....	38
3.2.6	<i>Processo de fratura, abertura de fendas</i> .....	41
3.3	Elementos Finitos .....	42
<b>4.</b>	<b>Calibração dos Modelos Numéricos</b> .....	<b>45</b>

4.1	Introdução .....	45
4.2	Descrição dos Modelos experimentais .....	45
4.2.1	<i>Ensaio de transferência de carga - European Organisation for Technical Approvals (2002)</i> .....	45
4.2.2	<i>Geometria, Materiais e Propriedades Mecânicas</i> .....	46
4.2.3	<i>Resultados experimentais</i> .....	48
4.3	Descrição dos modelos Numéricos.....	49
4.3.1	<i>Introdução</i> .....	49
4.3.2	<i>Propriedades Mecânicas do Betão</i> .....	50
4.3.3	<i>Propriedades mecânicas do aço</i> .....	52
4.3.4	<i>Interface Betão-Aço da Ancoragem</i> .....	53
4.3.5	<i>Monitorização de resultados</i> .....	53
4.3.6	<i>Resultados dos modelos numéricos</i> .....	53
<b>5.</b>	<b>Estudo Paramétrico</b> .....	<b>55</b>
5.1	Introdução .....	55
5.2	Descrição dos Modelos Numéricos .....	56
5.2.1	<i>Geometria</i> .....	56
5.2.2	<i>Propriedades Mecânicas do betão</i> .....	57
5.3	Análise dos Resultados.....	59
5.3.1	<i>Designação dos Modelos</i> .....	59
5.3.2	<i>Força de Rotura</i> .....	59
5.3.3	<i>Evolução da Carga de Rotura</i> .....	69
5.3.4	<i>Análise de Tensões</i> .....	72
5.4	Comparação dos resultados com as equações propostas por outros autores      78	
5.4.1	<i>Wollmann e Roberts Wollmann [29]</i> .....	78
5.4.2	<i>Bonetti [30]</i> .....	81
5.4.3	<i>Proposta de uma expressão para determinação da capacidade resistente em zonas locais de ancoragem</i> .....	85
5.4.4	<i>Validação do Modelo</i> .....	91
<b>6.</b>	<b>Conclusões e Desenvolvimentos futuros</b> .....	<b>97</b>
6.1	Conclusões.....	97
6.2	Desenvolvimentos futuros .....	100

# Índice de Figuras

Figura 2.1 - Distribuição de tensões no betão simples .....	6
Figura 2.2 - Pontes de tensões com fibras de aço numa fenda.....	6
Figura 2.3 - Energia absorvida no ensaio de tração uniaxial com BRFA .....	9
Figura 2.4 - O efeito da dosagem e do tipo de fibras na energia de fratura dos betões	10
Figura 2.5 - Curva típica tensão-abertura de fenda do BRFA.....	13
Figura 2.6 – a) Relação força-deslocamento para uma dosagem de fibras de 60 kg/m <sup>3</sup>	15
Figura 2.7 - Rácio $AAb$ .....	17
Figura 2.8 - Mecanismo de rotura de Hawkins.....	18
Figura 2.9 - Critério de rotura de Mohr.....	21
Figura 2.10 - Plano de simetria .....	22
Figura 2.11 - Secção transversal.....	22
Figura 2.12 - Descrição das variáveis utilizadas por Bonetti .....	23
Figura 2.13 - Configuração do bloco de teste .....	25
Figura 2.14 – a) Fibras de aço deformadas.....	26
Figura 3.1- Modelo de fendilhação fixa, estado de tensões e deformações .....	32
Figura 3.2- Modelo com rotação de fendas, estado de tensões e deformações .....	34
Figura 3.3- Diagrama tensão-deformação uniaxial do betão .....	35
Figura 3.4- Diagrama de rotura biaxial.....	36
Figura 3.5 - Lei de abertura de fendas exponencial, desenvolvida por Hodijk.....	38
Figura 3.6 - Diagrama tensão-deformação, compressão.....	39
Figura 3.7 - Lei de amolecimento do betão em compressão .....	40
Figura 3.8- Processo de fendilhação do betão no diagrama tensão-deformação do betão .....	41
Figura 3.9- Redução da resistência à compressão do betão, devido à fendilhação do material .....	42
Figura 3.10- Geometria dos elementos finitos disponíveis no ATENA 3D: a) Tetraedo; b) Hexaedro; c) Pentaedro.....	43
Figura 4.1 - História de carga preconizada para o ensaio de transferência de carga .....	46
Figura 4.2 - Geometria dos modelos experimentais (P4, P5 e P5B).....	47
Figura 4.3 - Espécime P4 e P5 após o teste de carga.....	48

Figura 4.4 - Composição dos quartos de modelo com ancoragem, discriminando em a) o dispositivo de ancoragem, em b) o betão e em c) condições de fronteira .....	50
Figura 4.5 - Relações força-deslocamento dos modelos experimentais e numéricos.....	54
Figura 5.1 - Dimensões transversais dos 3 tipos de prismas estudados .....	56
Figura 5.2 - Relações Força-deslocamento para betões simples ( $A/Ab = 1,4$ ) .....	60
Figura 5.3 - Relações Força-deslocamento para betões simples ( $A/Ab = 1,9$ ) .....	61
Figura 5.4 - Relações Força-deslocamento para betões simples ( $A/Ab = 2,8$ ) .....	62
Figura 5.5 - Relações Força-deslocamento para betões com fibras ( $A/Ab = 1,4$ ) .....	63
Figura 5.6 - Relações Força-deslocamento para betões com fibras ( $A/Ab = 1,9$ ) .....	64
Figura 5.7 - Relações Força-deslocamento para betões com fibras ( $A/Ab = 2,8$ ).....	65
Figura 5.8 - Evolução das cargas de rotura( $P_u$ )dos modelos, em função da resistência à tração, $R$ .....	69
Figura 5.9 - Crescimento percentual da carga de rotura ( $\Delta P_u$ ) comparando os dois tipos de modelos estudados, em função de $R$ .....	71
Figura 5.10 – Comparação entre modelos com uma classe de resistência igual a 80 MPa ( $A/Ab = 1,4$ ) .....	73
Figura 5.11 – Comparação entre modelos com uma classe de resistência igual a 140 MPa ( $A/Ab = 1,4$ ) .....	74
Figura 5.12 – Comparação entre modelos com uma classe de resistência igual a 80 MPa ( $A/Ab = 2,8$ ) .....	75
Figura 5.13 – Comparação entre modelos com uma classe de resistência igual a 140 MPa ( $A/Ab = 2,8$ ) .....	76
Figura 5.14- Relação $P_u, n/P_u, B$ , em função de $R$ . Modelos simples .....	83
Figura 5.15 - Carga última, $P_u$ (kN), em função de $f_{cm}$ . Modelos simples. ....	85
Figura 5.16 - Carga última, $P_u$ (kN), em função de $f_{cm}$ . Modelos com fibras .....	86
Figura 5.17 - Evolução da Carga última, $\Delta P_u, R$ , em função de $R$ . Modelos simples ....	87
Figura 5.18 - Evolução da Carga última, $\Delta P_u, R$ , em função de $R$ . Modelos com fibras. ....	87
Figura 5.19 - Evolução da carga última, $\Delta P_u$ , relativamente a $A/Ab = 1,4$ , em função de $R$ .....	88
Figura 5.20 - M_140 ( $A/Ab=2,8$ ). Relação Força-Deslocamento para as diferentes magnitudes de energia de fratura $G_f$ .....	93
Figura 5.21 - Rácio $PG_f / PG_f x 10$ em função da resistência à tração $R$ .....	94

# Índice de Tabelas

Tabela 2.1 - Características mecânicas do betão, para $t=28$ dias .....	11
Tabela 2.2 - Energia de fratura $GF$ de cada série e correspondente energia dissipada em compressão .....	16
Tabela 2.3 - Critério de aceitação (AASHTO) para o bloco de teste.....	26
Tabela 2.4 - Resultados dos testes de aceitação da AASHTO .....	27
Tabela 2.5 - Espécimes de cada grupo com a melhor performance .....	28
Tabela 4.1 - Composição do betão sem fibras (HPC) e do betão com fibras (HPFRC)...	47
Tabela 4.2 - Propriedades mecânicas e geométricas das fibras.....	47
Tabela 4.3 - Propriedades mecânicas dos prismas P4, P5 e P5B .....	48
Tabela 4.4 - Abertura de fendas e capacidade ultima dos prismas P4 P5 e P5B .....	49
Tabela 4.5 - Propriedades mecânicas do betão dos prismas modelados no ATENA3D	50
Tabela 4.6 - Parâmetros adotados no ATENA3D no modelo constitutivo do betão .....	51
Tabela 4.7- Características mecânicas adotadas na modelação da cabeça de ancoragem .....	52
Tabela 4.8 - Características da interface betão-ancoragem dos modelos estudados [6].	53
Tabela 4.9 - Resultados experimentais e numéricos para $Pu$ (carga de rotura) e $du$ (deslocamento correspondente a $Pu$ ), com os respetivos erros. ....	54
Tabela 5.1 - Propriedades geométricas dos prismas .....	56
Tabela 5.2 - Propriedades mecânicas dos betões utilizados.....	57
Tabela 5.3 - Energia de fratura $Gf$ (N/m) para betões simples.....	58
Tabela 5.4 - Energia de fratura $Gf$ (N/m) para betões com fibras .....	59
Tabela 5.5 - Cargas últimas, $Pu$ , obtidas na análise numérica dos modelos simples .....	67
Tabela 5.6 - Cargas últimas, $Pu$ , obtidas na análise numérica dos modelos com fibras	68
Tabela 5.7 - Crescimento máximo observado da carga última, para modelos simples..	70
Tabela 5.8 - Parâmetros geométricos para cada rácio $A/Ab$ .....	78
Tabela 5.9 - Comparação dos valores obtidos experimentalmente com a formulação de Wollmann e Roberts Wollmann .....	79

Tabela 5.10 – Previsão da carga última de acordo com a equação (2.5) de Wollmann e Roberts Wollmann ( $A/Ab=1,4$ ) .....	79
Tabela 5.11 - Previsão da carga última de acordo com a equação (2.5) de Wollmann e Roberts Wollmann ( $A/Ab=1,9$ ) .....	79
Tabela 5.12 - Previsão da carga última de acordo com a equação (2.5) de Wollmann e Roberts Wollmann ( $A/Ab= 2,8$ ) .....	80
Tabela 5.13 - Comparação dos valores obtidos pelos ensaios experimentais e pela formulação de Bonetti .....	81
Tabela 5.14 - Previsão da carga última de acordo com a equação (2.11) de Bonetti ( $A/Ab= 1,4$ ) .....	81
Tabela 5.15 - Previsão da carga última de acordo com a equação (2.11) de Bonetti ( $A/Ab= 1,9$ ) .....	82
Tabela 5.16 - Previsão da carga última de acordo com a equação (2.11) de Bonetti ( $A/Ab= 2,8$ ) .....	82
Tabela 5.17 - Média, desvio padrão e coeficiente de variação dos quocientes $Pu, n/Pu, B$ , para cada resistência à tração, R. Modelos simples.....	84
Tabela 5.18 - Comparação dos valores obtidos pelos ensaios experimentais $Pu, exp$ e pela formulação proposta $Pu, a$ .....	90
Tabela 5.19 – Média e desvio padrão dos quocientes $Pu, a / Pu, n$ , para betões simples.	90
Tabela 5.20 – Média e desvio padrão dos quocientes $Pu, a / Pu, n$ , para betões com fibras. ....	90
Tabela 5.21 - Cargas últimas, $Pu$ , obtidas pela análise numérica dos modelos com diferentes energias de fratura ( $A/Ab =1,4$ ).....	91
Tabela 5.22 - Cargas últimas, $Pu$ , obtidas pela análise numérica dos modelos com diferentes energias de fratura ( $A/Ab =1,9$ ).....	92
Tabela 5.23 - Cargas últimas, $Pu$ , obtidas pela análise numérica dos modelos com diferentes energias de fratura ( $A/Ab =2,8$ ).....	92

# Simbologia

## Abreviaturas

ATENA3D	<i>Advanced Tools for Engineering Nonlinear Analysis 3 Dimensional</i>
BRFA	Betão Reforçado com Fibras de aço
HPC	<i>High performance concrete</i>
HPFRC	<i>High performance fiber reinforced concrete</i>

## Letras minúsculas latinas

$c$	Coessão na interface Aço-Betão
$c$	Recobrimento mínimo
$f_c$	Resistência à compressão do betão, sem confinamento
$f_{cm}$	Resistência à compressão do betão em provetes cilíndricos
$f_c^{ef}$	Tensão efetiva de resistência à compressão do betão
$f_{c,cube}^{\prime}$	Resistência à compressão do betão em cubos, sem confinamento
$f_{ct,sp}^{\prime}$	Resistência à tração do betão através de ensaios de compressão diametral em provetes cilíndricos
$f_{ctm}$	Resistência média à tração do betão através de ensaios de compressão diametral em provetes cilíndricos
$f_{lat}$	Pressão lateral de confinamento
$f_t^{\prime}$	Resistência à tração do betão
$f_t^{ef}$	Tensão efetiva de resistência à tração
$f_y$	Tensão de cedência do aço
$h$	Altura do prisma
$k$	Parâmetro de forma
$k_1$	Fator corretivo para betões simples
$\rho$	Percentagem de armadura mecânica
$r_c$	Fator de redução
$r_{c,lim}$	Valor mínimo de redução da resistência à compressão, devido à abertura de fendas

$r_{ec}$	Fator de redução da resistência à compressão ou à tração, estado biaxial compressão-tração
$w$	Abertura da fenda
$w_c$	Abertura de fendas quando a $ft'_{ef}$ é nula
$w_d$	Máxima abertura de fendas à compressão
$x$	Extensão normalizada

### Letras maiúsculas latinas

$A$	Área da secção transversal máxima homotética com a área $A'$
$A_b$	Área efetiva da chapa, calculada com a área $A'$ subtraindo as áreas das aberturas da chapa de apoio
$A_c$	Área da secção de betão
$A_{core}$	Área de betão confinado interior à armadura helicoidal
$A'$	Área carregada
$C$	Função representativa do aumento da capacidade resistente em função da geometria
$D$	Diâmetros da armadura helicoidal
$D_f$	Diâmetro da fibra de aço
$E_0$	Módulo de elasticidade inicial do betão
$E_c$	Módulo de elasticidade secante do betão
$E_{cm}$	Módulo de elasticidade do betão pelo EC2, para betão com agregados calcários
$E_s$	Módulo de elasticidade do aço
$F_{pu}$	Resistência à tração última do cabo de ancoragem
$G_f$	Energia de fratura
$G_t$	Módulo de corte tangente
$K$	Constante de Hawkins
$K_{nn}$	Rigidez normal
$K_{nn,min}$	Rigidez normal mínima
$K_{tt}$	Rigidez tangencial
$K_{tt,min}$	Rigidez tangencial
$L_d$	Dimensão do elemento finito quando a fenda se propaga na direção paralela
$L'_d$	Dimensão do elemento finito corrigido, quando a fenda se propaga numa direção diferente da paralela a este (compressão)
$L'_t$	Dimensão do elemento finito corrigido, quando a fenda se propaga numa direção diferente da paralela a este (tração)

$L_f$	Comprimento da fibra de aço
$L'_{fs}$	Superfície de fratura
$P_u$	Capacidade de carga, carga última
$P_{u,a}$	Capacidade de carga obtida analiticamente
$P_{u,B}$	Capacidade de carga obtida através de Bonetti
$P_{u,exp}$	Capacidade de carga obtida através dos ensaios experimentais
$P_{u,n}$	Capacidade de carga obtida numericamente
$P_{u,W}$	Capacidade de carga obtida através de Wollmann e Roberts Wollmann
R	Relação entre a resistência à tração e a resistência à compressão do betão
$U_c$	Energia dissipada em compressão
$U_r$	Energia total dissipada
$S_f$	Fator de rigidez de corte devido à abertura de fendas
$V_f$	Volume de fibras

#### Letras minúsculas gregas

$\alpha$	Parâmetro que depende do ponto onde ocorre a tensão máxima de tração (Bonetti, 2005)
$\alpha$	Crescimento, em percentagem, da capacidade de carga em função da resistência à tração
$\beta$	Fator para a direção do fluxo plástico (se $\beta < 0$ , material compacta, se $\beta > 0$ , material dilata) (ATENA 3D)
$\beta$	Fator representativo do aumento da capacidade de carga em função da resistência à tração
$\gamma$	Fator de correção, 1 para fenda paralela, valor máximo 1,5 (fenda a 45°)
$\varepsilon_{cp}$	Extensão plástica correspondente à compressão
$\varepsilon_{cr}$	Extensão para abertura da fenda quando $ft'_{ef}$ é nula
$\varepsilon^{eq}$	Extensão uniaxial equivalente
$\mu$	Coeficiente de atrito
$\nu$	Coeficiente de Poisson
$\sigma_c'^{ef}$	Tensão efetiva do betão à compressão
$\sigma_{xx}$	Tensões normais no eixo x
$\sigma_{yy}$	Tensões normais no eixo y
$\sigma_{zz}$	Tensões normais no eixo z
$\sigma_1$	Tensão principal 1
$\sigma_2$	Tensão principal 2



# 1. Introdução

## 1.1 Enquadramento Geral

A constante evolução nas exigências de segurança, económicas e arquitetónicas faz com que os engenheiros desenvolvam novas técnicas construtivas, recorrendo ao uso de novos materiais ou ao aperfeiçoamento de soluções já existentes. As estruturas pré-esforçadas são um exemplo dessa evolução, na medida que permitem o uso de secções mais esbeltas e leves.

O comportamento da zona local de ancoragem de pré-esforço é caracterizado por um estado de tensão triaxial. À medida que os esforços de compressão se distribuem até atingirem uma distribuição uniforme, as direções das tensões deixam de ser paralelas ao carregamento e passam a apresentar um desvio em relação ao eixo da peça. Este fenómeno leva ao aparecimento de esforços de tração nas direções transversais da peça. A magnitude destes esforços é por vezes maior que a resistência à tração do betão, levando assim à rotura do material.

O dimensionamento da zona local de ancoragem de pré-esforço tem duas abordagens distintas, dividindo-se em ancoragens simples e ancoragens especiais. As primeiras são placas prismáticas em que a sua rigidez é suficiente para que ocorra uma distribuição uniforme de tensões, ou seja, o dimensionamento da zona local de ancoragem pode ser feito com recurso a cálculos relativamente simples. O segundo tipo de sistema de ancoragem apresenta uma geometria mais complexa e dimensões otimizadas, resultando em tensões de elevada magnitude no betão. Para que este sistema de ancoragens especiais possa ser utilizado em estruturas pré-esforçadas é necessário passar por testes de aceitação de modo a garantir a integridade da zona local.

Existem formulações para a determinação da capacidade de carga em zonas locais de ancoragem de pré-esforço, contudo estas são baseadas em critérios de rotura e não têm em conta a verificação de segurança em serviço, nomeadamente no controlo da abertura de fendas. Deste modo, o dimensionamento e verificação de zonas locais de ancoragens é efetuado recorrendo a ensaios laboratoriais denominados ensaios de transferência de carga (*ETAG 013: Guideline for European Technical Approval of post-tensioning kits for prestressing of structures, 2002 [1]*), que simulam da melhor maneira as condições a que a ancoragem irá estar sujeita numa situação real.

As armaduras que constituem estas zonas de ancoragem estão divididas em armaduras helicoidais e estribos. As primeiras são responsáveis por grande parte do confinamento do betão, sendo as segundas mais importantes na absorção e resistência dos esforços de tração [2]. A quantidade de armadura utilizada para este propósito leva ao congestionamento da zona de ancoragem, causando dificuldades na betonagem e colocação das armaduras, havendo assim uma maior necessidade de mão de obra especializada para produzir e colocar essas mesmas armaduras.

Nas últimas décadas tem sido investigado um substituto parcial ou total da armadura convencional utilizada no betão através do uso de fibras discretas. O betão reforçado com fibras de aço (BRFA) é um compósito formado pela matriz de betão e fibras de aço, tendo como principal objetivo melhorar o comportamento frágil do betão à tração. A presença de fibras no betão permite a transferência de tensões através das fibras, reduzindo a concentração de tensões no betão, garantindo assim um maior controlo da fendilhação. A energia de fratura,  $G_f$ , é reconhecida por diversos autores como o principal parâmetro que permite avaliar a resistência do betão sujeito a esforços de tração e constitui um dos parâmetros mais importantes para descrever o comportamento de pós fendilhação de compósitos de fibras em modelos constitutivos [3][4][5].

## 1.2 Objetivos

Este trabalho tem como principal objetivo o estudo da influência da resistência à tração e da energia de fratura do betão em zonas locais de ancoragem de pré-esforço. Deste modo, foi realizado um estudo paramétrico, através de simulação numérica, utilizando um programa de cálculo automático, ATENA3D, que recorre ao método dos elementos finitos. Este programa permite fazer análises não lineares, tendo em conta diversos fenómenos físicos como a fendilhação e o esmagamento do betão, entre outros.

Os modelos experimentais utilizados na calibração numérica são preconizados pela norma ETAG 013 (2002) e foram ensaiados por Marchão, em 2015 [6], no âmbito da sua tese de doutoramento. O estudo paramétrico tem como objetivo analisar a interação entre a resistência à tração e a energia de fratura, tendo em consideração a influência de vários parâmetros que alteram o comportamento mecânico dos provetes, como a classe de resistência do betão e as dimensões transversais dos modelos.

A análise do estudo paramétrico incidirá sobre as cargas últimas obtidas para os diferentes modelos estudados, sendo esses resultados comparados entre si e com outros

autores. A partir dos resultados obtidos será também proposta uma formulação para a determinação da capacidade resistente de blocos de ancoragem com e sem fibras.

### 1.3 Estrutura da Dissertação

A presente dissertação está organizada em 6 Capítulos:

- Capítulo 1: fornece um enquadramento geral do tema e os objetivos a que este trabalho se propôs;
- Capítulo 2: Apresenta uma revisão da literatura orientada para três temáticas. A primeira parte incide sobre as principais características dos betões reforçado com fibras de aço (*BRFA*). A segunda parte incide sobre as formulações referentes à capacidade resistente de zonas locais de ancoragem de pré-esforço. Por fim, são apresentados dois trabalhos de investigação que têm como objetivo estudar a fiabilidade da redução/eliminação das armaduras que constituem as zonas de ancoragem, através dos *BRFA*.
- Capítulo 3: introduz-se sinteticamente a abordagem que o programa de elementos finitos utilizado nesta dissertação (*ATENA3D*) utiliza para a simulação numérica dos materiais modelados e hipóteses assumidas na realização deste trabalho;
- Capítulo 4: é realizada uma breve descrição dos modelos experimentais estudados, nomeadamente os seus materiais, geometria e características mecânicas. São também expostas as hipóteses adotadas na calibração destes modelos, bem como os resultados obtidos através da simulação numérica;
- Capítulo 5: descreve-se a geometria dos prismas modelados e as suas características mecânicas, assim como a justificação para a escolhas dos mesmos. São apresentados e analisados os resultados das simulações numéricas. Na primeira parte, serão apresentadas as curvas força-deslocamento de cada prisma, com uma análise detalha sobre esta informação. Para complementar toda a análise apresentam-se as distribuições de tensões horizontais e verticais instaladas nos prismas. De seguida, são comparadas as capacidades de carga numéricas com equações propostas por outros autores. No fim, é proposta uma equação que prevê a capacidade de carga de blocos de ancoragem com e sem fibras, com a respetiva validação;
- Capítulo 6: apresentam-se as conclusões relativamente ao estudo paramétrico e propõem-se possíveis desenvolvimentos futuros.



## 2. Estado de Arte

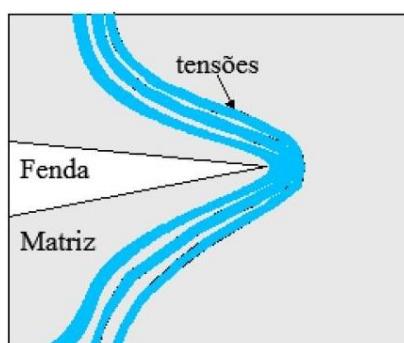
### 2.1 Comportamentos dos Betões Reforçados Com Fibras de Aço (BRFA)

A propagação e magnitude das fendas afeta diretamente o colapso de uma estrutura. Como tal, a segurança de uma dada estrutura não pode ser avaliada apenas com base nas características de resistência do betão, sendo necessária uma avaliação da capacidade que o material tem em transmitir os esforços de forma eficiente [7].

Sendo o betão simples um material frágil, com pouca resistência à tração e capacidade de deformação, a inclusão de fibras de aço na matriz de betão é uma das formas de melhorar o comportamento das estruturas, nomeadamente na prevenção e propagação de fendas [8]. A utilização deste tipo de material melhora substancialmente várias das propriedades do betão, nomeadamente a resistência à tração, a ductilidade, o comportamento à fendilhação, a capacidade de absorção de energia, a tenacidade, a resistência à fadiga, ao impacto e ao choque térmico [9][10][11]. O BRFA é então definido como um compósito formado por uma matriz e por fibras discretas, sendo a matriz (designação dada ao betão) constituída pela pasta de cimento, por agregados grossos e por agregados finos [7].

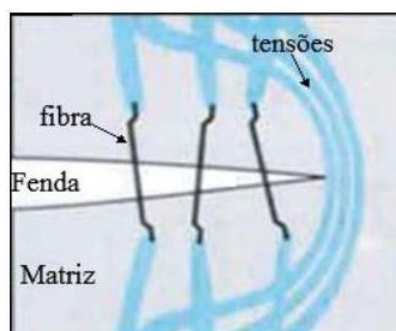
Existem diferenças significativas entre reforçar betões simples com fibras ou com as típicas armaduras ordinárias. Quando nos referimos a betão armado, a capacidade resistente de um dado elemento aumenta à medida que a percentagem de aço também aumenta (de uma forma genérica e até um determinado limite). No caso dos compósitos de fibras a capacidade resistente depende bastante da matriz do betão, sendo que um aumento do volume de fibras até poderá originar capacidades de carga mais baixas, sendo assim necessário um estudo cuidado da sua composição. Considerando o betão armado como um material heterogéneo, no sentido que a armadura não está distribuída uniformemente pelo volume de betão, uma das funções das fibras é reduzir a sua heterogeneidade, levando assim a uma distribuição de fendas mais uniforme e de tamanho reduzido [12].

No betão simples, a formação de uma fissura ocorre quando as tensões instaladas no betão atingem a resistência à tração do material, levando a que haja uma redistribuição de esforços e conseqüente propagação da fendilhação devido à acumulação de tensões na extremidade da fenda (Figura 2.1) [13].



**Figura 2.1** - Distribuição de tensões no betão simples (adaptado de[13])

O principal benefício da adição de fibras ao betão é a sua capacidade de transferir tensões após o início da fendilhação. Quando o betão atinge a resistência à tração, as fibras que compõe o compósito atuam como ponte entre as faces das fendas, permitindo assim a transmissão de tensões através das próprias fibras (Figura 2.2). Este mecanismo permite assim uma redistribuição de tensões ao longo da superfície da fenda, sendo um processo realizado de forma lenta e gradual ao contrário dos betões simples onde a rotura é geralmente do tipo frágil [13].



**Figura 2.2** - Pontes de tensões com fibras de aço numa fenda (adaptado de [13])

A eficiência das fibras nestes compósitos é maioritariamente controlada pela resistência das fibras ao arrancamento, que depende das tensões desenvolvidas entre a matriz e as fibras. Por outro lado, quando a rotura das fibras ocorre por tração o betão exibe um comportamento frágil e abrupto, perdendo assim a melhor característica que advém da inclusão das fibras [13].

Para um bom funcionamento deste tipo de material as fibras de aço devem ser curtas, de modo a permitir uma distribuição uniforme por toda a mistura, e com um rácio de forma ( $R = \frac{L}{D}$ ) entre 20 e 100, onde L representa o comprimento e D o diâmetro das fibras. Para além das características geométricas, a classe de resistência das fibras

deve também ser compatível com a classe de resistência da matriz [13]. Aydin [14] realizou um estudo com o objetivo de avaliar a influência da classe de resistência das fibras no comportamento do betão, tendo chegado às seguintes conclusões:

- Para betões de alta resistência o uso de fibras de alta resistência é recomendado, no entanto, para betões normais o uso das mesmas revela-se desnecessário;
- Nos betões de elevado desempenho a melhoria das propriedades mecânicas e do comportamento à fendilhação está diretamente relacionado com o menor número de fibras que falham por tração (fibras de resistência normal) e um aumento no processo de transferência de tensões entre a matriz de betão e as fibras (fibras de alta resistência).

O rácio de forma ( $R$ ), o rácio de volume ( $V_f$ ), a sua distribuição/orientação pela matriz e a classe de resistência das fibras são, portanto, os principais parâmetros que definem o desempenho das fibras num dado compósito [15]. Uma seleção adequada de fibras em conjunto com os agregados, cimento, água e outros constituintes podem aumentar significativamente a resistência do betão. Resumindo, é necessário que exista um balanço delicado entre uma multiplicidade de fatores, entre os quais [13]:

- Tensões desenvolvidas entre as fibras e o betão (*bonding*);
- Propriedades das fibras ao arrancamento (*Pullout*);
- Características das fibras (diâmetro, comprimento, forma e quantidade);
- Características do betão (composição da matriz, comportamento reológico);
- Orientação das fibras;
- A sua distribuição na matriz;
- Processo de mistura e betonagem;
- Tratamentos conferidos ao betão.

### 2.1.1 Comportamento mecânico

A adição de fibras a betões conduz a melhorias significativas, principalmente ao nível da resistência à tração e da deformabilidade [13]. Por outro lado, existem propriedades onde o comportamento do betão se torna mais imprevisível, nomeadamente na resistência à compressão e no módulo de elasticidade [14].

De acordo com Neves e Fernandes de Almeida [16], a influência das fibras na resistência à compressão pode ser vista como um balanço positivo entre o efeito de ponte entre fendas e o efeito negativo causado pelos vazios devido à inclusão de fibras na matriz [16][14]. Relativamente ao módulo de elasticidade, alguns investigadores reportam um aumento no módulo de elasticidade do compósito, sendo que outros referem valores decrescentes [17][18]. O aumento do módulo de elasticidade do betão pode ser atribuído ao maior módulo de elasticidade das fibras e à diminuição de fendas de retração devido às tensões geradas entre a matriz de betão e as fibras. Tal como no caso da resistência à compressão, a diminuição do módulo de elasticidade poderá estar associada aos vazios que a inclusão de fibras origina [14].

Regra geral, as fibras de aço melhoram o comportamento mecânico do betão, contudo, a sua eficácia varia consoante o tipo de esforço a que o material está sujeito. Com base em diversos trabalhos de investigação, apresenta-se de seguida qual a influência da adição de fibras ( $V_f < 2\%$ ) no comportamento do betão sujeito a diferentes esforços [13]:

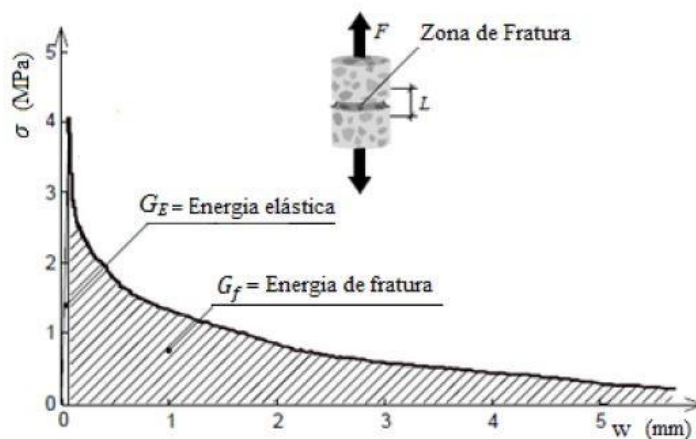
- Compressão - A capacidade resistente é pouco afetada pela presença de fibras, com aumentos entre 0 a 10%.
- Tração - A capacidade resistente é bastante afetada pela presença de fibras, com aumentos de 30 a 40%.
- Flexão - O aumento da capacidade resistente em flexão é substancialmente maior do que em compressão e tração. Diversos estudos demonstram que a resistência à flexão pode aumentar 50 a 70% relativamente a betões simples.
- Módulo de Elasticidade - É considerado como igual ao módulo de elasticidade de um betão sem fibras com a mesma composição;
- Retração - Podendo não reduzir o efeito de retração na sua totalidade, reduz o número de fendas bem como a abertura das mesmas.

#### 2.1.1.1 Energia de fratura

O aumento significativo da capacidade de absorção de energia dos betões de elevado desempenho é uma das principais características que advém do reforço com fibras. Esse aumento pode ser atribuído à habilidade das fibras atrasarem a abertura de fendas, tanto a nível microscópico como macroscópico. A um nível microscópico as fibras são responsáveis por atrasarem o início da fendilhação, enquanto a um nível macroscópico as fibras providenciam o efeito de ponte entre fibras, aumentando a ductilidade do betão [14].

A energia de fratura,  $G_f$ , é reconhecida por diversos autores como o principal parâmetro que permite avaliar a resistência do betão sujeito a esforços de tração e constitui um dos parâmetros mais importantes para descrever o comportamento de pós fendilhação em modelos constitutivos [3][4][5]. É importante referir que a energia de fratura é uma característica mecânica do material e não está dependente nem da forma nem do tamanho do espécime [4].

