



**Miguel André Conceição Gomes**

## **Modelação de uma embraiagem bimassa**

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em  
Engenharia Mecânica

Orientador: Professor Doutor Alberto José Antunes Marques  
Martinho, Professor Auxiliar, FCT/UNL

Co-orientador: Mestre Vasco Pacheco Medeiros de Mesquita  
Gabriel, Responsável Técnico Comercial, Schaeffler  
Iberia S.L.

Júri:

Presidente: Prof. Doutor Alberto José Antunes Marques Martinho

Vogais: Prof. Doutor Eduardo Joaquim Anjos de Matos Almas  
Prof<sup>a</sup>. Doutora Raquel Albuquerque Soares Brás de Almeida  
Mestre Vasco Pacheco Medeiros de Mesquita Gabriel



FACULDADE DE  
CIÊNCIAS E TECNOLOGIA  
UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA

Julho 2012





**Miguel André Conceição Gomes**

## **Modelação de uma embraiagem bimassa**

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em  
Engenharia Mecânica

Orientador: Professor Doutor Alberto José Antunes Marques  
Martinho, Professor Auxiliar, FCT/UNL

Co-orientador: Mestre Vasco Pacheco Medeiros de Mesquita  
Gabriel, Responsável Técnico Comercial, Schaeffler  
Iberia S.L.

Júri:

Presidente: Prof. Doutor Alberto José Antunes Marques Martinho

Vogais: Prof. Doutor Eduardo Joaquim Anjos de Matos Almas  
Prof<sup>a</sup>. Doutora Raquel Albuquerque Soares Brás de Almeida  
Mestre Vasco Pacheco Medeiros de Mesquita Gabriel

Modelação de uma embraiagem bimassa

Copyright © 2012 Miguel André Conceição Gomes, Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa (FCT/UNL).

A Faculdade de Ciências e Tecnologia e a Universidade Nova de Lisboa têm o direito, perpétuo e sem limites geográficos, de arquivar e publicar esta dissertação através de exemplares impressos reproduzidos em papel ou de forma digital, ou por qualquer outro meio conhecido ou que venha a ser inventado, e de a divulgar através de repositórios científicos e de admitir a sua cópia e distribuição com objetivos educacionais ou de investigação, não comerciais, desde que seja dado crédito ao autor e editor.

# Agradecimentos

Gostaria de agradecer ao Professor Alberto Martinho, meu orientador neste trabalho, o seu valiosíssimo contributo no desenvolvimento desta dissertação. Para além da amizade, simpatia e disponibilidade manifestadas desde o primeiro dia deste projeto, destaco o seu apoio por me ter facultado a metodologia de cálculo que desenvolveu no seu doutoramento, por ter autorizado a reprodução de algumas figuras da sua autoria e por todas as sugestões e ideias que permitiram melhorar este trabalho, sem esquecer a revisão científica do mesmo. Agradeço, também, o seu convite para colaborar na escrita de um artigo sobre este tema.

Deixo, também, um sincero agradecimento ao co-orientador desta dissertação, ao Mestre Vasco Gabriel, pela sua amabilidade na cedência do volante biomassa, sem o qual este trabalho não teria sido possível. Saliento, igualmente, a simpatia e disponibilidade demonstrada nos vários contactos que estabelecemos.

Aos meus amigos e família, em especial aos meus pais, agradeço pelo apoio que deram e por terem sempre acreditado em mim e no meu trabalho.

Por último, faço um agradecimento muito especial à Inês, que para além de companheira na vida, sempre me acompanhou neste trabalho. A par da sua inabalável crença em mim, quero agradecer o seu incansável apoio, as suas palavras de incentivo nos momentos difíceis e a sua paciência, compreensão e carinho ao longo de todo este projeto.



# Resumo

Neste trabalho apresenta-se uma metodologia de modelação para volantes bimassa com o objetivo de auxiliar o seu desenvolvimento. Esta metodologia, aliada à realização de ensaios laboratoriais, permite reduzir o tempo e o custo associados ao projeto destes volantes.

Os volantes bimassa, comparativamente aos volantes de inércia convencionais, apresentam vantagens na redução de vibrações e ruído, aumentando o conforto do veículo. Estes volantes também favorecem a redução dos consumos de combustível devido à redução dos regimes de funcionamento.

O desenvolvimento desta metodologia assenta na teoria das ligações. Assim, o modelo de estudo considera corpos com características inerciais conhecidas e ligações que traduzem as interações entre eles. Para a análise dos corpos, desmontelou-se o bimassa e procedeu-se à pesagem e modelação em *software* de CAD dos seus componentes. Estes procedimentos, auxiliados por determinações experimentais, também permitiram reunir a informação necessária para caracterizar as ligações. De seguida, elaborou-se um modelo inicial considerando algumas hipóteses simplificativas.

A partir deste modelo desenvolveram-se sucessivos modelos onde se introduziram hipóteses reais e se alteraram algumas simplificações admitidas, aumentando a sua complexidade de um modo faseado. No final, obteve-se o modelo real para ser ensaiado.

Nesta fase submeteu-se o modelo a diversos sinais de entrada, na forma de momento aplicado na cambota, para se conhecer os sinais à saída (na caixa de velocidades). Para retirar conclusões sobre a eficiência do bimassa enquanto “filtro” mecânico, traçou-se um gráfico comparativo em que os pontos foram obtidos através da variação das características de inércia da caixa de velocidades e da rigidez equivalente entre o veio primário desta e o disco de embraiagem.

Finalmente, comprovaram-se os resultados esperados e concluiu-se que a rigidez equivalente afeta fortemente o rácio das amplitudes dos sinais de saída e de entrada. Observa-se, igualmente, que a metodologia cumpre os objetivos propostos, sendo simples de aplicar e adaptar.

## Termos Chave

Volante Bimassa, Modelação, Resposta Dinâmica, Frequências Naturais, Simulação.



# Abstract

This paper presents a methodology for modeling dual-mass flywheels with the purpose of assisting their development. This methodology, combined with laboratory testing, reduces time and costs associated with the project of these flywheels.

Dual-mass flywheels, compared with the conventional flywheels, have advantages in reducing vibration and noise, which increases the ride comfort of the vehicle. These flywheels also favor the reduction of fuel consumption by lowering the operating regime.

The development of this methodology is based on the theory of connections. Thus, the study model considers bodies with known inertial characteristics and connections which define the interactions between them. For the analysis of bodies, the flywheel was dismantled in order to proceed to the weighing and CAD software modeling of its components. These procedures, supported by experimental determinations, also allowed to gather the necessary information to describe the connections. Then, the base model is developed considering some simplifying assumptions.

From this model, other models were successively developed, where real hypothesis were introduced and some considered simplifications were changed, increasing the complexity in a phased approach. At last, a real model for testing was obtained.

In this stage the model is subjected to various input signals, in the form of applied torque at the crankshaft, to determine the output signals (at the gearbox). In order to draw conclusions about the effectiveness of the dual-mass flywheel as a mechanical "filter", a comparison chart was traced in which the points were obtained by varying the characteristics of inertia of the gearbox and the equivalent stiffness of its primary shaft and the clutch disk.

Finally, the expected results were confirmed and it was found that the equivalent stiffness greatly affects the ranges ratio of output and input. It is also noted that the methodology meets the proposed objectives, being simple to apply and adapt.

## Keywords

Dual Mass Flywheel, Modeling, Dynamic Response, Natural Frequencies, Simulation.



# Índice de Matérias

1. Introdução.....	1
1.1. Motivações e Objetivos .....	1
1.2. Estrutura da Dissertação .....	3
2. Análise do Volante Bimassa em Estudo.....	5
2.1. Volante Bimassa e os Volantes de Inércia Convencionais .....	5
2.2. Identificação dos Componentes do Volante Bimassa.....	6
2.3. Propriedades dos Componentes do Volante Bimassa.....	13
2.4. Estudo das Ligações Existentes.....	16
2.4.1. Mola.....	18
2.4.2. Amortecedor (Atrito Viscoso) .....	19
2.4.3. Embraiagem (Atrito Seco).....	19
2.4.4. Folga .....	20
2.4.5. Rígida.....	21
2.4.6. Resumo das Ligações Existentes .....	22
3. Construção dos Modelos .....	27
3.1. Introdução à Metodologia de Modelação.....	27
3.2. Metodologias Usadas na Construção dos Modelos .....	29
3.2.1. Modelo: Bimassa sem molas .....	31
3.2.2. Modelo: Bimassa sem atrito nas molas.....	33
3.2.3. Modelo: Bimassa com atrito nas molas.....	35
3.2.4. Modelo: Bimassa com rigidez do disco de embraiagem.....	37
3.2.5. Modelo: Bimassa com rigidez e atrito conhecido.....	38
3.2.6. Modelo: Bimassa com cambota discretizada.....	40
3.3. Parâmetros de Entrada do Modelo.....	44
3.3.1. Delta de Dirac .....	44
3.3.2. Degrau Unitário .....	45

3.3.3.	Função Sinusoidal.....	46
3.3.4.	Sinal do Motor de Explosão .....	47
4.	Ensaio e Validações do Modelo .....	53
4.1.	Resultados para vários sinais de entrada.....	53
4.1.1.	Resposta ao delta de Dirac .....	53
4.1.2.	Resposta ao degrau unitário.....	53
4.1.3.	Resposta à função sinusoidal.....	54
4.1.4.	Resposta ao sinal real do motor de explosão.....	55
4.2.	Análise das Frequências Naturais do Modelo .....	60
4.3.	Variante do Volante Bimassa .....	63
5.	Conclusões.....	69
6.	Referências Bibliográficas.....	73
7.	Anexos.....	75

# Índice de Figuras

Figura 1.1 - Vista em corte de um volante bимassa LuK® .....	2
Figura 2.1 - Vibrações no motor e na caixa de velocidades com um volante de inércia convencional [5] .....	5
Figura 2.2 - Vibrações no motor e na caixa de velocidades com um volante bимassa [5].....	5
Figura 2.3 - Vista (do lado do motor e do lado da caixa) da massa primária com outros componentes ..	7
Figura 2.4 - Conjunto de molas curvas (exterior e interior) .....	7
Figura 2.5 - Curva da característica do conjunto de molas curvas .....	8
Figura 2.6 - Tampa da massa primária com a roda dentada soldada .....	8
Figura 2.7 – Vista (do lado do motor e do lado da caixa) da massa secundária .....	9
Figura 2.8 – Flange .....	10
Figura 2.9 – Curva do momento de atrito devido ao disco de atrito de controlo.....	11
Figura 2.10 - Conjunto de disco de atrito de controlo com prato de pressão e mola do disco .....	11
Figura 2.11 - Vista (do lado do motor e do lado da caixa) da caixa da embraiagem .....	12
Figura 2.12 - Disco de embraiagem.....	12
Figura 2.13 - Representação de um disco fino [10] .....	13
Figura 2.14 - Fotografia e modelo em <i>Solidworks</i> ® da massa primária .....	14
Figura 2.15 - Variante I (à esquerda) e II (à direita) do dispositivo experimental usado.....	15
Figura 2.16 - Representação esquemática de uma ligação genérica $k$ entre corpos [4] .....	17
Figura 2.17 - Ligações aplicadas a um corpo genérico $C_i$ [4] .....	18
Figura 2.18 - Representação esquemática e expressão utilizada na ligação com mola [4] .....	18
Figura 2.19- Representação esquemática e expressão utilizada na ligação com atrito viscoso [4] .....	19
Figura 2.20 - Representação esquemática e expressão utilizada na ligação com atrito seco [4] .....	20
Figura 2.21 - Representação esquemática e expressão utilizada na ligação com folga [4] .....	21
Figura 2.22 - Representação esquemática e expressão da ligação rígida [4].....	22
Figura 2.23 - Representação esquemática (a) e (b) das ligações do sistema .....	23
Figura 3.1 - Sistema considerado para a introdução à metodologia .....	27

Figura 3.2 - Sinal genérico do momento exterior aplicado .....	28
Figura 3.3 - Gráfico das velocidades dos discos D1 e D2.....	28
Figura 3.4 - Representação esquemática do bímassa sem molas.....	31
Figura 3.5 - Resposta do modelo do bímassa sem molas à solicitação considerada.....	32
Figura 3.6 – Velocidades da cambota e c. de velocidades do bímassa sem molas para $t = 4,25$ s a $t = 4,5$ s.....	32
Figura 3.7 - Representação esquemática do bímassa sem atrito nas molas .....	34
Figura 3.8 - Velocidades da cambota e c. de velocidades do bímassa sem atrito nas molas para $t = 2,45$ s a $t = 2,7$ s.....	35
Figura 3.9 - Representação esquemática do bímassa com atrito nas molas .....	36
Figura 3.10 - Velocidades da cambota e c. de velocidades do bímassa com atrito nas molas para $t = 2,75$ s a $t = 3$ s.....	36
Figura 3.11 - Velocidades da cambota e c. de velocidades do bímassa com rigidez do disco de embraiagem para $t = 2$ s a $t = 2,25$ s .....	38
Figura 3.12 - Velocidades da cambota e c. de velocidades do bímassa com rigidez e atrito conhecido para $t = 2,5$ s a $t = 2,75$ s .....	39
Figura 3.13 - Representação esquemática do bímassa com cambota discretizada .....	40
Figura 3.14 – Sinal genérico do momento para a cambota discretizada de um motor a 4 tempos .....	43
Figura 3.15 - Velocidades da cambota e c. de velocidades do bímassa com cambota discretizada para $t = 2,25$ s a $t = 2,5$ s.....	43
Figura 3.16 – Implementação prática do sinal do delta de Dirac com $y = 50$ .....	45
Figura 3.17 – Implementação prática do sinal do degrau unitário com $y = 40$ .....	46
Figura 3.18 - Implementação prática do sinal da função sinusoidal degrau com $a = 100$ , $\omega = 4\pi$ e $\phi = 0$ .....	47
Figura 3.19 - Implementação prática do sinal do motor de explosão monocilíndrico para $k = 1$ e $k = 0,236$ [17].....	48
Figura 3.20 - Implementação prática do sinal do motor de explosão de 4 cilindros para $k = 0,236$ .....	49
Figura 4.1 - Velocidades da cambota e c. de velocidades do bímassa com cambota discretizada para $t = 3,15$ s a $t = 3,4$ s.....	54
Figura 4.2 - Velocidades da cambota e c. de velocidades do bímassa com cambota discretizada para $t = 2,5$ s a $t = 3$ s.....	55

Figura 4.3 - Velocidades da cambota e c. de velocidades do bимassa com cambota discretizada (com $I_c$ e $K_{eq}$ de referência).....	56
Figura 4.4 - Velocidades da cambota e c. de velocidades do bимassa com cambota discretizada para $t = 2,5$ s a $t = 3$ s (com $I_c$ e $K_{eq}$ de referência).....	56
Figura 4.5 - Gráfico comparativo de $r$ em função de $I_c$ .....	58
Figura 4.6 - Velocidades da cambota e c. de velocidades do bимassa com cambota discretizada para $t = 2,5$ s a $t = 2,8$ s (com $I_c = 0,00812 \text{ kgm}^2$ e $K_{eq} = 111,9 \text{ Nm/rad}$ ) .....	59
Figura 4.7 - Gráfico das frequências naturais do sistema.....	62
Figura 4.8 - Velocidades da cambota e c. de velocidades do bимassa com cambota discretizada com atrito nas molas aumentado para $t = 2,1$ s a $t = 2,7$ s .....	63
Figura 4.9 - Velocidades da cambota e c. de velocidades do bимassa com cambota discretizada com atrito nas molas aumentado para $t = 3,5$ s a $t = 3,9$ s (com $I_c = 0,03244 \text{ kgm}^2$ ).....	64
Figura 4.10 - Velocidades da cambota e c. de velocidades do bимassa com cambota discretizada modificado com massa primária de maior inércia para $t = 3,75$ s a $t = 4$ s .....	65
Figura 4.11 - Velocidades da cambota e c. de velocidades do bимassa com cambota discretizada modificado com massa secundária de maior inércia para $t = 3,1$ s a $t = 3,5$ s .....	66
Figura 4.12 - Velocidades da cambota e c. de velocidades do bимassa com cambota discretizada modificado com massa primária de maior inércia para $t = 2,5$ s a $t = 2,75$ s (com $I_c = 0,03244 \text{ kgm}^2$ ) .....	66
Figura 4.13 - Velocidades da cambota e c. de velocidades do bимassa com cambota discretizada modificado com massa secundária de maior inércia para $t = 3,5$ s a $t = 3,9$ s (com $I_c = 0,03244 \text{ kgm}^2$ ) .....	67



# Índice de Tabelas

Tabela 2.1 - Componentes do volante bимassa .....	6
Tabela 2.2 - Propriedades dos componentes do volante bимassa .....	16
Tabela 2.3 - Tipos de ligações existentes no sistema.....	24
Tabela 3.1 - Propriedades de inércia dos corpos do bимassa sem molas [11] .....	30
Tabela 3.2 - Propriedades das ligações entre os corpos do bимassa sem molas .....	31
Tabela 3.3 - Propriedades de inércia dos corpos do bимassa com cambota discretizada .....	41
Tabela 3.4 - Propriedades das ligações entre os corpos do bимassa com cambota discretizada.....	42
Tabela 3.5 - Propriedades de inércia de diversas caixas de velocidades .....	51
Tabela 4.1 - Rácio $r$ em função dos valores de $I_c$ e $K_{eq}$ .....	57



# Simbologia e Notações

## Latim

$A$	Amplitude dos picos do sinal do momento, Nm
$A_e$	Amplitude do sinal de entrada, rad/s
$A_s$	Amplitude do sinal de saída, rad/s
$a$	Amplitude do sinal da função seno
$c$	Constante de amortecimento, Nms/rad
Cext	Corpo exterior do sistema
$C_i$	Corpo $i$ do sistema
$D_i$	Disco $i$
$d_s$	Expoente característico da transição de atrito estático para atrito cinético
$e_s$	Fator de restituição
$F_c$	Força de atrito cinético (atrito de Coulomb), Nm
$F_E$	Força numa ligação com atrito seco (embraiagem)
$F_F$	Força numa ligação com folga
$F_M$	Força numa ligação com mola
$F_R$	Força numa ligação rígida
$F_s$	Força de atrito estático, Nm
$F_V$	Força numa ligação com atrito viscoso
$F_i$	Força aplicada ao corpo $i$ do sistema
$F(\omega)$	Função da transformada de Fourier
$f$	Valor da folga, rad
$f_0$	Amplitude da folga na ligação com folga, rad
$f(x)$	Função genérica
$g(t)$	Função seno
$I_{ci}$	Momento de inércia da caixa de velocidades $i$ , $\text{kgm}^2$
$I_{XX}$	Momento de inércia de massa em torno do eixo dos XX, $\text{kgmm}^2$

$ii$	Expoente característico da transição de atrito estático para atrito cinético
$J_i$	Momento de inércia do corpo $i$ do sistema
$j$	Unidade imaginária
$K$	Rigidez da mola, Nm/rad
$k$	Constante de proporcionalidade do sinal do motor de explosão
$K^{**}$	Modelo de bimatéria com os blocos primário e secundário rigidamente ligados
$K_{eqi}$	Rigidez equivalente entre disco de embraiagem $i$ e veio primário da caixa, Nm/rad
$K_r$	Rigidez equivalente de referência entre disco de embraiagem e veio primário da caixa, Nm/rad
$K_s$	Constante de rigidez quando a folga está inativa, Nm/rad
$k_t$	Coefficiente de transição associado à velocidade nula, s/rad
$k_v$	Coefficiente do efeito do atrito viscoso, Ns/rad
$\ell_{Asi}$	Ligação $i$ com atrito seco
$\ell_{Avi}$	Ligação $i$ com atrito viscoso
$\ell_{Fei}$	Ligação $i$ com força exterior
$\ell_{Fi}$	Ligação $i$ com folga
$\ell_{Mi}$	Ligação $i$ com mola
$m_d$	Massa do disco, kg
$m_i$	Massa do corpo $i$ do sistema, kg
$n$	Coefficiente característico do material
$ns$	Coefficiente característico dos materiais em contacto
$q$	Largura dos picos do sinal do momento, rad
$R(i)$	Resto da divisão de um número $i$
$R_i$	Resultante das forças no corpo $i$ do sistema, Nm
$r$	Rácio entre as amplitudes dos sinais de saída e de entrada
$r_d$	Raio do disco, mm
$t$	Tempo, s
$u$	Patamar constante do sinal do momento, Nm
$u(t)$	Função degrau unitário
$v$	Velocidade relativa de 2 corpos, rad/s

$v_s$	Velocidade característica da transição, rad/s
$X_i$	Referencial adotado para o corpo $i$ do sistema
$x_i$	Coordenada de posição no referencial adotado para o corpo $i$ do sistema, rad
$x_r$	Posição do disco de atrito de controlo relativamente à massa primária, rad
$y$	Constante de ampliação da intensidade do sinal de entrada
$z$	Constante de defasagem do sinal do momento, rad

### **Grego**

$\dot{\delta}_0$	Velocidade relativa no instante do último impacto, rad/s
$\dot{\delta}$	Velocidade de deformação na ligação com folga, rad/s
$\delta$	Deformação na mola da ligação com folga, rad
$\delta(t)$	Função delta de Dirac
$\omega$	Frequência angular da função seno
$\omega_n$	Frequência natural do sistema, Hz
$\phi$	Ângulo de fase da função seno



# Lista de Abreviaturas

CAD *Computer Aided Design*

DMF *Dual Mass Flywheel*

FFT *Fast Fourier Transform*

ODE<sub>45</sub> *Ordinary Differential Equation solver (4th and 5th order methods)*

PMI Ponto morto inferior

PMS Ponto morto superior

rpm Rotações por minuto

SI Sistema Internacional

TDI *Turbocharged Direct Injection*



# 1. Introdução

## 1.1. Motivações e Objetivos

Atualmente, na indústria automóvel, o paradigma seguido pelos engenheiros de projeto deve assegurar, para além de uma resposta às necessidades dos seus clientes, o cumprimento de um requisito fundamental: a redução dos consumos de combustível. Este objetivo é inteiramente justificável, não só pelo aumento sucessivo do preço a que os combustíveis fósseis são vendidos ao consumidor final, mas também, numa perspetiva ambiental de redução das emissões de poluentes associada à queima deste tipo de combustíveis pelos motores de combustão interna.

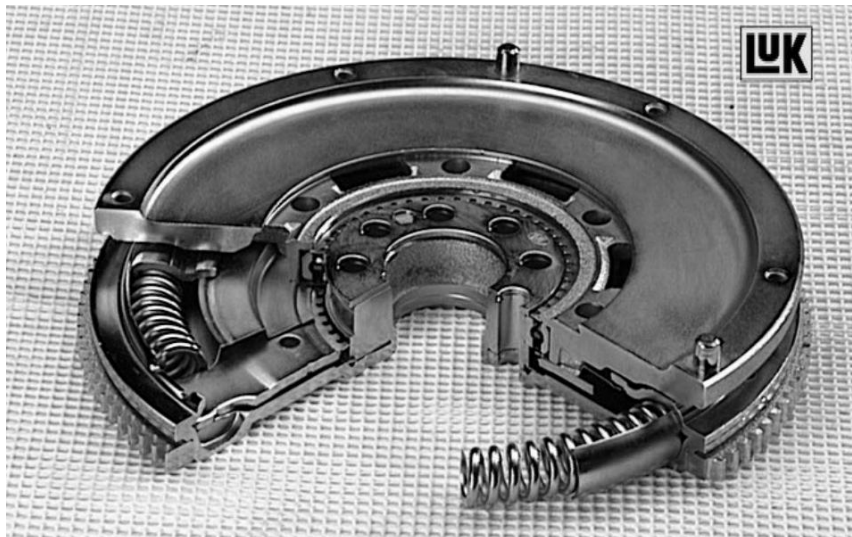
Deste modo, dada a importância e as implicações que a realização de tal requisito pode ter, os engenheiros podem propor diversos tipos de soluções ao nível da melhoria do rendimento dos processos de combustão, do aumento da potência produzida e da redução da inércia de diversos componentes móveis. No entanto, a tentativa de implementação simultânea destes três tipos de soluções pode acentuar alguns efeitos adversos, nomeadamente, o aumento do ruído produzido pela transmissão e o aumento da vibração torsional de alguns componentes [1].

Sendo o conforto dos passageiros outro aspeto bastante importante, então, os engenheiros não o devem ignorar ou negligenciar, mesmo que isso constitua um obstáculo à perseguição do seu objetivo primordial, devido aos efeitos adversos anteriormente citados. Assim sendo, para respeitar ambos os requisitos de projeto, surgiu a necessidade de desenvolver um novo componente: o volante bimassa.

O volante bimassa tem como principal função o amortecimento das oscilações nas transmissões automóveis e, simultaneamente, a redução do ruído gerado na caixa de velocidades (sobretudo a baixas rotações), que se devem a flutuações na potência produzida pelo motor [2]. Atendendo à etimologia da palavra bimassa, facilmente se conclui que o volante bimassa é composto por duas massas, contrastando com os volantes de inércia compostos apenas por uma massa.

A vantagem da inclusão de uma massa de inércia secundária, perto do veio de transmissão, reside na possibilidade de transferir a vibração de ressonância para valores de rotação abaixo daqueles que caracterizam o regime de ralenti, ou seja, o intervalo de 700 a 900 rpm [1]. Assim, e apesar de a ressonância ocorrer para qualquer frequência natural, este fenómeno consegue ser substancialmente eliminado, dado que a primeira frequência natural foi deslocada para fora da gama de velocidades normais de funcionamento do motor.

Entre as duas massas, na qual a primária se encontra diretamente ligada à cambota e a secundária que está em contacto com a embraiagem, existem dois batentes cuja função é a de fazer atuar as molas em arco, comprimindo-as. À medida que as molas são deflectidas, dá-se uma transferência de momento da massa primária para a secundária e, simultaneamente, gera-se atrito dado que as molas deslizam sobre uma superfície de contacto, o que irá conferir um amortecimento adicional ao volante bimatassa [2]. Para melhor compreender os princípios dinâmicos já citados, aconselha-se a visualização da Figura 1.1:



**Figura 1.1 - Vista em corte de um volante bimatassa LuK®**

Para o desenvolvimento deste estudo será usado um volante bimatassa LuK® da série DMF (*Dual Mass Flywheel*), que já inclui no seu interior o disco de embraiagem, bem como as molas de pressão para efetuar o seu acionamento. Esta série de volantes bimatassa pode ser encontrada nos motores 1.9 TDI de 160 cavalos da Seat® que equipam, por exemplo, o Seat® Ibiza Cupra 1.9 TDI.

Ao se estudar aprofundadamente este volante bimatassa, pretende-se construir um modelo matemático regido por equações diferenciais que, ao receber um sinal de entrada, irá transformá-lo num sinal de saída com determinadas características pretendidas. O modelo construído deverá reproduzir fielmente o comportamento dinâmico do volante bimatassa, para que se possa averiguar se os seus pressupostos teóricos relativos à redução das amplitudes de vibração são eficazmente cumpridos. Então, dada a sua configuração, observa-se que o sinal de entrada será relativo aos impulsos produzidos pelo motor (através da cambota) enquanto que o sinal de saída será o resultado da filtragem do sinal de entrada por parte do volante.

Uma vez construído o modelo será também possível efetuar diversas simulações, cobrindo várias condições de teste, para averiguar se a redução das vibrações é efetivamente alcançada e para que

condições de funcionamento essa redução se mostra mais eficiente, proporcionando maiores níveis de conforto dos passageiros [3].

A dificuldade no desenvolvimento deste estudo reside, porém, na construção do referido modelo. Ao reproduzir fidedignamente as características dinâmicas do volante bimassa, a complexidade associada ao modelo será considerável e, por conseguinte, algumas simplificações serão admitidas de forma a que o sistema matemático seja solucionável. No entanto, ressalva-se que essas simplificações não afetarão significativamente a qualidade dos resultados obtidos.

Uma das simplificações admitidas consiste no uso da teoria das ligações [4]. Esta teoria afirma que as forças resultantes aplicadas numa ou mais massas de um sistema podem ser conhecidas e determinadas através das propriedades que as ligações podem exibir, podendo-se distinguir diferentes tipos de ligações:

- Mola;
- Amortecedor (Atrito Viscoso);
- Embraiagem (Atrito Seco);
- Folga;
- Rígida.

Uma vez determinadas as forças aplicadas e conhecendo as propriedades inerciais do corpo, é possível caracterizar a aceleração a que o mesmo está sujeito. Por sua vez, através da dupla integração da função que descreve a aceleração, pode-se conhecer a trajetória descrita pelo corpo [4]. Note-se que esta técnica relativamente simples permite descrever com grande exatidão sistemas bastante complexos, tal como se verá no decorrer deste trabalho.

## **1.2. Estrutura da Dissertação**

Este texto de dissertação encontra-se repartido por cinco capítulos:

No capítulo 1 é feita uma breve descrição dos objetivos a que este trabalho se propõe a realizar, bem como a motivação subjacente ao estudo deste tema. É igualmente feita uma apresentação geral do texto.

No capítulo 2 procede-se a uma análise detalhada sobre o volante bimassa em estudo. Neste capítulo é feita uma comparação entre os volantes bimassa e os volantes de inércia convencionais e, de seguida, são identificados os vários componentes que compõem o bimassa. Posteriormente, são referidas as

características e propriedades desses componentes e, por último, é abordada a teoria das ligações procedendo-se a uma identificação e descrição das mesmas.

A parte de modelação é iniciada no capítulo 3 onde se aborda a construção do modelo. Numa primeira fase, é estudado um caso mais simples para que se faça uma introdução à metodologia a usar. Seguidamente, identificam-se e estudam-se diversas características do modelo e procede-se à sua construção faseada (começando com casos mais simples e aumentando progressivamente a complexidade dos modelos até que se obtenha um modelo final). Neste capítulo é também feita referência aos sinais de entrada a usar neste modelo.

O capítulo 4 dedica-se à simulação de diversas condições de funcionamento (através do uso de diferentes sinais de entrada). Uma vez determinados e validados os resultados obtidos será possível analisar os mesmos através de um gráfico comparativo em função da inércia da caixa de velocidades e, simultaneamente, comprovar se os pressupostos teóricos que estão na base do volante bimatassa se verificam na realidade. São ainda propostas variantes do volante bimatassa, baseados em hipóteses teóricas, para averiguar se existem melhorias face aos resultados já obtidos.

Finalmente, no capítulo 5, são retiradas conclusões a partir da comparação dos resultados do valor de  $r$ , definido como o rácio entre as amplitudes de velocidade da caixa de velocidades e da cambota. Com esta análise será possível indicar para que condições de funcionamento o volante é mais eficiente.

## 2. Análise do Volante Bimassa em Estudo

### 2.1. Volante Bimassa e os Volantes de Inércia Convencionais

Relativamente aos volantes convencionais de inércia, os volantes bimassa apresentam vantagens ao nível da redução das vibrações e ruídos, contribuindo para a diminuição dos consumos e o aumento do conforto dos passageiros. Assim, observa-se que para os regimes a baixa rotação, o volante de inércia transmite quase por completo as vibrações geradas no motor para a caixa de velocidades (ver Figura 2.1). Em consequência disso, produz-se ruído devido ao basculamento das mudanças, ou seja, os flancos dos dentes das engrenagens da caixa de velocidades colidem entre si [5].

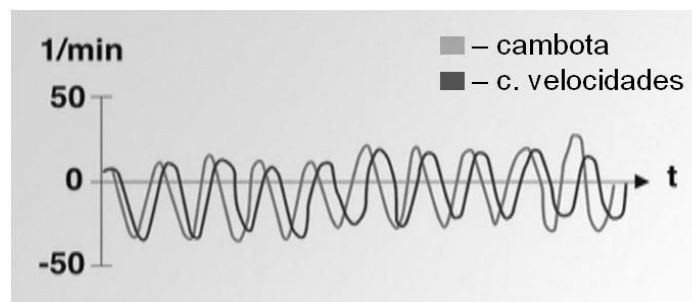


Figura 2.1 - Vibrações no motor e na caixa de velocidades com um volante de inércia convencional [5]

Na Figura 2.1, as vibrações registadas no motor são representadas pela linha a cinzento-claro e as vibrações medidas na caixa de velocidades são definidas pela linha a cinzento-escuro.

