



Maria Eduarda Mateus Henriques Santos
Licenciada em Ciências da Engenharia Civil

**MÉTODOS DE ANÁLISE ELÁSTICA E DE ANÁLISE PLÁSTICA
PARA CÁLCULO DE ESFORÇOS EM ESTRUTURAS DE AÇO**

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em
Engenharia Civil

Orientador: Professor Doutor João Rocha de Almeida
FCT-UNL

Júri:

Presidente: Prof. Doutor Corneliu Cismasiu
Arguente: Prof. Doutor Rodrigo Gonçalves
Vogal: Prof. Doutor João Rocha de Almeida



Maria Eduarda Mateus Henriques Santos
Licenciada em Ciências da Engenharia Civil

**MÉTODOS DE ANÁLISE ELÁSTICA E DE ANÁLISE PLÁSTICA
PARA CÁLCULO DE ESFORÇOS EM ESTRUTURAS DE AÇO**

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em
Engenharia Civil

Orientador: Professor Doutor João Rocha de Almeida
FCT-UNL

"Copyright" Maria Eduarda Santos, FCT/UNL e UNL

A Faculdade de Ciências e Tecnologia e a Universidade Nova de Lisboa têm o direito, perpétuo e sem limites geográficos, de arquivar e publicar esta dissertação através de exemplares impressos reproduzidos em papel ou em suporte digital, ou por qualquer outro meio conhecido ou que venha a ser inventado, e de a divulgar através de repositórios científicos e de admitir a sua cópia e distribuição com objectivos educacionais ou de investigação, não comerciais, desde que seja dado crédito ao autor e editor.

Agradecimentos

Queria prestar um agradecimento geral a todo o corpo docente que, de uma forma ou de outra, contribuiu para a conclusão desta etapa. Em particular expresso um especial agradecimento ao Professor Doutor João Rocha de Almeida por toda a sua disponibilidade, sabedoria e paciência nas orientações, assim como pela oportunidade que me proporcionou de poder desenvolver uma dissertação na área das estruturas metálicas. Não posso ainda deixar de salientar, neste agradecimento, o Professor Doutor Rodrigo Gonçalves pela sua disponibilidade em esclarecer dúvidas pontuais.

Similarmente dentro do meio académico, pretendo agradecer aos meus amigos e colegas de Mestrado, que melhor que ninguém podem falar dos momentos bons e maus que todos passámos em conjunto, durante todo o nosso percurso académico.

Não posso deixar de referir a minha família, em especial aos meus pais, Eduardo Manuel e Maria Fernanda, aos meus irmãos, Fábio Hélder e José Rafael e, ainda aos meus avós que me apoiaram em todas as fases do meu percurso académico, incentivando-me a fazer sempre mais e melhor, independentemente dos dissabores que foram surgindo.

Presto ainda uma palavra de agradecimento ao meu namorado, Nuno, por toda a paciência que foi necessária, em especial em circunstâncias de maior pressão.

Por fim, agradeço a Deus mais esta conquista.

Resumo

O dimensionamento de estruturas metálicas em Portugal baseia-se numa norma utilizada a nível europeu, a EN1993, mais correntemente designada por Eurocódigo 3. Esta norma é dividida em várias partes, sendo que a parte 1-1 diz respeito a regras gerais e regras para edifícios. Estas regras fazem distinção de métodos para verificação de segurança de estruturas caso se utilize uma análise elástica ou uma análise plástica.

O aço é um material cujas características correspondem a um comportamento elasto-plástico. No entanto, a norma acima permite tratar o aço quer como material elástico quer como material plástico. Neste trabalho, são apresentadas e discutidas as características de cada um desses tipos de análise, avaliando-se as suas potencialidades e limitações com base em estudos numéricos.

Palavras-chave: aço, análise elástica, análise plástica, análise de primeira ordem, análise de segunda ordem.

Abstract

Elastic and plastic methods for analysis of steel structures

In Portugal, the design of steel structures is based on a standard European norm, called EN1993 and commonly known by Eurocode 3. This standard is divided into several parts, and part 1-1 regards general rules and rules for buildings. These rules establish the difference between elastic and plastic analysis for verification of structural safety.

It is known that steel is a material which characteristics correspond to an elastic-plastic behavior. However, the standard allows steel to be modeled either as an elastic material or as a plastic material. In this work, the characteristics of such types of analysis are presented and discussed. Their capabilities and limitations are evaluated on the basis of numerical studies.

Key-words: steel, elastic analysis, plastic analysis, first-order analysis, second-order analysis.

Índice de Matérias

Índice de Matérias	ix
Índice de Figuras.....	xi
Índice de Quadros	xvii
Lista de Abreviaturas, Siglas e Símbolos	xix
1 Introdução	1
1.1 Considerações Gerais.....	1
1.2 Objectivo.....	2
1.3 Organização da Dissertação	2
2 Análise Estrutural segundo o Eurocódigo 3	5
2.1 Propriedades Mecânicas do Aço	5
2.2 Tipos de Análise	8
2.3 Consideração dos Efeitos de Segunda Ordem.....	16
2.4 Dimensionamento dos Elementos	22
3 Pórticos Planos: Modelos de Comportamento e Métodos de Análise	27
3.1 Classificação	27
3.2 Comportamento Global.....	28
3.3 Estabilidade.....	30
4 Modelação Computacional de Pórticos de Aço	39

4.1	Introdução	39
4.2	Programa de Cálculo Utilizado	40
4.3	Estruturas Analisadas.....	44
4.3.1	Classe das Secções	47
4.4	Análises Elásticas	48
4.4.1	Carga Crítica e Parâmetro de Carga Crítica	48
4.4.2	Análises de Primeira Ordem.....	51
4.4.3	Análises de Segunda Ordem.....	59
4.4.4	Factor de Amplificação	67
4.5	Análises Plásticas	69
4.5.1	Análises de Primeira Ordem.....	70
4.5.2	Análises de Segunda Ordem.....	76
5	Comparação e Discussão de Resultados	83
5.1	Avaliação das Disposições Simplificadas Propostas no Eurocódigo 3.....	83
5.2	Implicações no Dimensionamento.....	94
6	Conclusões e Desenvolvimentos Futuros	97
6.1	Conclusões	97
6.2	Desenvolvimentos Futuros.....	98
	Bibliografia.....	99

Índice de Figuras

Figura 1.1 – Exemplo de um pórtico de aço (arquivo da empresa Entermetal).....	1
Figura 2.1 – Diagramas de tensão-deformação: a) elástico linear, b) rígido-plástico, c) elástico perfeitamente plástico (após atingir a tensão de cedência), d) elasto-plástico com endurecimento (adaptado de Jorge e Dinis, 2005).....	9
Figura 2.2 – Comprimentos das rótulas plásticas para diferentes condições de fronteira dos elementos e carregamentos (adaptado de Chen et al, 1996).....	13
Figura 2.3 – Distribuição de tensões numa secção sujeita a momento flector (Carneiro, 2000).	13
Figura 2.4 – Pórtico regular, bi-encastrado (adaptado de Jorge, 2001).....	15
Figura 2.5 – Efeitos globais ($P - \Delta$) e efeitos locais ($P - \delta$) (Simões, 2008).	17
Figura 2.6 – Tipos de análise (Silva, 2007).....	18
Figura 2.7 – Imperfeição geométrica devida a falta de verticalidade e correspondente carga horizontal equivalente (adaptado de EN1993-1-1, 2005).....	21
Figura 2.8 – Imperfeição geométrica devida à curvatura inicial (adaptado de EN1993-1-1, 2005).	22
Figura 3.1 – Pórticos indeslocáveis a) e pórticos deslocáveis b) (Silva, 2007).	27
Figura 3.2 – Pórtico contraventado a) e pórtico não contraventado b) (Silva, 2007).....	28
Figura 3.3 – Estrutura sujeita a carregamento aleatório (Silva,2007).	29
Figura 3.4 – Resposta da estrutura à solicitação imposta: curvas carga deslocamento (Silva, 2007).	29

Figura 3.5 – Modelo estrutural com instabilidade bifurcacional. a) Configuração indeformada; b) Configuração deformada; c) Trajectória de equilíbrio (adaptado de Reis e Camotim (2000)).	31
Figura 3.6 – Trajectórias de equilíbrio fornecidas pela análise linear de estabilidade (adaptado de Reis e Camotim, 2000).	32
Figura 3.7 – Trajectória de pós encurvadura exacta e aproximada (adaptado de Reis e Camotim, 2000).	33
Figura 3.8 – Modos de instabilidade de pórticos: a) Não contraventado, com deslocamentos laterais nos nós; b) Contraventado, sem deslocamentos laterais nos nós (Martins, 2011).	34
Figura 3.9 – a) Pórtico não contraventado, b) Pórtico parcialmente contraventado; c) Pórtico totalmente contraventado (adaptado de Reis e Camotim, 2000).	35
Figura 3.10 – Exemplo de aplicação do Método de Horne – cargas Verticais (Martins, 2011). ..	36
Figura 3.11 – Exemplo de aplicação do Método de Horne – cargas horizontais (Martins, 2011).	36
Figura 3.12 – Pórtico equivalente de Wood sem deslocamentos laterais (ESDEP, 1993b).	37
Figura 3.13 – Pórtico equivalente de Wood com deslocamentos laterais (ESDEP, 1993b).....	38
Figura 4.1 – Diagrama esquemático da metodologia adoptada no Programa ADINA.	40
Figura 4.2 – Elemento de barra sujeito a compressão uniforme (Poulos, 1980).	41
Figura 4.3 – Configuração do pórtico em estudo.....	44
Figura 4.4 – Comportamento de secções circulares ocas e em C a esforços de compressão (Firmo, 2005).....	45
Figura 4.5 – Susceptibilidade de perfis a) de secção circular oca e b) de secção em C a esforços de torção (Firmo, 2005).....	45
Figura 4.6 – Esquema do caso de estudo 1.....	46
Figura 4.7 – Esquema do caso de estudo 2.....	46
Figura 4.8 – Esquema do caso de estudo 3.....	47
Figura 4.9 – Diagrama carga-deslocamento, caso 1 (análise elástica de primeira ordem).....	51

Figura 4.10 - Caso 1: relações entre carga e esforços actuantes nos pilares, em análise elástica de primeira ordem a) esforço normal, b) esforço transversal e c) momento flector.....	52
Figura 4.11 - Caso 1: relações entre carga e esforços actuantes na viga, em análise elástica de primeira ordem a) esforço normal, b) esforço transversal e c) momento flector.....	53
Figura 4.12 – Diagrama carga-deslocamento, caso 2 (análise elástica de primeira ordem).	54
Figura 4.13 - Caso 2: relações entre carga e esforços actuantes nos pilares em análise elástica de primeira ordem a) esforço normal, b) esforço transversal e c) momento flector.....	55
Figura 4.14 - Caso 2: relações entre carga e esforços actuantes na viga em análise elástica de primeira ordem a) esforço normal, b) esforço transversal e c) momento flector.....	56
Figura 4.15 – Diagrama carga-deslocamento, caso 3 (análise elástica de primeira ordem).	57
Figura 4.16 - Caso 3: relações entre carga e esforços actuantes nos pilares, em análise elástica de primeira ordem a) esforço normal, b) esforço transversal e c) momento flector.....	58
Figura 4.17 - Caso 3: relações entre carga e esforços actuantes na viga, em análise elástica de primeira ordem a) esforço normal, b) esforço transversal e c) momento flector.....	59
Figura 4.18 – Diagrama carga-deslocamento, caso 1 (análise elástica de segunda ordem).	59
Figura 4.19 – Caso 1: relações entre carga e esforços actuantes nos pilares, em análise elástica de segunda ordem a) esforço normal, b) esforço transversal e c) momento flector.....	60
Figura 4.20 – Caso 1: relações entre carga e esforços actuantes na viga, em análise elástica de segunda ordem a) esforço normal, b) esforço transversal e c) momento flector.	61
Figura 4.21 – Diagrama carga-deslocamento, caso 2 (análise elástica de segunda ordem).	62
Figura 4.22 - Caso 2: relações entre carga e esforços actuantes nos pilares, em análise elástica de segunda ordem a) esforço normal, b) esforço transversal e c) momento flector.	63
Figura 4.23 - Caso 2: relações entre carga e esforços actuantes na viga, em análise elástica de segunda ordem a) esforço normal, b) esforço transversal e c) momento flector.	64
Figura 4.24 – Diagrama carga-deslocamento, caso 3 (análise elástica de segunda ordem).	64
Figura 4.25 – Caso 3: relações entre carga e esforços actuantes nos pilares em análise elástica de segunda ordem a) esforço normal, b) esforço transversal e c) momento flector.	65

Figura 4.26 – Caso 3: relações entre carga e esforços actuantes na viga, em análise elástica de segunda ordem a) esforço normal, b) esforço transverso e c) momento flector.	66
Figura 4.27 - Relação entre o factor de amplificação (para análises de primeira ordem) e o factor de carga crítico.....	67
Figura 4.28 – Orientação dos eixos principais da peça.	70
Figura 4.29 – Diagrama carga-deslocamento, caso 1 (análise plástica de primeira ordem).....	70
Figura 4.30 – Caso 1: tensões nos pilares, em análise plástica de primeira ordem: a) tensão segundo o eixo 1; b) tensão segundo o eixo 3.	71
Figura 4.31 – Caso 1: tensões na viga, em análise plástica de primeira ordem: a) tensão segundo o eixo 1; b) tensão segundo o eixo 3.	72
Figura 4.32 – Diagrama carga-deslocamento, caso 2 (análise plástica de primeira ordem).....	72
Figura 4.33 - Caso 2: tensões nos pilares em análise plástica de primeira ordem: a) tensão segundo o eixo 1; b) tensão segundo o eixo 3.	73
Figura 4.34 - Caso 2: tensões na viga, em análise plástica de primeira ordem: a) tensão segundo o eixo 1; b) tensão segundo o eixo 3.	74
Figura 4.35 – Diagrama carga-deslocamento, caso 3 (análise plástica de primeira ordem).....	74
Figura 4.36 – Caso 3: tensões no pilar, em análise plástica de primeira ordem a) tensão segundo o eixo 1; b) tensão segundo o eixo 3.	75
Figura 4.37 – Caso 3: tensões na viga, em análise plástica de primeira ordem: a) tensão segundo o eixo 1; b) tensão segundo o eixo 3.	76
Figura 4.38 – Diagrama carga-deslocamento, caso 1 (análise plástica de segunda ordem).	76
Figura 4.39 – Caso 1: tensões no pilar, em análise plástica de segunda ordem: a) tensões segundo o eixo 1; b) tensões segundo o eixo 3.	77
Figura 4.40 – Caso 1: tensões na viga, em análise plástica de segunda ordem: a) tensões segundo o eixo 1; b) tensões segundo o eixo 3.	78
Figura 4.41 - Diagrama carga-deslocamento, caso 2 (análise plástica de segunda ordem).	79

Figura 4.42 - Caso 2: tensões nos pilares, em análise plástica de segunda ordem: a) tensões segundo o eixo 1; b) tensões segundo o eixo 3.	79
Figura 4.43 - Caso 2: tensões na viga, em análise plástica de segunda ordem: a) tensões segundo o eixo 1; b) tensões segundo o eixo 3.	80
Figura 4.44 – Diagrama carga-deslocamento, caso 3 (análise plástica de segunda ordem).	80
Figura 4.45 – Caso 3: tensões no pilar, em análise plástica de segunda ordem: a) tensões segundo o eixo 1; b) tensões segundo o eixo 3.	81
Figura 4.46 – Caso 3: tensões na viga, em análise plástica de segunda ordem: a) tensões segundo o eixo 1; b) tensões segundo o eixo 3.	82
Figura 5.1 – Deslocamentos de primeira e de segunda ordem em análise elástica.	84
Figura 5.2 – Momentos flectores de primeira e de segunda ordem no pilar, em análise elástica.	85
Figura 5.3 – Comparação entre deslocamentos de primeira e de segunda ordem em análise plástica.	87
Figura 5.4 – Tensões tangenciais máximas no pilar obtidas por meio de análise plástica de primeira e de segunda ordem.	88
Figura 5.5 – Comparação entre diagramas carga-deslocamento em análise elástica e plástica.	90
Figura 5.6 – Diagramas carga-deslocamento para as várias análises (Silva,2007).	91
Figura 5.7 – Caso 1: Comparação entre análise de primeira ordem com FA e análise de segunda ordem (relação carga-deslocamento).	92
Figura 5.8 - Caso 1: Comparação entre análise de primeira ordem com FA e análise de segunda ordem (relação carga-momento flector nos pilares).	93
Figura 5.9 – Caso 2: Comparação entre análise de primeira ordem com FA e análise de primeira ordem (relação carga-deslocamento).	93
Figura 5.10 - Caso 2: Comparação entre análise de primeira ordem com FA e análise de segunda ordem (relação carga-momento flector nos pilares).	93
Figura 5.11 - Caso 3: Comparação entre análise de primeira ordem com FA e análise de segunda ordem (relação carga-deslocamento).	94

Figura 5.12 - Caso 3: Comparação entre análise de primeira ordem com FA e análise de segunda ordem (relação carga-momento flector nos pilares).....	94
Figura 5.13 – Comportamento real do aço estrutural (Dias, 2007).....	95

Índice de Quadros

Quadro 2.1 – Valores nominais da tensão de cedência f_y e da tensão de rotura à tracção f_u para secções tubulares (EN1993-1-1,2005).	6
Quadro 2.2 – Sequência de rótulas plásticas e distribuição de esforços no exemplo de estudo (adaptado de Jorge, 2001)	15
Quadro 2.3 – Valores de cálculo das amplitudes das imperfeições locais, e_0L (EN1993-1-1, 2005).	21
Quadro 2.4 – Factores de imperfeição para as curvas de encurvadura (EN1993-1-1, 2005).	21
Quadro 2.5 – Limites máximos da relação largura-espessura para elementos comprimidos (adaptado de EN1993-1-1, 2005).	23
Quadro 4.1 – Características das secções (tabelas comerciais de perfis tubulares).	47
Quadro 4.2 – Dados para a obtenção da carga crítica segundo o Método de Wood (Caso 1).	50
Quadro 4.3 – Dados para a obtenção da carga crítica segundo o Método de Wood (Caso 2).	50
Quadro 4.4 – Dados para a obtenção da carga crítica segundo o Método de Wood (Caso 3).	50
Quadro 4.5 – Esforços nos pilares sem FA e com FA (caso 1, análise de primeira ordem).	67
Quadro 4.6 – Esforços na viga sem FA e com FA (caso 1, análise de primeira ordem).	68
Quadro 4.7 – Deslocamentos na estrutura sem FA e com FA (caso 1, análise de primeira ordem).	68
Quadro 4.8 - Esforços nos pilares sem FA e com FA (caso 2, análise de primeira ordem).	68
Quadro 4.9 - Esforços na viga sem FA e com FA (caso 2, análise de primeira ordem).	68
Quadro 4.10 - Deslocamentos na estrutura sem FA e com FA (caso 2, análise de primeira ordem).	68

Quadro 4.11- Esforços nos pilares sem FA e com FA (caso3, análise de primeira ordem).	69
Quadro 4.12 – Esforços na viga sem FA e com FA (caso 3, análise de primeira ordem).	69
Quadro 4.13 – Deslocamentos na estrutura sem FA e com FA (caso 3, análise de primeira ordem).	69
Quadro 5.1 – Influência dos efeitos de segunda ordem em análise elástica, nos deslocamentos horizontais.	86
Quadro 5.2 – Influência dos efeitos de segunda ordem em análise elástica, nos momentos flectores.	86
Quadro 5.3 – Influência dos efeitos de segunda ordem em análise plástica.	89
Quadro 5.4 – Influência dos efeitos de segunda ordem em análise plástica, nos momentos flectores.	89
Quadro 5.5 – Variação da carga crítica para diferentes tipos de análise no programa de cálculo automático ADINA.	91
Quadro 5.6 – Variação da carga crítica para diferentes métodos de análise.	92

Lista de Abreviaturas, Siglas e Símbolos

Abreviaturas

EC3	Eurocódigo 3
FA	Factor de Amplificação
MEF	Método dos Elementos Finitos

Siglas

ADINA	Automatic Dynamic Incremental Nonlinear Analyses
CEN	Comité Europeu de Normalização
CHS	Secção Circular Oca
EN	Norma Europeia
FCT	Faculdade de Ciências e Tecnologia
UNL	Universidade Nova de Lisboa

Símbolos

Capítulo 2

Letras Latinas Maiúsculas

A	área da secção
A_{eff}	área efectiva da secção
A_f	área do banzo
A_{net}	área efectiva da secção (descontando os furos)
A_v	área de corte
A_w	área da alma
E	módulo de elasticidade

F_i	carga aplicada no ponto i
H	reação horizontal
H_{Ed}	valor de cálculo das cargas horizontais
I	momento de inércia
L	comprimento
$M_{c,Rd}$	valor de cálculo do momento flector resistente da secção
$M_{pl,Rd}$	valor de cálculo do momento flector resistente plástico
M_p	momento plástico
M_y	momento segundo y
$N_{c,Rd}$	valor de cálculo do esforço normal resistente à compressão
$N_{pl,Rd}$	valor de cálculo do esforço normal resistente plástico
$N_{t,Rd}$	valor de cálculo do esforço normal resistente à tracção
$N_{u,Rd}$	valor de cálculo do esforço normal último
P	carga aplicada
P_{cr}	carga crítica
P_{Ed}	valor de cálculo da carga actuante
S	momento estático
V	reação vertical
$V_{c,Rd}$	valor de cálculo do esforço transversal resistente da secção
$V_{pl,Rd}$	valor de cálculo do esforço transversal resistente plástico
V_{Ed}	valor de cálculo das cargas verticais
W_{pl}	módulo de flexão plástico
$W_{el,min}$	módulo de flexão elástico mínimo
$W_{eff,min}$	módulo de flexão efectivo mínimo

Letras Latinas Minúsculas

f	factor de forma
f_u	tensão de rotura à tracção
f_{ub}	tensão de rotura à tracção do parafuso
f_y	tensão de cedência
f_{yb}	tensão de cedência do parafuso
h	altura do pórtico
m	número de colunas de um piso
r	grau de hiperestatia

t espessura

Letras gregas

α	coeficiente de dilatação térmica linear
α_h	coeficiente de redução em função da altura
α_m	coeficiente de redução em função do número de colunas de um piso
α_p	multiplicador do carregamento
β_w	coeficiente de correlação
γ_{Mi}	coeficiente de segurança
δ_H	deslocamento horizontal
$\delta_{H,Ed}$	deslocamento horizontal no topo do piso
δ_i	deslocamento no ponto de aplicação i
δ_v	deslocamento vertical
ΔL	comprimento da rótula plástica
ε_u	extensão de rotura
ε_y	extensão de cedência
θ	rotação plástica
ρ	massa volúmica
τ_{Ed}	valor de cálculo da tensão de corte máxima
ν	coeficiente de Poisson
ϕ	factor de imperfeição global
ϕ_0	valor de base do factor de imperfeição

Capítulo 3

Letras Latinas Maiúsculas

H	carga horizontal
H_i	forças horizontais no piso i
I	inércia
K	rigidez
$[K_{ij}]$	matriz de rigidez
L	comprimento do elemento
L_{cr}	comprimento crítico
L_e	comprimento de encurvadura
N_{cr}	carga crítica do pilar

N_E	carga de Euler
N_{Ed}	valor de cálculo da carga actuante
P	carga aplicada
P_{cr}	carga crítica
P_i	forças aplicadas
P_w	carga elástica limite
P_u	carga última
V_i	soma das cargas verticais de referência que actuam no piso i

Letras Latinas Minúsculas

ℓ	comprimento do pilar
q	parâmetro adimensional relativo a um grau de liberdade
v	deslocamento horizontal

Letras gregas

α_{cr}	parâmetro de carga crítica
δ_i	deslocamento relativo entre pisos
Δ_{fL}	deslocamento lateral devido à instabilidade
Δ_i	deslocamento horizontal do piso i
η_i	coeficiente característica do método de Wood
λ	parâmetro de carga
λ_{cr}	valor crítico do parâmetro de carga
ϕ_i	inclinação em relação à vertical

Capítulo 4

Letras Latinas Maiúsculas

A	área da secção
A_s	área da superfície
$[D]$	matriz que traduz a distância da superfície à linha neutra
E	módulo de elasticidade
$[G_{ij}]$	matriz geométrica
H_{Ed}	valor de cálculo da cargas horizontais
H_i	forças horizontais no piso i

I	momento de inércia
$[K_{ij}]$	matriz de rigidez
L_{cr}	comprimento crítico
M	momento flector
P	carga aplicada
P_{cr}	carga crítica
S	momento estático
V	energia potencial, esfoço transverso
$V_{Ed}\phi$	carga equivalente às imperfeições
V_i	soma das cargas verticais de referência que actuam no piso i
W_{el}	módulo de flexão elástico
W_{pl}	módulo de flexão plástico

Letras Latinas Minúsculas

d	diâmetro
i	raio de giração
m	massa
q	vector dos deslocamentos nodais
$\{q\}^{cr}$	modo de instabilidade crítico
t	espessura
w	campo dos deslocamentos
$w_{,x}$	primeira derivada dos deslocamentos
$w_{,xx}$	segunda derivada dos deslocamentos

Letras gregas

δ	deslocamento
ε	extensão
η_i	coeficiente característica do método de Wood
λ_{cr}	Valor crítico do parâmetro da carga
σ	tensão
ϕ_{ext}	diâmetro exterior
χ	campo das rotações
$[\psi]$	matriz das funções de forma
$\psi_{,x}$	primeira derivada das funções de forma

$\psi_{,xx}$ segunda derivada das funções de forma

Capítulo 1

1 Introdução

1.1 Considerações Gerais

Em Portugal, é visível o aumento da utilização de elementos metálicos na construção de estruturas, existindo actualmente uma maior competitividade deste tipo de solução estrutural, nas diversas áreas da indústria de construção (Camotim, s.d.).

Em particular, estruturas metálicas com configuração em pórtico¹ têm vindo a ser muito utilizadas, podendo observar-se esta solução em edifícios industriais, de escritórios, de parques de estacionamento, em coberturas de recintos desportivos, etc. (Camotim, s.d. e Simões, 2007).

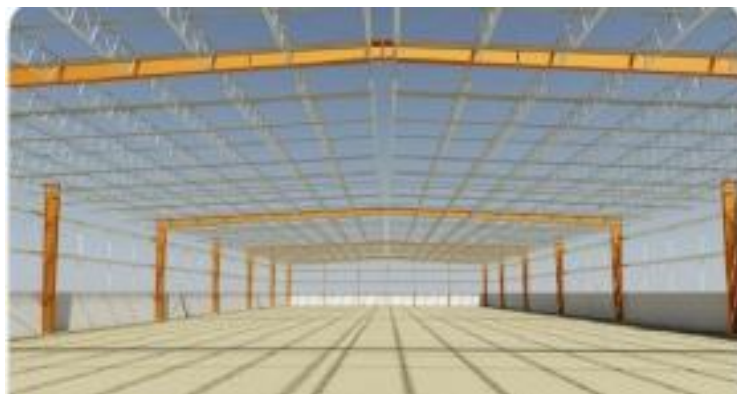


Figura 1.1 – Exemplo de um pórtico de aço (arquivo da empresa Entermetal).

¹ Define-se pórtico como uma estrutura constituída por barras colocadas horizontal e verticalmente. (definição do Dicionário de Língua Portuguesa Contemporânea).

O dimensionamento de estruturas metálicas é um processo de cálculo simples que envolve uma avaliação da resistência elástica ou plástica das secções estruturas adoptadas. Numa análise estrutural global, é importante estudar o comportamento geometricamente não-linear da estrutura, já que os efeitos de segunda ordem podem ser relevantes em estruturas metálicas.

O aço é reconhecidamente um material elasto-plástico. De um modo geral, o dimensionamento de estruturas é baseado numa análise elástica, o que, do ponto de vista das estruturas metálicas se traduz numa avaliação de resistência muito diferente daquela que o material efectivamente apresenta.

Com base nestes pressupostos, desenvolveram-se normas segundo as quais o dimensionamento deve ser regido e nas quais foram estabelecidos limites e condicionantes consoante as peças apresentem comportamento elástico ou plástico. A norma de projecto de estruturas de aço utilizada a nível europeu é denominada por EN1993 (2005), sendo também vulgarmente designada por Eurocódigo 3 ou abreviadamente por EC3.

1.2 Objectivo

Para estudar uma estrutura metálica existem dois métodos de análise: a análise elástica e a análise plástica. A comparação entre estes métodos é discutida em pormenor mais à frente neste trabalho, tendo em vista os seguintes objectivos: avaliar a eficácia de tais métodos e verificar a pertinência das hipóteses de cálculo e dos parâmetros adoptados nesses métodos de análise.

1.3 Organização da Dissertação

No segundo capítulo da presente dissertação, intitulado “Análise Estrutural Segundo o Eurocódigo 3”, abordam-se as principais características do aço e descreve-se a norma europeia utilizada para o dimensionamento de estruturas de aço em Portugal (EN1993, 2005), doravante designada abreviadamente por EC3, dando especial importância aos diversos tipos de análise e à consideração dos efeitos de segunda ordem.

O terceiro capítulo aborda o tema “Pórticos Planos”. Nele, são classificados os diferentes tipos de pórticos e explica-se o comportamento global e a estabilidade estrutural deste tipo de configuração.

O quarto capítulo incide sobre modelos computacionais utilizados em análises estruturais. Neste capítulo é feita uma breve descrição do programa de cálculo utilizado, ADINA 8.2, e são

apresentadas as estruturas seleccionadas para as análises estruturais a realizar. Em seguida, descrevem-se as análises de primeira e de segunda ordem efectuadas, admitindo para o aço quer comportamento elástico quer comportamento plástico.

No quinto capítulo faz-se uma comparação de disposições do EC3 que podem ser adoptadas com base nos resultados apresentados no capítulo anterior. Neste capítulo são também discutidas as implicações dos modelos de cálculo no dimensionamento de estruturas de aço.

A dissertação termina com uma conclusão sobre as informações mais relevantes extraídas dos casos de estudo e da respectiva análise de resultados. Sugerem-se ainda possíveis desenvolvimentos futuros para maior aprofundamento.

Capítulo 2

2 Análise Estrutural segundo o Eurocódigo 3

2.1 Propriedades Mecânicas do Aço

O aço é constituído essencialmente por uma liga de ferro e carbono, formada a partir de minérios de ferro. Na sua constituição podem também incluir-se outros materiais, cuja função é a de melhorar algumas propriedades (por exemplo: resistência à corrosão), utilizando-se para o efeito materiais como o manganês, o silício, o crómio, o níquel e o alumínio (Simões, 2007).

Por norma, apenas se designa como aço o material que apresenta na sua constituição um teor em carbono menor ou igual a 2%, sendo que, no aço estrutural, o teor em carbono é inferior a 0,4% (Simões, 2007).

O carbono é o elemento constituinte que confere dureza e resistência mecânica ao aço; no entanto, o carbono faz diminuir a ductilidade e a soldabilidade, existindo por isso um limite para a percentagem de carbono na constituição do aço.

A quantidade de elementos de liga determina a classificação do aço, identificando-se como aço-carbono o aço cuja percentagem de elementos de liga é desprezável, aço de liga fraca o aço com percentagem de elementos de liga inferior a 5% e aço de liga forte aquele cuja percentagem de elementos de liga é superior a 5%. Um exemplo de aço de liga forte é o aço inoxidável, já que a sua percentagem de crómio é superior a 12%.

No que respeita ao fabrico do aço, podem distinguir-se dois tipos: o aço laminado a quente e o aço enformado a frio. Os aços laminados a quente, após a formação dos lingotes, são sujeitos a uma sucessão de laminagens, à temperatura de 1000°C, onde lhes é conferida a forma

pretendida. Por sua vez, nos aços enformados a frio a forma é-lhes conferida à temperatura ambiente. Por norma, os aços laminados a quente são peças de grandes dimensões (perfis normalizados e chapas de grandes dimensões) e os aços enformados a frio estão associados a peças de pequeno porte e espessura fina, como chapas de revestimento, pequenos perfis ou tubos (Simões, 2007).

A nível comercial, os aços classificam-se com base nos valores nominais de tensão de cedência e de tensão de rotura à tracção que se encontram definidos nas normas EN10025, EN 10210 e EN10219 (EN1993-1-1,2005). No quadro seguinte apresentam-se os valores dessas tensões para secções tubulares, o único tipo de secção a utilizar nos exemplos analisados nesta dissertação.

Quadro 2.1 – Valores nominais da tensão de cedência f_y e da tensão de rotura à tracção f_u para secções tubulares (EN1993-1-1,2005).

Norma e Classe de Aço	Espessura nominal do elemento t (mm)			
	$t \leq 40 \text{ mm}$		$40 \text{ mm} < t \leq 80 \text{ mm}$	
	f_y [N/mm^2]	f_u [N/mm^2]	f_y [N/mm^2]	f_u [N/mm^2]
EN 10210-1				
<i>S 235 H</i>	235	360	215	340
<i>S 275 H</i>	275	430	255	410
<i>S 355 H</i>	355	510	335	490
<i>S 275 NH/NLH</i>	275	390	255	370
<i>S 355 NH/NLH</i>	355	490	335	470
<i>S 420 NH/NLH</i>	420	540	390	520
<i>S 460 NH/NLH</i>	460	560	430	550
EN 10219-1				
<i>S 235 H</i>	235	360		
<i>S 275 H</i>	275	430		
<i>S 355 H</i>	355	510		
<i>S 275 NH/NLH</i>	275	370		
<i>S 355 NH/NLH</i>	355	470		
<i>S 460 NH/NLH</i>	460	550		
<i>S 275 MH/MLH</i>	275	360		
<i>S 355 MH/MLH</i>	355	470		
<i>S 420 MH/MLH</i>	420	500		
<i>S 460 MH/MLH</i>	460	530		

Quando no projecto de estruturas metálicas se utilizam métodos de análise e dimensionamento plástico, é fundamental que os aços possuam ductilidade suficiente. Segundo a Parte 1.1 do EC3 a ductilidade dos aços é assegurada através da verificação dos seguintes três requisitos (EN1993-1-1, 2005):

- $f_u/f_y > 1,10$, sendo f_y e f_u as tensões de cedência e de rotura respectivamente, conforme indicado no Quadro 2.1.
- extensão após rotura de um provete comum de comprimento inicial $5,65\sqrt{A_0}$ (sendo A_0 a área da secção transversal) não inferior a 15%.
- $\varepsilon_u \geq 15\varepsilon_y$, sendo ε_y a extensão de cedência e ε_u a extensão de rotura.

Os aços que estejam em conformidade com as classes definidas na Secção 3 do EC3-1-1 classificam-se como dúcteis. Apenas esses aços podem ser dimensionados e/ou analisados com base em métodos plásticos (EN1993-1-1, 2005).

Os aços macios correntes, cuja quantidade de carbono se situa entre 0,15 e 0,25%, apresentam as seguintes propriedades complementares:

- módulo de elasticidade $E = 210 \text{ GPa}$
- coeficiente de Poisson $\nu = 0,3$
- coeficiente de dilatação térmica linear $\alpha = 12 \times 10^{-6}/^\circ\text{C}$
- massa volúmica $\rho = 7850 \text{ kg/m}^3$

Os aços dos perfis enformados a frio, em geral, apresentam tensões limite de elasticidade superiores às do aço base. Os valores nominais da tensão de cedência f_y e da tensão de rotura à tracção f_u , para os aços enformados a frio, são especificados na Parte 1-3 do EC3, dedicada a esse tipo de aços (EN1993-1-3, 2005).

