

Departamento de Engenharia Civil

**MÉTODOS DE DIMENSIONAMENTO DE CORTINAS DE
CONTENÇÃO AUTOPORTANTES E MONO-APOIADAS:
O PROBLEMA DAS CARGAS VERTICAIS**

Pedro Miguel Fernandes Godinho

(Licenciado em Ciências de Engenharia Civil)

Dissertação apresentada na Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Civil na especialidade de Estruturas e Geotecnia

Orientador: Professor Doutor Nuno Manuel da Costa Guerra

Júri

Presidente: Professor Doutor João Carlos Gomes Rocha de Almeida

Vogais: Professora Doutora Ana Paula Confraria Varatojo
Professor Doutor Nuno Manuel da Costa Guerra

**Lisboa
2009**

Agradecimentos

O autor gostaria de expressar o seu sincero agradecimento a todos os que directa ou indirectamente contribuíram para a concretização deste trabalho.

Ao seu orientador, Professor Doutor Nuno Manuel da Costa Guerra agradece ao longo de um ano de trabalho, a inabalável disponibilidade, pedagogia e motivação, pelos conhecimentos que partilhou e, acima de tudo, pelo refrescante humor.

Ao colega, Engenheiro Bruno Mendes agradece a partilha de artigos técnicos e de úteis conselhos em programação.

À colega, Mestre Cláudia Josefino agradece a rápida mas eficaz acção de formação no programa Plaxis 2D, bem como a disponibilização de algum do software necessário para a produção deste trabalho.

À Faculdade de Ciências e Tecnologia, agradece ao corpo docente que munuiu o autor dos meios necessários para a produção deste trabalho.

Ao Departamento de Engenharia Civil, na pessoa de Maria da Luz e Carla Teixeira agradece a omnipresente ajuda nos assuntos burocráticos inerentes à formalização da dissertação e pelas animadas conversas de corredor.

À sua família, pela compreensão, motivação e paciência transmitidos. À sua namorada, Andreia pelo seu incondicional apoio e pelo esforço feito em momentos de menor disponibilidade. Aos seus pais, José e Laurinda pelo apoio, motivação, disponibilidade e capacidade de sacrifício.

Resumo

O dimensionamento de estruturas de suporte autoportantes e mono-apoiadas era tradicionalmente realizado admitindo os impulsos de terras dados pela teoria de Rankine, não considerando, portanto, tensões tangenciais na interface cortina-solo.

No entanto, a consideração das tensões tangenciais permite, por um lado, um dimensionamento mais económico das estruturas e, por outro, torna-se uma necessidade quando se trate de cortinas ancoradas pré-esforçadas seladas no terreno, que aplicam uma carga vertical à estrutura.

No presente trabalho estuda-se as metodologias de dimensionamento das estruturas de suporte referidas e implementa-se um procedimento de cálculo que permite ter em conta o equilíbrio vertical. Com base nos resultados obtidos desenvolve-se e sugere-se uma metodologia alternativa aplicável a cortinas autoportantes.

Com vista ao futuro desenvolvimento de metodologias analíticas mais adequadas desenvolve-se um estudo numérico paramétrico do qual se retiram ideias base para o seu desenvolvimento.

Palavras-chave: cargas verticais, cortinas contenção, autoportante, mono-apoiada, análise analítica, análise numérica, elementos finitos

Abstract

The design of flexible cantilever and single propped retaining walls was traditionally carried out admitting Rankine's theory of lateral earth pressure, therefore not including the tangential stress's on the soil-structure interface.

However, considering of tangential stress's allows an more economic design of structures and becomes a necessity when dealing with anchored pre-stressed retaining walls, which apply vertical loads to the structure.

In the present work the design methods of the above mentioned retaining structures is studied and a calculation procedure which takes in to account the vertical equilibrium is implemented. An alternative methodology applicable to cantilever retaining walls is developed and presented.

Towards obtaining future more appropriate analytical methods a numerical finite element parametric study is performed and its results are used to define the foundations of their development.

Key-words: vertical loads, flexible retaining walls, propped retaining walls, analytical analysis, numerical analysis, finite elements

Simbologia

A	área da secção transversal [L^2]
A_{livre}	área da secção transversal da zona do comprimento livre da ancoragem por unidade de comprimento [L^2L^{-1}]
$A_{selagem}$	área da secção transversal do bolbo de selagem da ancoragem por unidade de comprimento [L^2L^{-1}]
D	diâmetro [L]
$D_{selagem}$	diâmetro do bolbo de selagem [L]
E	módulo de elasticidade [FL^{-2}]
E_{50}^{ref}	módulo de deformabilidade secante em estado triaxial, correspondente a 50% da tensão de rotura, para uma tensão de referência (p_{ref}) considerada igual a 100 kPa (parâmetro do modelo <i>Hardening Soil</i>) [FL^{-2}]
E_{oed}^{ref}	módulo de deformabilidade edométrico tangente para tensão vertical igual à tensão de referência (p_{ref}) considerada igual a 100 kPa (parâmetro do modelo <i>Hardening Soil</i>) [FL^{-2}]
E_{ur}^{ref}	módulo de deformabilidade na descarga, em estado triaxial, para uma tensão de referência (p_{ref}) considerada igual a 100 kPa (parâmetro do modelo <i>Hardening Soil</i>) [FL^{-2}]
F_{pk}	força de cedência do aço constituinte do comprimento livre da ancoragem [F]
F_{yk}	força de cedência do aço constituinte dos perfis das cortinas [F]
f	comprimento de ficha enterrada aumentada em 20% [L]
f_0	comprimento de ficha enterrada [L]
$f_{0,c}$	comprimento de ficha enterrada corrigida para efeitos das cargas verticais [L]
g	profundidade de tensão efectiva normal nula [L]
H	profundidade de escavação [L]
h_{anc}	profundidade do apoio das cortinas mono-apoiadas [L]
I	momento de inércia por unidade de comprimento [L^4L^{-1}]

i	raio de giração por unidade de comprimento [LL^{-1}]
K_0	coeficiente de impulso de terras em repouso
K_a	coeficiente de impulso de terras activo
K_p	coeficiente de impulso de terras passivo
L_{cr}	comprimento de encurvadura [L]
L_{livre}	comprimento livre da ancoragem [L]
$L_{selagem}$	comprimento de selagem da ancoragem [L]
M_E	momento efectivo por unidade de comprimento [FLL^{-1}]
$M_{E,c}$	momento efectivo corrigido para efeitos de cargas verticais por unidade de comprimento [FLL^{-1}]
m	expoente da relação que expressa a dependência da rigidez em relação ao nível de tensão (parâmetro do modelo <i>Hardening Soil</i>)
N_{Ed}	esforço axial de dimensionamento por unidade de comprimento [FL^{-1}]
N_{Rd}	esforço axial resistente por unidade de comprimento [FL^{-1}]
R_A	reação no apoio das cortinas mono-apoiadas [FL^{-1}]
R_d	contra-impulso passivo por unidade de comprimento [FL^{-1}]
R_f	coeficiente de rotura, que relaciona a tensão deviatórica na rotura com a assíntota da hipérbole que traduz a relação tensão-deformação (parâmetro do modelo <i>Hardening Soil</i>)
T	reação resultante da separação da cortina mono-apoiada, no método do apoio fixo, em duas partes por unidade de comprimento [FL^{-1}]
t	espessura [L]
z	profundidade medida a partir da cota de escavação [L]
z^*	profundidade medida a partir da cota do terreno suportado [L]
z_δ	profundidade de total mobilização do atrito solo-estrutura [L]
β	orientação do apoio das cortinas mono-apoiadas
γ	peso volúmico do solo [FL^{-3}]
γ'	peso volúmico do solo submerso [FL^{-3}]
δ	ângulo de atrito solo-estrutura
δ_a	ângulo de atrito solo-estrutura activo
δ_p	ângulo de atrito solo-estrutura passivo

ν	coeficiente de Poisson
σ'_n	tensão efectiva normal [FL^{-2}]
ϕ'	ângulo de resistência ao corte efectivo
ψ	ângulo de dilatação do solo

Índice de Matérias

1	Introdução	1
2	Breve descrição das abordagens às cargas verticais em cortinas de contenção	5
2.1	Introdução	5
2.2	Métodos clássicos de dimensionamento de cortinas de contenção autoportantes e mono-apoiadas	6
2.2.1	Cortinas autoportantes	6
2.2.2	Cortinas mono-apoiadas	7
2.3	As cargas verticais em cortinas multi-ancoradas	8
2.4	As cargas verticais em cortinas autoportantes e mono-apoiadas	9
2.5	Conclusões	11
3	Metodologia para a consideração do equilíbrio vertical	13
3.1	Introdução	13
3.2	Cortinas autoportantes	13
3.2.1	Problemática das cargas verticais em cortinas autoportantes	13
3.2.2	Método baseado em Frank et al. (2004)	16
3.2.3	Aplicação do método baseado em Frank et al. (2004)	18
3.2.4	Estudo paramétrico de cortinas autoportantes	20
3.3	Cortina mono-apoiada - Método do apoio móvel	24
3.3.1	Problemática das cargas verticais em cortinas mono-apoiadas - Método do apoio móvel	24
3.3.2	Método baseado em Frank et al. (2004)	27
3.3.3	Aplicação do método de Frank et al. (2004)	28
3.3.4	Estudo paramétrico de cortinas mono-apoiadas - Método do apoio móvel	31

3.4	Cortina mono-apoiada - Método do apoio fixo	41
3.4.1	Problemática das cargas verticais em cortinas mono-apoiadas - Método do apoio fixo	41
3.4.2	Método baseado em Frank et al. (2004)	45
3.4.3	Aplicação do método baseado em Frank et al. (2004)	46
3.4.4	Estudo paramétrico de cortinas mono-apoiadas - Método do apoio fixo	50
3.5	Conclusões	55
4	Método proposto para cortinas autoportantes	59
4.1	Introdução	59
4.2	Colocação do problema	59
4.3	Descrição da metodologia proposta	62
4.4	Estudo paramétrico	64
4.4.1	Situação sem a presença de nível freático	65
4.4.2	Situação com a presença de nível freático à cota de escavação	69
4.5	Conclusões	69
5	Estudo paramétrico com recurso ao método dos elementos finitos	73
5.1	Introdução	73
5.2	Descrição dos casos a analisar	73
5.3	Cortina autoportante	76
5.4	Cortina mono-apoiada com apoio modelado por elemento mola	79
5.4.1	Aplicação a um caso de estudo	81
5.4.2	Influência do parâmetro δ	82
5.4.3	Influência do parâmetro β	86
5.5	Cortina mono-apoiada com apoio modelado explicitamente	89
5.5.1	Introdução	89
5.5.2	Resultados obtidos para a modelação explícita da ancoragem	90
5.5.3	Resultados obtidos para a modelação explícita da escora inclinada	91
5.5.4	Análise da influência da rigidez do elemento de apoio	92
5.6	Conclusões	94
6	Conclusões e futuros desenvolvimentos	97

<i>Índice de Matérias</i>	XV
A Método do apoio móvel	101
B Método do apoio fixo	107
C Cortinas mono-apoiadas com apoio modelado por elemento mola	113
D Cortinas mono-apoiadas com a ancoragem modelada explicitamente	125
E Cortinas mono-apoiadas com a escora inclinada modelada explicitamente	131
F Análise de rigidez do elemento ancoragem	137
G Análise de rigidez do elemento de escora	141

Índice de Figuras

1.1	Classificação de cortinas em função do número de apoios	2
1.2	Diferentes tipos de cortinas contenção	3
1.3	Diferentes soluções construtivas para paredes tipo Berlim	3
2.1	Cortinas mono-apoiadas: soluções tradicionais para os apoios	5
2.2	Cortina multi-ancorada com ancoragens de inclinação significativa	6
2.3	Cortinas autoportantes	7
2.4	Cortina mono-apoiada - Deslocamento típico e pressões de terras associadas ao método do apoio móvel	7
2.5	Cortina mono-apoiada - Deslocamento típico e pressões de terras associadas ao método do apoio fixo	8
2.6	Comparação entre cortinas com boas e más condições de fundação (adaptado de Cardoso et al. (2006))	9
2.7	Transmissão de cargas ao perfil em paredes de Berlim definitivas	10
2.8	Cortina autoportante com espessura relevante e forças mobilizadas devido às pressões de terra	10
2.9	Cortina mono-apoiada com δ_a ajustado	11
3.1	Impulsos de terra de uma cortina autoportante segundo Rankine (1857)	14
3.2	Impulsos de terra de uma cortina autoportante considerando atrito solo-estrutura 15	
3.3	Impulsos de terra de uma cortina autoportante considerando atrito solo-estrutura ajustável	17
3.4	Impulsos de terra de uma cortina autoportante com nível freático à cota de escavação	19
3.5	Cortina autoportante: resultados da aplicação da metodologia baseada em Frank et al. (2004)	22

3.6	Cortina autoportante: comparação entre comprimentos de ficha	23
3.7	Cortina autoportante com nível freático à cota de escavação: resultados da aplicação da metodologia baseada em Frank et al. (2004)	23
3.8	Tipos de cortinas mono-apoiadas e significado do ângulo β	24
3.9	Impulsos de terra de uma cortina mono-apoiada segundo Rankine (1857)	25
3.10	Impulsos de terra de uma cortina mono-apoiada considerando atrito solo-estrutura 26	
3.11	Impulsos de terra de uma cortina mono-apoiada segundo a proposta de Frank et al. (2004)	28
3.12	Impulsos de terra de uma cortina mono-apoiada segundo Frank et al. (2004) com nível freático	30
3.13	Cortina mono-apoiada (Apoio Móvel) com $\phi'=30^\circ$: resultados da aplicação da metodologia baseada em Frank et al. (2004)	33
3.14	Cortina mono-apoiada (Apoio Móvel) com $\phi'=40^\circ$: resultados da aplicação da metodologia baseada em Frank et al. (2004)	34
3.15	Valores dos impulsos em [kNm/m] e reacção no apoio para a primeira iteração (<i>a a c</i>) e para a iteração final (<i>d a f</i>)	35
3.16	Cortina mono-apoiada (Apoio Móvel) para $\delta=1/3\phi'$ e $\delta=1/2\phi'$: resultados da aplicação da metodologia baseada em Frank et al. (2004)	37
3.17	Cortina mono-apoiada (Apoio Móvel) para $\delta=2/3\phi'$ e $\delta=\phi'$: resultados da aplicação da metodologia baseada em Frank et al. (2004)	38
3.18	Cortina mono-apoiada (Apoio Móvel - Nível Freático) com $\delta=1/3\phi'$ e $\delta=1/2\phi'$: resultados da aplicação da metodologia baseada em Frank et al. (2004)	39
3.19	Cortina mono-apoiada (Apoio Móvel - Nível Freático) com $\delta=2/3\phi'$ e $\delta=\phi'$: resultados da aplicação da metodologia baseada em Frank et al. (2004)	40
3.20	Impulsos de terra de uma cortina mono-apoiada segundo Rankine (1857) - Método do apoio fixo	41
3.21	Partes resultantes da divisão da cortina em duas partes e forças a que ambas se encontram submetidas	42
3.22	Impulsos de terra de uma cortina mono-apoiada considerando atrito solo-estrutura - Método do apoio fixo	43
3.23	Impulsos de terra de uma cortina mono-apoiada - Método do apoio fixo	45
3.24	Impulsos de terra de uma cortina mono-apoiada com nível freático - Método do apoio fixo	48
3.25	Parcela superior da cortina considerando atrito solo-estrutura com nível freático	49

3.26 Parcela inferior da cortina com nível freático e com cargas verticais - Método do apoio fixo	49
3.27 Cortina mono-apoiada (Apoio Fixo) com $\delta=1/3\phi'$ e $\delta=1/2\phi'$: resultados da aplicação da metodologia baseada em Frank et al. (2004)	53
3.28 Cortina mono-apoiada (Apoio Fixo) com $\delta=2/3\phi'$ e $\delta=\phi'$: resultados da aplicação da metodologia baseada em Frank et al. (2004)	54
3.29 Cortina mono-apoiada (Apoio Fixo - Nível Freático) com $\delta=1/3\phi'$ e $\delta=1/2\phi'$: resultados da aplicação da metodologia baseada em Frank et al. (2004)	56
3.30 Cortina mono-apoiada (Apoio Fixo - Nível Freático) com $\delta=2/3\phi'$ e $\delta=\phi'$: resultados da aplicação da metodologia baseada em Frank et al. (2004)	57
4.1 Progressão das tensões em profundidade pelos diferentes métodos de cálculo	60
4.2 Modelo de elementos finitos para cortinas autoportantes	60
4.3 Tensões passivas numa cortina autoportante	61
4.4 Impulsos de terra de uma cortina autoportante pelo método proposto	62
4.5 Impulsos de terra de uma cortina autoportante com nível freático pelo método proposto	64
4.6 Fichas para cortina autoportante com $\phi'=25^\circ$	66
4.7 Fichas para cortina autoportante com $\phi'=30^\circ$	66
4.8 Fichas para cortina autoportante com $\phi'=35^\circ$	67
4.9 Fichas para cortina autoportante com $\phi'=40^\circ$	67
4.10 Fichas para cortina autoportante com $\phi'=45^\circ$	68
4.11 Análise da ficha para valores elevados de z_δ com $\phi'=40^\circ$	68
4.12 Análise da ficha para valores elevados de z_δ com $\phi'=45^\circ$	69
4.13 Fichas para cortina autoportante com nível freático com $\phi'=25^\circ$	70
4.14 Fichas para cortina autoportante com nível freático com $\phi'=30^\circ$	70
4.15 Fichas para cortina autoportante com nível freático com $\phi'=35^\circ$	71
4.16 Fichas para cortina autoportante com nível freático com $\phi'=40^\circ$	71
4.17 Fichas para cortina autoportante com nível freático com $\phi'=45^\circ$	72
5.1 Modelações desenvolvidas para o estudo paramétrico	75
5.2 Modelo de elementos finitos para cortinas autoportantes	76
5.3 Resultados obtidos do lado passivo, para uma cortina autoportante com um solo de $\phi'=41^\circ$	77

5.4	Resultados obtidos do lado passivo, para uma cortina autoportante com um solo de $\phi'=32^\circ$	77
5.5	Resultados obtidos do lado passivo, para uma cortina autoportante com nível freático com um solo de $\phi'=41^\circ$	78
5.6	Resultados obtidos do lado passivo, para uma cortina autoportante com nível freático com um solo de $\phi'=32^\circ$	78
5.7	Modelo de elementos finitos para cortinas mono-apoiadas pelo método do apoio móvel	79
5.8	Casos de estudo com apoio do tipo mola	80
5.9	Estabelecimento das variáveis z e z^*	82
5.10	Resultados obtidos, para uma cortina mono-apoiada com um solo de $\phi'=41^\circ$, elemento mola e $\beta=30^\circ$	84
5.11	Resultados obtidos, para uma cortina mono-apoiada com um solo de $\phi'=32^\circ$, elemento mola e $\beta=30^\circ$	85
5.12	Comparação entre os valores de impulso activo obtidos pelos diferentes métodos para uma cortina mono-apoiada com um solo de $\phi'=32^\circ$, $\delta=2/3\phi'$, elemento mola e $\beta=30^\circ$	86
5.13	Resultados obtidos, para uma cortina mono-apoiada com $\phi'=32^\circ$ e $\delta=2/3\phi'$, com elemento mola	88
5.14	Geometria do elemento escora e respectiva sapata de fundação	89
5.15	Geometria do elemento ancoragem	90
5.16	Cortina mono-apoiada com um solo de $\phi'=32^\circ$, $\delta=2/3\phi'$ e $\beta=30^\circ$	91
5.17	Cortina mono-apoiada com um solo de $\phi'=32^\circ$, $\delta=2/3\phi'$ e $\beta=-50^\circ$	93
5.18	Análise comparativa da rigidez do elemento ancoragem num solo com $\phi'=41^\circ$ e $\beta=30^\circ$	94
5.19	Análise comparativa da rigidez do elemento escora num solo com $\phi'=41^\circ$ e $\beta=-50^\circ$	95
6.1	Proposta de modelo de desenvolvimento das pressões de terras passivas em profundidade	99
A.1	Cortina mono-apoiada (Apoio Móvel) com $\phi'=25^\circ$: resultados da aplicação da metodologia baseada em Frank et al. (2004)	102
A.2	Cortina mono-apoiada (Apoio Móvel) com $\phi'=35^\circ$: resultados da aplicação da metodologia baseada em Frank et al. (2004)	102

A.3	Cortina mono-apoiada (Apoio Móvel) com $\phi'=45^\circ$: resultados da aplicação da metodologia baseada em Frank et al. (2004)	103
A.4	Cortina mono-apoiada (Apoio Móvel - Nível Freático) com $\phi'=25^\circ$: resultados da aplicação da metodologia baseada em Frank et al. (2004)	103
A.5	Cortina mono-apoiada (Apoio Móvel - Nível Freático) com $\phi'=30^\circ$: resultados da aplicação da metodologia baseada em Frank et al. (2004)	104
A.6	Cortina mono-apoiada (Apoio Móvel - Nível Freático) com $\phi'=35^\circ$: resultados da aplicação da metodologia baseada em Frank et al. (2004)	104
A.7	Cortina mono-apoiada (Apoio Móvel - Nível Freático) com $\phi'=40^\circ$: resultados da aplicação da metodologia baseada em Frank et al. (2004)	105
A.8	Cortina mono-apoiada (Apoio Móvel - Nível Freático) com $\phi'=45^\circ$: resultados da aplicação da metodologia baseada em Frank et al. (2004)	105
B.1	Cortina mono-apoiada (Apoio Fixo) para $\phi'=25^\circ$: resultados da aplicação da metodologia baseada em Frank et al. (2004)	108
B.2	Cortina mono-apoiada (Apoio Fixo) para $\phi'=30^\circ$: resultados da aplicação da metodologia baseada em Frank et al. (2004)	108
B.3	Cortina mono-apoiada (Apoio Fixo) para $\phi'=35^\circ$: resultados da aplicação da metodologia baseada em Frank et al. (2004)	109
B.4	Cortina mono-apoiada (Apoio Fixo) para $\phi'=40^\circ$: resultados da aplicação da metodologia baseada em Frank et al. (2004)	109
B.5	Cortina mono-apoiada (Apoio Fixo) para $\phi'=45^\circ$: resultados da aplicação da metodologia baseada em Frank et al. (2004)	110
B.6	Cortina mono-apoiada (Apoio Fixo - Nível Freático) para $\phi'=25^\circ$: resultados da aplicação da metodologia baseada em Frank et al. (2004)	110
B.7	Cortina mono-apoiada (Apoio Fixo - Nível Freático) para $\phi'=30^\circ$: resultados da aplicação da metodologia baseada em Frank et al. (2004)	111
B.8	Cortina mono-apoiada (Apoio Fixo - Nível Freático) para $\phi'=35^\circ$: resultados da aplicação da metodologia baseada em Frank et al. (2004)	111
B.9	Cortina mono-apoiada (Apoio Fixo - Nível Freático) para $\phi'=40^\circ$: resultados da aplicação da metodologia baseada em Frank et al. (2004)	112
B.10	Cortina mono-apoiada (Apoio Fixo - Nível Freático) para $\phi'=45^\circ$: resultados da aplicação da metodologia baseada em Frank et al. (2004)	112
C.1	Resultados obtidos, para uma cortina mono-apoiada com um solo de $\phi'=41^\circ$, elemento mola e $\beta=0^\circ$	114

C.2	Resultados obtidos, para uma cortina mono-apoiada com um solo de $\phi'=32^\circ$, elemento mola e $\beta=0^\circ$	115
C.3	Resultados obtidos, para uma cortina mono-apoiada com um solo de $\phi'=41^\circ$, elemento mola e $\beta=-50^\circ$	116
C.4	Resultados obtidos, para uma cortina mono-apoiada com um solo de $\phi'=32^\circ$, elemento mola e $\beta=-50^\circ$	117
C.5	Resultados obtidos, para uma cortina mono-apoiada com um solo de $\phi'=41^\circ$, elemento mola, $\beta=30^\circ$ e nível freático	118
C.6	Resultados obtidos, para uma cortina mono-apoiada com um solo de $\phi'=32^\circ$, elemento mola, $\beta=30^\circ$ e nível freático	119
C.7	Resultados obtidos, para uma cortina mono-apoiada com um solo de $\phi'=41^\circ$, elemento mola, $\beta=0^\circ$ e nível freático	120
C.8	Resultados obtidos, para uma cortina mono-apoiada com um solo de $\phi'=32^\circ$, elemento mola, $\beta=0^\circ$ e nível freático	121
C.9	Resultados obtidos, para uma cortina mono-apoiada com um solo de $\phi'=41^\circ$, elemento mola, $\beta=-50^\circ$ e nível freático	122
C.10	Resultados obtidos, para uma cortina mono-apoiada com um solo de $\phi'=32^\circ$, elemento mola, $\beta=-50^\circ$ e nível freático	123
D.1	Resultados obtidos, para uma cortina ancorada com um solo de $\phi'=41^\circ$ e $\beta=30^\circ$	126
D.2	Resultados obtidos, para uma cortina ancorada com um solo de $\phi'=32^\circ$ e $\beta=30^\circ$	127
D.3	Resultados obtidos, para uma cortina ancorada com um solo de $\phi'=41^\circ$, com nível freático e $\beta=30^\circ$	128
D.4	Resultados obtidos, para uma cortina ancorada com um solo de $\phi'=32^\circ$, com nível freático e $\beta=30^\circ$	129
E.1	Resultados obtidos, para uma cortina escorada com um solo de $\phi'=41^\circ$ e $\beta=-50^\circ$	132
E.2	Resultados obtidos, para uma cortina escorada com um solo de $\phi'=32^\circ$ e $\beta=-50^\circ$	133
E.3	Resultados obtidos, para uma cortina escorada com um solo de $\phi'=41^\circ$, com nível freático e $\beta=-50^\circ$	134
E.4	Resultados obtidos, para uma cortina escorada com um solo de $\phi'=32^\circ$, com nível freático e $\beta=-50^\circ$	135
F.1	Análise comparativa da rigidez do elemento ancoragem num solo com $\phi'=32^\circ$.	138
F.2	Análise comparativa da rigidez do elemento ancoragem num solo com $\phi'=41^\circ$ com nível freático à cota de escavação	139

F.3	Análise comparativa da rigidez do elemento ancoragem num solo com $\phi'=32^\circ$ com nível freático à cota de escavação	140
G.1	Análise comparativa da rigidez do elemento escora num solo com $\phi'=32^\circ$. . .	142
G.2	Análise comparativa da rigidez do elemento escora num solo com $\phi'=41^\circ$ com nível freático à cota de escavação	143
G.3	Análise comparativa da rigidez do elemento escora num solo com $\phi'=32^\circ$ com nível freático à cota de escavação	144

Índice de Quadros

3.1	Características do exemplo de cálculo de cortina autoportante	15
3.2	Processo iterativo para o exemplo de uma cortina autoportante	18
3.3	Processo iterativo para o exemplo de uma cortina autoportante com nível freático	20
3.4	Influência da metodologia no momento actuante M_E	23
3.5	Equilíbrio horizontal e vertical de forças em função de β - Método apoio móvel	27
3.6	Processo iterativo para o exemplo de uma cortina mono-apoiada - Método do apoio móvel	29
3.7	Processo iterativo para o exemplo de uma cortina mono-apoiada com nível freático - Método do apoio móvel	31
3.8	Influência da metodologia no momento actuante M_E	36
3.9	Processo iterativo para o exemplo de uma cortina mono-apoiada - Método do apoio fixo	48
3.10	Processo iterativo para o exemplo de uma cortina mono-apoiada com nível freático - Método do apoio fixo	50
3.11	Influência da metodologia no momento actuante M_E	52
4.1	Propriedades do solo modelado	61
4.2	Progressão do processo iterativo para o exemplo de cortina autoportante - Método proposto	64
5.1	Propriedades dos solos modelados	74
5.2	Eurocódigo 3 - Quadro 5.2: “Relação espessura - diâmetro”	80
5.3	Valores para a definição das características da cortina mono-apoiada	81
5.4	Definição das características da cortina mono-apoiada	81
5.5	Definição das características dos apoios da cortina mono-apoiada à compressão	82
5.6	Comparação das reacções no apoio (R_A) obtidos para $\beta=0^\circ$	87

5.7	Propriedades do bolbo de selagem e do comprimento livre da ancoragem	89
5.8	Comparação das reacções no apoio (R_A) obtidos para $\beta=30^\circ$	90
5.9	Comparação das reacções no apoio (R_A) obtidos para $\beta=-50^\circ$	92

Capítulo 1

Introdução

Com o desenvolvimento dos meios urbanos, a ocupação dos melhores terrenos, seja na sua localização ou nas características resistentes do solo, foi relegando para locais onde o solo já não promove uma construção tão fácil as construções vindouras. Paralelamente à procura de espaço para novo edificado, o crescente movimento de recuperação e de reabilitação dos centros urbanos e a expansão de redes de transportes terrestres têm fomentado a necessidade da criação de mais espaço, onde o existente está incontornavelmente condicionado.

A solução para este problema tem sido, duma forma omnipresente, o recurso ao subsolo e à volumetria que se torna disponível com a remoção de solo abaixo da cota superficial. No entanto, esta opção de obtenção de área útil, apresenta um conjunto novo de questões em torno da sua execução. Com as escavações, vem a necessidade de estabilização do terreno circundante, já que, à excepção de uma intervenção num local isolado (casos muito raros e em que pela sua natureza isolada não se justifica a adopção de técnicas mais complexas), este tipo de procedimentos é condicionado pela existência, ou de estruturas adjacentes que, obrigatoriamente, não podem ser afectadas, ou de infra-estrutura cujo dano ou simples interrupção do seu funcionamento se traduziria uma situação muito onerosa.

Assim, ao colocar-se a questão da estabilidade do terreno adjacente a uma escavação, várias soluções de suporte foram, ao longo dos anos, com o evoluir da técnica e dos materiais, desenvolvidas para garantir que dentro de limites razoáveis, a acção a desenvolver (seja esta uma construção, a abertura de uma trincheira, ou outra intervenção) não venha perturbar a situação existente. As soluções de suporte traduzem-se num conjunto de estruturas geotécnicas que, através das suas diferentes características, garantem o equilíbrio e adequado comportamento da escavação.

Estas estruturas de suporte podem facilmente ser divididas em dois grupos distintos, em função de como “trabalham” para garantir a estabilidade do conjunto: um primeiro grupo, denominado de muros de suporte, que através da sua grande massa (quando comparada à do segundo grupo) garantem que não ocorrem nem deslocamentos significativos nem o deslize do terreno suportado, e um segundo grupo, denominado de estruturas de suporte flexíveis, que se caracterizam pela sua esbelteza e em que a estabilidade é assegurada pela própria cortina,

através do seu comportamento enterrado, e/ou pelos apoios - escoras ou ancoragens.

Este trabalho incidirá neste segundo grupo de estruturas de suporte - contenções flexíveis. Um modo de classificar as estruturas flexíveis é a partir do número de apoios que as mesmas têm, separando-as em três grupos distintos:

- As cortinas autoportantes (Figura 1.1 (a)) contam apenas com o comprimento enterrado, conhecido por ficha, para mobilizar a resistência necessária ao equilíbrio. Como dependem fortemente da sua rigidez de flexão para o controlo das deformações que ocorrem no seu topo, à cota do terrapleno, e da sua resistência, associada à ficha para assegurar a estabilidade, estas são por norma apenas utilizadas para escavações a menores profundidades ou em situações em que o terreno envolvente, quer por boas capacidades resistentes quer por estar pouco ocupado em termos de edifícios ou de infra-estruturas, não imprima sobre a estrutura de suporte grandes esforços.
- As cortinas mono-apoiadas (Figura 1.1 (b)), como o próprio nome indica, incluem um apoio para auxiliar na resistência aos esforços impressos pelo solo. Sobre a forma de um elemento linear, o apoio das cortinas mono-apoiadas pode ser uma escora quando se encontra no interior da escavação ou uma ancoragem quando o é colocado dentro do maciço suportado pela cortina.

Apesar de ambos os apoios poderem ser pré-esforçados, o seu funcionamento é antagónico, já que as escoras suportam esforços de compressão e as ancoragens são projectadas para suportar esforços de tracção. Este tipo de cortina possibilita atingir maiores profundidades de escavação do que as verificadas para as autoportantes.

- As cortinas multi-apoiadas (Figura 1.1 (c)) têm, como o próprio nome indica, diversos níveis de apoios (de escoras ou de ancoragens), em profundidade.

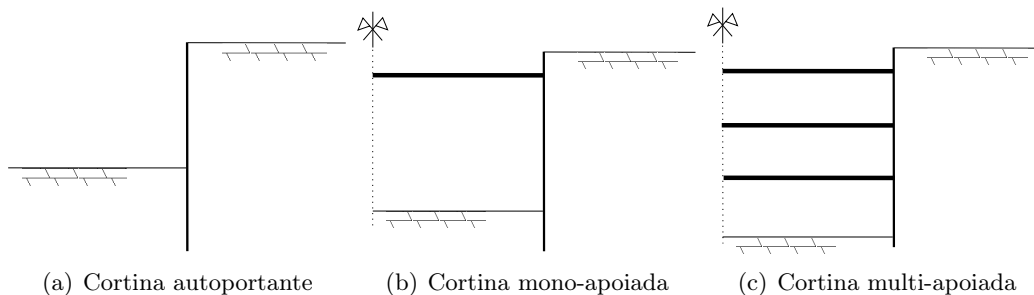


Figura 1.1: Classificação de cortinas em função do número de apoios

As cortinas de contenção podem ainda ser classificadas em função do procedimento construtivo e do material de que são realizadas. Destaca-se, entre elas, as paredes moldadas (Figura 1.2 (a)), as cortinas de estacas-prancha (Figura 1.2 (b)), as cortinas de estacas (Figura 1.2 (c)), as paredes tipo Berlim com painéis de madeira (Figura 1.3 (a)) ou de betão armado (Figura 1.3 (b)).

Deste modo, para além do capítulo de introdução, o trabalho está organizado em mais cinco capítulos. No Capítulo 2, que resulta da análise da bibliografia encontrada, apresenta-se

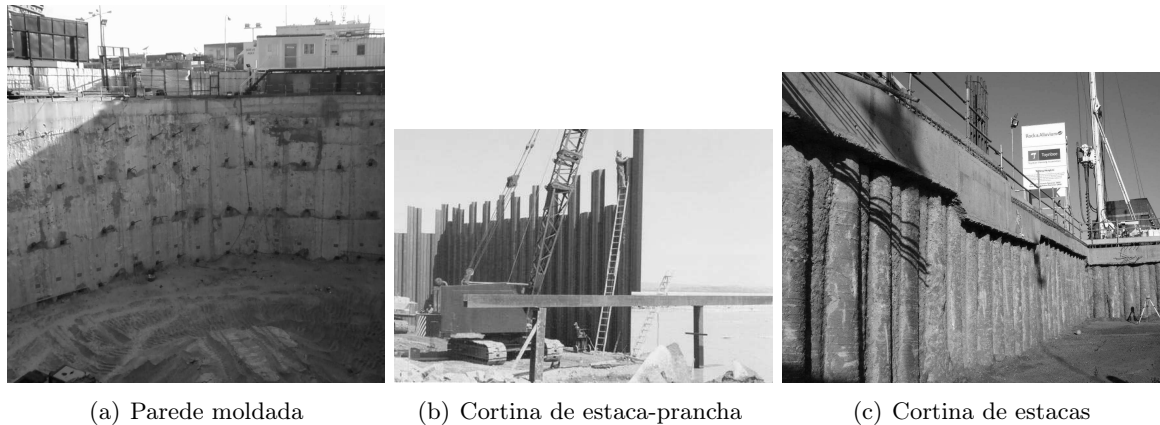


Figura 1.2: Diferentes tipos de cortinas contenção

a forma como as cortinas autoportantes e mono-apoiadas são tradicionalmente analisadas e avalia-se o modo como as cargas verticais são consideradas nas cortinas flexíveis.

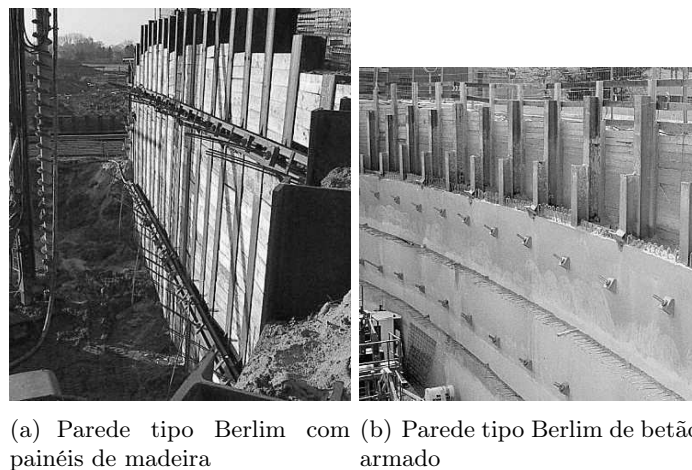


Figura 1.3: Diferentes soluções construtivas para paredes tipo Berlim

No Capítulo 3 implementa-se e adapta-se a única metodologia encontrada que tem em consideração, explicitamente, as cargas verticais nas cortinas autoportantes e mono-apoiadas e desenvolve-se um estudo paramétrico que permite tirar algumas conclusões sobre a referida metodologia. No capítulo seguinte, Capítulo 4, desenvolve-se um método baseado no anterior, aplicável às cortinas autoportantes que permite ter em consideração alguns aspectos do comportamento destas estruturas. No Capítulo 5 procede-se um estudo paramétrico, por elementos finitos, cujas conclusões, confrontadas com o que foi verificado nos Capítulos 3 e 4, permitiu, no Capítulo 6, apresentar algumas sugestões para futuros desenvolvimentos de uma metodologia analítica, mais adequada do que as que foram utilizadas nos Capítulos 3 e 4.

Capítulo 2

Breve descrição das abordagens à questão das cargas verticais em cortinas de contenção

2.1 Introdução

Os métodos clássicos de dimensionamento de cortinas de contenção autoportantes e mono-apoiadas não contemplam as cargas verticais na medida em que os impulsos de terras são, habitualmente, determinados usando a teoria de Rankine (1857) e não há, no modelo tradicionalmente adoptado, cargas verticais significativas aplicadas à cortina. Com efeito, se se assumir que os impulsos de terras podem ser determinados pela referida teoria, no caso das cortinas autoportantes, as cargas são apenas devidas ao peso próprio da cortina, pelo que parece admissível considerar-se que o pé da cortina possa equilibrá-lo, e, no caso das cortinas mono-apoiadas, sendo o apoio constituído por uma escora ou ancoragem tradicional (de viga ou de placa - Figura 2.1) haverá apenas também que equilibrar as cargas devidas ao peso-próprio.

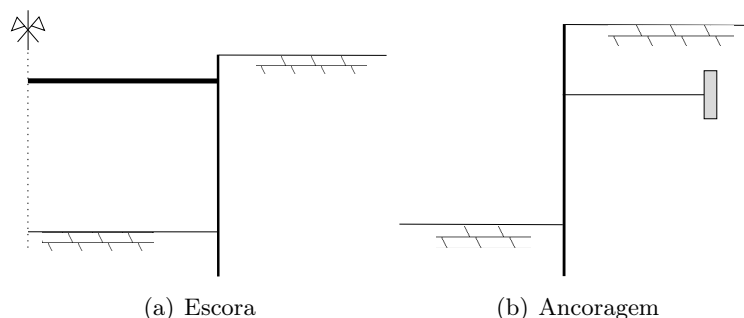


Figura 2.1: Cortinas mono-apoiadas: soluções tradicionais para os apoios

Um dos objectivos do presente capítulo é descrever muito brevemente estas abordagens que, no fundo, ignoram o problema do equilíbrio vertical por assumir que não há cargas verticais (Secção 2.2) ou que estas não assumem papel relevante.

Refere-se, aliás, que os problemas de equilíbrio vertical das cortinas de contenção são relativamente recentes e coincidem com a generalização das ancoragens pré-esforçadas seladas no terreno, com inclinações que podem assumir alguma importância, pela necessidade de realizar a selagem em solos apropriados ou de desvio de infra-estruturas pré-existentes. Tais ancoragens aplicam cargas verticais importantes que tornam particularmente relevante o problema do equilíbrio vertical, em especial se se tratar de cortinas multi-ancoradas (Figura 2.2) com inclinações significativas daqueles elementos. O segundo objectivo do presente capítulo é explicar como estas cargas são tidas em consideração e de que forma é legítimo considerá-las (Secção 2.3).

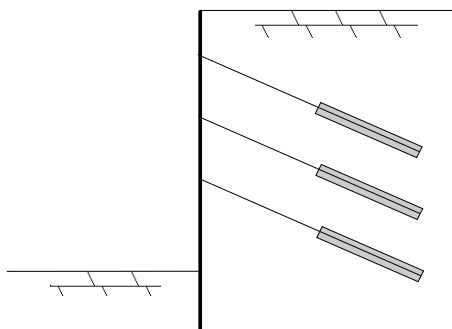


Figura 2.2: Cortina multi-ancorada com ancoragens de inclinação significativa

Mas o problema do equilíbrio vertical pode igualmente levantar-se mesmo que as cargas verticais aplicadas à cortina por elementos de ancoragem não sejam significativos. É o caso das próprias componentes vertical dos impulsos quando, no dimensionamento das cortinas autoportantes e mono-apoiadas, se adoptem teorias de cálculo de impulsos que as permitam considerar. O último objectivo deste capítulo é a análise da forma como este assunto foi anteriormente abordado (Secção 2.4).

2.2 Métodos clássicos de dimensionamento de cortinas de contenção autoportantes e mono-apoiadas

2.2.1 Cortinas autoportantes

Conforme referido, as cortinas autoportantes são aquelas em que o equilíbrio é apenas conferido pelo comprimento enterrado, que se designará por ficha, sem qualquer apoio de escora ou ancoragem (Figura 2.3 (a)). É o comprimento enterrado (ficha f_0) que permite a mobilização do impulso passivo que, por sua vez, equilibra o impulso activo mobilizado na outra face da cortina, do lado do solo não escavado. O equilíbrio de momentos, realizado no ponto 0, permite a determinação da ficha f_0 e a equação de equilíbrio de forças horizontais permite concluir que tem que existir uma força horizontal R_d que se designa de contra-impulso passivo. A mobilização dessa força materializa-se através de uma extensão do comprimento da ficha f_0 , habitualmente em 20% deste comprimento.

O funcionamento típico de uma cortina deste tipo será, assim, como se apresenta da

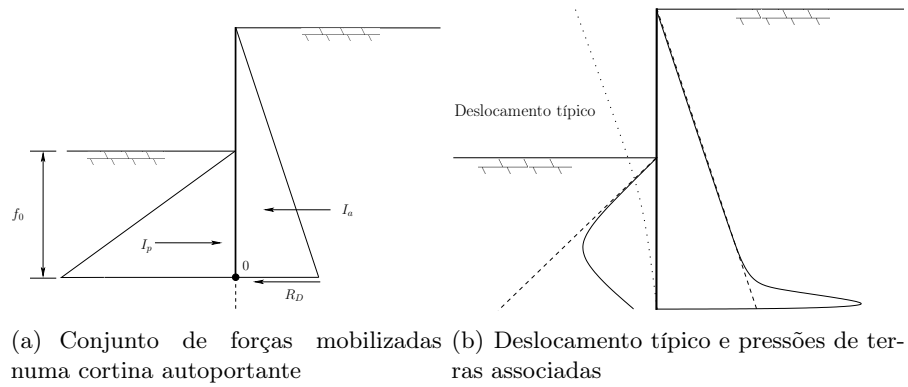


Figura 2.3: Cortinas autoportantes

Figura 2.3 (b), no que se refere aos deslocamentos e à distribuição de pressões de terras.

2.2.2 Cortinas mono-apoiadas

As cortinas mono-apoiadas são aquelas em que o equilíbrio, além de assegurado pelo impulso passivo ao longo da ficha, tem também a contribuição de um apoio na sua zona superior. Os métodos habitualmente utilizados para o dimensionamento são de dois tipos: o método do apoio móvel e o do apoio fixo.

No método do apoio móvel a cortina é modelada como tendo um apoio móvel no seu final (Figura 2.4). O procedimento de cálculo implica o estabelecimento do equilíbrio de momentos no ponto de apoio para obter o comprimento da ficha e, com o equilíbrio de forças horizontais, determina-se o valor da reacção no apoio R_A .

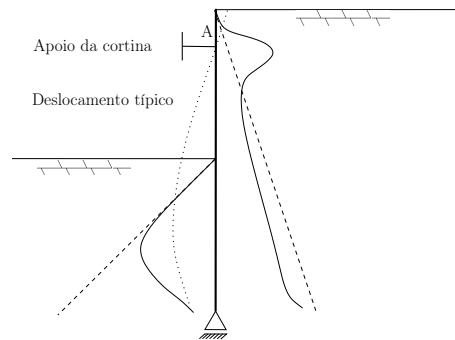


Figura 2.4: Cortina mono-apoiada - Deslocamento típico e pressões de terras associadas ao método do apoio móvel

No método do apoio fixo considera-se que há um apoio fixo no pé da cortina (Figura 2.5). Cortinas dimensionadas com este método sofrem menores deslocamentos do que as que o são pelo apoio móvel e, comparado com o método anterior, este método devolve comprimentos de ficha superiores mas valores de momento flector máximo da cortina e reacção no apoio inferiores. No entanto, este método é um pouco mais complexo que o anterior já que, a estrutura torna-se hiperstática, criando-se a necessidade de levantar a hiperstática da cortina para a resolver.

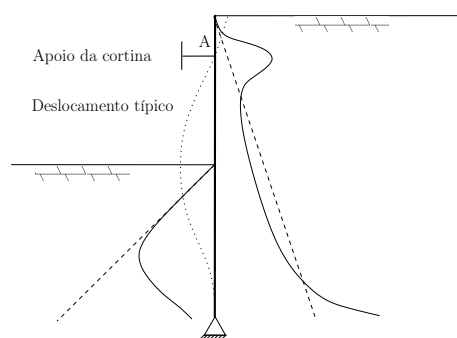


Figura 2.5: Cortina mono-apoiada - Deslocamento típico e pressões de terras associadas ao método do apoio fixo

Existem diferentes métodos para levantar a hiperstática desta estrutura. Blum (1931) desenvolveu um método para o cálculo deste tipo de cortinas pela separação das mesmas em duas partes. Esta separação é feita no ponto de momento nulo, passando-se assim de uma viga hiperstática a duas vigas isostáticas e facilmente determinadas. No método de Blum modificado assume-se que o ponto onde o momento é nulo é igualmente o local onde a tensão efectiva normal activa iguala a passiva. O equilíbrio de momentos e das forças horizontais das duas partes da cortina permitem determinar o comprimento da ficha f_0 , da reacção no apoio e da reacção no pé da cortina. Assim como nas cortinas autoportantes, existe a necessidade de prolongar a ficha (habitualmente em 20%) para a mobilização da reacção horizontal no pé da cortina.

2.3 As cargas verticais em cortinas multi-ancoradas

Como já referido, a existência de vários elementos de apoio, como ancoragens com inclinações significativas, cuja presença para equilibrar a cortina imprime à mesma cargas verticais relevantes, faz do equilíbrio vertical um aspecto de relevo no dimensionamento deste tipo de estruturas. Matos Fernandes et al. (1993) procede a um estudo por elementos finitos com o objectivo de determinar de que modo as cortinas contínuas são afectadas pelas tensões tangenciais mobilizadas de ambos os lados da cortina.

De uma forma sumária, pode concluir-se que, para boas condições de fundação do pé da cortina, os deslocamentos são pequenos (principalmente deslocamentos laterais), as forças mobilizadas pelas ancoragens não sofrem variações significativas, as tensões tangenciais mobilizadas do lado passivo são significativas e que, por fim, as tensões tangenciais mobilizadas na interface do lado activo são no sentido descendente (Figura 2.6 (a) e (b)) apoiando-se na cortina. Pode, igualmente, concluir-se que uma cortina com deficientes condições de apoio apresenta deslocamentos expressivos (tanto laterais com verticais), as ancoragens vão perdendo, com os sucessivos níveis de escavação, a sua carga e, em termos de tensões, se verifica a total mobilização das tensões tangenciais passivas e a inversão do sentido das activas (Figura 2.6 (c) e (d)).

O adequado comportamento das cortinas passa, assim, pelas cargas verticais significativas

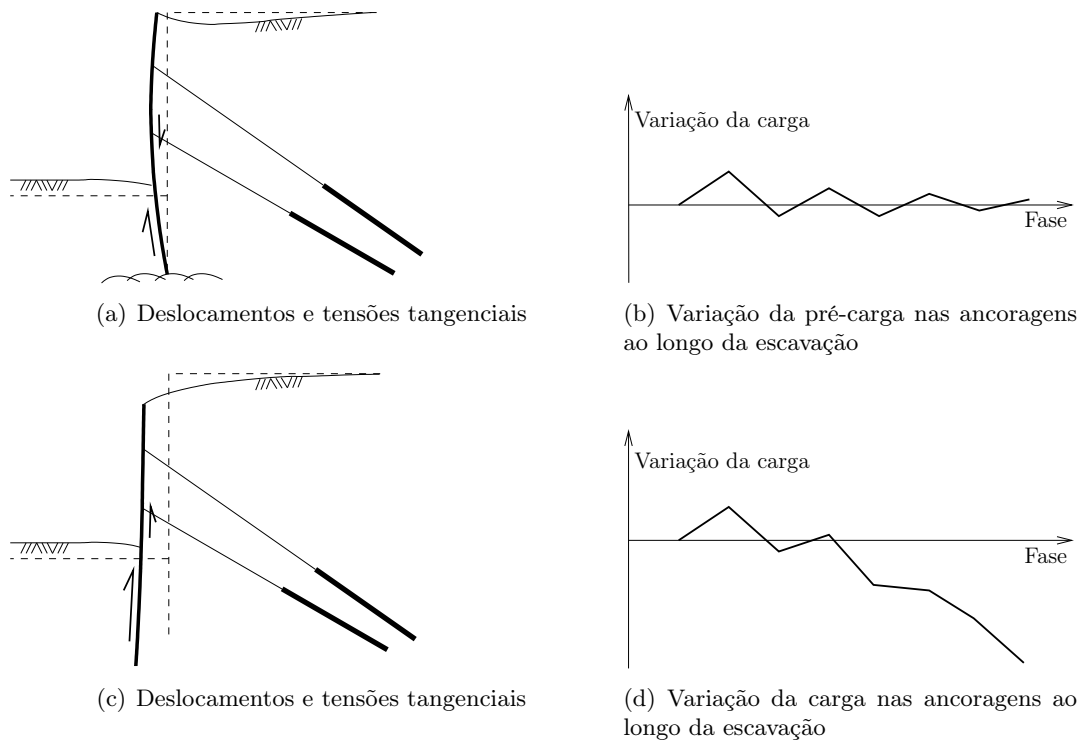


Figura 2.6: Comparação entre cortinas com boas e más condições de fundação (adaptado de Cardoso et al. (2006))

equilibradas pelo pé da cortina e pela importante contribuição das tensões tangenciais do lado passivo. Este último aspecto torna o assunto do equilíbrio vertical particularmente relevante para o caso das paredes denominadas de “Berlim definitivas” (Figura 2.7). Com efeito, nestas cortinas não há altura enterrada, pelo que as cargas verticais são equilibradas exclusivamente pelos perfis verticais, enquanto não é atingida, pela parede, a profundidade final de escavação. Os perfis transmitem assim as cargas verticais geradas ao longo da parede já betonada ao solo de fundação. Este mecanismo de transmissão de cargas é particularmente sensível nas últimas fases de escavação em que, pelo já significativo peso da parede, os perfis são sujeitos a importantes cargas verticais, tornando especialmente relevante a verificação de segurança em relação à encurvadura dos mesmos. As análises realizadas (Guerra et al., 2004; Cardoso et al., 2006) mostram que a mobilização de tensões tangenciais do lado activo é muito difícil, para um adequado comportamento da cortina, pelo que o dimensionamento dos perfis deve ser feito considerando a carga total vertical transmitida pelo peso da parede e pelas componentes verticais das ancoragens.

2.4 As cargas verticais em cortinas autoportantes e mono-apoiadas

Não se encontram, na bibliografia, muitas referências ao papel das tensões tangenciais no dimensionamento de cortinas autoportantes e mono-apoiadas. Há algumas referências à possibilidade de serem tidas em consideração mas sem referência explícita ao modo como afectam o dimensionamento. Encontram-se duas excepções: o trabalho de Vieira et al. (2002)

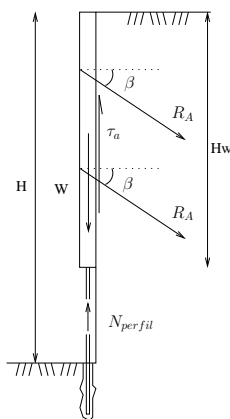


Figura 2.7: Transmissão de cargas ao perfil em paredes de Berlim definitivas

e Matos Fernandes (2004) e o de Frank et al. (2004).

Os primeiros autores desenvolvem um estudo, aplicável a paredes de contenção autoportantes de betão armado, sobre a influência que o aumento da espessura (Figura 2.8) da parede possa ter no equilíbrio de momentos, através da mobilização de tensões tangenciais na interface solo-estrutura. O procedimento utilizado consistiu na comparação do comportamento de três cortinas com a mesma rigidez de flexão (adoptaram a rigidez de flexão de uma parede de betão armado com uma espessura de 0,40m) mas com espessuras gradualmente maiores ($e=0,10\text{m}$, $0,40\text{m}$ e $0,80\text{m}$).

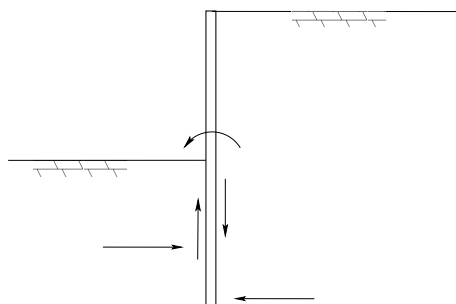


Figura 2.8: Cortina autoportante com espessura relevante e forças mobilizadas devido às pressões de terra

Para estas três cortinas fizeram variar também o valor do atrito solo-estrutura mobilizável entre $\delta=0$ e $\delta=2/3\phi'$. A análise dos resultados incidiu nos deslocamentos sofridos pela cortina, no momento flector que a mesma apresentava e na profundidade limite possível de atingir. Os resultados obtidos permitem concluir que quando as tensões tangenciais são nulas ($\delta=0$) a espessura da parede não influencia, praticamente, os resultados, mas que quando há tensões tangenciais significativas, a espessura da parede tem um papel decisivo no equilíbrio das contenções já que, em termos de deslocamento e de momentos flectores, garantem que os mesmos tenham valores na ordem de grandeza de 50% dos valores verificados se não for considerada mobilização de atrito solo-estrutura. As análises realizadas não estudaram, directamente, o equilíbrio vertical, apesar de os resultados obtidos por elementos finitos o terem, certamente, em consideração. Mas, neste trabalho, a ênfase principal foi posta no efeito significativo que

a mobilização adicional de um momento, causado pelas tensões tangenciais, permitia.

A única tentativa, que se conhece, de inserir nas formulações analíticas a consideração das cargas verticais no equilíbrio de cortinas está incluída no trabalho de Frank et al. (2004). A proposta dos autores é de que haja um ajuste do ângulo de atrito solo-estrutura para que se verifique o equilíbrio global da cortina. Desenvolvida para cortinas mono-apoiadas ancoradas dimensionadas pelo método do apoio móvel, o método de Frank et al. (2004) assume que há a necessidade diminuir o atrito solo-estrutura do lado activo para que se atinja o equilíbrio de forças e de momentos na cortina (Figura 2.9). Este ajuste é feito através de um processo iterativo, onde, pelo sucessivo ajuste de δ_a se converge para o comprimento de ficha bem como para o valor de δ_a para os quais a cortina se encontra em equilíbrio.

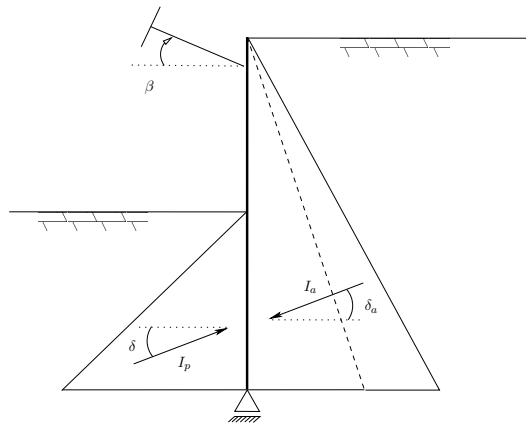


Figura 2.9: Cortina mono-apoiada com δ_a ajustado

Com efeito, no caso de cortinas mono-apoiadas, os autores verificaram que após a determinação da ficha, por equilíbrio de momentos, o equilíbrio vertical não se verifica, implicando, portanto, na sua perspectiva, uma alteração no valor do ângulo de atrito solo-estrutura do lado passivo ou do lado activo (o que for necessário para que se estabeleça o equilíbrio vertical). É nesta abordagem que o capítulo seguinte se irá apoiar.

2.5 Conclusões

Tal como foi descrito no início deste capítulo, as metodologias clássicas de dimensionamento de cortinas não contabilizam a existência de cargas verticais. Pode, assim, afirmar-se que:

- a análise tradicional das cortinas autoportantes e mono-apoiadas não considera a questão das cargas verticais, mesmo no que respeita ao cálculo dos impulsos; estes são determinados pela teoria de Rankine e as cargas verticais na cortina são pouco significativas;
- o equilíbrio vertical é particularmente relevante, e tem sido estudado, a propósito das cortinas ancoradas (em especial multi-ancoradas) em que as cargas verticais devidas às ancoragens são significativas; para estes casos é importante notar que:
 - o adequado apoio do pé da cortina é fundamental para um bom desempenho;

- é possível mobilizar uma parte substancial das tensões tangenciais do lado passivo da cortina (no caso das cortinas contínuas; em cortinas tipo Berlim tal lado não existe);
 - as tensões tangenciais do lado activo são, normalmente, dirigidas para baixo (aplicadas à cortina) incrementando a carga vertical total.
- o equilíbrio vertical de cortinas autoportantes e mono-apoiadas não tem sido alvo de muitos estudos, tanto quanto é do conhecimento do autor; as referências ao assunto são a de Vieira et al. (2002) e Matos Fernandes (2004) com o estudo da influência da espessura da cortina mas sem a análise explícita do problema do equilíbrio vertical, e o de Frank et al. (2004) em que o problema é abordado, mas apenas para as cortinas mono-apoiadas ancoradas. Será este último, portanto, o trabalho que irá ser usado como base para o capítulo seguinte.

Capítulo 3

Metodologia para a consideração do equilíbrio vertical

3.1 Introdução

O dimensionamento das estruturas de contenção tem, seguindo as práticas mais clássicas, recorrido à teoria de Rankine (1857) para o cálculo das pressões de terras. Como se sabe esta teoria não contabiliza o atrito que se gera nas superfícies de contacto entre o solo e a cortina. É, no entanto, mais realista admitir a existência de tal atrito, pelo que se recorre a teorias de impulso de terra que contemplam tal efeito, tais como a de Coulomb (1776) ou a de Caquot et al. (1973). É conhecido que, para a determinação dos impulsos activos, as duas teorias de cálculo de impulsos fornecem resultados muito semelhantes, pelo que, por facilidade, se adopta neste trabalho a de Coulomb (1776). Para a determinação de impulsos passivos adopta-se a teoria de Caquot et al. (1973), por se saber ser mais realista.

3.2 Cortinas autoportantes

3.2.1 Problemática das cargas verticais em cortinas autoportantes

O cálculo do valor da ficha (f_0) para uma cortina autoportante é, utilizando o processo mais clássico de se admitir a inexistência de atrito solo-estrutura, relativamente expedito e foi muito brevemente descrito no Capítulo 2. Tome-se um caso genérico de um maciço arenoso homogéneo com ângulo de resistência ao corte ϕ' (e, portanto, coeficientes de impulso de Rankine K_a e K_p) e peso volúmico γ .

Admita-se ainda que se pretende efectuar, neste maciço, uma escavação vertical com a geometria apresentada na Figura 3.1, na qual se representa igualmente, de forma esquemática, os impulsos de Rankine, activos e passivos. Pretende-se determinar o valor mínimo de ficha f_0 para se garantir o equilíbrio da estrutura. Na figura também se encontra representada a força R_d , denominada de contra-impulso passivo, necessária para o equilíbrio horizontal e que

se admite, habitualmente, mobilizar-se através do prolongamento da ficha em 20%, ou seja, admitindo uma ficha $f=1,20f_0$.

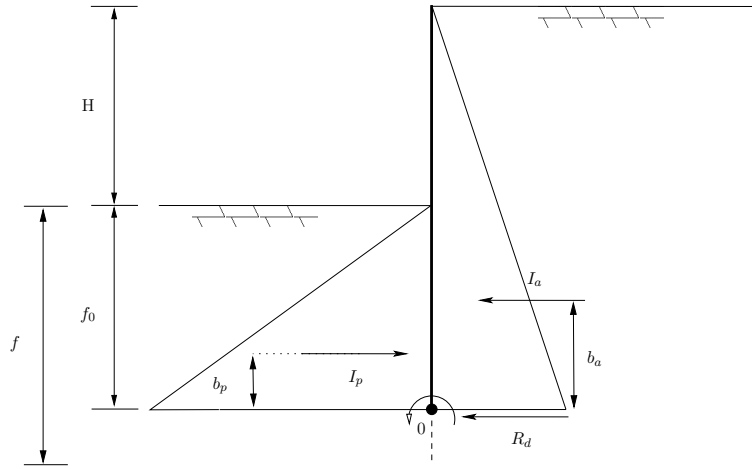


Figura 3.1: Impulsos de terra de uma cortina autoportante segundo Rankine (1857)

Neste trabalho não se considerarão quaisquer coeficientes de segurança no cálculo do comprimento da cortina, tratando-se assim de uma análise à rotura. Refira-se, no entanto, que as conclusões do presente estudo são igualmente válidas para efeitos de dimensionamento se forem adoptados os princípios de segurança da combinação 2 da abordagem de cálculo 1 do Eurocódigo 7 (EN 1997-1, 2004), em que os parâmetros de resistência do solo são minorados. Chama-se ainda a atenção que não se considerarão quaisquer sobrecargas aplicadas à superfície do terreno.

