



Departamento de Engenharia Civil

Aplicação do Método da Resistência Directa a vigas contínuas de aço

Por

Sílvio Gustavo Garcias Vieira

Dissertação para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Civil

Júri

Presidente: Prof. Doutor Armando M. Sequeira Nunes Antão
Vogais: Prof. Doutor João Carlos Rocha de Almeida (Arguente)
Prof. Doutor Rodrigo de Moura Gonçalves (Orientador)

Setembro de 2012

“Copyright” Todos os direitos reservados. Sílvia Gustavo Garcias Vieira.
Faculdade de Ciências e Tecnologia. Universidade Nova de Lisboa

A Faculdade de Ciências e Tecnologia e a Universidade Nova de Lisboa têm o direito, perpétuo e sem limites geográficos, de arquivar e publicar esta dissertação através de exemplares impressos reproduzidos em papel ou de forma digital, ou por qualquer outro meio conhecido ou que venha a ser inventado, e de a divulgar através de repositórios científicos e de admitir a sua cópia e distribuição com objectivos educacionais ou de investigação, não comerciais, desde que seja dado crédito ao autor e editor.

Agradecimentos

A realização desta dissertação marca o final de uma importante etapa na minha vida, por este motivo não poderia deixar de agradecer a todos aqueles que me acompanharam e tornaram possível a sua realização.

Ao meu orientador, Doutor Rodrigo de Moura Gonçalves pela competência com que orientou a minha dissertação, disponibilidade, paciência, incentivo e pelo exemplo de sabedoria e dedicação.

Aos meus pais e irmão expresso um sentido e profundo reconhecimento pelo apoio incondicional, não só durante a elaboração deste trabalho, mas durante todo o meu percurso acadêmico.

Finalmente, agradeço à minha namorada, aos meus amigos e restante família. A todos os que me ajudaram a ser quem sou e a chegar até aqui, um sincero MUITO OBRIGADO.

Resumo

Nesta dissertação apresentam-se os resultados de um estudo relativo à aplicação do Método da Resistência Directa (MRD) a vigas contínuas (com um número arbitrário de tramos) susceptíveis aos efeitos de encurvadura lateral por flexão-torção. A abordagem proposta permite ultrapassar os problemas que surgem quando se pretende aplicar o processo de verificação de segurança de elementos isolados a elementos inseridos em estruturas. Para além disso, esta abordagem permite extrair conclusões importantes relativas ao comportamento de estruturas, e em particular, à sua susceptibilidade à encurvadura lateral.

Efectua-se um estudo numérico relativo a vigas contínuas de dois vãos, sujeitas a diversas combinações de carga. Em cada caso foram calculadas cargas de colapso “exactas”, obtidas através de análises fisicamente e geometricamente não-lineares com imperfeições geométricas e tensões residuais, executadas no programa de elementos finitos ANSYS. Estes resultados são comparados com as cargas de colapso obtidas pelo MRD, o que permite mostrar que este método conduz a valores bastante precisos e a favor da segurança em todos os casos. Finalmente, apresenta-se um exemplo (viga de três vãos) que ilustra um possível processo de optimização estrutural, o qual é baseado nos conceitos propostos neste trabalho.

Palavras chave

Estruturas de aço
Eurocódigo 3
Método da Resistência Directa
Encurvadura lateral

Abstract

This dissertation focuses on the application of the Direct Strength Method (DSM) to continuous beams (with an arbitrary number of spans) which are susceptible to lateral-torsional buckling effects. The proposed approach overcomes the problems stemming from the application of the safety checking procedure of isolated members integrated in frames. Moreover, this approach makes it possible to extract important conclusions concerning the behaviour of a structure and, in particular, its susceptibility to lateral-torsional buckling.

A numerical study is performed, concerning two-span continuous beams subjected to various load cases. In each case “exact” collapse loads are obtained through geometrically and physically non-linear finite element analysis, including geometric imperfections and residual stresses, performed in ANSYS. These results are compared with the collapse loads obtained with the DSM, making it possible to show that this method leads, in all cases, to very accurate and safe values. Finally, an example (a three-span beam) is presented to illustrate a possible structural optimization procedure, which is based on the concepts proposed in the present work.

Keywords

Steel structures
Eurocode 3
Direct Strength Method
Lateral-torsional buckling

Índice de Matérias

Agradecimentos	i
Resumo	iii
Abstract	v
Índice de Figuras	x
Índice de Tabelas	xi
Lista de Abreviaturas, Siglas e Símbolos	xiii
1 Introdução	1
1.1 Motivação e objectivos	1
1.2 Organização da Tese	2
2 Fundamentos Teóricos	3
2.1 Considerações gerais	3
2.2 Verificação segurança de colunas inseridas em estruturas	3
2.2.1 Verificação de segurança de colunas segundo o Eurocódigo 3	3
2.2.2 O paradoxo de colunas inseridas em estruturas	5
2.2.3 Verificação de estruturas considerando a esbelteza da estrutura	8
2.3 Verificação da segurança de vigas inseridas em estruturas	10
2.3.1 Verificação de vigas segundo o Eurocódigo 3	10
2.3.2 Aplicação do MRD a estruturas constituídas por elementos flectidos	12
2.4 Exemplo de aplicação	14
2.5 Processo de optimização	18
3 Modelação Numérica	19
3.1 Introdução	19
3.2 Modelação de colunas-viga com elementos Beam 189	19
3.3 Exemplos de Validação	21
3.3.1 Tensões residuais	21
3.3.2 Colunas-viga encastradas-apoiadas	22

3.3.3	Barras isoladas - comportamento plano	23
3.3.4	Pórtico - comportamento plano	24
3.3.5	Barras isoladas - comportamento espacial	25
4	Casos de estudo	27
4.1	Introdução	27
4.2	Metodologia de análise	27
4.3	Análise dos resultados	31
4.3.1	Caso de estudo 1	31
4.3.2	Casos de estudo 2 e 3	34
4.4	Exemplo de aplicação: otimização estrutural	41
5	Conclusões e desenvolvimentos futuros	47
5.1	Conclusões	47
5.2	Desenvolvimentos Futuros	48
	Bibliografia	49

Índice de Figuras

2.1	Coeficiente de encurvadura K para alguns casos clássicos (extraído [13])	5
2.2	Estrutura em L - invertido (extraído de [10])	6
2.3	Coeficientes de encurvadura para a estrutura em L-invertido (extraído de [10])	7
2.4	Variação de Ψ em função de $\bar{\lambda}$	9
2.5	Modelo estrutural de aplicação	14
2.6	Modelo da secção	14
2.7	Características geométricas e esforços resistentes do IPE 300	14
2.8	Resultados do exemplo de aplicação para a Viga I	16
2.9	Resultados do exemplo de aplicação para a Viga II	17
2.10	Resultados do exemplo de aplicação para a estrutura	17
3.1	Elemento finito BEAM 189	20
3.2	Discretização genérica das secções transversais	20
3.3	Discretização das secções transversais	21
3.4	Trajectória de equilíbrio, geometria, carregamento e tensões residuais da viga em consola	22
3.5	Coluna-viga encastrada-apoiada	22
3.6	Imperfeições geométricas	23
3.7	Diagramas de interacção de colunas-viga encastradas-apoiadas	23
3.8	Diagramas de interacção para barras isoladas com comportamento plano	24
3.9	Lei constitutiva e Pórtico de Vogel	24
3.10	Trajectórias de equilíbrio - “pórtico de Vogel”	25
3.11	Diagrama de interacção para barras isoladas com comportamento espacial	25
4.1	Secção Transversal	28
4.2	Lei constitutiva uniaxial para o aço	29
4.3	Imperfeições geométricas em planta	29
4.4	Diagramas de tensões residuais	30
4.5	Diagrama de momentos para a viga 1	30
4.6	Factores de redução χ_f e χ_2 para L=20 (Caso de Estudo 1)	33
4.7	Factor de redução χ_1 para L=20 (Caso de Estudo 1)	33
4.8	Factores de redução χ_f e χ_2 para L=40 (Caso de Estudo 2)	36
4.9	Factor de redução χ_1 para L=40 (Caso de Estudo 2)	37

4.10	Factores de redução χ_f e χ_2 para L=60 (Caso de Estudo 3)	39
4.11	Factor de redução χ_1 para L=60 (Caso de Estudo 3)	40
4.12	Geometria e carregamento da viga de três vãos	41
4.13	Diagrama de momentos flectores da viga de três vãos	41
4.14	Factores de redução para a viga de três vãos	42
4.15	Representação dos perfis soldados	44
4.16	Diagrama de momentos flectores da viga de três vãos otimizada	44
4.17	Factores de redução para a viga de três vãos (inicial e otimizada)	45

Índice de Tabelas

2.1	Determinação do factor k_c	12
2.2	Casos de carga considerados e respectivas reações no apoio intermédio . .	15
2.3	Momento crítico da estrutura (vãos 20;20 m)	15
2.4	Resultados do exemplo de aplicação	16
4.1	Características geométricas IPE 300	28
4.2	Esforços resistentes de um IPE 300 S235	28
4.3	Comprimentos totais L	28
4.4	Comprimentos dos vãos estudados (Caso de Estudo 1)	31
4.5	Casos de carga considerados (Caso de Estudo 1)	31
4.6	Parâmetros de carga e esbeltezas normalizadas (Caso de Estudo 1)	32
4.7	Factores de redução obtidos com o ANSYS (Caso de Estudo 1)	32
4.8	Análise considerando os elementos isolados (Caso de Estudo 1)	34
4.9	Comprimentos dos vãos estudados (Casos de Estudo 2 e 3)	34
4.10	Casos de carga considerados (Casos de Estudo 2 e 3)	35
4.11	Parâmetros de carga e esbeltezas normalizadas (Caso de Estudo 2)	35
4.12	Factores de redução obtidos com o ANSYS (Caso de Estudo 2)	36
4.13	Análise considerando os elementos isolados (Caso de Estudo 2)	37
4.14	Parâmetros de carga e esbeltezas normalizadas (Caso de Estudo 3)	38
4.15	Factores de redução obtidos com o ANSYS (Caso de Estudo 3)	39
4.16	Análise estrutural considerando expressões do EC3 (caso 3)	40
4.17	Factores de carga e esbeltezas normalizadas para a viga de três vãos	42
4.18	Factores de redução para a viga de três vãos	42
4.19	Valores otimizados dos módulos de flexão plásticos para as vigas não condicionantes	43
4.20	Características geométricas das novas secções	43
4.21	Factores de carga e esbeltezas normalizadas para a viga de três vãos opti- mizada	44
4.22	Factores de redução para a viga de três vãos otimizada	45

Lista de Abreviaturas, Siglas e Símbolos

Abreviaturas

EC3 Eurocódigo 3

Siglas

FCT Faculdade de Ciências e Tecnologia

UNL Universidade Nova de Lisboa

MRD Método da Resistência Directa

Índices

$(\dots)_{cr}$ relativo à carga crítica

$(\dots)_{Ed}$ relativo ao valor de cálculo do esforço actuante

$(\dots)_{el}$ relativo ao valor de cálculo do esforço elástico

$(\dots)_f$ relativo ao valor de cálculo do esforço estrutural

$(\dots)_{pl}$ relativo ao valor de cálculo do esforço plástico

$(\dots)_{Rd}$ relativo ao valor de cálculo do esforço resistente

$(\dots)_t$ relativo ao valor de cálculo do esforço de torção

$(\dots)_u$ relativo ao valor de cálculo do esforço de resistência última

$(\dots)_x$ relativo ao eixo x

$(\dots)_y$ relativo ao eixo y

$(\dots)_z$ relativo ao eixo z

Simbolos

Letras latinas

- A área do perfil metálico
- b largura do banzo do perfil metálico
- d altura útil da alma de um perfil
- e_0 amplitude de imperfeição de um elemento
- E módulo de elasticidade
- f_y tensão de cedência
- h altura da secção
- I momento de inércia
- k_c factor que tem em conta a forma do diagrama de esforços
- K razão entre o comprimento crítico e o comprimento do elemento
- L comprimento do elemento
- L_{cr} comprimento crítico
- I_w constante de empenamento
- m relação entre o momento flector actuante e o momento flector resistente
- M momento flector
- n número de elementos
- N esforço axial
- P carga axial
- P_{col} carga axial de colapso
- s espessura da alma
- t espessura do banzo
- v distância do centro de gravidade à fibra mais afastada
- W módulo de flexão

Letras gregas

- α factor de relação das cargas aplicadas; factor de imperfeição para a encurvadura
- α_{LT} factor de imperfeição para a encurvadura lateral
- β factor de relação de comprimentos dos vãos intermédios
- γ_{M1} coeficiente parcial de segurança para a resistência dos elementos em relação a fenómenos de encurvadura
- ε extensão
- Λ parâmetro de carga
- $\bar{\lambda}$ esbelteza normalizada
- ν coeficiente de Poisson
- Φ factor para a determinação do coeficiente de redução
- χ coeficiente de redução
- ψ factor que representa a razão entre os momentos actuantes nas extremidades do elemento

Capítulo 1

Introdução

1.1 Motivação e objectivos

A verificação da segurança de pórticos de aço pode ser efectuada recorrendo a métodos rigorosos de análise geometricamente e fisicamente não linear, os quais devem contemplar a totalidade dos fenómenos de instabilidade relevantes e incluir o efeito de imperfeições geométricas e tensões residuais, de modo a fornecer o valor “exacto” da carga de colapso associada a uma determinada combinação de acções (Mendonça e Camotim [15]). Estes métodos de análise “avanzados” são hoje em dia permitidos nos regulamentos modernos, tais como o actual regulamento Europeu de estruturas de aço, o Eurocódigo 3 [3].

Ainda assim é usual efectuar a verificação de elementos inseridos em estruturas com base em esforços elásticos de primeira ordem e equações de interação baseados nos conceitos de comprimento de encurvadura e esbelteza normalizada. Contudo conforme se verá no Capítulo 2, a extensão destes conceitos a elementos inseridos em estruturas pode conduzir a situações paradoxais.

O Método da Resistência Directa (MRD) foi desenvolvido por Schafer e Peköz [21], com base no trabalho de Hancock et al. [12] e já se encontra integrado em normas regulamentares, nomeadamente no regulamento Australiano/Neo-Zelandês AS/NZS 4600 (Standards Australia/Standards New Zealand) [22] e no Norte-Americano AISI [1]. O MRD foi desenvolvido para determinar a resistência última de colunas e vigas isoladas, de aço enformado a frio e, no essencial, consiste em determinar a esbelteza apropriada e, de seguida, obter o factor de redução com base em curvas de dimensionamento. Trata-se, pois, da extensão do processo clássico de verificação de colunas à encurvadura a casos mais gerais de elementos isolados.

O objectivo central deste trabalho é avaliar os méritos da aplicação do “Método da Resistência Directa” a vigas de aço contínuas (com um número arbitrário de tramos), susceptíveis aos efeitos de encurvadura lateral por flexão-torção. Em particular, pretende-se desenvolver uma abordagem que ultrapasse os problemas associados à aplicação do processo de verificação da segurança de elementos isolados a elementos inseridos em estruturas. Para além disso, pretende-se extrair conclusões importantes relativas ao comportamento de vigas contínuas e, em particular, à sua susceptibilidade à encurvadura

lateral.

Para o efeito, a abordagem proposta por Gonçalves e Camotim ([10]), desenvolvida especificamente para elementos uniformemente comprimidos inseridos em estruturas, é estendida ao caso de elementos flectidos. Para validar a abordagem proposta, efectua-se um estudo numérico relativo a vigas contínuas de dois vãos, sujeitas a diversas combinações de carga. Neste estudo comparam-se as estimativas da carga de colapso fornecidas pelo MRD com resultados obtidos através de análises fisicamente e geometricamente não-lineares com imperfeições geométricas e tensões residuais, executadas no programa de elementos finitos ANSYS.