Hiddenborg introduziu o conceito de energia de fratura para definir a fase de amolecimento do betão. Segundo o autor, a energia de fratura  $G_f$  é a energia necessária para desenvolver uma fenda na sua totalidade [7]. De acordo com Bazant, a energia de fratura pode ser descrita como a quantidade de energia que o material consegue absorver até à rotura do material. Este parâmetro é calculado com base na área que delimita o gráfico  $\sigma - w$  (Figura 2.3) [19].



**Figura 2.3** - Energia absorvida no ensaio de tração uniaxial com BRFA [4]

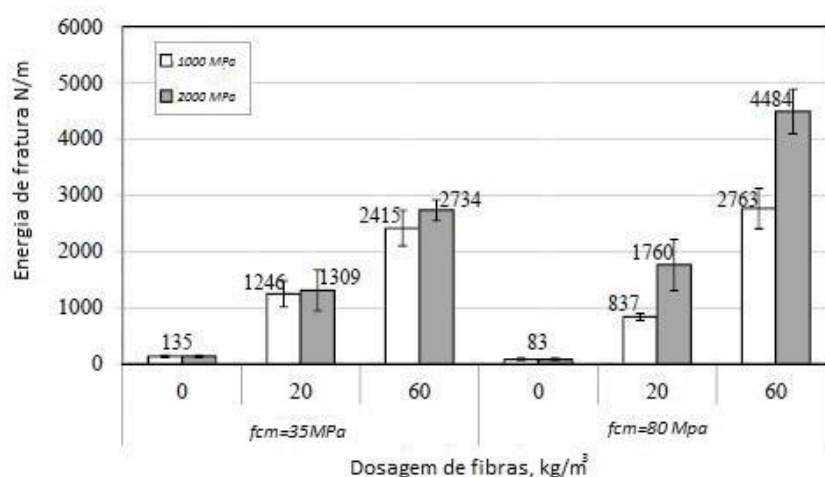
A energia absorvida à tração é então dividida em duas partes, uma correspondente à fase elástica  $G_E$ , e uma outra correspondente à fase de fratura  $G_f$ . Regra geral, a energia elástica é bastante mais pequena do que a de fratura, pelo que a energia total pode ser calculada com base na expressão (2.1) [4]:

$$G_F = \int_{w=0}^{w=w_{lim}} \sigma dw \quad (2.1)$$

Ao contrário de outras propriedades mecânicas, a energia de fratura nos betões de elevado desempenho é menor do que em betões de resistência normal [4][14][13]. Este fenómeno pode ser explicado pela forma como surge a superfície de fratura, em cada um dos materiais. No caso do betão simples, os agregados que compõem o betão são

mais fortes do que a matriz de betão o que leva a que, à medida que o esforço de tração é mobilizado, a fendilhação se dê em redor dos agregados, sendo um processo mais gradual e levando a uma superfície de fratura bastante irregular. No caso dos betões de elevado desempenho, a resistência dos agregados é semelhante à resistência da matriz de betão, levando a que a fendilhação se dê tanto pela matriz como pelos agregados, resultando assim numa superfície de fratura bastante mais regular e plana. Este fenómeno leva a um aumento no valor da carga de rotura, mas é caracterizado por apresentar um comportamento frágil, ou seja, uma menor energia de fratura [20].

Aydin [14] no seu estudo comparou a energia de fratura de BRFA de elevado desempenho (80 MPa) com a energia de fratura de BRFA de betões de classe de resistência normal (35 MPa). As fibras de aço utilizadas são de dois tipos, uma de resistência normal (1000 MPa) e uma de alta resistência (2000 MPa). Na Figura 2.4 é possível observar o efeito da dosagem e do tipo de fibras na energia de fratura dos diferentes betões.



**Figura 2.4** - O efeito da dosagem e do tipo de fibras na energia de fratura dos betões (adaptado de [14])

No caso dos betões com classe de resistência normal (35 MPa), a energia de fratura aumenta cerca de 18 vezes quando a dosagem de fibras varia de 0 para 60  $\text{kg/m}^3$ . No caso dos betões de elevado desempenho (80 MPa) a energia aumenta de 32 a 53 vezes, dependendo do tipo de fibras. A utilização de fibras de resistência mais baixa em betões de elevado desempenho leva a que a rotura seja dada pela tração das mesmas e não devido às tensões geradas entre as fibras e a matriz, originando um comportamento mais frágil e consequentemente uma menor energia de deformação [14].

Como se observa na Figura 2.4, à medida que a dosagem de fibras aumenta, o betão de elevado desempenho apresenta valores de energia de fratura maiores comparativamente ao betão de resistência normal. Para uma dosagem de  $60 \text{ kg/m}^3$  pode-se observar que a energia de fratura é aproximadamente o dobro, demonstrando o papel que a inclusão das fibras tem nos betões de alta resistência [14]. Tadieles [21] refere que a magnitude da energia de fratura para betões simples usualmente varia entre 100 a 200 N/m. Com a adição de fibras a energia de fratura poderá chegar a valores superiores a 2000 N/m.

Como exposto anteriormente, para além das características mecânicas das fibras, a capacidade do BRFA em mobilizar esforços de tração está bastante dependente da composição do betão, do processo de betonagem, dos tratamentos dados ao betão ou tipo de cura utilizada, etc. Klaus Voit [4] realizou um estudo com o objetivo de avaliar de que forma é que a introdução de fibras em matrizes de betão de alta resistência afeta o valor da energia de fratura e de que forma é que os diferentes tratamentos dados ao betão podem afetar as características mecânicas do mesmo. Neste estudo a composição do betão é igual para todos os casos, variando apenas a utilização de fibras e o tipo de tratamento ou cura utilizado. Na seguinte tabela é possível observar as diferentes propriedades mecânicas obtidas consoante o tipo de tratamento conferido ao betão e consoante a inclusão ou não inclusão de fibras de aço:

Tabela 2.1 - Características mecânicas do betão, para  $t=28$  dias

UHPC	Mistura	$f_c$ (MPa)	$f_{ct}$ (MPa)	$G_F$ (N/m)	
<i>nvnf</i>	sc	158,85	7,94	52,96	<i>v</i> -Tratamento por vácuo
	w90	189,29	14,15	91,83	
	w90f250	231,63	10,09	100,45	<i>nv</i> -Tratamento sem vácuo
<i>vnf</i>	sc	139,41	9,59	72,90	f-Reforçado com fibras
	w90	160,35	12,80	99,76	<i>nf</i> - Não reforçado com fibras
	w90f250	211,58	9,86	128,94	
<i>nvf</i>	sc	195,05	17,73	2193,45	<i>sc</i> - Cura <i>standard</i> <i>w90</i> - Cura de água a $90^\circ$ <i>w90f250</i> - Cura de água a $90^\circ$ e forno a $250^\circ\text{C}$
	w90	247,05	23,99	1463,53	
	w90f250	344,53	20,85	2026,38	
<i>vf</i>	sc	195,44	14,03	1067,09	
	w90	214,69	14,19	437,20	
	w90f250	337,66	19,64	704,61	

Para concluir, a energia de fratura  $G_f$  é um parâmetro cada vez mais importante na avaliação da resistência do betão à tração. A inclusão deste parâmetro nos modelos

constitutivos em programas de análise não linear (ex: ATENA, SOFISTIK e Abacus) permite a calibração de modelos experimentais de forma mais precisa e correta [4]. Para betões de classes de resistência normal existem atualmente formulações (ex: Vos, *Model Code*) que permitem a obtenção do valor de energia de fratura do betão. No caso da expressão proposta por Vos [5], esse valor é obtido em função da resistência à tração do betão, sendo que pelo *Model Code* [22] a energia de fratura é definida em função da resistência à compressão do betão e da máxima dimensão do agregado, o que pressupõe um modo de rotura característico de betões de resistência normal [20].

A informação existente sobre a caracterização da energia de fratura dos BRFA é muito escassa, por essa razão, de modo a poder aferir o parâmetro  $G_f$  é necessário para cada tipo de compósito, ensaios experimentais específicos de modo a poder caracterizar o material corretamente [4].

## 2.1.2 Investigação realizada na caracterização de BRF

Neste capítulo serão apresentados dois trabalhos de investigação. O primeiro é referente ao processo de formação de fendas em compósitos de fibras. O segundo pretende demonstrar como diferentes compósitos e volume de fibras afetam o valor de energia de fratura e qual a influência da energia dissipada em compressão na totalidade da energia de fratura. As duas investigações apresentadas não pretendem apresentar quantitativamente os parâmetros que servem como base ao estudo de zonas locais de ancoragem, mas sim representar qualitativamente os fenómenos por detrás do comportamento dos BRFA.

### 2.1.2.1 Pereira et al [23]

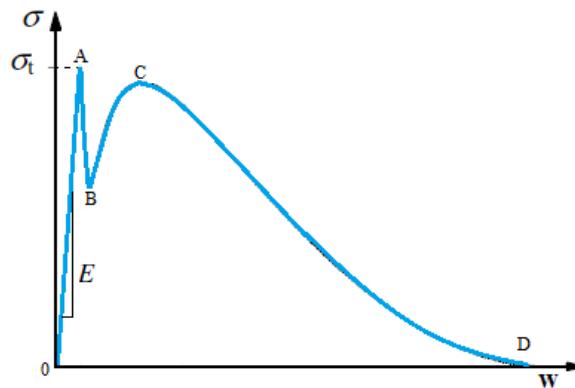
De modo a descrever a formação de fendas em compósitos de fibras, os autores realizaram um programa experimental que visou o estudo detalhado do processo de fendilhação em prismas sujeitos a ensaios de tração. O objetivo foi estudar diferentes tipos de compósitos e observar como é que parâmetros como o volume de fibras, a matriz de betão e as propriedades da interface afetam o processo de fendilhação.

Como referido anteriormente, dado que a relação entre estes fatores é muito complexa, sendo bastante difícil ou mesmo impossível estudar as propriedades separadamente, o autor propõe uma forma de representar o comportamento mecânico deste tipo de compósitos recorrendo ao conceito de *single planar crack* [23]. Segundo os autores, este

conceito representa um método válido para extrair os parâmetros necessários na caracterização das propriedades mecânicas deste tipo de material. Esta estratégia não implica o conhecimento profundo de todas as variáveis envolvidas ao nível das fibras, da matriz e das interfaces, mas providencia informação relevante acerca destes compósitos na perspetiva da modelação e dimensionamento.

Foram ensaiados seis tipos de compósitos, sendo a composição do betão a mesma para todos os prismas variando apenas o tipo de fibras. A primeira observação pertinente nos ensaios realizados é que para cada tipo de compósito, obteve-se uma boa correlação entre as diferentes curvas. É claro que parâmetros como a natureza, a geometria e as propriedades mecânicas das fibras representam um papel importante no comportamento à tração de cada compósito, sendo a correlação direta entre as diferentes curvas de difícil análise ou mesmo irreconhecível. Contudo, de uma forma geral, as curvas são capazes de demonstrar o papel que a geometria e as propriedades mecânicas das fibras têm no comportamento à tração do material, sendo assim possível estabelecer um padrão no desenvolvimento de fendas em compósitos com fibras.

Os resultados obtidos permitiram observar distintas fases no comportamento mecânico. A Figura 2.5 ilustra uma curva típica tensão-abertura de fendas ( $\sigma-w$ ) dividida em quatro fases: fase elástica linear; fase de fendilhação da matriz; fase de microfendas e mobilização das fibras; fase de macrofendas e arrancamento das fibras.



**Figura 2.5** - Curva típica tensão-abertura de fenda do BRFA [23]

Cada troço da lei  $\sigma-w$  apresentada na Figura 2.13 tem as seguintes descrições:

**OA** – A relação  $\sigma-w$  tem inicialmente um comportamento predominantemente elástico, com um aumento da capacidade de carga à medida que a resistência à tração é mobilizada até à abertura da primeira fenda. Esta fase acaba quando a primeira fenda aparece havendo uma rápida transição dos esforços de tração na matriz fendilhada para

as fibras. A propagação de microfissuras e a não homogeneidade do material poderão afetar a forma como os esforços se transmitem da matriz do betão para as fibras;

*AB* - Numa segunda fase, o compósito faz reajustes internos para a nova configuração deformada, observando-se uma diminuição na capacidade de carga. Fatores como a ligação entre a matriz e as fibras (*bonding*), o diâmetro da fibra, o número de fibras a fazer o efeito de ponte entre as faces das fendas e o rácio entre o módulo de elasticidade dos dois materiais desempenham um papel importante.

*BC* - Trata-se de uma fase de endurecimento, que ocorre devido à total mobilização da ligação entre a matriz e as fibras, sendo que as fibras deformam até o pico da tensão ser atingido;

*CD* - A última fase consiste no amolecimento e coincide com a gradual neutralização das ligações entre as faces da fenda.

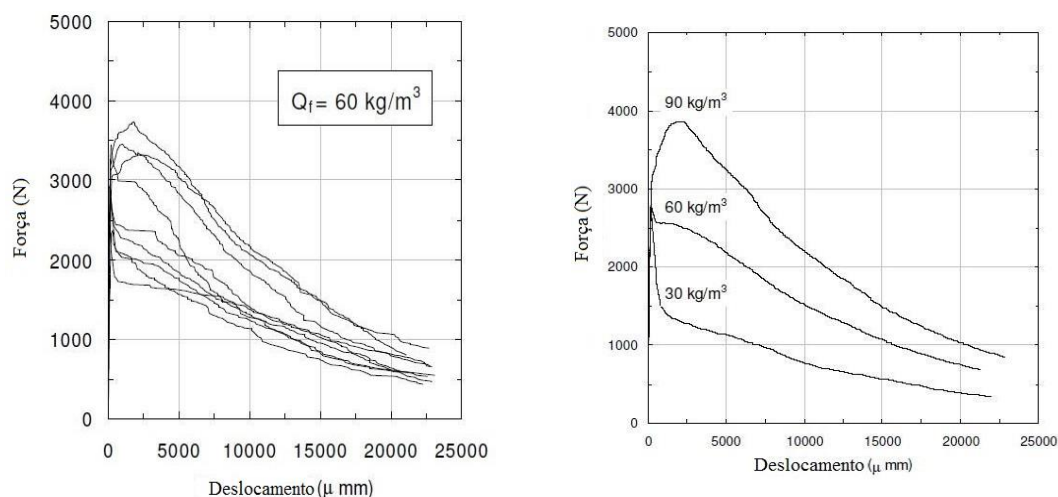
Os autores referem que numa perspetiva de dimensionamento estrutural, o endurecimento em tração é normalmente referido como a propriedade mais importante de compósitos de fibras de aço. Esse endurecimento é reflexo do comportamento plástico que as fibras conferem ao betão, levando à formação de mais fendas para um mesmo nível de deformação, com uma abertura de fendas bastante menor.

Sendo a utilização deste tipo de materiais (*BRFA*) uma forma de desenvolver múltiplas fendas sob tração em estruturas, a caracterização mecânica dos *BRFA*, através da observação das tensões/abertura ao nível de apenas uma fenda poderá ser problemática. Fisher [23] afirma que o modelo utilizado é uma interpretação simplista dos complexos mecanismos que ocorrem em compósitos de betão, contudo, ajuda a compreender os pressupostos por detrás do desenvolvimento de fendas nestes materiais, sendo uma maneira fácil e realista de abordar o comportamento à tração.

### 2.1.2.2 Barros e Sena [3]

Barros e Sena realizaram um estudo que visava a avaliação da energia de fratura para diferentes volumes de fibras em betões de resistência normal ( $f_{cm} = 35$  MPa). Os resultados foram obtidos a partir de ensaios a prismas reforçados com 30, 60 e 90  $kg/m^3$  de fibras, sendo o tipo de ensaio realizado um ensaio de flexão a 3 pontos.

Dos ensaios realizados obtiveram-se diferentes curvas de força-deslocamento. A título de exemplo, na Figura 2.6 estão representadas as curvas obtidas para uma dosagem de fibras igual a  $60 \text{ kg/m}^3$ . Na Figura 2.6 está representada a ponderação feita para cada série, sendo que cada curva corresponde à média dos valores obtidos.



**Figura 2.6** – a) Relação força-deslocamento para uma dosagem de fibras de  $60 \text{ kg/m}^3$  (adaptado de [3]) b) Relação força-deslocamento da ponderação feita para as 3 séries (adaptado de [3])

A partir dos resultados obtidos, os autores chegaram às seguintes conclusões:

- Pode ser observada uma dispersão significativa nos resultados, especialmente em prismas reforçados com  $60 \text{ kg/m}^3$ , o que poderá ser explicado devido à não uniformidade da distribuição de fibras no volume de betão;
- A carga última é similar para as séries reforçadas com 30 e  $60 \text{ kg/m}^3$ , por outro lado aumenta significativamente para prismas reforçadas com  $90 \text{ kg/m}^3$ ;
- Após ser atingido o pico, quanto maior a quantidade de fibras menor é o declínio da curva;
- Nos prismas reforçados com  $90 \text{ kg/m}^3$  ocorre um endurecimento após a primeira rotura, devido à alta percentagem de fibras.

Dada a ductilidade dos compósitos de fibras quando comparados com betões simples, a energia dissipada pelo betão em compressão não linear poderá não ser negligenciável. Como tal, os autores avaliaram qual a contribuição da energia dissipada pelo betão sobre esse regime e a sua influência na energia de fratura total. O estudo revela que a energia dissipada pelo betão em compressão é menos de 1% da energia total, validando

assim o método utilizado pelos autores na determinação da energia de fratura [3]. Na Tabela 2.2 podemos observar a energia dissipada pelo betão para diferentes volumes de fibras, bem como a parcela correspondente à energia libertada sob compressão. É possível observar que a energia de fratura varia linearmente com a quantidade de fibras, o que vai de acordo com investigações previamente realizadas [14][24].

**Tabela 2.2** - Energia de fratura  $G_F$  de cada série e correspondente energia dissipada em compressão (adaptado de [3])

Quantidade de Fibras	$U_c$	$\frac{U_c}{U_R} * 100$	$G_F = \frac{U_c - U_r}{L_{FS}}$
( $kg/m^3$ )	( $N.mm$ )	(%)	( $N/mm$ )
30	40	0,22	2,42
60	160	0,47	4,48
90	450	0,92	6,47

Onde,

$U_c$  é a energia dissipada em compressão;

$U_R$  é a energia de fratura total;

$G_F$  é a energia de fratura ( $L_{FS}$  representa a superfície de fratura)

## 2.2 Capacidade resistente para betões simples

### 2.2.1 Estudos iniciais

Billig (1948) foi dos primeiros autores a propor uma equação que avalia a capacidade resistente de um bloco de betão sujeito a um carregamento concêntrico. A equação proposta (exp. 2.2), é uma função de raiz cúbica do rácio  $\frac{A}{A_b}$  ( $A$  = Área de betão;  $A_b$  = Área carregada) afetada pelo valor da resistência à compressão do betão,  $f'_c$  [25].

Em 1952, apoiado por trabalhos previamente desenvolvidos, Komendant demonstrou que uma função de raiz quadrada do rácio  $\frac{A}{A_b}$  corresponde a uma melhor aproximação na avaliação da capacidade resistente do betão [26]. A equação de Komendant é idêntica à de Billig, com a diferença que a raiz cúbica é substituída por uma raiz quadrada.

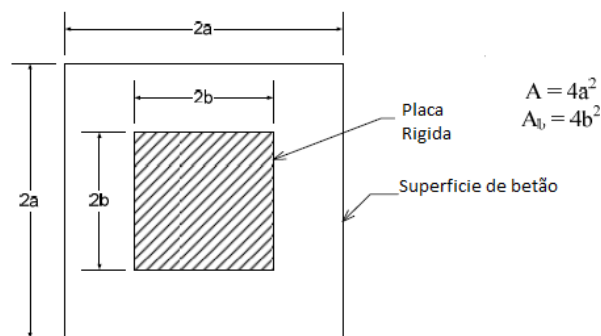


Figura 2.7 - Rácio  $\frac{A}{A_b}$  (adaptado de [25])

$$q = (0,6f'_c) \sqrt[3]{\frac{A}{A_b}} \leq f'_c \quad (2.2)$$

Onde,

$q$  é a capacidade resistente do bloco de betão

$f'_c$  é a resistência de compressão do betão não confinado

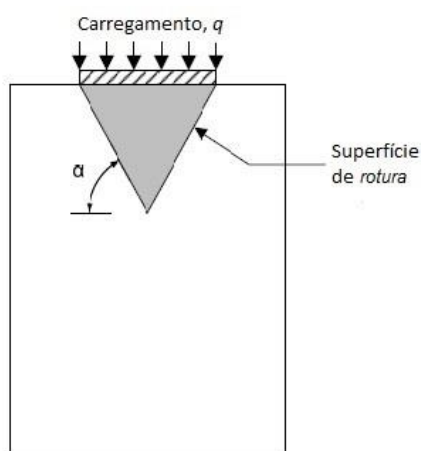
$A$  é a área total da secção de betão

$A_b$  é a área da placa rígida

Durante o período entre 1952 e 1956, Middendorf realizou uma série de testes em cilindros de betão carregados concentricamente a partir de placas circulares e encontrou uma boa correlação entre os resultados experimentais e a equação de Komendant [6].

### 2.2.2 Hawkins [27]

Entre 1968 e 1969, Hawkins [27] investigou a capacidade resistente de blocos de betão carregados concentricamente através de placas rígidas. O principal mecanismo de rotura no seu modelo ocorreu devido as tensões de tração geradas na peça causadas pela penetração de um cone invertido diretamente abaixo da placa de aço (Figura 2.8) [27].



**Figura 2.8** - Mecanismo de rotura de Hawkins (adaptado de [27])

O modelo de Hawkins é baseado no critério de rotura desenvolvida por Cowan, em que a rotura ocorre devido ao deslizamento de superfícies em planos inclinados relativamente à direção das tensões principais. Hawkins desenvolveu uma expressão que estima a capacidade resistente de um bloco de betão sujeito a carregamentos concêntricos (equação (2.3)). O parâmetro  $K$  é uma constante que depende da resistência à tração bem como do ângulo de atrito do material, ambos determinados experimentalmente [27].

$$\frac{q}{f'_c} = 1 + \frac{K}{f'_c} \left( \sqrt{\frac{A}{A_b}} - 1 \right) \quad (2.3)$$

Onde,

$q$  é a capacidade resistente do bloco betão

$\alpha$  é o ângulo de atrito

$f_t$  é a resistência do betão à tração

$f'_c$  é a resistência do betão à compressão

$$K = B \cot^2(a)$$

$$B = \frac{f_t}{\sqrt{f'_c}}$$

$A$  é a área total da secção de betão

$A_b$  é a área da placa rígida

O principal problema associado a este modelo é a dificuldade em determinar o ângulo de atrito do betão  $a$ , que depende de fatores como a máxima dimensão do agregado, as proporções da mistura e o grau de confinamento do betão ao redor do eixo da peça [27].

### 2.2.3 Breen et al [28]

Em 1991, no âmbito do NCHRP Report 356 [28], os autores realizaram um estudo detalhado do comportamento e dimensionamento da zona local de ancoragem de pré-esforço. As variáveis estudadas incluíam a distância da ancoragem ao bordo, características da armadura helicoidal, armaduras suplementares, tipos de dispositivos de ancoragem, resistência do betão, histórico de carga e interação com a zona geral. Segundo o estudo, a capacidade resistente da zona local de ancoragem estaria essencialmente dependente de variáveis como o rácio entre a área carregada e a superfície de betão ( $\frac{A}{A_g}$ ) e o confinamento conferido pela armadura ( $f_{lat}$ ).

Cada uma destas variáveis foi estudada de forma independente por Roberts. Contudo, a autora chegou à conclusão que estes fatores não funcionavam de forma independente e que a capacidade última de uma zona local de ancoragem dependia do confinamento dado tanto pela armadura como pelo próprio betão[29]. A partir dos resultados obtidos a seguinte equação foi proposta:

$$P_u = 0.8f'_c \sqrt{\frac{A}{A_g}} A_b + 4.1f_{lat} \left(1 - \frac{S}{D}\right)^2 A_{core} \quad (2.4)$$

Na equação (2.4),  $P_u$  é a carga última,  $f'_c$  é a resistência do betão à compressão,  $A$  é a área total da secção do prisma,  $A_g$  é a área da placa,  $A_b$  representa a área total da placa

menos a área da abertura,  $f_{lat}$  é a pressão de confinamento devido à armadura,  $s$  espaçamento entre armaduras que confere o confinamento e  $D$  o diâmetro da armadura de confinamento. No âmbito do presente estudo interessa estudar apenas a primeira parte da equação que corresponde à contribuição do betão para a resistência total da zona local de ancoragem.

### 2.2.4 Roberts-Wollmann [29]

Em 2000, o *Post-Tensioning Institute* [29] publicou uma equação semelhante à (2.4) para extrapolação dos resultados de ensaios de aceitação de dispositivos de ancoragem especiais, mas com algumas modificações, como se apresenta nas equações (2.5), (2.6) e (2.7).

$$P_u = \eta(P_c + P_s) \leq 3f_c A_b \quad (2.5)$$

$$P_c = 0,8f'_c \sqrt{\frac{A}{A_g}} A_b \leq 2f_c A_b \quad (2.6)$$

$$P_s = 4,1f_{lat} A_{core} \quad (2.7)$$

Onde,

$\eta$  é o fator de calibração que normalmente se situa no intervalo entre 0,85 e 0,9. Este fator pretende corrigir a equação (2.4), baseada em chapas, para a utilização em ancoragens.

Embora o parâmetro  $A_{core}$ , relativa à parcela de armadura ( $P_s$ ), seja um pouco diferente da apresentada por Breen *et al* [28], o contributo do betão ( $P_c$ ) para a resistência total da zona local de ancoragem mantem-se igual, sendo apenas afetado do fator  $\eta$ .

### 2.2.5 Bonetti [30]

Em 2005, Bonetti [30] realizou um estudo onde foram avaliadas diversas variáveis, nomeadamente as dimensões e geometria das placas rígidas, a resistência e o peso volúmico do betão. O objetivo do autor foi avaliar de que modo é que essas variáveis afetam a capacidade resistente de prismas carregados concentricamente.

Na sua tese, Bonetti desenvolveu uma equação para calcular a capacidade resistente da zona local de ancoragem, obtida através do critério de rotura de Mohr. O critério de Mohr considera dois tipos de rotura. A primeira é caracterizada pela ocorrência de superfícies de deslizamento com inclinação relativa à direção da máxima tensão de compressão, estando este tipo de rotura associada ao aparecimento de uma superfície cônica no bloco de betão. O segundo modo de rotura está associado à ocorrência de fendas na direção perpendicular ao eixo da peça, devido às tensões de tração que surgem nesse plano.

O critério de Mohr refere que a rotura de um material ocorre quando as tensões principais atingem quer a tensão uniaxial máxima de tração  $\sigma_t$  ou de compressão  $\sigma_c$  (Figura 2.9). Desenhando os dois círculos de Mohr correspondentes a cada um destes casos, a tangente que passa nos dois círculos corresponde à envolvente de rotura.

Estando uma peça sujeita a um estado de tensão arbitrária de tensão e compressão, sendo  $\sigma_1$  e  $\sigma_2$  as tensões principais, se o círculo de Mohr caracterizado por este estado de tensão estiver dentro da envolvente, o material está dentro da segurança.

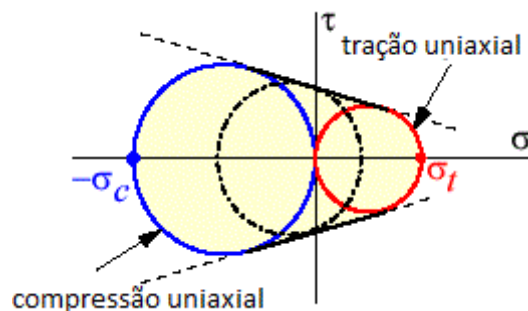


Figura 2.9 - Critério de rotura de Mohr [30]

Bonetti desenvolveu a sua expressão a partir do critério de segurança, dado pela expressão (2.8):

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_t} + \frac{\sigma_2}{-\sigma_c} < 1 \quad (2.8)$$

As variáveis consideradas na sua formulação foram estudadas recorrendo a um programa de elementos finitos, onde foi feita uma análise elástica linear a prismas de betão com placas rígidas quadradas, carregadas concentricamente e variando o rácio  $A/A_b$  [30]. De modo a aferir a expressão, o autor estudou as tensões principais desenvolvidas no plano de simetria do bloco de betão (Figura 2.10).

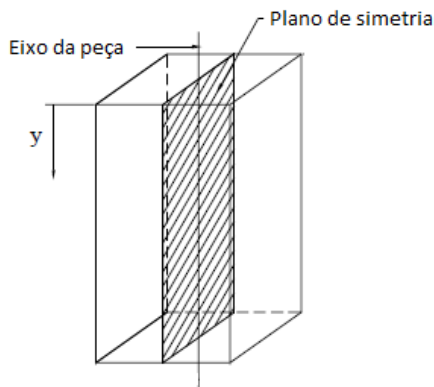


Figura 2.10 - Plano de simetria (adaptado de [30])

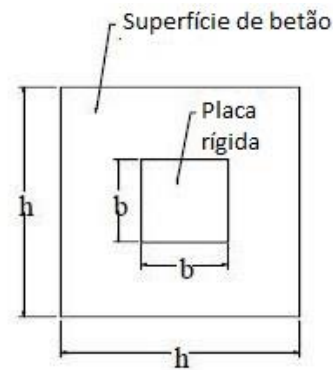


Figura 2.11 - Seção transversal (adaptado de [30])

A análise foi realizada para blocos em que o rácio  $b/h$  variava, tendo como objetivo estudar a distribuição e a magnitude dos esforços principais ao longo do plano de simetria, bem como a localização do esforço de tração máximo ( $y$ ). O autor admitiu várias hipóteses para o desenvolvimento da equação da capacidade última do bloco de betão:

- A rotura é maioritariamente controlada pelo máximo esforço de tração, e inicia-se no plano onde o esforço é máximo;
- O comportamento do betão em tração é linear até que ocorra a rotura;
- O esforço principal de compressão é um esforço distribuído no ponto onde o esforço de tração é máximo, e a sua largura correspondente é igual à distancia entre duas retas que formam um ângulo de  $45^\circ$  desde o topo ate ao ponto  $y$ .
- Foi utilizado um rácio  $b/h > 1,5$ , desde modo evitaram-se efeitos significativos devido às condições de apoio da base do prisma.

Na Figura 2.12 é possível observar graficamente as hipóteses admitas pelo autor.

A partir da equação (2.8), redefinindo  $\sigma_1 = Ft_{max}$  em termos de  $\beta$  e do esforço normalmente distribuído obtêm-se a expressão:

$$\sigma_1 = \beta \left( \frac{P}{A} \right) \quad (2.9)$$

Introduzindo a variável  $\alpha = \frac{A}{A_y}$ , com  $A_y = (b + 2y)^2$  e redefinindo  $\sigma_3 = Fc_{max}$  em termos de  $\alpha$  e do esforço normalmente distribuído  $\frac{P}{A}$ , ficamos com:

$$\sigma_3 = -\alpha \left( \frac{P}{A} \right) \quad (2.10)$$

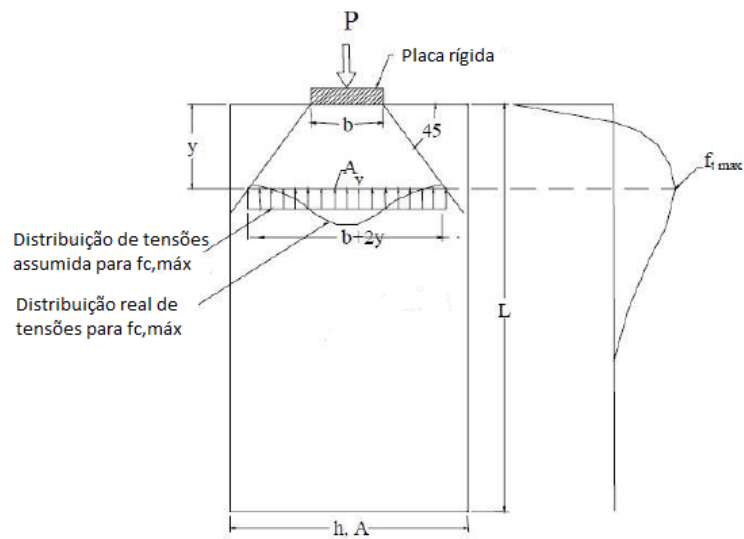


Figura 2.12 - Descrição das variáveis utilizadas por Bonetti [30]

Substituindo a equação (2.9) e (2.10) na equação (2.8) obtém-se:

$$m\beta \left(\frac{P}{A}\right) + a \left(\frac{P}{A}\right) = f'_c \quad (2.11)$$

Simplificando a equação (2.11) em função de  $P$ , obtemos a expressão que permite avaliar a capacidade resistente de um bloco de betão carregado concentricamente:

$$P = \frac{Af'_c}{m\beta + a} \quad (2.12)$$

O parâmetro  $\beta$  pode ser determinado pelas seguintes equações:

$$\beta = \frac{0,114}{\left(\frac{b}{h}\right)^{1,03}} \quad \frac{b}{h} < 0,5 \quad (2.13)$$

$$\beta = 0,466 - 0,469 \left(\frac{b}{h}\right) \quad \frac{b}{h} \geq 0,5 \quad (2.14)$$

O parâmetro  $m$  é definido como o quociente  $\frac{f_c}{(f_{ct,sp} + f_{lat})}$

O parâmetro  $a$  é função do local onde ocorre o máximo esforço de tração  $y$ , sendo que  $y$  depende do rácio entre a área total de betão e a área da placa.

$$a = 1, \quad y \geq \frac{h - b}{2}$$

$$a = \frac{A}{A_y} = \frac{A}{(b + 2y)^2}, \quad y < \frac{h - b}{2}$$

$$y = 0,20 \ln\left(\frac{b}{h}\right) + 0,56, \quad \frac{b}{h} \leq 0,5$$

$$y = 0,17 \ln\left(\frac{b}{h}\right) + 0,34, \quad \frac{b}{h} > 0,5$$

$$A_y = (b + 2y)^2, \quad \text{para blocos quadrados}$$

$$A_y = \left(\frac{\pi}{4}\right) (b + 2y)^2, \quad \text{para blocos cilíndricos}$$

## 2.3 Capacidade resistente dos BRFA

### 2.3.1 Haroon et al [2]

Haroon *et al* [2] realizaram um estudo com o objetivo de determinar a viabilidade de redução/eliminação das armaduras de reforço em zonas de ancoragem através da introdução de fibras de aço. O estudo considera o efeito das fibras de aço apenas na zona local de ancoragem, onde as tensões geradas têm maior magnitude. As armaduras que constituem as zonas de ancoragem estão divididas em armaduras helicoidais e estribos. As primeiras são responsáveis por grande parte do confinamento do betão, sendo as segundas mais importantes na absorção e resistência dos esforços de tração transversais [2].

