



NOVA

NOVA SCHOOL OF
SCIENCE & TECHNOLOGY

DEPARTAMENTO DE
ENGENHARIA MECÂNICA E INDUSTRIAL

MARIA INÊS ORNELAS NÓBREGA

Licenciado em Ciências da Engenharia e Gestão Industrial

CONTROLO ESTATÍSTICO DO PROCESSO: ESTUDO DE CASO NUMA INDÚSTRIA CER- VEJEIRA

MESTRADO INTEGRADO EM ENGENHARIA E GESTÃO INDUSTRIAL

Universidade NOVA de Lisboa

Fevereiro, 2024



CONTROLO ESTATÍSTICO DO PROCESSO: ESTUDO DE CASO NUMA INDÚSTRIA CERVEJEIRA

MARIA INÊS ORNELAS NÓBREGA

Licenciada em Ciências da Engenharia e Gestão Industrial

Orientadora: Professora Doutora Ana Sofia Leonardo Vilela de Matos,
Professora Associada da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade NOVA de Lisboa

Júri:

Presidente: Doutor Pedro Emanuel Botelho Espadinha da Cruz,
Professor Auxiliar da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade
NOVA de Lisboa

Arguentes: Doutor André Mendes de Carvalho,
Professor Auxiliar da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade
NOVA de Lisboa

Orientador: Doutora Ana Sofia Leonardo Vilela de Matos,
Professora Associada da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade
NOVA de Lisboa

Controlo Estatístico do Processo: Estudo de caso numa Indústria Cervejeira

Copyright © Maria Inês Ornelas Nóbrega, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade NOVA de Lisboa.

A Faculdade de Ciências e Tecnologia e a Universidade NOVA de Lisboa têm o direito, perpétuo e sem limites geográficos, de arquivar e publicar esta dissertação através de exemplares impressos reproduzidos em papel ou de forma digital, ou por qualquer outro meio conhecido ou que venha a ser inventado, e de a divulgar através de repositórios científicos e de admitir a sua cópia e distribuição com objetivos educacionais ou de investigação, não comerciais, desde que seja dado crédito ao autor e editor.

AGRADECIMENTOS

A presente dissertação representa a conclusão de uma longa viagem, de cinco anos. Uma viagem com muitos desafios, muito esforço, mas também de muito conhecimento e alegrias. Felizmente, tive o prazer de ser acompanhada pelas melhores pessoas e por isso gostaria de deixar expresso os meus agradecimentos e o meu carinho pessoal, a todas elas.

Em primeiro lugar, apresento os meus sinceros agradecimentos à Professor Ana Sofia Matos pelo seu total apoio e disponibilidade, pela motivação e por ter aceitado trabalhar neste projeto comigo.

Agradeço à Empresa de Cervejas da Madeira que me acolheu ao longo de vários meses, e deu-me oportunidade de desenvolver este projeto. Uma grande obrigada a todos os colaboradores que tive o privilégio de trabalhar, em especial ao Engenheiro Nuno Branco, à Joana Pinto e ao Filipe Belo.

Agradeço aos meus pais, família e namorado pelo suporte ao longo do meu percurso académico. Obrigada, pai e mãe por me terem proporcionado as melhores condições para o sucesso e por terem acreditado sempre em mim. À minha madrinha por ter sempre as melhores palavras no momento certo. Ao meu namorado, João Sá Pinto, por teres sido o meu porto de abrigo durante estes últimos anos e por estares sempre ao meu lado. À minha melhor amiga, Margarida Henriques por teres estado sempre comigo nos melhores e piores momentos.

A todos os meus colegas e amigos pela sua amizade e apoio constante. Foram cinco anos de entreajuda, companhia nos bons e maus momentos, paciência e diversão. Conseguiram mostrar-me que a faculdade é mais que aulas, trabalhos e testes.

“The past doesn’t determine your fate. It’s the choices that you make today.” (Jenny Han)

RESUMO

A qualidade, ao longo dos anos, tem vindo a ganhar destaque em muitas organizações, pelo facto de existir uma maior exigência por parte dos clientes que desejam bons produtos a preços razoavelmente baixos. É um investimento que gera um retorno importante, não através do lucro diretamente, mas pela prevenção dos erros por exemplo, que a longo prazo se traduz num crescimento sustentável para as empresas.

O presente trabalho tem como principal objetivo impulsionar a melhoria contínua do processo produtivo através da prática do controlo estatístico do processo. A monitorização da qualidade dos sistemas de produção é fundamental, no entanto, a realidade diverge frequentemente da teoria e os processos industriais revelam-se muito mais complexos do que a sua idealização. Por isso, os pressupostos para aplicar técnicas estatísticas, por exemplo as cartas de controlo tradicionais, por vezes são desrespeitados, o que origina a um aumento do número de falsos alarmes que consecutivamente conduz a conclusões erradas a cerca do processo. Nestas situações, para entender corretamente o comportamento do processo, é importante estudá-lo a fundo, através de diferentes ferramentas estatísticas, para que haja um tratamento adequado dos dados.

A metodologia proposta foi implementada numa indústria de bebidas, a ECM - Empresa de Cervejas da Madeira, a fim de conhecer e validar a sua aplicabilidade. O estudo incidiu sobre a cerveja Coral Branca, em 5 características: Álcool, Extrato Primitivo, Estabilidade de Espuma, Turvação e Amargor. Esta metodologia decompõe-se em duas fases, em que na Fase I pretende-se verificar se o processo se encontra sob controlo estatístico e se têm capacidade de produzir conforme os requisitos estabelecidos, e posteriormente, na Fase II onde é feito um acompanhamento constante do processo ao longo do tempo. Para isso, aplicaram-se cartas de controlo univariadas e multivariadas, e a partir dos resultados foi efetuada uma análise comparativa entre o desempenho de ambas as cartas.

A aplicação das diferentes cartas de controlo na Fase I permitiu evidenciar que o processo apresenta uma variação para além do considerado normal ou expectável. Ainda, verificou-se que nenhuma das características apresenta capacidade de produzir de acordo com as

especificações pré-definidas. Estes resultados são normais visto que este cenário é verificado em muitos processos na vida real. No entanto, para melhorar o desempenho e evitar situações indesejadas sugere-se a implementação de ações corretivas. Por outro lado, os resultados alcançados na Fase II não foram os esperados pois foram comprometidos pela relação das séries de dados de ambas as fases. Posto isto, não foi possível retirar conclusões específicas a cerca do comportamento do processo nesta fase, nem comparar a performance entre o estudo univariado e multivariado como era pretendido.

Palavas chave: Controlo Estatístico do Processo, Cartas de Controlo, Variabilidade, Independência, Estudo Multivariado, Indústria Cervejeira

ABSTRACT

Over the years, quality has been gaining prominence in many organizations, since there are greater demands from customers who want good products at reasonably low prices. It's an investment that generates an important return, not through profit directly, but through the prevention of errors, for example, which in the long term translates into sustainable growth for companies.

The main aim of this work is to drive continuous improvement in the production process through the practice of statistical process control. Monitoring the quality of production systems is fundamental, but reality often diverges from theory and industrial processes turn out to be much more complex than idealized. For this reason, the assumptions for applying statistical techniques, such as traditional control charts, are sometimes disrespected, which leads to an increase in the number of false alarms and, consequently, to erroneous conclusions about the process. In these situations, in order to correctly understand the behavior of the process, it is important to study the process in depth, using different statistical tools, so that the data can be properly processed.

The proposed methodology was implemented in a beverage industry, ECM - *Empresa de Cervejas da Madeira*, to understand and validate its applicability. The study focused on *Coral Branca* beer, in 5 characteristics: Alcohol, Original Extract, Foam Stability, Cloudiness and Bitterness. This methodology is divided into two phases: Phase I aims to check whether the process is under statistical control and if has the capacity to produce according to the established requirements, and then Phase II, where the process is constantly monitored over time. To this end, univariate and multivariate control charts were applied so that the results could be used to make a comparative analysis of the performance of both charts.

The application of the different control charts in Phase I showed that the process varies beyond what is considered normal or expected. It was also found that none of the characteristics can produce according to the pre-defined specifications. These results are normal as this scenario is seen in many real-life processes. However, in order to improve performance and avoid undesirable situations, we suggest implementing corrective actions. On the other hand, the

results achieved in Phase II were not as expected, as they were compromised by the relationship between the data series from both phases. Therefore, it was not possible to draw specific conclusions about the behavior of the process in this phase, nor to compare performance between the univariate and multivariate study as was intended.

Keywords: Statistical Process Control, Control Charts, Variability, Independence, Multivariate Study, Brewing Industry

ÍNDICE

1	Introdução	1
1.1	Enquadramento do tema	1
1.2	Objetivos	2
1.3	Metodologia	2
1.4	Organização do documento	3
2	Controlo Estatístico do processo	5
2.1	Qualidade: Conceito e sua Evolução Histórica	5
2.2	Controlo Estatístico Univariado do Processo	7
2.3	Cartas de Controlo de Shewhart.....	9
2.3.1	Medidas de Desempenho das Cartas de Controlo	10
2.3.2	Fases de construção das cartas	11
2.3.3	Erros Associados às Cartas de Controlo.....	11
2.3.4	Recolha de dados	12
2.3.5	Causas de Variação.....	14
2.3.5.1	Regras para deteção de causas especiais	14
2.3.6	Cartas de controlo tradicionais.....	16
2.3.7	Cartas de controlo de variáveis	17
2.4	Cartas de controlo Especiais.....	21
2.4.1	Carta CUSUM para controlo da média	21
2.4.2	Carta H81-CUSUM para controlo da dispersão	22
2.5	Condições de Aplicabilidade.....	23
2.5.1	Aleatoriedade	24
2.5.2	Normalidade.....	24
2.5.3	Independência	26
2.5.4	Outliers	32

2.5.4.1	Método MAD (Median Absolut Desviation)	32
2.6	Controlo Estatístico para dados Autocorrelacionados	33
2.6.1	Cartas de controlo de Shewhart para resíduos	34
2.6.2	Cartas de controlo de Shewhart para erros de previsão	36
2.6.3	Cartas especiais para controlo de resíduos e erros de previsão	37
2.7	Capacidade Univariada do Processo	38
2.7.1	Índices de Capacidade para dados normais	40
2.7.2	Índices de Capacidade para dados não normais	42
2.8	Controlo Estatístico Multivariado do processo	43
2.8.1	Cartas T^2 para observações individuais	44
2.8.2	Interpretação das cartas T^2	46
2.8.3	Capacidade multivariada do processo	47
3	Caraterização da empresa	51
3.1	Empresa de Cervejas da Madeira	51
3.1.1	Estrutura organizacional	52
3.1.2	Produtos	52
3.1.3	Certificações e Distinções	53
3.2	Produção da Cerveja Coral	54
3.2.1	Matérias-primas	54
3.2.2	Processo produtivo	55
3.2.2.1	Brassagem	56
3.2.2.2	Fermentação e Maturação	57
3.2.2.3	Filtração	58
3.2.2.4	Enchimento	58
4	Estudo de Caso	61
4.1	Metodologia	61
4.2	Produtos e Caraterísticas em Estudo	65
4.3	Recolha de dados	66
4.4	Estudo preliminar	66
4.4.1	Reposição dos dados em falta	66
4.4.2	Verificação da independência dos dados	67
4.4.3	Verificação da existência de <i>Outliers</i>	72
4.5	Estudo univariado do processo	74
4.5.1	Fase I	74
4.5.2	Fase II	85

4.6	Estudo Multivariado do processo	94
4.7	Diagrama Causa e Efeito	103
5	Conclusão.....	105
5.1	Conclusões.....	105
5.2	Sugestões para Trabalhos Futuros.....	109
	Bibliografia.....	111
	Anexos.....	115
	Anexo A – Tabelas e Gráficos das Constantes	115
	Anexo B – Tabelas com os dados do estudo de caso	117
	Anexo C – Modelação inicial.....	133
	Anexo D- Modelação depois da aplicação do modelo <i>MAD</i>	136
	Anexo E – Modelação <i>ARIMA</i> e Cartas de controlo (Fase I)	141
	Anexo F - Fase II: Fase de monitorização.....	151

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1 - Esboço de uma carta de controlo	10
Figura 2.2 – Demonstração visual das regras para deteção de causas especiais	15
Figura 2.3 – Universo das cartas de controlo tradicionais	17
Figura 2.4 - Evolução de um processo ao longo do tempo	39
Figura 2.5 – Diferentes regiões quando $p=2$	48
Figura 3.1 - Organograma da Empresa de Cervejas da Madeira	52
Figura 3.2 - Gama de produtos fabricados na ECM.....	53
Figura 3.3 - Representação esquemática do processo produtivo da Coral Branca.....	60
Figura 4.1 - Metodologia aplicada no caso de estudo na Fase I	61
Figura 4.2 - Metodologia aplicada no caso de estudo na Fase I (Continuação).....	62
Figura 4.3 - Metodologia aplicada no caso de estudo na Fase I (Continuação).....	63
Figura 4.4 - Metodologia aplicada no caso de estudo na Fase II.....	64
Figura 4.5 - <i>FACE</i> referente à característica Álcool.....	67
Figura 4.6 - <i>FACPE</i> referente à característica Álcool	67
Figura 4.7 - <i>FACE</i> referente aos resíduos da característica Álcool	68
Figura 4.8 - <i>FACPE</i> referente aos resíduos da característica Álcool.....	69
Figura 4.9 - <i>FACE</i> referente à característica Extrato Primitivo.....	69
Figura 4.10 - <i>FACPE</i> referente à característica Extrato Primitivo	70
Figura 4.11 - <i>FACE</i> referente aos resíduos da característica Extrato Primitivo	71
Figura 4.12 – <i>FACPE</i> referente aos resíduos da característica Extrato Primitivo	71

Figura 4.13 - Cartas de controlo <i>e-MR</i> dos resíduos da característica Álcool	75
Figura 4.14 - Carta de controlo <i>e</i> revista dos resíduos da característica Álcool.....	76
Figura 4.15 - Carta de controlo <i>MR</i> revista dos resíduos da característica Álcool.....	77
Figura 4.16 - Histograma referente aos resíduos revistos da característica Álcool.....	78
Figura 4.17 - Carta de controlo <i>e-MR</i> dos resíduos da característica Estabilidade de Espuma.	80
Figura 4.18 - Carta de controlo <i>e-MR</i> revista dos resíduos da característica Estabilidade de Espuma	81
Figura 4.19 - Histograma referente aos resíduos revistos da característica Estabilidade de Espuma	83
Figura 4.20 - Comportamento dos dados da Fase I vs. Comportamento dos dados da Fase II para a característica Álcool.....	86
Figura 4.21 - Carta de controlo <i>e</i> para os erros de previsão da característica Álcool.....	87
Figura 4.22 - Carta de controlo <i>MR</i> para os erros de previsão da característica Álcool.....	88
Figura 4.23 - Carta CUSUM para uma alteração na média de $0,5\sigma$ para a característica Álcool	90
Figura 4.24 - Carta H81-CUSUM para uma alteração de 25% do desvio padrão para a característica Álcool.....	90
Figura 4.25 - Carta CUSUM para uma alteração na média de 1σ para a característica Álcool .	91
Figura 4.26 - Carta H81-CUSUM para uma alteração de 50% do desvio padrão para a característica Álcool.....	91
Figura 4.27 - Carta T^2 (Fase I).....	97
Figura 4.28 - Carta T^2 revista (Fase I).....	100
Figura 4.29 - Carta T^2 (Fase II)	101
Figura 4.30 - Diagrama Causa e Efeito.....	104

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 2.1 - Definição dos Erros.....	12
Tabela 2.2 – Estimadores utilizados no cálculo dos parâmetros do processo das cartas de controlo de variáveis.....	20
Tabela 2.3 - Limites de controlo na Fase II	20
Tabela 2.4 - Caracterização das FAC e FACP dos diferentes modelos	30
Tabela 2.5 - Limites de controlo para cartas tradicionais de resíduos.....	35
Tabela 2.6 - Limites de controlo para cartas tradicionais dos erros de previsão	37
Tabela 2.7 - Valores mínimos recomendáveis para os índices de capacidade tendo em conta diferentes características dos processos.....	42
Tabela 4.1 - Valores dos Limites de Especificação para cada característica	66
Tabela 4.2 - Modelo <i>ARMA (1,1)</i> ajustado aos dados da característica Álcool.....	68
Tabela 4.3 - Modelo <i>ARMA (1,1)</i> ajustado aos dados da característica Extrato Primitivo	70
Tabela 4.4 - Detalhes do modelo <i>ARIMA</i> aplicado às características Estabilidade de Espuma, Turvação e Amargor.....	71
Tabela 4.5 - Detalhes do modelo <i>ARIMA</i> aplicado às características Estabilidade de Espuma, Turvação e Amargor (continuação).....	72
Tabela 4.6 - <i>Outliers</i> encontrados em cada característica	72
Tabela 4.7 - <i>Outliers</i> encontrados em cada característica (continuação)	73
Tabela 4.8 - Ajuste dos modelos <i>ARIMA</i> após terem sido retirados os <i>outliers</i>	73

Tabela 4.9 - Pontos fora de controlo nas cartas <i>e-MR</i> aplicadas aos resíduos da característica Álcool.....	76
Tabela 4.10 – Modelo <i>ARMA (1,2)</i> reajustado aos dados da característica Álcool.....	77
Tabela 4.11 - Parâmetros do processo estimados referentes ao processo da característica Álcool	78
Tabela 4.12 – Análise da capacidade referente à característica Álcool.....	78
Tabela 4.13 - Pontos fora de controlo nas cartas <i>e-MR</i> aplicadas aos resíduos da característica Estabilidade de Espuma.....	79
Tabela 4.14 - Modelo <i>ARMA (1,2)</i> reajustado aos dados da característica Estabilidade de Espuma	82
Tabela 4.15 - Parâmetros do processo estimados e análise à capacidade do processo referentes à característica Estabilidade de Espuma.....	83
Tabela 4.16 - Detalhes das cartas <i>e-MR</i> aplicadas aos resíduos, parâmetros dos modelos <i>ARIMA</i> reajustados e normalidade dos resíduos para as características Extrato Primitivo, Turvação e Amargor.....	84
Tabela 4.17 - Parâmetros do processo estimados e análise da capacidade do processo para as características Extrato Primitivo, Turvac e Amargor	84
Tabela 4.18 - Estatísticas e Limites de controlo para as cartas <i>e-MR</i> aplicadas aos erros de previsão	86
Tabela 4.19 - Constantes utilizadas na construção das cartas <i>CUSUM</i> considerando um ARL_{EC} igual a 370.....	89
Tabela 4.20 - Constantes utilizadas na construção das cartas <i>H81-CUSUM</i> considerando um ARL_{EC} igual a 370	89
Tabela 4.21 - Pontos fora de controlo nas cartas <i>e-MR</i> e nas cartas <i>CUSUM</i> aplicadas aos erros de previsão das características Extrato Primitivo e Amargor	92
Tabela 4.22 - Pontos fora de controlo nas cartas <i>e-MR</i> e nas cartas <i>CUSUM</i> aplicadas aos erros de previsão das características Extrato Primitivo e Amargor (continuação).....	93
Tabela 4.23 - Matriz de correlação entre as três características na Fase I e na Fase II.....	96

Tabela 4.24 - Variáveis utilizadas no método da estatística d	98
Tabela 4.25 - Método da estatística d	98
Tabela 4.26 - Pontos fora de controlo na carta T^2 e resultados do método da estatística d ao longo das várias iterações	99
Tabela 4.27 - Índices de capacidade multivariada.....	100
Tabela 4.28 - Variáveis utilizadas no método da estatística d	102
Tabela 4.29 - Método da estatística d	102

SIGLAS E ABREVIATURAS

<i>ARIMA</i>	<i>Autoregressive Integrated Moving Average</i>
<i>ARL</i>	<i>Average Run Length</i>
<i>ARL_{Em Controlo}</i>	ARL quando o processo está sob controlo
<i>ARL_{Fora de Controlo}</i>	ARL quando o processo não está sob controlo
<i>BBT</i>	<i>Bright Beer Tank</i>
<i>CUSUM</i>	<i>Cumulative Sum</i> (Somas Acumuladas)
<i>ECM</i>	Empresa de Cervejas da Madeira
<i>EWMA</i>	<i>Exponentially Weighted Moving Average</i> (Média móvel exponencialmente amortecida)
<i>FAC</i>	Função de Autocorrelação
<i>FACE</i>	Função de Autocorrelação Estimada
<i>FACP</i>	Função de Autocorrelação Parcial
<i>FACPE</i>	Função de Autocorrelação Parcial Estimada
<i>ISO</i>	<i>International Organization for Standardization</i>
<i>K-S</i>	Kolmogorov-Smirnov
<i>LC</i>	Limite Central
<i>LIC, LSC</i>	Limite Inferior e Superior de Controlo
<i>LIE, LSE</i>	Limite Inferior e Superior de Especificação
<i>MAD</i>	<i>Median Absolut Desviation</i> (Mediana dos Desvios Absolutos)
<i>MCEWMA</i>	Moving Centreline Exponentially Weighted Moving Average Chart
<i>MCUSUM</i>	<i>Multivariate Cumulative Sum Chart</i>
<i>MR</i>	<i>Moving Range</i>

<i>R</i>	<i>Range</i> (Amplitude amostral)
<i>S</i>	Desvio padrão amostral
<i>SPC</i>	<i>Statistical Process Control</i> (Controlo Estatístico do Processo)
<i>TURVAC</i>	Turvação

SÍMBOLOS

$A, A_2, A_3, B_3, B_4,$	
$B_5, B_6, D_1, D_2, D_3,$	Fatores para construção das cartas de controlo de variáveis
D_4, c_4, d_2, d_3	
$AR(p)$	Componente Autorregressiva do modelo <i>ARIMA</i> de ordem p
$ARMA(p,q)$	Modelo Autorregressivo e de Médias Móveis
B	Operador de defasamentos
$Cov(X_t, X_{t+k})$	Covariância das observações desfasadas de k instantes
C_p	Índice de capacidade potencial do processo
C_{pk}	Índice de capacidade do processo
C_{pM}	Índice de capacidade potencial multivariado
$(C_{pk})_I, (C_{pk})_S$	Índice de capacidade inferior ou superior do processo
d	Estatística de teste de Kolmogorov-Smirnov
d_i	Estatística para determinar a variável i responsável pela situação fora de controlo da carta T^2
$D_{crítico}$	Valor crítico para o teste Kolmogorov-Smirnov
e_t	Resíduo para o instante t ; Erro de previsão do instante t
$e_\tau(T)$	Erro de previsão para o instante $T + \tau$
E_t	Média móvel exponencialmente amortecida no instante t
$F_{1,\nu}$	Função da distribuição de Fisher com 1 e ν graus de liberdade
$F_{\alpha;p;mn-m-p+1}$	Percentil à direita da distribuição de Fisher com uma probabilidade α , com parâmetros p e $mn-m-p+1$

$F_{\alpha;p;m-p}$	Percentil à direita da distribuição de Fisher com uma probabilidade α , com parâmetros p e $m-p$
h	Valor absoluto dos limites de controlo de uma carta CUSUM
H_0	Hipótese Nula
H_1	Hipótese Alternativa
k	Número de classes da Regra de Struges; Parâmetro de controlo da carta CUSUM
L	Distância dos limites de controlo à linha central
LI	Índice de capacidade multivariado
L_p	Percentil de 0,135% da distribuição de X
\tilde{M}	Mediana do processo
$MA(q)$	Componente das Médias Móveis do modelo <i>ARIMA</i> de ordem q
m	Número de amostras
MR	Amplitudes móveis
\overline{MR}	Média das Amplitudes móveis
n	Dimensão da amostra
N	Número de dados
$N(\mu, \sigma^2)$	Distribuição Normal com média μ e variância σ
$N_p(\mu, \Sigma)$	Distribuição Normal multivariada com vetor e matriz μ de covariâncias Σ
PV	Índice de capacidade multivariado
S	Matriz de covariâncias amostrais
S^{-1}	Matriz inversa das covariâncias amostrais
S^2	Variância amostral
T^2	Estatística da carta multivariada T^2
T_i^2	Estatística da carta multivariada T^2 para todas as variáveis do processo à exceção da variável i
U_p	Percentil de 99,865% da distribuição de X
Var	Variância
X	Caraterística da qualidade

\mathbf{X}	Vetor constituído pelas p variáveis
\bar{X}	Média das amostras
$\bar{\bar{X}}$	Média das médias
$\bar{\mathbf{X}}$	Vetor média das amostras
X_t	Valor da característica X no instante t
$X_{T+\tau}$	Valor de X para o período $T+\tau$
$X_{T+\tau}(T)$	Previsão realizada no instante T para o período $T+\tau$
Z	Variável Normal reduzida
α	Nível de significância; Erro do produtor
$\beta_{\alpha;p/2;(m-p-1)/2}$	Percentil à direita da distribuição Beta, para uma probabilidade α e parâmetro $p/2$ e $(m-p-1)/2$
β	Risco do consumidor
χ^2	Estatística Qui-Quadrado
$\chi^2_{\alpha;p}$	Percentil à direita da distribuição Qui-Quadrado, para uma probabilidade α e parâmetro p
ε	Ruído Branco ($\varepsilon \sim N(0; \sigma_\varepsilon^2)$)
$\phi_p(B)$	Polinómio autorregressivo de ordem p
ϕ_j	Parâmetro da componente autorregressiva
ϕ_{kk}	Coefficiente de autocorrelação parcial de ordem k
μ	Média do processo
$\boldsymbol{\mu}$	Vetor média do processo
$\hat{\mu}$	Média do processo estimada
μ_ω	Média de uma carta de controlo
ν	Graus de liberdade
$\theta_q(B)$	Polinómio de médias móveis de ordem q
θ_j	Parâmetro da componente média móvel
Σ	Matriz de covariâncias para as p características
ρ_k	Coefficiente de correlação de desfasamentos k (<i>lag</i> k)

σ	Desvio padrão do processo
σ^2	Variância do processo
$\hat{\sigma}$	Valor estimado do desvio padrão do processo
σ_{ep}	Desvio padrão dos resíduos ou erros estimados
σ_{ε}^2	Variância do ruído branco
σ_{ω}	Desvio padrão de uma carta de controle
ω	Estatística de uma carta de controle
ξ	Termo independente do modelo $AR(p)$ que permite determinar a média do processo
Ψ_j	Coefficiente do polinómio $\Psi(B)$
∇	Operador de diferenças
Δ	Alteração no parâmetro do processo

INTRODUÇÃO

Este primeiro capítulo inicia-se com o enquadramento das temáticas que serão abordadas, seguido dos objetivos propostos para esta dissertação e, finalmente é apresentada a estrutura do documento.

1.1 Enquadramento do tema

O mercado industrial ao longo dos anos tem sido alvo de grandes alterações, afetando todo o ciclo de vida de um produto, desde as tecnologias utilizadas, os métodos de trabalho, a comunicação do produto e principalmente a forma como este é consumido. Num mundo em que há cada vez mais poder de compra, há também maior competitividade entre organizações, o que obriga a que cada organização tenha de se sobressair. A adaptação às novas exigências dos clientes passa por entregar produtos a custos baixos, prazos de entrega curtos, mas essencialmente produtos de alta qualidade. O controlo e melhoria da qualidade tem se tornado uma estratégia muito importante para muitas organizações (Mawonike et al., 2018). Da mesma maneira que a criatividade e inovação são necessárias para obter vantagem competitiva, a qualidade é o fator mais eficaz, pelo qual uma organização se pode distinguir (Ariyo Raheem, 2016).

A qualidade é um tema em debate há muitos anos, no entanto nunca houve um consenso para a sua definição. Pode ser definida como a conformidade com os requisitos ou expectativas e necessidades dos clientes, aptidão para uso, instrumento de operação, regulação e avaliação de processos, ou como elemento para perseguir a excelência. Ou seja, é fundamental alinhar a produção com a qualidade exigida pelos clientes, e orientá-la para uma produção com o máximo de produtos conformes e de alta qualidade (Requeijo & Pereira, 2012). A ideia de que o principal objetivo de uma organização é fazer lucro, foi-se alterando ao longo dos tempos para a ideia de que o importante é entregar um serviço/produto de qualidade aos seus clientes (Ariyo Raheem, 2016).

Atualmente, há muitas ferramentas disponíveis para avaliar, controlar e monitorizar a qualidade dependendo do contexto. No decorrer do século XX, Walter Shewhart, desenvolveu um

método que tem por base a estatística, chamado de Controlo Estatístico do Processo, que proporciona um conhecimento dos múltiplos fatores que tem impacto nos processos de fabricação e visa garantir a qualidade dos produtos finais. Portanto, a execução do Controlo Estatístico do Processo facilita a monitorização do comportamento dos processos produtivos por meio da elaboração de cartas de controlo, diminuição da variabilidade e análise da capacidade dos mesmos em fabricar conforme as especificações estabelecidas, a partir da estimação dos parâmetros do processo (Requeijo & Pereira, 2012). Ao longo do tempo e com o desenvolvimento das indústrias, as ferramentas do Controlo Estatístico do Processo têm sido adaptadas para que seja possível a sua aplicação nos diferentes cenários industriais, como processos em série com grandes produções, produções em lotes ou produções onde o número de dados disponíveis seja reduzido.

Esta dissertação surgiu perante a oportunidade de implementar o Controlo Estatístico do Processo na Empresa de Cervejas da Madeira (ECM). Esta empresa produz diferentes tipos de bebidas, no entanto este trabalho focou-se na produção da Cerveja Coral, sendo o produto mais vendido da empresa. A ECM é a única empresa da região no setor das bebidas, no entanto, encontra uma forte concorrência com produtos importados de mercados externos. A aplicação do Controlo Estatístico do Processo vai proporcionar à ECM um maior conhecimento do seu processo que permitirá um maior controlo do mesmo e torná-lo ainda mais eficiente.

1.2 Objetivos

O principal objetivo da presente dissertação é melhorar o desempenho global do processo de produção da Empresa de Cervejas da Madeira, através da implementação do controlo estatístico do processo. Assim, este projeto ambiciona debater quais as técnicas mais adequadas para a resolução do caso em estudo e incentivar a prática de aplicação das ferramentas do controlo estatístico do processo na ECM. Para além disso, deseja-se:

- Aumentar o controlo do processo de fabrico para facilitar a antecipação e correção de problemas.
- Verificar a estabilidade do processo e determinar a capacidade do mesmo em produzir conforme as especificações pré-estabelecidas.
- Comparar o controlo estatístico univariado com o controlo estatístico multivariado, na Fase II.
- Identificar e apresentar propostas de melhorias a aplicar na linha de produção.

1.3 Metodologia

O trabalho que está na base deste estudo foi desenvolvido no chão de fábrica das instalações da ECM no processo de produção da cerveja Coral Branca. O projeto iniciou-se com uma

revisão da literatura de modo a descobrir as diferentes metodologias e ferramentas que constituem o Controlo Estatístico do Processo.

Numa segunda etapa procedeu-se à observação da linha de produção com o objetivo de conhecer melhor o processo de fabrico. Para isso, caracterizou o sistema produtivo com intuito de detetar quais os maiores problemas. Em conjunto com a empresa, decidiu-se incidir este estudo na fase final de produção da cerveja Coral Branca em 5 características principais. Devido à quantidade necessária de dados para o estudo optou-se pela utilização de dados históricos.

Assim que compreendido o processo, procedeu-se a um estudo preliminar para analisar os dados das diversas características. Primeiramente, verificou-se a natureza dos dados, visto que havia suspeitas de os dados serem autocorrelacionados por se tratar de um processo com elevada cadência de fabrico. Como tal se confirmou, procedeu-se ao ajuste dos dados a um modelo matemático *ARIMA*. Aos resíduos independentes, e com a intenção de verificar a existência de *outliers* aplicou-se o método *MAD*. Em seguida, recorreu-se aos instrumentos do controlo estatístico univariado, nomeadamente as cartas de controlo de Shewhart. Terminada a análise inicial e a Fase I do *SPC*, seguiu-se para a Fase II, em que se utilizou as cartas de controlo tradicionais e especiais que foram empregues aos erros de previsão. Finalmente, aplicou-se o controlo estatístico multivariado a fim de estudar as diversas características em simultâneo.

Depois de concluída a parte prática, procedeu-se à comparação das abordagens apresentadas com a intenção de perceber qual a que apresentou melhor desempenho. Ainda, avaliou-se a estabilidade do processo de fabrico e averiguou-se se o mesmo têm competência para produzir conforme as especificações técnicas. Por fim, com o intuito de otimizar o sistema de produção apresentou-se propostas de melhoria constatadas com base nos resultados obtidos.

1.4 Organização do documento

A presente dissertação é constituída por 5 capítulos, acompanhados pelos Anexos, disponíveis no final do documento. De seguida apresenta-se uma breve descrição dos conteúdos de cada capítulo.

O capítulo 1 fornece uma pequena visão de todo o trabalho desenvolvido. Neste capítulo é feito um enquadramento do tema, são desenvolvidos os objetivos bem como é descrita a metodologia adotada neste estudo. O capítulo encerra com a apresentação da estrutura desta dissertação.

No segundo capítulo abordam-se as noções teóricas que constituem uma extensa revisão de literatura acerca do Controlo Estatístico do Processo. Em primeiro lugar, é feita uma caracterização do conceito de qualidade e descrita a sua evolução histórica. Posteriormente, descreve-se a importância do *SPC*, seguido da introdução das cartas de controlo e os seus respetivos

pressupostos de aplicação juntamente com os métodos para transformar os dados no caso de estes não serem cumpridos. Depois, apresenta-se o controlo estatístico multivariado do processo, que é usado para estudar diversas características da qualidade em simultâneo, nomeadamente para dados que apresentem autocorrelação. Por fim, é descrito o procedimento para realizar a análise à capacidade do processo.

No capítulo 3 procura-se apresentar a empresa onde foi realizado este projeto através de uma breve caracterização da empresa e descrição do processo de fabrico no qual se implementou o *SPC*.

No quarto capítulo aplica-se todas as metodologias descritas e discutidas no segundo capítulo. Este capítulo, contempla também, os resultados práticos obtidos no trabalho executado na empresa, baseado na metodologia que melhor se aplica a cada contexto.

Finalmente, no capítulo final, o capítulo 5, são discutidas todas as conclusões alcançadas no decorrer do tempo de elaboração deste estudo. Além disso, são recomendados tópicos para projetos futuros com o objetivo de incentivar o crescimento contínuo do *SPC* na ECM.

CONTROLO ESTATÍSTICO DO PROCESSO

O capítulo 2 descreve detalhadamente os conceitos teóricos a cerca do Controlo Estatístico do Processo começando com a sua evolução histórica até à sua importância no mundo atual. Posteriormente, apresenta-se os métodos usados na resolução do estudo de caso.

2.1 Qualidade: Conceito e sua Evolução Histórica

O termo qualidade deriva do latim *qualitate* e encontra-se definido no dicionário como: s.f., característica ou atributo de pessoa ou coisa; excelência; virtude; espécie. Cada vez mais, as organizações têm atribuído à qualidade um papel principal, e muitas consideram-na como um objetivo estratégico para obter vantagem competitiva.

Aplicada sob diferentes formas ao longo da História, a ideia de Qualidade já foi definida de várias maneiras e contextos, e a até hoje não há um consenso evidente sobre o seu significado (Shewfelt, 1999). A percepção de Qualidade nasceu na Europa medieval, no final do século XIII, e com o passar dos anos, percebeu-se que o seu papel contribuiu positivamente para as organizações, desde a melhoria da imagem da empresa, aumento da produtividade, redução de custos e erros, maior segurança nas operações, aumento da motivação dos colaboradores, gestão aprimorada e compromisso até o envolvimento com os clientes (Culot, 2019).

A ideia de atender aos requisitos de potenciais clientes de forma a maximizar o sucesso é tão antiga quanto o estabelecimento do comércio económico na humanidade. Os artesãos, no fim do século XIII, organizaram-se em guildas, onde desenvolveram procedimentos formais rígidos para qualidade de produtos e serviços. Anos mais tarde, já no início do século XIX, sucedeu-se a Revolução Industrial que deu origem à produção em massa. Os artesãos tornaram-se trabalhadores fabris com tarefas especializadas. Neste momento, maior parte da produção era feita por máquinas, o que originou uma **Inspeção de Qualidade** no fim da linha de produção, para garantir que os produtos enviados aos clientes eram de qualidade razoável (Fisher & Nair, 2009). O objetivo principal era garantir qualidade suficiente dos produtos entregues e, assim, evitar reclamações por parte dos clientes (Weckenmann et al., 2015).

Posteriormente, as organizações repararam que as inspeções envolviam custos elevados e altas taxas de desperdício, para a detecção, reparo ou substituição de peças defeituosas. Posto isto, surgiu o **Controlo de Qualidade**, em que a ideia apenas de inspecionar e reagir foi substituída pela ideia de controlar a qualidade. O foco passou a ser em todo o processo, em vez do produto final, o que levou à compreensão de que procurar erros e corrigi-los era menos eficiente que encontrar a raiz dos erros e removê-los (Weckenmann et al., 2015). Para isso, foram introduzidas novas ferramentas de qualidade e métodos estatísticos para controlar os processos de fabrico. Estas permitem a observação de desvios dos valores das características de qualidade exigidas pelas especificações, ajudando a identificar e eliminar as causas que os geram. William Deming desenvolveu Ciclo PDCA (*Plan, Do, Check, Act*) que auxilia na identificação e correção de erros. Para reagir às mudanças súbitas no processo e evitar desperdícios foi desenvolvido o Controlo Estatístico de Processo. Finalmente, surgiu também o Desenho de Experiências (DoE) que facilitou a identificação e o ajuste eficiente dos parâmetros de entrada significativos para obter resultados de saída ótimos em relação à qualidade do produto (Weckenmann et al., 2015).

Nos anos 40 a 50, surge a **Garantia de Qualidade**, conceito orientado para quem defende que qualidade é sinónimo de zero defeitos e o produto tem de atender completamente às especificações pré-definidas (Yang, 2017). Armand Feigenbaum salientou que a garantia da qualidade não pode ser alcançada colocando o controlo apenas nos processos de produção, mas sim pela prevenção de problemas de qualidade por meio de atividades planeadas e sistemáticas (Feigenbaum, 1991). O que inclui o estabelecimento de um bom sistema de gestão da qualidade e avaliação da sua adequação, auditoria do funcionamento do sistema e revisão do próprio sistema. Alguns autores sugerem que a garantia de qualidade é basicamente um processo de inspeção, que verifica pessoas, equipamentos e processos (Yang, 2017).

Em meados da década de 80, um novo conceito cresceu no Japão, conhecido como **Controlo da Qualidade Total**. Com o aumento da complexidade dos mercados, os produtores japoneses concentraram-se em melhorar todos os processos organizacionais através das pessoas que os utilizavam, em vez de confiar apenas na inspeção do produto (Fisher & Nair, 2009). Portanto, é uma perspetiva que tem como objetivo disseminar a ideia da qualidade e a sua filosofia além do processo de produção e pretende que a qualidade esteja presente em todas as atividades de uma organização.

Há cerca de 30 anos, a **Gestão da Qualidade Total** (TQM - *Total Quality Management*) culminou numa mudança fundamental na forma como uma organização conduz seus negócios. Esta visa a melhoria contínua dos produtos ou serviços de uma organização, processos e sistema de qualidade geral oferecendo produtos ou serviços de alta qualidade que atendam ou excedam as expectativas do cliente, ou seja, pretende satisfazer os requisitos dos clientes, evitar os erros, privilegiar a prevenção e avaliar os custos de não qualidade. O TQM baseia-se no princípio de que a qualidade é responsabilidade de toda a organização e todos devem estar envolvidos no

processo de produção de alta qualidade. Assim, os conceitos de gestão da qualidade passaram a ser usados em áreas sem competição direta, mas com necessidade de melhoria própria, como educação, saúde ou administração pública (Weckenmann et al., 2015).

Como se pode concluir pela descrição anterior os paradigmas estabelecidos para o desenvolvimento e implementação de ferramentas e métodos na gestão da qualidade mudaram várias vezes, porém a ideia subjacente e o objetivo geral permaneçam os mesmos (Weckenmann et al., 2015). A perspectiva sobre questões relacionadas à qualidade ampliou-se ao longo dos anos, começando com um foco no produto final e permanecendo atualmente com visão holística e visionária da organização como um sistema complexo, a ser gerido e aprimorado tendo em consideração as suas partes interessadas (produtos, processos, parceiros, fornecedores, clientes e funcionários) e considerando os seus relacionamentos mútuos (Weckenmann et al., 2015). Perante este cenário, pode deduzir-se que a história da qualidade estará sempre em evolução e torna-se absolutamente essencial para as organizações colocar a qualidade em primeiro lugar. A globalização e progressão das tecnologias colocam novos requisitos na gestão da qualidade, exigindo não apenas uma qualidade tecnicamente orientada, mas também a consideração da responsabilidade social e da sustentabilidade.

2.2 Controlo Estatístico Univariado do Processo

O Controlo Estatístico do Processo (*SPC*, do inglês *Statistical Process Control*) foi proposto no ano 1920 por Walter Shewhart com objetivo de controlar o processo de modo a minimizar os defeitos (Fisher & Nair, 2009). Shewhart defendeu que existem dois lados da qualidade: o subjetivo (o que o cliente quer) e o objetivo (propriedades relacionadas com o produto). Os princípios desenvolvidos por este guru são ainda hoje respeitados e representam uma das ferramentas mais importantes para uma organização que tencione elevar a sua competência.

Idealmente, os processos de fabrico devem ser estáveis e apresentar uma variabilidade mínima à volta dos valores alvo ou nominais das características da qualidade (Montgomery, 2009). Para monitorizar o processo, reduzir a variabilidade e determinar se este é capaz de produzir de acordo com especificações pré-definidas é comumente usado o *SPC*. Esta metodologia é suportada por 7 ferramentas, normalmente intituladas por sete ferramentas básicas da qualidade, que permitem um estudo aprofundado e rigoroso dos dados em análise. As 7 ferramentas são: Cartas de Controlo ; Diagrama Causa e Efeito ; Diagrama de Pareto; Folhas de Registo e Verificação; Fluxograma; Gráfico de Dispersão e Histograma (Montgomery, 2009; Requeijo & Pereira, 2012). Destas ferramentas, as Cartas de Controlo são o instrumento central do *SPC*, e serão abordadas no próximo subcapítulo.

Apesar destas ferramentas estarem a ganhar popularidade no mundo industrial, ainda não existem muitas referências publicadas sobre este assunto na indústria cervejeira. Posto isto, numa revisão bibliográfica no que refere à utilização do *SPC*, mais especificamente de cartas

de controlo na indústria cervejeira, apenas encontrou-se dois estudos relevantes. Em função disso, decidiu-se procurar pela mesma temática em indústrias produtoras de bebidas. Apesar de terem sido encontrados mais estudos, ainda se constatou alguma falta de estudos nesta área. Foram encontrados mais três estudos considerados pertinentes, sendo que dois deles foram aplicados na indústria vinícola e outro no tratamento de água mineral. De seguida, fez-se um pequeno resumo das publicações mencionadas acima.

Um dos estudos encontrados foi realizado numa fábrica de produção de bebidas alcoólicas na Nigéria, onde foi aplicado o controlo estatístico do processo a quatro características da qualidade: Brilho; pH; Extrato Primitivo e Percentagem de Álcool. Os dados usados neste estudo foram recolhidos durante um período de 15 dias e são referentes aos produtos acabados. Atendendo aos objetivos iniciais desta investigação que incluíam determinar se o processo de produção se encontra sob controlo estatístico; construir cartas de controlo adequadas e sugerir medidas de controlo alternativas para uso futuro na empresa, foi concluído que o processo de produção está na sua maioria fora de controlo estatístico. Posto isto, foram sugeridas algumas recomendações para ajudar a resolver os problemas dos produtos com baixa qualidade, de modo que esta empresa consiga atender aos requisitos dos clientes e competir com os produtos importados (Ariyo Raheem, 2016).

Um outro projeto constatou que numa produção de cerveja opaca (Chibuku) há escassez de métodos sofisticados e práticas de higiene que podem comprometer a qualidade do produto. Neste processo verificou-se que há bastante variação na qualidade da cerveja, que pode ser justificada pela inconsistência do processo de fabricação e pelas matérias-primas utilizadas. Portanto, durante várias fases do processo foram monitorizadas algumas características de qualidade como, o pH, Temperatura, Tempo, Viscosidade e Teor Alcoólico. Estas características revelaram ser altamente correlacionadas, pelo que os autores tiveram de recorrer ao uso das cartas MCUSUM. Os resultados mostram que a qualidade da cerveja é comprometida pela falta de uniformidade na medição dos parâmetros durante a produção. Os autores sugerem que seria necessário fazer inspeções mais completas para garantir a consistência das variáveis de qualidade mensuráveis para melhorar o sabor, o prazo de validade e as características organolépticas da cerveja (Mawonike et al., 2018).

Canas et al. (2019) constataram que nas regulamentações europeias em relação à aguardente vínica não é permitido a adição de agentes aromatizantes, como a baunilha, ou o caramelo que apenas é permitido como meio de adaptação de cor. De modo a evitar a concorrência desleal entre produtores e proteger o consumidor, estes autores compararam diferentes marcas de aguardentes comerciais. Para monitorizar a autenticidade e o teor de caramelo desta bebida foram utilizadas análises multivariadas e cartas de controlo, baseadas nas proporções entre aldeídos furânicos e aldeídos fenólicos, presentes no caramelo e na baunilha, respetivamente. Os resultados demonstraram a simplicidade, rapidez e confiabilidade desta metodologia neste cenário.

Uma outra indústria vinícola foi alvo de um estudo que teve como finalidade a implementação do controlo estatístico do processo para melhorar a qualidade do produto final. Esta produtora é caracterizada pelos seus baixos volumes de produção, pelo que não foi possível a utilização das cartas de controlo tradicionais pois estas podiam originar conclusões erróneas. Em função disso, foram aplicadas as cartas Q e MQ, que demonstraram ser a escolha mais apropriada para estudos de caso deste tipo (Abreu et al., 2018). Os autores concluíram que este tipo de cartas para além de permitirem o estudo do processo quando não há dados suficientes, reduzem o tempo de análise e possibilitam a introdução, no estudo univariado, de dois índices de capacidade (Q_L e Q_U) que facilitam o estudo da capacidade do processo em tempo real e reduzem a probabilidade de produzir unidades não conformes.

Finalmente, Bardhan et al. (2011) reconheceram que nem todos os processos apresentam dados normalmente distribuídos e independentes. Estes pressupostos são comumente violados em processos químicos. Por esse motivo estes autores analisaram o tratamento de água mineral, com o objetivo de verificar a aplicabilidade das cartas MCEWMA. O resultado do estudo vem demonstrar que as cartas MCEWMA são realmente úteis para detetar pequenas alterações em dados autocorrelacionados. Os autores ainda propuseram valores de ARL para este tipo de cartas com base em resultados simulados.

2.3 Cartas de Controlo de Shewhart

As cartas de controlo são ferramentas visuais projetadas para supervisionar o comportamento de uma ou mais características da qualidade no decorrer do tempo. Um trabalho desta ferramenta é avisar que o processo está se a comportar de forma diferente do que o planeado, isto é, ajuda a perceber quando há um padrão de variação inesperado (McCabe & Broderick, 1999).

Uma típica carta de controlo está ilustrada na Figura 2.1. No eixo das ordenadas representam-se os valores observados da estatística calculada para característica em estudo, enquanto no eixo horizontal ou das abcissas, apresentam-se o número ou instante relativo à amostra ou subgrupo. Estes gráficos são compostos por uma linha central (LC) que reflete o valor médio da estatística em estudo, e por dois limites de controlo (LSC- Limite Superior de Controlo e LIC- Limite Inferior de Controlo) que refletem a variação natural do processo (Requeijo & Pereira, 2012). Segundo Montgomery (2009) os limites de ação e a linha central de uma carta de controlo, assumindo que os valores da estatística ω seguem uma distribuição aproximadamente Normal ($\mu_\omega, \sigma_\omega^2$), são expressos por:

$$\begin{aligned}LSC &= \mu_\omega + L\sigma_\omega \\LC &= \mu_\omega \\LIC &= \mu_\omega - L\sigma_\omega\end{aligned}\tag{2.1}$$

Onde L corresponde ao afastamento dos limites de controlo à linha central. Geralmente utiliza-se $L=3$ para $\alpha = 0,27\%$, o que significa que a probabilidade de um qualquer ponto se situar entre os limites é de 99,73%. Neste caso, estas cartas são chamadas de Cartas de Controlo de Shewhart porque Walter Shewhart foi o impulsionador desta teoria.

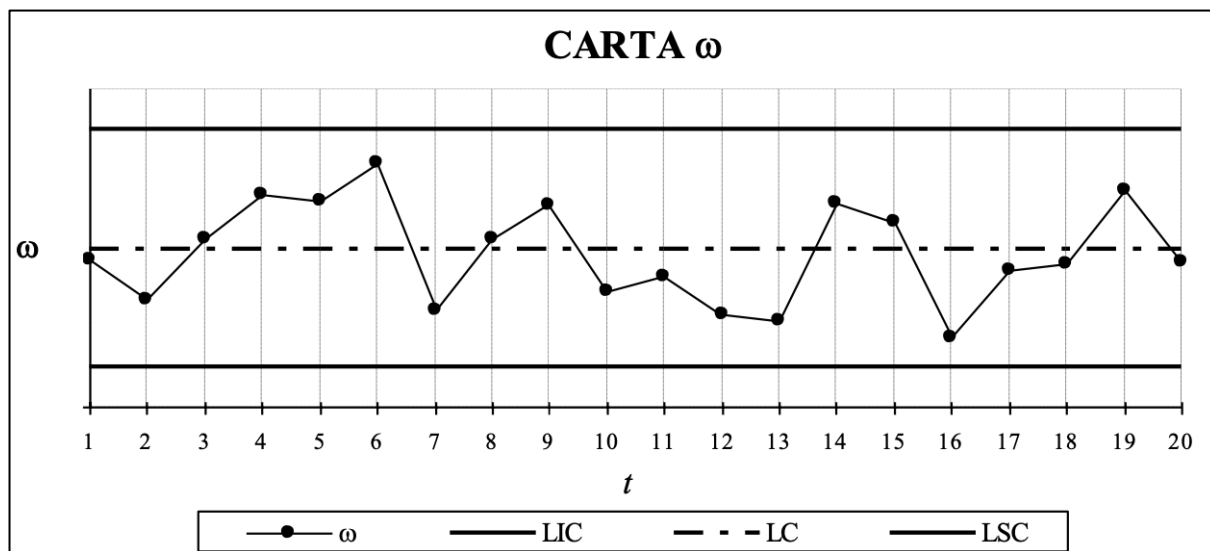


Figura 2.1 - Esboço de uma carta de controlo

Estes instrumentos ficaram tão populares porque permitem o conhecimento dos fatores que afetam a produção e têm a vantagem de serem fáceis de utilizar por parte de todos os trabalhadores das empresas. Assim, permite utilizar uma linguagem comum quer entre fornecedores e clientes quer entre a produção e outros departamentos da empresa. As cartas de controlo também proporcionam consistência na previsão da qualidade e dos custos que se traduz, a longo prazo, num menor custo por unidade produzida. Outro benefício associado ao uso desta ferramenta é a definição do processo, das suas fronteiras, da interação com outros processos, das características mais críticas, da informação mais importante e do sistema de medição.

2.3.1 Medidas de Desempenho das Cartas de Controlo

A medida que é utilizada geralmente para avaliar o desempenho de uma carta de controlo é o ARL (do inglês, *Average Run Length*). O ARL é definido como sendo o número médio de pontos representados numa carta de controlo antes de um ponto indicar uma situação de fora de controlo (Requeijo & Pereira, 2012). Quando o processo está estável é desejável um maior valor de ARL pois diminui o risco de falsos alarmes. Através da Equação 2.2 é possível determinar o valor de ARL_{EC} . Nas cartas de Shewhart, como mencionado anteriormente, considera-se $\alpha = 0,27\%$, o que significa que o $ARL_{EC} = 370$. Logo, de 370 em 370 pontos existirá em média um falso alarme, visto que julga-se incorretamente que o valor de ω não faz parte da distribuição em causa (Requeijo & Pereira, 2012).

$$ARL_{Em\ Controlo} = ARL_{EC} = \frac{1}{\alpha} \quad (2.2)$$

No caso de o processo estar fora de controlo é desejável obter um valor de ARL o menor possível pois pretende-se detetar alterações nos parâmetros do processo mais rapidamente. Para determinar o valor do ARL_{FC} utiliza-se a Equação 2.3 (Requeijo & Pereira, 2012).

$$ARL_{Fora\ de\ Controlo} = ARL_{FC} = \frac{1}{1 - \beta} \quad (2.3)$$

A carta mais indicada para um determinado processo será aquela que apresentar um $ARL_{Em\ Controlo}$ maior e um $ARL_{Fora\ de\ Controlo}$ menor (Requeijo & Pereira, 2012).

2.3.2 Fases de construção das cartas

Autores como, Montgomery (2009) e Requeijo & Pereira (2012) qualificam a elaboração de cartas de controlo como uma sequência interativa constituída por duas fases distintas: Fase I, que consiste numa fase de análise retrospectiva ou introdutória do processo, e Fase II, onde se inicia monitorização do mesmo em tempo real.

A Fase I, inicia-se com a recolha dos dados para o estudo. Depois, procedesse-se ao cálculo das estatísticas a controlar e posteriormente, determinam-se os limites de controlo e a linha central. Se forem observadas causas especiais de variação, as respetivas observações responsáveis devem ser eliminadas e deve-se proceder à reconstrução da carta de controlo. Na eventualidade de serem detetadas várias causas especiais, é necessário apurar a sua origem e estipular as medidas corretivas mais adequadas para eliminá-las. Assim que não ocorrerem mais causas especiais, ou seja, o processo encontrar-se estável, pode-se estimar os parâmetros do processo, a média (μ) e o desvio padrão (σ), e analisar a aptidão deste em produzir conforme as especificações técnicas.

Finda a primeira fase com o processo sob controlo estatístico, avança-se para a Fase II. Esta fase caracteriza-se pela monitorização do processo em tempo real, à medida que são recolhidos os dados na produção. Na eventualidade de situações fora de controlo, as razões da sua ocorrência devem ser estudadas e posteriormente implementar ações corretivas.

2.3.3 Erros Associados às Cartas de Controlo

O conceito de risco neste contexto, tal como Montgomery (2009) afirmou, assemelha-se ao de um Teste de Hipóteses, que é um procedimento estatístico que determina se uma hipótese em particular, considerada verdadeira, pode ou não ser aceite. A decisão recai sobre duas hipóteses, a Hipótese Nula (H_0) que é verdadeira até que haja alguma prova estatística que permita vetá-la e a Hipótese Alternativa (H_1) que representa opção contrária à Hipótese Nula. No *SPC*,

H_0 corresponde ao processo estar controlado estatisticamente, isto é, assegura que todas as observações exibidas na carta de controlo estão entre os limites de controlo. Contrariamente, H_1 assume-se como verdadeira quando o processo não está controlado estatisticamente. Desta forma, o estabelecimento dos limites de controlo implica que se possam cometer dois tipos de erros, assim como acontece quando estamos a realizar um Teste de Hipóteses: Erro do tipo I ou Erro do produtor e Erro do Tipo II ou Erro do consumidor.

A tabela seguinte demonstra as situações em que cada um tipo de erro pode ocorrer, quando o processo está sob controlo estatístico.

Tabela 2.1 - Definição dos Erros

	H_0 é verdadeira	H_0 é Falsa
Rejeitar H_0	Erro do Tipo I	Não há erro
Aceitar H_0	Não há erro	Erro do Tipo II

Neste contexto pode-se afirmar que um Erro do Tipo I ocorre quando se considera incorretamente que um ponto está fora dos limites, indicando uma situação fora de controlo, no entanto, não existe nenhuma causa especial, ou seja, considera-se erradamente que o processo não está sob controlo estatístico. Por outro lado, o Erro do Tipo II ocorre quando se considera que todos os pontos seguem um padrão aleatório e na verdade há causas especiais, isto é, considera-se que o processo está estável, quando na realidade não está (Montgomery, 2009).

Os dois tipos de erros são inversamente proporcionais, na medida em que, quando mais afastados estão os limites de controlo da linha central a probabilidade de se cometer um Erro do tipo I diminui, enquanto a probabilidade de se cometer um Erro do Tipo II aumenta. Tal se verifica, pois, a área compreendida entre os limites aumenta, logo há maior possibilidade de os pontos se encontrarem todos entre os limites e no entanto existir causas especiais. O contrário também é verificado quando os limites de controlo estão mais próximos da linha central, isto é, o Erro do Tipo I aumenta e o Erro do Tipo II diminui. Requeijo & Pereira (2012) defendem que deve-se encontrar um meio termo à volta de ambos os erros, uma vez que não é exequível reduzir ao mesmo tempo as probabilidades de estes ocorrerem. Por isso, e devido aos resultados favoráveis nestas condições é geralmente utilizado $L=3$ na Equação 2.1.

2.3.4 Recolha de dados

A etapa da recolha de dados preconiza um papel fundamental no Controlo Estatístico do Processo, visto que pode condicionar as conclusões finais provenientes da utilização de cartas de controlo (Requeijo & Pereira, 2012).

Shewhart (1931) com o objetivo de aperfeiçoar o desempenho das cartas de controlo, instaurou a noção de subgrupos ou amostras racionais. A estratégia é minimizar a variação entre os

membros dos subgrupos, de forma que estes subgrupos sejam o mais homogêneo possível (Montgomery, 2009). Tal significa que os dados devem ser recolhidos em unidades de produção consecutivas em períodos de tempos curtos. O objetivo é que a variação entre o subgrupo reflita um processo onde existem apenas causas comuns de variação (Requeijo & Pereira, 2012). Por outro lado, a probabilidade de se detetarem diferenças entre subgrupos de amostras deve ser aumentada, ou seja, pretende-se maximizar a variabilidade entre amostras, de modo que esta variação seja originada por causas especiais de variação. Ryan (2011) defende que não se deve incluir na mesma amostra unidades de populações diferentes pois a integração de dados oriundos de inúmeros equipamentos, operadores ou métodos têm potencial de originar análises erróneas e consequentemente assinalar cenários diferentes do mundo real. Porém, em algumas situações em que seja possível comprovar que não existem diferenças significativas entre unidades através por exemplo de uma análise à variância, é viável utilizar uma carta de controlo comum entre dois equipamentos distintos, por exemplo (Montgomery, 2009; Requeijo & Pereira, 2012).

Em alguns processos, por vezes não é possível obter subgrupos racionais, o que significa que a análise terá por base observações individuais. Nesta situação, o controlo da dispersão do processo não é exequível, por isso, não é possível utilizar o método tradicional. Portanto, é preciso calcular uma outra medida de dispersão, intitulada de amplitude móvel, que se obtém pela subtração de observações consecutivas.

Por fim, após terem sido estabelecidos os subgrupos racionais, é essencial determinar qual o número de amostras (m) que deve ser recolhido, a dimensão da amostra (n) e a frequência de amostragem. É importante compilar um número de amostras significativo, para que as amostras sejam representativas da população. Idealmente, a frequência de amostragem deverá ser alta, composta por amostras de grande dimensão para que seja mais fácil detetar alterações no processo (Montgomery, 2009). Contudo, esta estratégia torna-se insustentável quer economicamente quer operacionalmente, por isso Requeijo & Pereira (2012) sugerem que n deve ser maximizado e a colheita das observações deve efetuar-se no número suficiente de vezes e em intervalos apropriados, a fim de serem representativas do processo. Assim que o processo se encontrar estabilizado, Requeijo & Pereira (2012) aconselham que seja diminuída a frequência de amostragem, dado que um aumento excessivo da frequência de amostragem pode provocar autocorrelação entre os dados.

Ainda assim, muitos investigadores argumentam que para o início da construção das cartas de controlo devem ser arrecadadas pelo menos 25 a 30 amostras de dimensão 4 ou 5 devido ao Teorema do Limite Central. Isto significa que no total deve-se utilizar um mínimo de 100 observações individuais (Requeijo & Pereira, 2012). Por outro lado, Quesenberry (1997) acredita que tal critério não é satisfatório, por isso este relaciona o número de amostras com a dimensão da amostra, através da Equação 2.4, para as cartas que controlam estatísticas de

amostras. E, para cartas que controlam o valor de observações individuais, Quesenberry afirma que deve-se recolher no mínimo 300 observações.

$$m \geq \frac{400}{(n - 1)} \quad (2.4)$$

2.3.5 Causas de Variação

Para além de monitorizar a eficiência do processo, as cartas de controlo ajudam a diminuir a sua variação. De salientar que em qualquer processo de produção, independentemente de quão bem esteja projetado, existirá sempre uma certa quantidade de variabilidade inerente ou natural (Montgomery, 2009). Esta variabilidade pode ser uma consequência da mão de obra, métodos aplicados, matéria-prima, equipamentos, metrologia ou devido ao meio ambiente que rodeia o processo.

Shewhart (1931) diferenciou as causas de variação em dois tipos: Causas Comuns e Causas Especiais. As causas comuns representam a oscilação inerente ao processo e constante ao longo do tempo, que vai de acordo com a distribuição estatística inata do processo. Estas provocam um padrão aleatório proveniente do efeito cumulativo de um conjunto de pequenas fontes de variação intrínsecas do processo, mas que em separado não são expressivas. Pela sua natureza não podem ser eliminadas, mas devem ser minimizadas ao máximo. A sua redução envolve a gestão de topo. As causas comuns podem ter origem num mau projeto, métodos de trabalho inadequados, má seleção de fornecedores, entre outros. Quando o processo apresenta apenas causas comuns diz-se que se encontra sob controlo estatístico.

Contrariamente, as causas especiais são causas circunstanciais, externas ao processo e que não se incorporam na sua distribuição estatística natural. Tornam o processo instável e imprevisível, sendo imperativo a sua eliminação. Quando estão presentes diz-se que o processo está fora de controlo estatístico. A sua deteção e eliminação envolve os operadores diretamente ligados ao processo produtivo pois estas podem ter origem em erros do operador, desajustamento de máquinas, material de lotes diferentes, entre outros (Requeijo & Pereira, 2012; Wheeler, 2004).

2.3.5.1 Regras para deteção de causas especiais

Para detetar a ocorrência de padrões não previsíveis e não aleatórios, que conduzem o processo para uma situação fora de controlo, existem um conjunto de regras desenvolvidas ao longo dos anos por diferentes autores. De lembrar que se algum ponto ultrapassar os limites de controlo ou revelar indícios de um comportamento sistemático ou não aleatório indica a existência de causas especiais de variação.

O desvio padrão mede a dispersão dos valores de uma população em relação ao centro. No caso de uma distribuição Normal, pode-se expressar esta medida como uma medida física.

Sabe-se que quanto maior o desvio padrão significa que os valores estão mais espalhados em torno da média (McCabe & Broderick, 1999). Posto isto, pode-se dividir uma carta de controlo em três zonas com a mesma área em torno da linha central. Sendo os limites de controlo definidos por $\mu_{\omega} \pm 3\sigma_{\omega}$, significa que uma zona individualmente têm uma largura igual a um desvio padrão ($1\sigma_{\omega}$) (Boffoli et al., 2010). Na Figura 2.2 pode-se observar que a zona C, conhecida por zona estável, está situada junto ao centro da carta, seguida da zona B, ou zona de aviso, e finalmente junto aos limites de controlo está situada a zona A, a zona de ação (Oakland, 2003).

