

**Investigação
em Educação
Matemática**

2022

Desenvolvimento Curricular



sociedade
portuguesa de
investigação em
educação
matemática

Livro de Atas do EIEM 2022

Encontro de Investigação em Educação Matemática

Desenvolvimento Curricular

Editores:

Alexandra Rodrigues, António Domingos, Helder Martins,
Lurdes Serrazina, Paula Teixeira

Local:

Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa



**Título:**

Livro de Atas do EIEM 2022,
Encontro de Investigação em Educação Matemática. Desenvolvimento Curricular.

ISSN: 2182-0023

Editores:

Alexandra Rodrigues, António Domingos, Helder Martins, Lurdes Serrazina, Paula Teixeira

Corpo de revisores:

Alessandro Jacques Ribeiro, Alexander Maz-Machado, Alexandra Rodrigues, Alexandra Souza, Ana Santiago, Ana Silvestre, António Aroeira, António Guerreiro, Célia Mestre, Conceição Costa, Corália Pimenta, Cristina Ligeiro, Cristina Martins, Cristina Pedrosa-Jesús, Elvira Santos, Ema Mamede, Filipa Faria, Helder Martins, Helena Gil, Hélia Jacinto, Isabel Cabrita, Joana Castro, Joana Rocha Bento, João Pedro da Ponte, João Piedade, Leonor Santos, Lina Brunheira, Luís Menezes, Lurdes Serrazina, Manuel Vara Pires, Manuela Subtil, Marcia Aguiar, Margarida Rodrigues, Maria Cristina Costa, Maria Helena Martinho, Marisol Santacruz-Rodríguez, Miguel R. Wilhelmi, Nádia Ferreira, Nélia Amado, Paula Barros, Rosa Antónia Ferreira, Sofia Alegria, Susana Carreira, Vicenç Font, Zaira Ortiz.

Edição:

Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade NOVA de Lisboa (FCT-UNL)



Apoios institucionais

Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade NOVA de Lisboa (FCT-UNL)

Câmara Municipal de Almada

Outros apoios

Beira Rio – Churrasqueira, Moita

Casio – Calculadoras escolares

Gomes – Ourivesaria, Moita

Isabel – Cabeleireiros, Moita

Luís A. Vaz – MBA / EAI Senior Consultant / Project Management
. pessoallv@gmail.com

Monticorpo – Estética corporal, Montijo · monticorpo@gmail.com

NozWood – Arte com Madeira · nozwoodnoz@gmail.com

Oculista Ideal da Moita · acorona46@gmail.com

Porto Editora – Manuais escolares

ÍNDICE

Tema do encontro	3
Desenvolvimento curricular	5
Conferências plenárias	9
Designing inclusive mathematics activities for primary school: the case of the percontare project	11
Mathematical problem-solving activities, digital technologies, and curriculum reforms to frame teaching and learning scenarios	25
Grupo de discussão 1	35
Desenvolvimento curricular e os materiais e outros recursos	37
Comunicações - gd1	41
A matemática no ensino profissional: um estudo comparativo em três países	43
Novas aprendizagens essenciais: o desenvolvimento do pensamento computacional na aprendizagem dos números no 1.º ano de escolaridade	58
A orquestração instrumental do cálculo algébrico simbólico (CAS) no estudo de funções	74
Um contributo do <i>values alignment study</i> para conhecer o que valorizam os professores portugueses no ensino da matemática	91
Pósters - gd1	105
Impacto do uso do geogebra classroom na atitude dos alunos face à matemática e na aprendizagem do tema funções: uma revisão sistemática da literatura	107
Pensamento computacional e aprendizagem de geometria no 3.º ciclo – uma revisão sistemática de literatura	113
Grupo de discussão 2	121
Desenvolvimento curricular e as práticas letivas	123
Comunicações – gd2	129
A abordagem exploratória num estudo de aula em matemática: como entendem e como conduzem os professores uma discussão coletiva?	131
Contributos de um estudo de aula com professores do 1.º ciclo para o desenvolvimento profissional	148
Questionamento com crianças de cinco anos facilitador da aprendizagem sobre magnetes e matemática: como se caracteriza?	166
O processo de construção de tarefas matemáticas em conexões com a dança tradicional portuguesa	180
Grandeza comprimento: a unidade de medida e o processo de medição	195
O pensamento computacional na matemática: uma abordagem com base na resolução de problemas no ensino superior	212
As representações semióticas na aprendizagem da matemática: experiência com uma turma de 10.º ano	227
Pósters – gd2	243
Planeta terra: ponto de partida para o desenvolvimento do pensamento espacial em contexto pré-escolar	245

Aproximações à utilização do geogebra nos 1.º e 2.º ciclos do ensino básico	249
O papel da matemática numa abordagem STEM: uma experiência com alunos do ensino profissional	253
Motivar a aprendizagem do currículo de matemática e ciências através da pedagogia STEM	257
Grupo de discussão 3	261
O desenvolvimento curricular e a formação de professores	263
Comunicações – gd3	273
Oportunidades de aprendizagem vivenciadas por professores: papel e ações do formador e uso de tarefas de aprendizagem profissional acerca dos processos de raciocínio matemático	275
Formação de professores em ensino de matemática com recurso à tecnologia – do currículo prescrito ao currículo em ação	289
Conocimientos y creencias sobre modelización matemática en la argumentación reflexiva de un futuro profesor	308
Competencia STEM en la formación inicial del profesorado de educación primaria	321
Pósters – gd3	337
A comunicação matemática escrita e a resolução de problemas: a construção de uma tarefa de formação para futuros professores	339
O conhecimento do professor de matemática e a integração das tecnologias na sua prática	343
A interdisciplinaridade em contexto de integração da tecnologia: o conhecimento profissional de professores de matemática e de físico-química	346
Prosteam: autoeficácia dos professores de 1.º ciclo sobre o ensino da matemática numa abordagem steam	350
Investigação em educação matemática nas universidades da andaluzia: um olhar sobre teses de doutoramento	353
Abordagem STEAM: articulação disciplinar e práticas letivas de professores	356

A MATEMÁTICA NO ENSINO PROFISSIONAL: UM ESTUDO COMPARATIVO EM TRÊS PAÍSES

MATHEMATICS IN VOCATIONAL EDUCATION. A COMPARATIVE STUDY IN THREE COUNTRIES

Alexandra Sofia Rodrigues

*CICS.NOVA, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade NOVA de Lisboa,
UIED – Portugal
alexsofiarod@gmail.com*

Corália Pimenta

*Agrupamento de Escolas Coimbra Centro, Instituto Superior de Engenharia de
Coimbra, ISEC – Portugal
coraliapimenta@gmail.com*

Resumo

O ensino profissional é uma prioridade internacional, na medida em que contribui para o desenvolvimento económico e social dos países e para uma educação de qualidade. Neste artigo, procedemos à análise comparativa do currículo de matemática dos cursos profissionais de nível secundário em Portugal, França e Singapura. Procurou-se, utilizando o modelo conceitual desenvolvido em 1971 por Roth e aplicado em 2017 por Pilz, Berger e Canning, perceber quais as convergências e divergências nos sistemas de ensino secundário profissional, quais os tópicos de matemática mais focados e a relevância social entre a matemática ensinada e o perfil profissional. Concluiu-se que o currículo da disciplina foi objeto de reformulações recentes e que é privilegiada uma abordagem de resolução de problemas no ensino da matemática, ligando-a com outras áreas do conhecimento e contribuindo para preparar os jovens para a integração no mercado de trabalho ou para o prosseguimento de estudos de ensino superior.

