



Rodrigo José Martins Ventura

Licenciado em Ciências de Engenharia Mecânica

**Desenvolvimento de uma metodologia para
estimativa de deformações em estruturas
metálicas do tipo treliça em consola para
uso em orçamentação**

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em Engenharia
Mecânica

Orientador: Prof. Doutor António Gabriel dos Santos,
Professor Auxiliar, Faculdade de Ciências e Tecnologia da
Universidade Nova de Lisboa



FACULDADE DE
CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA

Setembro, 2019

Desenvolvimento de uma metodologia para estimativa de deformações em estruturas metálicas do tipo treliça em consola para uso em orçamentação

Copyright © Rodrigo José Martins Ventura, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Nova de Lisboa.

A Faculdade de Ciências e Tecnologia e a Universidade Nova de Lisboa têm o direito, perpétuo e sem limites geográficos, de arquivar e publicar esta dissertação através de exemplares impressos reproduzidos em papel ou de forma digital, ou por qualquer outro meio conhecido ou que venha a ser inventado, e de a divulgar através de repositórios científicos e de admitir a sua cópia e distribuição com objetivos educacionais ou de investigação, não comerciais, desde que seja dado crédito ao autor e editor.

Dedicado aos meus pais e família

Agradecimentos

Ao Professor António Gabriel dos Santos gostaria de agradecer a sua orientação, todas as sugestões que me proporcionou para o desenvolvimento e melhoria deste trabalho e também a confiança depositada na minha dissertação.

A todos os professores que estiveram presentes no meu percurso académico, quero agradecer pelo esforço e pela partilha dos seus conhecimentos ao longo destes 5 bons anos.

Um forte e especial agradecimento aos meus pais, pelo esforço, disponibilidade, apoio incondicional em toda a minha vida e a presente força para que eu possa alcançar os meus objetivos.

Aos meus amigos, um obrigado pelos bons e maus momentos, por todas as experiências passadas, pela presença constante que tiveram neste período académico e não só, e fundamentalmente pelas suas amizades.

Resumo

Numa fase de anteprojeto o engenheiro tem de cumprir as exigências do cliente, tentar definir todas as variáveis de projeto e desenvolver uma ideia daquele que poderá ser o projeto futuro e o custo associado a ele. Para treliças de grande comprimento, o critério da rigidez dá uma orientação para o dimensionamento da estrutura, porém o cálculo das deformações de uma estrutura reticulada é um processo bastante moroso para uma fase de anteprojeto.

Desta forma, desenvolveu-se uma metodologia de anteprojeto que oferece uma estimativa rápida e assertiva das deformações de treliças em consola, sem conhecer todas as variáveis de estudo. Esta nova metodologia contribui para minimização das perdas de horas de trabalho no processo de orçamentação e para uma resposta mais rápida ao cliente. No entanto, esta metodologia não substituiu o projeto usual de treliças.

A obtenção desta metodologia teve como base a análise e a comparação de dois métodos de cálculo de deformações em treliça. Um método analítico ou método simplificado, que tem como fundamento a teoria generalizada de vigas e um método computacional (MEF), que a partir do programa *ANSYS* permite a criação de modelos virtuais e a leitura de resultados de deformação precisos e similares aos sentidos numa estrutura real. A comparação dos resultados obtidos pelos dois métodos dá-se através da diferença percentual entre as deformações dos mesmos.

As discrepâncias entre os resultados de ambos os métodos foram contrariados por fatores de correção que são aplicados às expressões matemáticas associadas ao cálculo de deformações em viga.

Por fim, verificou-se que a aplicabilidade do método simplificado juntamente com os fatores de correção é fiável e permite um cálculo assertivo das deformações neste tipo de estrutura. Tornando esta metodologia uma ferramenta valiosa para o projetista numa fase de anteprojeto.

Palavras chaves: Treliça; Anteprojeto; Orçamentação; Estimativa; Deformação;

Abstract

Before the design phase the engineer must satisfy the client requirements, try to define all the project variables and start with an idea of what may be the future project and the cost associated with it. For trusses of large length, the stiffness criterion gives guidance to the sizing of the structure, however the deformation calculation of a reticulated structure is a time-consuming process before the design phase.

Consequently, a preliminary design methodology was developed to offer a quick and assertive deformation estimate of a *cantilever* truss, without knowing all the study variables. This new methodology contributes for the minimization of the loss of labour hours in the budgeting process and for a quick response to the client. However, this methodology does not replace the usual truss design.

The methodology development was based on an analysis and the comparison between two deformation calculation methods of trusses. An analytic method or simplified method, based on the generalize beam theory and a computational method (FEM), based on *ANSYS* program, that allows the creation of virtual models and a precise and similar reading of the deformations data in a real structure. The compared data obtained by the two methods occurs through the percentage difference between their deformations.

The variances between the results of both methods were disarmed by correction factors that are applied to the mathematical expressions associated with the calculation of beam deformation.

Finally, it was found that the application of the correction factors in the simplified method is reliable and allows an assertive calculation of the deformations in this type of structure. Making this methodology a valuable tool for the engineer before the design phase.

Keywords: Truss; Preliminary project; Budgeting; Estimate; Deformation;

Índice Geral

Agradecimentos	vii
Resumo	ix
Abstract	xi
Índice de Figuras	xv
Índice de Tabelas	xix
Lista de Abreviaturas, Siglas e Símbolos	xxi
1 Introdução	1
1.1 Enquadramento do Tema	1
1.2 Objetivos	2
1.3 Estrutura da Dissertação.....	2
2 Síntese do conhecimento	5
2.1 Definição de viga	5
2.1.1 Método para o cálculo de deformações em vigas.....	6
2.2 Definição de treliça	9
2.2.1 Classificação de treliças	13
2.3 Métodos existentes de cálculo de esforços, tensões e deformações em estruturas metálicas do tipo treliça	15
2.3.1 Método dos nós	15
2.3.2 Método das Secções	16
2.3.3 Método dos Elementos Finitos	17
2.3.4 Métodos gráficos	19
2.3.5 Métodos energéticos.....	20
3 Metodologia	25
3.1 Definição do problema	25
3.2 Método Simplificado.....	27
3.3 Método Computacional	29
3.4 Cálculo da diferença percentual e dos fatores de correção.....	31
4 Aplicação da metodologia	32
4.1 Condições e variáveis impostas na aplicação da metodologia – 1º Fase.....	32
4.2 Sistema de referência das treliças	34
4.3 Análise e comparação de resultados.....	34
4.4 Casos de Estudo	36
4.5 Caso de Estudo nº1.....	37
4.5.1 1º Fase – Caso de estudo nº1	39
4.5.2 2º Fase - Caso de estudo nº1.....	71

4.6 Caso de Estudo nº2.....	80
4.6.1 1º Fase – Caso de Estudo nº2	83
4.6.2 2º Fase - Caso de estudo nº2.....	111
5 Discussão e resultados	120
6 Conclusão	128
Referências bibliográficas.....	129
Anexos	131

Índice de Figuras

Figura 2.1 - Diversos tipos de viga e seus modos de apoio (adaptado de [3])	5
Figura 2.2 - Viga de madeira, com perfil retangular, biapoiada e sujeita a duas cargas pontuais verticais (retirado de [3]).....	6
Figura 2.3 - Exemplificação da determinação do esforço transversal e momento fletor em vigas (retirado de [3])	7
Figura 2.4 - Esforços internos sofridos pelo elemento barra: (a) esforço de tração, (b) esforço de compressão (retirado de [10]).....	9
Figura 2.5 - Estrutura reticulada de uma ponte (retirado de [4]).....	10
Figura 2.6 - Distribuição dos esforços da ponte (retirado de [8]).....	10
Figura 2.7 - Ligação aparafusada entre os membros da treliça e uma placa de reforço (retirado de [9])	10
Figura 2.8 - (a) Treliça de quatro elementos. (b) Treliça triangular simples. (c) Treliça triangular simples, com a adição de dois novos elementos (retirado de [4]).....	11
Figura 2.9 - Treliça simples (a) e composta (b) (retirado de [10])	11
Figura 2.10 - Treliça complexa (retirado de [10]).....	12
Figura 2.11 - Geometrias de treliças (retirado de [4])	12
Figura 2.12 - Sistema estaticamente determinado (retirado de [11]).....	14
Figura 2.13 - Sistemas estaticamente indeterminados (retirado de [11])	14
Figura 2.14 - Exemplo de treliça onde será aplicado o método dos nós (retirado de [4])	15
Figura 2.15 - Diagrama de corpo livre da treliça em estudo (retirado de [4])	15
Figura 2.16 - Diagrama de corpo livre de cada barra (retirado de [4]).....	16
Figura 2.17 - Diagrama de corpo livre de treliça para aplicação do método das secções (retirado de [12])	16
Figura 2.18 - Diagrama de corpo livre dos elementos desejados (retirado de [12]).....	17
Figura 2.19 - Representação dos referenciais local e global (retirado de [13])	18
Figura 2.20 – Representação da deformação que o elemento sofre sobre o efeito de tração (retirado de [3])	19
Figura 2.21 – Viga AB sujeita a duas cargas pontuais (retirado de [3])	21
Figura 2.22 - Deflexões na viga provocadas pela carga P_1 (retirado de [3]).....	21
Figura 2.23 - Deflexões provocadas pela carga P_2 , retirado de [3].....	22
Figura 2.24 - (a) Deflexão provocada pela carga P_1 (b) Deflexão adicional devido às duas cargas P_1 e P_2 (retirado de [3]).....	23
Figura 2.25 - (a) Deflexão provocada pela carga P_2 (b) Deflexão adicional devido às duas cargas P_1 e P_2 (retirado de [3]).....	23
Figura 3.1 - (a) Treliça em consola do tipo <i>Pratt</i> , com aplicação de um carregamento pontual vertical dirigido de cima para baixo, na sua extremidade livre, (b) Treliça em consola do tipo <i>Pratt</i> , sujeita a um carregamento vertical, uniformemente distribuído e de sentido de cima para baixo ao longo do seu comprimento	26
Figura 3.2 - (a) Aproximação pelo método simplificado, onde uma treliça em consola é aproximada a uma viga em consola, (b) secção transversal das treliças e diâmetro dos perfis das longarinas	27
Figura 3.3 - Fluxograma da sequência do processo aplicado no método computacional.....	30
Figura 4.1 - Treliça em consola, do tipo <i>Pratt</i> com aplicação de uma carga pontual vertical dirigida de cima para baixo na extremidade livre	37

Figura 4.2 - Representação e equação da flecha máxima de uma viga em consola (retirado de [5])	38
Figura 4.3 - Representação da configuração geral do tipo de treliça usado no caso de estudo nº1	39
Figura 4.4 - Escala de cores para identificação dos esforços axiais (N) do caso de estudo nº1	39
Figura 4.5 - (a) Estrutura treliçada e (b) diâmetro das secções transversais dos perfis referentes aos modelos da tabela 4.4	40
Figura 4.6 - (a) Estrutura treliçada e (b) diâmetro das secções transversais dos perfis referentes aos modelos da tabela 4.5	41
Figura 4.7 - (a) Estrutura treliçada e (b) diâmetro das secções transversais dos perfis referentes aos modelos da tabela 4.6	42
Figura 4.8 - (a) Estrutura treliçada e (b) diâmetro das secções transversais dos perfis referentes aos modelos da tabela 4.7	43
Figura 4.9 - (a) Estrutura treliçada e (b) diâmetro das secções transversais dos perfis referentes aos modelos da tabela 4.8	46
Figura 4.10 - (a) Estrutura treliçada e (b) diâmetro das secções transversais dos perfis referentes aos modelos da tabela 4.9	47
Figura 4.11 - (a) Estrutura treliçada e (b) diâmetro das secções transversais dos perfis referentes aos modelos da tabela 4.10	48
Figura 4.12 - (a) Estrutura treliçada e (b) diâmetro das secções transversais dos perfis referentes aos modelos da tabela 4.11	49
Figura 4.13 - (a) Estrutura treliçada e (b) diâmetro das secções transversais dos perfis referentes aos modelos da tabela 4.12	51
Figura 4.14 - (a) Estrutura treliçada e (b) diâmetro das secções transversais dos perfis referentes aos modelos da tabela 4.13	52
Figura 4.15 - (a) Estrutura treliçada e (b) diâmetro das secções transversais dos perfis referentes aos modelos da tabela 4.14	53
Figura 4.16 - (a) Estrutura treliçada e (b) diâmetro das secções transversais dos perfis referentes aos modelos da tabela 4.15	54
Figura 4.17 - (a) Estrutura treliçada e (b) diâmetro das secções transversais dos perfis referentes aos modelos da tabela 4.16	57
Figura 4.18 - (a) Estrutura treliçada e (b) diâmetro das secções transversais dos perfis referentes aos modelos da tabela 4.17	58
Figura 4.19 - (a) Estrutura treliçada e (b) diâmetro das secções transversais dos perfis referentes aos modelos da tabela 4.18	59
Figura 4.20 - (a) Estrutura treliçada e (b) diâmetro das secções transversais dos perfis referentes aos modelos da tabela 4.19	61
Figura 4.21 - (a) Estrutura treliçada e (b) diâmetro das secções transversais dos perfis referentes aos modelos da tabela 4.20	62
Figura 4.22 - Gráfico da comparação dos erros relativos entre as tabelas 4.4 e 4.19	65
Figura 4.23 - (a) Estrutura treliçada e (b) diâmetro das secções transversais dos perfis referentes aos modelos da tabela 4.22	66

Figura 4.24 - (a) Estrutura treliçada e (b) diâmetro das secções transversais dos perfis referentes aos modelos da tabela 4.23	67
Figura 4.25 - (a) Estrutura treliçada e (b) diâmetro das secções transversais dos perfis referentes aos modelos da tabela 4.24	68
Figura 4.26 - Gráfico da comparação dos erros relativos entre as tabelas 4.15 e 4.22	71
Figura 4.27 - (a) Estrutura treliçada e (b) diâmetro das secções transversais dos perfis referentes aos modelos da tabela 4.27	73
Figura 4.28 - Representação do número de nós associados a uma treliça de 15 m de comprimento e 0,5 m de altura	74
Figura 4.29 - Representação do número de nós associados a uma treliça de 15 m de comprimento e 1 m de altura	75
Figura 4.30 - (a) Estrutura treliçada e (b) diâmetro das secções transversais dos perfis referentes aos modelos da tabela 4.29	76
Figura 4.31 - Representação do número de nós associados a uma treliça de 12 m de comprimento e 2 m de altura	77
Figura 4.32 - Representação do número de nós associados a uma treliça de 12 m de comprimento e 1 m de altura	77
Figura 4.33 - Treliça em consola, do tipo <i>Pratt</i> com aplicação de um carregamento uniformemente distribuído, com direção vertical e dirigido de cima para baixo ao longo do seu comprimento	80
Figura 4.34 - Representação e equeção da flecha máxima do caso de uma viga em consola, sujeita a um carregamento uniformemente distribuído	81
Figura 4.35 - Carregamento uniformemente distribuído por cada nó	81
Figura 4.36 - Representação da configuração geral do tipo de treliça usado no caso de estudo nº2	82
Figura 4.37 - Escala de cores para identificação dos esforços axiais do caso de estudo nº2	82
Figura 4.38 - (a) Estrutura treliçada e (b) diâmetro das secções transversais dos perfis referentes aos modelos da tabela 4.32	84
Figura 4.39 - (a) Estrutura treliçada e (b) diâmetro das secções transversais dos perfis referentes aos modelos da tabela 4.33	85
Figura 4.40 - (a) Estrutura treliçada e (b) diâmetro das secções transversais dos perfis referentes aos modelos da tabela 4.34	86
Figura 4.41 - (a) Estrutura treliçada e (b) diâmetro das secções transversais dos perfis referentes aos modelos da tabela 4.35	89
Figura 4.42 - (a) Estrutura treliçada e (b) diâmetro das secções transversais dos perfis referentes aos modelos da tabela 4.36	90
Figura 4.43 - (a) Estrutura treliçada e (b) diâmetro das secções transversais dos perfis referentes aos modelos da tabela 4.37	92
Figura 4.44 - (a) Estrutura treliçada e (b) diâmetro das secções transversais dos perfis referentes aos modelos da tabela 4.38	93
Figura 4.45 - (a) Estrutura treliçada e (b) diâmetro das secções transversais dos perfis referentes aos modelos da tabela 4.39	94

Figura 4.46 - (a) Estrutura treliçada e (b) diâmetro das secções transversais dos perfis referentes aos modelos da tabela 4.40.....	95
Figura 4.47 - (a) Estrutura treliçada e (b) diâmetro das secções transversais dos perfis referentes aos modelos da tabela 4.41.....	98
Figura 4.48 - (a) Estrutura treliçada e (b) diâmetro das secções transversais dos perfis referentes aos modelos da tabela 4.42.....	99
Figura 4.49 - (a) Estrutura treliçada e (b) diâmetro das secções transversais dos perfis referentes aos modelos da tabela 4.43.....	100
Figura 4.50 - (a) Estrutura treliçada e (b) diâmetro das secções transversais dos perfis referentes aos modelos da tabela 4.44.....	102
Figura 4.51 - (a) Estrutura treliçada e (b) diâmetro das secções transversais dos perfis referentes aos modelos da tabela 4.45.....	103
Figura 4.52 - Gráfico da comparação dos erros relativos entre as tabelas 4.32 e 4.44.....	106
Figura 4.53 - (a) Estrutura treliçada e (b) diâmetro das secções transversais dos perfis referentes aos modelos da tabela 4.47.....	107
Figura 4.54 - (a) Estrutura treliçada e (b) diâmetro das secções transversais dos perfis referentes aos modelos da tabela 4.48.....	108
Figura 4.55 - Gráfico da comparação dos erros relativos entre as tabelas 4.34 e 4.44.....	111
Figura 4.56 - (a) Estrutura treliçada e (b) diâmetro das secções transversais dos perfis referentes aos modelos da tabela 4.51.....	112
Figura 4.57 - (a) Estrutura treliçada e (b) diâmetro das secções transversais dos perfis referentes aos modelos da tabela 4.53.....	115
Figura 5.1 - Fluxograma do processo de aplicação do método simplificado, para uma fase de anteprojeto.....	121
Figura 6.1 - Janela demonstrativa dos deslocamentos sentidos nos nós.....	133
Figura 6.2 - Janela demonstrativa das tensões e esforços axiais sentidos nos elemntos.....	134
Figura 6.3 - Janela demonstrativa das reacções sentidas nos apoios.....	134
Figura 6.4 - Representação da deformada e não deformada de uma treliça 30.1.Aço.0,1.P200.....	135

Índice de Tabelas

Tabela 2-1 - Equações para o cálculo do deslocamento máximo, da inclinação máxima e da equação elástica (retirado de [5])	8
Tabela 2-2 – Tipos de análises e classificações associados a treliças	13
Tabela 4-1 - Variáveis a ter em conta nas estruturas a serem estudadas	33
Tabela 4-2 - Treliça L.1.Aço.0,02.P1000.....	35
Tabela 4-3 - Classificação das diferenças percentuais das deformações.....	36
Tabela 4-4 - Treliça L.1.Aço.0,1.P200.....	40
Tabela 4-5 - Treliça L.1.Aço.0,05.P200.....	41
Tabela 4-6 - Treliça L.1.Aço.0,025.P200.....	42
Tabela 4-7 - Treliça L.1.Aço.0,02.P200.....	43
Tabela 4-8 - Treliça L.1.Aço.0,1.P500.....	46
Tabela 4-9 - Treliça L.1.Aço.0,1.P1000.....	47
Tabela 4-10 - Treliça L.1.Aço.0,02.P500.....	48
Tabela 4-11 - Treliça L.1.Aço.0,02.P1000.....	49
Tabela 4-12 - Treliça L.1.Aço.0,05.P500.....	51
Tabela 4-13 - Treliça L.1.Aço.0,05.P1000.....	52
Tabela 4-14 - Treliça L.Aço.0,025.P500.....	53
Tabela 4-15 - Treliça L.1.Aço.0,025.P1000.....	54
Tabela 4-16 - Treliça L.1.Alumínio.0,1.P200	57
Tabela 4-17 - Treliça L.1.Alumínio.0,05.P200	58
Tabela 4-18 - Treliça L.1.Alumínio.0,025.P200	59
Tabela 4-19 - Treliça L.1.Alumínio.0,1.P500	61
Tabela 4-20 - Treliça L.1.Alumínio.0,1.P1000	62
Tabela 4-21 - Comparação dos erros relativos entre as tabelas 4.4. e 4.19.....	64
Tabela 4-22 - Treliça L.1.Alumínio.0,05.P500	66
Tabela 4-23 - Treliça L.1.Alumínio.0,05.P1000	67
Tabela 4-24 - Treliça L.1.Alumínio.0,025.P500	68
Tabela 4-25 - Comparaçõ dos erros relativos entre as tabelas 4.15 e 4.22.....	70
Tabela 4-26 - Variáveis a ter em conta na 2º fase do caso de estudo nº1.....	72
Tabela 4-27 - Treliça L.0,5.Aço.0,025.P200.....	73
Tabela 4-28 - Erro relativo dado pela razão entre o comprimento e a altura da estrutura de treliças L.H.Aço.0,025.P200.....	74
Tabela 4-29 - Treliça L.2.Aço.0,1.P200.....	76
Tabela 4-30 - Erro relativo dado pela razão entre o comprimento e a altura da estrutura de treliças L.H.Aço.0,1.P200.....	77

Tabela 4-31 - Erros relativos e fatores de correção associado à razão entre o comprimento e a altura da estrutura (caso de estudo nº1).....	79
Tabela 4-32 - Treliça L.1.Aço.0,1.Q50	84
Tabela 4-33 - Treliça L.1.Aço.0,05.Q50	85
Tabela 4-34 - Treliça L.1.Aço.0,025.Q50	86
Tabela 4-35 - Treliça L.1.Aço.0,1.Q100	89
Tabela 4-36 - Treliça L.1.Aço.0,1.Q150	90
Tabela 4-37 - Treliça L.1.Aço.0,05.Q100	92
Tabela 4-38 - Treliça L.1.Aço.0,05.Q150	93
Tabela 4-39 - Treliça L.1.Aço.0,025.Q100	94
Tabela 4-40 - Treliça L.1.Aço.0,025.Q150	95
Tabela 4-41 - Treliça L.1.Alumínio.0,1.Q50.....	98
Tabela 4-42 - Treliça L.1.Alumínio.0,05.Q50.....	99
Tabela 4-43 - Treliça L.1.Alumínio.0,025.Q50.....	100
Tabela 4-44 - Treliça L.1.Alumínio.0,1.Q100.....	102
Tabela 4-45 - Treliça L.1.Alumínio.0,1.Q150.....	103
Tabela 4-46 - Comparação dos erros relativos entre as tabelas 4.32 e 4.44	105
Tabela 4-47 - Treliça L.1.Alumínio.0,05.Q100.....	107
Tabela 4-48 - Treliça L.1.Alumínio.0,05.Q150.....	108
Tabela 4-49 - Comparação dos erros relativos entre as tabelas 4.34 e 4.44	110
Tabela 4-50 - Variáveis a ter em conta na 2º fase do caso de estudo nº2.....	111
Tabela 4-51 - Treliça L.0,5.Aço.0,025.Q50	112
Tabela 4-52 - Erro relativo dado pela razão entre o comprimento e a altura da estrutura de treliça L.H.0,025.Q50.....	113
Tabela 4-53 - Treliça L.2.Aço.0,1.Q50	115
Tabela 4-54 - Erro relativo dado pela razão entre o comprimento e a altura da estrutura de treliças L.H.Aço.0,1.Q50.....	116
Tabela 4-55 - Erros relativos e fatores de correção associados à razão entre o comprimento e a altura da estrutura (caso de estudo nº2).....	118
Tabela 5-1 - Tabela representativa do tipo de carregamento associado à equação da flecha máxima	120
Tabela 5-2 – Fatores de correção associados à razão entre o comprimento e a altura da estrutura.....	122
Tabela 5-3 - Dados da estrutura para cálculo da deformação numa fase de anteprojecto.....	125
Tabela 5-4 - Treliça 40.2,5.Aço.0,4.P100000	127

Lista de Abreviaturas, Siglas e Símbolos

Caracteres Latinos

A	Área da secção transversal
c	Distância ao eixo neutro
d (cap. 3.2)	Distância da longarina à linha média
E	Módulo de Young
F (cap. 2.3.3)	Vetor força
F_i	Forças externas aplicadas
F_c	Fator de correção
H	Altura da treliça
I (cap. 2.1.1)	Momento de inércia de área da secção transversal do perfil
I	Momento de inércia de área da longarina relativamente à linha média
\bar{I}	Momento de inércia de área da longarina relativamente ao eixo transversal
I_{total}	Momento de inércia da estrutura obtido através do método simplificado
k (cap. 2.3.3)	Matriz rigidez do elemento barra
K (cap. 2.3.3)	Matriz rigidez de cada elemento no referencial de coordenadas globais
K_G (cap. 2.3.3)	Matriz rigidez global do problema
L_b (cap. 2.3.3)	Comprimento de cada elemento barra
l	Comprimento da barra
L	Comprimento da treliça
L_b	Comprimento de cada elemento barra
L_e (cap. 3.3)	Comprimento de encurvadura
L_h	Comprimento das barras horizontais
L_v	Comprimento das barras verticais
m (cap. 2.2.1)	Número de barras
M_i	Momentos externos aplicados
M_j	Momento fletor

<i>MEF</i>	Métodos dos Elementos Finitos
<i>n</i> (cap.2.2.1)	Número de nós
<i>P</i>	Carga pontual aplicada ao caso de estudo nº1
<i>P_i</i>	Carga que provoca a deflexão na barra
<i>P_{crit}</i>	Carga crítica
<i>P' Ansys</i>	Carga máxima de compressão dada pelo método computacional
<i>Q</i>	Carregamento uniformemente distribuído aplicado ao caso de estudo nº2
<i>r</i> (cap.2.2.1)	Número de reações
<i>R</i> (cap. 3.2)	Raio do perfil
<i>R_i</i>	Reações nos apoios
<i>T</i> (cap. 2.3.3)	Matriz transformação
<i>U</i> (cap. 2.3.3)	Matriz deslocamento dos nós
<i>U'</i> (cap. 2.3.5)	Energia de deformação
<i>V_j</i>	Esforço transverso
<i>W</i> (cap. 2.1.1)	Módulo de resistência
<i>x_i</i>	Deflexão associada à carga <i>P_i</i>

Caracteres Gregos

σ	Tensão normal
σ_{adm}	Tensão admissível
σ_{com}	Tensão de comparação
σ_{ced}	Tensão de cedência
θ (cap. 2.3.3)	Ângulo entre o eixo longitudinal do elemento e a horizontal
θ_b	Ângulo que as barras horizontais fazem com as barras diagonais
θ_j	Ângulo de rotação
T_j	Ângulo de torção
ε (cap. 2.3.4)	Deformação da barra

δ (cap. 2.3.4)	Alongamento da barra
δ_{Ansys}	Deflexão máxima dada pelo método computacional
$\delta_{Analítico}$	Deflexão máxima dada pelo método simplificado
ϕ	Diâmetro de perfil
α_i	Coefficiente de influência

1 Introdução

1.1 Enquadramento do Tema

As treliças constituem soluções práticas e económicas em muitas situações de engenharia, uma vez que se inserem no âmbito da engenharia civil e da engenharia mecânica, nomeadamente no projeto de edifícios e pontes [4].

Com conhecimentos em mecânica estrutural, a projeto de estruturas metálicas do tipo treliça torna possível ao engenheiro a criação de uma solução construtiva adequada aos requisitos do cliente, que são as únicas orientações que o projetista possui inicialmente. Para que isso seja possível, é executada uma análise dos esforços e das deformações da estrutura em causa, no entanto os métodos existentes para o cálculo dos esforços e das deformações são de elevada precisão e exigem que a geometria da estrutura esteja completamente definida para se proceder à análise.

Numa fase de anteprojecto, o projetista deve criar uma proposta aliciante ao cliente, de forma a que ambas as partes ganhem com a conceção do projeto. No entanto, o processo de orçamentação de uma estrutura treliçada é bastante moroso e o cliente é livre de aceitar ou rejeitar a proposta, logo, existe a possibilidade do projetista ter de acartar com prejuízos monetários e de perdas de horas de trabalho, caso a proposta não seja adjudicada. Tendo em conta estes fatores, como uma orçamentação adequada numa fase de anteprojecto permite estabelecer uma posição no mercado competitivo oferecendo propostas fiáveis, eficientes e lucrativas para os participantes de um consórcio, é de grande importância encontrar uma solução para contrariar tais obstáculos, portanto, para melhorar a eficiência deste processo será conveniente desenvolver uma nova metodologia que confira uma maior rapidez e simplificação dos métodos usuais de cálculo de deformações, tal como existe para o cálculo de deformações em vigas, através de expressões matemáticas.

A nova metodologia insere-se no cálculo das deformações, pois o interesse desta dissertação cai sobre o estudo de treliças de grande comprimento relativamente à sua altura. Quer isto dizer que as deformações admissíveis serão atingidas primeiro que as tensões admissíveis. Consequentemente há a prevalência do critério da rigidez sobre o critério da resistência.

Desta forma, pretende-se ajudar o projetista a fazer uma estimativa das deformações da estrutura sem conhecer todos os seus pormenores. Posteriormente a esse mesmo cálculo, poderão definir-se os pormenores até aí desconhecidos, como a geometria da estrutura e dimensões dos seus componentes, ou os esforços a que as barras estão sujeitas.

Para validar um novo método analítico, dado não ser praticável a construção de treliças reais, irá efetuar-se uma análise computacional de elementos finitos através do programa *ANSYS* capaz de produzir resultados de deformações bastante próximos da realidade. Com base na análise computacional, será feita a comparação de resultados com os valores de deformação obtidos através do método analítico desenvolvido e consequentemente serão gerados fatores de correção para contrariar as

discrepâncias entre os valores de deformação dados dois métodos. Estes fatores de correção serão aplicados às expressões matemáticas desenvolvidas com o fim de calcular as deformações de uma treliça em consola.

1.2 Objetivos

Pretende-se desenvolver um método expedito, que permita o cálculo aproximado de deformações de estruturas metálicas do tipo de treliça, para que seja possível ao projetista, numa fase de anteprojecto, fazer uma estimativa rápida e aproximada das deformações neste tipo de estrutura. Os objetivos desta dissertação passam por:

1. Desenvolver expressões matemáticas, através de uma aproximação ao método de cálculo de deformações de vigas em consola, de forma a que estas, sejam capazes de estimar deformações em estruturas metálicas do tipo treliça em consola.
2. Comparação das deformações obtidas através do método analítico com as deformações obtidas através de um método computacional, fundamentado pelo método dos elementos finitos e com aptidão de simular deformações reais de estruturas metálicas do tipo treliça em consola.
3. Obtenção de fatores de correção, de forma a contrariar as discrepâncias entre os valores de deformação obtidos entre os dois métodos, analítico e computacional, para que a expressão matemática utilizada permita uma estimativa de deformações mais próxima da realidade.
4. Contribuição para o desenvolvimento de tabelas semelhantes às existentes para o cálculo de deformações em vigas, que representarão diversas estruturas metálicas do tipo treliça e diferentes carregamentos associadas às respetivas expressões matemáticas capazes de estimar deformação desses casos de estudo.

Estas tabelas serão acompanhadas de tabelas com fatores de correção, para que a estimativa dos valores de deformação através do método simplificado sejam o mais próximo da realidade possível.

1.3 Estrutura da Dissertação

Capítulo 1 – Introdução

O primeiro capítulo deste trabalho permite ao leitor, compreender o problema exposto nesta dissertação através de um enquadramento do tema, perceber qual a motivação e a necessidade em desenvolver este trabalho, quais os objetivos a atingir para a resolução do problema e como é organizada a estrutura do documento.

Capítulo 2 – Contextualização

O segundo capítulo constitui uma pesquisa bibliográfica de diferentes conceitos e métodos associados a estruturas do tipo treliça ou estruturas similares e capazes de cumprir funções idênticas. Primeiramente é esclarecida a definição de viga juntamente com a classificação dos diferentes modos de apoio e tipos de carregamentos associados a este tipo de estrutura. Após a explicação teórica deste tipo de estrutura, introduz-se o conceito prático através de um método de cálculo de esforços e deformações.

Quando o conceito de viga está consolidado, introduz-se a definição de treliça, simultaneamente com a classificação fundamentada no tipo de análises a que estas podem ser sujeitas.

Posteriormente à abordagem teórica destas estruturas, são evidenciados diversos métodos de cálculo de tensões, esforços e deformações para estruturas reticuladas.

Capítulo 3 – Metodologia

Neste capítulo, estabelece-se o problema a resolver, ou seja, definem-se as variáveis de estudo e estipula-se a geometria geral das estruturas a estudar. Posteriormente à definição concreta do problema, introduz-se uma explicação quanto à aplicação dos dois métodos sobre os quais o desenvolvimento desta dissertação está completamente dependente, o método simplificado e o método computacional.

Capítulo 4 – Aplicação da metodologia

O capítulo 4 é dividido em dois casos de estudo que se distinguem pelo tipo de carregamento.

A aplicação da metodologia em cada caso de estudo divide-se em duas fases. Uma primeira fase onde são feitas as manipulações das variáveis do comprimento L , do diâmetro ϕ , da carga pontual P , do carregamento uniformemente distribuído Q e do módulo de young E (neste caso, as manipulações das variáveis dizem respeito à variação de parâmetros e ao estudo da produção dos efeitos da variação), e uma segunda fase, que avalia a influência da razão $\frac{L}{H}$ no cálculo da diferença percentual entre as deformações dadas pelos dois métodos. De notar que, para cada fase da aplicação da metodologia, são aplicadas restrições às variáveis de estudo.

Os resultados obtidos pelos dois métodos são comparados, comentados e expostos sobre o formato de tabelas.

Capítulo 5 – Resultados

Neste capítulo, comentam-se os factos retirados da análise feita no capítulo 4 e estabelecem-se, para cada caso de estudo, as equações finais do cálculo das deformações juntamente com a tabela correspondente aos fatores de correção que devem ser usados nessas mesmas equações.

Também é executada a aplicação prática detalhada do método simplificado para duas treliças diferentes.

Capítulo 6 – Conclusão

No capítulo 6 são apontadas as conclusões retiradas das análises feitas em cada caso de estudo e é são sugeridos temas para desenvolvimentos futuros.

Referências bibliográficas

No capítulo 7 são expostas as referências bibliográficas que serviram de apoio para o desenvolvimento desta dissertação.

Anexos

O capítulo 8 diz respeito ao código *APDL* desenvolvido para a obtenção de resultados no programa computacional *ANSYS*.

2 Síntese do conhecimento

Quer na área da engenharia civil como da engenharia mecânica, o conceito de estrutura é bem sabido e utilizado, dado que qualquer construção, máquina, automóvel ou avião é constituído por uma estrutura que o sustenta e lhe confere a rigidez necessária para a sua função. Quer isto dizer que a definição de estrutura passa pela disposição e organização dos elementos essenciais que compõem um todo, nos quais esses elementos estão solidários uns com os outros e têm como grande objetivo a sustentação ou a transferência de forças.

O projeto e a análise de estruturas, requer um estudo minucioso de cada um dos seus elementos, mas também necessita da combinação deles para se entender os esforços que neles atuam, assim bem como a sua capacidade para os suportar.

Este estudo pode ser feito de diversas formas dependendo do tipo de elemento com que se está a trabalhar, por isso existe a necessidade de conhecer e saber trabalhar com dois dos principais elementos usados na engenharia, o elemento viga e o elemento barra, elementos fundamentais no projeto de estruturas metálicas.

2.1 Definição de viga

Os elementos vigas são estruturas prismáticas que podem adotar diferentes geometrias ao nível da sua secção e normalmente são de grande comprimento e contribuem para a sustentação de diferentes cargas em diferentes pontos do seu comprimento [4]. Estes elementos, podem ser sujeitos a diferentes carregamentos, diferentes modos de apoio e apresentar diferentes geometrias.

Relativamente aos modos de apoio, o elemento viga pode possuir diversas configurações, dependendo da necessidade de projeto, o que quer dizer que os seus apoios podem estar localizados nas suas extremidades ou em diferentes locais do seu comprimento. A classificação atribuída aos modos de apoio mais frequentes em estruturas do tipo viga está representada na figura 2.1 [4].

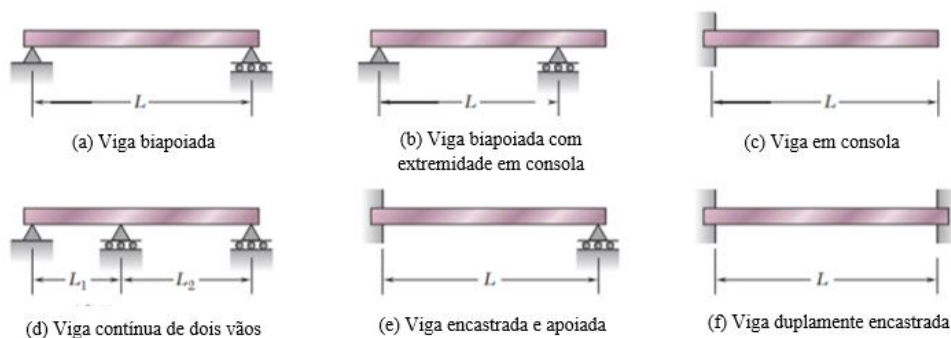


Figura 2.1 - Diversos tipos de viga e seus modos de apoio (adaptado de [3])

No que diz respeito à geometria da viga, esta pode adotar diferentes perfis, sendo que os mais frequentes são os perfis em I, U e H.

Quanto aos tipos de carregamentos, o elemento viga normalmente é utilizado para suportar esforços perpendiculares ao seu eixo, que por sua vez causam corte e flexão. Contudo, também pode estar sujeito à torção e a carregamentos não perpendiculares ao eixo, que irão introduzir esforços axiais na viga [4]. Para uma melhor compreensão do dimensionamento de uma viga, considere-se o exemplo dado na secção 2.1.1.

2.1.1 Método para o cálculo de deformações em vigas

Considere-se a figura 2.2, que representa uma viga de madeira com perfil retangular, biapoiada e sujeita a duas cargas pontuais. Neste exemplo pretende-se calcular o esforço cortante, o momento fletor e a deflexão máxima da Viga AD [3].

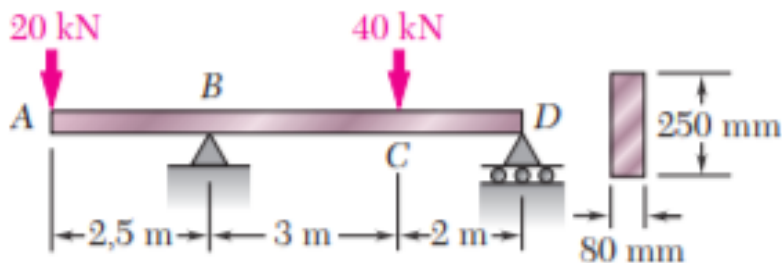


Figura 2.2 - Viga de madeira, com perfil retangular, biapoiada e sujeita a duas cargas pontuais verticais (retirado de [3])

Em primeiro lugar, deve traçar-se o diagrama de corpo livre da viga e fazer uso das equações de equilíbrio $\sum F_x = 0$, $\sum F_y = 0$ e $\sum M_B = 0$ para a determinação das reações R_B e R_D . De seguida, para determinar os esforços internos nas diferentes secções da viga, elaboram-se as equações do esforço transverso e do momento fletor para cada secção da viga [3].

Tendo em conta a figura 2.3, para a obtenção do esforço transverso V_I e o momento fletor M_I que se consideram positivos de acordo com a convenção de sinais adotada, a viga tem de ser cortada na secção 1. Depois, para a obtenção das restantes equações de esforço transverso e momento fletor nas diferentes secções da viga, esta é cortada em pequenos segmentos para que posteriormente seja possível o desenvolvimento dos diagramas de esforço transverso e de momento fletor ao longo do comprimento da viga [3].

Quando estes diagramas estão totalmente definidos e calculados, é possível compreender os locais da viga onde ocorrem os valores máximos de momento fletor. Neste caso, de acordo com a figura 2.3, o momento fletor máximo atua entre a secção 2 e 3, o que quer dizer que esta será a zona que nos dará orientação para um correto dimensionamento, pois é nela que a tensão admissível tem de ser superior à tensão local de acordo com a equação 2.1.

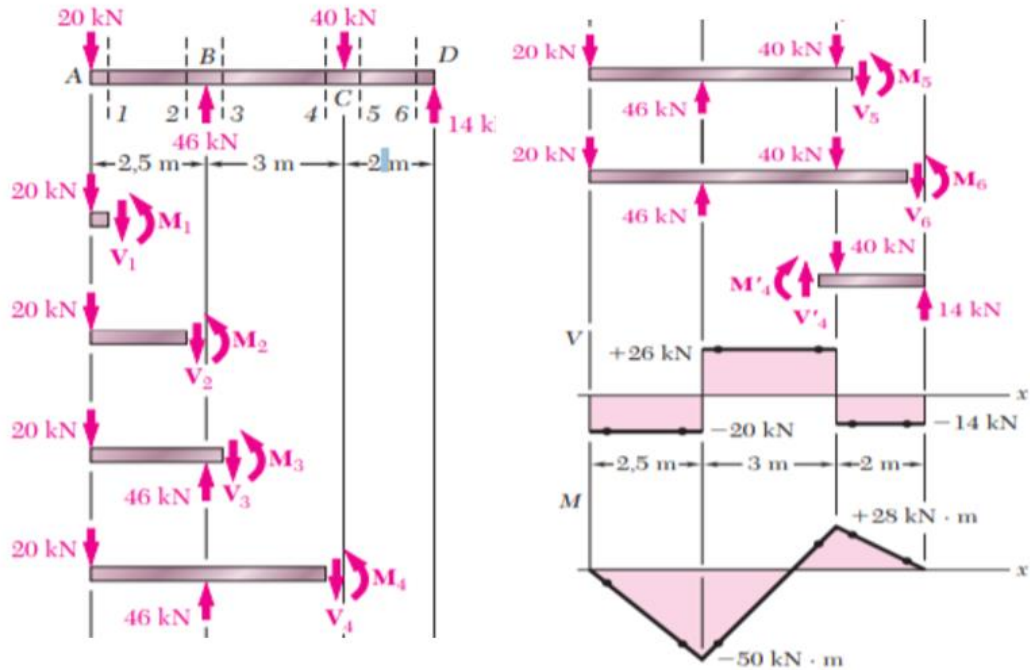


Figura 2.3 - Exemplificação da determinação do esforço transversal e momento fletor em vigas (retirado de [3])

$$\sigma = \frac{M}{W} \leq \sigma_{adm} \quad (2.1)$$

A equação 2.1 permite o cálculo da tensão máxima através da razão entre o momento fletor máximo M e o módulo de resistência à flexão da secção elástica W que é dado por $\frac{I}{c}$, que corresponde à razão entre o momento de inércia do perfil e a distância máxima da superfície neutra [3].

Posteriormente faz-se a comparação da tensão local com a tensão admissível, onde o resultado desejado será a superioridade da tensão admissível relativamente à tensão local. Caso isso não aconteça, deve escolher-se um perfil mais adequado, de forma a que a tensão admissível seja sempre superior relativamente à tensão máxima provocada pelas cargas aplicadas, garantido a resistência da estrutura [3].

Com base nos resultados obtidos, é possível ter uma ideia razoável da deformada que terá a estrutura. No entanto, para existir uma maior precisão da análise da viga, existe a necessidade de estudar a deflexão e a inclinação nos diferentes pontos da mesma. Para isso, faz-se uso da equação da linha elástica, que diz respeito à equação 2.2, que é governada por uma equação diferencial de segunda ordem [3]:

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{M(x)}{EI} \quad (2.2)$$

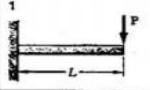
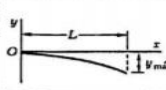
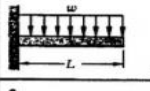
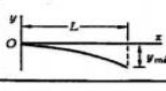
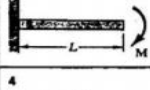
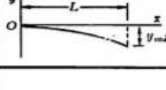
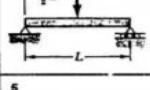
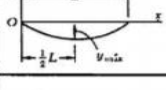
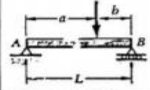
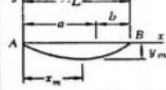
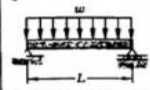
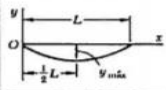

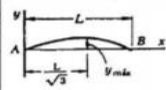
Onde o produto EI é conhecido como a rigidez à flexão que é constante no caso das vigas prismáticas.

Para se conhecer a equação da deflexão máxima em qualquer ponto da viga, ambos os membros da equação 2.2 são multiplicados por EI para que posteriormente sejam feitas duas integrações em x . Esta integrações irão originar constantes desconhecidas que poderão ser calculadas através das condições de fronteiras impostas no problema. Após a total definição da equação da deflexão, pode determinar-se a deflexão em qualquer ponto da viga e a sua deflexão máxima [3]. A deflexão máxima não pode comprometer a rigidez da estrutura dado que deve cumprir os limites definidos pelos códigos estruturais.

Atualmente, já foram desenvolvidos alguns atalhos que permitem um cálculo mais rápido e verificativo do método anteriormente explicado.

Esses atalhos são constituídos por tabelas que permitem o cálculo do deslocamento máximo, da equação da linha elástica ou da inclinação em pontos específicos, de vigas com diferentes tipos de apoio e de carregamento [2], como por exemplo se representa na tabela 2.1.

Tabela 2-1 - Equações para o cálculo do deslocamento máximo, da inclinação máxima e da equação elástica (retirado de [5])

Tipos de viga e carregamento	Linha elástica	Flexão máxima	Rotação nos apoios	Equação da linha elástica
		$-\frac{PL^3}{3EI}$	$-\frac{PL^2}{2EI}$	$y = \frac{P}{6EI}(x^3 - 3Lx^2)$
		$-\frac{wL^4}{8EI}$	$-\frac{wL^3}{6EI}$	$y = -\frac{w}{24EI}(x^4 - 4Lx^3 + 6L^2x^2)$
		$-\frac{ML^2}{2EI}$	$-\frac{ML}{EI}$	$y = -\frac{M}{2EI}x^2$
		$-\frac{PL^3}{48EI}$	$\pm \frac{PL^2}{16EI}$	Para $x \leq \frac{1}{2}L$: $y = \frac{P}{48EI}(4x^3 - 3L^2x)$
		Para $a > b$: $-\frac{Pb(L^2 - b^2)^{3/2}}{9\sqrt{3}EIL}$ $x_m = \sqrt{\frac{L^2 - b^2}{3}}$	$\theta_A = -\frac{Pb(L^2 - b^2)}{6EIL}$ $\theta_B = +\frac{Pa(L^2 - a^2)}{6EIL}$	Para $x < a$: $y = -\frac{Pb}{6EIL}[x^3 - (L^2 - b^2)x]$ Para $x = a$: $y = -\frac{Pa^2b^2}{3EIL}$
		$-\frac{5wL^4}{384EI}$	$\pm \frac{wL^3}{24EI}$	$y = -\frac{w}{24EI}(x^4 - 2Lx^3 + L^2x^2)$
		$\frac{ML^2}{9\sqrt{3}EI}$	$\theta_A = +\frac{ML}{6EI}$ $\theta_B = -\frac{ML}{3EI}$	$y = -\frac{M}{6EIL}(x^3 - L^2x)$

2.2 Definição de treliça

Uma treliça pode ser considerada como um grupo de pinos e elementos barra sujeitos à ação de duas forças. Esses elementos são delgados, retilíneos, interligados nas suas extremidades e sujeitos a duas forças de mesmo módulo, mas sentido oposto [4].

Como o elemento barra se comporta como um elemento de duas forças, conseqüentemente essas mesmas forças devem ser direcionadas ao longo dos seus eixos geométricos, onde podem constituir um par de forças atrativas caso o elemento se esteja a alongar, ou um par de forças compressivas caso o elemento se esteja a encurtar [4], tal como representado na figura seguinte:

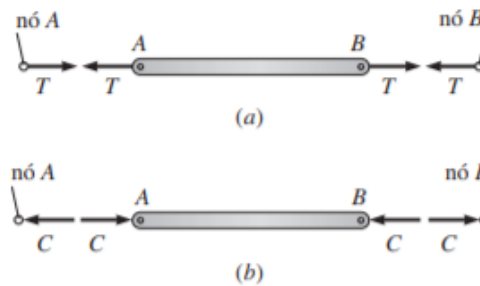


Figura 2.4 - Esforços internos sofridos pelo elemento barra: (a) esforço de tração, (b) esforço de compressão (retirado de [10])

Este tipo de estrutura possui grande influência nos projetos de engenharia, uma vez que oferecem uma boa capacidade para o suporte de cargas no seu plano a custos mais acessíveis [4].

Nas figuras 2.5 e 2.6, é possível perceber que numa estrutura do tipo treliça, os esforços externos são aplicados aos nós e não aos elementos propriamente ditos, desta forma, as barras estarão apenas sujeitas a esforços de tração ou compressão, evitando qualquer esforço interno de flexão. No caso de uma carga concentrada aplicada ao longo de um elemento barra, o carregamento deve ser transferido para os nós. Conseqüentemente é recomendado tomar algumas precauções, tais como um sistema de pavimentação ou a introdução de longarinas e vigas transversais [4].

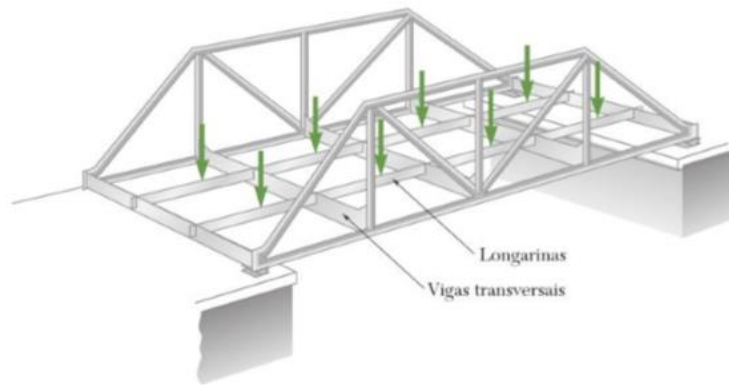


Figura 2.5 - Estrutura reticulada de uma ponte (retirado de [4])

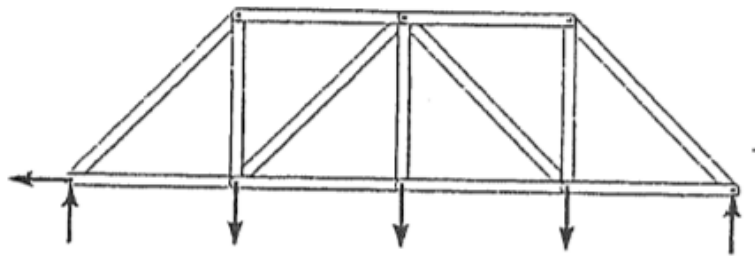


Figura 2.6 - Distribuição dos esforços da ponte (retirado de [8])

Quanto à interligação entre os elementos, esta pode ser feita de diferentes formas, por meio de ligações aparafusadas, soldadas ou rebitadas, porém de uma forma geral considera-se que são unidos por meio de pinos sem atrito [4]. Na figura seguinte está representada a ligação aparafusada entre os membros da treliça e uma placa de reforço:

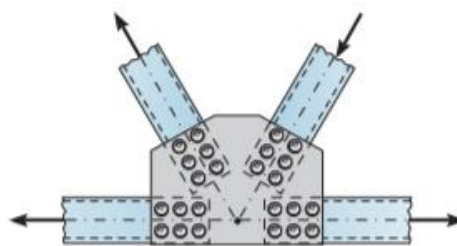


Figura 2.7 - Ligação aparafusada entre os membros da treliça e uma placa de reforço (retirado de [9])

Quando uma estrutura metálica é adjetivada de rígida, na linguagem de um engenheiro mecânico, o termo caracteriza uma estrutura que não entra em colapso. Quer isto dizer que a rigidez é um fator que deve ser tido em consideração e mais importante, deve ser alcançado.

Tome-se como exemplo as estruturas do tipo treliça da figura seguinte:

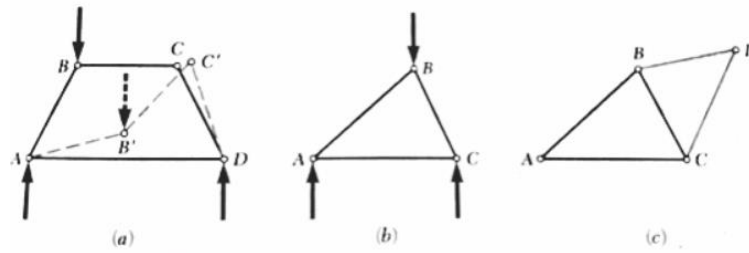


Figura 2.8 - (a) Treliça de quatro elementos. (b) Treliça triangular simples. (c) Treliça triangular simples, com a adição de dois novos elementos (retirado de [4])

Considere-se a figura 2.8 (a). Para uma estrutura do tipo treliça constituída por quatro elementos ligados pelos nós A, B, C e D, a aplicação da carga no nó B irá provocar grandes deformações na estrutura, levando à configuração representada a tracejado e ao seu colapso [4].