Os aços dos elementos de ligação (parafusos, porcas, anilhas, soldaduras, etc.), em geral, possuem características específicas, definidas na Parte 1-8 do EC3 (EN1993-1-8, 2005). Quanto à classe dos parafusos, exemplificando para a classe 6.8, o dígito 6 significa que a tensão de rotura f_{ub} é igual a $f_{ub} = 6 \times 100 \text{ N/mm}^2$, enquanto que o dígito 8 significa que a relação entre as tensões de cedência e de rotura é $\frac{f_{yb}}{f_{ub}}=0,8$. Em ligações correntes podem ser utilizados parafusos de qualquer classe; em ligações pré-esforçadas, de acordo com a cláusula 3.1.2 da Parte 1-8 do EC3, devem ser utilizados, obrigatoriamente, apenas parafusos de alta resistência, ou seja, das classes 8.8 ou 10.9.

Em relação às soldaduras, refira-se que, independentemente do processo de execução, o metal de adição deve sempre apresentar propriedades mecânicas idênticas ou superiores às do metal de base. Nessas condições, a tensão de rotura a considerar em cordões de soldadura é a do metal de base, afectada de um coeficiente de correlação, β_w (Simões, 2007).

2.2 Tipos de Análise

Na norma de projecto de estruturas de aço que se encontra actualmente em vigor em Portugal, EN1993, são dadas indicações sobre a determinação dos esforços em estruturas metálicas. Efectivamente, nesta norma existe um capítulo destinado à análise estrutural, no qual é feita referência aos vários possíveis tipos de análise de estruturas metálicas.

Numa estrutura é pouco relevante a determinação rigorosa da capacidade resistente dos seus elementos se os esforços de cálculo não forem adequadamente avaliados. A análise global de esforços e deslocamentos numa estrutura, e em particular numa estrutura metálica, depende fundamentalmente das suas características de deformabilidade e da estabilidade global da estrutura. Com base nestas características, há que ponderar qual o melhor tipo de análise a adoptar, podendo esta ser elástica ou plástica. (Simões, 2007 e ESDEP, 1993a)

De um modo geral, uma estrutura isostática é calculada recorrendo apenas às equações de equilíbrio estático. Por sua vez, os esforços em estruturas hiperestáticas dependem da relação constitutiva adoptada para o material, podendo ser obtidos através de um método de análise elástica ou de um método de análise plástica (Simões, 2008).

A determinação das forças internas de uma estrutura pressupõe a utilização de equações de equilíbrio, as quais nem sempre são determinadas. Quando não é possível determinar todas as equações de equilíbrio estático, é necessário introduzir condições adicionais (em geral de natureza geométrica) de modo a determinar os esforços actuantes. De uma forma mais simplista, uma estrutura estaticamente determinada é designada como isostática; por outro lado, uma estrutura estaticamente indeterminada é classificada como hiperestática (ESDEP, 1993a). Uma vez avaliadas estas condições, pode decidir-se qual o método de análise mais adequado a utilizar. Note-se que, como referido acima, a escolha entre os diferentes tipos de análise apenas se põe para estruturas hiperestáticas, que, de qualquer modo, são geralmente aquelas com que o Engenheiro Projectista se depara diariamente, pelo que é importante adoptar métodos de análise estrutural que satisfaçam adequadamente, não apenas as equações de equilíbrio, mas também as condições de compatibilidade e as relações constitutivas do material.

Relativamente aos Estados Limites de Utilização, directamente relacionados com o desempenho de uma estrutura em condições de serviço, pressupõe-se em geral que a estrutura

deve satisfazer tais critérios em regime elástico, adoptando-se pois uma análise global elástica para verificação desses estados limite.

Paralelamente à problemática da análise elástica ou plástica para determinação das forças internas, também há que considerar as deformações na estrutura e ponderar a eventual necessidade dessas deformações serem tidas em conta aquando da determinação dos esforços.

De acordo com o descrito no EC3, numa análise de primeira ordem (geometricamente linear), apenas é tida em consideração a geometria inicial da estrutura, isto é, são desprezados os efeitos da configuração deformada nos esforços. Uma análise de segunda ordem pressupõe a influência da deformação da estrutura e deve ser adoptada sempre que essa deformação modificar o comportamento estrutural de forma significativa (EN1993-1-1, 2005).

A consideração do comportamento elástico do material implica uma relação tensão-deformação (ou carga-deslocamento) linear, verificando-se a lei de Hooke para qualquer carregamento (Figura 2.1(a)).

Após a cedência, é usual admitir que o aço plastifica, apresentando deformações ilimitadas quando atinge a sua tensão de cedência (Figura 2.1(b),(c) e (d)).

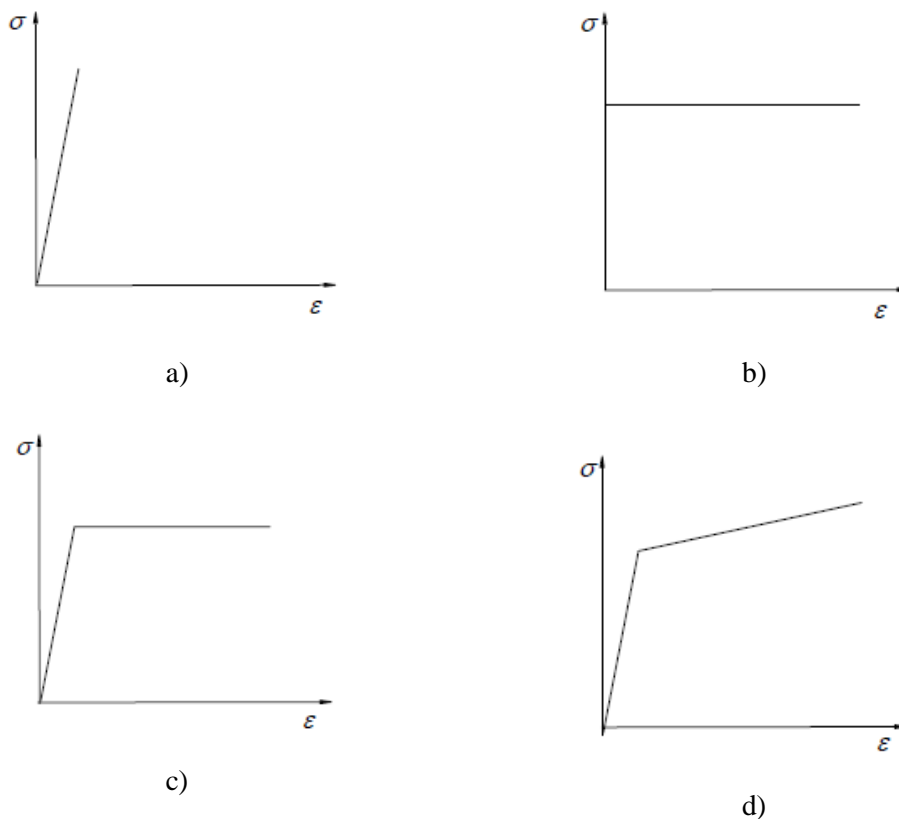


Figura 2.1 – Diagramas de tensão-deformação: a) elástico linear, b) rígido-plástico, c) elástico perfeitamente plástico (após atingir a tensão de cedência), d) elasto-plástico com endurecimento (adaptado de Jorge e Dinis, 2005).

A aplicação da análise global elástica é frequente no cálculo de esforços e deslocamentos de qualquer estrutura e qualquer classe de secção, embora para elementos muito esbeltos, com secção de classe 4, o EC3 prescreva que tal análise seja efectuada adoptando uma secção efectiva (reduzida). É de referir que, para estruturas porticadas, o EC3 permite a redistribuição parcial dos esforços obtidos a partir de uma análise plástica, permitindo nomeadamente a redução de até 15% do momento flector máximo. No entanto, para que esta redistribuição seja válida, é necessário que (Martins, 2011):

- os esforços internos continuem a satisfazer as relações de equilíbrio com as cargas aplicadas;
- as secções onde ocorre a redistribuição de esforços sejam pouco esbeltas (de classe 1 ou 2) e a encurvadura lateral da peça esteja impedida.

O conceito de redistribuição de esforços permite aproveitar o potencial existente para a capacidade de carga de uma estrutura hiperstática, na medida em que a estrutura consegue suportar cargas superiores àquelas para a qual está efectivamente a ser dimensionada, com base na resistência máxima dos elementos nos pontos mais críticos. Contudo, a redistribuição de esforços só é possível quando se garante que existe ductilidade no comportamento da secção transversal, o que explica o motivo para limitar este processo em elementos comprimidos que tendem a instabilizar antes de neles ocorrerem deformações plásticas significativas.

Particularmente no aço, para o estado de tensão e de deormação do mesmo, admite-se que um comportamento elasto-plástico perfeito, pois este modelo apresenta grandes semelhanças com o comportamento do aço macio estrutural. Note-se que a consideração exclusiva da resistência elástica do material equivale a desprezar os efeitos do endurecimento por deformação, conduzindo a um dimensionamento conservativo. De acordo com Martins (2011), o endurecimento actua como uma espécie de tratamento de melhoria da resistência elástica: a peça sujeita-se a uma deformação plástica (permanente), passando o seu limite elástico para o valor da tensão de plastificação alcançada, sendo o trajecto de descarregamento paralelo à anterior recta elástica. Na solicitação seguinte, o valor de cedência elástica será precisamente o valor plástico atingido (Figura 2.1d).

Os métodos de análise plástica apenas são aplicáveis quando se encontram satisfeitos os requisitos geométricos e materiais especificados na Parte 1.1 do EC3 (cláusula 3.2.2, para o aço, e cláusulas 5.2.1, 5.4.3 e 5.6 para as secções).

Os métodos de análise plástica são explicados em pormenor no ponto 2.4 da presente dissertação, onde é descrita a metodologia de cálculo prescrita no EC3. Independentemente da viabilidade de aplicação de métodos de cálculo avançados, é possível distinguir a existência de

duas etapas: análise estrutural e verificações regulamentares respeitantes à resistência das secções e à estabilidade dos elementos da estrutura.

Dentro da análise plástica, a opção por uma análise de maior ou menor sofisticação está associada ao objectivo da mesma. Assim, quando se pretende apenas uma avaliação prévia da viabilidade de determinada solução (pré-dimensionamento) ou uma verificação expedita de um projecto, o processo de cálculo geralmente inclui métodos manuais; quando se pretende uma verificação exaustiva do dimensionamento com recurso a métodos computacionais, é habitual a utilização de programas de análise estrutural, estando actualmente disponível uma grande variedade desses programas.

A realização de uma análise plástica exige o cumprimento de três requisitos: a verificação de equilíbrio, a satisfação dos critérios de cedência e a verificação das condições de colapso plástico da estrutura.

Numa análise plástica onde a flexão é predominante, o colapso plástico da estrutura dá-se por formação de rótulas plásticas consecutivas que transformam a estrutura num mecanismo. Se a estrutura analisada for hiperestática de grau r , o seu colapso implica a formação de $r + 1$ rótulas plásticas, excepto no caso em que ocorrem mecanismos parciais. De uma forma generalizada, dá-se o colapso de uma estrutura quando (Silva e Gervásio, 2007):

- a distribuição de momentos flectores não for estaticamente admissível;
- o critério de cedência for violado;
- a estrutura se tiver transformado num mecanismo.

A análise plástica limite, na qual se considera apenas a situação de colapso iminente sem estudar a evolução dos esforços e das deformações anterior a essa situação, baseia-se em três teoremas fundamentais: o teorema estático, o teorema cinemático e o teorema da unicidade.

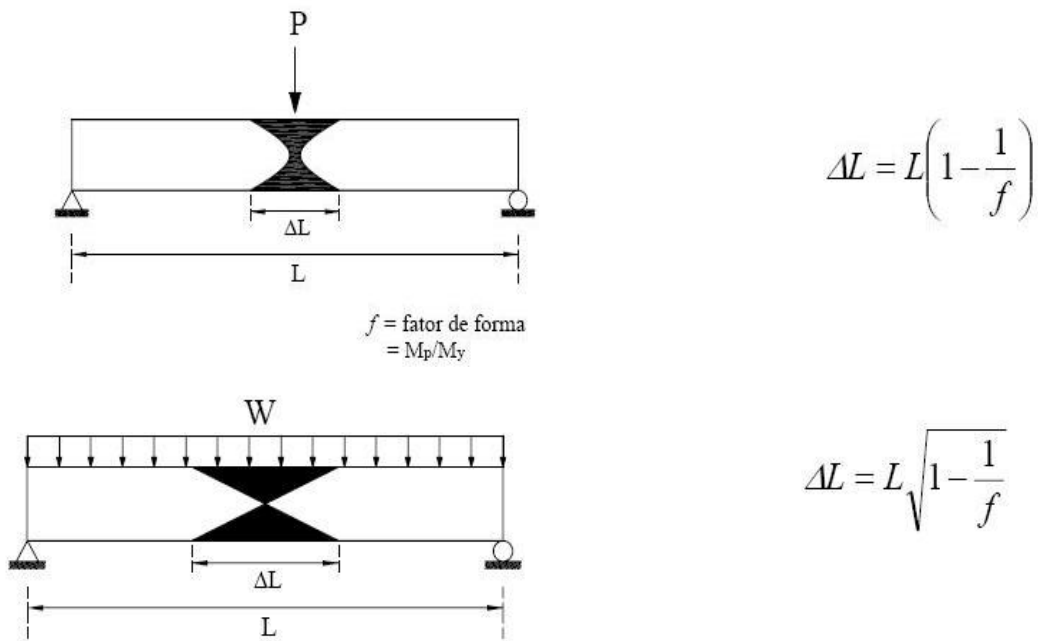
Em primeiro lugar, o teorema estático ou teorema da região inferior diz que *“uma carga calculada a partir de um diagrama de esforços estaticamente admissível é inferior ou no máximo igual à carga de colapso da estrutura”* (Torres, 1965). Assim, a verificação da admissibilidade estática conduz à obtenção de um limite inferior da carga de colapso.

Em segundo lugar, o teorema cinemático ou teorema da região superior afirma que *“a carga de colapso é a mais pequena de todas as cargas que se podem obter dispondo rótulas plásticas em secções arbitrárias da estrutura e calculando as cargas que correspondem aos mecanismos assim criados”* (Torres, 1965). De acordo com este teorema, a análise de um dado mecanismo permite obter um limite superior da carga de colapso, correspondendo a carga de colapso ao menor desses valores de carga.

Por fim, o teorema da unicidade defende que *“se, para uma estrutura submetida a carregamento proporcional, existir um dado valor da carga associado a uma distribuição de*

esforços que satisfaça o equilíbrio e que em nenhuma secção apresente esforços superiores à resistência plástica da secção, mas que simultaneamente origine um mecanismo de colapso da estrutura, então a referida carga é a carga de colapso da estrutura” (Torres, 1965).

Foi com base nestes teoremas que surgiram os métodos de análise plástica. De acordo com Almeida (2006), uma análise plástica considera os efeitos de escoamento do material, podendo distinguir-se duas classificações principais: formulação por zona plástica ou plasticidade distribuída e formulação baseada na formação de rótulas plásticas. Do ponto de vista de cálculo, a primeira abordagem envolve um processo de cálculo mais complexo, sendo mais comum a utilização do método das rótulas plásticas. Este método pressupõe que a plastificação se localiza em algumas secções, nas quais se formam rótulas plásticas. Essas rótulas dizem-se de comprimento zero, mas a verdade é que a plastificação abrange um certo comprimento do elemento, que se designa por comprimento da rótula (ΔL), que varia com o carregamento imposto, com as condições de fronteira e com a geometria da secção transversal (Figura 2.2).



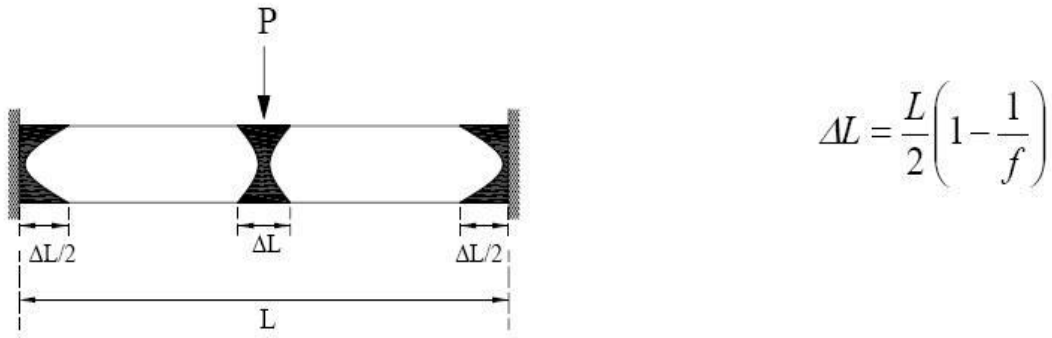


Figura 2.2 – Comprimentos das rótulas plásticas para diferentes condições de fronteira dos elementos e carregamentos (adaptado de Chen et al, 1996).

Tome-se como exemplo um material elasto-plástico perfeito utilizado numa secção genérica simétrica, de área A , sujeita a flexão em torno de um eixo perpendicular ao eixo de simetria da secção (exemplo adaptado de Carneiro, 2000). Quando o momento flector é pequeno, o diagrama tensão-deformação varia linearmente; ao aumentar-se o momento flector, verifica-se que num dado ponto as fibras extremas atingem a tensão de cedência; continuando a aumentar o momento flector, a zona plastificada vai aumentando, até se atingir um ponto em que todas as fibras se encontram em cedência. Neste instante, a secção plastificou totalmente, não podendo absorver nenhum acréscimo de esforço a partir daí, pois foi atingido o seu limite de resistência.

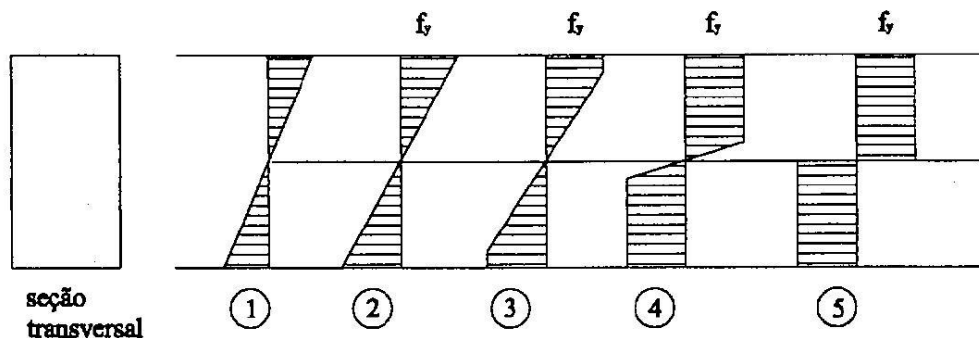


Figura 2.3 – Distribuição de tensões numa secção sujeita a momento flector (Carneiro, 2000).

É sabido que as rótulas plásticas se formam nas zonas onde se verificam os momentos flectores máximos, nomeadamente nos pontos de aplicação de cargas concentradas, nas intersecções de barras que envolvem mudança de geometria e em pontos em que o esforço transversal é nulo. Dentro do método das rótulas plásticas, distinguem-se dois tipos: o método rígido-plástico e o método elasto-plástico (ou incremental). O primeiro considera directamente o mecanismo de colapso final da estrutura, isto é, a situação em que o número de rótulas plásticas criadas transforma a estrutura num mecanismo, levando-a ao colapso. O segundo, além de

permitir a determinação da carga de colapso, permite ainda obter informações adicionais acerca do processo de redistribuição de forças antes que o colapso seja atingido. Este método permite determinar a sequência de formação de rótulas plásticas, o factor de carga associado a cada uma das rótulas, a variação do momento flector correspondente à formação de cada rótula e os deslocamentos associados a um dado incremento de carga (Almeida, 2006).

É de referir, no entanto, que o método de rótulas plásticas só é aplicável quando o esforço normal actuante no elemento for suficientemente pequeno para se poder desprezar face ao efeito do momento flector. Nos casos em que tal não se verifica, a resistência e a rigidez do elemento são sobreestimadas (Almeida, 2006). Alternativamente, é possível ter em conta a influência do esforço axial na redução do momento flector resistente.

Para melhor ilustrar os conceitos subjacentes a este tipo de análise, refere-se seguidamente um exemplo prático de análise plástica limite segundo o método dos mecanismos, apresentado por Silva e Gervásio (2007).

O método dos mecanismos é um método baseado no teorema da região superior que utiliza o Princípio dos Trabalhos Virtuais. Assim, é estabelecido o equilíbrio entre o trabalho das forças exteriores e o trabalho das forças interiores, absorvido nas secções onde se formam rótulas plásticas:

$$\alpha_p \sum F_i \delta_i = \sum M_p \theta \quad (2.1)$$

onde F_i corresponde ao carregamento, δ_i é o deslocamento do ponto de aplicação da carga i na direcção da mesma, M_p é o momento plástico da secção, θ é a rotação plástica e α_p é o multiplicador do carregamento actuante que corresponde ao colapso da estrutura.

Por se tratar de um método baseado no teorema cinemático, é necessário considerar todos os mecanismos de colapso possíveis para garantir a determinação da verdadeira carga de colapso. Em estruturas complexas, essa determinação pode ser difícil; no entanto, Horne e Morris (1981) afirmam que a utilização de uma combinação de mecanismos elementares² auxilia a procura dos mecanismos a considerar.

Como exemplo de aplicação do método, pode apresentar-se o seguinte exemplo (Jorge, 2001):

Atente-se no pórtico rectangular, encastrado nos apoios, sujeito às cargas horizontal e vertical λ , com secção constante e com momento plástico $M_p = 100$.

² Mecanismos elementares são aqueles que resultam de um único deslocamento. Também se podem designar como mecanismos de viga (Silva e Gervásio, 2007).

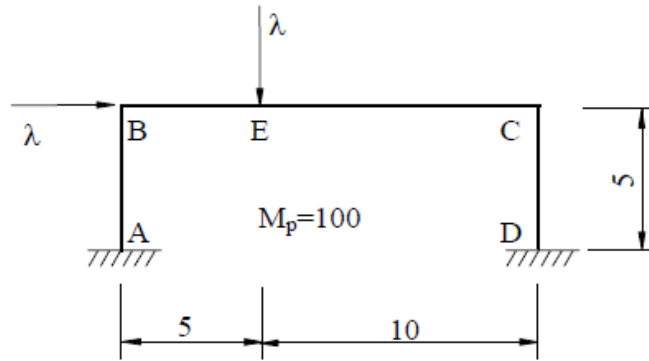


Figura 2.4 – Pórtico regular, bi-encastado (adaptado de Jorge, 2001)

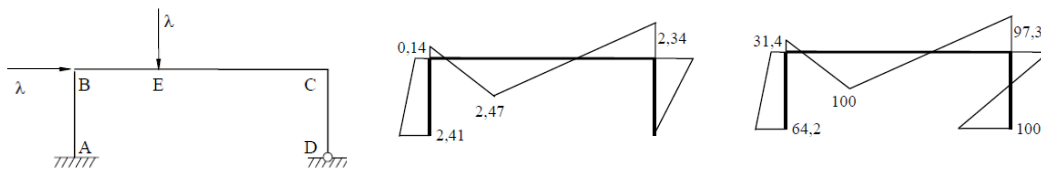
A análise é feita por incrementos de carga de modo a obter a formação sucessiva de rótulas plásticas. Os incrementos e o correspondente surgimento de rótula plástica resultam em alterações geométricas, terminando este processo apenas quando se forma um mecanismo, momento em que λ corresponderá à carga de colapso.

De acordo com este procedimento, as rótulas plásticas surgem com a seguinte ordem: secção D, secção E, secção C e secção A. Deve ainda referir-se que existe uma redistribuição de esforços na estrutura sempre que surge uma nova rótula plástica e a estrutura só se tornará num mecanismo quando os esforços deixarem de ser estaticamente admissíveis. Assim, o quadro seguinte apresenta os vários incrementos de carga, bem como as respectivas distribuições dos momentos flectores.

Quadro 2.2 – Sequência de rótulas plásticas e distribuição de esforços no exemplo de estudo (adaptado de Jorge, 2001)

$$\lambda = \frac{100}{2,57} = 39$$

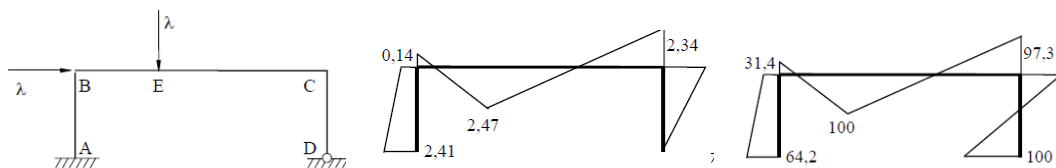
1ª Rótula surge em D



$$M_p = 82,7 + \Delta\lambda \times 2,47$$

$$\Rightarrow \Delta\lambda = 7 \therefore \lambda = 46$$

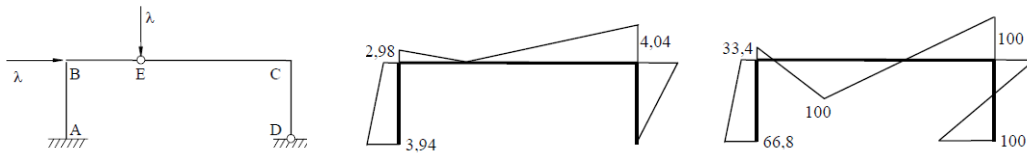
2ª rótula surge em E



$$M_p = 97,3 + \Delta\lambda \times 4,04$$

$$\Rightarrow \Delta\lambda = 0,7 \therefore \lambda = 46,7$$

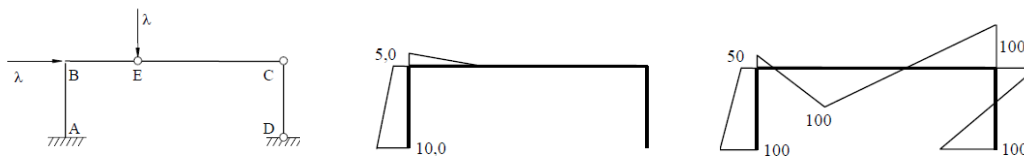
3ª rótula surge em C



$$M_p = 66,8 + \Delta\lambda \times 10$$

$$\Rightarrow \Delta\lambda = 3,3 \therefore \lambda = 50$$

4ª rótula surge em A



De entre os vários tipos de análise plástica, a análise por zona plástica ou plasticidade distribuída permite ter em conta a distribuição da plasticidade, as tensões residuais, as imperfeições geométricas e qualquer outro efeito de segunda ordem que se mostre significativo, dispensando a posterior verificação da resistência de cada barra da estrutura. Este tipo de análise é também designado por Análise Plástica Avançada e assume grande relevância no ponto de vista dimensional de elementos de aço, uma vez que, actualmente, com os avanços tecnológicos, é possível obter formulações teóricas rigorosas e consistentes, que conduzem a resultados seguros. Importante é também referir que foi por intermédio dos resultados de várias experimentações deste tipo de análise que se criaram curvas de ajuste e se desenvolveram as equações de iteração das barras de pórticos, adoptadas nas principais normas técnicas (Almeida 2006).

2.3 Consideração dos Efeitos de Segunda Ordem

A consideração dos efeitos de segunda ordem permite determinar, de modo mais exacto, os esforços e as deformações que, efectivamente, as estruturas sofrem quando sujeitas a determinado tipo de solicitação. As cargas que fazem surgir estes efeitos são, principalmente, as cargas verticais e as cargas horizontais aplicadas nos nós, sendo as cargas verticais as mais determinantes.

A consideração dos efeitos de segunda ordem torna conveniente a exposição de alguns conceitos necessários à sua compreensão. Em primeiro lugar, há que fazer a distinção entre

linearidade e não linearidade geométrica. A linearidade geométrica traduz-se na proporcionalidade entre os deslocamentos angulares ou lineares que surgem numa estrutura e as deformações correspondentes. Desta forma, uma análise de primeira ordem tem carácter linear, enquanto que uma análise de segunda ordem goza de carácter não linear. Outro tipo de linearidade é a linearidade física, onde o comportamento do material obedece à lei de Hooke, existindo proporcionalidade entre as tensões e as deformações do material. Contudo, sabe-se que o aço é um material não linear do ponto de vista físico, já que atinge a cedência para um dado nível de tensão.

Uma análise de segunda ordem é uma análise geometricamente não linear que envolve fenómenos estruturais do ponto de vista global e local. Os efeitos globais ($P - \Delta$) contabilizam as deformações da estrutura nos nós; por sua vez, os efeitos locais ($P - \delta$) estão relacionados com as deformações que cada elemento da estrutura sofre quando solicitado.

É sabido que a força de tracção introduz um aumento de rigidez da barra e que uma força de compressão tende a reduzir essa rigidez, traduzindo-se os efeitos globais e locais numa interacção entre esforços axiais e de flexão. Qualquer um destes efeitos tende a amplificar os deslocamentos da estrutura e os momentos flectores em relação à análise de primeira ordem.

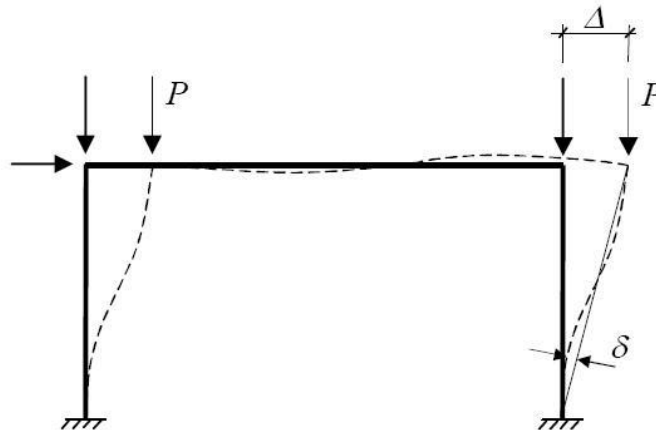


Figura 2.5 – Efeitos globais ($P - \Delta$) e efeitos locais ($P - \delta$) (Simões, 2008).

Associando os tipos de análise descritos em 2.2 aos efeitos de segunda ordem, verifica-se que, caso se adopte uma análise geometricamente não linear, a curva que relaciona a carga com o deslocamento tende assintoticamente para a carga crítica elástica (P_{cr}) da estrutura. A análise plástica considera a não linearidade física do material, caracterizando-se pois a análise plástica de segunda ordem como uma análise não-linear, tanto do ponto de vista geométrico como físico (Silva, 2007). Assume-se que a carga limite obtida pela análise plástica de segunda ordem é a que mais se aproxima da resistência real, sendo portanto esta a análise que melhor representa o comportamento de um pórtico.

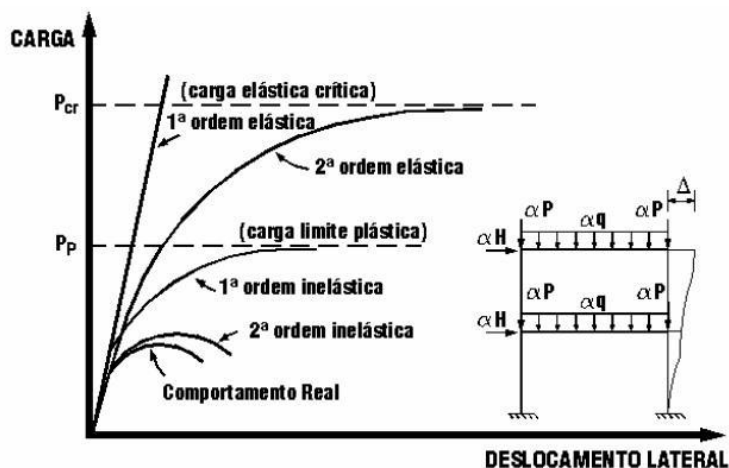


Figura 2.6 – Tipos de análise (Silva, 2007).

Para a avaliação dos efeitos de segunda ordem, existem processos de análise exactos, aproximados e/ou simplificados. Os métodos exactos baseiam-se numa análise não linear, sendo o equilíbrio considerado a partir da posição deformada da estrutura e podendo ainda contabilizar-se as imperfeições geométricas, as tensões residuais e a rigidez da ligação, através da introdução de modificações na matriz de rigidez que vai sendo corrigida de forma iterativa. Nos métodos aproximados, contabiliza-se o equilíbrio a partir da posição deslocada (como no método exacto); no entanto, os efeitos de segunda ordem globais e locais são introduzidos de forma indirecta, por aplicação de forças adicionais fictícias ou através da redução da rigidez do elemento. Finalmente, nos métodos simplificados recorre-se a análises de primeira ordem, sendo os deslocamentos e esforços modificados por meio de factores de amplificação de modo a permitir estimar os esforços de segunda ordem. (Pravia, 2008)

De acordo com o descrito na cláusula 5.2.2 (3) da Parte 1.1 do EC3, as metodologias para avaliar os efeitos de segunda ordem podem ser integradas em três grandes grupos (Silva e Gervásio, 2007):

- análise global de esforços e deslocamentos;
- análise global de esforços e deslocamentos, seguida de verificações individuais da estabilidade de elementos de acordo com a cláusula 6.3 do EC3, utilizando comprimentos de encurvadura normalmente iguais ao comprimento real dos elementos;
- análise de primeira ordem, seguida de verificações individuais da estabilidade de elementos equivalentes de acordo com a cláusula 6.3 do EC3, utilizando comprimentos de encurvadura apropriados e correspondentes ao modo de encurvadura global da estrutura.

Dentro dos métodos simplificados, a sensibilidade de estruturas aos esforços de segunda ordem pode ser avaliada de forma indirecta através da carga crítica elástica da estrutura, P_{cr} . O EC3 impõe a necessidade de tomar em consideração os efeitos de segunda ordem (P-detal grande) sempre que:

$$\alpha_{cr} = \frac{P_{Ed}}{P_{cr}} \leq 10 \text{ (em análise elástica)} \quad (2.2)$$

$$\alpha_{cr} = \frac{P_{Ed}}{P_{cr}} \leq 15 \text{ (em análise plástica)} \quad (2.3)$$

Outra simplificação de cálculo é referida na cláusula 5.2.2(5)B, onde se permite a sua utilização sempre que $\alpha_{cr} > 3,0$. Segundo essa cláusula, os esforços de segunda ordem podem ser estimados de modo aproximado através da amplificação dos esforços de primeira ordem devidos às cargas horizontais, multiplicando-os pelo seguinte factor de amplificação:

$$1/(1 - 1/\alpha_{cr}) \quad (2.4)$$

Relativamente ao parâmetro α_{cr} , o EC3 permite a sua determinação de uma forma simplificada por meio da equação 2.12, caso se garanta o estipulado na cláusula 5.2.1(4)B do EC3-1-1:

$$\alpha_{cr} = \left(\frac{H_{Ed}}{V_{Ed}} \right) \left(\frac{h}{\delta_{H,Ed}} \right) \quad (2.5)$$

onde H_{Ed} é o valor de cálculo da reacção horizontal na base do piso, provocada pelas cargas horizontais (aplicadas e fictícias), V_{Ed} é o valor de cálculo das cargas verticais aplicadas à estrutura acima da base do piso, $\delta_{H,Ed}$ é o deslocamento horizontal no topo do piso (medido em relação à base) quando se considera um carregamento definido pelos valores de cálculo das cargas horizontais aplicadas e fictícias ao nível de cada piso, e h é a altura do piso.