As regras encontram-se decretadas na norma (ISO 7870-2, 2013), e indicam a existência de uma causa especial de variação sempre que:

- **Regra 1:** Um qualquer ponto fora dos limites de ação.
- **Regra 2:** Nove pontos consecutivos na zona C, ou além desta zona, do mesmo lado da linha central.
- **Regra 3:** Seis pontos consecutivos no sentido ascendente ou descendente.
- **Regra 4:** Catorze pontos consecutivos crescendo e decrescendo alternadamente.
- **Regra 5:** Dois de três pontos consecutivos na zona A, ou além desta zona, do mesmo lado da linha central.
- **Regra 6:** Quatro de cinco pontos consecutivos na zona B ou A, ou além destas zonas, do mesmo lado da linha central.
- **Regra 7:** Quinze pontos consecutivos na zona C acima e abaixo da linha central.
- **Regra 8:** Oito pontos consecutivos de ambos os lados da linha central, sem nenhum na zona C.

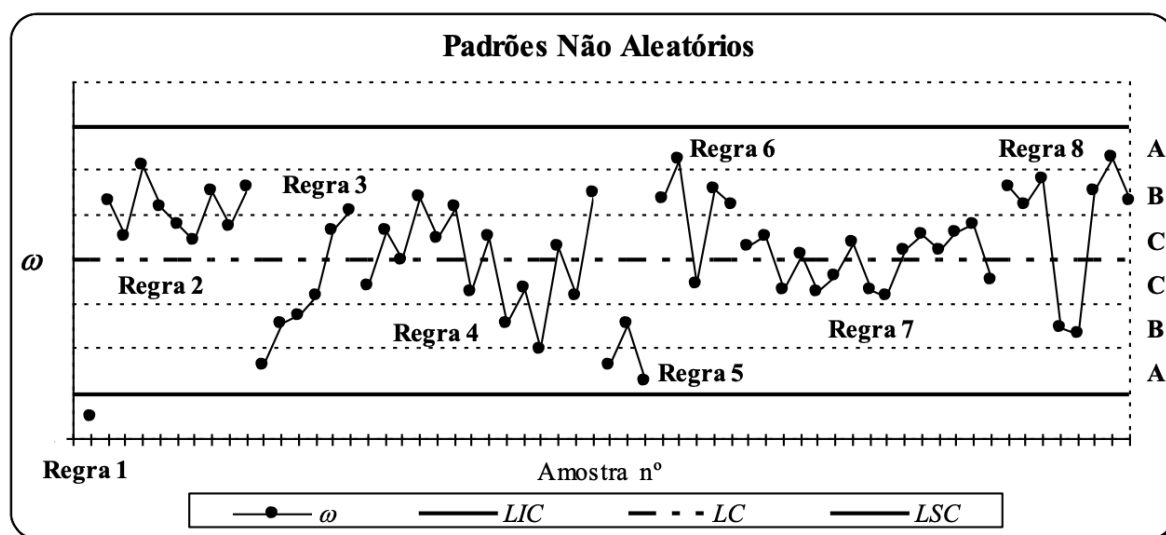


Figura 2.2 – Demonstração visual das regras para deteção de causas especiais (Retirado de Requeijo & Pereira, 2012)

Na Figura 2.2 encontra-se uma ilustração das 8 regras supracitadas que foram criadas com a intenção de ampliar a sensibilidade das cartas de Shewhart através da identificação de causas especiais. Porém, autores como Requeijo & Pereira (2012) não aconselham utilizar frequentemente estas regras pois podem provocar um aumento dos custos da qualidade pelo facto de a aplicação de várias regras ao mesmo tempo poder aumentar o número de falsos alarmes. Isto é, embora o uso destas regras seja benéfico numa fase inicial de implementação do *SPC* onde o processo ainda não está estabilizado, a sua aplicação não é aconselhada para detetar de pequenas alterações.

2.3.6 Cartas de controlo tradicionais

As cartas de controlo tradicionais, ou muitas vezes intituladas de cartas de controlo de Shewhart são muito eficazes na fase inicial do controlo do processo não só devido á sua facilidade de construção e interpretação, mas também porque são capazes de detetar as grandes mudanças no processo. Dependendo do tipo de dados em estudo e do tipo de situação, existem dois tipos de cartas:

- Cartas de Controlo de Variáveis: Aplicadas quando as características da qualidade são apresentadas numa escala contínua, onde os valores geralmente têm origem em instrumentos de medição, por exemplo, dimensões ou pesos. Utilizam-se duas cartas de controlo, uma para monitorizar o parâmetro de localização e outra para o parâmetro de dispersão.
- Cartas de Controlo de Atributos: Utilizadas quando as características têm origem em contagens e, portanto, só assumem valores discretos, como o nº de defeitos ou o nº de unidades não conforme. Para aferir se as unidades produzidas respeitam uma determinada condição utiliza-se apenas uma carta de controlo.

Na Figura 2.3 apresentam-se o universo de cartas tradicionais que existem atualmente.

Na presente dissertação utilizou-se unicamente as cartas de controlo de variáveis para amostras de dimensões constantes, dado que são as mais apropriadas ao estudo de caso em questão.

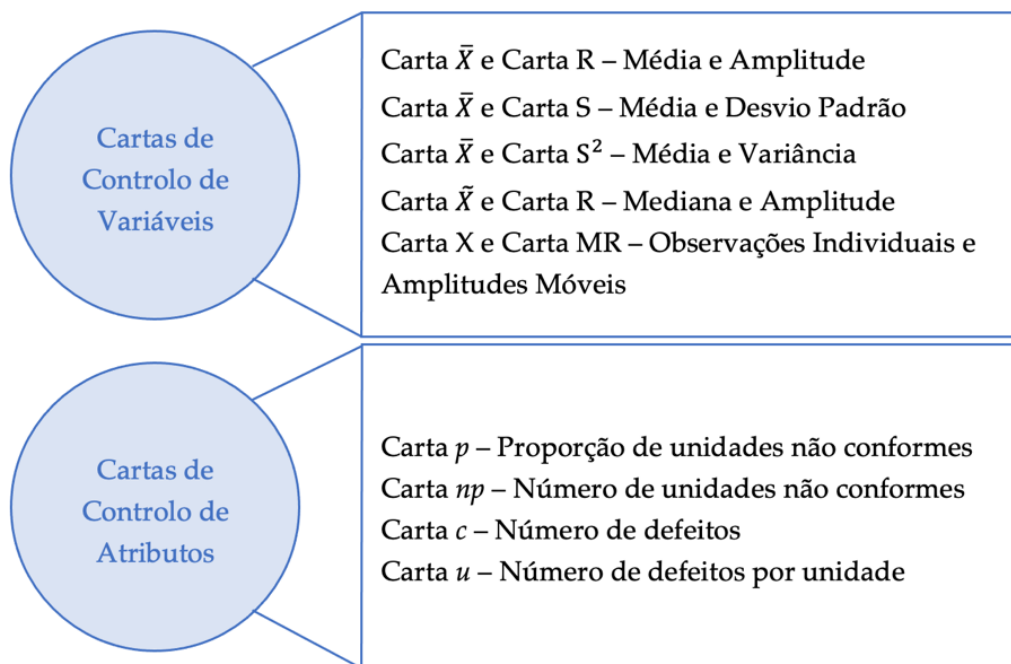


Figura 2.3 – Universo das cartas de controle tradicionais

2.3.7 Cartas de controle de variáveis

Estas cartas têm a vantagem de não ser necessário um número de amostras elevado quando comparado com as cartas de atributos. De todas as cartas de controle de variáveis mencionadas anteriormente, as mais utilizadas são as Cartas da Média e Amplitude, Cartas da Média e do Desvio Padrão e as Cartas de Observações Individuais e Amplitudes Móveis.

De seguida, serão enunciados os passos a tomar para elaborar estas três cartas de controle da média e dispersão, na Fase I e na Fase II.

É de salientar que a construção das cartas tradicionais tem por base os seguintes pressupostos:

- Em cada instante os dados são independentes;
- O conjunto de dados segue uma distribuição Normal.

Fase I – Parâmetros do processo desconhecidos

Cartas de Controle da Média (\bar{X}) e da Amplitude (R)

A construção destas cartas inicia-se com o cálculo da média e da amplitude para cada amostra i , de acordo com as seguintes equações:

$$\bar{X}_i = \frac{\sum_{j=1}^n X_{ij}}{n} \quad (2.5)$$

$$R_i = X_{m\acute{a}x} - X_{m\acute{i}n} \quad (2.6)$$

De seguida, procede-se ao cálculo dos limites de controlo e da linha central para a Carta da Média através da Equaao 2.7 e para a Carta da Amplitude através da Equaao 2.8. Nesta fase como os parâmetros ainda são desconhecidos, estes são estipulados com base nos dados recolhidos.

$$\begin{aligned} LSC_{\bar{X}} &= \bar{\bar{X}} + A_2 \bar{R} \\ LC_{\bar{X}} &= \bar{\bar{X}} = \frac{\sum_{i=1}^m \bar{X}_i}{m} \\ LIC_{\bar{X}} &= \bar{\bar{X}} - A_2 \bar{R} \end{aligned} \quad (2.7)$$

$$\begin{aligned} LSC_R &= D_4 \bar{R} \\ LC_R &= \bar{R} = \frac{\sum_{i=1}^m R_i}{m} \\ LIC_R &= D_3 \bar{R} \end{aligned} \quad (2.8)$$

As constantes A_2 , D_3 e D_4 variam em funao da dimensão da amostra e provem de valores que estão tabelados na Tabela A.1 no Anexo A.

Carta de Controlo da Média e do Desvio Padrão

A metodologia de construao destas cartas é semelhante à anterior. Primeiramente, calcula-se a média para cada amostra (\bar{X}) recorrendo novamente à Equaao 2.5, e o desvio padrão, também para cada amostra, através da seguinte equaao:

$$S_i = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^n (X_j - \bar{X}_i)^2}{n - 1}} \quad (2.9)$$

Depois de calcular as estatísticas a controlar, procede-se para a determinaao dos limites de controlo e da linha central. Para isso utilizam-se as expressões das Equaoes 2.10 e 2.11, respetivamente para a Carta da Média e para a Carta do Desvio Padrão.

$$\begin{aligned}
LSC_{\bar{X}} &= \bar{\bar{X}} + A_3\bar{S} \\
LC_{\bar{X}} &= \bar{\bar{X}} = \frac{\sum_{i=1}^m \bar{X}_i}{m} \\
LIC_{\bar{X}} &= \bar{\bar{X}} - A_3\bar{S}
\end{aligned} \tag{2.10}$$

$$\begin{aligned}
LSC_S &= B_4\bar{S} \\
LC_S &= \bar{S} = \frac{\sum_{i=1}^m S_i}{m} \\
LIC_S &= B_3\bar{S}
\end{aligned} \tag{2.11}$$

Os coeficientes A_3 , B_3 e B_4 variam em detrimento da dimensão da amostra e estão tabelados na Tabela A.1 do Anexo A.

Cartas de Controlo de Observações Individuais e Amplitudes Móveis

Estas duas cartas são usadas na situação de os dados serem amostras compostas por uma única observação individual, o que significa que a dimensão da amostra é 1. Em muitas situações torna-se impraticável a recolha de amostras, quer por razões financeiras quer pela própria natureza do processo. Portanto, perante estas condições não é exequível obter uma estatística que traduza a dispersão do processo, por isso como medida da dispersão opta-se por utilizar amostras fictícias constituídas pela subtração de duas observações consecutivas (Requeijo & Pereira, 2012). A esta estatística chama-se Amplitude Móvel e é ilustrada pela seguinte expressão:

$$MR_i = |X_i - X_{i-1}| \tag{2.12}$$

A linha central e os limites de controlo da Carta de Observações Individuais (X), são dadas pelas expressões da Equação 2.13, enquanto para a Carta de Amplitudes Móveis (MR) utiliza-se as expressões da Equação 2.14. Os valores dos parâmetros d_2 , D_3 e D_4 são determinados em função o número de observações utilizadas para calcular a amplitude móvel, e são provenientes da Tabela A.1 do Anexo A. Para o caso de estudo em análise utilizam-se duas observações por isso $n = 2$.

$$\begin{aligned}
LSC_X &= \bar{X} + 3 \frac{\overline{MR}}{d_2} \\
LC_X &= \bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^m X_i}{m} \\
LIC_X &= \bar{X} - 3 \frac{\overline{MR}}{d_2}
\end{aligned} \tag{2.13}$$

$$\begin{aligned}
LSC_{MR} &= D_4 \overline{MR} \\
LC_{MR} &= \overline{MR} = \frac{\sum_{i=2}^{m-1} MR_i}{m-1} \\
LIC_{MR} &= D_3 \overline{MR}
\end{aligned}
\tag{2.14}$$

Assim que o processo se encontrar estável pode-se proceder à estimação dos parâmetros do processo, a média (μ) e o desvio padrão (σ). Para tal utilizam-se diferentes estimadores em função de cada tipo de carta como se pode observar na tabela seguinte.

Tabela 2.2 – Estimadores utilizados no cálculo dos parâmetros do processo das cartas de controlo de variáveis

Média e Amplitude	Média e Desvio Padrão	Observações Individuais e Amplitudes Móveis
$\hat{\mu} = \bar{X}$	$\hat{\mu} = \bar{X}$	$\hat{\mu} = \bar{X}$
$\hat{\sigma} = \frac{\bar{R}}{d_2}$	$\hat{\sigma} = \frac{\bar{S}}{c_4}$	$\hat{\sigma} = \frac{\overline{MR}}{d_2}$

Fase II – Parâmetros do Processo Conhecidos

Depois de o processo estar estabilizado e os parâmetros estimados, inicia-se a Fase II do SPC. Neste momento, continua-se o controlo do processo através da sua monitorização constante, garantido que este permanece estável como na Fase I.

Nesta fase, se a dimensão da amostra permanecer igual, o valor dos limites de controlo e da linha central são os mesmos que os da fase antecedente. Caso contrário, estes determinam-se recorrendo aos parâmetros estimados na Fase I, aplicando as fórmulas apresentadas na Tabela 2.3.

Tabela 2.3 - Limites de controlo na Fase II

	Média e Amplitude		Média e Desvio Padrão		Observações Individuais e Amplitudes Móveis	
	\bar{X}	R	\bar{X}	S	X	MR
LSC	$\mu + A\sigma$	$D_2\sigma$	$\mu + A\sigma$	$B_6\sigma$	$\mu + 3\sigma$	$D_2\sigma$
LC	μ	$d_2\sigma$	μ	$c_4\sigma$	μ	$d_2\sigma$
LIC	$\mu - A\sigma$	$D_1\sigma$	$\mu - A\sigma$	$B_5\sigma$	$\mu - 3\sigma$	$D_1\sigma$

Nota: Os valores das diversas constantes dependem apenas da dimensão da amostra e estão tabelados na Tabela A.1 no Anexo A.

2.4 Cartas de controlo Especiais

As cartas tradicionais, segundo Requeijo & Pereira (2012), só tem em conta as últimas informações do processo, desprezando, por exemplo a importância da sequência dos dados, tornando as cartas pouco sensíveis à deteção de ligeiras modificações nos parâmetros do processo. Assim sendo, a fim de maximizar a sensibilidade para localizar perturbações na média e na variância, não aumentando o número de falsos alarmes e consequentemente não agravando os custos da qualidade, utilizam-se cartas de controlo especiais. Há duas categorias de cartas de controlo especiais: a Carta de Somas Acumuladas (CUSUM) e a Carta da Média Móvel Exponencialmente Amortecida (EWMA).

A carta CUSUM e a carta EWMA são muito semelhantes, no sentido de caminharem para o mesmo objetivo e alcançarem resultados aproximados. Porém, a forma de atribuir ponderações a cada instante de tempo é diferente. Na carta CUSUM a ponderação atribuída é igual para cada observação, enquanto na carta EWMA considera-se a informação de todas as observações anteriores, sendo que as observações mais recentes têm um peso maior.

Assim, muitos autores como Hawkins & Wu (2014) e Montgomery (2009), afirmam que para controlar o processo é suficiente utilizar uma das duas cartas, pois de acordo com Montgomery (2009) o comportamento de ambas as cartas é idêntico, e nenhuma das duas oferece vantagens em relação a outra. Por esse motivo, nesta dissertação apenas utilizar-se-á as cartas CUSUM para observações individuais.

2.4.1 Carta CUSUM para controlo da média

Esta carta foi desenvolvida por Gan (1991) e é composta por duas variáveis, T e C , uma relativa aos valores positivos e outra a valores negativos e, quando juntas formam duas semi-cartas. A variável T tem a função de detetar uma diminuição da média, e por outro lado a variável C foi designada para alertar caso ocorra um acréscimo da média do processo. As duas variáveis podem ser calculadas através da Equação 2.15 e 2.16, e estão dependentes quer das observações em estudo quer dos parâmetros da carta (k e h) e do ARL.

$$T_t = \min(0, T_{t-1} + (Z_t + k)); \quad T_0 = 0 \quad (2.15)$$

$$C_t = \max(0, C_{t-1} + (Z_t - k)); \quad C_0 = 0 \quad (2.16)$$

Em que, a variável Z_t corresponde à variável Normal reduzida e é obtida através da Equação 2.17, e o valor de k , para dados independentes, é determinado pela fração $\delta/2$, onde δ é obtido através da Equação 2.18.

$$Z_t = \frac{X_t - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \quad (2.17)$$

$$\delta = \frac{\Delta\sqrt{n}}{\sigma} \quad (2.18)$$

O coeficiente Δ representa uma variação da média que se tenciona identificar imediatamente.

Uma situação fora de controlo é verificada no momento em que uma das seguintes condições é verificada:

$$T_t < -h \quad (2.19)$$

$$C_t > h \quad (2.20)$$

O valor do parâmetro h varia de acordo com valor de k e de $ARL_{Em\ Controlor}$ que estão devidamente relacionados nos ábacos criados por Gan (1991), retratados na Figura A.1 Anexo A.

2.4.2 Carta H81-CUSUM para controlo da dispersão

De modo a controlar a variância de um processo composto por observações individuais é utilizada a carta *MR* de Shewhart, que evidencia uma dependência entre amplitudes móveis consecutivas e revela-se quase totalmente insensível perante pequenas ou moderadas alterações na variância do processo. Como alternativa, Douglas M. Hawkins em 1981 sugeriu a utilização da carta H81-CUSUM, que consiste em transformar as observações individuais numa variável reduzida Z , obtida através variável Y Normalmente distribuída. Tal como na carta apresentada anteriormente, existem duas variáveis T e C . A variável T referente a valores positivos, controla qualquer decréscimo que possa ocorrer na variância do processo. Por outro lado, a variável C diz respeito aos valores negativos e têm a função de detetar um aumento na variância do processo. Estas variáveis podem ser determinadas através das Equações 2.21 e 2.22.

$$T_t = \min(0, T_{t-1} + (Z_t + k_D)); \quad T_0 = 0 \quad (2.21)$$

$$C_t = \max(0, C_{t-1} + (Z_t - k_C)); \quad C_0 = 0 \quad (2.22)$$

Onde a variável Z_t é calculada a partir da variável Y_t , tal como demonstrado na Equação 2.23, em que os parâmetros são iguais a $E(Y) = 0,822218$ e $Var(Y) = 0,34914^2$. O valor de μ_0 e σ_0 correspondem, respetivamente, à média e ao desvio padrão iniciais do processo.

$$Z_t = \frac{Y_t - E(Y)}{\sqrt{Var(Y)}} \quad (2.23)$$

em que,

$$Y_t = \left| \frac{X_t - \mu_0}{\sigma_0} \right|^{1/2} \quad (2.24)$$

Nas Equações 2.21 e 2.22, o parâmetro k_D é o valor de referência para identificar um decréscimo δ_D no desvio padrão, e o parâmetro k_C é o valor de referência para identificar um acréscimo δ_C no desvio padrão. Segundo Acosta-Mejía & Pignatiello (2000), os parâmetros podem ser calculados utilizando as seguintes equações:

$$k_D = 1,178 \times (1 - \sqrt{\delta_D}) \quad (2.25)$$

$$k_C = 1,178 \times (\sqrt{\delta_C} - 1) \quad (2.26)$$

Uma situação fora de controlo é detetada assim que uma das seguintes condições se verifica:

$$T_t < -h_D \quad (\text{decrécimo da variância}) \quad (2.27)$$

$$C_t > h_C \quad (\text{aumento da variância}) \quad (2.28)$$

Onde h_D é o limite de controlo que permite identificar uma diminuição δ_D no desvio padrão, enquanto h_C é o limite de controlo que ajuda a identificar um acréscimo δ_C no desvio padrão. Para um determinado valor de k e de $ARL_{Em\ controlo}$, estes limites de controlo encontram-se nos ábacos desenhados por Gan (1991), que estão localizados na Figura A.1 do Anexo A.

2.5 Condições de Aplicabilidade

De modo a construir corretamente as cartas de controlo, as observações de cada característica em questão devem verificar três requisitos: Aleatoriedade, a Normalidade e a Independência. Portanto, é necessário realizar um estudo preliminar para averiguar se estes pressupostos são cumpridos, para que se possa atingir resultados fiáveis. De seguida, são apresentados os métodos que possibilitam aferir o cumprimento dos pressupostos, e caso seja necessário, os respetivos métodos de transformação.

Em adição ao estudo dos três pressupostos mencionados anteriormente e com o objetivo de tornar o estudo mais preciso, considerou-se pertinente verificar a possível existência de *outliers*. Sendo assim, para complementar este estudo preliminar foi aplicado o método *MAD*, com o objetivo de detetar algum valor atípico na série de dados.

2.5.1 Aleatoriedade

A aleatoriedade dos dados em estudo pressupõe que os dados não apresentam um comportamento determinístico, isto é, é impossível antever o progresso dos dados subsequentes ao longo do tempo uma vez que estes não seguem um padrão sistemático. Fatores como, a junção de populações disparas e a correlação entre observações sucessivas ou desfasadas no tempo são exemplos de algumas causas que provocam a não aleatoriedade dos dados. Requeijo & Pereira (2012) apontam vários métodos para verificar esta condição: o Teste de Sequência, o Teste de Sequências Ascendentes e Descendentes e o Teste Modificado do Quadrado Médio das Diferenças Significativas.

2.5.2 Normalidade

A Normalidade verifica-se quando um conjunto de dados segue uma distribuição aproximadamente Normal com média μ e variância σ^2 . Montgomery (2009) defendeu que se este pressuposto não for cumprido, as conclusões relativas a um estudo do processo onde foram aplicadas cartas de controlo podem ser incorretas.

O estudo da normalidade pode ser analisado tanto graficamente como analiticamente. Uma ferramenta gráfica bastante popular é o histograma, que de forma ordenada expõe os dados em função da frequência em que ocorrem e ainda facilita a verificação da distribuição que melhor se adapta a estes. Neste gráfico de barras, os dados são inicialmente agregados em classes com amplitudes idênticas, onde o número de classes (k) altera-se em detrimento do número total de observações (N). Cada barra do gráfico corresponde a uma classe. A frequência absoluta correspondente a cada classe de valores é retratada no eixo vertical. A fim de determinar k geralmente recorre-se à Regra de Sturges expressa na Equação 2.29 (Wise & Fair, 1998).

$$k = 1 + 3,322 \times \log(N) \quad (2.29)$$

Os testes de ajustamento são outro método, neste caso analítico, para investigar a possibilidade de uma determinada amostra ter sido retirada de uma população com uma certa distribuição. Nesta área há dois testes que se destacam: o teste de Qui-Quadrado e o teste de Kolmogorov-Smirnov (K-S). Apesar do teste K-S implicar distribuições populacionais contínuas e completamente especificadas, é considerado um teste mais rigoroso e confiável, pela razão de ser independente do número de classes ponderadas. Ademais, o teste de K-S define de forma precisa a distribuição de teste para uma distribuição contínua da população com parâmetros e forma conhecidos, contrariamente ao Teste do Qui-Quadrado que expressa uma distribuição

aproximada (Requeijo & Pereira, 2012). Neste estudo apenas utiliza-se o método de K-S que está devidamente fundamentado de seguida.

- **Teste Kolmogorov-Smirnov**

Este teste não paramétrico foi criado por dois matemáticos, o Andrey Kolmogorov e o Vladimir Smirnov. O teste K-S para uma dada variável X , é utilizado para verificar se os dados de uma certa amostra contínua, em que a função de distribuição amostral $S(x)$ é expressa por $S(x) = P(X \leq x)$, podem ser considerados como provenientes de uma certa população com uma função de distribuição igual a $F_0(x)$. Para realizar este teste é necessário estipular um teste de hipóteses onde H_0 é:

H_0 : A amostra provém de uma população com uma determinada distribuição

Em termos matemáticos, pode-se escrever que:

$$\begin{aligned} H_0 : F(x) &= F_0(x) && \text{para todos os valores de } X \\ H_1 : F(x) &\neq F_0(x) && \text{para algum valor de } X \end{aligned}$$

De seguida, remove-se da população uma amostra aleatória composta por N observações e calcula-se a estatística de teste caracterizada na Equação 2.30, onde $S(x)$ corresponde às frequências acumuladas relativas e $F_0(x)$ corresponde às frequências relativas esperadas.

$$D = \sup_x |S(x) - F_0(x)| \tag{2.30}$$

Posteriormente, estabelece-se o nível de significância α , com o objetivo de comparar o valor da estatística de teste D com o respetivo valor crítico, $D_{crítico}$. No caso de os parâmetros da população serem conhecidos, o valor crítico obtém-se através da Tabela da Distribuição da Estatística D . Por outro lado, na situação dos parâmetros serem estimados com dados provenientes da amostra, o valor decisivo é obtido consultando a Tabela da Distribuição da Estatística D de Lilliefors (Requeijo & Pereira, 2012).

$$D > D_{crítico} \tag{2.31}$$

Se a condição da Equação 2.31 for comprovada, a Hipótese Nula é declinada e sendo assim os dados amostrais não pertencem à distribuição em causa. Num outro cenário, quando a Hipótese nula é aceite, significa que não há evidência estatística para um dado nível de significância α , que permita vetar a hipótese de os dados da amostra serem provenientes de uma população com uma determinada distribuição.

Em situações em que é verificada a não normalidade é necessário recorrer a diferentes metodologias para transformar os dados. Requeijo & Pereira (2012) sugerem as seguintes três metodologias para trabalhar os dados não Normais:

- Caracterização da distribuição da característica da qualidade;
- Transformação dos dados, pelo método Box-Cox ou pelo método do Sistema de Distribuições de Johnson, para alcançar uma variável Normalmente distribuída;
- Método da Variância Ponderada para distribuições assimétricas.

Visto que, no presente estudo, todos os processos aparentam seguir uma distribuição Normal não foi aplicada nenhuma destas abordagens.

2.5.3 Independência

Para monitorizar os dados corretamente é importante analisar a sua independência a fim de escolher a abordagem mais adequada para os trabalhar. Quando se diz que os dados são autocorrelacionados, é sinónimo de que não existe independência, ou seja, o valor que uma dada variável em estudo toma para um instante t advém do valor da mesma variável no instante antecedente $t - 1$ ou de um qualquer valor obtido num instante desfasado no tempo $t - k$. Portanto, a autocorrelação significa que a observação tem potencial de ser modelada, isto é, há possibilidade dos dados se regerem por um modelo matemático adaptável ou conforme uma função determinística. No presente, é muito comum os processos conterem cadeias de dados autocorrelacionados, devido, por exemplo à aquisição dos dados ser um processo automatizado ou pelas características inatas dos próprios processos.

Ao considerar incorretamente que os dados são independentes pode gerar-se conclusões erradas no cálculo dos limites de controlo e dos parâmetros do processo porque as ferramentas do SPC tradicional não são aptas para uso neste cenário. De acordo com Alwan & Roberts (1988), mesmo que os níveis de autocorrelação sejam baixos constatam-se alterações consideráveis em algumas características das cartas de controlo que podem provocar um acréscimo no número de falsos alarmes. Além disso, a presença constante de padrões não aleatórios, originados pela autocorrelação dos dados, impede a diferenciação entre causas comuns e causas especiais de variação, o que pode dificultar a definição do estado do processo no início e dos desvios que possam existir (Alwan & Roberts, 1988).

Para verificar se os dados de uma certa característica da qualidade respeitam o pressuposto da independência, Requeijo & Pereira (2012) sugerem a utilização da Função de Autocorrelação (FAC) e da Função de Autocorrelação Parcial (FACP).

- **Função de Autocorrelação**

A autocorrelação verifica-se quando há correlação entre o conjunto de observações da variável X_t e o conjunto de observações desfasadas de k instantes para $k=0,1, 2, \dots$. A Função de Autocorrelação (*FAC*) é composta pelos vários coeficientes de autocorrelação ρ_k . Esta função está expressa na Equação 2.32, onde $Cov(X_t, X_{t+k})$ é o valor da covariância entre duas observações que estão separadas por k instantes, com uma variância constante dada por $Var(X)$.

$$\rho_k = \frac{Cov(X_t, X_{t+k})}{Var(X)} \quad (2.32)$$

Como a *FAC* é desconhecida, torna-se necessário estimar o seu valor. Para tal, recorre-se aos valores da variável X ($X_1, X_2, \dots, X_k, \dots, X_N$). Portanto, através da Equação 2.33 determina-se os valores dos coeficientes de correlação estimados, r_k , que seguem uma distribuição aproximadamente Normal. Ao conjunto destes valores dá-se o nome de Função de Autocorrelação Estimada (*FACE*).

$$r_k = \hat{\rho}_k = \frac{\sum_{t=1}^{N-k} (X_t - \bar{X})(X_{t+k} - \bar{X})}{\sum_{t=1}^N (X_t - \bar{X})^2} \quad (2.33)$$

O coeficiente r_k assume valores entre -1 e 1, e o seu valor absoluto é proporcional com a correlação dos dados. A fim de verificar a existência de autocorrelação entre os dados de uma dada variável utiliza-se o gráfico da *FACE* em função de k , onde é mais fácil visualizar se os valores de r_k estão compreendidos no intervalo de confiança estabelecido na Equação 2.34.

$$-Z_{\alpha/2}\sqrt{\hat{v}} \leq r_k \leq Z_{\alpha/2}\sqrt{\hat{v}} \quad (2.34)$$

De notar que o intervalo de confiança mencionado anteriormente tem por base um valor esperado $E(r_k) \cong 0$ e uma variância de r_k , calculada a partir da Equação 2.35.

$$Var(r_k) \approx \frac{1}{N} \sum_{v=-\infty}^{+\infty} (\rho_v^2 + \rho_{v+k} - 4\rho_k\rho_v\rho_{v-k} + 2\rho_v^2\rho_k^2) \quad (2.35)$$

Para calcular o valor da variância de r_k , $Var(r_k)$, recorre-se ao estimador, \hat{v} , como se pode observar na seguinte equação.

$$\hat{v} = Var(\hat{r}_k) \approx \frac{1}{N} \left(1 + 2 \sum_{v=1}^{k-1} r_v^2 \right) \quad (2.36)$$

- **Função de Autocorrelação Parcial**

Para analisar a correlação parcial entre duas observações X_t e X_{t+k} suprimindo influência das observações intermédias $X_{t+1}, X_{t+2}, \dots, X_{t+k-1}$, utiliza-se a Função de Autocorrelação Parcial (FACP) (Murteira et al., 1993). Esta função é definida pelos valores dos coeficientes de correlação parcial ϕ_{kk} , e é calculada a partir das equações de Yule-Walker, representadas de seguida.

$$\begin{bmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 & \dots & \rho_{k-1} \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 & \dots & \rho_{k-2} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \rho_{k-1} & \rho_{k-2} & \rho_{k-3} & \dots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_{k1} \\ \phi_{k2} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \phi_{kk} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \rho_k \end{bmatrix} \quad (2.37)$$

Equivalente a usar a notação matricial,

$$\phi_k = P_k^{-1} \rho_k \quad (2.38)$$

Como os valores dos coeficientes ϕ_{kk} são desconhecidos é necessário estimá-los. Para isso, existem duas opções, ou substituir na Equação 2.37 os coeficientes ρ_k pelos coeficientes estimados r_k ou simplesmente aplicar a Equação 2.39 sugerida por Box et al. (2008). Ao grupo composto pelos coeficientes de autocorrelação parcial estimados $\hat{\phi}_{kk}$ Normalmente distribuídos, dá-se o nome de Função de Autocorrelação Parcial Estimada (FACPE).

$$\hat{\phi}_{kk} = \frac{\hat{\rho}_k - \sum_{j=1}^{k-1} \hat{\phi}_{k-1,j} \hat{\rho}_{k-j}}{1 - \sum_{j=1}^{k-1} \hat{\phi}_{k-1,j} \hat{\rho}_j} \quad (2.39)$$

Como na situação anterior, para verificar a presença de autocorrelação parcial recorre-se ao gráfico da FACPE. Da mesma forma, sabe-se que os dados são independentes se todos os coeficientes ϕ_{kk} pertencerem ao intervalo de confiança, estabelecido na Equação 2.40.

$$-Z_{\alpha/2} \sqrt{\text{Var}(\hat{\phi}_{kk})} \leq \hat{\phi}_{kk} \leq Z_{\alpha/2} \sqrt{\text{Var}(\hat{\phi}_{kk})} \quad (2.40)$$

onde,

$$E(rk) \cong 0$$

$$\text{Var}(\hat{\phi}_{kk}) \approx \frac{1}{N}, k > p \quad (2.41)$$

O estudo da função *FACP* auxilia a compreender qual dos modelos matemáticos *ARIMA* se adapta melhor aos dados. Estes modelos foram desenvolvidos por Box et al. (2008) com o objetivo de modelar um processo no qual os dados apresentam autocorrelação. De salientar que, para a descrição acima da *FACP* considerou-se o modelo autorregressivo de ordem p , $AR(p)$.

- **Modelos *ARIMA***

A ocorrência de autocorrelação põe em causa a correta aplicação do *SPC* tradicional, por isso, Box et al. (2008) desenvolveram os modelos *ARIMA* (do inglês, *Autoregressive Integrated Moving Average*), também conhecidos como Metodologia Box-Jenkins, com o objetivo de modelar um processo onde os dados são autocorrelacionados.

Este modelo consegue prever os próximos valores de uma série temporal a partir de valores históricos e pode possuir uma ou mais das seguintes componentes, originando diferentes hipóteses de modelos de análise do processo: componente regressiva (*AR*); componente de integração (*I*) e a componente de médias móveis (*MA*). Um modelo *ARIMA* de modo geral é definido pela Equação 2.42, em que B é operador de defasamentos, X_t a observação no instante t , ∇ o operador de diferenças, ε_t corresponde ao ruído branco no instante t ($\varepsilon_t^2 \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2)$), $\phi_p(B)$ o polinómio autorregressivo de ordem p e $\theta_q(B)$ o polinómio de médias móveis de ordem q (Requeijo & Pereira, 2012).

$$\phi_p(B)\nabla^d X_t = \theta_q(B)\varepsilon_t \quad (2.42)$$

em que,

$$\phi_p(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p \quad (2.43)$$

$$\theta_q(B) = 1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q \quad (2.44)$$

$$B = \frac{X_{t-1}}{X_t} \quad (2.45)$$

$$\nabla = \frac{X_t - X_{t-1}}{X_t} = 1 - B \quad (2.46)$$

Numa fase inicial da aplicação do modelo é necessário verificar se o processo é estacionário, a partir de uma análise gráfica (t, X_t). Perante um processo em que se verifica a situação de estacionaridade, o modelo usado no ajuste da série temporal é o *ARMA(p,q)*. Caso contrário, é necessário fazer uma diferenciação de ordem d para que o processo se transforme num processo estacionário. Esta transformação é feita utilizando o operador de diferenças, ∇ , que converte a variável original X_t na variável estacionária $\nabla^d X_t$.

Posteriormente, procede-se à escolha do modelo $ARMA(p,q)$ mais adequado para os dados em estudo, através da interpretação das funções FAC e $FACP$ anteriormente referidas. Na tabela seguinte encontra-se descrito qual o modelo que melhor se ajusta, $AR(p)$, $MA(q)$ ou $ARMA(p,q)$, perante certos comportamentos que as funções FAC e $FACP$ podem tomar, conforme retratado na obra de Box et al. (2008).

Tabela 2.4 - Caracterização das FAC e $FACP$ dos diferentes modelos

Modelo	FAC	$FACP$
$AR(p)$	Decréscimo exponencial a partir de determinada ordem de desfasamento sem nunca atingir o valor zero	Picos significativos através de desfasamento $lag(p)$
$MA(q)$	Picos significativos através de desfasamento $lag(q)$	Decréscimo exponencial a partir de determinada ordem de desfasamento sem nunca atingir o valor zero
$ARMA(p,q)$	Decréscimo exponencial de determinada ordem, positivo ou negativo ou alternando entre si, sem nunca atingir o valor zero	

Os modelos mencionados são caracterizados por:

Modelo Autorregressivo $AR(p)$

Neste modelo, o valor de X_t é dado pela média ponderada das p observações antecedentes à variável, como é possível observar na Equação 2.47, onde X_{t-p} é o valor da variável X no instante $t - p$ e ε_t o resíduo ou erro de previsão no instante t ($\varepsilon_t \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2)$).

$$X_t = \xi + \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} + \dots + \phi_p X_{t-p} + \varepsilon_t \quad (2.47)$$

A média, $E(X_t)$, e a variância, $Var(X_t)$, são calculadas através seguintes equações respetivamente, em que ξ é um parâmetro desconhecido que estipula a média do processo, ϕ_j o parâmetro da componente autorregressiva para $j=1, 2, \dots, p$ e σ_ε^2 é a variância do erro:

$$E(X_t) = \mu = \frac{\xi}{1 - \sum_{j=1}^p \phi_j} \quad (2.48)$$

$$Var(X_t) = \gamma_0 = \frac{\sigma_\varepsilon^2}{1 - \sum_{j=1}^p \rho_j \phi_j} \quad (2.49)$$

Modelo de Média Móveis $MA(q)$

Nesta abordagem, o valor da variável X_t é determinado por meio da combinação linear de um número finito (q) de componente aleatórias ε_t , e determina-se aplicando a Equação 2.50, na qual θ_j é o parâmetro da componente média móvel para $j=1, 2, \dots, q$ e ε_{t-q} é o resíduo ou erro de previsão para o instante $t - q$.

$$X_t = \mu + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \theta_2 \varepsilon_{t-2} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t-q} \quad (2.50)$$

Para calcular a média, $E(X_t)$, e a variância, $Var(X_t)$ recorre-se às Equações 2.51 e 2.52, respectivamente.

$$E(X_t) = \mu \quad (2.51)$$

$$Var(X_t) = \gamma_0 = \sigma_\varepsilon^2 \sum_{j=0}^q \theta_j^2 ; \theta_0 = 1 \quad (2.52)$$

Modelo Misto Autorregressivo de Médias Móveis $ARMA(p,q)$

Este modelo é fruto da agregação dos dois modelos anteriores, $AR(p)$ e $MA(q)$. Tal abordagem foi criada com o objetivo de aperfeiçoar o grau de ajustamento dos modelos às séries temporais de dados em certas circunstâncias. A Equação 2.53 define este modelo, e a média, $E(X_t)$, e a variância, $Var(X_t)$, são obtidas através da Equação 2.54 e Equação 2.55, respectivamente.

$$X_t = \xi + \phi_1 X_{t-1} + \dots + \phi_p X_{t-p} + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t-q} \quad (2.53)$$

$$E(X_t) = \mu = \frac{\xi}{1 - \sum_{j=1}^p \phi_j} \quad (2.54)$$

$$Var(X_t) = \gamma_0 = \sum_{j=1}^p \phi_j \gamma_j - \theta_1 \gamma_{X_\varepsilon}(-1) - \dots - \theta_q \gamma_{X_\varepsilon}(-q) + \sigma_\varepsilon^2 \quad (2.55)$$

2.5.4 Outliers

No estudo de um processo é importante ter em consideração a possibilidade de existência de perturbações pontuais ou situações anômalas num ou mais dados que podem afetar profundamente os resultados obtidos. A estes valores chamam-se *Outliers*. Segundo o estatístico Hawkins (1980) um *outlier* é “uma observação que se desvia tanto de outras observações a ponto de levantar suspeitas de que foi gerado por um mecanismo diferente”. Estes valores discrepantes podem fornecer informações inúteis ou informações interessantes, por isso em algumas situações devem ser removidos enquanto noutros casos o melhor é mantê-los. Antes de decidir o que fazer a um *outlier* é importante saber a sua causa, que pode ter origem em episódios exteriores singulares, como alterações súbitas do sistema, ou somente como consequência de erros de medição ou erros de montagem (Smiti, 2020). Como a sua existência pode prejudicar os procedimentos convencionais de análise e comprometer as conclusões é importante a sua identificação e o seu tratamento.

Ao longo dos anos foram desenvolvidos diferentes métodos para a deteção de *outliers* dependendo da natureza dos dados. Uma forma simples de detetar *outliers* é através de gráficos, utilizando o método do Interquartil ou o gráfico Box-Plot. No entanto, na presente dissertação foi utilizado o método estatístico *MAD* (do inglês, *Median Absolut Desviation*).

2.5.4.1 Método MAD (*Median Absolut Desviation*)

O método *MAD*, em português, mediana dos desvios absolutos em torno da mediana, foi popularizado por Frank R. Hampel. A mediana, assim como a média, é uma medida de tendência central, mas tem a vantagem de ser muito sensível à presença de *outliers*. Este método só deve ser aplicado a série de dados independentes.

É um método simples de aplicar e envolve os seguintes passos:

1. Calcular o valor da mediana, \tilde{x} ;
2. Calcular os desvios absolutos em torno da mediana, através da seguinte expressão, em que x_i é um dado valor:

$$|x_i - \tilde{x}| \quad (2.56)$$

3. Calcular *MAD*, através da seguinte expressão:

$$MAD = \text{mediana}\{|x_i - \tilde{x}|\} \quad (2.57)$$

4. Determinar os valores de M_i , com base na expressão representada na Equação 2.58.

$$M_i = \frac{0,6745(x_i - \tilde{x})}{MAD} \quad (2.58)$$

5. Quando o valor absoluto de M_i for maior que 3,5 o correspondente valor é considerado um *outlier*.

Este método é iterativo e deve ser aplicado as vezes necessárias até não serem detetados mais *outliers*.

2.6 Controlo Estatístico para Dados Autocorrelacionados

Quando os dados apresentam autocorrelação significa que o valor de uma observação de uma variável num dado momento não é totalmente independente do valor, ou valores, antecedentes dessa mesma variável. Em processos industriais, que na sua maioria são automatizados, é muito comum os dados serem autocorrelacionados pelo facto de as observações serem recolhidas com intervalos de tempo curtos.

Tal como mencionado em capítulos anteriores, a construção de cartas de controlo tradicionais tem por base a ideia de que os dados do processo são independentes. Quando esta conjectura não é verificada tanto pode ocorrer um aumento significativo no número de falsos alarmes como uma diminuição de sensibilidade das cartas de controlo, provocados pela determinação incorreta dos parâmetros do processo (Montgomery, 2001).

De forma a combater este problema vários matemáticos têm vindo a expandir os seus estudos para melhorar a aplicação do *SPC* perante dados autocorrelacionados. As diferentes abordagens seguem essencialmente dois princípios, que se diferenciam pela adaptação dos dados a um modelo matemático:

- Utilização das cartas de controlo tradicionais de Shewhart, CUSUM e EWMA com limites de controlo modificados. Autores como Yashchin (1993) e Zhang (1998) defendem esta metodologia pois consideram que é uma perda de tempo proceder a um ajustamento do processo a um modelo matemático.
- Utilização das cartas de controlo Shewhart, CUSUM e EWMA aplicadas aos resíduos e erros de previsão extraídos de um modelo matemático. Alwan & Roberts (1988) foram uns dos grandes impulsionadores desta abordagem, caracterizada pela sua simplicidade metodológica.

Na presente dissertação, para implementar o controlo estatístico do processo, perante a existência de autocorrelação, optou-se por utilizar as cartas de controlo aplicadas aos resíduos e erros de previsão. A possibilidade de divisão do *SPC* em duas fases distintas continua válida,

e sendo assim na Fase I as ferramentas são aplicadas aos resíduos calculados para cada instante t , e na Fase II procede-se à monitorização dos erros de previsão também calculados para cada instante.

2.6.1 Cartas de controlo de Shewhart para resíduos

A primeira etapa para aplicar esta abordagem é, então, descobrir o modelo *ARIMA* mais adequado à série de dados em estudo. É de salientar que, a aplicação deste método se assemelha com os procedimentos de construção das cartas de controlo tradicionais, exceto que neste caso em vez de se controlar os dados originais, monitorizam-se os resíduos. Os resíduos são calculados depois da modelação do processo através da Equação 2.59, e deverão ser independentes e Normalmente distribuídos. Posto isto, o processo não deverá conter dados autocorrelacionados e é plausível iniciar-se a Fase I do *SPC*.

$$e_t = X_t - \hat{X}_t \quad (2.59)$$

Toda a metodologia apresentada no subcapítulo 2.3.7 pode ser aplicada nas cartas de controlo de resíduos, salvo o modo de tratamento das causas especiais de variação, estas têm de ser substituídas em vez de serem eliminadas. De seguida, procede-se a um novo reajusto do modelo, e assim que são determinados os novos resíduos, elabora-se a carta de controlo de resíduos revista.

O comportamento dos resíduos é análogo ao comportamento dos dados originais, na medida em quando ocorre um desvio na média da variável do processo, verifica-se igualmente uma alteração na média dos resíduos. No caso em que os resíduos têm origem em amostras deve-se utilizar as cartas da média (\bar{e}), da amplitude (R) e do desvio padrão (S), onde as estatísticas são calculadas, para o instante t , através das Equações 2.60, 2.61 e 2.62, respetivamente. Contrariamente, na presença observações individuais para monitorizar a média utiliza-se cartas dos próprios resíduos (e) e para controlar a dispersão recorre-se à carta das amplitudes móveis (MR) que é elaborada aplicando a Equação 2.63 (Requeijo & Pereira, 2012).

$$\bar{e}_t = \frac{\sum_{i=1}^n e_{t_i}}{n} \quad (2.60)$$

$$R_t = \max(e_{t_1}, e_{t_2}, \dots, e_{t_n}) - \min(e_{t_1}, e_{t_2}, \dots, e_{t_n}) \quad (2.61)$$

$$S_t = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (e_{t_i} - \bar{e}_t)^2}{n - 1}} \quad (2.62)$$

$$MR_t = |e_t - e_{t-1}| \quad (2.63)$$

Tendo em consideração m amostras com dimensão n ou N observações individuais, é possível determinar os valores médios \bar{R}, \overline{MR} e \bar{S} , através das seguintes equações.

$$\bar{R} = \frac{\sum_{i=1}^m R_t}{m} \quad (2.64)$$

$$\bar{S} = \frac{\sum_{i=1}^m S_t}{m} \quad (2.65)$$

$$\overline{MR} = \frac{\sum_{t=2}^N MR_t}{N-1} \quad (2.66)$$

As fórmulas para calcular os limites de controlo das cartas acima descritas estão resumidas na Tabela 2.5.

Tabela 2.5 - Limites de controlo para cartas tradicionais de resíduos

	Média e Amplitude		Média e Desvio Padrão		Resíduos e Amplitudes Móveis	
	\bar{e}	R	\bar{e}	S	e	MR
LSC	$A_2\bar{R}$	$D_4\bar{R}$	$A_3\bar{S}$	$B_4\bar{S}$	$3\overline{MR}/d_2$	$D_4\overline{MR}$
LC	0	\bar{R}	0	\bar{S}	0	\overline{MR}
LIC	$-A_2\bar{R}$	$D_3\bar{R}$	$-A_3\bar{S}$	$B_3\bar{S}$	$-3\overline{MR}/d_2$	$D_3\overline{MR}$

Nota: Os valores de $A_2, A_3, B_3, B_4, D_3, D_4$ e d_2 dependem unicamente de n e estão tabelados na Tabela A.1 do Anexo A.

Assim que o processo se encontrar estável pode-se estimar a média e a dispersão. Todavia, para isso há que ter em atenção o modelo *ARIMA* adotado. No caso dos modelos *AR(p)* utilizam-se as Equações 2.48 e 2.49, por outro lado em situações em que se utilizam modelos do tipo *MA(q)* recorre-se às Equações 2.51 e 2.52, e finalmente perante um modelo *ARMA(p,q)* aplicam-se as Equações 2.54 e 2.55. De igual forma, a carta utilizada influencia a escolha do estimador utilizado para determinar o desvio padrão dos resíduos, σ_ε (Requeijo & Pereira, 2012). Assim, dependendo do tipo de carta recorre-se a uma das seguintes equações:

$$\hat{\sigma}_\varepsilon = \frac{\bar{R}}{d_2} \quad (2.67)$$

$$\hat{\sigma}_\varepsilon = \frac{\bar{S}}{c_4} \quad (2.68)$$

$$\hat{\sigma}_\varepsilon = \frac{\overline{MR}}{d_2} \quad (2.69)$$

2.6.2 Cartas de controlo de Shewhart para erros de previsão

Depois de verificada a estabilidade do processo na Fase I, é aconselhado monitorizar constantemente os dados futuros do mesmo processo, ou seja, aplicar a Fase II do *SPC*. Deste modo, para dados autocorrelacionados devem-se aplicar as cartas de Shewhart aos erros de previsão, $e_\tau(T)$, que são uma suposição de valores futuros que uma determinada característica pode tomar e são estimados com base no modelo matemático aplicado, como se pode observar pela Equação 2.70. Os erros de previsão seguem uma distribuição com valor esperado zero e uma variância que pode ser determinada pela Equação 2.71, onde T é o período atual, isto é, o último valor da série inicial de dados.

$$e_\tau(T) = X_{T+\tau} - \hat{X}_{T+\tau}(T) \quad (2.70)$$

$$Var(e_\tau(T)) = \sigma_\varepsilon^2 \left(1 + \sum_{j=1}^{\tau-1} \psi_j^2 \right) \quad (2.71)$$

em que,

$$\sigma_\varepsilon^2 = \frac{SS(\hat{\phi}, \hat{\theta})}{r - M} \quad (2.72)$$

Nas equações anteriores, considera – se:

$X_{T+\tau}$ – Valor de X para o período $T + \tau$

$\hat{X}_{T+\tau}(T)$ – Previsão realizada no período T para o período $T + \tau$

σ_ε^2 – Variância dos resíduos para o período $T + \tau$

ψ_j – Coeficientes do polinómio $\Psi(B) = \Psi_0 + \Psi_1 B + \Psi_2 B^2 + \dots$

$SS(\hat{\phi}, \hat{\theta})$ – Soma dos quadrados dos resíduos

r – Número de resíduos

M – Número de parâmetros estimados

Requeijo & Pereira (2012) afirmam que, sempre que possível o valor da variância dos resíduos, σ_ε^2 , deve ser estimado com base nas cartas de controlo de Shewhart aplicada aos resíduos.

De salientar que o cálculo dos coeficientes ψ_j depende do modelo *ARIMA* empregue, tal como se demonstra de seguida, sendo que $\Psi_0 = 1$.

- $AR(p)$: $\Psi_j = \phi_1 \Psi_{j-1} + \phi_2 \Psi_{j-2} + \dots + \phi_p \Psi_{j-p}$

- $MA(q): \Psi_j = \theta_1\Psi_{j-1} + \theta_2\Psi_{j-2} + \dots + \theta_q\Psi_{j-q}$
- $ARMA(p,q): \Psi_j = \phi_1\Psi_{j-1} + \phi_2\Psi_{j-2} + \dots + \phi_p\Psi_{j-p} - \theta_j$

Posto isto, utiliza-se as cartas da média, (\bar{e}), da amplitude, (R), e do desvio padrão, (S) no caso de se pretender monitorizar os erros de previsão provenientes de amostras. Por outro lado, se os erros de previsão tiverem origem em observações individuais utilizam-se as cartas dos erros de previsão, (e), e das amplitudes móveis, (MR). As estatísticas destas cartas são determinadas recorrendo às Equações 2.60, 2.61, 2.62 e 2.63, respetivamente.

As fórmulas para calcular os limites de controlo de cada carta descrita previamente são apresentadas na Tabela 2.6.

Tabela 2.6 - Limites de controlo para cartas tradicionais dos erros de previsão

	Média e Amplitude		Média e Desvio Padrão		Erros de Previsão e Amplitudes Móveis	
	\bar{e}	R	\bar{e}	S	e	MR
LSC	$A\sigma_{ep}$	$D_2\sigma_{ep}$	$A\sigma_{ep}$	$B_6\sigma_{ep}$	$3\sigma_{ep}$	$D_2\sigma_{ep}$
LC	0	$d_2\sigma_{ep}$	0	$c_4\sigma_{ep}$	0	$d_2\sigma_{ep}$
LIC	$-A\sigma_{ep}$	$D_1\sigma_{ep}$	$-A\sigma_{ep}$	$B_5\sigma_{ep}$	$-3A\sigma_{ep}$	$D_1\sigma_{ep}$

Nota: Os valores de A , B_5 , B_6 , D_1 , d_2 , D_2 e c_4 variam em função de n e encontram-se tabelados na Tabela A.1 do Anexo A.

O σ_{ep} é o desvio padrão dos erros de previsão e é calculado utilizando a expressão da Equação 2.73.

$$\sigma_{ep} = \sqrt{Var(e_\tau(T))} = \sigma_\varepsilon \sqrt{\left(1 + \sum_{j=1}^{\tau-1} \Psi_j^2\right)} \quad (2.73)$$

2.6.3 Cartas especiais para controlo de resíduos e erros de previsão

Perante a existência de dados autocorrelacionados, continua-se a dar preferência às cartas de controlo especiais, especificamente a carta CUSUM e a carta EWMA, para a identificação de pequenas e/ou moderadas alterações nos parâmetros do processo. Portanto, nesta situação também se substitui os dados das observações recolhidas da característica da qualidade X pelos resíduos ou erros de previsão. Ou seja, os procedimentos mencionados na seção 2.4 permanecem válidos pois os resíduos e os erros de previsão são independentes e seguem uma

distribuição Normal com média igual a zero e variâncias σ_ε^2 e σ_{ep}^2 respectivamente (Requeijo & Pereira, 2012).

Como foi referido anteriormente, as cartas CUSUM e EWMA originam resultados muito idênticos, por isso, neste projeto apenas foram utilizadas as cartas CUSUM. Analogamente, a variante da carta CUSUM para controlo da média dos resíduos e dos erros de previsão é composta por duas variáveis T e C determinadas para cada instante t , utilizando as Equações 2.15 e 2.16. Para o controlo da dispersão, recorre-se à carta H81-CUSUM aplicada aos resíduos ou erros de previsão que também é constituída por duas variáveis T e C determinadas para todos os instantes t , através das Equações 2.21 e 2.22.

De salientar que ao elaborar estas cartas é necessário substituir o X_t por e_t , que corresponde ao resíduo ou erro de previsão no instante t . Assim como, σ deve ser corrigido para σ_ε que é o desvio padrão dos resíduos ou σ_{ep} que é o desvio padrão dos erros de previsão.

2.7 Capacidade Univariada do Processo

A capacidade do processo refere-se à uniformidade do processo. As informações retiradas das cartas de controlo permitem concluir sobre a estabilidade do processo, ou seja, permitem prever o comportamento de um processo no futuro, porém não garantem que este é capaz de produzir conforme as especificações técnicas impostas. Por isso, é essencial fazer um estudo à capacidade do processo no fim da Fase I quando o processo já se encontra sob controlo estatístico e frequentemente ao longo da Fase II.

A capacidade do processo estabelece uma analogia entre variabilidade do processo e a amplitude de especificação, que retrata a variação das causas comuns. Na Figura 2.4 pode-se observar um processo estável, porém, é um processo que não tem capacidade de produzir conforme as especificações pré-estabelecidas, representadas pelos traços a tracejado. No entanto, ao longo do tempo verifica-se que a variabilidade foi diminuindo até que o processo se apresente capaz de produzir de acordo com as especificações.

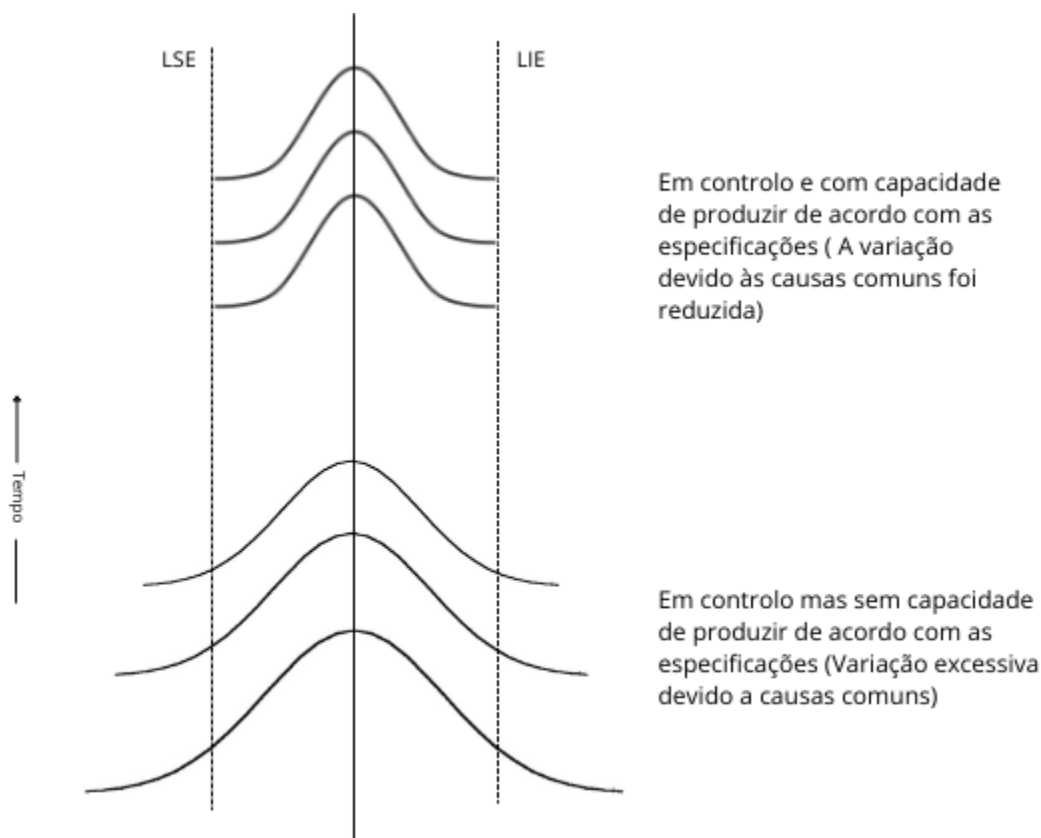


Figura 2.4 - Evolução de um processo ao longo do tempo
(Adaptado de Kane (1986))

Esta análise é uma parte fundamental da melhoria do processo. Os principais motivos que podem contribuir para um processo não ser capaz são a variabilidade natural do mesmo e/ou a localização da média em relação ao valor nominal de especificação, ou seja, a centralização do processo. Segundo Montgomery (2009) as vantagens de um estudo à capacidade são:

- Prever o desempenho do processo em produzir de acordo com as especificações técnicas;
- Ajudar as empresas a selecionar ou modificar o seu processo;
- Auxiliar na definição da frequência de recolha das amostras na monitorização do processo;
- Especificar requisitos de desempenho para novos equipamentos;
- Escolher entre diferentes fornecedores e diferentes aspetos da cadeia de abastecimento;
- Programar a sequência de produção;
- Reduzir a variabilidade de um processo.

No decorrer dos anos tem sido explorado diferentes métodos que permitem o estudo da capacidade do processo. Montgomery (2009) propõe o uso de histogramas ou gráficos de probabilidade, cartas de controlo e desenho de experiências. Na presente dissertação utilizar-se-á

somente cartas de controlo para determinar os índices de capacidade, dado que estes transmitem uma extensa informação acerca do estado do processo a partir de um só valor.

2.7.1 Índices de Capacidade para dados normais

Em muitos dos processos que seguem uma distribuição Normal, considera-se que a variação aceitável para uma determinada característica é de 6σ porque engloba pelo menos 99% dos dados. Isto significa que 99,73% dos valores dessa característica, que pertencem a um processo Normalmente distribuído com média μ e desvio padrão σ , se encontram difundidos no intervalo $\mu \pm 3\sigma$.

Sullivan (1984) desenvolveu uma ferramenta robusta para determinar se um processo tem potencial de ser capaz de produzir de acordo com os requisitos. A esta ferramenta dá-se o nome de índices de capacidade potencial, C_p , e o seu objetivo é estabelecer uma relação entre a amplitude da especificação e a amplitude inerente ao processo. Este índice só pode ser utilizado em processos bilaterais e determina-se através da Equação 2.74, onde LSE representa o limite superior de especificação e LIE o limite inferior de especificação.

$$C_p = \frac{LSE - LIE}{6\sigma} \quad (2.74)$$

Uma adversidade associada ao índice C_p é o facto de este não considerar a localização da média do processo e, portanto, quando este apresenta um valor satisfatório não significa que todas as observações se encontram dentro da especificação pois a média pode não estar centrada no valor nominal. Para atenuar esta limitação do índice C_p , Kane (1986) sugere a utilização do índice de desempenho do processo, C_{pk} . Este índice, além refletir a dispersão, tem em consideração a localização da média do processo em relação aos limites de especificação e tem a vantagem de ser válido também em processos unilaterais. Para determinar o valor do índice C_{pk} recorre-se à seguinte expressão:

$$C_{pk} = \min ((C_{pk})_S, (C_{pk})_I) \quad (2.75)$$

em que,

$$(C_{pk})_S = \frac{LSE - \mu}{3\sigma} \quad (2.76)$$

$$(C_{pk})_I = \frac{\mu - LIE}{3\sigma} \quad (2.77)$$

Quando $(C_{pk})_S = (C_{pk})_I$ é garantido que o processo está centrado, logo a média do processo incide com o valor nominal especificado. Caso contrário, $(C_{pk})_S \neq (C_{pk})_I$, diz-se que o processo não está centrado.

Hsiang & Taguchi (1985) sugerem um outro índice, C_{pm} , que considera, em adição à variabilidade do processo em relação aos limites de especificação, a distância da média relativamente ao valor *target*, T . O índice C_{pm} , tal como o C_p apenas pode ser utilizado em variáveis bilaterais, e determina-se através da seguinte equação:

$$C_{pm} = \frac{LSE - LIE}{6\sqrt{\sigma^2 + (\mu - T)^2}} \quad (2.78)$$

Por observação da Equação 2.78, conclui-se que um acréscimo na variabilidade do processo faz com que o valor do denominador aumente e por consequência o valor do índice diminui. Assim, conclui-se que o desvio da média do processo relativamente ao valor *target* varia proporcionalmente com o valor do denominador, e consequentemente varia inversamente com o valor do índice.

A fim de identificar todas as alterações na variabilidade do processo e/ou desvios da média relativamente ao seu valor *target*, Pearn et al. (1992) ainda propuseram outro índice denominado C_{pmk} . Esta medida calcula-se por meio da Equação 2.79.

$$C_{pmk} = \min ((C_{pmk})_s, (C_{pmk})_l) \quad (2.79)$$

onde,

$$(C_{pmk})_s = \frac{LSE - \mu}{3\sqrt{\sigma^2 + (\mu - T)^2}} \quad (2.80)$$

$$(C_{pmk})_l = \frac{\mu - LIE}{3\sqrt{\sigma^2 + (\mu - T)^2}} \quad (2.81)$$

A utilização de todos estes índices obrigou a que fosse determinado um critério para averiguar se o seu valor é aceitável. Montgomery (2009) propôs valores mínimos que definem um limite para uma capacidade satisfatória, apresentados na Tabela 2.7, para os índices anteriormente definidos, atendendo a longevidade e natureza do processo.

