



Jerónimo Catiavala Gertrudes Fernando
Licenciado em Engenharia Civil

Lajes Fungiformes Pré-esforçadas Concepção e Dimensionamento

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em
Engenharia Civil – Estrutura e Geotecnia

Orientador: Prof. Doutor Válder José da Guia Lúcio,
Professor associado, FCT/UNL

Júri:

Presidente: Prof. Doutor António Manuel Pinho Ramos
Arguente: Prof. Doutor Duarte Miguel Viúla Faria
Vogal: Prof. Doutor Válder José da Guia Lúcio

Jerónimo Catiavala Gertrudes Fernando
Licenciado em Engenharia Civil

Lajes Fungiformes Pré-Esforçadas Concepção e Dimensionamento

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em
Engenharia Civil – Estrutura e Geotecnia

Orientador: Prof. Doutor Válder José da Guia Lúcio
Professor associado, FCT/UNL

Júri:

Presidente: Prof. Doutor António Manuel Pinho Ramos
Arguente: Prof. Doutor Duarte Miguel Viúla Faria
Vogal: Prof. Doutor Válder José da Guia Lúcio

Janeiro de 2013

COPYRIGHT ©2012 Jerónimo Catiavala Gertrudes Fernando, FCT/UNL e UNL

A Faculdade de Ciências e Tecnologia e a Universidade Nova de Lisboa têm o direito, perpétuo e sem limites geográficos, de arquivar e publicar esta dissertação através de exemplares impressos reproduzidos em papel ou de forma digital, ou por qualquer outro meio conhecido ou que venha a ser inventado, e de a divulgar através de repositórios científicos e de admitir a sua cópia e distribuição com objectivos educacionais ou de investigação, não comerciais, desde que seja dado crédito ao autor e editor.

Agradecimentos

Em primeiro lugar agradeço à Deus Pai todo-poderoso.

O meu obrigado especial vai para:

Ao meu orientador científico Professor Doutor Válter José da Guia Lúcio, pela disponibilidade, amizade e a boa vontade de orientar-me.

Aos meus Pais, irmãos e primos pelo carinho e por não terem poupado esforços para verem o meu sonho se realizar.

Aos meus tios Lukoki e Carolina pelo amor amizade e acompanhamento durante a minha formação.

Aos professores do departamento de engenharia civil em especial ao professor Corneliu Cismasiu, Manuel Gonçalves da Silva, João Rocha de Almeida, Maria Teresa Santana, Carlos Chastre Rodrigues, Duarte Faria, Mário Arruda, pela atenção.

A Omnen Intellegenda patrocinadores da minha bolsa de estudo.

Ao professor Manuel Quiala Ngombo, Resende Nsambu da Universidade Agostinho Neto, Pelo incentivo de continuar com os meus estudos.

Agradeço ao Eng^o Amaro Catumbaiala e Manuel Vieira pela amizade.

Agradeço também aos meus amigos Orlando Flávio do Amaral, Ivanildo Pedro Cucubica, Josemar cordeiro, Rui Rasgado Guilherme.

A todos aqueles que de uma forma directa ou indirecta contribuíram para que este trabalho fosse possível.

RESUMO

O pré-esforço é uma deformação imposta a uma estrutura que introduz um estado de tensão que em geral contraria os efeitos associados às acções permanentes.

Pretende-se com este trabalho, analisar e dimensionar uma laje fungiforme pré-esforçada, tendo em conta duas soluções (maciça e maciça com bandas).

Fez-se uma introdução em relação os tipos de lajes pré-esforçadas, cofragens perdidas e reutilizáveis.

Para o estado limite de serviço, foram analisadas na laje as vibrações, deformações e a fendilhação, limitando os valores obtidos com os valores regulamentares. Em relação aos estados limites últimos verificou-se a segurança à flexão, onde foram determinadas as armaduras ordinárias.

O efeito do pré-esforço na resistência ao punçoamento foi analisado nos dois exemplos.

Ao longo do trabalho verificou-se também que, a solução da laje maciça com bandas, permite uma utilização de pré-esforço, cerca de 60% do necessário da solução sem bandas. Finalizando o trabalho com a viabilidade técnica e económica.

Palavras-chaves

Estruturas de edifícios

Lajes fungiformes

Pré-esforço

Punçoamento

ABSTRACT

The prestressing imposes deformation for the structure which introduces a static of tension that counters the effects associate with permanent actions.

The aim of this study is to analyze and design a prestressed flat slab for two solutions (solid and solid with thicker strips).

An introduction to the types of prestressed slabs lost and recusable formwork is performed.

For the serviceability limit state of vibration, deformation and cracking were analyzed, limiting the values obtained by the standards.

The effects of prestress on the punching resistance is also analyzed and considered in the two examples.

Throughout the study it was also found that the solution of the slab with thicker strips allows for about 60% of the prestressing of the solid slab.

Key words

Building structures

Flat slab

Prestress

Punching shear

Índice de Matérias

1	INTRODUÇÃO	1
1.1	Aspectos Gerais.....	1
1.2	Objectivos.....	1
1.3	Organização da Dissertação	2
2	Estado da Arte	3
2.1	Edifícios com lajes pré-esforçadas	3
2.2	Tipos de lajes pré-esforçadas	7
2.3	Sistemas de pré-esforço.....	11
2.4	Perdas de pré-esforço em sistemas de monocórdão não aderente	15
3	Concepção e dimensionamento de lajes fungiformes pré-esforçadas	21
3.1	Lajes fungiformes pré-esforçadas maciças e maciças com bandas	21
3.2	Combinações de acções.....	23
3.2.1	Quantificação das acções para os estados limites últimos.....	23
3.2.2	Quantificação das acções para os estados limites de serviço	24
3.3	Traçados de cabos em planta e em alçado.....	25
3.4	Verificação da segurança à flexão.....	27
3.4.1	Métodos de Análises e Dimensionamentos.....	27
3.5	Verificação da Segurança ao Punçamento	27
3.5.1	Distribuição dos efeitos das acções e perímetro de controlo.....	27
3.5.2	Estado Limite de resistência ao Punçamento	29
3.6	Estados Limite de Serviço.....	34
3.6.1	Fendilhação	34
3.6.2	Limitação de tensões	35
3.6.3	Deformação	35
3.6.4	Vibrações.....	37
4	Pormenorização.....	39
4.1	Ancoragens.....	39

4.2	Forças nas ancoragens	40
4.3	Localização das ancoragens activas e passivas	42
4.4	Armaduras nas zonas de ancoragens	42
4.5	Aberturas em lajes pré-esforçadas.....	44
4.6	Comportamento pós-colapso.....	45
5	Caso de estudo.....	47
5.1	Solução em laje fungiforme maciça pré-esforçada	47
5.1.1	Planta estrutural.....	47
5.1.2	Cargas Actuantes.....	48
5.1.3	Combinação de Acções	48
5.1.4	Pré-dimensionamento.....	48
5.1.5	Modelo Estrutural.....	49
5.1.6	Solução do pré-esforço.....	50
5.1.7	Análise das Deformações	55
5.1.8	Análise das deformações causadas pelo pré-esforço.....	55
5.1.9	Análise das vibrações	56
5.1.10	Análise das Tensões admissíveis no Betão	57
5.1.11	Verificação da segurança em relação aos estados limites últimos de flexão.....	61
5.1.12	Verificação da segurança em relação ao estado limite de resistência ao punçoamento	63
5.1.13	Análise da fendilhação	65
5.2	Solução em laje maciça pré-esforçada com bandas	65
5.2.1	Planta estrutural.....	65
5.2.2	Modelo estrutural	66
5.2.3	Solução em pré-esforço.....	67
5.2.3	Análise das Deformações	71
5.2.4	Análise das deformações causadas pelo pré-esforço.....	72
5.2.5	Análise das Vibrações	73

5.2.6	Análise das tensões admissíveis no Betão.....	73
5.2.7	Verificação da segurança em relação aos estados limites últimos de flexão.....	75
5.2.8	Verificação da segurança em relação aos estados limites de punçamento	78
5.2.9	Análise da Fendilhação	79
5.2.10	Pormenorização das armaduras	80
5.2	Comparação de custos das duas soluções, vantagens e desvantagens.....	80
6	Conclusões	83
	Referências	85
	Anexo A – Cargas equivalentes ao pré-esforço.	87
	Anexo B – Pormenorização.....	88

Índice de Figuras

Figura 2.1 - Laje fungiforme Pós-tensionada (Lisboa 2012)	4
Figura 2.2 - Laje fungiforme maciça com bandas pós-tensionadas (Rio Maior 2012)	4
Figura 2.3 - Laje aligeirada pós-tensionadas (Luanda 2012)	5
Figura 2.4 - Edifício de Marina City (Chicago)	5
Figura 2.5 - Torres de Jerez (Madrid). Arquitecto: A.Lamela. Engenheiros civis: C.Fernández Casado, J.Manterola e L.Fernández Troyano.....	6
Figura 2.6 - Edifício AL Faisaliah Building-Riyadh, Arábia Saudita.....	6
Figura 2.7 - Hotel Burj Al Arab –Dubai	7
Figura 2.8 - Características geométricas dos moldes de cofragem do sistema Ferca-Atex 900....	8
Figura 2.9 - Moldes reutilizáveis de pvc (Luanda).	8
Figura 2.10 - Características geométricas dos moldes de cofragem, sistema Ferca-Atex 600.....	9
Figura 2.11- Moldes reutilizáveis, sistema Ferca-Atex 600 (Luanda)	9
Figura 2.12 - Moldes Perdidos sistema Ferca-Cobiax (Luanda 2012).....	9
Figura 2.13 - Blocos de Betão vibrado, Sistema Ferca	10
Figura 2.14 - Blocos de betão leve vibrado.....	10
Figura 2.15 - Blocos de poliestireno expandido.....	10
Figura 2.16 - Cabos não aderente de pré-esforço.....	12
Figura 2.17 - Constituição de um cabo não aderente de pré-esforço [17].....	13
Figura 2. 18 – Ancoragem activa para bainha chata [17].....	13
Figura 2.19 - Sistema de pré-esforço em cabos de bainhas achatadas [17].	14
Figura 2.20 – Medição dos comprimentos dos cordões antes do tensionamento.....	14
Figura 2.21 – Macaco tipo MK4 de tensionamento unitário.....	15
Figura 2.22 - Unidade portátil tipo MK4, de accionamento hidráulico para os macacos.	15
Figura 3.1 - Disposição dos cabos em planta para diferentes soluções [5]	25
Figura 3.2 - Traçados em alçado de um cabo de pré-esforço.....	26
Figura 3.3 - Primeiros perímetros de controlo típicos em torno de pilares interiores [7]	28

Figura 3.4 - Largura para cálculo da força vertical de desvio dos cabos de pré-esforço que reduz a força efectiva de Punçoamento [20].	28
Figura 3.5 - Mecanismo de rotura por punçoamento de um pavimento de laje [12].	29
Figura 3.6 - Punçoamento centrado [6].	30
Figura 3.7 - Distribuição de tensões tangencias devidas a um momento não equilibrado na ligação entre uma laje e o pilar.	32
Figura 3.8 – Valores mínimos recomendados param β [7].	32
Figura 4.1 - Ancoragem activa	39
Figura 4.2 - Ancoragem passiva [19].	39
Figura 4.3 - Ancoragem de continuidade [19].	40
Figura 4.4 - Disposição das ancoragens em obra (Luanda 2012).	40
Figura 4.5 - Forças equivalentes ao pré-esforço na zona das ancoragens [14].	40
Figura 4.6 - Cargas equivalentes ao pré-esforço segundo um traçado poligonal [14].	41
Figura 4.7 - Troço infinitesimal de um traçado parabólico [14].	41
Figura 4.8 – Cabo com traçado parabólico [14].	42
Figura 4.9 - Parâmetros para determinação das forças de tracção transversais num campo de tensões de compressão com armaduras distribuídas.	43
Figura 5.1 - Planta estrutural da laje para solução maciça.	47
Figura 5.2 - Malha de elementos finitos (plano x-y).	50
Figura 5.3 - Modelo estrutural (vista 3D).	50
Figura 5.4 - Aplicação de $P \times \operatorname{tg}\alpha = 1$ no traçado dos cabos (alinhamento F).	51
Figura 5.5 - Deformações devido $P \times \operatorname{tg}\alpha = 1$ (em metro).	51
Figura 5.6 - Deformações devido à combinação quase-permanente das acções em metro.	52
Figura 5.7 - Deformações da laje provocadas pela combinação quase-permanente em metro.	55
Figura 5.8 - Deformações causadas pelo Pré-esforço em metro.	56
Figura 5.9 - Tensões na face superior da laje de betão (kN/m ²) para combinação quase-permanente (direcção xx).	58
Figura 5.10 - Tensões na face inferior da laje de betão (KN/m ²) para combinação quase-permanente (direcção xx).	59