O primeiro passo no cálculo é o estabelecimento do equilíbrio de momentos no ponto “0”:

$$\begin{aligned} \sum M_0 &= 0 \\ I_p b_p - I_a b_a &= 0 \\ I_p \frac{f_0}{3} - I_a \frac{(H + f_0)}{3} &= 0 \\ \frac{1}{2} K_p \gamma f_0^2 \frac{f_0}{3} - \frac{1}{2} K_a \gamma (H + f_0)^2 \frac{(H + f_0)}{3} &= 0 \end{aligned} \quad (3.1)$$

Simplificando a equação 3.1 fica-se com:

$$K_p f_0^3 = K_a (H + f_0)^3 \quad (3.2)$$

A partir da equação 3.2 é possível determinar a dimensão mínima de ficha necessária para garantir o equilíbrio.

Admitindo, por exemplo, os dados do exemplo de cálculo indicados no Quadro 3.1, os coeficientes de impulso de terra de Rankine (para $\delta=0^\circ$, portanto) são:

$$\begin{aligned} K_a(\phi' = 35^\circ) &= 0,27 \\ K_p(\phi' = 35^\circ) &= 3,69 \end{aligned} \quad (3.3)$$

Quadro 3.1: Características do exemplo de cálculo de cortina autoportante

Parâmetros	Valor
ϕ' (°)	35
δ (°)	0 ou 17,5
γ [kN/m ³]	20
γ' [kN/m ³]	10
H [m]	5

Substituindo na equação 3.2 os valores de K_a e K_p determina-se a variável f_0 :

$$f_0 = 3,60m$$

Adoptando a majoração de ficha em 20%, referida anteriormente, para a mobilização do contra-impulso passivo, fica $f=4,32$ m.

Esta abordagem ao problema foi feita admitindo a ausência de forças verticais. Admita-se, agora, que há atrito solo-estrutura e que, portanto, os impulsos de terras são do tipo esquematicamente representado na Figura 3.2.

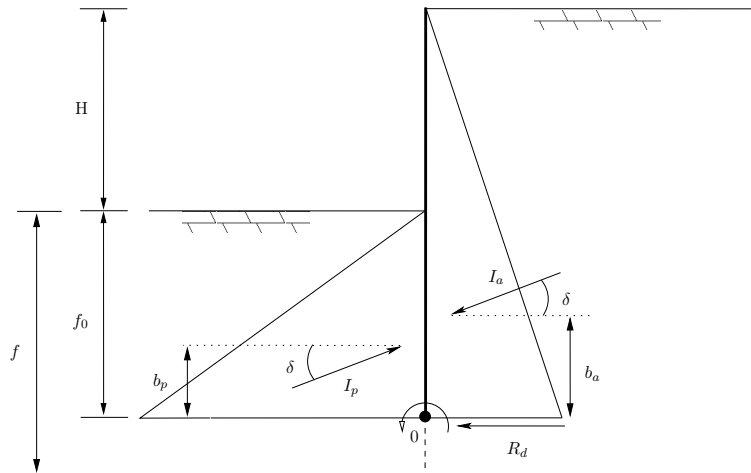


Figura 3.2: Impulsos de terra de uma cortina autoportante considerando atrito solo-estrutura

Admitindo a cortina sem espessura e efectuando, como anteriormente, o equilíbrio de momentos no ponto “0”, obtém-se:

$$\begin{aligned}
 I_p^H b_p - I_a^H b_a &= 0 \\
 I_p \cos(\delta) \frac{f_0}{3} - I_a \cos(\delta) \frac{(H + f_0)}{3} &= 0 \\
 \frac{1}{2} K_p \gamma f_0^2 \cos(\delta) \frac{f_0}{3} - \frac{1}{2} K_a \gamma (H + f_0)^2 \cos(\delta) \frac{(H + f_0)}{3} &= 0 \\
 K_p f_0^3 \cos(\delta) &= K_a (H + f_0)^3 \cos(\delta)
 \end{aligned} \tag{3.4}$$

A equação 3.4 é em tudo similar à equação 3.2, estando a única diferença no facto de os

valores de K_a e K_p serem agora, como se viu, os de Coulomb (1776) e de Caquot et al. (1973), respectivamente.

Para o exemplo anteriormente apresentado, se se admitir que $\delta=1/2\phi'=17,50^\circ$ fica:

$$K_a(\phi' = 35^\circ; \delta = 17,5^\circ) = 0,25$$

$$K_p(\phi' = 35^\circ; \delta = 17,5^\circ) = 6,50$$

o que, através da equação 3.4, resulta em:

$$f_0 = 2,55m$$

Conforme o esperado, dado que os impulsos activos são menores e os passivos são maiores, o valor obtido para a dimensão da ficha é menor. Verifique-se, agora, o equilíbrio vertical, para o valor de f_0 determinado:

$$\begin{aligned} I_a^V &= \frac{1}{2}K_a\gamma(H + f_0)^2 \text{sen}(\delta) = 0,5 \times 0,25 \times 20 \times (5,00 + 2,55)^2 \times \text{sen}(17,5^\circ) = 42,85kN/m \\ I_p^V &= \frac{1}{2}K_p\gamma f_0^2 \text{sen}(\delta) = 0,5 \times 6,50 \times 20 \times (2,55)^2 \times \text{sen}(17,5^\circ) = 127,10kN/m \\ I_p^V &= 127,10 > I_a^V = 42,85[kN/m] \end{aligned} \quad (3.5)$$

Torna-se evidente, através da inequação 3.5, que apesar de se respeitar o equilíbrio de momentos, esta abordagem analítica não verifica o equilíbrio de forças verticais entre o lado passivo e o lado activo dos impulsos. Como resolver, então, este problema?

3.2.2 Método baseado em Frank et al. (2004)

Frank et al. (2004) propõem um procedimento baseado no método clássico de cálculo que, para além de considerar o equilíbrio de momentos, considera igualmente o equilíbrio de forças verticais, para o que admite que a total mobilização do ângulo de atrito solo-estrutura, do lado activo ou do lado passivo, pode não ocorrer. O procedimento foi apresentado por aqueles autores para o caso de cortinas mono-apoiadas calculadas pelo método do apoio móvel (ver Capítulo 2), no entanto os seus princípios podem ser transpostos para qualquer tipo de cortina mono-apoiada ou autoportante.

Admite-se, no presente trabalho, que a cortina não tem espessura e que ou tem peso nulo (ou desprezável) ou tem peso que é anulado pela força de reacção no pé da cortina.

Considera-se, assim, a situação representada na Figura 3.3, que difere da Figura 3.2 pelo facto de o ângulo de atrito solo-estrutura não ser δ mas sim $\delta_a \leq \delta$ e $\delta_p \leq \delta$, respectivamente para os impulsos activo e passivo.

O procedimento que se propõe, baseado no de Frank et al. (2004), consiste em:

1. como primeira iteração, por equilíbrio de momentos (no ponto “0”), determinar a ficha f_0 (tendo, portanto, apenas em atenção as componentes horizontais dos impulsos de

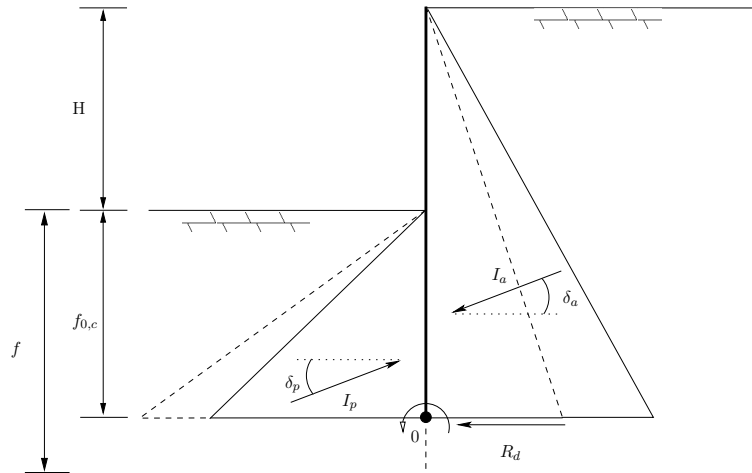


Figura 3.3: Impulsos de terra de uma cortina autoportante considerando atrito solo-estrutura ajustável

terras);

2. por equilíbrio de forças verticais, determinar:

(a) o valor de δ_a necessário para o equilíbrio se $\delta_p = \delta$;

(b) o valor de δ_p necessário para o equilíbrio se $\delta_a = \delta$;

3. (a) se o valor de $\delta_{a,0}$ for menor que δ , fixar $\delta_{p,1} = \delta$, fazer $\delta_{a,1} = \delta_{a,0}$;

4. (a) por equilíbrio de momentos, com $\delta_{a,1} = \delta_{a,0}$ e $\delta_{p,1} = \delta$, determinar $f_{0,1}$; se $f_{0,1} \cong f_0$, foi encontrada a solução;

5. (a) por equilíbrio de cargas verticais, determinar o valor de $\delta_{a,2}$, usando $\delta_p = \delta$;

6. (a) voltar ao ponto 4. (a);

—

3. (b) se o valor de $\delta_{p,1}$ for menor que δ , fixar $\delta_{a,1} = \delta$, fazer $\delta_{p,1} = \delta_{p,0}$;

4. (b) por equilíbrio de momentos, com $\delta_{p,1} = \delta_{p,0}$ e $\delta_{a,1} = \delta$, determinar $f_{0,1}$; se $f_{0,1} \cong f_0$, foi encontrada a solução;

5. (b) por equilíbrio de cargas verticais, determinar o valor de $\delta_{p,2}$, usando $\delta_a = \delta$;

6. (b) voltar ao ponto 4. (b).

Faz-se notar que a metodologia descrita parte do princípio que o equilíbrio vertical não afecta directamente R_d , ou seja, que R_d se admite sempre horizontal. Uma via alternativa ou complementar, para a consideração do equilíbrio vertical, seria admitir alguma contribuição na zona de 20% de ficha próxima do pé da cortina. Tal não foi, no entanto, a abordagem usada.

3.2.3 Aplicação do método baseado em Frank et al. (2004)

Partindo do exemplo inicial da Figura 3.2 e aplicando agora o método descrito:

1. por estabelecimento do equilíbrio de momentos no ponto “0”, com $\delta_a = \delta_p = \delta$, obtém-se, como se viu, da eq. 3.4:

$$f_0 = 2,55m$$

2. conforme se viu na equação 3.5, por equilíbrio de forças verticais, obtém-se a relação:

$$\begin{aligned} I_p^V &= I_a^V \\ I_a^V &= \frac{1}{2}K_a\gamma(H + f_0)^2 \text{sen}(\delta_a) = 142,51 \times \text{sen}(\delta_a) \\ I_p^V &= \frac{1}{2}K_p\gamma f_0^2 \text{sen}(\delta_p) = 422,66 \times \text{sen}(\delta_p) \\ \frac{\text{sen}(\delta_p)}{\text{sen}(\delta_a)} &= 0,34 \end{aligned}$$

que permite determinar o valor de $\delta_{a,0}$ necessário para o equilíbrio se $\delta_p = \delta$:

$$\delta_{a,0} = \arcsen\left(\frac{\text{sen}(\delta_p)}{0,34}\right) = 63,11^\circ$$

e o valor de $\delta_{p,0}$ necessário para o equilíbrio se $\delta_a = \delta$:

$$\delta_{p,0} = \arcsen(0,34 \times \text{sen}(\delta_a)) = 5,82^\circ$$

3. atendendo a que $\delta_{p,0} = 5,82^\circ \leq \delta$, fixa-se $\delta_{a,1} = \delta$ e faz-se $\delta_{p,1} = \delta_{p,0} = 5,82^\circ$
4. por equilíbrio de momentos, obtém-se $f_{0,1} = 2,97$ m
5. por equilíbrio de forças verticais, determina-se o valor de $\delta_{p,2}$ que garanta esse equilíbrio:
 $\delta_{p,2} = 6,72^\circ$

Uma nova iteração permite obter novo valor de ficha e novo δ_p . Os resultados obtidos estão representados no Quadro 3.2, em que Δ é a diferença entre os impulso verticais activo e passivo.

Quadro 3.2: Processo iterativo para o exemplo de uma cortina autoportante

Iteração	$\delta_{a,i}$ [°]	K_a	$\delta_{p,i}$ [°]	K_p	$f_{0,i}$ [m]	I_a^v [kN/m]	I_p^v [kN/m]	Δ [kN/m]	$\delta_{a,i+1}$ [°]	$\delta_{p,i+1}$ [°]
1	17,500	0,246	17,500	6,500	2,550	42,850	127,100	-84,245	63,109	5,819
2	17,500	0,246	5,819	4,548	2,974	47,060	40,784	6,276	-	6,718
3	17,500	0,246	6,718	4,679	2,932	46,568	47,065	-0,497	-	6,647
4	17,500	0,246	6,647	4,669	2,935	46,606	46,567	0,039	-	6,653
5	17,500	0,246	6,653	4,669	2,935	46,603	46,606	-0,003	-	6,652
6	17,500	0,246	6,652	4,669	2,935	46,603	46,603	0,000	-	6,652

Ao fim de seis iterações atingiu-se a convergência do valor da ficha (f_0). Como se vê, o processo iterativo convergiu para $f_0 = 2,94$ metros, com $\delta_p = 6,65^\circ$ (e $\delta_a = 17,50^\circ$). O valor da ficha assim determinado é cerca de 15% superior ao valor inicial. O valor final da ficha corrigida para efeitos das cargas verticais vai passar a designar-se de $f_{0,c}$.

O mesmo procedimento de cálculo pode ser utilizado quando está presente o nível freático, por exemplo, à cota de escavação. A metodologia é em tudo idêntica, alterando-se apenas o cálculo dos próprios impulsos de terra, nomeadamente o activo. Considerando-se, assim, a situação representada na Figura 3.4, com os dados indicados no Quadro 3.1 aplica-se o procedimento descrito.

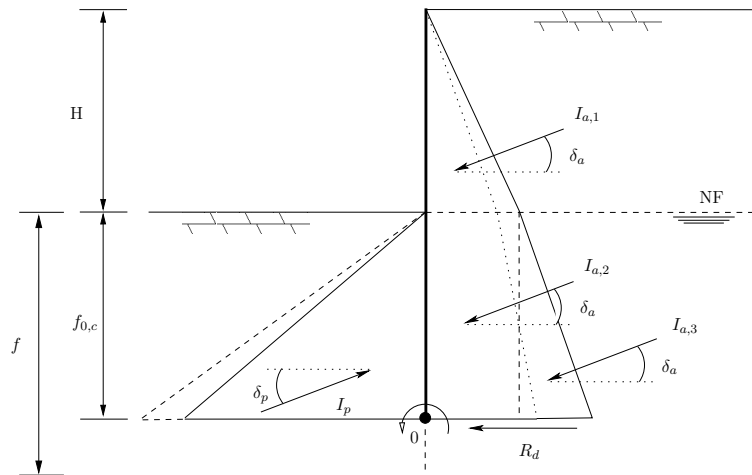


Figura 3.4: Impulsos de terra de uma cortina autoportante com nível freático à cota de escavação

Assim o processo iterativo, para a situação com nível freático, toma a forma:

1. por estabelecimento do equilíbrio de momentos no ponto "O", com $\delta_a = \delta_p = \delta$, obtêm-se:

$$f_0 = 3,62m$$

2. por equilíbrio de forças verticais, obtêm-se a relação:

$$\frac{\text{sen}(\delta_p)}{\text{sen}(\delta_a)} = 0,39$$

que permite determinar o valor de $\delta_{a,0}$ necessário para o equilíbrio se $\delta_p = \delta$:

$$\delta_{a,0} = \arcsen\left(\frac{\text{sen}(\delta_p)}{0,39}\right) = 49,13^\circ$$

e o valor de $\delta_{p,0}$ necessário para o equilíbrio se $\delta_a = \delta$:

$$\delta_{p,0} = \arcsen(0,39 \times \text{sen}(\delta_a)) = 6,87^\circ$$

3. atendendo a que $\delta_{p,0} = 6,87^\circ < \delta$, fixa-se $\delta_{a,1} = \delta$ e faz-se $\delta_{p,1} = \delta_{p,0} = 6,87^\circ$

4. por equilíbrio de momentos, obtém-se $f_{0,1}=4,22$ metros
5. por equilíbrio de forças verticais, determina-se o valor de $\delta_{p,2}$ que garanta esse equilíbrio:
 $\delta_{p,2}=7,74^\circ$

Uma nova iteração permite obter novo valor de ficha e novo δ_p . Os resultados obtidos estão representados no Quadro 3.3.

Quadro 3.3: Processo iterativo para o exemplo de uma cortina autoportante com nível freático

Iteração	$\delta_{a,i} [^\circ]$	K_a	$\delta_{p,i} [^\circ]$	K_p	$f_{0,i}$ [m]	I_a^v [kN/m]	I_p^v [kN/m]	Δ [kN/m]	$\delta_{a,i+1} [^\circ]$	$\delta_{p,i+1} [^\circ]$
1	17,500	0,250	17,500	6,500	3,620	50,937	128,090	-77,1529	49,128	6,868
2	17,500	0,246	6,868	4,701	4,217	56,294	49,982	6,3121	-	7,740
3	17,500	0,246	7,740	4,828	4,157	55,660	56,172	-0,5119	-	7,669
4	17,500	0,246	7,669	4,818	4,161	55,710	55,669	0,0414	-	7,675
5	17,500	0,246	7,675	4,818	4,161	55,706	55,709	-0,0034	-	7,675

O comprimento da ficha convergiu para $f_{0,c} = 4,16$ m representando, igualmente, um aumento em 15% do valor inicial de f_0 . O atrito solo-estrutura passivo convergiu para o valor de $\delta_p = 7,68^\circ$ e o activo, tal como o verificado na situação de ausência de nível freático, fixou-se em $\delta_a = 17,50^\circ$.

3.2.4 Estudo paramétrico de cortinas autoportantes

Após a análise deste caso de estudo parece útil tentar avaliar-se a importância da consideração do equilíbrio vertical no valor de ficha, utilizando o procedimento proposto. O estudo paramétrico desenvolvido aborda duas situações dum maciço homogéneo arenoso: uma sem a presença de nível freático e outra com o nível freático à cota de escavação. Como se viu anteriormente, no caso sem a presença de nível freático a equação de equilíbrio de momentos toma a forma apresentada na equação 3.4, que pode ser escrita apenas em função de uma variável adimensional ($f_{0,i}/H$). Tal equação não depende de γ e resulta em:

$$\frac{\cos(\delta_p)}{\cos(\delta_a)} = \frac{K_a}{K_p} \frac{\left(1 + \frac{f_{0,i}}{H}\right)^3}{\left(\frac{f_{0,i}}{H}\right)^3} \quad (3.6)$$

Também a equação 3.7 de equilíbrio de forças verticais pode ser reescrita, de forma adimensional, através de:

$$\frac{\text{sen}(\delta_p)}{\text{sen}(\delta_a)} = \frac{K_a}{K_p} \frac{\left(1 + \frac{f_{0,i}}{H}\right)^2}{\left(\frac{f_{0,i}}{H}\right)^2} \quad (3.7)$$

Deste modo, o estudo paramétrico pode ser conduzido fazendo variar apenas o ângulo de atrito de resistência ao corte ϕ' (entre 20 e 50°) e o ângulo de atrito solo-estrutura (entre $1/3\phi'$ e ϕ').

Para a situação de nível freático à cota de escavação, a equação correspondente à equação 3.6 toma a forma:

$$\frac{\cos(\delta_p)}{\cos(\delta_a)} = \frac{K_a}{K_p} \frac{1 + 3\frac{f_{0,i}}{H} + 3\left(\frac{f_{0,i}}{H}\right)^2 + \frac{\gamma'}{\gamma}\left(\frac{f_{0,i}}{H}\right)^3}{\frac{\gamma'}{\gamma}\left(\frac{f_{0,i}}{H}\right)^3} \quad (3.8)$$

Surge, agora, com a formulação para a situação com nível freático, a relação adimensional γ'/γ . Ao longo do estudo paramétrico fixou-se esta relação em 1/2, no entanto, apesar de não ter sido avaliada a influência desta relação nos resultados, o valor da mesma varia entre 7/17 (0,41) para solos muito soltos e 12/22 (0,55) para solos muito densos pelo que não é esperado que os resultados divirjam numa forma significativa, para outras relações de γ'/γ , dos apresentados em seguida.

De forma análoga, a equação correspondente à eq. 3.7 para o caso com nível freático toma a forma:

$$\frac{\sin(\delta_p)}{\sin(\delta_a)} = \frac{K_a}{K_p} \frac{1 + 2\frac{f_{0,i}}{H} + \frac{\gamma'}{\gamma}\left(\frac{f_{0,i}}{H}\right)^2}{\frac{\gamma'}{\gamma}\left(\frac{f_{0,i}}{H}\right)^2} \quad (3.9)$$

A metodologia anteriormente descrita pode então aplicar-se aos vários casos, de diferentes ϕ' e δ , com a diferença que os valores obtidos são os de $f_{0,c}/H$ em lugar de apenas $f_{0,c}$.

Elaborando um conjunto de três gráficos (Figura 3.5) pode ver-se como ϕ' e δ influenciam os valores de $f_{0,c}$, δ_a e de δ_p . O gráficos encontram-se organizados da seguinte forma: para diferentes relações δ/ϕ' , são apresentados:

- no gráfico esquerdo a relação entre o valor da ficha corrigida $f_{0,c}$ e f_0 em função de ϕ' ;
- no gráfico central a relação entre o valor do ângulo de atrito solo-estrutura activo δ_a e δ em função de ϕ' ;
- no gráfico direito a relação entre o valor do ângulo de atrito solo-estrutura passivo δ_p e δ em função de ϕ' .

Apesar das equações estarem adimensionalizadas através da variável $f_{0,c}/H$, ao fazer-se a relação $(f_{0,c}/H)/(f_0/H)$, fica-se com a relação $f_{0,c}/f_0$.

A análise da Figura 3.5 permite constatar que:

- o ajuste ao ângulo de atrito solo-estrutura para o equilíbrio vertical é apenas feito do lado passivo;
- o ajuste ao ângulo de atrito solo-estrutura δ_p é praticamente independente de δ/ϕ' , com efeito, conforme se pode verificar da análise do gráfico da direita, as curvas estão praticamente sobrepostas;

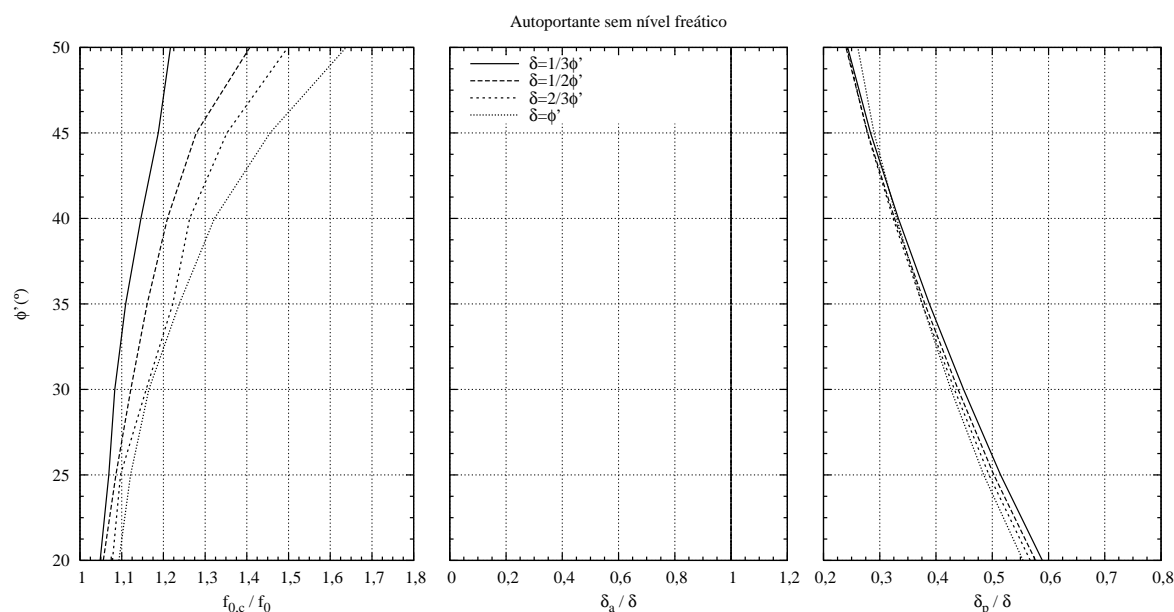


Figura 3.5: Cortina autoportante: resultados da aplicação da metodologia baseada em Frank et al. (2004)

- os valores de relação δ_p/δ variam aproximadamente entre 0,25 e 0,60, sendo os menores valores desta relação (os maiores ajustes de δ_p relativamente a δ) para os maiores ângulos de resistência ao corte;
- as correcções à ficha f_0 (determinada apenas por equilíbrio de momentos) são pequenas para ângulos de resistência ao corte baixos e aumentam para os maiores valores deste ângulo; para igual ângulo de resistência ao corte, as relações $f_{0,c}/f_0$ são maiores para maiores valores de δ , podendo atingir valores muito significativos, superiores a 1,30 e podendo atingir 1,60 para ϕ' e δ elevados.

A inflexão que se verifica na curva de $\delta/\phi' = 2/3$ deve-se à baixa precisão dos valores dos coeficientes de impulso passivo, tabelados, por Caquot-Kerisel, pois seria esperado um andamento análogo às restantes curvas.

De referir que apesar de a partir do gráfico da esquerda da Figura 3.5 se concluir que um maior relação de δ/ϕ' implica uma maior relação $f_{0,c}/f_0$, tal não significa que isso corresponda a uma maior relação de f_0/H , conforme ilustrado na Figura 3.6.

São apresentados, na Figura 3.7, de uma forma idêntica à da situação sem nível freático, os resultados obtidos do estudo paramétrico efectuado para a situação com nível freático.

Desta figura conclui-se que a correcção do comprimento da ficha apresenta valores muito similares aos vistos para a situação sem nível freático. A relação δ_p/δ toma valores ligeiramente superiores quando existe nível freático à cota de escavação.

Pode ser estabelecida, igualmente, uma rápida comparação de como este método afecta o parâmetro de dimensionamento da cortina, o momento actuante M_E . Tome-se a situação de um solo com um ângulo de atrito solo estrutura $\delta=2/3\phi'$ na ausência de nível freático. Através

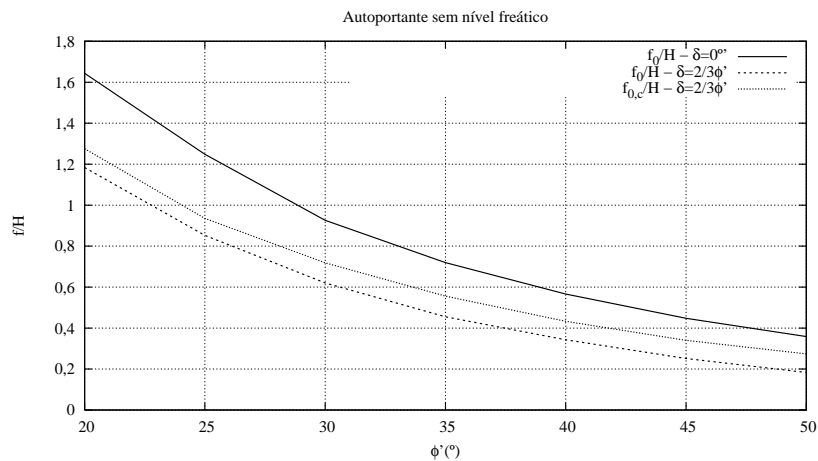


Figura 3.6: Cortina autoportante: comparação entre comprimentos de ficha

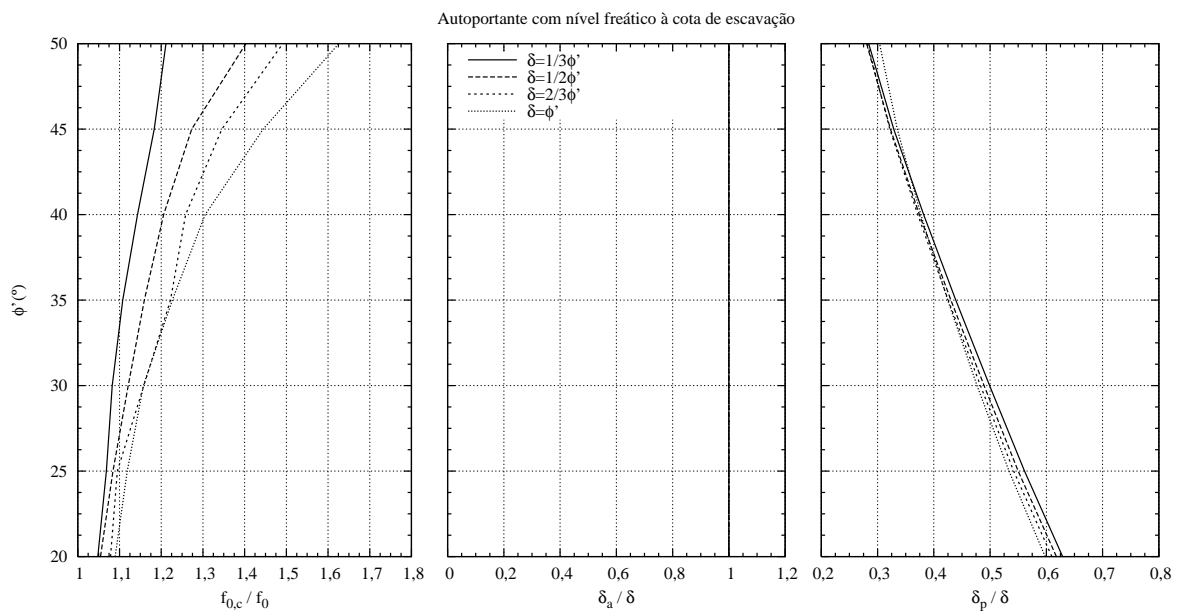


Figura 3.7: Cortina autoportante com nível freático à cota de escavação: resultados da aplicação da metodologia baseada em Frank et al. (2004)

do Quadro 3.4, conclui-se que estes não sofrem, para as cortinas autoportantes, um aumento significativo.

Quadro 3.4: Influência da metodologia no momento actuante M_E

	$M_{E,c}/M_E$
$\phi' = 30^\circ$	1,054
$\phi' = 40^\circ$	1,034

3.3 Cortina mono-apoiada - Método do apoio móvel

As cortinas mono-apoiadas são estruturas de contenção em que a estabilidade é assegurada, para além do comprimento da ficha, por uma ancoragem (Figura 3.8 a)) ou por uma escora (Figura 3.8 b) e c)).

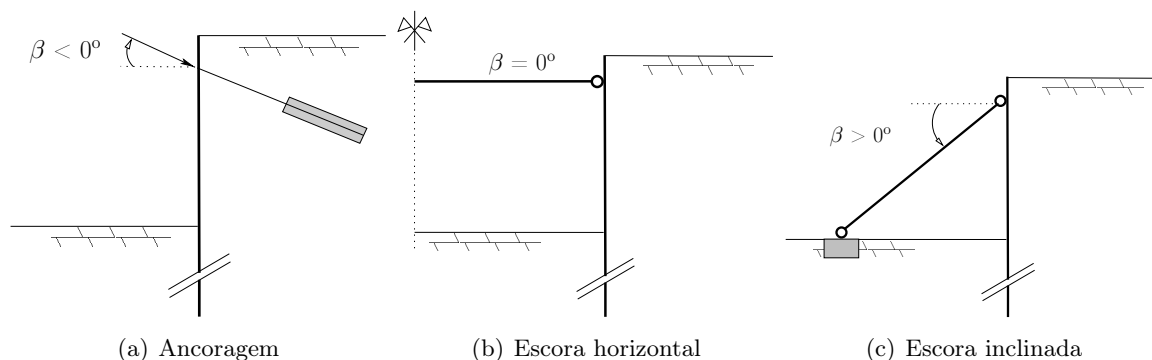


Figura 3.8: Tipos de cortinas mono-apoiadas e significado do ângulo β

O dimensionamento de uma cortina mono-apoiada, com recurso ao método conhecido por método do apoio móvel (Figura 3.9), tem, como se viu no Capítulo 2, como princípio base a existência de um apoio móvel no pé da cortina de modo a descrever a inexistência de reacções horizontais nesse ponto, ao contrário do que se verificava nas cortinas autoportantes.

3.3.1 Problemática das cargas verticais em cortinas mono-apoiadas - Método do apoio móvel

A questão levantada para as cortinas autoportantes, respeitante à existência de cargas verticais e o efeito da sua consideração no cálculo das mesmas, tem nas cortinas mono-apoiadas, ainda maior relevância, já que a orientação do apoio (ângulo β) pode, quando esta tome valores extremos, dar origem a uma forte força vertical. Na abordagem clássica, em que os impulsos de terras são determinados pela teoria de Rankine, a problemática das cargas verticais também se levanta, pois ao admitir a ausência de atrito solo-estrutura, o apoio poderá trazer forças verticais que não serão equilibradas (ou que se admitem equilibradas pelo pé da cortina).

Tome-se o exemplo do maciço com as propriedades descritas no Quadro 3.1 no qual se efectua uma escavação com a geometria exemplificada na Figura 3.9, onde a posição do apoio (h_{anc}) se situa a 1,00 m da cota do terreno.

Tal como foi feito para as cortinas autoportantes, não serão utilizados quaisquer coeficientes de segurança na determinação da geometria da estrutura.

Como primeiro passo de cálculo estabelece-se o equilíbrio de momentos para determinar o comprimento mínimo da cortina (f_0) e em seguida estabelece-se o equilíbrio horizontal de forças para determinar a reacção no apoio, R_A .

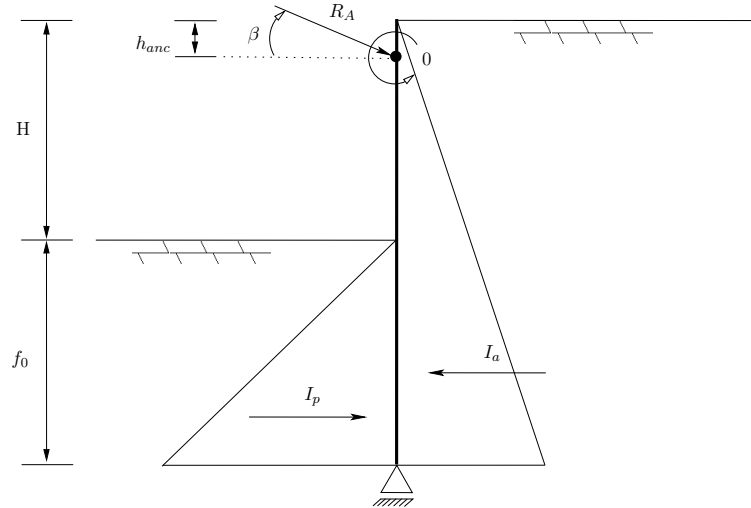


Figura 3.9: Impulsos de terra de uma cortina mono-apoiada segundo Rankine (1857)

1. por equilíbrio de momentos no ponto “0”:

$$\begin{aligned}
 \sum M_{h_{anc}} &= 0 \\
 I_p b_p - I_a b_a &= 0 \\
 \frac{1}{2} K_p \gamma f_0^2 \left(\frac{2}{3} f_0 + H - h_{anc} \right) &= \frac{1}{2} K_a \gamma (H + f_0)^2 \left(\frac{2}{3} (H + f_0) - h_{anc} \right) \\
 f_0 &= 1,41m
 \end{aligned} \tag{3.10}$$

Com o valor de f_0 determinado estabelece-se os equilíbrios de forças horizontais e verticais:

2. por equilíbrio de forças horizontais:

$$\begin{aligned}
 R_A^H + I_p &= I_a \\
 R_A \cos(\beta) + I_p &= I_a \\
 R_A &= \frac{I_a - I_p}{\cos(\beta)}
 \end{aligned} \tag{3.11}$$

3. por equilíbrio de forças verticais:

$$\begin{aligned}
 R_A^V &= 0 \\
 R_A \sin(\beta) &= 0 \\
 (I_a - I_p) \tan(\beta) &= 0
 \end{aligned} \tag{3.12}$$

A relação anterior apenas se verifica se:

- os impulsos activo e passivo se anularem, o que implica que a reacção no apoio seria nula, o que não se verifica, ou;
- o ângulo β for nulo.

Para valores de β diferentes de zero, quando se estabelece o equilíbrio vertical de forças torna-se evidente que não existem reacções verticais ao longo da cortina para anular a componente vertical da reacção do apoio. Analisando o mesmo exemplo mas admitindo a existência de atrito solo-estrutura com $\delta=17,5^\circ$, os impulsos activo e passivo de solo tomam a forma esquematizada na Figura 3.10.

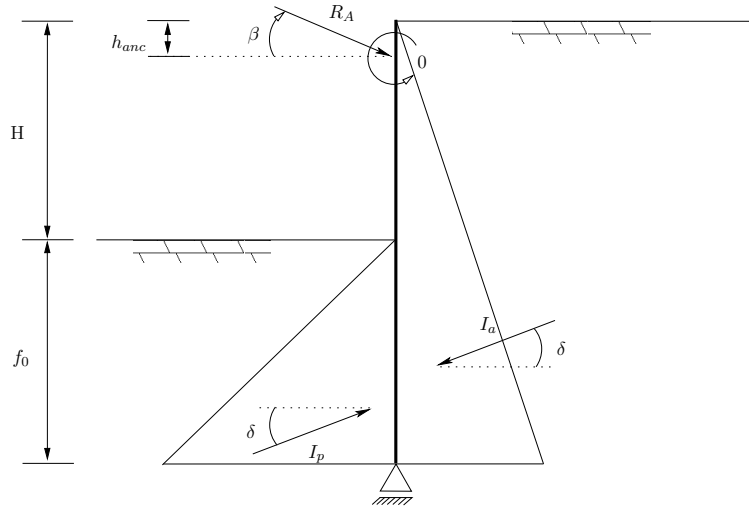


Figura 3.10: Impulsos de terra de uma cortina mono-apoiada considerando atrito solo-estrutura

Admitindo, novamente, a cortina sem espessura;

1. por equilíbrio de momentos em torno do ponto do apoio da cortina:

$$\begin{aligned}
 I_p^H b_p - I_a^H b_a &= 0 \\
 \frac{1}{2} K_p \gamma f_0^2 \left(\frac{2}{3} f_0 + H - h_{anc} \right) \cos(\delta) &= \frac{1}{2} K_a \gamma (H + f_0)^2 \left(\frac{2}{3} (H + f_0) - h_{anc} \right) \cos(\delta) \\
 f_0 &= 0,93m
 \end{aligned} \tag{3.13}$$

Com o valor de f_0 determinado estabelece-se os equilíbrios de forças horizontais e verticais:

2. por equilíbrio de forças horizontais:

$$\begin{aligned}
 R_A^H + I_p^H &= I_a^H \\
 R_A \cos(\beta) + I_p^H &= I_a^H \\
 R_A &= \frac{I_a^H - I_p^H}{\cos(\beta)}
 \end{aligned} \tag{3.14}$$

3. por equilíbrio de forças verticais:

$$\begin{aligned}
 R_A^V &= I_p^V - I_a^V \\
 R_A \text{ sen}(\beta) &= I_p^V - I_a^V \\
 \tan(\beta) &= -\frac{I_a^V - I_p^V}{I_a^H - I_p^H}
 \end{aligned}
 \tag{3.15}$$

A equação 3.15, ao assumir-se a existência de atrito solo-estrutura, já se apresenta significativamente diferente da equação 3.12, existindo, agora, componentes verticais dos impulsos de terra. A partir das deduções do ponto 3 não é claro se as componentes verticais dos impulsos equilibram, ou não, a componente vertical da reacção do apoio para todos os valores de β . Tome-se como exemplo cinco valores de β para análise do equilíbrio horizontal e vertical, conforme indicado no Quadro 3.5. Torna-se claro que apesar do equilíbrio horizontal se verificar sempre, para nenhum dos valores de β (inclusive para a inclinação nula) se verifica o equilíbrio vertical de forças. Como resolver, então, este problema?

Quadro 3.5: Equilíbrio horizontal e vertical de forças em função de β - Método apoio móvel

β	R_a^H [kN/m]	I_a^H [kN/m]	I_p^H [kN/m]	Δ [kN/m]	R_a^V [kN/m]	I_a^V [kN/m]	I_p^V [kN/m]	Δ [kN/m]
30,00	29,72	82,29	52,56	0,00	17,16	25,95	16,57	26,53
15,00	29,72	82,29	52,56	0,00	7,96	25,95	16,57	17,34
0,00	29,72	82,29	52,56	0,00	0,00	25,95	16,57	9,37
-15,00	29,72	82,29	52,56	0,00	-7,96	25,95	16,57	1,41
-30,00	29,72	82,28	52,56	0,00	-17,16	25,95	16,57	-7,78

3.3.2 Método baseado em Frank et al. (2004)

Tal como se viu a propósito das cortinas autoportantes, Frank et al. (2004) propõem um método que se baseia no princípio de que os impulsos só irão mobilizar o atrito solo-estrutura necessário e suficiente para equilibrar as cargas verticais. Tal princípio encontra-se esquematizado na Figura 3.11, na qual $\delta_a \leq \delta$ e $\delta_p \leq \delta$, respectivamente para os impulsos activo e passivo.

O procedimento que se propõe, baseado no método de Frank et al. (2004), consiste em:

1. como primeira iteração por equilíbrio de momentos (no ponto “0”), determinar a ficha f_0 (tendo, portanto, apenas em atenção as componentes horizontais dos impulsos de terra);
2. por equilíbrio de forças horizontais, determinar o valor da reacção R_A ;
3. por equilíbrio de forças verticais, determinar:
 - (a) o valor de δ_a necessário para o equilíbrio se $\delta_p = \delta$;
 - (b) o valor de δ_p necessário para o equilíbrio se $\delta_a = \delta$;
4. (a) se o valor de $\delta_{a,0}$ for menor que δ , fixar $\delta_{p,1} = \delta$, fazer $\delta_{a,1} = \delta_{a,0}$;

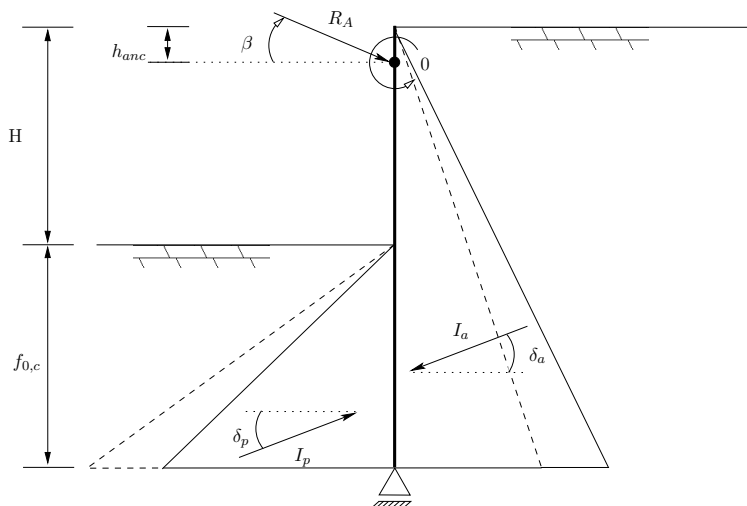


Figura 3.11: Impulsos de terra de uma cortina mono-apoiada segundo a proposta de Frank et al. (2004)

5. (a) por equilíbrio de momentos, com $\delta_{a,1} = \delta_{a,0}$ e $\delta_{p,1} = \delta$, determinar $f_{0,1}$; se $f_{0,1} \cong f_0$, foi encontrada a solução;
 6. (a) por equilíbrio de forças horizontais, usando com $\delta_{a,1} = \delta_{a,0}$ e $\delta_{p,1} = \delta$, determinar o valor de R_A ;
 7. (a) por equilíbrio de cargas verticais, determinar o valor de $\delta_{a,2}$, usando $\delta_p = \delta$;
 8. (a) voltar ao ponto 5. (a);
-
4. (b) se o valor de $\delta_{p,0}$ for menor que δ , fixar $\delta_{a,1} = \delta$, fazer $\delta_{p,1} = \delta_{p,0}$;
 5. (b) por equilíbrio de momentos, com $\delta_{a,1} = \delta$ e $\delta_{p,1} = \delta_{p,0}$, determinar $f_{0,1}$; se $f_{0,1} \cong f_0$, foi encontrada a solução;
 6. (b) por equilíbrio de forças horizontais, usando com $\delta_{p,1} = \delta_{p,0}$ e $\delta_{a,1} = \delta$, determinar o valor de R_A ;
 7. (b) por equilíbrio de cargas verticais, determinar o valor de $\delta_{p,2}$, usando $\delta_a = \delta$;
 8. (b) voltar ao ponto 5. (b).

3.3.3 Aplicação do método de Frank et al. (2004)

Partindo do exemplo da Figura 3.9, com um valor de β de 20° , e aplicando agora o método descrito:

1. por estabelecimento do equilíbrio de momentos em torno do ponto “0”, com $\delta_a = \delta_p = \delta$, obtém-se por aplicação da equação 3.13:

$$f_0 = 0,93m$$

2. conforme foi visto na equação 3.14, por equilíbrio de forças horizontais, obtém-se a relação:

$$R_A = \frac{I_a^H - I_p^H}{\cos(\beta)}$$

3. conforme foi visto na equação 3.15, por equilíbrio de forças verticais, obtém-se a relação:

$$\tan(\beta) = -\frac{K_a(H + f_0)^2 \sin(\delta_a) - K_p f_0^2 \sin(\delta_p)}{K_a(H + f_0)^2 \cos(\delta_a) - K_p f_0^2 \cos(\delta_p)}$$

que permite determinar o valor de $\delta_{a,0}$ necessário para o equilíbrio, com $\delta_p = \delta$:

$$\delta_{a,0} = 3,84^\circ$$

e o valor de $\delta_{p,0}$ necessário para o equilíbrio, com $\delta_a = \delta$:

$$\delta_{p,0} = 45,78^\circ$$

4. atendendo a que $\delta_{a,0} = 3,84^\circ \leq \delta$, fixa-se $\delta_p = \delta$ e faz-se $\delta_{a,1} = 3,84^\circ$;
5. por equilíbrio de momentos, obtém-se $f_{0,1} = 0,986$ m ;
6. por equilíbrio de forças horizontais, obtém-se que $R_A = 35,75$ kN/m;
7. por equilíbrio de forças verticais, determina-se o valor de $\delta_{a,2}$ que garanta esse equilíbrio:
 $\delta_{a,2} = 4,13^\circ$

Uma nova iteração permite obter novos valores de f_0 e de δ_a . Os resultados obtidos estão apresentados no Quadro 3.6:

Quadro 3.6: Processo iterativo para o exemplo de uma cortina mono-apoiada - Método do apoio móvel

Iteração	$\delta_{a,i} [^\circ]$	K_a	$\delta_{p,i} [^\circ]$	K_p	$f_{0,i} [m]$	$R_A [kN/m]$	$\delta_{a,i+1} [^\circ]$	$\delta_{p,i+1} [^\circ]$
1	17,500	0,250	17,500	6,500	0,930	32,186	3,841	41,783
2	3,841	0,263	17,500	6,500	0,986	35,748	4,132	-
3	4,132	0,262	17,500	6,500	0,985	35,649	4,128	-
4	4,128	0,262	17,500	6,500	0,985	35,650	4,128	-

Através do Quadro 3.6 verifica-se que são apenas necessárias quatro iterações para se atingir a convergência, obtendo-se $f_{0,c} = 0,985$ m, $\delta_a = 4,13^\circ$ e $\delta_p = \delta$. Para este caso o ajuste

necessário não é particularmente relevante, situando-se na casa do 6% de aumento entre f_0 e $f_{0,c}$.

Para o caso de uma cortina mono-apoiada, com o nível freático à cota de escavação, quando se utiliza o método do apoio móvel, e partindo do exemplo da Figura 3.12 com o maciço de propriedades descritas no Quadro 3.1:

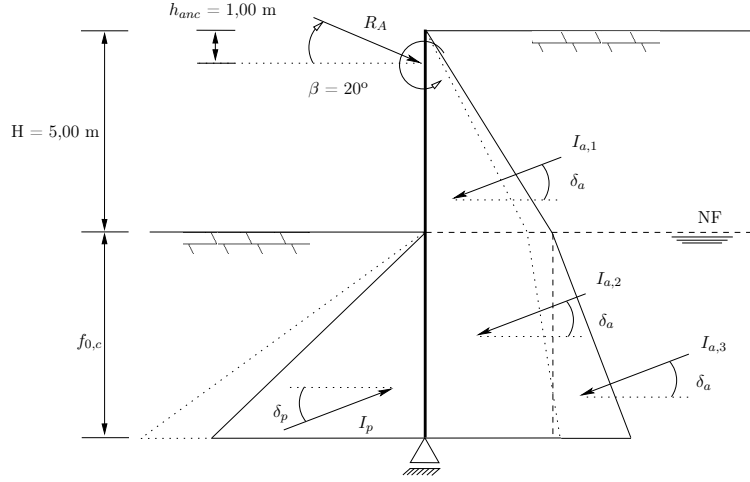


Figura 3.12: Impulsos de terra de uma cortina mono-apoiada segundo Frank et al. (2004) com nível freático

1. por estabelecimento do equilíbrio de momentos em torno do ponto “0”, com $\delta_a = \delta_p = \delta$, obtém-se:

$$\begin{aligned}
 I_p^H b_p - I_{a,1}^H b_{a,1} - I_{a,2}^H b_{a,2} - I_{a,3}^H b_{a,3} &= 0 \\
 I_p \cos(\delta_p) \left(\frac{2}{3} f_0 + H - h_{anc} \right) &= I_{a,1} \left(\frac{2}{3} H - h_{anc} \right) \cos(\delta_a) + \\
 + \left(I_{a,2} \left(\frac{f_0}{2} + H - h_{anc} \right) + I_{a,3} \left(\frac{2}{3} f_0 + H - h_{anc} \right) \right) \cos(\delta_a) & \quad (3.16) \\
 f_0 &= 1,42m
 \end{aligned}$$

2. por estabelecimento do equilíbrio de forças horizontais, obtém-se a relação:

$$\begin{aligned}
 I_a^H &= I_{a,1}^H + I_{a,2}^H + I_{a,3}^H \\
 R_A^H + I_p^H &= I_a^H \\
 R_A \cos(\beta) + I_p^H &= I_a^H \\
 R_A &= \frac{I_a^H - I_p^H}{\cos(\beta)}
 \end{aligned} \quad (3.17)$$

3. por estabelecimento do equilíbrio de forças verticais, obtém-se a relação:

$$\begin{aligned}
 I_a^V &= I_{a,1}^V + I_{a,2}^V + I_{a,3}^V \\
 R_A^V &= I_p^V - I_a^V \\
 R_A \text{ sen } (\beta) &= I_p^V - I_a^V \\
 \frac{I_a^H - I_p^H}{\cos(\beta)} \text{ sen } (\beta) &= I_p^V - I_a^V \\
 \tan(\beta) &= -\frac{I_a^V - I_p^V}{I_a^H - I_p^H} \\
 \tan(\beta) &= -\frac{K_a(\gamma H^2 + 2\gamma H f_0 + \gamma' f_0^2) \text{ sen } (\delta_a) - K_p \gamma' f_0^2 \text{ sen } (\delta_p)}{K_a(\gamma H^2 + 2\gamma H f_0 + \gamma' f_0^2) \cos(\delta_a) - K_p \gamma' f_0^2 \cos(\delta_p)}
 \end{aligned} \tag{3.18}$$

que permite determinar o valor de $\delta_{a,0}$ necessário para o equilíbrio, com $\delta_p = \delta$:

$$\delta_{a,0} = 4,42^\circ$$

e o valor de $\delta_{p,0}$ necessário para o equilíbrio, com $\delta_a = \delta$:

$$\delta_{p,0} = 39,96^\circ$$

Ao fim da primeira iteração tem-se o valor de f_0 de 1,42 m e um ajuste do ângulo de atrito solo-estrutura activo (δ_a) para o valor de $4,42^\circ$. O valor de δ_p fixou-se igual a δ . Construindo um quadro para demonstrar a progressão do processo iterativo tem-se o Quadro 3.7:

Quadro 3.7: Processo iterativo para o exemplo de uma cortina mono-apoiada com nível freático - Método do apoio móvel

Iteração	$\delta_{a,i} [^\circ]$	K_a	$\delta_{p,i} [^\circ]$	K_p	$f_{0,i} [m]$	$R_A [kN/m]$	$\delta_{a,i+1} [^\circ]$	$\delta_{p,i+1} [^\circ]$
1	17,500	0,250	17,500	6,500	1,424	35,260	4,419	39,962
2	4,419	0,261	17,500	6,500	1,511	39,141	4,744	-
3	4,744	0,261	17,500	6,500	1,508	39,015	4,738	-
4	4,738	0,261	17,500	6,500	1,508	39,017	4,738	-

Ao final da quarta iteração a ficha convergiu para o valor de $f_{0,c} = 1,51$ m, δ_a para $4,74^\circ$ e δ_p manteve-se igual a δ . O aumento de ficha verificado entre f_0 e $f_{0,c}$ foi também de 6%.

3.3.4 Estudo paramétrico de cortinas mono-apoiadas - Método do apoio móvel

Em relação ao caso das cortinas autoportantes, foi necessário, para o caso das cortinas mono-apoiadas, acrescentar duas variáveis (β e h_{anc}) nas formulações do processo iterativo. Destas duas variáveis, é β que mostra ser mais determinante no estabelecimento, ou não, do equilíbrio da cortina, pelo que, para a análise paramétrica desenvolvida, se fixou o valor de h_{anc} em 20% de H e se procedeu ao estudo da influência de ϕ' , δ e β no cálculo do comprimento

final da ficha. Apresenta-se, no entanto, os elementos necessários para que o estudo possa ser repetido com outra relação h_{anc}/H .

Como já foi visto, na situação sem nível freático, a equação de equilíbrio de momentos toma a forma apresentada na equação 3.13, mas com $\delta_a \leq \delta$ e $\delta_p \leq \delta$. Tal equação não depende de γ e pode ser reescrita na forma:

$$\frac{\cos(\delta_p)}{\cos(\delta_a)} = \frac{K_a \left(1 + \frac{f_{0,i}}{H}\right)^2 \frac{2}{3}(H + f_0) - h_{anc}}{K_p \left(\frac{f_{0,i}}{H}\right)^2 \frac{2}{3}f_{0,i} + H - h_{anc}} \quad (3.19)$$

A equação de equilíbrio horizontal, que toma a forma apresentada na equação 3.14, pode ser condensada em conjunto com a equação de equilíbrio vertical (eq. 3.20), estabelecendo-se em simultâneo os equilíbrios de forças horizontais e verticais da seguinte forma:

$$\tan(\beta) = -\frac{K_a \left(1 + \frac{f_{0,i}}{H}\right)^2 \sin(\delta_a) - K_p \left(\frac{f_{0,i}}{H}\right)^2 \sin(\delta_p)}{K_a \left(1 + \frac{f_{0,i}}{H}\right)^2 \cos(\delta_a) - K_p \left(\frac{f_{0,i}}{H}\right)^2 \cos(\delta_p)} \quad (3.20)$$

Foi possível reescrever ambas as equações em função da relação adimensional $f_{0,c}/H$. Deste modo, o estudo paramétrico pode ser conduzido fazendo variar a orientação angular do apoio β (entre os valores máximos e mínimo para os quais se conseguisse equilibrar a estrutura) o ângulo de resistência ao corte ϕ' (entre 25 e 45°) e o ângulo de atrito solo-estrutura (entre $\phi'/3$ e ϕ'). Como se referiu, apenas foi estudada a relação $h_{anc}/H = 20\%$.

Quando se analisa a situação com nível freático, a equação de equilíbrio de momentos que toma a forma apresentada na equação 3.16, depende de γ e de γ' . Se for adimensionalizada através da relação γ'/γ , pode ser escrita da seguinte forma:

$$\frac{\cos(\delta_p)}{\cos(\delta_a)} = \frac{K_a \left(\left(\frac{2}{3}H - h_{anc}\right) + 2\frac{f_{0,i}}{H} \left(\frac{f_{0,i}}{2} + H - h_{anc}\right) \right) + \frac{\gamma'}{\gamma} \left(\frac{f_{0,i}}{H}\right)^2 \left(\frac{2}{3}f_{0,i} + H - h_{anc}\right)}{K_p \frac{\gamma'}{\gamma} \left(\frac{f_{0,i}}{H}\right)^2 \left(\frac{2}{3}f_{0,i} + H - h_{anc}\right)} \quad (3.21)$$

A equação de equilíbrio horizontal, que toma a forma apresentada na equação 3.17, pode ser condensada em conjunto com a equação de equilíbrio vertical, estabelecendo-se em simultâneo os equilíbrios de forças horizontais e verticais da seguinte forma:

$$\tan(\beta) = -\frac{K_a \left(1 + 2\frac{f_{0,i}}{H} + \frac{\gamma'}{\gamma} \left(\frac{f_{0,i}}{H}\right)^2\right) \sin(\delta_a) - K_p \frac{\gamma'}{\gamma} \left(\frac{f_{0,i}}{H}\right)^2 \sin(\delta_p)}{K_a \left(1 + 2\frac{f_{0,i}}{H} + \frac{\gamma'}{\gamma} \left(\frac{f_{0,i}}{H}\right)^2\right) \cos(\delta_a) - K_p \gamma' \left(\frac{f_{0,i}}{H}\right)^2 \cos(\delta_p)} \quad (3.22)$$

Assim, é possível analisar o valor final da ficha corrigida ($f_{0,c}$) para cada conjunto de

parâmetros. Os gráficos que se apresentam em seguida estão organizados da seguinte forma: para cada valor de ângulo de resistência ao corte, mostra-se como varia, em função de β :

- no gráfico esquerdo a relação entre a ficha corrigida para cargas verticais $f_{0,c}$ e a ficha f_0 ;
- no gráfico central a relação entre δ_a e δ ;
- no gráfico direito a relação entre δ_p e δ .

Nas Figuras 3.13 e 3.14 apresenta-se os resultados obtidos para dois valores de ângulo de resistência ao corte: 30 e 40°. Para os restantes ângulos de resistência ao corte, as figuras encontram-se no Anexo A.

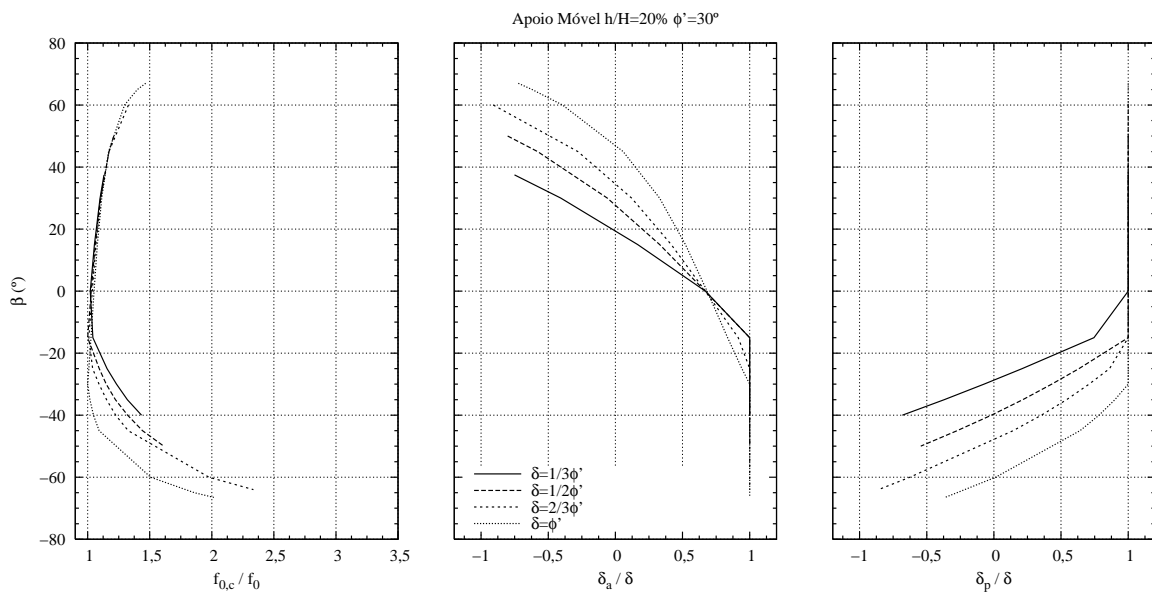


Figura 3.13: Cortina mono-apoiada (Apoio Móvel) com $\phi'=30^\circ$: resultados da aplicação da metodologia baseada em Frank et al. (2004)

A análise das Figuras 3.13 e 3.14 permite constatar que:

- globalmente, para β superior a zero (e, em alguns casos, um pouco inferior), o equilíbrio vertical requer que o ajuste no ângulo de atrito solo-estrutura seja feito do lado activo; para os valores mais elevados de β o equilíbrio vertical requer que δ_a assuma valores negativos; é interessante verificar-se que esta condição se torna necessária para valores de β não particularmente elevados ($\beta \geq 20^\circ$) se $\delta/\phi'=1/3$ (e $\beta \geq 45^\circ$ se $\delta/\phi'=1$)
- ainda para β superior a zero (em alguns casos também para valores um pouco inferiores), constata-se que a relação $f_{0,c}/f_0$ aumenta com β , isto é, o ajuste a f_0 é tanto maior quanto maior o valor de β , com o valor da relação $f_{0,c}/f_0$ da ordem de 1,1 a 1,5;
- para β menor que um valor da ordem de -15° a -40° , o ajuste necessário para o equilíbrio vertical é feito do lado passivo, com reduções de δ_p/δ bastantes significativas para pequenas variações de β , o que se traduz em aumentos significativos de $f_{0,c}/f_0$.

