



**Ricardo Miguel Valente Lopes**

Licenciado em Ciências de Engenharia Mecânica

**Estudo numérico do fenómeno de vibração  
induzida por vórtices num cilindro com 1 grau  
de liberdade em OpenFoam**

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em  
Engenharia Mecânica

Orientador: José Manuel Paixão Conde, Prof. Auxiliar, FCT-  
UNL

Júri:

Presidente: Prof. Doutor José Fernando de Almeida Dias

Vogal: Prof. Doutor Eric Lionel Didier

Vogal: Prof. Doutor Paulo Roberto de Freitas Teixeira

Vogal: Prof. Doutor José Manuel Paixão Conde



## **Estudo numérico do fenómeno de vibração induzida por vórtices num cilindro com 1 grau de liberdade em OpenFoam**

**Copyright** © Ricardo Miguel Valente Lopes, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Nova de Lisboa.

A Faculdade de Ciências e Tecnologia e a Universidade Nova de Lisboa têm o direito, perpétuo e sem limites geográficos, de arquivar e publicar esta dissertação através de exemplares impressos reproduzidos em papel ou de forma digital, ou por qualquer outro meio conhecido ou que venha a ser inventado, e de divulgar através de repositórios científicos e de admitir a sua cópia e distribuição com objetivos educacionais ou de investigação, não comerciais, desde que seja dado crédito ao autor e editor.



## **Agradecimentos**

Em primeiro lugar quero agradecer ao meu orientador, Professor Doutor José Conde pela disponibilidade e oportunidade que me deu em fazer a Dissertação numa área de que gosto.

Agradeço, também, a todo o corpo docente do Departamento de Engenharia Mecânica e Industrial da Faculdade de Ciências e Tecnologias pelos ensinamentos transmitidos ao longo dos 5 anos de curso.

Agradeço à minha família, em especial aos meus pais, pela educação que me deram, pelo apoio permanente e pela oportunidade que me deram em ingressar o ensino superior.

Quero, também, agradecer ao meu irmão Gonçalo pela companhia, amizade e apoio que sempre me deu.

Por fim, quero agradecer a todos os meus amigos e colegas que fizeram parte da minha vida académica e, sem os quais, nada teria sido como foi.

Bem hajam todos!



## Resumo

Esta dissertação tem o intuito de validar o código numérico OpenFoam para problemas de fenómeno de vibração induzida por desprendimento de vórtices num cilindro circular com um grau de liberdade transversal ao escoamento. Na primeira parte é simulado o escoamento em torno de um cilindro circular fixo, e na segunda parte o escoamento em torno do cilindro oscilatório. O número de Reynolds é 200 para todas as simulações e o movimento do cilindro é descrito segundo um sistema massa-mola e massa-mola-amortecedor.

Para o movimento do cilindro utilizou-se o *solver sixDoFRigidDisplacement* e para a resolução de problemas de malha móvel o *solver displacementLaplacian*. O código numérico utilizado para o caso do cilindro fixo foi *pimpleFoam* e para o caso do cilindro oscilatório o *pimpleDyMFoam*. As simulações foram feitas através da resolução das equações de Navier-Stokes num domínio computacional bidimensional.

Na simulação do escoamento em redor do cilindro fixo, os coeficientes de arrasto e sustentação e o número de Strouhal foram calculados e comparados com resultados da literatura. Os resultados estão próximos da realidade, no entanto observa-se que a dimensão da malha é muito importante para a precisão dos mesmos.

Na simulação do escoamento em torno do cilindro oscilatório foram calculados os coeficientes de arrasto e sustentação e deslocamento do cilindro, para os sistemas massa-mola e massa-mola-amortecedor. Para os dois sistemas foi apresentada e comparada a evolução destes resultados em função da velocidade reduzida e por fim foram comparados. Observa-se que o fator de amortecimento afeta as respostas do cilindro, dependendo da velocidade reduzida.

Os resultados obtidos em ambos os estudos foram satisfatórios e conclui-se que o código OpenFoam é uma boa ferramenta para resolver problemas com o fenómeno de vibração induzida por vórtices.

**Palavras-chave:** Cilindro circular oscilatório; Vibração induzida por vórtices, Navier-Stokes; OpenFoam; *pimpleDyMFoam*.



## Abstract

This dissertation is intended to validate the numerical code OpenFoam to problems with the phenomenon of vortex-induced vibration in a cylinder with 1 degree of freedom transverse to the flow. In the first part a flow around a fixed cylinder is simulated, and the second part is simulated a flow around an elastic cylinder. The Reynolds number is 200 for all simulations and the cylinder motion is described according to a mass-spring system and a mass-spring-damper system.

For cylinder motion is used the *sixDoFRigidDisplacement* and for the resolution of the mesh motion it was used the solver *displacementLaplacian*. The numerical code used for the case of the fixed cylinder was *pimpleFoam* and for the case of the elastic cylinder was *pimpleDyMFoam*. The simulations were performed by solving 2D Navier-Stokes equation.

In the simulation of the flow around the fixed cylinder, the drag and lift coefficient and Strouhal number, were calculated and compared with results from other researchers. The results are close to reality, however it is noted that the mesh size is very important for the approximation thereof.

In the simulation of the flow around the elastic cylinder, drag and lift coefficients and the cylinder displacement were calculated, for the mass-spring system and mass-spring-damper system. For both systems was made the evolution of these results in function of the reduced velocity and finally were compared. It is noted that the damping factor affects the cylinder responses, depending on the reduced velocity.

The results obtained in this study were satisfactory and it is concluded that the OpenFoam code is a good tool to solve problems with the phenomenon of vortex-induced vibration.

**Keywords:** Elastic cylinder; Vortex-induced vibration; Navier-Stokes; OpenFoam; *pimpleDyMFoam*;



## Índice de Matérias

1	Introdução.....	1
1.1	Motivação e objetivos.....	1
1.2	Organização.....	2
2	Caracterização do Fenómeno.....	5
2.1	Cilindro Fixo.....	5
2.1.1	Esforços no cilindro.....	13
2.1.2	Desprendimento de Vórtices.....	15
2.2	Cilindro Oscilatório.....	22
2.2.1	Sistema massa-mola-amortecedor.....	22
2.2.2	Vibrações Induzidas pelo Escoamento.....	29
2.2.3	Variáveis adimensionais importantes.....	31
2.2.4	Referências sobre o cilindro oscilatório.....	40
3	Modelação Numérica.....	45
3.1	Código OpenFoam.....	45
3.2	Métodos de Discretização.....	47
3.3	Modelo matemático.....	47
3.4	Códigos numéricos.....	48
3.4.1	<i>pimpleFoam</i> e <i>pimpleDyMFoam</i> solver.....	48
3.4.2	<i>sixDoFRigidDisplacement</i> e <i>displacementLaplacian solvers</i> .....	48
3.5	Esquemas numéricos e algoritmos de resolução.....	49
3.6	Construção da malha.....	51
3.6.1	Domínio Computacional.....	51
3.6.2	Geração da malha.....	52
3.7	Pré-processamento.....	54
3.7.1	Ficheiro <i>u</i> e <i>p</i> .....	54

3.7.2	Ficheiro <i>pointDisplacement</i> .....	56
3.7.3	Ficheiro <i>transportProperties</i> .....	58
3.7.4	Ficheiro <i>controlDict</i> .....	58
3.7.5	Ficheiro <i>dynamicMeshDict</i> .....	60
3.7.6	Número de Courant.....	60
4	Resultados.....	63
4.1	Cilindro Fixo.....	63
4.2	Cilindro oscilatório.....	66
4.2.1	Parte 1 – Sistema massa-mola.....	66
4.2.2	Parte 2 – Sistema massa-mola-amortecedor.....	81
4.2.3	Comparação de resultados dos sistemas massa-mola e massa-mola-amortecedor 97	
5	Conclusões.....	102
6	Bibliografia.....	106

## Índice de Figuras

Figura 2-1 Região afectada pelo escoamento. Zdravkovich (1997).....	6
Figura 2-2 Transições na região perturbada: (a) TrW, (b) TrSL, (c), (d) TrBL. (L – Laminar; W – Esteira; Tr – Transição; S – Separação; T – Turbulento; BL – Camada limite). Zdravkovich (1997).....	7
Figura 2-3 Sub-regime L1, $Re=1$ . Zdravkovich (1997). ....	8
Figura 2-4 Sub-regime L2, $Re=23$ . Zdravkovich (1997). ....	8
Figura 2-5 Sub-regime L3, (a) $Re = 54$ , (b) $Re = 65$ , (c) $Re = 102$ . Zdravkovich (1977). ....	9
Figura 2-6 Transição na esteira (TrW), (a) $Re = 190$ , (b) $Re = 340$ . Zdravkovich (1997). ....	10
Figura 2-7 (a) escoamento laminar periódico, $Re=140$ , (b) escoamento no modo alta velocidade, $Re=300$ . Zdravkovich (1997). ....	10
Figura 2-8 Transição na camada de corte (TrSL), (a) $Re = 2 \times 103$ , (b) $Re = 8 \times 103$ , (c) $Re = 1.1 \times 105$ . Zdravkovich (1997).....	11
Figura 2-9 Transição na camada limite (TrBL), (a) TrBL0, (b) TrBL1, (c) TrBL2, (d) TrBL3. Zdravkovich (1997). ....	12
Figura 2-10 Esquema representativo das forças que actuam no cilindro. ....	13
Figura 2-11 Distribuição do campo de pressão instantâneo durante um terço do período do desprendimento de vórtice, $Re = 1.2 \times 105$ . Blevins (1977).....	15
Figura 2-12 Escoamento invíscido e distribuição de pressões em torno de um cilindro fixo. Schlichting (1960).....	16
Figura 2-13 Processo de formação de um vórtice. Schlichting (1960). ....	17
Figura 2-14 Esquema do mecanismo de libertação e formação de vórtice. Sumer e Fredsoe (1997).....	18
Figura 2-15 Variação do número de Strouhal em função do número Reynolds e o espectro de frequência com $Re=172$ . Zdravkovich (1997).....	19
Figura 2-16 Estágios consecutivos da formação dos “fingers” do tipo A, $Re=180$ . Zdravkovich (1997).....	19
Figura 2-17 (a) escoamento em modo A, $Re=225$ , (b) escoamento em modo B, $Re=281$ . Zdravkovich (1997). ....	20
Figura 2-18 Variação do coeficiente de arrasto em função do número de Reynolds. Sumer e Fredsoe (1997).....	21
Figura 2-19 Sistema massa-mola.....	23
Figura 2-20 Sistema massa-mola-amortecedor.....	24

Figura 2-21 Sistema Sub-Amortecido. Thomson (1978). .....	27
Figura 2-22 Sistema massa-mola-amortecedor forçado. ....	28
Figura 2-23 Classificação de vibrações induzidas por escoamentos. Blevins (1977). ....	30
Figura 2-24 Variação da amplitude de resposta em função da velocidade reduzida, para diferentes razões de massa. Sumer e Fredsoe (1997). ....	32
Figura 2-25 Variação do coeficiente de massa adicional em função da velocidade reduzida. Vikestad et al. (2000). ....	34
Figura 2-26 A frequência adimensional $f/f_n$ em função da velocidade reduzida, para $m^* = 320$ . Govardhan e Williamson (2000). ....	35
Figura 2-27 A frequência adimensional $f/f_n$ em função da velocidade reduzida, para $m^* = 2.4$ . Govardhan e Williamson (2000). ....	35
Figura 2-28 Amplitude de resposta máxima em função do parâmetro de estabilidade $K_s$ . Sumer e Fredsoe (1997). ....	37
Figura 2-29 Frequência adimensional em função da velocidade reduzida adimensional, para elevada razão de massas. Adaptado de Govardhan e Williamson (2000). ....	38
Figura 2-30 Vibração livre de um cilindro oscilatório com elevada razão de massas. Adaptado de Feng (1968). ....	41
Figura 2-31 Fase da força transversal. Adaptado de Govardhan e Williamson (2000) .....	41
Figura 2-32 Visualização em fumo dos modos 2S e 2P. Brika e Laneville (1993). ....	42
Figura 2-33 Os dois tipos de resposta de amplitude, (a) Feng (1968), (b) Khalak e Williamson (1999). ....	43
Figura 2-34 Gráfico da amplitude máxima para diferentes razões de massas. Khalak e Williamson (1999) . ....	44
Figura 2-35 Gráfico da amplitude de oscilação em função da velocidade reduzida para diferentes razões de massas. Khalak e Williamson (1996). ....	44
Figura 3-1 Esquema em árvore do caso OpenFoam. ....	46
Figura 3-2 Domínio computacional. ....	51
Figura 3-3 Malha do domínio. ....	53
Figura 3-4 Pormenor junto ao cilindro. ....	53
Figura 3-5 Esquema do domínio computacional com as condições fronteira utilizadas no OpenFoam. ....	54
Figura 4-1 Coeficientes das forças em função do tempo de simulação. ....	64
Figura 4-2 Análise espectral do coeficiente de sustentação. ....	64
Figura 4-3 Intensidade do campo de velocidade e pressão. ....	65
Figura 4-4 Vorticidade e linhas de corrente. ....	66

Figura 4-5 Esquema representativo do sistema massa-mola utilizado no Openfoam. ....	67
Figura 4-6 Coeficientes de arrasto, de sustentação e deslocamento do cilindro ao longo do tempo do sistema massa-mola, para $U^*$ de 1 até 13. ....	73
Figura 4-7 Amplitude máxima adimensional em função da velocidade reduzida do sistema massa-mola. ....	77
Figura 4-8 Média do coeficiente de arrasto em função da velocidade reduzida do sistema massa-mola. ....	78
Figura 4-9 Desvio padrão do coeficiente de sustentação em função da velocidade reduzida do sistema massa-mola. ....	78
Figura 4-10 Razão de frequências em função da velocidade reduzida do sistema massa-mola. .	79
Figura 4-11 Esquema representativo do sistema mass-mola-amortecedor utilizado no OpenFoam. ....	82
Figura 4-12 Coeficientes de arrasto, de sustentação e deslocamento do cilindro ao longo do tempo do sistema massa-mola-amortecedor para $U^*$ de 1 até 13. ....	89
Figura 4-13 Amplitude máxima adimensional em função da velocidade reduzida do sistema massa-mola-amortecedor. ....	93
Figura 4-14 Média do coeficiente de arrasto em função da velocidade reduzida do sistema massa-mola-amortecedor. ....	94
Figura 4-15 Desvio padrão do coeficiente de sustentação em função da velocidade reduzida do sistema massa-mola-amortecedor. ....	94
Figura 4-16 Razão de frequências em função da velocidade reduzida do sistema massa-mola-amortecedor. ....	95
Figura 4-17 Amplitude máxima adimensional dos dois sistemas. ....	98
Figura 4-18 Coeficiente de arrasto médio dos dois sistemas. ....	98
Figura 4-19 Flutuação do coeficiente de sustentação dos dois sistemas. ....	99



## Índice de Tabelas

Tabela 1 Diferentes gamas de número de Reynolds para o regime Laminar. ....	8
Tabela 2 Diferentes gamas de número de Reynolds para o regime TrW. ....	9
Tabela 3 Diferentes gamas de Reynolds para o regime TrSL. ....	11
Tabela 4 Diferentes gamas de números de Reynolds para o regime TrBL. ....	12
Tabela 5 Esquema numérico do OpenFoam utilizado no ficheiro <i>fvSchemes</i> . ....	50
Tabela 6 Parâmetros dos algoritmos de resolução utilizados no ficheiro <i>fvSolution</i> . ....	50
Tabela 7 Parâmetros utilizados no ficheiro <i>u</i> . ....	55
Tabela 8 Parâmetros utilizados no ficheiro <i>p</i> . ....	55
Tabela 9 Constrangimentos utilizados no ficheiro <i>pointDisplacement</i> . ....	56
Tabela 10 Restrição usada no ficheiro <i>pointDisplacement</i> . ....	57
Tabela 11 Características do cilindro em estudo. ....	57
Tabela 12 Características do fluido em estudo. ....	58
Tabela 13 Parâmetros usados no ficheiro <i>controlDict</i> . ....	58
Tabela 14 Bibliotecas utilizadas no OpenFoam. ....	59
Tabela 15 Parâmetros utilizados nas funções das forças. ....	59
Tabela 16 Parâmetros utilizados no ficheiro <i>dynamicMeshDict</i> . ....	60
Tabela 17 Resultados obtidos na simulação do cilindro fixo e resultados de outros investigadores. ....	65
Tabela 18 Valores da rigidez da mola e da razão de frequência. ....	68
Tabela 19 Amplitude máxima adimensional, média do coeficiente de arrasto, flutuação do coeficiente de sustentação e razão de frequência para o sistema massa-mola. ....	76
Tabela 20 Parâmetros adimensionais do estudo. ....	83
Tabela 21 Valores da rigidez da mola, constante de amortecimento e razão de frequências. ....	84
Tabela 22 Amplitude máxima adimensional, média do coeficiente de arrasto, flutuação do coeficiente de sustentação e razão de frequência para o sistema massa-mola-amortecedor. ....	92



## Nomenclatura

$A/D$	Amplitude adimensional	[-]
$C$	Constante de amortecimento	[Nm/s]
$C_A$	Coefficiente de massa adicional	[-]
$C_c$	Constante de amortecimento crítico	[Nm/s]
$C_d$	Coefficiente da força de arrasto	[-]
$C_l$	Coefficiente da força de sustentação	[-]
$D$	Diâmetro do cilindro	[m]
$D_c$	Diâmetro do domínio computacional	[m]
$\Delta t$	Passo de tempo	[s]
$\Delta x$	Espaçamento entre célula	[m]
$f$	Frequência dominante de oscilação	[Hz]
$f_n$	Frequência natural do sistema	[Hz]
$f_{st}$	Frequência de libertação dos vórtices	[Hz]
$f/f_n$	Frequência adimensional	[-]
$F$	Força exercida pelo amortecedor	[N]
$F(t)$	Excitação harmónica	[N]
$F_0$	Amplitude de oscilação da força	[N]
$F_d$	Força de arrasto	[N]
$F_l$	Força de sustentação	[N]
$I_{xx}$	Momento de inercia em relação ao eixo x	[kgm <sup>2</sup> ]
$I_{yy}$	Momento de inercia em relação ao eixo y	[kgm <sup>2</sup> ]

$I_{zz}$	Momento de inercia em relação ao eixo z	$[kgm^2]$
$k$	Rigidez do sistema	$[N/m]$
$K_S$	Parâmetro de estabilidade	$[-]$
$l$	Comprimento do cilindro	$[m]$
$L_f$	Comprimento da zona de formação de vórtices	$[m]$
$m$	Massa do sistema	$[kg]$
$m^*$	Razão de massa	$[-]$
$M^*$	Razão de massa alterada	$[-]$
$m_A$	Massa adicional do fluido	$[kg]$
$p$	Pressão	$[Pa]$
$r$	Razão de frequências	$[-]$
$Re$	Número de Reynolds	$[-]$
$S_G$	Parâmetro de Skop-Griffin	$[-]$
$St$	Número de Strouhal	$[-]$
$t$	Tempo	$[s]$
$U$	Módulo da velocidade	$[m/s]$
$U_\infty$	Velocidade do escoamento não perturbado	$[m/s]$
$U^*$	Velocidade reduzida	$[-]$
$u, v$	Componentes da velocidade cartesiana	$[m/s]$
$x$	Deslocamento em relação ao ponto de equilíbrio	$[m]$
$\dot{x}$	Velocidade do sistema	$[m/s]$
$\ddot{x}$	Aceleração do sistema	$[m^2/s]$
$X$	Amplitude máxima de vibração	$[m]$

$y$	Amplitude de oscilação do cilindro	[ $m$ ]
$Y$	Amplitude adimensional de oscilação do cilindro	[-]
$\varphi$	Ângulo de fase	[ $rad$ ]
$\xi$	Fator de amortecimento	[-]
$\rho$	Massa volúmica do fluido	[ $kg/m^3$ ]
$\mu$	Viscosidade dinâmica do fluido	[ $kg/ms$ ]
$\tau$	Tempo adimensional	[-]
$\omega_a$	Frequência angular amortecida do sistema	[ $rad/s$ ]
$\omega_f$	Frequência angular forçada	[ $rad/s$ ]
$\omega_n$	Frequência angular natural do sistema	[ $rad/s$ ]



## Lista de Abreviaturas

DILU	Diagonal incomplete-LU
GAMG	Generalised geometric-Algebraic Multi-Grid
MVF	Método do Volume Finito
OF	OpenFoam
PBiCG	Precondicionated Bi-Conjugate Gradient
PISO	Pressure Implicit with Splitting of Operator
rms	Root Mean Square
SIMPLE	Semi-Implicit Method for Pressure Linked Equations
VIV	Vortex-Induced Vibration



# 1 Introdução

## 1.1 Motivação e objetivos

O escoamento em torno de cilindros circulares tem sido tema de inúmeros estudos feitos ao longo dos tempos. Destacam-se os trabalhos de Zdravkovich (1997) que estudou o escoamento em torno de cilindros fixos e oscilatórios e Williamson (1989a) que estudou essencialmente o escoamento em torno de cilindros oscilatórios. Apesar da geometria do problema ser simples, há fenômenos na esteira do cilindro que ainda motivam os investigadores da área. No ramo da Engenharia, as estruturas cilíndricas têm diversas aplicações como os edifícios, antenas de grande porte, a estrutura das plataformas de extração de petróleo, etc.

O escoamento em torno de um cilindro é muito complexo, pois apresenta vários fenômenos para diferentes números de Reynolds. Assim, os regimes que se observam à medida que aumenta o número de Reynolds são: a separação do escoamento em torno do cilindro, o desenvolvimento de vórtices, mais conhecido como estrada de Von-Kármán, a transição do escoamento bidimensional para tridimensional e o aparecimento de turbulência na esteira.

A necessidade de aumentar o tempo de vida útil das estruturas cilíndricas, leva a que os estudos apontem para previsões de acontecimentos, controlo de esforços e tipo de esteira resultante.

Os esforços sobre a estrutura cilíndrica são causados pelo escoamento. Os desprendimentos dos vórtices provocam a vibração na estrutura. Este fenómeno é conhecido por VIV, Vibração Induzida por Vórtices, sendo umas das causas de desgaste e fadiga nas estruturas. Nesta área, também há inúmeros estudos feitos onde se destacam os trabalhos de Feng (1968), que foi pioneiro nos escoamentos em torno de cilindro oscilatórios e Williamson e Govardhan (2004), que reúne a teoria acerca do escoamento em torno de cilindros elásticos.

Com o aparecimento e a evolução da Mecânica de Fluidos Computacional (MFC), estes estudos tornaram-se mais simples, relativamente aos cálculos e tempo de duração dos mesmos, e com resultados muito próximos da realidade. Apesar de, há mais de um século, o escoamento em torno de cilindros ser alvo de muitos estudos, foi a partir da revolução tecnológica, com o aparecimento do computador, que houve um aumento exponencial no número de pessoas a

abordar o assunto. Hoje em dia, com o auxílio de um computador, é possível realizar simulações numéricas sobre qualquer área da Dinâmica de Fluidos, o que torna os estudos de MFC imprescindível em muitos ramos da Engenharia.

O objetivo principal desta tese é estudar numericamente o problema de vibrações devidas ao desprendimento de vórtices, num cilindro circular oscilatório com um grau de liberdade, com o código OpenFoam.

Para dar consequência ao trabalho definiram-se três objetivos específicos:

- Estudar a resposta do cilindro oscilatório num sistema massa-mola.
- Estudar a resposta do cilindro oscilatório num sistema massa-mola-amortecedor.
- Comparar as respostas observadas com trabalhos similares, da literatura.

## 1.2 Organização

Esta dissertação pretende estudar numericamente o fenómeno de vibração induzida por vórtices num cilindro com 1 grau de liberdade e está dividida em três partes.

Numa primeira parte estudam-se os esforços que atuam no cilindro fixo, sendo os resultados comparados com trabalhos de outros autores. Na segunda parte estudam-se os esforços que atuam no sistema massa-mola. E na terceira parte os esforços que atuam no sistema massa-mola-amortecedor.

Para a segunda e terceira parte, definiu-se, *a priori* a gama de valores de velocidade reduzida, definida na equação 2.28, que será igual para os dois casos. Essa gama de valores vai de 1 até 13 em intervalos de 0.5. A resposta do cilindro é apresentada em função da velocidade reduzida. Essa resposta é a amplitude de oscilação do cilindro, o coeficiente de arrasto médio, a flutuação do coeficiente de sustentação e a razão de frequência  $f/f_n$ , onde  $f$  é a frequência dominante de oscilação e  $f_n$  a frequência natural do sistema. Estes parâmetros vão ser explicados nos capítulos seguintes.

Por último, faz-se uma comparação do sistema massa-mola com o sistema massa-mola-amortecedor, de modo a avaliar as diferenças nas respostas do cilindro.

Todas as simulações são feitas utilizando o programa OpenFoam. A descrição do funcionamento deste programa, bem como dos parâmetros utilizados para o estudo numérico são abordados no início do trabalho.

Esta dissertação está dividida em 5 capítulos: Introdução, Caracterização do Fenómeno, Código OpenFoam, Resultados e Conclusões.

No segundo capítulo faz-se uma apresentação teórica do escoamento em torno de cilindros fixos, os esforços que atuam sobre eles em resultado do escoamento. Faz-se também uma descrição do fenómeno de desprendimento de vórtices. No mesmo capítulo uma síntese das relações que caracterizam as vibrações é apresentada e o fenómeno de vibração induzida por escoamentos e os parâmetros mais importantes que afectam esse fenómeno são descritos.

No terceiro capítulo é descrito o funcionamento do código OpenFoam. Os esquemas numéricos e os algoritmos de resolução que foram utilizados nos casos simulados são apresentados. Também, neste capítulo, é descrita a malha utilizada e o seu processo de construção e o pré-processamento dos casos. Todos os ficheiros e parâmetros que foram usados nas simulações encontram-se neste capítulo.

No quarto capítulo são apresentados os resultados das simulações. Primeiro, são apresentados os resultados referentes ao cilindro fixo e, em seguida, os resultados do cilindro oscilatório. Os resultados do cilindro oscilatório compreendem os resultados do sistema massa-mola e do sistema massa-mola-amortecedor. Por último faz-se uma comparação à resposta dos dois sistemas.

No quinto capítulo são apresentadas as conclusões, bem como algumas sugestões de trabalhos futuros.



## 2 Caracterização do Fenómeno

Neste capítulo é apresentado a teoria sobre o escoamento em torno de um cilindro fixo e de um cilindro oscilatório.

Para o cilindro fixo são descritos os esforços que atuam sobre ele e o fenómeno do desprendimento de vórtices. No final são apresentadas as referências sobre o tema.

Para o cilindro oscilatório é apresentado o fenómeno de vibrações livres e amortecidas. Vai, também, ser explicado o fenómeno de vibrações induzidas pelo escoamento e os parâmetros que afectam o fenómeno. São apresentadas as equações adimensionais da resposta do cilindro e por último faz-se uma apresentação das referências sobre o tema.

### 2.1 Cilindro Fixo

Quando um escoamento passa em torno de um corpo desenvolve-se sempre uma região afectada, em torno do corpo. As características desta zona dependem muito da forma, orientação e tamanho do corpo, mas também da velocidade e características do fluido como a densidade e a viscosidade.

Corpo não fuselado (*Bluff body*) é o termo usado para corpos que obrigam o escoamento a separar-se em torno deles. Podem ter muitas formas, desde circunferências, placas na vertical, triângulos, rectângulos, cilindros. O presente trabalho estuda-se o escoamento em torno de cilindros circulares. A zona afectada pela interacção do escoamento com o corpo circular é caracterizada pela variação da velocidade em cada zona, o que difere em valor, na direcção e tempo. A Figura 2-1 representa a região afectada pelo escoamento.

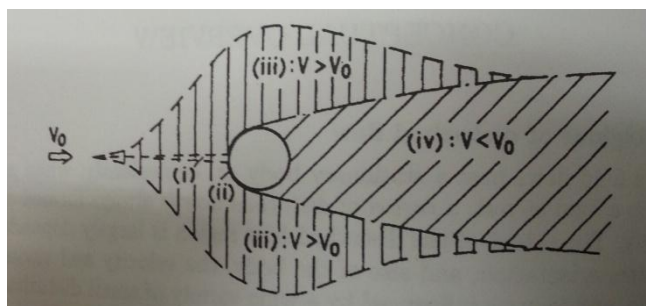


Figura 2-1 Região afectada pelo escoamento. Zdravkovich (1997).

(i) – Nesta zona o escoamento é retardado, há muitas flutuações da velocidade.

(ii) – A camada limite em torno do cilindro está sujeito a um gradiente de pressão favorável, seguido de um gradiente de pressões adverso, que se dá antes da separação.

(iii) – Nesta região  $U > U_\infty$ ,  $U$  é o módulo da velocidade e  $U_\infty$  a velocidade do escoamento não perturbado. O fluido é deslocado e acelerado devido às baixas pressões que se dão a jusante do cilindro, na esteira. Esta região é fortemente afetada pela distância do cilindro às paredes, efeito de bloqueamento.

IV – Nesta zona, chamada de esteira, ocorre a separação do fluido. A separação depende se o regime de escoamento é laminar, transitório ou turbulento. Nesta região  $U < U_\infty$ .

Reynolds (1883) descobriu que a transição do regime laminar para o turbulento em tubos lisos dependia da densidade do fluido, da viscosidade, da velocidade do escoamento e do diâmetro interno, definindo um parâmetro adimensional que mais tarde seria designado número de Reynolds. Mais tarde, Rayleigh (1896, 1915) aplicou a análise dimensional para estudar o escoamento em torno de esferas e cilindros. O parâmetro adimensional para o escoamento em torno de cilindros é definido por,

$$Re = \frac{\rho U_\infty D}{\mu} \quad 2.1$$

Onde  $\rho$  é a massa volúmica do fluido,  $U_\infty$  a velocidade do escoamento não perturbado,  $D$  o diâmetro do cilindro e  $\mu$  o coeficiente de viscosidade do fluido.

Uma característica do escoamento em torno de cilindros é as sucessivas transições nas regiões do escoamento perturbado. Dryden (1941) e mais tarde Roshko e Fiszdon (1969) descobriram que estas transições só dependiam do número de Reynolds. A Figura 2-2 representa a evolução da região perturbada pelo escoamento com o aumento do Reynolds.

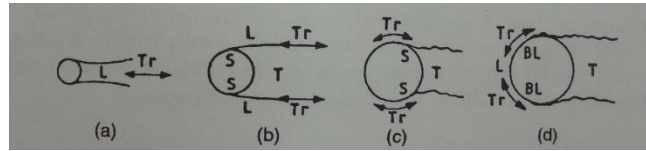


Figura 2-2 Transições na região perturbada: (a) TrW, (b) TrSL, (c), (d) TrBL. (L – Laminar; W – Esteira; Tr – Transição; S – Separação; T – Turbulento; BL – Camada limite). Zdravkovich (1997).

A primeira transição, TrW - Transição na esteira, foi descoberta por Roshko (1954). A turbulência vai-se desenvolvendo na esteira, mas a separação da camada limite permanece laminar.

A segunda transição, TrSL - Transição na camada de corte, foi descoberta por Linke (1931). Esta transição ocorre na camada limite que se separa. A camada limite em torno do cilindro é laminar e a região da esteira é turbulenta.

A terceira transição, TrBL - Transição na camada limite, foi descoberta por Costanzi (1912) em água e Eiffel (1912) em ar. Esta transição ocorre na camada limite, que passa de laminar para turbulento.

Segundo Zdravkovich (1997), o estado do escoamento pode apresentar vários regimes, consoante o número de Reynolds. Cada regime vai ser descrito em pormenor.

Na Tabela 1 estão representados os diferentes sub-regimes correspondentes ao regime Laminar. Na esteira do cilindro acontecem fenómenos diferentes à medida que se aumenta o número de Reynolds. Isto pode ser observado na Figura 2-3, Figura 2-4 e Figura 2-5.

Tabela 1 Diferentes gamas de número de Reynolds para o regime Laminar.

Regime	Descrição	Gama de Re
L1	Regime sem separação (“ <i>creeping</i> ”)	0 a 4 – 5
L2	Separação estável.	4 – 5 a 30 – 48
L3	Regime laminar periódico.	30 – 48 a 180 – 200

Na Figura 2-3 está representada o sub-regime L1, ou seja, o primeiro sub-regime do regime Laminar. Como se observa na figura, não há separação do escoamento em torno do cilindro. Na Figura 2-4 está representado o sub-regime L2, onde se observa a separação do fluido em torno do cilindro. Na Figura 2-5 está representado o sub-regime L3 para três números de Reynolds diferentes. Observa-se que o escoamento na esteira é periódico, e apresenta características diferentes à medida que se aumenta o número de Reynolds.

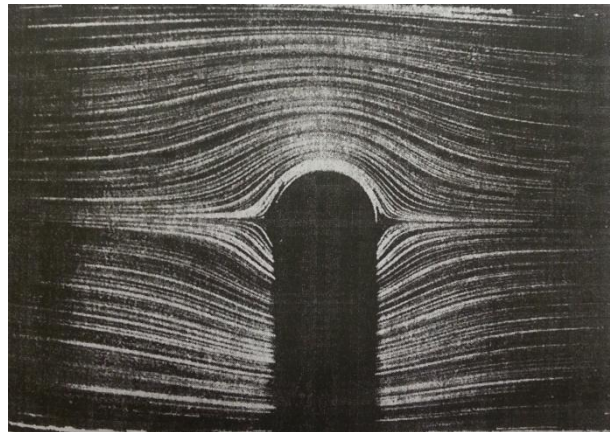


Figura 2-3 Sub-regime L1,  $Re=1$ . Zdravkovich (1997).



