



Nuno Fernando da Silva Mamede
Licenciado em Ciências de Engenharia Civil

Estudo Paramétrico do Punçoamento em Lajes Fungiformes através de Análise Numérica

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em
Engenharia Civil, Ramo de Estruturas

Orientador: Professor Doutor António Manuel Pinho Ramos

Júri:

Presidente: Prof. Doutor Válder José da Guia Lúcio
Arguente: Prof. Doutor Luís Armando Canhoto Neves
Vogal: Prof. Doutor António Manuel Pinho Ramos

Copyright Nuno Fernando da Silva Mamede, FCT/UNL e UNL

A Faculdade de Ciências e Tecnologia e a Universidade Nova de Lisboa têm o direito, perpétuo e sem limites geográficos, de arquivar e publicar esta dissertação através de exemplares impressos reproduzidos em papel ou de forma digital, ou por qualquer outro meio conhecido ou que venha a ser inventado, e de a divulgar através de repositórios científicos e de admitir a sua cópia e distribuição com objectivos educacionais ou de investigação, não comerciais, desde que seja dado crédito ao autor e editor.

Agradecimentos

A realização desta dissertação não teria sido possível sem o contributo, das mais variadas formas, de pessoas e entidades. Assim, não poderia deixar de exprimir o meu profundo agradecimento:

Desde já, ao meu orientador, o Professor Doutor António Manuel Pinho Ramos, quer pela oportunidade e por toda a ajuda que me prestou, quer pelo interesse e conhecimento que me transmitiu ao longo da elaboração desta dissertação.

Ao Engenheiro Duarte Faria pela permanente disponibilidade e auxílio que recebi frequentemente da sua parte, na maioria do tempo em que o trabalho se desenvolveu.

A todos os professores e funcionários do Departamento de Engenharia Civil que de forma directa ou indirectamente me auxiliaram ao longo de todo o meu percurso académico. Não poderia deixar de agradecer à Professora Doutora Maria Teresa Grilo Santana pela disponibilidade e amizade demonstrada ao longo dos últimos anos.

Aos meus amigos e colegas, que durante a elaboração deste trabalho, e principalmente nos momentos menos bons, constantemente me ofereceram amparo de inimaginável valor. A todos gostaria de exprimir um muito obrigado, em particular aqueles com quem vivi, uma vez que em determinadas alturas foram mais que amigos, foram família.

Por último, disponho o meu mais sincero e profundo agradecimento à minha família, em particular aos meus pais e à minha irmã, cuja importância ultrapassa, em grande escala, algo que eu seja capaz de exprimir.

Estudo Paramétrico do Punçoamento em Lajes Fungiformes através de Análise Numérica

Resumo

Apresenta-se neste trabalho uma descrição do estudo paramétrico do punçoamento em lajes fungiformes através de análise numérica.

Este estudo foi realizado com recurso ao *software* ATENA 3D, *Advanced Tool for Engineering Nonlinear Analysis*, que permite analisar os materiais de forma não linear, essencialmente o betão, simulando nomeadamente a fendilhação do betão que é essencial na análise de zonas de descontinuidade, como é o caso da rotura por punçoamento.

Procedeu-se à modelação de cinco modelos de lajes que foram ensaiadas em laboratório experimental e foram comparados os resultados de forma a se obter validação, *benchmark*. Assim, definiu-se as características a considerar no *software* para a análise numérica do estudo paramétrico.

Para o estudo paramétrico foram elaborados 216 modelos numéricos de $\frac{1}{4}$ de laje fungiforme no caso em que o pilar é interior. Os parâmetros estudados neste trabalho foram a percentagem de armadura longitudinal, a espessura da laje, a classe de resistência do betão e a dimensão transversal do pilar. Os modelos numéricos foram levados até à rotura através da prescrição de deslocamento no pilar.

Foi realizada uma análise dos resultados de forma a compreender a influência dos parâmetros variados no estudo paramétrico, ao nível das cargas de rotura. Foram comparadas as cargas de rotura e as rotações da laje com normas e recomendações, nomeadamente o Eurocódigo 2 e o *Model Code 2010*. Foi ainda proposta uma alteração à equação do Eurocódigo 2 que prevê a resistência ao punçoamento, sem armadura para o efeito, foi ainda proposta.

Parametric Study of Punching in Reinforced Concrete Flat Slabs Shear by Numerical Analysis

Abstract

It is shown in this thesis a description of the parametric study of the punching shear in reinforced concrete flat slabs using numerical analysis.

The study was conducted using the software ATENA 3D, Advanced Tool for Engineering Nonlinear Analysis, that can take into account the materials nonlinear behavior, namely the concrete cracking, which is essential to analyze the discontinuity zones, as in case of punching failure.

Five experimental models of reinforced concrete flat slabs were simulated and the results were compared in order to obtain a benchmark. In that way it was possible to define the characteristics that should be consider in the software to do the parametric study.

In the parametric study were made 216 numeric models, simulating only a quarter slab, in case of inner column. The reinforcement ratio, the thickness of the slab, the concrete strength and the transverse column dimension were the verifying parameters in this work. All the models were subject to a prescribed displacement of the column until the punching failure was reached.

The numerical analysis results were analyzed to understand the influence of the parameters, in the terms of the punching load capacity. The results were, also, compared with the codes, namely the Eurocode 2 and the Model Code 2010. A proposal change was carried out for the Eurocode 2 punching load resistance equation, without shear reinforcement.

Palavras Chave

Punçoamento

Estudo Paramétrico

Betão Armado

Análise Numérica

Lajes Fungiformes

Key Words

Punching Shear

Parametric Study

Reinforced Concrete

Numerical Analysis

Flat Slabs

Índice de Matérias

Agradecimentos	i
Resumo.....	iii
Abstract	v
Palavras Chave	vii
Key Words.....	vii
Índice de Matérias.....	ix
Índice de Figuras.....	xiii
Índice de Quadros	xvii
Notações	xviii
1. Introdução.....	1
1.1. Aspectos gerais.....	1
1.2. Objectivos	2
1.3. Organização da dissertação	2
2. Estado da Arte.....	5
2.1. Introdução	5
2.2. Mecanismo de rotura ao punçoamento	9
2.3. Modelos Numéricos.....	10
2.3.1. Beutel e Hegger, 1998	11
2.3.2. Ožbolt e Vocke, 1999	13
2.3.3. Markus Staller, 2000.....	15
2.3.4. Trautwein et al, 2006	16
2.3.5. Khalil Belakhdar, 2008	18
2.3.6. Roberto Inácio, 2010.....	20
2.3.7. João Nogueira, 2011	21
2.4. Normas	23
2.4.1. Eurocódigo 2	24
2.4.2. Model Code 2010	25
3. <i>Software</i> ATENA 3D	29
3.1. Introdução	29
3.2. Modelos Constitutivos do Betão	29
3.2.1. Relações tensão-deformação	29
3.2.2. Comportamento do betão à tracção	30

3.2.3.	Comportamento do betão à compressão	32
3.2.4.	Processo de fendilhação do betão.....	33
3.2.5.	Rotura biaxial do betão	34
3.2.6.	Modelo de fendilhação do betão.....	36
3.2.7.	Comportamento do betão após fendilhação	37
3.3.	Modelos Constitutivos das Armaduras de Aço	38
3.3.1.	Relações tensão-deformação do aço.....	39
3.3.2.	Modelos de aderência armadura-betão - “ <i>bond-slip</i> ”	40
3.4.	Elementos finitos sólidos a 3d.....	40
3.5.	Método Newton-Raphson	41
4.	Calibração - <i>Benchmark</i>	43
4.1.	Introdução	43
4.2.	Descrição dos modelos experimentais.....	43
4.2.1.	Geometria.....	43
4.2.2.	Materiais.....	47
4.2.3.	Instrumentação	48
4.3.	Descrição dos modelos Numéricos.....	50
4.3.1.	Geometria.....	50
4.3.2.	Materiais.....	51
4.3.3.	Instrumentação	52
4.4.	Comparação de Resultados	53
4.4.1.	Deslocamentos verticais.....	53
4.4.2.	Cargas de Rotura	58
5.	Estudo Paramétrico do Punçoamento.....	61
5.1.	Introdução	61
5.2.	Descrição dos modelos	62
5.2.1.	Geometria.....	62
5.2.2.	Materiais.....	63
5.2.3.	Instrumentação	64
5.3.	Análise dos Resultados	64
5.3.1.	Cargas de rotura ao punçoamento dos modelos numéricos.....	64
5.3.2.	Influência da percentagem de armadura longitudinal (ρ) na carga de rotura ao punçoamento	75
5.3.3.	Influência da altura útil da laje (d) na carga de rotura ao punçoamento	80
5.3.4.	Influência da classe de resistência do betão (f_c) na carga de rotura ao punçoamento	88
5.3.5.	Comparação dos valores da análise numérica com os valores das normas	94

5.3.6. Proposta de alteração da equação do Eurocódigo 2, Energia de fractura por efeito de escala	95
5.3.7. Avaliação das rotações da laje na zona exterior à rotura	97
5.4. Observações gerais	99
6. Conclusões e Desenvolvimentos futuros.....	101
6.1. Conclusão.....	101
6.2. Desenvolvimentos futuros.....	102
Bibliografia.....	103

Índice de Figuras

Figura 2.1 – Escombros do acidente e planta do edifício, zona sombreada corresponde à parte que desmoronou, na 2000 Commonwealth Avenue, King e Delatte (2004).....	6
Figura 2.2 – Harbour Cay Condominium antes e após o colapso, Delatte (2009).....	6
Figura 2.3 – Destroços do Sampoong Department store, Gardner et al (2002).	7
Figura 2.4 – Pipers Row Car Park após colapso da laje do topo, Wood (2001).	7
Figura 2.5 – Parque de estacionamento subterrâneo de Gretzenbach após colapso. Ruiz et al (2010).....	8
Figura 2.6 – Esquema de rotura ao punçoamento de uma laje de betão armado, Ramos (2003).	9
Figura 2.7 – Tipos de fendilhação presente no fenómeno do punçoamento. Adaptado de Ramos (2006).	10
Figura 2.8 – Tipos de rotura devido ao punçoamento. FIB - Bulletin 12 (2001).....	11
Figura 2.9 – Tipos armadura específica de punçoamento, estribos, estudados por Beutel e Hegger. FIB - Bulletin 12 (2001).....	12
Figura 2.10 – Comparação dos cones de punçoamento. Esquerda – Modelo numérico, Direita – ensaio laboratorial. Adoptado de FIB - Bulletin 12 (2001).	14
Figura 2.11 – Carga-Deslocamento ensaios numéricos (analysis) e ensaios experimentais (experiment). FIB - Bulletin 12 (2001).	14
Figura 2.12 – Cone de punçoamento no MARC (esquerda), gráfico de carga-deslocamento – modelo e experimentação (direita). Staller (2000).	15
Figura 2.13 – Influência da espessura da laje na resistência ao punçoamento (esquerda) e da classe de resistência do betão (direita). Staller (2000).	16
Figura 2.14 – Modelo M1: gráfico carga-deslocamento (esquerda) e da cone de punçoamento e fendilhação (direita). Trautwein et al (2006).	17
Figura 2.15 – Modelo M2: gráfico carga-deslocamento (esquerda) e da cone de punçoamento e fendilhação (direita). Trautwein et al (2006).	17
Figura 2.16 – Modelo M3: gráfico carga-deslocamento (esquerda) e da cone de punçoamento e fendilhação (direita). Trautwein et al (2006).	18
Figura 2.17 – Modelo com parafusos de reforço ao punçoamento. Belakhdar (2008).....	19
Figura 2.18 – Planta do reforço com parafusos aplicado em cada modelo. Belakhdar (2008).	19
Figura 2.19 – Efeito do diâmetro dos parafusos de reforço ao punçoamento de acordo com o número de fiadas instaladas. Belakhdar (2008).	20
Figura 2.20 – Exemplo de um modelo em que os elementos junto ao pilar, refinados, são do tipo Brick e os exteriores são do tipo shell. Inácio (2010).	21
Figura 2.21 – Exemplo de um dos modelos que possuía parafusos de reforço ao punçoamento em que a malha é mais refinada. Nogueira (2011).	22

Figura 2.22 – Exemplo dos modos de rotura nos modelos numéricos em que a rotura se deu exterior ao reforço: a) <i>Fixed crack model</i> ; b) <i>Rotated crack model</i> ; b) <i>Rotated crack model</i> com malha refinada. Nogueira (2011).	23
Figura 2.23 – Perímetros de controlo típicos em torno de áreas carregadas. Eurocódigo 2 (2010).	24
Figura 2.24 - Perímetros de controlo típicos em torno de pilares. <i>Model Code 2010</i> (2010).	25
Figura 3.1 – Diagrama tensão-deformação uniaxial do betão, adaptado de Červenka et al (2010).	30
Figura 3.2 – Lei de abertura de fendas exponencial, desenvolvida por Hodijk. Adaptado de Červenka et al (2010).	31
Figura 3.3 – Diagrama tensão-deformação correspondente às zonas de compressão. Červenka et al (2010).	32
Figura 3.4 – Processo de fendilhação do betão no diagrama tensão-deformação do betão. Adaptado de Červenka et al (2010).	34
Figura 3.5 – Diagrama de rotura biaxial do betão. Adaptado de Červenka et al (2010).	35
Figura 3.6 – Estado de tensões e deformações do <i>fixed crack model</i> . Červenka et al (2010).	36
Figura 3.7 – Estado de tensões e deformações do <i>rotated crack model</i> . Červenka et al (2010).	37
Figura 3.8 – Redução da resistência à compressão com presença de fendilhação no material. Červenka et al (2010).	38
Figura 3.9 – Exemplos de simulação de armaduras no ATENA 3D, à esquerda: armadura distribuída; à direita: armadura discreta. Červenka (2009).	39
Figura 3.10 - Diagrama tensão-deformação do aço, bilinear, adoptado nos modelos simulados. Červenka et al (2010).	39
Figura 3.11 – Exemplos de dois modelos de aderência entre armaduras e betão. Červenka (2009).	40
Figura 3.12 – Geometria dos elementos finitos possíveis de modelar no ATENA 3D. Em cima: à esquerda – tetraedro; à direita – <i>brick</i> . Em baixo: elemento <i>wedge</i> . Adaptado de Červenka et al (2010).	41
Figura 3.13 – Método de Newton-Raphson. Červenka et al (2010).	42
Figura 4.1 – Esquema de ensaio dos modelos AR2 e AR9, planta e corte, Ramos (2003).	44
Figura 4.2 – Esquema de ensaio dos modelos DF1 (100 mm) e DF4 (120 mm), Faria (2010).	45
Figura 4.3 – Esquema de ensaio do modelo ID1, Duarte (2008).	46
Figura 4.4 – Armaduras longitudinais inferiores dos modelos.	46
Figura 4.5 – Armaduras longitudinais superiores dos modelos.	47
Figura 4.6 – Posicionamento dos deflectómetros nos modelos AR2 e AR9, Ramos (2003).	49

Figura 4.7 – Posicionamento dos deflectómetros nos modelos DF1 e DF4, Duarte (2010).....	49
Figura 4.8 – Posicionamento dos deflectómetros no modelo ID1, Duarte (2008).....	50
Figura 4.9 – Exemplo da modelação de ¼ de laje no Atena 3D (Modelo AR2).....	50
Figura 4.10 – Exemplo do refinamento da malha junto ao pilar, no Atena 3d (Modelo DF1).....	51
Figura 4.11 – Exemplo da monitorização inserida nos modelos, no Atena 3d (Modelo ID1).....	52
Figura 4.12 – Evolução dos deslocamentos d1 e d2 em relação ao carregamento, no Modelo AR2.	54
Figura 4.13 – Evolução dos deslocamentos d3 e d4 em relação ao carregamento, no Modelo AR2.	55
Figura 4.14 – Evolução dos deslocamentos d1 e d4 em relação ao carregamento, no Modelo AR9.	55
Figura 4.15 – Evolução dos deslocamentos d3 e d4 em relação ao carregamento, no Modelo AR9.	55
Figura 4.16 – Evolução dos deslocamentos d1 e d2 em relação ao carregamento, no Modelo DF1.....	57
Figura 4.17 – Evolução dos deslocamentos d1 e d2 em relação ao carregamento, no Modelo DF4.....	57
Figura 4.18 – Evolução dos deslocamentos d1 e d2 em relação ao carregamento, no Modelo ID1.	57
Figura 5.1 - Exemplo de colocação dos apoios nos modelos numéricos.....	62
Figura 5.2 – Exemplo das armaduras longitudinais de um modelo numérico.	64
Figura 5.3.a – Influência dos parâmetros analisados, f_c e h , comparados com a previsão do EC2.....	71
Figura 5.3.b – Influência dos parâmetros analisados, ρ e b , comparados com a previsão do EC2.....	72
Figura 5.4.a – Influência dos parâmetros analisados, f_c , comparados com a previsão do MC2010.....	72
Figura 5.4.b – Influência dos parâmetros analisados, h , ρ e b , comparados com a previsão do MC2010.....	73
Figura 5.5 – Evolução das cargas de rotura ao punçoamento com a variação da percentagem de armadura longitudinal, ρ , em que: $f_c=20$ MPa e $h=200$ (a), $h=225$ (b) e $h=500$ (c).	76
Figura 5.6 – Evolução das cargas de rotura ao punçoamento com a variação da percentagem de armadura longitudinal, ρ , em que: $f_c=25$ MPa e $h=200$ (a), $h=225$ (b) e $h=500$ (c).	77
Figura 5.7 – Evolução das cargas de rotura ao punçoamento com a variação da percentagem de armadura longitudinal, ρ , em que: $f_c=30$ MPa e $h=200$ (a), $h=225$ (b) e $h=500$ (c).	78

Figura 5.8 – Evolução das cargas de rotura ao punçoamento com a variação da percentagem de armadura longitudinal, ρ , em que: $f_c=40$ MPa e $h=200$ (a), $h=225$ (b) e $h=500$ (c).	79
Figura 5.9.a – Cargas de rotura ao punçoamento, em que: $f_c=20$ MPa e $\rho=0,50\%$ (a) e $\rho=0,75\%$ (b).	80
Figura 5.9.b – Cargas de rotura ao punçoamento, em que: $f_c=20$ MPa e $\rho=1,00\%$ (c), $\rho=1,25\%$ (d), $\rho=1,50\%$ (e), $\rho=2,00\%$ (f).	81
Figura 5.10.a – Cargas de rotura ao punçoamento, em que: $f_c=25$ MPa e $\rho=0,50\%$ (a), $\rho=0,75\%$ (b), $\rho=1,00\%$ (c).	82
Figura 5.10.b – Cargas de rotura ao punçoamento, em que: $f_c=25$ MPa e $\rho=1,25\%$ (d), $\rho=1,50\%$ (e), $\rho=2,00\%$ (f).	83
Figura 5.11.a – Cargas de rotura ao punçoamento, em que: $f_c=30$ MPa e $\rho=0,50\%$ (a), $\rho=0,75\%$ (b), $\rho=1,00\%$ (c).	84
Figura 5.11.b – Cargas de rotura ao punçoamento, em que: $f_c=30$ MPa e $\rho=1,25\%$ (d), $\rho=1,50\%$ (e), $\rho=2,00\%$ (f).	85
Figura 5.12.a – Cargas de rotura ao punçoamento, em que: $f_c=40$ MPa e $\rho=0,50\%$ (a), $\rho=0,75\%$ (b), $\rho=1,00\%$ (c).	86
Figura 5.12.b – Cargas de rotura ao punçoamento, em que: $f_c=40$ MPa e $\rho=1,25\%$ (d), $\rho=1,50\%$ (e), $\rho=2,00\%$ (f).	87
Figura 5.13.a – Cargas de rotura ao punçoamento, em que: $h=200$ mm e $\rho=0,50\%$ (a), $\rho=0,75\%$ (b), $\rho=1,00\%$ (c).	88
Figura 5.13.b – Cargas de rotura ao punçoamento, em que: $h=200$ mm e $\rho=1,25\%$ (d), $\rho=1,50\%$ (e), $\rho=2,00\%$ (f).	89
Figura 5.14.a – Cargas de rotura ao punçoamento, em que: $h=225$ mm e $\rho=0,50\%$ (a), $\rho=0,75\%$ (b), $\rho=1,00\%$ (c).	90
Figura 5.14.b – Cargas de rotura ao punçoamento, em que: $h=225$ mm e $\rho=1,25\%$ (d), $\rho=1,50\%$ (e), $\rho=2,00\%$ (f).	91
Figura 5.15.a – Cargas de rotura ao punçoamento, em que: $h=250$ mm e $\rho=0,50\%$ (a), $\rho=0,75\%$ (b), $\rho=1,00\%$ (c).	92
Figura 5.15.b – Cargas de rotura ao punçoamento, em que: $h=250$ mm e $\rho=1,25\%$ (d), $\rho=1,50\%$ (e), $\rho=2,00\%$ (f).	93
Figura 5.16 – Comparação das cargas de rotura obtidas através modelação numérica em função da: previsão do EC2 (em cima); previsão do Model Code 2010 (em baixo).	94
Figura 5.17 – Relação da carga de rotura ao punçoamento normalizada com G_f/d .	95
Figura 5.18 – Comparação das cargas de rotura obtidas através modelação numérica em função da previsão da equação proposta.	96
Figura 5.19 – Valores utilizados no cálculo da rotação da laje.	97
Figura 5.20 – Relação carga de rotura normalizada e a da rotação da laje na zona exterior à zona de rotura.	98
Figura 5.21 – Comparação das rotações obtidas nos modelos numéricos e os previstos no <i>Model Code 2010</i> .	98

Índice de Quadros

Quadro 2.1 – Rotação da laje em torno do pilar na zona exterior à rotura.	27
Quadro 4.1 – Altura útil média dos modelos experimentais.	47
Quadro 4.2 – Propriedades do betão.	48
Quadro 4.3 – Propriedades do aço.	48
Quadro 4.4 – Deslocamentos verticais dos modelos AR2 e AR9.	53
Quadro 4.5 – Deslocamentos verticais dos modelos AR2 e AR9.	54
Quadro 4.6 - Deslocamentos verticais dos modelos DF1 e DF4.	56
Quadro 4.7 – Deslocamentos verticais dos modelos DF1 e DF4.	56
Quadro 4.8 – Comparação das cargas de rotura experimentais, numéricas e das normas.	59
Quadro 4.9 – Média de erros das cargas de rotura.	60
Quadro 5.1 – Dimensões dos modelos numéricos.	62
Quadro 5.2 – Características do betão.	63
Quadro 5.3 – Diâmetros dos varões de aço, D_{ϕ} , da armadura longitudinal superior, em mm.	64
Quadro 5.4 – Cargas de rotura para $h=200$ mm e $f_c=20$ e 25 MPa.	65
Quadro 5.5 – Cargas de rotura para $h=200$ mm e $f_c=30$ e 40 MPa.	66
Quadro 5.6 – Cargas de rotura para $h=225$ mm e $f_c=20$ e 25 MPa.	67
Quadro 5.7 – Cargas de rotura para $h=225$ mm e $f_c=30$ e 40 MPa.	68
Quadro 5.8 – Cargas de rotura para $h=250$ mm e $f_c=20$ e 25 MPa.	69
Quadro 5.9 – Cargas de rotura para $h=250$ mm e $f_c=30$ e 40 MPa.	70
Quadro 5.10 – Média (μ), desvio padrão (σ) e coeficiente de variação (COV) da razão entre os valores de carga última ao punçoamento dos modelos numéricos com os valores previstos nas normas.	71
Quadro 5.11 – Média (μ), desvio padrão (σ) e coeficiente de variação (COV) da razão entre os valores de carga última ao punçoamento dos modelos numéricos com os valores previstos no EC2 e pela equação proposta.	96

Notações

Letras minúsculas latinas

b_0	Perímetro de controlo
c	Factor de redução da resistência à compressão após fissuração
d	Altura útil da laje
d_s	Dimensão média dos agregados
d_v	Média da altura útil em ambas as direcções
f_c^{ef}	Tensão efectiva de resistência à compressão
f_{ccm}	Tensão média de rotura à compressão do betão em provetes cúbicos
f_{ck}	Tensão característica de rotura à compressão do betão em provetes cilíndricos
f_{cm}	Tensão média de rotura à compressão do betão em provetes cilíndricos
f_{ctm}	Tensão média de rotura à tracção do betão
f_{su}	Tensão média e rotura do aço
f_{sy}	Tensão média de cedência do aço
f_t^{ef}	Tensão efectiva de resistência à tracção
f_{yd}	Tensão de resistência à tracção do aço de dimensionamento
f_{yk}	Tensão característica da resistência à tracção do aço
$f_{ywd,ef}$	Valor de cálculo da tensão efectiva de cedência das armaduras ao punçoamento
k	Factor de escala
k_1	Coefficiente da contribuição da compressão introduzida pelo pré-esforço na resistência ao punçoamento
k_e	Factor de redução do perímetro de controlo
k_ψ	Parâmetro que depende da rotação da laje em torno do pilar
m_{Rd}	Momento resistente segundo a armadura disposta
m_{sd}	Momento actuante na zona do pilar
r_c	Factor de redução da resistência à compressão do betão após fendilhado
r_{ec}	Factor de redução da tensão de resistência à compressão
r_{et}	Factor de redução da tensão de resistência à tracção

r_s	Distância do centro do pilar até ao raio onde o momento flector é nulo
u_l	Perímetro de controlo
V_{min}	Mínima resistência ao punçoamento
$V_{Rd,c}$	Valor de cálculo da tensão resistente ao punçoamento sem armaduras específicas
$V_{Rd,cs}$	Valor de cálculo da tensão resistente ao punçoamento com armaduras específicas
w	Abertura de fenda
w_c	Abertura de fenda quando a tensão efectiva da resistência à tracção é nula

Letras maiúsculas latinas

A_s	Área de armadura longitudinal
$A_{s,min}$	Área de armadura mínima de flexão
A_{sw}	Área de perímetro de armadura de punçoamento em torno do pilar
$C_{Rd,c}$	Factor de calibração da expressão da tensão resistente ao punçoamento, EC2
D_ϕ	Diâmetro dos varões de aço
E_0	Módulo de elasticidade inicial do betão
E_c	Módulo de Elasticidade secante do betão
E_s	Módulo de elasticidade do aço
G_f	Energia de fractura do betão
L_d	Comprimento de banda à compressão
L_t	Comprimento de banda à tracção
S_r	Espaçamento radial dos perímetros das armaduras de punçoamento
V_{EXP}	Valor da carga de rotura dos modelos experimentais
V_{MEF}	Valor da carga de rotura dos modelos numéricos
$V_{norm.EC2}$	Valor normalizado da carga de rotura numérica segundo o EC2
$V_{norm.MC2010}$	Valor normalizado da carga de rotura numérica segundo o MC2010
$V_{prop.}$	Valor da carga resistente ao punçoamento segundo a equação proposta
V_{Rd}	Resistência ao punçoamento, MC2010
$V_{Rd,c}$	Resistência ao punçoamento do betão e armaduras longitudinais, MC2010
$V_{Rd,s}$	Resistência ao punçoamento da armadura específica, MC2010

Letras minúsculas gregas

α	Ângulo entre as armaduras de punçoamento e a laje
γ	Factor de correcção
γ_c	Coeficiente de segurança do betão
δ_{MN}	Deslocamento na zona de momento nulo
ε^{eq}	Extensão uniaxial equivalente
ε_c	Extensão de cedência do betão à compressão
ε_{cr}	Extensão de abertura de fenda antes da tensão de resistência à tracção ser nula
ε_d	Extensão de rotura do betão à compressão
ε_d	Extensão de rotura do betão à tracção
ε_t	Extensão de cedência do betão à tracção
ρ	Percentagem geométrica de armadura longitudinal
ρ_{lx}	Percentagem geométrica de armadura longitudinal da laje segundo x
ρ_{ly}	Percentagem geométrica de armadura longitudinal da laje segundo y
σ	Tensão normal do betão à tracção
σ_c^{ef}	Tensão efectiva do betão à compressão
σ_{cp}	Média das tensões de compressão na zona crítica, derivadas do pré-esforço
σ_{sw}	Tensão que a armadura especifica de punçoamento tem capacidade de mobilizar
ψ	Rotação da laje em torno do pilar na zona exterior à rotura

1. INTRODUÇÃO

1.1. ASPECTOS GERAIS

A constante evolução nas exigências de segurança, económicas e arquitectónicas faz com que os engenheiros estruturais desenvolvam novas técnicas construtivas e aperfeiçoem as já existentes. As lajes fungiformes são um bom exemplo dessa evolução.

As lajes fungiformes definem-se por serem directamente apoiadas nos pilares, dispensando o uso de vigas no interior do edifício. Devido a eventuais acções sísmicas e acções horizontais, as estruturas com este tipo de laje devem, sempre que possível, possuir viga no bordo e núcleos resistentes.

As principais vantagens do emprego de lajes fungiformes são a sua reduzida espessura global, quando comparadas com as soluções de lajes vigadas; simplicidade e rápida execução; os tectos planos, facilitando a instalação de condutas e paredes divisórias conferindo aos espaços versatilidade; e capacidade para terem grandes vãos. A elevada flexibilidade quando sujeitas a acções horizontais, as altas deformações e a concentração de esforços, de flexão e corte, junto aos pilares são as principais condicionantes neste tipo de laje, Ramos (2006).

O punçoamento é um dos fenómenos mais complexos no dimensionamento de estruturas de betão armado, principalmente porque se dá numa zona de ligação laje-pilar. A rotura da laje pelo pilar advém da concentração dos esforços na zona adjacente a este, podendo ocorrer rotura local ou total, por colapso progressivo, por causa do aumento dos esforços nos pilares vizinhos.

A simulação de modelos de lajes através de elementos finitos tornou-se numa importante ferramenta da engenharia para prever e analisar comportamentos de estruturas de betão armado. A capacidade de prever o comportamento dos materiais de forma não linear, essencialmente o betão, permite que de uma forma económica e rápida se analise um grande número de modelos, dependendo da capacidade computacional disponível que com o decorrer dos anos tem evoluído bastante.

Numa análise paramétrica quanto mais modelos disponíveis para estudo melhor serão os resultados que daí provêm. A possibilidade de estudar a influência de vários parâmetros num fenómeno como o punçoamento recorrendo a análise numérica evita o dispendioso processo num estudo semelhante com ensaios em laboratório, nunca deixando de ser

precioso este tipo de ensaios para comparação e avaliação com os resultados de análises numéricas.

A correcta previsão da resistência ao punçoamento, em lajes sem armadura de reforço, percebendo a influência de factores como a espessura da laje, a quantidade de armadura longitudinal, a dimensão transversal dos pilares ou a classe de resistência do betão permite uma optimização e melhor dimensionamento de estruturas.

1.2. OBJECTIVOS

O presente trabalho tem como objectivo o estudo paramétrico de lajes fungiformes com recurso a um *software* de análise não linear, nomeadamente o ATENA 3D.

Neste estudo paramétrico irá analisar-se a influência de vários parâmetros que condicionam a resistência ao punçoamento, são eles a espessura da laje, a percentagem de armadura longitudinal, a classe de resistência do betão e a dimensão transversal do pilar em que a laje se apoia.

Para validação deste tipo de modelação, cinco modelos de laje fungiforme ensaiadas em laboratório, foram modeladas numericamente, sendo os resultados experimentais comparados com os numéricos.

Os resultados provenientes do estudo paramétrico são comparados entre si, de forma a se perceber a influência dos parâmetros variados, e com os valores previstos nas normas, em termos de carga. São, ainda, comparados valores de rotações na zona externa à zona de rotura por punçoamento dos modelos numéricos com as expressões presentes no *Model Code 2010* (2010) e com uma expressão desenvolvida por Muttoni (2008).

Propõe-se uma alteração na equação da previsão da resistência ao punçoamento presente no Eurocódigo 2 (2010), passando a energia de fractura a intervir nessa equação.

1.3. ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO

Esta dissertação de mestrado é composta por 6 capítulos. Neste capítulo apresenta-se uma breve introdução acerca do problema e expõem-se os objectivos propostos.

No segundo capítulo é mencionado o estado actual do problema. São apresentados acidentes que ocorreram devido ao fenómeno do punçoamento e faz-se uma breve ilustração desse fenómeno. Será apresentada uma análise muito breve de estudos numéricos desenvolvidos por diversos autores e, por fim, apresentam-se as abordagens ao punçoamento presente nas normas mais relevantes em Portugal, nomeadamente o Eurocódigo 2 (2010) e o *Model Code 2010* (2010).

No capítulo 3 introduz-se, de forma sintética, a abordagem que o *software* computacional realiza na elaboração da análise numérica dos modelos, nomeadamente o ATENA 3D. Descrevem-se os comportamentos dos materiais, nomeadamente o aço e o betão. São apresentados os tipos de elementos finitos que o *software* é capaz de suportar e, finalmente, apresenta-se o método iterativo com o qual os modelos numéricos foram calculados.

No capítulo seguinte, o quarto, apresentam-se modelos de lajes fungiformes ensaiadas experimentalmente em laboratório que foram modeladas numericamente com o objectivo de se comparar os resultados, a nível de cargas e de deslocamentos. Desta forma foi possível obter-se a validação dos modelos numéricos, retirando-se as propriedades que foram tidas em conta na modelação numérica dos modelos do estudo paramétrico.

No capítulo 5 introduz-se o estudo paramétrico, descrevendo-se as características dos materiais, geometria e instrumentação dos modelos numéricos. Analisam-se os resultados obtidos a nível de cargas de rotura para se perceber a influência dos parâmetros variados no estudo, comparando-se, também, essas cargas com os valores previstos na equação para o efeito presente no Eurocódigo 2 (2010) e no *Model Code 2010* (2010). É feita uma proposta de alteração da expressão presente no Eurocódigo 2, introduzindo a energia de fractura nela. Por fim, efectuou-se uma avaliação a nível de rotação da laje em torno do pilar e comparou-se com os valores previstos no *Model Code 2010* (2010).

Por fim, no capítulo 6, apresentam-se as principais conclusões a que se chegou no decorrer desta dissertação e sugerem-se alguns temas para desenvolvimento futuro.

2. ESTADO DA ARTE

2.1. INTRODUÇÃO

Nos últimos anos assistiu-se ao colapso de alguns edifícios, ou parte destes, com lajes do tipo fungiformes, o que suscitou um maior interesse dos engenheiros para o fenómeno da rotura por punçoamento.

Na 2000 Commonwealth Avenue, em Boston, dois terços de um edifício de apartamentos com 16 pisos ruiu, decorria o ano de 1971. O edifício começou a ser construído em 1969 e no momento do colapso a construção estava em fase de conclusão. Este acidente, segundo King e Delatte (2004), teve origem na rotura por punçoamento de um dos pilares que suportava a laje de cobertura, decorrendo nesse momento a betonagem da laje da casa das máquinas situada acima da zona do pilar. O aumento da carga nos pilares adjacentes levou ao colapso da laje de cobertura. Em apenas 20 minutos o edifício entrou em colapso progressivo. Na figura 2.1 pode observar-se os escombros da parte do edifício que ruiu e a planta. O núcleo do elevador e a parte do edifício que não ruiu serviram de refúgio para alguns trabalhadores que se encontravam nas imediações, na fase inicial do colapso. Resultaram deste acidente 4 mortos. Nas investigações posteriores descobriu-se que o projecto não estava de acordo com as normas em vigor na época e, entre outras causas, a resistência do betão não atingia a mínima especificada no projecto, e as cofragens foram retiradas prematuramente.

Em Março de 1981, um edifício residencial, Harbour Cay Condominium, localizado em Cocoa Beach, Florida, ruiu. Onze trabalhadores morreram e vinte e três ficaram feridos. O edifício estava ainda em fase de construção e caracterizava-se por ter 5 pisos em laje fungiforme. Delatte (2009) indica que o colapso se iniciou na laje de cobertura, devido ao punçoamento, levando a estrutura ao colapso progressivo. Das investigações resultou que, não foi efectuado qualquer tipo de cálculo de verificação da resistência ao punçoamento da laje de cobertura, a espessura dessa laje apenas tinha 203 mm, quando os regulamentos indicavam uma espessura mínima de 280 mm, e a armadura longitudinal superior foi colocada de forma anormal, em que a altura útil da laje foi reduzida de 160 mm para 135 mm. Na figura 2.2 pode observar-se o edifício antes e após o colapso.

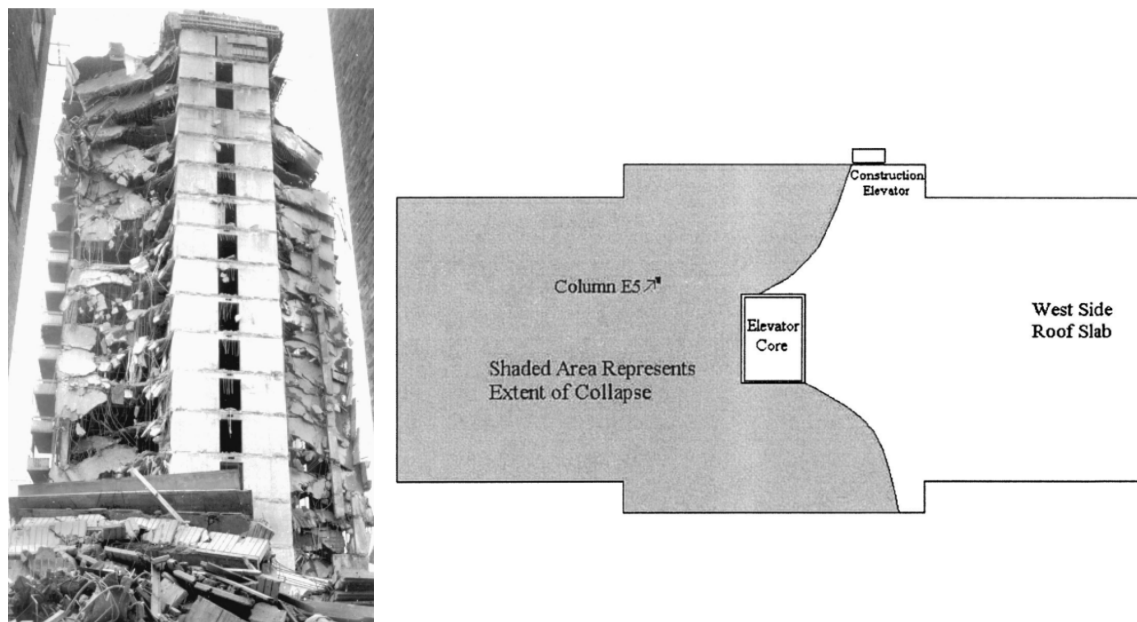


Figura 2.1 – Escombros do acidente e planta do edifício, zona sombreada corresponde à parte que desmoronou, na 2000 Commonwealth Avenue, King e Delatte (2004).



Figura 2.2 – Harbour Cay Condominium antes e após o colapso, Delatte (2009).

A ala norte do Sampoong Department Store em Seul, Coreia do Norte, desabou ferindo cerca de 1000 pessoas e matando 500, decorria o ano de 1995 (figura 2.3). Um dos mais trágicos acidentes que se tem registado. Originalmente foi projectado para um edifício de escritórios com 4 pisos em laje fungiforme, mas alterado para um centro comercial, ainda durante a fase de construção. Posteriormente, o edifício foi aumentado em um piso, para a instalação de uma pista de patinagem. Segundo Gardner et al (2002), a redução das secções dos pilares que suportavam o quinto piso e a cobertura, a alteração da funcionalidade desse piso para restauração e a movimentação incorrecta da torre do ar condicionado foram, entre outras, as principais causas para ocorrência do sucedido. O colapso originou-se, por punçoamento, num pilar interior que suportava a cobertura e, em apenas 20 segundos, a estrutura entrou em colapso progressivo ruindo até ao nível das fundações. Este acidente

ficou ligado à corrupção, ao permanente ignorar do dono da obra a que o edifício não estava preparado para as alterações desejadas (fase de construção) e, dias antes do colapso, ao ignorar dos avisos dados pelos peritos que após inspeção previam um colapso do edifício.



Figura 2.3 – Destroços do Sampoong Department store, Gardner et al (2002).

Na figura 2.4 pode observar-se no que resultou o colapso parcial da laje de topo do Pipers Row Car Park, Wolverhampton, como relatou Wood (2001). O edifício fora construído em 1965 e submetido a várias inspeções e reparações. Em Março de 1997, junto a um dos pilares que suportava a laje do topo deu-se a rotura por punção a que se seguiram mais oito pilares adjacentes. O acidente ocorreu durante a noite, pelo que o parque se encontrava vazio, não havendo assim grandes danos a registar nem perda de vidas humanas. As causas do acidente foram identificadas com o baixo recobrimento das armaduras que provocou a corrosão destas, a fraca qualidade do betão e forte deterioração deste, uma vez que no Inverno era usado sal para o degelo da neve.



Figura 2.4 – Pipers Row Car Park após colapso da laje do topo, Wood (2001).

No ano de 2004, um colapso catastrófico ocorreu num parque de estacionamento subterrâneo em Gretzenbach, Suíça. Segundo Ruiz et al (2010), noventa minutos após o início de um incêndio no interior do parque, deu-se a rotura por punçoamento, num pilar que de imediato se alastrou a vários, levando ao desmoronamento de grande parte da estrutura, como se pode observar na figura 2.5. Registaram-se sete mortos, bombeiros que no momento se encontravam no interior a combater as chamas. Das causas associadas a este colapso o fogo foi o menos significativo. O sobre carregamento da estrutura, colocação de uma camada de solo superior ao esperado, e uma abordagem grosseira no modo como verificaram a capacidade resistente ao punçoamento, foram as principais causas do acidente.



