



Departamento de Engenharia Civil

**ESTUDO DAS EQUAÇÕES DE INTERACÇÃO DE
COLUNAS-VIGA DO MÉTODO 2 DO EUROCÓDIGO 3**

Por
Joana Cândido de Matos Rosa

Dissertação para obtenção do grau de Mestre em Engenharia Civil

Orientador: Doutor Rodrigo de Moura Gonçalves

Júri

Presidente: Doutora Ildi Cismasiu
Vogais: Doutor João Rocha de Almeida (Arguente)
Doutor Rodrigo Gonçalves (Orientador Científico)

Maio de 2011

"Copyright" Todos os direitos reservados. Joana Cândido de Matos Rosa.
Faculdade de Ciências e Tecnologia. Universidade Nova de Lisboa

A Faculdade de Ciências e Tecnologia e a Universidade Nova de Lisboa têm o direito, perpétuo e sem limites geográficos, de arquivar e publicar esta dissertação através de exemplares impressos reproduzidos em papel ou de forma digital, ou por qualquer outro meio conhecido ou que venha a ser inventado, e de a divulgar através de repositórios científicos e de admitir a sua cópia e distribuição com objectivos educacionais ou de investigação, não comerciais, desde que seja dado crédito ao autor e editor.

Agradecimentos

A realização desta dissertação marca o final de uma importante etapa na minha vida, por este motivo não poderia deixar de agradecer a todos aqueles que me acompanharam e tornaram possível a sua realização.

Ao meu orientador, Doutor Rodrigo Gonçalves pela competência com que orientou a minha dissertação, disponibilidade, paciência, incentivo e pelo exemplo de sabedoria e dedicação.

À Doutora Zuzana Dimitrovová, um agradecimento pela disponibilidade demonstrada no apoio à modelação com elementos finitos através do programa Ansys.

Aos meus pais e irmã expresse um sentido e profundo reconhecimento pelo apoio incondicional, não só durante a elaboração deste trabalho, mas durante todo o meu percurso académico.

Finalmente, agradeço aos meus amigos e restante família.

A todos os que me ajudaram a ser quem sou, um MUITO OBRIGADA.

Resumo

Nesta dissertação apresentam-se os resultados de um estudo relativo à avaliação da precisão e segurança das equações de interacção de colunas-viga do Método 2 do Eurocódigo 3 (EC3). Em particular, estuda-se o comportamento das equações quando aplicadas a barras com secção transversal em I, sujeitas a combinações de N_{Ed} , $M_{y,Ed}$ e $M_{z,Ed}$, com condições de apoio diferentes daquelas para as quais as equações foram originalmente calibradas. Para o efeito, efectua-se um estudo paramétrico no qual se comparam os resultados fornecidos pelas equações de interacção com os obtidos através de modelações numéricas, pelo método dos elementos finitos, recorrendo ao programa Ansys. Os resultados deste estudo permitem extrair conclusões e recomendações relativamente à aplicação das disposições regulamentares do EC3.

Palavras chave:

Colunas-viga de aço

Eurocódigo 3

Equações de interacção de colunas-viga

Método 2

Abstract

On the Eurocode 3 Method 2 beam-column interaction equations

This dissertation concerns the assessment of the accuracy and safety of the Eurocode 3 (EC3) Method 2 beam-column interaction equations. In particular, one addresses the behaviour of the interaction equations when applied to I-section members under combinations of N_{Ed} , $M_{y,Ed}$ and $M_{z,Ed}$, with support conditions which are different from the ones employed in the original calibration studies. A parametric study is performed, where the results obtained with the EC3 interaction equations for Method 2 are compared with the ones obtained with finite element analyses. The results of this study make it possible to extract conclusions and recommendations for the application of the beam-column buckling rules in EC3.

Keywords:

Steel beam-columns

Eurocode 3

Beam-column interaction equations

Method 2

Índice de Matérias

Índice de Matérias	ix
Índice de Figuras	xi
Índice de Tabelas	xiii
Lista de abreviaturas, siglas e símbolos	xv
1 Introdução	1
1.1 Considerações gerais	1
1.2 Objectivos	2
1.3 Organização da tese	2
2 As equações de interacção de colunas-viga do EC3	5
2.1 Introdução	5
2.2 Equações de interacção relativas a colunas-viga	5
2.2.1 Factor de momento equivalente	6
2.3 Resistência da secção	12
2.4 Comportamento das equações de interacção do Método 2	12
3 Modelação numérica	19
3.1 Introdução	19
3.2 Modelação de colunas-viga através do programa Ansys	19
3.2.1 Elemento finito	19
3.2.2 Lei constitutiva do aço	19
3.2.3 Imperfeições geométricas	20
3.2.4 Tensões residuais	20
3.3 Exemplos de validação	21
3.3.1 Tensões residuais	21
3.3.2 Coluna-viga apoiada-encastada	23
3.3.3 Barras isoladas - comportamento plano	23

Índice de Matérias

3.3.4	Pórtico - comportamento plano (Vogel, 1985)	24
3.3.5	Barras isoladas - comportamento espacial	25
3.3.6	Consola de Gruttmann <i>et al.</i> , 2000	26
3.3.7	Conclusão	27
4	Estudo paramétrico	29
4.1	Introdução	29
4.2	Metodologia de análise	29
4.2.1	Colunas-viga sujeitas a N_{Ed} e $M_{y,Ed}$	32
4.2.1.1	Colunas-viga sem contraventamentos laterais	33
4.2.1.2	Colunas-viga com um contraventamento lateral a meio-vão	33
4.2.1.3	Colunas-viga apoiadas-encastadas com dois contraventamento laterais	36
4.2.1.4	Colunas-viga totalmente contraventadas lateralmente	36
4.2.2	Colunas-viga apoiadas-encastadas sujeitas a N_{Ed} e $M_{z,Ed}$	37
4.2.3	Colunas-viga apoiadas-encastadas sujeitas a $M_{y,Ed}$ e $M_{z,Ed}$	38
4.2.4	Colunas-viga apoiadas-encastadas sujeitas a N_{Ed} , $M_{y,Ed}$ e $M_{z,Ed}$	40
4.2.5	Consideração da não susceptibilidade à deformação por torção	40
4.2.6	Fórmula proposta por Gonçalves e Camotim (2004)	42
5	Conclusões e desenvolvimentos futuros	47
5.1	Conclusões	47
5.2	Desenvolvimentos futuros	49
	Bibliografia	51

Índice de Figuras

2.1	Coluna-viga apoiada-encastada	10
2.2	Valores de $C_{m,S}$ e $C_{m,U}$ para colunas-viga apoiadas-encastadas (Gonçalves e Camotim, 2004)	10
2.3	Diagramas de interacção de colunas-viga apoiadas-encastadas (Gonçalves e Camotim, 2004)	12
2.4	Coluna-viga sujeita a N e M_y	14
2.5	Coluna-viga sujeita a N e M_z	14
2.6	Coluna-viga sujeita a M_y e M_z	16
2.7	Comportamento das equações de interacção A e B	17
3.1	Elemento finito Beam189 (Ansys Inc., 2004)	20
3.2	Discretização das secções transversais	20
3.3	Discretização da secção transversal em células	22
3.4	Trajectória de equilíbrio e tensões residuais da viga em consola	22
3.5	Imperfeições geométricas e tensões residuais consideradas	23
3.6	Diagramas de interacção das colunas-viga apoiadas-encastadas	23
3.7	Diagramas de interacção para barras isoladas - comportamento plano	24
3.8	(a) Geometria e carregamento do pórtico (b) Lei constitutiva	25
3.9	Trajectórias de equilíbrio	25
3.10	Diagramas de interacção para barras isoladas - Comportamento espacial	26
3.11	Viga em consola e respectiva secção transversal (Gruttmann <i>et al.</i> , 2000)	27
3.12	Trajectórias de equilíbrio da consola segundo uma análise elástica e uma análise elasto-plástica	27
4.1	Dimensões do perfil HEB300	30
4.2	Diagrama tensão-deformação ilustrativo da lei constitutiva do aço	31
4.3	Imperfeições geométricas	31
4.4	Diagrama tensões residuais.	31
4.5	Diagrama de momento flector – Colunas-viga sem contraventamentos laterais	34
4.6	Colunas-viga submetidas a N_{Ed} e $M_{y,Ed}$ sem contraventamentos laterais	34

Índice de Figuras

4.7	Diagrama de momento flector – Colunas-viga com contraventamento lateral a meio-vão	35
4.8	Colunas-viga submetidas a N_{Ed} e $M_{y,Ed}$ com contraventamento a meio-vão . . .	35
4.9	Diagrama de momento flector – Colunas-viga com dois contraventamentos laterais	37
4.10	Colunas-viga submetidas a N_{Ed} e $M_{y,Ed}$ com dois contraventamentos	37
4.11	Colunas-viga submetidas a N_{Ed} e $M_{y,Ed}$ totalmente contraventadas lateralmente	38
4.12	Diagramas de interacção de colunas-viga apoiadas-encastadas nos dois plano de flexão, submetida a N_{Ed} e $M_{z,Ed}$	39
4.13	Diagramas de interacção de colunas-viga apoiadas-encastadas nos dois plano de flexão, submetida a $M_{y,Ed}$ e $M_{z,Ed}$	39
4.14	Diagramas de interacção de colunas-viga apoiadas-encastadas nos dois plano de flexão, submetida a N_{Ed} , $M_{y,Ed}$ e $M_{z,Ed}$	41
4.15	Diagramas de interacção: colunas-viga sem contraventamentos laterais não susceptíveis à deformação por torção	43
4.16	Diagramas de interacção: colunas-viga com um contraventamento lateral a meio-vão não susceptíveis à deformação por torção	44
4.17	Diagramas de interacção: colunas-viga com dois contraventamentos laterais não susceptíveis à deformação por torção	45
4.18	Diagramas de interacção de colunas-viga apoiadas-encastadas no plano $x - z$ e apoiadas-apoiadas-apoiadas-apoiadas no plano $x - y$, submetidas a N_{Ed} e $M_{y,Ed}$	46
4.19	Diagramas de interacção de colunas-viga apoiadas-encastadas nos dois planos de flexão, submetidas a N_{Ed} e $M_{z,Ed}$	46

Índice de Tabelas

2.1	Factores de interacção k_{ij} do Método 1 [Extraído do EC3]	7
2.2	Termos auxiliares para o cálculo dos factores de interacção k_{ij} do Método 1 [Extraído do EC3]	8
2.3	Factores de interacção k_{ij} do Método 2 para colunas-viga não susceptíveis à deformação por torção [Extraído do EC3]	9
2.4	Factores de interacção k_{ij} do Método 2 para colunas-viga susceptíveis à deformação por torção [Extraído do EC3]	9
2.5	Factores de momento uniforme equivalente, Método 1 [Extraído do EC3]	11
2.6	Factores de momento uniforme equivalente, Método 2 [Extraído do EC3]	11
4.1	Características geométricas do perfil HEB300	30
4.2	Esforços resistentes	30
4.3	Comprimentos e cargas críticas das colunas-viga no plano de flexão $x - z$	30

Lista de abreviaturas, siglas e símbolos

Abreviaturas

EC3 Eurocódigo 3

Siglas

CTPN Comissão Técnica Portuguesa de Normalização

SSRC Structural Stability Research Council

CEN Comité Europeu de Normalização

Índices

$()^I$ relativo a primeira ordem

$()^{II}$ relativo a segunda ordem

$()_{cr}$ relativo a esforço crítico

$()_{Ed}$ relativo a esforço actuante

$()_{el}$ relativo a esforço elástico

$()_{pl}$ relativo a esforço plástico

$()_{Rk}$ relativo a esforço resistente

$()_y$ relativo ao eixo y

$()_z$ relativo ao eixo z

Símbolos

Letras latinas

A área

b largura do banzo do perfil de aço

C_1 constante envolvida no cálculo do momento crítico

C_m factor de momento equivalente

$C_{m,U}$ factor de momento equivalente uniforme

Lista de abreviaturas, siglas e símbolos

- $C_{m,S}$ factor de momento equivalente sinusoidal
- C_{ij} coeficiente de plasticidade
- d altura da parte recta da alma
- E módulo de elasticidade
- f_y tensão de cedência
- h altura da secção
- I momento de inércia
- I_T factor de rigidez à torção de St. Venant
- K factor de amplificação de momentos
- K_S factor de amplificação para $C_{m,S}$
- K_U factor de amplificação para $C_{m,U}$
- k_{ij} coeficiente de interacção
- L comprimento do elemento
- m relação entre o momento flector actuante e o momento flector plástico
- M momento flector
- n relação entre o esforço axial actuante e o esforço axial plástico
- N esforço axial
- P_{col} esforço axial de colapso
- t_f espessura do banzo do perfil de aço
- t_W espessura da alma do perfil de aço
- W módulo de flexão

Letras Gregas

- χ factor de redução para a instabilidade por flexão
- χ_{LT} factor de redução para a instabilidade lateral por flexão-torção
- γ_{M1} coeficiente parcial de segurança para a resistência dos elementos em relação a fenómenos de encurvadura
- $\bar{\lambda}$ esbelteza normalizada ou adimensional
- $\bar{\lambda}_{LT}$ esbelteza normalizada para a instabilidade lateral por flexão-torção
- ν coeficiente de Poisson
- ψ relação entre os momentos de extremidade

Capítulo 1

Introdução

1.1 Considerações gerais

A construção em aço tem registado um grande crescimento em Portugal (Simões, 2005). O aço permite soluções construtivas arrojadas e estruturalmente eficientes, o que está na base da sua popularidade (Pinheiro, 2005). Associado a estes factores, é de especial importância a optimização do cálculo estrutural.

A grande maioria dos perfis de aço que formam as estruturas porticadas utilizadas na construção de edifícios estão submetidas a combinações de esforços axiais de compressão e momentos flectores com componentes numa ou em ambas as direcções principais de flexão e são por isso designadas por colunas-viga ¹.

O dimensionamento e a verificação da segurança de pórticos de aço podem ser efectuados através de métodos rigorosos de análise geometricamente não lineares em regime elasto-plástico, os quais devem tomar em consideração a totalidade de fenómenos de instabilidade relevantes, incluir o efeito de todas as imperfeições iniciais e fornecer o valor “exacto” da capacidade resistente do pórtico associada a uma determinada combinação de acções (Mendonça e Camotim, 2005).

A utilização destes “métodos avançados” de análise é contemplada pelo actual regulamento de estruturas de aço EC3 mas, devido à necessidade de dominar conceitos teóricos muito complexos, ainda está bastante limitada a trabalhos de investigação. Contudo, já estão disponíveis programas de análise estrutural que incorporam elementos de barra adequados para efectuar tais análises – *e.g.* o utilizado na presente dissertação, o programa Ansys. Apesar de as análises baseadas nestes elementos serem consideradas “exactas”, deve salientar-se que não incluem todos efeitos (a contabilização de todos os efeitos é ainda uma tarefa impossível), conduzem a resultados com um grau de aproximação muito aceitável.

O Eurocódigo 3 surgiu há cerca de 40 anos e constitui um amplo conjunto de normas sobre a verificação da segurança de estruturas de aço, representando uma evolução positiva da regulamentação nacional e europeia, complementando, actualizando, melhorando e mesmo suprimindo algumas lacunas da regulamentação existente. O objectivo desta regulamentação é que as normas de cálculo sejam as mesmas em toda a Europa, tornando mais fácil a troca de serviços entre os Estados-Membros permitindo a melhoria de condições para a competitividade internacional do sector da construção europeia, tornando-se mais fácil a investigação europeia conjunta na Engenharia de estruturas. Neste sentido, é muito importante familiarizar os

¹Coluna - barra submetida a compressão axial; Viga - barra submetida a flexão recta ou desviada.

projectistas com esta regulamentação, nomeadamente com as equações de interacção e alertá-los para as suas limitações.

1.2 Objectivos

A calibração das equações de interacção do Método 1 e do Método 2 foi essencialmente efectuada por comparação com valores obtidos através de ensaios experimentais e análises numéricas a colunas-viga isoladas, submetidas a carregamentos transversais simples com condições de apoio do tipo “forquilha”, ou seja, secções extremas com o empenamento e as duas rotações de flexão livres e a rotação de torção e os dois deslocamentos transversais impedidos (Boissonnade *et al.*, 2006). Num estudo recente relativo a colunas-viga sem possibilidade de instabilizar lateralmente, Gonçalves e Camotim (2004) mostraram que as equações de interacção devem ser aplicadas com cuidado e “bom julgamento estrutural”, na medida em que uma aplicação menos criteriosa pode conduzir a estimativas da resistência última não conservativas. Posteriormente Mendonça (2006) estudou a aplicação das equações de interacção a casos mais gerais, tendo concluído que se obtêm resultados demasiadamente a favor da segurança caso se utilizem os valores de χ_{LT} regulamentares.

A presente dissertação tem como principal objectivo avaliar a precisão e a segurança das equações de interacção do Método 2 do EC3, quando aplicadas a colunas-viga de aço com condições de apoio diferentes daquelas para as quais as equações foram calibradas (colunas-viga com apoios de “forquilha” nas secções extremas). Em particular, estudam-se colunas-viga em que uma das secções extremas contém um apoio de forquilha e a outra é encastrada. O trabalho teve também como objectivos:

- A modelação do comportamento das colunas-viga através do programa de elementos finitos Ansys;
- A análise do comportamento das equações de interacção do Método 2 do EC3 para colunas-viga com secção transversal em I, sujeitas a combinações de N_{Ed} , $M_{y,Ed}$ e $M_{z,Ed}$;
- A avaliação do desempenho da fórmula de $C_{m,S}$ proposta por Gonçalves *et al.* (2004).

1.3 Organização da tese

A dissertação encontra-se dividida em cinco Capítulos, o primeiro dos quais é o presente Capítulo introdutório. Nos parágrafos seguintes apresenta-se uma breve descrição do conteúdo de cada um deles.

No segundo Capítulo apresentam-se as equações de interacção dos Métodos 1 e Método 2 do Eurocódigo 3 (EC3) e descreve-se o comportamento das equações do Método 2 quando aplicadas a colunas-viga sujeitas a combinações de esforços N , M_y e M_z .

O terceiro Capítulo é dedicado à apresentação do programa de elementos finitos escolhido para modelar o comportamento estrutural das colunas-viga e à descrição de alguns detalhes envolvidos, tais como: a escolha do elemento finito para discretização, a lei constitutiva e a incorporação de imperfeições geométricas e tensões residuais. No final descrevem-se e apresentam-se os resultados dos estudos de validação efectuados.

O Capítulo quatro aborda o estudo paramétrico. Define-se o âmbito do estudo, a metodologia de análise e apresentam-se e discutem-se todos os resultados obtidos.

No Capítulo cinco, apresentam-se as principais conclusões do trabalho e fornecem-se algumas sugestões relativas a possíveis extensões e desenvolvimentos futuros.

Capítulo 2

As equações de interacção de colunas-viga do EC3

2.1 Introdução

Este capítulo tem como principal objectivo a apresentação das equações de verificação da resistência de colunas-viga de aço prescritas no Eurocódigo 3 (EC3) (CEN, 2005).

O EC3 propõe dois métodos diferentes para o cálculo dos parâmetros das equações de interacção — *Método 1* e *Método 2* —, sendo que nenhum deles é vinculativo, de acordo com o Anexo Nacional (CTPN, 2007). A principal diferença entre os dois métodos é o modo como contabilizam os diferentes efeitos estruturais. O primeiro método resultou do trabalho de uma equipa Franco-Belga (Maquoi *et al.*, 2001; Boissonnade *et al.*, 2004). Caracteriza-se pela transparência, precisão e consistência, isto porque as suas fórmulas procuram, através de factores individuais, contabilizar separadamente os efeitos dos fenómenos que influenciam a resistência última de uma coluna-viga. Esta abordagem leva então a expressões relativamente complexas, por envolverem um significativo número de parâmetros, mas com significados físicos bem definidos (Boissonnade *et al.*, 2006).

Por sua vez, o Método 2 foi desenvolvido por uma equipa Austro-Germânica (Greiner, 2002; Lindner, 2003) e baseia-se num conceito de “factores globais” e de simplicidade. Por envolverem um reduzido número de parâmetros, as suas expressões são simples e de fácil utilização.

No final do capítulo, faz-se um estudo pormenorizado do comportamento das equações de interacção do Método 2 quando aplicadas a colunas-viga de aço, com secção transversal em I e sujeitas combinações de esforço axial de compressão, momento flector na direcção y e momento flector na direcção z .

Na presente dissertação apenas serão abordadas colunas-viga de aço constituídas por perfis laminados com secção transversal em I ou RHS e de classes 1 ou 2.