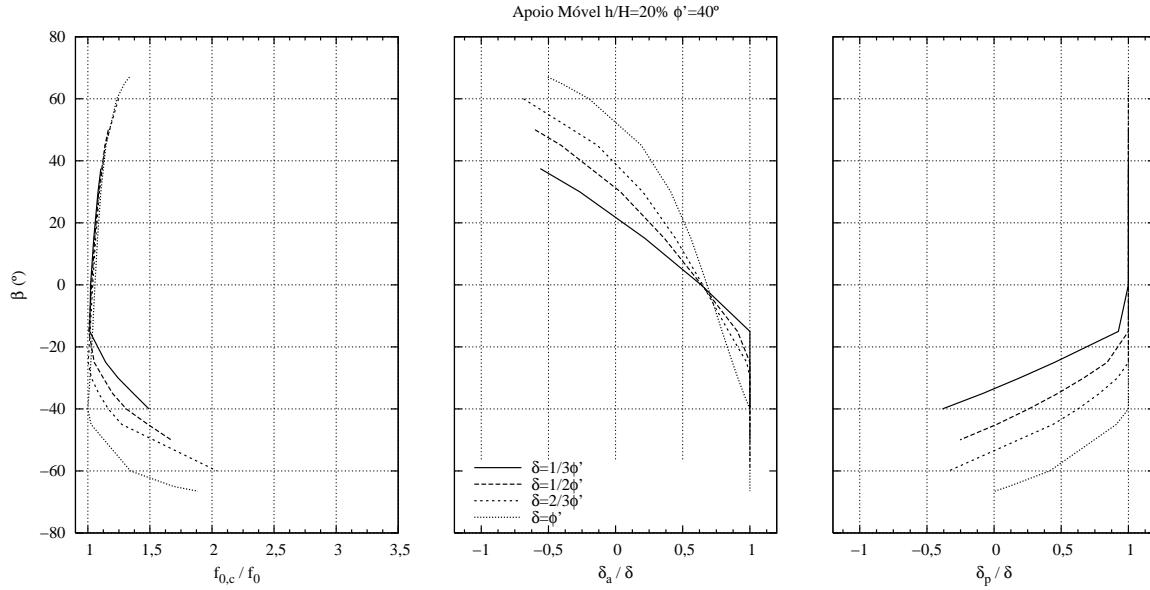


Figura 3.14: Cortina mono-apoiada (Apoio Móvel) com $\phi'=40^\circ$: resultados da aplicação da metodologia baseada em Frank et al. (2004)

O comprimento da ficha é, assim, particularmente sensível a valores negativos de β ou seja situações em que o apoio se traduza numa escora apoiada no fundo de escavação. Devido à escora inclinada ir-se-á gerar uma forte componente vertical ascendente que força a inversão do sinal do atrito solo-estrutura do lado passivo. Este facto está ilustrado na Figura 3.15 que mostra para $\phi'=30^\circ$ e $\delta=2/3\phi'$ os valores das componentes horizontais e verticais dos impulsos e força no apoio que se estabelecem para três valores de β . As Figuras 3.15 (a), (b) e (c) mostram os valores das forças correspondentes à primeira iteração do cálculo (sem equilíbrio vertical); as Figuras 3.15 (d), (e) e (f) os valores finais.

A análise da Figura 3.15 permite observar que:

- para a iteração inicial, os valores dos impulsos são todos iguais, isto é, independentes de β ; com efeito, o equilíbrio vertical não foi ainda tido em consideração e a equação de equilíbrio de momentos não depende de β ;
- da primeira para a iteração final, todos os impulsos variam no seu valor; uns apenas porque $f_{0,c}$ é maior do que f_0 e outros por isso e também porque δ_a (ou δ_p) é menor que δ ;
- o equilíbrio vertical na primeira iteração não se verifica:

$$I_a^V + I_p^V + R_A^V \neq 0$$

$$\beta = 30^\circ : -38,87 + 25,34 - 21,46 = -34,99[kN/m]$$

$$\beta = 0^\circ : -38,87 + 25,34 = -13,53[kN/m]$$

$$\beta = -50^\circ : -38,87 + 25,34 + 44,29 = 30,76[kN/m]$$

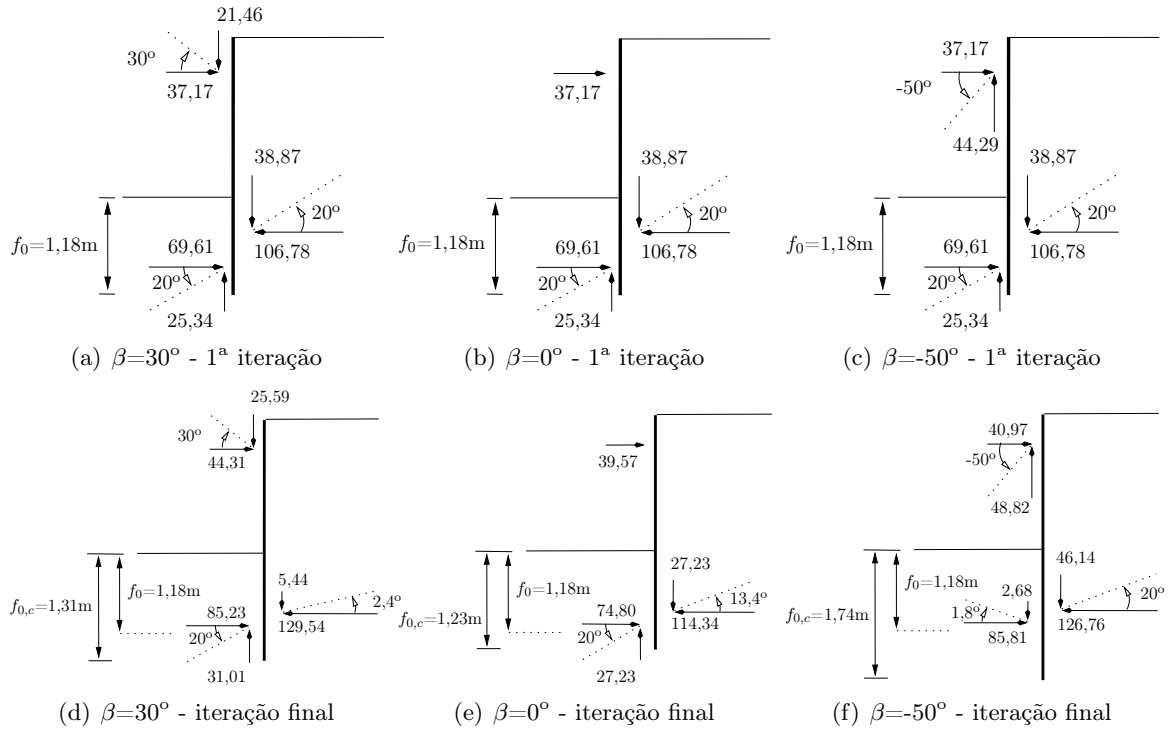


Figura 3.15: Valores dos impulsos em [kNm/m] e reacção no apoio para a primeira iteração (a a c) e para a iteração final (d a f)

na última iteração o equilíbrio é assegurado:

$$\beta = 30^\circ : -5,44 + 31,01 - 25,59 = 0$$

$$\beta = 0^\circ : -27,23 + 27,23 = 0$$

$$\beta = -50^\circ : -46,14 - 2,68 + 48,82 = 0$$

- para $\beta=30^\circ$ e $\beta=0^\circ$ o equilíbrio vertical exigiu um ajuste de δ_a , mais significativo no primeiro caso e menos no segundo, o que se traduz na superior alteração de $f_{0,c}$ no primeiro caso;
- para $\beta=50^\circ$ o equilíbrio vertical exigiu o ajuste de δ_p , que levou à própria inversão de sinal da componente vertical deste impulso, o que se veio traduzir num incremento de $f_{0,c}$ muito significativo.

É de notar que o valor da ficha corrigida $f_{0,c}$ é igual ao valor da ficha inicial f_0 quando β tem o valor de $-\delta$ não sendo necessário o ajuste de nenhum dos ângulos de atrito. Outra particularidade é o facto de, para um valor nulo de β , o valor de δ_a tomar valores na vizinhança de 65% de δ .

Pode ser estabelecida igualmente uma rápida comparação de como este método afecta o parâmetro de dimensionamento da cortina, o momento actuante M_E , pelo Quadro 3.8, onde é visível que estes sofrem, para as cortinas mono-apoiadas pelo método de apoio móvel, um

aumento significativo para $\beta=30^\circ$ perto de 20%.

Quadro 3.8: Influência da metodologia no momento actuante M_E

	$M_{E,c}/M_E$		
	$\beta = 30^\circ$	$\beta = 0^\circ$	$\beta = -50^\circ$
$\phi'=30^\circ$	1,216	1,072	1,196
$\phi'=40^\circ$	1,191	1,079	1,095

Outro aspecto relevante é que para o mesmo solo, se o ângulo de atrito solo-estrutura mobilizável for maior, é possível estabelecer o equilíbrio global da estrutura para uma maior amplitude de β . Este facto torna-se evidente quando se sobrepõe as curvas dos diferentes ângulos de atrito interno do solo ϕ' em função do valor máximo de δ passível de ser mobilizado, como é apresentado nas Figuras 3.16 e 3.17. Estas figuras permitem igualmente constatar que os resultados obtidos, na forma usada para os representar, não dependem, praticamente, do valor do ângulo de resistência ao corte. Com efeito, as curvas que relacionam $f_{0,c}/f_0$, δ_a/δ e δ_p/δ são, praticamente, sobrepostas, para igual relação de δ/ϕ' .

Do mesmo modo apresentado para a situação na ausência de nível freático, prepararam-se os mesmos conjuntos de três gráficos para o caso com nível freático à cota de escavação, presentes no Anexo A deste trabalho.

A curva da relação entre comprimento da ficha corrigida $f_{0,c}$ e o comprimento inicial da ficha f_0 em função de β tem um comportamento similar ao verificado para a situação sem nível freático. Regista-se, igualmente, a mesma particularidade de que quando β toma o valor de $-\delta$, seja para qualquer valor de ϕ' , não é necessário efectuar ajuste aos ângulos de atrito: estabelece-se o equilíbrio de forças verticais quando δ_a e δ_p tomaram o valor de δ ou seja o valor de atrito solo-estrutura máximo mobilizável.

Igualmente se verifica, para esta configuração geométrica do apoio de $h_{anc}/H=20\%$, que δ_a tem valores próximos de 65% de δ quando o apoio é horizontal ($\beta=0$) independentemente do ângulo de atrito interno do solo.

Estabelecendo, como foi feito na situação sem nível freático, uma comparação gráfica da progressão das variáveis $f_{0,c}$, δ_a e δ_p em função do valor de δ tem-se as Figuras 3.18 e 3.19:

As conclusões extraídas da situação sem nível freático continuam válidas para a situação com nível freático. Verifica-se que o ajuste de δ_a é feito numa maior amplitude de β com o crescer do valor de δ ; o ajuste de δ_p é feito para valores negativos progressivamente mais altos de β e que a correcção do comprimento da ficha devido às cargas verticais, correspondente à relação entre $f_{0,c}$ e f_0 , é menor para valores de δ maiores.

De referir a ausência da curva para a situação de $\phi'=45^\circ$ e $\delta=\phi'$ já que a formulação criada a partir do método de Frank et al. (2004) não devolvia valores coerentes de comprimentos de ficha para valores de ϕ' superiores a 40° quando $\delta=\phi'$. Como tal não existiam os dados para construir correctamente a curva correspondente.

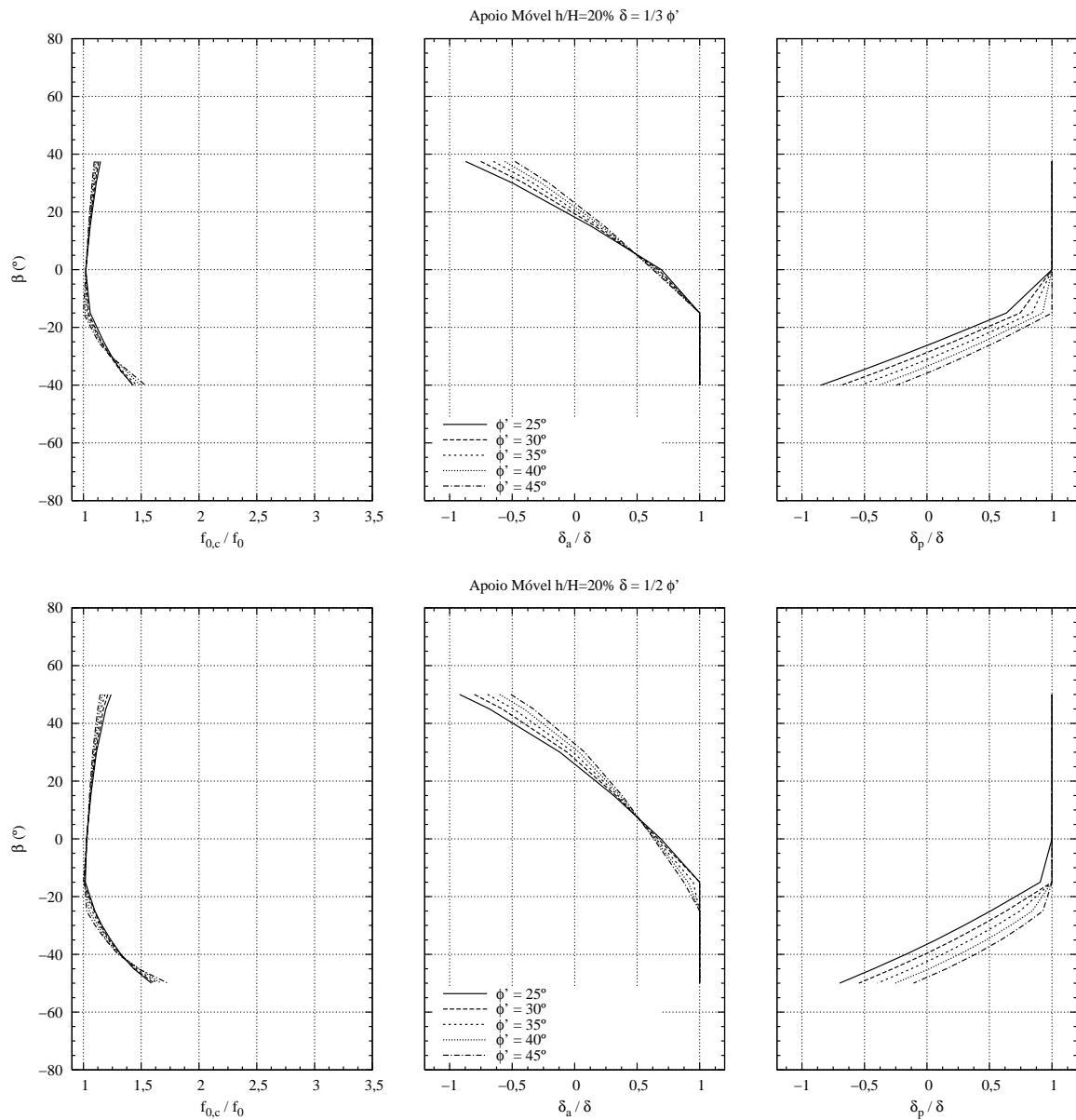


Figura 3.16: Cortina mono-apoiada (Apoio Móvel) para $\delta=1/3\phi'$ e $\delta=1/2\phi'$: resultados da aplicação da metodologia baseada em Frank et al. (2004)

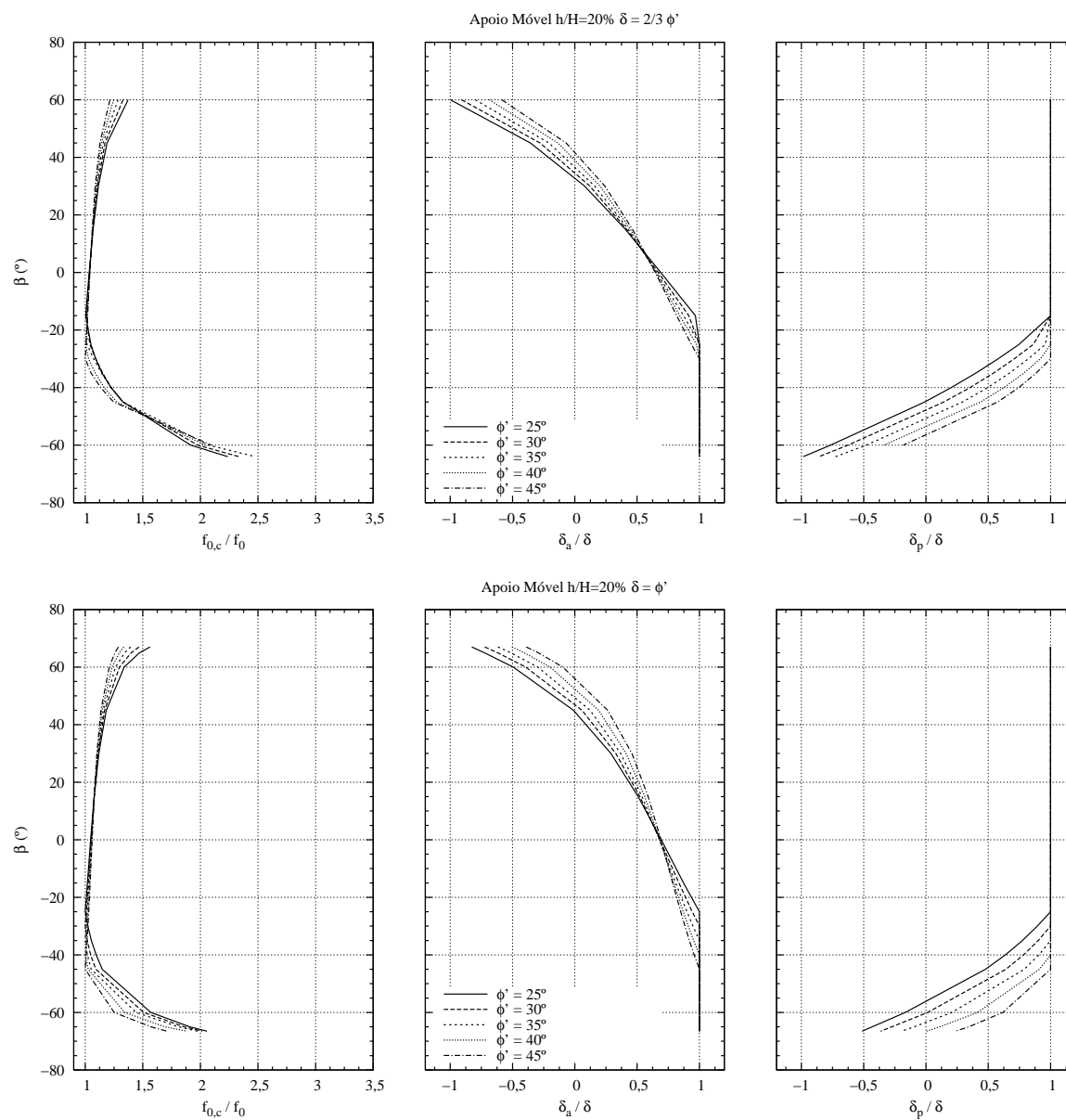


Figura 3.17: Cortina mono-apoiada (Apoio Móvel) para $\delta=2/3\phi'$ e $\delta=\phi'$: resultados da aplicação da metodologia baseada em Frank et al. (2004)

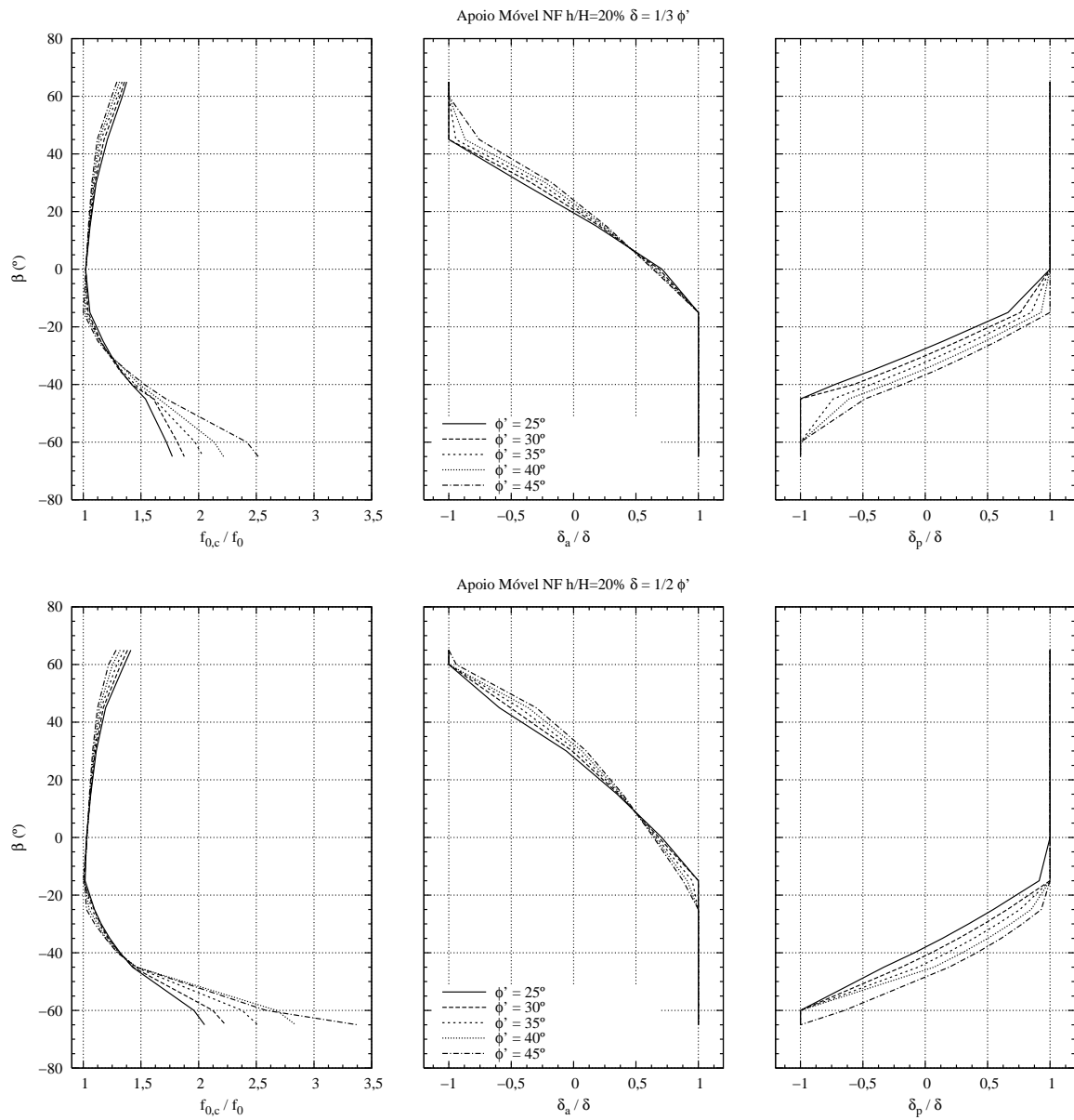


Figura 3.18: Cortina mono-apoiada (Apoio Móvel - Nível Freático) com $\delta=1/3\phi'$ e $\delta=1/2\phi'$: resultados da aplicação da metodologia baseada em Frank et al. (2004)

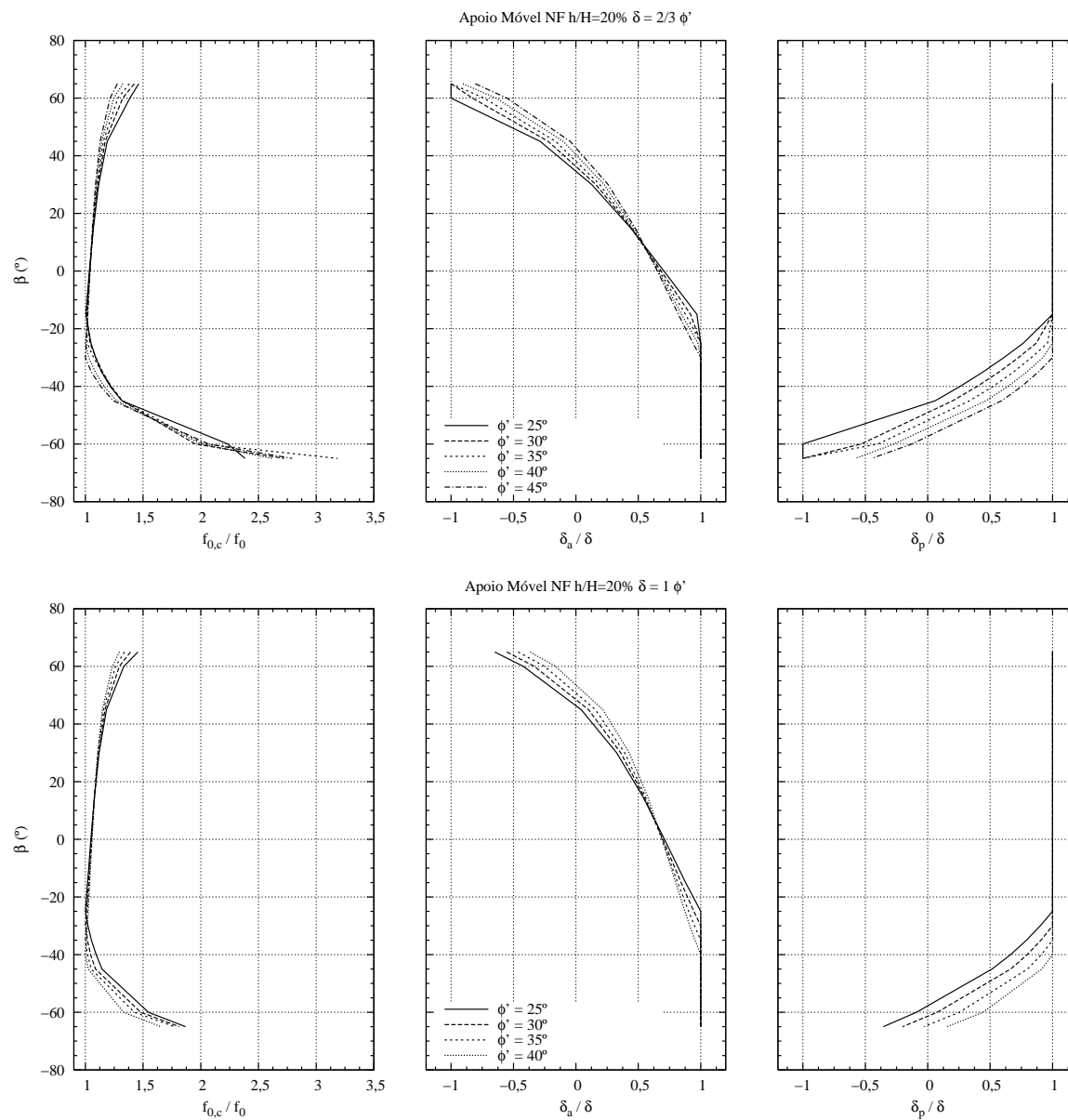


Figura 3.19: Cortina mono-apoiada (Apoio Móvel - Nível Freático) com $\delta=2/3\phi'$ e $\delta=\phi'$: resultados da aplicação da metodologia baseada em Frank et al. (2004)

3.4 Cortina mono-apoiada - Método do apoio fixo

O método do apoio fixo baseia-se na hipótese de que no pé da cortina existe um apoio fixo (Figura 3.20), que permite a mobilização de uma reacção horizontal R_d , e materializado pelo prolongamento da ficha, habitualmente em 20% como no caso das cortinas autoportantes. A estrutura torna-se hiperstática, havendo, portanto, para a resolver, que levantar a hiperstática, pelo que se adoptou, neste trabalho o método de Blum modificado (Blum, 1931). De notar que, tal como para o caso das cortinas autoportantes, admitiu-se que a verificação de equilíbrio vertical não afectou a orientação de R_d .

3.4.1 Problemática das cargas verticais em cortinas mono-apoiadas - Método do apoio fixo

Aplicou-se, como anteriormente já feito, o método a um exemplo simples, com as características da Figura 3.20, do Quadro 3.1, com os valores de $h_{anc}=1,00$ m e $\beta=20^\circ$, com os impulsos determinados de acordo com a teoria de Rankine.

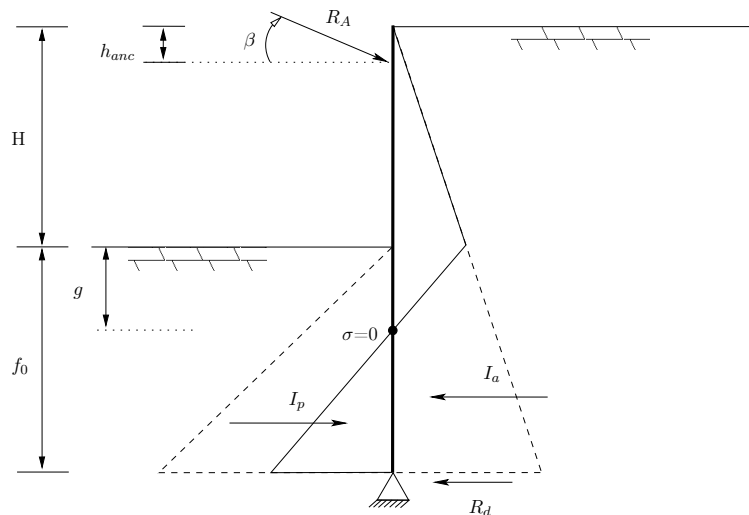


Figura 3.20: Impulsos de terra de uma cortina mono-apoiada segundo Rankine (1857) - Método do apoio fixo

De acordo com o método de Blum modificado, o levantamento da hiperstática faz-se admitindo que o momento flector na cortina se anula à profundidade à qual a tensão efectiva normal activa igual a passiva. O primeiro passo é, portanto, a determinação desta profundidade:

$$\begin{aligned} \sigma'_p &= \sigma'_a \\ K_p \gamma g &= K_a \gamma (H + g) \\ g &= \frac{K_a H}{K_p - K_a} \\ g &= 0,39m \end{aligned} \tag{3.23}$$

Por facilidade, pode agora calcular-se as duas partes da estrutura (acima e abaixo de g), conforme sugere a Figura 3.21.

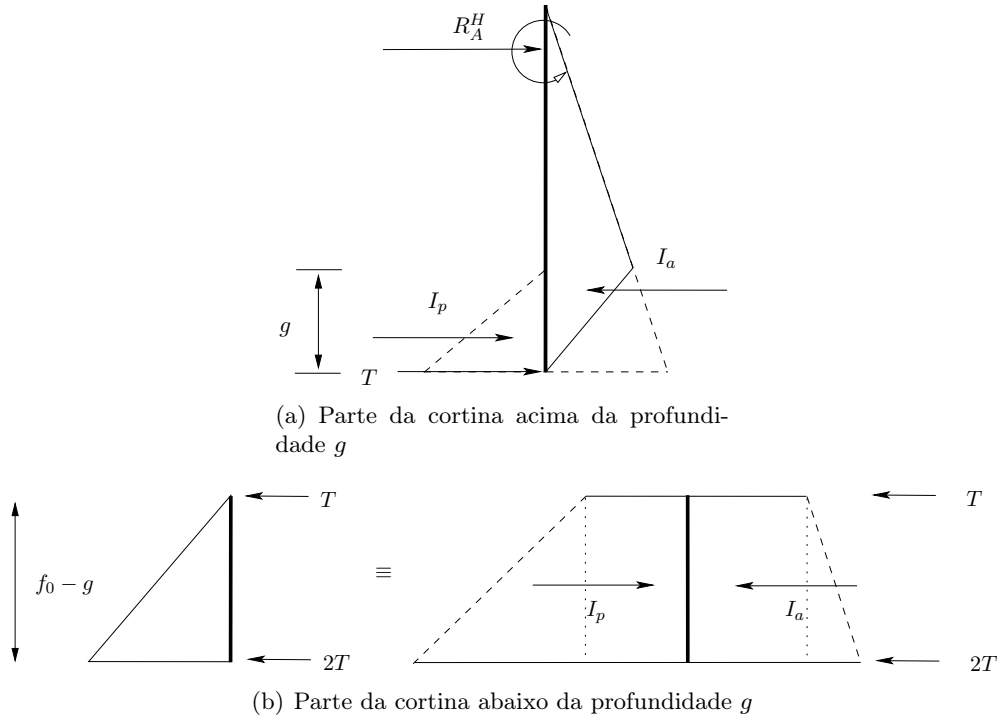


Figura 3.21: Partes resultantes da divisão da cortina em duas partes e forças a que ambas se encontram submetidas

Por estabelecimento do equilíbrio de momentos da parte superior da cortina, em torno do ponto de apoio da cortina, pode determinar-se T :

$$\sum M_{h_{anc}} = 0$$

$$T(g + H - h_{anc}) + \frac{1}{2}K_p\gamma g^2 \left(\frac{2}{3}g + H - h_{anc} \right) = \frac{1}{2}K_a\gamma(H + g)^2 \left(\frac{2}{3}(H + g) - h_{anc} \right) \quad (3.24)$$

$$T = 40,89kN/m$$

e, por equilíbrio de forças horizontais, pode determinar-se a componente horizontal de R_A

$$\begin{aligned} R_A^H + I_p + T &= I_a \\ R_A \cos\beta &= I_a - I_p - T \\ R_A \cos\beta &= 31,94kN/m \end{aligned} \quad (3.25)$$

O equilíbrio horizontal da parte inferior da cortina, permite determinar f_0 :

$$\begin{aligned}
 I_p - I_a &= 3T \\
 I_p &= \frac{1}{2}K_p\gamma(f_0 - g)^2 + K_p\gamma g(f_0 - g) \\
 I_a &= \frac{1}{2}K_a\gamma(f_0 - g)^2 + K_a\gamma(H + g)(f_0 - g) \\
 T &= 40,89kN/m \\
 f_0 &= 2,29m
 \end{aligned}
 \tag{3.26}$$

Quando se efectua o equilíbrio de forças verticais surge, novamente, a situação de não existirem componentes verticais dos impulsos que equilibrem a componente vertical do apoio, quando este é inclinado:

$$\begin{aligned}
 R_A^V &= 0 \\
 R_A \text{ sen } (\beta) &= 0 \\
 (I_a - I_p - T)(\text{tan}(\beta)) &= 0 \\
 31,94 \times \text{tan}(\beta) &= 0
 \end{aligned}
 \tag{3.27}$$

A equação 3.27, só se verifica se, e só se, β for nulo. Para qualquer outro valor de β já não se estabelece o equilíbrio vertical da estrutura.

Se os impulsos de terras considerarem o atrito solo-estrutura, como esquematizado na Figura 3.22, a formulação toma a seguinte forma:

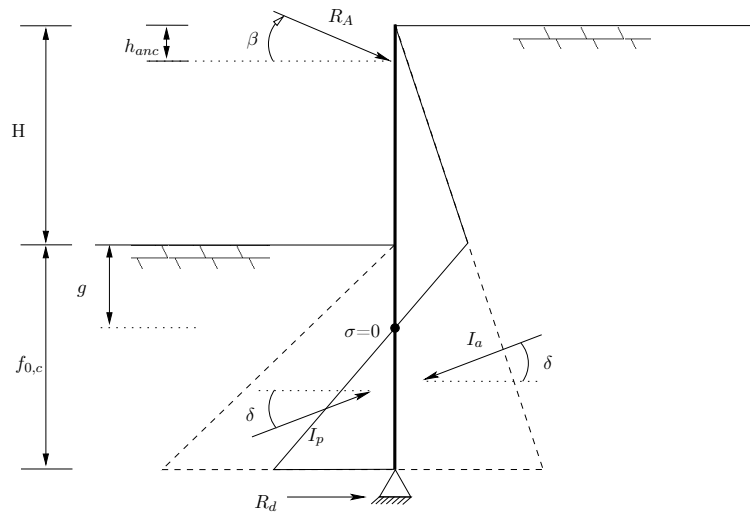


Figura 3.22: Impulsos de terra de uma cortina mono-apoiada considerando atrito solo-estrutura - Método do apoio fixo

1. por estabelecimento de equilíbrio de tensões efectivas normais, é obtido:

$$\begin{aligned}\sigma'_{p,n} &= \sigma'_{a,n} \\ K_p \gamma g \cos(\delta) &= K_a \gamma (H + g) \cos(\delta) \\ g &= \frac{K_a H}{K_p - K_a} \\ g &= \frac{0,25 \times 5,00}{6,50 - 0,25} \\ g &= 0,20m\end{aligned}\tag{3.28}$$

Separando a cortina em duas parcelas à profundidade g , situada a 0,20 m de profundidade, a parcela superior da viga toma a geometria esquematizada na Figura 3.21:

2. por estabelecimento do equilíbrio de momentos da parte superior da cortina, em torno do ponto de apoio da cortina, obtém-se:

$$\begin{aligned}2T(g + H - h_{anc}) + K_p \gamma g^2 \left(\frac{2}{3}g + H - h_{anc}\right) \cos(\delta) &= K_a \gamma (H + g)^2 \left(\frac{2}{3}(H + g) - h_{anc}\right) \cos(\delta) \\ T &= 35,42kN/m\end{aligned}\tag{3.29}$$

3. por equilíbrio de forças horizontais até à profundidade g , determina-se o valor de R_A^H :

$$\begin{aligned}R_A^H + I_p^H + T &= I_a^H \\ R_A \cos\beta &= I_a^H - I_p^H - T \\ R_A \cos\beta &= 26,57kN/m\end{aligned}\tag{3.30}$$

4. por estabelecimento do equilíbrio de forças horizontais na parcela inferior da viga, obtém-se o comprimento da ficha f_0 :

$$\begin{aligned}I_p - I_a &= 3T \\ I_p &= \left(\frac{1}{2}K_p \gamma (f_0 - g)^2 + K_p \gamma g (f_0 - g)\right) \cos(\delta) \\ I_a &= \left(\frac{1}{2}K_a \gamma (f_0 - g)^2 + K_a \gamma (H + g)(f_0 - g)\right) \cos(\delta) \\ T &= 35,42kN/m \\ f_0 &= 1,54m\end{aligned}\tag{3.31}$$

5. por estabelecimento do equilíbrio vertical de forças, obtém-se:

$$\begin{aligned}R_A^V + I_a^V &= I_p^V \\ R_A \sin(\beta) &= -I_a^V + I_p^V \\ \tan(\beta) &= -\frac{I_a^V - I_p^V}{I_a^H - I_p^H - T}\end{aligned}\tag{3.32}$$

Como nenhuma das variáveis I_a , I_p ou T são calculadas em função do valor de β nem

nenhuma das diferenças é nula, o equilíbrio vertical de forças apenas se verifica para um determinado valor de β . Para um outro valor qualquer de β não se verifica o equilíbrio global da estrutura. Fica então claro, através da equação 3.32, que a presente metodologia de cálculo não assegura o equilíbrio das diversas forças que se mobilizam.

3.4.2 Método baseado em Frank et al. (2004)

Considere-se, assim, a estrutura representada na Figura 3.23, que difere da Figura 3.22, pelo facto de o ângulo de atrito solo-estrutura não ser δ mas sim $\delta_a \leq \delta$ e $\delta_p \leq \delta$, respectivamente para os impulsos activos e passivos.

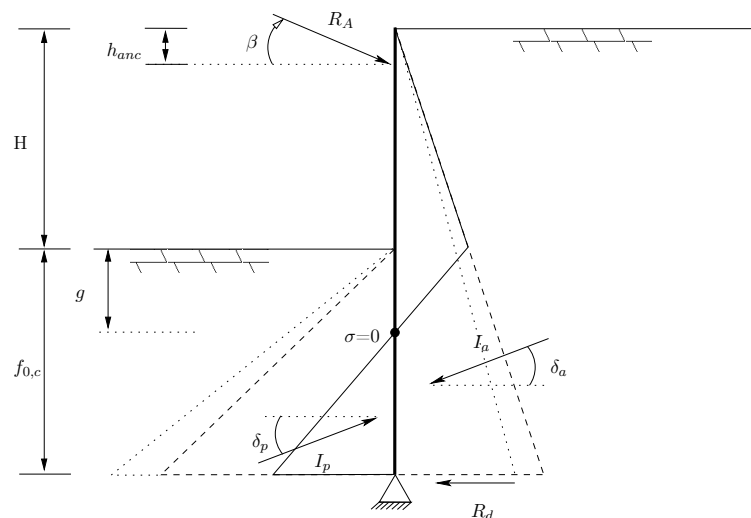


Figura 3.23: Impulsos de terra de uma cortina mono-apoiada - Método do apoio fixo

O procedimento que se propõe, para as cortinas mono-apoiadas dimensionadas pelo método do apoio fixo, baseado no de Frank et al. (2004), consiste em:

1. como primeira iteração, por equilíbrio de tensões normais efectivas, determinar a profundidade g , à qual ocorre a anulação da tensão normal efectiva activa pela tensão normal efectiva passiva;
2. pela separação da cortina, à profundidade g , em duas parcelas, na parcela superior (Figura 3.21 (a)), por estabelecimento do equilíbrio de momentos em torno do ponto de apoio da cortina, determinar o valor da força horizontal T (tendo, portanto, apenas em atenção as componentes horizontais dos impulsos);
3. por equilíbrio de forças horizontais, ainda na parcela superior da cortina (Figura 3.21 (a)), obtém-se a reacção no apoio R_A ;
4. por equilíbrio de forças horizontais, agora na parcela inferior da cortina (Figura 3.21 (b)), obtém-se a ficha f_0 ;
5. por equilíbrio de forças verticais na cortina, determinar:

- (a) o valor de δ_a necessário para garantir o equilíbrio se $\delta_p = \delta$;
- (b) o valor de δ_p necessário para garantir o equilíbrio se $\delta_a = \delta$;
6. (a) se o valor de $\delta_{a,0}$ for menor que δ , fixar $\delta_{p,1} = \delta$ e fazer $\delta_{a,1} = \delta_{a,0}$;
7. (a) por equilíbrio de tensões normais efectivas, determinar a profundidade g , com $\delta_a = \delta_{a,1}$ e $\delta_p = \delta$;
8. (a) na parcela superior (Figura 3.21 (a)), por estabelecimento do equilíbrio de momentos em torno do ponto de apoio da cortina, determinar o valor da força horizontal T ;
9. (a) por equilíbrio de forças horizontais, na parcela superior da cortina (Figura 3.21 (a)), obtém-se a reacção no apoio R_A ;
10. (a) por equilíbrio de forças horizontais, na parcela inferior da cortina (Figura 3.21 (b)), obtém-se a ficha $f_{0,1}$; se $f_{0,1} \cong f_0$, foi encontrada a solução;
11. (a) por equilíbrio de forças verticais na cortina, determinar o valor de $\delta_{a,2}$, usando $\delta_p = \delta$;
12. (a) voltar a 6. (a);
-
6. (b) se o valor de $\delta_{p,0}$ for menor que δ , fixar $\delta_{a,1} = \delta$ e fazer $\delta_{p,1} = \delta_{p,0}$;
7. (b) por equilíbrio de tensões normais efectivas, determinar a profundidade g , com $\delta_p = \delta_{p,1}$ e $\delta_a = \delta$;
8. (b) na parcela superior (Figura 3.21), por estabelecimento do equilíbrio de momentos em torno do ponto de apoio da cortina, determinar o valor da força horizontal T ;
9. (b) por equilíbrio de forças horizontais, na parcela superior da cortina (Figura 3.21), obtém-se a reacção no apoio R_A ;
10. (b) por equilíbrio de forças horizontais, na parcela inferior da cortina (Figura 3.21), obtém-se a ficha $f_{0,1}$; se $f_{0,1} \cong f_0$, foi encontrada a solução;
11. (b) por equilíbrio de forças verticais na cortina, determinar o valor de $\delta_{p,2}$, usando $\delta_a = \delta$;
12. (b) voltar a 6. (b);

3.4.3 Aplicação do método baseado em Frank et al. (2004)

Aplicando ao exemplo inicial da Figura 3.23, com os dados descritos no Quadro 3.1 e utilizados nos exemplos anteriores, o processo iterativo descrito:

1. por equilíbrio de tensões normais efectivas, determinar a profundidade g , com $\delta_a = \delta$ e $\delta_p = \delta$, obtém-se:

$$g = 0,20m$$

2. na parcela superior (Figura 3.21 (a)), por estabelecimento do equilíbrio de momentos em torno do ponto de apoio da cortina, determinar o valor da força horizontal T ;

$$T = 35,42 \text{ kN/m}$$

3. por equilíbrio de forças horizontais, na parcela superior da cortina (Figura 3.21 (a)), obtém-se a reacção no apoio R_A ;

$$R_A = 28,28 \text{ kN/m}$$

4. por equilíbrio de forças horizontais, na parcela inferior da cortina (Figura 3.21 (b)), obtém-se a ficha f_0 ;

$$f_0 = 1,54 \text{ m}$$

5. por equilíbrio de forças verticais na cortina, obtém-se a relação:

$$28,28 \text{ sen}(20^\circ) = 154,15 \text{ sen}(\delta_p) - 106,93 \text{ sen}(\delta_a)$$

que permite determinar o valor de $\delta_{a,0}$ necessário para o equilíbrio com $\delta_p = \delta$;

$$\delta_{a,0} = \text{arcsen}(0,34) = 19,93^\circ$$

e o valor de $\delta_{p,0}$ necessário para o equilíbrio com $\delta_a = \delta$;

$$\delta_{p,0} = \text{arcsen}(0,27) = 15,83^\circ$$

6. como o valor de $\delta_{p,0} = 15,83^\circ < \delta$, fixa-se $\delta_{a,1} = \delta$ e faz-se $\delta_{p,1} = \delta_{p,0} = 15,83^\circ$;
7. por equilíbrio de tensões normais efectivas, obtém-se $g_1 = 0,21 \text{ m}$;
8. por estabelecimento do equilíbrio de momentos na parcela superior, obtém-se $T_1 = 34,89 \text{ kN/m}$;
9. por equilíbrio de forças horizontais na parcela superior, obtém-se $R_{A,1} = 27,88 \text{ kN/m}$;
10. por equilíbrio de forças horizontais na parcela inferior, obtém-se $f_{0,1} = 1,56 \text{ m}$;
11. por equilíbrio de forças verticais na cortina, determina-se o valor de $\delta_{p,2}$ que garanta o equilíbrio: $\delta_{p,2} = 15,98^\circ$;

Nova iteração permite obter os novos valores da profundidade g , da reacção T , da reacção no apoio R_A , da ficha e de δ_p . Os resultados obtidos estão apresentados no Quadro 3.9.

Ao fim da quarta iteração atingiu-se a convergência das variáveis que definem o problema. No caso apresentado, em que $\beta = 20^\circ$, a introdução do método de Frank et al. (2004) não se mostrou particularmente relevante em termos de extensão da ficha, já que a diferença entre f_0

Quadro 3.9: Processo iterativo para o exemplo de uma cortina mono-apoiada - Método do apoio fixo

Iteração	$\delta_{a,i}$ [°]	K_a	$\delta_{p,i}$ [°]	K_p	g [m]	T [kN/m]	R_A [kN/m]	$f_{0,i}$ [m]	$\delta_{a,i+1}$ [°]	$\delta_{p,i+1}$ [°]
1	17,500	0,250	17,500	6,500	0,200	35,424	28,280	1,535	19,930	15,826
2	17,500	0,246	15,826	6,184	0,205	34,892	27,883	1,559	-	15,984
3	17,500	0,246	15,984	6,214	0,205	34,889	27,875	1,555	-	15,968
4	17,500	0,246	15,968	6,211	0,205	34,889	27,876	1,555	-	15,970

e $f_{0,c}$, valores da ficha na primeira e última iteração, é de apenas 1%. No entanto nada poderá ser dito, por enquanto, para outros valores de β . Essa análise será apresentada de seguida através de um estudo paramétrico.

A aplicação do método baseado na proposta de Frank et al. (2004) pode ser feita, igualmente, para uma situação em que o nível freático esteja presente à cota de escavação. O processo iterativo mantém-se o mesmo, mudando apenas a forma de como são calculados os impulsos, em particular o activo que passa a ser constituído por três parcelas. Aplicando o método descrito ao caso de estudo apresentado de um maciço com as propriedades e geometria da escavação descritas no Quadro 3.1, com os impulsos esquematizados na Figura 3.24, o processo iterativo toma a forma:

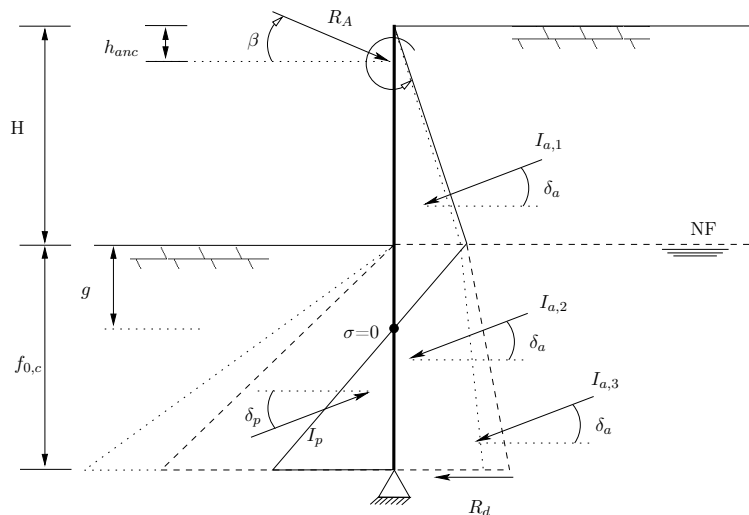


Figura 3.24: Impulsos de terra de uma cortina mono-apoiada com nível freático - Método do apoio fixo

1. por equilíbrio de tensões efectivas normais, determinar a profundidade g , com $\delta_a = \delta$ e $\delta_p = \delta$, obtém-se:

$$g = 0,40m$$

2. na parcela superior (Figura 3.25), por estabelecimento do equilíbrio de momentos em torno do ponto de apoio da cortina, determinar o valor da força horizontal T ;

$$T = 36,09kN/m$$

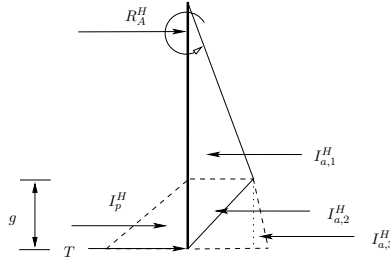


Figura 3.25: Parcela superior da cortina considerando atrito solo-estrutura com nível freático

3. por equilíbrio de forças horizontais, na parcela superior da cortina (Figura 3.25), obtém-se a reacção no apoio R_A ;

$$R_A = 30,10 \text{ kN/m}$$

4. por equilíbrio de forças horizontais, na parcela inferior da cortina (Figura 3.26), obtém-se a ficha f_0 ;

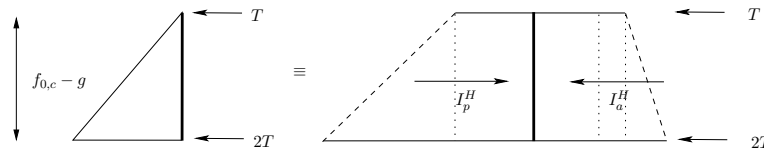


Figura 3.26: Parcela inferior da cortina com nível freático e com cargas verticais - Método do apoio fixo

$$f_0 = 2,31 \text{ m}$$

5. por equilíbrio de forças verticais na cortina, obtém-se a relação:

$$30,10 \text{ sen}(20^\circ) = -126,80 \text{ sen}(\delta_a) + 172,82 \text{ sen}(\delta_p)$$

que permite determinar o valor de $\delta_{a,0}$ necessário para o equilíbrio com $\delta_p = \delta$;

$$\delta_{a,0} = \text{arcsen}(0,34) = 19,19^\circ$$

e o valor de $\delta_{p,0}$ necessário para o equilíbrio com $\delta_a = \delta$;

$$\delta_{p,0} = \text{arcsen}(0,27) = 16,27^\circ$$

6. como o valor de $\delta_{p,0} = 16,27^\circ < \delta$, fixa-se $\delta_{a,1} = \delta$ e faz-se $\delta_{p,1} = \delta_{p,0} = 16,27^\circ$;

7. por equilíbrio de tensões normais efectivas, obtém-se $g_1 = 0,41 \text{ m}$;

8. por estabelecimento do equilíbrio de momentos, obtém-se $T_1 = 35,55 \text{ kN/m}$;

9. por equilíbrio de forças horizontais na parcela superior, obtém-se $R_{A,1} = 29,69 \text{ kN/m}$;

10. por equilíbrio de forças horizontais na parcela inferior, obtém-se $f_{0,1}=2,33$ m ;
11. por equilíbrio de forças verticais na cortina, determina-se o valor de $\delta_{p,2}$ que garanta o equilíbrio: $\delta_{p,2} = 16,39^\circ$;

Nova iteração permite obter os novos valores da profundidade g , da reacção T , da reacção no apoio R_A , da ficha e de δ_p . Os resultados obtidos estão apresentados no Quadro 3.10.

Quadro 3.10: Processo iterativo para o exemplo de uma cortina mono-apoiada com nível freático - Método do apoio fixo

Iteração	$\delta_{a,i} [^\circ]$	K_a	$\delta_{p,i} [^\circ]$	K_p	$g [m]$	$T [kN/m]$	$R_{A,1} [kN/m]$	$f_{0,i} [m]$	$\delta_{a,i+1} [^\circ]$	$\delta_{p,i+1} [^\circ]$
1	17,500	0,250	17,500	6,500	0,400	36,090	30,102	2,306	19,187	16,272
2	17,500	0,246	16,272	6,268	0,406	35,549	29,688	2,326	-	16,393
3	17,500	0,246	16,393	6,291	0,405	35,545	29,677	2,322	-	16,380
4	17,500	0,246	16,380	6,289	0,405	35,546	29,678	2,323	-	16,382
5	17,500	0,246	16,382	6,289	0,405	35,546	29,678	2,323	-	16,382

Após a quinta iteração os valores de δ_p e δ_a convergiram sendo que o primeiro para o valor de $16,38^\circ$ e o segundo manteve o valor de $17,50^\circ$ ou seja o valor de δ . Tendo a mesma geometria que na situação sem nível freático, com a presença do nível freático devido à inclinação β de 20° do apoio o aumento do valor da ficha continuou a não ser significativo, verificando-se uma extensão de apenas $0,7\%$, passando a ficha de $f_0 = 2,31$ m para $f_{0,c} = 2,32$ m .

3.4.4 Estudo paramétrico de cortinas mono-apoiadas - Método do apoio fixo

Apresenta-se em seguida um estudo paramétrico onde é avaliada a importância da orientação angular do apoio β , do ângulo de atrito de resistência ao corte ϕ' e do ângulo de atrito solo-estrutura δ na correcção do comprimento da ficha ($f_{0,c}$) para que a estrutura seja globalmente equilibrada.

Seguindo os vários passos do processo iterativo, as equações genéricas para uma cortina mono-apoiada, dimensionada pelo método do apoio fixo, têm a seguinte forma:

1. por equilíbrio de tensões efectivas normais, determinar a profundidade g :

$$\frac{g}{f_{0,i}} = \frac{K_a \cos(\delta_a)}{K_p \cos(\delta_p) - K_a \cos(\delta_a)} \frac{H}{f_{0,i}} \quad (3.33)$$

2. na parcela superior da cortina, por estabelecimento do equilíbrio de momentos, obtém-se

o valor da força horizontal T :

$$\frac{T}{\gamma f_{0,i}^2} = \frac{K_a \left(\frac{H}{f_{0,i}} + \frac{g}{f_{0,i}} \right)^2 \left(\frac{2}{3} \left(\frac{H}{f_{0,i}} + \frac{g}{f_{0,i}} \right) - \frac{h_{anc}}{f_{0,i}} \right) \cos(\delta_a)}{2 \left(\frac{g}{f_{0,i}} + \frac{H}{f_{0,i}} - \frac{h_{anc}}{f_{0,i}} \right)} - \frac{K_p \left(\frac{g}{f_{0,i}} \right)^2 \left(\frac{2}{3} \frac{g}{f_{0,i}} + \frac{H}{f_{0,i}} - \frac{h_{anc}}{f_{0,i}} \right) \cos(\delta_p)}{2 \left(\frac{g}{f_{0,i}} + \frac{H}{f_{0,i}} - \frac{h_{anc}}{f_{0,i}} \right)} \quad (3.34)$$

3. por equilíbrio de forças horizontais, na parcela superior da cortina, obtém-se a reacção no apoio R_A :

$$\frac{R_A}{\gamma f_{0,i}^2} = \frac{K_a \left(\frac{H}{f_{0,i}} + \frac{g}{f_{0,i}} \right)^2 \cos(\delta_a) - K_p \left(\frac{g}{f_{0,i}} \right)^2 \cos(\delta_p) - \frac{T}{\gamma f_{0,i}^2}}{2 \cos(\beta)} \quad (3.35)$$

4. por equilíbrio de forças horizontais, na parcela inferior da cortina, obtém-se a ficha $f_{0,i}$:

$$\frac{6T}{\gamma f_{0,i}^2} = K_p \left(\left(1 - \frac{g}{f_{0,i}} \right)^2 + 2 \frac{g}{f_{0,i}} - 2 \left(\frac{g}{f_{0,i}} \right)^2 \right) \cos(\delta_p) - K_a \left(\left(1 - \frac{g}{f_{0,i}} \right)^2 + 2 \left(\frac{H}{f_{0,i}} + \frac{g}{f_{0,i}} \right) \left(1 - \frac{g}{f_{0,i}} \right) \right) \cos(\delta_a) \quad (3.36)$$

5. por equilíbrio de forças verticais na cortina, obtém-se a relação entre os ângulos β , δ_a e δ_p :

$$\tan(\beta) = - \frac{K_a \left(\frac{H}{f_{0,i}} + 1 \right)^2 \sin(\delta_a) - K_p \sin(\delta_p)}{K_a \left(\frac{H}{f_{0,i}} + \frac{g}{f_{0,i}} \right)^2 \cos(\delta_a) - K_p \left(\frac{g}{f_{0,i}} \right)^2 \cos(\delta_p) - \frac{T}{\gamma f_{0,i}^2}} \quad (3.37)$$

A resolução da equação 3.37 é feita primeiro fixando o valor, por exemplo, de $\delta_p = \delta$ e determinado o valor de δ_a que garantiria o equilíbrio da estrutura e, em seguida, fixando o valor de $\delta_a = \delta$ para determinar o valor de δ_p que garantiria o equilíbrio da estrutura. Estes valores, respeitado sempre o princípio que nenhum pode ser superior que δ ou inferior a $-\delta$, serão utilizados sucessivamente nas iterações seguintes até que os valores de $f_{0,i}$ convirja para $f_{0,c}$.

De uma forma análoga à apresentada no método do apoio móvel, devido à infinidade de possíveis configurações geométricas de posicionamento do apoio, para o estudo paramétrico fixou-se a relação h_{anc} / H no valor de 20%. Fez-se variar o valor de ϕ' entre os ângulos de 25° e 45°, δ entre 1/3 de ϕ' e ϕ e o ângulo β entre os valores de -70° e 70°. Apesar de ser questionável a utilidade de ângulos tão elevados no apoio a análise contemplou tais valores para melhor compreender-se o desenvolver do comportamento das formulações analíticas em situações limite.

Nas Figuras 3.27 e 3.28 apresenta-se os resultados reunidos, agrupando-os em função do ângulo de atrito solo-estrutura. Os restantes resultados do estudo estão igualmente compilados

graficamente em conjuntos de três gráficos, presentes no Anexo B deste trabalho mostrando a influência do ângulo de atrito solo-estrutura. Comparando estas figuras com as obtidas anteriormente para o método do apoio móvel (Figuras 3.16 e 3.17) constata-se que:

- os resultados de $f_{0,c}/f_0$ são bastantes mais sensíveis ao valor de ϕ' , para igual relação de δ/ϕ' , o que se traduz, no gráfico da esquerda, em curvas mais afastadas;
- a evolução geral das curvas é semelhante, verificando-se, no entanto, menores incrementos da ficha e menos sensibilidade à variação de β ;
- para valores de β superiores a cerca de 10° a 30° (dependente da relação δ/ϕ') o ajuste necessário para o equilíbrio faz-se do lado activo, nas restantes situações o ajuste é necessário do lado passivo;
- com o aumento de δ o ajuste a δ_a é feito numa amplitude cada vez menor de β .

Pode ser estabelecida igualmente uma rápida comparação de como este método afecta o parâmetro de dimensionamento da cortina, o momento actuante M_E , pelo Quadro 3.11, onde é visível que estes não sofrem, para as cortinas mono-apoiadas pelo método de apoio fixo, um aumento significativo.

Quadro 3.11: Influência da metodologia no momento actuante M_E

	$M_{E,c}/M_E$		
	$\beta = 30^\circ$	$\beta = 0^\circ$	$\beta = -50^\circ$
$\phi' = 30^\circ$	1,000	1,023	1,087
$\phi' = 40^\circ$	1,004	1,013	1,044

Para a situação em que existe nível freático à cota de escavação, o processo iterativo necessário para o dimensionamento da cortina é, tal como na situação sem nível freático, composto pelos seguintes passos.