Foi escolhida para este estudo uma ancoragem VSL do tipo EC 5-7. Na Figura 2.13 apresenta-se a configuração do bloco de teste:

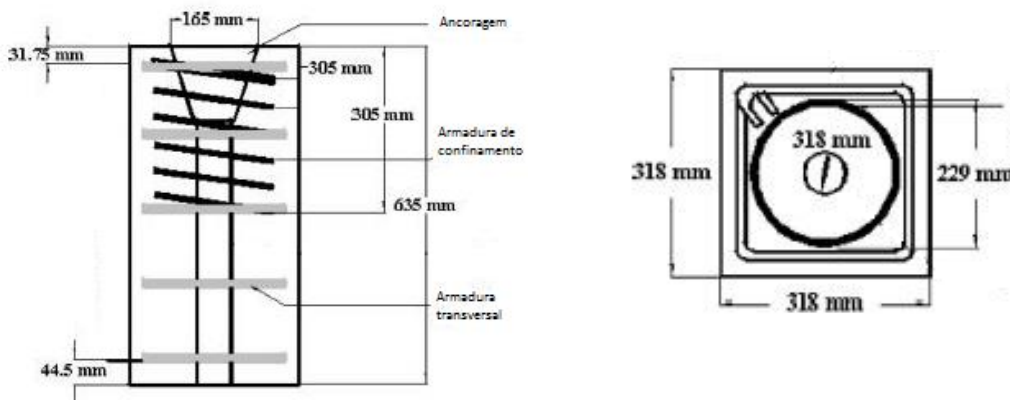


Figura 2.13 - Configuração do bloco de teste (adaptado de [2])

Como referido anteriormente, os dispositivos de ancoragem têm de passar por testes de aceitação no sentido de avaliar se a zona de ancoragem tem capacidade de transferir os esforços com eficácia para o betão. O teste cíclico da AASHTO serviu de base aos ensaios experimentais efetuados neste estudo. Numa primeira fase a carga é aumentada até aos  $0,8F_{pu}$  ( $F_{pu}$  é a resistência à tração última do maior cabo que a ancoragem possa acomodar). Seguem-se carregamentos cíclicos dos  $0,1F_{pu}$  até aos  $0,8F_{pu}$  (com um mínimo de 10 ciclos) até que a abertura de fendas estabilize.

A seguinte tabela apresenta os critérios de aceitação do AASHTO para este caso, no qual os prismas têm de apresentar um valor mínimo de carga última e dois valores máximos de abertura de fendas.

**Tabela 2.3** - Critério de aceitação (AASHTO) para o bloco de teste [31]

<i>Critério de Aceitação (AASHTO)</i>	
Carga Última	1415 kN ( $1,1F_{pu}$ )
Abertura de fenda (Máx.)	0,254 mm ( $0,8F_{pu}$ )
	0,406 mm ( $0,9F_{pu}$ )

Relativamente ao tipo de fibras, foram seleccionados os dois tipos de fibras que são utilizadas mais recorrentemente, as fibras de aço deformadas e as fibras de aço lisas com extremidades dobradas:



**Figura 2.14** – a) Fibras de aço deformadas    b) Fibras de aço lisas com extremidades dobradas

De modo a estudar a influência das armaduras e das fibras de aço ao nível da carga última e da máxima abertura de fendas, foram ensaiados cerca de 18 prismas com características diferentes. Relativamente ao tipo e percentagem de fibras, foram definidos 4 grupos na realização dos testes de aceitação: (1) 0,75% de fibras de aço lisas, (2) 1% de fibras lisas, (3) 1% de fibras de aço deformadas e (4) sem fibras.

Em cada grupo existe uma diferente combinação de variáveis (quantidade de armadura helicoidal e a quantidade de estribos), sendo a quantidade de fibras um parâmetro fixo para cada grupo. Nos ensaios efetuados foram realizados diferentes testes, desde o caso onde o prisma contém os dois tipos de armadura, outro onde contém apenas uma das armaduras e por fim sem qualquer tipo de armadura [2]. Na Tabela 2.4 pode-se observar as diferentes combinações estudadas.

**Tabela 2.4** - Resultados dos testes de aceitação da AASHTO (adaptado de [2])

Nr	Reforço		Idade [Dias]	Abertura Máxima de Fendas			Carga de Rotura [kN]	Comentário
	Espiral	Estribos		$f_{cm}$ [Mpa]	[mm]			
				$0,8F_{pu}$	$0,9F_{pu}$			
<i>Grupo 1 – <math>V_f = 0,75\%</math> (lisas)</i>								
1	6	---	8	37,9	0,14	0,18	1936	Passou
2	3	---	14	44,8	0	0	2194	Passou
			14	43,1	0	0	2056	Passou
3	---	3	15	42,5	0,061	0,061	1749	Passou
4	---	---	21	48,6	0	0	1945	Passou
5	---	---	23	49,6	0,14	0,14	1736	Passou
<i>Grupo 2 – <math>V_f = 1\%</math> (lisas)</i>								
1	---	---	14	41,3	0	0	1638	Passou
			14	40,7	0,2	0,279	1428	Passou
			148	69,2	0	0	2092	Passou
<i>Grupo 3 – <math>V_f = 1\%</math> (Deformadas)</i>								
1	---	---	20	48,1	0,119	0,14	1526	Passou
			25	50,4	0,051	0,119	1615	Passou
<i>Grupo 4 – <math>V_f = 0\%</math></i>								
1	6	5	18	27,9	0,16	0,178	1647	Passou
2	6	---	10	24,8			1024	Chumbou
			19	34,5			1024	Chumbou
			145	51,6	0,076	0,091	1402	Chumbou
3	---	5	10	25,2			1024	Chumbou
			140	52,1	0,051	0,076	1175	Chumbou
4	---	---	138	51,7			921	Chumbou

É possível observar no grupo 4 que o espécime que não contém fibras de aço e com uma resistência à compressão de 27,9MPa passou os critérios de aceitação do AASHTO quando reforçado com armadura helicoidal e estribos. Quando o reforço foi reduzido, quer pela armadura helicoidal quer pelos estribos, os prismas chumbaram. Já nos grupos que incluem fibras de aço, observou-se que independentemente da combinação, todos os prismas passaram o teste de aceitação.

A máxima abertura de fendas e a carga última dependeu da quantidade de armadura, de fibras e também da resistência à compressão do betão na altura dos ensaios. Para prismas com a mesma quantidade de fibras e de armadura, a carga última aumentou e a máxima abertura de fendas diminuiu, à medida que a resistência à compressão aumentou. Como tal, se dois prismas idênticos passam nos testes de aceitação, o que

obteve uma melhor performance, é o que está associado uma menor resistência à compressão. A Tabela 2.5 sumariza os prismas com a melhor performance de cada grupo, representando os que passaram nos critérios de aceitação com uma maior percentagem de redução de armadura.

**Tabela 2.5** - Espécimes de cada grupo com a melhor performance [27]

Configuração da Fibra	Reforço		$f_{cm,min}$ [MPa]	Redução do reforço (%)		
	Espiral	Estribos		Espiral	Estribo	Total
0,75% fibras de aço lisas	----	----	48,6	100	100	100
1% fibras de aço deformadas	----	----	40,7	100	100	100
1% fibras de aço deformadas	----	----	48,1	100	100	100
Sem fibras	6	5	27,9	0	0	0

Estas foram algumas das conclusões retiradas pelos autores relativas a este estudo:

- Todas as fendas desenvolvidas durante os ciclos de carga localizaram-se na zona superior da peça, surgindo inicialmente com fendas verticais na zona central, posteriormente surgem fendas horizontais junto aos cantos da peça e por fim fendas localizadas no topo dos prismas, junto ao ponto de aplicação da carga;
- A rotura dos prismas que não contêm fibras foi frágil;
- Para os prismas com a mesma quantidade de fibras e armadura, a carga última aumentou e a máxima dimensão de fendas diminuiu, quanto maior a resistência à compressão;
- Todos os prismas com fibras apresentaram a melhor performance quando não reforçado com armadura, resultando numa redução de 100% do reforço com armaduras;
- Para prismas sem fibras, os critérios de aceitação AASHTO não são cumpridos, tanto com a redução de armadura helicoidal como de estribos.
- O tipo de ancoragem utilizada foi a VSL EC 5-7, contudo, os autores afirmam que os resultados obtidos são válidos para ancoragens de maiores dimensões.

### 2.3.2 Marchão [6]

No âmbito da sua tese de doutoramento, Marchão estudou a zona local de ancoragem de pré-esforço, realizando ensaios de transferência de carga de modelos prismáticos e posterior simulação numérica dos mesmos. Os prismas ensaiados são constituídos por betões de elevado desempenho, onde foi estudado de que forma é que a introdução de fibras de aço afeta a capacidade de carga e de serviço destes prismas. A simulação numérica foi feita recorrendo a uma análise não linear pelo método dos elementos finitos, realizado através do programa de cálculo automático ATENA3D.

Desta investigação concluiu-se que a rotura dos prismas simples é do tipo frágil e explosiva, observando-se o declínio acentuado das forças instaladas na peça com a entrada do betão em regime não linear. A inclusão de fibras de aço na matriz de betão ajudou a manter a integridade da peça, prevenindo a abertura de fendas. No entanto, derivado do fato de as fibras terem uma direção preferencial no volume de betão, desenvolveram-se fenda verticais em apenas duas das faces da peça. Verificou-se também que a inclusão de armadura de confinamento na matriz de betão com fibras revelou melhorias significativas no controlo da fendilhação do betão.

Da análise dos resultados concluiu-se que o uso de betões de alta resistência com fibras de aço (HPFRC) permite a redução da armadura de confinamento se a secção de betão utilizada for a especificada para betões de classe de resistência normal com armadura. O uso de HPFRC permite a redução da secção transversal da zona local de ancoragem, contudo, a redução completa da armadura de confinamento não é aconselhável devido à distribuição não uniforme das fibras pelo volume de betão, o que poderá levar a fendas com uma abertura inaceitável.



## 3. Fundamentos da Análise Não Linear

### 3.1 Introdução

A modelação numérica dos diferentes casos de estudo teve como base o programa de cálculo automático ATENA 3D (*Advanced Tool for Engineering Nonlinear Analysis*). O ATENA é um *software* bastante versátil que tem como principal função analisar problemas não lineares recorrendo a três componentes: (i) Modelos constitutivos; (ii) Técnica dos elementos finitos, (iii) Métodos de solução não linear.

Os modelos constitutivos utilizados na modelação dos materiais são muito abrangentes tendo-se utilizados nesta tese diferentes tipos de modelo:

(i) Modelo elástico e linear isotrópico: utilizado nas chapas de apoio e de aplicação de carga;

(ii) Modelo Bilinear de aço de Von Mises: utilizado na modelação da ancoragem;

(iii) Modelo não linear de betão: este modelo permite modelar aspetos importantes do comportamento real do material;

(iv) Modelo de interface: utilizado na modelação de contactos entre dois materiais (Betão e aço);

Posteriormente irá ser feita uma explicação mais detalhada dos diferentes tipos de modelos constitutivos utilizados.

Os elementos finitos tridimensionais utilizados na modelação são do tipo sólido, sendo utilizados diferentes elementos em diferentes partes do modelo, variando entre elementos tetraédricos (5 nós) e quadráticos (8 nós). A malha é gerada automaticamente, sendo que o programa constrói os elementos através de formulação isoparamétrica.

No ATENA a carga foi aplicada por imposição de deslocamentos constantes, dependente da história de carga que o usuário define, sendo que o método utilizado para a resolução de equações não lineares é o de Newton\_Raphson.

## 3.2 Modelos constitutivos e propriedades mecânicas dos materiais

### 3.2.1 Modelo de Fendas

O modelo constitutivo básico do ATENA (*sbeta*) baseia-se no conceito da distribuição contínua de fendas, conhecido por *smearred crack approach* [5]. O comportamento de betões não fendilhados e fendilhados é definido através de eixos isotrópicos e ortotrópicos, respetivamente. Dentro desta abordagem existem dois modelos para caracterizar o comportamento à fendilhação do betão: (i) Modelo Fixo; (ii) Modelo rotativo. De uma forma geral, no modelo fixo a direção da fendilhação e dos eixos do material ficam definidos pela direção da tensão principal no início da fendilhação. No modelo rotativo a direção da fendilhação coincide sempre com a direção das extensões principais.

#### 3.2.1.1 Modelo de Fendilhação Fixa

No modelo de fendilhação fixa a direção da fendilhação é dada pela direção das tensões principais no momento em que a fendilhação se inicia. Para carregamentos que ultrapassem a resistência à tração do betão a direção é fixa e representa o eixo de ortotropia do material. O estado de tensões e deformações deste modelo de fendilhação podem ser observados na Figura 3.1.

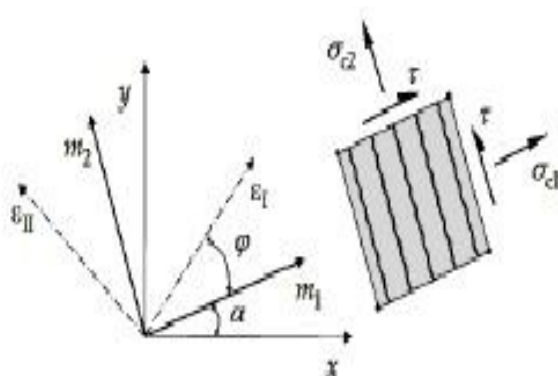


Figura 3.1- Modelo de fendilhação fixa, estado de tensões e deformações [5]

As direções principais das tensões e extensões coincidem quando o betão se apresenta no estado não fendilhado, assumindo um estado de isotropia. Depois da ocorrência de fendilhação passa-se para um estado de ortotropia. O eixo correspondente ao comportamento mais fraco do material coincide com a direção perpendicular à fendilhação (eixo  $m_1$ ). Por outro lado, o eixo correspondente ao material mais forte coincide com a

direção normal à fendilhação (eixo  $m_2$ ). Por norma, os eixos principais  $\varepsilon_1$  e  $\varepsilon_2$  rodam e não precisam coincidir com os eixos de ortotropia  $m_1$  e  $m_2$ , provocando uma tensão de corte  $t$  na superfície da rotura, fazendo com que os componentes  $\sigma_{c1}$  e  $\sigma_{c2}$  deixem de ser tensões principais.

Segundo Cervenka [5], no modelo fixo o módulo de corte vem reduzido após a fendilhação, com o aumento da extensão perpendicular à fendilhação. O módulo de corte reduzido é então expresso da seguinte forma:

$$G = r_g G_c \quad (3.1)$$

$$r_g = c_3 \frac{-\ln\left(\frac{1000\varepsilon_u}{c_1}\right)}{c_2} \quad (3.2)$$

Onde,

$$c_1 = 7 + 333(p - 0,005), c_2 = 10 - 167(p - 0,005), 0 \leq p \leq 0,02 \quad (3.3)$$

A extensão  $\varepsilon_u$  é perpendicular à abertura da fenda,  $c_1$  e  $c_2$  são parâmetros dependentes do reforço que cruza a abertura da fendilhação,  $p$  é um coeficiente dependente dos elementos de reforço que atravessam o elemento fendilhado e  $c_3$  é um factor de escala que no ATENA toma um valor unitário. Por defeito, o ATENA despreza o coeficiente de reforço  $p$  ( $p = 0$ ).

### 3.2.1.2 Modelo de fendilhação rotativo

No modelo de fendilhação rotativo as direções principais de tensões coincidem com as direções principais das extensões. Esta situação não admite a formação de tensões de corte originando apenas duas tensões principais  $\sigma_{c1}$  e  $\sigma_{c2}$  (Figura 3.2). Se as direções das extensões rodam durante o carregamento, a direção da fenda também roda.

De acordo com Cervenka [5][5][5], de modo a assegurar a coaxialidade dos eixos principais das extensões com os eixos do material é necessário calcular um novo módulo de corte tangente  $G_t$ , calculado segundo a seguinte expressão:

$$G_t = \frac{\sigma_{c1} - \sigma_{c2}}{2(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)} \quad (3.4)$$

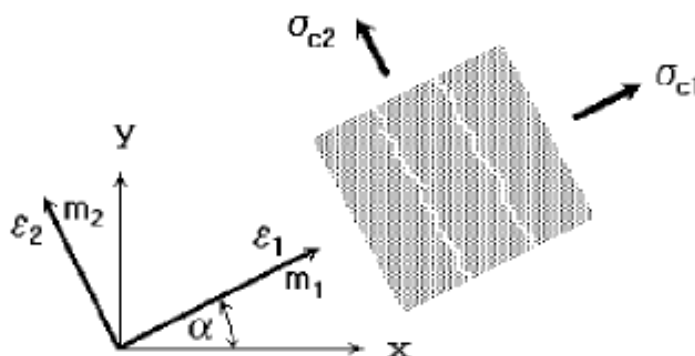


Figura 3.2- Modelo com rotação de fendas, estado de tensões e deformações [5]

De modo a definir os modelos de fendilhação no ATENA 3D é necessário definir um coeficiente que representa a relação entre o modelo com fendas fixas e com rotação. Quando esse coeficiente toma o valor 1, significa que estamos a iniciar o processo de fendilhação pelo modelo com fendas fixas. Para qualquer outro coeficiente, a fendilhação inicia o seu processo seguindo o modelo com rotação. Quando se alcança o valor correspondente ao produto entre o coeficiente definido e a tensão de resistência à tração do betão, passa-se agora a abordar a fendilhação segundo o modelo fixo de fendilhação e as fendas passam a ter direção fixa.

Para os modelos apresentados nesta dissertação considerou-se um coeficiente de 1,0 correspondente à utilização do modelo de fendilhação com fendas fixas, o que significa que a direção da fenda é dada pela direção das tensões principais no momento em que se inicia a fendilhação. O modelo de rotação apenas é recomendado quando se utilizam elementos finitos de casca, com grandes dimensões e sujeitos a cargas que mudem de direção.

### 3.2.2 Relação Tensão-Deformação do Betão

As tensões geradas pelos dois tipos de modelos de fenda referidos anteriormente, têm como base as leis uniaxiais tensão-extensão similares às representadas na Figura 3.3. Estas leis descrevem a evolução das variáveis do material e consideram também o comportamento do material quando submetido ao aumento de cargas monotónicas, incluindo a fase de pré e pós-pico em tração e compressão. O recurso a estas leis, possibilita

a definição de um módulo de elasticidade numa fase de descarga do modelo com base no diagrama uniaxial e equivalente tensão-extensão representado na Figura 3.3.

Estão também representados os quatro níveis de danos do material: os níveis 1 e 3 onde o betão não se encontra fendilhado, e 2 e 4 onde o betão já se encontra fendilhado. Quando ocorre uma descarga, esta assume-se como linear até à origem do referencial, como se exemplifica na Figura 3.3 a partir do ponto U.

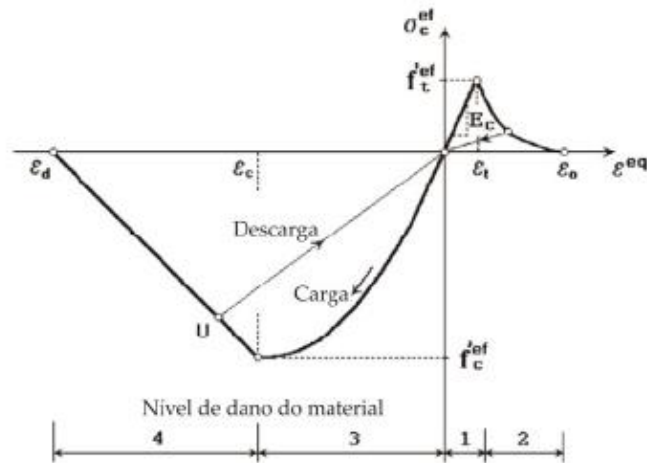


Figura 3.3- Diagrama tensão-deformação uniaxial do betão (adaptado de [5])

O comportamento não linear do betão num estado de tensão biaxial é descrito por uma tensão efetiva  $\sigma^{ef}$ , e pela extensão uniaxial equivalente  $\epsilon^{eq}$ . A tensão efetiva é na maior parte das vezes uma tensão principal e a extensão equivalente uniaxial é introduzida de modo a eliminar o efeito de Poisson num estado plano de tensão. A extensão uniaxial equivalente pode definir-se como a extensão causado por uma tensão  $\sigma_{ci}$  na direção  $i$ , com um determinado módulo de elasticidade  $E_{ci}$ , determinada pela seguinte expressão:

$$\epsilon^{eq} = \frac{\sigma_{ci}}{E_{ci}} \quad (3.5)$$

Os valores de pico em compressão  $f_c^{'ef}$  e em tração  $f_t^{'ef}$  são calculados de acordo com o estado biaxial de tensão pelo que, a lei uniaxial e equivalente tensão-extensão reflete o estado de tensão biaxial. As relações tensão-extensão descritas anteriormente são usadas para calcular o módulo de elasticidade do material e introduzidas nas matrizes de rigidez do elemento.

O módulo de elasticidade  $E_c^s$  é definido de acordo com:

$$E_c^s = \frac{\sigma_c}{\varepsilon^{eq}} \quad (3.6)$$

### 3.2.3 Rotura Biaxial

O início da fendilhação é controlado pela função biaxial, representada na Figura 3.4. Os valores de  $\sigma_1$  e  $\sigma_2$  correspondem às tensões principais e  $f'_c$  é a resistência à compressão uniaxial obtida através de ensaios laboratoriais [5].

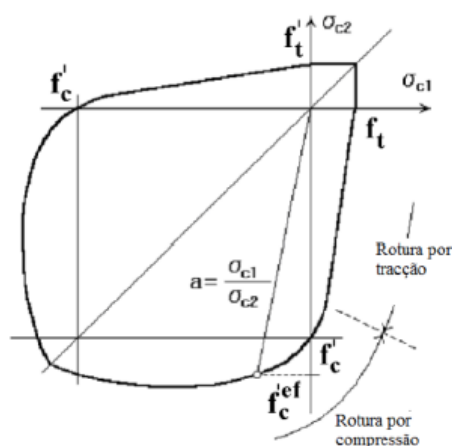


Figura 3.4- Diagrama de rotura biaxial (adaptado de [5])

Quando o betão está sujeito a compressões biaxiais tem maior capacidade resistente do que numa abordagem uniaxial, sendo a tensão efetiva de compressão  $f'_c{}^{ef}$  dada pela expressão:

$$f'_c{}^{ef} = \frac{1 + 3,65a}{(1 + a)^2} f'_c \quad (3.7)$$

$$a = \frac{\sigma_{c1}}{\sigma_{c2}} \quad (3.8)$$

Por outro lado, quando o betão está sujeito a uma combinação compressão-tração, a capacidade resistente à compressão sofre uma redução definida pela equação (3.10). Neste caso, a tensão de resistência à compressão é limitada pelo valor da resistência à compressão obtida em laboratório.

$$f'_c{}^{ef} = f'_c r_{ec}, \quad (3.9)$$

$$r_{ec} = \left( 1 + 5,3278 \frac{\sigma_{c1}}{f_c'} \right), \quad 1.0 \geq r_{ec} \geq 0,9 \quad (3.10)$$

No estado de tração-tração, a resistência à tração é constante e igual à resistência uniaxial  $f_t'$ . No estado de tensão-compressão a tensão de tração é afetada de um fator de redução  $r_{et}$ .

$$f_t'^{ef} = f_t' r_{et} \quad (3.11)$$

$$r_{et} = \left( 1 - 0,95 \frac{\sigma_{c2}}{f_c'} \right) \quad (3.12)$$

Onde,

$f_c'$  é a resistência do betão à compressão em provetes cilíndricos;

$f_t'$  é a resistência do betão à tração;

$r_{ec}$  é o fator de redução da resistência à compressão ou à tração, quando se está num estado biaxial compressão-tração (tração numa direção principal e compressão na outra), tomando valores entre 0,9 e 1. Na equação (3.12), o valor de  $r_{et}$  refere-se ao caso em que existe tração na direção 1 e compressões na direção 2 (na situação contrária, compressões na direção 1 e trações na direção 2, apareceria  $\sigma_1$  em vez de  $\sigma_2$ ).

### 3.2.4 Tração

O betão quando solicitado à tração, tem dois comportamentos distintos dependendo de estar fendilhado ou não [5].

O comportamento do betão sob tração antes da rotura é assumido como elástico-linear. O módulo de elasticidade  $E_c$  e a tensão efetiva máxima do betão à tração  $f_t'^{ef}$  são obtidos pela função de rutura biaxial, como descrito anteriormente.

$$\sigma_c^{ef} = E_c \varepsilon^{eq}, \quad 0 \leq \sigma_c \leq f_t'^{ef} \quad (3.13)$$

Onde,

$\sigma_c^{ef}$  é a tensão efetiva;

$E_c$  é o módulo de elasticidade do betão;

$\varepsilon^{eq}$  é a extensão uniaxial equivalente.

Na tração pós fendilhação, o ATENA apresenta uma formulação que é a mais indicada para modelar a propagação de fendas no betão. Esta formulação baseia-se no modelo da fenda fictícia baseado numa lei tensão-COD (*crack opening displacement*) e na energia de fratura ( $G_f$ ). A lei de abertura de fendas exponencial, desenvolvida por Hordj [5], foi a utilizada pela análise numérica de modo a simular este caso. Esta análise depende tanto da energia de fratura como da tensão efetiva de resistência à tração do betão. Na Figura 3.5 ilustra-se a função que define esta lei de abertura de fendas.

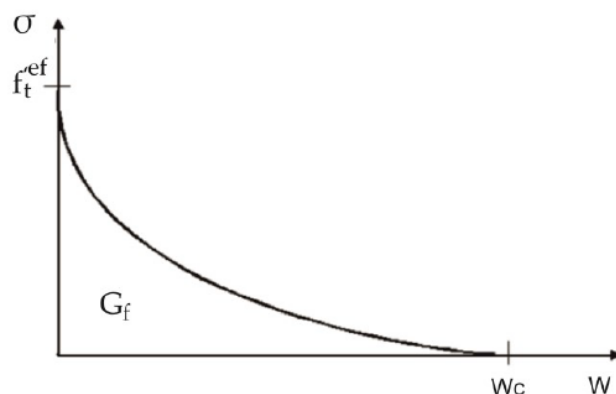


Figura 3.5 - Lei de abertura de fendas exponencial, desenvolvida por Hodijk [5]

A lei de abertura de fendas utilizada pode definir-se utilizando a equação (3.14):

$$\frac{\sigma}{f_t^{ef}} = \left\{ 1 + \left( c_1 \frac{w}{w_c} \right)^3 \right\} \exp \left( -c_2 \frac{w}{w_c} \right) - \frac{w}{w_c} (1 + c_1^3) \exp(-c_2) \quad (3.14)$$

Onde,

$\sigma$  é a tensão normal

$c_1$  e  $c_2$  são constantes que tomam os valores 3 e 6,93, respetivamente;

$w$  é a abertura da fenda;

$w_c = 5,14 \frac{G_f}{f_t^{ef}}$  é a abertura de fendas quando a tensão efetiva de resistência à tração é nula;

$G_f = 0,000025 f_t^{ef}$  é a energia de fratura (energia necessária para abrir uma unidade de área de fenda), pré-definida no programa pela equação desenvolvida por Vos [32], em 1983.

### 3.2.5 Compressão

A formulação recomendada pelo CEP-FIB *Model Code 90* representa a tensão efetiva de compressão até o material atingir a sua tensão máxima. Esta formulação permite

a adoção de diferentes funções e é apropriado tanto para betão normal como para betões de alta resistência. Representa-se na Figura 3.6 o modelo para a compressão de betão preconizado pelo ATENA 3D.

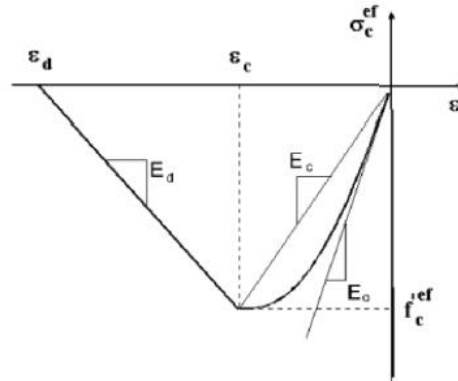


Figura 3.6 - Diagrama tensão-deformação, compressão [5]

A equação (3.15) define o troço ascendente do diagrama representado na Figura 3.6.

$$\sigma_c^{ef} = f_c^{ef} \frac{kx - x^2}{1 + (k - 2)x'} \quad (3.15)$$

Onde,

$\sigma_c^{ef}$  é a tensão efetiva do betão à compressão;

$f_c^{ef}$  é a tensão efetiva da resistência do betão à compressão;

$x = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_c}$  é a extensão normalizada, sendo  $\varepsilon_c$  a extensão na  $f_c^{ef}$  máxima;

$k = \frac{E_0}{E_c}$  é um parâmetro de forma, sendo  $E_0$  o módulo de elasticidade inicial e  $E_c$  o módulo de elasticidade secante.

Na compressão pós-pico, o troço depois de ser atingido o pico de tensão é linear descendente. Existem dois tipos de modelos que caracterizam a diminuição da extensão sob compressão, um baseado na dissipação de energia e o outro baseado na diminuição da extensão local.

O modelo baseado na diminuição da extensão local apresenta uma dependência da dimensão da malha de elementos finitos, como tal recorre-se ao modelo plano de

compressão fictícia baseado na energia dissipada, permitindo assim independência relativamente à malha de elementos finitos gerada. Este modelo assume que a rotura por compressão está localizada num plano normal à direção das tensões de compressão principais. Todos os deslocamentos e energia dissipada de pós pico estão localizados neste plano.

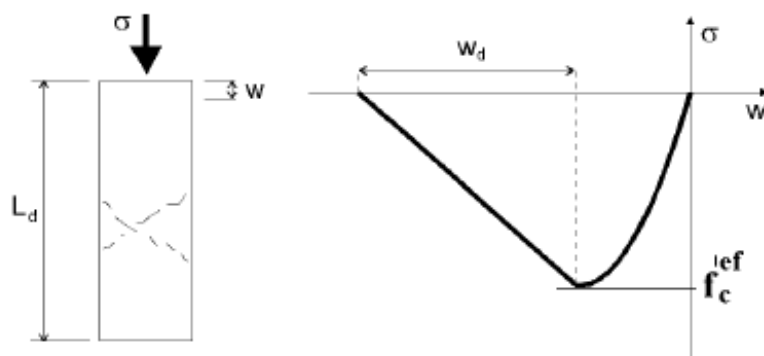


Figura 3.7 - Lei de amolecimento do betão em compressão [5]

O ponto que delimita o gráfico é definido através do deslocamento plástico  $w_d$ , deste modo a energia necessária para a geração de uma unidade de área do plano de rotura fica indiretamente definida e é estabelecido o valor de  $w_d=0,5\text{mm}$  para betões normais.

O diagrama tensão-extensão que rege o comportamento do material fica definido a partir do modelo de compressão fictícia. Assim, o declive da parte referente à diminuição da tensão de compressão é definido por dois pontos: (i) um pico que corresponde à máxima tensão  $f_c^{ef}$ ; (ii) uma extensão limite  $\varepsilon_d$ , que corresponde ao ponto onde a tensão é zero. A extensão é calculada a partir de um deslocamento plástico  $w_d$ , do comprimento de banda  $L'_d$ , e da deformação no pico da tensão efetiva de compressão, de acordo com a seguinte expressão:

$$\varepsilon_d = \varepsilon_c + \frac{w_d}{L'_d} \quad (3.16)$$

onde,

$\varepsilon_c$  é a extensão correspondente à tensão efetiva de compressão;

$w_d$  é a máxima abertura das fendas à compressão (que por defeito, assume o valor de 0,5 mm);

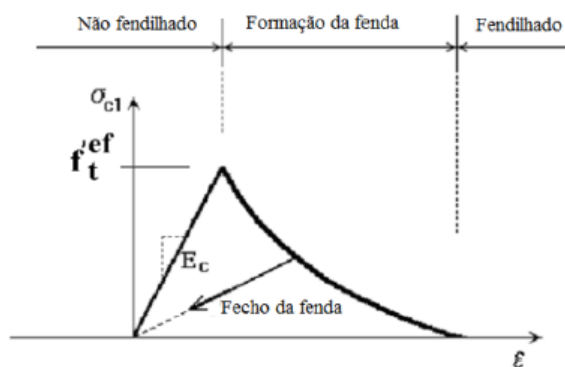
$L'_d = L_d \gamma$  é o comprimento de banda corrigido, quando a fenda se propaga numa direção diferente da paralela ao elemento;

$L_d$  é a dimensão do elemento finito quando a fenda se propaga na direção paralela a este;  $\gamma$  é o fator de correção, tomando o valor 1 quando a fenda se propaga paralela ao elemento finito, e toma o valor máximo de 1,5 quando a fenda faz 45° com o elemento finito.