Sabe-se que estruturas não contraventadas lateralmente são mais susceptíveis aos efeitos de segunda ordem do que estruturas contraventadas, pois as primeiras permitem deslocamentos laterais que originam esforços de segunda ordem. Exemplos de estruturas contraventadas são aquelas que possuem maior rigidez a acções laterais devido à inclusão de estruturas reticuladas, paredes ou núcleos resistentes, que absorvem as forças horizontais. Caso a inclusão destes elementos permita diminuir em 80% a flexibilidade lateral da estrutura, alguns autores consideram que se podem dispensar os efeitos de segunda ordem (Simões, 2007).

Associado aos efeitos de segunda ordem, é de salientar o papel desempenhado pelas imperfeições geométricas. As imperfeições geométricas são deformações, por vezes quase imperceptíveis, que se geram aquando da execução de uma estrutura, nomeadamente devidas a

tensões residuais, excentricidades das ligações, excentricidades das cargas e falta de verticalidade, entre outras causas. Estas deficiências construtivas dão origem a efeitos de segunda ordem, os quais devem ser incluídos no cálculo e no dimensionamento estrutural.

A norma EN1993 admite a simulação dos efeitos das imperfeições através da introdução de cargas equivalentes (cláusula 5.3 do EC3-1-1), que permitem reproduzir a configuração deformada devida a esses efeitos. Consideram-se três tipos de imperfeições, a saber:

- imperfeições globais dos pórticos;
- imperfeições locais dos elementos;
- imperfeições dos sistemas de contraventamento.

As estruturas com configuração de pórtico esbeltos e não contraventado são mais susceptíveis à instabilização. Assim sendo, considera-se uma imperfeição geométrica equivalente que traduz a falta de verticalidade global da estrutura. Para a simular, define-se um ângulo ϕ que corresponde à inclinação inicial, dado por:

$$\phi = \phi_o \alpha_h \alpha_m \quad (2.6)$$

Em que:

$$\phi_o = 1/200; \quad (2.7)$$

α_h e α_m são coeficientes de redução dependentes da altura e do número do pilares do pórtico, sendo dados respectivamente por:

$$\alpha_h = \frac{2}{\sqrt{h}} \quad (2.8)$$

Mas:

$$\frac{2}{3} \leq \alpha_h \leq 1,0 \quad (2.9)$$

$$\alpha_m = \sqrt{0,5 \left(1 + \frac{1}{m} \right)} \quad (2.10)$$

correspondendo h à altura total da estrutura em metros e m ao número de pilares do pórtico sujeitos a um esforço axial $N_{Ed} \geq 50\%$ do valor médio do esforço axial contabilizado a partir do esforço axial registado em todos os pilares. Note-se que esta imperfeição pode ser substituída por a uma carga horizontal equivalente (ver Figura 2.7).

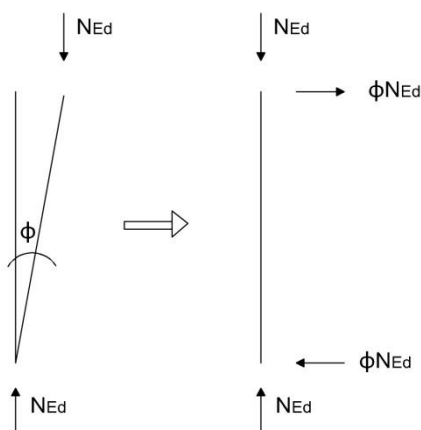


Figura 2.7 – Imperfeição geométrica devida a falta de verticalidade e correspondente carga horizontal equivalente (adaptado de EN1993-1-1, 2005).

Também assumida como imperfeição inicial é a curvatura inicial, a qual pode igualmente ser simulada pela introdução de uma carga equivalente. Para isso é necessário definir o parâmetro e_0/L , em que e_0 corresponde à amplitude máxima do deslocamento lateral inicial e L ao comprimento do elemento. Os valores de cálculo das amplitudes das imperfeições locais, e_0/L , são dados no EC3 sob a forma de quadro. (Quadro 2.2)

Quadro 2.3 – Valores de cálculo das amplitudes das imperfeições locais, e_0/L (EN1993-1-1, 2005).

Curva de encurvadura de acordo com os factores de imperfeição	e_0/L - análise elástica	e_0/L - análise plástica
	a_0	1/350
a	1/300	1/250
b	1/250	1/200
c	1/200	1/150
d	1/150	1/100

Este quadro foi criado com base numa análise de pós-encurvadura onde são analisadas as secções em causa e, consoante as suas características geométricas e físicas, se adopta uma curva de encurvadura. A cada curva de encurvadura está associado um factor de imperfeição e são esse factor e essa curva que determinam o valor de e_0/L a utilizar no dimensionamento (Simões, 2007).

Quadro 2.4 – Factores de imperfeição para as curvas de encurvadura (EN1993-1-1, 2005).

Curva de Encurvadura	a_0	a	b	c	d
Factor de imperfeição α	0,13	0,21	0,34	0,49	0,76

Como já foi referido, a imperfeição geométrica associada à curvatura inicial pode ser substituída por um sistema de forças horizontais equivalentes. É importante salientar que, em edifícios com vários pisos, estas forças devem ser aplicadas em cada piso, sendo que o piso térreo suportará a carga vertical proveniente de todos os pisos superiores.

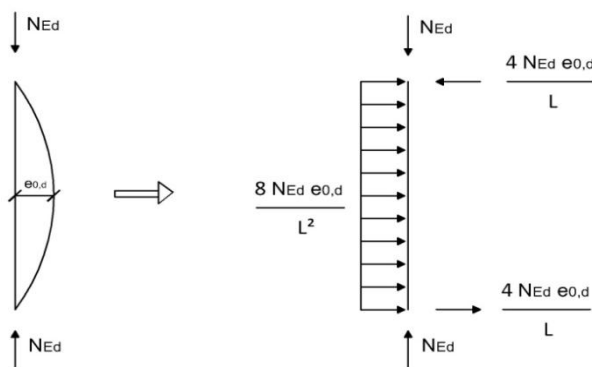


Figura 2.8 – Imperfeição geométrica devida à curvatura inicial (adaptado de EN1993-1-1, 2005).

O EC3 refere que, em edifícios, as imperfeições podem ser consideradas segundo várias direcções, mas não em simultâneo. Devem ainda ser considerados eventuais efeitos de torção global do edifício, de acordo com a cláusula 5.3.2 do EC3-1-1 (Simões, 2007). Contudo, neste trabalho os efeitos de torção não serão abordados.

2.4 Dimensionamento dos Elementos

O dimensionamento de estruturas metálicas consiste em garantir a segurança da estrutura relativamente aos estados limites últimos e de utilização considerados.

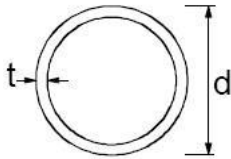
A segurança de uma estrutura metálica depende da resistência das secções transversais dos elementos, da resistência aos fenómenos de instabilidade e da resistência das ligações. Em seguida, enunciam-se todos os passos necessários ao correcto dimensionamento de uma peça metálica (Simões, 2007).

Primeiro Passo – Classificação da Secção

Após a escolha de qualquer secção comercial disponível, deve classificar-se a secção transversal, de modo a avaliar a sua resistência à encurvadura local. Esta classificação é importante, pois na verificação aos estados limites a classe da secção tem influência na escolha das expressões a utilizar para verificação da segurança.

Segundo a cláusula 5.6 do EC3, tem-se, para tubos circulares:

Quadro 2.5 – Limites máximos da relação largura-espessura para elementos comprimidos (adaptado de EN1993-1-1, 2005).

Secções tubulares						
						
Classe	Secção em flexão e/ou compressão					
1	$d/t \leq 50\varepsilon^2$					
2	$d/t \leq 70\varepsilon^2$					
3	$d/t \leq 90\varepsilon^2$					
$\varepsilon = \sqrt{235/f_y}$	f_y	235	275	355	420	460
	ε	1,00	0,92	0,81	0,75	0,71
	ε^2	1,00	0,85	0,66	0,56	0,51

Do quadro acima, observa-se que a classificação das secções é estabelecida a partir da relação entre o diâmetro (no caso particular de tubos) e a espessura da peça sujeita a flexão e/ou compressão, sendo essa relação limitada consoante a classe. Esse limite envolve a classe do aço, a qual é tida em conta através do factor ε .

A classificação de secções baseia-se no diagrama de tensões normais correspondente à sua capacidade máxima. As classes 1 e 2 estão associadas à resistência plástica, e as classes 3 e 4 à resistência elástica (Simões, 2007).

Pode admitir-se que a secção transversal absorve o seu momento plástico quando todos os componentes comprimidos são de classe 1 ou 2; quando todos os componentes comprimidos são de classe 3 ou inferior, pode determinar-se a sua resistência com base numa distribuição elástica de tensões na secção transversal, limitada pelo valor da tensão de cedência nas fibras extremas; quando pelo menos um dos componentes comprimidos de uma secção transversal for de classe 4, a secção deverá ser calculada como sendo desta classe, com correspondente redução da área efectiva.

A classe da secção também tem influência na escolha do tipo de análise estrutural. Quando se adopta uma análise global elástica, podem usar-se elementos com secções transversais de qualquer classe, desde que o dimensionamento dos elementos tenha em conta a possível limitação da resistência das secções transversais devida à encurvadura local. A análise global plástica encontra-se limitada a secções de classe 1, embora para secções de classe 2 seja possível efectuar análises elásticas com redistribuição de esforços.

Segundo Passo – Cálculo de Esforços

O cálculo de esforços em estruturas metálicas é idêntico ao de qualquer estrutura constituída por outro tipo de material.

Em estruturas com elevado grau de hiperestatia, recorre-se geralmente a software comercial, que permite de forma bastante expedita obter os esforços que se geram na estrutura devidos a uma dada combinação de acções.

Terceiro Passo – Verificações de Resistência

No que respeita às verificações de resistência, estas são feitas de acordo com o esforço actuante envolvido. Assim, existem diferentes verificações consoante se trate de um esforço axial N (tracção ou compressão), de um momento flector M ou de um esforço transversal V . Acrescente-se também que estes esforços podem actuar em simultâneo, provocando interacções de efeitos designadas por interacção $M+N$, interacção $M+V$ e interacção $M+N+V$.

Os esforços podem então ser verificados a partir das seguintes expressões, indicadas na EN1993-1-1.

Para esforços de tracção, há que satisfazer a cláusula 6.2.3(1):

$$\frac{N_{Ed}}{N_{t,Rd}} \leq 1,0 \quad (2.11)$$

O valor de cálculo do esforço normal resistente de tracção, $N_{t,Rd}$, deve ser tomado igual ao menor dos seguintes valores:

$$N_{t,Rd} = \min \left\{ N_{pl,Rd} = \frac{A f_y}{\gamma_{M0}}; N_{u,Rd} = \frac{0.9 A_{net} f_u}{\gamma_{M2}} \right\} \quad (2.12)$$

onde os índices pl e u significam a “plástico” e “último”, respectivamente; A_{net} representa a área efectiva da secção (descontando os furos), γ_{M0} e γ_{M2} são coeficientes de segurança iguais respectivamente a 1,0 e 1,25.

Para esforços de compressão (cláusula 6.2.4), deve garantir-se:

$$\frac{N_{Ed}}{N_{c,Rd}} \leq 1,0 \quad (2.13)$$

$$N_{c,Rd} = \frac{A f_y}{\gamma_{M0}} \text{ para secções de classe 1,2 ou 3} \quad (2.14)$$

$$N_{c,Rd} = \frac{A_{eff} f_y}{\gamma_{M0}} \text{ para secções de classe 4} \quad (2.15)$$

Para verificação da resistência ao momento flector, também se utilizam diferentes expressões consoante a classe de secção (cláusulas 6.2.5(1) e 6.2.5(2)):

$$\frac{M_{Ed}}{M_{c,Rd}} \leq 1,0 \quad (2.16)$$

$$M_{c,Rd} = M_{pl,Rd} = \frac{W_{pl}f_y}{\gamma_{M0}} \text{ para secções de classe 1 ou 2} \quad (2.17)$$

$$M_{c,Rd} = M_{el,Rd} = \frac{W_{el,min}f_y}{\gamma_{M0}} \text{ para secções de classe 3} \quad (2.18)$$

$$M_{c,Rd} = \frac{W_{eff,min}f_y}{\gamma_{M0}} \text{ para secções de classe 4} \quad (2.19)$$

onde W_{pl} representa o módulo de flexão plástico, W_{el} o módulo de flexão elástico e W_{eff} o módulo de flexão efectivo mínimo.

A verificação da resistência ao esforço transversal deve satisfazer o prescrito na cláusula 6.2.6(1), que especifica:

$$\frac{V_{Ed}}{V_{c,Rd}} \leq 1,0 \quad (2.20)$$

O valor do esforço transversal resistente, $V_{c,Rd}$, varia de acordo com o tipo de cálculo, que pode ser plástico ou elástico (cláusulas 6.2.6(2), 6.2.6(4) e 6.2.6(5), respectivamente). Para o cálculo em regime plástico, tem-se:

$$V_{pl,Rd} = \frac{A_v(f_y/\sqrt{3})}{\gamma_{M0}} \quad (2.21)$$

Em que A_v é a área de corte, definida segundo a cláusula 6.2.6(3).

Em regime elástico, há que satisfazer a condição:

$$\frac{\tau_{Ed}}{f_y/(\sqrt{3}\gamma_{M0})} \leq 1,0 \quad (2.22)$$

Em que τ_{Ed} é a tensão de corte máxima, calculada para secções de parede fina através da seguinte equação:

$$\tau_{Ed} = \frac{V_{Ed}S}{It} \quad (2.23)$$

onde V_{Ed} é o esforço transversal actuante, S é o momento estático máximo relativamente a um eixo central perpendicular a V_{Ed} , I é o momento de inércia da secção relativamente a esse eixo e t é a espessura do troço.

Em alternativa à expressão (2.23), para secções em I ou H pode utilizar-se a expressão (2.24):

$$\tau_{Ed} = \frac{V_{Ed}}{A_w} \text{ caso } A_f/A_w \geq 0,6 \quad (2.24)$$

Capítulo 3

3 Pórticos Planos: Modelos de Comportamento e Métodos de Análise

3.1 Classificação

A classificação de um pórtico como deslocável ou indeslocável está associada aos fenômenos de instabilidade. Assim, a denominação de deslocável é assumida quando o pórtico, em situação de instabilidade, pode sofrer deslocamentos laterais excêntricos à posição indeformada do pilar. Por outro lado, caso esse deslocamento na extremidade dos pilares não se verifique durante um fenômeno de instabilidade, o pórtico dir-se-á indeslocável.

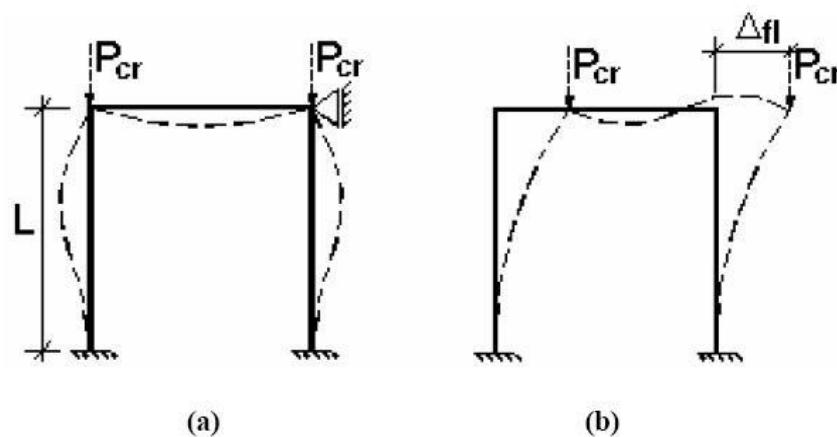


Figura 3.1 – Pórticos indeslocáveis a) e pórticos deslocáveis b) (Silva, 2007).

Caso se adopte um sistema de contraventamento, este deve ser suficientemente rígido a fim de conseguir oferecer resistência aos carregamentos laterais actuantes, através, por exemplo, da colocação de elementos diagonais. A presença de elementos de contraventamento faz com que os deslocamentos gerados pelos carregamentos laterais sejam muito pequenos e, assim, os efeitos de segunda ordem, provenientes do efeito $P - \Delta$, podem ser desprezados. De acordo com Salmon (2006), um pórtico contraventado é aquele em que um movimento lateral devido à instabilidade é impedido por elementos de contraventamento, tornando o pórtico indeslocável se o sistema de contraventamento for suficientemente rígido.

Geralmente, um pórtico é considerado como não contraventado quando a sua resistência a acções laterais é garantida apenas pela rigidez de flexão das vigas e dos pilares, rigidamente ligados entre si. Quando o carregamento vertical atinge um valor crítico, a estrutura sofre um deslocamento lateral brusco, designado por deslocamento lateral devido a instabilidade (Δ_{fl}). Nestes casos, contrariamente ao que habitualmente sucede com os pórticos contraventados, faz sentido considerar os efeitos de segunda ordem ($P - \Delta$), uma vez que o deslocamento lateral devido ao carregamento horizontal pode ser relativamente grande, fazendo com que na estrutura actuem momentos de segunda ordem ($P - \Delta$) significativos. (Silva, 2007)

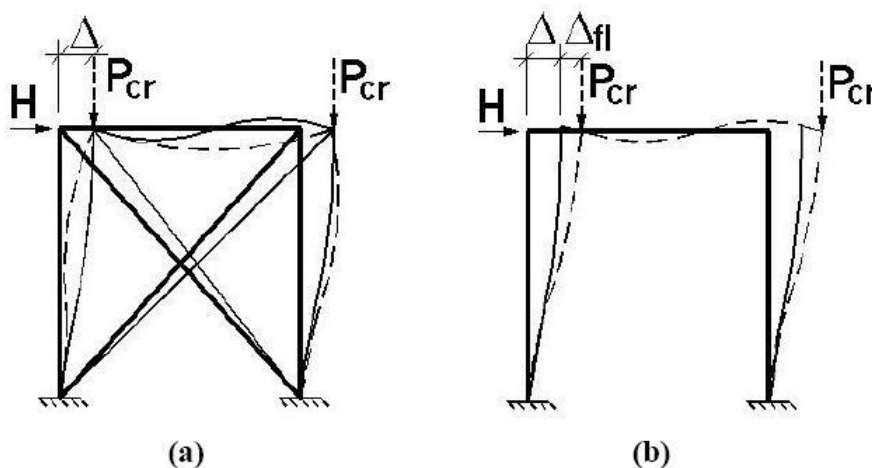


Figura 3.2 – Pórtico contraventado a) e pórtico não contraventado b) (Silva, 2007).

3.2 Comportamento Global

A avaliação do comportamento global de um pórtico face a determinadas solicitações visa a avaliação de determinados parâmetros que variam consoante o objectivo do projecto. Logo, é importante conhecer bem a geometria, as secções transversais, as propriedades e as características mecânicas do material, em conjunto com as características do carregamento.

Uma vez definidas estas características, há que efectuar um conjunto de verificações em termos de satisfação das condições de equilíbrio, compatibilidade, resistência e limitação de deformações.

Atente-se o exemplo apresentado em Silva (2007) onde se considera um pórtico simples, submetido a um carregamento genérico que actua sobre o plano da estrutura (Figura 3.3).

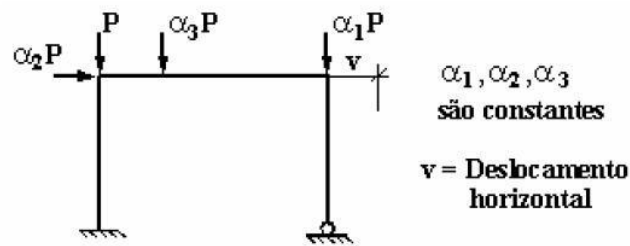


Figura 3.3 – Estrutura sujeita a carregamento aleatório (Silva,2007).

A caracterização do comportamento do pórtico pode apresentar-se sob a forma de gráfico. (Figura 3.4) relacionando a intensidade da carga com o deslocamento lateral v que o pórtico sofre face à solicitação imposta.

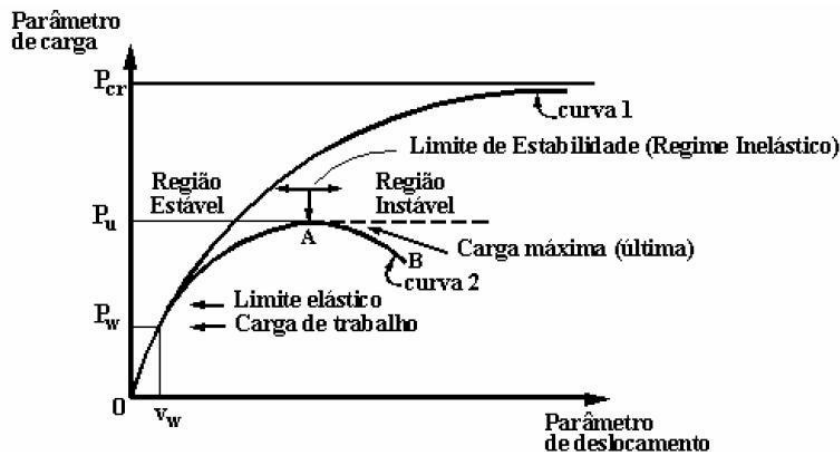


Figura 3.4 – Resposta da estrutura à solicitação imposta: curvas carga deslocamento (Silva, 2007).

Para cargas reduzidas, o deslocamento lateral aumenta de forma mais ou menos proporcional ao aumento da carga. À medida que o carregamento aumenta, observa-se, para a curva 1, um comportamento elástico, verificando-se uma tendência assintótica para a carga crítica, de uma forma mais ou menos gradual. Essa curva ilustra pois uma análise elástica de segunda ordem. A curva 2 representa um modelo matemático que considera a não linearidade geométrica e física. Neste caso está-se perante uma análise plástica de segunda ordem.

É importante salientar que o andamento não linear da curva 1 se deve aos efeitos geométricos de segunda ordem. Relativamente à curva 2, o seu comportamento começa por ser elástico de segunda ordem, com não linearidade apenas de natureza geométrica. Uma vez atingido o limite elástico do material (P_w), o comportamento passa a ser elasto-plástico. Nesta segunda fase de comportamento do pórtico, o declive diminui consideravelmente devido à não linearidade física do material, tornando-se este cada vez menos rígido. Sabe-se que numa

descarga em fase elástica o material tem capacidade para regressar à sua configuração inicial, mas numa descarga em fase plástica a sua recuperação não é total, dizendo-se que ocorre uma deformação permanente. Ainda sobre a curva 2, há que referir que na fase plástica existe um valor limite (P_u) que marca a distinção entre o comportamento plástico estável e instável. Uma vez atingida a carga máxima última, a inclinação da curva torna-se nula, ocorrendo o colapso por formação de um mecanismo (Silva, 2007).

3.3 Estabilidade

Diversas normas e especificações técnicas actuais indicam que os esforços actuantes podem ser obtidos directamente a partir de uma análise elástica de segunda ordem, embora permitam também o uso de métodos mais simples ou aproximados de análise estrutural. Uma análise elástica de segunda ordem é formulada com base na configuração deformada da estrutura e, embora considere os efeitos da instabilidade, não fornece nenhuma informação sobre a resistência real (inelástica) da estrutura. No dimensionamento, a combinação dos efeitos de instabilidade e inelasticidade deve ser considerada para verificação da capacidade das barras, utilizando-se normalmente equações de interacção para verificação da resistência e da estabilidade dos elementos.

O estudo da estabilidade assume grande importância no domínio das estruturas metálicas. De facto, uma análise de estabilidade é fundamental para a determinação da resistência da estrutura, dado que, quando se atinge a carga crítica, a estrutura passa a apresentar um comportamento instável. Este tipo de análise é sempre não linear em termos geométricos e em geral obriga a ter em consideração a existência de imperfeições e de efeitos de segunda ordem.

Do ponto de vista físico, a linearidade física do material pode ou não ser considerada. Em caso afirmativo a análise a efectuar será uma análise de estabilidade elástica (material elástico linear); em caso negativo, a análise designa-se por análise de estabilidade em regime elasto-plástico.

Consoante o nível de não linearidade geométrica adoptado, existem vários tipos de análise de estabilidade, surgindo os conceitos de análise linear de estabilidade e de análise não linear de estabilidade (Reis e Camotim, 2000). A análise linear de estabilidade envolve a determinação das equações de equilíbrio na configuração deformada da estrutura; no entanto, essas equações são linearizadas relativamente aos deslocamentos envolvidos, em especial aqueles que definem o modo de estabilidade. Tal análise só é possível se as equações de equilíbrio forem estabelecidas numa configuração deformada pouco afastada da trajectória fundamental. A informação que se consegue obter de uma análise linear de estabilidade é uma estimativa quase exacta da carga crítica de bifurcação, ou simplesmente carga crítica, a forma

quase exacta do modo de instabilidade e uma trajectória de pós-encurvadura. Deve salientar-se que só existe exactidão de valores se as deformações de pré-encurvadura não influenciarem os resultados.

Para exemplificar os conceitos acima definidos, atente-se no problema apresentado por Reis e Camotim (2000):

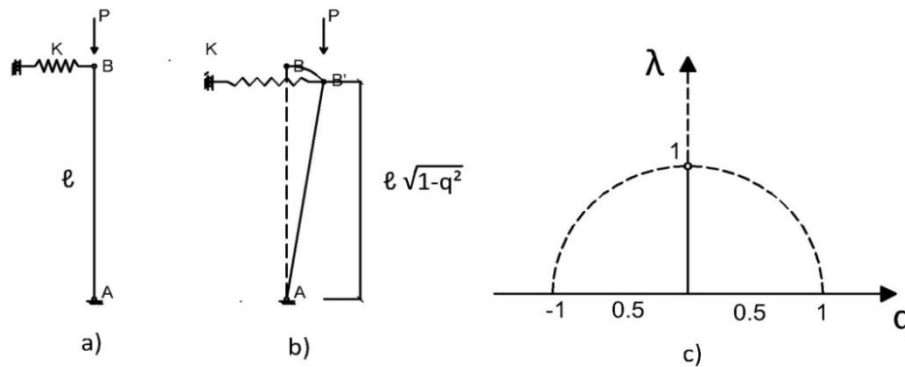


Figura 3.5 – Modelo estrutural com instabilidade bifurcacional. a) Configuração indeformada; b) Configuração deformada; c) Trajectória de equilíbrio (adaptado de Reis e Camotim (2000)).

Considere-se o modelo estrutural apresentado na Figura 3.5, descrito pela equação de equilíbrio:

$$Pq - Kq\ell\sqrt{1 - q^2} = 0 \quad (3.1)$$

Onde q corresponde ao parâmetro adimensional para o grau de liberdade do modelo (deslocamento horizontal do nó B, u), ou seja:

$$q = u/l \quad (3.2)$$

A análise linear de estabilidade do modelo consiste em estabelecer o equilíbrio de momentos numa configuração deformada caracterizada por $u \ll \ell$, i.e., $q \ll 1$. Este procedimento corresponde a linearizar a equação de equilíbrio com a substituição do primeiro membro por uma expressão que depende linearmente do parâmetro q . Com o desenvolvimento da série de Taylor da função $q\sqrt{1 - q^2}$ na vizinhança de $q = 0$, tem-se que:

$$Pq - Kq\ell = 0 \quad (3.3)$$

A equação (3.3) apresenta as seguintes soluções:

$$q = 0 \text{ (trajectória fundamental)} \quad (3.4)$$

$$P = K\ell \Leftrightarrow \lambda = 1 \quad (q \text{ indeterminado}) \quad (3.5)$$

A representação gráfica é apresentada de seguida e mostra a intersecção das duas trajectórias no ponto cujas coordenadas são $q = 0$ e $P = K\ell$ ($\lambda=1$).

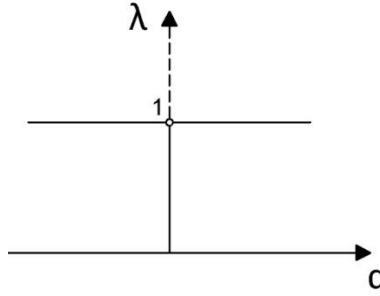


Figura 3.6 – Trajectórias de equilíbrio fornecidas pela análise linear de estabilidade (adaptado de Reis e Camotim, 2000).

Por sua vez, a análise não linear de estabilidade baseia-se na consideração de termos não lineares nas equações de equilíbrio estabelecidas na análise linear de estabilidade, a fim de ser possível estabelecer o comportamento de pós-encurvadura do sistema estrutural. Esta análise pode ser efectuada de forma simples utilizando apenas a análise de pós-encurvadura que retém apenas os termos não nulos de ordem imediatamente superior à primeira. Saliente-se que esta “simplificação” só é válida quando os valores dos parâmetros de deformação são pequenos, conseguindo-se deste modo caracterizar perfeitamente o comportamento na vizinhança do ponto de bifurcação.

Para o mesmo exemplo apresentado para a análise linear de estabilidade, devem introduzir-se algumas alterações quando se executa uma análise não linear de estabilidade. Assim, deve introduzir-se na equação de equilíbrio (equação 3.1) um desenvolvimento em série (série de Taylor para a função $q\sqrt{1-q^2}$) e reter termos não lineares. Na mais simples das análises não lineares retém-se apenas o termo de terceira ordem (primeiro termo não nulo de ordem imediatamente superior à primeira) e desprezam-se os restantes termos de ordem superior, isto é:

$$q\sqrt{1-q^2} = q - \frac{1}{2}q^3 + \text{termos de ordem superior} \quad (3.6)$$

Esta aproximação conduz à seguinte equação:

$$Pq - K\ell \left(q - \frac{1}{2}q^3 \right) = 0 \quad (3.7)$$

Cuja solução não trivial é a trajectória de pós-encurvadura aproximada, dada por:

$$P = K\ell(1 - \frac{1}{2}q^2) \Leftrightarrow \lambda = 1 - \frac{1}{2}q^2 \quad (3.8)$$

Esta solução corresponde à configuração parabólica representada na figura seguinte:

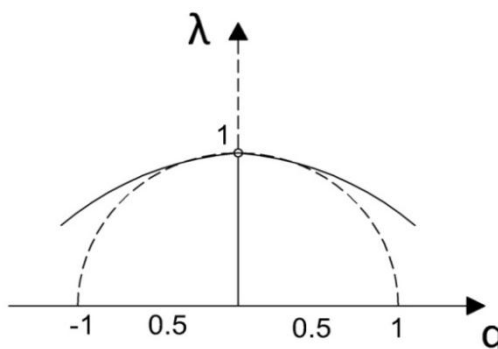


Figura 3.7 – Trajectória de pós encurvadura exacta e aproximada (adaptado de Reis e Camotim, 2000).

No estudo de uma estrutura metálica reticulada, é corrente admitir-se comportamento geometricamente não linear. Do ponto de vista prático, em geral analisam-se apenas fenómenos de instabilidade que envolvem deformações no seu próprio plano, em particular devidas à aplicação de cargas de compressão nas barras, estudando-se, por isso, fundamentalmente a instabilidade por flexão.

Em pórticos metálicos, a elevada resistência do material leva à adopção de estruturas bastantes esbeltas, as quais são particularmente susceptíveis a fenómenos de instabilidade. Por outro lado, assume-se que os metais, de uma forma geral, têm comportamento elasto-plástico. O correspondente diagrama tensão-deformação apresenta uma fase inicial onde o andamento é linear e portanto permite a recuperação total das deformações, seguindo-se um troço plástico onde se geram deformações permanentes; o andamento do diagrama passa a ser então não linear. A transição estes dois tipos de comportamento verifica-se quando a tensão de cedência é atingida, como representado na Figura 2.1(c).

Há que salientar que as estruturas muito esbeltas têm a capacidade resistente condicionada por fenómenos de instabilidade, ocorrendo o colapso quando todos os pontos da estrutura se encontram ainda no domínio elástico. Por este motivo, para estudar a estabilidade elástica de certas estruturas pode ser suficiente em certos casos assumir apenas não linearidade geométrica. Por outro lado, quando a esbelteza da estrutura for menor, é razoável admitir que o colapso pode ocorrer no domínio plástico em alguns pontos. Neste caso, pode considerar-se, em simultâneo, a não linearidade geométrica e física, designando-se a análise como análise de estabilidade elasto-plástica.

Numa análise linear de estabilidade de um pórtico, o carregamento depende linearmente de um único parâmetro de carga λ , tomando todas as forças aplicadas P_i a forma:

$$P_i = \lambda F_i \quad (3.9)$$

As forças F_i definem o perfil do carregamento, o qual é totalmente equilibrado apenas com esforços normais nas barras do pórtico. Deste modo, existem momentos de primeira ordem que não são contabilizados levando a que a trajectória fundamental de equilíbrio envolva apenas deformações axiais (desprezá-las corresponde a admitir que o pórtico permanece indeformado na trajectória fundamental).

Num estudo de estabilidade podem definir-se os modos de instabilidade, os quais se podem dividir em dois grupos, os modos de instabilidade gerados em estruturas não contraventadas, onde existem deslocamentos laterais dos nós e os modos de instabilidade gerados em estruturas contraventadas, onde os deslocamentos laterais dos nós estão impedidos (Martins,2011).

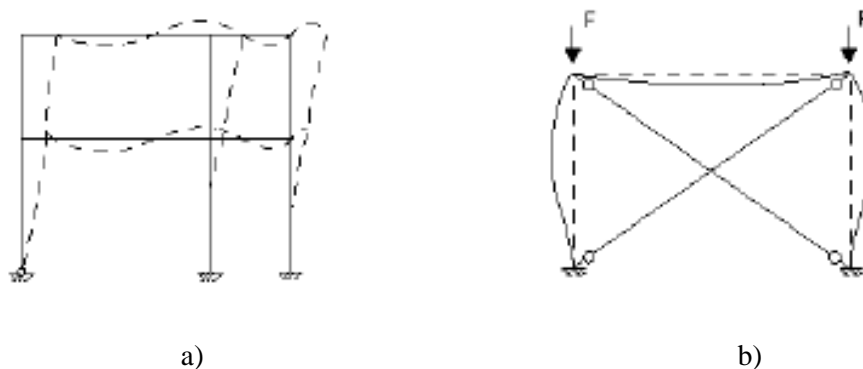


Figura 3.8 –Modos de instabilidade de pórticos: a) Não contraventado, com deslocamentos laterais nos nós; b) Contraventado, sem deslocamentos laterais nos nós (Martins, 2011).

Em pórticos não contraventados, o modo crítico de instabilidade (modo associado ao valor crítico do parâmetro de carga, λ_{cr}) corresponde, na maioria dos casos, a um modo não contraventado. Consegue-se aumentar o valor de λ_{cr} através da introdução de elementos de contraventamento nos pórticos. Nesta situação, o parâmetro de carga obtido sem contraventamentos deixa de ser condicionante. Desta forma, ao conferir maior rigidez à estrutura através da introdução de contraventamentos aumenta-se também a sua resistência (Figura 3.9).