O mesmo não acontece na treliça da figura 2.8 (b), pois os três elementos ligados entre si através dos nós A, B e C, irão deformar-se pouco quando sujeitos à carga B. Quer isto dizer que a deformação sofrida irá contribuir na alteração mínima do comprimento dos elementos e não da configuração da estrutura, como no caso anterior. Tal como representado na figura 2.8 (c), pode existir a adição de elementos a treliças triangulares simples. Essa adição de elementos classifica as treliças como simples ou compostas [4].

A treliça do tipo simples é caracterizada pela adição de dois elementos interligados por um nó a um elemento triangular, sendo sempre uma estrutura estável, enquanto que a treliça do tipo composto se caracteriza pela ligação de duas ou mais treliças simples conectadas por um pino ou pinos e tirantes [10]. Tome-se como exemplo a figura 2.9:

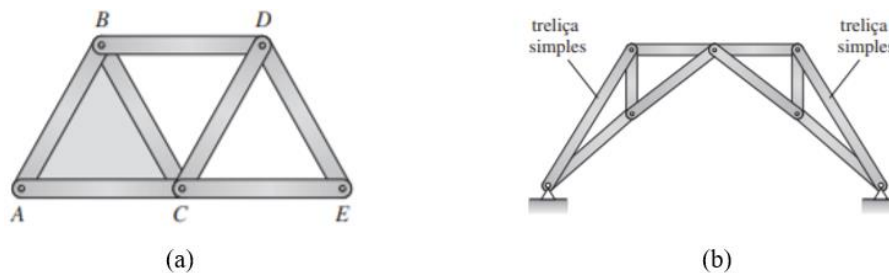


Figura 2.9 - Treliça simples (a) e composta (b) (retirado de [10])

Caso a treliça apresente um formato incomum, quer dizer que esta não é do tipo simples ou composto, mas sim complexa [10]. Tome-se como exemplo a figura seguinte:

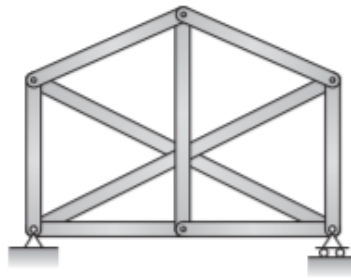


Figura 2.10 - Treliça complexa (retirado de [10])

As estruturas do tipo treliça também podem ter várias configurações e geometrias, como se representa na figura seguinte:

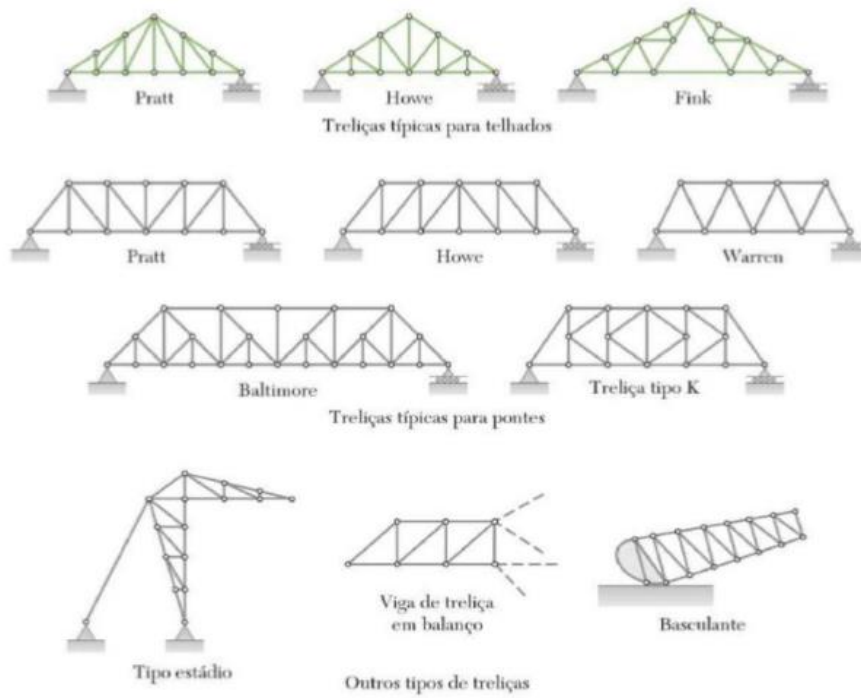


Figura 2.11 - Geometrias de treliças (retirado de [4])

2.2.1 Classificação de treliças

As treliças podem ser sujeitas a três tipos de análise: interior, exterior e global. Cada uma destas análises pode ser classificada em isostática, hiperestática e hipostática consoante as relações entre o número de nós n e o número de barras m , no caso da análise interior, ou consoante o número de reações r , no caso de uma análise exterior. Na análise global, estas três variáveis são definidas pela adição das equações da análise interior e exterior, tal como representado na tabela seguinte [1]:

Tabela 2-2 – Tipos de análises e classificações associados a treliças

<i>Análise Interior (AI)</i>	Isostática	$m = 2n - 3$
	Hiperestática	$m > 2n - 3$
	Hipostática	$m < 2n - 3$
<i>Análise Exterior (AE)</i>	Isostática	$r = 3$
	Hiperestática	$r > 3$
	Hipostática	$r < 3$
<i>Análise Global = (AI + AE)</i>	Isostática	$m + r = 2n$
	Hiperestática	$m + r > 2n$
	Hipostática	$m + r < 2n$

De acordo com a tabela 2.2, cada tipo de análise é caracterizado pelos três sistemas seguintes [1] [2]:

Sistema Isostático – Faz-se uso dos esforços externos para determinar as reações nos apoios. O número de reações nos apoios será igual ao número de equações do corpo rígido.

Sistema Hiperestático -Neste tipo de sistema, o número de reações é superior ao número de equações de equilíbrio, portanto, as equações de equilíbrio não irão conseguir determinar todas as incógnitas.

Sistema Hipostático – Num sistema hipostático, a estrutura apresenta menor número de reações dos apoios comparativamente às equações de equilíbrio, desta forma, haverá sempre pelo menos uma condição que não será cumprida.

Caso a determinação de todas as incógnitas de um sistema seja possível apenas pela utilização das equações de equilíbrio estático, tal como nos casos dos sistemas hipostáticos e isostáticos, então podemos defini-los como sistemas estaticamente determinados, no caso de treliças planas.

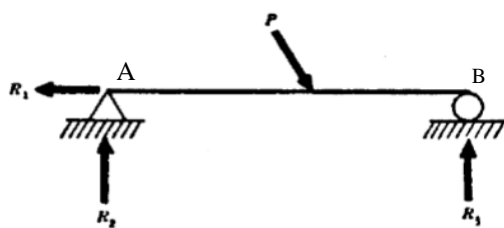


Figura 2.12 - Sistema estaticamente determinado (retirado de [11])

Por exemplo, para o sistema representado na figura 2.12, contabilizam-se um apoio fixo com as reações R_1 e R_2 , um apoio móvel com a reação R_3 e uma carga P . Neste sistema, é tem-se três equações de equilíbrio, $\sum F_x = 0$, $\sum F_y = 0$ e $\sum M_A = 0$, para três reações nos apoios, logo, o sistema é classificado como estaticamente determinado.

Os sistemas hiperestáticos já são classificados de sistemas estaticamente indeterminados, pois não é possível a determinação de todas as incógnitas usando apenas as equações de equilíbrio estático [11].

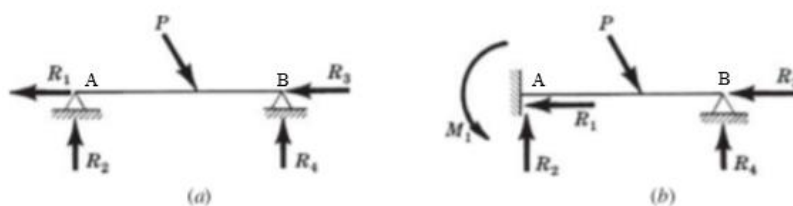


Figura 2.13 - Sistemas estaticamente indeterminados (retirado de [11])

Tome-se como exemplo a figura 2.13. Nesta figura, o sistema (a) é constituído por uma força externa P e possui quatro reações nos apoios, R_1 , R_2 , R_3 e R_4 somente para três equações de equilíbrio, $\sum F_x = 0$, $\sum F_y = 0$ e $\sum M_A = 0$. Quanto ao sistema (b), este também é composto por uma força externa P , mas possui cinco reações nos apoios, R_1 , R_2 , R_3 , R_4 e R_5 para 3 equações de equilíbrio, $\sum F_x = 0$, $\sum F_y = 0$ e $\sum M_A = 0$. Desta forma, tanto o sistema (a) como o (b) são classificados como sistemas estaticamente indeterminados [11].

Para ultrapassar esta indeterminação é necessário recorrer a outro processo de cálculo chamado de método dos deslocamentos, no qual se escrevem todas as equações de equilíbrio estático pertencentes ao sistema, para posteriormente completar com equações adicionais tendo em conta os deslocamentos da estrutura, com o objetivo de obter equações de equilíbrio e de deslocamento de igual número ao de incógnitas do sistema [11].

2.3 Métodos existentes de cálculo de esforços, tensões e deformações em estruturas metálicas do tipo treliça

Para o estudo correto de uma estrutura reticulada, existe a necessidade de proceder a uma análise de esforços, para que inicialmente o projetista tenha uma ideia concreta de como a estrutura se comporta. Considerando que a estrutura se encontra em equilíbrio estático, existem diversos métodos capazes de obter estes resultados, dos quais se podem nomear o método dos nós e o método das secções que têm a capacidade de determinar os esforços internos e os sentidos dos mesmos.

2.3.1 Método dos nós

Partindo da treliça da figura 2.14, desenvolve-se o diagrama de corpo livre da estrutura [4].

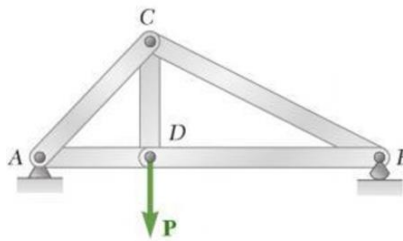


Figura 2.14 - Exemplo de treliça onde será aplicado o método dos nós (retirado de [4])

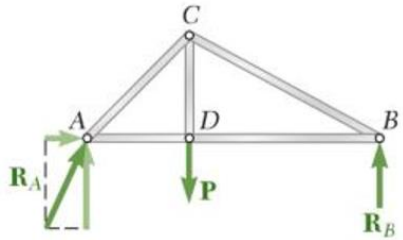


Figura 2.15 - Diagrama de corpo livre da treliça em estudo (retirado de [4])

Após o desenvolvimento do diagrama de corpo livre, parte-se para o cálculo das reações nos apoios. Como as reações relativas aos apoios são desconhecidas, estas devem ser decompostas nas componentes x e y e contabilizadas nas equações de equilíbrio $\sum F_x = 0$ e $\sum F_y = 0$. Resolvendo as equações contabilizando a carga externa P, obtêm-se os valores de R_A e R_B [4].

Deste modo, o diagrama de corpo livre da estrutura estará totalmente definido, juntamente com os esforços externos aplicados e as suas reações.

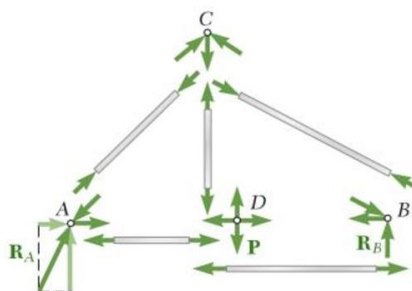


Figura 2.16 - Diagrama de corpo livre de cada barra (retirado de [4])

De seguida, deve escolher-se um nó onde existam apenas duas forças desconhecidas, de modo a fazer-se novamente uso das equações de equilíbrio, para que seja possível determinar essas mesmas forças. Por fim, este processo é repetido até que todos os esforços internos estejam determinados [4].

Tendo em conta a figura 2.16, é possível verificar que os elementos constituintes de uma estrutura como esta, estão sujeitos a duas forças nas suas extremidades, com a mesma direção, mesmo módulo, mas sentidos opostos. Desta forma, estes elementos ou estão sujeitos à tração ou à compressão visto que, a força entre um nó e o seu elemento constituem um par ação-reação [4].

Este método é recomendado para estruturas reticuladas relativamente pequenas, pois em estruturas de maiores dimensões, a análise e definição das equações de equilíbrio pode tornar o método bastante exaustivo.

2.3.2 Método das Secções

O método das secções permite uma análise mais eficiente, caso a vontade do projetista seja determinar uma força ou forças em um ou mais elementos. A grande diferença deste método comparativamente ao anterior, reside no facto do método das secções não implicar uma análise completa da estrutura [4].

Tal como o método dos nós exige, também no método das secções é necessário estabelecer o diagrama de corpo livre da treliça em estudo. Só assim será possível estabelecer as equações de equilíbrio e determinar as reações nos apoios.

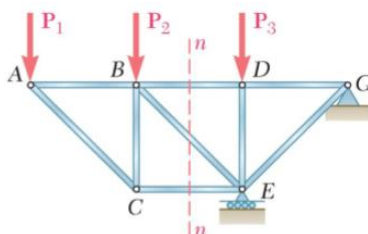


Figura 2.17 - Diagrama de corpo livre de treliça para aplicação do método das secções (retirado de [12])

De maneira a estudar os elementos de interesse na estrutura representada na figura 2.17, define-se uma secção que passe por três elementos da treliça e divide-se a estrutura [4].

Quando a estrutura estiver dividida, traça-se o diagrama de corpo livre na secção de interesse, onde devem estar incluídos os esforços internos e externos aplicados a essa parte, tal como representado na figura seguinte:

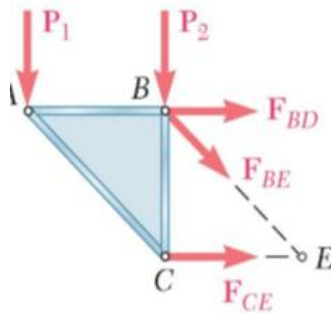


Figura 2.18 - Diagrama de corpo livre dos elementos desejados (retirado de[12])

Após o diagrama da figura 2.18 estar completamente definido, decompõem-se todas as forças nas componentes x e y e faz-se uso das equações $\sum F_x = 0$, $\sum F_y = 0$ e $\sum M_E = 0$, que representam as equações de equilíbrio estático de forças e de momentos, para a determinação dos esforços internos [4]. Mais uma vez, estas equações irão determinar quais os elementos que se encontram à tração ou compressão.

2.3.3 Método dos Elementos Finitos

O método dos elementos finitos é um método numérico e computacional, capaz de resolver diversos problemas no âmbito da engenharia e da física, com capacidade para proceder a diferentes tipos de análises de estruturas complexas. O MEF avalia o domínio do problema em causa e decompõe o mesmo em diversos subdomínios que irão determinar a precisão da análise. Cada subdomínio é definido por equações aproximadas que traduzem uma função complexa em diversas funções polinomiais mais simples.

Uma maior definição do domínio traduz-se num maior desmembramento em subdomínios do problema, que conseqüentemente irão conduzir a uma solução o mais aproximada possível da solução real.

A resolução do problema através do método computacional, constitui três fases: o pré-processamento, a solução e o pós-processamento.

Pré-processamento:

1º fase: Discretização do domínio do problema em elementos finitos de forma a gerar uma malha onde os nós e os elementos escolhidos são adequados à estrutura.

Nesta fase, a estrutura fica com a sua geometria e as suas propriedades físicas definidas.

2º fase: Seleção da função de forma adequada.

Neste caso, a função de forma selecionada seria a matriz rigidez da barra, pois é aquela que se aproxima de melhor forma ao comportamento de cada elemento de uma estrutura reticulada.

$$k = \frac{AE}{L_b} * \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

3º fase: Montagem das equações de cada elemento através da matriz rigidez e do vetor força, de forma a se efetuar uma transformação de coordenadas de um referencial local para um referencial global.

$$K = T^T * k * T = \frac{AE}{L_b} * \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & \sin \theta * \cos \theta & -\cos^2 \theta & -\sin \theta * \cos \theta \\ & \sin^2 \theta & -\sin \theta * \cos \theta & -\sin^2 \theta \\ Sim. & & \cos^2 \theta & \sin \theta * \cos \theta \\ & & & \sin^2 \theta \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

A variável θ representa o ângulo entre o eixo longitudinal do elemento e a horizontal, com rotação no nó de menor numeração, ou seja, é o ângulo que representa a rotação entre o referencial local em relação ao referencial global do sistema tal como representado na figura 2.19.

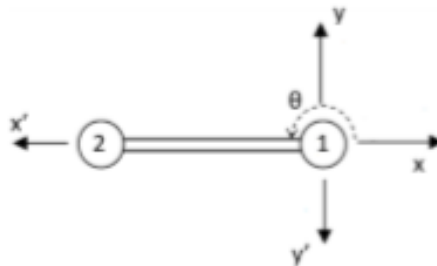


Figura 2.19 - Representação dos referênciais local e global (retirado de [13])

4º fase: Obtenção da matriz rigidez global do problema através da assemblagem das matrizes rigidez de cada elemento em coordenadas globais.

5º fase: Imposição das condições de fronteira.

Solução:

Na solução, resolvem-se os sistemas de equações definidos pela matriz rigidez global do problema K_G , pelo vetor de forças F e pelas condições de fronteira para a obtenção da matriz dos deslocamentos nos nós de cada elemento U , através da equação seguinte:

$$K_G * U = F \quad (2.5)$$

Pós-processamento:

Por fim, o pós-processamento permite-nos a obtenção de outros resultados tais como as reações nos apoios, tensões principais etc.

Esta secção teve por base [7], [13] e [14].

2.3.4 Métodos gráficos

Método de Cremona

Existem diversos métodos que nos encaminham de maneiras diferentes para o cálculo dos esforços, das tensões e das deformações. De entre eles, pode referenciar-se o Método de Cremona, no qual se faz uma análise semelhante ao método dos nós mas através de um estudo gráfico. Este método traduz graficamente aquilo que o método dos nós enuncia analiticamente. Contudo, este método aplica-se apenas ao estudo de um sistema isostático de treliças e já caiu praticamente em desuso [12].

Aplicação da Lei de Hooke a barras de treliças

A aplicação da Lei de Hooke em barras de treliças, serve para obter a deformação sentida em cada uma das barras do sistema, para que posteriormente seja possível representar a sua deformada. Desta forma, fazendo uma análise da figura seguinte, será possível perceber como usar a equação 2.6 para o cálculo da deformação de cada elemento [3] [12].

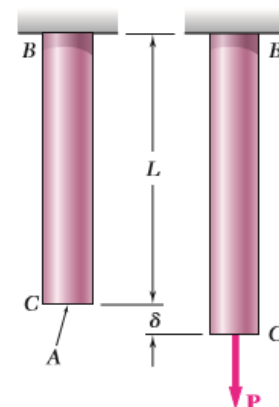


Figura 2.20 – Representação da deformação que o elemento sofre sobre o efeito de tração (retirado de [3])

Para o cálculo da deformação, usando este método, será importante ter em conta três equações que exprimam, a tensão, a deformação e a lei de Hooke em regime elástico, de modo a que seja possível o cálculo e a representação gráfica do comprimento de cada barra [3] [12].

$$\text{Lei de Hooke: } \sigma = E * \varepsilon \quad (2.6)$$

Como a tensão σ , é representada pela razão entre a carga P (representada na figura 2.20) e a área de secção transversal do elemento A , então a tensão traduz-se em $\frac{P}{A}$. A deformação da barra ε é representada pela razão entre o alongamento total da barra δ e o seu comprimento total l através de $\frac{\delta}{l}$ [3] [12]. Portanto, a lei de Hooke irá traduzir-se na equação seguinte:

$$\delta = \frac{P * l}{A * E} \quad (2.7)$$

Com esta equação, conseguir-se-á obter a deformação de cada barra, e fazer a representação gráfica do sistema para que se possa entender a configuração da deformada.

2.3.5 Métodos energéticos

Existem métodos energéticos capazes de obter os deslocamentos em qualquer ponto de uma estrutura, como o Teorema de Reciprocidade de Maxwell e o Teorema de Castigliano que podem ser consultados em [3], e o Princípio dos Trabalhos Virtuais que pode ser consultado em [4]. De forma a que o leitor possa tomar conhecimento de outras vias para o cálculo de deformações em estruturas do tipo treliça, irá abordar-se resumidamente o Teorema da Reciprocidade de Maxwell e o Teorema de Castigliano.

De notar que o estudo é referente a treliças, portanto para o uso destes dois teoremas, que dizem respeito ao estudo de vigas, é necessário fazer uma simplificação para que possam ser usados. Essa simplificação diz respeito à aproximação de uma treliça a uma viga. Também é importante referir que ambos os teoremas expressam a energia de deformação de uma estrutura submetida a diferentes cargas, conseqüentemente, essa mesma energia será expressa através das cargas e das deflexões resultantes [12].

Teorema da Reciprocidade de Maxwell

Considere-se a viga elástica AB submetida a duas forças P_1 e P_2 como representado na figura seguinte:

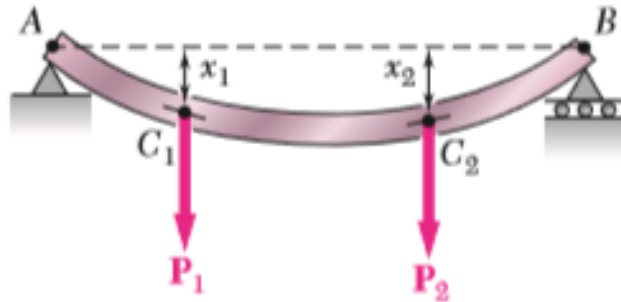


Figura 2.21 – Viga AB sujeita a duas carga pontuais (retirado de [3])

A energia de deformação da viga é igual ao trabalho realizado pelas cargas P_1 e P_2 , assim sendo, para avaliar esse trabalho deve expressar-se as deflexões x_1 e x_2 em termos dessas mesmas cargas [3].

Considere-se que a viga AB está sujeita apenas à carga P_1 . Apesar de apenas uma das cargas estar aplicada, tanto o ponto C_1 e C_2 apresentam uma deflexão proporcional à carga [3]. As deflexões provocadas pela carga P_1 denominam-se de x_{11} e x_{21} tal como demonstra a figura seguinte:

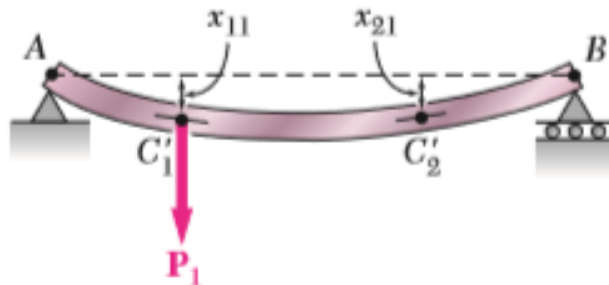


Figura 2.22 - Deflexões na viga provocadas pela carga P_1 (retirado de [3])

As deflexões provocadas pela carga P_1 traduzem-se em:

$$x_{11} = \alpha_{11} * P_1 \text{ e } x_{21} = \alpha_{21} * P_1 \quad (2.8)$$

As deflexões x_{11} e x_{21} traduzem-se no produto entre os respetivos coeficientes de influência α_{11} e α_{21} e a carga P_1 . Estes coeficientes são constantes que representam as deflexões C_1 e C_2 quando uma força unitária é aplicada em C_1 [3].

O mesmo processo é repetido para a carga P_2 de forma a obter as deflexões x_{12} e x_{22} provocadas por essa mesma carga.

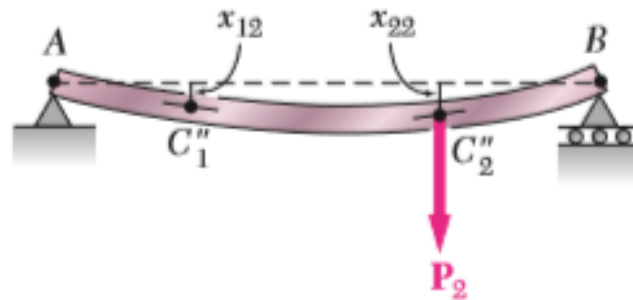


Figura 2.23 - Deflexões provocadas pela carga P_2 , retirado de [3].

As deflexões provocadas pela carga P_2 traduzem-se em:

$$x_{12} = \alpha_{12} * P_2 \text{ e } x_{22} = \alpha_{22} * P_2 \quad (2.9)$$

As deflexões x_{21} e x_{22} traduzem-se no produto entre os respetivos coeficientes de influência α_{12} e α_{22} e a carga P_2 . Estes coeficientes são constantes que representam as deflexões C_1 e C_2 quando uma força unitária é aplicada em C_2 [3].

Aplicando o princípio da sobreposição, expressam-se as deflexões x_1 e x_2 quando ambas as cargas estão a ser aplicadas a C_1 e C_2 :

$$x_1 = x_{11} + x_{12} = \alpha_{11} * P_1 + \alpha_{12} * P_2 \quad (2.10)$$

$$x_2 = x_{21} + x_{22} = \alpha_{21} * P_1 + \alpha_{22} * P_2 \quad (2.11)$$

Partindo destas equações, já é possível o cálculo do trabalho realizado por cada força e consequentemente o cálculo da energia de deformação da viga [3]. Considerando em primeiro lugar a aplicação da carga P_1 e seguidamente a aplicação da carga P_2 , obtêm-se:

$$U = \frac{1}{2} * (\alpha_{11} * P_1^2 + 2\alpha_{12} * P_1 * P_2 + \alpha_{22} * P_2^2) \quad (2.12)$$

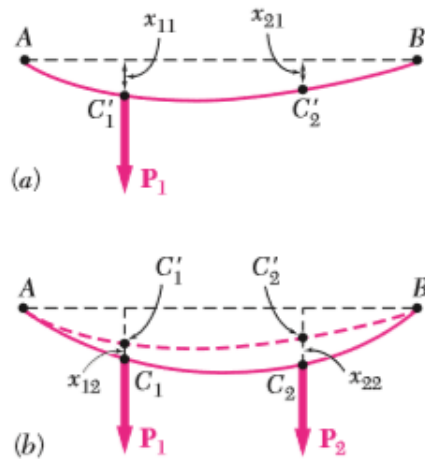


Figura 2.24 - (a) Deflexão provocada pela carga P_1 (b) Deflexão adicional devido às duas cargas P_1 e P_2 (retirado de [3])

Considerando em primeiro lugar a aplicação da carga P_2 e seguidamente a aplicação da carga P_1 , obtêm-se:

$$U' = \frac{1}{2} * (\alpha_{22} * P_2^2 + 2\alpha_{21} * P_1 * P_2 + \alpha_{11} * P_1^2) \quad (2.13)$$

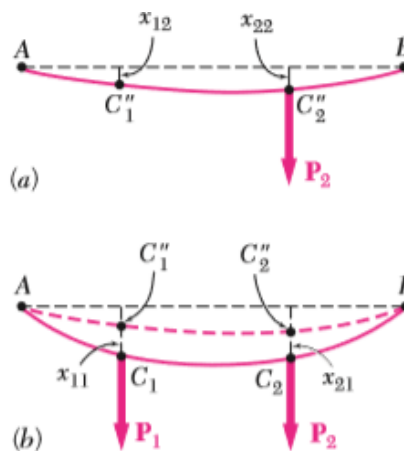


Figura 2.25 - (a) Deflexão provocada pela carga P_2 (b) Deflexão adicional devido às duas cargas P_1 e P_2 (retirado de [3])

Igualando as duas equações anteriores conclui-se que $\alpha_{21} = \alpha_{12}$, devido ao facto de a deflexão sentida em C_1 por consequência da aplicação de uma força unitária aplicada em C_2 é igual à deflexão sentida em C_2 por consequência da aplicação de uma força unitária em C_1 [3].

Teorema de Castigliano

O Teorema de Castigliano parte da expressão obtida na secção anterior onde a energia de deformação de uma estrutura elástica sujeita a duas cargas P_1 e P_2 é traduzida na equação 2.14.

$$U' = \frac{1}{2} * (\alpha_{11} * P_1^2 + 2\alpha_{12} * P_1 * P_2 + \alpha_{22} * P_2^2) \quad (2.14)$$

Na equação 2.14, os coeficientes de influência α_{11} , α_{12} e α_{22} estão associados aos pontos de aplicação C_1 e C_2 [3]

Fazendo a derivação da equação da energia relativamente às cargas P_1 e P_2 , obtêm-se:

$$\frac{dU'}{dP_1} = \alpha_{11} * P_1 + \alpha_{12} * P_2 = x_1 \quad (2.15)$$

$$\frac{dU'}{dP_2} = \alpha_{12} * P_1 + \alpha_{22} * P_2 = x_2 \quad (2.16)$$

Desta forma, se uma estrutura elástica for submetida a n cargas, a deformação x_j do ponto de aplicação da carga P_j pode ser obtida através da derivação da energia de deformação da estrutura em relação à força P_j tal como mostra a equação 2.17 [3].

$$x_j = \frac{dU'}{dP_j} \quad (2.17)$$

De relembrar que o teorema é capaz de determinar a inclinação de uma viga no ponto de aplicação do momento M_j e de determinar o ângulo de torção ϕ_j numa secção de um eixo em que o torque T_j é aplicado, através das seguintes equações [3].

$$\theta_j = \frac{dU'}{dM_j} \quad (2.18)$$

$$\phi_j = \frac{dU'}{dT_j} \quad (2.19)$$

No caso de uma treliça, constituída por n barras uniformes de comprimentos L_i , área de secção transversal A_i e uma força interna F_i , o deslocamento x_j do ponto de aplicação da carga P_j é obtido da seguinte forma [3]:

$$x_j = \frac{dU'}{dP_j} = \sum_{i=1}^n \frac{F_i * L_i}{A_i * E} * \frac{dF_i}{dP_j} \quad (2.20)$$

Este método aplica-se a todos os nós das treliças, nas direcções x e y para que posteriormente seja possível estimar a deformação da estrutura.

3 Metodologia

3.1 Definição do problema

Uma estrutura reticulada pode ser definida pelo tipo de carregamento, pelos modos de apoio ou pelo tipo de “treliçado” usado. Nas dissertações desenvolvidas anteriormente, foram estudados os seguintes casos:

- Quais as influências de uma carga pontual vertical de sentido de cima para baixo aplicada a meio vão, comparativamente ao ângulo entre as barras horizontais e oblíquas de uma treliça do tipo *Pratt*, biapoiada nas suas extremidades.
- Quais as influências entre um carregamento pontual vertical e um carregamento vertical, uniformemente distribuído, ambos com sentido de cima para baixo, numa treliça do tipo *Pratt*, biapoiada nas suas extremidades.
- Quais as influências de uma carga pontual vertical de sentido de cima para baixo aplicada a meio vão, no tipo de “treliçado” para uma estrutura biapoiada nas suas extremidades.

Analisando os casos anteriores, percebe-se que ainda não foi desenvolvido qualquer estudo relativo ao comportamento de uma treliça com diferentes modos de apoio, portanto, os casos de estudo a analisar têm de considerar um modo de apoio diferente. Neste caso, pretende-se estudar treliças em consola.

Para uma definição mais concreta do problema, deve haver uma restrição de variáveis para diminuir o número de configurações das estruturas em causa. Desta forma, o tipo de apoio, o tipo de “treliçado” e de carregamento aplicado à estrutura podem ser previamente definidos.

O tipo de apoio considerado nesta dissertação trata-se de uma treliça em consola. Quanto ao tipo de treliça, é avaliado um dos casos mais comuns e económicos na construção de estruturas metálicas, as treliças do tipo *Pratt*.

Este tipo de treliça é facilmente identificado pelos seus elementos diagonais que suportam as forças de tração, enquanto que os elementos verticais suportam as forças de compressão. Quanto aos elementos diagonais estes são de maior comprimento e podem ser mais delgados o que torna o projeto mais barato.

Neste estudo, à semelhança das dissertações anteriormente desenvolvidas neste domínio, considera-se que os elementos das estruturas terão secção circular e que o seu diâmetro ϕ obedece à condição $\phi \leq \frac{H}{10}$. Desta maneira, há uma redução do número de variáveis de estudo.

Como o estudo incide numa estrutura do tipo treliça em consola globalmente isostática, convém que nesta mesma estrutura exista um carregamento para que, posteriormente possa ser estudada a deformação máxima provocada pelo mesmo. Posto isto, consideraram-se dois tipos de carregamentos

verticais, uma carga pontual aplicada na extremidade livre da estrutura e um carregamento uniformemente distribuído ao longo do comprimento da estrutura, ambos com sentido de cima para baixo.

Para garantir que o critério da rigidez prevalece sobre o critério da resistência impõem-se a condição $L > H$, onde o comprimento da estrutura é sempre superior à altura da mesma.

O peso total da estrutura é desprezado de forma a simplificar os cálculos e são feitas outras simplificações fundamentais no projeto de uma estrutura metálica. Não são tidos em conta quaisquer tipos de cálculos relativos a elementos de ligação, a análises dinâmicas ou às condições externas que possam afetar a estrutura, etc.

Estas simplificações são impostas simplesmente porque o trabalho desenvolvido nesta dissertação servirá para que o projetista numa fase de anteprojeto, possa ganhar noção das dimensões principais da treliça e consiga dar uma resposta rápida ao cliente daquele que poderá ser o projeto a desenvolver [13].

Por fim, são considerados os casos representados na figura seguinte, juntamente com os seus carregamentos:

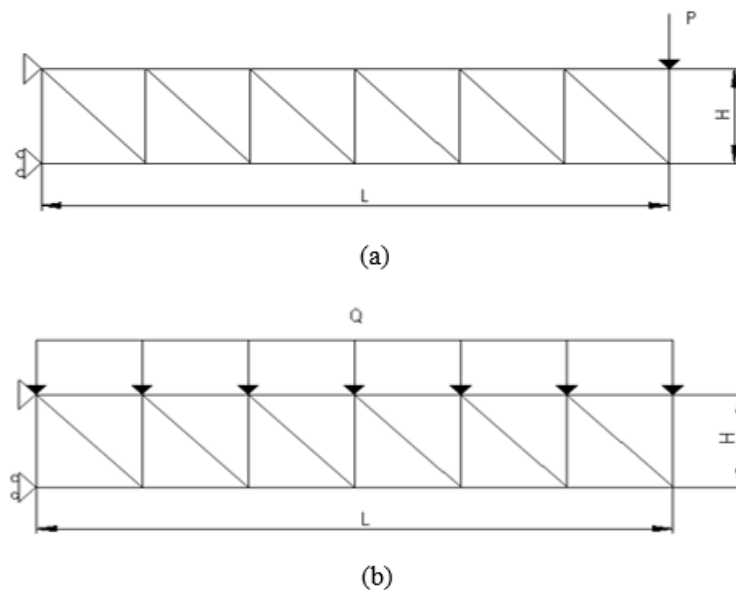


Figura 3.1 - (a) Treliça em consola do tipo *Pratt*, com aplicação de um carregamento pontual vertical dirigido de cima para baixo, na sua extremidade livre, (b) Treliça em consola do tipo *Pratt*, sujeita a um carregamento vertical, uniformemente distribuído e de sentido de cima para baixo ao longo do seu comprimento

3.2 Método Simplificado

Nesta dissertação pretende-se implementar um método de cálculo aproximado de deformações em estruturas metálicas reticulares semelhante àquele que existe para vigas, de maneira a acelerar a obtenção dos resultados de deformação numa fase de anteprojecto.

Todos os casos de estudo desenvolvidos em dissertações anteriores enquadraram-se na mesma metodologia para a obtenção de um método expedito, metodologia essa que também será utilizada no desenvolvimento desta dissertação e que terá por base a teoria generalizada de vigas prismáticas, onde a treliça será aproximada a uma viga maciça que contabiliza apenas dois perfis longitudinais espaçados paralelamente, aos quais chamamos longarinas [2] [12] [13].

Tomem-se como exemplo a figura:

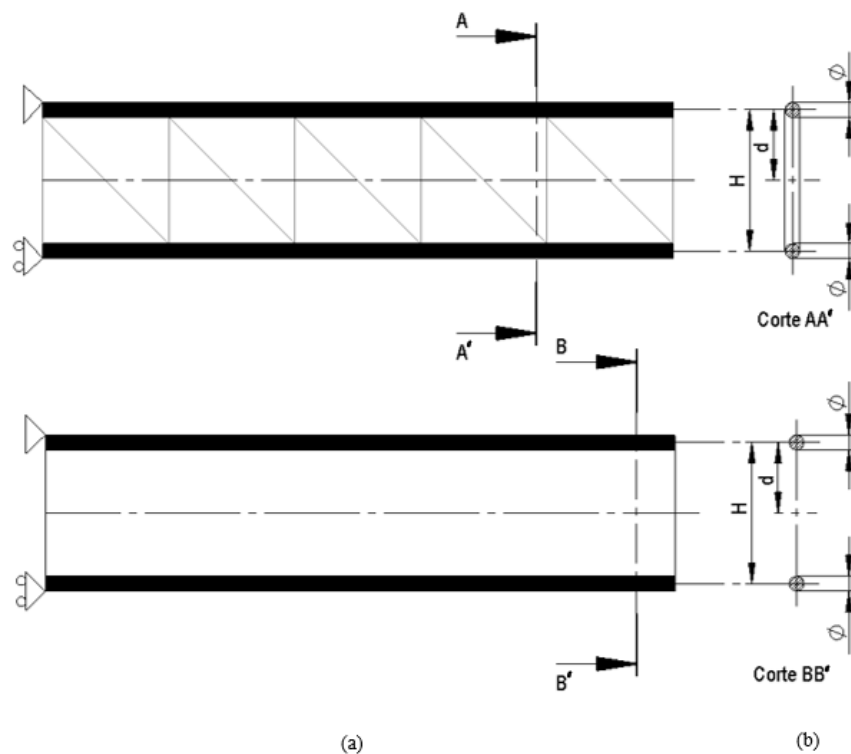


Figura 3.2 - (a) Aproximação pelo método simplificado, onde uma treliça em consola é aproximada a uma viga em consola, (b) secção transversal das treliças e diâmetro dos perfis das longarinas

No método simplificado, não são contabilizados quaisquer tipos de barras verticais ou diagonais, pois as possíveis cargas aplicáveis na estrutura irão ter uma maior influência nas longarinas e consequentemente na deformação total da estrutura.

Fazendo uso do teorema dos eixos paralelos (que pode ser consultado em [4]), determina-se o momento de inércia de área de cada longarina relativamente à linha média que passa pelo centroide da estrutura através da equação seguinte:

$$I = \bar{I} + A * d^2 \quad (3.1)$$

Onde I diz respeito ao momento de inércia de área da longarina relativamente à linha média da estrutura, \bar{I} corresponde ao momento de inércia de área da longarina relativamente ao seu eixo transversal, A corresponde à área de secção transversal do perfil horizontal e d corresponde à distância da longarina à linha média que passa pelo centroide da estrutura.

Como neste método, a treliça se aproxima de uma viga maciça com dois perfis longitudinais de igual área de secção e dispostos paralelamente um do outro, então ambos os perfis terão o mesmo momento de segunda ordem de área, visto que se distanciam de igual forma da linha média, logo:

$$I_{total} = 2 * I = 2 * (\bar{I} + A * d^2) \quad (3.2)$$

Neste método aproximado, como se admite que todos os elementos possuem a mesma secção transversal (secção circular) e que o diâmetro dos elementos deve respeitar a condição $\phi \leq \frac{H}{10}$, então o momento de inércia de área \bar{I} poderá ser desprezado tal como é demonstrado de seguida:

Considere-se um raio de secção de 0,04 m:

$$\bar{I} = \frac{\pi R^4}{4} = 2,010619e-6 \quad \ll \quad A = \pi * R^2 = 5,02655e-3$$

Onde R diz respeito ao raio do perfil circular dos perfis.

Para um raio de 0,04 m, a contribuição de \bar{I} para o I_{total} não terá qualquer influência no resultado porque \bar{I} é menor em três grandezas que A . Consequentemente, a equação reduz-se a:

$$I_{total} = 2 * (A * d^2) = 2 * (A * \frac{H^2}{4}) \quad (3.3)$$

Depois de estas condições serem impostas, para o caso de uma viga encastrada e uma carga pontual vertical aplicada na extremidade livre com sentido de cima para baixo, faz-se uso da equação da teoria generalizada de vigas, no qual a deflexão máxima é dada pela seguinte equação:

$$\delta = \frac{P * L^3}{3 * E * I} \quad (3.4)$$

Substituindo o I da equação da deflexão máxima pelo I_{total} pode calcular-se o valor da deformação máxima para a estrutura em causa através da equação seguinte:

$$\delta = \frac{2 * P * L^3}{3 * E * A * H^2} \quad (3.5)$$

3.3 Método Computacional

Após a obtenção dos resultados das deformações por vias do método simplificado, para a corroboração dos resultados, é feita uma análise numérica através de um modelo numérico, fundamentado pelo método dos elementos finitos, onde se faz uso de um programa computacional. Existem alguns programas computacionais capazes de fazer este tipo de análise, são eles por exemplo: MSC Nastran, MSC Apex ou ANSYS.

A utilização destes programas surge perante as dificuldades da criação dos vários modelos reais, devido ao facto do processo de construção e de obtenção de resultados experimentais ser bastante moroso e economicamente pesado. Desta forma, estes programas tornam-se uma ferramenta poderosa pela capacidade que oferecem tanto na resolução de problemas reais e complexos, como na obtenção de resultados precisos e semelhantes àqueles sentidos nos modelos reais [7].

Nesta dissertação foi utilizado o programa ANSYS como ferramenta computacional devido ao facto de conhecer a sua linguagem de programação, mas também porque considero este programa um bom instrumento para proceder a uma análise estrutural rápida.

Depois de se entender a secção 2.3.3, onde são elucidados os fundamentos teóricos do método dos elementos finitos na análise de uma estrutura do tipo treliça, percebe-se que inicialmente deve ser feita a discretização do domínio do problema em elementos finitos, de forma a gerar uma malha onde os nós e os elementos escolhidos são adequados à estrutura.

Antes de se começar a resolução do problema numérico, deve definir-se o referencial global da estrutura assim como a numeração dos nós e dos elementos. Esta numeração deve ser feita da esquerda para a direita, partido sempre dos elementos inferiores para os superiores. Quando estes pormenores estiverem definidos, passasse à escrita do código em comandos de APDL para se obterem as deformações em cada nó e as tensões em cada elemento [2].

Como o método simplificado apenas é válido em regime elástico, os modelos numéricos construídos não podem sofrer deformação plástica, dado que as equações da linha elástica referidas na tabela 2.2 só podem ser aplicadas em regime elástico [2]. Desta forma, a tensão admissível do material das barras, tem de ser sempre superior às tensões sentidas em cada elemento. Para garantir esta condição, considera-se que a tensão admissível σ_{adm} , é igual a metade do valor da tensão de cedência σ_{ced} , logo a tensão de comparação $\sigma_{m\acute{a}x}$ terá de ser sempre menor ou igual à tensão admissível como dita a equação seguinte:

$$\sigma_{m\acute{a}x} \leq \sigma_{adm} \quad (3.6)$$

Após as propriedades do material estarem definidas no programa numérico, a numeração analítica dos nós e dos elementos deve ser escrita no programa, isto porque a atribuição das coordenadas dos nós, ditam o comprimento dos elementos. Seguidamente, atribui-se a área e o tipo de secção

transversal que se quer dar aos elementos de forma a que seja possível identificar as tensões em cada barra [2].

Por fim, quando a malha dos elementos finitos estiver completamente definida, aplicam-se as condições de fronteira e os carregamentos que se pretendem dar ao modelo e procede-se à análise estática da estrutura, onde se verifica qual a barra que é sujeita à maior tensão e qual o nó sujeito ao maior deslocamento.

Como os modelos a serem estudados possuem elementos a sofrer esforços de compressão, é importante avaliar a capacidade que o sistema tem de regressar à posição de equilíbrio, após ser afastado dessa posição por uma pequena perturbação. Quer isto dizer que é importante avaliar a estabilidade desses elementos para evitar o seu colapso. A estabilidade é avaliada através da seguinte verificação [6]:

$$P_{crit} = \frac{\pi^2 * E * I}{L_e^2} > P'_{Ansys} \quad (3.7)$$

Onde P_{crit} diz respeito à carga crítica sobre o qual o sistema se torna instável, E o módulo de young do material das barras, I o momento de inércia de área da barra relativamente ao seu eixo transversal, L_e o comprimento de encurvadura, que neste caso é igual ao comprimento das barras, uma vez que estas se encontram apoiadas por articulações em ambas as extremidades, e P'_{Ansys} o esforço axial de compressão sentido nos elementos verticais, dado pelo método computacional.

O fluxograma seguinte representa a sequência do processo que será aplicado no método computacional:

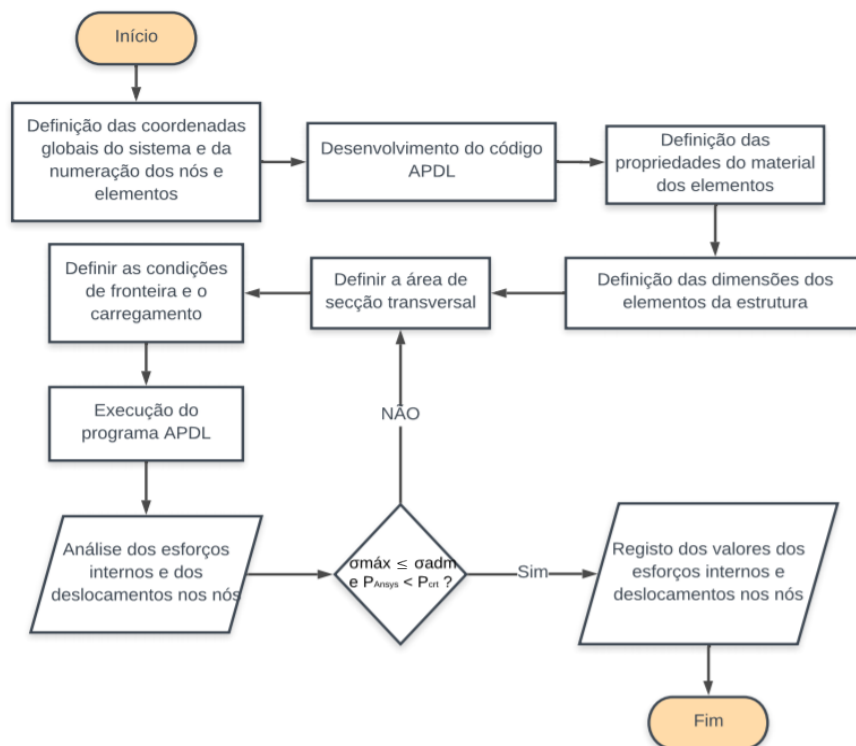


Figura 3.3 - Fluxograma da sequência do processo aplicado no método computacional

3.4 Cálculo da diferença percentual e dos fatores de correção

Após a obtenção dos resultados das deformações através do método simplificado, explicado na seção 3.2, esse mesmo cálculo é feito através do método computacional explicado na seção 3.3.

A análise e comparação desses resultados é feita através do cálculo da diferença percentual entre a deformação obtida pelo método computacional, representada por δ_{Ansys} e a deformação obtida através do método simplificado, representada por $\delta_{Analítico}$. Desta forma, empregando a equação do cálculo do erro percentual, que compara os valores experimentais com os valores reais de uma experiência, a equação que avalia as deformações traduz-se em:

$$Erro\ relativo\ (\%) = \frac{|\delta_{Ansys} - \delta_{Analítico}|}{\delta_{Ansys}} * 100 \quad (3.8)$$

Depois do cálculo da diferença percentual das deformações, são criados fatores de correção com o intuito de contrariar as discrepâncias entre os dois métodos. Os fatores de correção dizem respeito à razão entre a deformação obtida pelo método computacional e a deformação obtida pelo método simplificado, logo, a equação toma a seguinte forma:

$$FC = \frac{\delta_{Ansys}}{\delta_{Analítico}} \quad (3.9)$$

Por fim, para cada caso de estudo, é desenvolvida uma equação com base no método simplificado, capaz de expressar os valores de deformação. De forma a que esses resultados sejam assertivos e o mais próximo da realidade são introduzidos e contabilizados fatores de correção nessas mesmas equações.

4 Aplicação da metodologia

Os modelos em estudo são definidos como treliças do tipo *Pratt*, com encastramento numa das extremidades, porém existem diversas variáveis que podem influenciar o cálculo da diferença percentual dado pelas deformações obtidas pelos dois métodos. Essas variáveis são o comprimento da estrutura L , a altura da estrutura H , o módulo de young do material E , o diâmetro dos perfis ϕ e o tipo de carregamento vertical aplicado à estrutura, que pode ser uma carga pontual P ou um carregamento uniformemente distribuído Q , ambos com sentido de cima para baixo. Posto isto, é de grande importância manipular as variáveis uma a uma, de forma a perceber quais as variáveis que influenciam o cálculo do erro percentual.

A aplicação da metodologia é dividida em duas fases. Na 1ª fase de cada caso de estudo a manipulação das variáveis ϕ , P , Q e E (neste caso, as manipulações das variáveis dizem respeito à variação de parâmetros e ao estudo da produção dos efeitos da variação), é feita individualmente e posteriormente com a sobreposição de duas ou mais manipulações conjuntas. Na 2ª fase de cada caso de estudo faz-se uma análise à influência que razão entre o comprimento e a altura da estrutura $\frac{L}{H}$ tem no cálculo da diferença percentual entre as deformações dos dois métodos.

4.1 Condições e variáveis impostas na aplicação da metodologia – 1ª Fase

A condição imprescindível a ser cumprida, diz respeito à prevalência do critério da rigidez sobre o critério da resistência, onde o comprimento da estrutura L , deve ser sempre superior à altura da estrutura H . Partindo desta condição que dita que $L > H$, considera-se que todos os modelos terão uma altura H igual a 1 m e que a gama de comprimentos a ser avaliada encontra-se entre os 2 e os 30 m. Desta forma consegue-se respeitar a prevalência do critério da rigidez e observar para que comprimentos o método simplificado alcança os resultados mais fiáveis.

Quanto ao diâmetro dos perfis, de forma a que o estudo seja análogo aos estudos realizados em dissertações anteriormente desenvolvidas no mesmo campo, considera-se que esta variável é definida pela seguinte condição:

$$\phi \leq \frac{H}{10} \quad (4.1)$$

Esta condição deve avaliar apenas décimos de altura $\left(\frac{H}{10}, \frac{H}{20}, \frac{H}{30}, \frac{H}{40}, \dots\right)$ até que, para uma certa medida do diâmetro, se atinja um valor de tensão igual ou superior ao da tensão admissível do material. Caso o valor da tensão admissível seja ultrapassado, o estudo termina.

O mesmo se verifica para a condição de estabilidade caso o esforço axial de compressão das barras seja superior à carga crítica limite. Se a condição $P_{crit} > P'_{Ansys}$ não for respeitada, a estrutura entra em colapso e o estudo termina.

Quanto à geometria das estruturas, considera-se que o comprimento das barras horizontais e verticais da configuração *Pratt* devem obedecer a uma relação de um para um. Desta forma, garantimos que as barras horizontais e verticais têm o mesmo comprimento e que o ângulo θ_b que ambas as barras fazem com as barras diagonais é de 45°.

Relativamente ao material dos perfis das barras, consideram-se dois materiais distintos tal como na dissertação de Henrique Serra [13]. Quer isto dizer que as estruturas podem ser constituídas por um aço com uma tensão de cedência de 240 MPa e módulo de young com valor igual a 210 GPa, ou por um alumínio com uma tensão de cedência igual a 200 MPa e módulo de young de 70 GPa.

Embora o critério da rigidez prevaleça sobre o critério da resistência, as tensões sentidas nas barras nunca devem ultrapassar as tensões admissíveis do aço e do alumínio que tomam o valor de 120 MPa e 100 MPa, respetivamente. Caso estes valores de tensão admissível sejam ultrapassados, como já foi referido, o estudo termina.

Relativamente aos carregamentos aplicados nas estruturas, tal como na dissertação de José Rato [12], são considerados dois tipos de carregamento distintos, um carregamento pontual vertical de cima para baixo na extremidade livre que pode tomar os valores de 200 N, 500 N ou 1000 N, e um carregamento vertical, uniformemente distribuído com sentido de cima para baixo ao longo do comprimento da treliça com valores iguais a 50 N/m, 100 N/m e 150 N/m.