Figura 2-4 Sub-regime L2,  $Re=23$ . Zdravkovich (1997).

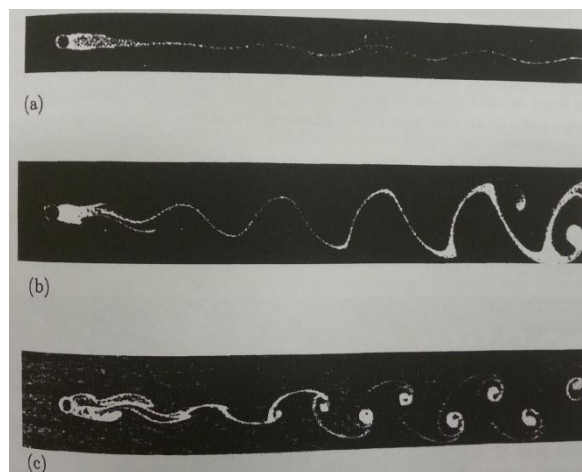


Figura 2-5 Sub-regime L3, (a)  $Re = 54$ , (b)  $Re = 65$ , (c)  $Re = 102$ . Zdravkovich (1977).

Na Tabela 2 estão representados os dois sub-regimes para a transição na esteira, TrW. Estes sub-regimes também são diferentes consoante o número de Reynolds que caracteriza o escoamento. Na Figura 2-6 podem ser observados os dois sub-regimes da transição na esteira.

Tabela 2 Diferentes gamas de número de Reynolds para o regime TrW.

<b>Regime</b>	<b>Descrição</b>	<b>Gama de Re</b>
TrW1	Transição para vórtices laminares na esteira.	180 – 200 a 220 – 250
TrW2	Transição para vórtices irregulares durante a sua formação.	220 – 250 a 350 – 400

Na Figura 2-6 a) está representado o sub-regime Trw1, onde se observa a transição para vórtices laminares para um número de Reynolds igual a 190. Na Figura 2-6 b) observa-se a formação de vórtices irregulares, que acontece para um número de Reynolds igual a 340. Nesta dissertação, as simulações são feitas com um número de Reynolds igual a 200, sendo o sub-regime de escoamento no limite entre L3 e TrW1. Escolheu-se este número de Reynolds porque, de acordo com Zdravkovich (1997), concluiu-se experimentalmente e numericamente, que este valor representa melhor as características do escoamento em torno de cilindros para valores sub-críticos.

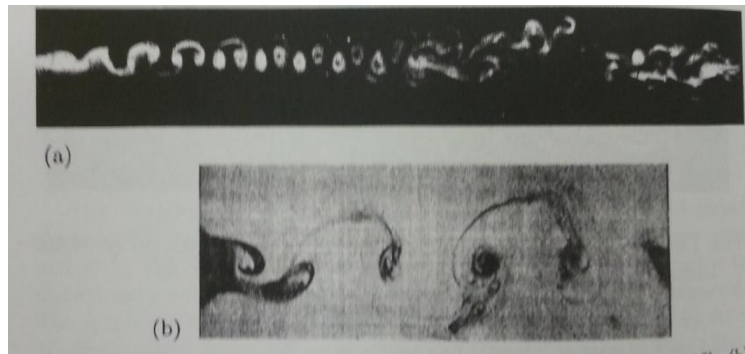


Figura 2-6 Transição na esteira (TrW), (a)  $Re = 190$ , (b)  $Re = 340$ . Zdravkovich (1997).

Kovaszny (1949) notou que os vórtices laminares não eram libertados a partir do cilindro mas eram formados a medida que iam sendo transportados na esteira. Caracterizou este fenómeno como instabilidade a baixa velocidade, sendo este o primeiro modo de libertação de vórtices. A Figura 2-7 a) representa um escoamento com esteira laminar periódico. Observa-se que os vórtices estão ligados por um rasto sinusoidal originado a partir da camada de corte.

O segundo modo de libertação de vórtices corresponde á alta velocidade de libertação de vórtices turbulentos. Gerrard (1966) citou o seguinte: “Os vórtices turbulentos crescem e desenvolvem-se na metade do período de desprendimento, até que tenham força suficiente para desenhar a outra camada de corte no outro lado do cilindro, de modo a que seja libertado a partir de um fornecimento adicional de circulação.” A Figura 2-7 b) representa um escoamento no modo alta velocidade. Não se observa o rasto deixado pela camada de corte, o que quer dizer que os vórtices não estão ligados entre si.

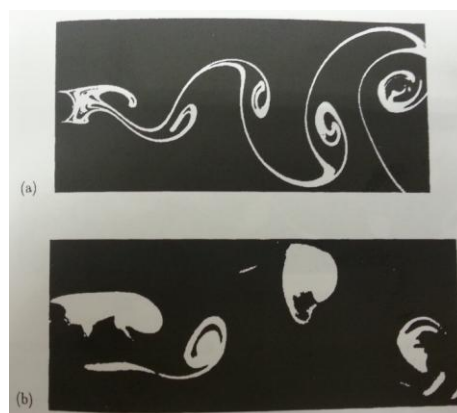


Figura 2-7 (a) escoamento laminar periódico,  $Re=140$ , (b) escoamento no modo alta velocidade,  $Re=300$ . Zdravkovich (1997).

Na Tabela 3 estão representados os diferentes sub-regimes da transição na camada de corte, TrSL. Para diferentes gamas de números de Reynolds os fenômenos que acontecem na esteira são diferentes. Isto pode ser observado na Figura 2-8.

Tabela 3 Diferentes gamas de Reynolds para o regime TrSL.

Regime	Descrição	Gama de Re
TrSL1	Desenvolvimento das ondas de transição.	$350 - 400$ a $1 \times 10^3 - 2 \times 10^3$
TrSL2	Formação dos vórtices de transição.	$1 \times 10^3 - 2 \times 10^3$ a $2 \times 10^4 - 4 \times 10^4$
TrSL3	Aceleração para a turbulência.	$2 \times 10^4 - 4 \times 10^4$ a $1 \times 10^5 - 2 \times 10^5$

Na Figura 2-8 estão representados os três sub-regimes da transição na camada de corte, TrSL. Na Figura 2-8 a) observa-se o desenvolvimento de ondas de transição, para um número de Reynolds de  $2 \times 10^3$ . Na Figura 2-8 b) é observada a formação dos vórtices de transição, que acontece para um número de Reynolds igual a  $8 \times 10^3$ . E na Figura 2-7 c) observa-se a formação de vórtices turbulentos, para um número de Reynolds de  $1.1 \times 10^5$ .

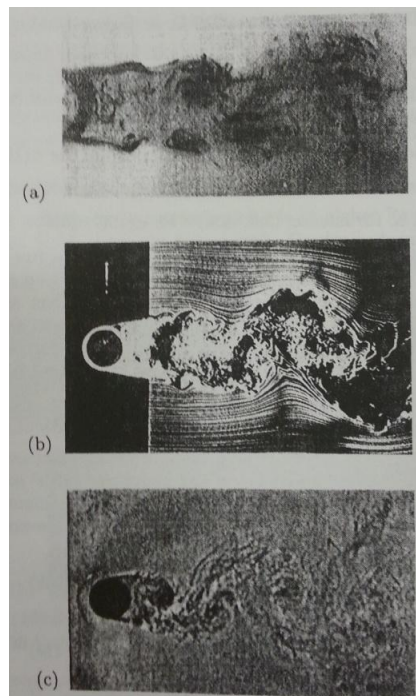


Figura 2-8 Transição na camada de corte (TrSL), (a)  $Re = 2 \times 10^3$ , (b)  $Re = 8 \times 10^3$ , (c)  $Re = 1.1 \times 10^5$ . Zdravkovich (1997).

Na Tabela 4 são apresentados os diferentes sub-regimes da transição da camada limite, TrBL. Nesta transição acontecem mais fenômenos do que nas outras transições, sendo a gama de número de Reynolds maior do que nos casos anteriores. Estes regimes podem ser observados na Figura 2-9.

Tabela 4 Diferentes gamas de números de Reynolds para o regime TrBL.

Regime	Descrição	Gama de Re
TrBL0	Regime pré-crítico.	$1 \times 10^5 - 2 \times 10^5$ a $3 \times 10^5 - 3.4 \times 10^5$
TrBL1	Regime de uma bolha.	$3 \times 10^5 - 4 \times 10^5$ a $3.8 \times 10^5 - 4 \times 10^5$
TrBL2	Regime de duas bolhas.	$3.8 \times 10^5 - 4 \times 10^5$ a $5 \times 10^5 - 1 \times 10^6$
TrBL3	Regime Super Crítico.	$5 \times 10^5 - 1 \times 10^6$ a $3.4 \times 10^6 - 6 \times 10^6$
TrBL4	Regime Pós Crítico.	$3.4 \times 10^6 - 6 \times 10^6$ a ???

Na Figura 2-9 estão representados os diferentes sub-regimes da transição na camada limite, TrBL. Na Figura 2-9 a) observa-se a entrada do escoamento no regime pré-crítico. Na Figura 2-9 b) observa-se a formação de uma bolha na esteira do cilindro. Na Figura 2-9 c) é observada a formação de duas bolhas na esteira do cilindro e na Figura 2-9 d) observa-se o escoamento no regime super crítico.

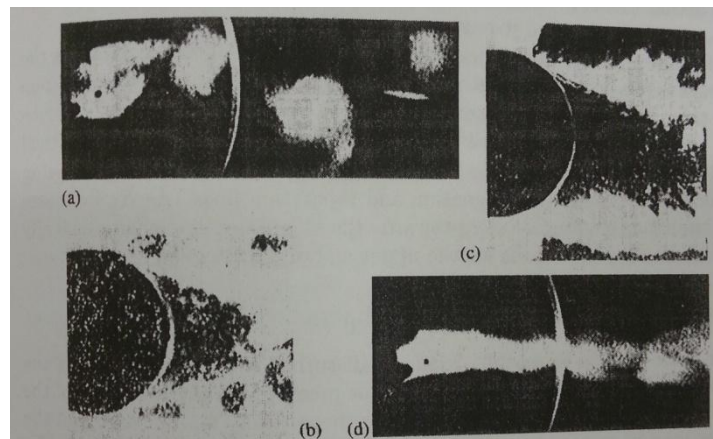


Figura 2-9 Transição na camada limite (TrBL), (a) TrBL0, (b) TrBL1, (c) TrBL2, (d) TrBL3. Zdravkovich (1997).

Aumentando o número de Reynolds o escoamento entra no regime designado de completamente turbulento. O escoamento está neste regime quando toda a região perturbada em torno do cilindro é turbulenta. Não se sabe ao certo em que número de Reynolds começa este regime, mas a nível teórico acaba em  $Re \rightarrow \infty$ . Neste regime é difícil ter resultados práticos porque outros factores começam a manifestar-se, como a compressibilidade e a cavitação. Estes dois factores não se conseguem evitar se eleva muito o número de Reynolds.

### 2.1.1 Esforços no cilindro

O escoamento de um fluido em torno de um cilindro exerce força sobre este. Em escoamento periódico estabilizado, a força exercida deve-se a duas componentes, a força de pressão e às tensões tangenciais entre o fluido e as paredes do cilindro. Em relação às forças viscosas estas só são significativas para números de Reynolds baixos.

A força que atua no cilindro pode ser decomposta na direção paralela e na direção perpendicular ao sentido do escoamento. A componente na direção paralela ao escoamento é denominada por força de arrasto  $F_d$ , enquanto que a componente na direção perpendicular é a força de sustentação  $F_L$ . A Figura 2-10 representa um cilindro estacionário, no qual actuam as duas forças aerodinâmicas.

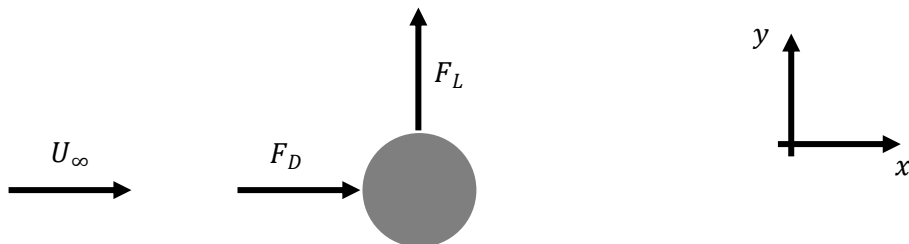


Figura 2-10 Esquema representativo das forças que actuam no cilindro.

Devido à simetria do escoamento, a força de sustentação média é nula, mas o seu valor instantâneo não é. A força de arrasto oscila segunda um valor médio com o dobro da frequência de libertação de vórtices, ou seja, a frequência de oscilação de força de sustentação é metade da frequência de oscilação da força de arrasto. A força de sustentação oscila em torno de zero, mas atinge valores extremos elevados.

Os componentes das forças são representados pelo seu respectivo coeficiente, coeficiente de arrasto  $C_d$  e coeficiente de sustentação  $C_l$ , e são definidos da seguinte forma:

$$C_d = \frac{F_d}{\frac{1}{2}\rho DU_\infty^2} \quad 2.2$$

$$C_l = \frac{F_l}{\frac{1}{2}\rho DU_\infty^2} \quad 2.3$$

As amplitudes da força de arrasto e de sustentação não são constantes ao longo da libertação de vórtices, podendo variar de um período para outro. Assim, as magnitudes das forças muitas vezes vêm expressas de acordo com o seu parâmetro estatístico, a raiz média quadrática.

Novamente, os valores das flutuações das forças de sustentação e arrasto,  $F'_l$  e  $F'_d$  respetivamente, podem ser representados através dos seus respetivos coeficientes de sustentação  $C'_l$  e de arrasto  $C'_d$ , da seguinte forma:

$$C'_l = \frac{F'_l}{\frac{1}{2}\rho DU_\infty^2} \quad 2.4$$

$$C'_d = \frac{F'_d}{\frac{1}{2}\rho DU_\infty^2} \quad 2.5$$

## 2.1.2 Desprendimento de Vórtices

A frequência liberação de vórtices é normalmente apresentada na forma adimensional, o número de Strouhal, e é definido da seguinte forma:

$$St = \frac{f_{st} D}{U_{\infty}} \quad 2.6$$

Onde  $f_{st}$  é a frequência de liberação de vórtices, definida a partir da força de sustentação.

A formação de vórtices está relacionado com o deslocamento da camada limite formada em torno do cilindro, que depende da distribuição de pressões que atuam sobre ele. Esta variação de pressões causa forças diferenciais sobre o cilindro, e que dependendo da sua magnitude e da rigidez da estrutura, induzem deslocamento e deformação. A Figura 2-11 representa o campo de pressões atuando na superfície do cilindro a diferentes instantes.

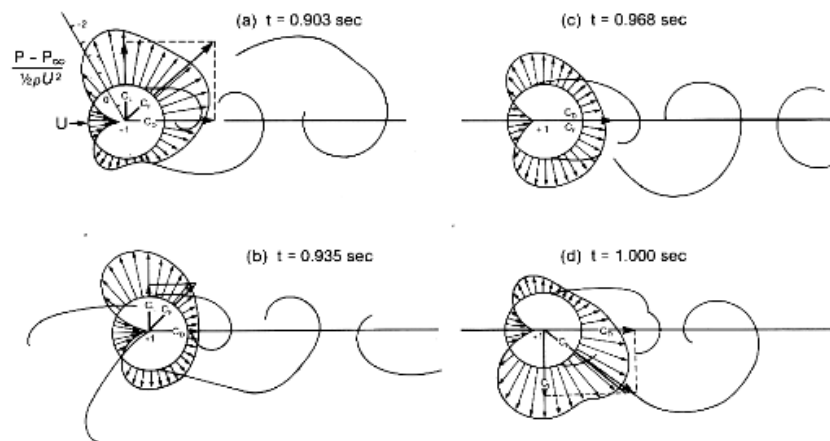


Figura 2-11 Distribuição do campo de pressão instantâneo durante um terço do período do desprendimento de vórtice,  $Re = 1.2 \times 10^5$ . Blevins (1977).

Considerando o escoamento em torno de um cilindro, representado na Figura 2-12, as partículas do fluido são aceleradas no caminho D-E, o que leva a uma diminuição da pressão, e são desaceleradas no caminho E-F, que leva ao aumento de pressão.

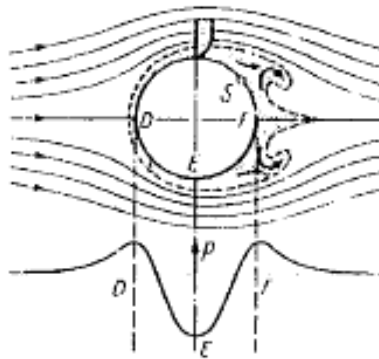


Figura 2-12 Escoamento invíscido e distribuição de pressões em torno de um cilindro fixo. Schlichting (1960).

No escoamento em torno de um cilindro, forma-se a camada limite. Esta camada tem uma espessura muito pequena e considera-se que dentro dela existe atrito entre o fluido e a parede. Assim, as partículas de fluido dentro da camada limite estão sob a influência de um campo de pressões externo.

Como não se considera escoamento invíscido dentro da camada limite, leva a que haja uma grande dissipação de energia devido ao efeito da viscosidade no contacto com as paredes do cilindro. Uma partícula de fluido dentro da camada limite consome grande quantidade de energia cinética no trajeto D-E. Assim no trajeto ascendente, E-F, as partículas não têm energia cinética suficiente para vencer a diferença de pressões entre os pontos E e F. As partículas estão sujeitas ao campo de pressões externo, o que faz com que a partícula se movimente no sentido contrário ao do escoamento.

A Figura 2-13 representa o processo de formação de um vórtice. A sequência de figuras mostra os eventos desde o início do escoamento em torno do cilindro até ao instante em que ocorre a formação de um vórtice. A visualização do escoamento foi realizada através de pó de alumínio sobre água. Na sequência de fotos é visível a camada limite junto à parede do cilindro.

A Figura 2-13 a), representa o início da formação do vórtice. No canto inferior direito consegue-se ver o início do movimento reverso. Na Figura 2-13 b) percebe-se que a espessura da camada limite aumentou e o movimento reverso avançou para montante. Na Figura 2-13 c) já se consegue distinguir o vórtice, que já aumentou muito de tamanho, e na Figura 2-13 d) o vórtice cresce, e conseguem-se identificar dois vórtices mais pequenos.

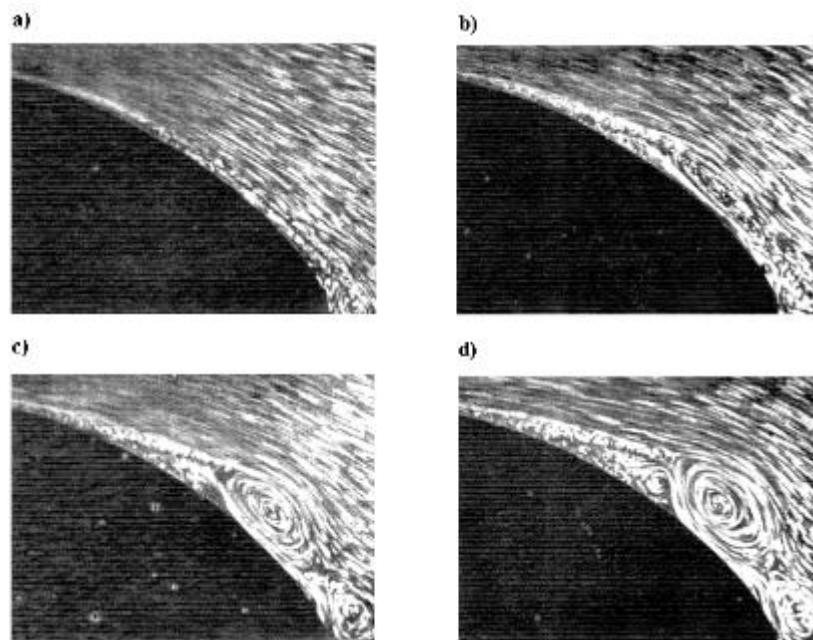


Figura 2-13 Processo de formação de um vórtice. Schlichting (1960).

Como se observou, o escoamento apresenta diferentes regimes consoante o número de Reynolds, havendo alterações significativas na camada limite em redor do cilindro. Essas alterações são responsáveis pelo processo de formação e desprendimento de vórtices.

Como referido anteriormente, para  $Re \geq 5$  ocorre separação da camada limite na parede do cilindro, e essa separação dá origem a um par de vórtices simétricos e fixos (sem desprendimento). Existe uma certa controvérsia acerca da faixa do número de Reynolds em que se dá o desprendimento dos vórtices, Sumer e Fredsoe (1997) afirmam que o limite é  $5 \leq Re < 40$ , para Williamson (1996) é  $5 < Re < 49$ .

Assim com o aumento do número de Reynolds, a esteira torna-se instável e um dos vórtices fixos liberta-se, dando origem ao fenómeno de desprendimento de vórtices.

Gerrard (1966) afirma que a interação entre as camadas de corte, formadas a partir da separação da camada limite constitui um elemento fundamental no processo de formação e desprendimento de vórtices na esteira. A partir de um certo número de Reynolds ( $Re > 40$  a  $50$ ) as perturbações na camada de corte causam a oscilação de um dos pares fixo de vórtices, em um dos lados do cilindro, como ilustrado na Figura 2-14 a). O vórtice A cresce, devido da oscilação da camada de corte ao qual está ligado, até que em determinado instante o

vórtice A tem força suficiente para atrair um vórtice B. Este vórtice aparece no lado oposto do vórtice A e com vorticidade no sentido oposto. Com o vórtice B a crescer de intensidade, e como gira em sentido oposto vai romper a ligação da camada de corte com o vórtice A, o que nesse instante é libertado e transportado ao longo da esteira.

Quando se dá o desprendimento do vórtice A, um novo vórtice C começa a crescer nesse mesmo lado, como mostra a Figura 2-14 b). O vórtice B vai-se comportar como o vórtice A, irá crescer e atrair o vórtice C, até que seja libertado e transportado. Este é o processo que dá origem à libertação de vórtices.

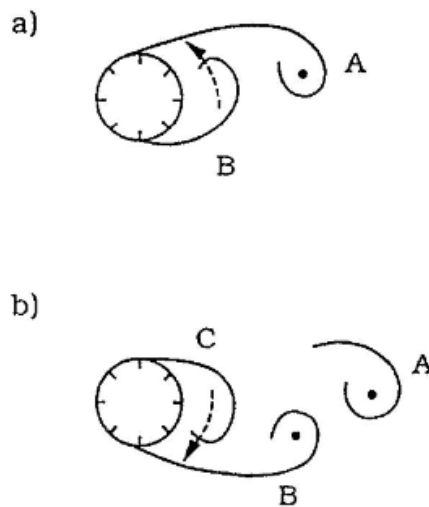


Figura 2-14 Esquema do mecanismo de libertação e formação de vórtice. Sumer e Fredsoe (1997).

Williamson (1989a) fez estudos de escoamentos para números de Reynolds baixos. Foi o pioneiro a visualizar o desprendimento oblíquo de vórtices. Ou seja, durante a libertação alternada de vórtices é possível determinar o ângulo entre as linhas de vórtice e o eixo do cilindro. Este ângulo é inflacionado pelas condições de contorno da extremidade do corpo.

Williamson (1989b) demonstrou que existe uma relação entre o número de Strouhal e o número de Reynolds, que pode ser visto na Figura 2-15. Experimentalmente demonstrou que para  $Re < 170$  o escoamento apresenta características bidimensionais. A transição para escoamento tridimensional envolve a passagem por 2 etapas, que correspondem à primeira e à segunda descontinuidade visualizadas no gráfico  $St - Re$ .

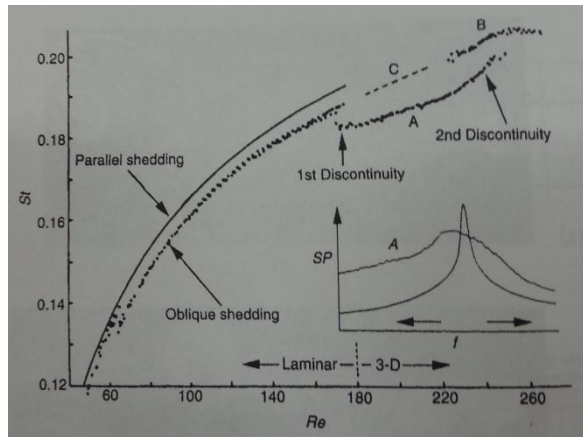


Figura 2-15 Variação do número de Strouhal em função do número Reynolds e o espectro de frequência com  $Re=172$ . Zdravkovich (1997).

A primeira descontinuidade observa-se em  $Re = 170$ . O gráfico espectral apresentado na Figura 2-15 apresenta dois picos. O pico mais estreito é a frequência para  $Re = 170$ . O pico mais largo é a frequência de quando o escoamento está no modo A. A diferença entre os dois picos pode ser explicada pelo efeito histórico na formação dos “fingers”. A Figura 2-16 representa a formação dos “fingers”, no modo A, com  $Re = 180$ , Gerrard (1978). No modo A observa-se que a zona de recirculação cresce, a pressão de base diminui, levando a uma diminuição nas tensões do cilindro e a uma queda no número de Strouhal.

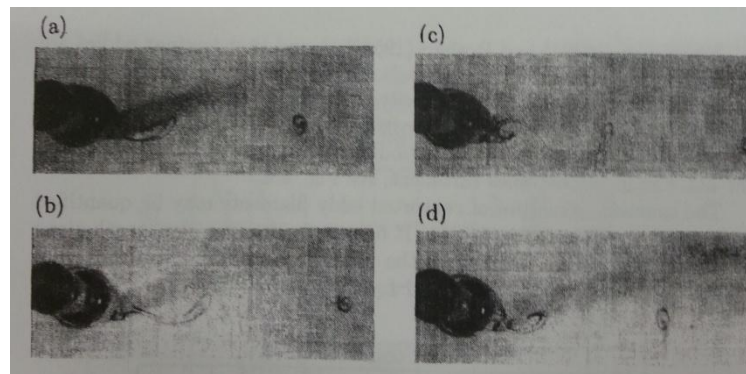


Figura 2-16 Estágios consecutivos da formação dos “fingers” do tipo A,  $Re=180$ . Zdravkovich (1997).

A segunda descontinuidade observa-se em  $225 < Re < 270$ . O gráfico espectral apresenta dois picos. Williamson (1989) sugere que eles não podem coexistir simultaneamente. Para Zdravkovich (1992) os dois picos representam a sobreposição dos dois modos de libertação de vórtices, e esses dois picos podem existir simultaneamente. A Figura 2-17 a) representa um

escoamento no modo A e a Figura 2-17 b) representa um escoamento no modo B. A segunda descontinuidade pode ser causada pela sobreposição dos dois modos de libertação de vórtices. A maior formação de “*fingers*” dá-se no fim do regime TrW1, que está relacionado com o menor comprimento  $L_f$ , região onde se formam os vórtices. E quanto menor for  $L_f$ , mais provável se dá o início da libertação de vórtices a alta velocidade.

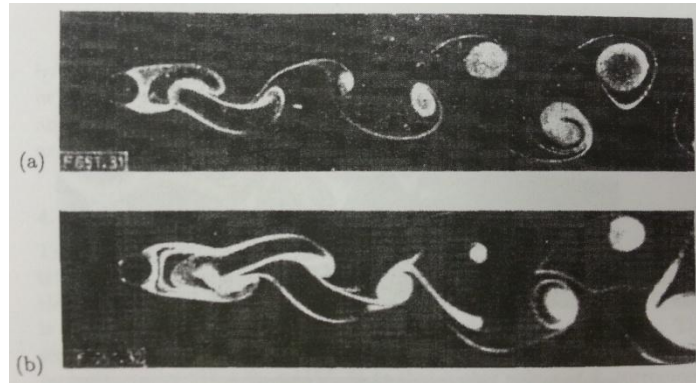


Figura 2-17 (a) escoamento em modo A,  $Re=225$ , (b) escoamento em modo B,  $Re=281$ .  
Zdravkovich (1997).

De toda a vasta bibliografia acerca do escoamento incompressível em trono do cilindro, destaca-se Zdravkovich (1997) que no seu livro apresenta vários dos seus resultados experimentais, mas também incorpora resultados obtidos por outros investigadores ao longo dos anos.

A Figura 2-18 representa um gráfico do coeficiente de arrasto em função do número de Reynolds, observa-se que para  $Re = 200$  o regime de escoamento está na zona conhecida por  $Re$  sub-crítico. À medida que se aumenta o Reynolds chegamos a uma zona em que o coeficiente de arrasto sofre uma diminuição abrupta conhecida como “*Drag Crisis*”. Este fenómeno está localizado em  $10^5 < Re < 10^6$ . Após este acontecimento o coeficiente de arrasto tende para valores inferiores ao obtido na zona do sub-crítico.

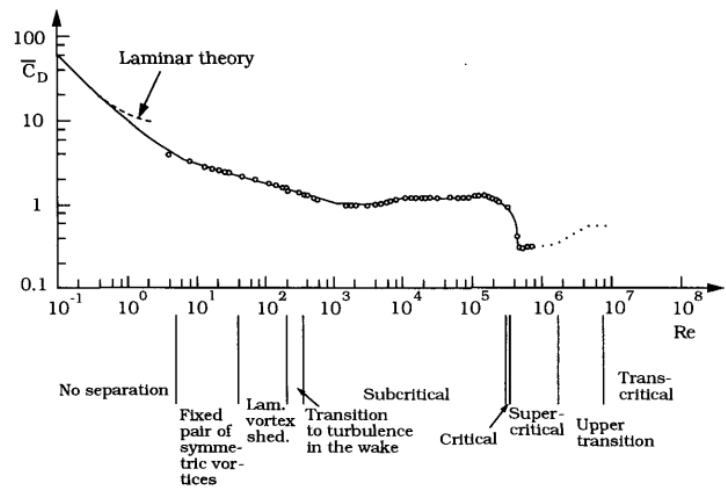


Figura 2-18 Variação do coeficiente de arrasto em função do número de Reynolds.  
 Sumer e Fredsoe (1997).

## **2.2 Cilindro Oscilatório**

### **2.2.1 Sistema massa-mola-amortecedor**

O estudo dos sistemas dinâmicos tem-se evidenciado importante para a engenharia ao longo dos tempos. Na natureza, as estruturas são sujeitas a carregamentos dinâmicos, que variam com o tempo, e que podem ter múltiplas origens, como, por exemplo, a ação dos ventos, as correntes e marés marítimas e o escoamento em torno de corpos. Um sistema para vibrar depende das suas características estruturais, massa, rigidez e amortecimento, mas também das propriedades externas ao sistema, esforços exercidos. Assim as vibrações podem ser livres ou forçadas. Destaca-se a bibliografia de Blevins (1977) que reúne a teoria do fenómeno de vibração induzida por escoamentos.

A vibração livre ocorre em sistemas quando o movimento resulta apenas das condições iniciais, não havendo nenhum esforço externo atuando sob o sistema ao mesmo tempo. Ou seja, ocorre em sistemas que depois de excitados tendem para o repouso. Um simples exemplo é o caso do pêndulo. Em vibração livre o sistema pode vibrar segundo umas das suas frequências naturais, que são determinadas pelas suas características estruturais, massa e rigidez.

A vibração forçada é causada por esforços externos ao sistema. Nesses esforços está imposta uma oscilação harmónica que obriga o sistema a oscilar à mesma frequência de excitação. Estas vibrações são alvo de muitos estudos pois se a frequência de oscilação da carga for muito próxima da frequência natural do sistema, este pode entrar em ressonância, aumentando muito a amplitude de oscilação, levando ao desgaste e à rotura da estrutura.

Outro fator muito importante no dimensionamento de estruturas é o amortecimento. Usam-se amortecedores, acoplados ao sistema massa-mola, para fazer a dissipação de energia mecânica. Segundo Blevins (1977), o amortecimento pode ser causado por três mecanismos: o amortecimento dinâmico do fluido, energia interna dissipada pelos materiais e o atrito entre os elementos da estrutura. Quando o fator de amortecimento é muito pequeno, não há alteração nas frequências naturais do sistema. Mas se for grande vai haver muita energia a ser dissipada, o que se reflete na amplitude de oscilação do sistema. O fator de amortecimento é por isso, muito importante para limitar as amplitudes de oscilação das estruturas.

A aplicação da 2ª Lei de Newton ao sistema massa-mola com um grau de liberdade, representado na Figura 2-19, permite obter a equação diferencial do movimento, Rao (2008):

$$m\ddot{x} + kx = 0 \quad 2.7$$

Onde  $m$  é a massa,  $k$  é o coeficiente de elasticidade da mola, que corresponde à rigidez do sistema,  $x$  o deslocamento em relação ao ponto de equilíbrio e  $\ddot{x}$  a aceleração.