1.2 Organização da Tese

A tese encontra-se dividida em 5 Capítulos, dos quais o presente capítulo (Capítulo 1) é a introdução.

O Capítulo 2 foca os fundamentos teóricos. Em particular, é apresentado o trabalho desenvolvido por Gonçalves e Camotim [10], relativo à aplicação do MRD a elementos uniformemente comprimidos, que constitui a origem do presente trabalho. É efectuado um exemplo de aplicação e é apresentado um procedimento de optimização estrutural.

No Capítulo 3 é efectuada uma breve descrição dos aspectos fundamentais da utilização do programa de elementos finitos ANSYS [2] para determinar cargas de colapso de estruturas de aço. Segue-se a metodologia de modelação utilizada por Rosa [20] e apresentam-se vários exemplos de validação.

No Capítulo 4 apresenta-se um caso de estudo (uma viga contínua de dois vãos) e, em particular, averigua-se a precisão dos resultados decorrentes da aplicação dos conceitos introduzidos no Capítulo 2, por comparação com cargas de colapso obtidas com o ANSYS. Será também efectuado um estudo de aplicação da metodologia de optimização proposta no Capítulo 2.

No Capítulo 5 são apresentadas as conclusões do estudo efectuado e algumas sugestões para desenvolvimentos futuros.

Capítulo 2

Fundamentos Teóricos

2.1 Considerações gerais

Este capítulo tem como principal objectivo apresentar a problemática da verificação de segurança de elementos inseridos em estruturas. Em particular, a verificação deste tipo de elementos será abordada na óptica do EC3 [3].

Inicialmente será apresentada a solução proposta por Gonçalves e Camotim [10], para a verificação de segurança de colunas inseridas em estruturas, e como forma de dar continuidade ao trabalho até então desenvolvido, os conceitos serão demonstrados e aplicados a vigas, e com um exemplo de aplicação, os mesmos serão exemplificados.

2.2 Verificação segurança de colunas inseridas em estruturas

2.2.1 Verificação de segurança de colunas segundo o Eurocódigo 3

De acordo com o EC3 [3], a verificação de uma coluna uniformemente comprimida à encurvadura deve ser efectuada através de

$$\frac{N_{Ed}}{N_{b,Rd}} \leq 1 \quad (2.1)$$

onde N_{Ed} é o valor de cálculo do esforço axial actuante e $N_{b,Rd}$ é o valor de cálculo do esforço axial resistente à encurvadura do elemento, sendo determinado pela seguinte expressão

$$N_{b,Rd} = \frac{\chi A f_y}{\gamma_{M1}} = \chi \frac{N_{pl}}{\gamma_{M1}} \quad (2.2)$$

onde A é a área da secção transversal para secções das classes 1 a 3¹, χ é o coeficiente de redução para o modo de encurvadura relevante, f_y é a tensão de cedência do material,

¹No caso de secção de classe 4 a área da secção transversal é substituída pela área efectiva, para ter em conta o efeito da encurvadura local. Contudo, neste trabalho não se analisam secções da classe 4.

γ_{M1} é o coeficiente parcial de segurança para a resistência dos elementos em relação a fenómenos de encurvadura e $N_{pl} = Af_y$ é o esforço normal plástico da secção.

Assim, para secções de classe 1 a 3, substituindo (2.2) em (2.1), a verificação à encurvadura pode ser escrita através de

$$n_{b,Rd} = \frac{N_{Ed}}{N_{b,Rd}} = \frac{N_{Ed}}{\chi \frac{N_{pl}}{\gamma_{M1}}} \leq 1 \quad (2.3)$$

onde se introduziu o parâmetro $n_{b,Rd}$, que reflecte o nível de esforço axial no elemento.

De acordo com o EC3, o coeficiente de redução para a resistência à encurvadura é dado por

$$\chi = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \bar{\lambda}^2}} \text{ mas } \chi \leq 1 \quad (2.4)$$

com

$$\Phi = 0,5 [1 + \alpha (\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2] \quad (2.5)$$

onde α representa o factor de imperfeição, sendo obtido na tabela (tabela 6.1 do EC3 [3]), em função da curva de dimensionamento apropriada, de acordo com a tabela (tabela 6.2 do EC3 [3]) e $\bar{\lambda}$ é a esbelteza normalizada, dada por

$$\bar{\lambda} = \sqrt{N_{pl}/N_{cr}} \quad (2.6)$$

onde N_{cr} é o esforço axial crítico para o modo de encurvadura apropriado. Por exemplo, para a encurvadura por flexão (de elementos uniformemente comprimidos), tem-se

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L_{cr}^2} \quad (2.7)$$

onde L_{cr} representa o comprimento crítico de encurvadura, E representa o módulo de elasticidade do aço ($E = 210GPa$) e I é o momento de inércia da secção transversal para o eixo de flexão considerado.

Refira-se que o comprimento de encurvadura de um elemento é definido como sendo a distância entre dois pontos de inflexão consecutivos do modo de instabilidade, ou seja, pontos de momento nulo do modo de instabilidade. De facto, o modo de instabilidade é dado por (ver, por exemplo, [19])

$$\bar{w}(x) = A_1 \sin\left(\frac{\pi x}{L_{cr}}\right) + A_2 \cos\left(\frac{\pi x}{L_{cr}}\right) + A_3 x + A_4 \quad (2.8)$$

onde x é uma coordenada ao longo do eixo do elemento e as constantes $A_1 - A_4$ dependem das condições de fronteira. Atendendo a que a segunda derivada da função é uma sinusóide de comprimento de onda igual a $2L_{cr}$, pode imediatamente concluir-se que a distância entre pontos de inflexão consecutivos é, precisamente, igual a L_{cr} . Para a determinação do comprimento crítico de um elemento é comum recorrer à comparação com um elemento congénere simplesmente apoiado, uniformemente comprimido e de secção

constante. A figura 2.1 mostra os casos “clássicos” e, para cada um deles, são indicados os coeficientes de encurvadura ($K = L_{cr}/L$).

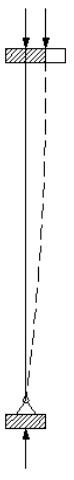



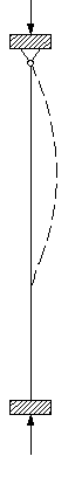

Coeficientes de Encurvadura Normalizados (L_{cr}/L)					
					
2.0	2.0	1.0	1.0	0.7	0.5

Figura 2.1: Coeficiente de encurvadura K para alguns casos clássicos (extraído [13])

Antes de prosseguir, reescreve-se a expressão (2.4) da seguinte forma alternativa (ver [8])

$$\chi = \frac{\Psi}{2\bar{\lambda}^2} \quad (2.9)$$

onde o parâmetro Ψ será útil para os desenvolvimentos futuros deste trabalho, sendo dado por

$$\Psi = \min \left(2\bar{\lambda}^2; 1 + \alpha (\bar{\lambda} - 0, 2) + \bar{\lambda}^2 - \sqrt{(1 + \alpha (\bar{\lambda} - 0, 2) + \bar{\lambda}^2)^2 - 4\bar{\lambda}^2} \right) \quad (2.10)$$

2.2.2 O paradoxo de colunas inseridas em estruturas

Considerando o estudo realizado por [10], o esforço axial crítico no elemento i de uma estrutura, $N_{cr,i}$, pode ser escrito da seguinte forma

$$N_{cr,i} = \Lambda_{cr} \bar{N}_i \quad (2.11)$$

onde \bar{N}_i é o esforço axial do elemento i para um parâmetro de carga $\Lambda = 1$ e Λ_{cr} é o parâmetro de carga crítico, correspondente à carga de bifurcação da estrutura ². Assim,

²Chama-se à atenção para o facto de a determinação rigorosa de Λ_{cr} ter em conta o esforço axial

o comprimento crítico de encurvadura de um elemento pode ser obtido através de

$$L_{cr,i} = \sqrt{\frac{\pi^2 E_i I_i}{N_{cr,i}}} = \sqrt{\frac{\pi^2 E_i I_i}{\Lambda_{cr} \bar{N}_i}} \quad (2.12)$$

Atendendo a este resultado, é possível estabelecer uma relação entre os comprimentos críticos de dois elementos pertencentes a uma mesma estrutura, para uma dada combinação de carga, ou seja,

$$\frac{L_{cr,i}}{L_{cr,j}} = \sqrt{\frac{E_i I_i \bar{N}_j}{E_j I_j \bar{N}_i}} \quad (2.13)$$

onde podemos observar que a relação de comprimentos de encurvadura depende apenas da relação da rigidez de flexão ($E_i I_i$) e da carga de referência de cada elemento (\bar{N}_i). Assim, podemos concluir que elementos com muito maior rigidez (EI) e/ou muito menor carga de referência (\bar{N}) têm comprimentos de encurvadura mais elevados.

Com o objectivo de ilustrar o que foi referido, considere-se o exemplo estudado por Gonçalves e Camotim [10], que consiste numa estrutura em “L” invertido, tal como representado na figura 2.2, com duas barras de comprimento L , sujeitas a uma compressão P_1 e P_2 , nos elementos 1 e 2, respectivamente. Neste exemplo a estrutura encontra-se contraventada para fora do seu próprio plano.

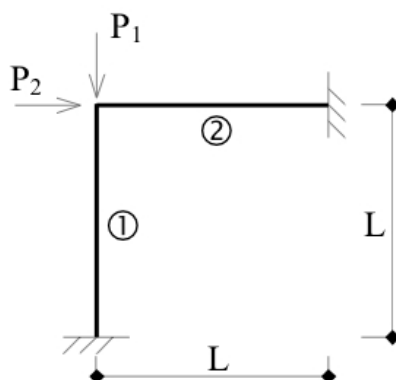


Figura 2.2: Estrutura em L - invertido (extraído de [10])

Os autores determinaram os coeficientes de encurvadura K para duas situações distintas:

- $P_1 = P_2$ e variando a relação entre a rigidez de flexão das barras;
- $(EI)_1 = (EI)_2$ e variando a relação entre os esforços axiais das barras.

Os resultados obtidos são reproduzidos na figura 2.3 que, de acordo com o que foi discutido relativamente à expressão (2.13), permitem observar que (i) $K \rightarrow \infty$ se $EI \rightarrow$

actuante em todos os elementos da estrutura [19]

∞ e (ii) $K \rightarrow \infty$ se $P \rightarrow 0$. Fica assim claramente demonstrado que, quando os elementos estão inseridos em estruturas, o conceito de comprimento de encurvadura pode conduzir a resultados, pelo menos aparentemente, paradoxais: o comprimento de encurvadura de barras inseridas em estruturas será muito elevado nas barras com menor esforço axial e/ou com maior rigidez de flexão.

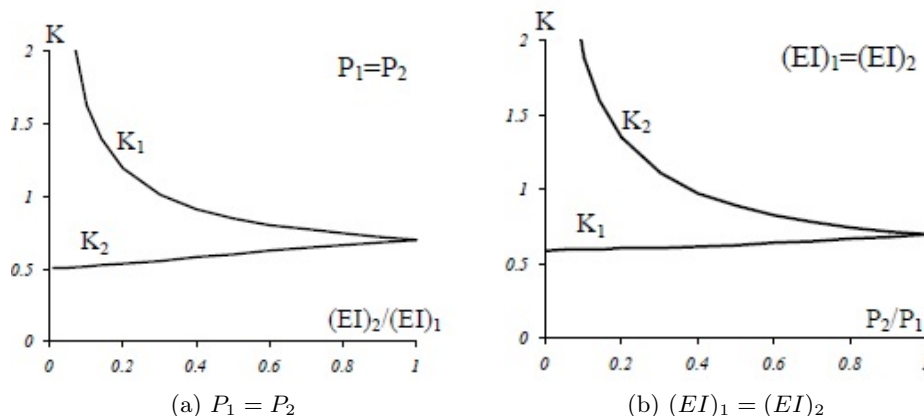


Figura 2.3: Coeficientes de encurvadura para a estrutura em L-invertido (extraído de [10])

É também possível determinar a relação existente entre a esbelteza normalizada de dois elementos pertencentes a uma mesma estrutura. Neste caso tem-se

$$\frac{\bar{\lambda}_i}{\bar{\lambda}_j} = \sqrt{\frac{N_{pl,i} N_{cr,j}}{N_{cr,i} N_{pl,j}}} = \sqrt{\frac{N_{pl,i} \bar{N}_j}{N_{pl,j} \bar{N}_i}} \quad (2.14)$$

o que mostra que os valores de $\bar{\lambda}$ dos elementos estão relacionados entre si através dos respectivos valores de N_{pl} e \bar{N} . Podemos assim concluir que o elemento que está mais perto de atingir o limite plástico é o mais esbelto, ou seja, tem o maior valor de $\bar{\lambda}$. Desta observação resultam as seguintes implicações:

- de entre os elementos que tenham o mesmo valor de N_{pl} , o elemento que tiver o menor esforço axial é o mais esbelto;
- de entre os elementos que estejam sujeitos ao mesmo esforço axial, o que tiver o maior valor de N_{pl} é o mais esbelto.

Estas conclusões são também algo paradoxais, pois acaba de se estabelecer que, quanto menor for o esforço axial no elemento, maior será a sua esbelteza. Contudo, conforme demonstrado por Gonçalves e Camotim [10], é importante realçar que, em estruturas, elevados valores de $\bar{\lambda}$ não implicam necessariamente uma baixa resistência à encurvadura (ou, por outras palavras, uma grande susceptibilidade a efeitos de segunda ordem), mas significam apenas que o esforço axial crítico, para um determinado carregamento, é muito

inferior ao respectivo valor do esforço axial plástico. Com o intuito de introduzir um parâmetro que quantificasse a susceptibilidade de uma estrutura a efeitos de segunda ordem, os referidos autores utilizaram a *esbelteza da estrutura* ($\bar{\lambda}_f$) e o *factor de redução da estrutura* (χ_f).

A esbelteza da estrutura foi definida através de

$$\bar{\lambda}_f = \sqrt{\frac{\Lambda_{pl}}{\Lambda_{cr}}} \quad (2.15)$$

onde Λ_{cr} é o já referido parâmetro crítico de carga e

$$\Lambda_{pl} = \min \left(\frac{N_{pl,i}}{\bar{N}_i} \right) \quad (2.16)$$

é o factor de carga que corresponde à plastificação da primeira barra. Substituindo (2.16) em (2.15), obtêm-se

$$\bar{\lambda}_f = \sqrt{\frac{\Lambda_{pl}}{\Lambda_{cr}}} = \sqrt{\frac{\min \left(\frac{N_{pl,i}}{\bar{N}_i} \right)}{\frac{N_{cr,i}}{\bar{N}_i}}} = \min \left(\sqrt{\frac{N_{pl,i}}{N_{cr,i}}} \right) = \min (\bar{\lambda}_i) = \bar{\lambda}_{min} \quad (2.17)$$

Como podemos verificar, a esbelteza da estrutura é dada pela menor esbelteza normalizada, calculada de entre todos os elementos que a compõem. Esta abordagem permite assim ultrapassar as dificuldades registadas na determinação da esbelteza de elementos inseridos em estruturas dado que, apesar de poderem existir barras com esbeltezas (muito) elevadas, a esbelteza da estrutura corresponde sempre à menor destas esbeltezas.

2.2.3 Verificação de estruturas considerando a esbelteza da estrutura

Para a verificação de elementos inseridos em estruturas, recorrendo às expressões (2.9) e (2.11) e escrevendo $N_{Ed} = \Lambda_{Ed} \bar{N}_i$, obtêm-se para o elemento i

$$n_{b,Rd,i} = \frac{N_{Ed,i}}{N_{b,Rd,i}} = \frac{\Lambda_{Ed} \bar{N}_i}{\chi \frac{N_{pl,i}}{\gamma_{M1}}} = \frac{2\gamma_{M1}}{\Psi_i} \frac{\Lambda_{Ed}}{\Lambda_{cr}} = \frac{2\gamma_{M1}}{\Psi_i} n_{cr} \leq 1 \quad (2.18)$$

onde se teve em consideração que $N_{cr,i} = \Lambda_{cr} \bar{N}_i$ e se introduziu o parâmetro $n_{cr} = \Lambda_{Ed}/\Lambda_{cr}$. É importante realçar que, para uma determinada estrutura, o único parâmetro que varia com o elemento considerado é Ψ_i .