Palavras-chave: Desenvolvimento curricular; Ensino e aprendizagem de matemática; Inovação curricular; Ensino profissional.

Abstract

Vocational education is an international priority, as it contributes to the economic growth, social development of countries and to quality education. In this article, we make a comparison of the mathematics curriculum in vocational secondary courses in Portugal, France and Singapore. It was sought, using the conceptual developed in 1971 by Roth and applied in 2017 by Pilz, Berger and Canning, perceived divergences and convergences in secondary education systems, which are the themes more focused and the relation between mathematics taught and professional profile. The mathematics curricula suffer a recent reformulation and solving problems is the preferential approach to teach mathematics, linking mathematics with other areas of knowledge and helping to prepare for integration into the labor market or for pursuing higher education studies.

Keywords: Curriculum development; Teaching and learning mathematics; Curricular innovation; Vocational Education.

Introdução

Um dos pressupostos da agenda 2030 para Portugal é aumentar substancialmente o número de jovens e adultos com habilitações relevantes. Considerando que a formação e o ensino profissional têm repercussões no mercado de trabalho e nas políticas de desenvolvimento económico (ODS8), na promoção de um desenvolvimento sustentável (ODS12) e na educação de qualidade (ODS4), torna-se importante que os cursos profissionais estejam alinhados com as necessidades e dinâmicas do mercado de trabalho. Dotar os alunos de competências, conhecimentos e qualidades que favoreçam a sua autoconfiança e uma perspetiva contínua de aprendizagem passa a ter relevância na qualidade de resposta que esses poderão devolver à sociedade (European Commission, 2021; Rodrigues, 2018). O conhecimento sobre as disciplinas é essencial para favorecer a aquisição de competências (Vinão, 2007), pois essas nascem, evoluem e incorporam aprendizagens e saberes (Almeida, 2021; Santiago, 2021), mudam de nome e conteúdo (Matos et al., 2019) e promovem o desenvolvimento da capacidade de ser cidadão e profissional no século XXI (Rodrigues, 2015).

Este artigo visa sistematizar informações sobre o currículo de Matemática, definido para os cursos profissionais, e simultaneamente verificar a contribuição da matemática para a construção do perfil profissional. Adotámos o conceito de Gimeno (2000), para quem o currículo é mais amplo do que o escrito em documentos legislativos, designa um conceito cultural complexo e social e estabelece uma ponte entre a sociedade e a escola (Rodrigues, 2015, 2018).

Os estudos comparativos internacionais em educação são considerados valiosos por revelarem como os alunos fazem matemática no contexto de variadas instituições educacionais do mundo. De acordo com Clarke et al. (2020), a pesquisa comparativa do ensino e formação profissional foi enriquecida pela dimensão europeia, afastando-se da simples comparação de diferentes tipologias de país para país. Em Portugal, Ponte e Fonseca (2001) compararam as orientações curriculares para o ensino da estatística em Portugal, Inglaterra e Estados Unidos. Cruz (2015), num estudo com algumas limitações, comparou o programa nacional de Matemática A de 2001 e 2015, ambos fora do âmbito curricular dos cursos profissionais. Magalhães (2011) comparou o autoconceito de competência e autoaprendizagem entre alunos do ensino científico-humanístico e alunos do ensino profissional. Estudos comparativos como Gonçalves et al. (2018) ou Pilz et al. (2017) exploraram as diferenças entre o currículo 'prescrito' e o currículo 'decretado'.

Neste artigo, procura-se refletir sobre a importância das competências transversais para a preparação de cidadãos ativos e interventivos, em particular analisar o papel da disciplina de Matemática na educação profissional. Para contribuir para uma reflexão sobre a organização do currículo da disciplina de Matemática, fez-se uma análise comparativa do currículo de três países (Portugal, França e Singapura), com vista a analisar dimensões transversais da aprendizagem importantes para a formação e integração dos jovens no mercado de trabalho. Neste âmbito, procurou-se dar resposta às seguintes questões de investigação: i) Quais são as convergências e divergências nos sistemas de ensino secundário profissional?, ii) Em diferentes currículos, quais são os tópicos de matemática mais focados? e iii) Existe relevância social entre a matemática ensinada e o perfil profissional relacionado à área de formação?

Opções e procedimentos metodológicos

Recolheram-se os currículos de matemática e documentos de orientação pedagógica aprovados em França, Singapura e Portugal, embora neste último país se tenha analisado a proposta curricular em discussão pública até 15 de setembro de 2022. Para a seleção

dos países que integram este estudo, consultou-se o relatório Monitor da Educação e da Formação (European Commission, 2021). França foi selecionada devido à taxa de empregabilidade dos diplomados em cursos profissionais ser semelhante à de Portugal. Singapura foi escolhida por ocupar uma das primeiras posições no PISA no que concerne à literacia matemática e pela referência no documento das Recomendações para o Ensino da Matemática (Grupo de Trabalho de Matemática, 2020).

Este estudo segue uma metodologia qualitativa, no quadro do paradigma de investigação interpretativo e foi utilizado o modelo conceitual desenvolvido por Roth, em 1971, aplicado por Pilz et al. (2017), que visa analisar como e em que medida as componentes educacionais estão incorporadas nos três países abrangidos pelo estudo. Este modelo é adequado para comparações internacionais e apesar da data em que foi criado, está alinhado com o Quadro Europeu de Qualificações, o que justifica a sua utilização em investigações atuais. Considerámos três áreas: competências baseadas no conhecimento, autoconceito de competências e competências sociais. A análise das competências divide-se nos temas abordados, estrutura dos programas e avaliação. O autoconceito de competência coloca o foco no pensamento e ação empreendedora, visíveis nas metodologias associadas ao currículo ou em documentos complementares e contribuem para o empreendedorismo e para a construção de competências para a aprendizagem ao longo da vida.