Por seu turno, o volante bimassa constitui um filtro à transmissão de vibrações do motor para a caixa de velocidades [6], minimizando os efeitos da vibração e do ruído que lhe está associado. A filtragem das vibrações deve-se às características de amortecimento que este tipo de volante dispõe, fazendo com que se elimine o fenómeno do basculamento das mudanças. Este efeito pode ser observado na Figura 2.2, onde as linhas representadas têm o mesmo significado que na figura anterior.

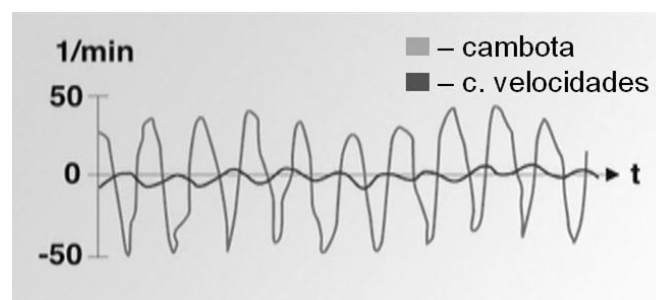


Figura 2.2 - Vibrações no motor e na caixa de velocidades com um volante bimassa [5]

Com base nas vantagens que o uso de volantes bimassa traz, face aos volantes convencionais, compreende-se o seu interesse e a necessidade de proceder a uma análise mais aprofundada do mesmo, tal como este trabalho se propõe a fazer-lo.

## 2.2. Identificação dos Componentes do Volante Bimassa

O volante bimassa da série DMF em estudo é composto por diversos componentes, cujo sistema de numeração adotado ao longo desta dissertação se encontra na Tabela 2.1. Este sistema foi usado ao longo de todas as figuras deste capítulo e, também, no desenho normalizado [7] em anexo ao texto.

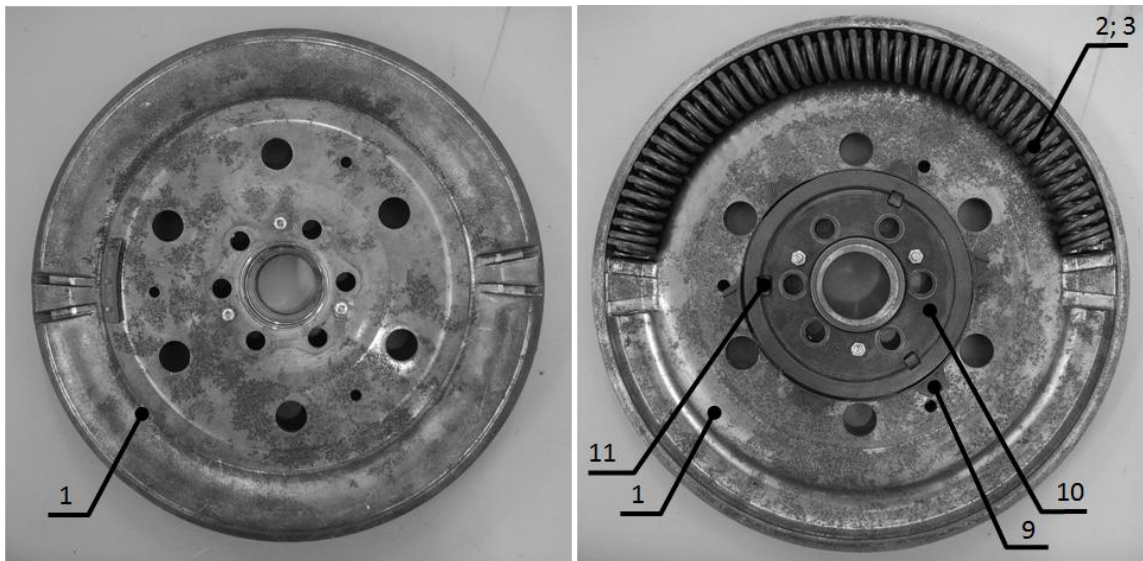
**Tabela 2.1 - Componentes do volante bimassa**

<b>Nº</b>	<b>Designação do componente</b>
<b>1</b>	Corpo de Inércia Primário (ou Massa Primária)
<b>2</b>	Mola Curva Exterior
<b>3</b>	Mola Curva Interior
<b>4</b>	Tampa da Massa Primária
<b>5</b>	Coroa Dentada da Transmissão
<b>6</b>	Corpo de Inércia Secundário (ou Massa Secundária)
<b>7</b>	Retentor de Chapa
<b>8</b>	Flange
<b>9</b>	Disco de Atrito de Controlo
<b>10</b>	Prato de Pressão do Disco de Controlo
<b>11</b>	Mola do Disco de Controlo
<b>12</b>	Caixa da Embraiagem
<b>13</b>	Prato de Pressão com Superfície de Atrito
<b>14</b>	Disco de Embraiagem

O corpo de inércia primário (ver Figura 2.3) encontra-se diretamente aparafusado à cambota do motor do veículo com seis parafusos (M10), onde um deles não se encontra igualmente espaçado dos restantes. Esta técnica, frequentemente utilizada na indústria automóvel, é implementada para assegurar que a montagem do volante é feita na posição correta e no motor correspondente. Nessa superfície encontra-se, também, um contrapeso de equilibragem.

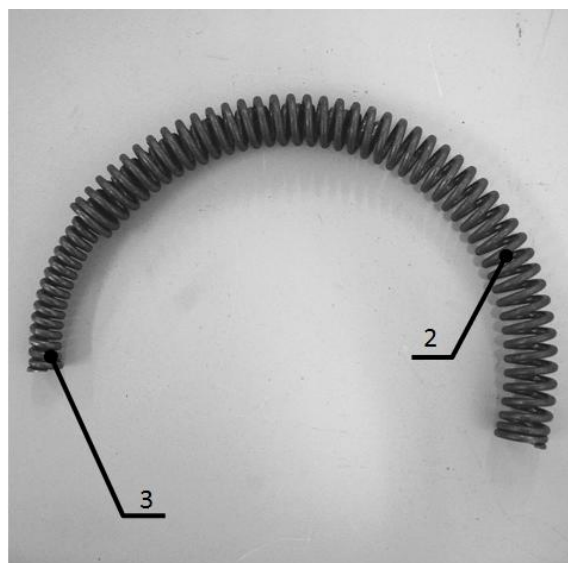
Este corpo, fabricado num aço macio, apresenta uma massa aproximada de 3,4 kg o que lhe confere um elevado momento polar de inércia. A sua forma permite acomodar as molas curvas no seu lado

interior e, ao mesmo tempo, faz de batente para a compressão das mesmas. Este compartimento é preenchido com massa lubrificante para evitar o desgaste entre ambos os componentes e é fechado pela tampa da massa primária, que está soldada ao corpo de inércia primário.



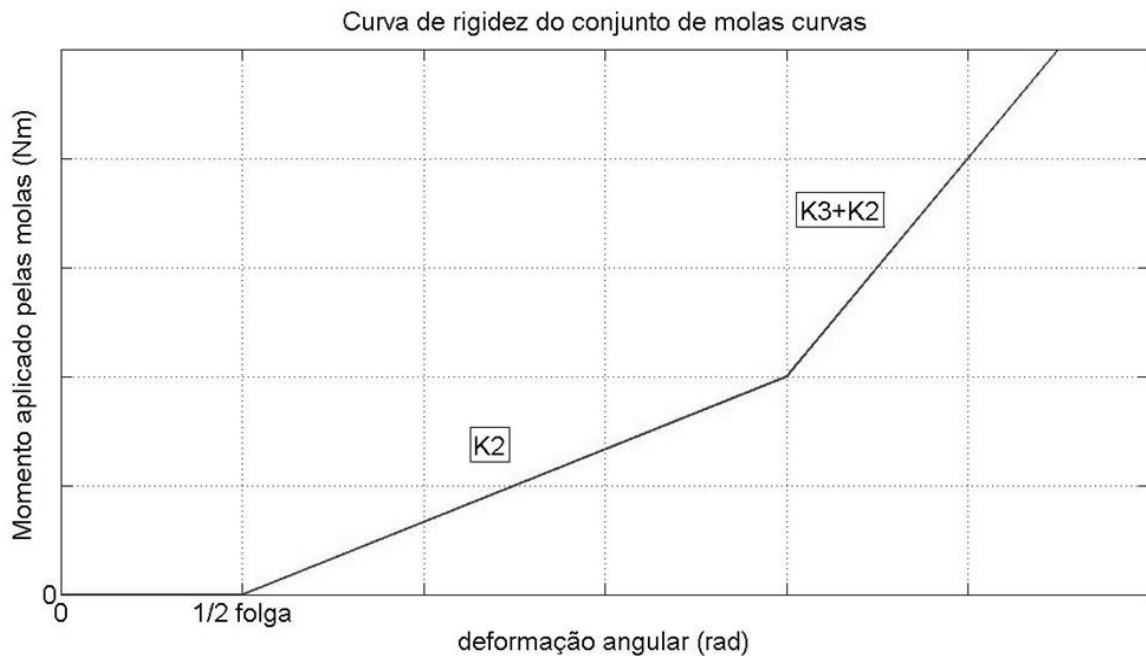
**Figura 2.3 - Vista (do lado do motor e do lado da caixa) da massa primária com outros componentes**

Existem dois conjuntos de molas curvas que atuam como amortecedores de torção (ver Figura 2.4), cada um composto por duas molas de diferentes tamanhos, fabricadas em aço e que se encontram montadas em paralelo por forma a somar a força aplicada pelas duas molas do mesmo par [8]. No entanto, a mola interior (3) é mais curta e apresenta uma rigidez superior à da mola exterior (2), o que permite um início de atuação mais tardio. Esta situação ocorre somente para desfaseamentos entre os corpos de inércia primário e secundário da ordem dos  $40^\circ$  ( $\approx 0,7$  rad).



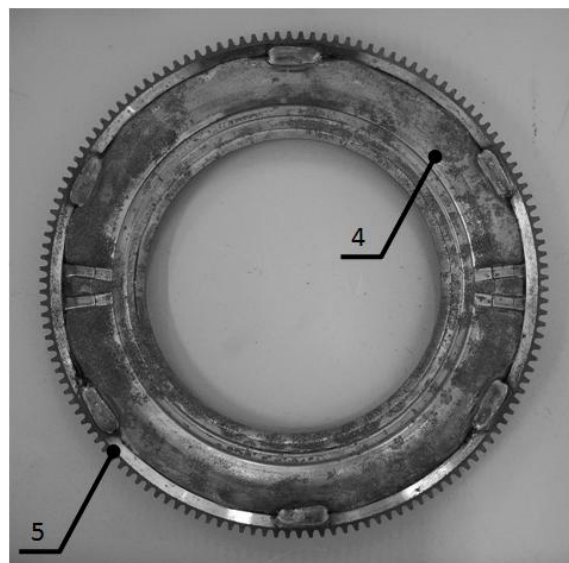
**Figura 2.4 - Conjunto de molas curvas (exterior e interior)**

Graças a esta configuração geométrica, demonstra-se que a característica do par de molas não segue uma evolução linear, fazendo aumentar a força aplicada com o ângulo de torção (ver Figura 2.5). Esta disposição das molas demonstra-se vantajosa pois, quando ambas estão em serviço, garante um bom isolamento acústico em todos os regimes de funcionamento do motor.



**Figura 2.5 - Curva da característica do conjunto de molas curvas**

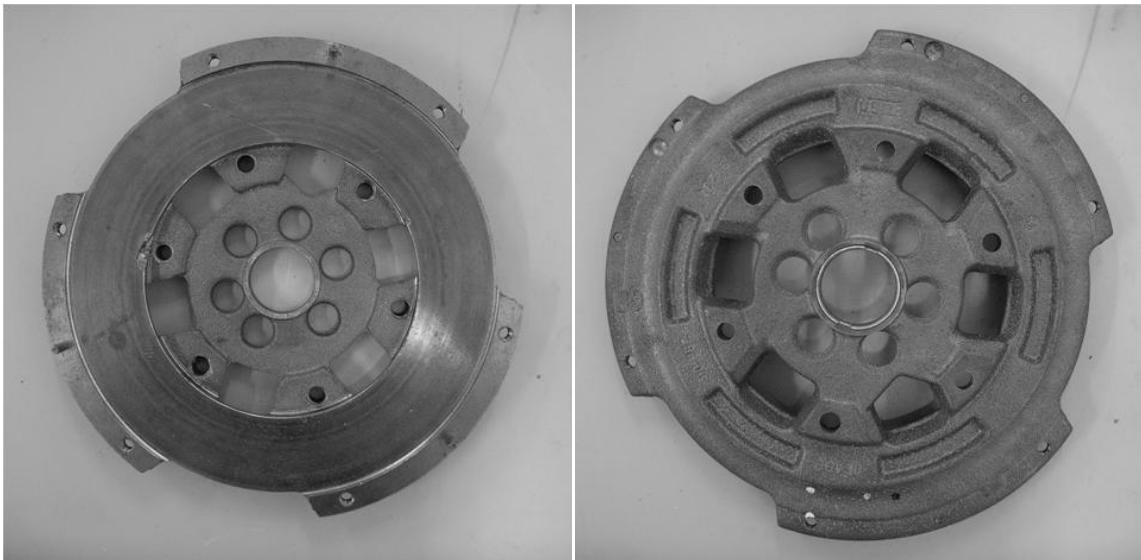
A tampa da massa primária (na Figura 2.6), fabricada no mesmo aço que o corpo primário de inércia, possui uma roda dentada (coroa dentada da transmissão) soldada a si para assistir no arranque do motor. Esta tampa serve, também, para sustentar e fixar o corpo de inércia secundário.



**Figura 2.6 - Tampa da massa primária com a roda dentada soldada**

À semelhança do corpo de inércia primário, o corpo de inércia secundário (ver Figura 2.7) apresenta características de inércia bastante acentuadas em virtude de possuir uma massa de valor considerável (3,2 kg aproximadamente). Este corpo é fabricado em aço e apresenta o mesmo tipo de encaixe de seis furos da massa primária, estando ligado à caixa de velocidades. Apesar do lado onde o encaixe é feito apresentar um acabamento superficial quase inexistente, do lado oposto é possível identificar uma superfície de grande rigor dimensional e com um bom acabamento superficial que forma a pista de contacto com o disco de embraiagem.

Por seu turno, o lado onde o corpo secundário de inércia encosta à massa primária, possui um retentor de chapa para evitar que a massa lubrificante (proveniente da massa primária) contamine a pista de contacto do disco de embraiagem, reduzindo o atrito necessário para que haja arrastamento. De igual modo, observa-se que o casquilho que faz a ligação entre os corpos e que permite a rotação em torno do mesmo eixo, possui uma folga para compensar eventuais desalinhamentos entre os mesmos.



**Figura 2.7 – Vista (do lado do motor e do lado da caixa) da massa secundária**

A flange (ver Figura 2.8) é uma peça única e simétrica, fabricada em aço e que apresenta um conjunto de recortes interiores para encaixar no disco de atrito de controlo. Este encaixe permite transmitir o momento gerado pela compressão das molas ao disco de atrito que, por sua vez, está em contacto com a massa primária. Assim sendo, a flange gira em torno do veio e faz a transmissão do momento da massa primária para o corpo secundário de inércia, encontrando-se ligada a este último por meio de rebites.

No entanto, a flange é dimensionada de modo a assegurar que o momento de atrito que suporta, originado no disco de atrito de controlo, seja sempre superior ao momento máximo gerado pelo motor.

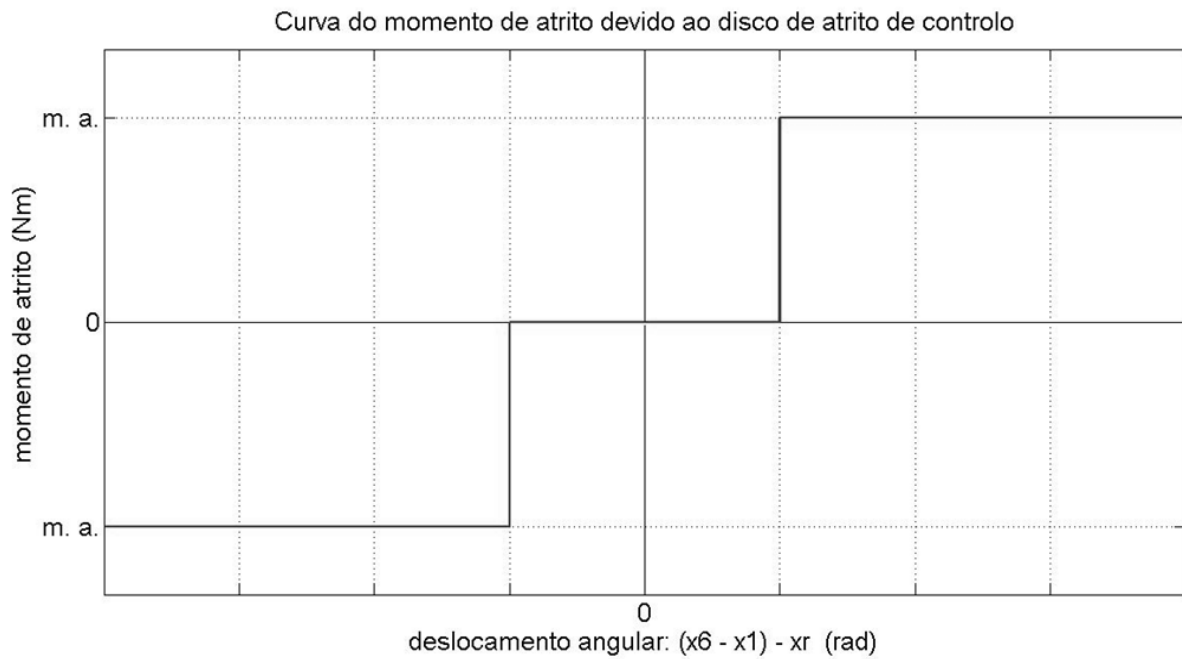


**Figura 2.8 – Flange**

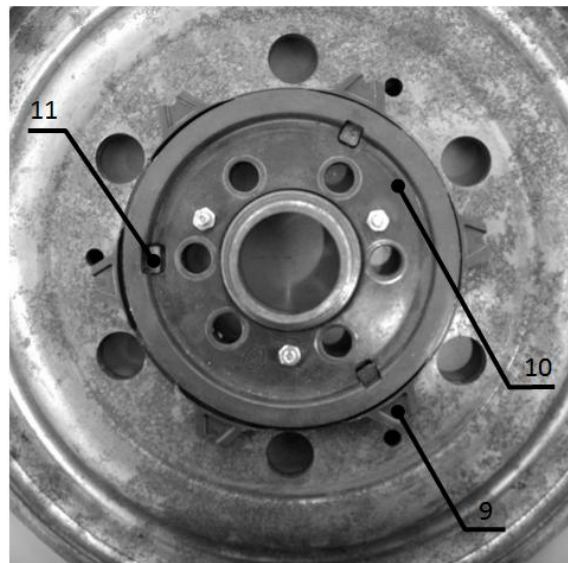
O disco de atrito de controlo é um corpo em plástico e que atua como um amortecedor adicional do conjunto, tendo a particularidade de atuar apenas em situações onde o ângulo de torção ultrapassa um determinado valor (aproximadamente  $17^\circ$ ), tal como se observa na Figura 2.9. Ou seja, este componente só entra em ação quando as solicitações a que o motor está sujeito são mais exigentes, como é o caso dos arranques ou de períodos em que é necessário fornecer uma carga adicional.

No entanto, ressalva-se que o momento de atrito transmitido entre a massa primária (1) e a massa secundária (6), por intermédio do disco de atrito de controlo, só segue a lei apresentada na Figura 2.9 se for desprezada a inércia do mesmo. Além disso, verifica-se que a posição do disco de atrito de controlo relativamente ao corpo de inércia primário (denotada por  $x_r$ ) varia sempre que ocorre escorregamento entre ambos.

Observa-se que o disco de atrito de controlo faz parte de um dispositivo de controlo que é composto por mais duas peças: o prato de pressão do disco de controlo e a mola do disco de controlo (ver Figura 2.10). Uma vez que o disco de atrito de controlo se encontra entre estas duas, facilmente se conclui que a função destas peças é a de posicionar e comprimir o disco contra o corpo de inércia primário. O posicionamento é garantido pela fixação com rebites do prato de pressão que, por sua vez, faz encostar o disco contra a mola do mesmo. A mola, que é do tipo anilha de *Belleville* [9], irá assegurar a compressão do disco de atrito de controlo.

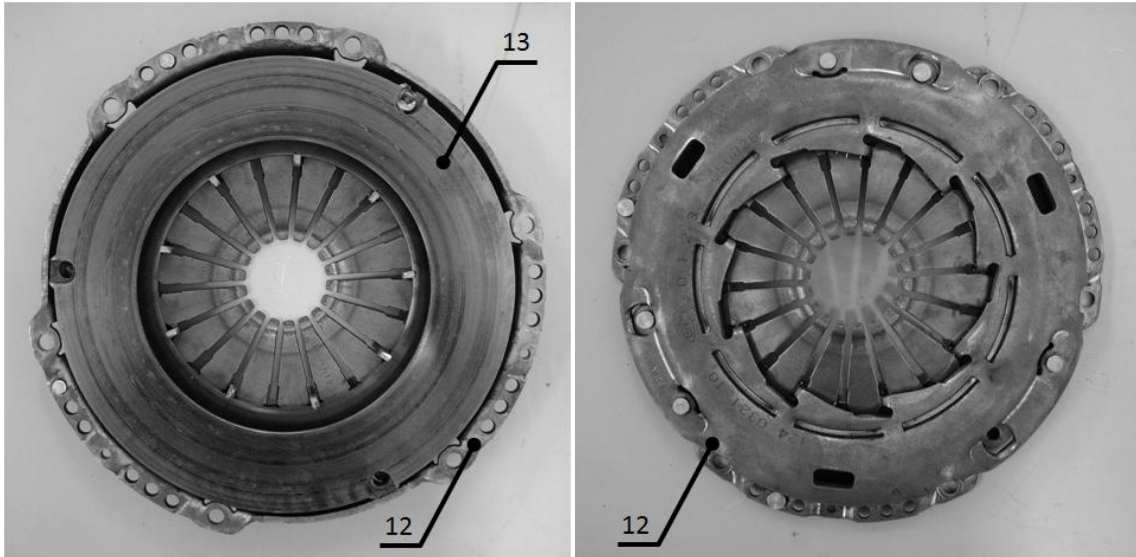


**Figura 2.9 – Curva do momento de atrito devido ao disco de atrito de controlo**



**Figura 2.10 - Conjunto de disco de atrito de controlo com prato de pressão e mola do disco**

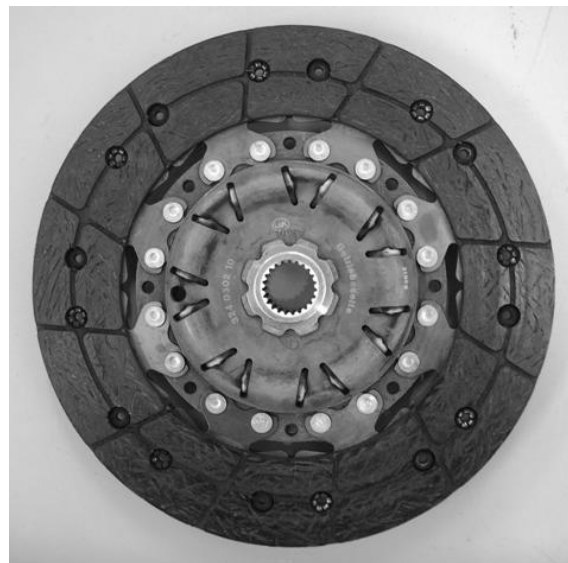
A caixa da embraiagem (ver Figura 2.11) é um componente fabricado em aço e apresenta uma espessura reduzida. Este aloja a mola do diafragma que é responsável pela atuação do mecanismo de aproximação e afastamento dos pratos de pressão em relação ao disco de embraiagem. No entanto, para fazer atuar esse mecanismo, existe um prato de pressão com superfície de atrito que contacta com uma das faces do disco de embraiagem.



**Figura 2.11 - Vista (do lado do motor e do lado da caixa) da caixa da embraiagem**

O disco de embraiagem (ver Figura 2.12) é um componente que quando comprimido entre o prato de pressão com superfície de atrito (13) e a massa secundária (6) transmite o momento do motor ao veio primário da caixa de velocidades. Este disco apresenta um segmento duplo, ou seja, as molas que se encontram emparelhadas são onduladas, sendo esta configuração usada para aplicações mais exigentes.

Este disco tem rasgos para arrefecimento e um amortecedor de torção para atenuar os efeitos das irregularidades na rotação dos motores de combustão interna, tais como as vibrações na caixa de velocidades que provocam ruídos parasitas. Sabe-se, também, que estes componentes devem ser capazes de gerar um momento transmissível superior ao momento máximo produzido pelo motor.



**Figura 2.12 - Disco de embraiagem**

### 2.3. Propriedades dos Componentes do Volante Bimassa

Do ponto de vista da modelação dos vários componentes que integram o volante, é necessário conhecer para além das suas dimensões e massas, as suas características de inércia. No entanto, enquanto que a massa e as dimensões podem ser diretamente medidas com recurso a aparelhos de medida apropriados (balanças e paquímetros, respetivamente), as suas características de inércia têm que ser calculadas a partir desses dados.

Assim, dadas as características geométricas das várias peças e o modo como se movem no volante bimassa, observa-se que estas apresentam uma simetria em torno de um eixo central de revolução, pelo que são concêntricas e giram todas em torno desse eixo. Então, como se pretende estudar os fenómenos dinâmicos que lhes estão associados, é necessário conhecer o seu momento de inércia de massa.

Tratando os vários corpos como discos de secção uniforme e massa igualmente distribuída, o seu momento de inércia de massa em torno do eixo dos XX, é dado por [10]:

$$I_{XX} = \frac{1}{2} m_d r_d^2 \quad (2.1)$$

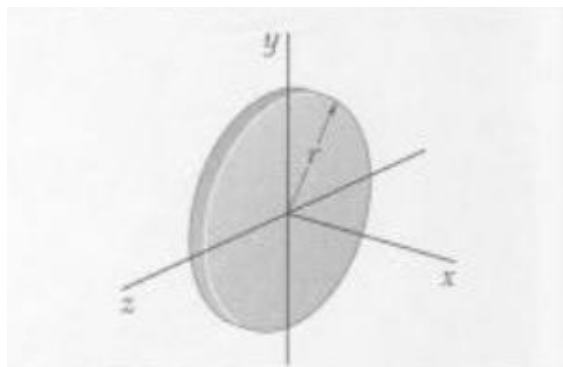


Figura 2.13 - Representação de um disco fino [10]

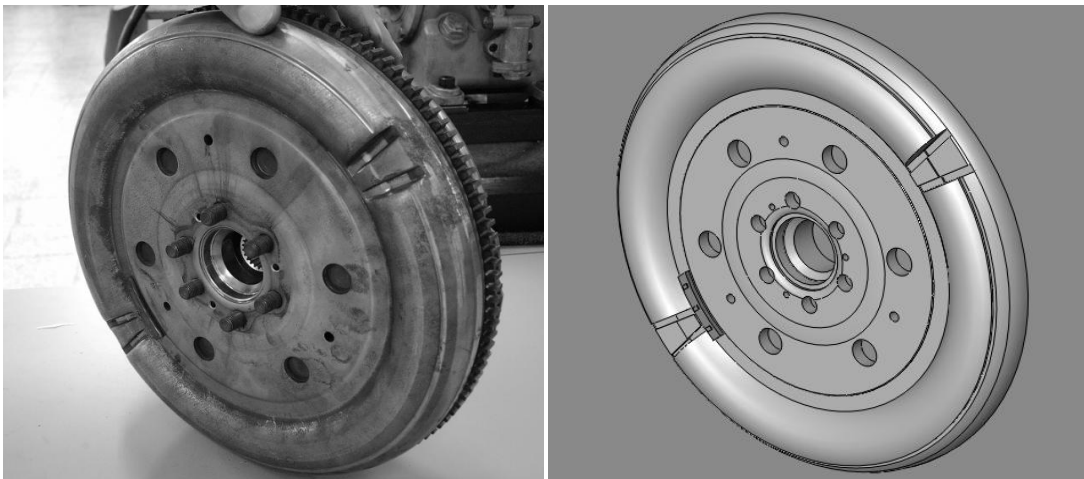
Onde  $m_d$  se refere à massa do disco em quilogramas e  $r_d$  ao raio do disco medido em milímetros. Por conseguinte, o momento de inércia de massa será expresso em  $\text{kgmm}^2$ .

Porém, a geometria complexa que as diferentes peças apresentam, inviabiliza o recurso a esta expressão, não só pelo erro grosseiro que se cometeria ao aproximá-las a discos equivalentes de massa e secção uniforme, mas também, porque o esforço de cálculo seria colossal se se considerasse toda a sua complexidade geométrica. Então, recorreu-se à modelação das peças em *software* de CAD para determinar os momentos de inércia dos corpos.

Esta abordagem obriga, no entanto, a que a modelação tridimensional dos corpos seja o mais fiel possível às suas dimensões e características geométricas. Este processo pode levar a dificuldades na modelação de alguns pormenores e, como tal, nem sempre será possível reproduzir fielmente todas as características. Nestes casos, optou-se pela modelação de alternativas que melhor se aproximam à realidade, a fim de minimizar o erro nos resultados obtidos pelo *Solidworks*®.

De seguida, os componentes foram pesados por forma a avaliar a sua massa, dado que já se conheciam as suas dimensões principais. Com esta informação conseguiu-se determinar as características dos materiais que compõem os componentes, a fim de auxiliar na sua posterior identificação. Uma vez conhecidos todos os materiais, foi possível obter os valores dos momentos de inércia dos corpos a partir do *Solidworks*®.

Deste modo, existe interesse em modelar as várias peças com o maior rigor possível, dado que isso irá afetar a qualidade dos resultados que se pretendem obter. A título de exemplo, demonstra-se na Figura 2.14 o modelo da massa de inércia primária:



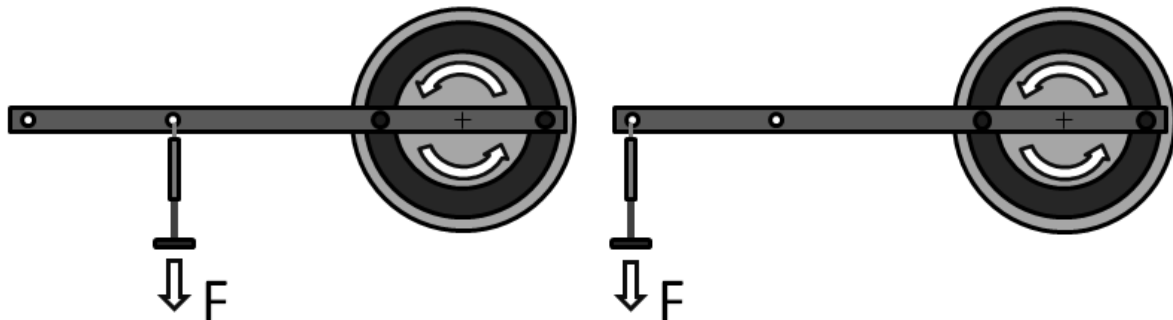
**Figura 2.14 - Fotografia e modelo em *Solidworks*® da massa primária**

No entanto, algumas propriedades dos componentes não podem ser determinadas com recurso à modelação em *Solidworks*®, tais como o momento de atrito produzido no disco de atrito de controlo e a constante de rigidez torsional das molas curvas. Nestes casos, houve necessidade de proceder à sua determinação por via experimental.

Assim, concebeu-se um dispositivo experimental relativamente simples composto por uma barra de comprimento conhecido, que foi aparafusada à flange, e um dinamómetro acoplado à barra (ver Figura 2.15). O dinamómetro foi usado com intuito de quantificar o valor da força aplicada à barra, enquanto que esta (ao atuar como uma alavanca) irá produzir um momento sobre os componentes do volante.