É então necessário compreender como varia o parâmetro Ψ_i com a esbelteza normalizada dos elementos estruturais $\bar{\lambda}_i$. A figura 2.4 ilustra a variação de Ψ com $\bar{\lambda}$, para os valores de α correspondentes às curvas $a - d$ do EC3 [3] e $\alpha = 0$, que corresponde à coluna “ideal” (sem imperfeições). Conforme apontado por Gonçalves e Camotim [10], atendendo a que a Ψ é sempre crescente para um dado valor de α , através de (2.18) torna-se possível concluir que, se se utilizar apenas uma curva de dimensionamento, o

elemento condicionante será aquele que possui a esbelteza mais reduzida (Ψ é inversamente proporcional a $n_{b,Rd}$) e, portanto, aquele cuja esbelteza coincide com a esbelteza da estrutura. Torna-se importante salientar que pode existir mais do que um elemento com o mesmo valor de $\bar{\lambda}_f$, sendo que todos eles são condicionantes nesse caso.

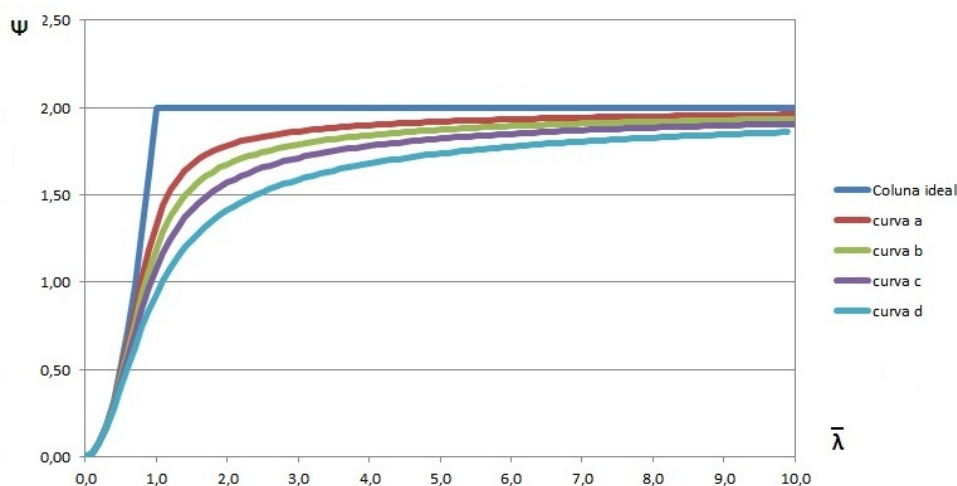


Figura 2.4: Variação de Ψ em função de $\bar{\lambda}$

Torna-se agora possível enunciar o MRD para estruturas cujas barras são solicitadas por esforços axiais:

1. Determinar $\bar{\lambda}_f$ e identificar a coluna condicionante.
2. Utilizando a curva de dimensionamento da coluna condicionante, determinar o respectivo factor de redução χ_f .
3. Verificar a segurança utilizando

$$\frac{\Lambda_{Ed}}{\chi_f \Lambda_{pl} / \gamma_{M1}} \leq 1 \quad (2.19)$$

É interessante notar que, como a coluna crítica exibe o menor valor de $\bar{\lambda}$ (utilizando a mesma curva de dimensionamento), é possível afirmar que este elemento é o que está mais próximo de atingir o limite plástico da secção. De facto, considerando as expressões (2.14) e (2.16), pode obter-se

$$\bar{\lambda}_f = \min(\bar{\lambda}_i) = \sqrt{\min\left(\frac{N_{pl,i}}{\Lambda_{cr} \bar{N}_i}\right)} = \sqrt{\frac{1}{\Lambda_{cr}} \min\left(\frac{N_{pl,i}}{\bar{N}_i}\right)} \quad (2.20)$$

Frequentemente, a resistência à encurvadura dos elementos é obtida através de curvas de dimensionamento diferentes, o elemento condicionante pode não ser o que possui a

menor esbelteza³. Contudo, deve reforçar-se que a principal vantagem do método aqui proposto é a eliminação do paradoxo associado à utilização dos conceitos de comprimento de encurvadura e esbelteza normalizada em barras inseridas em estruturas.

2.3 Verificação da segurança de vigas inseridas em estruturas

2.3.1 Verificação de vigas segundo o Eurocódigo 3

Para a verificação de vigas sem travamento lateral, sujeitas a esforços de flexão segundo o eixo de maior inércia (y) apenas, a resistência à encurvadura lateral por flexão-torção é determinada de acordo com

$$\frac{M_{Ed}}{M_{b,Rd}} \leq 1 \quad (2.21)$$

onde M_{Ed} é o valor de cálculo do momento flector actuante e $M_{b,Rd}$ é o valor de cálculo do momento resistente à encurvadura lateral, sendo determinado recorrendo a

$$M_{b,Rd} = \chi_{LT} \frac{M_{pl}}{\gamma_{M1}} \quad (2.22)$$

onde χ_{LT} é o factor de redução para a encurvadura lateral e M_{pl} representa o momento de plastificação segundo y (está-se a considerar apenas secções de classe 1 ou 2). Tal como para o caso de colunas, introduz-se um parâmetro que quantifica o nível de momento actuante face ao momento resistente, ou seja,

$$m_{b,Rd} = \frac{M_{Ed}}{M_{b,Rd}} = \frac{M_{Ed}}{\chi_{LT} \frac{M_{pl}}{\gamma_{M1}}} \quad (2.23)$$

De acordo com o método geral do EC3 [3], o factor de redução χ_{LT} pode ser escrito como

$$\chi_{LT} = \frac{\Psi_{LT}}{2\bar{\lambda}_{LT}^2} \quad (2.24)$$

com

$$\Psi_{LT} = \min \left(2\bar{\lambda}_{LT}^2; 1 + \alpha_{LT} (\bar{\lambda}_{LT} - 0, 2) + \bar{\lambda}_{LT}^2 - \sqrt{(1 + \alpha_{LT} (\bar{\lambda}_{LT} - 0, 2) + \bar{\lambda}_{LT}^2)^2 - 4\bar{\lambda}_{LT}^2} \right) \quad (2.25)$$

onde α_{LT} representa o factor de imperfeição associado à curva de dimensionamento apropriada (ver tabelas 6.3 e 6.4 do EC3 [3]) e $\bar{\lambda}_{LT}$ é a esbelteza normalizada para a encurvadura lateral, dada por

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{M_{pl}}{M_{cr}}} \quad (2.26)$$

³Por exemplo, um elemento da curva d pode ser condicionante face a um elemento da curva a se a respectiva esbelteza for ligeiramente maior, dado que a função Ψ é inferior para a curva d

onde M_{cr} é o momento crítico na viga, associado ao modo de instabilidade lateral. A determinação de M_{cr} é significativamente mais complexa do que a determinação de N_{cr} , tendo sido objecto de estudo de numerosos investigadores (e.g., Trahair [23], Clark e Hill [5], Galea [7]). Para o caso “padrão” (vigas uniformemente flectidas e com apoios tipo “forquilha”), tem-se

$$M_{cr} = \frac{\pi}{L} \sqrt{EI_z GI_t} \sqrt{1 + \frac{\pi^2 EI_w}{L^2 GI_t}} \quad (2.27)$$

onde L é o comprimento da viga, I_z é o momento de inércia em torno do eixo para o qual a secção é menos resistente, I_t é o factor de rigidez à torção, I_w é a constante de empenamento, E é o módulo de elasticidade e G é o módulo de distorção.

No presente trabalho, os momentos críticos foram determinados com recurso ao programa LTBeam [6], desenvolvido pelo CTICM (“Centre Technique Industriel de la Construction Metallique”) no âmbito do programa de investigação parcialmente financiado pela Comunidade Europeia.

O EC3 [3] oferece a possibilidade de determinar χ_{LT} através de um método alternativo, aplicável a secções laminadas ou secções soldadas equivalentes em que (i) a relação da inércia dos banzos no seu plano deve ser inferior a 1,2, (ii) a secção deve ser simétrica em relação à alma, (iii) a razão entre a maior espessura do banzo e a espessura da alma é inferior ou igual a 3 e (iv) a razão entre a altura da parte recta da alma e a sua espessura deve ser inferior a $72\varepsilon/\eta$ (com o intuito de evitar a encurvadura por corte), onde $\varepsilon = \sqrt{235/f_y}$ e η é um parâmetro definido na parte 1-1 do EC3 [3]. O Anexo Nacional [4] veio contudo a adoptar valores dos parâmetros intervenientes que tornam a expressão de χ_{LT} do método alternativo idêntica à do método geral. Ainda assim, a principal vantagem deste método consiste na possibilidade de aumentar o factor de redução através de um parâmetro que tem em consideração a distribuição de momentos flectores, de acordo com

$$\chi_{LT,mod} = \frac{\chi_{LT}}{f} \text{ mas } \begin{cases} \chi_{LT,mod} \leq 1 \\ \chi_{LT,mod} \leq \frac{1}{\lambda_{LT}^2} \end{cases} \quad (2.28)$$









onde f é determinado através de

$$f = 1 - 0,5(1 - k_c) \left[1 - 2,0(\bar{\lambda}_{LT} - 0,8)^2 \right] \text{ mas } f \leq 1 \quad (2.29)$$

sendo o factor k_c determinado a partir da forma do diagrama de momentos flectores actuantes em cada elemento, recorrendo à tabela 6.6 do Anexo Nacional [4], reproduzido na tabela 2.1. Nesta tabela o parâmetro ψ descreve a razão entre os momentos actuantes nas extremidades do elemento, sendo determinado por

$$\psi = \frac{M_2}{M_1} \quad (2.30)$$

Tabela 2.1: Determinação do factor k_c

Distribuição de momentos	k_c
 <p style="text-align: center;">$\psi = 1$</p>	1,0
 <p style="text-align: center;">$-1 \leq \psi \leq 1$</p>	$\frac{1}{1,33 - 0,33\psi}$
	0,94
	0,90
	0,91
	0,86
	0,77
	0,82

2.3.2 Aplicação do MRD a estruturas constituídas por elementos flectidos

Pode facilmente demonstrar-se que as situações paradoxais apontadas na secção 2.2.2 não são exclusivas para elementos apenas comprimidos e, naturalmente, também se verificam no caso de elementos apenas flectidos. Assim, nesta secção aplica-se a metodologia proposta de Gonçalves e Camotim [10] a estruturas constituídas por elementos flectidos.

Comece-se por escrever o momento crítico na viga i como

$$M_{cr,i} = \Lambda_{cr} \bar{M}_i \tag{2.31}$$

onde \bar{M}_i é o momento máximo no elemento i para um parâmetro de carga $\Lambda = 1$ e Λ_{cr} é o parâmetro de carga crítico, correspondente à carga de bifurcação da estrutura por flexão-torção.

Por sua vez, o parâmetro plástico da estrutura é agora dado por

$$\Lambda_{pl} = \min \left(\frac{M_{pl,i}}{\bar{M}_i} \right) \quad (2.32)$$

e a esbelteza da estrutura será mais uma vez dada por

$$\bar{\lambda}_{LT,f} = \sqrt{\frac{\Lambda_{pl}}{\Lambda_{cr}}} = \bar{\lambda}_{LT,min} \quad (2.33)$$

Tendo em consideração que a expressão de Ψ_{LT} é idêntica à de Ψ (ver expressões (2.10) e (2.25)), todas as conclusões extraídas para o caso das colunas podem agora ser utilizadas para vigas. Em particular, com $M_{Ed,i} = \Lambda_{Ed}\bar{M}_i$ e $M_{cr,i} = \Lambda_{cr}\bar{M}_i$, é possível reescrever a expressão (2.23) da seguinte forma

$$m_{b,Rd,i} = \frac{M_{Ed,i}}{M_{b,Rd,i}} = \frac{\Lambda_{Ed}\bar{M}_i}{\chi_{LT} \frac{\bar{M}_{pl,i}}{\gamma_{M1}}} = \frac{2\gamma_{M1}}{\Psi_{LT,i}} \frac{\Lambda_{Ed}}{\Lambda_{cr}} = \frac{2\gamma_{M1}}{\Psi_{LT,i}} m_{cr} \leq 1 \quad (2.34)$$

com $m_{cr} = \Lambda_{Ed}/\Lambda_{cr}$. Mais uma vez, para uma determinada estrutura, o único parâmetro que varia com o elemento considerado é $\Psi_{LT,i}$. Uma vez que $\Psi_{LT,i}$ é dado pela figura 2.4, torna-se possível concluir mais uma vez que, utilizando apenas uma curva de dimensionamento, o elemento condicionante será o que possui a esbelteza mais reduzida e, portanto, coincidente com a esbelteza da estrutura.

Assim, o MRD para estruturas cujas barras são solicitadas por esforços de flexão escreve-se:

1. Determinar $\lambda_{LT,f}$ e identificar a viga condicionante.
2. Utilizando a curva de dimensionamento da viga condicionante, determinar o respectivo factor de redução $\chi_{LT,f}$.
3. Verificar a segurança utilizando

$$\frac{\Lambda_{Ed}}{\chi_{LT,f}\Lambda_{pl}/\gamma_{M1}} \leq 1 \quad (2.35)$$

Em paralelo com o que sucede no caso das colunas, a viga crítica exhibe o menor valor de $\bar{\lambda}_{LT}$ (utilizando a mesma curva de dimensionamento) e é o elemento mais próximo de atingir o momento plástico,

$$\bar{\lambda}_{LT,f} = \min(\bar{\lambda}_{LT,i}) = \sqrt{\min \left(\frac{M_{pl,i}}{\Lambda_{cr}\bar{M}_i} \right)} = \sqrt{\frac{1}{\Lambda_{cr}} \min \left(\frac{M_{pl,i}}{\bar{M}_i} \right)} \quad (2.36)$$

Finalmente, reforça-se mais uma vez que, no caso do factor de redução dos vários elementos ser obtido através de curvas de dimensionamento diferentes, o elemento condicionante pode não ser o que possui a menor esbelteza.

2.4 Exemplo de aplicação

Com o intuito de fornecer um exemplo de aplicação dos conceitos introduzidos, e verificar a validade do método proposto, considere-se a viga contínua representada na figura 2.5, com dois vãos de 20 metros, ($L_1=L_2=20$ m), constituída por perfis *IPE300* (figura 2.6) e Aço *S235*, (ver geometria e esforços resistentes na figura 2.7), solicitada por momentos em ambas as extremidades. Os apoios impedem os deslocamentos transversais e verticais, assim como a rotação de torção.