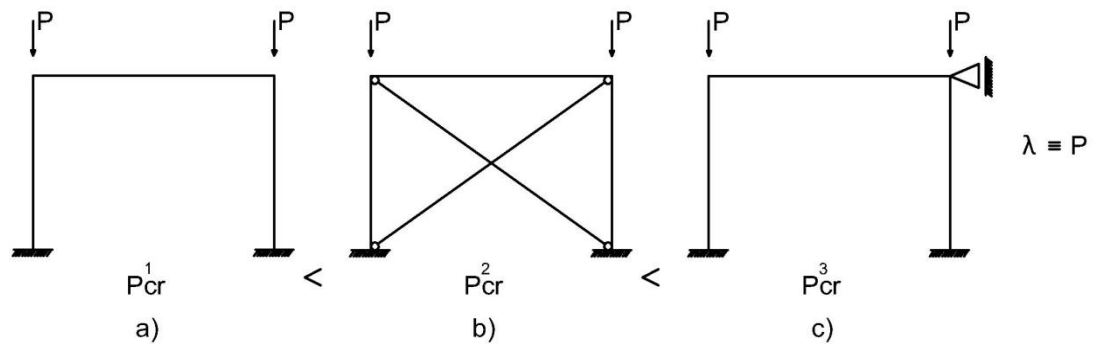


Figura 3.9 – a) Pórtico não contraventado, b) Pórtico parcialmente contraventado; c) Pórtico totalmente contraventado (adaptado de Reis e Camotim, 2000).

Para determinação do parâmetro de carga crítica ou cálculo da carga crítica, existem vários métodos, exactos ou aproximados. Apresentam-se em seguida dois métodos distintos para este efeito: o método de elementos finitos (MEF) e o método de Horne.

Começando por explicar o MEF, o valor crítico do parâmetro de carga, λ_{cr} , é determinado através dos seguintes passos (Reis e Camotim, 2000):

- definir os graus de liberdade do pórtico;
- construir a matriz de rigidez do pórtico, K , a qual depende do valor do parâmetro de carga, λ , e requer a determinação do esforço axial de cada barra;
- anular o determinante K_{ij} sendo que λ_{cr} corresponde ao menor valor do parâmetro de carga que satisfaz a equação característica $|K_{ij}| = 0$;
- calcular o vector próprio correspondente a λ_{cr} e utilizá-lo na determinação da configuração do modo crítico de instabilidade do pórtico.

Aquando da subdivisão das barras em elementos, existe uma condição a impor ao MEF de modo a garantir a precisão dos resultados. Quando se utiliza a matriz de rigidez aproximada, deve considerar-se um número suficiente de divisões que satisfaça, em cada troço, a relação:

$$\frac{N(\bar{\lambda})}{N_E} \leq 0,5 \quad (3.10)$$

Onde N_E é a carga de Euler do troço respectivo.

O método de Horne é um método aproximado de determinação de cargas críticas, limitado a pórticos regulares, ortogonais e não contraventados. É um método que envolve um balanço energético e que recorre exclusivamente a resultados obtidos por meio de análise linear de estruturas. A sua aplicação envolve o seguinte procedimento (Martins 2011):

Para determinação de λ_{cr} , define-se V_i como a soma das cargas verticais de referência que actuam a nível do piso i e que se traduzem em esforços axiais actuantes na estrutura, linearmente dependentes de λ . Atente-se no exemplo apresentado na Figura 3.10:

$$V_i = \sum_j F_{ij} \quad (3.11)$$

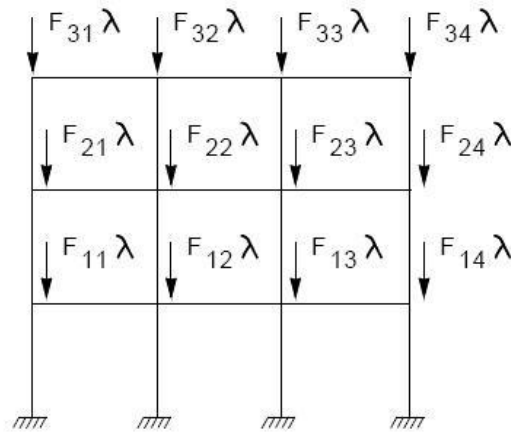


Figura 3.10 – Exemplo de aplicação do Método de Horne – cargas Verticais (Martins, 2011).

Considere-se, agora, a mesma estrutura sujeita apenas a forças horizontais H_i , actuantes em cada piso, e efectue-se uma análise linear:

$$H_i = 1/100 V_i = 1/100 \sum_j F_{ij} \quad (3.12)$$

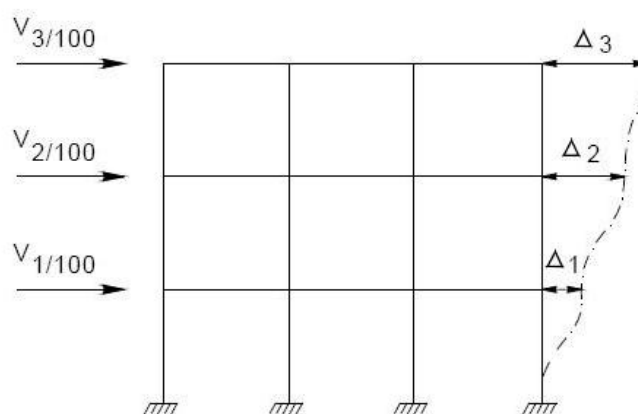


Figura 3.11 – Exemplo de aplicação do Método de Horne – cargas horizontais (Martins, 2011).

Determinam-se os deslocamentos horizontais, Δ_i , e os deslocamentos relativos entre pisos, δ_i , devidos às forças horizontais H_i :

$$\delta_i = \Delta_i - \Delta_{i-1} \tag{3.13}$$

Admitindo igualdade entre as energias de deformação associadas ao modo de instabilidade do pórtico e à configuração deformada devida às cargas horizontais, pode demonstrar-se que (Martins, 2011):

$$0,00833 \frac{\sum_{i=1}^n H_i \delta_i}{\sum_{i=1}^n H_i \delta_i^2 / h_i} \leq \lambda_{cr} \leq 0,001 \frac{\sum_{i=1}^n H_i \delta_i}{\sum_{i=1}^n H_i \delta_i^2 / h_i} \tag{3.14}$$

Como alternativa à equação (3.12), é possível adoptar uma estimativa conservativa de λ_{cr} (com erro inferior a 20%), dada pela expressão:

$$\lambda_{cr} \approx \frac{0,009}{\max_i (\delta_i / h_i)} = \frac{0,009}{\phi_i^{max}} \tag{3.15}$$

Sendo ϕ_i a inclinação, em relação à vertical, da recta que une as secções extremas de cada pilar, como se ilustra na Figura 2.7

Como alternativa a este método, existe um outro, também aproximado, conhecido como Método de Wood (ESDEP, 1993b).

O Método de Wood permite a obtenção das cargas críticas de pórticos através da consideração de um sistema equivalente viga-pilar. Neste método, determinam-se dois coeficientes, η_1 e η_2 (cada um relativo a cada extremidade do pilar), dados por:

$$\eta_i = \frac{\sum_j^{pil} (I/L)}{\sum_j^{pil} (I/L) + \sum_j^{vig} (I/L)} \tag{3.16}$$

Onde I é o momento de inércia, L_0 comprimento do elemento, k um coeficiente que depende das condições de apoio de cada viga na extremidade afastada do pilar em análise, i um índice de referência à extremidade superior ou inferior do pilar em estudo e j um índice mudo correspondente aos pilares ou vigas convergentes no nó superior ou inferior do pilar em estudo.

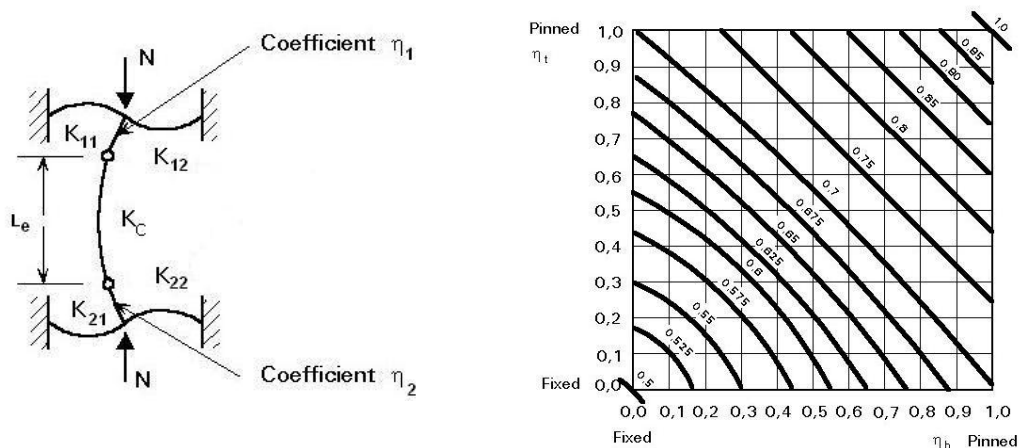


Figura 3.12 – Pórtico equivalente de Wood sem deslocamentos laterais (ESDEP, 1993b).

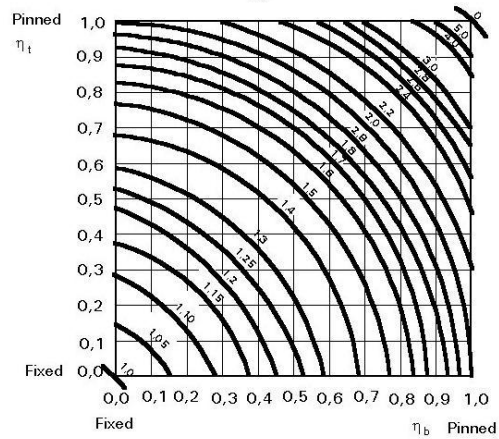
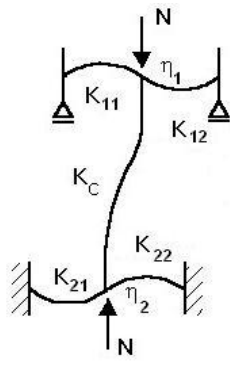


Figura 3.13 – Pórtico equivalente de Wood com deslocamentos laterais (ESDEP, 1993b).

A sistematização da aplicação deste método é feita de seguida (Silva e Gervásio, 2007):

- Determinação do comprimento de encurvadura (L_e) para o pilar em estudo, utilizando a equação (3.16) e os ábacos das Figuras 3.12 e 3.13;
- Determinação da carga crítica do pilar (N_{cr}), utilizando a equação (3.17);

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L_e^2} \quad (3.17)$$

- Cálculo do parâmetro α_{cr} através de:

$$\alpha_{cr} = \frac{N_{cr}}{N_{Ed}} \quad (3.18)$$

Refira-se que esta metodologia deve ser seguida para todos os pilares, de forma a determinar os correspondentes parâmetros de carga crítica e adotar para o pórtico o menor dos parâmetros obtidos (ESDEP, 1993b).

Capítulo 4

4 Modelação Computacional de Pórticos de Aço

4.1 Introdução

A modelação de estruturas de aço é muitas vezes feita a partir da utilização de peças lineares, tais como: vigas, colunas, tirantes e cabos. Sendo um pórtico constituído por vigas apoiadas em pilares faz sentido representá-lo através de elementos lineares, obtendo-se deste modo um bom grau de aproximação à realidade desde que o modelo estrutural seja adequado. Paralelamente à modelação de peças lineares, existem características das peças metálicas que devem ser tidas em conta. Essas características incluem a escolha do eixo da peça, a influência da eventual existência de excentricidades, a utilização de secções variáveis e peças de eixo curvo, a modelação das ligações entre elementos e da encurvadura local. Contudo, no estudo efectuado, atendendo à simplicidade das estruturas analisadas, apenas se consideram peças rectas de secção uniforme, pelo que a geometria do modelo de cálculo é definida com base apenas nos eixos das peças.

Para a modelação da estrutura em pórtico seleccionada, utilizou-se o Método dos Elementos Finitos (MEF) por intermédio do programa de cálculo ADINA, Versão 8.2 (900 nós) (Adina, 2004).

São efectuadas análises paramétricas com incremento de carga, a fim de comparar modelos de análise elástica e plástica e de quantificar os correspondentes efeitos de primeira e segunda ordem.

4.2 Programa de Cálculo Utilizado

Para a modelação dos casos em estudo utilizou-se o software ADINA - Automatic Dynamic Incremental Nonlinear Analyses, Version 8.2 (ADINA, 2004a), que permite efectuar análises de elementos finitos lineares e não lineares. Este software foi concebido por K. J. Bathe na década de 1980 com o objectivo de oferecer uma vasta gama de recursos fiáveis e eficientes baseados em procedimentos de elementos finitos (Reis e Camotim, 2000). Deste modo, é possível construir e resolver um sistema do tipo ilustrado no diagrama seguinte (Figura 4.1).

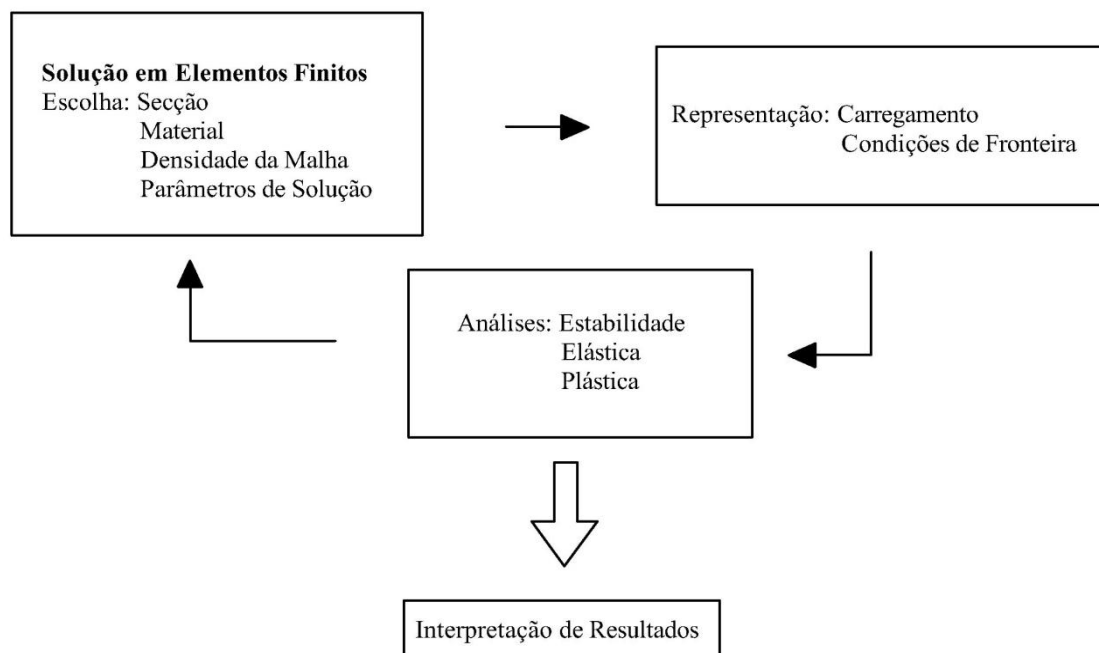


Figura 4.1 – Diagrama esquemático da metodologia adoptada no Programa ADINA.

Embora se trate de um programa pouco utilizado em aplicações de Engenharia Civil, o ADINA é bastante versátil. De entre as suas ferramentas, pode destacar-se a capacidade para analisar tensões em sólidos 2D e 3D com solicitações estáticas e dinâmicas. A análise pode ser linear ou não linear, incluindo efeitos da não linearidade do material, grandes deformações e condições fronteira.

A abordagem seguida no programa ADINA para análise de estabilidade pelo MEF parte da consideração de uma barra uniforme, de comprimento L e rigidez de flexão EI , submetida unicamente a uma compressão N (Figura 4.2)

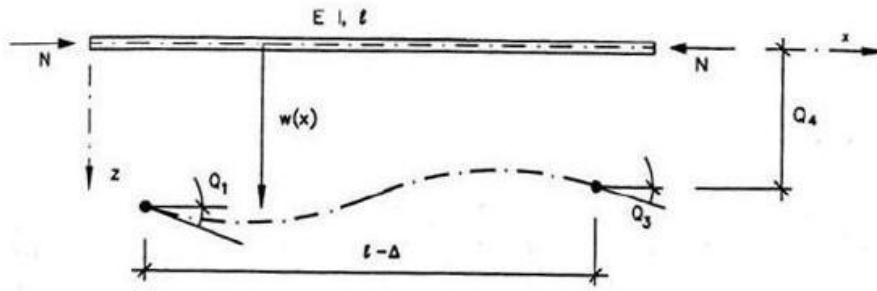


Figura 4.2 – Elemento de barra sujeito a compressão uniforme (Poulos, 1980).

De forma a sistematizar a aplicação do software a uma análise linear de estabilidade, as várias etapas do cálculo são apresentadas em seguida (Gonçalves, 2010):

Primeira Etapa – Aproximação e Interpolação dos Deslocamentos

Esta etapa envolve a discretização da estrutura em elementos finitos e a aproximação do campo de deslocamentos em cada elemento por meio de funções de aproximação contínuas (funções de forma):

$$w = [\psi][q] \quad (4.1)$$

Onde ψ é a matriz que reúne as funções de aproximação e q é o vector dos deslocamentos nodais do elemento. Nesta etapa também se impõe localmente a condição de compatibilidade para que a aproximação do campo dos deslocamentos seja satisfatória:

$$\chi = \left[-\frac{d^2}{dx^2} \right] [\psi][q] \quad (4.2)$$

$$\chi = [B][q] \quad (4.3)$$

Nas expressões acima χ representa o campo dos deslocamentos e B a matriz simplificativa de $\left[-\frac{d^2}{dx^2} \right] [\psi]$.

A relação de elasticidade é imposta localmente para definir o campo de tensões em cada elemento:

$$M = EI \times \chi \quad (4.4)$$

$$\sigma = [D][B][q]. \quad (4.5)$$

Na expressão 4.5 $[D]$ é a matriz que traduz a distância da superfície à linha neutra.

Segunda Etapa - Estacionariedade da Energia Potencial Total da Estrutura

O procedimento desta etapa permite obter sistemas de equações de equilíbrio segundo os quais se rege a resolução do MEF, dentro dos campos de deslocamentos lineares e compatíveis. Para tal, é imposta a estacionariedade da energia potencial da estrutura discretizada, definida por:

$$V = \frac{1}{2} \int_0^l \left(\frac{EI}{2} w_{,xx}^2 - \frac{N}{2} w_{,x}^2 \right) dx \quad (4.6)$$

Com,

$$w_{,x} = [\psi_{,x}][q] \quad (4.7)$$

$$w_{,xx} = [\psi_{,xx}][q]. \quad (4.8)$$

Tem-se, então,

$$\frac{\partial V}{\partial q} = [K_{ij} - \lambda G_{ij}]q_j = 0 \quad (4.9)$$

Sabendo que,

$$K_{ij} = \int_0^l EI \psi_{i,xx} \psi_{j,xx} dx \quad (4.10)$$

$$G_{ij} = \int_0^l N \psi_{i,x} \psi_{j,x} dx. \quad (4.11)$$

K_{ij} - matriz de rigidez do elemento de barra utilizada na análise linear de estruturas;

$$[K_{ij}] = \frac{EI}{l} \begin{bmatrix} 4 & 6/l & 2 & -6/l \\ 6/l & 12/l^2 & 6/l & -12/l^2 \\ 2 & 6/l & 4 & -6/l \\ -6/l & -12/l^2 & -6/l & 12/l^2 \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

G_{ij} - matriz geométrica do elemento de barra utilizada na análise linear de estruturas.

$$[G_{ij}] = \frac{EI}{l} \begin{bmatrix} 2l/15 & 1/10 & -l/30 & -1/10 \\ -1/10 & 6/5l & 1/10 & -6/5l \\ -l/30 & 1/10 & 2l/15 & -1/10 \\ -1/10 & -6/5l & -1/10 & 6/5l \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

Terceira Etapa - Resolução

A resolução do problema linear de valores e vectores próprios permite encontrar a menor raiz da equação característica $|K - \lambda G| = 0$ (polinómio de grau n em λ), de onde se obtém um majorante da carga crítica λ_{cr} . A configuração aproximada do modo crítico de instabilidade está associada às componentes do vector próprio $\{q\}^{cr}$ que representam os deslocamentos nodais associados ao modo de instabilidade crítico da estrutura.

O refinamento da malha de elementos finitos permite verificação das condições cinemáticas e estáticas a satisfazer pelo modelo matemático, conduzindo a uma melhor precisão da solução numérica.

Para análises elásticas e plásticas, o método de resolução do ADINA é baseado na integração numérica, em especial nas formulações de *Newton-Cotes* e *Gauss*, que permite o cálculo de forças e/ou tensões. Estes métodos de integração utilizam pontos segundo o eixo axial e o eixo circunferencial: (ADINA, 2004a). Ambos os métodos se baseiam na expressão matemática:

$$I = \int_a^b f(x) dx \quad (4.14)$$

Em particular no caso de *Newton-Cotes*, a sua formulação vai recair numa estratégia de substituição de uma função f de integração analítica não trivial ou definida por uma série de dados tabelados, por uma função polinomial f_n , facilmente integrável (Franca, 2010).

$$I = \int_a^b f(x) dx \cong \int_a^b f_n(x) dx \quad (4.15)$$

$$f_n(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_{n-1}x^{n-1} + a_nx^n \quad (4.16)$$

Por sua vez, a formulação de Gauss goza de uma complexidade um pouco superior, na medida em joga com o erro gerado a partir de uma escolha correcta de pontos de integração que garantam a compensação dos erros positivos com os negativos. A equação que descreve esta formulação é (Franca, 2010):

$$I \cong c_0f(x_0) + c_1f(x_1) + \dots + c_{n-1}f(x_{n-1}) \quad (4.17)$$

Repare-se que, esta formulação utiliza intervalos de intergração entre -1 e 1, pelo que a transformação da equação 4.14 requer a mudança de variável, ficando coma forma:

$$I = \int_a^b f(x) dx \cong \int_{-1}^1 f\left(\frac{b+a+(b-a)x_t}{2}\right) \frac{b-a}{2} dx_t \quad (4.18)$$

4.3 Estruturas Analisadas

A escolha da estrutura a utilizar nas simulações numéricas envolveu considerações sobre os resultados a obter e sobre o programa mais indicado para conduzir essas simulações, tendo em conta as suas capacidades e a sua facilidade de utilização. Uma vez escolhido o software ADINA 8.2 (900 nós), cujas características foram enunciadas no tópico anterior, definiu-se a configuração do pórtico e escolheram-se as secções metálicas a utilizar.

A configuração adoptada foi simples, um pórtico de um andar com apoios encastrados, que impedem quaisquer deslocamentos e rotações. Note-se que, para o estudo pretendido, a simulação do pórtico foi feita apenas no plano xy, desprezando-se qualquer eventual efeito de torção. Na figura seguinte é apresentada a estrutura com todas as dimensões necessárias para completar a descrição da sua configuração.

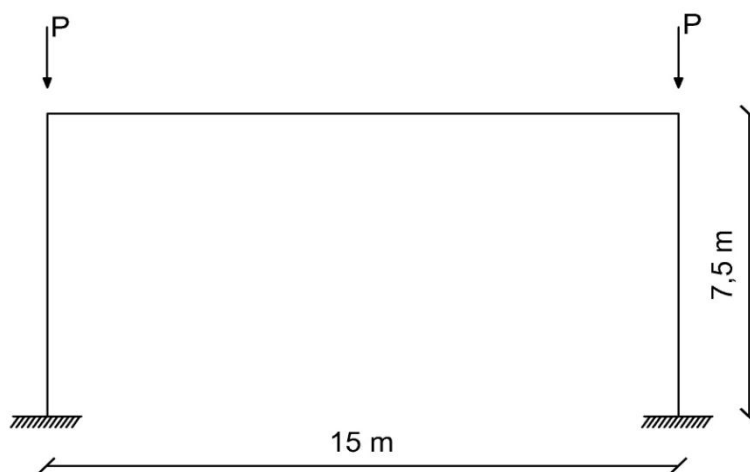


Figura 4.3 – Configuração do pórtico em estudo.

A selecção dos perfis metálicos envolveu a avaliação da susceptibilidade dos perfis à encurvadura por flexão e à encurvadura lateral por flexão-torção. Comparando perfis de secção em I, em H ou C com perfis ocos, em especial os circulares, verifica-se que os últimos resistem muito melhor à torção e à encurvadura quando sujeitos a tensões de compressão (Firmo, 2005). As figuras que se seguem mostram estas diferenças. Assim, para o estudo em questão, decidiu-se pela utilização de perfis de secção circular oca. Por simplificação, o mesmo tipo de secção foi utilizado em vigas e pilares. Saliente-se ainda o facto de se ter analisado uma estrutura do tipo não contraventada.



Figura 4.4 – Comportamento de secções circulares ocas e em C a esforços de compressão (Firmo, 2005).



a)



b)

Figura 4.5 – Susceptibilidade de perfis a) de secção circular oca e b) de secção em C a esforços de torção (Firmo, 2005).

Uma vez seleccionadas as características determinantes para o início do estudo, passou-se à selecção das dimensões dos perfis. Esta foi feita de forma totalmente aleatória, havendo apenas que garantir que se tratavam de secções de classe 1, de modo a que fosse possível efectuar uma análise tanto elástica como plástica, conforme disposto no EC3, Parte 1.1, cláusula 5.5.2. (1)).

Desta forma, foi consultada uma tabela de perfis comerciais, de onde se seleccionaram os perfis dos pilares. Por questões de simplicidade, as secções das vigas são, numa primeira fase, iguais às dos pilares. No entanto, para melhor compreensão do comportamento do pórtico, as secções irão variar, conduzindo a três casos diferentes, ilustrados de seguida.

Caso 1 - Pilares e vigas do tipo CHS 139,7 × 10.

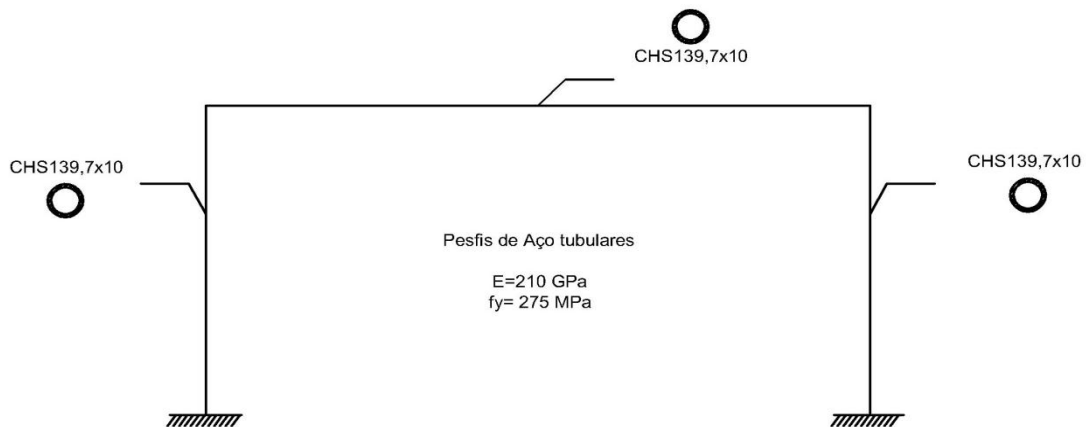


Figura 4.6 – Esquema do caso de estudo 1.

Caso 2 - Pilar do tipo CHS 139,7 × 10 e viga do tipo CHS 168,3 × 10.

A fim de poder avaliar a contribuição da viga no comportamento global do pórtico, alterou-se a sua inércia para cerca do dobro da considerada inicialmente.

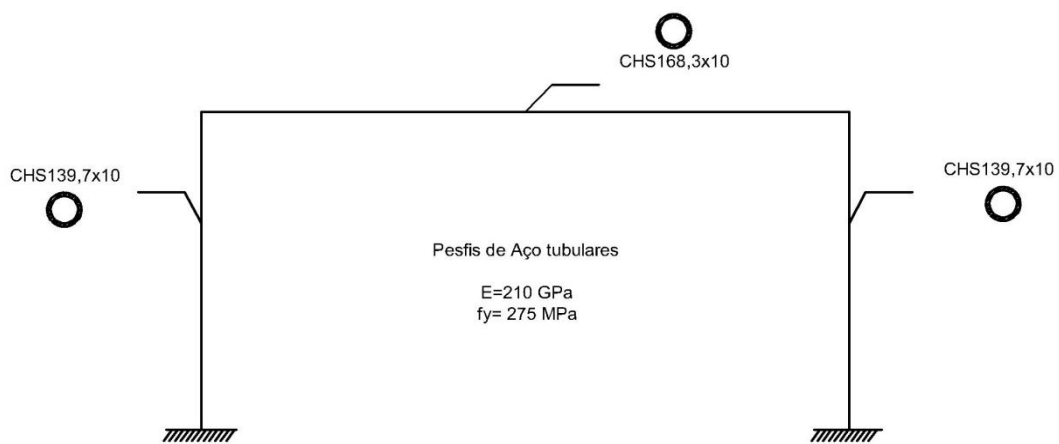


Figura 4.7 – Esquema do caso de estudo 2.

Caso 3 - Pilar do tipo CHS 168,3 × 10 e viga do tipo CHS 139,7 × 10.

A fim de poder avaliar a contribuição da viga no comportamento global do pórtico, alterou-se a sua inércia para cerca do dobro da inércia considerada inicialmente.

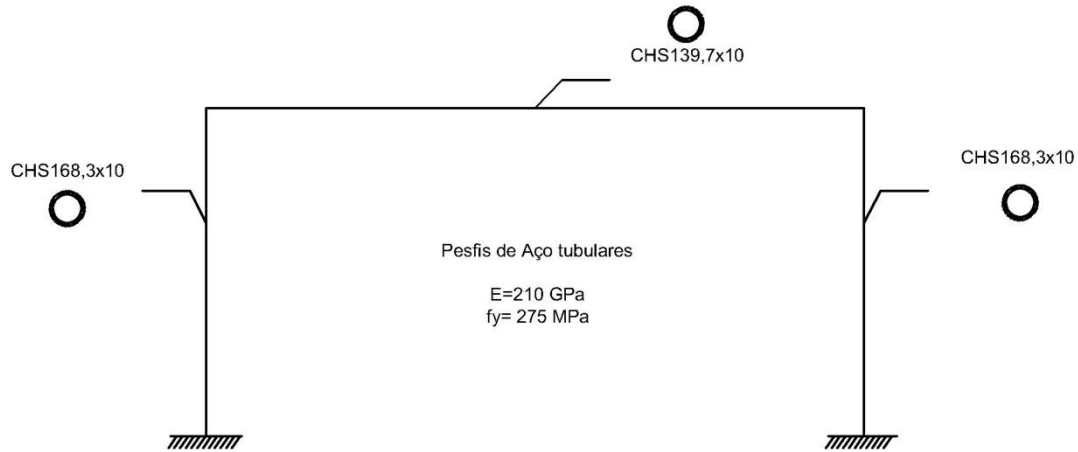


Figura 4.8 – Esquema do caso de estudo 3.

As características de cada uma das secções constituintes dos modelos são apresentadas de seguida sob a forma de quadro.

Quadro 4.1 – Características das secções (tabelas comerciais de perfis tubulares).
Perfis

			<i>CHS 139,7 × 10</i>	<i>CHS 168,3 × 10</i>
Diâmetro Exterior	Φ_{ext}	[mm]	139,7	168,3
Espessura	t	[mm]	10	10
Massa	m	[kg/m]	32	39
Área da Secção	A	[cm ²]	40,7	49,7
Momento de Inércia	I	[cm ⁴]	862	1564
Raio de Giração	i	[cm]	4,6	5,61
Módulo de flexão Elástico	W_{el}	[cm ³]	123	186
Módulo de flexão Plástico	W_{pl}	[cm ³]	169	251
Área da Superfície	A_s	[m ² /m]	0,439	0,529
Momento Estático	S	[m ³]	$3,142E^{-06}$	$3,142E^{-06}$

4.3.1 Classe das Secções

Como já foi referido no Capítulo 2, a classe de uma secção tubular circular é definida com base na relação entre o diâmetro e a espessura. No caso em questão, pretende-se utilizar

uma secção de classe 1, de modo a permitir explorar melhor o comportamento plástico do aço. Para tal, há que satisfazer a seguinte relação, expressa no EC3:

$$d/t \leq 50\varepsilon^2 \text{ para secções de classe 1} \quad (4.19)$$

Para a secção do tipo *CHS 139,7 × 10* e aço S275, tem-se:

$$d/t = 139,7/10 = 13,97 \quad (4.20)$$

$$50\varepsilon^2 = 50 \times 0,85 = 42,5 \quad (4.21)$$

Da equação 4.14, resulta que:

$$13,97 \leq 42,5 \Rightarrow \text{Classe de Secção 1} \quad (4.22)$$

Repetindo o procedimento para a secção *CHS 168,3 × 10* vem:

$$16,83 \leq 42,5 \Rightarrow \text{Classe de Secção 1} \quad (4.23)$$

4.4 Análises Elásticas

Foram efectuadas análises elásticas para os três casos apresentados acima.

Em primeiro lugar, o estudo envolveu a determinação da carga crítica, a fim de se poder definir um limite superior para a carga a aplicar. Para determinar esse valor, recorreu-se a uma análise de estabilidade, onde a estrutura é sujeita à carga aplicada e o resultado consiste nos vários modos de encurvadura que a estrutura pode apresentar, correspondendo a cada modo um dado valor do factor λ_{cr} . Como o modo de encurvadura fundamental corresponde ao primeiro modo, a carga crítica obtém-se multiplicando o correspondente factor de carga pela carga aplicada:

$$P_{cr} = \lambda_{cr}P \quad (4.24)$$

4.4.1 Carga Crítica e Parâmetro de Carga Crítica

Para determinação da carga crítica e/ou do parâmetro de carga crítica, utilizaram-se três métodos diferentes, cujas formulações foram descritas no capítulo anterior. método de Horne, método de Wood e MEF.

Para o método de Horne tem-se que:

Caso 1

$$10,0 \leq P \leq 194 \text{ kN} \quad (4.25)$$

$$0,42 \leq H_{Ed} \leq 7,94 \text{ kN} \quad (4.26)$$

$$20,0 \leq V_{Ed} \leq 388,0 \text{ kN} \quad (4.27)$$

$$6,49 \times 10^{-3} \leq \delta_i \leq 1,22 \times 10^{-1} \text{ m} \quad (4.28)$$

$$\overline{P_{cr}} \approx 243,27 \text{ kN} \quad (4.29)$$

Caso 2

$$15,0 \leq P \leq 231,68 \text{ kN} \quad (4.30)$$

$$0,61 \leq H_{Ed} \leq 9,48 \text{ kN} \quad (4.31)$$

$$30,0 \leq V_{Ed} \leq 463,36 \text{ kN} \quad (4.32)$$

$$8,38 \times 10^{-3} \leq \delta_i \leq 1,31 \times 10^{-1} \text{ m} \quad (4.33)$$

$$\overline{P_{cr}} \approx 271,21 \text{ kN} \quad (4.34)$$

Caso 3

$$20,0 \leq P \leq 285,8 \text{ kN} \quad (4.35)$$

$$0,82 \leq H_{Ed} \leq 11,68 \text{ kN} \quad (4.36)$$

$$40,0 \leq V_{Ed} \leq 571,60 \text{ kN} \quad (4.37)$$

$$7,90 \times 10^{-3} \leq \delta_i \leq 1,13 \times 10^{-1} \text{ m} \quad (4.38)$$

$$\overline{P_{cr}} \approx 387,903 \text{ kN} \quad (4.39)$$

Para o Método de Wood, tem-se:

Caso 1

De acordo com a formulação referida no Capítulo 3, utilizam-se os parâmetros indicados no Quadro 4.2.