Figura 2.5 – Parque de estacionamento subterrâneo de Gretzenbach após colapso. Ruiz et al (2010).

Através da investigação dos erros associados a estes e a outros acidentes, engenheiros procuraram estudar e compreender o punçoamento de forma a evitar futuras lacunas, quer a nível de projecto, construção e manutenção de edifícios.

Em 1913, por Talbot (1913), foram publicados os primeiros estudos experimentais do fenómeno, mas apenas em pilares e paredes que incidiam sobre elementos de fundação. Mais recentemente, a partir da década de 80, começaram a surgir ensaios numéricos baseados em elementos finitos que possibilitaram ensaiar e compreender o punçoamento, atingindo-se resultados próximos dos experimentais e previstos em normas.

Nos tópicos seguintes faz-se uma breve descrição sobre o mecanismo de rotura ao punçoamento e descrevem-se alguns modelos numéricos desenvolvidos por diversos autores. No final do capítulo apresentam-se as normas que foram usadas para se fazer a comparação dos resultados numéricos com a sua previsão.

2.2. MECANISMO DE ROTURA AO PUNÇOAMENTO

A rotura por punçoamento origina-se quando os esforços actuantes num elemento, nomeadamente momentos flectores e esforço transversal, se têm que transferir para outro numa pequena área. No caso das lajes fungiformes este fenómeno acontece quando elevados esforços se têm que transferir da laje para o pilar, originando elevadas tensões na zona circundante do pilar onde se inicia o processo de fendilhação que poderá levar à rotura da laje.

O punçoamento caracteriza-se como fenómeno de rotura local, no entanto, quando se perde um ponto de equilíbrio leva-se ao aumento dos esforços nos elementos de suporte vizinhos, podendo levar a estrutura ao colapso progressivo. A rotura caracteriza-se por ser repentina e sem ductilidade, ou seja, rotura do tipo frágil. Resultando do fenómeno um mecanismo de rotura tronco-cónico em que o pilar e a laje se desligam um do outro, como se pode observar na figura 2.6.

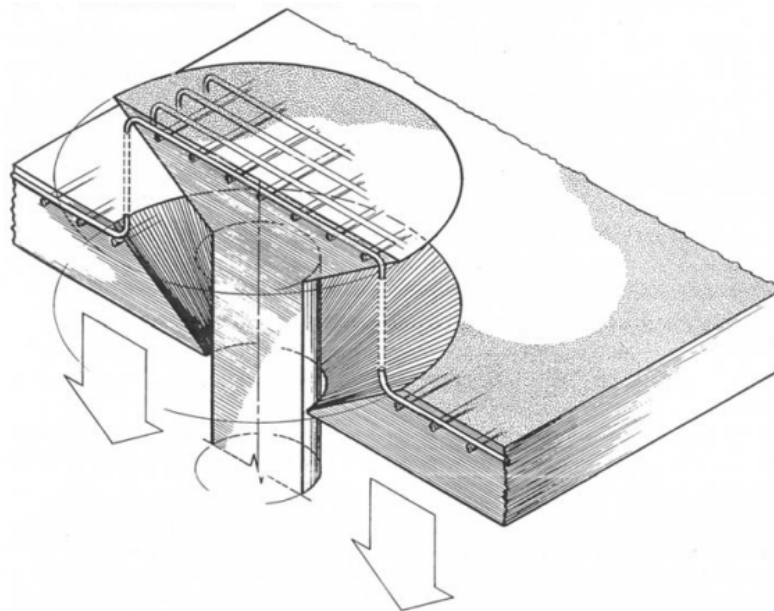


Figura 2.6 – Esquema de rotura ao punçoamento de uma laje de betão armado, Ramos (2003).

A rotura por punçoamento, em lajes fungiformes, pode ser caracterizada em quatro fases, onde a fendilhação toma o papel principal para as definir. As fases são as seguintes:

Fase elástica-linear:

O betão e o aço apresentam comportamento elástico-linear, as armaduras não cederam nem se formou qualquer tipo de fenda.

Fase de resposta à flexão:

O aparecimento da primeira fenda à flexão marca o início desta fase. Localizam-se na face superior da laje, são tangenciais ao pilar e contornam todo o seu perímetro. Com o

aumento das solicitações surgem fendas radiais em torno do pilar, estas podem prolongar-se até à extremidade da laje. Na figura 2.7 identificam-se os tipos de fendas no fenómeno do punçoamento.

Fase de resistência ao corte:

Nesta fase a fendilhação origina-se desde a parte inferior da laje até ao topo resultando em fendas inclinadas, onde se forma um mecanismo tronco-cónico. Quando as fendas atingem uma certa abertura dá-se a rotura por punçoamento. Na figura 2.7 é identificada um exemplo de fenda de corte, zona pela qual se dará a rotura.

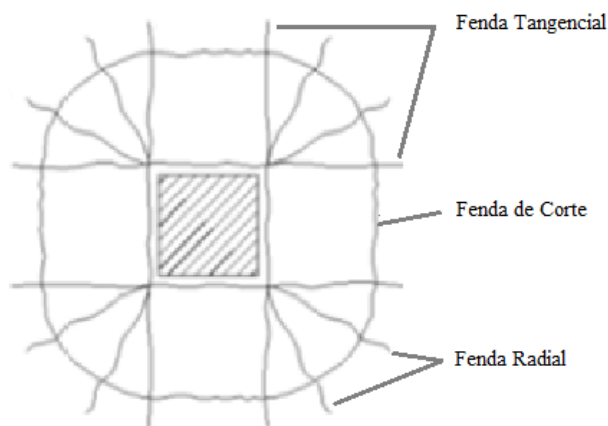


Figura 2.7 – Tipos de fendilhação presente no fenómeno do punçoamento. Adaptado de Ramos (2006).

Fase de pós-rotura ao punçoamento:

Na fase de pós-rotura ao punçoamento a laje fica unida apenas pela armadura longitudinal de flexão uma vez que já se encontra dividida em duas partes distintas.

Estas fases foram identificadas em ensaios documentados. De realçar que a transição entre a fase de resposta à flexão e a fase de resistência ao corte não é sempre evidente.

2.3. MODELOS NUMÉRICOS

Ao longo deste tópico apresentam-se trabalhos de investigação baseados em análise numérica em que foi estudado o punçoamento em lajes fungiformes. Estes modelos foram realizados por diversos autores e apresentam-se por ordem cronológica. Descrevem-se

modelos com e sem armadura específica de punçoamento, e com abordagem tridimensional.

2.3.1. Beutel e Hegger, 1998

Os modelos estudados através do *software* MASA, Macroscopic Space Analysis, por Beutel e Hegger (1998), caracterizaram-se por possuírem armadura específica de punçoamento, na forma de estribos. O objectivo destes autores era, através da análise numérica, investigar o tipo de rotura nos modelos, podendo ser junto à face do pilar, na zona interior dos estribos ou na zona exterior à armadura de punçoamento, como se ilustra na figura 2.8.

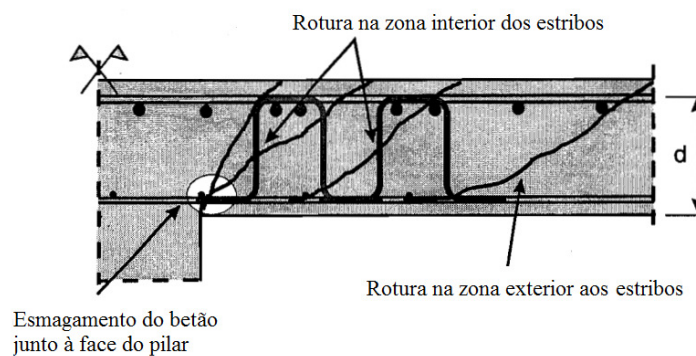


Figura 2.8 – Tipos de rotura devido ao punçoamento. FIB - Bulletin 12 (2001).

Foi estudado o punçoamento em pilares interiores, sendo que os modelos experimentais se prolongavam desde o pilar até à zona de momentos nulos e tinham forma hexagonal. O suporte era garantido por 12 tirantes e a carga aplicada por um macaco hidráulico.

De forma a simplificar o problema, utilizando a simetria do modelo, foi apenas modelado $\frac{1}{4}$ de laje e para simular o betão recorreu-se a elementos de 8 nós – elementos *brick*. Tanto a armadura longitudinal como os vários tipos de estribos estudados foram modelados com recurso a elementos barra. Na figura 2.9 apresentam-se os quatro tipos de estribos estudados por Beutel e Hegger.

Uma vez realizados os ensaios apenas o estribo do tipo d) da figura 2.9 apresentou um comportamento de forma realística.

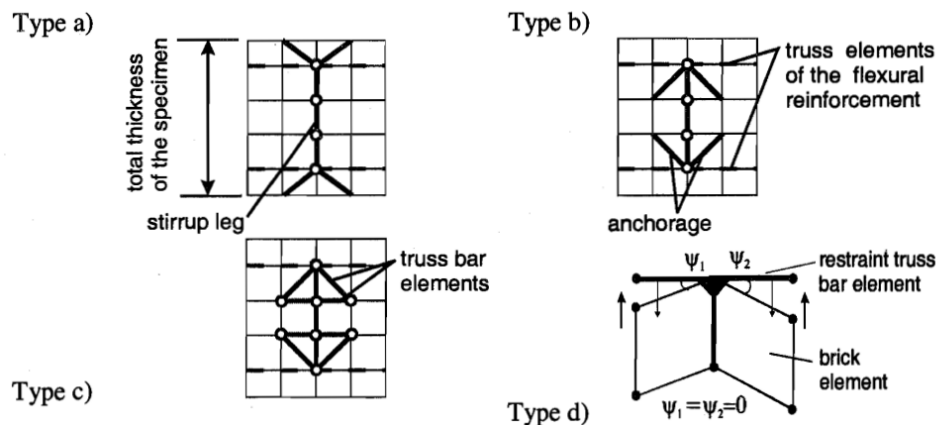


Figura 2.9 – Tipos armadura específica de punçoamento, estribos, estudados por Beutel e Hegger. FIB - Bulletin 12 (2001).

Os dados adquiridos desta análise numérica foram comparados com dados provenientes de experimentação, em que, a rotura ocorreu de forma semelhante.

Na rotura através da zona interior dos estribos os modelos tiveram uma resposta inicial mais rígida na análise numérica do que nos testes laboratoriais. Na rotura os modelos numéricos apenas atingiram 90% da carga de rotura dos modelos experimentais. Tal facto foi justificado pela não contribuição da armadura longitudinal para o efeito de ferrolho, no cone de punçoamento. Da comparação, entre os esforços na armadura de punçoamento da modelação numérica e experimental, concluiu-se que teve uma excelente correspondência.

A rotura junto à face do pilar tem duas formas possíveis, uma é a Semi-dúctil, que ocorre com cargas baixas e a armadura de punçoamento se encontra a uma distância do pilar superior a $(0,5 \text{ a } 0,7)d$. A outra é a rotura frágil, que ocorre quando se dá o esmagamento do betão na zona comprimida, junto ao pilar para níveis de carga elevados. Este tipo de rotura ocorre sem que as armaduras, longitudinal e ao punçoamento, cedam. Neste tipo de rotura, os autores, concluíram através da análise dos resultados, que o efeito de ferrolho não foi contabilizado na simulação numérica e, existiram maiores diferenças nos resultados comparados, em relação aos resultados provenientes da rotura, na zona interior da armadura de punçoamento.

Na rotura pela zona exterior ao punçoamento, Beutel e Hegger (1998), ao variarem o número de linhas de estribos, concluíram que este tipo de rotura apenas ocorria para armaduras de punçoamento compostas por menos de três linhas de estribos. Referiram, ainda que, para se obter um considerável aumento da resistência ao punçoamento, através da colocação de estribos, deve instalar-se mais do que duas camadas de estribos, porque o emprego de estribos em apenas duas camadas teve um aumento muito pouco significativo, na resistência que se destinavam a promover.

Após verificar os modos de rotura no MASA, os autores, realizaram um estudo paramétrico. Neste estudo todos os modelos tiveram rotura junto à face do pilar, por esmagamento do betão. E, foram estudadas as distâncias entre o primeiro estribo e a face do pilar, distâncias entre duas linhas de estribos e a influência da percentagem de armadura longitudinal, na produção de diferentes modelos de escoras e tirantes.

Observou-se que para se obter uma carga máxima, no que respeita ao punçoamento, o primeiro estribo deve estar colocado a uma distância $0,8d$ da face do pilar. Ao analisarem as distâncias, entre estribos, recomendaram que estes devem de ser colocados a uma distância de $0,75d$, entre si. Ao analisarem, os modelos de escoras e tirantes resultantes das armaduras e estribos, concluíram que ao se providenciar estribos, para qualquer distância entre eles, a resistência ao punçoamento é sempre maior que uma laje sem este tipo de armadura.

2.3.2. Ožbolt e Vocke, 1999

De forma a verificar se os resultados alcançados através do programa computacional MASA, para o problema do punçoamento em lajes fungiformes maciças, eram de boa aproximação, Ožbolt e Vocke (1999), procederam à modelação de várias lajes, que tinham sido previamente ensaiadas em laboratório e compararam os resultados obtidos. O MASA foi desenvolvido com base no *Microplane Model*, e a fendilhação caracterizava-se por ser do tipo *crack band approach*, no qual os danos são limitados a uma linha ou banda de um elemento finito.

A laje experimental era hexagonal, suportada por 12 tirantes colocados de forma simétrica e a carga era aplicada por um macaco hidráulico, até se atingir a carga de nível de serviço, descarregava-se, e finalmente carregava-se até à rotura. A laje não tinha qualquer tipo de armaduras de punçoamento.

Na análise numérica, aproveitando os eixos de simetria, apenas foi simulado $\frac{1}{4}$ de laje, o betão foi simulado por elementos sólidos de 8 nós, havendo um refinamento da malha na zona junto ao pilar. Os varões da armadura longitudinal foram introduzidos como elementos barra com modelo de comportamento elasto-plástico. Na zona dos apoios simulados, neste caso apenas 3, os elementos finitos foram definidos com comportamento elástico linear de forma a evitar danos. Foram introduzidos os apoios necessários a simular um comportamento equivalente à simulação de toda a laje, visto se estar apenas a simular $\frac{1}{4}$ desta. A carga foi aplicada por imposição de um deslocamento vertical no centro do pilar.

Da comparação da análise numérica com a experimentação retirou-se que na rotura devido ao punçoamento, em ambos os casos, se formou um cone de punçoamento, como se ilustra na figura 2.10. Da observação dessa figura, foi possível verificar, que o programa MASA, previu de forma correcta o cone de punçoamento na rotura do modelo. Na figura 2.11 apresentam-se em gráfico os valores de carga-deslocamento da análise numérica e da média dos deslocamentos lidos durante a experimentação. Ožbolt e Vocke concluíram que os valores dos deslocamentos e das cargas de rotura foram muito bem estimados pelo MASA. Observaram, também, que na análise numérica o comportamento pós-rotura é mais dúctil que na experimentação, justificando este facto com as dificuldades do programa nesta fase na convergência dos cálculos, e também, porque na experimentação a carga era controlada.

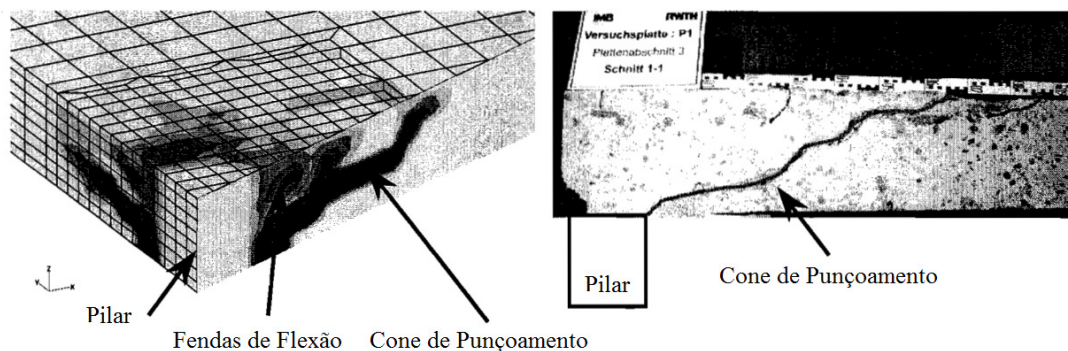


Figura 2.10 – Comparação dos cones de punçoamento. Esquerda – Modelo numérico, Direita – ensaio laboratorial. Adoptado de FIB - Bulletin 12 (2001).

Foram ainda comparados valores de extensões dos varões da armadura longitudinal à tracção, de deslocamentos para diversos patamares de carga e deformações radiais e tangenciais no betão, em zonas de compressão. Concluíram que o *software* MASA é capaz de prever realisticamente o comportamento de lajes, a este tipo de rotura.

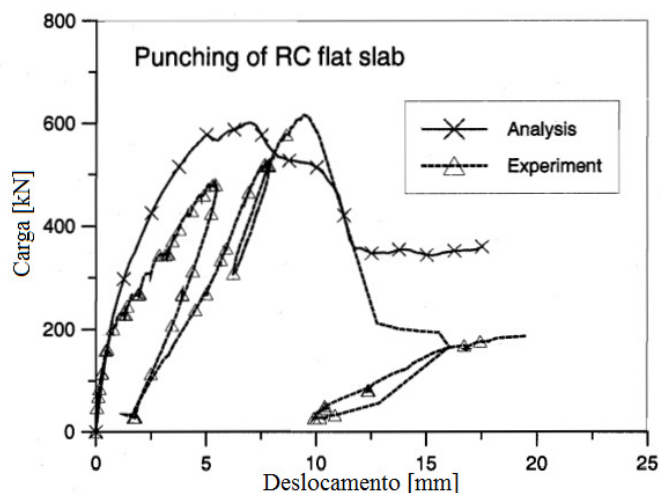


Figura 2.11 – Carga-Deslocamento ensaios numéricos (analysis) e ensaios experimentais (experiment). FIB - Bulletin 12 (2001).

Posteriormente, estes autores, realizaram um estudo paramétrico do fenómeno através de análise computacional e, concluíram que há parâmetros que têm uma influência muito superior que outros na rotura ao punçoamento, em lajes fungiformes. Segundo os dados adquiridos por Ožbolt e Vocke estes concluíram que a energia de fractura e a percentagem de armadura longitudinal de tracção têm uma grande influência na capacidade resistente ao punçoamento. Por outro lado a tensão de resistência à compressão do betão e a tensão à tracção têm menor influência no fenómeno. As cargas de rotura previstas neste estudo paramétrico foram de boa previsão de acordo com as normas recomendadas, entre essas o Eurocódigo 2 (2010).

2.3.3. Markus Staller, 2000

Staller (2000), estudou o fenómeno do punçoamento através de um programa computacional de elementos finitos a três dimensões denominado MARC. Os modelos eram compostos por elementos sólidos de oito nós e a armadura simulada com elementos barra. Apenas se simulou $\frac{1}{4}$ de laje, devido às condições de simetria. A carga, tal como nas investigações descritas anteriormente, era imposta através de um deslocamento na zona do pilar. O método Newton-Raphson foi o utilizado pelo MARC para fazer os cálculos.

A fendilhação foi abordada como *fixed crack model*, o critério de rotura assumido para o betão foi o *von Misses*, e para o aço *Drucker/Prager*. No material betão abordou-se a tensão de tracção, como bilinear para se simular de forma mais apropriada o amolecimento do betão.

Staller observou que os cones de punçoamento resultantes eram muito semelhantes. O resultante da análise numérica era semelhante ao experimental, como se ilustra na figura 2.12, do lado esquerdo. Staller notou que, ao analisar a evolução dos deslocamentos segundo a carga (figura 2.12, do lado direito), a transição da fase linear para a não-linear ocorreu significativamente mais tarde do que nos modelos ensaiados em laboratório. E que a carga de rotura na análise numérica resultou em 15% superior ao que se obteve na experimentação.

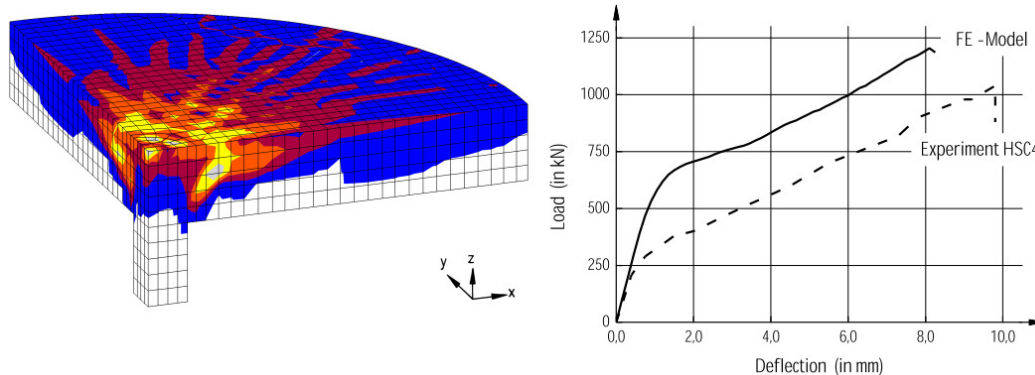


Figura 2.12 – Cone de punçoamento no MARC (esquerda), gráfico de carga-deslocamento – modelo e experimentação (direita). Staller (2000).

Posteriormente, Staller, num estudo paramétrico, variou valores de espessura de laje e da classe de resistência do betão, e manteve constantes valores de percentagem de armadura longitudinal e de espessura do recobrimento das armaduras.

Observou que a diminuição da espessura dos modelos leva a uma perda de rigidez, diminuição da carga de rotura e aumento das deformações, como se ilustra na figura 2.13, esquerda.

Ao estudar a influência da classe de resistência do betão, alteraram-se parâmetros como a energia de fractura, G_f , e a tensão de rotura à tracção, f_{ctm} , que dependem da resistência à compressão. Na figura 2.13 à direita observam-se os resultados obtidos neste estudo. O

aumento dos valores da classe de resistência do betão levou a que a rigidez, as cargas de rotura e as deformações impostas aumentassem.

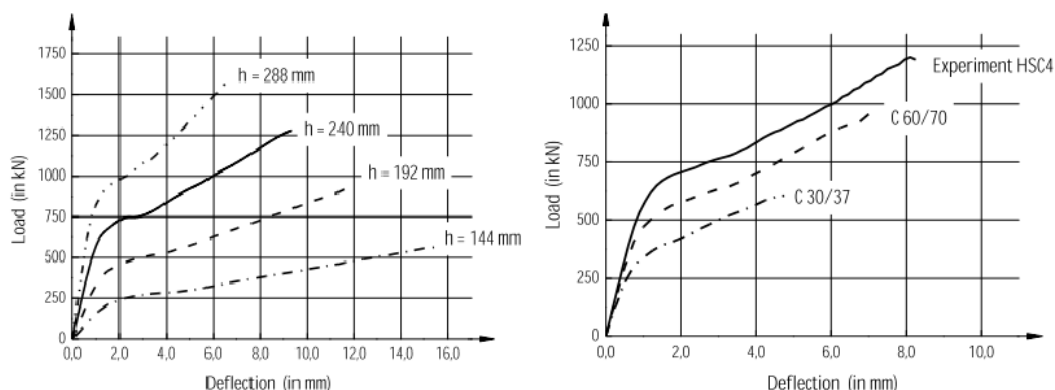


Figura 2.13 – Influência da espessura da laje na resistência ao punçamento (esquerda) e da classe de resistência do betão (direita). Staller (2000).

2.3.4. Trautwein et al, 2006

Trautwein et al (2006) estudaram o fenómeno do punçamento ao modelarem três lajes, com e sem armadura de punçamento, recorrendo ao *software* DIANA. A fendilhação foi abordada de acordo com o modelo *smearred crack concept*, mais propriamente o *Multi fixed directional crack*. O critério de rotura à compressão foi o Mohr-Coulomb com endurecimento isotrópico. O comportamento do betão, antes de fendilhar, foi assumido como linear e após fendilhar como bilinear. A energia de fractura foi definida segundo o *Model Code 90*. A armadura foi assumida como embutida no betão, com a espessura definida de forma, a que a área fosse equivalente à soma das áreas dos varões de armadura longitudinal em cada direcção, e com comportamento elasto-plástico. Os elementos foram modelados recorrendo elementos finitos de oito nós isoparamétricos. O pilar foi simulado por um elemento modelado com “betão fictício”, material pré-definido do programa, e com comprimento de duas vezes a espessura da laje.

As lajes modeladas já tinham sido estudadas em laboratório por outro autor, Musse (2004), e designaram-se por M1, M2 e M3. A laje M1 caracterizava-se por não possuir armadura de punçamento, enquanto que no modelo M2 esta era constituído por 3 fiadas de armadura de punçamento e o modelo M3 por 5 fiadas.

Na figura 2.14 apresentam-se o gráfico carga-deslocamento (esquerda) e a propagação das fendas e cone de punçamento (direita). Observa-se que o gráfico carga-deslocamento apresentou uma óptima aproximação entre estudo numérico e o experimental, apesar dos deslocamentos no caso experimental terem sido maiores para uma carga inferior que nos modelos numéricos. A diferença entre as cargas de rotura numéricas e experimentais fixou-se nos 2%, sendo a experimental maior. O cone de punçamento teve uma óptima aproximação nos dois casos, tendo a rotura ocorrido na mesma zona.

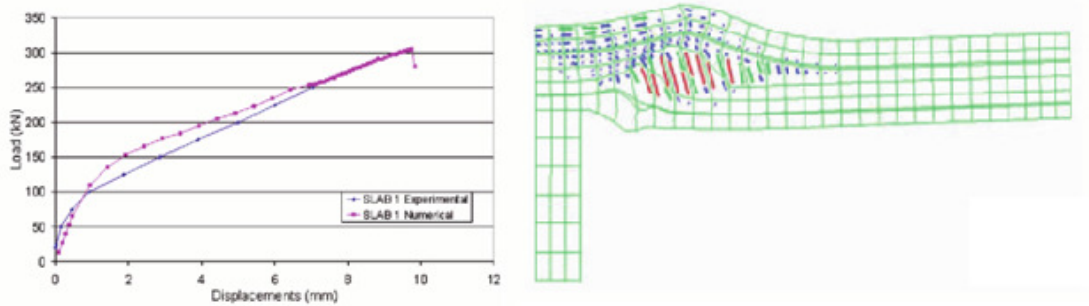


Figura 2.14 – Modelo M1: gráfico carga-deslocamento (esquerda) e da cone de punçamento e fendilhação (direita). Trautwein et al (2006).

O modelo M2, com 3 fiadas de armadura de punçamento, apresentou um modo de rotura semelhante nos dois casos, exterior ao reforço. O gráfico carga-deslocamento de comparação entre os dois modos ensaiados apresentou uma aproximação razoavelmente boa, no qual a curva experimental mostrou um comportamento mais dúctil do que a numérica, em que o autor assumiu como possível causa a energia de fractura assumida. Este modelo apresentou uma diferença de 6% nas cargas últimas. Na figura 2.15 podem observar-se o gráfico carga-deslocamento (esquerda) e a propagação das fendas e cone de punçamento (direita).

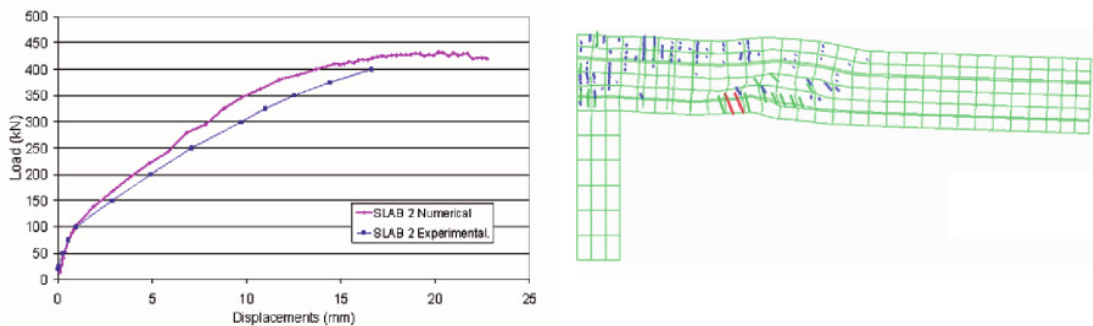


Figura 2.15 – Modelo M2: gráfico carga-deslocamento (esquerda) e da cone de punçamento e fendilhação (direita). Trautwein et al (2006).

Com 5 fiadas de armadura de reforço, o modelo M5, foi o modelo em que a carga última teve a maior diferença entre o estudo experimental e numérico, no qual resultou em 9%. Na avaliação carga-deslocamento observou-se que o comportamento no modelo numérico foi mais rígido do que o experimental, após a fase inicial do carregamento, figura 2.16. O cone de punçamento obtido através da análise numérica, figura 2.16 (direita), teve uma boa aproximação com o experimental ocorrendo a rotura em ambos na mesma zona, exterior à armadura de punçamento.

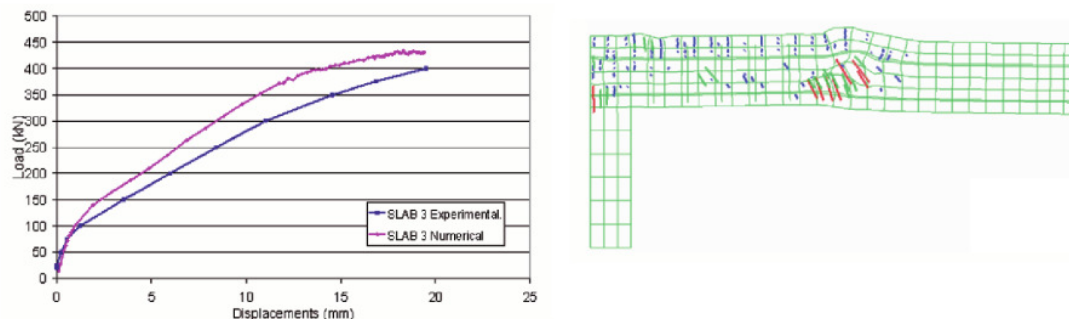


Figura 2.16 – Modelo M3: gráfico carga-deslocamento (esquerda) e da cone de punçoamento e fendilhação (direita). Trautwein et al (2006).

Após a realização deste trabalho, os autores concluíram que o programa computacional DIANA consegue prever de forma satisfatória os valores de carga de rotura, de deslocamentos e de mecanismos de rotura em lajes fungiformes.

2.3.5. Khalil Belakhdar, 2008

Belakhdar (2008) realizou uma análise não linear de lajes fungiformes através de um programa computacional baseado em elementos finitos. Das lajes estudadas, 3 caracterizaram-se por possuir parafusos de reforço ao punçoamento e 1 laje foi modelada sem reforço, de modo a servir de referência.

Aproveitando a simetria da laje, o investigador, apenas modelou $\frac{1}{4}$ de laje e baseou-se no método Newton-Raphson modificado para a resolução das equações de equilíbrio das iterações incrementais, de forma a se obter convergência nas soluções. O modelo do betão à compressão foi assumido como não linear, tendo uma fase elástica até se dar a abertura da primeira fenda e, a partir daí uma fase parabólica. Quanto à resistência à tracção o modelo foi tido como bilinear. O material betão foi simulado com elementos de 8 nós, do tipo *brick*. O aço, tal como os parafusos de reforço ao punçoamento presente na maioria dos modelos, foi simulado com elementos barra e com modelo de resistência elasto-plástico perfeito. Assumiu-se a aderência entre o betão e o aço como perfeita. Na figura 2.17 pode ser observado um modelo com parafusos de reforço ao punçoamento e a respectiva malha do modelo.

Os modelos com parafusos de reforço ao punçoamento distinguiram-se por possuir 2, 3 e 4 fiadas deste tipo de armadura, como ilustra em planta na figura 2.18.

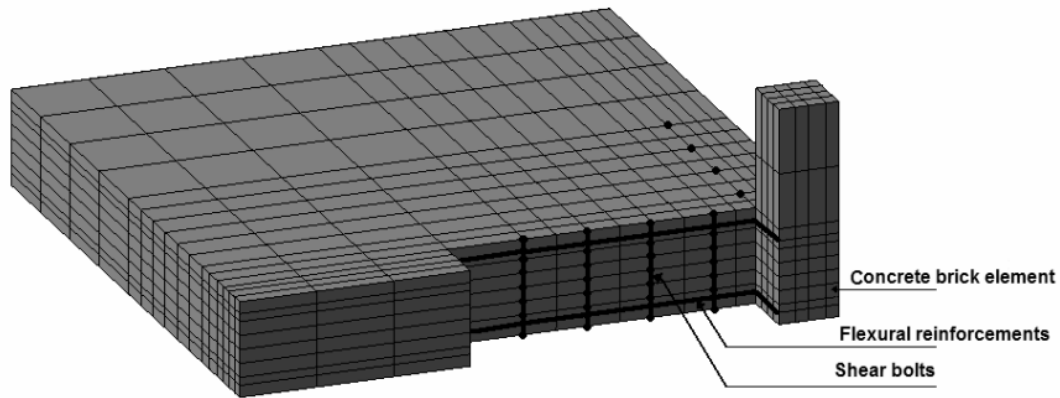


Figura 2.17 – Modelo com parafusos de reforço ao punçoamento. Belakhdar (2008).

Os resultados obtidos na análise numérica foram de boa aproximação, prevendo de forma adequada a evolução carga-deslocamento, quando comparados com dados experimentais de lajes experimentadas em laboratório com características semelhantes, ensaiados por outro autor, Polar (2005). A relação média entre a modelação numérica e os resultados experimentais quanto à carga última resultou em 1.03 e, quanto aos deslocamentos na zona central do modelo resultou em 1.12. Verificou-se ainda que o aumento do número de fiadas dos parafusos levou ao aumento dos valores de resistência à rotura e dos deslocamentos.

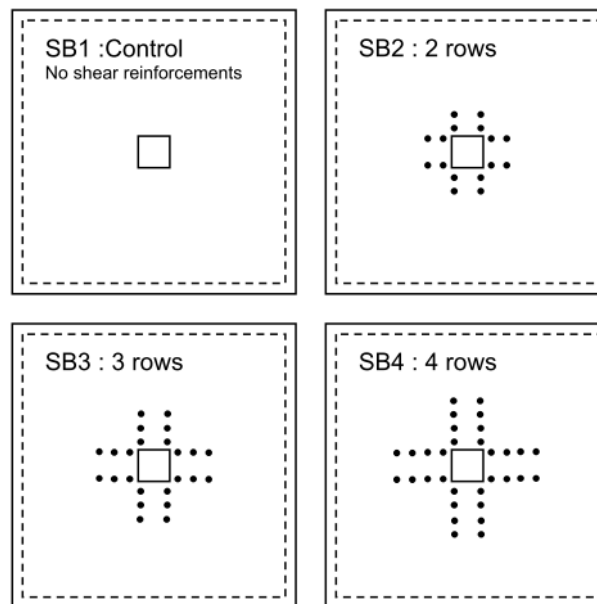


Figura 2.18 – Planta do reforço com parafusos aplicado em cada modelo. Belakhdar (2008).

Belakhdar (2008), posteriormente, realizou um estudo paramétrico em que fez variar o diâmetro dos parafusos a instalar como reforço ao punçoamento.

Verificou-se que, com o aumento do diâmetro dos parafusos, ao se avaliar a curva carga-deslocamento, a influência não foi praticamente notada até se iniciar a fendilhação, mas após este fenómeno assinalou-se um ligeiro aumento da rigidez dos modelos. O aumento das cargas de rotura e da ductilidade dos modelos também se verificou com o incremento do diâmetro dos parafusos. Na figura 2.19 pode observar-se o efeito do aumento do diâmetro dos parafusos para os vários números de fiadas estudadas na carga de rotura. Verificou-se que, quanto maior o número de fiadas de parafusos de reforço ao punçoamento mais significativo foi o aumento da carga última.

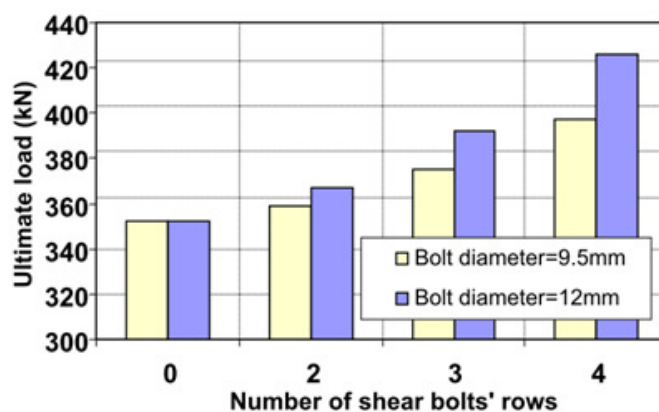


Figura 2.19 – Efeito do diâmetro dos parafusos de reforço ao punçoamento de acordo com o número de fiadas instaladas. Belakhdar (2008).

2.3.6. Roberto Inácio, 2010

Inácio (2010) realizou um estudo baseado na modelação de lajes fungiformes, através de análise numérica, recorrendo a um *software* de análise não linear, ATENA SBETA, analisando o fenómeno da rotura por punçoamento. O seu principal objectivo foi o de garantir um grau de confiança entre valores resultantes de ensaios experimentais e os resultados obtidos na análise numérica, fazendo variar algumas características da modelação computacional.

Este autor fez algumas abordagens nos modelos desenvolvidos variando parâmetros de forma a avaliar a sua influência na carga de rotura, na evolução dos deslocamentos e nas extensões das armaduras. Foram estudadas 3 lajes experimentais. Os modelos foram simulados recorrendo a elementos sólidos de 8 nós e com malha refinada junto ao pilar, excepto um que, na zona mais afastada do pilar era constituído por elementos shell, como se representa na figura 2.20. Foram variados, ainda, parâmetros como o efeito de aderência entre o betão e as armaduras no qual o autor desenvolveu modelos com aderência do tipo *perfect-bond* e *bond-slip*. O modelo de fendilhação abordado foi o *fixed crack model* e num dos modelos utilizou o *rotated crack model*. A energia de fractura foi também tida em conta neste estudo tendo os modelos sido simulados com 3 valores de energia diferentes, calculados de acordo com a dimensão do agregado.

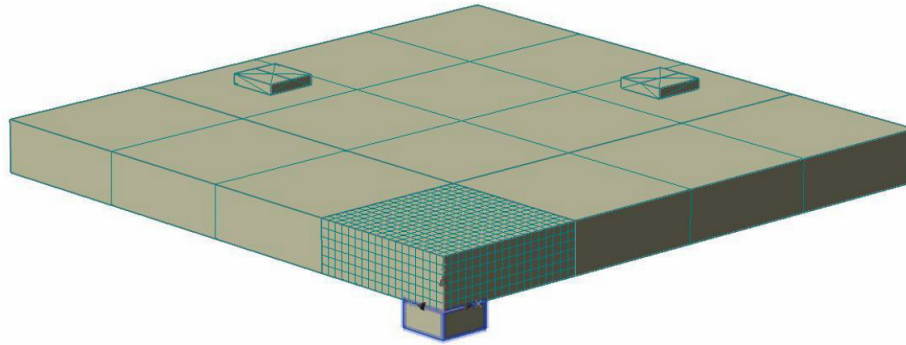


Figura 2.20 – Exemplo de um modelo em que os elementos junto ao pilar, refinados, são do tipo Brick e os exteriores são do tipo shell. Inácio (2010).

O autor apurou que, na avaliação das extensões nas armaduras longitudinais, quando comparadas entre os modelos numéricos e experimentais, os resultados foram pouco fiáveis, uma vez que, o posicionamento dos extensómetros podem ter ficado situados numa fenda, podendo existir saltos e descompressões nestes. Verificou também que o programa computacional fez uma boa previsão dos deslocamentos e cargas de rotura, sendo que, onde se notou maiores discrepâncias dos resultados foi quando se alterou a energia de fractura e se utilizou elementos do tipo shell, apesar de, neste último caso, o tempo de cálculo que o programa necessitou ter sido inferior aos restantes.

2.3.7. João Nogueira, 2011

Nos seus estudos, Nogueira (2011), efectuou uma análise numérica do comportamento ao punçoamento de lajes fungiformes reforçadas com parafusos verticais pós-instalados, com recurso ao *software* ATENA 3D, evolução do *software* utilizado por Inácio (2010), e comparou os resultados com valores resultantes de lajes experimentadas em laboratório.

Das 5 lajes estudadas, 4 caracterizaram-se por possuírem os parafusos verticais pós-instalados e a restante era a laje de referência. O autor desenvolveu 3 modelos numéricos para cada uma das lajes, comparou e avaliou as cargas e modos de rotura, as deformadas, as extensões das armaduras longitudinais e a carga nos parafusos de reforço ao punçoamento. Os modelos numéricos avaliaram a influência do tipo de fendilhação e do refinamento da malha. Um dos modelos foi definido com fendilhação do tipo *fixed crack model* e dois com *rotated crack model*, em que um deles tinha uma malha mais refinada que o outro em todo o modelo. Na figura 2.21 ilustra-se um exemplo de um dos modelos que possuía parafusos de reforço ao punçoamento na qual a malha é mais refinada, apenas $\frac{1}{4}$ de laje foi simulado aproveitando a simetria nos dois eixos e foram definidas as condições de fronteira de modo a garantir a continuidade do modelo.

Os elementos foram simulados recorrendo a *bricks*, à excepção das armaduras longitudinais e dos parafusos verticais que foram simulados com elementos barra, caracterizando-se com modelo de comportamento multilinear.