Tabela 2.7 - Valores mínimos recomendáveis para os índices de capacidade tendo em conta diferentes características dos processos (Adaptado Montgomery, 2009)

	Caraterística	Especificação Bilateral	Especificação Unilateral
Processos existentes	Comum	1,33	1,25
	Crítica, de resistência ou de segurança	1,50	1,45
Novos processos	Comum	1,50	1,45
	Crítica, de resistência ou de segurança	1,67	1,60

2.7.2 Índices de Capacidade para dados não normais

Os índices referidos anteriormente para estudar a capacidade do processo podem conduzir a conclusões erradas quando uma determinada característica não segue uma distribuição Normal.

Existem muitas abordagens que podem ser usadas nesta situação, como por exemplo a desenvolvida por Clements (1989). Para aplicar a sua metodologia recorre-se às seguintes equações:

$$C'_p = \frac{LSE - LIE}{U_p - L_p} \quad (2.82)$$

$$C'_{pk} = \min\left(\frac{LSE - \tilde{M}}{U_p - \tilde{M}}, \frac{\tilde{M} - LIE}{\tilde{M} - L_p}\right) \quad (2.83)$$

$$C'_{pm} = \frac{LSE - LIE}{6 \sqrt{\left(\frac{U_p - L_p}{6}\right)^2 + (\tilde{M} - T)^2}} \quad (2.84)$$

$$C'_{pmk} = \frac{LSE - \tilde{M}}{3 \sqrt{\left(\frac{U_p - \tilde{M}}{3}\right)^2 + (\tilde{M} - T)^2}}, \frac{\tilde{M} - LIE}{3 \sqrt{\left(\frac{\tilde{M} - L_p}{3}\right)^2 + (\tilde{M} - T)^2}} \quad (2.85)$$

Onde LSE é o limite superior de especificação, LIE o limite inferior de especificação, L_p o percentil de 0,135% da distribuição X , U_p o percentil de 99,865% da distribuição X , M a mediana do processo e T o valor *target* da especificação.

2.8 Controlo Estatístico Multivariado do Processo

A aplicação de cartas de controlo univariadas a cada característica em separado pode originar conclusões erradas devido à correlação entre as diferentes características. Para contornar esta situação, muitas indústrias optam por estudar simultaneamente as várias características da qualidade de um determinado artigo, ou seja, recorrerem a cartas de controlo que contemplem estatísticas multivariadas. Sabe-se que quanto maior o número de características em estudo, maior a discrepância entre os resultados do controlo univariado e multivariado.

Foi o matemático Hotelling, em 1947, que propôs pela primeira vez uma abordagem multivariada, composta por várias ferramentas que possibilitam a análise de diferentes variáveis em conjunto. Atualmente existem diversas cartas de controlo multivariadas, como as cartas que têm por base métodos de projeção sugeridas por Shinde & Khadse (2009), ou as cartas criadas pelos autores Hayter & Tsui (1994) que têm a vantagem de identificar no imediato as variáveis que provocaram a situação fora de controlo. Todavia, neste projeto apenas utilizou-se a carta T^2 para observações individuais, que se encontra detalhada já de seguida. Esta carta T^2 de Hotelling, mencionada na obra Alt (1985), é aplicável tanto a grupos de amostras como a observações individuais.

Na implementação do *SPC* multivariado, também é importante averiguar se os pressupostos de Aleatoriedade, Independência e Normalidade são cumpridos. Para tal, pode-se recorrer aos métodos propostos anteriormente para o estudo univariado. De forma análoga ao *SPC* tradicional, quando não se verificar a independência de uma ou mais variáveis, as cartas de controlo deverão ser construídas utilizando os resíduos ou erros de previsão para todas as variáveis.

Se for considerado um $ARL_{Em\ Controlo}$ igual a 370, no estudo univariado, significa que o perigo de ocorrer um falso alarme é igual a 0,27%. Posto isto, Montgomery (2009) defende que quando se estuda duas variáveis ao mesmo tempo, a probabilidade de uma observação ultrapassar os limites de controlo, para as duas variáveis sempre que um processo está sob controlo estatístico, é $(0,0027) \times (0,0027) = 0,00000729$. Em contrapartida, a possibilidade de uma observação estar compreendida entre os limites de controlo é $(0,9973) \times (0,9973) = 0,99460729$. Logo, para p características a controlar, independentes e Normalmente distribuídas, o risco do tipo I, α , é determinado a partir da Equação 2.86.

$$\alpha = 1 - \prod_{j=1}^p (1 - \alpha_j) \quad (2.86)$$

Por sua vez, a probabilidade de todas as observações estarem compreendidas entre as fronteiras delimitadas pelos limites de controlo é obtida a partir da Equação 2.87.

$$P(\text{todos os pontos entre os limites de controlo}) = \prod_{j=1}^p (1 - \alpha_j) \quad (2.87)$$

O controlo multivariado é implementado em duas fases distintas tal como no *SPC* univariado. Na primeira fase calculam-se os limites de controlo, averigua-se a estabilidade do processo, e estimam-se os parâmetros. Por outro lado, neste contexto, na segunda fase, procede-se à monitorização do processo em dois períodos diferentes.

2.8.1 Cartas T^2 para observações individuais

Nos próximos cálculos, é de notar que a distribuição conjunta das p caraterísticas segue uma distribuição Normal multivariada $N_p(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma})$ com vetor média igual a $\boldsymbol{\mu}^T = (\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_p)$ e a matriz de covariâncias correspondente a $\boldsymbol{\Sigma}$.

A Fase I, para o estudo de p caraterísticas com m observações individuais, inicia-se com a recolha das observações individuais X_{jk} ($j = 1, 2, \dots, p; k = 1, 2, \dots, m$). Posteriormente, estes dados são utilizados para calcular as médias, \bar{X}_j , as covariâncias S_{jj} , e as covariâncias amostrais, S_{jh} , que podem ser determinadas aplicando as seguintes equações:

$$\bar{X}_j = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m X_{jk} \quad (2.88)$$

$$S_{jj} = \frac{1}{m-1} \sum_{k=1}^m (X_{jk} - \bar{X}_j)^2 \quad (2.89)$$

$$S_{jh} = \frac{1}{m-1} \sum_{k=1}^m (X_{jk} - \bar{X}_j)(X_{hk} - \bar{X}_h), \quad j \neq h \quad (2.90)$$

Nas equações anteriores considera – se:

X_{jk} – observação k da caraterística da qualidade j

X_{hk} – observação k da caraterística da qualidade h

\bar{X}_j – média das m observações da característica da qualidade j

\bar{X}_h – média das m observações da característica da qualidade h

A estatística desta carta é calculada através da seguinte equação:

$$(T^2)_k = (\mathbf{X}_k - \bar{\mathbf{X}})^T \mathbf{S}^{-1} (\mathbf{X}_k - \bar{\mathbf{X}}) \quad (2.91)$$

Onde, o vetor média, $\bar{\mathbf{X}}$, representado na Equação 2.92, é composto pelas médias \bar{X}_j determinadas a partir da Equação 2.88, a matriz das covariâncias, \mathbf{S} é constituída pelas variâncias e covariâncias e calcula-se recorrendo às Equações 2.89 e 2.90 e o vetor \mathbf{X}_k é formado pelas p características para o instante k sendo definido pela Equação 2.93.

$$\bar{\mathbf{X}} = (\bar{X}_1, \bar{X}_2, \dots, \bar{X}_p)^T \quad (2.92)$$

$$\mathbf{X}_k = (X_{1k}, X_{2k}, \dots, X_{pk})^T \quad (2.93)$$

Para terminar a construção desta carta é preciso apenas determinar os limites de controlo através das expressões apresentadas na Equação 2.94.

$$\begin{cases} LSC_{T^2} = \frac{(m-1)^2}{m} \beta_{\alpha; p/2, (m-p-1)/2} \\ LIC_{T^2} = 0 \end{cases} \quad (2.94)$$

Em que, $\beta_{\alpha; p/2, (m-p-1)/2}$ representa o percentil à direita da distribuição Beta, para uma probabilidade α e parâmetros $p/2$ e $(m-p-1)/2$. O seu valor tem a hipótese de ser determinado usando *softwares*, ou pela associação da distribuição de Beta com a distribuição de Fisher, como demonstra a Equação 2.95 (Requeijo & Pereira, 2012):

$$\beta_{\alpha; p/2, (m-p-1)/2} = \frac{\frac{p}{m-p-1} F_{\alpha; p, (m-p-1)}}{1 + \frac{p}{m-p-1} F_{\alpha; p, (m-p-1)}} \quad (2.95)$$

Uma causa especial é detetada quando $(T^2)_k > LSC_{T^2}$, e conseqüentemente as observações responsáveis são eliminadas e o estudo recomeça. De salientar que na presença de dados autocorrelacionados, tal como no estudo univariado, os pontos que provocam a instabilidade deverão ser substituídos, seguidos de um reajuste do modelo matemático, e com os resíduos mais recentes o estudo multivariado deve ser reiniciado.

Assim que garantida a estabilidade do processo pode-se prosseguir para a Fase II do estudo multivariado, onde se desenrola a sua monitorização em tempo real, conforme os dados que são recolhidos da produção. Como foi mencionado anteriormente, esta fase divide-se em dois períodos onde há a hipótese de aplicar dois tipos de cartas dependendo da validação dos parâmetros $\boldsymbol{\mu}$ e $\boldsymbol{\Sigma}$. Primeiramente, a fim de monitorizar o processo logo depois da Fase I pode-se utilizar a carta T^2 , onde os limites de controlo têm por base os dados usados na estimação dos parâmetros do processo na fase anterior, como se pode observar na Equação 2.97. A estatística desta carta determina-se através da Equação 2.96. Mais tarde, verificando que o processo está controlado estatisticamente durante um período de tempo considerável, utiliza-se a carta χ^2 . A estatística desta carta calcula-se a partir da Equação 2.98 e os limites de controlo a partir da Equação 2.99, sendo que estes dependem exclusivamente do número de características p e do nível de significância α .

$$(T^2)_k = (\mathbf{X}_k - \bar{\mathbf{X}})^T \mathbf{S}^{-1} (\mathbf{X}_k - \bar{\mathbf{X}}) \quad (2.96)$$

$$\begin{cases} LSC_{T^2} = \frac{p(m+1)(m-1)}{m(m-p)} F_{\alpha;p,m-p} \\ LIC_{T^2} = 0 \end{cases} \quad (2.97)$$

$$(\chi^2)_k = (\mathbf{X}_k - \boldsymbol{\mu})^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1} (\mathbf{X}_k - \boldsymbol{\mu}) \quad (2.98)$$

$$\begin{cases} LSC_{\chi^2} = \chi^2_{\alpha;p} \\ LIC_{\chi^2} = 0 \end{cases} \quad (2.99)$$

À semelhança da Fase I, o processo não está sob controlo estatístico se $(T^2)_k > LSC_{T^2}$ ou se $(\chi^2)_k > LSC_{\chi^2}$. Nestas circunstâncias, a variável, ou as variáveis que provocaram as causas especiais deverão ser descobertas e implementadas as ações necessárias.

2.8.2 Interpretação das cartas T^2

No estudo multivariado, quando são detetadas causas especiais é fundamental identificar qual(ais) a(s) variável(eis) catalisadora(s) desta situação de fora de controlo para que seja possível implementar as medidas corretivas adequadas. As causas especiais de variação podem ter origem em uma ou mais variáveis ou na correlação entre variáveis. Para isso, foram desenvolvidos diferentes métodos, que ajudam a identificar essas variáveis, como o método aplicado à estatística d abordado em Montgomery (2005). Por outro lado, Requeijo & Pereira (2012) fazem referência ao método de decomposição das cartas T^2 ortogonais enquanto Edward Jackson (1985) defende a decomposição em componentes principais. Por ser mais adequado ao estudo de caso, apenas utilizou-se o método da estatística d neste projeto, que se distingue pela sua simplicidade e eficácia.

- Método da estatística d

Como referido anteriormente, o objetivo desta metodologia é determinar a variável, ou variáveis que provocam a situação fora de controlo, a partir do cálculo da estatística d para cada variável j , recorrendo à Equação 2.100. Esta estatística ajuda a compreender a contribuição individual de cada variável (Requeijo & Pereira, 2012).

$$d_j = T^2 - T_{(j)}^2 \quad j = 1, 2, \dots, p \quad (2.100)$$

Onde T^2 é o valor da estatística calculado a partir de p variáveis e $T_{(j)}^2$ é o valor da estatística calculado recorrendo às p variáveis com exceção da variável j .

Conforme afirma Montgomery (2005), se $d_j > \chi_{\alpha;1}^2$ significa que a variável j contribui significativamente para a situação fora de controlo. Porém, se acontecer alguma situação em que esta condição não se observa, a causa especial de variação tem origem na correlação das variáveis.

2.8.3 Capacidade multivariada do processo

O estudo da capacidade multivariada do processo pode ser iniciado assim que este se encontrar estatisticamente estável, tal como acontece no *SPC* univariado. Ao longo dos anos, este tema tem sido alvo do estudo de diversos autores com o objetivo de aprimorar e simplificar o estudo da capacidade multivariada dos processos. Neste projeto, utilizou-se o vetor de capacidade multivariada constituído por três índices, C_{pM} , PV e LI , aplicável apenas a processos bilaterais e desenvolvido por Shahriari et al. (1995).

O primeiro passo para a construção deste vetor é determinar o índice C_{pM} , que tal como o índice C_p do estudo univariado, indica se o processo tem potencial de ser capaz de produzir conforme os requisitos estabelecidos. Este índice estabelece uma relação entre o volume da região referente à especificação e o volume modificado do processo, a partir da seguinte expressão:

$$C_{pM} = \left(\frac{\text{Volume da região referente à especificação}}{\text{Volume modificado referente ao processo}} \right)^{1/p} \quad (2.101)$$

Onde o numerador depende da quantidade de p características em estudo, o que quer dizer que o espaço delimitado pelos limites de especificação quando $p = 2$ trata-se de um espaço bidimensional, portanto a medida utilizada é a área e quando $p \geq 3$ a medida utilizada é o volume pois o espaço é p -dimensional. Na Figura 2.5 encontra-se esboçada as regiões modificadas do processo quando estão em análise duas características.

Portanto, no caso de $p = 2$, isto é, quando se estudam duas variáveis em conjunto, o espaço correspondente à especificação técnica é um retângulo, o espaço correspondente ao processo é uma elipse que está contida no retângulo que corresponde à região modificada do processo. Se porventura se controlar três características, a região que equivale à especificação técnica tem a forma de um prisma e a região do processo tem forma de uma elipsoide que por sua vez está contida no prisma que corresponde à região modificada do processo.

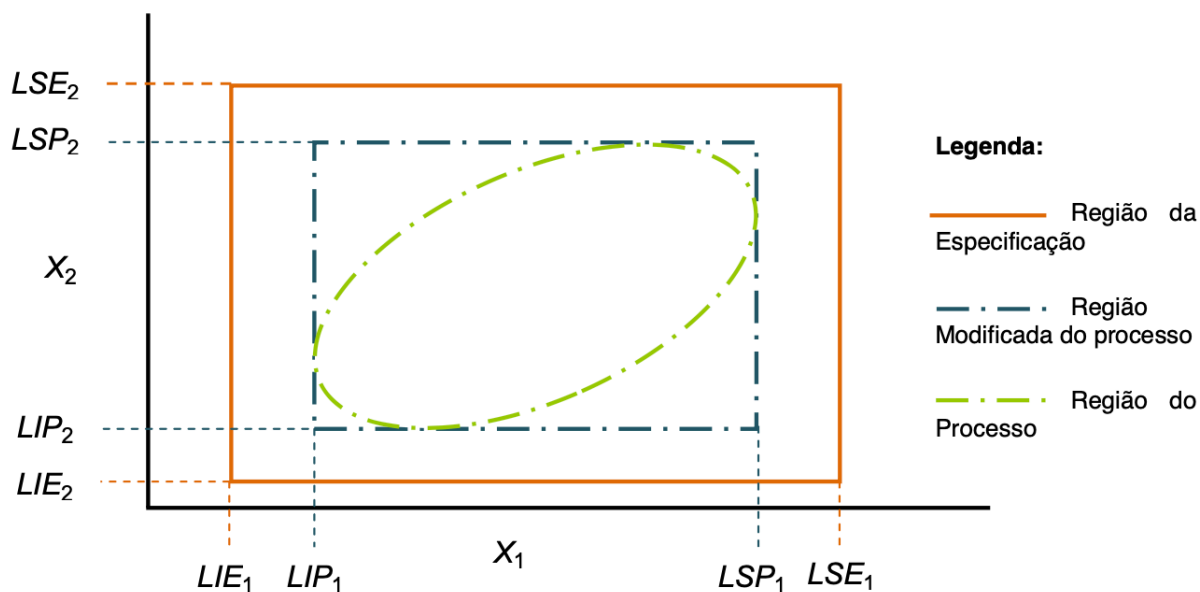


Figura 2.5 – Diferentes regiões quando $p=2$
(Adaptado de Requeijo & Pereira, 2012)

O volume do espaço que corresponde à especificação técnica determina-se utilizando a Equação 2.102, sendo que LSE_i e LIE_i são respectivamente o limite superior e inferior de especificação da característica i . Assim como, para calcular o volume modificado relativo ao processo utiliza-se a Equação 2.103, onde LSP_i e LIP_i são respectivamente o limite superior e inferior do processo.

$$\prod_{i=1}^p (LSE_i - LIE_i); \quad i = 1, 2, \dots, p \quad (2.102)$$

$$\prod_{i=1}^p (LSP_i - LIP_i); \quad i = 1, 2, \dots, p \quad (2.103)$$

onde,

$$LSP_i = \mu_i + \sqrt{\frac{\chi_{\alpha;p}^2 \det(\Sigma_i^{-1})}{\det(\Sigma^{-1})}}; \quad i = 1, 2, \dots, p \quad (2.104)$$

$$LIP_i = \mu_i - \sqrt{\frac{\chi_{\alpha;p}^2 \det(\boldsymbol{\Sigma}_i^{-1})}{\det(\boldsymbol{\Sigma}^{-1})}}; \quad i = 1, 2, \dots, p \quad (2.105)$$

Nas equações anteriores, considera – se:

$\boldsymbol{\Sigma}_i$ – Matriz das covariâncias obtida quando se despreza a coluna i e a linha i da matriz de covariâncias ($\boldsymbol{\Sigma}$);

$\det(\boldsymbol{\Sigma}^{-1})$ – Determinante da matriz inversa de $\boldsymbol{\Sigma}$;

$\chi_{\alpha;p}^2$ – Percentil à direita da distribuição χ^2 com p graus de liberdade, para uma probabilidade α .

O segundo índice que compõe o vetor de capacidade é o índice PV , que efetua uma comparação entre a posição do vetor média do processo e a posição do vetor dos valores nominais da especificação \mathbf{T} , em que $\mathbf{T} = (T_1, T_2, \dots, T_p)^T$. O índice PV calcula-se recorrendo à Equação 2.106, com uma distribuição de Fisher com p e $N-p$ graus de liberdade (Requeijo & Pereira, 2012).

$$PV = P\left(T^2 > \frac{p(N-1)}{N-p} F_{p, N-p}\right) \quad (2.106)$$

onde,

$$T^2 = n(\hat{\boldsymbol{\mu}} - \mathbf{T})^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1} (\hat{\boldsymbol{\mu}} - \mathbf{T}) = n(\bar{\mathbf{X}} - \mathbf{T})^T \mathbf{S}^{-1} (\bar{\mathbf{X}} - \mathbf{T}) \quad (2.107)$$

Por fim, o último índice que integra o vetor de capacidade é o índice LI , que compara as regiões delimitadas pela especificação e pelo processo. Isto é, afere se alguma parte da região delimitada pelo processo está ou não dentro da região delimitada pela especificação, através da Equação 2.108.

$$LI = \begin{cases} 1 & \text{se a região modificada do processo está} \\ & \text{contida na região da especificação} \\ 0 & \text{outra situação} \end{cases} \quad (2.108)$$

Fundamentalmente, este índice faz uma comparação entre os intervalos de especificação e os intervalos do processo para as p características em estudo (Requeijo & Pereira, 2012). Ou seja, quando $[LIP, LSP]_i \subset [LIE, LSE]_i$, isto é $LIP_i > LIE_i$ e $LSP_i < LSE_i$, atribui-se o valor 1.

De acordo com Requeijo & Pereira (2012) um processo é considerado capaz no caso de, simultaneamente, verificar $C_{pM} \geq 1,33$, $PV \cong 1$ e $LI = 1$.

CARATERIZAÇÃO DA EMPRESA

Neste capítulo encontra-se uma breve caracterização da ECM – Empresa de Cervejas da Madeira, onde foi empreendido o presente caso de estudo. Desenvolver-se-á, nomeadamente, um pequeno sumário da história da empresa, os produtos comercializados, as matérias-primas usadas na produção e a descrição do processo produtivo.

3.1 Empresa de Cervejas da Madeira

A Empresa de Cervejas da Madeira (ECM) nasceu em 1934 a partir da fusão de três fábricas, produtoras de cervejas, refrigerantes e águas: H.P Miles & Cia, Lda e Araújo, Tavares e Passos, Lda e Leacock & C^a Lda. Atualmente é a maior empresa regional de produção de bebidas e distribuição na Região Autónoma da Madeira e pertence ao universo do Grupo Pestana, o maior grupo hoteleiro português. As suas instalações atuais, inauguradas em 1996, situam-se no parque industrial da zona oeste (PEZO), em Câmara de Lobos, e é onde fabricam e comercializam os seus produtos. Como uma das maiores indústrias do setor de bebidas no arquipélago, a ECM produz aproximadamente 32 a 34 milhões de litros de cerveja, refrigerantes, águas e outras bebidas fermentadas (Sidra e *Hard Seltzer*), faturando cerca de 50 milhões de euros por ano. A produção de Cerveja varia entre os 14 milhões e 16 milhões de litros ao ano, sendo o restante volume dividido pelas outras categorias. Para além da marca própria, a ECM é a representante na região de outras grandes marcas nacionais e internacionais como, a Sumol+Compal e a Lipton.¹

Nos últimos anos a ECM tem vindo a apostar na exportação de alguns dos seus produtos pelo mundo, para que estes estejam à disposição das comunidades portuguesas, em especial dos madeirenses, espalhados pelo globo. Neste momento 5% da sua produção é dedicada para exportação. Para além de Portugal Continental e Açores, a ECM encontra-se em países como China, África do Sul, Inglaterra, França, Estados Unidos da América e Luxemburgo. De acordo com dados de 2017, esta cervejaria era a única, 100% portuguesa a exportar para a China, cerca de 20% da sua produção total.

Com o passar dos anos, a missão e os valores da ECM foram evoluindo de forma a acompanhar as constantes mudanças no mercado. Hoje em dia a empresa descreve que o seu desejo é continuar a ser a “empresa líder no mercado regional das cervejas, refrigerantes e águas, sendo a

¹ Informação retirada de <https://www.ecm.pt/>

preferida pelos consumidores, superando as expectativas com produtos e serviços de qualidade.” A empresa acredita que os seus colaboradores são a essência do seu sucesso por isso ambiciona “proporcionar grande satisfação e bem-estar” à sua equipa. A longo prazo a ECM pretende “assegurar a longevidade e rentabilidade da empresa.”

3.1.1 Estrutura organizacional

Para o bom funcionamento da empresa, esta conta com cerca de 234 colaboradores diretos, e mais de 100 colaboradores em *outsourcing*, que respondem às necessidades de 3500 clientes. O CEO atual da empresa é o Dr. Miguel de Sousa. Na Figura 3.1 está representado o organograma da empresa. O trabalho presente nesta dissertação foi maioritariamente desenvolvido no departamento da produção, chefiado pelo Eng.º Nuno Branco.

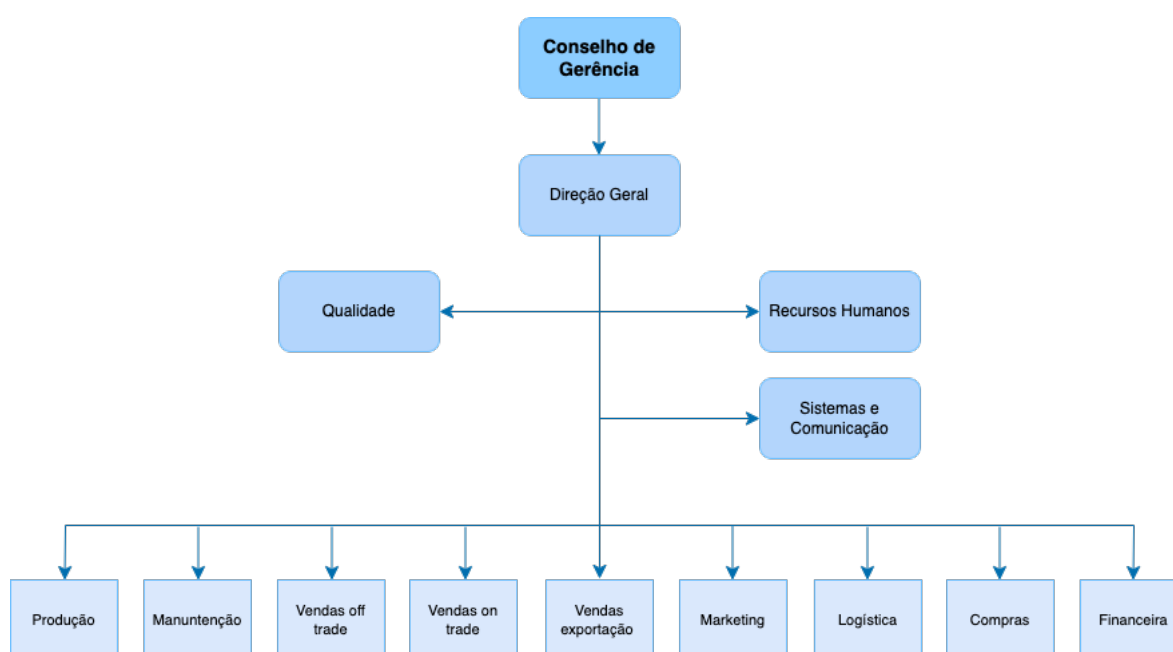


Figura 3.1 - Organograma da Empresa de Cervejas da Madeira

3.1.2 Produtos

Como foi referido anteriormente a ECM fabrica, comercializa e distribui marcas próprias de cervejas, refrigerantes, águas e outras bebidas fermentadas e representa marcas prestigiadas noutras categorias como, espirituosas, vinhos, sumos, entre outros. O seu portefólio atual de produtos próprios conta com 22 diferentes produtos. O primeiro produto desta entidade foi o refrigerante Laranjada no ano 1872, ainda a empresa era conhecida como H.P Miles & Cia, Lda. Anos mais tarde, em 1969 surgiu o seu produto estrela, a cerveja Coral. No ano seguinte, surge os refrigerantes Brisa nos sabores laranja, limonada, maracujá e água tônica. O sabor a maçã foi apresentado só em 1988, 13 anos antes do lançamento do sabor a ananás, que foi divulgado em 2001. Em 1985, foi criada a gama Brisol, um refrigerante sem gás no sabor de maracujá. Em 2003, a ECM introduziu a cerveja Coral sem álcool, branca e tônica. No ano de

2004, os refrigerantes Brisa ganharam um novo sabor, laranja, tal como a gama Brisol ganhou o sabor trópico. O ano 2005 e 2006 ficaram marcados pelos lançamentos das águas Atlântida com e sem gás, respetivamente. Posteriormente, em 2019 surgiu a cerveja *premium* elegante, equilibrada e refrescante – Puro Malte. No ano seguinte foi lançado a gama Sidra, com sabor a maçã. Em 2021, como resposta às necessidades dos consumidores que procuram uma alternativa mais saudável a outras bebidas alcoólicas surgiu a Hard Seltzer de maracujá. Por último em 2022, foi lançado o sabor a frutos vermelhos da Sidra. Na Figura 3.2, pode observar-se os produtos mencionados anteriormente e atualmente comercializados na ECM.²



Figura 3.2 - Gama de produtos fabricados na ECM

Paralelamente, a ECM tem um leque de representações, parcerias e acordos de prestação de serviços administrativos, de produção e logísticos. Os produtos dividem-se entre cervejas, como a Carlsberg ou a Erdinger; refrigerantes, sumos e néctares como a Pepsi ou Bongo; águas da marca Frize ou Vitalis; vinhos, por exemplo da marca Atlantis Rosé ou Quinta do Vallado; leites, no caso, a marca Ucal, e por último espirituosos da marca Fim de Século e o Aguardente Cana Calheta.²

3.1.3 Certificações e Distinções

A longa experiência fabril, com mais de 150 anos, resulta numa qualidade e garantia inigualável das marcas da ECM. Em função disso, a ECM em 2003 tornou-se na primeira empresa tanto no seu setor como a nível nacional a receber a Certificação em Qualidade e Ambiente. Nesse ano, a ECM implementou um Sistema de Gestão Ambiental certificado segundo a norma ISO

² Informação retirada de <https://www.ecm.pt/>

14001 e um Sistema de Gestão da Qualidade certificado segundo a norma ISO 9001:2000. Por acreditar que estes padrões trazem oportunidades de melhorias nos seus processos, produtos ou serviços a ECM transitou para os novos referenciais europeus de qualidade e ambiente em 2015 - ISO 9001:2015 e ISO 14001:2015.

Além das certificações nacionais e europeias, a ECM detém distinções feitas pela *Monde Selection*, a mais antiga e prestigiada organização independente na área da Seleção de Qualidade. Entre medalhas de ouro e prata, até 2020, os produtos de fabrico próprio da ECM totalizavam 165 galardões. O produto mais premiado é o refrigerante Brisa Maracujá com 29 medalhas.

3.2 Produção da Cerveja Coral

A cerveja é umas das bebidas mais antigas do mundo, com indícios do seu surgimento, em 2800 A.C. (Kunze et al., 1999). Por esse motivo, a cerveja nem sempre foi fabricada da mesma maneira. No início dos tempos tratava-se de uma bebida caseira preparada através de meios rudimentares. Com o passar dos anos e a evolução industrial o seu fabrico tornou-se mais complexo e apurado.

A cerveja é obtida através de fermentação alcoólica, mediante a adição de leveduras específicas a um mosto proveniente de malte de cereais, nomeadamente a cevada, e outras matérias-primas amiláceas ou açucaradas, misturado com flores de lúpulo ou seus derivados e água potável.

3.2.1 Matérias-primas

A cerveja é feita a partir de 4 ingredientes básicos - Água, Malte de Cevada, Lúpulo e Leveduras. A qualidade destas matérias-primas exerce uma influência decisiva sobre a qualidade do produto final. Por isso, é muito importante conhecer as propriedades individuais de cada ingrediente e os seus efeitos sobre o processo e o produto final (Kunze et al., 1999).

- **Água**

Quantitativamente, a água é a principal matéria-prima da cerveja. No entanto, na produção de cerveja apenas uma pequena parte da água é utilizada diretamente na bebida, enquanto a restante grande parte é usada para limpar, enxaguar e arrefecer o equipamento. Por afetar as características e a qualidade da cerveja ao longo do processo é importante dar atenção ao seu abastecimento e preparação.

- **Malte de Cevada**

A cevada é a principal matéria-prima da produção da cerveja. As maiores culturas de cevada situam-se na europa central. A cevada contém hidratos de carbono importantes neste processo como o amido, os açúcares, a celulose, a hemicelulose e os beta-glucanos. Este cereal antes de

ser usado na produção de cerveja deverá ser convertido em malte, através da germinação, com o objetivo aumentar o número de enzimas importantes na degradação do amido (Kunze et al., 1999). Consoante as condições a que é exposto, o malte é responsável pela cor da cerveja e exerce uma influência sobre o seu sabor.

- **Lúpulo**

O lúpulo tem origem na planta trepadeira da espécie *Humulus Lupulus*, rica em resinas amargas e óleos essenciais. Esta planta é cultivada em regiões específicas com condições favoráveis, como por exemplo na região *Hallertau*, Alemanha. Depois da colheita, o lúpulo é seco e processado com o objetivo de atingir uma forma mais estável para evitar a redução do seu valor com o passar do tempo. A composição do lúpulo é extremamente importante para a qualidade da cerveja. Este contém essencialmente substâncias amargas, óleo de lúpulo, proteína, minerais e polifenóis (Kunze et al., 1999). Concede a esta bebida a percepção de amargo e parte do aroma que lhe é inconfundível. Além disso, atua como um antioxidante natural já que preserva as características do sabor da cerveja, por mais tempo e melhora a sua estabilidade.

- **Leveduras**

As leveduras são microrganismo unicelulares responsáveis pela fermentação dos açúcares que produz o álcool e o dióxido de carbono da cerveja. Por este efeito, são utilizados fungos de levedura da espécie *Saccharomyces cerevisiae* (Kunze et al., 1999). Como resultado do seu metabolismo, a levedura tem grande influência no sabor e na natureza da cerveja, sendo que diferentes tipos de leveduras permitem produzir diferentes perfis de cerveja.

- **Adjuvantes da fabricação**

Na produção de cerveja, são usados alguns cereais não maltados, chamados de adjuvantes. Estes cereais são usados como fonte de hidratos de carbono, que fornecem açúcares ao mosto, e ajudam no acerto de determinadas características da cerveja. Esta alternativa acaba por ser economicamente viável pois os adjuvantes são consideravelmente mais baratos do que o malte. Os cereais não maltados utilizados na produção de cerveja são o milho, o arroz, o sorgo, grãos de cevada ou trigo, e produtos feitos a partir destes cereais (Kunze et al., 1999). No caso da cerveja Coral Branca é usado o *gritz* de milho.

3.2.2 Processo produtivo

O processo de fabrico da cerveja Coral Branca compreende 4 estágios principais: brassagem (fabricação do mosto), fermentação e maturação, filtração e enchimento. Todo este processo encontra-se altamente automatizado e é monitorizado a partir de uma sala de controlo. A ECM produz lotes de 15 000 litros em cada fabrico.

3.2.2.1 Brassagem

Em muitas cervejeiras, a primeira parte do processo de produção é a maltagem que tem como objetivo transformar os cereais em malte. No entanto, na ECM os cereais necessários à produção já provêm dos fornecedores maltados, pelo que não se dá o processo de maltagem. Portanto, a produção inicia-se pela Brassagem, onde será produzido o mosto. Esta fase é a mais importante do processo de fabrico de cerveja, pois é onde é preparada a composição ótima para a fermentação. Esta fase dura cerca de 9 horas.

Deste modo a primeira etapa da produção é a separação das matérias-primas. Os cereais, neste caso, o *gritz* de milho e o malte de cevada, são armazenados em grandes silos, assim que chegam à fábrica. Quando estas matérias-primas são utilizadas na produção a quantidade necessária é retirada dos silos, pesada e depois é feito um pré-tratamento para limpar algumas impurezas indesejadas. O malte, mesmo após a limpeza de impurezas, continua misturado com pedras e poeiras que podem danificar as máquinas. Por isso, o malte antes de ser colocado no moinho de martelos para diminuir o tamanho do grão, passa por uma depredadora que separa as pequenas pedras, e por dois ímanes que removem todos os objetos que contém ferro. O *gritz* de milho depois de ser pesado passa também por um íman para remover os compostos de ferro antes de ir para o tanque de empastagem.

De seguida, procede-se a uma solubilização dos nutrientes existentes no malte e no *gritz* de milho (açúcares, sais, aminoácidos, lípidos, fosfatos e vitaminas). O objetivo desta etapa é transformar as substâncias insolúveis em substâncias solúveis, que formam o extrato do mosto. Este fenómeno ocorre quando são criadas as condições ótimas de temperatura e pH que beneficiem a atuação das enzimas que irão decompor as grandes cadeias de polissacarídeos em açúcares fermentescíveis. Sendo assim, o malte, moído antecipadamente, é misturado com a água no tanque de empastagem. Simultaneamente, o *gritz* de milho, num outro tanque de empastagem, é também misturado com água e algum de malte que oferece as enzimas essenciais à degradação enzimática das ligações glicosídicas e ajudam na liquefação do amido que constitui o *gritz* (Kunze et al., 1999). Ambas as caldeiras, são progressivamente e controladamente aquecidas, variando entre os 45°C e os 78°C, através de vapor de água, a fim de possibilitar as reações necessárias para a degradação do amido.

Quando finalizada a degradação do amido, as duas composições são misturadas para formar o mosto que depois é filtrado com o objetivo de separar a fase líquida da fase sólida. A fase líquida que é usada na produção segue para um tanque tampão, enquanto a fase sólida, chamada de dreche, é vendida como subproduto para a alimentação de animais.

O mosto armazenado no tanque tampão, segue, posteriormente para a caldeira de ebulição, onde é fervido durante 105 minutos exposto a uma temperatura de 100°C. É nesta fase, que o lúpulo é incorporado concedendo amargor característico desta bebida. Durante a ebulição ocorrem vários processos importantes como a extração e transformação do lúpulo; formação e

precipitação de proteínas; evaporação de água; esterilização do mosto; destruição de todas as enzimas; aumento da coloração e acidificação do mosto (Kunze et al., 1999).

Mais tarde, com objetivo de retirar as partículas em suspensão do mosto, este é encaminhado para um decantador. O mosto é colocado a repousar durante sensivelmente 60 minutos para que as partículas assentem no fundo do reservatório, para depois serem retiradas por decantação.

Por fim, para ser adicionada a levedura, a temperatura do mosto é diminuída num permutador de placas auxiliado com água glicolada, pois a levedura usada na filtração só consegue sobreviver e fermentar a baixas temperaturas. As temperaturas diminuem até os 8° C. Após ser adicionada a levedura ao mosto arrefecido é também adicionado uma certa quantidade de oxigénio para acelerar a fermentação.

3.2.2.2 Fermentação e Maturação

A fermentação é uma reação química que transforma o mosto em cerveja, na presença de levedura que é previamente adicionada durante a transferência do mosto da sala de fabrico para as cubas de fermentação. Os açúcares do mosto quando fermentados dão origem ao álcool, dióxido de carbono e outros subprodutos (Kunze et al., 1999). A fermentação na cerveja do tipo *Lager* pertence á classe de baixa fermentação da levedura, pois os flocos de levedura, que são mais densos que a cerveja, tendem a depositar no fundo dos tanques cilindro-cónicos no final da fermentação (Hardwick, 1995).

O mosto frio, as leveduras e o oxigénio são misturados num fermentador a fim de desencadear a reação química. Este é um processo contínuo, demorando entre 8 e 10 dias, e divide-se em três fases: fase *lag*, fase exponencial e fase estacionária. Numa fase inicial, a fase *lag*, ocorre a adaptação das leveduras ao meio nutritivo (mosto) e a absorção do oxigénio, minerais e aminoácidos para sintetizar as proteínas. Ou seja, a fase *lag* é o intervalo de tempo entre a inoculação do mosto e o início da fermentação. A fase seguinte, a fase exponencial, caracteriza-se pelo aumento logarítmico da população de células do mosto. Nesta fase, sucede-se a libertação de dióxido de carbono e outros subprodutos. Finalmente, a fase Estacionária, depois dos nutrientes que promovem fermentação serem consumidos, a criação de álcool e dióxido de carbono está garantida (Hardwick, 1995).

Durante este processo a temperatura é religiosamente controlada. O aumento da temperatura favorece a fermentação, no entanto é importante que esta se mantenha dentro dos limites para não comprometer a qualidade da cerveja. No caso de cervejas do tipo *Lager* a fermentação atinge um máximo de 14°C. Assim que é atingida a atenuação limite e os níveis de VDK's (do inglês, *vicinal diketones*) cheguem aos 0,20 ppm é provocado um arrefecimento que promove a sedimentação natural das leveduras (Hardwick, 1995). As leveduras são, posteriormente, recolhidas por decantação e reutilizadas em novos lotes até um máximo de sete ou oito gerações.

De forma análoga, o dióxido de carbono que é libertado neste processo, é recuperado, limpo e armazenado, para uma subsequente utilização, como no enchimento, na carbonatação da cerveja, na contrapressão de tanques, etc.

Após a fermentação a cerveja passa para a etapa de maturação, que permite uma estabilização, maturação e equilíbrio das características organolépticas desta bebida. Nesta etapa ocorrem dois processos. Primeiro, verifica-se a saturação da cerveja com dióxido de carbono sob uma pressão elevada. Em segundo lugar, realiza-se a remoção de todos os componentes que formam a névoa da cerveja (clarificação) a baixas temperaturas (entre -2°C e -1°C). Esta fase demora entre 7 e 9 dias.

3.2.2.3 Filtração

A filtração acontece depois do período de fermentação e maturação, com o objetivo de tornar a cerveja tão estável que nenhuma alteração possa ocorrer por um longo período e assim esta tenha sempre a aparência de quando foi produzida (Kunze et al., 1999). A cerveja atravessa dois filtros que com o auxílio de adjuvantes de filtração agarram as células de leveduras e outros compostos que causam turvação, proporcionando a sua transparência e brilhos característicos. Simultaneamente, são removidas substâncias que possam precipitar no decorrer do tempo, e que tornariam a cerveja turva. A ECM tem uma capacidade máxima de filtração de 20 000 lts/h.

De seguida, a cerveja sofre um processo de carbonatação, para compensar todo o CO₂ que possa ter sido perdido durante os processos de tratamento a baixas temperaturas ou baixa pressão. Ainda é feita a correção da especificação do álcool e do extrato, sendo adicionada água para o efeito.

Por fim, a cerveja filtrada é armazenada em tanques BBT (do inglês, *Bright Beer Tank*) até passar para a fase de enchimento. Estes tanques encontram-se a temperaturas baixas, entre 0°C a 2°C.

3.2.2.4 Enchimento

A etapa final da produção da cerveja é o enchimento das garrafas. A Cerveja Coral Branca é vendida nas seguintes quantidades: 0,15 lts; 0,20 lts; 0,30 lts; 0,33 lts (garrafa e lata); 1 lts; barril de 15 lts e 30 lts. Sendo que maior parte da produção é feita em garrafas, esse procedimento é o único descrito desseguida. Na ECM as garrafas de vidro são devolvidas depois de usadas, pelo que a primeira fase desta etapa é limpar e inspecionar as garrafas reutilizadas.

Paralelamente, é feita uma pasteurização *Flash* à cerveja. Esta bebida tem tendência a estragar-se e tornar-se desagradável muito rapidamente, devido à fácil multiplicação dos microrganismos. Por isso é necessário que esta bebida seja extremamente estável, quer a nível biológico quer a nível coloidal. Nesta etapa todos os microrganismos presentes na solução aquosa são

mortos através de um forte aquecimento, isto é, a cerveja filtrada é aquecida até uma temperatura de 72°C durante 50 segundos e depois é arrefecida até 4°C.

De seguida, a cerveja filtrada é conduzida para uma Enchedora/Capsuladora onde acontece o enchimento e capsulagem das garrafas. Nesta fase é muito importante que sejam evitadas contaminações, o contacto com o oxigénio e consequente oxidação, e perda de CO₂. A Enchedora começa por colocar a garrafa em vácuo, expulsando todo o oxigénio existente. Imediatamente, são feitas duas pressurizações na garrafa com CO₂, de forma a garantir a pureza do ar contido na garrafa. De seguida, as garrafas são cheias em contrapressão para dificultar a formação de espuma. As garrafas quando cheias cruzam-se com um jato de água quente sob pressão controlada, com a finalidade de formar alguma espuma para expelir o O₂ que possa existir. Por fim, a Capsuladora coloca as cápsulas nas garrafas.

Nesta fase, com o objetivo de garantir maior segurança, as cervejas que serão exportadas sofrem uma outra pasteurização, desta vez, por túnel. Na pasteurização por túnel, a troca de calor ocorre através das paredes de vidro da garrafa, que funcionam como isolantes térmicos. Neste caso, a parte externa do conteúdo da garrafa aquece primeiro, e só depois o líquido no interior, até a temperatura de pasteurização (Kunze et al., 1999). Depois as garrafas são arrefecidas novamente.

Finalmente, depois de celadas as garrafas seguem para um rotulador onde são colocados os rótulos com os respetivos lotes e prazos de validade. Posteriormente, as garrafas são embaladas para serem distribuídas.

Na Figura 3.3, pode-se observar todo o processo anteriormente descrito.

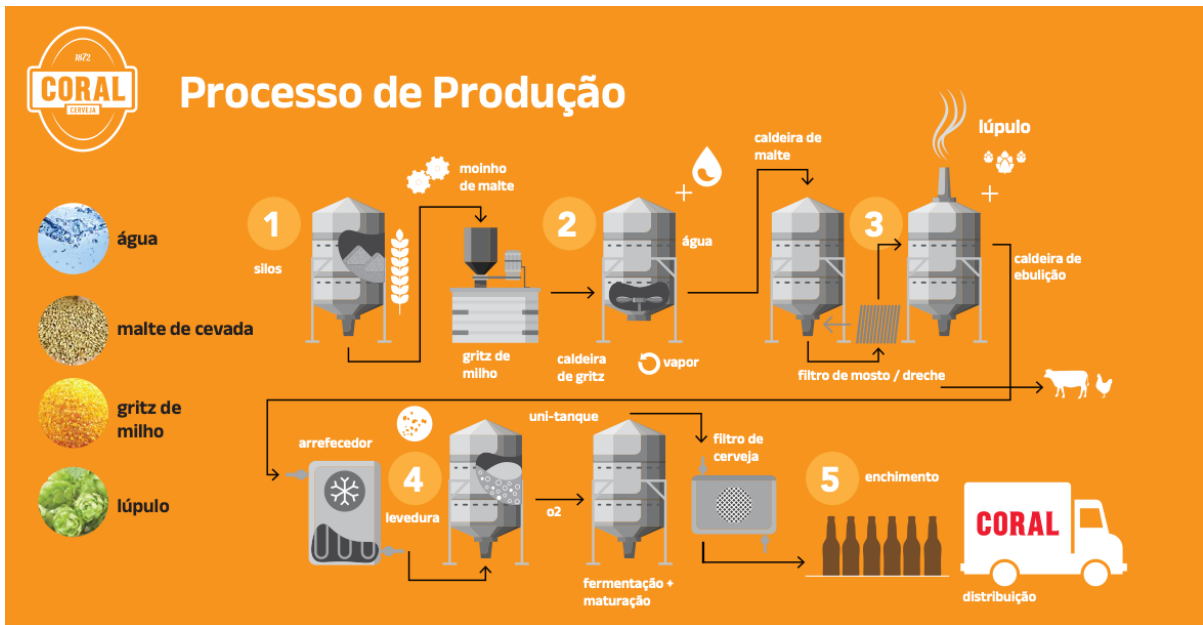


Figura 3.3 - Representação esquemática do processo produtivo da Coral Branca

ESTUDO DE CASO

No presente capítulo pretende-se descrever detalhadamente a aplicação do Controlo Estatístico do Processo na ECM. Todos os conceitos teóricos descritos anteriormente são postos em prática com intuito de estudar o processo de produção da cerveja Coral Branca.

4.1 Metodologia

Com o objetivo de efetuar uma conexão entre a revisão literária e o trabalho prático desenvolvido decidiu-se representar esquematicamente a metodologia adotada através de fluxogramas, representados nas Figuras 4.1 a 4.4. Como foi mencionado no capítulo 2, haverá duas fases de implementação do *SPC*, por isso são apresentados dois fluxogramas que correspondem a cada uma das fases. É importante referir que a metodologia que neles é apresentada, destaca os acontecimentos verificados no decorrer da elaboração do presente estudo de caso, expondo, no entanto, alguns outros cenários que surgem como possibilidade.

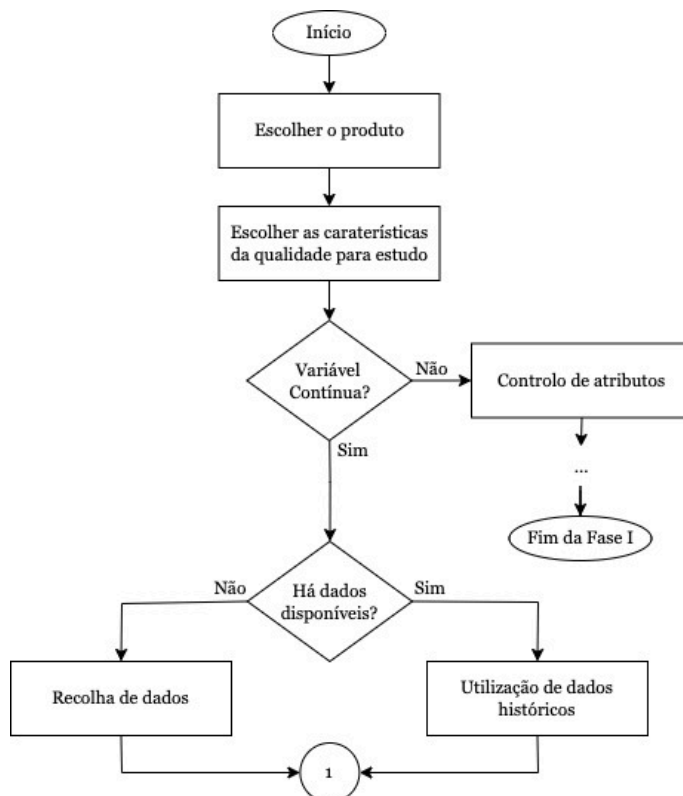


Figura 4.1 - Metodologia aplicada no caso de estudo na Fase I

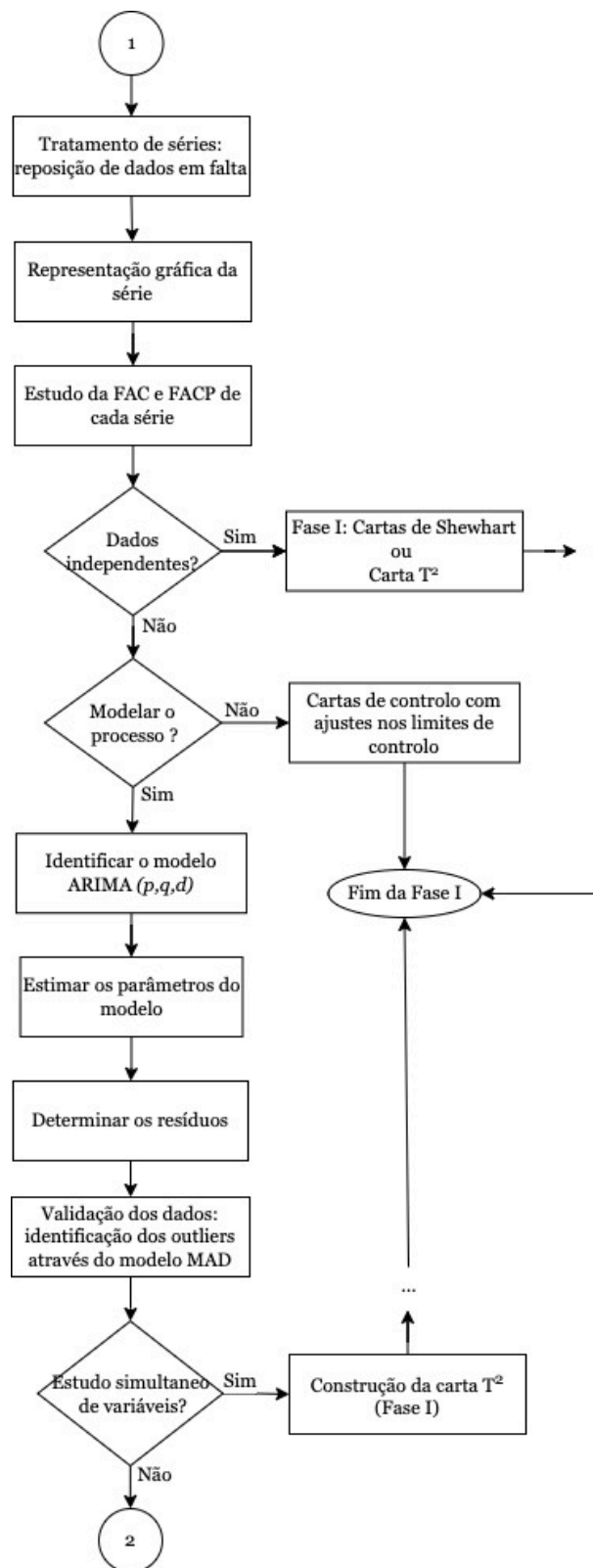


Figura 4.2 - Metodologia aplicada no caso de estudo na Fase I (Continuação)

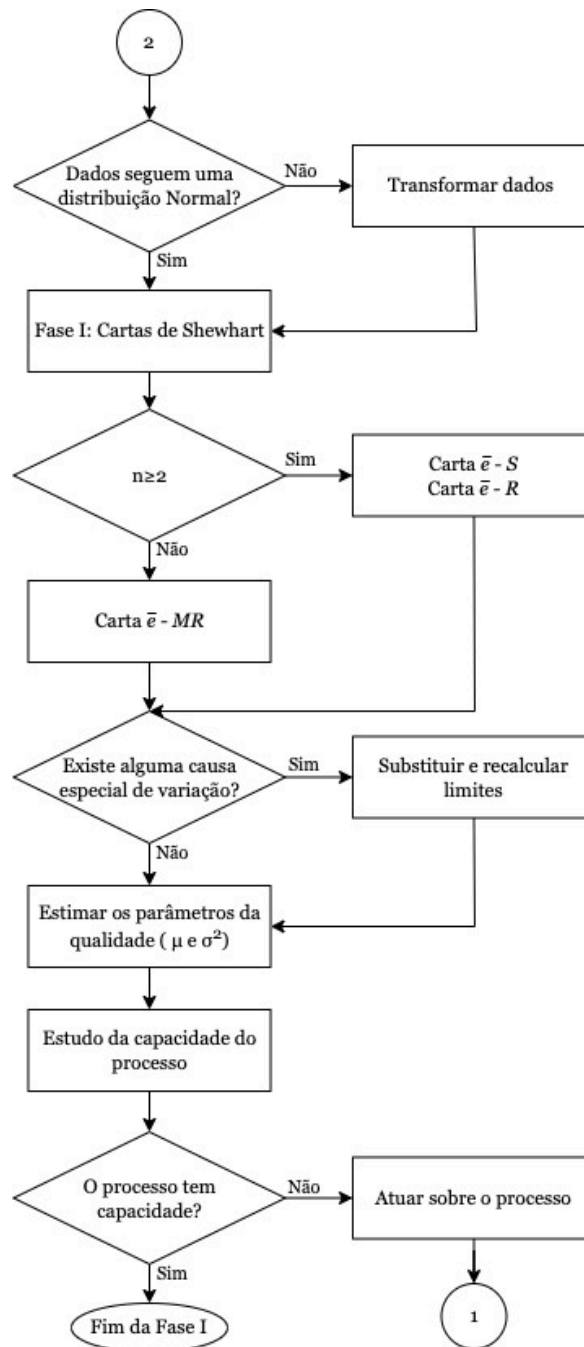


Figura 4.3 - Metodologia aplicada no caso de estudo na Fase I (Continuação)



Figura 4.4 - Metodologia aplicada no caso de estudo na Fase II

4.2 Produtos e Características em Estudo

Em conjunto com a empresa decidiu-se realizar este estudo sobre a Cerveja Coral Branca por representar o produto com maior volume de vendas. É uma cerveja do tipo *Lager*, conhecida pela sua cor pálida dourada, um sabor limpo, suave e aromático, um corpo leve e um agradável aroma a flor de lúpulo. Esta bebida é fabricada a partir de malte de cevada, lúpulos de origem checa, água e cereais não maltados (milho) e é fermentada e amadurecida a baixas temperaturas. O seu grau alcoólico é de 5,1% vol, a sua densidade do mosto é de 11°P e é de lupulagem média. Até os dias de hoje, a cerveja Coral Branca já arrecadou 27 medalhas de ouro.

Depois de cheias nas respetivas embalagens, são retiradas amostras de cerveja para serem analisadas em laboratório. São avaliados vários tipos de parâmetros quer físicos ou químicos. Mais uma vez, conjuntamente com a empresa, elegeu-se 5 características da cerveja para serem estudadas: Álcool, Extrato primitivo, Estabilidade de Espuma, Turvação e Amargor.

O Álcool representa o teor alcoólico que se forma no processo de fermentação dos açúcares. Optou-se por escolher esta característica pelo facto de ser um imperativo legal ao qual a empresa tem de obedecer. O Extrato Primitivo determina a percentagem de açúcares, fermentescíveis e não fermentescíveis, dissolvidos no mosto antes da fermentação. Tal característica é relevante pelo facto do seu valor determinar a tipologia da cerveja. A Estabilidade da Espuma permite verificar a qualidade da cerveja, na medida em que a espuma é essencial na degustação de uma cerveja. A espuma protege o sabor da cerveja, contribui para a libertação de aromas, manutenção da temperatura ideal e impede que esta tenha contacto com o oxigénio do ar prevenindo assim a sua oxidação, ao mesmo tempo que enriquece o seu carácter visual. A Turvação, ou TURVAC, traduz-se na presença de partículas em suspensão que provocam o desvio da luz, afetando o brilho cristalino e a nitidez associadas a esta bebida. O Amargor é uma das características que compõe o sabor da cerveja. A sua origem principal deriva do lúpulo. As últimas três características mencionadas foram selecionadas pois são características visuais, ou seja, que são passíveis de ser avaliadas pelos consumidores.

A característica Álcool é medida em percentagem peso, no entanto, muitas vezes encontra-se expressa em percentagem por volume. Por outro lado, a característica Extrato Primitivo é expressa em graus Plato (°P), que relaciona a densidade do mosto com a densidade da água, ou seja, mede a concentração de sólidos contidos no mosto antes da fermentação. Em relação à característica Estabilidade da Espuma, esta é analisada em segundos por centímetros. Por fim, as características Turvação e Amargor são expressas em EBC que é uma medida comumente usada pelos cervejeiros e foi desenvolvida pela organização *European Brewing Convention*. Esta escala surgiu da necessidade de aperfeiçoar o sistema de avaliação da cor da cerveja. Na Tabela 4.1 estão reunidos os respetivos valores das especificações técnicas correspondentes a cada característica em estudo da cerveja Coral Branca.

Tabela 4.1 - Valores dos Limites de Especificação para cada característica

	Álcool (%peso)	Extrato Primitivo (°P)	Estabilidade de Espuma (s/cm)	TUR- VAC (EBC)	Amargor (EBC)
Limite Superior de Especificação	4,4	11	-	0,6	15
Limite Inferior de Especificação	3,6	10,6	75	-	12

4.3 Recolha de dados

Depois de se identificar os produtos e as respetivas características mais relevantes, procedeu-se à recolha de dados.

Os valores das características em estudo provêm de amostras retiradas de cada enchimento feito. As amostras são recolhidas por operadores da produção no fim da linha e posteriormente são encaminhadas para o laboratório. Os dados fornecidos pela empresa têm por base cada enchimento, mas muitas vezes, diferentes enchimentos provêm dos mesmos fabricos o que significa que os valores das características não variam consideravelmente. Por essa razão, alguns enchimentos serão analisados em conjunto, resultando numa frequência de recolha de dados por combinação de fabricos nos BBT. De salientar que existem casos em que todas as amostras provenientes dos mesmos fabricos são monitorizadas pelo que nestes casos foi feita uma média, com o intuito de captar o valor representativo de cada característica. Estas médias serão posteriormente interpretadas como observações individuais, ou seja, a dimensão dos dados que constituem as amostras é $n = 1$.

Portanto, para o presente estudo de caso utilizou-se 666 observações individuais para cada característica, que corresponde a uma janela temporal de 4 anos (2020, 2021, 2022 e 2023). Estes dados foram obtidos com base em dados históricos pelo facto de o tempo de realização deste projeto ser reduzido e a modelação necessitar de um número considerável de dados. Tais dados poderão ser consultados no Anexo B.

4.4 Estudo preliminar

4.4.1 Reposição dos dados em falta

Ao trabalhar com dados históricos há uma grande probabilidade de existir dados em falta. No presente estudo averiguou-se o porquê de ocorrer algumas ausências de valores. A justificação encontrada foi ou por falta de amostras no laboratório ou por falta de tempo, visto que os

dados se enquadram num período de muitas baixas médicas justificadas pela pandemia covid-19.

Devido à suspeita de os dados serem autocorrelacionados concluiu-se que era necessário complementar a informação dos dados em falta. Para isso, recorreu-se a um recurso do *software* STATISTICA, que precisa os valores ausentes por interpolação dos valores adjacentes.

4.4.2 Verificação da independência dos dados

Nesta primeira fase apenas utilizou-se os dados referentes aos anos 2020,2021 e 2022 (o que corresponde a 549 observações individuais para cada característica) a fim de modelar o processo e determinar os respetivos parâmetros. Para averiguar a presença de autocorrelação dos dados utilizou-se o *software* STATISTICA que elabora as funções de autocorrelação estimadas para os 549 dados das cinco características. Na Figura 4.5 e na Figura 4.6 estão esboçadas, respetivamente, a *FACE* e a *FACPE* relativas à característica Álcool.

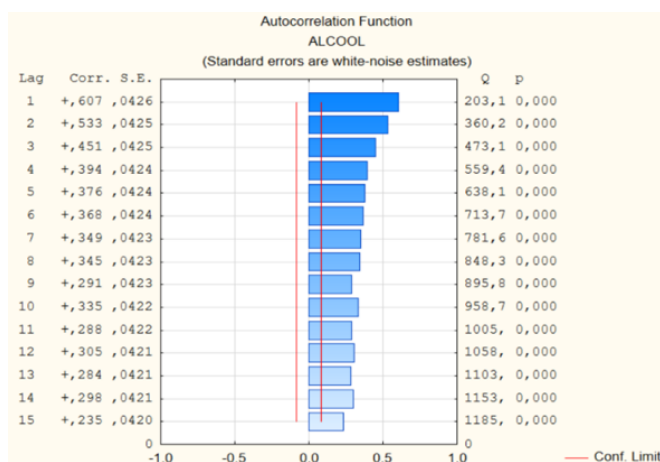


Figura 4.5 - *FACE* referente à característica Álcool

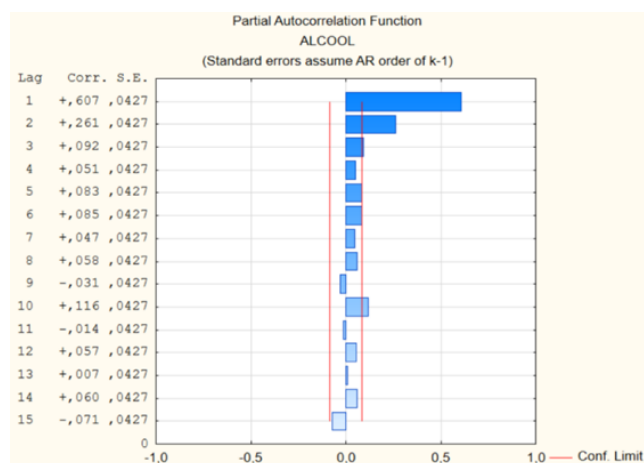


Figura 4.6 - *FACPE* referente à característica Álcool

Observando a *FACE* e a *FACPE* constata-se que se está na presença de autocorrelação significativa dos dados, uma vez que na *FACPE* os coeficientes de autocorrelação para o *lag* 1 ($\hat{\rho} = 0,607$) e para o *lag* 2 ($\hat{\rho} = 0,261$) estão fora do respetivo intervalo de confiança.

Ao comparar o delineamento da *FACE* e da *FACPE* desta característica com a descrição da *FAC* e da *FACP* apresentada na Tabela 2.4, concluiu-se que o tipo de modelo ARIMA mais adequado será o ARMA (1,1). Este modelo foi determinado com recurso ao *software* STATISTICA, e encontra-se representado na Tabela 4.2.