Resumidamente, as variáveis que irão influenciar o cálculo das deformações na 1ª fase do estudo tomarão os valores da seguinte tabela:

Tabela 4-1 - Variáveis a ter em conta nas estruturas a serem estudadas

Comprimento da estrutura, L (m)	[2;30] (m)
Altura da estrutura, H (m)	1 (m)
Material da estrutura	Aço ou Alumínio
Diâmetro das longarinas, ϕ (m)	$\left(\frac{H}{10}, \frac{H}{20}, \frac{H}{30}, \frac{H}{40}, \dots\right)$ (m)
Tensão de cedência (σ_{ced}) / Módulo de young do material (E)	Aço – 240 MPa / 210 GPa Alumínio – 200 MPa / 70 GPa
Comprimentos das barras horizontais e verticais, L_h e L_v (m)	1 m
Carregamento Pontual, P (N)	[200; 500; 1000] N
Carregamento Uniforme, Q (N/m)	[50; 100; 150] N/m
Ângulo entre a barra horizontal e diagonal, θ_b °	45°

4.2 Sistema de referência das treliças

Tendo em conta as diversas variáveis de estudo referidas na secção 4.1, existe a necessidade de referenciar as treliças pelas suas propriedades, de maneira a facilitar a identificação e a análise das estruturas por parte do leitor.

Desta forma, criou-se um sistema de referência capaz de distinguir as diferentes estruturas em treliça. O sistema de referência identifica variáveis como o comprimento L , a altura H , o material da estrutura, Aço ou Alumínio, o diâmetro das barras ϕ e o carregamento vertical aplicado com sentido de cima para baixo, P ou Q . Consequentemente, tendo em conta o tipo de carregamento, pontual ou uniformemente distribuído, a referência é representada pela seguinte nomenclatura: $L.H.Material.D.P$ ou $L.H.Material.D.Q$.

Tome-se como exemplo uma treliça em aço com de 30 m de comprimento, 1 m de altura e 0,1 m de diâmetro que suporta uma carga pontual vertical P de -200 N. Considerando estas propriedades, a substituição dos respetivos valores na nomenclatura criada, gera a seguinte referência:

$L.H.Material.D.P$

$30.1.Aço.0,1.P200$

Para o caso de uma treliça de características semelhantes, contudo com a função de suportar um carregamento uniformemente distribuído, com direção vertical, sentido de cima para baixo e de valor igual a 50 N/m, a referência é:

$L.H.Material.D.Q$

$30.1.Aço.0,1.Q50$

4.3 Análise e comparação de resultados

Resumidamente, a aplicação da metodologia passa em primeiro lugar pela definição das condições e variáveis de cada problema, juntamente com o seu sistema de referência. Posteriormente, aplicam-se os processos explicados nas secções 3.2, 3.3 e 3.4, onde se procede ao cálculo das deformações de cada estrutura através do método simplificado e do método computacional. Após a recolha dos resultados dados por ambos os métodos, procede-se ao cálculo da diferença percentual e dos fatores de correção.

Todos estes dados são organizados em tabelas com uma configuração pertinente, de maneira a que a análise e a comparação de resultados seja facilitada. Para facilitar a leitura e compreensão das tabelas, tome-se como exemplo a tabela representativa de treliças $L.1.Aço.0,02.P1000$:

Tabela 4-2 - Treliça L.1.Aço.0,02.P1000

Treliça L.1.Aço.0,02.P1000									
L (m)	M (N.m)	σ (MPa)	σ_{Ansys} (MPa)	L/400	δ Analítico (mm)	δ Ansys (mm)	P'Ansys (N) Perit 16278N	Fc	Erro relativo (%)
2	1000	6,36620	6,3662	5	0,08084	0,20756	2000	2,56752	61,05193
3	1500	9,54930	9,5493	7,5	0,27284	0,46432	3000	1,70182	41,23944
4	2000	12,7324	12,732	10	0,64672	0,90364	4000	1,39726	28,43114
5	2500	15,9155	15,916	12,5	1,2631	1,5858	5000	1,2554	20,3472
6	3000	19,0986	19,099	15	2,1827	2,5713	6000	1,1780	15,1131
7	3500	22,2817	22,282	17,5	3,4660	3,9206	7000	1,1311	11,5941
8	4000	25,4648	25,465	20	5,1738	5,6943	8000	1,1006	9,1407
9	4500	28,6479	28,648	22,5	7,3666	7,9531	9000	1,0796	7,3745
10	5000	31,8310	31,831	25	10,1051	10,758	10000	1,0646	6,0692
11	5500	35,0141	35,014	27,5	13,4499	14,168	11000	1,0534	5,0688
12	6000	38,1972	38,197	30	17,4616	18,246	12000	1,0449	4,2992
13	6500	41,3803	41,38	32,5	22,2009	23,051	13000	1,0383	3,6881
14	7000	44,5634	44,563	35	27,7283	28,645	14000	1,0331	3,2001
15	7500	47,7465	47,747	37,5	34,1046	35,087	15000	1,0288	2,7998
16	8000	50,9296	50,93	40	41,3904	42,439	16000	1,0253	2,4709
17	8500	54,1127	54,113	42,5	49,6462	50,761	17000	1,0225	2,1961
18	9000	57,2958	57,296	45	58,9328	60,113	18000	1,0200	1,9633
19	9500	60,4789	60,479	47,5	69,3107	70,557	19000	1,0180	1,7664
20	10000	63,6620	63,662	50	80,8406	82,153	20000	1,0162	1,5975
21	10500	66,8451	66,845	52,5	93,5831	94,961	21000	1,0147	1,4510
22	11000	70,0282	70,028	55	107,5988	109,04	22000	1,0134	1,3217
23	11500	73,2113	73,211	57,5	122,9485	124,46	23000	1,0123	1,2145
24	12000	76,3944	76,394	60	139,6926	141,27	24000	1,0113	1,1166
25	12500	79,5775	7,578	62,5	157,8918	159,53	25000	1,0104	1,0269
26	13000	82,7606	82,761	65	177,6068	179,31	26000	1,0096	0,9499
27	13500	85,9437	85,944	67,5	198,8982	200,67	27000	1,0089	0,8829
28	14000	89,1268	89,127	70	221,8266	223,67	28000	1,0083	0,8242
29	14500	92,3099	92,31	72,5	246,4527	248,36	29000	1,0077	0,7680
30	15000	95,4930	95,493	75	272,8370	274,81	30000	1,0072	0,7179

Como é possível verificar, à tabela 4.2 está associada uma referência de treliça do tipo *L.1.Aço.0,02.P1000*. Partindo desta referência, conclui-se inicialmente que nesta tabela estão representadas treliças com a mesma altura, material, diâmetro de perfil e tipo de carregamento associado apenas a um valor de carga. À parte destas características confirma-se que o comprimento L é a única variável não definida.

Consequentemente, a não definição da variável L permite avaliar uma gama de comprimentos entre os 2 e os 30 m e entender a influência que a manipulação dessa variável tem no cálculo da diferença percentual.

Quanto às restantes variáveis de estudo de cada tabela, em primeiro lugar faz-se a identificação do momento fletor máximo M e da tensão máxima sentida em cada estrutura, onde σ é o valor de tensão calculado através do método simplificado e σ_{Ansys} representa o valor de tensão calculado através do método computacional. Caso a tensão máxima admissível do material seja ultrapassada, o critério de resistência não é cumprido e a variável σ_{Ansys} é identificada a **negrito e vermelho vivo**.

De seguida verifica-se a utilização de uma norma Europeia relativa ao projeto de estruturas ($\delta < \frac{L}{400}$), que introduz um critério de dimensionamento à rigidez capaz de impor um limite nas possíveis deformações de uma estrutura, de acordo com o seu comprimento. Quer isto dizer que tanto a deformação calculada pelo método simplificado ($\delta_{Analítico}$), como a deformação dada pelo método

computacional (δ_{Ansys}) devem ser sempre inferiores aos valores limite definidos pelo critério de dimensionamento, para que possa haver concretização do projeto da estrutura. Caso esse limite seja ultrapassado os valores de δ_{Ansys} representam-se com a cor **vermelho escuro**.

Para além do cumprimento da norma Europeia do projeto de estruturas, também é importante avaliar a estabilidade da estrutura, ou seja, deve ser feito o cálculo analítico da carga máxima a que cada elemento pode estar sujeito (P_{Crit}) e compará-lo com a carga máxima real a que cada elemento está submetido, neste caso a carga atribuída pelo método computacional (P'_{Ansys}). Caso o valor de P'_{Ansys} seja maior que P_{Crit} , considera-se a estrutura instável e o projeto desta estrutura não deve ser concretizado. A sua representação na tabela, é igual à representação feita para as tensões, ou seja, os valores de P'_{Ansys} que ultrapassam P_{Crit} são identificados a **negrito e vermelho vivo**.

De notar que os valores escolhidos para ambos os carregamentos são pequenos para estruturas de grandes dimensões. Desta forma, será possível estudar algumas medidas de diâmetro sem que os limites de dimensionamento sejam ultrapassados.

Por fim, tal como é explicado na secção 3.4, é necessário o cálculo da diferença percentual e dos fatores de correção associados aos respetivos valores de deformação. Este processo também é representado na tabela, respetivamente por “Erro relativo” e “Fc”, sendo que para os diferentes erros, é necessária uma classificação que os permita diferenciar. Essa classificação está representada na tabela seguinte:

Tabela 4-3 - Classificação das diferenças percentuais das deformações

Gama de erros (%)	Classificação dos erros (%)
0 – 1	0,707094657
1 - 5	1,567545764
5 - 10	5,841634813
>10	11,03134188

4.4 Casos de Estudo

Nesta dissertação, como já foi mencionado, são analisados dois casos de estudo onde se pretende avaliar se a aplicabilidade do método simplificado a treliça em consola é admissível tal como se verificou em estudos anteriores para treliças biapoiadas, ou seja, o que está em causa é compreender se a mudança do tipo de apoio interfere com a fiabilidade dos resultados do método simplificado.

Para se provar que as estruturas do tipo treliça em consola podem usufruir ou não do método simplificado, são feitas algumas manipulações de variáveis de forma a entender a influência que estas têm no cálculo da diferença percentual dado pelas deformações. Estas manipulações são feitas para variáveis como comprimento L , o diâmetro das barras ϕ e o material das barras, nomeadamente ao nível

do módulo de young E . Embora ambos os casos de estudo constituam treliças com as mesmas dimensões e configuração, é de grande interesse compreender se para além da alteração do tipo de apoio, se o tipo de carregamento aplicado à estrutura influencia ou não a aplicabilidade do método simplificado a treliças em consola. Desta forma, consideram-se dois tipos de carregamento verticais, um carregamento pontual com sentido de cima para baixo aplicado na extremidade livre da treliça e um carregamento uniformemente distribuído com sentido de cima para baixo, aplicado ao longo do comprimento da estrutura. Para cada tipo de carregamento, faz-se variar o valor da sua carga.

4.5 Caso de Estudo nº1

Quanto ao caso de estudo nº1, considera-se uma treliça em consola do tipo *Pratt* e com a aplicação de uma carga pontual vertical dirigida de cima para baixo na sua extremidade livre. Na figura seguinte, representa-se essa mesma estrutura e algumas variáveis características do seu dimensionamento:

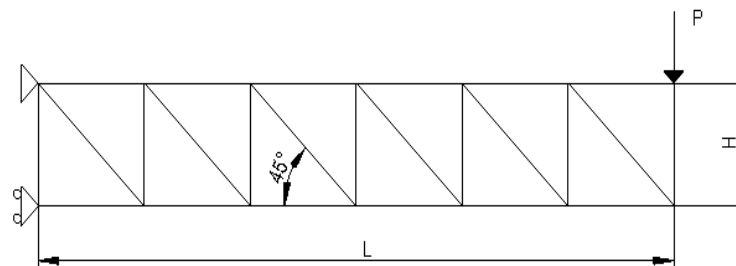


Figura 4.1 - Treliça em consola, do tipo *Pratt* com aplicação de uma carga pontual vertical dirigida de cima para baixo na extremidade livre

Tendo como base a teoria generalizada de vigas, para um correto dimensionamento de uma estrutura do tipo viga, é necessário o cálculo do momento fletor máximo e da tensão associada a esse valor. Como o método simplificado se baseia nessa mesma teoria, também é importante quantificar quais os valores máximos de momento e de tensão associados a uma estrutura do tipo treliça. Como o método simplificado aproxima uma treliça a uma viga maciça, o cálculo do momento fletor e da tensão máxima para vigas vai aplicar-se de igual forma numa estrutura do tipo treliça.

Para o cálculo do momento fletor máximo de uma viga é necessário o desenvolvimento dos diagramas de esforço transversal e de momento fletor para se perceber qual a zona mais solicitada da estrutura. Posteriormente ao desenvolvimento desses diagramas, percebe-se que a zona mais solicitada da estrutura é onde se encontra o encastramento, dado que é nessa zona onde se sente o maior momento fletor, que pode ser calculado através da equação seguinte:

$$M = P * L \quad (4.1)$$

Após o cálculo do momento, faz-se uso da equação 2.1 (referenciada na secção 2.1.1), que permite o cálculo da tensão máxima sentida na estrutura, tensão essa que está associada à zona mais solicitada e ao momento fletor máximo. Quando o valor da tensão máxima é obtido, este tem de ser comparado com a tensão admissível do material e tomar um valor menor que o limite de tensão imposto, de maneira a que um dos critérios de dimensionamento seja cumprido. Posteriormente ao cálculo da tensão, recorre-se à equação 3.6 (referenciada na secção 3.3), e impõe-se mais um critério de dimensionamento que determina a carga limite máxima que os elementos podem sentir à compressão. A carga limite máxima deve ser comparada com valor da carga axial máxima obtido através do método computacional em cada estrutura. De forma a que o critério de estabilidade seja cumprido, a carga axial máxima de cada estrutura nunca deve ultrapassar o limite máximo definido para cada uma delas. Desta forma, faz-se uso de dois critérios à resistência que permitem o dimensionamento correto de uma estrutura.

Depois de definir os esforços máximos e os limites de dimensionamento, o método simplificado recorre à equação do cálculo da flecha máxima de uma viga em consola para obter aquela que será a deformação aproximada de uma treliça em consola nas mesmas condições. A equação está representada na figura seguinte, juntamente com a ilustração da flecha máxima:

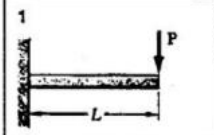
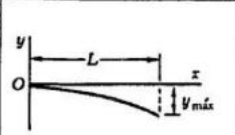
Tipos de viga e carregamento	Linha elástica	Flecha máxima
		$-\frac{PL^3}{3EI}$

Figura 4.2 - Representação e equação da flecha máxima de uma viga em consola (retirado de [5])

Após o cálculo destes resultados através do método simplificado, parte-se para o método computacional e desenvolve-se o código em *APDL* para se fazer a comparação dos resultados entre ambos os métodos.

Factos gerais do caso de estudo n°1

Neste caso de estudo, apesar de serem feitas diversas manipulações de variáveis, existem diversos fatores e comportamentos que se repetem nas diferentes análises executadas. Por exemplo, relativamente à configuração da treliça, esta é sempre do tipo *Pratt* e em consola. À extremidade mais à esquerda da estrutura são aplicadas as condições de fronteira, tanto no nó superior como no inferior. O mesmo se verifica na aplicação da carga pontual vertical dirigida de cima para baixo na extremidade livre da treliça, pois também em todas as estruturas deste caso de estudo a aplicação dessa mesma carga é feita sempre no nó superior dessa mesma extremidade.

Quanto aos esforços internos, verifica-se que o comportamento dos elementos é bastante similar de estrutura para estrutura. Por exemplo, todos os elementos horizontais inferiores encontram-se à compressão, sendo que o elemento mais à esquerda dessa linha traduz o esforço axial máximo. Quanto aos elementos horizontais superiores, todos eles se encontram à tração à exceção do elemento mais à direita que traduz esforço axial nulo.

Relativamente aos elementos verticais, os estudos verificam que todos os elementos estão à compressão e tomam o mesmo valor de esforço axial à exceção do elemento vertical mais à esquerda, que traduz esforço nulo. Os elementos diagonais estão todos à tração e tomam o mesmo valor de esforço axial.

Por fim, como é de esperar, os nós onde estão aplicadas as condições de fronteira têm deslocamento nulo e o nó superior da extremidade livre da estrutura, aponta o maior deslocamento no momento da aplicação da carga. Para melhor compreensão da explicação dada, fazer uso da figura 4.3 e 4.4.

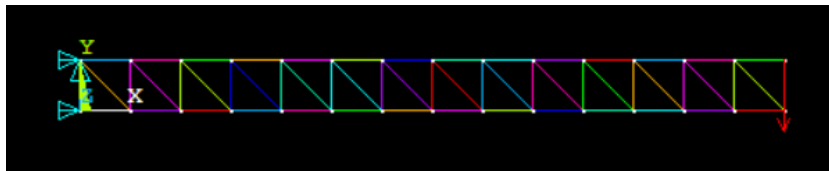


Figura 4.3 - Representação da configuração geral do tipo de treliça usado no caso de estudo nº1

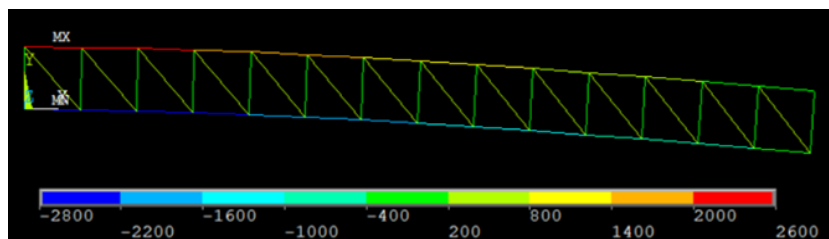


Figura 4.4 - Escala de cores para identificação dos esforços axiais (N) do caso de estudo nº1

4.5.1 1º Fase – Caso de estudo nº1

Manipulação da variável ϕ (diâmetro dos perfis)

Para fazer a manipulação da variável ϕ , que diz respeito ao diâmetro de perfil dos elementos, existe a necessidade de manter as restantes variáveis fixas. Quer isto dizer que o material da estrutura e o valor da carga vão permanecer inalterados de forma a que seja possível compreender a influência que a variável ϕ tem no cálculo da diferença percentual.

Conjuntamente com a manipulação da variável do diâmetro faz-se a manipulação do comprimento da estrutura L e avalia-se uma gama de comprimentos dos 2 aos 30 m, também com o intuito de entender a influência que esta variável tem no cálculo da diferença percentual.

Considere-se uma treliça de aço com diâmetro de perfil de 0,1 m e aplicação de uma carga pontual vertical dirigida de cima para baixo no valor de 200 N:

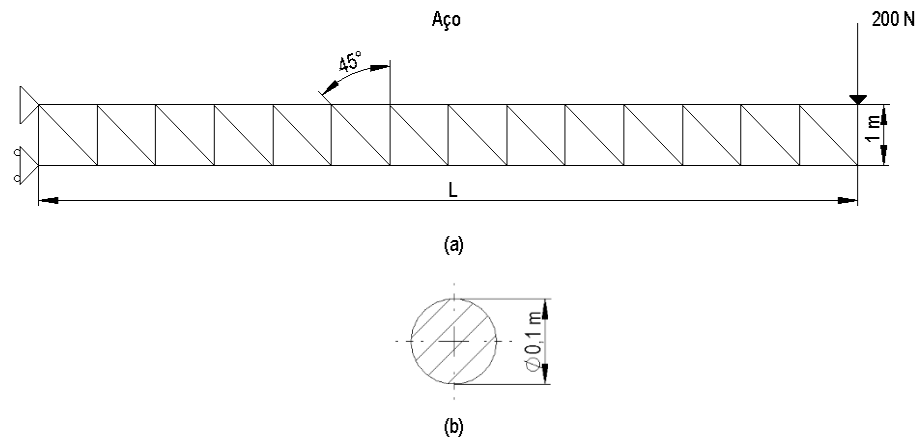


Figura 4.5 - (a) Estrutura treliçada e (b) diâmetro das seções transversais dos perfis referentes aos modelos da tabela 4.4

Tabela 4-4 - Treliça L.1.Aço.0,1.P200

Treliça L.1.Aço.0,1.P200									
L (m)	M (N.m)	σ (MPa)	σ_{Ansys} (MPa)	L/400	δ Analítico (mm)	δ Ansys (mm)	P'Ansys (N) Pcrit 10173935N	Fc	Erro relativo (%)
2	200	0,050930	0,005093	5	0,0006467	0,0016605	400	2,5675525	61,0524030
3	300	0,076394	0,0076394	7,5	0,0021827	0,0037145	600	1,7017942	41,2384880
4	400	0,101859	0,10186	10	0,0051738	0,0072291	800	1,3972519	28,4309418
5	500	0,127324	0,12732	12,5	0,010105	0,012686	1000	1,255409	20,344665
6	600	0,152789	0,15279	15	0,017462	0,02057	1200	1,178015	15,111469
7	700	0,178254	0,17825	17,5	0,027728	0,031364	1400	1,131118	11,591864
8	800	0,203718	0,20372	20	0,041390	0,045554	1600	1,100594	9,139943
9	900	0,229183	0,22918	22,5	0,058933	0,063625	1800	1,079619	7,374771
10	1000	0,254648	0,25465	25	0,08084	0,08606	2000	1,06456	6,06483
11	1100	0,280113	0,28011	27,5	0,10760	0,11335	2200	1,05345	5,07380
12	1200	0,305577	0,30558	30	0,13969	0,14597	2400	1,04494	4,30050
13	1300	0,331042	0,33104	32,5	0,17761	0,18441	2600	1,03830	3,68916
14	1400	0,356507	0,35651	35	0,22183	0,22916	2800	1,03306	3,20011
15	1500	0,381972	0,38197	37,5	0,27284	0,2807	3000	1,02882	2,80120
16	1600	0,407437	0,40744	40	0,33112	0,33951	3200	1,02533	2,47029
17	1700	0,432901	0,4329	42,5	0,39717	0,40608	3400	1,02243	2,19417
18	1800	0,458366	0,45837	45	0,47146	0,4809	3600	1,02002	1,96248
19	1900	0,483831	0,48383	47,5	0,55449	0,56446	3800	1,01799	1,76705
20	2000	0,509296	0,5093	50	0,64672	0,65722	4000	1,01623	1,59690
21	2100	0,534761	0,53476	52,5	0,74866	0,75969	4200	1,01473	1,45127
22	2200	0,560225	0,56023	55	0,86079	0,87234	4400	1,01342	1,32394
23	2300	0,585690	0,58569	57,5	0,98359	0,99567	4600	1,01228	1,21349
24	2400	0,611155	0,61115	60	1,1175	1,1301	4800	1,0112	1,1114
25	2500	0,636620	0,63662	62,5	1,2631	1,2763	5000	1,0104	1,0315
26	2600	0,662085	0,66208	65	1,4209	1,4345	5200	1,0096	0,9512
27	2700	0,687549	0,68755	67,5	1,5912	1,6054	5400	1,0089	0,8854
28	2800	0,713014	0,68755	70	1,7746	1,7893	5600	1,0083	0,8208
29	2900	0,738479	0,73848	72,5	1,9716	1,9869	5800	1,0077	0,7690
30	3000	0,763944	0,76394	75	2,1827	2,1985	6000	1,0072	0,7188

Considere-se uma treliça de aço com diâmetro de perfil de 0,05 m e aplicação de uma carga pontual vertical dirigida de cima para baixo no valor de 200 N:

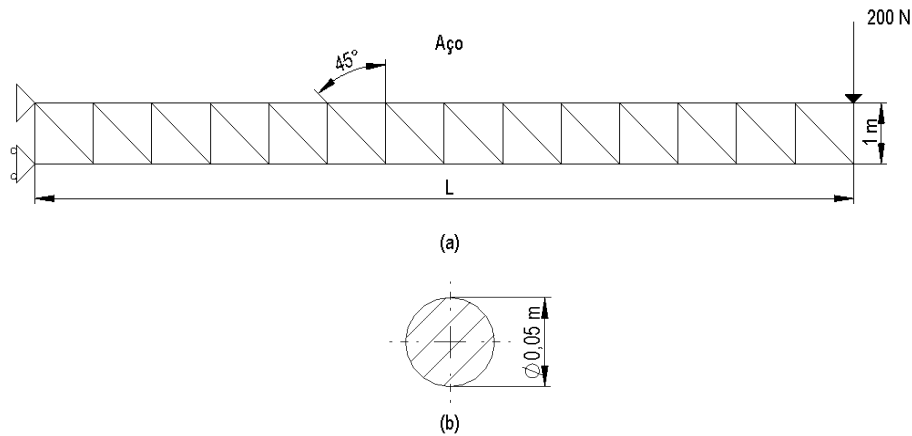


Figura 4.6 - (a) Estrutura treliçada e (b) diâmetro das secções transversais dos perfis referentes aos modelos da tabela 4.5

Tabela 4-5 - Treliça L.1.Aço.0,05.P200

Treliça L.1.Aço.0,05.P200									
L (m)	M (N.m)	σ (MPa)	σ_{Ansys} (MPa)	L/400	δ Analítico (mm)	δ Ansys (mm)	P'Ansys (N) Pcrit 635871N	Fc	Erro relativo (%)
2	200	0,203718	0,20372	5	0,0025869	0,0066419	400	2,5675138	61,0518166
3	300	0,305577	0,30558	7,5	0,008731	0,014858	600	1,701794	41,238488
4	400	0,407437	0,40744	10	0,020695	0,028917	800	1,397281	28,432427
5	500	0,509296	0,5093	12,5	0,040420	0,050746	1000	1,255458	20,347805
6	600	0,611155	0,61116	15	0,06985	0,08228	1200	1,17802	15,11147
7	700	0,713014	0,71301	17,5	0,11091	0,12546	1400	1,13115	11,59468
8	800	0,814873	0,81487	20	0,16556	0,18222	1600	1,10062	9,14194
9	900	0,916732	0,91673	22,5	0,23573	0,2545	1800	1,07962	7,37477
10	1000	1,01859	1,0186	25	0,32336	0,34424	2000	1,06456	6,06483
11	1100	1,12045	1,1205	27,5	0,43040	0,45339	2200	1,05343	5,07171
12	1200	1,22231	1,2223	30	0,55877	0,58387	2400	1,04492	4,29886
13	1300	1,32417	1,3242	32,5	0,71043	0,73764	2600	1,03830	3,68916
14	1400	1,42603	1,426	35	0,88731	0,91663	2800	1,03305	3,19906
15	1500	1,52789	1,5279	37,5	1,0913	1,1228	3000	1,0288	2,8012
16	1600	1,62975	1,6297	40	1,3245	1,358	3200	1,0253	2,4674
17	1700	1,73161	1,7316	42,5	1,5887	1,6243	3400	1,0224	2,1930
18	1800	1,83346	1,8335	45	1,8858	1,9236	3600	1,0200	1,9625
19	1900	1,93532	1,9353	47,5	2,2179	2,2578	3800	1,0180	1,7653
20	2000	2,03718	2,0372	50	2,5869	2,6289	4000	1,0162	1,5976
21	2100	2,13904	2,139	52,5	2,9947	3,0388	4200	1,0147	1,4526
22	2200	2,24090	2,2409	55	3,4432	3,4894	4400	1,0134	1,3251
23	2300	2,34276	2,3428	57,5	3,9344	3,9827	4600	1,0123	1,2140
24	2400	2,44462	2,4446	60	4,4702	4,5206	4800	1,0113	1,1157
25	2500	2,54648	2,5465	62,5	5,0525	5,1051	5000	1,0104	1,0296
26	2600	2,64834	2,6483	65	5,6834	5,7381	5200	1,0096	0,9530
27	2700	2,75020	2,7502	67,5	6,3647	6,4215	5400	1,0089	0,8839
28	2800	2,85206	2,8521	70	7,0985	7,1573	5600	1,0083	0,8222
29	2900	2,95392	2,9539	72,5	7,8865	7,9475	5800	1,0077	0,7677
30	3000	3,05577	3,0558	75	8,7308	8,7939	6000	1,0072	0,7177

Considere-se uma treliça de aço com diâmetro de perfil de 0,025 m e aplicação de uma carga pontual vertical dirigida de cima para baixo no valor de 200 N:

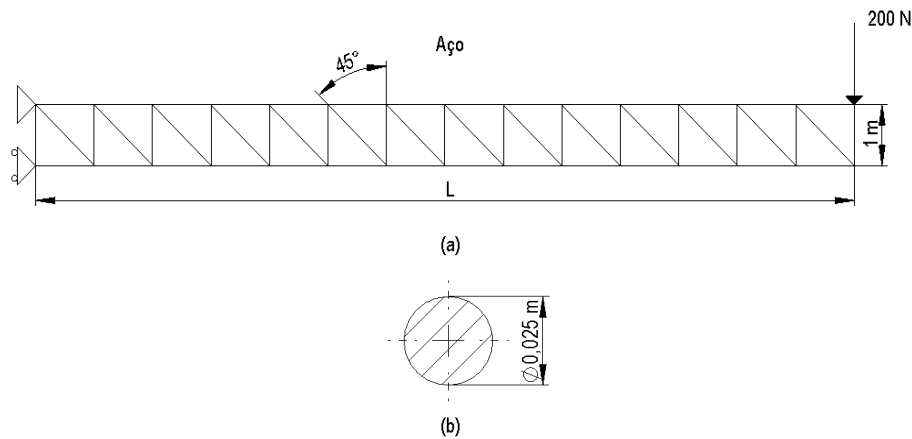


Figura 4.7 - (a) Estrutura treliçada e (b) diâmetro das secções transversais dos perfis referentes aos modelos da tabela 4.6

Tabela 4-6 - Treliça L.1.Aço.0,025.P200

Treliça L.1.Aço.0,025.P200									
L (m)	M (N.m)	σ (MPa)	σ_{Ansys} (MPa)	L/400	δ Analítico (mm)	δ Ansys (mm)	P'Ansys (N) Pcrit 39742N	Fc	Erro relativo (%)
2	200	0,814873	0,81487	5	0,010348	0,026568	400	2,567552	61,052403
3	300	1,22231	1,2223	7,5	0,034923	0,059432	600	1,701794	41,238488
4	400	1,62975	1,6297	10	0,08278	0,11567	800	1,39731	28,43366
5	500	2,03718	2,0372	12,5	0,16168	0,20298	1000	1,25543	20,34624
6	600	2,44462	2,4446	15	0,27939	0,32912	1200	1,17802	15,11147
7	700	2,85206	2,8521	17,5	0,44365	0,50183	1400	1,13113	11,59292
8	800	3,25949	3,2595	20	0,66225	0,72887	1600	1,10060	9,14069
9	900	3,66693	3,667	22,5	0,9429	1,018	1800	1,0796	7,3748
10	1000	4,07437	4,0744	25	1,2934	1,377	2000	1,0646	6,0676
11	1100	4,48180	4,4818	27,5	1,7216	1,8135	2200	1,0534	5,0686
12	1200	4,88924	4,8892	30	2,2351	2,3355	2400	1,0449	4,2997
13	1300	5,29668	5,2967	32,5	2,8417	2,9506	2600	1,0383	3,6905
14	1400	5,70411	5,7041	35	3,5492	3,6665	2800	1,0330	3,1985
15	1500	6,11155	6,1115	37,5	4,3654	4,4911	3000	1,0288	2,7990
16	1600	6,51899	6,519	40	5,2980	5,4322	3200	1,0253	2,4710
17	1700	6,92642	6,9264	42,5	6,3547	6,4973	3400	1,0224	2,1945
18	1800	7,33386	7,3339	45	7,5434	7,6945	3600	1,0200	1,9638
19	1900	7,74130	7,7413	47,5	8,8718	9,0313	3800	1,0180	1,7664
20	2000	8,14873	8,1487	50	10,3476	10,516	4000	1,0163	1,6014
21	2100	8,55617	8,5562	52,5	11,9786	12,155	4200	1,0147	1,4509
22	2200	8,96361	8,9636	55	13,7727	13,957	4400	1,0134	1,3208
23	2300	9,37104	9,371	57,5	15,7374	15,931	4600	1,0123	1,2152
24	2400	9,77848	9,7785	60	17,8806	18,082	4800	1,0113	1,1135
25	2500	10,1859	10,186	62,5	20,2102	20,42	5000	1,0104	1,0277
26	2600	10,5934	10,593	65	22,7337	22,952	5200	1,0096	0,9512
27	2700	11,0008	11,001	67,5	25,4590	25,686	5400	1,0089	0,8839
28	2800	11,4082	11,408	70	28,3938	28,629	5600	1,0083	0,8215
29	2900	11,8157	11,816	72,5	31,5459	31,79	5800	1,0077	0,7677
30	3000	12,2231	12,223	75	34,9231	35,175	6000	1,0072	0,7160

Considere-se uma treliça de aço com diâmetro de perfil de 0,020 m e aplicação de uma carga pontual vertical dirigida de cima para baixo no valor de 200 N:

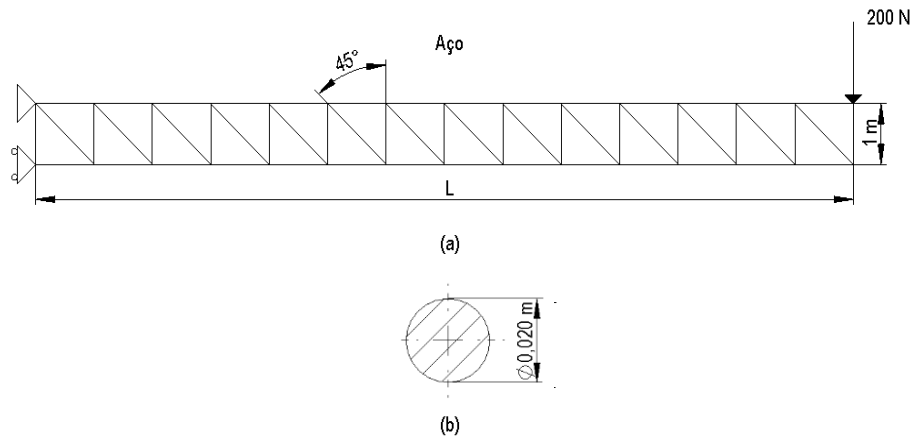


Figura 4.8 - (a) Estrutura treliçada e (b) diâmetro das secções transversais dos perfis referentes aos modelos da tabela 4.7

Tabela 4-7 - Treliça L.1.Aço.0,02.P200

Treliça L.1.Aço.0,02.P200									
L (m)	M (N.m)	σ (MPa)	σ_{Ansys} (MPa)	L/400	δ Analítico (mm)	δ Ansys (mm)	P'Ansys (N) Pcrit 16278N	Fc	Erro relativo (%)
2	200	1,27324	1,2732	5	0,016168	0,041512	400	2,567522	61,051934
3	300	1,90986	1,9099	7,5	0,054567	0,092863	600	1,701803	41,238804
4	400	2,54648	2,5465	10	0,12934	0,18073	800	1,39727	28,43193
5	500	3,18310	3,1831	12,5	0,25263	0,31716	1000	1,25545	20,34718
6	600	3,81972	3,8197	15	0,43654	0,51425	1200	1,17802	15,11147
7	700	4,45634	4,4563	17,5	0,69321	0,78411	1400	1,13113	11,59299
8	800	5,09296	5,093	20	1,0348	1,1389	1600	1,1006	9,1439
9	900	5,72958	5,7296	22,5	1,4733	1,5906	1800	1,0796	7,3733
10	1000	6,36620	6,3662	25	2,0210	2,1515	2000	1,0646	6,0648
11	1100	7,00282	7,0028	27,5	2,6900	2,8337	2200	1,0534	5,0721
12	1200	7,63944	7,6394	30	3,4923	3,6492	2400	1,0449	4,2992
13	1300	8,27606	8,2761	32,5	4,4402	4,6103	2600	1,0383	3,6902
14	1400	8,91268	8,9127	35	5,5457	5,7289	2800	1,0330	3,1984
15	1500	9,54930	9,5493	37,5	6,8209	7,0174	3000	1,0288	2,7998
16	1600	10,1859	10,186	40	8,2781	8,4877	3200	1,0253	2,4697
17	1700	10,8225	10,823	42,5	9,9292	10,152	3400	1,0224	2,1942
18	1800	11,4592	11,459	45	11,7866	12,023	3600	1,0201	1,9666
19	1900	12,0958	12,096	47,5	13,8621	14,111	3800	1,0180	1,7636
20	2000	12,7324	12,732	50	16,1681	16,431	4000	1,0163	1,5999
21	2100	13,3690	13,369	52,5	18,7166	18,992	4200	1,0147	1,4500
22	2200	14,0056	14,006	55	21,5198	21,809	4400	1,0134	1,3262
23	2300	14,6423	14,642	57,5	24,5897	24,892	4600	1,0123	1,2145
24	2400	15,2789	15,279	60	27,9385	28,254	4800	1,0113	1,1166
25	2500	15,9155	15,916	62,5	31,5784	31,907	5000	1,0104	1,0300
26	2600	16,5521	16,552	65	35,5214	35,863	5200	1,0096	0,9526
27	2700	17,1887	17,189	67,5	39,7796	40,134	5400	1,0089	0,8829
28	2800	17,8254	17,825	70	44,3653	44,733	5600	1,0083	0,8219
29	2900	18,4620	18,462	72,5	49,2905	49,672	5800	1,0077	0,7680
30	3000	19,0986	19,099	75	54,5674	54,962	6000	1,0072	0,7179

Análise das tabelas 4.4, 4.5, 4.6 e 4.7

a) Erro relativo

Como é possível verificar, o decréscimo da variável ϕ implica maiores deformações nas estruturas. Contudo, a diferença percentual dada pelas deformações calculadas através do método computacional e do método simplificado mantém-se praticamente inalterada para comprimentos iguais, podendo haver variações apenas a partir da centésima do valor percentual. Tendo em conta esta análise, é possível verificar que no método simplificado não é o diâmetro de perfil (ϕ) que influencia o cálculo do erro relativo, mas sim o comprimento da estrutura (L), possivelmente por a variável ϕ atuar linearmente no método.

b) Deformações ($\delta_{Analítico}$ e δ_{Ansys})

Quanto às deformações, observa-se que o método computacional traduz valores de deformação ligeiramente superiores ao método simplificado, ou seja, existe menor rigidez naquela que é considerada a estrutura real.

c) Comprimento L

Após a análise das tabelas, verifica-se que o aumento do comprimento das estruturas provoca um aumento das tensões máximas, das deformações, dos esforços axiais e uma redução da diferença percentual calculada pelo erro relativo entre a deformação do método computacional e do método simplificado.

d) Limites de dimensionamento

A redução do diâmetro de perfil, provoca um aumento das tensões máximas (σ e σ_{Ansys}) e das deformações ($\delta_{Analítico}$ e δ_{Ansys}). Por consequência da redução do diâmetro de perfil, também existe uma redução da carga crítica limite (P_{crit}). De notar que as tensões máximas dadas pelo método simplificado e pelo método computacional tomam valores iguais.

Posto isto, os valores da tensão máxima, nunca ultrapassam a tensão admissível de projeto ($\sigma_{Adm} = 120 \text{ MPa}$), as deformações nunca ultrapassam os limites impostos pelas normas europeias de projeto de estruturas, e os esforços axiais nunca ultrapassam a carga crítica limite. Quer isto dizer que as estruturas estão dentro dos limites de dimensionamento.

Manipulação da variável P (Carga Pontual)

Para fazer a manipulação da variável P são considerados dois valores de carga distintos do valor considerado no estudo anterior, ou seja, são analisadas cargas verticais dirigidas de cima para baixo nos valores de 500 N e 1000 N. Para que seja possível entender a influência que o valor da carga terá no cálculo da diferença percentual, nesta análise fixa-se a variável do material das longarinas e aplica-se a variação da carga para duas medidas de diâmetro. De seguida, à manipulação da carga sobrepõe-se a manipulação do diâmetro e analisam-se os resultados de maneira a que seja possível perceber se a variação conjunta destas duas variáveis introduz variações ao nível da diferença percentual.

De salientar que em todas as análises se avalia uma gama de comprimentos L dos 2 aos 30 m, também com o intuito de entender a influência que esta variável tem no cálculo da diferença percentual.

Considere-se uma treliça de aço com diâmetro de perfil de 0,1 m e aplicação de uma carga pontual vertical dirigida de cima para baixo no valor de 500 N:

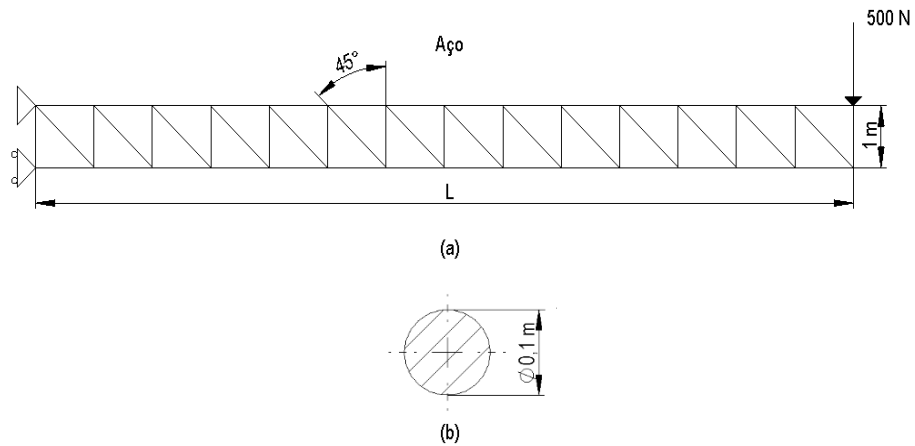


Figura 4.9 - (a) Estrutura treliçada e (b) diâmetro das secções transversais dos perfis referentes aos modelos da tabela 4.8

Tabela 4-8 - Treliça L.1.Aço.0,1.P500

Treliça L.1.Aço.0,1.P500									
L (m)	M (N.m)	σ (MPa)	σ_{Ansys} (MPa)	L/400	δ Analítico (mm)	δ Ansys (mm)	P'Ansys (N) Pcrit 10173935N	Fc	Erro relativo (%)
2	500	0,127324	0,12732	5	0,0016168	0,0041512	1000	2,5675216	61,0519339
3	750	0,190986	0,19099	7,5	0,0054567	0,0092863	1500	1,7018034	41,2388044
4	1000	0,254648	0,25465	10	0,012934	0,018073	2000	1,397271	28,431932
5	1250	0,318310	0,31831	12,5	0,025263	0,031716	2500	1,255448	20,347177
6	1500	0,381972	0,38197	15	0,043654	0,051425	3000	1,178015	15,111469
7	1750	0,445634	0,44563	17,5	0,069321	0,078411	3500	1,131132	11,592991
8	2000	0,509296	0,5093	20	0,10348	0,11389	4000	1,10064	9,14393
9	2250	0,572958	0,57296	22,5	0,14733	0,15906	4500	1,07960	7,37332
10	2500	0,636620	0,63662	25	0,20210	0,21515	5000	1,06456	6,06483
11	2750	0,700282	0,70028	27,5	0,26900	0,28337	5500	1,05343	5,07213
12	3000	0,763944	0,76394	30	0,34923	0,36492	6000	1,04492	4,29918
13	3250	0,827606	0,82761	32,5	0,44402	0,46103	6500	1,03832	3,69021
14	3500	0,891268	0,89127	35	0,55457	0,57289	7000	1,03304	3,19842
15	3750	0,954930	0,95493	37,5	0,68209	0,70174	7500	1,02880	2,79981
16	4000	1,01859	1,0186	40	0,82781	0,84877	8000	1,02532	2,46971
17	4250	1,08225	1,0823	42,5	0,9929	1,0152	8500	1,0224	2,1942
18	4500	1,14592	1,1459	45	1,1787	1,2023	9000	1,0201	1,9666
19	4750	1,20958	1,2096	47,5	1,3862	1,4111	9500	1,0180	1,7636
20	5000	1,27324	1,2732	50	1,6168	1,6431	10000	1,0163	1,5999
21	5250	1,33690	1,3369	52,5	1,8717	1,8992	10500	1,0147	1,4500
22	5500	1,40056	1,4006	55	2,1520	2,1809	11000	1,0134	1,3262
23	5750	1,46423	1,4642	57,5	2,4590	2,4892	11500	1,0123	1,2145
24	6000	1,52789	1,5279	60	2,7939	2,8254	12000	1,0113	1,1166
25	6250	1,59155	1,5915	62,5	3,1578	3,1907	12500	1,0104	1,0300
26	6500	1,65521	1,6552	65	3,5521	3,5863	13000	1,0096	0,9526
27	6750	1,71887	1,7189	67,5	3,9780	4,0134	13500	1,0089	0,8829
28	7000	1,78254	1,7825	70	4,4365	4,4733	14000	1,0083	0,8219
29	7250	1,84620	1,8462	72,5	4,9291	4,9672	14500	1,0077	0,7680
30	7500	1,90986	1,9099	75	5,4567	5,4962	15000	1,0072	0,7179

Considere-se uma treliça de aço com diâmetro de perfil de 0,1 m e aplicação de uma carga pontual vertical dirigida de cima para baixo no valor de 1000 N:

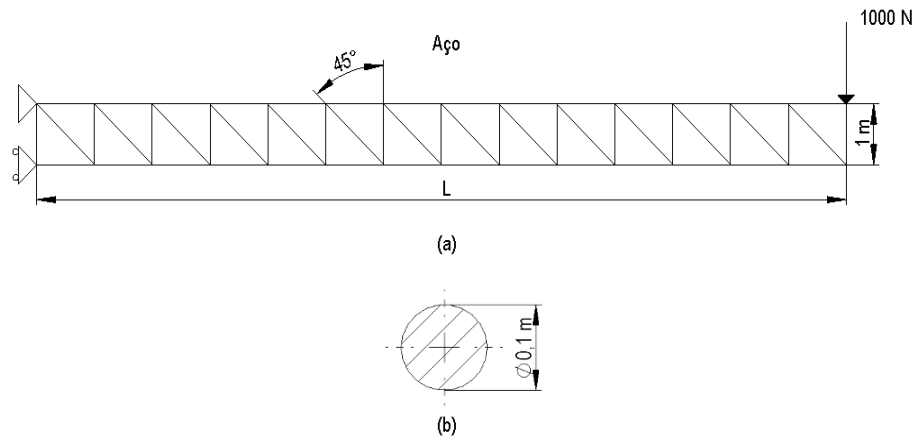


Figura 4.10 - (a) Estrutura treliçada e (b) diâmetro das seções transversais dos perfis referentes aos modelos da tabela 4.9

Tabela 4-9 - Treliça L.1.Aço.0,1.P1000

Treliça L.1.Aço.0,1.P1000									
L (m)	M (N.m)	σ (MPa)	σ_{Ansys} (MPa)	L/400	δ Analítico (mm)	δ Ansys (mm)	P'Ansys (N) Pcrit 10173935N	Fc	Erro relativo (%)
2	1000	0,254648	0,25465	5	0,0032336	0,0083024	2000	2,5675216	61,0519339
3	1500	0,381972	0,38197	7,5	0,010913	0,018573	3000	1,701840	41,240070
4	2000	0,509296	0,5093	10	0,025869	0,036146	4000	1,397271	28,431932
5	2500	0,636620	0,63662	12,5	0,050525	0,063432	5000	1,255448	20,347177
6	3000	0,763944	0,76394	15	0,08731	0,10285	6000	1,17802	15,11147
7	3500	0,891268	0,89127	17,5	0,13864	0,15682	7000	1,13112	11,59186
8	4000	1,01859	1,0186	20	0,20695	0,22777	8000	1,10059	9,13994
9	4500	1,14592	1,1459	22,5	0,29466	0,31812	9000	1,07960	7,37332
10	5000	1,27324	1,2732	25	0,40420	0,4303	10000	1,06456	6,06483
11	5500	1,40056	1,4006	27,5	0,53799	0,56673	11000	1,05341	5,07045
12	6000	1,52789	1,5279	30	0,69846	0,72984	12000	1,04492	4,29918
13	6500	1,65521	1,6552	32,5	0,88803	0,92205	13000	1,03830	3,68916
14	7000	1,78254	1,7825	35	1,1091	1,1458	14000	1,0331	3,2001
15	7500	1,90986	1,9099	37,5	1,3642	1,4035	15000	1,0288	2,8012
16	8000	2,03718	2,0372	40	1,6556	1,6975	16000	1,0253	2,4674
17	8500	2,16451	2,1645	42,5	1,9858	2,0304	17000	1,0224	2,1942
18	9000	2,29183	2,2918	45	2,3573	2,4045	18000	1,0200	1,9625
19	9500	2,41916	2,4192	47,5	2,7724	2,8223	19000	1,0180	1,7670
20	10000	2,54648	2,5465	50	3,2336	3,2861	20000	1,0162	1,5969
21	10500	2,67380	2,6738	52,5	3,7433	3,7984	21000	1,0147	1,4500
22	11000	2,80113	2,8011	55	4,3040	4,3617	22000	1,0134	1,3239
23	11500	2,92845	2,9285	57,5	4,9179	4,9783	23000	1,0123	1,2125
24	12000	3,05577	3,0558	60	5,5877	5,6507	24000	1,0113	1,1149
25	12500	3,18310	3,1831	62,5	6,3157	6,3813	25000	1,0104	1,0284
26	13000	3,31042	3,3104	65	7,1043	7,1726	26000	1,0096	0,9526
27	13500	3,43775	3,4377	67,5	7,9559	8,0269	27000	1,0089	0,8842
28	14000	3,56507	3,5651	70	8,8731	8,9467	28000	1,0083	0,8230
29	14500	3,69239	3,6924	72,5	9,8581	9,9343	29000	1,0077	0,7670
30	15000	3,81972	3,8197	75	10,9135	10,992	30000	1,0072	0,7143

Considere-se uma treliça de aço com diâmetro de perfil de 0,020 m e aplicação de uma carga pontual vertical dirigida de cima para baixo no valor de 500 N:

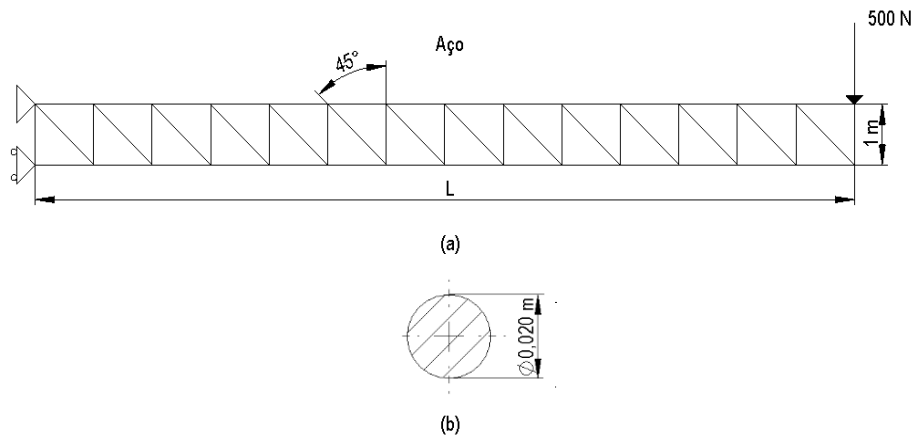


Figura 4.11 - (a) Estrutura treliçada e (b) diâmetro das secções transversais dos perfis referentes aos modelos da tabela 4.10