Estudaram-se as convergências e as divergências existentes no ensino da matemática no ensino profissional e o contributo da disciplina para o desenvolvimento de competências transversais para a integração na vida ativa ou prosseguimento de estudos. Analisou-se o conteúdo de matemática e sua organização, objetivos, diretrizes metodológicas, inter-relação, articulação da matemática com outras disciplinas, metodologias de ensino e aprendizagem e como é feita a integração de competências, atitudes e valores que os alunos precisam para prosperar e moldar seu futuro. Adotou-se a metodologia qualitativa de natureza interpretativa, sustentada pela análise documental do currículo e outros documentos de apoio à implementação curricular nos três países em estudo. Com base na análise realizada foram produzidas algumas recomendações para o ensino da matemática em cursos profissionais.

Sistemas educativos nos diferentes países

A Classificação Internacional Tipo da Educação (CITE) constitui a classificação de referência que permite organizar os programas de educação e as correspondentes qualificações por níveis de escolaridade e áreas de estudo. Esta resulta de um acordo internacional e foi adotada formalmente na Conferência Geral dos Estados-Membros da UNESCO. Internacionalmente, o ensino vocacional é composto por programas de educação destinados a permitir que os participantes adquiram os conhecimentos, as capacidades e as competências específicas de uma profissão ou ofício, ou de um grupo de profissões ou ofícios. Estes programas podem incluir componentes de formação no local de trabalho. A conclusão deste ensino com êxito atribui qualificações vocacionais pertinentes para o mercado de trabalho UNESCO (2011, p. 33).

No âmbito deste artigo enquadraremos o ensino profissional de nível secundário na CITE e não trataremos as especificidades do ensino profissional de nível pós-secundário.

Nos três países, o ensino profissional assume um papel diferenciador referenciando-se que a formação profissional pode dotar os jovens das competências necessárias para o mundo do trabalho e para a autoaprendizagem ao longo da vida, contribuindo para a adaptação a diferentes contextos profissionais (Rodrigues, 2018). Pode ainda melhorar a capacidade de resposta às mudanças sociais e tecnológicas indo ao encontro das

necessidades de empresas e comunidades, promovendo o crescimento económico, inclusivo e sustentável e apoiando as transições para economias verdes e sustentabilidade ambiental (UNESCO, 2016).

Portugal

A escolaridade obrigatória com a duração de 12 anos, inicia-se no 1.º ciclo (4 anos), continua com o 2.º e 3.º ciclos (respetivamente com 2 e 3 anos), sendo concluída com o ensino secundário (3 anos). O ensino profissional trata-se de um dos percursos possíveis para a conclusão do ensino secundário, permitindo uma dupla certificação: escolar (12.º ano) e profissional (de acordo com a qualificação pretendida). Após conclusão, fica facilitada e qualificada a inserção no mercado de trabalho e o acesso para a realização de estudos no nível pós-secundário. Na Figura 1 podemos observar a estrutura do sistema educativo português (Ministério da Educação [ME], 2007).

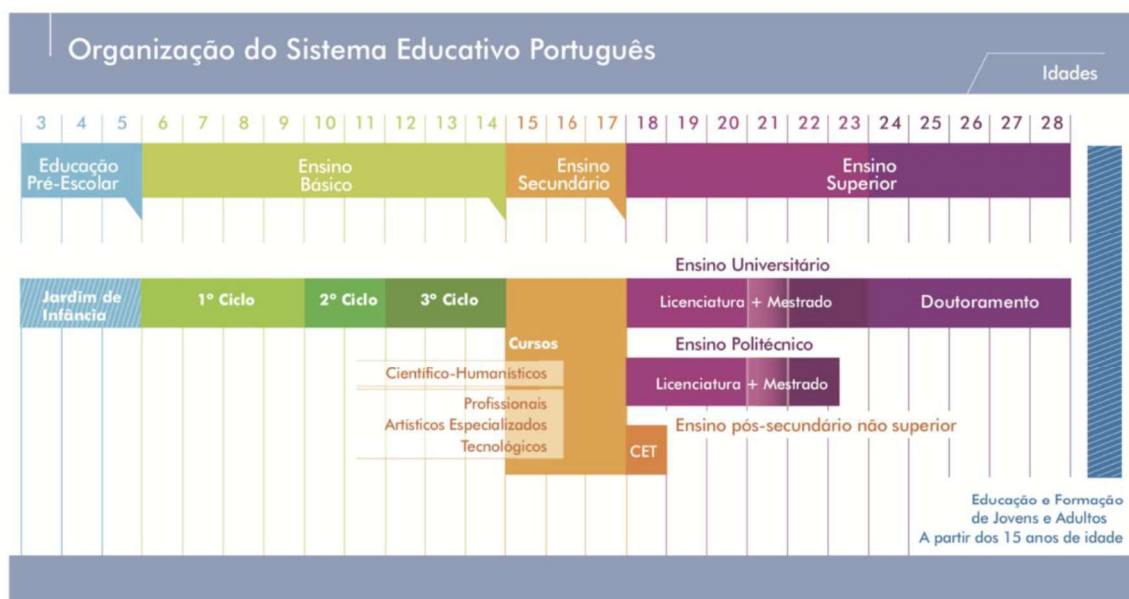


Figura 1: Organização do Sistema Educativo de Portugal. (ME, 2007; p. 9).

Os Cursos Profissionais de ensino secundário são da responsabilidade da Agência Nacional para a Qualificação e do Ensino Profissional (ANQEP) e possuem uma forte ligação com o mundo profissional. A ANQEP define o perfil profissional associado a cada uma das 394 qualificações, com programas disponíveis no Catálogo Nacional de Qualificações. O Plano de Formação destes cursos é organizado em módulos e inclui três componentes de formação: Sociocultural, Científica e Técnica. Esta última inclui obrigatoriamente entre 600 e 840 horas de Formação em Contexto de Trabalho, definidas pela escola. Para concluir a formação é necessário apresentar um projeto final: Prova de Aptidão Profissional (PAP). A disciplina de Matemática inclui-se na componente científica dos cursos e tem uma carga horária de 100, 200 ou 300 horas (Rodrigues, 2015). O programa desta disciplina (em Portugal designado por Aprendizagens Essenciais) esteve em discussão pública até ao passado da 15 de setembro de 2022, prevendo-se a publicação de uma versão final até final do mês de janeiro. Neste artigo, optámos por usar a proposta da Direção Geral da Educação (DGE).

Singapura

No ensino secundário, há três percursos possíveis: um percurso obrigatório de educação primária de 6 anos, o Curso Expresso ou os Cursos Normais, com alternativa pela via académica ou profissional, com a duração de, respetivamente, 5 ou 4 anos. Estas opções permitem a transferência entre cursos de acordo com os interesses dos alunos. Quem

frequenta os Cursos Normais pode frequentar as disciplinas de Inglês, Matemática, Ciências e Língua Materna de nível avançado, se nestas áreas tiverem tido uma boa classificação no exame final do ensino primário. O ingresso no ensino secundário decorre de uma candidatura às escolas da preferência do aluno.