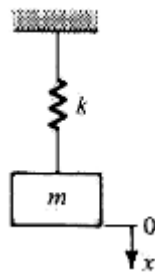


Figura 2-19 Sistema massa-mola.

A solução da equação 2.7 é obtida se,

$$x(t) = C_1 e^{st} \quad 2.8$$

Onde  $C_1$  e  $s$  são constantes.

Da substituição da equação 2.8 em 2.7 e aplicando a Transformada de Laplace resulta,

$$s = \pm \sqrt{-\frac{k}{m}} \quad 2.9$$

E se considerar a raiz imaginária  $i = \sqrt{-1}$  então

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad 2.10$$

Onde  $\omega_n$  representa a frequência angular natural do sistema. O sistema possui tantas frequências naturais quantos forem os seus graus de liberdade.

A solução geral do movimento em vibração livre não amortecida é:

$$x(t) = C_1 e^{i\omega_n t} + C_2 e^{-i\omega_n t} \quad 2.11$$

Onde  $C_1$  e  $C_2$  são constantes dependentes das condições iniciais.

Para um sistema massa-mola-amortecedor, como o representado na Figura 2-20, a força exercida pelo amortecedor é proporcional à velocidade:

$$F = -C\dot{x} \quad 2.12$$

Onde  $\dot{x}$  é velocidade do sistema e  $C$  é a constante de amortecimento. O sinal negativo é devido da força ser oposta ao sentido do movimento.

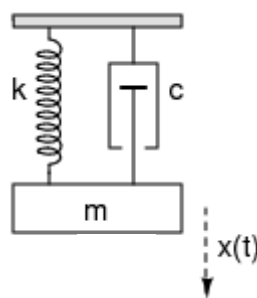


Figura 2-20 Sistema massa-mola-amortecedor.

Aplicando a 2ª Lei de Newton e considerando que  $x$  é medido em relação ao ponto de equilíbrio da massa  $m$ , obtém-se, Rao (2008):

$$m\ddot{x} + C\dot{x} + kx = 0 \quad 2.13$$

Para resolver a equação 2.13 aplica-se o mesmo método usado anteriormente, resultando,

$$s_{1,2} = -\frac{C}{2m} \pm \sqrt{\left(\frac{C}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m}} \quad 2.14$$

Teremos uma resposta para cada raiz:

$$x_1(t) = C_1 e^{s_1 t} \quad 2.15$$

$$x_2(t) = C_2 e^{s_2 t} \quad 2.16$$

A solução homogénea da equação 2.13 é a combinação das duas raízes,

$$x(t) = C_1 e^{\left(-\frac{C}{2m} + \sqrt{\left(\frac{C}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m}}\right)t} + C_2 e^{\left(-\frac{C}{2m} - \sqrt{\left(\frac{C}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m}}\right)t} \quad 2.17$$

Onde  $C_1$  e  $C_2$  são constantes que dependem das condições iniciais.

Define-se amortecimento crítico como o valor constante de amortecimento  $C$  para qual o radical da equação 2.14 é zero, ou seja,

$$\left(\frac{C_c}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m} = 0 \Rightarrow C_c = 2\sqrt{km} = 2m\omega_n \quad 2.18$$

O fator de amortecimento,  $\xi$ , é a razão entre o amortecimento de sistema,  $C$ , e o amortecimento crítico,  $C_c$ ,

$$\xi = \frac{C}{C_c} \quad 2.19$$

Pelas equações 2.19 e 2.18 pode-se escrever as raízes,

$$s_{1,2} = \left( -\xi \pm \sqrt{\xi^2 - 1} \right) \omega_n \quad 2.20$$

E assim, a solução da equação 2.13 pode ser escrita da seguinte forma:

$$x(t) = C_1 e^{(-\xi + \sqrt{\xi^2 - 1})\omega_n t} + C_2 e^{(-\xi - \sqrt{\xi^2 - 1})\omega_n t} \quad 2.21$$

Onde  $C_1$  e  $C_2$  são constantes que dependem das condições iniciais.

Dependendo do valor do fator de amortecimento pode haver três soluções para a equação 2.21: fator de amortecimento igual a 1, maior que 1 ou menor que 1. Se o fator de amortecimento for igual a 1 o sistema é criticamente amortecimento, se for maior que 1, o sistema é super-amortecido. Nesta dissertação o fator de amortecimento é menor que 1, como se vai explicar mais a frente, portanto o sistema é sub-amortecido.

Para o sistema sub-amortecido ( $\xi < 1$ ) o radical ( $\xi^2 - 1$ ) é negativo e apresenta duas raízes

$$s_{1,2} = \left( -\xi \pm i\sqrt{1 - \xi^2} \right) \omega_n \quad 2.22$$

E a solução da equação 2.21 é a seguinte:

$$x(t) = X e^{-\xi \omega_n t} \sin(\sqrt{1 - \xi^2} \omega_n t + \phi) \quad 2.23$$

Onde  $X$  e  $\phi$  são constantes que dependem das condições iniciais.

A partir da equação 2.23, sabe-se que a resposta está sujeita a um movimento harmônico, com uma frequência angular amortecida que é dada por:

$$\omega_a = \sqrt{1 - \xi^2} \omega_n \quad 2.24$$

A frequência angular amortecida  $\omega_a$  é sempre menor que a frequência angular natural  $\omega_n$ .

A Figura 2-21 representa a resposta amortecida. Como se observa, a amplitude da resposta diminui exponencialmente devido ao fator  $e^{-\xi \omega_n t}$ . Este caso é muito importante porque resulta num único movimento oscilatório.

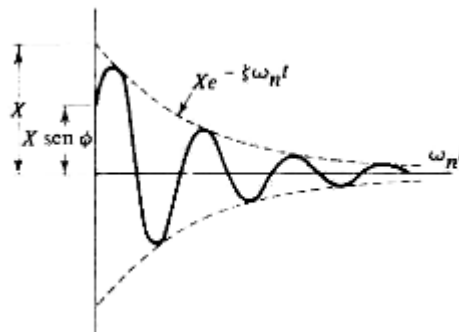


Figura 2-21 Sistema Sub-Amortecido. Thomson (1978).

Considera-se agora um sistema massa-mola-amortecedor sujeito a força externa variável no tempo  $F(t)$  como representado na Figura 2-22.

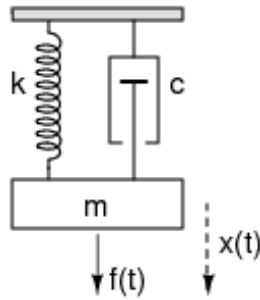


Figura 2-22 Sistema massa-mola-amortecedor forçado.

A equação diferencial que caracteriza o movimento é, Rao (2008):

$$m\ddot{x} + C\dot{x} + kx = F(t) \quad 2.25$$

A excitação harmónica,  $F(t) = F_0 \sin(\omega_f t)$ , onde  $F_0$  corresponde à amplitude de oscilação da força e  $\omega_f$  à frequência angular a que o sistema está a ser excitado. Assim a equação 2.25 fica,

$$m\ddot{x} + C\dot{x} + kx = F_0 \sin(\omega_f t) \quad 2.26$$

A solução desta equação diferencial tem duas partes: a solução homogénea,  $x_h(t)$  que já foi deduzida nos pontos atrás pela equação 2.17, e a solução particular  $x_p(t)$ .

A solução particular é escrita da seguinte forma:

$$x_p(t) = X \sin(\omega_f t - \varphi) \quad 2.27$$

Onde  $X$  representa a amplitude máxima da vibração em regime permanente e  $\varphi$  é o ângulo de fase entre o deslocamento  $x_p$  e a excitação  $F_0 \sin(\omega_f t)$ .

O amortecimento é a habilidade do sistema dissipar energia. Assim, o fator de amortecimento é um parâmetro muito importante para limitar a amplitude de oscilação da

massa. Numa estrutura há basicamente três tipos de amortecimento: amortecimento estrutural, amortecimento material e o amortecimento do fluido. O amortecimento estrutural é devido da fricção, do impacto e do atrito da estrutura e das partes que compõem. O amortecimento material é gerado pela dissipação da energia interna dos materiais da estrutura. E o amortecimento do fluido é resultante do movimento relativo do fluido com a vibração da estrutura, Blevins (1977).

Nesta dissertação considera-se que a massa oscila no ar. Ao ser um gás com baixa massa volúmica e baixa viscosidade pode-se desprezar o efeito de amortecimento do fluido. Também se despreza o amortecimento material, porque num estudo numérico CFD, a componente mola e amortecedor não são um objeto físico que tenha a capacidade de dissipar energia interna. Então, neste trabalho, o fator de amortecimento do sistema massa-mola-amortecedor é só devido do amortecimento estrutural imposto.

O fator de amortecimento foi escolhido de acordo com o fator de amortecimento utilizados nas estruturas marítimas e civis, Blevins (1977).

### **2.2.2 Vibrações Induzidas pelo Escoamento**

As vibrações induzidas pelo escoamento traduzem-se num fenómeno muito complexo, pois depende das características dinâmicas da estrutura, como já visto anteriormente, a massa, rigidez, amortecimento e geometria, mas também depende das características do próprio escoamento, viscosidade cinemática e velocidade. É esta interação fluido-estrutura que leva à vibração do sistema.

Segundo Blevins (1977), a interação fluido-estrutura pode ser visto da seguinte forma: o escoamento em torno de uma estrutura exerce forças sobre ela, deslocando-a ou deformando-a, mudando a sua orientação em relação ao escoamento. Esta mudança na orientação leva a alterações nas forças exercidas pelo fluido e assim dá-se um processo auto-sustentável de vibrações.

A Figura 2-23 representa uma categorização para o fenómeno de vibrações induzidas por escoamento. O presente trabalho situa-se no regime permanente, escoamento externo (em torno de um corpo). Desta forma as vibrações induzidas pelo escoamento podem ser devidas a instabilidades aerodinâmicas ou provocadas por vórtices.

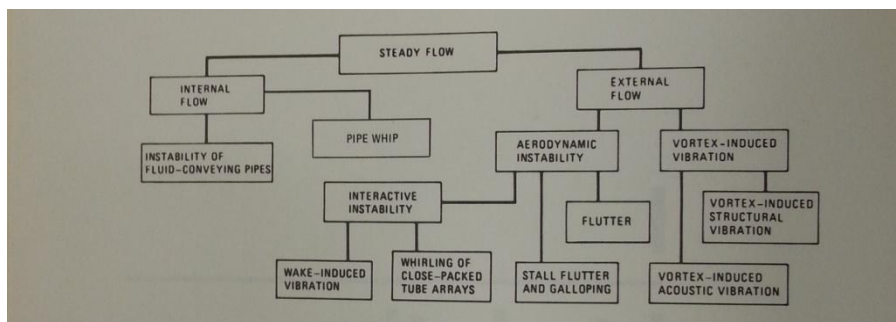


Figura 2-23 Classificação de vibrações induzidas por escoamentos. Blevins (1977).

As vibrações induzidas por instabilidade aerodinâmica podem ser agrupadas em três fenómenos: *galloping*, *flutter* e instabilidade fluido-elástica.

O fenómeno *galloping* consiste em oscilações de corpos esbeltos de secção transversal não-circular. Observa-se na oscilação de cabos de alta e muita alta tensão.

O fenómeno de *flutter* consiste em oscilações associadas à excitação de dois modos de vibração, geralmente a torção e flexão. Faz-se este tipo de teste na construção de aviões.

Ambos os fenómenos são causados pela constante mudança da orientação da estrutura em relação ao escoamento. Isto leva a que haja mudança nas forças exercidas na estrutura pelo escoamento, o que origina novas posições na estrutura.

A instabilidade fluido-elástica ocorre em conjuntos de cilindros sujeitos ao escoamento. Este conjunto de cilindros tem grande aplicação na Engenharia, como por exemplo, cabos de energia elétrica, tubagens sujeitas a correntes marítimas, tubos de permutadores de calor. Neste caso, o deslocamento no cilindro altera o escoamento, o que se traduz na alteração da força exercida sobre os outros cilindros, que vai alterar novamente o escoamento devido ao deslocamento dos cilindros. Isto cria um movimento autossustentável que entrará em equilíbrio.

Nesta dissertação as vibrações são induzidas devido a formação de vórtices na esteira do cilindro. O fenómeno de formação de vórtices já foi descrito ao pormenor na secção referente ao cilindro fixo, Capítulo 2.2.1.

### 2.2.3 Variáveis adimensionais importantes

Quando um cilindro é submetido ao fenômeno de vibração induzida por vórtices, o seu comportamento é descrito, em geral, através da sua amplitude adimensional  $A/D$ , que é a amplitude de oscilação do cilindro dividida pelo respetivo diâmetro do cilindro, e pela razão de frequência adimensional de oscilação  $f/f_{st}$ , que é a frequência dominante de oscilação do sistema dividida pela frequência de libertação de vórtices.

As variáveis adimensionais mais importantes que caracterizam o fenômeno de vibrações induzidas por vórtices em cilindros são, Williamson e Govardhan (2004):

- Velocidade reduzida -  $U^*$
- Razão de massas -  $m^*$
- Parâmetro de razão de massas-amortecimento -  $(m^* + C_A)\xi$
- Parâmetro de estabilidade -  $K_s$
- Parâmetro de Skop-Griffin -  $S_G$

Em seguida é feita uma caracterização de cada uma das variáveis adimensionais, e também a sua influência no fenômeno de vibração induzida por vórtices. Por último é descrito o fenômeno de sincronização e a resposta adimensional do sistema massa-mola e massa-mola-amortecedor.

Define-se velocidade reduzida  $U^*$  como a razão entre a velocidade de escoamento  $U_\infty$  e o produto entre a frequência natural do sistema  $f_n$  e o diâmetro do cilindro  $D$ :

$$U^* = \frac{U_\infty}{f_n D} \quad 2.28$$

Segundo Sumer e Fredsoe (1997), a Figura 2-24 representa um comportamento típico das amplitudes adimensionais  $A/D$  de oscilação do cilindro em função da velocidade reduzida. A Figura 2-24 apresenta duas curvas de resposta, uma para a água e outra para o ar. Segundo Sarpkaya (1979), as vibrações transversais no ar ocorrem entre  $4.75 \leq U^* \leq 7.5$  e a amplitude máxima da resposta ocorre em  $5.5 \leq U^* \leq 6$ . Para a água as oscilações ocorrem em  $4 \leq U^* \leq 8$  e amplitude máxima em  $5 \leq U^* \leq 6$ . Os variáveis representados no gráfico,  $\frac{m}{\rho D^2}$ ,  $\xi_s$ ,  $M$  e  $K_s$

são, respectivamente, a razão de massas (equação 2.29), amortecimento estrutural, razão de massas alterada (equação 2.30) e o parâmetro de estabilidade (equação 2.33), e vão ser apresentados em seguida.

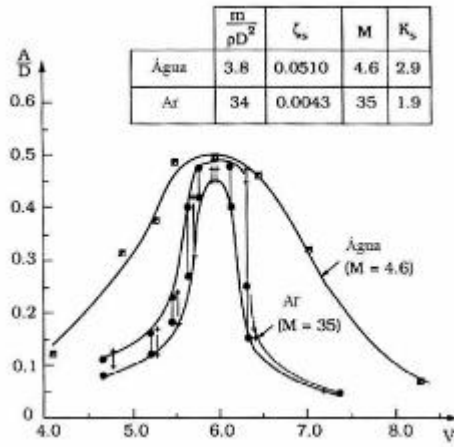


Figura 2-24 Variação da amplitude de resposta em função da velocidade reduzida, para diferentes razões de massa. Sumer e Fredsoe (1997).

A razão de massas  $m^*$  é a razão entre a massa do cilindro e a massa do fluido deslocado pelo mesmo, e é definida por:

$$m^* = \frac{m}{\frac{\pi}{4} \rho l D^2} \quad 2.29$$

Onde  $m$  é a massa do cilindro,  $l$  o comprimento do cilindro.

É recorrente usar esta definição porque foi a utilizada em diversos estudos publicados recentemente, como os de Khalak e Williamson (1996, 1999), e os de Govardan e Williamson (2000, 2001, 2002). Existe outra definição de razão de massa também utilizada por outros investigadores, Sumer e Fredsoe (1997) e Zhou et al. (1998).

A expressão é a seguinte:

$$M^* = \frac{m + m_A}{\rho l D^2} \quad 2.30$$

Onde  $m_A$  é a massa adicional de fluido devido ao movimento do cilindro

A massa adicional  $m_A$  corresponde à massa de fluido que é posta em movimento devido à oscilação do cilindro. Quando o cilindro se move com aceleração constante num fluido ideal em repouso o valor da massa adicional é igual a,

$$m_A = \rho \pi r^2 l \quad 2.31$$

Onde  $r$  é o raio e  $l$  o comprimento do cilindro. Define-se  $C_A$  como o coeficiente de massa adicional, e é a razão entre a massa adicional real e a massa adicional calculada para o caso do cilindro em movimento com aceleração uniforme num fluido ideal em repouso. A expressão é a seguinte:

$$C_A = \frac{m_A}{\frac{\pi}{4} \rho l D^2} \quad 2.32$$

Vikestad et al. (2000) realizaram ensaios com cilindros rígidos em água para determinar o comportamento do coeficiente de massa adicional em função da velocidade reduzida. A Figura 2-25 mostra a curva de três ensaios onde se observa que o valor de  $C_A$  vai diminuindo à medida que se aumenta a velocidade reduzida.

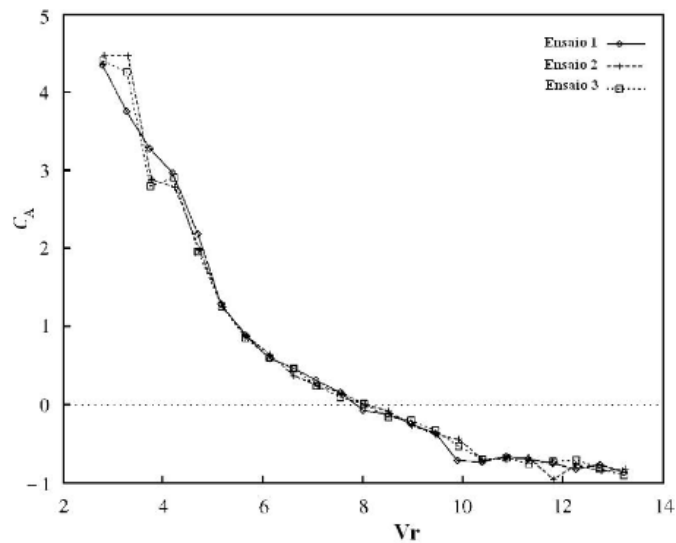


Figura 2-25 Variação do coeficiente de massa adicional em função da velocidade reduzida. Vikestad et al. (2000).

Verifica-se que o coeficiente de massa adicional torna-se zero para  $U^* = 8$ . Segundo Fajarra (2002) esse ponto corresponde ao pico do fenômeno de sincronização, e a partir desse ponto o coeficiente de massa adicional assume valores negativos, à medida que a força de sustentação vai estando desfasado do deslocamento transversal do cilindro.

A razão de massas  $m^*$  influencia a frequência do sistema, e pode manifestar-se da seguinte forma:

- Quando o fluido em estudo é o ar usa-se valores de  $m^*$  grandes, da ordem 100. Durante a sincronização a frequência do sistema coincide com a frequência da estrutura no ar ou no vácuo, como mostrado na Figura 2-26.
- Quando o fluido é água, usa-se  $m^*$  baixos, da ordem 1. Durante a sincronização a frequência do sistema não corresponde à frequência natural do sistema, mas cresce à medida que se aumenta a velocidade reduzida  $U^*$  até ao fim da sincronização, com ilustra a Figura 2-27.

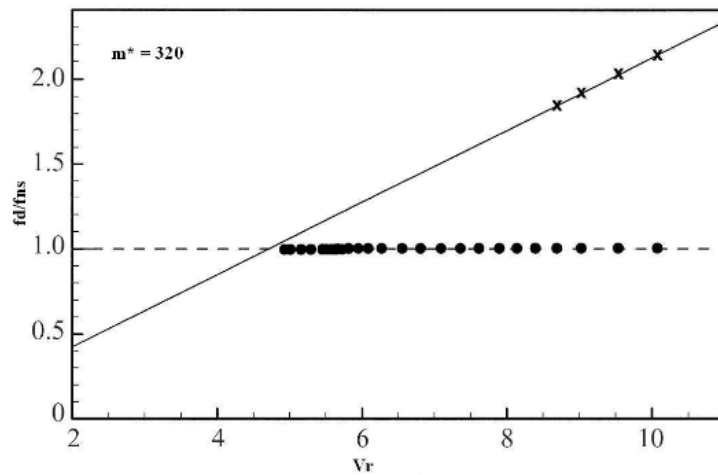


Figura 2-26 A frequência adimensional  $f/f_n$  em função da velocidade reduzida, para  $m^* = 320$ . Govardhan e Williamson (2000).

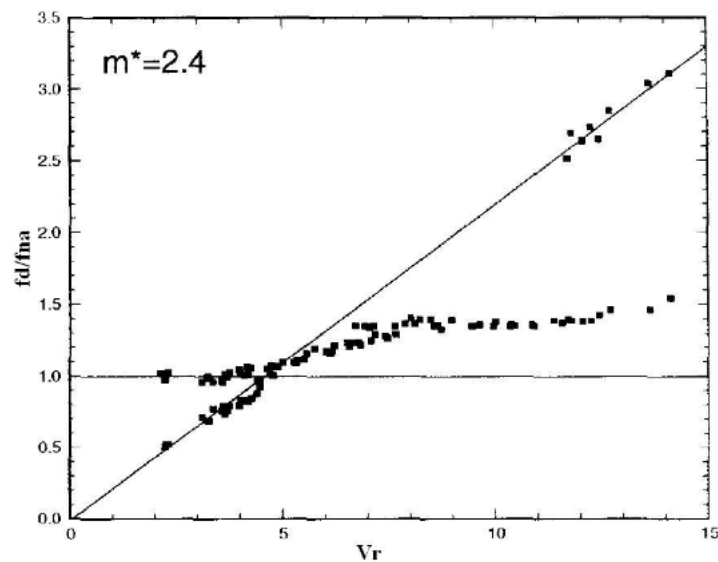


Figura 2-27 A frequência adimensional  $f/f_n$  em função da velocidade reduzida, para  $m^* = 2.4$ . Govardhan e Williamson (2000).

A diferença na frequência adimensional do sistema quando se estuda em ar ou em água tem a ver com a influência da massa adicional. Como a massa adicional aumenta a massa total do sistema, a sua frequência natural diminui. O valor da frequência natural utilizado nas curvas de frequência adimensional foi obtido através de ensaios com o fluido em repouso, e como visto anteriormente o coeficiente de massa adicional depende da velocidade reduzida. Isto implica que durante o escoamento ocorrem modificações na massa adicional do sistema que alteram a frequência real do sistema. Para baixos valores de  $m^*$  a massa adicional não é desprezável, porque pequenas modificações na massa adicional são suficientes para causar alterações

significativas nas frequências naturais de oscilação do sistema. Para valores grandes de  $m^*$  a massa adicional pode ser desprezada, porque pequenas modificações na massa adicional não causam alterações significativas na frequência natural do sistema.

O parâmetro razão de massa-amortecimento definido como  $(m^* + C_A)\xi$  sendo  $m^*$  a razão de massas,  $C_A$  o coeficiente de massa adicional e  $\xi$  o fator de amortecimento. Na secção seguinte serão apresentados resultados de investigadores utilizando este parâmetro, mas existem também outros parâmetros que relacionam a razão de massas e a razão de amortecimento num único parâmetro, tal como o parâmetro de estabilidade  $K_S$  (equação 2.33 e 2.34) e o parâmetro Skop-Griffin  $S_G$  (equação 2.35).

O parâmetro de estabilidade  $K_S$  foi definido por Sumer e Fredsoe (1997) como:

$$K_S = 4\pi M^* \xi \quad 2.33$$

Onde  $M^*$  é a razão de massas definida pela equação 2.30, que inclui a massa adicional.

Usando a razão de massas  $m^*$ , definida pela equação 2.29, o parâmetro de estabilidade fica:

$$K_S = \pi^2 (m^* + C_A) \xi \quad 2.34$$

Este parâmetro está relacionado com a amplitude máxima da resposta do cilindro. Como mostra a Figura 2-28, dados de Sumer e Fredsoe (1997), à medida que se aumenta  $K_S$  a amplitude de resposta diminui.

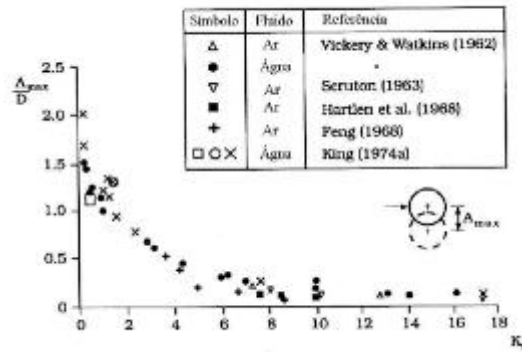


Figura 2-28 Amplitude de resposta máxima em função do parâmetro de estabilidade  $K_s$ . Sumer e Fredsoe (1997).

O parâmetro de Skop-Griffin  $S_G$  foi utilizado pela primeira vez em Griffin (1973) apud Williamson e Govardhan (2004) e é definido como:

$$S_G = 2\pi^3 St^2 (m^* + C_A) \xi \quad 2.35$$

Onde  $St$  é o número de Strouhal para o cilindro fixo.

O fenômeno de sincronização é muito importante no estudo de vibrações induzidas por vórtices e segundo Khalak e Williamson (1999), um sistema está em sincronização quando a frequência dominante de oscilação  $f$  se torna igual à frequência natural do sistema. O movimento oscilatório do cilindro assume por completo o fenômeno de libertação dos vórtices, fazendo com que a frequência de libertação de vórtices  $f_{st}$  seja suprimida em favor de uma única frequência sincronizada de vibração e desprendimento de vórtices.

A faixa de frequências para as quais ocorre sincronização depende da amplitude de oscilação e do número de Reynolds. Segundo Blevins (1977), o aumento da amplitude de vibração do cilindro aumenta a possibilidade da libertação de vórtices se sincronizar com a oscilação.

Como pode ser observado na Figura 2-29 conclui-se que para velocidades reduzidas  $U^* < 5$  a frequência dominante de oscilação do sistema  $f$  é igual à frequência de libertação de vórtices  $f_{st}$ . Quando a velocidade reduzida aumenta, a frequência  $f$  já não vai acompanhar a

frequência  $f_{st}$ , mas vai acompanhar a frequência natural do sistema  $f_n$ , que é representado pela linha horizontal  $f/f_n = 1$ . Isto acontece para velocidades reduzidas  $5 \leq U^* \leq 8.5$ , e diz-se que o sistema está em sincronização. A partir da velocidade reduzida  $U^* \geq 8.5$  a frequência dominante de oscilação volta a acompanhar a frequência de libertação de vórtices, fazendo com que o sistema já não esteja em sincronização.

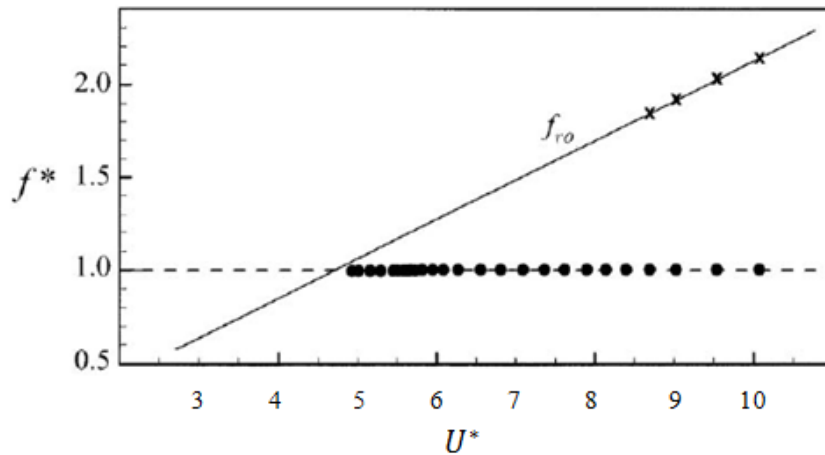


Figura 2-29 Frequência adimensional em função da velocidade reduzida adimensional, para elevada razão de massas. Adaptado de Govardhan e Williamson (2000).

Depois de se definirem as variáveis envolventes no estudo do fenómeno de vibrações induzidas por vórtices, faz-se agora o levantamento das equações adimensionais do movimento do sistema massa-mola e massa-mola-amortecedor.

Considerando que o cilindro está montado com uma mola e um amortecedor, ou seja, um sistema massa-mola-amortecedor, foi referenciado anteriormente que a equação 2.25 descreve o movimento transversal forçado, e pode ser escrita da seguinte forma, Zhou et al. (1998):

$$\ddot{x} + 2\xi\omega_n\dot{x} + \omega_n^2x = \frac{F(t)}{m_l} \quad 2.36$$

Escrevendo a equação 2.36 na forma diferencial vem,

$$\frac{d^2y}{dt^2} + 2\xi\omega_n \frac{dy}{dt} + \omega_n^2 y = \frac{F(t)}{m_l} \quad 2.37$$

Onde  $y$  representa a amplitude de oscilação do cilindro,  $\xi$  o factor de amortecimento da estrutura,  $\omega_n$  a frequência angular natural do sistema,  $F(t)$  é a força induzida no cilindro e  $m_l$  a massa do cilindro por unidade de comprimento.

Utilizando o diâmetro  $D$  do cilindro como o comprimento característico e a velocidade de escoamento  $U_\infty$  como a escala de velocidade, a equação 2.37 pode ser escrita na sua forma adimensional,

$$\frac{d^2Y}{d\tau^2} + 4\pi\xi St \frac{f_n}{f_{st}} \frac{dY}{d\tau} + \left(2\pi St \frac{f_n}{f_{st}}\right)^2 Y = \frac{C_f}{2M^*} \quad 2.38$$

Onde  $Y = y/D$  e  $\tau = tU_\infty/D$ ,  $f_n$  representa a frequência natural do sistema,  $f_{st}$  a frequência adimensional de libertação de vórtices (cilindro fixo),  $St$  o número de Strouhal para o cilindro fixo e  $C_f = 2F(t)/\rho DU_\infty^2$  que representa o coeficiente da força.

A equação 2.38 indica que a resposta do cilindro é função do fator de amortecimento  $\xi$ , da razão de frequências  $f_n/f_{st}$ , a razão de massas  $M^*$  e também do coeficiente da força  $C_f$ .

Para o sistema massa-mola o procedimento é o mesmo do descrito acima mas na equação do movimento do cilindro o termo que diz respeito ao amortecedor não entra. Ou seja, a equação na forma diferencial é,

$$\frac{d^2y}{dt^2} + \omega_n^2 y = \frac{F(t)}{m} \quad 2.39$$

Onde  $y$  representa a amplitude de oscilação,  $\omega_n$  a frequência angular natural do sistema,  $F(t)$  é a força induzida no cilindro e  $m$  a massa do cilindro por unidade de comprimento.

Como feito anteriormente, a equação 2.39 também pode ser escrita na forma sua forma adimensional, para isso é necessário usar o diâmetro  $D$  do cilindro como o comprimento característico e a velocidade de escoamento  $U_\infty$  como a escala de velocidade, assim

$$\frac{d^2 Y}{d\tau^2} + \left(2\pi St \frac{f_n}{f_{st}}\right)^2 Y = \frac{C_f}{2M^*} \quad 2.40$$

Onde  $Y = y/D$ ,  $\tau = tU_\infty/D$ .  $f_n$  representa a frequência natural do sistema,  $f_{st}$  a frequência adimensional de Strouhal (cilindro fixo)  $St = f_{st}D/U_\infty$  o número de Strouhal para o cilindro rígido e  $C_f = 2F(t)/\rho DU_\infty^2$  que representa o coeficiente da força.

A equação 2.40 mostra que o movimento do sistema massa-mola é função da razão de frequências  $f_n/f_{st}$ , do coeficiente da força  $C_f$  e da razão de massas  $M^*$ .

Neste trabalho, a expressão da razão de massas  $M^*$  não inclui a massa adicional, porque o fluido em estudo é ar. Assim  $M^* = m/\rho l D^2$ , onde  $m$  é a massa do cilindro.

## 2.2.4 Referências sobre o cilindro oscilatório

De seguida são apresentados artigos sobre o escoamento em trono de cilindro oscilatório. Estes trabalhos são experimentais, numéricos e computacionais sobre o tema. Destacam-se os trabalhos de Feng (1968) e de Williamson e Roshko (1988).

Feng (1968) foi um dos pioneiros no caso do cilindro oscilatório, contribuiu com técnicas de medição da resposta e pressão do cilindro. Começou por estudar os movimentos transversais em cilindros montados dentro de uma conduta de ar. Feng demonstrou que à medida que ia aumentando a velocidade do ar a amplitude de vibração do cilindro também iria aumentar até que a certa altura baixa drasticamente. Concluiu a existência de dois ramos, como ilustrado na Figura 2-30. Mais tarde, Khalak e Williamson (1996) intitularam estes dois ramos como, ramo inicial e ramo inferior, e que a transição entre eles é histórica. Feng notou que a diferença entre a resposta das amplitudes do ramo inicial para o ramo inferior, acontece devido a um salto significativo na fase da pressão flutuante relativa ao movimento do corpo, como mostra a Figura 2-31.