Deste modo, utilizou-se a variante I do dispositivo experimental na determinação do momento de atrito. Nesta montagem é usado um braço mais curto para que se reduza a intensidade das forças aplicadas no dinamómetro, de forma a limitar a ocorrência de eventuais erros de leitura.

Por seu turno, a variante II foi empregue na determinação da constante de rigidez das molas curvas. Em virtude da intensidade das forças ser menor do que na variante I, optou-se pela adoção de um braço maior com o mesmo propósito de limitação dos erros de leitura. As duas variantes desta montagem experimental podem ser observadas na Figura 2.15:



**Figura 2.15 - Variante I (à esquerda) e II (à direita) do dispositivo experimental usado**

O princípio associado a esta experiência residia na determinação do momento que se aplicava aos componentes do volante. O conhecimento desta grandeza é fundamental para a determinação das propriedades já referidas, sendo que o seu cálculo pode ser feito com base nos valores medidos da força e do braço [10], uma vez que a barra possuía um comprimento conhecido:

$$\text{Momento (Nm)} = \text{Força (N)} \times \text{Braço (m)} \quad (2.2)$$

Com os valores médios do momento obtidos para as variantes I e II, foi possível chegar diretamente ao valor do momento de atrito produzido no disco de atrito de controlo de 11,1 Nm.

No entanto, para encontrar a constante de rigidez torsional das molas houve ainda a necessidade de contabilizar o deslocamento angular em radianos, devido à deformação angular sofrida pela aplicação do momento.

Para esta determinação efetuou-se uma marca para assinalar a posição relativa dos componentes do bimatéria em repouso e, de seguida, fez-se uma segunda marcação (durante aplicação da força na alavanca) para registar a posição de acordo com o conseqüente deslocamento. Na posse deste valor foi possível determinar a constante de rigidez torsional da mola curva exterior, a única que é atuada para pequenos deslocamentos (tal como acontece no regime de ralenti), tendo-se obtido um valor de 199 Nm/rad.

Para sintetizar as propriedades de cada um dos componentes do volante, construiu-se a Tabela 2.2 com base nas pesagens feitas com uma balança digital e nos dados obtidos pelo *software* de CAD.

Na fase de construção do modelo matemático, cada componente será tratado como uma massa do sistema. Então, como se pretende caracterizar por completo as massas do sistema, é importante conhecer as propriedades de inércia expressas na Tabela 2.2:

**Tabela 2.2 - Propriedades dos componentes do volante bimassa**

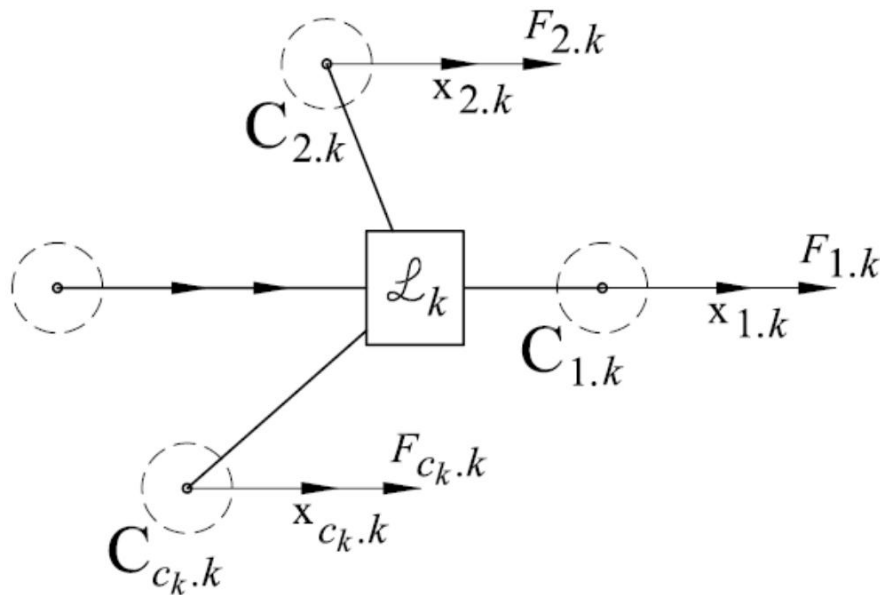
Nº	Designação do componente	Massa (kg)	Momento de inércia (kgmm <sup>2</sup> )
1	Corpo de Inércia Primário	3,430	38811
2	Mola Curva Exterior	0,322	4742
3	Mola Curva Interior	0,177	2579
4	Tampa da Massa Primária	1,847	26789
5	Coroa Dentada da Transmissão	0,406	7665
6	Corpo de Inércia Secundário	3,154	25747
7	Retentor de Chapa	0,039	226
8	Flange	0,653	4935
9	Disco de Atrito de Controlo	0,011	36
10	Prato de Pressão do Disco de Controlo	0,168	358
11	Mola do Disco de Controlo	0,029	92
12	Caixa da Embraiagem	2,322	26697
13	Prato de Pressão com Superfície de Atrito	1,767	17551
14	Disco de Embraiagem	1,162	8099

Note-se que, por uma questão de conveniência, se optou por modelar o conjunto das massas 4 e 5 (tampa da massa primária e coroa dentada da transmissão, respetivamente) como uma peça única. Deste modo, este conjunto será denotado pelo número 4; 5.

## 2.4. Estudo das Ligações Existentes

Uma vez completo o estudo dos corpos do sistema, deve-se proceder à caracterização das ligações existentes entre os corpos a fim de se conhecer as várias interações a que esses estão sujeitos. De modo a que o leitor possa compreender esta secção, será feita uma breve introdução a esta teoria e à simbologia utilizada nas várias figuras.

Tal como o seu nome sugere, uma ligação estabelece as relações de forças existentes entre dois corpos distintos, caracterizando o modo como estes interagem entre si [4]. No sentido de se obter uma caracterização completa destas interações, é necessário identificar o referencial adotado para um determinado corpo, pois é a partir deste que se pode conhecer a posição do corpo e o modo como as forças se encontram aplicadas no mesmo (ver Figura 2.16).



**Figura 2.16 - Representação esquemática de uma ligação genérica  $k$  entre corpos [4]**

Observando a nomenclatura da Figura 2.16, válida para a Figura 2.18 até à Figura 2.22, é possível distinguir os corpos associados a uma ligação (identificados por  $C_{1.k}$ ,  $C_{2.k}$  e  $C_{c_k.k}$ ). Para cada corpo foi adotado um referencial convenientemente escolhido ( $X_{1.k}$ ,  $X_{2.k}$  e  $X_{c_k.k}$ ) e, com base nestes referenciais, são marcadas as posições (denotadas por  $x_i$ , onde o índice  $i$  é escolhido em função do corpo pretendido) e as forças aplicadas pela ligação  $k$  aos corpos  $1.k$ ,  $2.k$  e  $c_k.k$  ( $F_{1.k}$ ,  $F_{2.k}$  e  $F_{c_k.k}$ ).

Da mesma forma, também é possível observar situações em que um corpo possui diversas ligações associadas, tal como se demonstra na Figura 2.17. A partir desta figura pode-se concluir que um corpo terá tantas forças aplicadas quantas as ligações que lhe estão associadas, sendo que a resultante da força aplicada (denotada por  $R_i$ ) será dada pela soma das forças aplicadas que se devem às várias ligações existentes.

Assim, de acordo com a teoria das ligações [4], podem-se caracterizar diversos tipos de ligações.

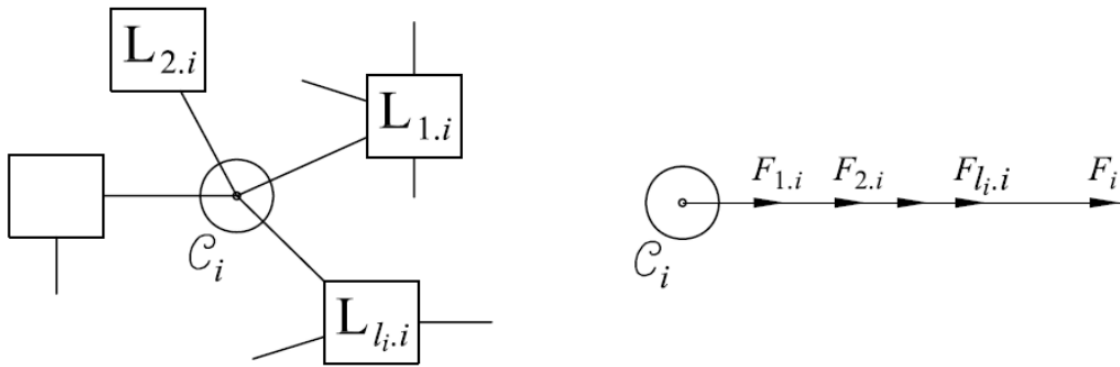


Figura 2.17 - Ligações aplicadas a um corpo genérico  $C_i$  [4]

### 2.4.1. Mola

Nesta modelação, dadas as amplitudes das solicitações a que os corpos estão sujeitos, considerar-se-á que estes estão sempre em domínio elástico. Esta assunção é particularmente importante, uma vez que a ligação com mola permite modelar as deformações sofridas pelos constituintes do sistema. Deste modo, ao se considerar que a mola não tem massa própria, define-se a força exercida por uma ligação com mola ( $F_M$ ) entre dois corpos através de (ver Figura 2.18):

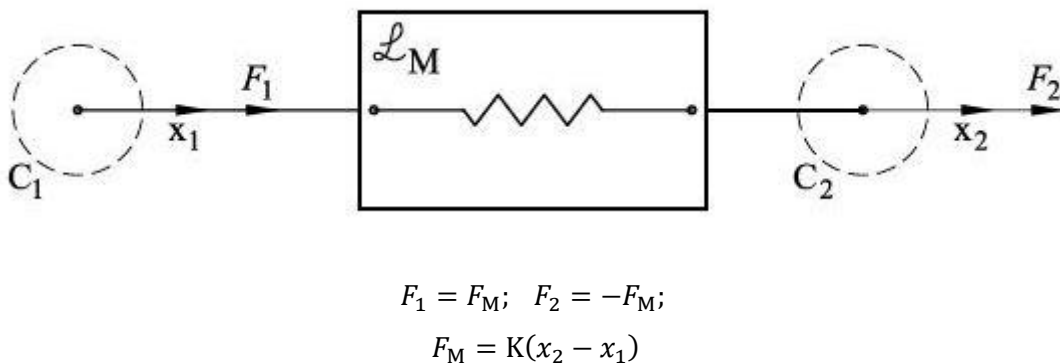


Figura 2.18 - Representação esquemática e expressão utilizada na ligação com mola [4]

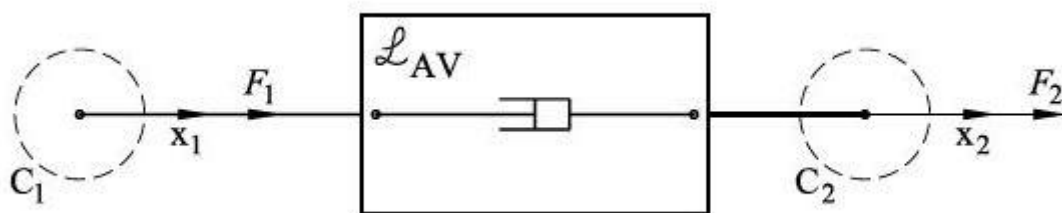
Assim, observa-se que a força exercida pela mola ( $F_M$ ) é função da deformação (dada pela diferença entre as posições relativas dos corpos  $C_1$  e  $C_2$ ) e da sua rigidez ( $K$ ), sendo esta uma característica intrínseca à mola.

De igual modo, considera-se que estas molas apresentam uma característica força-deformação linear, o que leva à obtenção de resultados bastante aproximados aos reais. Além disso, importa salientar que as molas não promovem a dissipação de energia.

### 2.4.2. Amortecedor (Atrito Viscoso)

Este tipo de ligação contempla a dissipação de energia mecânica, pois as forças de natureza viscosa opõem-se sempre ao movimento. À semelhança do caso anterior, considera-se que o amortecedor não possui massa própria e apresenta um comportamento linear, sendo quase sempre conjugado em simultâneo com uma mola para melhor reproduzir as condições reais de deformação.

Na Figura 2.19 tem-se a expressão matemática para o cálculo da força exercida por uma ligação com atrito viscoso entre dois corpos, sendo necessário o conhecimento da constante de amortecimento ( $c$ ) e da velocidade relativa entre os corpos ( $v$ ), dada pela diferença de velocidades  $\dot{x}_2 - \dot{x}_1$ .



$$F_1 = F_V; \quad F_2 = -F_V;$$

$$F_V = cv$$

$$v = \dot{x}_2 - \dot{x}_1$$

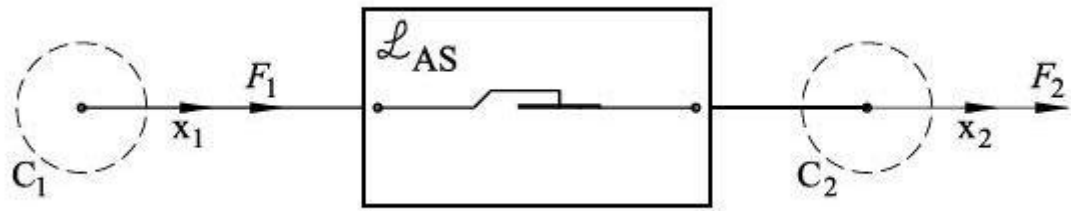
Figura 2.19- Representação esquemática e expressão utilizada na ligação com atrito viscoso [4]

### 2.4.3. Embraiagem (Atrito Seco)

Dado o seu carácter complexo, a descrição matemática dos fenómenos de atrito seco pode apresentar descontinuidades de primeira espécie em torno da velocidade nula, comprometendo o seu processamento numérico. Em virtude da sua complexidade intrínseca, demonstra-se a importância da descrição destes fenómenos através do uso da ligação por embraiagem.

As equações abaixo apresentadas permitem descrever um modelo que considera os efeitos do atrito estático, cinético e viscoso. Todavia, o efeito do atrito viscoso pode ser eliminado se se considerar  $k_v = 0$ .

A força que esta ligação exerce entre dois corpos pode ser representada e definida na Figura 2.20:



$$F_1 = F_E; \quad F_2 = -F_E;$$

$$F_E = F_c + [F_s - F_c] \exp\left(-\left[\frac{|v|}{v_s}\right]^{d_s}\right) \tanh(k_t v) + k_v v$$

$$v = \dot{x}_2 - \dot{x}_1$$

**Figura 2.20 - Representação esquemática e expressão utilizada na ligação com atrito seco [4]**

Onde:

$F_c$  = Força de atrito cinético (atrito de Coulomb);

$F_s$  = Força de atrito estático;

$v_s$  = Velocidade característica da transição;

$d_s$  = Expoente característico da transição de atrito estático para atrito cinético;

$k_t$  = Coeficiente de transição associado à velocidade nula;

$k_v$  = Coeficiente do efeito do atrito viscoso;

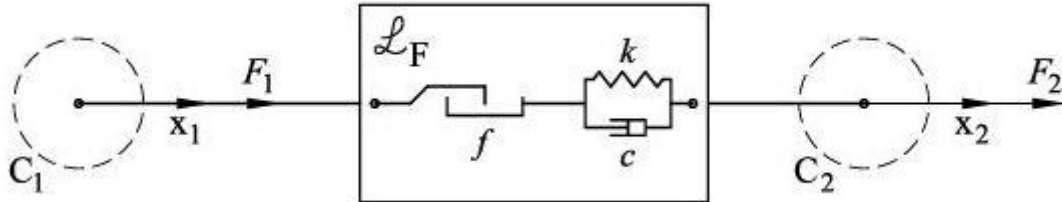
#### 2.4.4. Folga

Do ponto de vista mecânico, uma folga é frequentemente encontrada em diversos componentes e em muitos casos está associada a impactos entre corpos. A ligação por folga, mediante o seu estado (i.e. “inativa” ou “ativa”), produzirá diferentes efeitos ao nível das forças que atuam sobre os corpos.

Considera-se que a folga está “inativa” quando produz forças que afetam o movimento relativo dos corpos. Isto é uma consequência direta dos impactos entre os corpos porque, ao contactarem entre si, desenvolvem-se interações físicas que levam ao aparecimento das forças. Contrariamente, quando a folga se encontra “ativa”, o movimento relativo dos corpos não sofre alterações.

Neste tipo de ligação é necessário definir o valor da folga ( $f$ ), ou seja, o intervalo de valores do deslocamento nos quais os corpos possuem movimentos independentes. Para melhor descrever o comportamento real de um sistema com folga, inclui-se nesta ligação uma mola e um amortecedor montados em paralelo (ver Figura 2.21).

As expressões indicadas são válidas apenas para casos em que a mola e o amortecedor apresentam características lineares. Assim, é expectável que as forças produzidas por este tipo de ligação tenham um carácter dissipativo, reduzindo a energia mecânica do sistema.



$$F_1 = F_F; \quad F_2 = -F_F;$$

$$F_F = \text{sign}(\delta)K|\delta|^n \left( 1 + \frac{3(1 - e^2)}{4\dot{\delta}_0} \dot{\delta} \right)$$

$$\delta = \begin{cases} x_2 - x_1 + f/2 & \text{se } x_2 - x_1 < -f/2 \\ 0 & \text{se } |x_2 - x_1| \leq f/2 \\ x_2 - x_1 - f/2 & \text{se } x_2 - x_1 > f/2 \end{cases}$$

**Figura 2.21 - Representação esquemática e expressão utilizada na ligação com folga [4]**

Onde:

$\delta$  = Deformação na mola da ligação com folga;

$n$  = Coeficiente característico do material;

$\dot{\delta}_0$  = Velocidade relativa no instante do último impacto;

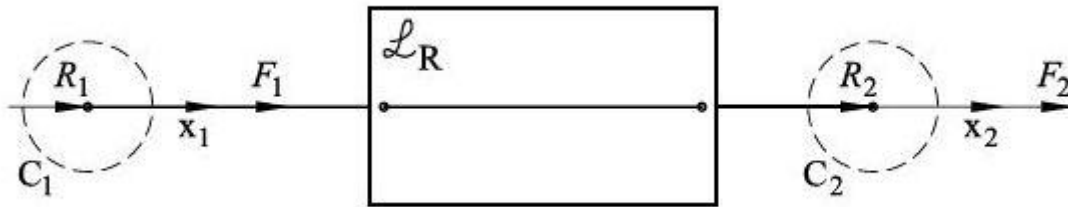
$\dot{\delta}$  = Velocidade de deformação na ligação com folga;

### 2.4.5. Rígida

Do ponto de vista teórico, considera-se que dois corpos estão rigidamente ligados quando as suas posições relativas não variam ao longo do tempo. Verifica-se, porém, que esta assunção é uma abstração matemática da realidade.

Para que se obtenham bons resultados, a ligação rígida (ver Figura 2.22) deve ser considerada apenas na modelação de corpos que apresentem uma elevada rigidez ou que possuam mecanismos ativos que lhes permitam conservar as suas posições relativas. Note-se que este tipo de ligação é função da massa dos corpos envolvidos e das respetivas resultantes ( $R_1$  e  $R_2$ ).

No entanto, o carácter físico desta ligação pode conduzir a modelos matemáticos de grande complexidade e sem solução, pelo que o seu uso nem sempre é possível. Em alternativa a este tipo de ligação, podem-se usar ligações com molas com elevada rigidez desde que se usem integradores numéricos de passo variável.



$$F_1 = F_R; \quad F_2 = -F_R;$$

$$F_R = \frac{m_1 R_2 - m_2 R_1}{m_1 + m_2}$$

**Figura 2.22 - Representação esquemática e expressão da ligação rígida [4]**

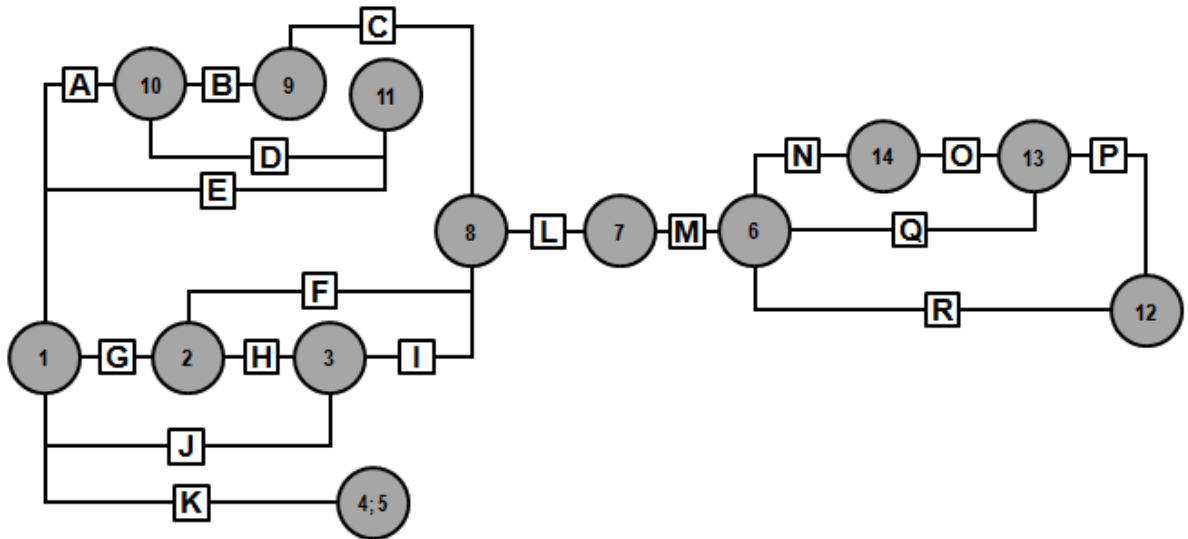
Existe, também, a possibilidade de substituir a ligação rígida entre dois corpos por um corpo de massa equivalente (formado pela massa que os dois corpos tinham inicialmente), conservando as ligações exteriores a este novo subsistema. Esta técnica permite simplificar a complexidade do sistema, dado que se consideram menos massas e ligações.

#### 2.4.6. Resumo das Ligações Existentes

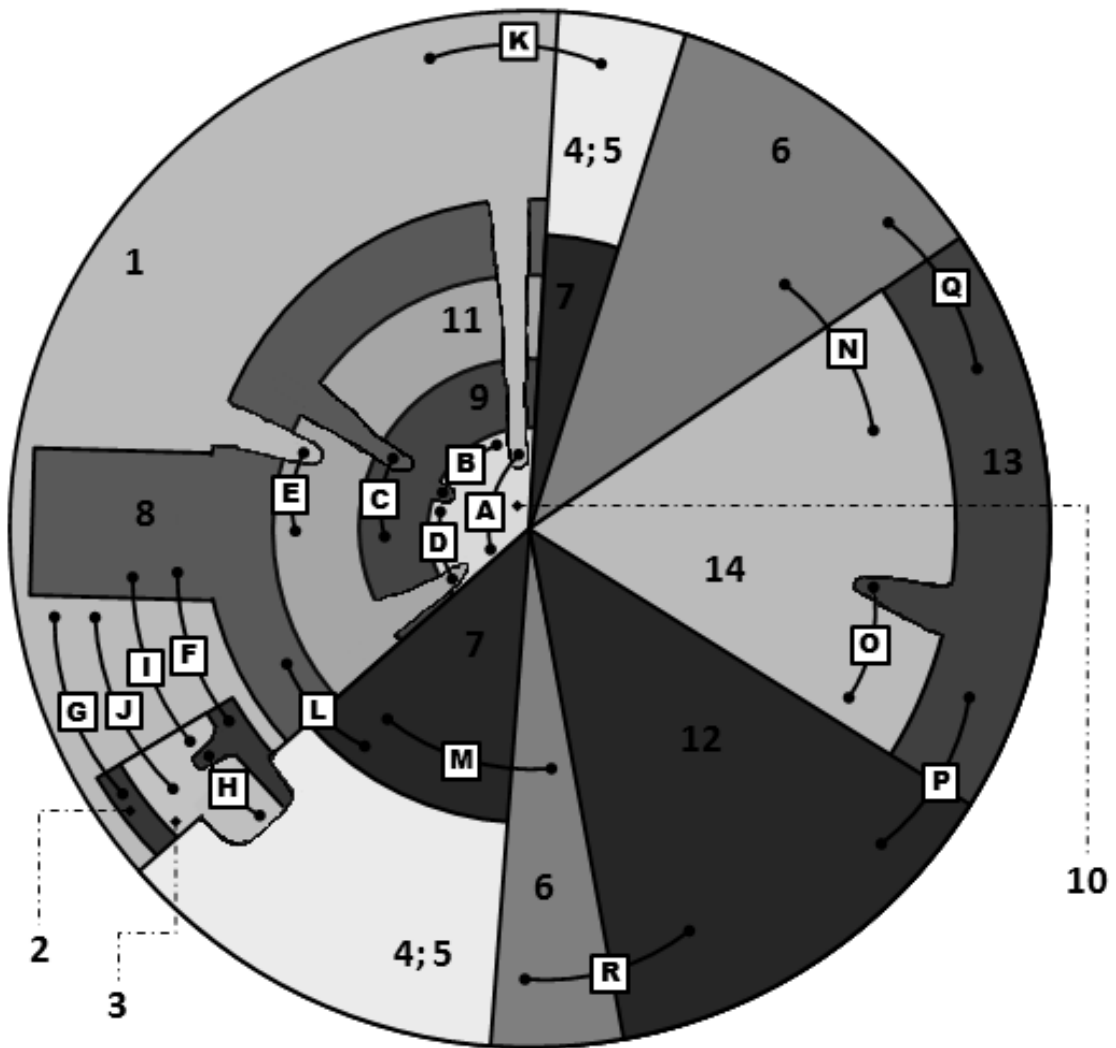
Uma vez conhecidos e descritos os vários tipos de ligações contemplados na teoria das ligações [4], torna-se oportuno identificar as ligações encontradas entre os diversos componentes do volante bimassa.

Deste modo, representando as ligações por quadrados identificados com letras maiúsculas e as massas do volante bimassa por círculos preenchidos e numerados, é possível elaborar um esquema que descreve a totalidade do sistema (ver representação esquemática (a) da Figura 2.23).

Em alternativa a esta representação, pode-se propor uma representação esquemática do sistema onde as massas são desenhadas nas suas posições relativas no sistema (ver representação (b) da Figura 2.23).



(a)



(b)

Figura 2.23 - Representação esquemática (a) e (b) das ligações do sistema

Com o intuito de manter a coerência das designações das massas, utilizou-se a numeração proposta na Tabela 2.2 para as mesmas. Por seu turno, as ligações existentes encontram-se elencadas na Tabela 2.3.

**Tabela 2.3 - Tipos de ligações existentes no sistema**

<b>Ligação</b>	<b>Tipo de Ligação</b>	<b>Ligação</b>	<b>Tipo de Ligação</b>
<b>A</b>	Embraiagem (atrito seco)	<b>J</b>	Embraiagem (atrito seco)
<b>B</b>	Embraiagem (atrito seco)	<b>K</b>	Rígida
<b>C</b>	Folga	<b>L</b>	Rígida
<b>D</b>	Rígida	<b>M</b>	Rígida
<b>E</b>	Rígida	<b>N</b>	Embraiagem (atrito seco)
<b>F</b>	Folga	<b>O</b>	Embraiagem (atrito seco)
<b>G</b>	Embraiagem (atrito seco)	<b>P</b>	Rígida
<b>H</b>	Embraiagem (atrito seco)	<b>Q</b>	Rígida
<b>I</b>	Folga	<b>R</b>	Rígida

Uma vez identificados os tipos de ligações e as massas existentes, o modelo matemático proposto permite a obtenção de uma solução já que engloba as expressões referentes a cada tipo de ligação, bem como as propriedades relativas a cada uma e às diversas massas (passadas como entrada pelo utilizador).

Ao observar os esquemas da Figura 2.23, conclui-se que a massa primária (corpo 1) se liga à massa secundária (corpo 6), por intermédio da flange (corpo 8). No entanto, constata-se que a flange está rigidamente ligada ao retentor de chapa (corpo 7) que, por seu turno, possui uma ligação da mesma natureza com a massa secundária. Por esta razão, considera-se que os corpos 7 e 8 já fazem parte do bloco secundário do bimatassa.

De igual modo, é possível identificar uma ligação rígida entre a massa primária e o corpo 4; 5, que representa o conjunto formado pela tampa da massa primária (corpo 4) e a coroa dentada da transmissão (corpo 5). Verifica-se, também, que a massa primária se encontra rigidamente ligada à mola do disco de controlo (corpo 11).

Existem ainda outros corpos associados à massa primária, através de ligações por atrito seco, como é o caso do prato de pressão do disco de controlo (corpo 10) e dos pares de molas curvas, onde a mola exterior (corpo 2) e interior (corpo 3) contactam com a flange por intermédio de uma ligação com folga.

O prato de pressão do disco de controlo (corpo 10) possui uma ligação rígida com a mola do disco de controlo. Entre eles encontra-se o disco de atrito de controlo (corpo 9), que está ligado ao prato de pressão mediante uma ligação de atrito seco. Observa-se, igualmente, que o disco de atrito de controlo (corpo 9) contacta com a flange (corpo 8) por uma ligação com folga.

Uma análise da Figura 2.23 permite ainda verificar que existem ligações rígidas a associar a massa secundária (corpo 6) com a caixa da embraiagem (corpo 12) e com o prato de pressão com superfície de atrito (corpo 13). Adicionalmente, observa-se que a caixa da embraiagem está rigidamente ligada ao prato de pressão com superfície de atrito.

Por último, demonstra-se que o disco de embraiagem (corpo 14) se liga, através de ligações com atrito seco, à massa secundária (corpo 6) e ao prato de pressão com superfície de atrito (corpo 13).

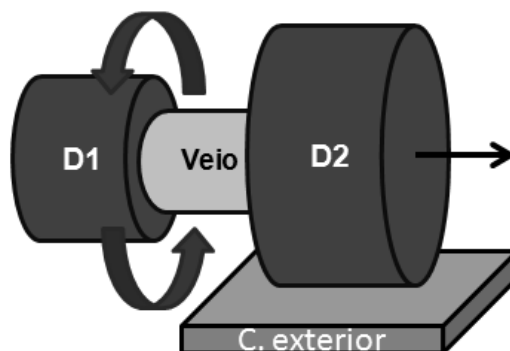


## 3. Construção dos Modelos

### 3.1. Introdução à Metodologia de Modelação

Antes de proceder à modelação propriamente dita, é necessário fazer uma breve introdução à metodologia usada na modelação do biomass. Nesta fase do trabalho, propõe-se a elaboração de um caso de estudo relativamente simples e cujo comportamento dinâmico é conhecido, para avaliar a metodologia.