Na Figura 2 podemos observar a estrutura do sistema educativo de Singapura. (Ministry of Education Singapore [MES], 2020)

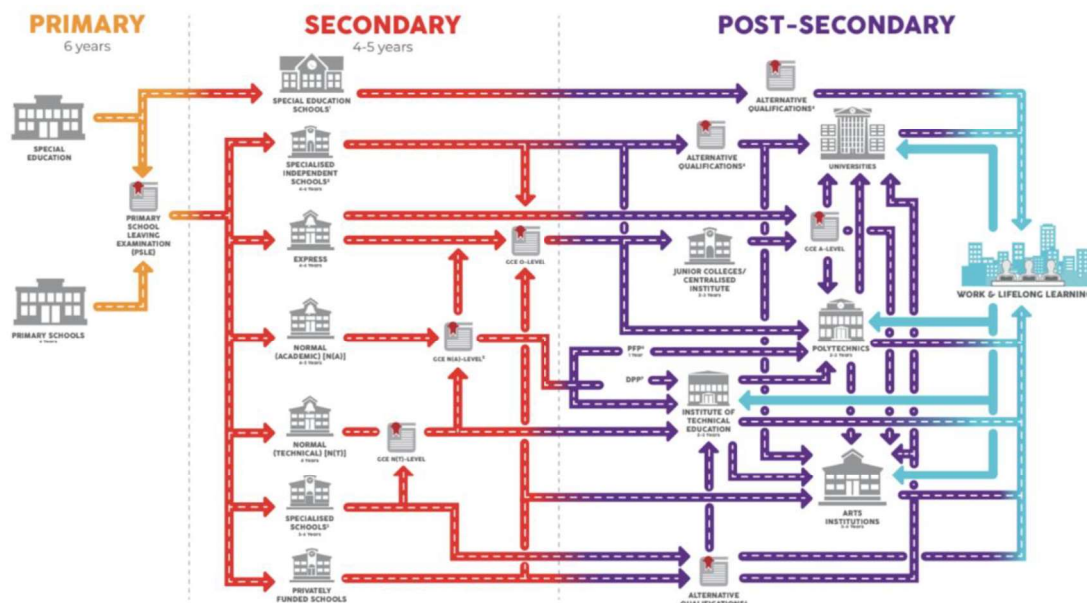


Figura 2: Organização do Sistema Educativo de Singapura (MES, 2020; p. 9).

Em todos os percursos profissionais dos cursos N(T), as disciplinas centrais do currículo são a Língua Inglesa, a Língua Materna e a Matemática. Os alunos têm ainda a oportunidade de se especializar e obter um Certificado de Competências profissionais ITE (ISSC), escolhendo duas entre as cinco seguintes áreas técnicas: projeto mecânico e automação, operações de culinária e restaurante, vendas e comércio eletrónico, aplicações de Internet das Coisas e aplicativos da Web para dispositivos móveis. Os estudantes elegíveis podem frequentar a disciplina de Ciências dos cursos N(T) e Matemática ou o Inglês dos cursos N(A). Transversal a todos os ciclos, existe um Quadro de Referência para o ensino da Matemática em Singapura que é comum a todos os documentos dos níveis primário, secundário e pré-universitário. Destaca-se como foco a “Resolução de Problemas”, entendida como a utilização da Matemática para resolver problema, e relacionada com cinco componentes: conceitos, competências, processos, metacognição e atitudes (MES, 2019). O programa da disciplina de matemática para os Cursos Normais N(T) foi publicado em 2019, para começar a ser implementado em 2020 (MES, 2019).

França

O sistema educativo francês está organizado em 3 graus: primário, secundário e superior. O secundário divide-se em duas etapas. A primeira, o collège, acolhe todos os alunos do ensino primário, sem precedência de exame, com a duração de 4 anos. Depois, os alunos continuam o seu percurso escolar durante 3 anos, podendo optar por duas vias: a académica (lycée d'enseignement général et technologique) ou a profissional (lycée professionnel). Após os 3 anos, poderão aceder ao baccalauréat professionnel (com 75 áreas de formação), com a duração de 3 anos, ou a um certificado de aptidão profissional (CAP), com 200 áreas de formação e 2 anos de duração, cujo principal objetivo é o ingresso na vida profissional. Segue-se a estrutura do sistema educativo francês.

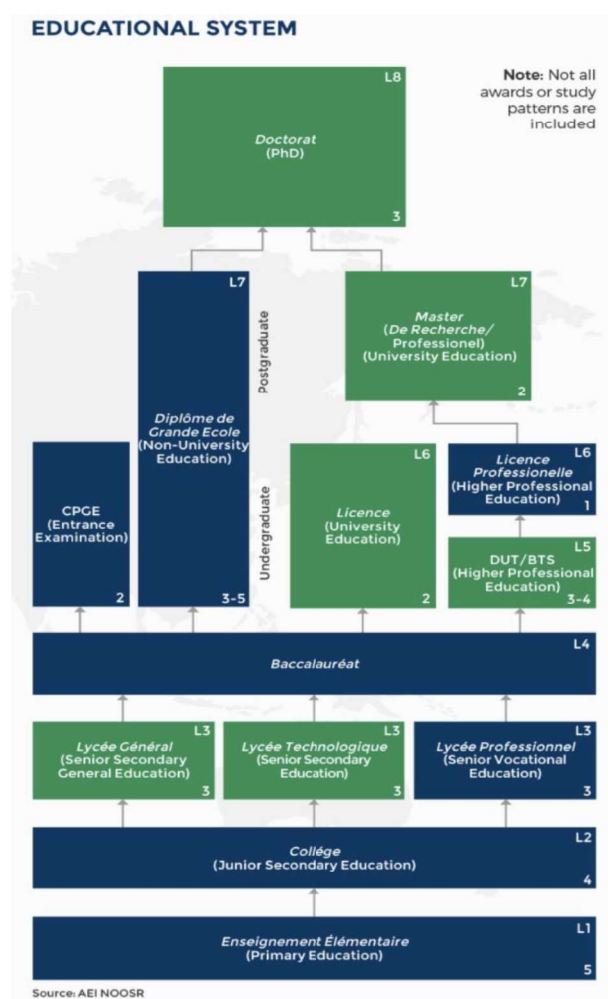


Figura 3: Organização do Sistema Educativo de França (wenr.wes.org).