Figura 5.11 - Tensões na face superior da laje de betão (kN/m ²) para combinação quase-permanente (direcção yy).....	59
Figura 5.12 - Tensões na face inferior da laje de betão (kN/m ²) para combinação quase-permanente (direcção yy).....	60
Figura 5.13 - Momentos flectores devido à combinação fundamental na direcção xx em kNm/m.....	61
Figura 5.14 - Momentos flectores devido a combinação fundamental na direcção yy em kNm/m.....	61
Figura 5.15 - Planta estrutural para solução em Banda.....	66
Figura 5.16 - Malha de elementos finitos (plano x-y).....	67
Figura 5.17 - Modelo estrutural (vista 3D)	67
Figura 5.18 - Aplicação de $P \times \operatorname{tg} \alpha = 1$ no traçado dos cabos alinhamento F.....	68
Figura 5.19 - Deformações devidas $P \times \operatorname{tg} \alpha = 1$ em metro.	68
Figura 5.20 - Deformações devido a combinação quase-permanente.....	69
Figura 5.21 - Deformação da laje provocada pela combinação quase-permanente	72
Figura 5.22 - Deformações causadas pelo pré-esforço em metro.	72
Figura 5.23 - Tensões na face superior da laje de betão (KN/m ²) para combinação quase-permanente direcção xx.....	73
Figura 5.24 - Tensões na face inferior da laje de betão (KN/m ²) para combinação quase-permanente direcção xx.....	74
Figura 5.25 - Tensões na face superior da laje de betão (KN/m ²) para combinação quase-permanente direcção yy.....	74
Figura 5.26 - Tensões na face inferior da laje de betão (KN/m ²) Para combinação quase-permanente direcção yy.....	75
Figura 5.27 - Momentos flectores devido a combinação fundamental na direcção xx em kNm/m.....	76
Figura 5.28 - Momentos flectores devido a combinação fundamental na direcção yy em kN/m	76

Índice de Tabelas

Tabela 3.1 - Relação altura/vão, recomendadas pela” Guia de aplicação da Instrução EHE” [5]	21
Tabela 3. 2 - Tabela de relações altura /vão recomendados pelo código norte-americano PTI [5]	22
Tabela 3.3 - Pré-dimensionamento da espessura a utilizar numa laje pré-esforçada [3].....	22
Tabela 3.4 - Valores recomendados para os coeficientes ψ para Edifícios de acordo com o EC2 [7].....	25
Tabela 3.5 - Valores de k para áreas carregadas rectangular	31
Tabela 3.6 - Frequência crítica em estruturas sujeitas a vibrações causadas por movimento de pessoas (CEB-FIP MODEL CODE 1990) [1] e [10]......	38
Tabela 5. 1 - Deformações devido $P \times t g \alpha = 1$ (em metro $ap \times 10 - 5$).	51
Tabela 5.2 - Deformações devido a combinação quase permanente das acções em metro.....	52
Tabela 5.3 - Frequências fundamentais da Laje.....	56
Tabela 5.4 - Momentos flectores positivos param o dimensionamento na direcção xx.....	62
Tabela 5.5 - Momentos flectores positivos para o dimensionamento na direcção xx.....	62
Tabela 5.6 - Momentos negativos nas zonas dos pilares com maiores esforços, direcção xx	62
Tabela 5.7 - Esforços resistentes em lajes de betão armado.....	63
Tabela 5.8 - Esforços nos pilares interiores	63
Tabela 5.9 - Deformações devidas $P \times t g \alpha = 1$ (em metro $ap \times 10 - 5$).....	68
Tabela 5.10 - Deformações devido a combinação quase-permanente das acções em metro.	69
Tabela 5.11 - Frequências fundamentais da laje.	73
Tabela 5.12 - Momentos flectores positivos para o dimensionamento na direcção xx.....	76
Tabela 5.13 - Momentos flectores positivos para o dimensionamento na direcção yy.....	77
Tabela 5.14 - Momentos negativos nas zonas dos pilares com maiores esforços na direcção xx77	
Tabela 5.15 - Esforços resistentes em lajes de betão armado	77
Tabela 5.16 - Esforços nos pilares interiores	78
Tabela 5.17 - Quantidades de monocordões para as duas soluções nos diferentes alinhamentos80	

Tabela 5.18 - Quantidade de betão em m ³	81
---	----

Notação

Minúsculas Latinas

b_x	dimensão do perímetro crítico na direcção x
b_y	dimensão do perímetro crítico na direcção
b_u	diâmetro de um círculo com a mesma superfície que a região do perímetro de referencia
c_1	dimensão na direcção x de um pilar rectangular
c_2	dimensão na direcção y de um pilar rectangular
d_p	altura útil da armadura de pré-esforço
e	excentricidade do pré-esforço
f_{cd}	valor de cálculo da tensão de rotura do betão à compressão
f_{ck}	tensão característica de rotura à compressão do betão em provetes cilíndricos
f_{cm}	tensão média de rotura à compressão do betão em provetes cilíndricos
f_{ctk}	tensão característica de rotura a tracção do betão
f_{ctm}	tensão média de rotura à tracção do betão
f_{pu}	tensão de rotura à compressão do aço de pré-esforço
f_{puk}	tensão característica de rotura à tracção do aço de pré-esforço
$f_{p0,1}$	tensão limite convencional de proporcional a 0.1% do aço de pré-esforço
f_{sy}	tensão limite de cedência limite convencional de proporcionalidade a 0.2% do aço.
f_{syd}	valor de cálculo da tensão limite de cedência do aço.
f_{syk}	tensão característica de cedência do aço
$f_{ywd,ef}$	valor efectivo de cálculo de resistência da armadura de Punçoamento
h	altura útil da laje
k_e	coeficiente de excentricidade
r_s	distância a partir do eixo do pilar até ao local onde o momento flector radial é zero.
s	espaçamento entre armadura
s_r	afastamento radial entre camadas de armadura
u	perímetro de referência

u_0 perímetro da área carregada

w módulo de flexão

Maiúsculas Latinas

A_s	área de armadura ordinária
A_{sp}	área de armadura de pré-esforço
A_{sw}	área transversal da armadura específica de Punçoamento
E_c	módulo de elasticidade do betão
E_s	módulo de elasticidade do aço
M_{Ed}	valor de cálculo do momento actuante
M_{qp}	momento devido a combinação quase-permanente.
P	força de pré-esforço
V_p	Componente vertical do pré-esforço que passa no perímetro de referência
V_{eff}	força efectiva de Punçoamento
V_{Rd}	valor de cálculo do esforço resistente ao Punçoamento
V_{Rm}	valor médio do esforço resistente ao Punçoamento
V_{Ed}	valor de cálculo do esforço de punçoamento actuante

Gregas

γ	peso volúmico do betão
γ_c	coeficiente de segurança do betão
γ_s	coeficiente de segurança do aço
ρ	percentagem geométrica da armadura
ρ_p	percentagem geométrica da armadura de pré-esforço
ρ_s	percentagem geométrica da armadura ordinária
ρ_x	percentagem geométrica da armadura na direcção x
ρ_y	percentagem geométrica da armadura na direcção y
σ_{cp}	tensão média de compressão de compressão no betão devido ao pré-esforço
σ_{cx}	tensão normal no betão na secção crítica na direcção x
σ_{cy}	tensão normal no betão na secção crítica na direcção y
σ_p	tensão de tracção na armadura de pré-esforço

σ_s tensão de tracção na armadura ordinária

Abreviações

ACI	American concrete Institute
BS	British Standard
CEB	Comité Euro-International du Béton
EC2	Eurocodigo
FIB	Fédération Internationale du Béton
FIP	Federation Internationale de la precontraine MC2010 Model Code 2010
REBAP	Regulamento de estrutura de betão armado e pré-esforçado

1 INTRODUÇÃO

1.1 Aspectos Gerais

O objectivo dos engenheiros civis é conceber estruturas que se comportem adequadamente, possuam resistência adequada, que sejam funcionais, não sofram deformações que as impeçam de desempenhar adequadamente o fim para o qual foram concebidas e construídas.

Actualmente o pré-esforço é uma técnica testada que oferece soluções viáveis, económicas e estéticas nos projectos de estruturas. Esta técnica é muito utilizada e os principais motivos de seu êxito consiste na facilidade de construção, na redução dos materiais a manipular, as armaduras mais simples e menos problemáticas, no sistema de cofragens simples e rapidez de descimbramento.

O pré-esforço permite ao engenheiro projectar grandes vãos que facilitam a subdivisão posterior para áreas comerciais, administrativas, assim como amplos espaços públicos [4].

Entre as inúmeras vantagens que a aplicação do pré-esforço proporciona, pode-se citar: o aumento de vãos e da capacidade de carga, diminuição da espessura da laje, redução do peso próprio e da quantidade de materiais e do peso sobre as fundações, a forte redução e a simplificação das armaduras passivas, redução do número de juntas de dilatação e de pilares, um melhor comportamento ao punçoamento, um aumento da resistência à fissuração, uma impermeabilidade acrescida devido a compressão do betão, utilização de cabos auto-protegidos, compensação das flechas, a retirada da cofragem em 3 dias e a adaptação á geometria variável complexa da construção [3].

1.2 Objectivos

O uso de lajes fungiformes pré-esforçadas é uma técnica nova em Angola. Com o aumento do número de obras e dada as exigências cada vez maiores de segurança, conforto e rapidez de execução, este tipo de solução tem-se tornado cada vez mais frequente por um lado, porém os estudos e investigações neste âmbito não têm acompanhado o mesmo ritmo.

No meio técnico nacional (Angola) não é habitual o dimensionamento de edifícios em laje fungiformes pré-esforçadas, e tendo em conta os recentes edifícios construídos utilizando esta técnica o autor foi motivado a desenvolver este tema.

O presente trabalho tem como objectivo analisar e dimensionar uma laje fungiforme pré-esforçada, utilizando duas soluções (maciça e maciça com bandas). Serão analisados diferentes traçados de pré-esforço em planta e em alçado comparando as vantagens e desvantagens das diferentes soluções.

1.3 Organização da Dissertação

Esta dissertação é composta por seis capítulos.

Neste capítulo é feita uma apresentação do tema e definem-se os objectivos do trabalho.

O segundo capítulo descreve os tipos de lajes pré-esforçadas, os sistemas de pré-esforço e as perdas de pré-esforço em sistemas de monocórdão não aderente.

O terceiro capítulo descreve a concepção de lajes pré-esforçadas fungiformes maciças e maciças com bandas, traçados de cabos em planta e em alçado, verificação da segurança à flexão e ao punçoamento, deformação, vibração e fendilhação.

O quarto capítulo descreve as ancoragens, verificação da segurança, armaduras, localização das ancoragens activas e passivas, aberturas em lajes pré-esforçadas, comportamento pós-colapso das lajes.

O quinto capítulo apresenta o caso de estudo e descreve também a comparação das duas soluções (maciça e maciça com bandas), com diferentes traçados de pré-esforço em planta e em alçado. São analisados os custos das duas soluções, e referidas as respectivas vantagens e desvantagens.

O sexto capítulo apresenta as principais conclusões obtidas no decorrer deste trabalho.

2 Estado da Arte

2.1 Edifícios com lajes pré-esforçadas

A primeira proposta de betão pré-esforçado remonta a 1886. Neste ano, P.H. Jackson regista a patente US 375999 sobre “Constructions of artificial stone and concrete pavements” em que se propõe utilizar tirantes pré-esforçado fornecido com ancoragens roscadas ou de cunha para a construção de blocos de betão e arcos para coberturas e pisos [5].

Dois anos depois, W.Dohring, regista a patente DRP 53548, relativa a construção de placas e vigotas para pisos de edifícios.

No entanto, o comportamento destas tentativas iniciais não foi bem sucedido devido à baixa resistência dos aços utilizados, que fazia com que devido às perdas diferidas se dissipasse o efeito do pré-esforço.

Diversos investigadores desenvolveram patentes que melhoram aspectos específicos da nova técnica, alargando o seu campo de aplicação.