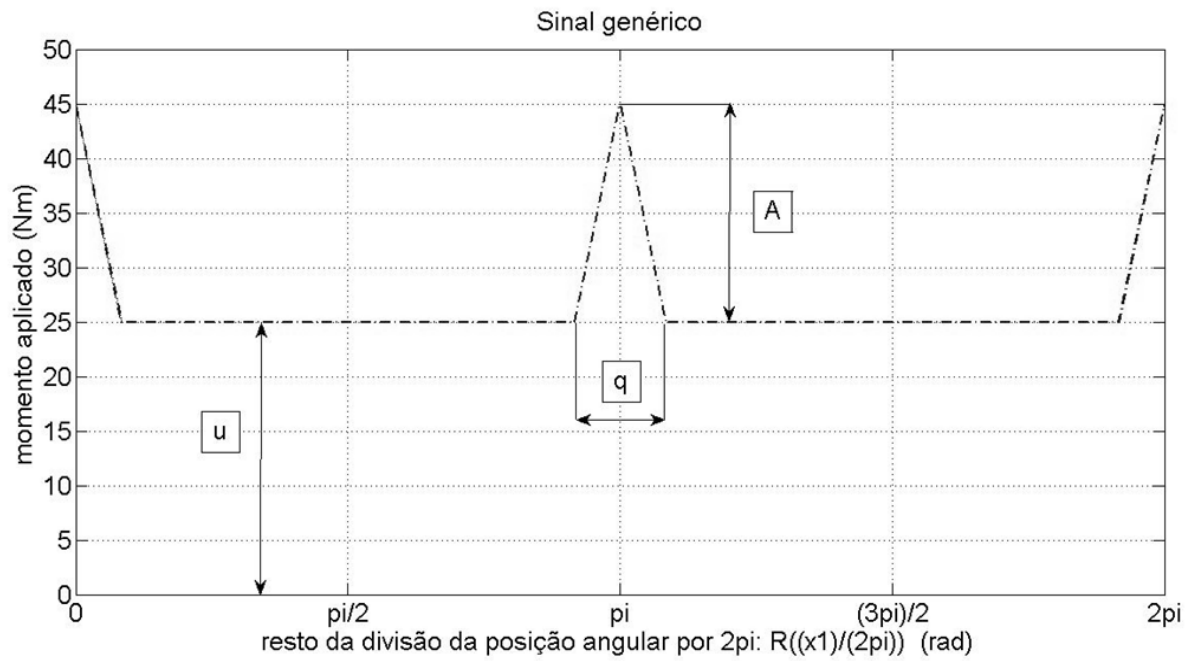
Com esse propósito procedeu-se à modelação de um sistema composto por dois discos com inércia (D1 e D2) que estão ligados entre si por um veio com uma constante de rigidez torsional conhecida (simulado através de uma ligação com mola). Destaca-se, igualmente, que o disco D2 se encontra em contacto com um corpo exterior para que se simule uma ligação com atrito viscoso entre ambos, tal como se observa na Figura 3.1:



**Figura 3.1 - Sistema considerado para a introdução à metodologia**

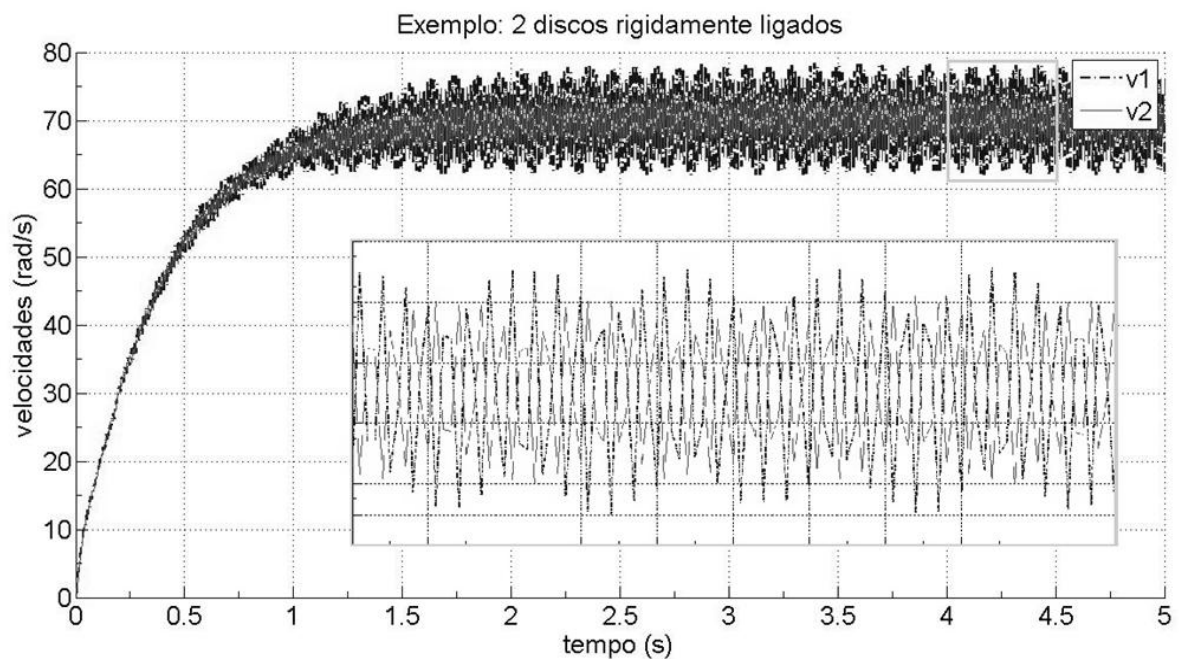
Foi aplicado ao disco D1 um momento exterior que varia em função da sua posição angular. Neste caso, o momento exterior será o sinal de entrada genérico aplicado ao sistema, sendo que este não pretende reproduzir nenhum sinal já existente.

Assim, e para caracterizar o sinal de entrada (ver Figura 3.2), definiu-se a amplitude dos picos do momento ( $A$ ), a largura dos picos do momento ( $q$ ) e o patamar constante do momento ( $u$ ). Note-se que este sinal exibe 2 picos a cada volta completa do disco D1 para considerar o período de funcionamento de um motor de combustão interna a 4 tempos de 4 cilindros. Esta formulação constitui uma aproximação, ainda que pouco rigorosa, das flutuações do momento aplicado à cambota (motivadas pela combustão da mistura).



**Figura 3.2 - Sinal genérico do momento exterior aplicado**

Analisando a Figura 3.2, observa-se que o momento aplicado é função do resto da divisão da posição angular do corpo 1 ( $x_1$ ) por  $2\pi$ , sendo denotado por  $R(x_1/2\pi)$ . A definição da função é feita deste modo para que se garanta a repetibilidade da mesma a cada período, em função da rotação de D1.



**Figura 3.3 - Gráfico das velocidades dos discos D1 e D2**

Uma vez definidos todos os parâmetros, é possível executar a metodologia para que se obtenham, entre outros, os gráficos de velocidade angular em função do tempo para os discos D1 e D2 (denotadas por  $v_1$  e  $v_2$ , respetivamente) na Figura 3.3. Salienta-se, neste gráfico, a existência de um patamar de estabilização da velocidade de rotação em torno dos 70 rad/s, aproximadamente 670 rpm, ocorrendo por volta dos 2,5 segundos e que é devido à dissipação da energia do sistema por atrito.

O interesse em obter um patamar de estabilização da velocidade em torno dos 70 rad/s está intimamente ligado com o objeto deste estudo. Uma vez que se pretende estudar o comportamento do volante bimassa unicamente em regime de ralenti, facilmente se justifica a realização deste ensaio nestas velocidades, uma vez que, num motor de explosão de 4 cilindros a 4 tempos o regime de ralenti está situado entre as 600 e as 900 rpm.

### **3.2. Metodologias Usadas na Construção dos Modelos**

Dada a complexidade do modelo real que se pretende simular, houve necessidade de efetuar uma abordagem faseada, aumentando a sua complexidade a cada novo passo. Assim, considerou-se um primeiro modelo onde se admitiram as seguintes hipóteses simplificativas:

- 1) Todos os componentes rigidamente ligados entre si serão considerados como um único corpo. Assim, têm-se dois grandes blocos de componentes: o bloco primário (composto pela cambota e os constituintes 1, 4; 5, 10 e 11 da Tabela 2.2) e o bloco secundário (formado pelos componentes 6, 7, 8, 12, 13 e 14 referidos na Tabela 2.2); O bloco primário será denotado por C1 enquanto que o bloco secundário será identificado por C3.
- 2) Considerou-se que o disco de embraiagem (corpo 14 da Tabela 2.2) está rigidamente ligado ao prato de pressão (corpo 13 da Tabela 2.2) e à massa secundária (corpo 6 da Tabela 2.2) porque nas condições de ralenti não existe escorregamento do disco.
- 3) C2 equivale unicamente ao disco de atrito de controlo, i.e., o corpo 9 do bimassa (ver Tabela 2.2).
- 4) O par de molas curvas será desprezado e, por conseguinte, este será substituído por uma ligação com folga (ver ligação  $\ell F2$  na Tabela 3.2), embora exista sempre uma folga.
- 5) Nas ligações com folga, devido ao facto destas incluírem uma mola e um amortecedor, considerou-se que a rigidez é dada pelas características físicas dos materiais em contacto. Considerar-se-á, também, um pequeno coeficiente de amortecimento para simular as dissipações de energia que decorrem dos choques entre os materiais.

- 6) Do lado do motor, o bimatassa encontra-se rigidamente ligado à cambota. Esta foi modelada por forma a que os valores do momento de inércia estejam próximos dos valores reais e que tenha uma velocidade de rotação de aproximadamente 650 rpm (i.e. regime de ralenti). Para que o movimento ocorra, incluiu-se uma ligação de força exterior entre a cambota e o corpo exterior, simulando a aplicação de um momento em função do seu ângulo de rotação (ver Figura 3.2).
- 7) Do lado da caixa de velocidades, incluiu-se uma ligação por atrito seco entre os corpos da caixa e o corpo exterior fixo. Considerou-se, também, uma aproximação para o valor da inércia da caixa de velocidades (corpo C4), tendo esta sido modelada com momentos de inércia aproximados aos valores reais. Esta ligação foi incluída para que a velocidade de rotação dos corpos estabilize próximo do regime de ralenti. O veio primário da caixa de velocidades foi associado ao disco de embraiagem por intermédio de uma ligação com mola.

Pretende-se, então, comparar as respostas dos corpos C4 e C1 através dos valores das velocidades de ambos os corpos obtidos por simulação numérica.

Logo, o objeto de estudo será a análise das respostas do corpo C4 e C1 com recurso a gráficos. Nestes gráficos, por uma questão de comodidade e facilidade de interpretação para o leitor, o corpo C4 será simplesmente designado de caixa de velocidades e o corpo C1 será referenciado por cambota.

De igual modo, os parâmetros considerados na simulação deste caso podem ser consultados nas Tabela 3.1 e Tabela 3.2, onde a notação adotada para a identificação das ligações é a mesma que se usou na secção 2.4.

**Tabela 3.1 - Propriedades de inércia dos corpos do bimatassa sem molas [11]**

<b>Corpos do Sistema</b>	
<b>C1</b>	$J1 = 0,10094 \text{ kgm}^2$
<b>C2</b>	$J2 = 0,00002 \text{ kgm}^2$
<b>C3</b>	$J3 = 0,08326 \text{ kgm}^2$
<b>C4</b>	$J4 = 0,09325 \text{ kgm}^2$

Na Tabela 3.2 optou-se por incluir duas colunas que antecedem os parâmetros definidores das ligações, com o intuito de facilitar a sua interpretação. Na primeira coluna, imediatamente após a identificação das ligações (feita a negrito), indicam-se os corpos que se encontram associados pela respetiva ligação e na coluna seguinte é referenciado (em itálico) o número da figura onde é feita a representação da ligação.

Tabela 3.2 - Propriedades das ligações entre os corpos do bimatassa sem molas

Ligações do Sistema								
$\ell_{Fe}$	Cext-C1	3.2	A = 20 Nm		q = $\pi/12$ rad		u = 25 Nm	
$\ell_{As1}$	C1-C2	2.20	Fc = 10 Nm	Fs = 10 Nm	vs = 0,25 rad/s	ii = 2	kt = 1500 s/rad	kv = 0 Ns/rad
$\ell_{F1}$	C2-C3	2.21	f0 = 0,188 rad	Ks = 25000 Nm/rad		ns = 1,50	es = 1	
$\ell_{F2}$	C1-C3	2.21	f0 = 0,130 rad	Ks = 25000 Nm/rad		ns = 1,50	es = 0,75	
$\ell_{M1}$	C3-C4	2.18	K = 23500 Nm/rad					
$\ell_{Av1}$	C4-Cext	2.19	c = 0,379 Nms/rad					

### 3.2.1. Modelo: Bimatassa sem molas

Assim sendo, considerou-se o sistema apresentado na Figura 3.4. Os resultados podem ser observados na Figura 3.5 e, tal como se poderia esperar, o comportamento deste sistema é semelhante ao do caso tratado na secção 3.1.

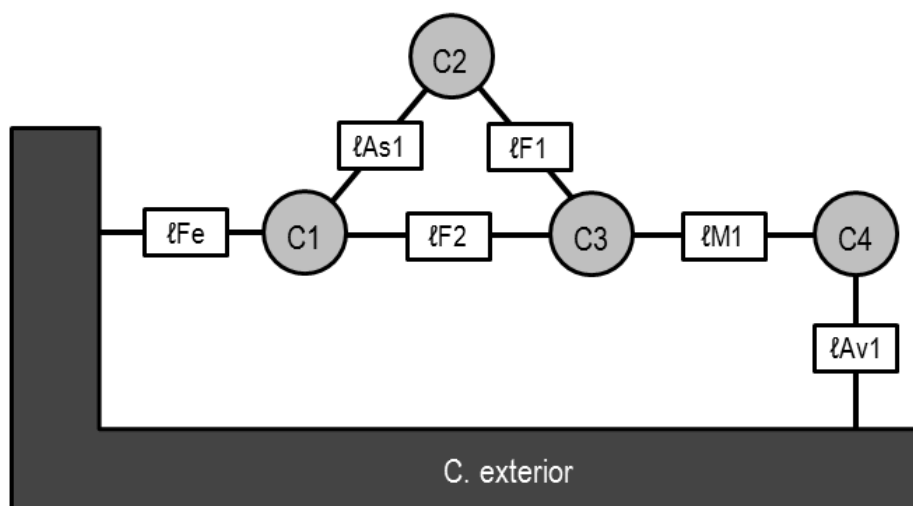
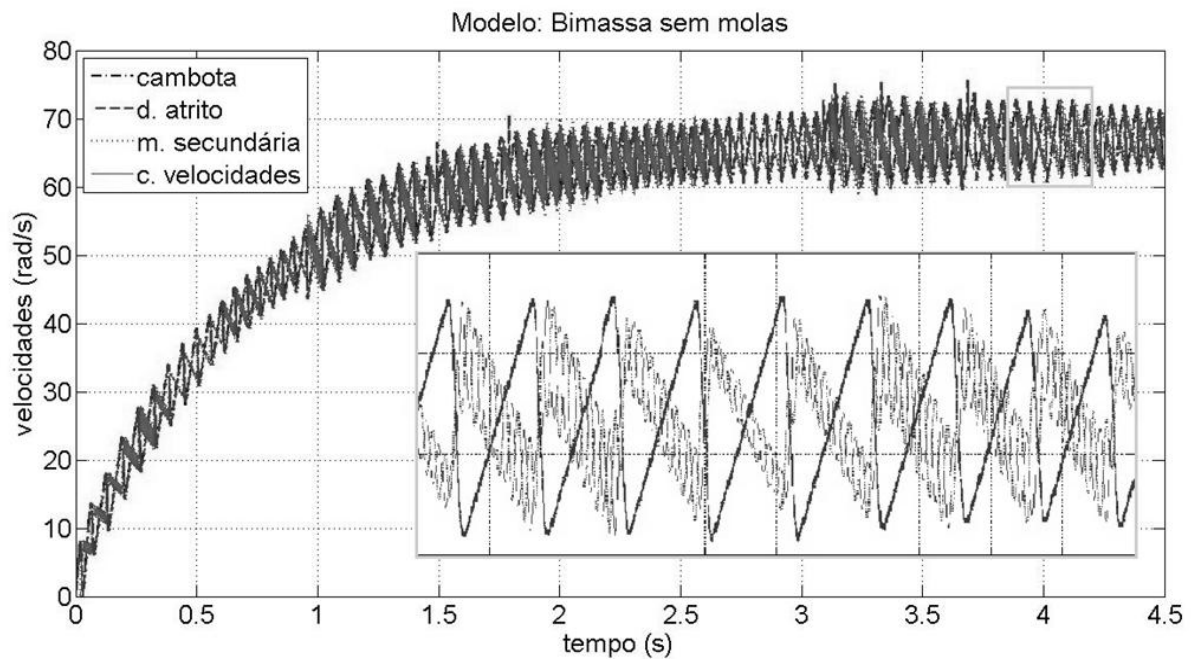
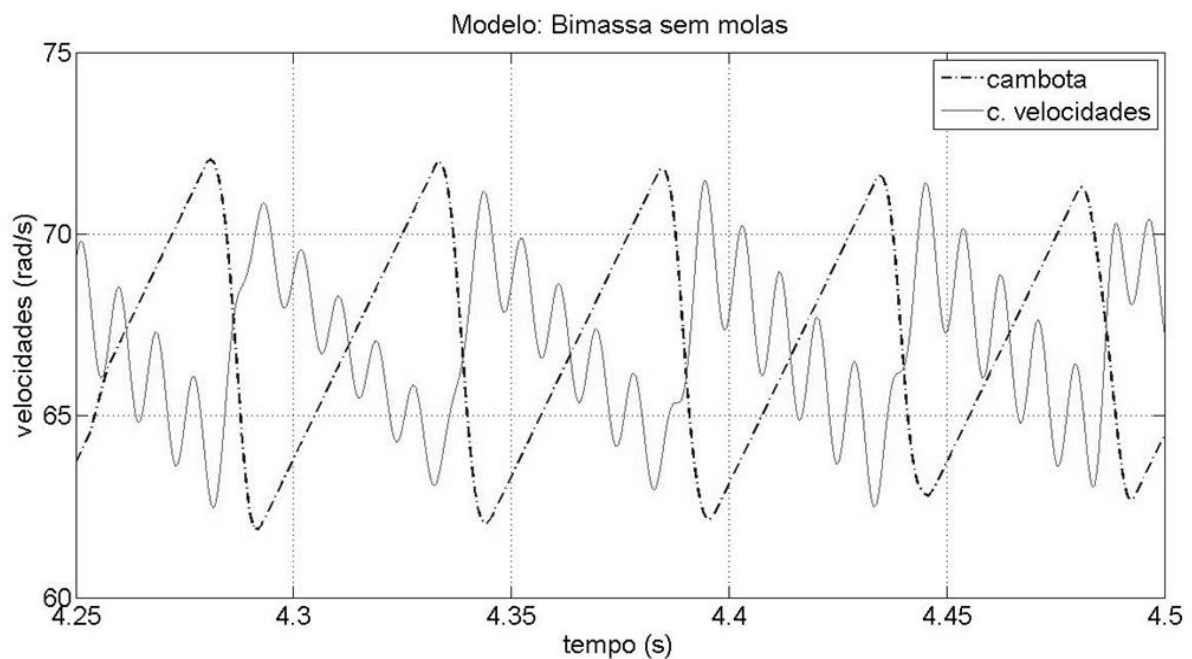


Figura 3.4 - Representação esquemática do bimatassa sem molas

Como se pretende efetuar um estudo comparativo sobre a redução das perturbações associadas às velocidades de entrada e saída do sistema, é conveniente observar o seu comportamento quando os corpos se encontram em rotação a uma velocidade estabilizada (ver Figura 3.6).



**Figura 3.5 - Resposta do modelo do bимassa sem molas à solicitação considerada**



**Figura 3.6 – Velocidades da cambota e c. de velocidades do bимassa sem molas para  $t = 4,25$  s a  $t = 4,5$  s**

Para um sistema com características dinâmicas idênticas às de um volante bimassa, é esperado que a cambota apresente uma determinada resposta ao sinal de entrada (representado na Figura 3.2), enquanto que a caixa de velocidades exiba uma resposta (i.e. a saída do sistema) de menor amplitude que a primeira.

Porém, estando ainda numa fase prematura deste estudo, demonstra-se que o modelo proposto se afasta da realidade e não tem o comportamento esperado para um volante bimassa (exemplificado na Figura 2.2). Esta conclusão é suportada pela observação do gráfico da Figura 3.6, onde se verifica que as velocidades na caixa de velocidades apresentam amplitudes de variação da velocidade idênticas às registadas na cambota.

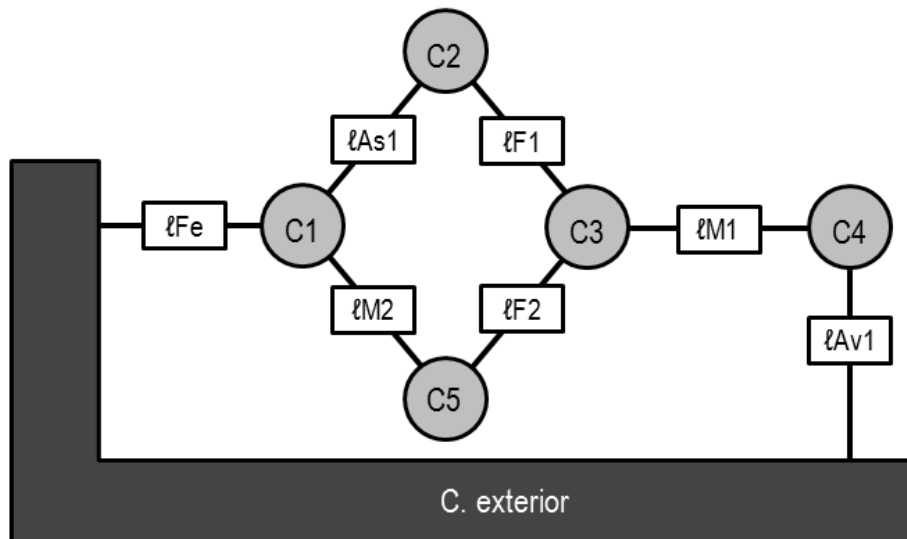
Deste modo, sabendo que maiores valores de amplitude das velocidades são sinónimo de mais perturbações associadas a esse sinal, fica provado que neste modelo as perturbações transmitidas à caixa de velocidades são semelhantes à cambota. Além disso, também, se observa que o sinal da caixa apresenta um número muito superior de oscilações, para o mesmo intervalo de tempo, em comparação com a cambota. Demonstra-se, ainda, que ambos os sinais exibem amplitudes de velocidade significativas (na ordem dos 12 rad/s), contribuindo para a existência de ruído associado aos sinais.

Ressalva-se, no entanto, que para os casos futuros só se irá recorrer à representação em pormenor das velocidades da cambota e da caixa de velocidades, por forma a que esta parte do trabalho não seja excessivamente exaustiva e que se possa observar o modo como as sucessivas aproximações ao modelo real afetam esta análise comparativa. Adicionalmente, irá estabelecer-se uma velocidade inicial dos vários corpos próxima da velocidade de estabilização, para que o sistema estabilize mais rapidamente e se possa reduzir o tempo de simulação necessário para a obtenção dos resultados.

Por se tratar de uma representação pormenorizada de uma parte do patamar de estabilização de velocidades, à semelhança do que se fez no gráfico da Figura 3.6, houve um investimento maior na capacidade de processamento para que se obtenham resultados mais exatos. Para isso, recorreu-se ao refinamento dos parâmetros do integrador numérico usado na rotina de cálculo (i.e.  $ODE_{45}$ ), através do ajustamento das tolerâncias absoluta e relativa de cálculo.

### **3.2.2. Modelo: Bimassa sem atrito nas molas**

Da mesma forma, pode-se repetir esta análise considerando um novo modelo, onde se contabiliza a existência de dois conjuntos de molas curvas, cada um deles com uma rigidez torsional de 199 Nm/rad. A representação esquemática deste sistema encontra-se na Figura 3.7.



**Figura 3.7 - Representação esquemática do bimatassa sem atrito nas molas**

Assim, em comparação com o caso 1, deve-se incluir mais um corpo (i.e. C5) com um momento de inércia de  $0,01464 \text{ kgm}^2$  e a ligação com folga ( $\ell F2$ ) terá de ter uma rigidez de  $398 \text{ Nm/rad}$ , resultante da soma dos valores de rigidez das duas molas curvas exteriores (cada uma com  $K = 199 \text{ Nm/rad}$ ), por forma a contabilizar a associação em paralelo do conjunto das molas. Os restantes parâmetros da ligação  $\ell F2$  mantêm-se inalterados.

Todavia, terá que se acrescentar uma nova ligação entre os corpos C1 e C5, denotada por  $\ell M2$ . Sendo uma ligação do tipo mola, os seus parâmetros são dados por  $K = 25000 \text{ Nm/rad}$ . A análise comparativa das velocidades dos corpos C1 e C4 pode ser efetuada com recurso à Figura 3.8.

Observando o gráfico da Figura 3.8 facilmente se observam diferenças nas respostas dinâmicas relativamente ao modelo inicial. Neste segundo caso, o comportamento de C1 (cambota) e de C4 (caixa de velocidades) aproxima-se mais das previsões avançadas no início desta secção, dado que a velocidade da caixa de velocidades exhibe menores variações de amplitude do que a velocidade da cambota.

A análise deste gráfico permite ainda comprovar que as amplitudes pico-a-pico de ambas as velocidades são menores do que no modelo do bimatassa sem molas, rondando os  $3 \text{ rad/s}$  para a cambota e os  $2 \text{ rad/s}$  para a caixa de velocidades. Além de se concluir que o ruído associado aos sinais é menor, devido à redução das amplitudes das velocidades, também se constata que os sinais apresentam um desfasamento de  $180^\circ$ .

Por último, a Figura 3.8 mostra ainda a existência de pequenas variações de velocidade no sinal proveniente da cambota. No entanto, estas variações são muito pouco expressivas, podendo ser desprezadas na análise a este modelo.

Dado que a diferença principal entre os dois primeiros casos se prende com inclusão dos conjuntos de molas curvas em paralelo, então, facilmente se prova que estas são responsáveis por uma menor transferência de energia para a caixa de velocidades. Este facto pode ajudar a justificar o seu comportamento dinâmico.

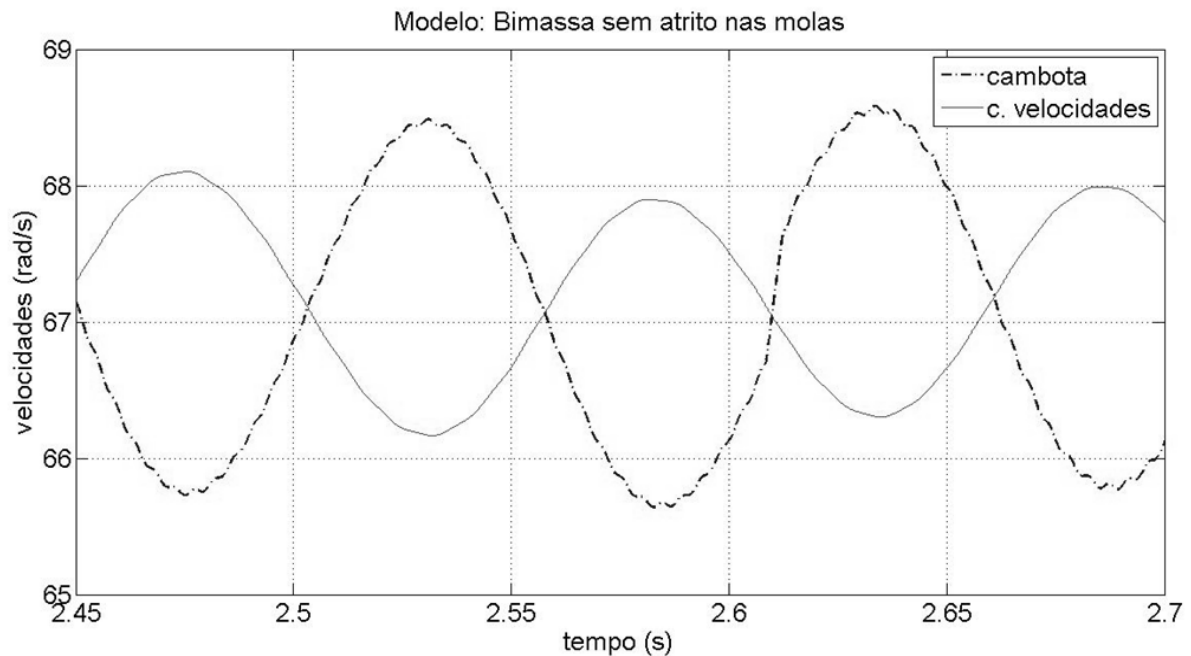


Figura 3.8 - Velocidades da cambota e c. de velocidades do bimatassa sem atrito nas molas para  $t = 2,45$  s a  $t = 2,7$  s

### 3.2.3. Modelo: Bimatassa com atrito nas molas

No seguimento desta metodologia, é possível enunciar o 3º caso de estudo (modelo do bimatassa com atrito nas molas). Neste modelo haverá apenas uma alteração a considerar: a existência de atrito entre as molas curvas e a parede da cavidade que as acomoda, definida por  $\ell As2$ .

A ligação  $\ell As2$  é do tipo atrito seco e deve contabilizar o efeito do atrito gerado por um contacto metal-metal entre o bloco primário (C1) e o disco de atrito de controlo (C2). Assim, esta ligação é composta pelos parâmetros  $F_c = F_s = 0,5$  Nm,  $v_s = 0,25$  rad/s,  $i_i = 2$ ,  $k_t = 1500$  s/rad e  $k_v = 0$  Ns/rad. Esta ligação pode ser observada no esquema da Figura 3.9.

O efeito desta ligação, em virtude das forças de atrito envolvidas não serem muito apreciáveis, não é particularmente notório, tal como se observa na Figura 3.10.

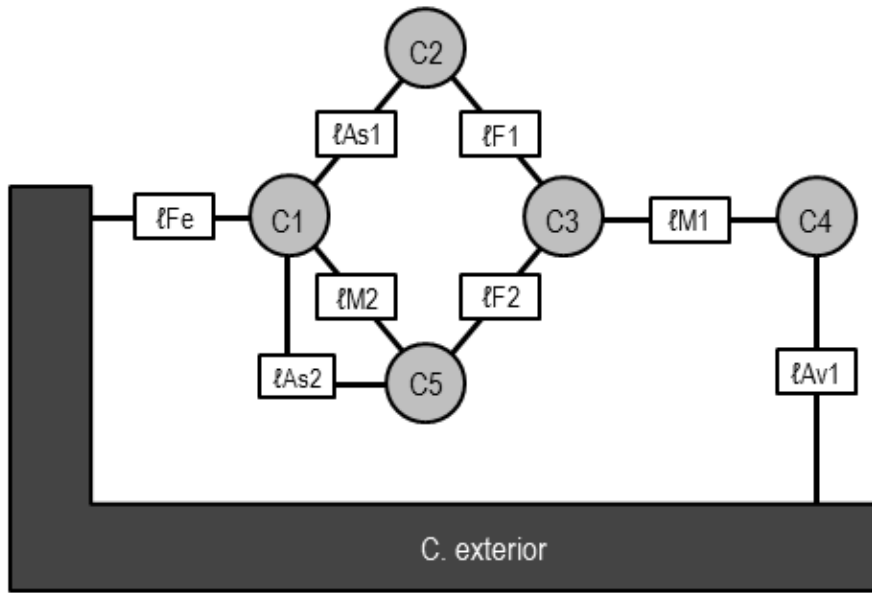


Figura 3.9 - Representação esquemática do bimatassa com atrito nas molas

Relativamente ao modelo anterior, as diferenças nas respostas obtidas não são significativas. No entanto, houve uma diminuição da sua velocidade média para aproximadamente 66 rad/s (cerca de 630 rpm). Esta ligeira diminuição pode ser explicada pelo acréscimo de atrito a que o sistema está sujeito, que se deve à inclusão da ligação  $l_{As2}$ .