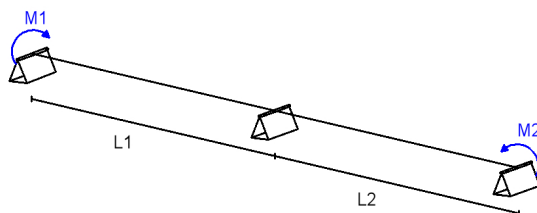


Figura 2.5: Modelo estrutural de aplicação

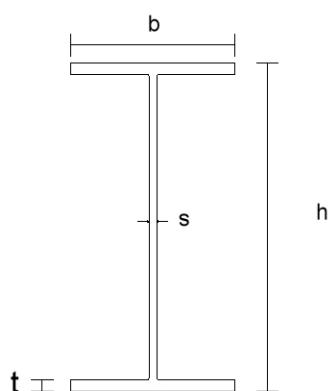


Figura 2.6: Modelo da secção

IPE 300						
h (m)	b (m)	s (m)	t (m)	A (m ²)	I_{yy} (m ⁴)	I_{xx} (m ⁴)
0,30	0,15	0,0071	0,0107	$53,8 \times 10^{-4}$	8356×10^{-8}	604×10^{-8}
IPE 300						
W_{pl} (m ³)				$557,07 \times 10^{-6}$		
f_y (Pa)				235×10^6		
$M_{Rd,pl}$ (kN.m)				130,911		

Figura 2.7: Características geométricas e esforços resistentes do IPE 300

Foram considerados vários casos de carga, recorrendo a um parâmetro de proporção α , que apenas afecta o momento aplicado no apoio da esquerda (M_1), ou seja

$$M_1 = \alpha_i M_2 \quad (2.37)$$

Os casos de carga considerados estão indicados na tabela 2.2, onde se indica também a reacção e o valor do momento no apoio intermédio (M_3), essencial para caracterizar o diagrama de momentos. Para cada caso de carga foi determinado o momento crítico (valor máximo do momento quando $\Lambda = \Lambda_{cr}$) através do programa LTBeam [6]. Como este programa não permite a consideração de apoios verticais intermédios, foi aplicada a reacção de apoio indicada na tabela 2.2.

Tabela 2.2: Casos de carga considerados e respectivas reacções no apoio intermédio

α	M1(kN.m)	M2 (kN.m)	M_{apoi} (kN.m)	Reacção no Apoio (kN)
1,00	300	300	-150	45,0
0,80	240	300	-135	40,5
0,60	180	300	-120	36,0
0,40	120	300	-105	31,5
0,20	60	300	-90	27,0
0,10	30	300	-83	24,8

Tabela 2.3: Momento crítico da estrutura (vãos 20;20 m)

Resultados "LTBeam"			
α	M1(kN.m)	M2 (kN.m)	M_{cr} (kN.m)
1,00	300	300	54,378
0,80	240	300	54,753
0,60	180	300	53,691
0,40	120	300	52,547
0,20	60	300	51,375
0,10	30	300	50,821

Verifica-se que M_{cr} diminui à medida que M1 diminui, o que se deve ao facto de, apesar da carga aplicada na estrutura ir diminuindo, o diagrama de momentos no troço 2 se tornar progressivamente mais desfavorável (i.e., “positivo”, dado que M2 mantém o seu valor mas M3 decresce em módulo). Ainda assim, entre $\alpha = 1$ e $\alpha = 0,8$ observa-se um ligeiro aumento de M_{cr} .

Na tabela 2.4 representam-se os valores das esbeltezas dos elementos e da estrutura, bem como os valores dos respectivos factores de redução. Para uma melhor compreensão destes valores, os mesmos são representados graficamente nas figuras 2.8 (viga I, entre o apoio esquerdo e o apoio intermédio), 2.9 (viga II, entre o apoio intermédio e o apoio

direito) e 2.10 (estrutura), junto com as curvas de dimensionamento para $\alpha_{LT} = 0$ e $\alpha_{LT} = 0,21$ (que corresponde ao valor prescrito pelo EC3 [3] para o perfil IPE200), com o intuito de enquadrar os resultados obtidos.

Tabela 2.4: Resultados do exemplo de aplicação

α	$\bar{\lambda}_{LT,1}$	$\bar{\lambda}_{LT,2}$	$\bar{\lambda}_{LT,f}$	$\chi_{LT,1}$	$\chi_{LT,2}$	$\chi_{LT,f}$
1,00	1,552	1,552	1,552	0,351	0,351	0,351
0,80	1,729	1,546	1,546	0,341	0,354	0,354
0,60	2,016	1,561	1,561	0,314	0,348	0,348
0,40	2,496	1,578	1,578	0,267	0,341	0,341
0,20	3,569	1,596	1,596	0,168	0,335	0,335
0,10	5,075	1,605	1,605	0,092	0,331	0,331

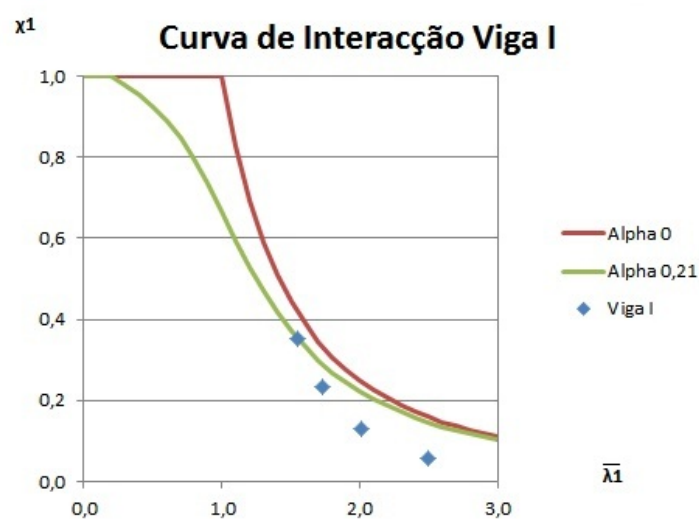


Figura 2.8: Resultados do exemplo de aplicação para a Viga I

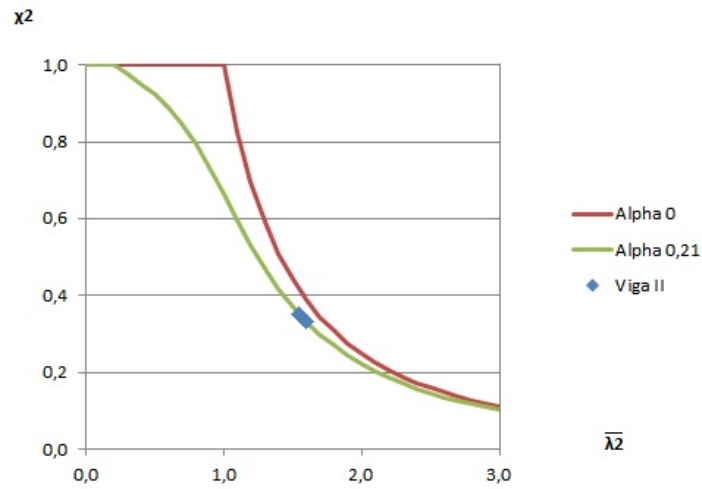


Figura 2.9: Resultados do exemplo de aplicação para a Viga II

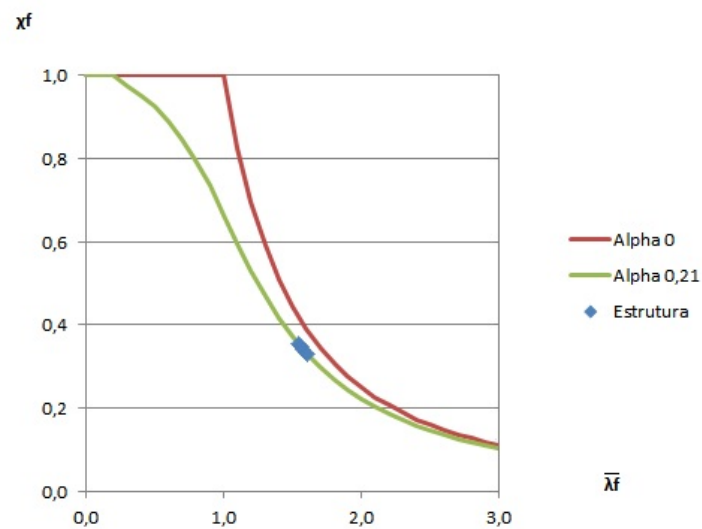


Figura 2.10: Resultados do exemplo de aplicação para a estrutura

Como podemos observar, à medida que vai diminuindo o carregamento da viga I, esta deixa de ser tão solicitada, sendo cada vez maior a sua esbelteza. No entanto, o dimensionamento estrutural é condicionado pela viga mais carregada (II) e a sua verificação coincide com a verificação com a abordagem do MRD.

2.5 Processo de optimização

Do ponto de vista da eficiência, todos os elementos devem respeitar a seguinte condição (relembrar expressão (2.34))

$$m_{b,Rd} = \frac{2\gamma M_1}{\Psi_i} m_{cr} = 1 \quad (i = 1, \dots, n) \quad (2.38)$$

o que significa que todos os elementos da estrutura são críticos e que a sua resistência à flexão está completamente esgotada, isto é, o esforço resistente é igual ao esforço actuante ($M_{Ed,i} = M_{Rd,i}$). Para conseguir este objectivo, pode utilizar-se o seguinte procedimento:

- Durante a fase de pré-dimensionamento, devemos tentar assegurar que os valores de $m_{cr} = \Lambda_{Ed}/\Lambda_{cr}$ (para cada caso de carga) são o mais baixos possíveis. Claro que para que isto aconteça Λ_{cr} tem de assumir o valor mais alto possível, podendo ser atingido através do correcto contraventamento da estrutura ou da escolha de elementos com elevada rigidez de flexão/torção.
- Para cada combinação de carga (cada valor de m_{cr}), calculado o valor de $\bar{\lambda}_f$ e consequentemente identificado o troço de viga condicionante, deve-se tentar reduzir as esbeltezas dos restantes troços, aproximando-as de $\bar{\lambda}_f$. Para o efeito deve reduzir-se M_{pl} desses troços sem alterar significativamente I_z e I_w , caso contrário a carga crítica baixará o que resultará numa maior esbelteza da estrutura e, consequentemente, menor resistência da estrutura.

Tendo em conta o número de combinações de acções torna-se impossível verificar em todos os casos a expressão (2.38). No entanto, a utilização dos conceitos aqui introduzidos permitem, sobretudo, clarificar o processo de verificações de elementos inseridos em estruturas. Em particular, torna-se fácil detectar quais os elementos sobredimensionados e quais os elementos condicionantes.

Capítulo 3

Modelação Numérica

3.1 Introdução

Neste capítulo será efectuada uma breve descrição dos aspectos fundamentais da utilização do programa de elementos finitos ANSYS [2] para a determinação de cargas de colapso “exactas” de estruturas de aço. Em geral, segue-se a metodologia de modelação utilizada por Rosa [20] na sua Dissertação de Mestrado, onde se recorreu a modelos de elementos finitos idênticos para aferir a precisão das fórmulas de interacção de colunas-viga do EC3.

Na fase preliminar do presente trabalho os exemplos de validação estudados por Rosa [20] foram também corridos no ANSYS. Muito embora tal não constitua uma contribuição original, optou-se por os apresentar, resumidamente, para evitar que o leitor necessite recorrer à referida Dissertação para melhor compreender os aspectos de modelação.

3.2 Modelação de colunas-viga com elementos Beam 189

As vigas foram discretizadas utilizando um elemento finito de barra tridimensional, Beam 189 (ver figura 3.1). Trata-se de um elemento de três nós cuja formulação é baseada na teoria de vigas de Timoshenko [24], com sete graus de liberdade por nó (três graus para os deslocamentos, três graus para as rotações e, caso seja activado, o empenamento por torção). Este elemento é apropriado para efectuar análises geometricamente e fisicamente não-lineares envolvendo moderados a grandes deslocamentos.

Com este elemento, é também possível dividir a secção transversal em “células”, cada uma com quatro pontos de integração (ver figura 3.2). Quanto maior o número de células, maior será precisão (i) da análise, em regime fisicamente não linear, e (ii) da função de empenamento. Com o aumento da discretização da secção transversal é também possível obter uma melhor aproximação da distribuição de tensões residuais.

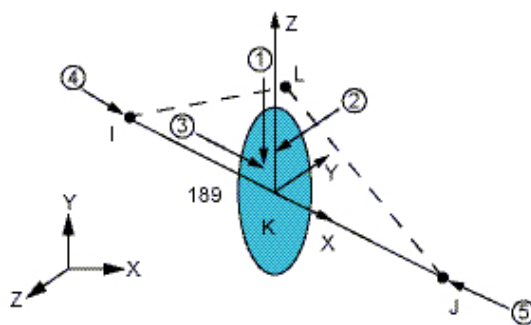


Figura 3.1: Elemento finito BEAM 189

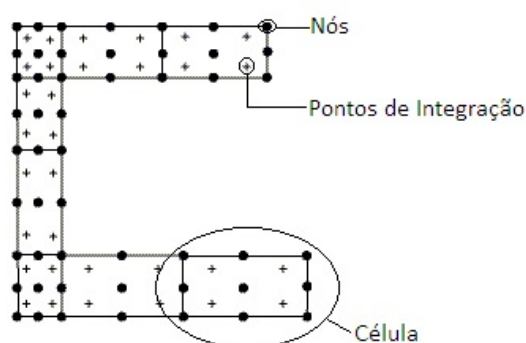


Figura 3.2: Discretização genérica das secções transversais

O elemento Beam 189 permite a utilização de diversas leis constitutivas, de entre as quais se destaca, pela sua relevância para a realização do presente trabalho, a lei elasto-plástica com o critério de cedência de Von Mises, lei de escoamento associada e endurecimento isotrópico.

O ANSYS permite a introdução da falta de rectilineidade das peças através de um ficheiro de dados que contempla, para os nós considerados, as respectivas distâncias entre a posição inicial da peça e a sua posição deformada.

As tensões residuais podem ser introduzidas directamente: (i) nos elementos (ElemID), (ii) nos pontos de integração dos elementos (Elem Intg), (iii) nas células (Cell) das secções transversais ou (iv) nos pontos de integração das secções transversais (Sec Intg). É naturalmente possível aplicar tensões residuais em qualquer componente de tensão (SX, SY, SZ, SXY, SYZ, SXZ). A introdução dos valores a considerar pode ser realizada de duas formas distintas: (i) directamente na linha de comando do ANSYS ou (ii) através de um ficheiro de dados. No presente trabalho, a introdução dos valores das tensões residuais foi feita recorrendo a um ficheiro de dados.

De uma forma genérica, a linha de código para a aplicação das tensões residuais é

(inis, defi, Elem ID, Elem Intg, Lay/Cell, Sect Intg, SX, SY, SZ, SXZ, SYZ, SXZ)

3.3 Exemplos de Validação

3.3.1 Tensões residuais

O primeiro exemplo de validação que será apresentado neste trabalho tem como finalidade verificar a introdução de tensões residuais no programa ANSYS. Este exemplo consiste na análise de uma viga em consola com um perfil HEB 300 de aço S235, com 10 metros de comprimento e sujeita à tracção simples. O comportamento do aço é elástico - perfeitamente plástico com $E = 210$ GPa e $f_y = 235$ MPa, sendo introduzidas as tensões residuais ilustradas na figura 3.4. Neste caso a peça foi dividida num único elemento, sendo cada secção constituída por 280 células para que, de uma forma suave, seja possível definir a distribuição das tensões residuais (ver figura 3.3).

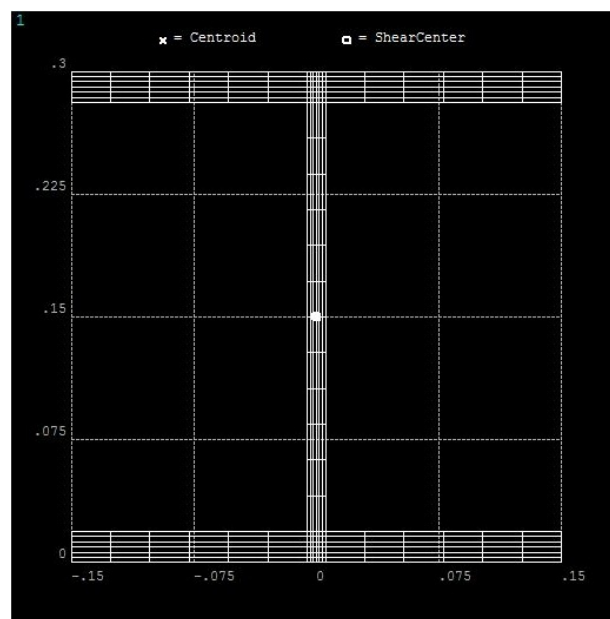


Figura 3.3: Discretização das secções transversais

Na figura 3.4 estão representados os deslocamentos longitudinais da extremidade livre da consola, em função da carga axial adimensionada à carga de colapso teórica, $P_{col} = Af_y$. Verifica-se que a relação entre o deslocamento e a carga é linear até $P \approx 0,50P_{col}$, sendo este valor muito próximo do valor esperado, pois as tensões residuais máximas aplicadas são iguais a $0,5f_y$. Após esta carga a trajectória diminui de inclinação ocorrendo uma assíntota horizontal para $P = P_{col}$. Em todos os exemplos de validação será considerado o efeito das tensões residuais representadas na figura 3.4.