Freyssinet foi o primeiro investigador que teve as ideias claras acerca das distintas missões do aço e do betão no pré-esforço, a necessidade do emprego de altas resistências no betão e no aço, assim como as perdas de pré-esforço devido à retracção e à fluência do betão. O seu principal mérito reside no fato de que desde 1911 se dedicou a observar o fenómeno da fluência no betão, vindo a compreender a sua natureza, e foi o primeiro a tirar conclusões sobre o efeito da fluência no comportamento do betão pré-esforçado [5].

Em 1928 Freyssinet registou a sua primeira patente sobre pré-esforço em França. A primeira ponte de betão pré-esforçado foi construída em Luzancy, em 1941. Em Portugal a primeira ponte em betão pré-esforçado foi construída em 1954, entre Benavente e Salvaterra de Magos [6].

Em 1934 F. Dishinger, regista a patente DRP 727429, na qual propõe colocar os cabos fora da massa de betão [5].

A primeira construção que se realizou nos Estados Unidos da América em betão pré-esforçado foi a ponte Walnut Lane, inaugurada em 1951. Apenas nos finais dos anos 50 surgiram as lajes pós-tensionadas para pisos de edifícios mediante o procedimento de construção *lift-slab*, que consistia em betonar as lajes servindo uma de cofragem de outras, e elevavam-se até á sua posição definitiva. A pós-tensão destes elementos reduzia o peso, diminuía a espessura da laje e ajudava a controlar a fissuração.

No princípio da década de 60 deu-se um impulso decisivo nesta técnica com o método de cálculo de compensação de cargas, de modo que durante os anos 60 -70, o desenvolvimento foi exponencial.

A implementação na Europa deu-se a partir de 1970 quando se efectuaram campanhas experimentais que permitiram conhecer o melhor comportamento destas estruturas. Ao mesmo tempo elaboram-se normas e recomendações que facilitaram o projecto desta tipologia estrutural.

Actualmente, em países como os Estados Unidos ou a Austrália, esta técnica é muito divulgada, mas o seu progresso na Europa tem sido menor. Enquanto 75% do aço de pré-esforço utilizado no Estados Unidos ou na Austrália é usado na pós-tensão, no caso da Europa atinge apenas 10% [5].

Em seguida mostram-se algumas obras em lajes pós-tensionadas, visitadas pelo autor no decorrer deste trabalho (Figuras 2.1 a 2.3).



Figura 2.1 - Laje fungiforme Pós-tensionada (Lisboa 2012)



Figura 2.2 - Laje fungiforme maciça com bandas pós-tensionadas (Rio Maior 2012)



Figura 2.3 - Laje aligeirada pós-tensionadas (Luanda 2012)

As Figuras 2.1 a 2.7 reproduzem algumas realizações de lajes pré-esforçadas por pós-tensão em edifícios.



Figura 2.4 - Edifício de Marina City (Chicago)



Figura 2.5 - Torres de Jerez (Madrid). Arquitecto: A.Lamela. Engenheiros civis: C.Fernández Casado, J.Manterola e L.Fernández Troyano.



Figura 2.6 - Edifício AL Faisaliah Building-Riyadh, Arábia Saudita



Figura 2.7 - Hotel Burj Al Arab –Dubai

2.2 Tipos de lajes pré-esforçadas

De entre os diferentes tipos de lajes pré-esforçadas podemos citar:

Lajes fungiformes maciças - são lajes com vãos sensivelmente iguais nas duas direcções; cargas de serviço relativamente ligeiras. Utilizadas normalmente em imóveis de habitação, imóveis de escritórios, hotéis, hospitais, parques de estacionamento, e com vãos compreendidos entre 5 e 12 m.

Lajes vigadas - são lajes com vãos sensivelmente iguais nas duas direcções; cargas de serviço relativamente moderadas. Utilizadas normalmente em imóveis de escritórios, hotéis, hospitais, parques de estacionamento, e com vãos compreendidos entre 10 e 20 m.

Lajes fungiformes nervuradas - são lajes com um sistema de nervuras nas duas direcções, combinado com zonas maciças junto aos pilares. São utilizadas normalmente para sobrecargas elevadas, bibliotecas, construções industriais, construções de aeroportos e com vãos compreendidos entre 10 e 20 m.

O aligeiramento das lajes fungiformes pode ser realizado pela utilização de moldes de dimensões normalizadas reutilizáveis, por blocos maciços ou vazados de betão leve, ou blocos de poliestireno obedecendo também a dimensões normalizadas

No mercado podemos encontrar os seguintes sistemas de moldes de cofragem:

Sistema Ferca-Atex 900 (moldes reutilizáveis): utilizado na construção de lajes nervuradas segundo módulos de 900 mm entre eixos de nervuras, nas duas direcções ortogonais. Estes moldes são em PVC, usados com escoramentos metálicos, foram concebidos com abas estreitas nos dois lados opostos para permitir serem facilmente descofrados; mantendo a estrutura de suporte vertical. Existem moldes com 225 mm, 325 mm e 425 mm de altura (Figura 2.8).

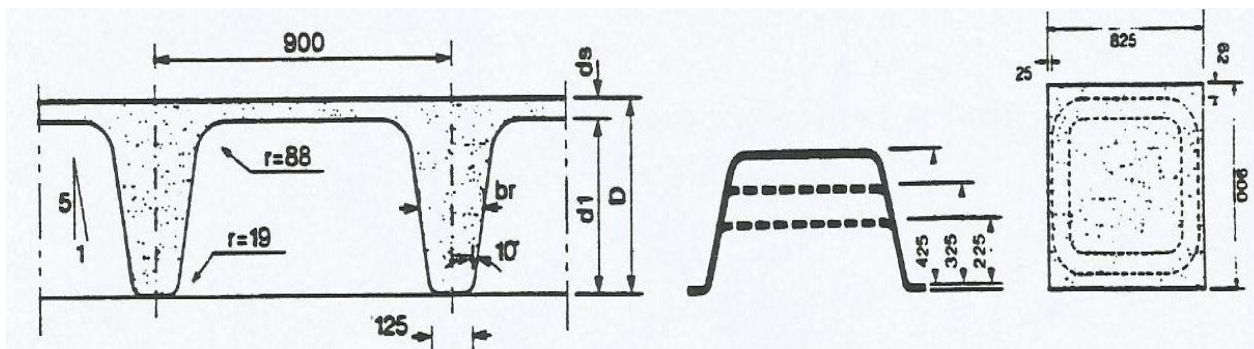


Figura 2.8 - Características geométricas dos moldes de cofragem do sistema Ferca-Atex 900.

A Figura 2.9 mostra a aplicação destes moldes em obra.



Figura 2.9 - Moldes reutilizáveis de pvc (Luanda).

Sistema Ferca-Atex 600 (moldes reutilizáveis). São usados para a construção de lajes nervuradas unidireccionais, com 600 mm de afastamento entre nervuras Figuras 2.10 e 2.11.

Na Figura 2.12 pode-se observar os moldes perdidos circulares, produzidos com materiais reciclados, do sistema Ferca-Cobiax

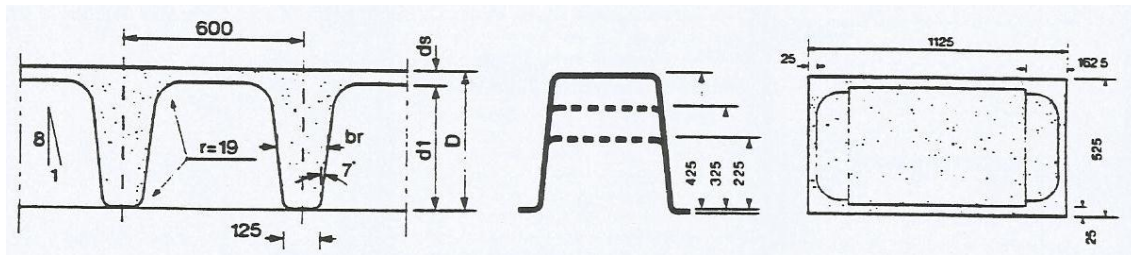


Figura 2.10 - Características geométricas dos moldes de cofragem, sistema Ferca-Atex 600



Figura 2.11- Moldes reutilizáveis, sistema Ferca-Atex 600 (Luanda)



Figura 2.12 - Moldes Perdidos sistema Ferca-Cobiex (Luanda 2012)

Sistema Ferca (blocos de aligeiramento) - blocos de betão vibrado. São blocos fabricados em obra, com equipamento Ferca (Figura 2.13).

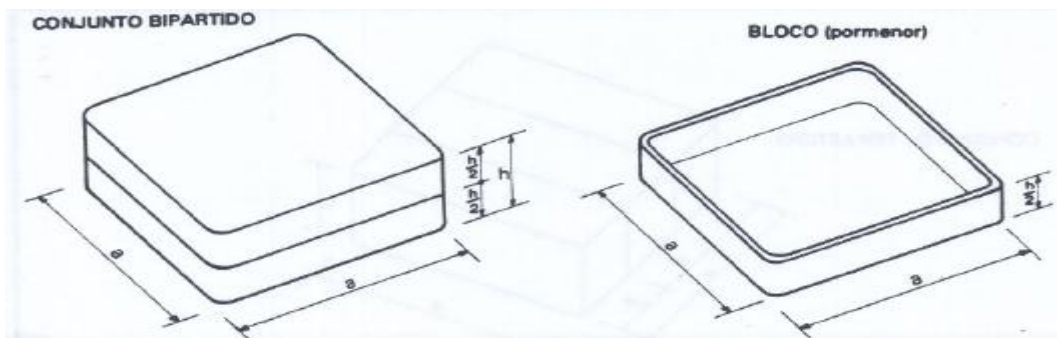


Figura 2.13 - Blocos de Betão vibrado, Sistema Ferca

Blocos de betão leve vibrado - são blocos fornecidos em obra prontos a serem utilizados (Figura 2.14).

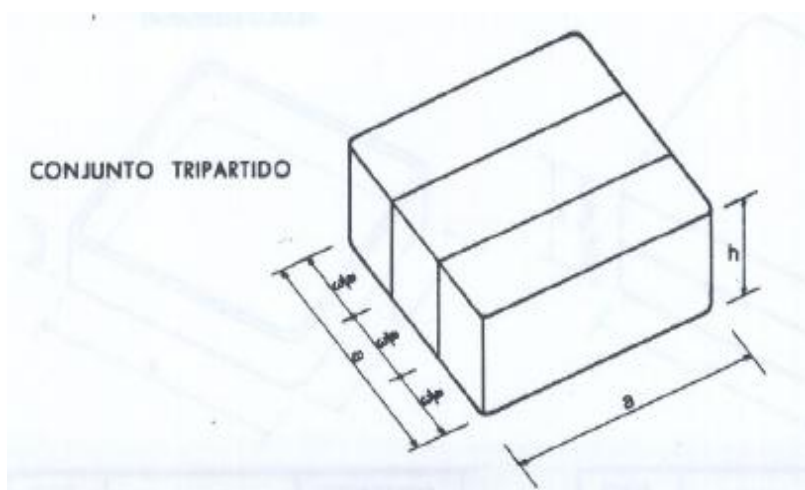


Figura 2.14 - Blocos de betão leve vibrado

Blocos de poliestireno expandido. Podem ser fornecidos, sob consulta, blocos de poliestireno expandido, maciço ou oco com quaisquer medidas.

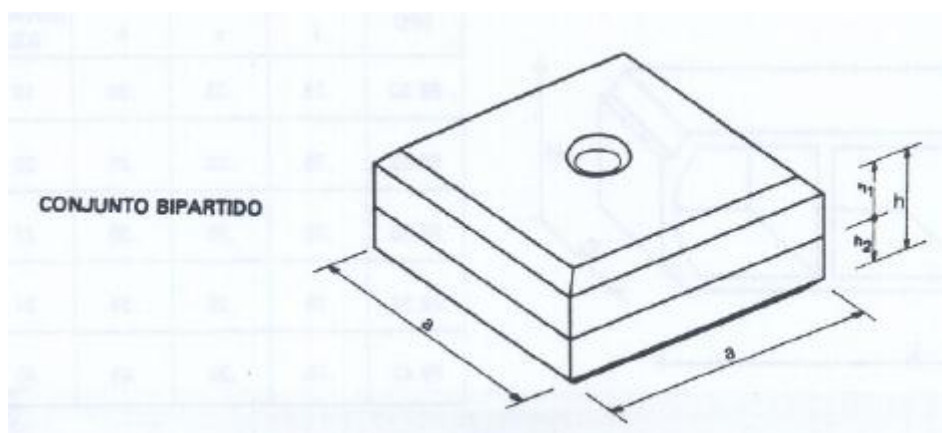


Figura 2.15 - Blocos de poliestireno expandido

Podemos encontrar outros sistemas de aligeiramento com blocos (cofragens perdida), como o sistema Leca e o sistema Ytong.