2.2 Equações de interacção relativas a colunas-viga

Para verificar a resistência à encurvadura de colunas-viga de aço constituídas por perfis laminados com secção transversal em I ou RHS, de classes 1 ou 2 e solicitados à flexão composta desviada ($N_{Ed} + M_{y,Ed} + M_{z,Ed}$) (y é o eixo de maior inércia e z é o eixo de menor inércia), o EC3 fornece as seguintes equações de interacção

Equação A:

$$\frac{N_{Ed}}{\frac{\chi_y N_{Rk}}{\gamma_{M_1}}} + k_{yy} \frac{M_{y,Ed}}{\chi_{LT} \frac{M_{y,Rk}}{\gamma_{M_1}}} + k_{yz} \frac{M_{z,Ed}}{\frac{M_{z,Rk}}{\gamma_{M_1}}} \leq 1 \quad (2.1)$$

Equação B:

$$\frac{N_{Ed}}{\frac{\chi_z N_{Rk}}{\gamma_{M_1}}} + k_{zy} \frac{M_{y,Ed}}{\chi_{LT} \frac{M_{y,Rk}}{\gamma_{M_1}}} + k_{zz} \frac{M_{z,Ed}}{\frac{M_{z,Rk}}{\gamma_{M_1}}} \leq 1 \quad (2.2)$$

onde:

- N_{Ed} , $M_{y,Ed}$ e $M_{z,Ed}$ são os valores de cálculo do esforço axial e dos momentos flectores máximos actuantes ao longo da barra;
- $N_{Rk} = f_y A$, $M_{y,Rk} = f_y W_{pl,y}$ e $M_{z,Rk} = f_y W_{pl,z}$ são os valores característicos das resistências da secção transversal à compressão e à flexão segundo y e z , onde A corresponde à área da secção e W_{pl} corresponde ao módulo de flexão plástico;
- χ_y e χ_z são os factores de redução devido à encurvadura por flexão em torno de y e de z (coluna);
- χ_{LT} é o factor de redução devido à encurvadura lateral por flexão torção (viga);
- γ_{M_1} é o coeficiente parcial de segurança para a resistência dos elementos em relação a fenómenos de encurvadura, igual a 1,0;
- k_{yy} , k_{yz} , k_{zy} e k_{zz} são os factores de interacção que traduzem o efeito dos fenómenos de instabilidade.

Os factores de interacção k_{ij} dependem do método escolhido (*Método 1* ou o *Método 2*) cujas expressões são fornecidas nos Anexos A e B do EC3. Segundo o Anexo Nacional, estes anexos passam a ter um carácter normativo ao invés do carácter informativo que lhes foi atribuído inicialmente. No caso do Método 1, devem utilizar-se as apresentadas na Tabela 2.1 e os respectivos termos auxiliares apresentados na Tabela 2.2. Para o Método 2 devem utilizar-se as fórmulas apresentadas na Tabela 2.4 se a coluna-viga for susceptível à deformação por torção e as da Tabela 2.4 se a coluna-viga não for susceptível à deformação por torção. Segundo Boissonnade *et al.* (2006), as colunas-viga com secções em I e H não contraventadas devem ser classificadas como susceptíveis à deformação por torção. Poderão ser classificadas como não susceptíveis à deformação por torção se forem continuamente contraventadas à torção e se: (i) a rigidez do contraventamento lateral ou de torção possui uma rigidez mínima (definida nessa publicação) ou (ii) a respectiva esbelteza normalizada $\bar{\lambda}_{LT}$ for inferior ou igual a 0,4.

Conforme se pode observar nas tabelas, os factores k_{ij} dependem de factores C_m , designados factores de momento equivalente, que serão abordados em detalhe de seguida.

2.2.1 Factor de momento equivalente

O momento máximo actuante de 2ª ordem ($M_{Ed,max}^{II}$) pode ser obtido a partir do momento máximo de 1ª ordem ($M_{Ed,max}^I$) através de

2.2. Equações de interacção relativas a colunas-viga

Tabela 2.1: Factores de interacção k_{ij} do Método 1 [Extraído do EC3]

Factores de interacção	Propriedades plásticas das secções transversais Classe 1, Classe 2
k_{yy}	$C_{my} C_{mLT} \frac{\mu_y}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}} \frac{1}{C_{yy}}$
k_{yz}	$C_{mz} \frac{\mu_y}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}} \frac{1}{C_{yz}} 0,6 \sqrt{\frac{w_z}{w_y}}$
k_{zy}	$C_{my} C_{mLT} \frac{\mu_z}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}} \frac{1}{C_{zy}} 0,6 \sqrt{\frac{w_y}{w_z}}$
k_{zz}	$C_{mz} \frac{\mu_z}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}} \frac{1}{C_{zz}}$

$$M_{Ed,max}^{II} = C_m K M_{Ed,max}^I \quad (2.3)$$

onde C_m é o factor de momento equivalente e K factor de amplificação.

O valor de C_m depende de K e encontra-se tabelado em numerosas publicações (*e.g.*, Reis e Camotim, 2001; Boissonnade *et al.*, 2006; Gonçalves e Camotim, 2004; Ziemian, 2010). No caso particular de elementos simplesmente apoiados sujeitos a momento uniforme, tem-se

$$K = K_U = \frac{1}{\cos\left(\frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{N_{Ed}}{N_{cr}}}\right)}; C_m = C_{m,U} = 1 \quad (2.4)$$

onde o índice “U” foi utilizado para definir o momento equivalente uniforme.

No caso de elementos simplesmente apoiados sujeitos a um momento sinusoidal que provoque uma deformada coincidente com o modo crítico de instabilidade (da coluna)

$$K = K_S = \frac{1}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr}}}; C_m = C_{m,S} = 1 \quad (2.5)$$

onde o índice “S” foi utilizado para definir o momento equivalente sinusoidal.

O Método 1 é baseado em K_S e $C_{m,S}$ e o Método 2 em K_U e $C_{m,U}$. É possível relacionar os dois factores a partir da equação 2.3, ou seja,

$$M_{Ed,max}^{II} = C_{m,S} K_S M_{Ed,max}^I = C_{m,U} K_U M_{Ed,max}^I \quad (2.6)$$

$$C_{m,U} = \frac{K_S}{K_U} C_{m,S} \quad (2.7)$$

Capítulo 2. As equações de interacção de colunas-viga do EC3

Tabela 2.2: Termos auxiliares para o cálculo dos factores de interacção k_{ij} do Método 1 [Extraído do EC3]

$\mu_y = \frac{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}}{1 - \chi_y \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}}$	$C_{yy} = 1 + (w_y - 1) \left[\left(2 - \frac{1,6}{w_y} C_{my}^2 \bar{\lambda}_{max} - \frac{1,6}{w_y} C_{my}^2 \bar{\lambda}_{max} \right) n_{pl} - b_{LT} \right] \geq \frac{W_{el,y}}{W_{pl,y}}$
$\mu_z = \frac{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}}{1 - \chi_z \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}}$	$C_{yz} = 1 + (w_z - 1) \left[\left(2 - 14 \frac{C_{mz}^2 \bar{\lambda}_{max}^2}{w_z^5} \right) n_{pl} - c_{LT} \right] \geq 0,6 \sqrt{\frac{w_z}{w_y} \frac{W_{el,z}}{W_{pl,z}}}$
$w_y = \frac{W_{pl,y}}{W_{el,y}} \leq 1,5$	$\text{com } b_{LT} = 0,5 a_{LT} \bar{\lambda}_0^2 \frac{M_{y,Ed}}{\chi_{LT} M_{pl,y,Rd}} \frac{M_{z,Ed}}{M_{pl,z,Rd}}$
$w_z = \frac{W_{pl,z}}{W_{el,z}} \leq 1,5$	$c_{LT} = 10 a_{LT} \frac{\bar{\lambda}_0^2}{5 + \bar{\lambda}_z^4} \frac{M_{y,Ed}}{C_{my} \chi_{LT} M_{pl,y,Rd}}$
$n_{pl} = \frac{N_{Ed}}{N_{Rk} / \gamma_{M1}}$	$C_{zy} = 1 + (w_y - 1) \left[\left(2 - 14 \frac{C_{my}^2 \bar{\lambda}_{max}^2}{w_y^5} \right) n_{pl} - d_{LT} \right] \geq 0,6 \sqrt{\frac{w_y}{w_z} \frac{W_{el,y}}{W_{pl,y}}}$
$C_{my} \text{ ver Tabela 2.5}$	$\text{com } d_{LT} = 2 a_{LT} \frac{\bar{\lambda}_0^2}{0,1 + \bar{\lambda}_z^4} \frac{M_{y,Ed}}{C_{my} \chi_{LT} M_{pl,y,Rd}} \frac{M_{z,Ed}}{C_{mz} M_{pl,z,Rd}}$
$a_{LT} = 1 - \frac{I_T}{I_y} \geq 0$	$C_{yy} = 1 + (w_z - 1) \left(2 - \frac{1,6}{w_y} C_{mz}^2 \bar{\lambda}_{max} - \frac{1,6}{w_z} C_{mz}^2 \bar{\lambda}_{max} - e_{LT} \right) n_{pl} \geq \frac{W_{el,z}}{W_{pl,z}}$
	$\text{com } e_{LT} = 1,7 a_{LT} \frac{\bar{\lambda}_0}{0,1 + \bar{\lambda}_z^4} \frac{M_{y,Ed}}{C_{my} \chi_{LT} M_{pl,y,Rd}}$
$\bar{\lambda}_{max} = \begin{cases} \bar{\lambda}_y \\ \bar{\lambda}_z \end{cases}$	
$\bar{\lambda}_0 = \text{esbelteza normalizada relativa à encurvadura no caso de momento flector uniforme, ou seja, } \psi = 1,0 \text{ na Tabela 2.5}$	
$\bar{\lambda}_{LT} = \text{esbelteza normalizada relativa à encurvadura lateral.}$	
$\text{Se } \bar{\lambda}_0 \leq 0,2 \sqrt{C_1^4} \sqrt{\left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}} \right) \left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,TF}} \right)} :$	
$C_{my} = C_{my,0}$	
$C_{mz} = C_{mz,0}$	
$C_{mLT} = 1,0$	
$\text{Se } \bar{\lambda}_0 > 0,2 \sqrt{C_1^4} \sqrt{\left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}} \right) \left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,TF}} \right)} :$	
$C_{my} = C_{my,0} + (1 - C_{my,0}) \frac{\sqrt{\varepsilon_y} a_{LT}}{1 + \sqrt{\varepsilon_y} a_{LT}}$	
$C_{mz} = C_{mz,0}$	
$C_{mLT} = C_{my}^2 \frac{a_{LT}}{\sqrt{\left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}} \right) \left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,T}} \right)}} \geq 1$	
$\varepsilon_y = \frac{M_{y,Ed}}{N_{Ed}} \frac{A}{W_{el,y}} \text{ para as secções transversais das Classes 1, 2 e 3}$	
$\varepsilon_y = \frac{M_{y,Ed}}{N_{Ed}} \frac{A}{W_{el,y}} \text{ para as secções transversais da Classe 4}$	
$N_{cr,y} = \text{esforço normal crítico de encurvadura elástica por flexão em torno do eixo y}$	
$N_{cr,z} = \text{esforço normal crítico de encurvadura elástica por flexão em torno do eixo z}$	
$N_{cr,T} = \text{esforço normal crítico de encurvadura elástica por torção}$	
$I_T = \text{constante de torção de St. Venant; } I_y = \text{momento de inércia em torno do eixo}$	

2.2. Equações de interacção relativas a colunas-viga

Tabela 2.3: Factores de interacção k_{ij} do Método 2 para colunas-viga não susceptíveis à deformação por torção [Extraído do EC3]

Factores de interacção	Tipo de secções	Propriedades plásticas das secções transversais Classe 1, Classe 2
k_{yy}	Secções em I Secções tubulares rectangulares	$C_{my} \left(1 + (\bar{\lambda}_y - 0,2) \frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$ $\leq C_{my} \left(1 + 0,8 \frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$
k_{yz}	Secções em I Secções tubulares rectangulares	0,6 k_{zz}
k_{zy}	Secções em I Secções tubulares rectangulares	0,6 k_{yy}
k_{zz}	Secções em I	$C_{mz} \left(1 + (\bar{\lambda}_z - 0,2) \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$ $\leq C_{mz} \left(1 + 1,4 \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$
	Secções tubulares rectangulares	$C_{mz} \left(1 + (\bar{\lambda}_z - 0,2) \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$ $\leq C_{mz} \left(1 + 0,8 \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$
Para secções em I, H e tubulares em compressão axial e em flexão recta $M_{y,Ed}$, o factor k_{zy} poderá considerar-se $k_{zy}=0$		

Tabela 2.4: Factores de interacção k_{ij} do Método 2 para colunas-viga susceptíveis à deformação por torção [Extraído do EC3]

Factores de interacção	Propriedades plásticas das secções transversais Classe 1, Classe 2
k_{yy}	k_{yy} da Tabela 2.3
k_{yz}	k_{yz} da Tabela 2.3
k_{zy}	$\left[1 - \frac{0,1\bar{\lambda}_z}{(C_{mLT} - 0,25)} \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right]$ $\geq \left[1 - \frac{0,1}{(C_{mLT} - 0,25)} \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right]$ para $\bar{\lambda}_z < 0,4$: $k_{zy} = 0,6 + \bar{\lambda}_z \leq 1 - \frac{0,1\bar{\lambda}_z}{(C_{mLT} - 0,25)} \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}}$
k_{zz}	k_{zz} da Tabela 2.3

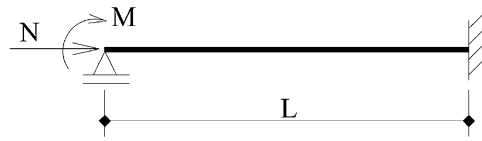


Figura 2.1: Coluna-viga apoiada-encastada

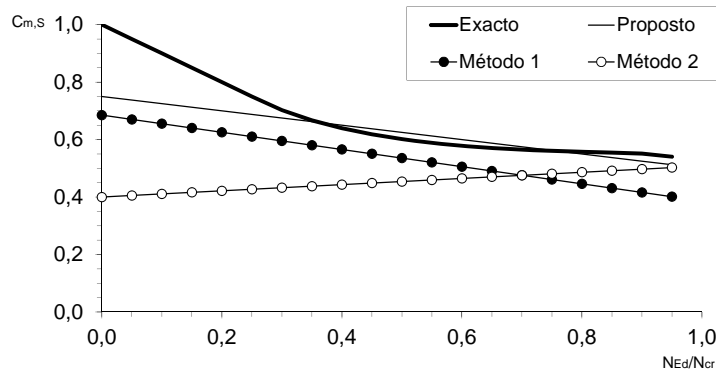


Figura 2.2: Valores de $C_{m,S}$ e $C_{m,U}$ para colunas-viga apoiadas-encastadas (Gonçalves e Camotim, 2004)

Para cada método, o valor do respectivo factor C_m é obtido a partir das Tabelas 2.5 ou 2.6.

Os estudos de desenvolvimento e calibração das equações de interacção do Método 1 e Método 2 foram baseados no comportamento de colunas-viga isoladas com apoios de “forquilha”. Assim, é necessário especial atenção na escolha do valor do factor de momento equivalente para colunas-viga com outras condições de apoio (Boissonnade *et al.*, 2006). A título de exemplo, considere-se a coluna-viga apoiada-encastada da figura 2.1, sujeita a uma força de compressão e um momento flector aplicados na extremidade apoiada (Gonçalves e Camotim, 2004). Na figura 2.2 representam-se os factores C_m correspondentes aos Métodos 1 e 2 (obtidos das Tabelas 2.5 e 2.6 com $\psi = 0,5$), a solução “exacta” (análise de 2ª ordem) e a solução aproximada

$$C_{m,S} = 0,75 - 0,25 \frac{N_{Ed}}{N_{cr}}, \quad (2.8)$$

proposta por Gonçalves e Camotim (2004) e que constitui uma boa aproximação da solução exacta quando há amplificação de momentos ($N_{Ed}/N_{cr} > 0,3$). Na figura 2.3 (a) representam-se os diagramas de interacção $N - M$ que se obtêm pela aplicação dos Métodos 1 e 2 com os valores regulamentares de C_m e os resultados de uma análise “exacta”¹. Constata-se que a utilização destes factores conduz a resultados contra a segurança. Na figura 2.3 (b) representam-se os mesmos resultados, mas utilizando a expressão aproximada 2.8, a qual permite obter resultados mais precisos e do lado da segurança.

¹Análise fisicamente e geometricamente não-linear incluindo tensões residuais e imperfeições geométricas (Gonçalves e Camotim, 2004).

2.2. Equações de interacção relativas a colunas-viga

Tabela 2.5: Factores de momento uniforme equivalente, Método 1 [Extraído do EC3]

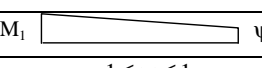
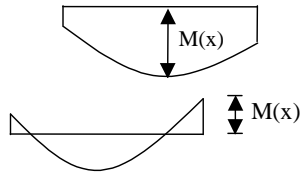
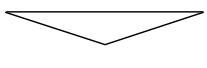

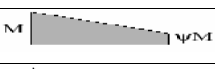
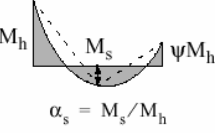
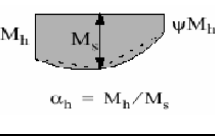
Diagrama de momentos	C _{mi,0}
 M_1 ψM_1 $-1 \leq \psi \leq 1$	$C_{mi,0} = 0,79 + 0,21\psi_i + 0,36(\psi_i - 0,33) \frac{N_{Ed}}{N_{cr,i}}$
 $M(x)$ $M(x)$	$C_{mi,0} = 1 + \left(\frac{\pi^2 EI_i \delta_x }{L^2 M_{i,Ed}(x) } - 1 \right) \frac{N_{Ed}}{N_{cr,i}}$ $M_{i,Ed}(x)$ é o momento máximo $M_{y,Ed}$ ou $M_{z,Ed}$ $ \delta_x $ é a flecha máxima ao longo do elemento
	$C_{mi,0} = 1 - 0,18 \frac{N_{Ed}}{N_{cr,i}}$
	$C_{mi,0} = 1 + 0,03 \frac{N_{Ed}}{N_{cr,i}}$

Tabela 2.6: Factores de momento uniforme equivalente, Método 2 [Extraído do EC3]

Diagrama de momentos	Domínio		C _{my} e C _{mz} e C _{mLT}	
			Carga uniforme	Carga concentrada
 M ψM	$-1 \leq \psi \leq 1$		$0,6 + 0,4\psi \geq 0,4$	
 M_h M_s ψM_h $\alpha_s = M_s/M_h$	$0 \leq \alpha_s \leq 1$	$-1 \leq \psi \leq 1$	$0,2 + 0,8\alpha_s \geq 0,4$	$0,2 + 0,8\alpha_s \geq 0,4$
	$-1 \leq \alpha_s < 0$	$0 \leq \psi \leq 1$	$0,1 - 0,8\alpha_s \geq 0,4$	$-0,8\alpha_s \geq 0,4$
	$-1 \leq \alpha_s < 0$	$-1 \leq \psi < 0$	$0,1(1-\psi) - 0,8\alpha_s \geq 0,4$	$0,2(-\psi) - 0,8\alpha_s \geq 0,4$
 M_h M_s ψM_h $\alpha_h = M_h/M_s$	$0 \leq \alpha_h \leq 1$	$-1 \leq \psi \leq 1$	$0,95 + 0,05\alpha_h$	$0,90 + 0,10\alpha_h$
	$-1 \leq \alpha_h < 0$	$0 \leq \psi \leq 1$	$0,95 + 0,05\alpha_h$	$0,90 + 0,10\alpha_h$
	$-1 \leq \alpha_h < 0$	$-1 \leq \psi < 0$	$0,95 + 0,05\alpha_h(1+2\psi)$	$0,9 + 0,10\alpha_h(1+2\psi)$
Em elementos com modos de encurvadura associados a deslocamentos laterais, o coeficiente de momento uniforme equivalente deverá tomar-se igual a $C_{my} = 0,9$ ou $C_{mz} = 0,9$, respectivamente.				
C _{my} , C _{mz} e C _{mLT} deverão ser obtidos de acordo com o diagrama dos momentos flectores entre os pontos de travamento, da seguinte forma:				
coeficiente de momento	eixo de flexão	travamento na direcção		
C _{my}	y-y	z-z		
C _{mz}	z-z	y-y		
C _{mLT}	y-y	y-y		

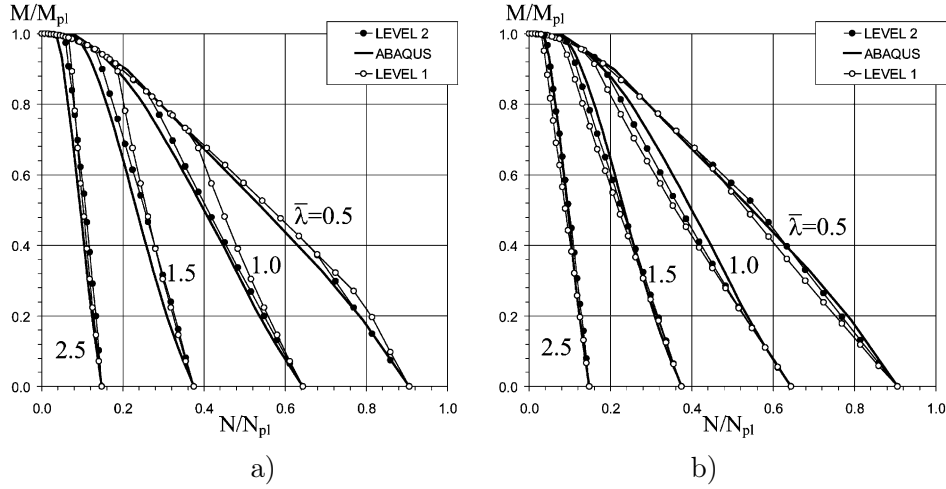


Figura 2.3: Diagramas de interacção de colunas-viga apoiadas-encastadas (Gonçalves e Camotim, 2004)

2.3 Resistência da secção

Para além das equações de interacção, o EC3 obriga também a verificar a capacidade resistente das secções extremas. Para colunas-viga com secção em I (com banzos iguais) da classe 1 ou 2, sujeitas à flexão composta desviada, é dada por:

$$\left[\frac{M_{y,Ed}}{M_{N,y,Rd}} \right]^\alpha + \left[\frac{M_{z,Ed}}{M_{N,z,Rd}} \right]^\beta \leq 1 \quad (2.9)$$

em que,

$$M_{N,y,Rd} = M_{pl,y,Rd} \frac{(1-n)}{(1-0,5a)} \leq M_{pl,y,Rd} \quad (2.10)$$

se $n \leq a$:

$$M_{N,z,Rd} = M_{pl,z,Rd} \quad (2.11)$$

se $n > a$:

$$M_{N,z,Rd} = M_{pl,z,Rd} \left[1 - \left(\frac{n-a}{1-a} \right)^2 \right] \quad (2.12)$$

Os parâmetros n e a são definidos por: $n = \frac{N_{Ed}}{N_{pl,Rd}}$ e $a = \frac{(A-2bt_f)}{A} \leq 0,5$

2.4 Comportamento das equações de interacção do Método 2

Nesta secção estuda-se analiticamente o comportamento das equações de interacção A e B (ver equações (2.1) e (2.2)) de acordo com o Método 2 para colunas-viga com secção em I. Os diagramas correspondentes apresentam-se em gráficos cujos eixos correspondem a $n = N_{Ed}/(N_{Rk}/\gamma_{M1})$, $m_y = M_{y,Ed}/(M_{y,Rk}/\gamma_{M1})$ e $m_z = M_{z,Ed}/(M_{z,Rk}/\gamma_{M1})$.