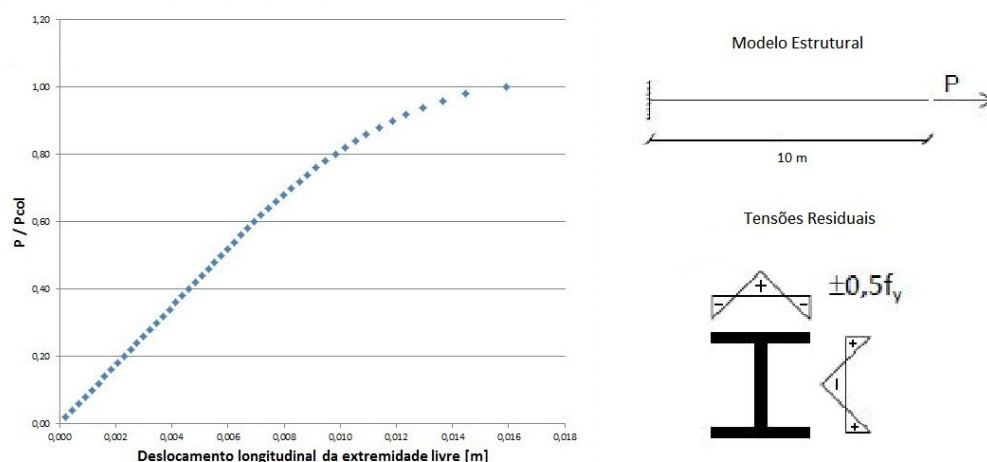


Figura 3.4: Trajectória de equilíbrio, geometria, carregamento e tensões residuais da viga em consola

3.3.2 Colunas-viga encastradas-apoiadas

No segundo exemplo de validação é abordada a análise de colunas-viga materializadas com perfis HEB 300, apoiados-encastrados, de aço S235 e com comportamento plano. São considerados diferentes comprimentos, de forma a obter $\bar{\lambda}_y = 0,5, 1,0, 1,5$ e $2,0$. Na extremidade livre é aplicada uma força de compressão e um momento flector, tal como apresentado na figura 3.5.

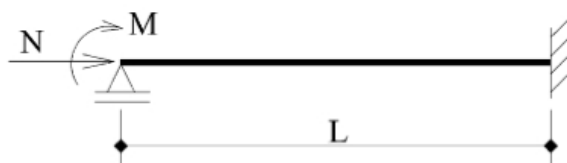


Figura 3.5: Coluna-viga encastrada-apoiada

Fora consideradas nas barras as imperfeições geométricas e as tensões residuais indicadas nas figuras 3.6 e 3.4, respectivamente. A lei constitutiva considerada foi do tipo elástico-perfeitamente plástico ($f_y = 235$ MPa, $E = 210$ GPa e $\nu = 0.3$). As colunas-viga foram discretizadas em 15 elementos de igual comprimento. O principal objectivo é a comparação dos diagramas de interacção obtidos com o programa ANSYS com os obtidos por Gonçalves e Camotim [9], utilizando o programa ABAQUS, bem como com os obtidos por Rosa [20], com o programa ANSYS. Como se pode observar (e seria de esperar), obtiveram-se resultados satisfatórios.

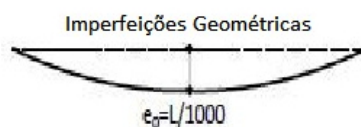


Figura 3.6: Imperfeições geométricas

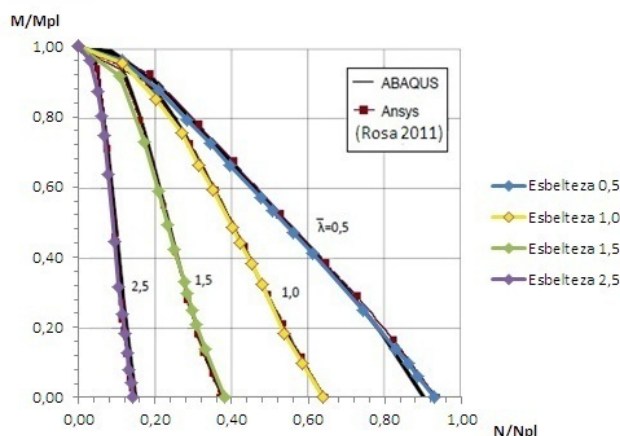


Figura 3.7: Diagramas de interação de colunas-viga encastradas-apoiadas

3.3.3 Barras isoladas - comportamento plano

Este exemplo consiste na análise de colunas-viga simplesmente apoiadas e contraventadas lateralmente, constituídas por perfis HEB 300 de aço S235. O carregamento consiste numa carga axial e num momento flector, segundo o eixo de maior inércia, aplicados numa das extremidades. As barras foram discretizadas em 15 elementos de igual comprimento. A relação constitutiva do aço foi do tipo elástico-perfeitamente plástico ($f_y = 235$ MPa, $E = 210$ GPa e $\nu = 0.3$), tendo sido introduzidas as imperfeições geométricas e tensões residuais indicadas nas figuras 3.6 e 3.4.

Na figura 3.8 comparam-se os resultados obtidos com os de Ofner [18], (ii) Gonçalves *et al.* [11] e (iii) Rosa [20]. Como podemos observar, os resultados são muito semelhantes, ocorrendo diferenças pouco significativas.

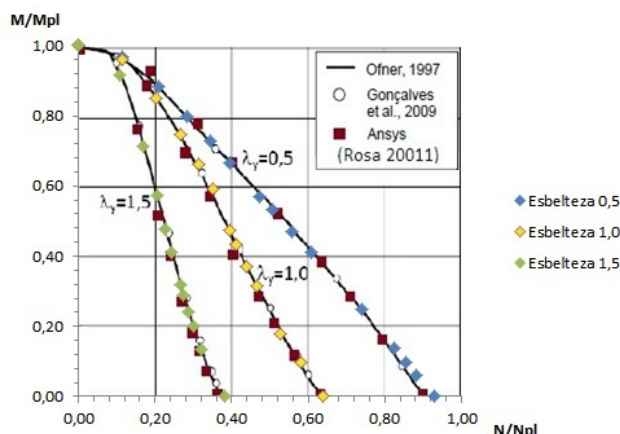


Figura 3.8: Diagramas de interação para barras isoladas com comportamento plano

3.3.4 Pórtico - comportamento plano

O exemplo que se segue constitui um clássico exemplo de validação [25, 26]. Trata-se de um pórtico constituído por perfis HEB 300 (montantes) e HEB 340 (travessa), de aço S235, com as dimensões, imperfeições geométricas e carregamento indicados na figura 3.9b. Os montantes e a travessa foram discretizados em 15 elementos e a lei constitutiva utilizada é elasto-plástica com endurecimento, como indicado na figura 3.9a.

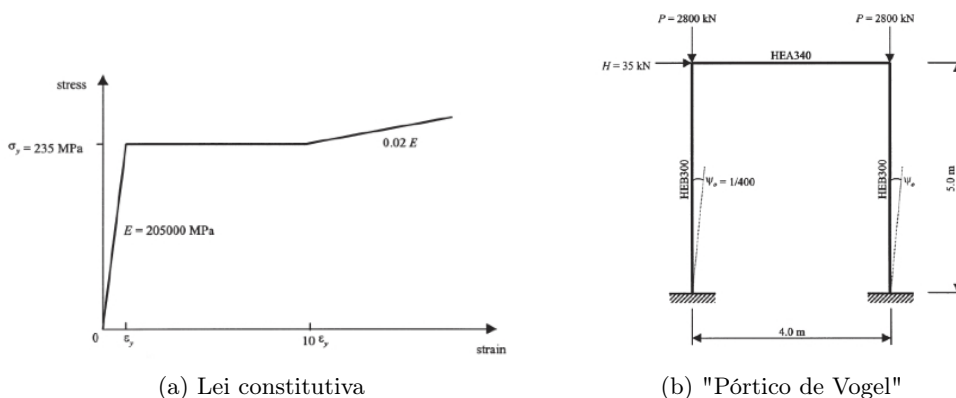


Figura 3.9: Lei constitutiva e Pórtico de Vogel

Os resultados obtidos são apresentados na figura 3.10, onde podemos observar que não existem grandes variações em relação aos resultados dos restantes autores. É de notar que as análises efectuadas com o programa ANSYS apresentam uma carga de colapso sensivelmente mais baixa.

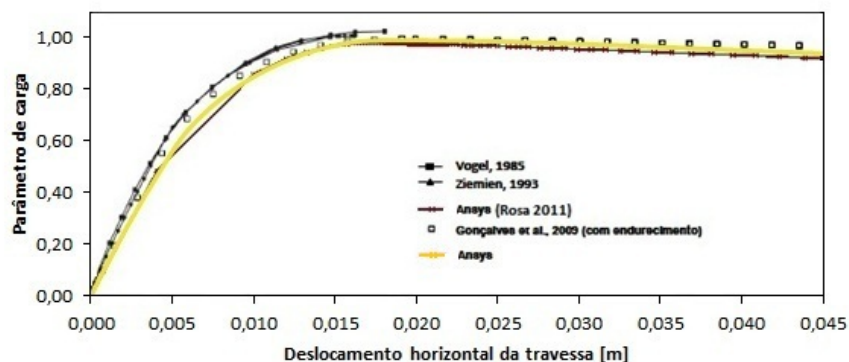


Figura 3.10: Trajetórias de equilíbrio - “pórtico de Vogel”

3.3.5 Barras isoladas - comportamento espacial

O último exemplo é muito semelhante ao realizado na secção 3.3.3. A principal diferença é o facto de as barras não serem contraventadas lateralmente, logo trata-se de um problema espacial. Como tal, as imperfeições geométricas (figura 3.6) são aplicadas nas duas direcções principais de flexão. Para os três comprimentos (associados a $\bar{\lambda}_y = 0,5, 1$ e 1.5), as barras foram discretizadas em 15 elementos.

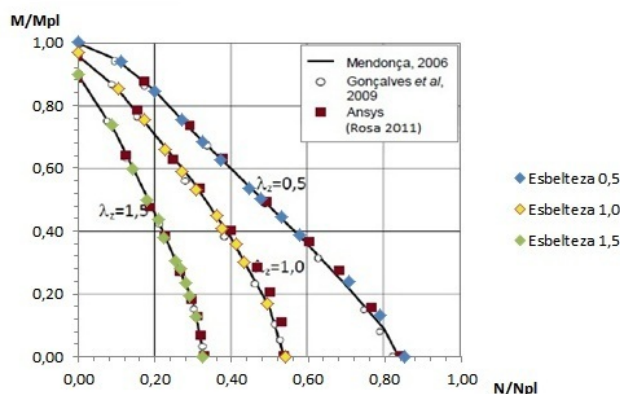


Figura 3.11: Diagrama de interacção para barras isoladas com comportamento espacial

Os resultados obtidos com o programa ANSYS são apresentados na figura 3.11 e, mais uma vez, pouco diferem dos determinados pelos autores indicados [14, 11, 20]. Apenas foi verificada uma pequena divergência para a barra com menor esbelteza.

Capítulo 4

Casos de estudo

4.1 Introdução

Neste capítulo estuda-se em pormenor a viga contínua de dois vãos apresentada no Capítulo 2 (figura 2.5). Em particular, averigua-se a precisão dos resultados decorrentes da aplicação dos conceitos introduzidos no Capítulo 2, por comparação com cargas de colapso obtidas recorrendo a análises geometricamente e fisicamente não-lineares (ANSYS [2]). Refira-se que, ao contrário do que sucedia no Capítulo 2, no presente estudo os comprimentos $L1$ e $L2$ serão variados com o intuito de extrair conclusões para uma gama suficientemente alargada de parâmetros. O perfil utilizado para este estudo é o IPE 300 (figura 4.1) de aço S235.

Será também efectuado um estudo de aplicação da metodologia de optimização proposta no Capítulo 2. Para tal será considerada uma estrutura com 3 vãos e solicitada por cargas verticais.

4.2 Metodologia de análise

Como já foi referido, o caso em estudo consiste numa viga contínua de dois vãos, com apoios que impedem os deslocamentos verticais e laterais, assim como a rotação de torção (ver figura: 2.5). O perfil é um perfil IPE 300 de aço S235 ($E = 210$ GPa; $\nu = 0,3$ e $f_y = 235$ MPa). A geometria e os esforços resistentes da secção transversal são apresentados na figura 4.1, tabelas 4.1 e 4.2, respectivamente, sendo de referir que não se considerou o raio de transição banzo-alma.

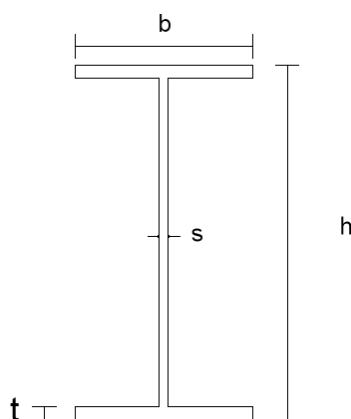


Figura 4.1: Secção Transversal

Tabela 4.1: Características geométricas IPE 300

IPE 300						
h (m)	b (m)	s (m)	t (m)	A (m ²)	I_{yy} (m ⁴)	I_{xx} (m ⁴)
0,30	0,15	0,0071	0,0107	$51,88 \times 10^{-4}$	8000×10^{-8}	603×10^{-8}

Tabela 4.2: Esforços resistentes de um IPE 300 S235

W_{pl} (m ³)	$557,07 \times 10^{-6}$
f_y (Pa)	235×10^6
$M_{Rd,pl}$ (kN.m)	130,911

Para exprimir a variação do comprimentos dos vãos, foi utilizado o parâmetro

$$\beta = \frac{L2}{L1} \quad (4.1)$$

Foram consideradas 3 geometrias, cujos comprimentos totais ($L = L1+L2$) são apresentados na tabela 4.3. A consideração dos diversos casos de estudo tem como principal objectivo obter resultados para uma “gama” mais alargada de valores de esbelteza.

Tabela 4.3: Comprimentos totais L

Caso de Estudo 1	20 (m)
Caso de Estudo 2	40 (m)
Caso de Estudo 3	60 (m)

Tal como no capítulo 2, foram ainda considerados diversos casos de carga, caracterizados pelo parâmetro

$$\alpha = \frac{M1}{M2}. \quad (4.2)$$

Para cada caso de carga e geometria, foi determinado o momento crítico com o LTBeam [6] e a reacção no apoio intermédio.

As análises fisicamente e geométricamente não lineares foram efectuadas com o programa de elementos finitos ANSYS [2], discretizando as vigas com o elemento Beam 189 e discretizando as secções transversais em 280 células, como indicado na figura 3.3 (como o ANSYS [2] divide a secção em igual número de células na vertical e na horizontal, facilmente é atingido um elevado número de células). Nas análises efectuadas foi utilizada a lei elasto-plástica representada na figura 4.2, com o critério de cedência de Von Mises e lei de escoamento associada, sem endurecimento.