Tabela 4-10 - Treliça L.1.Aço.0,02.P500

Treliça L.1.Aço.0,02.P500									
L (m)	M (N.m)	σ (MPa)	σ_{Ansys} (MPa)	L/400	δ Analítico (mm)	δ Ansys (mm)	P'Ansys (N) Pcrit 16278N	Fc	Erro relativo (%)
2	500	3,18310	3,1831	5	0,04042	0,10378	1000	2,56752	61,05193
3	750	4,77465	4,7747	7,5	0,13642	0,23216	1500	1,70182	41,23944
4	1000	6,36620	6,3662	10	0,32336	0,45182	2000	1,39726	28,43114
5	1250	7,95775	7,9578	12,5	0,6316	0,7929	2500	1,2554	20,3472
6	1500	9,54930	9,5493	15	1,0913	1,2856	3000	1,1780	15,1098
7	1750	11,1408	11,141	17,5	1,7330	1,9603	3500	1,1311	11,5941
8	2000	12,7324	12,732	20	2,5869	2,8472	4000	1,1006	9,1423
9	2250	14,3239	14,324	22,5	3,6833	3,9765	4500	1,0796	7,3733
10	2500	15,9155	15,916	25	5,0525	5,3788	5000	1,0646	6,0657
11	2750	17,5070	17,507	27,5	6,7249	7,0842	5500	1,0534	5,0715
12	3000	19,0986	19,099	30	8,7308	9,123	6000	1,0449	4,2992
13	3250	20,6901	20,69	32,5	11,1004	11,526	6500	1,0383	3,6923
14	3500	22,2817	22,282	35	13,8642	14,322	7000	1,0330	3,1967
15	3750	23,8732	23,873	37,5	17,0523	17,544	7500	1,0288	2,8026
16	4000	25,4648	25,465	40	20,6952	21,219	8000	1,0253	2,4686
17	4250	27,0563	27,056	42,5	24,8231	25,38	8500	1,0224	2,1942
18	4500	28,6479	28,648	45	29,4664	30,057	9000	1,0200	1,9649
19	4750	30,2394	30,239	47,5	34,6554	35,278	9500	1,0180	1,7650
20	5000	31,8310	31,831	50	40,4203	41,076	10000	1,0162	1,5963
21	5250	33,4225	33,423	52,5	46,7916	47,481	10500	1,0147	1,4520
22	5500	35,0141	35,014	55	53,7994	54,521	11000	1,0134	1,3235
23	5750	36,6056	36,606	57,5	61,4742	62,229	11500	1,0123	1,2129
24	6000	38,1972	38,197	60	69,8463	70,634	12000	1,0113	1,1152
25	6250	39,7887	39,789	62,5	78,9459	79,767	12500	1,0104	1,0294
26	6500	41,3803	41,38	65	88,8034	89,657	13000	1,0096	0,9521
27	6750	42,9718	42,972	67,5	99,4491	100,34	13500	1,0090	0,8879
28	7000	44,5634	44,563	70	110,9133	111,83	14000	1,0083	0,8197
29	7250	46,1549	46,155	72,5	123,2263	124,18	14500	1,0077	0,7680
30	7500	47,7465	47,747	75	136,4185	137,4	15000	1,0072	0,7143

Considere-se uma treliça de aço com diâmetro de perfil igual a 0,020 m e aplicação de uma carga pontual vertical dirigida de cima para baixo no valor de 1000 N:

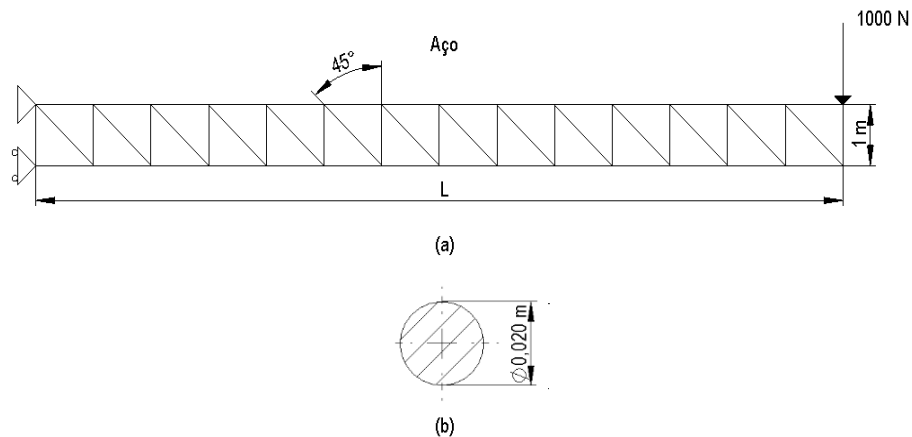


Figura 4.12 - (a) Estrutura treliçada e (b) diâmetro das secções transversais dos perfis referentes aos modelos da tabela 4.11

Tabela 4-11 - Treliça L.1.Aço.0,02.P1000

Treliça L.1.Aço.0,02.P1000									
L (m)	M (N.m)	σ (MPa)	σ_{Ansys} (MPa)	L/400	δ Analítico (mm)	δ Ansys (mm)	P'Ansys (N) Pcrit 16278N	Fc	Erro relativo (%)
2	1000	6,36620	6,3662	5	0,08084	0,20756	2000	2,56752	61,05193
3	1500	9,54930	9,5493	7,5	0,27284	0,46432	3000	1,70182	41,23944
4	2000	12,7324	12,732	10	0,64672	0,90364	4000	1,39726	28,43114
5	2500	15,9155	15,916	12,5	1,2631	1,5858	5000	1,2554	20,3472
6	3000	19,0986	19,099	15	2,1827	2,5713	6000	1,1780	15,1131
7	3500	22,2817	22,282	17,5	3,4660	3,9206	7000	1,1311	11,5941
8	4000	25,4648	25,465	20	5,1738	5,6943	8000	1,1006	9,1407
9	4500	28,6479	28,648	22,5	7,3666	7,9531	9000	1,0796	7,3745
10	5000	31,8310	31,831	25	10,1051	10,758	10000	1,0646	6,0692
11	5500	35,0141	35,014	27,5	13,4499	14,168	11000	1,0534	5,0688
12	6000	38,1972	38,197	30	17,4616	18,246	12000	1,0449	4,2992
13	6500	41,3803	41,38	32,5	22,2009	23,051	13000	1,0383	3,6881
14	7000	44,5634	44,563	35	27,7283	28,645	14000	1,0331	3,2001
15	7500	47,7465	47,747	37,5	34,1046	35,087	15000	1,0288	2,7998
16	8000	50,9296	50,93	40	41,3904	42,439	16000	1,0253	2,4709
17	8500	54,1127	54,113	42,5	49,6462	50,761	17000	1,0225	2,1961
18	9000	57,2958	57,296	45	58,9328	60,113	18000	1,0200	1,9633
19	9500	60,4789	60,479	47,5	69,3107	70,557	19000	1,0180	1,7664
20	10000	63,6620	63,662	50	80,8406	82,153	20000	1,0162	1,5975
21	10500	66,8451	66,845	52,5	93,5831	94,961	21000	1,0147	1,4510
22	11000	70,0282	70,028	55	107,5988	109,04	22000	1,0134	1,3217
23	11500	73,2113	73,211	57,5	122,9485	124,46	23000	1,0123	1,2145
24	12000	76,3944	76,394	60	139,6926	141,27	24000	1,0113	1,1166
25	12500	79,5775	7,578	62,5	157,8918	159,53	25000	1,0104	1,0269
26	13000	82,7606	82,761	65	177,6068	179,31	26000	1,0096	0,9499
27	13500	85,9437	85,944	67,5	198,8982	200,67	27000	1,0089	0,8829
28	14000	89,1268	89,127	70	221,8266	223,67	28000	1,0083	0,8242
29	14500	92,3099	92,31	72,5	246,4527	248,36	29000	1,0077	0,7680
30	15000	95,4930	95,493	75	272,8370	274,81	30000	1,0072	0,7179

Análise das tabelas 4.8, 4.9, 4.10 e 4.11

a) Erro relativo

Como é possível verificar, para cada medida de diâmetro, o aumento do valor da carga P implica maiores deformações nas estruturas. No entanto, a diferença percentual dada pelo erro relativo entre o método computacional e o método simplificado mantém-se praticamente inalterada para o mesmo comprimento, podendo haver apenas variações a partir da centésima do valor percentual. Tendo em conta esta análise, é possível verificar que no método simplificado não é a carga P que influencia o cálculo do erro relativo, mas sim o comprimento da estrutura (L), possivelmente por a variável P atuar linearmente no método.

b) Deformações ($\delta_{Analítico}$ e δ_{Ansys})

Quanto às deformações, observa-se que o método computacional traduz valores de deformação ligeiramente superiores ao método simplificado, ou seja, existe menor rigidez naquela que é considerada a estrutura real.

c) Comprimento L

Após a análise das tabelas, verifica-se que o aumento do comprimento das estruturas provoca um aumento das tensões máximas, das deformações, dos esforços axiais e uma redução da diferença percentual calculada pelo erro relativo entre a deformação do método computacional e do método simplificado.

d) Limites de dimensionamento

Também é possível verificar que o aumento da carga pontual vertical provoca um aumento das tensões máximas (σ e σ_{Ansys}), das deformações ($\delta_{Analítico}$ e δ_{Ansys}) e dos esforços axiais (P_{Ansys}) para cada medida de diâmetro. De notar que as tensões máximas dadas pelo método simplificado e pelo método computacional tomam valores iguais. Assim, os valores da tensão máxima nunca ultrapassam a tensão admissível de projeto ($\sigma_{Adm} = 120 MPa$) e as deformações nunca ultrapassam os limites impostos pelas normas europeias de projeto de estruturas, à exceção dos comprimentos entre 23 e 30 m da tabela 4.10 e dos comprimentos entre os 16 e 30 m da tabela 4.11. Quanto aos esforços axiais, estes nunca ultrapassam a carga crítica limite, à exceção das treliças de comprimento entre os 17 e os 30 m da tabela 4.11. Quer isto dizer que as estruturas que não estão dentro dos limites de dimensionamento, não devem ser projetadas.

Como já foi dito, também existe interesse em verificar se a variação conjunta da carga com o diâmetro vai implicar mudanças no comportamento do erro relativo.

Considere-se uma treliça de aço com diâmetro de perfil de 0,05 m e aplicação de uma carga pontual vertical dirigida de cima para baixo no valor de 500 N:

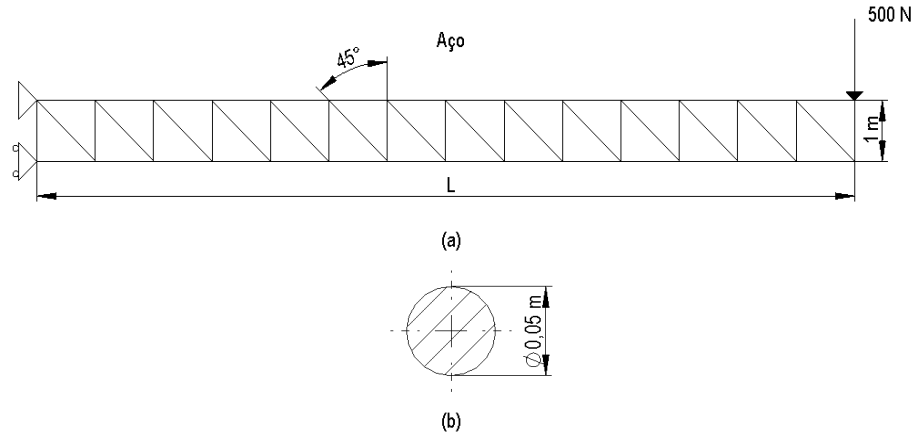


Figura 4.13 - (a) Estrutura treliçada e (b) diâmetro das secções transversais dos perfis referentes aos modelos da tabela 4.12

Tabela 4-12 - Treliça L.1.Aço.0,05.P500

Treliça L.1.Aço.0,05.P500									
L (m)	M (N.m)	σ (MPa)	σ_{Ansys} (MPa)	L/400	δ Analítico (mm)	δ Ansys (mm)	P'Ansys (N) Perit 635871N	Fc	Erro relativo (%)
2	500	0,50929582	0,5093	5	0,006467	0,016605	1000	2,567552	61,052403
3	750	0,76394373	0,76394	7,5	0,021827	0,037145	1500	1,701794	41,238488
4	1000	1,01859	1,0186	10	0,051738	0,072291	2000	1,397252	28,430942
5	1250	1,27324	1,2732	12,5	0,10105	0,12686	2500	1,25541	20,34467
6	1500	1,52789	1,5279	15	0,17462	0,2057	3000	1,17802	15,11147
7	1750	1,78254	1,7825	17,5	0,27728	0,31364	3500	1,13112	11,59186
8	2000	2,03718	2,0372	20	0,41390	0,45554	4000	1,10059	9,13994
9	2250	2,29183	2,2918	22,5	0,58933	0,63625	4500	1,07962	7,37477
10	2500	2,54648	2,5465	25	0,8084	0,8606	5000	1,0646	6,0648
11	2750	2,80113	2,8011	27,5	1,0760	1,1335	5500	1,0534	5,0738
12	3000	3,05577	3,0558	30	1,3969	1,4597	6000	1,0449	4,3005
13	3250	3,31042	3,3104	32,5	1,7761	1,8441	6500	1,0383	3,6892
14	3500	3,56507	3,5651	35	2,2183	2,2916	7000	1,0331	3,2001
15	3750	3,81972	3,8197	37,5	2,7284	2,807	7500	1,0288	2,8012
16	4000	4,07437	4,0744	40	3,3112	3,3951	8000	1,0253	2,4703
17	4250	4,32901	4,329	42,5	3,9717	4,0608	8500	1,0224	2,1942
18	4500	4,58366	4,5837	45	4,7146	4,809	9000	1,0200	1,9625
19	4750	4,83831	4,8383	47,5	5,5449	5,6446	9500	1,0180	1,7670
20	5000	5,09296	5,093	50	6,4672	6,5722	10000	1,0162	1,5969
21	5250	5,34761	5,3476	52,5	7,4866	7,5969	10500	1,0147	1,4513
22	5500	5,60225	5,6023	55	8,6079	8,7234	11000	1,0134	1,3239
23	5750	5,85690	5,8569	57,5	9,8359	9,9567	11500	1,0123	1,2135
24	6000	6,11155	6,1116	60	11,1754	11,301	12000	1,0112	1,1114
25	6250	6,36620	6,3662	62,5	12,6313	12,763	12500	1,0104	1,0315
26	6500	6,62085	6,6208	65	14,2085	14,345	13000	1,0096	0,9512
27	6750	6,87549	6,8755	67,5	15,9119	16,054	13500	1,0089	0,8854
28	7000	7,13014	7,1301	70	17,7461	17,893	14000	1,0083	0,8208
29	7250	7,38479	7,3848	72,5	19,7162	19,869	14500	1,0077	0,7690
30	7500	7,63944	7,6394	75	21,8270	21,985	15000	1,0072	0,7188

Considere-se uma treliça de aço com diâmetro de perfil de 0,05 m e aplicação de uma carga pontual vertical dirigida de cima para baixo no valor de 1000 N:

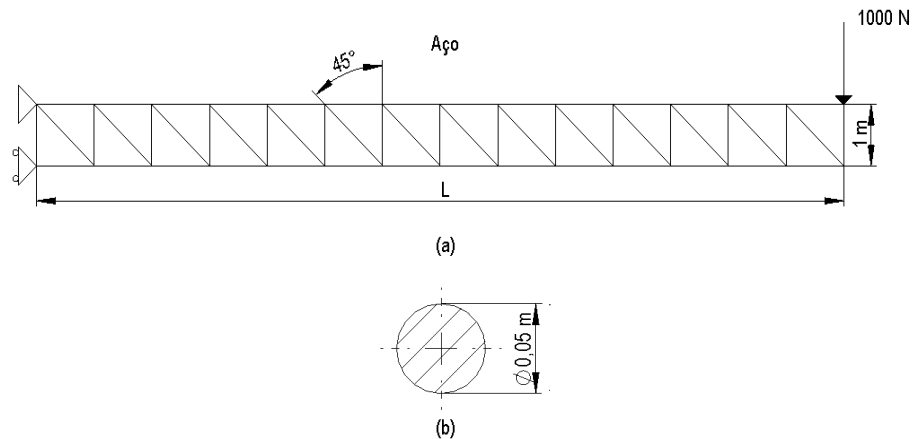


Figura 4.14 - (a) Estrutura treliçada e (b) diâmetro das seções transversais dos perfis referentes aos modelos da tabela 4.13

Tabela 4-13 - Treliça L.1.Aço.0,05.P1000

Treliça L.1.Aço.0,05.P1000									
L (m)	M (N.m)	σ (MPa)	σ_{Ansys} (MPa)	L/400	δ Analítico (mm)	δ Ansys (mm)	P'Ansys (N) Pcrit 635871N	Fc	Erro relativo (%)
2	1000	1,01859	1,0186	5	0,012934	0,03321	2000	2,567552	61,052403
3	1500	1,52789	1,5279	7,5	0,043654	0,074291	3000	1,701817	41,239279
4	2000	2,03718	2,0372	10	0,10348	0,14458	4000	1,39723	28,42995
5	2500	2,54648	2,5465	12,5	0,20210	0,25373	5000	1,25546	20,34780
6	3000	3,05577	3,0558	15	0,34923	0,4114	6000	1,17802	15,11147
7	3500	3,56507	3,5651	17,5	0,55457	0,62729	7000	1,13114	11,59327
8	4000	4,07437	4,0744	20	0,82781	0,91109	8000	1,10061	9,14094
9	4500	4,58366	4,5837	22,5	1,1787	1,2725	9000	1,0796	7,3748
10	5000	5,09296	5,093	25	1,6168	1,7212	10000	1,0646	6,0648
11	5500	5,60225	5,6023	27,5	2,1520	2,2669	11000	1,0534	5,0696
12	6000	6,11155	6,1116	30	2,7939	2,9194	12000	1,0449	4,3005
13	6500	6,62085	6,6208	32,5	3,5521	3,6882	13000	1,0383	3,6892
14	7000	7,13014	7,1301	35	4,4365	4,5832	14000	1,0331	3,2001
15	7500	7,63944	7,6394	37,5	5,4567	5,6139	15000	1,0288	2,7995
16	8000	8,14873	8,1487	40	6,6225	6,7902	16000	1,0253	2,4703
17	8500	8,65803	8,658	42,5	7,9434	8,1217	17000	1,0224	2,1954
18	9000	9,16732	9,1673	45	9,4292	9,6181	18000	1,0200	1,9635
19	9500	9,67662	9,6766	47,5	11,0897	11,289	19000	1,0180	1,7653
20	10000	10,1859	10,186	50	12,9345	13,144	20000	1,0162	1,5939
21	10500	10,6952	10,695	52,5	14,9733	15,194	21000	1,0147	1,4526
22	11000	11,2045	11,205	55	17,2158	17,447	22000	1,0134	1,3251
23	11500	11,7138	11,714	57,5	19,6718	19,913	23000	1,0123	1,2115
24	12000	12,2231	12,223	60	22,3508	22,603	24000	1,0113	1,1157
25	12500	12,7324	12,732	62,5	25,2627	25,525	25000	1,0104	1,0277
26	13000	13,2417	13,242	65	28,4171	28,69	26000	1,0096	0,9512
27	13500	13,7510	13,751	67,5	31,8237	32,108	27000	1,0089	0,8854
28	14000	14,2603	14,26	70	35,4923	35,787	28000	1,0083	0,8236
29	14500	14,7696	14,77	72,5	39,4324	39,737	29000	1,0077	0,7665
30	15000	15,2789	15,279	75	43,6539	43,969	30000	1,0072	0,7166

Considere-se uma treliça de aço com diâmetro de perfil de 0,025 m e aplicação de uma carga pontual vertical dirigida de cima para baixo no valor de 500 N:

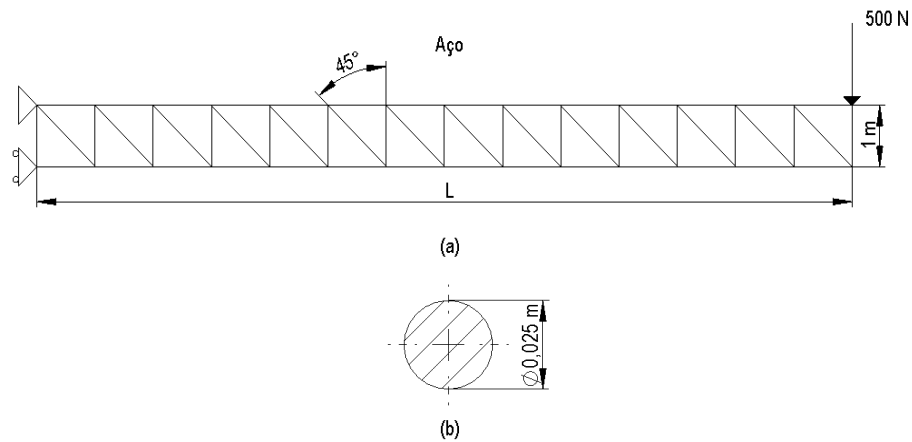


Figura 4.15 - (a) Estrutura treliçada e (b) diâmetro das seções transversais dos perfis referentes aos modelos da tabela 4.14

Tabela 4-14 - Treliça L.Aço.0,025.P500

Treliça L.1.Aço.0,025.P500									
L (m)	M (N.m)	σ (MPa)	σ_{Ansys} (MPa)	L/400	δ Analítico (mm)	δ Ansys (mm)	P'Ansys (N) Pcrit 39742N	Fc	Erro relativo (%)
2	500	2,03718	2,0372	5	0,025869	0,066419	1000	2,567514	61,051817
3	750	3,05577	3,0558	7,5	0,08731	0,14858	1500	1,70179	41,23849
4	1000	4,07437	4,0744	10	0,20695	0,28917	2000	1,39728	28,43243
5	1250	5,09296	5,093	12,5	0,40420	0,50746	2500	1,25546	20,34780
6	1500	6,11155	6,1115	15	0,6985	0,8228	3000	1,1780	15,1115
7	1750	7,13014	7,1301	17,5	1,1091	1,2546	3500	1,1312	11,5947
8	2000	8,14873	8,1487	20	1,6556	1,8222	4000	1,1006	9,1419
9	2250	9,16732	9,1673	22,5	2,3573	2,545	4500	1,0796	7,3748
10	2500	10,1859	10,186	25	3,2336	3,4424	5000	1,0646	6,0648
11	2750	11,2045	11,205	27,5	4,3040	4,5339	5500	1,0534	5,0717
12	3000	12,2231	12,223	30	5,5877	5,8307	6000	1,0435	4,1675
13	3250	13,2417	13,242	32,5	7,1043	7,3764	6500	1,0383	3,6892
14	3500	14,2603	14,26	35	8,8731	9,1663	7000	1,0330	3,1991
15	3750	15,2789	15,279	37,5	10,9135	11,228	7500	1,0288	2,8012
16	4000	16,2975	16,297	40	13,2449	13,58	8000	1,0253	2,4674
17	4250	17,3161	17,316	42,5	15,8868	16,243	8500	1,0224	2,1930
18	4500	18,3346	18,335	45	18,8585	19,236	9000	1,0200	1,9625
19	4750	19,3532	19,353	47,5	22,1794	22,578	9500	1,0180	1,7653
20	5000	20,3718	20,372	50	25,8690	26,289	10000	1,0162	1,5976
21	5250	21,3904	21,39	52,5	29,9466	30,388	10500	1,0147	1,4526
22	5500	22,4090	22,409	55	34,4316	34,894	11000	1,0134	1,3251
23	5750	23,4276	23,428	57,5	39,3435	39,827	11500	1,0123	1,2140
24	6000	24,4462	24,446	60	44,7016	45,206	12000	1,0113	1,1157
25	6250	25,4648	25,465	62,5	50,5254	51,051	12500	1,0104	1,0296
26	6500	26,4834	26,483	65	56,8342	57,381	13000	1,0096	0,9530
27	6750	27,5020	27,502	67,5	63,6474	64,215	13500	1,0089	0,8839
28	7000	28,5206	28,521	70	70,9845	71,573	14000	1,0083	0,8222
29	7250	29,5392	29,539	72,5	78,8649	79,475	14500	1,0077	0,7677
30	7500	30,5577	30,558	75	87,3079	87,939	15000	1,0072	0,7177

Considere-se uma treliça de aço com diâmetro de perfil de 0,025 m e aplicação de uma carga pontual vertical de cima para baixo no valor de 1000 N:

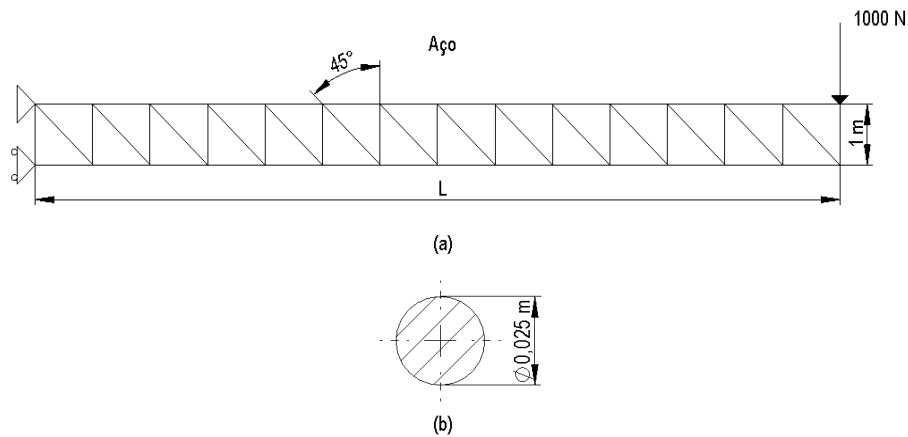


Figura 4.16 - (a) Estrutura treliçada e (b) diâmetro das secções transversais dos perfis referentes aos modelos da tabela 4.15

Tabela 4-15 - Treliça L.1.Aço.0,025.P1000

Treliça L.1.Aço.0,025.P1000									
L (m)	M (N.m)	σ (MPa)	σ_{Ansys} (MPa)	L/400	δ Analítico (mm)	δ Ansys (mm)	P'Ansys (N) Pcrit 39742N	Fc	Erro relativo (%)
2	1000	4,07437	4,0744	5	0,05174	0,13284	2000	2,56755	61,05240
3	1500	6,11155	6,1115	7,5	0,17462	0,29716	3000	1,70179	41,23849
4	2000	8,14873	8,1487	10	0,41390	0,57833	4000	1,39726	28,43119
5	2500	10,1859	10,186	12,5	0,8084	1,0149	5000	1,2554	20,3462
6	3000	12,2231	12,223	15	1,3969	1,6456	6000	1,1780	15,1115
7	3500	14,2603	14,26	17,5	2,2183	2,5092	7000	1,1312	11,5947
8	4000	16,2975	16,297	20	3,3112	3,6443	8000	1,1006	9,1394
9	4500	18,3346	18,335	22,5	4,7146	5,09	9000	1,0796	7,3748
10	5000	20,3718	20,372	25	6,4672	6,8848	10000	1,0646	6,0648
11	5500	22,4090	22,409	27,5	8,6079	9,0677	11000	1,0534	5,0707
12	6000	24,4462	24,446	30	11,1754	11,677	12000	1,0449	4,2956
13	6500	26,4834	26,483	32,5	14,2085	14,753	13000	1,0383	3,6905
14	7000	28,5206	28,521	35	17,7461	18,333	14000	1,0331	3,2012
15	7500	30,5577	30,558	37,5	21,8270	22,456	15000	1,0288	2,8012
16	8000	32,5949	32,595	40	26,4898	27,161	16000	1,0253	2,4710
17	8500	34,6321	34,632	42,5	31,7736	32,487	17000	1,0225	2,1960
18	9000	36,6693	36,669	45	37,7170	38,472	18000	1,0200	1,9625
19	9500	38,7065	38,706	47,5	44,3589	45,156	19000	1,0180	1,7653
20	10000	40,7437	40,744	50	51,7380	52,578	20000	1,0162	1,5976
21	10500	42,7808	42,781	52,5	59,8932	60,775	21000	1,0147	1,4509
22	11000	44,8180	44,818	55	68,8633	69,787	22000	1,0134	1,3237
23	11500	46,8552	46,855	57,5	78,6870	79,653	23000	1,0123	1,2127
24	12000	48,8924	48,892	60	89,4032	90,412	24000	1,0113	1,1157
25	12500	50,9296	50,93	62,5	101,0508	102,1	25000	1,0104	1,0277
26	13000	52,9668	52,967	65	113,6684	114,76	26000	1,0096	0,9512
27	13500	55,0039	55,004	67,5	127,2949	128,43	27000	1,0089	0,8839
28	14000	57,0411	57,041	70	141,9690	143,15	28000	1,0083	0,8250
29	14500	59,0783	59,078	72,5	157,7297	158,95	29000	1,0077	0,7677
30	15000	61,1155	61,115	75	174,6157	175,88	30000	1,0072	0,7188

Análise das tabelas 4.12, 4.13, 4.14 e 4.15

a) Erro relativo

Como é possível verificar, o aumento do valor da carga P em conjunto com a redução do diâmetro ϕ implica maiores deformações nas estruturas. Porém, a diferença percentual dada pelo erro relativo entre o método computacional e o método simplificado mantém-se praticamente inalterada para o mesmo comprimento, podendo existir apenas variações a partir da centésima do valor percentual.

Tendo em conta esta análise, apesar da manipulação individual da variável da carga (P) e da sua manipulação conjunta com a variável do diâmetro (ϕ) é possível verificar que no método simplificado nem a carga pontual vertical nem o diâmetro de perfil influenciam o cálculo do erro relativo. Mais uma vez, é o comprimento da estrutura (L) que dita a variação da diferença percentual, possivelmente por a variável ϕ e P atuarem linearmente no método.

b) Deformações ($\delta_{Analítico}$ e δ_{Ansys})

Quanto às deformações, observa-se que o método computacional traduz valores de deformação ligeiramente superiores ao método simplificado, ou seja, existe menor rigidez naquela que é considerada a estrutura real.

c) Comprimento L

Após a análise das tabelas, verifica-se que o aumento do comprimento das estruturas provoca um aumento das tensões máximas, das deformações, dos esforços axiais e uma redução da diferença percentual calculada pelo erro relativo entre a deformação do método computacional e do método simplificado.

d) Limites de dimensionamento

O aumento do valor da carga pontual em conjunto com a redução do diâmetro de perfil, provocam um aumento das tensões máximas (σ e σ_{Ansys}) e das deformações ($\delta_{Analítico}$ e δ_{Ansys}) da tabela 4.12 para a tabela 4.15. Contudo, o aumento dos esforços axiais (P'_{Ansys}) é provocado pelo aumento da carga e a redução da carga limite máxima (P_{crit}) é afetada pela redução do diâmetro. De notar que as tensões máximas dadas pelo método simplificado e pelo método computacional tomam valores iguais. Posto isto, os valores da tensão máxima nunca ultrapassam a tensão admissível de projeto ($\sigma_{Adm} = 120 \text{ MPa}$), as deformações nunca ultrapassam os limites impostos pelas normas europeias de projeto de estruturas nas tabelas 4.12 e 4.13. Porém na tabela 4.14 os limites são ultrapassados para os comprimentos entre 28 a 30 m e na tabela 4.15 os limites são ultrapassados para os comprimentos entre 20 a 30 m. Quanto aos esforços axiais, estes nunca ultrapassam a carga crítica limite. Quer isto dizer que o projeto das estruturas que não respeitam os limites de dimensionamento não deve ser concretizado.

Manipulação da variável E (Módulo de Young)

Para fazer a manipulação da variável E são considerados dois materiais distintos, um aço e um alumínio com valores de módulo de young iguais a 210 GPa e 70 GPa, respetivamente. Em primeiro lugar manipula-se individualmente a variável E , de seguida sobrepõem-se a manipulação conjunta das variáveis E e P e, por fim, a manipulação da variável E com as variáveis P e ϕ . Desta forma consegue perceber-se se a manipulação individual do módulo de young e a manipulação conjunta com as restantes variáveis introduz alguma alteração no cálculo da diferença percentual.

Não esquecer que em todas as análises se avalia uma gama de comprimentos L dos 2 aos 30 m, também com o intuito de entender a influência que esta variável tem no cálculo da diferença percentual.

De notar que as tabelas que dizem respeito a treliças constituídas por aço já foram introduzidas nas manipulações anteriores e devem ser tidas em conta nas comparações feitas nesta secção.

Considere-se uma treliça de alumínio com diâmetro de perfil de 0,1 m e aplicação de uma carga pontual vertical dirigida de cima para baixo no valor de 200 N:

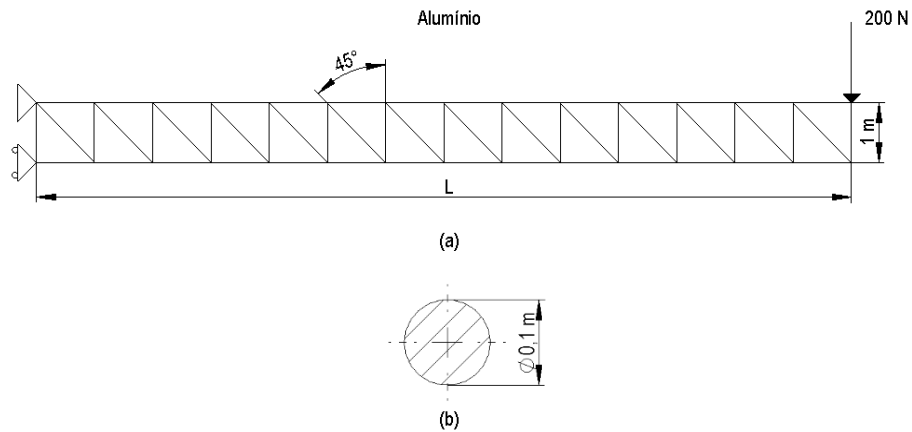


Figura 4.17 - (a) Estrutura treliçada e (b) diâmetro das secções transversais dos perfis referentes aos modelos da tabela 4.16

Tabela 4-16 - Treliça L.1.Alumínio.0,1.P200

Treliça L.1.Alumínio.0,1.P200									
L (m)	M (N.m)	σ (MPa)	σ_{Ansys} (MPa)	L/400	δ Analítico (mm)	δ Ansys (mm)	P'Ansys (N) Pcrit 3391312N	Fc	Erro relativo (%)
2	200	0,0509296	0,05093	5	0,0019402	0,0049814	400	2,5675010	61,0516211
3	300	0,0763944	0,076394	7,5	0,006548	0,011144	600	1,701871	41,241124
4	400	0,101859	0,10186	10	0,015521	0,021687	800	1,397233	28,429952
5	500	0,127324	0,12732	12,5	0,030315	0,038059	1000	1,255442	20,346758
6	600	0,152789	0,15279	15	0,052385	0,06171	1200	1,178015	15,111469
7	700	0,178254	0,17825	17,5	0,083185	0,094093	1400	1,131130	11,592803
8	800	0,203718	0,20372	20	0,12417	0,13666	1600	1,10058	9,13861
9	900	0,229183	0,22918	22,5	0,17680	0,19087	1800	1,07959	7,37234
10	1000	0,254648	0,25465	25	0,24252	0,25818	2000	1,06456	6,06483
11	1100	0,280113	0,28011	27,5	0,32280	0,34004	2200	1,05342	5,07101
12	1200	0,305577	0,30558	30	0,41908	0,4379	2400	1,04491	4,29831
13	1300	0,331042	0,33104	32,5	0,53282	0,55323	2600	1,03830	3,68916
14	1400	0,356507	0,35651	35	0,66548	0,68747	2800	1,03304	3,19870
15	1500	0,381972	0,38197	37,5	0,81851	0,84209	3000	1,02881	2,80004
16	1600	0,407437	0,40774	40	0,9934	1,0185	3200	1,0253	2,4674
17	1700	0,432901	0,4329	42,5	1,1915	1,2183	3400	1,0225	2,1990
18	1800	0,458366	0,45837	45	1,4144	1,4427	3600	1,0200	1,9625
19	1900	0,483831	0,48383	47,5	1,6635	1,6934	3800	1,0180	1,7682
20	2000	0,509296	0,5093	50	1,9402	1,9717	4000	1,0162	1,5989
21	2100	0,534761	0,53476	52,5	2,2460	2,2791	4200	1,0147	1,4526
22	2200	0,560225	0,56023	55	2,5824	2,617	4400	1,0134	1,3232
23	2300	0,585690	0,58569	57,5	2,9508	2,987	4600	1,0123	1,2132
24	2400	0,611155	0,61115	60	3,3526	3,3904	4800	1,0113	1,1143
25	2500	0,636620	0,63662	62,5	3,7894	3,8288	5000	1,0104	1,0290
26	2600	0,662085	0,66208	65	4,2626	4,3036	5200	1,0096	0,9535
27	2700	0,687549	0,68755	67,5	4,7736	4,8161	5400	1,0089	0,8834
28	2800	0,713014	0,71301	70	5,3238	5,368	5600	1,0083	0,8227
29	2900	0,738479	0,73848	72,5	5,9149	5,9606	5800	1,0077	0,7673
30	3000	0,763944	0,76394	75	6,5481	6,5954	6000	1,0072	0,7173

Considere-se uma treliça de alumínio com diâmetro de perfil de 0,05 m e aplicação de uma carga pontual vertical dirigida de cima para baixo no valor de 200 N:

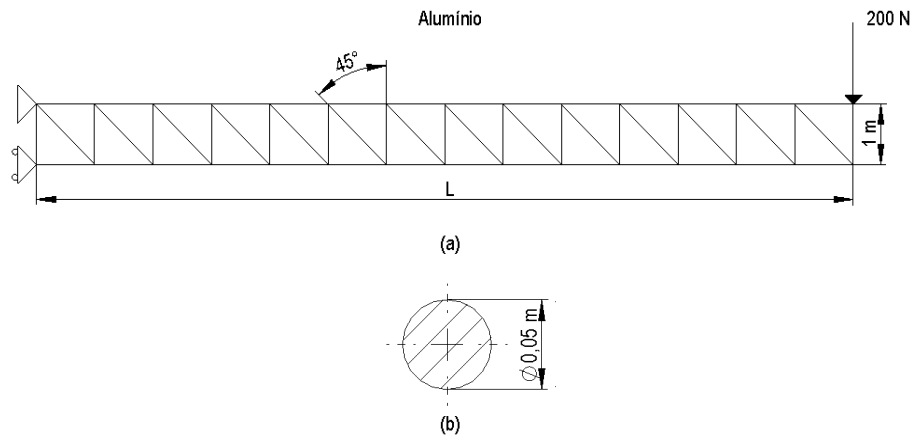


Figura 4.18 - (a) Estrutura treliçada e (b) diâmetro das secções transversais dos perfis referentes aos modelos da tabela 4.17

Tabela 4-17 - Treliça L.1.Alumínio.0,05.P200

Treliça L.1.Alumínio.0,05.P200									
L (m)	M (N.m)	σ (MPa)	σ_{Ansys} (MPa)	L/400	δ Analítico (mm)	δ Ansys (mm)	P'Ansys (N) Pcrit 211957N	Fc	Erro relativo (%)
2	200	0,203718	0,20372	5	0,007761	0,019926	400	2,567552	61,052403
3	300	0,305577	0,30558	7,5	0,026192	0,044574	600	1,701794	41,238488
4	400	0,407437	0,40744	10	0,06209	0,08675	800	1,39726	28,43160
5	500	0,509296	0,5093	12,5	0,12126	0,15224	1000	1,25547	20,34885
6	600	0,611155	0,61116	15	0,20954	0,24684	1200	1,17802	15,11147
7	700	0,713014	0,71301	17,5	0,33274	0,37637	1400	1,13112	11,59233
8	800	0,814873	0,81487	20	0,49668	0,54665	1600	1,10060	9,14028
9	900	0,916732	0,91673	22,5	0,7072	0,7635	1800	1,0796	7,3748
10	1000	1,01859	1,0186	25	0,9701	1,0327	2000	1,0645	6,0630
11	1100	1,12045	1,1205	27,5	1,2912	1,3602	2200	1,0534	5,0738
12	1200	1,22231	1,2223	30	1,6763	1,7516	2400	1,0449	4,2983
13	1300	1,32417	1,3242	32,5	2,1313	2,2129	2600	1,0383	3,6883
14	1400	1,42603	1,426	35	2,6619	2,7499	2800	1,0331	3,1994
15	1500	1,52789	1,5279	37,5	3,2740	3,3684	3000	1,0288	2,8012
16	1600	1,62975	1,6297	40	3,9735	4,0741	3200	1,0253	2,4698
17	1700	1,73161	1,7316	42,5	4,7660	4,873	3400	1,0224	2,1950
18	1800	1,83346	1,8335	45	5,6575	5,7709	3600	1,0200	1,9642
19	1900	1,93532	1,9353	47,5	6,6538	6,7735	3800	1,0180	1,7668
20	2000	2,03718	2,0372	50	7,7607	7,8867	4000	1,0162	1,5976
21	2100	2,13904	2,139	52,5	8,9840	9,1163	4200	1,0147	1,4515
22	2200	2,24090	2,2409	55	10,3295	10,468	4400	1,0134	1,3232
23	2300	2,34276	2,3428	57,5	11,8031	11,948	4600	1,0123	1,2132
24	2400	2,44462	2,4446	60	13,4105	13,562	4800	1,0113	1,1172
25	2500	2,54648	2,5465	62,5	15,1576	15,315	5000	1,0104	1,0277
26	2600	2,64834	2,6483	65	17,0503	17,214	5200	1,0096	0,9512
27	2700	2,75020	2,7502	67,5	19,0942	19,265	5400	1,0089	0,8864
28	2800	2,85206	2,8521	70	21,2954	21,472	5600	1,0083	0,8227
29	2900	2,95392	2,9539	72,5	23,6595	23,842	5800	1,0077	0,7656
30	3000	3,05577	3,0558	75	26,1924	26,382	6000	1,0072	0,7188

Considere-se uma treliça de alumínio com diâmetro de perfil de 0,025 m e aplicação de uma carga pontual vertical dirigida de cima para baixo no valor de 200 N:

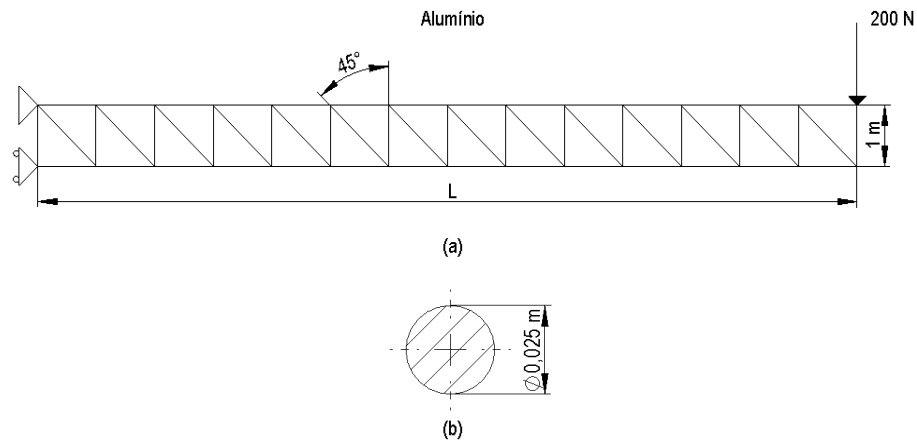


Figura 4.19 - (a) Estrutura treliçada e (b) diâmetro das secções transversais dos perfis referentes aos modelos da tabela 4.18

Tabela 4-18 - Treliça L.1.Alumínio.0,025.P200

Treliça L.1.Alumínio.0,025.P200									
L (m)	M (N.m)	σ (MPa)	σ_{Ansys} (MPa)	L/400	δ Analítico (mm)	δ Ansys (mm)	P'Ansys (N) Pcrit 13247N	Fc	Erro relativo (%)
2	200	0,814873	0,81487	5	0,031043	0,079703	400	2,567520	61,051914
3	300	1,22231	1,2223	7,5	0,10477	0,1783	600	1,70183	41,23981
4	400	1,62975	1,6297	10	0,24834	0,347	800	1,39726	28,43160
5	500	2,03718	2,0372	12,5	0,48504	0,60895	1000	1,25545	20,34754
6	600	2,44462	2,4446	15	0,83816	0,98736	1200	1,17802	15,11147
7	700	2,85206	2,8521	17,5	1,3310	1,5055	1400	1,1311	11,5935
8	800	3,25949	3,2595	20	1,9867	2,1866	1600	1,1006	9,1403
9	900	3,66693	3,6669	22,5	2,8288	3,054	1800	1,0796	7,3748
10	1000	4,07437	4,0744	25	3,8803	4,1309	2000	1,0646	6,0653
11	1100	4,48180	4,4818	27,5	5,1647	5,4406	2200	1,0534	5,0703
12	1200	4,88924	4,8892	30	6,7052	7,0065	2400	1,0449	4,2997
13	1300	5,29668	5,2967	32,5	8,5251	8,8517	2600	1,0383	3,6894
14	1400	5,70411	5,7041	35	10,6477	11	2800	1,0331	3,2029
15	1500	6,11155	6,1115	37,5	13,0962	13,473	3000	1,0288	2,7969
16	1600	6,51899	6,519	40	15,8939	16,296	3200	1,0253	2,4674
17	1700	6,92642	6,9264	42,5	19,0642	19,492	3400	1,0224	2,1950
18	1800	7,33386	7,3339	45	22,6302	23,083	3600	1,0200	1,9616
19	1900	7,74130	7,7413	47,5	26,6153	27,094	3800	1,0180	1,7668
20	2000	8,14873	8,1487	50	31,0428	31,547	4000	1,0162	1,5983
21	2100	8,55617	8,5562	52,5	35,9359	36,465	4200	1,0147	1,4509
22	2200	8,96361	8,9636	55	41,3180	41,872	4400	1,0134	1,3232
23	2300	9,37104	9,371	57,5	47,2122	47,792	4600	1,0123	1,2132
24	2400	9,77848	9,7785	60	53,6419	54,247	4800	1,0113	1,1154
25	2500	10,1859	10,186	62,5	60,6305	61,261	5000	1,0104	1,0293
26	2600	10,5934	10,593	65	68,2010	68,857	5200	1,0096	0,9527
27	2700	11,0008	11,001	67,5	76,3769	77,058	5400	1,0089	0,8839
28	2800	11,4082	11,408	70	85,1814	85,888	5600	1,0083	0,8227
29	2900	11,8157	11,816	72,5	94,6378	95,37	5800	1,0077	0,7677
30	3000	12,2231	12,223	75	104,7694	105,53	6000	1,0073	0,7207

Análise das tabelas 4.16, 4.17 e 4.18

a) Erro relativo

Como é possível verificar, quando as tabelas 4.16, 4.17 e 4.18 são comparadas respetivamente com as tabelas 4.4, 4.5 e 4.6 (dizem respeito a treliças de igual comprimento, diâmetro e carga), a redução do módulo de young E implica maiores deformações nas estruturas, mas a diferença percentual dada pelo erro relativo entre o método computacional e o método simplificado mantém-se praticamente inalterada para o mesmo comprimento, podendo existir apenas variações a partir das centésimas do valor percentual. Tendo em conta esta análise verifica-se que no método simplificado não é o módulo de young (E) que influencia o cálculo do erro relativo, mas sim o comprimento da estrutura (L), possivelmente por a variável E atuar linearmente no método.

b) Deformações ($\delta_{Analítico}$ e δ_{Ansys})

Quanto às deformações, observa-se que o método computacional continua a ter valores de deformação ligeiramente superiores ao método simplificado, ou seja, existe menor rigidez naquela que é considerada a estrutura real.

c) Comprimento L

Após a análise das tabelas verifica-se que o aumento do comprimento das estruturas provoca um aumento das tensões máximas, das deformações, dos esforços axiais e uma redução da diferença percentual calculada pelo erro relativo entre a deformação do método computacional e do método simplificado.

d) Limites de dimensionamento

É possível verificar que nas tabelas 4.16, 4.17 e 4.18 a redução do módulo de young, provoca um aumento das deformações ($\delta_{Analítico}$ e δ_{Ansys}) e uma redução da carga crítica limite (P_{crit}), quando comparadas respetivamente com as tabelas 4.4, 4.5 e 4.6 que dizem respeito a treliças de igual comprimento, diâmetro e carga. De notar que as tensões máximas dadas pelo método simplificado e pelo método computacional tomam valores iguais. Portanto, os valores da tensão máxima nunca ultrapassam a tensão admissível de projeto ($\sigma_{Adm} = 100 MPa$), as deformações nunca ultrapassam os limites impostos pelas normas europeias de projeto de estruturas, à exceção das estruturas de comprimento entre os 26 e 30 m da tabela 4.18. Os esforços axiais nunca ultrapassam a carga crítica limite. Quer isto dizer que as estruturas estão dentro dos limites de dimensionamento.