Tabela 4.2 - Modelo ARMA (1,1) ajustado aos dados da característica Álcool

Caraterística: Álcool						
Transformação: Não						
Modelo: (1,0,1) MS Residual = 0,001						
	Parâmetro	Desvio Padrão	t ₀	p	$\alpha = 5\%$	
					Limite Inferior	Limite Superior
Constante	3,770	0,007	562,116	0,000	3,757	3,783
ϕ_1	0,893	0,032	27,936	0,000	0,830	0,956
θ_1	0,505	0,065	7,781	0,000	0,377	0,632

Assim que o processo se encontre corretamente modelado é fundamental averiguar se os resíduos, extraídos do modelo, são independentes. Para isso, de forma análoga, elabora-se a *FACE* e a *FACPE* referentes aos resíduos da característica Álcool, representados nas seguintes figuras.

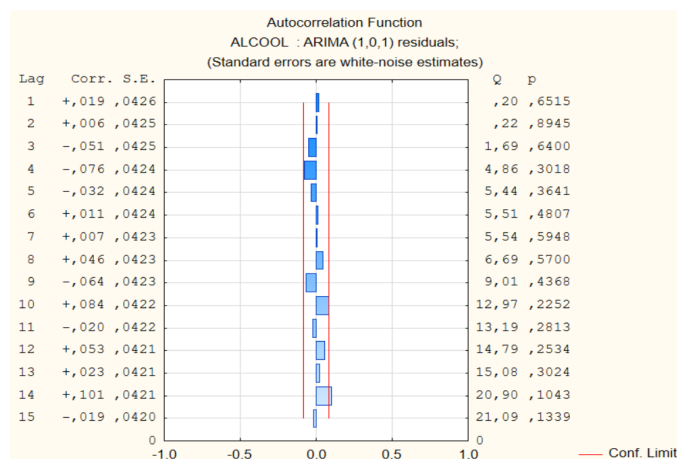


Figura 4.7 - *FACE* referente aos resíduos da característica Álcool

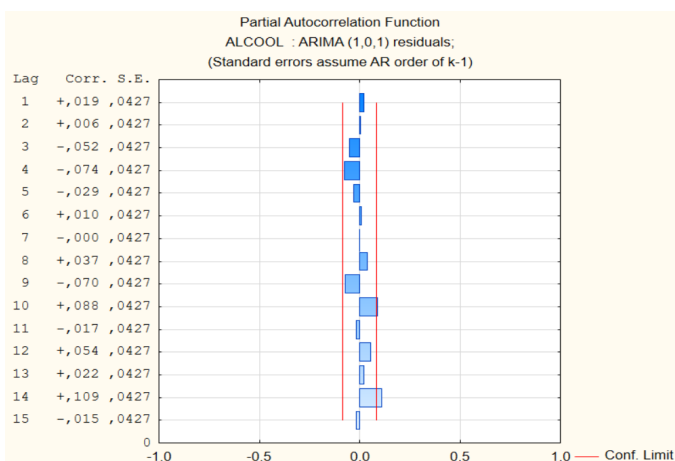


Figura 4.8 - FACPE referente aos resíduos da característica Alcool

Analisando a Figura 4.7 e a Figura 4.8, observa-se que os resíduos não são autocorrelacionados, pois nenhum valor dos coeficientes de autocorrelação estimados dos *lag's* está expressivamente fora intervalo de confiança.

De seguida, realizou-se o mesmo procedimento para a característica Extrato Primitivo. Na Figura 4.9 e na Figura 4.10 apresenta-se a *FACE* e a *FACPE*, respetivamente, alusivas a esta característica. Através destas figuras é possível constatar que os dados não são independentes, pois a *FACE* assume um decréscimo exponencial sem nunca atingir o zero e os coeficientes de autocorrelação estimados na *FACPE* para o *lag 1* ($\hat{\rho} = 0,663$), para o *lag 2* ($\hat{\rho} = 0,237$) e para o *lag 3* ($\hat{\rho} = 0,141$) não pertencem ao intervalo de confiança.

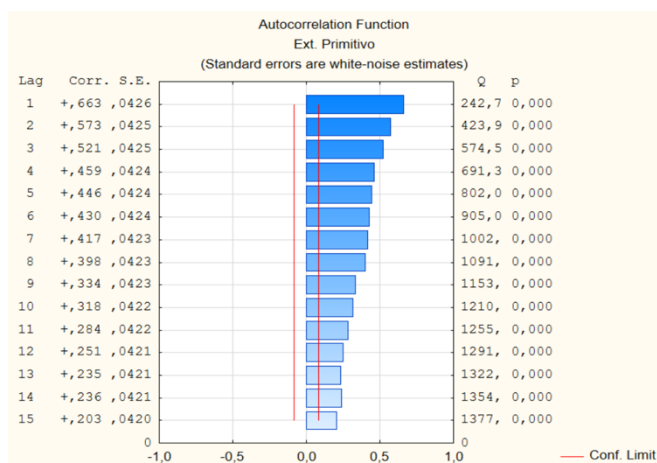


Figura 4.9 - FACE referente à característica Extrato Primitivo

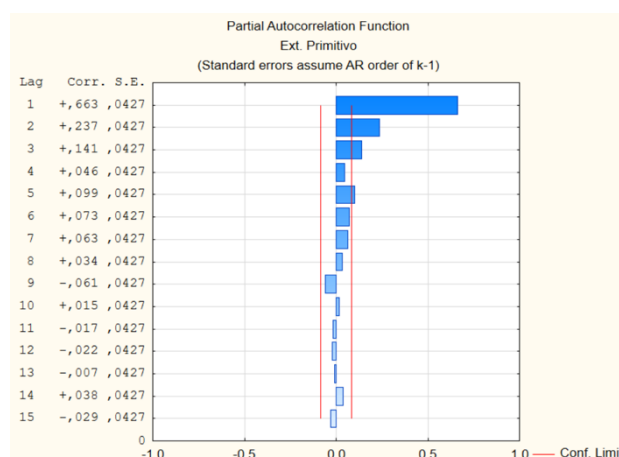


Figura 4.10 - FACPE referente à característica Extrato Primitivo

Após várias tentativas de ajuste, o modelo que veio a se revelar mais adequado aos dados desta característica é o $ARIMA(1,0,1)$. A tabela apresentada de imediato exhibe os parâmetros deste modelo, calculados através do *software* STATISTICA.

Tabela 4.3 - Modelo $ARMA(1,1)$ ajustado aos dados da característica Extrato Primitivo

Caraterística: Extrato Primitivo						
Transformação: Não						
Modelo: (1,0,1) MS Residual = 0,006						
	Parâmetro	Desvio Padrão	t_0	p	$\alpha = 5\%$	
					Limite Inferior	Limite Superior
Constante	10,856	0,017	656,199	0,000	10,824	10,889
ϕ_1	0,902	0,027	32,908	0,000	0,848	0,956
θ_1	0,482	0,060	8,012	0,000	0,364	0,600

Feita a modelação do processo, verificou-se se os resíduos são independentes recorrendo, mais uma vez, à construção da *FACE* e da *FACPE*, esboçadas na Figura 4.11 e na Figura 4.12, respetivamente. Pela análise destas figuras observa-se que os resíduos são independentes.

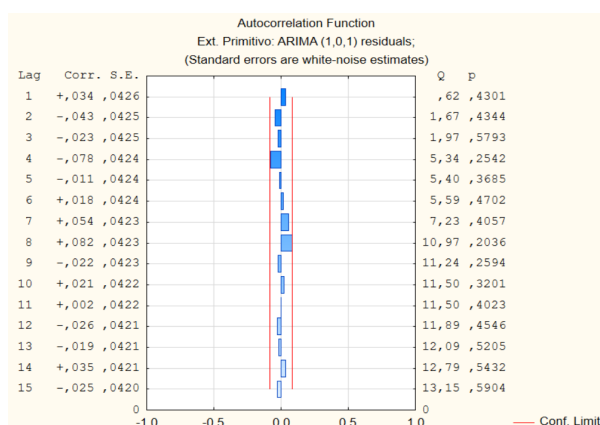


Figura 4.11 - FACE referente aos resíduos da característica Extrato Primitivo

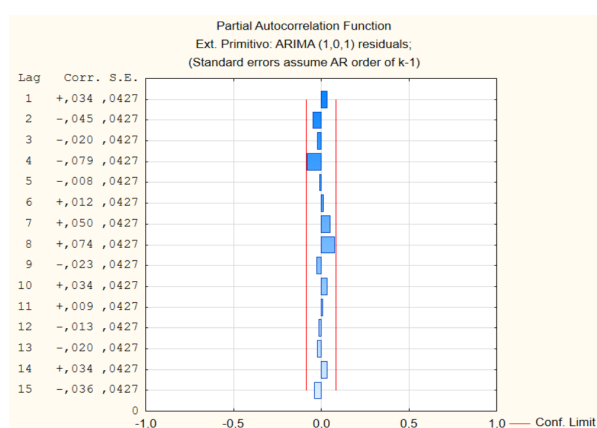


Figura 4.12 – FACPE referente aos resíduos da característica Extrato Primitivo

A Tabela 4.4 e a Tabela 4.5 apresentam o resumo do estudo das restantes características às quais foi aplicado o mesmo procedimento. Em todas as restantes características verificou-se autocorrelação nos dados, pelo que foi necessário a sua modelação. Os gráficos da FACE e da FACPE, dos dados originais e dos resíduos, e a descrição dos parâmetros são apresentados no Anexo C.

Tabela 4.4 - Detalhes do modelo ARIMA aplicado às características Estabilidade de Espuma, Turvação e Amargor

Caraterística	Modelo	Coefficiente de Correlação de desfazamento estimado	Parâmetros do modelo
Estabilidade de Espuma	AR (3)	$\hat{\rho}_1 = 0,532$ $\hat{\rho}_2 = 0,206$ $\hat{\rho}_3 = 0,165$	$\phi_1 = 0,389$ $\phi_2 = 0,136$ $\phi_3 = 0,166$
Turvac	ARMA (1,2)	$\hat{\rho}_1 = 0,670$ $\hat{\rho}_2 = 0,225$ $\hat{\rho}_3 = 0,222$	$\phi_1 = 0,957$ $\theta_1 = 0,533$ $\theta_2 = 0,122$

Tabela 4.5 - Detalhes do modelo *ARIMA* aplicado às características Estabilidade de Espuma, Turvação e Amargor (continuação)

Caraterística	Modelo	Coefficiente de Correlação de desfasamento estimado	Parâmetros do modelo
Amargor	<i>AR</i> (4)	$\hat{\rho}_1 = 0,603$ $\hat{\rho}_2 = 0,284$ $\hat{\rho}_3 = 0,223$ $\hat{\rho}_4 = 0,138$	$\phi_1 = 0,338$ $\phi_2 = 0,162$ $\phi_3 = 0,138$

4.4.3 Verificação da existência de *Outliers*

Depois de se investigar se os dados são independentes entre si, procedeu-se à identificação e tratamento de *outliers*, utilizando o método *MAD*. Esta etapa foi realizada com o objetivo de encontrar pontos mais extremos nas séries de dados, e assim retirá-los antes de se proceder para o controlo estatístico do processo. Como mencionado anteriormente, um dos pressupostos associados ao método *MAD* é a independência dos dados. Tal, não acontece nos dados originais deste caso de estudo. Deste modo, optou-se por aplicar este método aos resíduos gerados pela modelação do processo, uma vez que os resíduos, quando a modelação está bem ajustada, são à partida independentes e Normalmente distribuídos.

A Tabela 4.6 e a Tabela 4.7 sintetizam todos os pontos que correspondem a valores atípicos que foram encontrados em cada caraterística. Em cada iteração foi retirado o *outlier* com o maior valor de M_i , e o seu efeito foi substituído nos dados originais pela interpolação dos valores adjacentes através do *software* STATISTICA, até a série de dados não apresentar nenhum *outlier*.

De salientar que ao substituir estes valores podem ter ocorrido mudanças no ajuste das séries ao modelo matemático *ARIMA*. Portanto, procedeu-se a um reajuste dos modelos *ARIMA*. A Tabela 4.8 resume todos modelos reajustados. No Anexo D encontram-se as funções de autocorrelação de cada caraterística, e os respetivos parâmetros demonstrados em maior detalhe.

Tabela 4.6 - *Outliers* encontrados em cada caraterística

Caraterística	Nº de <i>outliers</i> encontrados	Pontos
Álcool	7	1/45/68/205/276/277/527

Tabela 4.7 - *Outliers* encontrados em cada característica (continuação)

Caraterística	Nº de <i>outliers</i> encontrados	Pontos
Extrato Primitivo	9	9/45/68/180/205/208/470/527/539
Estabilidade de Espuma	6	70/95/274/278/297/383
Turvac	7	166/167/187/191/360/548/549
Amargor	2	336/539

Tabela 4.8 - Ajuste dos modelos *ARIMA* após terem sido retirados os *outliers*

Caraterística	Modelo	Coefficiente de Correlação de desfaseamento estimado	Parâmetros do modelo
Álcool	<i>ARMA</i> (1,2)	$\hat{\rho}_1 = 0,642$ $\hat{\rho}_2 = 0,218$ $\hat{\rho}_3 = 0,099$	$\phi_1 = 0,932$ $\theta_1 = 0,485$ $\theta_2 = 0,120$
Extrato Primitivo	<i>ARMA</i> (1,2)	$\hat{\rho}_1 = 0,716$ $\hat{\rho}_2 = 0,221$ $\hat{\rho}_3 = 0,168$	$\phi_1 = 0,933$ $\theta_1 = 0,426$ $\theta_2 = 0,113$
Estabilidade de Espuma	<i>AR</i> (3)	$\hat{\rho}_1 = 0,592$ $\hat{\rho}_2 = 0,202$ $\hat{\rho}_3 = 0,176$	$\phi_1 = 0,437$ $\phi_2 = 0,119$ $\phi_3 = 0,176$
Turvac	<i>ARMA</i> (1,1)	$\hat{\rho}_1 = 0,704$ $\hat{\rho}_2 = 0,606$	$\phi_1 = 0,924$ $\theta_1 = 0,500$
Amargor	<i>AR</i> (4)	$\hat{\rho}_1 = 0,614$ $\hat{\rho}_2 = 0,285$ $\hat{\rho}_3 = 0,240$ $\hat{\rho}_4 = 0,138$	$\phi_1 = 0,339$ $\phi_2 = 0,154$ $\phi_3 = 0,190$ $\phi_4 = 0,138$

A partir da tabela acima pode-se observar que todas as características permaneceram com o mesmo tipo de modelo. No entanto, apenas as características Estabilidade de Espuma e Amargor mantiveram as ordens. Na característica Turvac foi possível reduzir uma unidade na ordem

da componente das médias móveis, tornando assim o modelo mais simples. Por outro lado, as características Álcool e Extrato Primitivo aumentaram uma unidade no componente de médias móveis. De salientar que mesmo que o modelo permaneça totalmente igual os valores dos parâmetros podem-se alterar ligeiramente, visto que a série original de dados foi alterada.

4.5 Estudo univariado do processo

4.5.1 Fase I

Finalizado o estudo preliminar, concluiu-se que os dados não são independentes. Consequentemente teve de haver um ajuste dos mesmos a um modelo matemático apropriado, com a finalidade de eliminar a autocorrelação, para se obter resíduos independentes. Posteriormente, averiguou-se a possível existência de *outliers* em cada série de dados através do modelo *MAD*, e em caso positivo, procedeu-se à sua substituição, seguida de um reajuste dos modelos *ARIMA*. Com os dados devidamente preparados é possível iniciar a Fase I do *SPC*.

Em primeiro lugar, constroem-se as cartas de controlo *e - MR* aplicadas aos resíduos, visto que as cinco características apresentam autocorrelação. De seguida, sucede-se uma análise à estabilidade do processo, e quando se observam pontos além do intervalo delimitado pelos limites de controlo, estes devem ser substituídos, e não eliminados. A posteriori, é estudada a Normalidade dos resíduos, depois estima-se os parâmetros do processo e analisa-se se o processo é capaz de produzir de acordo com as especificações recorrendo-se aos índices C_p e C_{pk} .

Este procedimento será apresentado para as características Álcool e Estabilidade de Espuma da cerveja Coral Branca, e para as restantes características, pode ser consultado o Anexo E.

Sendo assim, a seguir apresentam-se as cartas de controlo *e - MR* aplicadas aos resíduos da característica Álcool. Ao analisar estas cartas, verifica-se a ocorrência de vários pontos fora dos limites de controlo em ambas as cartas. Visto que há um número elevado de causas especiais de variação optou-se por fazer várias iterações e substituir as cinco observações mais afastadas dos limites de controlo de cada vez. A substituição do efeito destes pontos é feita na série original através da interpolação dos valores adjacentes. De salientar que, no decorrer das várias iterações como a série original de dados sofre alterações é necessário proceder-se sistematicamente a um ajuste do modelo matemático. Por essa razão é essencial verificar a autocorrelação dos dados em cada etapa através dos gráficos das funções de autocorrelação estimadas, e por sua vez verificar a independência dos resíduos resultantes de cada modelo *ARIMA*. Na Tabela 4.9 encontram-se representados todos os pontos encontrados fora de controlo em ambas as cartas.

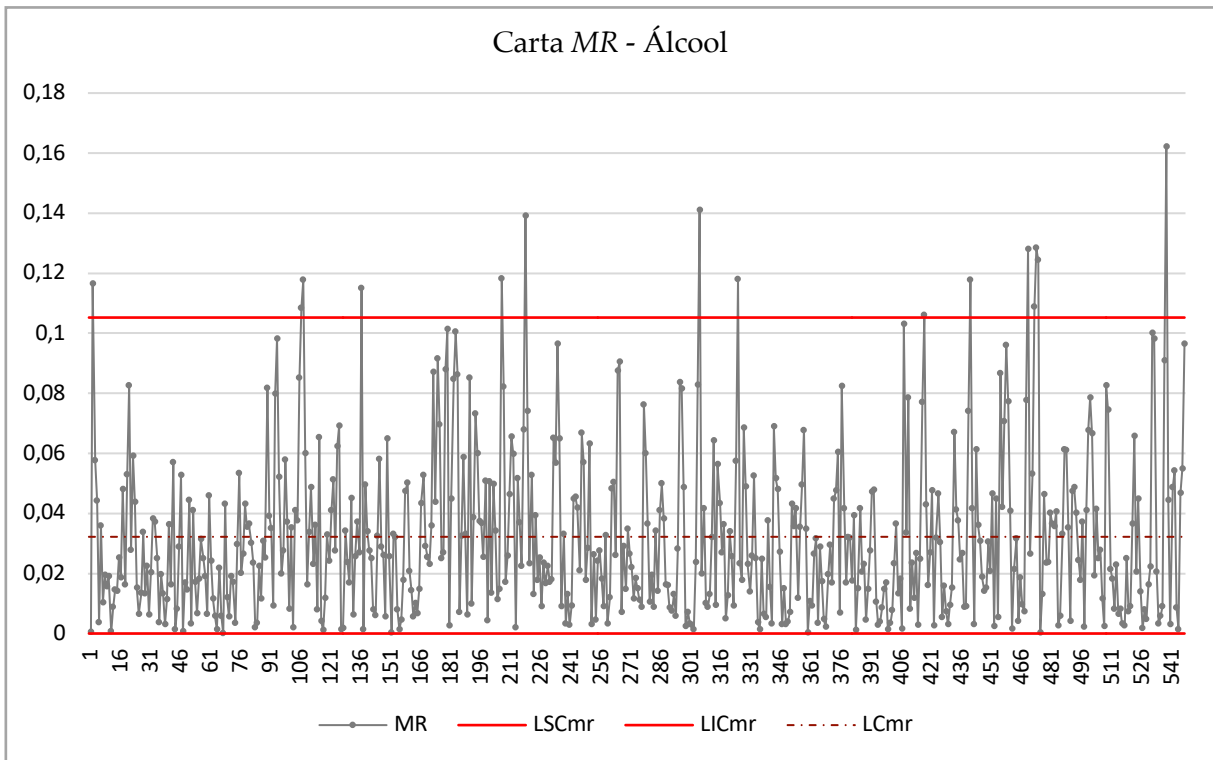
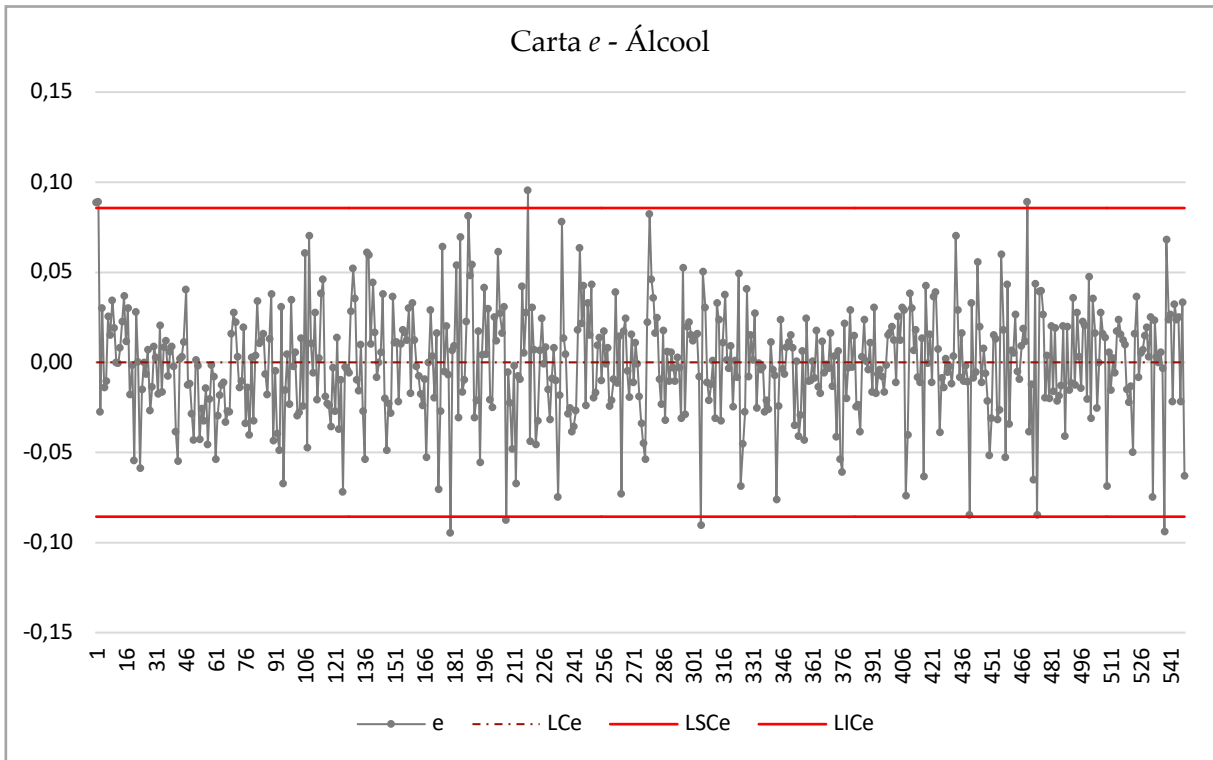


Figura 4.13 - Cartas de controle e - MR dos resíduos da característica Álcool

Tabela 4.9 - Pontos fora de controlo nas cartas e -MR aplicadas aos resíduos da característica Álcool

Caraterística	Nº de pontos fora de controlo	Pontos fora de controlo
Álcool	30	1/2/3/95/107/109/138/179/184/208/ 218/220/266/305/307/326/408/418/440/ 442/459/469/471/473/475/532/533/538/ 540/548

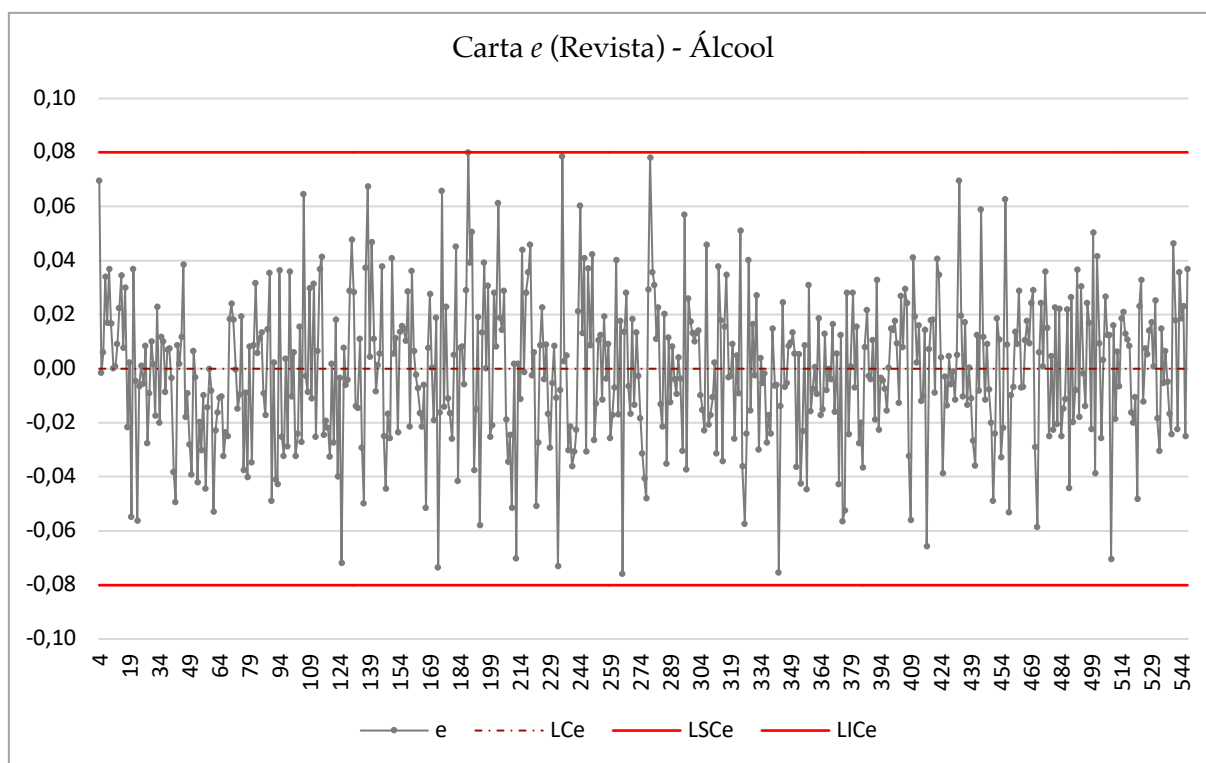


Figura 4.14 - Carta de controle e revista dos resíduos da característica Álcool

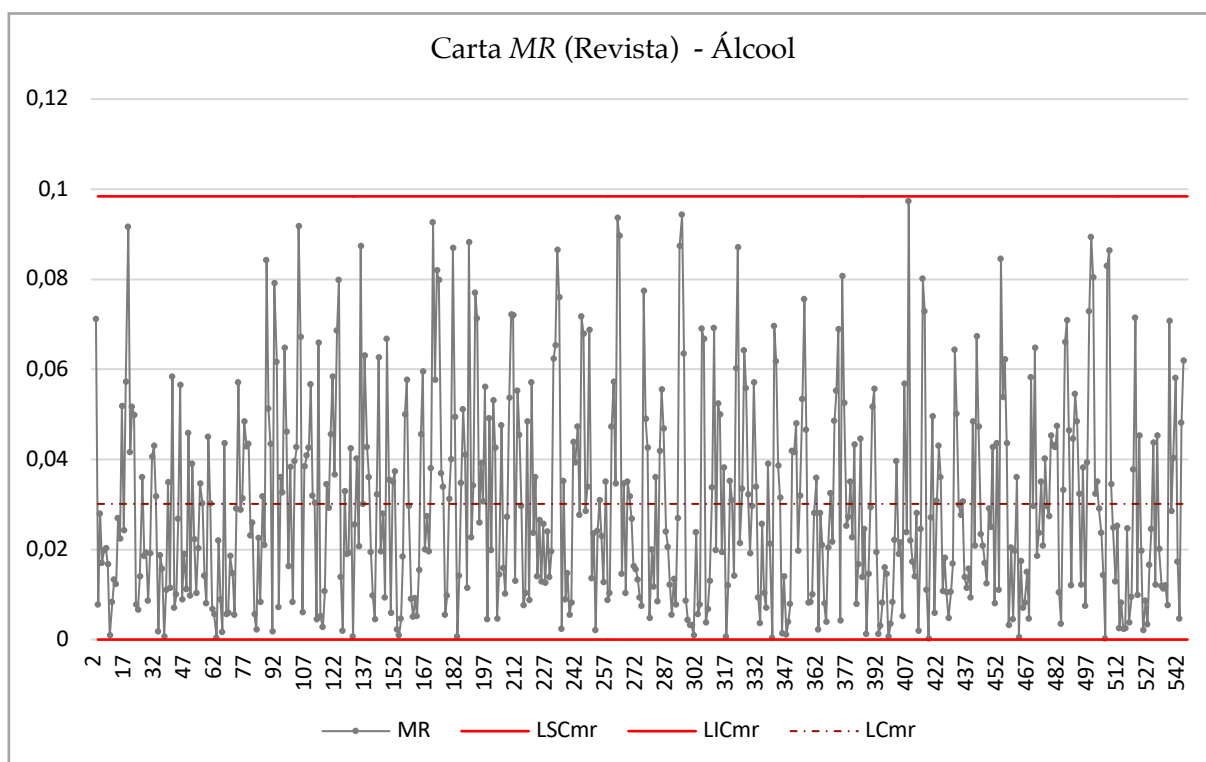


Figura 4.15 - Carta de controlo MR revista dos resíduos da característica Álcool

Observando as cartas de controlo e -MR revistas, apresentadas na Figura 4.14 e na Figura 4.15, constata-se que todos os pontos estão compreendidos entre os limites de controlo, encontrando-se, assim o processo sob controlo estatístico. Finalmente, para a última série de dados obtida reajusta-se o modelo *ARIMA* e os parâmetros do modelo são recalculados. Na Tabela 4.10 é possível observar o modelo *ARIMA* reajustado para esta característica e as respetivas *FACE* e *FACPE* encontram-se no Anexo E.1. Neste caso o modelo manteve-se igual, inclusive com a mesma ordem.

Tabela 4.10 – Modelo *ARMA* (1,2) reajustado aos dados da característica Álcool

Caraterística: Álcool						
Transformação: Não						
Modelo: (1,0,2) MS Residual = 0,001						
	Parâmetro	Desvio Padrão	t_0	p	$\alpha = 5\%$	
					Limite Inferior	Limite Superior
Constante	3,771	0,008	488,180	0,000	3,755	3,786
ϕ_1	0,925	0,032	29,209	0,000	0,863	0,987
θ_1	0,334	0,057	5,810	0,000	0,221	0,447
θ_2	0,196	0,058	3,393	0,001	0,083	0,310

Seguidamente, é feita uma análise à Normalidade dos resíduos resultantes desta última modelação. Para isso, aplica-se o teste de Kolmogorov – Smirnov. Primeiramente, é necessário determinar o número de classes (k), e para tal aplica-se a Regra de Sturges apresentada na Equação 2.29. Na Figura 4.16 está representado o histograma através do qual se pode verificar que a característica Álcool segue uma distribuição normal, pois para $\alpha = 5\%$, $d < D_{crítico}$.

$$k = 1 + 3,322 \times \log(544) = 10,088 \cong 11$$

$$D_{crítico} = \frac{1,36}{\sqrt{544}} = 0,058$$

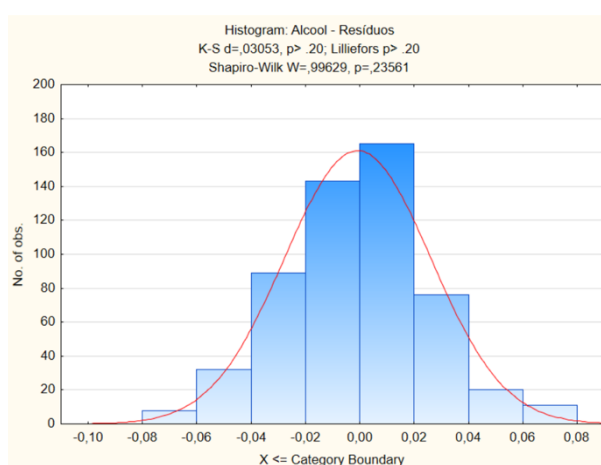


Figura 4.16 - Histograma referente aos resíduos revistos da característica Álcool

Posteriormente, prosseguiu-se para o cálculo dos parâmetros do processo, visto que o processo já se encontrava estável e os pressupostos associados às cartas de controlo são respeitados. Na Tabela 4.11 apresenta-se o valor obtido para cada um dos parâmetros do processo da característica Álcool.

Tabela 4.11 - Parâmetros do processo estimados referentes ao processo da característica Álcool

Caraterística	$\hat{\mu}$	$\hat{\sigma}$
Álcool	3,771	0,064

Por último, com o objetivo de concluir o estudo univariado - Fase I, avalia-se a capacidade do processo em produzir de acordo com as especificações técnicas.

Tabela 4.12 – Análise da capacidade referente à característica Álcool

Caraterística	C_p	C_{pk}	$(C_{pk})_I$	$(C_{pk})_S$
Álcool	2,09	0,89	0,89	3,29

Analisando os resultados acima obtidos conclui-se que o processo produtivo tem potencial de ser capaz de produzir de acordo com os limites de especificação da característica Álcool, uma vez que $C_p > 1,33$. No entanto, observando o índice C_{pk} constata-se que o processo não é centrado pois $C_{pk} \leq 1,33$, logo não apresenta capacidade para produzir de acordo com as especificações pré-determinadas. Tendo em conta que $(C_{pk})_S > (C_{pk})_I$, então o processo está a produzir na sua maioria acima da média, encontrando-se deslocado para a direita.

O processo anteriormente descrito, é de novo realizado para a característica Estabilidade de Espuma. Sendo assim, a Fase I do estudo univariado começa pela construção das cartas de controlo com o objetivo de analisar a estabilidade do processo, seguida de uma verificação do cumprimento dos pressupostos e estimativa dos parâmetros do processo e, finalmente é feita uma análise à capacidade do processo.

Posto isto, começou-se por construir as cartas de controlo apresentadas na Figura 4.17. Ao examinar esta figura, depreende-se que a característica Estabilidade de Espuma não se encontra sob controlo estatístico, visto que existem vários pontos fora dos limites de controlo, mais precisamente, 5 na carta e e 16 pontos na carta MR . Tal como na característica anterior, foram realizadas várias iterações até o processo se encontrar livre de causas especiais. Nestas iterações foram retiradas as cinco observações mais afastadas dos limites em ambas as cartas. Como se trata de uma série de dados autocorrelacionados, a eliminação das observações responsáveis pelo surgimento destes padrões não aleatórios é feita através da sua substituição, na série original, pelo valor interpolado das observações adjacentes. Na Tabela 4.13 encontram-se todas as causas especiais encontradas para a Estabilidade de Espuma nas cartas e - MR .

Tabela 4.13 - Pontos fora de controlo nas cartas e - MR aplicadas aos resíduos da característica Estabilidade de Espuma

Caraterística	Nº de pontos fora de controlo	Pontos fora de controlo
Estabilidade de Espuma	52	12/17/18/20/21/22/42/45/48/55/64/65/80/81/97/100/107/117/121/122/153/273/198/204/208/211/216/254/255/271/272/303/306/307/319/326/344/345/348/349/385/405/406/414/422/423/431/455/456/512/522/527

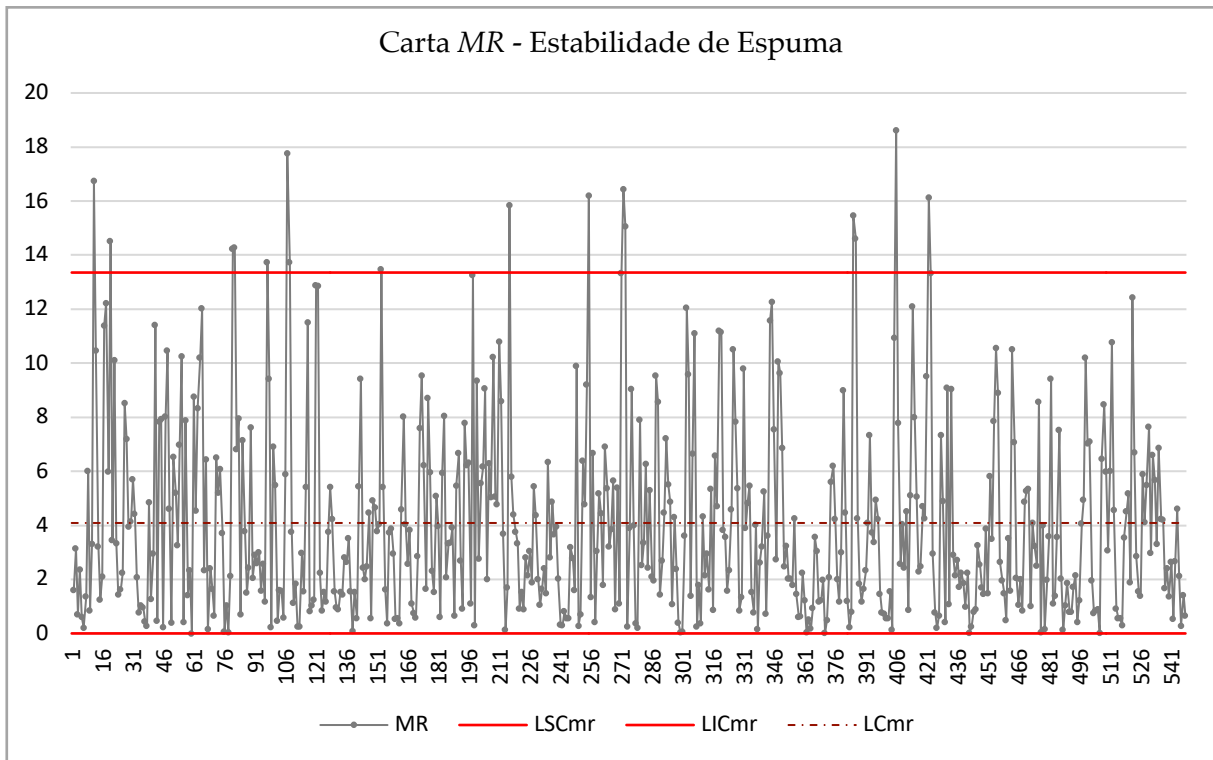
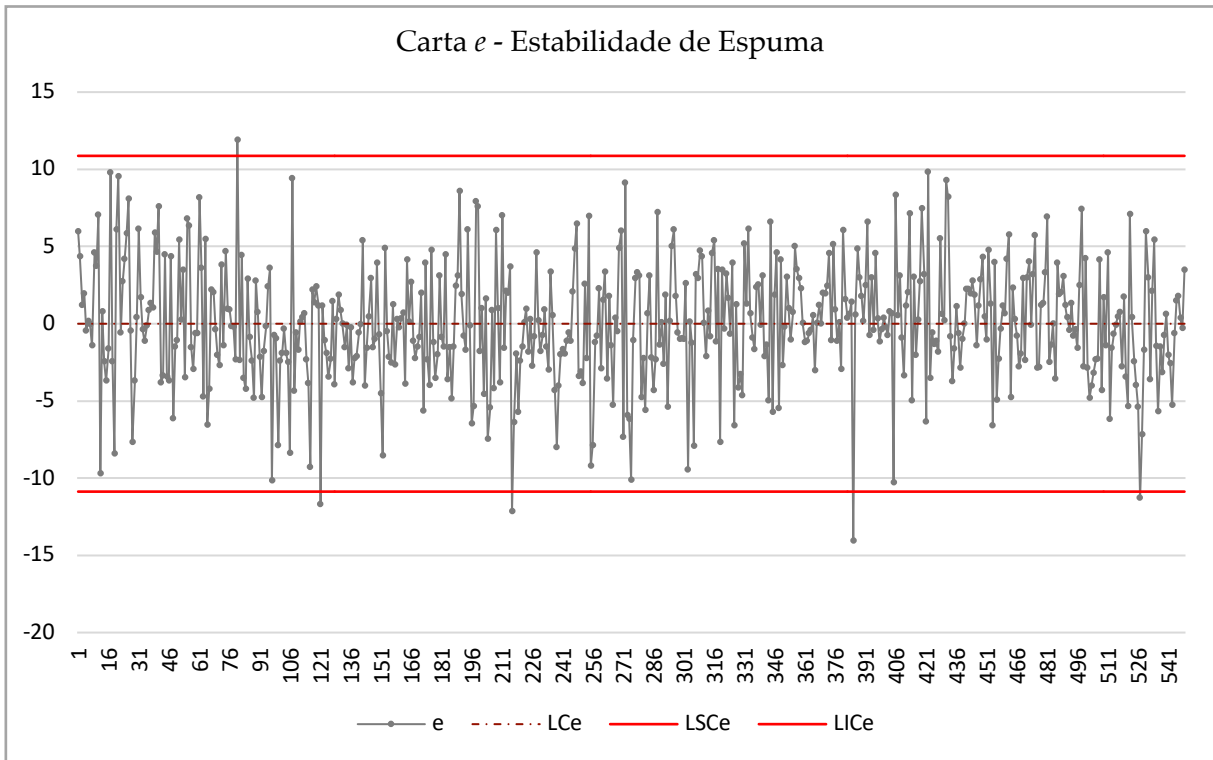


Figura 4.17 - Carta de controle *e*-*MR* dos resíduos da característica Estabilidade de Espuma

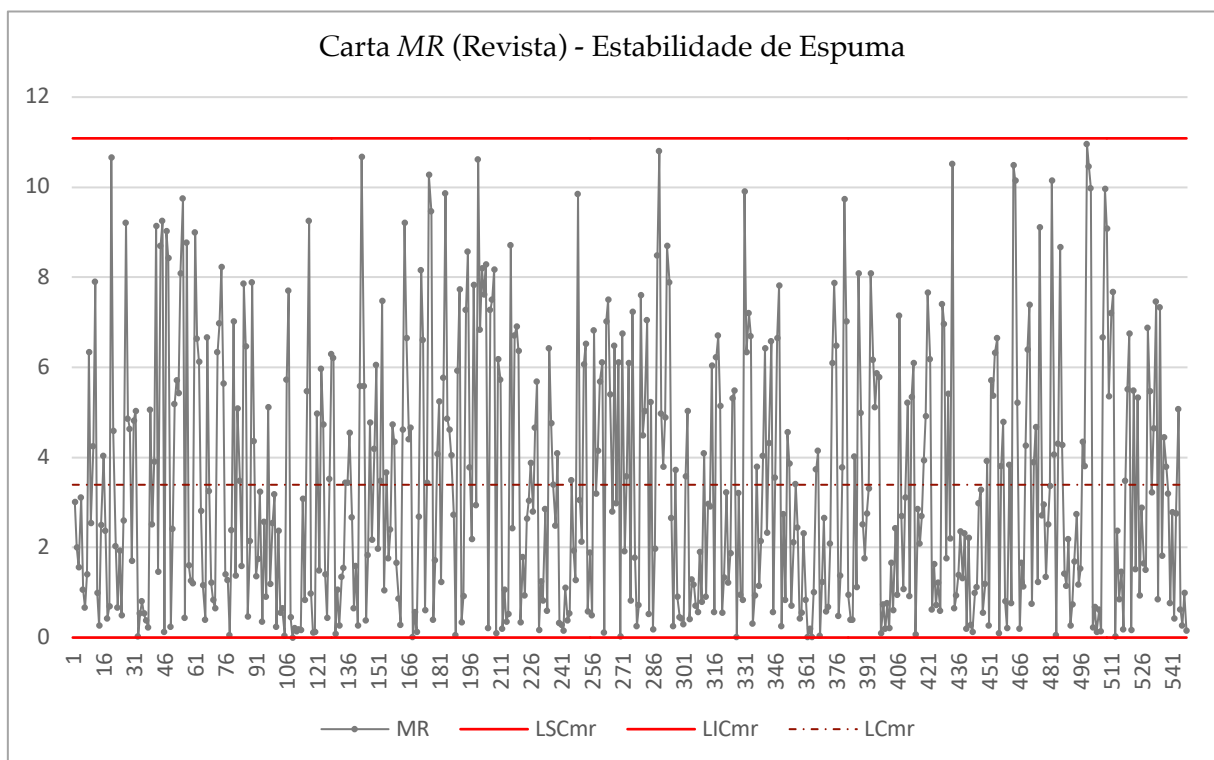
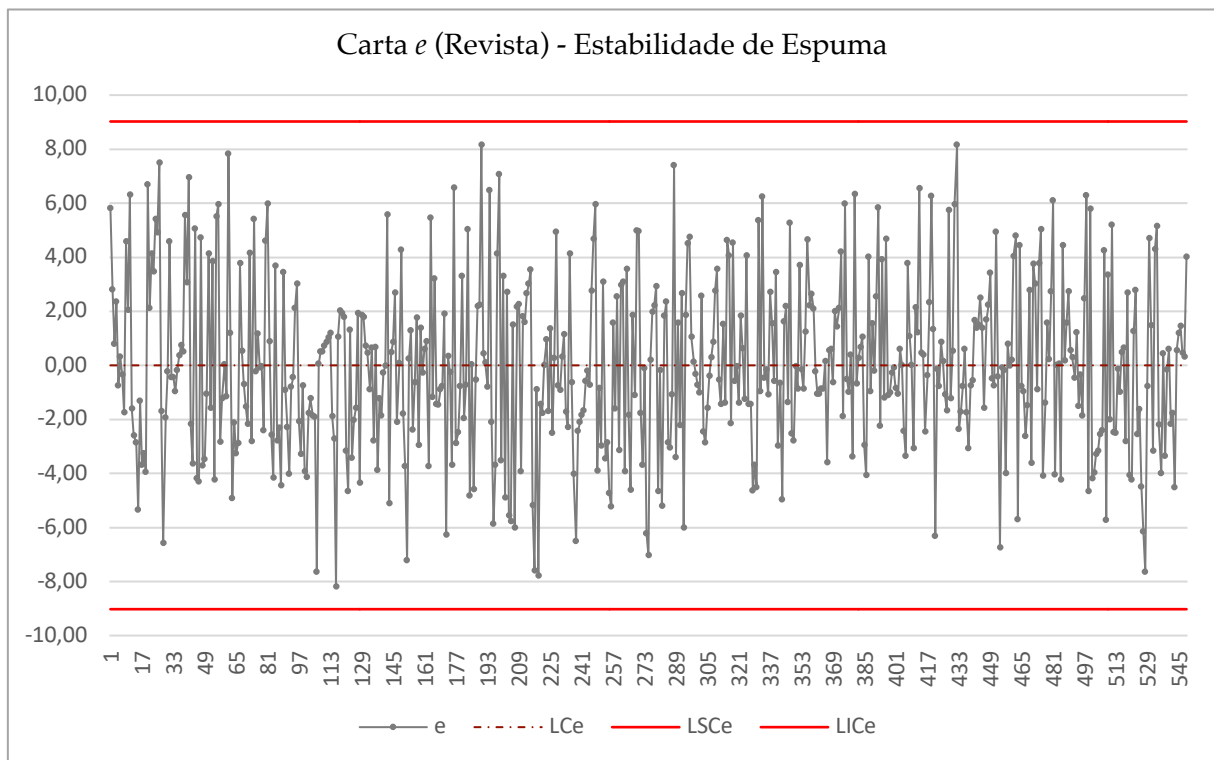


Figura 4.18 - Carta de controle e - MR revista dos resíduos da característica Estabilidade de Espuma

Após várias reiterações, chegou-se às cartas e - MR presentes na Figura 4.18. Observando as cartas de controle revistas, constata-se que todos os pontos estão compreendidos entre os

limites de controlo, portanto, é correto dizer que o processo está sob controlo estatístico. Nas várias iterações obtém-se consecutivamente novos modelos derivado da alteração dos valores na série original. Ou seja, é fundamental verificar se as séries de dados permanecem autocorrelacionadas e se os resíduos originados são em contrapartida, independentes. Posto isto, na Tabela 4.14 encontra-se a descrição modelo *ARIMA* do processo sob controlo estatístico. O tipo de modelo alterou-se, isto é, no início da Fase I o modelo ajustado à Estabilidade de Espuma era do tipo *AR* (3), e depois de se substituir o efeito das causas especiais de variação o modelo converteu-se num modelo do tipo *ARMA* (1,2). As respetivas funções de autocorrelação estimadas encontram-se no Anexo E.2.

Tabela 4.14 - Modelo *ARMA* (1,2) reajustado aos dados da característica Estabilidade de Espuma

Caraterística: Estabilidade de Espuma						
Transformação: Não						
Modelo: (1,0,2) MS Residual = 10,089						
	Parâmetro	Desvio Padrão	t_0	p	$\alpha = 5\%$	
					Limite Inferior	Limite Superior
Constante	73,204	0,788	92,850	0,000	71,655	74,753
ϕ_1	0,914	0,042	21,533	0,000	0,830	0,997
θ_1	0,223	0,074	3,027	0,003	0,078	0,367
θ_2	0,272	0,079	3,464	0,001	0,118	0,427

Depois, aos resíduos extraídos a partir desta última modelação, é essencial verificar se estes seguem uma distribuição Normal, por meio da realização do teste de Kolmogorov – Smirnov. Para isso, começou-se por aplicar a regra de Sturges, apresentada na Equação 2.29, com objetivo de determinar o número de classes. De seguida, elaborou-se o respetivo histograma apresentado na Figura 4.19. Observando o gráfico conclui-se que os resíduos da característica Estabilidade de Espuma são Normalmente distribuídos, pois para $\alpha = 5\%$, $d < D_{crítico}$.

$$k = 1 + 3,322 \times \log(549) = 10,101 \cong 11$$

$$D_{crítico} = \frac{1,36}{\sqrt{549}} = 0,058$$

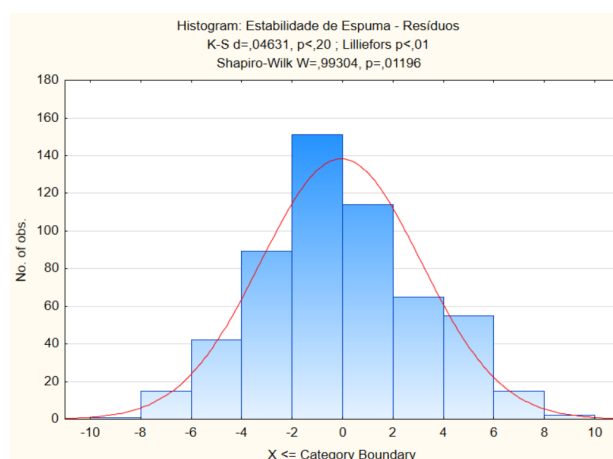


Figura 4.19 - Histograma referente aos resíduos revistos da caraterística Estabilidade de Espuma

Finalmente, com o intuito de encerrar a Fase I do estudo univariado, calculam-se os parâmetros do processo e realiza-se o estudo da capacidade do processo. Para registar estes resultados referentes à caraterística Estabilidade de Espuma construiu-se a Tabela 4.15.

Tabela 4.15 - Parâmetros do processo estimados e análise à capacidade do processo referentes à caraterística Estabilidade de Espuma

Caraterística	$\hat{\mu}$	$\hat{\sigma}$	C_p	C_{pk}	$(C_{pk})_I$	$(C_{pk})_S$
Estabilidade de Espuma	73,20	3,01	-	-0,20	-0,20	-

Uma peculiaridade desta caraterística é o facto de apenas ter um limite de especificação que no caso é o limite inferior de especificação. Quando se está perante uma caraterística de especificação unilateral apenas é possível determinar o índice de desempenho do processo, que para esta situação é o $(C_{pk})_I$. Analisando os valores da Tabela 4.15 concluiu-se que o processo não tem capacidade de produzir de acordo com as especificações pois $(C_{pk})_I < 1,25$. Esta conclusão já era esperada uma vez que a média do processo, igual a 73,20 s/cm, está abaixo do limite inferior de especificação, que é igual a 75 s/cm.

A mesma estratégia foi aplicada a todas as outras caraterísticas. A Tabela 4.16 representa um quadro resumo, com os detalhes mais relevantes da parte inicial Fase I. No Anexo E encontram-se as cartas de controlo e -MR, a descrição dos parâmetros do modelo ARIMA e os histogramas de cada uma das três caraterísticas.

Tabela 4.16 - Detalhes das cartas *e-MR* aplicadas aos resíduos, parâmetros dos modelos ARIMA reajustados e normalidade dos resíduos para as características Extrato Primitivo, Turvação e Amargor

Caraterística	Nº de pontos fora de controlo	Pontos fora de controlo	Parâmetros do modelo ARIMA reajustado	Normalidade dos Resíduos
Extrato Primitivo	18	5/10/24/44/208/209/210/ 220/226/236/307/394/416/ 474/476/509/523/525	$\phi_1 = 0,896$ $\theta_1 = 0,357$	Normal
Turvac	37	8/9/15/16/24/28/40/41/62/ 68/69/144/157/160/189/190/ 233/234/242/260/261/267/ 271/284/323/337/338/362/ 397/431/457/482/492/497/ 503/545/547	$\phi_1 = 0,931$ $\theta_1 = 0,229$ $\theta_2 = 0,215$	Normal
Amargor	17	10/80/81/105/208/209/358/ 369/413/439/478/488/509/ 517/518/525/528	$\phi_1 = 0,463$ $\phi_2 = 0,093$ $\phi_3 = 0,128$ $\phi_4 = 0,141$	Normal

Por fim, depois destas três variáveis se encontrarem sob controlo estatístico e verificados os pressupostos da independência e Normalidade, prosseguiu-se para a estimação dos parâmetros de cada processo e, com base nesses valores, analisar a sua capacidade de produzir de acordo com os requisitos estabelecidos.

Tabela 4.17 - Parâmetros do processo estimados e análise da capacidade do processo para as características Extrato Primitivo, Turvac e Amargor

Caraterística	$\hat{\mu}$	$\hat{\sigma}$	C_p	C_{pk}	$(C_{pk})_I$	$(C_{pk})_S$
Extrato Primitivo	10,858	0,074	0,90	0,64	1,16	0,64
Turvac	0,399	0,122	-	0,55	-	0,55
Amargor	14,267	0,850	0,59	0,29	0,89	0,29

Analisando a Tabela 4.17 verifica-se que nem a caraterística Extrato Primitivo nem a caraterística Amargor têm potencial de ser capaz, visto que o $C_p < 1,33$. Portanto, nenhum dos processos é capaz de produzir de acordo com as especificações técnicas, e se se analisar os valores

de C_{pk} nenhum destes processos se encontra centrado pois $(C_{pk})_S \neq (C_{pk})_I$. Relativamente à característica Turvac, esta é unilateral visto que apenas apresenta o limite superior de especificação. Por esse motivo, apenas é possível calcular o índice de capacidade superior, que é inferior a 1,25 o que significa que esta variável também não é capaz de produzir conforme as especificações técnicas estabelecidas.

Idealmente quando um determinado processo não apresenta capacidade de produzir com as especificações deve-se reiniciar a Fase I com novos dados ou com as devidas ações corretivas implementadas. No entanto, nesta dissertação o estudo continuará para a Fase II do *SPC*, com o intuito de deixar para a empresa todas as ferramentas necessárias para a implementação correta e completa do *SPC*.

4.5.2 Fase II

A segunda fase do estudo univariado começa depois de garantida a estabilidade do processo. A finalidade desta fase é fazer um acompanhamento do processo contínuo ao longo do tempo e por essa razão, utilizou-se os dados correspondentes aos primeiros seis meses do ano 2023, que totalizam entre 117 e 119 observações individuais para cada característica. Com o intuito de obter resultados mais robustos optou-se por aplicar dois tipos de cartas: as cartas de Shewhart e as cartas especiais. Tendo em conta que se verificou a autocorrelação dos dados, serão aplicadas as cartas $e - MR$ e as cartas especiais CUSUM aos erros de previsão.

De seguida descreve-se a metodologia da Fase II para a característica Álcool e os detalhes das restantes características podem ser encontrados no Anexo F.

Em primeiro lugar, antes de se iniciar a Fase II é importante confrontar os dados da Fase I com os dados Fase II, especialmente neste caso que serão usados dados de anos diferentes, embora não tenha havido nenhuma mudança significativa no processo nos últimos quatro anos. Este passo é fundamental visto que a fase de monitorização é baseada nos dados da Fase I. Caso ocorram diferenças significativas na disposição das observações, não é possível prosseguir com a Fase II e o correto é iniciar uma nova Fase I para os dados mais recentes. Sendo assim, para avaliar o comportamento dos dados, recorreu-se a uma análise gráfica onde as observações são dispostas por ordem cronológica.

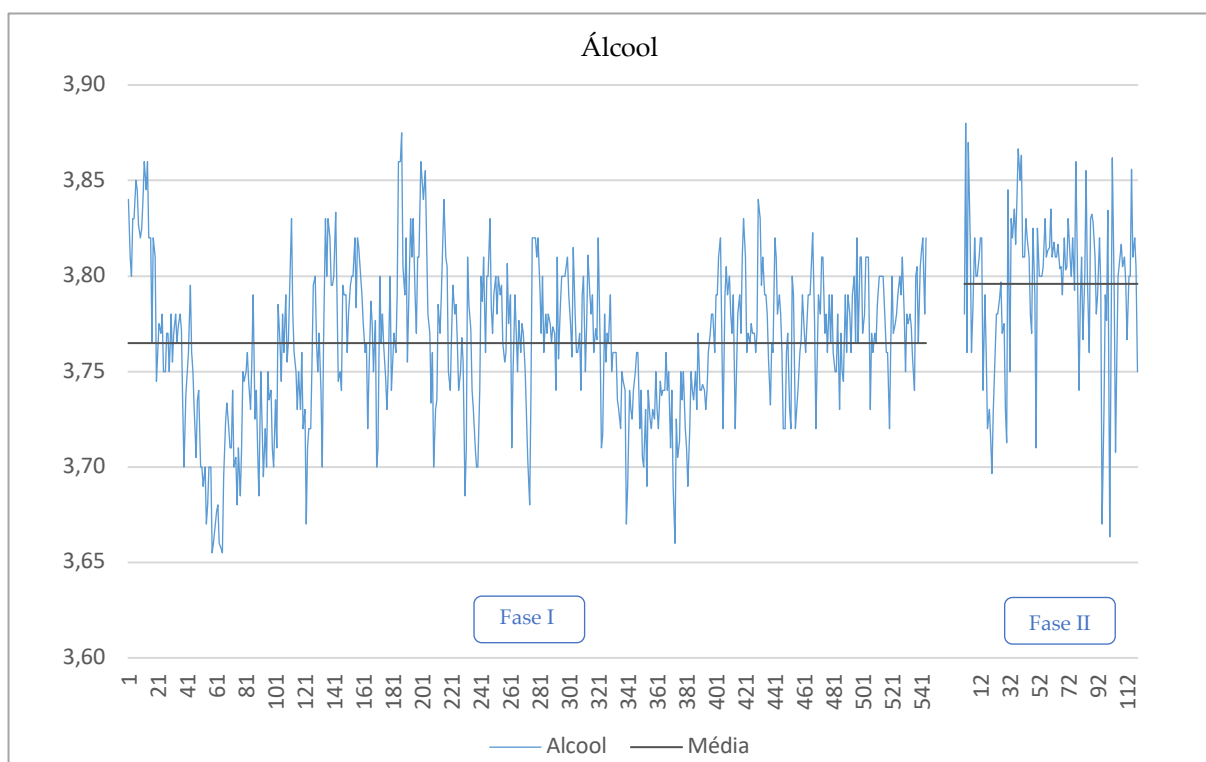


Figura 4.20 - Comportamento dos dados da Fase I vs. Comportamento dos dados da Fase II para a característica Álcool

Como se pode observar pela Figura 4.20, os dados desenrolam-se ao longo do tempo de forma semelhante, apresentando apenas um ligeiro aumento na média aritmética. Portanto, é correto prosseguir para a Fase II.

Na tabela seguinte estão compiladas algumas das expressões usadas na construção das cartas *e-MR* baseadas nos erros de previsão.

Tabela 4.18 - Estatísticas e Limites de controlo para as cartas *e-MR* aplicadas aos erros de previsão

Carta	Estatística	LIC	LC	LSC
Média	$e_{\tau}(T) = X_{T+\tau} - \hat{X}_{T+\tau}(T)$	$-3\sigma_{ep}$	0	$3\sigma_{ep}$
Amplitude Móvel	$MR_t = e_t - e_{t-1} $	$D_1\sigma_{ep}$	$d_2\sigma_{ep}$	$D_2\sigma_{ep}$

Para calcular o valor estimado de um modelo *ARMA (1,2)*, utiliza-se a seguinte equação:

$$\hat{X}_{T+\tau} = \phi_1 \cdot X_{t-1} + \varepsilon_t - \theta_1 \cdot \varepsilon_{t-1} - \theta_2 \cdot \varepsilon_{t-2} \quad (4.1)$$

O desvio padrão dos erros de previsão é calculado com base na seguinte formula:

$$\sigma_{ep} = \sqrt{Var(e_{\tau}(T))} = \sigma_{\varepsilon} \sqrt{\left(1 + \sum_{j=1}^{\tau-1} \Psi_j^2\right)} \quad (4.2)$$

onde,

$$\hat{\sigma}_{\varepsilon} = \frac{\overline{MR}}{d_2} \quad (4.3)$$

$$\Psi_j = \phi_1 \cdot \Psi_{j-1} - \theta_1 \cdot \Psi_{j-1} - \theta_2 \cdot \Psi_{j-2} \quad (4.4)$$

Na Figura 4.21 e na Figura 4.22 estão esboçadas as cartas da média e das amplitudes móveis para a caraterística Álcool, respetivamente.