Quadro 4.2 – Dados para a obtenção da carga crítica segundo o Método de Wood (Caso 1).

$(I/L)_{pilar}$	$(I/L)_{viga}$	η_1	η_2	L_{cr}/L	L_{cr}	P_{cr}
$1,15 \times 10^{-6}$	$5,75 \times 10^{-7}$	0,67	0	1,36	10,22	171,03

Caso 2

De acordo com a formulação referida no Capítulo 3, utilizam-se os parâmetros indicados no Quadro 4.3.

Quadro 4.3 – Dados para a obtenção da carga crítica segundo o Método de Wood (Caso 2).

$(I/L)_{pilar}$	$(I/L)_{viga}$	η_1	η_2	L_{cr}/L	L_{cr}	P_{cr}
$1,15 \times 10^{-6}$	$1,04 \times 10^{-6}$	0,52	0	1,24	9,31	205,99

Caso 3

De acordo com a formulação referida no Capítulo 3, utilizam-se os parâmetros indicados no Quadro 4.4.

Quadro 4.4 – Dados para a obtenção da carga crítica segundo o Método de Wood (Caso 3).

$(I/L)_{pilar}$	$(I/L)_{viga}$	η_1	η_2	L_{cr}/L	L_{cr}	P_{cr}
$2,09 \times 10^{-6}$	$5,75 \times 10^{-7}$	0,78	0	1,50	11,28	254,81

Finalmente, pelo MEF, utilizando o software ADINA, obtêm-se, directamente, os seguintes resultados:

$$Caso 1 \quad P_{cr} = 194,04 \text{ kN} \quad (4.40)$$

$$Caso 2 \quad P_{cr} = 231,68 \text{ kN} \quad (4.41)$$

$$Caso 3 \quad P_{cr} = 285,8 \text{ kN} \quad (4.42)$$

4.4.2 Análises de Primeira Ordem

Nas análises apresentadas em seguida consideraram-se os valores obtidos pelo MEF.

Caso 1

Para o caso 1, a carga máxima é de 194,04 kN. A partir deste valor obtido para a carga crítica, estipulou-se que a carga iria ser incrementada, sequencialmente, de 10 kN em 10 kN até se atingir a carga crítica. Note-se que houve necessidade de fazer uma pequena exceção a essa sequência, a fim de considerar uma carga de 19,4 kN, igual a $\frac{P_{cr}}{10}$ para deste modo conseguir estudar a situação em que o parâmetro $\alpha_{cr} = \frac{P_{cr}}{P} = 10$ (valor acima do qual é aceitável efectuar uma análise elástica de primeira ordem, segundo a cláusula 5.2.1 (3) do EC3).

Para cada carga aplicada, o pórtico foi dimensionado respeitando o descrito no EC3 para análises de primeira ordem. Seguidamente, apresentam-se os gráficos que relacionam a carga vertical com o deslocamento horizontal no topo do pórtico e com os correspondentes esforços máximos nos pilares e na viga.

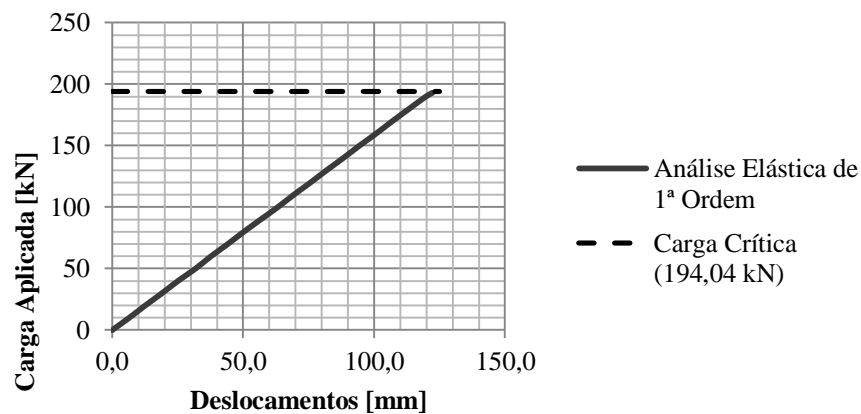
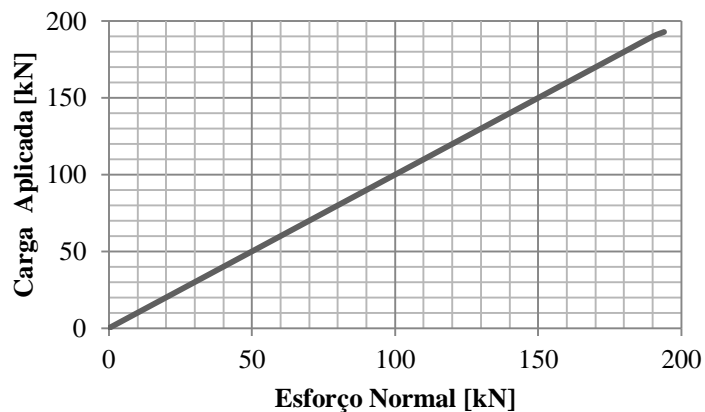
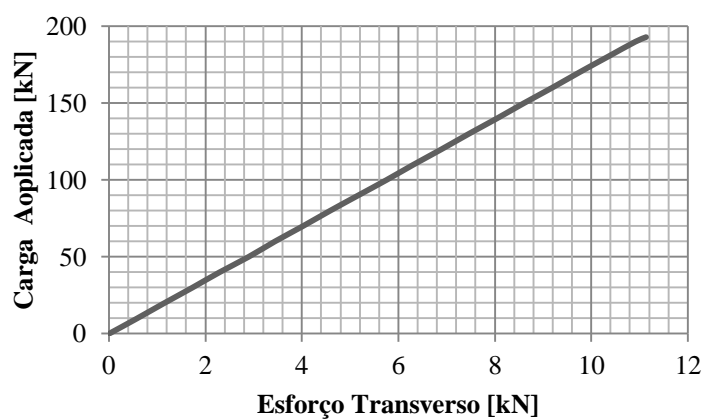
Caso 1

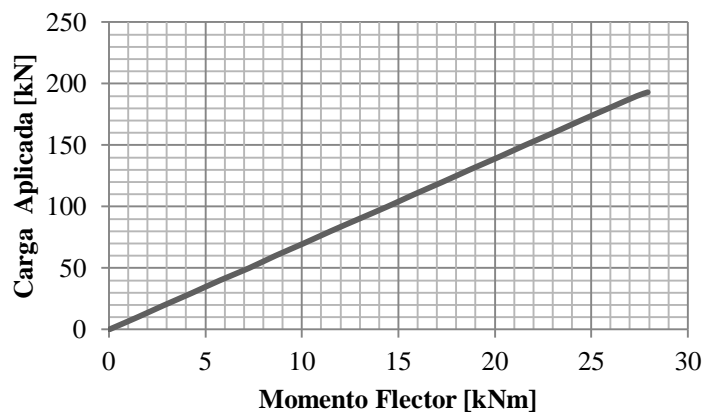
Figura 4.9 – Diagrama carga-deslocamento, caso 1 (análise elástica de primeira ordem).



a)

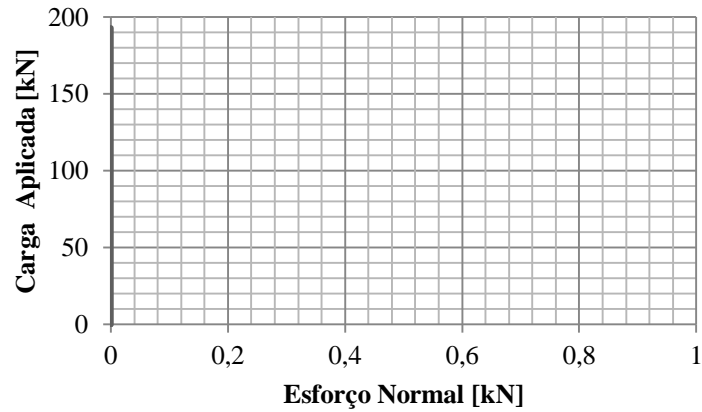


b)

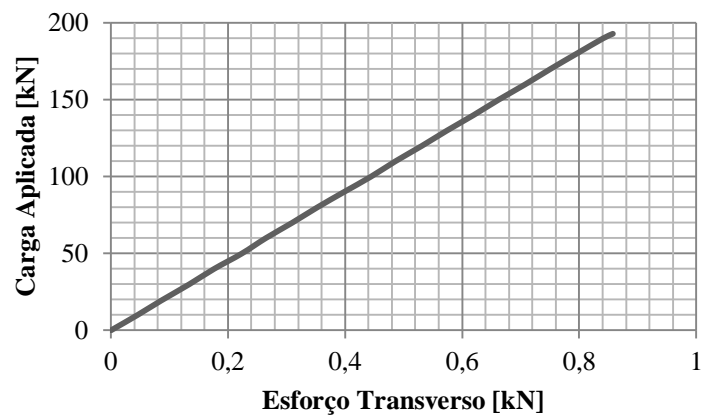


c)

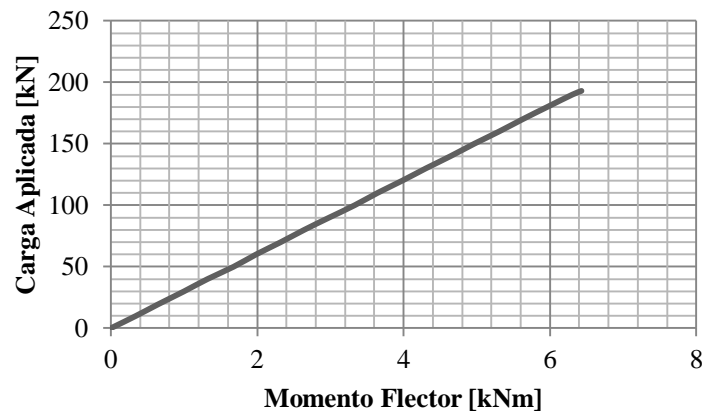
Figura 4.10 - Caso 1: relações entre carga e esforços actuantes nos pilares, em análise elástica de primeira ordem a) esforço normal, b) esforço transversal e c) momento flector.



a)



b)



c)

Figura 4.11 - Caso 1: relações entre carga e esforços actuantes na viga, em análise elástica de primeira ordem a) esforço normal, b) esforço transverso e c) momento flector.

Como seria de esperar, obtiveram-se relações lineares entre carga e deslocamentos e entre carga e esforços nos pilares e na viga. É de referir ainda que os esforços actuantes na estrutura

são devidos, não apenas ao carregamento imposto, mas também às imperfeições geométricas iniciais da estrutura.

Caso 2

O caso 2 envolveu a alteração da secção da viga do pórtico para uma de maior rigidez, aproximadamente o dobro, passando a mesma a ser do tipo *CHS 168,3 × 10*.

A introdução de uma viga mais rígida funciona como elemento estabilizador, o que resulta em deslocamentos menores que os registados no caso 1. Efectuando a correspondente análise de estabilidade obteve-se um valor de carga crítica de 231,68 kN.

A obtenção do diagrama carga-deslocamento obteve-se para incrementos de carga de 15kN. Como excepção a essa sequência, considerou-se ainda uma carga de $\cong 23,2$ kN, igual a $\frac{P_{cr}}{10}$, para deste modo conseguir estudar a situação em que o parâmetro $\alpha_{cr} = \frac{P_{cr}}{P} = 10$.

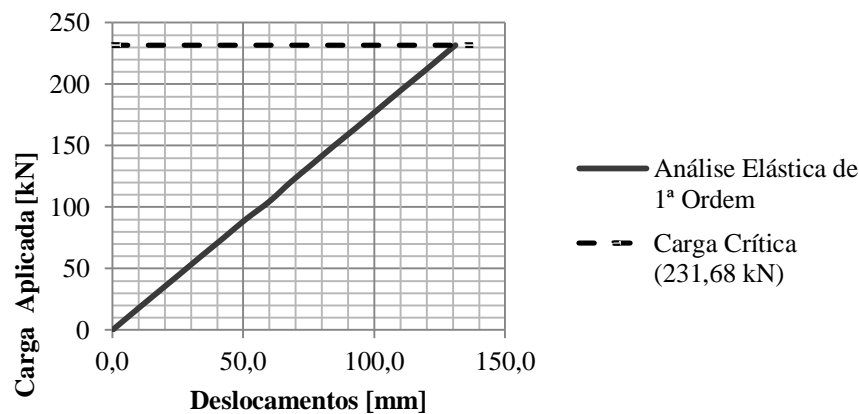
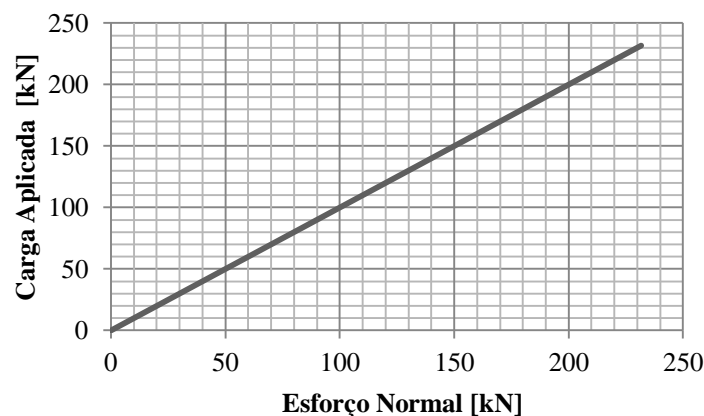
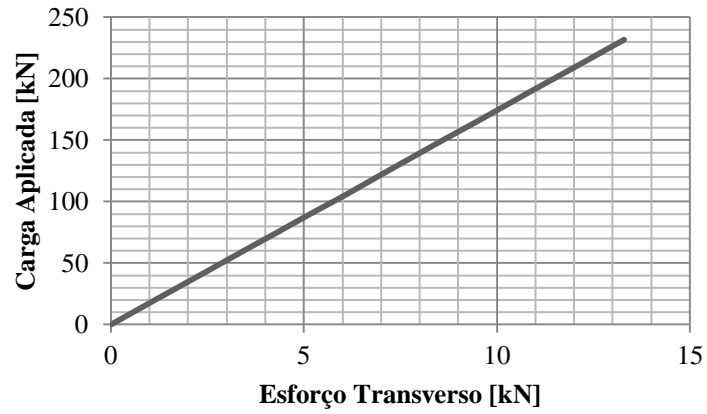


Figura 4.12 – Diagrama carga-deslocamento, caso 2 (análise elástica de primeira ordem).

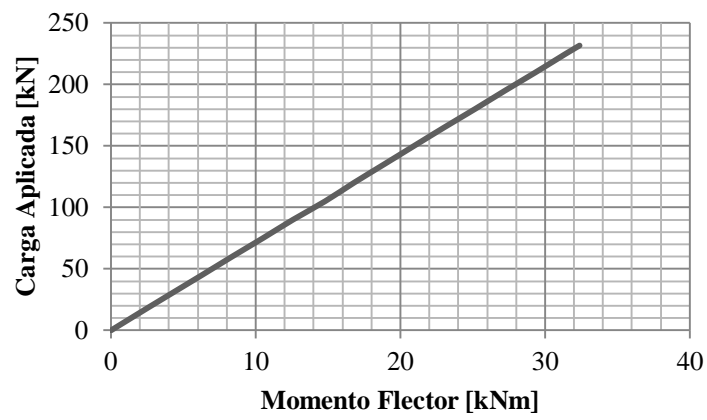
No que respeita aos deslocamentos e aos esforços, estes variam linearmente com a carga aplicada, analogamente ao caso 1.



a)

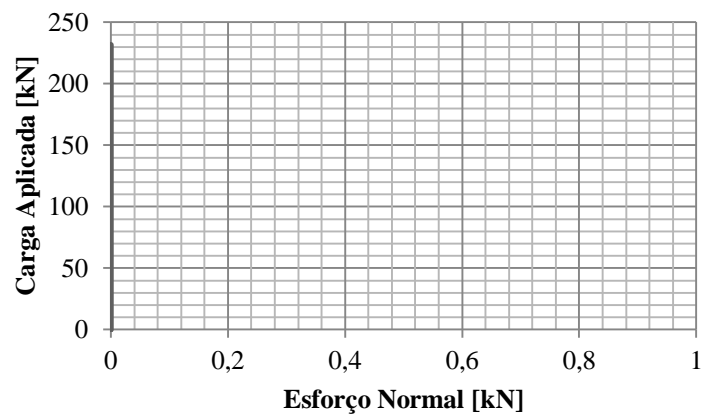


b)

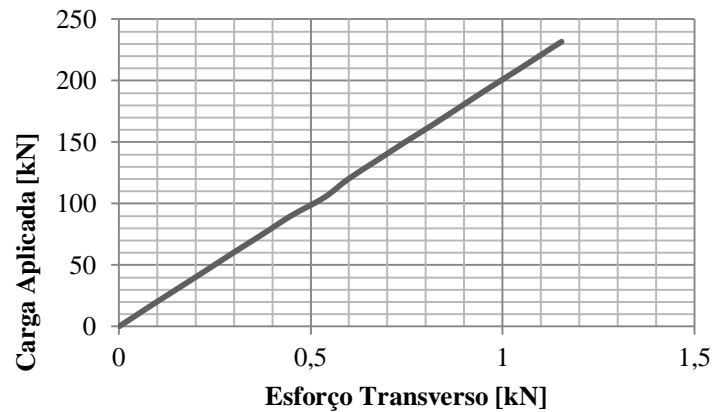


c)

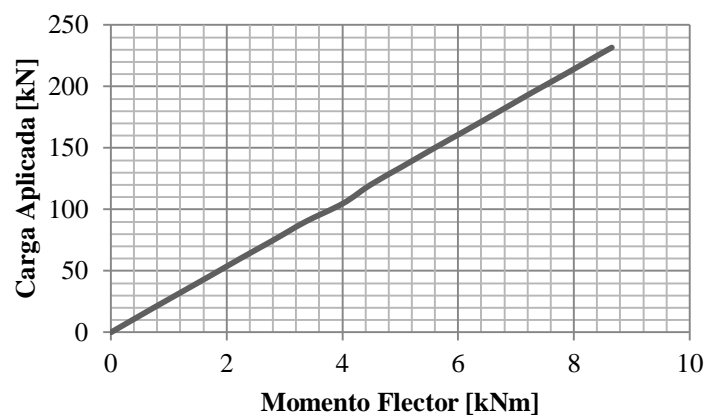
Figura 4.13 - Caso 2: relações entre carga e esforços actuantes nos pilares em análise elástica de primeira ordem a) esforço normal, b) esforço transverso e c) momento flector.



a)



b)



c)

Figura 4.14 - Caso 2: relações entre carga e esforços actuantes na viga em análise elástica de primeira ordem a) esforço normal, b) esforço transverso e c) momento flector.

Caso 3

No caso 3 procedeu-se a uma alteração diferente da do Caso 2. Aqui, as vigas permanecem com a secção inicial e os pilares são alterados para uma secção mais rígida, estipulada como *CHS* 168,3 × 10.

Esta alteração teve maior influência na resistência da estrutura, aumentando a mesma para 285,8 *kN*. Devido ao valor mais elevado da carga crítica, o incremento de carga passou a ser feito de 20 em 20 *kN*, considerando-se ainda uma carga de 28,6 *kN*, correspondente a $\frac{P_{cr}}{10}$.

O diagrama carga-deslocamento tem o mesmo andamento linear dos casos anteriores, com a diferença de que a carga máxima aplicada corresponde à nova carga crítica da estrutura.

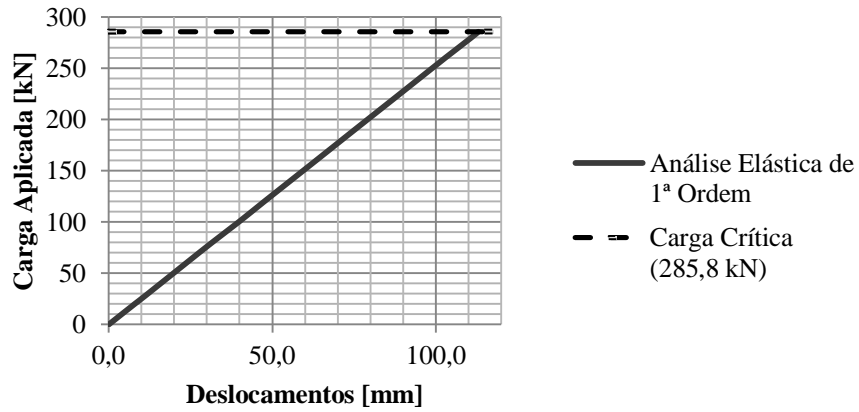
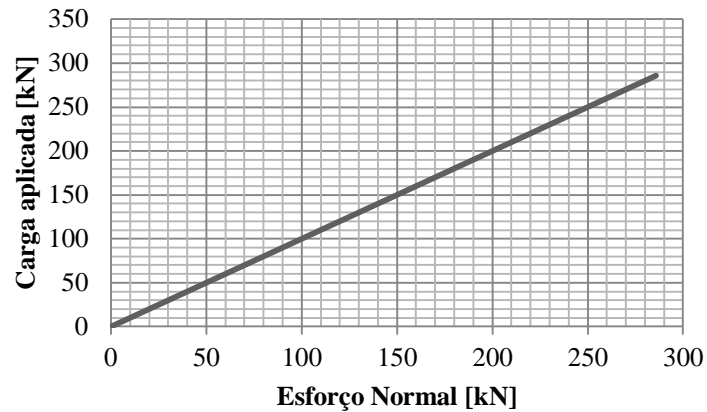
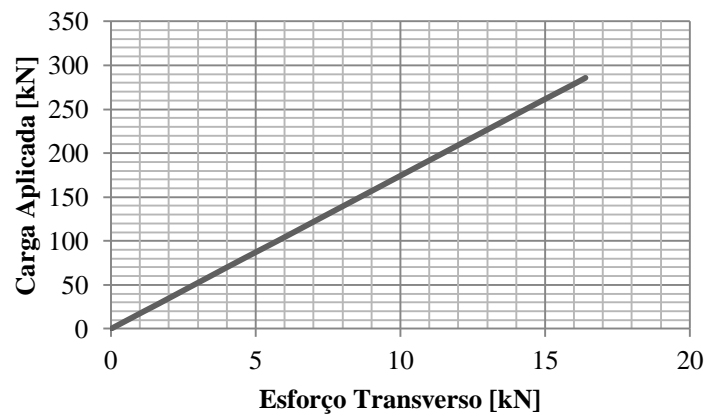


Figura 4.15 – Diagrama carga-deslocamento, caso 3 (análise elástica de primeira ordem).

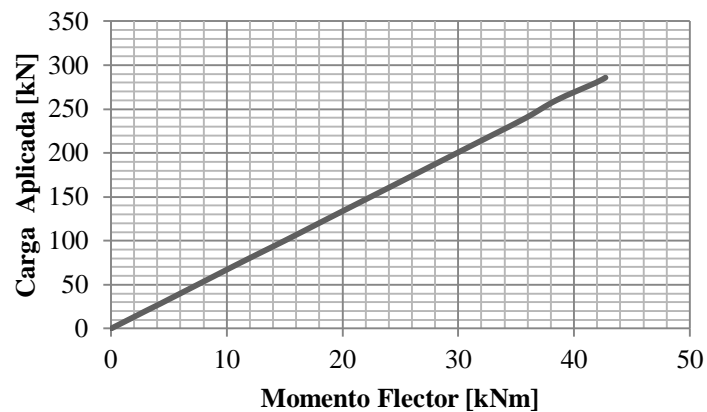
Igualmente se verifica uma variação linear dos esforços com as cargas aplicadas, como sempre sucede numa análise de primeira ordem em regime elástico linear.



a)

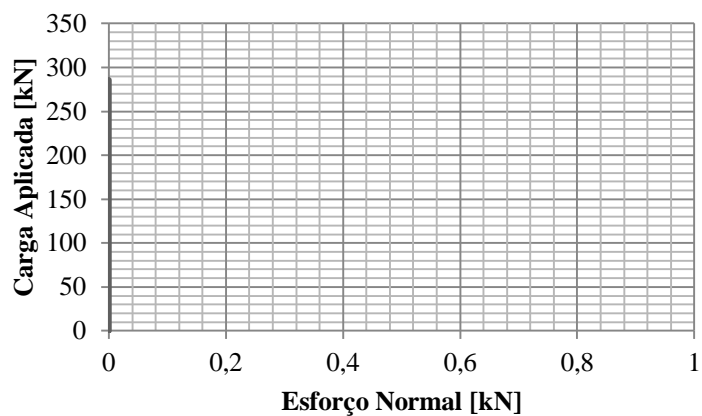


b)

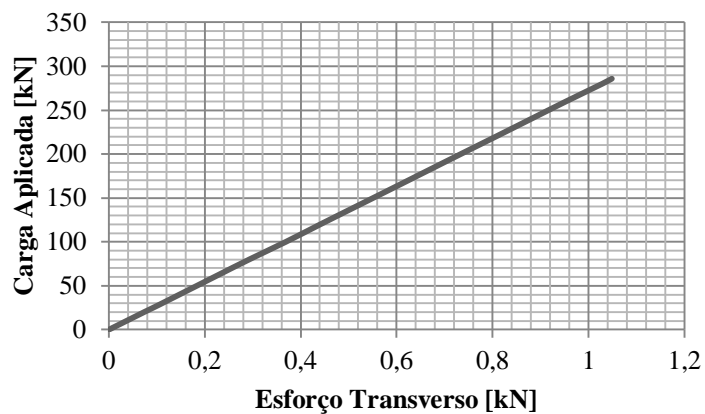


c)

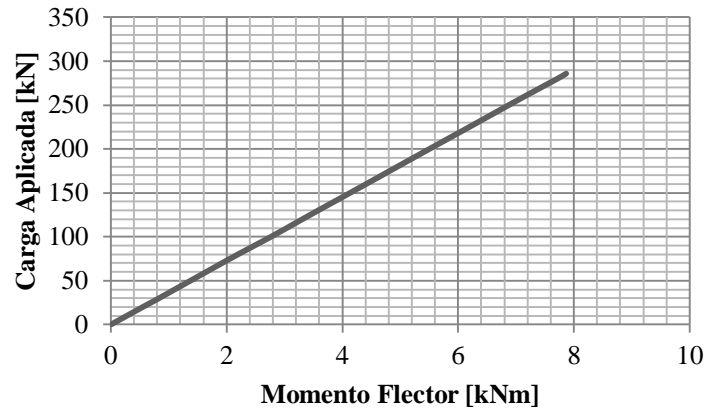
Figura 4.16 - Caso 3: relações entre carga e esforços actuantes nos pilares, em análise elástica de primeira ordem a) esforço normal, b) esforço transverso e c) momento flector.



a)



b)



c)

Figura 4.17 - Caso 3: relações entre carga e esforços actuantes na viga, em análise elástica de primeira ordem a) esforço normal, b) esforço transversal e c) momento flector.

4.4.3 Análises de Segunda Ordem

Para permitir que os efeitos de segunda ordem fossem contabilizados, houve necessidade de alterar as relações cinemáticas do programa, deixando de considerar pequenos deslocamentos e passando a considerar grandes deslocamentos.

Caso 1

Do ponto de vista cinemático, as análises de segunda ordem provocam maiores deslocamentos que os verificados em análise de primeira ordem. Desta forma, os diagramas carga-deslocamento sofrem alterações. Para cargas pequenas, os acréscimos de deslocamento são muito reduzidos, mas, à medida que o material vai sendo mais carregado, verificam-se maiores deslocamentos, particularmente quando a carga se aproxima da carga crítica. Note-se que o andamento do diagrama não é linear, tendendo assintoticamente para a recta horizontal correspondente ao valor da carga crítica.

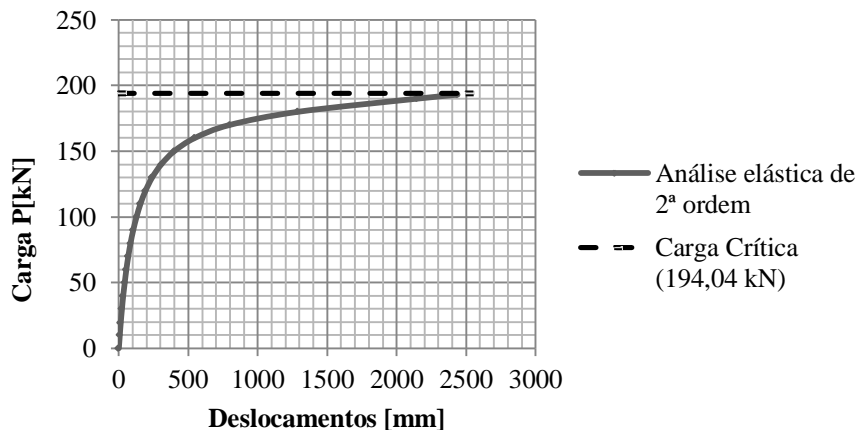
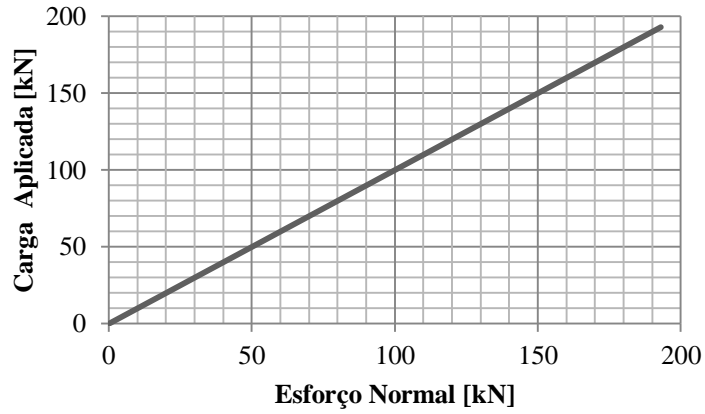
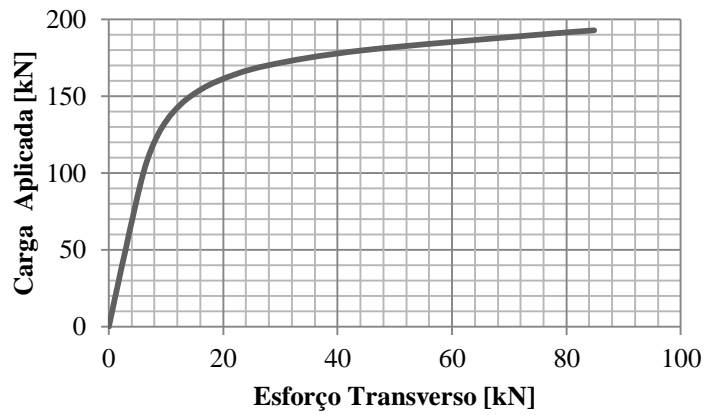


Figura 4.18 – Diagrama carga-deslocamento, caso 1 (análise elástica de segunda ordem).

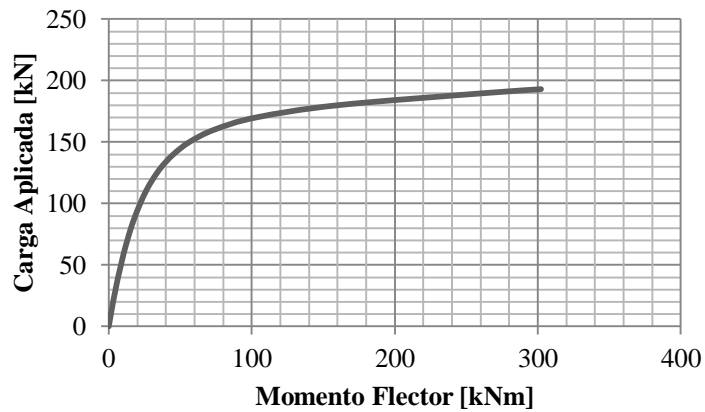
Em termos de esforços, registam-se alterações ao nível do andamento global dos mesmos. Nos pilares, o esforço normal não é alterado, no entanto, o esforço transverso e o momento flector passam a ter um andamento não linear, semelhante ao do diagrama carga-deslocamento. Na viga, essa mudança de andamento ocorre para todos os esforços.



a)

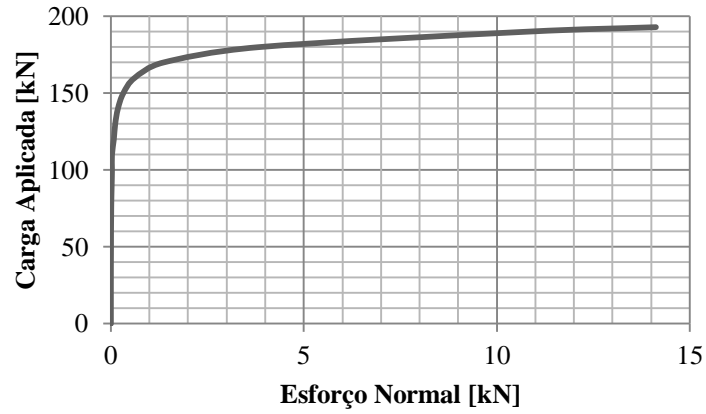


b)

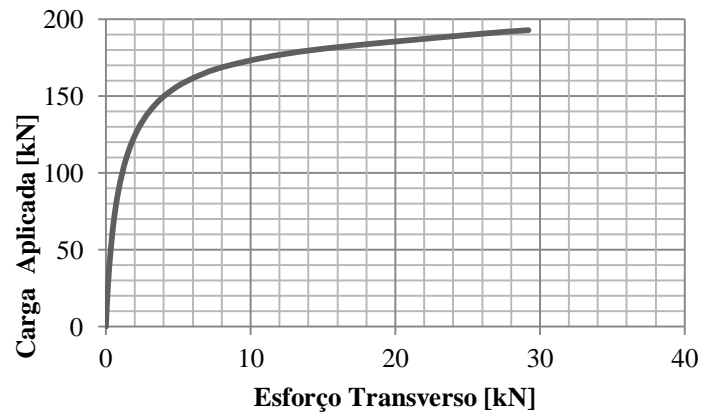


c)

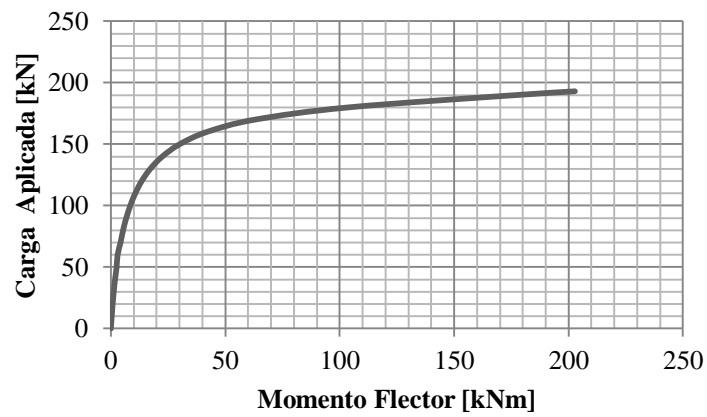
Figura 4.19 – Caso 1: relações entre carga e esforços actuantes nos pilares, em análise elástica de segunda ordem a) esforço normal, b) esforço transverso e c) momento flector.



a)



b)



c)

Figura 4.20 – Caso 1: relações entre carga e esforços actuantes na viga, em análise elástica de segunda ordem a) esforço normal, b) esforço transverso e c) momento flector.