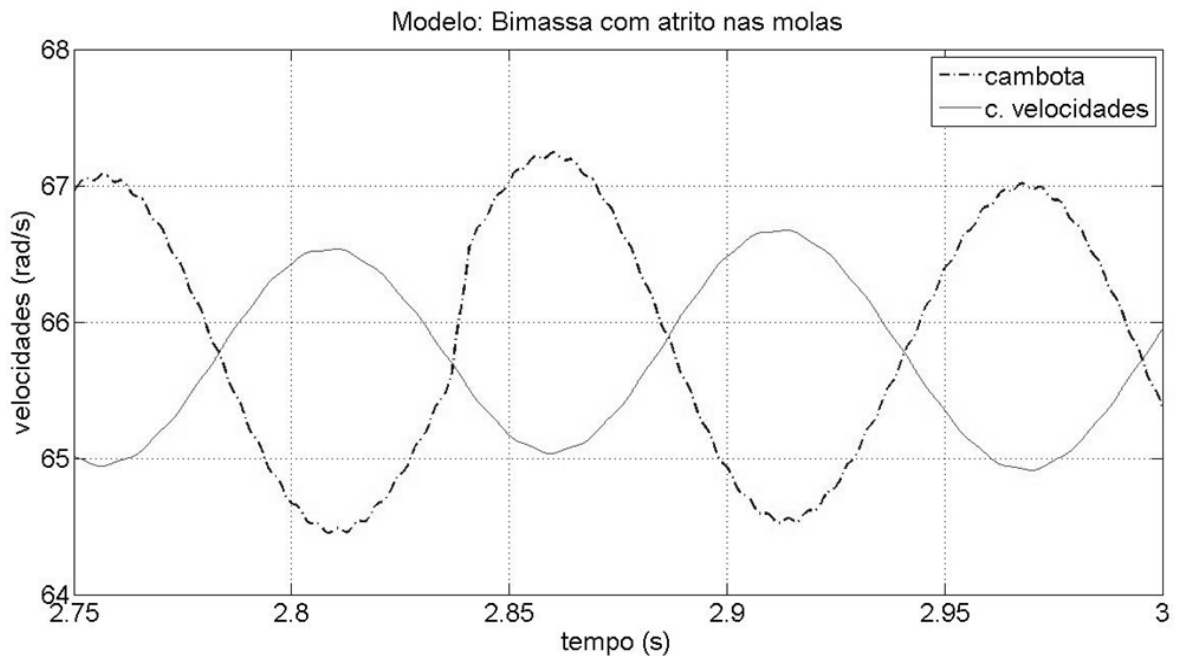


Figura 3.10 - Velocidades da cambota e c. de velocidades do bimatassa com atrito nas molas para  $t = 2,75$  s a  $t = 3$  s

Observa-se que a ligação  $\ell_{As2}$  também é responsável por um ligeiro acréscimo da amplitude dos picos existentes ao longo das curvas do sinal da cambota. Por último, pode-se igualmente concluir que as amplitudes das velocidades da cambota e da caixa de velocidades registaram uma diminuição, embora se tenha mantido o ângulo de defasagem de cerca de  $180^\circ$ .

### 3.2.4. Modelo: Bimassa com rigidez do disco de embraiagem

Na construção do 4º caso, denominado por modelo do bimassa com rigidez do disco de embraiagem, entrou-se em linha de conta com a rigidez desse componente. A rigidez do disco, que até então tem sido desprezada em detrimento da rigidez do veio primário da caixa, é na realidade ditada por uma rigidez equivalente que deve contemplar, entre outras, a rigidez das molas de torção do disco.

Estas molas, também chamadas de molinetes, apresentam valores de deformação relativamente reduzidos, sendo deformáveis para cargas de cerca de  $10 \text{ Nm}^\circ$  (aproximadamente  $573 \text{ Nm/rad}$ ). Este valor irá afetar fortemente a rigidez equivalente do conjunto formado pelo disco de embraiagem e veio primário da caixa de velocidades, não esquecendo que estes se encontram montados em série.

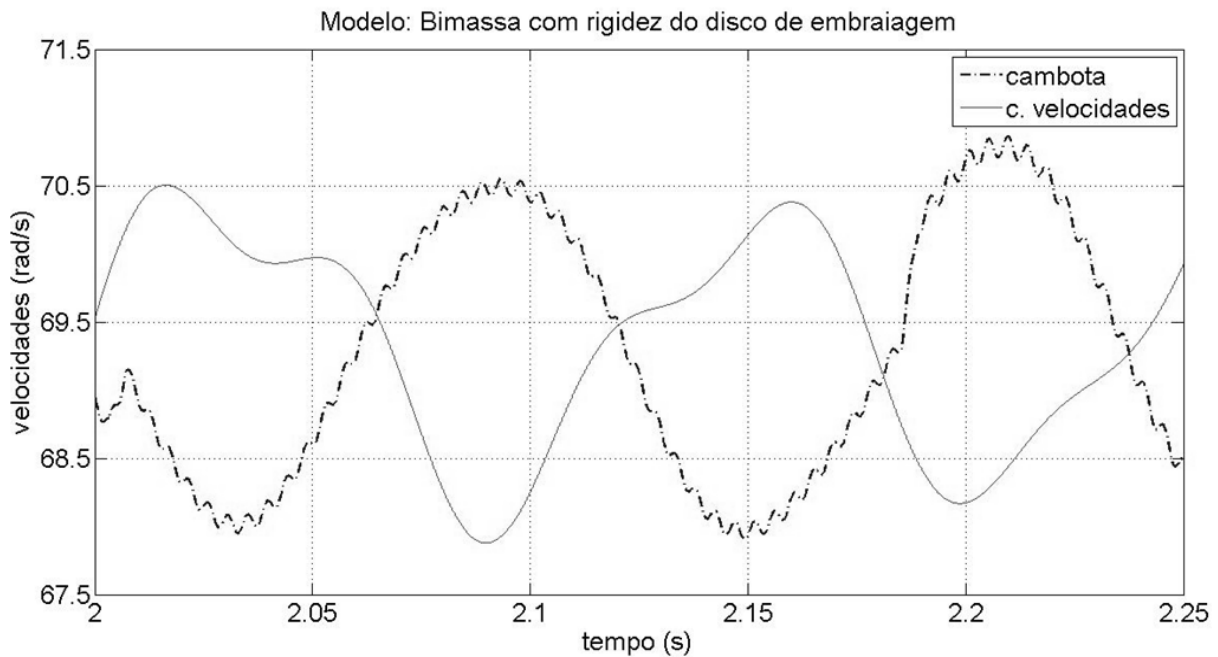
$$\frac{1}{K_{\text{equivalente}}} = \frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2} \quad (3.1)$$

A expressão 3.1 [8] permite calcular a rigidez equivalente das molas 1 e 2 (de rigidez  $K_1$  e  $K_2$ ) em série. Através desta expressão foi possível determinar um valor de rigidez equivalente do conjunto de  $559,3 \text{ Nm/rad}$ .

Observa-se que o valor da rigidez é relativamente baixo, servindo o propósito de o disco de embraiagem atuar como um dispositivo de proteção do motor. Assim, quando o momento produzido pelo motor exhibe picos violentos, superando largamente os valores de normal funcionamento, o disco de embraiagem patina e a transmissão de momento do motor para a caixa de velocidades é afetada.

Neste caso de estudo, uma vez que se irá entrar em linha de conta com este valor de rigidez, será necessário modificar a ligação  $\ell_{M1}$  já existente. Assim, considera-se para parâmetro da ligação  $\ell_{M1}$   $K = 559,3 \text{ Nm/rad}$ . Além disso, também se alterou a constante de  $\ell_{Av1}$  (para  $c = 0,294 \text{ Nms/rad}$ ) por forma a regular a velocidade de estabilização.

Dado que o esquema que define o modelo com rigidez do disco de embraiagem é em tudo idêntico ao do caso anterior (ver Figura 3.9), não existe necessidade de efetuar a sua representação. A resposta do sistema pode ser observada na Figura 3.11:



**Figura 3.11 - Velocidades da cambota e c. de velocidades do bimassa com rigidez do disco de embraiagem para  $t = 2$  s a  $t = 2,25$  s**

Observa-se novamente, em relação ao caso anterior, que o sinal de entrada (da cambota) exibe um comportamento muito semelhante. Neste caso, porém, o sinal da caixa de velocidades exibe uma amplitude de valor ligeiramente superior e um perfil de onda diferente, em virtude da diminuição do valor da rigidez considerado em  $\ell M1$ . É possível, então, concluir que não existe tanta dissipação de energia entre a entrada e a saída do sistema.

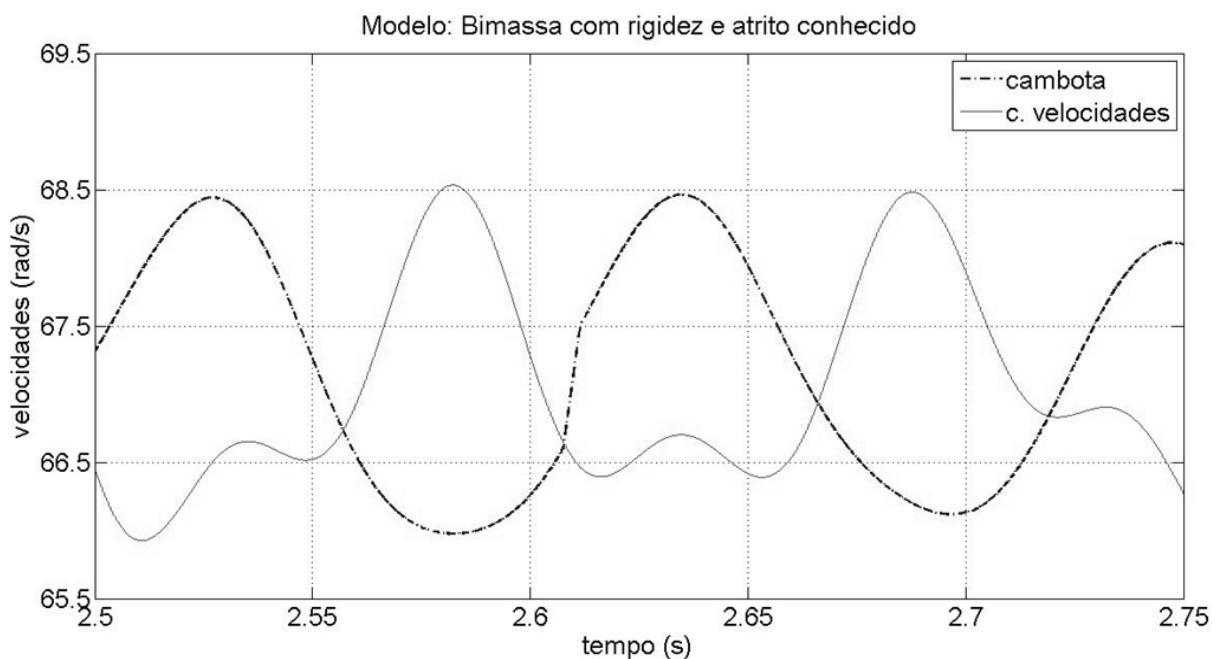
Verifica-se, igualmente, que houve um aumento da velocidade angular média e que o sinal de entrada apresenta picos mais acentuados ao longo da onda, devido à maior amplitude de oscilações do disco de atrito de controlo (corpo C2). Relativamente à defasagem dos sinais da cambota e da caixa de velocidades, observa-se que estes se mantêm em oposição de fase, ou seja, estão desfasados  $180^\circ$  entre si.

### 3.2.5. Modelo: Bimassa com rigidez e atrito conhecido

No sentido de tornar este modelo mais aproximado à realidade, deve-se ainda considerar o caso do modelo do bimassa com rigidez e atrito conhecido (ver Figura 3.12). Neste exemplo propôs-se a alteração do parâmetro  $k_t$  das ligações por atrito seco  $\ell A s1$  e  $\ell A s2$ , aumentando o seu valor, por forma a se obter uma simulação mais realista deste fenómeno complexo. Assim, deve-se considerar  $k_t = 150000$  s/rad.

Na elaboração deste caso deve-se ainda considerar outra hipótese relativamente às forças de atrito a que as molas curvas estão sujeitas: em vez de se atribuir um valor fixo para essa força (como no 3º e 4º casos), deve-se considerar que a força de atrito é função da força de compressão a que a mola está sujeita.

Uma vez que a força de compressão origina uma força de atrito que é aplicada a uma determinada distância do centro de rotação, então, será gerado um momento cujo valor será aquele que é passado nos parâmetros definidores da ligação  $lAs2$ . É importante não esquecer que a força de compressão de uma mola é determinada através do produto da deformação sofrida pelo valor da sua constante de rigidez.



**Figura 3.12 - Velocidades da cambota e c. de velocidades do bimatassa com rigidez e atrito conhecido para  $t = 2,5$  s a  $t = 2,75$  s**

Com base no gráfico da Figura 3.12 constata-se que, a par de uma ligeira redução da velocidade angular média da cambota e de uma redução da amplitude dos picos de ruído, não existem alterações no sinal da cambota. Porém, no que respeita ao sinal da caixa de velocidades podem-se encontrar diferenças relativamente ao perfil da onda e, também, ao nível da sua amplitude (tendo havido uma diminuição da mesma).

Por último, é possível chegar à definição do modelo final que será usado, daqui em diante, no estudo do volante bimatassa.

### 3.2.6. Modelo: Bimassa com cambota discretizada

Relativamente ao caso anterior, optou-se por desprezar a ação do corpo C2 enquanto dissipador de energia por atrito, dado que a sua inércia ( $0,00002 \text{ kgm}^2$ ) é bastante diminuta face aos demais componentes. Assim, e sem perda significativa de rigor nos resultados que se pretendem obter, é possível desprezar o disco de atrito de controlo (C2), uma vez que os seus efeitos são pouco significativos em regime de ralenti.

Ao eliminar o corpo C2 do modelo, é possível beneficiar de uma redução na complexidade do mesmo, o que se traduz num menor esforço de cálculo e de tempo de processamento das simulações a realizar posteriormente.

Neste modelo, ao contrário de todos os outros até aqui mencionados, a cambota já não será tratada como uma peça única e infinitamente rígida, mas sim como uma associação em série de 6 corpos: a sua secção inicial onde se liga a correia do alternador (denotada por C10) e 4 secções intermédias (cada uma correspondente à manivela de um cilindro) identificadas por C6, C7, C8 e C9.

Além disso, existe a secção final da cambota onde esta se liga rigidamente ao volante bimassa. No entanto, como a ligação é rígida, as propriedades dessa massa foram contabilizadas na massa primária do bimassa (seguindo o princípio adotado ao longo de todo este trabalho).

Na sua fase final, o modelo que melhor descreve o comportamento do volante bimassa é representado pelo esquema da Figura 3.13:

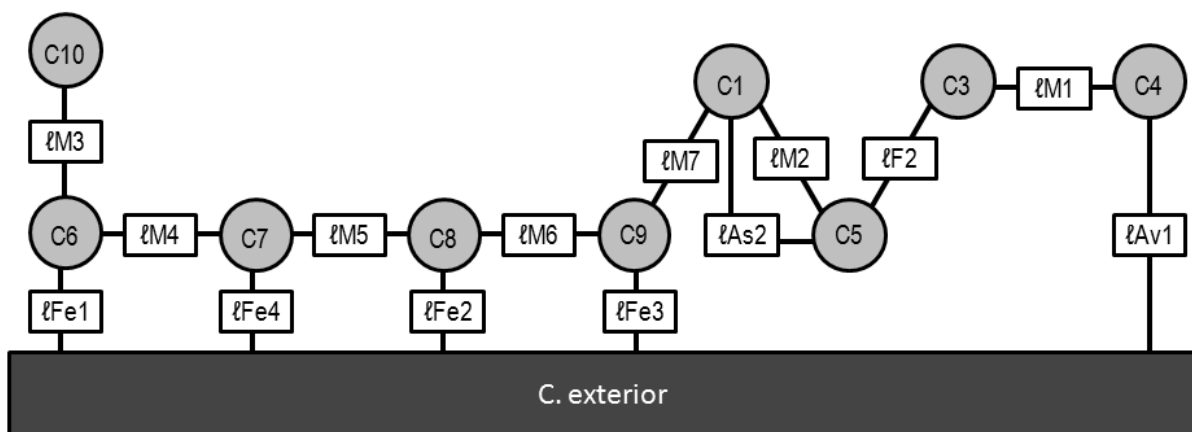


Figura 3.13 - Representação esquemática do bimassa com cambota discretizada

**Tabela 3.3 - Propriedades de inércia dos corpos do bimatassa com cambota discretizada**

<b>Corpos do Sistema</b>		
<b>C1</b>	Bloco primário	$J1 = 0,07437 \text{ kgm}^2$
<b>C2</b>	Disco de atrito de controlo	$J2 = 0,00002 \text{ kgm}^2$
<b>C3</b>	Bloco secundário	$J3 = 0,08326 \text{ kgm}^2$
<b>C4</b>	Caixa de velocidades	$J4 = 0,09325 \text{ kgm}^2$
<b>C5</b>	Molas curvas	$J5 = 0,01464 \text{ kgm}^2$
<b>C6</b>	Manivela nº1 da cambota	$J6 = 0,00661 \text{ kgm}^2$
<b>C7</b>	Manivela nº2 da cambota	$J7 = 0,00661 \text{ kgm}^2$
<b>C8</b>	Manivela nº3 da cambota	$J8 = 0,00661 \text{ kgm}^2$
<b>C9</b>	Manivela nº4 da cambota	$J9 = 0,00661 \text{ kgm}^2$
<b>C10</b>	Extremidade da cambota	$J10 = 0,00011 \text{ kgm}^2$

Como através da Tabela 2.2 já se conheciam os momentos de inércia dos vários corpos, então, para determinar os momentos de cada um dos conjuntos de peças (equivalentes a cada um dos corpos considerados no modelo) associaram-se os momentos de inércia de todas as peças que lhe pertencem. Esta determinação (feita também na Tabela 3.1) é fácil de efetuar dado que todas as peças do volante giram em torno do mesmo eixo de rotação, tendo-se obtido os resultados da Tabela 3.3 [11].

Por seu turno, as ligações existentes no modelo com cambota discretizada podem ser totalmente descritas através da informação contida na Tabela 3.4. Salienta-se que a 2ª e 3ª colunas desta tabela têm o mesmo significado que as respetivas colunas da Tabela 3.2.

Analisando a Figura 3.13 observa-se que, ao contrário de todos os outros casos anteriores, existem quatro ligações do tipo força exterior. Isto deve-se ao facto de, na realidade, se verificar que cada cilindro aplica uma carga sobre a respetiva manivela da cambota, de acordo com a sequência de ignição do motor.

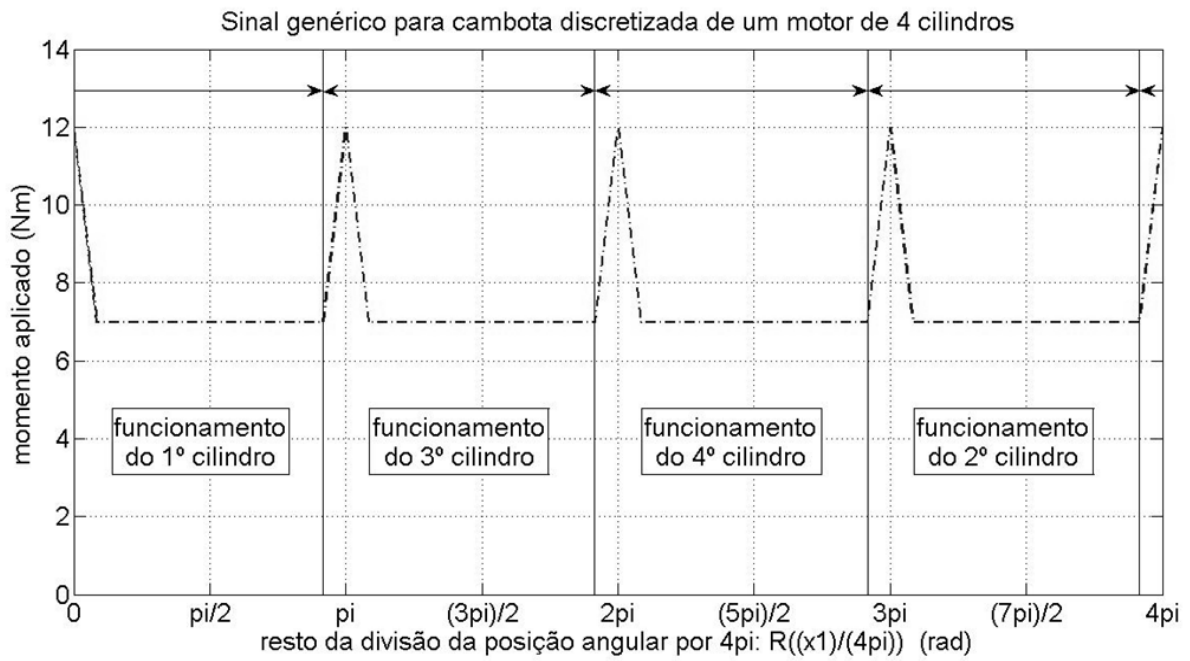
Considerando que as manivelas da cambota associadas aos cilindros 1, 2, 3 e 4 correspondem, respetivamente, aos corpos C6, C7, C8 e C9, observa-se que a ordem de aplicação das forças exteriores respeita a sequência de ignição deste motor (1, 3, 4 e 2). Destaca-se, também, que as ignições estão desfasadas segundo um ângulo de 180°.

Deste modo, houve a necessidade de editar as características deste tipo de ligação por forma a que se incluísse um parâmetro para regular a desfasagem do sinal (z), mas também, que a sua periodicidade passe de  $2\pi$  para  $4\pi$  radianos (equivalente a 2 rotações completas da cambota). Ao efetuar esta modificação, observa-se que cada cilindro só regista um pico de momento a cada  $4\pi$  radianos (ver Figura 3.14).

No sentido de tornar este sinal mais realista foram, também, considerados novos valores para os parâmetros de amplitude dos picos do momento ( $A$ ) e do patamar constante do momento ( $u$ ).

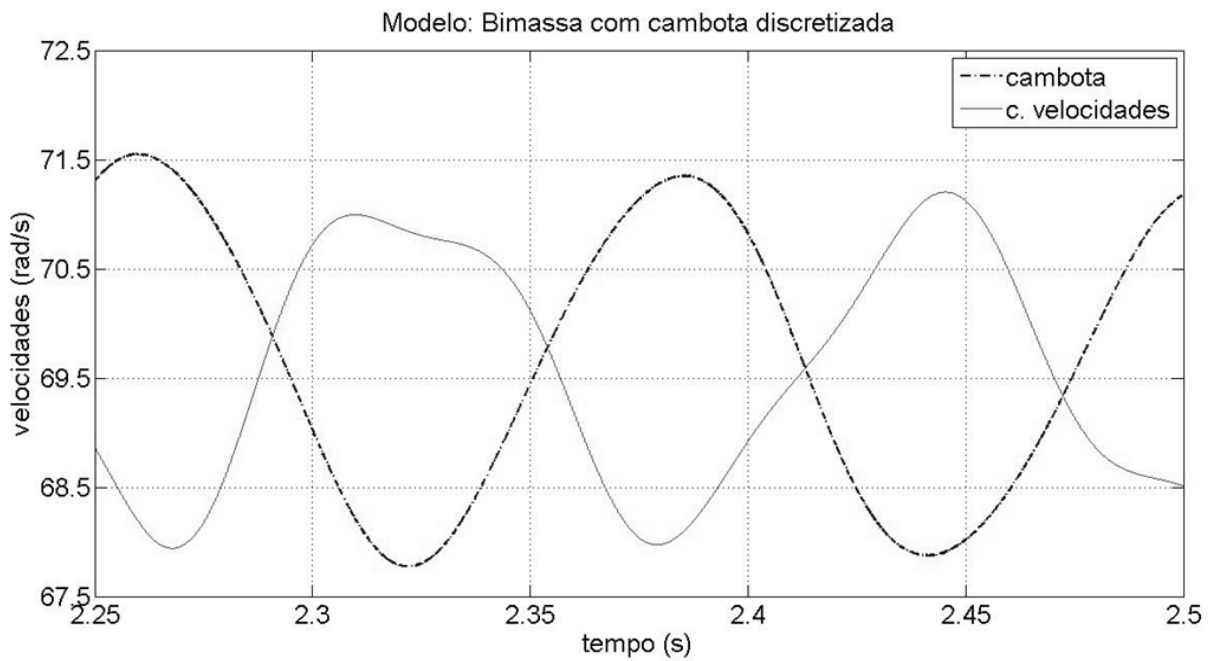
**Tabela 3.4 - Propriedades das ligações entre os corpos do biomassa com cambota discretizada**

Ligações do Sistema								
$\ell_{Fe1}$	C7-Cext	3.14	A = 10 Nm		$q = \pi/12$ rad	u = 5 Nm		$z = 0$ rad
$\ell_{Fe2}$	C9-Cext	3.14	A = 10 Nm		$q = \pi/12$ rad	u = 5 Nm		$z = \pi$ rad
$\ell_{Fe3}$	C10-Cext	3.14	A = 10 Nm		$q = \pi/12$ rad	u = 5 Nm		$z = 2\pi$ rad
$\ell_{Fe4}$	C8-Cext	3.14	A = 10 Nm		$q = \pi/12$ rad	u = 5 Nm		$z = 3\pi$ rad
$\ell_{As2}$	C1-C5	2.20	$F_c = 11$ Nm	$F_s = 11$ Nm	$v_s = 0,25$ rad/s	$i_i = 2$	$k_t = 150000$ s/rad	$k_v = 0$ Ns/rad
$\ell_{F2}$	C5-C3	2.21	$f_0 = 0,130$ rad		$K_s = 398$ Nm/rad	$n_s = 1,50$		$e_s = 1$
$\ell_{M1}$	C3-C4	2.18	K = 559,3 Nm/rad					
$\ell_{M2}$	C1-C5	2.18	K = 250000 Nm/rad					
$\ell_{M3}$	C6-C7	2.18	K = 3693081,8 Nm/rad					
$\ell_{M4}$	C7-C8	2.18	K = 3693081,8 Nm/rad					
$\ell_{M5}$	C8-C9	2.18	K = 3693081,8 Nm/rad					
$\ell_{M6}$	C9-C10	2.18	K = 3693081,8 Nm/rad					
$\ell_{M7}$	C10-C1	2.18	K = 3693081,8 Nm/rad					
$\ell_{Av1}$	C4-Cext	2.19	c = 0,241 Nms/rad					



**Figura 3.14 – Sinal genérico do momento para a cambota discretizada de um motor a 4 tempos**

Assim, através do modelo do bimatassa com cambota discretizada foi possível obter os resultados da Figura 3.15 para este sinal de entrada.



**Figura 3.15 - Velocidades da cambota e c. de velocidades do bimatassa com cambota discretizada para  $t = 2,25$  s a  $t = 2,5$  s**

Analisando o gráfico da Figura 3.15, continua-se a verificar que a velocidade da cambota está em oposição de fase ao sinal da caixa de velocidades. Observa-se, também, que as amplitudes de velocidade da cambota são superiores às da caixa e que, devido à eliminação do disco de atrito de controlo (corpo C2) do modelo, o sinal da cambota não exhibe picos ao longo da onda. Além disso, demonstra-se que a velocidade média de estabilização dos corpos do modelo ocorre para os 70 rad/s (670 rpm), aproximadamente.

### 3.3. Parâmetros de Entrada do Modelo

#### 3.3.1. Delta de Dirac

Representado por  $\delta(t)$ , consiste numa função que se obtém à custa da derivada do degrau unitário em ordem ao tempo [12]. Assim, tem-se que:

$$\delta(t) \equiv \frac{du}{dt} \quad (3.2)$$

Deste modo, o delta de Dirac pode ser definido por:

$$\delta(t) = \begin{cases} \infty, & t = 0 \\ 0, & t \neq 0 \end{cases}, \quad \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1 \quad (3.3)$$

Como consequência desta definição, observa-se que  $\delta(t)$  produzirá um impulso unitário cuja sua duração finita irá influenciar a intensidade do mesmo. Isto significa que, no limite, quando o tempo de duração do impulso tende para zero, o seu valor será infinito.

A realização de ensaios no modelo com este sinal demonstra-se particularmente útil para a simulação de variações bruscas e de curta duração, como por exemplo a quebra abrupta de um sinal. Apesar do sistema em estudo ter um carácter não linear, observa-se (apenas para sistemas lineares) que a transformada de Laplace de  $\delta(t)$  corresponde à resposta do sistema no domínio da frequência. Conhecendo a resposta, é possível obter-se a função de transferência do sistema [4].

A intensidade deste sinal é expressa em Nm (por se tratar de um momento aplicado) e o seu início ocorre em  $t = 0$  s. Neste caso, optou-se por multiplicar  $\delta(t)$  por uma constante de ampliação ( $y$ ) igual a 50, para que o sinal apresente uma intensidade de 50 Nm durante o período de 1 s, tal como se observa na Figura 3.16:

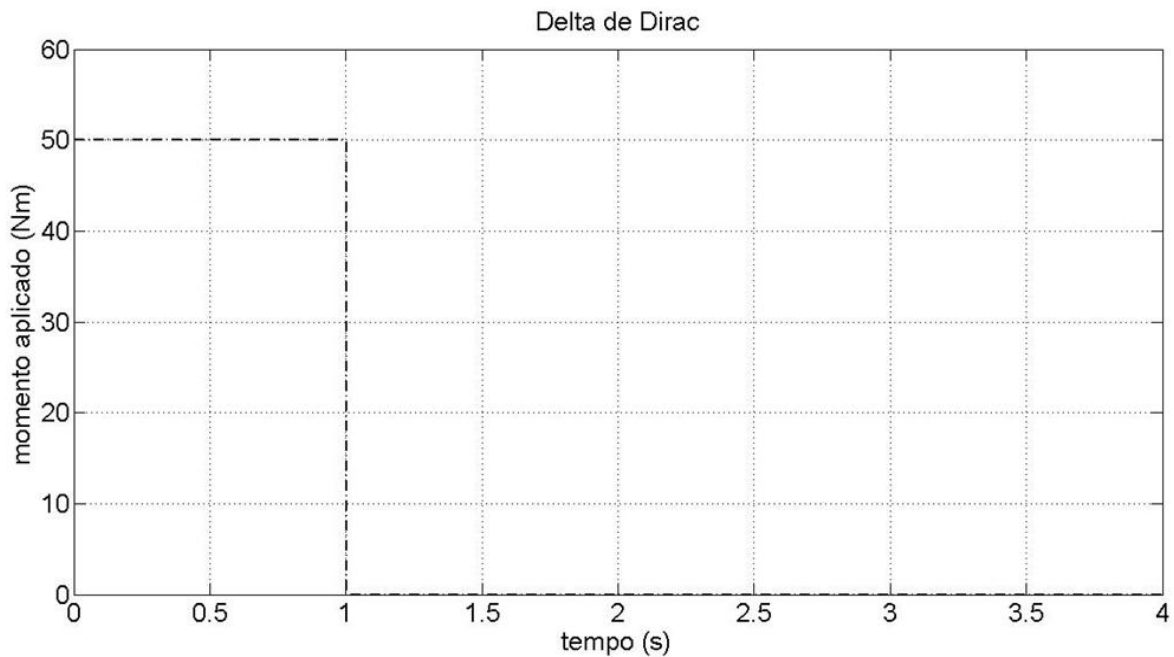


Figura 3.16 – Implementação prática do sinal do delta de Dirac com  $y = 50$

### 3.3.2. Degrau Unitário

Tal como o seu nome indica, este sinal consiste num degrau cuja altura vale uma unidade. Seja  $u(t)$  a função que simboliza o degrau unitário, a sua definição é feita através de:

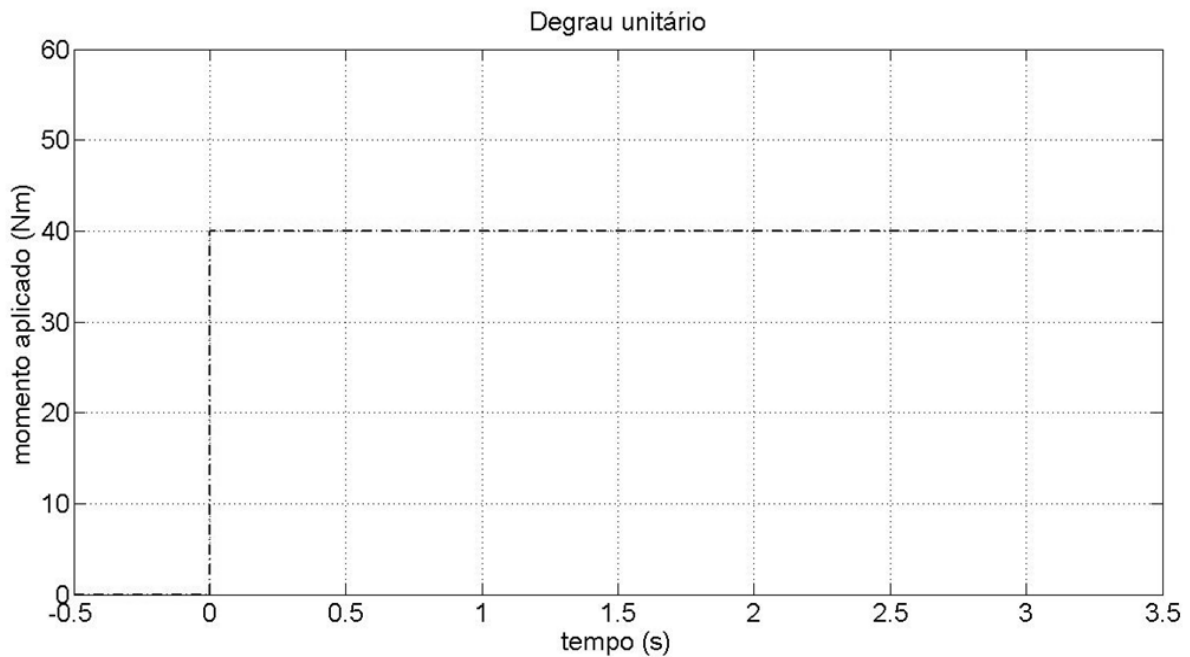
$$u(t) = \begin{cases} 1, & t > 0 \\ 0, & t \leq 0 \end{cases} \quad (3.4)$$

De igual modo, observa-se que o degrau unitário e o delta de Dirac (ver ponto 3.3.1.) se relacionam através da expressão 3.5:

$$u(t) = \int_{-\infty}^t \delta(t) dt \quad (3.5)$$

A função  $u(t)$ , também denominada na literatura por função de *Heavyside*, é usada na determinação da transformada inversa de Laplace das funções que descrevem sistemas lineares [13]. Do ponto de vista da resposta deste tipo de sistemas, este sinal é particularmente importante devido às suas características, permitindo testar o comportamento dos mesmos quando sujeitos a um sinal que se ligou rapidamente e que, com o passar do tempo, permanece ativo.