No ensino profissional, as aulas tecnológicas e profissionais representam de 40 a 60% da carga horária. São ministradas na forma de cursos presenciais, na oficina, ou num laboratório. As disciplinas de educação geral, Francês, Matemática, História-Geografia, Ciências e Inglês, também ocupam um lugar importante no currículo. O programa de Matemática, lecionado ao longo de três anos, comum a todos os cursos de nível intermédio, contempla objetivos para o desenvolvimento de uma cultura matemática, assegurando uma formação que permita a continuação de estudos de nível superior e simultaneamente a escolha de um percurso de nível técnico (Ministère de l'Éducation Nationale et de la Jeunesse, 2019a, 2019b, 2020). Os programas do primeiro e segundo ano entraram em vigor em, respetivamente, 2019 e 2020 e, o do último ano, em 2021.

Nos três países em análise, existe uma via de ensino profissional de nível médio, enquadrada no ensino secundário. Em França e Portugal, este percurso formativo tem a duração de 3 anos e em Singapura, a duração de 4 anos. Em todos os percursos profissionais é dada relevância à disciplina de Matemática.

Análise dos dados

Adotou-se uma metodologia qualitativa de natureza interpretativa e analisaram-se os programas de matemática e alguns documentos de orientação pedagógica aprovados. Para identificar convergências e divergências nos sistemas de ensino secundário profissional, analisaram-se os temas de matemática, a estrutura do currículo, as abordagens de ensino, a avaliação e a relevância social subjacente ao currículo adotado. Para analisar e organizar

os dados recolhidos, contruiu-se uma tabela com base no modelo conceitual desenvolvido por Roth e aplicado por Pilz et al. (2017).

Tabela 1: Modelo adaptado de Pilz, Berger e Canning (2017).

ANÁLISE CURRICULAR MATEMÁTICA	Áreas	Sub-áreas
	Competências baseadas no Conhecimento	Temas
		Estrutura do programa
		Avaliação
	Competências baseadas no Autoconceito	Propósito
		Ação
	Competências Sociais	Pessoais
		Interpessoais

Neste artigo, face às restrições relativas à extensão do texto, não analisamos as Competências Sociais.

Competências baseadas no conhecimento

Relativamente às competências baseadas no conhecimento, analisaram-se as subcategorias *temas*, *estrutura do programa* e *avaliação*, para compreender de que forma cada currículo procura assegurar competências de matemática essenciais. Na primeira subcategoria estão explanados os *temas* de matemática adotados. A subcategoria *estrutura* corresponde ao desenho de aprendizagem construído e reflete, entre outros aspetos estruturais, a forma como os alunos poderão adquirir as competências de matemática previstas. É nesta subcategoria que serão identificados os aspetos organizativos e estruturais específicos dos currículos adotados. Na subcategoria *avaliação*, procura-se compreender de que forma cada currículo definido intenciona aferir a aquisição de competências de matemática (Pilz, Berger e Canning, 2017).

A Tabela 2 espelha os temas estudados ao longo do ensino secundário profissional em cada um dos países em estudo.

Tabela 2: Organização dos temas no currículo dos três países em análise.

País	Temas
Portugal	Os temas definidos estão dependentes do curso escolhido e definidos por módulos, até 6 obrigatórios de acordo com a carga horária da disciplina de Matemática, e com 18 módulos opcionais. A <i>Geometria</i> (inclui <i>Trigonometria</i>), <i>Estatística</i> , <i>Probabilidades</i> , <i>Funções Reais de variável real</i> , <i>Matemática Discreta</i> , <i>Matemática para a Cidadania</i> e <i>Aplicações da Matemática</i> são obrigatórios. Transversalmente está o interesse em promover o pensamento computacional, implementar atividades de modelação matemática e de aplicação ao contexto real e uma abordagem à história da matemática.
França	O preâmbulo do programa de Matemática é comum ao da disciplina de Físico-química e os conteúdos assumem um grau de complexidade maior ao longo dos 3 anos. <i>Estatística e Probabilidades</i> , <i>Álgebra e Análise</i> , <i>Geometria</i> são os temas lecionados, onde se exploram os <i>Algoritmos e programação</i> , <i>Automatismos</i> , <i>Linguagem de conjuntos e lógica</i> . No último ano, de acordo com o percurso pretendido pelo aluno para prosseguimento de estudos, poderão ser trabalhados os seguintes temas: <i>Cálculo integral</i> , <i>Funções logarítmicas e exponenciais</i> , <i>Números complexos</i> e <i>Produto escalar</i> .
Singapura	Os temas trabalhados incidem em 4 domínios obrigatórios, que se diferenciam em subtópicos, especificados em conteúdos: <i>Números e Álgebra</i> , <i>Geometria e Medida</i> , <i>Estatística e Probabilidades</i> e, por último, um tema para desenvolver competências de <i>aplicação ao mundo real</i> (problems derived from real-world contexts).

De um modo global parece haver convergência nos temas e conteúdos programáticos selecionados pelos três países. Em Portugal surge o tema Matemática para a Cidadania e Aplicações da Matemática que, embora não constitua um tema em Singapura é considerado de um modo transversal. Por sua vez, os temas Algoritmos e programação e Automatismos presentes no currículo francês não surgem nos outros dois países, mas são, pelo menos em parte, espelhados em Portugal, com o desenvolvimento do pensamento computacional e modelação matemática. Destaca-se no percurso profissional de França a relação estreita entre a disciplina de Matemática de Físico-Química, com um preâmbulo comum nos dois programas e sugestões interdisciplinares nos vários temas.

Quanto à sua organização, a estrutura dos diferentes programas é divergente. Neste artigo, sistematizamos a estrutura na Tabela 3.

Tabela 3: Estrutura do programa nos 3 países em análise.

País	Estrutura do programa de matemática
Portugal	O programa de matemática está dividido em 4 áreas: 1) temas e tópicos; 2) objetivos da aprendizagem, conhecimentos, capacidades e atitudes que o aluno deve revelar; 3) ações estratégicas de ensino do professor, onde é clarificado o papel do professor, são dadas indicações metodológicas e propostas atividades a desenvolver com os alunos e 4) competências do Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória. A estrutura dos diferentes módulos inclui notas clarificadoras, nomeadamente de atividades que promovem o desenvolvimento do pensamento computacional, com recursos a exemplos, propostas de possíveis aprofundamentos ou abordagens alternativas, referências bibliográficas e recursos para apoio ao trabalho do professor.