1. por equilíbrio de tensões efectivas normais, determinar a profundidade g :

$$\frac{g}{f_{0,i}} = \frac{H}{f_{0,i}} \frac{K_a \cos(\delta_a)}{K_p \frac{\gamma'}{\gamma} \cos(\delta_p) - K_a \frac{\gamma'}{\gamma} \cos(\delta_a)} \quad (3.38)$$

2. na parcela superior da cortina, por estabelecimento do equilíbrio de momentos, obtém-se o valor da força horizontal T :

$$\begin{aligned} \frac{T}{\gamma f_{0,i}^2} = & \frac{K_a \left(\left(\frac{H}{f_{0,i}} \right)^2 \left(\frac{2}{3} \frac{H}{f_{0,i}} - \frac{h_{anc}}{f_{0,i}} \right) + \frac{H}{f_{0,i}} \left(\frac{g}{f_{0,i}} + 2 \frac{H}{f_{0,i}} - 2 \frac{h_{anc}}{f_{0,i}} \right) \right) \cos(\delta_a)}{2 \left(\frac{g}{f_{0,i}} + \frac{H}{f_{0,i}} - \frac{h_{anc}}{f_{0,i}} \right)} + \\ & + \frac{K_a \frac{\gamma'}{\gamma} \left(\frac{2}{3} \frac{g}{f_{0,i}} + \frac{H}{f_{0,i}} - \frac{h_{anc}}{f_{0,i}} \right) \cos(\delta_a) - K_p \frac{\gamma'}{\gamma} \left(\frac{2}{3} \frac{g}{f_{0,i}} + \frac{H}{f_{0,i}} - \frac{h_{anc}}{f_{0,i}} \right) \cos(\delta_p)}{2 \left(\frac{g}{f_{0,i}} + \frac{H}{f_{0,i}} - \frac{h_{anc}}{f_{0,i}} \right)} \end{aligned} \quad (3.39)$$

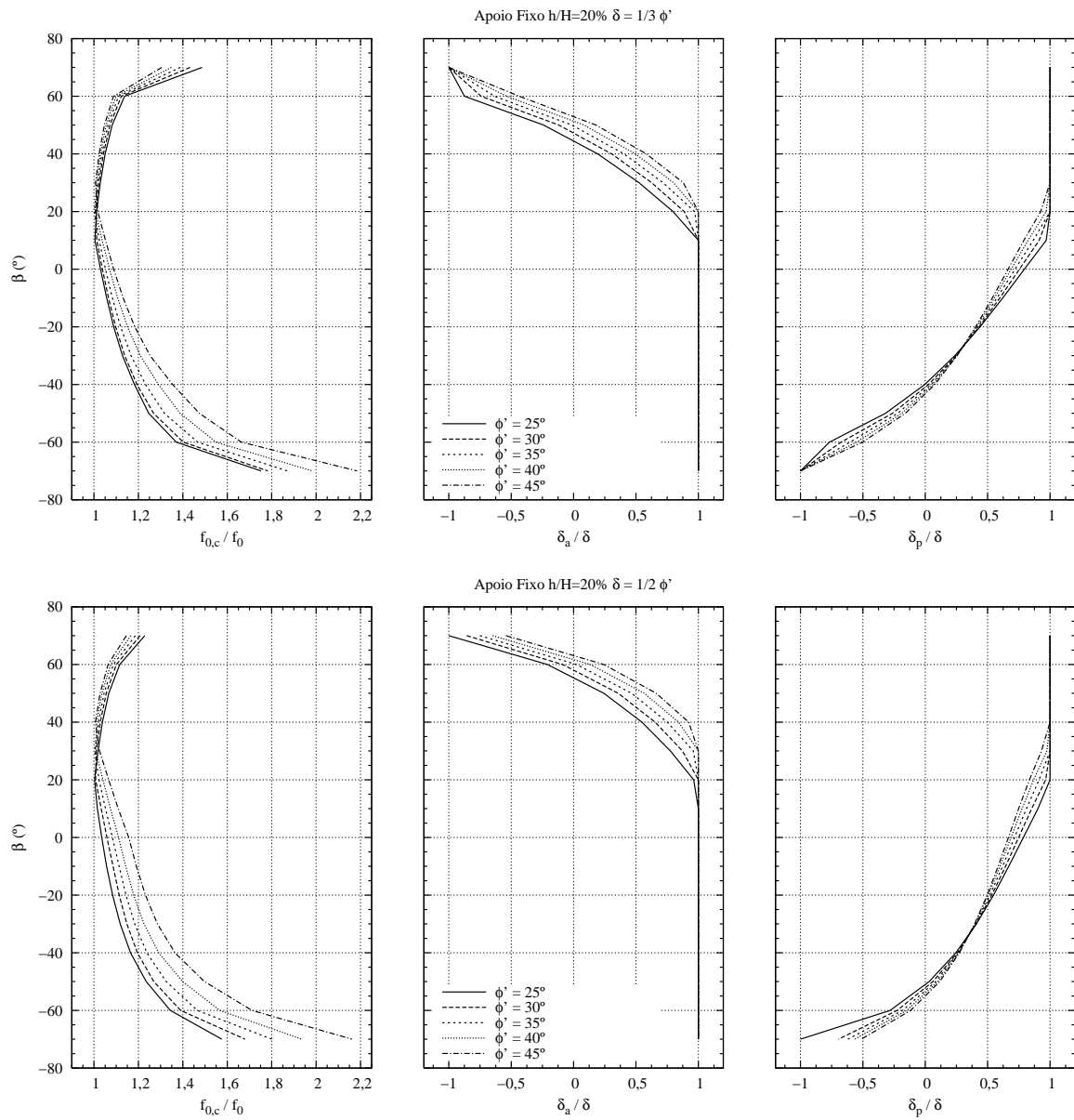


Figura 3.27: Cortina mono-apoiada (Apoio Fixo) com $\delta=1/3\phi'$ e $\delta=1/2\phi'$: resultados da aplicação da metodologia baseada em Frank et al. (2004)

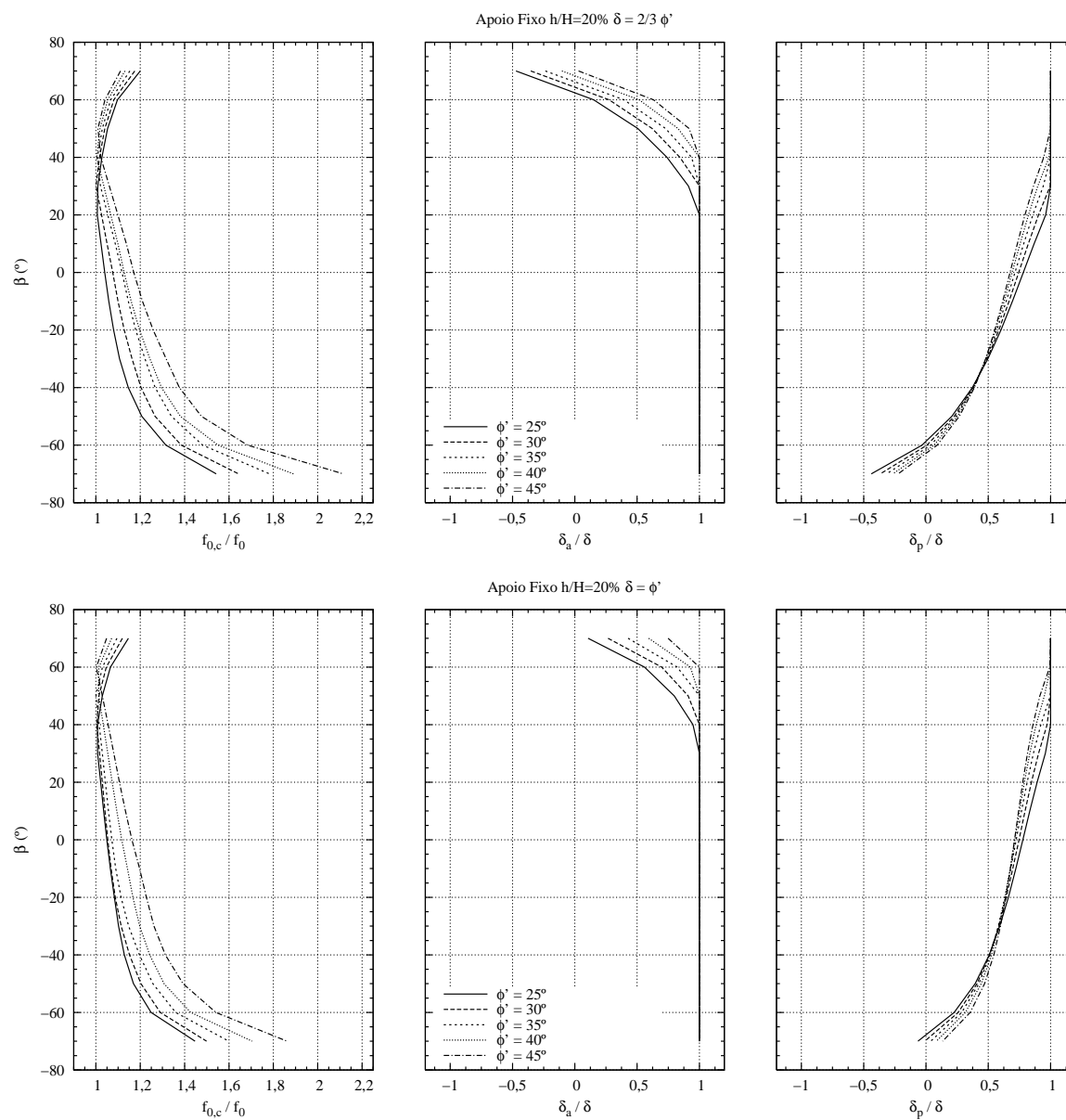


Figura 3.28: Cortina mono-apoiada (Apoio Fixo) com $\delta=2/3\phi'$ e $\delta=\phi'$: resultados da aplicação da metodologia baseada em Frank et al. (2004)

3. por equilíbrio de forças horizontais, na parcela superior da cortina, obtém-se a reacção no apoio R_A :

$$\frac{R_A}{\gamma f_{0,i}^2} = \frac{K_a \left(\left(\frac{H}{f_{0,i}} \right)^2 + 2 \frac{H}{f_{0,i}} \frac{g}{f_{0,i}} + \frac{\gamma'}{\gamma} \left(\frac{g}{f_{0,i}} \right)^2 \right) \cos(\delta_a) - K_p \frac{\gamma'}{\gamma} \left(\frac{g}{f_{0,i}} \right)^2 \cos(\delta_p) - \frac{T}{\gamma f_{0,i}^2}}{2 \cos(\beta)} \quad (3.40)$$

4. por equilíbrio de forças horizontais, na parcela inferior da cortina, obtém-se a ficha $f_{0,1}$:

$$\begin{aligned} \frac{6T}{\gamma f_{0,i}^2} = & K_p \frac{\gamma'}{\gamma} \left(\left(1 - \frac{g}{f_{0,i}} \right) + 2 \frac{g}{f_{0,i}} \right) \cos(\delta_p) \left(1 - \frac{g}{f_{0,i}} \right) - \\ & - K_a \left(\frac{\gamma'}{\gamma} \left(1 - \frac{g}{f_{0,i}} \right) + 2 \frac{H}{f_{0,i}} + 2 \frac{\gamma'}{\gamma} \frac{g}{f_{0,i}} \right) \cos(\delta_a) \left(1 - \frac{g}{f_{0,i}} \right) \end{aligned} \quad (3.41)$$

5. por equilíbrio de forças verticais na cortina, obtém-se a relação entre os ângulos β , δ_a e δ_p :

$$\tan(\beta) = - \frac{K_a \sin(\delta_a) \left(\left(\frac{H}{f_{0,i}} \right)^2 + 2 \frac{H}{f_{0,i}} + \frac{\gamma'}{\gamma} \right) - K_p \frac{\gamma'}{\gamma} \sin(\delta_p)}{K_a \cos(\delta_a) \left(\left(\frac{H}{f_{0,i}} \right)^2 + 2 \frac{H}{f_{0,i}} \frac{g}{f_{0,i}} + \frac{\gamma'}{\gamma} \left(\frac{g}{f_{0,i}} \right)^2 \right) - K_p \frac{\gamma'}{\gamma} \left(\frac{g}{f_{0,i}} \right)^2 \cos(\delta_p) - \frac{T}{\gamma f_{0,c}^2}} \quad (3.42)$$

O processo iterativo é análogo ao anteriormente descrito.

Devido à infinidade de possíveis configurações geométricas de posicionamento do apoio, para o estudo paramétrico fixou-se a relação h_{anc} / H no valor de 20%. Fez-se variar o valor de ϕ' entre os ângulos de 25° e 45°, δ entre 1/3 de ϕ' e ϕ e o ângulo β entre os valores de -70° e 70°. Agrupando os resultados em função de δ/ϕ' obtém-se as figuras 3.29 a 3.30. Os restantes resultados obtidos são representados agrupando-os em diferentes valores de ϕ' no Anexo B. Os resultados são muito semelhantes aos obtidos para o caso sem nível freático.

3.5 Conclusões

No presente capítulo foi descrita e aplicada uma metodologia baseada na de Frank et al. (2004) que, fazendo iterativamente variar os valores do ângulo de atrito solo-estrutura do lado activo ou do lado passivo, consoante o necessário, permite ter em conta o equilíbrio vertical da cortina.

Tal metodologia foi aplicada aos casos de cortinas autoportantes e aos casos das cortinas mono-apoiadas, resolvidas pelo método do apoio móvel ou pelo método do apoio fixo.

Verificou-se que para o caso de terreno homogéneo, puramente atrítico sem nível freático ou com nível freático coincidente com a base da escavação era possível, para todos os casos analisados, adimensionalizar as soluções.

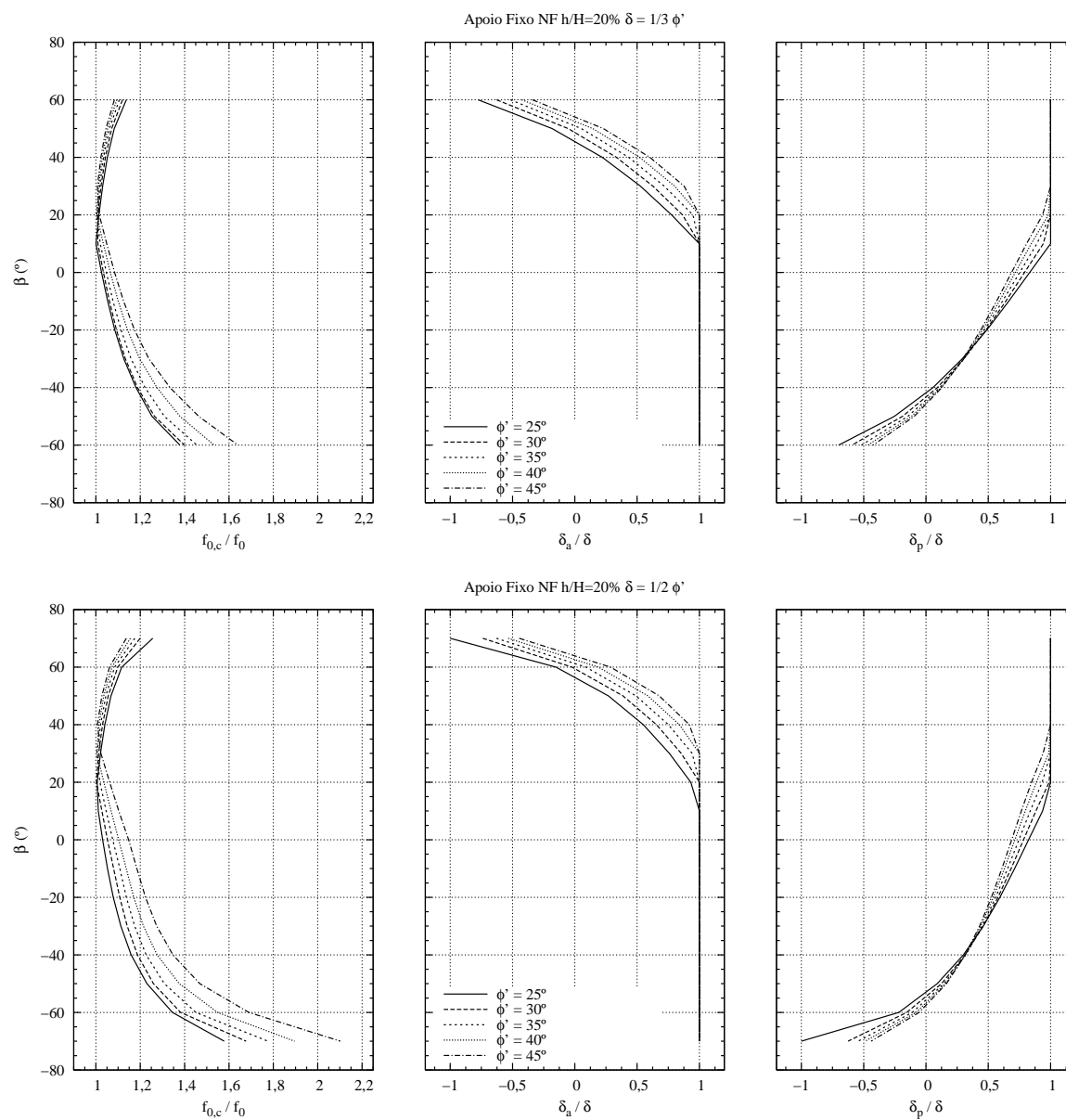


Figura 3.29: Cortina mono-apoiada (Apoio Fixo - Nível Freático) com $\delta=1/3\phi'$ e $\delta=1/2\phi'$: resultados da aplicação da metodologia baseada em Frank et al. (2004)

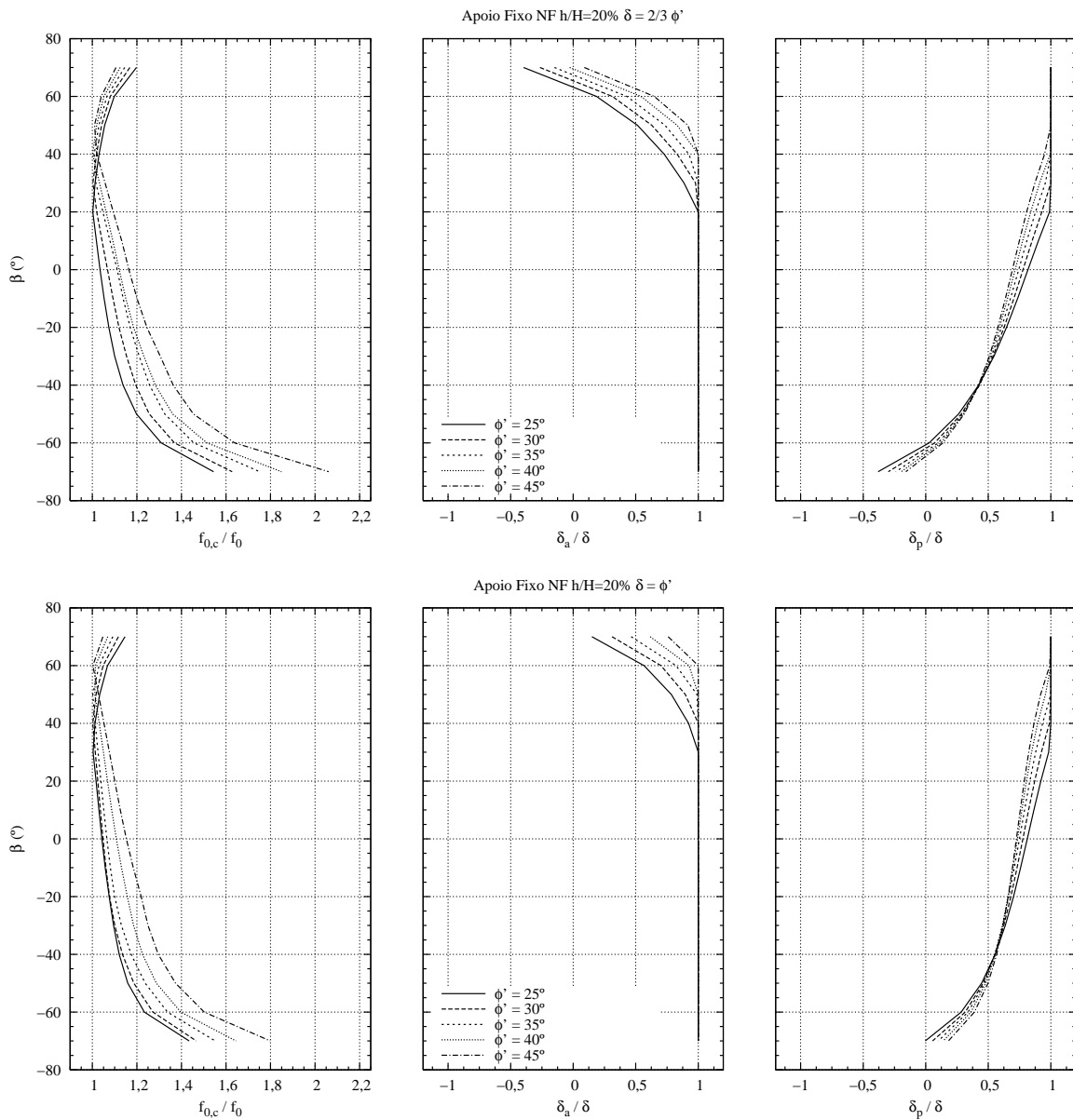


Figura 3.30: Cortina mono-apoiada (Apoio Fixo - Nível Freático) com $\delta=2/3\phi'$ e $\delta=\phi'$: resultados da aplicação da metodologia baseada em Frank et al. (2004)

Procedeu-se, ainda, a estudos paramétricos, que fizeram variar ϕ' e δ/ϕ' e, no caso da cortina mono-apoiada, β . Os resultados desses estudos permitem, genericamente, concluir que:

- nas cortinas autoportantes:
 - apenas o ângulo de atrito solo-estrutura do lado passivo sofre ajuste, para o equilíbrio; esse ajuste varia de forma que é praticamente linear com ϕ' , assumindo uma relação de 0,25 (para $\phi'=50^\circ$) e 0,6 (para $\phi'=20^\circ$);
 - a relação $f_{0,c}/f_0$ é tanto maior quanto maior for ϕ' e a relação δ/ϕ' .
- nas cortinas mono-apoiadas resolvidas pelo método do apoio móvel:
 - os resultados de $f_{0,c}/f_0$, δ_a/δ e δ_p/δ são praticamente independentes de ϕ' para igual relação δ/ϕ' ;
 - para valores de β positivos (ou com valores negativos pequenos) o equilíbrio vertical exige ajuste de δ_a , que para valores de β relativamente elevados, pode implicar δ_a negativo (ou seja, impulso com componente vertical dirigida para cima);
 - para valores de β negativos inferiores a determinado valor, o equilíbrio vertical exige ajuste de δ_p que pode tomar valores negativos (impulso com componente tangencial dirigido para baixo).
- nas cortinas mono-apoiadas resolvidas pelo método do apoio fixo:
 - os resultados mostram, globalmente, a mesma tendência dos correspondentes ao método do apoio móvel;
 - o ajuste de δ_a só ocorre para valores de β superiores aos do método do apoio móvel, verificando-se, portanto, ajuste de δ_p numa maior gama de valores de β .

Capítulo 4

Método proposto para a consideração do equilíbrio vertical em cortinas autoportantes

4.1 Introdução

No capítulo anterior verificou-se que a consideração das cargas verticais devidas aos impulsos de terras e, no caso das cortinas mono-apoiadas, também às cargas transmitidas pelo apoio, podem afectar significativamente os valores da ficha necessários para o equilíbrio.

No entanto, a metodologia utilizada no capítulo anterior admite que os impulsos activo ou passivo possam não ser completamente mobilizados, pela não mobilização do atrito solo-estrutura na sua totalidade, para permitir o equilíbrio vertical. Sabe-se contudo que, por exemplo, no que respeita aos impulsos passivos nas cortinas autoportantes, se verifica a sua completa mobilização, pelo menos até dada profundidade, que na Figura 4.1 se representa como z_δ .

Parece, portanto, legítima a interrogação sobre se a metodologia seguida no capítulo anterior não será excessivamente conservativa dado que os impulsos, em particular os passivos, não beneficiam, nessa metodologia, da total mobilização até certa profundidade, conforme na prática se verifica.

No presente capítulo procura-se, para o caso das cortinas autoportantes, apresentar uma metodologia alternativa que tenha em consideração a forma como o impulso passivo se mobiliza, conforme ilustrado pela Figura 4.1.

4.2 Colocação do problema

Considere-se assim o exemplo simples ilustrado pela Figura 4.2 (a). Trata-se de uma cortina autoportante executada num terreno arenoso com um ângulo de resistência ao corte

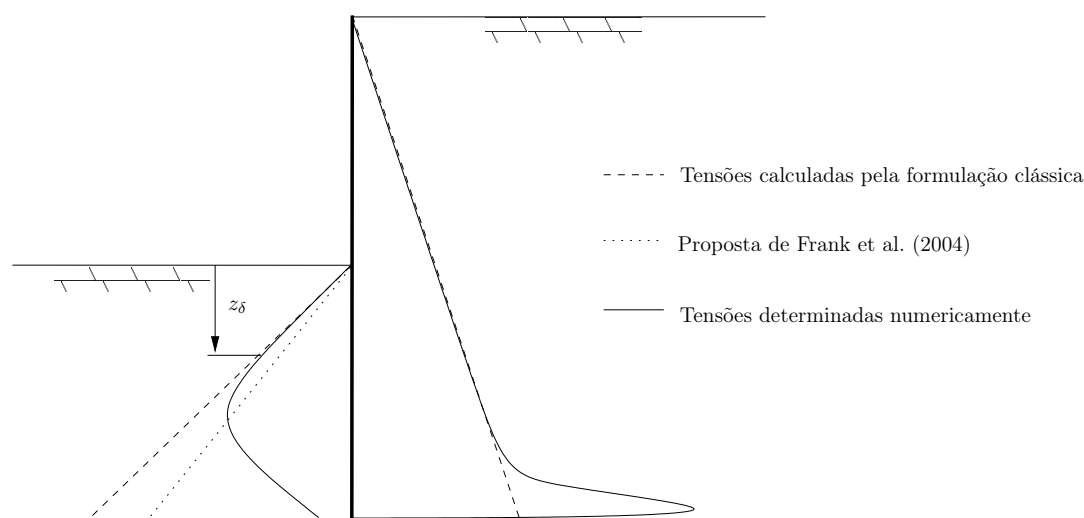


Figura 4.1: Progressão das tensões em profundidade pelos diferentes métodos de cálculo

de 32° para a realização de uma escavação com 5,00 m de profundidade. Admitindo o ângulo de atrito solo-estrutura igual a $2/3$ de ϕ' , procedeu-se através da metodologia apresentada no capítulo anterior à determinação da ficha necessária para o equilíbrio, $f_{0,c} = 3,21$ m (sem consideração de quaisquer coeficientes de segurança).

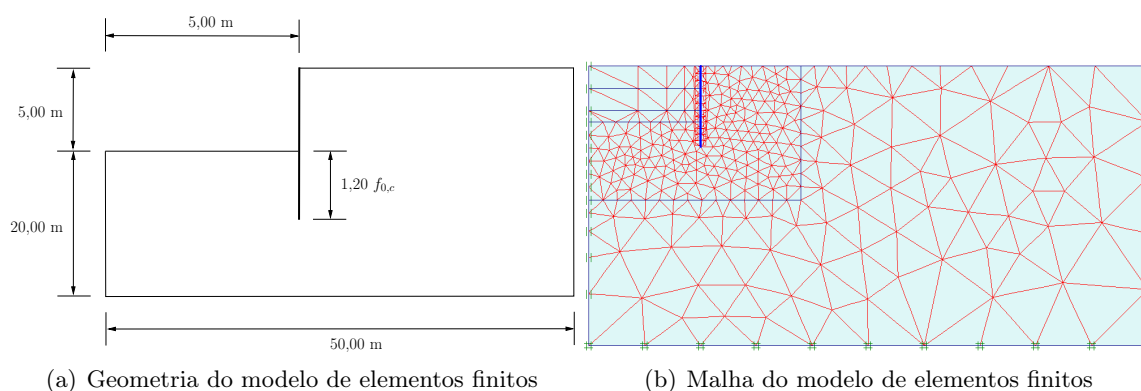


Figura 4.2: Modelo de elementos finitos para cortinas autoportantes

Adopte-se um perfil Larsen tipo *I* adequado para a escavação em análise. Admita-se que o terreno possui as características do modelo Hardening-Soil (Schanz et al., 1999), disponível no programa de elementos finitos Plaxis 2D, definidas através do Quadro 4.1.

A malha de elementos finitos utilizada está representada na Figura 4.2 (b), sendo constituída por elementos triangulares de 15 nós, por elementos junta de 10 nós, e para modelar a cortina, por elementos viga. Esta foi considerada com comportamento elástico-linear com as características do aço e com as propriedades do perfil referido. A escavação foi simulada em estado plano de deformação.

A Figura 4.3 representa a evolução em profundidade das tensões efectivas normais (à esquerda), das tensões tangenciais (ao centro) e do ângulo de atrito mobilizado para a face do lado passivo da cortina modelada (à direita). Omitem-se os resultados obtidos do lado

Quadro 4.1: Propriedades do solo modelado

Parâmetros	Valores
ϕ' ($^\circ$)	32
c' (kPa)	0
ψ ($^\circ$)	2
m	0,5
k_o	0,470
γ (kN/m ³)	18
γ' (kN/m ³)	9
E_{50}^{ref} (kPa)	$2,5 \times 10^4$
E_{oed}^{ref} (kPa)	$2,5 \times 10^4$
E_{ur}^{ref} (kPa)	$7,5 \times 10^4$
R_f	0,90

activo por não serem relevantes para a questão em análise. A figura apresenta igualmente os valores da tensões normal e tangencial teóricas. Conforme se pode ver dos dois primeiros gráficos, verifica-se o que se descreveu na secção anterior, com uma distribuição das pressões passivas que implica uma total mobilização até dada profundidade, ao que se segue uma redução substancial.

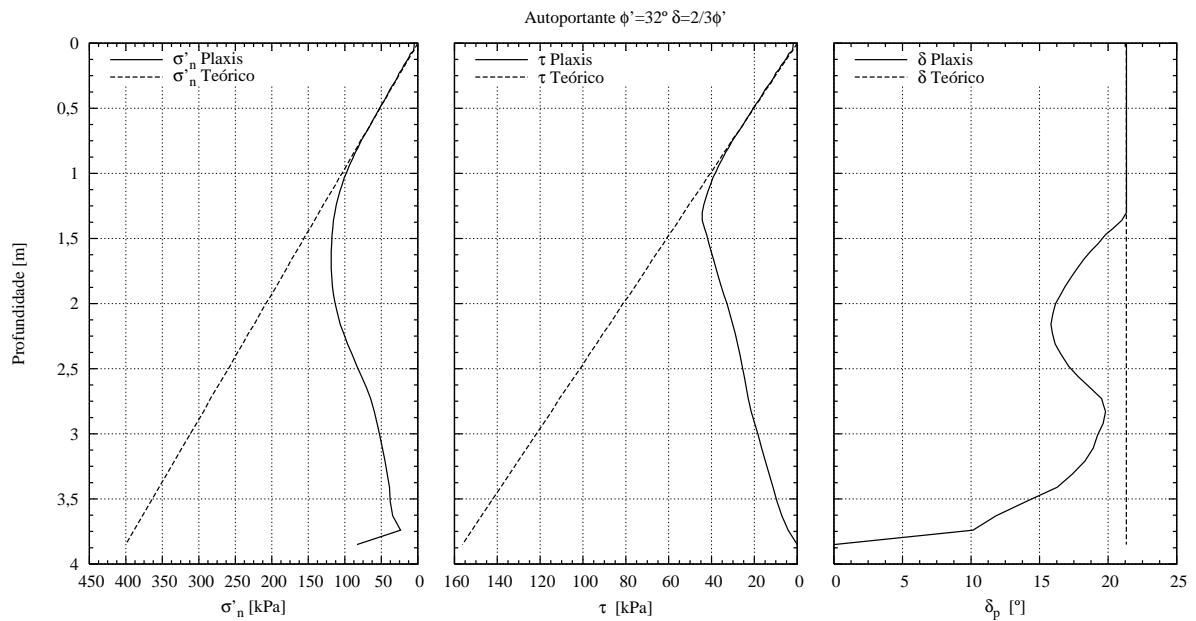


Figura 4.3: Tensões passivas numa cortina autoportante

Verifica-se igualmente que, até profundidade semelhante, o ângulo de atrito do lado passivo mobilizado, δ_p , assume valor igual a δ seguindo-se uma redução com algum significado e uma evolução com alguma irregularidade. O facto de o ângulo de atrito solo-estrutura ser igual a δ e depois se reduzir levou a que se admitisse a metodologia que se apresenta na secção seguinte.

4.3 Descrição da metodologia proposta

O método proposto baseia-se no apresentado por Frank et al. (2004), ou seja, admite a possibilidade do ângulo de atrito solo-estrutura ser menor ou igual ao valor de δ mas considera que até uma dada profundidade z_δ se verifica a completa mobilização do atrito. A Figura 4.4 ilustra esquematicamente a metodologia proposta salientando-se que, dado que se aplica a cortinas autoportantes, o ajuste a δ é feito apenas no lado passivo.

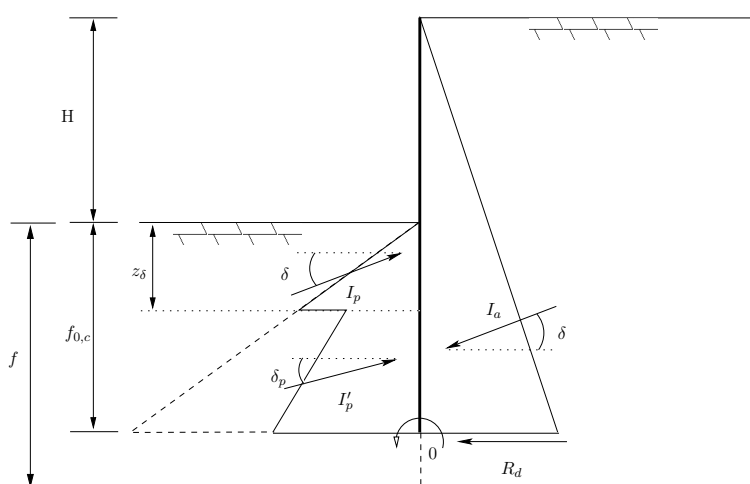


Figura 4.4: Impulsos de terra de uma cortina autoportante pelo método proposto

A descontinuidade no impulso passivo deve-se ao facto da pressão de terras ser definida em função dos valores de ϕ' e de δ , pelo que reduzindo-se δ se verifica o decréscimo no diagrama de pressões. Apesar de tal descontinuidade não se verificar nos resultados calculados por elementos finitos, nomeadamente no apresentado na secção anterior, foi essa a hipótese adoptada para a definição da metodologia.

Retome-se, como exemplo da aplicação do método, o caso com as propriedades descritas no Quadro 3.1.

O procedimento de cálculo da cortina segue os mesmos passos que anteriormente, ou seja, primeiro é estabelecido o equilíbrio de momentos dos impulsos no pé da cortina (de onde se obtém o comprimento da ficha f_0) e em seguida é feito o equilíbrio de cargas verticais (onde fica determinado o ajuste a fazer a δ_p). Estes passos são repetidos até que se atinja a convergência da ficha, que tenderá para $f_{0,c}$. O problema tem tantas soluções quantos valores se queira atribuir a z_δ . Este assunto será retomado adiante. Assim, como exemplo, adopte-se $z_\delta = 0,50 f_0$, ou seja, 50% da ficha que se obtém da primeira iteração sem, portanto, qualquer correcção relativa às cargas verticais.

Deste modo, o procedimento é constituído pelos seguintes passos:

1. Por estabelecimento do equilíbrio de momentos no ponto “0”:

$$\begin{aligned}
\sum M_0 &= 0 \\
I_a^H &= \frac{1}{2}K_a\gamma(H + f_{0,i})^2 \cos(\delta) \\
I_p^H &= \frac{1}{2}K_p\gamma(z_\delta)^2 \cos(\delta) \\
I_p'^H &= I_{p,1}' + I_{p,2}' \\
I_{p,1}'^H &= K_p'\gamma z_\delta (f_{0,i} - z_\delta) \cos(\delta_p) \\
I_{p,2}'^H &= \frac{1}{2}K_p'\gamma (f_{0,i} - z_\delta)^2 \cos(\delta_p) \\
I_a^H \frac{(H + f_{0,i})}{3} &= I_p^H \left(f_{0,i} - \frac{2}{3}z_\delta \right) + I_{p,1}'^H \frac{(f_{0,i} - z_\delta)}{2} + I_{p,2}'^H \frac{(f_{0,i} - z_\delta)}{3} \\
\frac{\cos(\delta_p)}{\cos(\delta)} &= \frac{K_a \frac{(H+f_{0,i})^3}{3} - K_p z_\delta^2 (f_{0,i} - \frac{2}{3}z_\delta)}{K_p' \left(z_\delta (f_{0,i} - z_\delta)^2 + \frac{(f_{0,i} - z_\delta)^3}{3} \right)} \\
f_0 &= 2,53m
\end{aligned}$$

Neste primeiro passo do primeiro ciclo iterativo foi determinado o comprimento de ficha que equilibra os momentos dos impulsos. O passo seguinte é a determinação do ajuste do atrito solo-estrutura passivo a partir da profundidade z_δ . Este ajuste é obtido pelo equilíbrio vertical de forças. De notar o aparecimento de um segundo coeficiente de pressões de terras passivo, K_p' , determinado com base no valor de ϕ' e no valor do ângulo de atrito solo-estrutura ajustado δ_p .

2. Por estabelecimento do equilíbrio vertical de forças:

$$\begin{aligned}
I_a^V &= I_p^V + I_p'^V \\
I_a^V &= \frac{1}{2}K_a\gamma(H + f_{0,i})^2 \sin(\delta) \\
I_p^V &= \frac{1}{2}K_p\gamma(z_\delta)^2 \sin(\delta) \\
I_p'^V &= I_{p,1}'^V + I_{p,2}'^V \\
I_{p,1}'^V &= K_p'\gamma z_\delta (f_{0,i} - z_\delta) \sin(\delta_p) \\
I_{p,2}'^V &= \frac{1}{2}K_p'\gamma (f_{0,i} - z_\delta)^2 \sin(\delta_p) \\
\frac{\sin(\delta_p)}{\sin(\delta)} &= \frac{K_a(H + f_{0,i})^2 - K_p(z_\delta)^2}{K_p' \left(2z_\delta (f_{0,i} - z_\delta) + (f_{0,i} - z_\delta)^2 \right)} \\
\delta_p &= 1,92^\circ
\end{aligned}$$

Após a primeira iteração, δ_p tem o valor de $1,92^\circ$. Utilizando este valor no primeiro passo da segunda iteração é determinado um novo comprimento de ficha ($f_{0,1}$). Quando $f_{0,i}$ convergir é atingido o equilíbrio global da estrutura. Organizando os vários ciclos iterativos necessários até à convergência tem-se o Quadro 4.2.

Desenvolveu-se, assim, um estudo paramétrico onde é mostrado como as variáveis $f_{0,c}$ e δ_p são afectadas.

4.4.1 Situação sem a presença de nível freático

A formulação, na sua forma adimensional, consiste nos passos a seguir descritos.

1. O primeiro passo é o estabelecimento do equilíbrio de momentos em torno no ponto “0”, situado no final da cortina, através do qual se determina o valor de ficha necessário para o equilíbrio de momentos gerados pelos impulsos de solo. Por estabelecimento do equilíbrio de momentos no ponto “0”, obtém-se a relação:

$$\frac{\cos(\delta_p)}{\cos(\delta)} = \frac{\frac{K_a}{3} \left(\frac{H}{f_{0,i}} + 1\right)^3 - K_p \left(\left(\frac{z_\delta}{f_{0,i}}\right)^2 - \frac{2}{3} \left(\frac{z_\delta}{f_{0,i}}\right)^3\right)}{K'_p \left(\frac{z_\delta}{f_{0,i}} \left(1 - \frac{z_\delta}{f_{0,i}}\right)^2 + \frac{1}{3} \left(1 - \frac{z_\delta}{f_{0,i}}\right)^3\right)} \quad (4.1)$$

2. O segundo passo é a determinação do ajuste do atrito solo-estrutura passivo a partir da profundidade z_δ . Este ajuste é obtido pelo equilíbrio vertical de forças. Assim, por estabelecimento do equilíbrio vertical de forças, obtém-se:

$$\frac{\sin(\delta_p)}{\sin(\delta)} = \frac{\left(K_a \left(\frac{H}{f_{0,i}} + 1\right)^2 - K_p \left(\frac{z_\delta}{f_{0,i}}\right)^2\right)}{K'_p \left(1 - \left(\frac{z_\delta}{f_{0,i}}\right)^2\right)} \quad (4.2)$$

Ao final de cada iteração é determinado um valor de δ_p ajustado que é utilizado no primeiro passo do processo iterativo para iniciar uma nova iteração. Quando se atingir a convergência do valor de δ_p , $f_{0,i}$ passa a denominar-se de ficha corrigida para efeitos de cargas verticais $f_{0,c}$. Compilando graficamente a variação de $f_{0,c}$ e de δ_p em função dos parâmetros ϕ' , δ e z_δ tem-se as Figuras 4.6 a 4.10, cujos gráficos se encontram organizados da seguinte forma:

- no gráfico esquerdo a relação entre a ficha corrigida $f_{0,c}$ com δ_p fixo à profundidade z_δ e a ficha obtida f_0 sem ajuste pelo equilíbrio vertical;
- no gráfico central a relação entre a ficha corrigida $f_{0,c}$ com δ_p fixo à profundidade z_δ e a ficha corrigida $f_{0,c}$ com δ_p fixo à profundidade $z_\delta=0$;
- no gráfico direito a relação entre δ_p e δ com δ_p fixo à profundidade z_δ .

Os gráficos encontram-se organizados por ângulo de atrito interno do solo ϕ' e cada gráfico mostra diferentes valores de δ em função de ϕ' .

A análise destas figuras permite constatar que:

- as curvas que relacionam a relação $f_{0,c}/f_0$ no gráfico da esquerda são, em todos os casos, razoavelmente verticais, ou seja, verifica-se relativamente pouca influência de z_δ no valor

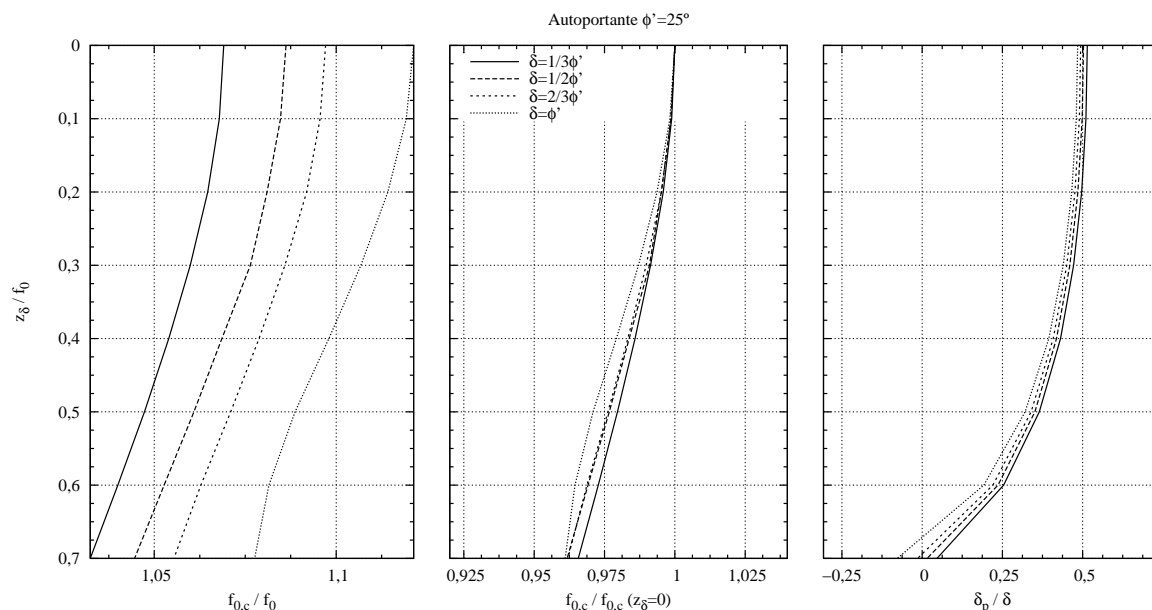


Figura 4.6: Fichas para cortina autoportante com $\phi'=25^\circ$

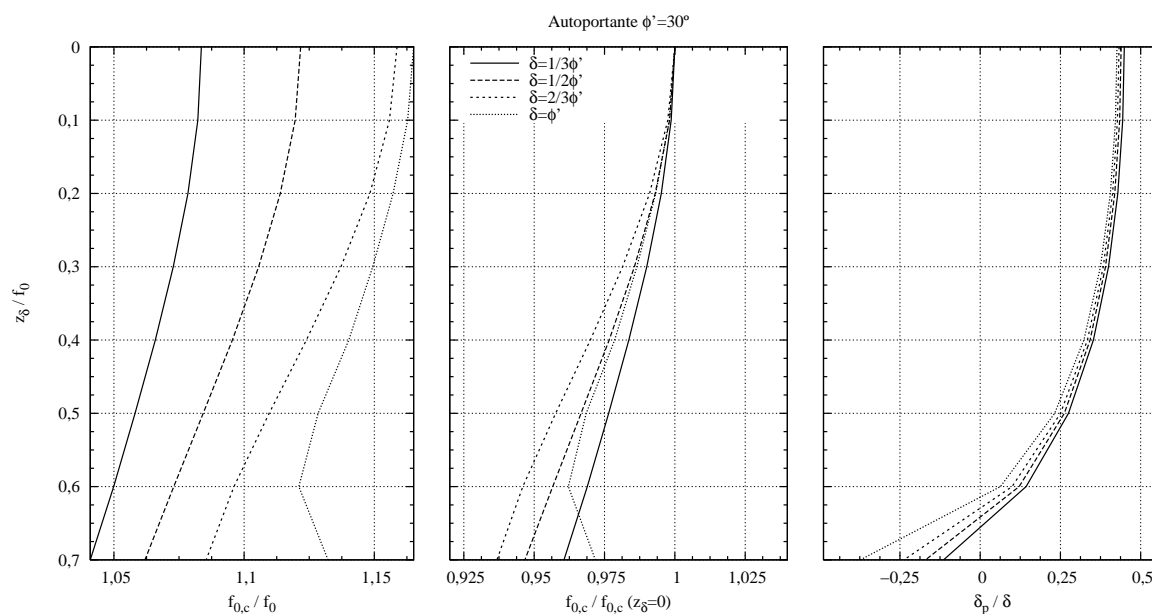


Figura 4.7: Fichas para cortina autoportante com $\phi'=30^\circ$

de $f_{0,c}$; isto pode igualmente ser observado no gráfico central, que mostra como a relação $f_{0,c}/f_{0,c}(z_\delta = 0)$ evolui com z_δ/f_0 : com efeito, análise da escada das abcissas mostra valores da ordem de 0,93 a 1,00, o que evidencia o efeito relativamente modesto que z_δ tem na ficha;

- apesar da referida razoável verticalidade das curvas dos gráficos da esquerda, verifica-se que, conforme o esperado, maiores valores da relação z_δ/f_0 conduzem a menores valores de $f_{0,c}$;
- não é evidente dos resultados obtidos qual o valor de z_δ/f_0 que é razoável adotar: a

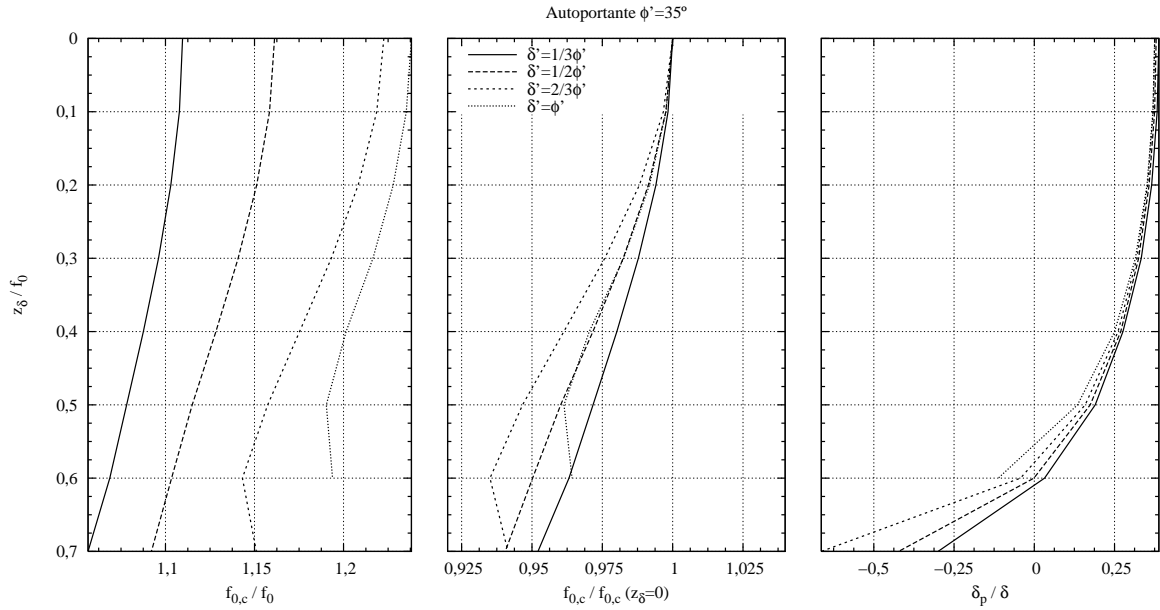


Figura 4.8: Fichas para cortina autoportante com $\phi' = 35^\circ$

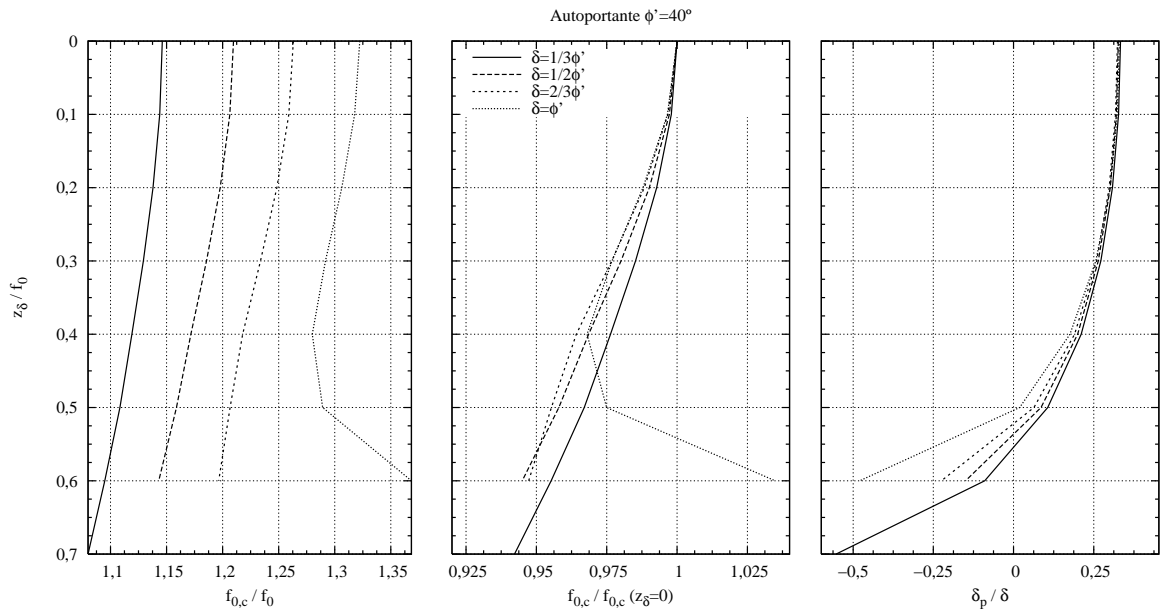


Figura 4.9: Fichas para cortina autoportante com $\phi' = 40^\circ$

adoção de uma postura conservativa leva a considerar z_δ/f_0 com valor relativamente baixo, o que reduz o interesse da metodologia proposta;

- a relação $f_{0,c}/f_0,c(z_\delta = 0)$ depende pouco de δ/ϕ' , conforme se pode notar da sobreposição das curvas dos gráficos centrais; tal efeito observa-se igualmente nos gráficos da direita, que mostram a relação δ_p/δ .

É visível que o aumento do ângulo de resistência ao corte do solo traduz-se numa maior diferença entre $f_{0,c}$ e f_0 . Para valores elevados de z_δ não é possível equilibrar a cortina mesmo com o aumento da ficha. Este fenómeno está bem marcado através da inversão da concavidade

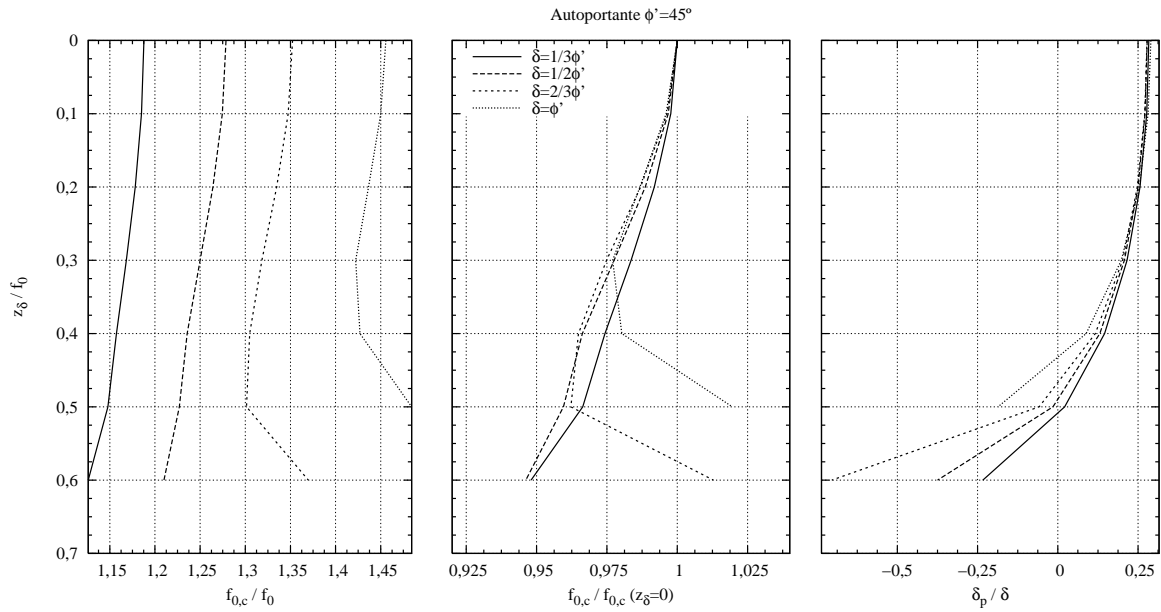


Figura 4.10: Fichas para cortina autoportante com $\phi' = 45^\circ$

das curvas dos gráficos da esquerda e central, assim como da sua interrupção. Para tentar avaliar o que ocorre, foi feito um estudo de sensibilidade com pequenos incrementos no valor de z_δ tornando perceptível a evolução da curva na sua extensão final. Este estudo foi feito nas situações onde a perturbação se mostrou mais relevante (valores de ϕ' e de δ elevados), pelo que os valores obtidos se encontram na Figura 4.11 para ϕ' de 40° e na Figura 4.12 para ϕ' de 45° com δ igual a $2/3\phi'$ e ϕ' .

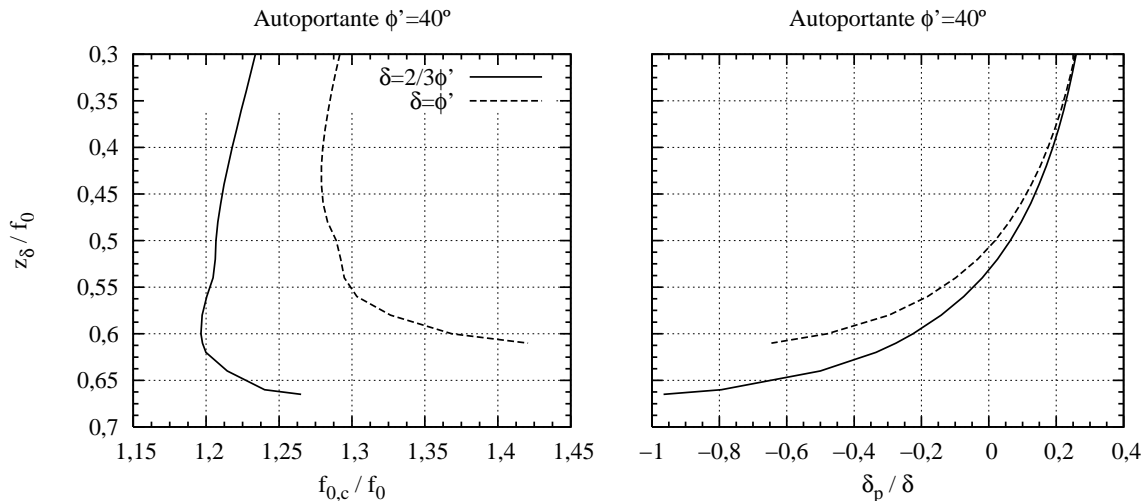
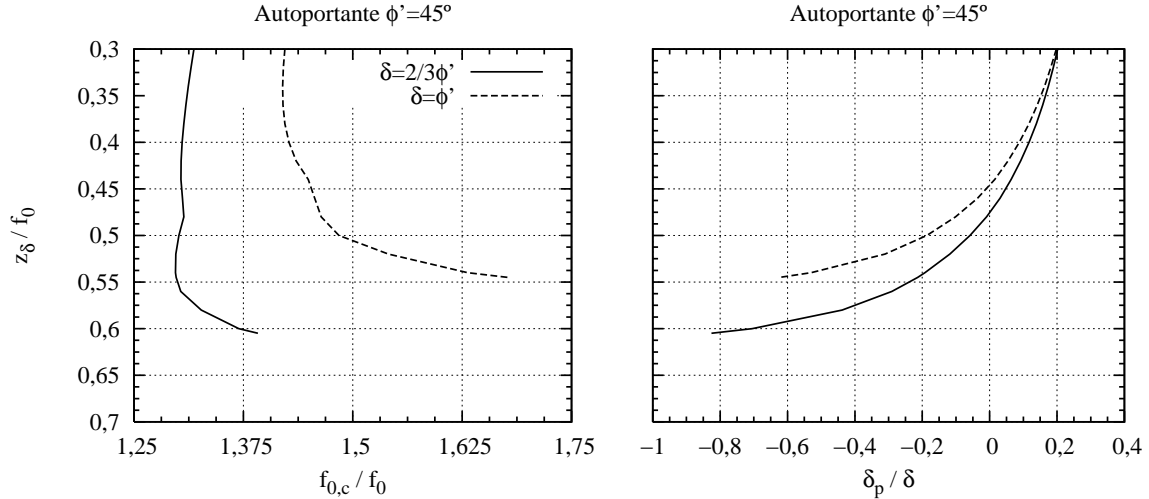


Figura 4.11: Análise da ficha para valores elevados de z_δ com $\phi' = 40^\circ$

As curvas progredem rapidamente para valores elevados de $f_{0,c}$ com o aumento, mesmo que pequeno, de z_δ . Por sua vez δ_p tende para $-\delta$ e quando atinge este valor é obtido o valor máximo para z_δ para o qual é possível de se equilibrar a estrutura, o que explica o final brusco dos gráficos de alguns dos gráficos das figuras anteriormente referidas.


 Figura 4.12: Análise da ficha para valores elevados de z_δ com $\phi'=45^\circ$

4.4.2 Situação com a presença de nível freático à cota de escavação

Analisando por fim a situação com a presença de nível freático à cota de escavação, os passos do processo iterativo são constituídos pelas seguintes formulação genéricas para a determinação do comprimento da ficha corrigida $f_{0,i}$ e para a determinação do valor ajustado δ_p :

1. Por estabelecimento do equilíbrio de momentos no ponto “0”:

$$\frac{\cos(\delta_p)}{\cos(\delta)} = \frac{K_a \left(\frac{1}{3} \left(\frac{H}{f_{0,i}} \right)^3 + \left(\frac{H}{f_{0,i}} \right)^2 + \frac{H}{f_{0,i}} + \frac{\gamma'}{3\gamma} \right) - K_p \frac{\gamma'}{\gamma} \left(\left(\frac{z_\delta}{f_{0,i}} \right)^2 - \frac{2}{3} \left(\frac{z_\delta}{f_{0,i}} \right)^3 \right)}{K_p \frac{\gamma'}{\gamma} \left(\frac{z_\delta}{f_{0,i}} - 2 \left(\frac{z_\delta}{f_{0,i}} \right)^2 + \left(\frac{z_\delta}{f_{0,i}} \right)^3 + \frac{1}{3} \left(1 - \frac{z_\delta}{f_{0,i}} \right)^3 \right)} \quad (4.3)$$

2. Por estabelecimento do equilíbrio vertical de forças:

$$\frac{\text{sen}(\delta_p)}{\text{sen}(\delta)} = \frac{K_a \left(\left(\frac{H}{f_{0,i}} \right)^2 + 2 \frac{H}{f_{0,i}} + \frac{\gamma'}{\gamma} \right) - K_p \frac{\gamma'}{\gamma} \left(\frac{z_\delta}{f_{0,i}} \right)^2}{K_p \frac{\gamma'}{\gamma} \left(1 - \left(\frac{z_\delta}{f_{0,i}} \right)^2 \right)} \quad (4.4)$$

Os resultados obtidos encontram-se representados nas Figura 4.13 a 4.17, com a organização análoga às anteriores figuras.

4.5 Conclusões

Neste capítulo foi apresentado, para o caso de cortinas autoportantes, um método baseado no conhecimento do andamento, em profundidade, das tensões passivas em conjunto com a

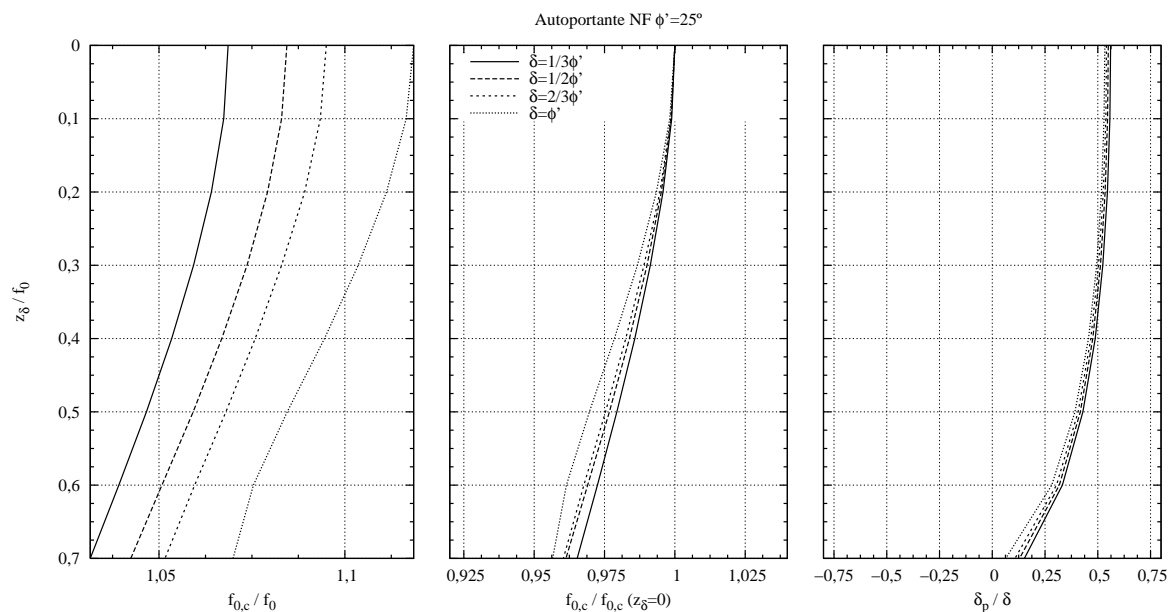


Figura 4.13: Fichas para cortina autoportante com nível freático com $\phi' = 25^\circ$

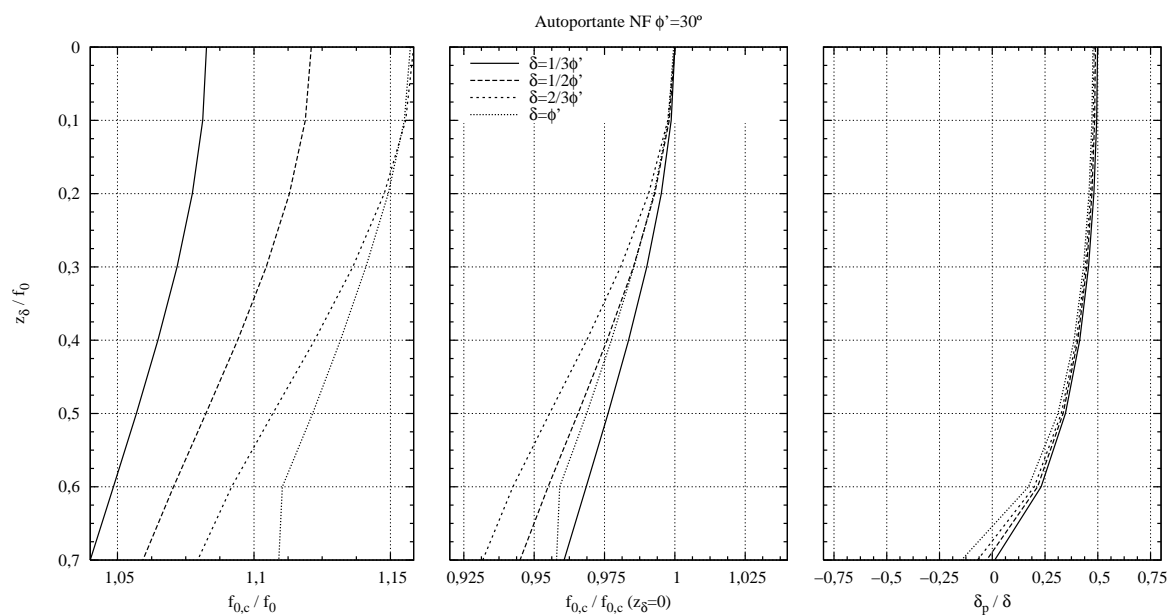


Figura 4.14: Fichas para cortina autoportante com nível freático com $\phi' = 30^\circ$

proposta de ajuste do ângulo de atrito solo-estrutura de Frank et al. (2004). Por meio de um processo iterativo, o método ajusta δ_p a partir da profundidade z_δ , assumindo que até àquela profundidade o atrito solo-estrutura do lado passivo seria mobilizado por completo. Este ajuste, aplicado à situação sem nível freático e à situação com o nível freático coincidente com a base da escavação, permitiu ter em conta o equilíbrio vertical da estrutura.