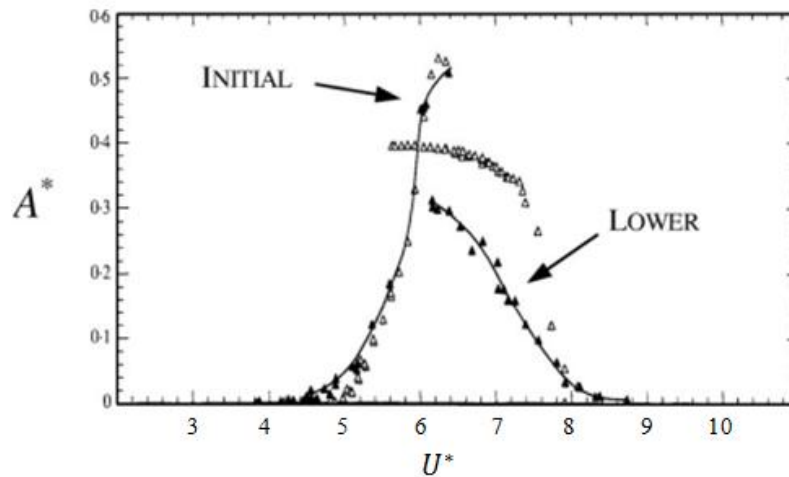


Figura 2-30 Vibração livre de um cilindro oscilatório com elevada razão de massas. Adaptado de Feng (1968).

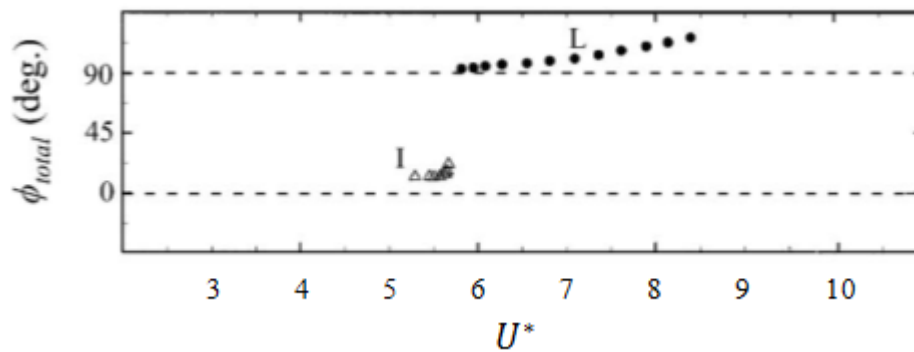


Figura 2-31 Fase da força transversal. Adaptado de Govardhan e Williamson (2000).

Williamson e Roshko (1988) estudaram o padrão de vórtices na esteira de um cilindro com translação segundo uma trajetória sinusoidal. Definiram diferentes regimes de vórtices, usando vibrações controladas e identificaram vórtices simples (S) a pares de vórtices (P). Na esteira, em cada período de liberação de vórtices, os padrões podem ser 2S, 2P e P+S. Williamson e Roshko (1988) deduziram que o salto na fase medida por Feng (1968) é causada pela mudança de 2S para 2P.

Karniadakis e Triantafyllou (1989) realizaram estudos computacionais, onde os cilindros eram submetidos a uma força periódica (movimento transversal) e foi observado as diferentes fases de escoamento, desde a liberação de um dos vórtices simétricos até ao

desenvolvimento da esteira. Em seguida mediu-se o tamanho dos vórtices através do campo de velocidades e concluiu-se que dependia fortemente do nível de desenvolvimento da esteira. Estes testes foram feitos para  $200 < Re < 500$  e clarificam que as características da esteira são muito distintas das observadas no cilindro fixo. No caso de oscilação o número de Strouhal é sempre maior do que no caso do cilindro estacionário.

Brika e Laneville (1993) foram os primeiros a verem a formação de vórtices 2P em vibração livre. Usaram um cabo a vibrar dentro de um túnel de vento. Eles afirmaram que “os modos 2S e 2P conseguem ser claramente reconhecidos, e que a explicação de Williamson e Roshko (1988), sobre o salto histórico na mudança de padrão de vórtices, se confirma.” A Figura 2-32 mostra a os dois padrões visualizados com fumo. Os mesmos autores demonstram que o modo 2S correspondia ao ramo inicial e o modo 2P ao ramo Inferior.

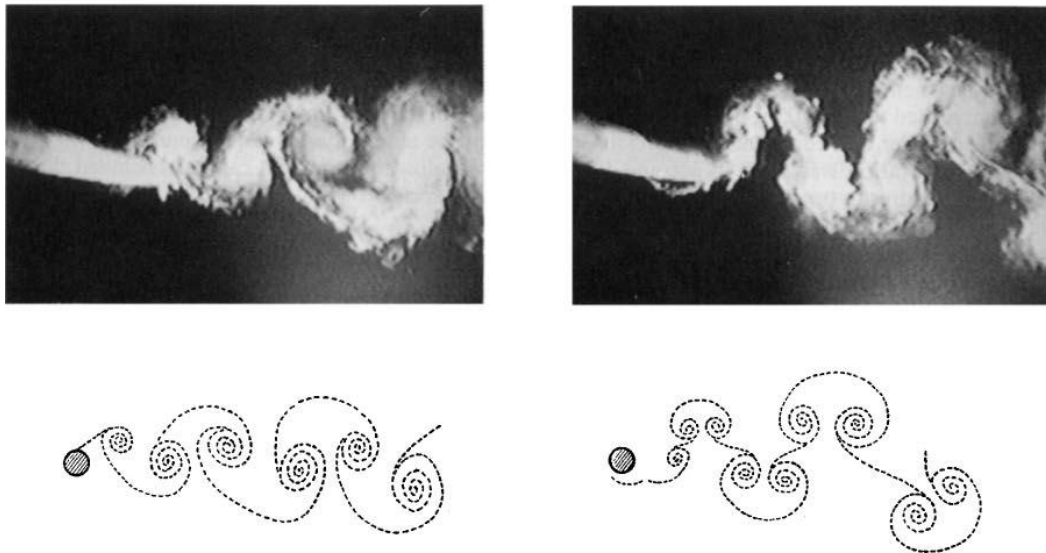


Figura 2-32 Visualização em fumo dos modos 2S e 2P. Brika e Laneville (1993).

Khalak e Williamson (1997) queriam comparar os resultados de Feng (1968), mas em vez de ar, usaram água. Assim os testes foram feitos com razão de massa baixo,  $m^* \sim 2.4$ . Para baixo  $\xi m^*$  o tipo de resposta é caracterizada não só pelos ramos inicial e inferior mas também por um outro ramo situado entre os dois anteriores. Este ramo tem uma amplitude de resposta mais alta, sendo assim o ramo Superior. Os investigadores mostraram a existência dos três ramos, e usaram a Transformada de Hilbert para descobrirem a fase, força e amplitude instantânea e deduziram que a transição do ramo inicial para o alto é histórica, enquanto a do

ramo Superior para o Inferior envolve uma troca intermitente. A Figura 2-33 mostra os dois tipos distintos de amplitude de resposta. Nesta figura, o primeiro gráfico é de Feng (1968) e o de baixo de Khalak e Williamson (1997).

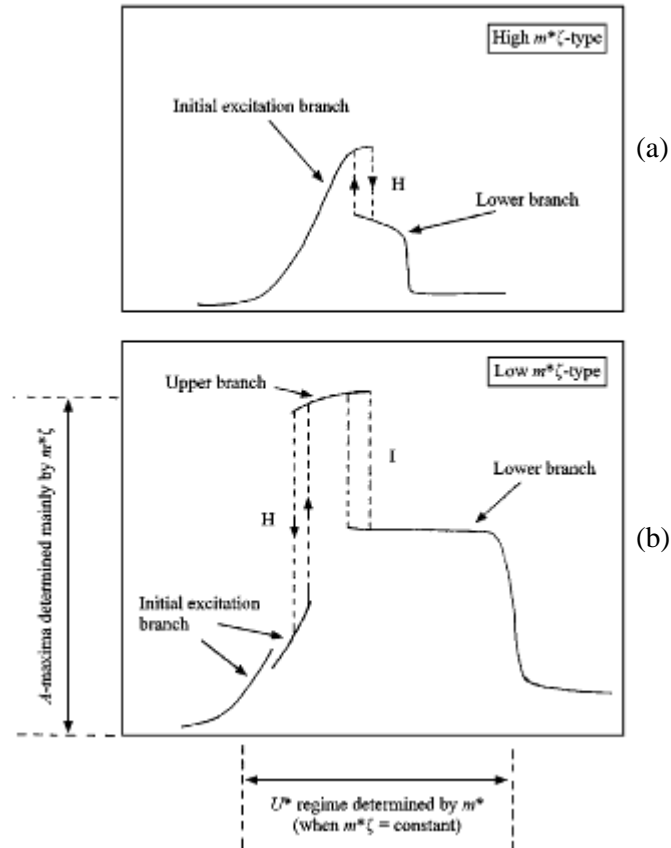


Figura 2-33 Os dois tipos de resposta de amplitude, (a) Feng (1968), (b) Khalak e Williamson (1999)

Khalak e Williamson (1999) realizaram testes de modo a ver o comportamento da amplitude adimensional  $A/D$  com o aumento do parâmetro massa-amortecimento  $(m^* + C_A)\xi$ . Os testes foram feitos para diferentes razões de massas  $m^*$  baixos. Concluíram que com a redução do parâmetro  $(m^* + C_A)\xi$  ocorre o aumento das amplitudes máximas de oscilação. Os resultados podem ser vistos na Figura 2-34, onde também estão dados publicados por Griffin (1980).

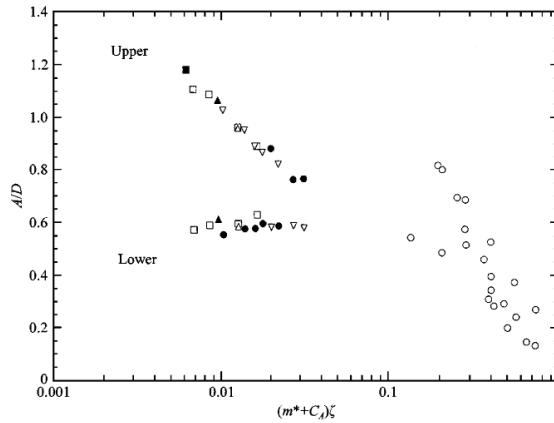


Figura 2-34 Gráfico da amplitude máxima para diferentes razões de massas. Khalak e Williamson (1999) .

Griffin e Ramberg (1982) realizaram dois ensaios com os mesmo valores de  $(m^* + C_A)\xi = 0.20 - 0.24$ , mas com diferentes razões de massa,  $m^* = 4.8$  e  $43$ . Concluíram que para razões de massa menores, a faixa de sincronização é maior e que a amplitude de oscilação máxima permanece praticamente igual nos dois casos, em torno de  $0.5D$ . Na Figura 2-35 são apresentadas duas curvas das respostas de dois sistemas com duas razões massa diferentes,  $m^* = 2.4$  e  $m^* = 10.3$ . Observa-se que, mais uma vez, o sistema com menor razão de massas apresenta uma faixa de sincronização maior, mas as amplitudes mantêm-se iguais.

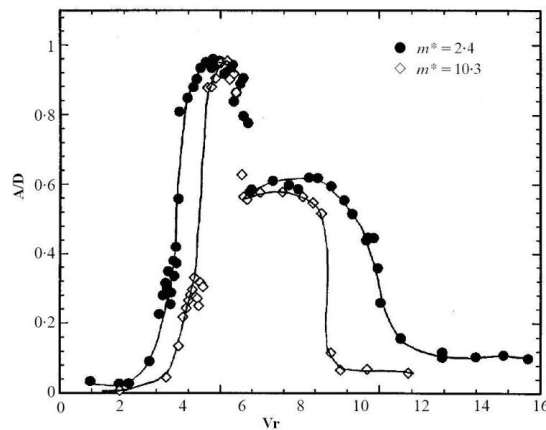


Figura 2-35 Gráfico da amplitude de oscilação em função da velocidade reduzida para diferentes razões de massas. Khalak e Williamson (1996).

## 3 Modelação Numérica

O OpenFoam (OF), é um programa de simulação numérica, que tem um leque muito grande de utilidade no mundo da Engenharia. Resolve problemas de dinâmica de fluidos, de transmissão do calor e até de análise de tensões. Normalmente este programa é executado em ambiente Linux, ou em sistema operativos derivados como o Ubuntu. Neste trabalho, foi utilizado uma máquina virtual com sistema operativo Ubuntu 12.04 LTS, onde o sistema operativo primário é o Windows. O OpenFoam é um programa de código aberto, escrito na linguagem C++, o que implica que pode ser modificado. Foi utilizado este programa porque a sua utilização não tem custos associados, ao contrário de outros softwares de CFD comerciais.

O OpenFoam é uma ferramenta muito potente, podendo o utilizador estudar muitos fenómenos da natureza, mas é de difícil aprendizagem. A maioria da informação que se tem acerca do programa está em fóruns, (CFD Online), que consiste, basicamente, em trocas de informações e de ideias entre os utilizadores. Para além dos fóruns, também há muita informação em Wiki's, (Unofficial OpenFOAM Wiki), no próprio manual do OpenFoam, (OpenFoam – User Guide), e também em cursos de formação, embora já com custos associado.

### 3.1 Código OpenFoam

O OpenFoam, ao contrário dos outros programas de CFD, não tem interface gráfica que permita ao utilizador introduzir os parâmetros para realizar um estudo, apresentando uma arquitetura diferente dos outros programas. A Figura 3-1 representa um esquema em árvore de um caso em OpenFoam.

Esta arquitetura é constituída, basicamente por três pastas, a *0*, *constant* e *system*. A pasta *0* contém os ficheiros com a informação das condições fronteira. A pasta *constant* tem a informação da malha e as características do fluido que está a ser usado. E a pasta *system* tem os ficheiros que controla o tempo de simulação, e os esquemas numéricos e algoritmos de resolução. Estes ficheiros vão ser todos explicados ao longo da dissertação.

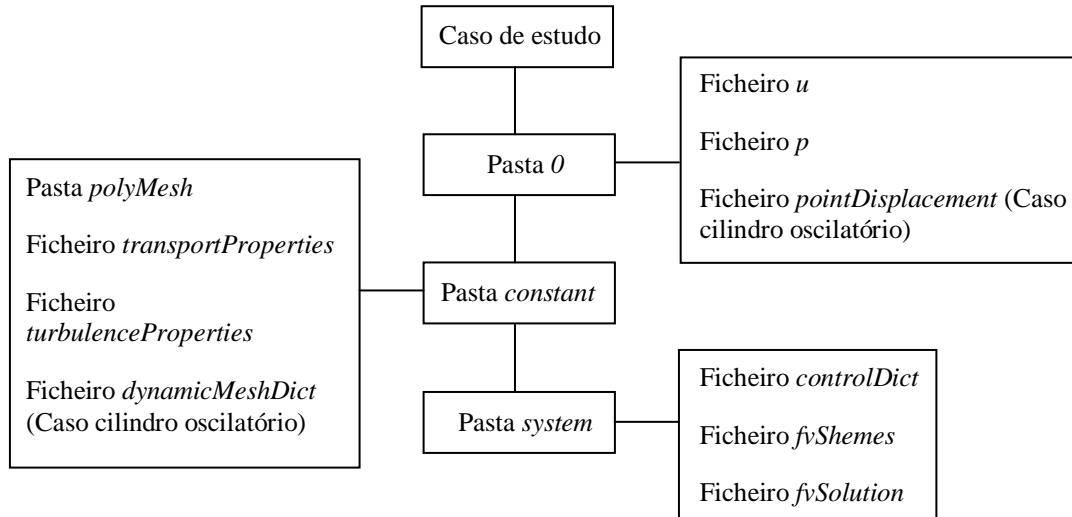


Figura 3-1 Esquema em árvore do caso OpenFoam.

Para dar início a uma simulação utiliza-se o Terminal do Ubuntu. Isto é outro fator que pode originar dúvidas na utilização do programa, porque o utilizador tem que ter umas noções básicas de C++.

O OpenFoam tem um programa de geração de malha, o *blockMesh*. Este programa também não tem interface gráfico, o que torna difícil para o utilizador ver o que está a fazer. A malha tem de ser construída em linguagem C++, no ficheiro *blockMeshDict*, e não pode ser visualizada enquanto está a ser construída. Neste trabalho a malha foi gerada no Gmsh, Geuzaine e Remacle (2009). Este programa gera malhas 3D, pode ser usado em ambiente Windows ou Linux, e não tem custo associado. No Gmsh o utilizador tem duas formas de gerar a malha, usando o interface gráfico ou usando a programação do Gmsh, que é feita em ASCII em ficheiros de texto. A pasta que contém a informação da malha é a *polyMesh*, que é gerada quando se converte o ficheiro criado no Gmsh para o OpenFoam. E como visto anteriormente, esta pasta está dentro da pasta *constant*.

O pós-processamento no OpenFoam pode ser feito durante o decorrer da simulação ou no final da simulação. Neste trabalho, todo o pós-processamento é feito no final de cada caso. O OpenFoam é acompanhado de um programa de pós-processamento, o Paraview, (The ParaView Guide). Este programa, tal como o OpenFoam, é de código aberto, tem multiplataforma de análise de dados e de visualização. A análise de dados foi feita com o auxílio do programa Matlab, (MATLAB R2013a).

## 3.2 Métodos de Discretização

Há três técnicas mais importantes de métodos de discretização, o método das diferenças finitas, o método do elemento finito e o método do volume finito. Estes métodos têm aproximações diferentes, mas apresentam teoricamente o mesmo resultado se a malha for muito refinada. O OpenFoam utiliza o método do volume finito (MVF), e dos três métodos mais importantes este é o que se utiliza mais na mecânica dos fluidos computacional. É um método muito versátil, resolve problemas para qualquer tipo de malha e para qualquer complexidade da malha. Este método divide o domínio em volumes de controlo, e resolve as equações de conservação em cada volume de controlo. O MVF aproxima os termos das equações a discretizar a uma expansão de série de Taylor. Isto implica a geração de erros de truncatura.

## 3.3 Modelo matemático

Nas simulações efetuadas considera-se que o escoamento é bidimensional, o fluido é Newtoniano e incompressível. Assume-se também que a massa volúmica e a viscosidade são constantes. As equações que descrevem o escoamento em análise são a equação da conservação da massa e de quantidade de movimento.

A equação da conservação da massa, para fluidos incompressíveis tem a forma:

$$\nabla \cdot \vec{u} = 0 \quad 3.1$$

Onde na equação 3.1,  $\vec{u}$  é o vetor velocidade e  $\nabla$  é o operador Nabla,

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial}{\partial y} \vec{j} \quad 3.2$$

As componentes da equação da quantidade de movimento para um fluido Newtoniano, são designadas de equações de Navier-Stokes e tem a forma:

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla \vec{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 \vec{u} \quad 3.3$$

Onde  $p$  é a pressão subtraída da componente hidrostática,  $\rho$  a massa volúmica do fluido e  $\nu$  é a viscosidade cinemática e  $\nabla^2$  o operador Laplaciano.

### 3.4 Códigos numéricos

Nesta secção serão apresentados os códigos numéricos utilizados nas simulações. O código numérico é o conjunto de códigos que resolve as equações. Estes códigos numéricos vão buscar a informação que está contida na biblioteca OpenFoam, e é com esta informação que são resolvidas as equações.

Neste trabalho foram usado dois *solvers*, para o caso cilindro fixo o *pimpleFoam* e para o caso do cilindro oscilatório o *pimpleDyMFoam*.

#### 3.4.1 *pimpleFoam* e *pimpleDyMFoam* solver

O *pimpleFoam* e o *pimpleDyMFoam* são *solvers* que utilizam passos de tempo largos, para escoamentos incompressíveis e regimes transitórios. Os dois *solvers* são uma fusão de dois algoritmos, e SIMPLE e o PISO. O *pimpleFoam* é utilizado no caso do cilindro fixo, sendo um *solver* para malhas estacionárias, enquanto que o *pimpleDyMFoam* é utilizado para o caso do cilindro oscilatório, sendo um *solver* para malhas móveis.

#### 3.4.2 *sixDoFRigidDisplacement* e *displacementLaplacian* solvers

Nesta dissertação estuda-se o movimento transversal de um cilindro sujeito a vibrações induzidas pelo escoamento, então tem que se usar dois *solvers*, um para o movimento do cilindro e outro para a deformação da malha.

O *sixDoFRigidDisplacement* é um *solver* do OpenFoam que permite resolver problemas com seis graus de liberdade, movimento e rotação segundo os três eixos. De acordo com o problema em estudo tem que se constanger e restringir movimentos, mas isto vai ser explicado na seções seguintes. Este *solver* é definido no ficheiro *pointDisplacement*, que se vai explicar na seção seguinte.

O *displacementLaplacian* é um *solver* que resolve problemas de malha móvel. Resolve as equações do movimento de uma célula baseado na difusidade do Laplaciano. Este *solver* é introduzido dentro do ficheiro *dynamicMeshDict*, que se vai explicar com mais rigor na seção seguinte.

### 3.5 Esquemas numéricos e algoritmos de resolução

Nesta secção são apresentados os esquemas de discretização e de resolução dos problemas simulados em OpenFoam. Para ambos os estudos foram usados os mesmos esquemas numéricos e de resolução. Os esquemas numéricos no OpenFoam são introduzidos no ficheiro *fvSchemes* e os algoritmos de resolução no ficheiro *fvSolution*, como visto anteriormente.

Na Tabela 5 estão os esquemas de discretização e interpolação que foram utilizados neste trabalho. Para mais detalhes consultar OpenFoam – User Guide.

Em seguida escolhem-se os algoritmos que permitem resolver os sistemas de equações algébricas. Estes são processos iterativos que avaliam a solução inicial, corrigindo-a até o resíduo atingir a precisão desejada. Em ambos os estudos usou-se o mesmo algoritmo de resolução. Na Tabela 6 estão apresentados os algoritmos de resolução, para  $u$  e  $p$  utilizados neste trabalho.

Tabela 5 Esquema numérico do OpenFoam utilizado no ficheiro *fvSchemes*.

<b>Derivada Temporal <math>\partial/\partial t</math></b>		
<b>Discretização</b>	<b>Descrição do esquema</b>	
CrankNicolson 1.0	Segunda ordem, limitado implícito	
<b>Gradiente (termo difusivo) <math>\nabla</math></b>		
<b>Discretização</b>	<b>Interpolação</b>	<b>Descrição do esquema</b>
Gauss	linear	Segunda ordem, integração Gaussiana com interpolação linear
<b>Divergente (termo convectivo) <math>\nabla \cdot</math></b>		
<b>Discretização</b>	<b>Interpolação</b>	<b>Descrição do esquema</b>
Gauss	QUICK	Primeira/segunda ordem, limitado
<b>Laplaciano <math>\nabla^2</math></b>		
<b>Discretização</b>	<b>Interpolação</b>	<b>Descrição do esquema</b>
Gauss	linear	Primeira ordem, limitado
<b>Gradiente normal à superfície <math>\nabla U</math></b>		
<b>Discretização</b>	<b>Interpolação</b>	<b>Descrição do esquema</b>
corrected	linear	Segunda ordem, não limitado, conservativo

Tabela 6 Parâmetros dos algoritmos de resolução utilizados no ficheiro *fvSolution*.

<b><i>Linear solver - u</i></b>	<b>Características</b>
PBiCG (Preconditionated Bi-Conjugate Gradient)	Resolve matrizes assimétricas
<b>Preconditioner</b>	<b>Características</b>
DILU (Diagonal incomplete-LU)	Resolve matrizes assimétricas
<b>Tolerância</b>	$1 \times 10^{-8}$
<b>Fator de relaxamento</b>	0.7
<b><i>Linear solver - p</i></b>	<b>Características</b>
GAMG (Generalised geometric-Algebraic Multi-Grid)	Resolve matrizes assimétricas
<b>Smoother</b>	<b>Características</b>
GaussSeidel	Resolve equações assimétricas
<b>Tolerância</b>	$1 \times 10^{-8}$
<b>Fator de relaxamento</b>	0.7

## 3.6 Construção da malha

Nesta seção descreve-se a malha utilizada nos casos simulados, e o programa onde foi gerada.

### 3.6.1 Domínio Computacional

O domínio computacional neste tipo de estudos pode ser circular ou retangular. Neste trabalho optou-se por um domínio circular, com o cilindro no centro. Considera-se que as paredes do domínio de cálculo estão muito longe da parede do cilindro. Isto porque, se a fronteira do domínio for muito próxima das paredes do cilindro provoca um efeito de bloqueamento que afeta o escoamento o que vai prejudicar a precisão dos resultados obtidos. A Figura 3-2 representa as dimensões do domínio computacional.



Figura 3-2 Domínio computacional.

As distâncias apresentadas são adimensionalizadas pelo diâmetro do cilindro, e para evitar o efeito de bloqueamento, o diâmetro do domínio é cem vezes maior que o diâmetro do cilindro de estudo. Esta escolha segue as propostas de outros autores, Didier (2008), Parxotomo (2011).

### 3.6.2 Geração da malha

Depois do domínio computacional ter sido definido temos de gerar a malha dentro do domínio. Por definição, a malha é a localização discreta onde as variáveis são calculadas e resolvidas as equações algébricas. A malha divide o domínio computacional num número finito de volumes de controlo. É nestes volumes de controlo que são aplicadas as equações de quantidade de movimento e de continuidade.

Como já se tinha mencionado anteriormente, a malha do problema foi feita no programa Gmsh, (Geuzaine e Remacle, 2009). A malha é constituída por elementos quadrangulares e em todo o seu domínio é estruturada. De modo a obter uma boa resolução da camada limite, a distância do primeiro elemento à parede do cilindro é de cerca  $0,003D$ . Sendo a camada limite a zona onde ocorrem as maiores variações dos gradientes, também é onde ocorre a transição de gradiente de pressão de favorável para desfavorável e assim a separação da camada limite e a formação de vórtices na esteira que irá influenciar nas forças exercidas no cilindro. Assim para que os resultados sejam os mais próximos da realidade, esta zona deve ter elementos suficientemente pequenos, de modo a ter uma grande concentração de volumes de controlo. A Figura 3-3 representa a malha utilizada para ambos os estudos.

Sendo esta malha estruturada, o número de elementos na fronteira do domínio tem de ser igual ao número de nós na parede do cilindro. O perímetro do domínio computacional e da parede do cilindro foi discretizado com 300 nós, fazendo com que o domínio computacional seja composto por 30000 volumes de controlo. Como se observa no detalhe da Figura 3-4 a malha é uniforme em todo o domínio.

Outros aspetos importantes em relação à malha foram retirados do OpenFoam usando o comando *checkMesh*. Este comando faz uma análise à malha para ver se os parâmetros estão de acordo com a normalidade. É importante para garantir que os resultados estejam suficientemente próximos do que seria esperado. A relação de aspeto máxima é a razão máxima entre o lado maior e menor de uma célula, e na malha em estudo é 1.7283. Os resultados serão

tanto melhores quanto mais próximo de 1 for este valor. A assimetria máxima é a distância máxima medida entre a intersecção da linha que liga o centro de duas células com o centro da face comum às duas células. Na malha em estudo o valor da assimetria é de 0.5258. Quanto menor for este valor melhores serão os resultados.

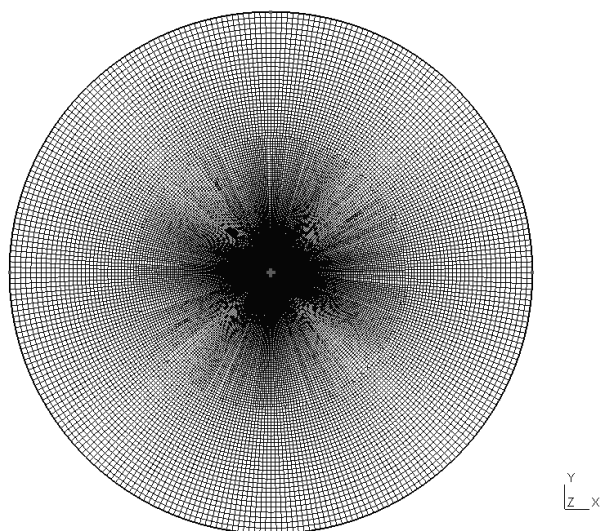


Figura 3-3 Malha do domínio.

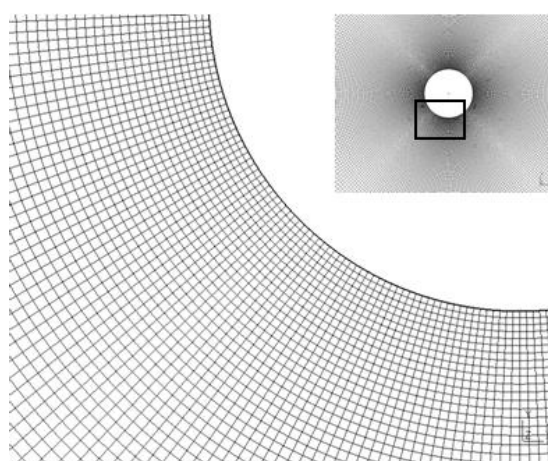


Figura 3-4 Pormenor junto ao cilindro.

### 3.7 Pré-processamento

Nesta seção serão definidas as condições fronteira dos dois estudos, as características do fluido escoado, parâmetros de controlo do tempo de simulação, o *solver* que o OpenFoam utiliza para problemas com malha móvel e outros parâmetros importantes para as simulações CFD.

Como visto anteriormente, no OpenFoam as condições fronteira dos problemas são definidas nos ficheiros que se encontram na pasta  $\theta$ . Para o caso do cilindro fixo, são os ficheiros  $u$  e  $p$ . Para o cilindro oscilatório, além dos ficheiros  $u$  e  $p$ , é também o ficheiro *pointDisplacement*. Também se define as propriedades do fluido no ficheiro *transportProperties*.

#### 3.7.1 Ficheiro $u$ e $p$

O ficheiro  $u$  e  $p$  têm a informação da velocidade e pressão, no instante inicial para cada condição fronteira definida. Para ambos os casos, cilindro fixo e cilindro oscilatório, as condições fronteira de velocidade e pressão são as mesmas, ou seja os ficheiros  $u$  e  $p$  são os mesmos. A Figura 3-5 representa o domínio computacional, e as zonas onde foram definidas as condições fronteira.

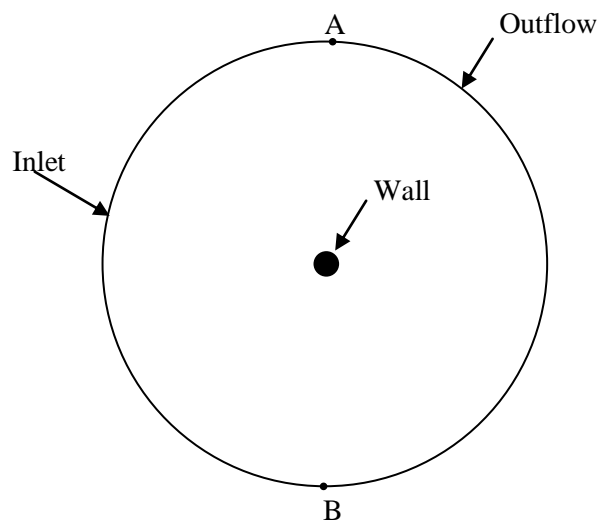


Figura 3-5 Esquema do domínio computacional com as condições fronteira utilizadas no OpenFoam.

Na Figura 3-5, o *inlet* representa a condição de entrada do fluido no domínio computacional, ou seja, o fluido entra através do arco AB, no sentido anti-horário. *Outflow* é a condição de saída do fluido do domínio computacional, ou seja, o fluido sai através do arco AB, do sentido horário. *Wall* é a condição que define que o cilindro se comporta com uma parede. A Tabela 7 e a Tabela 8 apresentam os parâmetros utilizados nos ficheiros *u* e, respectivamente. Nesta tabela *patch* é o termo utilizado para caracterizar o tipo de condição de fronteira.

Tabela 7 Parâmetros utilizados no ficheiro *u*.

<b>Condições fronteira - <i>u</i></b>	<b><i>patch</i></b>	<b>Descrição</b>
<i>inlet</i>	<i>fixedValue</i>	A velocidade à entrada toma um valor fixo, que é igual a $U_{\infty}$ .
<i>outlet</i>	<i>zeroGradient</i>	O gradiente do campo de velocidade é zero.
<i>wall</i>	<i>movingWallVelocity</i>	Velocidade associada ao cilindro em estudo. Neste caso está parado por isso o valor é zero.

Tabela 8 Parâmetros utilizados no ficheiro *p*.

<b>Condições fronteira - <i>p</i></b>	<b><i>patch</i></b>	<b>Descrição</b>
<i>inlet</i>	<i>zeroGradient</i>	O gradiente do campo de pressões à entrada é zero.
<i>outlet</i>	<i>fixedValue</i>	A pressão à saída toma um valor fixo, neste caso é a pressão atmosférica.
<i>wall</i>	<i>zeroGradient</i>	O gradiente de pressões no cilindro é zero.