### 3.2.6 Processo de fratura, abertura de fendas

O processo de abertura de fendas pode ser dividido em três fases: (i) Não fendilhado, em que o material ainda não atingiu a sua resistência à tração; (ii) Formação da fenda, onde se inicia e desenvolve o processo de fendilhação do material, onde a tensão de tração vai decrescendo na face da fenda, com a abertura desta; (iii) Fendilhado, que corresponde ao ponto onde já não existem tensões de tração instaladas na face da fenda. Neste estado o material já não apresenta capacidade para que a fenda volte a fechar.

Na Figura 3.8 apresenta-se o diagrama tensão-deformação do betão em tração:



**Figura 3.8-** Processo de fendilhação do betão no diagrama tensão-deformação do betão (adaptado de [5])

A abertura de fendas  $w$ , pode ser obtida segundo a seguinte equação:

$$w = \varepsilon_{cr} L'_d \quad (3.17)$$

Onde,

$\varepsilon_{cr}$  é a extensão de abertura da fenda antes da tensão de resistência à tração ser nula;

$L'_d$  é a dimensão do elemento finito corrigida.

### 3.2.6.1 Resistência à compressão do betão fendilhado

Após a fendilhação, o betão tem uma menor capacidade de resistência ao corte, à compressão e à tração.

Na capacidade de resistência ao corte, o material, sofre uma redução, que no caso do modelo de fendilhação *fixed crack model*, é proporcional às extensões normais à fenda. A resistência à compressão sofre um decréscimo segundo o diagrama apresentado na Figura 3.9. Consoante o aumento da dimensão das extensões da fenda, dá-se uma diminuição da tensão de resistência à compressão do betão, na direção paralela à fenda.

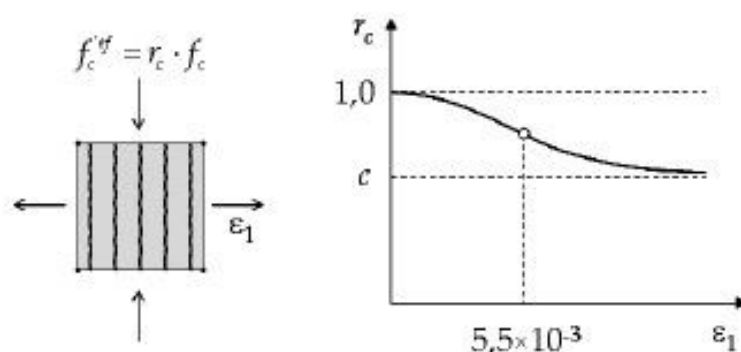


Figura 3.9- Redução da resistência à compressão do betão, devido à fendilhação do material [5]

A resistência do betão à compressão após fendilhação pode ser calculada pela equação (3.14).

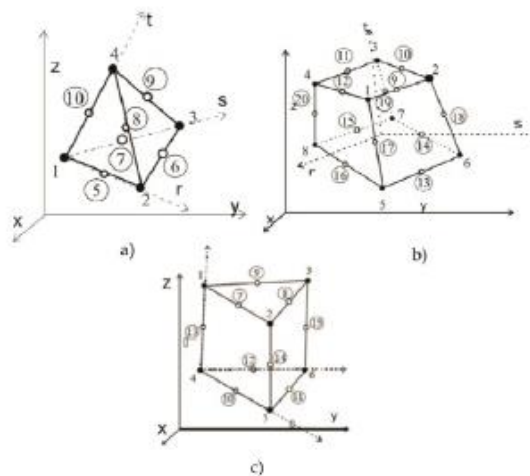
$$f_c^{ef} = f_c' r_c \quad \text{com } r_c = c + (1 - c) \cdot e^{-(128 \cdot \delta_v)^2} \quad (3.18)$$

## 3.3 Elementos Finitos

A modelação de elementos finitos sólidos no *software* ATENA 3D pode ser efetuado recorrendo a três tipos de elementos: tetraedros (*tetra*), com quatro faces; pentaedros (*wedge*), com cinco faces e hexaedros (*brick*), com seis faces [5].

O número de nós que constituem cada elemento depende da função interpoladora que se escolhe para a resolução dos problemas numéricos, podendo ser linear ou quadrática. O número de nós é o mesmo que o número de pontos a integrar. Os elementos tetraedros são compostos por 4 ou 10 nós, dependendo se a função interpoladora é linear ou quadrática, respetivamente. Os elementos *brick* são compostos por 8 ou 20 nós e os

elementos *wedge* são constituídos por 6 ou 15 nós. Na Figura 3.10 ilustram-se estes três tipos de elementos.



**Figura 3.10-** Geometria dos elementos finitos disponíveis no ATENA 3D: a) Tetraedro; b) Hexaedro; c) Pentaedro [5].

A cabeça de ancoragem, a chapa de apoio e o betão, foram modelados como elementos de volume, com a geometria dos elementos. Nos modelos desenvolvidos no âmbito deste trabalho foram utilizados elementos tetraedros (quatro faces) e hexaedros (seis faces). Na metade superior dos prismas adotaram-se elementos com cerca de 1 cm de aresta, sendo que na metade inferior os elementos utilizados contêm 3 cm de aresta. No caso em estudo utilizaram-se funções lineares, ou seja, elementos tetraedros com quatro nós e elementos hexaedros com oito nós. Na interface entre materiais, por defeito geram-se incompatibilidade de malhas, forçando-se a compatibilidade pelo método *Master-Slave*.



## 4. Calibração dos Modelos Numéricos

### 4.1 Introdução

Neste capítulo é efetuada a comparação entre os resultados dos modelos experimentais de zonas locais de ancoragem ensaiados em laboratório, com vista à realização de um estudo paramétrico.

Um dos propósitos da utilização de betões de elevado desempenho em zonas de ancoragem é a redução da secção transversal admissível de betão e/ou da armadura de confinamento. Como tal, foram realizados ensaios de carga segundo as diretrizes da “*European Organisation for Technical Approvals*”, com o objetivo de avaliar a capacidade última e de serviço dos modelos ensaiados [1].

Para esta dissertação foram considerados 3 modelos prismáticos, P4, P5 e P5B. O prisma P4 é constituído por betão de elevado desempenho (HPC) e os prismas P5 e P5B por betão de elevado desempenho reforçado com fibras de aço (HPFRC). Os três blocos apresentam as mesmas dimensões e não possuem qualquer tipo de armadura.

Os ensaios foram realizados por Marchão [6] no decorrer da investigação realizada no desenvolvimento da sua tese de doutoramento.

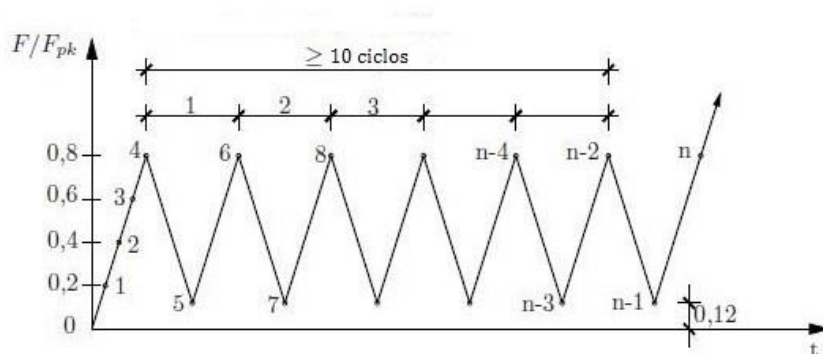
### 4.2 Descrição dos Modelos experimentais

#### 4.2.1 Ensaio de transferência de carga - *European Organisation for Technical Approvals (2002)*

O teste especificado pela ETAG [1] consiste no carregamento de um bloco prismático de betão contendo as componentes da ancoragem e/ou o reforço adicional. A carga é aplicada diretamente na placa por meio de uma cabeça de ancoragem [1].

A ETAG [1] especifica que os ensaios sejam realizados com a ancoragem real, num prisma de betão com a largura igual ao espaçamento mínimo admissível entre eixos de ancoragem (ou o dobro da distância mínima do eixo da ancoragem ao bordo), com uma resistência de betão igual à mínima admissível à data de aplicação do pré-esforço e a altura dos provetes a ensaiar deve ser pelo menos o dobro da sua largura.

Como ilustrado na Figura 4.1, no início do ensaio, a carga deve ser incrementada de  $0,2F_{pk}$  (ponto 1) até  $0,8F_{pk}$  (ponto 4), sendo que  $F_{pk}$  representa a carga nominal última do cabo de pré-esforço correspondente. Em seguida, de modo a simular o efeito das cargas permanentes a longo prazo, pelo menos 10 ciclos devem ser realizados entre  $0,8F_{pk}$  (ponto 4) e  $0,12F_{pk}$  (ponto n-1), até que a abertura de fendas estabilize. No final, o provete deverá ser levado até à rotura.

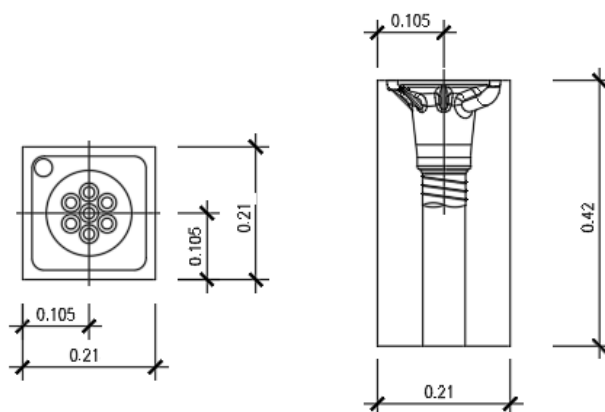


**Figura 4.1** - História de carga preconizada para o ensaio de transferência de carga (adaptado de [1])

Enquanto a validação básica da zona local de ancoragem de pré-esforço é feita testando tamanhos específicos, outros tamanhos intermédios de ancoragens podem ser validados por interpolação, baseados em modelos de dimensionamento devidamente calibrados com os resultados dos ensaios. Na ETAG 013 [1], o modelo de dimensionamento da zona local de ancoragem proposto por Wollmann e Roberts-Wollmann [29] é o modelo a considerar.

## 4.2.2 Geometria, Materiais e Propriedades Mecânicas

Os modelos experimentais considerados (três blocos de ancoragem prismáticos, P4, P5 e P5B) têm dimensões de 210mm x 210mm x 420mm e são apresentados na Figura 4.2. As dimensões adotadas para estes prismas correspondem à máxima redução possível da secção transversal, ou seja, a distância da placa de ancoragem ao bordo livre é igual ao recobrimento mínimo necessário ( $c_{min}=15$  mm), já que estes ensaios se destinavam a aferir dimensões mínimas em ensaios à escala 1:2.



**Figura 4.2** - Geometria dos modelos experimentais (P4, P5 e P5B)

Os materiais utilizados nos modelos experimentais foram caracterizados recorrendo a ensaios de várias amostras dos materiais aplicados. O tipo e quantidade dos constituintes da matriz de betão é igual para todos os prismas, sendo que a única diferença reside no facto de o HPFRC ter fibras na sua composição. Na Tabela 4.1 encontram-se os constituintes do compósito correspondente a cada material, HPC e HPFRC.

**Tabela 4.1** - Composição do betão sem fibras (HPC) e do betão com fibras (HPFRC) [6]

Materiais constituintes	Quantidades ( $kg/m^3$ )	
	HPC	HPFRC
Cimento	810,60	810,60
Silica de fumo	81,06	81,06
Filer calcário	317,58	317,58
Areia	1040,00	1040,00
Água	156,80	156,80
Super-plastificante	11,16	11,16
Fibras de aço	-	235,50

Foram utilizadas fibras metálicas do tipo DM9/0,175, fornecidas por KrampeHarex da Alemanha, cujas propriedades estão sumarizadas na Tabela 4.2:

**Tabela 4.2** - Propriedades mecânicas e geométricas das fibras [6]

Referência	Forma	Resistência à tração (MPa)	$L_f$ (mm)	$D_f$ (mm)	$L_f/D_f$
DM 9/0.175	Reta	2100	9	0,175	51

Na Tabela 4.3 estão representadas as características mecânicas do betão para cada espécime ensaiado:

Tabela 4.3 - Propriedades mecânicas dos prismas P4, P5 e P5B [6]

<i>Espécime</i>	$f_c$ (MPa)	$f_{c,cube}$ (MPa)	$f_{ct,sp}$ (MPa)
P4	94,4	114,1	3,7
P5	122,0	125,6	13,6
P5B	116,7	106,7	11,1

Onde,

$f_c$  é a resistência à compressão do betão

$f_{c,cube}$  é a resistência cúbica à compressão do betão

$f_{ct,sp}$  é a resistência à tração do betão, obtido pelo ensaio de compressão diametral em cilindros

### 4.2.3 Resultados experimentais

O equipamento utilizado para os ensaios foi uma máquina de compressão controlada remotamente com uma capacidade de carga até 3000 kN e com capacidade de aplicar deslocamentos até 50 mm. Os prismas foram carregados através de uma cabeça de ancoragem com 135 mm de diâmetro ( $D$ ) e 60 mm de altura ( $h$ ). A ancoragem utilizada nestes testes permite a utilização de um máximo de 7 cordões de 0,6'', sendo a área nominal de cada cordão de  $150\text{ mm}^2$ , com uma resistência à tração de 1860 MPa e uma resistência última de 1953,0 kN. Os prismas ensaiados apresentaram diferentes modos de rotura, conforme se ilustra na Figura 4.3.



Figura 4.3 - Espécime P4 e P5 após o teste de carga [6]

A rotura do espécime P4 ocorreu de modo abrupto com o colapso repentino do betão (Figura 4.3 a)). No espécime P5, durante a aplicação da primeira carga, uma fenda vertical desenvolveu-se ao longo da altura total da peça, em duas faces opostas (Figura 4.3 b)). A presença de fibras preveniu o aumento da abertura das fendas e ajudou a manter a integridade do espécime, contudo, as fibras demonstraram ter uma orientação preferencial, resultado de a betonagem ter sido realizada na direção paralela às faces fendilhadas.

A abertura máxima de fendas admissível é de 0,15 mm, sendo verificada para 80% e 12% da carga nominal última do cabo de pré-esforço correspondente. Após o carregamento cíclico a máxima abertura de fenda admissível é de 0,25 mm, sendo novamente verificada para 80% da carga nominal última. No final, a carga de rotura registada após o carregamento cíclico deverá ser superior a 110% da carga nominal última (2141,3 kN). Estes valores de carga correspondem aos apresentados na Figura 4.1, na secção 4.2.1. A abertura de fendas registada e a carga última estão apresentadas na Tabela 4.4. Para cada prisma, baseado nos critérios de aceitação acima descritos, é também indicado se o espécime passou ou não no teste de carga.

**Tabela 4.4** - Abertura de fendas e capacidade ultima dos prismas P4 P5 e P5B [6]

Espécime	Abertura de fendas $w$ (mm)			$P_u$ (kN)	Aceitação
	$0,8F_{pk}$	$0,12F_{pk}$	$0,8F_{pk}$		
P4	-	-	-	1524,0	<i>Não passou</i>
P5	0,35	0,25	0,43	2367,0	<i>Não passou</i>
P5B	0,20	0,15	0,30	2117,4	<i>Não passou</i>

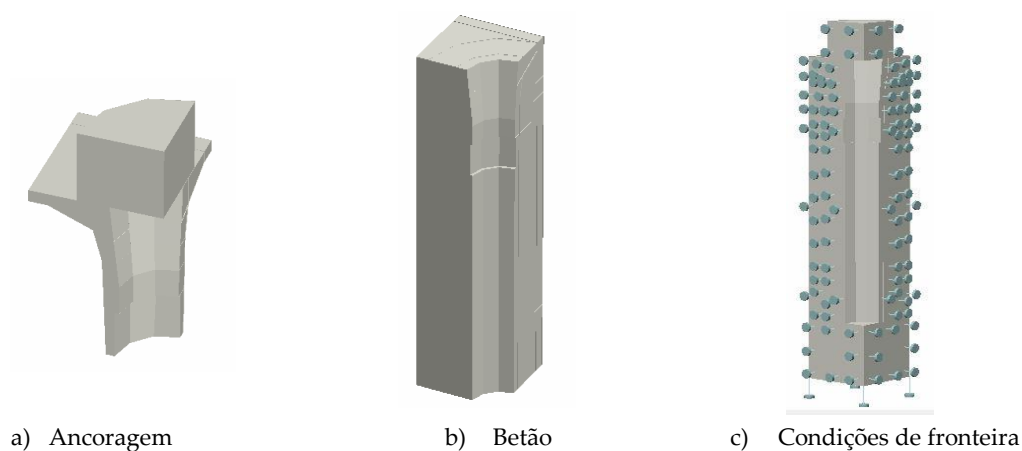
### 4.3 Descrição dos modelos Numéricos

#### 4.3.1 Introdução

Os modelos experimentais são caracterizados por serem peças prismáticas quadrangulares e simétricas. Cada um dos modelos dos prismas é composto por 19942 elementos finitos, sendo que a sua topologia varia ao longo da peça, conforme descrito no capítulo anterior. Tendo em conta a otimização do tempo de análise optou-se por efetuar todas as análises recorrendo à simplificação de dupla simetria, ou seja, analisaram-se apenas quartos de modelo, cujo tempo de análise foi cerca de 1 dia.

Em todos os modelos, o carregamento foi simulado através da aplicação de deslocamentos no topo do bloco da ancoragem, com incrementos de 0,05 mm. Nos eixos de simetria foram introduzidos encastramentos deslizantes ao longo das superfícies, permitindo assim os deslocamentos verticais e restringindo deslocamentos horizontais, bem como rotações. Deste modo garantem-se que as condições de fronteira estão satisfeitas, simulando com precisão o comportamento da peça completa.

Na Figura 4.4 apresenta-se a composição dos modelos com ancoragem, com a simplificação de dupla simetria, discriminado o dispositivo de ancoragem, o volume de betão e as condições de fronteira.



**Figura 4.4** - Composição dos quartos de modelo com ancoragem, discriminando em a) o dispositivo de ancoragem, em b) o betão e em c) condições de fronteira

### 4.3.2 Propriedades Mecânicas do Betão

O programa ATENA3D considera para o betão, um modelo de fratura plástica que combina os modelos constitutivos para a tração e o comportamento plástico do betão. Na Tabela 4.5 encontra-se um resumo das principais propriedades mecânicas do betão dos modelos utilizados no ATENA.

**Tabela 4.5** - Propriedades mecânicas do betão dos prismas modelados no ATENA3D

Prisma	Betão	$f_{cm}$ (MPa)	$f_{ctm}$ (MPa)	$G_f$ (N/m)	$E_{cm}$ (GPa)
P4	HPC	94,4	3,33	85,0	43,1
P5	HPFRC	122,0	12,2	3050,0	43,5
P5B	HPFRC	116,7	10,0	2500,0	43,8

Onde,

$f_{cm}$  é a resistência à compressão do betão

$f_{ctm}$  é a resistência à tração do betão

$G_f$  é a energia de fratura do betão

$E_{cm}$  é o módulo de elasticidade médio do betão

Embora a constituição da matriz de betão para os dois tipos de modelos ensaiados, P4 e P5/P5B, sejam idênticas, a calibração destes modelos teve de ser realizada de maneira distinta devido à inclusão de fibras de aço no betão. Como referido anteriormente, a energia de fratura  $G_f$  é reconhecido como o principal parâmetro que permite avaliar a influência das fibras de aço no comportamento mecânico do betão. Para betões simples, esse valor é obtido a partir da expressão (4.1), proposta por Vos [32]:

$$G_f = 0,000025f_{ctm} \quad (4.1)$$

A documentação de apoio do ATENA3D refere que para betões com fibras, à energia de fratura obtida para betões simples (exp. (4.1)), devem ser multiplicados fatores entre 10 e 1000, de modo a simular um comportamento mais próximo da realidade [33]. Dito isto, e com o intuito de avaliar a influência da energia de fratura na capacidade resistente de zonas de ancoragem de pré-esforço, à energia de fratura obtida para betões simples através da expressão (4.1), foi utilizado um fator de 10 na calibração dos prismas P5 e P5B, mantendo-se constantes os restantes parâmetros mecânicos, descritos na Tabela 4.6.

**Tabela 4.6** - Parâmetros adotados no ATENA3D no modelo constitutivo do betão

$\nu$	$w_d(mm)$	$\varepsilon_{cp} (%)$	$r_{c,lim}$	$S_f$	$c$	$\beta$
0,2	-0,1	-1,5	0,7	-20	-0,52	0,15

Onde,

$\nu$  é o coeficiente de Poisson;

$w_d$  é o deslocamento crítico de compressão, isto é o deslocamento que define o fim do troço ascendente na relação constitutiva do betão (à compressão);

$\varepsilon_{cp}$  é a extensão plástica que corresponde à resistência à compressão na curva ascendente da relação constitutiva do betão;

$r_{c,lim}$  é o valor mínimo de redução da resistência à compressão do betão devido à abertura de fendas;

$S_f$  é o fator de rigidez de corte devido à abertura de fendas, ou seja, é o coeficiente que define a relação entre a rigidez de corte normal e fendilhada;

$c$  é a excentricidade da superfície de rotura;

$\beta$  é o fator para a direção do fluxo plástico (Se  $\beta < 0$  o material está a ser compactado, se  $\beta = 0$  o volume de material está a ser preservado, se  $\beta > 0$  o material está a dilatar).

O valor do módulo de elasticidade,  $E_{cm}$ , utilizado para calibrar os modelos foi determinado experimentalmente [6] (Tabela 4.5).

### 4.3.3 Propriedades mecânicas do aço

#### 4.3.3.1 Ancoragem de aço

Para a modelação da cabeça de ancoragem foi considerado um material elasto-plástico sem endurecimento. As suas propriedades estão descritas no Tabela 4.7:

**Tabela 4.7-** Características mecânicas adotadas na modelação da cabeça de ancoragem [6]

$f_y (MPa)$	$E_s (GPa)$	$\nu$
250	210	0,3

#### 4.3.3.2 Apoio

Este estudo foi realizado aplicando deslocamentos nos modelos. Para determinar a força correspondente a esses deslocamentos registaram-se as reações, sendo que foi necessário apoiar os prismas em nós, já que a possibilidade de apoiar uma superfície impossibilita a leitura das reações de forma rápida e eficaz. Quando se aplicam os apoios diretamente nos nós do betão, ocorrem concentrações de tensões, obtendo-se resultados pouco realistas. Assim, modelou-se uma zona muito rígida que apoia o prisma e que fez com que as tensões se distribuíssem mais uniformemente. Nos nós inferiores dessa chapa rígida colocaram-se os apoios que mediram as reações, registando assim as forças correspondentes aos deslocamentos aplicados.

Deste modo, para apoiar os provetes, foi necessário materializar um prisma com 10 cm de espessura na base, com quatro apoios nos cantos inferiores. O material foi caracterizado como sendo um aço, com o comportamento descrito em 4.3.3.1.

#### 4.3.4 Interface Betão-Aço da Ancoragem

O modelo de interface entre materiais é utilizado para simular o contacto entre dois materiais, baseando-se no critério de rotura Mohr-Coulomb truncado na tração [5].

A relação constitutiva para três dimensões é dada em termos de atrito entre os planos de interface, o escorregamento relativo e os deslocamentos. As características da interface betão-aço da ancoragem, consideradas nos modelos deste estudo foram as utilizadas por Marchão [6] e estão descritas no Tabela 4.8: rigidez normal ( $K_{nn}$ ), rigidez tangencial ( $K_{tt}$ ), resistência à tração ( $f_{t,int}$ ), coesão ( $c$ ), coeficiente de atrito ( $u$ ), rigidez normal mínima ( $K_{nn,min}$ ) e rigidez tangencial mínima ( $K_{tt,min}$ )

**Tabela 4.8** - Características da interface betão-ancoragem dos modelos estudados [6]

$K_{nn}$ ( $MN/m^3$ )	$K_{tt}$ ( $MN/m^3$ )	$f_{t,int}$ ( $MPa$ )	$c$ ( $GPa$ )	$u$	$K_{nn,min}$ ( $MN/m^3$ )	$K_{tt,min}$ ( $MN/m^3$ )
$200 \times 10^6$	$200 \times 10^6$	1,0	1,0	0,2	$200 \times 10^3$	$200 \times 10^3$

#### 4.3.5 Monitorização de resultados

Para a comparação entre os valores experimentais e os numéricos foi necessária a monitorização de vários pontos do modelo. De modo a avaliar a carga a que os modelos estavam sujeitos foi necessária a introdução um ponto de monitorização no topo da cabeça de ancoragem, local onde o carregamento é aplicado. Foram também colocados pontos de monitorização na base da placa de aço de modo a medir as reações, sendo assim possível obter um gráfico força-deslocamento.

#### 4.3.6 Resultados dos modelos numéricos

Os resultados obtidos que permitiram comparar os resultados dos modelos experimentais e numéricos, foram os valores dos deslocamentos verticais e da carga última dos modelos. Na seguinte figura pode-se observar as relações Força-Deslocamento obtidas para cada tipo de modelo:

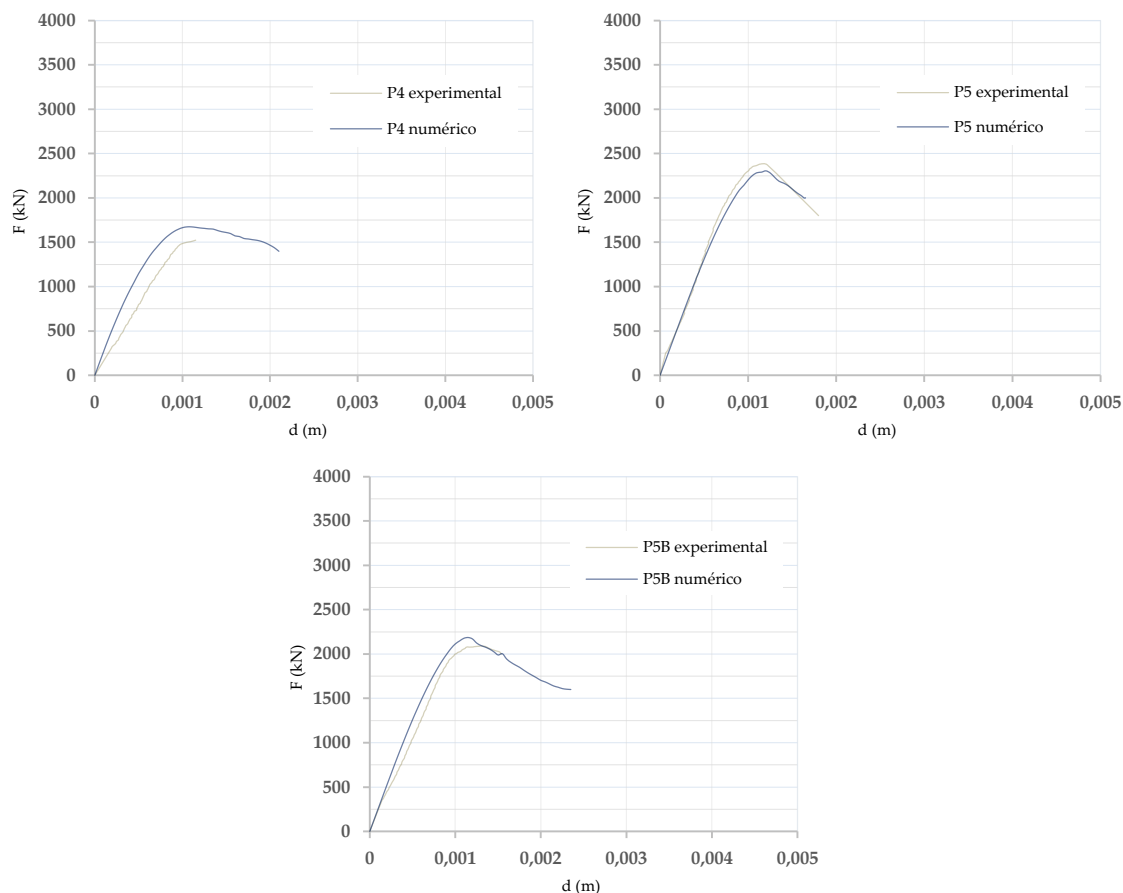


Figura 4.5 - Relações força-deslocamento dos modelos experimentais e numéricos.

Na Tabela 4.9 apresentam-se os valores obtidos para os diferentes prismas, com os respectivos erros:

Tabela 4.9 - Resultados experimentais e numéricos para  $P_u$  (carga de rotura) e  $d_u$  (deslocamento correspondente a  $P_u$ ), com os respectivos erros.

Prisma	$P_{u,exp}$ (kN)	$P_{u,n}$ (kN)	erro (%)	$d_{u,exp}$ (m)	$d_{u,n}$ (m)	erro (%)
P4	1524,97	1666,40	5,27	1,15E-03	1,15E-03	0,11
P5	2306,40	2282,40	1,04	1,20E-03	1,25E-03	4,10
P5B	2124,20	2170,80	2,19	1,25E-03	1,20E-03	4,00

Pode-se observar que em ambos os modelos os resultados numéricos foram próximos dos resultados experimentais, obtendo-se assim uma calibração bastante satisfatória.

## 5. Estudo Paramétrico

### 5.1 Introdução

Este capítulo tem como objetivo a apresentação do estudo paramétrico referente à capacidade resistente de zonas locais de ancoragem de pré-esforço.

Para esta dissertação foram criados 305 modelos numéricos representativos da zona local de ancoragem. As análises foram divididas em três grupos, sendo que o único parâmetro mecânico que os distingue é a energia de fratura,  $G_f$ , mantendo-se constantes os restantes parâmetros mecânicos do betão (Tabela 4.6). O primeiro grupo representa os blocos simples onde se considerou a energia de fratura,  $G_f$ , obtida através da expressão (4.1). O segundo grupo refere-se aos modelos com fibras, em que através da calibração dos modelos experimentais e da revisão da literatura existente foram assumidas certas hipóteses relativamente à modelação deste parâmetro. O terceiro grupo pretende avaliar de forma mais detalhada a influência da energia de fratura em zonas locais de ancoragem, como tal, os prismas foram modelados considerando diferentes ordens de grandeza da energia de fratura.

Em primeiro lugar serão apresentadas as características geométricas e mecânicas dos modelos prismáticos, bem como as hipóteses assumidas na modelação numérica dos materiais que os constituem.

Com vista ao estudo do funcionamento destes prismas, os resultados monitorizados foram os valores de carga última e respetivos deslocamentos verticais. A partir dos resultados obtidos nas análises não lineares, é estudado de que forma é que os parâmetros como a resistência à tração, a resistência à compressão, a energia de fratura e as dimensões transversais dos modelos prismáticos afetam o comportamento do betão.

Os resultados obtidos nas análises não lineares serão comparados com os obtidos através de formulações para a previsão da capacidade de carga  $P_u$ , propostas na literatura [30][29]. Por fim, é proposta uma formulação com vista à determinação da carga última,  $P_u$ , tanto para modelos simples como para modelos com fibras.

## 5.2 Descrição dos Modelos Numéricos

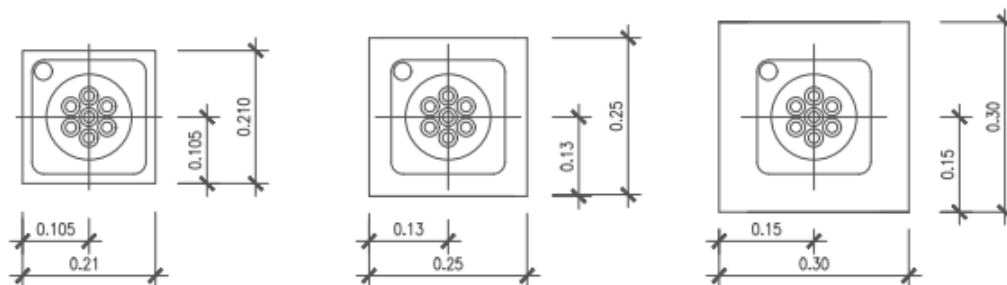
### 5.2.1 Geometria

Com o intuito de avaliar a influência que a relação entre a área de suporte ( $A$ ) e a área carregada ( $A_b$ ) tem na capacidade resistente de blocos de ancoragem, foram consideradas três tipos de geometria. Os rácios  $A/A_b$  testados para cada grupo de modelos foram 1,4, 1,9 e 2,8, sendo que a primeira geometria corresponde à considerada nos modelos experimentais. As dimensões dos modelos estão representadas na Tabela 5.1:

**Tabela 5.1** - Propriedades geométricas dos prismas

h (m)	b (m)	$L_{chapa}$ (m)	$A$ (m <sup>2</sup> )	$A_b$ (m <sup>2</sup> )	$A/A_b$
0,42	0,21	0,18	0,04	0,033	1,4
0,5	0,25	0,18	0,06	0,033	1,9
0,6	0,3	0,18	0,09	0,033	2,8

Na seguinte figura apresentam-se as dimensões das secções transversais das 3 geometrias consideradas:



**Figura 5.1** - Dimensões transversais dos 3 tipos de prismas estudados

Os apoios, pontos de monitorização e o tipo de elementos são idêntico aos descritos no capítulo anterior para a modelação dos modelos experimentais, sendo que para os prismas de maiores dimensões procedeu-se a um maior refinamento da zona junto à ancoragem. A geometria correspondente a um rácio de  $A/A_b=1,4$  contém 19952 elementos finitos, a segunda geometria ( $A/A_b=1,9$ ) contém 25542 elementos finitos e a terceira geometria ( $A/A_b=2,8$ ) contém 32765 elementos finitos.