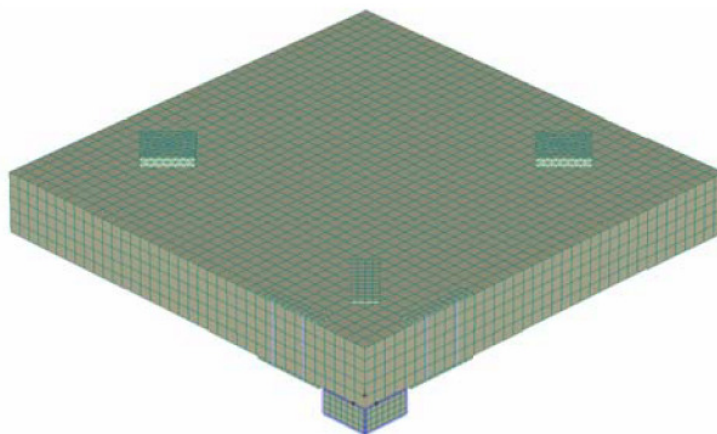


Figura 2.21 – Exemplo de um dos modelos que possuía parafusos de reforço ao punçoamento em que a malha é mais refinada. Nogueira (2011).

Na experimentação laboratorial, dos modelos constituídos com os parafusos verticais, o carregamento foi aplicado em duas fases, e disso, resultou em deformações residuais nos parafusos verticais. Na modelação numérica o carregamento foi aplicado numa só fase. Para se garantir semelhança entre os modelos a comparar foi aplicada uma variação de temperatura nos parafusos de modo a imprimir uma extensão inicial correspondente ao pré-esforço que lhes foi previamente aplicado.

Segundo Nogueira (2011), os resultados obtidos, quanto às cargas de rotura, foram de boa aproximação e os modos de rotura foram, em geral, obtidos com exactidão. Na figura 2.22 ilustra-se os modos de rotura de um dos modelos estudados, caso de rotura exterior ao reforço. As deformadas lidas nos modelos numéricos foram sempre mais dúcteis que nos modelos experimentais. Não foram verificadas alterações na rigidez dos modelos quando foi refinada a malha, mas quando se alterou o tipo de fendilhação, de *fixed crack model* para *rotated crack model*, foi verificada uma ligeira diminuição da rigidez.

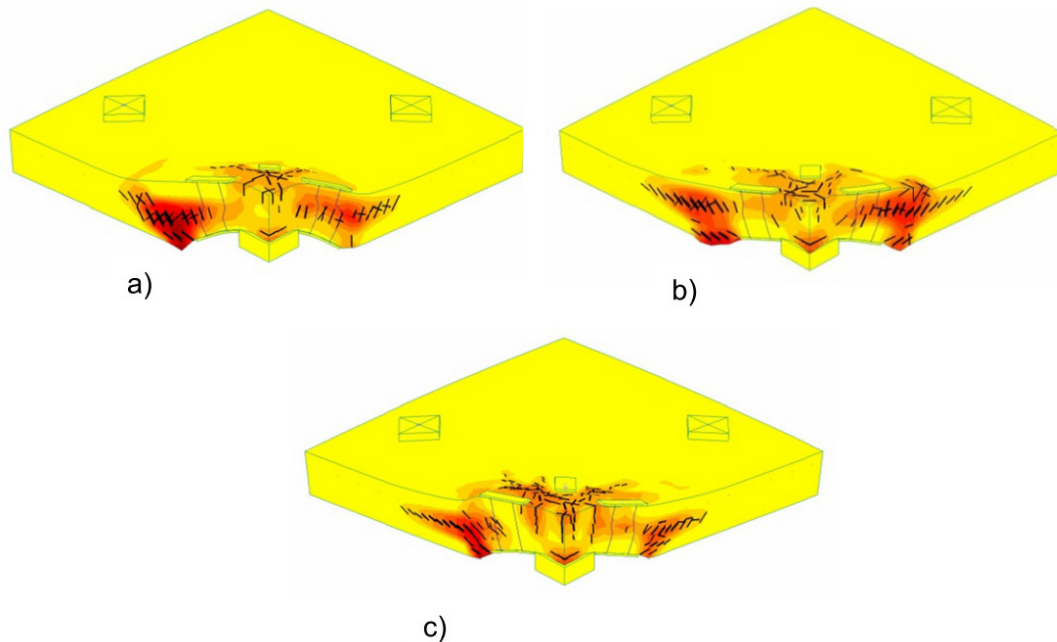


Figura 2.22 – Exemplo dos modos de rotura nos modelos numéricos em que a rotura se deu exterior ao reforço: a) *Fixed crack model*; b) *Rotated crack model*; b) *Rotated crack model* com malha refinada. Nogueira (2011).

Na avaliação das extensões das armaduras longitudinais houve alguma disparidade de resultados, principalmente no que respeita à avaliação do varão instrumentado mais próximo do pilar. O autor não o menciona, mas talvez pela mesma razão indicada na descrição do investigador anterior. Quanto à evolução da carga, nos parafusos o ATENA 3D conseguiu prever a baixa solicitação nestes para cargas de baixo nível, existindo diferenças quando o tipo de fendilhação foi alterado em casos de solicitações elevadas.

Nogueira (2011) verificou na sua investigação que a utilização do modelo de fendilhação *rotated crack model* em vez do *fixed crack model* apenas trouxe uma melhor convergência, quando a malha era mais refinada. No caso de a malha ter o mesmo refinamento o uso do modelo de fendilhação *fixed crack model* era mais apropriado que o uso do modelo de fendilhação *rotated crack model*.

2.4. NORMAS

Nesta secção apresentam-se as normas utilizados na previsão da resistência ao punção em lajes fungiformes, nomeadamente o Eurocódigo 2 (2010) e o *Model Code 2010* (2010). São descritas as expressões e os parâmetros que as completam.

2.4.1. Eurocódigo 2

Na avaliação da carga de resistência ao punçoamento segundo o Eurocódigo 2 (2010), o perímetro de controlo, u_1 , deve de ser definido a uma distância de duas vezes a altura útil ($2d$) da área carregada ou da face do pilar, figura 2.23. Este perímetro deve de ser definido segundo um traçado que o conduza a um valor mínimo.

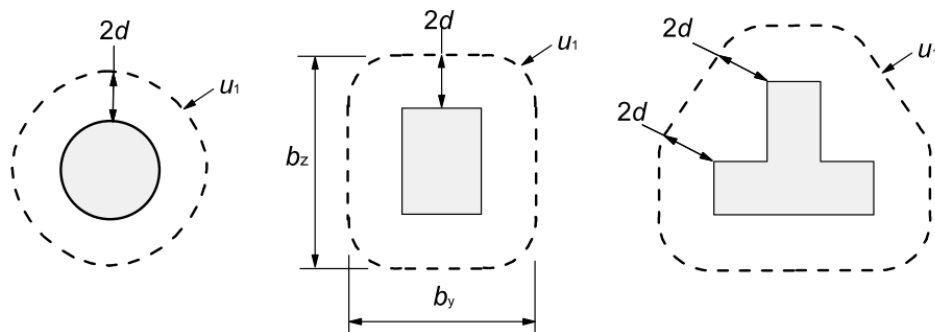


Figura 2.23 – Perímetros de controlo típicos em torno de áreas carregadas. Eurocódigo 2 (2010).

A expressão 2.1 determina o valor do cálculo de tensão de resistência ao punçoamento sem armaduras específicas, $v_{Rd,c}$.

$$v_{Rd,c} = C_{Rd,c} \cdot k(100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck})^{1/3} + k_1 \sigma_{cp} \geq v_{min} + k_1 \sigma_{cp} \quad (2.1)$$

Em que:

$$\diamond \quad C_{Rd,c} = \frac{0.18}{\gamma_c} \quad (2.2)$$

$$\diamond \quad f_{ck} \text{ em MPa;}$$

$$\diamond \quad k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}}, \text{ (com } d \text{ em mm);} \quad (2.3)$$

$$\diamond \quad \rho_l = \sqrt{\rho_{lx} \cdot \rho_{ly}} \leq 0,02 \quad (2.4)$$

\diamond ρ_{lx} e ρ_{ly} referem-se às armaduras de tracção aderentes nas direcções x e y, respectivamente. Estes valores devem ser calculados numa largura b da laje, equivalente à largura do pilar acrescida de $3d$ para cada lado;

\diamond k_1 toma o valor de 0.1, é o coeficiente da contribuição da compressão introduzida pelo pré-esforço para resistência ao punçoamento;

\diamond σ_{cp} é a média das tensões de compressão na zona crítica, derivadas do pré-esforço;

$$\diamond \quad v_{min} = 0,035 \cdot k^{3/2} \cdot f_{ck}^{1/2}, \text{ mínima resistência ao punçoamento} \quad (2.5)$$

No caso de se providenciar armaduras de punçoamento a mesma previsão é dada segundo a expressão 2.6.

$$v_{Rd,cs} = 0,75 \cdot v_{Rd,c} + 1,5 \left(\frac{d}{S_r} \right) \cdot A_{sw} \cdot f_{ywd,ef} \cdot \left(\frac{1}{u_1 d} \right) \sin \alpha \quad (2.6)$$

Em que:

- ◇ $v_{Rd,c}$ é a resistência ao punçoamento sem armaduras específicas;
- ◇ S_r é o espaçamento radial dos perímetros das armaduras de punçoamento (mm);
- ◇ A_{sw} é a área de perímetro de armaduras de punçoamento em torno do pilar (mm^2);
- ◇ $f_{ywd,ef}$ é o valor de cálculo da tensão efectiva de cedência das armaduras de punçoamento
- ◇ α é o ângulo entre as armaduras de punçoamento e a laje.

2.4.2. Model Code 2010

Na avaliação das cargas resistentes ao punçoamento segundo o *Model Code 2010* (2010) o perímetro de controlo, b_0 , toma valores menores que no caso anterior, sendo assumido a uma distância equivalente a metade da altura útil ($0,5d$), figura 2.24.

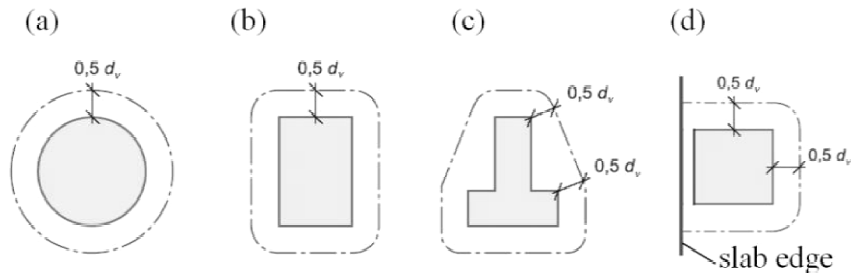


Figura 2.24 - Perímetros de controlo típicos em torno de pilares. *Model Code 2010* (2010).

A avaliação da capacidade resistente ao punçoamento, segundo esta norma, é dada pela expressão 2.7. Nesta equação o valor de $V_{Rd,c}$ corresponde à resistência do betão em conjunto com a armadura longitudinal e o valor de $V_{Rd,s}$ define a resistência ao punçoamento providenciada pelas armaduras específicas de punçoamento.

$$V_{Rd} = V_{Rd,c} + V_{Rd,s} \quad (2.7)$$

A contribuição do material e da armadura longitudinal é dada pela expressão 2.8.

$$V_{Rd,c} = k_\psi \frac{\sqrt{f_{ck}}}{\gamma_c} b_0 d_v \quad (2.8)$$

$$k_{\psi} = \frac{1}{1.5 + 0.6 \cdot \psi \cdot d \cdot \frac{48}{16 + d_g}} \leq 0.6 \quad (2.9)$$

Em que:

- ◇ k_{ψ} é um parâmetro que depende das rotações da laje em torno do pilar;
- ◇ d_g é a dimensão máxima dos agregados;
- ◇ d_v é a média da altura útil em ambas as direcções.

A parcela correspondente à contribuição da armadura de punçoamento é calculada segundo a expressão 2.10.

$$V_{Rd,s} = \sum A_{sw} k_e \sigma_{sw} \sin \alpha \quad (2.10)$$

Em que:

- ◇ A_{sw} é a área de cada armadura de punçoamento em torno do pilar (mm^2);
- ◇ k_e é um factor de redução do perímetro de controlo, assumindo 0.90 para pilares interiores; 0.7 para pilares de bordo e 0.65 para pilares de canto;
- ◇ $\sigma_{sw} = \frac{E_s \psi}{6} < f_{ywd}$, corresponde à tensão que a armadura de punçoamento tem capacidade para mobilizar;
- ◇ α é o ângulo entre as armaduras de punçoamento e a laje.

Para a definição do valor da rotação da laje em torno do pilar na zona exterior à rotura, ψ , existem vários tipos de níveis de aproximação. Quando maior o nível de aproximação melhor é a previsão prevista nesta norma. No quadro 2.1 apresentam-se as várias expressões para o cálculo da rotação da laje na zona exterior à rotura.

No nível de aproximação II o valor de m_{sd} recomendado corresponde a $V_d/8$ para pilares internos. Para pilares de bordo: $V_d/4$ no caso do m_{Rd} (momento resistente calculado com base na armadura disposta) considerado for calculado com base na armadura superior paralela ao bordo e $V_d/8$ se essa armadura considerada for a mínima das armaduras superiores e inferiores na direcção perpendicular ao bordo. Nos pilares de canto, o m_{sd} pode tomar o valor de $V_d/2$, com m_{Rd} calculado com base na mínima das armaduras inferiores e superiores perpendiculares ao canto.

Quadro 2.1 – Rotação da laje em torno do pilar na zona exterior à rotura.

Nível de aproximação	ψ
I	$\psi = 1.5 \frac{r_s}{d} \cdot \frac{f_{yd}}{E_s} \quad (2.11)$
II	$\psi = 1.5 \frac{r_s}{d} \cdot \frac{f_{yd}}{E_s} \left(\frac{m_{sd}}{m_{Rd}} \right)^{1.5} \quad (2.12)$
III	$\psi = 1.2 \frac{r_s}{d} \cdot \frac{f_{yd}}{E_s} \left(\frac{m_{sd}}{m_{Rd}} \right)^{1.5} \quad , \text{ com } m_{sd} \text{ calculado através} \quad (2.13)$ de programa de análise linear, valor médio na faixa do pilar.
IV	Valor calculado com base em programa de análise não linear.

O valor de r_s corresponde à distância do centro do pilar até ao raio onde o momento flector é nulo, sendo este valor é aproximadamente $0.22L_x$ ou $0.22L_y$ em lajes regulares em que a razão dos vãos está entre 0.5 e 2. E_s é o módulo de elasticidade do material das armaduras longitudinais.

3. SOFTWARE ATENA 3D

3.1. INTRODUÇÃO

O *software*, ao qual se recorreu para se proceder à análise numérica neste estudo, foi o ATENA 3D, *Advanced Tool for Engineering Nonlinear Analysis*. Esta ferramenta foi desenvolvida por uma empresa Checa denominada *Cervenka Consulting Ltd*. O ATENA 3D foi desenvolvido com a finalidade de realizar análises não lineares a três dimensões, resolvendo também problemas de análise mais simples, como por exemplo análise linear.

Nos tópicos seguintes descrevem-se algumas características associadas à modelação no *software*, nas quais, mais se destacam os comportamentos dos materiais constituintes do Betão Armado, modelos e comportamento destes antes e após fendilhação, e os tipos de fendilhação suportados pelo programa computacional. Apresentam-se, também, os tipos de elementos utilizados na construção dos modelos numéricos e o método incremental a partir do qual se obteve as soluções numéricas, nomeadamente o *Newton-Raphson*.

3.2. MODELOS CONSTITUTIVOS DO BETÃO

3.2.1. Relações tensão-deformação

A relação tensão-deformação do betão foi reduzida de um estado biaxial de tensões a um uniaxial de forma a se eliminar o efeito de Poisson, por meio da introdução de uma deformação equivalente uniaxial. Esta transformação foi possível porque as tensões predominantes são, no estado biaxial, as tensões principais, Červenka et al (2010).

Na figura 3.1 apresenta-se o diagrama tensão-deformação equivalente ao estado uniaxial para o betão. O número do estado do material define os níveis de danos do material. No estado 1 e 3 o betão não se encontra fendilhado, enquanto, nos estados 2 e 4, o betão já se encontra fendilhado. Nestes últimos estados quando ocorre uma descarga, o diagrama assume uma função linear que vai até à origem do referencial, como se pode observar o exemplo a partir do ponto U, no gráfico. Os valores f_t^{ef} e f_c^{ef} correspondem às tensões efectivas de resistência à tracção e à compressão, respectivamente. Os valores presentes nos eixos das abcissas correspondem a extensões de cedência e de rotura do betão, e o valor E_c corresponde ao módulo de elasticidade secante do material. Estes valores foram obtidos segundo o critério de rotura biaxial, que se apresentam num dos tópicos seguintes.

Como se ilustra na figura 3.1, as compressões têm sinal negativo e as tracções têm sinal positivo.

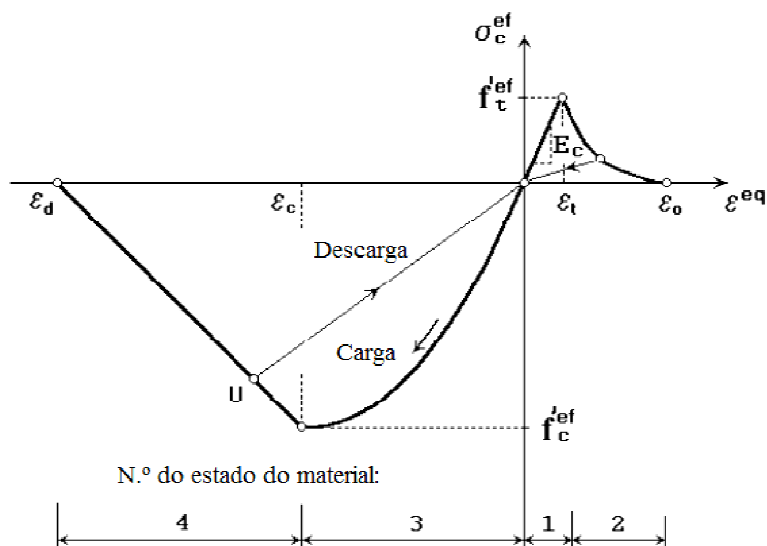


Figura 3.1 – Diagrama tensão-deformação uniaxial do betão, adaptado de Červenka et al (2010).

O troço ascendente da compressão do diagrama da figura 3.1 foi obtido seguindo uma expressão semelhante à recomendada no *Model Code 1990* (1993), sendo válido quer para betões normais, quer para betões de alto desempenho, Červenka et al (2010).

3.2.2. Comportamento do betão à tracção

Quando à tracção, o betão, tem dois comportamentos distintos dependendo do seu estado de fendilhação.

O comportamento do betão à tracção, antes da abertura de fendas, é assumido como elástico- linear, assumindo o módulo de elasticidade idêntico ao do estado de compressão. Nesta fase o betão apresenta um comportamento isotrópico. Este estado termina quando se atinge f_t^{ef} , tensão efectiva resistente à tracção do betão, sendo o seu andamento definido pela expressão 3.1, seguindo a lei de Hooke.

$$\sigma_c^{ef} = E_c \varepsilon^{eq}, 0 \leq \sigma_c \leq f_t^{ef} \quad (3.1)$$

Em que:

- ◇ σ_c^{ef} é a tensão efectiva;
- ◇ ε^{eq} é extensão uniaxial equivalente.

Após se dar a fendilhação, o comportamento do betão à tracção, depende da formulação definida para a abertura de fendas. A lei de abertura de fendas exponencial, desenvolvida por Hordijk (1991), foi utilizada pela análise numérica de modo simular este estado. Esta análise depende da energia de fractura e da tensão efectiva de resistência à tracção do betão. Na figura 3.2 ilustra-se a função que define esta lei de abertura de fendas.

Esta lei traduz o efeito de amolecimento do betão à tracção, também designado de *tension-softening*, que consiste na perda de resistência, consoante a abertura da fenda aumenta.

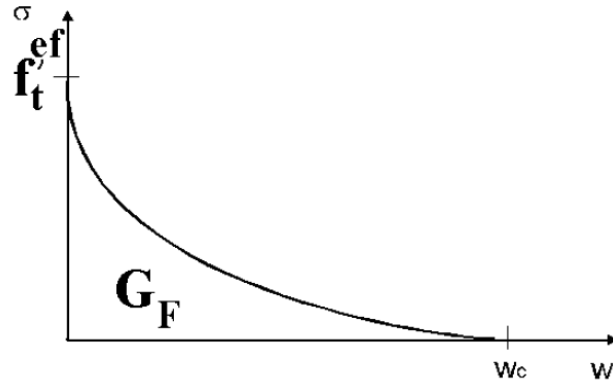


Figura 3.2 – Lei de abertura de fendas exponencial, desenvolvida por Hodijk. Adaptado de Červenka et al (2010).

Esta função é definida pela expressão 3.2 e foi obtida experimentalmente.

$$\frac{\sigma}{f_t^{ef}} = \left\{ 1 + \left(c_1 \frac{w}{w_c} \right)^3 \right\} \exp \left(-c_2 \frac{w}{w_c} \right) - \frac{w}{w_c} (1 + c_1^3) \exp(-c_2) \quad (3.2)$$

Em que:

- ◇ σ é a tensão normal;
- ◇ w é a abertura de fenda;
- ◇ w_c é a abertura de fenda quando a tensão efectiva de resistência à tracção é nula, definida por:

$$w_c = 5.14 \frac{G_f}{f_t^{ef}} \quad (3.3)$$

- ◇ c_1 e c_2 são constantes que tomam o valor de 3 e 6.93, respectivamente.

Segundo Červenka et al (2010), a energia de fractura, G_f , foi pré-definida no programa computacional ATENA 3D segundo a expressão 3.4, tendo sido desenvolvida por VOS, em 1983.

$$G_f = 0.000025 \cdot f_t^{ef} [MN/m] \quad (3.4)$$

3.2.3. Comportamento do betão à compressão

Tal como mencionado anteriormente, antes da fendilhação, o comportamento do betão quando solicitado à compressão, seguiu o mesmo princípio presente no *Model Code 1990* (1993), sofrendo algumas adaptações de modo a se adaptar à rotura biaxial, nomeadamente a tensão de resistência à compressão, f_{cm} , é substituída pela tensão efectiva de resistência à compressão, f_c^{ef} . Na figura 3.3 ilustra-se o diagrama tensão-deformação, com o comportamento do betão à compressão assumido pelo *software* ATENA 3D, enquanto que a expressão 3.5 representa a função que define o troço ascendente do diagrama representado.

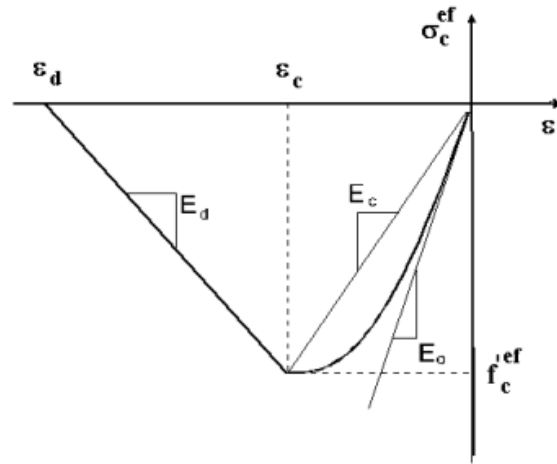


Figura 3.3 – Diagrama tensão-deformação correspondente às zonas de compressão. Červenka et al (2010).

$$\sigma_c^{ef} = f_c^{ef} \frac{kx - x^2}{1 + (k - 2)x}, x = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_c}, k = \frac{E_0}{E_c} \quad (3.5)$$

Em que:

- ◇ σ_c^{ef} é a tensão à compressão do betão;
- ◇ f_c^{ef} é a tensão efectiva de resistência à compressão do betão;
- ◇ x são as deformações normalizadas;
- ◇ ε_c é a deformação na máxima f_c^{ef} ;
- ◇ k é um parâmetro de forma;
- ◇ E_0 é o módulo de elasticidade inicial;
- ◇ E_c é o módulo de elasticidade secante.

O valor de k deve de ser maior ou igual a 1, resultando num primeiro troço linear, quando, por exemplo, k toma o valor 2, esse primeiro troço da função adquire forma de parábola.

Nesta fase, em que o betão ainda não se encontra fendilhado, o betão assume os danos como distribuídos, devido à abordagem tomada para o material. Após se atingir o pico da

tensão efectiva de resistência à compressão, os danos do betão passam a ser considerados como localizados, e surgem sob forma de superfícies de esmagamento, Červenka et al (2010).

Tal como ilustrado no diagrama da figura 3.3, após atingir o pico da resistência à compressão o betão assume um comportamento linear, troço linear descendente no diagrama. Dá-se aqui o amolecimento do betão. Ao se atingir a deformação limite por compressão do betão, ε_d , a resistência do betão é nula. Este troço foi definido com base num diagrama de amolecimento linear. Este depende da máxima dimensão das fendas à compressão, w_d (no ATENA 3D tem como valor pré-definido de 0,5 mm); do comprimento de banda, L'_d ; e da deformação no pico da tensão efectiva de compressão. Sendo a deformação limite do betão definida pela expressão 3.6.

$$\varepsilon_d = \varepsilon_c + \frac{w_d}{L'_d} \quad (3.6)$$

L_d corresponde à dimensão do elemento finito quando a fenda se propaga na direcção paralela a este, sendo L'_d o valor do comprimento de banda corrigido quando a fenda se propaga numa direcção diferente da paralela ao elemento, definido segundo a expressão 3.7. O factor de correcção γ toma valor 1 quando a fenda se propaga paralela ao elemento finito, e toma valor máximo de 1,5 logo que a fenda faz ângulo de 45°, com o limite do elemento finito. Estes valores são pré-definidos no ATENA 3D, Červenka et al (2010). Estes pressupostos também são válidos aquando do estado de tracção do betão, representando-se como L'_t ou L_t dependendo da orientação da fenda.

$$L'_d = L_d \cdot \gamma \quad (3.7)$$

3.2.4. Processo de fendilhação do betão

O processo de fendilhação do betão ocorre em três fases distintas, segundo Červenka et al (2010):

- ◇ Não fendilhado: o material está neste estado antes de atingir a tensão de resistência à tracção do betão;
- ◇ Formação da fenda: neste estado inicia-se e desenvolve-se o processo de fendilhação do material. A tensão de resistência à tracção do betão começa a diminuir na face da fenda com a abertura desta;
- ◇ Fendilhado: quando a tensão de resistência à tracção do betão na face da fenda em desenvolvimento atinge o valor nulo inicia-se este estado, podendo a fenda continuar o seu processo de abertura embora não tenha capacidade para resistir a esforços deste tipo. Neste estado o material já não tem capacidade para que a fenda volte a fechar.

Na figura 3.4 ilustra-se, recorrendo ao diagrama tensão-deformação da zona de tracções do betão, no qual ocorre cada um destes estados. A abertura de fendas, w , pode ser obtida segundo a expressão 3.8.

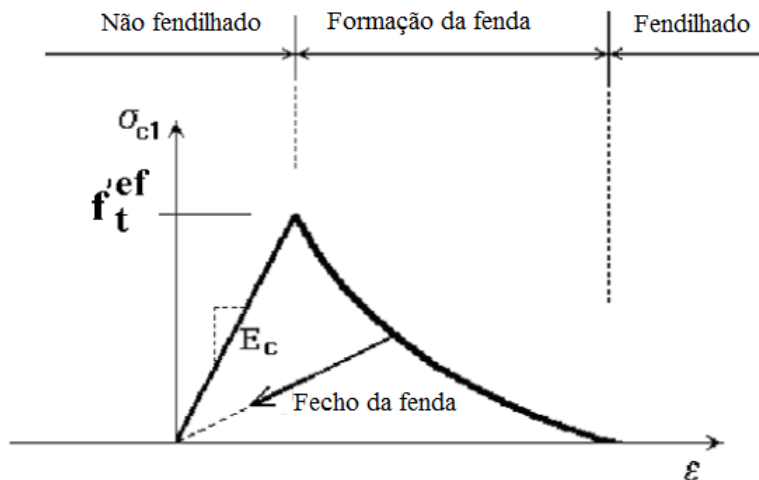


Figura 3.4 – Processo de fendilhação do betão no diagrama tensão-deformação do betão. Adaptado de Červenka et al (2010).

$$w = \varepsilon_{cr} \cdot L_t' \quad (3.8)$$

Onde:

- ◇ ε_{cr} é a extensão de abertura de fenda antes da tensão de resistência à tracção ser nula;
- ◇ L_t' é o comprimento de banda.

3.2.5. Rotura biaxial do betão

O comportamento biaxial do betão é descrito segundo o diagrama representado na figura 3.5. Os valores de σ_1 e σ_2 correspondem aos valores das tensões principais no betão, e f_c' é a tensão resistente à compressão para provetes cilíndricos. Červenka et al (2010).

Observa-se que ao abordar o material a partir deste princípio, o betão quando sujeito a compressões biaxiais vai ter maior capacidade resistente que numa abordagem uniaxial, sendo a tensão efectiva de resistência à compressão, $f_c'^{ef}$, descrita segundo a expressão 3.9. Quando se está perante um caso tracção-compressão, a capacidade de resistência à compressão sofre uma redução, sendo definida segundo a expressão 3.10. Neste caso, a tensão de resistência à compressão é limitada pelo valor da tensão de resistência à compressão em provetes cilíndricos.

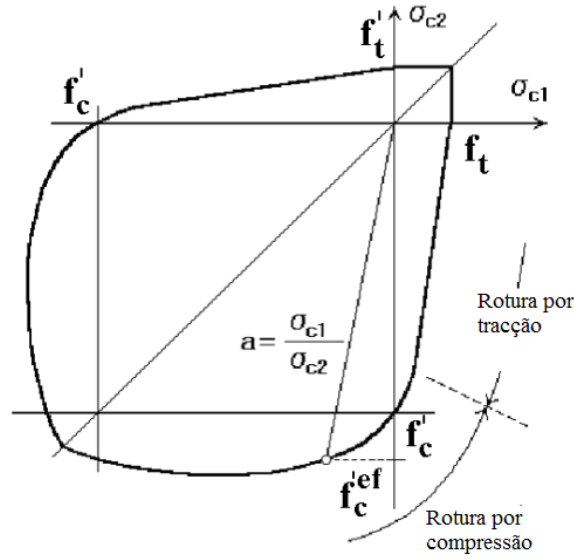


Figura 3.5 – Diagrama de rotura biaxial do betão. Adaptado de Červenka et al (2010).

$$f'_c{}^{ef} = \frac{1 + 3.65a}{(1 + a)^2} f'_c, a = \frac{\sigma_{c1}}{\sigma_{c2}} \quad (3.9)$$

$$f'_c{}^{ef} = f'_c r_{ec}, r_{ec} = \left(1 + 5.3278 \frac{\sigma_{c1}}{f'_c}\right) \quad (3.10)$$

O parâmetro r_{ec} é o factor de redução da tensão de resistência à compressão quando se está no estado tracção-compressão (tracção numa direcção principal e compressão na outra) e toma valores entre 0,9 e 1.

No estado tracção-tracção, como se observa na figura 3.5, a tensão é constante e toma o valor da tensão de resistência à tracção do betão, f'_t . Quando se entra num estado tracção-compressão, a tensão de resistência à tracção do betão, é definida segundo as expressões 3.11 e 3.12. No qual, o valor de r_{et} corresponde ao factor de redução da resistência à tracção, na direcção principal 1, devido às compressões presentes na direcção principal 2.

$$f'_t{}^{ef} = f'_t r_{et} \quad (3.11)$$

$$r_{et} = 1 - 0.8 \frac{\sigma_{c2}}{f'_c} \quad (3.12)$$

O valor definido para o factor de redução, r_{et} , equivale a uma redução da tensão efectiva de resistência à tracção linear, podendo este ser definido por funções diferentes, como por exemplo hiperbólicas.

3.2.6. Modelo de fendilhação do betão

Vários tipos de abordagens para a fendilhação do betão, em modelos numéricos, foram desenvolvidos no decorrer da segunda metade do século XX. Segundo Červenka et al (2010), na modelação através do ATENA 3D apenas se pode adoptar fissuração distribuída, conhecido por *smearred crack approach*.

Este tipo de abordagem permite modelar a fissuração, alterando as relações constitutivas tensão-deformação na vizinhança das fendas. Tem vantagens para a computação, porque a simplifica, e admite as microfendas como distribuídas e sinuosas, em vez de rectas e concentradas, no volume do material. O desempenho computacional, e por consequente os resultados, dependem da dimensão da malha dos elementos finitos e da sua orientação, tendo a fissuração que ser controlada numa linha ou banda dos elementos finitos, Fédération Internationale du Béton, Bulletin 12 (2001).

O *fixed crack model* e o *rotated crack model* são os dois tipos de modelos de fendilhação distribuída, derivados da abordagem *smearred crack* e suportados pelo ATENA 3D. Em ambos os modelos, a fenda inicia a sua formação, quando a tensão de resistência à tracção no elemento finito é excedida, sendo estas distribuídas, uniformemente, no volume do material, betão. Desde que a fenda inicie o seu processo de formação, o material adopta um comportamento ortotrópico, Červenka et al (2010).

No *fixed crack model* a direcção da fenda é fixa, ou seja, a fenda assume a mesma direcção desde que se inicia a sua formação. Pode haver aumento de carga e de deformações nas imediações da fenda, mas, esta mantém sempre a mesma direcção. Na figura 3.6 ilustra-se o estado de tensões e deformações deste modelo de fendilhação, Červenka et al (2010).

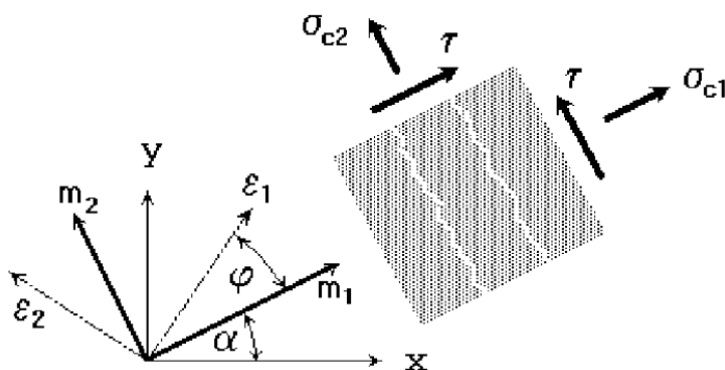


Figura 3.6 – Estado de tensões e deformações do *fixed crack model*. Červenka et al (2010).

Antes de ocorrer a fendilhação a direcção das tensões e deformações principais são idênticas, estado de isotropia. Após a abertura das fendas passa-se a um estado de ortotropia, no qual o eixo normal à direcção da fenda corresponde ao eixo, no qual, o material é mais fraco (no exemplo da figura 3.6 corresponde ao eixo m_1) e o paralelo à fenda o eixo onde o material é mais forte (eixo m_2).

Se ocorre uma rotação das deformações principais, para os eixos ε_1 e ε_2 , as tensões principais, σ_{c1} e σ_{c2} , não vão acompanhar a rotação, deixando de ser tensões principais e geram-se tensões de corte na face da fenda, τ .

Na formação de fendas segundo o *rotated crack model* a direcção das tensões principais coincidem com a direcção das extensões principais. Não há formação de tensões de corte na face da fenda, e as tensões principais são as únicas tensões que têm que ser definidas para análise da fissuração, através deste modelo, Červenka et al (2010).

Na figura 3.7 apresenta-se o estado de tensões e deformações correspondente ao *rotated crack model*. Se os eixos principais da deformação rodam, então, de forma similar, a direcção da fenda também roda. A tensão principal na direcção do eixo no qual, o material é mais fraco, é sempre normal à fenda, enquanto que na direcção, em que o material possui menor resistência a tensão principal é sempre paralela à direcção da fenda.

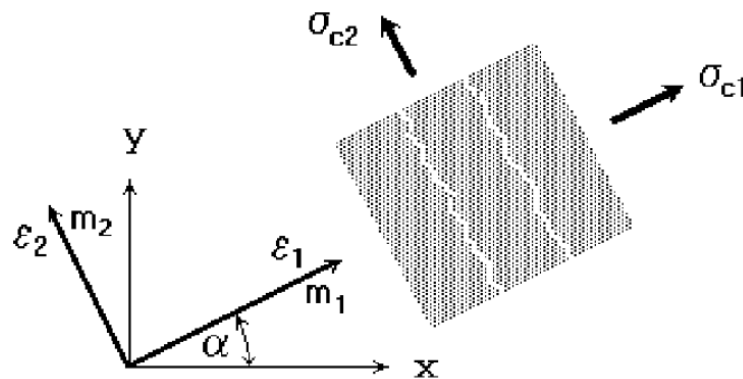


Figura 3.7 – Estado de tensões e deformações do *rotated crack model*. Červenka et al (2010).

No ATENA 3D, a definição entre um dos modelos de fendilhação referidos faz-se através da introdução de um coeficiente, que representa a relação entre o *fixed crack model* e o *rotated crack model*. Um coeficiente com valor 1 representa o primeiro modelo de fendilhação. Para qualquer outro coeficiente, a fendilhação inicia o seu processo seguindo a abordagem *rotated crack model* e quando se atinge o valor correspondente ao produto da tensão de resistência à tracção do betão com o coeficiente definido, as fendas passam a ter direcção fixa, passando-se a abordar agora a fendilhação segundo o modelo *fixed crack model*.

3.2.7. Comportamento do betão após fendilhação

Após fendilhado, o betão, tem uma menor capacidade de resistência ao corte, à compressão e à tracção, Červenka et al (2010).

Na capacidade de resistência ao corte, o material, sofre uma redução, que no caso do modelo de fendilhação *fixed crack model*, é proporcional às extensões normais à fenda. Dá-se uma redução do módulo de distorção do material na face da fenda.

A resistência à compressão sofre um decréscimo segundo o diagrama apresentado na figura 3.8. Consoante o aumento da dimensão das extensões da fenda, dá-se uma diminuição da tensão de resistência à compressão do betão, na direcção paralela à fenda.

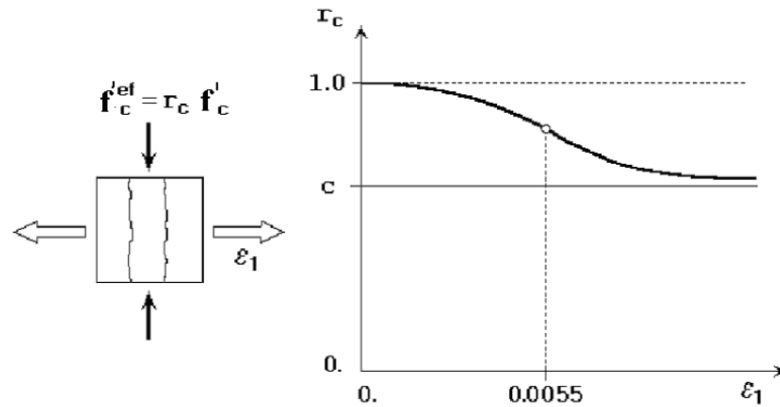


Figura 3.8 – Redução da resistência à compressão com presença de fendilhação no material. Červenka et al (2010).

A expressão 3.13 descreve a redução da resistência à compressão do betão. A constante c representa a máxima redução, quando o material está sujeito a uma grande deformação. Esta constante foi definida no ATENA 3D com o valor de 0.8, sugerido segundo investigações realizadas.

$$f'_c{}^{ef} = r_c f'_c \quad (3.13)$$

$$r_c = c + (1 - c)e^{-(128 \cdot \epsilon_u)^2} \quad (3.14)$$

3.3. MODELOS CONSTITUTIVOS DAS ARMADURAS DE AÇO

As armaduras de aço que fazem parte da composição do betão armado podem ser modeladas de duas formas distintas, como armadura distribuída ou armadura discreta. A armadura distribuída pode ser definida numa camada de material distinta, com uma espessura que leva à área total de armadura da peça. A armadura discreta é simulada com elementos barra, colocando cada varão individualmente, com o respectivo diâmetro, na sua posição correspondente. Este último modelo foi o utilizado no desenvolvimento deste trabalho. Na figura 3.9 ilustra-se um exemplo de armadura distribuída (smeared), à esquerda, e de armadura discreta, à direita.

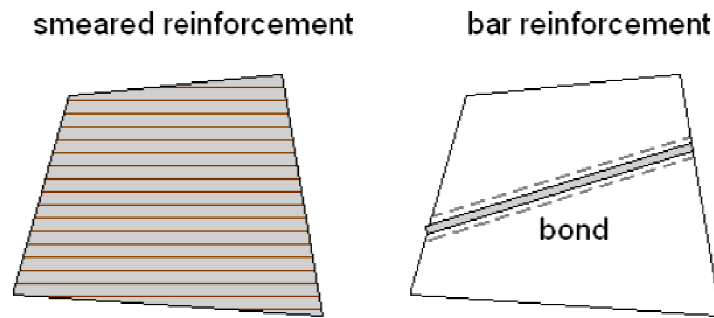


Figura 3.9 – Exemplos de simulação de armaduras no ATENA 3D, à esquerda: armadura distribuída; à direita: armadura discreta. Červenka (2009).

3.3.1. Relações tensão-deformação do aço

O ATENA 3D suporta vários tipos de relação tensão-deformação do aço. Linear, bilinear, multilinear e bilinear com endurecimento são tipos de comportamento compatíveis na modelação numérica.