Lajes pré-fabricadas - os tipos de lajes pré-fabricadas disponíveis no mercado são lajes de vigotas, pré-lajes e as lajes alveoladas. As lajes de vigotas são lajes com vigotas pré-fabricadas e blocos de aligeiramento, compostas por blocos leves cerâmicos, em betão ou em betão de argila expandida; vigotas de betão C40/50 pré-tensionado com fios de aço de alta resistência (A1530/1715 MP) $\phi 3\text{mm}$ a $\phi 5\text{mm}$; armaduras ordinárias em A400 ou A500; betão complementar C20/25 betonado em obra. As pré-lajes são lajes executadas com pranchas pré-fabricadas maciças, possuem uma largura máxima de 2.45m, condicionada pela largura do transporte e as suas espessuras variam entre 0.05m e 0.12m. As lajes alveoladas são lajes executadas com pranchas pré-fabricadas aligeiradas. Estas pranchas pré-fabricadas têm 1,2m de largura e comprimento igual ao vão a vencer. No processo de pré-fabricação são moldados alvéolos longitudinais e são pré-esforçadas longitudinalmente, sendo esta a única armadura da prancha.

2.3 Sistemas de pré-esforço

Os vários sistemas de pré-esforço que existem actualmente no mercado, têm como principal objectivo oferecer produtos que garantem a transmissão e ancoragem das forças de pré-esforço, e a durabilidade dos mesmos durante toda vida de serviço da estrutura. Para satisfazer as várias condicionantes geométricas e mecânicas, existem vários tipos de ancoragem [4].

Os sistemas de pré-esforço mais correntes disponíveis no mercado são:

VSL

Freyssinet

DSI-Dywidag

Tensacciai

BBRV

Stronghold

CCL

Macalloy

MK4

Pode-se referenciar dois sistemas, um sistema de monocordão pós-tensionado com cordões não aderentes lubrificadas e embainhados e outro sistema de pós-tensão com cordões aderentes (injectados com calda).

Os sistemas de monocordões pós-tensionados com cordões não aderentes, desenvolvidos para fornecer métodos eficientes na construção, sendo monocordões leves, flexíveis e de fácil aplicação, usados normalmente para elementos finos/delgados como lajes em edifícios.

Este sistema apresenta as seguintes vantagens [18]:

- Reduz o valor das perdas por atrito ($\mu \cong 0.05$ a 0.07).
- Não necessita de injeção.
- Em lajes pouco espessas a adopção de monocordões permite conduzir uma boa excentricidade para cabos.
- A flexibilidade do monocordão permite um traçado de cabos simples (trapezoidal) de fácil colocação e também adaptável a geometrias complexas.
- Os cabos têm uma dupla protecção contra a corrosão (bainha de polietileno e massas petrolífera de protecção e lubrificação).

E igualmente apresenta os seguintes inconvenientes:

- Não mobiliza no estado limite ultimo a resistência do aço de pré-esforço.
- No caso de ocorrência de uma rotura local de um cabo os efeitos são globais.
- Em locais de elevado risco de incêndio deve ser evitado o seu uso ou garantindo um adequado recobrimento.



Figura 2.16 - Cabos não aderente de pré-esforço

Na Figura 2.17 apresenta-se a constituição de um cabo não aderente, envolvido por uma massa de protecção contra a corrosão no interior de uma bainha de material plástico de espessura reduzida.

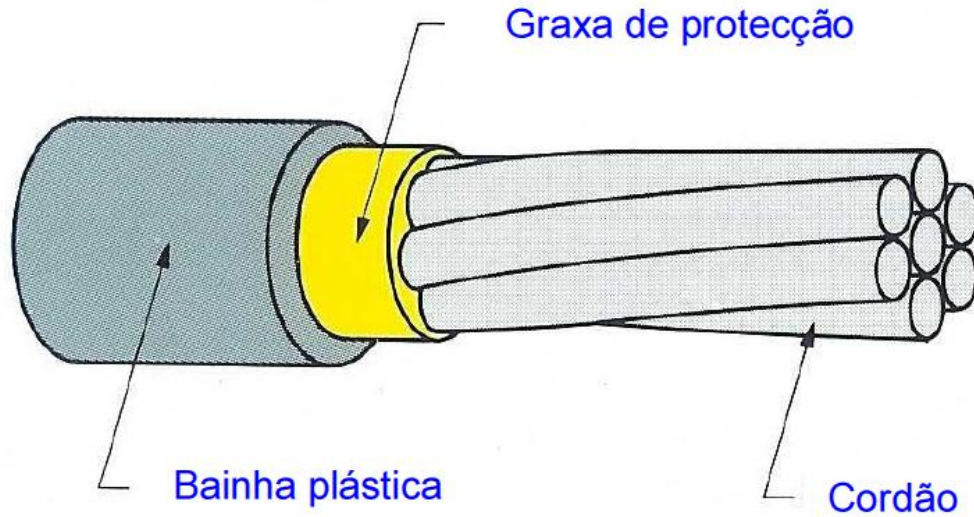


Figura 2.17 - Constituição de um cabo não aderente de pré-esforço [17].

Os sistemas de pós-tensão com cordões aderentes são sistemas com cabos de 4 cordões com bainhas metálicas chatas ou de pvc de alta densidade.

Como alternativa de monocordão não aderente, os sistemas de pós-tensão aderente é também particularmente indicado para elementos pouco espessos em edifícios e pontes (ver Figura 2.18 e 2.19).

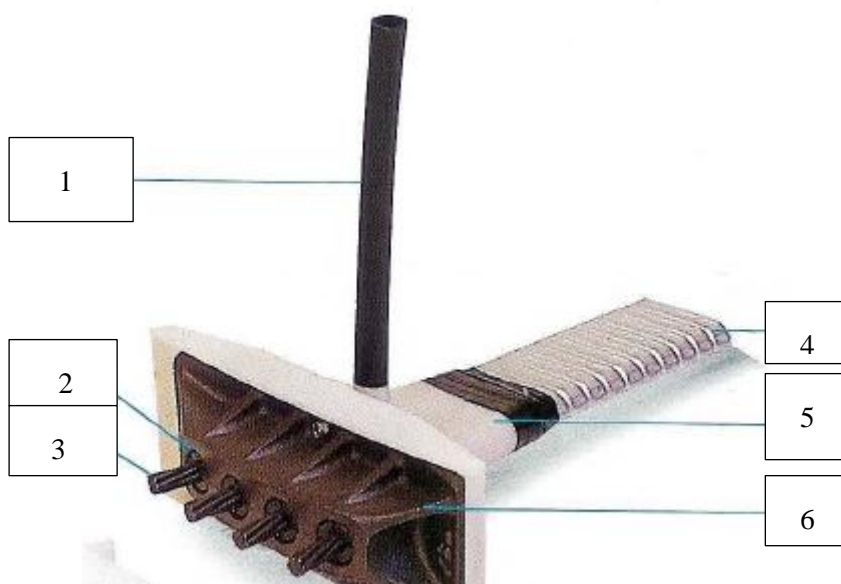


Figura 2. 18 – Ancoragem activa para bainha chata [17].

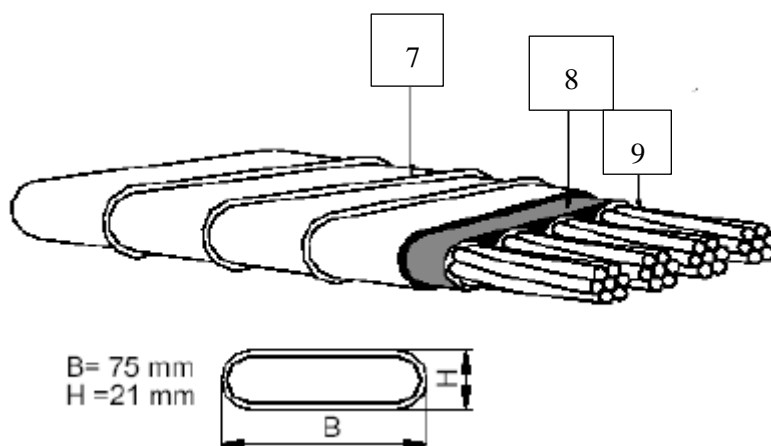


Figura 2.19 - Sistema de pré-esforço em cabos de bainhas achatadas [17].

Onde: 1- tubo de injeção ou de purga; 2 – cunha; 3 – cordões; 4 – bainha chata; 5 – trompete; 6 – corpo da ancoragem; 7- duto de aço plano; 8 – argamassa de cimento; 9 – fios desencapados.

Neste trabalho será utilizado apenas, o sistema de monocordão não aderente.

As fotografias das Figuras 2.20 a 2.22 ilustram a aplicação do pré-esforço, acompanhada pelo autor do trabalho, no Rio Maior, utilizando o Sistema MK4.



Figura 2.20 – Medição dos comprimentos dos cordões antes do tensionamento



Figura 2.21 – Macaco tipo MK4 de tensionamento unitário

Os macacos são equipamentos muito leves, permitindo a sua utilização manual sem auxílio de nenhum equipamento.



Figura 2.22 - Unidade portátil tipo MK4, de accionamento hidráulico para os macacos.

As unidades hidráulicas são equipamentos equipados com rodas, permitindo assim um fácil manuseamento em obra.

2.4 Perdas de pré-esforço em sistemas de monocordão não aderente

A força aplicada à armadura de pré-esforço, P_{max} (ou seja, a força na extremidade activa durante a aplicação do pré-esforço), não deve exceder o valor apresentado na expressão 2.1.

$$P_{max} = A_p \cdot \sigma_{p,max} \quad 2.1$$

Onde a tensão máxima ($\sigma_{p,max}$) aplicada à armadura de pré-esforço, de acordo com o EC2 [7], toma o valor mínimo de $0.8f_{pk}$ ou $0.9f_{p0.1k}$, sendo f_{pk} e $f_{p0.1k}$ o valor característico da tensão

de rotura à tracção do aço das armaduras de pré-esforço e o valor característico da tensão limite convencional de proporcionalidade a 0.1% à tracção do aço das armaduras de pré-esforço

O valor da força de pré-esforço inicial $P_{m0}(x)$ (na idade $t = t_0$), aplicada ao betão imediatamente após a tracção e a amarração das armaduras (pós-tensão), obtém-se deduzindo à força aplicada, P_{max} , as perdas instantâneas $\Delta P_i(x)$, não devendo exceder o seguinte valor da expressão 2.2.

$$P_{m0}(x) = A_P \cdot \sigma_{Pm0}(x) \quad 2.2$$

Em que:

$\sigma_{Pm0}(x)$ é a tensão na armadura imediatamente após a aplicação ou a transferência do pré-esforço = $\min \{0.75 \cdot f_{pk} ; 0.85 f_{p0,1k}\}$.

Ao longo do tempo devem-se considerar as perdas diferidas de pré-esforço devidas à fluência e retracção do betão, e à relaxação do aço de pré-esforço:

$$\begin{array}{l} P_{mt}(x) < P_{m0}(x) \text{ ----- } t = t \text{ dias} \\ P_{m\infty}(x) \text{ ----- } t = \infty \end{array}$$

O conjunto de perdas pode oscilar entre 15% á 20%, salvo em traçados complexos que podem conduzir valores superiores [8]. Para a consideração das perdas é conveniente dividi-las em dois grupos:

Perdas imediatas ou instantâneas são habitualmente devido á três fenómenos seguintes:

Perdas por atrito entre os cordões e a bainha, para ter em conta desvios do cabo e as tolerâncias de posicionamento. A expressão apresentada pelo EC2 para cálculo das perdas por atrito é a seguinte:

$$\Delta P_{\mu}(x) = P_{max} \cdot (1 - e^{-\mu(\beta + kx)}) \quad 2.3$$

Em que:

β soma dos desvios angulares ao longo de um comprimento x (independentemente da sua direcção ou do seu sinal)

μ coeficiente de atrito entre a armadura de pré-esforço e a sua bainha.