Procedeu-se, tal como no capítulo anterior, a um estudo paramétrico onde se fez variar ϕ' e δ/ϕ' e, agora, também z_δ .

Os resultados do estudo paramétrico permitem, genericamente, concluir que:

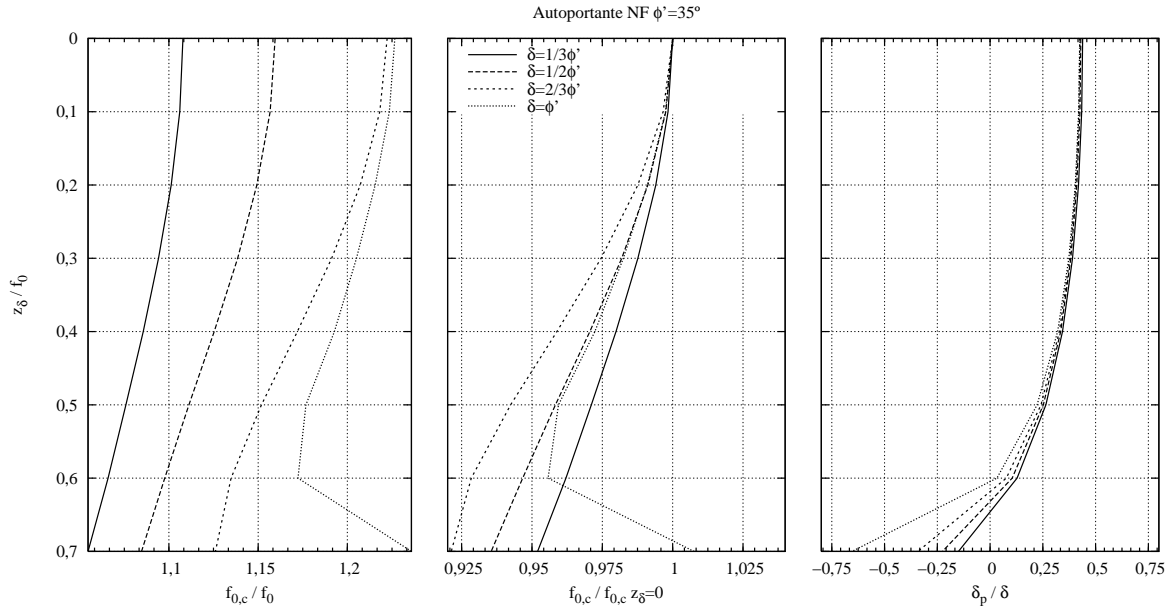


Figura 4.15: Fichas para cortina autoportante com nível freático com $\phi'=35^\circ$

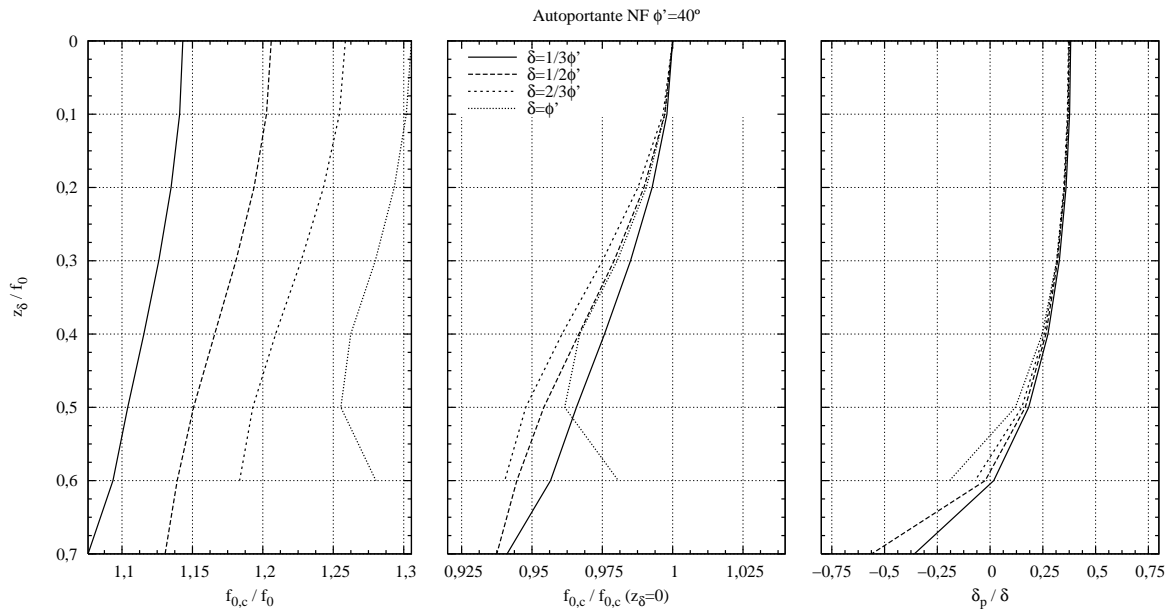


Figura 4.16: Fichas para cortina autoportante com nível freático com $\phi'=40^\circ$

- assim como na metodologia apresentada no capítulo anterior, a relação $f_{0,c}/f_0$ é tanto maior quanto maior ϕ' e δ/ϕ' ;
- o ajuste a δ_p é praticamente independente da relação δ/ϕ' , para valores de z_δ até 50% de f_0 , verificando-se, para maiores valores de z_δ , um ligeiro afastamento entre as curvas do ajuste;
- com o aumento de ϕ' menor é o valor de z_δ até ao qual é possível atingir a convergência; para $\phi' \geq 40^\circ$ a convergência já só é atingida até valor de $z_\delta = 70\% f_0$;
- a progressão da relação $f_{0,c}/f_{0,c}(z_\delta = 0)$ situa-se entre 0,92 e 1, pelo que parece ser de

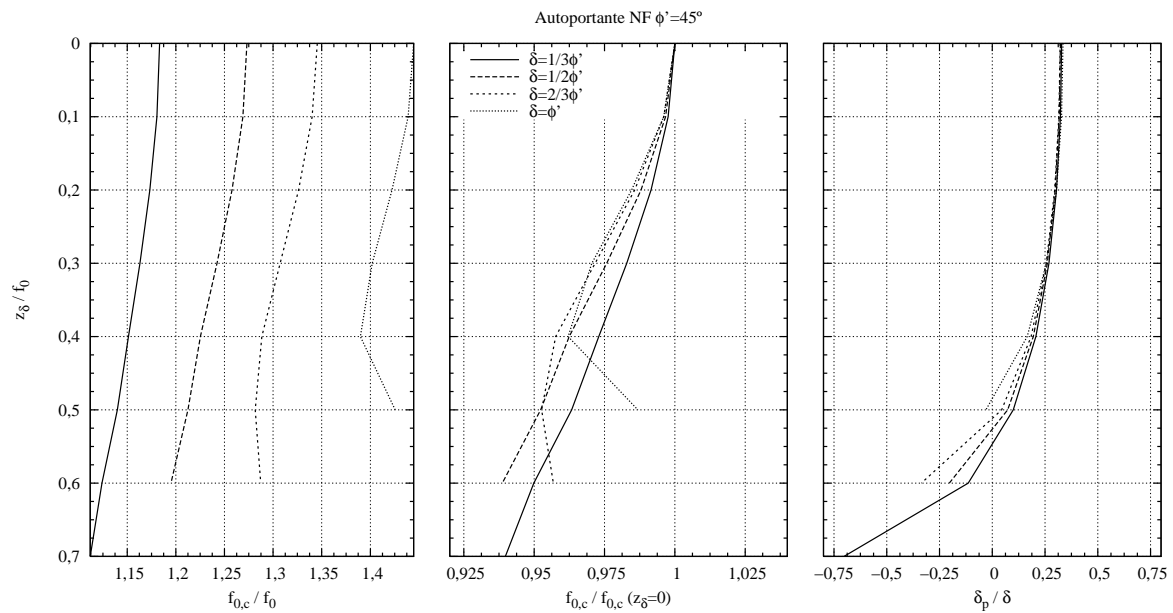


Figura 4.17: Fichas para cortina autoportante com nível freático com $\phi'=45^\circ$

ponderar se o ganho, no que respeita à economia da solução, justificará o aumento da complexidade da formulação;

- finalmente, o método não permite concluir qual o valor adequado para z_δ , pelo que o número de soluções, para cada caso, é igual ao número de valores de z_δ diferentes que se pretendam adoptar.

Capítulo 5

Estudo paramétrico com recurso ao método dos elementos finitos

5.1 Introdução

A metodologia apresentada no capítulo anterior procura ter em atenção o facto de, ao contrário do método proposto por Frank et al. (2004), se verificar, na prática, a total mobilização do impulso passivo até dada profundidade, que se identificou como z_δ . Apresenta, no entanto, três inconvenientes: em primeiro lugar, baseando-se no referido método, admite que a partir da profundidade z_δ não há completa mobilização do ângulo de atrito solo-estrutura, o que resulta num diagrama de pressão passiva com uma forma que não parece corresponder aos resultados numéricos conhecidos; em segundo lugar os resultados obtidos para o caso de cortinas autoportantes não mostraram ganhos significativos (nos resultados das fichas) relativamente ao método de Frank et al. (2004); finalmente, em terceiro lugar, se o procedimento adoptado faz sentido no caso de ser necessário reduzir a contribuição do impulso passivo para que se verifique o equilíbrio vertical, não é evidente qual o procedimento a adoptar quando se verifique que o ajuste necessário seja do lado activo.

Deste modo, parece adequado fazer um estudo paramétrico com o intuito de se obter uma visão mais clara do caminho a seguir em termos de desenvolvimento de uma metodologia de cálculo, mesmo não podendo tal metodologia ser prosseguida, por questões de tempo, no presente trabalho.

5.2 Descrição dos casos a analisar

Foi, assim, feito um estudo paramétrico utilizando os dois solos arenosos, um solto e outro denso, cujas propriedades estão descritas no Quadro 5.1. Admitiu-se o terreno constituído por um maciço homogéneo, fez-se variar o ângulo de atrito solo-estrutura (δ) entre os valores de $\phi'/3$ e ϕ' e, para o caso de cortinas mono-apoiadas, foram utilizados três valores para β .

Quadro 5.1: Propriedades dos solos modelados

Parâmetros	Solo 1	Solo 2
ϕ' ($^\circ$)	41	32
c' (kPa)	0	0
ψ ($^\circ$)	8	2
m	0,5	0,5
k_o	0,344	0,470
γ (kN/m ³)	20	18
γ' (kN/m ³)	11	9
E_{50}^{ref} (kPa)	9×10^4	$2,5 \times 10^4$
E_{oed}^{ref} (kPa)	9×10^4	$2,5 \times 10^4$
E_{ur}^{ref} (kPa)	$2,7 \times 10^5$	$7,5 \times 10^4$
R_f	0,90	0,90

O estudo numérico foi realizado com o recurso ao método dos elementos finitos utilizando o programa de cálculo automático Plaxis 2D. A malha de elementos finitos utilizada é composta por elementos de 15 nós, com elementos junta de 10 nós, num estado plano de deformação. Admitiu-se que o terreno possui as características do modelo Hardening-Soil (Quadro 5.1) e os elementos de aço e de betão foram admitidos com comportamento elástico-linear. Foram modelados dois tipos de soluções de contenção:

1. Cortina autoportante - sem presença de nível freático e com nível freático à cota de escavação.
2. Cortina mono-apoiada - sem presença de nível freático e com nível freático à cota de escavação para as seguintes inclinações de apoio:
 - (a) $\beta > 0^\circ$ - inclinação escolhida para simular uma cortina apoiada com o recurso a uma ancoragem;
 - (b) $\beta = 0^\circ$ - inclinação escolhida para simular uma cortina apoiada com o recurso a uma escora horizontal;
 - (c) $\beta < 0^\circ$ - inclinação escolhida para simular uma cortina apoiada com o recurso a uma escora inclinada, fundada no fundo da escavação.

O comprimento da cortina utilizado nos modelos numéricos tem por base os resultados obtidos do estudo analítico do Capítulo 3. No caso das cortinas autoportantes admitiu-se o valor de ficha igual a $1,20 f_{0,c}$ e, no caso de cortinas mono-apoiadas, considerou-se apenas o método do apoio móvel, pelo que não se procedeu a qualquer majoração da ficha e esta foi assim considerada igual a $f_{0,c}$.

Para a escolha dos perfis de estaca-prancha das cortinas e, no caso das cortinas mono-apoiadas, dos apoios, foram utilizados os valores de momento flector e de reacção no apoios obtidos no estudo analítico.

Para o apoio das cortinas mono-apoiadas admitir-se-á os casos de cortina escorada (Figura 5.1 (a), (b) e (c)) e cortina ancorada (Figura 5.1 (d) e (e)). No caso da cortina escorada,

considera-se a situação de $\beta=0^\circ$ (Figura 5.1 (a)) e em que $\beta=-50^\circ$ (Figura 5.1 (b) e (c)). No caso da cortina ancorada, considera-se a situação em que $\beta=30^\circ$ (Figura 5.1 (d) e (e)). No caso de $\beta>0$ ou $\beta<0$ admite-se, conforme o indicado na Figura 5.1 dois modelos: um simplificado em que o apoio é modelado por uma mola, e um em que o elemento de apoio (escora ou ancoragem) é modelado explicitamente. No caso $\beta=0^\circ$ tal não foi feito por ambos modelos coincidirem, quando modelados no Plaxis 2D.

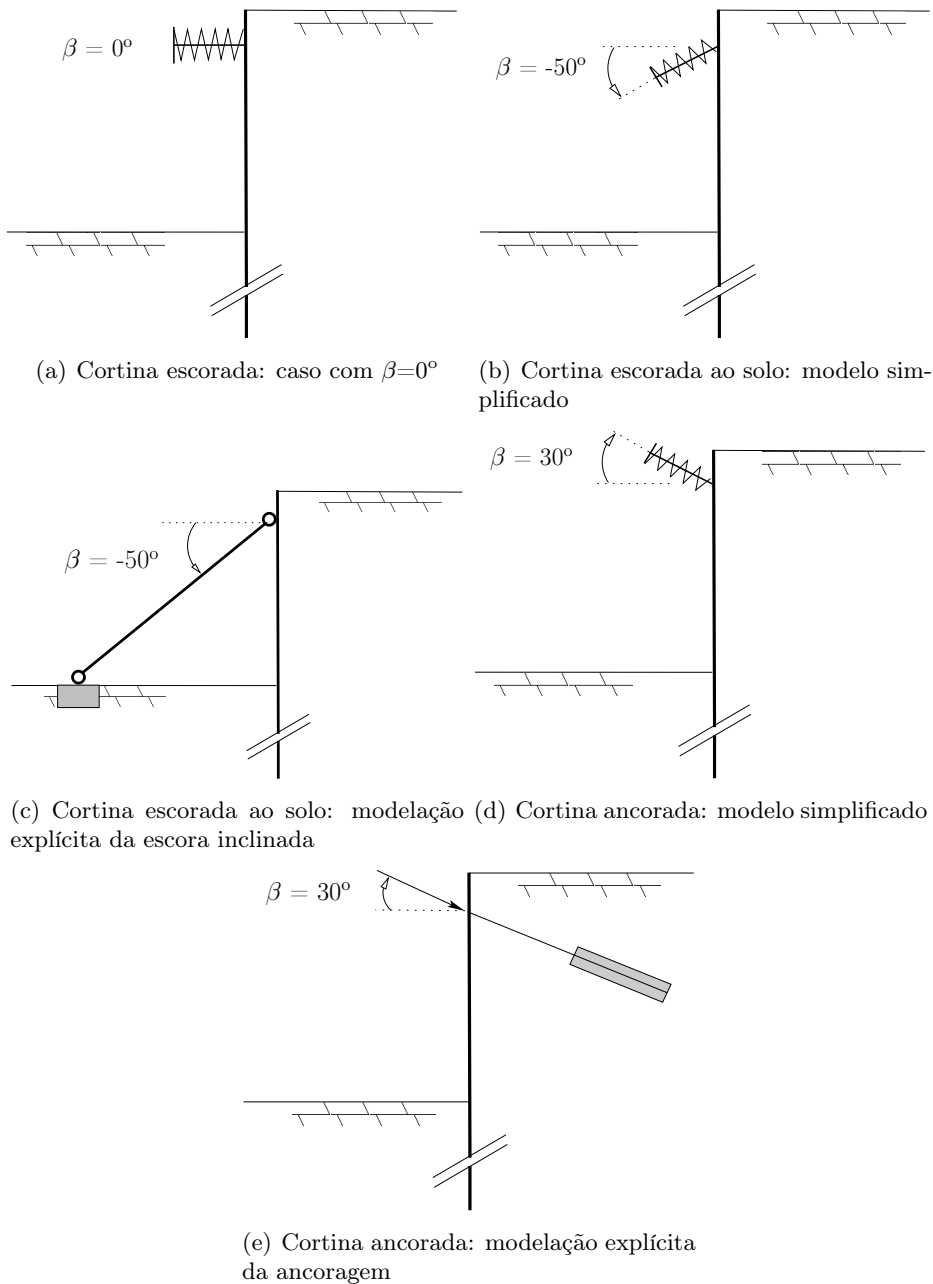


Figura 5.1: Modelações desenvolvidas para o estudo paramétrico

5.3 Cortina autoportante

Conforme referido, a geometria da cortina foi determinada através do método descrito no Capítulo 3. O momento flector máximo foi igualmente obtido através da mesma metodologia, tendo-se ainda determinado o perfil de estaca-prancha com as características adequadas. Não foram utilizados quaisquer coeficientes de segurança. O perfil adoptado tem, ainda, módulo de flexão tal que:

$$W_{pl} = \frac{M}{f_y} \quad (5.1)$$

onde f_y é a tensão de cedência do aço considerado igual a 235 MPa. Com os valores do módulo de flexão recorreu-se às Tabelas Técnicas (Correia dos Reis et al., 2008) para se proceder à escolha dos perfis de estaca prancha.

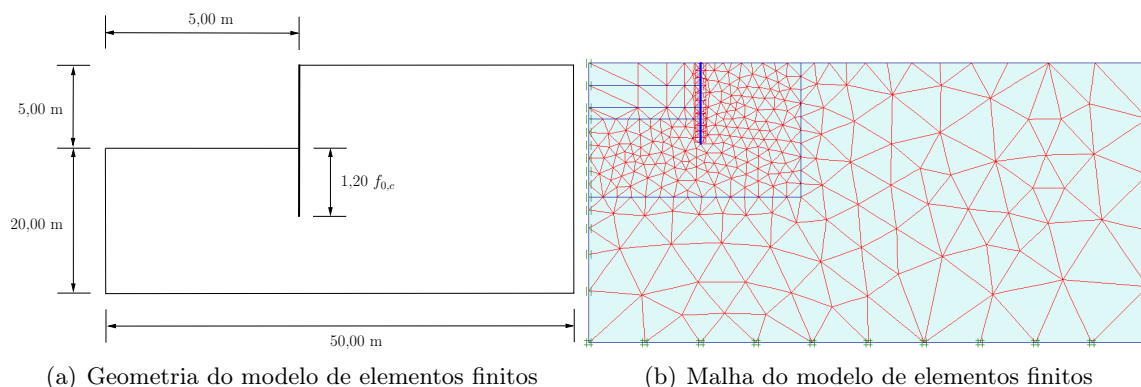


Figura 5.2: Modelo de elementos finitos para cortinas autoportantes

A modelação, conforme o referido, foi realizada por elementos finitos. O problema a resolver encontra-se representado na Figura 5.2 (a), e com a malha de elementos finitos esquematizada na Figura 5.2 (b). Admitiu-se que a cortina já estava instalada no terreno, sem perturbar as tensões iniciais nele instaladas. A simulação da escavação fez-se em três fases, correspondentes às profundidades de escavação de 2, 4 e 5 m. Considerou-se duas situações, com e sem nível freático. Os resultados obtidos para a situação sem nível freático encontram-se indicados nas Figuras 5.3 e 5.4, respectivamente para os solos 1 e 2, e para a situação com o nível freático coincidente com a cota de escavação nas Figuras 5.5 e 5.6. Não são apresentados os gráficos correspondentes ao impulso activo pois o ajuste verificado é, na metodologia analítica para as cortinas autoportantes, feito sempre pelo lado passivo e se verifica, na prática, a quase total mobilização do impulso activo.

Os resultados nestas figuras estão organizados do seguinte modo:

- no gráfico esquerdo a relação entre a tensão normal efectiva passiva e a tensão normal efectiva passiva teórica para a profundidade de ficha inicial (f_0);
- no gráfico central a relação entre a tensão tangencial passiva e a tensão tangencial passiva teórica para a profundidade de ficha inicial (f_0);

- no gráfico direito a relação entre o ângulo de atrito solo-estrutura passivo (δ_p) com o ângulo de atrito solo-estrutura mobilizável (δ).

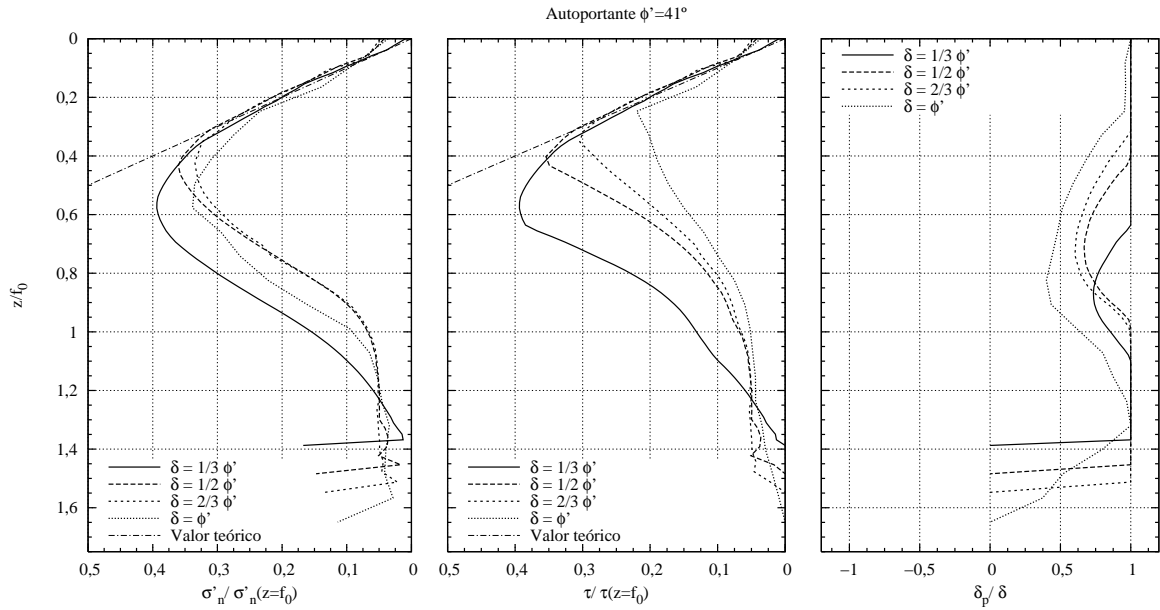


Figura 5.3: Resultados obtidos do lado passivo, para uma cortina autoportante com um solo de $\phi' = 41^\circ$

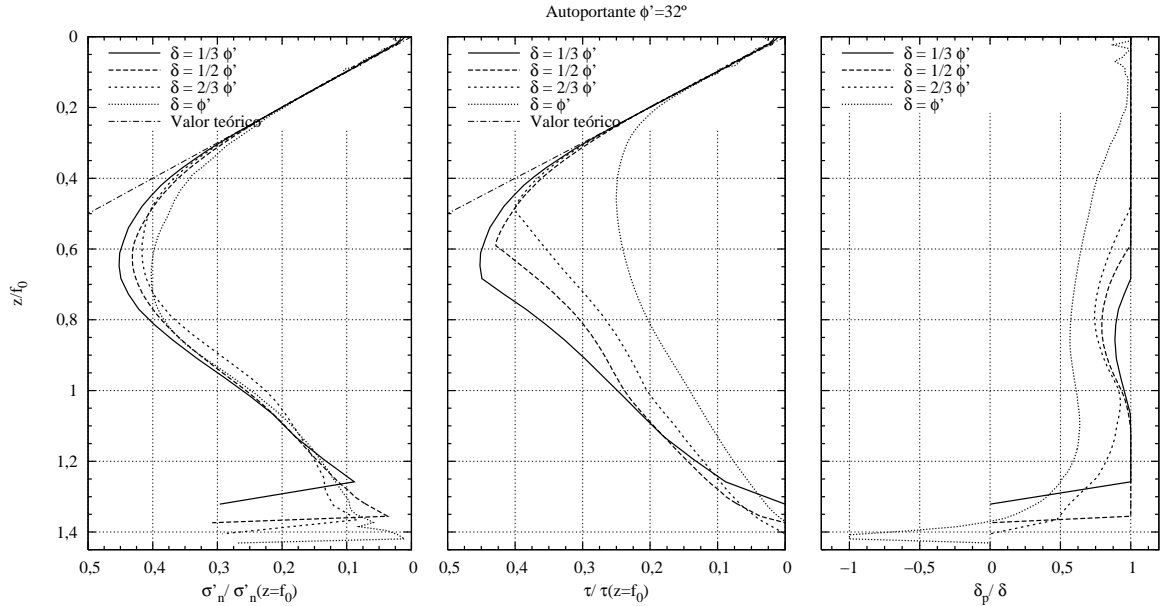


Figura 5.4: Resultados obtidos do lado passivo, para uma cortina autoportante com um solo de $\phi' = 32^\circ$

A análise das Figuras 5.3 a 5.6 permite verificar que:

- a mobilização das tensões normais na interface do lado passivo, na representação adimensional adoptada nas figuras, é muito semelhante para cada caso (cada valor de ϕ' e

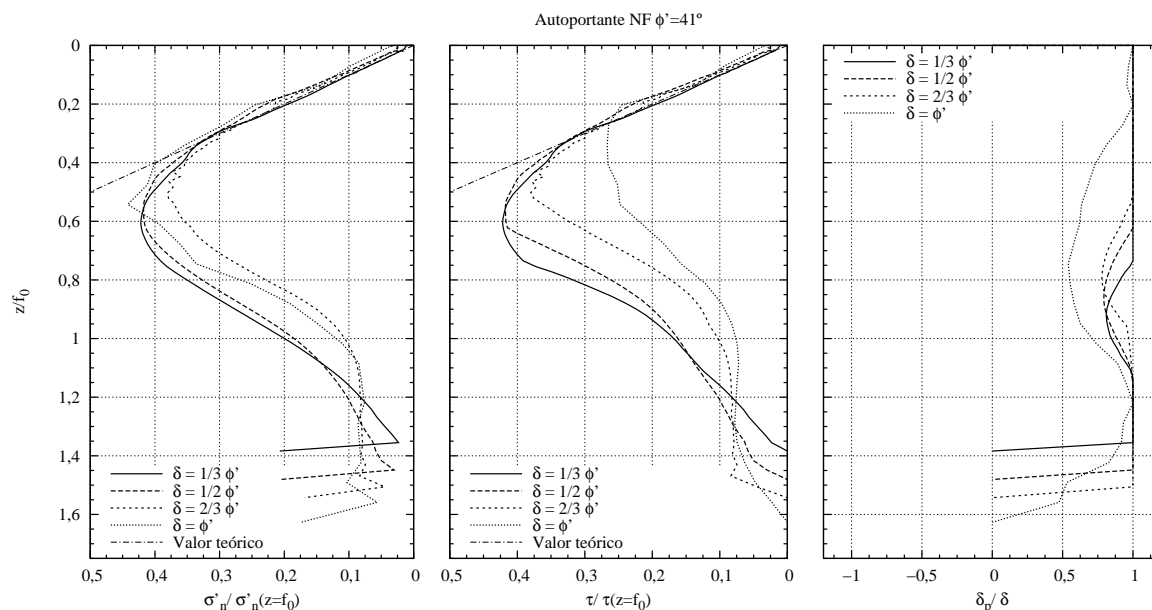


Figura 5.5: Resultados obtidos do lado passivo, para uma cortina autoportante com nível freático com um solo de $\phi'=41^\circ$

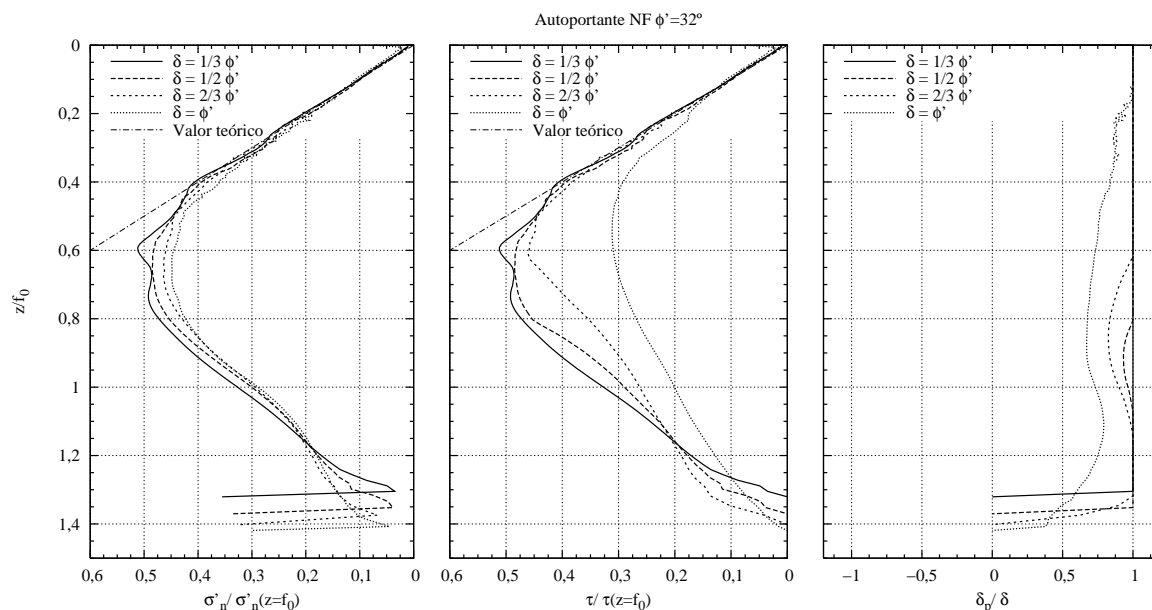


Figura 5.6: Resultados obtidos do lado passivo, para uma cortina autoportante com nível freático com um solo de $\phi'=32^\circ$

posição do nível freático), verificando-se a completa mobilização do impulso até z/f_0 da ordem de 0,4;

- a mobilização das tensões tangenciais apresenta-se com algumas diferenças, para cada caso; em particular, o caso $\delta/\phi'=1$ mostra um nível de mobilização das tensões tangenciais inferior, podendo os restantes (com exceção do caso sem nível freático e $\phi'=41^\circ$; $\delta/\phi'=1/3$) ser considerados bastante semelhantes;

- a conjugação do primeiro com o segundo comentário justifica o diagrama da evolução de δ_p com a profundidade que se pode observar no gráfico da direita de cada figura; com efeito, esse gráfico mostra que a profundidade até à qual se verifica a total mobilização da pressão passiva é menor nos casos de maiores valores de δ/ϕ' e maior no caso dos menores; tal constatação é compatível com as anteriores observações;
- em qualquer caso, pode afirmar-se que, salvo para $\delta/\phi'=1$, a mobilização de δ_p é muito significativa, normalmente superior a $0,75\delta$;
- pode, portanto, concluir-se que, apesar de a mobilização de δ_p ser muito significativa, a mobilização do impulso passivo não o é, a partir da profundidade $z/f_0 \approx 0,4$.

5.4 Cortina mono-apoiada com apoio modelado por elemento mola

O estudo numérico das cortinas mono-apoiadas cingiu-se apenas à modelação com base no dimensionamento pelo método do apoio móvel. Com os valores obtidos no estudo analítico, para o caso das cortinas mono-apoiadas, para a ficha corrigida ($f_{0,c}$), momento actuante (M_E) e reacção no apoio (R_A), caracterizou-se a cortina (comprimento total e perfil estaca-prancha a utilizar) e o apoio (rigidez axial) a modelar por elementos finitos. Numa primeira abordagem, modelou-se o apoio com recurso a elemento mola, como já foi referido na introdução do capítulo, mas a necessidade de apurar de que forma essa simplificação influenciava os dados obtidos tal como esquematizado nas Figuras 5.1 (b) e (c) e 5.1 (d) e (e), repetiu-se o estudo numérico para as situações de geometria extremas com a modelação explícita do apoio utilizado.

Os resultados nesta secção dizem respeito ao caso em que o apoio é modelado com elementos mola. Na secção seguinte apresenta-se os resultados para os casos em que os apoios - escoras e ancoragens - são modelados explicitamente.

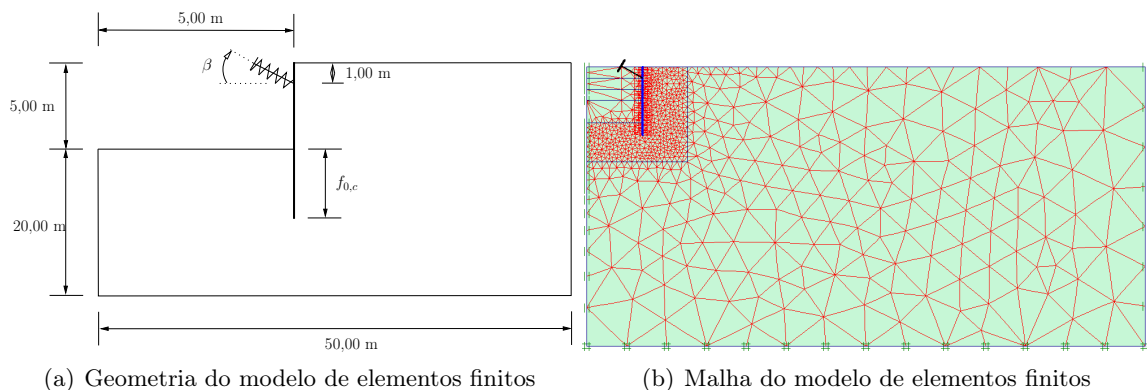
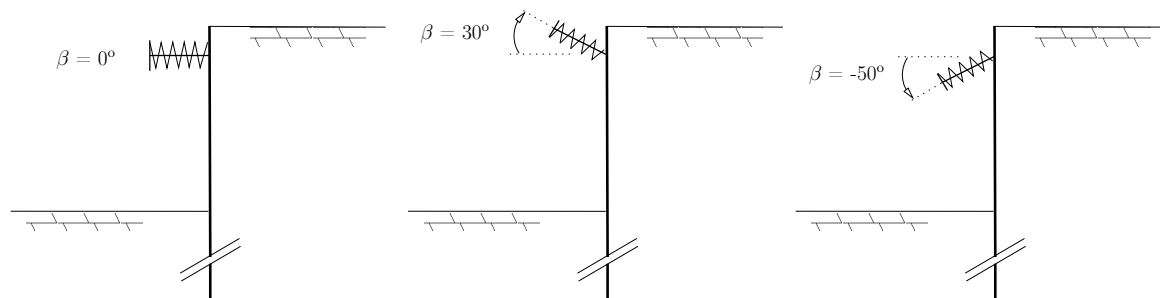


Figura 5.7: Modelo de elementos finitos para cortinas mono-apoiadas pelo método do apoio móvel

A geometria da modelação (Figura 5.7 (a)) segue, para possibilitar a comparação de resultados entre estudos, os valores utilizados no estudo analítico, ou seja, uma relação h_{anc}/H de

20% e o ângulo de atrito solo-estrutura a tomar valores entre $\phi'/3$ e ϕ' . Os apoios modelados por elementos mola têm as inclinações ilustradas na Figura 5.8.



(a) Comprimento crítico = 10,00 m (b) Comprimento crítico = 10,00 m (c) Comprimento crítico = 5,22 m

Figura 5.8: Casos de estudo com apoio do tipo mola

A verificação à encurvadura foi feita tendo por base a metodologia apresentada no Eurocódigo 3 (EN 1993-1-1, 2003). Considerou-se que o apoio seria rotulado em ambas as extremidades para que o comprimento de encurvadura fosse o comprimento da peça e que a resistência à encurvadura fosse o menor possível e logo o cálculo conservativo.

A partir das propriedades geométricas da secção, do processo de fabrico e da classe de resistência do aço (extensão de cedência - ϵ) é determinada uma classe de secção (Quadro 5.2 do Eurocódigo 3) que para secções circulares tem-se:

$$\epsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}} \quad (5.2)$$

Quadro 5.2: Eurocódigo 3 - Quadro 5.2: “Relação espessura - diâmetro”

Classe	Secção à compressão e/ou à flexão
1	$\frac{D}{t} \leq 50\epsilon^2$
2	$\frac{D}{t} \leq 70\epsilon^2$
3	$\frac{D}{t} \leq 90\epsilon^2$

onde D é o diâmetro da secção e t é a espessura da secção.

O cálculo da resistência à encurvadura é feito pela equação 6.47 e seguintes do Eurocódigo 3.

$$N_{b,Rd} = \frac{\chi A f_y}{\gamma_{M1}} \quad (5.3)$$

$$\chi = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \lambda^2}} \leq 1,0 \quad (5.4)$$

$$\Phi = 0,5(1 + 0,21(\bar{\lambda} - 0,20) + \bar{\lambda}^2) \tag{5.5}$$

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{A f_y}{N_{cr}}} = \frac{L_{cr}}{i} \frac{1}{\lambda_1} \tag{5.6}$$

$$\lambda_1 = \pi \sqrt{\frac{E}{f_y}} \tag{5.7}$$

Seguindo este procedimento de cálculo é possível determinar o valor da carga de compressão resistente de cada secção e adoptar uma tal que respeite a relação 5.8:

$$\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} \leq 1,0 \tag{5.8}$$

Este raciocínio é válido para o cenário de elemento mola ou escora inclinada variando apenas, com a orientação do apoio (β), o valor do comprimento crítico do apoio.

5.4.1 Aplicação a um caso de estudo

Tome-se o exemplo do capítulo anterior do solo 2 com $\phi'=32^\circ$ e com $\delta=2/3\phi'=21,33^\circ$. Através da metodologia baseada em Frank et al. (2004) obtém-se os resultados necessários para a construção do modelo, visíveis no Quadro 5.3.

Quadro 5.3: Valores para a definição das características da cortina mono-apoiada

$\beta[^\circ]$	$f_{0,c}[m]$	$R_A[kN/m]$	$M_E[kNm/m]$
30	1,12	40,87	50,20
0	1,06	31,73	44,52
-50	1,50	50,54	48,81

Com base no momento actuante, procede-se à escolha do perfil de estaca-prancha adequado (Quadro 5.4), usando o procedimento anteriormente apresentado para o caso das cortinas autoportantes.

Quadro 5.4: Definição das características da cortina mono-apoiada

		β		
		30 °	0 °	-50 °
Dados analíticos	$M_E [kNm/m]$	50,20	44,52	48,81
Perfil escolhido	$w [kN/m/m]$	0,72		
	$EA [kN/m]$	1953000		
	$EI [kNm^2/m]$	2698,50		
	$M_R [kNm/m]$	60,40		

Tratando-se, por norma, de secções tubulares metálicas, os apoio sujeitos à compressão sejam molas ou escoras, têm que ser dimensionados para o fenómeno da encurvadura. Seguindo

as equações 5.3 à 5.7 do Eurocódigo 3 que contemplam o dimensionamento à encurvadura para o exemplo em mãos, calculou-se em função da reacção no apoio (R_A) e do comprimento de encurvadura (L_{cr}) o esforço axial resistente (N_R), para cada valor de β , e o valor da rigidez axial (EA) necessária para a modelação do apoio, com os valores parciais do cálculo no Quadro 5.5.

Quadro 5.5: Definição das características dos apoios da cortina mono-apoiada à compressão

		β		
		30 °	0 °	-50 °
Dados analíticos	R_A [kN/m]	40,87	31,73	50,54
Perfil escolhido	D [mm]	114,30	114,30	88,90
	t [mm]	4,00	3,60	3,20
	A [cm ²]	13,90	12,50	8,92
	i [cm]	3,90	3,92	3,03
Verificações do Eurocódigo 3	L_{cr} [m]	10,00	10,00	5,22
	λ_1	76,40	76,40	76,40
	$\bar{\lambda}$	3,36	3,34	2,25
	Φ	6,46	6,40	3,26
	χ	0,08	0,08	0,18
Características do apoio	N_R [kN/m]	41,16	37,39	54,55
	EA [kN/m]	291900	262500	181020

5.4.2 Influência do parâmetro δ

Com base no resultados do estudo analítico, anteriormente apresentado neste trabalho, a orientação do apoio β tem uma forte influência na forma como o ajuste aos ângulos de atrito solo-estrutura ocorriam. Assim, para os três diferentes valores de β anteriormente indicados, fez-se o valor de δ mobilizável entre $1/3\phi'$ e ϕ' .

Para possibilitar a sobreposição das diferentes curvas, para cada relação de δ/ϕ' , respeitantes ao lado activo das pressões de terras, foi necessário criar o parâmetro de profundidade z^* (Figura 5.9), que toma o valor zero à cota do terreno suportado e que pode ser escrito vem função de z tal que $z = z^* - H$. Estes resultados encontram-se organizados graficamente do seguinte modo, mostrando, em função da profundidade adimensionalizada:

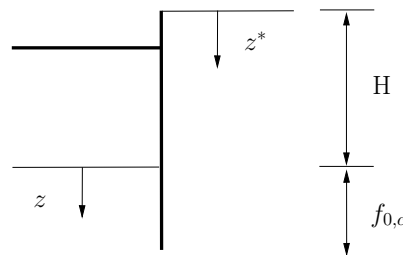


Figura 5.9: Estabelecimento das variáveis z e z^*

- no gráfico superior esquerdo a relação entre tensão normal efectiva passiva e a tensão normal efectiva passiva teórica para a profundidade de ficha inicial (f_0);

- no gráfico superior central a relação entre tensão tangencial passiva e a tensão tangencial passiva teórica para a profundidade de ficha inicial (f_0);
- no gráfico superior direito a relação entre o ângulo de atrito solo-estrutura passivo (δ_p) com o ângulo de atrito solo-estrutura mobilizável (δ);
- no gráfico inferior esquerdo a relação entre tensão normal efectiva activa e a tensão normal efectiva activa teórica para a profundidade de ficha inicial (f_0);
- no gráfico inferior central a relação entre tensão tangencial activa e a tensão tangencial activa teórica para a profundidade de ficha inicial (f_0);
- no gráfico inferior direito a relação entre o ângulo de atrito solo-estrutura activo (δ_a) com o ângulo de atrito solo-estrutura mobilizável (δ).

Para a situação com ausência de nível freático e para $\beta=30^\circ$ têm-se as Figuras 5.10 e 5.11, estando os restantes gráficos para os diferentes valores de ϕ' e para a situação de nível freático à cota de escavação presentes no Anexo C.

Das Figuras 5.10 e 5.11, onde $\beta=30^\circ$, e das que se apresentam no Anexo C para o mesmo valor de β e para o nível freático coincidente com a base da escavação pode concluir-se que:

- existe uma forte mobilização do impulso passivo; esta ocorre, em alguns casos, até $z/f_0 \approx 0,9$ para $\phi'=32^\circ$ ou, no mínimo até $z/f_0 \approx 0,6$ para $\phi'=41^\circ$; este facto confirma, globalmente, os resultados, no que respeita ao impulso passivo, obtidos no Capítulo 3, os quais, recorde-se, forneciam valores de δ_p iguais a δ e, portanto, o impulso passivo era totalmente mobilizado;
- viu-se, no Capítulo 3, que o valor de δ_a era sempre inferior ao de δ , para o estabelecimento do equilíbrio vertical; no entanto, os resultados por elementos finitos não mostram isso: existe, para todos os casos, uma importante mobilização de δ_a ;
- por outro lado, no Capítulo 3, o facto de $\delta_a < \delta$ quer, na prática, dizer que o impulso total é maior que o teórico (onde $\delta_a = \delta$), o que, normalmente, quererá dizer uma maior componente horizontal do impulso e uma menor componente vertical.

Veja-se, a propósito desta última observação o caso que se apresenta na Figura 5.12, para $\phi'=32^\circ$ e $\delta=2/3\phi'$, na qual se representa novamente as curvas (apenas para esta situação) já mostradas na Figura 5.11. Na Figura 5.12 sobrepôs-se, igualmente, a distribuição de impulsos teóricos e a que resulta do ajuste de δ_a usando a metodologia do Capítulo 3. Pode verificar-se que a componente normal dos impulsos, que se obtém do cálculo por elementos finitos, tem uma distribuição bastantes diferente da teórica e da que corresponde ao ajuste de δ_a . Na zona superior as pressões de terras obtidas por elementos finitos são bastantes superiores do que as obtidas pela metodologia do Capítulo 3. Na zona central são inferiores. Na zona inferior volta a ser superiores, sendo aqui a diferença menor. Este comportamento corresponde ao conhecido efeito de arco. Pode, no entanto, afirmar-se que, globalmente, a resultante do impulso obtido

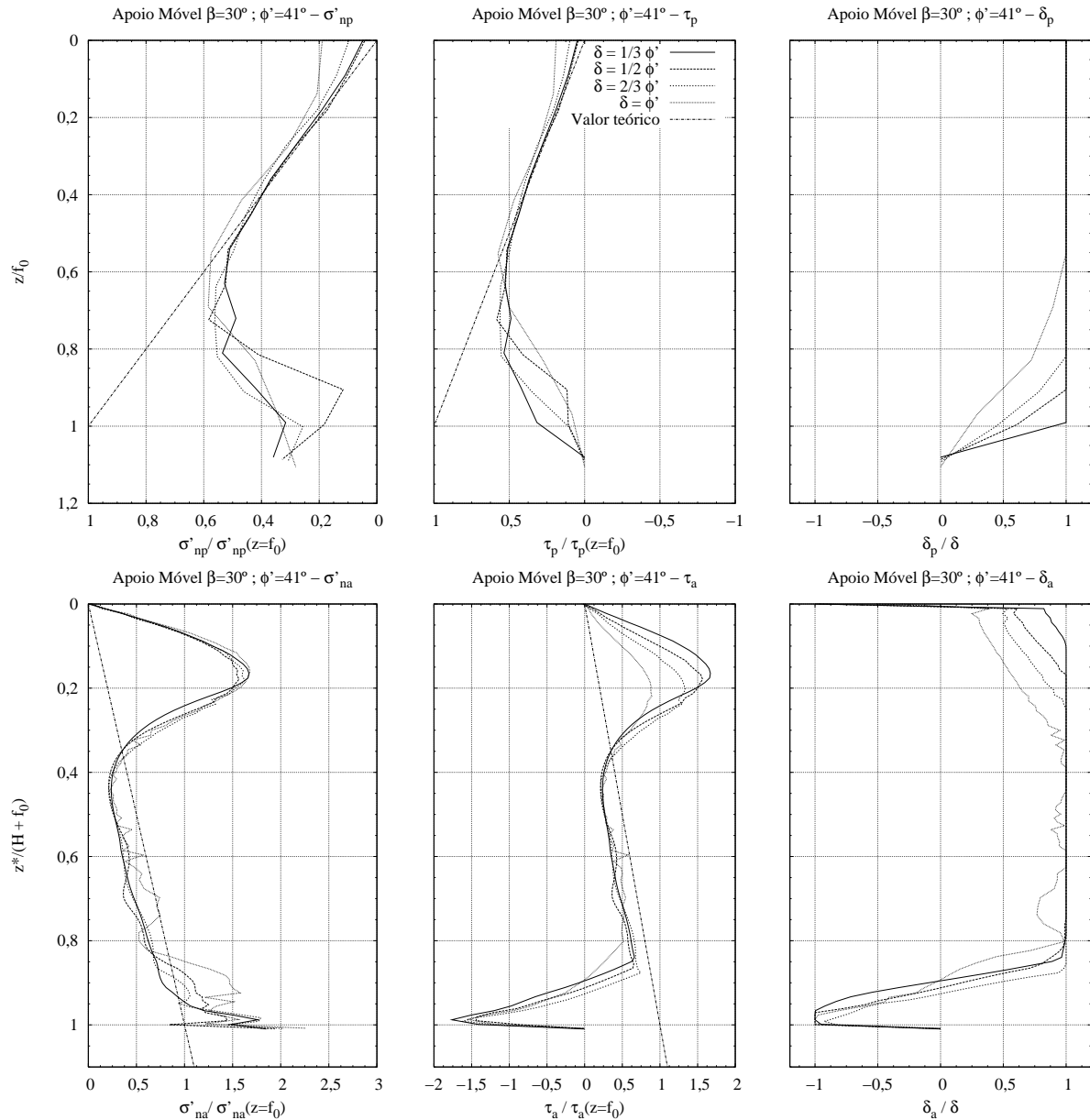


Figura 5.10: Resultados obtidos, para uma cortina mono-apoiada com um solo de $\phi' = 41^\circ$, elemento mola e $\beta = 30^\circ$

por elementos finitos não deverá ser muito diferente do valor teórico ou do valor ajustado (que, neste caso, não difere muito).

No caso da componente tangencial dos impulsos verifica-se que a mobilização obtida por elementos finitos, é bastante superior até determinada profundidade assumindo a partir daí valores negativos, ou seja, invertendo a orientação da componente vertical. Tal parece indicar que a metodologia apresentada no Capítulo 3, apesar de permitir, como se viu, o equilíbrio, não é muito realista no que respeita à distribuição de tensões tangenciais na interface do lado activo.

Note-se ainda que tal acontece apesar de a força na ancoragem, nos resultados por elementos finitos, ser substancialmente superior, como se verá, à que resulta da aplicação do método

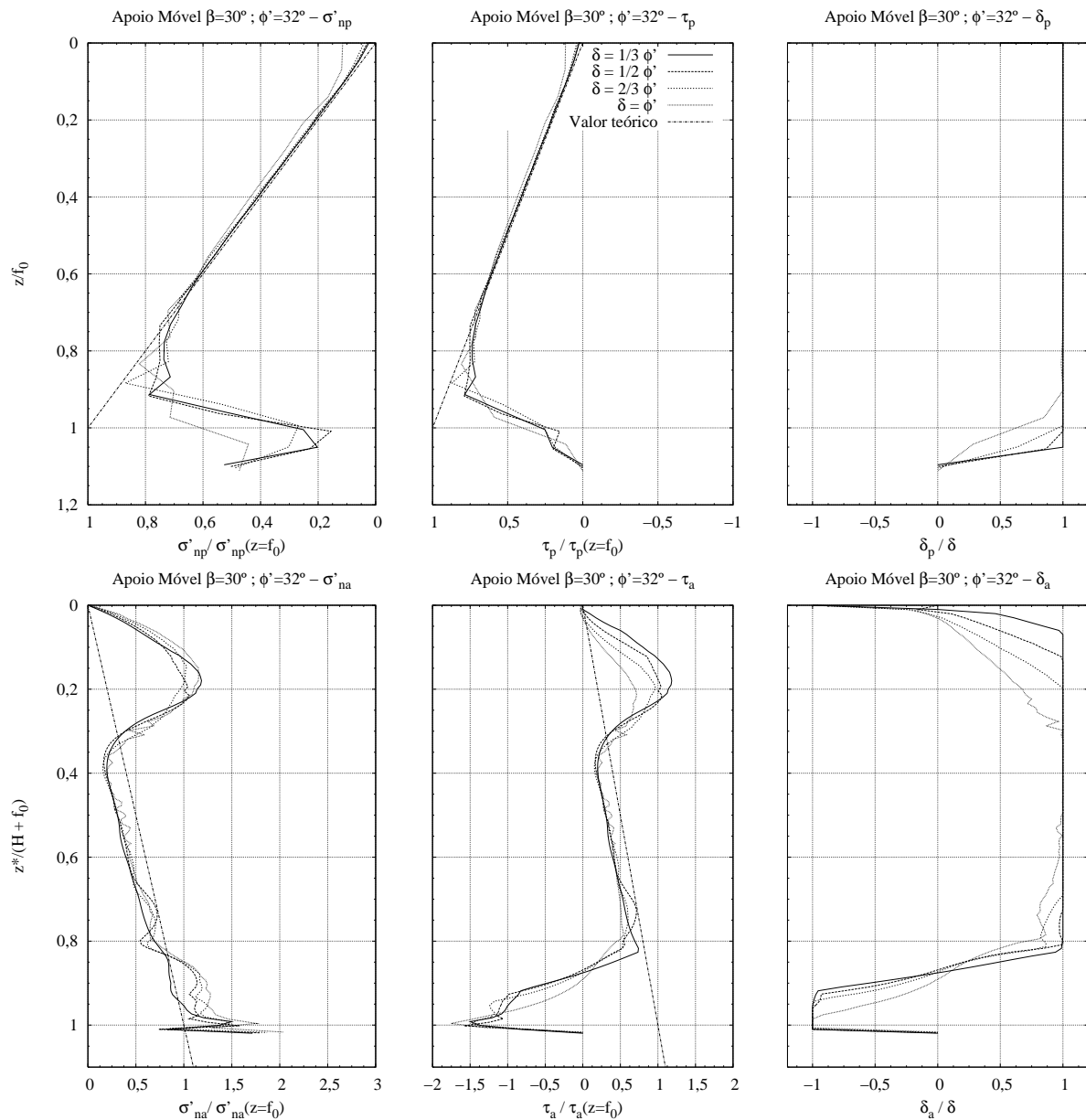


Figura 5.11: Resultados obtidos, para uma cortina mono-apoiada com um solo de $\phi'=32^\circ$, elemento mola e $\beta=30^\circ$

do Capítulo 3.

Os resultados obtidos para $\beta=0^\circ$ encontram-se no Anexo C e permitem, de um modo geral, obter conclusões semelhantes.

Nos casos em que $\beta=-50^\circ$, presentes, igualmente, no Anexo C, os resultados por elementos finitos mostram uma significativa mobilização de δ_a (facto que também se observa na metodologia analítica apresentada no Capítulo 3) e um forte decréscimo da mobilização de δ_p , o que é compatível com os resultados da metodologia analítica.

No entanto, verifica-se que, tal como nas cortinas autoportantes, há uma mobilização completa do impulso passivo até dada profundidade, seguindo-se um significativo decréscimo.

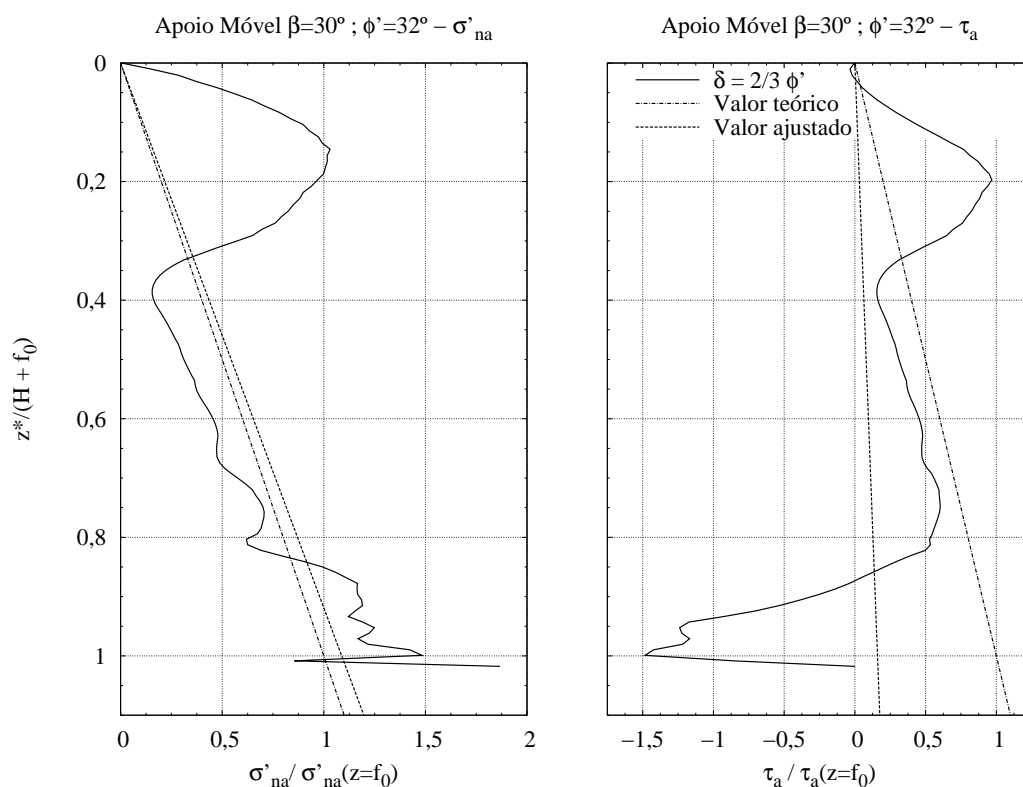


Figura 5.12: Comparação entre os valores de impulso activo obtidos pelos diferentes métodos para uma cortina mono-apoiada com um solo de $\phi'=32^\circ$, $\delta=2/3\phi'$, elemento mola e $\beta=30^\circ$

Refira-se ainda que não há a inversão de sinal na tensão tangencial activa que se verificou para as situações onde $\beta=30^\circ$ e que é ainda notória para $\beta=0^\circ$.

Encontram-se organizados no Quadro 5.6 os resultados obtidos, no método analítico tradicional e na metodologia apresentada no Capítulo 3 assim como no método numérico por elementos finitos com recurso a um elemento mola como apoio da cortina, para o valor da reacção no apoio R_A quando β toma o valor de 0° .

A análise deste quadro permite concluir que, conforme anteriormente referido, a força instalada no apoio é substancialmente maior do que a correspondente aos cálculos. Tal dever-se-á, sem dúvida, à rigidez do apoio. Faz-se, assim, notar que apesar da força no apoio ser superior, tal não ajuda, como se viu, a reduzir a componente vertical do impulso activo mobilizado. Pode, assim, afirmar-se que, globalmente, apesar das diferenças verificadas sobretudo no pé da cortina, não há diferença substancial na mobilização dos impulsos activos. Não se pode nem afirmar que sejam globalmente inferiores (no que respeite à componente tangencial) aos valores teóricos. Pelo contrário, no caso dos passivos, há uma distribuição que depende significativamente de β .

5.4.3 Influência do parâmetro β

O que é descrito no ponto anterior, para os diferentes valores de β , torna-se claro com a Figura 5.13, para o caso de $\phi'=32^\circ$ e $\delta=2/3\phi'$. É interessante ver como na mobilização do

Quadro 5.6: Comparação das reacções no apoio (R_A) obtidos para $\beta=0^\circ$

ϕ'	δ / ϕ'	Tradicional [kN/m]	Proposta de Frank et al. (2004) [kN/m]	Mola [kN/m]
41°	1/3	22,71	23,61	56,87
	1/2	21,19	22,41	52,81
	2/3	19,89	21,39	50,65
	1	17,50	19,46	49,63
32°	1/3	33,93	35,15	65,80
	1/2	31,64	33,29	62,82
	2/3	29,74	31,73	59,48
	1	26,53	29,08	57,05
41° NF	1/3	24,05	25,00	61,95
	1/2	22,24	23,52	57,35
	2/3	20,76	22,31	55,69
	1	18,10	20,12	53,17
32° NF	1/3	38,31	39,71	74,88
	1/2	35,27	37,12	69,67
	2/3	32,84	35,06	67,16
	1	28,90	31,68	62,99

impulso passivo varia em ter os casos de $\beta=30^\circ$ ou 0° para o caso de $\beta=-50^\circ$. Por outro lado, uma primeira observação da distribuição do impulso activo mostra que, para os diferentes valores de β , a evolução do impulso em profundidade foi, para os três casos, semelhante. Esta evolução relativamente próxima, só perto do pé da cortina se altera, verificando-se uma variação na distribuição, nos moldes já descritos.