Caso 2

O andamento dos diagramas que relacionam as cargas com os deslocamentos e os esforços de segunda ordem é idêntico ao mostrado para o caso 1, diferenciando-se apenas nos respectivos valores numéricos.

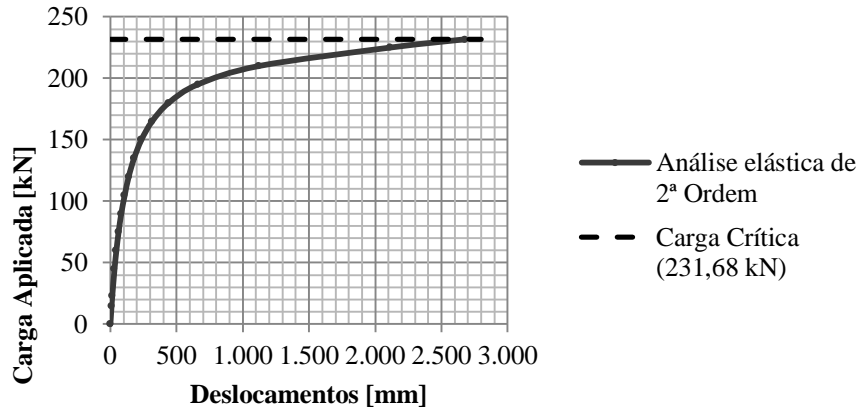
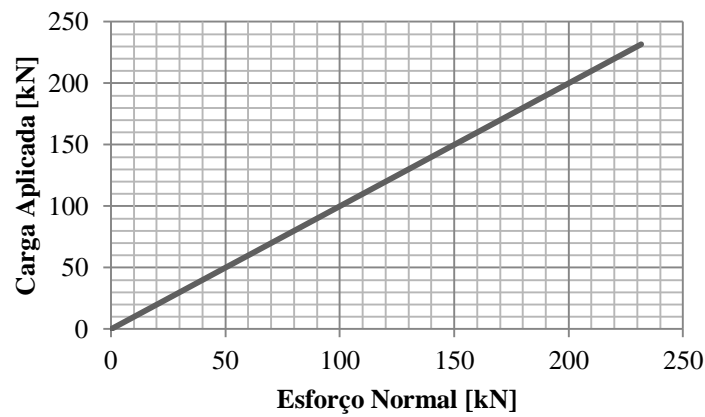
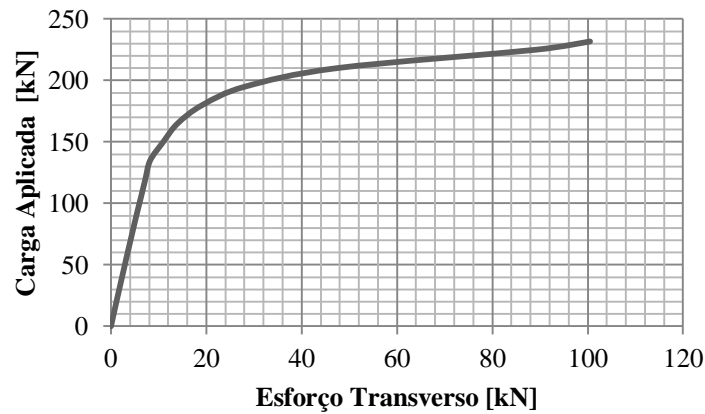


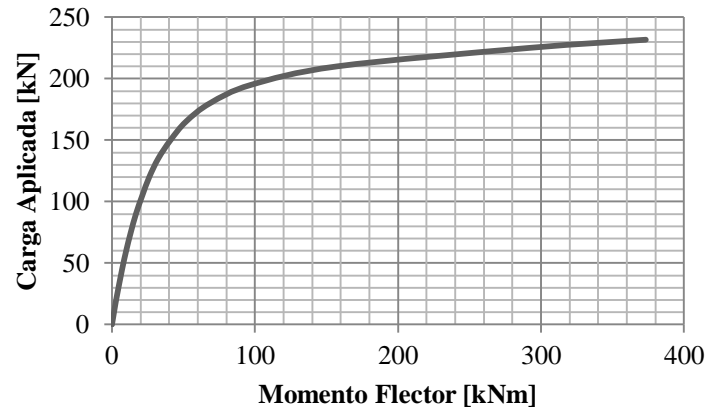
Figura 4.21 – Diagrama carga-deslocamento, caso 2 (análise elástica de segunda ordem).



a)

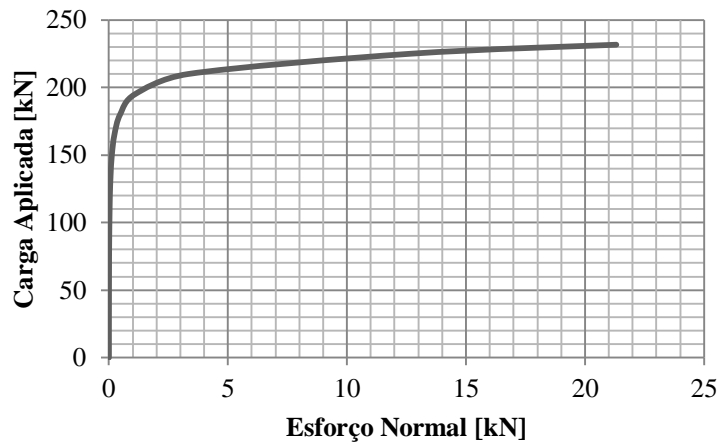


b)

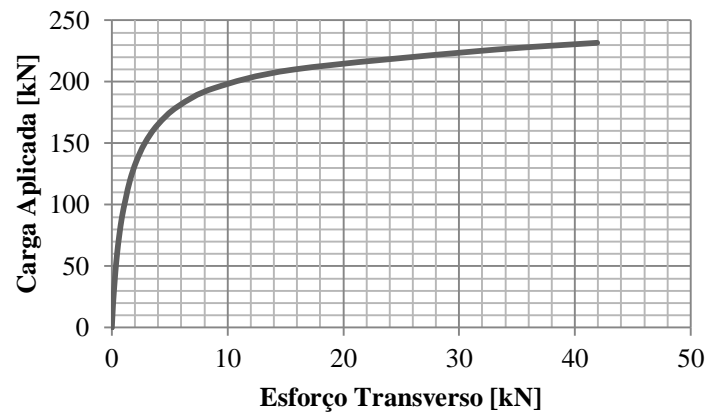


c)

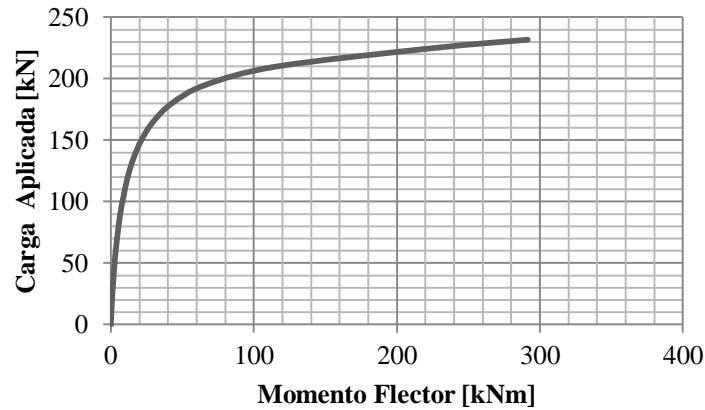
Figura 4.22 - Caso 2: relações entre carga e esforços actuantes nos pilares, em análise elástica de segunda ordem a) esforço normal, b) esforço transverso e c) momento flector.



a)



b)



c)

Figura 4.23 - Caso 2: relações entre carga e esforços actuantes na viga, em análise elástica de segunda ordem a) esforço normal, b) esforço transversal e c) momento flector.

Caso 3

Quando se consideram efeitos de segunda ordem, o caso 3 apresenta um diagrama carga-deslocamento e gráficos dos esforços semelhantes ao dos dois casos anteriores. As diferenças registadas devem-se apenas ao facto da estrutura considerada neste caso apresentar maior resistência, por se mais contraventada (com elementos verticais mais rígidos), pelo que atinge esforços mais elevados.

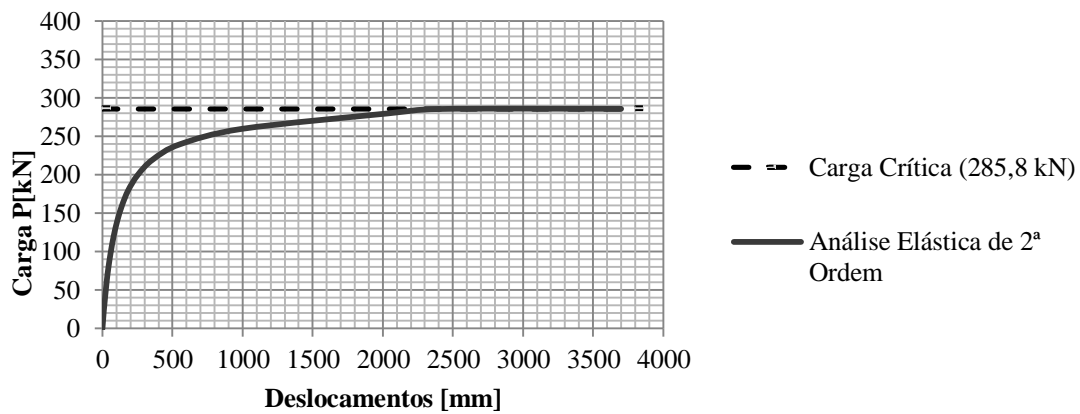
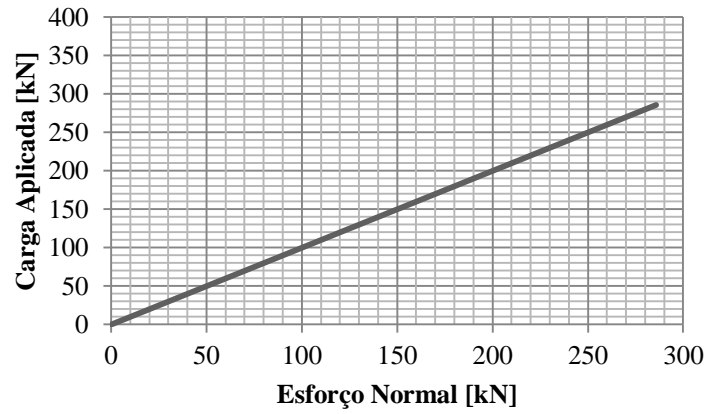
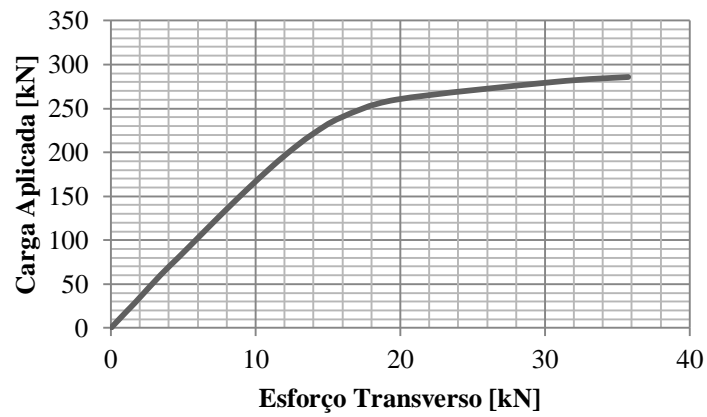


Figura 4.24 – Diagrama carga-deslocamento, caso 3 (análise elástica de segunda ordem).

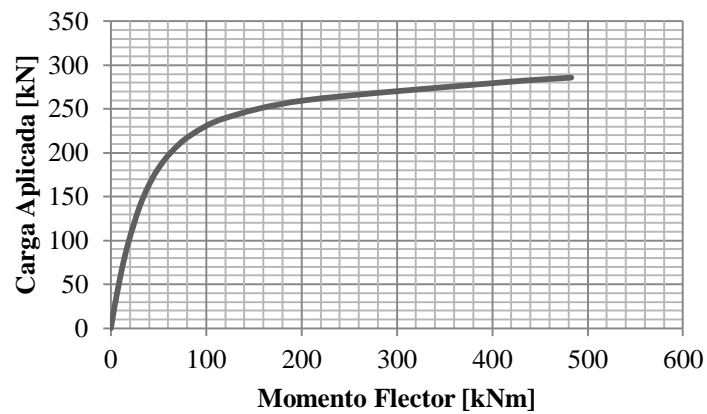
Do ponto de vista dos esforços nada há a acrescentar.



a)

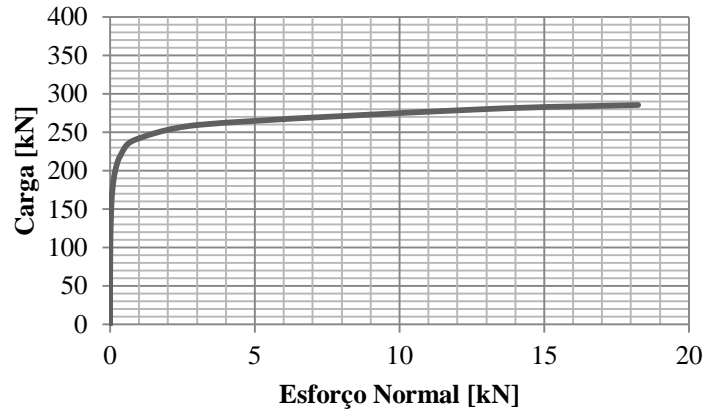


b)

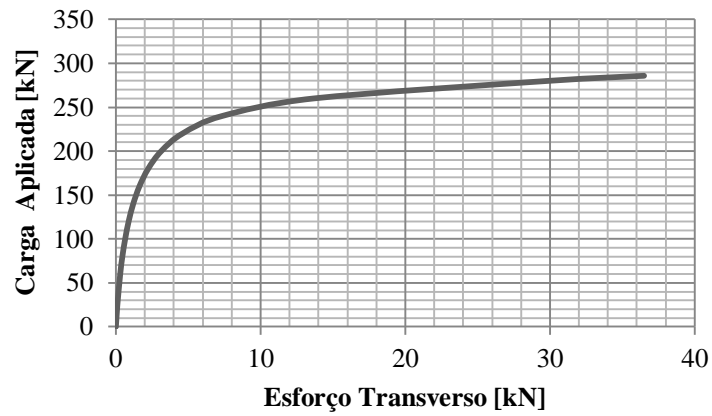


c)

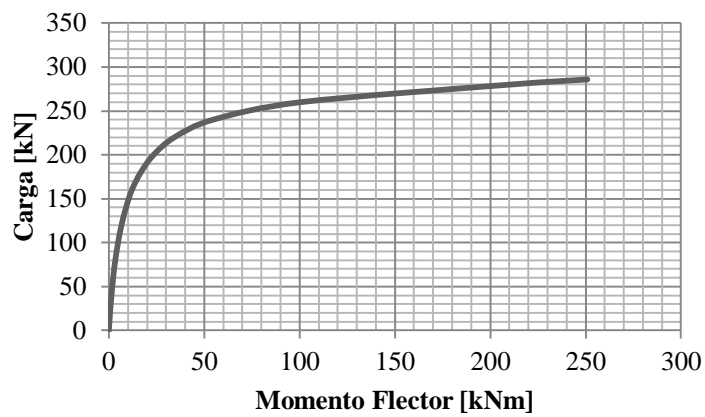
Figura 4.25 – Caso 3: relações entre carga e esforços actuantes nos pilares em análise elástica de segunda ordem a) esforço normal, b) esforço transverso e c) momento flector.



a)



b)



c)

Figura 4.26 – Caso 3: relações entre carga e esforços actuantes na viga, em análise elástica de segunda ordem a) esforço normal, b) esforço transverso e c) momento flector.

4.4.4 Factor de Amplificação

De acordo com a cláusula 5.2.2(5) do EC3, “Em pórticos de um piso calculados através de uma análise global elástica, os efeitos de segunda ordem associados a deslocamentos laterais, devidos à presença de cargas verticais, poderão ser calculados através da amplificação das cargas horizontais H_{Ed} (por exemplo, devidas ao vento), das cargas equivalentes às imperfeições $V_{Ed}\phi$ (ver 5.3.2(7)) e de todos os outros possíveis efeitos de primeira ordem associados a deslocamentos laterais...”. Para valor do factor de amplificação, é sugerida a seguinte expressão:

$$\frac{1}{1 - \frac{1}{\alpha_{cr}}} \quad (4.43)$$

A expressão acima é apenas válida caso $3,0 \leq \alpha_{cr} \leq 10$ (desde que se efectue uma análise elástica) e graficamente corresponde à curva indicada na Figura 4.27.

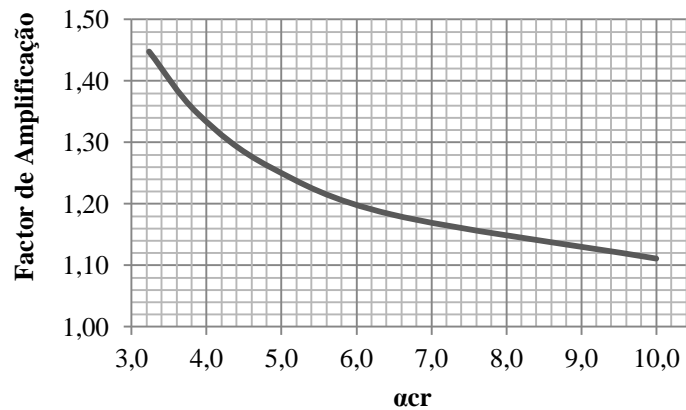


Figura 4.27 - Relação entre o factor de amplificação (para análises de primeira ordem) e o factor de carga crítico.

Relativamente aos esforços e aos deslocamentos horizontais, apresentam-se seguidamente, para as análises de primeira ordem efectuadas nos três casos de estudo, as diferenças verificadas entre os valores não afectados pelo factor de amplificação e os valores afectados por esse factor, tendo-se utilizado a abreviatura de FA para factor de amplificação.

Quadro 4.5 – Esforços nos pilares sem FA e com FA (caso 1, análise de primeira ordem).

α_{cr}	10	6,47	4,86	3,88	3,23					
P (kN)	19,4	30	40	50	60					
	s/ FA	c/ FA	s/ FA	c/ FA	s/ FA	c/ FA	s/ FA	c/ FA	s/ FA	c/ FA
N (kN)	19,4	30	40	50	60					
V (kN)	1,11	1,24	1,73	2,02	2,29	2,89	2,89	3,88	3,44	4,90
M (kNm)	2,79	3,12	4,34	5,01	5,75	7,24	7,26	9,72	8,62	12,11

Quadro 4.6 – Esforços na viga sem FA e com FA (caso 1, análise de primeira ordem).

α_{cr}	10		6,47		4,86		3,88		3,23	
$P (kN)$	19,4		30		40		50		60	
	s/ FA	c/ FA	s/ FA	c/ FA	s/ FA	c/ FA	s/ FA	c/ FA	s/ FA	c/ FA
$N (kN)$	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
$V (kN)$	0,09	0,10	0,13	0,15	0,18	0,22	0,22	0,30	0,26	0,35
$M (kNm)$	0,64	0,72	1,00	1,13	1,32	1,67	1,68	2,24	1,98	2,64

Quadro 4.7 – Deslocamentos na estrutura sem FA e com FA (caso 1, análise de primeira ordem).

α_{cr}	10		6,47		4,86		3,88		3,23	
$P (kN)$	19,4		30		40		50		60	
$\delta (mm)$	12,24	13,69	19,00	21,74	25,14	31,70	31,83	42,59	37,70	51,91
	s/ FA	c/ FA	s/ FA	c/ FA	s/ FA	c/ FA	s/ FA	c/ FA	s/ FA	c/ FA

Caso 2

Quadro 4.8 - Esforços nos pilares sem FA e com FA (caso 2, análise de primeira ordem).

α_{cr}	10,00		5,15		3,86		3,09	
$P (KN)$	23,17		45		60		75	
	s/ FA	c/ FA	s/ FA	c/ FA	s/ FA	c/ FA	s/ FA	c/ FA
$N (kN)$	23,17	23,17	45	45	60	60	75	75
$V (kN)$	1,24	1,478	2,58	3,178	3,44	4,582	4,31	6,244
$M (kN)$	3,27	3,59	6,29	7,67	8,37	11,03	10,50	14,48

Quadro 4.9 - Esforços na viga sem FA e com FA (caso 2, análise de primeira ordem).

α_{cr}	10,00		5,15		3,86		3,09	
$P (KN)$	23,17		45		60		75	
	s/ FA	c/ FA	s/ FA	c/ FA	s/ FA	c/ FA	s/ FA	c/ FA
$N (kN)$	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
$V (kN)$	0,11	0,26	0,22	0,26	0,30	0,04	0,37	0,50
$M (kN)$	0,86	1,98	1,68	1,98	2,23	43,89	2,81	3,77

Quadro 4.10 - Deslocamentos na estrutura sem FA e com FA (caso 2, análise de primeira ordem).

α_{cr}	10,00		5,15		3,86		3,09	
$P (KN)$	23,17		45		60		75	
$\delta (mm)$	12,99	14,43	25,42	30,67	33,83	43,89	42,46	59,35
	s/ FA	c/ FA	s/ FA	c/ FA	s/ FA	c/ FA	s/ FA	c/ FA

Caso 3

Quadro 4.11- Esforços nos pilares sem FA e com FA (caso3, análise de primeira ordem).

α_{cr}	10		4,76		3,57	
$P (kN)$	28,58		60		80	
	s/ FA	c/ FA	s/ FA	c/ FA	s/ FA	c/ FA
$N (kN)$	28,58		60		80	
$V (kN)$	1,65	1,77	3,44	4,36	4,58	6,47
$M (kNm)$	4,29	4,60	8,95	11,37	11,93	16,89

Quadro 4.12 – Esforços na viga sem FA e com FA (caso 3, análise de primeira ordem).

α_{cr}	10		4,76		3,57	
$P (kN)$	28,58		60		80	
	s/ FA	c/ FA	s/ FA	c/ FA	s/ FA	c/ FA
$N (kN)$	0		0		0	
$V (kN)$	0,11	0,11	0,22	0,28	0,29	0,42
$M (kNm)$	0,79	0,84	1,65	2,10	2,20	3,13

Quadro 4.13 – Deslocamentos na estrutura sem FA e com FA (caso 3, análise de primeira ordem).

α_{cr}	10		4,76		3,57	
$P (kN)$	28,58		60		80	
	s/ FA	c/ FA	s/ FA	c/ FA	s/ FA	c/ FA
$\delta (mm)$	11,36	12,11	23,66	30,07	23,66	44,80

4.5 Análises Plásticas

As análises plásticas foram efectuadas para os mesmos casos de estudo considerados nas análises elásticas. Da mesma forma que a análise elástica, a análise plástica pode ser de primeira ou de segunda ordem, sendo que na análise plástica de segunda ordem a carga crítica nunca é atingida, uma vez que as secções plastificam antes da estrutura instabilizar. Saliente-se que, a fim de posteriormente ser possível a comparação de análises, foram adoptadas as mesmas secções e os mesmos incrementos de carga utilizados nas análises elásticas.

As tensões na peça são lidas segundo os eixos coordenados 1, 2 e 3.

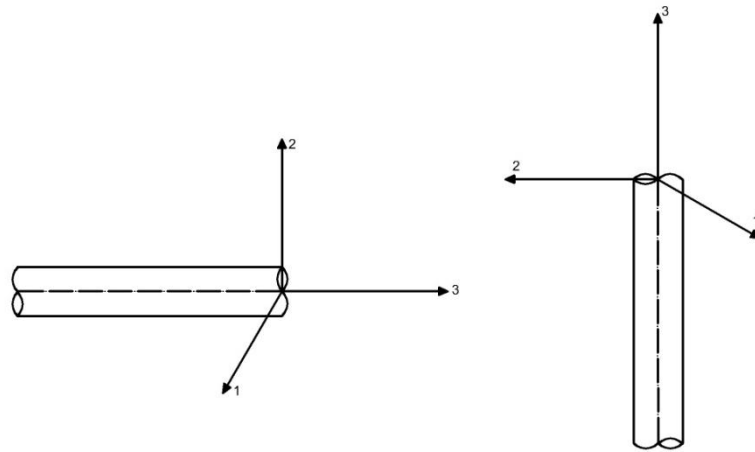


Figura 4.28 – Orientação dos eixos principais da peça.

Foram estas as direcções para as quais foram calculadas as tensões geradas na peça em condições de análise plástica.

De forma análoga ao que aconteceu na análise elástica, o EC3 define $\frac{P_{cr}}{P} \geq 15$ para a análise plástica pelo que se considerou esta cláusula no incremento de carga.

4.5.1 Análises de Primeira Ordem

Caso 1

Recorde-se que o caso 1 corresponde a um pórtico cujas secções de pilares e viga são iguais e do tipo *CHS* 139,7 × 10. Em seguida, apresentam-se em forma de gráfico os resultados obtidos. Neste tipo de análise a excepção à sequencia de incrementos de carga corresponde ao valor de 12,94 kN.

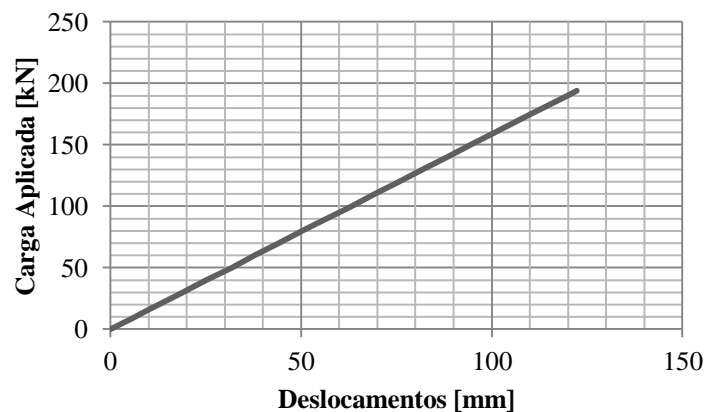
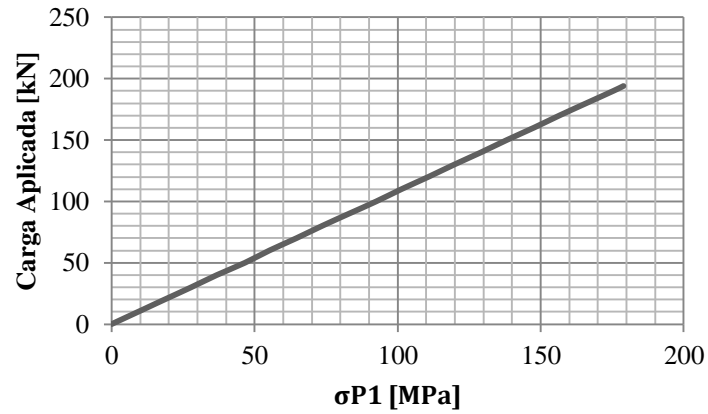
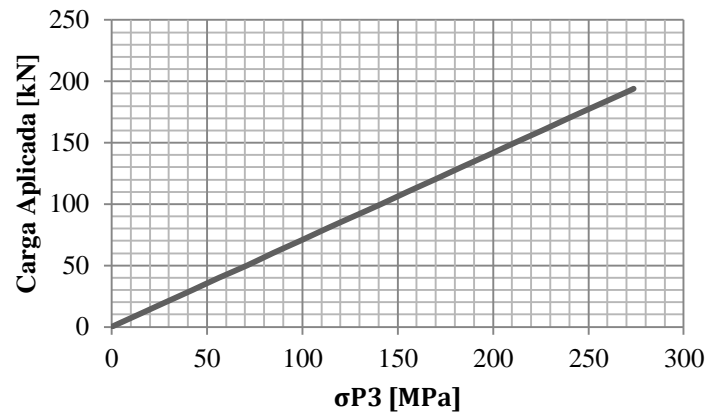


Figura 4.29 – Diagrama carga-deslocamento, caso 1 (análise plástica de primeira ordem)

Seguidamente apresenta-se a evolução das tensões máximas na estrutura, sendo $\sigma P1$ a tensão tangencial à secção transversal e $\sigma P3$ a tensão normal à mesma.

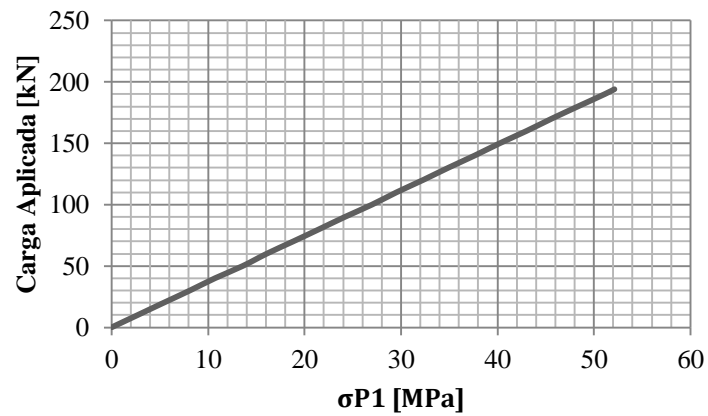


a)

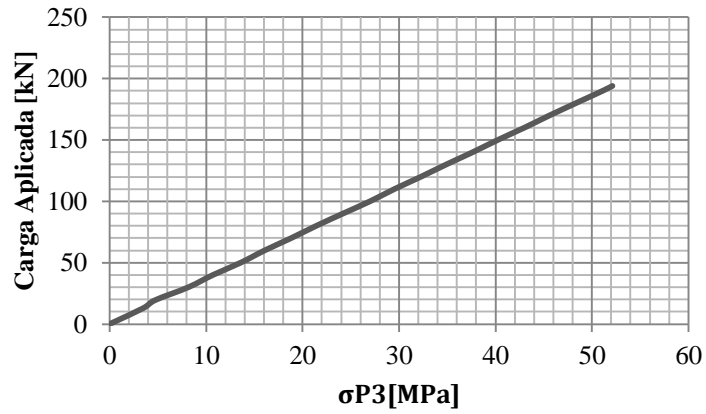


b)

Figura 4.30 – Caso 1: tensões nos pilares, em análise plástica de primeira ordem: a) tensão segundo o eixo 1; b) tensão segundo o eixo 3.



a)



b)

Figura 4.31 – Caso 1: tensões na viga, em análise plástica de primeira ordem: a) tensão segundo o eixo 1; b) tensão segundo o eixo 3.

Caso 2

Recorde-se que os incrementos de carga neste caso foi de 15 kN em 15 kN e por se tratar de uma análise plástica a excepção será para $\frac{P_{cr}}{15}$, com o valor de 15,45 kN.

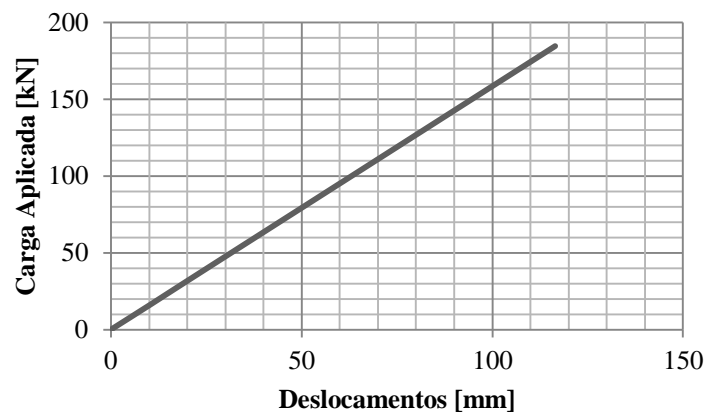
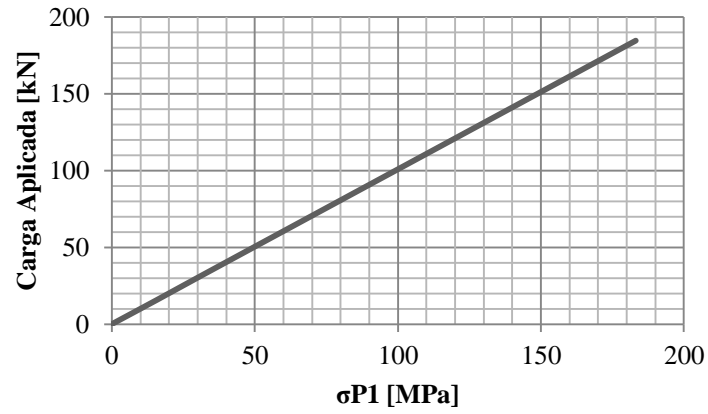
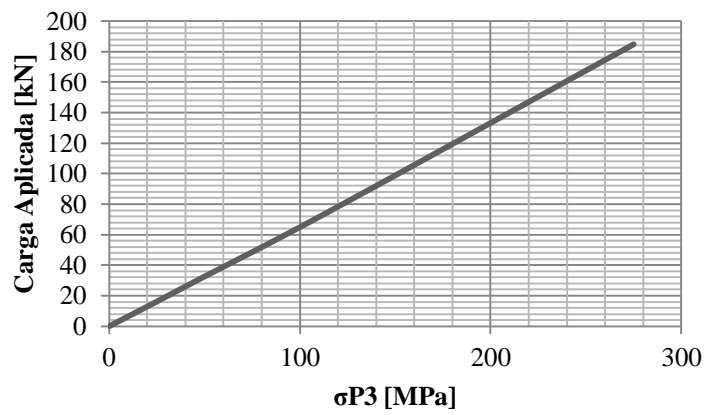


Figura 4.32 – Diagrama carga-deslocamento, caso 2 (análise plástica de primeira ordem).

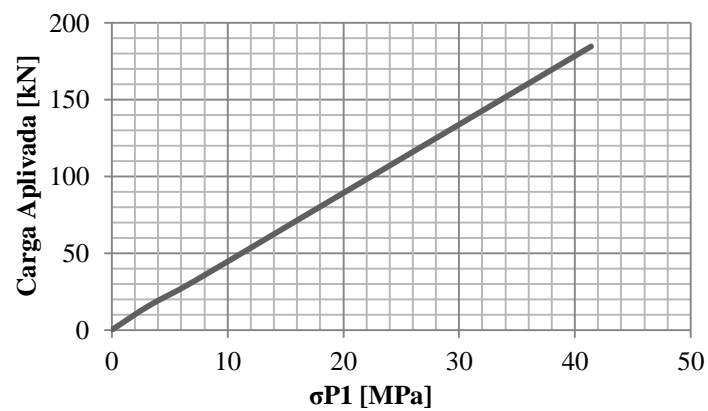


a)

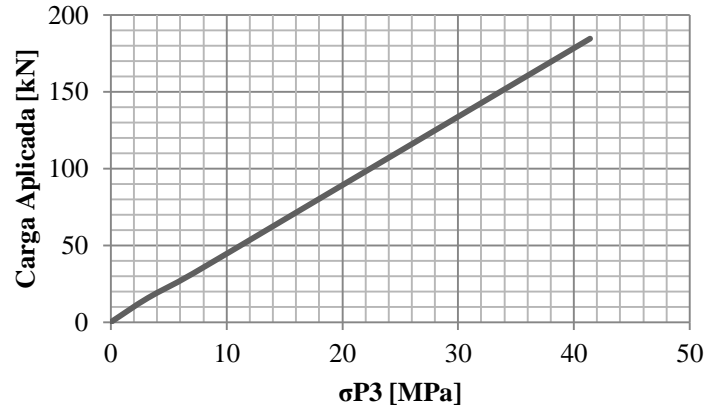


b)

Figura 4.33 - Caso 2: tensões nos pilares em análise plástica de primeira ordem: a) tensão segundo o eixo 1; b) tensão segundo o eixo 3.



a)



b)

Figura 4.34 - Caso 2: tensões na viga, em análise plástica de primeira ordem: a) tensão segundo o eixo 1; b) tensão segundo o eixo 3.