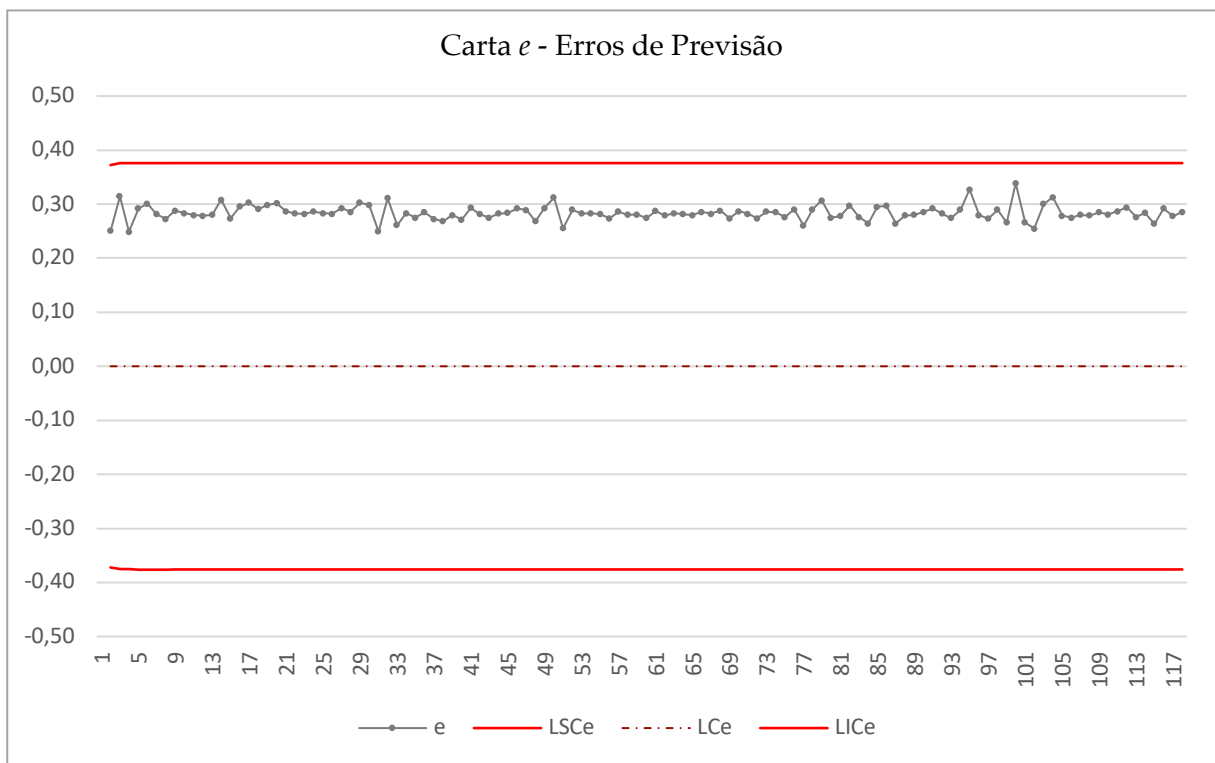


Figura 4.21 - Carta de controlo e para os erros de previsão da caraterística Álcool

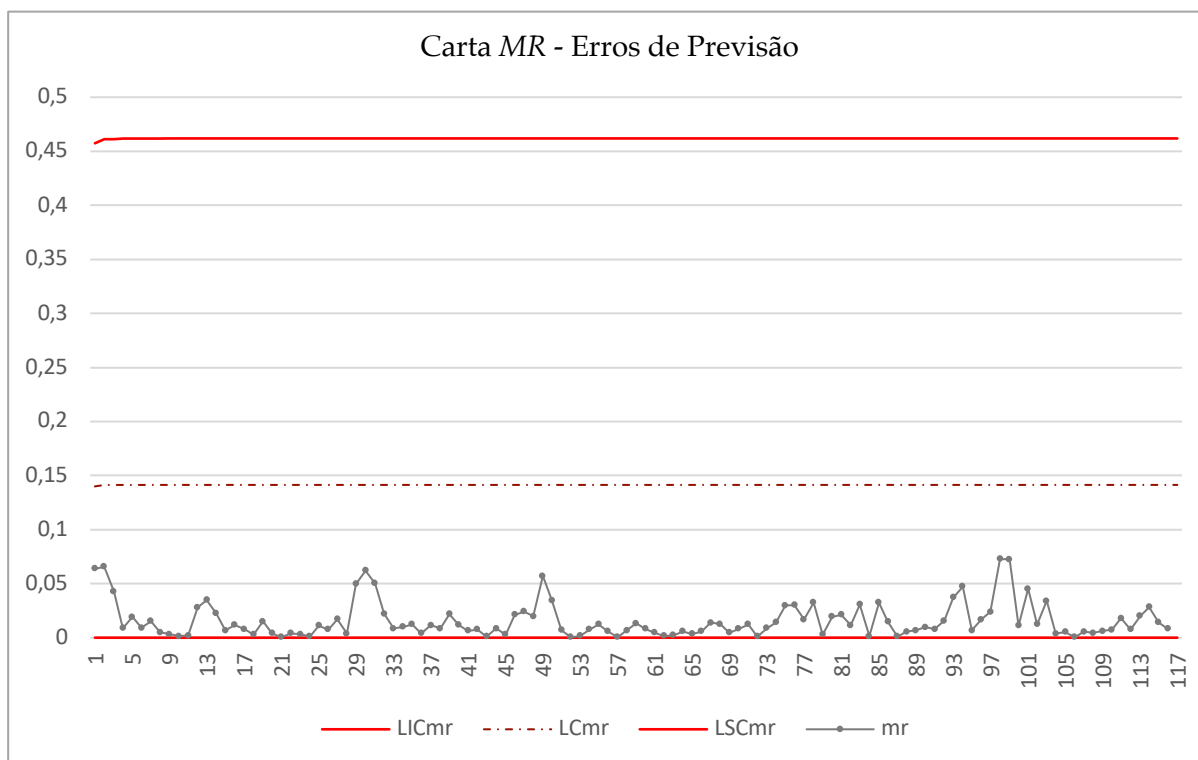


Figura 4.22 - Carta de controlo MR para os erros de previsão da característica Álcool

Analisando as cartas de controlo da característica Álcool verifica-se que estas não apresentam um padrão natural onde os dados fluem alternadamente acima e abaixo da linha central. Pelo contrário na carta e observa-se que todos os dados se situam acima da linha central, muito próximos do limite superior de controlo e na carta MR todos os pontos se situam abaixo da linha central juntos ao limite inferior de controlo. Como demonstrado acima na Tabela 4.18, o cálculo do erro de previsão é dado pela subtração entre o valor real, que são as observações da Fase II, e o valor previsto, determinado através da Equação 4.1. Para o cálculo dos valores previstos é necessário ajustar os dados da Fase II ao modelo determinado na Fase I. E, como foi concluído anteriormente, entre a Fase I e a Fase II há um aumento da média das observações por isso é que na carta apresentada na Figura 4.21 as observações se encontram todas muito próximas do LSC visto que todos os erros de previsão são positivos (pois o valor real > valor previsto). Sendo assim, pode-se afirmar que esta situação ocorre devido a um erro sistemático derivado da diferença das médias entre as duas fases. Embora os dados na Figura 4.20 revelam um comportamento semelhante nas duas fases, constata-se pela observação destas cartas que os dados da Fase I não traduzem o comportamento da Fase II, portanto estes dados não refletem a variação natural do processo.

Apesar dos resultados das cartas de Shewhart já indicarem que este processo não está a operar de forma ideal devido à relação entre as séries de dados da Fase I e da Fase II, decidiu-se aplicar também as cartas especiais para validar e tornar os resultados mais robustos e levar a cabo a análise até ao fim. Considerando que os resultados das cartas CUSUM e EWMA são muito semelhantes, optou-se por aplicar a carta CUSUM dos erros de previsão a fim de

controlar a média, e a carta H81-CUSUM dos erros de previsão com o intuito de controlar a dispersão. Deste modo, haverá uma sensibilidade maior em detetar pequenas e moderadas alterações na média e na dispersão das características em análise. Sendo assim, foram analisados dois cenários para cada parâmetro:

- Alteração da média de $0,5\sigma$ e 1σ ;
- Alteração de 25% e 50% do desvio padrão.

Em primeiro lugar, para construir estas cartas é necessário obter o valor de alguns parâmetros através da interpretação dos ábacos esboçados na Figura A.1 do Anexo A. Na Tabela 4.19 e na Tabela 4.20 estão compilados os valores dos parâmetros, respetivamente, para a carta CUSUM e para a carta H81-CUSUM, para um ARL_{EC} igual a 370.

Tabela 4.19 - Constantes utilizadas na construção das cartas CUSUM considerando um ARL_{EC} igual a 370

Alteração na média (δ)	Valor de referência (k)	Limites de controlo (h)
0,5	0,25	7,999
1,0	0,50	4,534

Tabela 4.20 - Constantes utilizadas na construção das cartas H81-CUSUM considerando um ARL_{EC} igual a 370

		Alteração do desvio-padrão (δ)	Valor de referência (k)	Limites de controlo (h)
Aumento	25%	1,25	0,14	11,4
Decréscimo		0,75	0,16	-10,6
Aumento	50%	1,5	0,26	7,8
Decréscimo		0,5	0,35	-6,3

A Figura 4.23 e a Figura 4.24 retratam respetivamente a carta CUSUM, para uma variação na média de $0,5$ desvio padrão, e a carta H81 – CUSUM para uma variação de 25% no desvio padrão para a característica Álcool da cerveja Coral Branca, considerando um ARL_{EC} de 370.

Ao analisar estas cartas verifica-se que a não houve nenhuma alteração de $0,5\sigma$ na média do processo. Por outro lado, a carta H81-CUSUM alerta para uma eventual perda de controlo do processo a partir da observação n° 22. Ou seja, na observação n°22 e nos pontos subsequentes detetou-se um decréscimo no desvio padrão do processo.

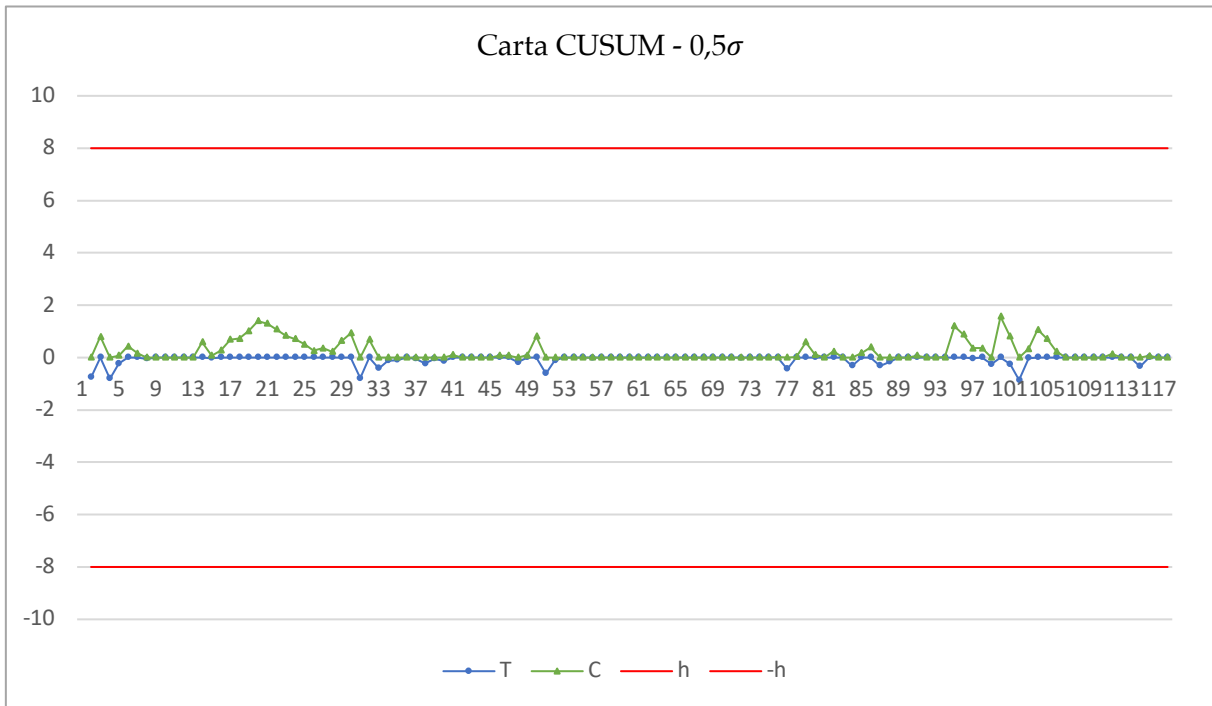


Figura 4.23 - Carta CUSUM para uma alteração na média de $0,5\sigma$ para a característica Álcool

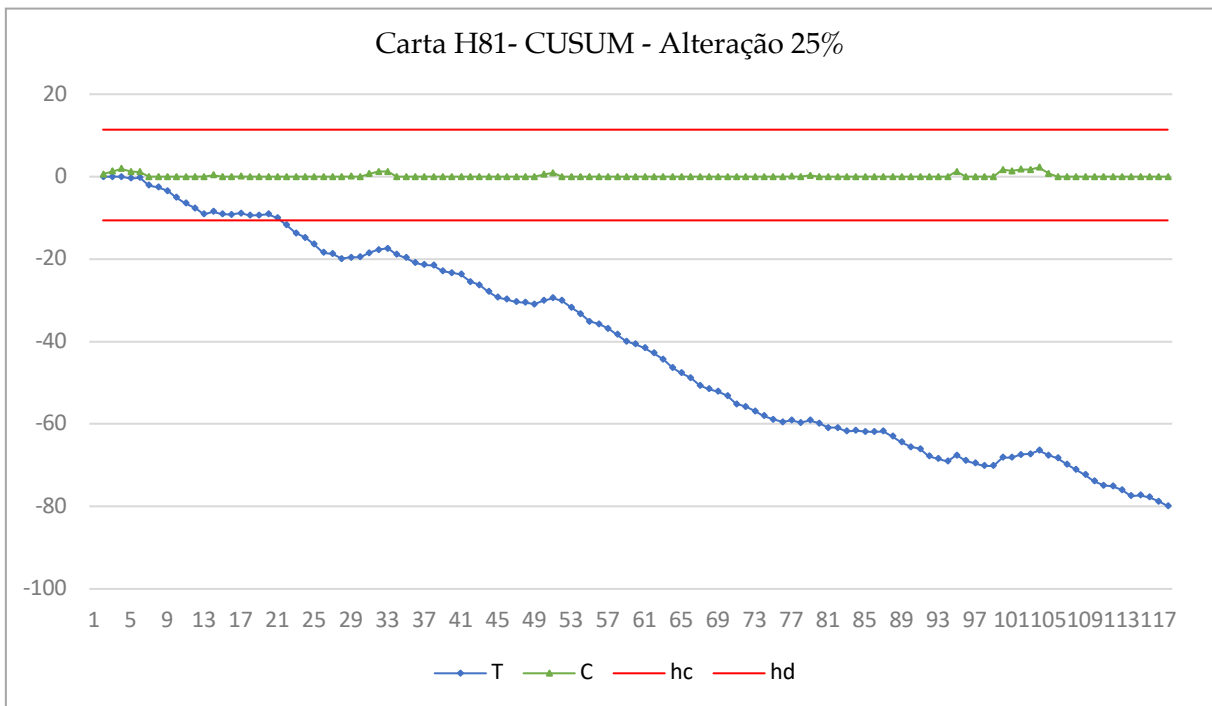


Figura 4.24 - Carta H81-CUSUM para uma alteração de 25% do desvio padrão para a característica Álcool

De seguida, na Figura 4.25 e na Figura 4.26, apresenta-se o cenário alternativo das cartas CUSUM, em que se simula uma alteração de 1σ na média do processo e uma alteração de 50% no desvio padrão do processo, tendo em conta um ARL_{EC} igual a 370.

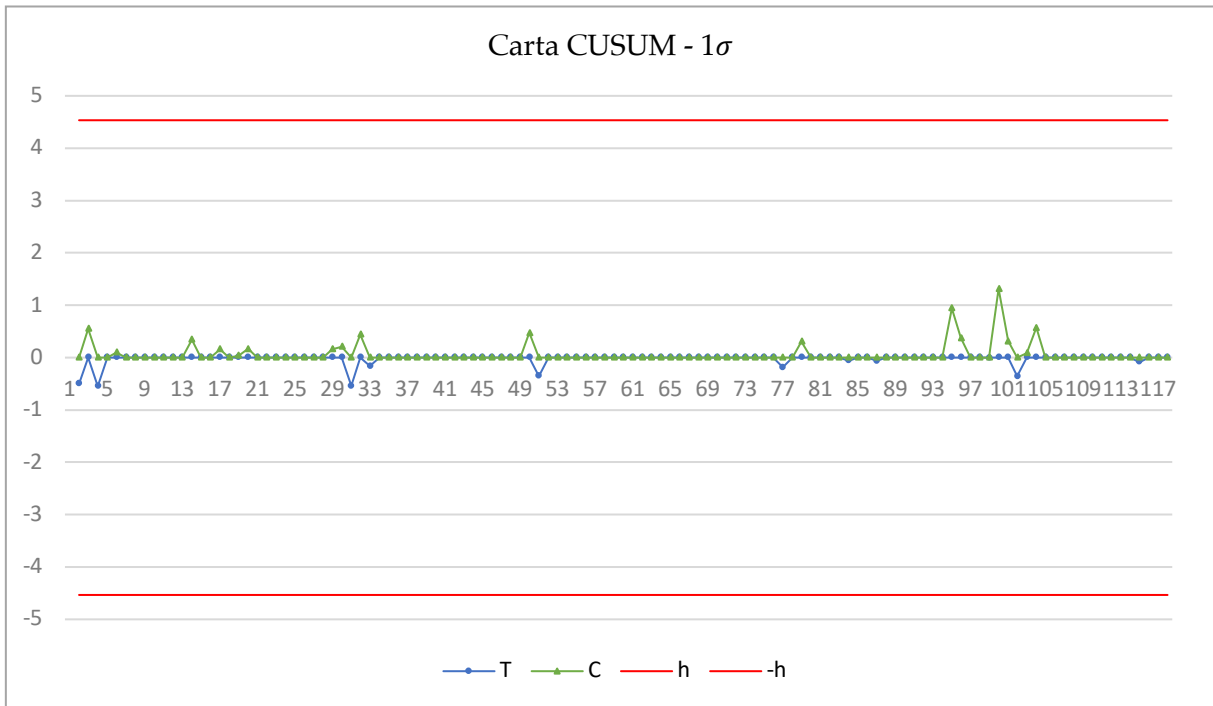


Figura 4.25 - Carta CUSUM para uma alteração na média de 1σ para a característica Álcool

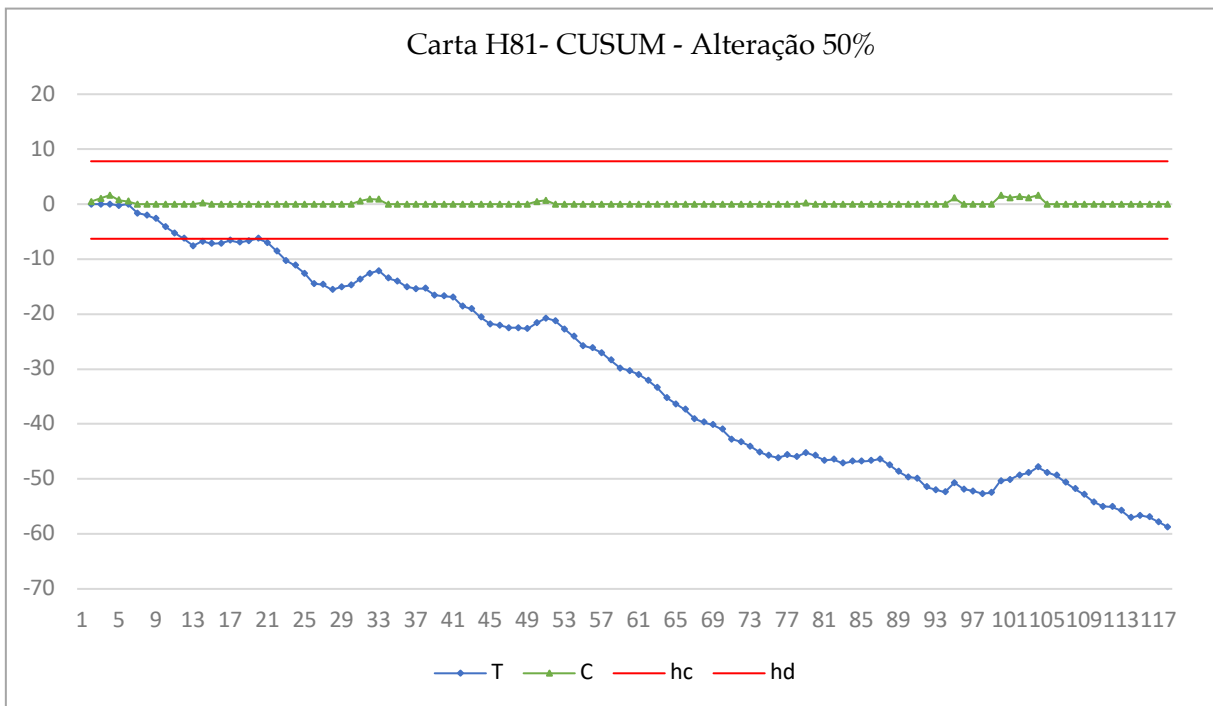


Figura 4.26 - Carta H81-CUSUM para uma alteração de 50% do desvio padrão para a característica Álcool

Observando a Figura 4.25, conclui-se novamente que não há nenhuma alteração na média. Da mesma forma, na carta H81-CUSUM, esboçada na Figura 4.26, é detetada uma alteração de 50% no desvio padrão do processo da observação nº14 até a observação nº20. Depois, a

observação nº21 encontra-se dentro dos limites de controlo, mas os pontos subsequentes tendem-se a afastar drasticamente de uma situação estável.

Ao comparar o desempenho das cartas de controlo de Shewhart com as cartas especiais CUSUM verifica-se que ambas apresentam um comportamento fora do comum. Enquanto nas cartas de Shewhart verifica-se todos os pontos acima ou abaixo da linha central, nas cartas CUSUM ou os pontos são quase todos iguais a zero ou formam uma reta com um declive acentuado. O uso das cartas especiais veio comprovar os resultados das cartas de Shewhart de que está a acontecer algum erro. Uma possível explicação prende-se com o facto dos dados da Fase I não serem válidos na Fase II, por isso o ajuste dos modelos *ARIMA* e o uso dos parâmetros determinados na Fase I não é compatível com as observações da Fase II.

O mesmo procedimento foi realizado para as outras quatro características (Extrato Primitivo, Estabilidade de Espuma, Turvac e Amargor) e encontra-se devidamente detalhado no Anexo F. Todavia, na Tabela 4.21 e na Tabela 4.22 estão compilados os pormenores mais relevantes de cada uma das características. Estas tabelas permitem uma comparação imediata do desempenho das diferentes cartas quando empregues aos erros de previsão das diversas características.

Tabela 4.21 - Pontos fora de controlo nas cartas *e-MR* e nas cartas CUSUM aplicadas aos erros de previsão das características Extrato Primitivo e Amargor

Caraterística	Cartas <i>e – MR</i>	Carta CUSUM ($0,5\sigma$)	Carta H81-CUSUM (Alteração 25%)	Carta CUSUM (1σ)	Carta H81-CUSUM (Alteração 50%)
Extrato Primitivo	- Processo sob controlo estatístico (dados muito próximos dos limites de controlo)	- Dois pontos acima do LSC (observação nº 71 e nº72)	- Nove pontos abaixo do LIC (observações nº25 até nº 33) - Pontos abaixo do LIC a partir da observação nº 62	- Um ponto abaixo do LIC (observação nº 34)	- Dez pontos abaixo do LIC (observações nº24 até nº 33) - Pontos abaixo do LIC a partir da observação nº 77

Tabela 4.22 - Pontos fora de controlo nas cartas *e-MR* e nas cartas CUSUM aplicadas aos erros de previsão das características Extrato Primitivo e Amargor (continuação)

Caraterística	Cartas <i>e – MR</i>	Carta CUSUM ($0,5\sigma$)	Carta H81-CUSUM (Alteração 25%)	Carta CUSUM (1σ)	Carta H81-CUSUM (Alteração 50%)
Amargor	<ul style="list-style-type: none"> - Pontos acima do LSC na carta <i>e</i> entre a observação nº 5 e nº 8 e a observação nº 110 - Carta <i>MR</i> sem nenhuma causa especial 	- Processo sob controlo estatístico	- Pontos abaixo do LIC a partir da observação nº 17	- Processo sob controlo estatístico	- Pontos abaixo do LIC a partir da observação nº 13

Nas tabelas acima verifica-se que faltam duas caraterísticas a Estabilidade de Espuma e a Turvação. Esta ausência ocorre porque não foi possível ajustar os dados da Fase II ao modelo *ARIMA* determinado na Fase I, apesar dos gráficos de comparação de ambas as fases não apresentarem nenhuma diferença significativa. Na caraterística Estabilidade de Espuma apenas se constata uma diminuição da média, sendo que a distribuição dos dados é bastante semelhante, e na caraterística Turvação houve um aumento da média e a distribuição dos pontos também aparenta comportamentos bastante parecidos em ambas as fases. No entanto, no *software* *STATISTICA* quando se determinou os parâmetros do modelo para os dados da segunda fase apareceu uma mensagem de erro que não permitiu avançar mais no procedimento. Tal situação vem comprovar a teoria proposta anteriormente de que os dados da Fase I não refletem a variação natural do processo.

Em relação às outras duas caraterísticas o Extrato Primitivo e o Amargor apresentam um comportamento semelhante à caraterística Álcool, o que seria de esperar visto que são referentes a unidades de produto do mesmo processo. Ou seja, todas as cartas exibem comportamentos irregulares, no sentido de ou apresentarem os dados muito próximos dos limites de controlo como no caso das cartas de Shewhart ou apresentarem uma reta com um declive acentuado como no caso das cartas H81-CUSUM. A causa por detrás deste erro sistemático poderá ser a diferença das médias entre a Fase I e a Fase II. Isto é, estes padrões inesperados, como foi

referido, provavelmente estão relacionados com o facto de os modelos ARIMA da primeira fase não se ajustarem completamente aos dados da Fase II, ou com o facto de existir uma grande diferença entre o número de observações utilizadas na Fase I e na Fase II.

Posto isto, sugere-se que sejam recolhidos novos dados com o intuito de recomeçar todo o estudo e, caso seja necessário implementar algumas ações corretivas no processo.

4.6 Estudo Multivariado do processo

Embora os resultados do controlo univariado não tenham sido satisfatórios e as conclusões retiradas não serem as mais concretas resolveu-se continuar este estudo e prosseguir com o controlo multivariado tal como definido inicialmente. O estudo multivariado do processo, como já mencionado anteriormente, permite que sejam estudadas várias características da qualidade em simultâneo, considerando, assim, a correlação entre as variáveis, o que resulta numa visão mais realista da verdadeira influência que as características exercem no produto final. Como foi verificada a presença de autocorrelação entre os dados das variáveis, o estudo multivariado incide sobre resíduos extraídos dos modelos matemáticos ajustados no *SPC* univariado.

O objetivo principal da realização do estudo multivariado era comparar os seus resultados com os resultados do estudo univariado, na Fase II. Mas para chegar a essa fase é necessário executar antecipadamente a Fase I para definir o processo. Por esse motivo, na Fase I do estudo multivariado utilizou-se as informações do processo quando este foi considerado sob controlo estatístico pela Fase I do estudo univariado. Sendo assim, na Fase I do estudo multivariado foram utilizadas as cartas de controlo T^2 , que se encontram devidamente explicadas no capítulo 2.8.

O estudo multivariado foi apenas aplicado a três características da cerveja Coral Branca, que são o Álcool, o Extrato Primitivo e o Amargor. As características Estabilidade de Espuma e Turvação não puderam ser incluídas nesta parte pois não foi possível ajustar os dados da segunda fase ao modelo matemático da primeira fase. Para além disso, estas têm especificações unilaterais opostas, ou seja, a Estabilidade de Espuma apresenta unicamente um limite inferior de especificação e a Turvação, contrariamente, possui apenas o limite superior de especificação. A junção de todas as características iria impossibilitar o cálculo da capacidade do processo.

Antes de começar o estudo multivariado propriamente dito, é importante verificar se as diferentes características estão correlacionadas, a fim de perceber se faz sentido realizar o estudo multivariado ou se é suficiente analisar cada característica individualmente. Para isso, recorreu-se ao *software* STATISTICA, que elabora matrizes de correlação, onde identifica a vermelho as características com correlação significativa. Assim, este *software*, considerando duas variáveis

aleatórias X e Y Normalmente distribuídas com dimensão n , calcula t_c , através da Equação 4.5, que segue uma distribuição bilateral *t-student* com $n - 2$ graus de liberdade.

$$t_c = \frac{r}{\sqrt{(1 - r^2)/(n - 2)}} \quad (4.5)$$

Onde r representa o coeficiente de correlação linear, que varia entre -1 e +1 e determina-se através da seguinte equação:

$$r_{XY} = \frac{n \sum_{i=1}^n X_i Y_i - \sum_{i=1}^n X_i \sum_{i=1}^n Y_i}{\sqrt{n \sum_{i=1}^n X_i^2 - (\sum_{i=1}^n X_i)^2} \sqrt{n \sum_{i=1}^n Y_i^2 - (\sum_{i=1}^n Y_i)^2}} \quad (4.6)$$

Quando a seguinte condição é verificada $-t_{\frac{\alpha}{2}} > t_c \vee t_c > t_{\frac{\alpha}{2}}$ significa que as variáveis estão correlacionadas. Portanto, por exemplo, caso se considere $\alpha = 0,05$ então duas variáveis são significativamente correlacionadas quando o *p-value* é menor que 0,05.

Na Tabela 4.23 é apresentada a matriz de correlação das três características para os dados da primeira e da segunda fase, considerando $\alpha = 0,05$. De notar que nem todas as variáveis têm o mesmo número de observações pois não é possível calcular os valores por interpolação dos dados adjacentes das observações do início ou do fim da série, por isso estes foram eliminados ou por serem causas especiais no caso da Fase I ou por estarem em falta no caso da Fase II. Como, para calcular esta matriz é necessário que o tamanho das diferentes variáveis sejam iguais, então considerou-se apenas as observações que estas têm em comum. Sendo assim na Fase I $n = 544$ e na Fase II $n = 117$.

Observando esta tabela constata-se que na Fase I as únicas duas variáveis que não apresentam correlação significativa são as características Álcool e Amargor. Pode-se afirmar que estas duas características apresentam uma correlação positiva muito fraca pois o valor de r é muito próximo de zero. Graficamente, os pares de valores destas duas características iriam formar uma nuvem com uma ligeira inclinação positiva. O mesmo aplica-se às características Extrato Primitivo e Amargor na Fase II que também apresentam $p > 0,05$. A partir desta análise pode-se verificar que entre a Fase I e a Fase II há uma diferença no comportamento dos dados destas três características pois há uma mudança na forma como as variáveis se correlacionam entre si. Contudo, conclui-se assim que é vantajoso para este projeto realizar uma análise multivariada porque, considerando a Fase I e a Fase II como um todo, as três características estão correlacionadas umas com as outras.

Tabela 4.23 - Matriz de correlação entre as três características na Fase I e na Fase II

Fase	Variáveis	Álcool			Extrato Primitivo			Amargor		
		t_c	r	p	t_c	r	p	t_c	r	p
Fase I	Álcool	1,000	1,000	1,000	10,137	0,399	0,000	0,672	0,029	0,502
	Extrato Primitivo	10,137	0,399	0,000	1,000	1,000	1,000	3,821	0,162	0,000
	Amargor	0,672	0,029	0,502	3,821	0,162	0,000	1,000	1,000	1,000
Fase II	Álcool	1,000	1,000	1,000	2,066	0,189	0,041	-2,489	-0,226	0,014
	Extrato Primitivo	2,066	0,189	0,041	1,000	1,000	1,000	0,532	0,050	0,595
	Amargor	-2,489	-0,226	0,014	0,532	0,050	0,595	1,000	1,000	1,000

Sendo assim, em primeiro lugar deve-se calcular o nível de significância a considerar. Este determina-se através da Equação 2.86, em que $p = 3$, pois o estudo incide sobre três características, e $\alpha_i = 0,27\%$ como se demonstra de seguida. O resultado indica que o nível de significância é igual a $\alpha = 0,81\%$, que será utilizado no cálculo das fronteiras da carta T^2 por meio das expressões da Equação 2.94.

$$\alpha = 1 - (1 - 0,0027)^3 = 0,0081$$

Da mesma forma que no estudo univariado, diz-se que o processo não está controlado estatisticamente quando $T_k^2 > LSC$. Se tal se verificar utiliza-se o método da estatística d para identificar a(s) característica(s) que provocam a causa especial. De salientar que a observação responsável pelo surgimento da causa especial não deve ser eliminada, mas sim substituída pela interpolação dos valores adjacentes, visto que os dados são autocorrelacionados, e consecutivamente, o modelo matemático tem de ser reajustado. Quando o processo se encontrar estabilizado persegue-se para a análise da capacidade do mesmo utilizando os índices de capacidade multivariados: C_{pM} , PV e LI .

Em toda esta parte, utilizou-se as ferramentas do *software* Excel. Seguidamente, apresenta-se a Fase I do estudo multivariado aplicado aos resíduos das características Álcool, Extrato Primitivo e Amargor da cerveja Coral Branca. De seguida estão representados, respetivamente, o vetor média, $\bar{\mathbf{X}}$, e a matriz de covariâncias, \mathbf{S} .

$$\bar{\mathbf{X}} = \begin{bmatrix} -0,000793 \\ -0,001430 \\ -0,008788 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} 0,000726 & 0,000010 & -0,000050 \\ 0,000010 & 0,003690 & -0,001380 \\ -0,000050 & -0,001375 & 0,442153 \end{bmatrix}$$

Seguidamente, com base nestes valores construiu-se a carta de controlo T^2 para as três características, apresentada na Figura 4.27. Ao observar esta carta e tendo em conta que o processo já tinha sido dado como estável pela Fase I do estudo univariado, constata-se que afinal ou o processo ainda não estava sob controlo estatístico ou existiram situações de instabilidade que as cartas univariadas não foram capazes de detetar, pois ainda se verifica alguns pontos fora dos limites de controlo.

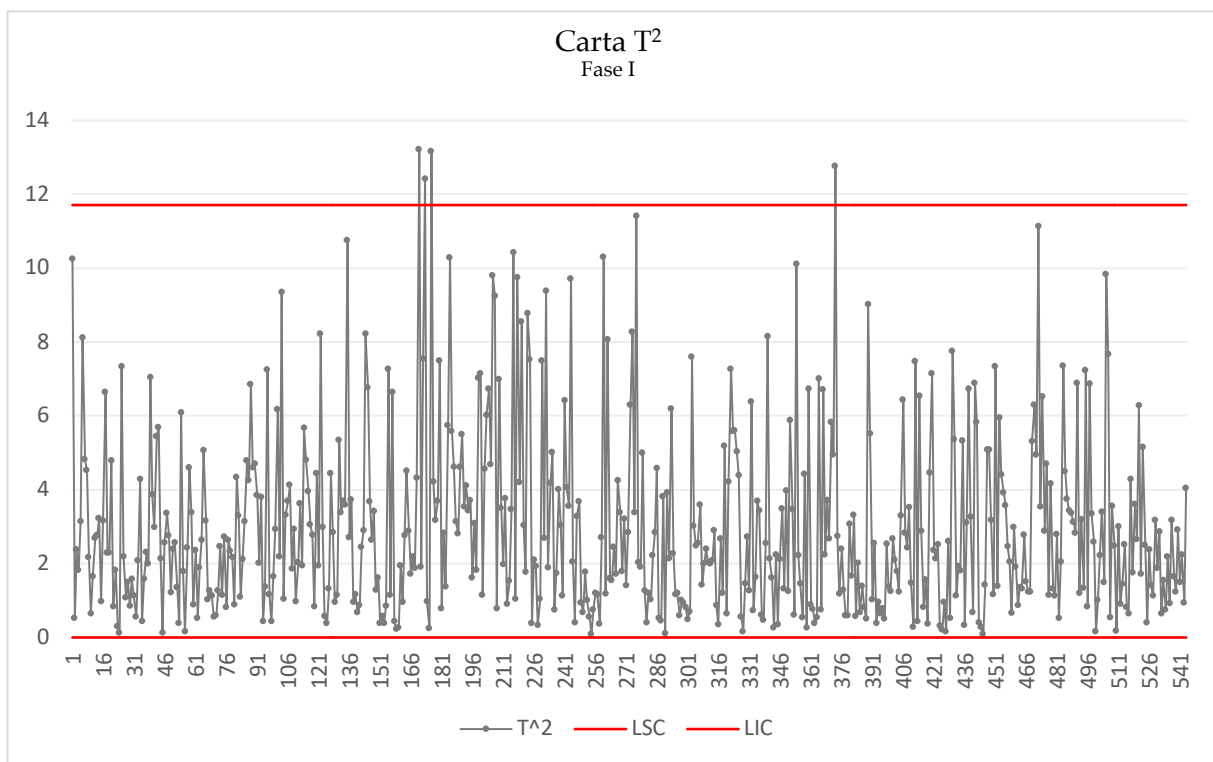


Figura 4.27 - Carta T^2 (Fase I)

A fim de descobrir a origem destas quatro causas especiais de variação recorreu-se ao método da estatística d . Assim, começou-se por reunir os valores necessários, apresentados na Tabela 4.24, e com base nesses valores procedeu-se ao cálculo da estatística d apresentada na Tabela 4.25.

Tabela 4.24 - Variáveis utilizadas no método da estatística d

Nº da Observação	\bar{X}_1	\bar{X}_2	\bar{X}_3	T^2	$T_{(1)}^2$	$T_{(2)}^2$	$T_{(3)}^2$
170	-0,074	0,127	-0,082	13,214	5,802	8,843	11,866
173	-0,014	0,164	-1,522	12,420	12,153	5,427	7,643
176	-0,016	-0,173	-1,407	13,161	12,837	4,765	8,314
373	-0,053	0,178	0,270	12,763	9,010	3,856	12,498

Tabela 4.25 - Método da estatística d

Nº da Observação	d_1	d_2	d_3	$\chi_{\alpha;1}^2$
170	7,412	4,371	1,348	7,016
173	0,266	6,992	4,777	7,016
176	0,324	8,396	4,846	7,016
373	3,753	8,907	0,265	7,016

Através da Tabela 4.25 observa-se que a variável que está na origem da causa especial nº 170 é a variável X_1 que corresponde à característica Álcool, pois $d_1 > \chi_{\alpha;1}^2$. Para a causa especial nº176 e nº 373 a característica catalisadora da situação fora de controlo é a característica Extrato Primitivo, visto que $d_2 > \chi_{\alpha;1}^2$. Finalmente, para a causa especial nº173 a origem do seu aparecimento deve estar relacionada com uma alteração da correlação entre as variáveis pois nenhuma característica é maior que $\chi_{\alpha;1}^2$. No entanto, considerou-se a característica X_2 , que corresponde ao Extrato Primitivo, como a variável responsável pelo surgimento da causa especial nº173 pelo facto do seu valor ser muito próximo do valor crítico ($6,992 \cong 7,016$). De seguida, tal como no estudo univariado, o valor da observação que está fora de controlo na característica identificada como responsável é substituído na série original pela interpolação dos valores adjacentes. Sendo assim, é necessário reajustar o modelo *ARIMA*, e com os resíduos mais recentes elabora-se a carta de controlo multivariada revista. Este procedimento deve ser realizado até que o processo se encontre sob controlo estatístico, isto é, sem causas especiais de variação. Neste estudo de caso realizou-se quatro iterações até o processo se encontrar

completamente estável. Na Tabela 4.26 resume-se as causas especiais encontradas nas iterações subsequentes.

Tabela 4.26 - Pontos fora de controlo na carta T^2 e resultados do método da estatística d ao longo das várias iterações

Iteração	Nº observação	Variável(eis) Responsável(eis)
2	2	X_1 – Caraterística Álcool
3	136	X_1 – Caraterística Álcool
	210	X_1 – Caraterística Álcool e X_2 – Caraterística Extrato Primitivo
	263	X_1 – Caraterística Álcool e X_2 – Caraterística Extrato Primitivo
	274	X_1 – Caraterística Álcool e X_2 – Caraterística Extrato Primitivo
	454	X_1 – Caraterística Álcool
	456	X_1 – Caraterística Álcool e X_2 – Caraterística Extrato Primitivo
4	221	X_2 – Caraterística Extrato Primitivo
	233	X_1 – Caraterística Álcool
	454	X_1 – Caraterística Álcool

É importante destacar que segundo o controlo univariado este processo já estaria sob controlo estatístico. No entanto, as cartas de controlo multivariadas aplicadas ao processo dito estável pelo estudo univariado, ainda detetaram um número considerável de causas especiais de variação. Esta situação vem comprovar que para além do estudo multivariado requerer menos documentos, é um método mais robusto quando comparado a uma análise univariada.

Assim que o processo se encontrou estável novamente voltou-se a determinar o vetor média, $\bar{\mathbf{X}}$, e a matriz de covariâncias, \mathbf{S} apresentados de seguida.

$$\bar{\mathbf{X}} = \begin{bmatrix} -0,000516 \\ -0,000752 \\ -0,009837 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} 0,000705 & 0,000058 & -0,000332 \\ 0,000058 & 0,003514 & -0,001627 \\ -0,000332 & -0,001627 & 0,441623 \end{bmatrix}$$

Posteriormente, construiu-se a carta de controlo T^2 revista, esboçada na Figura 4.28.

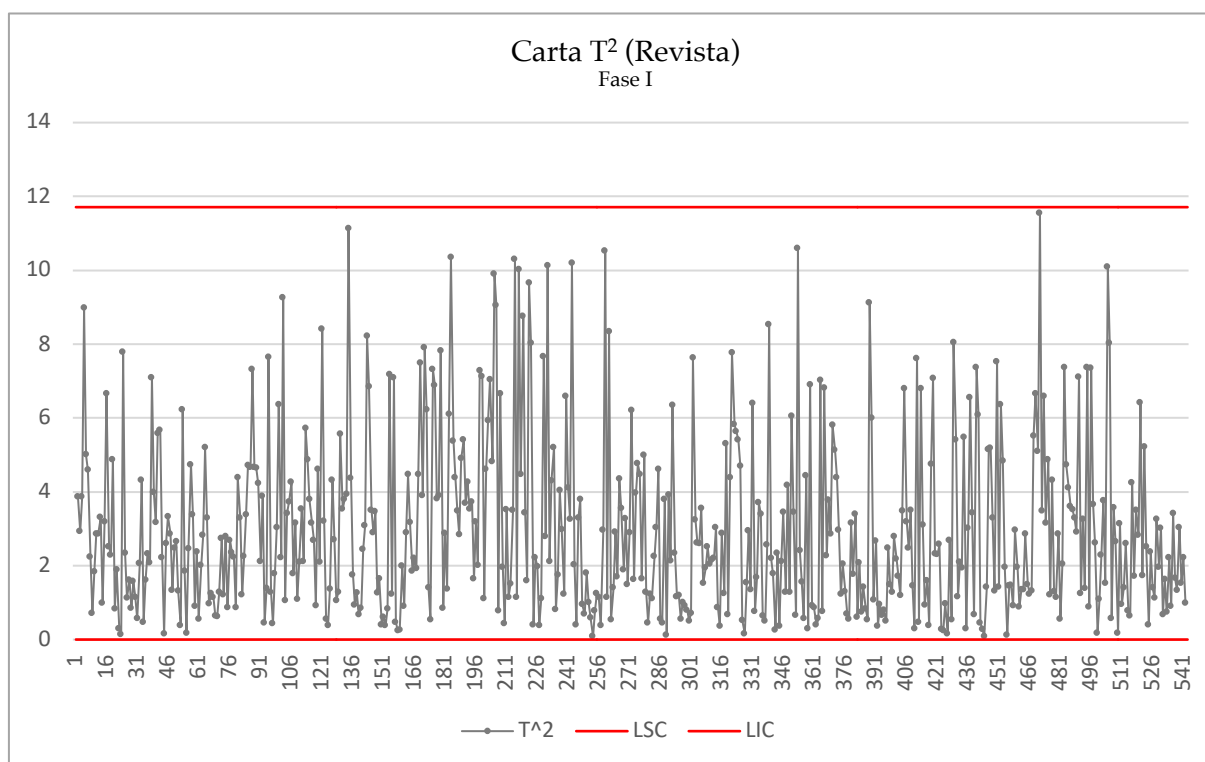


Figura 4.28 - Carta T^2 revista (Fase I)

Como se pode observar pela carta T^2 revista apresentada na Figura 4.28 já não se deteta nenhum ponto fora dos limites de controlo, pelo que se pode assegurar que o processo se encontra sob controlo estatístico. Assim, será correto estimar os parâmetros do processo, que neste contexto correspondem ao vetor média e à matriz das covariâncias. Estes parâmetros são aqueles apresentados anteriormente, visto que estes foram os valores determinados na última iteração.

Finalmente, para terminar a Fase I procede-se à análise da capacidade do processo. Como foi mencionado no capítulo 2 optou-se por fazer esta análise através do vetor de capacidade multivariada constituído por três índices: C_{pM} , PV e LI . Para isso aplicou-se as Equações 2.101, 2.106 e 2.108 e obtiveram-se os resultados apresentados na Tabela 4.27.

Tabela 4.27 - Índices de capacidade multivariada

C_{pM}	PV	LI
1,02	$8,595 \times 10^{-10}$	0

Como seria de esperar, considerando as conclusões do estudo univariado, o processo não apresenta capacidade de produzir de acordo com as especificações estabelecidas. Tal conclusão podia logo ser obtida analisando apenas índice C_{pM} que apresenta um valor menor que 1,33, o que indica que o processo não tem potencial de ser capaz. O processo também não está centrado em relação às especificações estabelecidas pois o índice PV está mais próximo de zero

do que de um. Por consequência, o índice LI é igual a zero por isso sabe-se que há produto a ser produzido fora dos requisitos estabelecidos.

Depois de terminar a Fase I, com o processo estável e feita a análise da sua capacidade, é possível inicializar a Fase II do controlo estatístico multivariado do processo. Nesta parte será feito um acompanhamento do processo constante à medida que as observações são recolhidas. Sendo assim, para o controlo dos dados correspondentes aos primeiros seis meses do ano 2023, utilizou-se a carta de controlo T^2 aplicada aos erros de previsão visto que estes apresentam autocorrelação. Para construir esta carta, utiliza-se a Equação 2.96 para calcular a estatística T_k^2 , e a Equação 2.97 com o intuito de determinar os respetivos limites de controlo. Na Figura 4.29 é apresentada a carta de controlo T^2 empregue aos erros de previsão das características Álcool, Extrato Primitivo e Amargor da cerveja Coral Branca.

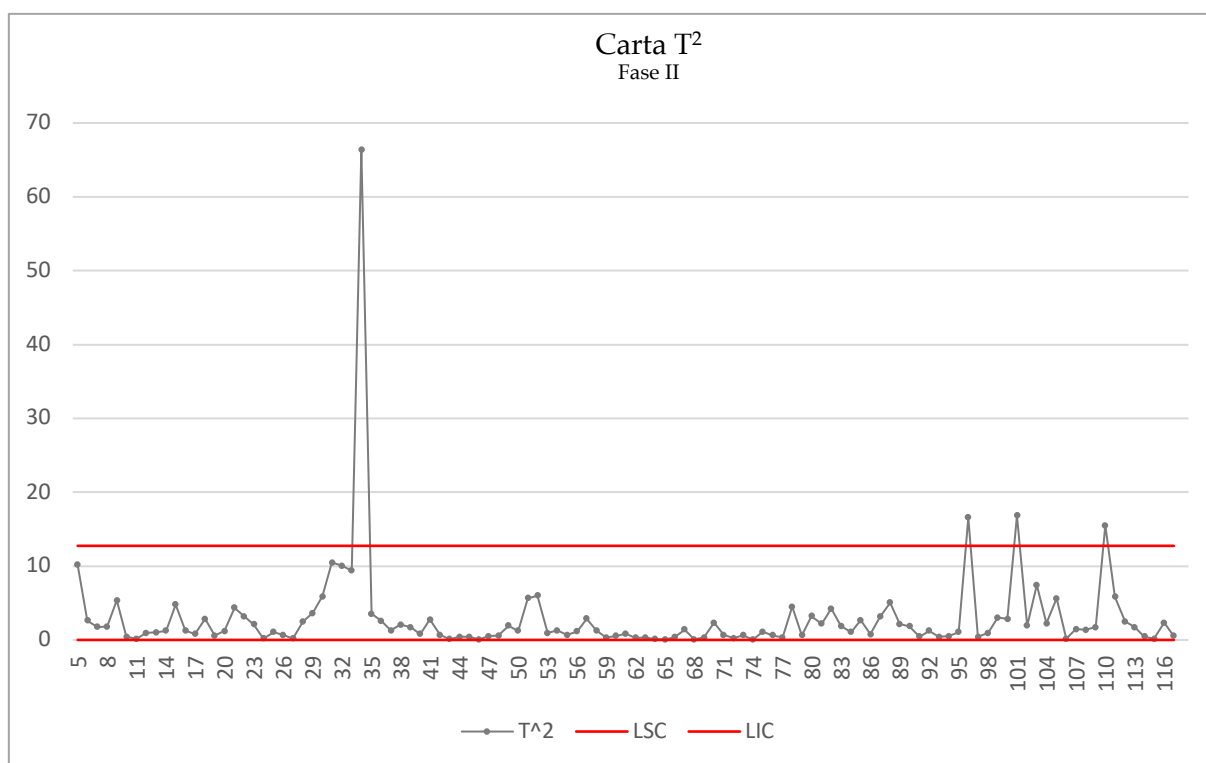


Figura 4.29 - Carta T^2 (Fase II)

Analogamente à fase anterior, uma causa especial de variação é detetada quando se verifica que $T_k^2 > LSC$, e para que seja possível implementar medidas corretivas recorre-se ao método da estatística d para descobrir a(s) característica(s) responsável(eis) pela condição de instabilidade. Observando a carta da Figura 4.29 concluiu-se que o processo não está sob controlo estatístico. Ocorrem quatro causas especiais nas observações n°34, n°96, n°101 e n°110. Na Tabela 4.28 e na Tabela 4.29 apresenta-se, então, o processo de aplicação do método da estatística d para compreender-se a origem destas causas especiais.

Tabela 4.28 - Variáveis utilizadas no método da estatística d

Nº da Observação	\bar{X}_1	\bar{X}_2	\bar{X}_3	T^2	$T_{(1)}^2$	$T_{(2)}^2$	$T_{(3)}^2$
34	0,261	0,708	2,581	66,347	64,969	6,133	66,147
96	0,327	1,067	2,701	16,569	1,999	9,848	16,185
101	0,339	1,260	2,698	16,848	5,436	15,776	16,834
110	0,285	1,145	2,895	15,489	15,479	15,169	0,025

Tabela 4.29 - Método da estatística d

Nº da Observação	d_1	d_2	d_3	$\chi_{\alpha;1}^2$
34	1,378	60,215	0,201	7,016
96	14,570	6,721	0,384	7,016
101	11,412	1,072	0,014	7,016
110	0,010	0,320	15,463	7,016

Ao analisar a Tabela 4.29, constata-se que a variável catalisadora do aparecimento da causa especial na observação nº34 é a característica Extrato Primitivo. Por outro lado, a variável X_1 que corresponde à característica Álcool é responsável pelo surgimento das causas especiais nas observações nº96 e nº101. Por fim, a causa especial na observação nº101 têm origem na característica Amargor.

Comparando os resultados alcançados no estudo univariado e multivariado, observa-se que no estudo multivariado as cartas de controlo obtidas na Fase II já foram mais de encontro ao dito expectável. No controlo multivariado, a carta T^2 obtida revela que o processo das três características analisadas não está sob controlo estatístico, apresentando quatro pontos fora dos limites de controlo. Se se confrontar estas causas especiais com as causas especiais obtidas nas cartas de controlo da Fase II do estudo univariado, verifica-se que estes mesmos quatro pontos também foram detetados nessas cartas. Todavia, esta reflexão foi meramente feita como um exemplo, pois esta comparação neste momento pode estar errada visto que as cartas da Fase II revelaram problemas na sua construção. Para comparações futuras aconselha-se que o

estudo todo seja reiniciado com dados novos para que se possa entender o que realmente está a acontecer no processo.

Apesar das conclusões alcançadas neste projeto não terem sido as esperadas, ao longo desta dissertação foi possível demonstrar a implementação e o desempenho do estudo univariado e multivariado. Mas a verdade é que no dia a dia das empresas aplicar ambos os métodos é impraticável, por isso as empresas tem que ponderar qual a melhor opção para o seu caso. O controlo multivariado tem a vantagem de considerar as relações entre as variáveis o que permite uma análise mais compreensiva e profunda de um processo, fornecendo uma visão holística sobre o seu funcionamento. No entanto, é um método complexo que exige alguns recursos para a sua correta aplicação, como técnicas estatísticas avançadas e ferramentas de monitorização sofisticadas. Portanto, visto que no mundo real as cartas de controlo são maioritariamente utilizadas pelos técnicos e operadores do chão de fábrica muitas empresas optam por utilizar o *SPC* univariado. Esta ferramenta é mais acessível para as empresas já que a sua aplicação e interpretação é mais fácil e intuitiva, ou seja, os custos envolvidos são menores dado que, por exemplo, não envolve formação complementar dos trabalhadores, a utilização de *softwares* adicionais nem a utilização de equipamento extra.

Sendo assim, considera-se que o estudo multivariado será mais relevante em processos com elevada complexidade, variabilidade e interdependência entre vários parâmetros, como é o caso das indústrias químicas, farmacêuticas onde existem inúmeros fatores que influenciam a qualidade do produto e o desempenho do processo. Por outro lado, apesar de não capturar a complexidade das interações entre as variáveis, o estudo univariado demonstra uma boa performance na monitorização da estabilidade do processo, na melhoria da qualidade do produto e na redução da variabilidade. Esta ferramenta ao monitorizar as variáveis em separado permite que as empresas priorizem os seus recursos e foquem a sua atenção em aspetos chave dos processos. O controlo univariado é aplicável a várias indústrias e processos, como por exemplo indústrias de manufatura, serviços de saúde, entre outros.

4.7 Diagrama Causa e Efeito

Para resolver uma situação fora de controlo, é importante iniciar uma investigação com o objetivo de identificar e abordar as causas da elevada variabilidade. Para isso existem diferentes ferramentas disponíveis, e neste caso de estudo considerou-se que a mais adequada seria o diagrama causa e efeito, conhecido pela sua simplicidade. Esta ferramenta permite uma compreensão profunda e sistemática das várias fontes que poderão ser a causa dos problemas. As conclusões retiradas da construção deste diagrama ajudam a orientar a implementação de ações de correção e melhorias no processo. A sua utilização em conjunto com as cartas de controlo tem como objetivo conduzir o processo para um estado estável, onde este opera dentro dos limites definidos e produz de forma consistente.

É importante que haja um esforço para levar a cabo uma monitorização contínua a fim de produzir com alta qualidade e, sendo assim sempre que é identificada uma nova fonte de variação do processo, o diagrama representado na Figura 4.30 deve ser atualizado. Até à data da conclusão deste estudo as possíveis causas que foram encontradas são: Matéria-Prima, Equipamento; Métodos; Fator humano e Meio Ambiente.

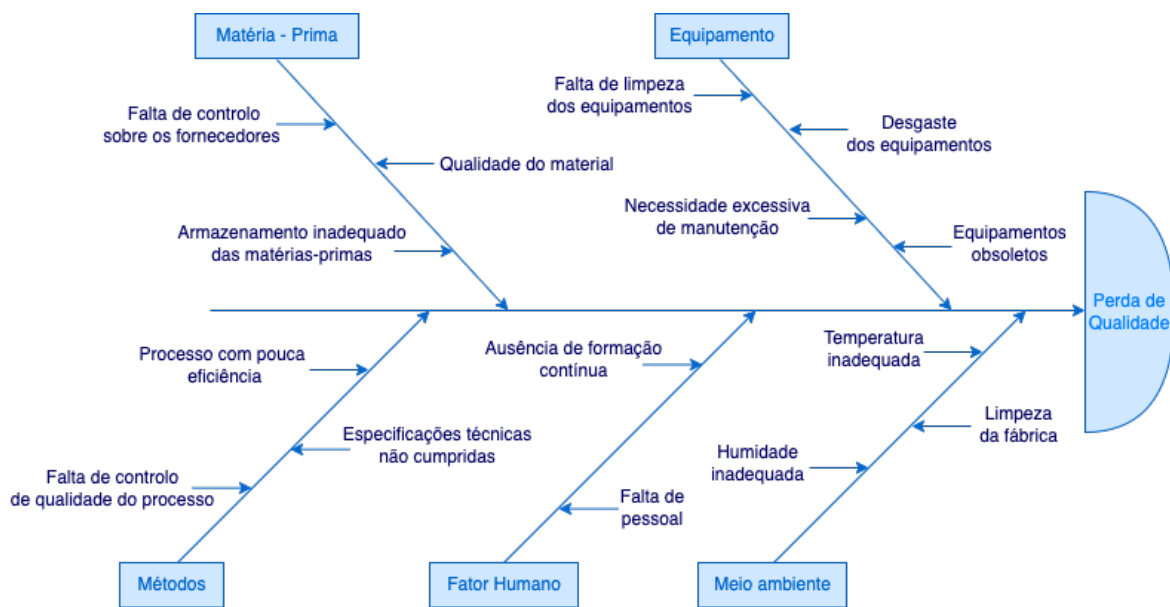


Figura 4.30 - Diagrama Causa e Efeito

Por exemplo, no fim da Fase I do estudo univariado a utilização do Diagrama Causa e Efeito é relevante. No momento em que se determinou os parâmetros do processo, houve uma característica que se destacou, que foi a Estabilidade de Espuma. Isto porque, a média das observações encontra-se abaixo do limite mínimo de especificação. Perante este cenário, pretendeu-se perceber a origem do problema, por isso em conjunto com o chefe de produção da ECM e com o auxílio deste diagrama concluiu-se que este pode estar relacionado ou com a matéria-prima, mais propriamente a cevada, ou com o processo em si. Analisando detalhadamente todas as observações individuais constata-se que há bastantes valores acima do valor mínimo, o que significa que muito provavelmente a composição da cevada é a ideal. Sendo assim, a razão está no processo, mais precisamente na fase de empastagem onde se produz o mosto. Nesta fase, decorre a decomposição das cadeias de proteínas para cadeias de aminoácidos, isto é, cadeias mais pequenas de proteínas, que quanto mais pequenas melhor a estabilidade coloidal da cerveja, mas pior o desempenho da espuma. Ao discutir com o chefe de produção da empresa, concluiu-se que para atingir o ponto ideal onde há um compromisso entre uma boa estabilidade coloidal e uma boa estabilidade de espuma é difícil. Posto isto, percebeu-se que a empresa prefere oferecer uma cerveja com uma maior estabilidade coloidal em detrimento de um pouco menos de espuma, que por vezes até é vista, erradamente, por muitos clientes como um inconveniente.

CONCLUSÃO

Neste último capítulo, serão apresentadas as conclusões finais derivadas do trabalho desenvolvido nesta dissertação assim como considerações resultantes da implementação do controlo estatístico do processo numa situação real. Adicionalmente, são aconselhados alguns trabalhos e estudos possíveis de desenvolver no futuro.

5.1 Conclusões

A qualidade tem vindo a assumir um papel importante no dia a dia das empresas. Através de ferramentas estatísticas, as organizações conseguem compreender melhor os seus processos e tomar decisões mais acertadas, com vista a otimizar e reduzir os custos do sistema de produção. Para as empresas se tornarem mais competitivas em relação a outras organizações que pertencem aos mesmos mercados, é fundamental haver algo que as diferencie das restantes. Por isso, as organizações industriais têm vindo a esforçar-se para melhorar continuamente o desempenho dos seus processos.

Assim, esta dissertação teve como objetivo implementar o controlo estatístico do processo na Empresa de Cervejas da Madeira, para proporcionar uma maior compreensão do seu processo produtivo. Este estudo incidiu sobre cinco características da cerveja Coral Branca, que é o produto com maior volume de vendas desta empresa. As cinco características (Álcool, Extrato Primitivo, Estabilidade de Espuma, Turvação e Amargor) foram escolhidas em conjunto com a empresa e são consideradas as mais relevantes por parte dos clientes da ECM.

As metodologias de investigação empregadas ao longo do capítulo 4 enquadram-se nas técnicas enunciadas na revisão do estado de arte, capítulo 2. O intuito é monitorizar o comportamento do processo e, tendo em conta que os estudos ainda são escassos neste contexto, compreender a aplicação destas técnicas neste tipo de indústria. Para isso, o projeto iniciou-se com um estudo preliminar às características da qualidade para perceber a natureza dos dados e assim identificar a melhor forma estatística para abordá-los e evitar conclusões incorretas. Consequentemente, veio-se a detetar que os dados não eram independentes pelo que foi necessário

recorrer-se ao controlo estatístico para dados autocorrelacionados, ou seja, aplicar as respetivas cartas de controlo aos resíduos ou aos erros de previsão extraídos a partir de um modelo matemático *ARIMA* ajustado às séries de dados.

Na primeira fase do *SPC*, em todas as características observou-se um elevado número de pontos fora de controlo estatístico, o que obrigou a realizar mais do que uma modelação para atingir a estabilidade do processo. Esta situação indica que o processo não está a operar de forma estável ou previsível. Um processo fora de controlo apresenta uma variação além do considerado normal ou expectável. Quando estes acontecimentos ocorrem podem implicar resultados inesperados que originam defeitos, erros ou outras situações indesejadas no produto final que ponham em causa a sua qualidade. De salientar que um processo que esteja fora de controlo não está necessariamente a produzir produtos de baixa qualidade, assim como um processo sob controlo não produz forçosamente bons produtos. Ou seja, um processo pode-se encontrar fora de controlo e produzir dentro das especificações, ou vice-versa.

Perante este número elevado de causas especiais de variação em todas as variáveis, que resultam no aumento da variabilidade do processo, é expectável que o processo não apresente capacidade de produzir conforme os requisitos técnicos estabelecidos. Tal foi confirmado pelo cálculo dos índices de capacidade que apresentaram valores muito baixos. Através destes índices também se constatou que nenhuma das características está centrada em relação às especificações. No caso das características com especificação bilateral, quando $(C_{pk})_i > (C_{pk})_s$ significa que a média que o processo apresenta encontra-se acima do valor nominal, o que indica que estes estão deslocados para direita no gráfico da distribuição normal, ou seja, muitos artigos estão a ser produzidos com valores acima do limite superior de especificação, e vice-versa. Esta situação é muito comum em processos produtivos na vida real, uma vez que as empresas não têm um controlo rigoroso sobre as estatísticas do processo, porém aconselha-se vivamente que estas implementem ações corretivas a fim de maximizar a produtividade dos seus processos.

A Fase II de implementação do *SPC* tem como finalidade monitorizar o processo no presente e ao longo do tempo, conforme as observações são recolhidas. Esta fase só deve ser iniciada caso o processo apresente capacidade de produzir de acordo com as especificações, ou então se tal não acontecer a fase deve ter início depois de terem sido aplicadas ações corretivas. No entanto, neste projeto nenhuma dessas situações foi verificada, mas para deixar à empresa um esboço da Fase II do *SPC* e uma noção do que pode estar a acontecer no seu processo, decidiu-se prosseguir com esta fase. Sendo assim, optou-se por aplicar dois tipos de cartas na Fase II, as cartas de Shewhart e as cartas especiais para dois cenários de possíveis alterações nos parâmetros, com objetivo de comparar o desempenho de ambas as cartas e de tornar os resultados mais robustos. Dentro do universo de cartas especiais optou-se por aplicar as cartas CUSUM que se destacam pela sua simplicidade de aplicação e facilidade de interpretação.

Contudo os resultados obtidos nas cartas da Fase II não foram satisfatórios. Todas as cartas aplicadas nesta fase apresentaram padrões anormais que não representam o comportamento natural do processo. Uma carta de controlo geralmente apresenta os pontos a fluir entre o limite superior e inferior de controlo. Neste caso, a carta de controlo de Shewhart dos erros de previsão exibiu todos os pontos acima do limite central, muito próximo do limite superior de controlo e por outro lado a carta de controlo das amplitudes móveis apresenta os pontos todos abaixo da linha central, muito próximos do limite inferior de controlo. Concluiu-se que esta situação deriva de um erro sistemático causado pela diferença das médias entre a primeira e a segunda fase. Isto é, entre a primeira e a segunda fase há um aumento da média aritmética o que significa que o valor real é mais alto que o valor previsto por isso os erros de previsão são todos positivos.

Apesar destes resultados, decidiu-se aplicar as cartas especiais como tinha sido planeado e assim verificar qual o seu comportamento perante esta situação. Como seria de esperar as cartas CUSUM também apresentam um comportamento irregular. Muitos dos pontos das variáveis T e C assumiram o valor igual a zero e nas cartas H81-CUSUM a série de pontos da variável T formou uma reta de declive acentuado negativo. Perante estes resultados não é possível retirar conclusões acerca do desempenho do processo produtivo. Uma possível causa para esta situação estar a acontecer é, como foi descrito acima, o facto de os dados da Fase I não serem válidos na Fase II, ou seja, os dados da primeira fase não refletem a variação natural do processo. Portanto, o ajuste dos dados da Fase II aos modelos determinados na Fase I não é o adequado, o que pode significar que os dados da segunda fase ainda apresentam alguma autocorrelação. De notar que até houve duas características, a Estabilidade de Espuma e a Turvação, em que os modelos não foram de todo aplicáveis e por isso não foi possível construir as cartas de controlo.