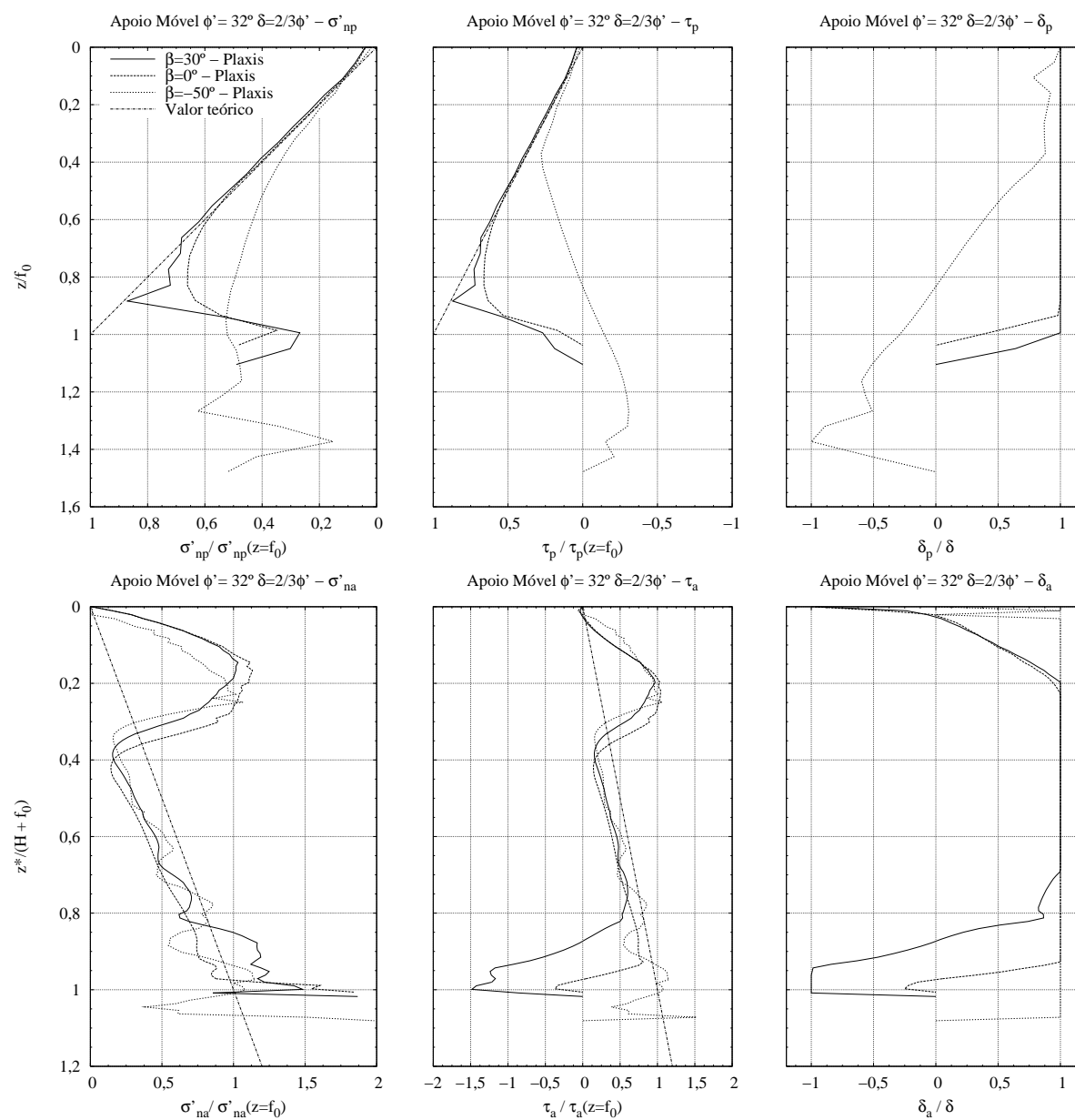


Figura 5.13: Resultados obtidos, para uma cortina mono-apoiada com $\phi' = 32^\circ$ e $\delta = 2/3\phi'$, com elemento mola

5.5 Cortina mono-apoiada com apoio modelado explicitamente

5.5.1 Introdução

Os resultados obtidos na secção anterior, em especial os que dizem respeito a $\beta=30^\circ$ e 0° , não parecem legitimar a metodologia descrita no Capítulo 3. Surgiu, no entanto, a dúvida se esses resultados (em especial para $\beta=30^\circ$) não poderiam estar condicionados pelo facto do elemento de apoio estar modelado por uma mola em lugar de uma ancoragem. Ou mesmo se os resultados obtidos para $\beta=-50^\circ$ não seriam afectados se em lugar de uma mola se modelasse explicitamente a escora, fundada no terreno. Decidiu-se, assim, repetir os cálculos destas duas situações modelando agora explicitamente esses elementos.

Admitiu-se assim as situações ilustradas pelas Figuras 5.14 e 5.15. A escora foi considerada com as propriedades anteriormente indicadas e admitiu-se fundada numa sapata com a geometria indicada na Figura 5.14 com a largura (na dimensão perpendicular ao papel) de 1 m e admitindo a rigidez equivalente a um afastamento entre sapatas de 3,00 m.

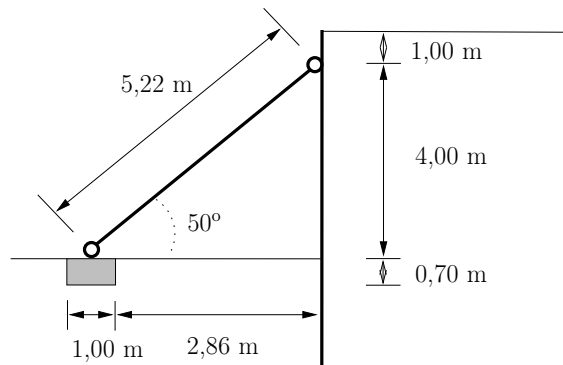


Figura 5.14: Geometria do elemento escora e respectiva sapata de fundação

O dimensionamento do elemento ancoragem foi feito através do cálculo da resistência à tracção assumindo que se tratava de, por metro de desenvolvimento de escavação, um cordão de 7 fios de pré-esforço do tipo Y1860S7-15,3 com um módulo de elasticidade (E) de 197 GPa e com uma força de cedência (F_{pk}) de 201,6 kN para uma secção com uma área efectiva de aço (A_{livre}) de 140 mm^2 e com um comprimento (L_{livre}) de 5 m. Para o bolbo de selagem fixou-se as dimensões do mesmo com um diâmetro ($D_{selagem}$) de 0,20 m, e logo uma área de secção transversal ($A_{selagem}$) de $314,16 \text{ cm}^2$ e um comprimento ($L_{selagem}$) de 5,00 m (Figura 5.15) com uma calda de cimento com um módulo de elasticidade (E) de 15 GPa. O comprimento livre e o bolbo de selagem têm as propriedades definidas no Quadro 5.7. Após a modelação da ancoragem, foi aplicada à mesma uma força de tracção com o mesmo valor da reacção no apoio R_A , obtida no estudo analítico.

Quadro 5.7: Propriedades do bolbo de selagem e do comprimento livre da ancoragem

Elemento	A [mm^2]	E [GPa]	EA [kN]
Compr. livre	140	197	27580
Bolbo de selagem	31416	15	471239

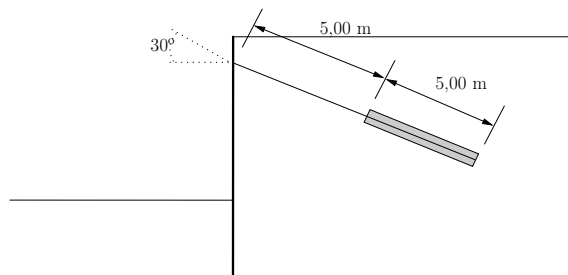


Figura 5.15: Geometria do elemento ancoragem

5.5.2 Resultados obtidos para a modelação explícita da ancoragem

Os resultados obtidos, encontram-se organizados graficamente nas Figuras presentes no Anexo D que contemplam os solos 1 e 2 assim como, para os dois solos, a situação com nível freático à cota de escavação.

Compilando os valores reacção no apoio (Quadro 5.8) obtidos dos diferentes métodos aqui apresentados (a formulação tradicional onde é desprezado o equilíbrio vertical, a metodologia baseada em Frank et al. (2004) e a modelação por elemento mola e a modelação explícita do apoio) torna-se evidente que a diferença entre as reacções no apoio entre as duas modelações, por elementos finitos, não é relevante. É também de notar que os valores da reacção no apoio numericamente obtidos são da ordem de duas vezes superiores aos obtidos analiticamente.

Quadro 5.8: Comparação das reacções no apoio (R_A) obtidos para $\beta=30^\circ$

ϕ'	δ / ϕ'	Tradicional [kN/m]	Proposta de Frank et al. (2004)[kN/m]	Mola [kN/m]	Ancoragem [kN/m]
41°	1/3	26,22	30,19	60,38	59,60
	1/2	24,46	28,50	58,09	54,17
	2/3	22,97	27,06	54,83	50,59
	1	20,20	24,36	52,83	46,59
32°	1/3	39,18	45,88	70,91	72,32
	1/2	36,53	43,14	64,21	66,30
	2/3	34,34	40,87	63,42	64,29
	1	30,63	37,01	61,54	61,58
41° NF	1/3	27,77	31,95	65,32	63,99
	1/2	25,68	29,90	60,70	57,72
	2/3	23,97	28,22	57,30	53,66
	1	20,90	25,17	54,08	49,99
32° NF	1/3	44,24	51,83	78,25	80,58
	1/2	40,73	48,10	71,84	76,38
	2/3	37,93	45,13	68,75	73,00
	1	33,37	40,29	66,80	66,29

Em relação à distribuição de pressões de terras também não parece haver diferenças significativas. Mostre-se, como exemplo, a situação, sem nível freático, do solo 2, em que $\phi' = 32^\circ$ e $\delta = 2/3\phi'$. Sobrepondo as curvas respeitantes à modelação com mola com as da modelação explícita tem-se a Figura 5.16.

A análise desta figura mostra uma distribuição de pressão activa e passiva praticamente coincidente, com a excepção da distribuição activa na zona final da cortina, em que se notará que modelando explicitamente a ancoragem se dissipa um pouco o efeito anteriormente relatado da inversão de sinal dessa pressão. Ele existirá apenas numa extensão pequena.

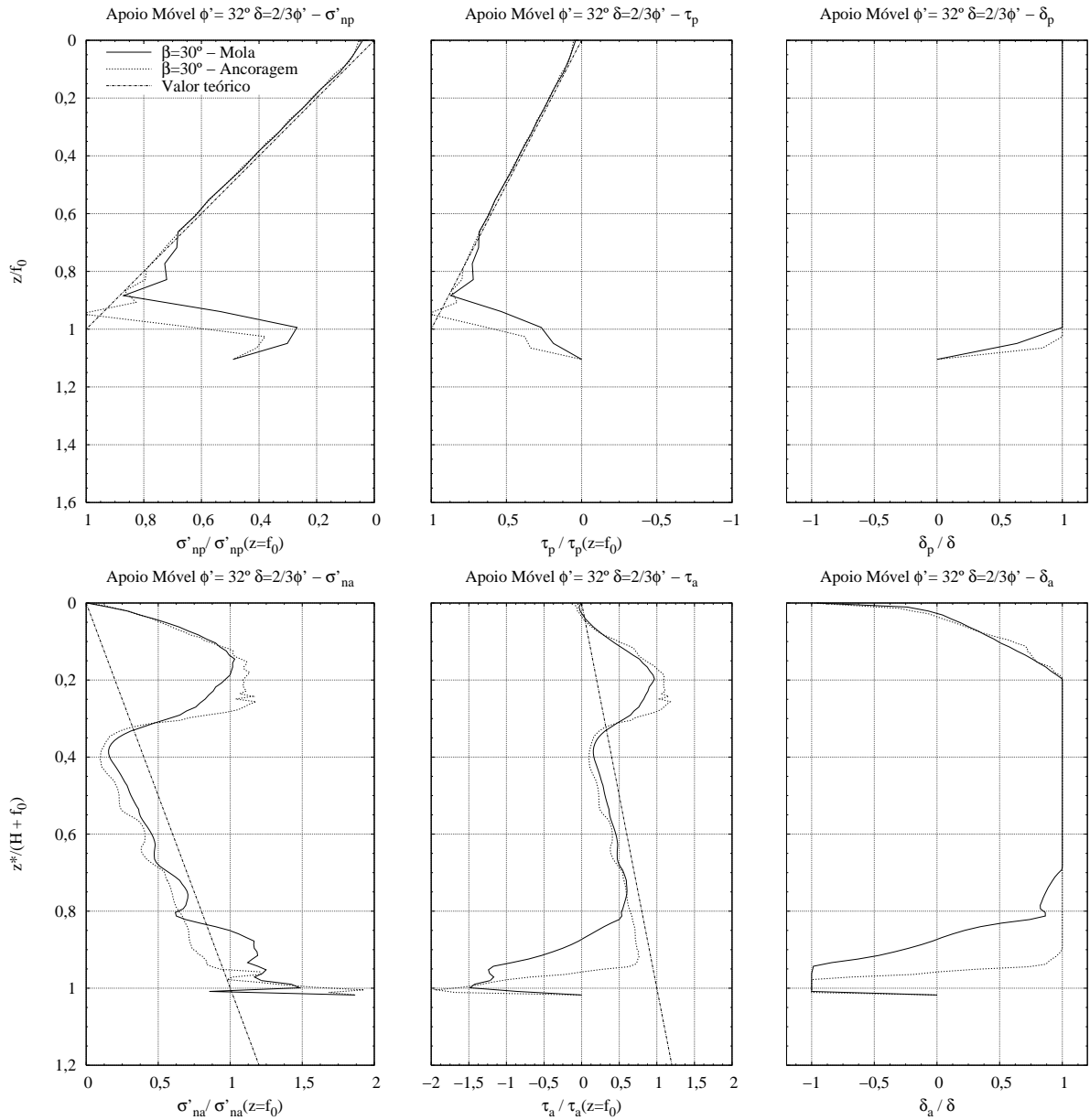


Figura 5.16: Cortina mono-apoiada com um solo de $\phi'=32^\circ$, $\delta=2/3\phi'$ e $\beta=30^\circ$

De referir que os resultados indicados na Figura 5.16 correspondem, naturalmente, ao mesmo caso, sendo a única diferença a forma como o apoio é modelado. No caso da mola, não qualquer pré-esforço e a sua rigidez é correspondente à de uma escora. No caso da ancoragem, está aplicada uma força de pré-esforço e a sua rigidez é a correspondente aos cabos da ancoragem, ou seja, bastante inferior.

5.5.3 Resultados obtidos para a modelação explícita da escora inclinada

Foi, como já referido anteriormente, feita a modelação explícita da escora com a inclinação de $\beta=50^\circ$ por elementos finitos. Desenvolveu-se, igualmente, um estudo paramétrico com o recurso aos dois solos já referidos, nas situações de ausência de nível freático e com o nível

freático coincidente com a cota de escavação. Os resultados obtidos deste estudo paramétrico encontram-se no Anexo E.

O Quadro 5.9 mostra a comparação dos vários valores da reacção no apoio, obtida pelos quatro diferentes métodos.

Quadro 5.9: Comparação das reacções no apoio (R_A) obtidos para $\beta=-50^\circ$

ϕ'	δ / ϕ'	Tradicional [kN]	Proposta de Frank et al. (2004) [kN]	Mola [kN]	Ancoragem [kN]
41°	1/3	35,33	39,92	63,97	62,36
	1/2	32,96	35,79	57,89	55,38
	2/3	30,94	32,39	58,19	56,28
	1	27,22	27,39	63,08	60,90
32°	1/3	52,78	54,84	75,22	69,00
	1/2	49,22	55,91	76,18	68,19
	2/3	46,26	50,54	72,99	67,08
	1	41,27	42,40	68,08	65,31
41° NF	1/3	37,41	44,42	68,34	64,20
	1/2	34,60	38,55	63,08	59,46
	2/3	32,30	34,29	60,79	59,19
	1	28,16	28,40	65,70	63,47
32° NF	1/3	59,60	70,10	84,54	64,07
	1/2	54,88	64,96	81,52	60,89
	2/3	51,10	57,44	81,90	56,70
	1	44,96	46,62	74,99	57,29

Genericamente, as conclusões tiradas na secção anterior são válidas. No entanto a proximidade de valores entre os dois métodos numéricos já não é tão evidente. Existe, para o caso do solo com $\phi'=32^\circ$ uma diferença com algum significado.

Comparando graficamente, na Figura 5.17, os modelos com mola e com modelação explícita da escora inclinada pode avaliar-se a diferença entre os métodos de modelação do apoio. Para tal comparou-se a situação de escavação com o solo 2 em que $\phi'=32^\circ$ e $\delta=2/3\phi'$.

O andamento das curvas é muito semelhante.

5.5.4 Análise da influência da rigidez do elemento de apoio

As duas secções anteriores (modelação explícita da ancoragem e da escora) mostraram que, sob o ponto de vista das pressões de terras actuantes sobre a estrutura, as conclusões anteriormente tiradas através dos modelos simplificados são válidas.

Existe, no entanto, uma clara diferença entre a reacção deduzida analiticamente e a obtida numericamente. Esta situação levanta a questão de se a rigidez que foi atribuída ao elemento de apoio é, de alguma forma, determinante nos resultados finais.

Para analisar a influência da rigidez do elemento foi levado a cabo um estudo paramétrico desta grandeza para os dois solos apresentados no Quadro 5.1 mas apenas para a situação de $\delta = 2/3 \phi'$. Para o elemento escora (por se tratar do elemento que se encontra à compressão e que apresentou maior divergência de resultados) variou-se a sua rigidez entre $5EA$ e $EA/5$. Para o elemento ancoragem variou-se a sua rigidez entre $2EA$ e $EA/2$.

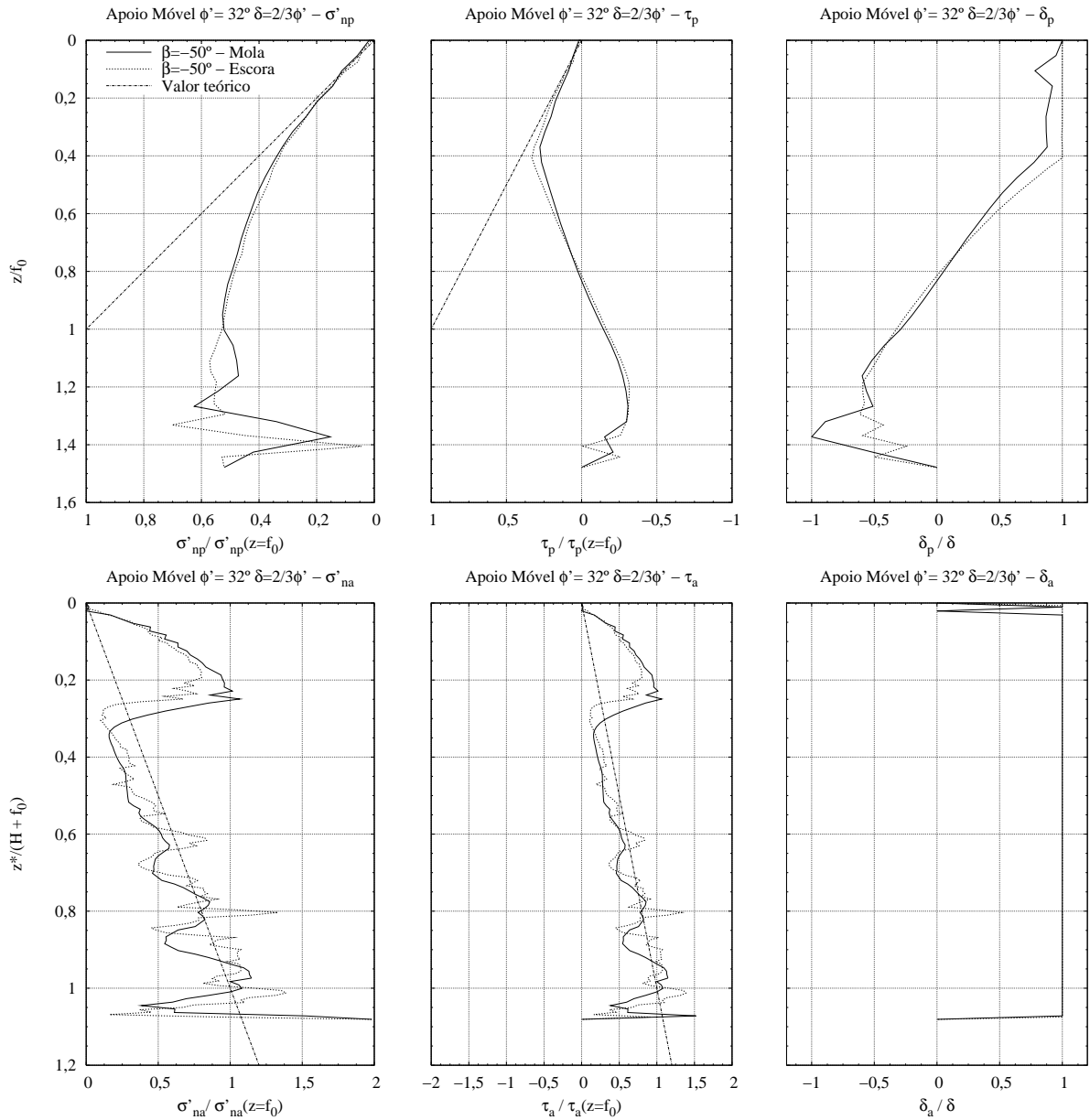


Figura 5.17: Cortina mono-apoiada com um solo de $\phi'=32^\circ$, $\delta=2/3\phi'$ e $\beta=-50^\circ$

Na Figura 5.18 na situação de ausência de nível freático para o solo 1, torna-se claro que para o caso da ancoragem a variação da rigidez do elemento não é, para a gama de valores abordados, relevante nos valores finais.

Os mesmos comentários podem ser transpostos para a situação com o solo 2 e para as restantes situações com presença de nível freático à cota de escavação. Para essas situações, foram elaborados igualmente gráficos que se encontram no Anexo F.

A análise da escora como elemento de apoio traduzida na Figura 5.19 para a situação de ausência de nível freático e solo 1, indica que a variação da rigidez da escora tem ainda menor relevância que na situação da utilização de um elemento ancoragem para o apoio da cortina (de referir que a diferença, no estudo paramétrico para as escoras, entre a mais rijas e a mais

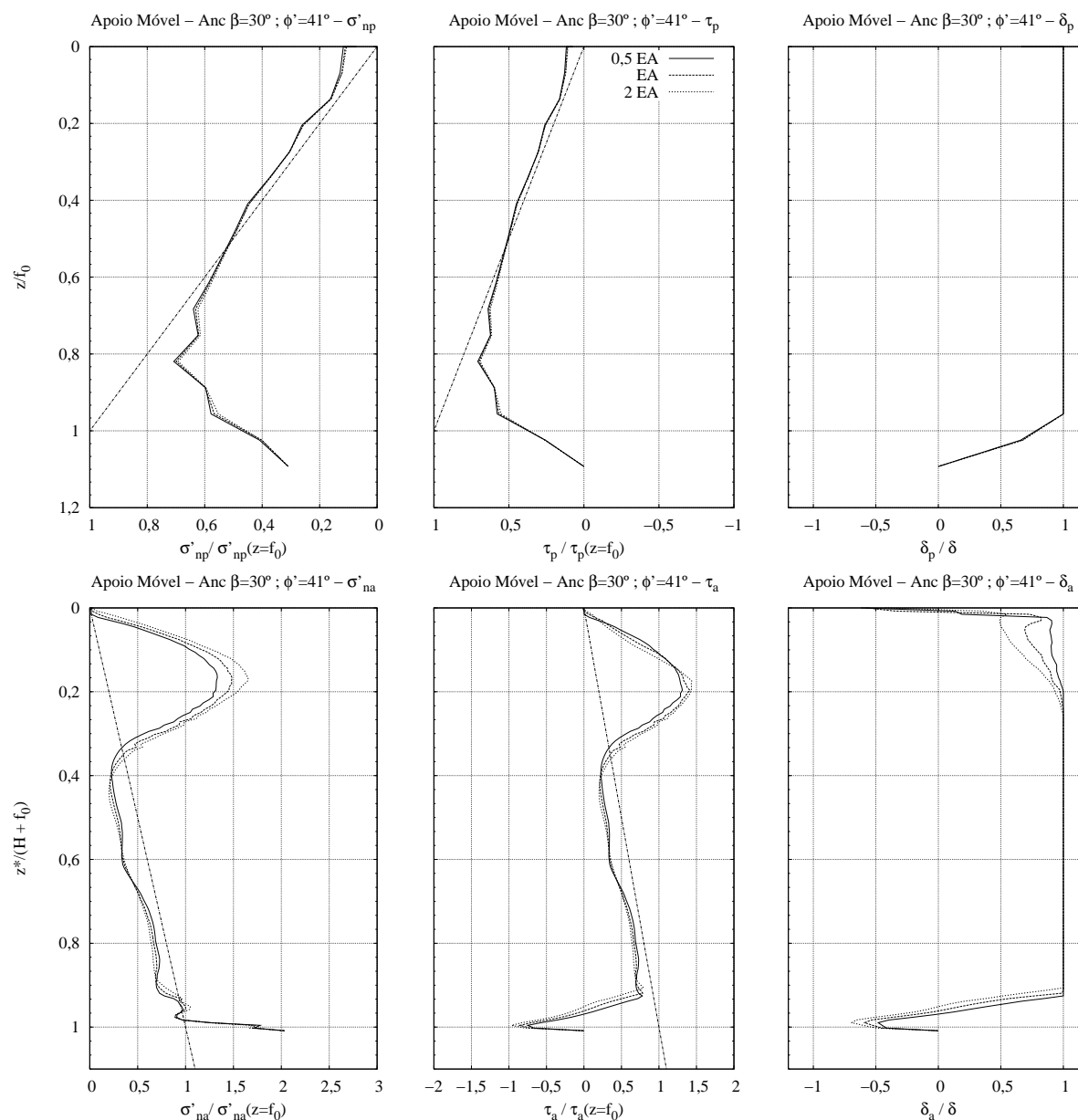


Figura 5.18: Análise comparativa da rigidez do elemento ancoragem num solo com $\phi'=41^\circ$ e $\beta=30^\circ$

flexível é de 25 vezes).

Os mesmos comentários pode ser transpostos para a situação com o solo 2 e para as restantes situações com presença de nível freático à cota de escavação. Para essas situações, foram elaborados igualmente gráficos que se encontram no Anexo G.

5.6 Conclusões

Os resultados apresentados neste capítulo permitem as seguintes conclusões:

- Cortinas autoportantes:

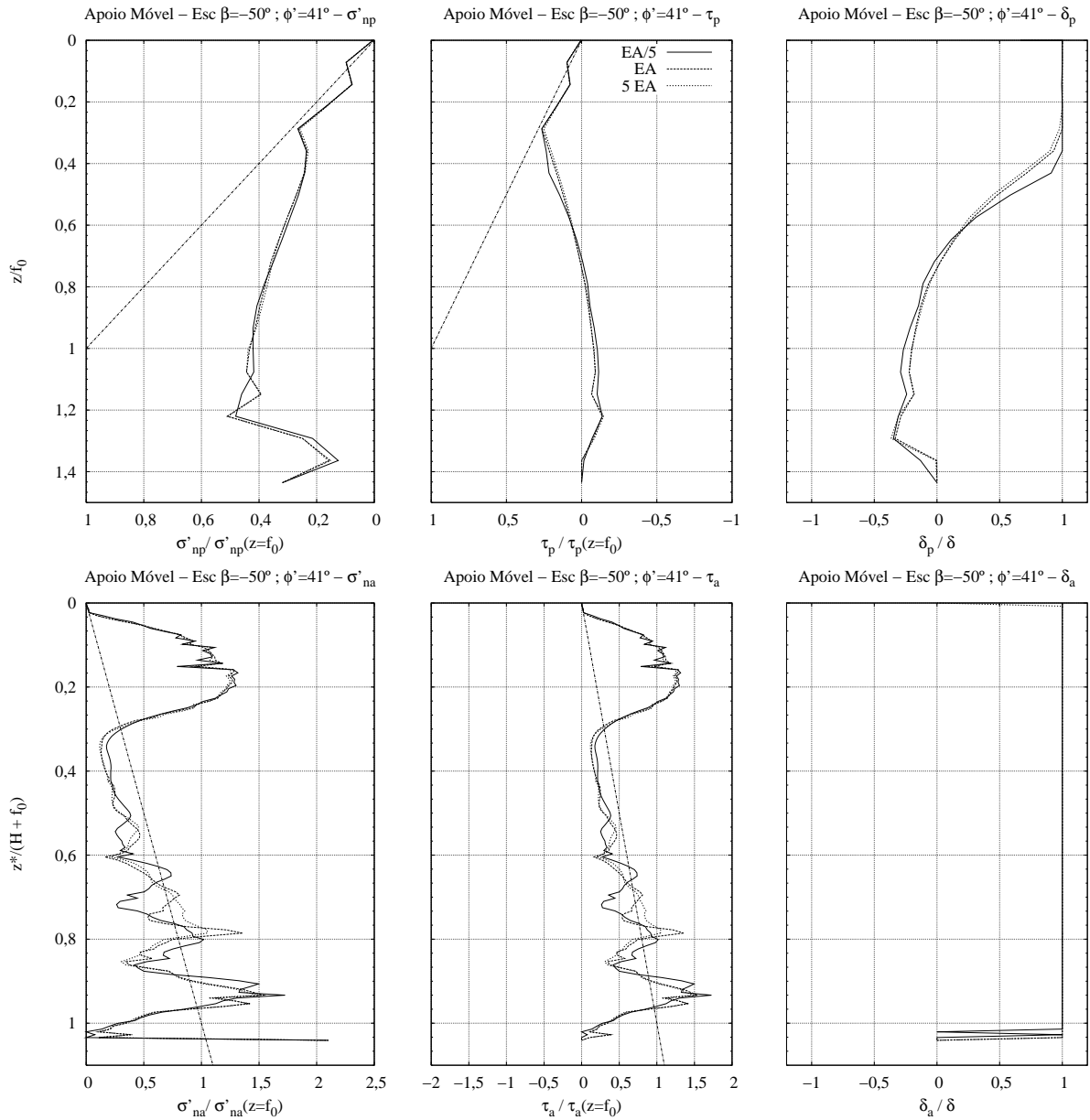


Figura 5.19: Análise comparativa da rigidez do elemento escora num solo com $\phi'=41^\circ$ e $\beta=-50^\circ$

- verifica-se uma quase completa mobilização das pressões de terra no lado activo da escavação; e no lado passivo, as pressões de terra são apenas parcialmente mobilizadas;
- a mobilização em profundidade das pressões de terras na interface do lado passivo é plena até à profundidade adimensionalizada de $z/f_0 = 0,40$ e, a partir dessa profundidade, diminui quase numa forma linear até $f_{0,c}$ para valores pequenos;
- há uma redução na mobilização das pressões de terras, tal como no Capítulo 3, no entanto, a mesma não parece fazer-se com a redução de δ_p ;
- a mobilização de pressões de terras passiva descrita é sempre acompanhada de elevados valores de δ_p mobilizados, em alguns casos, com valores iguais a δ e quase

sempre superior a $0,75\delta$;

- Cortinas mono-apoiadas com $\beta=30^\circ$ e 0°
 - ao contrário do considerado no Capítulo 3, não há redução das pressões activas;
 - ocorre, no entanto, uma inversão de sinal das tensões tangenciais activas, próximo do pé da cortina; menor no caso da modelação explícita do apoio;
 - verifica-se uma mobilização significativa das pressões de terras passivas, maior para $\phi'=32^\circ$ e menor para $\phi'=41^\circ$;
- Cortinas mono-apoiadas com $\beta=-50^\circ$
 - as conclusões são, em tudo, semelhantes às obtidas para as cortinas autoportantes.

Capítulo 6

Conclusões e futuros desenvolvimentos

O problema das cargas verticais nas cortinas de contenção não é tradicionalmente considerado no dimensionamento de cortinas autoportantes e mono-apoiadas. No dimensionamento tradicional deste tipo de estruturas é frequente recorrer-se à teoria de Rankine para o cálculo de impulsos e, habitualmente, não existem cargas verticais significativas aplicadas à estrutura. O problema das cargas verticais tem sido, sobretudo, estudado para o caso das cortinas (sobretudo multi-ancoradas, com ancoragem pré-esforçadas seladas no terreno) em que existem cargas verticais importantes devidas às componentes verticais nas ancoragens. O comportamento em serviço e o mecanismo de colapso destas estruturas encontram-se adequadamente estudados.

No caso das cortinas autoportantes e mono-apoiadas, o problema das cargas verticais foi anteriormente abordado na questão da influência da espessura em conjunto com a mobilização de tensões tangenciais sem que, no entanto, os aspectos respeitantes ao equilíbrio vertical fossem explicitamente tidos em consideração. O equilíbrio vertical neste tipo de cortina foi considerado, nos trabalhos consultados, apenas por Frank et al. (2004) através de uma metodologia aplicável às cortinas mono-apoiadas. Nesta metodologia o equilíbrio vertical é tido em conta através da consideração de um ângulo de atrito solo-estrutura mobilizado do lado activo inferior ou igual ao ângulo de atrito solo-estrutura.

A metodologia descrita por estes autores foi implementada e adaptada às cortinas autoportantes, às cortinas mono-apoiadas calculadas pelo método do apoio móvel e às cortinas mono-apoiadas calculadas pelo método do apoio fixo. Para duas situações (ausência de nível freático e nível freático coincidente com a base da escavação) foram realizadas análises paramétricas do ângulo de resistência ao corte do solo, do ângulo de atrito solo-estrutura e, no caso das cortinas mono-apoiadas, do ângulo do apoio com a horizontal. Os resultados da altura enterada e dos ângulos de atrito solo-estrutura mobilizados foram obtidos e apresentados de forma adimensional. A metodologia revelou-se possível de utilizar para os diversos casos analisados, verificando-se que só em situações extremas o equilíbrio vertical não foi possível de atingir.

Em resumo, os resultados desta análise paramétrica permitiram concluir que no caso das cortinas autoportantes o ajuste do ângulo de atrito solo-estrutura é realizado do lado passivo e

que no caso das cortinas mono-apoiadas o ajuste do ângulo de atrito solo-estrutura é realizado do lado activo ou passivo consoante a inclinação do apoio. Para as inclinações, que se admittiram positivas, típicas das ancoragens pré-esforças seladas no terreno, o ajuste é sobretudo realizado do lado activo e para as inclinações negativas, típicas das escoras inclinadas, o ajuste revelou-se necessário, sobretudo, do lado passivo.

Conforme referido, o ajuste necessário no caso das cortinas autoportantes é do lado passivo. Tal ajuste implica que o impulso passivo mantenha a sua forma triangular, mas dado que o ângulo de atrito solo-estrutura mobilizado é inferior ao ângulo de atrito solo-estrutura, a pressão passiva mobilizada não atinge, em ponto algum da altura enterrada, a pressão passiva mobilizável. Não é esse, no entanto, o comportamento que resulta das análises por elementos finitos deste tipo de cortina que mostram, pelo menos até dada profundidade de altura enterrada, uma total mobilização das pressões passivas. Esta constatação levou ao desenvolvimento de uma metodologia baseada na anterior mas na qual se admitia que até uma dada profundidade o ângulo de atrito solo-estrutura mobilizado é igual ao ângulo de atrito solo-estrutura e que a partir dessa profundidade se considerava a redução do ângulo de atrito necessária para a obtenção do equilíbrio vertical.

Esta metodologia foi aplicada ao caso das cortinas autoportantes para as mesmas situações de nível freático anteriormente descritas, tendo os seus resultados sido igualmente apresentados de uma forma adimensional. A análise dos valores das alturas enterradas, obtidas através desta metodologia, revelaram alguma redução relativamente à anterior apesar de não muito significativa. Apresenta, para além disso, duas dificuldades: uma da definição do valor da profundidade a partir até à qual se admite a total mobilização da pressão passiva e uma outra que advém do facto de a distribuição das pressões passivas que resulta da aplicação desta metodologia apresentar uma descontinuidade, à referida profundidade, que não se verifica nos resultados por elementos finitos.

Para além das duas dificuldades referidas, a metodologia apresentada não pareceu facilmente extrapolável ao caso de a redução do ângulo de atrito solo-estrutura necessário para o equilíbrio se tornar necessária do lado activo. Deste modo, pretendendo-se ainda dar um contributo para a futura definição de uma metodologia mais geral, procedeu-se a um conjunto de análises por elementos finitos de cortinas autoportantes e mono-apoiadas calculadas pelo método do apoio móvel.

Tais análises foram realizadas para dois solos arenosos, um correspondente a uma areia com 32° de ângulo de resistência ao corte e uma outra com 41° . Para o caso das cortinas mono-apoiadas, foram considerados três valores de inclinação do apoio: $+30^\circ$, 0° e -50° , valores considerados representativos de ancoragens, escoras horizontais e escoras inclinadas. As análises realizadas para o caso das cortinas autoportantes mostraram a completa mobilização das pressões de terra do lado activo e a mobilização das do lado passivo confirmando anteriores análises já referidas. Verificou-se, no entanto, que a redução das pressões passivas não é acompanhada de uma redução significativa do ângulo de atrito solo-estrutura mobilizado. Conclusões semelhantes podem tirar-se para o caso das cortinas mono-apoiadas para a inclinação negativa do apoio. No caso das cortinas mono-apoiadas para as duas restantes incli-

nações do apoio estudadas verificou-se uma significativa mobilização das pressões de terras do lado passivo e, do lado activo, constatou-se que praticamente não há redução da mobilização das mesmas.

Em face destes resultados julga-se adequado considerar, na definição dos caminhos a seguir para obter metodologias mais realistas, que tenham em conta o equilíbrio vertical, duas situações distintas: uma em que o equilíbrio implica uma redução da componente tangencial das pressões passivas e uma outra em que o equilíbrio exigiu, até agora, a redução das tensões tangenciais do lado activo.

Relativamente ao primeiro caso os resultados por elementos finitos pareceram demonstrar que, efectivamente, tal redução existe não parecendo, no entanto, que ela se deva fazer à custa de uma redução do ângulo de atrito solo-estrutura mobilizado. De facto, os cálculos mostraram mobilizações deste ângulo muito significativas apesar da mobilização das pressões passivas não ser total. Parece assim adequado sugerir-se que o trabalho futuro de procura de uma metodologia adequada a esta situação possa prosseguir admitindo um modelo como o que se apresenta na Figura 6.1. Neste modelo admite-se que até uma profundidade que se designa por z_p a mobilização das pressões passivas é total e, a partir dessa profundidade, se considera uma evolução linear sendo à profundidade $f_{0,c}$ tal que a relação entre a pressão efectiva passiva mobilizada e a teórica ($\sigma'_{p,m}/\sigma'_{p,t}$) seja a necessária para que haja equilíbrio vertical. Antevê-se, para a definição desta metodologia, duas dificuldades: uma que se prende com a escolha do valor de z_p e uma outra com a própria possibilidade de o equilíbrio vertical e de momentos ser possível com uma relação de $\sigma'_{p,m}/\sigma'_{p,t}$.

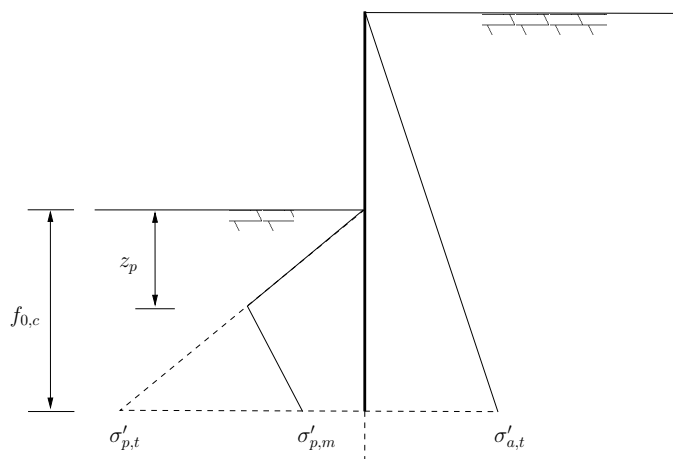


Figura 6.1: Proposta de modelo de desenvolvimento das pressões de terras passivas em profundidade

Para a escolha do valor de z_p os resultados numéricos apresentados podem constituir um ponto de partida, considerando-se, no entanto, que poderá ser particularmente relevante o estudo da influência da rigidez à flexão da cortina o que, no presente trabalho, não foi feito e que poderá ser particularmente importante, em especial no caso de se pretender que o âmbito de tal metodologia seja alargado a diferentes tipos de estrutura. A outra questão exige uma análise que só poderá ser aprofundada em futuro trabalho sobre o assunto.

Quanto ao segundo caso, existe uma discrepância entre a metodologia analítica testada e os resultados obtidos por elementos finitos. Com efeito, conforme já se referiu, a metodologia analítica aponta para reduções do valor do ângulo de atrito solo-estrutura, ao passo que os resultados por elementos finitos mostram que existe mobilização praticamente completa das pressões activas, pelo menos no caso das cortinas dimensionadas com base no método do apoio móvel. Reanalise-se, assim, este caso. Quando da metodologia analítica se conclui que o equilíbrio vertical deve ser obtido por redução das tensões tangenciais do lado activo, tal significa que estas, somadas às cargas verticais no apoio são, portanto, elevadas face às mobilizadas do lado passivo. A solução encontrada tem sido, no presente trabalho, a da redução das pressões tangenciais activas, mas, na realidade, o problema parece ter igualmente solução através do aumento das passivas. A forma de o fazer implica, naturalmente, um incremento da ficha, como aliás implicava a diminuição das activas. Como esperado a mobilização das pressões passivas deixará de ser completa, podendo, assim, usar-se um método semelhante ao descrito na Figura 6.1.

Para metodologias futuras é igualmente proposto que, não só o peso da própria cortina seja contabilizado mas também seja a capacidade resistente da fundação da cortina, desde que essa força vertical no pé da cortina seja determinada de uma forma exterior ao método. Outro ponto a referir contempla, para um futuro trabalho, a análise da possível existência de uma componente vertical do contra-impulso passivo, hipótese esta baseada nos resultados obtidos por elementos finitos para o caso da cortina mono-apoiada com o apoio com inclinação positiva. Por fim, um último ponto referente à inclusão, em metodologias futuras, de sobrecargas no terreno suportado para a avaliação do seu efeito no equilíbrio vertical da contenção.

Anexo A

Método do apoio móvel

1. Cortina mono-apoiada (Apoio Móvel) com $\phi'=25^\circ$: resultados da aplicação da metodologia baseada em Frank et al. (2004)
2. Cortina mono-apoiada (Apoio Móvel) com $\phi'=35^\circ$: resultados da aplicação da metodologia baseada em Frank et al. (2004)
3. Cortina mono-apoiada (Apoio Móvel) com $\phi'=45^\circ$: resultados da aplicação da metodologia baseada em Frank et al. (2004)
4. Cortina mono-apoiada (Apoio Móvel - Nível Freático) com $\phi'=25^\circ$: resultados da aplicação da metodologia baseada em Frank et al. (2004)
5. Cortina mono-apoiada (Apoio Móvel - Nível Freático) com $\phi'=30^\circ$: resultados da aplicação da metodologia baseada em Frank et al. (2004)
6. Cortina mono-apoiada (Apoio Móvel - Nível Freático) com $\phi'=35^\circ$: resultados da aplicação da metodologia baseada em Frank et al. (2004)
7. Cortina mono-apoiada (Apoio Móvel - Nível Freático) com $\phi'=40^\circ$: resultados da aplicação da metodologia baseada em Frank et al. (2004)
8. Cortina mono-apoiada (Apoio Móvel - Nível Freático) com $\phi'=45^\circ$: resultados da aplicação da metodologia baseada em Frank et al. (2004)

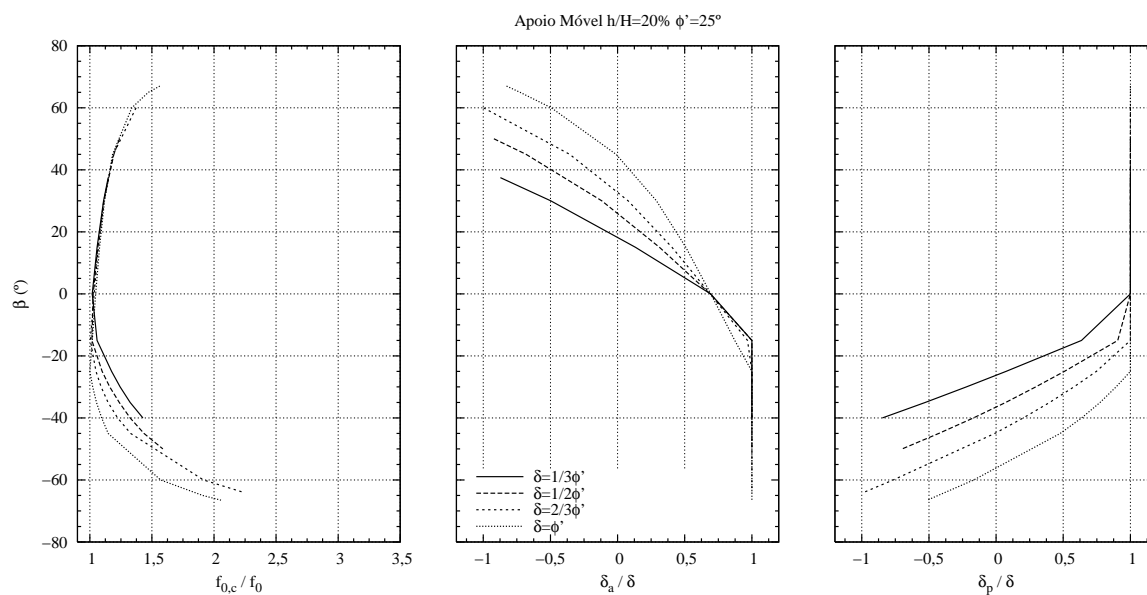


Figura A.1: Cortina mono-apoiada (Apoio Móvel) com $\phi'=25^\circ$: resultados da aplicação da metodologia baseada em Frank et al. (2004)

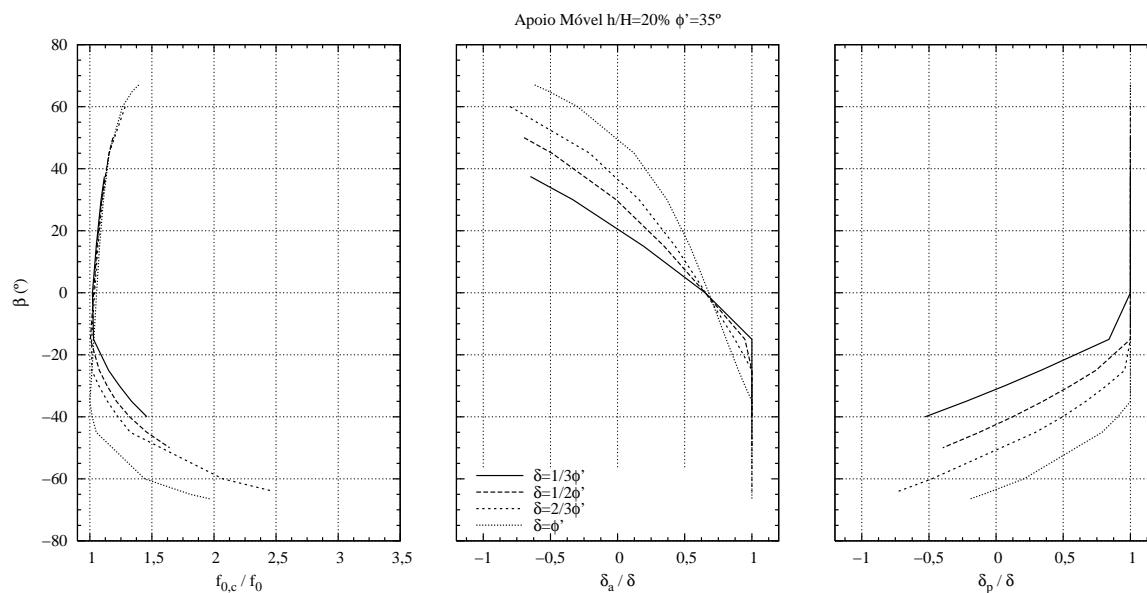


Figura A.2: Cortina mono-apoiada (Apoio Móvel) com $\phi'=35^\circ$: resultados da aplicação da metodologia baseada em Frank et al. (2004)

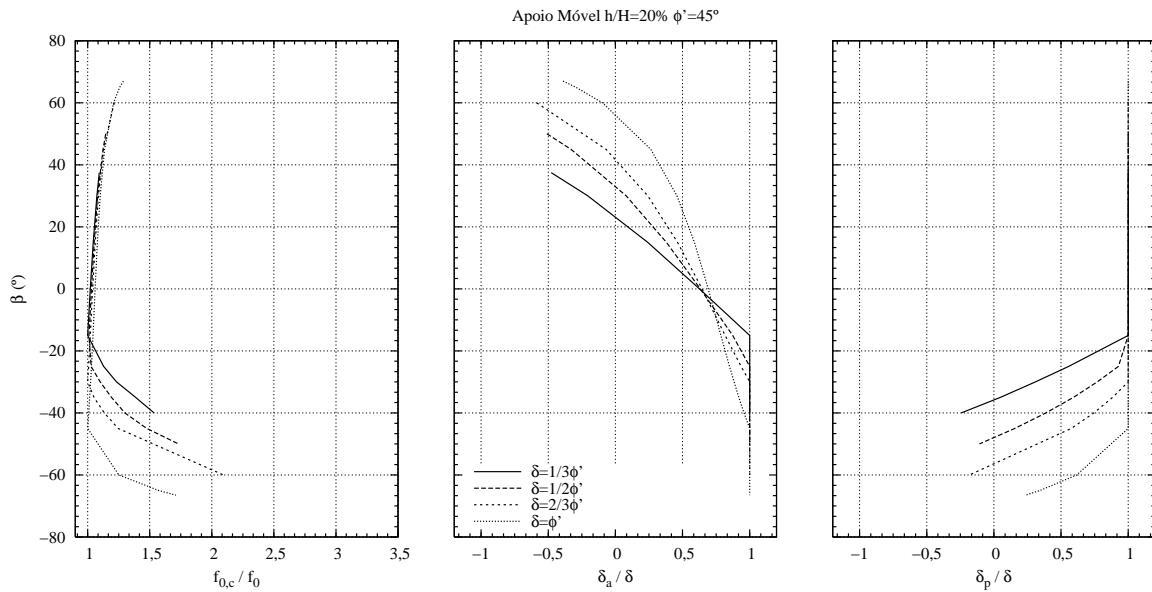


Figura A.3: Cortina mono-apoiada (Apoio Móvel) com $\phi'=45^\circ$: resultados da aplicação da metodologia baseada em Frank et al. (2004)

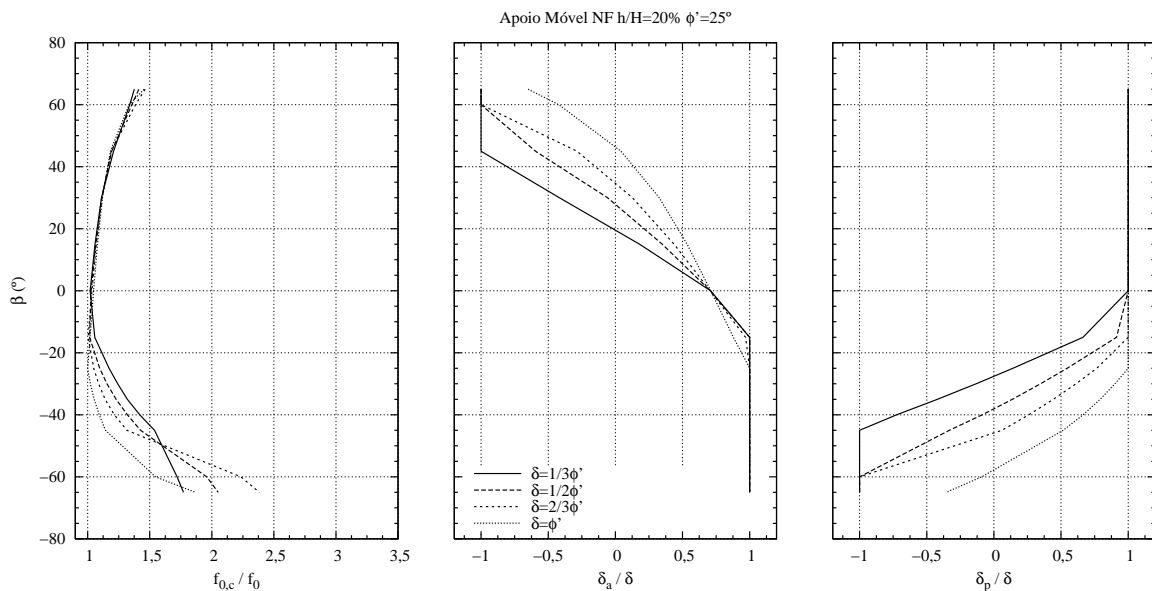


Figura A.4: Cortina mono-apoiada (Apoio Móvel - Nível Freático) com $\phi'=25^\circ$: resultados da aplicação da metodologia baseada em Frank et al. (2004)

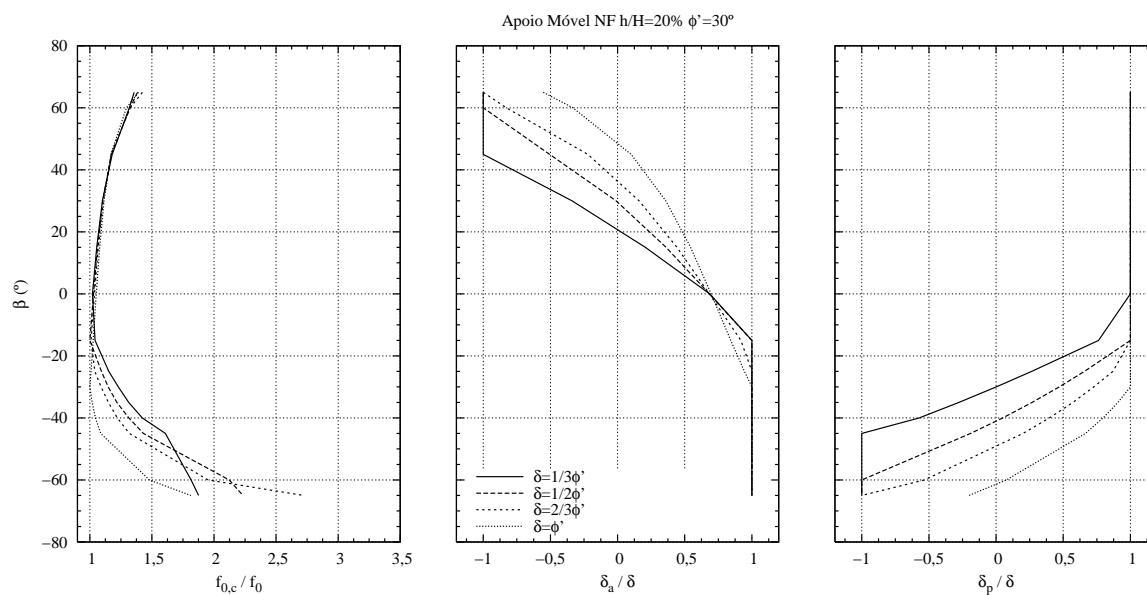


Figura A.5: Cortina mono-apoiada (Apoio Móvel - Nível Freático) com $\phi'=30^\circ$: resultados da aplicação da metodologia baseada em Frank et al. (2004)

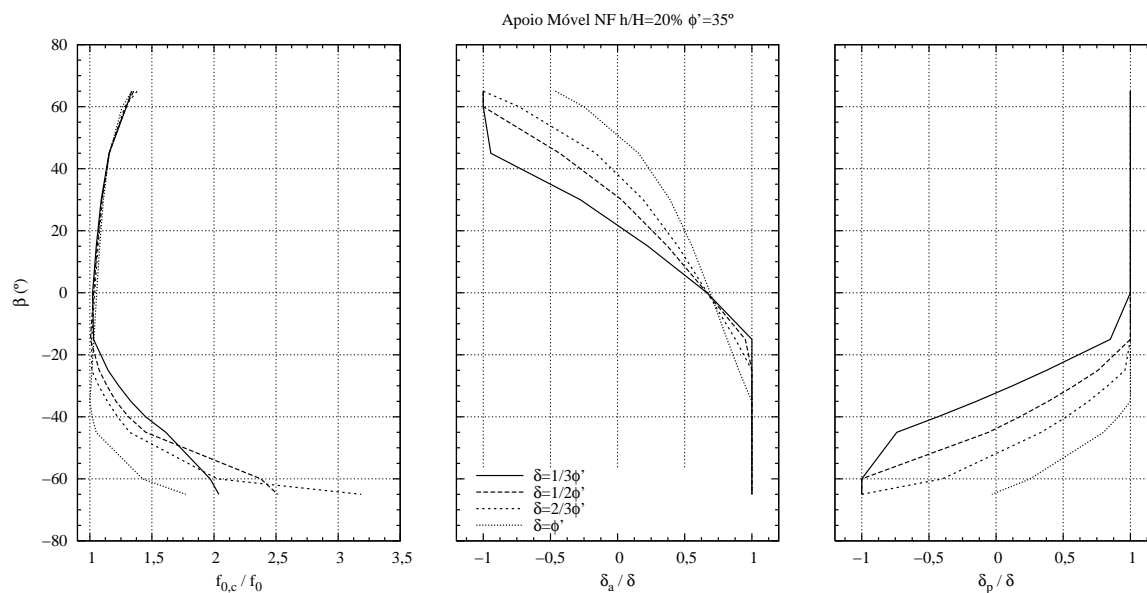


Figura A.6: Cortina mono-apoiada (Apoio Móvel - Nível Freático) com $\phi'=35^\circ$: resultados da aplicação da metodologia baseada em Frank et al. (2004)

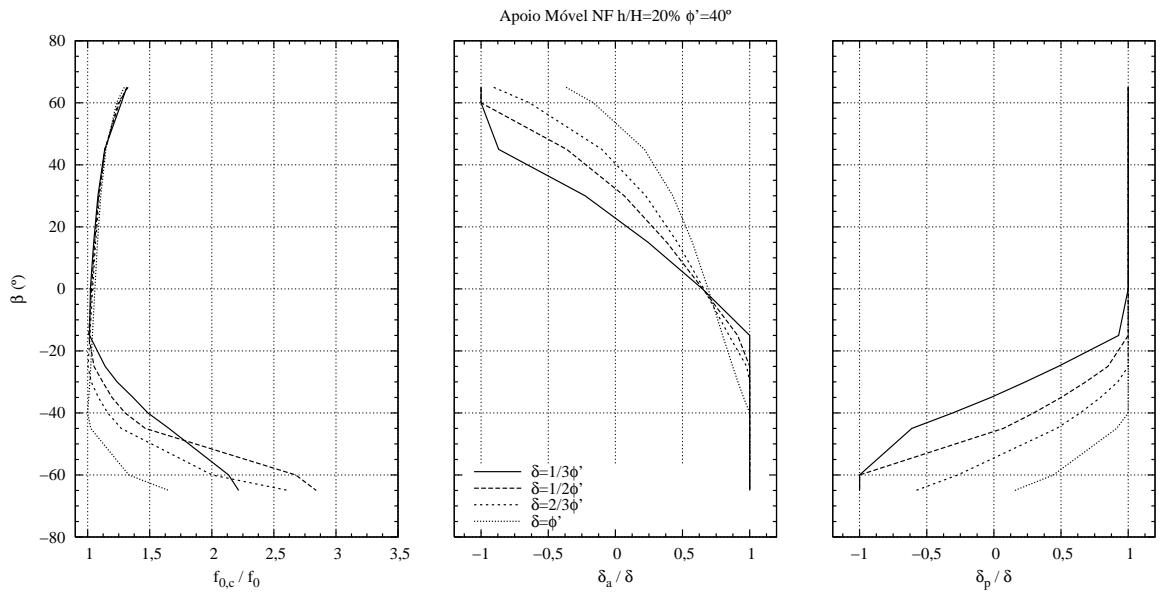


Figura A.7: Cortina mono-apoiada (Apoio Móvel - Nível Freático) com $\phi'=40^\circ$: resultados da aplicação da metodologia baseada em Frank et al. (2004)

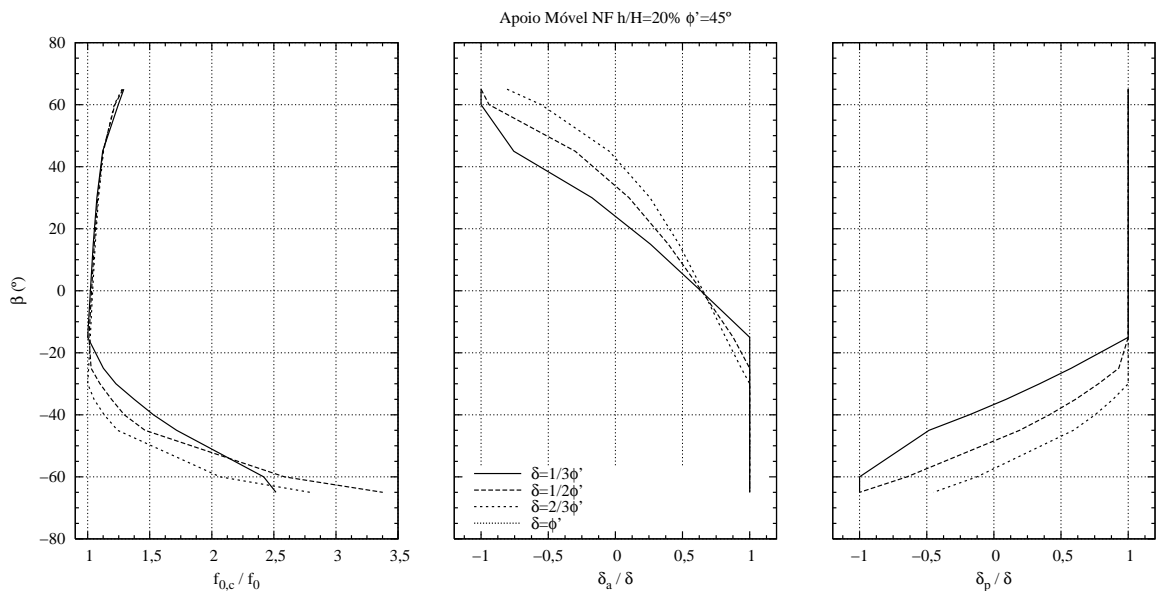


Figura A.8: Cortina mono-apoiada (Apoio Móvel - Nível Freático) com $\phi'=45^\circ$: resultados da aplicação da metodologia baseada em Frank et al. (2004)