Caso 3

Este caso de estudo mais uma vez reflecte uma maior resistência global, sendo o comportamento semelhante ao dos casos anteriores. O valores correspondente ao $\frac{1}{15} P_{cr}$ é 19,05 kN.

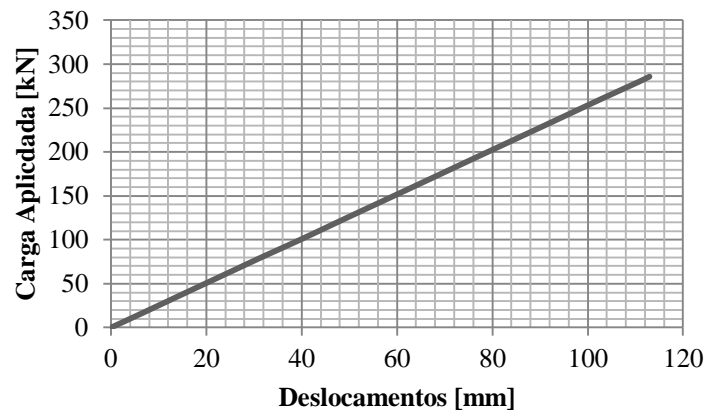
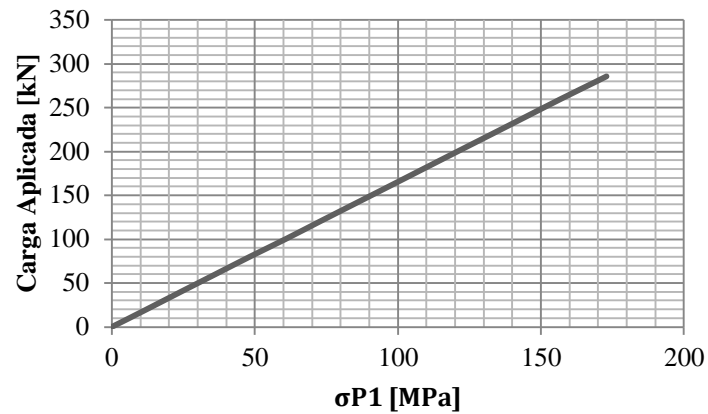
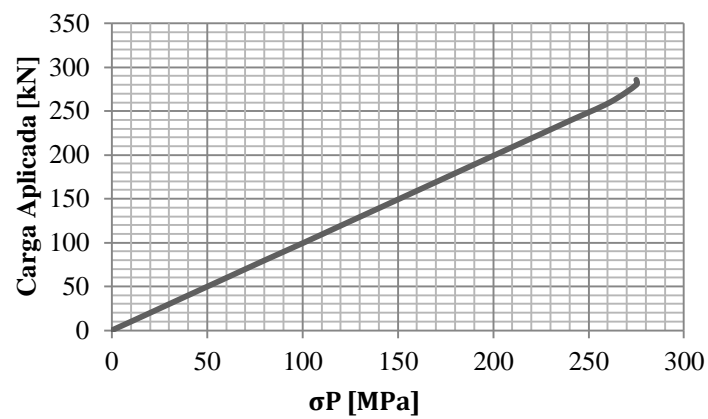


Figura 4.35 – Diagrama carga-deslocamento, caso 3 (análise plástica de primeira ordem).

Em termos de tensões, tem-se:

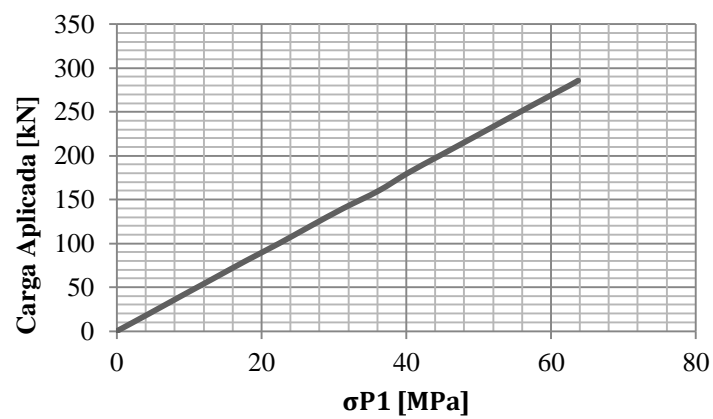


a)

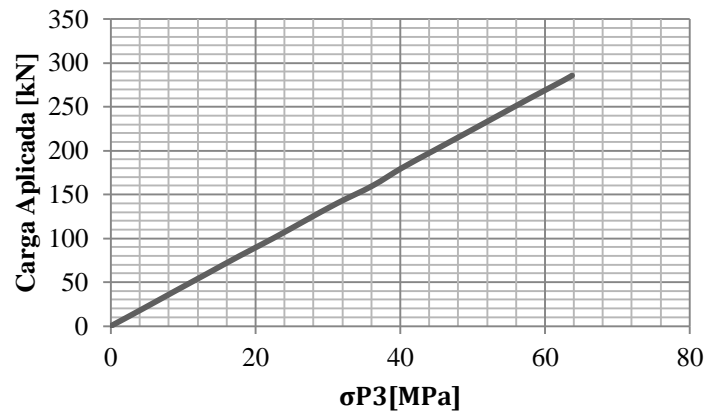


b)

Figura 4.36 – Caso 3: tensões no pilar, em análise plástica de primeira ordem a) tensão segundo o eixo 1; b) tensão segundo o eixo 3.



a)



b)

Figura 4.37 – Caso 3: tensões na viga, em análise plástica de primeira ordem: a) tensão segundo o eixo 1; b) tensão segundo o eixo 3.

Para todos os casos se verifica um comportamento linear nesta análise. Tal acontece porque, uma vez que as cargas equivalentes são muito pequenas, levando a que as colunas encurvem antes de plastificar, verificando-se no próximo capítulo que se obtém os mesmos resultados em análise elástica e análise plástica.

4.5.2 Análises de Segunda Ordem

As análises de segunda ordem terminam para valores de carga bastante inferiores à carga crítica. O estudo é concluído assim que se atinge a carga de plastificação total.

Caso 1

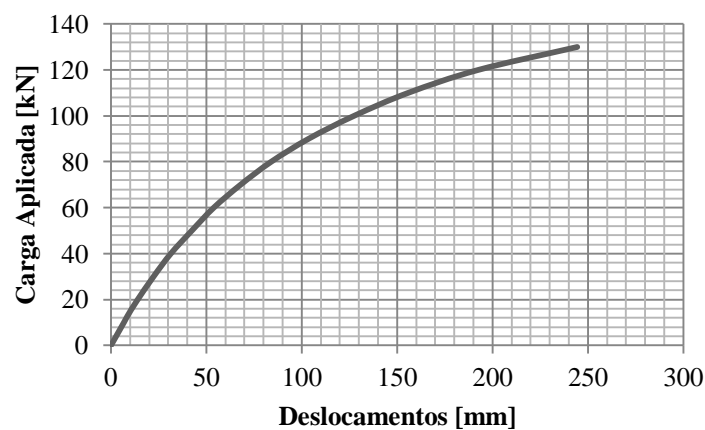
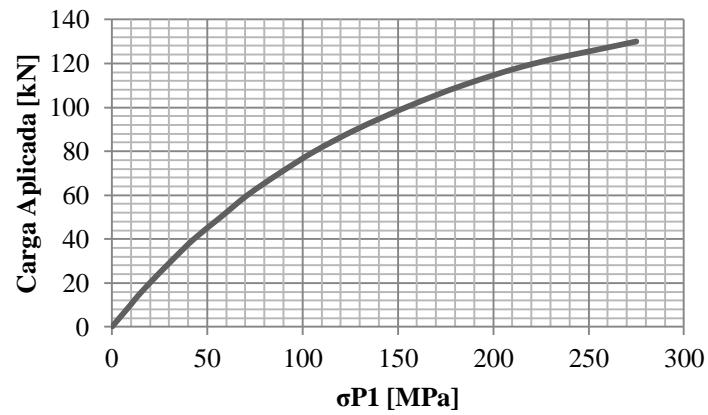


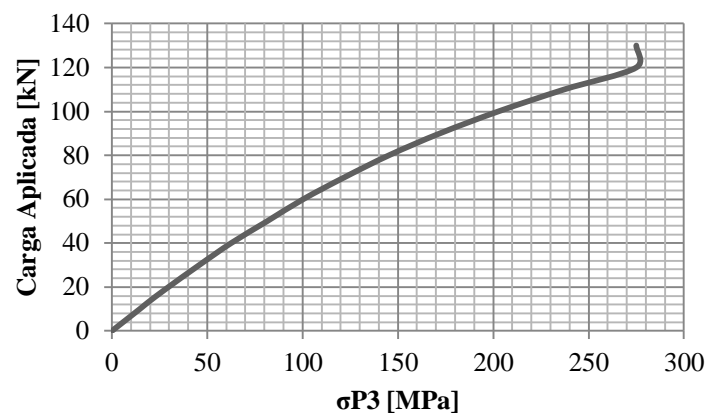
Figura 4.38 – Diagrama carga-deslocamento, caso 1 (análise plástica de segunda ordem).

Observa-se que o diagrama é bastante mais curto do que o obtido na análise de primeira ordem, identificando-se a carga última de plastificação como sendo aproximadamente igual a 130 kN.

As correspondentes tensões máximas encontram-se representadas nos gráficos seguintes.

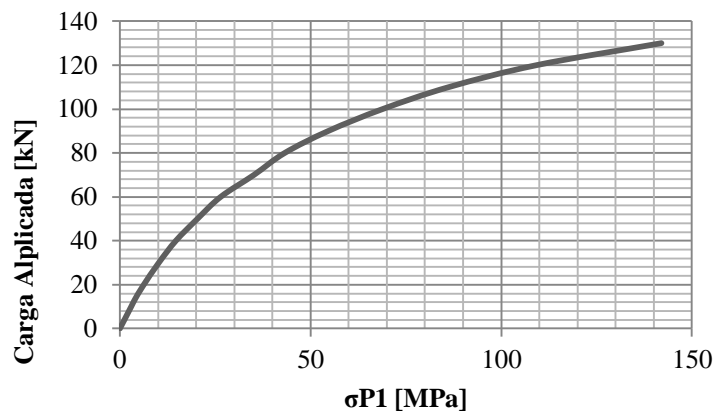


a)

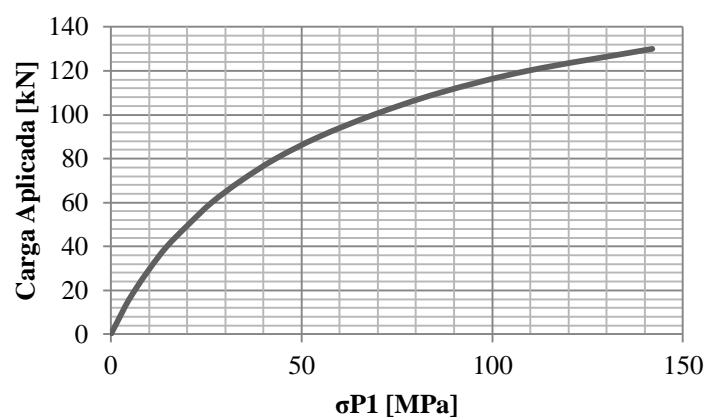


b)

Figura 4.39 – Caso 1: tensões no pilar, em análise plástica de segunda ordem: a) tensões segundo o eixo 1; b) tensões segundo o eixo 3.



a)



b)

Figura 4.40 – Caso 1: tensões na viga, em análise plástica de segunda ordem: a) tensões segundo o eixo 1; b) tensões segundo o eixo 3.

Caso 2

Para esta caso de estudo a carga última de plastificação dá-se para valores próximos dos 140 kN.

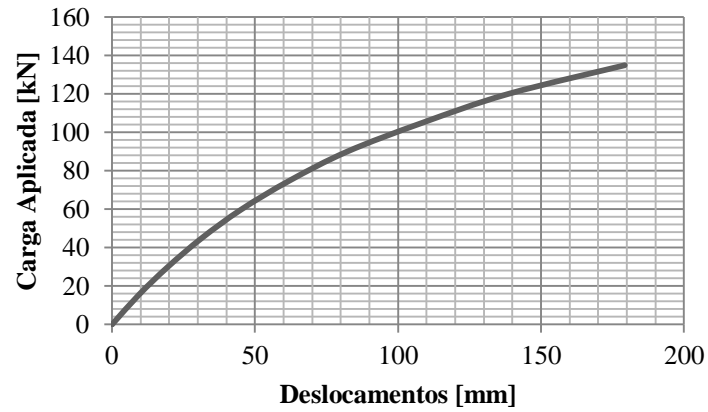
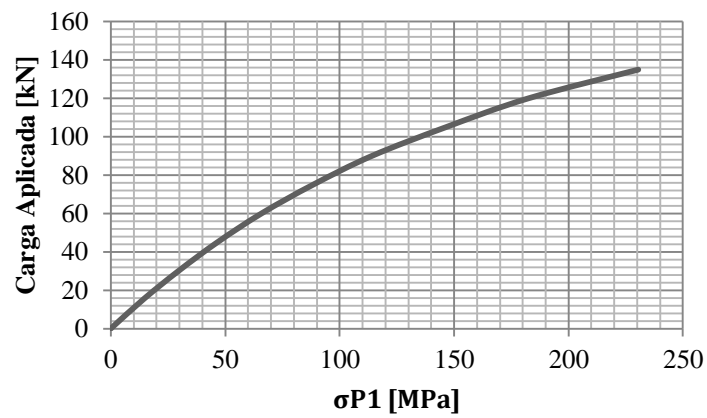
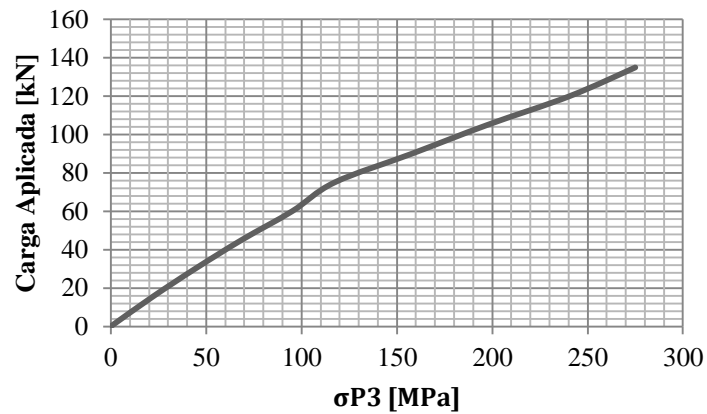


Figura 4.41 - Diagrama carga-deslocamento, caso 2 (análise plástica de segunda ordem).

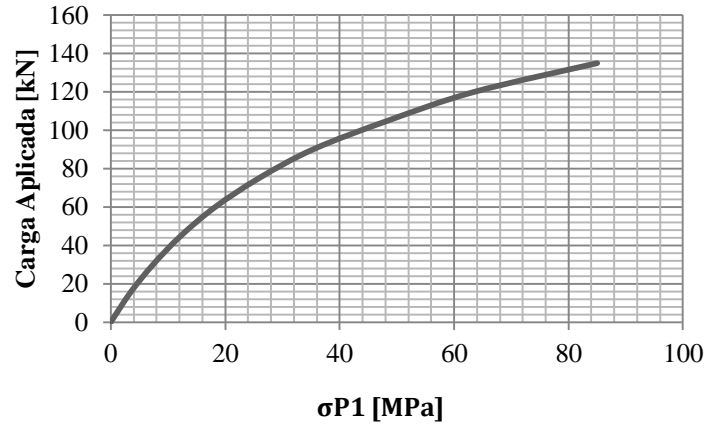


a)

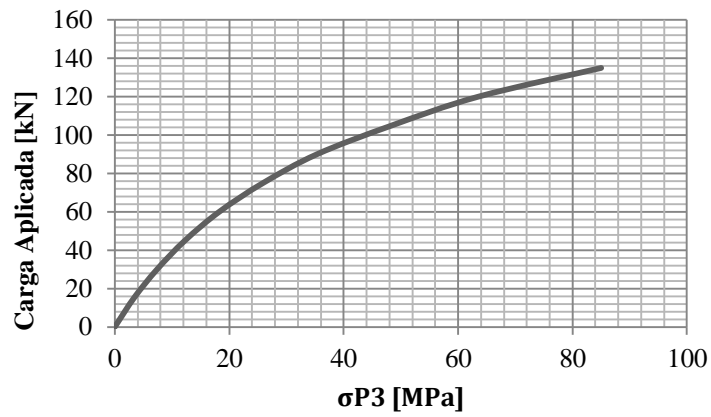


b)

Figura 4.42 - Caso 2: tensões nos pilares, em análise plástica de segunda ordem: a) tensões segundo o eixo 1; b) tensões segundo o eixo 3.



a)



b)

Figura 4.43 - Caso 2: tensões na viga, em análise plástica de segunda ordem: a) tensões segundo o eixo 1; b) tensões segundo o eixo 3.

Caso 3

Proporcionalmente ao aumento de rigidez dos elementos constituintes do pórtico, a carga última de plastificação, neste caso é de cerca de 160 kN.

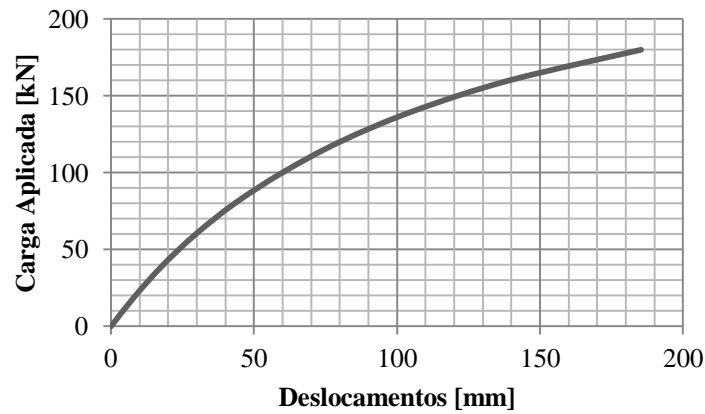
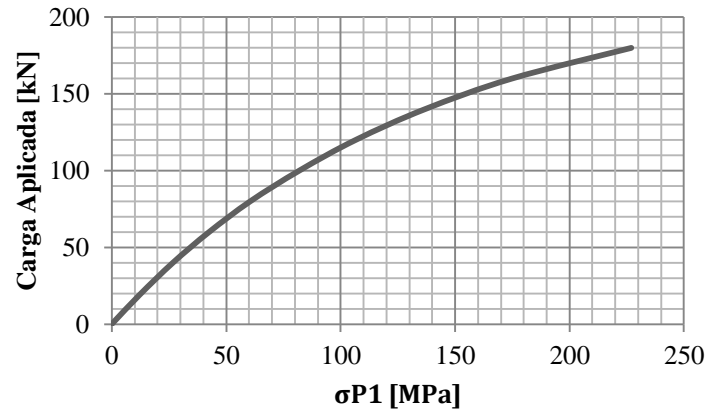
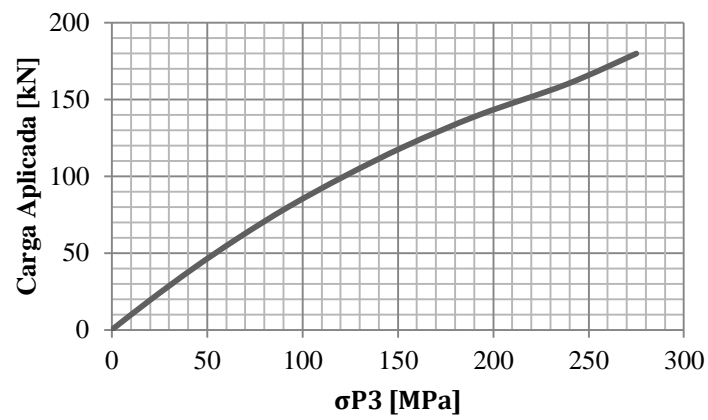


Figura 4.44 – Diagrama carga-deslocamento, caso 3 (análise plástica de segunda ordem).

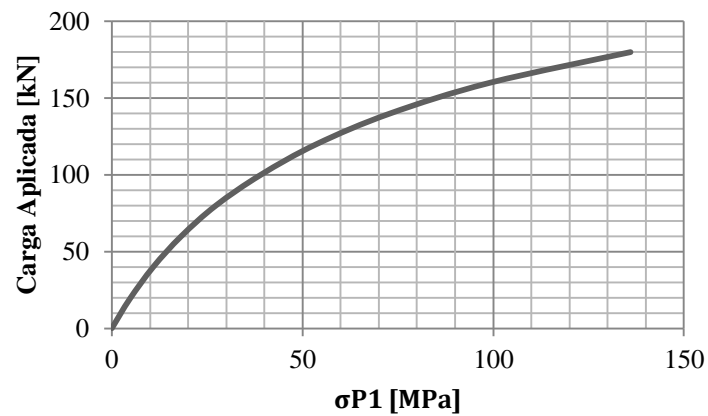


a)

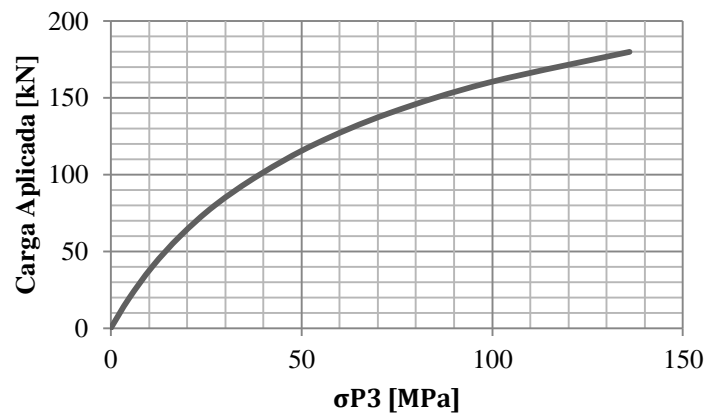


b)

Figura 4.45 – Caso 3: tensões no pilar, em análise plástica de segunda ordem: a) tensões segundo o eixo 1; b) tensões segundo o eixo 3.



a)



b)

Figura 4.46 – Caso 3: tensões na viga, em análise plástica de segunda ordem: a) tensões segundo o eixo 1; b) tensões segundo o eixo 3.

Capítulo 5

5 Comparação e Discussão de Resultados

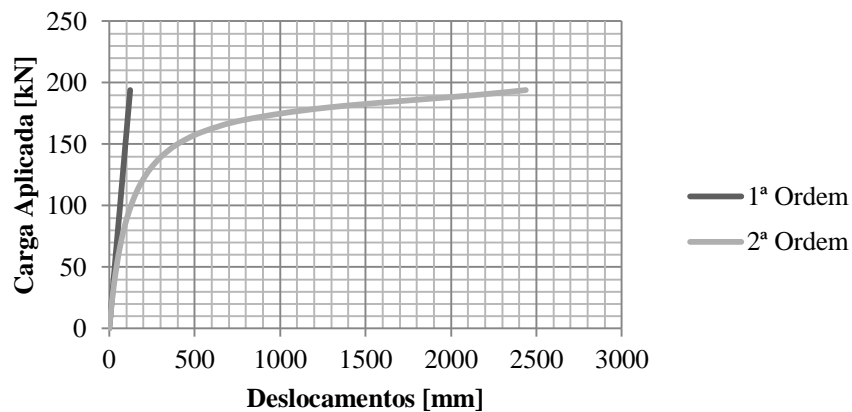
5.1 Avaliação das Disposições Simplificadas Propostas no Eurocódigo 3

Para proceder à avaliação das disposições simplificadas propostas no EC3, há que efectuar algumas comparações para melhor esclarecimento de certos aspectos. Assim, são efectuadas as seguintes comparações:

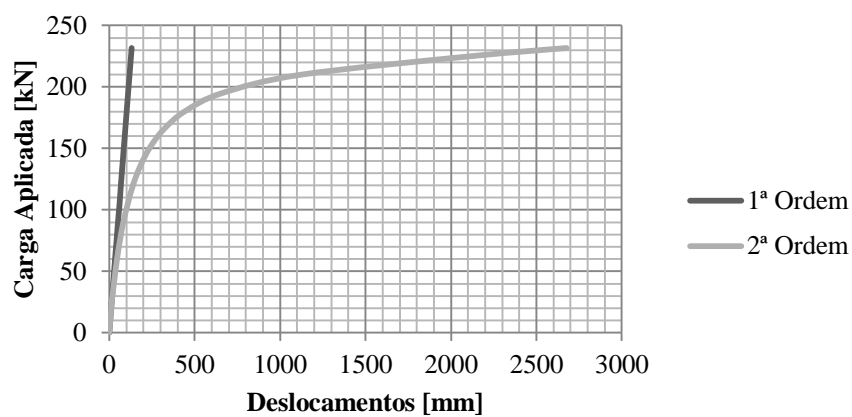
- Análise elástica de primeira e de segunda ordem;
- Análise plástica de primeira e de segunda ordem;
- Diagramas carga-deslocamento em análise elástica e plástica;
- Análise de estabilidade (com bifurcação) e análise elástica de segunda ordem (sem bifurcação);
- Carga Crítica obtido pelo método de Horne, pelo método de Wood e pelo MEF.

É também discutido o conceito de factor de amplificação e a sua utilidade para avaliação do comportamento da estrutura.

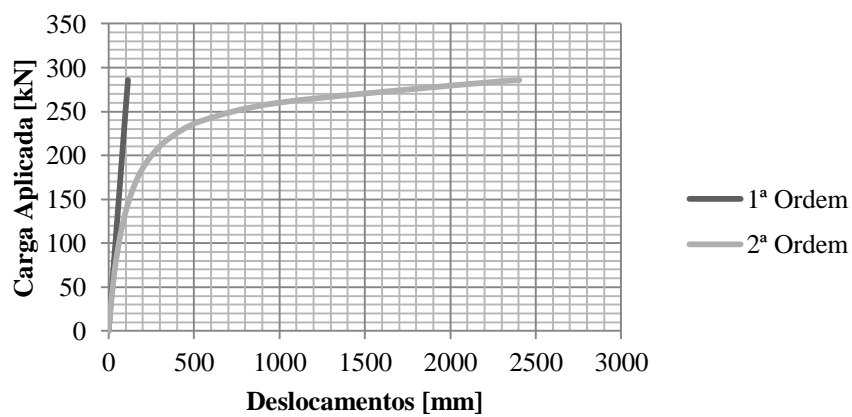
Nas figuras seguintes, comparam-se os deslocamentos e os esforços elásticos de primeira e de segunda ordem. Os deslocamentos são lidos no topo do pórtico e os esforços ao nível da base do pilar.



Caso 1

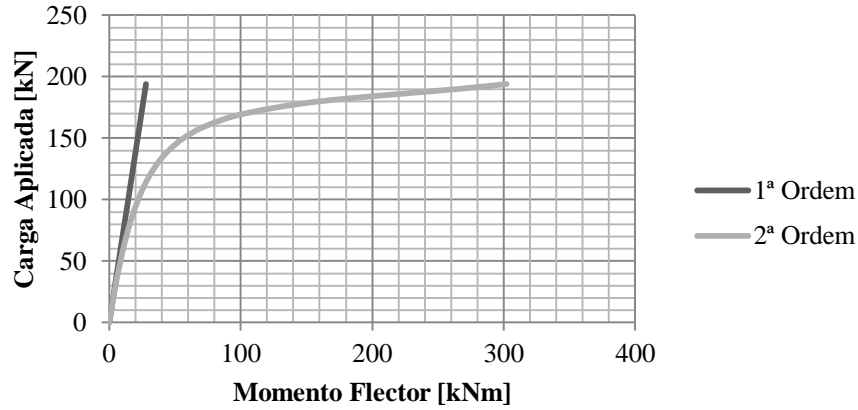


Caso 2

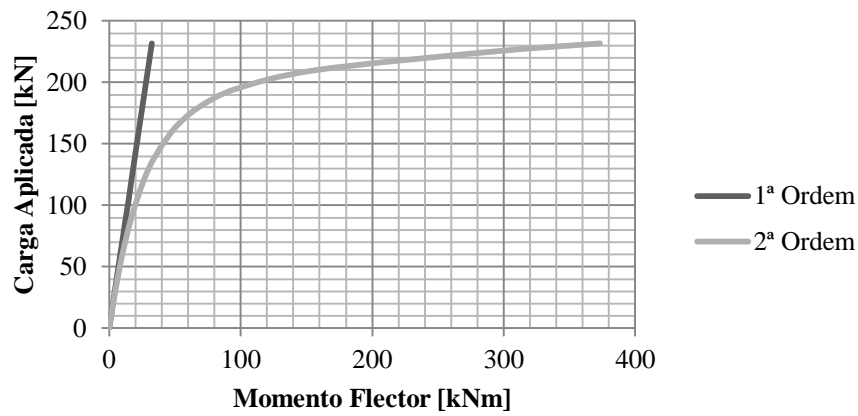


Caso 3

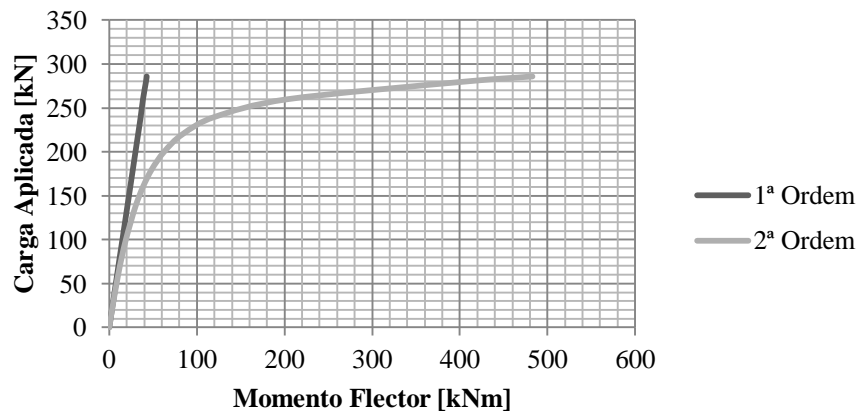
Figura 5.1 – Deslocamentos de primeira e de segunda ordem em análise elástica.



Caso 1



Caso 2



Caso 3

Figura 5.2 – Momentos flectores de primeira e de segunda ordem no pilar, em análise elástica.

Admitindo-se como relevantes diferenças de valores superiores a 5%, são assinaladas no Quadro 5.1 as cargas para as quais essas diferenças são atingidas em cada caso.

Quadro 5.1 – Influência dos efeitos de segunda ordem em análise elástica, nos deslocamentos horizontais.
Carga Aplicada [kN] Deslocamento horizontal [mm] Diferença [%]

		Carga Aplicada [kN]	Deslocamento horizontal [mm]	Diferença [%]
Caso 1	1ª Ordem	19,40	12,24	9,47%
	2ª Ordem		13,52	
Caso 2	1ª Ordem	23,17	12,99	9,73%
	2ª Ordem		14,39	
Caso 3	1ª Ordem	28,58	11,36	9,51%
	2ª Ordem		12,55	

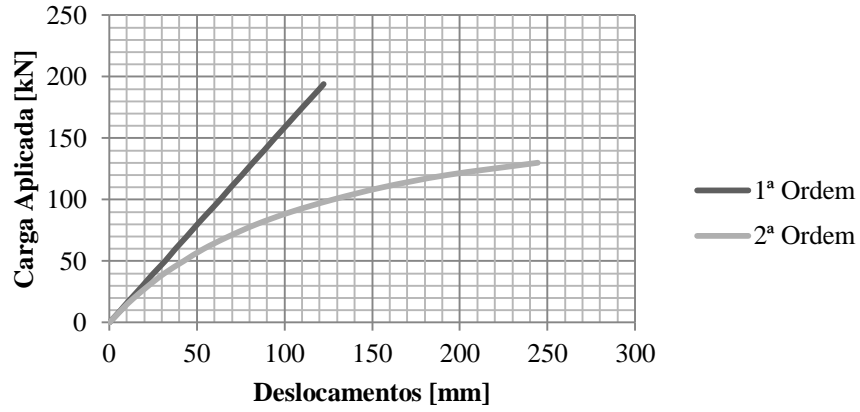
Quadro 5.2 – Influência dos efeitos de segunda ordem em análise elástica, nos momentos flectores.
Carga Aplicada [kN] Momento Flector [kNm] Diferença [%]

		Carga Aplicada [kN]	Momento Flector [kNm]	Diferença [%]
Caso 1	1ª Ordem	19,40	2,79	5,35%
	2ª Ordem		2,95	
Caso 2	1ª Ordem	23,17	3,22	5,69%
	2ª Ordem		3,41	
Caso 3	1ª Ordem	28,58	4,29	5,29%
	2ª Ordem		4,53	

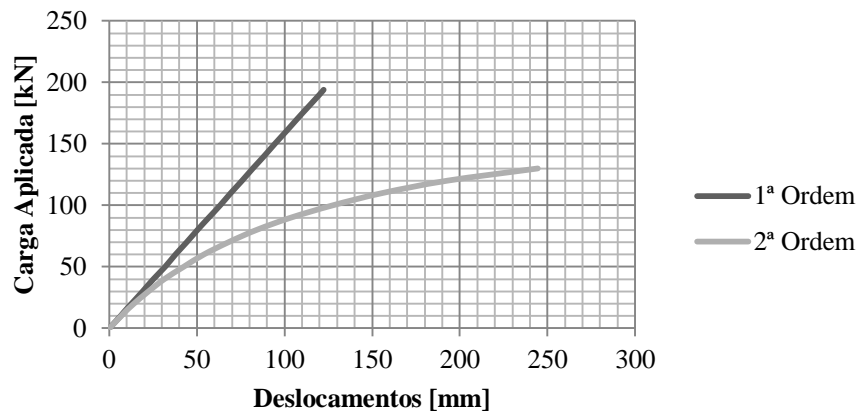
Pode verificar-se que, em termos de momento flector, o erro começa a ser significativo para cerca de um décimo da carga crítica. O mesmo também se verifica para os deslocamentos. Assim, a disposição do EC3 de apenas exigir consideração de efeitos de segunda ordem quando $\alpha_{cr} < 10$ parece justificada.

No entanto, para uma melhor avaliação dos resultados, seria conveniente efectuar um estudo onde o incremento de carga fosse menor.