## 5.2.2 Propriedades Mecânicas do betão

### 5.2.2.1 Resistência à compressão, à tração e módulo de elasticidade

Como referido anteriormente, as propriedades mecânicas do betão, à exceção da energia de fratura ( $G_f$ ), mantiveram-se constantes para os três grupos de modelos considerados. Para cada valor de resistência à compressão do betão ( $f_{cm}$ ) considerou-se a resistência à tração ( $f_{ctm}$ ) a variar tendo-se estabelecido percentagens ( $R = f_{ctm}/f_{cm}$ ) de 2,5%, 5%, 7,5%, 10%, 12,5% e 15%.

O módulo de elasticidade do betão ( $E_{cm}$ ) foi estimado a partir da resistência à compressão, usando a equação (5.1), recomendada pela EN 1992-1-1 [35].

$$E_{cm} = 22 \left( \frac{f_{cm}}{10} \right)^{0,3} \quad (5.1)$$

A Tabela 5.2 apresenta as principais propriedades mecânicas do betão utilizadas nos modelos numéricos:

**Tabela 5.2** - Propriedades mecânicas dos prismas modelados

$f_{cm}$ (MPa)	$f_{ctm}$ (MPa)						$E_{cm}$ (GPa)
	R= 2,50%	5%	7,50%	10%	12,50%	15%	
80,0	2,00	4,00	6,00	8,00	10,00	12,00	38,1
90,0	2,25	4,50	6,75	9,00	11,25	13,50	39,9
100,0	2,50	5,00	7,50	10,00	12,50	15,00	41,7
110,0	2,75	5,50	8,25	11,00	13,75	16,50	43,4
120,0	3,00	6,00	9,00	12,00	15,00	18,00	44,9
130,0	3,25	6,50	9,75	13,00	16,25	19,50	46,3
140,0	3,50	7,00	10,50	14,00	17,50	21,00	47,7

### 5.2.2.2 Energia de fratura

A energia de fratura atribuída a cada modelo varia consoante o tipo de betão considerado. No caso dos betões simples, os valores de energia de fratura são obtidos através da equação (4.1). No caso dos betões com fibras, face à pouca informação existente na caracterização do material, algumas hipóteses foram assumidas com base nos resultados obtidos experimentalmente e na revisão bibliográfica apresentada:

- Os modelos experimentais P5 e P5B apresentam na sua composição um volume de fibras,  $V_f=3\%$ , e  $R=10\%$ . Assume-se, portanto, que para uma dada relação  $R=10\%$ , o volume de fibras é igual a 3%, qualquer que seja a classe de resistência do betão.
- A calibração numérica dos modelos P5 e P5B foi realizada com base numa energia de fratura dez vezes superior à obtida pela expressão (4.1). Quando o  $V_f$  é igual a 3% (ou  $R=10\%$ ), a energia de fratura de betões com fibras deverá ser afetada por esse fator.
- O modelo P4 (sem fibras) apresenta uma relação  $R=2,5\%$ . A essa relação está, portanto, associado um volume de fibras  $V_f=0\%$ .
- A energia de fratura  $G_f$  varia linearmente com o volume de fibras  $V_f$  [24]. Como tal, para cada resistência à compressão,  $f_{cm}$ , os valores da energia de fratura entre  $R=2,5\%$  e  $R=15\%$  são obtidos por interpolação, tendo como base a linearização realizada entre os valores obtidos para  $V_f=0\%$  ( $R=2,5\%$ ) e  $V_f=3\%$  ( $R=10\%$ ).

Na Tabela 5.3 e 5.4 apresentam-se os valores de energia de fratura obtidos para cada tipo de modelo.

**Tabela 5.3** - Energia de fratura  $G_f$  (N/m) para betões simples

$f_{cm}$ (MPa)	$G_f$ (N/m)					
	R=	2,5	5	7,5	10	12,5
80		50,0	100,0	150,0	200,0	250,0
90		56,5	112,5	168,8	225,0	281,5
100		62,5	125,0	187,5	250,0	312,5
110		68,8	137,5	206,5	275,0	343,8
120		75,0	150,0	225,0	300,0	375,0
130		81,3	162,5	243,8	325,0	406,5
140		87,5	175,0	262,5	350,0	437,5

**Tabela 5.4** - Energia de fratura  $G_f$  (N/m) para betões com fibras

$f_{cm}$ (MPa)	$G_f$ (N/m)				
	5 ( $V_f=1\%$ )	7,5 ( $V_f=2\%$ )	10 ( $V_f=3\%$ )	12,5 ( $V_f=4\%$ )	15 ( $V_f=5\%$ )
80	700,0 (7)	1350,0 (9)	2000,0 (10)	2650,0 (10,6)	3300,0
90	791,0 (7)	1522,0 (9)	2250,0 (10)	2984,0 (10,6)	3715,0
100	875,0 (7)	1687,5 (9)	2500,0 (10)	3312,5 (10,6)	4125,0
110	962,5 (7)	1856,5 (9)	2750,0 (10)	3643,8 (10,6)	4537,5
120	1050,0 (7)	2025,0 (9)	3000,0 (10)	3975,0(10,6)	4950,0
130	1137,1 (7)	2193,8 (9)	3250,0 (10)	4306,3 (10,6)	5362,5
140	1225, (7)	2362,5 (9)	3500,0 (10)	4637,5 (10,6)	5775,0

Nota: Os valores entre parênteses representam o rácio entre a energia de fratura obtida para os betões com fibras em relação aos betões sem fibras. Para R=15% os rácios não são apresentados pois não foi estudada essa relação para os modelos de betão simples.

### 5.3 Análise dos Resultados

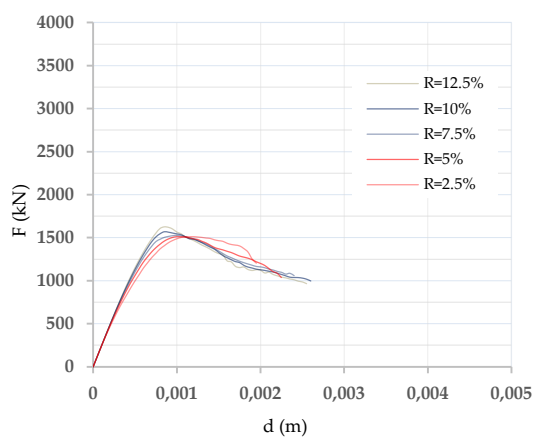
#### 5.3.1 Designação dos Modelos

Pelo facto de se estar perante um número elevado de modelos foi definida uma forma padrão para os designar, de modo a se obter uma boa organização destes:  $M_{f_{cm}-R-G_f}$ . Em que:  $f_{cm}$  = resistência à compressão do modelo;  $R = f_{ctm} / f_{cm}$ ; e  $G_f$  que representa o tipo de modelo considerado.

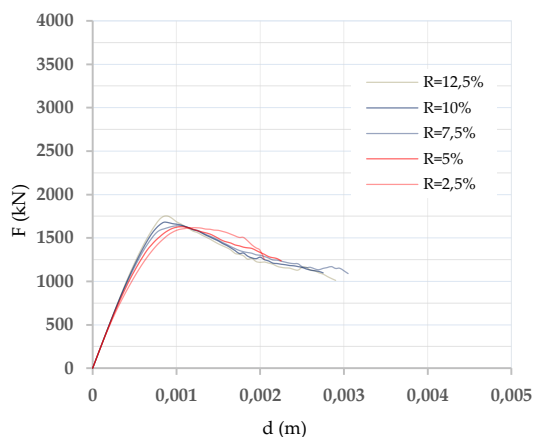
Um modelo denominado de  $M_{100_{10}G_{fx1}}$  representa um prisma com  $f_{cm}=100\text{MPa}$ ,  $R= 10\%$  e  $G_{fx1}$ , que corresponde a um bloco simples. Um modelo denominado  $M_{G_{fx1}}$  e  $M_{G_{fx10}}$  refere-se a todos os blocos simples e com fibras, respetivamente.

#### 5.3.2 Força de Rotura

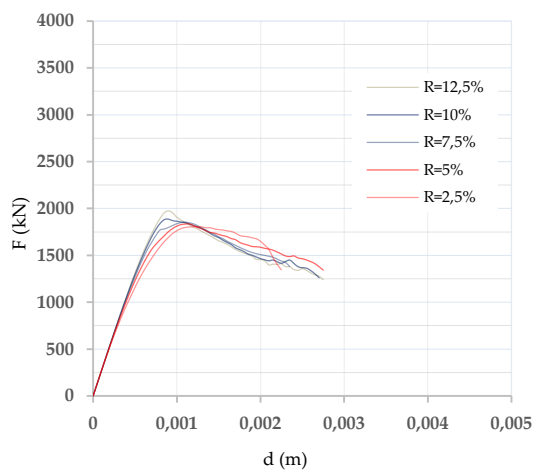
Nas seguintes figuras é possível observar as relações Força(F)-deslocamento(d) obtidas através da análise não linear realizada com o programa computacional ATENA3D. Em cada um dos gráficos estão representadas as diferentes curvas obtidas para uma dada resistência à compressão,  $f_{cm}$ , sendo o parâmetro variado dentro de cada modelo a resistência à tração,  $f_{ctm}$ , expresso através da relação R. Por uma questão de simplicidade de apresentação, as curvas referentes a 90 MPa não irão ser apresentadas.



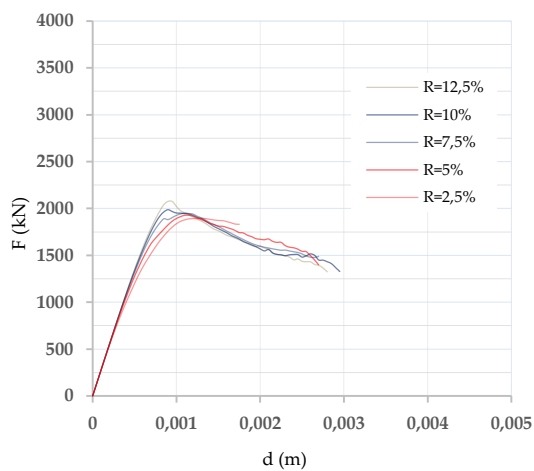
a) M<sub>80</sub>\_G<sub>fx1</sub>



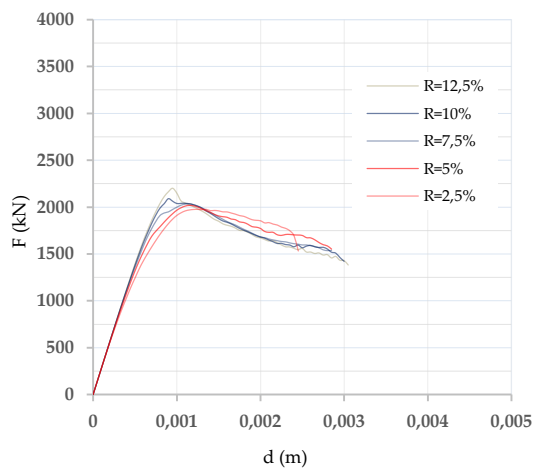
b) M<sub>100</sub>\_G<sub>fx1</sub>



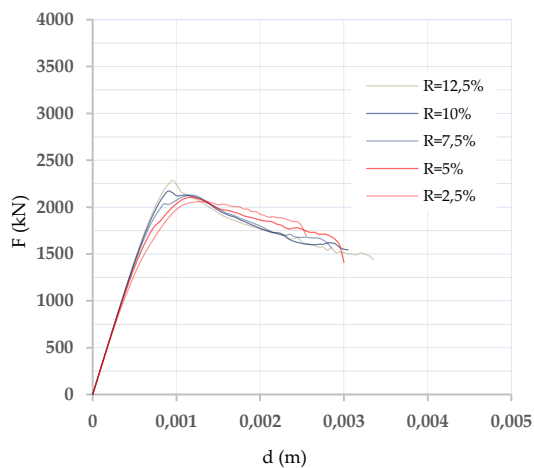
c) M<sub>110</sub>\_G<sub>fx1</sub>



d) M<sub>120</sub>\_G<sub>fx1</sub>



e) M<sub>130</sub>\_G<sub>fx1</sub>



f) M<sub>140</sub>\_G<sub>fx1</sub>

Figura 5.2 - Relações Força-deslocamento para betões simples ( $A/A_b = 1,4$ )

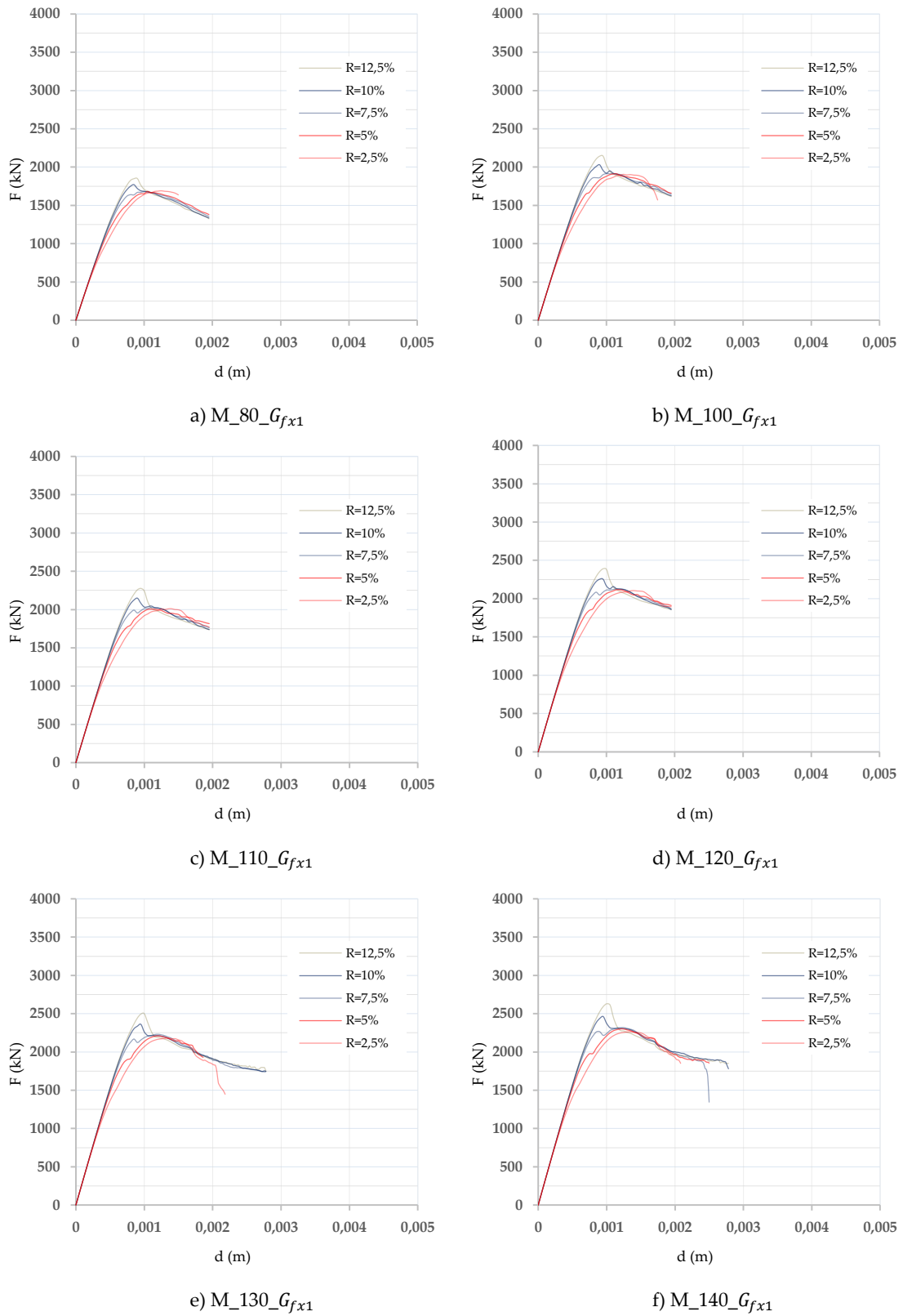


Figura 5.3 - Relações Força-deslocamento para betões simples ( $A/A_b = 1,9$ )

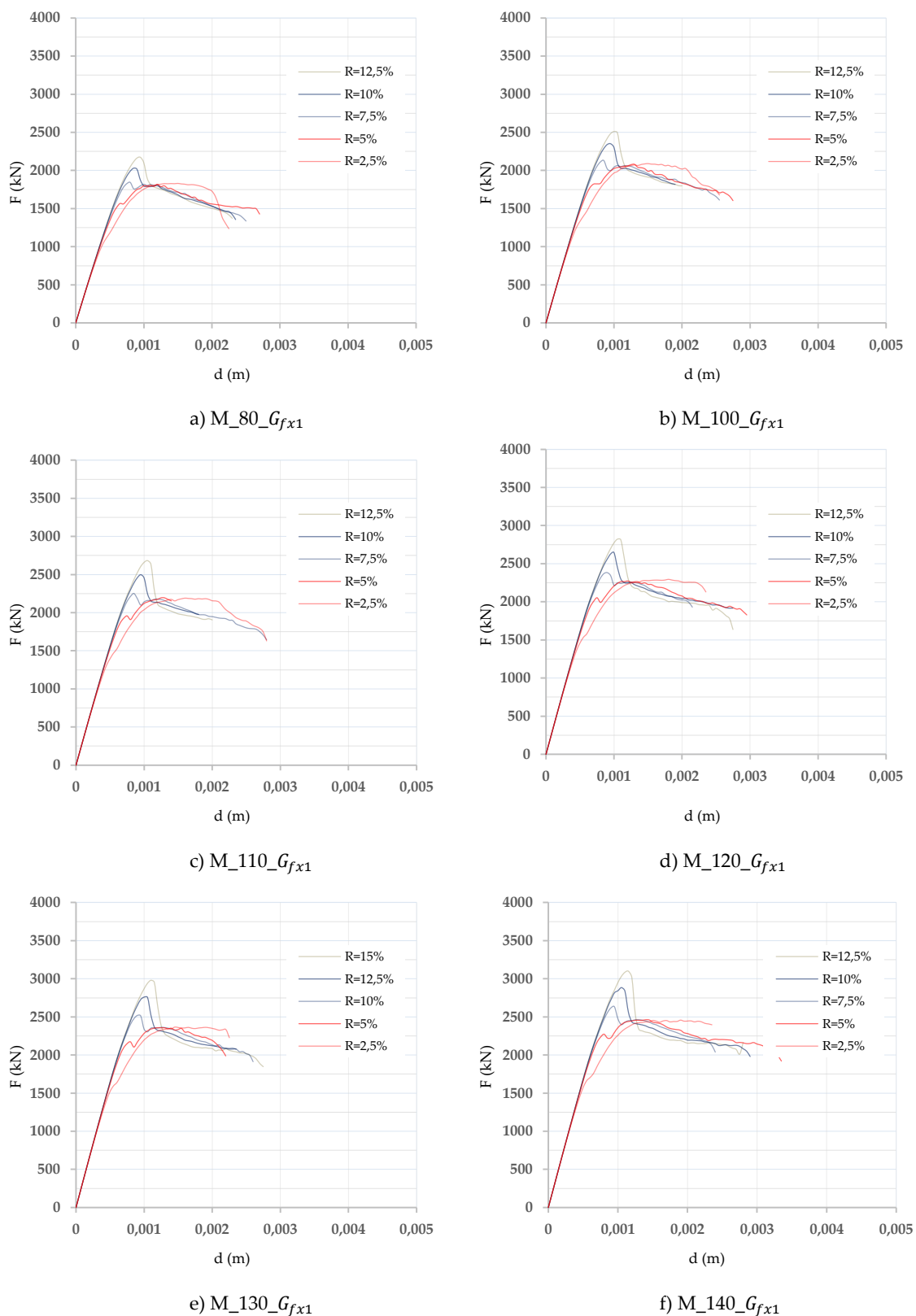


Figura 5.4 - Relações Força-deslocamento para betões simples ( $A/A_b = 2,8$ )

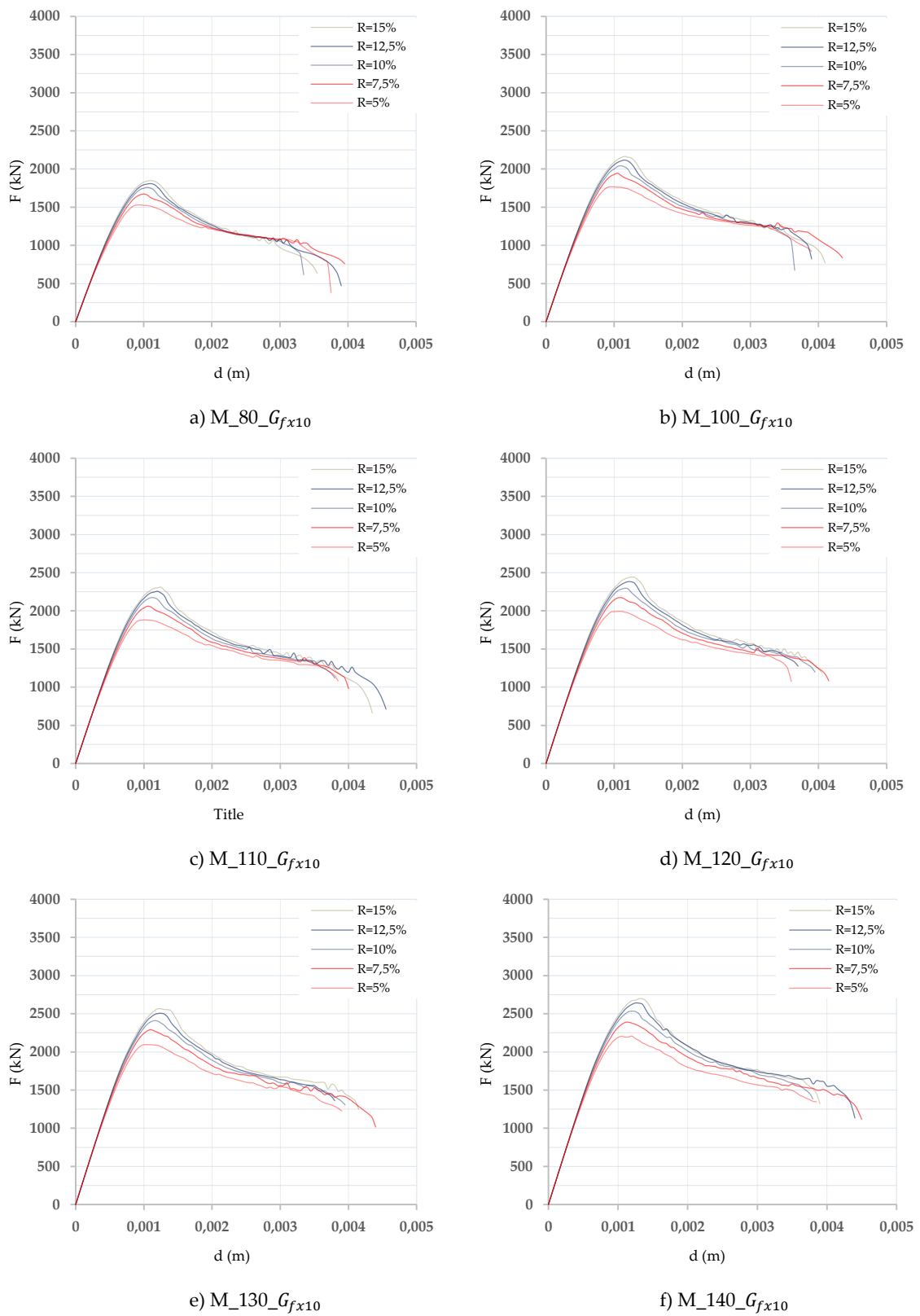


Figura 5.5 - Relações Força-deslocamento para betões com fibras ( $A/A_b = 1,4$ )

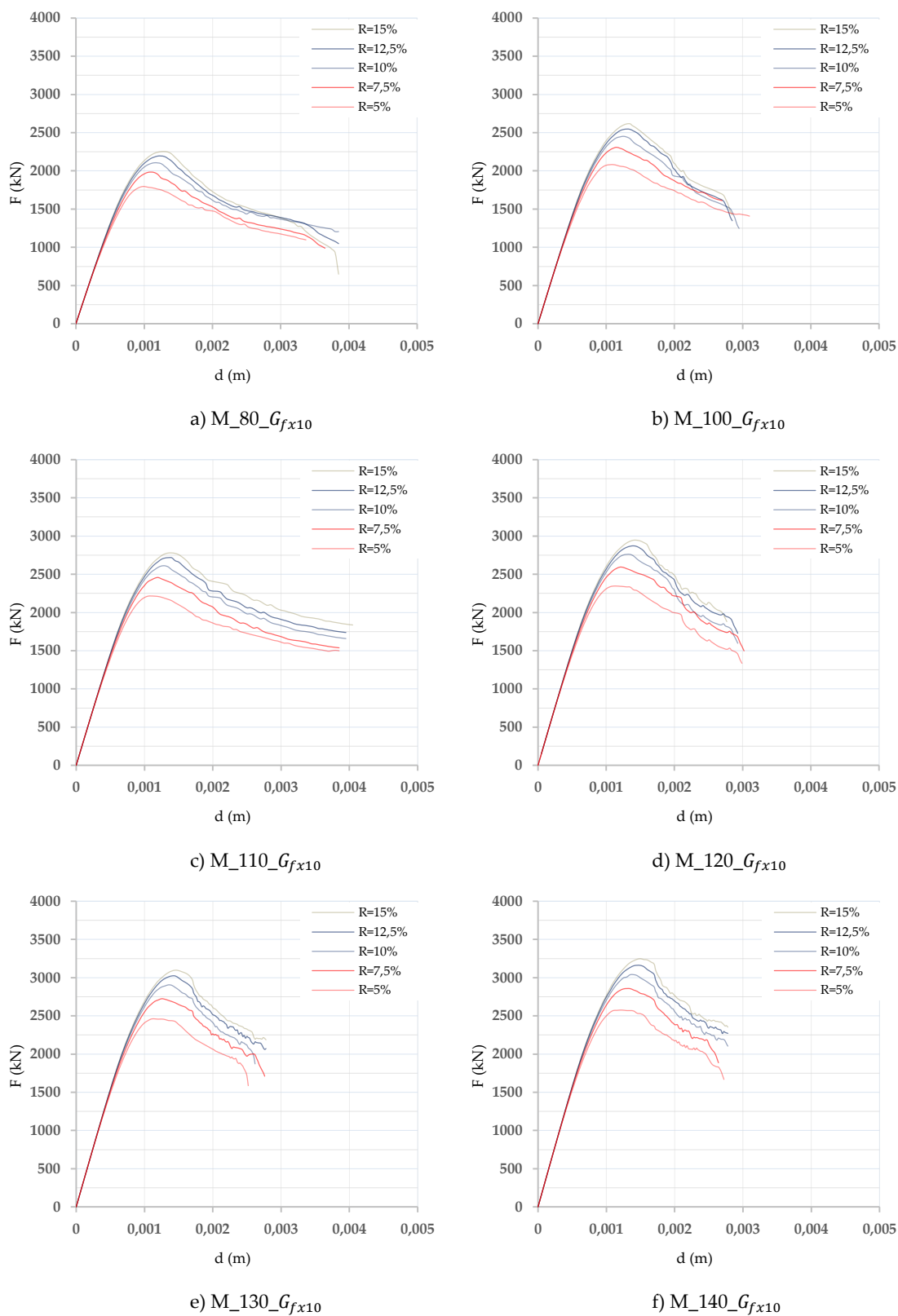


Figura 5.6 - Relações Força-deslocamento para betões com fibras ( $A/A_b = 1,9$ )

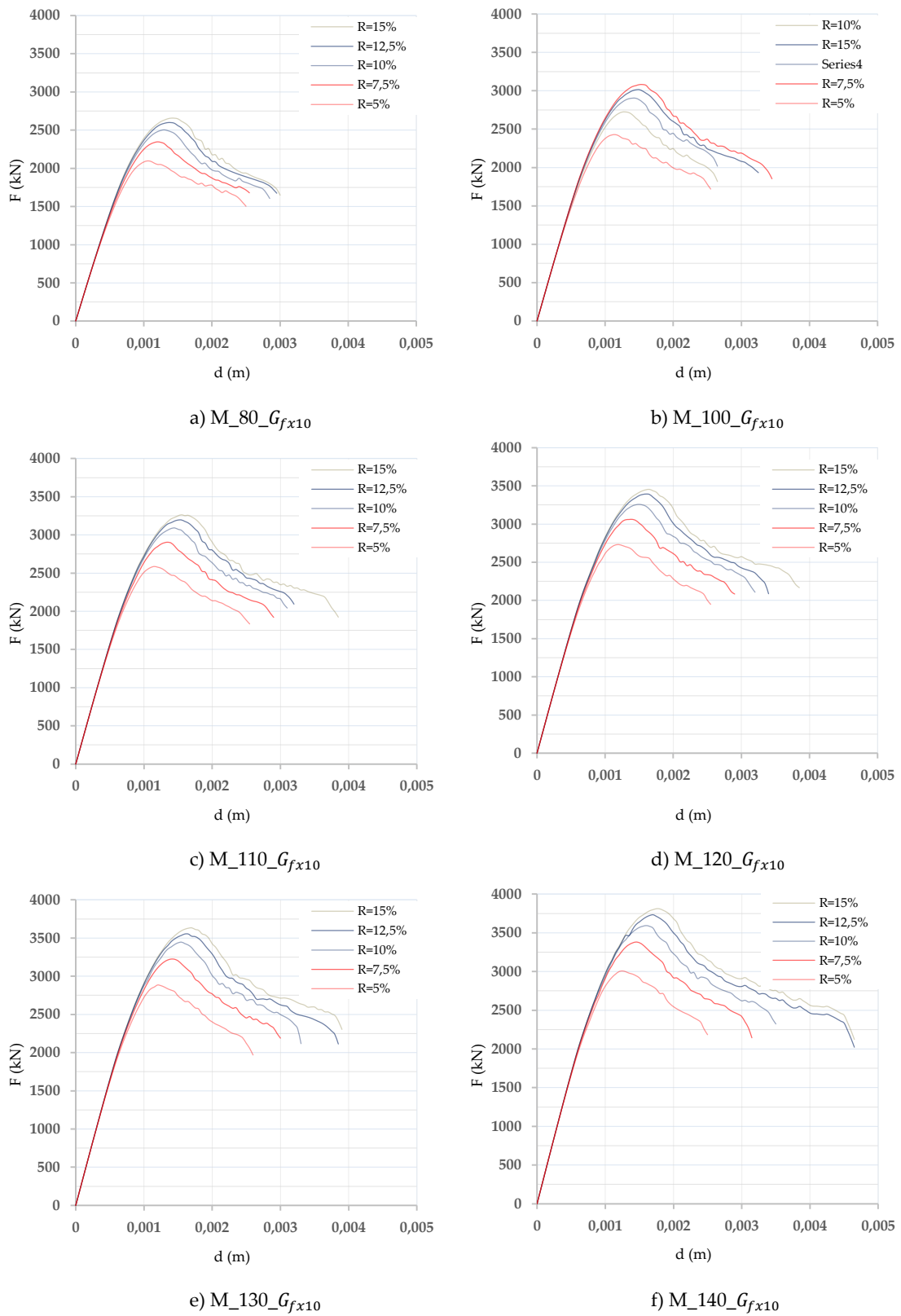


Figura 5.7 - Relações Força-deslocamento para betões com fibras ( $A/A_b = 2,8$ )

Pelas figuras apresentadas nesta secção (5.3.2) observa-se que, de um modo geral, a capacidade resistente dos prismas estudados aumenta com o incremento da resistência à tração do betão e/ou energia de fratura.

Como se pode aferir pelas relações força-deslocamento expostas, a contribuição da resistência à tração do betão no incremento da carga última ( $P_u$ ) é tanto maior, quanto maior for a classe de resistência do betão ( $f_{cm}$ ) e as dimensões transversais dos prismas ( $A/A_b$ ). A influência destes dois parâmetros na capacidade resistente dos modelos varia também consoante a magnitude da energia de fratura do betão considerada. É possível observar nas figuras referentes aos modelos com fibras ( $M_{G_{fx10}}$ ), que os valores de carga última apresentados são bastante superiores aos obtidos para os modelos simples ( $M_{G_{fx1}}$ ), consequência da maior energia de deformação do betão em regime plástico.