### 3.7.2 Ficheiro *pointDisplacement*

No ficheiro *pointDisplacement* é onde se define as condições fronteiras referente ao movimento do cilindro. Para isso é necessário escolher o *solver* apropriado para o problema. Como foi dito anteriormente, utilizou-se o *sixDoFRigidDisplacement*. Este *solver* faz com que o cilindro tenha 6 graus de liberdade, mas como o estudo é para vibrações transversais ao sentido do escoamento tem que se aplicar constrangimentos ao movimento do cilindro. Estes parâmetros são introduzidos no ficheiro *pointDisplacement*.

Como é pretendido que o cilindro tenha 1 grau de liberdade, tem que se constrianger os outros movimentos. Para isso é necessário fixar o movimento segundo o eixo x e z, mas também é necessário fixar a rotação segundo os três eixos. Assim o cilindro só tem movimento segundo o eixo y. No ficheiro *pointDisplacement* também se define as restrições no movimento, ou seja, o valor da rigidez das molas, a constante de amortecimento e a posição dos mesmos.

A Tabela 9 e a Tabela 10 apresentam os constrangimentos e restrições utilizados no ficheiro *pointDisplacement*, respectivamente.

Este é um estudo bidimensional, mas o OpenFoam trabalha sempre com as três dimensões. Isto quer dizer que teremos de definir os parâmetros como se tratasse de um problema a três dimensões. A Tabela 11 representa as características do cilindro.

Tabela 9 Constrangimentos utilizados no ficheiro *pointDisplacement*.

<b>Tipo de constrangimento</b>	<b>Descrição</b>
<i>fixedAxis</i>	Impede o movimento segundo o eixo z
<i>fixedOrientation</i>	Impede a rotação segundo todos os eixos
<i>fixedLine</i>	Permite o movimento segundo o eixo y

Tabela 10 Restrição usada no ficheiro *pointDisplacement*.

<b>Restrição</b>	<b>Descrição</b>
<i>linearSpring</i>	<i>Patch</i> utilizado para anexar ao cilindro uma mola e um amortecedor
<i>linearSpringCoeffs</i>	
<i>anchor</i>	Ponto onde está fixa a mola e o amortecedor
<i>refAttachmentPt</i>	Ponto no cilindro onde está fixa a mola e o amortecedor
<i>stiffness</i>	Valor da constante rigidez da mola $k$
<i>damping</i>	Valor da constante de amortecimento $C$
<i>restLenght</i>	Comprimento da mola e o amortecedor quando não há forças envolvidas

Tabela 11 Características do cilindro em estudo.

	$D$ (m)	$m$ (kg)	$l$ (m)	$I_{xx}$ (kg.m <sup>2</sup> )	$I_{yy}$ (kg.m <sup>2</sup> )	$I_{zz}$ (kg.m <sup>2</sup> )
Cilindro	1	1	1	0.146	0.146	0.125

Sendo assim, o centro de massa do cilindro será (0, 0, 0.5), e é segundo este ponto que se define o movimento segundo o eixo  $y$  e também é neste ponto onde se anexa a mola e o amortecedor.

Para o OpenFoam, as molas e amortecedores são componentes virtuais, que quando são anexados a uma massa não precisam ter um comprimento (distância entre o *anchor* e *refAttachmentPt*) finito para poderem funcionar como as molas e amortecedores reais. Neste trabalho, a mola e o amortecedor tem um comprimento nulo, ou seja, estão anexados no centro de massa do cilindro. O valor do *restLenght* também é nulo, para que as molas não estejam comprimidas ou expandidas de modo a não impor um deslocamento inicial ao cilindro.

### 3.7.3 Ficheiro *transportProperties*

Como referido anteriormente, é na pasta *constant* que se encontra o ficheiro *transportProperties*, que contém a informação acerca do fluido em estudo. Neste ficheiro introduz-se o valor da viscosidade cinemática  $\nu$ . Como neste trabalho o número de Reynolds é 200, então o valor da viscosidade cinemática foi escolhido de acordo com o valor de Reynolds. Em ambos os estudos, cilindro fixo e cilindro oscilatório, as características do escoamento são as mesmas. A Tabela 12 apresenta as características do fluido em estudo.

Tabela 12 Características do fluido em estudo.

	$\rho$ ( $kg/m^3$ )	$\mu$ ( $kg/m.s$ )	$\nu$ ( $m^2/s$ )	$U_\infty$ ( $m/s$ )	Pressão
Fluido em estudo	1	0.005	0.005	1	Atmosférica

### 3.7.4 Ficheiro *controlDict*

O ficheiro *controlDict* encontra-se na pasta *system*. Este ficheiro contém toda a informação referente ao controlo de tempo da simulação. É neste ficheiro onde se definem as bibliotecas que o OpenFoam utiliza para resolver os problemas. E também é onde se definem as funções para se calcular as forças e os coeficientes das forças aerodinâmicos. O ficheiro *controlDict* foi o mesmo para todos os casos. A Tabela 13 apresenta os parâmetros utilizados mais importantes.

Tabela 13 Parâmetros usados no ficheiro *controlDict*.

Parâmetros	Valor	Descrição
<i>startTime</i>	0	Tempo inicial da simulação.
<i>endTime</i>	150	Tempo final da simulação.
<i>deltaT</i>	0.001	Passo de tempo da simulação.
<i>writeInterval</i>	0.1	Passo de tempo com que o OF escreve a <i>data</i> .

Como referido anteriormente, existem várias bibliotecas no OpenFoam, em que cada uma tem a informação necessária para a resolução do problema em questão. Como em ambos os casos, cilindro fixo e oscilatório, é necessário calcular as forças de arrasto e sustentação e os coeficientes respectivos, tem que se introduzir esta biblioteca. No caso do cilindro oscilatório têm que se introduzir as outras bibliotecas necessárias para o problema. A Tabela 14 apresenta as bibliotecas utilizadas para este problema. As funções utilizadas para calcular as forças e os coeficientes aerodinâmicos são as funções *forces* e *forceCoeffs*, respetivamente. A Tabela 15 apresenta os parâmetros utilizados nestas funções.

Tabela 14 Bibliotecas utilizadas no OpenFoam.

<b>Bibliotecas</b>	<b>Descrição</b>
<i>libforces.so</i>	Contém a informação necessária para o cálculo das forças e dos coeficientes das forças.
<i>libOpenFOAM.so</i>	Biblioteca principal do OF.
<i>libincompressibleRASmodels.so</i>	Contém a informação dos modelos RAS existentes no OF.
<i>libfvMotionSolvers.so</i>	Contém a informação para resolver problemas com malha móvel.

Tabela 15 Parâmetros utilizados nas funções das forças.

<b>Parâmetros</b>	<b>Valor</b>	<b>Descrição</b>
<i>functionObjectLibs</i>	<i>libforces.so</i>	Biblioteca que o OF utiliza para calcular as forças e os coeficientes das forças.
<i>patches</i>	Cilindro	Região do domínio computacional em que se quer calcular as forças e os coeficientes.
<i>rhoInf</i>	1	Massa específica do fluido.
<i>CofR</i>	(0, 0, 0)	Centro de rotação.
<i>liftDir</i>	(0, 1, 0)	Direção do vetor da força de sustentação
<i>dragDir</i>	(1, 0, 0)	Direção do vetor da força de arrasto.
<i>magUInf</i>	1	Velocidade do escoamento $U_{\infty}$ .
<i>lRef</i>	1	Comprimento característico, é igual ao valor do diâmetro $D$ .
<i>ARef</i>	1	Área característica, é dada pelo produto do comprimento característico pelo comprimento do cilindro.

### 3.7.5 Ficheiro *dynamicMeshDict*

O ficheiro *dynamicMeshDict* encontra-se na pasta *constant*, e só é necessário para o estudo do cilindro oscilatório. Este ficheiro tem a informação que o OpenFoam precisa para resolver problemas de malha móvel. A Tabela 16 apresenta os parâmetros utilizados no ficheiro *dynamicMeshDict*.

Tabela 16 Parâmetros utilizados no ficheiro *dynamicMeshDict*.

Parâmetros	Descrição
<i>dynamicMotionSolverFvMesh</i>	Ferramenta do OF para problemas com malha móvel.
<i>libfvMotionSolvers.so</i>	Biblioteca que contém a informação de resolução de problemas de malha móvel.
<i>displacementLaplacian</i>	<i>Solver</i> para resolução do movimento das células. Este movimento é baseado na difusividade do Laplaciano.
<i>inverseDistance</i>	Especifica-se a região do domínio em que se quer movimento, neste caso é no cilindro. A difusividade do campo é baseada no inverso da distância a partir do cilindro.

### 3.7.6 Número de Courant

Um parâmetro muito importante nas simulações CFD em regime transitório é o número de Courant, também conhecido como condição Courant-Friedrichs-Lewy. Este parâmetro é necessário para garantir a convergência das simulações. Como referido anteriormente, o OpenFoam resolve equações diferenciais parciais através do método dos volumes finitos, e convém que este cálculo convirja para um valor, de modo a que os resultados simulados sejam os mais próximos possíveis da realidade. Assim o número de Courant é um número adimensional e é definido como:

$$C = \frac{U_{\infty} \Delta t}{\Delta x} \quad 3.4$$

Onde  $\Delta t$  é o passo de tempo e  $\Delta x$  é o espaçamento entre cada célula. De modo a que convergência da simulação seja ótima, o valor do número de Courant tem de ser constante ao longo de todo o tempo simulado e inferior a 1.



## 4 Resultados

Neste capítulo serão apresentados os resultados referentes ao estudo do cilindro fixo e do cilindro oscilatório. Como dito anteriormente, para o cilindro oscilatório foram feitos dois estudos. Numa primeira parte estudou-se o comportamento do cilindro quando está montado só com uma mola. Na segunda parte, estudou-se o comportamento do cilindro quando está montado com uma mola e um amortecedor. Por último compraram-se as respostas do sistema massa-mola com o sistema massa-mola-amortecedor.

Todos os casos foram corridos na mesma máquina. O computador tem um processador i7 3.07 GHz, e cada simulação demorou em média 20 horas.

### 4.1 Cilindro Fixo

Neste capítulo serão apresentados os resultados do estudo de um escoamento em torno de um cilindro fixo, usando o programa OpenFoam. Os dados retirados do programa são o coeficiente de arrasto ( $C_d$ ) e o coeficiente de sustentação ( $C_l$ ). Usando o Matlab calcula-se a frequência de Strouhal, utilizando a Transformada rápida de Fourier, a flutuação do coeficiente de sustentação ( $C_{l,rms}$ ) e o coeficiente de arrasto médio ( $C_{d,mean}$ ). Os dados são comparados com valores experimentais e numéricos alcançados por outros autores.

O Figura 4-1 representa a variação do coeficiente de arrasto e sustentação ao longo do tempo e a Figura 4-2 a análise espectral do coeficiente de sustentação.

Como se observa na Figura 4-1 o regime periódico é atingido depois de um tempo adimensional aproximadamente de 70. A Figura 4-2 representa a análise espectral do coeficiente de sustentação, bem como o valor da frequência de libertação de vórtices  $f_{st}$ . Na Tabela 17 apresentam-se os resultados do presente trabalho e do de outros autores. Na mesma tabela apresentam-se, também, os valores do coeficiente de arrasto médio e o desvio padrão da flutuação do coeficiente de sustentação.

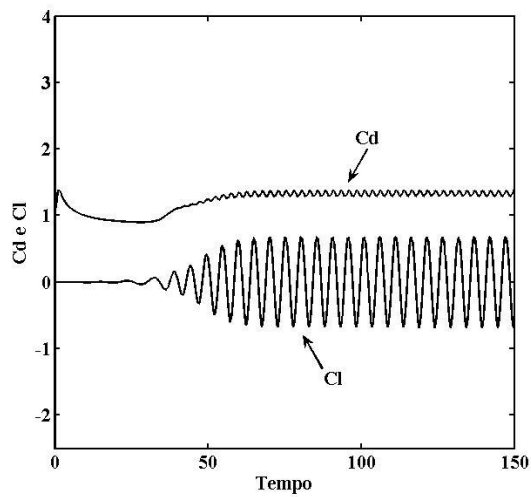


Figura 4-1 Coeficientes das forças em função do tempo de simulação.

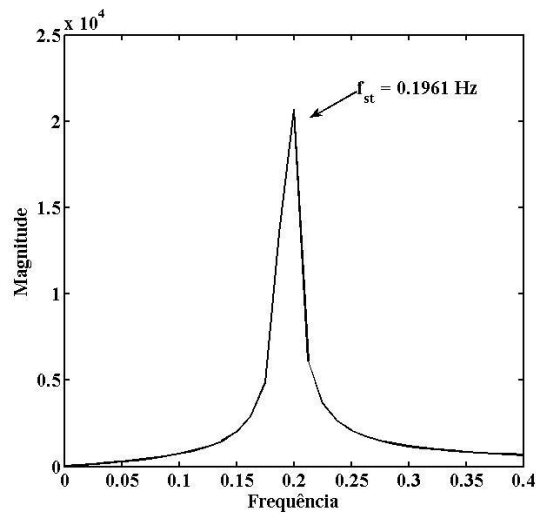


Figura 4-2 Análise espectral do coeficiente de sustentação.

Na Tabela 17 o parâmetro  $L_b/D$  representa o comprimento transversal do domínio computacional dividido pelo diâmetro do cilindro em estudo. Verifica-se que o tamanho do domínio computacional é muito importante na determinação de resultados. Comparando com Didier (2008) que tem uma extensão do domínio computacional de 1000, o valor de  $St$  é mais baixo do que o presente caso. Podemos, assim, inferir que à medida que se aumenta o domínio computacional o valor de  $St$  baixa. O mesmo se verifica para os valores do coeficiente de arrasto médio e flutuação do coeficiente de sustentação.

Tabela 17 Resultados obtidos na simulação do cilindro fixo e resultados de outros investigadores.

Autores	$L_b/D$	$St$	$C_{d,mean}$	$C_{l,rms}$
Presente	100	0.1961	1.3326	0.4804
Didier (2008)	280	0.1950	1.3186	0.4712
Parxotomo (2011)	300	0.1942	1.3152	0.4708
Posdziech et al. (2007)	200	0.1946	1.3158	0.4712
Didier (2008)	1000	0.1943	1.3132	0.4691

A Figura 4-3 representa a magnitude da velocidade e da pressão: consegue-se distinguir o ponto de estagnação e os dois pontos de separação. Observa-se também que na zona onde se forma o vórtice o gradiente de pressão é fortemente adverso, e por consequência o gradiente de velocidade é baixo. É nas camadas de corte onde é atingida a velocidade máxima. Quando a libertação do vórtice se inicia, nota-se o escoamento rotacional, associado ao fenómeno de vorticidade. No centro do vórtice a velocidade é nula e a pressão é máxima. À medida que o vórtice se desloca na esteira, tanto a velocidade como a pressão diminuem e tendem para os valores de escoamento não perturbado. Ou seja, o vórtice perde intensidade à medida que se desloca na esteira. A Figura 4-4 representa a vorticidade e linhas de corrente. A Figura 4-3 e a Figura 4-4 apresentam o mesmo instante de tempo.

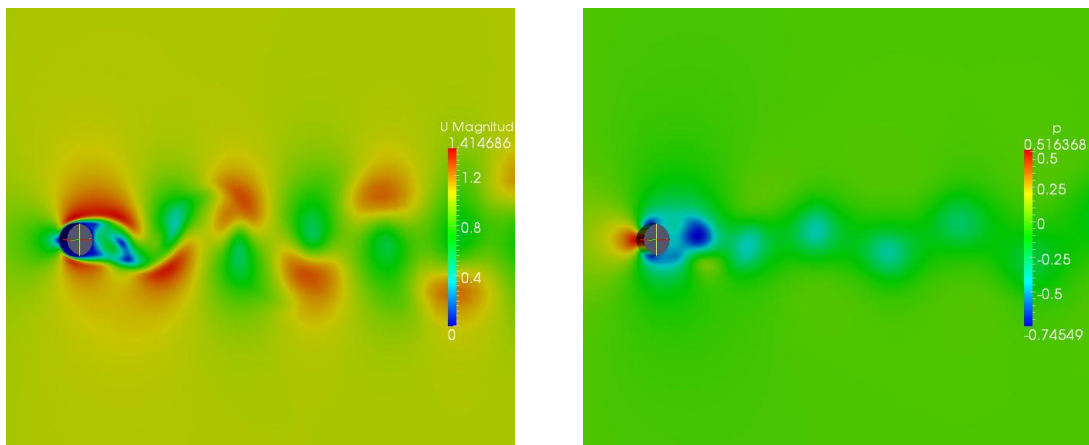


Figura 4-3 Intensidade do campo de velocidade e pressão.

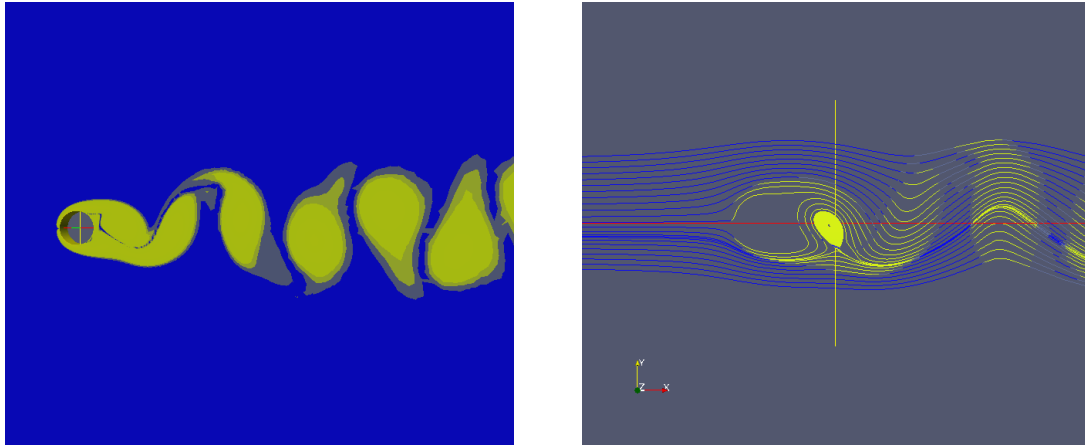


Figura 4-4 Vorticidade e linhas de corrente.

## 4.2 Cilindro oscilatório

Como dito anteriormente, na primeira parte vão ser apresentados os resultados do sistema massa-mola, e na segunda parte os resultados do sistema massa-mola-amortecedor.

### 4.2.1 Parte 1 – Sistema massa-mola

Nesta primeira parte vai ser abordado o estudo da vibração induzida por vórtices num cilindro com uma mola. A mola tem uma rigidez  $k$ , que acoplado com o cilindro formam um sistema massa-mola. A Figura 4-5 representa um esquema do sistema massa-mola utilizado no OpenFoam.

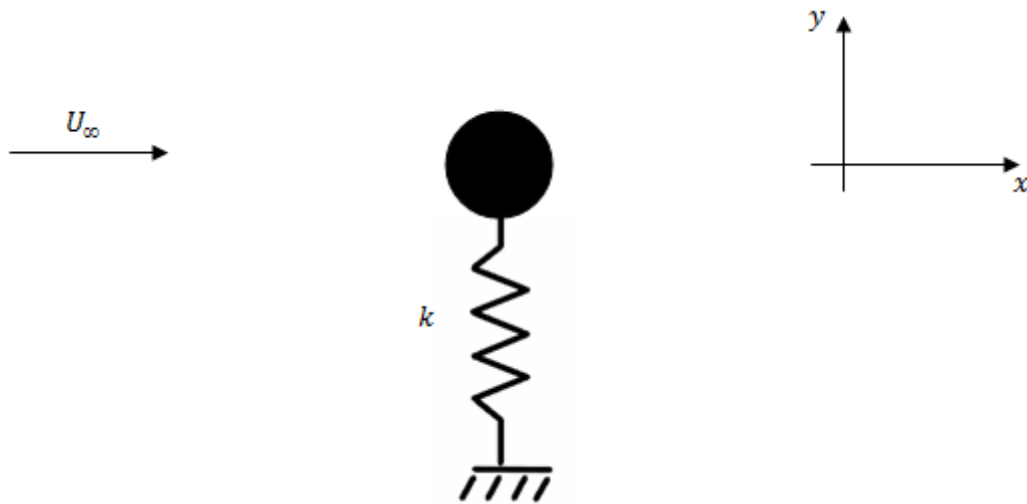


Figura 4-5 Esquema representativo do sistema massa-mola utilizado no Openfoam.

O valor  $k$  da rigidez da mola é determinado a partir da frequência natural do sistema  $f_n$  utilizando a equação 2.10, e este valor tira-se a partir do valor de velocidade reduzida  $U^*$ , usando a equação 2.28. Do OpenFoam tira-se os dados referentes ao coeficiente de arrasto  $C_d$ , coeficiente de sustentação  $C_l$  e deslocamento do cilindro  $Y$ . Como procedido anteriormente, utiliza-se o Matlab para apresentar os gráficos pretendidos e para calcular os valores do coeficiente de arrasto médio  $C_{d,mean}$ , a flutuação do coeficiente de sustentação  $C_{l,rms}$  e a amplitude máxima de oscilação do cilindro adimensional  $Y/D$  para cada velocidade reduzida. A Tabela 18 representa os valores da rigidez da mola utilizados no OpenFoam, e também a razão de frequências  $f_n/f_{st}$ . O valor da frequência de Strouhal  $f_{st}$  foi determinado na seção anterior para o cilindro fixo.

Tabela 18 Valores da rigidez da mola e da razão de frequência.

<b>Velocidade reduzida <math>U^*</math></b>	<b>Frequência natural do sistema <math>f_n(\text{Hz})</math></b>	<b>Rigidez da mola <math>k (\text{N/m})</math></b>	<b>Razão de frequência <math>f_n/f_{st}</math></b>
1	1	39.5	5.1
1.5	0.667	17.6	3.4
2	0.5	9.87	2.55
2.5	0.4	6.32	2.04
3	0.333	4.38	1.7
3.5	0.286	3.23	1.46
4	0.25	2.47	1.27
4.5	0.222	1.95	1.13
5	0.2	1.58	1.02
5.5	0.182	1.31	0.93
6	0.167	1.1	0.85
6.5	0.154	0.94	0.78
7	0.143	0.81	0.73
7.5	0.133	0.7	0.68
8	0.125	0.62	0.64
8.5	0.118	0.55	0.6
9	0.111	0.49	0.57
9.5	0.105	0.44	0.54
10	0.1	0.39	0.51
10.5	0.095	0.36	0.49
11	0.091	0.33	0.46
11.5	0.087	0.3	0.44
12	0.083	0.27	0.42
12.5	0.08	0.25	0.41
13	0.077	0.23	0.39

Como se pode observar a velocidade reduzida  $U^*$  é inversamente proporcional à frequência natural do sistema  $f_n$ , que por sua vez é diretamente proporcional à rigidez  $k$  do sistema. Assim à medida que se aumenta a velocidade reduzida, a rigidez do sistema diminui.

Na Figura 4-6 estão representados as séries temporais do coeficiente de arrasto  $C_d$ , do coeficiente de sustentação  $C_l$  e do deslocamento do cilindro adimensional  $Y/D$  em função do tempo.

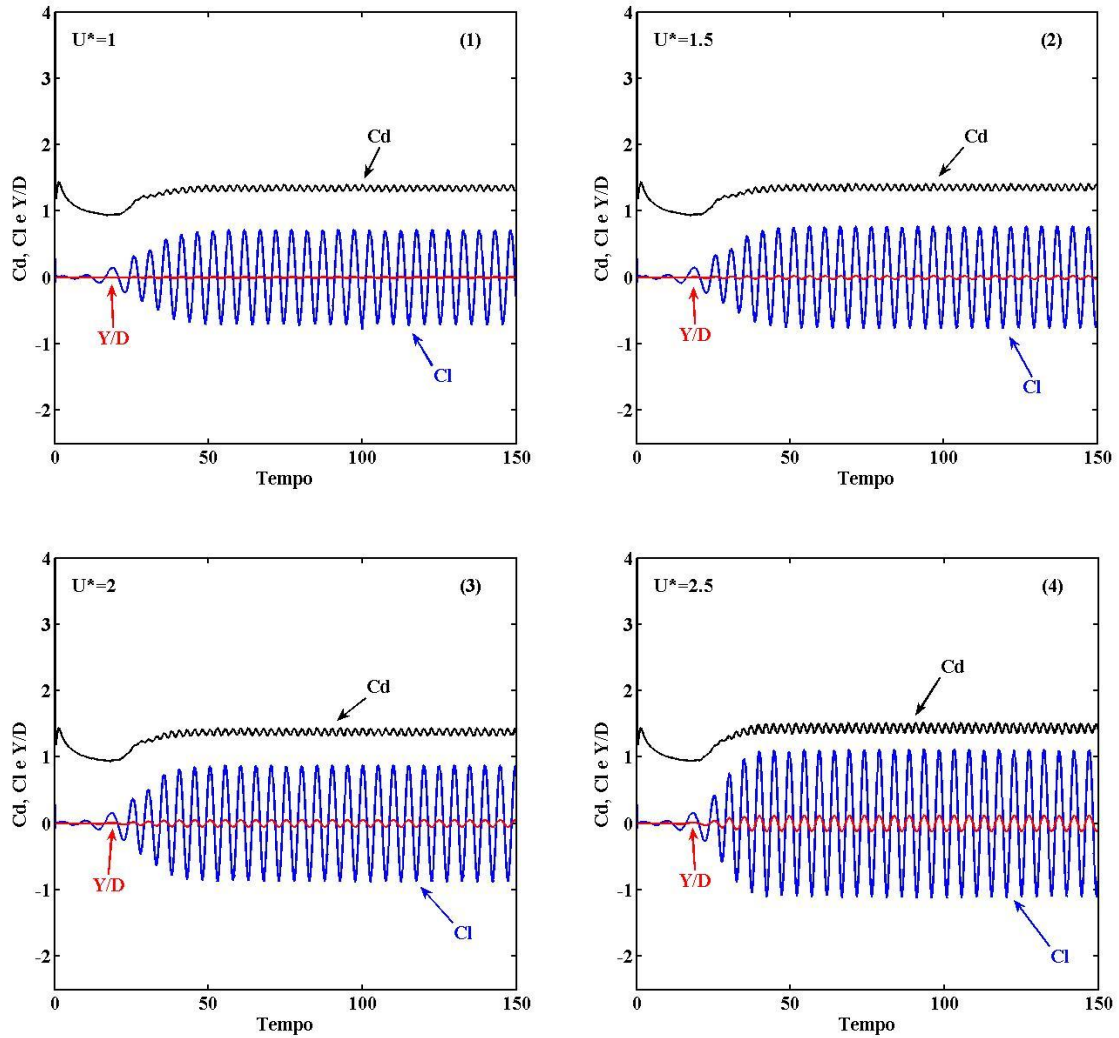


Figura 4-6 Coeficientes de arrasto, de sustentação e deslocamento do cilindro ao longo do tempo do sistema massa-mola, para  $U^*$  de 1 até 13 (cont.)

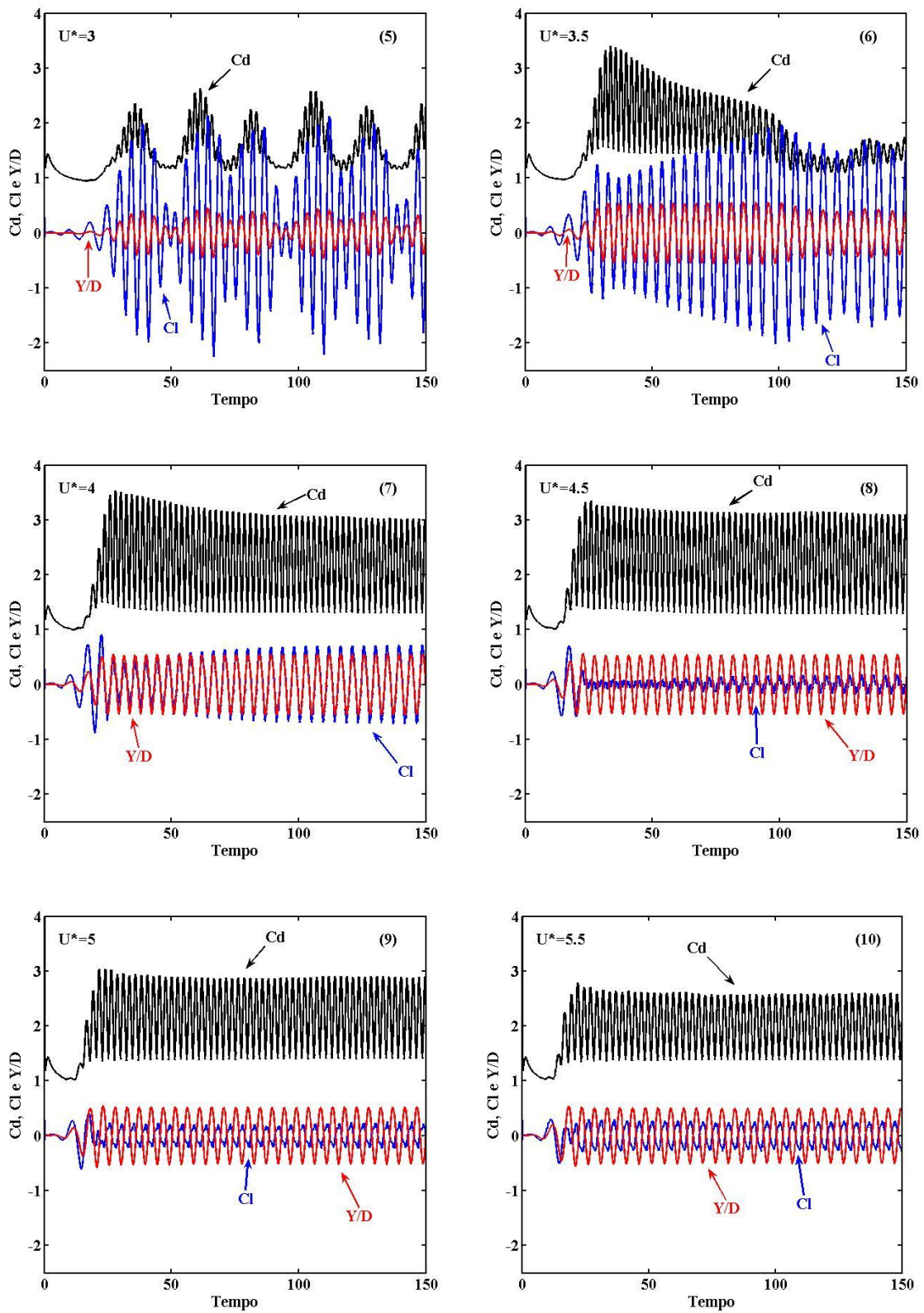


Figura 4-6 Coeficientes de arrasto, de sustentação e deslocamento do cilindro ao longo do tempo do sistema massa-mola, para  $U^*$  de 1 até 13 (cont.)

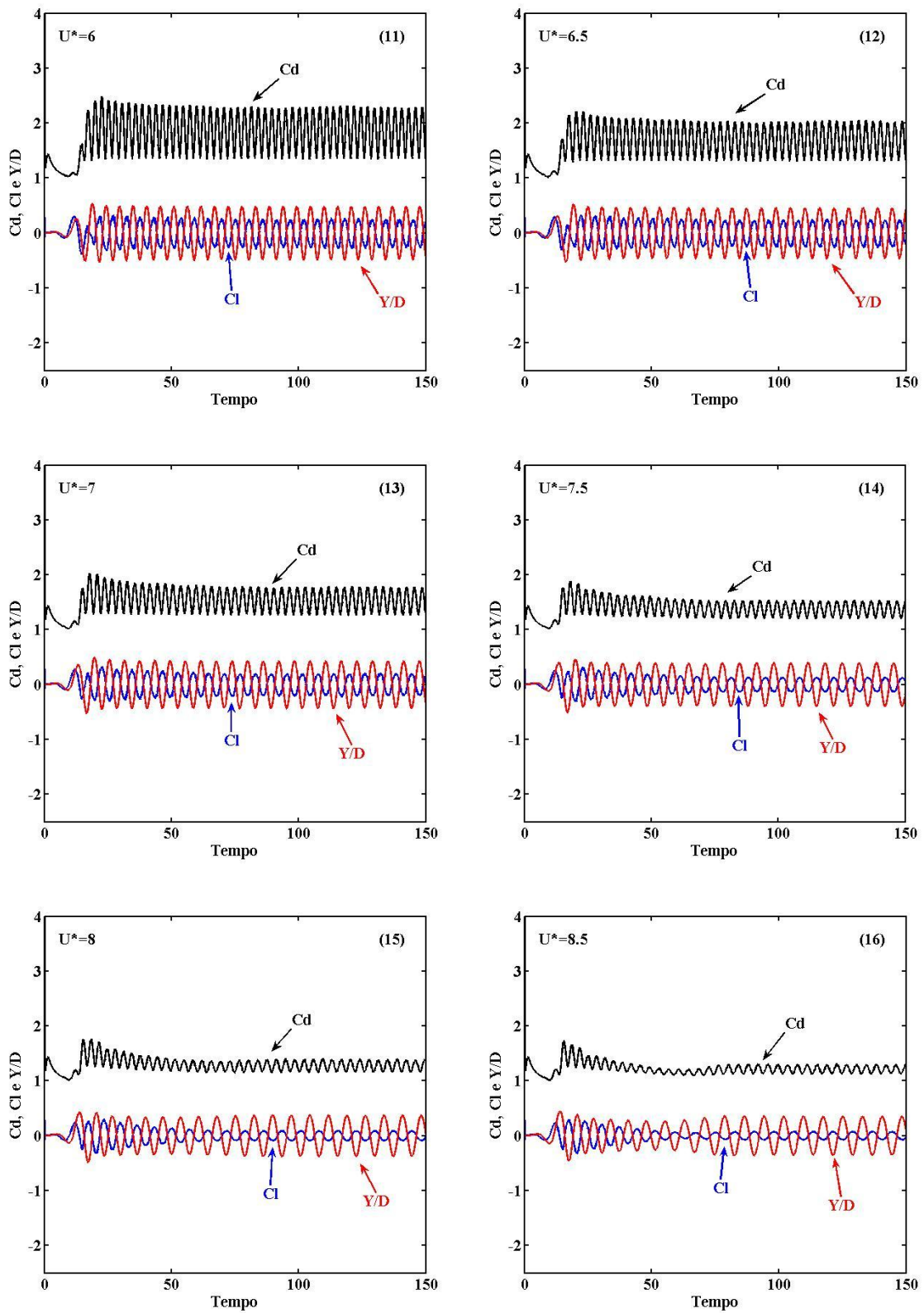


Figura 4-6 Coeficientes de arrasto, de sustentação e deslocamento do cilindro ao longo do tempo do sistema massa-mola, para  $U^*$  de 1 até 13 (cont.)