Toda esta situação indesejável de alta variabilidade, falta de capacidade de produção conforme as especificações e má relação entre os dados de ambas as fases, pode estar associada ao período de tempo que os dados utilizados no estudo se inserem. Na Fase I as observações recolhidas correspondem a três anos de produção muito atípicos, visto que o mundo enfrentava uma pandemia global que afetou não só as vendas, mas também toda a produção, desde a gestão do pessoal, a logística de fornecimento de matérias-primas, entre outros fatores. Ou seja, o facto que na primeira fase utilizar-se dados recolhidos de um período fora do normal pode ter afetado os resultados dados da segunda fase que já pertencem a uma época regular.

Outro argumento que pode justificar o resultado obtido na Fase II é a diferença no número de observações usadas nas duas fases (549 na Fase I e 119 na Fase II), que apesar de os dados demonstrarem comportamentos semelhantes em ambas as fases, é facto que os modelos matemáticos da Fase I não se ajustavam perfeitamente aos dados da Fase II. Mas, na Fase II, optou-se por utilizar apenas os dados relativos a um ano pois como esta fase corresponde a uma

fase de monitorização em tempo real, considerou-se pertinente utilizar os dados apenas do ano em que este projeto foi realizado.

Posto isto, seria pertinente refazer a Fase I com dados mais recentes, a partir do ano 2023 por exemplo, para que seja avaliado um sistema de produção mais próximo do dito normal. Uma outra sugestão de modo a tirar o melhor proveito da implementação do *SPC* seria controlar as variáveis também no início do processo, como por exemplo na etapa de produção do mosto, pois sabe-se que as condições verificadas a montante da cadeia de produção da cerveja têm uma influência acentuada na variação final das características a jusante.

Finalmente, para terminar este estudo aplicou-se o controlo multivariado, para estudar várias características da qualidade em simultâneo. O objetivo inicial seria apenas comparar os resultados da Fase II, mas para analisar a Fase II no estudo multivariado, são necessários alguns parâmetros da Fase I, tal como no estudo univariado. Por isso, optou-se por utilizar na Fase I do controlo multivariado os dados da última revisão da Fase I do controlo estatístico univariado, ou seja, os dados correspondentes ao processo sob controlo estatístico. Como se observou anteriormente a implementação Fase II está condicionada, no entanto, para conceber à empresa, no futuro, a escolha entre dois métodos diferentes, permitindo assim dois pontos de vista, decidiu-se prosseguir com o estudo multivariado.

Das cinco características analisadas no estudo univariado, apenas foi possível analisar três características nesta parte. As características escolhidas foram, o Álcool, o Extrato Primitivo e o Amargor porque apresentam todas especificações bilaterais, o que vai permitir determinar a capacidade do processo. E, também as outras duas características não puderam ser incluídas nesta parte pois não foi possível ajustar os dados da segunda fase ao modelo matemático determinado na primeira fase. Durante toda esta etapa foram utilizadas as cartas T^2 de Hotelling para observações individuais.

Na Fase I do estudo multivariado foi necessário realizar várias iterações até que não fosse detetada nenhuma causa especial. Como foi mencionado anteriormente, segundo os resultados do controlo univariado supostamente o processo já se encontrava estável. Tal situação vem demonstrar que as cartas multivariadas são mais sensíveis na deteção de padrões não aleatórios. Depois do processo se encontrar novamente estável prosseguiu-se para a análise da capacidade do processo. Os resultados alcançados neste estudo revelaram-se similares ao do controlo univariado, na medida em que ambos demonstraram que o processo não tem capacidade para produzir de acordo com os requisitos estabelecidos nem está centrado com o valor nominal.

Sabe-se que o objetivo de comparar os resultados da Fase II entre o estudo univariado e multivariado não poderá ser atingido com base nas cartas de controlo apresentadas nesta dissertação. A construção das cartas de controlo da Fase II foi comprometida pela má utilização de

dados. Ainda assim a carta T^2 da Fase II aparenta um comportamento dito normal. Confrontando diretamente ambos os resultados, observa-se que no estudo multivariado detetou-se somente quatro causas especiais de variação, enquanto no estudo univariado identificou-se vários pontos fora do intervalo estabelecido pelos limites de controlo. Portanto as quatro causas especiais detetadas no estudo multivariado, foram também identificadas no conjunto de pontos além das fronteiras no estudo univariado. Todavia, é preciso cuidado ao tirar conclusões ou fazer comparações pois os resultados obtidos nesta fase estão condicionados.

Ao longo do estudo e da observação do processo de produção da cerveja Coral Branca concluiu-se que a ECM tem um forte controlo sobre a qualidade do produto, mas demonstra uma falha no controlo do processo. O controlo do produto centra-se em tomar decisões do tipo aceitar ou rejeitar enquanto o objetivo do controlo do processo é atingir um estado de estabilidade, previsível, e a longo prazo reduzir continuamente a variação em torno do valor ótimo. Um bom controlo do processo resulta em produtos com qualidade e consistência, uma confiabilidade no processo e um desempenho económico positivo. Todas as metodologias utilizadas, em especial as cartas de controlo, comprovaram ser ferramentas poderosas que indiretamente propõe questões sobre as razões subjacentes à instabilidade ou às alterações detetadas, que consecutivamente melhoram o desempenho do processo e permitem desenvolver estratégias de melhoria contínua.

5.2 Sugestões para Trabalhos Futuros

O projeto elaborado através desta dissertação marcou o início da aplicação do controlo estatístico do processo na ECM, contudo é importante dar continuidade a este trabalho no longo prazo, por meio da implementação e criação de novas metodologias e técnicas que permitam entregar aos clientes um produto que exceda as suas expectativas.

Devido ao tempo reduzido do estudo, apenas foi possível abordar um dos vários produtos fabricados na empresa. Por esse motivo, aconselha-se a continuidade do estudo implementando a prática do controlo estatístico a todos os outros produtos, e se possível, alargar a outras características da qualidade.

Um problema encontrado foi relativamente ao limite inferior de especificação da característica Estabilidade de Espuma. A maioria dos valores das amostras encontrava-se desenquadrada com o limite inferior de especificação, sendo que a própria média excedia o limite. Por isso sugere-se que haja uma avaliação cuidada para verificar se limites de controlo foram bem estabelecidos. É importante que estes estejam de acordo com as atualizações que podem ocorrer no processo ao longo do tempo, como por exemplo, a mudança de fornecedores das matérias-primas ou a substituição de algum equipamento na linha de produção.

Sabendo que a levedura usada no fabrico da cerveja Coral pode ser inoculada em diferentes lotes até sete ou oito gerações, seria interessante estudar o impacto que cada geração tem no produto acabado, através por exemplo, de uma regressão linear.

No futuro, considera-se a aplicação de outras técnicas estatísticas relevantes para melhorar a performance global do processo. Por exemplo, a construção de um Diagrama de Pareto que é um simples gráfico de barras que classifica os itens por ordem decrescente de frequência ou magnitude. É uma ferramenta útil para ajudar a decidir onde focar os esforços para melhoria do processo. Outro exemplo é a aplicação do Desenho de Experiências que seria interessante para identificar e verificar em simultâneo o efeito de vários fatores que influenciam o processo e estudar a interação entre fatores. Além disso, para determinar os níveis dos fatores que conduzem a um desempenho mais próximo do ideal.

BIBLIOGRAFIA

- Abreu, A., Requeijo, José G., & Calado, J. (2018). Implementation of statistical process control in a bottling line in winery industry. *Millenium - Journal of Education, Technologies, and Health*, 7, Artigo 7. <https://doi.org/10.29352/mill0207.02.00180>
- Acosta-Mejía, C. A., & Pignatiello, J. J. (2000). Monitoring Process Dispersion without Subgrouping. *Journal of Quality Technology*, 32(2), 89–102. <https://doi.org/10.1080/00224065.2000.11979981>
- Alt, F. B. (1985). Multivariate Quality Control. Em *Encyclopedia of Statistical Sciences* (Vol. 6, pp. 110–122).
- Alwan, L. C., & Roberts, H. V. (1988). Time-Series Modeling for Statistical Process Control. *Journal of Business & Economic Statistics*, 6(1), 87–95. <https://doi.org/10.2307/1391421>
- Ariyo Raheem, M. (2016). Application of Statistical Process Control in a Production Process. *Science Journal of Applied Mathematics and Statistics*, 4(1), 1–11. <https://doi.org/10.11648/j.sjams.20160401.11>
- Bardhan, K., Mukherjee, I., & Pal, M. K. (2011). MCEWMA control chart to detect small shift for autocorrelated water treatment process responses. *2011 IEEE International Conference on Quality and Reliability*, 302–306. <https://doi.org/10.1109/ICQR.2011.6031730>
- Boffoli, N., Baldassarre, M. T., Caivano, D., Boffoli, N., Baldassarre, M. T., & Caivano, D. (2010). Statistical Process Control for Software: Fill the Gap. Em *Quality Management and Six Sigma* (pp. 135–154). IntechOpen. <https://doi.org/10.5772/9925>
- Box, G. E. P., Jenkins, G. M., & Reinsel, G. C. (2008). *Time series analysis: Forecasting and control* (4. ed). Wiley.
- Canas, S., Anjos, O., Caldeira, I., & Belchior, A. P. (2019). Are the furanic aldehydes ratio and phenolic aldehydes ratios reliable to assess the addition of vanillin and caramel to the aged wine spirit? *Food Control*, 95, 77–84. <https://doi.org/10.1016/j.foodcont.2018.07.048>
- Clements, J. A. (1989). Process Capability Calculations for Non-Normal Distributions. *Quality Progress*, 22, 95–100.
- Edward Jackson, J. (1985). Multivariate quality control. *Communications in Statistics - Theory and Methods*, 14(11), 2657–2688. <https://doi.org/10.1080/03610928508829069>
- Feigenbaum, A. V. (1991). *Total quality control* (3rd ed., rev). McGraw-Hill.

- Fisher, N. I., & Nair, V. N. (2009). Quality management and quality practice: Perspectives on their history and their future. *Applied Stochastic Models in Business and Industry*, 25(1), 1–28. <https://doi.org/10.1002/asmb.756>
- Gan, F. F. (1991). An Optimal Design of CUSUM Quality Control Charts. *Journal of Quality Technology*, 23(4), 279–286. <https://doi.org/10.1080/00224065.1991.11979343>
- Hardwick, W. A. (1995). *Handbook of brewing*. M. Dekker.
- Hawkins, D. M. (1980). *Identification of Outliers*. Springer Netherlands. <https://doi.org/10.1007/978-94-015-3994-4>
- Hawkins, D. M., & Wu, Q. (2014). The CUSUM and the EWMA Head-to-Head. *Quality Engineering*, 26(2), 215–222. <https://doi.org/10.1080/08982112.2013.817014>
- Hayter, A. J., & Tsui, K.-L. (1994). Identification and quantification in multivariate quality control problems. *Journal of Quality Technology*, 26(3), 197–208. Scopus. <https://doi.org/10.1080/00224065.1994.11979526>
- Hsiang, T. C., & Taguchi, G. (1985). *Tutorial on Quality Control and Assurance – The Taguchi Methods*. Joint Meetings of the American Statistical Association.
- ISO 7870-2, 7870-2 (2013). (2013). Control charts – part 2: Shewhart control charts. *International Organization for Standardization*.
- Kane, V. E. (1986). Process Capability Indices. *Journal of Quality Technology*, 18(1), 41–52. <https://doi.org/10.1080/00224065.1986.11978984>
- Kunze, W., Mieth, H. O., & Versuchs- und Lehranstalt für Brauerei in Berlin (Eds.). (1999). *Technology brewing and malting* (Internat. ed., 2., rev. ed). VLB.
- Mawonike, R., Chigunyeni, B., & Chipumuro, M. (2018). Process improvement of opaque beer (*chibuku*) based on multivariate cumulative sum control chart: Process improvement of opaque beer (*chibuku*) based on multivariate cumulative sum control chart. *Journal of the Institute of Brewing*, 124(1), 16–22. <https://doi.org/10.1002/jib.466>
- McCabe, J. T., & Broderick, H. M. (1999). *The practical brewer: A manual for the brewing industry* (3rd ed). Master Brewers Association of the Americas.
- Montgomery, D. C. (2001). *Introduction to statistical quality control* (4th ed). J. Wiley.
- Montgomery, D. C. (2005). *Introduction to Statistical Quality Control* (5a). Wiley & Sons.
- Montgomery, D. C. (2009). *Introduction to statistical quality control* (6. ed). Wiley.
- Murteira, B. J., Turkman, F. F., & Turkman, K. (1993). *Análise de Sucessões Cronológicas*. Mc Graw-Hill.
- Oakland, J. S. (2003). *Statistical process control* (5th ed). Butterworth-Heinemann.

- Pearn, W. L., Kotz, S., & Johnson, N. L. (1992). Distributional and Inferential Properties of Process Capability Indices. *Journal of Quality Technology*, 24(4), 216–231. <https://doi.org/10.1080/00224065.1992.11979403>
- Quesenberry, C. P. (1997). *SPC methods for quality improvement*. Wiley.
- Requeijo, J. F. G., & Pereira, Z. P. P. S. L. (2012). *Qualidade: Planeamento e Controlo Estatístico de Processos* (2°). Fundação da Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Nova de Lisboa.
- Ryan, T. P. (2011). *Statistical methods for quality improvement* (3rd ed). Wiley.
- Shahriari, H., Hubele, N. F., & Lawrence, F. P. (1995). A Multivariate Process Capability Vector. *Proceedings of the 4th Industrial Engineering Research Conference*, 304–309.
- Shewfelt, R. L. (1999). What is quality? *Postharvest Biology and Technology*, 15(3), 197–200. [https://doi.org/10.1016/S0925-5214\(98\)00084-2](https://doi.org/10.1016/S0925-5214(98)00084-2)
- Shewhart, W. A. (1931). *Economic control of quality of manufactured product*. Books On Demand.
- Shinde, R. L., & Khadse, K. G. (2009). Multivariate process capability using principal component analysis. *Quality and Reliability Engineering International*, 25(1), 69–77. <https://doi.org/10.1002/qre.954>
- Smiti, A. (2020). A critical overview of outlier detection methods. *Computer Science Review*, 38, 100306. <https://doi.org/10.1016/j.cosrev.2020.100306>
- Sullivan, L. P. (1984). Reducing variability: A new approach to quality. *Quality Progress*, 17, 15–21.
- Weckenmann, A., Akkasoglu, G., & Werner, T. (2015). Quality management – history and trends. *The TQM Journal*, 27(3), 281–293. <https://doi.org/10.1108/TQM-11-2013-0125>
- Wheeler, D. J. (2004). *Advanced topics in statistical process control: The power of Shewhart's charts* (2nd ed). SPC Press.
- Wise, S. A., & Fair, D. C. (1998). *Innovative control charting: Practical SPC solutions for today's manufacturing environment*. ASQ Quality Press.
- Yang, C.-C. (2017). The Evolution of Quality Concepts and the Related Quality Management. Em L. D. Kounis (Ed.), *Quality Control and Assurance—An Ancient Greek Term Re-Mastered*. InTech. <https://doi.org/10.5772/67211>
- Yashchin, E. (1993). Performance of CUSUM Control Schemes for Serially Correlated Observations. *Technometrics*, 35(1), 37–52. <https://doi.org/10.1080/00401706.1993.10484992>
- Zhang, N. F. (1998). A Statistical Control Chart for Stationary Process Data. *Technometrics*, 40(1), 24–38. <https://doi.org/10.2307/1271390>

Anexo A – Tabelas e Gráficos das Constantes

Tabela A. 1 - Fatores para as cartas de controle tradicionais de variáveis (Retirado de Requeijo & Pereira, 2012)

Dimensão Amostra <i>n</i>	Carta da Média				Carta do Desvio Padrão				Carta de Amplitudes					
	Fatores Limites Controle		Fatores Linha Central		Fatores para Limites de Controle		Fatores para Limites de Controle		Fatores para Limites de Controle		Fatores para Limites de Controle			
	A	A ₂	A ₃	d ₂	c ₄	B ₃	B ₄	B ₅	B ₆	d ₃	D ₁	D ₂	D ₃	D ₄
2	2,121	1,881	2,659	1,128	0,7979	0	3,267	0	2,606	0,853	0	3,686	0	3,267
3	1,732	1,023	1,954	1,693	0,8862	0	2,568	0	2,276	0,888	0	4,358	0	2,574
4	1,500	0,729	1,628	2,059	0,9213	0	2,266	0	2,088	0,880	0	4,698	0	2,282
5	1,342	0,577	1,427	2,326	0,9400	0	2,089	0	1,964	0,864	0	4,918	0	2,114
6	1,225	0,483	1,287	2,534	0,9515	0,030	1,970	0,029	1,874	0,848	0	5,078	0	2,004
7	1,134	0,419	1,182	2,704	0,9594	0,118	1,882	0,113	1,806	0,833	0,204	5,204	0,076	1,924
8	1,061	0,373	1,099	2,847	0,9650	0,185	1,815	0,179	1,751	0,820	0,388	5,306	0,136	1,864
9	1,000	0,337	1,032	2,970	0,9693	0,239	1,761	0,232	1,707	0,808	0,547	5,393	0,184	1,816
10	0,949	0,308	0,975	3,078	0,9727	0,284	1,716	0,276	1,669	0,797	0,687	5,469	0,223	1,777
11	0,905	0,285	0,927	3,173	0,9754	0,321	1,679	0,313	1,637	0,787	0,811	5,535	0,256	1,744
12	0,866	0,266	0,886	3,258	0,9776	0,354	1,646	0,346	1,610	0,778	0,922	5,594	0,283	1,717
13	0,832	0,249	0,850	3,336	0,9794	0,382	1,618	0,374	1,585	0,770	1,025	5,647	0,307	1,693
14	0,802	0,235	0,817	3,407	0,9810	0,406	1,594	0,399	1,563	0,763	1,118	5,696	0,328	1,672
15	0,775	0,223	0,789	3,472	0,9823	0,428	1,572	0,421	1,544	0,756	1,203	5,741	0,347	1,653
16	0,750	0,212	0,763	3,532	0,9835	0,448	1,552	0,440	1,526	0,750	1,282	5,782	0,363	1,637
17	0,728	0,203	0,739	3,588	0,9845	0,466	1,534	0,458	1,511	0,744	1,356	5,820	0,378	1,622
18	0,707	0,194	0,718	3,640	0,9854	0,482	1,518	0,475	1,496	0,739	1,424	5,856	0,391	1,608
19	0,688	0,187	0,698	3,689	0,9862	0,497	1,503	0,490	1,483	0,734	1,487	5,891	0,403	1,597
20	0,671	0,180	0,680	3,735	0,9869	0,510	1,490	0,504	1,470	0,729	1,549	5,921	0,415	1,585
21	0,655	0,173	0,663	3,778	0,9876	0,523	1,477	0,516	1,459	0,724	1,605	5,951	0,425	1,575
22	0,640	0,167	0,647	3,819	0,9882	0,534	1,466	0,528	1,448	0,720	1,659	5,979	0,434	1,566
23	0,626	0,162	0,633	3,858	0,9887	0,545	1,455	0,539	1,438	0,716	1,710	6,006	0,443	1,557
24	0,612	0,157	0,619	3,895	0,9892	0,555	1,445	0,549	1,429	0,712	1,759	6,031	0,451	1,548
25	0,600	0,153	0,606	3,931	0,9896	0,565	1,435	0,559	1,420	0,708	1,806	6,056	0,459	1,541

Para $n > 25$

$$A = \frac{3}{\sqrt{n}} \quad A_3 = \frac{3}{c_4 \sqrt{n}} \quad B_3 = 1 - \frac{3\sqrt{1-c_4^2}}{c_4} \quad B_4 = 1 + \frac{3\sqrt{1-c_4^2}}{c_4} \quad B_5 = c_4 - 3\sqrt{1-c_4^2} \quad B_6 = c_4 + 3\sqrt{1-c_4^2}$$

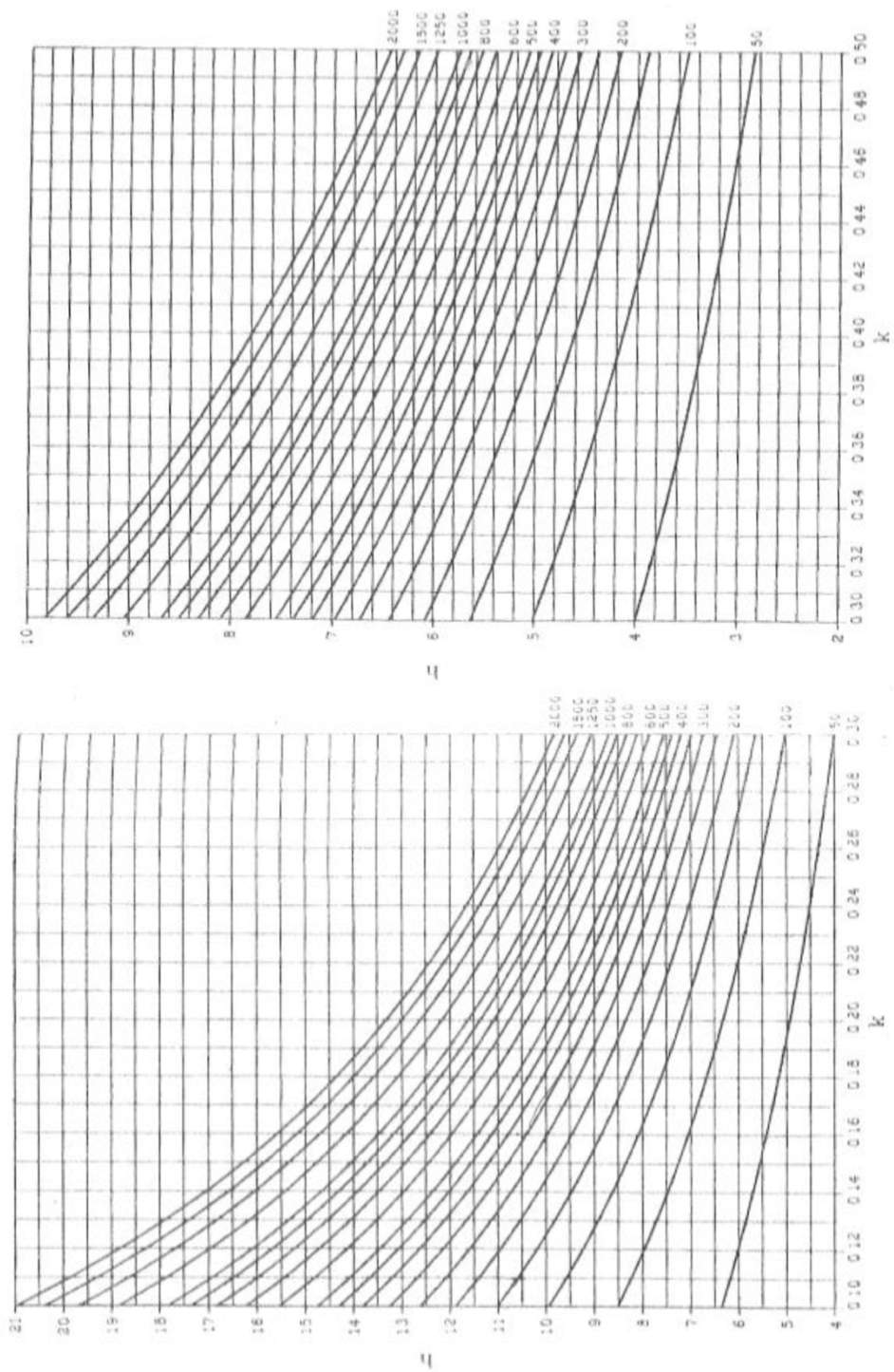


Figura A. 1- Combinação de k e h da carta CUSUM, com $C_0=0$ e $T_0=0$ para diferentes valores de ARL_{EC} (Retirado de Requeijo & Pereira, 2012)

Anexo B – Tabelas com os dados do estudo de caso

Tabela B. 1- Dados em bruto para as 5 características para a Coral Branca (Fase I)

Nº	Ano	Álcool (% peso (A))	Extrato Primitivo (°P)	Estabilidade Espuma (s/cm)	Turvac (EBC)	Amargor (EBC)
1	2020	3,870	10,936	79,000	0,380	15,450
2	2020	3,860	10,936	80,000	0,390	13,900
3	2020	3,900	11,050	78,000	0,420	13,900
4	2020	3,810	11,045	79,000	0,400	15,200
5	2020	3,840	10,841	77,000	0,370	14,350
6	2020	3,810	10,920	76,500	0,340	13,500
7	2020	3,800	10,920	76,000	0,350	13,750
8	2020	3,830	10,938	74,000	0,450	15,150
9	2020	3,830	11,072	79,000	0,380	14,300
10	2020	3,850	11,206	80,000	0,400	13,650
11	2020	3,845	11,173	84,000	0,430	13,750
12	2020	3,827	11,057	70,000	0,405	15,025
13	2020	3,820	11,092	75,000	0,440	14,450
14	2020	3,825	10,996	73,000	0,420	14,150
15	2020	3,840	11,043	69,000	0,330	14,700
16	2020	3,860	11,070	70,000	0,410	15,400
17	2020	3,845	11,076	81,000	0,440	15,550
18	2020	3,860	11,061	73,000	0,440	15,250
19	2020	3,820	11,044	65,000	0,480	16,200
20	2020	3,820	11,030	77,000	0,435	14,500
21	2020	3,765	11,042	83,333	0,397	14,967
22	2020	3,820	11,044	76,000	0,400	14,050
23	2020	3,810	11,016	79,000	0,350	14,050
24	2020	3,745	10,803	82,000	0,440	14,325
25	2020	3,760	10,871	84,000	0,455	14,375
26	2020	3,775	10,895	88,000	0,460	14,600
27	2020	3,770	10,890	82,000	0,410	14,350
28	2020	3,780	11,027	73,000	0,490	14,950
29	2020	3,750	10,884	73,000	0,440	14,150
30	2020	3,750	10,870	75,000	0,430	13,850
31	2020	3,770	10,950	80,000	0,480	14,400
32	2020	3,770	10,893	78,000	0,440	14,750
33	2020	3,750	10,913	76,000	0,445	13,850
34	2020	3,780	10,902	75,000	0,450	13,550
35	2020	3,755	10,932	75,000	0,395	13,950
36	2020	3,770	10,926	75,500	0,425	13,150
37	2020	3,780	10,950	76,000	0,400	12,250

38	2020	3,765	10,893	76,000	0,390	13,250
39	2020	3,773	10,925	81,000	0,373	14,167
40	2020	3,780	10,921	82,000	0,470	12,700
41	2020	3,772	10,921	86,000	0,403	13,050
42	2020	3,733	10,795	77,333	0,340	13,100
43	2020	3,700	10,741	74,667	0,393	12,775
44	2020	3,738	10,935	81,000	0,430	13,950
45	2020	3,749	10,967	74,000	0,405	13,350
46	2020	3,760	10,999	71,000	0,400	14,150
47	2020	3,795	10,949	78,000	0,440	13,000
48	2020	3,760	10,932	69,000	0,450	13,550
49	2020	3,750	10,855	70,000	0,430	13,400
50	2020	3,730	10,813	71,000	0,370	13,400
51	2020	3,705	10,742	76,500	0,360	13,400
52	2020	3,735	10,846	74,000	0,400	13,900
53	2020	3,740	10,836	77,000	0,427	13,800
54	2020	3,700	10,747	72,000	0,453	13,700
55	2020	3,700	10,771	80,000	0,480	13,600
56	2020	3,690	10,796	83,000	0,480	14,100
57	2020	3,700	10,805	76,500	0,520	12,750
58	2020	3,670	10,736	74,000	0,500	13,125
59	2020	3,680	10,796	75,000	0,480	13,500
60	2020	3,700	10,771	74,000	0,500	12,600
61	2020	3,700	10,771	82,000	0,510	13,650
62	2020	3,655	10,715	81,000	0,425	14,375
63	2020	3,660	10,744	73,000	0,400	13,450
64	2020	3,670	10,772	81,000	0,450	14,550
65	2020	3,677	10,762	71,333	0,420	13,850
66	2020	3,680	10,743	69,000	0,470	13,700
67	2020	3,660	10,826	74,667	0,430	14,500
68	2020	3,658	10,772	75,000	0,500	13,000
69	2020	3,655	10,718	73,000	0,380	14,300
70	2020	3,695	10,781	71,500	0,370	13,950
71	2020	3,723	10,741	70,000	0,375	14,400
72	2020	3,733	10,737	75,333	0,380	13,500
73	2020	3,725	10,727	72,000	0,370	13,900
74	2020	3,710	10,709	77,000	0,400	13,950
75	2020	3,710	10,694	76,000	0,393	13,750
76	2020	3,740	10,764	75,500	0,387	13,550
77	2020	3,700	10,723	75,000	0,380	13,250
78	2020	3,705	10,718	74,500	0,380	13,250
79	2020	3,680	10,695	72,000	0,350	13,750
80	2020	3,710	10,694	85,000	0,340	11,350

81	2020	3,685	10,685	76,000	0,340	14,050
82	2020	3,710	10,722	80,000	0,380	13,700
83	2020	3,750	10,788	75,000	0,360	13,550
84	2020	3,745	10,726	71,000	0,350	14,750
85	2020	3,750	10,846	76,500	0,320	13,450
86	2020	3,760	10,759	73,750	0,360	13,500
87	2020	3,745	10,839	71,000	0,370	13,100
88	2020	3,730	10,720	68,000	0,430	13,700
89	2020	3,755	10,797	73,500	0,390	12,550
90	2020	3,790	10,853	73,000	0,350	13,000
91	2020	3,725	10,674	70,000	0,360	13,550
92	2020	3,740	10,740	67,000	0,340	12,500
93	2020	3,710	10,694	68,250	0,390	13,750
94	2020	3,685	10,647	69,500	0,390	13,600
95	2020	3,750	10,749	72,250	0,370	14,000
96	2020	3,675	10,662	75,000	0,390	14,350
97	2020	3,695	10,680	63,000	0,370	14,400
98	2020	3,720	10,693	68,000	0,390	13,900
99	2020	3,700	10,598	69,000	0,380	13,250
100	2020	3,750	10,725	61,000	0,360	13,600
101	2020	3,735	10,702	64,000	0,360	14,200
102	2020	3,740	10,750	65,000	0,330	14,150
103	2020	3,710	10,722	66,000	0,350	13,050
104	2020	3,700	10,665	65,500	0,380	14,950
105	2020	3,735	10,678	65,000	0,350	13,250
106	2020	3,710	10,722	59,000	0,370	12,700
107	2020	3,785	10,767	74,000	0,360	12,850
108	2020	3,710	10,694	66,000	0,360	14,450
109	2020	3,800	10,824	67,000	0,360	14,250
110	2020	3,780	10,750	68,000	0,340	12,650
111	2020	3,760	10,787	69,000	0,353	12,900
112	2020	3,790	10,873	70,000	0,367	13,150
113	2020	3,755	10,783	71,000	0,380	13,400
114	2020	3,765	10,821	68,750	0,380	13,500
115	2020	3,805	10,862	66,500	0,340	12,900
116	2020	3,830	10,890	60,000	0,360	12,750
117	2020	3,780	10,801	68,000	0,340	14,550
118	2020	3,760	10,711	69,500	0,360	13,650
119	2020	3,750	10,711	71,000	0,330	14,500
120	2020	3,730	10,640	72,000	0,330	14,100
121	2020	3,750	10,634	60,000	0,360	13,650
122	2020	3,730	10,645	68,000	0,360	13,850
123	2020	3,760	10,739	68,000	0,370	13,250

124	2020	3,720	10,645	66,000	0,380	13,800
125	2020	3,730	10,712	65,000	0,380	13,100
126	2020	3,670	10,623	65,500	0,380	13,900
127	2020	3,710	10,670	69,000	0,410	14,250
128	2020	3,720	10,693	65,000	0,380	14,400
129	2020	3,720	10,693	68,000	0,380	13,950
130	2020	3,755	10,760	71,000	0,380	13,500
131	2020	3,795	10,829	71,000	0,385	14,100
132	2020	3,800	10,853	71,000	0,360	13,900
133	2020	3,765	10,782	70,000	0,380	13,700
134	2020	3,750	10,932	71,000	0,380	14,450
135	2020	3,770	10,965	68,500	0,350	13,850
136	2020	3,740	10,885	70,000	0,330	14,000
137	2020	3,700	10,819	67,000	0,320	13,950
138	2020	3,795	10,973	67,000	0,370	14,350
139	2020	3,830	10,875	67,000	0,380	13,200
140	2020	3,800	10,853	68,000	0,390	13,350
141	2020	3,830	10,832	69,000	0,415	13,250
142	2020	3,820	10,794	75,000	0,410	14,000
143	2020	3,795	10,776	68,500	0,470	13,500
144	2020	3,795	10,767	69,000	0,390	13,150
145	2020	3,800	10,805	71,500	0,420	13,100
146	2020	3,833	10,880	74,000	0,430	13,000
147	2020	3,790	10,776	71,000	0,430	14,700
148	2020	3,745	10,663	71,000	0,430	14,600
149	2020	3,750	10,634	76,000	0,430	14,350
150	2020	3,740	10,663	73,000	0,420	14,150
151	2020	3,795	10,651	68,500	0,423	13,200
152	2020	3,790	10,680	63,000	0,427	13,125
153	2020	3,790	10,680	73,000	0,430	13,050
154	2020	3,760	10,691	70,500	0,450	13,300
155	2020	3,780	10,710	68,000	0,460	13,100
156	2020	3,795	10,728	68,000	0,430	13,450
157	2020	3,800	10,757	71,000	0,510	12,950
158	2020	3,800	10,776	68,000	0,480	11,650
159	2020	3,820	10,823	70,000	0,410	12,650
160	2020	3,783	10,706	70,500	0,480	13,925
161	2020	3,820	10,794	71,000	0,470	13,438
162	2020	3,815	10,790	72,000	0,460	12,950
163	2020	3,800	10,814	68,000	0,510	13,500
164	2020	3,790	10,752	74,500	0,470	13,100
165	2020	3,775	10,772	73,000	0,400	13,750
166	2020	3,760	10,884	75,000	0,412	13,700

167	2020	3,765	10,883	73,000	0,423	14,150
168	2020	3,720	10,765	71,000	0,435	13,850
169	2020	3,750	10,846	71,000	0,485	13,550
170	2020	3,787	10,889	71,000	0,497	13,000
171	2020	3,775	10,864	73,500	0,500	12,750
172	2020	3,750	10,807	67,000	0,490	14,450
173	2020	3,777	10,960	74,000	0,440	13,125
174	2020	3,700	10,886	70,500	0,420	14,200
175	2020	3,710	10,934	67,000	0,410	14,550
176	2020	3,800	11,074	75,000	0,440	12,750
177	2020	3,765	10,980	71,500	0,425	13,150
178	2020	3,780	10,979	68,000	0,420	13,450
179	2021	3,763	10,790	69,000	0,435	12,225
180	2021	3,670	10,754	73,500	0,440	12,500
181	2021	3,730	10,717	71,000	0,455	13,750
182	2021	3,750	10,737	70,000	0,400	12,950
183	2021	3,800	10,824	76,000	0,380	11,750
184	2021	3,740	10,760	70,000	0,410	12,950
185	2021	3,820	10,871	70,000	0,460	12,600
186	2021	3,770	10,854	67,000	0,470	13,600
187	2021	3,760	10,739	68,000	0,500	12,550
188	2021	3,790	10,805	72,000	0,530	12,250
189	2021	3,860	10,888	74,000	0,400	12,000
190	2021	3,860	10,888	81,000	0,490	13,250
191	2021	3,875	10,921	78,333	0,468	12,550
192	2021	3,805	10,901	75,667	0,445	13,850
193	2021	3,790	10,800	74,500	0,450	12,625
194	2021	3,820	10,823	81,000	0,420	13,750
195	2021	3,755	10,898	77,000	0,390	14,500
196	2021	3,785	10,918	69,500	0,380	13,275
197	2021	3,830	11,005	68,000	0,380	13,350
198	2021	3,810	11,004	79,000	0,380	14,500
199	2021	3,830	11,005	82,000	0,375	14,600
200	2021	3,790	10,908	75,000	0,395	13,450
201	2021	3,770	10,883	77,000	0,390	14,100
202	2021	3,810	11,030	72,000	0,390	13,200
203	2021	3,810	11,045	75,000	0,370	13,450
204	2021	3,860	11,013	67,000	0,410	13,150
205	2021	3,850	11,062	65,000	0,370	14,600
206	2021	3,840	11,110	70,000	0,370	13,000
207	2021	3,855	11,196	65,500	0,385	12,975
208	2021	3,745	11,002	74,000	0,365	13,400
209	2021	3,780	10,809	73,000	0,350	12,525

210	2021	3,770	10,787	68,000	0,370	11,250
211	2021	3,733	10,862	78,000	0,400	12,400
212	2021	3,760	10,845	73,000	0,380	12,450
213	2021	3,700	10,935	74,833	0,370	13,400
214	2021	3,730	10,823	76,667	0,360	13,400
215	2021	3,735	10,793	78,500	0,320	13,150
216	2021	3,785	10,863	64,000	0,340	13,700
217	2021	3,770	10,845	64,000	0,360	13,250
218	2021	3,790	10,815	67,000	0,370	12,700
219	2021	3,870	10,965	62,000	0,360	12,100
220	2021	3,770	10,806	63,500	0,360	12,500
221	2021	3,810	10,747	65,000	0,390	11,400
222	2021	3,805	10,843	66,500	0,390	12,600
223	2021	3,750	10,663	68,500	0,380	13,000
224	2021	3,740	10,769	67,000	0,380	11,800
225	2021	3,770	10,739	69,000	0,350	11,800
226	2021	3,795	10,940	67,000	0,390	14,200
227	2021	3,780	10,950	68,000	0,350	14,500
228	2021	3,785	10,902	74,000	0,380	13,650
229	2021	3,765	10,951	72,000	0,430	13,750
230	2021	3,740	10,865	70,000	0,430	14,700
231	2021	3,750	10,884	71,000	0,388	14,675
232	2021	3,768	10,929	72,500	0,347	14,650
233	2021	3,755	10,908	70,500	0,420	14,800
234	2021	3,685	10,805	68,500	0,350	14,400
235	2021	3,710	10,800	74,000	0,370	14,200
236	2021	3,810	11,021	73,000	0,350	14,850
237	2021	3,785	10,979	68,000	0,370	14,975
238	2021	3,773	10,895	63,000	0,390	13,400
239	2021	3,740	10,904	64,000	0,380	14,250
240	2021	3,730	10,891	65,000	0,380	14,400
241	2021	3,710	10,850	65,000	0,450	13,300
242	2021	3,700	10,771	65,000	0,390	13,900
243	2021	3,700	10,771	66,000	0,405	14,050
244	2021	3,740	10,861	67,000	0,420	14,200
245	2021	3,800	10,944	67,000	0,370	14,500
246	2021	3,787	10,940	70,500	0,375	13,725
247	2021	3,810	11,045	75,000	0,390	15,250
248	2021	3,760	10,961	79,000	0,420	14,700
249	2021	3,800	10,978	72,000	0,390	14,250
250	2021	3,800	10,949	70,500	0,390	14,900
251	2021	3,830	10,930	69,000	0,390	13,650
252	2021	3,783	10,874	73,333	0,430	14,200

253	2021	3,770	10,869	70,000	0,420	13,850
254	2021	3,790	10,930	78,000	0,410	13,500
255	2021	3,800	10,866	65,667	0,420	14,250
256	2021	3,780	10,883	62,000	0,410	14,100
257	2021	3,800	10,877	67,000	0,380	14,200
258	2021	3,790	10,840	67,000	0,430	13,750
259	2021	3,795	10,887	70,000	0,400	14,050
260	2021	3,765	10,855	67,000	0,490	14,650
261	2021	3,755	10,893	70,500	0,430	14,300
262	2021	3,760	10,855	74,000	0,400	14,550
263	2021	3,807	10,971	68,500	0,390	12,650
264	2021	3,775	10,936	72,500	0,390	13,050
265	2021	3,790	10,949	71,000	0,430	13,450
266	2021	3,710	10,992	66,000	0,460	13,900
267	2021	3,765	10,921	70,000	0,390	13,450
268	2021	3,790	10,978	70,000	0,380	14,400
269	2021	3,770	10,931	75,000	0,370	14,850
270	2021	3,750	10,850	79,000	0,440	13,450
271	2021	3,777	10,937	68,000	0,360	14,800
272	2021	3,760	10,845	81,000	0,380	15,000
273	2021	3,775	10,926	71,000	0,420	13,600
274	2021	3,770	10,955	66,000	0,400	13,800
275	2021	3,750	10,961	61,000	0,430	14,850
276	2021	3,727	10,936	65,500	0,390	15,850
277	2021	3,703	11,063	70,000	0,410	15,100
278	2021	3,680	11,061	72,000	0,400	15,400
279	2021	3,740	10,961	74,000	0,365	14,200
280	2021	3,820	10,996	68,000	0,330	14,750
281	2021	3,820	10,972	68,500	0,380	14,250
282	2021	3,820	10,980	65,000	0,415	13,000
283	2021	3,810	10,940	68,750	0,450	14,150
284	2021	3,820	10,964	72,500	0,370	14,150
285	2021	3,793	10,917	68,667	0,375	13,600
286	2021	3,770	10,883	66,000	0,400	13,600
287	2021	3,800	10,920	67,000	0,370	14,250
288	2021	3,760	10,807	76,000	0,350	14,350
289	2021	3,780	10,878	71,000	0,360	15,450
290	2021	3,770	10,845	71,500	0,400	15,100
291	2021	3,780	10,830	70,000	0,410	14,400
292	2021	3,775	10,806	73,000	0,400	15,800
293	2021	3,765	10,807	67,000	0,415	15,350
294	2021	3,773	10,810	70,000	0,420	16,350
295	2021	3,770	10,758	76,000	0,420	15,500

296	2021	3,740	10,865	79,000	0,430	15,200
297	2021	3,810	10,872	77,250	0,400	15,400
298	2021	3,757	10,855	75,500	0,370	15,600
299	2021	3,785	10,878	74,667	0,420	14,750
300	2021	3,800	10,901	73,833	0,405	14,900
301	2021	3,800	10,901	73,000	0,400	15,500
302	2021	3,800	10,901	76,000	0,420	14,600
303	2021	3,805	10,901	65,000	0,360	14,200
304	2021	3,810	10,900	70,000	0,400	14,900
305	2021	3,790	10,853	70,000	0,380	14,750
306	2021	3,700	10,723	62,000	0,330	15,400
307	2021	3,800	10,896	70,500	0,360	14,900
308	2021	3,815	10,871	73,000	0,360	15,250
309	2021	3,780	10,873	75,500	0,360	14,050
310	2021	3,760	10,859	78,000	0,350	15,725
311	2021	3,760	10,795	75,500	0,380	14,775
312	2021	3,770	10,777	73,000	0,380	14,500
313	2021	3,740	10,836	75,000	0,380	14,650
314	2021	3,790	10,829	73,500	0,380	13,900
315	2021	3,800	10,860	78,000	0,400	14,500
316	2021	3,750	10,788	81,000	0,350	15,000
317	2021	3,775	10,864	76,000	0,400	15,100
318	2021	3,811	10,873	79,667	0,390	14,150
319	2021	3,790	10,892	70,000	0,385	14,200
320	2021	3,780	10,782	76,500	0,380	14,250
321	2021	3,790	10,844	75,000	0,350	14,625
322	2021	3,760	10,750	77,000	0,410	15,600
323	2021	3,773	10,830	77,250	0,350	14,650
324	2021	3,767	10,803	75,000	0,360	14,150
325	2021	3,820	10,948	79,000	0,340	13,900
326	2021	3,725	10,825	70,000	0,350	14,175
327	2021	3,710	10,718	74,000	0,350	14,450
328	2021	3,717	10,741	70,000	0,350	15,300
329	2021	3,780	10,883	68,000	0,365	15,050
330	2021	3,755	10,860	66,000	0,380	14,800
331	2021	3,770	10,864	74,000	0,380	14,950
332	2021	3,765	10,821	73,000	0,370	15,000
333	2021	3,790	10,901	78,000	0,380	14,400
334	2021	3,750	10,810	76,000	0,375	14,850
335	2021	3,760	10,845	74,000	0,360	16,400
336	2021	3,760	10,893	73,000	0,400	15,500
337	2021	3,760	10,860	76,000	0,340	14,600
338	2021	3,735	10,774	77,000	0,400	15,650

339	2021	3,730	10,722	75,000	0,390	15,000
340	2021	3,720	10,746	78,000	0,340	14,700
341	2021	3,750	10,798	74,000	0,380	14,500
342	2021	3,745	10,788	73,000	0,376	15,750
343	2021	3,740	10,827	69,000	0,371	14,850
344	2021	3,670	10,753	78,000	0,367	14,200
345	2021	3,690	10,771	69,000	0,363	15,050
346	2021	3,740	10,769	73,000	0,359	15,150
347	2021	3,730	10,693	78,000	0,354	14,800
348	2021	3,725	10,770	69,000	0,350	14,750
349	2021	3,740	10,788	76,000	0,370	15,650
350	2021	3,750	10,778	72,000	0,390	13,950
351	2021	3,760	10,807	72,000	0,380	13,650
352	2021	3,760	10,778	76,000	0,390	13,250
353	2021	3,720	10,751	75,000	0,400	14,450
354	2021	3,740	10,836	73,000	0,420	15,150
355	2021	3,705	10,790	74,500	0,420	15,550
356	2021	3,700	10,790	79,000	0,440	15,250
357	2021	3,730	10,914	79,333	0,400	13,600
358	2021	3,690	10,820	79,667	0,410	15,550
359	2022	3,740	10,904	80,000	0,410	14,450
360	2022	3,725	10,861	78,000	0,460	13,950
361	2022	3,720	10,857	76,000	0,510	15,400
362	2022	3,730	10,880	75,000	0,410	14,600
363	2022	3,725	10,784	74,500	0,430	15,900
364	2022	3,750	10,807	74,000	0,420	14,700
365	2022	3,730	10,856	74,500	0,420	14,650
366	2022	3,720	10,828	71,000	0,420	14,550
367	2022	3,745	10,865	72,500	0,420	15,000
368	2022	3,738	10,852	74,000	0,433	12,975
369	2022	3,740	10,865	73,000	0,450	15,200
370	2022	3,740	10,933	75,000	0,450	15,750
371	2022	3,760	10,864	76,000	0,450	15,750
372	2022	3,740	10,808	77,000	0,430	13,900
373	2022	3,750	10,865	80,000	0,470	14,450
374	2022	3,710	10,838	76,000	0,470	13,150
375	2022	3,740	10,875	81,000	0,460	13,500
376	2022	3,690	11,041	79,000	0,450	14,050
377	2022	3,660	10,917	76,000	0,460	14,700
378	2022	3,725	10,914	76,500	0,440	14,600
379	2022	3,705	10,819	73,000	0,450	14,550
380	2022	3,713	10,863	80,000	0,430	14,200
381	2022	3,750	10,903	78,250	0,430	14,300

382	2022	3,735	10,866	76,500	0,430	14,100
383	2022	3,750	10,788	77,000	0,430	14,600
384	2022	3,720	10,847	77,500	0,470	15,050
385	2022	3,710	10,819	62,000	0,500	13,850
386	2022	3,690	10,800	70,000	0,440	14,500
387	2022	3,720	10,886	76,000	0,430	14,500
388	2022	3,750	10,807	75,000	0,435	14,525
389	2022	3,740	10,760	75,500	0,440	14,550
390	2022	3,735	10,745	75,000	0,450	14,550
391	2022	3,750	10,759	77,000	0,460	14,500
392	2022	3,730	10,702	82,000	0,470	12,850
393	2022	3,770	10,874	77,000	0,460	13,950
394	2022	3,740	10,731	79,500	0,460	14,650
395	2022	3,740	10,716	77,500	0,455	14,500
396	2022	3,743	10,734	81,000	0,490	14,000
397	2022	3,740	10,711	78,500	0,420	14,400
398	2022	3,730	10,722	76,000	0,430	13,900
399	2022	3,740	10,740	76,000	0,435	13,650
400	2022	3,760	10,759	76,000	0,430	14,200
401	2022	3,770	10,845	75,000	0,440	13,700
402	2022	3,780	10,753	74,000	0,445	14,100
403	2022	3,780	10,738	75,000	0,400	14,500
404	2022	3,760	10,691	75,000	0,380	14,125
405	2022	3,790	10,815	64,000	0,440	13,750
406	2022	3,790	10,805	78,000	0,430	13,550
407	2022	3,810	10,835	75,000	0,420	14,100
408	2022	3,820	10,881	76,000	0,430	14,700
409	2022	3,725	10,943	74,500	0,395	14,550
410	2022	3,720	10,866	71,000	0,430	14,450
411	2022	3,790	10,911	74,000	0,405	13,550
412	2022	3,805	10,905	75,500	0,415	12,800
413	2022	3,790	10,949	81,000	0,380	15,600
414	2022	3,800	10,901	72,000	0,390	13,600
415	2022	3,780	10,767	77,000	0,405	14,650
416	2022	3,770	10,922	74,000	0,420	13,800
417	2022	3,790	10,870	74,000	0,390	14,050
418	2022	3,720	10,751	77,000	0,388	14,263
419	2022	3,795	10,823	82,500	0,385	14,475
420	2022	3,780	10,863	81,000	0,430	14,700
421	2022	3,790	10,825	72,000	0,405	14,725
422	2022	3,770	10,749	85,000	0,380	14,750
423	2022	3,810	10,862	76,000	0,390	13,250
424	2022	3,830	10,880	75,000	0,400	13,050

425	2022	3,810	10,852	75,000	0,390	13,500
426	2022	3,760	10,783	73,500	0,410	14,450
427	2022	3,770	10,806	72,000	0,380	14,150
428	2022	3,765	10,792	78,500	0,410	14,100
429	2022	3,775	10,849	76,000	0,410	13,650
430	2022	3,770	10,845	75,000	0,410	14,200
431	2022	3,770	10,749	84,500	0,330	14,400
432	2022	3,760	10,759	87,000	0,360	13,950
433	2022	3,770	10,821	80,000	0,360	14,500
434	2022	3,840	10,937	76,000	0,320	13,900
435	2022	3,830	10,928	76,000	0,330	14,500
436	2022	3,795	10,834	77,000	0,380	14,600
437	2022	3,810	10,929	75,000	0,390	14,750
438	2022	3,790	10,825	72,000	0,390	13,200
439	2022	3,790	10,844	72,500	0,380	15,900
440	2022	3,780	10,806	73,000	0,380	15,100
441	2022	3,700	10,733	75,000	0,380	15,700
442	2022	3,780	10,825	76,000	0,350	15,850
443	2022	3,765	10,840	76,500	0,350	14,800
444	2022	3,760	10,778	78,000	0,320	15,700
445	2022	3,820	10,948	78,000	0,330	15,300
446	2022	3,810	10,872	75,000	0,390	15,450
447	2022	3,780	10,863	76,500	0,400	15,375
448	2022	3,790	10,868	78,500	0,405	15,300
449	2022	3,780	10,847	80,500	0,400	15,750
450	2022	3,760	10,845	78,000	0,370	14,450
451	2022	3,720	10,924	76,000	0,365	15,850
452	2022	3,720	10,953	81,000	0,360	16,150
453	2022	3,760	10,860	79,000	0,355	15,550
454	2022	3,770	10,902	70,500	0,350	13,650
455	2022	3,730	10,856	78,000	0,410	14,100
456	2022	3,720	10,828	71,000	0,420	14,550
457	2022	3,800	10,843	70,000	0,320	15,850
458	2022	3,790	10,853	72,000	0,310	15,100
459	2022	3,720	10,962	73,000	0,330	14,750
460	2022	3,790	10,853	73,000	0,320	14,000
461	2022	3,740	10,798	77,000	0,350	14,850
462	2022	3,760	10,874	80,500	0,335	14,650
463	2022	3,767	10,874	72,000	0,325	13,650
464	2022	3,790	10,899	76,500	0,350	14,850
465	2022	3,770	10,874	76,000	0,340	15,200
466	2022	3,760	10,869	73,750	0,330	14,000
467	2022	3,775	10,883	71,500	0,330	14,800

468	2022	3,790	10,959	71,000	0,370	15,200
469	2022	3,790	10,940	75,000	0,350	15,300
470	2022	3,870	10,916	71,000	0,340	14,900
471	2022	3,780	10,892	75,000	0,330	14,950
472	2022	3,775	10,907	78,000	0,320	15,425
473	2022	3,720	10,751	75,000	0,320	15,600
474	2022	3,800	10,891	78,000	0,340	14,050
475	2022	3,700	11,021	82,000	0,330	15,750
476	2022	3,780	10,863	75,000	0,343	14,400
477	2022	3,810	10,900	73,000	0,357	13,050
478	2022	3,810	10,990	76,000	0,370	15,450
479	2022	3,770	10,854	76,000	0,350	15,400
480	2022	3,780	10,921	78,000	0,370	14,900
481	2022	3,760	10,864	83,000	0,313	15,650
482	2022	3,790	10,892	76,000	0,380	15,650
483	2022	3,765	10,921	75,000	0,400	15,250
484	2022	3,790	10,959	76,000	0,420	15,750
485	2022	3,760	10,905	71,500	0,425	15,175
486	2022	3,750	10,836	77,000	0,400	15,650
487	2022	3,750	10,923	77,000	0,410	13,700
488	2022	3,780	10,969	77,000	0,400	15,500
489	2022	3,730	10,830	79,000	0,400	14,400
490	2022	3,770	10,941	78,000	0,420	15,200
491	2022	3,750	10,800	77,000	0,350	15,000
492	2022	3,745	10,865	76,000	0,390	15,350
493	2022	3,790	10,892	77,000	0,350	14,000
494	2022	3,760	10,797	75,000	0,390	15,800
495	2022	3,790	10,863	74,500	0,370	15,800
496	2022	3,780	10,883	73,000	0,420	16,300
497	2022	3,760	10,874	76,000	0,360	15,950
498	2022	3,790	10,949	82,000	0,400	17,100
499	2022	3,800	10,896	74,500	0,460	16,450
500	2022	3,765	10,787	79,500	0,420	16,050
501	2022	3,820	10,900	74,750	0,420	15,650
502	2022	3,765	10,859	70,000	0,360	15,550
503	2022	3,810	10,872	69,000	0,420	15,500
504	2022	3,810	10,881	68,000	0,400	15,550
505	2022	3,770	10,936	67,500	0,410	16,000
506	2022	3,780	10,815	67,000	0,370	15,250
507	2022	3,810	10,843	73,000	0,370	15,950
508	2022	3,810	11,010	67,000	0,360	14,450
509	2022	3,810	10,804	71,000	0,400	14,050
510	2022	3,730	10,952	70,000	0,390	14,450

511	2022	3,770	10,835	75,000	0,380	14,850
512	2022	3,760	10,941	67,000	0,360	15,300
513	2022	3,770	10,912	68,500	0,370	14,600
514	2022	3,765	10,845	70,000	0,400	15,450
515	2022	3,785	10,860	70,000	0,355	15,375
516	2022	3,800	10,872	71,000	0,340	14,350
517	2022	3,800	10,959	72,000	0,340	16,950
518	2022	3,800	10,963	69,000	0,365	14,850
519	2022	3,800	10,925	72,500	0,350	15,075
520	2022	3,777	10,905	68,667	0,370	16,025
521	2022	3,760	10,874	65,000	0,380	16,050
522	2022	3,760	10,845	76,000	0,360	15,700
523	2022	3,720	11,059	73,000	0,390	15,650
524	2022	3,765	11,032	69,500	0,380	15,275
525	2022	3,800	10,776	68,000	0,410	14,900
526	2022	3,770	10,893	65,000	0,380	16,950
527	2022	3,775	10,883	57,000	0,400	17,000
528	2022	3,780	10,873	57,000	0,420	14,200
529	2022	3,790	10,844	61,000	0,390	15,100
530	2022	3,800	10,862	69,000	0,410	14,750
531	2022	3,790	10,868	70,000	0,425	15,450
532	2022	3,810	10,905	65,500	0,440	14,200
533	2022	3,720	10,914	70,750	0,460	14,925
534	2022	3,780	10,840	76,000	0,480	15,650
535	2022	3,780	10,892	71,250	0,460	15,500
536	2022	3,775	10,816	66,500	0,420	15,500
537	2022	3,780	10,837	69,000	0,420	14,650
538	2022	3,773	10,816	67,000	0,430	14,050
539	2022	3,680	10,810	68,000	0,420	14,350
540	2022	3,800	10,805	70,000	0,435	14,650
541	2022	3,800	10,814	68,000	0,450	13,750
542	2022	3,805	10,833	67,000	0,470	13,550
543	2022	3,765	10,782	64,000	0,490	13,500
544	2022	3,805	10,862	66,833	0,430	13,550
545	2022	3,813	10,868	69,667	0,505	14,425
546	2022	3,820	10,860	71,000	0,520	14,300
547	2022	3,780	10,883	71,000	0,450	15,000
548	2022	3,820	10,881	71,000		14,300
549	2022	3,740	10,817	75,000		15,450

Tabela B. 2 - Dados em bruto para as 5 características para a Coral Branca (Fase II)

Nº	Ano	Álcool (% peso (A))	Extrato Primitivo (°P)	Estabilidade Espuma (s/cm)	Turvac (EBC)	Amargor (EBC)
1	2023	3,780	10,910	79,000	0,560	15,300
2	2023	3,880	11,250	84,000	0,545	15,450
3	2023	3,760	10,860	81,000	0,530	14,600
4	2023	3,870	11,180	81,000	0,470	14,400
5	2023	3,820	11,100	76,000	0,440	15,100
6	2023	3,760	10,960	80,000	0,440	15,300
7	2023	3,780	10,970	77,000	0,460	13,850
8	2023	3,820	11,050	76,000	0,480	13,550
9	2023	3,800	11,000	78,000	0,453	14,550
10	2023	3,800	10,990	75,000	0,430	13,650
11	2023	3,810	11,030	76,500	0,450	13,900
12	2023	3,820	11,020	78,000	0,460	14,850
13	2023	3,820	11,045	77,000	0,490	14,150
14	2023	3,740	10,900	75,000	0,460	15,200
15	2023	3,790	10,960	73,000	0,470	14,450
16	2023	3,760	10,940	81,000	0,430	14,733
17	2023	3,720	10,840	77,000	0,430	15,017
18	2023	3,730	10,890	78,500	0,405	15,300
19	2023	3,715	10,910	74,500	0,450	15,475
20	2023	3,697	10,877	71,500	0,510	14,550
21	2023	3,728	10,913	71,333	0,493	14,550
22	2023	3,760	10,950	71,167	0,477	14,550
23	2023	3,780	10,980	71,000	0,460	14,550
24	2023	3,780	10,975	71,500	0,430	15,500
25	2023	3,788	10,974	72,000	0,438	15,650
26	2023	3,797	10,973	72,500	0,445	15,800
27	2023	3,770	10,920	71,750	0,453	15,570
28	2023	3,775	10,925	71,000	0,460	15,340
29	2023	3,730	10,820	62,000	0,380	15,450
30	2023	3,713	11,200	67,000	0,413	15,350
31	2023	3,845	10,955	68,000	0,394	14,863
32	2023	3,750	10,845	69,000	0,375	14,375
33	2023	3,830	11,890	67,000	0,390	14,050
34	2023	3,820	10,865	66,500	0,375	14,117
35	2023	3,835	10,875	66,000	0,360	14,183
36	2023	3,817	10,870	65,500	0,345	14,250
37	2023	3,840	10,905	68,000	0,360	13,400
38	2023	3,867	10,957	69,000	0,350	14,250

39	2023	3,850	10,930	60,000	0,420	14,400
40	2023	3,863	10,933	63,000	0,390	14,300
41	2023	3,810	10,880	72,500	0,360	14,500
42	2023	3,810	10,930	72,500	0,360	14,300
43	2023	3,830	10,960	75,000	0,360	14,367
44	2023	3,820	10,880	69,000	0,360	14,433
45	2023	3,810	10,920	72,000	0,360	14,500
46	2023	3,780	10,930	79,000	0,380	14,200
47	2023	3,770	10,910	80,000	0,380	13,900
48	2023	3,825	10,885	77,000	0,367	14,208
49	2023	3,790	10,820	76,833	0,353	14,517
50	2023	3,710	10,863	76,667	0,340	14,825
51	2023	3,825	10,850	73,333	0,350	14,763
52	2023	3,800	10,800	70,000	0,360	14,700
53	2023	3,800	10,790	70,500	0,395	14,850
54	2023	3,800	10,803	71,000	0,430	15,000
55	2023	3,805	10,860	72,000	0,380	14,300
56	2023	3,830	10,860	70,000	0,370	13,950
57	2023	3,810	10,850	69,444	0,377	14,025
58	2023	3,813	10,827	68,889	0,383	14,100
59	2023	3,815	10,840	68,333	0,390	14,175
60	2023	3,835	10,885	67,778	0,397	14,250
61	2023	3,810	10,850	67,222	0,403	14,325
62	2023	3,818	10,865	66,667	0,410	14,400
63	2023	3,810	10,840	66,111	0,405	14,333
64	2023	3,810	10,860	65,556	0,400	14,267
65	2023	3,817	10,833	65,000	0,395	14,200
66	2023	3,804	10,849	70,000	0,430	15,300
67	2023	3,805	10,858	72,000	0,480	14,300
68	2023	3,790	10,805	66,500	0,430	14,650
69	2023	3,820	10,820	71,000	0,433	14,583
70	2023	3,803	10,767	72,500	0,437	14,517
71	2023	3,805	10,855	74,000	0,440	14,450
72	2023	3,830	10,920	68,000	0,455	14,475
73	2023	3,810	10,865	68,000	0,470	14,500
74	2023	3,800	10,870	70,000	0,400	13,600
75	2023	3,820	10,840	67,000	0,420	14,100
76	2023	3,793	10,880	73,333	0,420	14,150
77	2023	3,860	10,985	75,000	0,420	14,150
78	2023	3,817	10,860	76,000	0,400	13,300
79	2023	3,740	10,880	75,500	0,407	13,667
80	2023	3,787	11,013	75,000	0,413	14,033
81	2023	3,810	10,890	72,000	0,420	14,400