França	A organização estrutural do programa é semelhante nos três anos letivos, dividindo-se em duas partes. Na Introdução são apresentadas: 1) as principais intenções do ensino da matemática e da físico-química; 2) as competências/capacidades a desenvolver; 3) linhas orientadoras para o ensino de matemática e físico-química. A segunda parte especifica o programa da disciplina de Matemática, como é que este se organiza e para cada tema são indicados os objetivos, as capacidades e as competências a desenvolver, comentários de apoio ao professor e a interdisciplinaridade possível com a disciplina de Físico-Química.-
Singapura	O programa está dividido em 5 partes, obedecendo à seguinte estrutura: 1) Introdução, com referência à importância de estudar e aprender matemática, à organização do currículo de matemática no ensino secundário e algumas linhas orientadoras; 2) O currículo de matemática, com breve explicitação da natureza matemática, os grandes temas orientadores, o referencial teórico subjacente à sua construção e as competências a desenvolver para o século XXI ; 3) Estrutura do currículo para o Curso N(T), com os objetivos, organização dos temas, a aplicação a ‘problemas do mundo real’, seguido de uma listagem de conteúdos organizados por temas e por anos; 4) Processo de ensino e avaliação formativa, com indicações da metodologia de ensino, ressaltando a importância da avaliação formativa e do uso da tecnologia e 5) Avaliação sumativa, especificando os objetivos gerais do programa e a matriz para as provas de avaliação externa.

Na subcategoria Estrutura, os programas português e francês refletem as considerações do relatório de Monitorização da Educação e da Formação (European Commission, 2021). Ainda assim, os programas de Portugal e Singapura foram estruturados de forma prática e orientadora, facilitando a leitura e análise por parte dos docentes. Já para fazer uma análise compreensiva do programa francês, no caso de análise mais pormenorizada, obriga à leitura dos anexos do Boletim Oficial da Educação Nacional que podem ser consultados no site governamental. A apresentação de notas clarificadoras, inclusão de exemplo de atividades para desenvolvimento do pensamento computacional, a proposta de possíveis aprofundamentos ou abordagens alternativas, referências bibliográficas e recursos para apoio ao trabalho do professor, são mais valias, no sentido em que direcionam o trabalho dos docentes. Todos os programas explicitam as intenções e as linhas orientadoras para o ensino da Matemática, dando indicações sobre a avaliação, que se sistematizam na Tabela 4.

Tabela 4: Avaliação da disciplina nos 3 países em análise.

País	Avaliação
Portugal	O programa valoriza o carácter formativo da avaliação, que deve recair nas atividades de aprendizagem realizadas em aula e na aplicação de instrumentos diversificados. Algumas tarefas podem ser pensadas para constituírem uma avaliação sumativa, numa perspetiva de classificar as aprendizagens. Para prosseguimento de estudos de nível superior, a modalidade de avaliação possibilita a realização de uma prova de exame, que contempla os 6 módulos obrigatórios.
França	A avaliação pode assumir diferentes formas: experimental, escrita/oral, individual/grupo, com ou sem o recurso à tecnologia. São aplicadas com o intuito de fazer o aluno progredir, de aferir as aprendizagens e definir o ensino a implementar. As avaliações, cujos critérios devem ser explicitados, são concebidas para ajudar os alunos, analisando a sua

	aprendizagem e adaptando o ensino às suas necessidades. São preferidas avaliações curtas frequentes, para fornecer aos alunos feedback regular sobre seu progresso e redefinir medidas de sucesso. Para acederem ao ensino superior, os alunos têm de realizar exame.
Singapura	A avaliação, formativa e sumativa é parte integrante do processo de ensino e aprendizagem. O objetivo da avaliação formativa é ajudar os alunos a melhorar a sua aprendizagem e a serem autorreguladores desse processo. A avaliação pretende aferir a compreensão e a capacidade dos alunos aplicarem o conhecimento para resolver problemas, o foco do currículo de matemática. Dá-se ênfase ao desenvolvimento do raciocínio, comunicação e modelagem. Recomenda-se centrar a avaliação em diferentes aspetos da aprendizagem matemática: 1) compreensão de conceitos matemáticos; 2) capacidade de raciocinar, comunicar e fazer conexões significativas e integrar ideias em todos os tópicos; 3) capacidade de formular, representar e resolver problemas e interpretar soluções matemáticas no contexto dos problemas e 4) capacidade de desenvolver estratégias para resolver problemas não rotineiros. O processo de avaliação deverá ser incorporado na planificação das aulas e pode assumir as seguintes formas: 1) atividades em sala de aula 2) participação e intervenção na sala de aula e 3) tarefas individuais ou em grupo. Consta ainda informação sobre duas provas de exame, ambas com pesos de 50% na classificação final e onde são apresentados os conteúdos a avaliar, as matrizes e a duração de realização.

Nos três países, valoriza-se a diversificação dos processos de avaliação e a aplicação de instrumentos variados e aplicados de forma sistemática. Todos os programas privilegiam a avaliação contínua e formativa no desenvolvimento da aprendizagem, autonomia e autorregulação da aprendizagem. Em Portugal e Singapura, o programa indica os conteúdos da prova de exame nacional de acesso ao ensino superior, informação não explanada no programa de França, mas disponível em site oficial.

Competências baseadas no autoconceito

Através da análise da categoria autoconceito de competência, procuramos ilustrar de que forma o desenho curricular dos diferentes países pode contribuir para a aquisição da competência para a aprendizagem ao longo da vida, baseando-se nas competências chave definidas pela União Europeia (European Commission, Directorate-general for Education, Youth, Sport and Culture, 2019). Esta categoria foi dividida nas subcategorias propósito (Tabela 5), que faz referência à intencionalidade de cada programa de matemática e ação (Tabela 6), onde constam orientações transmitidas através do currículo prescrito (Gimeno, 2020).

Tabela 5: Propósito do currículo nos três países em análise.

País	Propósito
Portugal	A formação de indivíduos matematicamente competentes é um propósito fundamental do currículo de Matemática para o ensino secundário. O currículo visa dotar os jovens de competências transversais que lhes possibilitem a aprendizagem ao longo da vida e que suporte o desenvolvimento profissional num mercado de trabalho em rápida evolução. Consagra ainda o propósito de preparar os alunos para formularem juízos e tomarem decisões fundamentadas, contribuindo para que se tornem cidadãos reflexivos, empenhados e participativos. Visa também contribuir para que os jovens apreciem o papel da Matemática no mundo e o seu

	carácter de ciência em evolução e renovação permanente, apreciando a sua dimensão estética a par do seu legado histórico.
França	O propósito do programa é distinto ao longo dos três anos dos cursos profissionais de nível secundário, visando uma evolução na aquisição de competências. Pretende-se aprofundar a formação em atividades de natureza matemática, física e química, continuando a praticar abordagens matemáticas e experimentais para consolidar conhecimentos e competências, com vista ao desenvolvimento profissional e à formação pessoal. A matemática deverá contribuir para a formação intelectual, profissional e cívica dos jovens, preparando-os para o ingresso no mercado de trabalho, aprendizagem ao longo da vida ou prosseguimento de estudos de nível superior. O desenvolvimento de competências transversais irá assegurar a integração social e profissional dos alunos, tornando-os cidadãos esclarecidos e profissionais capazes de se adaptarem à evolução das profissões ligadas à transformação digital e à sustentabilidade ambiental.
Singapura	O propósito é o de assegurar que todos os alunos alcancem um nível de domínio da matemática que os torne eficaz na resolução de problemas do quotidiano e que os prepare para o prosseguimento de estudos. O currículo procura fornecer aos alunos conhecimentos e competências matemáticas consideradas fundamentais para a formação técnica e/ou para o ingresso no mundo profissional. Foram definidos três objetivos: 1) adquirir conceitos e competências matemáticas para a vida, para permitir outras aprendizagens, incluindo das áreas técnicas específicas dos cursos escolhidos; 2) desenvolver o pensamento, raciocínio, comunicação, aplicação e habilidades metacognitivas para resolver problemas e 3) construir confiança no uso da matemática e apreciar o seu valor na tomada de decisões em contexto real.