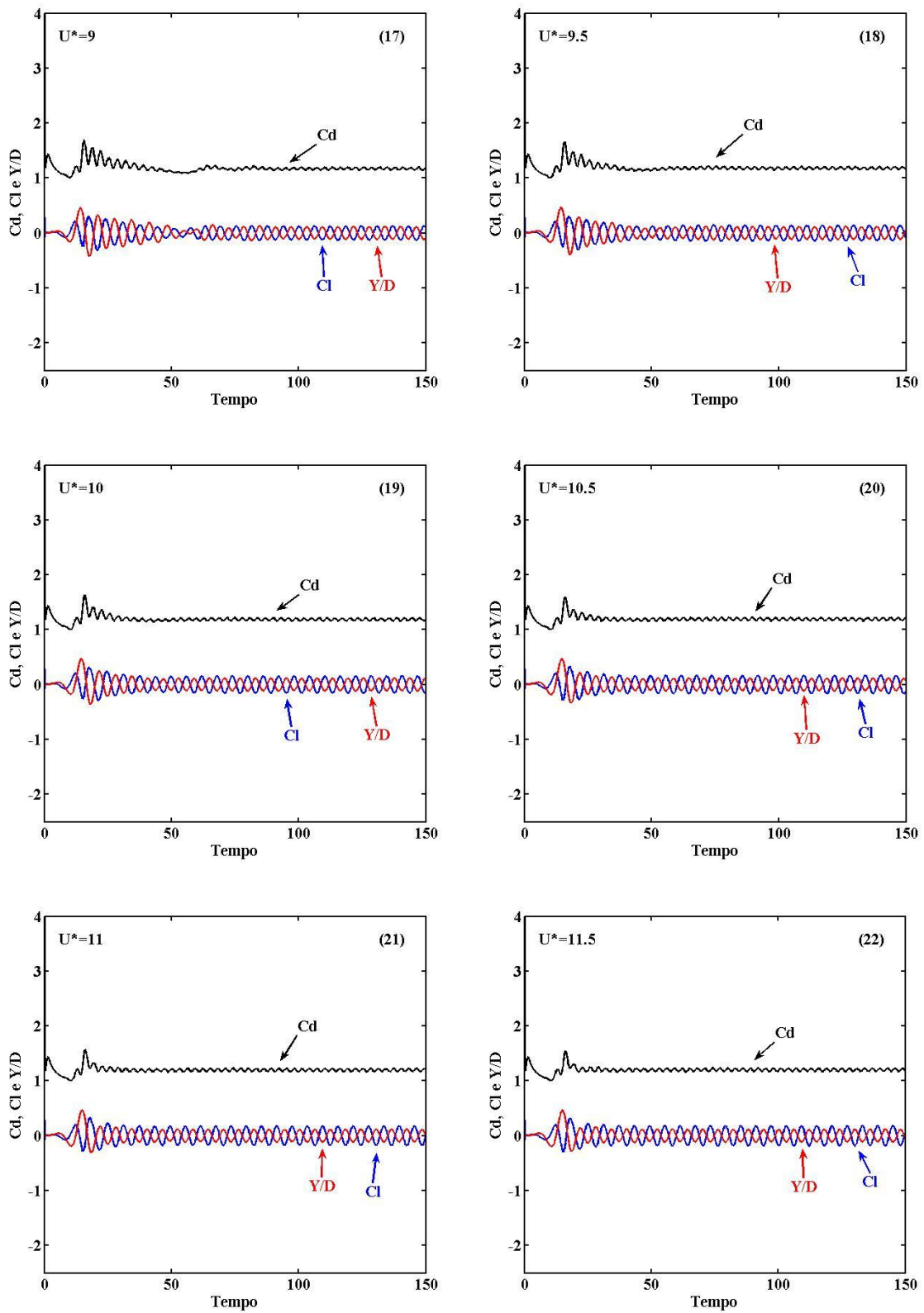


Figura 4-6 Coeficientes de arrasto, de sustentação e deslocamento do cilindro ao longo do tempo do sistema massa-mola, para  $U^*$  de 1 até 13 (cont.)

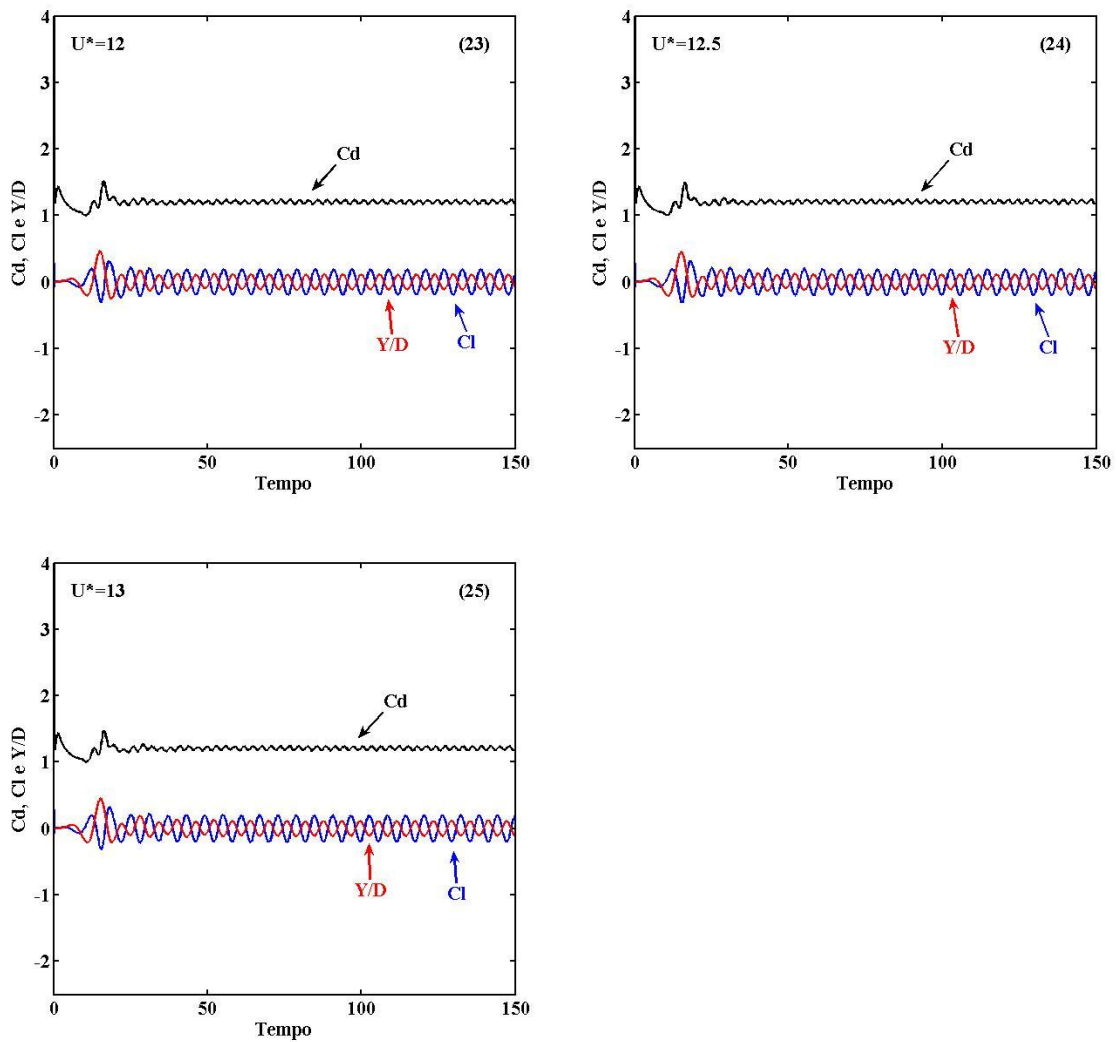


Figura 4-6 Coeficientes de arrasto, de sustentação e deslocamento do cilindro ao longo do tempo do sistema massa-mola, para  $U^*$  de 1 até 13.

É possível observar que para baixos valores de velocidade reduzida, a resposta do cilindro oscilatório é muito parecida com a resposta do cilindro fixo. Como visto anteriormente, tal acontece porque para baixos valores de velocidade reduzida o sistema tem uma rigidez muito elevada, o que torna difícil a sua oscilação. Também se pode verificar que os coeficientes das forças são muito parecidos com o caso do cilindro fixo. Isto pode ser observado na Figura 4-6 (1, 2, 3, 4). Como se observa, à medida que se aumenta a velocidade reduzida a amplitude dos coeficientes de arrasto e sustentação e da deslocação do cilindro aumentam.

Aumentando a velocidade reduzida o cilindro tem uma resposta diferente das vistas anteriormente. Isto pode ser visto na Figura 4-6 (5) onde mostra que o coeficiente da força de

sustentação e o deslocamento do cilindro apresentam o fenómeno de batimento. Isto acontece porque as duas respostas estão em fase uma com a outra, e a frequência dos sinais também é muito próxima. Em relação ao coeficiente de arrasto observam-se que não é constante ao longo do tempo. Num período conseguem-se distinguir duas respostas. Na primeira resposta o coeficiente de arrasto tem uma amplitude maior do que na segunda resposta, o que implica que o valor médio do coeficiente seja maior. Na transição de uma resposta para a outra, o coeficiente de arrasto tem uma amplitude mais baixa, e é neste momento em que a média do coeficiente toma o valor mais baixo.

Na Figura 4-6 (6) também se observa o fenómeno de batimento, embora tenha um período muito maior que o batimento da Figura 4-6 (5). Só a partir do tempo adimensional de 110 é que as curvas dos coeficientes e do deslocamento estabilizam. Verifica-se que a amplitude do coeficiente de sustentação é mais alta que a do coeficiente de arrasto, e toma valores elevados, ao contrário do coeficiente de arrasto.

Aumentando a velocidade reduzida o batimento desaparece, mas observa-se outro fenómeno. As curvas do coeficiente de sustentação e do deslocamento do cilindro estão praticamente coincidentes em período e amplitude, como pode ser visto na Figura 4-6 (7). Isto quer dizer que a frequência de oscilação do sistema é coincidente com a frequência de libertação de vórtices, o que quer dizer que o sistema está em ressonância. E por isso observa-se que o coeficiente de sustentação e o deslocamento do cilindro estão a aumentar ao longo do tempo. O coeficiente de sustentação apresenta uma amplitude de oscilação mais baixa que os casos já apresentados. Em relação ao coeficiente de arrasto, é constante ao longo do tempo e tem uma amplitude de oscilação muito larga e tem um elevado valor médio.

Na Figura 4-6 (8) observa-se um novo fenómeno. Até esta velocidade reduzida o coeficiente de sustentação e o deslocamento do cilindro estavam em fase um com o outro. Neste momento o coeficiente de sustentação ainda não saiu de fase com o deslocamento, mas observa-se a baixa drástica na amplitude do coeficiente. Consegue-se identificar as harmónicas do coeficiente. Nota-se que a amplitude do deslocamento é mais baixa que a anterior. O coeficiente de arrasto apresenta novamente um valor constante ao longo do tempo e uma amplitude de oscilação muito grande.

Aumentando a velocidade reduzida para o valor de 5, como mostra a Figura 4-6 (9), o coeficiente de sustentação e o deslocamento do cilindro encontram-se desfasados. A partir deste momento já não voltam a ficar em fase. Observa-se que a amplitude do coeficiente de sustentação aumentou e a amplitude do deslocamento diminuiu. Em relação ao coeficiente de

arrasto, apresenta novamente uma amplitude de oscilação grande, mas mais baixo que o valor anterior.

Na Figura 4-6 (10) observa-se que o coeficiente de sustentação e o deslocamento do cilindro já estão perfeitamente desfasados. A amplitude de oscilação do cilindro é mais baixa que a anterior, ao contrário da amplitude de oscilação do coeficiente de sustentação, que é mais alto. A amplitude de oscilação do coeficiente de arrasto continua a decrescer. Na Figura 4-6 (11) também se observa uma redução na amplitude do coeficiente de arrasto e no deslocamento do cilindro e um aumento no coeficiente de sustentação.

Na Figura 4-6 (12) observa-se uma redução na amplitude de oscilação do coeficiente de sustentação e arrasto e deslocamento no cilindro. Este fenómeno continua-se a manifestar aumentando a velocidade reduzida, e isto pode ser observado na Figura 4-6 (13, 14, 15, 16).

Na Figura 4-6 (17) observa-se um novo fenómeno. Nota-se uma redução muito acentuada na amplitude de oscilação dos coeficientes de arrasto e sustentação e no deslocamento do cilindro. A amplitude de oscilação do coeficiente de sustentação e do deslocamento do cilindro apresentam aproximadamente um valor idêntico, sendo a segunda vez que este facto acontece. Relembrando que a primeira vez foi com a velocidade reduzida de 4, mas a amplitude de oscilação do coeficiente de sustentação e do deslocamento do cilindro era maior.

A partir da Figura 4-6 (18) observa-se que a amplitude de oscilação do coeficiente de sustentação começa a crescer, ficando maior que a amplitude de oscilação do cilindro. Em relação ao coeficiente de arrasto, a amplitude de oscilação não se afasta muito do valor anterior. Este fenómeno é verificado à medida que se aumenta a velocidade reduzida, e pode ser visto nas Figura 4-6 (19, 20, 21, 22, 23, 24 e 25). Em todas estas figuras nota-se que a amplitude do coeficiente de arrasto e do deslocamento do cilindro mantêm-se constante, só a amplitude do coeficiente de sustentação é que sofre alterações, ficando cada vez maior.

A Tabela 19 apresenta os valores da amplitude máxima adimensional de oscilação do cilindro, os valores médios do coeficiente de arrasto, a flutuação do coeficiente de sustentação, e a razão de frequências  $f/f_n$  para cada velocidade reduzida.

Tabela 19 Amplitude máxima adimensional, média do coeficiente de arrasto, flutuação do coeficiente de sustentação e razão de frequência para o sistema massa-mola.

<b>Velocidade reduzida <math>U^*</math></b>	<b>Amplitude máxima adimensional <math>Y/D</math></b>	<b>Média do coeficiente de arrasto <math>C_{d,mean}</math></b>	<b>Flutuação do coeficiente de sustentação <math>C_{l,rms}</math></b>	<b>Razão de frequências <math>f/f_n</math></b>
1	0.0095	1.3446	0.4998	0.2
1.5	0.0243	1.3561	0.5402	0.3
2	0.0534	1.3791	0.6192	0.4
2.5	0.1217	1.4382	0.7896	0.5278
3	0.461	1.6096	1.0896	0.6621
3.5	0.5664	1.7553	1.1138	0.7777
4	0.5532	2.1532	0.4537	0.8888
4.5	0.5481	2.1897	0.0921	0.9999
5	0.5263	2.1637	0.15	1.0555
5.5	0.5109	1.9743	0.1743	1.1
6	0.4924	1.8209	0.1861	1.1334
6.5	0.4689	1.6739	0.1771	1.1141
7	0.4384	1.5288	0.1506	1.1669
7.5	0.3993	1.3684	0.0955	1.0718
8	0.3816	1.2727	0.0664	1.0664
8.5	0.361	1.2129	0.055	1.02
9	0.1203	1.1715	0.0902	1.5003
9.5	0.1227	1.1806	0.1	1.5438
10	0.1212	1.1885	0.1103	1.667
10.5	0.1212	1.1933	0.1177	1.7504
11	0.1226	1.1984	0.1243	1.8337
11.5	0.1188	1.2015	0.129	1.9171
12	0.1245	1.2044	0.1338	2.0
12.5	0.1239	1.207	0.1383	2.084
13	0.1208	1.2088	0.1413	2.1671

Como se observa na Figura 4-6, o regime periódico é atingido depois de algum tempo adimensional. Por exemplo, na Figura 4-6 (1) o regime periódico obtém-se a partir de um tempo adimensional de aproximadamente 60. Então os valores da média do coeficiente de arrasto, a flutuação do coeficiente de sustentação e o valor máximo de oscilação do cilindro são calculados com valores depois de se ter atingido o regime periódico. A razão de frequências  $f/f_n$  é a razão entre a frequência de oscilação dominante  $f$  e a frequência natural do sistema  $f_n$ . A frequência de oscilação dominante foi determinada pela análise espectral da série temporal do deslocamento do cilindro.

Em seguida são apresentados os gráficos do deslocamento adimensional  $Y/D$  do cilindro na Figura 4-7, da média do coeficiente de arrasto  $C_{d,mean}$  na Figura 4-8, da flutuação do coeficiente de sustentação  $C_{l,rms}$  na Figura 4-9 e da razão de frequências  $f/f_n$  na Figura 4-10, em função da velocidade reduzida  $U^*$ .

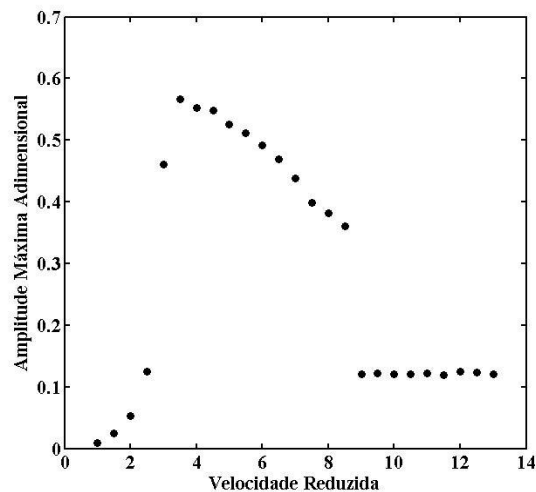


Figura 4-7 Amplitude máxima adimensional em função da velocidade reduzida do sistema massa-mola.

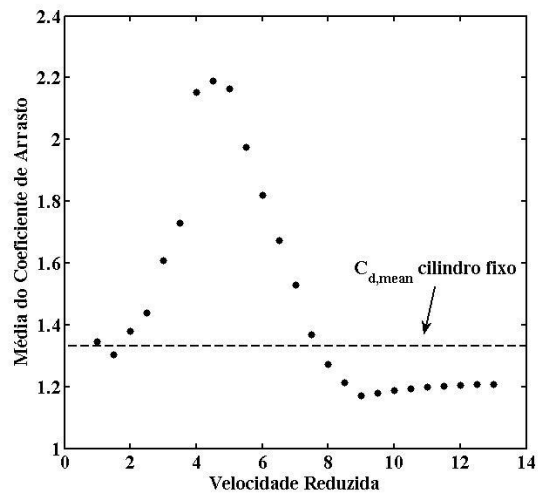


Figura 4-8 Média do coeficiente de arrasto em função da velocidade reduzida do sistema massa-mola.

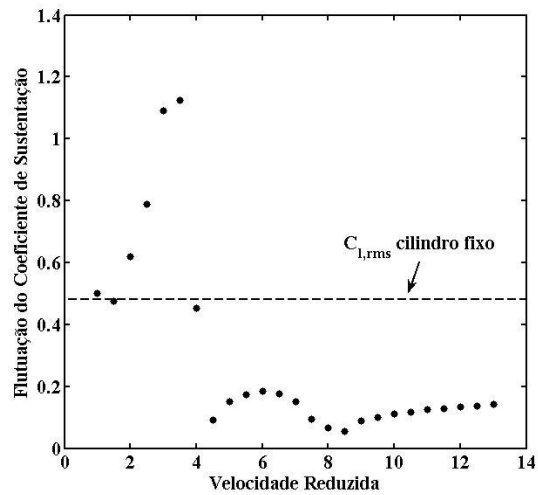


Figura 4-9 Desvio padrão do coeficiente de sustentação em função da velocidade reduzida do sistema massa-mola.

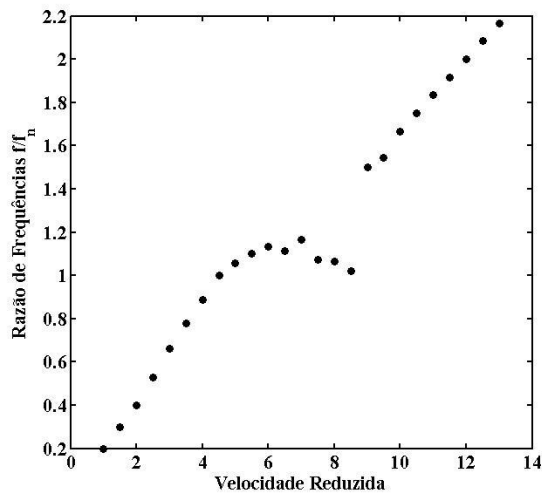


Figura 4-10 Razão de frequências em função da velocidade reduzida do sistema massa-mola.

Na Figura 4-7 está representado a amplitude adimensional de oscilação do cilindro em função da velocidade reduzida. Consegue-se identificar três respostas diferentes. Na primeira para  $1 \leq U^* \leq 2.5 \sim 3$ , nota-se que a amplitude do cilindro aumenta consideravelmente. Esta resposta identifica-se como o ramo inicial de excitação. Como visto anteriormente, no ramo inicial de excitação, os vórtices desenvolvidos na esteira são designados por 2S, ou seja, por cada período de oscilação do cilindro são libertados dois vórtices singulares. O desprendimento dos vórtices, como visto anteriormente, dá-se devido da interacção das camadas de corte, o que faz com os vórtices tenham uma forma alongada. Para  $U^* = 3 \sim 3.5$  observa-se um salto na amplitude máxima de oscilação do cilindro para valores mais elevados. Este fenómeno pode ser explicado pela mudança do ângulo de fase, que vai afetar o tipo de vórtice que é libertado na esteira. Aumentando a velocidade reduzida observa-se que o deslocamento do cilindro alcança a sua amplitude máxima o que acontece para  $U^* = 3.5$ . No gráfico também se consegue verificar que depois de se atingir a amplitude máxima, a amplitude de oscilação vai diminuindo gradualmente à medida que se aumenta a velocidade reduzida. Isto acontece para  $4 \leq U^* \leq 8.5$  e é durante esta gama de velocidade reduzidas que o sistema está em sincronização, como se vai perceber mais a frente. A esta resposta dá-se o nome de ramo inferior. No ramo inferior, os vórtices na esteira também são desprendidos segundo o padrão 2S, mas ao contrário dos vórtices libertados no ramo inicial, apresentam uma geometria e um mecanismo de desprendimento é diferente. Observa-se que vórtices são formados muito junto a esteira do cilindro e que a camada de corte tem um comprimento muito mais baixo que para velocidade reduzidas

anteriores. Assim o processo de desprendimento de vórtices não está na interação das camadas de corte, mas sim devido da própria oscilação do cilindro. Os vórtices formados têm um diâmetro mais pequeno que os vistos anteriormente. Para  $U^* = 9$  observa-se que a amplitude de oscilação do cilindro deu um salto para valores mais baixos e, como se vai ver mais a frente, este fenómeno acontece quando o sistema deixa de estar em sincronização.

Aumentado a velocidade reduzida,  $9 \leq U^* \leq 13$ , observa-se que a amplitude de oscilação do cilindro se mantém constante, apresentando um valor baixo. A esta resposta do cilindro dá-se o nome de zona de dessincronização, ou seja o sistema deixa de estar em sincronização, como se vai perceber mais à frente na Figura 4-10. Para esta gama de velocidades reduzida observa-se que a camada de corte cresce novamente, o que faz com os vórtices sejam novamente desprendidos devido da interação das camadas de corte. Como a amplitude de oscilação é muito baixa, os vórtices formam-se com um certo alongamento, o que os torna muito parecidos aos vórtices formadas para velocidade reduzidas mais baixas.

Na Figura 4-8 está representado o gráfico da média do coeficiente de arrasto em função da velocidade reduzida. Para velocidades reduzidas  $1 \leq U^* \leq 3.5$  consegue-se verificar que a média do coeficiente de arrasto aumenta gradualmente e em  $U^* = 4$  o coeficiente de arrasto médio dá um salto para um valor mais elevado. Observa-se que o sistema massa-mola atinge o máximo na velocidade reduzida  $U^* = 4.5$ . Aumentando a velocidade reduzida,  $5 \leq U^* \leq 9$ , verifica-se que a média do coeficiente de arrasto diminui gradualmente e pode-se concluir que o valor diminui enquanto o sistema está em sincronização. Quando o sistema deixa de estar em sincronização o valor da média do coeficiente de arrasto mantém-se constante à medida que se aumenta a velocidade reduzida, para  $9 \leq U^* \leq 13$ . Na Figura 4-8 a linha a tracejado representa o valor médio do coeficiente de arrasto para o cilindro fixo. Observa-se que até  $U^* = 8$  o sistema massa-mola apresenta um valor médio do coeficiente de arrasto superior ao cilindro fixo e quando o sistema está na zona de dessincronização esse valor é inferior ao do cilindro fixo.

Na Figura 4-9 está representado o desvio padrão do coeficiente de sustentação em função da velocidade reduzida. Para velocidades reduzidas  $1 \leq U^* \leq 3.5$  a flutuação do coeficiente de sustentação cresce acentuadamente até atingir o máximo em  $U^* = 3.5$ . Este fenómeno acontece porque há um aumento no ângulo de fase, que vai afetar o coeficiente de sustentação. Aumentado a velocidade reduzida verifica-se uma descida muito acentuada em  $3.5 < U^* \leq 4.5$ . Como já se tinha dito anteriormente, a partir de  $U^* = 4.5$  o sistema entra em sincronização, e observa-se que a flutuação do coeficiente de sustentação aumenta até à velocidade reduzida  $U^* = 6$ , e a partir daí começa novamente a descer até  $U^* = 8.5$ . É nesta

velocidade reduzida que o sistema massa-mola atinge o valor mínimo da flutuação do coeficiente de sustentação. A partir deste momento, o sistema deixa de estar em sincronização e para  $9 \leq U^* \leq 13$  a flutuação do coeficiente começa a crescer novamente. Seriam precisos mais dados, ( $U^* > 13$ ), para verificar a tendência da flutuação do coeficiente de sustentação. Na Figura 4-9 a linha a tracejado representa o desvio padrão do coeficiente de sustentação para o cilindro fixo. Observa-se que até  $U^* = 4$  o sistema massa-mola apresenta um desvio padrão do coeficiente de sustentação superior ao cilindro fixo. A partir de  $U^* = 4$  o desvio padrão do coeficiente de sustentação do sistema massa-mola é inferior ao do cilindro fixo.

Na Figura 4-10 está representado a razão de frequências  $f/f_n$  em função da velocidade reduzida. Observa-se que para velocidades reduzidas  $1 \leq U^* < 4.5$  a frequência dominante do sistema é praticamente igual à frequência de liberação de vórtices para o cilindro fixo. Aumentando a velocidade reduzida para  $4.5 \leq U^* \leq 8.5$  o sistema entra em sincronização. No gráfico consegue-se perceber que os pontos correspondentes a esta gama de velocidade ficam constantes, não acompanhando assim a frequência de liberação de vórtices. Para velocidades reduzidas  $9 \leq U^* \leq 13$  o sistema deixa de estar em sincronização, sendo a frequência dominante de oscilação novamente igual à frequência de liberação de vórtices.

#### **4.2.2 Parte 2 – Sistema massa-mola-amortecedor**

Nesta segunda parte, vai ser abordado o estudo da vibração induzida por vórtices num cilindro fixo com uma mola e um amortecedor. A mola tem uma rigidez  $k$ , e o amortecedor tem uma constante de amortecimento  $C$ , que acoplados com o cilindro foram um sistema massa-mola-amortecedor. A Figura 4-11 representa um esquema do sistema massa-mola utilizado no OpenFoam.

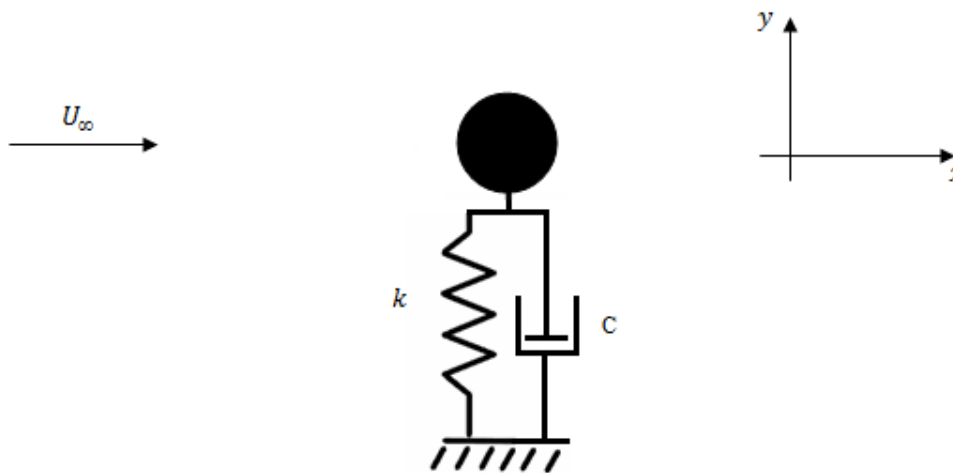


Figura 4-11 Esquema representativo do sistema mass-mola-amortecedor utilizado no OpenFoam.

Como dito anteriormente, o fator de amortecimento  $\xi$  é igual a soma da componente de amortecimento estrutural, do amortecimento material e do amortecimento do fluido. Como o fluido em estudo é um gás muito pouco denso, despreza-se o amortecimento do fluido, e como referido anteriormente o amortecimento material também é desprezado. Assim o fator de amortecimento total  $\xi$  vai ser igual ao fator de amortecimento estrutural. Nesta dissertação foi escolhido um fator de amortecimento da ordem dos usados nas estruturas civis,  $\xi = 0.05$ , Blevins (1977). O fator de amortecimento não pode ser muito próximo de 0 senão a resposta do sistema tinha características de um sistema massa-mola. Assim, foi escolhido um fator de amortecimento desta ordem para que o sistema tenha a resposta esperada neste tipo de estudo. Como visto anteriormente, o fator de amortecimento influencia o parâmetro razão de massa – amortecimento  $m^* \xi$ , e este parâmetro influencia a resposta do cilindro. Também influencia o parâmetro de estabilidade  $K_s$  e o parâmetro Skop-Griffin  $S_G$ . A Tabela 20 apresenta os parâmetros adimensionais relevantes para o estudo.

Tabela 20 Parâmetro adimensionais do estudo.

<b>Parâmetro adimensional</b>	<b>Valor</b>
$M^*$	1
$m^*$	1.27
$m^* \xi$	0.0635
$K_s$	0.628
$S_G$	0.152

O valor da constante de amortecimento  $C$  calcula-se a partir do valor do fator de amortecimento  $\xi$ , usando a equação 2.19. O valor da constante de rigidez da mola é o mesmo para o caso do sistema massa-mola. Tal como procedido anteriormente, do OpenFoam calcula-se o coeficiente de arrasto  $C_d$ , o coeficiente de sustentação  $C_l$  e o deslocamento do cilindro  $Y$ . Como procedido anteriormente, utiliza-se o Matlab para apresentar os resultados pretendidos e para calcular os valores do coeficiente de arrasto médio  $C_{d,mean}$ , a flutuação do coeficiente de sustentação  $C_{l,rms}$  e a amplitude máxima de oscilação do cilindro adimensional  $Y/D$  para cada velocidade reduzida. A Tabela 21 apresenta os valores da rigidez da mola e da constante de amortecimento utilizados no OpenFoam, e também a razão de frequências  $f_n/f_{st}$ .

Tabela 21 Valores da rigidez da mola, constante de amortecimento e razão de frequências.