- k desvio angular parasita para as armaduras interiores (por unidade de comprimento)
- x distância ao longo da armadura a partir do ponto em que a força de pré-esforço é igual a P_{max} (força na extremidade activa durante a aplicação do pré-esforço).

O valor de μ depende das características da superfície das armaduras e da bainha, da presença de ferrugem, do alongamento das armaduras e do seu traçado.

O valor de k para o desvio angular parasita depende da qualidade da execução, da distância entre os apoios das armaduras e do tipo de bainha.

Na ausência de dados fornecidos por uma Aprovação Técnica Europeia, os valores dos desvios angulares parasitas situam-se, em geral, no intervalo $0,005 \text{ rad/m} < k < 0,01 \text{ rad/m}$.

O valor do coeficiente de atrito μ em monocordões não aderentes pode ser tomado igual a 0.19 [7].

Os valores de μ e de k podem ser dados na Aprovação Técnica Europeia aplicável.

Perdas por reentrada das cunhas no caso de cabos com traçados parabólicos, a perda por atrito é praticamente constante ao longo do cabo:

$$\frac{\Delta P_{\mu}}{l} \approx \frac{P_{max}\mu(\beta+kl)}{l} \quad 2.4$$

A perda por reentrada das cunhas, ΔP_l , pode ser dada por $\Delta P_l = \frac{\Delta P_{\mu}}{l} (c - x)$, onde

$c = \sqrt{\Delta l E_p A_p / (\frac{\Delta P_{\mu}}{l})}$ é o conjunto de cabos onde verificam estas perdas. Nesta expressão E_p e A_p são, respectivamente o módulo de elasticidade e a área de secção transversal do aço de pré-esforço.

A reentrada das cunhas, no instante da aplicação do pré-esforço, corresponde a uma diminuição do alongamento do cabo de cerca de $\Delta l \approx 6mm$.

Perdas por deformação instantânea no betão numa viga com n cabos de pré-esforço, o pré-esforço do cabo i vai causar deformação da peça de betão e correspondentemente encurtamento nos cabos já pré-esforçados. A este encurtamento corresponderá uma perda de pré-esforço que pode ser estimada, de forma aproximada, pela expressão 2.5

$$\Delta P_{el} = \frac{n-1}{2n} \frac{E_p}{E_{cm}(t)} \sigma_{cp} \cdot A_p \quad 2.5$$

Em que:

n número de cabos de pré-esforço

E_{cm} módulo de elasticidade secante do betão

σ_{cp} tensão no betão, ao nível dos cabos de pré-esforço, devido à aplicação do pré-esforço.

Perdas diferidas são também habitualmente devido a três fenómenos:

Por retracção do betão $\Delta P_s = \varepsilon_{cs} \cdot E_p \cdot A_p$, onde ε_{cs} é a extensão estimada de retracção, em valor absoluto.

Por fluência do betão $\Delta P_c = A_p \cdot \frac{E_p}{E_{cm}} \varphi(t, t_0) \cdot \sigma_{c,qp}$

Por relaxação do aço de pré-esforço $\Delta P_{pr} = \Delta \sigma_{pr} \cdot A_p$

$\Delta \sigma_{pr}$ valor absoluto da variação de tensão nas armaduras na secção x, no instante t, devida à relaxação do aço de pré-esforço. É determinado para uma tensão inicial nas armaduras devido ao pré-esforço inicial e às acções quase-permanentes

$\varphi(t, t_0)$ coeficiente de fluência no instante t para uma aplicação das cargas no instante t_0

$\sigma_{c,qp}$ tensão no betão ao nível das armaduras, devida ao peso próprio e ao pré-esforço inicial e, sempre que for relevante, a outras acções quase-permanentes.

A_p área de todas as armaduras de pré-esforço na secção x

A_c área da secção transversal do betão

I_c momento de inércia da secção de betão

Z_{cp} distância entre o centro de gravidade da secção de betão e as armaduras de pré-esforço.

De forma simplificada podemos avaliar as perdas diferidas na secção x sob acções permanentes utilizando a expressão 2.6:

$$\Delta P_{c+s+r} = A_p \Delta \sigma_{c+s+r} = A_p \frac{\varepsilon_{cs} E_p + 0,8 \Delta \sigma_p \frac{E_p}{E_{cm}} \varphi(t, t_0) \Delta \sigma_{pr} \cdot \sigma_{c,qp}}{1 + \frac{E_p A_p}{E_{cm} A_c} \left(1 + \frac{A_c Z_{cp}^2}{I_c} \right) [1 + 0,8 \varphi(t, t_0)]} \quad 2.6$$

Na expressão 2.6 os valores médios das tensões devem ser calculados ao longo de todo o comprimento das armaduras no caso de pré-esforço não aderente.

Nesta expressão:

$\Delta\sigma_{c+s+r}$ Valor absoluto da variação de tensão nas armaduras devido à fluência, à retração e à relaxação na secção x, no instante t.

As tensões de compressão e as correspondentes extensões indicadas na expressão 2.6 devem ser consideradas com sinal positivo.

Os valores de ε_{cs} , $\Delta\sigma_{pr}$ e $\varphi(t, t_0)$ podem ser determinados como especificado no EC2 [7].

3 Concepção e dimensionamento de lajes fungiformes pré-esforçadas

Neste capítulo apresentar-se-á varias abordagens do pré-dimensionamento da espessura a utilizar numa laje pré-esforçada.

Será descrito também o traçado dos cabos de pré-esforço em planta e em alçado, a verificação da segurança à flexão e ao punçoamento. E finalmente o estudo das deformações, vibrações e fendilhação em lajes.

3.1 Lajes fungiformes pré-esforçadas maciças e maciças com bandas

A técnica do betão pré-esforçado consiste na aplicação de esforços em peças de betão, antes do início da sua utilização, que contrariam os efeitos das acções a que estas vão estar sujeitas. O pré-esforço pode ser aplicado por meio de cabos, fios ou varões tensionados contra a própria peça de betão [6].

Existem duas variantes da técnica de pré-esforço: pré-esforço aderente e não aderente.

As lajes pós-tensionadas são a aplicação mais frequentes de pré-esforço aderente ou não aderente em edificação. Os diferentes tipos já foram descritos na secção 2.2

Na Tabela 3.1 se mostram as relações altura/vão, recomendadas pelo “ Guia de aplicação de Instrução` EHE” para distintos tipos de lajes [5]

Tabela 3.1 - Relação altura/vão, recomendadas pela” Guia de aplicação da Instrução EHE” [5]

Tipos lajes pré-esforçadas	Relação altura/vão h/l
Lajes unidireccionais	1/48
Lajes bidireccionais	1/45
Lajes com capitéis	1/50
Lajes bidireccionais com vigas em duas direcções	1/55
Lajes aligeiradas com caixotes	1/35

Na Tabela 3.2, mostram-se relações altura /vão recomendadas pelo código norte-americano PTI (*Post-Tensioning Institute*) e ACI 318- 02 (*Building Code Requirements for Structural Concrete*) [5]

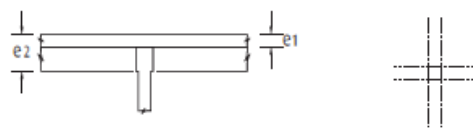
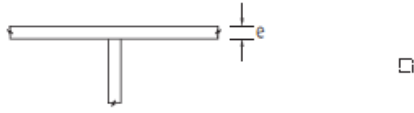
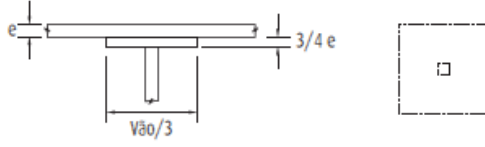
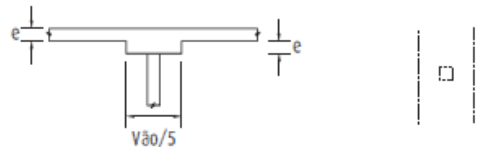
CAPÍTULO 3 – CONCEPÇÃO E DIMENSIONAMENTO DE LAJES FUNGIFORMES PRÉ-ESFORÇADAS

Tabela 3. 2 - Tabela de relações altura /vão recomendados pelo código norte-americano PTI [5]

Tipos de lajes Pré-esforçadas	Vãos contínuos	Um só vão
Lajes maciças unidireccionais	1/50-45	1/45-40
Lajes maciças bidireccionais (sobre pilares)	1/48-40	-
Lajes aligeiradas bidireccionais	1/40-35	1/35-30
Lajes vigadas	1/35-30	1/30-26
Lajes com bandas unidireccionais	1/42-38	1/38-35

As relações dadas na Tabela 3.2, podem-se aumentar quando as flechas e as vibrações não são críticas.

Tabela 3.3 - Pré-dimensionamento da espessura a utilizar numa laje pré-esforçada [3]

Dimensões usuais	Sobre carga [kN/m ²]	Razão	
		vão/espessura	
	1,5	LAFE (e1) 46	VIGA (e2) 20
	2,5	42	18
	5,0	38	16
	1,5	42	
	2,5	40	
	5,0	36	
	1,5	46	
	2,5	44	
	5,0	40	
	1,5	48	
	2,5	45	
	5,0	40	

Os valores apresentados nas Tabelas (3.1 a 3.3), embora semelhantes, mas existe algumas diferenças. Uns mais flexíveis do que os outros, uma vez que os valores obtidos no pré-dimensionamento são muito uteis para que se possa ter uma estimativa das dimensões dos elementos estruturais.

Cabe o projectista escolher os valores da tabela, que menos iteração poderá fazer para obtenção do valor final da espessura da laje.

3.2 Combinações de acções

No caso da verificação da segurança em relação aos estados limites últimos, deverão ser considerados dois tipos de combinações:

- Combinações fundamentais: em que intervêm acções permanentes e acções variáveis.
- Combinações acidentais: Em que, além das acções permanentes e acções variáveis intervêm acções acidentais ou sísmicas.

No caso de verificação da segurança em relação aos estados limites de utilização as combinações de acções a considerar dependerão da duração do estado limite em causa.

3.2.1 Quantificação das acções para os estados limites últimos

As combinações dos efeitos das acções a considerar deverão basear-se no valor de cálculo da acção variável de base da combinação e nos valores de cálculo correspondentes aos valores de combinação das acções variáveis acompanhantes.

Ter-se-á então:

$$\sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} G_{kj} + \gamma_p P + \gamma_{Q,1} Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} \psi_{0,i} Q_{k,i} \quad 3.1$$

Combinação de acções para situações de projecto acidentais:

$$\sum_{j \geq 1} G_{k,j} + P + A_d + (\psi_{1,1} \text{ ou } \psi_{2,1}) Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \psi_{2,i} Q_{k,i} \quad 3.2$$

A escolha entre $\psi_{1,1} Q_{k,1}$ ou $\psi_{2,1} Q_{k,1}$ deverá ter em conta a situação de projecto acidental considerada (impacto , incêndio ou sobrevivência após uma situação de acidente).

As combinações de acções para situações de projecto acidentes deverão, envolver uma acção de acidente explícita A (incêndio ou impacto); ou referir-se a uma situação após a ocorrência de um acidente (A=0).