No estado linear o comportamento traduz-se por um troço recto, com o módulo de elasticidade a adoptar sempre valor constante. No estado bilinear o material assume o mesmo comportamento que o estado anterior, mas quando se atinge a tensão de cedência o módulo de elasticidade passa a nulo, passando a haver deformações plásticas, seguindo a lei de material elasto-plástico perfeito. O estado bilinear foi o assumido para a armadura na modelação numérica do estudo desenvolvido, ilustrando-se na figura 3.10 um diagrama relativo a esse estado. O estado multilinear é caracterizado por vários pontos, geralmente adquiridos em ensaios laboratoriais, traduzindo as várias fases do comportamento do aço: estado elástico, plano de cedência, endurecimento e fractura. O estado bilinear com endurecimento assume comportamento similar ao bilinear, mas após a tensão de cedência, entra-se num patamar onde o módulo de elasticidade é muito reduzido em vez de nulo, dando-se o endurecimento, Červenka et al (2010).

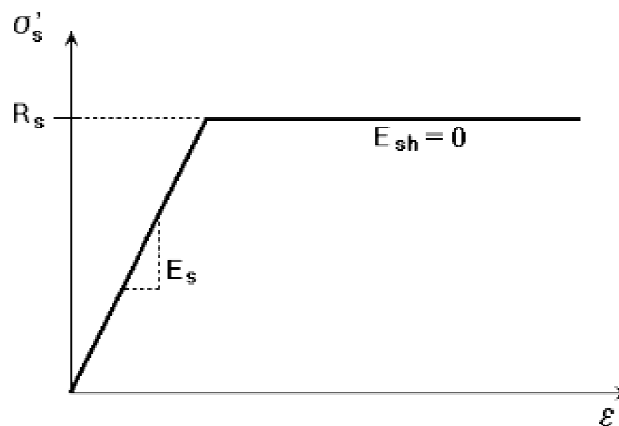


Figura 3.10 - Diagrama tensão-deformação do aço, bilinear, adoptado nos modelos simulados. Červenka et al (2010).

3.3.2. Modelos de aderência armadura-betão - “bond-slip”

Os modelos de aderência *bond-slip* têm o objectivo de simular o mecanismo de transferência de esforços das armaduras para o betão envolvente, mantendo a integridade da estrutura de betão armado. O ATENA 3D suporta vários tipos de modelos *bond-slip* que demonstram a relação entre a tensão de aderência actuante no varão e o escorregamento entre os materiais. O modelo *bond-slip* presente no *Model Code 1990* (1993), um modelo desenvolvido por Bigaj, em 1999, e definir manualmente são as hipóteses disponíveis para modelação deste mecanismo no *software*.

Na figura 3.11 apresentam-se exemplos de dois dos modelos de aderência *bond-slip*. Estes diagramas foram elaborados com base na tensão de resistência à compressão, no diâmetro dos varões e do tipo de armadura longitudinal. Parâmetros importantes são também as condições de confinamento betão e a qualidade da produção do betão, Červenka et al (2010).

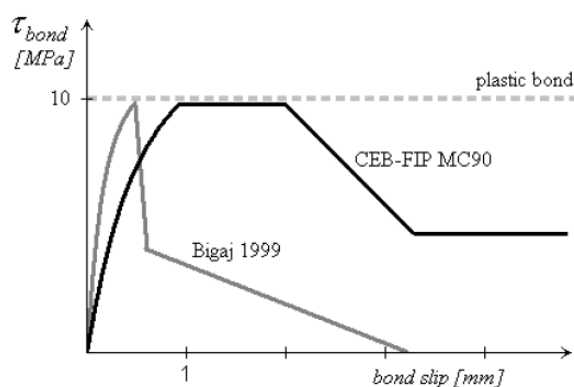


Figura 3.11 – Exemplos de dois modelos de aderência entre armaduras e betão. Červenka (2009).

Segundo Červenka (2009), estes mecanismos devem de ser cuidadosamente escolhidos nas análises numéricas, porque dependem de um adequado modelo de fendilhação, para que os resultados sejam satisfatórios.

3.4. ELEMENTOS FINITOS SÓLIDOS A 3D

No *software* ATENA 3D a modelação de elementos sólidos 3D efectua-se recorrendo a um dos três grupos de elementos finitos disponíveis: tetraedros, com quatro faces; *brick*, com seis faces e *wedge*, com cinco faces. Červenka et al (2010).

O número de nós que constituem cada elemento depende da função interpoladora que se escolhe para a resolução dos problemas numéricos, linear ou quadrática. O número de nós é o mesmo que o número de pontos a integrar. Ao se escolher uma função interpoladora quadrática o número de nós é superior do que numa função linear, visto que, em cada elemento vão ser considerados e calculados os pontos intermédios aos pontos exteriores, o que conduz a um maior esforço computacional, mas a resultados mais exactos. Os

elementos tetraedros são compostos por 4 ou 10 nós, dependendo se a função interpoladora é linear ou quadrática, respectivamente. Os elementos *brick*, também designados por hexaedros, são compostos por 8 ou 20 nós e os elementos *wedge* são constituídos por 6 ou 15 nós, ambos, dependendo se a função interpoladora é linear ou quadrática, respectivamente. Na figura 3.12 ilustram-se estes três tipos de elementos.

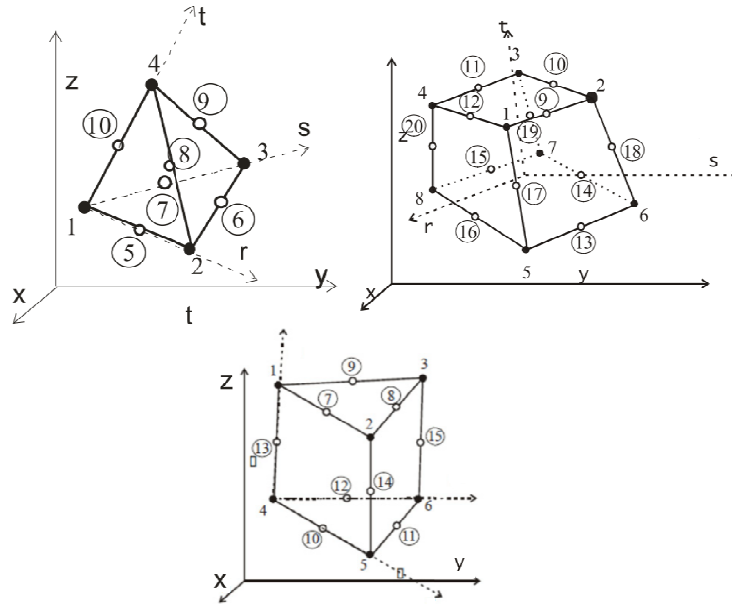


Figura 3.12 – Geometria dos elementos finitos possíveis de modelar no ATENA 3D. Em cima: à esquerda – tetraedro; à direita – *brick*. Em baixo: elemento *wedge*. Adaptado de Červenka et al (2010).

No estudo apresentado nesta dissertação foram utilizados elementos *brick*, para a completa simulação dos modelos numéricos.

3.5. MÉTODO NEWTON-RAPHSON

No *software* em causa, as soluções numéricas podem ser calculadas seguindo dois métodos iterativos não lineares: o método Newton-Raphson e o método *Arc-Length*.

Visto que, o método iterativo escolhido no ATENA 3D para a resolução das soluções não lineares foi o Newton-Raphson, descreve-se de seguida de forma breve este método.

As soluções não lineares são obtidas através de um processo iterativo seguindo a expressão 3.15, até se obter convergência de resultados. O incremento de carga é aplicado através um deslocamento prescrito na laje (0.1 mm por passo).

$$\mathbf{K}(\underline{p}_{i-1}) \Delta \underline{p}_i = \underline{q} - \underline{f}(\underline{p}_{i-1}) \quad (3.15)$$

Em que:

- ◇ $\mathbf{K}(\underline{p}_{i-1})$ é a matriz rigidez, relaciona o incremento de carga com o incremento de deformações;
- ◇ \underline{p}_{i-1} são as deformações da estrutura antes do último incremento de carga;
- ◇ $\Delta\underline{p}_i$ é o incremento de deformação devido ao actual incremento de carga;
- ◇ \underline{q} é o vector da carga total aplicada;
- ◇ $\underline{f}(\underline{p}_{i-1})$ é o vector das forças internas antes do ultimo incremento de carga.

A não linearidade da equação deve-se ao facto das forças internas e da matriz rigidez não serem lineares, expressão 3.16 e 3.17, respectivamente, onde k é uma constante.

$$\underline{f}(k\underline{p}) \neq k\underline{f}(\underline{p}) \quad (3.16)$$

$$\mathbf{K}(\underline{p}) \neq \mathbf{K}(\underline{p} + \Delta\underline{p}) \quad (3.17)$$

A convergência é regida por quatro critérios, onde o valor de tolerância padrão é de 0.01: o incremento da deformação, a força residual absoluta, a força residual relativa e a energia dissipada. Quando a diferença destes parâmetros é menor que a tolerância, o processo iterativo pára e passa para o passo seguinte, prescrevendo um novo deslocamento. Na figura 3.13 apresenta-se uma ilustração gráfica do conceito do método Newton-Raphson.

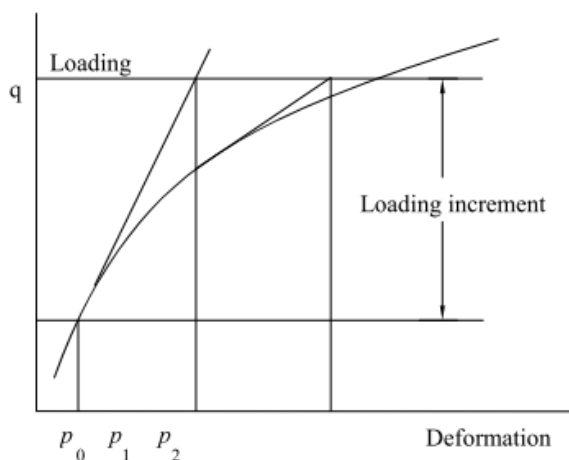


Figura 3.13 – Método de Newton-Raphson. Červenka et al (2010).

4. CALIBRAÇÃO - *BENCHMARK*

4.1. INTRODUÇÃO

Neste capítulo é referida a comparação entre os resultados de modelos experimentais de ensaios ao punçoamento em laboratório com a análise numérica desses modelos, de modo a obter validação dos modelos numéricos.

Para esta dissertação, foram consideradas cinco lajes que se caracterizavam por não possuírem armadura específica de punçoamento. Dois ensaios foram realizados por Ramos (2003), no âmbito da sua tese para obtenção de grau de Doutor; uma laje foi ensaiada por Duarte (2008), no decorrer da sua tese para obtenção de grau de Mestre; e, dois ensaios foram desenvolvidos por Faria (2010), no decorrer da investigação realizada no desenvolvimento da sua tese de doutoramento.

4.2. DESCRIÇÃO DOS MODELOS EXPERIMENTAIS

4.2.1. Geometria

Os modelos experimentais são lajes fungiformes maciças em betão armado e pretendem apenas simular a zona junto ao pilar, sendo limitadas pela zona de momentos flectores nulos.

As lajes referentes a Ramos (2003), que a serão designadas por AR2 e AR9, consistiam em painéis quadrados com dimensões $2300 \times 2300 \text{ mm}^2$, em planta, e uma espessura de 100 mm. O pilar central tem secção transversal de $200 \times 200 \text{ mm}^2$ e foi simulado recorrendo a uma placa de aço.

As cargas verticais foram aplicadas em oito pontos no topo da laje, tendo como sistema de carga dois macacos hidráulicos, como se pode observar na figura 4.1. A carga foi transferida por meio de cabos de pré-esforço ancorados, um em cada ponto, através de placas de aço com dimensões $100 \times 100 \text{ mm}^2$ e espessura de 20 mm, que ao atravessar a laje cada dois cabos suspendia um perfil metálico. A cada um desses perfis foram suspensos mais dois perfis, sobrepostos. Nestes perfis, o sistema de carga aplicava um deslocamento a meio vão, estando os macacos hidráulicos sob a laje do laboratório ligados por cabos de pré-esforço, e ligadas ao mesmo sistema hidráulico.

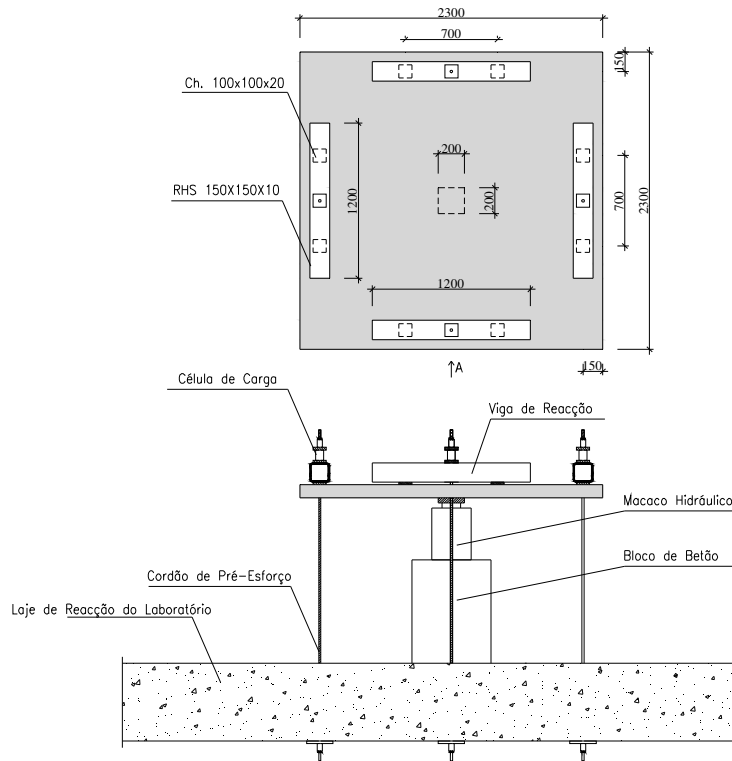


Figura 4.2 – Esquema de ensaio dos modelos DF1 (100 mm) e DF4 (120 mm), Faria (2010).

O modelo estudado por Duarte (2008), ID1, tem dimensões $1800 \times 1800 \text{ mm}^2$ e uma espessura de 120 mm, o pilar central foi simulado por meio de uma placa de aço com $200 \times 200 \text{ mm}^2$ transversalmente, e uma espessura de 50 mm. O sistema de carga e de apoio é semelhante ao descrito no caso das lajes DF1 e DF4, variando apenas as dimensões onde foram colocados os apoios, como se verifica na figura 4.3.

As armaduras longitudinais inferiores consistiam numa malha ortogonal composta por varões de 6 mm de diâmetro espaçados de 200 mm, em todos os modelos experimentais, o que corresponde aproximadamente a $\phi 6//0.20$, figura 4.4.

As armaduras longitudinais superiores dos modelos AR2, AR9 e DF1 compunham-se por varões de 10 mm de diâmetro a cada 60 mm, nas duas direcções ortogonais, formando assim uma malha quadrada de $\phi 10//0.06$. Quanto às lajes ID1 e DF4, este tipo de armadura é composto por varões de 10 mm de diâmetro espaçados de 75 mm, ou seja aproximadamente $\phi 10//0.075$. Estas armaduras podem observar-se em esquema na figura 4.5. Nos modelos AR2 e AR9, a armadura superior no sentido Este-Oeste sobrepunha-se à armadura superior no sentido Norte-Sul. Nas lajes DF1, DF4 e ID1 a armadura superior no sentido Norte-Sul estava sobreposta à armadura no sentido Este-Oeste.

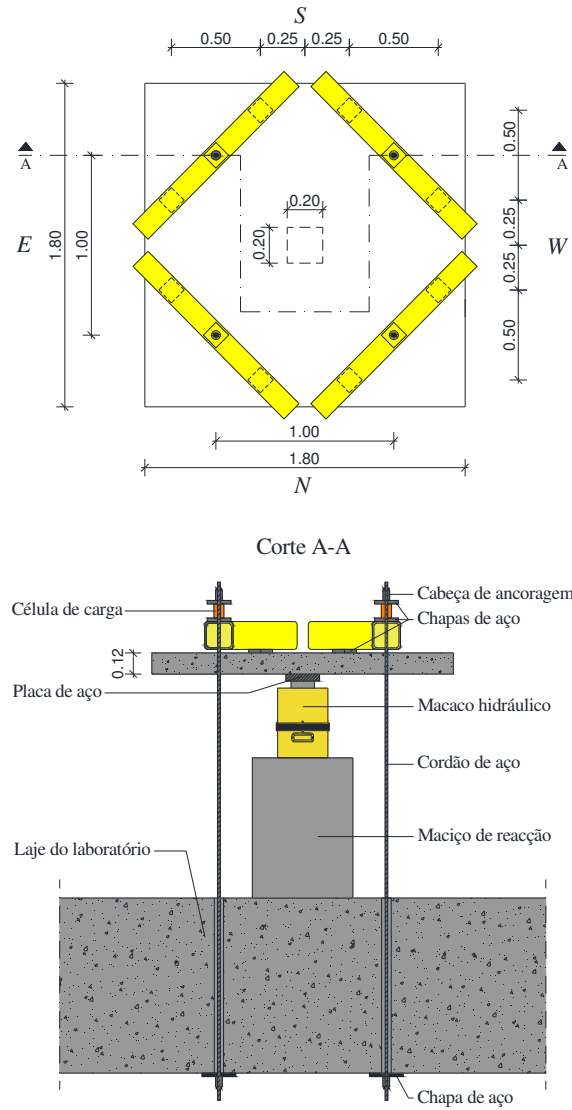


Figura 4.3 – Esquema de ensaio do modelo ID1, Duarte (2008).

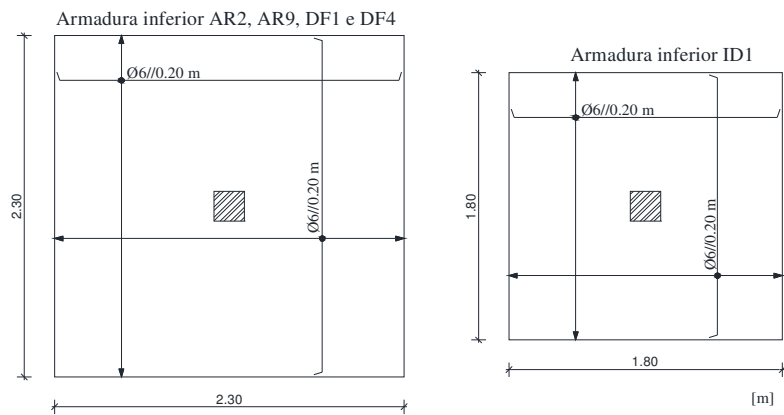


Figura 4.4 – Armaduras longitudinais inferiores dos modelos.

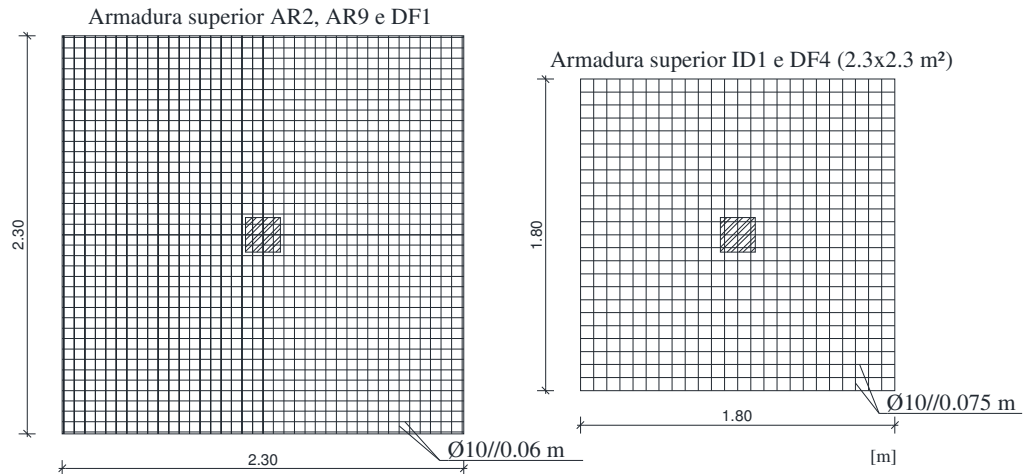


Figura 4.5 – Armaduras longitudinais superiores dos modelos.

A altura útil média associada a cada modelo experimental pode ser observada no quadro 4.1, que se apresenta de seguida:

Quadro 4.1 – Altura útil média dos modelos experimentais.

Modelo	AR2	AR9	DF1	DF4	ID1
Altura útil, d (mm)	80	80	69	88	87

A execução dos ensaios, em todos os modelos referidos, consistiu em carregamentos contínuos até se atingir a rotura, por prescrição de deslocamento contínuo.

4.2.2. Materiais

Os materiais utilizados nos modelos experimentais foram caracterizados recorrendo a ensaios de várias amostras dos materiais aplicados. O betão foi ensaiado através do ensaio de resistência à compressão, e o aço através do ensaio resistência à tracção.

4.2.2.1. Betão

Para a caracterização do betão foram utilizadas amostras cúbicas com 150 mm de lado. Da realização dos ensaios à compressão resultaram os valores médios da tensão de rotura à compressão do betão em provetes cúbicos, f_{ccm} .

No quadro 4.2, podem observar-se os valores obtidos experimentalmente, f_{ccm} , os valores da tensão média de rotura à compressão do betão em provetes cilíndricos, f_{cm} , os valores da tensão média de rotura à tracção do betão, f_{ctm} , e ainda os valores do módulo de elasticidade do betão, E_c . Os valores de f_{cm} , f_{ctm} e E_c foram obtidos através das expressões 4.1, 4.2 e 4.3 presentes no Eurocódigo 2 (2010). Na expressão 4.3 foi considerada uma

redução de 10% no módulo de elasticidade, como recomendado pelo EC2, visto que os agregados utilizados foram de origem calcária.

$$f_{cm} = 0,8 \times f_{ccm} \quad (4.1)$$

$$f_{ctm} = 0,30 \times (f_{cm} - 8)^{2/3} \quad (4.2)$$

$$E_c = 9,923 \times f_{cm}^{0.3} \quad (4.3)$$

Quadro 4.2 – Propriedades do betão.

Modelo	f_{ccm} (MPa)	f_{cm} (MPa)	f_{ctm} (MPa)	E_c (GPa)
AR2	48,9	39,1	3,0	29,8
AR9	46,4	37,1	2,8	29,3
DF1	31,0	24,8	2,0	26,0
DF4	24,7	19,8	1,6	24,3
ID1	49,2	39,8	3,0	30,0

4.2.2.2. Aço

Como atrás mencionado, as características do aço resultaram de ensaios à tracção de varões de diâmetro 6 mm e 10 mm. Todos os varões ensaiados eram do tipo rugoso de modo a garantir uma boa aderência entre os estes e o betão. Da experimentação obteve-se os valores referentes à tensão de cedência do aço, f_{sy} , e à tensão de rotura do aço, f_{su} . No quadro 4.3 observam-se os resultados obtidos.

Quadro 4.3 – Propriedades do aço.

Modelo	Tipo	φ6		φ10	
		f_{sy} (MPa)	f_{su} (MPa)	f_{sy} (MPa)	f_{su} (MPa)
AR2	ER	639	732	523	613
AR9	ER	555	670	481	633
DF1	NR	537	656	541	637
DF4	NR	561	678	537	648
ID1	NR	588	697	445	582

4.2.3. Instrumentação

Para monitorizar a progressão dos ensaios aplicaram-se deflectómetros, com vista a registar o evoluir dos deslocamentos verticais; extensómetros, para avaliar as extensões dos varões da armadura longitudinal superior; e, células de carga, para quantificar o valor da carga vertical aplicada.

A instrumentação relativa aos extensómetros não será descrita neste texto, uma vez que não foi tida como ponto de comparação entre a experimentação e a análise numérica. Demonstrado por Inácio (2010) que os resultados não são fiáveis, devido à elevada fendilhação que se faz sentir no modelos para patamares elevados de carga e ao facto da

leitura dos extensómetros ser local, sendo bastante afectada pela sua localização e a localização relativa das fendas que se desenvolvem ao longo do ensaio.

Nas lajes AR2 e AR9 foram aplicados nove deflectómetros, um no centro e quatro em cada um dos eixos Este-Oeste e Norte-Sul, com o auxílio de dois pórticos, conforme ilustrado na figura 4.6. As células de carga, nestes modelos, eram duas e estavam situadas nos perfis metálicos que sofriam a carga imposta, como se observa na figura 4.1.

Nos modelos DF1 e DF4 foram utilizados cinco deflectómetros, com recurso a um pórtico, ao longo do eixo Este-Oeste, colocados como se apresenta na figura 4.7. As células de carga foram instaladas no meio vão do perfil metálico, ligado ao cabo de alta resistência, resultando assim em quatro células, figura 4.2.

A instrumentação da laje ID1 foi idêntica às lajes DF1 e DF4. Na figura 4.8 ilustra-se o posicionamento dos deflectómetros e na figura 4.3 pode observar-se o posicionamento das células de carga.

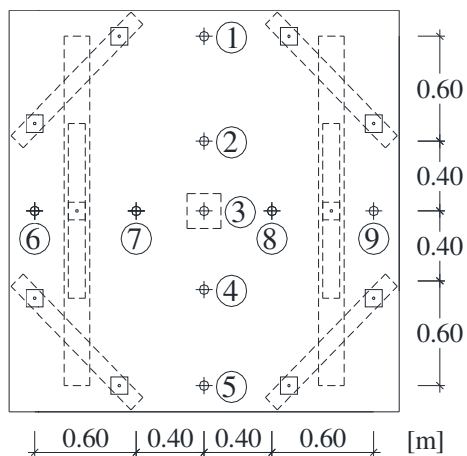


Figura 4.6 – Posicionamento dos deflectómetros nos modelos AR2 e AR9, Ramos (2003).

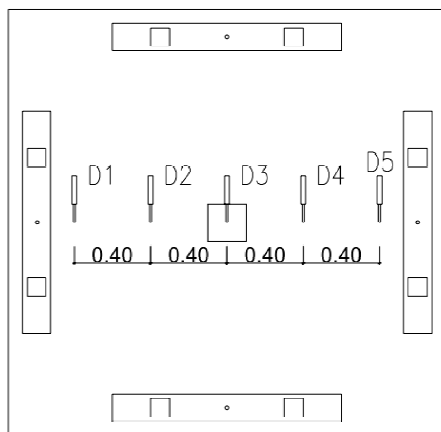


Figura 4.7 – Posicionamento dos deflectómetros nos modelos DF1 e DF4, Duarte (2010).

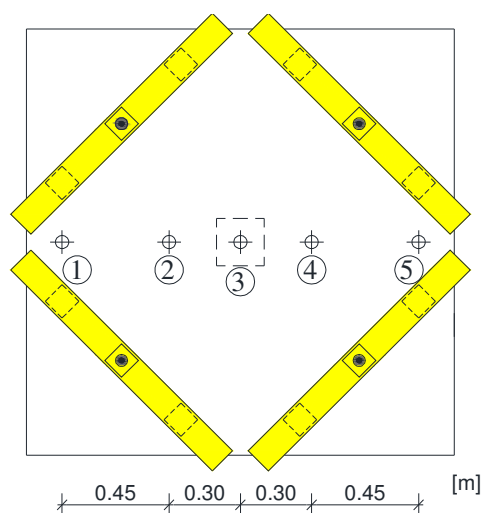


Figura 4.8 – Posicionamento dos deflectómetros no modelo ID1, Duarte (2008).

4.3. DESCRIÇÃO DOS MODELOS NUMÉRICOS

Nas definições das propriedades dos materiais e dos parâmetros a introduzir no ATENA 3D, na elaboração dos modelos numéricos, que se apresentam de seguida, foram tidos em conta os trabalhos realizados por Inácio (2010) e Nogueira (2011), de modo a se obter a melhor convergência na comparação com os modelos experimentais.

4.3.1. Geometria

Uma vez que, os modelos experimentais se caracterizavam por serem lajes quadradas e simétricas, procedeu-se à modelação numérica de apenas um quarto de laje, com a finalidade de simplificar e acelerar as análises numéricas. Foram, ainda, modelados os elementos que garantiam o suporte e aplicavam a carga em contacto com a laje, ou seja, as placas de aço que simulavam o pilar e as restantes que se encontravam sobre a zona de momentos nulos, como se observa na figura 4.9.

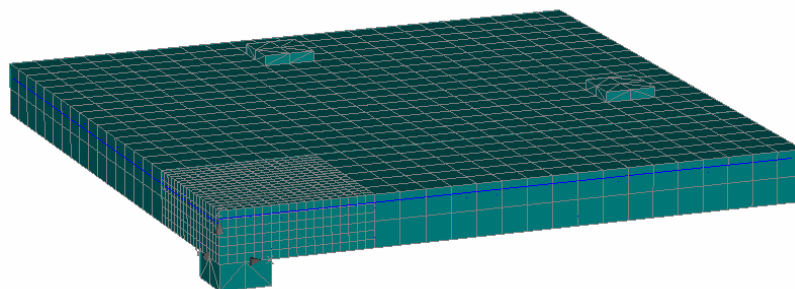


Figura 4.9 – Exemplo da modelação de ¼ de laje no Atena 3D (Modelo AR2).

Em todos os modelos, o carregamento foi simulado com a prescrição de um deslocamento no centro do pilar, com incrementos de 0,1 mm. Na zona de momentos nulos, foi introduzida restrição do deslocamento vertical através de um apoio pontual, no centro de cada placa de aço, permitindo assim as rotações. Nos eixos de simetria foram aplicados encastramentos deslizantes ao longo das superfícies, permitindo deslocamentos verticais e restringidos deslocamentos horizontais e rotações. Assim, garantiu-se as condições de fronteira devido à modelação de apenas um quarto da laje.

Os elementos finitos relativos à laje foram simulados por elementos hexaedros, também designados por *brick*, e as placas de aço foram simulados por elementos tetraedros. Os elementos finitos tinham como dimensão máxima de 5 cm. Na zona junto ao pilar, a cerca de três vezes a altura útil, executou-se o refinamento da malha para um terço da dimensão máxima. Como se pode observar na figura 4.10.

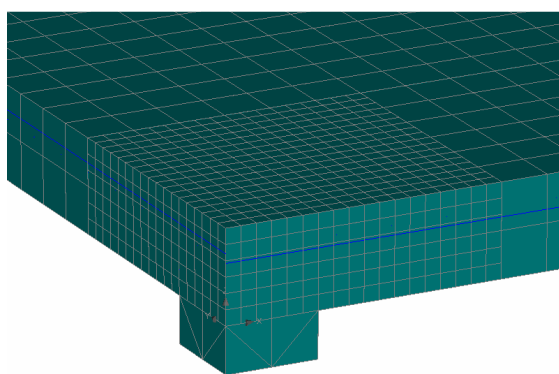


Figura 4.10 – Exemplo do refinamento da malha junto ao pilar, no Atena 3d (Modelo DF1).

4.3.2. Materiais

Os valores introduzidos para as propriedades dos materiais, betão e armaduras em aço, foram os descritos anteriormente, podendo ser observadas nos quadros 4.2 e 4.3.

4.3.2.1. Betão

A energia de fractura, G_f , assumida foi a pré-definida pelo ATENA, que se pode avaliar segundo a expressão 4.4.

$$G_f = 0,000025 \times f_{ctm} \quad (4.4)$$

O modelo de fendilhação do betão foi definido considerando-se um coeficiente de 0,5 para a relação entre o *fixed crack model* e o *rotated crack model*, tal como descrito no capítulo 3. Assim, quando se atinge uma tensão equivalente a metade da tensão de rotura à tracção

do betão, as fendas deixam de rodar consoante as tensões principais e passam a ter direcção fixa.

4.3.2.2. Aço

Os varões de aço foram considerados com comportamento bilinear e introduzidos por elementos barra, armadura discreta, na respectiva altura útil, ficando a armadura numa direcção acima e na outra abaixo da altura útil média. As armaduras coincidentes com os eixos de simetria foram simuladas com metade da área. A aderência entre os varões e a armadura foi assumida como *Perfect-Bond*, ou seja, aderência perfeita entre os varões e a armadura de aço.

4.3.3. Instrumentação

Para uma possível comparação entre os valores experimentais e os numéricos foi necessária a monitorização de vários pontos do modelo. Ilustra-se um exemplo dos pontos monitorizados na figura 4.11.

Para avaliar a carga a que os modelos estavam sujeitos foram introduzidos pontos de monitorização no ponto de aplicação da carga, acompanhando assim o carregamento da laje. Na figura 4.11 pode observar-se esse ponto na base do pilar.

De modo a acompanhar os deslocamentos nas lajes, modeladas numericamente, foram introduzidos pontos de monitorização nas coordenadas correspondentes aos deflectómetros na lajes da experimentação.

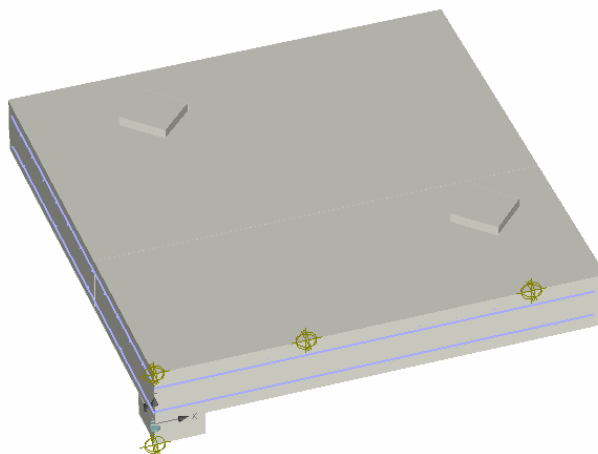


Figura 4.11 – Exemplo da monitorização inserida nos modelos, no Atena 3d (Modelo ID1).

4.4. COMPARAÇÃO DE RESULTADOS

Para comparação de resultados entre os modelos experimentais e numéricos foram utilizados apenas os valores correspondentes aos deslocamentos verticais e à carga de rotura dos modelos.

4.4.1. Deslocamentos verticais

Esta avaliação vai ser dividida em duas secções, uma vez que nos modelos AR2 e AR9 foram comparados deslocamentos em quatro pontos e nos restantes modelos apenas em dois.

4.4.1.1. Lajes AR2 e AR9

Nestes modelos foi possível comparar os deslocamentos verticais em quatro pontos. Como apenas foi simulado um quarto da laje comparou-se os deslocamentos obtidos na modelação numérica com o valor médio dos valores retirados nos respectivos deflectómetros, ver figura 4.6. Como se pode observar no quadro 4.4.

Quadro 4.4 – Deslocamentos verticais dos modelos AR2 e AR9.

Deslocamento	Média
Deslocamento 1 (d1)	Deflectómetro 1 e deflectómetro 5
Deslocamento 2 (d2)	Deflectómetro 2 e deflectómetro 4
Deslocamento 3 (d3)	Deflectómetro 6 e deflectómetro 9
Deslocamento 4 (d4)	Deflectómetro 7 e deflectómetro 8

Para avaliação dos deslocamentos verticais foi elaborado o quadro 4.5, no qual se podem observar os deslocamentos associados a determinados níveis de carga. Foi ainda determinada a relação entre os valores experimentais (EXP) e os valores da modelação numérica (MEF).

Quadro 4.5 – Deslocamentos verticais dos modelos AR2 e AR9

Modelo	AR2			AR9			
	Carga (kN)	100	150	200	100	150	200
d1 (mm)	EXP	4,58	8,53	12,61	4,64	8,50	14,40
	MEF	3,98	8,08	12,14	4,00	7,93	11,90
	EXP/MEF	1,15	1,06	1,04	1,16	1,07	1,21
	Média		1,08			1,15	
d2 (mm)	EXP	1,36	2,52	3,80	1,43	2,61	4,35
	MEF	1,15	2,30	3,42	1,15	2,26	3,38
	EXP/MEF	1,18	1,10	1,11	1,24	1,16	1,29
	Média		1,13			1,23	
d3 (mm)	EXP	5,74	10,15	14,72	5,57	10,37	16,70
	MEF	4,04	8,20	12,27	4,06	8,05	12,03
	EXP/MEF	1,42	1,24	1,20	1,37	1,29	1,39
	Média		1,29			1,35	
d4 (mm)	EXP	1,63	3,04	4,81	1,88	3,47	5,81
	MEF	1,21	2,43	3,59	1,21	2,38	3,54
	EXP/MEF	1,35	1,25	1,34	1,55	1,46	1,64
	Média		1,31			1,55	

Da figura 4.12 à 4.15 pode ser observada a evolução dos deslocamentos verticais ao longo de todo o carregamento, até se atingir a rotura.

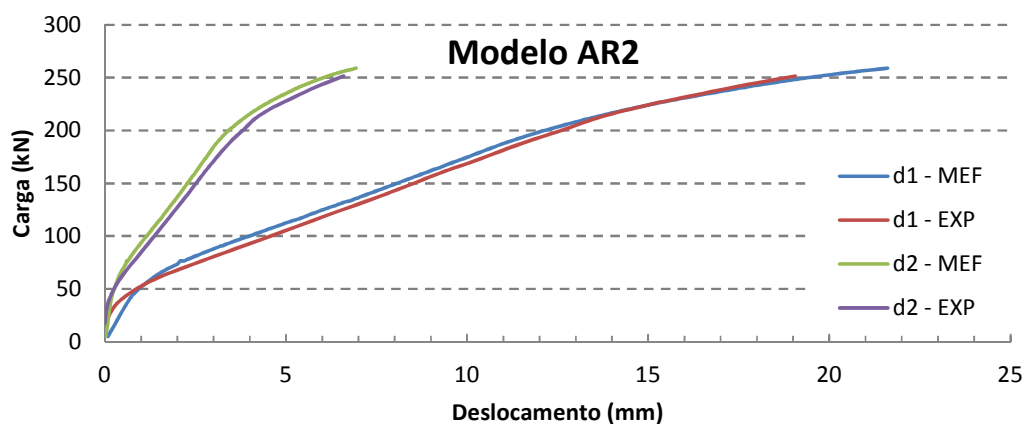


Figura 4.12 – Evolução dos deslocamentos d1 e d2 em relação ao carregamento, no Modelo AR2.

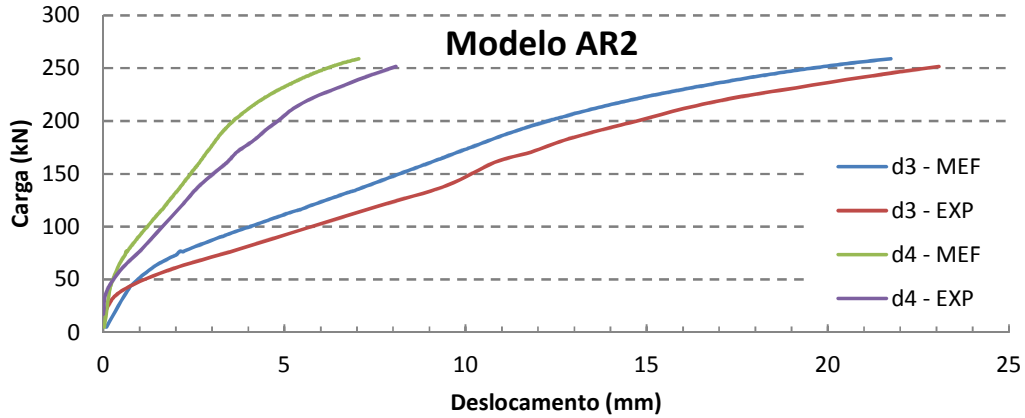


Figura 4.13 – Evolução dos deslocamentos d3 e d4 em relação ao carregamento, no Modelo AR2.

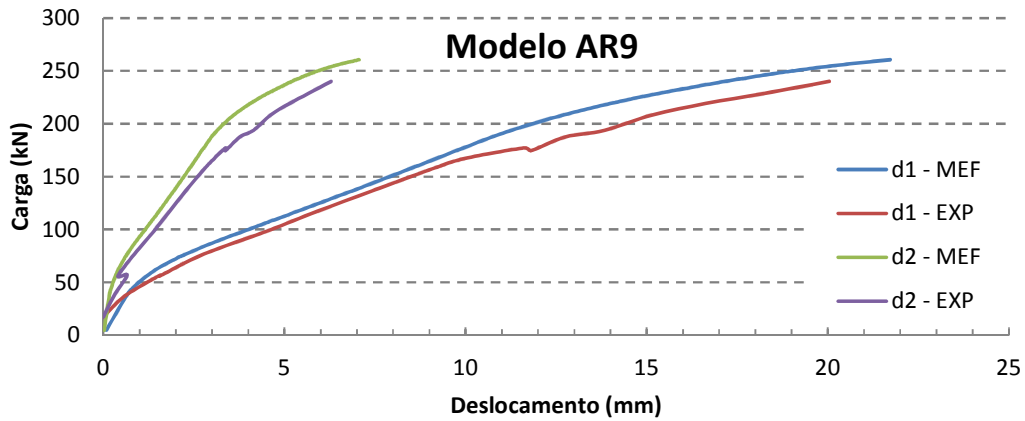


Figura 4.14 – Evolução dos deslocamentos d1 e d4 em relação ao carregamento, no Modelo AR9.