No caso de uma coluna-viga sujeita a $N + M_y$, tem-se

2.4. Comportamento das equações de interacção do Método 2

$$A : \frac{n}{\chi_y} + k_{yy} \frac{m_y}{\chi_{LT}} \leq 1 \quad (2.13)$$

$$B : \frac{n}{\chi_z} + k_{zy} \frac{m_y}{\chi_{LT}} \leq 1 \quad (2.14)$$

onde

- $k_{yy} = \text{mín} \left(C_{my} \left(1 + (\bar{\lambda}_y - 0, 2) \frac{n}{\chi_y} \right); C_{my} \left(1 + 0, 8 \frac{n}{\chi_y} \right) \right);$
- $k_{zy} = \text{máx} \left(\left[1 - \frac{0,1\bar{\lambda}_z}{(C_{mLT}-0,25)\chi_z} \frac{n}{\chi_z} \right]; \left[1 - \frac{0,1}{(C_{mLT}-0,25)\chi_z} \frac{n}{\chi_z} \right] \right)$, se a coluna-viga for susceptível à deformação por torção e $\bar{\lambda}_z \geq 0,4$, ou
 $k_{zy} = 0,6k_{yy}$, se a coluna-viga não for susceptível à deformação por torção.

Nestas condições, a equação A depende de χ_y , χ_{LT} e de k_{yy} . O respectivo diagrama “inicia” a trajectória no ponto $n = 0$ e $m_y = \chi_{LT}/k_{yy}$ e, segundo as fórmulas dos coeficientes k_{ij} acima apresentadas, este mesmo ponto corresponde a $m_y = \chi_{LT}/C_{my}$ pois $k_{yy} = C_{my}$. O diagrama intersecta o eixo n no ponto $n = \chi_y$. Todos os outros pontos intermédios do diagrama são condicionados pelo valor do factor k_{yy} , o qual rege a concavidade do diagrama. Se for igual à unidade, a representação gráfica da equação (A) é uma linha recta, caso seja superior ou inferior à unidade a representação vai-se tornando mais côncava ou mais convexa, respectivamente, à medida que os seus valores aumentam em módulo (ver figura 2.4).

A equação B depende de χ_z , χ_{LT} e de k_{zy} . O respectivo diagrama intersecta o eixo m_y para $m_y = \chi_{LT}/k_{zy}$, sendo que o factor de interacção k_{zy} adquire diferentes valores caso a coluna-viga seja susceptível ou não à deformação por torção². Em caso afirmativo, com $n = 0$ tem-se $k_{zy} = 1$ e, portanto, $m_y = \chi_{LT}$ e a equação B é condicionante. No caso contrário, $n = \chi_z$, $k_{zy} = 0,6k_{yy} = 0,6C_{my}$ (recorde-se que $n = 0$) e logo $m_y = 1,67/C_{my}$, sendo a equação A condicionante. O eixo n é intersectado no ponto $n = \chi_z$. Conforme se pode observar na figura 2.4, o diagrama (a), correspondente ao caso em que a coluna-viga é susceptível à deformação por torção, apenas pode ser recto ou convexo, isto porque $k_{zy} \leq 1$. Por outro lado, o diagrama (b), correspondente ao caso em que a coluna-viga não é susceptível à deformação por torção, por depender de k_{yy} , pode ser recto, côncavo ou convexo e a sua concavidade é sempre inferior à da equação A dado que k_{zy} vale 60% de k_{yy} .

No caso de uma coluna-viga sujeita a $N+M_z$, a deformação por torção não influencia as expressões e tem-se

$$A : \frac{n}{\chi_y} + k_{yz} m_z \leq 1 \quad (2.15)$$

$$B : \frac{n}{\chi_z} + k_{zz} m_z \leq 1 \quad (2.16)$$

onde

- $k_{yz} = 0,6k_{zz};$
- $k_{zz} = \text{mín} \left(C_{mz} \left(1 + (2\bar{\lambda}_z - 0, 6) \frac{n}{\chi_z} \right); C_{mz} \left(1 + 0, 8 \frac{n}{\chi_z} \right) \right).$

²Refira-se que, se for susceptível à deformação por torção, k_{zy} adquire diferentes valores caso $\bar{\lambda}_z \geq 0,4$ ou $\bar{\lambda}_z < 0,4$. Contudo, o presente estudo foi apenas efectuado para $\bar{\lambda}_z \geq 0,4$.

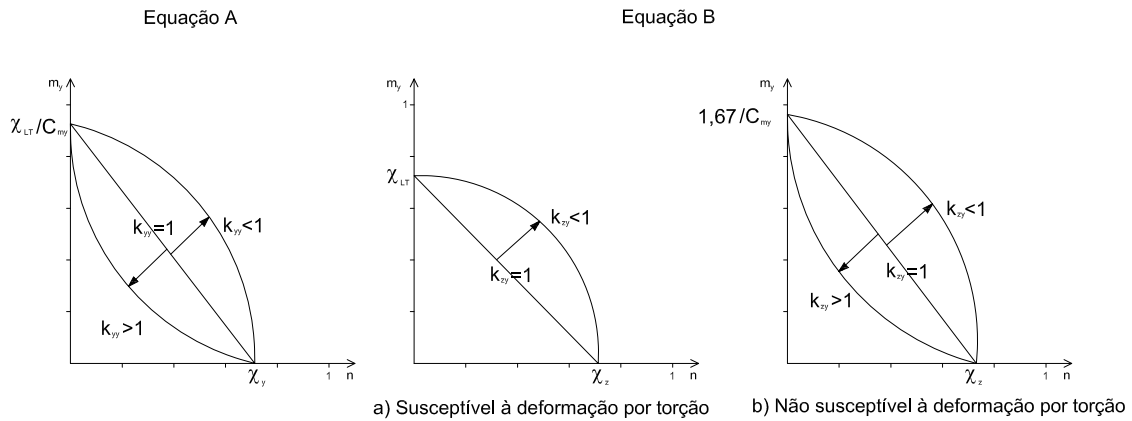


Figura 2.4: Coluna-viga sujeita a N e M_y

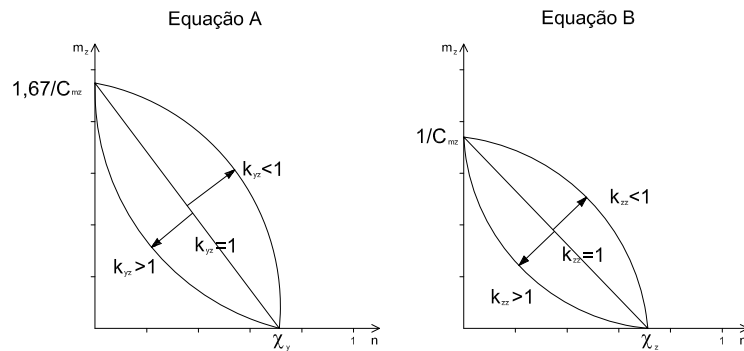


Figura 2.5: Coluna-viga sujeita a N e M_z

A equação A passa a depender de χ_y e k_{yz} e a equação B de χ_z e k_{zz} . De acordo com os valores dos factores de interacção anteriormente apresentados, o diagrama correspondente à equação A intersecta o eixo m_y no ponto $1,67/C_{mz}$ e o eixo n , mais uma vez, em χ_y . O diagrama correspondente à equação B intersecta o eixo vertical no ponto $1/C_{mz}$ e o eixo horizontal em χ_z . No que diz respeito à forma dos diagramas, estes podem ser rectos, convexos ou côncavos. As representações esquemáticas das equações de interacção correspondentes a este caso apresentam-se na figura 2.5. A equação B é sempre condicionante se $\chi_z < \chi_y$, porque k_{yz} vale 60% de k_{zz} .

No caso de uma coluna-viga sujeita a $M_y + M_z$, tem-se

$$A : k_{yy} \frac{m_y}{\chi_{LT}} + k_{yz} m_z \leq 1 \quad (2.17)$$

$$B : k_{zy} \frac{m_y}{\chi_{LT}} + k_{zz} m_z \leq 1 \quad (2.18)$$

onde

- $k_{yy} = \min \left(C_{my} \left(1 + (\bar{\lambda}_y - 0,2) \frac{n}{\chi_y} \right); C_{my} \left(1 + 0,8 \frac{n}{\chi_y} \right) \right);$

2.4. Comportamento das equações de interacção do Método 2

- $k_{yz} = 0,6k_{zz}$;
- $k_{zy} = \text{máx} \left(\left[1 - \frac{0,1\bar{\lambda}_z}{(C_{mLT}-0,25)\bar{\chi}_z} \frac{n}{\chi_z} \right]; \left[1 - \frac{0,1}{(C_{mLT}-0,25)\bar{\chi}_z} \frac{n}{\chi_z} \right] \right)$, se a coluna-viga for susceptível à deformação por torção e $\bar{\lambda}_z \geq 0,4$, ou
 $k_{zy} = 0,6k_{yy}$, se a coluna-viga não for susceptível à deformação por torção;
- $k_{zz} = \text{mín} \left(C_{mz} \left(1 + (2\bar{\lambda}_z - 0,6) \frac{n}{\chi_z} \right); C_{mz} \left(1 + 1,4 \frac{n}{\chi_z} \right) \right)$.

Quando a coluna-viga está sujeita a momentos flectores nas duas direcções principais (e $N = 0$), a equação A depende de χ_{LT} , k_{yy} e k_{yz} , e a equação B depende de χ_{LT} , k_{zy} e k_{zz} .

Neste caso, os factores k_{ij} adquirem valores constantes, $k_{yy} = C_{my}$, $k_{yz} = 0,6C_{mz}$, $k_{zy} = 1$ ou $k_{zy} = 0,6C_{my}$ e $k_{zz} = C_{mz}$.

O diagrama correspondente à equação A intersecta o eixo m_y no ponto $\chi_{LT}/k_{yy} = \chi_{LT}/C_{my}$ e o eixo m_z no ponto $1/k_{yz} = 1,67/C_{mz}$. (Ver figura 2.6 - Equação A)

O diagrama da equação B intersecta o eixo m_y em χ_{LT}/k_{zy} , mas tal como acontece no caso de colunas-viga sujeitas a N e M_y , o factor de interacção k_{zy} adquire diferentes valores caso a coluna-viga seja susceptível ou não à deformação por torção. Em caso afirmativo, o ponto é $m_y = \chi_{LT}$, porque $k_{zy} = 1$, caso contrário, $m_y = 1,67/C_{my}$, porque $k_{zy} = 0,6C_{my}$. (Ver figura 2.6 (a) e (b) - Equação B)

Neste caso, a equação B é condicionante se a coluna-viga for susceptível à deformação por torção. Se não, a equação A é condicionante desde $m_y = 1/C_{my}$ até ao ponto de intersecção das trajectórias correspondentes às duas equações, depois passa a equação B a condicionar. Este comportamento também é ilustrado na figura 2.6.

O comportamento das equações de interacção A e B do Método 2, no caso em que a coluna-viga é sujeita a $N+M_y+M_z$, pode ser avaliado a partir dos três casos referidos anteriormente ($N+M_y$, $N+M_z$ e M_y+M_z). Na figura 2.7) reúnem-se os gráficos dos três tipos de carregamento, para a Equação A e para a equação B, sendo que esta última se divide em colunas-viga susceptíveis ou não à deformação por torção. Os resultados encontrados nesta secção vão ser mais tarde utilizados no estudo paramétrico.

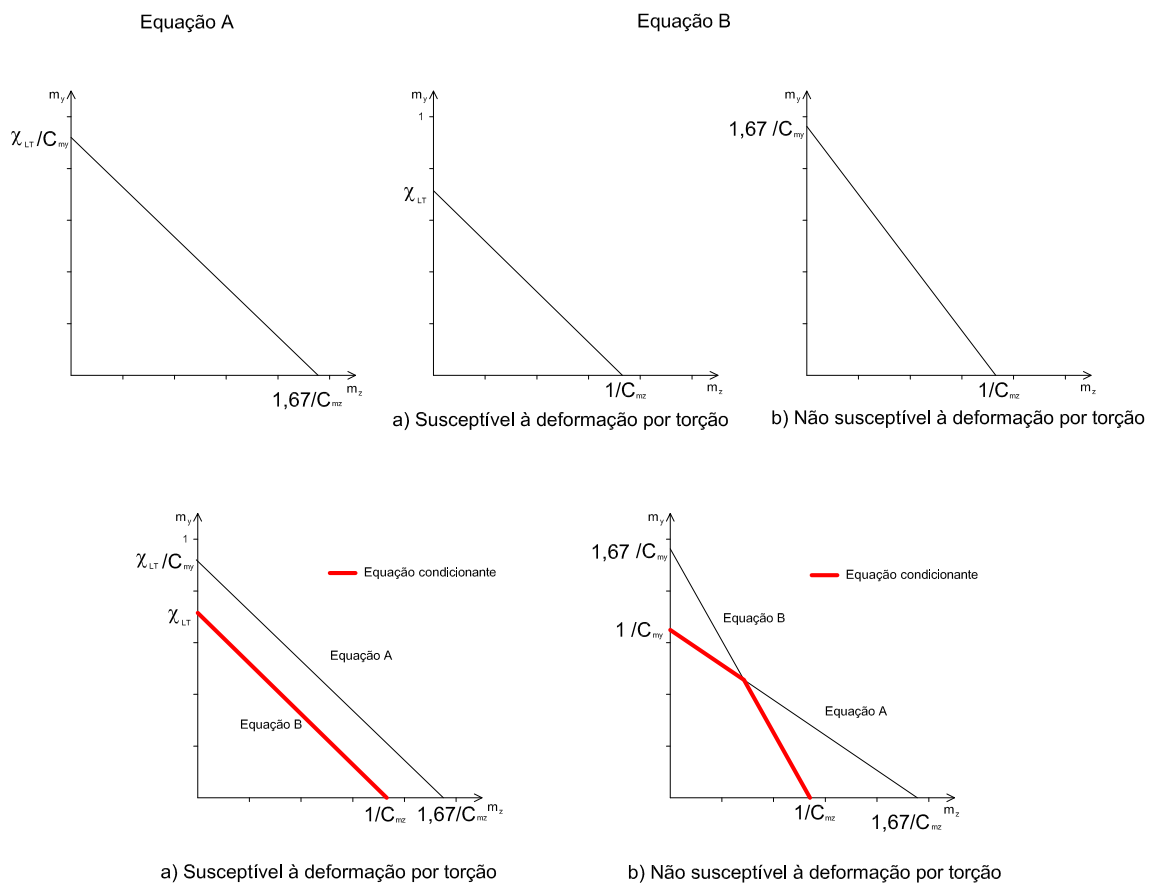


Figura 2.6: Coluna-viga sujeita a M_y e M_z

2.4. Comportamento das equações de interação do Método 2

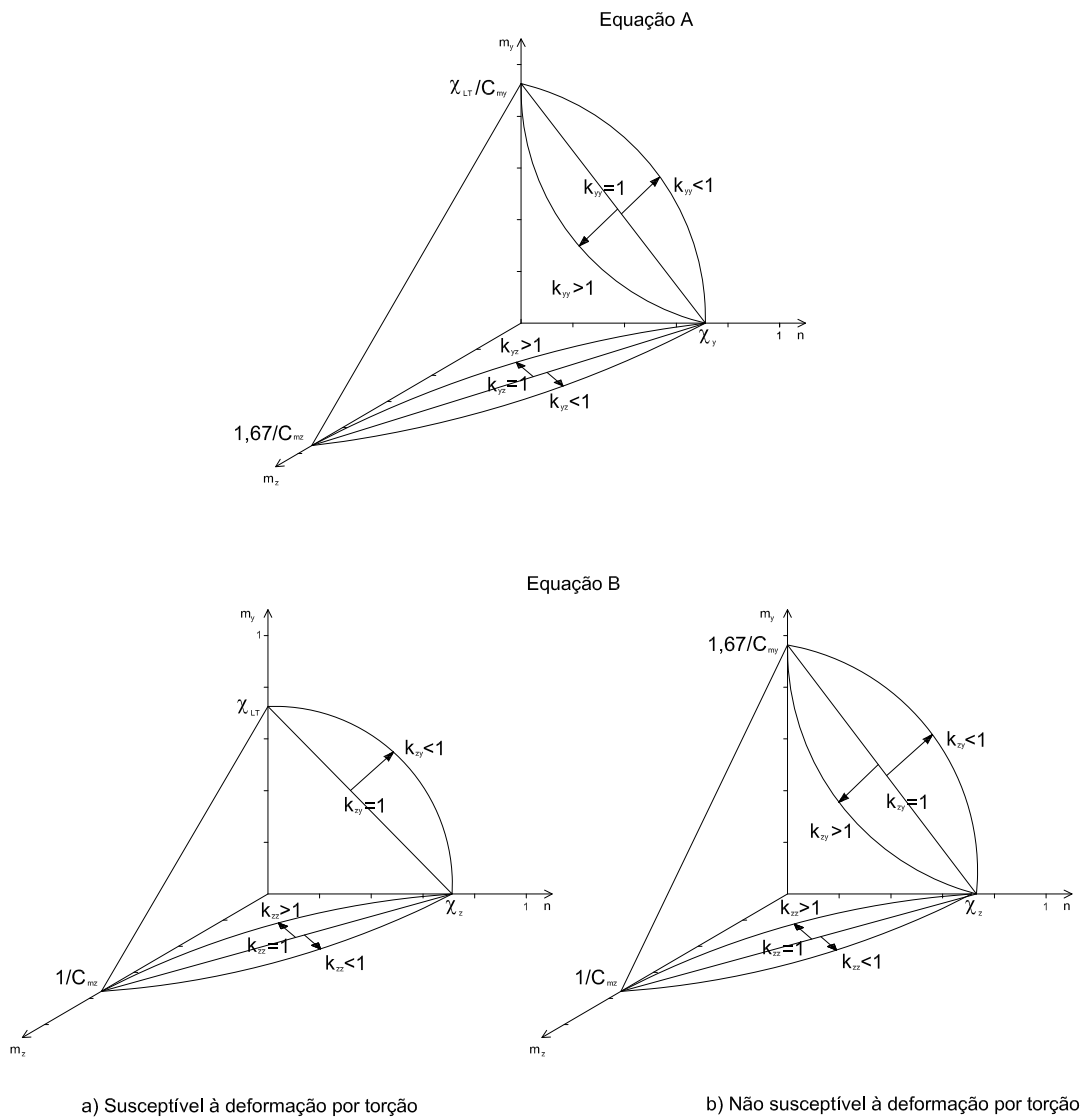


Figura 2.7: Comportamento das equações de interação A e B

Capítulo 3

Modelação numérica

3.1 Introdução

Neste capítulo será abordada a modelação de colunas-viga de aço através do programa de cálculo Ansys (Ansys Inc., 2004), baseado no método dos elementos finitos. Descrevem-se os aspectos mais relevantes relacionados com a modelação, tais como: o elemento finito escolhido, a lei constitutiva do aço, as imperfeições geométricas e as tensões residuais. Apresentam-se ainda os estudos de validação efectuados.