82	2023	3,767	10,917	73,500	0,420	14,025
83	2023	3,800	11,020	75,000	0,419	13,650
84	2023	3,855	10,943	69,000	0,419	13,275
85	2023	3,800	10,900	69,000	0,418	13,500
86	2023	3,760	10,740	70,000	0,418	13,692
87	2023	3,830	10,950	65,000	0,418	13,883
88	2023	3,833	10,905	68,000	0,417	14,075
89	2023	3,828	10,940	71,000	0,417	14,317
90	2023	3,810	10,883	72,000	0,390	14,200
91	2023	3,780	10,863	69,000	0,387	14,800
92	2023	3,790	10,960	69,500	0,414	14,617
93	2023	3,820	10,957	70,000	0,442	14,433
94	2023	3,793	10,943	70,000	0,470	14,250
95	2023	3,670	11,070	72,000	0,520	14,950
96	2023	3,730	11,005	70,167	0,483	14,528
97	2023	3,790	10,940	68,333	0,447	14,106
98	2023	3,777	10,877	66,500	0,410	13,683
99	2023	3,834	10,983	67,000	0,390	15,150
100	2023	3,663	10,660	63,000	0,400	14,150
101	2023	3,763	10,897	64,500	0,380	13,925
102	2023	3,862	11,134	66,000	0,360	13,700
103	2023	3,790	10,965	67,000	0,410	14,000
104	2023	3,708	10,973	74,333	0,430	13,233
105	2023	3,757	10,950	71,667	0,427	13,122
106	2023	3,800	10,850	69,000	0,423	13,011
107	2023	3,810	10,885	66,333	0,420	12,900
108	2023	3,817	10,940	68,000	0,430	12,800
109	2023	3,805	10,905	63,000	0,450	15,050
110	2023	3,810	10,960	65,000	0,430	14,050
111	2023	3,796	10,886	75,000	0,430	14,100
112	2023	3,767	10,860	71,000	0,410	14,100
113	2023	3,800	10,898	69,500	0,430	13,950
114	2023	3,800	10,868	68,000	0,450	13,800
115	2023	3,856	10,970	67,667	0,443	13,983
116	2023	3,810	10,920	65,833	0,442	13,742
117	2023	3,820	10,814	64,000	0,440	13,500
118	2023	3,805	10,990			
119	2023	3,750	11,110			

Anexo C – Modelação inicial

Anexo C.1- Estabilidade de Espuma

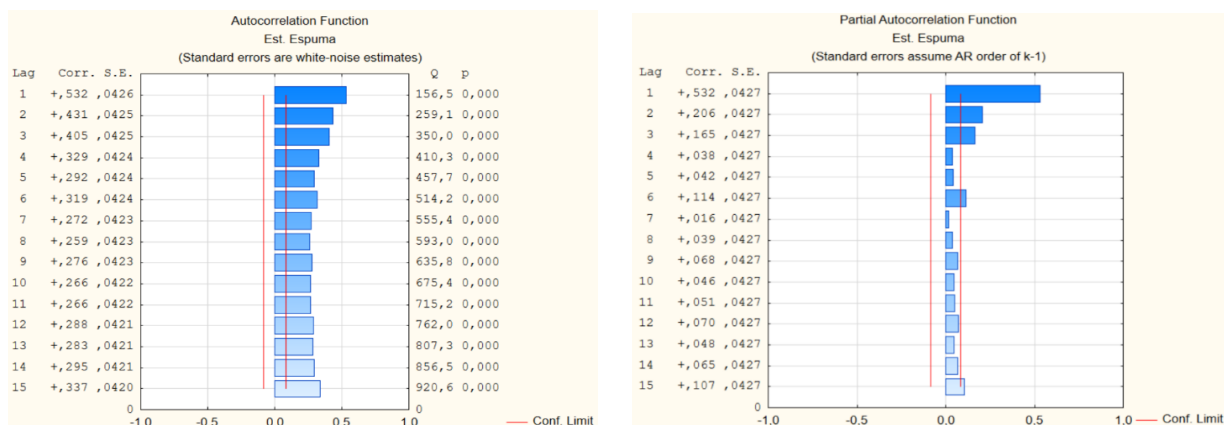


Figura C. 1-FACE e FACPE referentes à caraterística Estabilidade de Espuma

Tabela C. 1-Parâmetros do modelo AR (3) referentes à caraterística Estabilidade de Espuma

Caraterística: Estabilidade de Espuma						
Transformação: Não						
Modelo: (3,0,0) MS Residual = 17,894						
	Parâmetro	Desvio Padrão	t_0	p	$\alpha = 5\%$	
					Limite Inferior	Limite Superior
Constante	73,018	0,578	126,419	0,000	71,883	74,152
ϕ_1	0,389	0,042	9,195	0,000	0,306	0,472
ϕ_2	0,136	0,045	3,912	0,003	0,047	0,224
ϕ_3	0,166	0,042	3,912	0,000	0,082	0,249

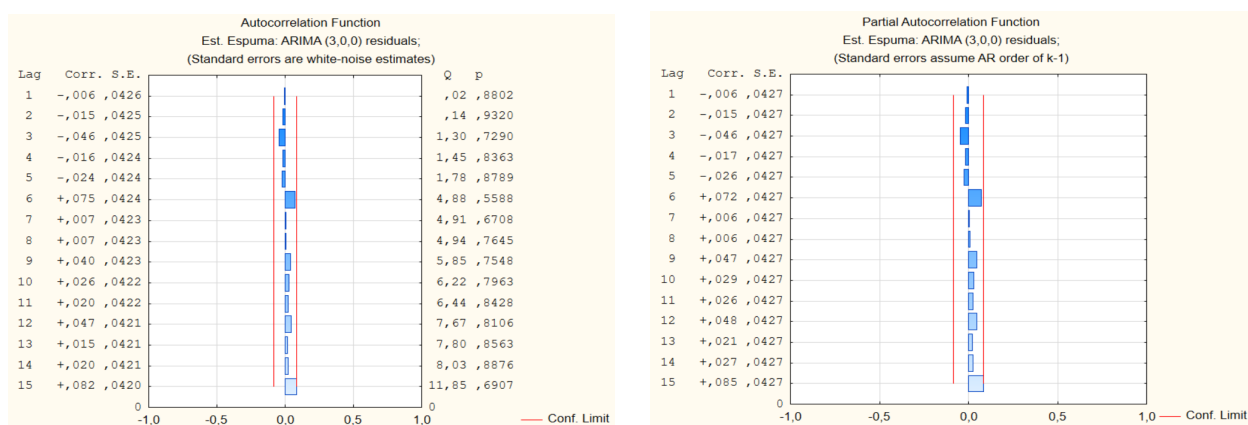


Figura C. 2-FACE e FACPE dos resíduos referentes à caraterística Estabilidade de Espuma

Anexo C.2 – Turvação (Turvac)

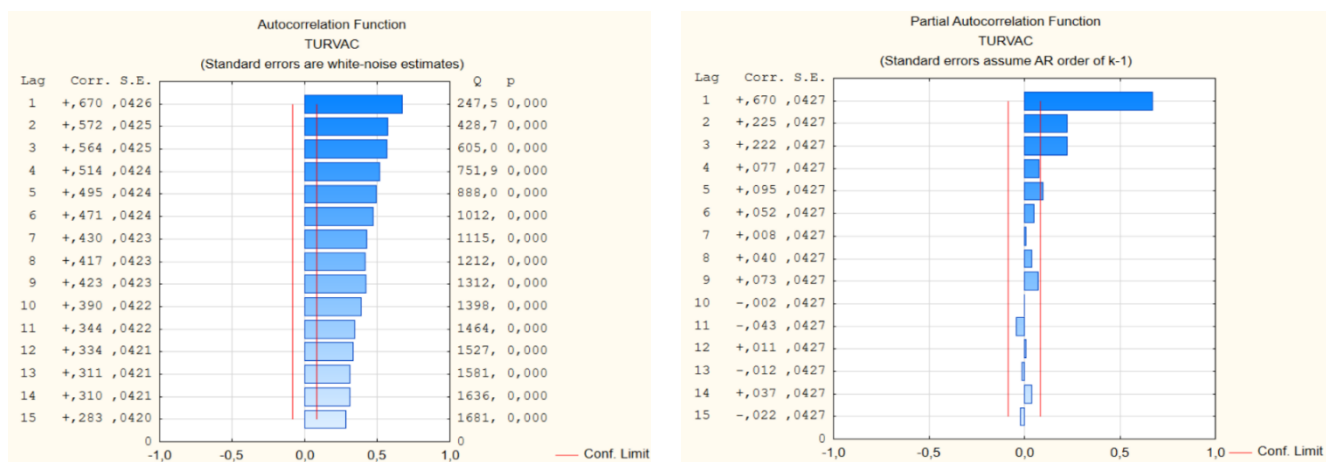


Figura C. 3-FACE e FACPE referentes à caraterística Turvac

Tabela C. 2-Parâmetros do modelo ARMA (1,2) referentes à caraterística Turvac

Caraterística: Turvac						
Transformação: Não						
Modelo: (1,0,2) MS Residual = 0,001						
	Parâmetro	Desvio Padrão	t_0	p	$\alpha = 5\%$	
					Limite Inferior	Limite Superior
Constante	0,401	0,010	40,295	0,000	0,382	0,420
ϕ_1	0,957	0,017	55,163	0,000	0,922	0,991
θ_1	0,533	0,049	10,930	0,000	0,437	0,629
θ_2	0,122	0,049	2,480	0,013	0,025	0,219

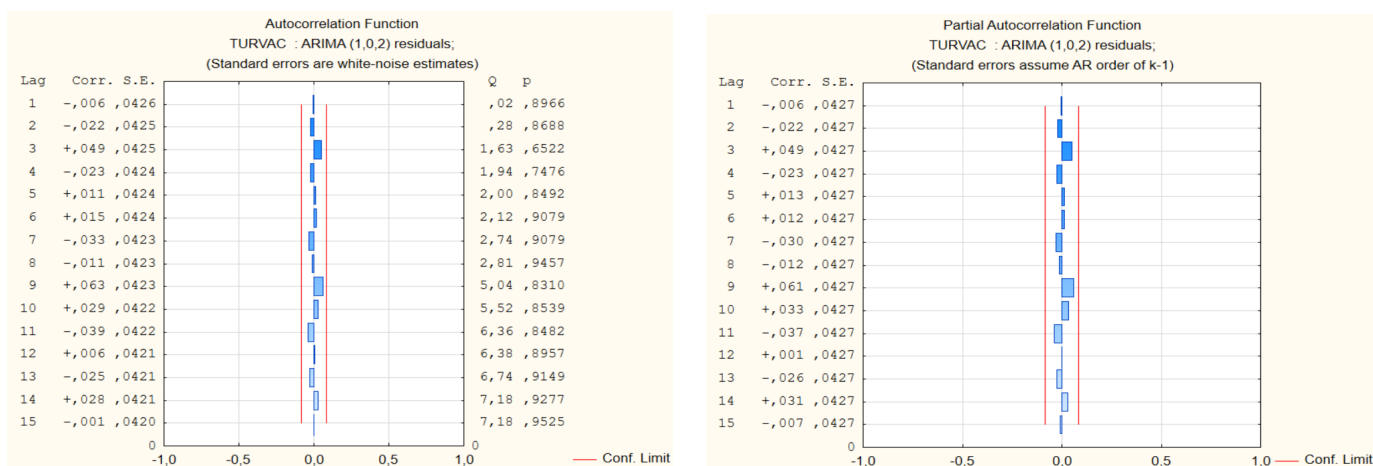


Figura C. 4- FACE e FACPE dos resíduos referentes à caraterística Turvac

Anexo C.3 - Amargor

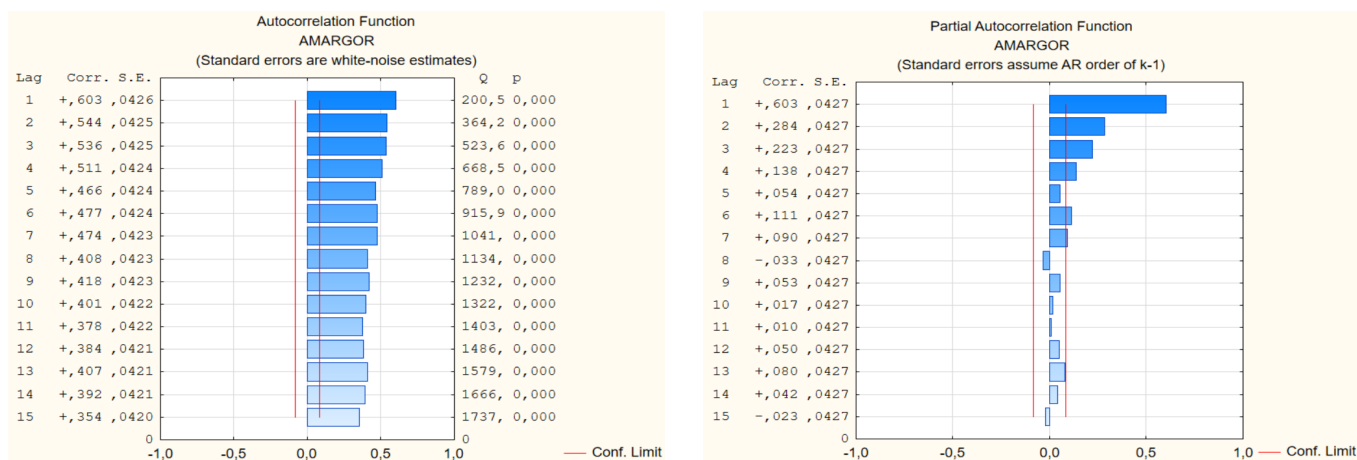


Figura C. 5- FACE e FACPE referentes à caraterística Amargor

Tabela C. 3- Parâmetros do modelo AR (4) referentes à caraterística Amargor

Caraterística: Amargor						
Transformação: Não						
Modelo: (4,0,0) MS Residual = 0,526						
	Parâmetro	Desvio Padrão	t ₀	p	$\alpha = 5\%$	
					Limite Inferior	Limite Superior
Constante	14,272	0,159	90,001	0,000	13,961	14,587
ϕ_1	0,338	0,043	7,946	0,000	0,255	0,422
ϕ_2	0,162	0,044	3,640	0,000	0,074	0,249
ϕ_3	0,173	0,044	3,895	0,000	0,086	0,260
ϕ_4	0,138	0,043	3,245	0,001	0,055	0,222

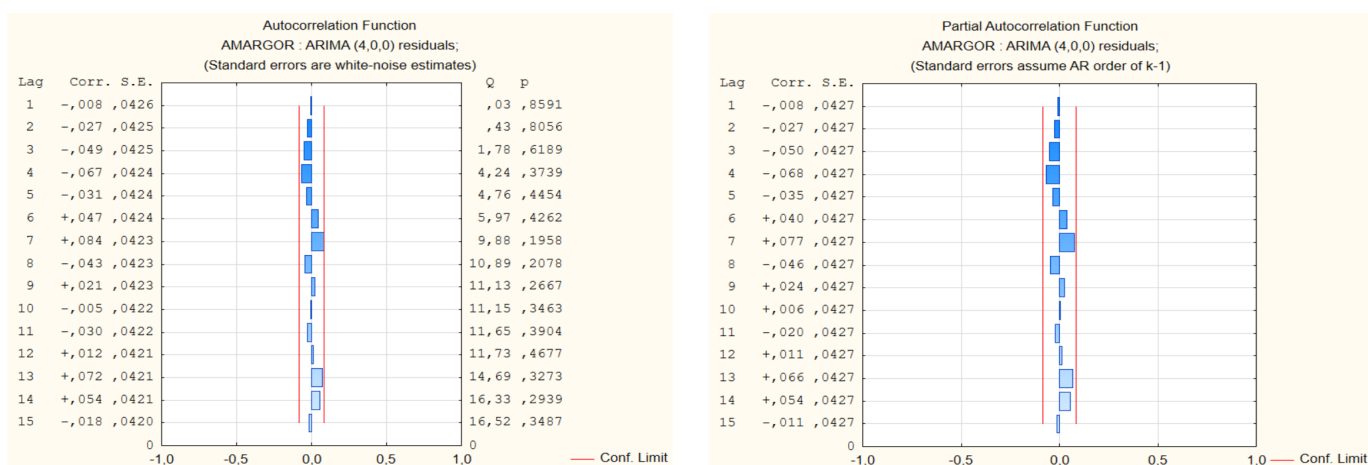


Figura C. 6- FACE e FACPE dos resíduos referentes à caraterística Amargor

Anexo D- Modelação depois da aplicação do modelo MAD

Anexo D.1- Álcool

Tabela D. 1- Parâmetros do modelo ARMA (1,2) referentes à característica Álcool

Caraterística: Álcool Transformação: Não Modelo: (1,0,2) MS Residual = 0,001						
	Parâmetro	Desvio Padrão	t_0	p	$\alpha = 5\%$	
					Limite Inferior	Limite Superior
Constante	3,772	0,009	441,575	0,000	3,755	3,788
ϕ_1	0,932	0,032	29,223	0,000	0,870	0,995
θ_1	0,485	0,057	8,521	0,000	0,373	0,596
θ_2	0,120	0,054	2,225	0,026	0,014	0,227

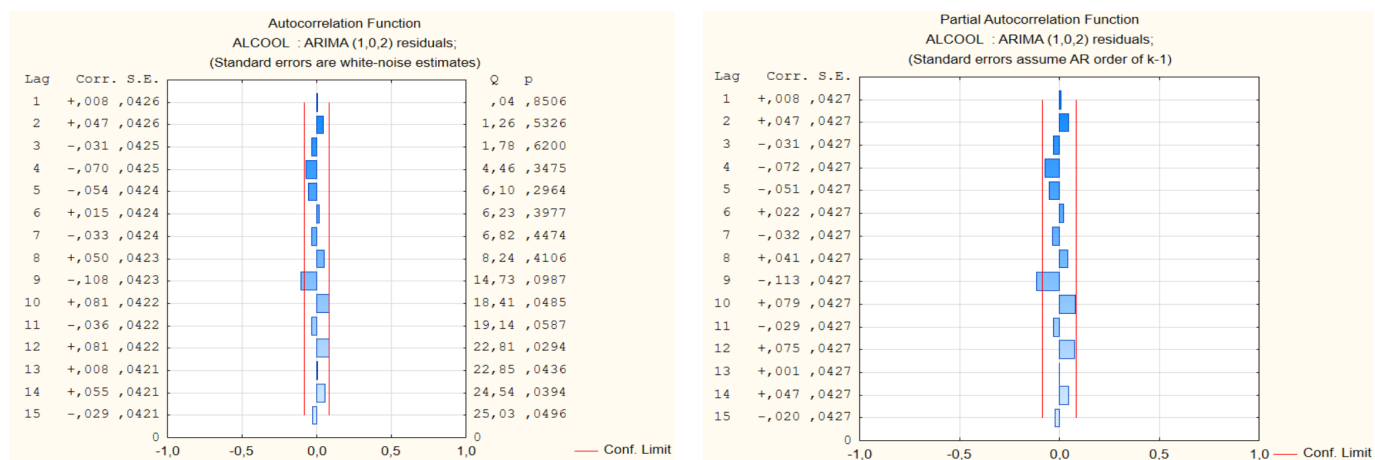


Figura D. 1- FACE e FACPE dos resíduos referentes à característica Álcool

Anexo D.2- Extrato Primitivo

Tabela D. 2- Parâmetros do modelo *ARMA (1,2)* referentes à característica Extrato Primitivo

Caraterística: Extrato Primitivo						
Transformação: Não						
Modelo: (1,0,2) MS Residual = 0,004						
	Parâmetro	Desvio Padrão	t_0	p	$\alpha = 5\%$	
					Limite Inferior	Limite Superior
Constante	10,860	0,019	578,897	0,000	10,823	10,897
ϕ_1	0,933	0,023	40,645	0,000	0,888	0,978
θ_1	0,426	0,049	8,608	0,000	0,329	0,523
θ_2	0,113	0,050	2,252	0,025	0,014	0,212

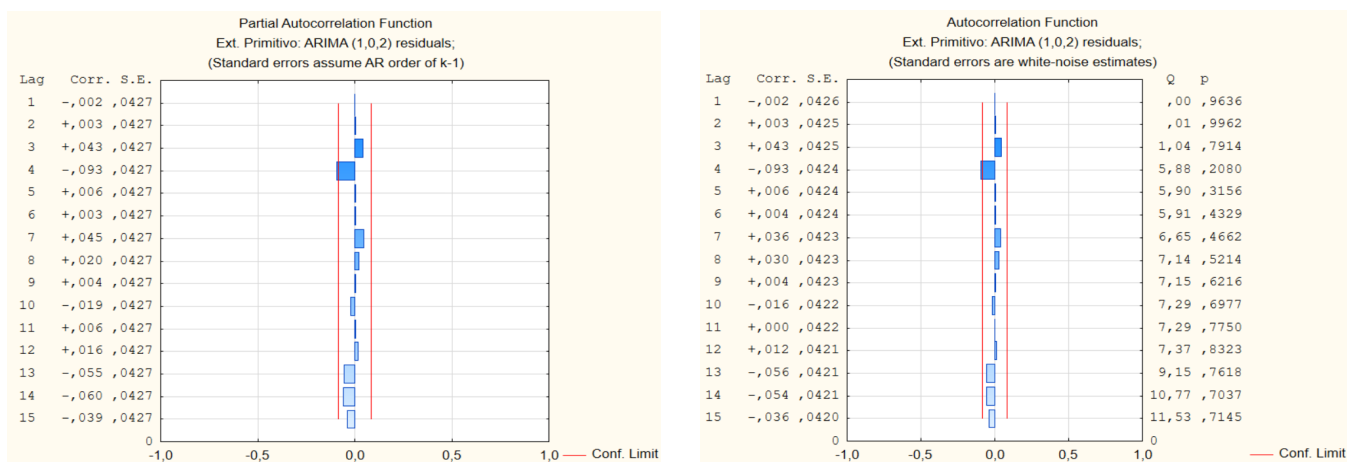


Figura D. 2-FACE e FACPE dos resíduos referentes à caraterística Extrato Primitivo

Anexo D.3- Estabilidade de Espuma

Tabela D. 3- Parâmetros do modelo AR (3) referentes à característica Estabilidade de Espuma

Caraterística: Estabilidade de Espuma						
Transformação: Não						
Modelo: (3,0,0) MS Residual = 15,102						
	Parâmetro	Desvio Padrão	t_0	p	$\alpha = 5\%$	
					Limite Inferior	Limite Superior
Constante	73,052	0,612	119,272	0,000	71,849	74,255
ϕ_1	0,437	0,042	10,342	0,000	0,354	0,520
ϕ_2	0,119	0,046	2,600	0,010	0,029	0,210
ϕ_3	0,176	0,042	4,165	0,000	0,093	0,259

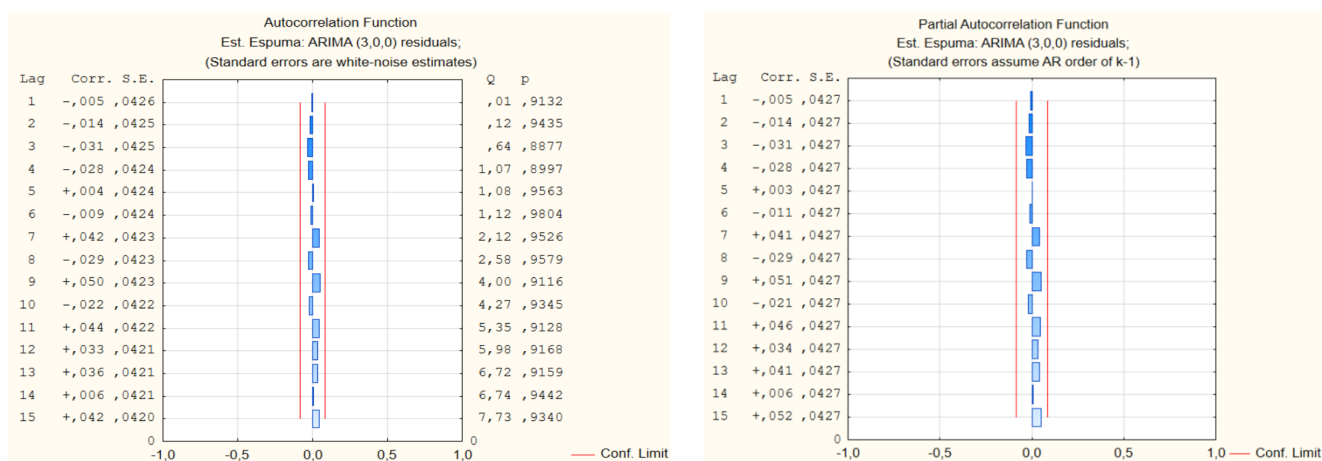


Figura D. 3-FACE e FACPE dos resíduos referentes à característica Estabilidade de Espuma

Anexo D.4 – Turvação (Turvac)

Tabela D. 4- Parâmetros do modelo *ARMA (1,1)* referentes à característica Turvac

Caraterística: Turvac						
Transformação: Não						
Modelo: (1,0,1) MS Residual = 0,001						
	Parâmetro	Desvio Padrão	t_0	p	$\alpha = 5\%$	
					Limite Inferior	Limite Superior
Constante	0,399	0,008	51,800	0,000	0,384	0,415
ϕ_1	0,924	0,025	37,620	0,000	0,876	0,972
θ_1	0,500	0,063	7,957	0,000	0,377	0,624

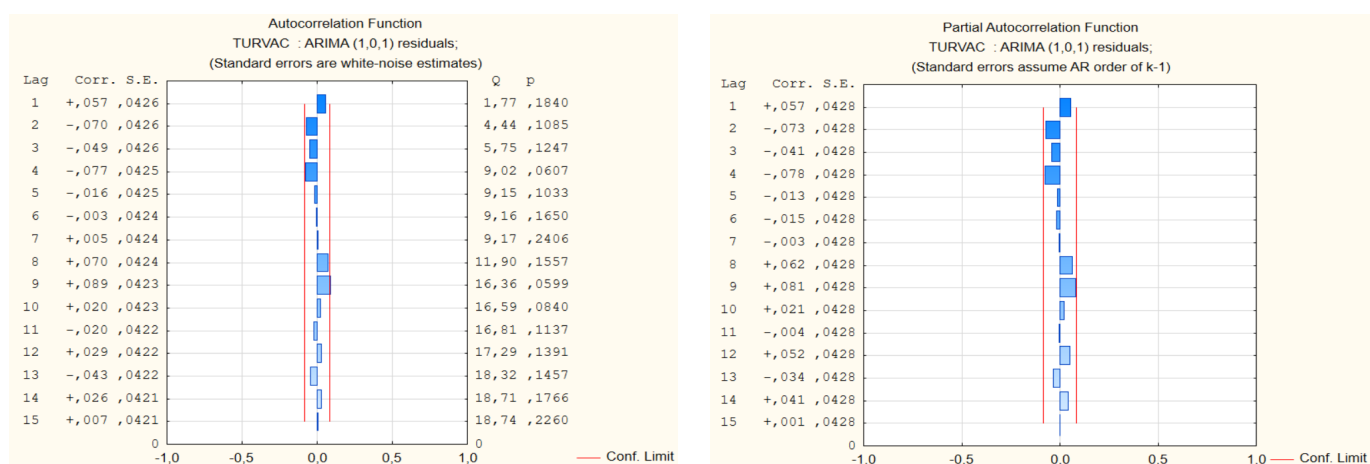


Figura D. 4-FACE e FACPE dos resíduos referentes à característica Turvac

Anexo D.5 – Amargor

Tabela D. 5- Parâmetros do modelo AR (4) referentes à característica Amargor

Caraterística: Amargor						
Transformação: Não						
Modelo: (4,0,0) MS Residual = 0,490						
	Parâmetro	Desvio Padrão	t_0	p	$\alpha = 5\%$	
					Limite Inferior	Limite Superior
Constante	14,275	0,161	88,795	0,000	13,959	14,591
ϕ_1	0,339	0,043	7,946	0,000	0,255	0,422
ϕ_2	0,154	0,044	3,488	0,001	0,067	0,241
ϕ_3	0,190	0,044	4,292	0,000	0,103	0,277
ϕ_4	0,138	0,043	3,234	0,001	0,054	0,222

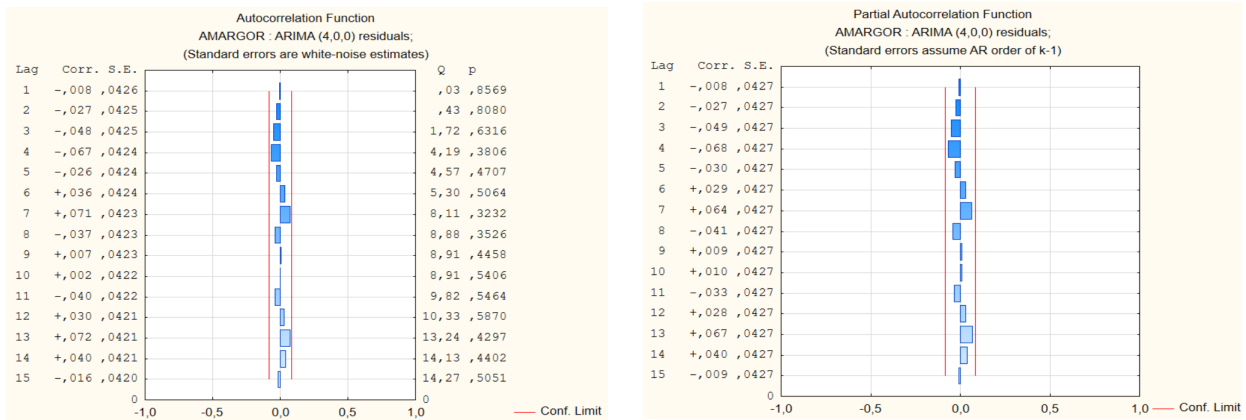


Figura D. 5-FACE e FACPE dos resíduos referentes à caraterística Amargor

Anexo E – Modelação ARIMA e Cartas de controlo (Fase I)

Anexo E.1 – Álcool

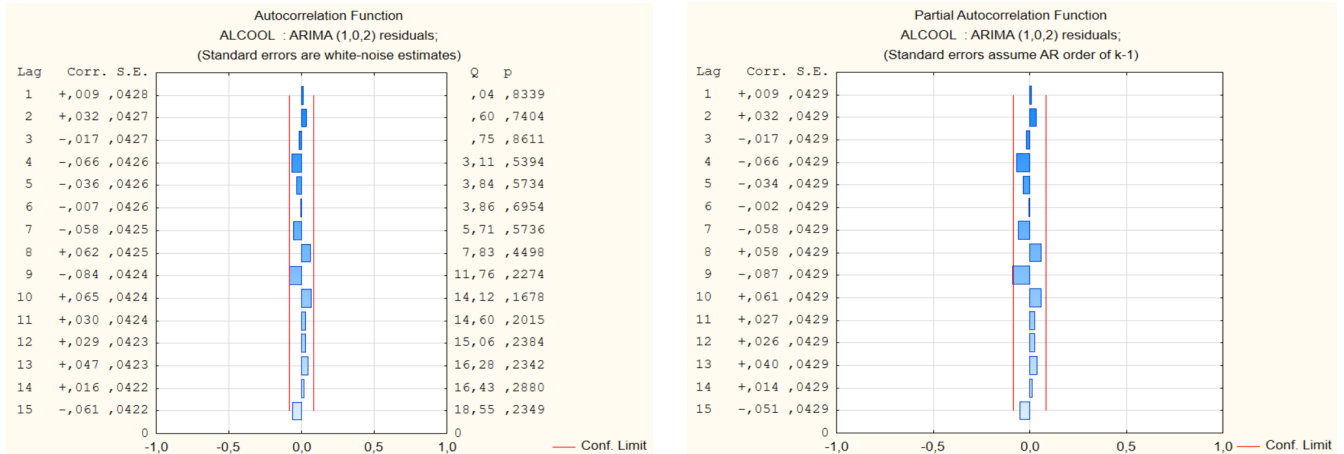


Figura E. 1- FACE e FACPE dos resíduos referentes à caraterística Álcool após revisão

Anexo E.2 – Estabilidade de Espuma

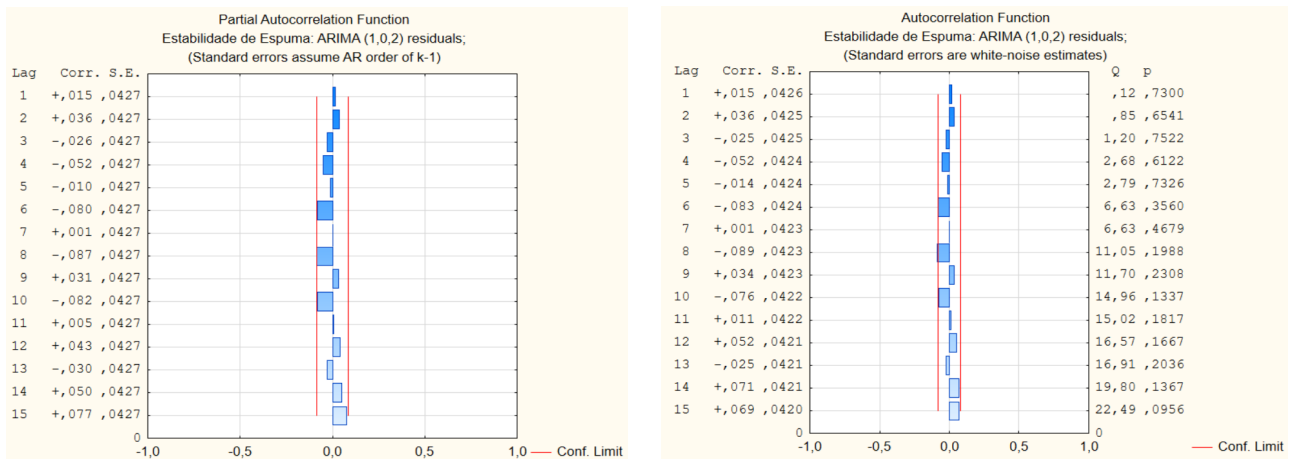


Figura E. 2-FACE e FACPE dos resíduos referentes à caraterística Estabilidade de Espuma após revisão

Anexo E.3 – Extrato Primitivo

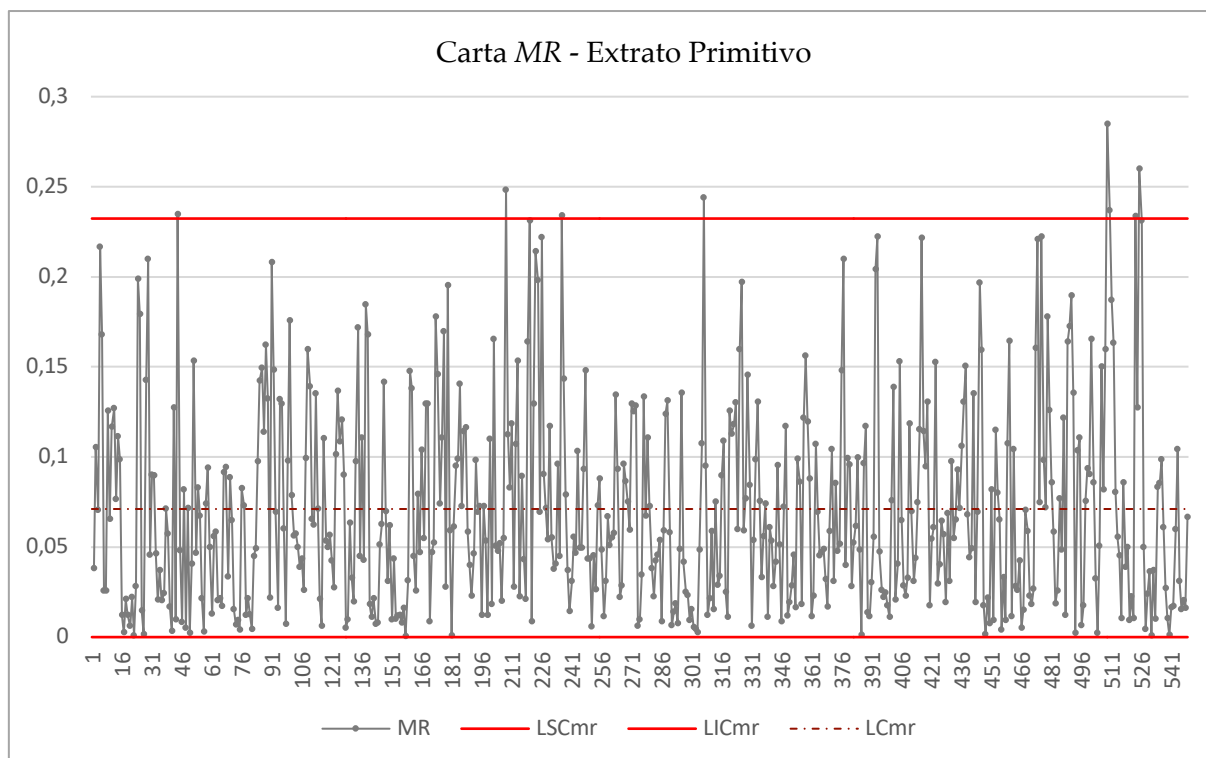
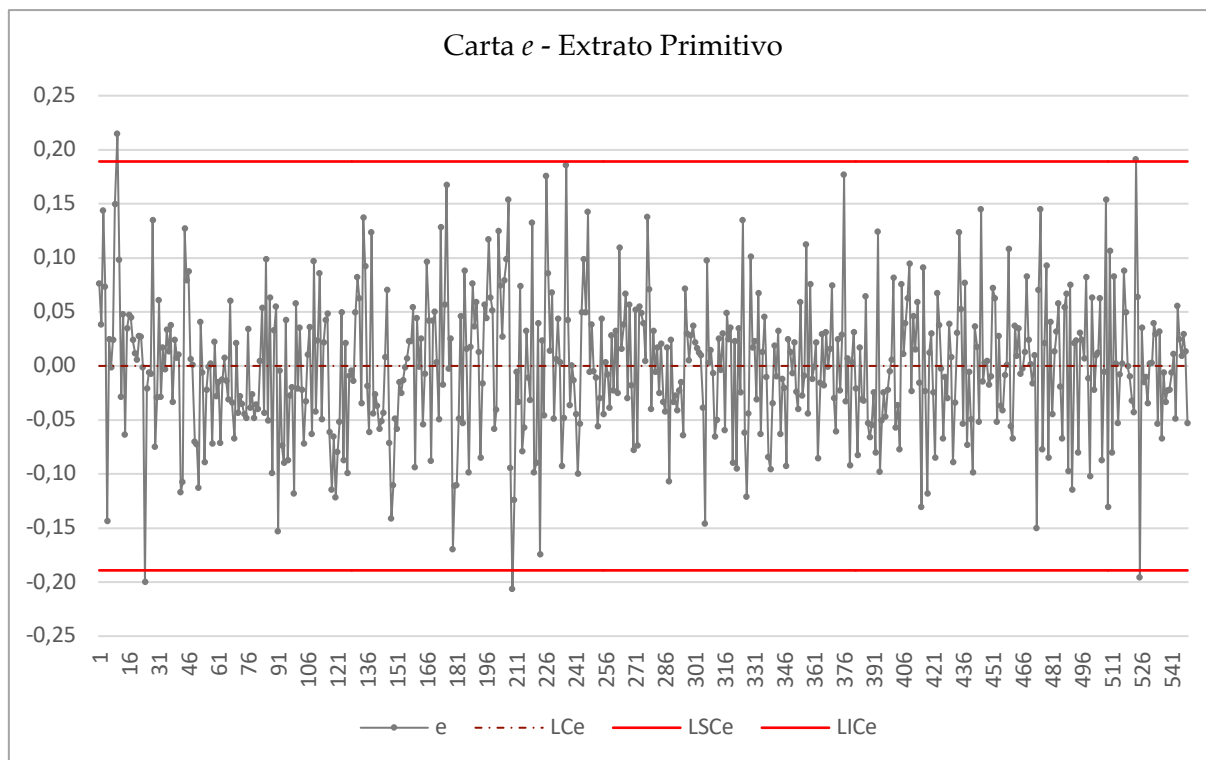


Figura E. 3 - Carta de controlo e - MR para os resíduos da caraterística Extrato Primitivo

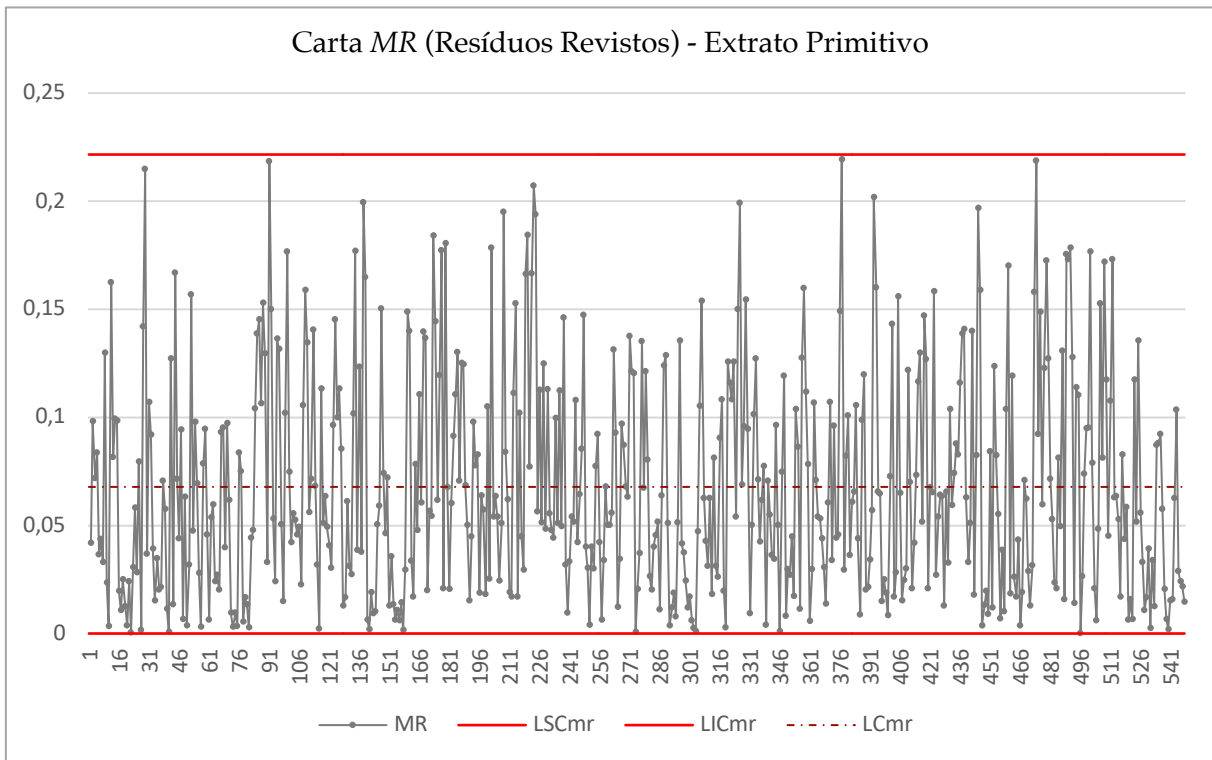
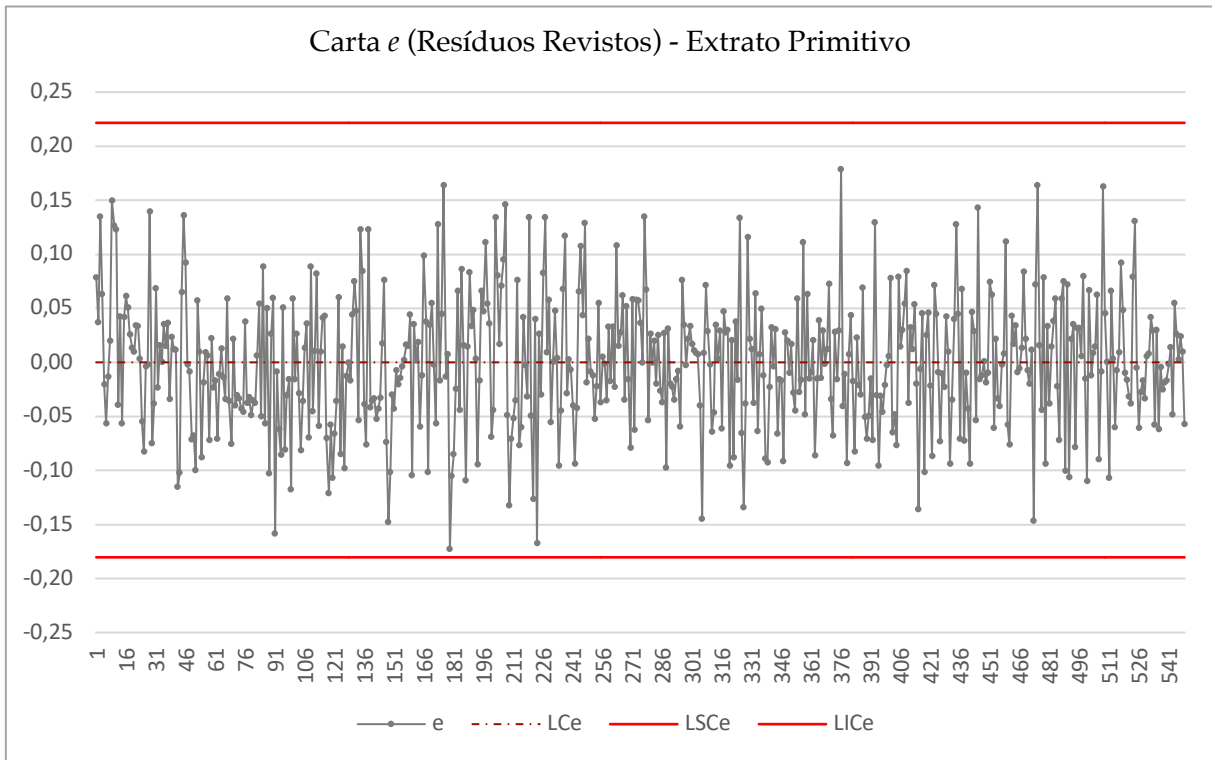


Figura E. 4 - Carta de controle e -MR para os resíduos da característica Extrato Primitivo após revisão

Tabela E. 1-Parâmetros do modelo ARMA (1,1) referentes à característica Extrato Primitivo

Caraterística: Extrato Primitivo						
Transformação: Não						
Modelo: (1,0,1) MS Residual = 0,004						
	Parâmetro	Desvio Padrão	t ₀	p	α = 5%	
					Limite Inferior	Limite Superior
Constante	10,858	0,016	686,678	0,000	10,827	10,889
φ ₁	0,896	0,026	34,321	0,000	0,845	0,948
θ ₁	0,357	0,060	5,952	0,000	0,239	0,475

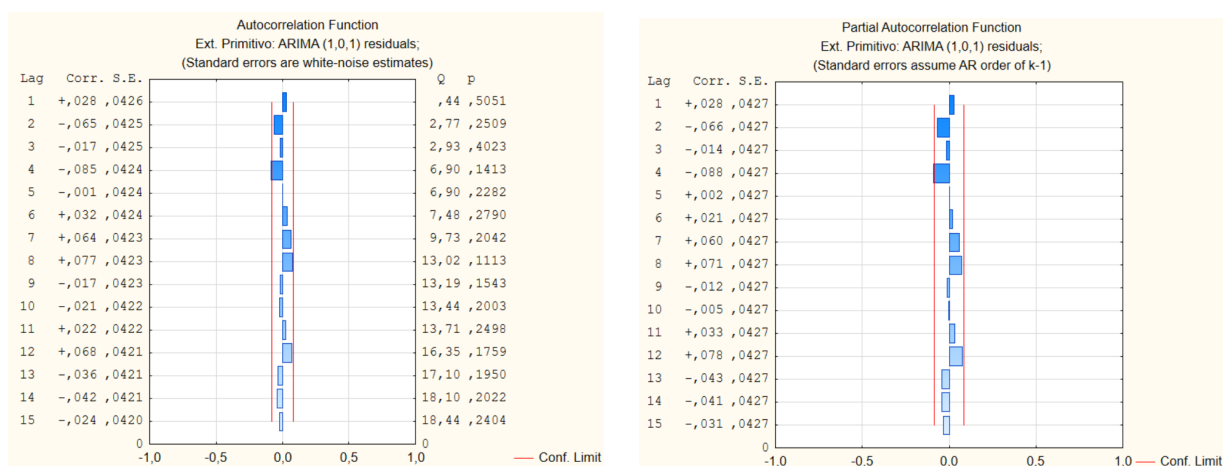


Figura E. 5 - FACE e FACPE dos resíduos referentes à caraterística Extrato Primitivo após revisão

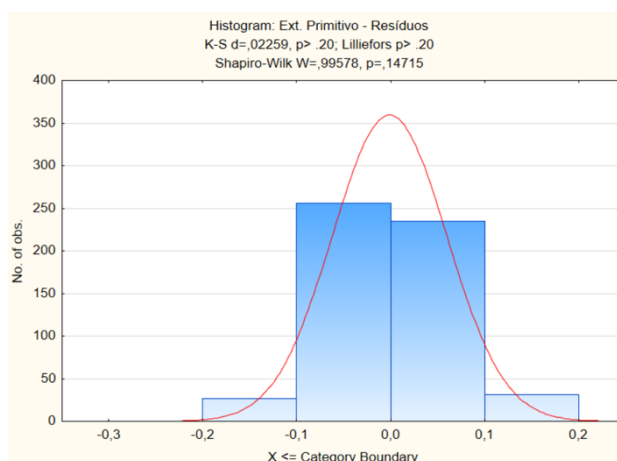


Figura E. 6 - Verificação da Normalidade dos resíduos da caraterística Extrato Primitivo após revisão

Anexo E.4 – Turvação (Turvac)

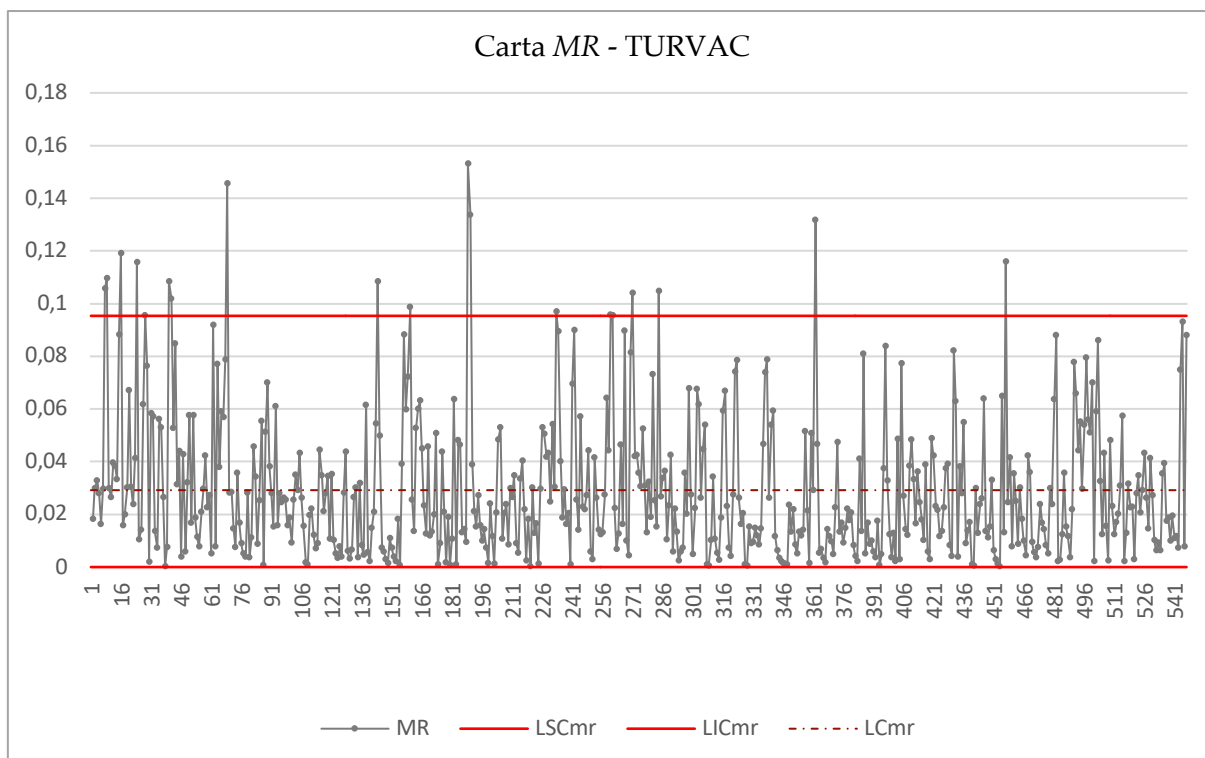
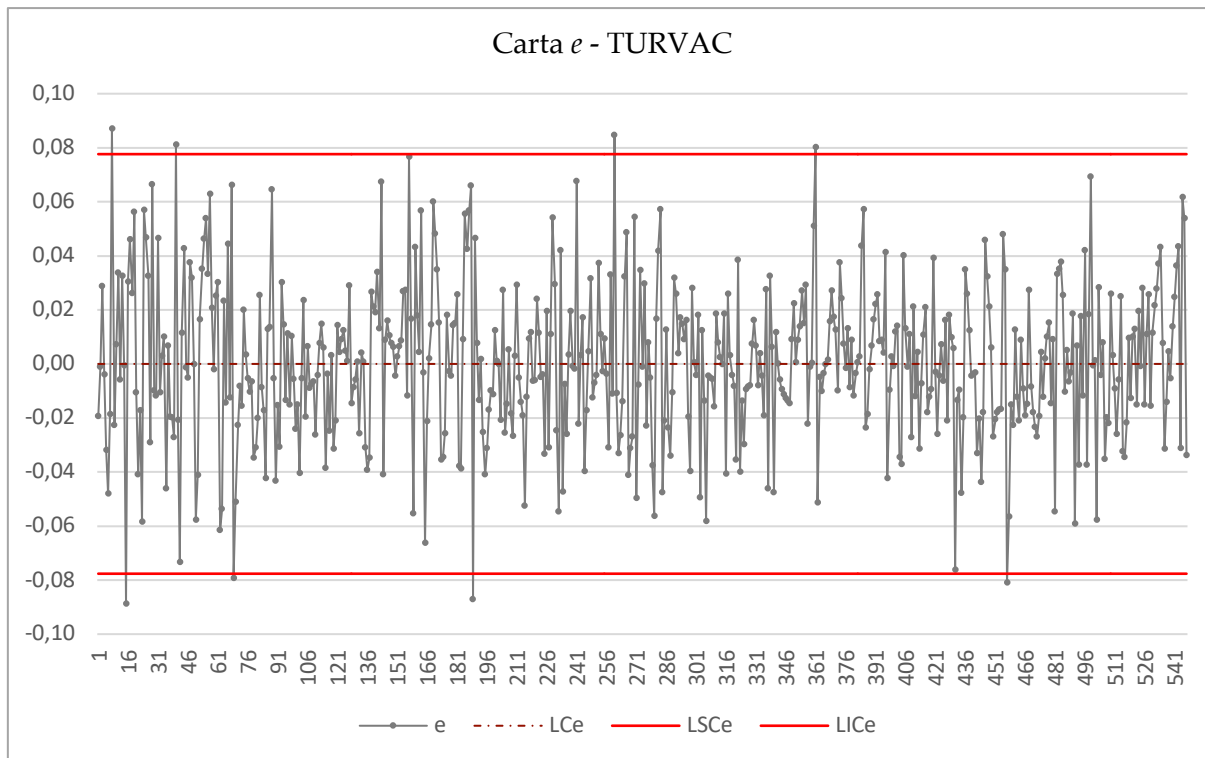


Figura E. 7 - Carta e-MR para os resíduos da característica Turvac

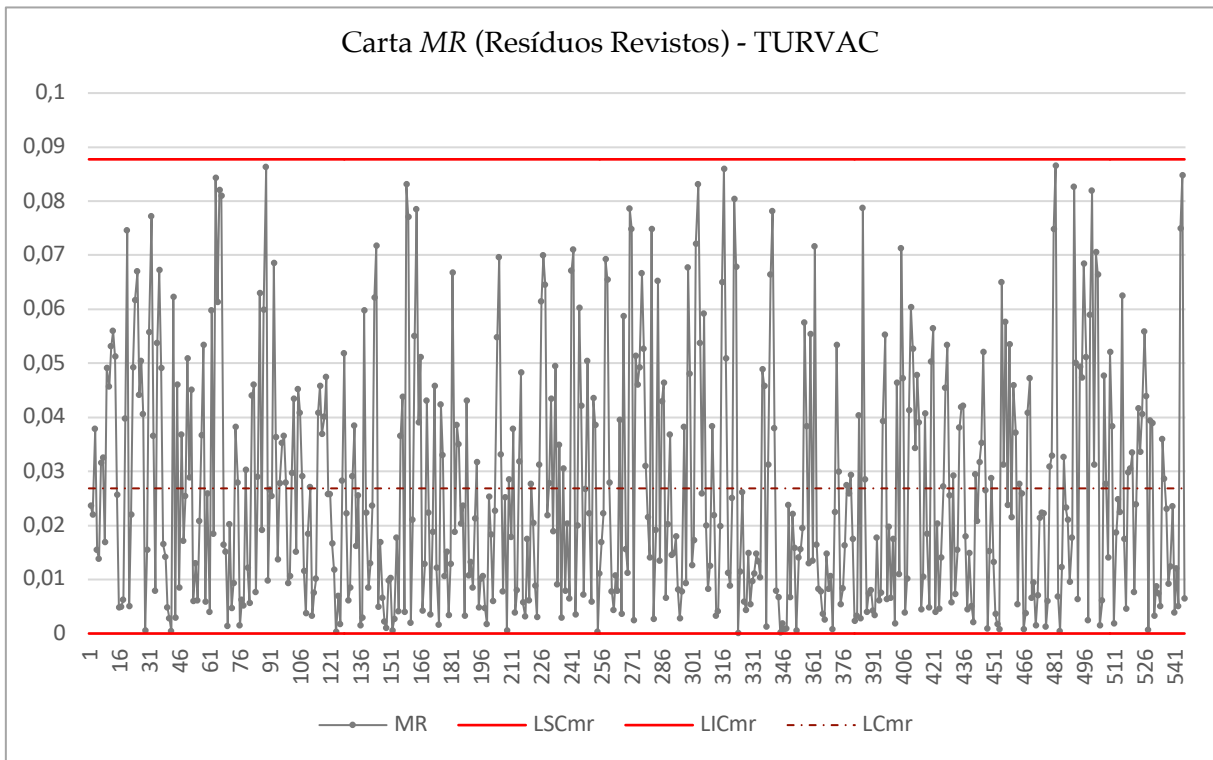
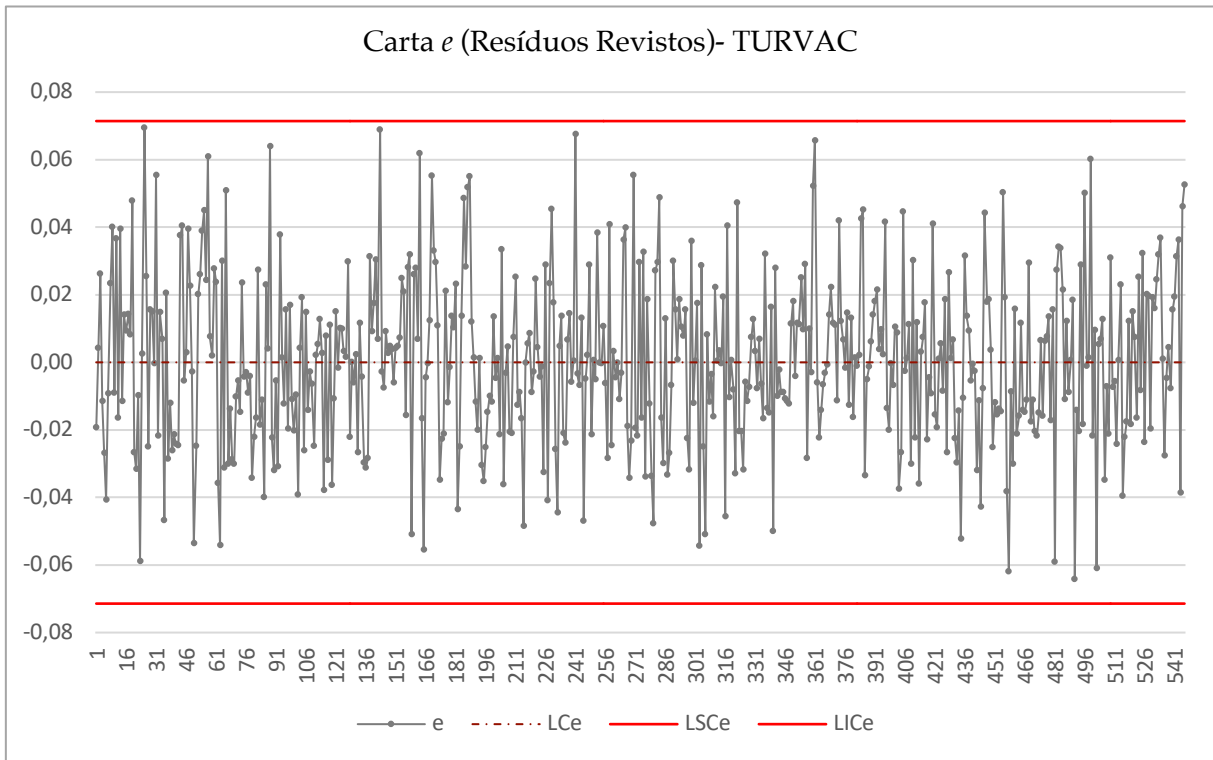


Figura E. 8 - Carta e - MR para os resíduos da característica Turvac após revisão

Tabela E. 2- Parâmetros do modelo ARMA (1,2) referentes à característica Turvac

Caraterística: Turvac						
Transformação: Não						
Modelo: (1,0,2) MS Residual = 0,001						
	Parâmetro	Desvio Padrão	t_0	p	$\alpha = 5\%$	
					Limite Inferior	Limite Superior
Constante	0,399	0,008	49,975	0,000	0,384	0,415
ϕ_1	0,931	0,026	36,123	0,000	0,880	0,981
θ_1	0,229	0,054	4,214	0,000	0,122	0,336
θ_2	0,215	0,056	3,860	0,000	0,106	0,324

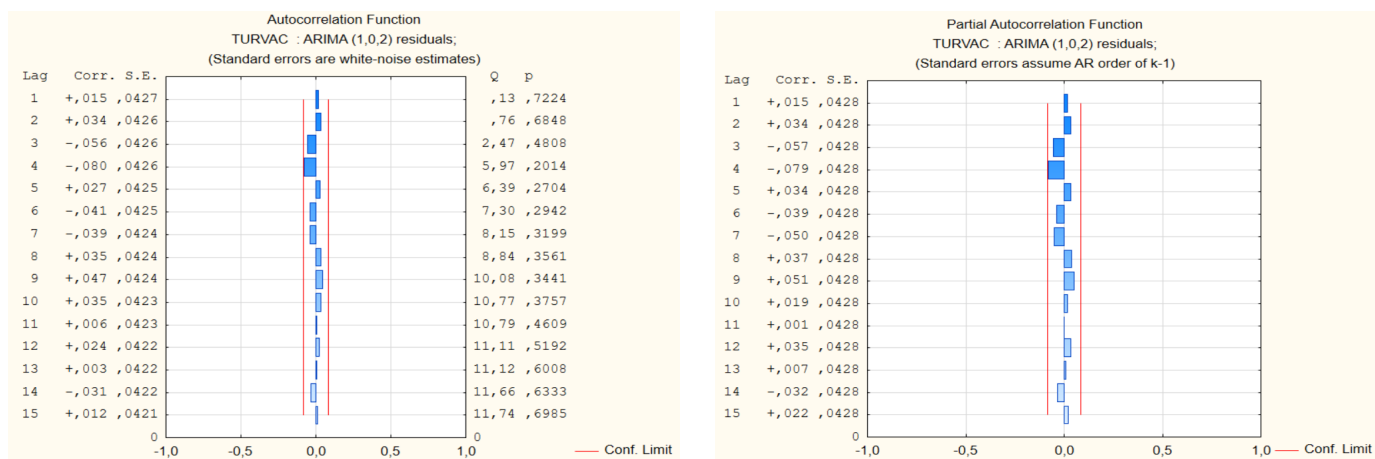


Figura E. 9- FACE e FACPE dos resíduos referentes à caraterística Turvac após revisão