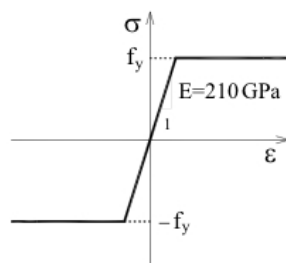


Figura 4.2: Lei constitutiva uniaxial para o aço

As imperfeições geométricas consideradas correspondem a uma configuração em planta em “S”, como mostra a figura 4.3, com valores máximos a meio vão iguais a $e_i = \frac{L_i}{1000}$, em que L_i designa o comprimento do vão i .

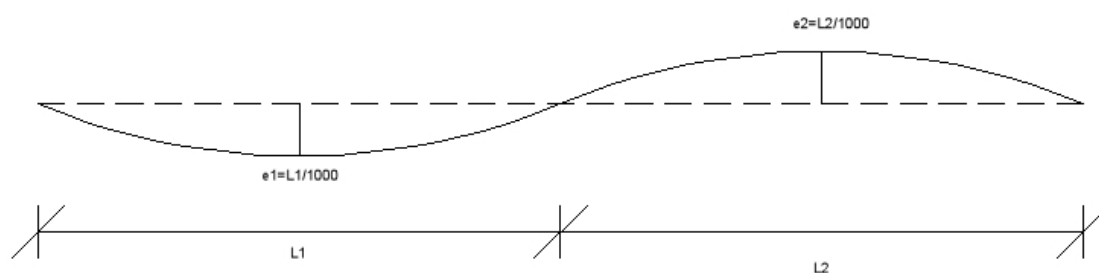


Figura 4.3: Imperfeições geométricas em planta

Por outro lado, foram também incluídas tensões residuais, com a distribuição indicada na figura 4.4, onde as tensões máximas de tracção e compressão representam 50% da

tensão de cedência (f_y).

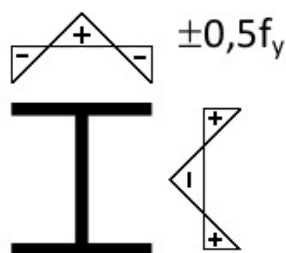


Figura 4.4: Diagramas de tensões residuais

Como a secção transversal do perfil foi dividida em 280 células, era impraticável a introdução das tensões residuais célula a célula. Desta forma, foi criado um ficheiro de texto com o valor das tensões residuais a aplicar e introduzido no programa de elementos finitos. As linhas de código consideradas têm a seguinte estrutura:

(inis, defi, Elem ID, Elem Intg, Lay/Cell, Sect Intg, SX, SY, SZ, SXZ, SYZ, SXZ)

que, para o caso de estudo assume a seguinte forma:

(inis, defi, , , n° da célula, , tensão a aplicar, 0, 0, 0, 0, 0)

Finalmente, tendo em conta que o diagrama de momentos em cada uma das vigas é do tipo representado na figura 4.5, o factor de redução modificado ($\chi_{LT,mod}$) é determinado recorrendo às expressões (2.28) e (2.29), em que k_c é influenciado pela variação de momentos aplicados nas extremidades da viga.

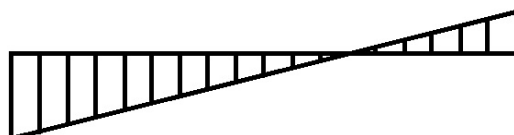


Figura 4.5: Diagrama de momentos para a viga 1

Em cada um dos casos presentes na tabela 4.3 foram considerados diversos valores para os vãos. A cada um destes valores de β (parâmetro que define a razão entre vãos) estão associados diversos valores de α (parâmetro que define a razão de cargas aplicadas). Para cada valor de β e α o valor da carga de colapso obtido com as análises numéricas foi comparado com o obtido pelo MRD.

4.3 Análise dos resultados

4.3.1 Caso de estudo 1

Este caso de estudo foi realizado com o intuito de obter resultados referentes a estruturas pouco susceptíveis a efeitos de encurvadura lateral. Os valores de β e α escolhidos são indicados nas tabelas 4.4 e 4.5, respectivamente.

Tabela 4.4: Comprimentos dos vãos estudados (Caso de Estudo 1)

β	L1 (m)	L2 (m)
1,00	10	10
0,60	12,5	7,5
0,33	15	5

Tabela 4.5: Casos de carga considerados (Caso de Estudo 1)

α	M1 (kN.m)	M2 (kN.m)
1,00	300	300
0,90	270	300
0,60	180	300
0,40	120	300
0,20	60	300

Os valores das esbeltezas e factores de redução, para o caso de estudo 1, estão indicados na tabela 4.6 e 4.7, respectivamente. Refira-se que $\Lambda_{pl,i}$ indica o parâmetro de carga que conduz à plastificação da barra i e $\Lambda_{pl,f}$ é o parâmetro de carga correspondente à ocorrência da primeira plastificação na viga, necessariamente igual a $\Lambda_{pl,i}$ da viga mais solicitada (viga 2). Os valores de χ_f correspondem à carga de colapso obtida com o ANSYS [2], sendo que $\chi_2 = \chi_f$ (viga condicionante) e $\chi_1 = \alpha\chi_f$ (viga não-condicionante).

Tabela 4.6: Parâmetros de carga e esbeltezas normalizadas (Caso de Estudo 1)

β	α	$\Lambda_{pl,1}$	$\Lambda_{pl,2}$	$\Lambda_{pl,f}$	$\Lambda_{cr,f}$	$\bar{\lambda}_1$	$\bar{\lambda}_2$	$\bar{\lambda}_f$
1,00	1,00	0,4364	0,4364	0,4364	0,3955	1,0504	1,0504	1,0504
	0,90	0,4849	0,4364	0,4364	0,4042	1,0952	1,0390	1,0390
	0,60	0,7273	0,4364	0,4364	0,3960	1,3551	1,0497	1,0497
	0,40	1,0909	0,4364	0,4364	0,3877	1,6775	1,0610	1,0610
	0,20	2,1819	0,4364	0,4364	0,3789	2,3997	1,0732	1,0732
0,60	1,00	0,4364	0,4364	0,4364	0,3194	1,1689	1,1689	1,1689
	0,90	0,4849	0,4364	0,4364	0,3574	1,1647	1,1049	1,1049
	0,60	0,7273	0,4364	0,4364	0,5328	1,1684	0,9050	0,9050
	0,40	1,0909	0,4364	0,4364	0,5387	1,4231	0,9001	0,9001
	0,20	2,1819	0,4364	0,4364	0,5228	2,0429	0,9136	0,9136
0,33	1,00	0,4364	0,4364	0,4364	0,2596	1,2966	1,2966	1,2966
	0,90	0,4849	0,4364	0,4364	0,2898	1,2934	1,2270	1,2270
	0,60	0,7273	0,4364	0,4364	0,4452	1,2781	0,9900	0,9900
	0,40	1,0909	0,4364	0,4364	0,6883	1,2590	0,7962	0,7962
	0,20	2,1819	0,4364	0,4364	0,8928	1,5633	0,6991	0,6991

Tabela 4.7: Factores de redução obtidos com o ANSYS (Caso de Estudo 1)

β	α	χ_1	χ_2	χ_f
1,00	1,00	0,7564	0,7564	0,7564
	0,90	0,6804	0,7560	0,7560
	0,60	0,4803	0,8006	0,8006
	0,40	0,3285	0,8214	0,8214
	0,20	0,1686	0,8430	0,8430
0,60	1,00	0,5231	0,5231	0,5231
	0,90	0,6817	0,7575	0,7575
	0,60	0,5571	0,9286	0,9286
	0,40	0,3767	0,9417	0,9417
	0,20	0,1902	0,9510	0,9510
0,33	1,00	0,4665	0,4665	0,4665
	0,90	0,4611	0,5123	0,5123
	0,60	0,4174	0,6956	0,6956
	0,40	0,3699	0,9248	0,9248
	0,20	0,1914	0,9569	0,9569

Nas figuras 4.6 (estrutura e viga 2) e 4.7 (viga 1) apresentam-se graficamente os factores de redução obtidos. No caso da figura 4.6, observa-se que os resultados obtidos com o ANSYS [2] estão em geral acima da curva de dimensionamento “a”, o que quer

dizer que a utilização desta curva com o MRD conduz a estimativas da carga de colapso a favor da segurança. Apenas em um caso para $\beta = 0,60$ o valor fica muito ligeiramente abaixo da curva. Por outro lado, na figura 4.7 uma grande parte dos resultados está abaixo da curva, o que não é mais do que uma consequência do facto da resistência ser condicionada pela viga 2.

Note-se que as conclusões apresentadas no capítulo 2 são confirmadas: (i) para vigas associadas à mesma curva de dimensionamento a viga condicionante é a mais carregada, independentemente do seu comprimento (viga 2) e (ii) torna-se desnecessário efectuar as verificações da viga não condicionante (viga 1).

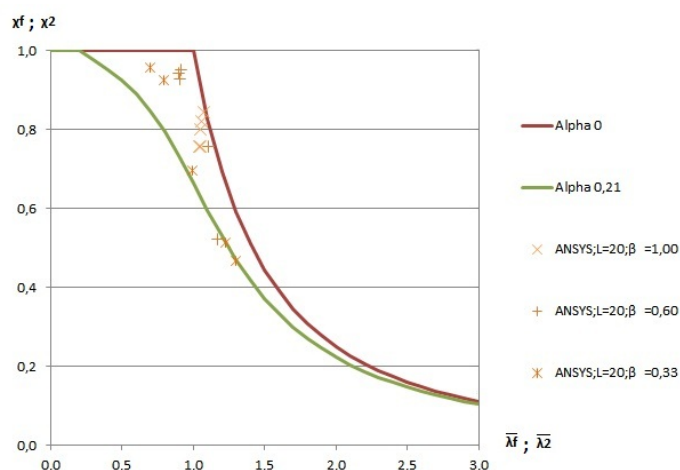


Figura 4.6: Factores de redução χ_f e χ_2 para $L=20$ (Caso de Estudo 1)

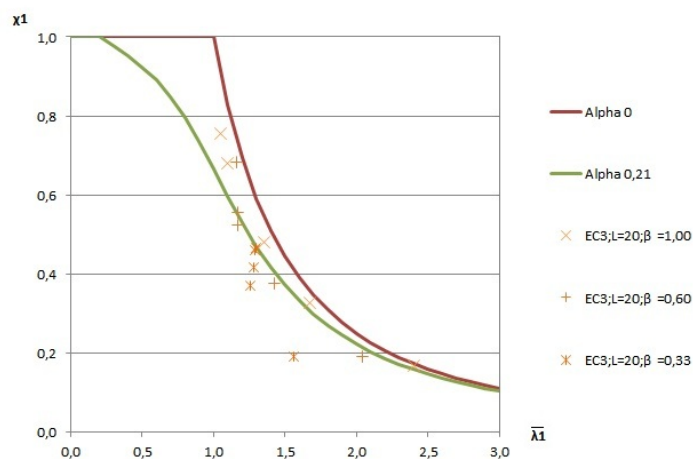


Figura 4.7: Factor de redução χ_1 para $L=20$ (Caso de Estudo 1)

Considere-se agora que os cálculos são efectuados como se os elementos estivessem

isolados (embora sujeitos aos diagramas de esforços correspondentes à estrutura “real”). Ou seja, em vez de uma viga contínua de dois vãos, são consideradas duas vigas simplesmente apoiadas sujeitas ao diagrama de esforços “real”. Os respectivos valores obtidos para os factores de redução e as esbeltezas normalizadas são apresentados na tabela 4.8.

Da tabela pode constatar-se, por comparação com a tabela 4.7, que os factores de redução são agora em geral inferiores e, portanto esta abordagem conduz a em geral a resultados a favor da segurança. Contudo, existem alguns casos em que tal não se verifica, ou seja, em que tanto χ_1 como χ_2 são superiores aos valores da tabela 4.7 e, portanto, contra a segurança. Tome-se como exemplo os casos: (i) $\beta = 0,60$ e $\alpha = 1,00$, (ii) $\beta = 0,33$ e $\alpha = 1,00$, (iii) $\beta = 0,33$ e $\alpha = 0,90$.

Tabela 4.8: Análise considerando os elementos isolados (Caso de Estudo 1)

β	α	Viga 1		Viga 2	
		$\bar{\lambda}_1$	χ_1	$\bar{\lambda}_2$	χ_2
1,00	1,00	1,0504	0,6304	1,0504	0,6304
	0,90	1,0574	0,6255	1,0429	0,6356
	0,60	1,0798	0,6099	1,0106	0,6582
	0,40	1,0958	0,5989	0,9902	0,6724
	0,20	1,1124	0,8751	1,0106	0,6582
0,60	1,00	1,1968	0,5320	0,8792	0,7475
	0,90	1,1904	0,5361	0,8868	0,7426
	0,60	1,1617	0,5546	0,9113	0,7264
	0,40	1,1318	0,5744	0,9290	0,7146
	0,20	1,1298	0,5758	0,9478	0,7018
0,33	1,00	1,3264	0,4558	0,6679	0,8623
	0,90	1,3217	0,4584	0,6750	0,8592
	0,60	1,2998	0,4704	0,6986	0,8484
	0,40	1,2721	0,4863	0,7160	0,8401
	0,20	1,2683	0,4885	0,7343	0,8310

4.3.2 Casos de estudo 2 e 3

Para os casos de estudo 2 e 3, os valores de α e de β considerados são apresentados nas tabelas 4.9 e 4.10.

Tabela 4.9: Comprimentos dos vãos estudados (Casos de Estudo 2 e 3)

Caso de Estudo 2			Caso de Estudo 3		
β	L1 (m)	L2 (m)	β	L1 (m)	L2 (m)
1,00	20	20	1,00	30	30
0,60	25	15	0,50	40	20
0,33	30	10	0,20	50	10

Tabela 4.10: Casos de carga considerados (Casos de Estudo 2 e 3)

α	M1 (kN.m)	M2 (kN.m)
1,00	300	300
0,80	240	300
0,70	210	300
0,60	180	300
0,30	90	300

Assim, para o caso de estudo 2, os valores das esbeltezas normalizadas e factores de redução obtidos com o ANSYS [2] são indicados nas tabelas 4.11 e 4.12. Nas figuras 4.8 e 4.9 os factores de redução são apresentados na forma gráfica.