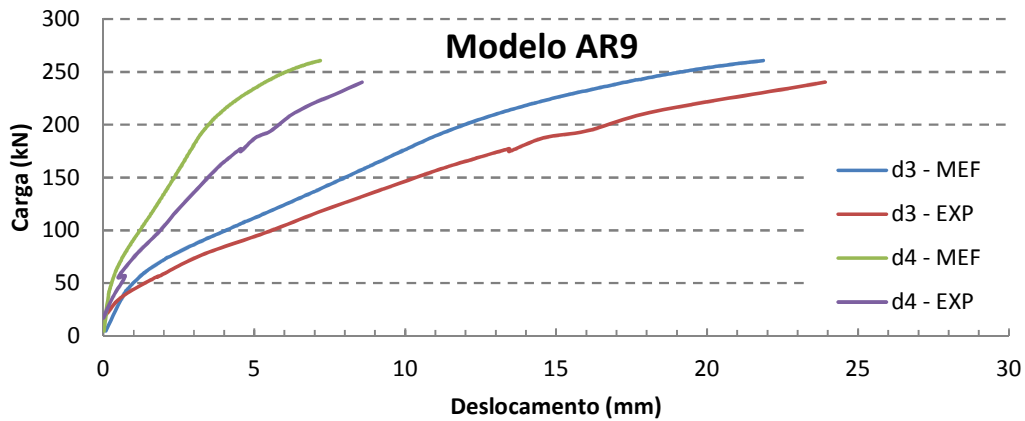


Figura 4.15 – Evolução dos deslocamentos d3 e d4 em relação ao carregamento, no Modelo AR9.

Ao analisar a tabela e os gráficos pode retirar-se que, em ambos os modelos, os resultados numéricos foram próximos, relativamente aos experimentais, obtendo-se resultados que podem ser considerados satisfatórios. Os deslocamentos d1 e d2 tiveram uma melhor aproximação em relação aos deslocamentos d3 e d4, este facto pode ser justificado devido à altura útil dos varões nas duas direcções. Em que, a influência da altura útil dos varões nos deslocamentos verticais dos ensaios experimentais, foi mais acentuada, do que nos modelos numéricos.

De modo geral, verifica-se que os modelos experimentais foram mais dúcteis que os numéricos, visto que para uma carga menor tinham a mesma deformação.

4.4.1.2. Lajes DF1, DF4 e ID1

Na avaliação dos deslocamentos verticais, nos modelos DF1, DF4 e ID1, foram comparados apenas dois deslocamentos. Tal como nos modelos AR2 e AR9, os valores de comparação obtidos experimentalmente foram obtidos através da média dos respectivos deflectómetros, devido a apenas se simular um quarto da laje. Definidos como no quadro 4.6.

Quadro 4.6 - Deslocamentos verticais dos modelos DF1 e DF4.

Deslocamento	Média
Deslocamento 1 (d1)	Deflectómetro 1 e deflectómetro 5
Deslocamento 2 (d2)	Deflectómetro 2 e deflectómetro 4

No quadro 4.7 observam-se os valores dos deslocamentos verticais relativos a diversos patamares de carga a nível experimental e de modelação numérica, e ainda, a relação entre os valores experimentais (EXP) e os valores da modelação numérica (MEF).

Quadro 4.7 – Deslocamentos verticais dos modelos DF1 e DF4.

Modelo	DF1		DF4		ID1			
	100	150	100	150	100	150	200	
Carga (kN)								
d1 (mm)	EXP	5,23	9,51	2,92	6,25	1,51	3,09	5,03
	MEF	5,31	9,28	3,68	6,72	0,81	2,90	4,99
	EXP/MEF	0,98	1,02	0,79	0,93	1,87	1,07	1,01
	Média	1,00		0,86		1,32		
d2 (mm)	EXP	2,07	3,75	1,22	2,45	0,46	0,98	1,58
	MEF	1,95	3,46	1,65	2,93	0,24	0,83	1,42
	EXP/MEF	1,06	1,08	0,74	0,84	1,95	1,18	1,11
	Média	1,07		0,79		1,41		

Nas figuras 4.16, 4.17 e 4.18, que se apresentam de seguida, é possível observar a evolução dos deslocamentos verticais ao longo dos ensaios experimentais, até se atingir a rotura.

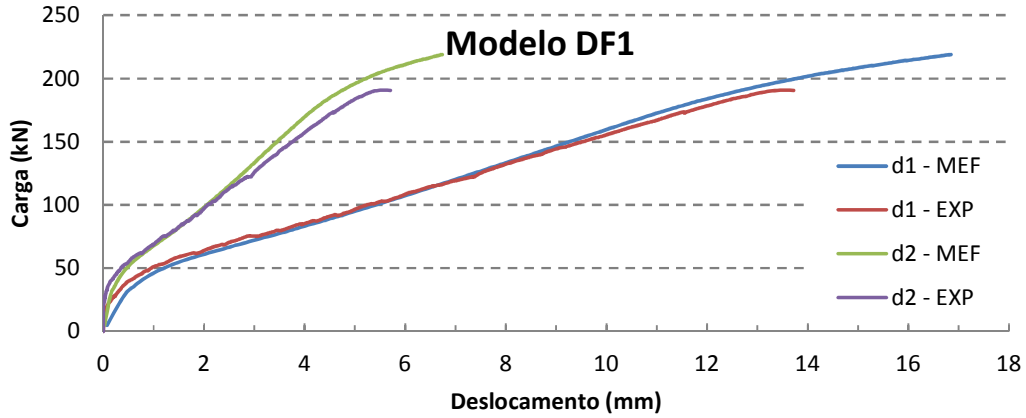


Figura 4.16 – Evolução dos deslocamentos d1 e d2 em relação ao carregamento, no Modelo DF1.

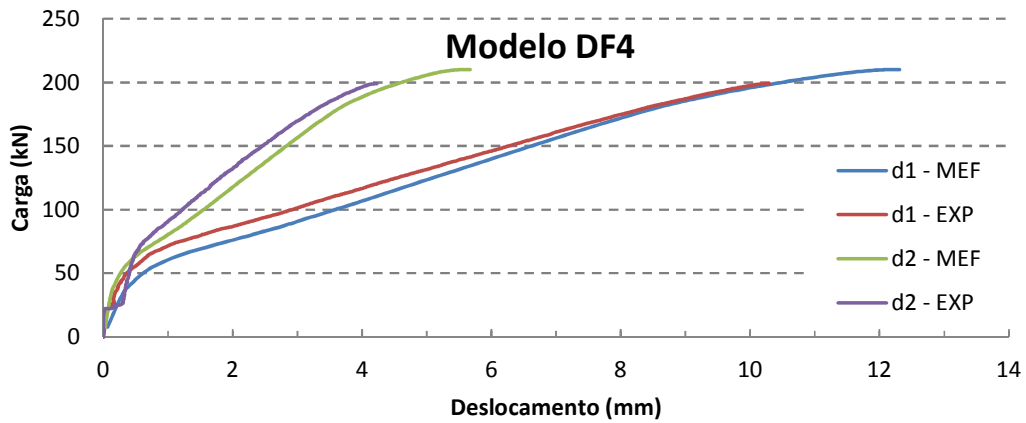


Figura 4.17 – Evolução dos deslocamentos d1 e d2 em relação ao carregamento, no Modelo DF4.

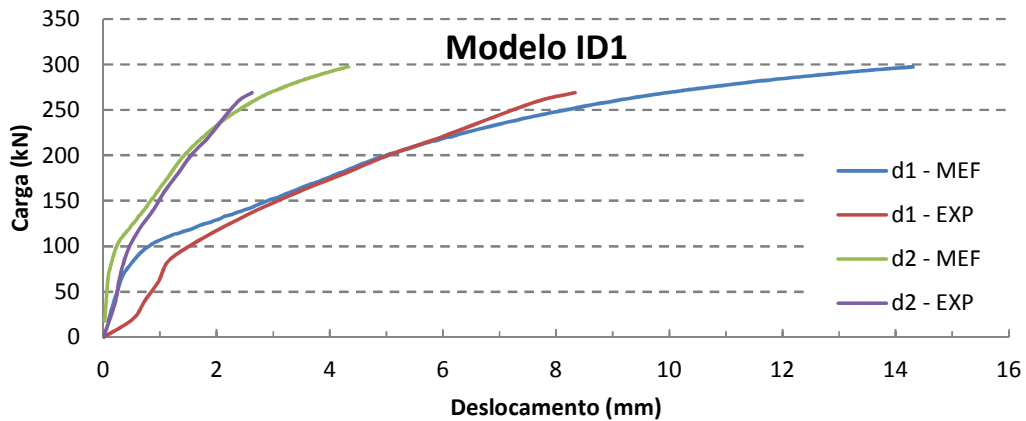


Figura 4.18 – Evolução dos deslocamentos d1 e d2 em relação ao carregamento, no Modelo ID1.

Ao analisar o quadro e os gráficos, acima apresentados, pode dizer-se que as aproximações entre os modelos experimentais e numéricos apresentaram resultados satisfatórios. Nestes modelos a capacidade de deformação na análise numérica foi superior do que na experimentação, facto que nos modelos DF4 e ID1 se evidencia com maior clareza.

4.4.2. Cargas de Rotura

As cargas de rotura foram o segundo ponto a ter em conta para comparação dos resultados experimentais com os resultados da modelação numérica. Foi feita, ainda, uma avaliação da capacidade resistente ao punçoamento dos modelos recorrendo ao Eurocódigo 2 (2010) e ao *Model Code 2010* (2010), tal como descrito na secção 2.4. Os valores das cargas de rotura, a sua razão e o erro médio podem ser observados no quadro 4.8 e no quadro 4.9.

No cálculo da resistência ao punçoamento, segundo as normas, não foram contabilizados os coeficientes de segurança, sendo utilizados os valores obtidos da experimentação, visto que este estudo não se trata de dimensionamento. A expressão 4.5 determina a resistência aos esforços de punçoamento sem armaduras específicas, $V_{Rm,EC2}$, sugerida no EC 2 (2010).

$$V_{Rm,EC2} = 0,18 \cdot k(100 \cdot \rho_l \cdot f_{cm})^{1/3} \cdot u_1 \cdot d \geq v_{min} \cdot u_1 \cdot d \quad (4.5)$$

Em que:

◇ f_{cm} em MPa;

$$\diamond k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \text{ (com } d \text{ em mm);} \quad (4.6)$$

$$\diamond \rho_l = \sqrt{\rho_{lx} \cdot \rho_{ly}} \leq 0,02 \quad (4.7)$$

◇ ρ_{lx} e ρ_{ly} referem-se às armaduras de tracção aderentes nas direcções x e y, respectivamente. Estes valores devem ser calculados numa largura b da laje, equivalente à largura do pilar acrescida de 3d para cada lado;

◇ u_1 é o perímetro de controlo de referência a uma distancia 2,0d da face do pilar;

◇ A altura útil, d, refere-se à média das alturas úteis em cada direcção;

$$\diamond v_{min} = 0,035 \cdot k^{3/2} \cdot f_{cm}^{1/2} \quad (4.8)$$

No *Model Code 2010* (2010) a recomendação para a previsão da carga de rotura ao punçoamento em termos de dimensionamento baseia-se na teoria de abertura de fenda, desenvolvida por Muttoni (2008). Na avaliação do esforço resistente ao punçoamento recorreu-se às expressões, desenvolvidas por Muttoni (2008), para valores médios que pode ser comparada com ensaios experimentais, expressões 4.9 e 4.10. Foi considerado

apenas o “Nível de aproximação II”, visto que se tratavam de lajes de geometria simples e a razão de vãos das lajes estava entre 0,5 e 2 ($L_x/L_y=1$).

$$\frac{V_{Rm}}{u \cdot d \cdot \sqrt{f_{cm}}} = \frac{3/4}{1 + 15 \frac{\psi \cdot d}{d_{g0} + d_g}} \quad (4.9)$$

$$\psi = 1.5 \cdot \frac{r_s f_y}{d E_s} \cdot \left(\frac{m_{sd}}{m_{rd}}\right)^{1.5} \quad (4.10)$$

Em que:

- ◇ ψ é a rotação da laje em torno do pilar, exterior à zona de abertura de fendas de punçoamento, neste caso (sem reforço de armaduras de punçoamento) definido como na expressão 4.10;
- ◇ d é a média das alturas úteis em cada direcção;
- ◇ d_{g0} é a dimensão de referência dos agregados do betão (16 mm);
- ◇ d_g é a dimensão máxima dos agregados do betão, tomado como 16 mm;
- ◇ u é o perímetro de controlo de referência a uma distancia $0,5d$ da face do pilar;
- ◇ m_{sd} é o momento flector médio por unidade de comprimento na zona do pilar, para pilares interiores pode aproximar-se a $V/8$ (em que V é a carga de punçoamento);
- ◇ m_{rd} é o momento flector resistente médio por unidade de comprimento na zona do pilar;
- ◇ E_s é o módulo de elasticidade do aço (200 GPa);
- ◇ f_y é a tensão média de resistência à tracção do aço (igual a f_{sy});
- ◇ r_s indica a posição radial em que o momento flector é nulo de acordo com o eixo do pilar, aproximadamente $0,22 L_x$ ou $0,22 L_y$.

Através de um processo iterativo é então possível a determinação da capacidade média resistente prevista ao punçoamento utilizando o preconizado por Muttoni (2008), $V_{Rm,MC2010}$.

Quadro 4.8 – Comparação das cargas de rotura experimentais, numéricas e das normas.

Modelo	V_{EXP} (kN)	V_{MEF} (kN)	$V_{Rm,EC2}$ (kN)	$V_{Rm,MC2010}$ (kN)	V_{EXP}/V_{MEF} (kN)	$V_{Rm,EC2}/V_{MEF}$ (kN)	$V_{Rm,MC2010}/V_{MEF}$ (kN)
AR2	258,0	259,1	268,4	221,1	1,00	1,03	0,85
AR9	251,0	260,6	263,7	215,5	0,96	1,01	0,83
DF1	191,0	218,9	202,0	156,0	0,87	0,96	0,74
DF4	199,0	210,0	217,0	180,1	0,95	1,02	0,85
ID1	269,0	297,4	270,9	222,4	0,90	0,91	0,75

Quadro 4.9 – Média de erros das cargas de rotura.

	V_{EXP}	$V_{RM,EC2}$	$V_{RM,MC2010}$
V_{MEF}	6,3%	4,9%	20,0%
V_{EXP}	-	4,9%	14,7%

Do quadro 4.8 e 4.9, é possível mencionar que os valores obtidos da modelação numérica foram bons, quando comparados com os resultados dos modelos experimentais, no qual o erro médio atingiu os 6,3%. Na modelação numérica todas as cargas foram sobrestimadas. Quanto às normas, pode dizer-se que a previsão destes foi ligeiramente diferente. Na previsão presente no EC 2 (2010) os resultados obtidos foram bons, ao comparar os valores da modelação numérica com estes obteve-se um erro médio de 4,9%. No *Model code 2010* (2010) os valores da carga prevista foram ligeiramente subestimados atingindo-se um erro médio de 20,0%.

Pode concluir-se que os valores da modelação numérica e os valores previstos no EC2 (2010) foram boas aproximações uma vez que estavam próximos dos valores experimentais, enquanto que na previsão do *Model Code 2010* (2010) os valores previstos foram ligeiramente menores que os valores obtidos experimentalmente e na modelação numérica, revelando para este universo de *specimens* um modelo ligeiramente conservador.

5. ESTUDO PARAMÉTRICO DO PUNÇOAMENTO

5.1. INTRODUÇÃO

Este capítulo tem como objectivo a apresentação do estudo paramétrico do punçoamento em lajes fungiformes, através de análise numérica. Para esse efeito recorreu-se a um programa de elementos finitos de análise não linear, o Atena 3D.

Para esta dissertação foram criados 216 modelos numéricos da zona adjacente a um pilar central de uma laje fungiforme, que se apresentam neste capítulo. Estes modelos representam lajes fungiformes maciças, na situação em que o apoio é um pilar interior. A simulação e modelação foram realizadas como descritos no capítulo 4, variando as dimensões e características dos materiais. Os parâmetros variados neste estudo foram a percentagem de armadura longitudinal, a espessura da laje, a classe de resistência do betão e a dimensão do pilar.

Os resultados monitorizados, no programa de análise numérica não linear, foram valores de carga última e de deslocamentos verticais. Estes valores são analisados entre si, de acordo com a variação dos parâmetros, e comparados com os valores previstos no EC 2 (2010) e no *Model Code 2010* (2010). Por comparação dos resultados obtidos com a previsão da resistência ao punçoamento do EC 2 (2010) é, ainda, proposta uma alteração nessa expressão. Por fim, analisam-se as rotações da laje na zona exterior ao pilar, e comparam-se esses resultados com valores previstos, segundo estudos realizados por Muttoni (2008) e o *Model Code 2010* (2010).

Pelo facto de se estar perante um número elevado de modelos numéricos foi definida uma forma padrão para os designar, de modo a se obter uma boa organização destes: $M_{h\rho f_c b}$. Em que: h , representa a espessura da laje e toma valores de 200, 225 e 250 (mm); ρ , representa a percentagem de armadura da laje e assume valores como 0.50, 0.75, 1.00, 1.25, 1.50 e 2.00; f_c é a resistência do betão à compressão em provetes cilíndricos e surge com 20, 25, 30 e 40 (MPa); e b é a dimensão do pilar e neste estudo foram de 300, 400 e 500 (mm). Um modelo denominado de $M_{225_075_30_400}$ significa que se está perante uma laje com espessura de 225 mm, uma percentagem de armadura longitudinal 0.75%, a classe de resistência do betão é C30/37 e a dimensão transversal do pilar é $400 \times 400 \text{ mm}^2$, como exemplo.

5.2. DESCRIÇÃO DOS MODELOS

5.2.1. Geometria

A dimensão dos modelos foi determinada de acordo com a sua espessura através da relação $h=L/30$. Assumiu-se, por aproximação, que o momento nulo é limitado a uma distância de $0,22 \times L$ do centro do pilar. O pilar foi simulado por uma placa de aço com 100 mm de espessura e as dimensões transversais correspondentes ao pilar simulado. Para a colocação dos apoios, junto à zona de momento nulo, acrescentou-se 180, 125 e 150 mm para uma espessura de 200, 225 e 500 mm, respectivamente, de forma a simplificar o tamanho do modelo e a perfeita colocação das chapas de apoio ($100 \times 100 \times 20 \text{ mm}^3$). As dimensões dos modelos estão representadas no quadro 5.1, e podem ser ainda consultadas as alturas úteis médias, d , de cada modelo de acordo com a respectiva espessura.

Quadro 5.1 – Dimensões dos modelos numéricos

h (mm)	L (m)	$0,22 \times L$ (m)	L_{modelo} (m)	d (m)
200	6,00	1,320	1,500	0,165
225	6,75	1,485	1,600	0,190
250	7,50	1,650	1,800	0,215

Os apoios foram colocados de forma simétrica no $\frac{1}{4}$ de laje simulado, como se pode observar, como exemplo, na figura 5.1.

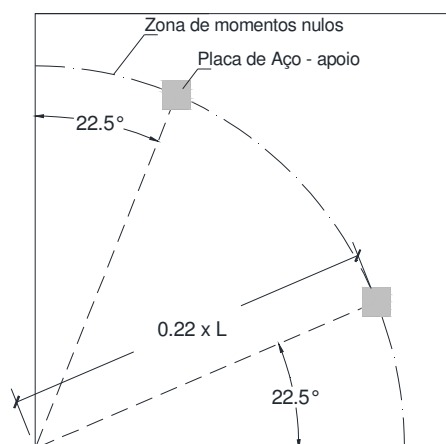


Figura 5.1 - Exemplo de colocação dos apoios nos modelos numéricos.

Os ensaios foram realizados de forma idêntica ao descrito no capítulo anterior, através da prescrição de um deslocamento no centro do pilar, neste caso, no canto onde se intersectam os eixos de simetria. As condições de apoio e fronteira foram, também, simuladas como os modelos numéricos descritos no capítulo da calibração.

Nas imediações do pilar procedeu-se a um refinamento da malha, sendo os modelos

numéricos constituídos por 8 elementos brick, em altura, e na zona sem refinamento constituídos por 4 elementos. Os refinamentos de malha prolongavam-se em 0,4, 0,5 e 0,5 m nas espessuras de laje 200, 225 e 250 mm, respectivamente.

5.2.2. Materiais

No quadro 5.2 encontram-se os valores associados a cada classe de betão, para o valor característico da tensão de rotura à compressão de provetes cilíndricos, f_{ck} , o valor médio da tensão à tracção do betão, f_{ctm} , e o valor do módulo de elasticidade do betão, E_{cm} . A energia de fractura foi calculada segundo a expressão 4.4, descrita no capítulo 4.

Quadro 5.2 – Características do betão

Classe de Betão	C20/25	C25/30	C30/37	C40/50
f_{ck} (MPa)	20	25	30	40
f_{ctm} (MPa)	2,2	2,6	2,9	3,5
E_{cm} (GPa)	30	31	33	35
G_f (N/m)	55	65	72,5	87,5

A modelação dos varões de armadura longitudinal efectuou-se recorrendo a elementos barra, armadura discreta, assumindo o material com comportamento bilinear. A tensão de cedência característica do aço, f_{yk} , adoptada para os varões longitudinais foi de 500 MPa.

A armadura longitudinal inferior foi determinada pela expressão da armadura mínima, segundo o EC 2 (2010), sem se ter em conta os factores de segurança (expressão 5.1). A armadura longitudinal superior foi definida consoante a área de aço correspondente à percentagem de armadura, ρ , de cada modelo segundo a expressão 5.2. No programa de análise não linear, o Atena 3D, a área das armaduras longitudinais são definidas pelo diâmetro de cada varão. Assim, em todos os modelos, a armadura longitudinal inferior é composta por varões espaçados a 20 cm, no qual o primeiro se encontra a 10 cm do eixo de simetria. Quanto à armadura longitudinal superior é constituída por varões espaçados a 10 cm, em que o primeiro varão se situa sobre o eixo de simetria, sendo simulado com metade da área correspondente. Na figura 5.2 está ilustrado um exemplo das armaduras longitudinais dos modelos. Os varões de armadura longitudinal na direcção da esquerda para a direita, segundo a figura 5.2, foram instalados exteriormente, em relação aos varões na outra direcção, daí resulta na direcção com maior altura útil. No quadro 5.3 apresentam-se os diâmetros correspondentes aos varões de aço de forma a atingir as áreas de armadura longitudinal superior relativas a cada modelo, determinados segundo a expressão 5.3. O parâmetro b_t corresponde à largura média da zona tracionada.

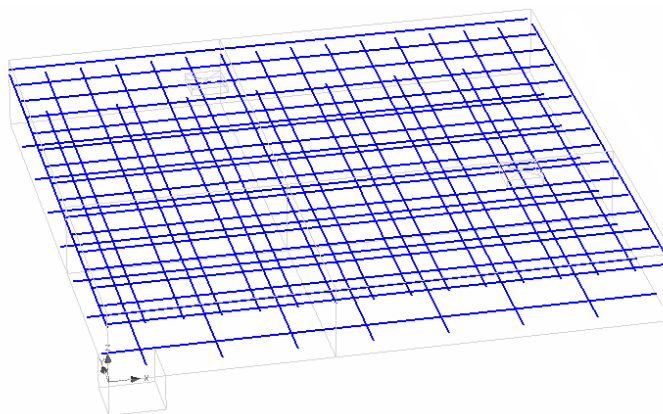
$$A_{s,min} = 0,26 \times \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} b_t d \geq 0,0013 b_t d \quad (5.1)$$

$$A_s = \frac{\rho}{100} b_t d \quad (5.2)$$

$$D_\phi = \sqrt{\frac{4 \cdot A_s}{\pi}} \quad (5.3)$$

Quadro 5.3 – Diâmetros dos varões de aço, D_{ϕ} , da armadura longitudinal superior, em mm.

h (mm)	ρ (%)					
	0,50	0,75	1,00	1,25	1,50	2,00
200	10,25	12,55	14,50	16,21	17,76	20,50
225	11,00	13,50	15,60	17,40	19,00	22,00
250	11,70	14,33	16,55	18,50	20,26	23,40

**Figura 5.2** – Exemplo das armaduras longitudinais de um modelo numérico.

5.2.3. Instrumentação

Para o registo dos valores resultantes da análise numérica, os pontos monitorizados para a avaliação das cargas de rotura, foram introduzidos no canto da chapa de aço, que simula o pilar, o que corresponderia ao centro do pilar, numa situação em que a laje fosse modelada na totalidade. Foram, ainda, monitorizados pontos que avaliam os deslocamentos verticais da laje, nomeadamente no ponto de interseção da zona de momento nulo e a uma distância de vezes a altura útil dos modelos do centro do pilar, ambos na extremidade do modelo paralela aos varões com maior altura útil, que coincide com um eixo de simetria.

5.3. ANÁLISE DOS RESULTADOS

5.3.1. Cargas de rotura ao punçamento dos modelos numéricos

Nos quadros 5.4, 5.5, 5.6, 5.7, 5.8 e 5.9 apresentam-se os valores das cargas de rotura ao punçamento dos modelos numéricos, V_{MEF} , através da análise não linear realizada com o programa computacional Atena 3D. Nos referidos quadros pode, ainda, observar-se os valores previstos para a carga de rotura ao punçamento em duas normas, nomeadamente, o EC2 (2010), $V_{Rm,EC2}$, e o Model Code 2010 (2010) (previsão de nível II), $V_{Rm,MC2010}$. Estes valores foram obtidos como enumerado nas expressões 4.5 e 4.9 do capítulo 4, para EC2 e para o Model Code 2010, respectivamente. É realizada, também, uma comparação entre os valores resultantes da análise numérica com os valores previstos nas normas.

No quadro 5.10 pode ser consultada a média (μ), o desvio padrão (σ) e o coeficiente de variação (COV) da relação entre as cargas resultantes dos ensaios numéricos, com os valores previstos nas normas.

Quadro 5.4 – Cargas de rotura para $h=200$ mm e $f_c=20$ e 25 MPa.

Modelo	V_{MEF} (kN)	$V_{Rm,EC2}$ (kN)	$V_{MEF}/V_{Rm,EC2}$	$V_{Rm,MC2010}$ (kN)	$V_{MEF}/V_{Rm,MC2010}$
M_200_050_20_300	427,20	440,06	0,97	380,99	1,12
M_200_075_20_300	537,20	503,75	1,07	451,64	1,19
M_200_100_20_300	579,20	554,44	1,04	503,21	1,15
M_200_125_20_300	614,00	597,26	1,03	542,47	1,13
M_200_150_20_300	651,20	634,68	1,03	573,43	1,14
M_200_200_20_300	703,60	698,56	1,01	617,71	1,14
M_200_050_20_400	472,00	493,84	0,96	424,67	1,11
M_200_075_20_400	559,60	565,30	0,99	506,76	1,10
M_200_100_20_400	614,80	622,19	0,99	567,43	1,08
M_200_125_20_400	649,60	670,24	0,97	614,55	1,06
M_200_150_20_400	700,80	712,23	0,98	651,97	1,07
M_200_200_20_400	787,60	783,92	1,00	706,34	1,12
M_200_050_20_500	500,00	547,61	0,91	463,54	1,08
M_200_075_20_500	557,60	626,86	0,89	555,56	1,00
M_200_100_20_500	616,80	689,94	0,89	624,76	0,99
M_200_125_20_500	682,40	743,22	0,92	678,79	1,01
M_200_150_20_500	748,00	789,79	0,95	722,02	1,04
M_200_200_20_500	832,40	869,28	0,96	785,66	1,06
M_200_050_25_300	458,00	474,04	0,97	406,57	1,13
M_200_075_25_300	571,60	542,64	1,05	484,87	1,18
M_200_100_25_300	634,00	597,26	1,06	543,20	1,17
M_200_125_25_300	676,40	643,38	1,05	588,68	1,15
M_200_150_25_300	710,80	683,69	1,04	625,13	1,14
M_200_200_25_300	784,00	752,50	1,04	679,47	1,15
M_200_050_25_400	494,40	531,97	0,93	452,38	1,09
M_200_075_25_400	609,60	608,95	1,00	543,23	1,12
M_200_100_25_400	643,20	670,24	0,96	611,54	1,05
M_200_125_25_400	690,40	721,99	0,96	665,74	1,04
M_200_150_25_400	758,80	767,23	0,99	709,61	1,07
M_200_200_25_400	844,40	844,45	1,00	775,87	1,09
M_200_050_25_500	524,40	589,89	0,89	493,23	1,06
M_200_075_25_500	599,60	675,26	0,89	594,69	1,01
M_200_100_25_500	670,00	743,22	0,90	672,45	1,00
M_200_125_25_500	718,80	800,61	0,90	734,20	0,98
M_200_150_25_500	768,80	850,77	0,90	784,72	0,98
M_200_200_25_500	859,20	936,40	0,92	862,10	1,00

Quadro 5.5 – Cargas de rotura para h=200 mm e $f_c=30$ e 40 MPa.

Modelo	V_{MEF} (kN)	$V_{Rm,EC2}$ (kN)	$V_{MEF}/V_{Rm,EC2}$	$V_{Rm,MC2010}$ (kN)	$V_{MEF}/V_{Rm,MC2010}$
M_200_050_30_300	492,40	503,75	0,98	427,93	1,15
M_200_075_30_300	640,40	576,64	1,11	512,78	1,25
M_200_100_30_300	726,00	634,68	1,14	576,83	1,26
M_200_125_30_300	753,60	683,69	1,10	627,45	1,20
M_200_150_30_300	797,20	726,53	1,10	668,57	1,19
M_200_200_30_300	868,00	799,65	1,09	731,17	1,19
M_200_050_30_400	518,00	565,30	0,92	475,62	1,09
M_200_075_30_400	669,20	647,11	1,03	573,68	1,17
M_200_100_30_400	729,20	712,23	1,02	648,42	1,12
M_200_125_30_400	759,60	767,23	0,99	708,48	1,07
M_200_150_30_400	844,00	815,31	1,04	757,69	1,11
M_200_200_30_400	946,00	897,36	1,05	833,75	1,13
M_200_050_30_500	555,60	626,86	0,89	518,14	1,07
M_200_075_30_500	680,40	717,57	0,95	627,40	1,08
M_200_100_30_500	738,00	789,79	0,93	712,22	1,04
M_200_125_30_500	801,20	850,77	0,94	780,38	1,03
M_200_150_30_500	876,00	904,08	0,97	836,96	1,05
M_200_200_30_500	1.013,60	995,07	1,02	925,36	1,10
M_200_050_40_300	514,80	554,44	0,93	462,73	1,11
M_200_075_40_300	700,00	634,68	1,10	558,39	1,25
M_200_100_40_300	842,00	698,56	1,21	631,66	1,33
M_200_125_40_300	913,60	752,50	1,21	690,69	1,32
M_200_150_40_300	914,00	799,65	1,14	739,48	1,24
M_200_200_40_300	990,40	880,12	1,13	815,41	1,21
M_200_050_40_400	562,80	622,19	0,90	513,55	1,10
M_200_075_40_400	731,20	712,23	1,03	623,01	1,17
M_200_100_40_400	852,40	783,92	1,09	708,41	1,20
M_200_125_40_400	858,80	844,45	1,02	777,67	1,10
M_200_150_40_400	943,20	897,36	1,05	835,65	1,13
M_200_200_40_400	1.050,80	987,67	1,06	927,43	1,13
M_200_050_40_500	593,20	689,94	0,86	558,66	1,06
M_200_075_40_500	773,60	789,79	0,98	680,57	1,14
M_200_100_40_500	830,40	869,28	0,96	776,38	1,07
M_200_125_40_500	893,20	936,40	0,95	855,24	1,04
M_200_150_40_500	957,20	995,07	0,96	921,35	1,04
M_200_200_40_500	1.085,60	1.095,22	0,99	1.027,47	1,06

Quadro 5.6 – Cargas de rotura para h=225 mm e $f_c=20$ e 25 MPa.

Modelo	V_{MEF} (kN)	$V_{Rm,EC2}$ (kN)	$V_{MEF}/V_{Rm,EC2}$	$V_{Rm,MC2010}$ (kN)	$V_{MEF}/V_{Rm,MC2010}$
M_225_050_20_300	561,60	535,55	1,05	462,65	1,21
M_225_075_20_300	671,60	613,05	1,10	547,89	1,23
M_225_100_20_300	780,80	674,75	1,16	610,15	1,28
M_225_125_20_300	831,20	726,85	1,14	657,65	1,26
M_225_150_20_300	867,20	772,40	1,12	694,86	1,25
M_225_200_20_300	923,60	850,13	1,09	748,31	1,23
M_225_050_20_400	616,80	595,26	1,04	513,65	1,20
M_225_075_20_400	779,60	681,40	1,14	612,07	1,27
M_225_100_20_400	828,40	749,98	1,10	685,12	1,21
M_225_125_20_400	898,80	807,89	1,11	741,61	1,21
M_225_150_20_400	938,00	858,51	1,09	786,40	1,19
M_225_200_20_400	1.019,60	944,92	1,08	851,64	1,20
M_225_050_20_500	690,80	654,97	1,05	559,13	1,24
M_225_075_20_500	764,40	749,76	1,02	669,68	1,14
M_225_100_20_500	841,20	825,21	1,02	752,10	1,12
M_225_125_20_500	912,40	888,93	1,03	816,73	1,12
M_225_150_20_500	966,80	944,63	1,02	868,42	1,11
M_225_200_20_500	1.053,20	1.039,70	1,01	944,50	1,12
M_225_050_25_300	600,40	576,90	1,04	493,62	1,22
M_225_075_25_300	728,00	660,39	1,10	588,29	1,24
M_225_100_25_300	836,00	726,85	1,15	658,85	1,27
M_225_125_25_300	901,60	782,98	1,15	713,77	1,26
M_225_150_25_300	953,20	832,04	1,15	757,73	1,26
M_225_200_25_300	1.026,80	915,78	1,12	823,15	1,25
M_225_050_25_400	635,60	641,22	0,99	547,24	1,16
M_225_075_25_400	849,60	734,02	1,16	656,42	1,29
M_225_100_25_400	887,60	807,89	1,10	738,50	1,20
M_225_125_25_400	954,00	870,28	1,10	803,48	1,19
M_225_150_25_400	1.006,80	924,81	1,09	856,10	1,18
M_225_200_25_400	1.098,80	1.017,88	1,08	935,58	1,17
M_225_050_25_500	731,20	705,55	1,04	595,06	1,23
M_225_075_25_500	825,20	807,65	1,02	716,99	1,15
M_225_100_25_500	920,00	888,93	1,03	809,62	1,14
M_225_125_25_500	1.004,40	957,57	1,05	883,69	1,14
M_225_150_25_500	1.041,60	1.017,57	1,02	944,19	1,10
M_225_200_25_500	1.144,40	1.119,99	1,02	1.036,56	1,10

Quadro 5.7 – Cargas de rotura para h=225 mm e $f_c=30$ e 40 MPa.

Modelo	V_{MEF} (kN)	$V_{Rm,EC2}$ (kN)	$V_{MEF}/V_{Rm,EC2}$	$V_{Rm,MC2010}$ (kN)	$V_{MEF}/V_{Rm,MC2010}$
M_225_050_30_300	638,00	613,05	1,04	519,64	1,23
M_225_075_30_300	827,60	701,77	1,18	622,21	1,33
M_225_100_30_300	907,60	772,40	1,18	699,72	1,30
M_225_125_30_300	990,40	832,04	1,19	760,86	1,30
M_225_150_30_300	1.039,20	884,17	1,18	810,47	1,28
M_225_200_30_300	1.138,80	973,16	1,17	885,85	1,29
M_225_050_30_400	695,60	681,40	1,02	575,43	1,21
M_225_075_30_400	905,60	780,01	1,16	693,34	1,31
M_225_100_30_400	1.009,20	858,51	1,18	783,14	1,29
M_225_125_30_400	1.020,00	924,81	1,10	855,17	1,19
M_225_150_30_400	1.130,40	982,75	1,15	914,29	1,24
M_225_200_30_400	1.196,80	1.081,66	1,11	1.005,47	1,19
M_225_050_30_500	759,60	749,76	1,01	625,18	1,22
M_225_075_30_500	963,60	858,26	1,12	756,56	1,27
M_225_100_30_500	999,20	944,63	1,06	858,01	1,16
M_225_125_30_500	1.110,40	1.017,57	1,09	939,46	1,18
M_225_150_30_500	1.121,20	1.081,33	1,04	1.007,20	1,11
M_225_200_30_500	1.225,20	1.190,16	1,03	1.112,81	1,10
M_225_050_40_300	689,20	674,75	1,02	562,14	1,23
M_225_075_40_300	912,80	772,40	1,18	677,85	1,35
M_225_100_40_300	1.028,40	850,13	1,21	766,35	1,34
M_225_125_40_300	1.121,20	915,78	1,22	837,67	1,34
M_225_150_40_300	1.164,40	973,16	1,20	896,52	1,30
M_225_200_40_300	1.259,60	1.071,10	1,18	988,23	1,27
M_225_050_40_400	726,80	749,98	0,97	621,43	1,17
M_225_075_40_400	968,40	858,51	1,13	753,44	1,29
M_225_100_40_400	1.154,80	944,92	1,22	855,72	1,35
M_225_125_40_400	1.205,20	1.017,88	1,18	939,16	1,28
M_225_150_40_400	1.233,60	1.081,66	1,14	1.008,79	1,22
M_225_200_40_400	1.322,80	1.190,52	1,11	1.118,86	1,18
M_225_050_40_500	784,80	825,21	0,95	674,29	1,16
M_225_075_40_500	1.076,00	944,63	1,14	820,87	1,31
M_225_100_40_500	1.170,80	1.039,70	1,13	935,94	1,25
M_225_125_40_500	1.212,80	1.119,99	1,08	1.029,81	1,18
M_225_150_40_500	1.275,60	1.190,16	1,07	1.109,16	1,15
M_225_200_40_500	1.370,80	1.309,94	1,05	1.235,92	1,11

Quadro 5.8 – Cargas de rotura para h=250 mm e $f_c=20$ e 25 MPa.

Modelo	V_{MEF} (kN)	$V_{Rm,EC2}$ (kN)	$V_{MEF}/V_{Rm,EC2}$	$V_{Rm,MC2010}$ (kN)	$V_{MEF}/V_{Rm,MC2010}$
M_250_050_20_300	673,20	639,08	1,05	549,11	1,23
M_250_075_20_300	739,20	731,56	1,01	650,30	1,14
M_250_100_20_300	791,60	805,19	0,98	723,93	1,09
M_250_125_20_300	870,00	867,36	1,00	780,05	1,12
M_250_150_20_300	920,00	921,71	1,00	823,99	1,12
M_250_200_20_300	1.036,00	1.014,48	1,02	887,06	1,17
M_250_050_20_400	723,60	704,60	1,03	607,41	1,19
M_250_075_20_400	798,40	806,56	0,99	723,71	1,10
M_250_100_20_400	909,20	887,74	1,02	809,64	1,12
M_250_125_20_400	966,80	956,28	1,01	876,00	1,10
M_250_150_20_400	1.030,00	1.016,20	1,01	928,57	1,11
M_250_200_20_400	1.125,20	1.118,48	1,01	1.005,05	1,12
M_250_050_20_500	734,80	770,11	0,95	659,55	1,11
M_250_075_20_500	817,20	881,56	0,93	789,45	1,04
M_250_100_20_500	890,00	970,28	0,92	886,51	1,00
M_250_125_20_500	951,20	1.045,20	0,91	962,19	0,99
M_250_150_20_500	1.029,60	1.110,70	0,93	1.022,64	1,01
M_250_200_20_500	1.154,80	1.222,48	0,94	1.111,51	1,04
M_250_050_25_300	723,60	688,43	1,05	585,97	1,23
M_250_075_25_300	824,00	788,05	1,05	698,40	1,18
M_250_100_25_300	862,40	867,36	0,99	781,85	1,10
M_250_125_25_300	916,40	934,34	0,98	846,76	1,08
M_250_150_25_300	976,80	992,88	0,98	898,67	1,09
M_250_200_25_300	1.092,80	1.092,81	1,00	975,88	1,12
M_250_050_25_400	781,20	759,00	1,03	647,21	1,21
M_250_075_25_400	871,60	868,84	1,00	775,92	1,12
M_250_100_25_400	961,20	956,28	1,01	872,88	1,10
M_250_125_25_400	1.012,00	1.030,13	0,98	949,26	1,07
M_250_150_25_400	1.077,60	1.094,67	0,98	1.011,04	1,07
M_250_200_25_400	1.172,00	1.204,84	0,97	1.104,25	1,06
M_250_050_25_500	786,00	829,58	0,95	702,03	1,12
M_250_075_25_500	893,20	949,63	0,94	845,37	1,06
M_250_100_25_500	981,60	1.045,20	0,94	954,51	1,03
M_250_125_25_500	1.044,80	1.125,91	0,93	1.041,29	1,00
M_250_150_25_500	1.077,20	1.196,46	0,90	1.112,09	0,97
M_250_200_25_500	1.212,80	1.316,87	0,92	1.220,02	0,99

Quadro 5.9 – Cargas de rotura para h=250 mm e $f_c=30$ e 40 MPa.