Anexo B

Método do apoio fixo

1. Cortina mono-apoiada (Apoio Fixo) para $\phi'=25^\circ$: resultados da aplicação da metodologia baseada em Frank et al. (2004)
2. Cortina mono-apoiada (Apoio Fixo) para $\phi'=30^\circ$: resultados da aplicação da metodologia baseada em Frank et al. (2004)
3. Cortina mono-apoiada (Apoio Fixo) para $\phi'=35^\circ$: resultados da aplicação da metodologia baseada em Frank et al. (2004)
4. Cortina mono-apoiada (Apoio Fixo) para $\phi'=40^\circ$: resultados da aplicação da metodologia baseada em Frank et al. (2004)
5. Cortina mono-apoiada (Apoio Fixo) para $\phi'=45^\circ$: resultados da aplicação da metodologia baseada em Frank et al. (2004)
6. Cortina mono-apoiada (Apoio Fixo - Nível Freático) para $\phi'=25^\circ$: resultados da aplicação da metodologia baseada em Frank et al. (2004)
7. Cortina mono-apoiada (Apoio Fixo - Nível Freático) para $\phi'=30^\circ$: resultados da aplicação da metodologia baseada em Frank et al. (2004)
8. Cortina mono-apoiada (Apoio Fixo - Nível Freático) para $\phi'=35^\circ$: resultados da aplicação da metodologia baseada em Frank et al. (2004)
9. Cortina mono-apoiada (Apoio Fixo - Nível Freático) para $\phi'=40^\circ$: resultados da aplicação da metodologia baseada em Frank et al. (2004)
10. Cortina mono-apoiada (Apoio Fixo - Nível Freático) para $\phi'=45^\circ$: resultados da aplicação da metodologia baseada em Frank et al. (2004)

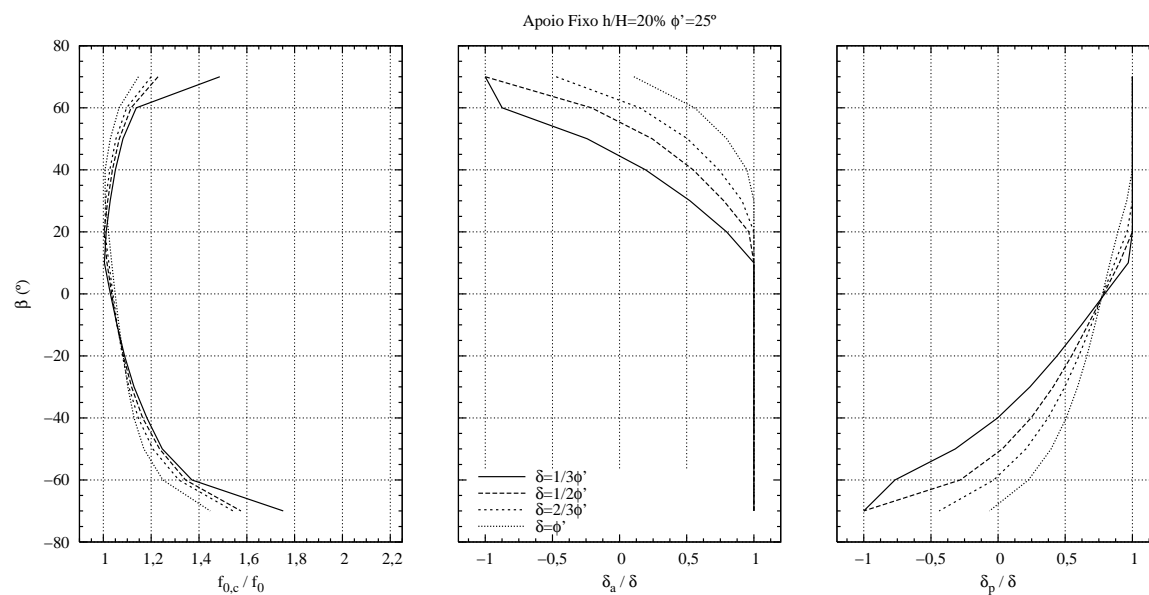


Figura B.1: Cortina mono-apoiada (Apoio Fixo) para $\phi'=25^\circ$: resultados da aplicação da metodologia baseada em Frank et al. (2004)

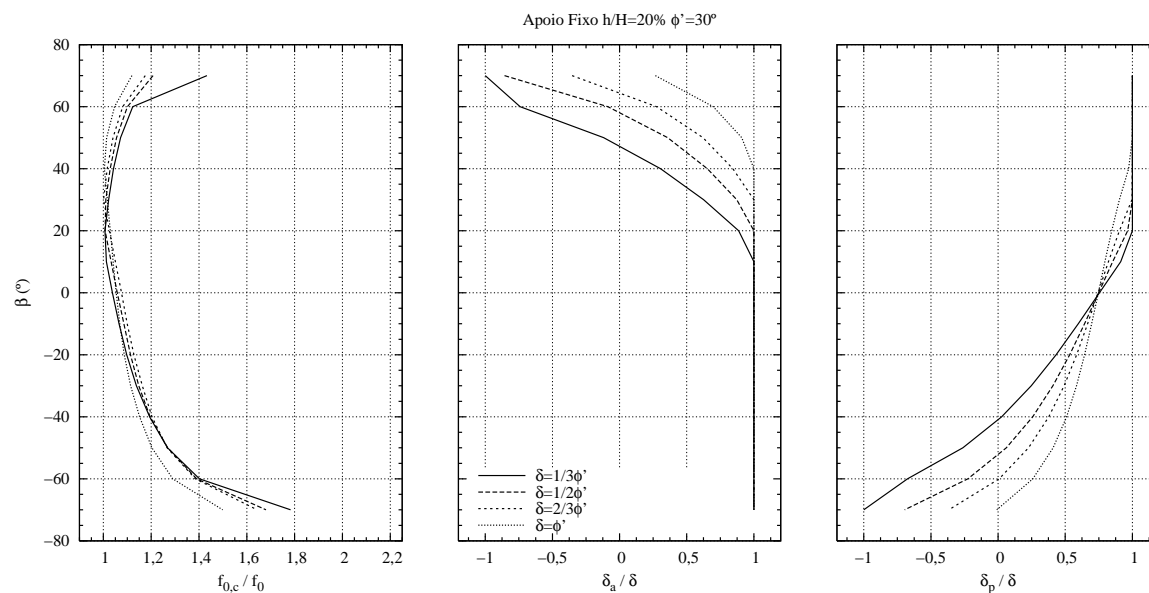


Figura B.2: Cortina mono-apoiada (Apoio Fixo) para $\phi'=30^\circ$: resultados da aplicação da metodologia baseada em Frank et al. (2004)

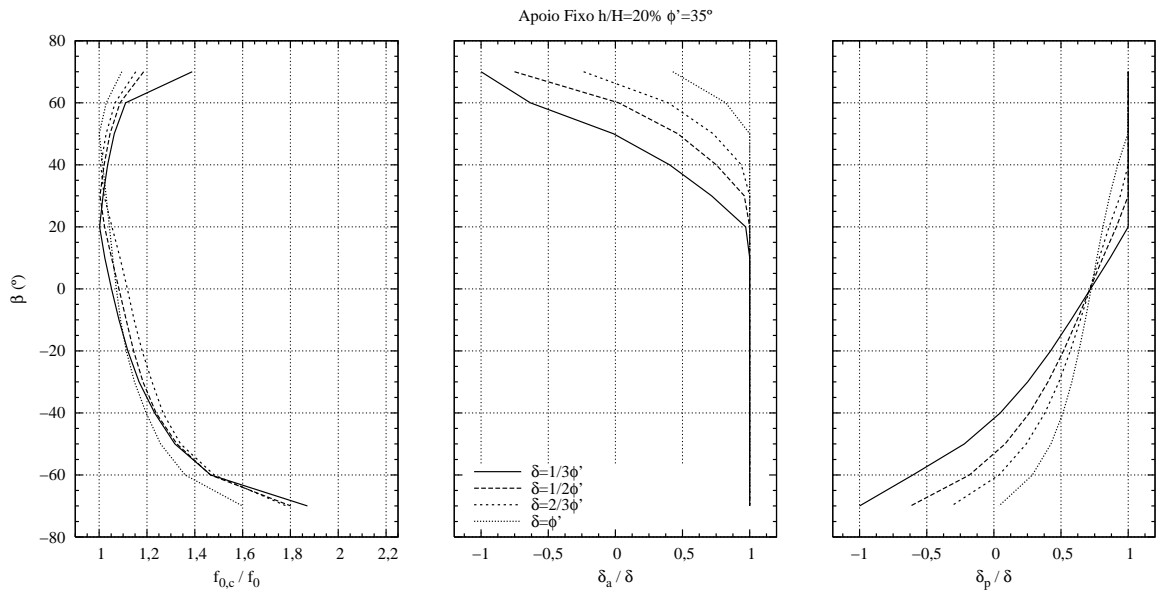


Figura B.3: Cortina mono-apoiada (Apoio Fixo) para $\phi'=35^\circ$: resultados da aplicação da metodologia baseada em Frank et al. (2004)

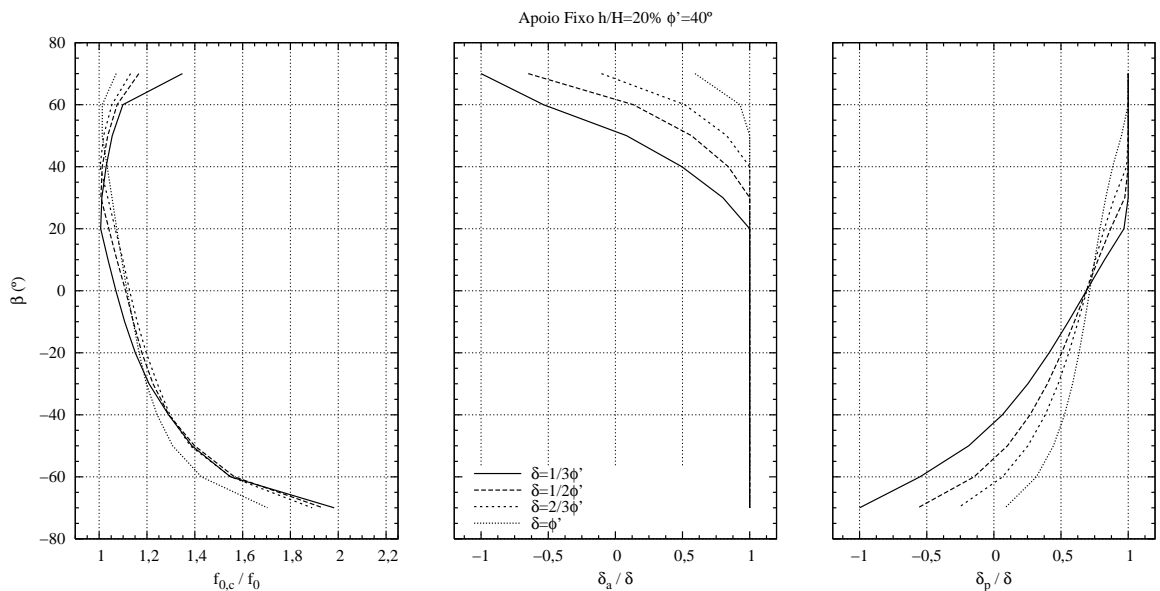


Figura B.4: Cortina mono-apoiada (Apoio Fixo) para $\phi'=40^\circ$: resultados da aplicação da metodologia baseada em Frank et al. (2004)

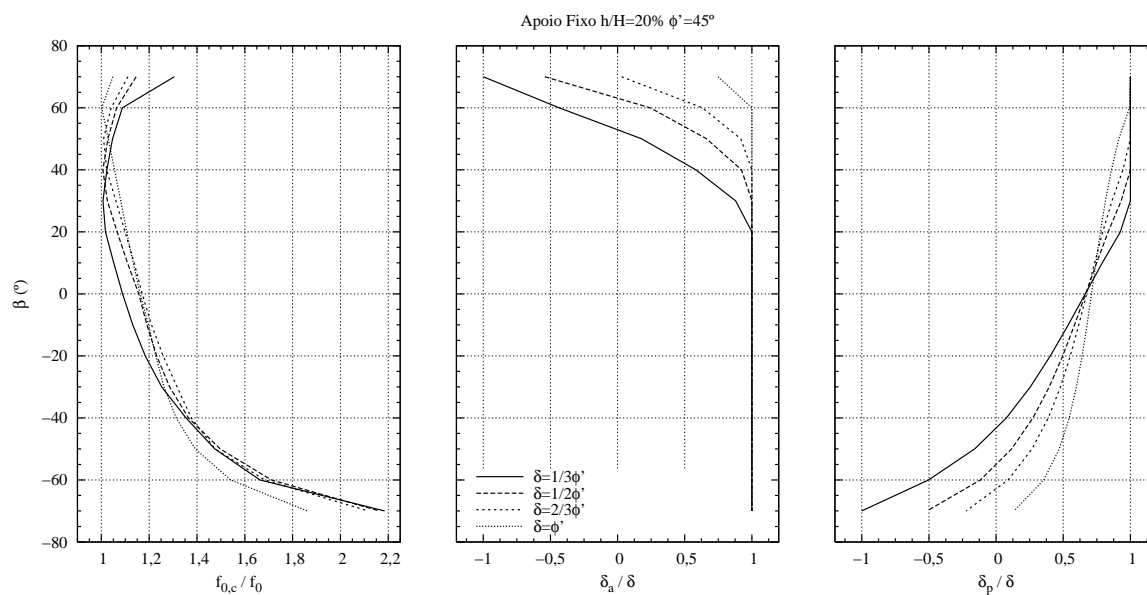


Figura B.5: Cortina mono-apoiada (Apoio Fixo) para $\phi'=45^\circ$: resultados da aplicação da metodologia baseada em Frank et al. (2004)

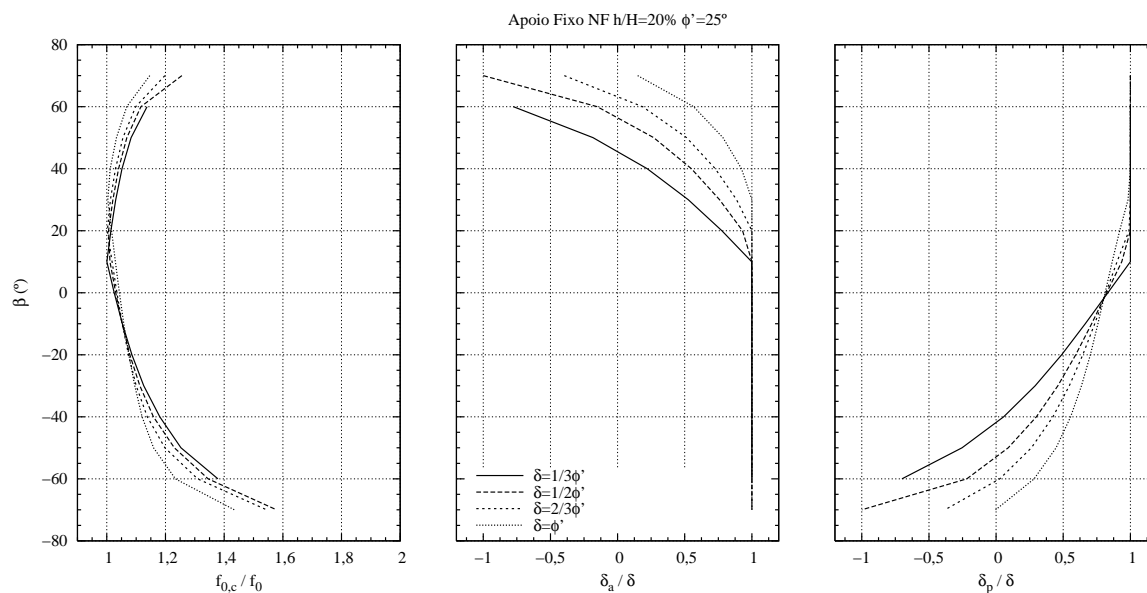


Figura B.6: Cortina mono-apoiada (Apoio Fixo - Nível Freático) para $\phi'=25^\circ$: resultados da aplicação da metodologia baseada em Frank et al. (2004)

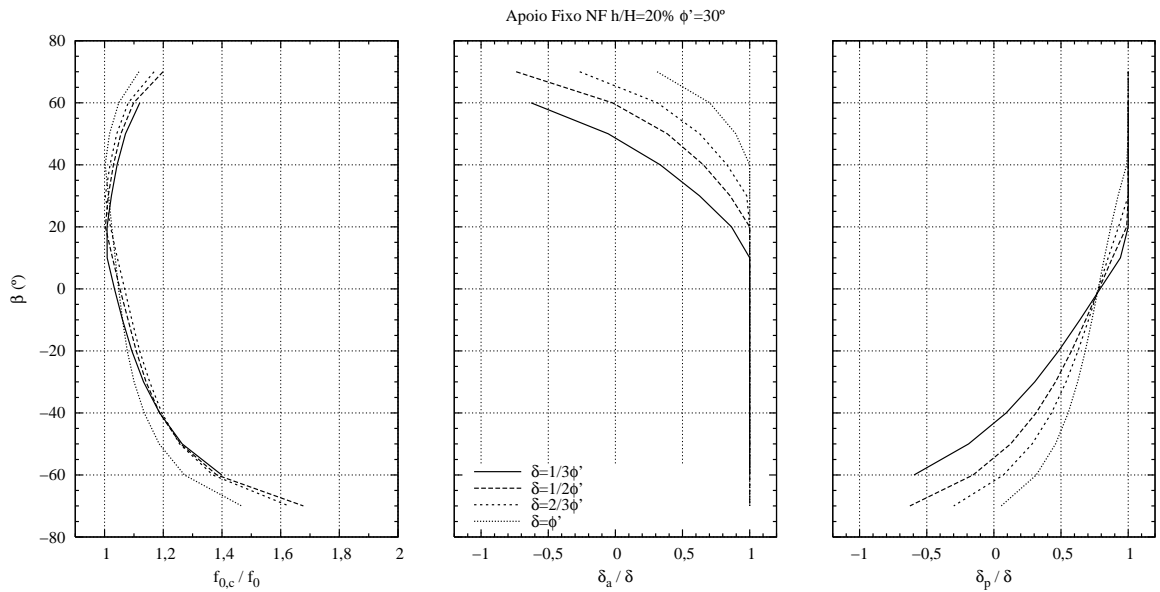


Figura B.7: Cortina mono-apoiada (Apoio Fixo - Nível Freático) para $\phi'=30^\circ$: resultados da aplicação da metodologia baseada em Frank et al. (2004)

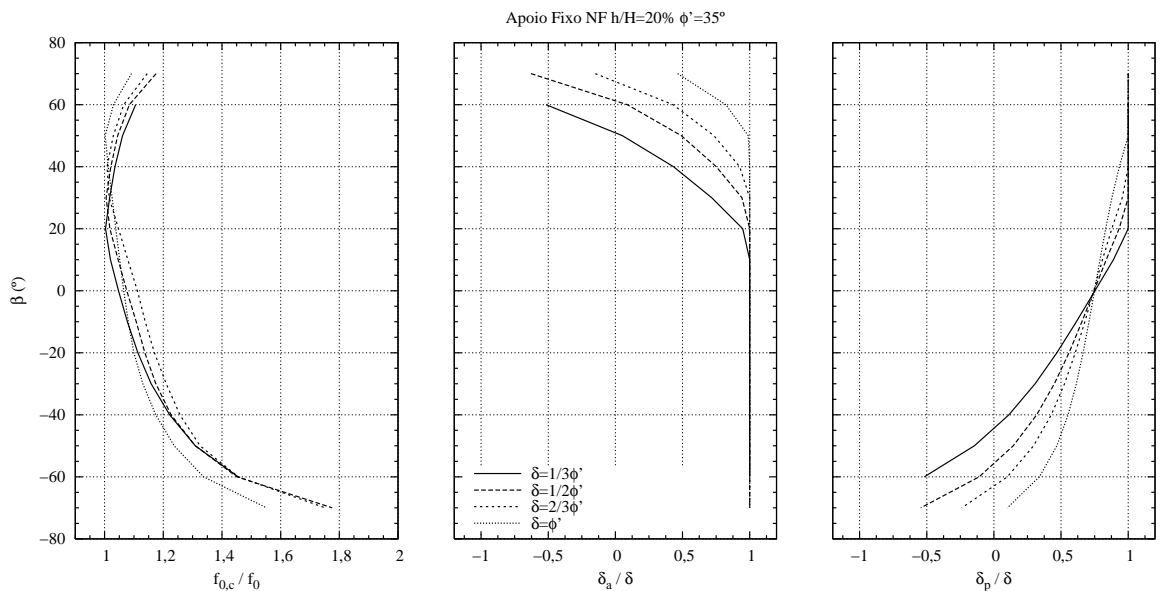


Figura B.8: Cortina mono-apoiada (Apoio Fixo - Nível Freático) para $\phi'=35^\circ$: resultados da aplicação da metodologia baseada em Frank et al. (2004)

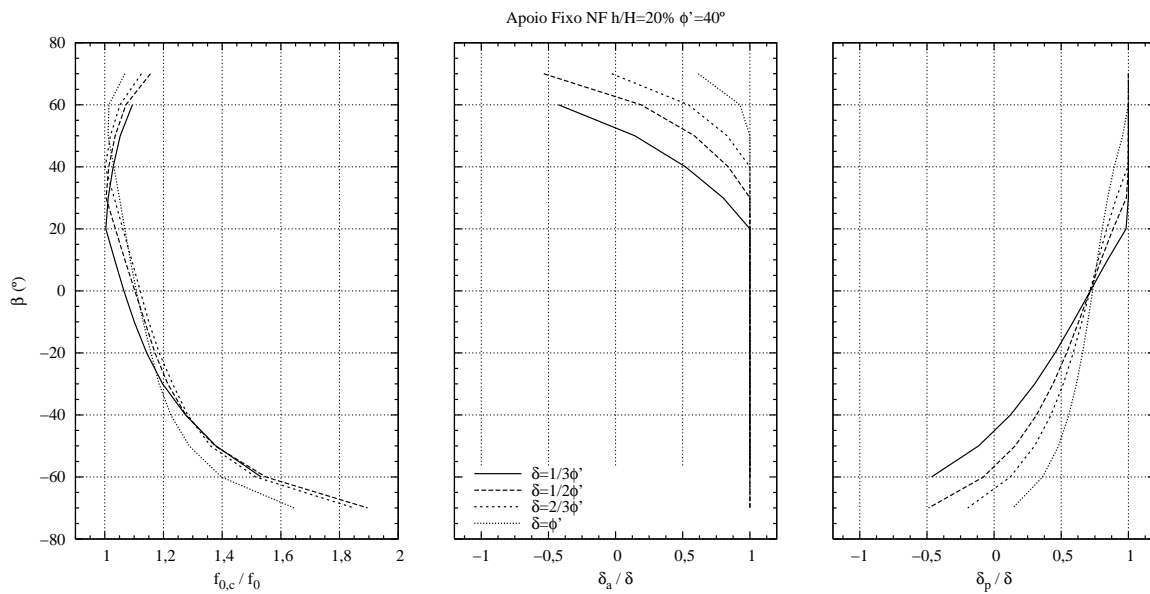


Figura B.9: Cortina mono-apoiada (Apoio Fixo - Nível Freático) para $\phi'=40^\circ$: resultados da aplicação da metodologia baseada em Frank et al. (2004)

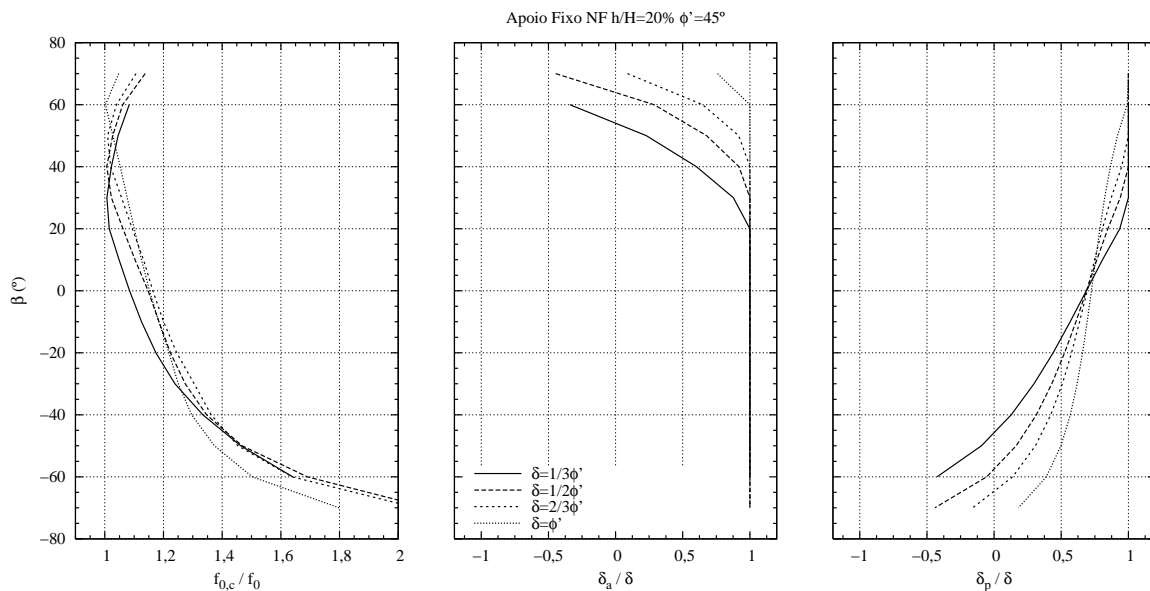


Figura B.10: Cortina mono-apoiada (Apoio Fixo - Nível Freático) para $\phi'=45^\circ$: resultados da aplicação da metodologia baseada em Frank et al. (2004)

Anexo C

Cortinas mono-apoiadas com apoio modelado por elemento mola

1. Resultados obtidos, para uma cortina mono-apoiada com um solo de $\phi'=41^\circ$, elemento mola e $\beta=0^\circ$
2. Resultados obtidos, para uma cortina mono-apoiada com um solo de $\phi'=32^\circ$, elemento mola e $\beta=0^\circ$
3. Resultados obtidos, para uma cortina mono-apoiada com um solo de $\phi'=41^\circ$, elemento mola e $\beta=-50^\circ$
4. Resultados obtidos, para uma cortina mono-apoiada com um solo de $\phi'=32^\circ$, elemento mola e $\beta=-50^\circ$
5. Resultados obtidos, para uma cortina mono-apoiada com um solo de $\phi'=41^\circ$, elemento mola, $\beta=30^\circ$ e nível freático à cota de escavação
6. Resultados obtidos, para uma cortina mono-apoiada com um solo de $\phi'=32^\circ$, elemento mola, $\beta=30^\circ$ e nível freático à cota de escavação
7. Resultados obtidos, para uma cortina mono-apoiada com um solo de $\phi'=41^\circ$, elemento mola, $\beta=0^\circ$ e nível freático à cota de escavação
8. Resultados obtidos, para uma cortina mono-apoiada com um solo de $\phi'=32^\circ$, elemento mola, $\beta=0^\circ$ e nível freático à cota de escavação
9. Resultados obtidos, para uma cortina mono-apoiada com um solo de $\phi'=41^\circ$, elemento mola, $\beta=-50^\circ$ e nível freático à cota de escavação
10. Resultados obtidos, para uma cortina mono-apoiada com um solo de $\phi'=32^\circ$, elemento mola, $\beta=-50^\circ$ e nível freático à cota de escavação

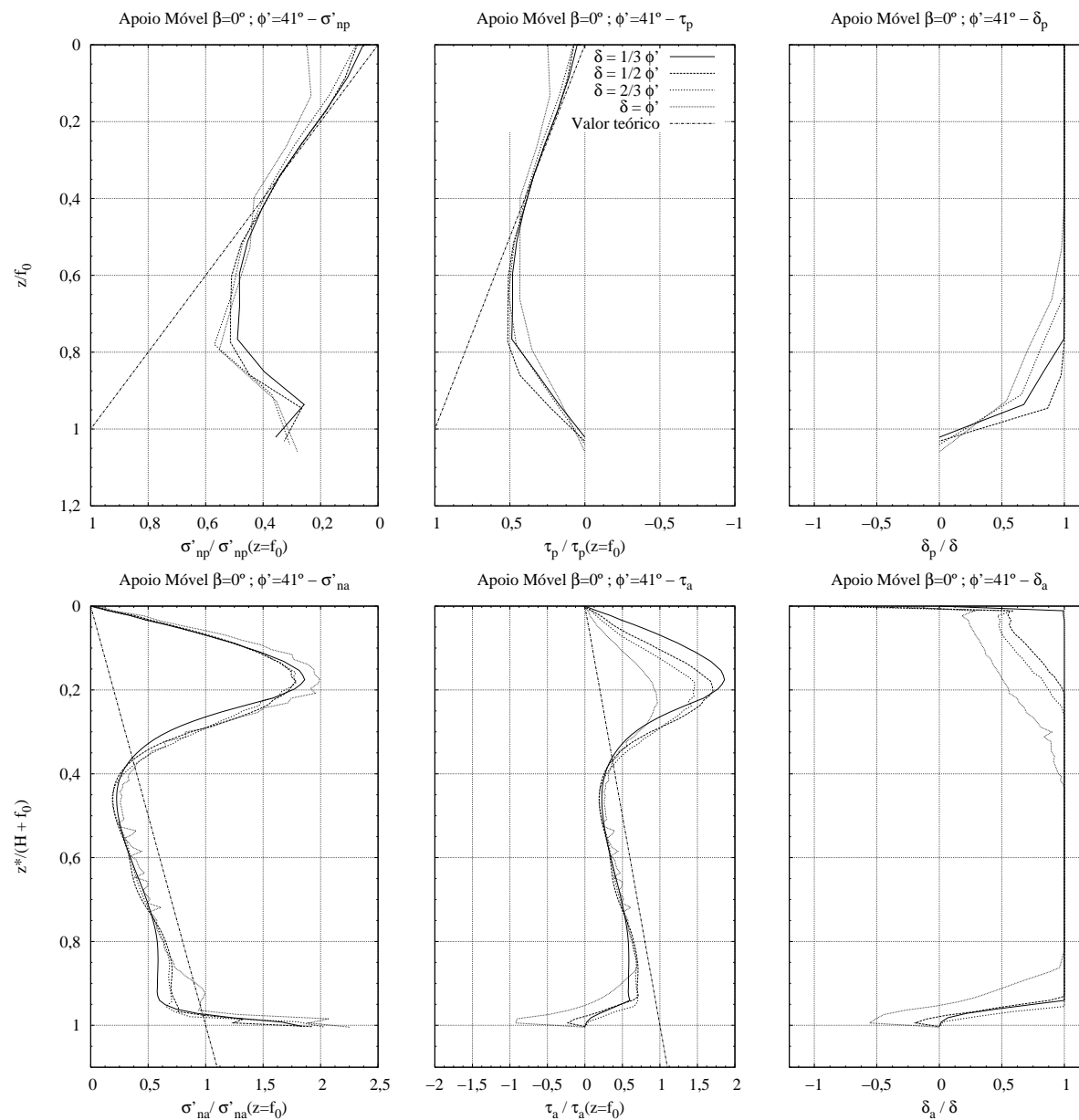


Figura C.1: Resultados obtidos, para uma cortina mono-apoiada com um solo de $\phi'=41^\circ$, elemento mola e $\beta=0^\circ$

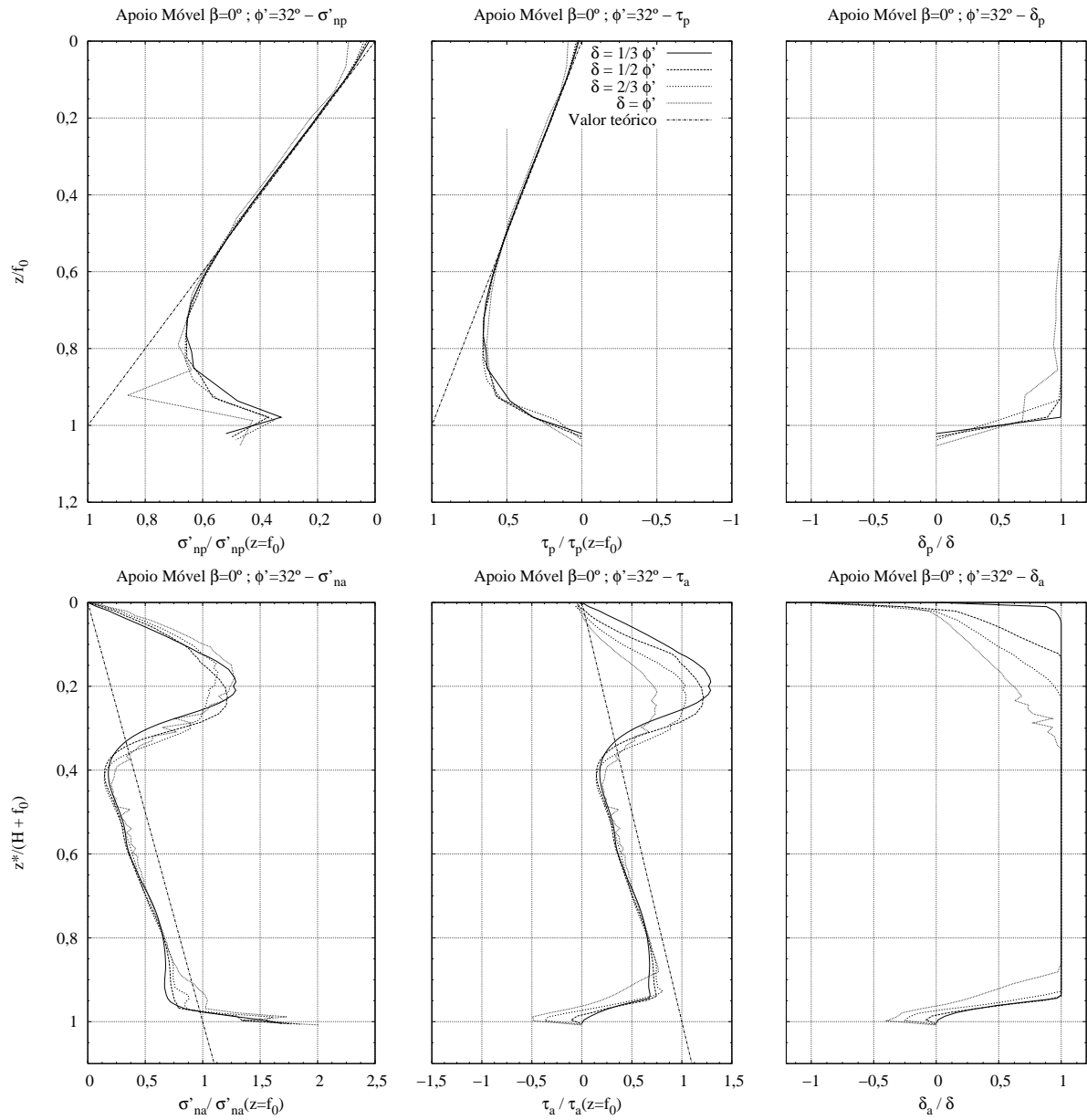


Figura C.2: Resultados obtidos, para uma cortina mono-apoiada com um solo de $\phi'=32^\circ$, elemento mola e $\beta=0^\circ$

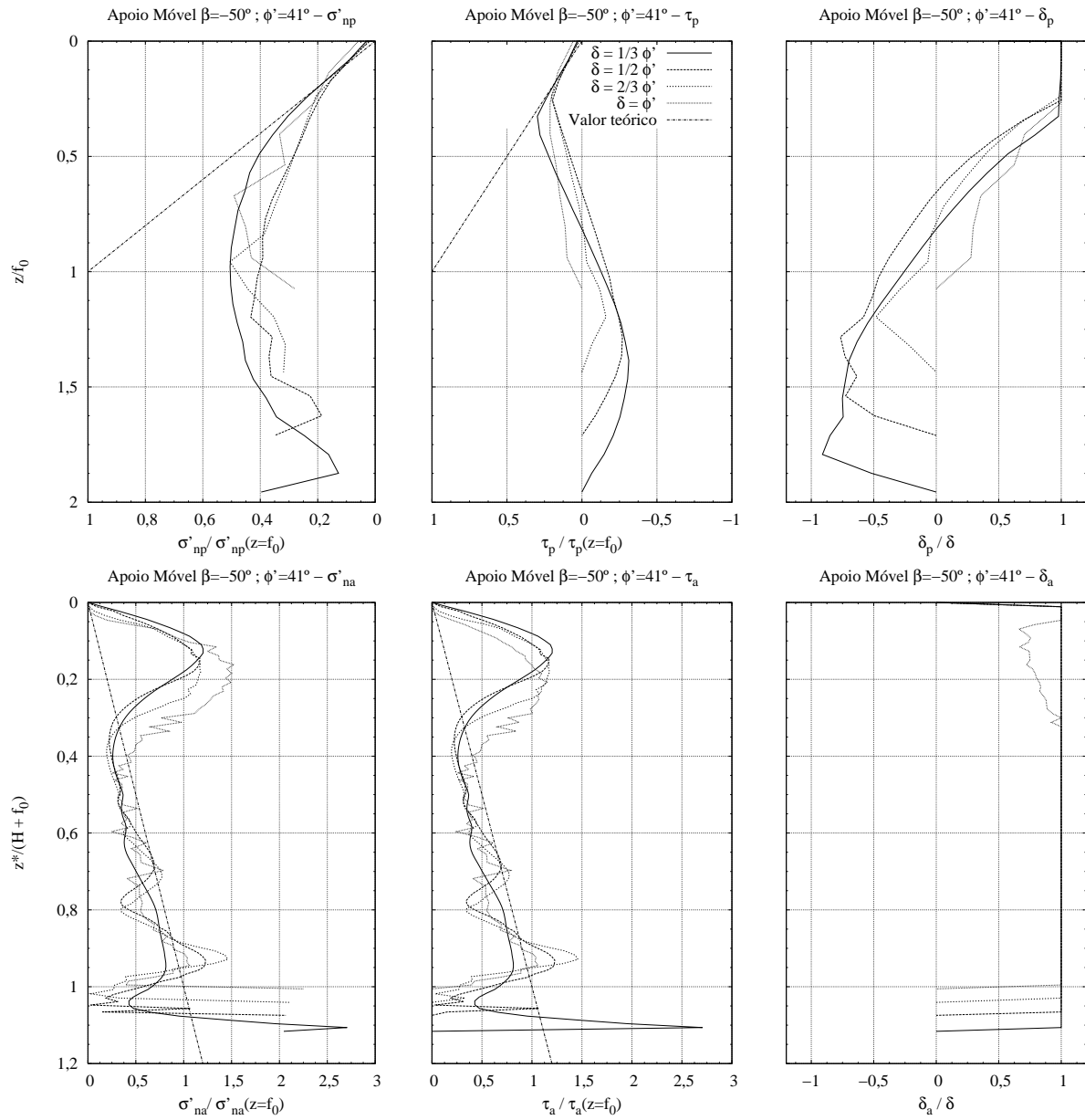


Figura C.3: Resultados obtidos, para uma cortina mono-apoiada com um solo de $\phi'=41^\circ$, elemento mola e $\beta=-50^\circ$

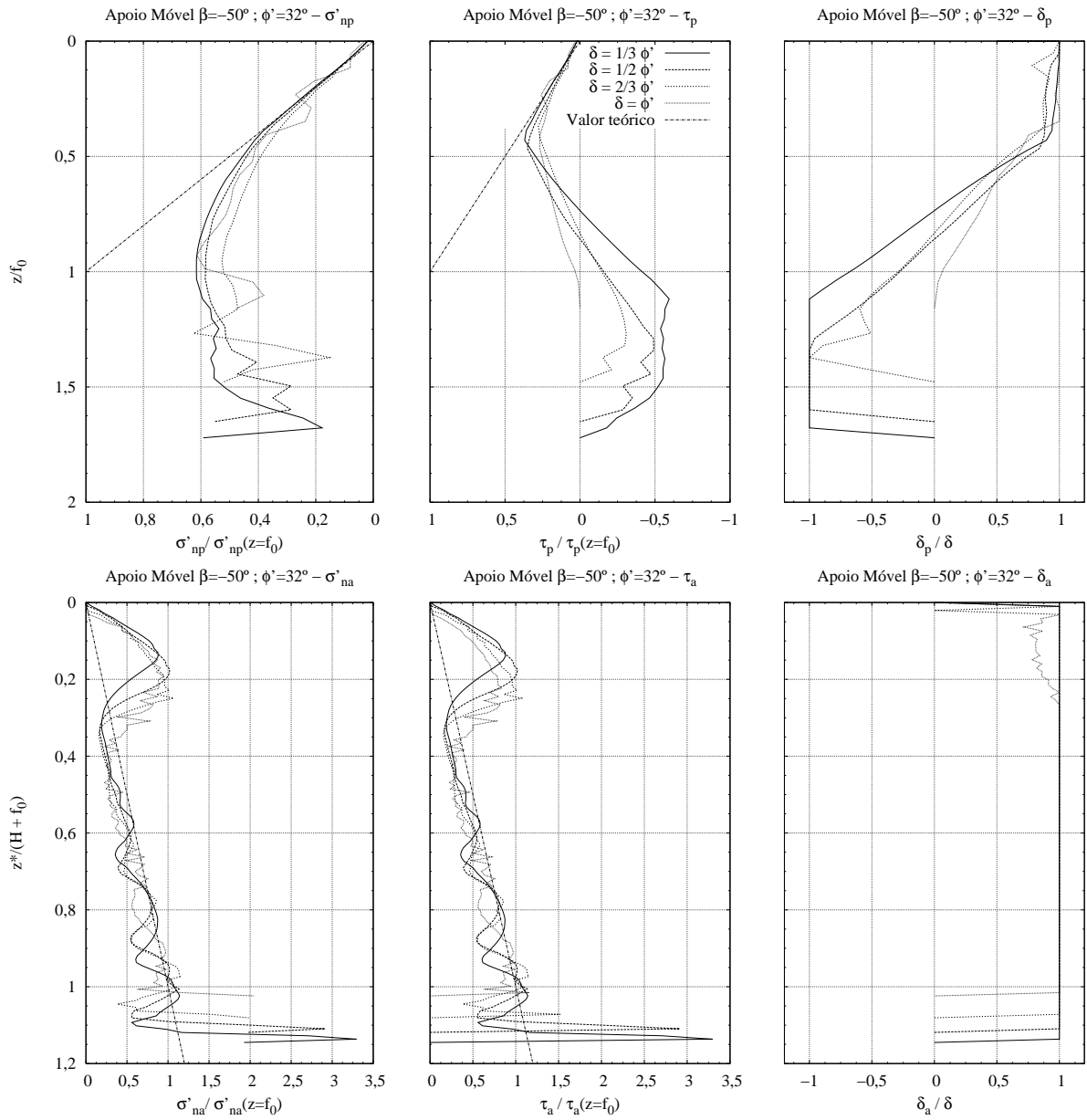


Figura C.4: Resultados obtidos, para uma cortina mono-apoiada com um solo de $\phi'=32^\circ$, elemento mola e $\beta=-50^\circ$

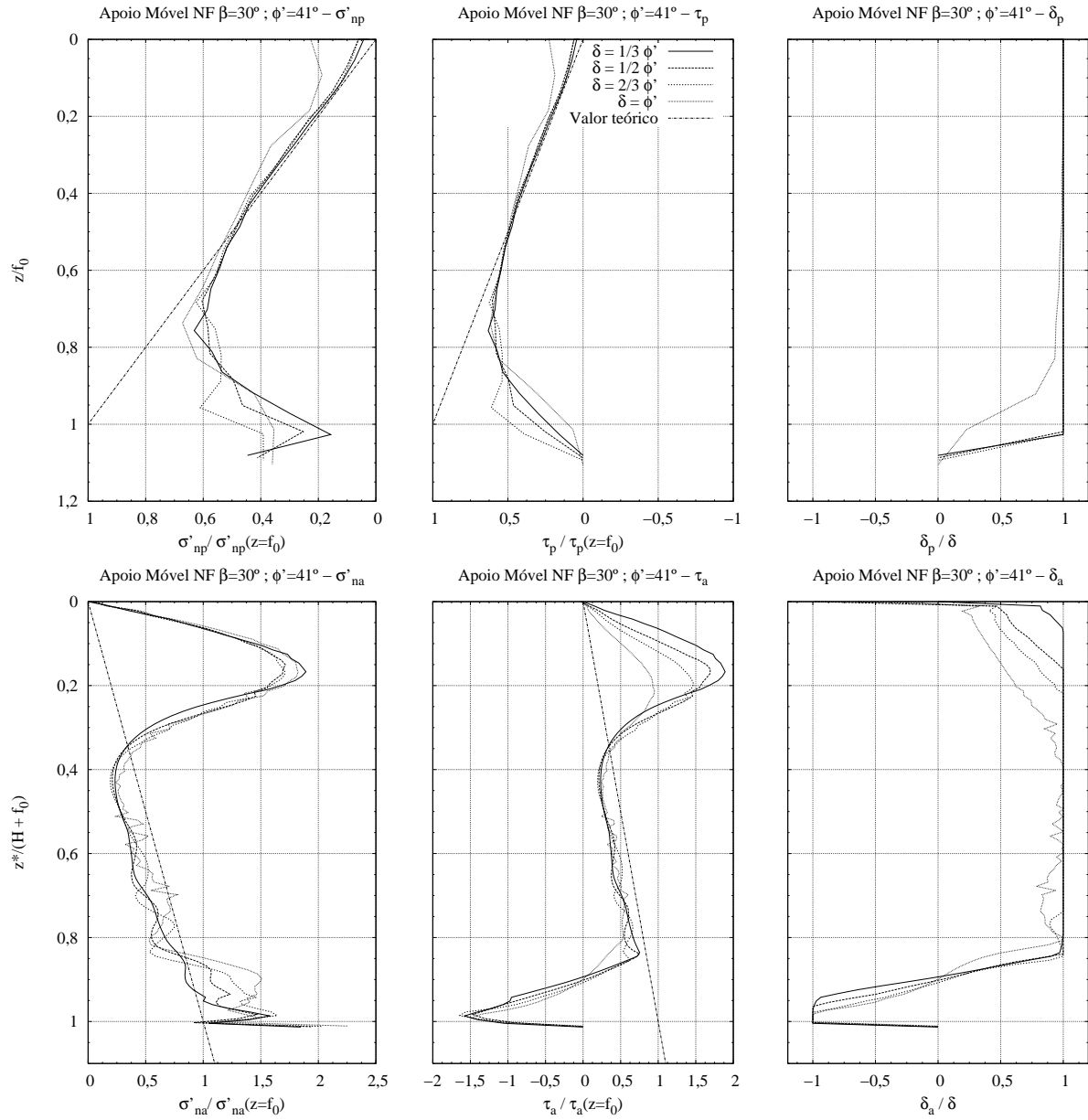


Figura C.5: Resultados obtidos, para uma cortina mono-apoiada com um solo de φ'=41°, elemento mola, β=30° e nível freático

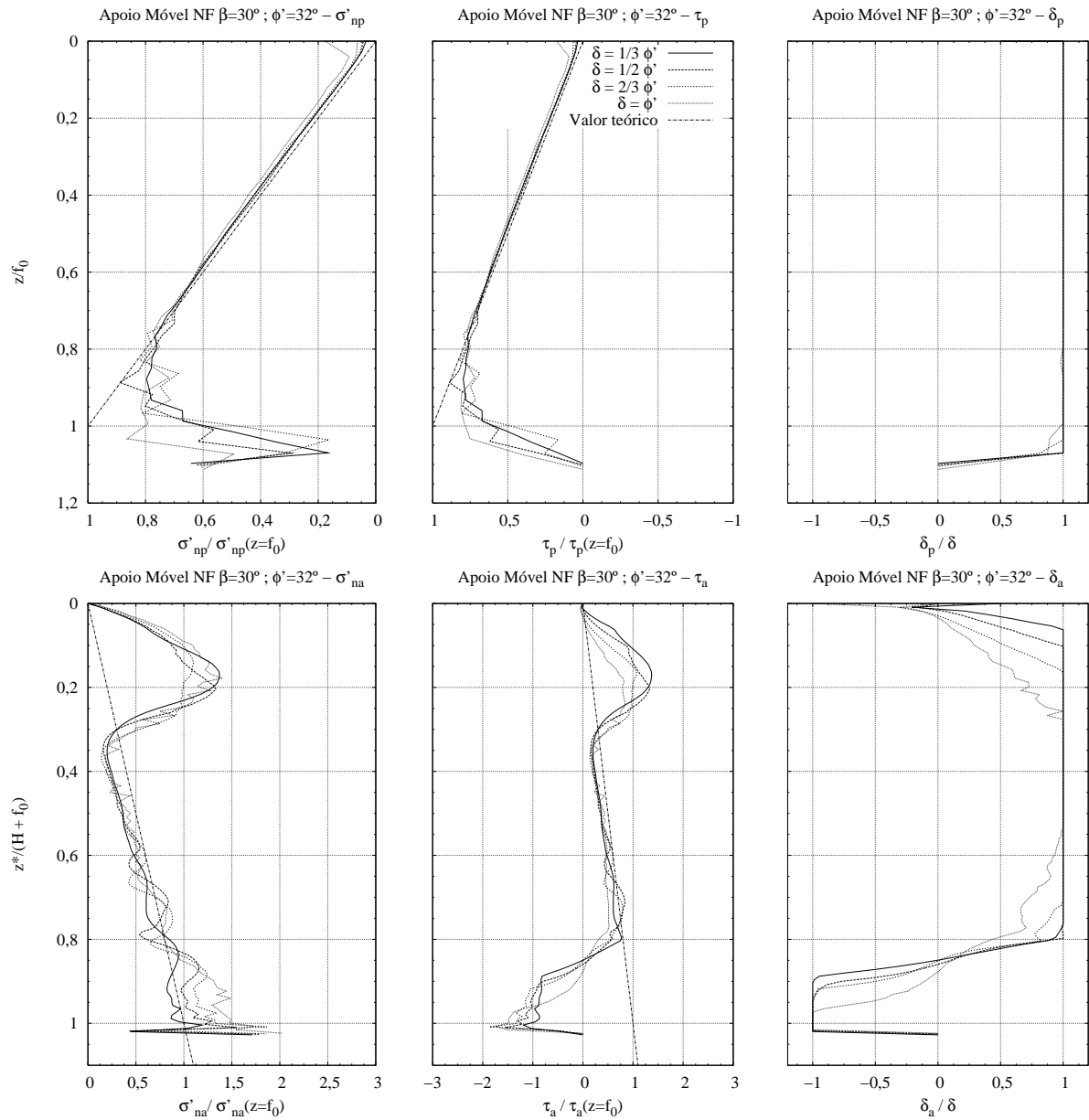


Figura C.6: Resultados obtidos, para uma cortina mono-apoiada com um solo de $\phi'=32^\circ$, elemento mola, $\beta=30^\circ$ e nível freático

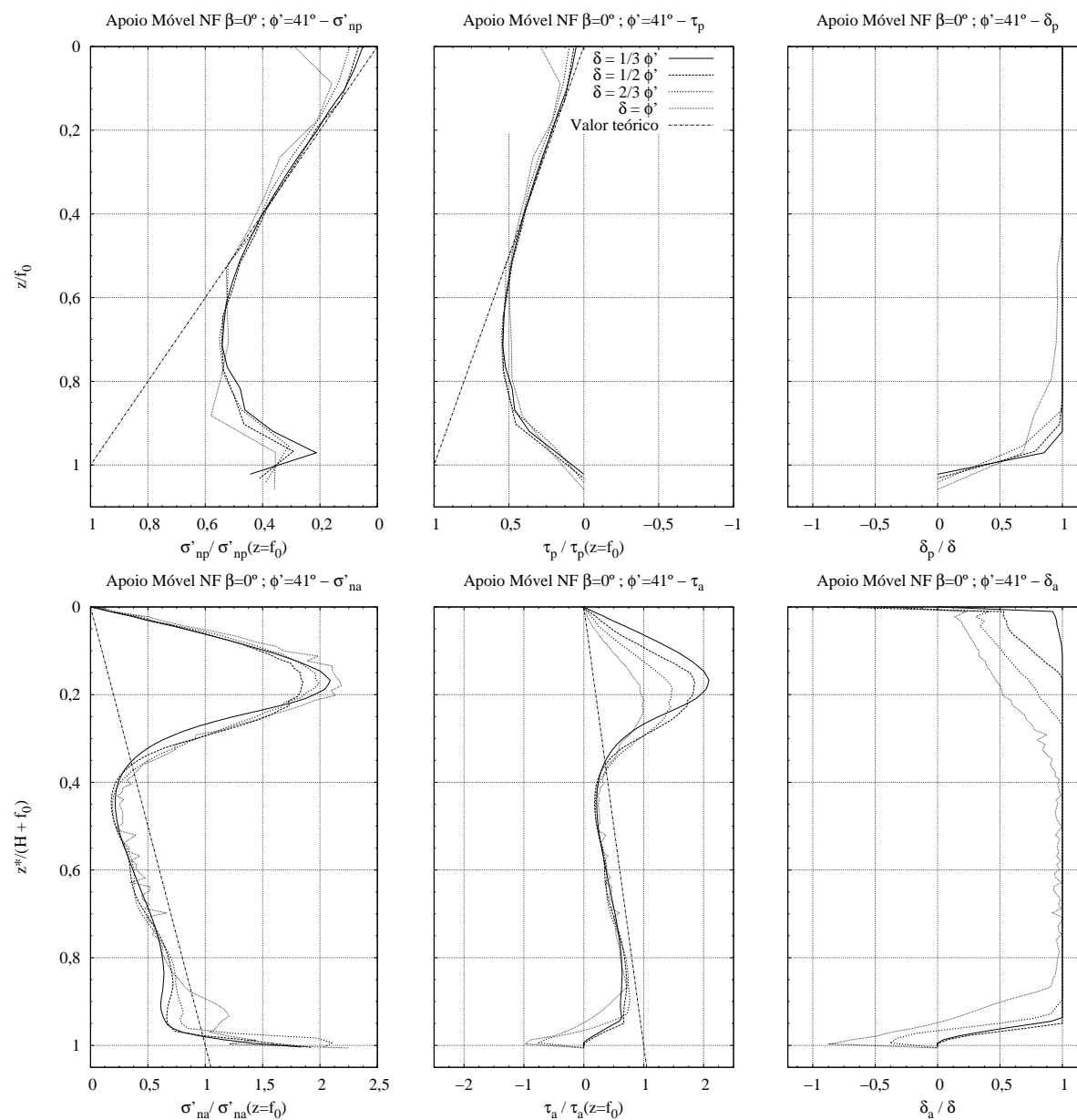


Figura C.7: Resultados obtidos, para uma cortina mono-apoiada com um solo de $\phi'=41^\circ$, elemento mola, $\beta=0^\circ$ e nível freático

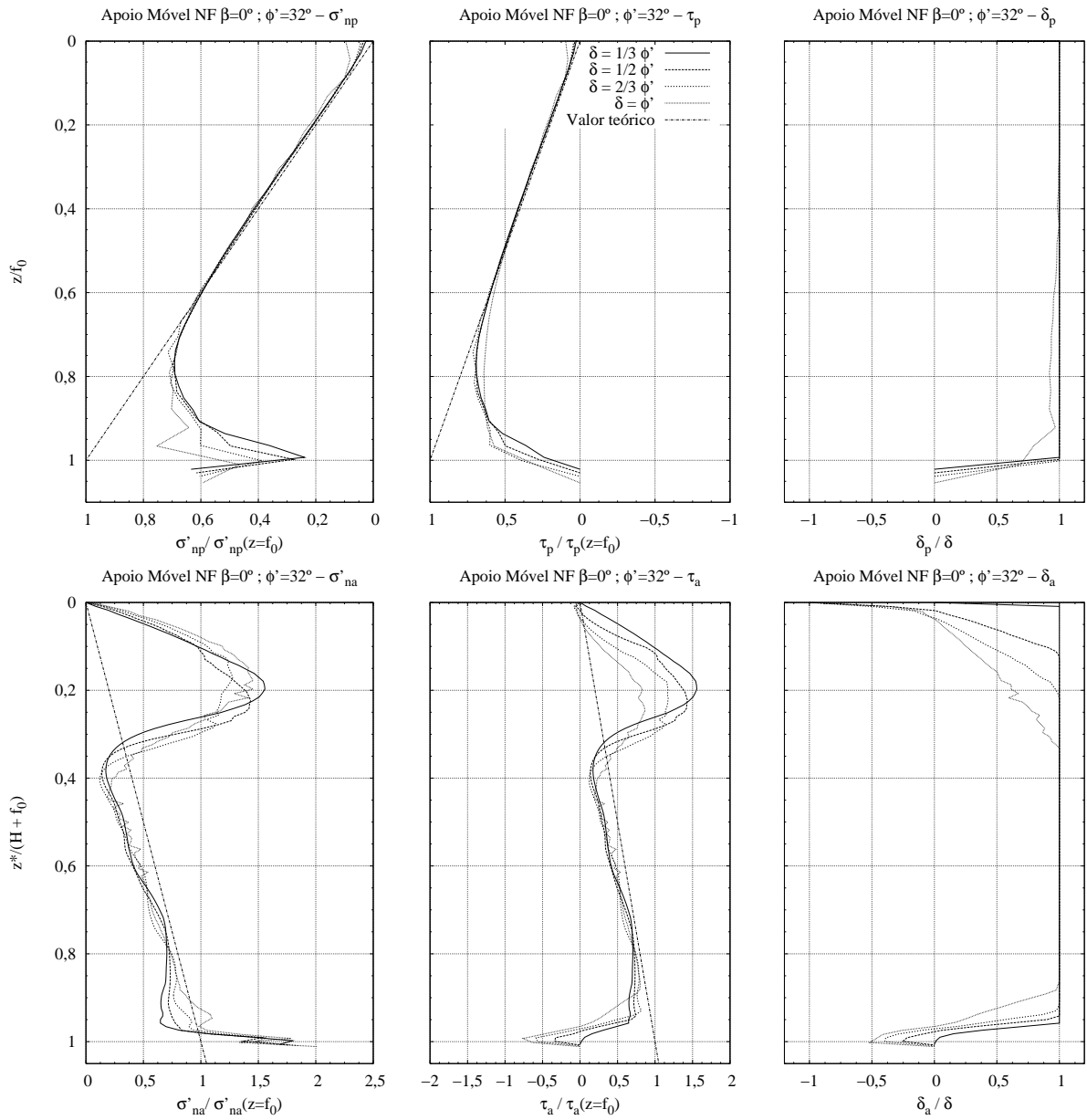


Figura C.8: Resultados obtidos, para uma cortina mono-apoiada com um solo de $\phi'=32^\circ$, elemento mola, $\beta=0^\circ$ e nível freático

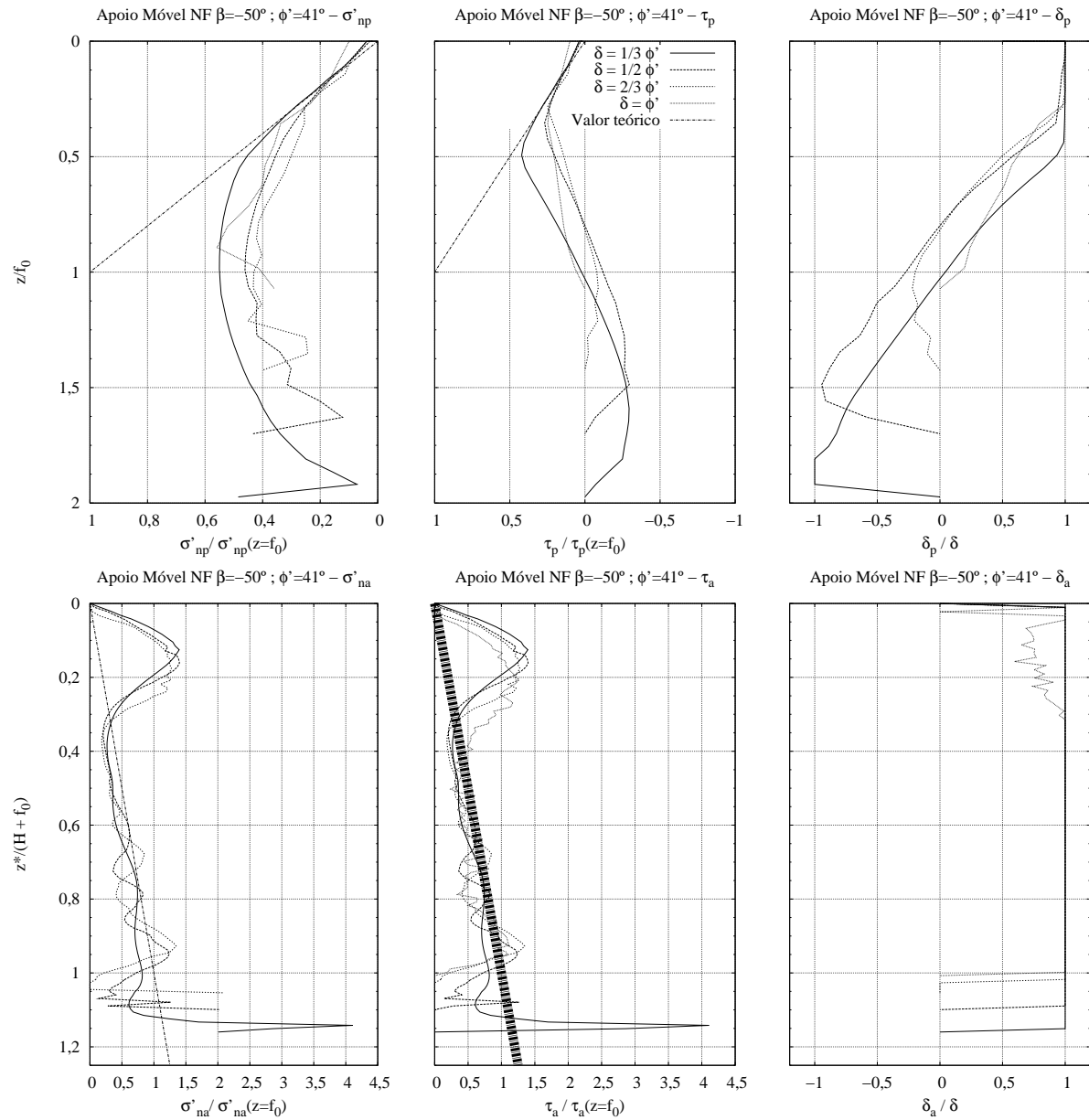


Figura C.9: Resultados obtidos, para uma cortina mono-apoiada com um solo de $\phi'=41^\circ$, elemento mola, $\beta=-50^\circ$ e nível freático