3.2 Modelação de colunas-viga através do programa Ansys

3.2.1 Elemento finito

As colunas-viga foram discretizadas por meio de elementos finitos de barra tridimensionais Beam 189. Trata-se de um elemento quadrático de três nós (ver figura 3.1) cuja formulação é baseada na teoria de vigas de Timoshenko, ou seja, contabiliza a deformação por corte. Possui seis graus de liberdade por nó (deslocamentos e rotações nas direcções x , y e z). Opcionalmente, possui um sétimo grau de liberdade associado ao empenamento de torção, o que é essencial para o estudo de secções de parede fina aberta.

O elemento Beam 189 oferece a possibilidade de discretizar a secção transversal em “células”, o que permite aumentar o número de pontos de integração na secção e, conseqüentemente, aumentar a precisão da análise em regime fisicamente não-linear, a precisão da função de empenamento. Uma maior discretização da secção transversal permite ainda especificar mais detalhadamente a distribuição das tensões residuais (ver secção 3.2.4). O Ansys discretiza as paredes das secções transversais sempre num igual número de “divisões” nas direcções horizontal e vertical. (Ver figura 3.2)

3.2.2 Lei constitutiva do aço

O elemento Beam 189 permite a utilização de leis constitutivas de vários tipos. Na presente dissertação, nos exemplos de validação (secção 3.2) e no estudo paramétrico (Capítulo 4) é utilizada uma lei elasto-plástica com o critério de cedência de Von Mises, lei de escoamento associada e endurecimento isotrópico. A lei é definida no Ansys através da especificação do diagrama uniaxial tensão-deformação.

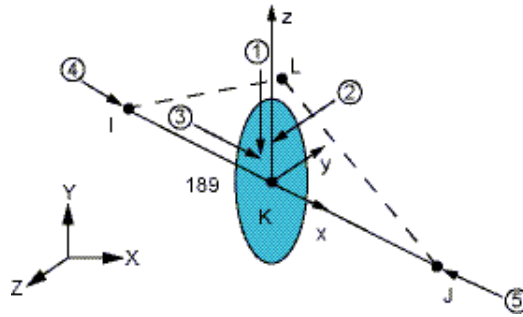


Figura 3.1: Elemento finito Beam189 (Ansys Inc., 2004)

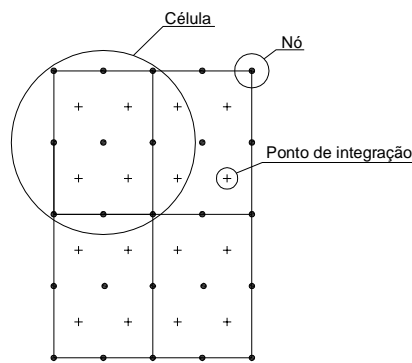


Figura 3.2: Discretização das secções transversais

3.2.3 Imperfeições geométricas

As imperfeições geométricas dos perfis surgem no seu processo de fabrico e reflectem-se numa distorção/variação da geometria da secção, distorção e perda de rectilinearidade do seu eixo. No programa Ansys, a falta de rectilinearidade é introduzida através da definição das coordenadas dos dois pontos de extremidade da coluna-viga e das coordenadas do ponto a meio-vão, sendo a união destes realizada automaticamente através de uma linha parabólica.

3.2.4 Tensões residuais

As tensões residuais instaladas nos perfis de aço são provocadas por um arrefecimento diferencial que se segue ao processo de fabrico. No caso dos perfis com secção transversal em I laminados a quente, os diagramas de tensões residuais são caracterizados pela ocorrência de:

- compressões nas extremidades dos banzos e na zona central da alma (zonas que arrefecem primeiro);
- tracções nas zonas de ligação banzo-alma (zonas que arrefecem em último lugar).

O Ansys permite definir as tensões residuais em cada elemento (Elem ID), ponto de integração do elemento (Elem Intg), célula (Cell) e por ponto de integração das secções transversais (Sect Intg) e para qualquer componente de tensão (SX, SY, SZ, SXY, SYZ, SXZ) da seguinte forma:

(inis, defi, Elem ID, Elem Intg, Lay/Cell, Sect Intg, SX, SY, SZ, SXY, SYZ, SXZ)

Cada parâmetro é preenchido com o respectivo valor ou deixado em branco caso se pretenda a sua aplicação num todo sem qualquer restrição.

A título de exemplo, apresentam-se dois casos:

- Aplicação de uma tensão residual $SX=100$ no elemento 1.

inis, defi, 1, , , , 100

- Para todos os elementos, aplicação das tensões residuais $SX=100$, $SY=200$ e $SXY=150$ para as Células 1, 3 e 5 e das tensões residuais $SX=200$ e $SY=0$ para as Células 2, 4 e 6. As Células 1, 3 e 5 são constituídas pelo material 1 e as Células 2, 4 e 6 pelo material 2.

inis, defi, , , 1, , 100, 200, 150

inis, defi, , , 2, , 200

inis, defi, , , 3, , 100, 200, 150

inis, defi, , , 4, , 200

inis, defi, , , 5, , 100, 200, 150

inis, defi, , , 6, , 200

ou

inis, set, mat, 1

inis, defi, , , , 100, 200, 150

inis, set, mat, 2

inis, defi, , , , , 200

Estas instruções são introduzidas no Ansys de duas formas opcionais. Introdução directa no painel do Ansys ou criação de um ficheiro definição.

3.3 Exemplos de validação

3.3.1 Tensões residuais

O primeiro exemplo não foi retirado de qualquer bibliografia e tem como principal objectivo validar a introdução de tensões residuais no programa Ansys. Consiste na análise de uma viga em consola com um perfil HEB 300, de aço S235, com 10 metros de comprimento, sujeita à tracção pura. O aço é considerado elástico-perfeitamente plástico com $E = 210$ GPa e $f_y = 235$ MPa e foram introduzidas as tensões residuais representadas na figura 3.4. Neste caso não se justifica utilizar mais do que um elemento finito. A secção transversal foi discretizada em 200 células para se conseguir reproduzir da melhor forma o efeito das tensões residuais (ver figura 3.3). O gráfico da figura 3.4 representa os valores do deslocamento longitudinal da extremidade livre em função da carga axial adimensionalizada à carga de colapso teórica, $P_{col} = Af_y$. Verifica-se que existe uma linearidade até $P = 0,52P_{col}$, valor aproximadamente igual ao valor teórico, $0,5P_{col}$ (recorde-se que a tensão residual máxima é igual a $0,5f_y$). A partir dessa carga a trajectória torna-se progressivamente mais “flexível”, com assíntota horizontal para $P = P_{col}$. Nos exemplos que se seguem (e no estudo apresentado no Capítulo 4), sempre que é necessário incluir tensões residuais, adopta-se uma modelação semelhante à do presente exemplo.

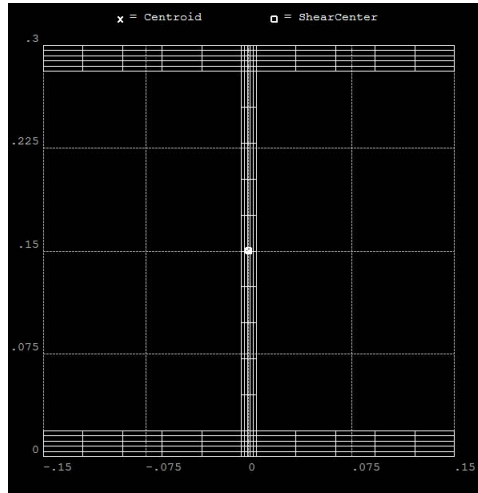


Figura 3.3: Discretização da secção transversal em células

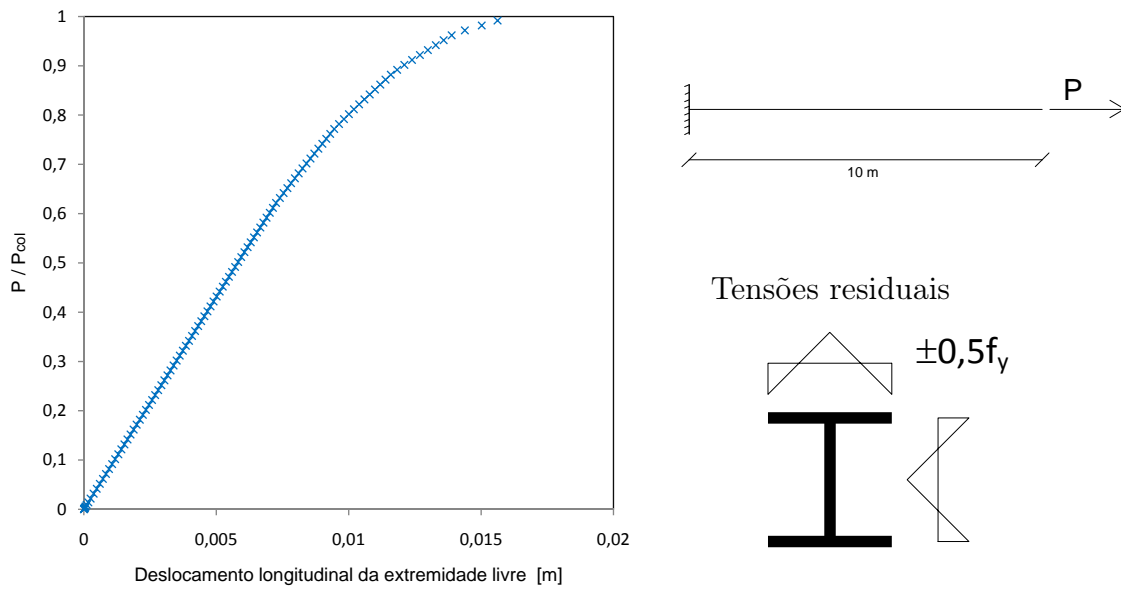


Figura 3.4: Trajectória de equilíbrio e tensões residuais da viga em consola

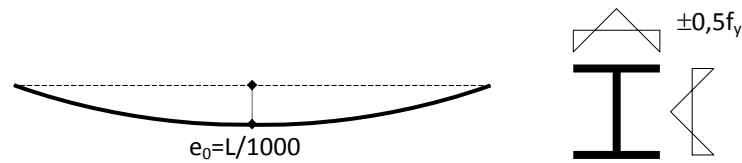


Figura 3.5: Imperfeições geométricas e tensões residuais consideradas

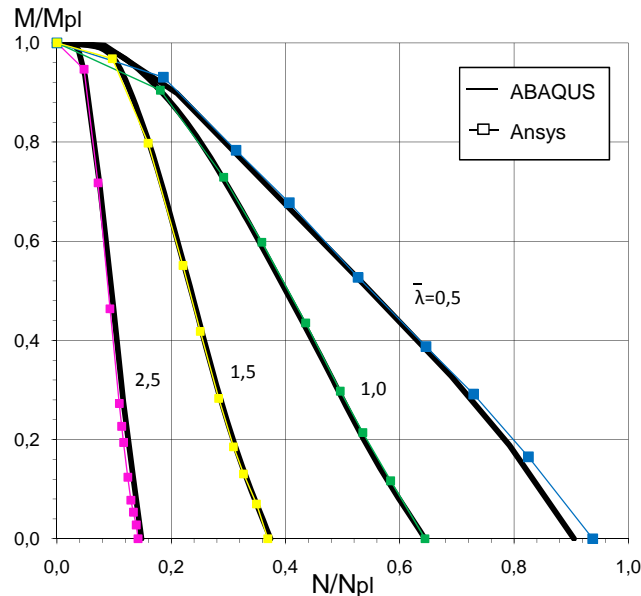


Figura 3.6: Diagramas de interacção das colunas-viga apoiadas-encastadas

3.3.2 Coluna-viga apoiada-encastada

O segundo exemplo já foi abordado na secção 2.2.1 e consiste na análise do comportamento plano de colunas-viga HEB300 de aço S235, apoiadas-encastadas, com diferentes comprimentos (correspondentes a $\bar{\lambda}_y = 0,5, 1$ e $1,5$) e sujeitas na extremidade apoiada a esforço axial de compressão e momento flector (ver figura 2.1). Introduziram-se nas barras as imperfeições geométrica e as tensões residuais indicadas na figura 3.5. A relação constitutiva do aço considerada foi do tipo elástico-perfeitamente plástico ($f_y=235\text{MPa}$, $E=210\text{GPa}$ e $\nu = 0,3$). As colunas-viga foram discretizadas em 30 elementos de igual comprimento. Pretende-se comparar os diagramas de interacção obtidos no presente trabalho através do programa Ansys, com os obtidos por Gonçalves e Camotim (2004) através do programa ABAQUS. Como se pode observar na figura 3.6, os diagramas são praticamente coincidentes, observando-se apenas uma ligeira diferença na coluna-viga menos esbelta quando o momento flector começa a ser muito baixo.

3.3.3 Barras isoladas - comportamento plano

Os três casos que se seguem, o da presente secção e os das secções 3.3.4 e 3.3.5, foram extraídos de um estudo realizado por Gonçalves *et al.* (2009), para o qual se utilizou um elemento finito baseado na teoria geometricamente exacta de vigas de Reissner-Simo à análise não-linear de barras isoladas com comportamento plano e espacial, e de um pórtico com comportamento plano. Estes exemplos são considerados “benchmark problems”.

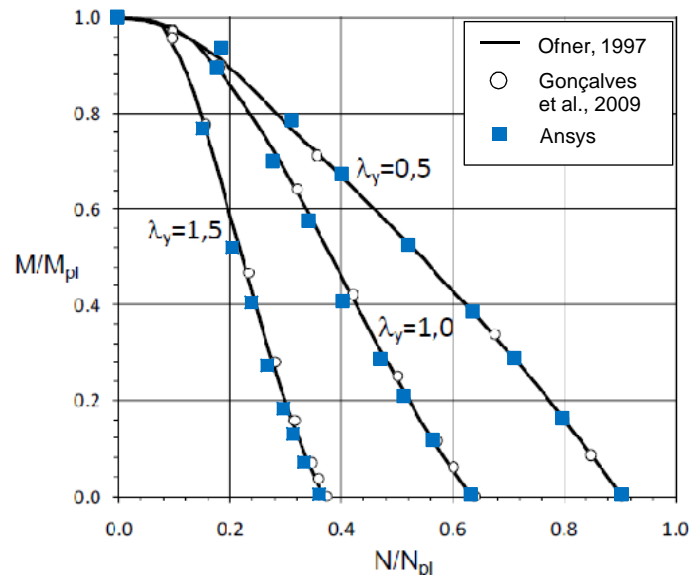


Figura 3.7: Diagramas de interacção para barras isoladas - comportamento plano

O primeiro destes exemplos consiste na análise de barras isoladas e simplesmente apoiadas, com diferentes comprimentos e constituídas por perfis HEB300 de aço S235. Para simular o comportamento plano, as barras foram contraventadas lateralmente ao longo de todo o comprimento. A relação constitutiva do aço aplicada foi do tipo elástico-perfeitamente plástico ($f_y=235\text{MPa}$, $E=210\text{GPa}$ e $\nu = 0,3$) e introduziram-se nas barras imperfeições geométricas, e_0 , e tensões residuais idênticas às do exemplo anterior (ver figura 3.5). A nível de carregamento, foram sujeitas a uma carga axial e um momento segundo o eixo de maior inércia, aplicados numa secção de extremidade. Todas as barras foram discretizadas em 12 elementos de igual comprimento.

Os resultados retirados do programa Ansys são relativos às cargas de colapso associadas a cada uma das barras carregadas, e apresentados graficamente numa relação N/N_{pl} e M/M_{pl} na figura 3.7. Estes são comparados com os resultados obtidos por Ofner (1997) através do programa ABAQUS e com os resultados obtidos por Gonçalves *et al.* (2009). Conforme se pode constatar, os resultados são bastante semelhantes, no entanto, o elemento finito Beam 189 conduz a cargas de colapso sensivelmente mais baixas à medida que as esbeltezas aumentam. Contudo, estas diferenças não são significativas.

3.3.4 Pórtico - comportamento plano (Vogel, 1985)

Este exemplo consiste no “pórtico de Vogel”, que constitui um clássico “benchmark problem” (Vogel, 1985; Ziemian, 1993). As barras que o constituem são definidas por perfis metálicos HEB300 de aço S235 (montantes) e HEA340 de aço S235 (travessa), com dimensões, imperfeições geométricas e carregamento aplicado de acordo com a figura 3.8 (a). As barras foram discretizadas em 12 elementos cada uma, totalizando em 36 elementos. A lei constitutiva diferencia-se da utilizada anteriormente por o patamar de cedência começar a ter uma inclinação igual a $0,02E$ para um valor de deformação igual a $10 \epsilon_y$, ver figura 3.8 (b). Os resultados retirados do programa Ansys, neste exemplo, foram os deslocamentos horizontais

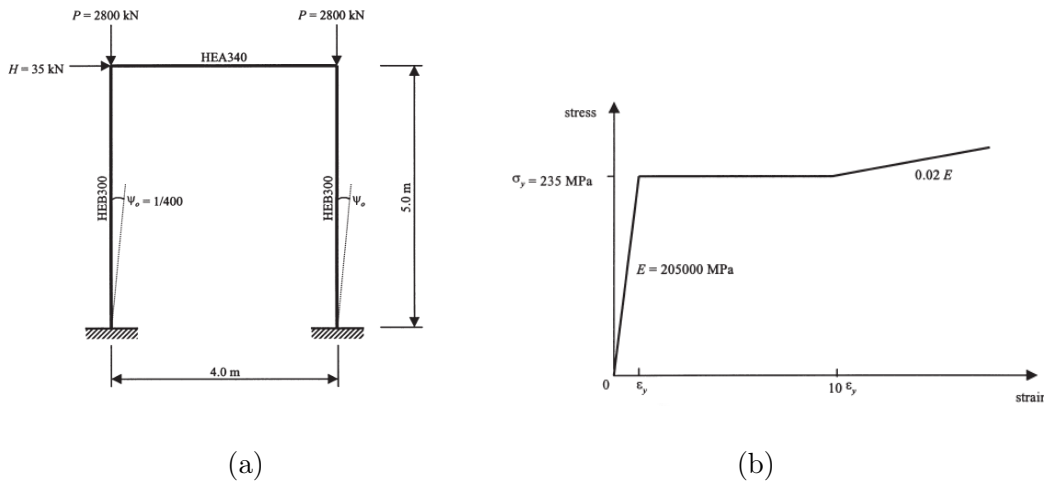


Figura 3.8: (a) Geometria e carregamento do pórtico (b) Lei constitutiva

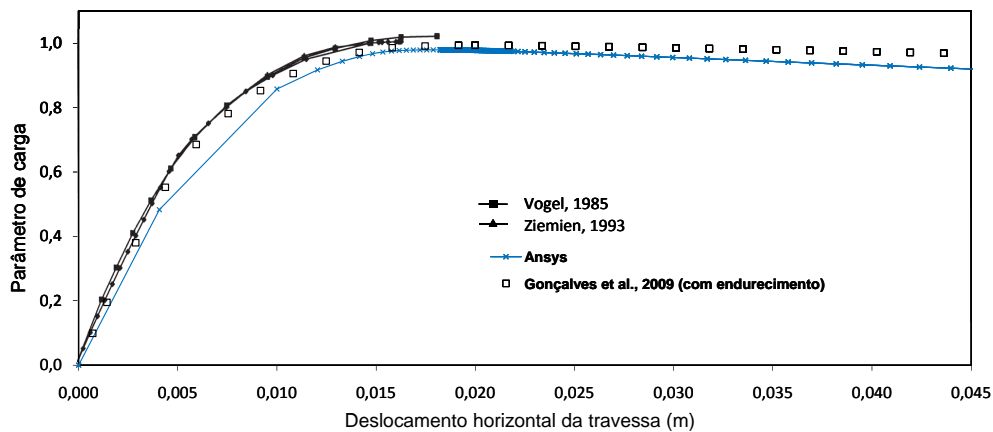


Figura 3.9: Trajectórias de equilíbrio

no ponto em que foi aplicada a carga horizontal. Foram reproduzidos graficamente na figura 3.9. Observa-se que não existe grande discrepância entre a trajectória de equilíbrio obtida e as apresentadas por Gonçalves *et al.* (2009) (com endurecimento), por Vogel (1985) e por Ziemien (1993), no entanto o Ansys conduz a uma trajectória de equilíbrio mais flexível e uma carga de colapso sensivelmente mais baixa.