Modelo	V_{MEF} (kN)	$V_{Rm,EC2}$ (kN)	$V_{MEF}/V_{Rm,EC2}$	$V_{Rm,MC2010}$ (kN)	$V_{MEF}/V_{Rm,MC2010}$
M_250_050_30_300	767,60	731,56	1,05	616,91	1,24
M_250_075_30_300	943,20	837,43	1,13	738,74	1,28
M_250_100_30_300	966,40	921,71	1,05	830,44	1,16
M_250_125_30_300	1.014,80	992,88	1,02	902,72	1,12
M_250_150_30_300	1.062,80	1.055,10	1,01	961,32	1,11
M_250_200_30_300	1.202,80	1.161,28	1,04	1.050,31	1,15
M_250_050_30_400	839,60	806,56	1,04	680,62	1,23
M_250_075_30_400	977,20	923,28	1,06	819,66	1,19
M_250_100_30_400	1.056,80	1.016,20	1,04	925,79	1,14
M_250_125_30_400	1.130,80	1.094,67	1,03	1.010,49	1,12
M_250_150_30_400	1.210,40	1.163,26	1,04	1.079,93	1,12
M_250_200_30_400	1.324,00	1.280,34	1,03	1.186,90	1,12
M_250_050_30_500	846,00	881,56	0,96	737,66	1,15
M_250_075_30_500	972,00	1.009,13	0,96	892,14	1,09
M_250_100_30_500	1.083,60	1.110,70	0,98	1.011,27	1,07
M_250_125_30_500	1.140,00	1.196,46	0,95	1.107,22	1,03
M_250_150_30_500	1.209,60	1.271,43	0,95	1.186,52	1,02
M_250_200_30_500	1.310,40	1.399,39	0,94	1.309,98	1,00
M_250_050_40_300	834,80	805,19	1,04	667,43	1,25
M_250_075_40_300	1.109,20	921,71	1,20	804,55	1,38
M_250_100_40_300	1.133,60	1.014,48	1,12	909,69	1,25
M_250_125_40_300	1.142,00	1.092,81	1,05	994,03	1,15
M_250_150_40_300	1.202,80	1.161,28	1,04	1.063,59	1,13
M_250_200_40_300	1.305,20	1.278,16	1,02	1.171,89	1,11
M_250_050_40_400	882,80	887,74	0,99	735,13	1,20
M_250_075_40_400	1.128,80	1.016,20	1,11	890,88	1,27
M_250_100_40_400	1.203,20	1.118,48	1,08	1.011,85	1,19
M_250_125_40_400	1.234,40	1.204,84	1,02	1.110,03	1,11
M_250_150_40_400	1.281,60	1.280,34	1,00	1.191,87	1,08
M_250_200_40_400	1.415,60	1.409,19	1,00	1.321,08	1,07
M_250_050_40_500	906,00	970,28	0,93	795,74	1,14
M_250_075_40_500	1.204,40	1.110,70	1,08	968,18	1,24
M_250_100_40_500	1.230,00	1.222,48	1,01	1.103,39	1,11
M_250_125_40_500	1.296,00	1.316,87	0,98	1.214,06	1,07
M_250_150_40_500	1.317,20	1.399,39	0,94	1.307,04	1,01
M_250_200_40_500	1.456,00	1.540,23	0,95	1.455,34	1,00

Quadro 5.10 – Média (μ), desvio padrão (σ) e coeficiente de variação (COV) da razão entre os valores de carga última ao punçamento dos modelos numéricos com os valores previstos nas normas.

Razão	μ	σ	COV
$V_{MEF}/V_{Rm,EC2}$	1,03	0,081	0,078
$V_{MEF}/V_{Rm,MC2010}$	1,14	0,090	0,079

Ilustra-se graficamente nas figuras seguintes, figura 5.3 e 5.4, o rácio dos valores das cargas numéricas com as previstas nas normas relacionada com os valores da resistência característica à compressão em cilindros, da espessura da laje, da percentagem da armadura do pilar e a dimensão do pilar. Nestes gráficos, apresentam-se linhas de tendência linear e uma recta horizontal correspondente ao valor “ótimo” de 1,00.

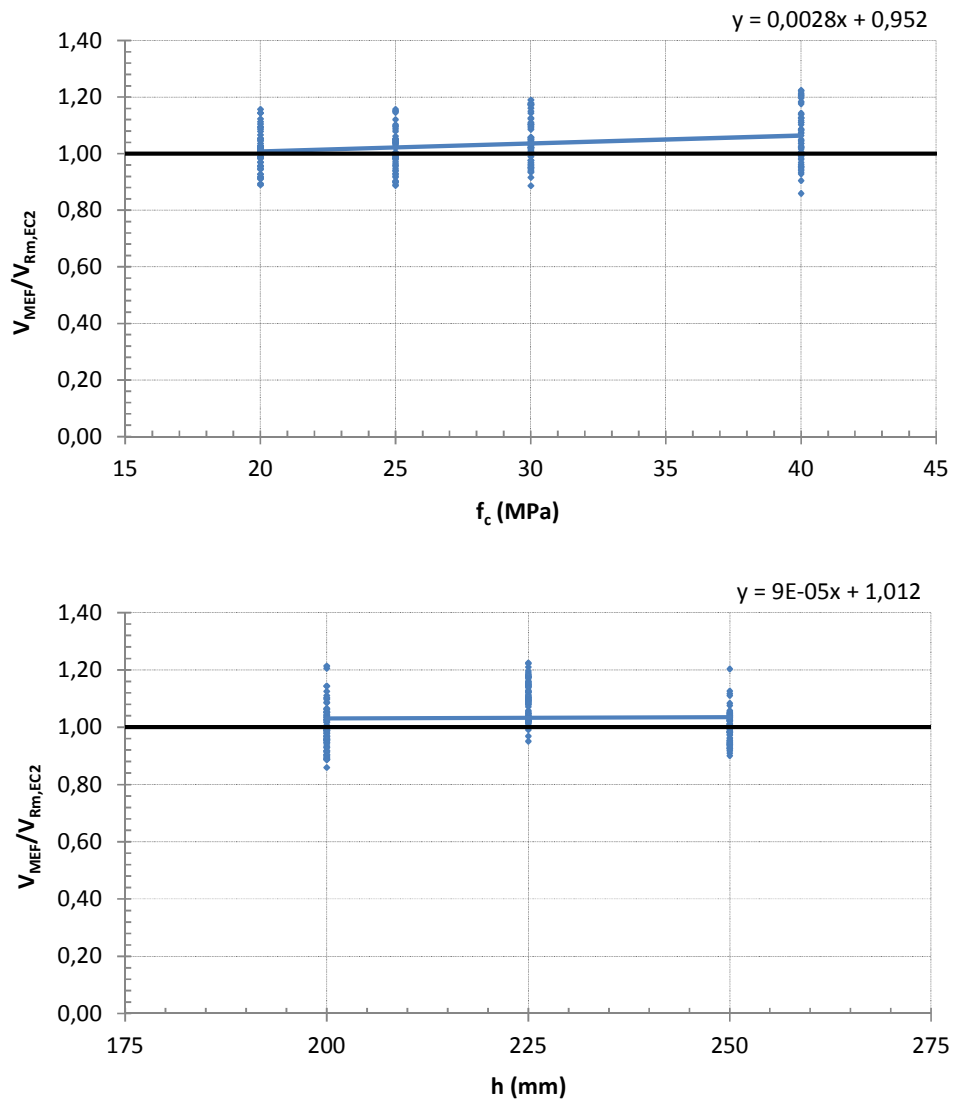


Figura 5.3.a – Influência dos parâmetros analisados, f_c e h , comparados com a previsão do EC2.

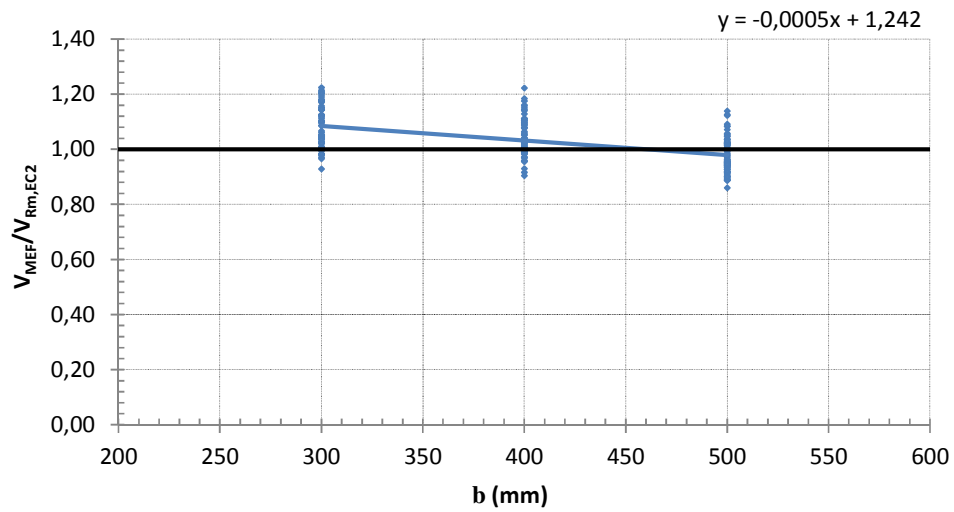
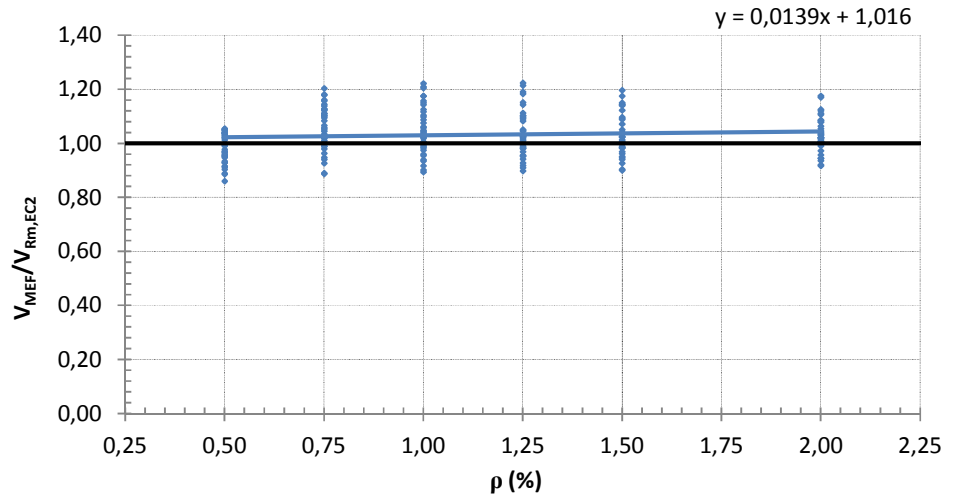


Figura 5.3.b – Influência dos parâmetros analisados, ρ e b , comparados com a previsão do EC2.

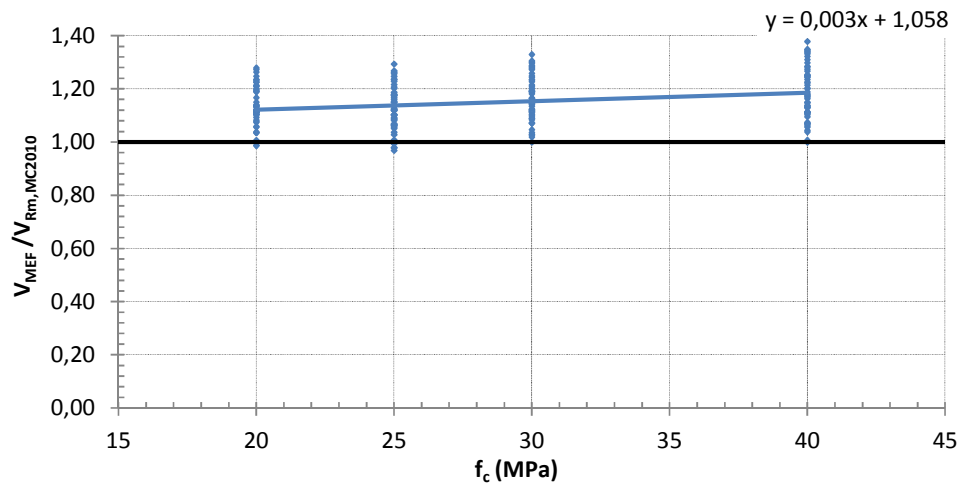


Figura 5.4.a – Influência dos parâmetros analisados, f_c , comparados com a previsão do MC2010.

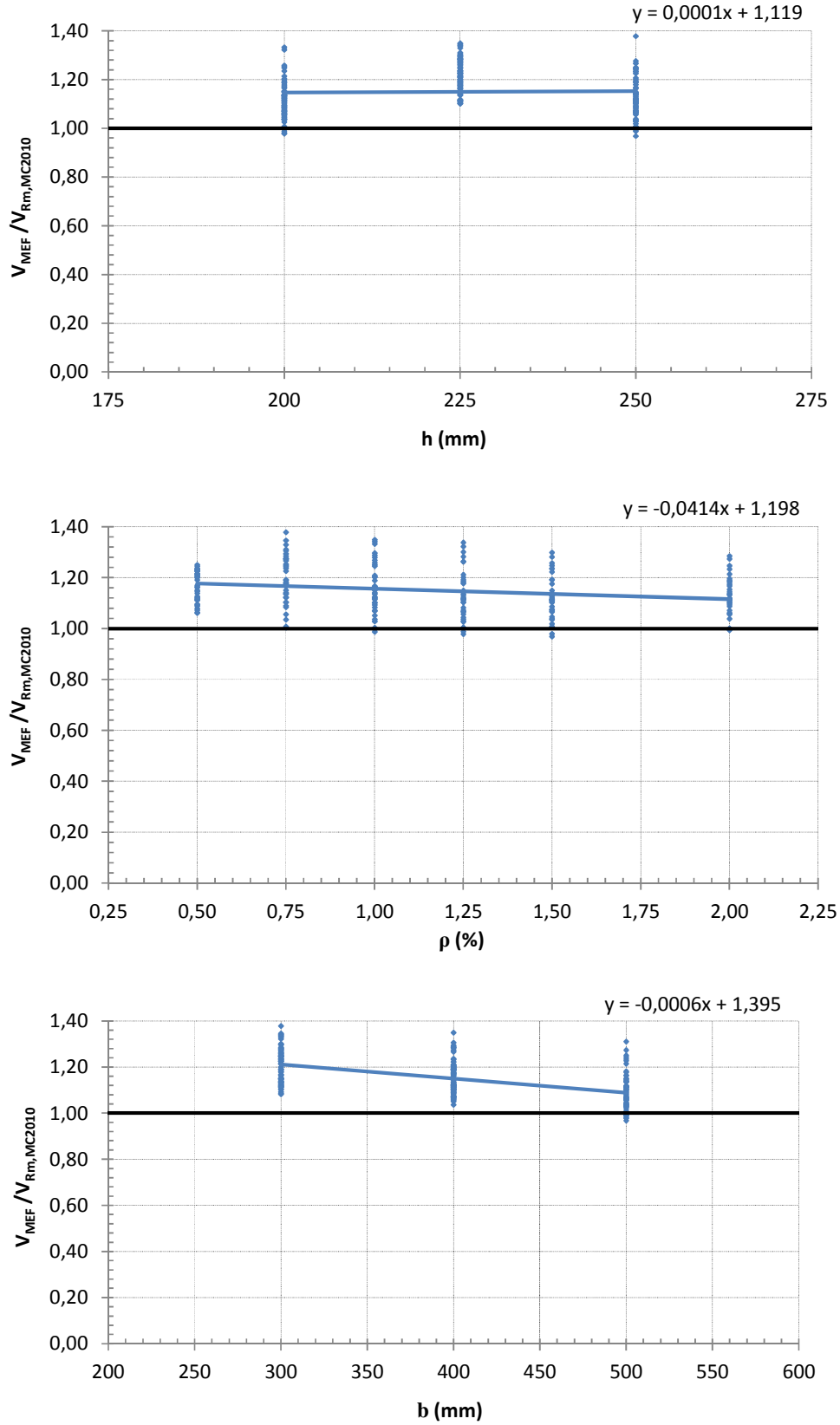


Figura 5.4.b – Influência dos parâmetros analisados, h, ρ e b, comparados com a previsão do MC2010.

Da observação dos quadros 5.4, 5.5, 5.6, 5.7, 5.8 e 5.9 pode afirmar-se, com evidência, que a resistência ao punçoamento aumenta quando se aumenta a percentagem de armadura longitudinal. Numa avaliação da resistência dos modelos numéricos ao punçoamento, tendo em conta o aumento do valor da dimensão do pilar, observa-se que houve um aumento significativo da carga quando se passa de um pilar com 300 mm de lado, para um de 400 mm, e ao se comparar os valores correspondentes a um pilar de 500 mm de lado, conclui-se que a carga aumenta apenas ligeiramente. Este facto pode ser explicado devido à dimensão da malha refinada junto ao pilar ter sido idêntica, para os vários tamanhos de pilar. Num pilar, com maior comprimento lateral, a dimensão da malha refinada é menor que num pilar com menor comprimento lateral, o que leva a se obter cargas de rotura maiores em elementos mais refinados (pilar de menor comprimento lateral) do que em elementos menos refinados (pilar com maior dimensão transversal), tal como Nogueira (2011) concluiu no seu trabalho.

Quando analisados os valores da carga de rotura ao punçoamento observa-se que esta aumenta com o aumento da espessura da laje e igualmente com o aumento com a classe do betão.

Nas figuras 5.3.a, 5.3.b, 5.4.a e 5.4.b observam-se as relações das cargas de rotura ao punçoamento com os parâmetros variados, observando-se algumas evidências do preconizado nas normas relacionado com os resultados numéricos.

Antes de se partir para uma avaliação de cada parâmetro variado, verifica-se que globalmente o *Model code 2010* foi mais conservativo que o Eurocódigo 2, tal como se pode observar pela distância das linhas de tendência linear às rectas horizontais, definida como $y=1$, e pela observação do quadro 5.10.

Quanto à variação da resistência à compressão do betão, pode observar-se que, quer na previsão presente Eurocódigo 2 quer na recomendação do *Model Code 2010*, com o aumento do parâmetro, resistência à compressão do betão, as cargas previstas vão sendo cada vez mais conservativas. Como se pode observar, nos gráficos apresentados anteriormente, a linha de tendência vai-se cada vez afastando da recta horizontal.

Na previsão da resistência ao punçoamento a espessura teve a mesma influência quer nas previsões das normas quer nos modelos numéricos, uma vez que a linha de tendência é praticamente paralela à recta horizontal. Esta previsão foi igualmente mais conservativa nas normas do que na modelação numérica.

A influência da percentagem armadura longitudinal, ao se comparar com as normas, revelou que com o aumento dessa percentagem o valor da previsão segundo o Eurocódigo 2 torna-se mais conservativa, por outro lado na recomendação do *Model Code 2010* verificou-se o contrário, ou seja, com o aumento da percentagem de armadura longitudinal os valores recomendados tornaram-se menos conservativos do que os valores correspondentes a armadura longitudinal baixa, sendo no entanto sempre conservativos.

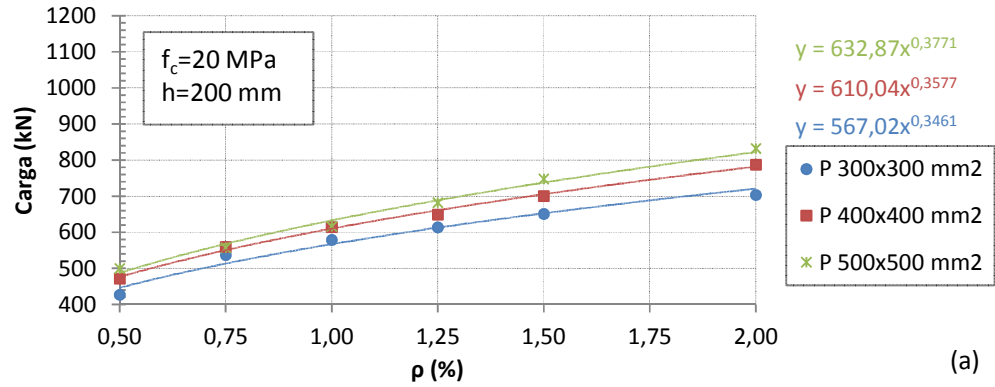
Segundo Eurocódigo 2 e o *Model Code 2010*, a previsão da resistência ao punçoamento, ao se variar a dimensão do pilar, torna-se menos conservativa ao se aumentar essa dimensão do que os resultados relativos ao estudo numérico. Em particular, no caso do Eurocódigo 2, a linha de tendência atinge a zona abaixo da recta horizontal, ou seja, a maioria dos valores previstos para essa dimensão de pilar, 500 mm, foram superiores aos valores obtidos na análise numérica, estando-se assim num patamar ligeiramente abaixo da segurança.

No quadro 5.10 observa-se que a média da razão entre os valores da análise numérica e os valores previstos no EC2 é de 1.03, com coeficiente de variação de 0.078. No caso da previsão do Model Code 2010 a média fixa-se em 1.14, com coeficiente de variação de 0.079. Pode dizer-se que as normas, em média, são mais conservativas que os modelos numéricos estudados, de acordo com os parâmetros introduzidos através do programa computacional, Atena 3D. O *Model Code* 2010 apresentou valores inferiores para a carga de rotura prevista ao punçamento, quando comparado com os do Eurocódigo 2, sendo mais conservador, apresentando, no entanto os resultados para o desvio padrão e coeficiente de variação semelhantes.

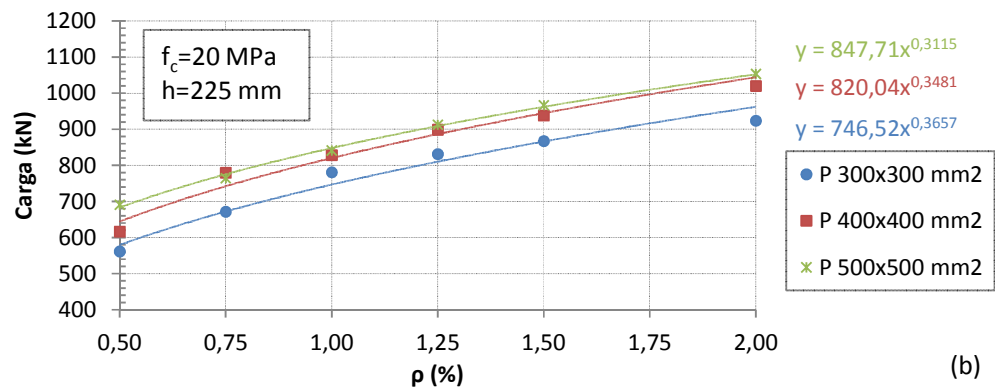
5.3.2. Influência da percentagem de armadura longitudinal (ρ) na carga de rotura ao punçamento

Neste ponto analisa-se a influência da percentagem de armadura longitudinal de tracção na resistência ao punçamento. Para esse efeito, nos gráficos que se apresentam de seguida, observam-se os pontos que correspondem às cargas de rotura ao punçamento, dos respectivos modelos e linhas de tendência com o tipo de regressão potencial, tal como a expressão associada a essa linha. Em cada gráfico fixou-se o valor de resistência à compressão do betão em provetes cilíndricos, f_c , e a espessura do modelo, h , e variou-se a percentagem de armadura longitudinal, ρ . Ilustrou-se em cada gráfico os três tipos de pilares considerados neste estudo de acordo com a classe do betão e a espessura fixadas no gráfico.

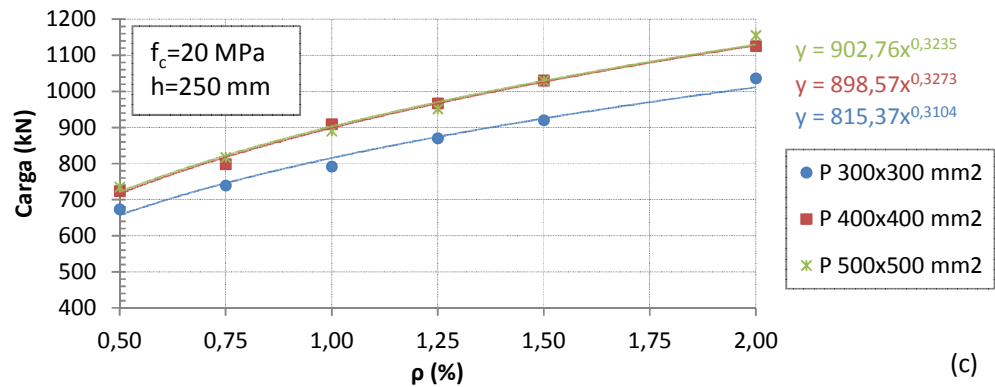
– $f_c = 20 \text{ MPa}$



(a)



(b)



(c)

Figura 5.5 – Evolução das cargas de rotura ao punçamento com a variação da percentagem de armadura longitudinal, ρ , em que: $f_c=20 \text{ MPa}$ e $h=200$ (a), $h=225$ (b) e $h=250$ (c).

– $f_c = 25 \text{ MPa}$

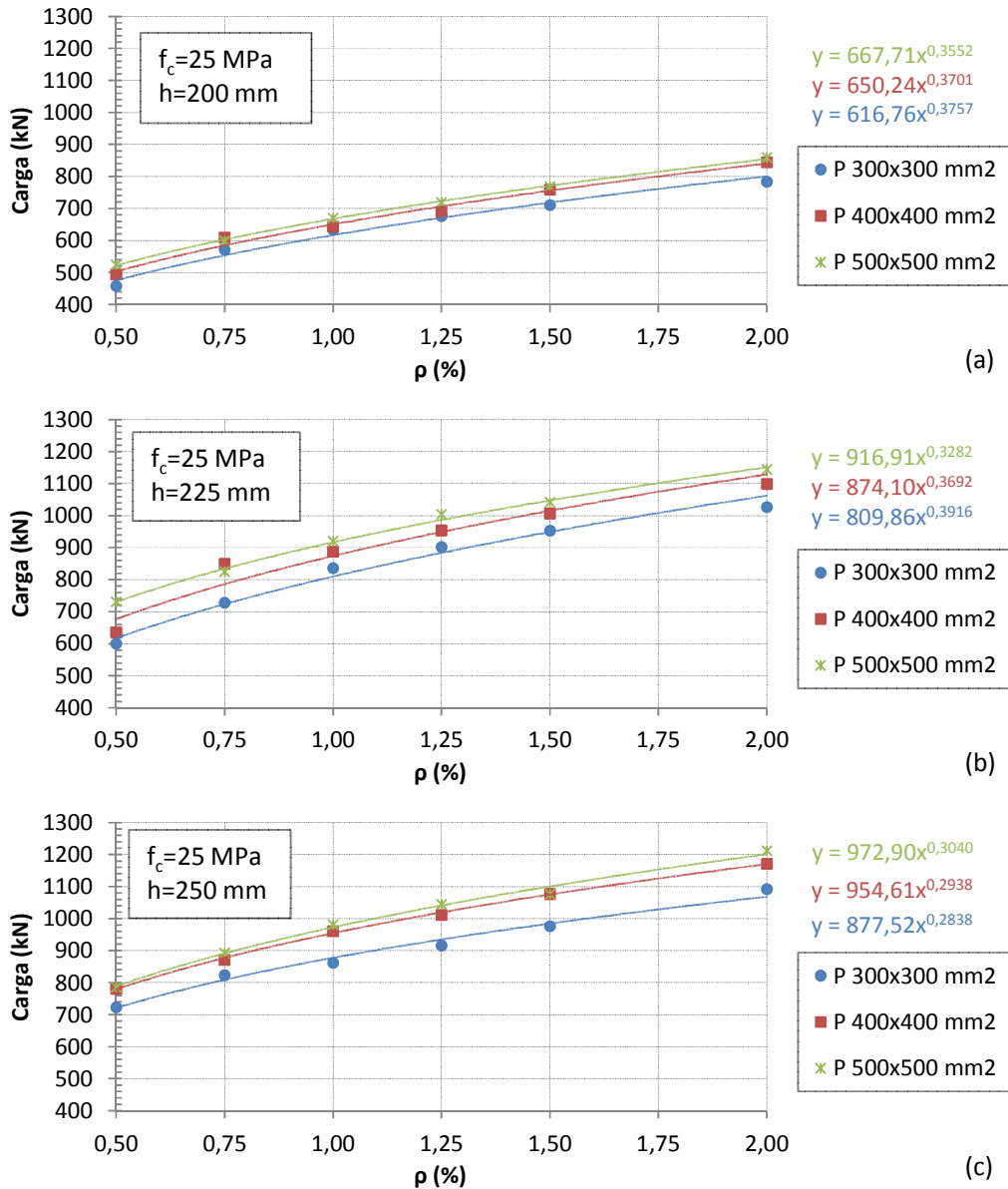


Figura 5.6 – Evolução das cargas de rotura ao punçamento com a variação da percentagem de armadura longitudinal, ρ , em que: $f_c = 25 \text{ MPa}$ e $h = 200$ (a), $h = 225$ (b) e $h = 250$ (c).

– $f_c = 30 \text{ MPa}$

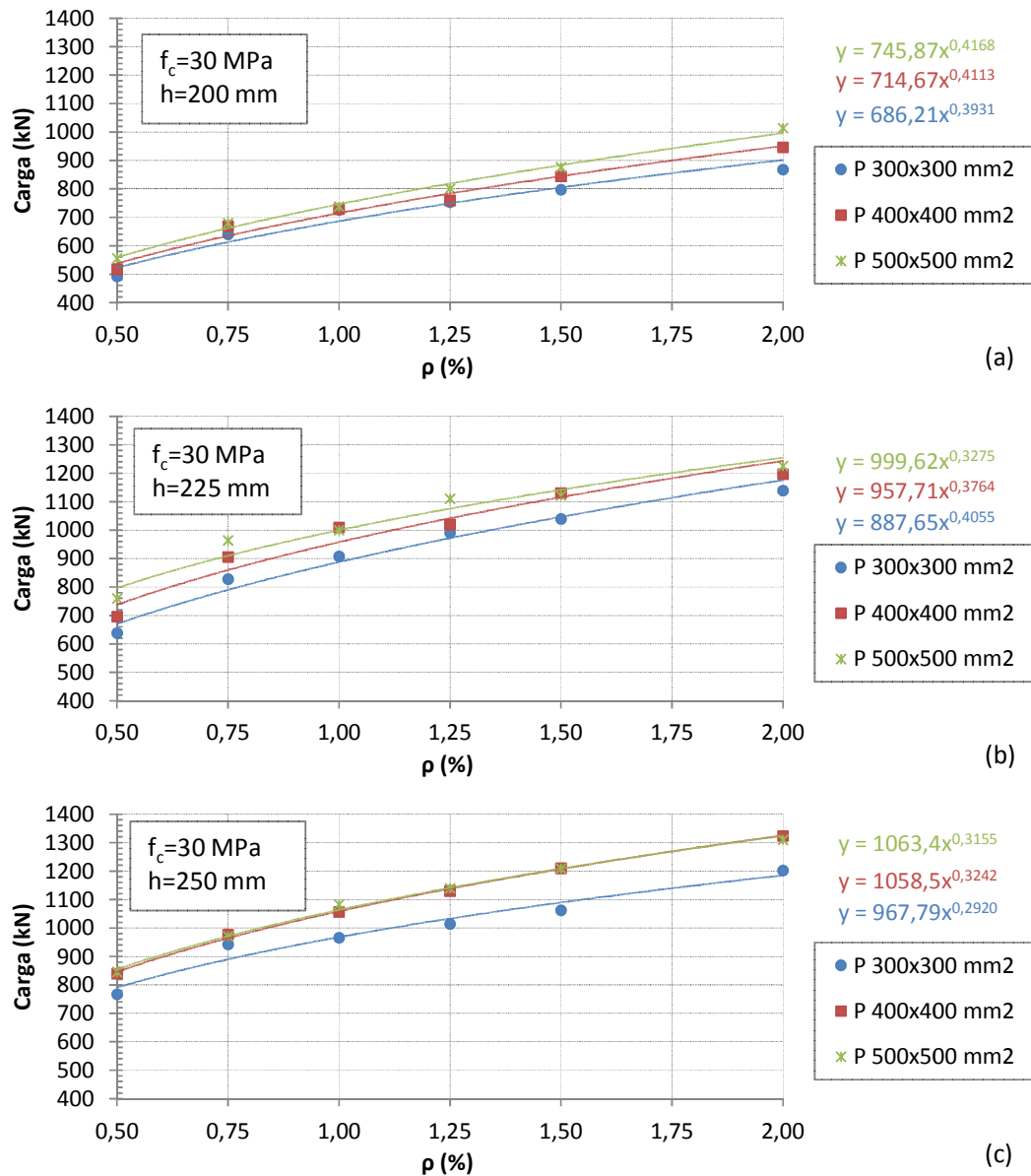


Figura 5.7 – Evolução das cargas de rotura ao punçoamento com a variação da percentagem de armadura longitudinal, ρ , em que: $f_c=30 \text{ MPa}$ e $h=200$ (a), $h=225$ (b) e $h=250$ (c).

– $f_c = 40 \text{ MPa}$

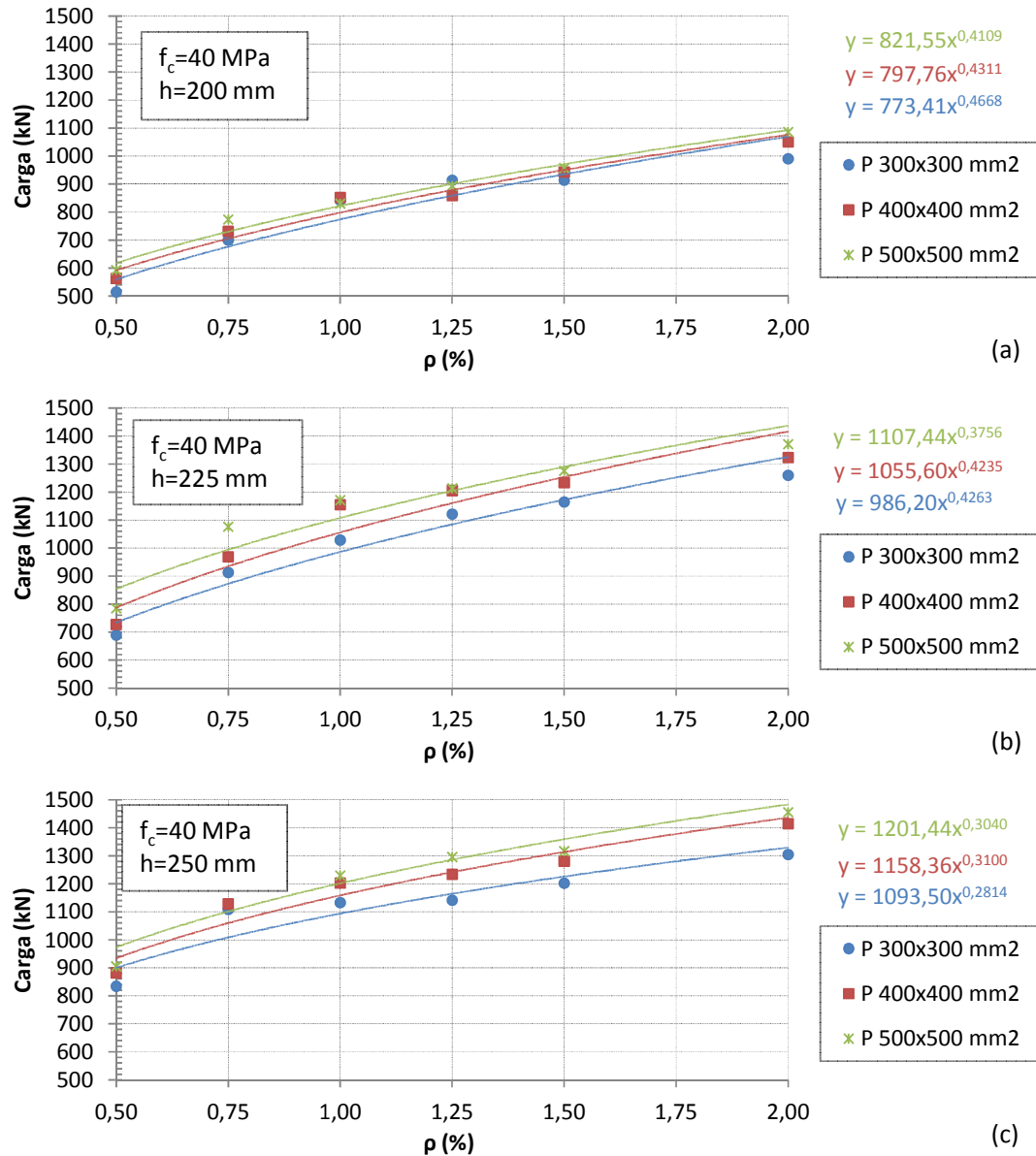


Figura 5.8 – Evolução das cargas de rotura ao punçamento com a variação da percentagem de armadura longitudinal, ρ , em que: $f_c = 40 \text{ MPa}$ e $h = 200$ (a), $h = 225$ (b) e $h = 250$ (c).

A influência da armadura longitudinal de tracção tem um papel importante na resistência ao punçamento, como se observa nas figuras 5.5 a 5.8. Constata-se, com clareza, que com o incremento do valor de percentagem de armadura longitudinal, o valor da carga de rotura nos modelos numéricos aumentou. A resistência ao punçamento, no caso analisado, teve um incremento aproximado com a raiz cúbica da percentagem geométrica de armadura longitudinal. A média dos expoentes das equações que caracterizam as linhas de tendência potenciais foi de 0.3564.

É de salientar que, na equação da previsão da resistência ao punçoamento presente no EC2, a percentagem de armadura longitudinal tem um expoente de $1/3$, o que é próximo dos expoentes das equações das linhas de tendência, presentes nas figuras anteriormente apresentadas.

Da generalidade dos casos constata-se igualmente um incremento de carga de rotura com o aumento da dimensão do pilar.

5.3.3. Influência da altura útil da laje (d) na carga de rotura ao punçoamento

Nesta secção analisa-se a influência da altura útil dos modelos na resistência ao punçoamento em lajes fungiformes maciças. Nos gráficos que se apresentam de seguida, observam-se os pontos que correspondem às cargas de rotura ao punçoamento, dos respectivos modelos e linhas de tendência com o tipo de regressão potencial, tal como a expressão associada a essa linha. Em cada gráfico fixou-se o valor de resistência à compressão do betão, em provetes cilíndricos, f_c , e a percentagem de armadura longitudinal de tração, ρ , e variou-se o valor da altura útil, d . Mostra-se em cada gráfico os três tamanhos de pilar, considerados neste estudo, de acordo com a classe do betão e a percentagem de armadura longitudinal de tração examinada.

– $f_c = 20 \text{ MPa}$

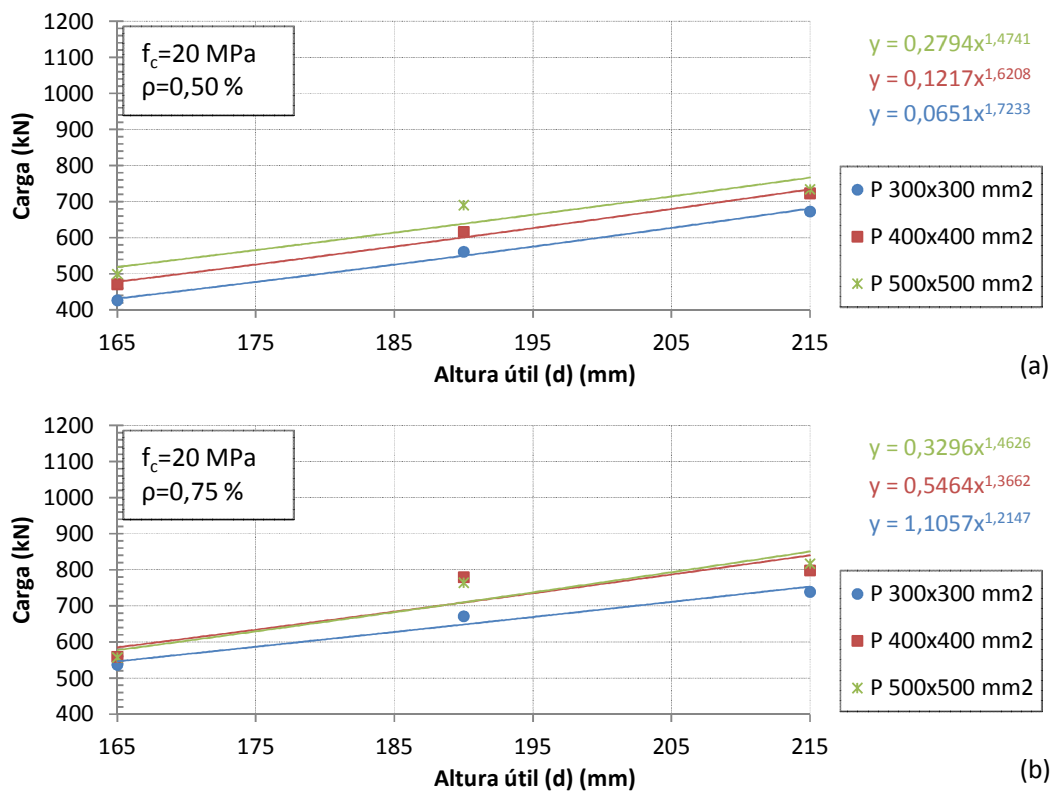


Figura 5.9.a – Cargas de rotura ao punçoamento, em que: $f_c = 20 \text{ MPa}$ e $\rho = 0,50\%$ (a) e $\rho = 0,75\%$ (b).