Combinação de acções para situações de projecto sísmicas

$$\sum_{j \geq 1} G_{k,j} + P + A_{Ed} + \sum_{i \geq 1} \psi_{2,i} Q_{k,i} \quad 3.3$$

3.2.2 Quantificação das acções para os estados limites de serviço

A combinação característica toma a forma:

$$\sum_{j \geq 1} G_{k,j} + P + Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \psi_{0,i} Q_{k,i} \quad 3.4$$

A combinação frequente toma a forma:

$$\sum_{j \geq 1} G_{k,j} + P + \psi_{1,1} Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \psi_{2,i} Q_{k,i} \quad 3.5$$

A combinação quase-permanente toma a forma:

$$\sum_{j \geq 1} G_{k,j} + P + \sum_{i \geq 1} \psi_{2,i} Q_{k,i} \quad 3.6$$

Onde:

- $G_{k,j}$ valor característico da acção Permanente
- $Q_{k,1}$ valor característico da acção variável de base
- $Q_{k,i}$ valor característico das restantes cargas variáveis
- P acção devido ao pré-esforço
- A_d valor de cálculo da Acção accidental ou sísmica
- $\psi_{0,i}$ coeficiente de combinação da acção variável

Tabela 3.4 - Valores recomendados para os coeficientes ψ para Edifícios de acordo com o EC2 [7]

Ação	ψ_0	ψ_1	ψ_2
Sobrecargas em edifícios (ver a EN 1991-1-1)			
Categoria A: zonas de habitação	0,7	0,5	0,3
Categoria B: zonas de escritórios	0,7	0,5	0,3
Categoria C: zonas de reunião de pessoas	0,7	0,7	0,6
Categoria D: zonas comerciais	0,7	0,7	0,6
Categoria E: zonas de armazenamento	1,0	0,9	0,8
Categoria F: zonas de tráfego, peso dos veículos ≤ 30 kN	0,7	0,7	0,6
Categoria G: zonas de tráfego, 30 kN < peso dos veículos ≤ 160 kN	0,7	0,5	0,3
Categoria H: coberturas	0	0	0
Ação da neve em edifícios (ver a EN 1991-1-3) ^{*)}			
– Finlândia, Islândia, Noruega, Suécia	0,70	0,50	0,20
– Restantes Estados-Membros do CEN, para obras localizadas à altitude $H > 1000$ m acima do nível do mar	0,70	0,50	0,20
– Restantes Estados-Membros do CEN, para obras localizadas à altitude $H \leq 1000$ m acima do nível do mar	0,50	0,20	0

3.3 Traçados de cabos em planta e em alçado

A distribuição dos cabos deve ser analisada para cada solução particular. Dependendo do sistema, poderá ser mais eficiente concentrar o pré-esforço em bandas de laje nos alinhamentos dos pilares e/ou distribuídos na largura da laje Figura 3.1.

Em geral, mais de 50% dos cabos devem colocar-se em bandas ao longo dos alinhamentos dos pilares, pelo menos numa direcção. Pelo menos dois cabos devem atravessar os pilares.

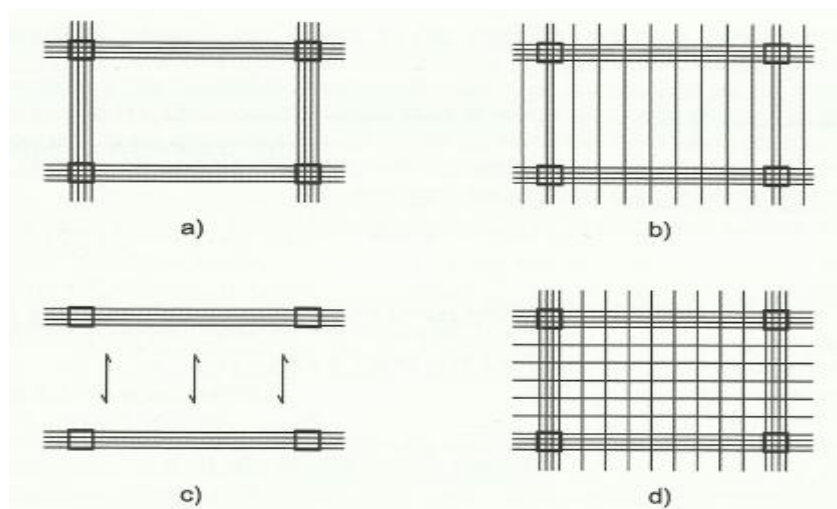
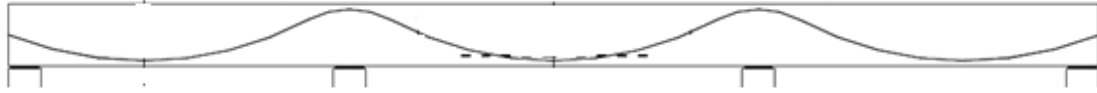
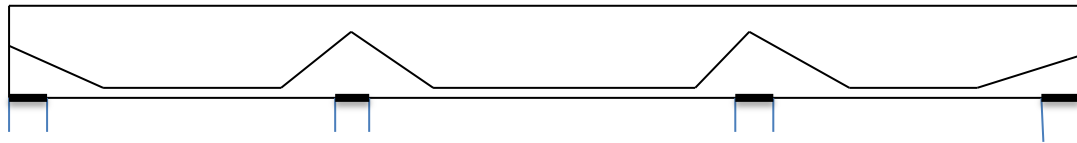


Figura 3.1 - Disposição dos cabos em planta para diferentes soluções [5]

O traçado em alçado dos cabos de pré-esforço acompanha o andamento do diagrama dos momentos flectores. O traçado de pré-esforço pode ser parabólico (Figura 3.2 a) ou trapezoidal (Figura 3.2 b).



a)



b)

Figura 3.2 - Traçados em alçado de um cabo de pré-esforço

O traçado em alçado deverá ser aquele que melhor eficiência apresentar no ponto de vista de:

- Controle das tensões máximas e mínimas;
- Controle da deformação;
- Estado limite último de resistência à flexão e esforço transversal ou punção.

Os cabos podem ser agrupados dispendo-se lado a lado em grupos de não mais que quatro monocordões, deixando um espaço entre grupos de pelo menos 0.10 m. Regra geral, para lajes ligeiramente reforçadas, o espaçamento máximo entre cabos, ou grupos de cabos, não devem exceder seis vezes a espessura da laje.

Para monocordões individualmente lubrificadas e em bainhas de plásticos deve ser utilizado um raio mínimo de 1.5 m e 2.5 m para cordões com 13mm e 15mm de diâmetro respectivamente.

O suporte dos cabos deve ser especificado para assegurar o perfil do cabo assumido em projecto. O espaçamento máximo entre suportes deve seguir a especificação do fornecedor. Em geral, estes espaçamentos estão próximos de 1.0m. [1]

3.4 Verificação da segurança à flexão

3.4.1 Métodos de Análises e Dimensionamentos

Para o estado limite último de resistência a flexão, os esforços podem ser obtidos através de diversos métodos, nomeadamente elásticos ou plásticos.

A análise elástica (teoria da elasticidade), pode ser efectuada recorrendo a tabelas de esforços elásticos ou a métodos numéricos (exemplo: modelo de grelha, elementos finitos).

A análise plástica (teorema da plasticidade), pode ser aplicada quando a ductilidade do comportamento à flexão é garantida, ou seja, quando o dimensionamento das armaduras é efectuada para que a posição da linha neutra correspondente a este estado limite último seja tal que $x/d \leq 0,25$.

O dimensionamento, recorrendo à teoria da plasticidade, pode ser efectuada por dois métodos distintos método estático ou cinemático [14].

No presente trabalho a obtenção dos esforços para o cálculo à rotura das secções foi feita através do MEF (método dos elementos finitos). Neste trabalho por simplificação, serão contabilizadas apenas acções verticais, desprezando-se as horizontais, como da acção do vento e dos sismos, por exemplo, e a acção da temperatura.

3.5 Verificação da Segurança ao Punçoamento

3.5.1 Distribuição dos efeitos das acções e perímetro de controlo

Em geral, poderá considerar-se que o primeiro perímetro de controlo u_1 , para efeitos da verificação da segurança ao punçoamento de acordo com o EC2 [7], é definido a uma distância $2,0d$ da área carregada, e o seu traçado deverá corresponder a um comprimento que seja o mínimo (ver Figura 3.3).

Admite-se que a altura útil da laje é constante e poderá, geralmente ser considerada igual a:

$$d_{eff} = \frac{d_y + d_z}{2} \quad 3.7$$

Em que d_y e d_z são as alturas úteis da armadura em duas direcções ortogonais.

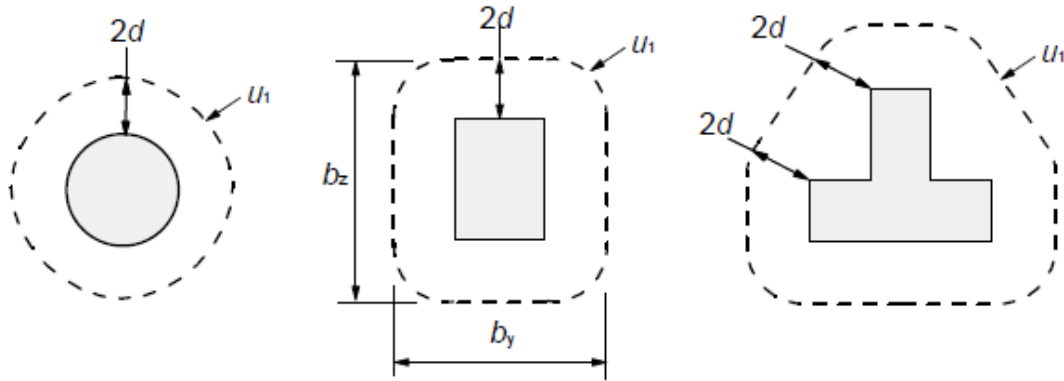
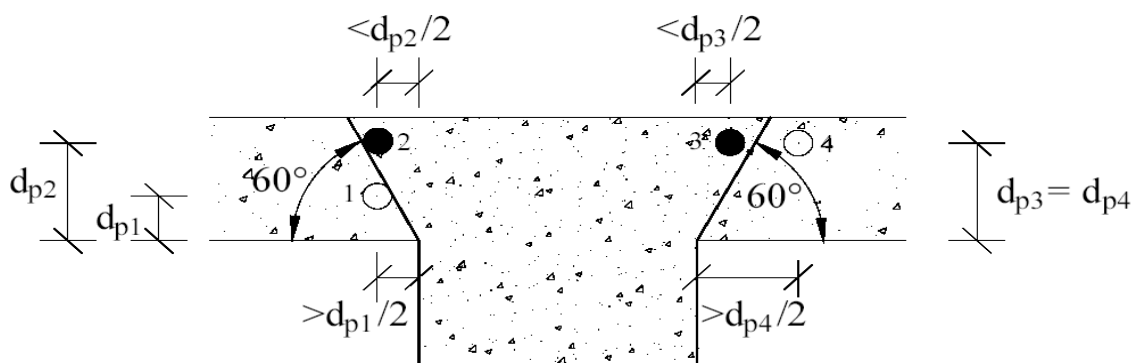


Figura 3.3 - Primeiros perímetros de controlo típicos em torno de pilares interiores [7]

O EC2 faz também referência, para áreas carregadas junto de aberturas e para pilares de canto e de bordo.

A força de punção actuante deve ser reduzida do somatório das forças de desvio vertical dos cordões de pré-esforço que passem no interior da distância $d_p/2$, sendo d_p a altura útil dos cordões, da face do pilar, ver Figura 3.4 [11].

Se os cabos de pré-esforço forem dispostos no interior do pilar ou perto dele, as forças de desvio têm como efeito reduzir a força efectiva de punção actuante.



- Cordão a considerar no cálculo da força de desvio vertical
- Cordão a não considerar no cálculo da força de desvio vertical

Figura 3.4 - Largura para cálculo da força vertical de desvio dos cabos de pré-esforço que reduz a força efectiva de Punção [20].

Deste modo, a força efectiva de punção pode ser calculada através da expressão:

$$V_{Ed,eff} = V_{Ed} - V_{desvio} \quad 3.8$$

3.5.2 Estado Limite de resistência ao Punçoamento

O fenómeno de rotura por punçoamento é uma característica muito própria das lajes fungiformes, sendo ela que muitas vezes condiciona a espessura da laje ou, na melhor das hipóteses, obriga à existência de capitéis ou espessamentos na zona dos pilares. É uma rotura frágil, associada à grande concentração de esforços de corte, que associados a esforços elevados de flexão, junto aos pilares. Esses esforços na zona de ligação laje-pilar podem originar tensões elevadas no betão, conduzindo à fendilhação ou rotura locais. Embora noutras circunstâncias, uma rotura local possa não significar a ruína generalizada de uma estrutura, uma rotura local por punçoamento pode mesmo ditar a ruína de uma laje inteira, devido ao incremento de esforço transferido para os pilares adjacentes, ou até o colapso total de um edifício, provocado por uma rotura progressiva associada à queda da laje de um piso superior sobre uma de um piso inferior [12].

O estado limite último de punçoamento está associado à formação de um tronco de cone que tem tendência para desligar-se do resto da laje, Figura 3.5 e resulta da interacção de efeitos de corte de flexão na zona da laje próxima do pilar.