Nos modelos simples ( $M_{G_{fx1}}$ ), constata-se que o aumento da resistência à tração do betão resulta num aumento gradual da capacidade de deformação elástica destes prismas. Com a entrada do betão em regime não linear, as curvas dos modelos com diferentes resistências à tração ( $f_{ctm}$ ) (mas com a mesma geometria e classe de resistência), tendem sensivelmente para o mesmo patamar de carga. No entanto, é possível observar que o modo como cada curva se aproxima desse patamar difere e está diretamente relacionado com os esforços de tração que o betão é capaz de mobilizar junto da ancoragem.

Em função do modo como ocorre a rotura destes prismas, podemos dividir os modelos simples ( $M_{G_{fx1}}$ ) em dois grupos:

- $R < 7,5\%$  - A carga de rotura é atingida na zona do patamar. Embora seja possível observar um aumento na capacidade de deformação destes prismas em função da resistência à tração, não se verificam ganhos significativos na capacidade resistente dos mesmos.
- $R \geq 7,5\%$  - A carga de rotura é atingida para valores superiores aos observados no patamar, variando proporcionalmente com o aumento da resistência à tração. Nestes prismas, após os esforços de tração serem totalmente mobilizados, observa-se um declínio acentuado das tensões instaladas nos prismas. Esse comportamento frágil acentua-se com o aumento da resistência à tração do betão, das dimensões transversais dos prismas ( $A/A_b$ ) e da classe de resistência do betão ( $f_{cm}$ ).

Com a inclusão de uma maior energia de fratura no modelo constitutivo do betão, os prismas referentes aos modelos com fibras ( $M_{G_{fx10}}$ ) exibem um comportamento

mais dúctil, onde se observa que, após atingida a capacidade de deformação elástica, as curvas deixam de convergir para o mesmo patamar, apresentando ganhos substanciais na capacidade de deformação tanto em fase de pré-pico como em fase de pós-pico.

Nas Tabelas 5.5 e 5.6 apresenta-se um resumo dos valores de carga última ( $P_u$ ), obtidos na análise, para cada um dos diferentes modelos numéricos.

**Tabela 5.5** - Cargas últimas,  $P_u$ , obtidas na análise numérica dos modelos simples

Modelo	$P_u$ (kN)							
	$f_{cm}$ (MPa)	80	90	100	110	120	130	140
$A/A_b = 1,4$								
M_2,5_ $G_{fx1}$		1511,8	1619,9	1717,4	1807,2	1896,0	1974,8	2060,4
M_5_ $G_{fx1}$		1510,2	1628,1	1735,92	1836,4	1929,2	2020,0	2102,4
M_7,5_ $G_{fx1}$		1526,1	1638,5	1746,76	1854,8	1948,4	2034,8	2124,8
M_10_ $G_{fx1}$		1568,4	1681,8	1786,2	1886,0	1988,8	2089,2	2169,6
M_12,5_ $G_{fx1}$		1626,2	1749,3	1872,0	1975,2	2075,2	2200,0	2283,6
$A/A_b = 1,9$								
M_2,5_ $G_{fx1}$		1690,0	1812,8	1906,4	2011,2	2106,8	2182,8	2265,6
M_5_ $G_{fx1}$		1681,6	1802,8	1912,8	2004,4	2115,2	2211,6	2300,4
M_7,5_ $G_{fx1}$		1678,8	1802	1915,2	2029,2	2127,2	2231,6	2316,8
M_10_ $G_{fx1}$		1770,8	1891,6	2030,8	2149,6	2253,2	2362,8	2461,2
M_12,5_ $G_{fx1}$		1852,8	2011,6	2146,0	2275,2	2388,0	2501,6	2628,8
$A/A_b = 2,8$								
M_2,5_ $G_{fx1}$		1832,0	1959,6	2089,2	2192,0	2296,0	2366,4	2456,0
M_5_ $G_{fx1}$		1816,4	1959,2	2080,4	2193,2	2274,8	2358,4	2461,2
M_7,5_ $G_{fx1}$		1844,8	1986,0	2131,2	2252,8	2381,6	2517,2	2633,2
M_10_ $G_{fx1}$		2030,8	2194,8	2350,8	2497,6	2644,8	2760,8	2884,8
M_12,5_ $G_{fx1}$		2171,2	2349,6	2511,2	2682	2822,8	2981,2	3098,8

Tabela 5.6 - Cargas últimas,  $P_u$ , obtidas na análise numérica dos modelos com fibras

Modelo	$f_{cm}$ (MPa)	$P_u$ (kN)						
		80	90	100	110	120	130	140
$A/A_b = 1,4$								
M_5_ $G_{fx10}$		1530,0 (1,3%)	1656,5 (1,7%)	1768,0 (1,8%)	1881,6 (2,5%)	1994,0 (3,4%)	2094,8 (3,7%)	2207,2 (5,0%)
M_7,5_ $G_{fx10}$		1671,5 (9,5%)	1804,5 (10,1%)	1943,6 (11,3%)	2062,0 (11,2%)	2175,2 (11,6%)	2290,42 (12,6%)	2391,2 (12,5%)
M_10_ $G_{fx10}$		1757,9 (12,1%)	1902,0 (13,1%)	2042,8 (14,4%)	2172,8 (15,2%)	2295,6 (15,4%)	2408 (15,3%)	2534,8 (16,8%)
M_12,5_ $G_{fx10}$		1810,5 (11,3%)	1964,8 (12,3%)	2116,4 (13,1%)	2255,2 (14,2%)	2380,42 (14,7%)	2506 (13,9%)	2639,6 (15,6%)
M_15_ $G_{fx10}$		1847,6	2004,4	2164,0	2309,6	2440,8	2566,4	2698,0
$A/A_b = 1,9$								
M_5_ $G_{fx10}$		1794,8 (6,7%)	1939,6 (7,6%)	2080,8 (8,8%)	2215,2 (10,5%)	2345,6 (10,9%)	2462,0 (11,3%)	2576,4 (12,0%)
M_7,5_ $G_{fx10}$		1985,6 (18,3%)	2147,2 (19,2%)	2307,2 (20,5%)	2456,4 (21,1%)	2592,8 (21,9%)	2725,6 (22,1%)	2855,6 (23,3%)
M_10_ $G_{fx10}$		2106,0 (18,9%)	2284,4 (20,8%)	2453,6 (20,8%)	2612,4 (21,5%)	2761,6 (22,6%)	2904,8 (22,9%)	3038,8 (23,5%)
M_12,5_ $G_{fx10}$		2195,2 (18,5%)	2378,0 (18,2%)	2548,4 (18,8%)	2717,2 (19,4%)	2873,6 (20,3%)	3023,2 (20,9%)	3162 (20,3%)
M_15_ $G_{fx10}$		2254,4	2442,4	2616,8	2780,8	2945,6	3097,6	3247,6
$A/A_b = 2,8$								
M_5_ $G_{fx10}$		2095,2 (15,3%)	2263,2 (15,5%)	2427,6 (16,7%)	2585,6 (17,9%)	2732,0 (20,1%)	2885,2 (22,3%)	3006,4 (22,2%)
M_7,5_ $G_{fx10}$		2348,4 (27,3%)	2542,4 (28,0%)	2724 (27,8%)	2904,4 (28,9%)	3060,42 (28,5%)	3226,0 (28,2%)	3381,2 (28,4%)
M_10_ $G_{fx10}$		2505,2 (23,4%)	2706,8 (23,3%)	2904,4 (23,5%)	3090,42 (23,7%)	3258,0 (23,2%)	3445,2 (24,8%)	3593,6 (24,6%)
M_12,5_ $G_{fx10}$		2598,0 (19,7%)	2808,4 (19,5%)	3014,0 (20,0%)	3196,8 (19,2%)	3392,4 (20,2%)	3554,0 (19,2%)	3734,8 (20,5%)
M_15_ $G_{fx10}$		2657,6	2873,2	3080,42	3264,4	3454,8	3633,6	3810,8

Nota: Os valores entre parênteses representam o acréscimo observado na carga de rotura devido ao aumento da energia de fratura  $G_f$ . De notar que para R=15% esse rácio não é apresentado pois não foi estudada essa relação para os modelos simples.

### 5.3.3 Evolução da Carga de Rotura

Como referido anteriormente, embora o aumento da resistência à tração provoque um incremento no valor da carga última, a sua evolução varia consoante o tipo de modelo considerado. Na seguinte figura é possível observar os valores de carga última obtidos para os dois tipos de modelos estudados ( $M_{G_{fx1}}$  e  $M_{G_{fx10}}$ ), em função de R:

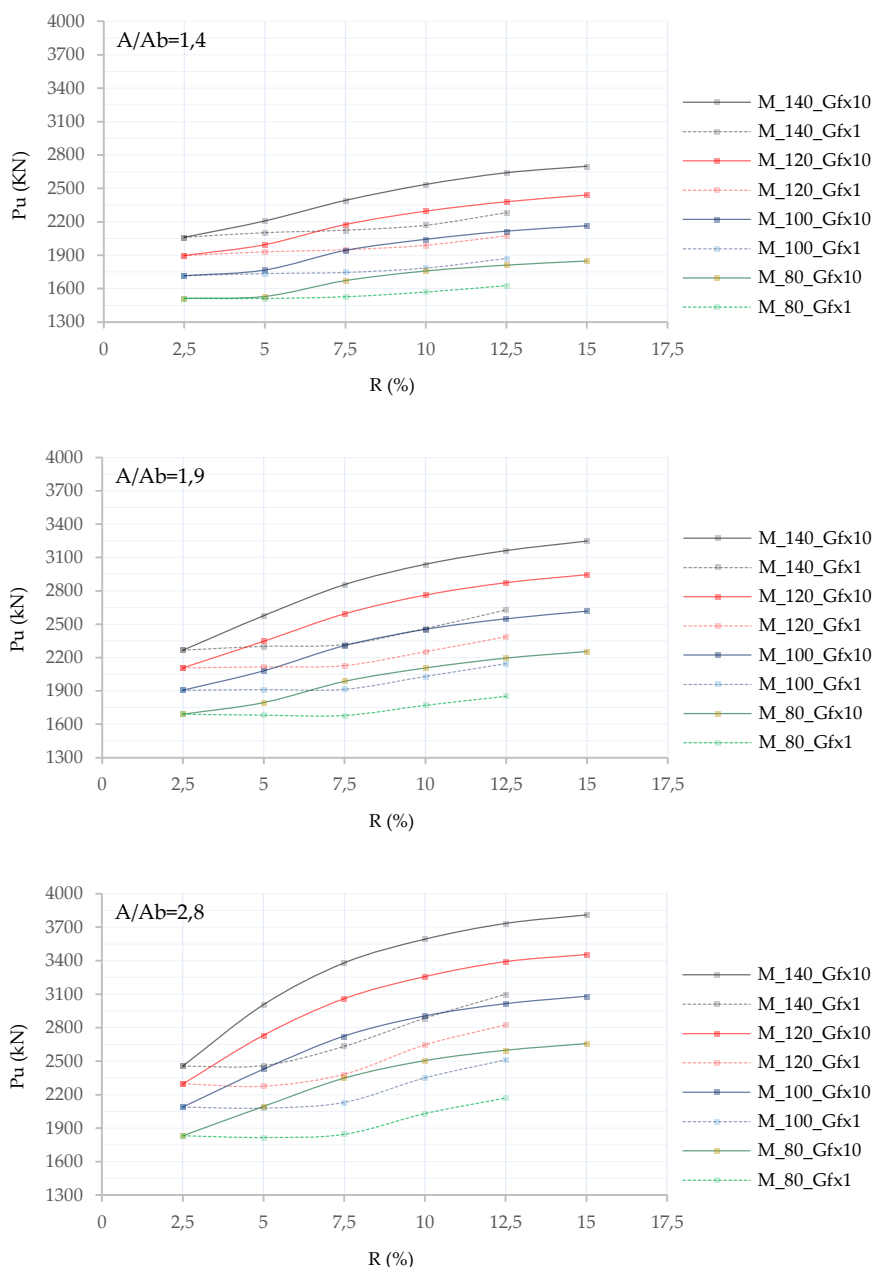


Figura 5.8 - Evolução das cargas de rotura( $P_u$ ) dos modelos, em função da resistência à tração, R.

Com base na Figura 5.8, observa-se que os modelos que contêm fibras apresentam uma capacidade de carga bastante superior aos modelos simples, mesmo considerando classes de resistências ( $f_{cm}$ ) inferiores. Considerando a menor geometria dos modelos estudados ( $A/A_b = 1,4$ ) observa-se que a carga de rotura de  $M_{100}_{G_{fx10}}$  é superior ao de  $M_{120}_{G_{fx1}}$ . Essa diferença é mais significativa à medida que as dimensões transversais da peça aumentam, onde se observa que para  $A/A_b = 2,8$ , os valores de  $M_{100}_{G_{fx10}}$  são superiores aos de  $M_{140}_{G_{fx1}}$ , demonstrando deste modo o papel que a energia de fratura  $G_f$  poderá ter no aumento da capacidade resistente de zonas locais de ancoragem.

Denomina-se  $\alpha$  como o crescimento relativo da carga última em função de  $R$ , ou seja, representa o declive entre pontos consecutivos da mesma curva. Este parâmetro permite aferir para que gama de valores de resistências à tração ( $f_{ctm}$ ) se retira o maior proveito do material, ou seja, onde se observam as evoluções mais significativas.

Nos modelos simples ( $M_{G_{fx1}}$ ) constata-se que, para um dado rácio  $A/A_b$ ,  $\alpha$  toma sensivelmente os mesmos valores, independentemente da classe de resistência de betão considerada. Na Tabela 5.7 apresentam-se os valores máximos de  $\alpha$ , com o respetivo intervalo de valores de resistência à tração para o qual isso se verifica.

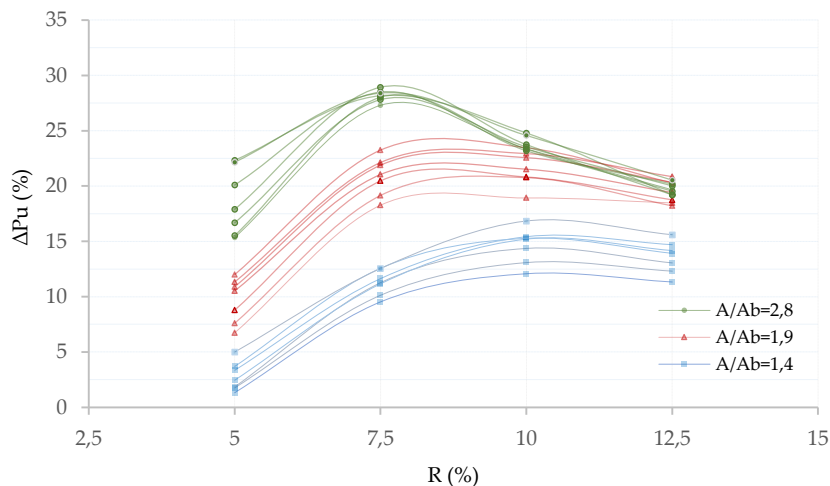
**Tabela 5.7** - Crescimento máximo observado da carga última, para modelos simples.

$A/A_b$	$\Delta R$ (%)	$\alpha_{max}$ (%)
1,4	[10-12,5]	4
1,9	[7,5-10] e [10-12,5]	6
2,8	[7,5-10]	10

Pode-se observar que  $\alpha$  é tanto maior, quanto maiores forem as dimensões transversais da zona local de ancoragem e que os seus incrementos máximos ( $\alpha_{max}$ ) são verificados para resistências à tração cada vez menores.

Nos modelos com fibras ( $M_{G_{fx10}}$ ), ao contrário do que acontece no 1º caso, o valor de  $\alpha$  é independente da geometria considerada e os seus valores tendem a decrescer com o aumento da resistência à tração. Esses valores variam desde  $\alpha = 10\%$  ( $\Delta R = [5-7,5]$ ) até  $\alpha = 2\%$  ( $\Delta R = [12,5-15]$ ) sendo os valores sensivelmente os mesmos qualquer que seja a classe de resistência do betão.

Na Figura 5.9 apresentam-se os crescimentos observados, em percentagem, quando comparados os valores de  $P_u$  obtidos para os modelos simples com os dos modelos com fibras. De notar que as diferentes curvas apresentadas com a mesma cor representam as diferentes resistências à compressão do betão,  $f_{cm}$ .



**Figura 5.9** - Crescimento percentual da carga de rotura ( $\Delta P_u$ ) comparando os dois tipos de modelos estudados, em função de R.

Da observação da Figura 5.9 verifica-se que, com o aumento do rácio  $A/A_b$ , os incrementos tendem a tomar os seus valores máximos, para R cada vez menores:

- $A/A_b=1,4$ , o maior incremento é observado em  $R=10\%$  e corresponde a 17%.
- $A/A_b=1,9$  o maior incremento é observado entre  $R= [7,5-10]$ , e corresponde a 23%.
- $A/A_b=2,8$ , o maior incremento é observado em  $R=7,5\%$  e corresponde a 29%.

Pode-se concluir com base nos resultados observados que, à medida que as dimensões transversais dos prismas aumentam, a energia de fratura tem um papel mais preponderante na capacidade resistente dos prismas para resistências à tração comparativamente menores. As variações observadas no crescimento da carga última entre curvas de diferentes classes de resistência não é devido ao incremento da resistência à compressão, mas sim devido à consideração de um maior  $f_{ctm}$  e  $G_f$ , em função de  $f_{cm}$  (Tabela 5.2).

### 5.3.4 Análise de Tensões

De modo a consolidar a compreensão dos resultados já apresentados nesta dissertação, foi avaliado de que forma é que ocorre a variação das tensões instaladas nos prismas, em função do tipo de modelo considerado.

O objetivo principal com estas análises foi entender como se distribuíam as tensões nestes prismas, e de que forma estas variavam entre elas, ou seja, em função da resistência à compressão considerada, energia de fratura, geometria e resistência à tração do betão.

Para este estudo consideram-se os valores extremos de resistência à compressão ( $f_{cm} = 80$  e  $140$  MPa), a menor e a maior geometria ( $A/A_b = 1,4$  e  $2,8$ ) e os rácios R estudados foram de 5% e 10%. As tensões nos prismas foram avaliadas para 90% da carga de rotura de cada prisma ( $0,9P_u$ ), pretendendo desta forma avaliar o comportamento dos mesmos próximos da rotura e em regime não linear.

Nas seguintes figuras é apresentada a distribuição de tensões horizontais em  $x$  ( $\sigma_{xx}$ ) e verticais em  $z$  ( $\sigma_{zz}$ ), entre os diferentes modelos considerados. De notar que as tensões horizontais em  $y$  ( $\sigma_{yy}$ ) não são representadas, pois estas são simétricas às tensões em  $x$ .

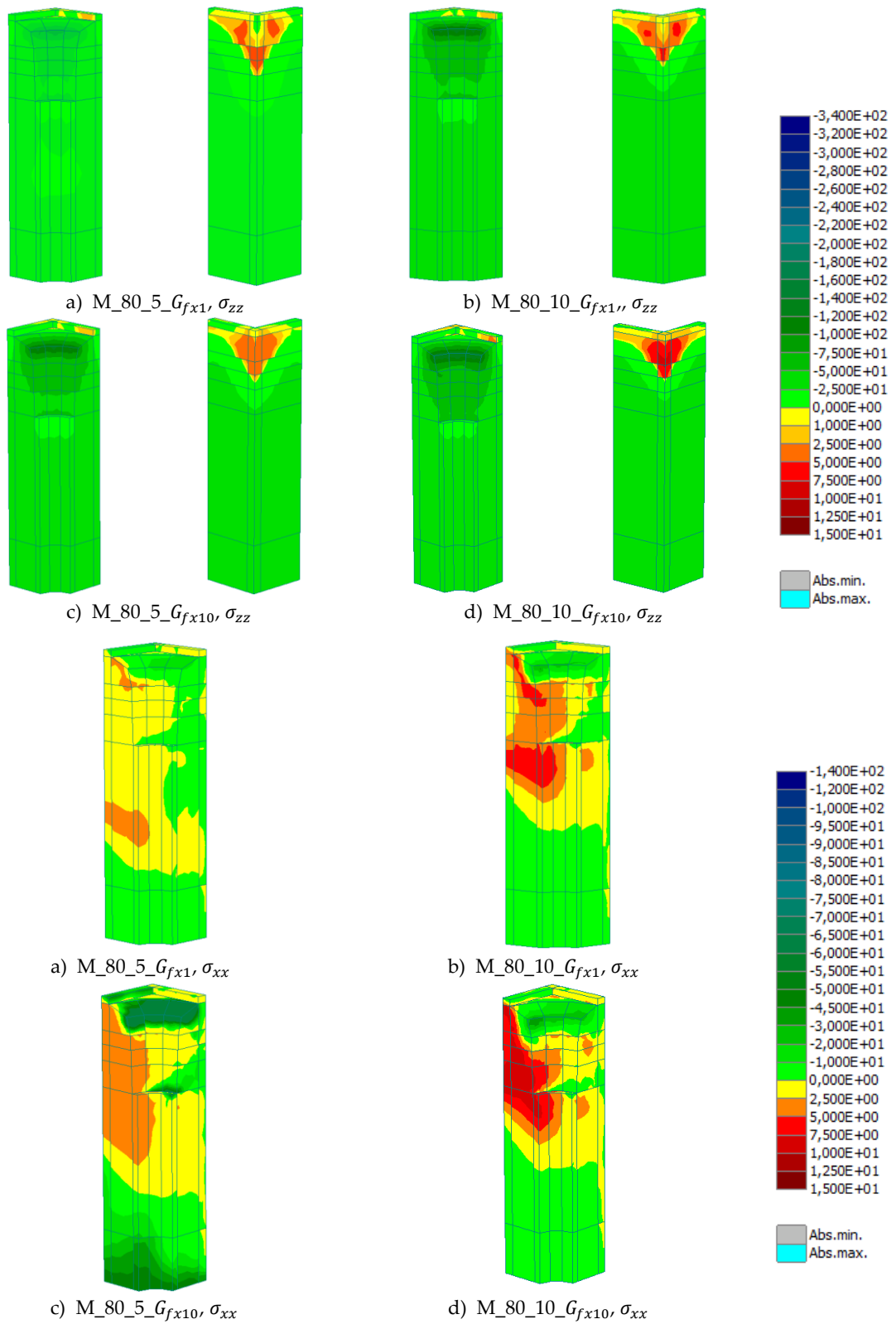


Figura 5.10 – Comparação entre modelos com uma classe de resistência igual a 80 MPa ( $A/A_b = 1,4$ )

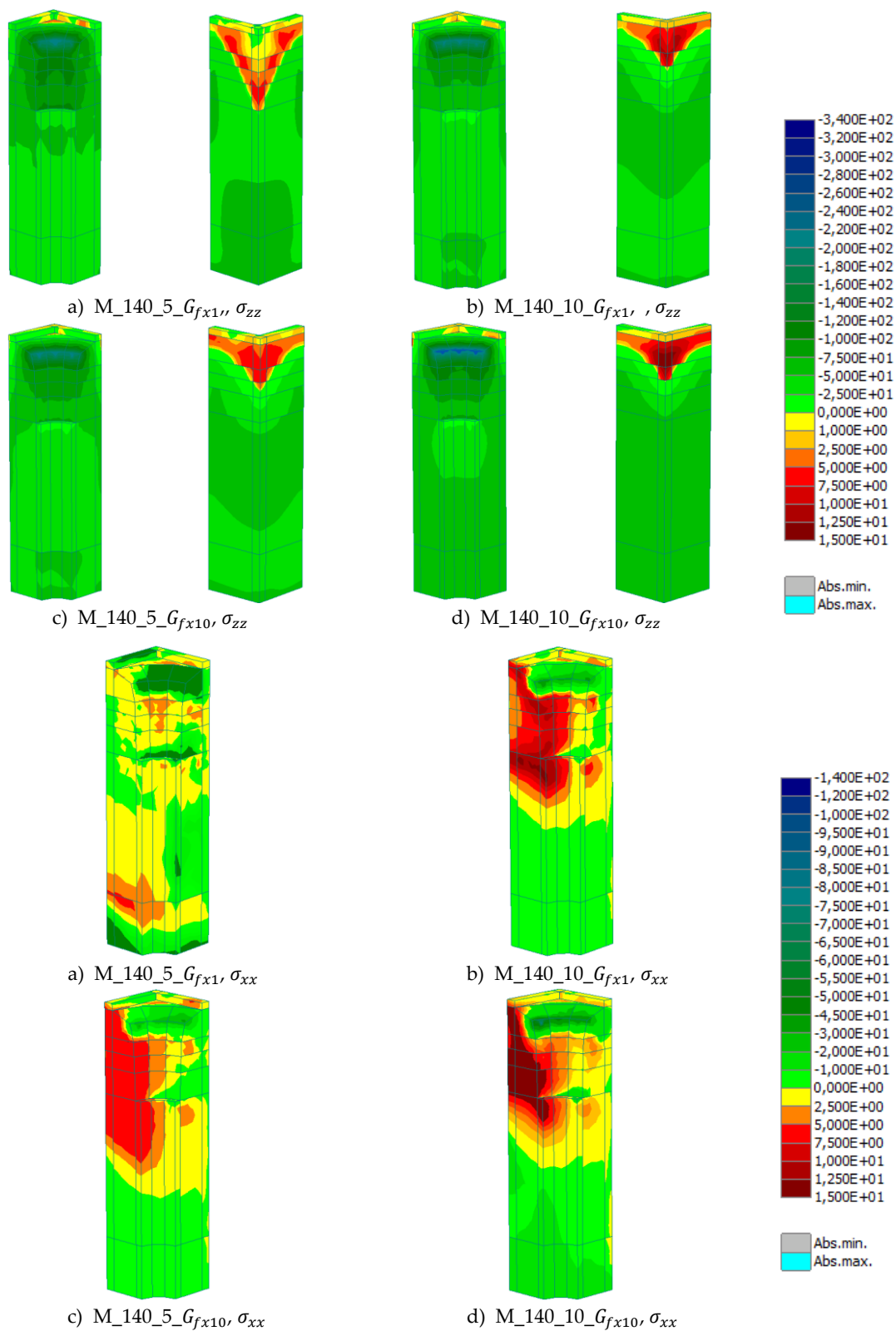


Figura 5.11 – Comparação entre modelos com uma classe de resistência igual a 140 MPa ( $A/A_b = 1,4$ )

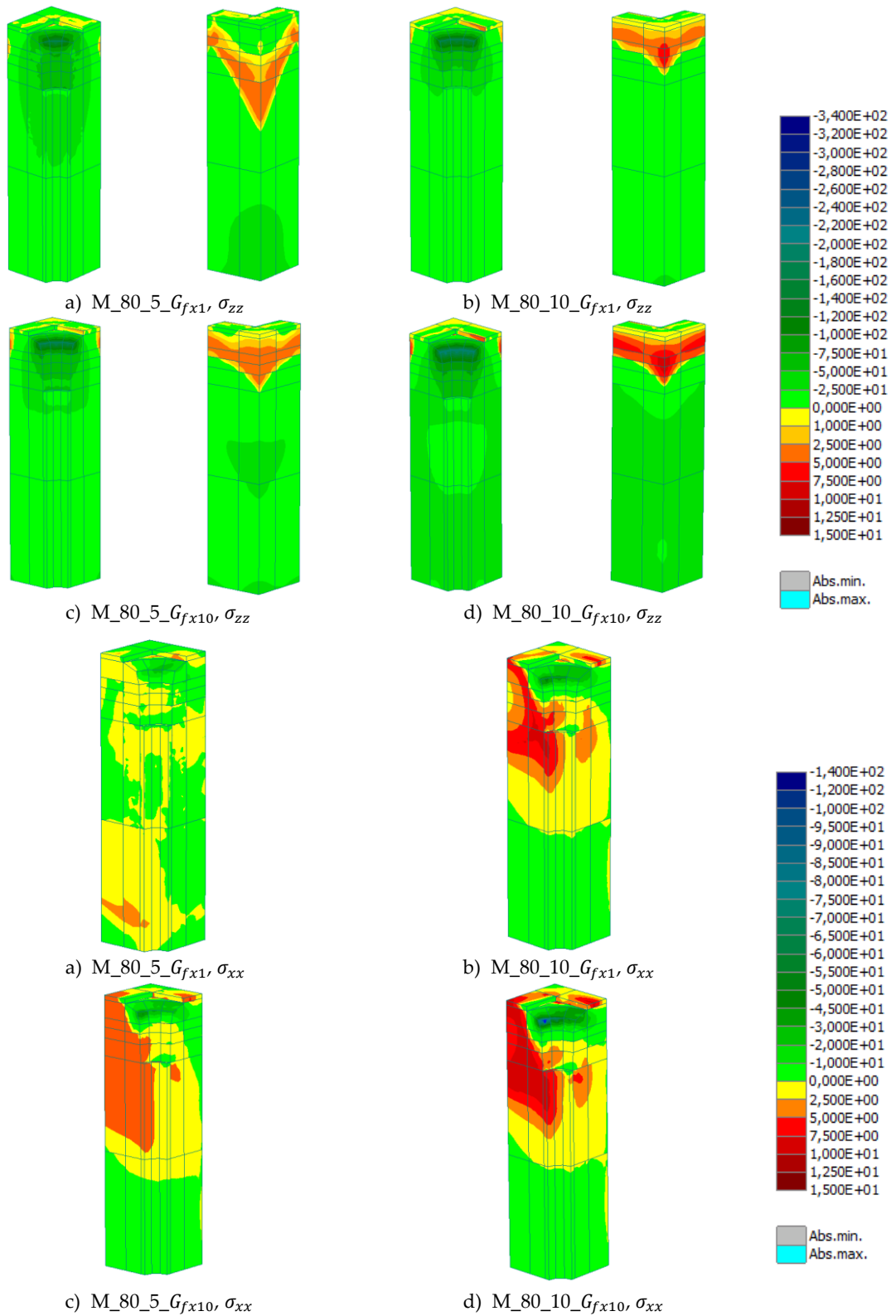


Figura 5.12 – Comparação entre modelos com uma classe de resistência igual a 80 MPa ( $A/A_b = 2,8$ )

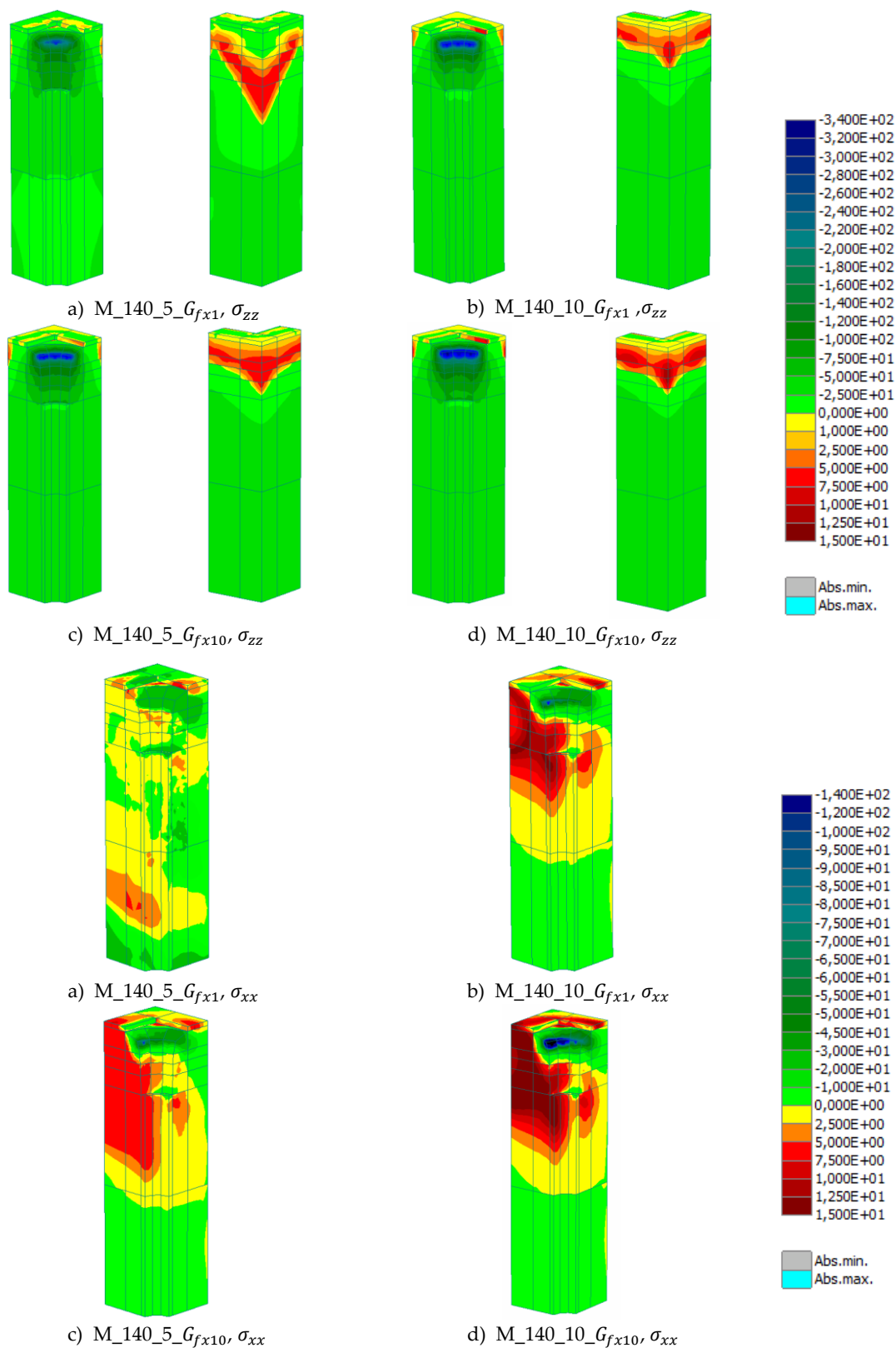


Figura 5.13 – Comparação entre modelos com uma classe de resistência igual a 140 MPa ( $A/A_b = 2,8$ )

Da análise das tensões verificou-se que quando os prismas se encontram em regime elástico, as principais zonas tracionadas situam-se na zona subjacente à aplicação da carga. Com o aumento do carregamento e entrada do betão em regime não linear, essas tensões evoluem no sentido descendente da peça até que ocorra a rotura do material.