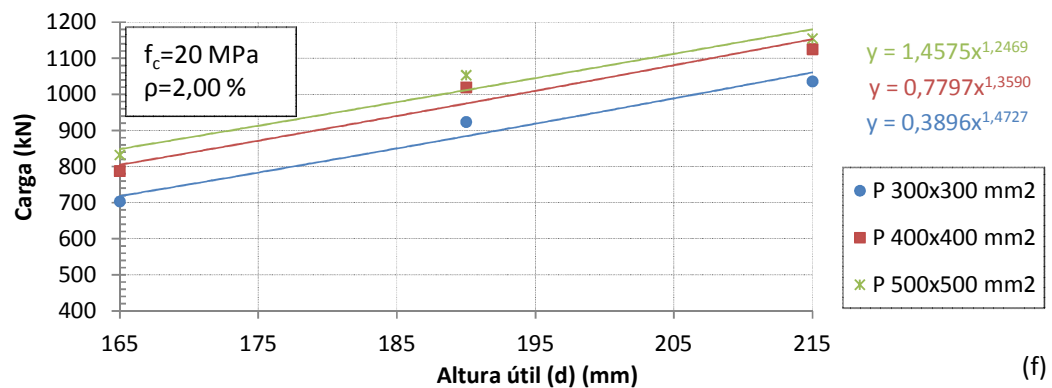
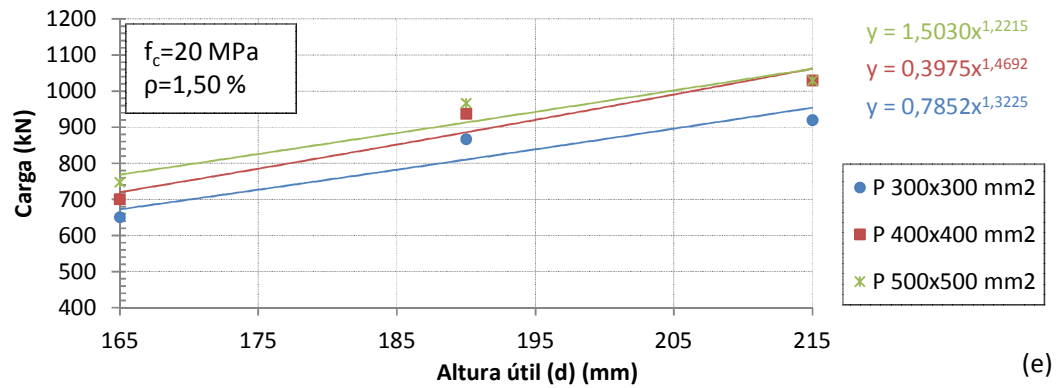
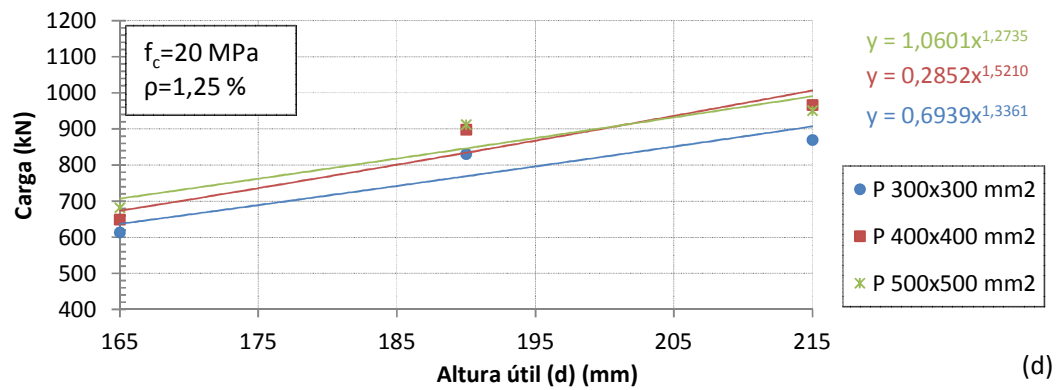
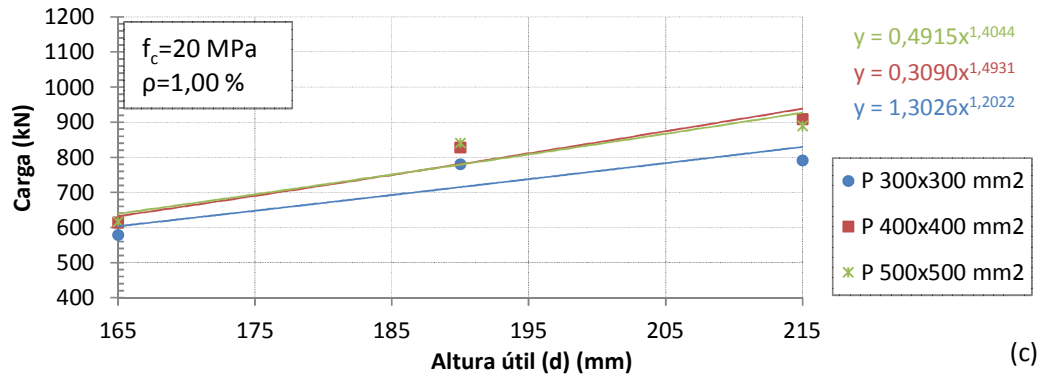


Figura 5.9.b – Cargas de rotura ao punçoamento, em que: $f_c=20 \text{ MPa}$ e $\rho=1,00\%$ (c), $\rho=1,25\%$ (d), $\rho=1,50\%$ (e), $\rho=2,00\%$ (f).

– $f_c = 25 \text{ MPa}$

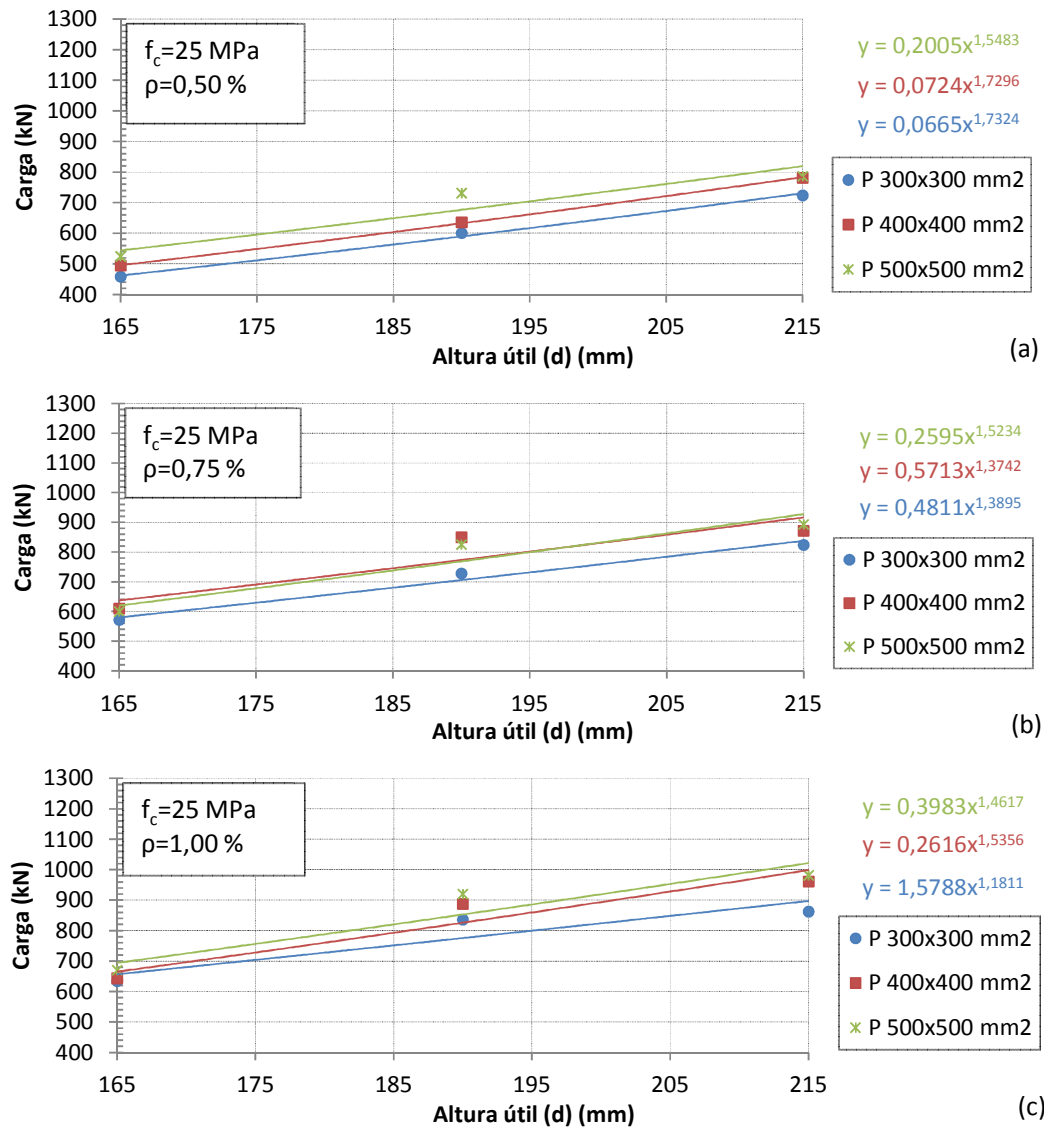


Figura 5.10.a – Cargas de rotura ao punçoamento, em que: $f_c = 25 \text{ MPa}$ e $\rho = 0,50\%$ (a), $\rho = 0,75\%$ (b), $\rho = 1,00\%$ (c).

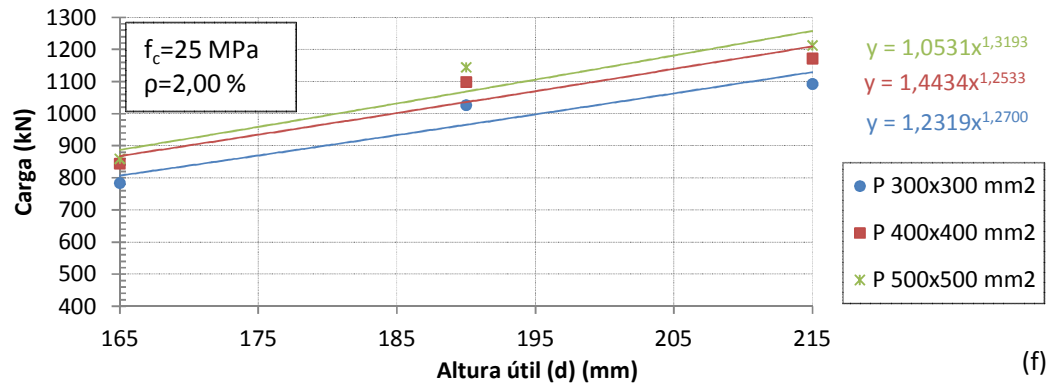
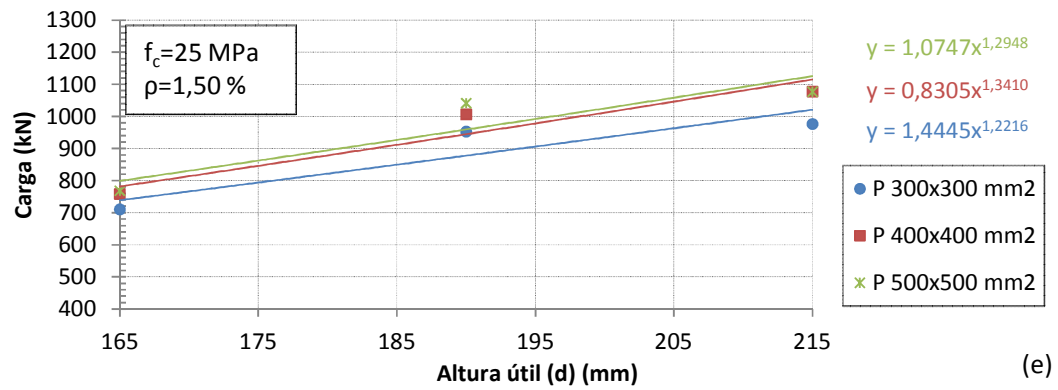
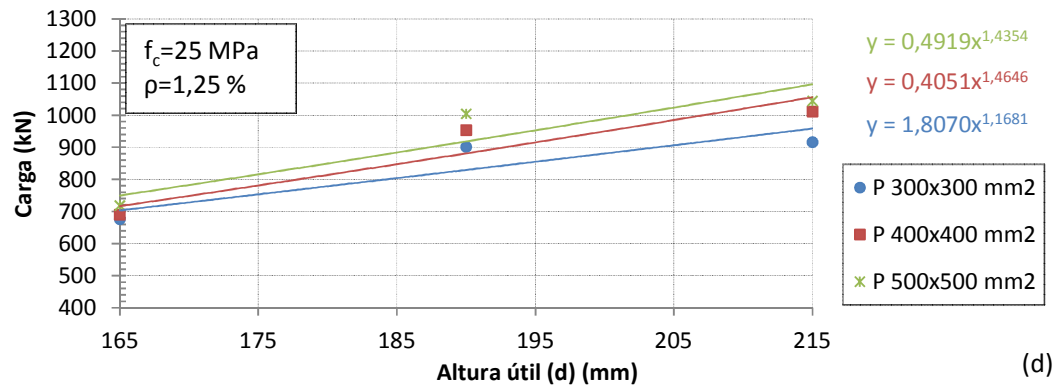


Figura 5.10.b – Cargas de rotura ao punçamento, em que: $f_c=25$ MPa e $\rho=1,25\%$ (d), $\rho=1,50\%$ (e), $\rho=2,00\%$ (f).

– $f_c = 30 \text{ MPa}$

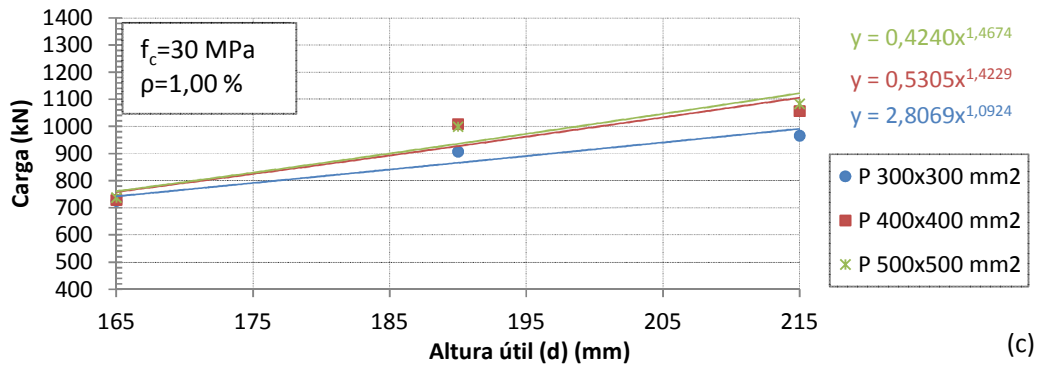
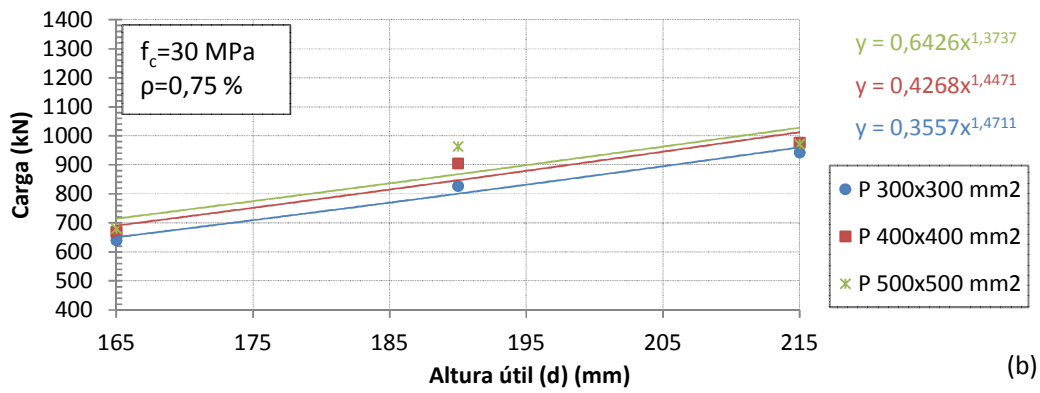
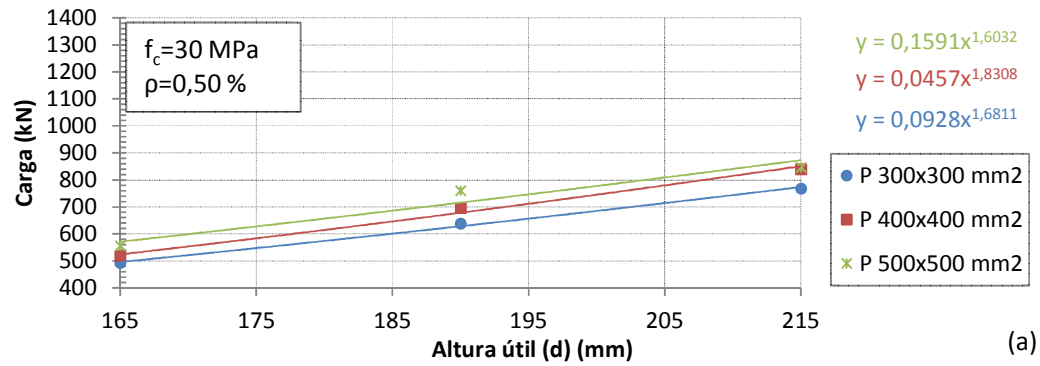


Figura 5.11.a – Cargas de rotura ao punçoamento, em que: $f_c=30\text{MPa}$ e $\rho=0,50\%$ (a), $\rho=0,75\%$ (b), $\rho=1,00\%$ (c).

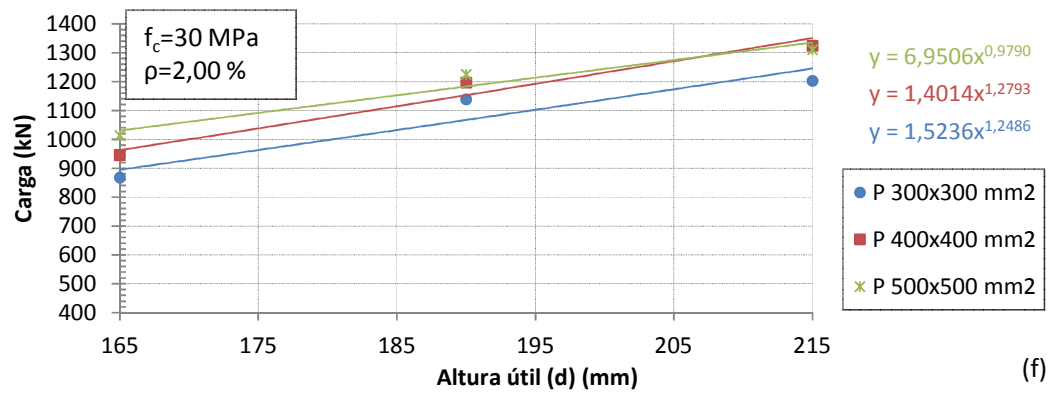
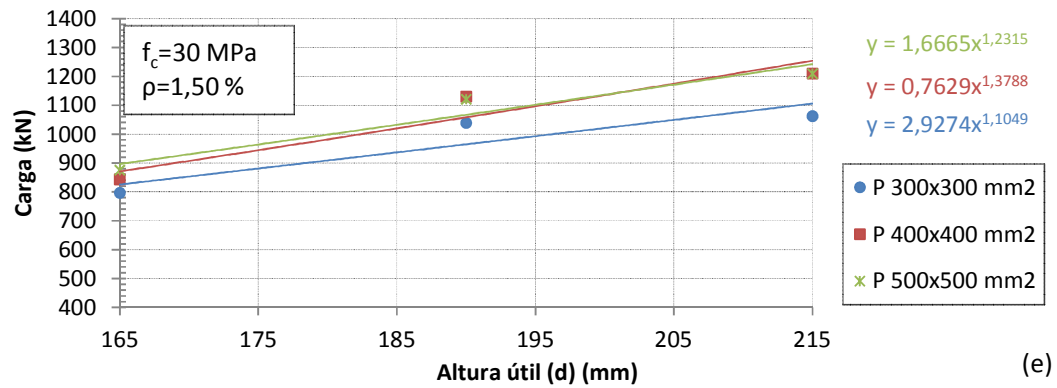
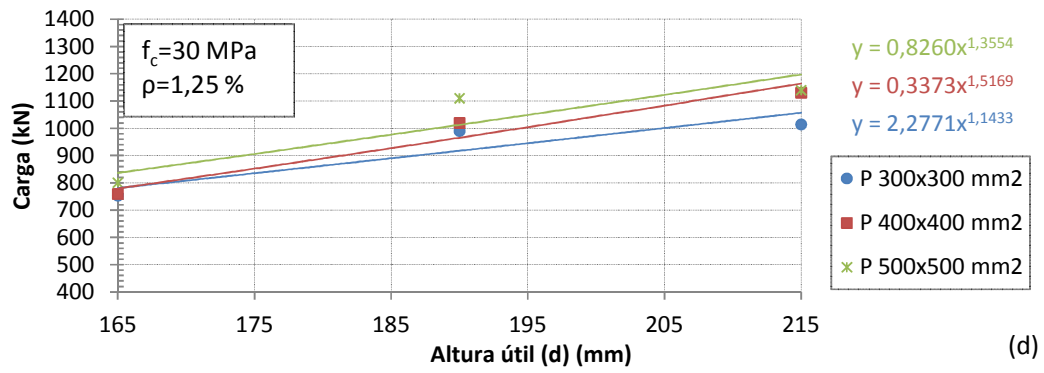


Figura 5.11.b – Cargas de rotura ao punçoamento, em que: $f_c=30$ MPa e $\rho=1,25\%$ (d), $\rho=1,50\%$ (e), $\rho=2,00\%$ (f).

– $f_c = 40 \text{ MPa}$

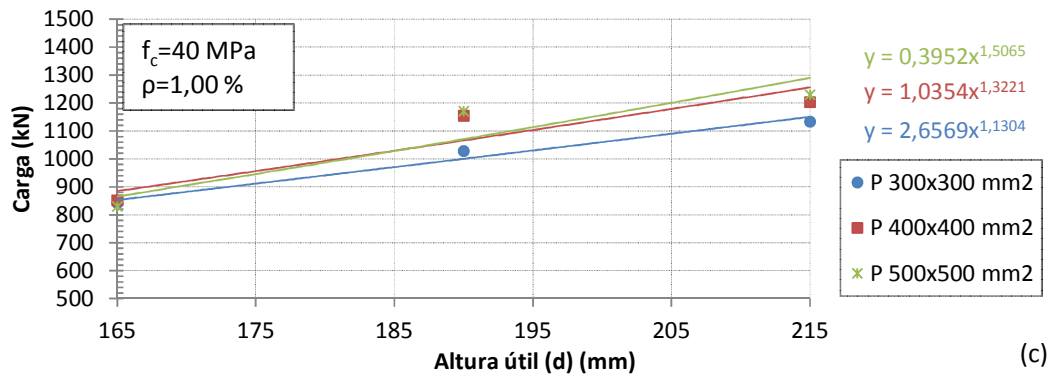
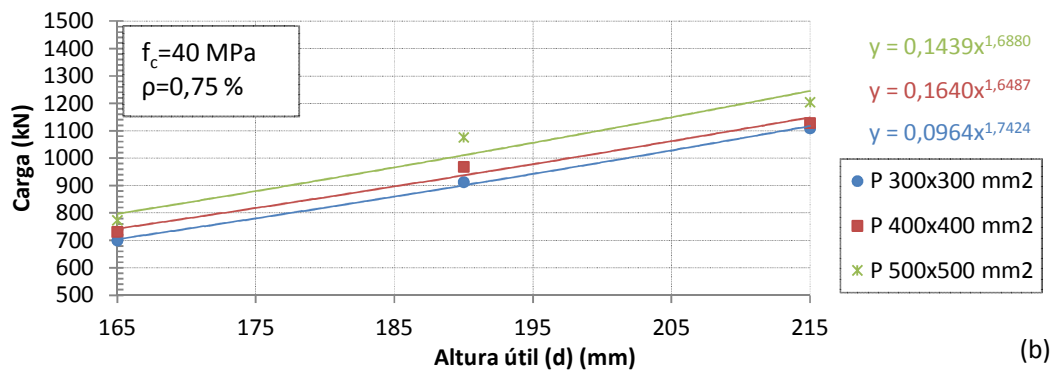
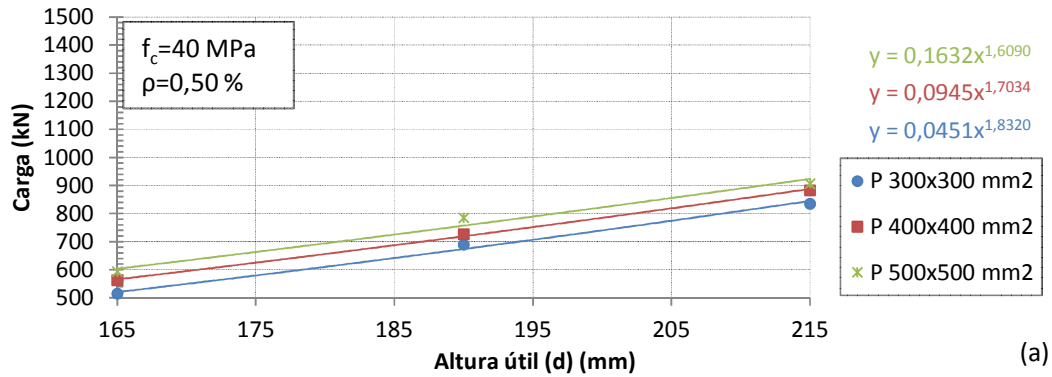


Figura 5.12.a – Cargas de rotura ao punçamento, em que: $f_c=40 \text{ MPa}$ e $\rho=0,50\%$ (a), $\rho=0,75\%$ (b), $\rho=1,00\%$ (c).

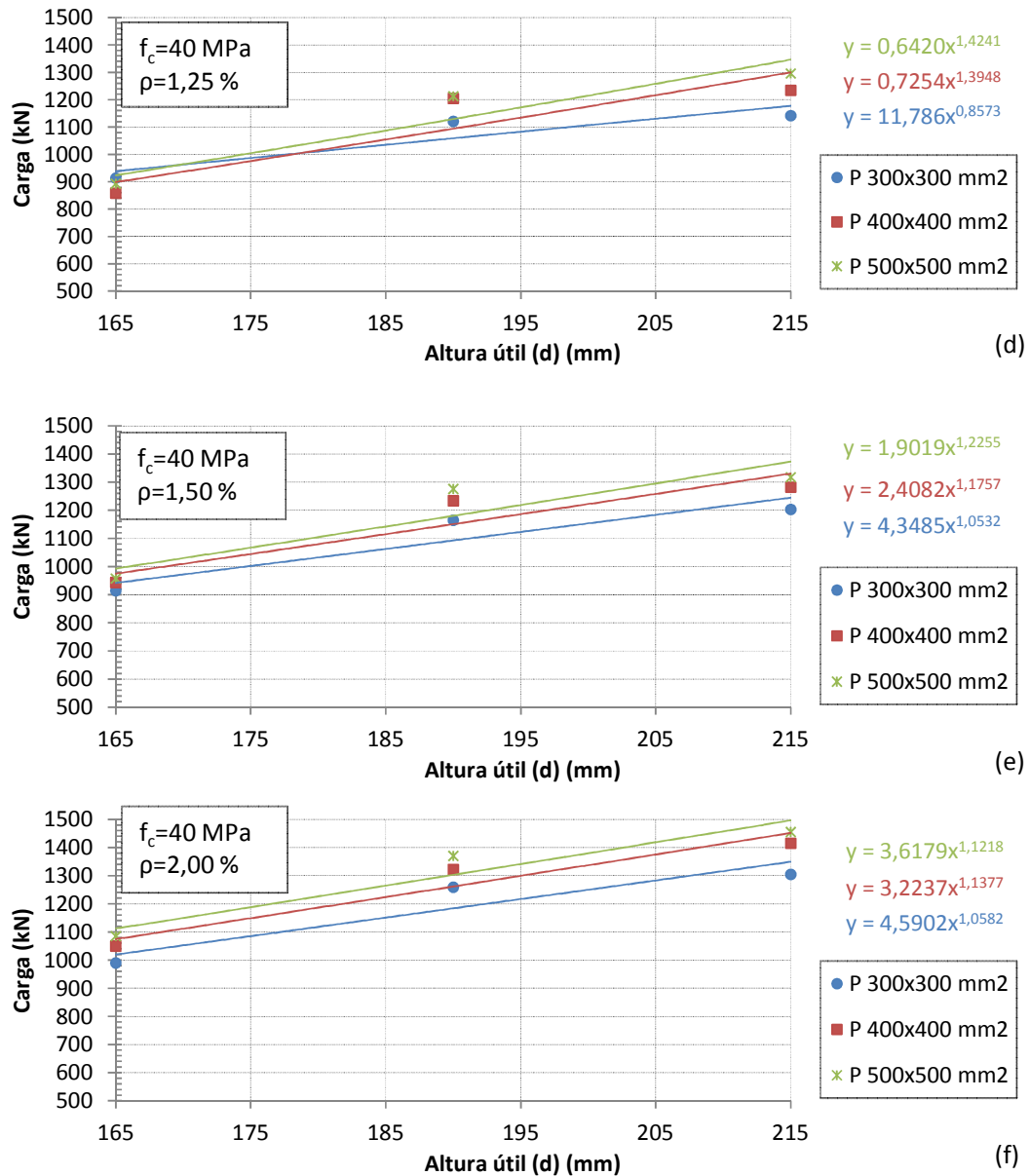


Figura 5.12.b – Cargas de rotura ao punçamento, em que: $f_c=40$ MPa e $\rho=1,25\%$ (d), $\rho=1,50\%$ (e), $\rho=2,00\%$ (f).

Nas figuras 5.9 a 5.12 observa-se a evolução das cargas de rotura ao punçamento dos modelos numéricos, tendo como parâmetro variado a altura útil. Ao se analisar os pontos das cargas de rotura dos gráficos, e as respectivas linhas de tendência, foi notório que a resistência ao punçamento dos modelos sofreu um aumento, quando se incrementou a espessura dos modelos, e conseqüentemente a altura útil. Embora a carga de rotura tenha tendência a aumentar, observa-se, na maioria dos modelos estudados, que esse aumento é mais significativo quando se passa de uma altura útil de 165 mm para 190 mm, do que quando se passa de 190 mm para 215 mm, de altura útil.

5.3.4. Influência da classe de resistência do betão (f_c) na carga de rotura ao punçoamento

A influência da classe de resistência do betão dos modelos na resistência ao punçoamento, em lajes fungiformes maciças, pode ser observada nesta secção. Nos gráficos seguintes apresentam-se as cargas de rotura ao punçoamento de acordo com as características dos modelos e ainda as linhas de tendência e as expressões associadas, com tipo de regressão potencial. Nos gráficos variou-se o valor da resistência à compressão do betão em provetes cilíndricos, f_c , e fixou-se os valores da percentagem de armadura longitudinal, ρ , e da espessura dos modelos, h . Apresenta-se as três dimensões dos pilares estudados, em cada gráfico, de acordo com as características abordadas.

– $h = 200 \text{ mm}$

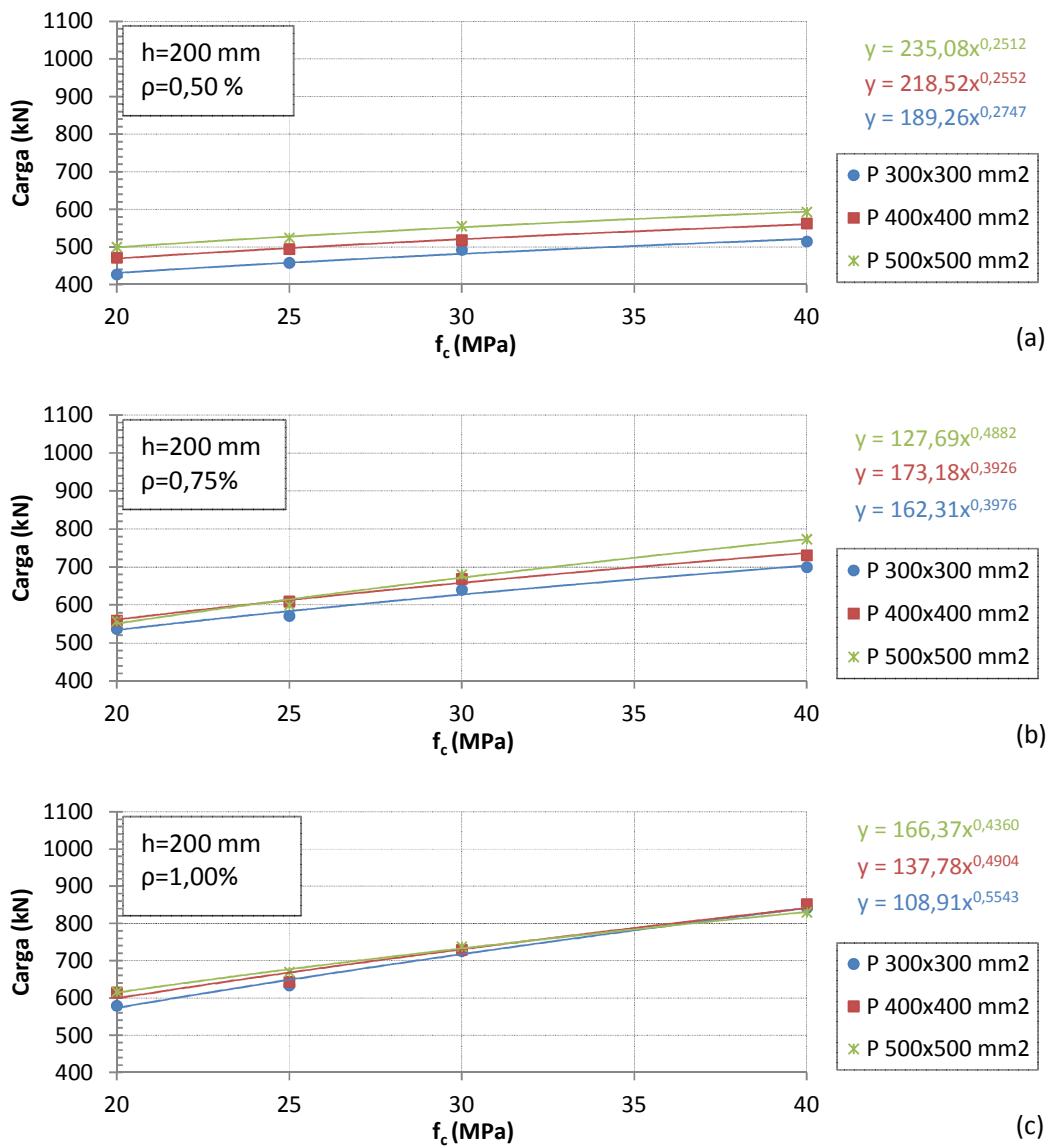


Figura 5.13.a – Cargas de rotura ao punçoamento, em que: $h=200 \text{ mm}$ e $\rho=0,50\%$ (a), $\rho=0,75\%$ (b), $\rho=1,00\%$ (c).

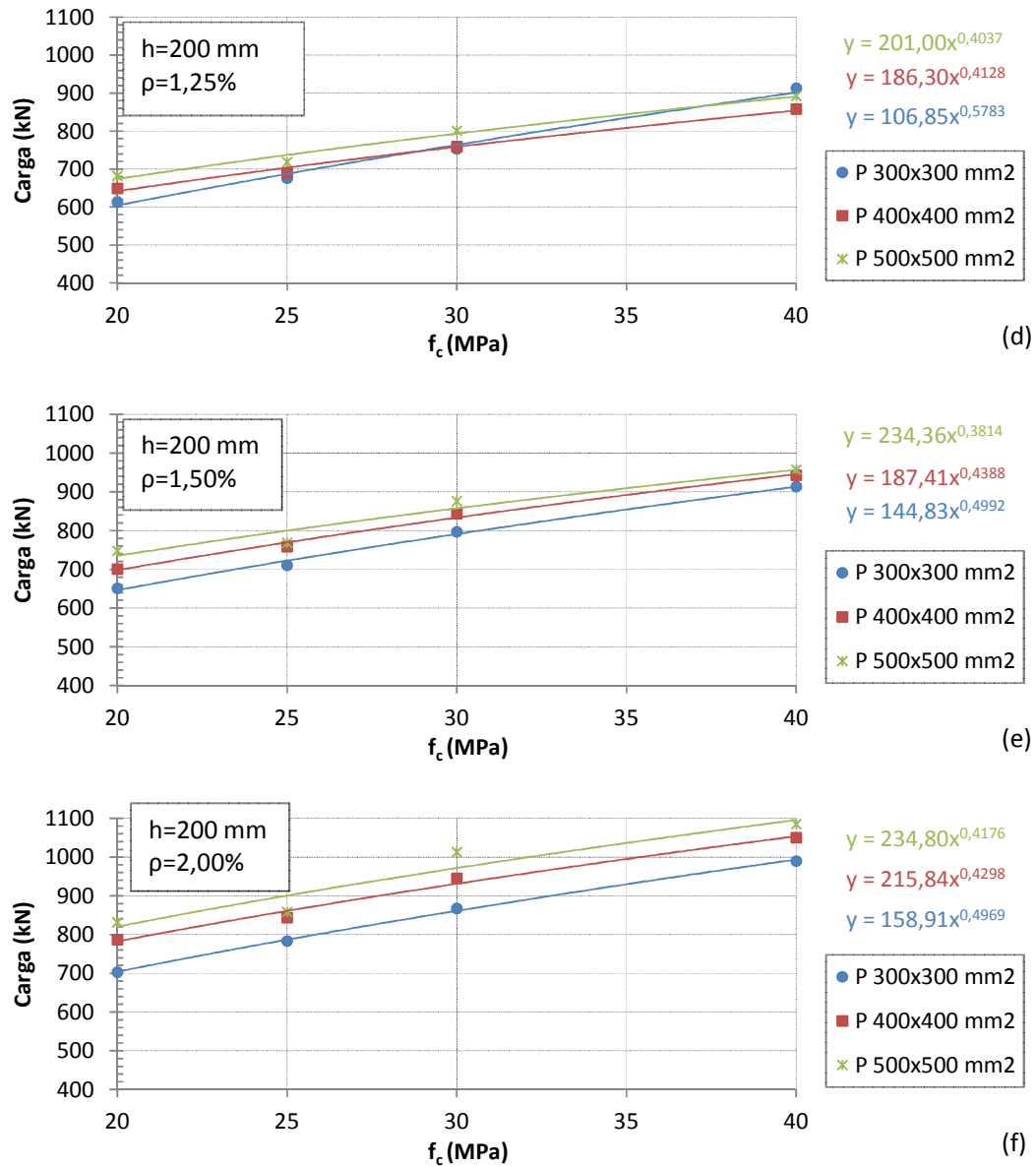


Figura 5.13.b – Cargas de rotura ao punçoamento, em que: $h=200$ mm e $\rho=1,25\%$ (d), $\rho=1,50\%$ (e), $\rho=2,00\%$ (f).

- h = 225 mm

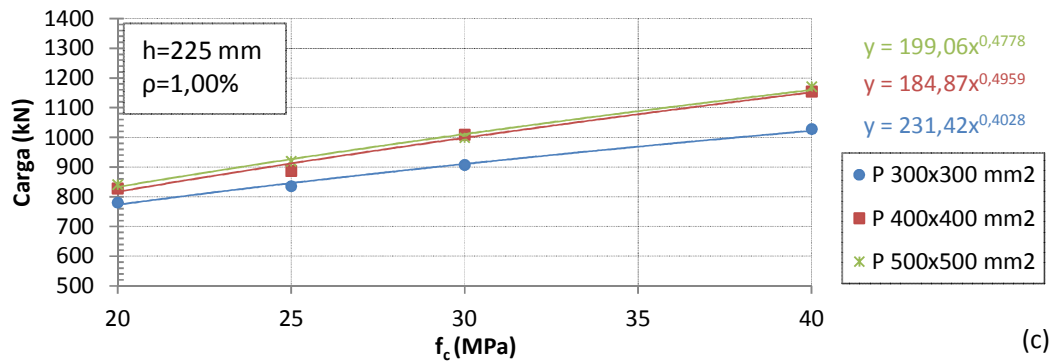
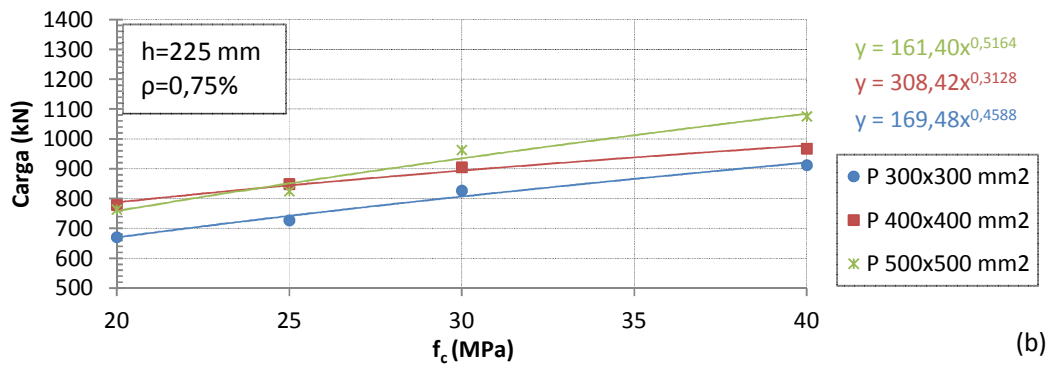
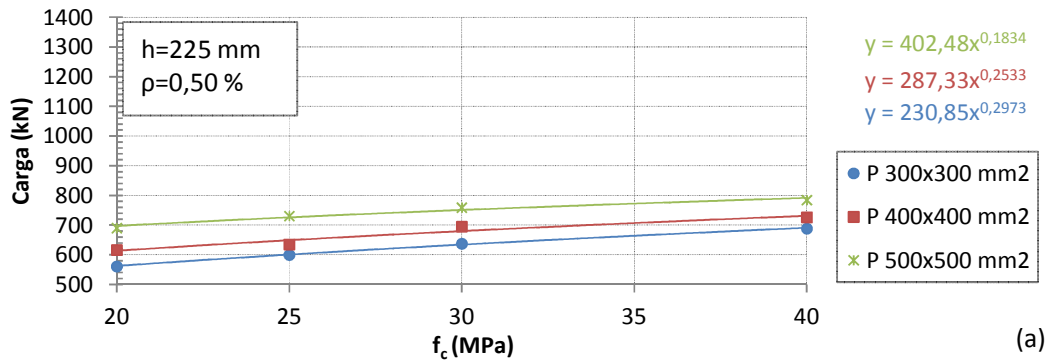


Figura 5.14.a – Cargas de rotura ao punçoamento, em que: $h=225$ mm e $\rho=0,50\%$ (a), $\rho=0,75\%$ (b), $\rho=1,00\%$ (c),.