3.3.5 Barras isoladas - comportamento espacial

Este exemplo é praticamente igual ao exemplo 3.3.3, com a diferença que neste caso as barras não serão contraventadas lateralmente. Por ser um problema espacial, as imperfeições geométricas, $e_0 = L/1000$ (figura 3.5), são aplicadas nos dois planos principais de flexão. Para os três comprimentos, L , as correspondentes barras foram discretizadas em 20 elementos iguais. Os resultados podem ser observados na figura 3.10. Por comparação de resultados, (Ansys, Gonçalves *et al.* (2009) e Mendonça (2006)), observa-se que os pontos representativos das cargas de colapso calculados através do Ansys pouco diferem dos outros resultados. Existe

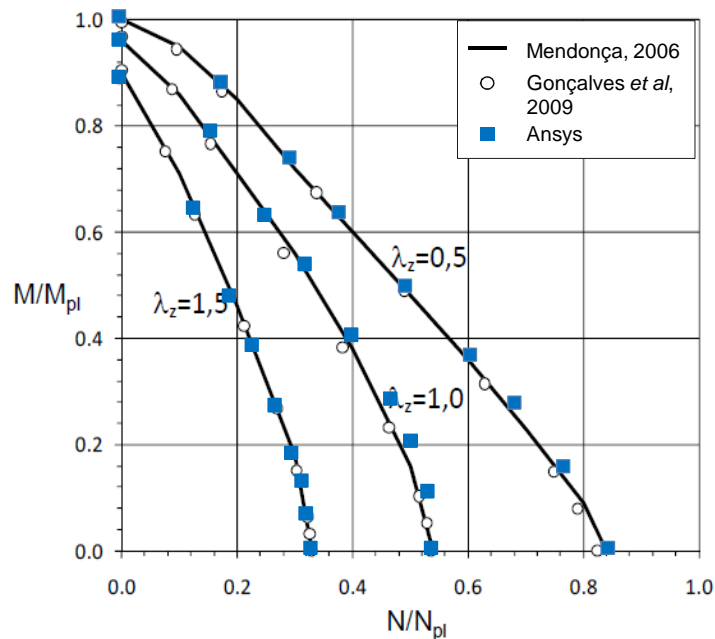


Figura 3.10: Diagramas de interação para barras isoladas - Comportamento espacial

uma pequena diferença, essencialmente quando $M \approx 0$ que se traduz em valores de cargas de colapso superiores. Este facto deve-se ao facto do elemento finito Beam 189 não ser menos sofisticado que os elementos finitos utilizados por Mendonça (2006) e Gonçalves *et al.* (2009).

3.3.6 Consola de Gruttmann *et al.*, 2000

Concluíram-se os exemplos de validação com o estudo da consola de Gruttmann *et al.*, 1999, efectuado pelos autores com elementos finitos de casca e de barra. Consiste na análise de uma viga em consola, com 9 metros de comprimento, com uma secção em C (único caso em que não foi utilizado um perfil com secção transversal em I) e com uma carga vertical aplicada na extremidade livre da consola, como mostra a figura 3.11. A secção em C tem as seguintes propriedades geométricas:

- altura: $h=0,3\text{m}$;
- largura dos banzos: $b=0,1\text{m}$;
- espessura da alma: $s=0,01\text{m}$;
- espessura dos banzos: $t=0,016\text{m}$.

A lei constitutiva do aço é do tipo elasto-perfeitamente plástico ($f_y = 235\text{MPa}$, $E = 210\text{GPa}$ e $\nu = 0,3$). A viga em consola foi discretizada em 30 elementos. Inicialmente retiraram-se os valores de deslocamentos verticais relativos a uma relação constitutiva do tipo Elástica, e posteriormente os valores de deslocamentos verticais relativos a uma relação constitutiva do tipo Elasto-Plástica (ver figura 3.12). Para as duas situações, os resultados obtidos não são bons. Foram testadas diferentes discretizações, no entanto, os resultados não

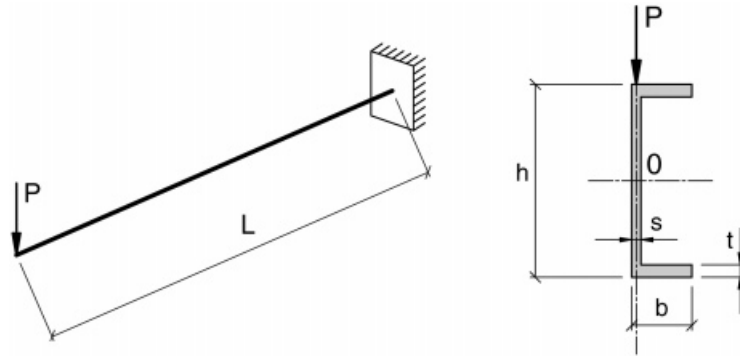


Figura 3.11: Viga em consola e respectiva secção transversal (Gruttmann *et al.*, 2000)

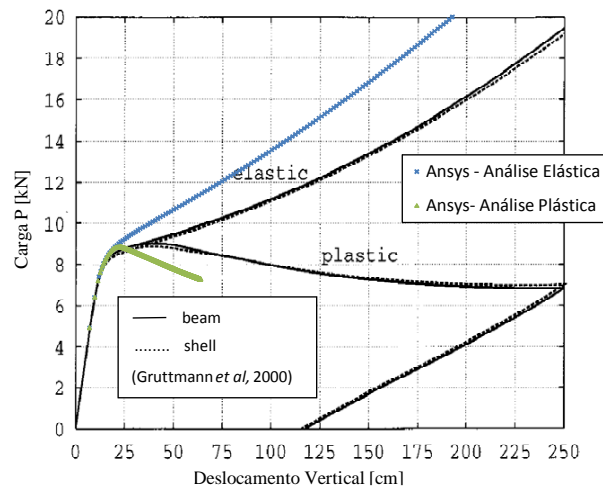


Figura 3.12: Trajetórias de equilíbrio da consola segundo uma análise elástica e uma análise elasto-plástica

melhoraram, o que quer dizer que o elemento finito Beam 189 não parece ser capaz de modelar adequadamente este caso. Contudo, a carga de colapso é muito semelhante.

3.3.7 Conclusão

Os exemplos de validação efectuados revelam que o elemento finito Beam 189 é indicado para ser utilizado na modelação do comportamento não-linear de colunas-viga de aço. Em particular, este elemento permite incluir adequadamente os efeitos da plasticidade, do empenamento variável, das imperfeições geométricas e das tensões residuais. Pode afirmar-se que permite efectuar análises equivalentes às que estiveram na base da calibração das equações de interacção do EC3 (Boissonnade *et al.*, 2006). Contudo, deve referir-se que no caso da consola de Gruttmann *et al.*, apesar de se ter obtido um valor bastante preciso para a carga de colapso, os deslocamentos foram algo inferiores.

Capítulo 4

Estudo paramétrico

4.1 Introdução

Neste capítulo será descrito o estudo paramétrico efectuado e analisados os seus resultados. O estudo diz respeito ao comportamento de colunas-viga HEB300, de aço S235, com diferentes comprimentos e sujeitas a combinações de N_{Ed} , $M_{y,Ed}$ e $M_{z,Ed}$. Relativamente às condições de apoio, todas as colunas-viga são apoiadas-encastadas no plano de flexão $x - z$ e variam-se as condições de apoio no plano $x - y$. As extremidades apoiadas têm apoios do tipo “forquilha”, ou seja, as rotações de flexão, o deslocamento longitudinal e o empenamento são livres, e a rotação de torção e os deslocamentos laterais são impedidos.

Serão sempre comparados dois tipos de resultados finais, os obtidos pela modelação de colunas-viga com elementos finitos no programa Ansys (designados no presente trabalho por “Ansys”) e os obtidos pela aplicação das equações de interacção do Método 2 do EC3 (designados no presente trabalho por “EC3”). Estes correspondem às resistências últimas das colunas-viga e serão apresentados numa relação entre os esforços aplicados e as respectivas resistências plásticas da secção, $n = N_{Ed}/\frac{N_{Rk}}{\gamma_{M1}}$, $m_y = M_{y,Ed}/\frac{M_{y,Rk}}{\gamma_{M1}}$ e $m_z = M_{z,Ed}/\frac{M_{z,Rk}}{\gamma_{M1}}$.

Como já foi anteriormente referido, os factores de interacção k_{ij} das equações de interacção do Método 2 do EC3 são calculados tendo em conta a susceptibilidade ou não das colunas-viga à deformação por torção. Para a obtenção das curvas “EC3”, todas as colunas-viga foram consideradas susceptíveis à deformação por torção e analisadas neste sentido. Numa fase posterior, todas as colunas-viga com $\chi_{LT} = 1$ foram também analisadas com as fórmulas respectivas à não susceptibilidade à deformação por torção. Finalmente, testou-se a aplicação da fórmula de $C_{m,S}$ proposta por Gonçalves *et al.*, 2004.

4.2 Metodologia de análise

Conforme já foi referido, todos os casos estudados dizem respeito a colunas-viga constituídas por perfis HEB300 fabricados em aço S235 ($E = 210GPa$, $\nu=0,3$ e $f_y = 235MPa$) com diferentes comprimentos. Relativamente às condições de apoio, todas as colunas-viga são apoiadas-encastadas no plano de flexão $x - z$. Por outro lado, no plano de flexão $x - y$ variam-se as condições de apoio, ou seja, consideram-se colunas-viga apoiadas-encastadas ou colunas-viga apoiadas-apoiadas, e nestes dois casos são incluídos contraventamentos laterais.

Os perfis HEB300 considerados apresentam raios de transição banzo-alma nulos porque o Ansys não os tem em conta na modelação das secções transversais (ver figura (4.1)) e caracterizam-se geometricamente pelos valores apresentados na Tabela 4.1. De acordo com as

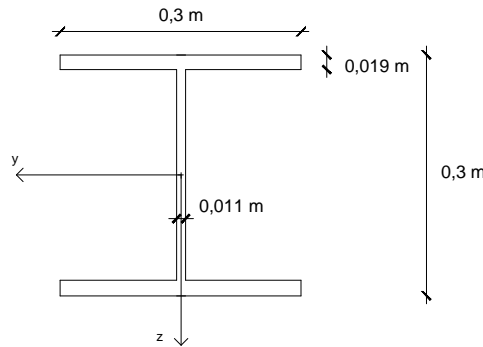


Figura 4.1: Dimensões do perfil HEB300

Tabela 4.1: Características geométricas do perfil HEB300

A	I_y	I_z	$W_{pl,y}$	$W_{pl,z}$
$0,014282 \text{ m}^2$	$2,42 \times 10^{-4} \text{ m}^4$	$8,55 \times 10^{-5} \text{ m}^4$	$0,00179 \text{ m}^3$	$0,000863 \text{ m}^3$

Tabela 4.2: Esforços resistentes

N_{Rk}	3356,27 kN
$M_{y,Rk}$	420,76 kNm
$M_{z,Rk}$	202,81 kNm

Tabela 4.3: Comprimentos e cargas críticas das colunas-viga no plano de flexão $x - z$

	Azul	Verde	Amarelo	Rosa
$\bar{\lambda}_y$	0,5	1	1,5	2,5
$L_{cr} \text{ (m)}$	6,11	12,22	18,34	30,56
$L \text{ (m)}$	8,72	17,46	26,21	43,66

propriedades geométricas do perfil, calcularam-se os esforços resistentes plásticos das secções (ver Tabela 4.2).

Na maioria dos casos, foram analisados quatro comprimentos diferentes, escolhidos por forma a que as colunas-viga possuam valores de esbelteza normalizada iguais a ($\bar{\lambda}_y = 0,5, 1, 1,5$ e $2,5$). Os comprimentos foram conseguidos pelos comprimentos críticos pela expressão “ $L = \frac{L_{cr}}{0,7}$ ”. Estes valores são apresentados na Tabela (4.3).

Os momentos críticos, M_{cr} foram calculados no programa LTBeam (Y. Galéa, 2009).

No programa Ansys, as colunas-viga foram discretizadas através do elemento finito Beam 189 e as secções transversais dos perfis em I foram discretizadas em 200 células, como apresentado na figura 3.3. Como foi referido no Capítulo anterior, o Ansys divide num igual número de células na vertical e na horizontal, pelo que, para se obter uma discretização aceitável ao longo da largura das paredes (dez divisões em cada uma) atinge-se facilmente um número elevado de células.

Por serem os valores que estiveram na base da calibração das equações de interacção do EC3, aplicou-se uma lei elasto-plástica com critério de cedência de Von Mises, lei de escoamento associada e endurecimento isotrópico ($E=210\text{GPa}$, $\nu=0,3$ e $f_y=235\text{MPa}$). Na figura 4.2 apresenta-se o diagrama uniaxial tensão-deformação correspondente.

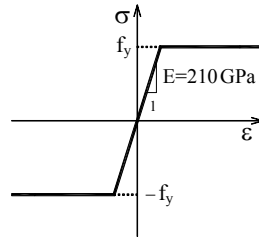


Figura 4.2: Diagrama tensão-deformação ilustrativo da lei constitutiva do aço

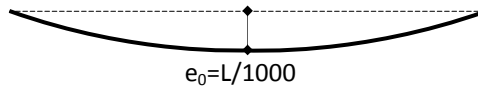


Figura 4.3: Imperfeições geométricas

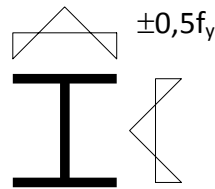


Figura 4.4: Diagrama tensões residuais.

Foram apenas consideradas configurações deformadas iniciais de flexão, simuladas através de flechas, $e_0 = L/1000$ introduzidas a meio-vão e nas duas direcções principais, em que L corresponde ao comprimento da coluna-viga (ver figura 4.3). Adoptaram-se estes valores para as imperfeições geométricas por serem, mais uma vez, os mesmos valores dos que estiveram na base da calibração das equações de interacção do EC3.

Tal como aconteceu com a lei constitutiva do aço e com as imperfeições geométricas, para as tensões residuais também se adoptaram valores que estiveram na base da calibração das equações de interacção do EC3. Os valores máximos de compressão e tracção correspondem a 50% do valor da tensão de cedência f_y , como representado na figura 4.4. Dado o número de células adoptado no presente trabalho (ver figura 3.3), optou-se pela introdução das tensões residuais através da criação de um ficheiro definição (ver secção 3.2.4). O ficheiro contém 200 linhas de código do tipo

(inis, defl, , , “número da célula”, , “valor da respectiva tensão”, 0, 0, 0, 0, 0).

O carregamento é aplicado na extremidade apoiada da coluna-viga, combinando esforços axiais de compressão, momento flector segundo y e momento flector segundo z (“ $N_{Ed}+M_{y,Ed}$ ”, “ $N_{Ed}+M_{z,Ed}$ ”, “ $M_{y,Ed}+M_{z,Ed}$ ” e “ $N_{Ed}+M_{y,Ed}+M_{z,Ed}$ ”). Foi tido em conta o sentido em que o momento flector é aplicado, para que este provoque uma flexão no sentido das imperfeições geométricas, caso contrário não seria a situação mais crítica.

Para ser possível obter uma curva completa nos diagramas de interacção “ $n-m$ ” ou “ m_y-m_z ”, calculam-se através de análises elasto-plásticas de 2ª ordem, diferentes pontos de resis-

tência última das colunas-viga, cada um para diferentes valores de N_{Ed} e M_{Ed} . É também a partir destas análises, que foram obtidos os factores de redução, χ , utilizados posteriormente nas equações de interacção. Desta forma, o valor do ponto que intersecta o eixo m , obtido quando a coluna-viga é sujeita unicamente a momento flector no eixo de maior inércia, $M_{y,Ed} = M_{y,Rk}$, é tomado para o valor do factor de redução devido à encurvadura lateral, χ_{LT} . O valor do ponto que intersecta o eixo n , obtido quando a coluna viga é sujeita unicamente a esforço axial, $N_{Ed} = N_{Rk}$, é tomado para o valor do factor de redução devido à encurvadura por flexão em torno de y ou de z , ou seja, $\min(\chi_y, \chi_z)$.

Para a aplicação das equações de interacção EC3, as equações (2.1) e (2.2) foram expressas em função de m_y

$$A : m_y = \left(1 - \frac{n}{\chi_y} - k_{yz}m_z \right) \frac{\chi_{LT}}{k_{yy}} \quad (4.1)$$

$$B : m_y = \left(1 - \frac{n}{\chi_z} - k_{zz}m_z \right) \frac{\chi_{LT}}{k_{zy}} \quad (4.2)$$

o que permite obter directamente m_y em função dos restantes parâmetros.

Para verificar a resistência das secções de extremidade, recorreu-se às expressões (2.9), (2.10), (2.11) e (2.12). Para mais uma vez se obter directamente o valor de m_y em função dos outros parâmetros,

$$m_y = \left[\sqrt[\alpha]{1 - \left(\frac{M_z}{M_{N,z,Rd}} \right)^\beta} \right] \min \left[\frac{M_{N,y,Rd}}{M_{y,Rk}}; M_{y,Rk} \right] \quad (4.3)$$

em que, $\alpha = 2$ e $\beta = 5n$.

São atribuídos diferentes valores a “ n ” ou a “ m_z ”, com o objectivo de construir uma curva de interacção, na qual “ m ” corresponde ao valor mínimo entre os três valores calculados, dois para verificação da estabilidade e um para a verificação da resistência da secção.

4.2.1 Colunas-viga sujeitas a N_{Ed} e $M_{y,Ed}$

Todos os estudos que se seguem dizem respeito a colunas-viga apoiadas-encastadas no plano de flexão $x-z$ sujeitas a esforço axial de compressão N_{Ed} e a momento flector no eixo de maior inércia $M_{y,Ed}$. Os estudos distinguem-se uns dos outros nas condições de apoio consideradas no plano de flexão $x-y$, conseguindo deste modo variar os valores de $\bar{\lambda}_z$. Como já foi referido, as secções extremas apoiadas onde são aplicadas as cargas contêm apoios do tipo “forquilha”. Os contraventamentos laterais incluídos apenas restringem o deslocamento para fora do plano, a rotação de torção é livre.

Os resultados serão apresentados da seguinte forma:

- Colunas-viga sem contraventamentos laterais.

CASO 1: Colunas-viga apoiadas-encastadas nos dois planos principais de flexão.

CASO 2: Colunas-viga apoiadas-encastadas no plano $x-z$ e apoiadas-apoiadas no plano $x-y$.

- Colunas-viga com um contraventamento lateral a meio-vão.

CASO 1: Colunas-viga apoiadas-encastadas nos dois planos principais de flexão.

CASO 2: Colunas-viga apoiadas-encastadas no plano $x - z$ e apoiadas-apoiadas no plano $x - y$.

- Colunas-viga com dois contraventamentos laterais.

Colunas-viga apoiadas-encastadas nos dois planos principais de flexão.

- Colunas-viga totalmente contraventadas lateralmente.

Colunas-viga apoiadas-encastadas no plano de flexão $x - z$.

Nos dois primeiros exemplos, colunas-viga sem contraventamentos laterais e com um contraventamento lateral a meio-vão, consideram-se dois casos — CASO 1 e CASO 2 — porque a única diferença entre eles é o facto de no CASO 2 se fazer uma libertação da rotação para fora do plano no encastamento.

4.2.1.1 Colunas-viga sem contraventamentos laterais

Nos dois casos considerados nesta secção (colunas-viga apoiadas-encastadas nos dois eixos principais de flexão e colunas-viga apoiadas-encastadas no plano $x - y$ e apoiadas-apoiadas no plano $x - z$) não foram considerados contraventamentos laterais e os valores dos factores de momento equivalente, de acordo com o diagrama de momento flector ilustrado no figura 4.5, correspondem a $C_{my} = 0,4$ e $C_{mLT} = 0,4$. Os diagramas de interacção e os respectivos valores de $\bar{\lambda}_z$, χ_{LT} , χ_z e χ_y apresentam-se na figura 4.6.

A equação B das equações de interacção, (4.2), é condicionante para todas as curvas, visto intersectarem o eixo m em χ_{LT} e o eixo n em χ_z . Em relação à concavidade, como $k_{zy} \leq 1$ os diagramas são convexos. A convexidade diminui à medida que a esbelteza aumenta. Conforme se pode constatar, os resultados obtidos pela aplicação das equações de interacção do Método 2 do EC3 são bastante semelhantes aos obtidos pelo programa Ansys, à excepção da curva correspondente a $\bar{\lambda}_y = 0,5$, em que a curva “EC3” é demasiado conservativa.

No Caso 2, a libertação torna a estrutura menos hiperstática em relação ao caso anterior, os valores de $\bar{\lambda}_z$ aumentam e os de χ_z diminuem. A equação B continua a ser condicionante e $k_{zy} \leq 1$, logo, as curvas, apesar de menos pronunciadas, continuam a ser convexas. Não se verificam problemas, as curvas de interacção do EC3 apresentam valores de colapso mais baixos, ou seja, mais conservativas.

Por comparação destes dois Casos, constata-se que quando se liberta a rotação no encastamento as curvas de interacção obtidas pela aplicação das equações do Método 2 do EC3 ficam mais conservativas face às obtidas pelo programa Ansys.