Tabela 4.11: Parâmetros de carga e esbeltezas normalizadas (Caso de Estudo 2)

β	α	$\Lambda_{pl,1}$	$\Lambda_{pl,2}$	$\Lambda_{pl,f}$	$\Lambda_{cr,f}$	$\bar{\lambda}_1$	$\bar{\lambda}_2$	$\bar{\lambda}_f$
1,00	1,00	0,4364	0,4364	0,4364	0,1813	1,5516	1,5516	1,5516
	0,80	0,5455	0,4364	0,4364	0,1825	1,7288	1,5463	1,5463
	0,70	0,6234	0,4364	0,4364	0,1809	1,8562	1,5530	1,5530
	0,60	0,7273	0,4364	0,4364	0,1790	2,0159	1,5615	1,5615
	0,30	1,4546	0,4364	0,4364	0,1734	2,8967	1,5866	1,5866
0,60	1,00	0,4364	0,4364	0,436	0,1481	1,7164	1,7164	1,7164
	0,80	0,5455	0,4364	0,4364	0,1881	1,7029	1,5231	1,5231
	0,70	0,6234	0,4364	0,4364	0,2167	1,6962	1,4192	1,4192
	0,60	0,7273	0,4364	0,4364	0,2378	1,7487	1,3546	1,3546
	0,30	1,4546	0,4364	0,4364	0,2293	2,5188	1,3796	1,3796
0,33	1,00	0,4364	0,4364	0,436	0,1224	1,8879	1,8879	1,8879
	0,80	0,5455	0,4364	0,4364	0,1547	1,8778	1,6795	1,6795
	0,70	0,6234	0,4364	0,4364	0,1781	1,8708	1,5652	1,5652
	0,60	0,7273	0,4364	0,4364	0,2198	1,8618	1,4421	1,4421
	0,30	1,4546	0,4364	0,4364	0,3577	2,0164	1,1045	1,1045

Tabela 4.12: Factores de redução obtidos com o ANSYS (Caso de Estudo 2)

β	α	χ_1	χ_2	χ_f
1,00	1,00	0,3331	0,3331	0,3331
	0,80	0,2750	0,3437	0,3437
	0,70	0,2463	0,3519	0,3519
	0,60	0,2113	0,3522	0,3522
	0,30	0,1193	0,3977	0,3077
0,60	1,00	0,3341	0,3341	0,3341
	0,80	0,2999	0,3748	0,3748
	0,70	0,2945	0,4207	0,4207
	0,60	0,2608	0,4346	0,4346
	0,30	0,1331	0,4436	0,4436
0,33	1,00	0,2562	0,2562	0,2562
	0,80	0,2416	0,3020	0,3020
	0,70	0,2390	0,3415	0,3415
	0,60	0,2362	0,3937	0,3937
	0,30	0,1937	0,6457	0,6457

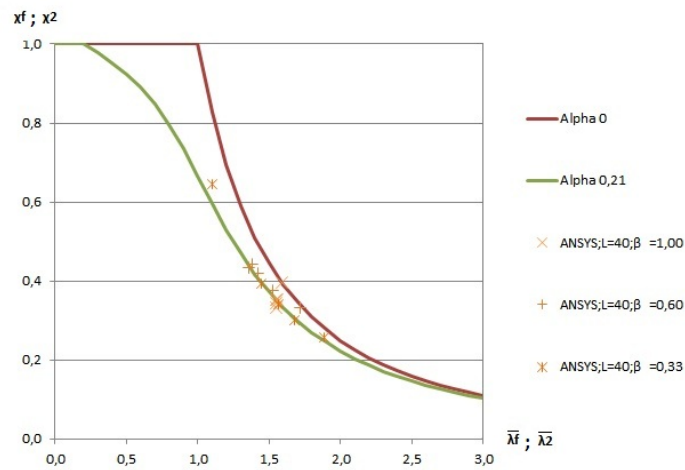


Figura 4.8: Factores de redução χ_f e χ_2 para $L=40$ (Caso de Estudo 2)

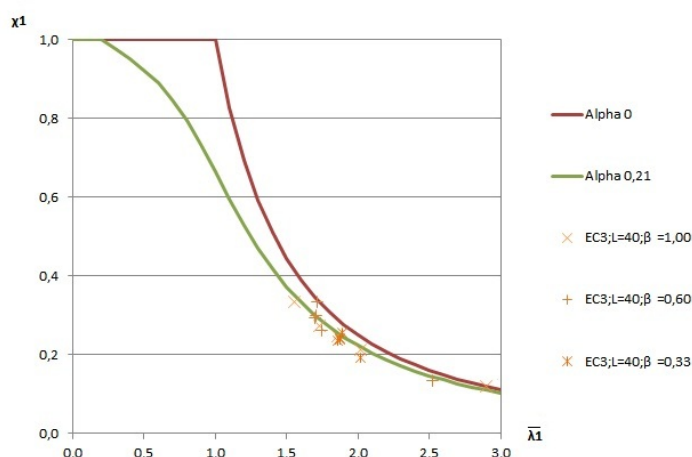


Figura 4.9: Factor de redução χ_1 para $L=40$ (Caso de Estudo 2)

Os resultados confirmam as observações para o caso de estudo 1, reforçando as conclusões obtidas. No entanto, neste caso os resultados para a viga 1 (não-condicionante) já não se encontram significativamente abaixo da curva de dimensionamento.

Tabela 4.13: Análise considerando os elementos isolados (Caso de Estudo 2)

β	α	Viga 1		Viga 2	
		$\bar{\lambda}_1$	χ_1	$\bar{\lambda}_2$	χ_2
1,00	1,00	1,5516	0,3515	1,5516	0,3515
	0,80	1,5715	0,3438	1,5284	0,3607
	0,70	1,5818	0,3399	1,5131	0,3670
	0,60	1,5925	0,3360	1,4948	0,3746
	0,30	1,6258	0,3240	1,4629	0,3885
0,60	1,00	1,7463	0,2854	1,3264	0,4558
	0,80	1,7268	0,2912	1,3482	0,4442
	0,70	1,7136	0,2952	1,3598	0,4381
	0,60	1,6972	0,3003	1,3717	0,4320
	0,30	1,6429	0,3181	1,4092	0,4134
0,33	1,00	1,9204	0,2402	1,0504	0,6304
	0,80	1,9061	0,2435	1,0721	0,6152
	0,70	1,8961	0,2459	1,0837	0,6072
	0,60	1,8835	0,2489	1,0958	0,5989
	0,30	1,8160	0,2659	1,1341	0,5729

Em relação à abordagem em que os elementos são considerados isolados, os resultados obtidos são apresentados na tabela 4.13. Por comparação com os valores da tabela 4.12, pode observar-se que regra geral, todos os valores são inferiores, logo, estão a favor da

segurança. Mas existem, pelo menos dois casos ((i) $\beta = 0,60$ e $\alpha = 1,00$ e (ii) $\beta = 0,33$ e $\alpha = 1,00$) em que isso não se verifica para a viga condicionante (viga 2), e dessa forma os resultados são contra a segurança.

Em relação ao caso de estudo 3, os resultados obtidos são apresentados nas tabelas 4.14 e 4.15, bem como nas figuras 4.10 e 4.11. Note-se que é precisamente neste caso de estudo que se atinge o maior valor da esbelteza normalizada para a viga não-condicionante ($\bar{\lambda}_1 = 3,59$), muito embora os seus resultados praticamente não se encontrem abaixo da curva de dimensionamento. Contudo, é importante realçar que a abordagem do MRD continua a fornecer boas estimativas da carga de colapso (precisas e do lado da segurança) e, para além disso, permite dispensar a verificação da viga 1.

Tabela 4.14: Parâmetros de carga e esbeltezas normalizadas (Caso de Estudo 3)

β	α	$\Lambda_{pl,1}$	$\Lambda_{pl,2}$	$\Lambda_{pl,f}$	$\Lambda_{cr,f}$	$\bar{\lambda}_1$	$\bar{\lambda}_2$	$\bar{\lambda}_f$
1,00	1,00	0,4364	0,4364	0,4364	0,1183	1,9203	1,9203	1,9203
	0,80	0,5455	0,4364	0,4364	0,1187	2,1435	1,9172	1,9172
	0,70	0,6234	0,4364	0,4364	0,1178	2,3000	1,9243	1,9243
	0,60	0,7273	0,4364	0,4364	0,1164	2,4996	1,9362	1,9362
	0,30	1,4546	0,4364	0,4364	0,1129	3,5889	1,9657	1,9657
0,50	1,00	0,4364	0,4364	0,436	0,0921	2,1769	2,1769	2,1769
	0,80	0,5455	0,4364	0,4364	0,1169	2,1598	1,9318	1,9318
	0,70	0,6234	0,4364	0,4364	0,1350	2,1484	1,7976	1,7976
	0,60	0,7273	0,4364	0,4364	0,1592	2,1374	1,6556	1,6556
	0,30	1,4546	0,4364	0,4364	0,1642	2,9767	1,6304	1,6304
0,20	1,00	0,4364	0,4364	0,436	0,0728	2,4491	2,4491	2,4491
	0,80	0,5455	0,4364	0,4364	0,0916	2,4406	2,1829	2,1829
	0,70	0,6234	0,4364	0,4364	0,1052	2,4346	2,0370	2,0370
	0,60	0,7273	0,4364	0,4364	0,1235	2,4268	1,8798	1,8798
	0,30	1,4546	0,4364	0,4364	0,2574	2,3770	1,3020	1,3020

Tabela 4.15: Factores de redução obtidos com o ANSYS (Caso de Estudo 3)

β	α	χ_1	χ_2	χ_f
1,00	1,00	0,3331	0,3331	0,3331
	0,80	0,2750	0,3437	0,3437
	0,70	0,2463	0,3519	0,3519
	0,60	0,2113	0,3522	0,3522
	0,30	0,1193	0,3977	0,3077
0,50	1,00	0,3341	0,3341	0,3341
	0,80	0,2999	0,3748	0,3748
	0,70	0,2945	0,4207	0,4207
	0,60	0,2608	0,4346	0,4346
	0,30	0,1331	0,4436	0,4436
0,20	1,00	0,2562	0,2562	0,2562
	0,80	0,2416	0,3020	0,3020
	0,70	0,2390	0,3415	0,3415
	0,60	0,2362	0,3937	0,3937
	0,30	0,1937	0,6457	0,6457

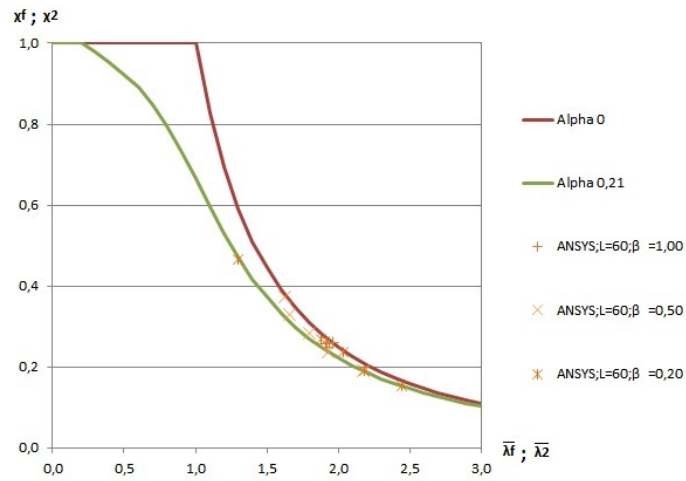


Figura 4.10: Factores de redução χ_f e χ_2 para $L=60$ (Caso de Estudo 3)

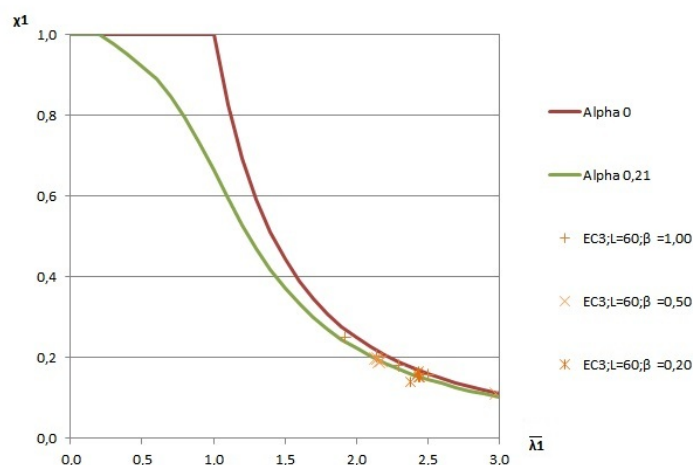


Figura 4.11: Factor de redução χ_1 para $L=60$ (Caso de Estudo 3)

Finalmente, em relação à abordagem em que os elementos são considerados isolados, os resultados obtidos são apresentados na tabela 4.16. Através da comparação com os valores da tabela 4.15, pode observar-se que alguns resultados são superiores, verificando assim, a segurança. No entanto, para alguns casos (por exemplo $\beta = 0,20$ e $\alpha = 0,30$) isso não se verificou e desta forma, está contra a segurança.

Tabela 4.16: Análise estrutural considerando expressões do EC3 (caso 3)

β	α	Viga 1		Viga 2	
		$\bar{\lambda}_1$	χ_1	$\bar{\lambda}_2$	χ_2
1,00	1,00	1,9204	0,2402	1,9204	0,2402
	0,80	1,9444	0,2348	1,8923	0,2468
	0,70	1,9570	0,2320	1,8738	0,2512
	0,60	1,9698	0,2292	1,8514	0,2568
	0,30	2,0101	0,2208	1,8106	0,2674
0,50	1,00	2,2265	0,1826	1,5516	0,3515
	0,80	2,2046	0,1860	1,5783	0,3412
	0,70	2,1898	0,1883	1,5925	0,3360
	0,60	2,1711	0,1914	1,6070	0,3307
	0,30	2,0957	0,2044	1,6532	0,3146
0,20	1,00	2,4940	0,1474	1,0504	0,6304
	0,80	2,4817	0,1488	1,0747	0,6135
	0,70	2,4732	0,1497	1,0877	0,6044
	0,60	2,4620	0,1510	1,1012	0,5952
	0,30	2,3935	0,1593	1,1447	0,5659

4.4 Exemplo de aplicação: otimização estrutural

Com o objectivo de exemplificar um método de optimização estrutural baseado nos conceitos introduzidos neste trabalho, considere-se uma viga contínua com três vãos de comprimentos distintos (ver figura 4.12), constituída por perfis IPE 200 de aço S235 ($E = 210$ GPa; $\nu = 0,3$ e $f_y = 235$ MPa). Os apoios impedem os deslocamentos laterais e verticais, bem como a rotação de torção.

Com base nas características geométricas do perfil IPE 200 ($W_{pl} = 194 \times 10^{-6}$ m³ e $f_y = 235$ MPa) o momento plástico resistente é de $M_{Rd,pl} = 45,59$ kN.m. Para o perfil de carregamento indicado na figura 4.12.

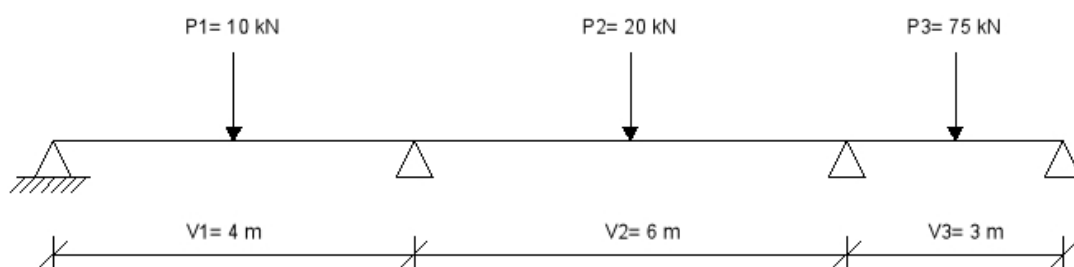


Figura 4.12: Geometria e carregamento da viga de três vãos

O diagrama de momentos flectores, em regime elástico, correspondente encontra-se representado na figura 4.13

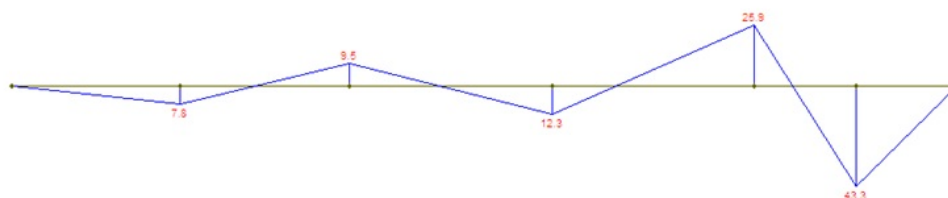


Figura 4.13: Diagrama de momentos flectores da viga de três vãos

Tal como nos exemplos anteriores, os resultados obtidos com o MRD são comparados com cargas de colapso obtidas com o programa de cálculo automático ANSYS, as quais incluem os efeitos das imperfeições geométricas e tensões residuais. Neste exemplo utilizou-se o programa ANSYS para determinar também os parâmetros de carga críticos, com análises do tipo EIGEN BUCKLING.

Os resultados obtidos estão representados nas tabelas 4.17 e 4.18, e graficamente na na figura 4.14.