A sua representação gráfica é feita na Figura 3.17. Para este sinal, e à semelhança do delta de Dirac, considerou-se que a sua amplitude (i.e. a altura do degrau) representa um momento aplicado em Nm, estando multiplicada por uma constante  $y = 40$  para aumentar o seu valor.



**Figura 3.17 – Implementação prática do sinal do degrau unitário com  $y = 40$**

### 3.3.3. Função Sinusoidal

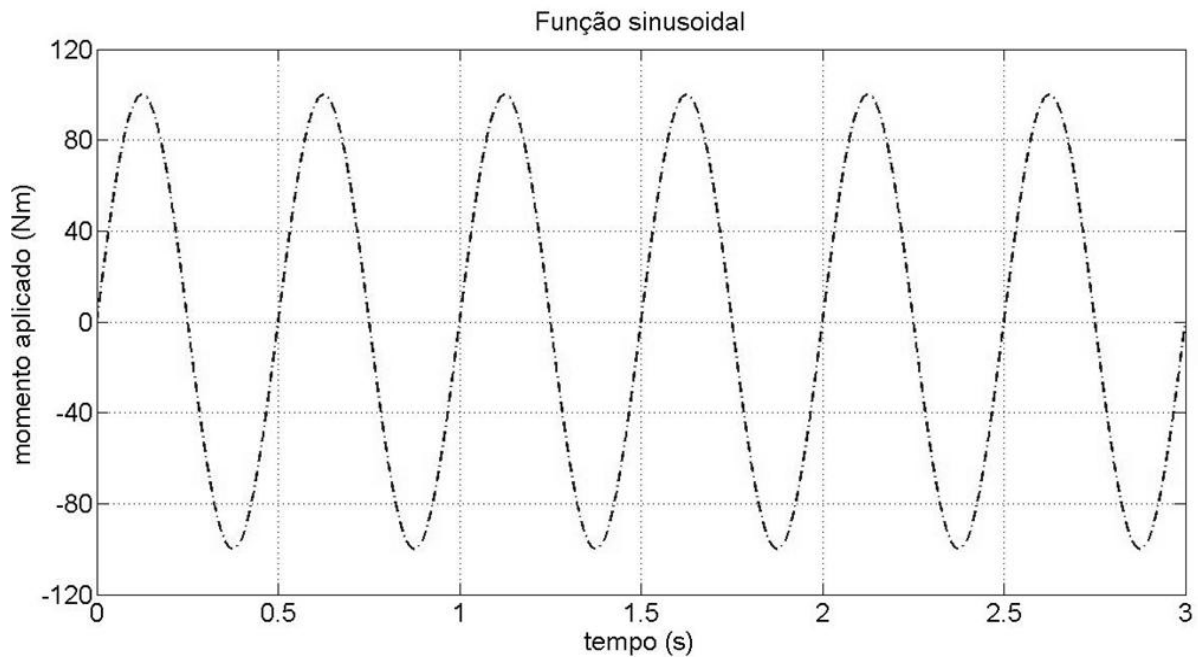
Genericamente, a função sinusoidal pode ser descrita por:

$$g(t) = a \text{sen}(\omega t + \phi) \quad (3.6)$$

Onde  $a$  é a amplitude do sinal, que equivale ao desvio medido nos picos relativamente ao eixo de simetria do gráfico e  $\omega$  define a sua frequência angular, que consiste no número de ciclos que ocorrem por unidade de tempo a multiplicar por  $2\pi$ . A variável  $\phi$  representa o ângulo de fase, definido como o ângulo que a função adota no instante inicial ( $t = 0$ ).

Porém, à semelhança dos sinais já apresentados, é necessário compreender as implicações que cada um destes parâmetros terá nas características do sinal. Sabendo que no caso em estudo este sinal representa um momento aplicado ao sistema, facilmente se conclui que a amplitude ( $a$ ) será um valor não-nulo expresso em unidades de momento, condicionando a intensidade do momento que se aplica. De igual modo, observa-se que a frequência angular pode ser expressa em rad/s e o ângulo de fase ( $\phi$ ) em radianos.

Assim sendo, adotou-se  $a = 100$  Nm como valor de amplitude e considerou-se que a função não apresenta desfasagem, ou seja,  $\phi = 0$ . Admitiu-se, também, que a sua frequência angular é de  $4\pi$  rad/s (i.e. 2 Hz), sendo possível efetuar a representação gráfica da função sinusoidal na Figura 3.18:

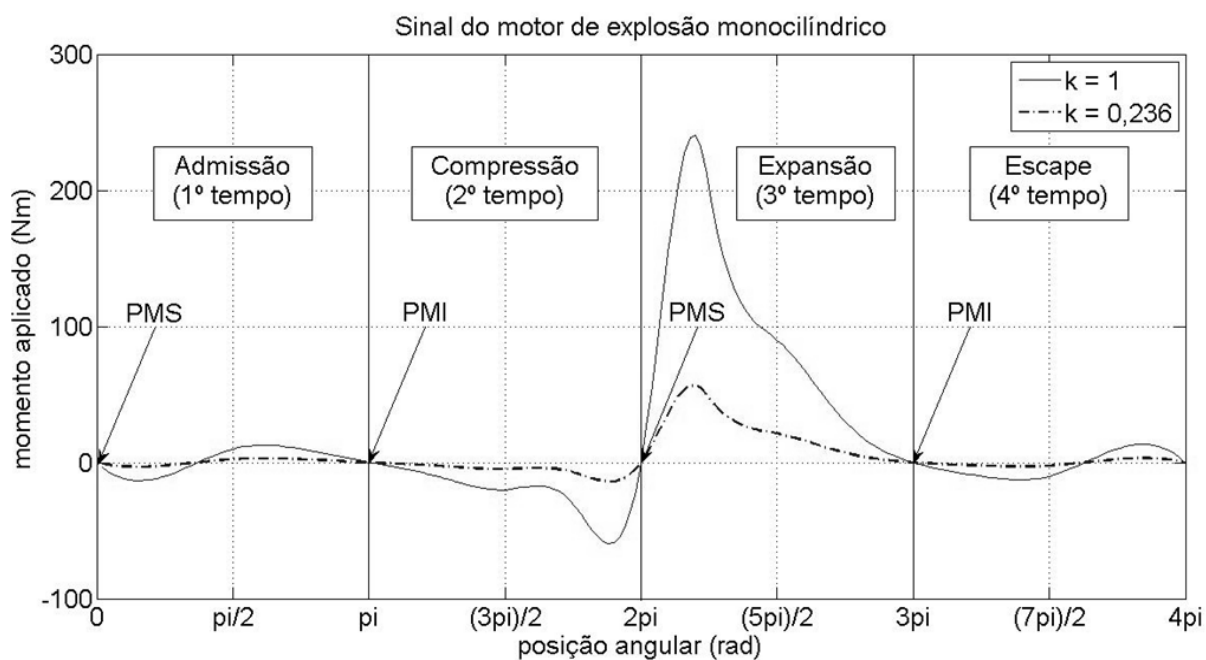


**Figura 3.18 - Implementação prática do sinal da função sinusoidal degrau com  $a = 100$ ,  $\omega = 4\pi$  e  $\phi = 0$**

### 3.3.4. Sinal do Motor de Explosão

O sinal de entrada do motor de explosão, usado com o intuito de reproduzir com a maior exatidão possível o comportamento observado em motores reais, deve contemplar o carácter flutuante do momento produzido pelo motor. Estas flutuações devem-se, sobretudo, aos fenómenos associados à combustão que por seu turno contribuem para um movimento irregular da cambota [14]. Assim, conclui-se que as flutuações do momento podem ser consideradas em função da posição angular da cambota [15].

Dado que a cambota é o órgão mecânico que fornece o momento ao volante bimassa, será difícil medir diretamente esta grandeza e, por essa razão, o sinal referente ao momento gerado pode ser obtido com base na informação existente na literatura [16] [17]. Uma das representações deste sinal pode ser encontrada na Figura 3.19 [17], onde se observa a variação do momento aplicado em função da posição angular da cambota para um motor monocilíndrico de 4 tempos a gasolina.



**Figura 3.19 - Implementação prática do sinal do motor de explosão monocilíndrico para  $k = 1$  e  $k = 0,236$  [17]**

Na Figura 3.19 [17] podem-se observar as duas curvas que foram obtidas através da variação da constante de proporcionalidade ( $k$ ). Assim, ao mudar o valor de  $k$ , é possível variar o momento médio gerado por um cilindro durante um ciclo completo de  $720^\circ$  de rotação da cambota (i.e.  $4\pi$  radianos). Destaca-se, igualmente, que quando  $k = 1$  se obtém o gráfico do momento aplicado pelo motor monocilíndrico à cambota, quando a sua velocidade de funcionamento é de 1800 rpm [17].

Como o gráfico original, com  $k = 1$ , possuía um valor de momento médio aplicado demasiado elevado para as condições de funcionamento ao ralenti (aproximadamente 17 Nm), houve a necessidade de usar  $k = 0,236$  para que se obtivesse um momento médio de 4 Nm.

Através do gráfico da Figura 3.19 [17] é possível identificar os 4 tempos do ciclo de um motor a gasolina, que foram assinalados para facilitar a sua interpretação.

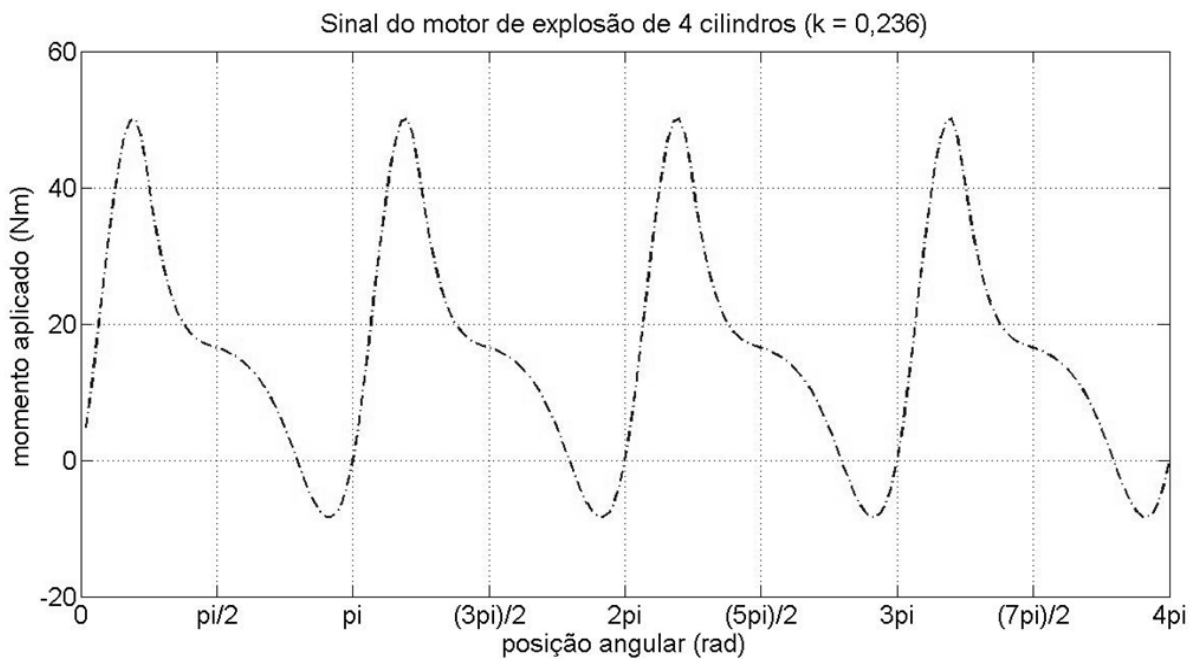
A admissão marca o início do ciclo de funcionamento do motor e é onde se dá a aspiração da mistura (gasolina + ar) para o interior do cilindro, enquanto o pistão desce desde o ponto morto superior (PMS) até ao ponto morto inferior (PMI) [18].

No 2º tempo do ciclo (compressão), o pistão realiza um movimento ascendente de PMI a PMS e a mistura é comprimida dentro do cilindro. Isto permite homogeneizar a mistura e aumentar a temperatura da mesma para a combustão [18].

Na fase de expansão é feita a ignição da mistura através de uma faísca elétrica produzida pela vela, originando-se a combustão da mesma. Neste tempo do ciclo, o pistão desloca-se desde o PMS até ao PMI em virtude das altas pressões (resultantes da combustão), produzindo-se trabalho útil ao veio [18].

Quando se dá o escape (4º tempo), o pistão volta a subir até ao ponto morto superior e procede-se à extração dos gases resultantes do processo de combustão. Posteriormente, estes gases são libertados para a atmosfera [18].

No entanto, como se pretende que o motor para a simulação seja de 4 cilindros a 4 tempos, surge a necessidade de converter o sinal do motor monocilíndrico da Figura 3.19 para o sinal de um motor de explosão de 4 cilindros a 4 tempos. Para isso, e considerando que nas simulações que se seguem será usado  $k = 0,236$ , o sinal mostrado na Figura 3.19 teve de ser replicado quatro vezes e, posteriormente, somado por forma a que se obtenha um sinal com as características desejadas (ver Figura 3.20).



**Figura 3.20 - Implementação prática do sinal do motor de explosão de 4 cilindros para  $k = 0,236$**

Uma vez que o momento é um dos parâmetros que afeta mais significativamente as performances do motor [19], fica demonstrada a importância do seu estudo, especialmente no que respeita às variações que exhibe ao longo de um ciclo completo.

Dado que estas variações podem ser vistas como “ruído” que está associado ao sinal de entrada do volante bimassa, interessa observar o efeito de filtro que o volante tem ao nível do momento que é transmitido à caixa de velocidades. Se se demonstrar que existe uma filtragem do ruído associado ao

sinal do momento, é expectável que isso traga vantagens ao nível das performances do motor e do conforto dos passageiros, através da redução das vibrações e do ruído emitido.

No sentido de tornar este estudo mais abrangente, serão feitas diversas simulações em função de dois parâmetros particularmente importantes: a inércia da caixa de velocidades ( $I_c$ ) e a rigidez equivalente entre o disco de embraiagem e o veio primário da caixa de velocidades ( $K_{eq}$ ).

Assim, ao obter resultados em função destes dois valores, é possível determinar (para um determinado volante bimassa e cambota) quais as características de inércia, i.e. qual a gama de valores dos momentos de inércia que a caixa de velocidades deve ter, para que o volante apresente o efeito de “filtro” desejado.

De igual forma, ao fazer variar a rigidez equivalente ( $K_{eq}$ ) é possível tirar conclusões acerca dos discos de embraiagem que terão melhor desempenho, desde que as restantes características (dimensões, materiais, tipo de encaixe, entre outras) permitam a sua inclusão no bimassa.

Por forma a relacionar e a comparar simultaneamente estes dois parâmetros, é necessário elaborar um gráfico comparativo. No entanto, para que tal suceda, deve-se definir o rácio entre as amplitudes de saída do volante (designadas por  $A_s$ ) e as suas amplitudes de entrada (identificadas através de  $A_e$ ), tal que:

$$r = \frac{A_s}{A_e} \quad (3.7)$$

Como se pretende que o volante bimassa atenuar as amplitudes das oscilações do sinal de saída, fazendo com que o momento transmitido à caixa de velocidades seja mais constante, é desejável que estas sejam menores que as amplitudes do sinal de entrada (ou seja,  $A_s < A_e$ ). Então, se  $r = A_s/A_e$ , observa-se que só haverá filtragem de ruído no bimassa quando se verificar a condição  $r < 1$ .

Para determinar o rácio de amplitudes ( $r$ ), será necessário efetuar diversos ensaios ao modelo por forma a que se obtenham os valores de  $A_s$  e  $A_e$  através da leitura das velocidades estabilizadas da caixa de velocidades e da cambota (rigidamente ligada à massa primária), respetivamente, para cada valor de  $I_c$  e  $K_{eq}$ .

Desta forma, serão utilizados vários valores de  $I_c$  para criar os pontos de uma curva do gráfico, sendo que cada curva corresponde um valor de  $K_{eq}$ . Os valores de referência para  $I_c$  e  $K_{eq}$  serão dados pelas características da cambota, disco de embraiagem e caixa de velocidades existentes no modelo físico, sendo que os restantes valores considerados foram determinados por forma a que as suas gamas abrangessem valores inferiores e superiores à referência.

Deste modo, tem-se como valores de referência:  $I_c = 0,09325 \text{ kgm}^2$  e  $K_{eq} = 559,3 \text{ Nm/rad}$ .

Dada a construção do gráfico, é expectável que se usem mais valores para o momento de inércia da caixa de velocidades ( $I_c$ ) do que para a rigidez equivalente ( $K_{eq}$ ), sendo que os valores considerados para as diversas caixas de velocidades são apresentados na Tabela 3.5. Por seu turno, os valores de  $K_{eq}$  usados serão 111,9 Nm/rad, 559,3 Nm/rad e 2796,5 Nm/rad.

**Tabela 3.5 - Propriedades de inércia de diversas caixas de velocidades**

<b>Inércia da caixa de velocidades</b>	
<b>Ic1</b>	0,00161 kgm <sup>2</sup>
<b>Ic2</b>	0,00812 kgm <sup>2</sup>
<b>Ic3</b>	0,03244 kgm <sup>2</sup>
<b>Ic4</b>	0,09325 kgm <sup>2</sup>
<b>Ic5</b>	0,24526 kgm <sup>2</sup>
<b>Ic6</b>	0,62530 kgm <sup>2</sup>
<b>Ic7</b>	1,57541 kgm <sup>2</sup>



## 4. Ensaios e Validações do Modelo

Uma vez obtido o modelo de estudo, estão reunidas as condições para a realização de uma fase de ensaios com o intuito de averiguar o comportamento do modelo e reunir a maior quantidade de informação possível sobre o mesmo.

Dado que se pretendem testar diversos cenários, é necessário utilizar diferentes sinais de entrada e, por conseguinte, deram-se a conhecer em detalhe (na secção 3.3.) as características de cada sinal. Assim, recorrendo à simulação numérica, registaram-se as várias respostas obtidas. Os ensaios efetuados são apresentados na mesma ordem da secção 3.3..

### 4.1. Resultados para vários sinais de entrada

#### 4.1.1. Resposta ao delta de Dirac

Uma vez que o integral do delta de Dirac vale 1 e para que a sua amplitude seja significativa (ao ponto de produzir uma excitação observável no modelo), conclui-se que o sinal não apresenta uma duração temporal suficiente para alterar as condições em que o sistema se encontrava anteriormente.

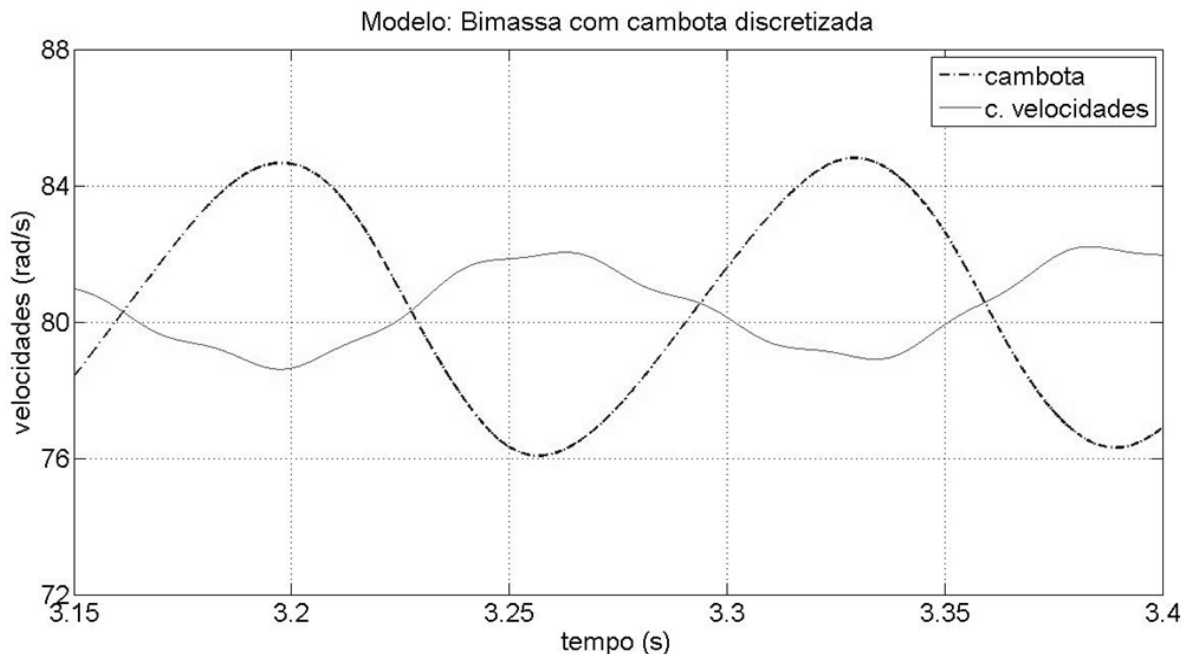
Então, para contornar esta dificuldade, surge a necessidade de associar a  $\delta(t)$  uma constante de ampliação ( $y = 50$ ) que permita aumentar a sua intensidade. No entanto, mesmo com esta manipulação matemática (ver Figura 3.16), observa-se que este sinal não propicia condições de simulação realistas.

Por esta razão, este sinal foi pouco testado e optou-se por não incluir os seus resultados no texto.

#### 4.1.2. Resposta ao degrau unitário

Quando o modelo é submetido à excitação do sinal de degrau unitário, deve-se garantir que o valor da sua intensidade é suficiente para provocar alterações no comportamento do modelo, por forma a que este saia do seu estado de repouso. No entanto, dado que a função original deste sinal apresenta uma intensidade de valor unitário, é necessário associá-lo a uma constante de ampliação da intensidade do sinal de entrada ( $y$ ).

A resposta do modelo ao sinal de entrada de degrau unitário encontra-se representada na Figura 4.1, enquanto que o sinal utilizado para a obtenção da mesma é apresentado na Figura 3.17. Porém, pode-se concluir que este tipo de sinal também não descreve convenientemente a realidade, uma vez que não considera a existência de qualquer flutuação na transmissão do momento por parte do motor.



**Figura 4.1 - Velocidades da cambota e c. de velocidades do bимassa com cambota discretizada para  $t = 3,15$  s a  $t = 3,4$  s**

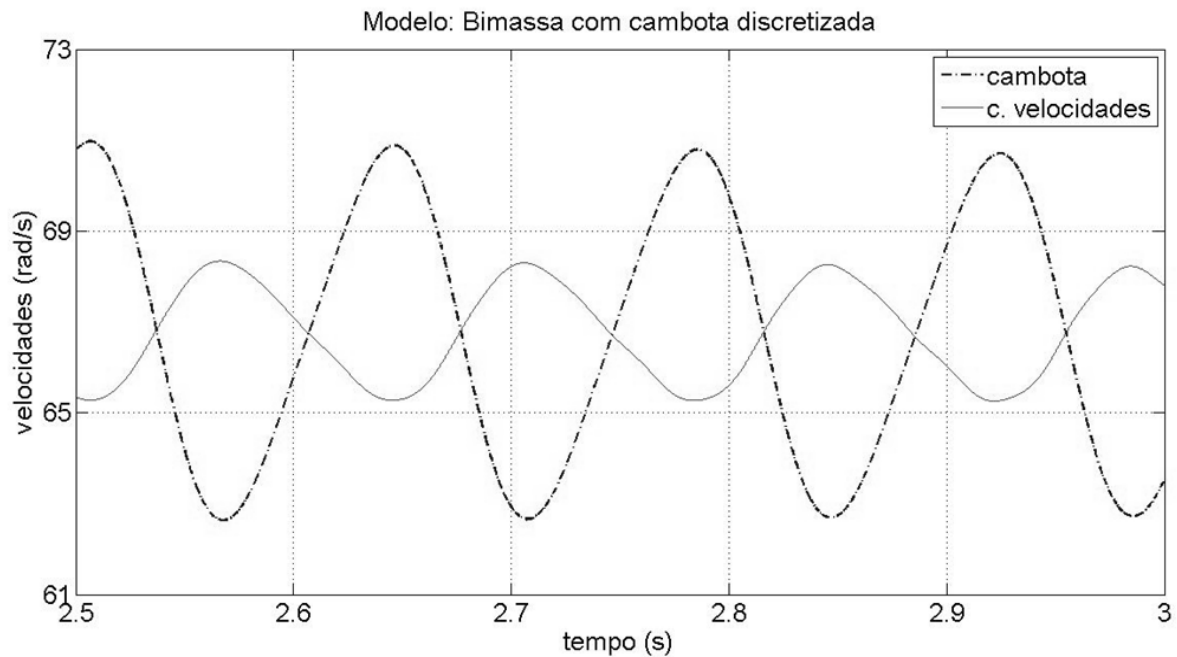
Ao analisar o gráfico da Figura 4.1, observa-se que para este sinal as velocidades médias da cambota e da caixa de velocidades rondam os 80 rad/s (aproximadamente 764 rpm) em regime de ralenti. À semelhança do que se verificou nos pontos 3.2.2 a 3.2.6 da secção 3.2, constata-se que os sinais de entrada e de saída do sistema estão em oposição de fase.

### 4.1.3. Resposta à função sinusoidal

Contrariamente ao delta de Dirac e ao degrau unitário, o sinal de entrada da função sinusoidal com as características apresentadas é capaz de produzir uma excitação observável no modelo. Além disso, o seu carácter oscilatório já contempla eventuais variações existentes no momento gerado num motor de combustão interna.

Todavia, esse mesmo carácter oscilatório não fornece uma caracterização realista do momento aplicado à cambota, pois implica que este varie e atinja alternadamente valores positivos e negativos.

Uma vez que este volante bимassa não foi projetado para este tipo de utilização, pode-se concluir que os resultados não terão grande interesse em virtude das condições de ensaio admitidas (ver Figura 4.2).



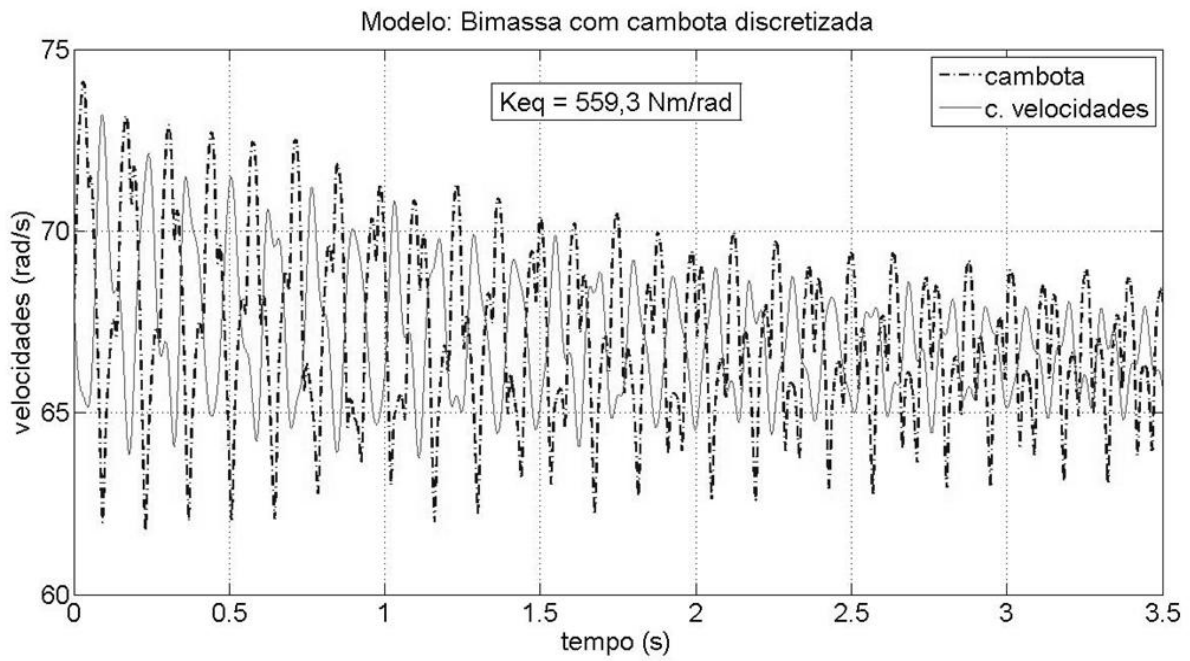
**Figura 4.2 - Velocidades da cambota e c. de velocidades do bимassa com cambota discretizada para  $t = 2,5$  s a  $t = 3$  s**

Tal como no ponto 4.1.2., constata-se que as respostas obtidas para a cambota e caixa de velocidades apresentam um desfasamento de  $180^\circ$ , embora neste caso ambas as velocidades apresentem menores valores médios e amplitudes.

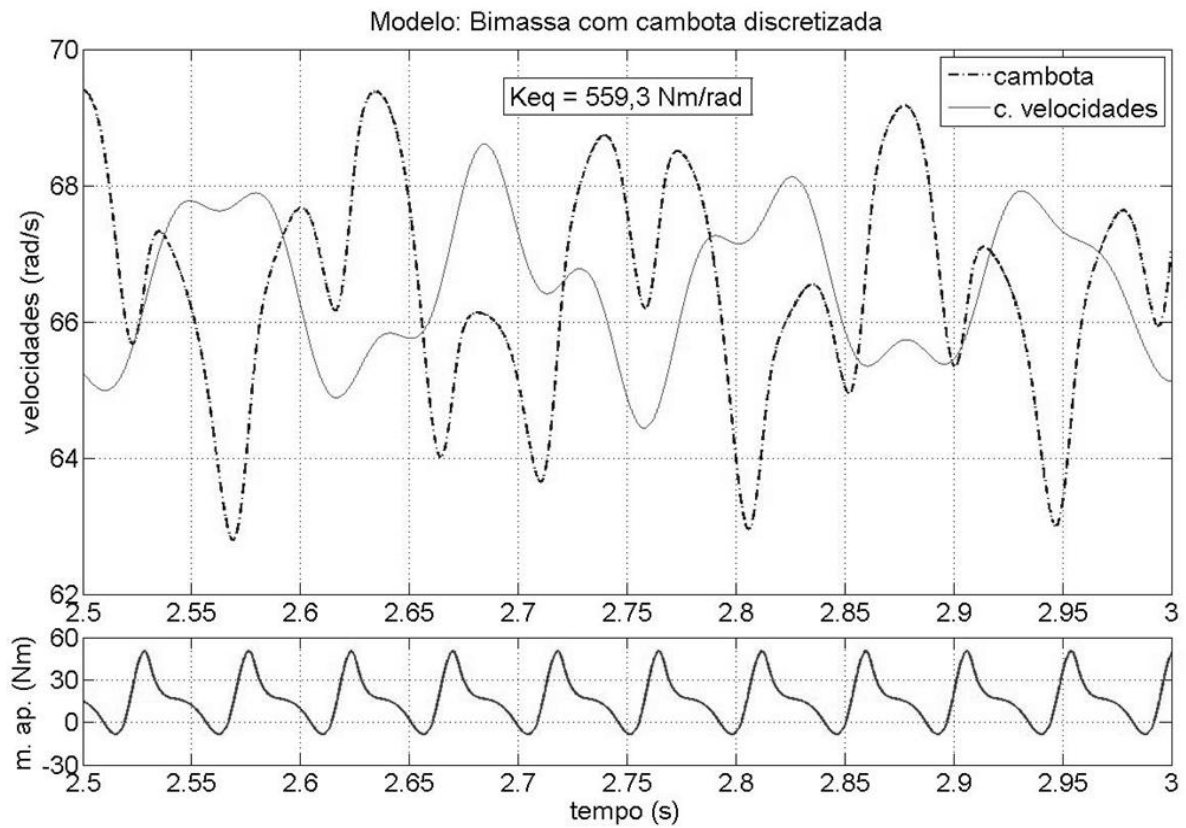
#### 4.1.4. Resposta ao sinal real do motor de explosão

Por oposição a todos os sinais de entrada anteriormente referidos, o sinal real do motor de explosão é o que mais se aproxima da realidade e, por essa razão, será o mais estudado neste capítulo. No ponto 3.4.4. procedeu-se a uma breve descrição das características deste sinal, bem como da metodologia que iria ser seguida para a obtenção de resultados.