<b>Velocidade reduzida <math>U^*</math></b>	<b>Frequência natural do sistema <math>f_n(Hz)</math></b>	<b>Rigidez da mola <math>k (N/m)</math></b>	<b>Constante de amortecimento <math>C (Ns/m)</math></b>	<b>Razão de frequências <math>f_n/f_{st}</math></b>
1	1	39.5	0.63	5.1
1.5	0.667	17.6	0.42	3.4
2	0.5	9.87	0.31	2.55
2.5	0.4	6.32	0.25	2.04
3	0.333	4.38	0.21	1.7
3.5	0.286	3.23	0.18	1.46
4	0.25	2.47	0.16	1.27
4.5	0.222	1.95	0.14	1.13
5	0.2	1.58	0.13	1.02
5.5	0.182	1.31	0.11	0.93
6	0.167	1.1	0.1	0.85
6.5	0.154	0.94	0.097	0.78
7	0.143	0.81	0.09	0.73
7.5	0.133	0.7	0.084	0.68
8	0.125	0.62	0.079	0.64
8.5	0.118	0.55	0.074	0.6
9	0.111	0.49	0.07	0.57
9.5	0.105	0.44	0.066	0.54
10	0.1	0.39	0.062	0.51
10.5	0.095	0.36	0.06	0.49
11	0.091	0.33	0.057	0.46
11.5	0.087	0.3	0.055	0.44
12	0.083	0.27	0.052	0.42
12.5	0.08	0.25	0.05	0.41
13	0.077	0.23	0.048	0.39

Como se observa na Tabela 21, a velocidade reduzida  $U^*$  é inversamente proporcional à frequência natural do sistema  $f_n$ , que por sua vez é diretamente proporcional à rigidez  $k$  do sistema e à constante de amortecimento  $C$ . Assim à medida que se aumenta a velocidade reduzida, a rigidez e o amortecimento do sistema diminuem.

Na Figura 4-12 estão representados as séries temporais do coeficiente de arrasto  $C_d$ , do coeficiente de sustentação  $C_l$  e do deslocamento do cilindro adimensional  $Y/D$  em função do tempo de simulação. Em seguida é feita uma análise de cada resultado.

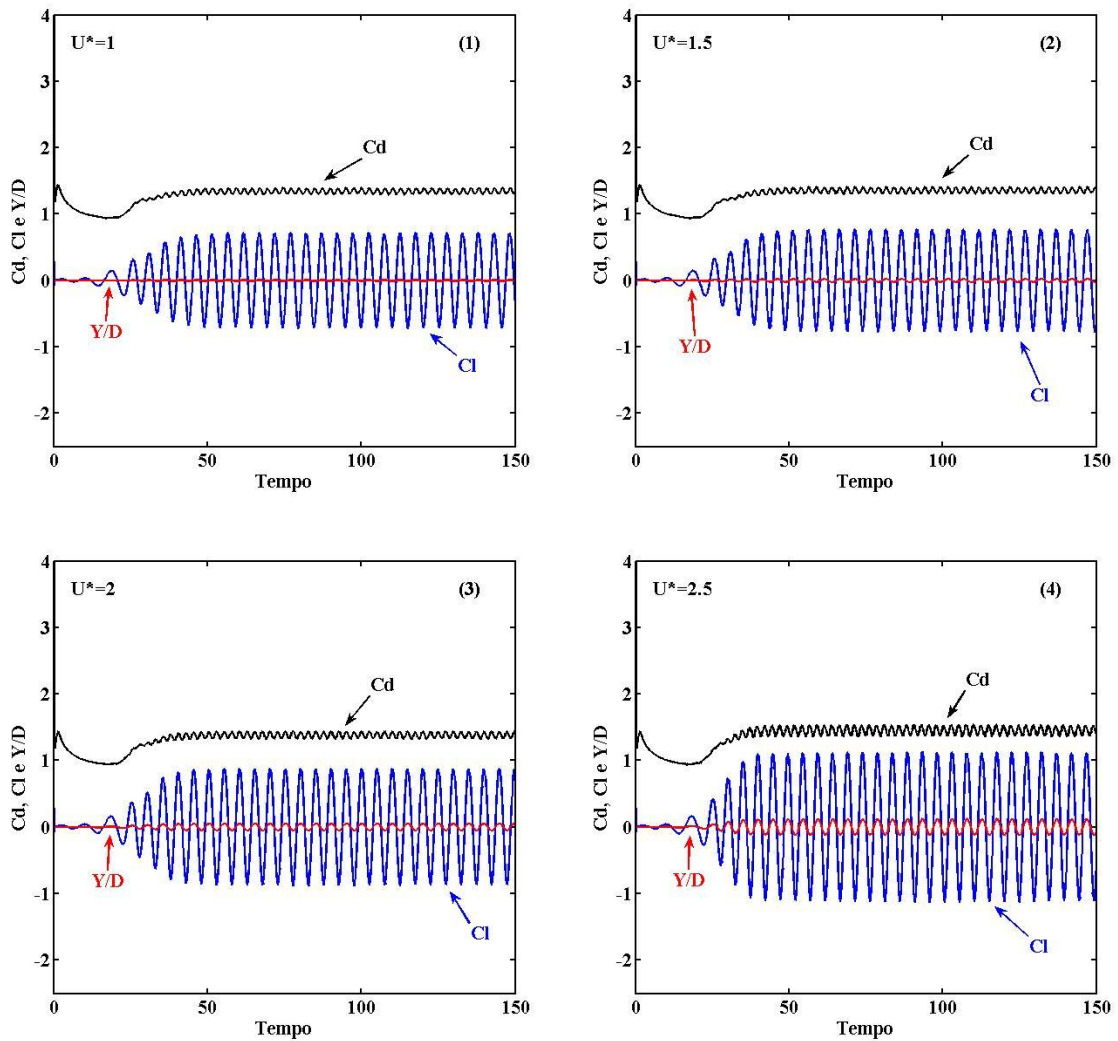


Figura 4-12 Coeficientes de arrasto, de sustentação e deslocamento ao longo do tempo do sistema massa-mola-amortecedor (cont.)

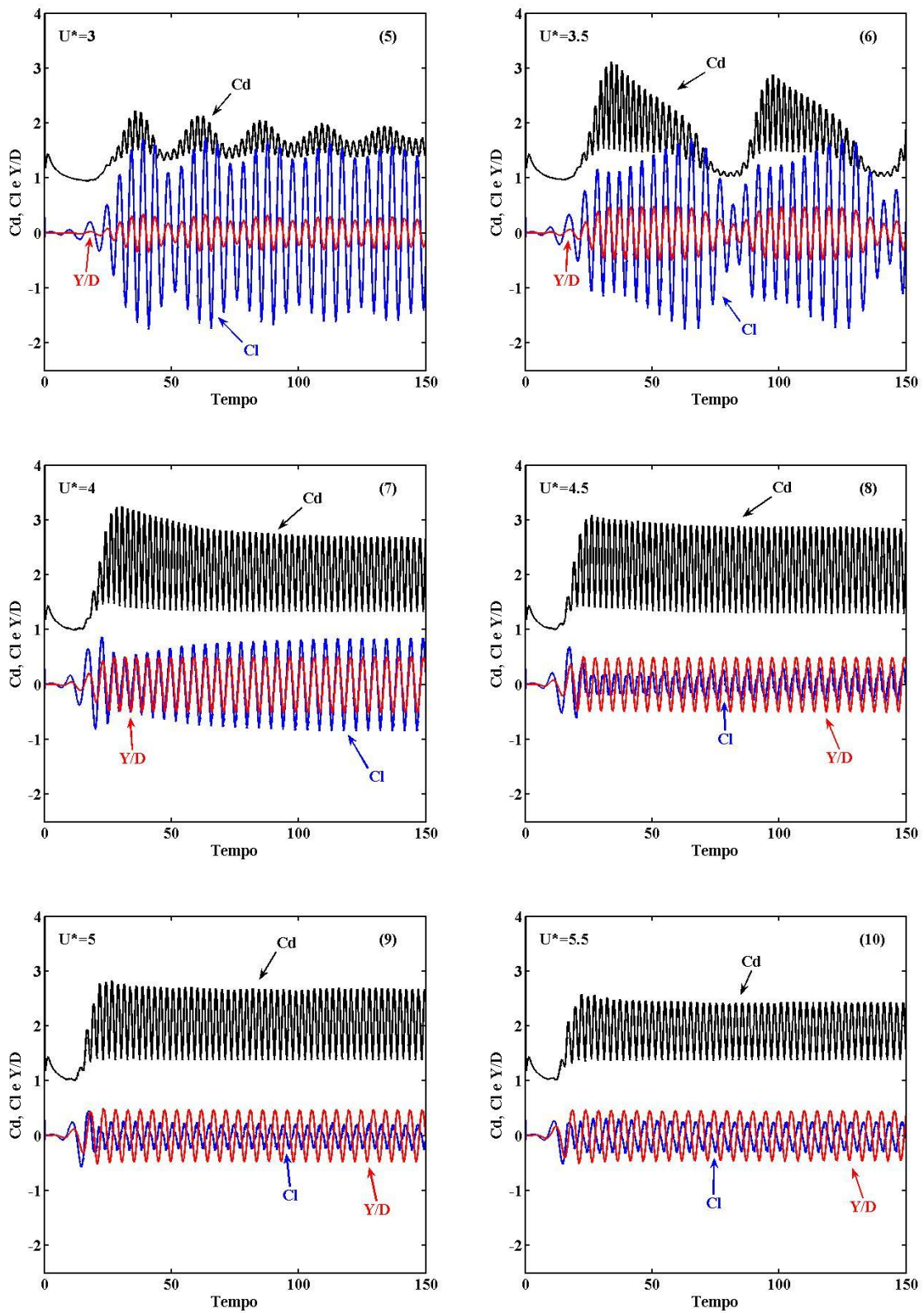


Figura 4-12 Coeficientes de arrasto, de sustentação e deslocamento do cilindro ao longo do tempo do sistema massa-mola-amortecedor para  $U^*$  de 1 até 13 (cont.)

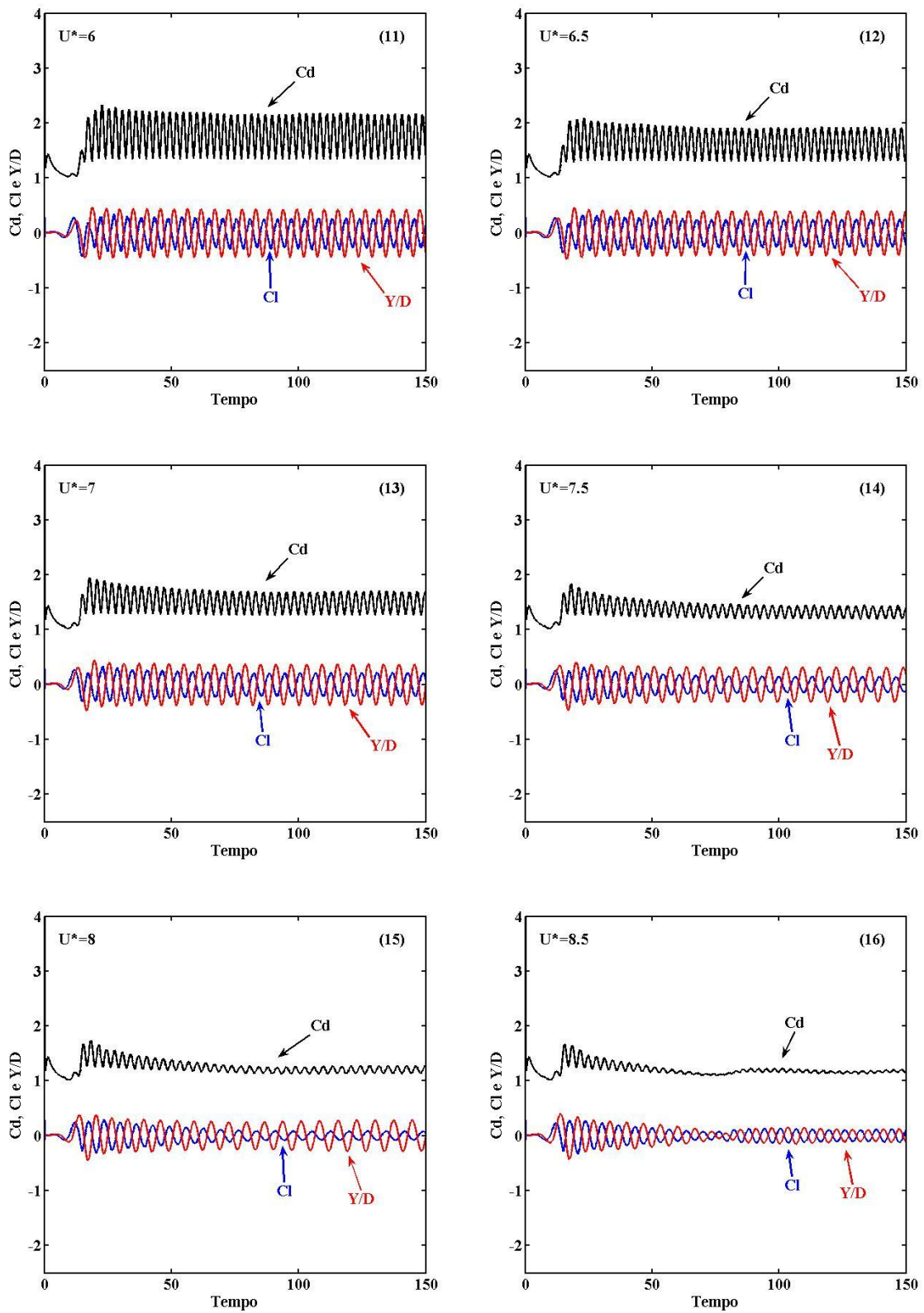


Figura 4-12 Coeficientes de arrasto, de sustentação e deslocamento do cilindro ao longo do tempo do sistema massa-mola-amortecedor para  $U^*$  de 1 até 13 (cont.)

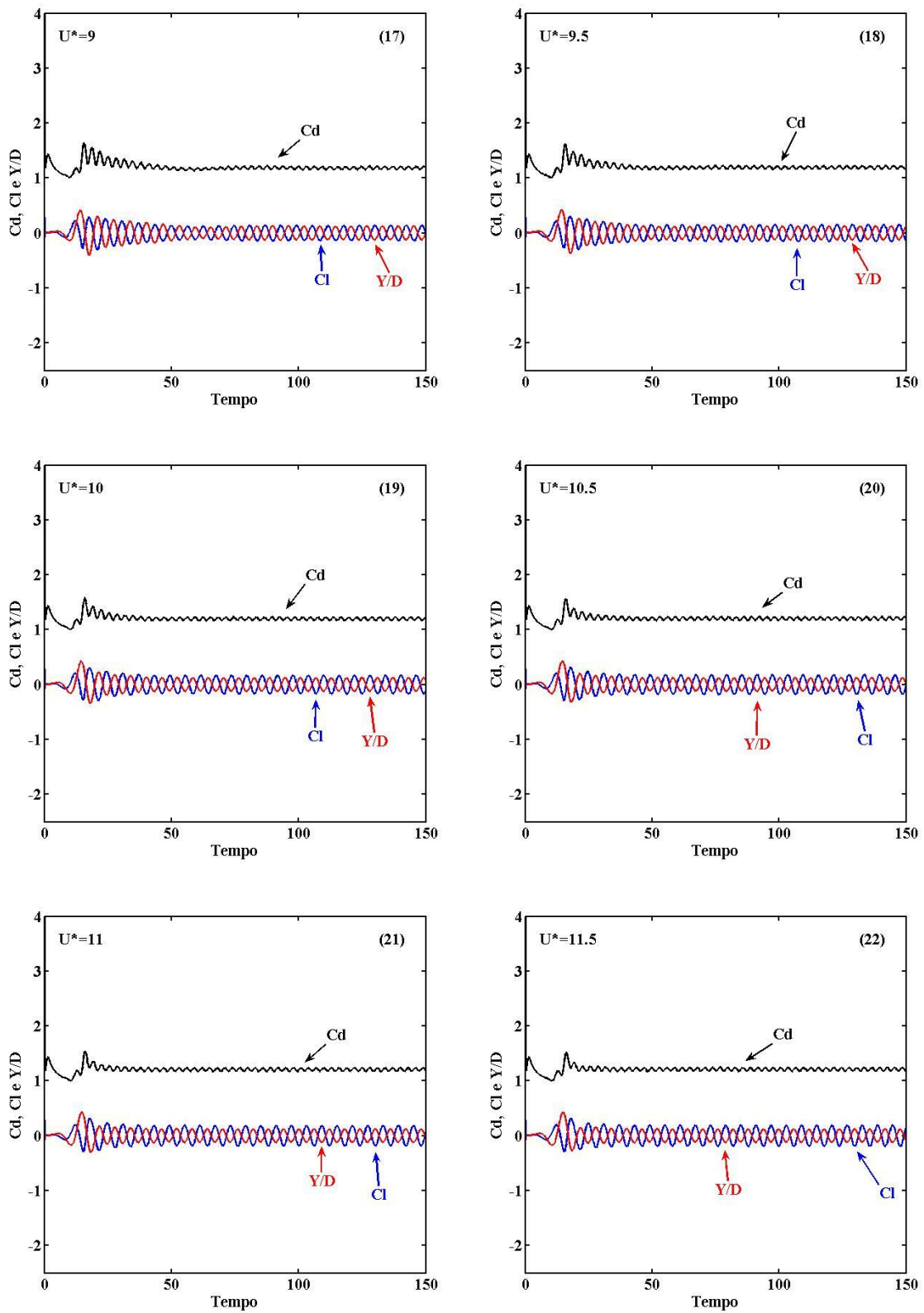


Figura 4-12 Coeficientes de arrasto, de sustentação e deslocamento do cilindro ao longo do tempo do sistema massa-mola-amortecedor para  $U^*$  de 1 até 13 (cont.)

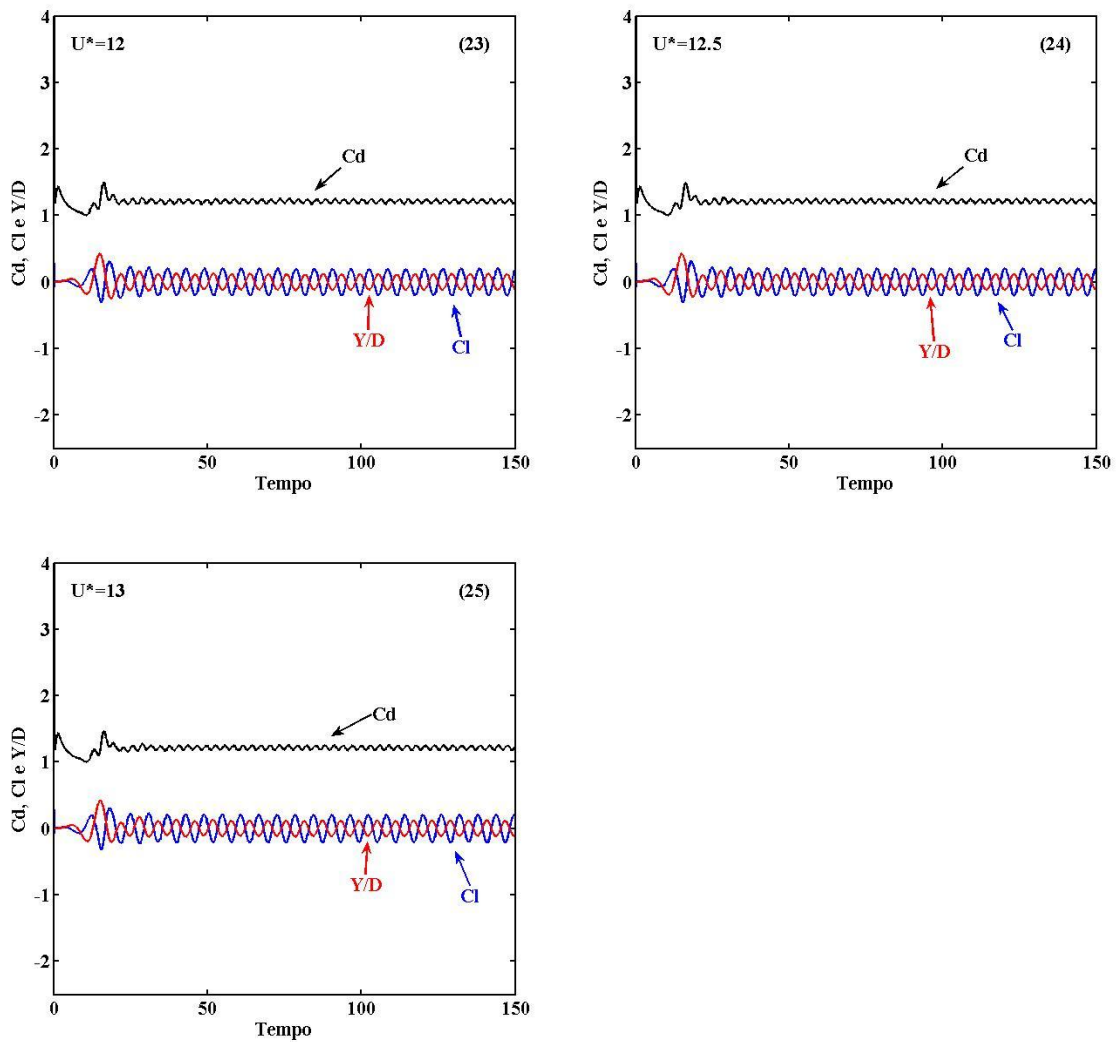


Figura 4-12 Coeficientes de arrasto, de sustentação e deslocamento do cilindro ao longo do tempo do sistema massa-mola-amortecedor para  $U^*$  de 1 até 13.

Como visto anteriormente para o caso sistema massa-mola, para baixos valores de velocidade reduzida a resposta do cilindro oscilatório é muito parecida com a resposta do cilindro fixo. No sistema massa-mola-amortecedor o valor da rigidez  $k$  da mola é igual ao do sistema massa-mola, e para velocidade reduzidas baixas esse valor é muito grande, o que impede o que dificulta o movimento oscilatório do cilindro. Também se verifica que os coeficientes de arrasto e sustentação estão muito próximos dos valores para o cilindro fixo. Isto pode ser observado na Figura 4-12 (1, 2, 3, 4). Consegue-se observar uma evolução dos coeficientes de arrasto e sustentação e do deslocamento do cilindro à medida que se aumenta a velocidade reduzida.

Aumentando a velocidade reduzida o cilindro tem uma resposta diferente das vistas anteriormente. Pode ser visto na Figura 4-12 (5) em que o coeficiente de sustentação e o deslocamento do cilindro apresentam o fenómeno de batimento. Este fenómeno foi visto anteriormente para o sistema massa-mola para a mesma velocidade reduzida. O coeficiente de sustentação não tem uma amplitude constante ao longo do tempo, estando sempre a variar. A amplitude do deslocamento do cilindro é constante em grande parte do período, havendo um instante em que baixa um pouco. Em relação ao coeficiente de arrasto nota-se que a amplitude não é constante ao longo do tempo em que, num período a amplitude atinge um máximo e um mínimo. Observa-se que quando atinge o mínimo, a amplitude do deslocamento do cilindro também atinge o mínimo.

Na Figura 4-12 (6) o coeficiente de sustentação e o deslocamento do cilindro também apresentam o fenómeno de batimento, com um período muito grande. Observa-se que num período, o coeficiente de sustentação tem uma amplitude que nunca chega a estar constante. Enquanto para o deslocamento do cilindro nota-se que durante uma grande parte do período a amplitude mantém-se constante até que baixa, recomeçando o ciclo. Em relação ao coeficiente de arrasto nota-se que num período a sua amplitude também não tem um valor constante. A amplitude do coeficiente de arrasto atinge o seu máximo e começa a decrecer até certo momento em que tem uma amplitude de oscilação baixa, sendo o seu valor médio menor que no restante período.

Aumentando a velocidade reduzida para o valor de 4, Figura 4-12 (7), observa-se que a amplitude do deslocamento do cilindro apresenta um valor constante ao longo do tempo. Em relação ao coeficiente de arrasto observa-se que a amplitude de oscilação vai diminuindo ligeiramente, e o coeficiente de sustentação tem uma amplitude maior que o deslocamento, e a sua amplitude vai aumentando ao longo do tempo.

Até esta velocidade reduzida o coeficiente de sustentação e o deslocamento do cilindro estavam em fase um com o outro, mas a partir da velocidade reduzida de 4.5 vão deixar de estar, como pode ser observado na Figura 4-12 (8). O coeficiente de sustentação vai sair em fase com o deslocamento do cilindro e isso nota-se na descida da amplitude do coeficiente de sustentação. A amplitude de oscilação do cilindro mantém-se mais ou menos constante. Em relação ao coeficiente de arrasto, a amplitude mantém-se constante ao longo do tempo, apresentando uma amplitude de resposta grande.

Na Figura 4-12 (9) observa-se que a amplitude dos coeficientes de sustentação e de arrasto e o deslocamento do cilindro baixou em relação à velocidade reduzida anterior. Verifica-

se que o coeficiente de sustentação e o deslocamento do cilindro ainda não estão perfeitamente desfasados. Aumentando a velocidade reduzida, Figura 4-12 (10), observa-se que a amplitude do coeficiente de sustentação aumentou em relação à velocidade reduzida anterior, a amplitude de oscilação do cilindro e do coeficiente de arrasto diminuíram. Para esta velocidade reduzida, o coeficiente de sustentação e o deslocamento do cilindro ainda não estão perfeitamente desfasados.

Na Figura 4-12 (11) já se consegue observar que o coeficiente de sustentação e o deslocamento do cilindro estão em anti fase. A partir deste momento já não voltam a ficar em fase. Nota-se um novo aumento na amplitude de oscilação do coeficiente de sustentação, e uma nova descida na amplitude de oscilação do coeficiente de arrasto e do deslocamento do cilindro. Na Figura 4-12 (12), observa-se que a amplitude de oscilação dos coeficientes de arrasto e sustentação e deslocamento do cilindro desceram, e aumentando a velocidade reduzida este fenómeno continua a ser perceptível, como se observa na Figura 4-12 (13, 14, 15).

Na Figura 4-12 (16) observa-se que a amplitude de oscilação do cilindro baixou muito em relação à velocidade reduzida anterior. Constata-se que a amplitude do coeficiente de sustentação e do deslocamento do cilindro têm praticamente o mesmo valor máximo. O coeficiente de arrasto, apresenta uma amplitude de oscilação muito baixa. Aumentando a velocidade reduzida, Figura 4-12 (17), a amplitude do coeficiente de arrasto mantém-se praticamente igual em relação à velocidade reduzida anterior e a amplitude do coeficiente de sustentação aumenta. Também há uma redução na amplitude do deslocamento do cilindro.

A partir da Figura 4-12 (18) observa-se que a amplitude de oscilação do coeficiente de sustentação começa a crescer, ficando maior que a amplitude de oscilação do cilindro. Em relação ao coeficiente de arrasto, a amplitude de oscilação não se altera muito do valor anterior. Este fenómeno é observado à medida que se aumenta a velocidade reduzida, e pode ser visto nas Figura 4-12 (19, 20, 21, 22, 23, 24 e 25). Em todas estas figuras verifica-se que a amplitude do coeficiente de arrasto e do deslocamento do cilindro se mantém constante. Apenas a amplitude do coeficiente de sustentação é que sofre alterações, ficando cada vez maior.

A Tabela 22 apresenta os valores da amplitude máxima adimensional de oscilação do cilindro, os valores médios do coeficiente de arrasto, a flutuação do coeficiente de sustentação e a razão de frequências  $f/f_n$  para cada velocidade reduzida.

Tabela 22 Amplitude máxima adimensional, média do coeficiente de arrasto, flutuação do coeficiente de sustentação e razão de frequência para o sistema massa-mola-amortecedor.

<b>Velocidade reduzida <math>U^*</math></b>	<b>Amplitude máxima adimensional <math>Y/D</math></b>	<b>Média do coeficiente de arrasto <math>C_{d,mean}</math></b>	<b>Flutuação do coeficiente de sustentação <math>C_{l,rms}</math></b>	<b>Razão de frequências <math>f/f_n</math></b>
1	0.0095	1.3449	0.5	0.2
1.5	0.0244	1.3573	0.5411	0.3
2	0.0533	1.3834	0.6198	0.4
2.5	0.1223	1.4509	0.7939	0.528
3	0.3102	1.6123	1.0456	0.6
3.5	0.49	1.6757	0.9387	0.746
4	0.5075	2.0038	0.5508	0.844
4.5	0.5015	2.0561	0.1898	0.95
5	0.4797	2.0305	0.1378	1.055
5.5	0.463	1.9064	0.1724	1.1
6	0.4417	1.761	0.1838	1.133
6.5	0.4159	1.6174	0.1753	1.156
7	0.388	1.4919	0.1565	1.166
7.5	0.322	1.3233	0.1018	1.167
8	0.2842	1.2003	0.0578	1.07
8.5	0.1515	1.1724	0.0827	1.288
9	0.1303	1.1853	0.0978	1.5
9.5	0.1271	1.1926	0.1083	1.584
10	0.1262	1.999	0.1195	1.667
10.5	0.1258	1.2044	0.1258	1.75
11	0.125	1.2071	0.1301	1.8337
11.5	0.1246	1.2105	0.1357	1.9171
12	0.1245	1.2132	0.1413	2.0004
12.5	0.1244	1.215	0.1448	2.0838
13	0.1241	1.2167	0.1482	2.1671

Como feito anteriormente, os valores da média do coeficiente de arrasto, a flutuação do coeficiente de sustentação e o valor máximo de oscilação do cilindro são calculados depois de se atingir o regime periódico. A razão de frequências  $f/f_n$  é a razão entre a frequência de oscilação dominante  $f$  e a frequência natural do sistema  $f_n$ . A frequência de oscilação dominante foi calculada a partir de uma análise espectral da série temporal do deslocamento do cilindro.

De seguida são apresentados os resultados do deslocamento adimensional  $Y/D$  do cilindro, na Figura 4-13, da média do coeficiente de arrasto  $C_{d,mean}$ , na Figura 4-14, da flutuação do coeficiente de sustentação  $C_{l,rms}$ , na Figura 4-15, e da razão de frequências  $f/f_n$ , na Figura 4-16 em função da velocidade reduzida  $U^*$ .

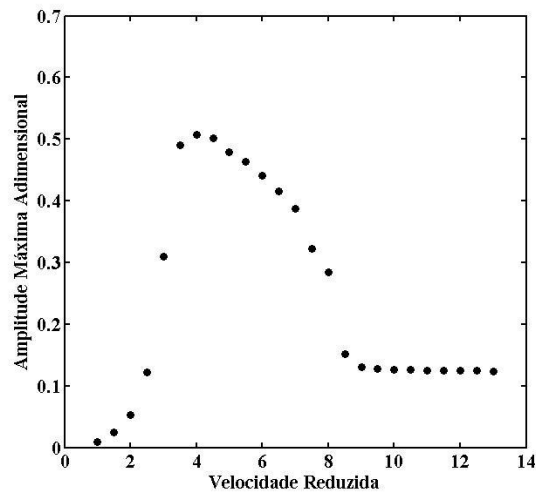


Figura 4-13 Amplitude máxima adimensional em função da velocidade reduzida do sistema massa-mola-amortecedor.

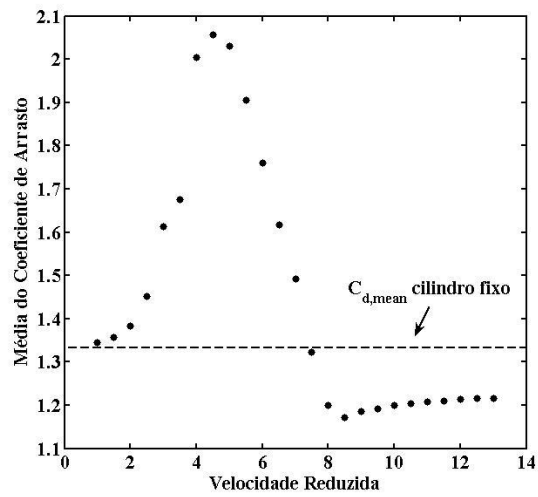


Figura 4-14 Média do coeficiente de arrasto em função da velocidade reduzida do sistema massa-mola-amortecedor.

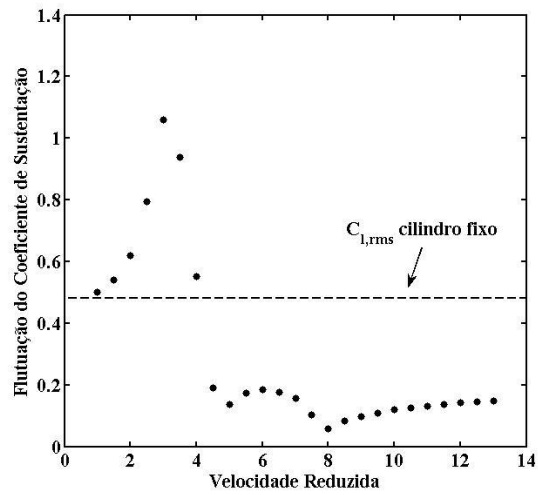


Figura 4-15 Desvio padrão do coeficiente de sustentação em função da velocidade reduzida do sistema massa-mola-amortecedor.