Como mencionado anteriormente, existe interesse em manipular a variável E com a variável P de forma a entender se uma variação conjunta das mesmas provoca grandes alterações no cálculo do erro relativo entre o método computacional e o método simplificado. Para fazer a análise de resultados, as tabelas seguintes devem ser comparadas com a tabela 4.4 que diz respeito a treliças $L.1.Aço.0,1.P200$. Desta forma, considere-se uma treliça de alumínio com diâmetro de perfil de $0,1\text{ m}$ e aplicação de uma carga pontual vertical dirigida de cima para baixo no valor de 500 N :

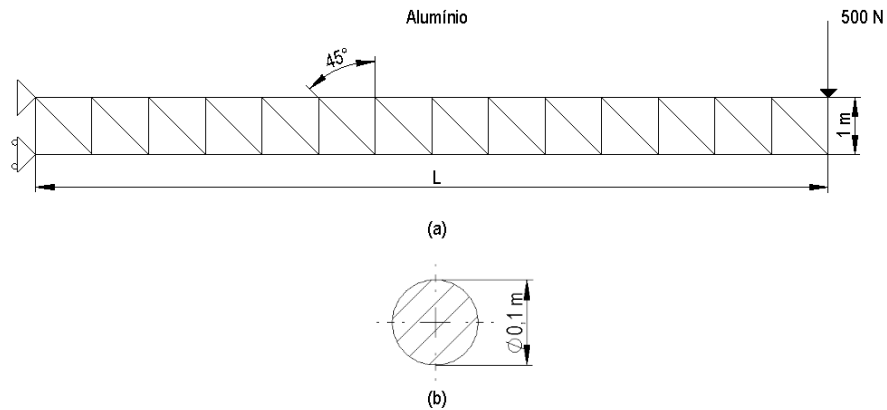


Figura 4.20 - (a) Estrutura treliçada e (b) diâmetro das secções transversais dos perfis referentes aos modelos da tabela 4.19

Tabela 4-19 - Treliça L.1.Alumínio.0,1.P500

Treliça L.1.Alumínio.0,1.P500									
L (m)	M (N.m)	σ (MPa)	σ_{Ansys} (MPa)	L/400	δ Analítico (mm)	δ Ansys (mm)	P'Ansys (N) Perit 3391312N	Fc	Erro relativo (%)
2	500	0,127324	0,12732	5	0,004850	0,012454	1000	2,567604	61,053185
3	750	0,190986	0,19099	7,5	0,016370	0,027859	1500	1,701809	41,239015
4	1000	0,254648	0,25465	10	0,038803	0,054219	2000	1,397271	28,431932
5	1250	0,318310	0,31831	12,5	0,075788	0,095148	2500	1,255448	20,347177
6	1500	0,381972	0,38197	15	0,13096	0,15428	3000	1,17805	15,11422
7	1750	0,445634	0,44563	17,5	0,20796	0,23523	3500	1,13112	11,59186
8	2000	0,509296	0,5093	20	0,31043	0,34166	4000	1,10061	9,14127
9	2250	0,572958	0,57296	22,5	0,44200	0,47718	4500	1,07960	7,37332
10	2500	0,636620	0,63662	25	0,60630	0,64545	5000	1,06456	6,06483
11	2750	0,700282	0,70028	27,5	0,8070	0,8501	5500	1,0534	5,0710
12	3000	0,763944	0,76394	30	1,0477	1,0948	6000	1,0450	4,3027
13	3250	0,827606	0,82761	32,5	1,3321	1,3831	6500	1,0383	3,6909
14	3500	0,891268	0,89127	35	1,6637	1,7187	7000	1,0331	3,2001
15	3750	0,954930	0,95493	37,5	2,0463	2,1052	7500	1,0288	2,7989
16	4000	1,01859	1,0186	40	2,4834	2,5463	8000	1,0253	2,4693
17	4250	1,08225	1,0823	42,5	2,9788	3,0456	8500	1,0224	2,1942
18	4500	1,14592	1,1459	45	3,5360	3,6068	9000	1,0200	1,9638
19	4750	1,20958	1,2096	47,5	4,1586	4,2334	9500	1,0180	1,7659
20	5000	1,27324	1,2732	50	4,8504	4,9292	10000	1,0162	1,5979
21	5250	1,33690	1,3369	52,5	5,6150	5,6977	10500	1,0147	1,4517
22	5500	1,40056	1,4006	55	6,4559	6,5426	11000	1,0134	1,3247
23	5750	1,46423	1,4642	57,5	7,3769	7,4675	11500	1,0123	1,2132
24	6000	1,52789	1,5279	60	8,3816	8,4761	12000	1,0113	1,1154
25	6250	1,59155	1,5915	62,5	9,4735	9,572	12500	1,0104	1,0290
26	6500	1,65521	1,6552	65	10,6564	10,759	13000	1,0096	0,9535
27	6750	1,71887	1,7189	67,5	11,9339	12,04	13500	1,0089	0,8813
28	7000	1,78254	1,7825	70	13,3096	13,42	14000	1,0083	0,8227
29	7250	1,84620	1,8462	72,5	14,7872	14,901	14500	1,0077	0,7640
30	7500	1,90986	1,9099	75	16,3702	16,489	15000	1,0073	0,7203

Considere-se uma treliça de alumínio com diâmetro de perfil de 0,1 m e aplicação de uma carga pontual vertical dirigida de cima para baixo no valor de 1000 N:

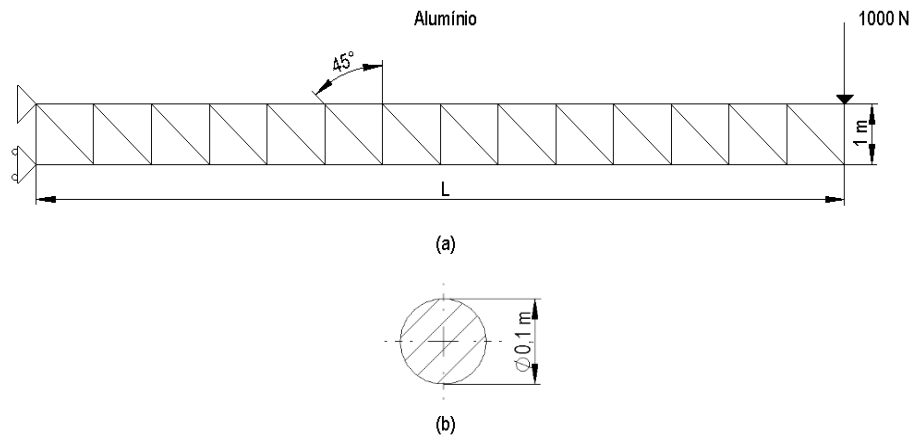


Figura 4.21 - (a) Estrutura treliçada e (b) diâmetro das secções transversais dos perfis referentes aos modelos da tabela 4.20

Tabela 4-20 - Treliça L.1.Alumínio.0,1.P1000

Treliça L.1.Alumínio.0,1.P1000									
L (m)	M (N.m)	σ (MPa)	σ_{Ansys} (MPa)	L/400	δ Analítico (mm)	δ Ansys (mm)	P'Ansys (N) Pcrit 3391312N	Fc	Erro relativo (%)
2	1000	0,25464791	0,25465	5	0,009701	0,024907	2000	2,567501	61,051621
3	1500	0,38197186	0,38197	7,5	0,032740	0,055718	3000	1,701809	41,239015
4	2000	0,50929582	0,5093	10	0,07761	0,10844	4000	1,39730	28,43325
5	2500	0,63661977	0,63662	12,5	0,15158	0,1903	5000	1,25547	20,34885
6	3000	0,76394373	0,76394	15	0,26192	0,30855	6000	1,17802	15,11147
7	3500	0,89126768	0,89127	17,5	0,41592	0,47047	7000	1,13114	11,59374
8	4000	1,01859	1,0186	20	0,62086	0,68332	8000	1,10061	9,14127
9	4500	1,14592	1,1459	22,5	0,88399	0,95437	9000	1,07961	7,37429
10	5000	1,27324	1,2732	25	1,2126	1,2909	10000	1,0646	6,0648
11	5500	1,40056	1,4006	27,5	1,6140	1,7002	11000	1,0534	5,0710
12	6000	1,52789	1,5279	30	2,0954	2,1895	12000	1,0449	4,2983
13	6500	1,65521	1,6552	32,5	2,6641	2,7662	13000	1,0383	3,6909
14	7000	1,78254	1,7825	35	3,3274	3,4374	14000	1,0331	3,2001
15	7500	1,90986	1,9099	37,5	4,0926	4,2104	15000	1,0288	2,7989
16	8000	2,03718	2,0372	40	4,9668	5,0926	16000	1,0253	2,4693
17	8500	2,16451	2,1645	42,5	5,9575	6,0913	17000	1,0225	2,1958
18	9000	2,29183	2,2918	45	7,0719	7,2136	18000	1,0200	1,9638
19	9500	2,41916	2,4192	47,5	8,3173	8,4668	19000	1,0180	1,7659
20	10000	2,54648	2,5465	50	9,7009	9,8583	20000	1,0162	1,5969
21	10500	2,67380	2,6738	52,5	11,2300	11,395	21000	1,0147	1,4482
22	11000	2,80113	2,8011	55	12,9119	13,085	22000	1,0134	1,3232
23	11500	2,92845	2,9285	57,5	14,7538	14,935	23000	1,0123	1,2132
24	12000	3,05577	3,0558	60	16,7631	16,952	24000	1,0113	1,1143
25	12500	3,18310	3,1831	62,5	18,9470	19,144	25000	1,0104	1,0290
26	13000	3,31042	3,3104	65	21,3128	21,518	26000	1,0096	0,9535
27	13500	3,43775	3,4377	67,5	23,8678	24,081	27000	1,0089	0,8854
28	14000	3,56507	3,5651	70	26,6192	26,84	28000	1,0083	0,8227
29	14500	3,69239	3,6924	72,5	29,5743	29,803	29000	1,0077	0,7673
30	15000	3,81972	3,8197	75	32,7404	32,977	30000	1,0072	0,7173

Análise das tabelas 4.19 e 4.20

a) Erro relativo

Como é possível verificar na análise das tabelas 4.19 e 4.20, o aumento da carga P em conjunto com a redução do módulo de young E implica maiores deformações quando comparadas com a tabela 4.4. Contudo a diferença percentual dada pelo erro relativo entre o método computacional e o método simplificado mantém-se praticamente inalterada para o mesmo comprimento, existindo apenas variações a partir da centésima do valor percentual. Tendo em conta esta análise, é possível verificar que no método simplificado não é o módulo de young (E) nem a carga pontual vertical (P) que influenciam o cálculo do erro relativo, mas sim o comprimento da estrutura (L), possivelmente por as variáveis E e P atuar linearmente no método simplificado.

b) Deformações ($\delta_{Analítico}$ e δ_{Ansys})

Quanto às deformações, observa-se que o método computacional traduz valores de deformação ligeiramente superiores ao método simplificado, ou seja, existe menor rigidez naquela que é considerada a estrutura real.

c) Comprimento L

Após a análise das tabelas, verifica-se que o aumento do comprimento das estruturas provoca novamente um aumento das tensões máximas, das deformações, dos esforços axiais e uma redução da diferença percentual calculada pelo erro relativo entre a deformação do método computacional e do método simplificado.

d) Limites de dimensionamento

Quando as tabelas 4.19 e 4.20 são comparadas com a tabela 4.4, percebe-se que o aumento da carga pontual provoca um aumento das tensões máximas (σ e σ_{Ansys}), das deformações ($\delta_{Analítico}$ e δ_{Ansys}) e dos esforços axiais (P_{Ansys}). No entanto, a redução do módulo de young contribui apenas no aumento das deformações e na redução da carga crítica limite (P_{crit}). De notar que as tensões máximas dadas pelo método simplificado e pelo método computacional tomam valores iguais. Posto isto, os valores da tensão máxima nunca ultrapassam a tensão admissível de projeto ($\sigma_{Adm} = 100 \text{ MPa}$), as deformações nunca ultrapassam os limites impostos pelas normas europeias de projeto de estruturas e os esforços axiais nunca ultrapassam a carga crítica limite. Quer isto dizer que as estruturas estão dentro dos limites de dimensionamento.

Caso sejam feitas comparações entre treliças de igual comprimento e diâmetro, mas módulo de young e carga diferentes, apesar das deformações serem distintas, a diferença percentual dada pelo erro relativo entre o método computacional e o método simplificado mantém-se mais uma vez praticamente inalterada, havendo apenas alterações a partir da centésima do valor percentual. Tome-se como exemplo as treliças *L.1.Aço.0,1.P200* e *L.1.Alumínio.0,1.P500* que correspondem às tabelas 4.4 e 4.19:

Tabela 4-21 - Comparação dos erros relativos entre as tabelas 4.4. e 4.19

L (m)	Erro relativo (%)	
	L.1.Aço.0,1.P200	L.1.Alumínio.0,1.P500
2	61,052403	61,05318483
3	41,23848802	41,23901533
4	28,43094182	28,43193182
5	20,34466536	20,34717688
6	15,11146865	15,11421977
7	11,59186372	11,59186372
8	9,139943189	9,141272874
9	7,374771261	7,373315439
10	6,064831496	6,064831496
11	5,073800965	5,071009347
12	4,300495174	4,302680494
13	3,689164679	3,69090553
14	3,20011219	3,20011219
15	2,801195119	2,798886578
16	2,470288876	2,469331313
17	2,194174214	2,194174214
18	1,962484034	1,963843099
19	1,767048745	1,765888531
20	1,596900867	1,597899032
21	1,451269293	1,451701699
22	1,323936441	1,324690546
23	1,213489069	1,213158348
24	1,111358504	1,11544187
25	1,031538903	1,02895406
26	0,95123797	0,953539503
27	0,885408734	0,881292679
28	0,820824723	0,822672323
29	0,768959681	0,763965165
30	0,71883728	0,720342543

De forma mais ilustrativa, a figura seguinte mostra um gráfico de barras que faz a comparação entre os erros relativos dados pelas treliças das tabelas 4.4 e 4.19 e onde se verifica que para cada comprimento, ambas as treliças apresentam o mesmo valor de erro relativo.

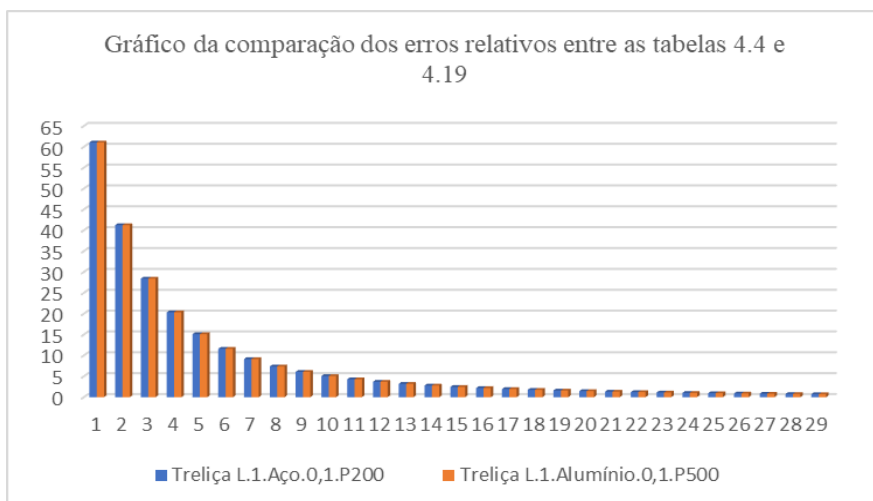


Figura 4.22 - Gráfico da comparação dos erros relativos entre as tabelas 4.4 e 4.19

Posto isto, também existe interesse em introduzir-se a manipulação do diâmetro ϕ juntamente com as variáveis E e P de forma a que seja possível compreender se a manipulação conjunta destas três variáveis conduz a variações no cálculo da diferença percentual. Mais uma vez, para fazer a análise de resultados, as tabelas seguintes devem ser comparadas com a tabela 4.4 que diz respeito a treliças *L.1.Aço.0,1.P200*.

Considere-se uma treliça de alumínio com diâmetro de perfil de 0,05 m e aplicação de uma carga pontual vertical dirigida de cima para baixo no valor de 500 N:

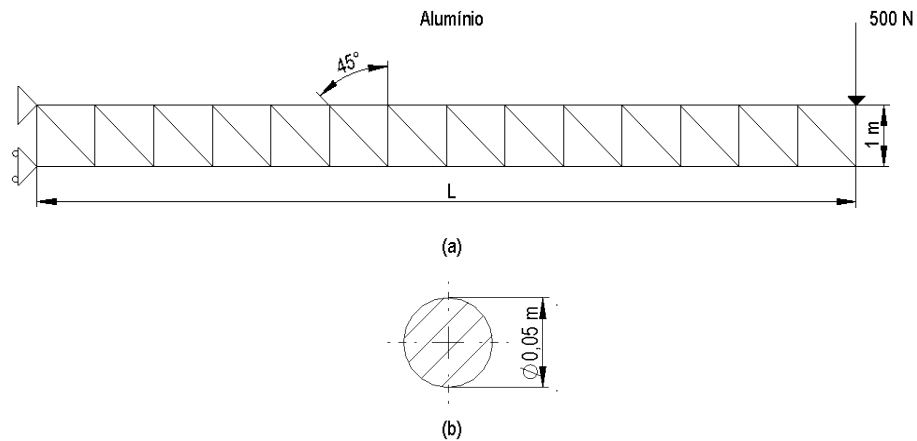


Figura 4.23 - (a) Estrutura treliçada e (b) diâmetro das secções transversais dos perfis referentes aos modelos da tabela 4.22

Tabela 4-22 - Treliça L.1.Alumínio.0,05.P500

Treliça L.1.Alumínio.0,05.P500									
L (m)	M (N.m)	σ (MPa)	σ_{Ansys} (MPa)	L/400	δ Analítico (mm)	δ Ansys (mm)	P'Ansys (N) Pcrit 211957N	Fc	Erro relativo (%)
2	500	0,50929582	0,5093	5	0,019402	0,049814	1000	2,567501	61,051621
3	750	0,76394373	0,76394	7,5	0,06548	0,11144	1500	1,70187	41,24112
4	1000	1,01859	1,0186	10	0,15521	0,21687	2000	1,39723	28,42995
5	1250	1,27324	1,2732	12,5	0,30315	0,38059	2500	1,25544	20,34676
6	1500	1,52789	1,5279	15	0,52385	0,6171	3000	1,17802	15,11147
7	1750	1,78254	1,7825	17,5	0,83185	0,94093	3500	1,13113	11,59280
8	2000	2,03718	2,0372	20	1,2417	1,3666	4000	1,1006	9,1386
9	2250	2,29183	2,2918	22,5	1,7680	1,9087	4500	1,0796	7,3723
10	2500	2,54648	2,5465	25	2,4252	2,5818	5000	1,0646	6,0648
11	2750	2,80113	2,8011	27,5	3,2280	3,4004	5500	1,0534	5,0710
12	3000	3,05577	3,0558	30	4,1908	4,379	6000	1,0449	4,2983
13	3250	3,31042	3,3104	32,5	5,3282	5,5323	6500	1,0383	3,6892
14	3500	3,56507	3,5651	35	6,6548	6,8747	7000	1,0330	3,1987
15	3750	3,81972	3,8197	37,5	8,1851	8,4209	7500	1,0288	2,8000
16	4000	4,07437	4,0744	40	9,9337	10,185	8000	1,0253	2,4674
17	4250	4,32901	4,329	42,5	11,9151	12,183	8500	1,0225	2,1990
18	4500	4,58366	4,5837	45	14,1439	14,427	9000	1,0200	1,9625
19	4750	4,83831	4,8383	47,5	16,6346	16,934	9500	1,0180	1,7682
20	5000	5,09296	5,093	50	19,4017	19,717	10000	1,0162	1,5989
21	5250	5,34761	5,3476	52,5	22,4599	22,791	10500	1,0147	1,4526
22	5500	5,60225	5,6023	55	25,8237	26,17	11000	1,0134	1,3232
23	5750	5,85690	5,8569	57,5	29,5076	29,87	11500	1,0123	1,2132
24	6000	6,11155	6,1116	60	33,5262	33,904	12000	1,0113	1,1143
25	6250	6,36620	6,3662	62,5	37,8940	38,288	12500	1,0104	1,0290
26	6500	6,62085	6,6208	65	42,6256	43,036	13000	1,0096	0,9535
27	6750	6,87549	6,8755	67,5	47,7356	48,161	13500	1,0089	0,8834
28	7000	7,13014	7,1301	70	53,2384	53,68	14000	1,0083	0,8227
29	7250	7,38479	7,3848	72,5	59,1486	59,606	14500	1,0077	0,7673
30	7500	7,63944	7,6394	75	65,4809	65,954	15000	1,0072	0,7173

Considere-se uma treliça de alumínio com diâmetro de perfil de 0,05 m e aplicação de uma carga pontual vertical dirigida de cima para baixo no valor de 1000 N:

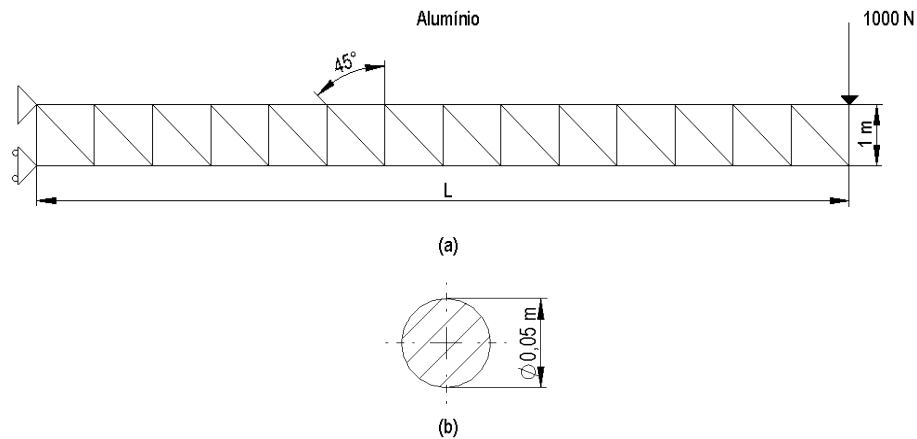


Figura 4.24 - (a) Estrutura treliçada e (b) diâmetro das secções transversais dos perfis referentes aos modelos da tabela 4.23

Tabela 4-23 - Treliça L.1.Alumínio.0,05.P1000

Treliça L.1.Alumínio.0,05.P1000									
L (m)	M (N.m)	σ (MPa)	σ_{Ansys} (MPa)	L/400	δ Analítico (mm)	δ Ansys (mm)	P'Ansys (N) Pcrit 211957 N	Fc	Erro relativo (%)
2	1000	1,01859	1,0186	5	0,038803	0,099629	2000	2,567527	61,052012
3	1500	1,52789	1,5279	7,5	0,13096	0,22287	3000	1,70179	41,23849
4	2000	2,03718	2,0372	10	0,31043	0,43375	4000	1,39726	28,43160
5	2500	2,54648	2,5465	12,5	0,60630	0,76119	5000	1,25546	20,34780
6	3000	3,05577	3,0558	15	1,0477	1,2342	6000	1,1780	15,1115
7	3500	3,56507	3,5651	17,5	1,6637	1,8819	7000	1,1312	11,5947
8	4000	4,07437	4,0744	20	2,4834	2,7333	8000	1,1006	9,1419
9	4500	4,58366	4,5837	22,5	3,5360	3,8175	9000	1,0796	7,3748
10	5000	5,09296	5,093	25	4,8504	5,1636	10000	1,0646	6,0648
11	5500	5,60225	5,6023	27,5	6,4559	6,8008	11000	1,0534	5,0710
12	6000	6,11155	6,1116	30	8,3816	8,7581	12000	1,0449	4,2994
13	6500	6,62085	6,6208	32,5	10,6564	11,065	13000	1,0383	3,6926
14	7000	7,13014	7,1301	35	13,3096	13,749	14000	1,0330	3,1959
15	7500	7,63944	7,6394	37,5	16,3702	16,842	15000	1,0288	2,8012
16	8000	8,14873	8,1487	40	19,8674	20,371	16000	1,0253	2,4722
17	8500	8,65803	8,658	42,5	23,8302	24,365	17000	1,0224	2,1950
18	9000	9,16732	9,1673	45	28,2877	28,854	18000	1,0200	1,9625
19	9500	9,67662	9,6766	47,5	33,2691	33,867	19000	1,0180	1,7653
20	10000	10,1859	10,186	50	38,8035	39,433	20000	1,0162	1,5964
21	10500	10,6952	10,695	52,5	44,9199	45,581	21000	1,0147	1,4504
22	11000	11,2045	11,205	55	51,6474	52,341	22000	1,0134	1,3251
23	11500	11,7138	11,714	57,5	59,0153	59,74	23000	1,0123	1,2132
24	12000	12,2231	12,223	60	67,0524	67,809	24000	1,0113	1,1157
25	12500	12,7324	12,732	62,5	75,7881	76,576	25000	1,0104	1,0290
26	13000	13,2417	13,242	65	85,2513	86,071	26000	1,0096	0,9524
27	13500	13,7510	13,751	67,5	95,4711	96,323	27000	1,0089	0,8844
28	14000	14,2603	14,26	70	106,4768	107,36	28000	1,0083	0,8227
29	14500	14,7696	14,77	72,5	118,2973	119,21	29000	1,0077	0,7656
30	15000	15,2789	15,279	75	130,9618	131,91	30000	1,0072	0,7188

Considere-se uma treliça de alumínio com diâmetro de perfil de 0,025 m e aplicação de uma carga pontual vertical dirigida de cima para baixo no valor de 500 N:

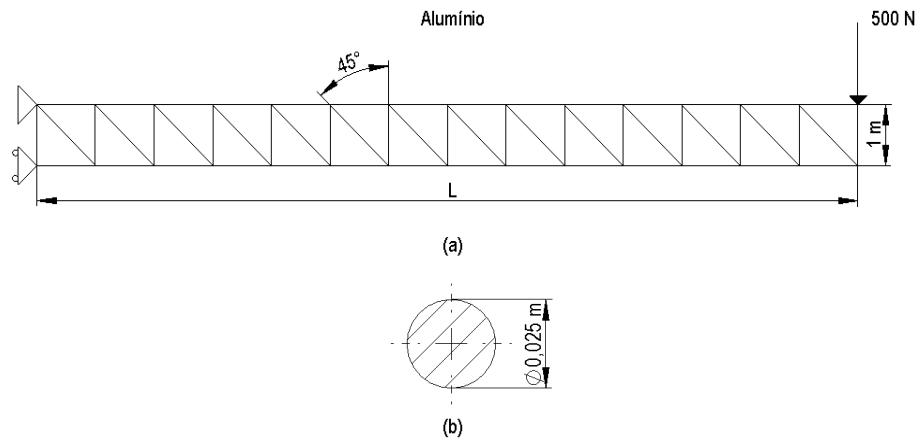


Figura 4.25 - (a) Estrutura treliçada e (b) diâmetro das seções transversais dos perfis referentes aos modelos da tabela 4.24

Tabela 4-24 - Treliça L.1.Alumínio.0,025.P500

Treliça L.1.Alumínio.0,025.P500									
L (m)	M (N.m)	σ (MPa)	σ_{Ansys} (MPa)	L/400	δ Analítico (mm)	δ Ansys (mm)	P'Ansys (N) Pcrit 13247N	Fc	Erro relativo (%)
2	500	2,03718	2,0273	5	0,07761	0,19926	1000	2,56755	61,05240
3	750	3,05577	3,0558	7,5	0,26192	0,44574	1500	1,70179	41,23849
4	1000	4,07437	4,0744	10	0,6209	0,8675	2000	1,3973	28,4316
5	1250	5,09296	5,093	12,5	1,2126	1,5224	2500	1,2555	20,3489
6	1500	6,11155	6,1115	15	2,0954	2,4684	3000	1,1780	15,1115
7	1750	7,13014	7,1301	17,5	3,3274	3,7637	3500	1,1311	11,5923
8	2000	8,14873	8,1487	20	4,9668	5,4665	4000	1,1006	9,1403
9	2250	9,16732	9,1673	22,5	7,0719	7,635	4500	1,0796	7,3748
10	2500	10,1859	10,186	25	9,7009	10,327	5000	1,0645	6,0630
11	2750	11,2045	11,205	27,5	12,9119	13,602	5500	1,0534	5,0738
12	3000	12,2231	12,223	30	16,7631	17,516	6000	1,0449	4,2983
13	3250	13,2417	13,242	32,5	21,3128	22,129	6500	1,0383	3,6883
14	3500	14,2603	14,26	35	26,6192	27,499	7000	1,0331	3,1994
15	3750	15,2789	15,279	37,5	32,7404	33,683	7500	1,0288	2,7983
16	4000	16,2975	16,297	40	39,7348	40,741	8000	1,0253	2,4698
17	4250	17,3161	17,316	42,5	47,6604	48,73	8500	1,0224	2,1950
18	4500	18,3346	18,335	45	56,5755	57,708	9000	1,0200	1,9625
19	4750	19,3532	19,353	47,5	66,5383	67,735	9500	1,0180	1,7668
20	5000	20,3718	20,372	50	77,6070	78,867	10000	1,0162	1,5976
21	5250	21,3904	21,39	52,5	89,8398	91,163	10500	1,0147	1,4515
22	5500	22,4090	22,409	55	103,2949	104,68	11000	1,0134	1,3232
23	5750	23,4276	23,428	57,5	118,0305	119,48	11500	1,0123	1,2132
24	6000	24,4462	24,446	60	134,1049	135,62	12000	1,0113	1,1172
25	6250	25,4648	25,465	62,5	151,5761	153,15	12500	1,0104	1,0277
26	6500	26,4834	26,483	65	170,5025	172,14	13000	1,0096	0,9512
27	6750	27,5020	27,502	67,5	190,9423	192,65	13500	1,0089	0,8864
28	7000	28,5206	28,521	70	212,9536	214,72	14000	1,0083	0,8227
29	7250	29,5392	29,539	72,5	236,5946	238,42	14500	1,0077	0,7656
30	7500	30,5577	30,558	75	261,9236	263,82	15000	1,0072	0,7188

Análise das tabelas 4.22, 4.23 e 4.24

a) Erro relativo

Quando as tabelas 4.22, 4.23 e 4.24 são comparadas com a tabela 4.4, verifica-se que o aumento da carga P conjuntamente com a redução do módulo de young e do diâmetro implicam maiores deformações nas estruturas. No entanto, a diferença percentual dada pelo erro relativo entre o método computacional e o método simplificado continua a manter-se praticamente inalterada para o mesmo comprimento, havendo apenas variações a partir das décimas ou das centésimas do valor percentual. Tendo em conta esta análise, é possível verificar que no método simplificado não é o módulo de young (E), a carga pontual vertical (P) nem o diâmetro de perfil (ϕ) que influenciam o cálculo do erro relativo, mas sim o comprimento da estrutura (L), possivelmente por as variáveis E , P e ϕ atuarem linearmente no método simplificado.

b) Deformações ($\delta_{Analítico}$ e δ_{Ansys})

Quanto às deformações, observa-se que o método computacional mais uma vez traduz valores de deformação ligeiramente superiores ao método simplificado, ou seja, existe menor rigidez naquela que é considerada a estrutura real.

c) Comprimento L

Após a análise das tabelas, verifica-se novamente que o aumento do comprimento das estruturas provoca um aumento das tensões máximas, das deformações, dos esforços axiais e uma redução da diferença percentual calculada pelo erro relativo entre a deformação do método computacional e do método simplificado.

d) Limites de dimensionamento

Quando as tabelas 4.22, 4.23 e 4.24 são comparadas com a tabela 4.4, percebe-se que o aumento da carga pontual provoca um aumento das tensões máximas (σ e σ_{Ansys}), das deformações ($\delta_{Analítico}$ e δ_{Ansys}) e dos esforços axiais (P'_{Ansys}). A redução do módulo de young contribui para o aumento das deformações e a redução da carga crítica limite (P_{crit}). A redução do diâmetro implica maiores tensões, deformações e uma redução da carga crítica limite (P_{crit}). De notar que as tensões máximas dadas pelo método simplificado e pelo método computacional tomam valores iguais. Logo, os valores da tensão máxima nunca ultrapassam a tensão admissível de projeto ($\sigma_{Adm} = 100 \text{ MPa}$), as deformações nunca ultrapassam os limites impostos pelas normas europeias de projeto de estruturas na tabela 4.22, contudo na tabela 4.23 os limites são ultrapassados para os comprimentos entre 23 a 30 m e na tabela 4.24 os limites são ultrapassados para os comprimentos entre 16 a 30 m. Os esforços axiais nunca ultrapassam a carga crítica limite à exceção das estruturas de comprimento entre os 27 e os 30 m da tabela 4.24. Quer isto dizer que o projeto das estruturas que não respeitam os limites de dimensionamento não devem ser concretizados.

De notar que caso sejam feitas comparações entre treliças de igual comprimento, mas de diferente diâmetro, carga e módulo de young, apesar das deformações serem diferentes, a diferença percentual dada pelo erro relativo entre o método computacional e o método simplificado mantém-se mais uma vez praticamente inalterada, podendo existir apenas alterações a partir da centésima do valor percentual. Tome-se como exemplo as treliças *L.1.Aço.0,025.P1000* e *L.1.Alumínio.0,05.P500* que correspondem às tabelas 4.15 e 4.22:

Tabela 4-25 - Compração dos erros relativos entre as tabelas 4.15 e 4.22

L (m)	Erro relativo (%)	
	<i>L.1.Aço.0,025.P1000</i>	<i>L.1.Alumínio.0,05.P500</i>
2	61,052403	61,05162114
3	41,23848802	41,24112449
4	28,43118932	28,42995179
5	20,34623508	20,34675831
6	15,11146865	15,11146865
7	11,59468241	11,5928033
8	9,139444547	9,138613465
9	7,374771261	7,372344866
10	6,064831496	6,064831496
11	5,070660383	5,071009347
12	4,295577841	4,298309755
13	3,690470323	3,689164679
14	3,201168208	3,19870413
15	2,801195119	2,800040862
16	2,471007036	2,46741613
17	2,195980583	2,198991049
18	1,962484034	1,962484034
19	1,765308414	1,768208931
20	1,597649493	1,598897177
21	1,450944987	1,452566499
22	1,323653649	1,323182326
23	1,212744943	1,213158348
24	1,115733526	1,114275229
25	1,027661588	1,02895406
26	0,95123797	0,953539503
27	0,883865253	0,883350749
28	0,824981726	0,822672323
29	0,767711099	0,767294898
30	0,71883728	0,717331971

De forma mais ilustrativa, a figura seguinte mostra um gráfico de barras que faz a comparação entre os erros relativos dados pelas treliças das tabelas 4.15 e 4.22 e onde se verifica que para cada comprimento, ambas as treliças apresentam o mesmo valor de erro relativo.

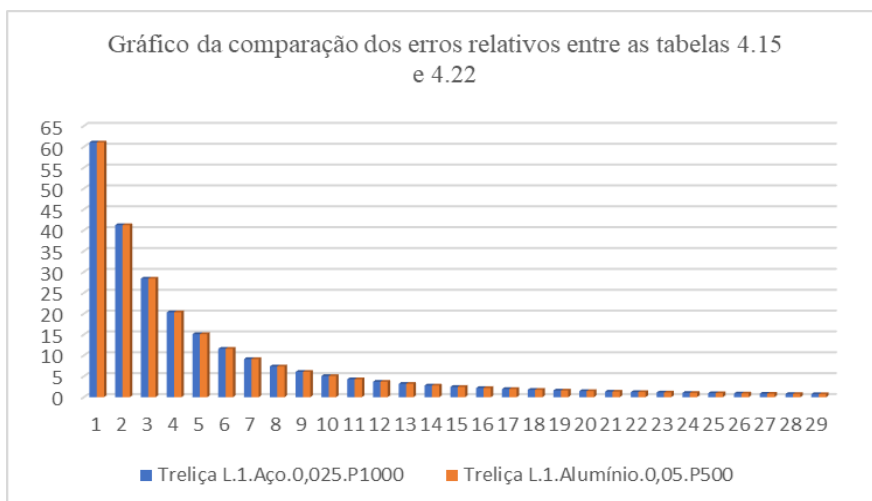


Figura 4.26 - Gráfico da comparação dos erros relativos entre as tabelas 4.15 e 4.22

4.5.2 2º Fase - Caso de estudo nº1

Com a abordagem feita na 1º fase do estudo, verifica-se que as variáveis ϕ , P e E não influenciam o cálculo da diferença percentual dado pelas deformações de ambos os métodos mas que a variação da diferença percentual é introduzida pela alteração do comprimento da estrutura (L). De maneira a enriquecer o estudo, vai introduzir-se a manipulação da variável H em conjunto com a variável L através da razão $\frac{L}{H}$.

Tal como na 1º fase do estudo a condição $\phi \leq \frac{H}{10}$ é respeitada, na 2º fase acontece exatamente o mesmo, porém como ficou comprovado que a variável ϕ não tem qualquer influência no cálculo da diferença percentual, o estudo pode ser feito para qualquer medida de diâmetro. Assim, neste estudo consideram-se treliças com alturas de 0,5 e 2 m que estão respetivamente associadas aos diâmetros de 0,025 e 0,1 m através do incremento $\frac{H}{20}$.

Da 1º fase do estudo, também foi possível concluir que as variáveis P e E não têm qualquer influência no cálculo do erro relativo, o que significa que nesta fase estas variáveis também podem ser fixadas de forma a que o estudo não se torne demasiado extenso. Assim sendo, as treliças a serem estudadas nesta fase são de aço, com uma carga pontual vertical de 200 N com sentido de cima para baixo e módulo de young igual a 210 GPa.

Após a fixação destas variáveis, o interesse recai apenas na manipulação da razão entre o comprimento e a altura da estrutura $\left(\frac{L}{H}\right)$.

Nesta fase, a condição imposta pelo critério da rigidez ($L > H$) deve continuar a ser respeitada, porém como o estudo incide na manipulação da razão $\frac{L}{H}$, para que o critério de rigidez prevaleça sobre o critério da resistência $\frac{L}{H} > 1$.

Embora na 1ª fase do 1º caso de estudo não se tenha considerado a razão $\frac{L}{H}$, neste momento consegue perceber-se que para uma gama de comprimentos L entre 2 e 30 m e uma altura H de 1 m as razões que foram avaliadas foi de 2 a 30. De forma a que seja possível a comparação de resultados entre ambas as fases, a 2ª fase do 1º caso de estudo também vai estudar razões compreendidas entre 2 e 30.

Por fim, os critérios de dimensionamento associados à tensão, deformação e aos esforços axiais são aplicados de igual forma e a relação entre as barras horizontais e verticais mantém-se a mesma, ou seja, o ângulo θ_b que as duas barras fazem com a barra diagonal é sempre de 45°.

Resumidamente, as variáveis e condições que são tidas em conta na segunda fase deste estudo tomam os seguintes valores da tabela:

Tabela 4-26 - Variáveis a ter em conta na 2ª fase do caso de estudo nº1

Razão comprimento/altura, $\frac{L}{H}$	[0,5; 2]
Material da estrutura	Aço
Diâmetro de perfil, ϕ (m)	[0,025; 0,1] (m)
Tensão de cedência (σ_{ced}) / Módulo de young do material (E)	Aço – 240 MPa / 210 GPa
Comprimentos das barras horizontais e verticais, L_h e L_v (m)	[0,5; 2] (m)
Carregamento Pontual, P (N)	200 N
Ângulo entre a barra horizontal e diagonal, θ_b °	45°

Manipulação da variável H (Altura da estrutura)

Para fazer a manipulação da variável H consideram-se duas medidas de altura, 0,5 e 2 m associadas respetivamente aos diâmetros de 0,025 e 0,1 m.

Esta manipulação é feita em conjunto com a variável L através da razão $\frac{L}{H}$. Para cada medida de altura são escolhidas razões $\frac{L}{H}$ pertinentes, dentro do intervalo definido na secção 4.5.2, de forma a que seja possível compreender a influência que a razão entre o comprimento e a altura da estrutura tem no cálculo da diferença percentual.

Considere-se uma treliça de aço com uma altura de 0,5 m e um diâmetro de perfil igual a 0,025 m:

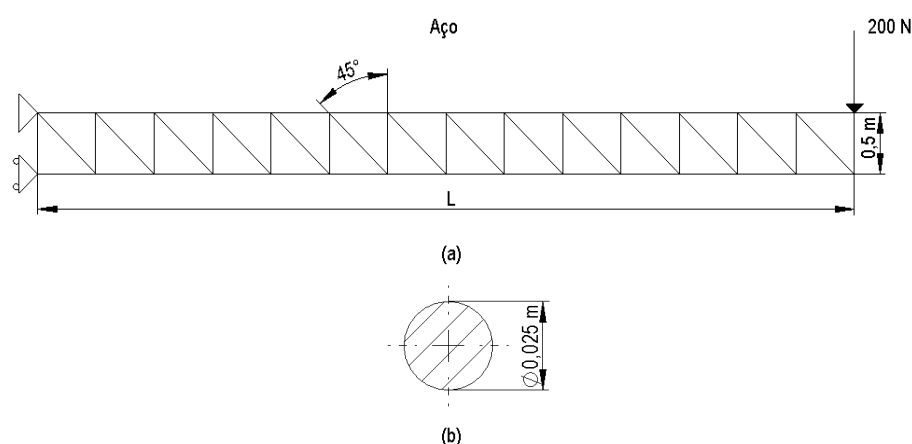


Figura 4.27 - (a) Estrutura treliçada e (b) diâmetro das secções transversais dos perfis referentes aos modelos da tabela 4.27

Tabela 4-27 - Treliça L.0,5.Aço.0,025.P200

Treliça L.0,5.Aço.0,025.P200										
L (m)	L/H	M (N.m)	σ (MPa)	σ^{Ansys} (MPa)	L/400	δ Analítico (mm)	δ Ansys (mm)	P^{Ansys} (N) $P_{\text{crit}} 158968\text{N}$	F_c	Erro relativo (%)
7,5	15	1500	6,1115	6,1115	37,5	2,1827	2,2456	3000	1,0288	2,8012
8	16	1600	6,5190	6,519	40	2,6490	2,7161	3200	1,0253	2,4710
8,5	17	1700	6,9264	6,9264	42,5	3,1774	3,2487	3400	1,0225	2,1960
9	18	1800	7,3339	7,3339	45	3,7717	3,8472	3600	1,0200	1,9625
9,5	19	1900	7,7413	7,7413	47,5	4,4359	4,5156	3800	1,0180	1,7653
10	20	2000	8,1487	8,1487	50	5,1738	5,2578	4000	1,0162	1,5976
10,5	21	2100	8,5562	8,5562	52,5	5,9893	6,0775	4200	1,0147	1,4509
11	22	2200	8,9636	8,9636	55	6,8863	6,9787	4400	1,0134	1,3237
11,5	23	2300	9,3710	9,371	57,5	7,8687	7,9653	4600	1,0123	1,2127
12	24	2400	9,7785	9,7785	60	8,9403	9,0412	4800	1,0113	1,1157
12,5	25	2500	10,1859	10,186	62,5	10,1051	10,21	5000	1,0104	1,0277
13	26	2600	10,5934	10,593	65	11,3668	11,476	5200	1,0096	0,9512
13,5	27	2700	11,0008	11,001	67,5	12,7295	12,843	5400	1,0089	0,8839
14	28	2800	11,4082	11,408	70	14,1969	14,315	5600	1,0083	0,8250
14,5	29	2900	11,8157	11,816	72,5	15,7730	15,895	5800	1,0077	0,7677
15	30	3000	12,2231	12,223	75	17,4616	17,588	6000	1,0072	0,7188

Análise da tabela 4.27

a) Erro relativo

Relativamente ao erro relativo, após a comparação entre a tabela 4.6 (que diz respeito a treliças L.1.Aço.0,025.P200) e a tabela 4.27, verifica-se que a razão dada pelo comprimento e a altura da estrutura $\left(\frac{L}{H}\right)$ dita o valor da diferença percentual entre as deformações calculadas através dos dois métodos. Para melhor compreensão desta verificação, deve-se analisar a tabela seguinte:

Tabela 4-28 - Erro relativo dado pela razão entre o comprimento e a altura da estrutura de treliças L.H.Aço.0,025.P200

H=0,5				H=1			
L (m)	L/H	δ Analítico (mm)	Erro relativo (%)	L (m)	L/H	δ Analítico (mm)	Erro relativo %
7,5	15	2,1827	2,8012	15	15	4,3654	2,7990
8	16	2,6490	2,4710	16	16	5,2980	2,4710
8,5	17	3,1774	2,1960	17	17	6,3547	2,1945
9	18	3,7717	1,9625	18	18	7,5434	1,9638
9,5	19	4,4359	1,7653	19	19	8,8718	1,7664
10	20	5,1738	1,5976	20	20	10,3476	1,6014
10,5	21	5,9893	1,4509	21	21	11,9786	1,4509
11	22	6,8863	1,3237	22	22	13,7727	1,3208
11,5	23	7,8687	1,2127	23	23	15,7374	1,2152
12	24	8,9403	1,1157	24	24	17,8806	1,1135
12,5	25	10,1051	1,0277	25	25	20,2102	1,0277
13	26	11,3668	0,9512	26	26	22,7337	0,9512
13,5	27	12,7295	0,8839	27	27	25,4590	0,8839
14	28	14,1969	0,8250	28	28	28,3938	0,8215
14,5	29	15,7730	0,7677	29	29	31,5459	0,7677
15	30	17,4616	0,7188	30	30	34,9231	0,7160

Como é possível verificar através da tabela 4.28, para treliças que obedecem à relação de um para um relativamente ao comprimento das barras horizontais e verticais, a razão entre o comprimento e a altura da estrutura dita a diferença percentual entre as deformações dadas pelos dois métodos. Quer isto dizer que qualquer que seja o comprimento e a altura da estrutura, para o caso de a relação $\frac{L}{H}$ ser igual a 28, o erro relativo nestas condições é sempre igual a 0,824981726.

Tome-se como exemplo as treliças das figuras 4.28 e 4.29 para comparação com os respetivos fatores representados na tabela 4.28.

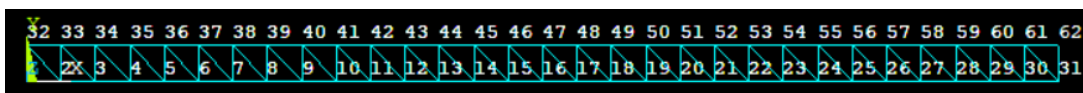


Figura 4.28 - Representação do número de nós associados a uma treliça de 15 m de comprimento e 0,5 m de altura

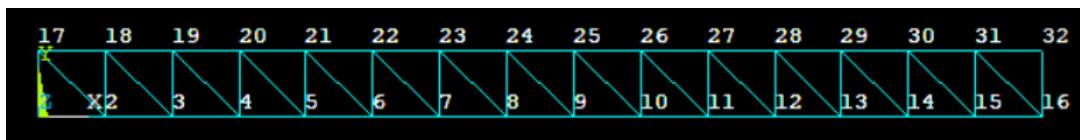


Figura 4.29 - Representação do número de nós associados a uma treliça de 15 m de comprimento e 1 m de altura

À parte da razão $\frac{L}{H}$, para o caso de uma treliça de 15 m de comprimento e 0,5 m de altura, a deformação é consideravelmente maior e o erro relativo menor quando comparada com uma treliça de 15 m de comprimento e 1 m de altura. Isto significa que, embora a redução da altura agrave a deformação da estrutura, o erro relativo é afetado positivamente por consequência da maior presença de nós e elementos. Quanto maior a razão $\frac{L}{H}$, menor o erro relativo.

b) Deformações ($\delta_{Analítico}$ e δ_{Ansys})

Quanto às deformações, observa-se que o método computacional mais uma vez traduz valores de deformação ligeiramente superiores ao método simplificado. Ou seja, existe menor rigidez naquela que é considerada a estrutura real.

c) Comprimento L

Após a análise da tabela 4.27 verifica-se que o aumento do comprimento das estruturas provoca um aumento das tensões máximas, das deformações, dos esforços axiais e uma redução da diferença percentual calculada pelo erro relativo entre a deformação do método computacional e do método simplificado.

d) Limites de dimensionamento

Quando a tabela 4.27 é comparada com a tabela 4.6, é possível verificar que para treliças de igual comprimento, material, diâmetro de perfil e carga, a redução da altura da estrutura provoca um aumento das tensões máximas (σ e σ_{Ansys}), das deformações ($\delta_{Analítico}$ e δ_{Ansys}), da carga crítica limite (P_{crit}) e dos esforços axiais máximos (P'_{Ansys}). De notar que as tensões máximas dadas pelo método simplificado e pelo método computacional tomam valores iguais. Posto isto, verifica-se que os valores da tensão máxima nunca ultrapassam a tensão admissível de projeto ($\sigma_{Adm} = 120 \text{ MPa}$), as deformações nunca ultrapassam os limites impostos pelas normas europeias de projeto de estruturas e os esforços axiais nunca ultrapassam a carga crítica limite. Quer isto dizer que o projeto das treliças da tabela 4.27 é fiável.

Considere-se uma treliça de aço com uma altura de 2 m e um diâmetro de perfil igual a 0,1 m:

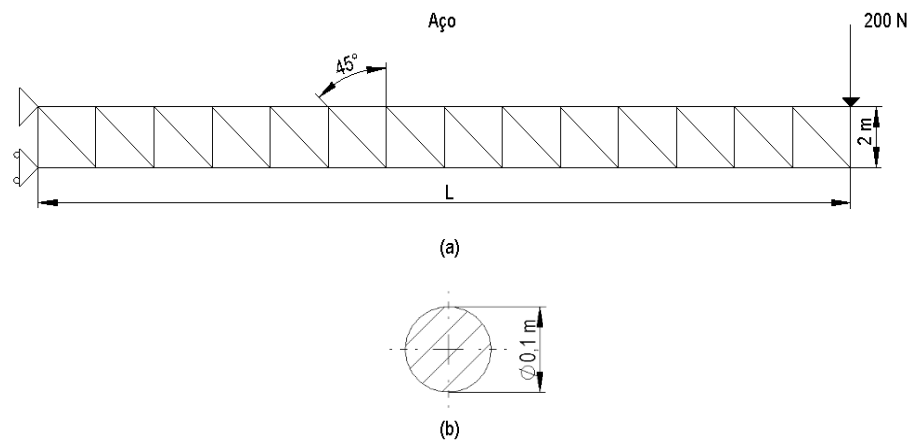


Tabela 4-29 - Treliça L.2.Aço.0,1.P200

Treliça L.2.Aço.0,1.P200										
L (m)	L/H	M (N.m)	σ (MPa)	σ_{Ansys} (MPa)	L/400	δ Analítico (mm)	δ Ansys (mm)	P'Ansys (N) Perit 2543484N	Fc	Erro relativo (%)
4	2	400	0,050930	0,05093	5	0,0012934	0,003321	400	2,567552	61,052403
6	3	600	0,076394	0,076394	7,5	0,0043654	0,0074291	600	1,701817	41,239279
8	4	800	0,10185916	0,10186	10	0,010348	0,014458	800	1,39723	28,42995
10	5	1000	0,12732395	0,12732	12,5	0,020210	0,025373	1000	1,25546	20,34780
12	6	1200	0,15278875	0,15279	15	0,034923	0,04114	1200	1,17802	15,11147
14	7	1400	0,17825354	0,17825	17,5	0,055457	0,062729	1400	1,13114	11,59327
16	8	1600	0,20371833	0,20372	20	0,082781	0,091109	1600	1,10061	9,14094
18	9	1800	0,22918312	0,22918	22,5	0,11787	0,12725	1800	1,0796	7,3748
20	10	2000	0,25464791	0,25465	25	0,16168	0,17212	2000	1,0646	6,0648
22	11	2200	0,2801127	0,28011	27,5	0,21520	0,22669	2200	1,0534	5,0696
24	12	2400	0,30557749	0,30558	30	0,27939	0,29194	2400	1,0449	4,3005
26	13	2600	0,33104228	0,33104	32,5	0,35521	0,36882	2600	1,0383	3,6892
28	14	2800	0,35650707	0,35651	35	0,44365	0,45832	2800	1,0331	3,2001
30	15	3000	0,38197186	0,38197	37,5	0,54567	0,56139	3000	1,0288	2,7995

Análise da tabela 4.29

a) Erro relativo

Relativamente ao erro relativo, após a comparação entre a tabela 4.4 (que diz respeito a treliças L.1.Aço.0,1.P200) e a tabela 4.29, verifica-se que a razão dada pelo comprimento e a altura da estrutura ($\frac{L}{H}$) dita o valor da diferença percentual entre as deformações calculadas através dos dois métodos. Para melhor compreensão desta verificação, deve-se analisar a tabela seguinte:

Tabela 4-30 - Erro relativo dado pela razão entre o comprimento e a altura da estrutura de treliças L.H.Aço.0,1.P200

H=2				H=1			
L (m)	L/H	δ Analítico (mm)	Erro relativo (%)	L (m)	L/H	δ Analítico (mm)	Erro relativo %
4	2	0,0013	61,0524	2	2	0,0006	61,0524
6	3	0,0044	41,2393	3	3	0,0022	41,2385
8	4	0,0103	28,4300	4	4	0,0052	28,4309
10	5	0,0202	20,3478	5	5	0,0101	20,3447
12	6	0,0349	15,1115	6	6	0,0175	15,1115
14	7	0,0555	11,5933	7	7	0,0277	11,5919
16	8	0,0828	9,1409	8	8	0,0414	9,1399
18	9	0,1179	7,3748	9	9	0,0589	7,3748
20	10	0,1617	6,0648	10	10	0,0808	6,0648
22	11	0,2152	5,0696	11	11	0,1076	5,0738
24	12	0,2794	4,3005	12	12	0,1397	4,3005
26	13	0,3552	3,6892	13	13	0,1776	3,6892
28	14	0,4437	3,2001	14	14	0,2218	3,2001
30	15	0,5457	2,7995	15	15	0,2728	2,8012

Como é possível verificar através da tabela 4.30, para treliças que obedecem à relação de um para um relativamente ao comprimento das barras horizontais e verticais, mais uma vez, a razão entre o comprimento e a altura da estrutura dita o valor da diferença percentual. Quer isto dizer que qualquer que seja o comprimento e a altura da estrutura, para o caso de a relação $\frac{L}{H}$ ser igual a 12, o erro relativo nestas condições é sempre igual a 4,300495174.

Tome-se como exemplo as treliças das figuras 4.31 e 4.32 para comparação com os respetivos fatores representados na tabela 4.30.

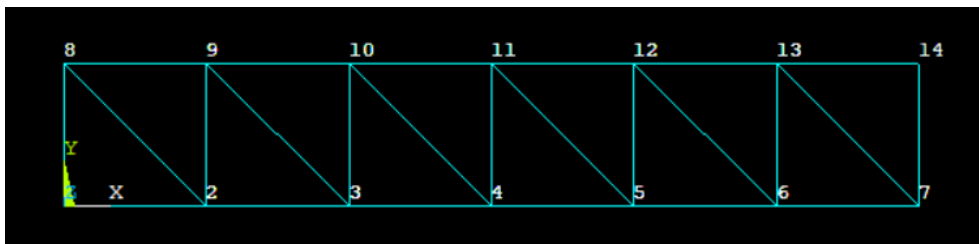


Figura 4.31 - Representação do número de nós associados a uma treliça de 12 m de comprimento e 2 m de altura

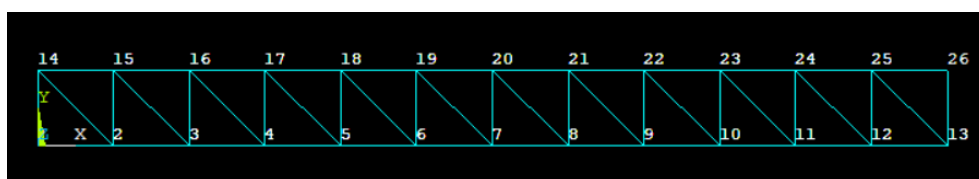


Figura 4.32 - Representação do número de nós associados a uma treliça de 12 m de comprimento e 1 m de altura

À parte da razão $\frac{L}{H}$, para o caso de uma treliça de 12 m de comprimento e 2 m de altura, a deformação é consideravelmente menor e o erro relativo maior quando comparada com a uma treliça de 12 m de comprimento e 1 m de altura. Quer isto dizer que embora o aumento da altura afete positivamente a deformação da estrutura, o erro relativo é agravado pela menor presença de nós e elementos. Mais uma vez, quanto maior a razão $\frac{L}{H}$, menor o erro relativo.

b) Deformações ($\delta_{Analítico}$ e δ_{Ansys})

Quanto às deformações, observa-se que, novamente, o método computacional mais uma vez traduz valores de deformação ligeiramente superiores ao método simplificado, significando que existe menor rigidez naquela que é considerada a estrutura real.

c) Comprimento L

Após a análise da tabela 4.29 verifica-se que o aumento do comprimento das estruturas provoca um aumento das tensões máximas, das deformações, dos esforços axiais e uma redução da diferença percentual calculada pelo erro relativo entre a deformação do método computacional e do método simplificado.

d) Limites de dimensionamento

Quando a tabela 4.29 é comparada com a tabela 4.4, é possível verificar que para treliças de igual comprimento, material, diâmetro de perfil e carga, o aumento da altura da estrutura provoca uma redução das tensões máximas (σ e σ_{Ansys}), das deformações ($\delta_{Analítico}$ e δ_{Ansys}), da carga crítica limite (P_{crit}) e dos esforços axiais máximos (P'_{Ansys}). Verifica-se que os valores da tensão máxima nunca ultrapassam a tensão admissível de projeto ($\sigma_{Adm} = 120 MPa$), as deformações nunca ultrapassam os limites impostos pelas normas europeias de projeto de estruturas e os esforços axiais nunca ultrapassam a carga crítica limite. Quer isto dizer que o projeto das treliças da tabela 4.29 é fiável.