São patentes as similaridades entre os três países no que concerne ao propósito do currículo. A disciplina de Matemática visa contribuir para a formação de cidadãos interventivos e informados, com competências para integrar o mercado de trabalho ou prosseguir estudos de nível superior. Em todos os documentos são ressalvadas competências transversais de adaptabilidade que permitam uma integra ação cidadã e a aprendizagem ao longo da vida, com adaptabilidade a diversos contextos.

Tabela 6: Ação do currículo nos três países em análise.

País	Ação
Portugal	O currículo apresenta, para cada domínio, a ação estratégica para o ensino do professor, com indicação de metodologias a aplicar em aula e sugestões para incorporar o pensamento computacional, para além do contexto histórico da matemática e da sua aplicação ao mundo real. A resolução de problemas, o recurso a contextos variados, a modelação matemática, a utilização de tecnologias digitais, entre outras sugestões, são transmitidas como metodologia de trabalho na sala de aula. São dadas algumas sugestões específicas para lecionar determinados tópicos, mas também para promover competências transversais, essenciais para o desenvolvimento integral dos alunos, tais como a abstração, o rigor, as práticas sistemáticas de verificação e o controlo, entre outras. São também sugeridos “possíveis aprofundamentos”, a serem desenvolvidos em contexto aula, com a apresentação de diferentes exemplos de aplicação.

França	São transmitidas orientações para o ensino da Matemática, com destaque para a promoção da interdisciplinaridade entre as disciplinas de Matemática e de Física e/ou Química, prevendo a possibilidade de pares pedagógicos em sala de aula; a contribuição para a fluência (oral e escrita), o uso de algoritmos e automatismos e o trabalho sistemático de preparação para uma cultura de desenvolvimento sustentável e para a transição tecnológica. É recomendado que os alunos se expressem, oralmente e por escrito, durante as produções individuais ou em grupo, e que recorram a registos diversificados. Recomenda-se o trabalho realizado fora do horário escolar, para desenvolver a autonomia, iniciativa, a consolidação de conhecimentos e aquisição de competências.
Singapura	A abordagem de ensino deve contemplar contextos significativos e a aplicabilidade da matemática. As Práticas Pedagógicas da Prática de Ensino de Singapura descrevem quatro Processos de Ensino que explicitam o que os professores refletem e colocam em prática antes, durante e depois de sua interação com os alunos em todos os contextos de aprendizagem: avaliação e feedback, cultura de sala de aula positiva, metodologias a aplicar durante e na preparação da aula. Cada aluno é valorizado como indivíduo e comporta uma ampla gama de experiências, crenças, conhecimentos e competências. Para que a aprendizagem seja eficaz, é necessário adaptar e combinar o ritmo de ensino, as abordagens e as práticas de avaliação. Valorizam-se competências de proficiência na execução das operações matemáticas e algoritmos e na visualização do espaço, manipulação de dados e uso de ferramentas para a resolução de problemas, incluindo digitais. A ação pedagógica é direcionada para a resolução de problemas, é centrada no aluno, e estrutura-se em redor de cinco componentes essenciais: conceitos, procedimentos, processos, atitudes e metacognição.

Destaca-se a importância da preparação para a vida real e o foco do currículo de matemática na capacidade de resolver problemas, que é muito clara no currículo dos três países em estudo. Embora cada país tenha optado por uma organização diferente dos documentos curriculares, para além da listagem dos conteúdos a lecionar são explicitadas metodologias de ensino e aprendizagem da disciplina, propostas para a avaliação, que concorrem para a formação de jovens capazes de ingressar o mercado de trabalho ou prosseguir estudos a nível superior.

Considerações finais

As orientações curriculares para a Matemática estão estruturadas de forma distinta nos países em análise, quer em França, quer em Singapura, os temas encontram-se organizados numa lógica anual, com um grau de progressão associado às temáticas em estudo. Em Portugal, a organização apresentada é modular e numa lógica de flexibilidade associada ao perfil dos alunos, não sendo proposta uma ordem de leção anual, mas sim uma abordagem de ciclo. Em França, no ano terminal surgem alguns temas opcionais, com a intenção de preparar os alunos que pretendam prosseguir estudos de nível superior. Estes dois países permitem integrar no currículo um nível de decisão local, como é recomendado (Recomendação 2) no documento *Recomendações para a melhoria da Aprendizagem dos Alunos em Matemática* (2020). Nos três países, quer as temáticas em estudo (Estatística e Probabilidades, Álgebra, Análise e Geometria) quer as orientações metodológicas são muito semelhantes, valorizando-se a resolução de problemas, a ligação dos conteúdos ao mundo real e a utilização de tecnologias digitais.

Nos currículos analisados, as práticas de avaliação do desempenho dos alunos, centradas na avaliação formativa, têm um lugar de destaque no currículo dos três países, com indicações metodológicas a aplicar pelo professor.

Em Singapura e França são disponibilizadas, nos sites institucionais, atividades a resolver pelos alunos e recursos a aplicar pelos professores durante o ciclo de ensino. Em Portugal, no final de cada módulo é indicado um conjunto de referências bibliográficas que poderá contribuir para o ensino da matemática, mas espera-se a disponibilização de outras ferramentas quando o programa entrar em vigor no ano letivo 2024/25.

Devido ao elevado número de áreas de formação disponível nos três países, não foi possível averiguar a existência de ligação entre os conteúdos do currículo e o perfil profissional dos alunos, mas antes um interesse comum em dotar os estudantes de ferramentas que lhes permitam aprender ao longo da vida e incorporar as competências necessárias para se tornarem cidadãos interventivos e informados.