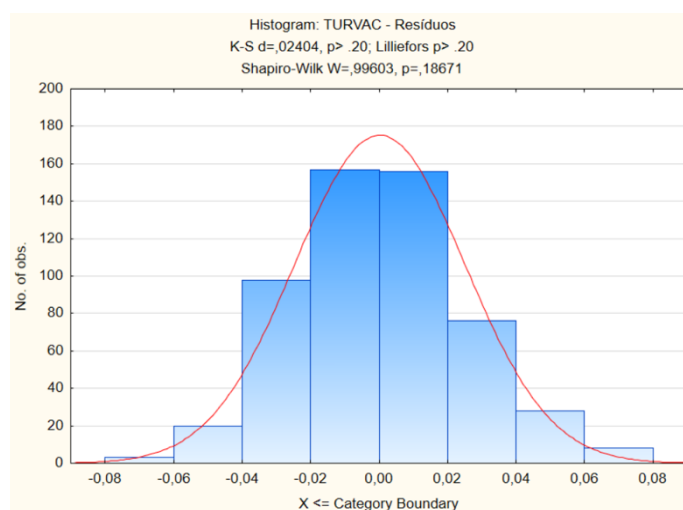


Figura E. 10- Verificação da Normalidade dos resíduos da caraterística Turvac após revisão

Anexo E.5 - Amargor

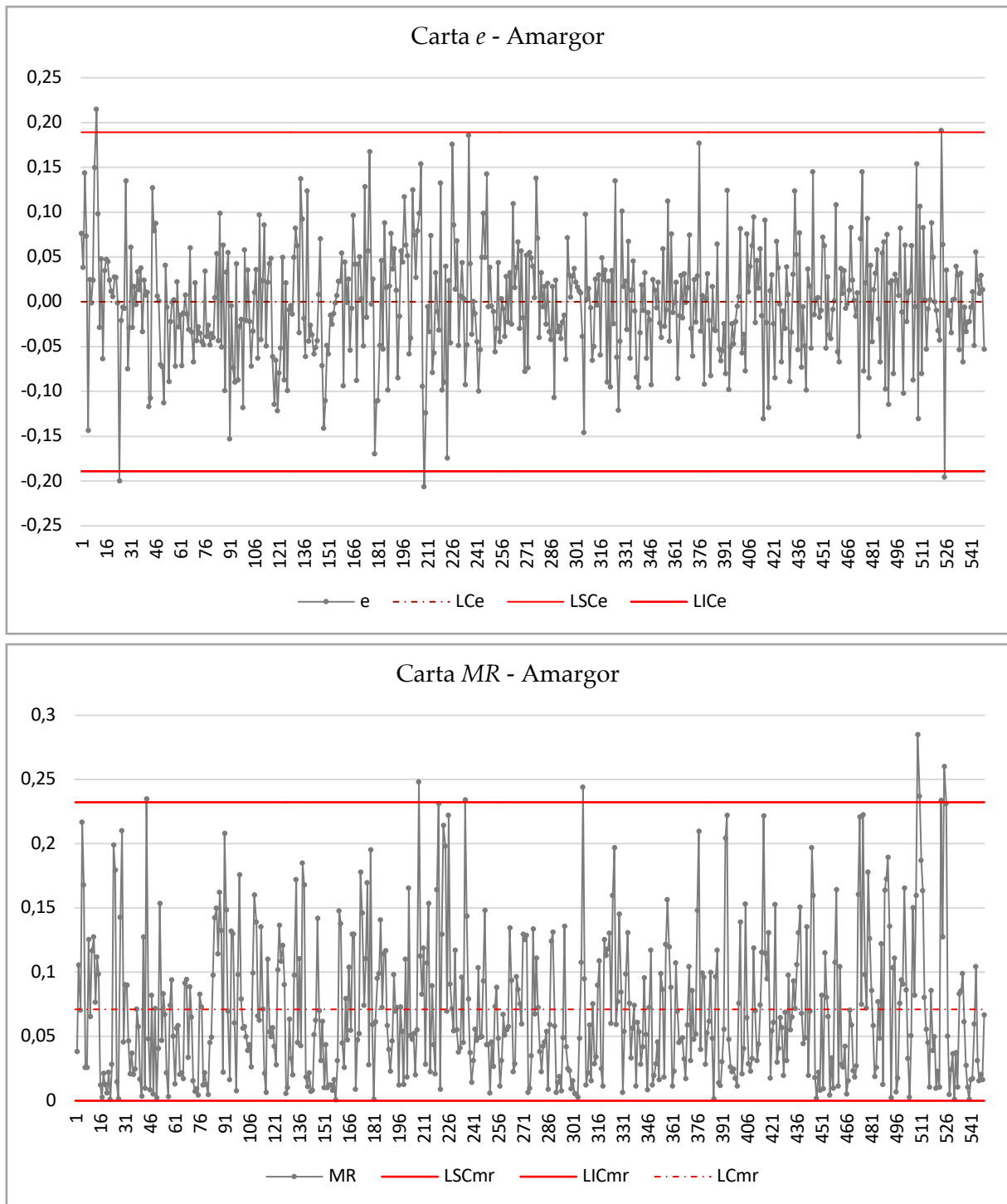


Figura E. 11 - Carta de controle e-MR para resíduos para a característica Amargor

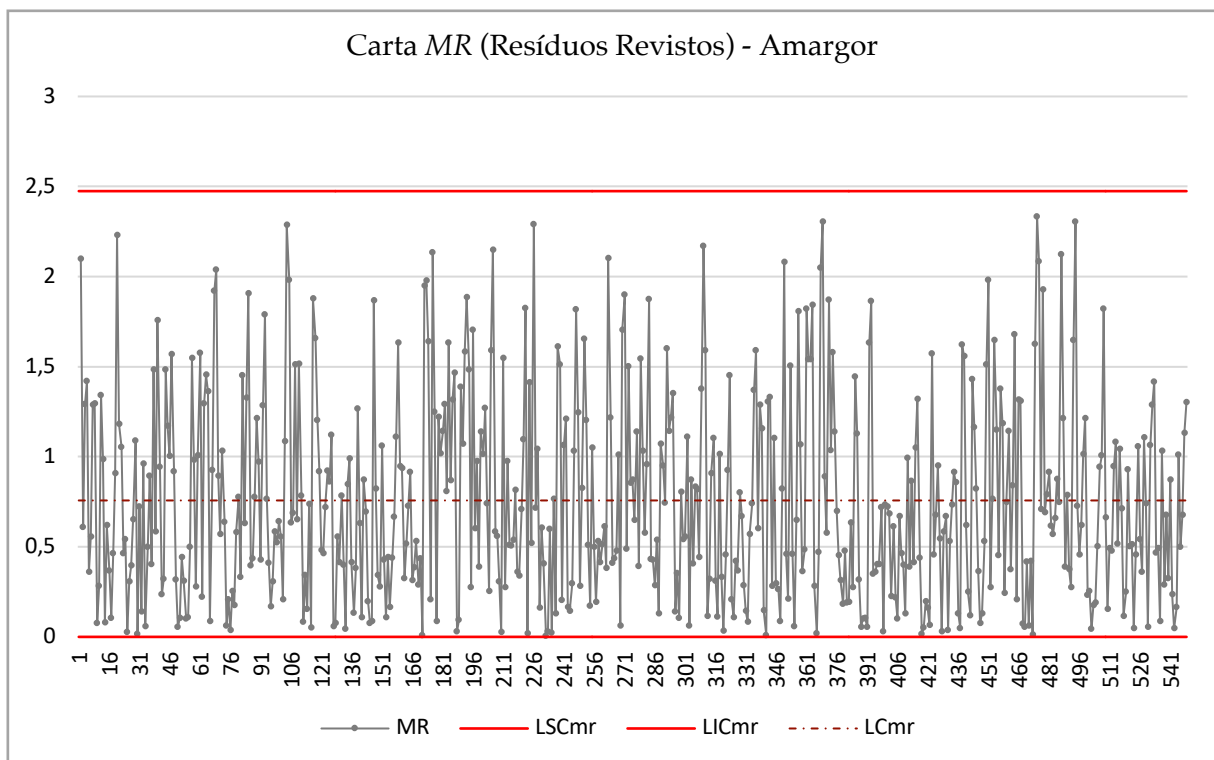
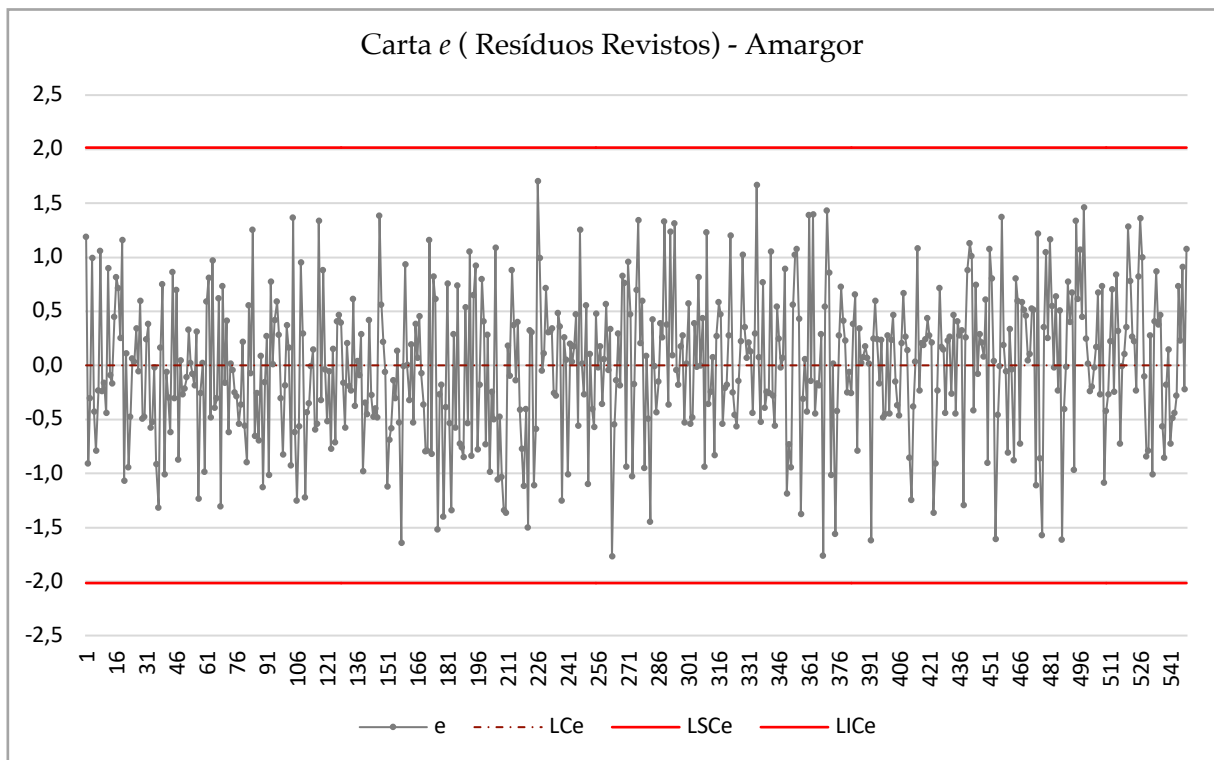


Figura E. 12 - Carta de controle e - MR para os resíduos da característica Amargor

Tabela E. 3-Parâmetros do modelo AR (4) referentes à característica Amargor

Caraterística: Amargor						
Transformação: Não						
Modelo: (4,0,0) MS Residual = 0,448						
	Parâmetro	Desvio Padrão	t_0	p	$\alpha = 5\%$	
					Limite Inferior	Limite Superior
Constante	14,267	0,157	90,912	0,000	13,959	14,576
ϕ_1	0,463	0,043	10,856	0,000	0,379	0,546
ϕ_2	0,093	0,047	1,984	0,048	0,000	0,184
ϕ_3	0,128	0,047	2,727	0,007	0,036	0,219
ϕ_4	0,141	0,043	3,298	0,001	0,057	0,225

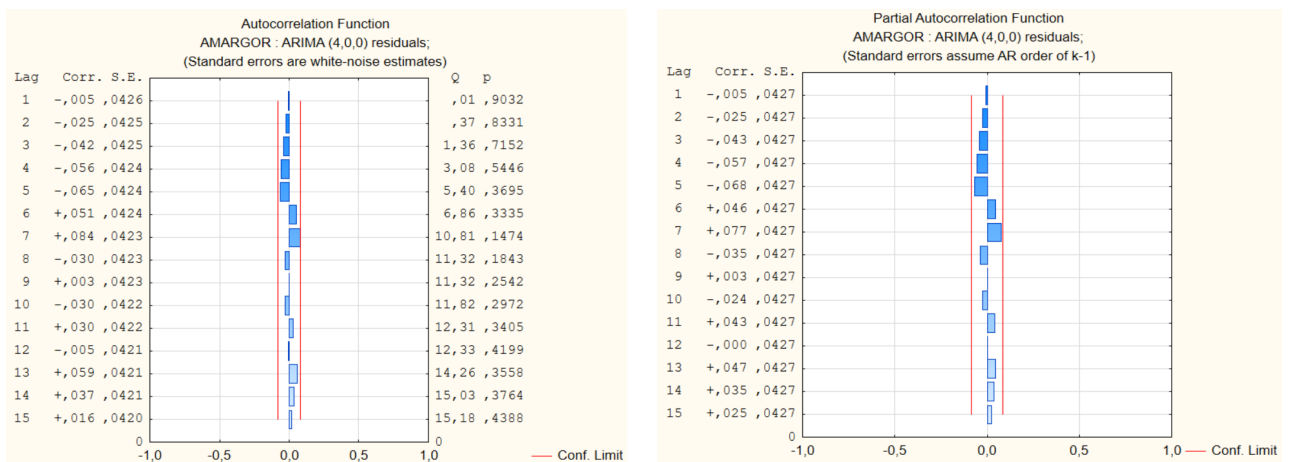


Figura E. 13-FACE e FACPE dos resíduos referentes à característica Amargor após revisão

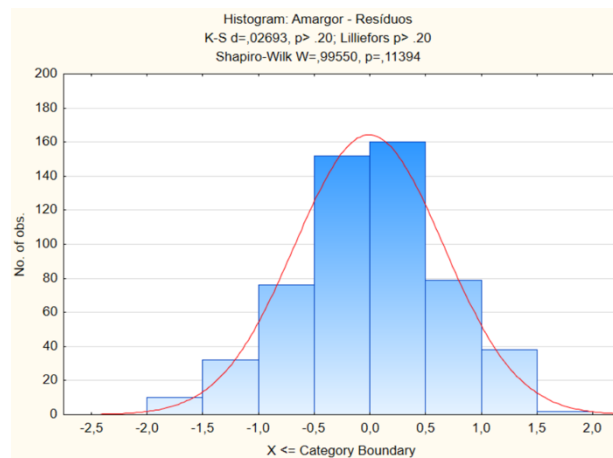


Figura E. 14-Verificação da Normalidade dos resíduos da característica Amargor após revisão

Anexo F - Fase II: Fase de monitorização

Anexo F.1 – Extrato Primitivo

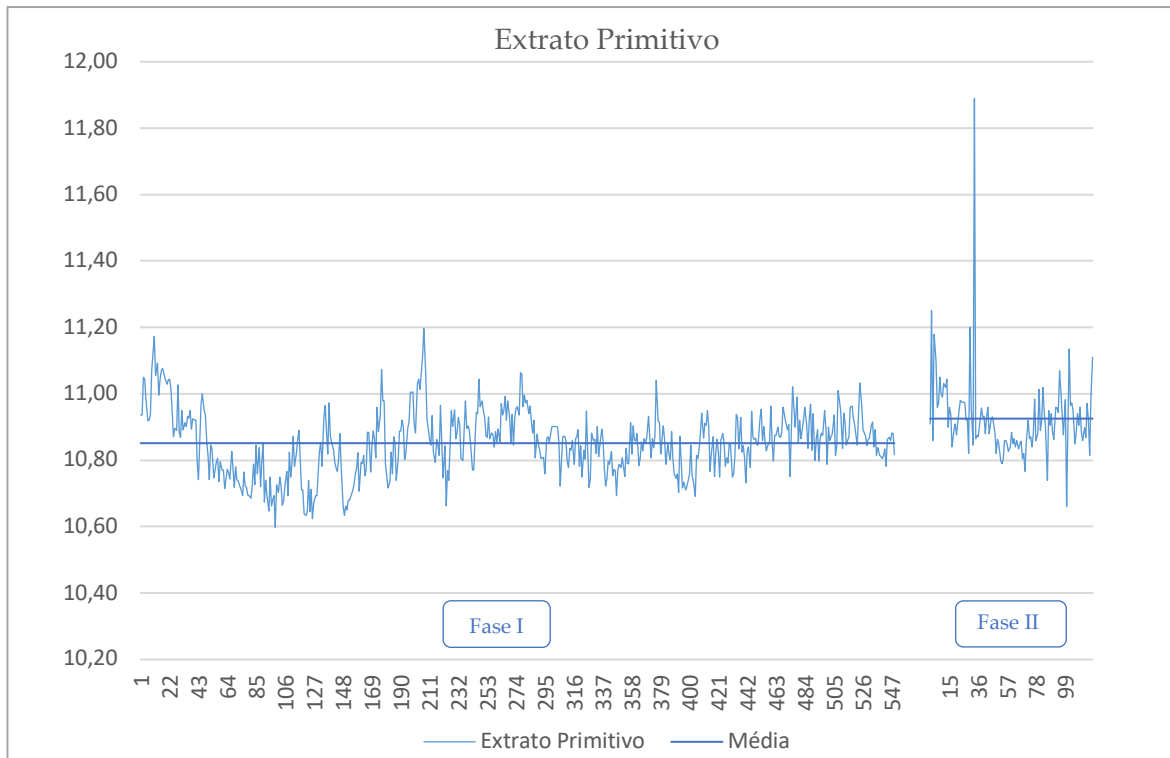


Figura F. 1 - Comportamento dos dados da Fase I vs. Comportamento dos dados da Fase II para a característica Extrato Primitivo

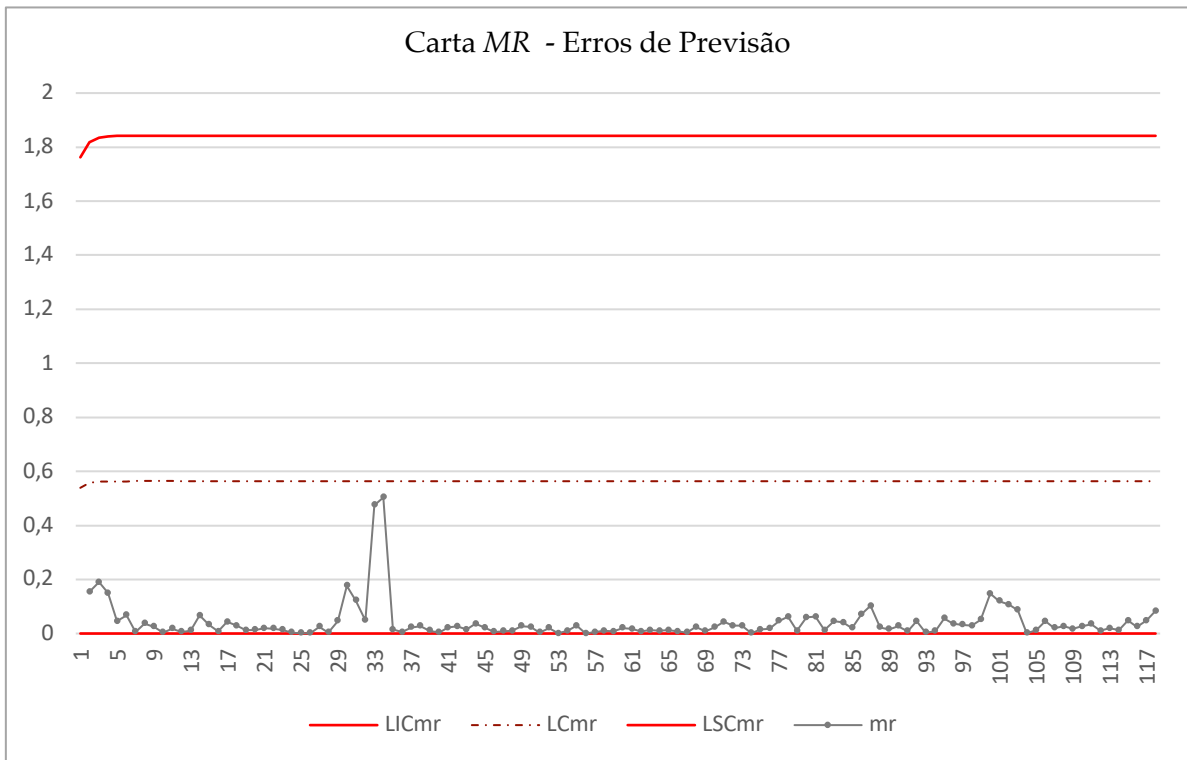
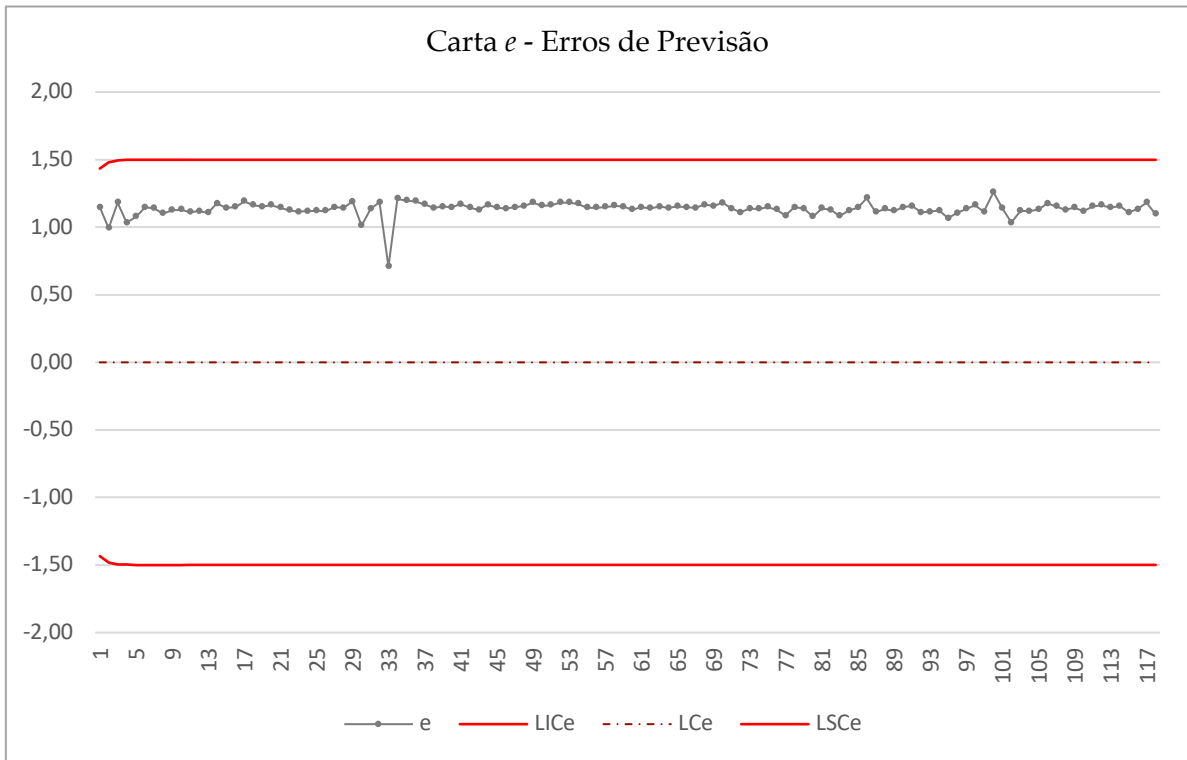


Figura F. 2 - Carta de controle e - MR dos erros de previsão para a característica Extrato Primitivo

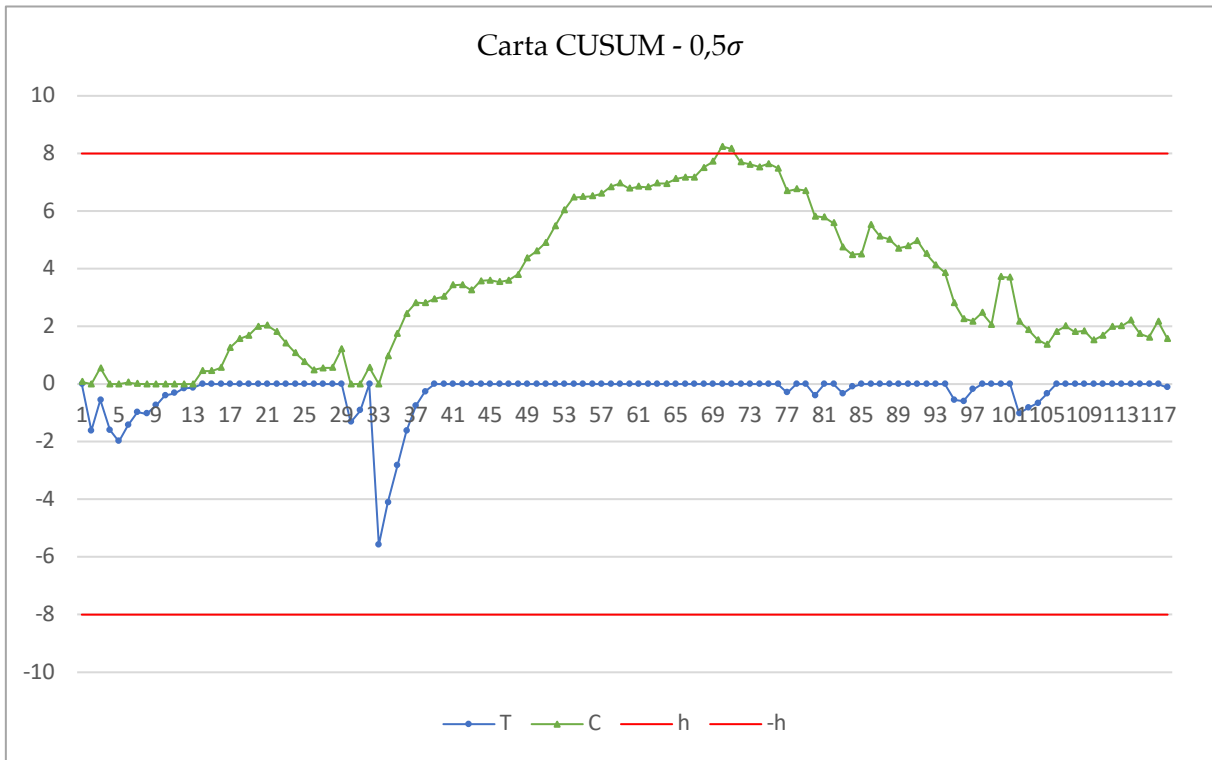


Figura F. 3 - Carta CUSUM para uma alteração na média de $0,5\sigma$ para a característica Extrato Primitivo

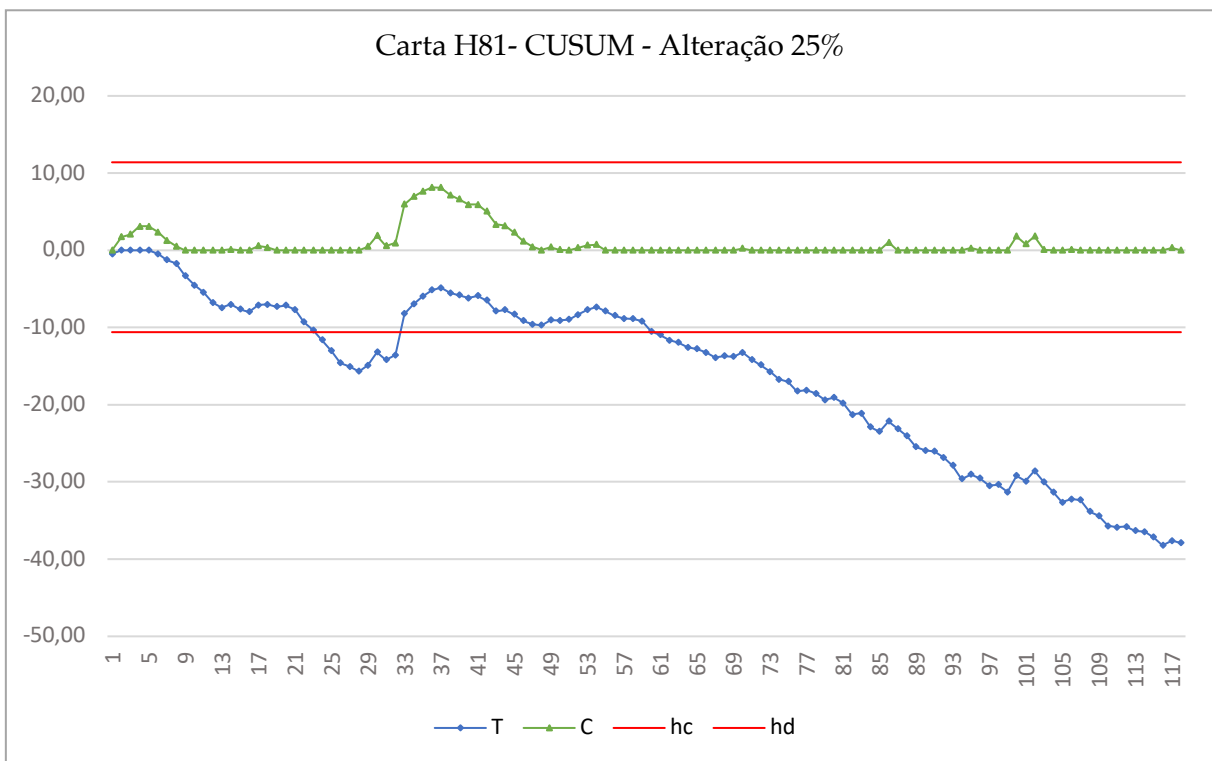


Figura F. 4 - Carta H81-CUSUM para uma de alteração de 25% do desvio padrão para a característica Extrato Primitivo

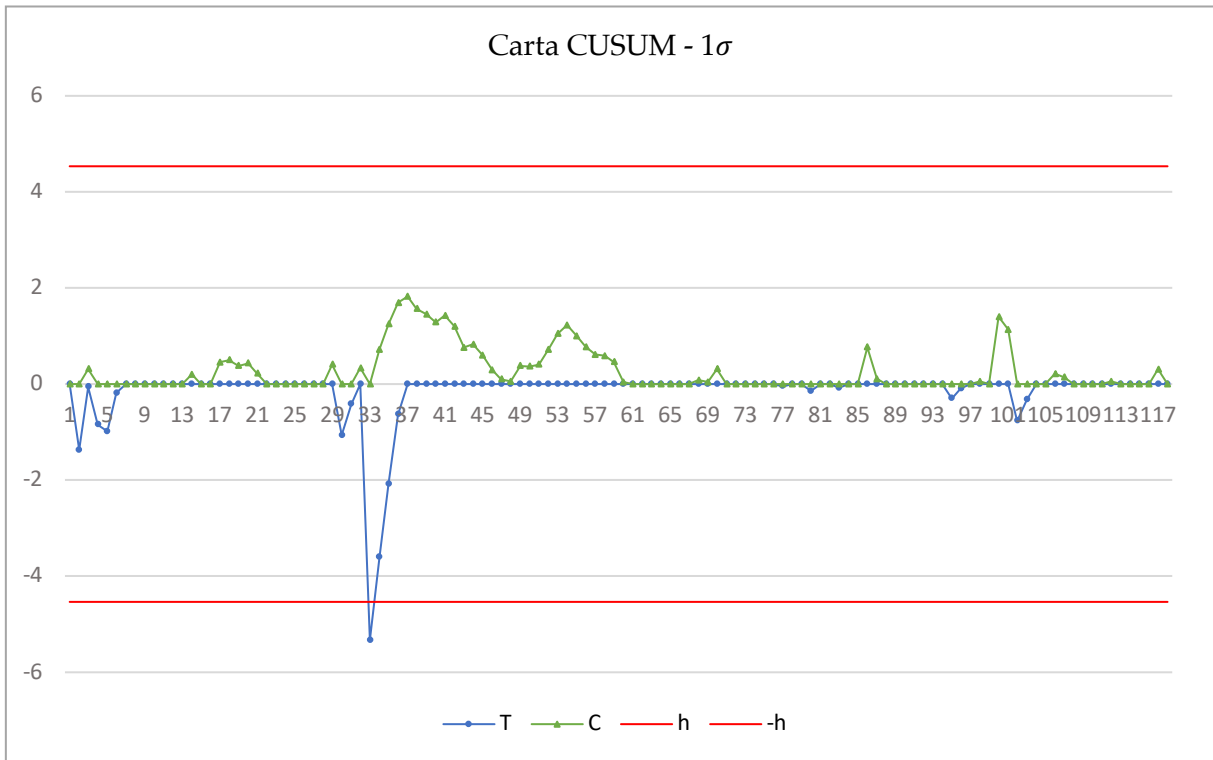


Figura F. 5 - Carta CUSUM para uma alteração na média de 1σ para a característica Extrato Primitivo

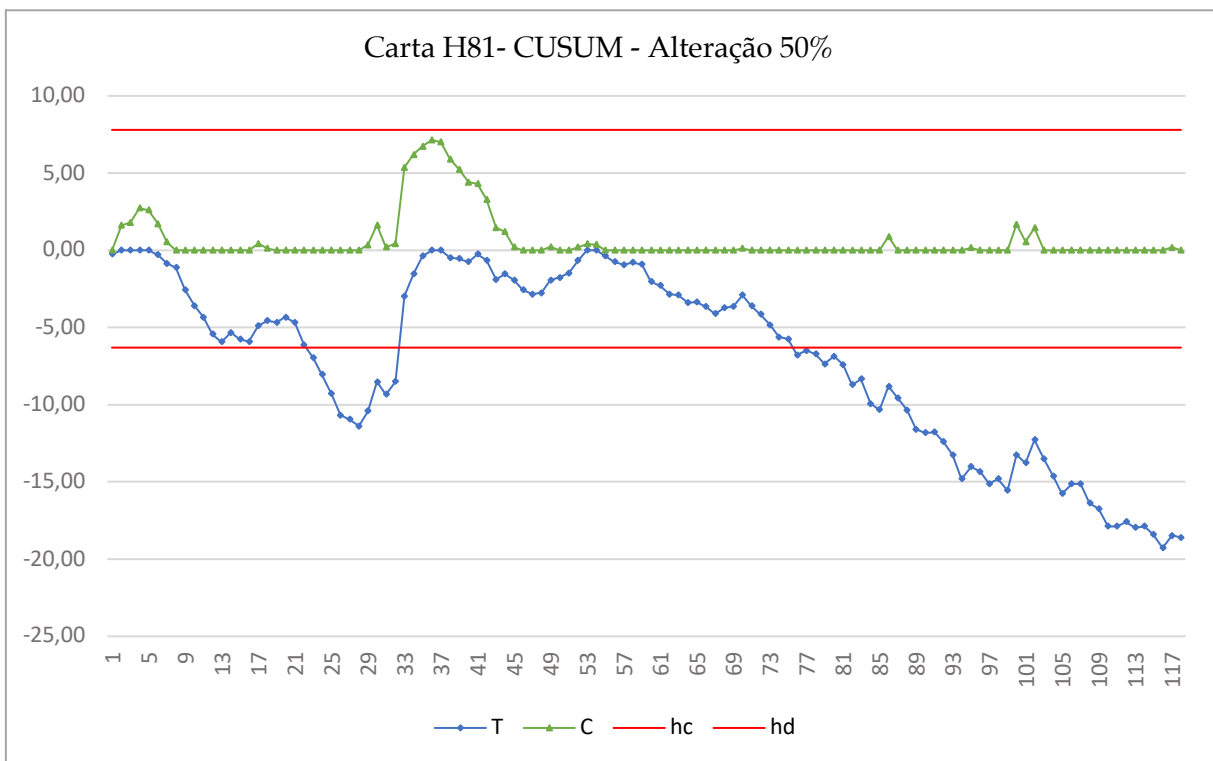


Figura F. 6 - Carta H81-CUSUM para uma de alteração de 50% do desvio padrão para a característica Extrato Primitivo

Anexo F.2 – Estabilidade de Espuma

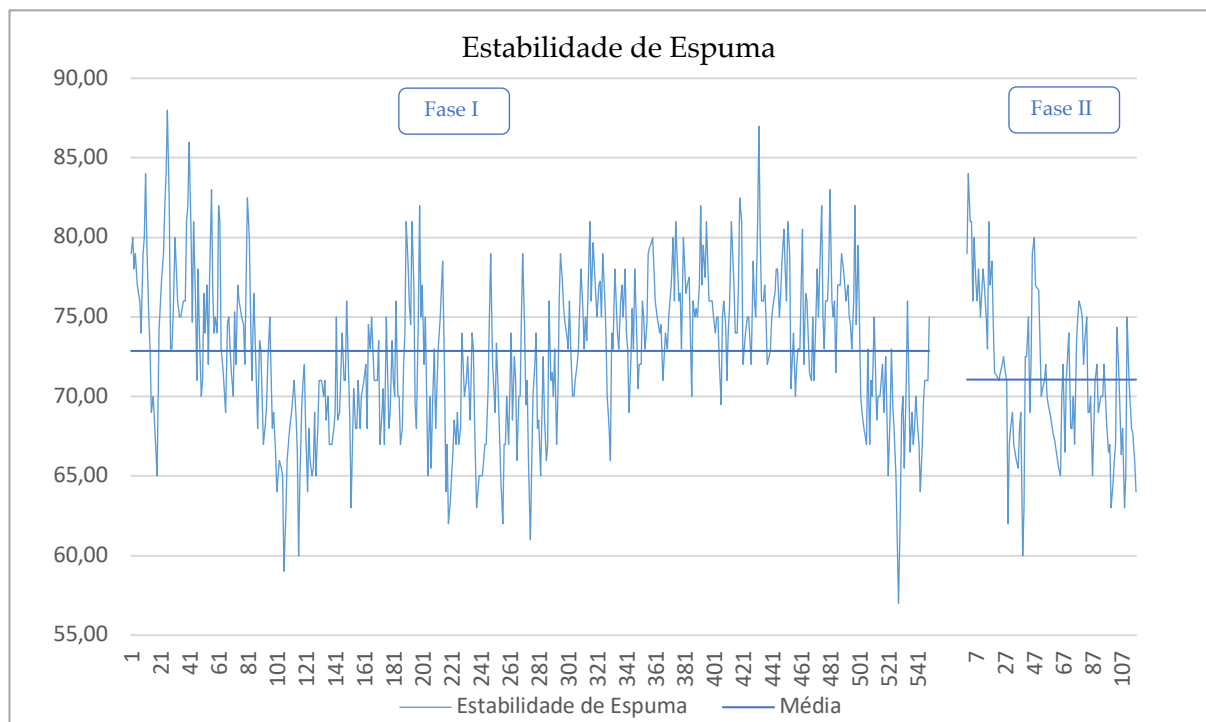


Figura F. 7 - Comportamento dos dados da Fase I vs. Comportamento dos dados da Fase II para a caraterística Estabilidade de Espuma

Anexo F.3 – Turvação (Turvac)

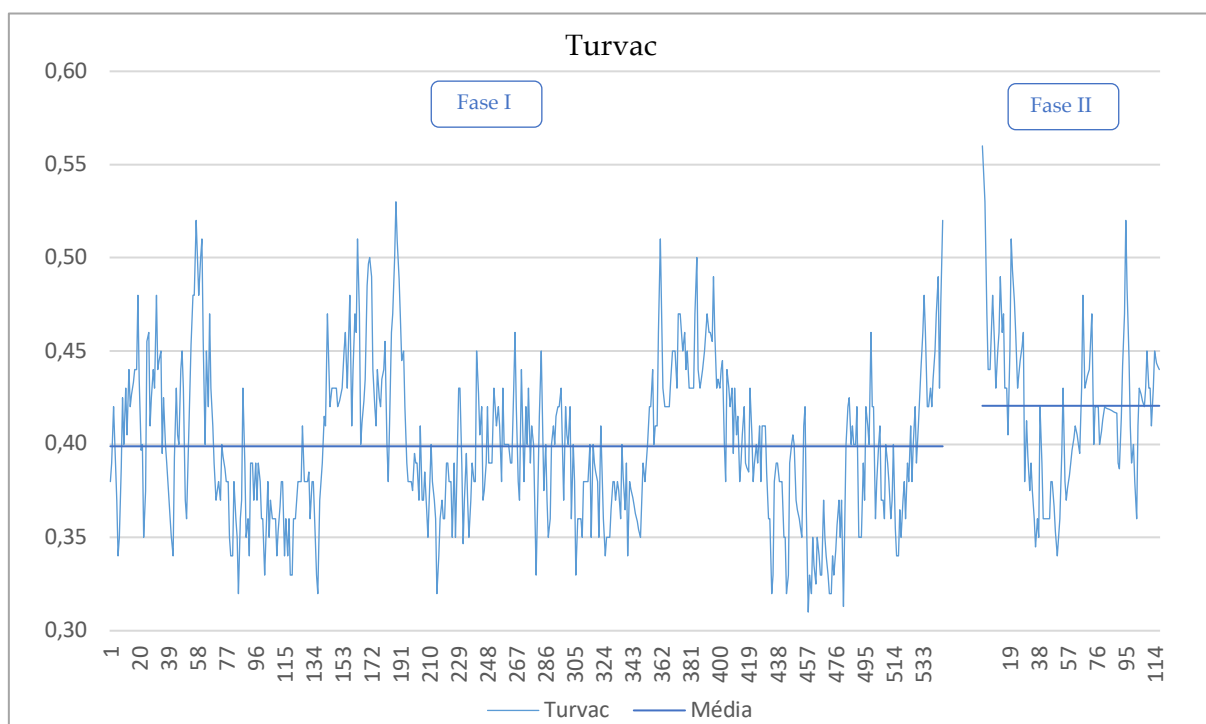


Figura F. 8 - Comportamento dos dados da Fase I vs. Comportamento dos dados da Fase II para a caraterística Turvac

Anexo F.4 – Amargor

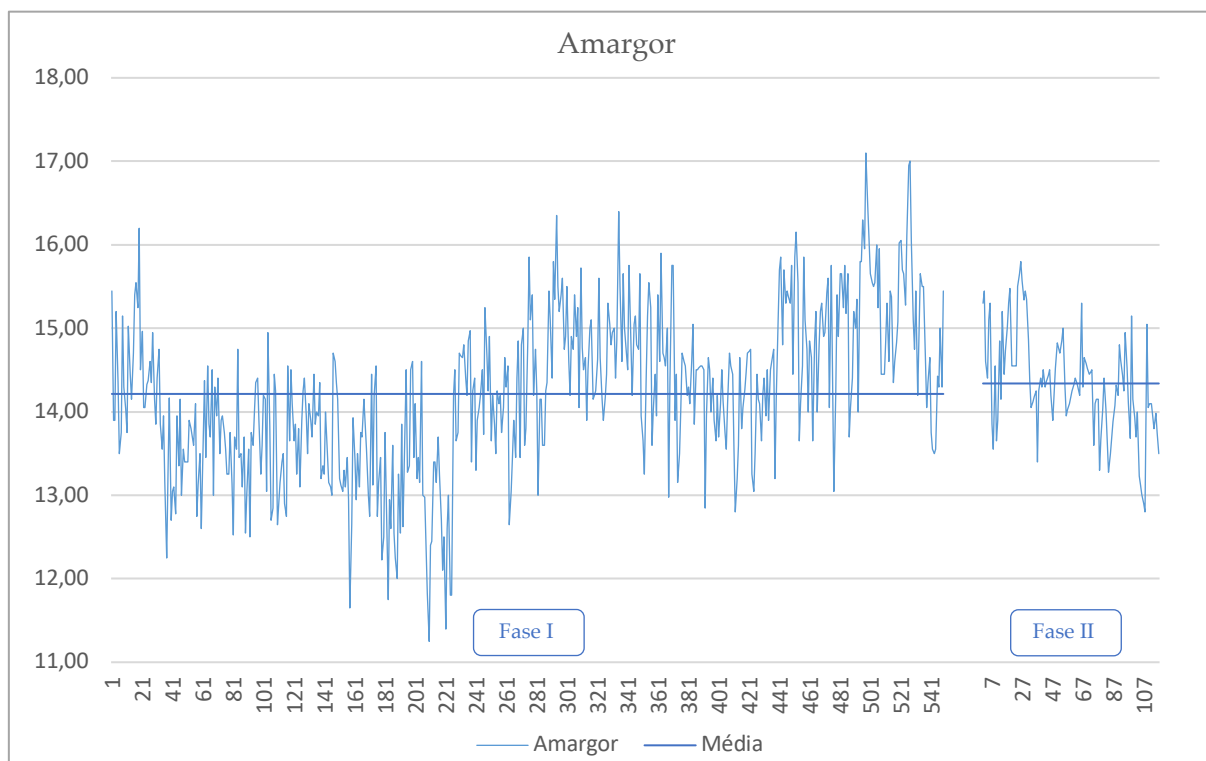


Figura F. 9 - Comportamento dos dados da Fase I vs. Comportamento dos dados da Fase II para a característica Amargor

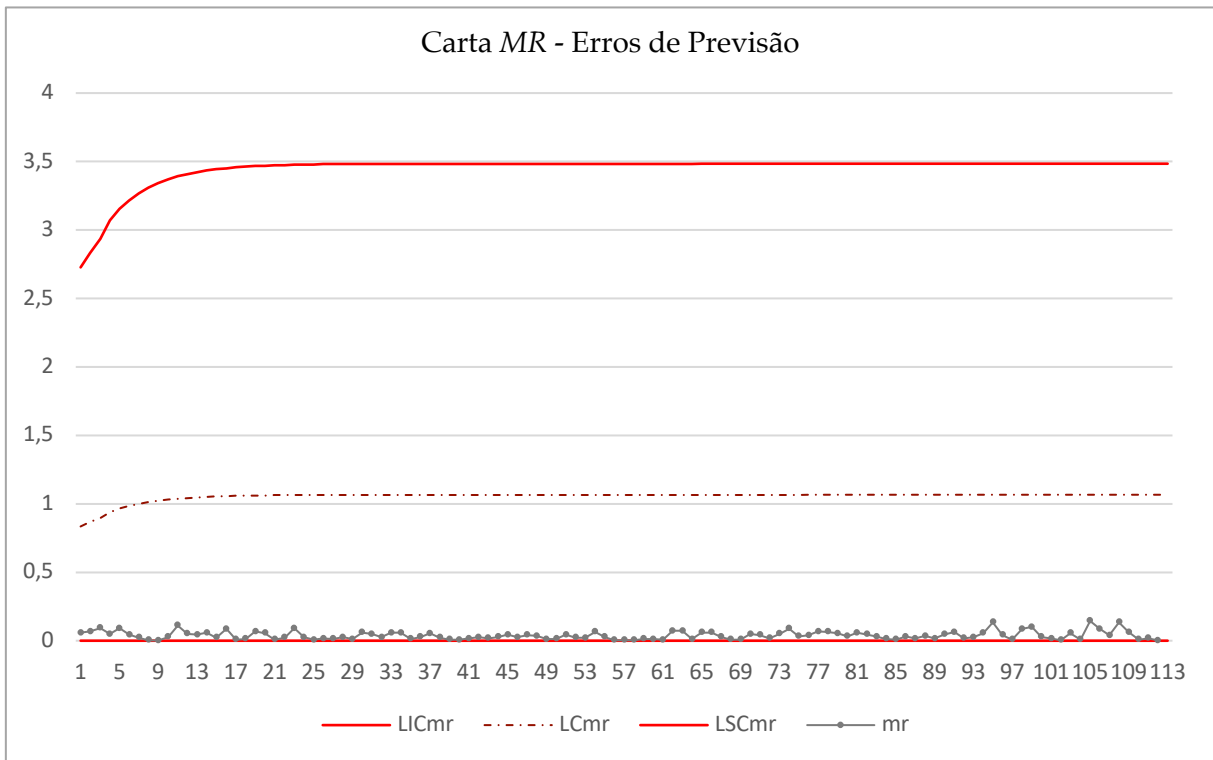
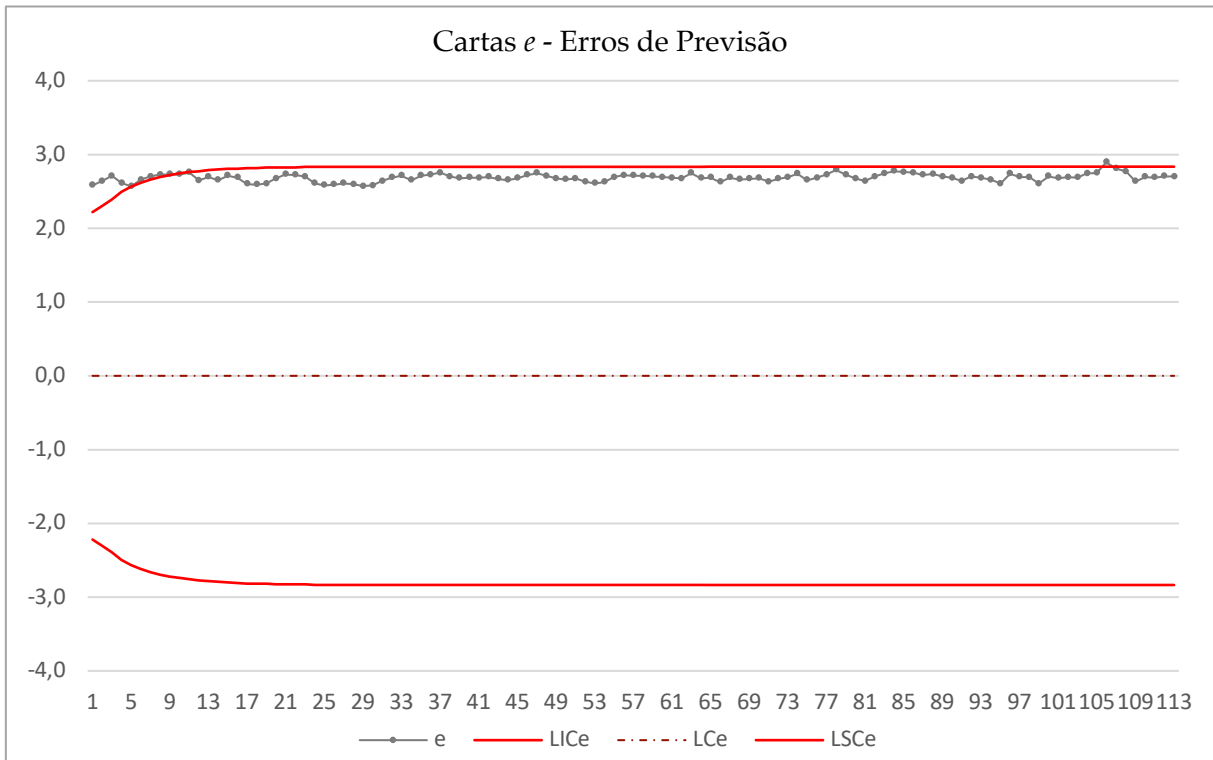


Figura F. 10 - Carta de controle e - MR dos erros de previsão para a característica Amargor

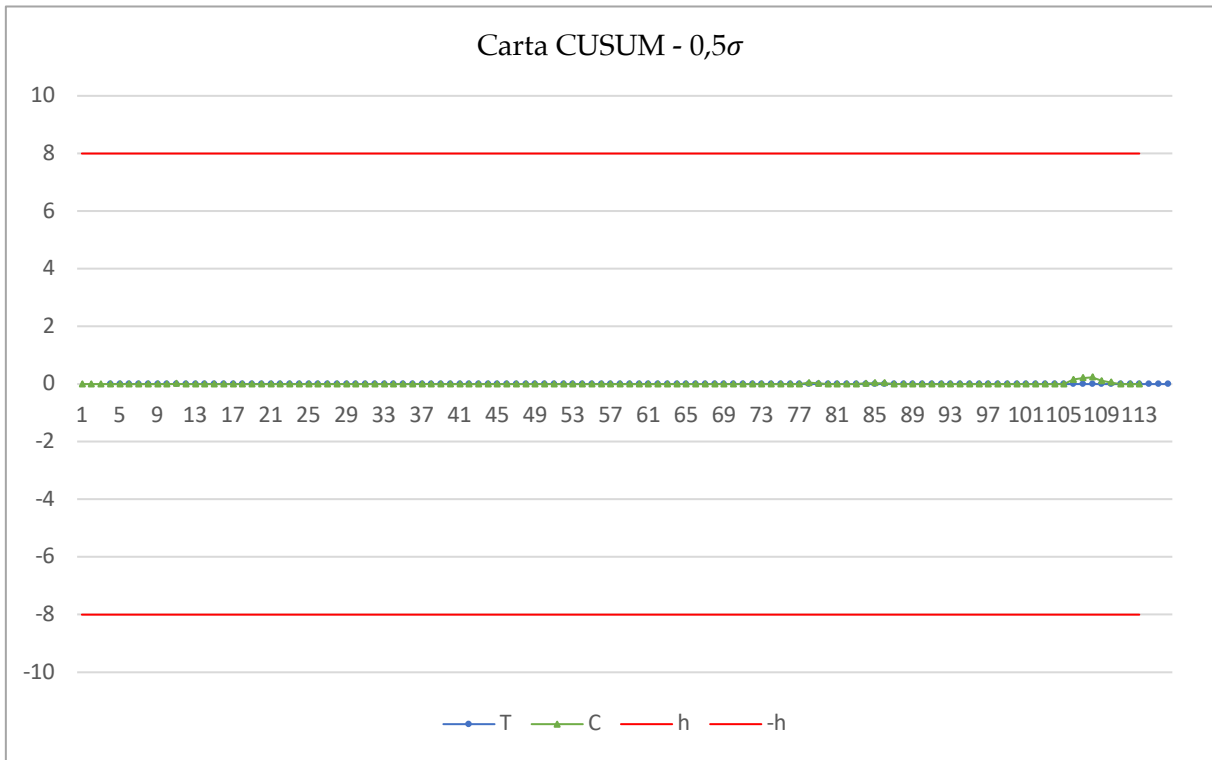


Figura F. 11 - Carta CUSUM para uma alteração na média de $0,5\sigma$ para a característica Amargor

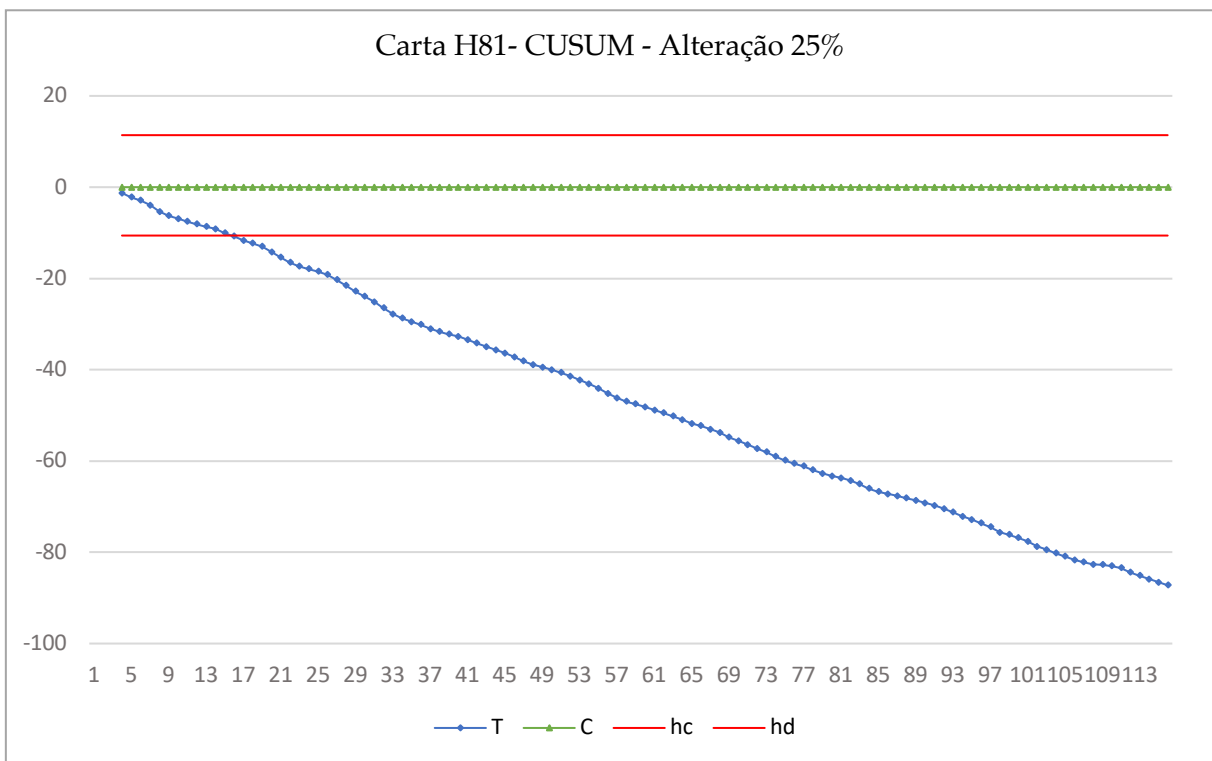


Figura F. 12 - Carta H81-CUSUM para uma de alteração de 25% do desvio padrão para a característica Amargor

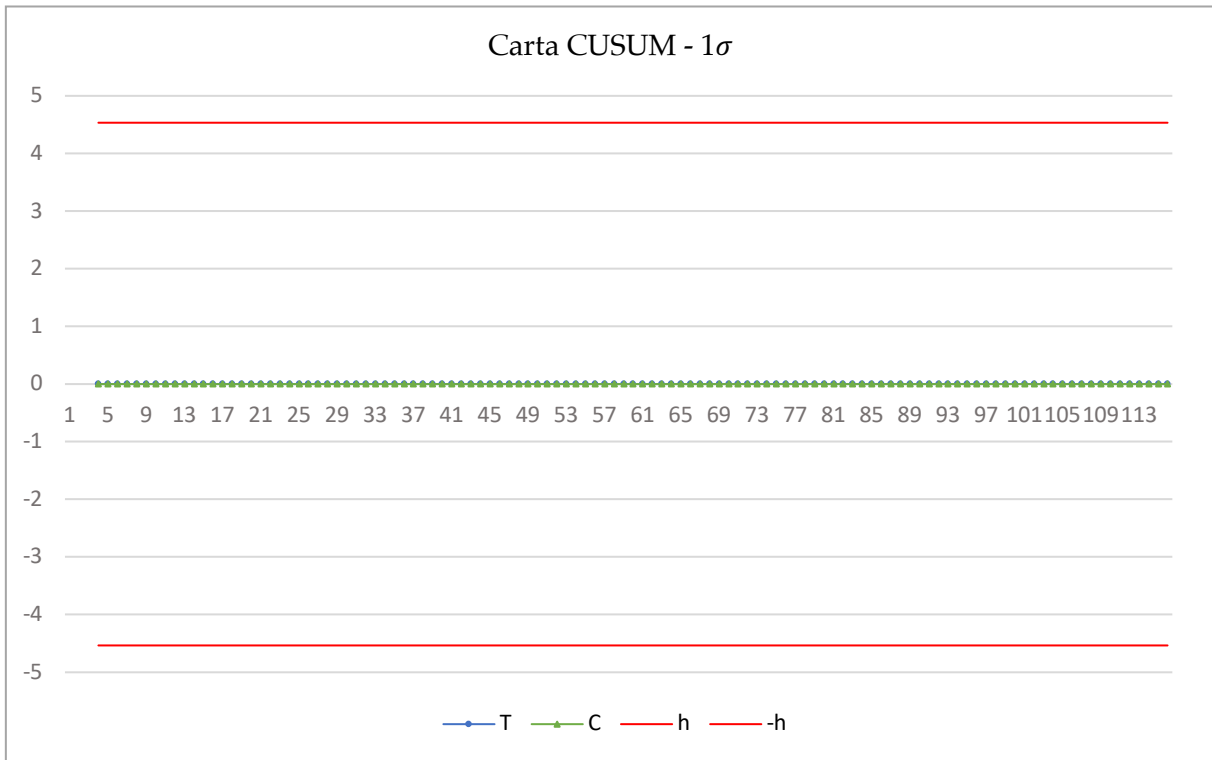


Figura F. 13 - Carta CUSUM para uma alteração na média de 1σ para a característica Amargor

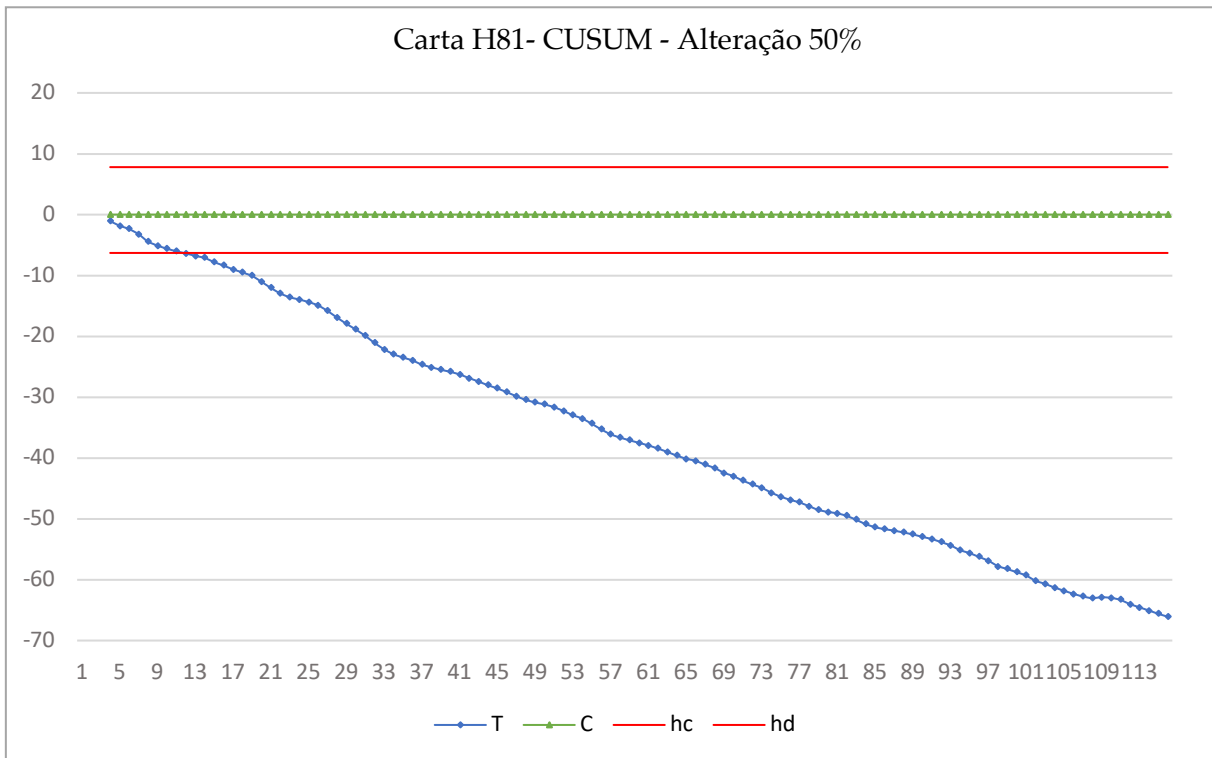


Figura F. 14 - Carta H81-CUSUM para uma de alteração de 50% do desvio padrão para a característica Amargor



2024

MARIA INÉS NÓBREGA

CONTROLO ESTATÍSTICO DO PROCESSO: ESTUDO DE CASO NUMA INDÚSTRIA CERVEJEIRA