Por fim, para o caso de estudo nº1, verifica-se que para razões de $\frac{L}{H}$ compreendidas entre 2 e 30, os erros relativos e fatores de correção associados são:

Tabela 4-31 - Erros relativos e fatores de correção associado à razão entre o comprimento e a altura da estrutura (caso de estudo nº1)

L/H	Fc1	Erro relativo %
2	2,5676	61,0524
3	1,7018	41,2385
4	1,3973	28,4309
5	1,2554	20,3447
6	1,1780	15,1115
7	1,1311	11,5919
8	1,1006	9,1399
9	1,0796	7,3748
10	1,0646	6,0648
11	1,0534	5,0738
12	1,0449	4,3005
13	1,0383	3,6892
14	1,0331	3,2001
15	1,0288	2,8012
16	1,0253	2,4703
17	1,0224	2,1942
18	1,0200	1,9625
19	1,0180	1,7670
20	1,0162	1,5969
21	1,0147	1,4513
22	1,0134	1,3239
23	1,0123	1,2135
24	1,0112	1,1114
25	1,0104	1,0315
26	1,0096	0,9512
27	1,0089	0,8854
28	1,0083	0,8208
29	1,0077	0,7690
30	1,0072	0,7188

Tendo em conta a tabela 4.31 verifica-se que da 1º e da 2º fase do caso de estudo nº1, para valores de comprimento iguais a 12 m ou mais, o erro relativo é sempre menor que 5%, logo o uso do método simplificado nestas condições é plausível. Caso se considerem comprimentos cujo erro relativo esteja entre 5% e 10%, a aproximação não é totalmente errada nem muito distante do valor real de deformação, porém para comprimentos menores que 8 m a estimativa da deformação já não é aceitável numa fase de anteprojecto.

De notar que na 1º fase do caso de estudo nº1, se verificou que as manipulações das variáveis poderiam introduzir alterações a partir da centésima do valor do erro percentual. Consequentemente, para que os erros relativos e os fatores de correção sejam generalizados para todas as estruturas estudadas, reduziu-se o número de casas decimais associadas a eles visto que para cada razão de $\frac{L}{H}$ o valor arredondado nesta situação é praticamente igual em todos os casos.

4.6 Caso de Estudo nº2

Quanto ao caso de estudo nº2, considera-se uma treliça em consola do tipo *Pratt*, com a aplicação de um carregamento uniformemente distribuído, com direção vertical e dirigido de cima para baixo ao longo do seu comprimento. Na figura seguinte, representa-se essa mesma estrutura e algumas variáveis características do seu dimensionamento:

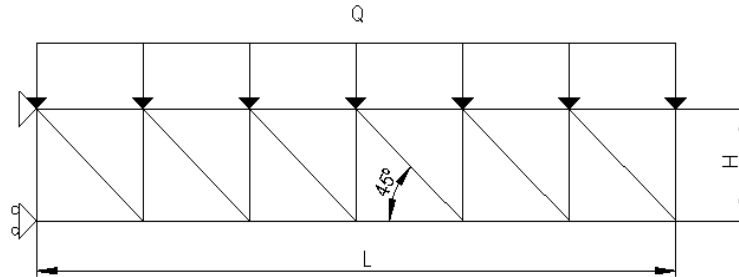


Figura 4.33 - Treliça em consola, do tipo *Pratt* com aplicação de um carregamento uniformemente distribuído, com direção vertical e dirigido de cima para baixo ao longo do seu comprimento

Mais uma vez, tendo como base a teoria generalizada de vigas, para um correto dimensionamento de uma estrutura desse tipo, é necessário o cálculo do momento fletor máximo e da tensão associada a esse valor. Como o método simplificado se baseia nessa mesma teoria, também é importante definir quais os valores máximos de momento e de tensão associados a uma estrutura do tipo treliça. Logo, como o método simplificado aproxima uma treliça a uma viga maciça, o cálculo do momento fletor e da tensão máxima para vigas vai aplicar-se de igual forma numa estrutura do tipo treliça.

Para o cálculo do momento fletor máximo é necessário o desenvolvimento dos diagramas de esforço transversal e de momento fletor para se perceber qual a zona mais solicitada da estrutura. Posteriormente ao desenvolvimento desses diagramas, percebe-se que a zona mais solicitada da estrutura é onde se encontra o encastramento, dado que é nessa zona onde se sente o maior momento fletor, que pode ser calculado através da equação seguinte:

$$M = \frac{Q \cdot L^2}{2} \quad (4.2)$$

Após o cálculo do momento, faz-se uso da equação 2.1 (referenciada na secção 2.1.1), que permite o cálculo da tensão máxima sentida na estrutura, tensão essa que está associada à zona mais solicitada da estrutura e ao momento fletor máximo. Após a obtenção do valor da tensão máxima, este é comparado com a tensão admissível do material e toma um valor menor que o limite de tensão imposto, de maneira a que um dos critérios de dimensionamento seja cumprido. Posteriormente ao cálculo da tensão, recorre-se à equação 3.6 (referenciada na secção 3.3) e impõe-se mais um critério de

dimensionamento, o qual determina a carga limite máxima que os elementos podem sentir à compressão. A carga limite máxima deve ser comparada com valor da carga axial máxima obtido através do método computacional em cada estrutura. De forma a que o critério de estabilidade seja cumprido, a carga axial máxima de cada estrutura nunca deve ultrapassar o limite máximo definido para cada uma delas. Consequentemente, faz-se uso de dois critérios à resistência que permitem o dimensionamento correto de uma estrutura.

Depois de definir os esforços máximos e os limites de dimensionamento, o método simplificado faz uso da equação do cálculo da flecha máxima para obter, no caso de viga em consola, aquela que será a deformação aproximada de uma treliça em consola nas mesmas condições. A equação está representada na figura seguinte, juntamente com a ilustração da flecha máxima:

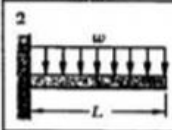

Tipos de viga e carregamento	Linha elástica	Flecha máxima
		$-\frac{wL^4}{8EI}$

Figura 4.34 - Representação e equação da flecha máxima do caso de uma viga em consola, sujeita a um carregamento uniformemente distribuído

Após o cálculo destes resultados, utilizando o método simplificado, parte-se para o método computacional e desenvolve-se o código em *APDL* para se fazer a comparação dos resultados entre ambos os métodos.

De notar que numa estrutura do tipo treliça, o carregamento uniforme tem de ser transferido para os nós da estrutura de forma a que o programa computacional assuma o carregamento aplicado a cada nó do seu comprimento. Deve ser feita a aproximação demonstrada na figura seguinte, onde os nós das extremidades da estrutura sofrem uma carga P e os restantes uma carga $2P$. O valor de P é dado pela equação 4.3.

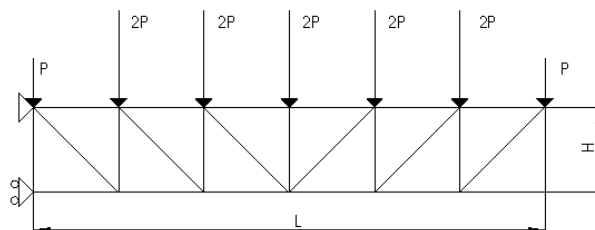


Figura 4.35 - Carregamento uniformemente distribuído por cada nó

$$P = \frac{Q*L}{2*(n-1)} \quad (4.3)$$

Onde Q diz respeito ao carregamento uniformemente distribuído, L diz respeito ao comprimento total da estrutura e n refere-se ao número de nós em que será aplicada a carga.

Conclusões gerais do caso de estudo nº2

Neste caso de estudo, apesar de serem feitas diversas manipulações de variáveis, existem diversos factos e comportamentos que se repetem nas diferentes análises executadas. Por exemplo, relativamente à configuração da treliça, esta é sempre do tipo *Pratt* e em consola. À extremidade mais à esquerda são aplicadas as condições de fronteira, tanto no nó superior como no inferior. O mesmo se verifica na aplicação do carregamento uniformemente distribuído ao longo do comprimento da treliça, pois em todas as treliças deste caso de estudo os nós das extremidades superiores sofrem uma carga P e os restantes uma carga no valor de $2P$ consoante o valor do carregamento Q aplicado. O carregamento tem sempre direcção vertical e sentido de cima para baixo.

Quanto aos esforços internos, verifica-se que o comportamento dos elementos é bastante similar de estrutura para estrutura. Por exemplo, os elementos horizontais inferiores encontram-se à compressão, sendo que o elemento mais à esquerda desta linha traduz o esforço axial máximo. Quanto aos elementos horizontais superiores, todos eles se encontram à tração à exceção do elemento mais à direita que traduz esforço axial nulo.

Relativamente aos elementos verticais, os estudos verificam que todos os elementos estão à compressão, à exceção do elemento vertical mais à esquerda que traduz esforço axial nulo. Quanto aos elementos diagonais verifica-se que todos eles se encontram à tração.

Por fim, como seria de esperar, os nós onde estão aplicadas as condições de fronteira têm deslocamento nulo e o nó inferior da extremidade livre da estrutura aponta o seu maior deslocamento no momento da aplicação do carregamento. Para melhor compreensão da explicação dada, observe-se as figuras seguintes:

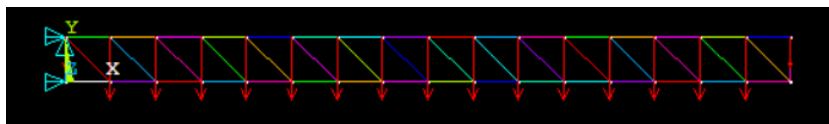


Figura 4.36 - Representação da configuração geral do tipo de treliça usado no caso de estudo nº2

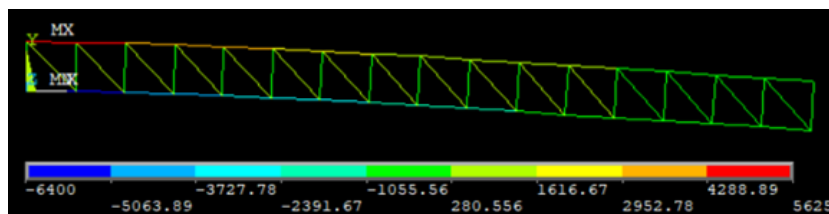


Figura 4.37 - Escala de cores para identificação dos esforços axiais do caso de estudo nº2

4.6.1 1º Fase – Caso de Estudo nº2

Manipulação da variável ϕ (Diâmetro das longarinas)

Para fazer a manipulação da variável ϕ , que diz respeito ao diâmetro dos perfis, existe a necessidade de manter as restantes variáveis fixas. Quer isto dizer que o material da estrutura e o valor da carga vão permanecer inalterados de forma a que seja possível compreender a influência que a variável ϕ tem no cálculo da diferença percentual.

Conjuntamente com a manipulação da variável do diâmetro faz-se a manipulação do comprimento da estrutura L e avalia-se uma gama de comprimentos dos 2 aos 30 m, com o intuito de entender a influência que esta variável tem no cálculo da diferença percentual.

Considere-se uma treliça de aço com diâmetro de perfil igual a 0,1 m e aplicação de um carregamento vertical, uniformemente distribuído de cima para baixo de valor de 50 N/m:

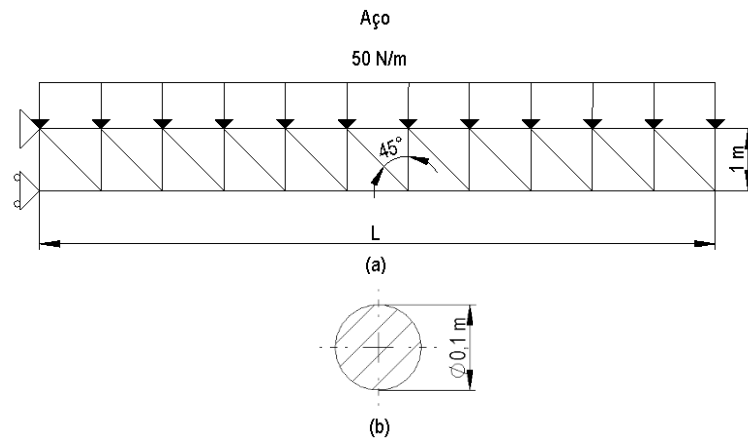


Figura 4.38 - (a) Estrutura treliçada e (b) diâmetro das seções transversais dos perfis referentes aos modelos da tabela 4.32

Tabela 4-32 - Treliça L.1.Aço.0,1.Q50

Treliça L.1.Aço.0,1.Q50									
L (m)	M (N.m)	σ (MPa)	σ_{Ansys} (MPa)	L/400	δ Analítico (mm)	δ Ansys (mm)	P'Ansys (N) Pcrit 10173935N	Fc	Erro relativo (%)
2	100	0,0127324	0,012732	5	0,00012126	0,00038399	100	3,16664293	68,4208159
3	225	0,0286479	0,02848	7,5	0,0006139	0,001208	225	1,9678006	49,1818417
4	400	0,0509296	0,05093	10	0,0019402	0,0030093	400	1,5510460	35,5273803
5	625	0,0795775	0,079577	12,5	0,0047368	0,0064162	625	1,3545562	26,1750840
6	900	0,114592	0,11459	15	0,009822	0,012247	900	1,246878	19,799676
7	1225	0,155972	0,15597	17,5	0,018197	0,021501	1225	1,181587	15,368052
8	1600	0,203718	0,20372	20	0,031043	0,035362	1600	1,139137	12,214262
9	2025	0,257831	0,25783	22,5	0,049725	0,055193	2025	1,109975	9,907866
10	2500	0,318310	0,31831	25	0,07579	0,08254	2500	1,08909	8,18019
11	3025	0,385155	0,38515	27,5	0,11096	0,11913	3025	1,07362	6,85695
12	3600	0,458366	0,45837	30	0,15715	0,16688	3600	1,06189	5,82806
13	4225	0,537944	0,53794	32,5	0,21646	0,22787	4225	1,05272	5,00799
14	4900	0,623887	0,62398	35	0,29115	0,30438	4900	1,04545	4,34738
15	5625	0,716197	0,7162	37,5	0,38368	0,39887	5625	1,03960	3,80899
16	6400	0,814873	0,81487	40	0,49668	0,51397	6400	1,03480	3,36310
17	7225	0,919916	0,91992	42,5	0,63299	0,6525	7225	1,03082	2,99011
18	8100	1,03132	1,0313	45	0,79559	0,81746	8100	1,02749	2,67501
19	9025	1,14910	1,1491	47,5	0,9877	1,012	9025	1,0246	2,4034
20	10000	1,27324	1,2732	50	1,2126	1,2396	10000	1,0223	2,1774
21	11025	1,40375	1,4037	52,5	1,4739	1,5037	11025	1,0202	1,9795
22	12100	1,54062	1,5406	55	1,7754	1,808	12100	1,0184	1,8041
23	13225	1,68386	1,6839	57,5	2,1209	2,1565	13225	1,0168	1,6526
24	14400	1,83346	1,8335	60	2,5145	2,5533	14400	1,0154	1,5209
25	15625	1,98944	1,9894	62,5	2,9605	3,0026	15625	1,0142	1,4031
26	16900	2,15177	2,1518	65	3,4633	3,5089	16900	1,0132	1,2986
27	18225	2,32048	2,3205	67,5	4,0277	4,0769	18225	1,0122	1,2071
28	19600	2,49555	2,4955	70	4,6584	4,7112	19600	1,0113	1,1216
29	21025	2,67699	2,677	72,5	5,3603	5,4171	21025	1,0106	1,0477
30	22500	2,86479	2,8648	75	6,1388	6,1995	22500	1,0099	0,9786

Considere-se uma treliça de aço com diâmetro de perfil igual a 0,05 m e aplicação de um carregamento vertical, uniformemente distribuído, dirigido de cima para baixo com valor de 50 N/m:

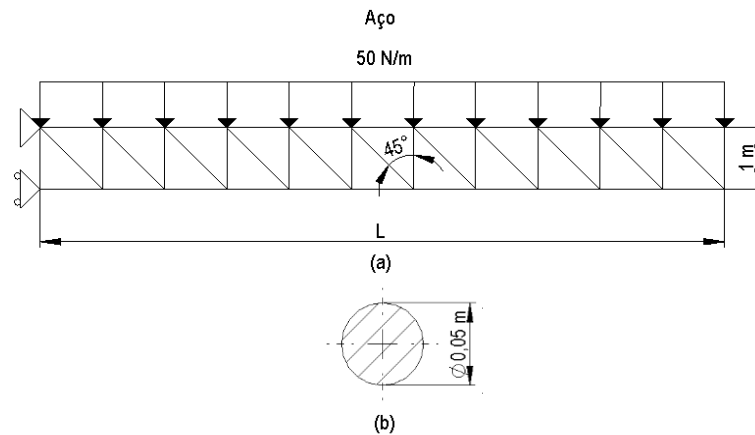


Figura 4.39 - (a) Estrutura treliçada e (b) diâmetro das secções transversais dos perfis referentes aos modelos da tabela 4.33

Tabela 4-33 - Treliça L.1.Aço.0,05.Q50

Treliça L.1.Aço.0,05.Q50									
L (m)	M (N.m)	σ (MPa)	σ_{Ansys} (MPa)	L/400	δ Analítico (mm)	δ Ansys (mm)	P'Ansys (N) Pcrit 635871N	Fc	Erro relativo (%)
2	100	0,050930	0,05093	5	0,000485	0,001536	100	3,166725	68,421638
3	225	0,114592	0,11459	7,5	0,002456	0,004832	225	1,967801	49,181842
4	400	0,203718	0,20372	10	0,007761	0,012037	400	1,551020	35,526309
5	625	0,318310	0,31831	12,5	0,018947	0,025665	625	1,354567	26,175659
6	900	0,458366	0,45837	15	0,039289	0,048987	900	1,246852	19,798039
7	1225	0,623887	0,62389	17,5	0,072787	0,086005	1225	1,181601	15,369036
8	1600	0,814873	0,81487	20	0,12417	0,14145	1600	1,13915	12,21550
9	2025	1,03132	1,0313	22,5	0,19890	0,22077	2025	1,10996	9,90705
10	2500	1,27324	1,2732	25	0,30315	0,33016	2500	1,08909	8,18019
11	3025	1,54062	1,5406	27,5	0,44385	0,47653	3025	1,07364	6,85891
12	3600	1,83346	1,8335	30	0,62862	0,66751	3600	1,06187	5,82665
13	4225	2,15177	2,1518	32,5	0,86583	0,91148	4225	1,05272	5,00799
14	4900	2,49555	2,4956	35	1,1646	1,2175	4900	1,0454	4,3458
15	5625	2,86479	2,8648	37,5	1,5347	1,5955	5625	1,0396	3,8102
16	6400	3,25949	3,2595	40	1,9867	2,0559	6400	1,0348	3,3640
17	7225	3,67966	3,6797	42,5	2,5320	2,61	7225	1,0308	2,9901
18	8100	4,12530	4,1253	45	3,1824	3,2698	8100	1,0275	2,6738
19	9025	4,59639	4,5964	47,5	3,9507	4,0482	9025	1,0247	2,4082
20	10000	5,09296	5,093	50	4,8504	4,9584	10000	1,0223	2,1774
21	11025	5,61499	5,615	52,5	5,8957	6,0148	11025	1,0202	1,9795
22	12100	6,16248	6,1625	55	7,1015	7,2321	12100	1,0184	1,8055
23	13225	6,73544	6,7354	57,5	8,4834	8,6262	13225	1,0168	1,6549
24	14400	7,33386	7,3339	60	10,0579	10,213	14400	1,0154	1,5190
25	15625	7,95775	7,9577	62,5	11,8419	12,011	15625	1,0143	1,4080
26	16900	8,60710	8,6071	65	13,8533	14,036	16900	1,0132	1,3014
27	18225	9,28192	9,2819	67,5	16,1108	16,307	18225	1,0122	1,2034
28	19600	9,98220	9,9822	70	18,6334	18,845	19600	1,0114	1,1227
29	21025	10,7079	10,708	72,5	21,4414	21,668	21025	1,0106	1,0459
30	22500	11,4592	11,459	75	24,5553	24,798	22500	1,0099	0,9786

Considere-se uma treliça de aço com diâmetro de perfil igual a 0,025 m e aplicação de um carregamento vertical, uniformemente distribuído, dirigido de cima para baixo com valor de 50 N/m:

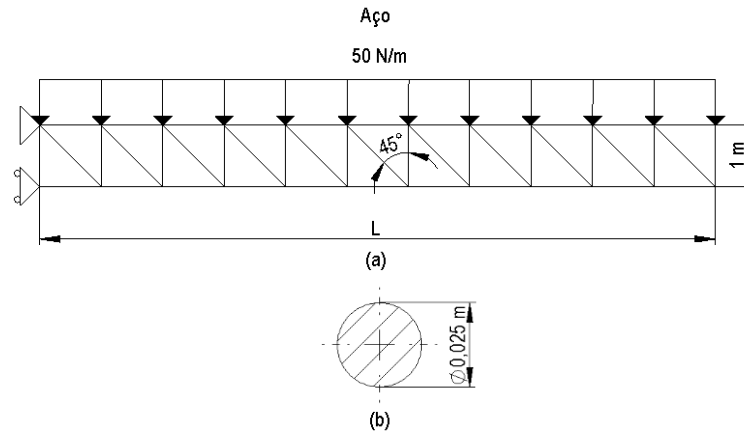


Figura 4.40 - (a) Estrutura treliçada e (b) diâmetro das secções transversais dos perfis referentes aos modelos da tabela 4.34

Tabela 4-34 - Treliça L.1.Aço.0,025.Q50

Treliça L.1.Aço.0,025.Q50									
L (m)	M (N.m)	σ (MPa)	σ_{Ansys} (MPa)	L/400	δ Analítico (mm)	δ Ansys (mm)	P'Ansys (N) Perit 39742N	Fc	Erro relativo (%)
2	100	0,203718	0,20372	5	0,0019402	0,0061439	100	3,1666739	68,4211243
3	225	0,458366	0,45837	7,5	0,009822	0,019328	225	1,967801	49,181842
4	400	0,814873	0,81487	10	0,031043	0,048149	400	1,551052	35,527648
5	625	1,27324	1,2732	12,5	0,07579	0,10266	625	1,35457	26,17566
6	900	1,83346	1,8335	15	0,15715	0,19595	900	1,24687	19,79886
7	1225	2,49555	2,4955	17,5	0,29115	0,34402	1225	1,18160	15,36904
8	1600	3,25949	3,2595	20	0,49668	0,56579	1600	1,13913	12,21395
9	2025	4,12530	4,1253	22,5	0,79559	0,88309	2025	1,10998	9,90807
10	2500	5,09296	5,093	25	1,2126	1,3206	2500	1,0891	8,1774
11	3025	6,16248	6,1625	27,5	1,7754	1,9061	3025	1,0736	6,8579
12	3600	7,33386	7,3339	30	2,5145	2,67	3600	1,0619	5,8252
13	4225	8,60710	8,6071	32,5	3,4633	3,6459	4225	1,0527	5,0075
14	4900	9,98220	9,9822	35	4,6584	4,8701	4900	1,0455	4,3478
15	5625	11,4592	11,459	37,5	6,1388	6,3819	5625	1,0396	3,8087
16	6400	13,0380	13,038	40	7,9470	8,2235	6400	1,0348	3,3629
17	7225	14,7186	14,719	42,5	10,1278	10,44	7225	1,0308	2,9901
18	8100	16,5012	16,501	45	12,7295	13,079	8100	1,0275	2,6723
19	9025	18,3856	18,386	47,5	15,8028	16,193	9025	1,0247	2,4094
20	10000	20,3718	20,372	50	19,4017	19,834	10000	1,0223	2,1794
21	11025	22,4599	22,46	52,5	23,5829	24,059	11025	1,0202	1,9787
22	12100	24,6499	24,65	55	28,4061	28,929	12100	1,0184	1,8075
23	13225	26,9417	26,942	57,5	33,9338	34,505	13225	1,0168	1,6555
24	14400	29,3354	29,335	60	40,2315	40,853	14400	1,0154	1,5214
25	15625	31,8310	31,831	62,5	47,3675	48,042	15625	1,0142	1,4039
26	16900	34,4284	34,428	65	55,4133	56,143	16900	1,0132	1,2997
27	18225	37,1277	37,128	67,5	64,4430	65,23	18225	1,0122	1,2065
28	19600	39,9288	39,929	70	74,5337	75,38	19600	1,0114	1,1227
29	21025	42,8318	42,832	72,5	85,7655	86,673	21025	1,0106	1,0470
30	22500	45,8366	45,837	75	98,2213	99,192	22500	1,0099	0,9786

Análise das tabelas 4.32, 4.33 e 4.34

a) Erro relativo

Como é possível verificar, o decréscimo da variável ϕ implica maiores deformações nas estruturas. No entanto, a diferença percentual dada pelo erro relativo entre o método computacional e o método simplificado mantém-se praticamente inalterada para comprimentos iguais, podendo existir variações a partir da centésima do valor percentual.

Tendo em conta esta análise, é possível verificar que no método simplificado não é o diâmetro de perfil (ϕ) que influencia o cálculo do erro relativo, mas sim o comprimento da estrutura (L), possivelmente por a variável ϕ atuar linearmente no método.

b) Deformação ($\delta_{Analítico}$ e δ_{Ansys})

Quanto às deformações, observa-se que o método computacional traduz valores de deformação ligeiramente superiores ao método simplificado. Ou seja, existe menor rigidez naquela que é considerada a estrutura real.

c) Comprimento L

Após a análise das tabelas, verifica-se que o aumento do comprimento das estruturas provoca um aumento das tensões máximas, das deformações, dos esforços axiais e uma redução da diferença percentual calculada pelo erro relativo entre a deformação do método computacional e do método simplificado.

d) Limites de dimensionamento

Também é possível verificar que para os mesmos comprimentos, tanto a redução do diâmetro dos perfis provoca um aumento das tensões máximas (σ e σ_{Ansys}), das deformações ($\delta_{Analítico}$ e δ_{Ansys}) e uma redução da carga crítica limite (P_{crit}). De notar que as tensões máximas dadas pelo método simplificado e pelo método computacional tomam valores iguais. Posto isto, os valores da tensão máxima nunca ultrapassam a tensão admissível de projeto ($\sigma_{Adm} = 120 \text{ MPa}$), as deformações nunca ultrapassam os limites impostos pelas normas europeias de projeto de estruturas, à exceção dos comprimentos entre os 28 e 30 m da tabela 4.34. E os esforços axiais nunca ultrapassam a carga crítica limite (P_{crit}). Quer isto dizer que todas as estruturas estão dentro dos limites de dimensionamento, à exceção das treliças com comprimentos entre os 28 e 30 m da tabela 4.34.

Manipulação da variável Q (Carregamento Uniformemente Distribuído)

Para fazer a manipulação da variável Q são considerados dois valores de carregamento vertical, uniformemente distribuídos (dirigidos de cima para baixo) e distintos do valor considerado na manipulação anterior, ou seja, são analisados os valores de 100 N/m e 150 N/m. Para que seja possível entender a influência do valor do carregamento no cálculo da diferença percentual, fixa-se a variável do material das estruturas e aplica-se a variação da carga para uma única medida de diâmetro considerado. De seguida, à manipulação da carga sobrepõe-se a manipulação do diâmetro e analisam-se os resultados de maneira a que seja possível perceber se a variação conjunta destas duas variáveis introduz variações ao nível da diferença percentual.

De lembrar que em todas as análises se avalia uma gama de comprimentos L dos 2 aos 30 m, também com o intuito de entender a influência que esta variável tem no cálculo da diferença percentual.

Considere-se uma treliça de aço com diâmetro de perfil igual a 0,1 m e aplicação de um carregamento vertical, uniformemente distribuído, dirigido de cima para baixo com valor de 100 N/m:

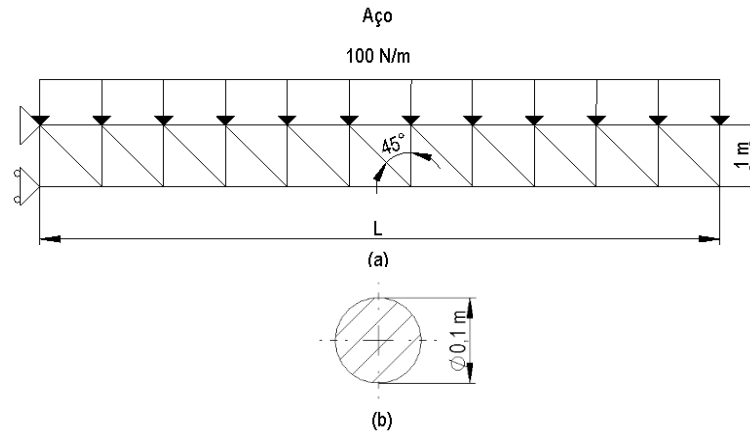


Figura 4.41 - (a) Estrutura treliçada e (b) diâmetro das secções transversais dos perfis referentes aos modelos da tabela 4.35

Tabela 4-35 - Treliça L.1.Aço.0,1.Q100

Treliça L.1.Aço.0,1.Q100									
L (m)	M (N.m)	σ (MPa)	σ_{Ansys} (MPa)	L/400	δ Analítico (mm)	δ Ansys (mm)	P'Ansys (N) Pcrit 10173935N	Fc	Erro relativo (%)
2	200	0,0254648	0,025465	5	0,000242522	0,00076799	200	3,1666842	68,4212271
3	450	0,0572958	0,057296	7,5	0,001228	0,002416	450	1,967801	49,181842
4	800	0,101859	0,10186	10	0,003880	0,0060186	800	1,551046	35,527380
5	1250	0,159155	0,15915	12,5	0,009474	0,012832	1250	1,354514	26,172783
6	1800	0,229183	0,22918	15	0,019644	0,024494	1800	1,246878	19,799676
7	2450	0,311944	0,31194	17,5	0,036393	0,043003	2450	1,181614	15,370020
8	3200	0,407437	0,40744	20	0,062086	0,070724	3200	1,139137	12,214262
9	4050	0,515662	0,51566	22,5	0,09945	0,11039	4050	1,11002	9,91113
10	5000	0,636620	0,63662	25	0,15158	0,16508	5000	1,08909	8,18019
11	6050	0,770310	0,77031	27,5	0,22192	0,23826	6050	1,07362	6,85695
12	7200	0,916732	0,91673	30	0,31431	0,33376	7200	1,06189	5,82806
13	8450	1,07589	1,0759	32,5	0,43292	0,45574	8450	1,05272	5,00799
14	9800	1,24777	1,2478	35	0,58229	0,60876	9800	1,04545	4,34738
15	11250	1,43239	1,4324	37,5	0,76735	0,79773	11250	1,03959	3,80778
16	12800	1,62975	1,6297	40	0,9934	1,0279	12800	1,0348	3,3593
17	14450	1,83983	1,8398	42,5	1,2660	1,305	14450	1,0308	2,9901
18	16200	2,06265	2,0626	45	1,5912	1,6349	16200	1,0275	2,6738
19	18050	2,29820	2,2982	47,5	1,9754	2,0241	18050	1,0247	2,4082
20	20000	2,54648	2,5465	50	2,4252	2,4792	20000	1,0223	2,1774
21	22050	2,80749	2,8075	52,5	2,9479	3,0074	22050	1,0202	1,9795
22	24200	3,08124	3,0812	55	3,5508	3,6161	24200	1,0184	1,8069
23	26450	3,36772	3,3677	57,5	4,2417	4,3131	26450	1,0168	1,6549
24	28800	3,66693	3,6669	60	5,0289	5,1066	28800	1,0154	1,5209
25	31250	3,97887	3,9789	62,5	5,9209	6,0053	31250	1,0142	1,4047
26	33800	4,30355	4,3035	65	6,9267	7,0179	33800	1,0132	1,3000
27	36450	4,64096	4,641	67,5	8,0554	8,1537	36450	1,0122	1,2059
28	39200	4,99110	4,9911	70	9,3167	9,4225	39200	1,0114	1,1227
29	42050	5,35397	5,354	72,5	10,7207	10,834	42050	1,0106	1,0459
30	45000	5,72958	5,7296	75	12,2777	12,399	45000	1,0099	0,9786

Considere-se uma treliça de aço com diâmetro de perfil igual a 0,1 m e aplicação de um carregamento vertical, uniformemente distribuído, dirigido de cima para baixo com valor de 150 N/m:

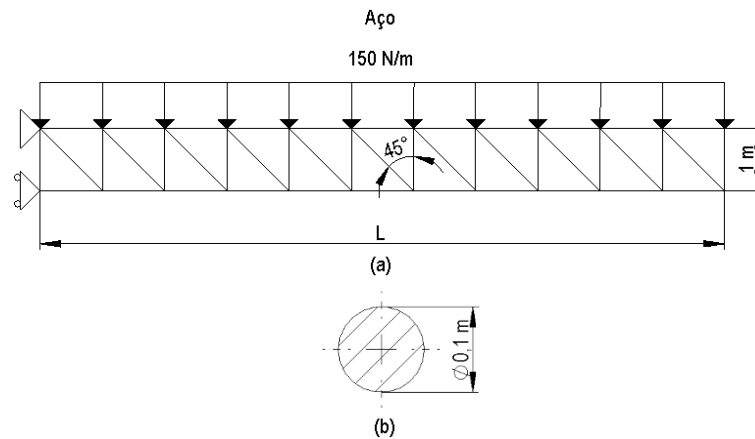


Figura 4.42 - (a) Estrutura treliçada e (b) diâmetro das secções transversais dos perfis referentes aos modelos da tabela 4.36

Tabela 4-36 - Treliça L.1.Aço.0,1.Q150

Treliça L.1.Aço.0,1.Q150									
L (m)	M (N.m)	σ (MPa)	σ_{Ansys} (MPa)	L/400	δ Analítico (mm)	δ Ansys (mm)	P'Ansys (N) Pcrit 10173935N	Fc	Erro relativo (%)
2	300	0,0381972	0,038197	5	0,000364	0,001152	300	3,166725	68,421638
3	675	0,0859437	0,085944	7,5	0,001842	0,003624	675	1,967801	49,181842
4	1200	0,152789	0,15279	10	0,005821	0,0090279	1200	1,551046	35,527380
5	1875	0,238732	0,23873	12,5	0,014210	0,019249	1875	1,354584	26,176618
6	2700	0,343775	0,34377	15	0,029466	0,03674	2700	1,246844	19,797493
7	3675	0,467916	0,46792	17,5	0,054590	0,064504	3675	1,181605	15,369364
8	4800	0,611155	0,61115	20	0,09313	0,10609	4800	1,13918	12,21757
9	6075	0,773493	0,77349	22,5	0,14917	0,16558	6075	1,10998	9,90841
10	7500	0,954930	0,95493	25	0,22736	0,24762	7500	1,08909	8,18019
11	9075	1,15546	1,1555	27,5	0,33288	0,3574	9075	1,07365	6,85956
12	10800	1,37510	1,3751	30	0,47146	0,50063	10800	1,06187	5,82618
13	12675	1,61383	1,6138	32,5	0,64937	0,68361	12675	1,05272	5,00799
14	14700	1,87166	1,8717	35	0,87344	0,91314	14700	1,04545	4,34738
15	16875	2,14859	2,1486	37,5	1,1510	1,1966	16875	1,0396	3,8082
16	19200	2,44462	2,4446	40	1,4901	1,5419	19200	1,0348	3,3625
17	21675	2,75975	2,7597	42,5	1,8990	1,9575	21675	1,0308	2,9901
18	24300	3,09397	3,094	45	2,3868	2,4524	24300	1,0275	2,6758
19	27075	3,44730	3,4473	47,5	2,9630	3,0361	27075	1,0247	2,4066
20	30000	3,81972	3,8197	50	3,6378	3,7188	30000	1,0223	2,1774
21	33075	4,21124	4,2112	52,5	4,4218	4,5111	33075	1,0202	1,9795
22	36300	4,62186	4,6219	55	5,3261	5,4241	36300	1,0184	1,8060
23	39675	5,05158	5,0516	57,5	6,3626	6,4696	39675	1,0168	1,6542
24	43200	5,50039	5,5004	60	7,5434	7,66	43200	1,0155	1,5222
25	46875	5,96831	5,9683	62,5	8,8814	9,0079	46875	1,0142	1,4042
26	50700	6,45532	6,4553	65	10,3900	10,527	50700	1,0132	1,3014
27	54675	6,96144	6,9614	67,5	12,0831	12,231	54675	1,0122	1,2095
28	58800	7,48665	7,4866	70	13,9751	14,134	58800	1,0114	1,1244
29	63075	8,03096	8,031	72,5	16,0810	16,251	63075	1,0106	1,0459
30	67500	8,59437	8,5944	75	18,4165	18,599	67500	1,0099	0,9812

Análise das tabelas 4.35 e 4.36

a) Erro relativo

Como é possível verificar, o aumento do carregamento vertical Q implica maiores deformações nas estruturas, mas a diferença percentual dada pelo erro relativo entre o método computacional e o método simplificado mantém-se praticamente inalterada, podendo haver apenas variações a partir da centésima do valor percentual. Tendo em conta esta análise, é possível verificar que no método simplificado não é o carregamento Q que influencia o cálculo do erro relativo, mas sim o comprimento da estrutura (L), possivelmente por a variável Q atuar linearmente no método.

b) Deformações ($\delta_{Analítico}$ e δ_{Ansys})

Quanto às deformações, observa-se que o método computacional traduz valores de deformação ligeiramente superiores ao método simplificado, ou seja, existe menor rigidez naquela que é considerada a estrutura real.

c) Comprimento L

Após a análise das tabelas, verifica-se que o aumento do comprimento das estruturas provoca um aumento das tensões máximas, das deformações, dos esforços axiais e uma redução da diferença percentual calculada pelo erro relativo entre a deformação do método computacional e do método simplificado.

d) Limites de dimensionamento

Também é possível verificar que o aumento do carregamento uniforme provoca um aumento das tensões máximas (σ e σ_{Ansys}), das deformações ($\delta_{Analítico}$ e δ_{Ansys}) e dos esforços axiais (P'_{Ansys}). De notar que as tensões máximas dadas pelo método simplificado e pelo método computacional tomam valores iguais. Assim, os valores da tensão máxima nunca ultrapassam a tensão admissível de projeto ($\sigma_{Adm} = 120 \text{ MPa}$), as deformações nunca ultrapassam os limites impostos pelas normas europeias de projeto de estruturas e os esforços axiais nunca ultrapassam a carga crítica limite. Quer isto dizer que as estruturas estão dentro dos limites de dimensionamento.

Também existe interesse em verificar se a variação conjunta da carga e do diâmetro implica mudanças no comportamento das variáveis.

Considere-se uma treliça de aço com diâmetro de perfil igual a 0,05 m e aplicação de um carregamento vertical, uniformemente distribuído, dirigido de cima para baixo com valor de 100 N/m:

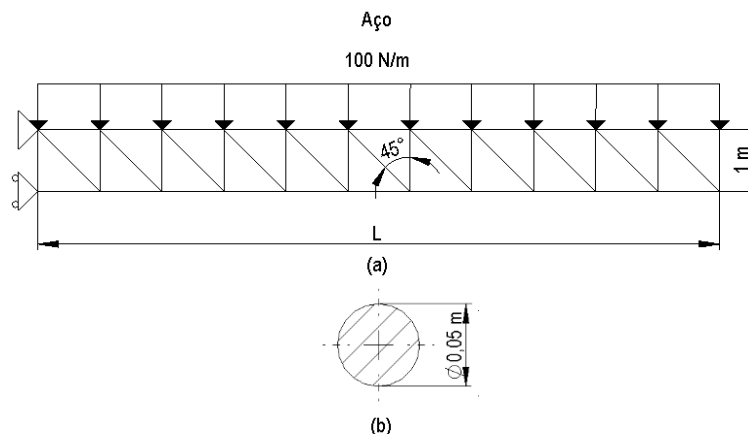


Figura 4.43 - (a) Estrutura treliçada e (b) diâmetro das seções transversais dos perfis referentes aos modelos da tabela 4.37

Tabela 4-37 - Treliça L.1.Aço.0,05.Q100

Treliça L.1.Aço.0,05.Q100									
L (m)	M (N.m)	σ (MPa)	σ_{Ansys} (MPa)	L/400	δ Analítico (mm)	δ Ansys (mm)	P'Ansys (N) Pcrit 635871N	Fc	Erro relativo (%)
2	200	0,101859	0,10186	5	0,000970	0,003072	200	3,166725	68,421638
3	450	0,229183	0,22918	7,5	0,004911	0,0096639	450	1,967780	49,181316
4	800	0,407437	0,40744	10	0,015521	0,024074	800	1,551020	35,526309
5	1250	0,636620	0,63662	12,5	0,037894	0,05133	1250	1,354567	26,175659
6	1800	0,916732	0,91673	15	0,078577	0,097975	1800	1,246865	19,798858
7	2450	1,24777	1,2478	17,5	0,14557	0,17201	2450	1,18160	15,36904
8	3200	1,62975	1,6297	20	0,24834	0,2829	3200	1,13915	12,21550
9	4050	2,06265	2,0626	22,5	0,39780	0,44154	4050	1,10996	9,90705
10	5000	2,54648	2,5465	25	0,60630	0,66032	5000	1,08909	8,18019
11	6050	3,08124	3,0812	27,5	0,88769	0,95306	6050	1,07364	6,85891
12	7200	3,66693	3,6669	30	1,2572	1,335	7200	1,0619	5,8252
13	8450	4,30355	4,3036	32,5	1,7317	1,823	8450	1,0527	5,0101
14	9800	4,99110	4,9911	35	2,3292	2,435	9800	1,0454	4,3458
15	11250	5,72958	5,7296	37,5	3,0694	3,1909	11250	1,0396	3,8072
16	12800	6,51899	6,519	40	3,9735	4,1117	12800	1,0348	3,3617
17	14450	7,35932	7,3593	42,5	5,0639	5,22	14450	1,0308	2,9901
18	16200	8,25059	8,2506	45	6,3647	6,5397	16200	1,0275	2,6753
19	18050	9,19279	9,1928	47,5	7,9014	8,0963	18050	1,0247	2,4070
20	20000	10,1859	10,186	50	9,7009	9,9168	20000	1,0223	2,1774
21	22050	11,2300	11,23	52,5	11,7915	12,03	22050	1,0202	1,9828
22	24200	12,3250	12,325	55	14,2030	14,464	24200	1,0184	1,8041
23	26450	13,4709	13,471	57,5	16,9669	17,252	26450	1,0168	1,6526
24	28800	14,6677	14,688	60	20,1157	20,427	28800	1,0155	1,5238
25	31250	15,9155	15,915	62,5	23,6838	24,021	31250	1,0142	1,4039
26	33800	17,2142	17,214	65	27,7067	28,071	33800	1,0131	1,2979
27	36450	18,5638	18,564	67,5	32,2215	32,615	36450	1,0122	1,2065
28	39200	19,9644	19,964	70	37,2669	37,69	39200	1,0114	1,1227
29	42050	21,4159	21,416	72,5	42,8828	43,336	42050	1,0106	1,0459
30	45000	22,9183	22,918	75	49,1107	49,596	45000	1,0099	0,9786

Considere-se uma treliça de aço com diâmetro de perfil igual a $0,05\text{ m}$ e aplicação de um carregamento vertical, uniformemente distribuído, dirigido de cima para baixo com valor de 150 N/m :

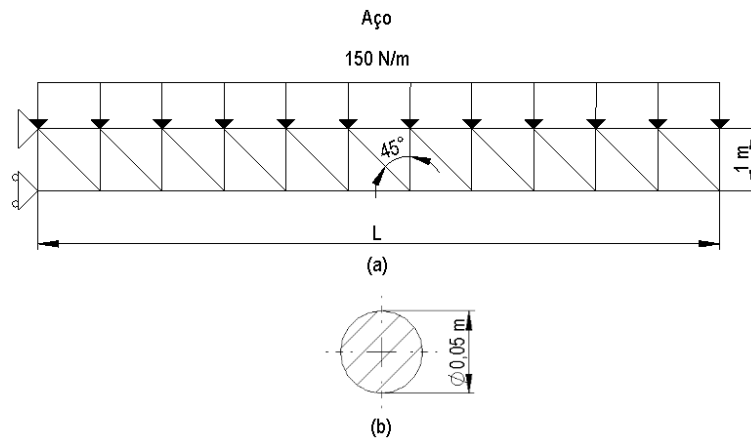


Figura 4.44 - (a) Estrutura treliçada e (b) diâmetro das secções transversais dos perfis referentes aos modelos da tabela 4.38

Tabela 4-38 - Treliça L.1.Aço.0,05.Q150

Treliça L.1.Aço.0,05.Q150									
L (m)	M (N.m)	σ (MPa)	σ_{Ansys} (MPa)	L/400	δ Analítico (mm)	δ Ansys (mm)	P'Ansys (N) Pcrit 635871N	Fc	Erro relativo (%)
2	300	0,152789	0,15279	5	0,001455	0,0046079	300	3,166657	68,420953
3	675	0,343775	0,34377	7,5	0,007367	0,014496	675	1,967801	49,181842
4	1200	0,611155	0,61116	10	0,023282	0,036112	1200	1,551063	35,528094
5	1875	0,954930	0,95493	12,5	0,056841	0,076994	1875	1,354549	26,174700
6	2700	1,37510	1,3751	15	0,11787	0,14696	2700	1,24684	19,79749
7	3675	1,87166	1,8717	17,5	0,21836	0,25802	3675	1,18162	15,37068
8	4800	2,44462	2,4446	20	0,37251	0,42434	4800	1,13913	12,21343
9	6075	3,09397	3,094	22,5	0,59669	0,66232	6075	1,10998	9,90841
10	7500	3,81972	3,8197	25	0,90946	0,99048	7500	1,08909	8,18019
11	9075	4,62186	4,6219	27,5	1,3315	1,4296	9075	1,0736	6,8596
12	10800	5,50039	5,5004	30	1,8858	2,0025	10800	1,0619	5,8252
13	12675	6,45532	6,4553	32,5	2,5975	2,7344	12675	1,0527	5,0066
14	14700	7,48665	7,4867	35	3,4938	3,6526	14700	1,0455	4,3484
15	16875	8,59437	8,5944	37,5	4,6041	4,7864	16875	1,0396	3,8082
16	19200	9,77848	9,7785	40	5,9602	6,1676	19200	1,0348	3,3625
17	21675	11,0390	11,039	42,5	7,5959	7,83	21675	1,0308	2,9901
18	24300	12,3759	12,376	45	9,5471	9,8095	24300	1,0275	2,6748
19	27075	13,7892	13,789	47,5	11,8521	12,144	27075	1,0246	2,4034
20	30000	15,2789	15,279	50	14,5513	14,875	30000	1,0222	2,1761
21	33075	16,8450	16,845	52,5	17,6872	18,044	33075	1,0202	1,9773
22	36300	18,4874	18,487	55	21,3046	21,696	36300	1,0184	1,8041
23	39675	20,2063	20,206	57,5	25,4503	25,879	39675	1,0168	1,6564
24	43200	22,0016	22,002	60	30,1736	30,64	43200	1,0155	1,5222
25	46875	23,8732	23,873	62,5	35,5257	36,032	46875	1,0143	1,4053
26	50700	25,8213	25,821	65	41,5600	42,107	50700	1,0132	1,2991
27	54675	27,8457	27,846	67,5	48,3323	48,922	54675	1,0122	1,2055
28	58800	29,9466	29,947	70	55,9003	56,535	58800	1,0114	1,1227
29	63075	32,1238	32,124	72,5	64,3242	65,005	63075	1,0106	1,0474
30	67500	34,3775	34,377	75	73,6660	74,394	67500	1,0099	0,9786

Considere-se uma treliça de aço com diâmetro de perfil igual a 0,025 m e aplicação de um carregamento vertical, uniformemente distribuído, dirigido de cima para baixo com valor de 100 N/m:

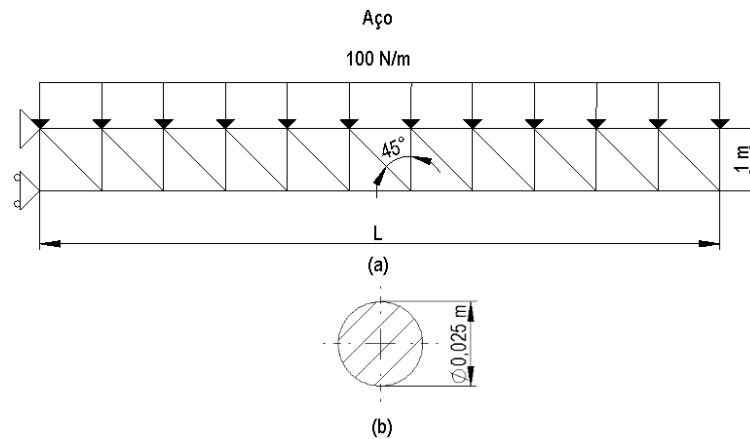


Figura 4.45 - (a) Estrutura treliçada e (b) diâmetro das secções transversais dos perfis referentes aos modelos da tabela 4.39

Tabela 4-39 - Treliça L.1.Aço.0,025.Q100

Treliça L.1.Aço.0,025.Q100									
L (m)	M (N.m)	σ (MPa)	σ_{Ansys} (MPa)	L/400	δ Analítico (mm)	δ Ansys (mm)	P'Ansys (N) Perit 39742N	Fc	Erro relativo (%)
2	200	0,407437	0,40744	5	0,003880	0,012288	200	3,166725	68,421638
3	450	0,916732	0,91673	7,5	0,019644	0,038656	450	1,967801	49,181842
4	800	1,62975	1,6297	10	0,062086	0,096298	800	1,551052	35,527648
5	1250	2,54648	2,5465	12,5	0,15158	0,20532	1250	1,35457	26,17566
6	1800	3,66693	3,6669	15	0,31431	0,3919	1800	1,24687	19,79886
7	2450	4,99110	4,9911	17,5	0,58229	0,68804	2450	1,18160	15,36904
8	3200	6,51899	6,519	20	0,9934	1,1316	3200	1,1392	12,2155
9	4050	8,25059	8,2506	22,5	1,5912	1,7662	4050	1,1100	9,9091
10	5000	10,1859	10,186	25	2,4252	2,6413	5000	1,0891	8,1809
11	6050	12,3250	12,325	27,5	3,5508	3,8122	6050	1,0736	6,8579
12	7200	14,6677	14,668	30	5,0289	5,3401	7200	1,0619	5,8270
13	8450	17,2142	17,214	32,5	6,9267	7,2918	8450	1,0527	5,0075
14	9800	19,9644	19,964	35	9,3167	9,7402	9800	1,0455	4,3478
15	11250	22,9183	22,918	37,5	12,2777	12,764	11250	1,0396	3,8102
16	12800	26,0759	26,076	40	15,8939	16,447	12800	1,0348	3,3629
17	14450	29,4373	29,437	42,5	20,2557	20,88	14450	1,0308	2,9901
18	16200	33,0024	33,002	45	25,4590	26,159	16200	1,0275	2,6761
19	18050	36,7712	36,771	47,5	31,6057	32,385	18050	1,0247	2,4064
20	20000	40,7437	40,744	50	38,8035	39,667	20000	1,0223	2,1769
21	22050	44,9199	44,92	52,5	47,1659	48,118	22050	1,0202	1,9787
22	24200	49,2998	49,3	55	56,8122	57,857	24200	1,0184	1,8058
23	26450	53,8835	53,883	57,5	67,8675	69,01	26450	1,0168	1,6555
24	28800	58,6709	58,671	60	80,4629	81,706	28800	1,0154	1,5214
25	31250	63,6620	63,662	62,5	94,7351	96,084	31250	1,0142	1,4039
26	33800	68,8568	68,857	65	110,8267	112,29	33800	1,0132	1,3032
27	36450	74,2553	74,255	67,5	128,8860	130,46	36450	1,0122	1,2065
28	39200	79,8576	79,858	70	149,0675	150,76	39200	1,0114	1,1227
29	42050	85,6636	85,664	72,5	171,5311	173,35	42050	1,0106	1,0493
30	45000	91,6732	91,673	75	196,4427	198,38	45000	1,0099	0,9766

Considere-se uma treliça de aço com diâmetro de perfil igual a 0,025 m e aplicação de um carregamento vertical, uniformemente distribuído, dirigido de cima para baixo com valor de 150 N/m:

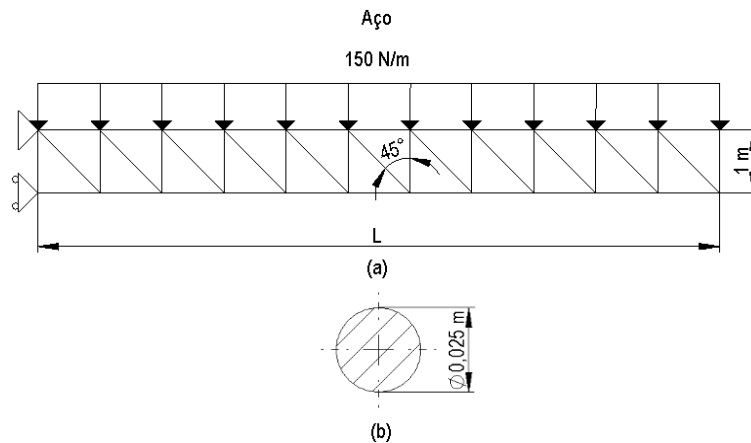


Figura 4.46 - (a) Estrutura treliçada e (b) diâmetro das secções transversais dos perfis referentes aos modelos da tabela 4.40

Tabela 4-40 - Treliça L.1.Aço.0,025.Q150

Treliça L.1.Aço.0,025.Q150									
L (m)	M (N.m)	σ (MPa)	σ_{Ansys} (MPa)	L/400	δ Analítico (mm)	δ Ansys (mm)	P'Ansys (N) Perit 39742N	Fc	Erro relativo (%)
2	300	0,611155	0,61115	5	0,005821	0,018432	300	3,166725	68,421638
3	675	1,37510	1,3751	7,5	0,029466	0,057983	675	1,967767	49,180965
4	1200	2,44462	2,4446	10	0,09313	0,14445	1200	1,55108	35,52899
5	1875	3,81972	3,8197	12,5	0,22736	0,30798	1875	1,35457	26,17566
6	2700	5,50039	5,5004	15	0,47146	0,58785	2700	1,24687	19,79886
7	3675	7,48665	7,4866	17,5	0,8734	1,0321	3675	1,1816	15,3723
8	4800	9,77848	9,7785	20	1,4901	1,6974	4800	1,1392	12,2155
9	6075	12,3759	12,376	22,5	2,3868	2,6493	6075	1,1100	9,9091
10	7500	15,2789	15,279	25	3,6378	3,9619	7500	1,0891	8,1797
11	9075	18,4874	18,487	27,5	5,3261	5,7183	9075	1,0736	6,8579
12	10800	22,0016	22,002	30	7,5434	8,0101	10800	1,0619	5,8264
13	12675	25,8213	25,821	32,5	10,3900	10,938	12675	1,0527	5,0101
14	14700	29,9466	29,947	35	13,9751	14,61	14700	1,0454	4,3458
15	16875	34,3775	34,377	37,5	18,4165	19,146	16875	1,0396	3,8102
16	19200	39,1139	39,114	40	23,8409	24,67	19200	1,0348	3,3609
17	21675	44,1559	44,156	42,5	30,3835	31,32	21675	1,0308	2,9901
18	24300	49,5036	49,504	45	38,1885	39,238	24300	1,0275	2,6748
19	27075	55,1567	55,157	47,5	47,4085	48,578	27075	1,0247	2,4074
20	30000	61,1155	61,115	50	58,2052	59,501	30000	1,0223	2,1777
21	33075	67,3798	67,38	52,5	70,7488	72,177	33075	1,0202	1,9787
22	36300	73,9498	73,95	55	85,2183	86,786	36300	1,0184	1,8064
23	39675	80,8252	80,825	57,5	101,8013	103,51	39675	1,0168	1,6507
24	43200	88,0063	88,006	60	120,6944	122,56	43200	1,0155	1,5222
25	46875	95,4930	95,493	62,5	142,1026	144,13	46875	1,0143	1,4066
26	50700	103,285	103,29	65	166,2400	168,43	50700	1,0132	1,3003
27	54675	111,383	111,38	67,5	193,3291	195,69	54675	1,0122	1,2065
28	58800	119,786	119,78	70	223,6012	226,14	58800	1,0114	1,1227
29	63075	128,495	128,5	72,5	257,2966	260,02	63075	1,0106	1,0474
30	67500	137,510	137,51	75	294,6640	297,58	67500	1,0099	0,9799

Análise das tabelas 4.37, 4.38, 4.39 e 4.40

a) Erro relativo

Como é possível verificar, o aumento do carregamento uniforme Q em conjunto com a redução do diâmetro ϕ implica maiores deformações nas estruturas e, novamente, a diferença percentual dada pelo erro relativo entre o método computacional e o método simplificado mantém-se praticamente inalterada, podendo haver apenas variações a partir da centésima do valor percentual. Tendo em conta esta análise, apesar da manipulação individual da variável do carregamento (Q) e da sua manipulação conjunta com a variável do diâmetro (ϕ) é possível verificar que no método simplificado, nem o valor do carregamento nem o diâmetro de perfil influenciam o cálculo do erro relativo. Mais uma vez, é o comprimento da estrutura (L) que dita a variação da diferença percentual, possivelmente por as variáveis ϕ e Q atuarem linearmente no método.

b) Deformações ($\delta_{Analítico}$ e δ_{Ansys})

Quanto às deformações, observa-se que o método computacional traduz valores de deformação ligeiramente superiores ao método simplificado, ou seja, existe menor rigidez naquela que é considerada a estrutura real.

c) Comprimento L

Após a análise das tabelas, verifica-se mais uma vez que o aumento do comprimento das estruturas provoca um aumento das tensões máximas, das deformações, dos esforços axiais e uma redução da diferença percentual calculada pelo erro relativo entre a deformação do método computacional e do método simplificado.

d) Limites de dimensionamento

O aumento do carregamento uniforme em conjunto com a redução do diâmetro de perfil, provocam um aumento das tensões máximas (σ e σ_{Ansys}) e das deformações ($\delta_{Analítico}$ e δ_{Ansys}) da tabela 4.37 para a tabela 4.40. Contudo, o aumento dos esforços axiais (P_{Ansys}) é provocado pelo aumento da carga e a redução da carga crítica limite máxima (P_{crit}) é afetada pela redução do diâmetro. De notar que as tensões máximas dadas pelo método simplificado e pelo método computacional tomam valores iguais.