Tabela 4.17: Factores de carga e esbeltezas normalizadas para a viga de três vãos

Vão	L (m)	\bar{P} (kN)	\bar{M} (kN.m)	$\Lambda_{pl,i}$	$\Lambda_{cr,f}$	$\bar{\lambda}_i$	$\bar{\lambda}_f$
V1	4	10	9,5	4,799		2,678	
V2	6	20	25,9	1,760	0,669	1,622	1,254
V3	3	75	43,3	1,053		1,254	

Tabela 4.18: Factores de redução para a viga de três vãos

Vão	χ_i	χ_f
V1	0,122	
V2	0,324	0,519
V3	0,519	

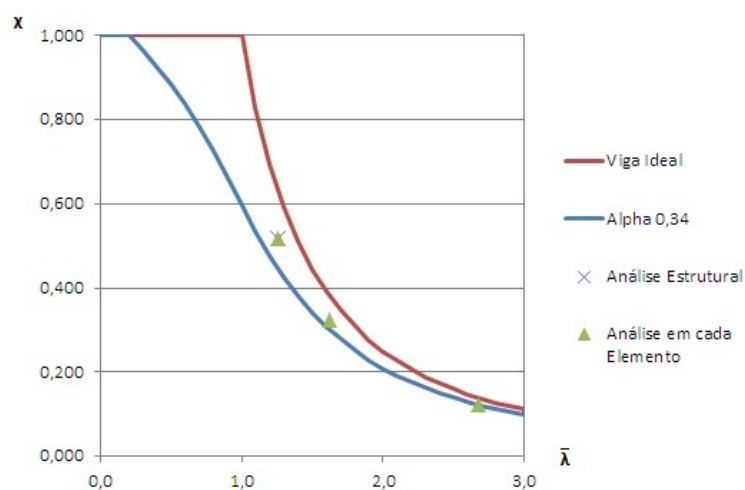


Figura 4.14: Factores de redução para a viga de três vãos

Os resultados mostram que a viga 3 é condicionante ($\bar{\lambda}_3 = \bar{\lambda}_f$), sendo portanto as restantes vigas consideradas “sobredimensionadas”. O processo de otimização consiste em diminuir o valor de W_{pl} das vigas não condicionantes, de forma a respeitar

$$\bar{\lambda}_i^* = \sqrt{\frac{M_{pl,i}^*}{M_{cr}}} = \bar{\lambda}_f \quad (4.3)$$

onde $\bar{\lambda}_i^*$ representa o novo valor da esbelteza normalizada para o elemento i e $M_{pl,i}^*$ é o novo momento plástico, que torna esse elemento crítico. Os resultados obtidos são apresentados na tabela 4.20.

Tabela 4.19: Valores otimizados dos módulos de flexão plásticos para as vigas não condicionantes

Vão	λ_i	$M_{pl,i}^*$ (kN.m)	$W_{pl,i}^*$ (cm ³)
V1	2,678	10,002	27,055
V2	1,622	32,270	137,318

Assim as novas secções consideradas têm as seguintes características

Tabela 4.20: Características geométricas das novas secções

Vão	h (mm)	b (mm)	t_f (mm)	t_w (mm)	I (mm ⁴)	A (cm ²)
V1	200	100	1	1	$2,71 \times 10^6$	4,060
V2	200	100	5	5	$1,37 \times 10^7$	17,900

Como podemos observar a economia de material é significativa pois o perfil IPE200 tem uma área de 32 cm². Para materializar secções com as características apresentadas (ver tabela 4.20) é necessário recorrer a secções soldadas.

De seguida, foi definida a geometria das novas secções transversais (ver figura 4.15 e tabela 4.20), tentando não diminuir muito ambas as rigidezes de flexão e torção, para não tornar a estrutura muito mais flexível e, conseqüentemente, mais susceptível à encurvadura.

Note-se que a geometria do perfil soldado, composto por chapa de 1mm, é muito esbelta (sendo uma secção de Classe 4). Mas mais uma vez reforça-se a ideia de que o único intuito deste exemplo é avaliar a eficiência do método de optimização proposto.

Na figura 4.16 representa-se o diagrama de momentos flectores que se obtém com as novas secções. Os resultados obtidos com o ANSYS estão indicados nas tabelas 4.21 e 4.22 e na figura 4.17, onde se representam também os resultados iniciais, para permitir uma melhor comparação.

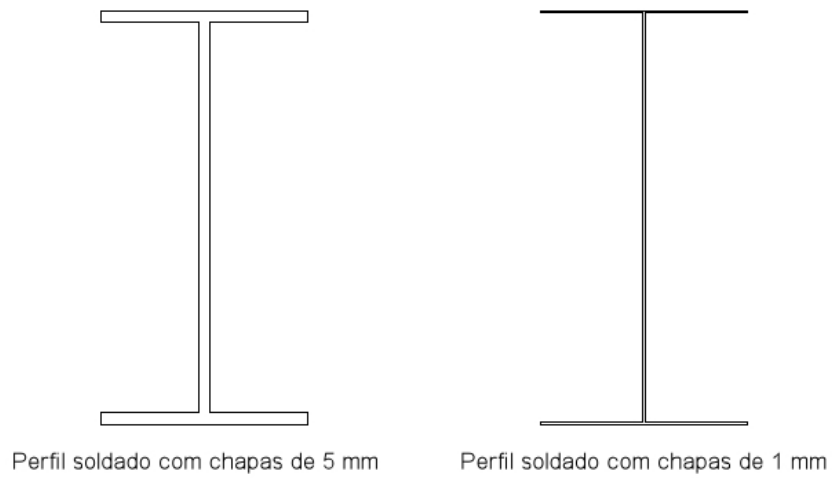


Figura 4.15: Representação dos perfis soldados

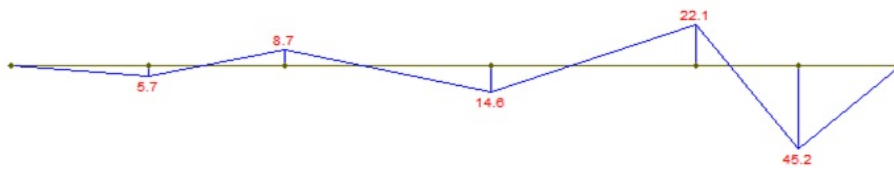


Figura 4.16: Diagrama de momentos flectores da viga de três vãos otimizada

Tabela 4.21: Factores de carga e esbeltezas normalizadas para a viga de três vãos otimizada

Vão	L (m)	\bar{P} (kN)	\bar{M} (kN.m)	$\Lambda_{pl,i}$	$\Lambda_{cr,f}$	$\bar{\lambda}_i$	$\bar{\lambda}_f$
V1	4	10	8,7	1,150		1,298	
V2	6	20	22,1	1,460	0,6826	1,463	1,216
V3	3	75	45,2	1,009		1,216	

Tabela 4.22: Factores de redução para a viga de três vãos otimizada

Vão	χ_i	χ_f
V1	0,469	
V2	0,369	0,539
V3	0,539	

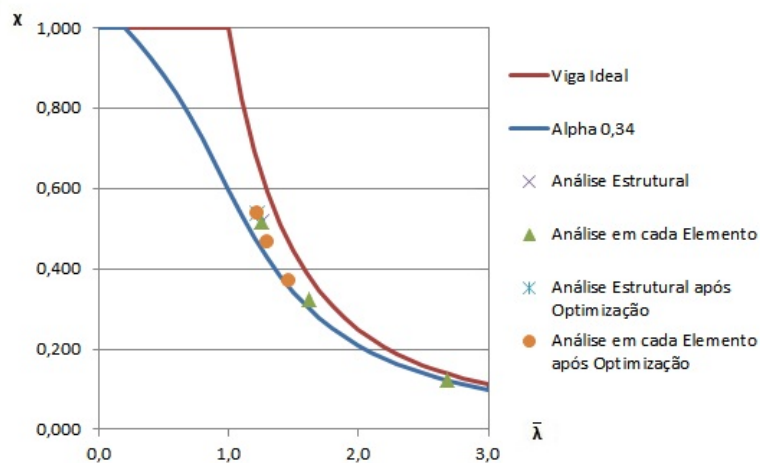


Figura 4.17: Factores de redução para a viga de três vãos (inicial e otimizada)

Como podemos observar, o processo de otimização permitiu manter a esbelteza da estrutura e simultaneamente conduziu a uma economia ao nível dos elementos 1 e 2, que agora possuem esbeltezas muito mais próximas às do elemento condicionante. Como é lógico, este processo poderia ser efectuado iterativamente, até obter uma determinada proximidade entre os vários valores de $\bar{\lambda}_i$.

Capítulo 5

Conclusões e desenvolvimentos futuros

5.1 Conclusões

Os estudos efectuados neste trabalho permitem extrair as seguintes conclusões:

- A determinação do comprimento de encurvadura e da esbelteza normalizada de elementos inseridos em estruturas pode conduzir a situações paradoxais, dado que os elementos pouco solicitados podem exibir valores muito elevados. A utilização do Método da Resistência Directa (MRD) e, em particular, do conceito de esbelteza da estrutura, permite (i) eliminar eficazmente estes casos e (ii) extrair informações relevantes acerca do comportamento da estrutura, nomeadamente a sua susceptibilidade aos efeitos da encurvadura.
- Foi demonstrado que o MRD pode ser aplicado com sucesso a vigas contínuas não contraventadas. Em particular, mostrou-se que o troço condicionante da viga possui um valor de esbelteza idêntico ao da esbelteza da estrutura para a encurvadura por flexão-torção. Quando os troços que compõem a viga possuem a mesma secção e correspondem à mesma curva de dimensionamento, o troço condicionante é sempre o mais solicitado, independentemente do seu comprimento.
- No Capítulo 4 apresentaram-se os resultados de um estudo numérico, relativo a vigas contínuas de dois vãos, constituídas por perfis IPE 300 em aço S235 com diferentes comprimentos, sujeitas a diversas combinações de carga. Em cada caso foram calculadas cargas de colapso “exactas”, obtidas através de análises fisicamente e geometricamente não-lineares com imperfeições geométricas e tensões residuais, executadas no programa de elementos finitos Ansys. Os resultados mostraram que a aplicação do MRD conduz a estimativas da resistência bastante precisas e a favor da segurança em todos os casos.
- Apresentou-se um exemplo concreto (viga de três vãos) que ilustra uma possível optimização estrutural, efectuada com base nos conceitos propostos.

5.2 Desenvolvimentos Futuros

Em seguida apresentam-se algumas possíveis extensões do trabalho efectuado, as quais foram detectadas durante a elaboração da presente dissertação.

A realização de um estudo idêntico ao apresentado, mas para estruturas constituídas por um maior número de elementos, elementos de secção transversal diferente e associada a outra curva de dimensionamento, com o intuito de alargar a validação dos conceitos introduzidos.

Efectuar um estudo em que é considerada a interação de esforços axiais e de flexão, a actuar em simultâneo na estrutura (em estruturas contraventadas e não-contraventadas).

Bibliografia

- [1] AISI (American Iron and Steel Institute) *Appendix I of the North American Specification (NAS) for the Design of Cold-Formed Steel Structural Members: Design of Cold-Formed Steel Structural Members with the Direct Strength Method*. American Iron and Steel Institute: Washington DC, Estados Unidos da América.
- [2] Ansys Inc. (2009), Ansys version 12.1, Estados Unidos da América.
- [3] CEN (Comité Européen de Normalisation), 2004. EN 1993-1-1 Eurocode 3: *Design of Steel Structures, Part 1-1: General rules and rules for buildings*,. Comité Europeu de Normalização: Bruxelas, Bélgica.
- [4] NP (Norma Portuguesa) EN 1993-1-1 Anexo Nacional, Comissão Técnica Portuguesa de Normalização CT 115 - Eurocódigos Estruturais, Portugal.
- [5] Clark J.W., Hill h.N (1960) *Lateral Buckling of Beams*, Journal of the Structural Division, ASCE. Vol 86, No. ST7. Proc Paper 2559. July, pp. 175-196, 1960 .
- [6] Galéa Y. (2009), LTBeam version 1.0.8, CTICM.
- [7] Galéa Y. (1981), *Abaques de Déversement Pour Profilés Laminés. s1.:revue Construction Métallique* , n^o 4, pp. 39-51, 1981.
- [8] Gonçalves R. (2000), *Imperfeições locais em estruturas de aço: conceitos, resultados e reflexões*, Mestrado em Engenharia de Estruturas IST/UTL, 2000.
- [9] Gonçalves R., Camotim D. (2004), *On the Application of Beam-Column Interaction Formulae to Steel Members with Arbitrary Loading and Support Conditions*, Journal of Construction Steel Research, vol 60, n^o 3 - 5, pp 433 - 450.
- [10] Gonçalves R., Camotim D., *Design of plane Steel Frames - Towards a Rational Approach*, Advanced Steel Construction, pp 105 - 127.
- [11] Gonçalves R., Corrêa M. R., Camotim D. (2009), *Aplicação da Teoria Geométricamente Exacta de Vigas à Análise de Pórticos de Aço*, *Actas do VII Congresso de Construção Metálica e Mista* Lisboa, LNEC, Novembro 2009, pp. II 205 - II 213.

- [12] Hancock G.J., Kwon Y.B. e Bernard E.S. *Strength design curves for thin-walled sections undergoing distortional buckling*. Journal of Constructional Steel Research, vol. 31, 2-3, p. 169-186.
- [13] Martins J., *Estruturas Metálicas (EC3 - Parte 1.1/Volume IV) Martins*, Série ESTRUTURAS, 4ª edição, (2011).
- [14] Mendonça P., *Dimensionamento de Colunas-viga através das Equações de interação do Eurocódigo 3*, Dissertação de Mestrado, Instituto Superior Técnico.
- [15] Mendonça P., Camotim, D. (2005) Análise crítica do desempenho das Fórmulas de Interação do Novo Eurocódigo 3 em Colunas-Viga com Diversas Condições de Apoio, *Actas do V congresso de Construção Metálica e Mista*, Lisboa, LNEC, Novembro 2005, pp. II 437 - II 449
- [16] Nakao O., "*Ftool - Two Dimensional Frame Analysis Tool* ", Versão 2.03, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo.
- [17] Oetiken T., H. Partl, I. Hyna, E. Schlegl (2011), *The not so short introduction to L^AT_EX₂ε*, version 5.01, Estados Unidos da América.
- [18] Ofner R.,(1997), *Traglasten von Staben aus Stahl bei Druck und Biegung*, Tese de Doutoramento, Technishe Universitat Graz.
- [19] Reis A., Camotim D. (2000), *Estabilidade Estrutural* , Departamento de Engenharia Civil e Arquitectura (DECivil), Instituto Superior Técnico, Universidade técnica de Lisboa, McGraw-Hill.
- [20] Rosa J. (2011), "*Estudo das Equações de Iteração de colunas-viga do Método 2 do Eurocódigo 3* ", Dissertação de Mestrado, Faculdade de Ciências e Tecnologia.
- [21] Schafer B.W. e Peköz T., 1998b. *Directstrength prediction of cold-formed steel members using numerical elastic buckling solutions Proceedings.*, Second International Conference on Thin-Walled Structures: Thin-Walled Structures, Research and Development, p. 137-144. Elsevier Science Ltd.: Singapore.
- [22] Standards Australia/Standards New Zealand, 2005. *Australian/New Zealand Standard on Cold-Formed Steel Structures*, AS/NZS 4600 (second edition), Sydney-Wellington, Austrália-Nova-Zelândia.
- [23] Trahair S. N. (1993), *Flexural-Torsional Buckling os Structures*, London: E & FN SPON, 1993.
- [24] Timoshenko S. (1930), *Strength of Materials - Part I (Elementary Theory and Problems)*, Second Edition, p.88 - p.93, D. VAN NOSTRAND COMPANY,Inc., 1930-1940
- [25] Vogel U. (1985), *Calibrating Frames*, 54, pp 295 - 301.

- [26] Ziemian R. D. (1993), *Examples of frame studies used to verify advanced methods of inelastic analysis*, Strutural Stability Research Council, Lehigh University, Bethlehem, PA.