4.2.1.2 Colunas-viga com um contraventamento lateral a meio-vão

Nos dois casos considerados nesta secção foi incluído um contraventamento lateral, a meio-vão. O valor do factor de momento uniforme equivalente C_{my} continua a ser igual a 0,4 ($\psi = -0,5$), pois é relativo a M_y entre travamentos na direcção z . Já o valor de C_{mLT} , por ser relativo a M_y entre travamentos na direcção y , passa a ser igual a 0,7 ($\psi = 0,25$), como se pode observar na figura 4.7. Os diagramas de interacção e os respectivos valores de $\bar{\lambda}_z$, χ_{LT} , χ_z e χ_y apresentam-se na figura 4.8.

Capítulo 4. Estudo paramétrico

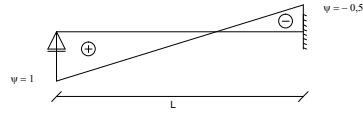
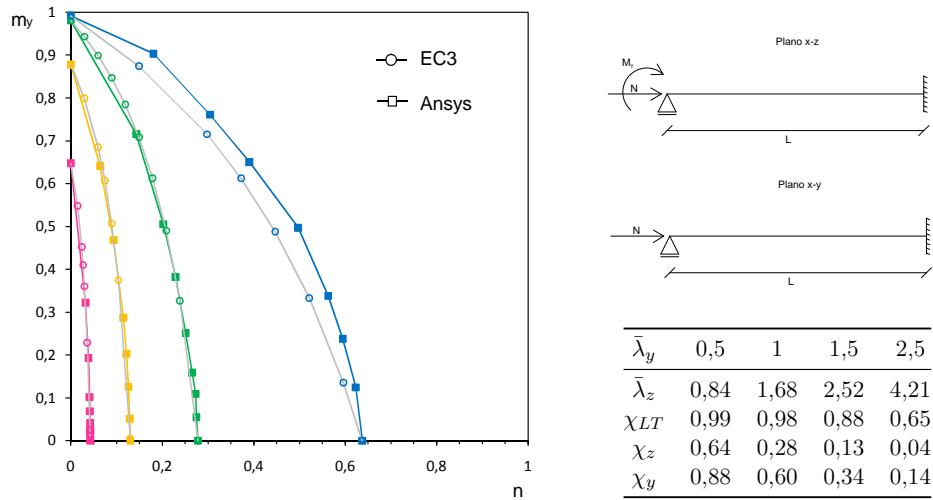


Figura 4.5: Diagrama de momento flector – Colunas-viga sem contraventamentos laterais

CASO 1:



CASO 2:

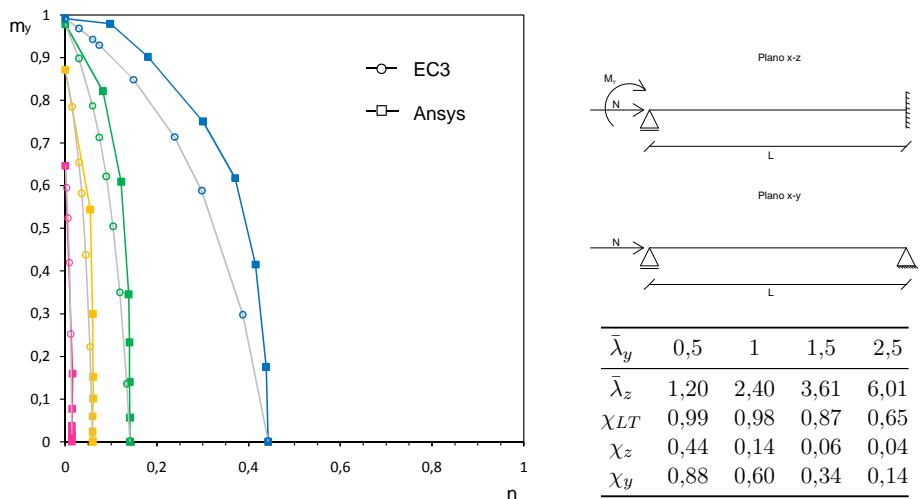


Figura 4.6: Colunas-viga submetidas a N_{Ed} e $M_{y,Ed}$ sem contraventamentos laterais

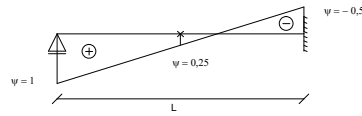
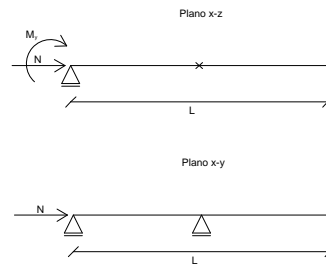
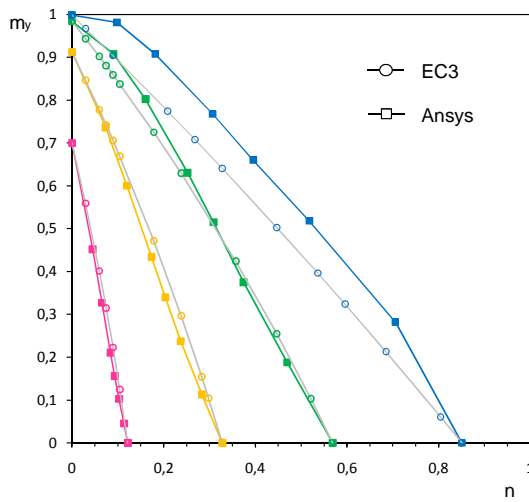


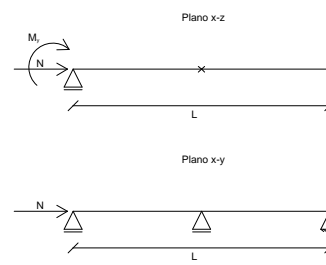
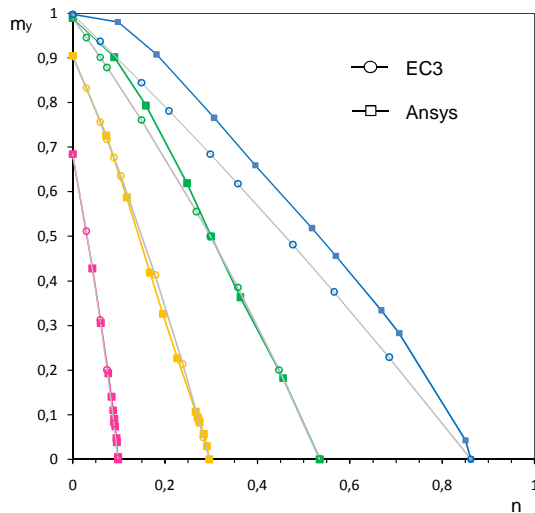
Figura 4.7: Diagrama de momento flector – Colunas-viga com contraventamento lateral a meio-vão

CASO 1:



$\bar{\lambda}_y$	0,5	1	1,5	2,5
$\bar{\lambda}_z$	0,49	0,99	1,48	2,47
χ_{LT}	1,00	0,98	0,91	0,70
χ_z	0,85	0,57	0,33	0,12
χ_y	0,88	0,60	0,34	0,14

CASO 2:



$\bar{\lambda}_y$	0,5	1	1,5	2,5
$\bar{\lambda}_z$	0,60	1,20	1,80	3,00
χ_{LT}	1,00	0,99	0,90	0,68
χ_z	0,86	0,54	0,30	0,10
χ_y	0,88	0,60	0,34	0,14

Figura 4.8: Colunas-viga submetidas a N_{Ed} e $M_{y,Ed}$ com contraventamento a meio-vão

No Caso 1 os valores das esbeltezas nas duas direcções são agora muito próximos. A equação B continua a ser condicionante. Os valores de k_{zy} aumentam e diagramas começam perder concavidade, começam a ficar cada vez mais rectilíneos. As curvas correspondentes às equações de interacção do EC3 para $\bar{\lambda}_y = 1$, $\bar{\lambda}_y = 1,5$ e $\bar{\lambda}_y = 2,5$ apresentam-se ligeiramente contra a segurança à medida que o esforço axial de compressão aumenta e o momento flector diminui.

Mais uma vez, o Caso 2 distingue-se pela libertação da rotação no encastramento em relação ao eixo z . Em relação ao Caso 1 a esbelteza em z aumenta apenas sensivelmente muito embora se tenha ainda $\chi_z < \chi_y$. Analisando os diagramas de interacção verifica-se que os valores de colapso obtidos pela equação B aproximam-se dos valores obtidos pelo Ansys, mas para $\bar{\lambda}_y = 1$ e $1,5$ as curvas “EC3” ainda têm pontos contra a segurança.

Tal como aconteceu na secção anterior, a libertação da rotação no encastramento conduziu a curvas “EC3” mais conservativas. Relativamente aos contraventamentos, verifica-se que a sua colocação provoca curvas de colapso “EC3” contra a segurança. No entanto, nesta secção, não existe grande diferença entre o Caso 1 e o Caso 2 porque χ_z não se altera.

4.2.1.3 Colunas-viga apoiadas-encastadas com dois contraventamento laterais

Neste caso o comportamento das colunas-viga é muito próximo do comportamento plano e $\bar{\lambda}_z$ apresenta valores muito baixos. De acordo com as condições de apoio consideradas e o diagrama de momento flector da figura 4.9, o valor de C_{my} continua a ser igual a 0,4 ($\psi = -0,5$) e C_{mLT} aumenta ligeiramente, para 0,79 ($\psi = 0,475$). As curvas do “EC3”, à excepção de $\bar{\lambda}_y = 0,5$, deixam de ser condicionadas unicamente pela equação B e passam também a ser condicionadas pela equação A (começam a depender do valor de C_{my}). Para $\bar{\lambda}_y = 1$ e $\bar{\lambda}_y = 1,5$ a equação A condiciona quando $M \approx 0$. A curva correspondente a $\bar{\lambda}_y = 2,5$ é descrita por valores obtidos unicamente pela equação B. Por observação da figura 4.10 verifica-se a existência de resultados não conservativos nas curvas “EC3” de $\bar{\lambda}_y = 1$ e $\bar{\lambda}_y = 1,5$.

Como foi constatado na secção 4.2.1.2 e pode ser confirmado nesta, a colocação de contraventamentos laterais nas colunas-viga com $\bar{\lambda}_y=1, 1,5$ e $2,5$, conduz a diagramas “EC3” contra a segurança. Comparando os resultados do estudo de colunas-viga sem contraventamentos laterais (Caso 1 da secção 4.2.1.1), com o estudo de colunas-viga com um contraventamento lateral a meio-vão (Caso 1 da secção 4.2.1.2), com o presente estudo, verifica-se uma tendência de resultados contra a segurança à medida que aumenta o número de contraventamentos laterais aumenta. Em relação à libertação da rotação na extremidade encastrada, este caso não foi efectuado na presente secção em virtude do que foi aferido anteriormente nas secções 4.2.1.1 e 4.2.1.2, ou seja, conduz a resultados a favor da segurança.

4.2.1.4 Colunas-viga totalmente contraventadas lateralmente

Nesta secção apresenta-se o comportamento das colunas-viga obtido com total contraventamento lateral. Como as condições de apoio no plano de flexão $x - z$ não são alteradas, o valor do factor de momento equivalente C_{my} continua a ser igual a 0,4.

As curvas “EC3” intersectam o eixo n no valor de χ_y . Por observação da figura 4.11, constata-se que todas as curvas de interacção intersectam eixo m_y na unidade isto porque, a equação A conduz a valores de $m_y > 1$ e os pontos são condicionadas pela resistência plástica da secção. Os pontos intermédios da curva “EC3” correspondentes a $\bar{\lambda}_y = 0,5$ são todos condicionados pela resistência plástica da secção. Os pontos intermédios das curvas

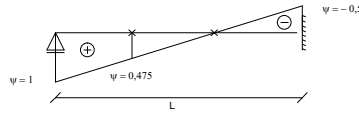


Figura 4.9: Diagrama de momento flector – Colunas-viga com dois contraventamentos laterais

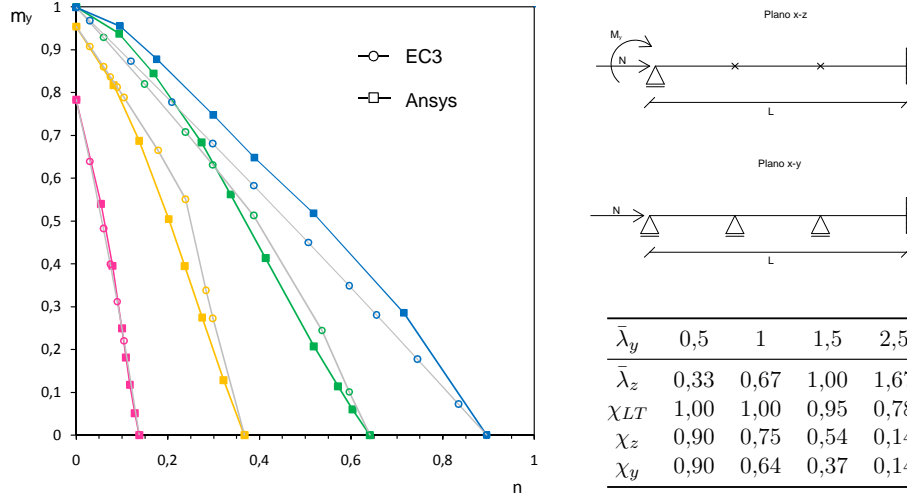


Figura 4.10: Colunas-viga submetidas a N_{Ed} e $M_{y,Ed}$ com dois contraventamentos

correspondentes a $\bar{\lambda}_y = 1, 1,5$ e $2,5$, quando o momento flector aplicado é elevado e o esforço axial de compressão é baixo, também são condicionados pela resistência plástica da secção, quando se invertem as condições (momento flector baixo e esforço axial de compressão elevado) são condicionados pela equação A.

Como era de esperar segundo as conclusões retiradas nas secções anteriores, o total contra-ventamento das colunas-viga apresenta curvas “EC3” não conservativas, principalmente para $\bar{\lambda}_y = 1$ e $\bar{\lambda}_y = 1,5$. Relativamente aos casos das colunas-viga contra-ventadas a meio-vão ou duas vezes contra-ventadas, estes resultados são mais contra a segurança.

4.2.2 Colunas-viga apoiadas-encastadas sujeitas a N_{Ed} e $M_{z,Ed}$

As colunas-viga apoiadas-encastadas nos dois planos principais de flexão foram também submetidas a esforço axial de compressão e momento flector segundo z , $M_{z,Ed}$. Este é um problema muito semelhante ao caso plano.

Para a definição das curvas de interacção “EC3”, representadas na figura 4.12, foram utilizadas as expressões (2.15) e (2.16) obtidas na secção 2.4. O factor de momento equivalente é relativo a M_z entre travamentos na direcção y , C_{mz} , e é igual a $C_{my} = 0,4$.

Foram apenas efectuados os estudos correspondentes às três menores esbeltezas ($\bar{\lambda}_y = 0,5$, $\bar{\lambda}_y = 1$ e $\bar{\lambda}_y = 1,5$). Para o valor mais elevado ($\bar{\lambda}_y = 2,5$) e para a gama de valores consideradas nos eixos coordenados, a curva seria demasiado “vertical” e não se conseguiriam retirar conclusões. No gráfico da figura 4.12 também foi representada a curva correspondente à resistência plástica da secção.

Os diagramas “EC3” intersectam o eixo m na unidade porque mais uma vez, a equação B conduz a valores de $m_z > 1$ e os pontos são condicionadas pela resistência plástica da secção.

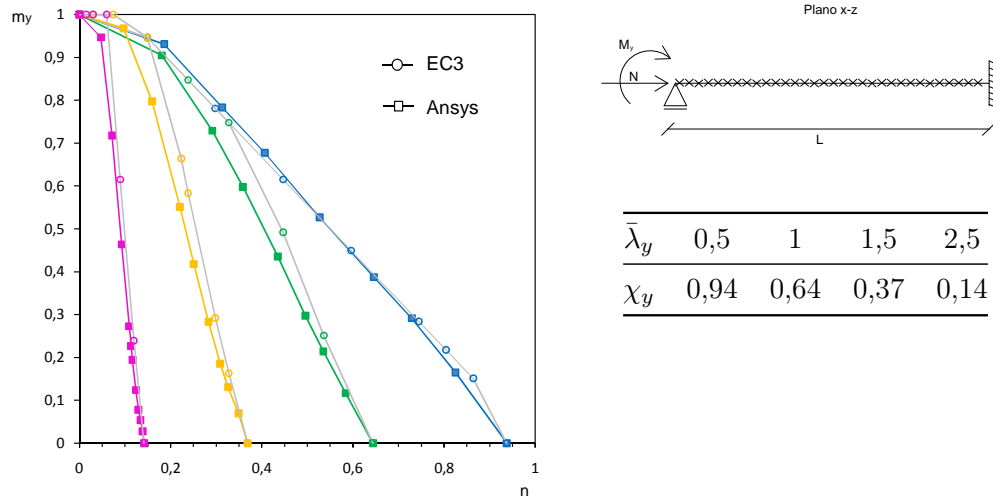


Figura 4.11: Colunas-viga submetidas a N_{Ed} e $M_{y,Ed}$ totalmente contraventadas lateralmente

O mesmo acontece para os pontos em que o momento flector aplicado é elevado e o esforço axial de compressão é baixo. Todos os outros pontos são condicionados pela equação B.

Conforme é possível observar na figura 4.12, os diagramas apresentam uma configuração diferente de todos os outros estudos. Para $\bar{\lambda}_y = 1$ e $\bar{\lambda}_y = 1,5$ as curvas “EC3” apresentam resultados não conservativos mas próximos das curvas “Ansys”. Estes resultados são surpreendentes visto o valor de C_m ser demasiado subestimado. No entanto podem ser justificados pela elevada resistência plástica da secção.

Os valores em que as curvas do presente estudo intersectam o eixo n são os mesmo das curvas do Caso 1 apresentado na secção 4.2.1.1.

4.2.3 Colunas-viga apoiadas-encastadas sujeitas a $M_{y,Ed}$ e $M_{z,Ed}$

Neste caso as colunas-viga foram submetidas a momento flector nas duas direcções, $M_{y,Ed}$ e $M_{z,Ed}$. Não há amplificação de esforços por esforço axial de compressão e o único fenómeno de encurvadura vem da flexão torção por M_y .

Segundo o estudo analítico que foi efectuado na secção 2.4 a colunas-viga sujeitas a $M_{y,Ed}$ e $M_{z,Ed}$ não susceptíveis à deformação por torção, os diagramas “EC3” corresponderiam a rectas condicionadas pela equação B, que intersectam o eixo m_y em $m_y = \chi_{LT}$ e o eixo m_z no ponto $m_z = 1/C_{mz}$. Por observação do gráfico da figura 4.13, as curvas correspondentes às quatro esbeltezas ($\bar{\lambda}_y = 0,5$, $\bar{\lambda}_y = 1,0$, $\bar{\lambda}_y = 1,5$ e $\bar{\lambda}_y = 2,5$) intersectam o eixo m_y nos pontos $m_y = \chi_{LT}$ (mesmos valores das curvas do Caso 1 da secção 4.2.1.1), mas o eixo m_z é intersectado na unidade (mesmos valores das curvas do estudo da secção 4.2.2). Isto acontece devido ao valor de C_{mz} estar errado, ou seja, ser demasiado subestimado. À medida que a esbelteza diminui e m_z é elevado, as curvas são condicionadas pela resistência plástica da secção, o que justifica a coincidência dos diagramas correspondentes a $\bar{\lambda}_y = 0,5$, 1 e 1,5 para $m_z > 0,6$.

Conforme se pode observar, à excepção do diagrama correspondente a $\bar{\lambda}_z = 0,5$, que corresponde à curva da resistência plástica da secção, é nítida a existência de resultados “EC3” não conservativos e afastados dos resultados “Ansys”.