Posto isto, os valores da tensão máxima nunca ultrapassam a tensão admissível de projeto ($\sigma_{Adm} = 120 MPa$), à exceção dos comprimentos de 29 e 30 m da tabela 4.40. As deformações nunca ultrapassam os limites impostos pelas normas europeias de projeto de estruturas nas tabelas 4.37 e 4.38, contudo na tabela 4.39 os limites são ultrapassados para os comprimentos entre 22 a 30 m e na tabela 4.40 os limites são ultrapassados para os comprimentos entre 19 a 30 m. Os esforços axiais nunca ultrapassam a carga crítica limite à exceção das estruturas com comprimento de 29 e 30 m da tabela 4.39

e das estruturas com comprimento entre os 24 e 30 m da tabela 4.40. Quer isto dizer que o projeto das estruturas que não respeita os limites de dimensionamento não deve ser concretizado.

Manipulação da variável E (Módulo de Young do material)

Para fazer a manipulação da variável E são considerados dois materiais distintos, um aço e um alumínio com valores de módulo de young iguais a 210 GPa e 70 GPa respetivamente. Nesta análise faz-se a manipulação individual da variável E , de seguida sobrepõe-se a manipulação conjunta das variáveis E e Q , e por último a manipulação da variável E com as variáveis Q e ϕ . Desta forma, será possível perceber se a manipulação individual do módulo de young e a manipulação conjunta com as restantes variáveis introduz alguma alteração no cálculo da diferença percentual.

Relembrar que em todas as análises se avalia uma gama de comprimentos L dos 2 aos 30 m, também com o intuito de entender a influência que esta variável tem no cálculo da diferença percentual.

De notar que as tabelas que dizem respeito a treliças constituídas por aço já foram introduzidas nas manipulações anteriores e devem ser tidas em conta nas comparações feitas nesta secção.

Considere-se uma treliça de alumínio com diâmetro de perfil igual a 0,1 m e aplicação de um carregamento vertical, uniformemente distribuído, dirigido de cima para baixo com valor de 50 N/m:

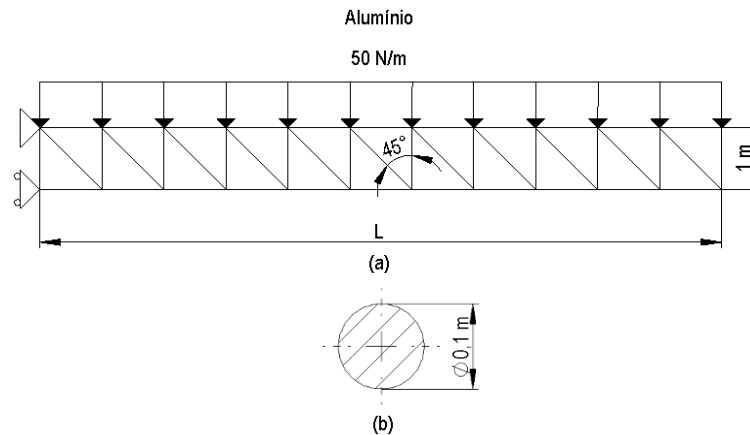


Figura 4.47 - (a) Estrutura treliçada e (b) diâmetro das secções transversais dos perfis referentes aos modelos da tabela 4.41

Tabela 4-41 - Treliça L.1.Alumínio.0,1.Q50

Treliça L.1.Alumínio.0,1.Q50									
L (m)	M (N.m)	σ (MPa)	σ_{Ansys} (MPa)	L/400	δ Analítico (mm)	δ Ansys (mm)	P'Ansys (N) Perit 3391312N	Fc	Erro relativo (%)
2	100	0,0127324	0,012732	5	0,000364	0,001152	100	3,166725	68,421638
3	225	0,0286479	0,02848	7,5	0,001842	0,003624	225	1,967801	49,181842
4	400	0,0509296	0,05093	10	0,005821	0,0090279	400	1,551046	35,527380
5	625	0,0795775	0,079577	12,5	0,014210	0,019249	625	1,354584	26,176618
6	900	0,114592	0,11459	15	0,029466	0,03674	900	1,246844	19,797493
7	1225	0,155972	0,15597	17,5	0,054590	0,064504	1225	1,181605	15,369364
8	1600	0,203718	0,20372	20	0,09313	0,10609	1600	1,13918	12,21757
9	2025	0,257831	0,25783	22,5	0,14917	0,16558	2025	1,10998	9,90841
10	2500	0,318310	0,31831	25	0,22736	0,24762	2500	1,08909	8,18019
11	3025	0,385155	0,38515	27,5	0,33288	0,3574	3025	1,07365	6,85956
12	3600	0,458366	0,45837	30	0,47146	0,50063	3600	1,06187	5,82618
13	4225	0,537944	0,53794	32,5	0,64937	0,68361	4225	1,05272	5,00799
14	4900	0,623887	0,62398	35	0,87344	0,91314	4900	1,04545	4,34738
15	5625	0,716197	0,7162	37,5	1,1510	1,1966	5625	1,0396	3,8082
16	6400	0,814873	0,81487	40	1,4901	1,5419	6400	1,0348	3,3625
17	7225	0,919916	0,91992	42,5	1,8990	1,9575	7225	1,0308	2,9901
18	8100	1,03132	1,0313	45	2,3868	2,4524	8100	1,0275	2,6758
19	9025	1,14910	1,1491	47,5	2,9630	3,0361	9025	1,0247	2,4066
20	10000	1,27324	1,2732	50	3,6378	3,7188	10000	1,0223	2,1774
21	11025	1,40375	1,4037	52,5	4,4218	4,5111	11025	1,0202	1,9795
22	12100	1,54062	1,5406	55	5,3261	5,4241	12100	1,0184	1,8060
23	13225	1,68386	1,6839	57,5	6,3626	6,4696	13225	1,0168	1,6542
24	14400	1,83346	1,8335	60	7,5434	7,66	14400	1,0155	1,5222
25	15625	1,98944	1,9894	62,5	8,8814	9,0079	15625	1,0142	1,4042
26	16900	2,15177	2,1518	65	10,3900	10,527	16900	1,0132	1,3014
27	18225	2,32048	2,3205	67,5	12,0831	12,231	18225	1,0122	1,2095
28	19600	2,49555	2,4955	70	13,9751	14,134	19600	1,0114	1,1244
29	21025	2,67699	2,677	72,5	16,0810	16,251	21025	1,0106	1,0459
30	22500	2,86479	2,8648	75	18,4165	18,599	22500	1,0099	0,9812

Considere-se uma treliça de alumínio com diâmetro de perfil igual a 0,05 m e aplicação de um carregamento vertical, uniformemente distribuído, dirigido de cima para baixo com valor de 50 N/m:

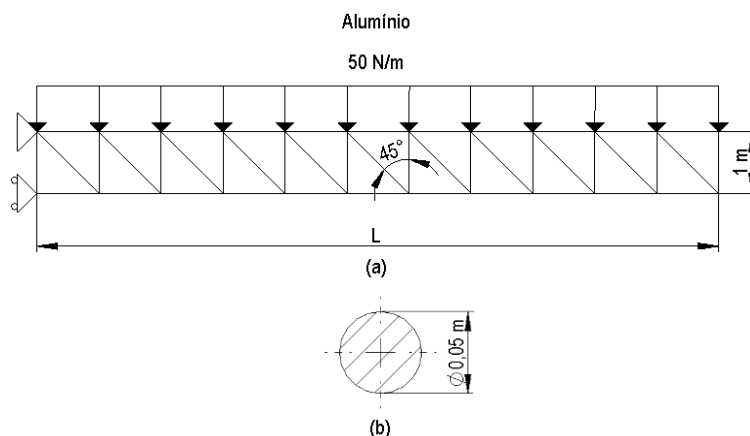


Figura 4.48 - (a) Estrutura treliçada e (b) diâmetro das secções transversais dos perfis referentes aos modelos da tabela 4.42

Tabela 4-42 - Treliça L.1.Alumínio.0,05.Q50

Treliça L.1.Alumínio.0,05.Q50									
L (m)	M (N.m)	σ (MPa)	σ_{Ansys} (MPa)	L/400	δ Analítico (mm)	δ Ansys (mm)	P'Ansys (N) Pcrit 211957N	Fc	Erro relativo (%)
2	100	0,0509296	0,05093	5	0,0014551	0,0046079	100	3,1666567	68,4209530
3	225	0,114592	0,11459	7,5	0,007367	0,014496	225	1,967801	49,181842
4	400	0,203718	0,20372	10	0,023282	0,036112	400	1,551063	35,528094
5	625	0,318310	0,31831	12,5	0,056841	0,076994	625	1,354549	26,174700
6	900	0,458366	0,45837	15	0,11787	0,14696	900	1,24684	19,79749
7	1225	0,623887	0,62389	17,5	0,21836	0,25802	1225	1,18162	15,37068
8	1600	0,814873	0,81487	20	0,37251	0,42434	1600	1,13913	12,21343
9	2025	1,03132	1,0313	22,5	0,59669	0,66232	2025	1,10998	9,90841
10	2500	1,27324	1,2732	25	0,90946	0,99048	2500	1,08909	8,18019
11	3025	1,54062	1,5406	27,5	1,3315	1,4296	3025	1,0736	6,8596
12	3600	1,83346	1,8335	30	1,8858	2,0025	3600	1,0619	5,8252
13	4225	2,15177	2,1518	32,5	2,5975	2,7344	4225	1,0527	5,0066
14	4900	2,49555	2,4956	35	3,4938	3,6526	4900	1,0455	4,3484
15	5625	2,86479	2,8648	37,5	4,6041	4,7864	5625	1,0396	3,8082
16	6400	3,25949	3,2595	40	5,9602	6,1676	6400	1,0348	3,3625
17	7225	3,67966	3,6797	42,5	7,5959	7,83	7225	1,0308	2,9901
18	8100	4,12530	4,1253	45	9,5471	9,8095	8100	1,0275	2,6748
19	9025	4,59639	4,5964	47,5	11,8521	12,144	9025	1,0246	2,4034
20	10000	5,09296	5,093	50	14,5513	14,875	10000	1,0222	2,1761
21	11025	5,61499	5,615	52,5	17,6872	18,044	11025	1,0202	1,9773
22	12100	6,16248	6,1625	55	21,3046	21,696	12100	1,0184	1,8041
23	13225	6,73544	6,7354	57,5	25,4503	25,879	13225	1,0168	1,6564
24	14400	7,33386	7,3339	60	30,1736	30,64	14400	1,0155	1,5222
25	15625	7,95775	7,9577	62,5	35,5257	36,032	15625	1,0143	1,4053
26	16900	8,60710	8,6071	65	41,5600	42,107	16900	1,0132	1,2991
27	18225	9,28192	9,2819	67,5	48,3323	48,922	18225	1,0122	1,2055
28	19600	9,98220	9,9822	70	55,9003	56,535	19600	1,0114	1,1227
29	21025	10,7079	10,708	72,5	64,3242	65,005	21025	1,0106	1,0474
30	22500	11,4592	11,459	75	73,6660	74,394	22500	1,0099	0,9786

Considere-se uma treliça de alumínio com diâmetro de perfil igual a 0,025 m e aplicação de um carregamento vertical, uniformemente distribuído, dirigido de cima para baixo com valor de 50 N/m:

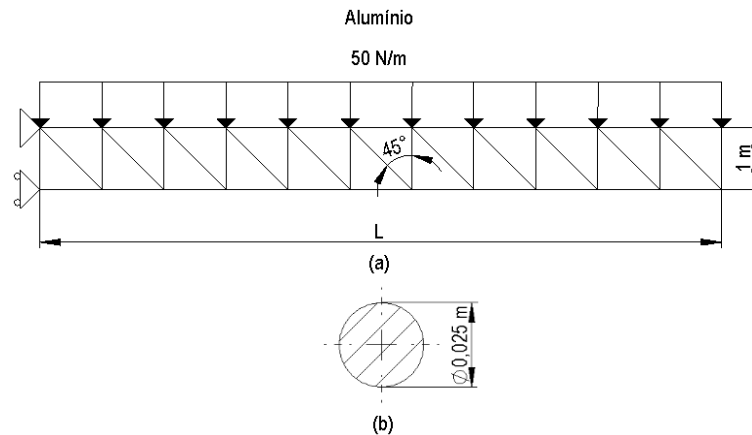


Figura 4.49 - (a) Estrutura treliçada e (b) diâmetro das secções transversais dos perfis referentes aos modelos da tabela 4.43

Tabela 4-43 - Treliça L.1.Alumínio.0,025.Q50

Treliça L.1.Alumínio.0,025.Q50									
L (m)	M (N.m)	σ (MPa)	σ_{Ansys} (MPa)	L/400	δ Analítico (mm)	δ Ansys (mm)	P'Ansys (N) Perit 13247N	Fc	Erro relativo (%)
2	100	0,203718	0,20372	5	0,005821	0,018432	100	3,166725	68,421638
3	225	0,458366	0,45837	7,5	0,029466	0,057983	225	1,967767	49,180965
4	400	0,814873	0,81487	10	0,09313	0,14445	400	1,55108	35,52899
5	625	1,27324	1,2732	12,5	0,22736	0,30798	625	1,35457	26,17566
6	900	1,83346	1,8335	15	0,47146	0,58785	900	1,24687	19,79886
7	1225	2,49555	2,4955	17,5	0,8734	1,0321	1225	1,1816	15,3723
8	1600	3,25949	3,2595	20	1,4901	1,6974	1600	1,1392	12,2155
9	2025	4,12530	4,1253	22,5	2,3868	2,6493	2025	1,1100	9,9091
10	2500	5,09296	5,093	25	3,6378	3,9619	2500	1,0891	8,1797
11	3025	6,16248	6,1625	27,5	5,3261	5,7183	3025	1,0736	6,8579
12	3600	7,33386	7,3339	30	7,5434	8,0101	3600	1,0619	5,8264
13	4225	8,60710	8,6071	32,5	10,3900	10,938	4225	1,0527	5,0101
14	4900	9,98220	9,9822	35	13,9751	14,61	4900	1,0454	4,3458
15	5625	11,4592	11,459	37,5	18,4165	19,146	5625	1,0396	3,8102
16	6400	13,0380	13,038	40	23,8409	24,67	6400	1,0348	3,3609
17	7225	14,7186	14,719	42,5	30,3835	31,32	7225	1,0308	2,9901
18	8100	16,5012	16,501	45	38,1885	39,238	8100	1,0275	2,6748
19	9025	18,3856	18,386	47,5	47,4085	48,578	9025	1,0247	2,4074
20	10000	20,3718	20,372	50	58,2052	59,501	10000	1,0223	2,1777
21	11025	22,4599	22,46	52,5	70,7488	72,177	11025	1,0202	1,9787
22	12100	24,6499	24,65	55	85,2183	86,786	12100	1,0184	1,8064
23	13225	26,9417	26,942	57,5	101,8013	103,51	13225	1,0168	1,6507
24	14400	29,3354	29,335	60	120,6944	122,56	14400	1,0155	1,5222
25	15625	31,8310	31,831	62,5	142,1026	144,13	15625	1,0143	1,4066
26	16900	34,4284	34,428	65	166,2400	168,43	16900	1,0132	1,3003
27	18225	37,1277	37,128	67,5	193,3291	195,69	18225	1,0122	1,2065
28	19600	39,9288	39,929	70	223,6012	226,14	19600	1,0114	1,1227
29	21025	42,8318	42,832	72,5	257,2966	260,02	21025	1,0106	1,0474
30	22500	45,8366	45,837	75	294,6640	297,58	22500	1,0099	0,9799

Análise das tabelas 4.41, 4.42 e 4.43

a) Erro relativo

Como é possível verificar, quando as tabelas 4.41, 4.42 e 4.43 são comparadas respetivamente com as tabelas 4.32, 4.33 e 4.34, (que dizem respeito a treliças de igual comprimento, diâmetro e carga) a redução do módulo de young E , implica maiores deformações nas estruturas. No entanto, a diferença percentual dada pelo erro relativo entre o método computacional e o método simplificado mantém-se praticamente inalterada, podendo existir apenas variações a partir da centésima do valor percentual. Tendo em conta esta análise verifica-se que no método simplificado não é o módulo de young (E) que influencia o cálculo do erro relativo, mas sim o comprimento da estrutura (L), possivelmente por a variável E atuar linearmente no método.

b) Deformações ($\delta_{Analítico}$ e δ_{Ansys})

Quanto às deformações, observa-se que o método computacional continua a ter valores de deformação ligeiramente superiores ao método simplificado, ou seja, existe menor rigidez naquela que é considerada a estrutura real.

c) Comprimento L

Após a análise das tabelas verifica-se que o aumento do comprimento das estruturas provoca um aumento das tensões máximas, das deformações, dos esforços axiais e uma redução da diferença percentual calculada pelo erro relativo entre a deformação do método computacional e do método simplificado.

d) Limites de dimensionamento

É possível verificar que nas tabelas 4.41, 4.42 e 4.43 a redução do módulo de young provoca um aumento das deformações ($\delta_{Analítico}$ e δ_{Ansys}) e uma redução da carga crítica limite (P_{crit}) quando comparadas respetivamente com as tabelas 4.32, 4.33 e 4.34 que dizem respeito a treliças de igual comprimento, diâmetro e carga. De notar que as tensões máximas dadas pelo método simplificado e pelo método computacional tomam valores iguais. Posto isto, os valores da tensão máxima nunca ultrapassam a tensão admissível de projeto ($\sigma_{Adm} = 100 MPa$), as deformações nunca ultrapassam os limites impostos pelas normas europeias de projeto de estruturas, à exceção dos comprimentos entre 19 e 30 m da tabela 4.43. E os esforços axiais nunca ultrapassam a carga crítica limite à exceção dos comprimentos entre os 24 e 30 m da tabela 4.43. Quer isto dizer que as estruturas que não respeitam os limites de dimensionamento impostos não devem ser projetadas.

Como já foi mencionado, existe interesse em manipular a variável E com a variável Q de forma a entender se a variação conjunta delas provoca grandes alterações no cálculo do erro relativo entre o método computacional e o método simplificado. Para fazer a análise de resultados as tabelas seguintes devem ser comparadas com a tabela 4.32 que diz respeito a treliças $L.1.Aço.0,1.Q50$.

Considere-se uma treliça de alumínio com diâmetro de perfil igual a $0,1\text{ m}$ e aplicação de um carregamento vertical, uniformemente distribuído, dirigido de cima para baixo com valor de 100 N/m :

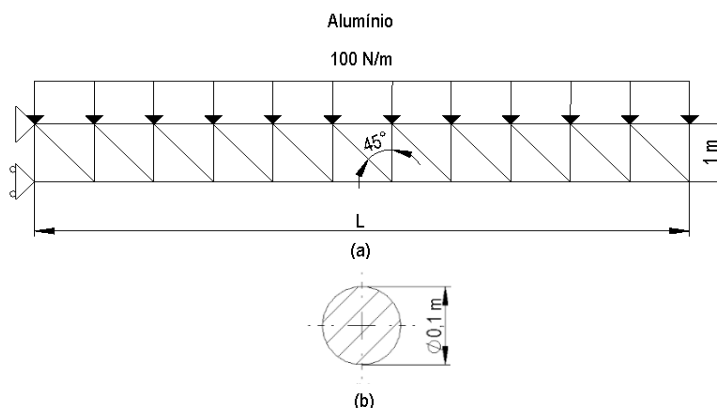


Figura 4.50 - (a) Estrutura treliçada e (b) diâmetro das secções transversais dos perfis referentes aos modelos da tabela 4.44

Tabela 4-44 - Treliça L.1.Alumínio.0,1.Q100

Treliça L.1.Alumínio.0,1.Q100									
L (m)	M (N.m)	σ (MPa)	σ_{Ansys} (MPa)	L/400	δ Analítico (mm)	δ Ansys (mm)	P'Ansys (N) Perit 3391312N	Fc	Erro relativo (%)
2	200	0,0254648	0,025465	5	0,000728	0,002304	200	3,166725	68,421638
3	450	0,0572958	0,057296	7,5	0,003683	0,0072479	450	1,967773	49,181141
4	800	0,101859	0,10186	10	0,011641	0,018056	800	1,551063	35,528094
5	1250	0,159155	0,15915	12,5	0,028421	0,038497	1250	1,354549	26,174700
6	1800	0,229183	0,22918	15	0,058933	0,073481	1800	1,246861	19,798585
7	2450	0,311944	0,31194	17,5	0,10918	0,12901	2450	1,18162	15,37068
8	3200	0,407437	0,40744	20	0,18626	0,21217	3200	1,13913	12,21343
9	4050	0,515662	0,51566	22,5	0,29835	0,33116	4050	1,10998	9,90841
10	5000	0,636620	0,63662	25	0,45473	0,49524	5000	1,08909	8,18019
11	6050	0,770310	0,77031	27,5	0,66577	0,71479	6050	1,07363	6,85826
12	7200	0,916732	0,91673	30	0,9429	1,0013	7200	1,0619	5,8299
13	8450	1,07589	1,0759	32,5	1,2987	1,3672	8450	1,0527	5,0066
14	9800	1,24777	1,2478	35	1,7469	1,8263	9800	1,0455	4,3484
15	11250	1,43239	1,4324	37,5	2,3021	2,3932	11250	1,0396	3,8082
16	12800	1,62975	1,6297	40	2,9801	3,0838	12800	1,0348	3,3625
17	14450	1,83983	1,8398	42,5	3,7979	3,915	14450	1,0308	2,9901
18	16200	2,06265	2,0626	45	4,7736	4,9048	16200	1,0275	2,6758
19	18050	2,29820	2,2982	47,5	5,9261	6,0722	18050	1,0247	2,4066
20	20000	2,54648	2,5465	50	7,2757	7,4376	20000	1,0223	2,1774
21	22050	2,80749	2,8075	52,5	8,8436	9,0221	22050	1,0202	1,9784
22	24200	3,08124	3,0812	55	10,6523	10,848	24200	1,0184	1,8041
23	26450	3,36772	3,3677	57,5	12,7252	12,939	26450	1,0168	1,6526
24	28800	3,66693	3,6669	60	15,0868	15,32	28800	1,0155	1,5222
25	31250	3,97887	3,9789	62,5	17,7628	18,016	31250	1,0143	1,4053
26	33800	4,30355	4,3035	65	20,7800	21,054	33800	1,0132	1,3014
27	36450	4,64096	4,641	67,5	24,1661	24,461	36450	1,0122	1,2055
28	39200	4,99110	4,9911	70	27,9502	28,267	39200	1,0113	1,1209
29	42050	5,35397	5,354	72,5	32,1621	32,502	42050	1,0106	1,0459
30	45000	5,72958	5,7296	75	36,8330	37,197	45000	1,0099	0,9786

Considere-se uma treliça de alumínio com diâmetro de perfil igual a 0,1 m e aplicação de um carregamento vertical, uniformemente distribuído, dirigido de cima para baixo com valor de 150 N/m:

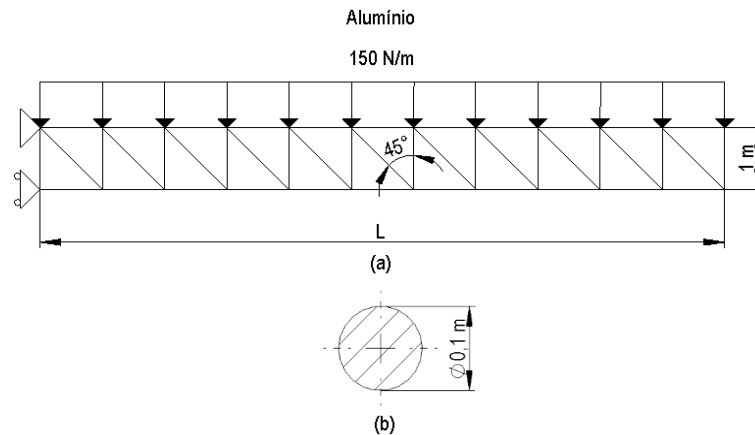


Figura 4.51 - (a) Estrutura treliçada e (b) diâmetro das secções transversais dos perfis referentes aos modelos da tabela 4.45

Tabela 4-45 - Treliça L.1.Alumínio.0,1.Q150

Treliça L.1.Alumínio.0,1.Q150									
L (m)	M (N.m)	σ (MPa)	σ_{Ansys} (MPa)	L/400	δ Analítico (mm)	δ Ansys (mm)	P'Ansys (N) Pcrit 3391312N	Fc	Erro relativo (%)
2	300	0,0381972	0,038197	5	0,001091	0,003456	300	3,166725	68,421638
3	675	0,0859437	0,085944	7,5	0,005525	0,010872	675	1,967801	49,181842
4	1200	0,152789	0,15279	10	0,017462	0,027084	1200	1,551063	35,528094
5	1875	0,238732	0,23873	12,5	0,042631	0,057746	1875	1,354561	26,175340
6	2700	0,343775	0,34377	15	0,08840	0,11022	2700	1,24684	19,79749
7	3675	0,467916	0,46792	17,5	0,16377	0,19351	3675	1,18159	15,36849
8	4800	0,611155	0,61115	20	0,27939	0,31826	4800	1,13914	12,21481
9	6075	0,773493	0,77349	22,5	0,44752	0,49674	6075	1,10998	9,90841
10	7500	0,954930	0,95493	25	0,68209	0,74286	7500	1,08909	8,18019
11	9075	1,15546	1,1555	27,5	0,9987	1,0722	9075	1,0736	6,8596
12	10800	1,37510	1,3751	30	1,4144	1,5019	10800	1,0619	5,8268
13	12675	1,61383	1,6138	32,5	1,9481	2,0508	12675	1,0527	5,0066
14	14700	1,87166	1,8717	35	2,6203	2,7394	14700	1,0454	4,3467
15	16875	2,14859	2,1486	37,5	3,4531	3,5898	16875	1,0396	3,8082
16	19200	2,44462	2,4446	40	4,4702	4,6257	19200	1,0348	3,3625
17	21675	2,75975	2,7597	42,5	5,6969	5,8725	21675	1,0308	2,9901
18	24300	3,09397	3,094	45	7,1603	7,3571	24300	1,0275	2,6745
19	27075	3,44730	3,4473	47,5	8,8891	9,1084	27075	1,0247	2,4077
20	30000	3,81972	3,8197	50	10,9135	11,156	30000	1,0222	2,1739
21	33075	4,21124	4,2112	52,5	13,2654	13,533	33075	1,0202	1,9773
22	36300	4,62186	4,6219	55	15,9784	16,272	36300	1,0184	1,8041
23	39675	5,05158	5,0516	57,5	19,0877	19,409	39675	1,0168	1,6552
24	43200	5,50039	5,5004	60	22,6302	22,98	43200	1,0155	1,5222
25	46875	5,96831	5,9683	62,5	26,6442	27,024	46875	1,0143	1,4053
26	50700	6,45532	6,4553	65	31,1700	31,58	50700	1,0132	1,2983
27	54675	6,96144	6,9614	67,5	36,2492	36,692	54675	1,0122	1,2068
28	58800	7,48665	7,4866	70	41,9252	42,401	58800	1,0113	1,1221
29	63075	8,03096	8,031	72,5	48,2431	48,754	63075	1,0106	1,0479
30	67500	8,59437	8,5944	75	55,2495	55,796	67500	1,0099	0,9795

Análise das tabelas 4.44 e 4.45

a) Erro relativo

Como é possível verificar, quando as tabelas 4.44 e 4.45 são comparadas com a tabela 4.32, o aumento do carregamento Q em conjunto com a redução da módulo de young E , implica maiores deformações, contudo a diferença percentual dada pelo erro relativo entre o método computacional e o método simplificado mantém-se praticamente inalterada para o mesmo comprimento, havendo apenas variações a partir da centésima valor percentual. Tendo em conta esta análise, é possível verificar que no método simplificado não é o módulo de young (E) nem o carregamento (Q) que influenciam o cálculo do erro relativo, mas sim o comprimento da estrutura (L), possivelmente por as variáveis E e Q atuarem linearmente no método simplificado.

b) Deformações ($\delta_{Analítico}$ e δ_{Ansys})

Quanto às deformações, observa-se novamente que o método computacional traduz valores de deformação ligeiramente superiores ao método simplificado, ou seja, existe menor rigidez naquela que é considerada a estrutura real.

c) Comprimento L

Após a análise das tabelas, verifica-se que o aumento do comprimento das estruturas provoca novamente um aumento das tensões máximas, das deformações, dos esforços axiais e uma redução da diferença percentual calculada pelo erro relativo entre a deformação do método computacional e do método simplificado.

d) Limites de dimensionamento

Quando as tabelas 4.44 e 4.45 são comparadas com a tabela 4.32, percebe-se que o aumento do carregamento provoca um aumento das tensões máximas (σ e σ_{Ansys}), das deformações ($\delta_{Analítico}$ e δ_{Ansys}) e dos esforços axiais (P'_{Ansys}), enquanto que a redução do módulo de young contribui no aumento das deformações e na redução da carga crítica limite (P_{crit}). De notar que as tensões máximas dadas pelo método simplificado e pelo método computacional tomam valores iguais. No entanto, os valores da tensão máxima nunca ultrapassam a tensão admissível de projeto ($\sigma_{Adm} = 100 MPa$), as deformações nunca ultrapassam os limites impostos pelas normas europeias de projeto de estruturas e os esforços axiais nunca ultrapassam a carga crítica limite. Quer isto dizer que as estruturas estão dentro dos limites de dimensionamento.

De notar que caso sejam feitas comparações entre treliças de igual comprimento e diâmetro de perfil, mas com módulo de young e carregamentos diferentes, apesar das deformações serem distintas, a diferença percentual dada pelo erro relativo entre o método computacional e o método simplificado mantêm-se mais uma vez praticamente inalterada, podendo haver apenas alterações a partir das centésimas do valor percentual. Tome-se como exemplo a treliça *L.1.Aço.0,1.Q50* e *L.1.Alumínio.0,1.Q100* que correspondem às tabelas 4.32 e 4.44:

Tabela 4-46 - Comparação dos erros relativos entre as tabelas 4.32 e 4.44

L (m)	Erro relativo (%)	
	L.1.Aço.0,1.Q50	L.1.Alumínio.0,1.Q100
2	68,4208159	68,42163828
3	49,18184173	49,18184173
4	35,52738031	35,52738031
5	26,17508403	26,17661813
6	19,7996764	19,79749349
7	15,3680519	15,36936395
8	12,21426189	12,21757175
9	9,907866023	9,908410123
10	8,180193677	8,180193677
11	6,856954115	6,859560244
12	5,828057231	5,826176162
13	5,007986391	5,007986391
14	4,347380721	4,347380721
15	3,808986649	3,808182779
16	3,363098361	3,362471622
17	2,990111279	2,990111279
18	2,67501479	2,675808502
19	2,403391028	2,406605567
20	2,177388656	2,177388656
21	1,979521981	1,979521981
22	1,804149945	1,805960307
23	1,652637254	1,6541574
24	1,520925489	1,522211117
25	1,403070283	1,404164844
26	1,298617157	1,301429963
27	1,207077142	1,209500319
28	1,121602118	1,124400431
29	1,047681192	1,045854492
30	0,978570542	0,981232551

De forma mais ilustrativa, a figura seguinte mostra um gráfico de barras que faz a comparação entre os erros relativos dados pelas treliças das tabelas 4.32 e 4.44 e onde se verifica que para cada comprimento, ambas as treliças apresentam o mesmo valor de erro relativo.

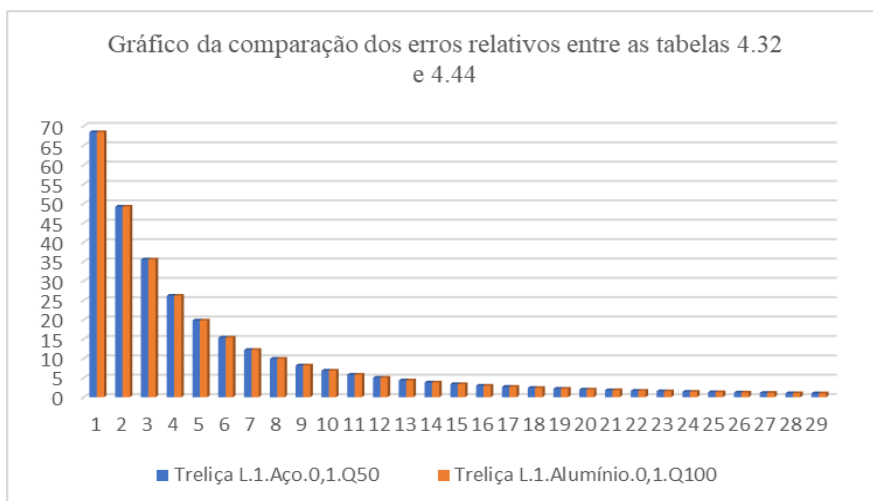


Figura 4.52 - Gráfico da comparação dos erros relativos entre as tabelas 4.32 e 4.44

Posto isto, também existe interesse em introduzir a manipulação do diâmetro ϕ juntamente com as variáveis E e Q de forma a ser possível compreender se a manipulação conjunta destas três variáveis introduz variações no cálculo da diferença percentual. Mais uma vez, para fazer a análise de resultados, as tabelas seguintes devem ser comparadas com a tabela 4.32 que diz respeito a treliças *L.1.Aço.0,1.Q50*.

Considere-se uma treliça de alumínio com diâmetro de perfil igual a 0,05 m e aplicação de um carregamento vertical, uniformemente distribuído, dirigido de cima para baixo com valor de 100 N/m:

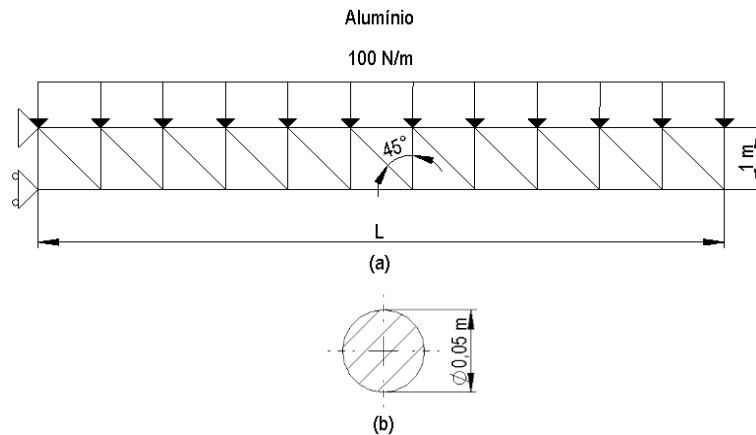


Figura 4.53 - (a) Estrutura treliçada e (b) diâmetro das secções transversais dos perfis referentes aos modelos da tabela 4.47

Tabela 4-47 - Treliça L.1.Alumínio.0,05.Q100

Treliça L.1.Alumínio.0,05.Q100									
L (m)	M (N.m)	σ (MPa)	σ_{Ansys} (MPa)	L/400	δ Analítico (mm)	δ Ansys (mm)	P'Ansys (N) Pcrit 211957N	Fc	Erro relativo (%)
2	200	0,101859	0,10186	5	0,0029103	0,0092159	200	3,1666910	68,4212956
3	450	0,229183	0,22918	7,5	0,014733	0,028992	450	1,967801	49,181842
4	800	0,407437	0,40744	10	0,046564	0,072223	800	1,551042	35,527202
5	1250	0,636620	0,63662	12,5	0,11368	0,15399	1250	1,35457	26,17566
6	1800	0,916732	0,91673	15	0,23573	0,29392	1800	1,24684	19,79749
7	2450	1,24777	1,2478	17,5	0,43672	0,51603	2450	1,18160	15,36904
8	3200	1,62975	1,6297	20	0,74503	0,84276	3200	1,13118	11,59677
9	4050	2,06265	2,0626	22,5	1,1934	1,3246	4050	1,1099	9,9057
10	5000	2,54648	2,5465	25	1,8189	1,981	5000	1,0891	8,1820
11	6050	3,08124	3,0812	27,5	2,6631	2,8592	6050	1,0736	6,8596
12	7200	3,66693	3,6669	30	3,7717	4,0051	7200	1,0619	5,8276
13	8450	4,30355	4,3036	32,5	5,1950	5,4689	8450	1,0527	5,0083
14	9800	4,99110	4,9911	35	6,9875	7,3051	9800	1,0454	4,3471
15	11250	5,72958	5,7296	37,5	9,2083	9,5728	11250	1,0396	3,8082
16	12800	6,51899	6,519	40	11,9204	12,335	12800	1,0348	3,3609
17	14450	7,35932	7,3593	42,5	15,1917	15,66	14450	1,0308	2,9901
18	16200	8,25059	8,2506	45	19,0942	19,619	16200	1,0275	2,6748
19	18050	9,19279	9,1928	47,5	23,7043	24,289	18050	1,0247	2,4074
20	20000	10,1859	10,186	50	29,1026	29,75	20000	1,0222	2,1761
21	22050	11,2300	11,23	52,5	35,3744	36,089	22050	1,0202	1,9801
22	24200	12,3250	12,325	55	42,6091	43,393	24200	1,0184	1,8064
23	26450	13,4709	13,471	57,5	50,9007	51,757	26450	1,0168	1,6545
24	28800	14,6677	14,688	60	60,3472	61,28	28800	1,0155	1,5222
25	31250	15,9155	15,915	62,5	71,0513	72,063	31250	1,0142	1,4039
26	33800	17,2142	17,214	65	83,1200	84,214	33800	1,0132	1,2991
27	36450	18,5638	18,564	67,5	96,6645	97,845	36450	1,0122	1,2065
28	39200	19,9644	19,964	70	111,8006	113,07	39200	1,0114	1,1227
29	42050	21,4159	21,416	72,5	128,6483	130,01	42050	1,0106	1,0474
30	45000	22,9183	22,918	75	147,3320	148,79	45000	1,0099	0,9799

Considere-se uma treliça de alumínio com diâmetro de perfil igual a 0,05 m e aplicação de um carregamento vertical, uniformemente distribuído, dirigido de cima para baixo com valor de 150 N/m:

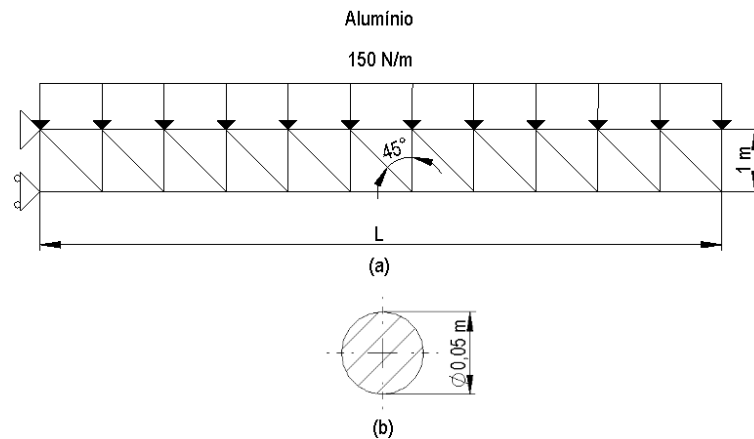


Figura 4.54 - (a) Estrutura treliçada e (b) diâmetro das secções transversais dos perfis referentes aos modelos da tabela 4.48

Tabela 4-48 - Treliça L.1.Alumínio.0,05.Q150

Treliça L.1.Alumínio.0,05.Q150									
L (m)	M (N.m)	σ (MPa)	σ_{Ansys} (MPa)	L/400	δ Analítico (mm)	δ Ansys (mm)	P'Ansys (N) Pcrit 211957N	Fc	Erro relativo (%)
2	300	0,152789	0,15279	5	0,004365	0,013824	300	3,166725	68,421638
3	675	0,343775	0,34377	7,5	0,022100	0,043488	675	1,967801	49,181842
4	1200	0,611155	0,61116	10	0,06985	0,10834	1200	1,55112	35,53047
5	1875	0,954930	0,95493	12,5	0,17052	0,23098	1875	1,35454	26,17406
6	2700	1,37510	1,3751	15	0,35360	0,44089	2700	1,24687	19,79931
7	3675	1,87166	1,8717	17,5	0,65508	0,77405	3675	1,18161	15,36958
8	4800	2,44462	2,4446	20	1,1175	1,273	4800	1,1391	12,2121
9	6075	3,09397	3,094	22,5	1,7901	1,9869	6075	1,1099	9,9057
10	7500	3,81972	3,8197	25	2,7284	2,9715	7500	1,0891	8,1820
11	9075	4,62186	4,6219	27,5	3,9946	4,2888	9075	1,0736	6,8596
12	10800	5,50039	5,5004	30	5,6575	6,0076	10800	1,0619	5,8268
13	12675	6,45532	6,4553	32,5	7,7925	8,2033	12675	1,0527	5,0078
14	14700	7,48665	7,4867	35	10,4813	10,958	14700	1,0455	4,3502
15	16875	8,59437	8,5944	37,5	13,8124	14,359	16875	1,0396	3,8068
16	19200	9,77848	9,7785	40	17,8806	18,503	19200	1,0348	3,3635
17	21675	11,0390	11,039	42,5	22,7876	23,49	21675	1,0308	2,9901
18	24300	12,3759	12,376	45	28,6413	29,429	24300	1,0275	2,6765
19	27075	13,7892	13,789	47,5	35,5564	36,433	27075	1,0247	2,4061
20	30000	15,2789	15,279	50	43,6539	44,626	30000	1,0223	2,1783
21	33075	16,8450	16,845	52,5	53,0616	54,133	33075	1,0202	1,9792
22	36300	18,4874	18,487	55	63,9137	65,089	36300	1,0184	1,8057
23	39675	20,2063	20,206	57,5	76,3510	77,636	39675	1,0168	1,6552
24	43200	22,0016	22,002	60	90,5208	91,92	43200	1,0155	1,5222
25	46875	23,8732	23,873	62,5	106,5770	108,09	46875	1,0142	1,3998
26	50700	25,8213	25,821	65	124,6800	126,32	50700	1,0132	1,2983
27	54675	27,8457	27,846	67,5	144,9968	146,77	54675	1,0122	1,2082
28	58800	29,9466	29,947	70	167,7009	169,6	58800	1,0113	1,1197
29	63075	32,1238	32,124	72,5	192,9725	195,01	63075	1,0106	1,0448
30	67500	34,3775	34,377	75	220,9980	223,18	67500	1,0099	0,9777

Análise das tabelas 4.47 e 4.48

a) Erro relativo

Como é possível verificar, quando as tabelas 4.47 e 4.48 são comparadas com a tabela 4.32, o aumento do carregamento Q e a redução do módulo de young e do diâmetro, implicam maiores deformações nas estruturas mas a diferença percentual dada pelo erro relativo entre o método computacional e o método simplificado mantêm-se praticamente inalterada, havendo apenas variações a partir da centésima ou da milésima do valor percentual. Tendo em conta esta análise, é possível verificar que no método simplificado não é o módulo de young (E), o carregamento (Q) nem o diâmetro de perfil (ϕ) que influenciam o cálculo do erro relativo, mas sim o comprimento da estrutura (L), possivelmente por as variáveis E , Q e ϕ atuarem linearmente no método simplificado.

b) Deformações ($\delta_{Analítico}$ e δ_{Ansys})

Quanto às deformações, observa-se que o método computacional, novamente, traduz valores de deformação ligeiramente superiores ao método simplificado, ou seja, existe menor rigidez naquela que é considerada a estrutura real.

c) Comprimento L

Após a análise das tabelas, verifica-se que o aumento do comprimento das estruturas provoca um aumento das tensões máximas, das deformações, dos esforços axiais e uma redução da diferença percentual calculada pelo erro relativo entre a deformação do método computacional e do método simplificado.

d) Limite de dimensionamento

Quando as tabelas 4.47 e 4.48 são comparadas com a tabela 4.32, percebe-se que o aumento do carregamento uniforme provoca um aumento das tensões máximas (σ e σ_{Ansys}), das deformações ($\delta_{Analítico}$ e δ_{Ansys}) e dos esforços axiais (P_{Ansys}). A redução do módulo de young contribui para o aumento das deformações e para a redução da carga crítica limite (P_{Crit}). A redução do diâmetro implica maiores tensões, deformações e uma redução da carga crítica limite. De notar que as tensões máximas dadas pelo método simplificado e pelo método computacional tomam valores iguais. Posto isto, os valores da tensão máxima nunca ultrapassam a tensão admissível de projeto ($\sigma_{Adm} = 100 \text{ MPa}$), as deformações ultrapassam os limites impostos pelas normas europeias de projeto de estruturas na tabela 4.47 para comprimentos entre 24 e 30 m e na tabela 4.48 para comprimentos entre 21 e 30 m. Os esforços axiais nunca ultrapassam a carga crítica limite. Quer isto dizer que o projeto das estruturas que não respeitam os limites de dimensionamento não devem ser concretizados.

De notar que caso sejam feitas comparações entre treliças de igual comprimento mas diferente diâmetros, carregamento e módulo de young, apesar das deformações serem diferentes, a diferença percentual dada pelo erro relativo entre o método computacional e o método simplificado mantém-se mais uma vez praticamente inalterada, podendo haver apenas alterações a partir das centésimas do valor percentual. Tome-se como exemplo as treliças, *L.1.Aço.0.025.Q50* e *L.1.Alumínio.0,1.Q100* que correspondem às tabelas 4.34, 4.44:

Tabela 4-49 - Comparação dos erros relativos entre as tabelas 4.34 e 4.44

L (m)	Erro relativo (%)	
	<i>L.1.Aço.0.025.Q50</i>	<i>L.1.Alumínio.0,1.Q100</i>
2	68,4211243	68,42163828
3	49,18184173	49,18114058
4	35,52764811	35,52809445
5	26,17565932	26,17470049
6	19,79885782	19,79858496
7	15,36903594	15,37067595
8	12,21395158	12,21343439
9	9,908070061	9,908410123
10	8,177412523	8,180193677
11	6,857931431	6,858257198
12	5,8252356	5,829938224
13	5,007465301	5,006596806
14	4,347773536	4,348428222
15	3,808685199	3,808182779
16	3,362863334	3,362471622
17	2,990111279	2,990111279
18	2,672335916	2,675808502
19	2,409418115	2,406605567
20	2,179361482	2,177388656
21	1,978707147	1,978435532
22	1,807544319	1,804149945
23	1,65548749	1,652637254
24	1,521407603	1,522211117
25	1,403891206	1,40525938
26	1,299671978	1,301429963
27	1,206471329	1,205461625
28	1,122651504	1,120902515
29	1,046996188	1,045854492
30	0,978570542	0,978570542

De forma mais ilustrativa, a figura seguinte mostra um gráfico de barras que faz a comparação entre os erros relativos dados pelas treliças das tabelas 4.32 e 4.44 e onde se verifica que para cada comprimento, ambas as treliças apresentam o mesmo valor de erro relativo.