A título exemplificativo é feita na Figura 4.4 uma representação gráfica pormenorizada, obtida a partir do gráfico da Figura 4.3, das velocidades da cambota e da caixa de velocidades usando os valores de referência de  $I_c$  e  $K_{eq}$  ( $0,09325 \text{ kgm}^2$  e  $559,3 \text{ Nm/rad}$ , respetivamente).



**Figura 4.3 - Velocidades da cambota e c. de velocidades do bimassa com cambota discretizada (com  $I_c$  e  $K_{eq}$  de referência)**



**Figura 4.4 - Velocidades da cambota e c. de velocidades do bimassa com cambota discretizada para  $t = 2,5$  s a  $t = 3$  s (com  $I_c$  e  $K_{eq}$  de referência)**

Para a execução destes gráficos foi atribuída uma velocidade inicial de 68 rad/s ( $\approx 650$  rpm) a todos os corpos do sistema, tal como se indica no ficheiro de dados usado para a execução desta simulação (ver anexos). De modo a facilitar a sua análise, foi incluída uma representação gráfica do momento que está a ser aplicado à cambota no mesmo intervalo de tempo.

Com base neste gráfico consegue-se determinar, para os referidos valores de  $I_c$  e  $K_{eq}$ , a amplitude de saída ( $A_s$ ) e de entrada ( $A_e$ ) através da diferença entre o valor máximo e mínimo da velocidade da caixa de velocidades e da cambota, respetivamente.

Considerando o período temporal a que o gráfico da Figura 4.4 se refere, i.e. um intervalo de tempo com uma duração de 0,5 segundos, foi possível determinar que  $A_s = 2,90$  rad/s,  $A_e = 5,36$  rad/s e, por conseguinte, concluir que  $r = A_s/A_e = 0,541$ . Constatase, igualmente, que ambos os corpos estabilizaram a uma velocidade média de 66 rad/s (i.e. 630 rpm, aproximadamente).

Note-se que a análise descrita nos parágrafos anteriores refere-se unicamente ao caso em que se adotaram os valores de  $I_c$  e  $K_{eq}$  de referência. Então, uma vez que para cada um dos três valores de rigidez equivalente se pretendem determinar os rácios de  $r$  para 7 valores diferentes de  $I_c$  (perfazendo um total de 21 determinações), sentiu-se a necessidade de resumir os resultados obtidos por esta metodologia.

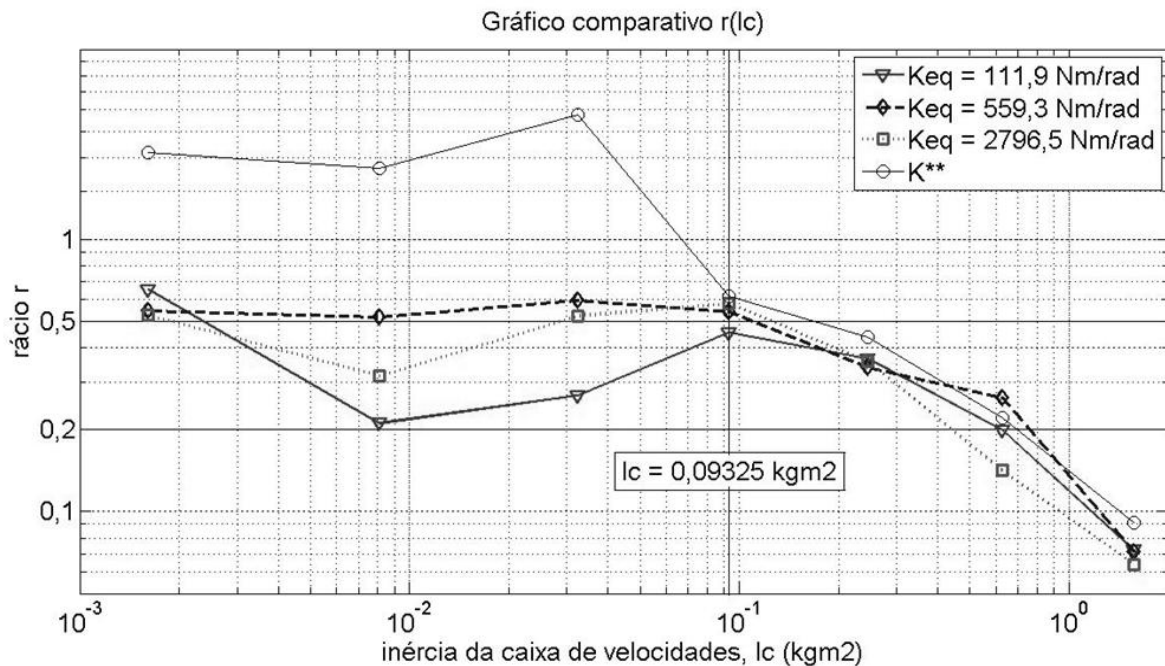
Esta decisão permite tornar mais cómoda a interpretação dos resultados obtidos e, simultaneamente, prevenir que o texto se torne demasiado exaustivo. Assim, é apresentado na Tabela 4.1 um quadro resumo com os valores do rácio  $r$  obtidos para as várias combinações de ensaios previstas.

**Tabela 4.1 - Rácio  $r$  em função dos valores de  $I_c$  e  $K_{eq}$**

	<b><math>K_{eq} = 111,9</math> Nm/rad</b>	<b><math>K_{eq} = 559,3</math> Nm/rad</b>	<b><math>K_{eq} = 2796,5</math> Nm/rad</b>
<b>Ic1</b>	0,655	0,544	0,528
<b>Ic2</b>	0,211	0,516	0,315
<b>Ic3</b>	0,267	0,597	0,524
<b>Ic4</b>	0,455	0,541	0,579
<b>Ic5</b>	0,364	0,337	0,356
<b>Ic6</b>	0,199	0,262	0,142
<b>Ic7</b>	0,072	0,071	0,064

Com base nestes dados é possível construir um gráfico dos vários valores de  $r$  em função dos valores de  $I_c$  para um dado valor de  $K_{eq}$ . Como existem três valores distintos para  $K_{eq}$  (um de referência, correspondente ao valor medido no bimatassa em estudo, e outros dois valores convenientemente

escolhidos) o gráfico terá 3 curvas, o que permitirá estudar o seu andamento e efetuar comparações entre si. Este gráfico pode ser observado na Figura 4.5:



**Figura 4.5 - Gráfico comparativo de  $r$  em função de  $l_c$**

Neste gráfico optou-se pelo uso de escalas logarítmicas de base 10 para ambos os eixos. Esta opção é aceitável em função dos valores adotados para  $l_c$  e  $Keq$ , dado que estes crescem segundo uma progressão geométrica de razão 2,5 e 5, respetivamente [20].

Com intuito de estender as conclusões desta análise, incluiu-se uma curva adicional no gráfico (denominada por  $K^{**}$ ). Nesta curva considera-se que o modelo em estudo, com  $l_c$  e  $Keq$  de referência, apresenta os dois blocos (primário e secundário) rigidamente ligados numa peça única, à semelhança do que sucede com os volantes de inércia convencionais.

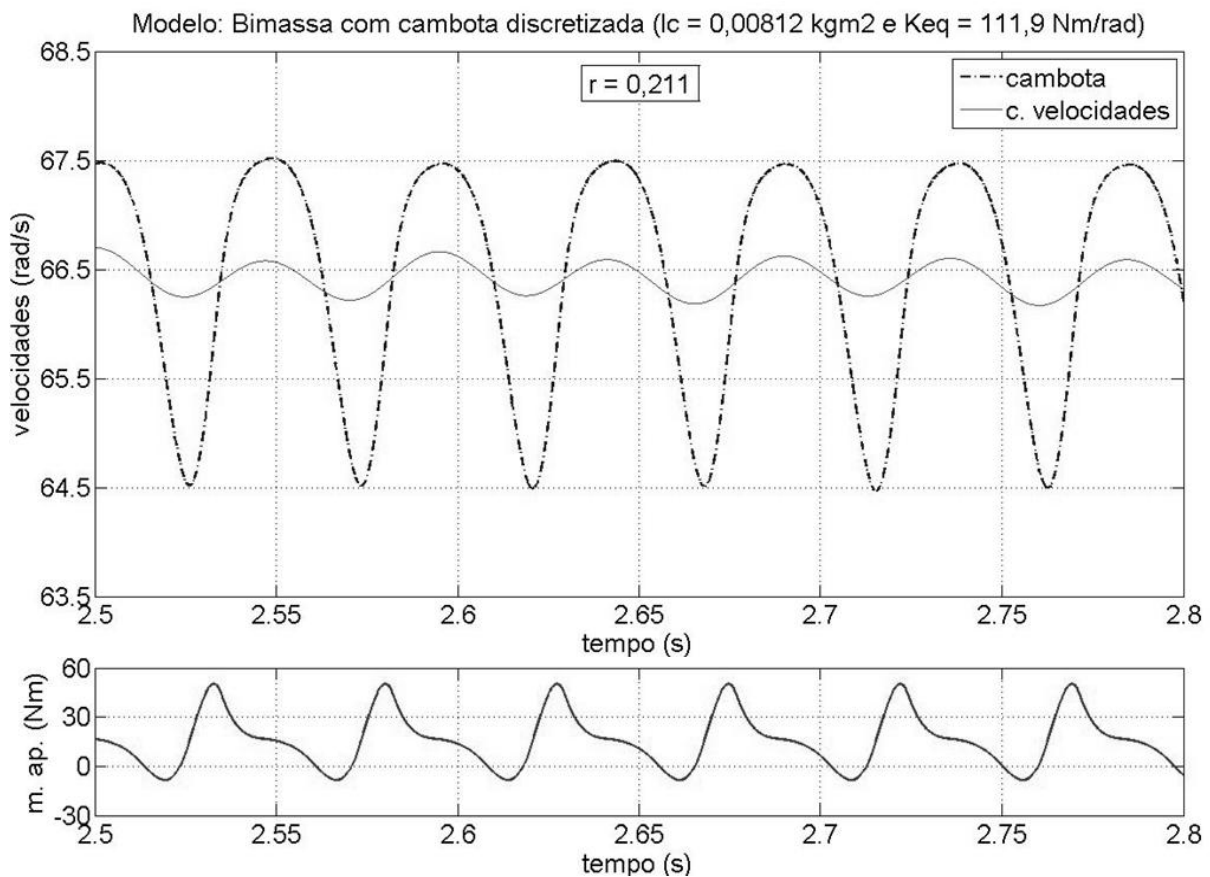
Uma análise atenta do gráfico da Figura 4.5 permite concluir que, para valores de momento de inércia da caixa de velocidades inferiores ao de referência (0,09325 kgm<sup>2</sup>), o ponto do gráfico onde a filtragem do volante bimassa é mais eficiente ocorre quando  $l_c = 0,00812$  kgm<sup>2</sup> e  $Keq = 111,9$  Nm/rad. A representação deste ponto encontra-se no gráfico da Figura 4.6, tendo-se obtido um rácio de  $r = 0,211$ .

Da mesma forma, esta análise permite demonstrar que quando  $l_c$  está abaixo de 0,09325 kgm<sup>2</sup>, é possível observar um diferencial entre os valores de  $r$  da curva  $K^{**}$  e os rácios  $r$  das curvas que descrevem o bimassa (com  $Keq = 111,9$  Nm/rad,  $Keq = 559,3$  Nm/rad e  $Keq = 2796,5$  Nm/rad), evidenciando a diferença de eficácia de filtragem das perturbações entre estes dois tipos de volante.

Assim, enquanto que nas curvas do volante bimassa se obtiveram valores de  $r$  menores que 1, constata-se que o mesmo não se verificou para a curva  $K^{**}$  no referido intervalo.

Além disso, como a inclusão do bimassa permite reduzir os momentos de inércia dos restantes componentes que lhe estão associados (nomeadamente a caixa de velocidades), é possível fazer com que o momento de inércia da mesma ( $I_c$ ) diminua e se aproxime de  $0,00812 \text{ kgm}^2$ . Pelo facto de neste ponto as curvas registarem um mínimo relativo dos valores de  $r$  e, também, de  $I_c$  se tender a aproximar desta zona do gráfico, será expectável que a eficiência de filtragem do bimassa seja melhorada.

Com base nos resultados expressos na Figura 4.6, é possível constatar que a amplitude dos valores de velocidade da caixa é bastante diminuta, tal como se previa. Além disso, através da análise das curvas obtidas para as velocidades da cambota e da caixa de velocidades, pode-se concluir que as respostas não apresentam desfasagem e que a velocidade média de estabilização do sistema é idêntica à do caso de referência.



**Figura 4.6 - Velocidades da cambota e c. de velocidades do bimassa com cambota discretizada para  $t = 2,5 \text{ s}$  a  $t = 2,8 \text{ s}$  (com  $I_c = 0,00812 \text{ kgm}^2$  e  $K_{eq} = 111,9 \text{ Nm/rad}$ )**

À semelhança da Figura 4.4, o gráfico da Figura 4.6 apresenta uma representação gráfica do momento aplicado à cambota para o intervalo de tempo entre  $t = 2,5 \text{ s}$  e  $t = 2,8 \text{ s}$ .

## 4.2. Análise das Frequências Naturais do Modelo

Por definição, a frequência natural consiste na frequência à qual um corpo tende a vibrar, após sofrer uma perturbação inicial, sem que lhe seja aplicada qualquer força exterior [8]. Para o caso particular de um sistema massa-mola, a frequência natural de um corpo desse sistema ( $\omega_n$ ) é função da sua própria massa ( $m$ ) e rigidez ( $K$ ), sendo ambas relacionadas por:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{K}{m}} \quad (4.1)$$

O estudo da frequência natural de um sistema é particularmente importante sobretudo se se tiver em conta os fenómenos de ressonância. A ressonância, devido ao carácter destrutivo e danificador nos sistemas, deve ser evitada e, para isso, deve-se impedir que os corpos sejam forçados a vibrar à mesma frequência que a sua frequência natural (i.e. a condição de ressonância).

A frequência natural dos corpos pode ser numericamente determinada através da transformada de Fourier. Genericamente, a transformada de Fourier  $F(\omega)$  permite estudar uma função qualquer  $f(x)$  no domínio da frequência, através da operação [21]:

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)e^{-jx\omega} dx \quad (4.2)$$

A análise das funções no domínio da frequência permite retirar conclusões sobre os valores de frequência para os quais ocorrem máximos, sendo estes pontos correspondentes às diferentes frequências naturais que um sistema pode apresentar (não esquecendo que qualquer sistema terá tantas frequências naturais diferentes quantos os seus graus de liberdade). Noutros casos de estudo, já fora do âmbito deste trabalho, observa-se que a análise de Fourier pode também ser usada na deteção de falhas em sistemas [22].

A transformada discreta de Fourier pode ser diretamente calculada em *softwares* numéricos através da função FFT (*Fast Fourier Transform*), de acordo com a expressão 4.3 para um determinado vetor  $v(i)$ . No caso do *software Matlab*<sup>®</sup>, por exemplo, a função FFT permite aplicar a transformada discreta de Fourier a qualquer vetor relativo à resposta dinâmica de um sistema.

$$V(s) = \sum_{i=1}^N v(i) e^{\frac{2\pi j}{N}(i-1)(s-1)} \quad s = 1, \dots, N \quad (4.3)$$

Onde  $v(i)$  é um vetor de velocidades de dimensão  $N$  (o que corresponde à dimensão do vetor de tempo considerado). A variável  $j$  representa, por seu turno, a parte imaginária do número associado à posição  $i$  do vetor.

No entanto, tal como se verá mais adiante, deve haver o cuidado de converter os valores de tempo (relativos à resposta do sistema) em frequência para que se possam elaborar gráficos de análise das frequências naturais.

Assim, para a construção do gráfico da Figura 4.7, foi aplicada a função FFT aos valores de velocidade dos corpos C1, C3, C4 e C5 do modelo, no intervalo de tempo de 2 a 4 segundos. A escolha deste intervalo permite que se obtenha um número de períodos suficiente para a análise e garante que esta incide sobre valores de velocidade estabilizada. Além disso, houve o cuidado de garantir que os valores das velocidades e do tempo tivessem o mesmo passo [4].

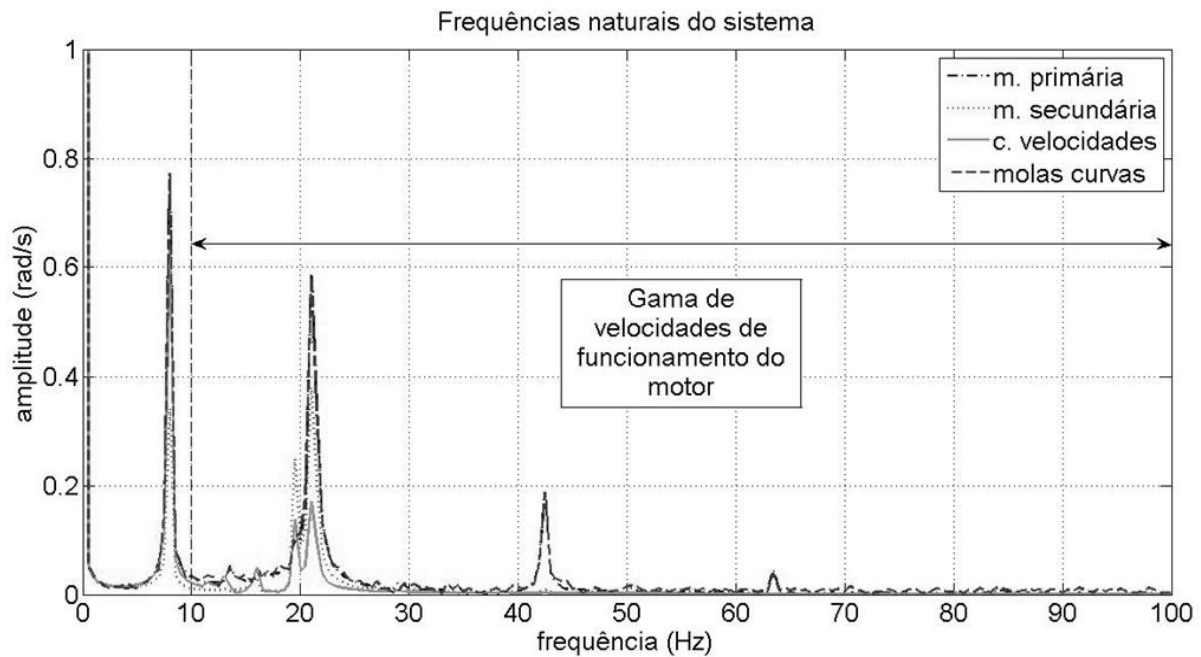
Posteriormente, foram considerados apenas os módulos dos valores obtidos pela função FFT, de forma a que se obtenham as amplitudes das curvas. A frequência foi obtida à custa do período, sendo o inverso desta grandeza.

Relativamente ao modelo que tem vindo a ser estudado desde o início deste capítulo, pretende-se observar para que gama de frequências se verifica a ocorrência das frequências naturais do modelo, consoante as características do sinal de entrada. Além disso, deve haver a preocupação de correlacionar os valores das frequências obtidas com as velocidades de funcionamento do motor onde o volante bimassa está instalado, a fim de prever em que regimes as frequências irão ocorrer.

É também importante salientar que os valores das frequências serão principalmente afetados pelas características do próprio volante, mas também, pelas características inerciais e de rigidez dos componentes que lhes estão associados (i.e. cambota e caixa de velocidades). Assim, está dada mais uma razão para que se usem dados tão próximos quanto possível da realidade, a fim de não comprometer a qualidade dos resultados da análise de Fourier.

O gráfico da Figura 4.7, obtido através da análise de Fourier, permite identificar quatro frequências naturais distintas do modelo em estudo. Estas frequências encontram-se expressas em ciclos por segundo que, em unidades SI, equivalem a Hertz (Hz).

Conclui-se, então, que a gama de valores que abrange estas frequências admite um valor de 8 Hz (480 rpm) para a primeira frequência natural e de 21 Hz (1260 rpm) para a segunda frequência. A terceira e quarta frequências naturais tomam, respetivamente, valores de 42,5 Hz (2550 rpm) e 63,5 Hz (3810 rpm).



**Figura 4.7 - Gráfico das frequências naturais do sistema**

Além disso, é ainda possível observar a existência de uma frequência natural nula, o que equivale ao modo de vibração de um corpo rígido em que o período de oscilação é infinito. Essa designação decorre do facto de esta atingir o seu máximo na frequência de 0 Hz.

Por uma questão de simplicidade, optou-se por representar na Figura 4.7 apenas a gama de frequências indicada (de 0 a 100 Hz), dado que esta permite acomodar um intervalo de estudo abrangente das velocidades de funcionamento de um motor a gasolina.

A análise do gráfico das frequências naturais evidencia que no intervalo de 10 Hz a 20 Hz (aproximadamente das 600 rpm às 1200 rpm) não existem quaisquer frequências naturais e, portanto, será expectável que no regime de ralenti não se verifiquem fenómenos de ressonância.

No entanto, para a análise que se pretende efetuar, basta apenas considerar a primeira frequência natural do sistema (também designada por frequência fundamental). Embora a ressonância possa ocorrer para qualquer frequência natural, a consideração anteriormente feita é válida, dado que os maiores valores de energia estão associados à primeira frequência natural. Como tal, será fundamental que esta se verifique em velocidades que estejam fora da gama de velocidades de funcionamento do motor, especialmente no regime de ralenti.

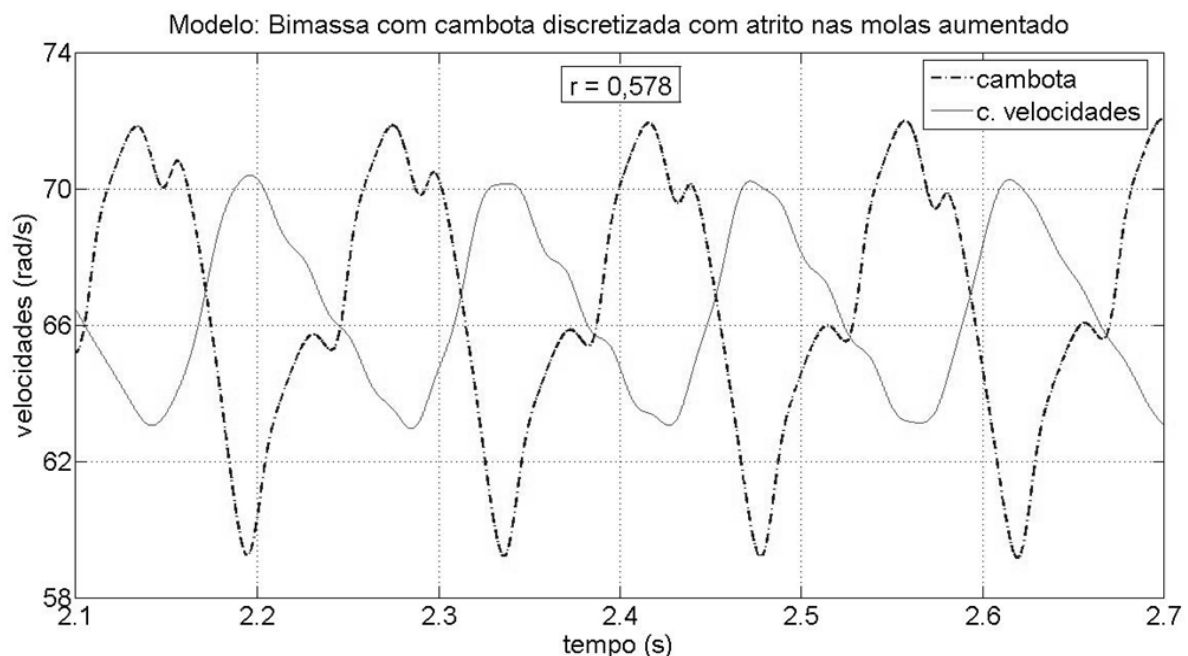
Uma vez que a primeira frequência natural ocorre às 480 rpm, facilmente se demonstra que esta frequência ocorre para valores menores do que os valores normais de funcionamento de um motor de explosão, que se encontram compreendidos no intervalo entre as 600 rpm e as 6000 rpm (i.e. entre 10

a 100 Hz). Então, é seguro concluir que a ocorrência de ressonância para a frequência fundamental foi deslocada para uma gama de velocidades inferiores às de funcionamento do motor, tendo-se eliminado parcialmente os fenômenos perniciosos associados às vibrações.

### 4.3. Variantes do Volante Bimassa

Tendo por base os dados obtidos com a realização dos vários ensaios, é também possível identificar quais os conjuntos de massas do volante que contribuem mais significativamente para o efeito de filtro mecânico do ruído. Assim, serão propostas algumas modificações para proceder a essa análise, tais como aumentar o coeficiente de atrito entre as molas e a massa primária e, também, a alteração dos momentos de inércia da massa primária e secundária, mantendo a inércia global do volante bimassa. Numa fase posterior, serão tiradas conclusões sobre as alterações que podem resultar na melhoria da capacidade de filtragem do bimassa.

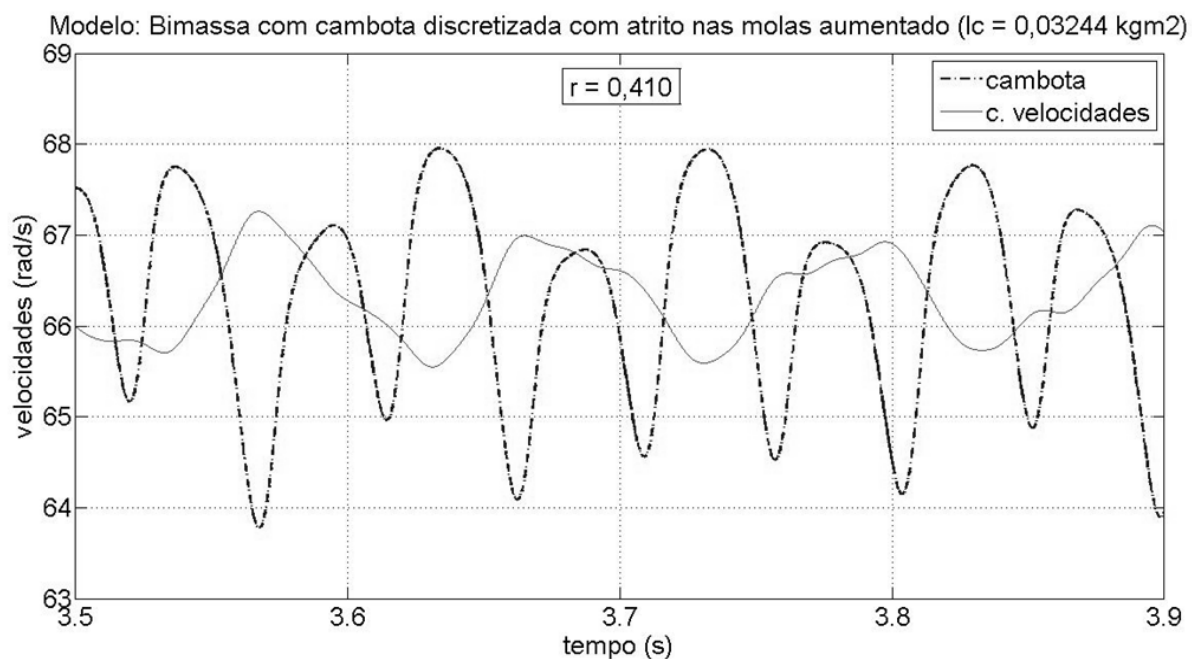
Na primeira modificação optou-se por duplicar o valor do coeficiente de atrito, permitindo a dissipação de uma maior quantidade de energia transmitida às massas primária e secundária. Então, adotando os valores de  $I_c$  e  $K_{eq}$  do caso de referência, alteraram-se os parâmetros  $F_c$  e  $F_s$  da ligação  $\ell As_2$  para 22 Nm. Os resultados obtidos estão expressos na Figura 4.8.



**Figura 4.8 - Velocidades da cambota e c. de velocidades do bimassa com cambota discretizada com atrito nas molas aumentado para  $t = 2,1$  s a  $t = 2,7$  s**

Esta configuração permite a obter um rácio de  $r = 0,578$ , bastante próximo do valor  $r$  de referência. Então, o benefício em termos de absorção das perturbações associadas ao momento aplicado é muito diminuto, existindo um aumento substancial das forças de atrito exercidas sobre os corpos em contacto. Este cenário apresenta desvantagens dado que um excesso de atrito leva a maiores desgastes nos componentes, comprometendo a sua integridade e tempo de vida útil.

No sentido de estabelecer um termo de comparação com as modificações aplicadas ao caso de referência, mostra-se oportuno repetir a análise já descrita para o valor de  $I_c = 0,03244 \text{ kgm}^2$  (conservando o valor de referência da rigidez equivalente). Para este caso, considerando um acréscimo para o dobro do coeficiente de atrito, foi possível obter o gráfico da Figura 4.9.

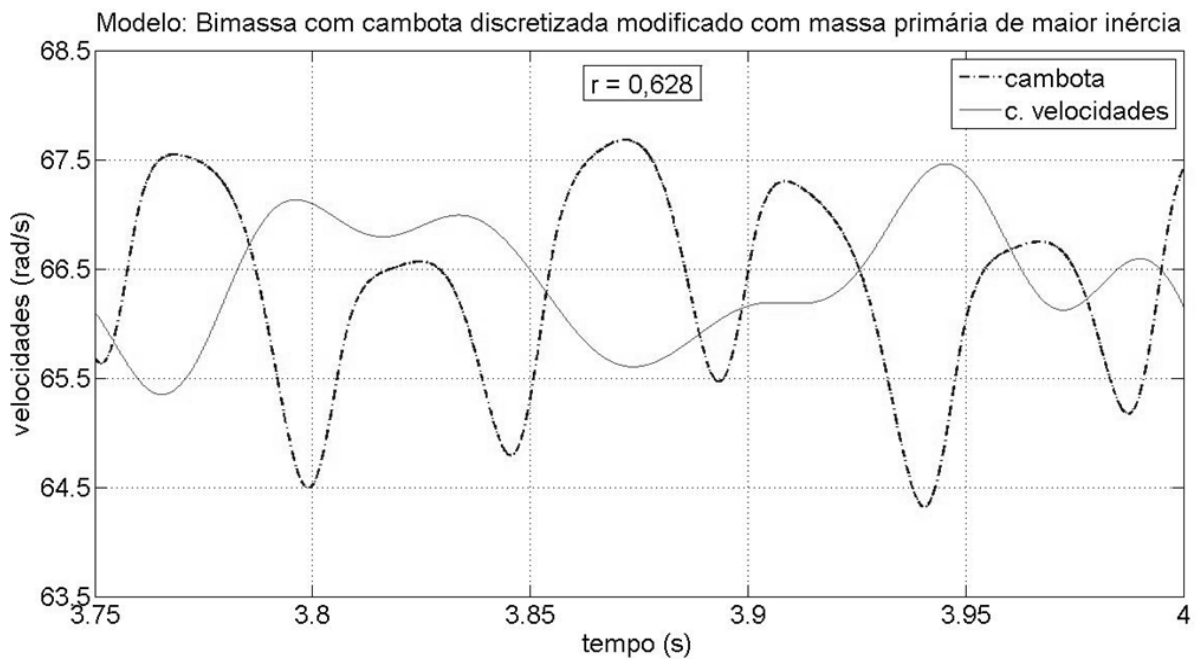


**Figura 4.9 - Velocidades da cambota e c. de velocidades do bimatéria com cambota discretizada com atrito nas molas aumentado para  $t = 3,5 \text{ s}$  a  $t = 3,9 \text{ s}$  (com  $I_c = 0,03244 \text{ kgm}^2$ )**

Ao observar a Figura 4.9 verifica-se, à semelhança do gráfico da Figura 4.8, que se obtém um valor de  $r$  aproximado quando comparado com as condições do modelo sem modificações. No entanto, pode-se constatar que neste caso a filtragem do sinal é um pouco mais acentuada dado que se obteve  $r = 0,410$ .