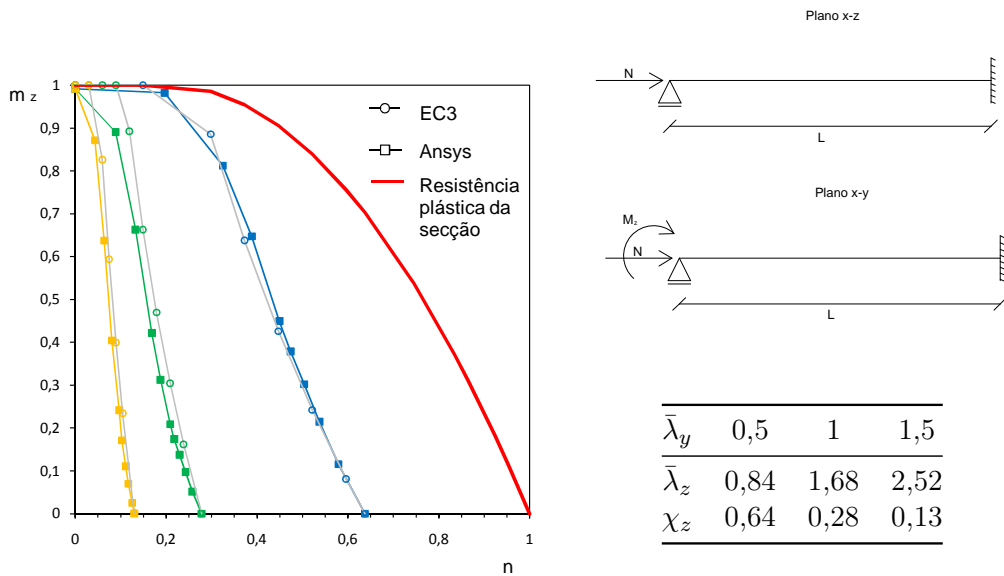


Figura 4.12: Diagramas de interacção de colunas-viga apoiadas-encastadas nos dois plano de flexão, submetida a N_{Ed} e $M_{z,Ed}$

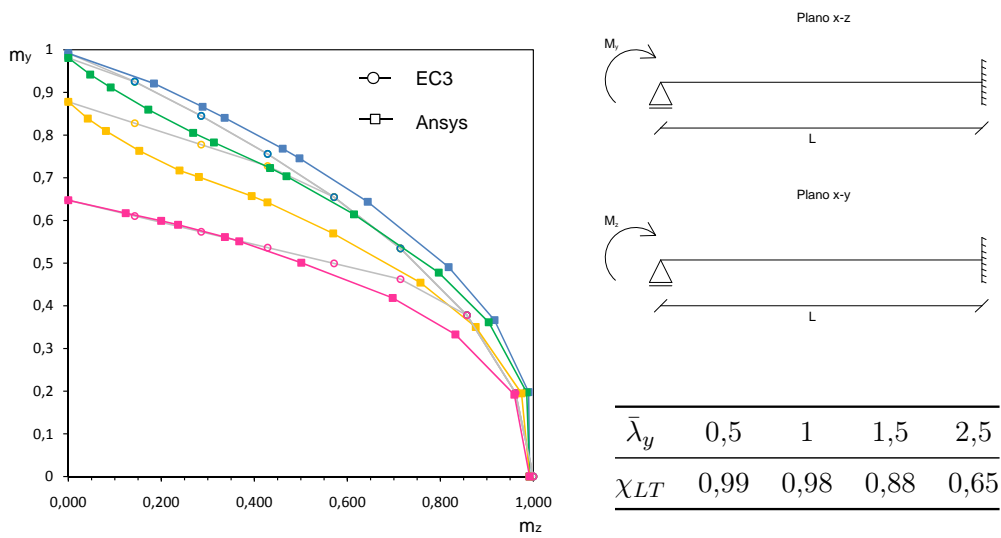


Figura 4.13: Diagramas de interacção de colunas-viga apoiadas-encastadas nos dois plano de flexão, submetida a $M_{y,Ed}$ e $M_{z,Ed}$

4.2.4 Colunas-viga apoiadas-encastreadas sujeitas a N_{Ed} , $M_{y,Ed}$ e $M_{z,Ed}$

Nos dois casos que se seguem as colunas-viga foram submetidas a esforço axial de compressão e momentos flectores nas duas direcções, sendo o m_z sempre constante e igual a 1/3 ou 2/3.

Para a obtenção dos diagramas “EC3”, utilizaram-se os valores de χ do Caso 1 de colunas-viga apoiadas-encastreadas nos dois planos principais de flexão, sem contraventamentos laterais e sujeitas a N_{Ed} e $M_{y,Ed}$ (secção 4.2.1.1). Acrescentou-se o factor de momento equivalente relativo a M_z entre travamentos na direcção y , $C_{mz} = 0,4$ ($\psi = -0,5$). Mais uma vez só se efectuaram estudos para as três menores esbeltezas ($\bar{\lambda}_y = 0,5, 1$ e $1,5$), já que para o valor mais elevado ($\bar{\lambda}_y = 2,5$), o diagrama seria praticamente vertical. Os diagramas correspondentes a $m_z = \frac{1}{3}$ e a $m_z = \frac{2}{3}$ apresentam-se na figura 4.14. Pela primeira vez, os pontos iniciais e finais das curvas “Ansys” e “EC3” não são coincidentes.

Quando $m_z = 1/3$, as curvas “EC3” correspondentes a $\bar{\lambda}_y = 0,5$ e 1 , intersectam o eixo m_y no valor dado pela resistência plástica da secção, e para $\bar{\lambda}_y = 1,5$ no valor dado pela equação B. O eixo n é intersectado, pelas curvas correspondentes às três esbeltezas nos pontos $n = (k_{zz} - 1)\chi_z$, mais uma vez dado pela equação B. Os pontos intermédios das curvas são condicionados maioritariamente pela equação B.

Quando $m_z = 2/3$, todas as curvas “EC3” intersectam o eixo m_y no valor dado pela resistência plástica da secção e é por esta razão que os três pontos são coincidentes. O eixo n é intersectado pelas curvas nos pontos $n = (k_{zz} - 1)\chi_z$. Os pontos intermédios são maioritariamente condicionados pela equação B.

Conforme se pode observar, para os dois valores de m_z , para $\bar{\lambda}_y = 1$ e $\bar{\lambda}_y = 1,5$, quando o esforço axial é nulo ou muito baixo, as curvas “EC3” fornecem valores contra a segurança, bem como para $\bar{\lambda}_y = 1$, quando as curvas se aproximam do eixo m_z . No entanto estes resultados são muito próximos dos valores obtidos pelo Ansys.

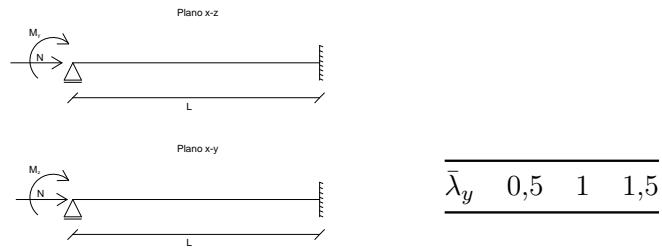
Através da compilação dos três estudos relativos a colunas-viga apoiadas-encastreadas nos dois planos de flexão e submetidas a $N_{Ed} + M_{y,Ed}$, $N_{Ed} + M_{z,Ed}$ e $M_{y,Ed} + M_{z,Ed}$, é possível definir um diagrama tridimensional cujos eixos coordenados correspondem às relações entre os valores máximos actuantes e as respectivas resistências plásticas que caracteriza totalmente o comportamento das colunas-viga deste tipo.

4.2.5 Consideração da não susceptibilidade à deformação por torção

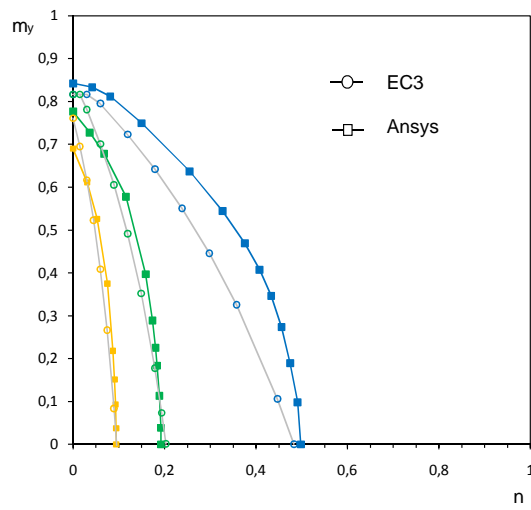
Conforme já foi referido, o Método 2 inclui duas formas distintas para o cálculo dos factores k_{ij} das equações de interacção. Uma aplicável a colunas-viga susceptíveis à deformação por torção e outra aplicável a colunas-viga não susceptíveis à deformação por torção. Até à presente secção todas as análises efectuadas recorrendo ao Método 2 assumiram a susceptibilidade à deformação por torção.

Alguns dos casos estudados, contudo, conduziram a $\chi_{LT} = 1$, podendo ser encarados como casos onde a deformação por torção é pouco significativa (ou inexistente). Desta forma, foram efectuados estudos para verificar se, nesses casos, podem ser aplicadas os factores relativos à não susceptibilidade à deformação por torção. No entanto, salienta-se que, tendo em conta as condições necessárias para classificar uma coluna-viga como não susceptível à deformação por torção (ver secção 2.2), o critério $\chi_{LT} = 1$ (através de $\bar{\lambda}_{LT} \leq 0,4$) não constitui condição suficiente.

Os resultados apresentam-se nas figuras 4.15, 4.16 e 4.17. Observa-se que em todos os casos em que $\bar{\lambda}_y = 0,5$, as curvas “EC3” correspondem a valores de colapso próximos, mas maioritariamente superiores (contra a segurança) aos das curvas “Ansys”. Nos casos em que



$m_z = 1/3 :$



$m_z = 2/3 :$

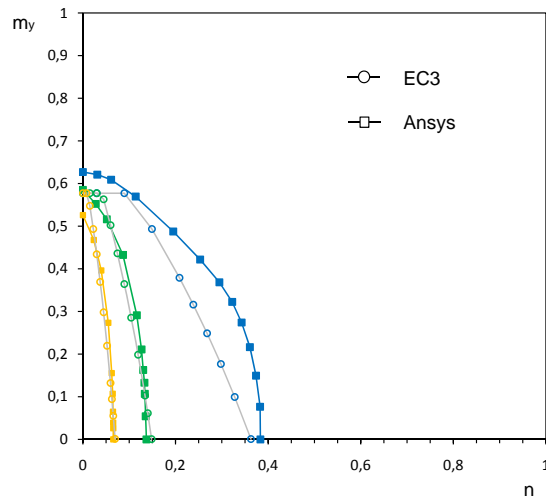


Figura 4.14: Diagramas de interacção de colunas-viga apoiadas-encastadas nos dois plano de flexão, submetida a N_{Ed} , $M_{y,Ed}$ e $M_{z,Ed}$

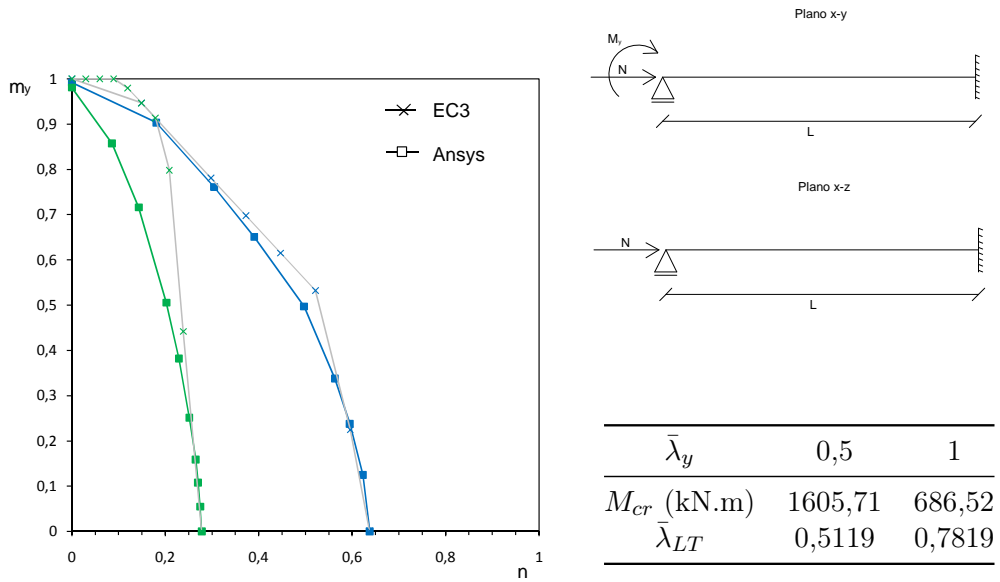
$\bar{\lambda}_y = 1$ os resultados ficam mais contra a segurança. Comparando os resultados do presente estudo com os resultados anteriormente obtidos para as mesmas colunas-viga, mas utilizando as equações da susceptibilidade à deformação por torção, verifica-se que, para $\bar{\lambda}_y = 0,5$ as curvas “EC3” eram sempre demasiado conservativas e na presente secção passam a ser próximas das curvas “Ansys”, mas não conservativas. Para $\bar{\lambda}_y = 1$ as curvas “EC3” apresentavam alguns pontos contra a segurança mas próximas das curvas “Ansys” e, na presente secção, ficam mais contra a segurança. Desta forma, conclui-se que a consideração de factores k_{ij} correspondentes a colunas-viga não susceptíveis à deformação por torção quando se tem $\chi_{LT} = 1$ (apenas), pode conduzir a resultados contra a segurança.

4.2.6 Fórmula proposta por Gonçalves e Camotim (2004)

No Capítulo 2, entre outras, foi apresentada a fórmula aproximada, (2.8), proposta por Gonçalves e Camotim (2004) para $C_{m,S}$ de colunas-viga apoiadas-encastadas. Esta fórmula conduz a valores superiores aos regulamentares (ver figura 2.2) e permitiu aos autores obter resultados mais precisos e do lado da segurança face aos obtidos pela aplicação dos valores regulamentares de $C_{m,S}$, muito embora tenham sido apenas abordados casos planos. Tendo em conta que no presente trabalho se obtiveram curvas “EC3” não conservativas, efectuou-se um estudo para averiguar se a utilização desta fórmula permitiria solucionar alguns dos problemas.

Para a aplicação do Método 2, a fórmula (2.8) foi “traduzida”, através de (2.7), em $C_{m,U}$. Do estudo efectuado, em apenas duas situações se constatou que a utilização da fórmula aproximada para C_m produz alterações nos resultados. Esses casos são apresentados nas figuras 4.18 e 4.19. No primeiro caso (com contraventamentos), para $\bar{\lambda}_y = 1, 1,5$ e $2,5$ obtiveram-se curvas “Gonçalves *et al.* (2004)” a favor da segurança e com boas aproximações. Quando $m_y \gg n$ as curvas são condicionadas pela equação B, e por isso são coincidentes com as curvas “EC3”. À medida que n aumenta passam a ser condicionadas pela equação A. Para $\bar{\lambda}_y = 0,5$ a curva obtida é igual à curva “EC3” por serem condicionadas pela equação B. No segundo caso (ver figura 4.19), obtiveram-se curvas “Gonçalves *et al.* (2004)” muito conservativas, principalmente para $\bar{\lambda}_y = 0,5$. Tendo em conta que a fórmula aproximada permite obter melhores estimativas dos momentos de 2ª ordem do que a expressão regulamentar, o facto de estes resultados serem demasiado conservativos sugere que as equações do Método 2 não permitem explorar adequadamente a resistência plástica da secção.

CASO 1:



CASO 2:

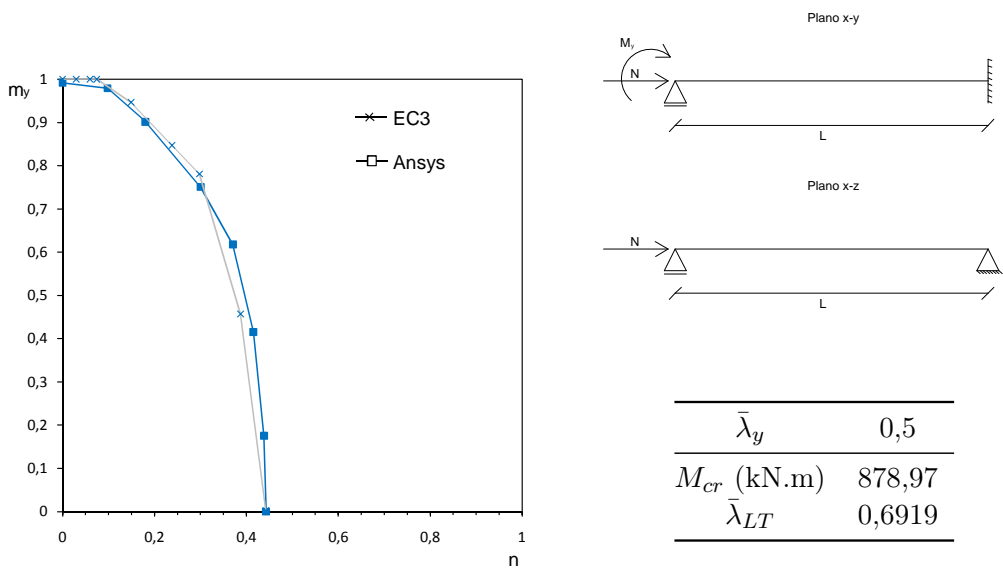
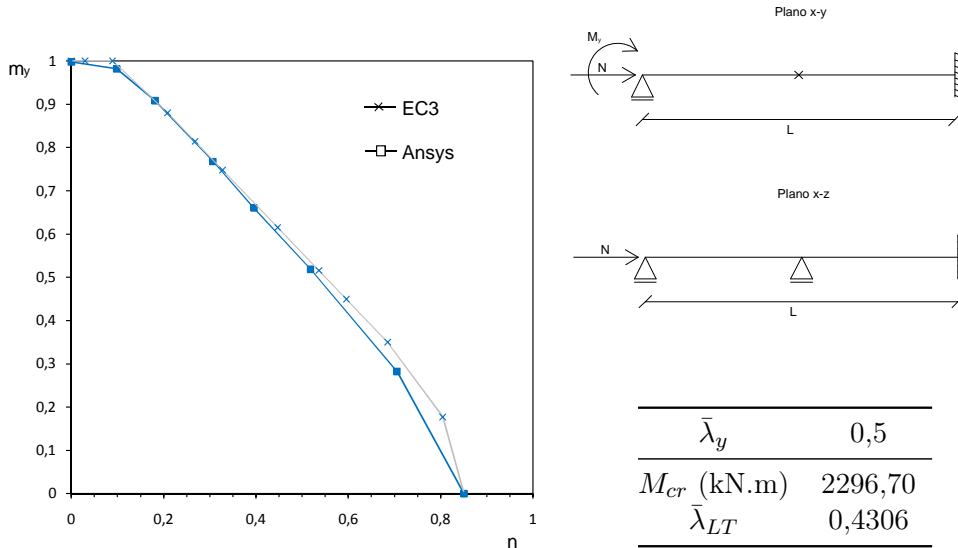


Figura 4.15: Diagramas de interacção: colunas-viga sem contraventamentos laterais não susceptíveis à deformação por torção

CASO 1:



CASO 2:

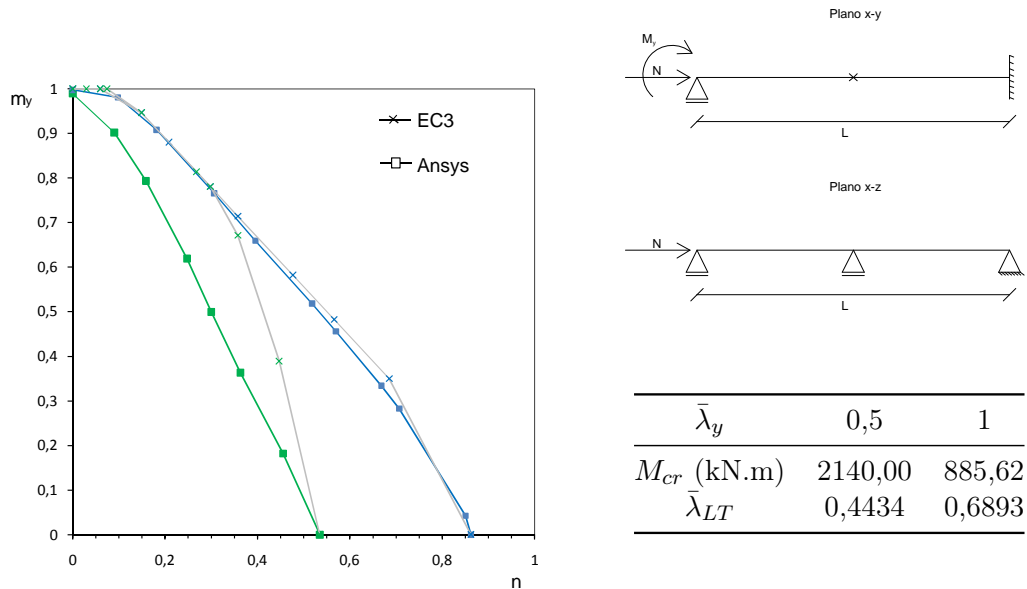


Figura 4.16: Diagramas de interacção: colunas-viga com um contraventamento lateral a meio-vão não susceptíveis à deformação por torção