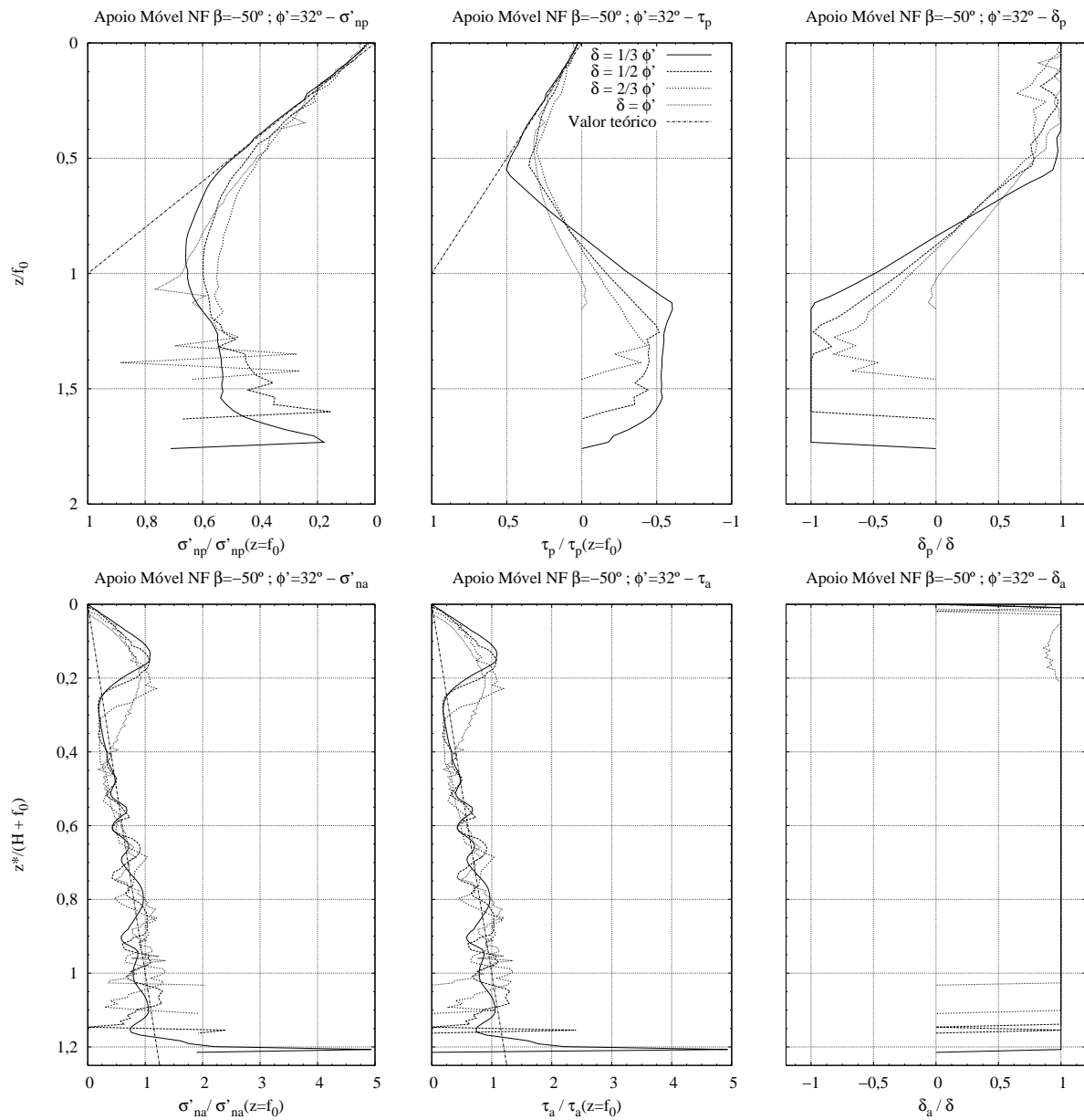


Figura C.10: Resultados obtidos, para uma cortina mono-apoiada com um solo de $\phi'=32^\circ$, elemento mola, $\beta=-50^\circ$ e nível freático

Anexo D

Cortinas mono-apoiadas com a ancoragem modelada explicitamente

1. Resultados obtidos, para uma cortina ancorada com um solo de $\phi'=41^\circ$ e $\beta=30^\circ$
2. Resultados obtidos, para uma cortina ancorada com um solo de $\phi'=32^\circ$ e $\beta=30^\circ$
3. Resultados obtidos, para uma cortina ancorada com um solo de $\phi'=41^\circ$, com nível freático e $\beta=30^\circ$
4. Resultados obtidos, para uma cortina ancorada com um solo de $\phi'=32^\circ$, com nível freático e $\beta=30^\circ$

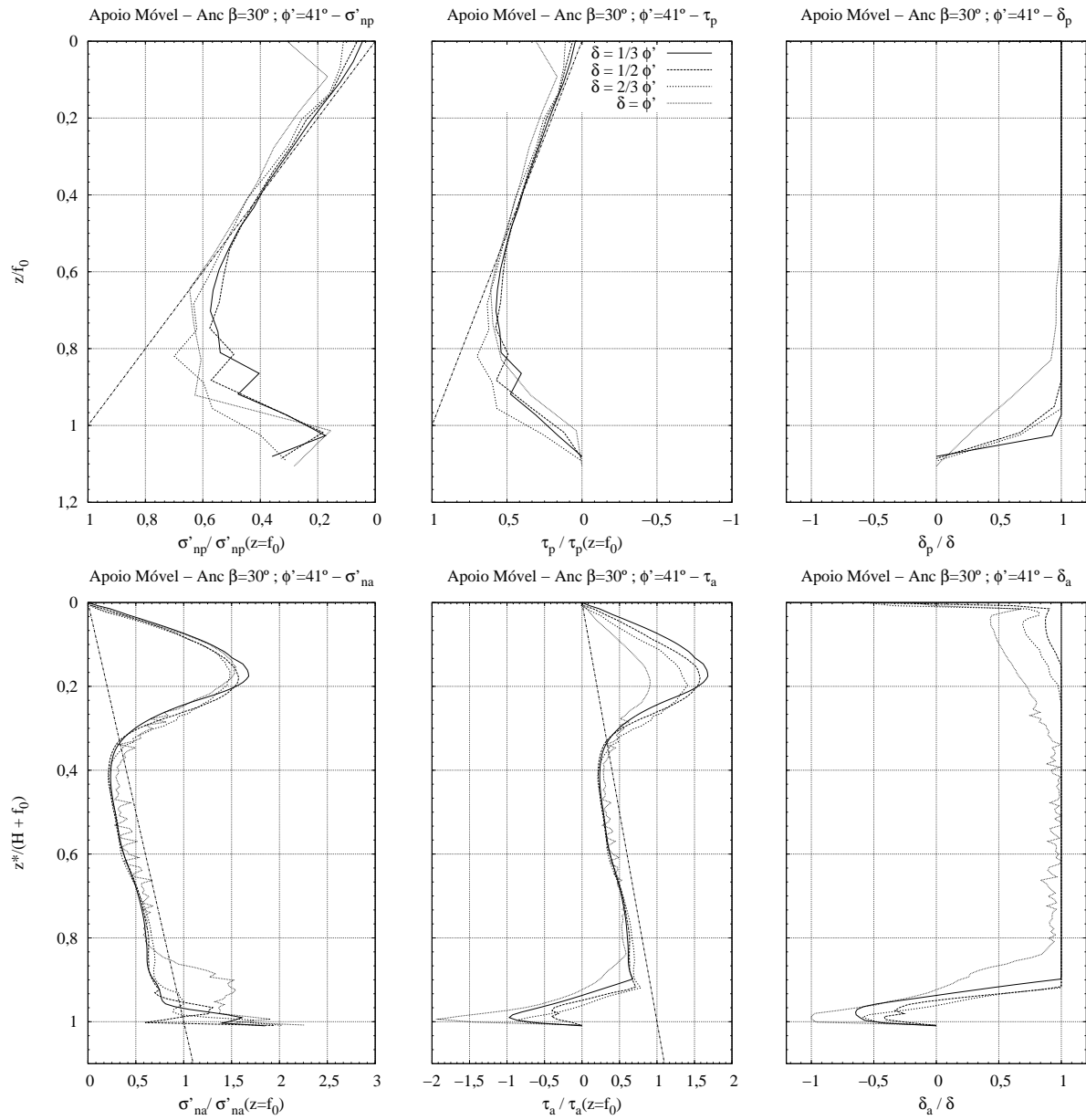


Figura D.1: Resultados obtidos, para uma cortina ancorada com um solo de $\phi'=41^\circ$ e $\beta=30^\circ$

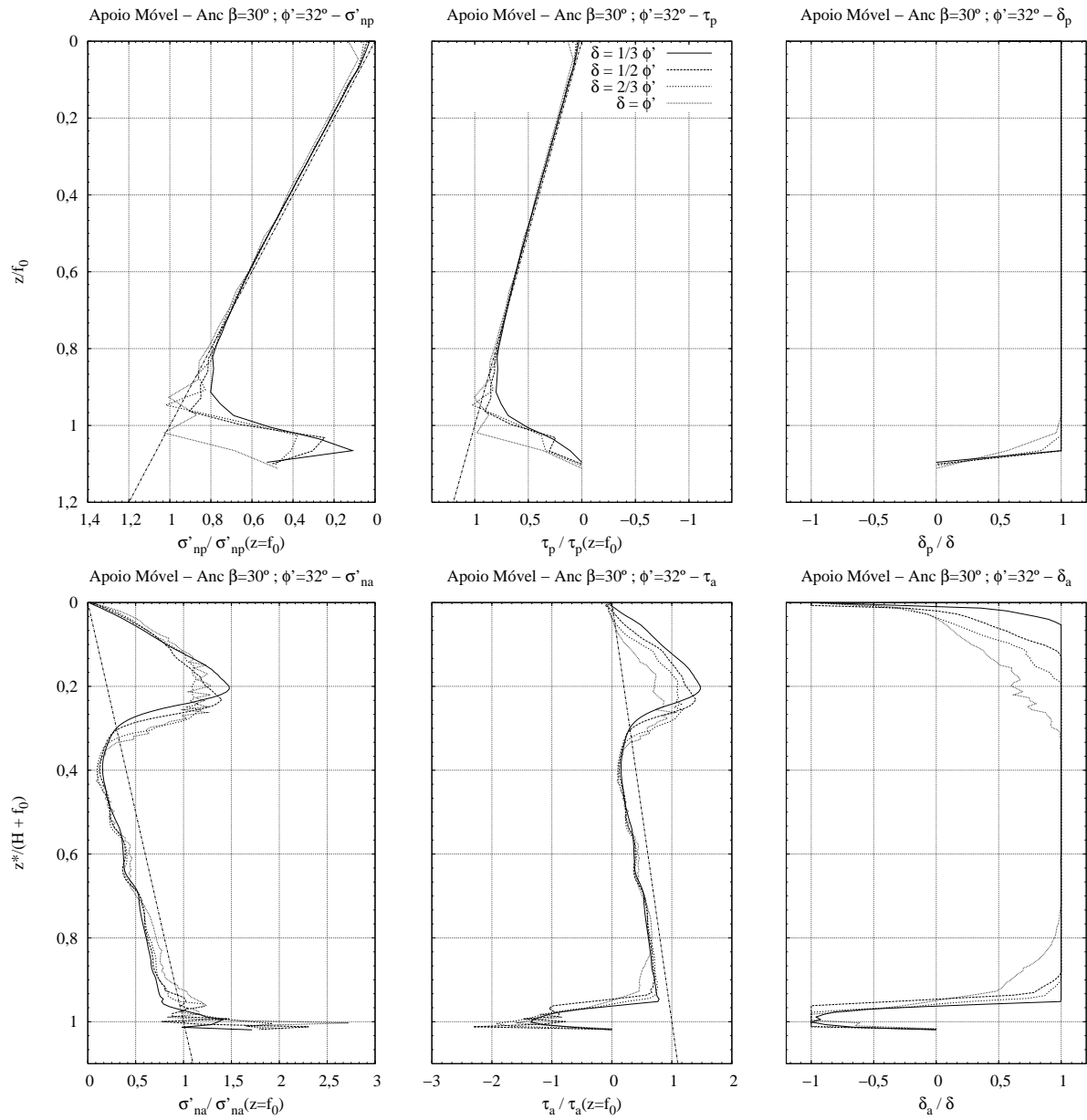


Figura D.2: Resultados obtidos, para uma cortina ancorada com um solo de $\phi'=32^\circ$ e $\beta=30^\circ$

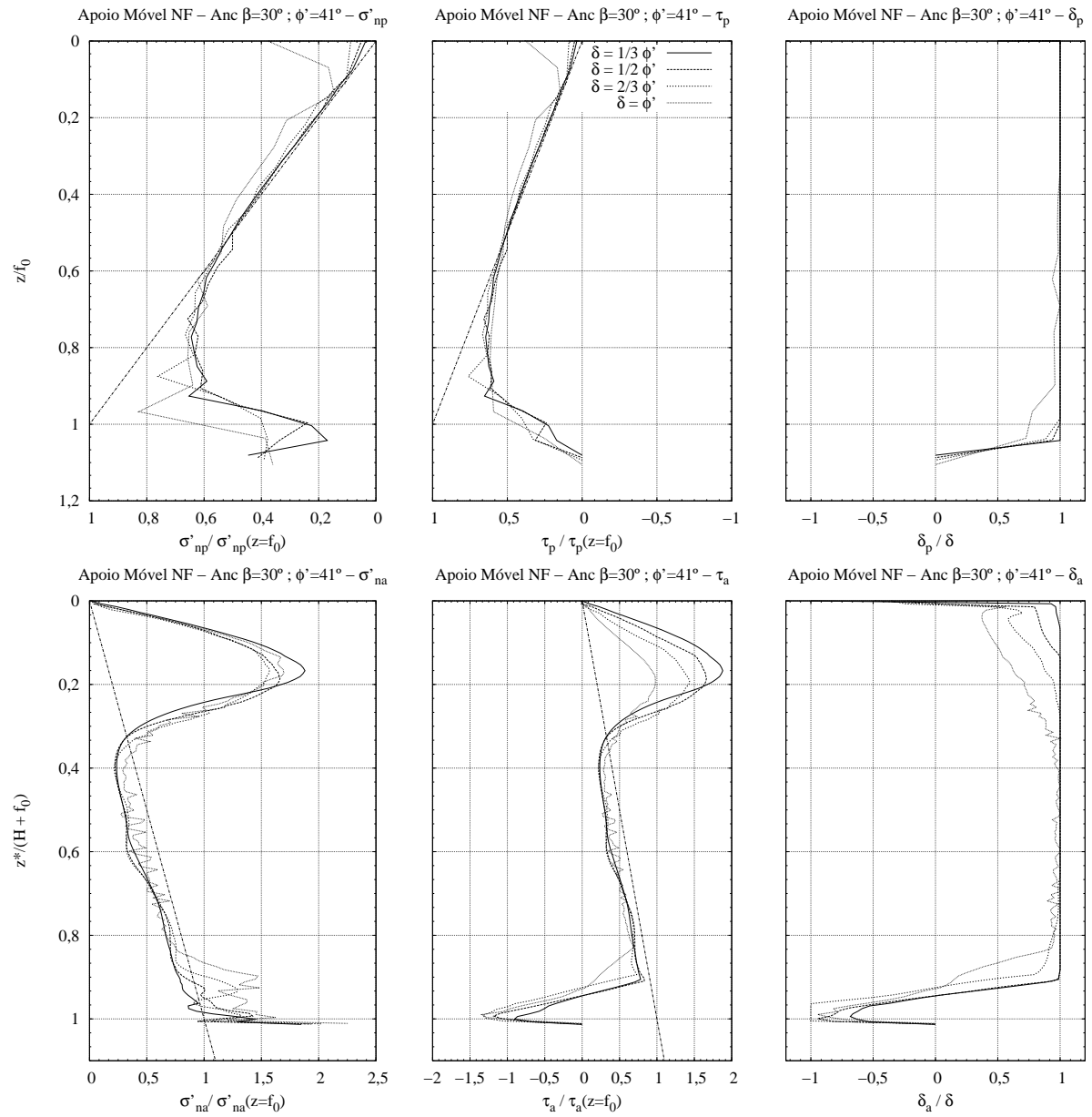


Figura D.3: Resultados obtidos, para uma cortina ancorada com um solo de $\phi'=41^\circ$, com nível freático e $\beta=30^\circ$

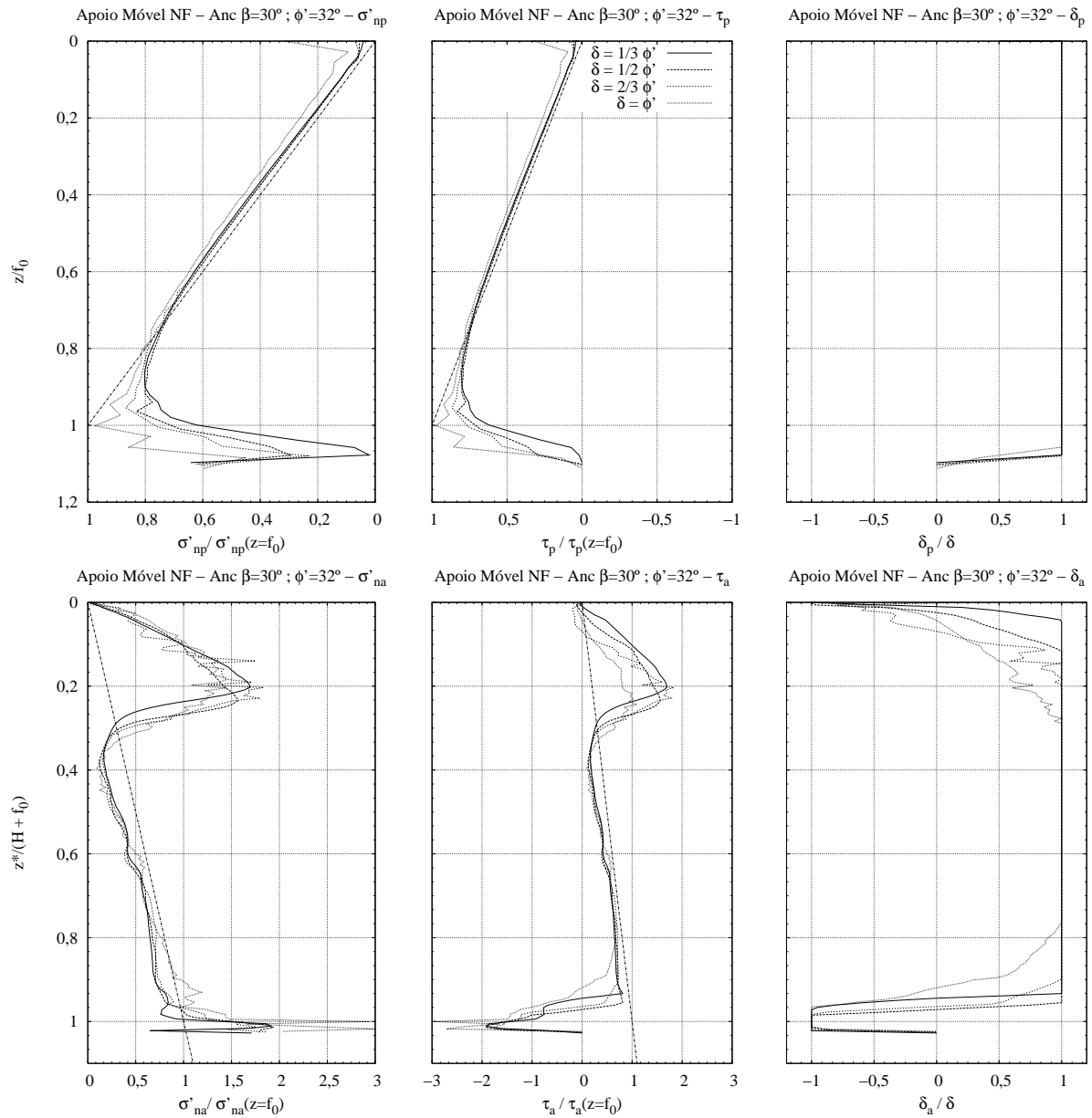


Figura D.4: Resultados obtidos, para uma cortina ancorada com um solo de $\phi'=32^\circ$, com nível freático e $\beta=30^\circ$

Anexo E

Cortinas mono-apoiadas com a escora inclinada modelada explicitamente

1. Resultados obtidos, para uma cortina escorada com um solo de $\phi'=41^\circ$ e $\beta=-50^\circ$
2. Resultados obtidos, para uma cortina escorada com um solo de $\phi'=32^\circ$ e $\beta=-50^\circ$
3. Resultados obtidos, para uma cortina escorada com um solo de $\phi'=41^\circ$, com nível freático e $\beta=-50^\circ$
4. Resultados obtidos, para uma cortina escorada com um solo de $\phi'=32^\circ$, com nível freático e $\beta=-50^\circ$

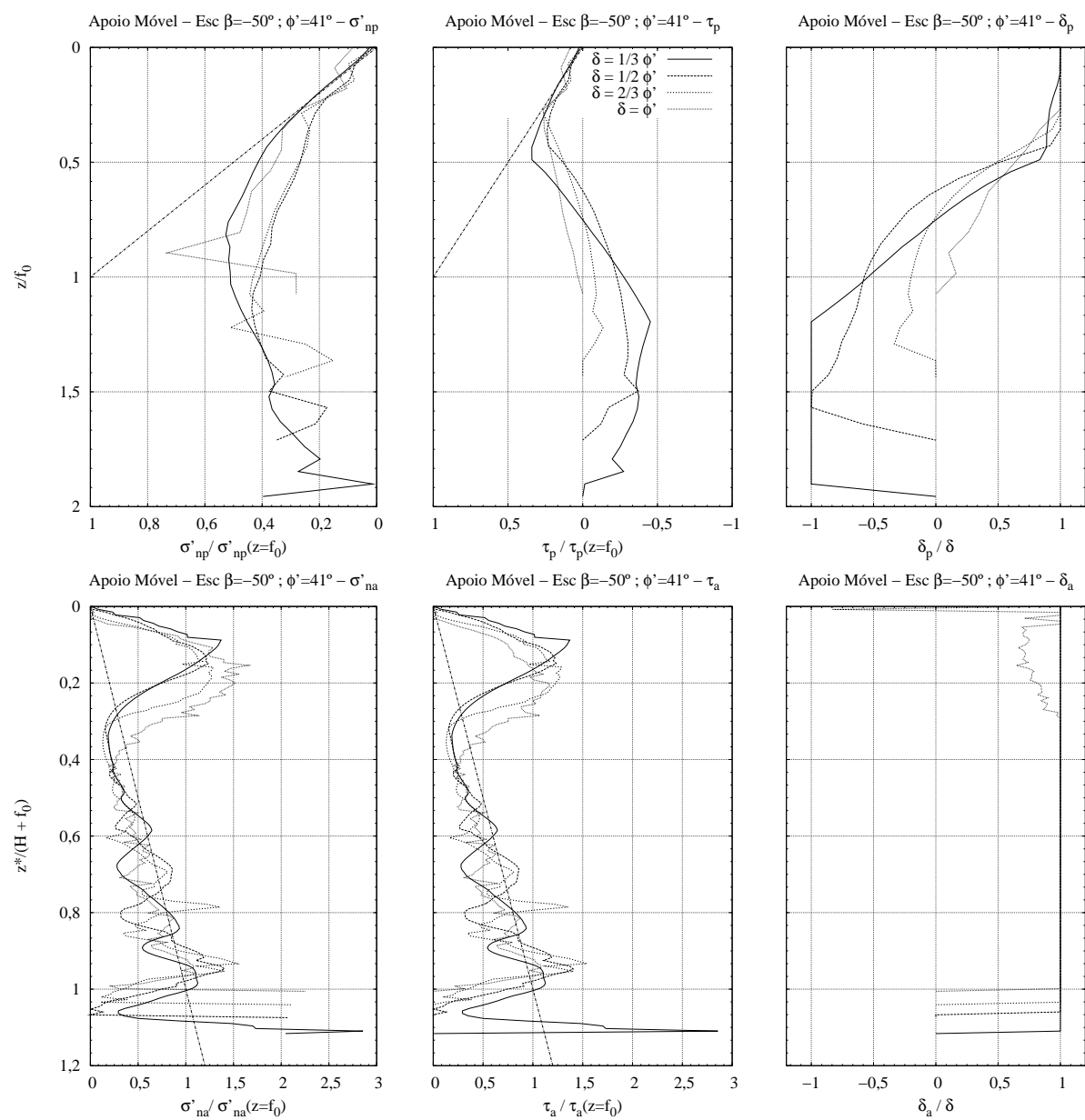


Figura E.1: Resultados obtidos, para uma cortina escorada com um solo de $\phi'=41^\circ$ e $\beta=-50^\circ$

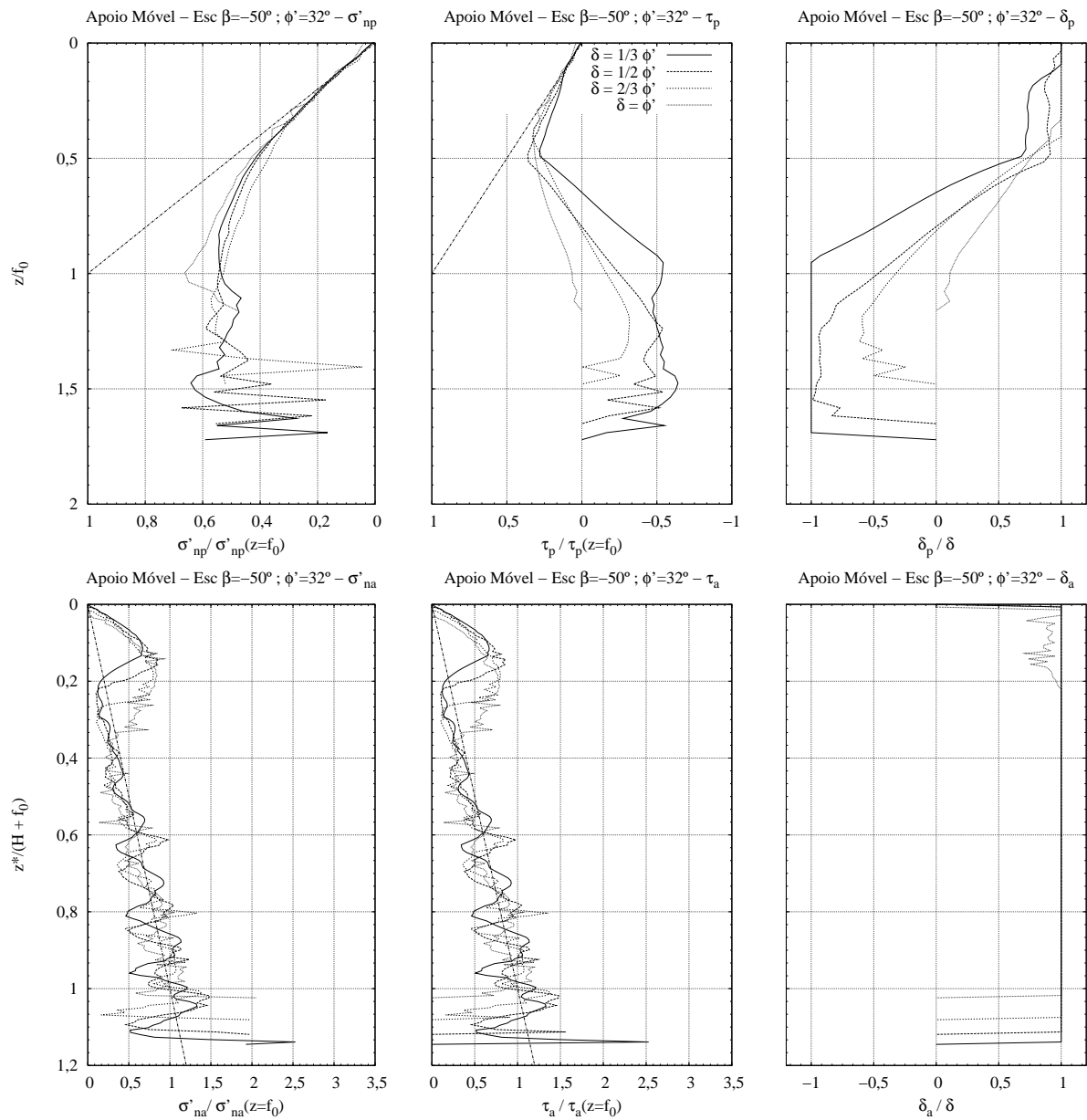


Figura E.2: Resultados obtidos, para uma cortina escorada com um solo de $\phi' = 32^\circ$ e $\beta = -50^\circ$

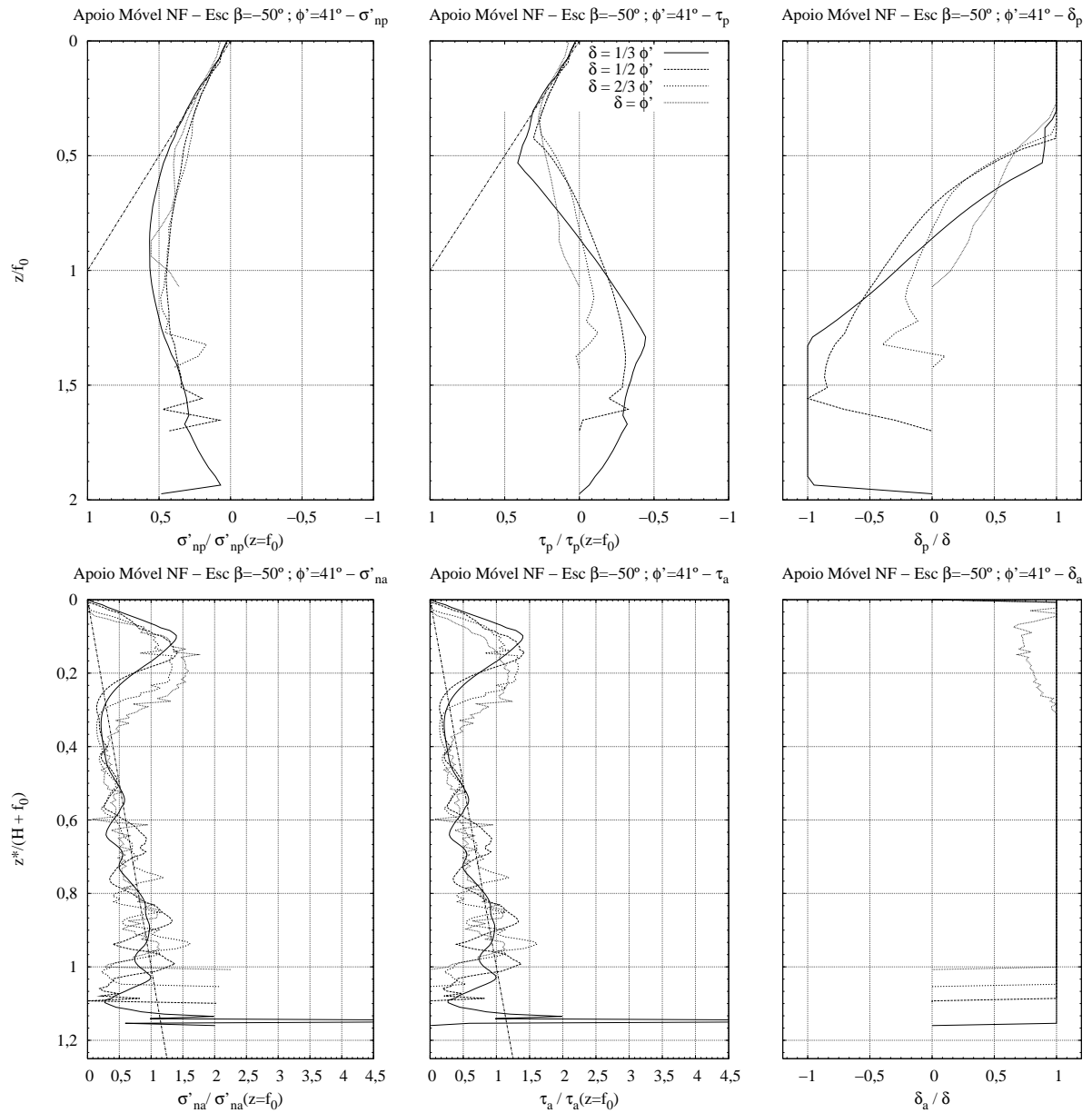


Figura E.3: Resultados obtidos, para uma cortina escorada com um solo de $\phi'=41^\circ$, com nível freático e $\beta=-50^\circ$

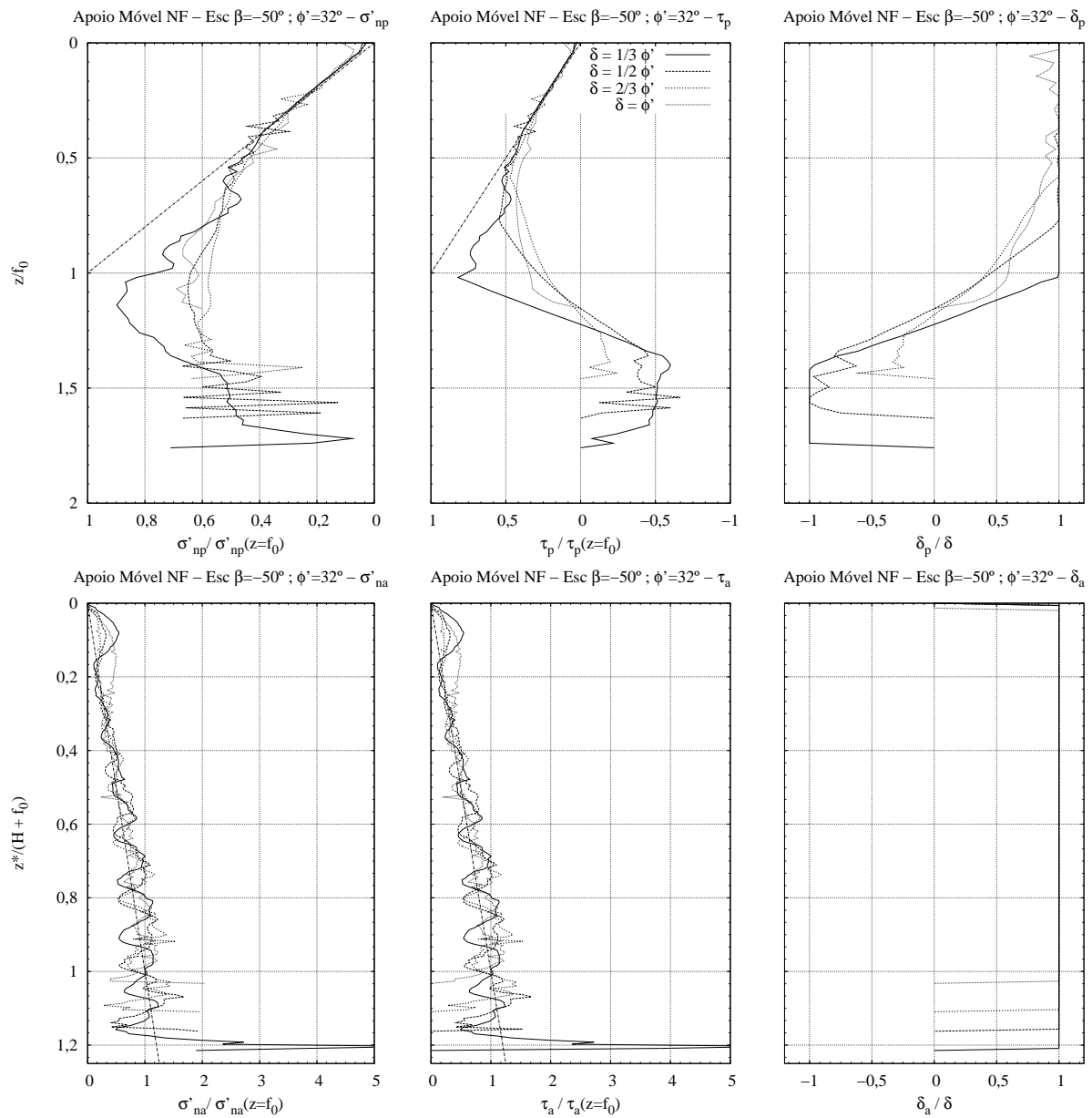


Figura E.4: Resultados obtidos, para uma cortina escorada com um solo de $\phi' = 32^\circ$, com nível freático e $\beta = -50^\circ$

Anexo F

Análise de rigidez do elemento ancoragem

1. Análise comparativa da rigidez do elemento ancoragem num solo com $\phi'=32^\circ$
2. Análise comparativa da rigidez do elemento ancoragem num solo com $\phi'=41^\circ$ com nível freático à cota de escavação
3. Análise comparativa da rigidez do elemento ancoragem num solo com $\phi'=32^\circ$ com nível freático à cota de escavação

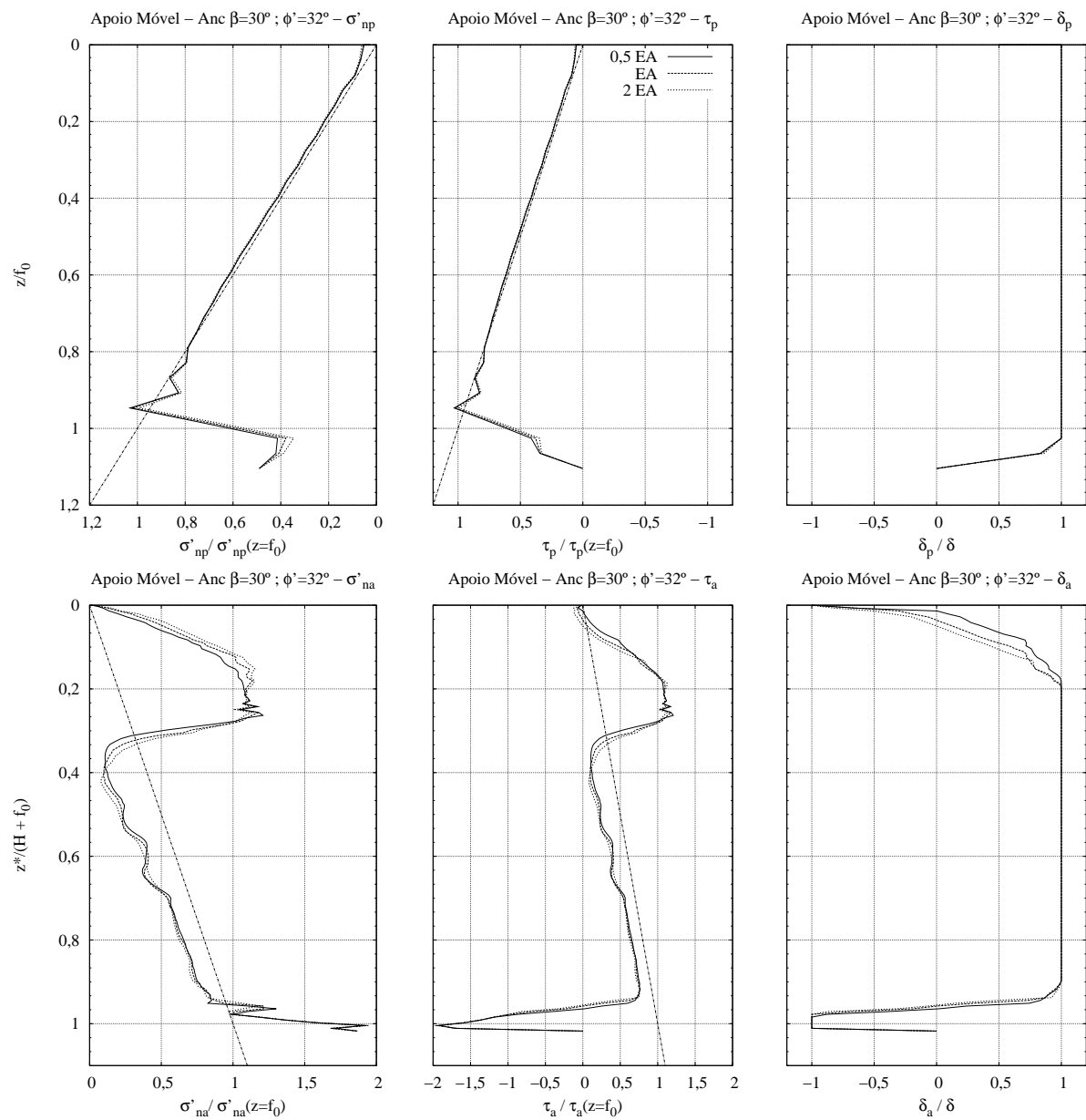


Figura F.1: Análise comparativa da rigidez do elemento ancoragem num solo com $\phi'=32^\circ$

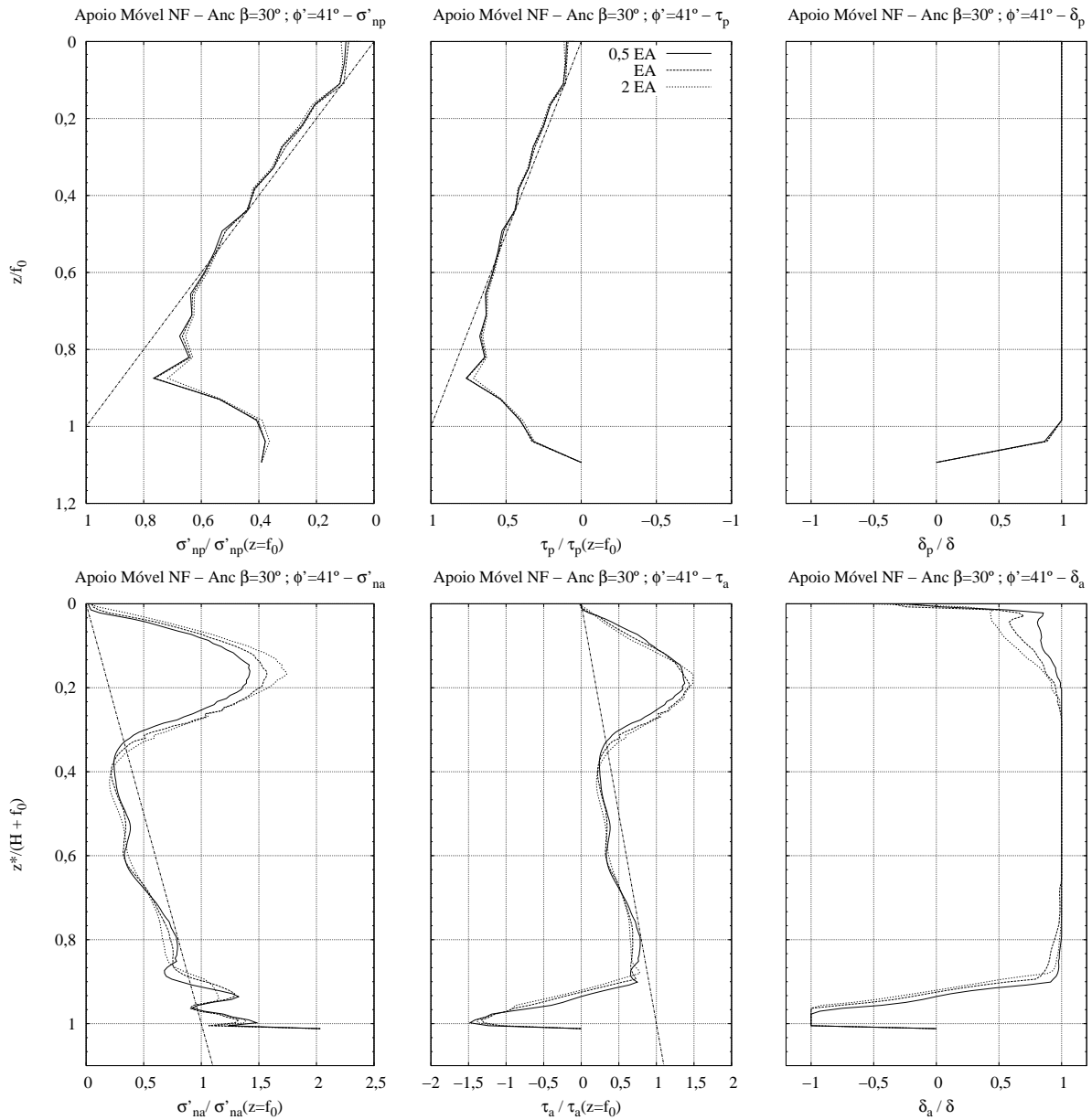


Figura F.2: Análise comparativa da rigidez do elemento ancoragem num solo com $\phi'=41^\circ$ com nível freático à cota de escavação

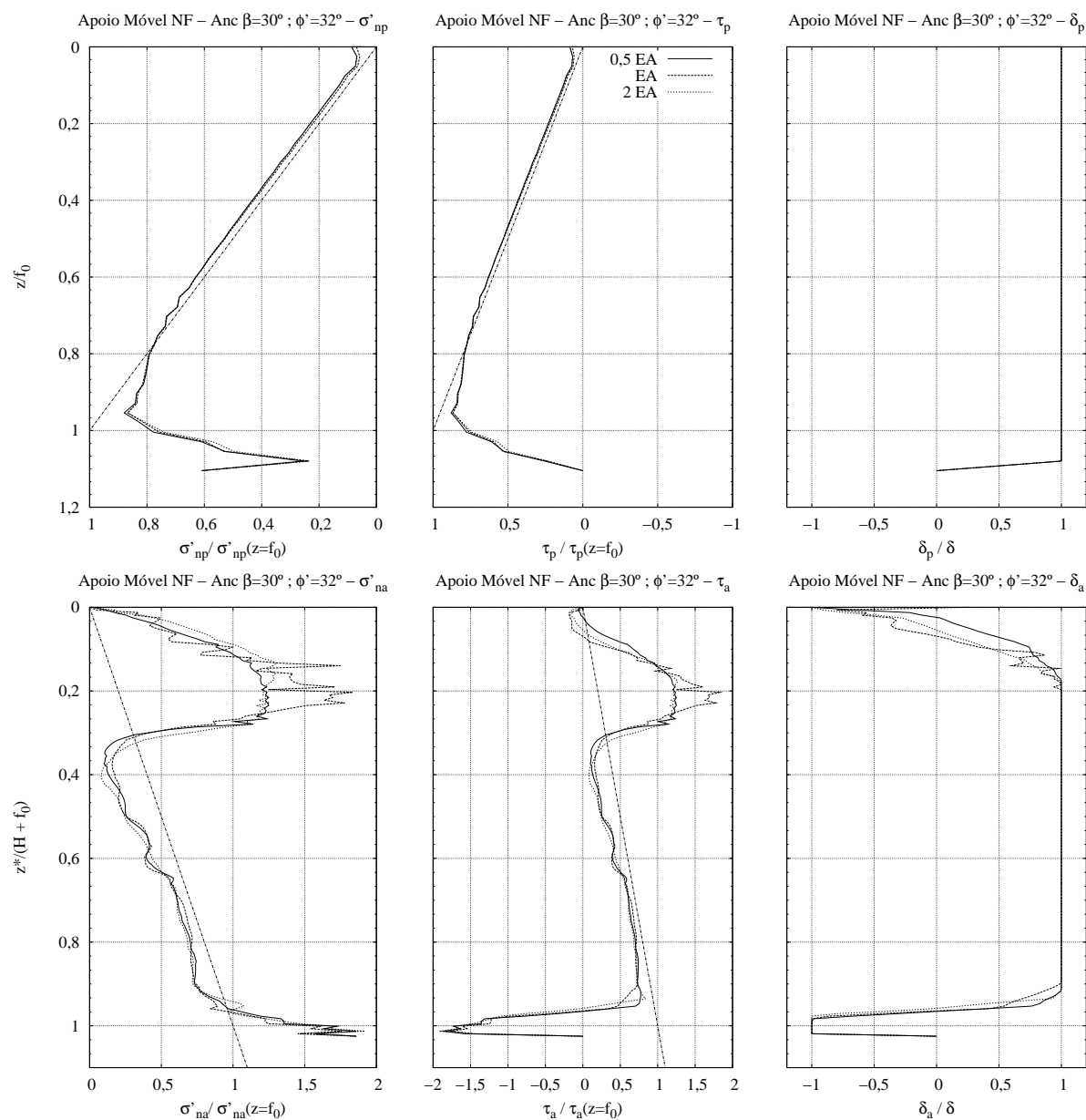


Figura F.3: Análise comparativa da rigidez do elemento ancoragem num solo com $\phi' = 32^\circ$ com nível freático à cota de escavação

Anexo G

Análise de rigidez do elemento de escora

1. Análise comparativa da rigidez do elemento escora num solo com $\phi'=32^\circ$
2. Análise comparativa da rigidez do elemento escora num solo com $\phi'=41^\circ$ com nível freático à cota de escavação
3. Análise comparativa da rigidez do elemento escora num solo com $\phi'=32^\circ$ com nível freático à cota de escavação

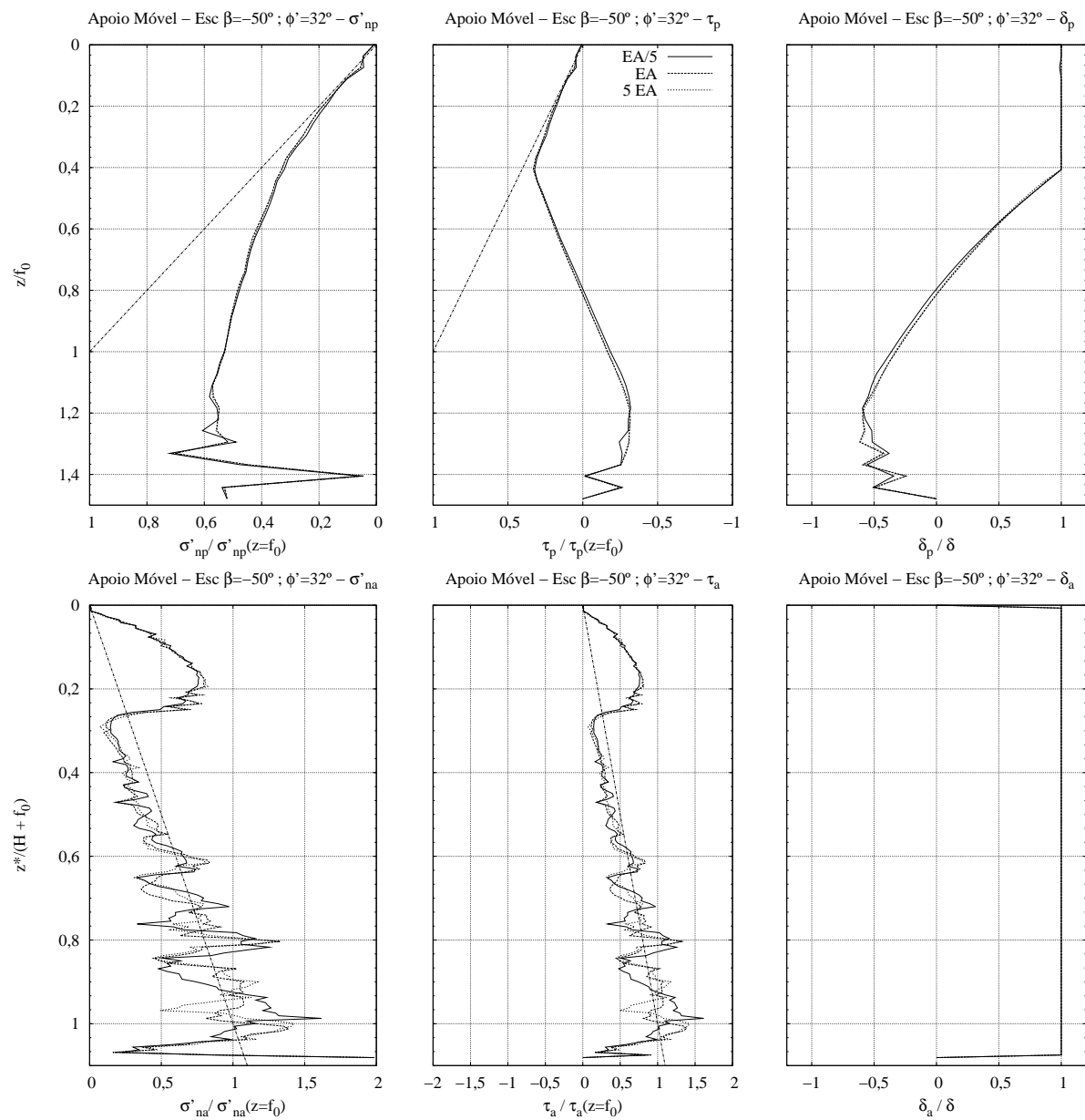


Figura G.1: Análise comparativa da rigidez do elemento escora num solo com $\phi' = 32^\circ$

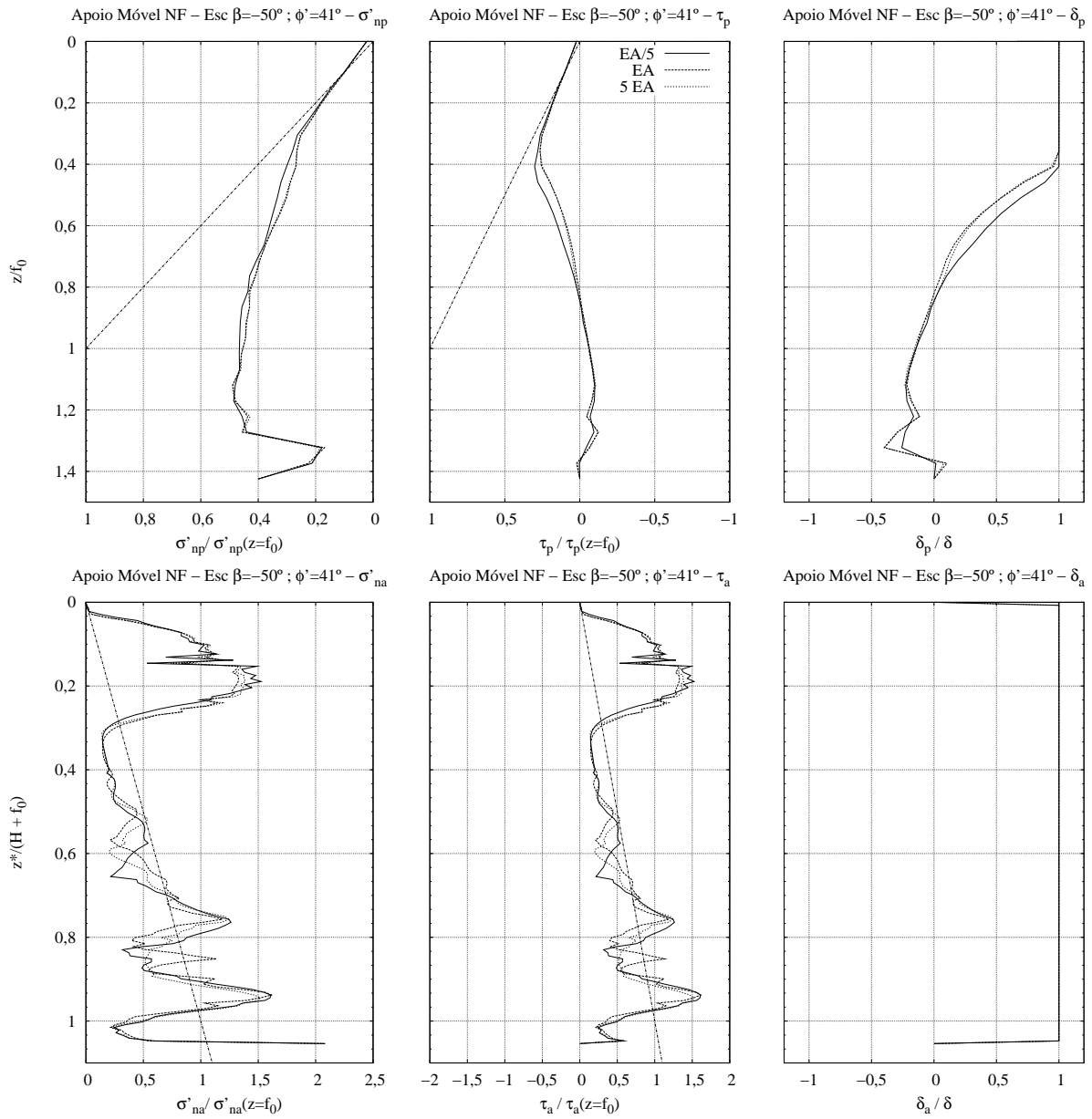


Figura G.2: Análise comparativa da rigidez do elemento escora num solo com $\phi' = 41^\circ$ com nível freático à cota de escavação

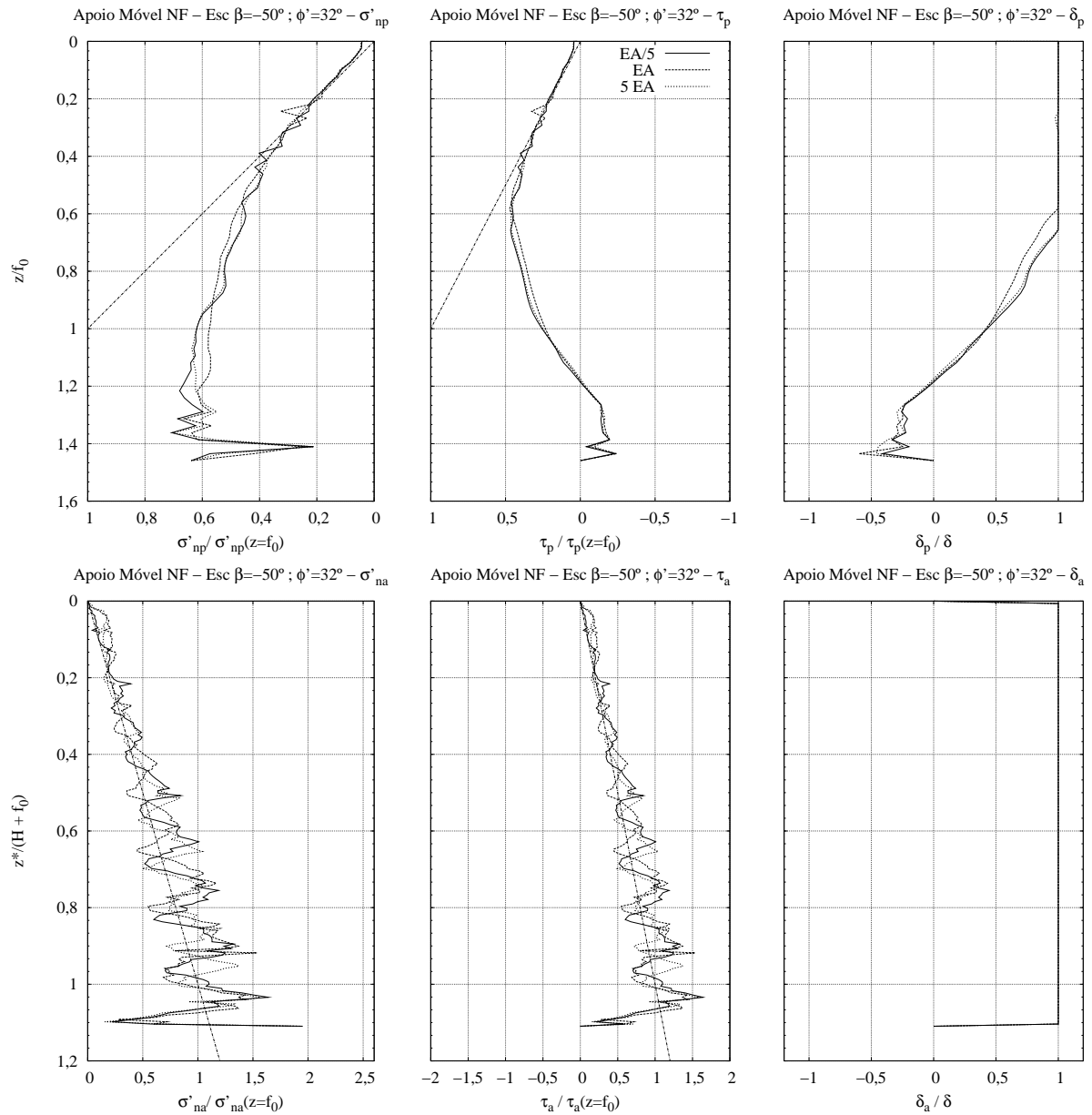


Figura G.3: Análise comparativa da rigidez do elemento escora num solo com $\phi'=32^\circ$ com nível freático à cota de escavação

Referências Bibliográficas

- Blum, H. (1931). *Einspannungsverhaeltnisse bei Bohlwerken*. Wilhelm Ernst e Sohn, Berlin.
Obra não consultada directamente.
- Caquot, A., Kerisel, J., e Absi, E. (1973). *Tables de butée et de poussée*. Gauthier-Villars, Paris, 2^o edição.
- Cardoso, A. S., Guerra, N. M. C., Antão, A. M. S. N., e Fernandes, M. M. (2006). Limit analysis of anchored concrete soldier-pile walls in clay under vertical loading. *Canadian Geotechnical Journal*, n.º. 43:páginas 516–530.
- Correia dos Reis, A., Farinha, M. F., e Farinha, J. (2008). *Tabelas Técnicas*. Edições Técnicas, Lda.
- Coulomb, C. A. (1776). Essai sur une application des regles des maximis et minimis a quelques problemes de statique relatifs a l'architecture. *Memoires de l'Academie Royale pres Divers Savants*, Vol. 7.
- EN 1993-1-1 (2003). Eurocode 3, Design of Steel Structures, Part 1-1: General Rules and Rules for Buildings. CEN, European Committee for Standardization, Brussels.
- EN 1997-1 (2004). Eurocode 7, Geotechnical Design, Part 1: General Rules. CEN, European Committee for Standardization, Brussels.
- Frank, R., Bauduin, C., Criscoll, R., Kavvadas, M., Ovensen, N. K., Orr, T., e Schuppener, B. (2004). *Designer's Guide to EN 1997-1 - Eurocode 7: Geotechnical design - General Rules*. Thomas Telford Publishing, Heron Quay, London, first edição.
- Guerra, N. M. C., Cardoso, A. S., Fernandes, M. M., e Correia, A. G. (2004). Vertical stability of anchored concrete soldier pile-walls in clay. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, Vol. 130(n.º 12):páginas 1259–1270.
- Matos Fernandes, M. (2004). Escavações suportadas. a interacção solo-estrutura vista através das tensões tangenciais na interface. *Solos e Rochas*, Vol. 27(n.º 1):páginas 3–14.
- Matos Fernandes, M., Cardoso, A. S., Trigo, J., e Marques, J. C. (1993). Bearing capacity failure of tied-back walls - a complex case of soil-wall interaction. *Computers and Geotechnics*, Vol. 1(n.º 15):páginas 87 – 113.

- Rankine, W. J. M. (1857). On the stability of loose earth. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, Vol. 147, Part 1(n.º 1):páginas 9–27. Obra não consultada diretamente.
- Schanz, T., Vermeer, P., e Bonnier, P. (1999). *Beyond 2000 in Computational Geotechnics - 10 years of PLAXIS*, capítulo The hardening soil model: Formulation and verification, páginas 281–296. A. A. Balkema, P.O. Box 1675, 3000 BR Rotterdam, Netherlands.
- Vieira, C. S., Fernandes, M. M., e e Sousa, J. A. (2002). Cortinas autoportantes: métodos de equilíbrio limite versus análises por elementos finitos. *Anais do I Congresso Luso-Brasileiro de Geotecnia*, n.º 1:páginas 331–341.