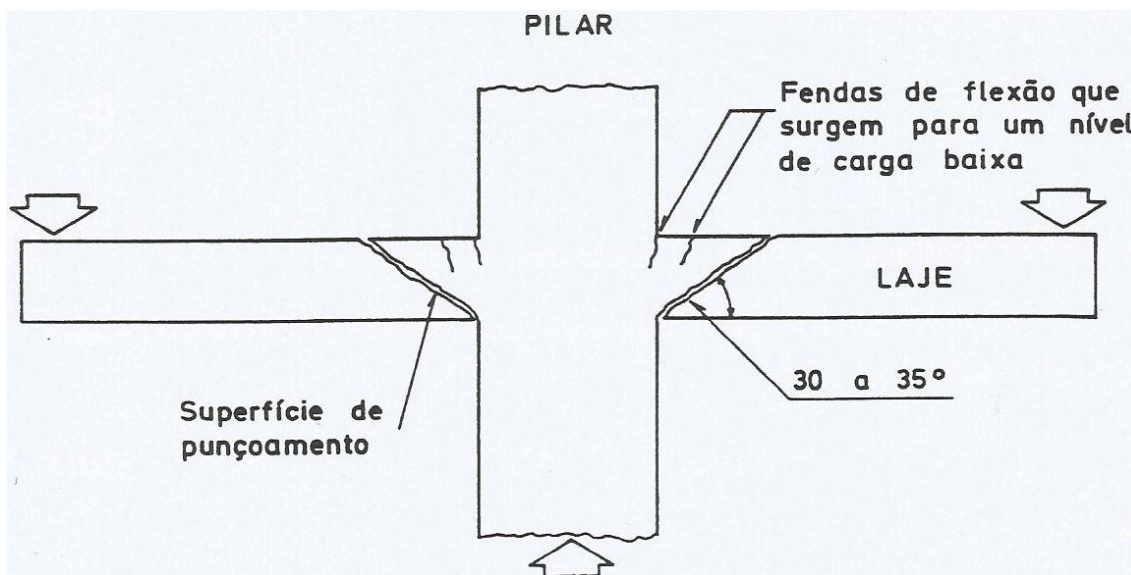


Figura 3.5 - Mecanismo de rotura por punçoamento de um pavimento de laje [12].

Este tipo de rotura tem-se verificado nalgumas construções, em especial devido à acção sísmica, tendo como origem cálculos incorrectos ou inexistentes, má betonagem e realização de aberturas não consideradas em projecto [12].

A verificação ao estado limite de resistência ao punçoamento é efectuada garantindo que o efeito da acção não exceda a resistência correspondente.

$$E_d \leq R_d \quad 3.9$$

O efeito da acção corresponde ao valor de cálculo da máxima tensão de corte por punçoamento (v_{Ed}).

O valor de cálculo da resistência é determinado em duas zonas distintas:

A tensão de corte actuante não pode exceder a tensão de corte correspondente à resistência à compressão no perímetro do pilar de apoio, ou perímetro da carga concentrada, ($v_{Rd,max}$).

$$V_{Ed} \leq v_{Rd,max} \quad 3.10$$

E a tensão de corte actuante não pode exceder a resistência num perímetro de controlo, calculado sem armadura específica de punçoamento ($v_{Rd,c}$) ou com armadura de punçoamento ($v_{Rd,cs}$).

$$V_{Ed} \leq v_{Rd,c} \text{ ou } v_{Ed} \leq v_{Rd,cs} \quad 3.11$$

num perímetro de controlo em redor do pilar (u_1) é dada por :

$$v_{Ed} = V_{Ed}/u_1d \quad 3.12$$

Onde d é altura útil da laje

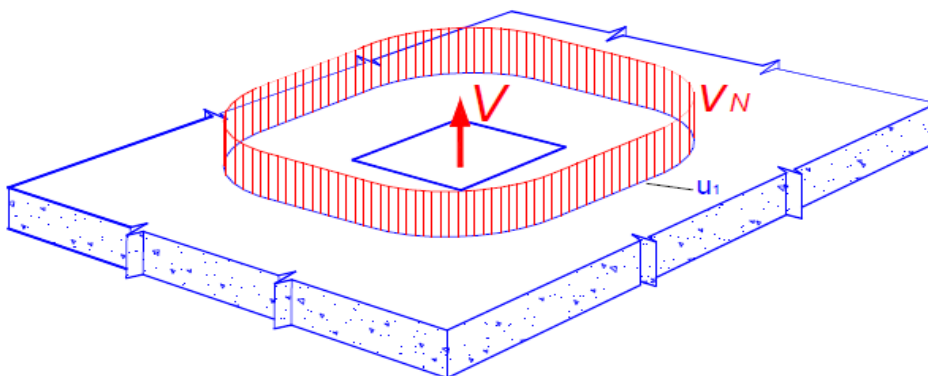


Figura 3.6 - Punçoamento centrado [6]

Estas tensões são uniformes ao longo de todo o perímetro u_1 .

No caso do punçoamento excêntrico a tensão máxima de corte por punçoamento (v_{Ed}) segundo o EC2 [7], é dada pela expressão:

$$v_{Ed} = \beta \frac{V_{Ed}}{u_1 d} \quad 3.13$$

Onde β é determinado usando a expressão :

$$\beta = 1 + k \frac{M_{Ed} u_1}{V_{Ed} w_1} \quad 3.14$$

Em que :

d altura útil média da laje, que poderá ser considerado igual a $(d_x + d_z)/2$ em que

d_y, d_z alturas úteis da secção de controlo nas direcções y e z ;

k Coeficiente dependente da relação entre as dimensões do pilar c_1 e c_2 , (ver Tabela 3.5);

w_1 modulo de flexão do primeiro perímetro de controlo u_1 em torno do eixo do vector momento.

$$w_i = \int_0^{u_i} |e| dl \quad 3.15$$

dl comprimento elementar do perímetro;

e distância de dl ao eixo em torno do qual actua o momento .

Tabela 3.5 - Valores de k para áreas carregadas rectangular

c_1/c_2	$\leq 0,5$	1,0	2,0	$\geq 3,0$
K	0,45	0,60	0,70	0,80

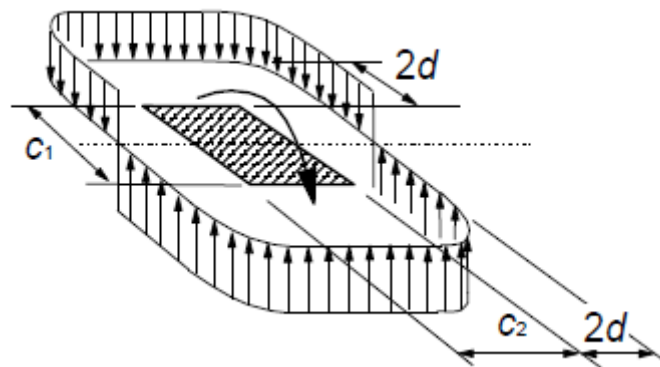


Figura 3.7 - Distribuição de tensões tangenciais devidas a um momento não equilibrado na ligação entre uma laje e o pilar.

No caso de um pilar interior em que a carga é excêntrica em relação aos dois eixos, poderá utilizar-se a seguinte expressão para β segundo o EC2 [7] e [1].

$$\beta = 1 + 1.8 \sqrt{\left(\frac{e_y}{b_z}\right)^2 + \left(\frac{e_z}{b_y}\right)^2} \quad 3.16$$

Em que :

e_y e e_z excentricidades M_{ed} / V_{Ed} segundo os eixos y e z, respectivamente;

b_y e b_z dimensões do perímetro de controlo segundo y e z, respectivamente.

O EC2 [7], apresenta valores mínimos para β (Figura 3.8) que podem ser usados em estrutura em que estabilidade lateral não dependa do funcionamento de pórtico entre a laje e os pilares e os vãos adjacentes não difiram mais de 25%.

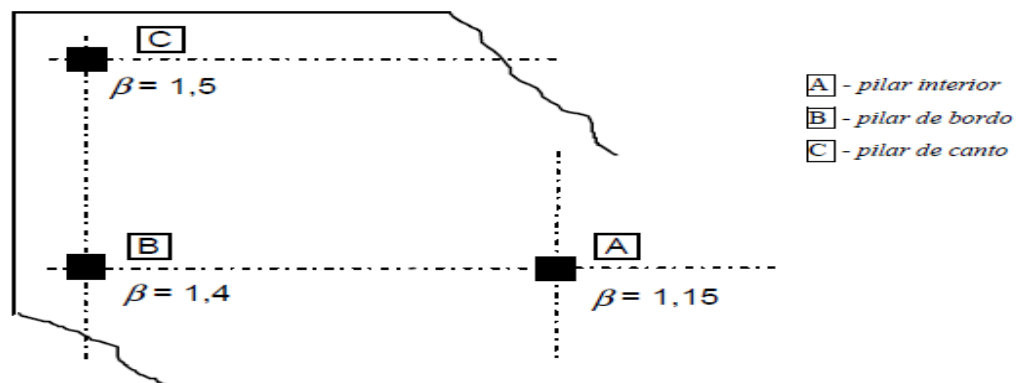


Figura 3.8 – Valores mínimos recomendados para β [7]

O valor de cálculo da resistência ao punçoamento sem armaduras específicas é dado pela expressão 3.23:

$$v_{Rd,c} = C_{Rd,c} k (100 \rho_l f_{ck})^{1/3} + k_1 \sigma_{cp} \geq (v_{min} + k_1 \sigma_{cp}) \quad 3.17$$

Onde

$$C_{Rd,c} = \frac{0.18}{\gamma_c} \quad 3.18$$

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2.0 \quad (d \text{ em mm}) \quad 3.19$$

f_{ck} tensão característica da resistência à compressão do betão em provetes cilíndricos [MPa]

γ_c Coeficiente de segurança do betão com valor de 1.5

$$\rho_l = \sqrt{\rho_{ly} \cdot \rho_{lz}} \leq 0.02 \quad 3.20$$

Onde, ρ_{ly} e ρ_{lz} correspondem as percentagens geométricas das armaduras (aderentes) de flexão da laje, segundo y e z, respectivamente, considerando o seu valor médio numa largura igual à do pilar adicionada de 3d para cada lado deste.

$k_1=0,1$ valor recomendado;

$$v_{min} = 0,035 k^{3/2} \cdot f_{ck}^{1/2} \quad 3.21$$

A tensão normal no betão é dada pela expressão:

$$\sigma_{cp} = \frac{\sigma_{cy} + \sigma_{cz}}{2} \quad 3.22$$

Onde

$\sigma_{cy} = \frac{N_{Edy}}{A_{cy}}$ e $\sigma_{cz} = \frac{N_{Edz}}{A_{cz}}$, sendo N_{Ed} o esforço axial actuante (positivo quando se tratar de compressão), A_c é a área de betão associado ao esforço axial considerado.

No caso de existirem armaduras específicas de punçoamento, o valor da resistência é calculada pela expressão:

$$v_{Rd,cs} = 0,75v_{Rd,c} + 1,5\left(\frac{d}{s_r}\right)A_{sw}f_{ywd,ef} \frac{1}{u_1 \cdot d} \cdot \text{sen} \alpha \quad 3.23$$

Onde

A_{sw} área de armaduras de punçoamento num perímetro em volta do pilar.

s_r espaçamento radial dos perímetros de armadura de punçoamento

$f_{ywd,ef}$ valor efectivo de cálculo da resistência de armadura de punçoamento dada por:

$f_{ywd,ef} = 250 + 0,25d \leq f_{ywd}$ [MPa] e o d em [mm].

α ângulo entre a armadura de punçoamento e o plano da laje (considera-se $d/s = 0.67$ quando se utiliza uma linha de barras inclinadas).

u_1 perímetro de referência

d média das alturas úteis [mm]

3.6 Estados Limite de Serviço

3.6.1 Fendilhação

A fendilhação deve ser limitada de modo que não prejudique o funcionamento correcto ou a durabilidade da estrutura nem torne o seu aspecto inaceitável [7]

A fendilhação é normal em estruturas de betão armado sujeitas à flexão, esforço transversal, torção ou tracção resultantes de acções directas ou de coacção ou de deformações.

Poderão ser aceites fendas, sem procurar limitar a sua largura ou evitar a sua formação, desde que não prejudiquem o funcionamento nem a durabilidade da estrutura [7]

Deverá definir-se um valor limite w_{max} para a largura de fendas calculada tendo em conta a função e a natureza da estrutura e os custos associados às medidas necessárias à limitação da fendilhação [7].

Para elementos apenas com armaduras não aderentes, aplicam-se os requisitos relativos aos elementos de betão. Para elementos com armaduras de pré-esforço aderentes e não aderentes, aplicam-se os requisitos relativos a elementos de betão pré-esforçado com armaduras aderentes.