No segundo tipo de modificações optou-se por variar os momentos de inércia do conjunto de ambas as massas do volante, tendo-se considerado 2 hipóteses: na primeira admitiu-se que a massa primária apresentava um momento de inércia dominante (67% do total) e na segunda hipótese considerou-se que a massa secundária tinha o momento de inércia dominante.

O estudo destas hipóteses de modificação fornece dados de comparação com o caso de referência, já que nestas condições as inércias das duas massas são bastante aproximadas (ver Tabela 3.3). Quando a massa primária apresenta um momento de inércia dominante é possível obter o gráfico da Figura 4.10.



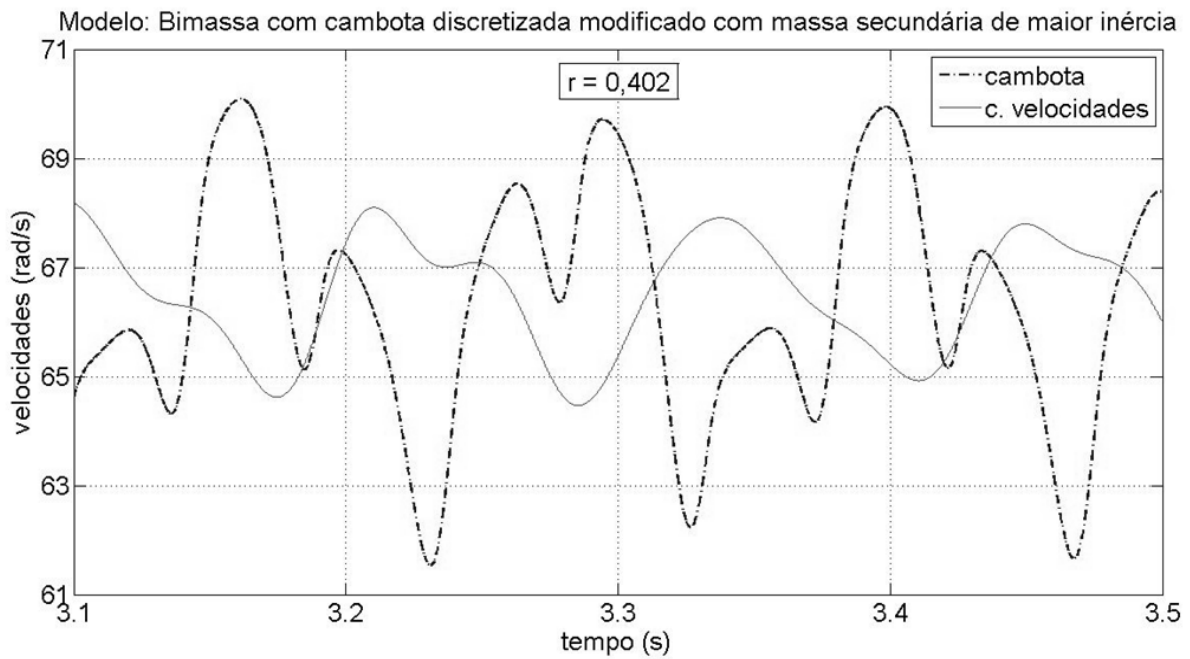
**Figura 4.10 - Velocidades da cambota e c. de velocidades do bimatéria com cambota discretizada modificado com massa primária de maior inércia para  $t = 3,75$  s a  $t = 4$  s**

Analisando o gráfico da Figura 4.10 observa-se que os resultados em termos do rácio  $r$  ( $r = 0,628$ ) são piores do que no caso referência. Além disso, é possível constatar que nestas condições o sistema necessita de mais tempo para atingir o patamar de estabilização, traduzindo-se numa desvantagem.

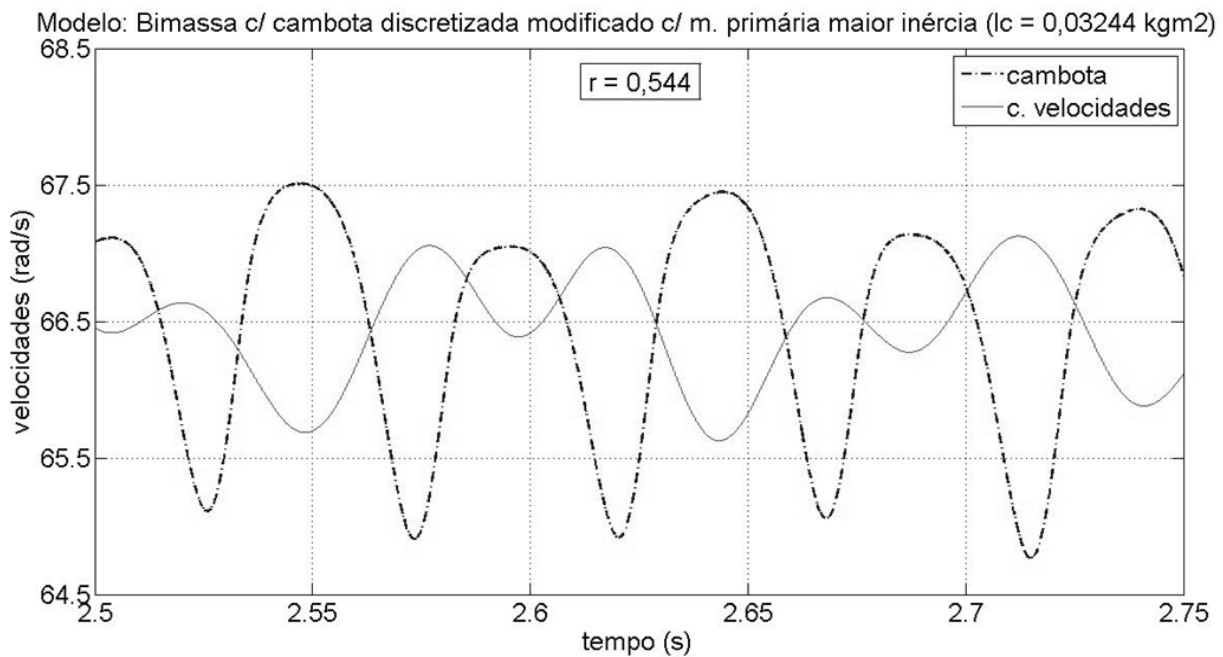
No entanto, quando se analisa o caso em que a massa secundária tem um momento de inércia dominante, conclui-se que o rácio  $r$  ( $r = 0,402$ ) é inferior ao valor de referência ( $r = 0,541$ ) e que o tempo de estabilização é menor do que no caso anterior. Estas conclusões são sustentadas pelos resultados obtidos, expressos na Figura 4.11.

Relativamente à variação dos momentos de inércia da massa primária e secundária, foi possível obter as respostas representadas na Figura 4.12 e Figura 4.13, mantendo os princípios considerados na análise anterior e considerando  $I_c = 0,03244 \text{ kgm}^2$ .

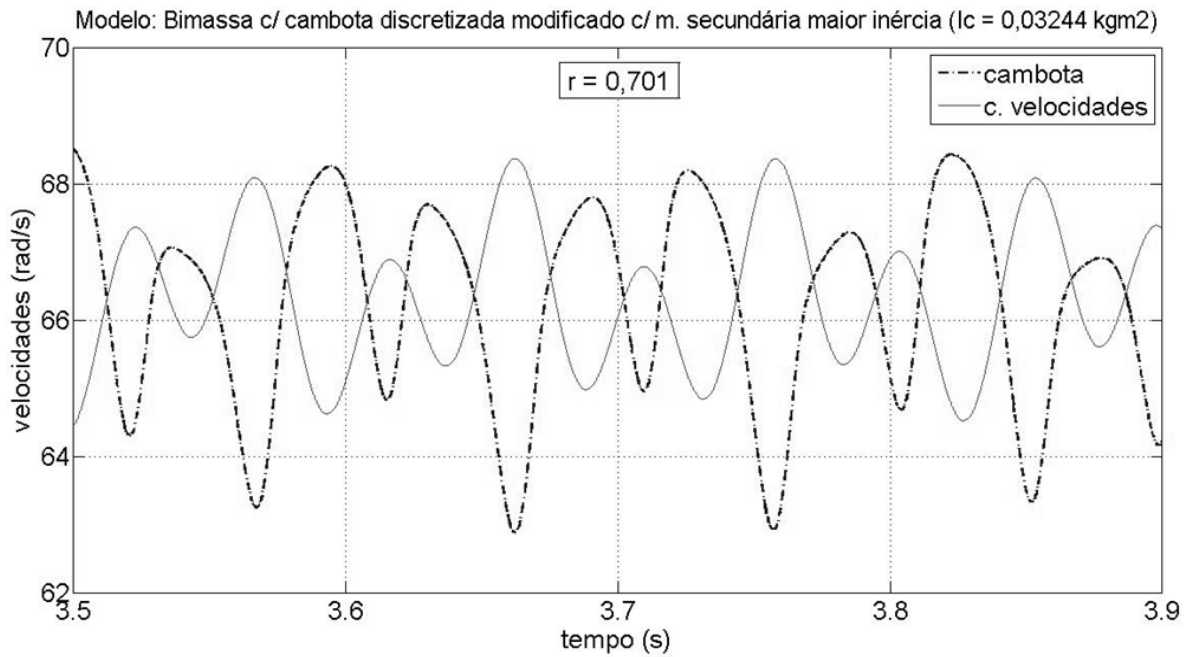
Deste modo, observa-se que quando a massa primária tem o maior momento de inércia, o rácio entre as amplitudes de saída e entrada do sistema é de 0,544. Comprova-se que os resultados são idênticos aos obtidos para o caso de referência e, portanto, pode-se concluir que não existem melhorias assinaláveis.



**Figura 4.11 - Velocidades da cambota e c. de velocidades do bимassa com cambota discretizada modificado com massa secundária de maior inércia para  $t = 3,1$  s a  $t = 3,5$  s**



**Figura 4.12 - Velocidades da cambota e c. de velocidades do bимassa com cambota discretizada modificado com massa primária de maior inércia para  $t = 2,5$  s a  $t = 2,75$  s (com  $I_c = 0,03244 \text{ kgm}^2$ )**



**Figura 4.13 - Velocidades da cambota e c. de velocidades do bimassa com cambota discretizada modificado com massa secundária de maior inércia para  $t = 3,5 \text{ s}$  a  $t = 3,9 \text{ s}$  (com  $I_c = 0,03244 \text{ kgm}^2$ )**

No entanto, quando se considera que a massa secundária apresenta um momento de inércia dominante, tal como se pode observar na Figura 4.13, é seguro concluir que o efeito de “filtro” fica aquém do valor de referência ( $r = 0,701$ ).

Assim, fica provado que esta configuração deve ser evitada dado que o rácio  $r$  e o tempo de estabilização são superiores aos do caso não modificado.



## 5. Conclusões

Nesta fase final do trabalho é possível afirmar, com base nos resultados apresentados no capítulo 4, que o volante bimassa cumpre os requisitos funcionais para os quais foi projetado [23], ou seja, atua como um “filtro” mecânico que absorve uma parte significativa das vibrações comunicadas à caixa de velocidades pela cambota. No entanto, dado que esta afirmação se apresenta como sendo a conclusão fundamental deste trabalho, a sua explicitação detalhada deve ser feita com rigor e cuidado, por forma a que não se cometam erros nesta análise.

Recordando o conceito de rácio  $r$  ( $r = A_s/A_e$ ), observa-se que só existe filtragem das perturbações associadas ao momento transmitido quando a amplitude do sinal de saída ( $A_s$ ) é inferior à amplitude do sinal de entrada ( $A_e$ ), ou seja, existe efeito de “filtro” por parte do bimassa quando  $r < 1$ . Porém, no leque de valores de  $r$  obtidos nos vários ensaios, observa-se que este efeito ocorreu sempre, embora os valores de  $r$  tenham registado variações.

De acordo com o gráfico da Figura 4.5, onde se faz variar a inércia da caixa de velocidades ( $I_c$ ) para as diversas curvas, é possível observar uma gama relativamente estreita de valores de  $I_c$  onde existe uma redução súbita e significativa dos valores de  $r$ , traduzindo-se numa filtragem de irregularidades bastante eficiente.

No entanto, além desta zona benéfica do gráfico (em termos de absorção do ruído associado ao sinal), observa-se que a tendência das curvas mostra uma redução dos valores de  $r$ , à medida que a inércia da caixa de velocidades ( $I_c$ ) aumenta. Este resultado é expectável dado que o uso de uma caixa de velocidades com momentos de inércia bastante superiores aos da cambota ou aos dos componentes do volante resultará, por si só, num filtro natural das irregularidades do momento aplicado.

Simultaneamente, através da análise da Figura 4.5, é possível concluir que para momentos de inércia da caixa de velocidades que rondam o valor de referência (i.e.  $0,09325 \text{ kgm}^2$ ) se observa uma filtragem mais eficiente quando os valores da rigidez equivalente são menores, dentro da gama de valores de  $K_{eq}$  considerados. Todavia, esta tendência não se verifica no ponto  $I_c = 0,00812 \text{ kgm}^2$ , onde se demonstra que a filtragem de ruído não é tao eficaz para valores mais elevados de  $K_{eq}$ .

Deste modo, conclui-se que a rigidez equivalente afeta fortemente os valores de  $r$  obtidos. É possível também afirmar, embora com algumas reservas, que uma diminuição da rigidez equivalente do conjunto formado pelo disco de embraiagem e o veio primário da caixa favorece o efeito de filtro que se pretende para o volante bimassa, havendo uma maior dissipação de energia.

Porém, se se observar apenas o caso de estudo que caracteriza o modelo real do bimassa (adotado como caso de referência), também é possível retirar algumas conclusões importantes. Assim, e sem fugir à regra geral observada no conjunto de todos os ensaios realizados, conclui-se que o volante bimassa cumpre os objetivos propostos, apresentando um rácio  $r$  de 0,541. Ou seja, as amplitudes observadas na caixa de velocidades são cerca de metade das amplitudes de entrada (que se registam na cambota), tal como se observa na Figura 4.4.

Com a realização de um ensaio adicional para este caso, foi possível observar que o valor do momento usado nestes ensaios (de 4 Nm) não afetou de modo significativo os resultados obtidos, relativos à resposta do sistema e ao rácio  $r$ . Neste ensaio adicional, tendo-se adaptado alguns parâmetros das ligações por forma a que o sistema estabilizasse nas mesmas condições que o caso de referência, comprovou-se que com um momento dez vezes menor se obtiveram resultados idênticos.

Além disso, a observação do caso de referência permite ainda concluir, por intermédio da análise de Fourier, que as frequências fundamentais deste volante ocorrem para valores de frequência correspondentes a velocidades de funcionamento muito reduzidas. Estes valores são de tal modo reduzidos que permitem eliminar por completo a ocorrência de fenómenos de ressonância, uma vez que nenhum motor de combustão interna consegue funcionar a velocidades tão baixas.

O estudo de variantes alternativas do bimassa, onde se propôs a duplicação do coeficiente de atrito entre as molas curvas e a massa primária (mantendo os valores de  $I_c$  e  $K_{eq}$  de referência), permitiu concluir que esta solução deve ser evitada porque além de se obterem piores valores de  $r$ , existirá também um aumento significativo do desgaste dos componentes devido ao atrito.

De igual forma, a conclusão a retirar da observação do caso anterior com  $I_c = 0,03244 \text{ kgm}^2$ , é de que a modificação proposta não é vantajosa para o sistema, dado que o atrito aumenta consideravelmente e que a melhoria registada ao nível de  $r$  não é suficiente para o compensar.

Posteriormente, a observação dos casos de estudo em que a massa primária tinha um momento de inércia dominante (ver Figura 4.10 e Figura 4.12), evidencia que esta configuração deve ser evitada dado que os resultados obtidos são piores do que os do caso de referência.

Por outro lado, conclui-se que a decisão de concentrar 67% da inércia total na massa secundária aparenta ser benéfica para o sistema. No entanto, ressalva-se que esta hipótese (à semelhança de todas as outras anteriormente apresentadas) é meramente teórica dado que não foram tidos em consideração aspetos de fabrico ou de montagem dos componentes que poderiam tornar possível esta configuração.

Então, a conclusão a retirar destas últimas análises é de que não é possível indicar inequivocamente qual das duas massas (primária ou secundária) contribuem mais significativamente para o efeito de

filtro das irregularidades do sinal de entrada. Da mesma forma, não se conseguiu determinar qual é a relação de inércias entre a massa primária e secundária que permite otimizar os resultados obtidos.

Conseguiu-se, também, provar que o efeito das massas é fortemente afetado pelas características de inércia da caixa de velocidades, devendo-se analisar para cada caso (i.e. para cada valor de  $I_c$ ) qual a distribuição de inércia entre as massas que é mais vantajosa.

De igual modo, demonstra-se que o aumento do atrito entre as molas e a massa primária afeta positivamente o rácio  $r$  (independentemente dos valores de  $I_c$  considerados), embora apresente desvantagens consideráveis associadas ao próprio fenómeno de atrito.

Por último, conseguiu-se demonstrar através da realização deste trabalho que é possível desenvolver uma metodologia relativamente simples de usar e que, ao contrário do uso de bancos de ensaio laboratoriais, apresenta custos marginais e permite ainda a economia de tempo na realização dos mesmos. No entanto, a metodologia desenvolvida não pode, de modo algum, ser encarada como um substituto dos ensaios laboratoriais dado o seu carácter vital no desenvolvimento de um projeto mecânico novo ou já existente.

Logo, a metodologia apresentada deve ser tida como um auxílio precioso no desenvolvimento de um projeto mecânico, que complementa os testes realizados em banco de ensaios. Ao conhecer as características principais do motor que irá receber o volante bimassa, tais como as propriedades dos componentes a montante (i.e. a cambota) e a jusante (ou seja, a caixa de velocidades), é possível ter uma previsão acerca do desempenho do volante quando for instalado nesse motor ou quais as características inerciais e de rigidez que a cambota e a caixa de velocidades devem apresentar (não esquecendo, também, a rigidez torsional do disco de embraiagem) para que se maximize a eficiência do volante.

Fazendo uso das capacidades preditivas desta metodologia é possível, então, obter resultados já muito aproximados à realidade. Posteriormente, na fase de ensaios em laboratório, estes resultados serão refinados até que os requisitos funcionais do projeto sejam satisfeitos [23]. Isto permite, reduzir a percentagem de tempo e esforço empregue nestes ensaios, fazendo com que o carácter iterativo do projeto seja encurtado, obtendo-se um método que convirja mais rapidamente para a solução final pretendida.



## 6. Referências Bibliográficas

- [1] Theodossiades, S., *et al.*, "Effect of a dual-mass flywheel on the impact-induced noise in vehicular powertrain systems", Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering, Vol. 220, N°. 6, pp. 747-761, 2006.
- [2] Schaper, U., *et al.*, "Modeling and torque estimation of an automotive Dual Mass Flywheel", presented at the American Control Conference, 2009. ACC '09., 10-12 June, St. Louis, MO, pp. 1207-1212, 2009.
- [3] Pitchaikani, A., *et al.*, "Powertrain Torsional Vibration System Model Development in Modelica for NVH Studies", presented at the Proceedings of the 7th International Modelica Conference, 20-22 September, Como, Italy, pp. 444-453, 2009.
- [4] Martinho, A. J. A. M., "Contribuições para a modelação de cadeias de transmissão mecânica", Dissertação de Doutoramento, Universidade Nova de Lisboa, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Lisboa, 2008.
- [5] Schaeffler, G., *Manual de Formação*, Schaeffler Iberia, s.l.u., Madrid.
- [6] Bin, Z., *et al.*, "Torsional Vibration Signal Simulation and Analysis of Dual-mass Flywheel Based on LabVIEW", presented at the 2010 International Conference on Measuring Technology and Mechatronics Automation (ICMTMA), 13-14 March, Changsha City, pp. 1031-1034, 2010.
- [7] Cunha, L. V. d., *Desenho Técnico*, 14ª edição, Fundação Calouste Gulbenkian, pp. 193-216, 2008.
- [8] Rao, S. S., *Mechanical Vibrations*, 3ª edição, Prentice Hall, pp. 1-61, 1995.
- [9] Adolf-Schnorr-KG, *Handbuch über Original-Schnorr-Tellerfedern*, Schnorr.
- [10] Beer, F. P., *et al.*, *Mecânica Vectorial para Engenheiros - Estática*, 7ª edição, McGraw-Hill, pp. 471-556, 2006.
- [11] Brabec, P. e Voženílek, R., "Influence of the crankshaft position on the moments of inertia for aggregate", pp. 64-70, 2008.
- [12] Allen, R. L. e Mills, D. W., *Signal Analysis: Time, Frequency, Scale, and Structure*, John Wiley & Sons, pp. 1-108, 2004.
- [13] Rao, G. S., *Engineering Mathematics: Volume I (As Per Jntu Syllabus)*, I.K. International Publishing House Pvt. Ltd., pp. 13.1-13.83, 2009.
- [14] Östman, F. e Toivonen, H. T., "Adaptive Cylinder Balancing of Internal Combustion Engines", Control Systems Society, IEEE Transactions on Control Systems Technology Vol. 19, N°. 4, pp. 782-791, 2011.
- [15] Franco, J., *et al.*, "Real-time brake torque estimation for internal combustion engines", Mechanical Systems and Signal Processing, Vol. 22, N°. 2, pp. 338-361, 2008.
- [16] Togun, N., *et al.*, "Nonlinear modeling and identification of a spark ignition engine torque", Mechanical Systems and Signal Processing, Vol. 26, pp. 294-304, 2011.
- [17] Barros, J. E. M., "Estudo de Motores de Combustão Interna Aplicando Análise Orientada a Objetos", Dissertação de Doutoramento, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2003.
- [18] Martins, J., *Motores de Combustão Interna*, 2ª edição, Publindústria, pp. 1-13, 2006.
- [19] Falcone, P., *et al.*, "Non-Linear Net Engine Torque Estimator for Internal Combustion Engine", Advances in Automotive Control, Vol. 1, pp. 125-130, 2004.

- [20] Afamasaga-Fuata'i, K., *Concept Mapping in Mathematics: Research Into Practice*, Springer, pp. 114-234, 2009.
- [21] Morita, K., *Applied Fourier Transform*, Ohmsha, pp. 1-56, 1995.
- [22] Charles, P., *et al.*, "Detecting the crankshaft torsional vibration of diesel engines for combustion related diagnosis", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 321, pp. 1171-1185, 2008.
- [23] Suh, N. P., *The Principles of Design*, Oxford University Press, 1990.

## 7. Anexos

Neste capítulo é possível encontrar a transcrição completa do ficheiro de dados utilizado pelo *Matlab*<sup>®</sup> para simulação do caso de referência e o desenho técnico normalizado do volante bimatassa, criado a partir da sua modelação tridimensional.

```
% Abaixo apresenta-se a informação utilizada no processamento.
% Nome e notas relativas ao problema:
nomeCaso    | {'Modelo: Bimatassa com cambota discretizada'}
notasCaso   | {' ', ''}

% OUTRAS VARIÁVEIS DO CASO EM ESTUDO:

% Caracterização dos corpos do sistema e dos exteriores:
nC          | 10 | {' Número de corpos do sistema '} | {'corpos'} |
{'utilizado para verificar a consistencia dos dados'}
nCe        | 1 | {' Número de corpos exteriores ao sistema '} | {'corpos'}
| {'utilizado para definir variáveis...'}

C{1} | {'mjC', 0.074374127} | {'Corpo 1 do sistema'} | {'kg m2'} |
{'sem observações'}
C{2} | {'mjC', 0.00003593193} | {'Corpo 2 do sistema'} | {'kg m2'} |
{'sem observações'}
C{3} | {'mjC', 0.075157439} | {'Corpo 3 do sistema'} | {'kg m2'} |
{'sem observações'}
C{4} | {'mjC', 0.016215104} | {'Corpo 4 do sistema'} | {'kg m2'} |
{'sem observações'}
C{5} | {'mjC', 0.014641295} | {'Corpo 5 do sistema'} | {'kg m2'} |
{'sem observações'}
C{6} | {'mjC', 0.00661275803} | {'Corpo 6 do sistema'} | {'kg m2'} |
{'sem observações'}
C{7} | {'mjC', 0.00661275803} | {'Corpo 7 do sistema'} | {'kg m2'} |
{'sem observações'}
C{8} | {'mjC', 0.00661275803} | {'Corpo 8 do sistema'} | {'kg m2'} |
{'sem observações'}
C{9} | {'mjC', 0.00661275803} | {'Corpo 9 do sistema'} | {'kg m2'} |
{'sem observações'}
C{10} | {'mjC', 0.00011007498} | {'Corpo 10 do sistema'} | {'kg m2'} |
{'sem observações'}

Ce{1} | {'pt', '0', 'vt', '0'} | {'Corpo exterior ao sistema'} |
{'unidades não definidas'} | {'posição e velocidade em função do tempo'}

% Caracterização das ligações do sistema:
nL      | 14 | {' Número de ligações do sistema '} | {'ligações'} |
{'utilizado para verificar a consistencia dos dados'}

L{1} | { {'C6', 'Ce1'}, {'F1L', 'F2L'}, {'ForcaExteriorMotor4T'}, {'K',
0.236, 'Fr', 0}, {'pC10'} } | {'Ligação entre o corpo 6 do sistema e o
corpo exterior 1'} | {'Nm'} | {'sem observações'}
```

```
L{2} | { {'C8', 'Ce1'}, {'F1L', 'F2L'}, {'ForcaExteriorMotor4T'}, {'K',
0.236, 'Fr', pi}, {'pC10'} } | {'Ligação entre o corpo 8 do sistema e o
corpo exterior 1'} | {'Nm'} | {'sem observações'}
L{3} | { {'C9', 'Ce1'}, {'F1L', 'F2L'}, {'ForcaExteriorMotor4T'}, {'K',
0.236, 'Fr', 2*pi}, {'pC10'} } | {'Ligação entre o corpo 9 do sistema e o
corpo exterior 1'} | {'Nm'} | {'sem observações'}
L{4} | { {'C7', 'Ce1'}, {'F1L', 'F2L'}, {'ForcaExteriorMotor4T'}, {'K',
0.236, 'Fr', 3*pi}, {'pC10'} } | {'Ligação entre o corpo 7 do sistema e o
corpo exterior 1'} | {'Nm'} | {'sem observações'}
```

```
L{5} | { {'C1', 'C5'}, {'F1L', 'F2L'}, {'MolaAmortecedor'}, {'k', 250000,
'c', 0}, {'pc1L', 'vc1L', 'pc2L', 'vc2L'} } | {'Ligação entre o corpo 1
do sistema e o corpo 5'} | {'Nm'} | {'sem observações'}
L{6} | { {'C5', 'C3'}, {'F1L', 'F2L'}, {'FolgaLankaraniNikravesh'}, {'f0',
0.130, 'Ks', 398, 'ns', 1.5, 'es', 1}, {'pc1L', 'vc1L', 'pc2L', 'vc2L'} }
| {'Ligação entre o corpo 5 do sistema e o corpo 3'} | {'Nm'} | {'sem
observações'}
L{7} | { {'C3', 'C4'}, {'F1L', 'F2L'}, {'MolaAmortecedor'}, {'k', 559.3,
'c', 0}, {'pc1L', 'vc1L', 'pc2L', 'vc2L'} } | {'Ligação entre o corpo 3
do sistema e o corpo 4'} | {'Nm'} | {'sem observações'}
L{8} | { {'C4', 'Ce1'}, {'F1L', 'F2L'}, {'MolaAmortecedor'}, {'k', 0, 'c',
0.241}, {'pc1L', 'vc1L', 'pc2L', 'vc2L'} } | {'Ligação entre o corpo 4 do
sistema e o corpo exterior 1'} | {'Nm'} | {'sem observações'}
L{9} | { {'C1', 'C5'}, {'F1L', 'F2L'}, {'AtritoStribeckHiperEditado'},
{'Fc', 11, 'Fs', 11, 'vs', 0.25, 'ii', 2, 'kt', 150000, 'kv', 0}, {'pc1L',
'vc1L', 'pc2L', 'vc2L'} } | {'Ligação entre o corpo 1 do sistema e o corpo
5'} | {'Nm'} | {'sem observações'}
```

```
L{10} | { {'C1', 'C9'}, {'F1L', 'F2L'}, {'MolaAmortecedor'}, {'k',
3693081.76, 'c', 0}, {'pc1L', 'vc1L', 'pc2L', 'vc2L'} } | {'Ligação entre
o corpo 1 do sistema e o corpo 9'} | {'Nm'} | {'sem observações'}
L{11} | { {'C6', 'C7'}, {'F1L', 'F2L'}, {'MolaAmortecedor'}, {'k',
3693081.76, 'c', 0}, {'pc1L', 'vc1L', 'pc2L', 'vc2L'} } | {'Ligação entre
o corpo 6 do sistema e o corpo 7'} | {'Nm'} | {'sem observações'}
L{12} | { {'C7', 'C8'}, {'F1L', 'F2L'}, {'MolaAmortecedor'}, {'k',
3693081.76, 'c', 0}, {'pc1L', 'vc1L', 'pc2L', 'vc2L'} } | {'Ligação entre
o corpo 7 do sistema e o corpo 8'} | {'Nm'} | {'sem observações'}
L{13} | { {'C8', 'C9'}, {'F1L', 'F2L'}, {'MolaAmortecedor'}, {'k',
3693081.76, 'c', 0}, {'pc1L', 'vc1L', 'pc2L', 'vc2L'} } | {'Ligação entre
o corpo 8 do sistema e o corpo 9'} | {'Nm'} | {'sem observações'}
L{14} | { {'C6', 'C10'}, {'F1L', 'F2L'}, {'MolaAmortecedor'}, {'k',
3693081.76, 'c', 0}, {'pc1L', 'vc1L', 'pc2L', 'vc2L'} } | {'Ligação entre
o corpo 6 do sistema e o corpo 10'} | {'Nm'} | {'sem observações'}
```

```
%
% Relativo ao cálculo:
iTempo | [0, 4] | {' Intervalo de tempo de integração '} | {'s'}
| {'utilizado pelo integrador'}
nomeSolver | {'ode45'} | {' Nome do solver utilizado na resolução do
problema '} | {'sem unidades'} | {'sem observação'}
opcoesSolver | {'AbsTol', 1e-002, 'RelTol', 1e-001, 'Stats', 'off'} | {'
parametros do integrador '} | {'sem unidades'} | {'sem observação'}
pOC | [0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0] | {' posições iniciais
dos corpos '} | {'rad'} | {'sem observação'}
vOC | [68; 68; 68; 68; 68; 68; 68; 68; 68] | {'
velocidades iniciais dos corpos '} | {'rad/s'} | {'sem observação'}
```

```
% Relativo a apresentação final:
Apresenta | {'p', [], 'v', [1;2;3;4;5], 'a', []}
```