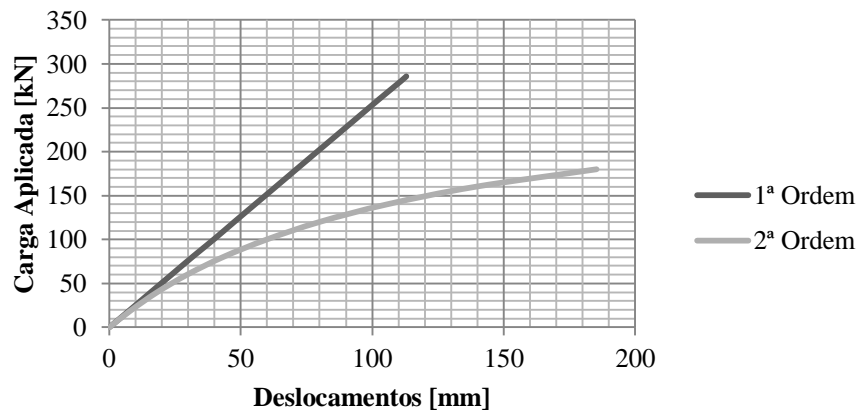
Passe-se à segunda comparação, onde se pretende avaliar a mesma diferença quando se procede a uma análise plástica. Contudo, neste tipo de análise, o EC3 propõe que se tenham em conta efeitos de segunda ordem caso $\alpha_{cr} < 15$. Desta forma, estuda-se o comportamento do pórtico para $1/15$ da carga crítica, ou seja, $P = 12,93 \text{ kN}$ para o caso 1, $P = 15,45 \text{ kN}$ para o caso 2 e $P = 19,05 \text{ kN}$ para o caso 3.



Caso 1

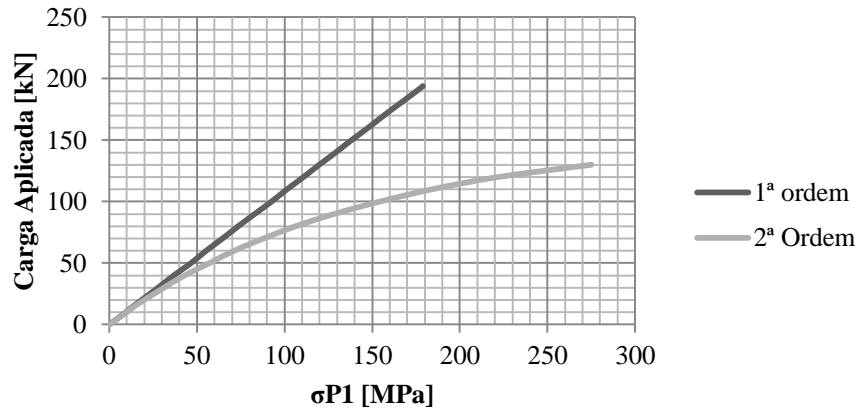


Caso 2

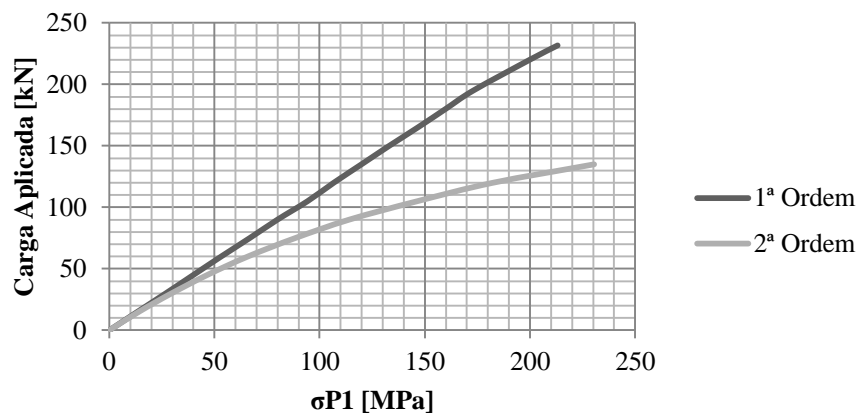


Caso 3

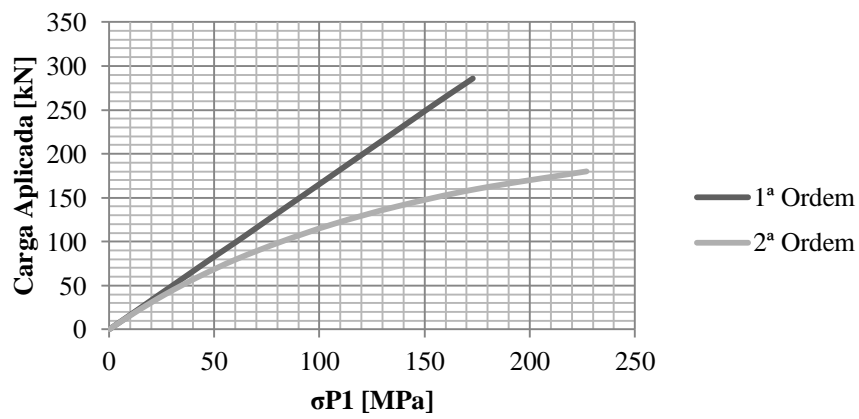
Figura 5.3 – Comparação entre deslocamentos de primeira e de segunda ordem em análise plástica.



Caso 1



Caso 2



Caso 3

Figura 5.4 – Tensões tangenciais máximas no pilar obtidas por meio de análise plástica de primeira e de segunda ordem.

Observa-se mais uma vez que, para valores de α_{cr} abaixo do limite especificado no EC3 (15), os efeitos de segunda ordem passam a ser significativos. Para complementar esta

afirmação, apresenta-se um quadro onde se quantifica o erro associado às cargas referidas acima.

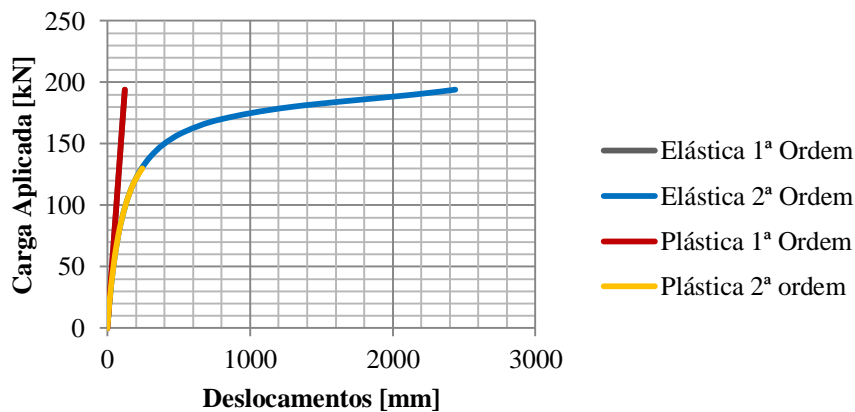
Quadro 5.3 – Influência dos efeitos de segunda ordem em análise plástica.

		Carga Aplicada [kN]	Deslocamento horizontal [mm]	Diferença [%]
Caso 1	1ª Ordem	12,93	8,16	6,40%
	2ª Ordem		8,72	
Caso 2	1ª Ordem	15,45	8,75	6,48%
	2ª Ordem		9,36	
Caso 3	1ª Ordem	19,05	7,57	6,33%
	2ª Ordem		8,08	

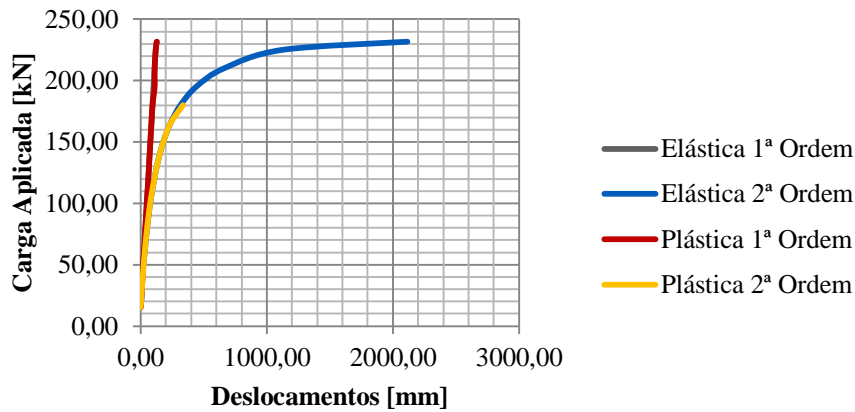
Quadro 5.4 – Influência dos efeitos de segunda ordem em análise plástica, nos momentos flectores.

		Carga Aplicada [kN]	Tensão tangencial segundo o eixo 1 [MPa]	Diferença [%]
Caso 1	1ª Ordem	12,93	11,94	4,52%
	2ª Ordem		12,50	
Caso 2	1ª Ordem	15,45	13,76	4,74%
	2ª Ordem		14,44	
Caso 3	1ª Ordem	19,05	11,58	4,58%
	2ª Ordem		12,14	

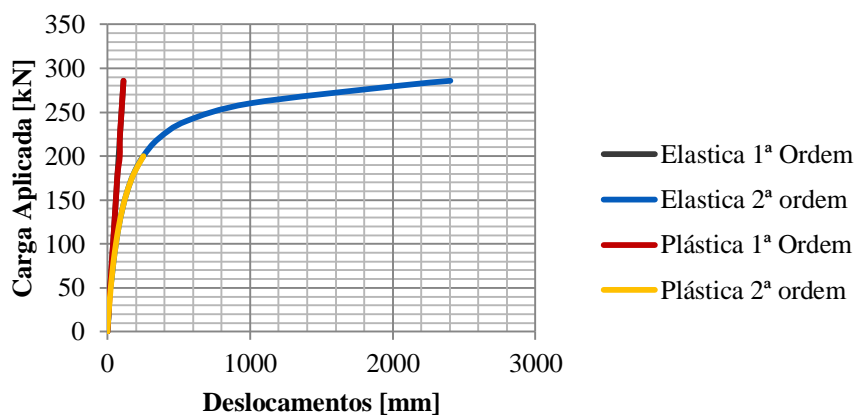
Na figura seguinte, apresentam-se gráficos que relacionam os deslocamentos sofridos pela estrutura em regime elástico e em regime plástico.



Caso 1



Caso 2



Caso 3

Figura 5.5 – Comparação entre diagramas carga-deslocamento em análise elástica e plástica.

Sobrepondo os diagramas carga-deslocamento dos dois métodos de análise (elástica e plástica), verifica-se uma grande semelhança entre essas curvas, sendo mesmo as análises de primeira e segunda ordem, coincidentes nos dois métodos (a linha correspondente à análise elástica de primeira ordem encontra-se mascarada pela linha da análise plástica de primeira ordem). No entanto, tomando especial atenção à linha correspondente à análise plástica de segunda ordem, observa-se que a estrutura colapsa por plastificação bastante antes de atingir a carga crítica.

Em termos teóricos, é expectável que as análises plásticas se traduzam numa menor resistência da estrutura relativamente às análises elásticas. Também é possível, dependendo da esbelteza das barras, que a carga máxima numa análise plástica de primeira ordem seja condicionada pela plastificação das secções, sendo pois inferior à carga crítica. Finalmente, é de esperar que, para uma análise de segunda ordem, não se chegue a atingir a carga limite plástica

de primeira ordem, ocorrendo a plastificação antes dessa carga. Na Figura 5.6 apresentam-se curvas correspondentes aos cenários referidos acima.

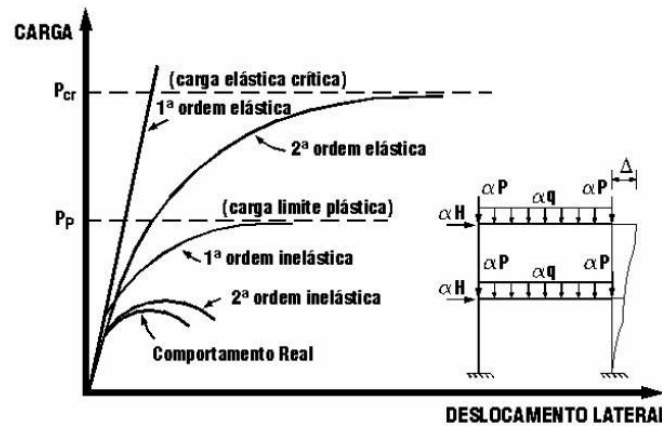


Figura 5.6 – Diagramas carga-deslocamento para as várias análises (Silva,2007).

Teoricamente a carga máxima obtida numa análise elástica de segunda ordem (sem bifurcação) deve convergir para o valor de P_{cr} obtido numa análise de estabilidade (com bifurcação). Os resultados obtidos pelo programa confirmam esta relação, como se pode observar nas Figura 4.18 e Figura 4.24 do Capítulo 4.4.2, cada uma referente a um caso de estudo diferente. As diferenças entre as cargas máximas associadas a cada tipo de análise são sempre bastante pequenas e tomam os seguintes valores:

Quadro 5.5 – Variação da carga crítica para diferentes tipos de análise no programa de cálculo automático ADINA.

Caso de Estudo	Análises	Carga [kN]	Erro[%]
Caso 1	Estabilidade	194,04	0,75%
	Elástica de Segunda Ordem	195,5	
Caso 2	Estabilidade	231,68	0%
	Elástica de Segunda Ordem	231,68	
Caso 3	Estabilidade	285,8	0,7%
	Elástica de Segunda Ordem	286	

É de referir que, para se obter um resultado satisfatório em termos de erro, foi necessário discretizar os elementos de barra num maior número de elementos, conseguindo-se desta forma aproximar o mais possível os valores obtidos pelo ADINA na análise de estabilidade e na análise elástica de segunda ordem. Note-se ainda que o número de sub-elementos foi diferente para cada caso, o que se deve essencialmente ao facto de existirem diferenças nas secções utilizadas.

Finalmente, mostra-se o erro associado à determinação do parâmetro de carga crítica pelo software ADINA (por MEF) e manualmente pelos métodos de Horne e Wood em análises de primeira ordem.

Quadro 5.6 – Variação da carga crítica para diferentes métodos de análise.

Caso de Estudo	Valor de Referência (MEF, ADINA) [kN]	Valores a Comparar [kN]		Erro [%]
		M. Horne	M. Wood	
Caso 1	194,04	M. Horne	243,27	20,25
		M. Wood	171,03	11,86
Caso 2	231,68	M. Horne	271,21	14,58
		M. Wood	205,99	11,09
Caso 3	285,8	M. Horne	387,90	26,32
		M. Wood	254,81	10,84

Dos valores acima, deve reter-se que os métodos de determinação da carga crítica oferecem resultados bastante satisfatórios, o que é totalmente expectável, na medida em que os métodos de Horne e de Wood são também exactos para situações simples.

A discussão sobre a quantificação do factor de amplificação de esforços (FA) é feita com base na comparação dos esforços de segunda ordem com os de primeira ordem, sem e com FA.

No gráfico seguinte, ilustra-se o efeito da consideração do FA nos esforços de dimensionamento e os correspondentes erros associados, relativamente à análise de segunda ordem exacta.

Caso 1

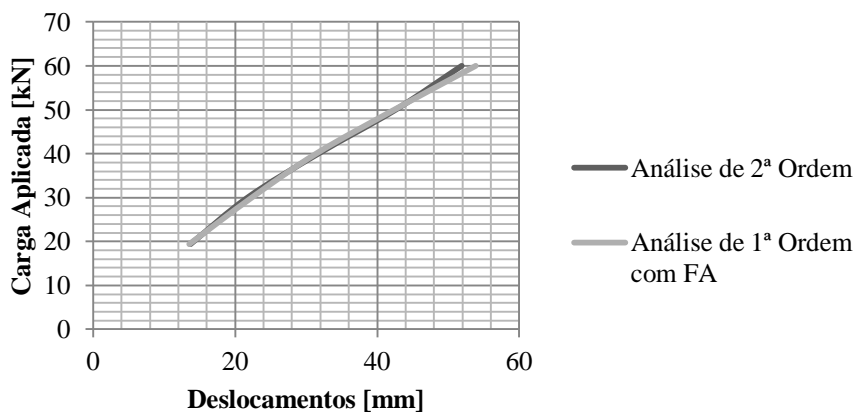


Figura 5.7 – Caso 1: Comparação entre análise de primeira ordem com FA e análise de segunda ordem (relação carga-deslocamento).

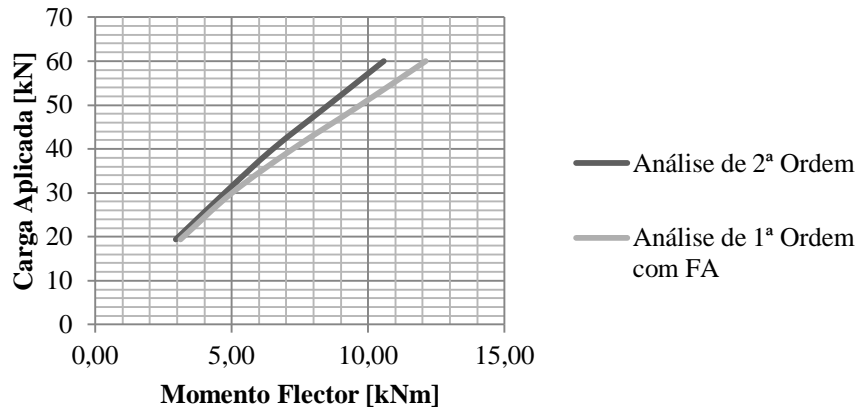


Figura 5.8 - Caso 1: Comparação entre análise de primeira ordem com FA e análise de segunda ordem (relação carga-momento flector nos pilares).

Caso 2

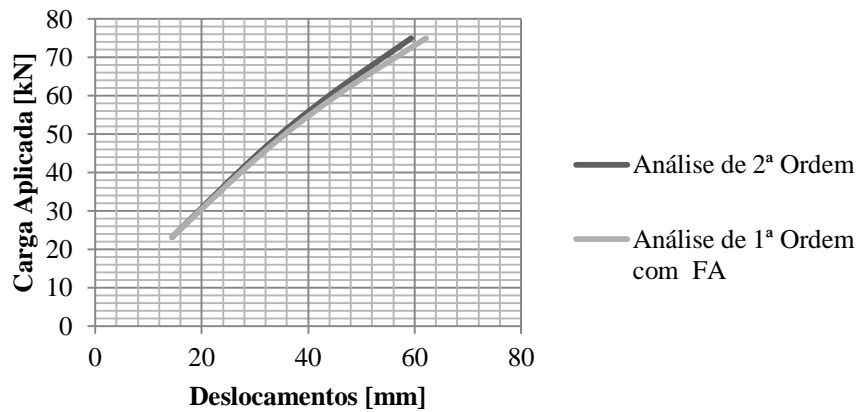


Figura 5.9 – Caso 2: Comparação entre análise de primeira ordem com FA e análise de primeira ordem (relação carga-deslocamento).

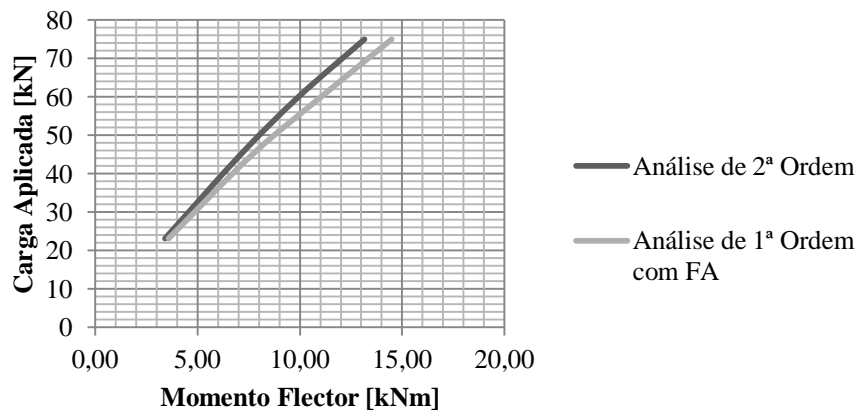


Figura 5.10 - Caso 2: Comparação entre análise de primeira ordem com FA e análise de segunda ordem (relação carga-momento flector nos pilares).

Caso 3

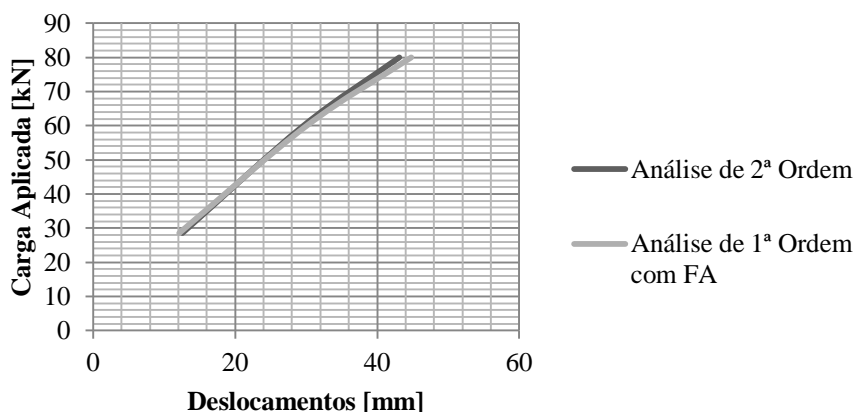


Figura 5.11 - Caso 3: Comparação entre análise de primeira ordem com FA e análise de segunda ordem (relação carga-deslocamento).

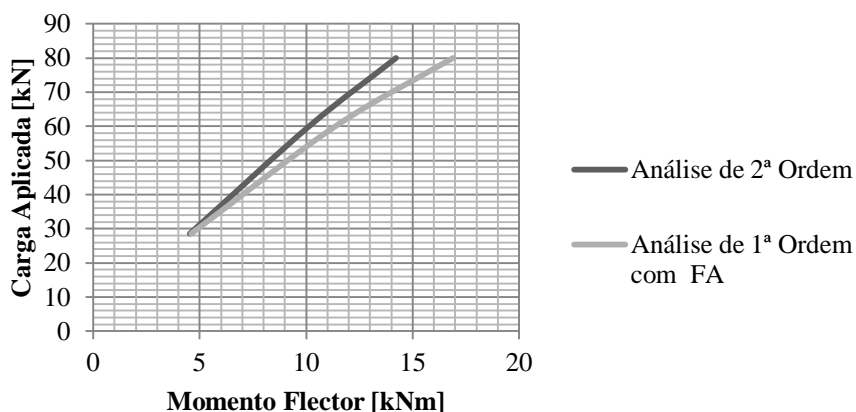


Figura 5.12 - Caso 3: Comparação entre análise de primeira ordem com FA e análise de segunda ordem (relação carga-momento flector nos pilares).

Em geral, observa-se que a utilização do factor de amplificação em análise de primeira ordem é um procedimento mais conservativo do que a realização de uma análise de segunda ordem. De facto, sendo o factor de amplificação um método aproximado para “transformar” análises de primeira ordem em análises de segunda ordem, é de esperar que os resultados sejam mais conservativos, logo do lado da segurança.

5.2 Implicações no Dimensionamento

Como se observa dos resultados obtidos anteriormente, a utilização de diversas metodologias de cálculo (aproximadas e exactas) tem claras implicações no dimensionamento das estruturas de aço, já que as correspondentes diferenças nos valores obtidos reflectem-se em termos de garantia da segurança estrutural. As diferenças são visíveis em 4.4.1, onde se compara

a determinação da carga crítica por MEF e através de métodos aproximados, e em e 5.1., onde se considera a aplicação do factor de amplificação em análises de primeira ordem como alternativa a análises de segunda ordem.

No que respeita à comparação entre análises elásticas e análises plásticas, sabe-se da bibliografia que as análises plásticas geralmente conduzem a resultados mais próximos dos verificados experimentalmente. De facto, na análise elástica assume-se que o aço nunca atinge a cedência, o que obviamente não é realista. Em muitas situações, a cedência das secções ocorre muito antes da encurvadura dos elementos. Contudo, o aço também não é um material perfeitamente plástico, tendo sim um comportamento elasto-plástico descrito aproximadamente pela Figura 5.13.

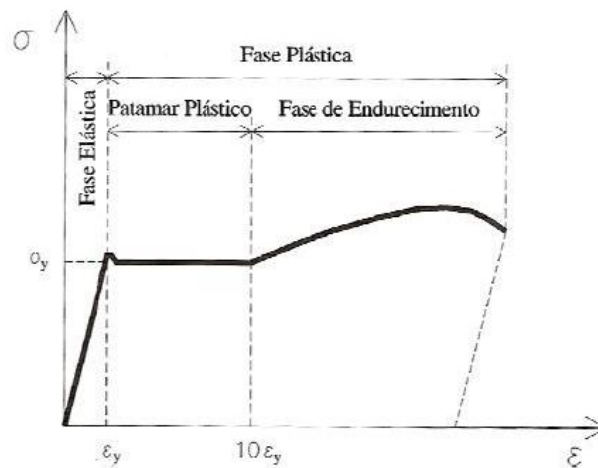


Figura 5.13 – Comportamento real do aço estrutural (Dias, 2007).

Relativamente à influência dos efeitos de segunda ordem comparativamente aos de primeira ordem, observa-se que uma estrutura sujeita a efeitos de segunda ordem sofre maiores deslocamentos e esforços, atingindo mais rapidamente a cedência. Tal facto pode traduzir-se num dimensionamento que exija a utilização de secções mais resistentes do que as que seriam necessárias caso se procedesse a uma análise de primeira ordem. Assim, reforça-se aqui de novo a ideia de que uma análise de segunda ordem permite aproximar melhor o comportamento real da estrutura.

Capítulo 6

6 Conclusões e Desenvolvimentos Futuros

6.1 Conclusões

A realização desta dissertação permitiu clarificar diversos conceitos subjacentes à análise e ao dimensionamento de estruturas metálicas, bem como avaliar a influência de certas hipóteses e modelos de comportamento na resposta de uma estrutura de aço. Assim, as principais conclusões a reter do trabalho efectuado são as seguintes:

- A contabilização dos efeitos de segunda ordem proporciona uma descrição do comportamento da estrutura mais próximo da realidade. Tais efeitos são particularmente importantes em estruturas metálicas, atendendo à sua esbelteza e à existência de imperfeições geométricas.
- Do ponto de vista dos limites mínimos estipulados no EC3 para o parâmetro α_{cr} a fim de se dispensar a necessidade de uma análise de segunda ordem, verificou-se que os valores de 10 para a análise elástica e de 15 para a análise plástica parecem adequados. De facto, acima desses valores limite, a análise de primeira ordem fornece resultados satisfatórios, mas para menores valores de α_{cr} a consideração dos efeitos de segunda ordem torna-se relevante.
- A consideração do factor de amplificação para ter em conta efeitos de segunda ordem faz sentido caso se queira simplificar o cálculo. O EC3 permite o recurso a este factor para simular uma análise de segunda ordem a partir de uma análise de primeira ordem, desde que

o correspondente valor de α_{cr} varie entre 3 e 10. No entanto, uma vez que os resultados com este tipo de análise são mais conservativos, este procedimento conduz a estruturas mais dispendiosas, não se tirando o melhor proveito da resistência das secções.

- Relativamente aos métodos utilizados para a determinação da carga crítica e do parâmetro de carga crítica, Método de Horne, Método de Wood e MEF, verifica-se que em geral os resultados são satisfatórios. Tomando os valores fornecidos pelo MEF como referência para comparações, verifica-se também que o Método de Horne oferece resultados mais conservativos e o método de Wood resultados que vão contra a segurança.

Em face do exposto, pode considerar-se de um modo geral que os critérios descritos no EC3 são adequados para um correcto dimensionamento de uma estrutura metálica, pois contemplam várias possibilidades de consideração de análises lineares ou não lineares, tanto do ponto de vista geométrico como físico, consoante as características da estrutura, o nível de carregamento e o rigor do dimensionamento o exijam.

6.2 Desenvolvimentos Futuros

As análises elásticas de estruturas de aço têm sido muito utilizadas no passado, pelo que o campo de inovação para este tipo de análise é bastante limitado. No entanto, no que respeita à análise plástica, esta tem sido muito menos explorada, apenas se tendo começado a afirmar a partir da década de 1990, na sequência do desenvolvimento dos meios computacionais. Recentemente, foram desenvolvidas várias formulações em análise plástica de segunda ordem que se traduzem num dimensionamento mais rigoroso e económico, por permitir explorar a resistência do material aço no domínio plástico.

Sugere-se pois a continuação do trabalho no sentido da implementação numérica de formulações geometricamente e fisicamente não lineares, procurando obter algoritmos eficientes que permitam modelar de forma adequada os fenómenos de instabilidade em regime plástico.

Do ponto de vista das imposições descritas no EC3 para dimensionamento de peças de aço estrutural, existem muitos critérios para os quais haverá interesse em determinar a sua natureza, validade e campo de aplicação.

Finalmente, é de referir que o trabalho desenvolvido incidiu apenas sobre pórticos planos, ou seja, os problemas analisados tinham apenas duas dimensões. Assim, pode sugerir-se um novo estudo, desta vez a três dimensões, onde também se tenham em conta os efeitos de flexão desviada e de torção dos elementos.

Bibliografia

[ADINA, 2004a] ADINA RD, Inc., 2004a. *Theory and Modeling Guide Volume I: ADINA*, Estados Unidos da América.

[ADINA, 2004b] ADINA RD, Inc., 2004b. *ADINA Verification Manual*, Estados Unidos da América.

[Almeida, 2006] ALMEIDA, A. C. B., 2006, *Análise Inelástica de Pórticos Planos Considerando a Plasticidade Distribuída e o Efeito das Tensões Residuais nos Perfis Estruturais de Aço*, Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, Brasil.

[Avakian, 2007] AVAKIAN, A. C., 2007, *Estruturas Aporticadas Mistas Aço-Concreto: Avaliação de Metodologias de Análise*, Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Rio de Janeiro, Brasil.

[Camotim, s.d.] CAMOTIM, D., s.d., *Stability and Static Behaviour of Steel Frames General Report*, Civil Eng. Dept, IST, Lisboa

[Carneiro, 2000] CARNEIRO, D. S., 2000, *Análise Plástica Aplicada a Estruturas Aporticadas em Aço*, Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Rio de Janeiro, Brasil.

[Chen *et al*, 1996] CHEN, W. F., GOTO, Y. and LIEW, J. Y. R., 1996: *Stability Design of Semi-Rigid Frame*,. John Wiley & Sons, New York.

[Dias, 2007] DIAS, J.R., 2007, *Análise e Dimensionamento de Estruturas Metálicas Treliçadas de Transporte de Energia Eléctrica de Acordo com o EC3(EN) e a EN50341-*, Dissertação de Mestrado, Instituto Superior Técnico, Lisboa.

- [EN1993-1-1, 1992] EN1993-1-1, 1992 *Design of Steel Structures – Part 1-1: General Rules and Rules for Buildings, Annex E, Buckling length of a Compression Member*, CEN - European Committee for Standardization, pp 261-267.
- [EN1993-1-1, 2005] EN1993-1-1, 2005 *Design of Steel Structures – Part 1-1: General Rules and Rules for Buildings*, CEN- European Committee for Standardization
- [EN1993-1-8, 2005] EN1993-1-8, 2005 *Design of Steel Structures – Part 1-8: Design of joints*, CEN- European Committee for Standardization
- [ESDEP, 1993a] ESDEP - The European Steel Programa de Educação Design, curso, 1993, *Methods of Analysis of Steel Structures*, Palestra 7.1, <http://www.fgg.uni-lj.si/kmk/esdep/master/wg07/t0100.htm>.
- [ESDEP, 1993b] ESDEP - The European Steel Programa de Educação Design, curso, 1993, *Buckling Lengths*, Palestra 7.7, <http://www.fgg.uni-lj.si/kmk/esdep/master/wg07/t0700.htm>.
- [Firmo, 2005] FIRMO, C. S., 2005. *Arquitetura com Perfis Tubulares: uma Nova Linguagem*, Valourec & Mannesmann Tubes, www.vmtubes.com.br.
- [Franca, 2010] FRANCA, M., 2010. *Integração e Diferenciação Numérica, Modelos Reduzidos e Computacionais em Engenharia*, Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa
- [Galambos, 1998] GALAMBOS, T. V., 1998. *Guide to Stability Design Criteria for Metal Structures*. Jonh Wiley & Sons, 4ª Edição, Estados Unidos da América.
- [Gonçalves, 2010] GONÇALVES, J., 2010, *Influência da Esbelteza no Comportamento de Microestacas*, Dissertação de Mestrado, Instituto Superior Técnico, Lisboa.
- [Horne e Morris, 1981] HORNE, M. R., MORRIS L. J., 1981, *Plastic Design of Low-Rise Frames*, Constrado Monographics, Collins, Londres.
- [Jorge, 2001] JORGE, R.M.N., 2001, *Análise Elásto-Plástica de Estruturas Reticuladas*, Departamento de Engenharia Mecânica e Gestão Industrial, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto
- [Jorge e Dinis, 2005] JORGE, R.M.N., DINIS, L.M. J. S., 2005, *Teoria da Plasticidade*, Departamento de Engenharia Mecânica e Gestão Industrial, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto
- [Martins, 2011] MARTINS, J. G., 2011, *Estruturas Metálicas*, 6ª Edição, Construção Metálica e Mista, Universidade Fernando Pessoa, Porto, <http://www2.ufp.pt/~jguerra/>.

- [Mcguire, 2000] MCGUIRE, W. *et al*, 2000, *Matrix Structural Analysis*, John Wiley & Sons, 2ª Edição, Estados Unidos da América.
- [Poulos, 1980] POULOS, H. E. Davis, E., 1980, *Pile Foundation and Analysis*, John Wiley & Sons, New York.
- [Pravia, 2008] PRAVIA, Z. M. C. e STUMPF, D. D., 2008, *Avaliação dos Métodos de Análise de Segunda Ordem em Edifícios Industriais em Estruturas de Aço*, Congresso Latino-Americano da Construção Metálica, Construmetal, São Paulo, <http://www.construmetal.com.br/2008>.
- [Reis e Camotim, 2000] REIS, A. e CAMOTIM, D., 2000, *Estabilidade Estrutural*, McGraw-Hill, Lisboa.
- [Silva, 2010] SILVA, L. S. *et al*, 2010, *Design of Steel Structures*, ECCS - European Convention for Constructional Steelwork, 1ª Edição, Mem Martins, Portugal.
- [Silva e Gervásio, 2007] SILVA, L. S. e GERVÁSIO H., 2007, *Manual de Dimensionamento de Estruturas Metálicas: Métodos Avançados, Eurocódigo 3: Projecto de Estruturas de Aço Parte 1-1:Regras gerais e regras para edifícios, Parte 1-5: Estruturas Construídas por Placas*, CMM, 2ª Edição,
- [Silva, 2007] SILVA, R. G. L., 2007, *Avaliação dos efeitos de 2ª Ordem em Edifícios de Aço Usando Utilizando Métodos Aproximados e Análise Rigorosa*. Dissertação de Mestrado, Departamento de Estruturas, Universidade Federal de Minas, Belo Horizonte, Brasil.
- [Simões, 2007] SIMÕES, R. A. D., Fevereiro 2007, *Manual de Dimensionamento de Estruturas Metálicas, Eurocódigo 3: Projecto de Estruturas de Aço Parte 1-1:Regras Gerais e Regras Para Edifícios*, CMM, 2ª Edição.
- [Simões, 2008] SIMÕES, R. A. D., 2008, *Análise de Estruturas e Metálicas, Estruturas Metálicas II*, Universidade de Coimbra, Coimbra. pp 29-56
- [Torres, 1965] TORRES, R. P., 1965, *Cálculo à Rotura de Pórticos de Aço Macio*, Porto.