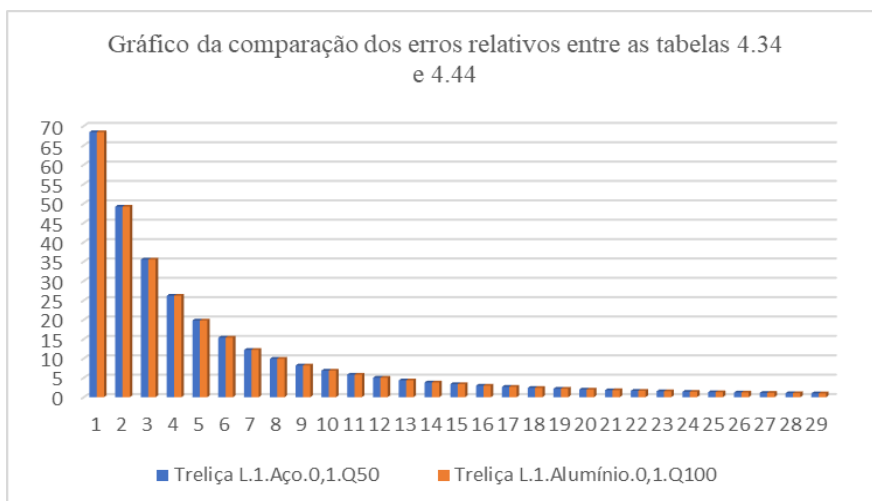


Figura 4.55 - Gráfico da comparação dos erros relativos entre as tabelas 4.34 e 4.44

4.6.2 2º Fase - Caso de estudo nº2

Na 2º fase do caso de estudo nº2 a abordagem feita é igual àquela que é aplicada na 2º fase do caso de estudo nº1. Quer isto dizer que as variáveis e condições impostas são iguais àquelas que são descritas na secção 4.5.2, porém, como o caso de estudo nº2 diz respeito à aplicação de um carregamento uniformemente distribuído, de direção vertical e com sentido de cima para baixo ao longo do comprimento da estrutura, a variável do carregamento Q tem de ser fixada e vai tomar o valor de 50 N/m.

Resumidamente, as variáveis e condições que são tidas em conta na segunda fase do estudo tomam os seguintes valores:

Tabela 4-50 - Variáveis a ter em conta na 2º fase do caso de estudo nº2

Razão comprimento/altura, $\frac{L}{H}$	[2;30]
Altura da estrutura, H (m)	[0,5; 2] (m)
Material da estrutura	Aço
Diâmetro das longarinas, ϕ (m)	[0,025; 0,1] (m)
Tensão de cedência (σ_{Ced}) / Módulo de young do material (E)	Aço – 240 MPa / 210 GPa
Comprimentos das barras horizontais e verticais, L_h e L_v (m)	[0,5; 2] (m)
Carregamento Uniforme, Q (N/m)	50 N/m
Ângulo entre a barra horizontal e diagonal, θ_b°	45°

Manipulação da variável H (Altura da estrutura)

Para fazer a manipulação da variável H consideram-se duas medidas de altura, 0,5 e 2 m associadas respetivamente aos diâmetros de 0,025 e 0,1 m.

Esta manipulação é feita em conjunto com a variável L através da razão $\frac{L}{H}$. Para cada medida de altura são escolhidas razões $\frac{L}{H}$ pertinentes, dentro do intervalo definido na secção 4.5.2, de forma a que seja possível compreender a influência que a razão entre o comprimento e a altura da estrutura tem no cálculo da diferença percentual.

Considere-se uma treliça de aço com uma altura de 0,5 m e um diâmetro de perfil igual a 0,025 m:

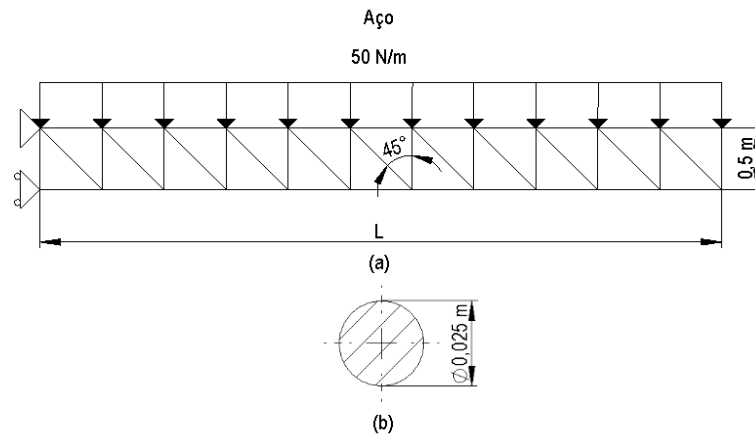


Figura 4.56 - (a) Estrutura treliçada e (b) diâmetro das secções transversais dos perfis referentes aos modelos da tabela 4.51

Tabela 4-51 - Treliça L.0,5.Aço.0,025.Q50

Treliça L.0,5.Aço.0,025.Q50									
L (m)	M (N.m)	σ (MPa)	σ_{Ansys} (MPa)	L/400	δ Analítico (mm)	δ Ansys (mm)	P'Ansys (N) Pcrit 158968N	Fc	Erro relativo (%)
7,5	1406,25	5,72958	5,7296	18,75	1,5347	1,5955	2812,5	1,0396	3,8102
8	1600	6,51899	6,519	20	1,9867	2,0559	3200	1,0348	3,3640
8,5	1806,25	7,35932	7,3593	21,25	2,5320	2,61	3612,5	1,0308	2,9901
9	2025	8,25059	8,2506	22,5	3,1824	3,2698	4050	1,0275	2,6738
9,5	2256,25	9,19279	9,1928	23,75	3,9507	4,0482	4512,5	1,0247	2,4082
10	2500	10,1859	10,186	25	4,8504	4,9584	5000	1,0223	2,1774
10,5	2756,25	11,2300	11,23	26,25	5,8957	6,0148	5512,5	1,0202	1,9795
11	3025	12,3250	12,325	27,5	7,1015	7,2321	6050	1,0184	1,8055
11,5	3306,25	13,4709	13,471	28,75	8,4834	8,6262	6612,5	1,0168	1,6549
12	3600	14,6677	14,668	30	10,0579	10,213	7200	1,0154	1,5190
12,5	3906,25	15,9155	15,915	31,25	11,8419	12,011	7182,5	1,0143	1,4080
13	4225	17,2142	17,214	32,5	13,8533	14,036	8450	1,0132	1,3014
13,5	4556,25	18,5638	18,564	33,75	16,1108	16,307	9112,5	1,0122	1,2034
14	4900	19,9644	19,964	35	18,6334	18,845	9800	1,0114	1,1227
14,5	5256,25	21,4159	21,416	36,25	21,4414	21,668	10512	1,0106	1,0459
15	5625	22,9183	22,918	37,5	24,5553	24,798	11250	1,0099	0,9786

Análise da tabela 4.51

a) Erro relativo

Relativamente ao erro relativo, após a comparação entre a tabela 4.34 (que diz respeito a treliças *L.1.Aço.0,025.Q50*) e tabela 4.51, verifica-se que a razão dada pelo comprimento e a altura da estrutura ($\frac{L}{H}$) dita o valor da diferença percentual entre as deformações calculadas através dos dois métodos. Para melhor compreensão desta verificação, deve-se analisar a tabela seguinte:

Tabela 4-52 - Erro relativo dado pela razão entre o comprimento e a altura da estrutura de treliça *L.H.0,025.Q50*

H=0,5				H=1			
L (m)	L/H	δ Analítico (mm)	Erro relativo (%)	L (m)	L/H	δ Analítico (mm)	Erro relativo %
7,5	15	1,5347	3,8102	15	15	6,1388	3,8087
8	16	1,9867	3,3640	16	16	7,9470	3,3629
8,5	17	2,5320	2,9901	17	17	10,1278	2,9901
9	18	3,1824	2,6738	18	18	12,7295	2,6723
9,5	19	3,9507	2,4082	19	19	15,8028	2,4094
10	20	4,8504	2,1774	20	20	19,4017	2,1794
10,5	21	5,8957	1,9795	21	21	23,5829	1,9787
11	22	7,1015	1,8055	22	22	28,4061	1,8075
11,5	23	8,4834	1,6549	23	23	33,9338	1,6555
12	24	10,0579	1,5190	24	24	40,2315	1,5214
12,5	25	11,8419	1,4080	25	25	47,3675	1,4039
13	26	13,8533	1,3014	26	26	55,4133	1,2997
13,5	27	16,1108	1,2034	27	27	64,4430	1,2065
14	28	18,6334	1,1227	28	28	74,5337	1,1227
14,5	29	21,4414	1,0459	29	29	85,7655	1,0470
15	30	24,5553	0,9786	30	30	98,2213	0,9786

Como é possível verificar através da tabela 4.52, para treliças que obedecem à relação de um para um relativamente ao comprimento das barras horizontais e verticais, a razão entre o comprimento e a altura da estrutura dita a diferença percentual entre as deformações dadas pelos dois métodos. Quer isto dizer que qualquer que seja o comprimento e a altura da estrutura, para o caso de a relação $\frac{L}{H}$ ser igual a 28, o erro relativo nestas condições é sempre igual a 1,122651504.

Novamente, tome-se como exemplo as figuras 4.28 e 4.29, dispostas na secção 4.5.2, para comparação com os respetivos fatores representados na tabela 4.52.

À parte da razão $\frac{L}{H}$, para o caso de uma treliça de 15 m de comprimento e 0,5 m de altura, a deformação é consideravelmente maior e o erro relativo menor quando comparada com uma treliça de 15 m de comprimento e 1 m de altura. Quer isto dizer que embora a redução da altura agrave a deformação da estrutura, o erro relativo é afetado positivamente por consequência da maior presença de nós e elementos. Quanto maior a razão $\frac{L}{H}$, menor o erro relativo.

b) Deformações ($\delta_{Analítico}$ e δ_{Ansys})

Quanto às deformações, observa-se que o método computacional mais uma vez traduz valores de deformação ligeiramente superiores ao método simplificado, ou seja, existe menor rigidez naquela que é considerada a estrutura real.

c) Comprimento L

Após a análise da tabela 4.51 verifica-se que o aumento do comprimento das estruturas provoca um aumento das tensões máximas, das deformações, dos esforços axiais e uma redução da diferença percentual calculada pelo erro relativo entre a deformação do método computacional e do método simplificado.

d) Limites de dimensionamento

Quando a tabela 4.51 é comparada com a tabela 4.34, é possível verificar que para treliças de igual comprimento, material, diâmetro de perfil e carga, a redução da altura da estrutura provoca um aumento das tensões máximas (σ e σ_{Ansys}), das deformações ($\delta_{Analítico}$ e δ_{Ansys}), da carga crítica limite (P_{crit}) e dos esforços axiais máximos (P'_{Ansys}). De notar que as tensões máximas dadas pelo método simplificado e pelo método computacional tomam valores iguais. É possível verificar que os valores da tensão máxima nunca ultrapassam a tensão admissível de projeto ($\sigma_{Adm} = 120 MPa$), as deformações nunca ultrapassam os limites impostos pelas normas europeias de projeto de estruturas e os esforços axiais nunca ultrapassam a carga crítica limite. Quer isto dizer que o projeto das treliças da tabela 4.51 é fiável.

Considere-se uma treliça de aço com uma altura de 2 m e um diâmetro de perfil igual a 0,1 m:

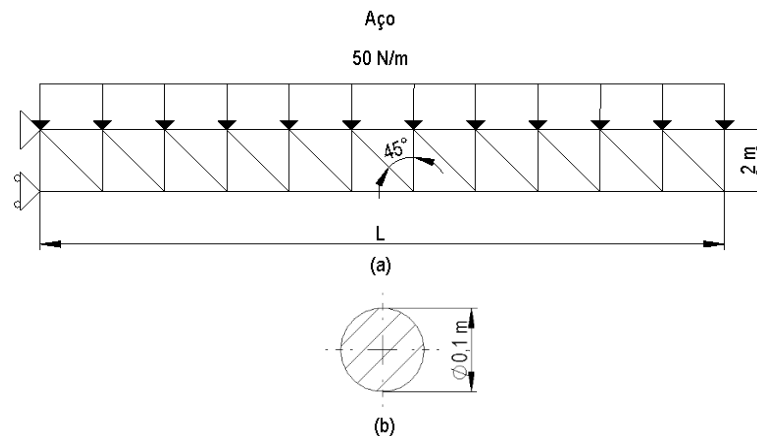


Figura 4.57 - (a) Estrutura treliçada e (b) diâmetro das secções transversais dos perfis referentes aos modelos da tabela 4.53

Tabela 4-53 - Treliça L.2.Aço.0,1.Q50

Treliça L.2.Aço.0,1.Q50									
L (m)	M (N.m)	σ (MPa)	σ_{Ansys} (MPa)	L/400	δ Analítico (mm)	δ Ansys (mm)	P'Ansys (N) Perit 2543484N	Fc	Erro relativo (%)
4	400	0,025465	0,025465	10	0,000485	0,001536	200	3,166725	68,421638
6	900	0,057296	0,057296	15	0,002456	0,004832	450	1,967801	49,181842
8	1600	0,101859	0,10186	20	0,007761	0,012037	800	1,551020	35,526309
10	2500	0,159155	0,15915	25	0,018947	0,025665	1250	1,354567	26,175659
12	3600	0,229183	0,22918	30	0,039289	0,048987	1800	1,246852	19,798039
14	4900	0,311944	0,31194	35	0,072787	0,086005	2450	1,181601	15,369036
16	6400	0,407437	0,40744	40	0,12417	0,14145	3200	1,13915	12,21550
18	8100	0,515662	0,51566	45	0,19890	0,22077	4050	1,10996	9,90705
20	10000	0,636620	0,63662	50	0,30315	0,33016	5000	1,08909	8,18019
22	12100	0,770310	0,77031	55	0,44385	0,47653	6050	1,07364	6,85891
24	14400	0,916732	0,91673	60	0,62862	0,66751	7200	1,06187	5,82665
26	16900	1,07589	1,0759	65	0,86583	0,91148	8450	1,05272	5,00799
28	19600	1,24777	1,2478	70	1,1646	1,2175	9800	1,0454	4,3458
30	22500	1,43239	1,4324	75	1,5347	1,5955	11250	1,0396	3,8102

Análise da tabela 4.53

a) Erro relativo

Relativamente ao erro relativo, após a comparação entre a tabela 4.32 (que diz respeito a treliças L.1.Aço.0,1.Q50) e 4.53, verifica-se que a razão dada pelo comprimento e a altura da estrutura $\left(\frac{L}{H}\right)$ dita o valor da diferença percentual entre as deformações calculadas através dos dois métodos. Para melhor compreensão desta verificação, deve-se analisar a tabela seguinte:

Tabela 4-54 - Erro relativo dado pela razão entre o comprimento e a altura da estrutura de treliças L.H.Aço.0,1.Q50

H=2				H=1			
L (m)	L/H	δ Analítico (mm)	Erro relativo (%)	L (m)	L/H	δ Analítico (mm)	Erro relativo %
4	2	0,0005	68,4216	2	2	0,0001	68,4208
6	3	0,0025	49,1818	3	3	0,0006	49,1818
8	4	0,0078	35,5263	4	4	0,0019	35,5274
10	5	0,0189	26,1757	5	5	0,0047	26,1751
12	6	0,0393	19,7980	6	6	0,0098	19,7997
14	7	0,0728	15,3690	7	7	0,0182	15,3681
16	8	0,1242	12,2155	8	8	0,0310	12,2143
18	9	0,1989	9,9070	9	9	0,0497	9,9079
20	10	0,3032	8,1802	10	10	0,0758	8,1802
22	11	0,4438	6,8589	11	11	0,1110	6,8570
24	12	0,6286	5,8266	12	12	0,1572	5,8281
26	13	0,8658	5,0080	13	13	0,2165	5,0080
28	14	1,1646	4,3458	14	14	0,2911	4,3474
30	15	1,5347	3,8102	15	15	0,3837	3,8090

Como é possível verificar através da tabela 4.54, para treliças que obedecem à relação de um para um relativamente ao comprimento das barras horizontais e verticais, a razão entre o comprimento e a altura da estrutura dita a diferença percentual entre as deformações dadas pelos dois métodos. Quer isto dizer que qualquer que seja o comprimento e a altura da estrutura, para o caso de a relação $\frac{L}{H}$ ser igual a 12, o erro relativo nestas condições é sempre igual a 5,826646436.

Novamente, tome-se como exemplo as treliças das figuras 4.31 e 4.32, dispostas na secção 4.5.2, para comparação com os respetivos fatores representados na tabela 4.54.

À parte da razão $\frac{L}{H}$, para o caso de uma treliça de 12 m de comprimento e 2 m de altura, a deformação é consideravelmente menor e o erro relativo maior quando comparada com a uma treliça de 12 m de comprimento e 1 m de altura. Significa que, embora o aumento da altura afete positivamente a deformação da estrutura, o erro relativo é agravado por consequência da menor presença de nós e elementos. Mais uma vez, verifica-se que quanto maior a razão $\frac{L}{H}$, menor o erro relativo.

b) Deformações ($\delta_{Analítico}$ e δ_{Ansys})

Quanto às deformações, observa-se que, o método computacional traduz valores de deformação ligeiramente superiores ao método simplificado, ou seja, existe menor rigidez naquela que é considerada a estrutura real.

c) Comprimento L

Após a análise da tabela 4.53 verifica-se que o aumento do comprimento das estruturas provoca um aumento das tensões máximas, das deformações, dos esforços axiais e uma redução da diferença percentual calculada pelo erro relativo entre a deformação do método computacional e do método

simplificado. De notar que as tensões máximas dadas pelo método simplificado e pelo método computacional tomam valores iguais.

d) Limites de dimensionamento

Quando a tabela 4.53 é comparada com a tabela 4.32, é possível verificar que para treliças de igual comprimento, material, diâmetro de perfil e carga, o aumento da altura da estrutura provoca uma redução das tensões máximas (σ e σ_{Ansys}), das deformações ($\delta_{Analítico}$ e δ_{Ansys}), da carga crítica limite (P_{crit}) e dos esforços axiais máximos (P'_{Ansys}). De notar que as tensões máximas dadas pelo método simplificado e pelo método computacional tomam valores iguais. Posto isto, verifica-se que os valores da tensão máxima nunca ultrapassam a tensão admissível de projeto ($\sigma_{Adm} = 120 MPa$), as deformações nunca ultrapassam os limites impostos pelas normas europeias de projeto de estruturas e os esforços axiais nunca ultrapassam a carga crítica limite. Quer isto dizer que o projeto das treliças da tabela 4.53 é fiável.

Por fim, para o caso de estudo nº2, pode concluir-se que para razões de $\frac{L}{H}$ compreendidas entre 2 e 30 os erros relativos associados são:

Tabela 4-55 - Erros relativos e fatores de correção associados à razão entre o comprimento e a altura da estrutura (caso de estudo nº2)

L/H	Fc2	Erro relativo %
2	3,1666	68,4208
3	1,9678	49,1818
4	1,5510	35,5274
5	1,3546	26,1751
6	1,2469	19,7997
7	1,1816	15,3681
8	1,1391	12,2143
9	1,1100	9,9079
10	1,0891	8,1802
11	1,0736	6,8570
12	1,0619	5,8281
13	1,0527	5,0080
14	1,0454	4,3474
15	1,0396	3,8090
16	1,0348	3,3631
17	1,0308	2,9901
18	1,0275	2,6750
19	1,0246	2,4034
20	1,0223	2,1774
21	1,0202	1,9795
22	1,0184	1,8041
23	1,0168	1,6526
24	1,0154	1,5209
25	1,0142	1,4031
26	1,0132	1,2986
27	1,0122	1,2071
28	1,0113	1,1216
29	1,0106	1,0477
30	1,0099	0,9786

Tendo em conta a tabela 4.55 verifica-se que da 1º e da 2º fase do caso de estudo nº2, para valores de comprimento iguais a 14 m ou mais, o erro relativo é sempre menor que 5%, logo o uso do método simplificado nestas condições é plausível. Caso se considerem comprimentos cujo erro relativo esteja entre 5% e 10%, a aproximação não é totalmente errada nem muito distante do valor real de deformação, porém para comprimentos menores que 9 m a estimativa da deformação já não é aceitável numa fase de anteprojecto.

De notar que na 1º fase do caso de estudo nº2, verificou-se que as manipulações das variáveis poderiam introduzir alterações a partir da centésima do valor do erro percentual. Consequentemente, para que os erros relativos e os fatores de correção sejam generalizados para todas as estruturas estudadas, reduziu-se o número de casas decimais associadas a eles visto que o valor arredondado nesta situação é praticamente igual em todos os casos.

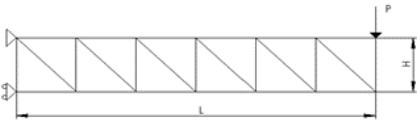
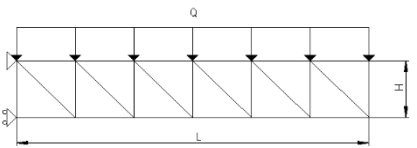
5 Discussão e resultados

Segundo as análises executadas no capítulo 4, pode verificar-se que para treliças em consola, com uma configuração do tipo *Pratt*, onde as barras horizontais e verticais obedecem a uma relação de um para um, a diferença percentual entre as deformações dadas pelo método simplificado e o método computacional sofre alterações consoante o tipo de carregamento e a razão entre o comprimento e a altura da estrutura. Quer isto dizer que para treliças com uma razão $\frac{L}{H}$ igual, o tipo de carregamento introduz erros relativos diferentes, porém, para o mesmo tipo de carregamento é a razão entre o comprimento e a altura da estrutura que introduz as alterações ao nível do erro relativo.

Como já foi referido, as variáveis do diâmetro de perfil ϕ , do módulo de young E , do valor da carga pontual vertical P e do carregamento uniforme vertical Q não influenciam nem erro relativo, nem o fator de correção dado pelas deformações de ambos os métodos, possivelmente por estas atuarem linearmente na equação que permite o cálculo das deformações através do método simplificado e do método computacional.

Por fim, para cada tipo de carregamento, as razões $\frac{L}{H}$ têm associadas um fator de correção tal como mostram as tabelas 4.31 e 4.55, que pode ser multiplicado pelas equações representadas nas figuras 4.2 e 4.34. Como resultado obtêm-se:

Tabela 5-1 - Tabela representativa do tipo de carregamento associado à equação da flecha máxima

Tipos de Treliça e Carregamentos	Flecha Máxima
	$\delta = \frac{P * L^3}{3 * E * I_{total}} * FC_1$
	$\delta = \frac{Q * L^4}{8 * E * I_{total}} * FC_2$

Para melhor compreensão do processo utilizado na aplicação do método simplificado para o cálculo de deformações de estruturas do tipo treliça em consola, deve seguir-se o fluxograma seguinte e fazer uso da tabela 5.2, que diz respeito aos fatores de correção associados à razão entre o comprimento e a altura da estrutura para cada tipo de carregamento.

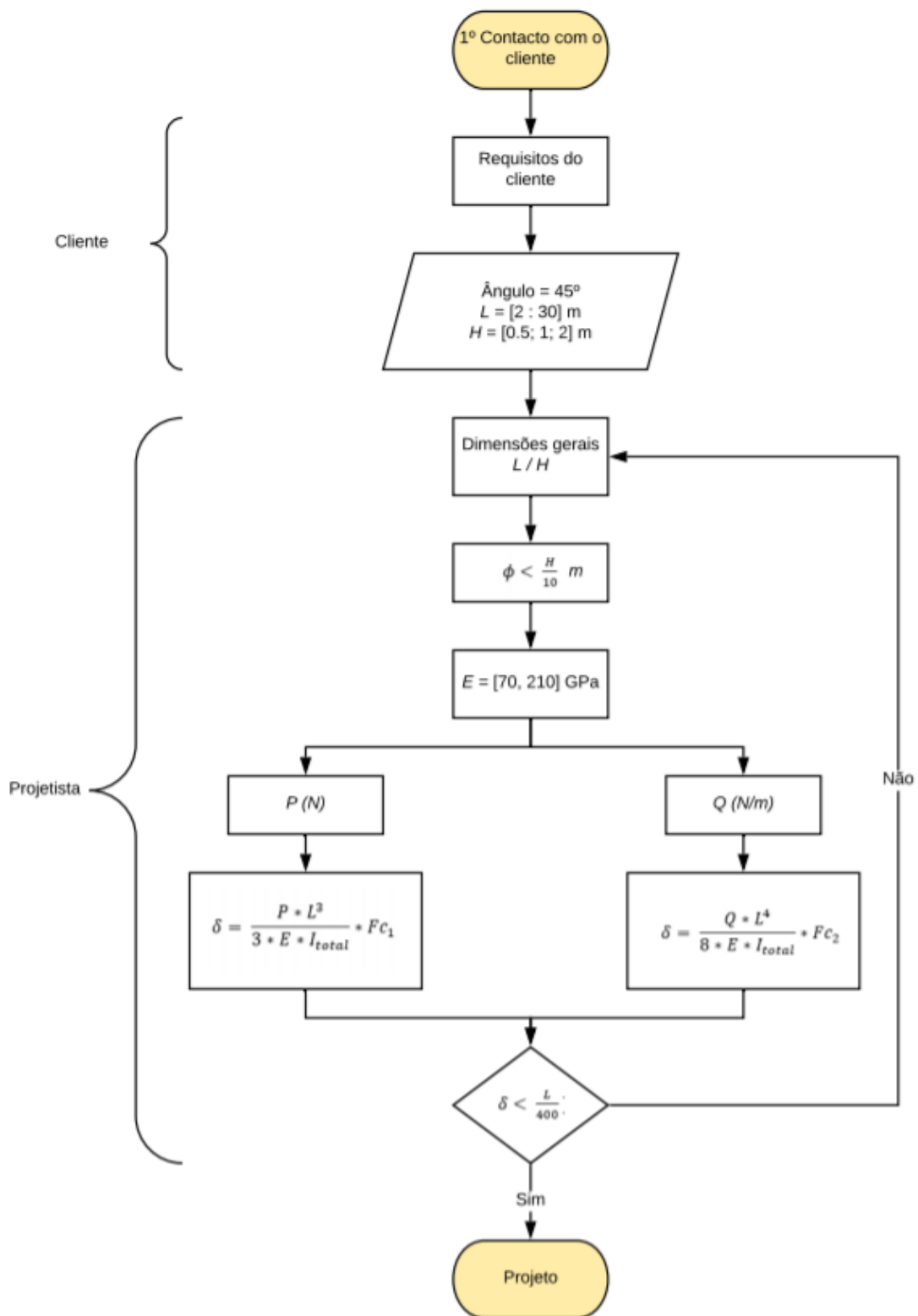


Figura 5.1 - Fluxograma do processo de aplicação do método simplificado, para uma fase de anteprojecto

Tabela 5-2 – Fatores de correção associados à razão entre o comprimento e a altura da estrutura

L/H	Fc1	Fc2
2	2,5676	3,1666
3	1,7018	1,9678
4	1,3973	1,5510
5	1,2554	1,3546
6	1,1780	1,2469
7	1,1311	1,1816
8	1,1006	1,1391
9	1,0796	1,1100
10	1,0646	1,0891
11	1,0534	1,0736
12	1,0449	1,0619
13	1,0383	1,0527
14	1,0331	1,0454
15	1,0288	1,0396
16	1,0253	1,0348
17	1,0224	1,0308
18	1,0200	1,0275
19	1,0180	1,0246
20	1,0162	1,0223
21	1,0147	1,0202
22	1,0134	1,0184
23	1,0123	1,0168
24	1,0112	1,0154
25	1,0104	1,0142
26	1,0096	1,0132
27	1,0089	1,0122
28	1,0083	1,0113
29	1,0077	1,0106
30	1,0072	1,0099

Tendo em conta a figura 5.1 e a tabela 5.2, o método simplificado para treliças em consola com configuração do tipo *Pratt*, aplica-se da seguinte forma:

- 1) No primeiro contacto com o cliente, identificam-se as suas exigências e requisitos para a conceção de um possível projeto;

Dados que devem ficar definidos:

- Ângulo $\theta_b = 45^\circ$
- $L = 15$ m (Nesta fase o comprimento da estrutura deve ficar definido. Tome-se como exemplo 15 m)
- $H = [0,5 ; 1 ; 2]$ m

- 2) Após a definição do comprimento da estrutura, o projetista deve definir a razão $\frac{L}{H}$;

Dependendo da finalidade da estrutura, a definição da razão $\frac{L}{H}$ deve ser uma decisão ponderada pois pode ditar maior ou menor rigidez na estrutura, consoante a altura estabelecida para a mesma. Tome-se o seguinte exemplo:

- Para um comprimento de 15 m o projetista pode escolher uma altura de 0,5, 1 e 2 m:

H	L/H	Rigidez
0,5	30	-
1	15	↓
2	7.5	+

Por exemplo, escolhe-se a altura intermédia de 1 m que está associada a uma razão de 15.

- 3) Consoante a altura definida na etapa anterior, define-se o diâmetro de perfil através da condição $\phi \leq \frac{H}{10}$;

- Para uma altura de 1 m, $\phi \leq 0,1$ m. Considere-se $\phi = 0,1$ m.
- Nesta fase já é possível calcular o momento de inércia de área da estrutura, através da seguinte equação:

$$I_{total} = 2 * \left(A * \frac{H^2}{4} \right)$$

$$A = \pi * R^2 \Leftrightarrow A = 0,007853982 \text{ m}^2$$

$$I_{total} = 2 * \left(A * \frac{H^2}{4} \right) \Leftrightarrow I_{total} = 3,926991e - 3 \text{ m}^4$$

4) Nesta etapa o projetista pode escolher o material mais adequado à estrutura.

- Aço com $E = 210 \text{ GPa}$ e $\sigma_{ced} = 240 \text{ MPa}$
- Alumínio com $E = 70 \text{ GPa}$ e $\sigma_{ced} = 200 \text{ MPa}$

Considere-se um Aço com módulo de young igual a 210 GPa.

5) Após a definição da geometria e das propriedades da estrutura, escolhe-se o tipo de carregamento mais adequado ao carregamento real que a estrutura reticular vai sofrer.

- Carregamento pontual na extremidade livre da estrutura, P
- Carregamento uniformemente distribuído ao longo do comprimento da estrutura, Q

Considere-se que a estrutura sofre diversos carregamentos ao longo do seu comprimento. De forma a generalizar o melhor possível o carregamento que esta pode sofrer num estado de condição máxima, nesta fase de anteprojecto, considera-se que o carregamento será uniformemente distribuído. Tome-se como exemplo $Q = 50 \text{ N/m}$.

Nesta fase também é possível calcular a tensão máxima sentida na estrutura e compará-la com a tensão admissível do material. Neste caso considera-se que a tensão admissível toma metade do valor da tensão de cedência, quer isto dizer que $\sigma_{adm} = 120 \text{ MPa}$.

Para executar este critério de dimensionamento, em primeiro lugar tem de se calcular o momento fletor máximo da estrutura, que para o caso de um carregamento vertical, uniformemente distribuído e de sentido de cima para baixo é dado pela equação 4.2.

$$M = \frac{Q * L^2}{2} \Leftrightarrow M = \frac{50 * 15^2}{2} = 5625 \text{ N.m}$$

Posteriormente ao cálculo do momento fletor máximo sentido na zona mais solicitada da estrutura, calcula-se a tensão máxima nessa mesma zona e compara-se esse valor com a tensão admissível do material.

$$\sigma = \frac{M}{W} \leq \sigma_{adm} \Leftrightarrow \sigma = \frac{M}{I} * c \leq \sigma_{adm} \Leftrightarrow \sigma = \frac{5625}{3.926991e - 3} * 0,5 \leq \sigma_{adm} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \sigma = \frac{5625}{3.926991e-3} * 0,5 \leq \sigma_{adm} \Leftrightarrow \sigma = 0.716197 \text{ (MPa)} \leq 120 \text{ (MPa)}$$

(Este valor pode ser confirmado através da tabela 4.32)

(Condição verdadeira)

- 6) Depois de o carregamento ser definido, escolhe-se o fator de correção de acordo com a razão $\frac{L}{H}$ e aplica-se a fórmula que permite o cálculo da flecha máxima.

Tabela 5-3 - Dados da estrutura para cálculo da deformação numa fase de anteprojecto

θ_b	45°
L	15 m
H	1 m
$\frac{L}{H}$	15
ϕ	0,1 m
I_{total}	3.926991e-3 m ⁴
E	210 GPa

- Definição do fator de correção

Tendo em conta que a razão $\frac{L}{H}$ considerada foi de 15, com base na tabela 5.2, o fator de correção Fc_2 toma o valor de 1,0396.

Com a definição do fator de correção já é possível o cálculo da deflexão máxima da estrutura considerada:

$$\delta = \frac{Q * L^4}{8 * E * I_{total}} * Fc_2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \delta = \frac{50 * 15^4}{8 * 210e9 * 3.926991e-3} * 1,0396 \Leftrightarrow \delta = 0.00039887m$$

Quer isto dizer que para uma treliça 15.1.Aço.0,1.Q50 a deflexão máxima é de 0,39887 mm.

(Este valor pode ser confirmado através da tabela 4.32)

7) Por fim, verifica-se se a deflexão máxima obedece à norma europeia considerada;

- A condição $\delta < \frac{L}{400}$ tem de ser cumprida

$$\delta < \frac{L}{400} \Leftrightarrow 0,39887 \text{ mm} < 37,5 \text{ mm} \text{ (Condição verdadeira)}$$

Tendo em conta os resultados obtidos através do método simplificado, verifica-se que a aplicação do método é fiável para treliças sujeitas às condições impostas.

Foram aplicadas restrições ao nível do diâmetro, material, ao valor da carga ou do carregamento, porém, desde que a condição do ângulo ($\theta_b = 45^\circ$) e as razões $\frac{L}{H}$ estejam compreendidas entre 2 e 30, é possível a aplicação do método simplificado para valores de diâmetro, módulo de young e cargas ou carregamentos diferentes dos considerados nesta dissertação. De forma a comprovar estas afirmações executa-se o processo descrito pelo fluxograma em uma treliça com dimensões e propriedades diferentes das estudadas.

Treliça 40.2.5.Aço.0,4.P100000

Dados do problema:

θ_b	45°
L	40 m
H	2.5 m
$\frac{L}{H}$	16
ϕ	0,4 m
I_{total}	0,392699082 m4
E	200 GPa
σ_{ced}	285 MPa
P	100000 N

Para o cálculo da tensão máxima:

$$M = P * L \Leftrightarrow M = 100000 * 40 = 4000000 \text{ N.m}$$

$$\sigma = \frac{M}{I} * c \leq \sigma_{adm} \Leftrightarrow \sigma = \frac{4000000}{0.392699082} * 1,25 \leq \sigma_{adm} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \sigma = 12,732395 \text{ (MPa)} \leq 142,5 \text{ (MPa)}$$

Segundo o método simplificado, a deflexão máxima da treliça é:

$$\delta = \frac{P * L^3}{3 * E * I_{total}} * Fc_1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \delta = \frac{100000 * 40^3}{3 * 200e9 * 0.392699082} * 1,0253 \Leftrightarrow \delta = 27,849 \text{ mm}$$

De forma a comprovar a veracidade dos resultados dados pelo método simplificado, faz-se uma análise computacional através de código APDL. Os resultados da análise computacional são apresentados na tabela seguinte:

Tabela 5-4 - Treliça 40.2,5.Aço.0,4.P100000

Treliça L.1.Aço.0,4.P100000									
L (m)	M (N.m)	σ (MPa)	σ_{Ansys} (MPa)	L/400	δ Analítico (mm)	δ Ansys (mm)	P'Ansys (N) Pcrit 39880342N	Fc	Erro relativo (%)
40	2000000	12,7324	12,732	100	27,1624	27,85	1600000	1,0253	2,4688

Como é possível verificar, a tensão máxima dada pelo método simplificado toma valor igual à tensão máxima dada pelo método computacional. Relativamente à deformação, verifica-se que após a aplicação da fórmula da deflexão máxima em conjunto com o fator de correção associado a uma razão de 16, a deformação calculada pelo método simplificado iguala o resultado dado pelo programa computacional. Quer isto dizer que a fiabilidade da aplicação do método simplificado depende de dois critérios imprescindíveis de serem cumpridos. São eles, θ igual a 45° e a razão $\frac{L}{H}$ compreendida entre os valores 2 e 30.

6 Conclusão

O desenvolvimento desta dissertação incidiu no estudo de treliças em consola, com uma configuração do tipo *Pratt*. Para este tipo de estrutura, foram aplicados dois tipos de carregamentos diferentes, onde se procederam a diversas manipulações de variáveis, das quais se concluiu que o diâmetro de perfil ϕ , o módulo de young E , e o valor da carga pontual vertical P e do carregamento uniforme vertical Q , não têm qualquer influência significativa no cálculo da diferença percentual dado pelas deformações entre o método simplificado e o método computacional. Posteriormente, deduziu-se que a razão dada pelo comprimento e altura total da estrutura $\frac{L}{H}$ influencia consideravelmente o cálculo da diferença percentual da mesma, sendo que quanto maior for a razão, maior será a aproximação do método simplificado ao método computacional. Também se verificou que para cada caso de estudo, quando o ângulo entre as barras horizontais e diagonais é de 45° , a variação do tipo de carregamento dita o erro relativo e este é constante para cada relação de $\frac{L}{H}$.

Com estes resultados, pode afirmar-se que a ambição imposta na motivação e nos objetivos desta dissertação foi cumprida visto que foram efetuadas diversas análises comparativas entre o método simplificado e computacional, das quais originaram fatores de correção e equações que contrariam os métodos usais e morosos de cálculo de deformações de treliça. Desta forma, numa fase de anteprojecto, onde a definição das variáveis pode ser incompleta, o método simplificado permite o cálculo rápido e assertivo das deformações da estrutura, o que pode ser uma grande vantagem no mercado competitivo, visto que o orçamento pode ser trabalhado através da manipulação das variáveis de projecto e dos custos que elas terão num possível protejo. Desta forma, pode concluir-se que a aplicabilidade do método simplificado juntamente com os fatores de correção é fiável e permite um cálculo assertivo das deformações neste tipo de estrutura.

Para trabalhos futuros, propõe-se o desenvolvimento de uma metodologia de orçamentação de estruturas reticuladas, fundamentada na aplicação do método simplificado de cálculo de deformações, capaz de manipular as variáveis que não influenciam o cálculo da diferença percentual de forma a chegar a uma solução estrutural e financeiramente ótima. Também se propõem verificar se associação dos fatores de correção à razão $\frac{L}{H}$ é constante para treliças onde o ângulo entre as barras horizontais e verticais é diferente de 45° . Será interessante também fazer variar a geometria da secção do perfil das longarinas para compreender a influência que esta variação provoca no cálculo da diferença percentual de uma estrutura reticular. E por fim, verificar se a aplicação do método simplificado é possível a treliças tridimensionais.

Referências bibliográficas

- [1] ALMEIDA, Raquel - **Apontamentos de mecânica aplicada I, 5a aula teórica**. Monte da Caparica : Faculdade de Ciências e Tecnologia, 2012
- [2] ARAÚJO, Nathália Fernandes - **Estimativa da deformação máxima de uma treliça sujeita a flexão, em anteprojecto**. Caparica : Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Nova de Lisboa, 2017. Dissertação de Mestrado.
- [3] BEER, F.P.; JOHNSTON, E.R.; DEWOLF, J. T.; MAZUREK, D. F. – **Mecânica dos materiais**. 5ª ed. Brasil : McGraw-Hill, 2012. ISBN 0-07-352938-9 / 978-0-07-352938-7
- [4] BEER, F.P.; JOHNSTON, E.R.; MAZUREK, D. F.; EISENBERG, E.R. – **Mecânica vetorial para engenheiros-estática**. 9ª ed. Brasil : McGraw-Hill, 2012. ISBN 978-85-8055-046-7
- [5] CARDOSO, João - **Apontamentos de mecânica dos sólidos II, Deslocamentos transversais de vigas**. Monte da Caparica: Faculdade de Ciências e Tecnologia, 2017
- [6] CARDOSO, João - **Apontamentos de mecânica dos sólidos II, Estabilidade de colunas**. Monte da Caparica: Faculdade de Ciências e Tecnologia, 2017
- [7] COELHO, Pedro - **Apontamentos de métodos computacionais em engenharia mecânica**. 1. ed. Monte da Caparica : Faculdade de Ciências e Tecnologia, 2017
- [8] HIBBELER, R. C. – **Estática: Mecânica para Engenharia**. 10ª edição. São Paulo: Pearson Education Hall, 2005
- [9] HIBBELER, R.C. – **Structural Analysis**. 8th edition. New Jersey: Pearson Prentice Hall, 2012
- [10] LEET, K.M; UANG, C. M; GILBERT, A.M. - **Fundamentos de análise estrutural**. 3ª edição. Brasil: McGraw Hill, 2009
- [11] NASH, M. C.; POTTER, W. A. - **Resistência dos Materiais**. 5rd ed. New York, NY: Bookman Editora LTDA, 2011

[12] RATO, José Carlos Moreira - **Desenvolvimento de expressões para cálculo aproximado de deflexões em estruturas do tipo treliça e respetiva comparação com um método computacional.** Caparica : Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Nova de Lisboa, 2017. Dissertação de Mestrado

[13] SERRA, Henrique Lopes Serra - **Determinação de métodos expeditos para o cálculo aproximado de deformações em estruturas metálicas do tipo treliça.** Caparica : Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Nova de Lisboa, 2018. Dissertação de Mestrado

[14] TEIXEIRA-DIAS, F.; PINHO DA CRUZ, J.; FONTES VALENTE, R.A.; ALVES DE SOUSA R.J. - **Método dos Elementos Finitos – Técnicas de Simulação Numérica em Engenharia.** 1ª Edição. Lisboa: Lidel – Edições Técnicas, Lda, 2007

Anexos

Anexos 1 – Programa computacional ANSYS

O código APDL utilizado no programa computacional ANSYS, fundamentado pelo método dos elementos finitos, permite a definição da geometria, das propriedades mecânicas e dos carregamentos de uma estrutura para uma posterior análise estática da mesma. Nesta dissertação o código APDL desenvolvido é o mais generalizado possível, visto que em todos os ficheiros desenvolvidos, os comandos utilizados são os mesmos, porém para cada treliça foi necessário alterar algumas características, como o módulo de young, a área de secção transversal do perfil, o tipo e o valor do carregamento etc. Quer isto dizer que a cada treliça estudada nesta dissertação está associado um ficheiro APDL.

O seguinte código APDL representa a estrutura e os comandos utilizados para o desenvolvimento de uma treliça 30.1.Aço.0,1.P200 no programa computacional ANSYS.

```
!Dissertação de Mestrado - Rodrigo Ventura
!Sistema de referência: Treliça L.H.Material.D.P200
!
!
!Tipo de carregamento: Carga pontual
!P = - 200 N
!
!
!Dimensões gerais da estrutura
!
!L = 30 m
!H = 1 m
!D = 0.1 x H = 0.1 m
!R = 0.05 m
!A = 0,007853982 m^2
!
!
!Propriedades do material
!Material: Aço
!Tensão de cedência = 240 MPa
!E = 210 GPa
!
!
!
!/TITLE, 'Treliça 30.1.Aço.0,1.P200'
!
!
!_____Pré-Processamento_____
!
!
```

```

/Prep7
ET,1,LINK1          ! Definição do tipo de elemento: Elemento Barra
MP,EX,1,210e9      ! Módulo de young do Material
MP,PRXY,1,0.3      ! Definição do coeficiente de Poisson
R,1,7.853982e-3    ! Definição da área de secção do elemento barra
!
!
! Definição das coordenadas dos nós
!
!
/PNUM,NODE,1        ! Mostrar o número dos nós
N,1
NGEN,31,1,1,,1
N,32,,1
NGEN,31,1,32,,1
!
!
!Criação dos Elementos barra
!
!
/PNUM,ELEM,1
!
!Elementos Horizontais
EN,1,1,2
EGEN,30,1,1
EN,31,32,33
EGEN,30,1,31
GPLOT
!
!Elementos verticais
EN,61,1,32
EGEN,31,1,61
GPLOT
!
!Elementos diagonais
EN,107,2,32
EGEN,30,1,107
GPLOT
!
!Definição das condições de fronteira
D,1,UX              ! Constragimento do deslocamento horizontal inferior
D,32,UX             ! Constragimento do deslocamento horizontal superior
D,32,UY             ! Constragimento do deslocamento vertical superior
GPLOT
!
!Definição do carregamento aplicado à estrutura
F,62,FY,-200        !Aplicação de uma força externa negativa na direção vertical
!
FINISH
!
!_____Solução_____
/SOLUTION
ANTYPE,STATIC
SOLVE
FINISH

```

```

!
! _____ Pós-Processamento _____
/POST1
PLDISP,1           ! Mostrar a deformada e a não deformada da treliça
PRRSOL,           ! Mostra os deslocamentos sentidos nos nós
PRNSOL,U,COMP     ! Mostra as reações nos apoios
!
ETABLE,TAXIAL,LS,1
ETABLE,FAXIAL,SMISC,1
PRETAB,TAXIAL,FAXIAL
!
FINISH

```

Quando o programa executa o código do ficheiro *APDL*, é apresentada a deformada e a não deformada da estrutura, e diversas janelas com os deslocamentos sentidos em cada nó em todas as direções, as reações sentidas nos nós encastrados, os esforços axiais e as tensões sentidas em cada elemento. As figuras seguintes demonstram os resultados dados pelo programa computacional *ANSYS*.

```

***** POST1 NODAL DEGREE OF FREEDOM LISTING *****
LOAD STEP= 1 SUBSTEP= 1
TIME= 1.0000 LOAD CASE= 0

THE FOLLOWING DEGREE OF FREEDOM RESULTS ARE IN THE GLOBAL COORDINATE SYSTEM

      NODE      UX      UY      UZ      USUM
      38  0.19280E-004-0.12526E-003  0.0000  0.12673E-003
      39  0.22069E-004-0.16792E-003  0.0000  0.16937E-003
      40  0.24737E-004-0.21616E-003  0.0000  0.21757E-003
      41  0.27284E-004-0.26974E-003  0.0000  0.27112E-003
      42  0.29709E-004-0.32841E-003  0.0000  0.32975E-003
      43  0.32013E-004-0.39193E-003  0.0000  0.39323E-003
      44  0.34196E-004-0.46006E-003  0.0000  0.46133E-003
      45  0.36257E-004-0.53255E-003  0.0000  0.53378E-003
      46  0.38197E-004-0.60917E-003  0.0000  0.61036E-003
      47  0.40016E-004-0.68966E-003  0.0000  0.69082E-003
      48  0.41714E-004-0.77380E-003  0.0000  0.77492E-003
      49  0.43290E-004-0.86133E-003  0.0000  0.86241E-003
      50  0.44745E-004-0.95201E-003  0.0000  0.95306E-003
      51  0.46079E-004-0.10456E-002  0.0000  0.10466E-002
      52  0.47292E-004-0.11419E-002  0.0000  0.11428E-002
      53  0.48383E-004-0.12405E-002  0.0000  0.12415E-002
      54  0.49353E-004-0.13414E-002  0.0000  0.13423E-002
      55  0.50202E-004-0.14442E-002  0.0000  0.14451E-002
      56  0.50930E-004-0.15487E-002  0.0000  0.15496E-002
      57  0.51536E-004-0.16547E-002  0.0000  0.16555E-002
      58  0.52021E-004-0.17619E-002  0.0000  0.17626E-002
      59  0.52385E-004-0.18700E-002  0.0000  0.18707E-002
      60  0.52627E-004-0.19789E-002  0.0000  0.19796E-002
      61  0.52748E-004-0.20882E-002  0.0000  0.20889E-002
      62  0.52748E-004-0.21978E-002  0.0000  0.21985E-002

MAXIMUM ABSOLUTE VALUES
NODE      31      62      0      62
VALUE -0.56386E-004-0.21978E-002  0.0000  0.21985E-002

```

Figura 6.1 - Janela demonstrativa dos deslocamentos sentidos nos nós

**** POST1 ELEMENT TABLE LISTING ****

STAT ELEM	CURRENT TAXIAL	CURRENT FAXIAL
83	-25465.	-200.00
84	-25465.	-200.00
85	-25465.	-200.00
86	-25465.	-200.00
87	-25465.	-200.00
88	-25465.	-200.00
89	-25465.	-200.00
90	-25465.	-200.00
91	-25465.	-200.00
107	36013.	282.84
108	36013.	282.84
109	36013.	282.84
110	36013.	282.84
111	36013.	282.84
112	36013.	282.84
113	36013.	282.84
114	36013.	282.84
115	36013.	282.84
116	36013.	282.84
117	36013.	282.84
118	36013.	282.84
119	36013.	282.84
120	36013.	282.84
121	36013.	282.84
122	36013.	282.84
123	36013.	282.84
124	36013.	282.84
125	36013.	282.84
126	36013.	282.84
127	36013.	282.84
128	36013.	282.84
129	36013.	282.84
130	36013.	282.84
131	36013.	282.84
132	36013.	282.84
133	36013.	282.84
134	36013.	282.84
135	36013.	282.84
136	36013.	282.84

**** POST1 ELEMENT TABLE LISTING ****

STAT ELEM	CURRENT TAXIAL	CURRENT FAXIAL
MINIMUM VALUES		
ELEM	1	1
VALUE	-0.76394E+006	-6000.0
MAXIMUM VALUES		
ELEM	31	31
VALUE	0.73848E+006	5800.0

Figura 6.2 - Janela demonstrativa das tensões e esforços axiais sentidos nos elemntos

```

PRINT REACTION SOLUTIONS PER NODE
**** POST1 TOTAL REACTION SOLUTION LISTING ****
LOAD STEP= 1 SUBSTEP= 1
TIME= 1.0000 LOAD CASE= 0
THE FOLLOWING X,Y,Z SOLUTIONS ARE IN THE GLOBAL COORDINATE SYSTEM
NODE    FX      FY
   1    6000.0    0.0000
   32   -6000.0    200.00
TOTAL VALUES
VALUE  -0.10368E-008  200.00
    
```

Figura 6.3 - Janela demonstrativa das reacções sentidas nos apoios

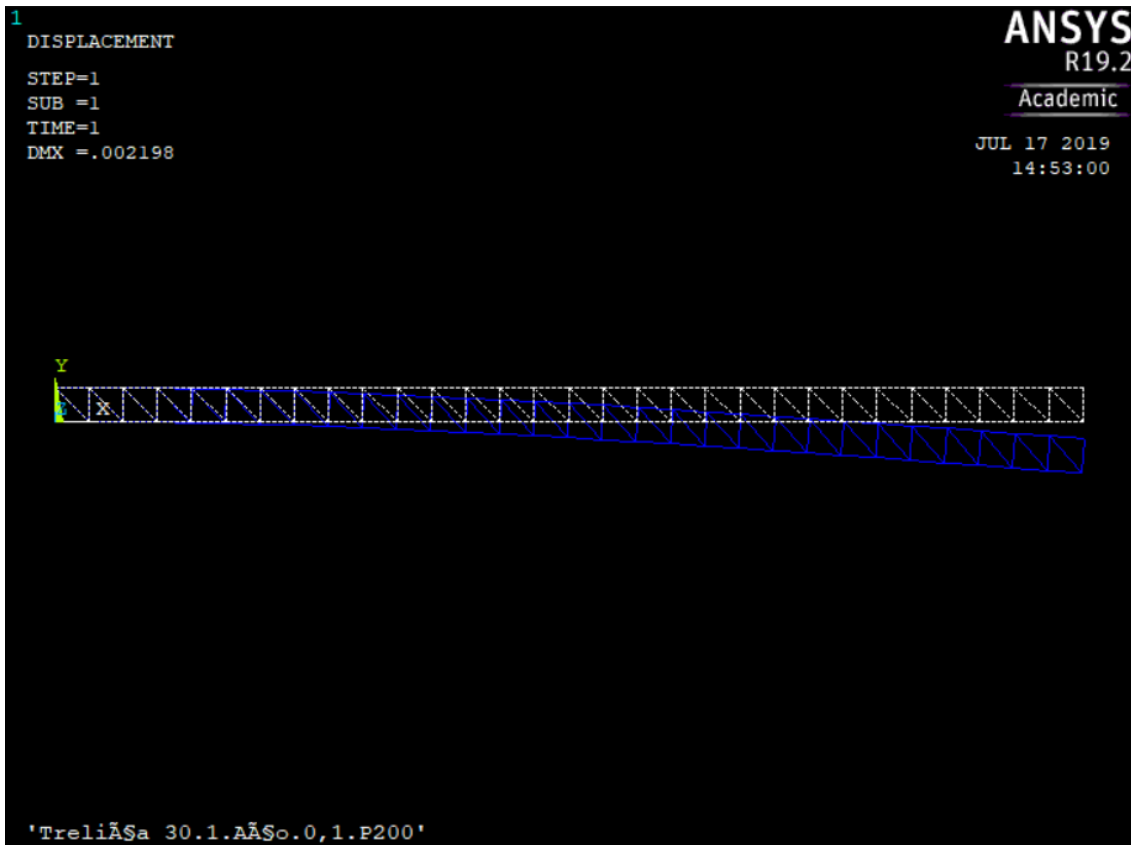


Figura 6.4 - Representação da deformada e não deformada de uma treliça 30.1.Aço.0,1.P200