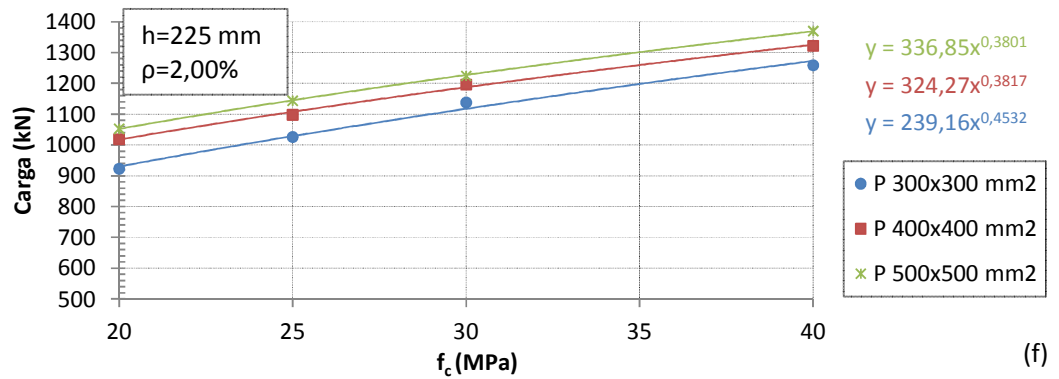
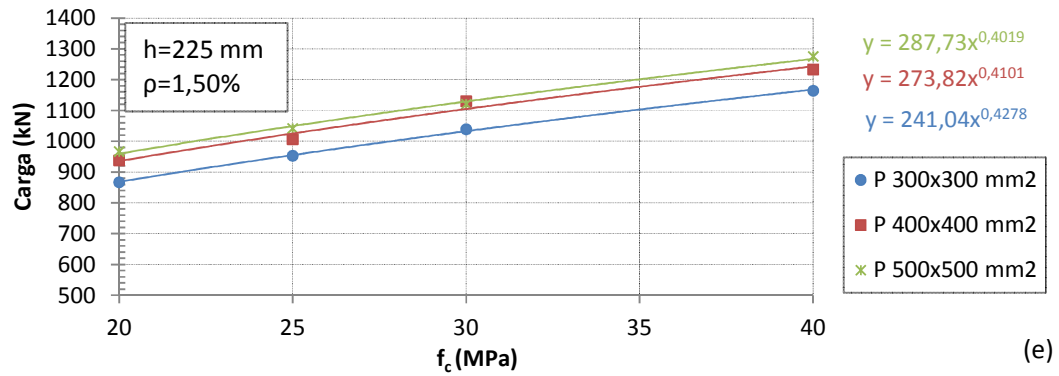
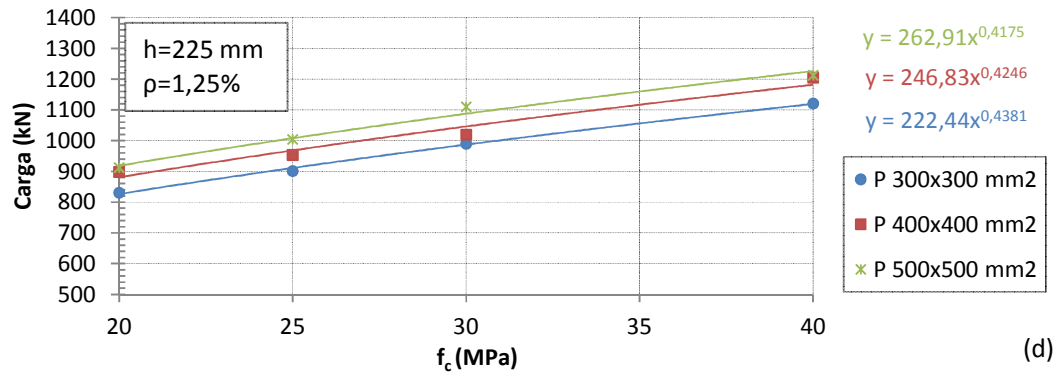


Figura 5.14.b – Cargas de rotura ao punçoamento, em que: $h=225$ mm e $\rho=1,25\%$ (d), $\rho=1,50\%$ (e), $\rho=2,00\%$ (f).

– h=250 mm

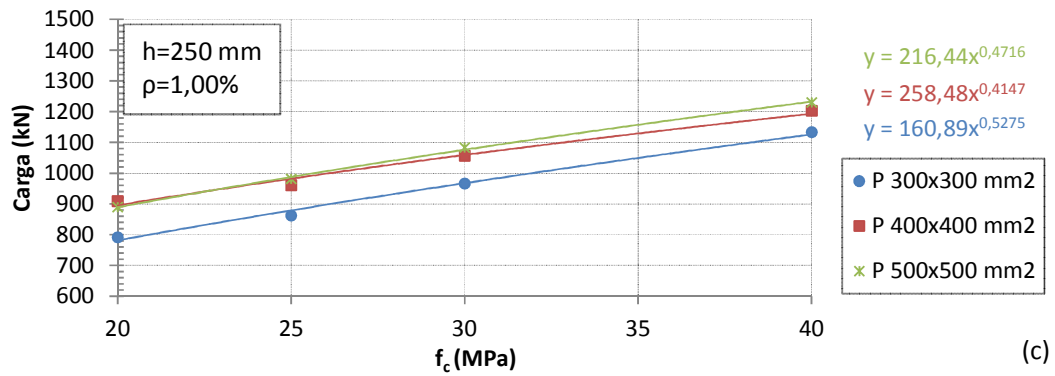
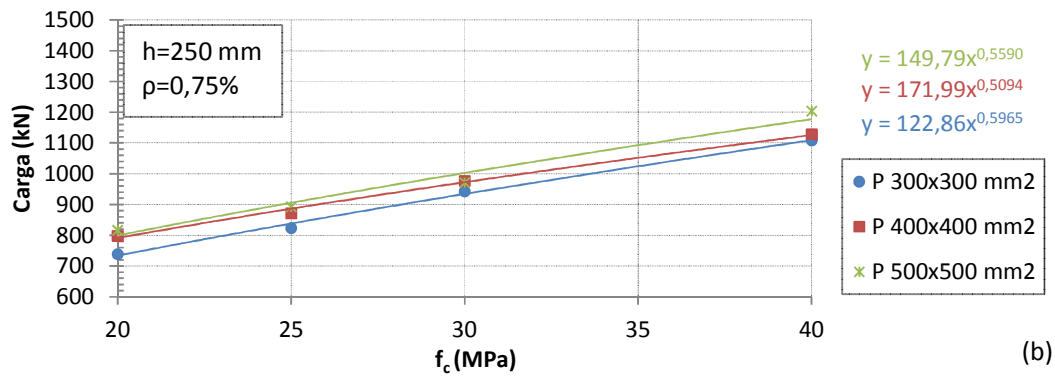
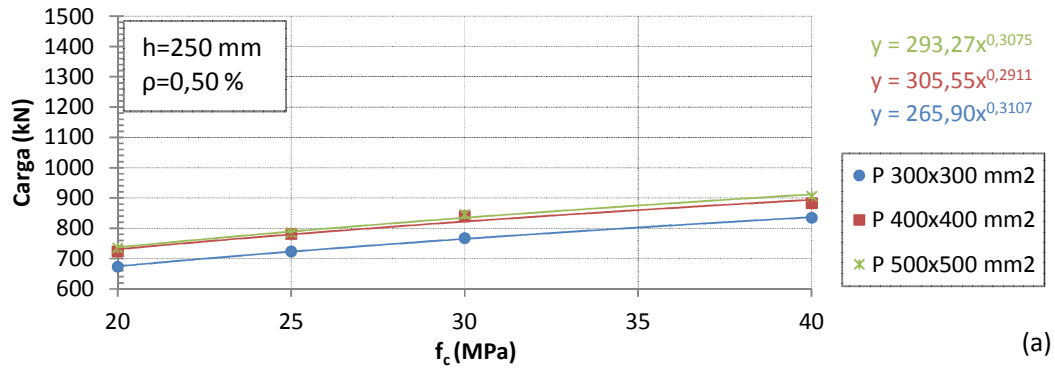


Figura 5.15.a – Cargas de rotura ao punçoamento, em que: $h=250$ mm e $\rho=0,50\%$ (a), $\rho=0,75\%$ (b), $\rho=1,00\%$ (c).

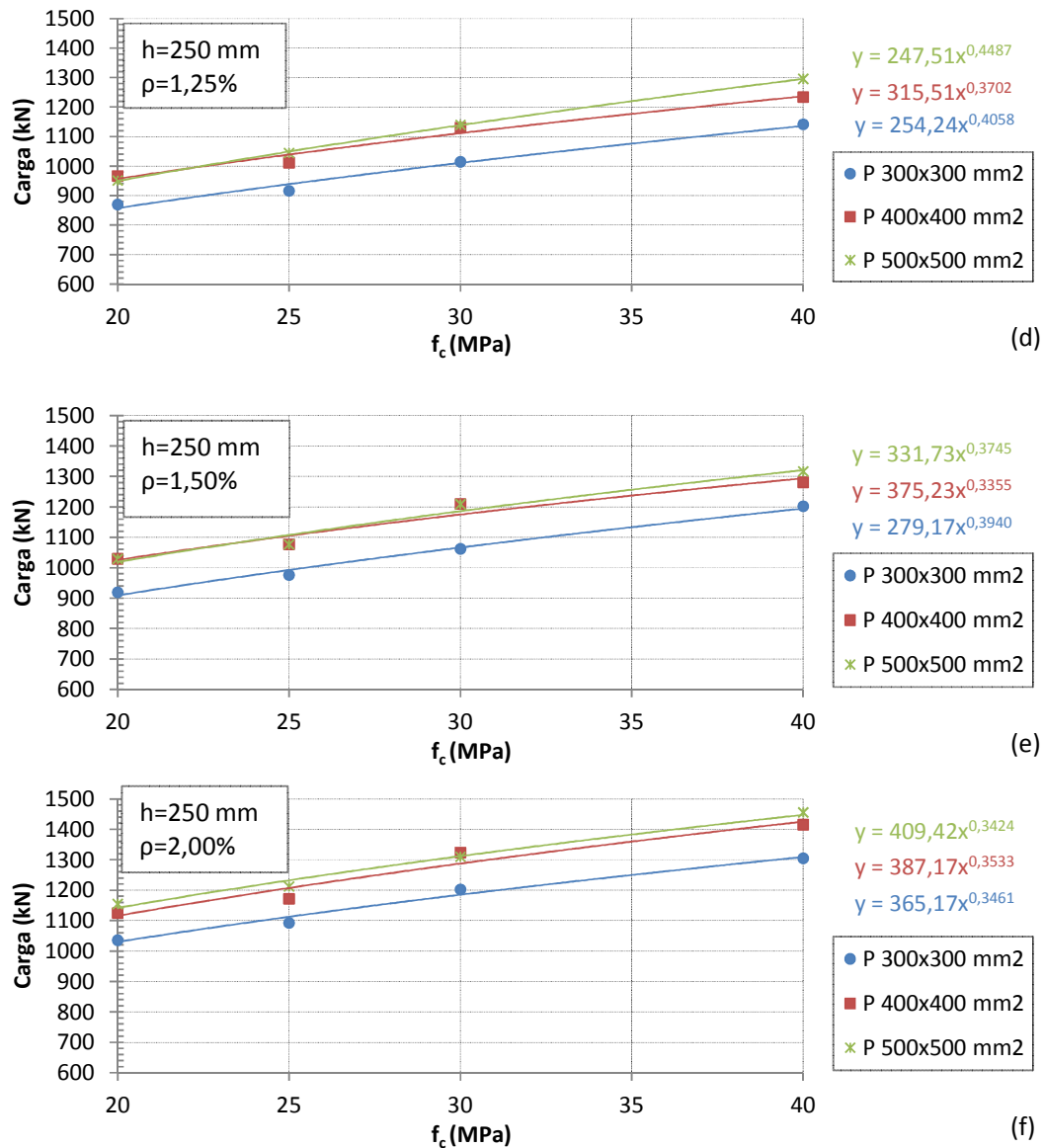


Figura 5.15.b – Cargas de rotura ao punçoamento, em que: $h=250$ mm e $\rho=1,25\%$ (d), $\rho=1,50\%$ (e), $\rho=2,00\%$ (f).

Nas figuras 5.13 a 5.15 pode observar-se a influência da classe de resistência do betão, tal como descrito no início desta secção. Em todos os modelos numéricos, ao se aumentar a classe de resistência do betão, a resistência à rotura por punçoamento dos modelos aumentou.

Da análise dos expoentes das equações de regressão potencial, que caracterizam as linhas de tendência, obteve-se uma média de 0,409. Este valor é ligeiramente superior ao presente na equação, que prevê a resistência ao punçoamento no EC2, a sua raiz cúbica (1/3).

5.3.5. Comparação dos valores da análise numérica com os valores das normas

Nesta secção apresentam-se os valores de carga de rotura ao punçamento, obtidos através da análise numérica, em função dos valores previstos, para o mesmo efeito, nas normas, nomeadamente EC2 (2010) e *Model Code 2010* (2010). São apresentados os valores de todos os modelos corridos, em cada gráfico. No eixo das abcissas apresentam-se os valores de carga de rotura obtidos da análise numérica, V_{MEF} , e no eixo das ordenadas observam-se os valores de carga previstos nas normas, $V_{RM,EC2}$ e $V_{RM,MC2010}$, no EC2 e Model Code 2010, respectivamente. É, ainda, apresentada a linha de tendência linear com intersecção no eixo das ordenadas definida como zero e a equação que a define.

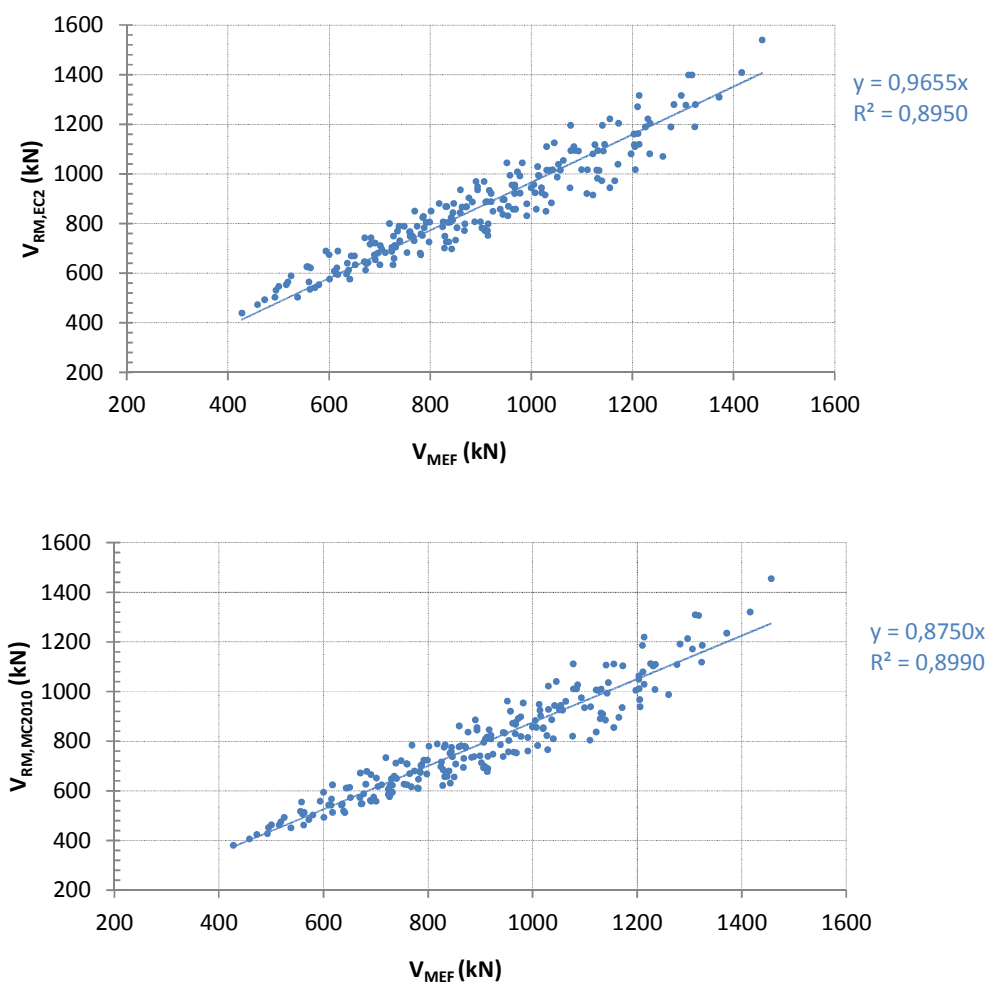


Figura 5.16 – Comparação das cargas de rotura obtidas através modelação numérica em função da: previsão do EC2 (em cima); previsão do Model Code 2010 (em baixo).

Da observação da figura 5.16, pode afirmar-se que, os valores da resistência ao punçamento obtidos através da análise não linear revelam uma tendência a ser maiores do que os previstos nas normas, sendo estes portanto conservadores. Segundo as equações que definem a linha de tendência linear constatou-se que os valores previstos, para o fenómeno,

no *Model Code 2010*, são mais conservativos que os valores previstos no EC2, o que aliás já tinha sido observado no ponto 5.3.1.

5.3.6. Proposta de alteração da equação do Eurocódigo 2, Energia de fractura por efeito de escala

Nesta secção propõe-se uma alteração da expressão da previsão da resistência ao punçamento, presente no EC2, expressão 4.5. Propõe-se a substituição do valor k , $\left(1 + \sqrt{\frac{200}{d}}\right)$, introduzindo a energia de fractura, G_f , na expressão. Para este efeito, normalizou-se as cargas de rotura obtidas na análise numérica, com base na expressão da previsão da carga de rotura no EC 2, $V_{Norm,EC2}$, como se ilustra na expressão 5.4. Esses valores foram projectados num gráfico como ordenadas e no eixo das abcissas apresentam-se os valores de G_f/d , figura 5.15.

$$V_{Norm,EC2} = \frac{V_{MEF}}{0,18 \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_c)^{1/3} \cdot u_1 \cdot d} \quad (5.4)$$

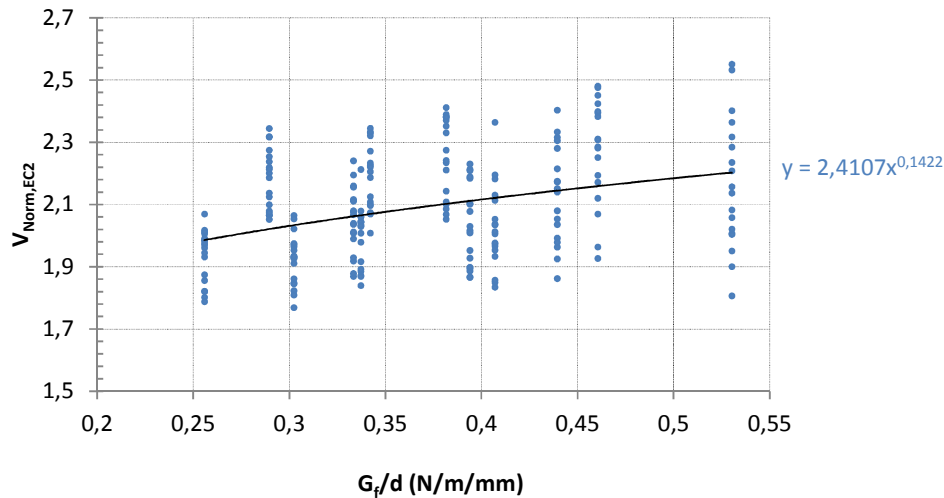


Figura 5.17 – Relação da carga de rotura ao punçamento normalizada com G_f/d .

Da observação da equação, que caracteriza a linha de tendência de regressão potencial, ilustrada figura 5.17, retira-se que a relação entre a carga normalizada e G_f/d foi, aproximadamente e simplificando, $2,41(G_f/d)^{0,15}$. Na expressão 5.5 apresenta-se a proposta da equação para a previsão da resistência ao punçamento em lajes fungiformes, sem armadura de punçamento, em que se contempla a energia de fractura.

$$V_{Prop.} = 0,435 \cdot \left(\frac{G_f}{d}\right)^{0,15} \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_c)^{1/3} \cdot u_1 \cdot d \quad (5.5)$$

Na figura 5.18 observa-se o gráfico com a relação das cargas obtidas através da análise numérica com as cargas previstas segundo a equação proposta. No quadro 5.11 apresentam-se as médias, desvios padrões e coeficientes de variação do rácio entre as cargas obtidas na análise numérica com a previsão do Eurocódigo 2 e com a previsão segundo a equação proposta.

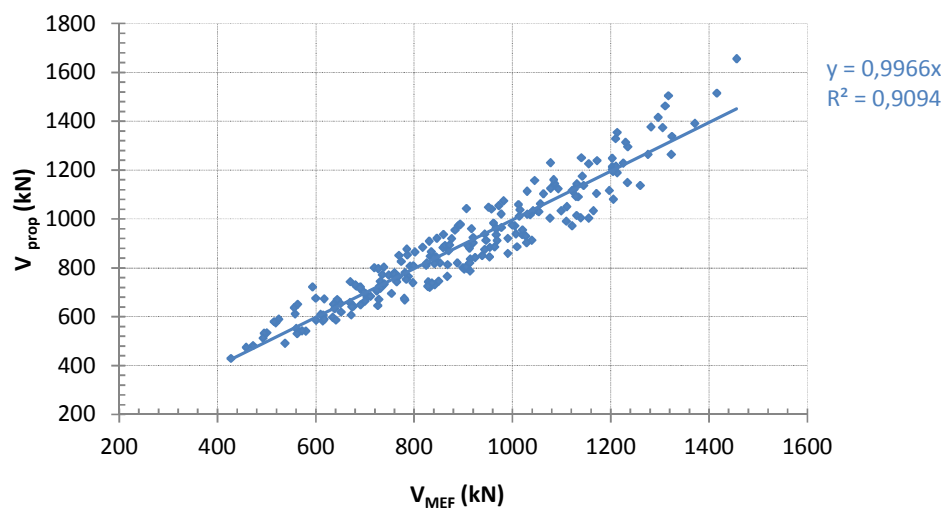


Figura 5.18 – Comparação das cargas de rotura obtidas através modelação numérica em função da previsão da equação proposta.

Quadro 5.11 – Média (μ), desvio padrão (σ) e coeficiente de variação (COV) da razão entre os valores de carga última ao punçoamento dos modelos numéricos com os valores previstos no EC2 e pela equação proposta.

Razão	μ	σ	COV
$V_{MEF}/V_{Rm,EC2}$	1,03	0,081	0,078
V_{MEF}/V_{Prop}	1,01	0,076	0,076

Retira-se da observação do gráfico da figura 5.18 e do quadro 5.11 que a previsão das cargas de rotura segundo a equação proposta apresenta melhores resultados do que a relativa ao Eurocódigo 2. Como se pode verificar, quer na equação que define a linha de tendência, ao se comparar a equação do da figura 5.16 (em cima) com a presente no gráfico da figura 5.18, quer com a observação dos valores presentes no quadro 5.11, em que os valores da média, do desvio padrão e do coeficiente de variação ilustram uma melhor aproximação aos resultados numéricos.

5.3.7. Avaliação das rotações da laje na zona exterior à rotura

Para a avaliação das rotações da laje, na zona exterior à rotura, ψd , recorreu-se à expressão 5.6. Nesta, o valor do deslocamento, δ_{MN} , foi lido no ponto em que o momento flector é nulo no eixo de simetria, quando se dá rotura do modelo. E a distância, l , foi medida desde a face do pilar até à zona de momento nulo, zona representada a tracejado na figura 5.19. O valor d , na expressão, corresponde à altura útil.

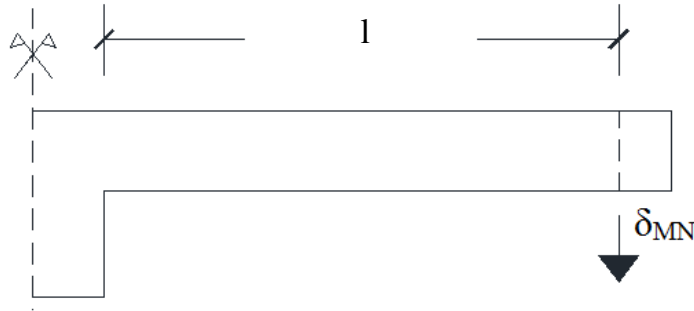


Figura 5.19 – Valores utilizados no cálculo da rotação da laje.

$$\psi d = \frac{\delta_{MN}}{l} d \quad (5.6)$$

Para se efectuar a avaliação da rotação da laje, na zona exterior à rotura por punçoamento, normalizaram-se as cargas de rotura, $V_{Norm,MC2010}$, com base na equação do *Model Code 2010* (2010), expressão 5.7, e, projectou-se a rotação em função da carga normalizada, no gráfico demonstrado na figura 5.19, de todos os modelos estudados. De forma a comparar esta análise, projectou-se, também, no gráfico os valores correspondentes de carga normalizada, segundo Muttoni (2008), V_R . A carga é dada pela expressão 5.8 e o valor correspondente a ψd considerado foi o que resultou dos ensaios numéricos, expressão 5.6.

$$V_{Norm,MC2010} = \frac{V_{MEF}}{d \cdot b_0 \cdot \sqrt{f_c}}, (\sqrt{MPa}) \quad (5.7)$$

$$V_R = \frac{3/4}{1 + 15 \frac{\psi d}{16 + d_g}} \quad (5.8)$$

O valor de d_g , dimensão máxima dos agregados, assumido foi de 16 mm.

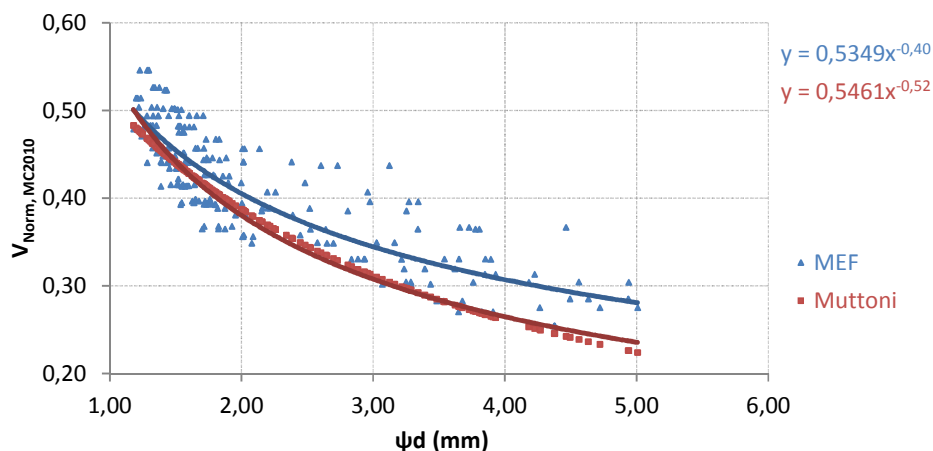


Figura 5.20 – Relação carga de rotura normalizada e a da rotação da laje na zona exterior à zona de rotura.

No gráfico da figura 5.20 pode observar-se duas linhas de tendência de regressão potencial, tal como as respectivas equações que as descrevem, uma de acordo com os valores obtidos da modelação numérica, e outra para os valores previstos segundo a equação de Muttoni (2008). Ao se comparar as duas linhas de tendência, retira-se que há uma boa aproximação entre os valores numéricos e os previstos segundo Muttoni (2008), verificando-se uma melhor aproximação quando os valores da rotação da laje são reduzidos, do que quando se está perante maiores rotações. Verifica-se que, para uma rotação da laje semelhante, a expressão definida por Muttoni faz uma previsão inferior da carga de rotura, em relação aos resultados oriundos da análise numérica.

Na figura 5.21 ilustra-se um gráfico com os valores relativos à rotação da laje, na zona exterior à rotura, obtidos na modelação numérica, ψd_{MEF} , em função do produto da altura útil, d , com os valores previstos para a rotação, segundo *Model Code 2010*. Neste, é considerado o nível de aproximação II, ψd_{MC2010} , como se apresenta na secção 2.4.2. Cada ponto corresponde a valores de modelos com parâmetros idênticos.

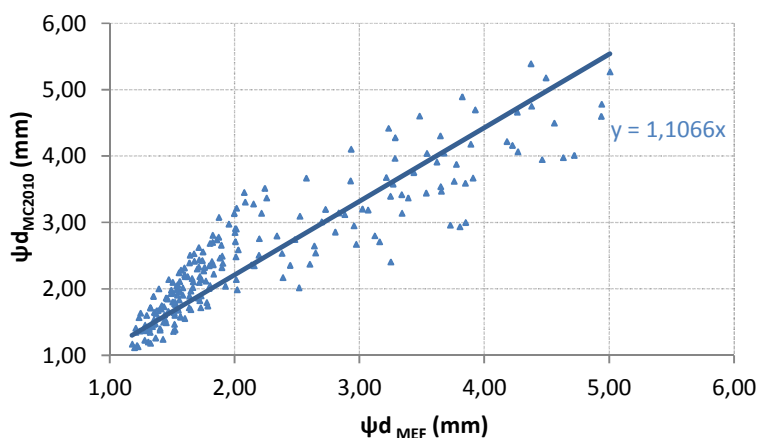


Figura 5.21 – Comparação das rotações obtidas nos modelos numéricos e os previstos no *Model Code 2010*.

A previsão da rotação da laje, no *Model Code 2010* (2010), tem tendência a ser maior do que a rotação nos modelos numéricos, tal como se verifica no gráfico da figura 5.21. Segundo a equação que define a linha de tendência linear, que está traçada, pode concluir-se que a recta tem uma inclinação superior a 45° , daí se possa verificar que, na maioria dos modelos, a rotação da laje na zona exterior à rotura, é sobreestimada na recomendação referida, em relação aos resultados numéricos para um modelo numérico com as mesmas características.

5.4. OBSERVAÇÕES GERAIS

Nesta secção apresentam-se as principais observações retiradas dos resultados provenientes do estudo paramétrico.

Observou-se que de modo geral, com o aumento dos valores dos parâmetros envolvidos neste estudo, percentagem de armadura longitudinal, classe de resistência do betão, espessura da laje e dimensão do pilar, a resistência ao punçoamento dos modelos também aumentou.

Da comparação dos resultados obtidos na modelação numérica, para a carga de rotura ao punçoamento, com a equação prevista no Eurocódigo 2 obtiveram-se de modo geral boas aproximações, sendo este, na generalidade dos casos, ligeiramente conservativo. Quanto às recomendações preconizadas no *Model Code 2010* os resultados foram satisfatórios, embora neste caso os valores resultantes terem sido mais conservativos do que no caso do Eurocódigo 2.

A proposta de alteração da equação prevista no Eurocódigo 2 apresentou valores mais próximos dos resultados numéricos, contemplando também a energia de fractura do betão. Como a energia de fractura tem um papel fundamental na simulação da abertura de fendas no betão esta equação poderia vir a ser considerada para a previsão de cargas de rotura ao punçoamento, para lajes sem armadura específica de punçoamento.

Na avaliação das rotações da laje em torno do pilar na zona exterior à rotura verificou-se, em geral, que a recomendação do *Model Code 2010* para a previsão das rotações apresentou valores superiores às rotações que os modelos numéricos alcançaram no momento da rotura.

6. CONCLUSÕES FINAIS E DESENVOLVIMENTOS FUTUROS

6.1. CONCLUSÕES FINAIS

No decorrer da realização do trabalho proposto, estudo paramétrico do punçoamento em lajes fungiformes através de análise numérica, foi possível retirar algumas ilações relacionadas com o tema.

Para o desenvolvimento do estudo foram elaborados 216 modelos numéricos, de $\frac{1}{4}$ de laje fungiforme, em que a espessura da laje se caracterizou por possuir valores à escala real, ao contrário da maioria dos estudos efectuados com recurso a modelos experimentais, que em geral são feitos à escala reduzida. Conclui-se, assim, que com uma análise numérica não linear, com abordagem tridimensional, é possível prever o comportamento de estruturas de betão armado de acordo com os resultados obtidos. Visto que os meios computacionais são cada vez mais evoluídos, análises numéricas não lineares podem tornar-se num meio muito importante para o estudo de estruturas de betão armado, principalmente devido à sua economia, nomeadamente na poupança de materiais, maquinaria e meios humanos necessários para a execução de ensaios em laboratório. Imagine-se o material e os meios necessários para a elaboração do número de modelos considerados neste trabalho.

Apesar dos resultados obtidos terem sido bons é aconselhável, sempre que possível, o acompanhamento do estudo numérico recorrendo a ensaios experimentais em laboratório, com características semelhantes de forma a se comparar os resultados.

O estudo paramétrico revelou que as cargas de rotura aumentaram quando se variou, de forma crescente, a percentagem de armadura longitudinal, a classe de resistência do betão, a espessura da laje e a dimensão lateral do pilar.

Os valores de carga de rotura resultantes da análise numérica quando comparados com a equação presente no Eurocódigo 2 que determina a resistência ao punçoamento, sem armadura específica de punçoamento, foram de boa aproximação obtendo-se da relação entre as cargas dos modelos numéricos e as previstas o valor médio de 1.03 e um coeficiente de variação de 0.078. Em geral, a previsão do Eurocódigo 2 foi conservativa em relação aos modelos numéricos, apenas para a situação em que a dimensão do pilar foi de 500 mm, os valores previstos para a carga de rotura resultaram, em média, superiores aos da análise numérica.

Quanto às comparações efectuadas, em termos de carga de rotura, com as recomendações presentes no *Model Code 2010*, verificou-se que este é bastante mais conservador, quando comparado com o Eurocódigo 2. A média da relação entre as cargas de rotura dos modelos numéricos e as cargas obtidas segundo esta recomendação resultou no valor 1.14, com coeficiente de variação de 0.079.

No estudo das rotações da laje em torno do pilar na zona exterior à rotura, os modelos numéricos apresentaram valores inferiores que os recomendados segundo Muttoni (2008) e no *Model Code 2010*. Confirmou-se, assim, a abordagem conservativa do *Model Code 2010* e, também, apresentada por Muttoni (2008).

Da proposta apresentada, para a alteração da equação que prevê a carga de rotura ao punçoamento no Eurocódigo 2, resultaram valores com melhor aproximação do que os da equação original. Obteve-se da relação das cargas de rotura numéricas com as previstas pela equação proposta uma média de 1.01 com coeficiente de variância de 0.076, ligeiramente melhores que os apresentados no Eurocódigo 2.

6.2. DESENVOLVIMENTOS FUTUROS

Ao se realizar este trabalho procurou-se responder de modo satisfatório aos objectivos que foram propostos, surgindo por vezes novas questões pertinentes. Assim, apresentam-se nesta secção possíveis desenvolvimentos futuros:

- ◇ Estudo paramétrico ao punçoamento em pilares de canto e de bordo através de análise numérica;
- ◇ Estudo paramétrico do punçoamento em lajes fungiformes com armadura específica de punçoamento através de análise numérica, em pilares interiores, de bordo e de canto;
- ◇ Estudo experimental e numérico da influência da energia de fractura do betão na rotura de lajes fungiformes ao punçoamento;
- ◇ Modelação numérica da resistência ao punçoamento em lajes fungiformes com aplicação de cargas horizontais e cíclicas.

Propõe-se ainda a simulação de outros elementos de betão armado, essencialmente nas zonas de descontinuidade geométrica, através de análise numérica não linear de forma a se reduzir custos de laboratório e a conferir a este tipo de análises cada vez mais solidez.

Bibliografia

- BELAKHDAR, K. – *Nonlinear Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Slab Strengthened with Shear Bolts*. Jordan Journal of Civil Engineering, Volume 2, págs. 32-44, 2008.
- BEUTEL, R.; HEGGER, J. – *Punching Shear Resistance of Shear Reinforced Flat Slabs*, 1998.
- ČERVENKA, V. – *Computer simulation of failure of concrete structures for practice*. Cervenka Consulting Ltd, Praga, 2009.
- ČERVENKA, V.; JENDELE, L.; ČERVENKA, J. – *ATENA Program Documentation Part 1 - Theory*. Cervenka Consulting Ltd, Praga, 2010.
- DELATTE, N. J. – *Beyond Failure: Forensic Case Studies for Civil Engineers*, ASCE Press, Reston, Virginia, 2009.
- DUARTE, I. O. – *Comportamento ao Punçoamento de Lajes Fungiformes Reforçadas com Parafusos*. Dissertação de Mestrado, Universidade Técnica de Lisboa, Instituto Superior Técnico, Lisboa, 2008.
- FARIA, D. M. V.; BISCAIA, H. C.; LÚCIO, V. J. G.; RAMOS, A. M. P. – *Punching of Reinforced Concrete Slabs Numerical and Experimental Analysis and Comparison with Codes*. Joint IABSE – fib Conference, Maio, 2010.
- CEB-FIP; Fédération Internationale du Béton – *Model Code 1990 – Design Code*. Lausanne, 1993.
- Fédération Internationale du Béton – *Punching of structural concrete slabs* Technical report prepared by CEB/FIP Task Group. Bulletin 12, Lausanne, 2001.
- Fédération Internationale du Béton – *Model Code 2010, First Complete Draft*. Bulletin 56, Volume 2. Lausanne, 2010.
- GARDNER, N.J.; HUH, Jungsook; CHUNG, Lan – *Lessons from Sampoong Department store collapse*. Cement and Concrete Composites, n.º24, págs. 523-529, 2002.
- http://ibeton.epfl.ch/Recherche/ArmPoinconnement/default_e.asp?EPFL=2004
(consultado a 25 de Maio de 2011).
- <http://matdl.org/failurecases/Building%20Cases/Harbour.htm> (consultado a 20 de Maio de 2011).

- http://matdl.org/failurecases/Building%20Cases/sampoong_superstore.htm (consultado a 20 de Maio de 2011).
- INÁCIO, A. – *Análise Numérica do Punçoamento em Lajes Fungiformes*. Dissertação de Mestrado, Universidade Nova de Lisboa, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Monte da Caparica, 2010.
- KING, S; DELATTE, N. J. – *Collapse of 2000 Commonwealth Avenue: Punching Shear Case Study*. ASCE Journal of Performance of Constructed Facilities, n.º1, págs. 54-61, Fevereiro, 2004.
- MUSSE, T. H. – *Punching in Flat Slabs: Steel fibers and shear reinforcement*. Tese de Mestrado. Universidade Federal de Goiás. 2004
- MUTTONI, A. – *Punching Shear Strength of Reinforced Concrete Slabs without Transverse Reinforcement*. ACI Structural Journal, Volume 104, n.º4, págs. 440-450, Julho-Agosto, 2008.
- NOGUEIRA, J. P. M. - *Modelação numérica do punçoamento de lajes fungiformes reforçadas com parafusos*. Dissertação de Mestrado, Universidade Nova de Lisboa, Faculdade de Ciências e Tecnologias, Monte da Caparica, 2011.
- NP EN 1992-1-1 – *Eurocódigo 2: Projecto de estruturas de betão – Parte 1-1: Regras gerais e regras para edifícios*. 2010.
- OŽBOLT, J; VOCKE, H. – *Numerical Analysis of Punching Failure*. Universidade de Estugarda, Estugarda, 1999.
- POLAK, A. M. – *Ductility of Reinforced Concrete Flat Slab-Column Connection*. Computer Aided Civil Infrastructure Engineering, págs. 71-80, 2005.
- RAMOS, A. M. P. – *Punçoamento em Lajes Fungiformes Pré-Esforçadas*. Tese de Doutoramento. Universidade Técnica de Lisboa, Instituto Superior Técnico, Lisboa, 2003.
- RAMOS, A. M. P. – *Estruturas de Betão Armado II*. Universidade Nova de Lisboa, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Monte da Caparica, 2006.
- RUIZ, M. F.; MUTTONI, A.; KUNZ, J. – *Strengthening of Flat Slabs Against Punching Shear Using Post-Installed Shear Reinforcement*. ACI Structural Journal, Volume 107, n.º4, págs. 434-442, Julho, 2010.
- STALLER, M. – *Analytical Studies and Numerical Analyses of Punching Shear Failure in Reinforced Concrete Slabs*. International Workshop on Punching Shear Capacity of Reinforced Concrete Slabs, Estocolmo, 2000.
- WOOD, J. – *Pipers Row Car Park, Wolverhampton, Quantitative Study of the Causes of the Partial Collapse on 20th March 1997*. Structural Studies & Design Ltd, Surrey, Reino Unido, 2001.
- TALBOT, A. N. – *Reinforced Concrete Wall Footings and Column Footings*. University of Illinois, 1913.

TRAUTWEIN, L.; BITTENCOURT, T.; FARIA, R.; FIGUEIRAS, J. A.; GOMES, R. – *Axial symmetry analyses of punching shear in reinforced flat slabs*. Measuring, Monitoring and Modeling Concrete Properties, Parte 1, págs. 139-144, Northwestern University, 2006.