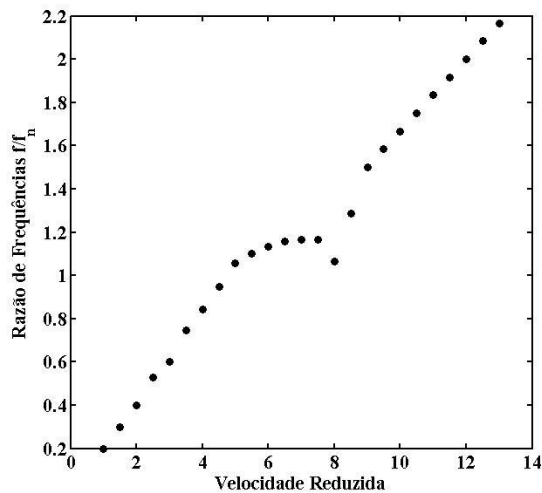


Figura 4-16 Razão de frequências em função da velocidade reduzida do sistema massa-mola-amortecedor.

Na Figura 4-13 está representada a amplitude adimensional de oscilação do cilindro em função da velocidade reduzida. Conseguem-se identificar três respostas diferentes. Na primeira para  $1 \leq U^* \leq 3$ , verifica-se que a amplitude do cilindro aumenta consideravelmente. Esta resposta identifica-se como o ramo inicial de excitação. Como visto anteriormente, no ramo Inicial de excitação, os vórtices desenvolvidos na esteira são designados por 2S, ou seja, por cada período de oscilação do cilindro são libertados dois vórtices singulares. A formação e o desprendimento de vórtices para esta gama de velocidade reduzida é muito idêntica ao do sistema massa-mola. Para a velocidade reduzida  $U^* = 3$  verifica-se que o valor da amplitude máxima do cilindro aumentou consideravelmente em relação aos valores anteriores. Aumentando a velocidade reduzida para  $U^* = 3.5$  observa-se um novo salto no valor da amplitude máxima do cilindro. Como visto anteriormente, este fenómeno é devido à mudança do ângulo de fase.

Para velocidades reduzidas  $U^* = 4$  verifica-se que o deslocamento do cilindro alcança a sua amplitude máxima. Aumentando a velocidade reduzida,  $4.5 \leq U^* \leq 8$ , observa-se que depois de se atingir a amplitude máxima, este valor vai diminuindo gradualmente. Isto acontece enquanto o sistema está em sincronização, como se vai perceber mais a frente. A esta resposta dá-se o nome de ramo Inferior. No ramo inferior, os vórtices na esteira também são desprendidos segundo o padrão 2S, mas ao contrário dos vórtices libertados no ramo inicial, apresentam uma geometria e um mecanismo de desprendimento é diferente. Para este sistema, os vórtices também são formados muito junto a esteira do cilindro, o que implica que a camada de corte tenha um comprimento muito reduzido e faz com que o desprendimento não dê devido

da interação das camadas de corte, tal como acontece no sistema massa-mola. Para a velocidade reduzida  $U^* = 8.5$  a amplitude de oscilação do sistema tem um salto para um valor mais baixo, e como se vai ver mais a frente, este ponto corresponde à saída do sistema da zona de sincronização.

Aumentado a velocidade reduzida,  $9 \leq U^* \leq 13$ , observa-se que a amplitude de oscilação do cilindro se mantém constante, apresentando um valor baixo. A esta zona da resposta dá-se o nome de dessincronização, ou seja o sistema deixa de estar em sincronização, como se vai perceber mais à frente.

Na Figura 4-14 está representado o gráfico da média do coeficiente de arrasto em função da velocidade reduzida. Para velocidades reduzidas  $1 \leq U^* \leq 3.5$  consegue-se verificar que a média do coeficiente de arrasto aumenta gradualmente. Em  $U^* = 4$  observa-se um salto para valores mais elevados. O sistema atinge o máximo na velocidade reduzida  $U^* = 4.5$ . Aumentando a velocidade reduzida,  $5 \leq U^* \leq 8.5$ , verifica-se que a média do coeficiente de arrasto diminui gradualmente podendo-se concluir, que o valor diminui enquanto o sistema está em sincronização. Quando o sistema deixa de estar em sincronização o valor da média do coeficiente de arrasto mantém-se quase constante à medida que se aumenta a velocidade reduzida, isto acontece para  $9 \leq U^* \leq 13$ . Na Figura 4-14 a linha a tracejado representa o valor médio do coeficiente de arrasto para o cilindro fixo. Observa-se que até  $U^* = 7.5$  o sistema massa-mola apresenta um valor médio do coeficiente de arrasto superior ao cilindro fixo e quando o sistema está na zona de dessincronização esse valor é inferior ao do cilindro fixo.

Na Figura 4-15 está representado a flutuação do coeficiente de sustentação em função da velocidade reduzida. Para velocidades reduzidas  $1 \leq U^* \leq 3$  a flutuação do coeficiente de sustentação cresce acentuadamente até atingir o máximo em  $U^* = 3$ . Como visto anteriormente, este fenómeno é devido à mudança do ângulo de fase que vai afectar as forças de sustentação. Aumentado a velocidade reduzida observa-se uma descida muito acentuada entre  $3 < U^* \leq 5$ . Como já se tinha dito anteriormente, a partir de  $U^* = 5$  o sistema está em sincronização. Observa-se que a flutuação do coeficiente de sustentação aumenta até a velocidade reduzida  $U^* = 6$  e a partir daí começa novamente a descer até  $U^* = 8$ . É nesta velocidade reduzida que o sistema massa-mola-amortecedor atinge o valor mínimo da flutuação do coeficiente de sustentação. A partir desta velocidade reduzida o sistema deixa de estar em sincronização. Aumentando a velocidade reduzida  $8.5 \leq U^* \leq 13$ , a flutuação do coeficiente começa a crescer novamente, estando o sistema na zona de dessincronização. Na Figura 4-15 a linha a tracejado representa o desvio padrão do coeficiente de sustentação para o cilindro fixo. Observa-

se que até  $U^* = 4$  o sistema massa-mola apresenta um desvio padrão do coeficiente de sustentação superior ao cilindro fixo. A partir de  $U^* = 4$  o desvio padrão do coeficiente de sustentação do sistema massa-mola é inferior ao do cilindro fixo.

Na Figura 4-16 está representado a razão de frequências  $f/f_n$  em função da velocidade reduzida. Observa-se que para velocidades reduzidas  $1 \leq U^* < 4.5$  a frequência dominante do sistema é praticamente igual à frequência de liberação de vórtices para o cilindro fixo. Aumentando a velocidade reduzida para  $U^* = 5$  o sistema entra em sincronização, mantendo-se assim para as velocidades reduzidas  $5 \leq U^* \leq 8$ . Os pontos, na Figura 4-16, correspondentes a esta gama de velocidade ficam constantes, não acompanhando assim a frequência de liberação de vórtices. Para velocidades reduzidas  $U^* \geq 8.5$  o sistema deixa de estar em sincronização, sendo a frequência dominante de oscilação novamente igual à frequência de liberação de vórtices.

### **4.2.3 Comparação de resultados dos sistemas massa-mola e massa-mola-amortecedor**

De seguida é feita a comparação entre as respostas do sistema massa-mola e massa-mola-amortecedor. Na Figura 4-17 está representada a amplitude máxima adimensional  $Y/D$  para os dois sistemas, massa-mola e massa-mola-amortecedor. Na Figura 4-18 está representado o coeficiente de arrasto médio  $C_{d,mean}$  para os dois sistemas. Na Figura 4-19 está representada a flutuação do coeficiente de sustentação  $C_{l,rms}$  para os dois sistemas.

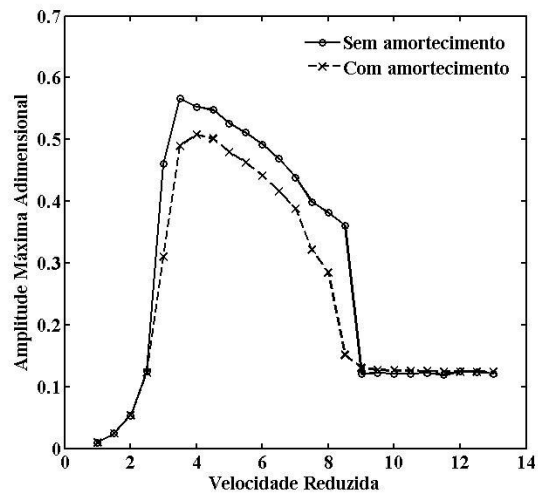


Figura 4-17 Amplitude máxima adimensional dos dois sistemas.

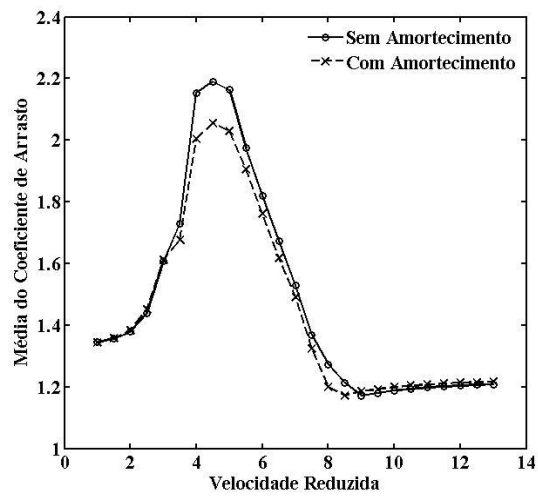


Figura 4-18 Coeficiente de arrasto médio dos dois sistemas.

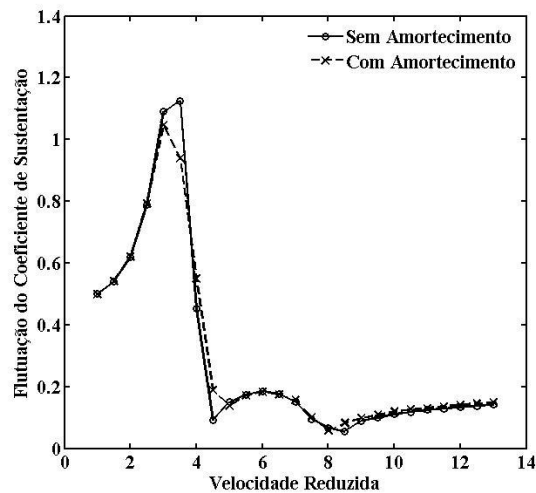


Figura 4-19 Flutuação do coeficiente de sustentação dos dois sistemas.

Como se observa na Figura 4-17, para velocidades reduzidas  $1 \leq U^* \leq 2.5$  verifica-se que a resposta do sistema massa-mola e massa-mola-amortecedor é muito parecida. Isto pode ser explicado pela razão dos valores da rigidez  $k$  da mola e da constante de amortecimento  $C$  dos sistemas, serem muito elevados, não havendo diferença se o sistema possui ou não amortecedor. Conclui-se que o amortecedor não retira energia ao sistema. Aumentando a velocidade reduzida para  $U^* = 3$  observa-se um salto na amplitude máxima dos dois sistemas para valores mais elevados, como se tinha visto anteriormente. Para este valor de velocidade reduzida verifica-se que o sistema massa-mola atinge um valor de amplitude máxima maior que o sistema massa-mola-amortecedor. Também referenciado anteriormente, os dois sistemas atingem a sua amplitude máxima em velocidades reduzidas diferentes, sendo, para o sistema massa-mola, na velocidade reduzida  $U^* = 3.5$  e para o sistema massa-mola-amortecedor na velocidade reduzida  $U^* = 4$ . Também se verifica que a amplitude máxima de oscilação do cilindro é mais elevada para o sistema massa-mola do que para o sistema massa-mola-amortecedor. Como visto anteriormente, quando os dois sistemas atingem o valor máximo de amplitude observa-se que a amplitude começa a decrescer à medida que se aumenta a velocidade reduzida, estando o sistema em sincronização.

Para a gama de velocidades reduzidas  $3 \leq U^* \leq 9$  verifica-se que o sistema massa-mola tem uma amplitude de resposta mais elevada que o sistema massa-mola-amortecedor. Nesta gama de valores, a constante de amortecimento do sistema tem um efeito mais significativa do que para a gama de velocidades reduzidas  $1 \leq U^* \leq 2.5$ . Verifica-se que o amortecedor retirou

energia do sistema, o que implica que os valores máximos da amplitude do cilindro sejam mais baixos do que no caso sem amortecedor.

Anteriormente foi visto que os dois sistemas saem da zona de sincronização em velocidades reduzidas diferentes. Para o sistema massa-mola isto verifica-se na velocidade reduzida  $U^* = 9$  e para o sistema massa-mola-amortecedor verifica-se em  $U^* = 8.5$ . Nestas duas respostas observa-se que a amplitude de oscilação do cilindro baixou consideravelmente, comparando com as velocidades reduzidas anteriores.

A zona de dessincronização, no sistema massa-mola ocorre durante  $9 \leq U^* \leq 13$ , e no sistema massa-mola-amortecedor ocorre  $8.5 \leq U^* \leq 13$ , verifica-se que amplitude máxima de oscilação do cilindro é igual para os dois sistemas. Para esta gama de velocidades reduzidas, o valor da rigidez da mola e da constante de amortecimento têm valores muito baixos, o que implica que os sistemas oscilem quase livremente, daí a resposta do sistema massa-mola-amortecedor ser idêntica à do sistema massa-mola.

Na Figura 4-18 está representado o coeficiente de arrasto médio do sistema massa-mola e massa-mola-amortecedor. Para velocidades reduzidas  $1 \leq U^* \leq 3.5$  verifica-se que o coeficiente de arrasto médio é muito parecido para os dois sistemas. Como referido anteriormente, para esta gama de velocidades reduzidas a constante de rigidez da mola e a constante de amortecimento são muito elevados, o que torna os sistemas muito rígidos. Os sistemas ao serem mais rígidos têm uma amplitude de oscilação mais baixa e, como visto anteriormente, com valores aproximadamente iguais. O coeficiente de arrasto é afectado pela amplitude do cilindro, e como nos dois sistemas as amplitudes são aproximadamente iguais o valor do coeficiente de arrasto médio também é vai ser muito idêntico.

Aumentando a velocidade reduzida,  $U^* = 4$ , observa-se que o coeficiente de arrasto médio dos dois sistemas aumentou consideravelmente. Aumentando a velocidade reduzida,  $U^* = 4.5$ , verifica-se que o coeficiente de arrasto médio atinge o valor máximo, nos dois sistemas. Verifica-se, no entanto, que o sistema massa-mola tem um coeficiente de arrasto médio mais elevado que o sistema massa-mola-amortecedor. Para a gama de velocidades reduzidas  $4.5 \leq U^* \leq 9$  observa-se, para os dois sistemas, que o valor do coeficiente de arrasto médio baixa gradualmente. Como visto anteriormente, este fenómeno acontece quando os dois sistemas estão em sincronização. Também se observa no gráfico que, para velocidades reduzidas  $4 \leq U^* \leq 9$ , o coeficiente de arrasto médio do sistema massa-mola é sempre superior ao do sistema massa-mola-amortecedor.

Aumentando a velocidade reduzida  $9 \leq U^* \leq 13$ , os sistemas saem da zona de sincronização e verifica-se que o coeficiente de arrasto médio converge para valores muito parecidos. Este fenómeno pode ser explicado devido ao facto da rigidez da mola e a constante de amortecimento terem valores muito baixos o que faz com que os sistemas vibrem quase livremente. Conclui-se que para esta gama de velocidades reduzida o amortecedor não vai afetar o coeficiente de arrasto médio.

Na Figura 4-19 está representada a flutuação do coeficiente de sustentação do sistema massa-mola e massa-mola-amortecedor. Para velocidades reduzidas  $1 \leq U^* \leq 3$  observa-se que a flutuação do coeficiente de sustentação dos dois sistemas tem valores muito próximos, e que aumenta gradualmente. Para  $U^* = 3$  verifica-se o valor máximo da flutuação do coeficiente de sustentação no sistema massa-mola-amortecedor. Para o sistema massa-mola o valor máximo atinge-se na velocidade reduzida  $U^* = 3.5$ . Para esta velocidade reduzida o sistema massa-mola amortecedor apresenta um valor da flutuação do coeficiente de sustentação mais baixo. Isto pode ser explicado pela duração do período da oscilação do coeficiente de sustentação. Ao observar a Figura 4-6 (6) e a Figura 4-12 (6) verifica-se que a curva da oscilação do coeficiente de sustentação é idêntica, mas o sistema massa-mola apresenta um período de oscilação muito maior que o sistema massa-mola-amortecedor. Este pico na resposta do dois sistemas corresponde á mudança do ângulo da fase, como visto anteriormente. Esta mudança do ângulo de fase vai afetar o padrão de vórtices libertados na esteira, que vai afectar a resposta do cilindro. Aumentando a velocidade reduzida,  $3.5 \leq U^* \leq 4.5$ , observa-se que a flutuação dos dois sistemas tem uma grande descida, que acontece instantes antes de os sistemas entrarem em sincronização. Os valores da flutuação não diferem muito do sistema massa-mola para o sistema massa-mola-amortecedor. Para a velocidade reduzida  $U^* = 5$  os sistemas já estão em sincronização observando-se que a flutuação do coeficiente de sustentação aumenta até à velocidade reduzida  $U^* = 6$  e a partir daí começa a descer novamente até a velocidade  $U^* = 8$ . Neste ponto a flutuação do coeficiente de sustentação dos dois sistemas atinge o ponto mínimo. Aumentando a velocidade reduzida,  $8.5 \leq U^* \leq 13$ , os dois sistemas estão na zona de dessincronização e verifica-se que a flutuação do coeficiente de sustentação tem tendência para aumentar, à medida que se aumenta a velocidade reduzida.

## 5 Conclusões

Esta dissertação focou-se no estudo e na validação do código numérico do OpenFoam para a simulação de um escoamento em torno de um cilindro circular. Sendo o OpenFoam uma ferramenta livre e gratuita, é de grande interesse na área da mecânica dos fluidos computacional validar este programa para a simulação de problemas desta complexidade. Numa primeira parte do estudo foi simulado um escoamento em torno de um cilindro fixo e na segunda parte foram feitos dois estudos de um escoamento em torno de um cilindro oscilatório. Nestes dois estudos do cilindro oscilatório foram comparadas as respostas de um sistema massa-mola e de um sistema massa-mola-amortecedor.

Os resultados obtidos na simulação de um escoamento em torno de um cilindro fixo foram os esperados, mas comparando com os resultados de outros autores destaca-se a importância do tamanho do domínio computacional. A malha utilizada nesta dissertação é mais pequena que a utilizada pelos outros autores e observa-se uma ligeira diferença nos resultados do coeficiente de arrasto médio, na flutuação do coeficiente de sustentação e na frequência de libertação de vórtices. Verifica-se, no entanto, que os resultados não estão longe dos resultados reais.

Os resultados da simulação do escoamento em torno de um cilindro oscilatório também estão dentro da normalidade. Através dos resultados obtidos pelos sistemas massa-mola e massa-mola-amortecedor, conclui-se que para baixas velocidades reduzidas a resposta do sistema é muito idêntica à resposta do cilindro fixo, isto em relação ao coeficiente de arrasto médio e flutuação do coeficiente de sustentação. Isto é devido ao elevado valor de rigidez da mola que torna o sistema muito rígido, o que faz com que a amplitude de oscilação do cilindro seja baixa. Isto acontece para a gama de velocidades reduzidas  $1 \leq U^* \leq 2.5$  e nestas condições os vórtices libertados na esteira seguem o padrão 2S. Aumentando a velocidade reduzida observa-se que a amplitude de oscilação do cilindro toma valores mais elevados, sendo esta resposta diferente da anterior. Este salto na amplitude deve-se ao facto de o ângulo de fase mudar fazendo com que os vórtices libertados na esteira sejam formados e desprendidos de uma maneira diferente que para velocidades reduzidas mais baixas. Os vórtices libertados seguem à mesma o padrão 2S. Depois deste fenómeno o sistema entra em sincronização e a amplitude de oscilação começa a decrescer até o sistema sair de sincronização. Para esta gama de velocidades

reduzida o sistema está na zona de dessincronização e observa-se que a amplitude de oscilação do cilindro toma valores constantes à medida que se aumenta a velocidade reduzida.

Comparando os sistemas massa-mola e massa-mola-amortecedor observa-se que para velocidades reduzidas baixas a resposta da amplitude máxima dos dois sistemas é muito idêntica. O valor da rigidez das molas é muito elevado, o que faz com que o valor da constante de amortecimento no sistema massa-mola-amortecedor não se faça sentir e a resposta seja parecida à do sistema massa-mola. Na zona de sincronização dos sistemas, observa-se que a resposta do sistema massa-mola é mais elevada do que a do sistema massa-mola-amortecedor. Conclui-se que, nesta zona, o valor da constante de amortecimento faz-se sentir, em relação à rigidez das molas, implicando que a amplitude seja mais baixa. Quando os sistemas estão na zona de dessincronização observa-se que a resposta dos dois sistemas é muito idêntica. Como visto anteriormente, nesta zona o valor da rigidez das molas e da constante de amortecimento tem valores baixos, podendo-se concluir que, para valores tão baixos de amortecimento, ou para velocidades reduzidas elevadas, o sistema massa-mola-amortecedor vibra aproximadamente da mesma maneira que o sistema massa-mola, ou seja, uma vibração quase livre.

Em relação à média do coeficiente de arrasto, conclui-se que para baixas velocidades reduzidas,  $1 \leq U^* \leq 3$ , o valor é muito idêntico para o sistema massa-mola e massa-mola-amortecedor. Isto acontece enquanto os sistemas são muito rígidos, como visto anteriormente. Quando os sistemas entram na zona sincronização conclui-se que a média do coeficiente de arrasto não é igual para os dois sistemas, sendo mais elevado para o sistema massa-mola. Este fenómeno observa-se até os sistemas saírem de sincronização, e pode ser explicado porque o coeficiente de arrasto depende da amplitude de oscilação do cilindro e como o sistema massa-mola atinge amplitudes mais elevadas, então o mesmo se verifica para a média do coeficiente de arrasto. Aumentando a velocidade reduzida,  $9 \leq U^* \leq 13$ , os dois sistemas estão na zona de dessincronização e verifica-se que a média do coeficiente de arrasto dos dois sistemas volta a ser muito idêntica. Como já referido, este fenómeno acontece porque os sistemas estão em vibração quase livre em que o efeito do amortecedor não se faz sentir. O sistema massa-mola-amortecedor tem assim o mesmo valor médio de coeficiente de arrasto do sistema massa-mola.

Em relação à resposta da flutuação do coeficiente de sustentação conclui-se que não há diferenças muito significativas do sistema massa-mola-amortecedor para o sistema massa-mola. Nos dois sistemas, para velocidades reduzidas baixas, não se observa grandes diferenças na flutuação do coeficiente de sustentação. A grande diferença na flutuação do coeficiente de sustentação dos dois sistemas está na zona de mudança do ângulo de fase que, como visto anteriormente, corresponde à alteração de formação e desprendimento de vórtices. Esta zona

corresponde à velocidade reduzida  $3 \leq U^* \leq 3.5$ , e como se observa a flutuação do sistema massa-mola é ligeiramente mais elevada do que o sistema massa-mola-amortecedor. Aumentando a velocidade reduzida, quando os dois sistemas entram na zona de sincronização também não se observa diferença na flutuação do coeficiente de sustentação. O mesmo se verifica quando os sistemas entram na zona de dessincronização.

Nesta dissertação concluiu-se que, para as condições escolhidas, número de Reynolds, geometria do cilindro e características do fluido, o amortecimento do sistema massa-mola-amortecedor só tem efeito em algumas zonas da resposta. Na amplitude máxima adimensional conclui-se que o efeito do amortecedor só tem efeito na zona de sincronização do sistema. Fora dessa zona a amplitude de oscilação do cilindro é igual num sistema massa-mola e massa-mola-amortecedor. Na média do coeficiente de arrasto conclui-se que o amortecimento também só tem efeito na zona de sincronização do sistema. Fora dessa zona a resposta do coeficiente médio do sistema massa-mola-amortecedor é igual à do sistema massa-mola. Na flutuação do coeficiente de arrasto conclui-se que o efeito do amortecedor só se faz sentir na zona de mudança do ângulo de fase, que ocorre antes do sistema entrar em sincronização. Fora desta zona verifica-se que o efeito do amortecedor no sistema massa-mola-amortecedor não interfere na flutuação do coeficiente de sustentação, sendo igual ao do sistema massa-mola.

Numa perspectiva de trabalho futuro, seria interessante dar continuidade ao trabalho desta dissertação. O escoamento em torno de cilindros oscilatórios é uma área da dinâmica dos fluidos em que ocorrem muitos fenómenos consoante as características do escoamento. Fazer um estudo como o desta dissertação mas alterando o fluido escoado de um ar para água os resultados seriam diferentes. Também seria aliciante fazer um estudo em que o cilindro tivesse dois graus de liberdade, podendo oscilar no sentido transversal e no sentido do escoamento. Seria, também, interessante comparar os resultados obtidos com os resultados a partir de uma malha maior e mais refinada.



## 6 Bibliografia

Blevins, R. D. (1977). *Flow-Induced Vibration*. Van Nostrand Reinhold Company Regional Offices, New York.

Brika, D. & Laneville, A (1993). Vortex-induced vibrations of a long flexible circular cylinder. *Journal of Fluids Mechanics*, vol. 250, 481-580.

CFD Online, Available: <http://www.cfd-online.com/> [Acedido em 2014].

Costanzi, G. (1912). Some hydrodynamic experiments. *Aeronautical Construction Factory, Corps. Of Engs, Fasc 5, vol I*, 155-192.

Didier E., (2008). Convergência assintótica das quantidades fundamentais na modelação numérica do escoamento em torno de um cilindro circular, *Proc. Conferência Nacional de Métodos Numéricos em Mecânica dos Fluidos e Termodinâmica.*, Aveiro, Portugal.

Dryden, H. L. (1941). The role of transition from laminar to turbulent flow in fluid mechanics, *University of Pennsylvania Bicentennial Conference*, 1-13.

Eiffel, G. (1912). On the resistance of spheres in air motion. *Comptes Rendus Academie des Sciences*, 155, 1597.

Feng C. C. (1968). The measurement of vortex-induced effects in flow past a stationary and oscillating circular and D-section cylinders. *Master's Thesis, University of British Columbia, Vancouver, B.C., Canada*.

Fujarra, A. L. C. (2002). *Estudos experimentais e analíticos das vibrações induzidas pela emissão de vórtices em cilindros flexíveis e rígidos*. São Paulo, USP.

Gerrard, J. H. (1966). The mechanics of the formation region of vortices behind bluff bodies. *Journal Fluid Mechanics*, 25, 401-13.

Gerrard, J. H. (1978). The wakes of cylindrical bluff bodies at low Reynolds number. *Philosophical Transactions*, A288, 351-82.

Geuzaine, C. & Remacle, J.-F. (2009). Gmsh: a three-dimensional finite element mesh generator with built-in pre- and post-processing facilities. *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 79(11), pp. 1309-1331.

- Govardhan, R. & Williamson, C. H. K. (2000). Modes of vortex formation and frequency response of a freely vibrating cylinder. *Journal of Fluid Mechanics* 420, 85-130.
- Govardhan, R. & Williamson, C. H. K. (2001). Mean and fluctuating velocity fields in the wake of a freely-vibrating cylinder. *Journal of Fluids and Structures* 15 (3), 489-501.
- Govardhan, R. & Williamson, C. H. K. (2002). Resonance forever: existence of a critical mass and an infinite regime of resonance in vortex-induced vibration. *Journal of Fluid Mechanics* 473, 147-166.
- Griffin, O. M. (1980). Vortex-excited cross-flow vibrations of a single cylindrical tube. *Journal of Pressure Vessel Technology*, vol. 102, 158-165.
- Griffin, O. M. (1992), Vortex-induced vibrations of marine structures in uniform and sheared currents, NSF Workshop on Riser Dynamics, University of Michigan.
- Griffin, O. M. & Ramberg, S. E. (1982). Some recent studies of vortex shedding with application to marine tubular and risers. *Journal of Energy Resources and Technology*, vol. 104, 2-13.
- Griffin, O. M. & Skop, R. A. & Koopmann, G. H. (1973). The vortex-excited resonant vibrations of circular cylinders. *Journal of Sound and Vibration*, vol. 31, 235-249.
- Karniadakis, G. E. & Triantafyllou, G. S. (1989). Frequency selection and asymptotic states in laminar wakes. *Journal of Fluids Mechanics*, 199, 441-469.
- Khalak A. & Williamson C. H. K (1996). Dynamics of a Hydroelastic Cylinder with Very Low Mass and Damping , *Journal of Fluids Dynamics*, 10, 455–472.
- Khalak A. & Williamson C. H. K (1997). Fluid forces and dynamics of a hydroelastic structure with very low mass and damping. *Journal of Fluids and Structures*, 11, 973-982.
- Khalak A. & Williamson C. H. K (1999). Investigation of relative effects of mass and damping in vortex-induced vibration of a circular cylinder. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics* 69, 341-350.
- Kovaszny, L. S. G. (1949J). Hot-wire investigations of the wake behind cylinders at low Reynolds number. *Proceedings Royal Society*, A198, 174-90.
- Linke, W. (1931). New measurements on aerodynamics of cylinders particularly their friction resistance. *Physikalische Zeitschrift*, 32, 900-14.

MATLAB Release 2013a, The MathWorks, Inc., Natick, Massachusetts, United States.

OpenCFD Ltd., “The OpenFOAM Foundation,” The OpenFOAM Foundation, Available: <http://www.openfoam.org/version2.2.1/>. [Acedido em 2014].

OpenCFD Ltd., “The Open Source CFD Tollbox – User Guide” The OpenFOAM Foundation, Available: <http://foam.sourceforge.net/docs/Guides-a4/UserGuide.pdf> [Acedido em 2014].

Parxotomo, D. (2011). Redução de esforços num cilindro circular usando dois pequenos cilindros de controlo na esteira.

Posdziech O., Grundmann R (2007J). A systematic approach to the numerical calculation of fundamental quantities of the two-dimensional flow over a circular cylinder. *Journal of Fluids and Structures*, 23, 479-499.

Rao, S. S. (2008). *Vibrações Mecânicas*. Pearson Prentice Hall, São Paulo.

Reynolds, O. (1883). An experimental investigation of the circumstances which determine whether the motion of water shall be direct or sinuous, and the law of resistance in parallel channels. *Philosophical Transactions*, 174, 935-82.

Ribeiro, P. A. R. (2002). Desprendimento de vórtices e controle em esteira de cilindros por simulação numérica direta. Porto Alegre. PPGRHSA, UFRGS.

Rosko, A. (1954). On the development of turbulent wakes from vortex streets. National Advisory Committee for Aeronautics, NACA TR 1191.

Rosko, A. & Fiszdon, W. (1969). On the persistence of transition in the near wake. *Problems of Hydrodynamics and Continuum Mechanics*, SIAM.

Sarpkaya, T. (1979). Vortex- induced oscillations. *Journal of Applied Mechanics*, vol. 46, 241-258.

Schlichting, H. (1960). *Boundary layer theory*. Mcgraw-Hill, New York.

Sumer, B. M. & Fredsoe, J. (1997). *Hydrodynamics around cylindrical structures*. Singapura: World Scientific Publishing.

The ParaView Guide: A Parallel Visualization Application by Utkarsh Ayachit. Published by Kitware Inc. in 2015, Clifton Park, NY.

Thomson, W. T. (1978). Teoria da vibração com aplicações. Rio de Janeiro: Editora Interciência.

Unofficial OpenFOAM Wiki, Available: [https://openfoamwiki.net/index.php/Main\\_Page](https://openfoamwiki.net/index.php/Main_Page) [Acedido em 2014].

Versteeg, H. & Malalasekera, W. (1995). "An Introduction to Computational Fluid Dynamics: The Finite Volume Method", Longman Scientific & Technical.

Vikestad, K. & Vandiver, J. K. & Larsen, C. M. (2000). Added mass and oscillation frequency for a circular cylinder subjected to vortex-induced vibrations and external disturbance. *Journal of Fluids and Structures* 14, 1071-1088.

Williamson, C. H. K. (1989a). Oblique and parallel mode of vortex shedding in the wake of a circular cylinder at low Reynolds numbers. *Journal Fluid Mechanics*, 206, 579-627.

Williamson, C. H. K. (1989b). Three dimensional aspects and transition in the wake of a circular cylinder. 7<sup>th</sup> Symposium Turbulent Shear Flows, Stanford, CA.

Williamson, C. H. K., (1996). Vortex dynamics in the cylinder wake. *Annual Review of Fluid Mechanics* 28, 477-539.

Williamson, C. H. K., & Govardhan, R. (2004). Vortex-Induced Vibrations. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 36(1982), 413-455.

Williamson, C. H. K. & Roshko, A. (1988). Vortex formation in the wake of an oscillating cylinder, *Journal of fluids and structures* 2 (4), 355-381.

Zdravkovich, M. M. (1992). A reflection on two modes of eddy shedding at  $Re=180-300$ . IUTAM Symposium, Bluff Body Wakes, Dynamics and Instabilities, Göttingen, 631-9. Springer, Berlin.

Zdravkovich, M. M. (1997). Flow around circular cylinder, Volume 1: Fundamentals, Oxford University Press Inc, New York.

Zhou, C. Y. & So, R.M. & Lam, K. (1998). Vortex-Induced Vibrations of an elastic circular cylinder. *Journal of Fluids and Structures* 13, 165-189.