Analisando as quatro figuras deste ponto (5.3.6) observa-se que, para 90% da carga de rotura de cada modelo, as principais tensões de tração horizontais  $\sigma_{xx}$  nos prismas a) ( $M_5G_{fx1}$ ) localizam-se na zona inferior da peça, enquanto que nos modelos b) c) e d), essas tensões estão localizadas na metade superior da peça, ocupando uma área significativamente maior. É também possível observar, que com o aumento das dimensões transversais, as máximas tensões verticais  $\sigma_{zz}$  nos prismas  $M_5G_{fx1}$  tendem a afastar-se da face superior dos prismas enquanto que nos restantes modelos situam-se junto à zona de aplicação da carga. A diferença na localização das tensões deste tipo de modelos ( $M_5G_{fx1}$ ) para os restantes é derivado de a capacidade resistente máxima destes prismas ser atingida na zona do patamar, ou seja, já ocorreu a sucessiva redistribuição das tensões no sentido descendente da peça.

Da análise dos gráficos pode-se verificar que a consideração de uma maior energia de fratura do betão ( $M_5G_{fx10}$ ), leva a que as principais tensões de tração se distribuam por grande parte da metade superior da peça. Nos prismas  $M_{10}G_{fx1}$ , embora a magnitude das tensões de tração observada seja superior a  $M_5G_{fx10}$ , estes não apresentam nem uma distribuição tão uniforme nem abrangem o mesmo volume de betão, resultando numa capacidade de carga mais reduzida. Os prismas  $M_{10}G_{fx10}$  apresentam quer uma maior magnitude de tensões de tração, como uma distribuição bastante uniforme ao longo de toda a metade superior da peça.

A magnitude das tensões de compressão  $\sigma_{zz}$  ao longo de toda a peça é superior nos prismas com uma maior energia de fratura, nomeadamente para os que apresentam uma maior classe de resistência do betão. Com o aumento das dimensões transversais, pode-se observar que existe uma maior acumulação de tensões de compressão na zona subjacente à aplicação da carga e a uma redução dessas tensões na restante peça.

Pode-se concluir que a acumulação das tensões de compressão junto à ancoragem varia proporcionalmente com a resistência à tração e energia de fratura do betão, bem como da classe de resistência e dimensões transversais da peça.

## 5.4 Comparação dos resultados com as equações propostas por outros autores

Como constatado anteriormente, tem havido um esforço por parte de diversos autores no sentido de formular uma expressão com o intuito de prever a capacidade de carga de provetes semelhantes aos estudados nesta dissertação. Das expressões propostas as de maior relevância são as apresentadas por Wollmann e Roberts-Wollmann [29] e Bonetti [30], já enunciadas anteriormente.

O estudo realizado por ambos os autores não considera a inclusão de fibras de aço na matriz de betão, como tal, a comparação dos resultados irá incidir nos modelos de betão simples, caracterizados por ter uma energia de fratura bastante mais reduzida.

### 5.4.1 Wollmann e Roberts Wollmann [29]

Como referido anteriormente, a equação (2.5) proposta por Wollmann e Roberts-Wollmann [29] é muito semelhante à equação (2.4), de Breen *et al* [28]. Relativamente ao contributo da parcela do betão para a resistência total da zona local de ancoragem a única diferença entre as duas formulações reside na aplicação de um fator  $\eta$ . Esse fator  $\eta$  é igual a 0,85 e pretende corrigir a equação, baseada em chapas, para a utilização em ancoragens.

A equação (2.5) não considera a resistência à tração como um parâmetro relevante na avaliação da capacidade resistente de blocos de ancoragem. Como tal, os valores de carga última irão ser comparados apenas com os resultados numéricos dos modelos simples. As resistências à tração consideradas correspondentem a rácios de  $R=5\%$  e  $12,5\%$ , de modo a obter uma amostra representativa dos modelos. Na seguinte tabela apresentam-se os parâmetros geométricos em função do rácio  $A/A_b$  considerado.

**Tabela 5.8** - Parâmetros geométricos para cada rácio  $A/A_b$

$A/A_b$	$A_b (mm^2)$	$A (mm^2)$	$A' (mm^2)$
1,4	27864	44100	32400
1,9	27864	62500	32400
2,0	27864	90000	32400

Na Tabela 5.9 apresenta-se a comparação entre os resultados dos ensaios experimentais,  $P_{u,exp}$ , e os da equação (2.5),  $P_{u,W}$ , com e sem a aplicação do fator  $\eta$ . De notar que os modelos experimentais apresentam um rácio  $A/A_b$  igual a 1,4.

**Tabela 5.9** - Comparação dos valores obtidos experimentalmente com a formulação de Wollmann e Roberts Wollmann [29]

Modelo	$P_{u,W}$ (kN)	$P_{u,exp}$ (kN)	$P_{u,exp}/P_{u,W}$	$P_{u,exp}/P_{u,W}(\eta=0,85)$
P4	2455,0	1524,9	0,62	0,73
P5	3171,4	2306,4	0,75	0,86
P5B	3034,9	2124,2	0,7	0,82

Nas seguintes tabelas apresentam-se a comparação entre os resultados obtidos previsto pela equação (2.5),  $P_{u,W}$ , com os resultados obtidos numericamente,  $P_{u,n}$ , para cada geometria:

**Tabela 5.10** – Previsão da carga última de acordo com a equação (2.5) de Wollmann e Roberts Wollmann [29] ( $A/A_b=1,4$ )

$f_{cm}$	$P_{u,W}$ (kN)	$P_{u,n}$ (kN)		$P_{u,n}/P_{u,W}$		$P_{u,n}/P_{u,W}(\eta=0,85)$	
		R=5%	R=12,5%	R=5%	R=12,5%	R=5%	R=12,5%
80	2080,5	1510,2	1568,4	0,73	0,75	0,85	0,89
90	2340,6	1628,1	1681,8	0,70	0,72	0,82	0,85
100	2600,6	1735,9	1786,2	0,67	0,69	0,79	0,81
110	2860,7	1836,4	1886,0	0,64	0,66	0,76	0,78
120	3120,8	1929,2	1988,0	0,62	0,64	0,73	0,75
130	3380,8	2020,0	2089,2	0,60	0,62	0,70	0,73
140	3640,9	2102,4	2169,6	0,58	0,60	0,68	0,70

**Tabela 5.11** - Previsão da carga última de acordo com a equação (2.5) de Wollmann e Roberts Wollmann[29] ( $A/A_b=1,9$ )

$f_{cm}$	$P_{u,W}$ (kN)	$P_{u,n}$ (kN)		$P_{u,n}/P_{u,W}$		$P_{u,n}/P_{u,W}(\eta=0,85)$	
		R=5%	R=12,5%	R=5%	R=12,5%	R=5%	R=12,5%
80	2476,8	1681,6	1852,8	0,68	0,75	0,80	0,88
90	2786,4	1802,8	2011,6	0,65	0,72	0,76	0,85
100	3096,0	1912,8	2146,0	0,62	0,69	0,73	0,82
110	3405,6	2004,4	2275,2	0,59	0,67	0,69	0,79
120	3715,2	2115,2	2388,0	0,57	0,64	0,67	0,76
130	4024,8	2211,6	2501,6	0,55	0,62	0,65	0,73
140	4334,4	2300,4	2628,8	0,53	0,61	0,62	0,71

**Tabela 5.12** - Previsão da carga última de acordo com a equação (2.5) de Wollmann e Roberts Wollmann [29] ( $A/A_b = 2,8$ )

$f_{cm}$	$P_{u,w}$ (kN)	$P_{u,n}$ (kN)		$P_{u,n}/P_{u,w}$		$P_{u,n}/P_{u,w}(\eta=0,85)$	
		R=5%	R=12,5%	R=5%	R=12,5%	R=5%	R=12,5%
80	2972,2	1816,4	2171,2	0,61	0,73	0,72	0,86
90	3343,7	1959,2	2349,6	0,59	0,70	0,69	0,83
100	3715,2	2080,4	2511,2	0,56	0,68	0,66	0,80
110	4086,7	2193,2	2682,0	0,54	0,66	0,63	0,77
120	4458,2	2274,8	2822,8	0,51	0,63	0,60	0,74
130	4829,9	2358,4	2981,2	0,49	0,62	0,57	0,73
140	5201,8	2461,2	3098,8	0,47	0,60	0,56	0,70

Podemos observar com base nos resultados obtidos que os valores obtidos são contra a segurança, nomeadamente quanto maior for a classe de resistência do betão e maiores as dimensões transversais dos prismas. O facto de os valores  $P_{u,n}/P_{u,w}$  apresentados para R=12,5% serem semelhantes entre as diferentes geometrias é resultado de uma maior influência da resistência à tração no aumento da carga última à medida que  $A/A_b$  aumenta.

Quando aplicado o fator de correção obtêm-se valores de carga mais próximos dos numéricos, no entanto, continuam a apresentar diferenças máximas na ordem dos 30%. É importante referir que esta formulação foi obtida com base em betões de classe de resistência normal, o que explica que  $P_{u,n}/P_{u,w}$  tende a aproximar-se de 1, para resistências à compressão comparativamente mais baixas. Isto, aliado ao facto de os resultados serem mais conservativos com o aumento das dimensões transversais indica que a expressão (2.5), proposta por Wollmann, sobrestima a influência da resistência à compressão e do confinamento na capacidade resistente de zonas locais de ancoragem.

### 5.4.2 Bonetti [30]

A expressão que se considera mais relevante na comparação de resultados é a equação (2.11) proposta por Bonetti, pelo facto de considerar a resistência à tração do betão. Os provetes de betão de elevado desempenho estudados pelo autor em [30] apresentam resistências à compressão na ordem dos 55 MPa e 75 MPa, sendo os valores de resistência à tração ( $f_{ctm}$ ) obtidos experimentalmente e com relações R a rondar os 5%.

Na Tabela 5.13 apresenta-se a comparação entre os resultados obtidos experimentalmente,  $P_{u,exp}$ , com os da equação (2.11),  $P_{u,B}$ .

**Tabela 5.13** - Comparação dos valores obtidos pelos ensaios experimentais e pela formulação de Bonetti[6]

Modelo	$P_{u,exp}$ (kN)	$P_{u,B}$ (kN)	$P_{u,exp}/P_{u,B}$
P4	1524,00	1487,97	1,02
P5	2306,40	3417,92	0,69
P5B	2124,20	3076,44	0,68

Nas seguintes tabelas apresentam-se a comparação entre os resultados obtidos previsto pela equação (2.11),  $P_{u,B}$ , com os resultados obtidos numericamente,  $P_{u,n}$ , ilustrados na Figura 5.14.

**Tabela 5.14** - Previsão da carga última de acordo com a equação (2.11) de Bonetti ( $A/A_b=1,4$ )

$f_{cm}$ (MPa)		M_2,5	M_5	M_7,5	M_10	M_12,5
80	$P_{u,n}$ (kN)	1511,8	1510,2	1526,04	1568,36	1626,16
	$P_{u,B}$ (kN)	991,01	1547,37	1903,6	2151,22	2333,33
	$P_{u,n}/P_{u,B}$	1,53	0,98	0,80	0,73	0,70
90	$P_{u,n}$ (kN)	1619,92	1628,12	1638,52	1681,84	1749,32
	$P_{u,B}$ (kN)	1114,89	1740,79	2141,55	2420,12	2625
	$P_{u,n}/P_{u,B}$	1,45	0,94	0,77	0,69	0,67
100	$P_{u,n}$ (kN)	1717,4	1735,92	1746,76	1786,2	1872
	$P_{u,B}$ (kN)	1238,76	1934,21	2379,5	2689,02	2916,67
	$P_{u,n}/P_{u,B}$	1,39	0,9	0,73	0,66	0,64
110	$P_{u,n}$ (kN)	1807,2	1836,4	1854,8	1886	1975,2
	$P_{u,B}$ (kN)	1362,64	2127,63	2617,45	2957,93	3208,33
	$P_{u,n}/P_{u,B}$	1,33	0,86	0,71	0,64	0,62
120	$P_{u,n}$ (kN)	1896	1929,2	1948,4	1988,8	2075,2
	$P_{u,B}$ (kN)	1486,52	2321,05	2855,4	3226,83	3500
	$P_{u,n}/P_{u,B}$	1,28	0,83	0,68	0,62	0,59

$f_{cm}$ (MPa)		M_2,5	M_5	M_7,5	M_10	M_12,5
130	$P_{u,n}$ (kN)	1974,8	2020	2034,8	2089,2	2200
	$P_{u,B}$ (kN)	1610,39	2514,47	3093,35	3495,73	3791,67
	$P_{u,n}/P_{u,B}$	1,23	0,8	0,66	0,6	0,58
140	$P_{u,n}$ (kN)	2060,42	2102,4	2124,8	2169,6	2283,6
	$P_{u,B}$ (kN)	1734,27	2707,89	3331,29	3764,63	4083,33
	$P_{u,n}/P_{u,B}$	1,19	0,78	0,64	0,58	0,56

Tabela 5.15 - Previsão da carga última de acordo com a equação (2.11) de Bonetti ( $A/A_b=1,9$ )

$f_{cm}$ (MPa)		M_2,5	M_5	M_7,5	M_10	M_12,5
80	$P_{u,n}$ (kN)	1690	1681,6	1678,8	1770,8	1852,8
	$P_{u,B}$ (kN)	815,29	1401,97	1844,38	2189,91	2467,24
	$P_{u,n}/P_{u,B}$	2,07	1,20	0,91	0,81	0,75
90	$P_{u,n}$ (kN)	1812,8	1802,8	1802	1891,6	2011,6
	$P_{u,B}$ (kN)	917,2	1577,22	2074,93	2463,65	2775,64
	$P_{u,n}/P_{u,B}$	1,98	1,14	0,87	0,77	0,72
100	$P_{u,n}$ (kN)	1906,4	1912,8	1915,2	2030,8	2146
	$P_{u,B}$ (kN)	1019,11	1752,47	2305,48	2737,39	3084,04
	$P_{u,n}/P_{u,B}$	1,87	1,09	0,83	0,74	0,7
110	$P_{u,n}$ (kN)	2011,2	2004,4	2029,2	2149,6	2275,2
	$P_{u,B}$ (kN)	1121,02	1927,71	2536,03	3011,12	3392,45
	$P_{u,n}/P_{u,B}$	1,79	1,04	0,8	0,71	0,67
120	$P_{u,n}$ (kN)	2106,8	2115,2	2127,2	2253,2	2388
	$P_{u,B}$ (kN)	1222,93	2102,96	2766,57	3284,86	3700,85
	$P_{u,n}/P_{u,B}$	1,72	1,01	0,77	0,69	0,65
130	$P_{u,n}$ (kN)	2182,8	2211,6	2231,6	2362,8	2501,6
	$P_{u,B}$ (kN)	1324,84	2278,21	2997,12	3558,6	4009,26
	$P_{u,n}/P_{u,B}$	1,65	0,97	0,74	0,66	0,62
140	$P_{u,n}$ (kN)	2265,6	2300,42	2316,8	2461,2	2628,8
	$P_{u,B}$ (kN)	1426,75	2453,45	3227,67	3832,34	4317,66
	$P_{u,n}/P_{u,B}$	1,59	0,94	0,72	0,64	0,61

Tabela 5.16 - Previsão da carga última de acordo com a equação (2.11) de Bonetti ( $A/A_b=2,8$ )

$f_{cm}$ (MPa)		M_2,5	M_5	M_7,5	M_10	M_12,5
80	$P_{u,n}$ (kN)	1832	1816,4	1844,8	2030,8	2171,2
	$P_{u,B}$ (kN)	858,78	1534,53	2080,12	2529,87	2906,98
	$P_{u,n}/P_{u,B}$	2,13	1,18	0,89	0,8	0,75
90	$P_{u,n}$ (kN)	1959,6	1959,2	1986	2194,8	2349,6
	$P_{u,B}$ (kN)	966,13	1726,34	2340,14	2846,1	3270,35
	$P_{u,n}/P_{u,B}$	2,03	1,13	0,85	0,77	0,72

$f_{cm}$ (MPa)		M_2,5	M_5	M_7,5	M_10	M_12,5
100	$P_{u,n}$ (kN)	2089,2	2080,42	2131,2	2350,8	2511,2
	$P_{u,B}$ (kN)	1073,47	1918,16	2600,15	3162,33	3633,72
	$P_{u,n}/P_{u,B}$	1,95	1,08	0,82	0,74	0,69
110	$P_{u,n}$ (kN)	2192	2193,2	2252,8	2497,6	2682
	$P_{u,B}$ (kN)	1180,82	2109,97	2860,17	3478,57	3997,09
	$P_{u,n}/P_{u,B}$	1,86	1,04	0,79	0,72	0,67
120	$P_{u,n}$ (kN)	2296	2274,8	2381,6	2644,8	2822,8
	$P_{u,B}$ (kN)	1288,17	2301,79	3120,18	3794,8	4360,427
	$P_{u,n}/P_{u,B}$	1,78	0,99	0,76	0,7	0,65
130	$P_{u,n}$ (kN)	2296	2274,8	2381,6	2644,8	2822,8
	$P_{u,B}$ (kN)	1395,52	2493,61	3380,2	4111,03	4723,84
	$P_{u,n}/P_{u,B}$	1,65	0,97	0,74	0,66	0,62
140	$P_{u,n}$ (kN)	2265,6	2300,42	2316,8	2461,2	2628,8
	$P_{u,B}$ (kN)	1426,75	2453,45	3227,67	3832,34	4317,66
	$P_{u,n}/P_{u,B}$	1,59	0,94	0,72	0,64	0,61

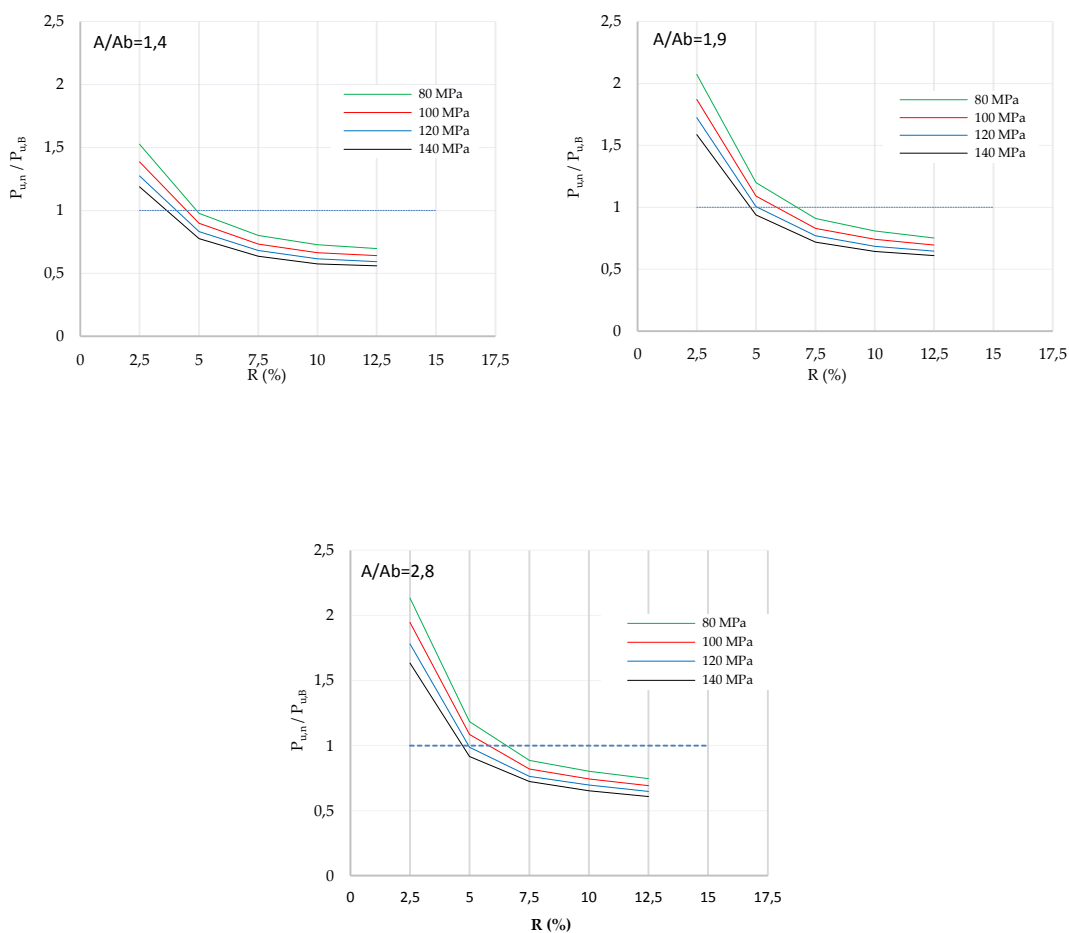


Figura 5.14- Relação  $P_{u,n}/P_{u,B}$  em função de R. Modelos simples

A média ( $\mu$ ), desvio padrão ( $\sigma$ ) e coeficiente de variação ( $C_v$ ) dos quocientes  $P_{u,n}/P_{u,B}$  são apresentados na Tabela 5.17:

**Tabela 5.17** - Média, desvio padrão e coeficiente de variação dos quocientes  $P_{u,n}/P_{u,B}$ , para cada resistência à tração, R. Modelos simples

		$P_{u,n}/P_{u,B}$				
R =		2,5%	5,0%	7,5%	10,0%	12,5%
$A/A_b = 1,4$						
$\mu$		1,34	0,87	0,71	0,65	0,62
$\sigma$		0,09	0,03	0,02	0,02	0,01
$C_v$		0,07	0,04	0,03	0,03	0,02
$A/A_b = 1,9$						
$\mu$		1,81	1,06	0,81	0,72	0,67
$\sigma$		0,18	0,05	0,03	0,02	0,02
$C_v$		0,10	0,05	0,04	0,03	0,02
$A/A_b = 2,8$						
$\mu$		1,87	1,04	0,80	0,72	0,67
$\sigma$		0,19	0,06	0,02	0,02	0,01
$C_v$		0,10	0,06	0,03	0,02	0,02

Podemos observar pelos resultados acima apresentados que, à medida que a resistência à tração aumenta, a relação  $P_{u,n}/P_{u,B}$  varia de valores acima da unidade (conservativos) até valores abaixo da unidade (não conservativos). Para relações R semelhantes às estudadas pelo autor (R=5%) verifica-se que existe uma maior aproximação dos resultados numéricos com os da equação de Bonetti. Pode-se concluir com base nos resultados que a equação (2.11) sobrestima a influência da resistência à tração na capacidade resistente de zonas locais de ancoragem, nomeadamente para relações R diferentes das estudadas pelo autor na sua investigação.

O facto de a expressão ter sido aferida utilizando resultados de ensaios em prismas com chapas, para classes de resistência do betão mais baixas e para certas relações entre a resistência à tração e a resistência à compressão justifica as diferenças entre os resultados obtidos numericamente e os da expressão (2.11).

## 5.5 Proposta de uma expressão para determinação da capacidade resistente em zonas locais de ancoragem

Verificou-se que os valores de carga de rotura obtidas através das equações propostas pelos autores diferem das obtidas numericamente. A equação (2.5), de Wollmann e Roberts Wollmann, sobrestima a influência da resistência à compressão e do confinamento do betão na capacidade resistente de zonas locais de ancoragem, enquanto que a equação (2.11), de Bonetti, sobrestima a influência da resistência à tração do betão para uma certa gama de valores de resistência à tração. Como tal, nesta secção irão ser apresentadas as diferentes relações que permitem aferir as expressões que traduzem a capacidade resistente de zonas locais de ancoragem de betões simples bem como de betões com fibras. No final irão ser comparados os resultados obtidos numericamente com os resultados analíticos, de modo a obter a validação dos mesmos.

Em primeiro lugar é analisado a influência da resistência à compressão na capacidade resistente de zonas locais de ancoragem de pré-esforço. Para esse efeito, nos gráficos que se apresentam de seguida observam-se os pontos que correspondem às cargas de rotura dos respetivos modelos e linhas de tendência com o tipo de regressão potencial, tal como a expressão associada a essa linha. Em cada gráfico fixou-se o valor de  $A/A_b=1,4$ , tendo-se variado a resistência à compressão do betão,  $f_{cm}$ .

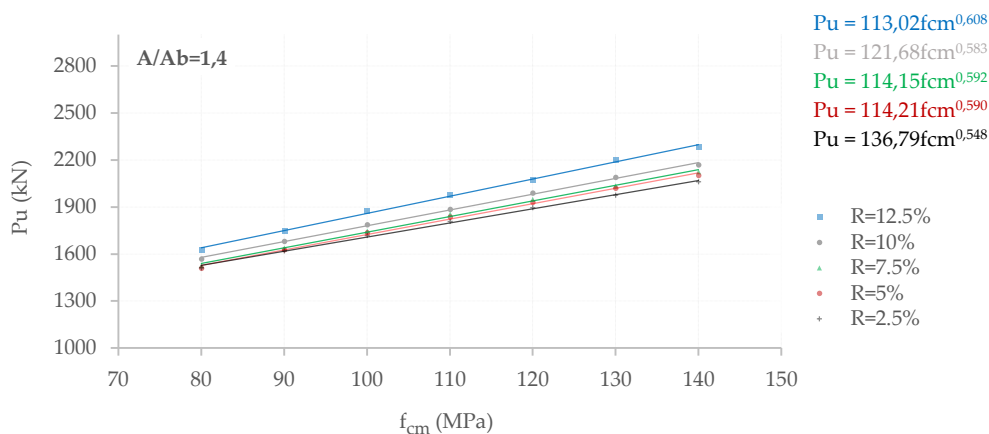
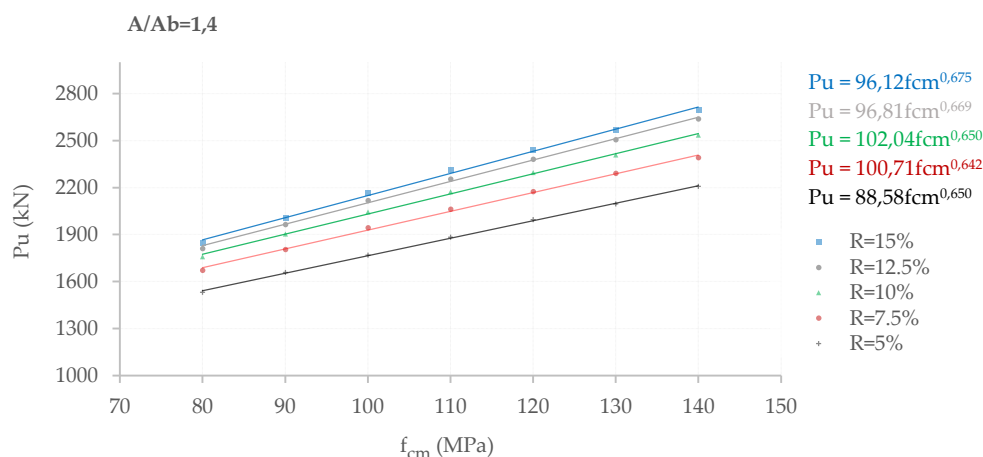


Figura 5.15 - Carga última,  $P_u$  (kN), em função de  $f_{cm}$ . Modelos simples.



**Figura 5.16** - Carga última,  $P_u$  (kN), em função de  $f_{cm}$ . Modelos com fibras

Em todos os modelos numéricos constata-se que a capacidade resistente varia linearmente com a resistência à compressão e toma valores crescentes à medida que a resistência à tração aumenta. Da análise dos expoentes das equações de regressão potencial que caracterizam as linhas de tendência, obteve-se uma média de 0,582, no caso dos modelos simples, e de 0,651 nos modelos com fibras.

A partir das relações observadas nas figuras anteriores é possível definir uma expressão que vai servir de base à formulação da expressão final da capacidade resistente de zonas locais de ancoragem. Essa expressão representa a evolução da carga de rotura em função da resistência à compressão, para uma relação  $A/A_b=1,4$  e para um dado valor de referência, dependendo do tipo de modelo considerado. No caso dos modelos simples, o valor de referência é de  $R=2,5\%$ , que corresponde à menor resistência à tração considerada:

$$P_{u(R=2,5)} = 136,80f_{cm}^{0,548} \quad (5.2)$$

Nos modelos com fibras, a expressão base refere-se ao valor de carga última obtida para  $R=5\%$ :

$$P_{u(R=5)} = 88,58f_{cm}^{0,650} \quad (5.3)$$

Após obtidas as expressões base para cada tipo de modelo é necessário ter em conta a evolução da carga de rotura à medida que a resistência à tração aumenta. Deste modo, cada uma das expressões acima descritas é afetado por um factor  $\beta$ , função que representa o incremento na carga de rotura para um dado  $R$ , relativamente aos valores

de referência previamente estabelecidos. Nas Figuras 5.8 e 5.9 pode-se observar a evolução das cargas de rotura de zonas locais de ancoragem em função da resistência à tração e para um rácio  $A/A_b=1,4$ :

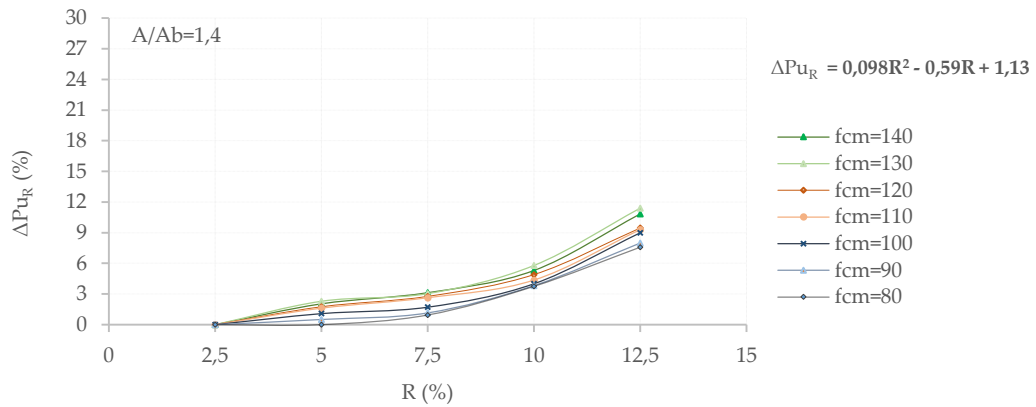


Figura 5.17 - Evolução da Carga última,  $\Delta P_{u,R}$ , em função de  $R$ . Modelos simples

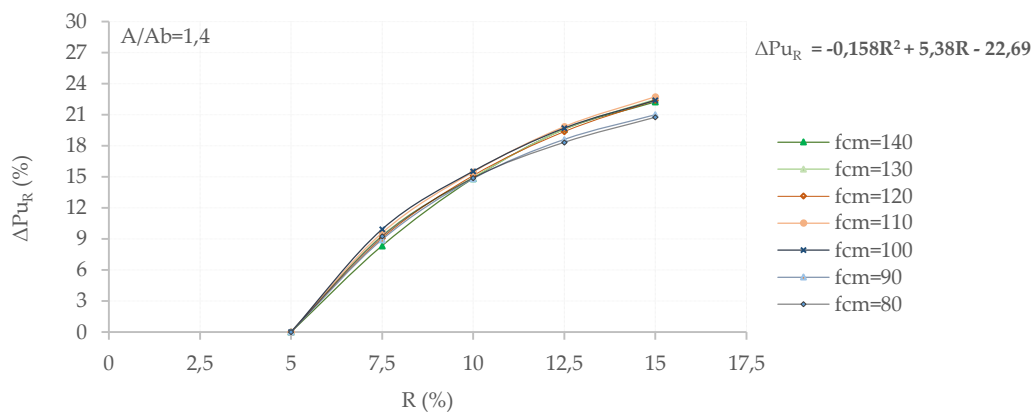


Figura 5.18 - Evolução da Carga última,  $\Delta P_{u,R}$ , em função de  $R$ . Modelos com fibras

Da análise dos pontos correspondentes aos incrementos na carga de rotura, determina-se as linhas de tendência para cada um dos casos, sendo essa relação do tipo quadrática e obtida através da média dos valores obtidos para as diferentes curvas. De notar que tanto nos modelos simples como nos modelos com fibras a forma como o incremento varia é praticamente independente da resistência à compressão,  $f_{cm}$ .

Obtidas as expressões que caracterizam a evolução da carga de rotura em função de  $R$ , o valor de  $\beta$  é então dado por:

$$\beta = \frac{(1 + \Delta P_{u,R})}{100} \quad (5.4)$$

Por último lugar, de modo a ter em conta a influência do rácio  $A/A_b$  na capacidade resistente de zonas locais de ancoragem é necessário encontrar uma expressão que tenha em conta o acréscimo da carga da rotura em função da geometria da zona local de ancoragem. Na seguinte figura apresentam-se os acréscimos no valor da carga última em função da resistência à tração, sendo os mesmos calculados em relação a  $A/A_b=1,4$ .