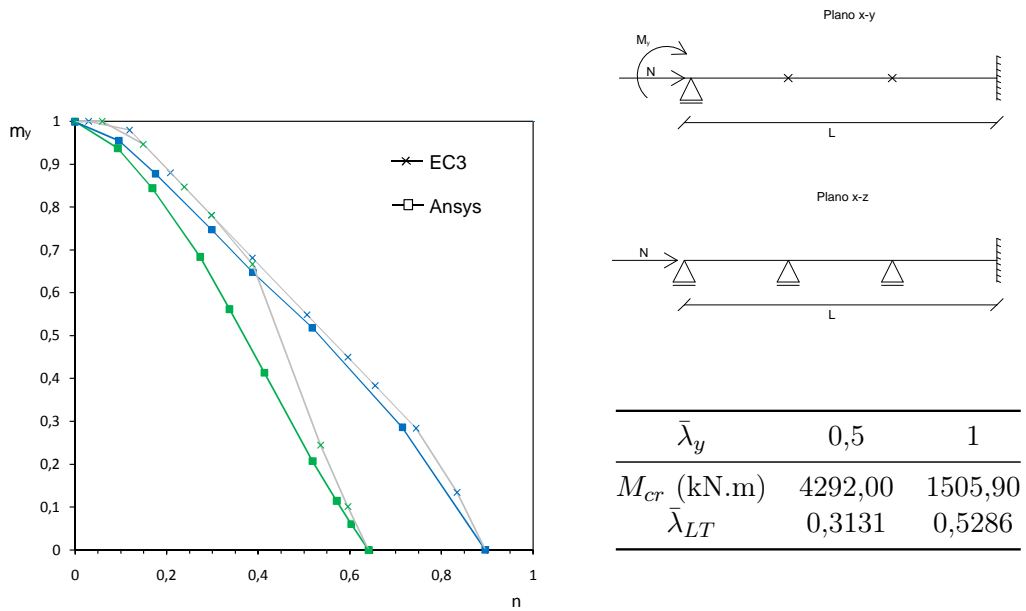


Figura 4.17: Diagramas de interacção: colunas-viga com dois contraventamentos laterais não susceptíveis à deformação por torção

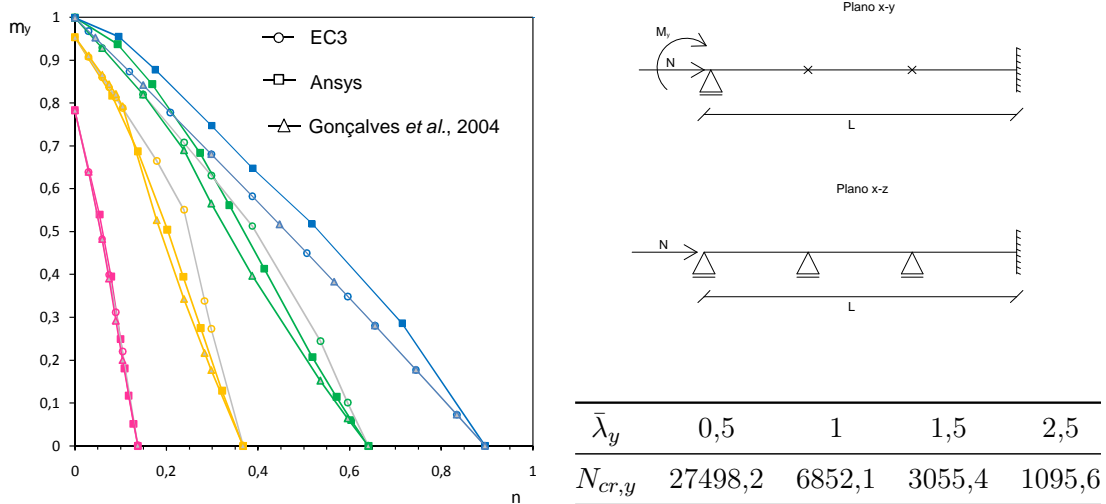


Figura 4.18: Diagramas de interação de colunas-viga apoiadas-encastadas no plano $x - z$ e apoiadas-apoiadas-apoiadas-apoiadas no plano $x - y$, submetidas a N_{Ed} e $M_{y,Ed}$

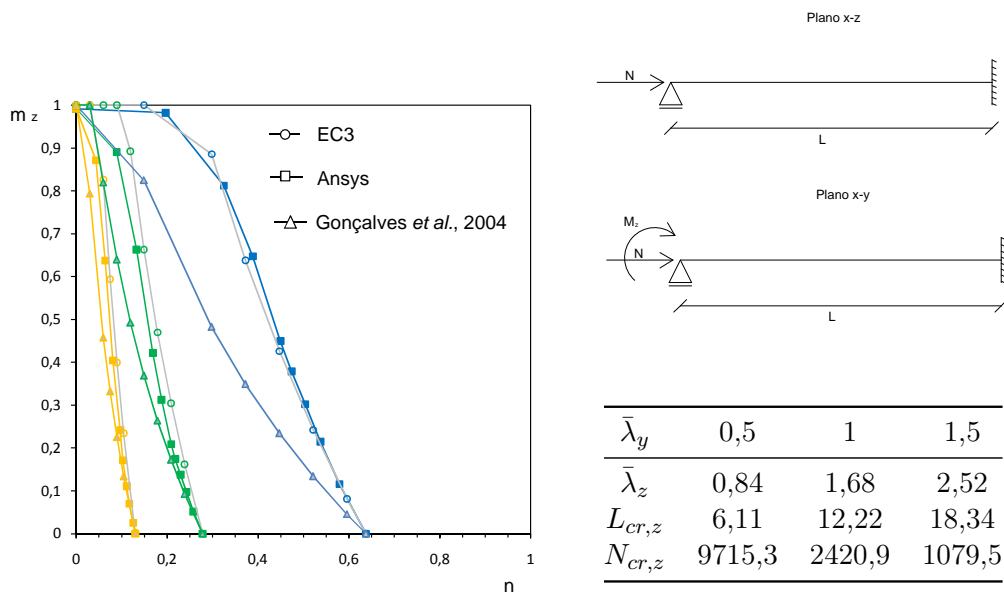


Figura 4.19: Diagramas de interação de colunas-viga apoiadas-encastadas nos dois planos de flexão, submetidas a N_{Ed} e $M_{z,Ed}$

Capítulo 5

Conclusões e desenvolvimentos futuros

5.1 Conclusões

Os estudos efectuados neste trabalho permitem retirar as conclusões que se apresentam em seguida.

O EC3 fornece duas equações de interacção para verificar a resistência à encurvadura de colunas-viga de aço, constituídas por perfis com secção transversal em I e RHS, de classes 1 a 4 e solicitados à flexão composta desviada com compressão. Para o cálculo dos parâmetros das equações de interacção existem dois métodos opcionais, o Método 1 e o Método 2. As equações dos dois métodos foram calibradas por comparação com valores obtidos através de ensaios experimentais e análises numéricas a colunas-viga isoladas, submetidas a carregamentos transversais simples com condições de apoio de “forquilha” e, por isso, apresentam algumas limitações.

No Capítulo 2, efectuou-se um estudo analítico das equações de interacção do Método 2 para colunas-viga com secções transversais em I, submetidas a combinações de N_{Ed} , $M_{y,Ed}$ e $M_{z,Ed}$. Deste estudo foi possível concluir que:

- No caso de uma coluna-viga sujeita a $N_{Ed}+M_{y,Ed}$, o diagrama representativo da equação A intersecta o eixo m_y no ponto $m_y = \chi_{LT}/C_{my}$ e o eixo n no ponto $n = \chi_y$. Os pontos intermédios dependem do valor de k_{yy} : se $k_{yy} = 1$ traduzem-se numa linha recta, se $k_{yy} > 1$ traduzem-se numa linha com concavidade voltada para fora e se $k_{yy} < 1$ traduzem-se numa linha com concavidade voltada para dentro. O diagrama da equação B depende da classificação da coluna-viga em relação à susceptibilidade ou não à deformação por torção. Em caso afirmativo o diagrama intersecta o eixo m_y no ponto $m_y = \chi_{LT}$ e o eixo n no ponto $n = \chi_z$. Para estas condições $k_{zy} \leq 1$, por isso a representação gráfica só pode ser recta ou com a concavidade voltada para dentro. Caso não se considere susceptível à deformação por torção o diagrama intersecta o eixo m_y no ponto $m_y = 1,67/C_{my}$ e o eixo n no ponto $n = \chi_z$. Para estas condições k_{zy} pode tomar qualquer valor e o diagrama pode ser recto, côncavo ou convexo;
- No caso de uma coluna-viga sujeita a $N_{Ed}+M_{z,Ed}$, o diagrama representativo da equação A intersecta o eixo m_z no ponto $m_z = 1,67/C_{mz}$ e o eixo n no ponto $n = \chi_y$. O da equação B intersecta o eixo m_z no ponto $m_z = 1/C_{mz}$ e o eixo n no ponto $n = \chi_z$. Neste caso, não há distinção de coluna-viga susceptível ou não à deformação por torção porque a equação B não depende de k_{zy} . A representação dos pontos intermédios depende do valor k_{yz} para a equação A e do valor de k_{zz} para a equação B. Estes dois factores

de interacção podem adquirir qualquer valor e por isso as duas representações gráficas também podem ser rectas, côncavas ou convexas, quando iguais, maiores ou menores que um, respectivamente. A equação B é sempre condicionante se $\chi_z < \chi_y$, porque $k_{yz} = 0,60k_{zz}$.

- No caso de uma coluna-viga sujeita a $M_{y,Ed} + M_{z,Ed}$, o diagrama da equação A intersecta o eixo m_y no ponto $m_y = \chi_{LT}/C_{m_y}$ e o eixo m_z no ponto $m_z = 1/C_{m_z}$. Para este carregamento a equação B depende do factor k_{zy} e volta a haver distinção entre colunas-viga susceptíveis ou não à deformação por torção. Em caso afirmativo o diagrama intersecta o eixo m_y para $m_y = \chi_{LT}$, caso contrário esse ponto é $m_y = 1,67/C_{m_y}$. Para ambos os casos, o ponto de intersecção com o eixo m_z é $m_z = 1/C_{m_z}$. Este estudo apresenta uma particularidade: os factores k_{ij} adquirem sempre um valor constante e, por isso, as representações gráficas das equações de interacção são sempre rectas. Desta forma foi mostrado que, para o caso de a coluna-viga ser susceptível à deformação por torção, a equação B é sempre condicionante. No caso de a coluna-viga não ser susceptível à deformação por torção a equação A é condicionante desde $m_y = 1/C_{m_y}$ até ao ponto de intersecção das duas trajectórias correspondentes às duas equações, depois passa a equação B a condicionar.

No Capítulo 3 foi abordada a modelação numérica de colunas-viga através do programa de elementos finitos Ansys. Verificou-se que o elemento finito Beam 189 é indicado para ser utilizado na modelação do comportamento não-linear de colunas-viga de aço. Permite incluir os efeitos da plasticidade, do empenamento, das imperfeições geométricas e das tensões residuais. Verificou-se que os resultados fornecidos pelo programa Ansys podem ser considerados “exactos” e utilizados para avaliar o desempenho das equações de interacção do EC3.

No Capítulo 4 apresentou-se um estudo paramétrico efectuado a colunas-viga constituídas por perfis HEB300 em aço S235, com diferentes comprimentos, sujeitas a combinações de N_{Ed} , $M_{y,Ed}$ e $M_{z,Ed}$ e com condições de apoio diferentes das consideradas na calibração/validação das equações de interacção do Método 2 do EC3. Os resultados obtidos pelo programa de cálculo Ansys foram comparados com os obtidos pela aplicação das equações de interacção do Método 2 do EC3, tendo-se retirado as seguintes conclusões:

- No estudo efectuado a colunas-viga apoiadas-encastadas nos dois planos de flexão e sujeitas a N e M_y , mostrou-se que o EC3 conduz em geral a boas estimativas das cargas de colapso, particularmente para $\bar{\lambda}_y \geq 1$. Para $\bar{\lambda}_y = 0,5$ o EC3 conduziu a resultados demasiado conservativos. Observou-se que a equação B é quase sempre condicionante, sendo que as curvas intersectam o eixo vertical no ponto $m_y = \chi_{LT}$ e o eixo horizontal em $n = \chi_z$.

Quando no plano de flexão $x - y$ se faz uma libertação da rotação no eixo z na extremidade encastrada, as curvas obtidas pelo EC3 ficam ligeiramente mais conservativas.

À medida que $\bar{\lambda}_z \rightarrow 0$, o que é conseguido aumentando o número de contraventamentos laterais, a equação B deixa de ser condicionante para passar a ser a condicionar a equação A. Desta forma, o problema de C_{m_y} ser subestimado pelas expressões do EC3 começa a ser observado, pois as curvas “EC3” ficam contra a segurança.

O total contraventamento lateral das colunas-viga conduz a uma curva “EC3”, para $\bar{\lambda}_y = 0,5$, maioritariamente condicionada pela resistência plástica da secção. Para $\bar{\lambda}_y = 1, 1,5$ e $2,5$, quando o momento flector é muito elevado e o esforço axial de

compressão é baixo ou nulo, também são condicionadas pela resistência plástica da secção, porque a equação A conduz a valores de $m_y > 1$. Todos os outros pontos são condicionados pela equação A;

- No estudo efectuado a colunas-viga apoiadas-encastadas nos dois planos de flexão e sujeitas a N_{Ed} e $M_{z,Ed}$ os diagramas apresentam uma configuração diferente de todos os outros estudos. Para as três esbeltezas consideradas, $\bar{\lambda}_y = 0,5, 1$ e $1,5$, as curvas “EC3” intersectam o eixo m_z na unidade, porque a equação B conduz a valores $m_z > 1$ e mais uma vez estes pontos, bem como os pontos obtidos quando o momento flector aplicado é elevado e o esforço axial de compressão é baixo, são condicionados pela resistência plástica da secção. Os outros pontos são condicionados pela equação B. As curvas “EC3”, para $\bar{\lambda}_y = 1$ e $1,5$, apresentam-se contra a segurança, mas com valores muito próximos das curvas “Ansys”. Os resultados podem ser justificados pela resistência plástica da secção ser muito elevada;
- No estudo efectuado a colunas-viga apoiadas-encastadas nos dois planos de flexão e sujeitas a $M_{y,Ed}$ e $M_{z,Ed}$ obtiveram-se os resultados mais contra a segurança. À excepção da curva “EC3” para $\bar{\lambda}_y = 0,5$, que é condicionada pela resistência plástica da secção, todas as outras apresentam resultados não conservativos e afastados dos resultados do Ansys. Para $\bar{\lambda}_y = 1, 1,5$ e $2,5$, a equação B é condicionante. O diagrama é recto de $m_z = 0$ até um determinado valor de m_z , a partir do qual condiciona a resistência plástica da secção. Todas as curvas intersectam o eixo m_z na unidade.
- No estudo efectuado a colunas-viga apoiadas-encastadas nos dois planos de flexão e sujeitas a N_{Ed} , $M_{y,Ed}$ e $M_{z,Ed}$, para $\bar{\lambda}_y = 1$ e $\bar{\lambda}_y = 1,5$, quando o esforço axial é nulo ou muito baixo, as curvas “EC3” fornecem valores contra a segurança, bem como para $\bar{\lambda}_y = 1$, quando as curvas se aproximam do eixo m_z . No entanto, estes resultados são muito próximos dos valores obtidos pelo Ansys.
- No estudo em que as equações de interacção do Método 2 para colunas-viga não susceptíveis à deformação por torção foram aplicadas aos casos em que $\chi_{LT} = 1$, obtiveram-se resultados não conservativos e piores que os obtidos considerando as colunas-viga susceptíveis à deformação por torção;
- Finalmente, no estudo em que foi aplicada a fórmula aproximada de $C_{m,S}$ proposta por Gonçalves *et al.* (2004), esta revelou-se ser indicada para resolver os resultados não conservativos para $N + M_y$ e $\lambda_z \approx 0$ (casos onde a equação A é condicionante), mas fornece resultados demasiadamente conservativos para $N + M_z$.

5.2 Desenvolvimentos futuros

Em seguida apresentam-se algumas possíveis extensões e desenvolvimentos do trabalho efectuado, as quais foram identificadas durante a elaboração da presente dissertação.

Os resultados obtidos no estudo paramétrico desenvolvido mostraram que existem alguns problemas na aplicação das equações de interacção a colunas-viga com condições de apoio diferentes das consideradas na sua calibração/validação. Mostrou-se que a utilização de factores C_m obtidos a partir da teoria elástica de 2ª ordem permite resolver alguns casos mas, em geral, conduz a resultados demasiadamente a favor da segurança. Assim, aponta-se como

desenvolvimento futuro o desenvolvimento de uma proposta de modificação das equações para resolver este problema.

No caso particular de colunas-viga sujeitas a $M_{y,Ed} + M_{z,Ed}$, não ocorre amplificação de esforços por N_{Ed} e o único fenómeno de encurvadura provém da flexão-torção. Nesta situação mostrou-se que as equações não têm um desempenho satisfatório, pelo que é necessário resolver esta situação.

Existe ainda um número considerável de extensões que podem ser efectuadas ao estudo realizado, entre as quais se destacam: a consideração de perfis com diferentes secções transversais (inclusivamente de classe 3 ou 4), a consideração de outro tipo de carregamentos e condições de apoio. O estudo desenvolvido deve ser igualmente realizado com a aplicação das equações de interacção do Método 1 do EC3. Terá também grande interesse o estudo da aplicação das equações a colunas-viga inseridas em pórticos.

Bibliografia

- Anslys Inc. (2004). ANSYS version 12, *Inc. Theory Reference*, Estados Unidos da América.
- Boissonnade N., Greiner R., Jaspart J. P. e Lindner J. (2006). *Rules for Member Stability in EN1993-1-1 Background Documentation and design guidelines* ECCS Technical Committee 8 - Stability.
- Boissonnade N., Jaspart J. P., Muzeau J. P. Villette M. (2004). “New Interaction Formulae for Beam-Columns in Eurocode 3: the French-Belgium Approach”, *Journal of Constructional Steel Research*, vol. 60, nº3-5, pp. 421-431.
- Comissão Técnica Portuguesa de Normalização (2007). “Anexo Nacional do Regulamento de Estruturas de Aço EC3”.
- Comité Européen de Normalisation (CEN) (2005). *Eurocode 3: Design of Steel Structures, Part 1-1: General Rules and Rules for Buildings*, Bruxelas.
- Gonçalves R. e Camotim D. (2004). “On the Application of Beam-Column Interaction Formulae to Steel Members with Arbitrary Loading and support Conditions”, *Journal of Constructional Steel Research*, vol. 60, nº3-5, pp. 433-450.
- Gonçalves R., Corrêa M. R. e Camotim D. (2009). “Aplicação da Teoria Geometricamente Exacta de Vigas à Análise de Pórticos de Aço”, *Actas do VII Congresso de Construção Metálica e Mista*.
- Greiner R. (2002). “Recent Developments for the New Rules for Member Stability in Eurocode 3”, *Stability and Ductility of Steel Structures*, Budapeste, Ed. M. Iványi, Akadémia Kiadó, pp. 23-30.
- Gruttmann F., Sauer R., Wagner W. (2000). “Theory and numerics of three-dimensional beams with elastoplastic material behaviour”, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, pp. 1675-1702.
- Lindner J. (2003). “Design of Beams and Beam-Columns”, *Progress in Structural Engineering and Mechanics*, vol. 5, pp. 38-47.
- Maquoi R., Boissonnade N., Jaspart J. P., Muzeau J. P. e Villette M. (2001). “The Interaction Formulae for Beam-Columns: a New Step in a Yet Long Story”, *Proceedings of the Structural Stability Research Council (SSRC) 2001 Annual Technical Session and Meeting*, Fort Lauderdale, pp. 63-88.
- Mendonça P. (2006). “Dimensionamento de Colunas-viga através das Equações de Interacção do Eurocódigo 3”, *Dissertação de Mestrado*, Instituto Superior Técnico.
- Mendonça P. e Camotim D. (2005). “Análise Crítica do Desempenho das Fórmulas de Interacção do Novo Eurocódigo 3 em Colunas-viga com Diversas Condições de Apoio”, V

Bibliografia

Congresso de Construção Metálica e Mista.

- Ofner R. (1997). “Traglasten von Staben aus Stahl bei Druck und Biegung”, *Tese de Doutoramento*, Technische Universität Graz.
- Pinheiro A. (2005). “Estruturas Metálicas: Cálculos, Detalhes, Exercícios e Projectos”, Edgard Blucher, 2ª Edição.
- Reis A. e Camotim D. (2001). “Estabilidade Estrutural”, McGraw-Hill, Lisboa.
- Simões R. (2005). “Manual de Dimensionamento de Estruturas Metálicas”, Associação Portuguesa de Construções Metálicas e Mistas.
- Vogel U. (1985). “Calibrating Frames” *Stahlbau*, 54, pp. 295-301.
- Y. Galéa (2009), LTBeam version 1.0.8, CTICM. France.
- Ziemian R. D. (1993). “Examples of frame studies used to verify advanced methods of inelastic analysis”, *Plastic hinge based methods for advanced analysis and design of steel frames*, Structural Stability Research Council, Lehigh University, Bethlehem, PA.
- Ziemian R. D. (2010). “Guide to Stability Design Criteria for Metal Structures”, *Proceedings of the Structural Stability Research Council (SSRC)*, 6 edition, pp.371-412.