Quer na área das competências baseadas no conhecimento, quer na área das competências baseadas no autoconceito, os três programas analisados apresentam convergências importantes, acima descritas que nos permitem inferir um conjunto de recomendações para o programa dos cursos profissionais: i) diversificação dos temas matemáticos trabalhados, abordando a Análise, a Álgebra, a Geometria, as Probabilidades e Estatística; ii) definição no currículo de linhas orientadoras para o ensino e aprendizagem da matemática, transversais a todos os temas; iii) organização do currículo do ciclo de ensino num só documento, para facilitar a consulta; iv) contribuição para o desenvolvimento de competências transversais que permitam a aprendizagem ao longo da vida e v) valorização da importância dos professores se apropriarem das linhas orientadoras do currículo, o que será facilitado com a criação de recursos e o acesso à formação.

Agradecimentos

Este estudo é apoiado por fundos nacionais através da FCT – Fundação para a Ciência e Tecnologia, I. P., no contexto do projeto PTDC/CED-EDG/32422/2017

Referências

- Almeida, M. C. (2021). Recompondo o ensino da análise infinitesimal nos liceus (1948-1953). *REAMEC - Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática*, 9 (3) <https://doi.org/10.26571/reamec.v9i3.13008>.
- Cai, J., Mok, I. A. C., Reddy, V., & Stacey, K. (2016). Lessons and Future Directions for improving Students' Learning. In Kaiser, G. (Ed.), *International Comparative Studies in Mathematics* (pp. 79-100). Springer. <https://link.springer.com/content/pdf/10.1007/978-3-319-62597-3.pdf>.
- Clarke, L., Westerhuis, A., & Winch, C. (2020). Comparative VET European research since the 1980s: accommodating changes in VET systems and labor markets. *Journal of Vocational Education & Training* 2021, Vol. 73, Nº. 2, 295-315. <https://doi.org/10.1080/13636820.2020.1858938>.
- Cruz, I. M. G. N. (2015). *Estudo comparativo dos programas oficiais de Matemática A de 2001 e 2014 para o ensino secundário*. [Tese de mestrado, Departamento de Matemática da Universidade de Lisboa]. Departamento de Matemática da Faculdade de Ciências. <http://hdl.handle.net/10451/22293>.

- European Commission (2021). *Education and Training Monitor 2021. The future of education in the EU. Trends in education in the EU*. Obtido de <https://op.europa.eu/webpub/eac/education-and-training-monitor-2021/en/chapters/foreword.html#foreword>.
- European Commission, Directorate-General for Education, Youth, Sport and Culture (2019). *Key competences for lifelong learning*. Publications Office. <https://data.europa.eu/doi/10.2766/569540>.
- Gimeno, J. (2000). *O currículo: uma reflexão sobre a prática*. Artmed.
- Gonçalves, H., Braz Dias, A., & Peralta, D. (2018). Estudo Comparativo sobre o Ensino de Matemática em Currículos de Educação Profissional Técnica: Brasil e Estados Unidos. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*. 32. 31-56. 10.1590/1980-4415v32n60a02.
- [GTM] Grupo de Trabalho de Matemática (2020). *Recomendações para a melhoria das aprendizagens dos alunos em Matemática*. Lisboa: Ministério da Educação.
- Magalhães, M. S. N. (2011). *Autoconceito de competência e autoaprendizagem em alunos do ensino secundário: Comparação de cursos científico-humanísticos com cursos profissionais*. [Tese de mestrado, Universidade Fernando Pessoa]. Universidade Fernando Pessoa. <http://hdl.handle.net/10284/1983>
- Matos, J. M., Rodrigues, A., & Candeias, R. (2019). A formação profissional em escolas primárias e em escolas normais primárias portuguesas (1844-1926). *Educação*, 42(2), 178-188. <https://doi.org/10.15448/1981-2582.2019.2.33830>.
- [ME] Ministério da Educação (2007). *Educação e Formação em Portugal*. Ministério da Educação.
- Ministère de l'Éducation Nationale et de la Jeunesse. (2019a). *Programme de mathématiques. Classe de première professionnelle*. Paris: Le Bulletin Officiel de l'Éducation Nationale. https://www.education.gouv.fr/sites/default/files/imported_files/document/spe003_annexe1_1239841.pdf.
- Ministère de l'Éducation Nationale et de la Jeunesse. (2020). *Programme de mathématiques. Classe de seconde professionnelle*. Paris: Le Bulletin Officiel de l'Éducation Nationale. <https://eduscol.education.fr/document/25960/download>.
- Ministère de l'Éducation Nationale et de la Jeunesse. (2019b). *Programme de mathématiques. Classe de terminale professionnelle*. Paris: Le Bulletin Officiel de l'Éducation Nationale. https://www.education.gouv.fr/sites/default/files/imported_files/document/spe003_annexe2_1239843.pdf.
- Ministry of Education Singapore (2020). *Secondary School Education. Shaping the Next Phase of Your Child's Learning Journey*. Ministry of Education.
- Ministry of Education Singapore (2019). *Mathematics Syllabus. Secondary One to Four. Normal (Technical) Course*. Ministry of Education.
- OCDE (2018). *The future of education and skills. Education 2030*. OCDE. [https://www.oecd.org/education/2030/E2030%20Position%20Paper%20\(05.04.2018\).pdf](https://www.oecd.org/education/2030/E2030%20Position%20Paper%20(05.04.2018).pdf)
- Pilz, M., Berger, S., & Canning, R. (2014). Pre-Vocational Education in Seven European Countries: A Comparison of Curricular Embedding and Implementation in Schools. *European Journal of Educational Research*. Vol. 3, No. 1, 25-41.

- Ponte, J. P., & Fonseca, H. (2001). Orientações curriculares para o ensino da estatística: Análise comparativa de três países. *Quadrante*, 10(1), pp. 93-115.
- Rodrigues, A. S. C. (2015). *A matemática no ensino profissional. Os programas e as representações dos professores*. [Tese de doutoramento, Universidade da Beira Interior]. Universidade da Beira Interior, <http://hdl.handle.net/10400.6/3992>.
- Rodrigues, A. (2018). Ensino profissional: educar para o futuro. *Atas do XXIX Seminário de Investigação em Educação Matemática*. APM.
- Santiago, A. (2021). A abordagem da subtração nos manuais das Escolas Normais Primárias e do Ensino Primário, no início do século XX. *Revista de Ensino de Ciências e Matemática*, 12(5), 1-18. <https://doi.org/10.26843/rencima.v12n5a07>
- UNESCO (2016). *Strategy for Technical and Vocational Education and Training (TVET)*. (2016-2021). Acedido em fevereiro, 2022, em <https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000245239>.
- UNESCO (2011). *Classificação Internacional Tipo da Educação*. CITE: Organização das Nações Unidas para a Educação, Ciência e Cultura.
- Vinão, A. F. (2007). *Sistemas educativos, culturas escolares e reformas*. Edições Pedagogo.