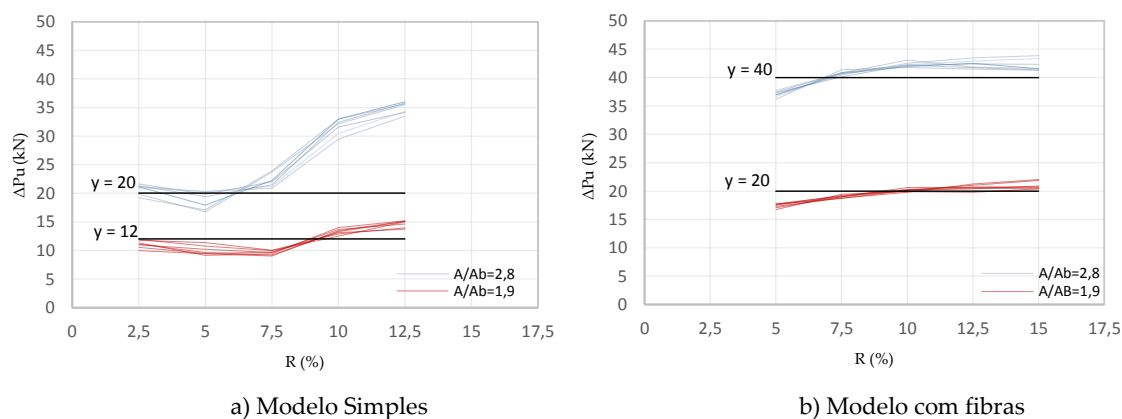


Figura 5.19 - Evolução da carga última,  $\Delta P_u$ , relativamente a  $A/A_b = 1,4$ , em função de  $R$ .

Pode-se observar pela Figura 5.19 que o acréscimo da carga última nos modelos com fibras é aproximadamente constante, qualquer que seja a relação  $R$ . Nos modelos simples observa-se que a partir de  $R=7,5\%$  os incrementos observados tendem a aumentar, nomeadamente para  $A/A_b=2,8$ .

É a partir destas relações que é determinada uma expressão,  $C$ , a qual constitui uma função logarítmica representativa do aumento da capacidade resistente em função da secção transversal dos modelos. Essa expressão (expressão 5.7 e 5.11) é calculada a partir dos valores constantes apresentados na Figura 5.19. No caso dos modelos simples é necessário aplicar um factor corretivo  $k_1$ , de modo a ter em conta a variação observada para relações  $R$  superiores a  $7,5\%$ .

Através da multiplicação dos fatores acima descritos são apresentadas as expressões que traduzem a capacidade resistente de zonas locais de ancoragem de pré-esforço. A expressão referente aos modelos simples é dada por:

$$P_u = k_1 * \beta_1 * C_1 * 136,79 f_{cm}^{0,548} \quad A/A_b \geq 1,4; R \geq 2,5\% \quad (5.5)$$

Onde,

$$\beta_1 = \frac{R^2}{1020,4} - \frac{R}{170,39} + 1,01 \quad (5.6)$$

$$C_1 = 0,3 * \ln\left(\frac{A}{A_b}\right) + 0,91 \quad (5.7)$$

$$k_1 = 1 + \frac{33 (A/A_b) + 1}{100} \quad (5.8)$$

A expressão referente aos modelos com fibras é dada por:

$$P_u = \beta_2 * C_2 * 88,577 f_{cm}^{0,65} \quad A/A_b \geq 1,4; R \geq 5\% \quad (5.9)$$

Onde,

$$\beta_2 = -\frac{R^2}{665,8} + \frac{R}{19,11} + 0,78 \quad (5.10)$$

$$C_2 = 0,6 * \ln\left(\frac{A}{A_b}\right) + 0,81 \quad (5.11)$$

Simplificando as expressões obtêm-se as seguintes expressões, para os modelos simples:

$$P_u = \frac{f_{cm}^{0,55}}{25} (R^2 - 6R + 1032) (\ln(A/A_b) + 3) \quad A/A_b \geq 1,4; R \geq 2,5\% \quad (5.12)$$

E para os modelos com fibras:

$$P_u = \frac{-f_{cm}^{0,65}}{13} (R^2 - 35R - 516) (\ln(A/A_b) + 1,4) \quad A/A_b \geq 1,4; R \geq 5\% \quad (5.13)$$

De modo a validar a expressão obtida, na seguinte tabela apresenta-se a comparação entre os valores de  $P_u$  obtidos através da formulação proposta e os resultados experimentais:

**Tabela 5.18** - Comparação dos valores obtidos pelos ensaios experimentais  $P_{u,exp}$  e pela formulação proposta  $P_{u,a}$

Modelo	$P_{u,a}$ (kN)	$P_{u,exp}$ (kN)	$P_{u,exp}/P_{u,a}$
P4	1538,8	1524,9	1,01
P5	2321,4	2306,4	1,01
P5B	2132,1	2124,2	1,01

Nas Tabelas 5.19 e 5.20 observa-se a média ( $\mu$ ) e desvio padrão ( $\sigma$ ) dos quocientes  $P_{u,a} / P_{u,n}$ , onde  $P_{u,a}$  representa os valores analíticos obtidos através da formulação proposta e  $P_{u,n}$  os valores obtidos através da análise numérica.

**Tabela 5.19** – Média e desvio padrão dos quocientes  $P_{u,a} / P_{u,n}$  para betões simples.

R=	2,5%	5%	7,5%	10%	12,5%
$A/A_b = 1,4$					
$\mu$	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
$\sigma$	0,002	0,008	0,008	0,007	0,012
$A/A_b = 1,9$					
$\mu$	1,00	1,00	1,01	0,98	0,98
$\sigma$	0,006	0,003	0,006	0,008	0,015
$A/A_b = 2,8$					
$\mu$	1,00	1,02	0,99	0,98	0,99
$\sigma$	0,007	0,007	0,015	0,007	0,007

**Tabela 5.20** – Média e desvio padrão dos quocientes  $P_{u,a} / P_{u,n}$  para betões com fibras.

R=	5%	7,5%	10%	12,5%	15%
$A/A_b = 1,4$					
$\mu$	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
$\sigma$	0,001	0,003	0,002	0,004	0,005
$A/A_b = 1,9$					
$\mu$	1,02	1,01	1,00	0,99	0,99
$\sigma$	0,002	0,002	0,003	0,002	0,001
$A/A_b = 2,8$					
$\mu$	1,03	1,00	0,99	0,99	0,99
$\sigma$	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002

### 5.5.1 Validação do Modelo

Como descrito no início do Capítulo 4, os modelos experimentais ensaiados de HPFRC apresentam um volume de fibras igual a 3%, tendo sido considerada uma energia de fratura dez vezes superior ao proposto pela equação (4.1). Contudo, é sabido que uma das características que afetou de forma significativa o comportamento dos modelos experimentais é a direção preferencial que as fibras tomaram no volume de betão e que levaram a um modo de rotura onde apenas duas das faces fendilharam. Esta condicionante, associada ao facto de não haver ensaios específicos na caracterização da interação fibras-betão, torna bastante difícil a definição de uma ordem de grandeza de energia de fratura que represente estes modelos em particular. Deste modo, embora a magnitude considerada permita obter resultados bastante satisfatórios na calibração dos modelos experimentais, não significa necessariamente que seja essa a energia de fratura que o betão esteja realmente a mobilizar.

Como tal, nesta secção é estudado de que forma é que a variação da magnitude da energia de fratura,  $G_f$ , afeta o valor de carga última, podendo também desta forma validar a formulação proposta. Para esta análise foram considerados os casos onde, aos valores obtidos para as energias de fratura referentes aos modelos com fibras,  $M_{G_{fx10}}$ , são aplicados fatores de 0,5, 5 e 10. Esses grupos são denominados por  $M_{G_{fx5}}$ ,  $M_{G_{fx50}}$  e  $M_{G_{fx100}}$ , sendo que os rácios  $f_{ctm}/f_{cm}$  considerados para este estudo foram de  $R= 5, 10$  e  $15\%$ . Nas seguintes tabelas podem-se observar os valores de carga última obtidos para estes grupos:

**Tabela 5.21** - Cargas últimas,  $P_u$ , obtidas pela análise numérica dos modelos com diferentes energias de fratura ( $A/A_b=1,4$ )

Modelo	$P_u$ (kN)				
	$f_{cm}$	80 MPa	100 MPa	120 MPa	140 MPa
$M_{5\_G_{fx5}}$	1530,1	1762,0	1978,8	2178,0	
$M_{10\_G_{fx5}}$	1740,0	2014,8	2254,0	2485,2	
$M_{15\_G_{fx5}}$	1835,1	2145,2	2414,4	2680,4	
$M_{5\_G_{fx50}}$	1564,4	1805,1	2039,2	2248,0	
$M_{10\_G_{fx50}}$	1770,2	2056,0	2334,4	2564,8	
$M_{15\_G_{fx50}}$	1854,0	2158,8	2466,4	2726,8	
$M_{5\_G_{fx100}}$	1564,4	1807,7	2042,8	2251,6	
$M_{10\_G_{fx100}}$	1770,8	2066,0	2331,6	2582,8	
$M_{15\_G_{fx100}}$	1856,4	2182,4	2456,0	2724,8	

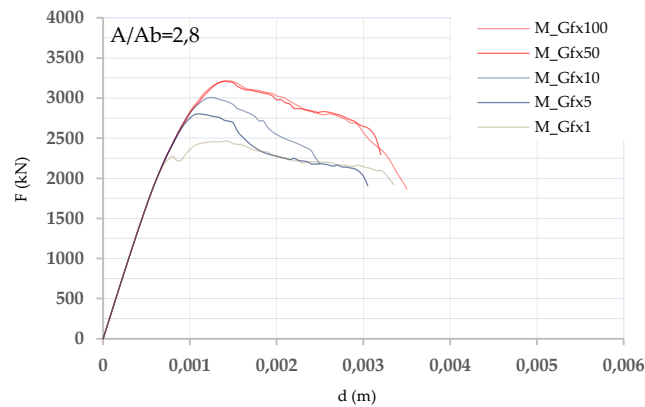
**Tabela 5.22** - Cargas últimas,  $P_u$ , obtidas pela análise numérica dos modelos com diferentes energias de fratura ( $A/A_b = 1,9$ )

Modelo	$P_u$ (kN)				
	$f_{cm}$	80 MPa	100 MPa	120 MPa	140 MPa
M_5_ $G_{fx5}$		1755,6	2032,8	2278,8	2490,4
M_10_ $G_{fx5}$		2054,0	2379,2	2680,8	2940,8
M_15_ $G_{fx5}$		2214,8	2565,2	2882,0	3186,0
M_5_ $G_{fx50}$		1857,6	2162,4	2445,6	2692,0
M_10_ $G_{fx50}$		2144,4	2506,8	2838,8	3124,0
M_15_ $G_{fx50}$		2271,6	2648,0	2980,7	3304,0
M_5_ $G_{fx100}$		1860,8	2166,8	2450,8	2687,6
M_10_ $G_{fx100}$		2148,0	2512,0	2845,6	3128,8
M_15_ $G_{fx100}$		2275,6	2654,8	2994,5	3309,6

**Tabela 5.23** - Cargas últimas,  $P_u$ , obtidas pela análise numérica dos modelos com diferentes energias de fratura ( $A/A_b = 2,8$ )

Modelo	$P_u$ (kN)				
	$f_{cm}$	80 MPa	100 MPa	120 MPa	140 MPa
M_5_ $G_{fx5}$		1963,6	2264,4	2549,6	2804,0
M_10_ $G_{fx5}$		2420,8	2800,8	3146,4	3468,0
M_15_ $G_{fx5}$		2598,0	3010,4	3377,6	3719,6
M_5_ $G_{fx50}$		2206,8	2565,6	2897,6	3212,4
M_10_ $G_{fx50}$		2570,4	2984,8	3353,2	3696,4
M_15_ $G_{fx50}$		2673,2	3128,0	3512,8	3878,4
M_5_ $G_{fx100}$		2214,4	2576,4	2913,6	3213,6
M_10_ $G_{fx100}$		2579,2	2984,8	3363,6	3717,2
M_15_ $G_{fx100}$		2706,5	3129,2	3529,2	3865,9

Com base nos resultados expostos na secção 5.3.3 concluiu-se que quanto maiores forem as dimensões transversais dos prismas maior é a importância da magnitude da energia de fratura na capacidade resistente de zonas locais de ancoragem. Também se constatou que a energia de fratura tem uma maior influência no aumento da capacidade resistente de zonas locais de ancoragem para baixas resistências à tração, nomeadamente para  $R=5\%$ . Como tal, a título de exemplo, na Figura 5.20 estão representadas as diferentes curvas que correspondem a diferentes magnitudes de energias de fratura, para um modelo caracterizado por  $A/A_b=2,8$ ,  $f_{cm}=140$  e  $R=5\%$ .



**Figura 5.20** - M<sub>140</sub> ( $A/A_b=2,8$ ). Relação Força-Deslocamento para as diferentes magnitudes de energia de fratura  $G_f$

A principal observação que se pode retirar da análise destes gráficos é que a partir de uma certa magnitude de energia de fratura,  $M_{G_{fx50}}$ , não se observam evoluções significativas na capacidade resistente de zonas locais de ancoragem. Embora o Troubleshooting Manual [33] do ATENA3D refira que à energia de fratura obtida pela expressão (4.1) deverão ser aplicados fatores entre 10 e 1000, de modo a ter em conta a inclusão de fibras de aço, com base nos resultados obtidos podemos concluir que a partir de fatores de 50 não se observam evoluções significativas na capacidade resistente dos modelos estudados [5]. Embora não representado, o mesmo se verifica para as restantes relações Força-deslocamento, pois este modelo ( $M_{140}$ ,  $A/A_b = 1,4$ ) representa o caso onde a energia de fratura tem uma maior preponderância no aumento da carga última. De salientar que esta conclusão é válida para as geometrias estudadas nesta tese, para modelos com um rácio  $A/A_b$  superior, o mesmo poderá não ser válido.

Na Figura 5.21 encontram-se representados os acréscimos/decréscimos no valor da carga última, quando comparados os modelos  $M_{G_{fx5}}$  e  $M_{G_{fx50}}$ , com os modelos considerados neste caso de estudo,  $M_{G_{fx10}}$ . Esses valores são apresentados através da relação  $P_{G_f}/P_{G_{fx10}}$ .

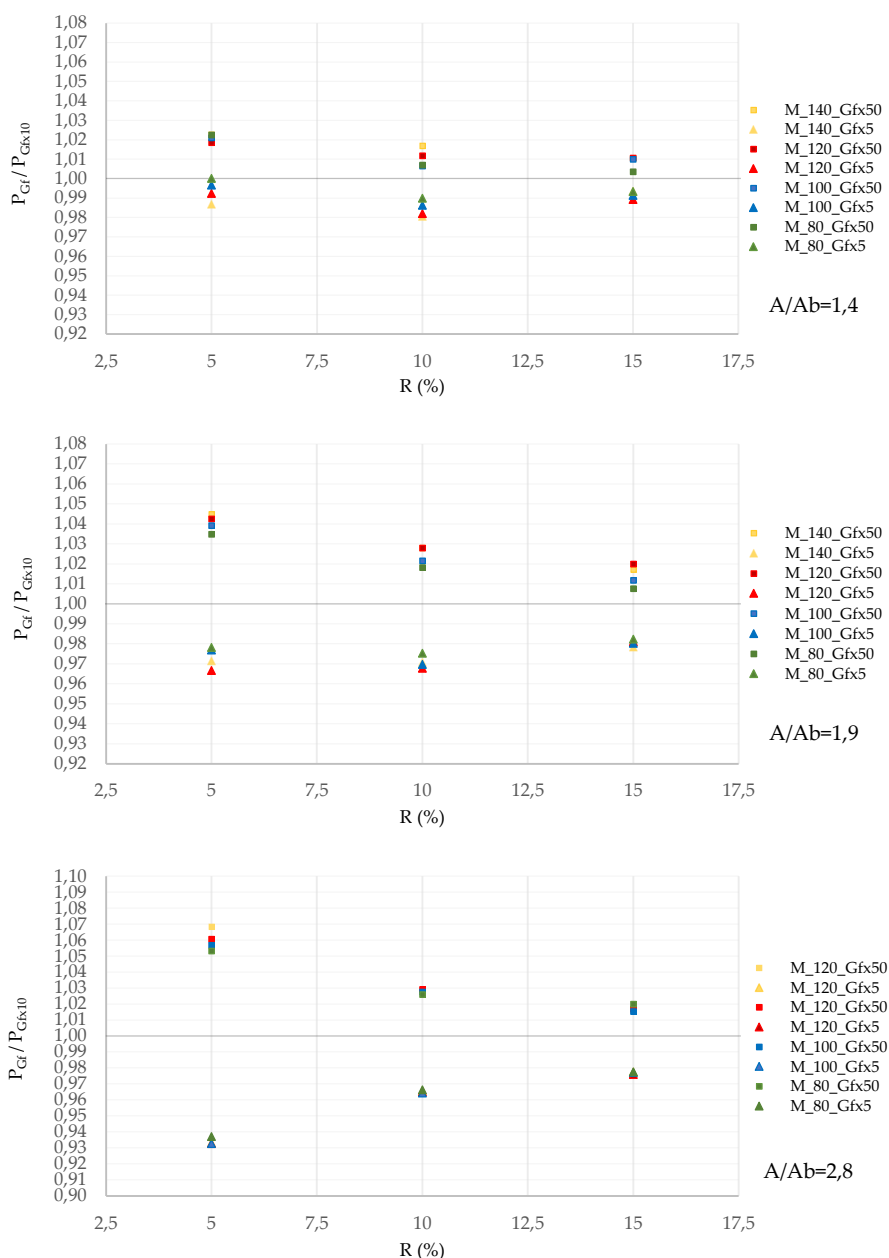


Figura 5.21 - Rácio  $P_{Gf}/P_{Gfx10}$  em função da resistência à tração  $R$

Com base nos resultados obtidos podemos observar que as diferenças entre  $P_{Gf}$  e  $P_{Gfx10}$  são tanto maiores quanto menor for a resistência à tração considerada e maior for o rácio  $A/A_b$ , como seria expectável. Também se observa que os aumentos na carga de rotura diferem de forma pouco significativa entre diferentes  $f_{cm}$ . No caso particular  $A/A_b=2,8$  e  $R=5\%$ , observa-se uma diferença máxima de 7%, sendo que para as restantes relações  $R$  e rácios  $A/A_b$  as diferenças observadas situam-se sempre abaixo dos 4%.

Podemos concluir que a formulação proposta neste estudo, referente aos prismas com fibras (exp. (5.3)), apresenta um erro máximo de 7%, considerando a gama de valores de energia de fratura estudadas.



## 6. Conclusões e Desenvolvimentos futuros

### 6.1 Conclusões

O trabalho apresentado nesta dissertação teve como objetivo o estudo paramétrico de prismas referentes à zona local de ancoragem de pré-esforço. O principal objetivo foi avaliar a influência da resistência à tração e da energia de fratura do betão na capacidade resistente de prismas de elevado desempenho, considerando diferentes classes de resistência e geometrias. De um modo geral, verificou-se que a influência da resistência à tração do betão no aumento da capacidade de carga da zona local de ancoragem é significativa, nomeadamente nos modelos com uma maior energia de fratura.

Para este trabalho foram desenvolvidos 305 modelos numéricos utilizando o programa de elementos finitos ATENA3D. Os modelos numéricos foram categorizados consoante a magnitude da energia de fratura  $G_f$  considerada no modelo constitutivo do betão dividindo-se em prismas simples ( $M_{G_{fx1}}$ ), com fibras ( $M_{G_{fx10}}$ ) e um terceiro grupo ( $M_{G_{fx5/50/100}}$ ) que visou estudar com maior detalhe a influência deste parâmetro na capacidade resistente de zonas locais de ancoragem. Os restantes parâmetros mecânicos do betão ( $\epsilon_{cp}, w_d, \beta, \dots$ ) foram obtidos através da calibração dos modelos experimentais ensaiados no âmbito da tese de doutoramento de Marchão [6]. Em todos os modelos numéricos tirou-se partido da dupla simetria dos prismas com vista à redução do tempo de análise (1 dia), tendo-se analisado apenas quartos de modelo.

Pudemos observar neste estudo paramétrico que o aumento da resistência à tração do betão resultou no aumento da fase elástica dos prismas estudados, contudo, no caso dos modelos de betão simples ( $M_{G_{fx1}}$ ) esse aumento nem sempre se traduziu num aumento significativo da capacidade resistente. Para relações  $R < 7,5\%$ , a rotura é dada para deslocamentos bastante superiores ao final da fase elástica. Verificou-se que as tensões instaladas nos prismas próximos da rotura ( $0,9 P_u$ ) são muito semelhantes entre os diferentes modelos, resultando assim numa reduzida variação da carga de rotura. Para relações  $R \geq 7,5\%$  os modelos apresentaram uma maior capacidade de acumular tensões de tração de maior magnitude (horizontais e verticais) junto da zona de ancoragem. Nestes casos, o aumento da fase elástica do betão em função da resistência à tração resultou num aumento substancial da capacidade máxima resistente destes prismas, sendo a mesma atingida para deslocamentos próximos do final da fase elástica. Com a entrada

dos modelos em regime não linear observou-se o declínio acentuado das tensões instaladas até as curvas convergirem para o mesmo patamar de carga. Nesta fase as tensões instaladas nestes prismas ( $R \geq 7,5\%$ ) são idênticas às dos prismas com  $R < 7,5\%$ , aquando da rotura destes últimos.

Considerando uma maior energia de fratura no modelo constitutivo do betão ( $M_{G_{fx10}}$ ), os prismas passam a exibir um comportamento significativamente mais dúctil, apresentando ganhos substanciais na capacidade de deformação tanto em fase de pré-pico como em fase de pós-pico. Com a entrada em regime não linear, estes prismas apresentam capacidade em distribuir as tensões de tração máximas por uma área de betão significativamente superior (junto à ancoragem). Isto leva um aumento substancial da capacidade de carga em relação aos prismas de betão simples ( $M_{G_{fx1}}$ ), bem como um maior controle na abertura máxima de fendas do betão.

Da análise dos resultados dos principais grupos de modelos estudados ( $M_{G_{fx1}}$  e  $M_{G_{fx10}}$ ) concluiu-se que, à medida que as dimensões transversais dos prismas aumentam, a energia de fratura tem um papel de maior preponderância na capacidade resistente da zona local de ancoragem e que os maiores acréscimos são verificados para resistências à tração comparativamente menores. Também se observou que, para cada rácio  $A/A_b$ , o aumento da carga de rotura varia linearmente com a resistência à compressão,  $f_{cm}$ . Comparando diretamente os valores de carga de rotura dos dois tipos de modelos ( $M_{G_{fx1}}$  e  $M_{G_{fx10}}$ ), obtêm-se incrementos máximos ( $f_{cm}=140\text{MPa}$ ) na ordem dos 30%, 23% e 17%, correspondentes a  $A/A_b = 2,8$ , 1,9 e 1,4 e para relações R iguais a 7,5%, 7,5%/10% e 10%, respetivamente.

Através da análise das tensões horizontais ( $\sigma_{xx}$ ) e verticais ( $\sigma_{zz}$ ), pode-se verificar que a capacidade resistente da zona local de ancoragem de pré-esforço está varia diretamente com a capacidade dos prismas em concentrar tensões de compressão junto à zona de ancoragem. Como seria de esperar, a acumulação dessas tensões varia proporcionalmente com a resistência à tração, energia de fratura do betão, da classe de resistência do betão e das dimensões transversais da peça.

Através da análise de diferentes ordens de grandeza de energia de fratura, concluiu-se que a partir de uma certa magnitude ( $M_{G_{fx50}}$ ) os incrementos no valor de carga última são praticamente inexistentes, apresentando melhorias significativas ao nível da abertura de fendas. Comparados os valores de carga última obtidos para os modelos

$M_{G_{fx5}}$  e  $M_{G_{fx50}}$ , com os modelos com fibras ( $M_{G_{fx10}}$ ), chegou-se à conclusão que os resultados obtidos através da formulação proposta, apresentam erros máximos de 7% ( $R=5\%$ ), considerando a total gama de valores que o betão é capaz de mobilizar.

A partir dos resultados apresentados, verifica-se o que Marchão [6] afirmou no seu trabalho. O uso de HPFRC permite a redução da secção transversal da zona local de ancoragem e da armadura de confinamento, pois a introdução de fibras de aço na matriz de betão/aumento da energia de fratura do betão leva a um aumento da capacidade de carga destes prismas e a um maior controlo da fendilhação. É ainda possível afirmar que a utilização de HPFRC permite a utilização de betões de elevado desempenho com classes de resistência comparativamente menores.

A comparação de resultados de cargas últimas com outros autores permitiu chegar a determinadas conclusões. A equação (2.5) de Wollmann e Roberts-Wollmann [29] apresentou resultados não conservativos, tendo-se verificado que esta expressão sobrestima a influência da resistência à compressão e do confinamento na capacidade resistente de zonas locais de ancoragem. O facto de os prismas ensaiados pelos autores serem de classes de resistência inferiores é o principal motivo que justifica as diferenças observadas. A equação (2.11), de Bonetti [30], apresenta resultados que variam desde valores acima da unidade (conservativos) até valores abaixo da unidade (não conservativos). Verificou-se que para relações  $R$  próximas das estudadas pelo autor ( $R=5\%$ ) os resultados são bastante próximos dos numéricos, no entanto, quando se considera uma gama mais abrangente de resistências à tração, a formulação do autor sobrestima a influência deste parâmetro na capacidade resistente de zonas locais de ancoragem. Outro dos motivos que explica as diferenças observadas é facto de a expressão ter sido aferida utilizando resultados de ensaios em prismas com chapas.

Os resultados obtidos neste trabalho foram bastante satisfatórios. Contudo, tendo em conta o comportamento das fibras e a sua interação com a matriz de betão, deverão ser aliados ao estudo numéricos, ensaios experimentais que os suportem e traduzam com maior precisão os fenómenos a estudar.

## 6.2 Desenvolvimentos futuros

Ao longo da realização desta dissertação diversas questões surgiram de modo a poder continuar o trabalho realizado. Assim, sugere-se futuramente a continuação da investigação da zona local de ancoragens de pré-esforço, propondo o seguinte:

- Campanhas experimentais de uma maior variedade de prismas, com vista a aferição das características do betão. Um estudo mais detalhado da interação fibras-betão para diferentes resistências à compressão e dimensões transversais, de modo a obter com uma maior precisão o parâmetro da energia de fratura,  $G_f$ ;
- Nos estudos com análise numérica, integrar o modelo com a sua geometria completa, de modo a aproximar-se mais do modelo real;
- Formular uma equação que estima a abertura de fendas em ancoragens para betões com e sem fibras;
- Estudos paramétrico, recorrendo a análise numérica, que visem estudar zonas locais de ancoragem com armadura e fibras de aço, recorrendo a ensaios experimentais para comparação;
- Formular uma equação que estime a capacidade de carga de modelos com fibras a funcionar em conjunto com as armaduras de confinamento.

## Bibliografia

- [1] ETAG 013, "Guideline for European Technical Approval of Post-Tensioning Kits for Prestressing of Structures." Brussels, 2002.
- [2] Haroon, S., N. Yazdani, F.ASCE, K. Tawfiq, & M.ASCE, "Posttensioned Anchorage Zone Enhancement with Fiber-Reinforced Concrete," *J. Bridg. Eng.*, no. October, pp. 566–572, 2006.
- [3] Barros, J. a. O. & J. Sena-Cruz, "Fracture energy of steel fibre reinforced concrete," *Mech. Compos. Mater. Struct.*, vol. 8, no. 1, pp. 1–24, 2001.
- [4] Voit, K. & J. Kirnbauer, "Tensile characteristics and fracture energy of fiber reinforced and non-reinforced ultra high performance concrete (UHPC)," *Int. J. Fract.*, vol. 188, no. 2, pp. 147–157, 2014.
- [5] Cervenka, V., Jendele, L., & Cervenka, J., "ATENA Program Documentation Part 1 Theory." Praga: Cervenka Consulting s.r.o., 2016.
- [6] Marchão, C. A. C., "Optimisation and Design of Post-Tensioning Anchorage Corner Blisters in Concrete Box Girder Bridges," Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Nova de Lisboa, 2015.
- [7] Kim, W., M. Kwak, & J. Lee, "Fracture properties of high-strength steel fiber concrete." Korea, 2010.
- [8] Hannant, D., "Fiber cements and fiber concrete," 1987.
- [9] Bencardino F, Rizzuti L, Spadea G, S. R., "Experimental evaluation of fiber reinforced concrete fracture properties," *Compos. Part B Eng.*, vol. 41, no. 1, pp. 17–24, 2010.
- [10] Yardımcı, M., "Investigation of rheological, mechanical, fracture parameters and optimum design of steel fiber reinforced self compacting concretes," Dokuz Eylul University, Izmir, Turkey, 2007.
- [11] Holschemacher K, Mueller T, R. Y., "Effect of steel fibers on mechanical properties of high strength concrete," *Mater. Des.*, vol. 31, no. 5, pp. 2604–2615, 2010.
- [12] Ay, L., "Steel Fibrous Cement Based Composites," Royal Institute of Technology, Stockholm, Sweden, 2004.
- [13] ACI 544.1R-96, "State of the Art Report on Fiber Reinforced Concrete," 2002.
- [14] Aydın, S., "Effects of fiber strength on fracture characteristics of normal and high strength concrete," *Period. Polytech. Civ. Eng.*, vol. 57, no. 2, pp. 191–200, 2013.
- [15] Yazıcı S. , Inan G., T. V., "Effect of aspect ratio and volume fraction of steel fiber on the mechanical properties of SFRC," *Constr. Build. Mater.*, vol. 21, no. 6, pp.

- 1250–1253, 2007.
- [16] Neves, R. & J. Fernandes de Almeida, “Compressive behaviour of steel fibre reinforced concrete,” *Struct. Concr.*, vol. 6, no. 1, p. 1–8, 2005.
- [17] Gao, J., W. Sun, & K. Morino, “Mechanical properties of steel fiber-reinforced, high-strength, lightweight concrete,” *Cem. Concr. Compos.*, vol. 19, no. 4, pp. 307–313, 1997.
- [18] Mansur M, Chin M, W. T., “Stress–strain relationship of high-strength fiber concrete in compression,” *J. Mater. Civ. Eng.*, vol. 11, no. 1, pp. 21–29, 1999.
- [19] Bazant, Z., “Concrete fracture models: testing and practice,” *Eng Fract Mech*, pp. 165–205, 2002.
- [20] Wittmann, F., “Crack formation and fracture energy of normal and high strength concrete,” *Sadhana- Acad. Proc. Eng. Sci.*, vol. 27, no. 4, pp. 413–423, 2002.
- [21] Taferner J, Keuser M, B. K., “Integrale Konstruktionen aus Beton.” Beton-Kalender, Berlin, 2009.
- [22] Model Code 2010, *Model Code 2010- Final Draft, Vol.1. Bulletin 65*. Lausanne, Suíça: Fédération International du Béton, 2012.
- [23] Pereira, E., G. Fischer, J. A. O. Barros, & M. Lepech, “Crack formation and tensile stress-crack opening behavior of Fiber Reinforced Cementitious Composites (FRCC),” *7th Int. Conf. Fract. Mech. Concr. Concr. Struct. (FraMCoS 7)*, 2010.
- [24] Pimentel, M. & S. Nunes, “Determination of the tensile response of UHPFRC layers using a non-destructive method for assessing the fiber content and orientation,” Porto, Portugal, 2016.
- [25] Billig, K., “A Proposal for a Draft Code of Practice for Prestressed Concrete,” *Cement and Concrete Association*. London, 1948.
- [26] Komendant, A. E., *Prestressed Concrete Structures*, 1th ed. New York: McGraw-Hill, 1952.
- [27] Hawkins, N. M., “The Bearing Strength of Concrete Loaded through Rigid Plates,” vol. 20, no. 62, pp. 31–40, 1968.
- [28] Breen, J. E., Burdet, O., Roberts, C., Sanders, D., & Wollmann, G., “Anchorage zone reinforcement for post-tensioned concrete girders,” 1991.
- [29] Roberts-Wollmann, C. L. & J. E. Breen, “Design and Test Specifications for Local Tendon Anchorage Zones,” *ACI Struct. J.*, vol. 97, no. 6, pp. 867–875, 2000.
- [30] Bonetti, R. A., “Ultimate Strength of the Local Zone in Load Transfer Tests,” Faculty of the Virginia Polytechnic Institute and State University, 2005.
- [31] AASHTO, *Standard Specifications for Highway Bridges*, 17th ed. Washington, D.C.: American Association of State and Highway Transportation Officials, 2002.
- [32] Vos, E., “Influence of loading rate and radial pressure on bond in reinforced

- concrete, a numerical and experimental approach," Delfy University, 1983.
- [33] Dobromil, P. & J. Cervenka, "ATENA Program Documentation, Part 11, Troubleshooting Manual." Cervenka Consulting, Ltd, Prague, 2015.
- [34] EN, 1992-1-1, "Eurocode 2 - Design of Concrete Structures - Part 1.1: General rules and rules for buildings." Brussels, 2004.