A escolha das medidas adequadas dependerá da natureza do agente agressivo em causa. O EC2 [7], faz ainda referência ao controlo da fendilhação, com a utilização de quantidade mínima de armadura aderente nas zonas em que se prevejam tensões de tracção. Esta quantidade poderá ser estimada com base no equilíbrio da força de tracção no betão imediatamente antes da fendilhação, pela força de tracção nas armaduras numa tensão menor do que a tensão de cedência.

O betão não fendilha para combinação quase-permanente se for:

$$\sigma_c = \frac{M_{qp}}{b \frac{h^2}{6}} - \frac{P}{bh} < f_{ctm} \quad 3.24$$

Onde:

M_{qp} momento devido a combinação quase-permanente

P força de pré-esforço

b largura de influência da laje

h altura da laje

f_{ctm} tensão média de rotura à tracção do betão não fendilhado

3.6.2 Limitação de tensões

Embora este assunto tenha pouco interesse em lajes, ele deve ser referido. Em lajes ele só é importante na verificação da segurança das zonas de ancoragem.

3.6.3 Deformação

A deformação de um elemento ou de uma estrutura não deve ser excessiva para não por em causa o seu correcto funcionamento e o seu aspecto. Devem ser estabelecidos para deformações

valores limites apropriados, tendo em conta a natureza da estrutura, dos acabamentos, das divisórias e acessórios, e a função da estrutura.

Os valores máximos a admitir para as deformações de uma laje devem ser acordados com o dono da obra, neste contexto as deformações não deverão exceder os valores compatíveis com deformações de outros elementos ligados à estrutura, tais como divisórias, envidraçados, revestimentos, redes ou acabamentos. Em certos casos poderá ser necessário limitar as deformações de modo a garantir o correcto funcionamento de máquinas ou de aparelhos suportados pela estrutura, ou de modo a evitar a acumulação de águas pluviais em coberturas planas.

O aspecto e as condições de utilização da estrutura podem ser alterados quando a flecha calculada de uma laje, sujeitas à acções quase-permanentes, for superior a $v\grave{a}o/250$. A flecha é calculada em relação aos apoios. Poderá prever-se uma contra flecha para compensar parcial ou totalmente as deformações, mas, em geral, qualquer contra flecha não deverá ser superior a $v\grave{a}o/250$. [7]

Para flechas que ocorram depois da construção o limite $v\grave{a}o/500$ é normalmente adequado para as acções quase-permanentes para evitar danos em paredes divisórias ou outros elementos frágeis. Poderão ser adoptados outros limites em função da sensibilidade dos elementos adjacentes [9].

O cálculo das flechas deve, ser feito em condições de carregamento apropriados devendo o método de cálculo adoptado representar o comportamento real da estrutura e com o grau de precisão adequado aos objectivos de cálculo.

O EC2 sugere um método para o cálculo das flechas, que em elementos de betão armado deve, porventura ser seguido. No entanto, no caso concreto de lajes fungiformes pré-esforçadas o método de cálculo adoptado, método dos elementos finitos (MEF) revela-se uma ferramenta muito útil e precisa, uma vez que as secções estão pouco fendilhadas, sendo a flecha real muito próxima da flecha teórica elástica. O cálculo das deformações numa laje depende dos diagramas de esforços instalados para a combinação considerada, dos efeitos diferidos do estado do betão (fendilhado ou não). Se não existe fendilhação o cálculo da deformação a é simples, calcula-se a deformação elástica instantânea e introduz-se a fluência dos efeitos diferidos através de um coeficiente de fluência apropriado.

$$a_{\infty} = (1+\varphi)a_0 \quad 3.25$$

Onde:

a_{∞} deformação a longo prazo, tendo em conta o efeito da fluência através do factor de correcção φ .

a_0 deformação instantânea.

Se ocorre fendilhação na zona de momentos negativos há necessidade de encontrar outra via.

3.6.4 Vibrações

As vibrações em lajes de edifícios podem advir de fontes externas, como é o caso do tráfego ferroviário e rodoviário, ou podem ter fonte de excitação no movimento de peões (como caminhar, saltar e dançar) ou devido a presença de máquinas, ou ainda devido ao vento, água, obras de construção, tais como condução ou a colocação de estacas-pranchas de vibração. A interacção entre o peão e a estrutura pode ser caracterizada pela aplicação de uma acção periódica na laje. Tal facto conduz a uma resposta dinâmica do sistema que não deverá apenas cumprir critérios de segurança estrutural, mas também responder a critérios de serviço e de conforto humano.

Para garantir um comportamento satisfatório de uma estrutura a frequência natural de vibração relevante deve ser mantida suficientemente para além de valores críticos que dependem da função do edifício correspondente (ver Tabela 3.6).

Segundo o MODEL CODE 1990 [10], o comportamento dinâmico é considerado satisfatório quando a seguinte relação é verificada:

$$f > kf_{crit} \text{ ou } f < f_{crit} /k \quad 3.26$$

Onde k assume valores inteiros, f é a frequência fundamental da estrutura e f_{crit} é a frequência crítica que depende da função da estrutura, a frequência crítica corresponde, à frequência fundamental mínima ideal para que se evite o efeito de vibração excessiva e ressonância, para que seja garantida a condição de conforto, segurança e estética para os usuários das edificações.

Tabela 3.6 - Frequência crítica em estruturas sujeitas a vibrações causadas por movimento de pessoas (CEB-FIP MODEL CODE 1990) [1] e [10].

Estruturas	Frequência (Hz) f_{crit}
Ginásio e salões desportivos	8.0
Salões de dança e salas de concerto sem assento permanente	7.0
Salas de concerto com assento permanente	3.4
Estruturas para peões e ciclistas	Veja abaixo

Frequências naturais entre 1.6 e 2.4 Hz e entre 3.5 e 4.5 Hz devem ser evitadas em estruturas para peões e ciclistas. Corredores também podem causar vibrações em estruturas com frequências naturais entre 2.4 e 3.5 Hz. [10].

4 Pormenorização

4.1 Ancoragens

As ancoragens são utilizadas para transmitir as forças das armaduras ao betão na zona de amarração, já os acopladores são utilizados para ligar armaduras individuais de modo a obter armaduras contínuas.

As ancoragens e os acopladores do sistema de pré-esforço considerados devem estar de acordo com a Aprovação Técnica Europeia aplicável [7].

Para elementos finos como laje em edifícios, o sistema de monocordões pós-tencionados foi desenvolvido para fornecer métodos eficientes de construção. Sendo leves e flexíveis, os monocordões podem ser fácil e rapidamente aplicados, e conduzem a soluções económicas. Cada extremidade do cordão é ancorada individualmente na respectiva placa de ancoragem.

Nas Figuras 4.1, 4.2 e 4.3 apresentam-se as ancoragens de pré-esforço para monocordões.

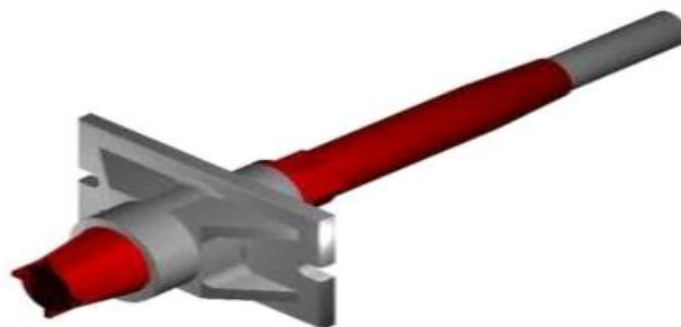


Figura 4.1 - Ancoragem activa

As ancoragens activas estão situadas nos extremos dos cabos por onde se realiza o tensionamento. Têm que ser capazes de permitir o esticamento dos cabos, mas devem impedir o deslizamento em sentido contrario.



Figura 4.2 - Ancoragem passiva [19]

Ancoragens passivas estão situadas no extremo oposto da aplicação do pré-esforço e devem evitar o deslizamento dos cabos para o interior da peça durante e após o tensionamento.



Figura 4.3 - Ancoragem de continuidade [19].



Figura 4.4 - Disposição das ancoragens em obra (Luanda 2012).

4.2 Forças nas ancoragens

As forças equivalentes aos efeitos do pré-esforço traduzem as acções dos cabos de pré-esforço sobre o betão em termos de forças, e são de dois tipos: forças nas ancoragens e forças de desvio nas zonas de mudança de direcção do cabo.

As forças equivalentes aos efeitos do pré-esforço são auto-equilibradas sendo nulas as reacções em estruturas isostáticas [6].

A determinação das cargas equivalentes na zona de ancoragem para um traçado genérico com uma determinada excentricidade pode ser feita, de acordo com a Figuras 4.5.

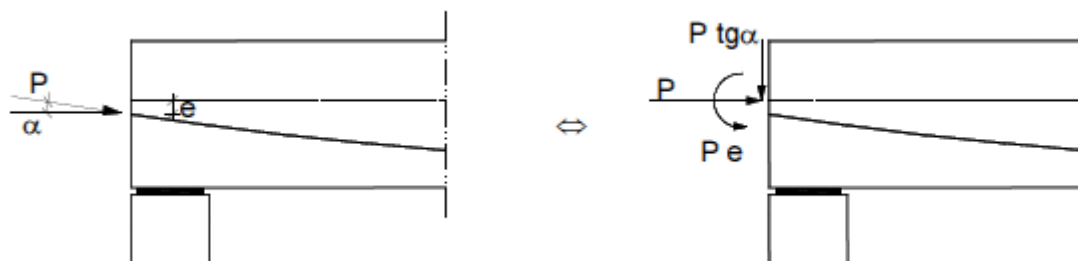


Figura 4.5 - Forças equivalentes ao pré-esforço na zona das ancoragens [14].

Para um traçado poligonal, as cargas equivalentes ao pré-esforço podem ser determinadas de acordo com a Figura 4.6.

Onde as cargas equivalentes ao pré-esforço vêm dadas pela expressão:

$$Q^* = P \operatorname{tg} \beta \quad 4.1$$

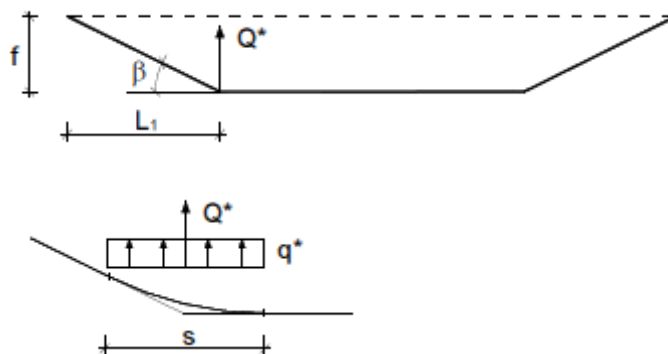


Figura 4.6 - Cargas equivalentes ao pré-esforço segundo um traçado poligonal [14].

Para um traçado parabólico, considera-se o seguinte troço infinitesimal Figura 4.7 de cabo de pré-esforço e as acções que o betão exerce sobre este.

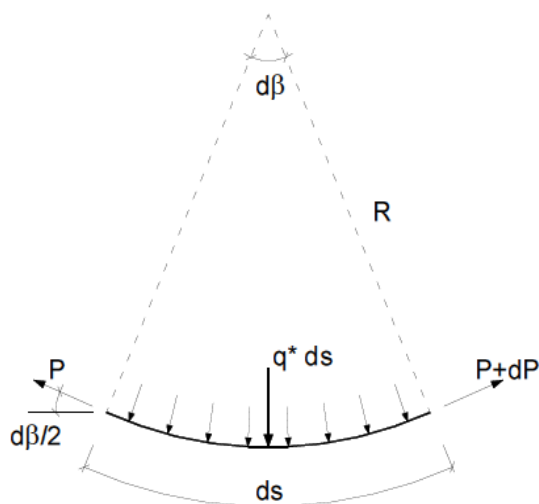


Figura 4.7 - Troço infinitesimal de um traçado parabólico [14].

Consideram-se desprezáveis as componentes horizontais das forças de desvio e, por equilíbrio de forças chegamos a carga equivalente ao pré-esforço q^* , dada por:

$$q = P \frac{d\beta}{ds} \quad 4.2$$

da equação da parábola : $\frac{d\beta}{ds} = \frac{8fP}{L^2}$ onde f é a flecha da parábola de vão L (ver Figura 4.8).

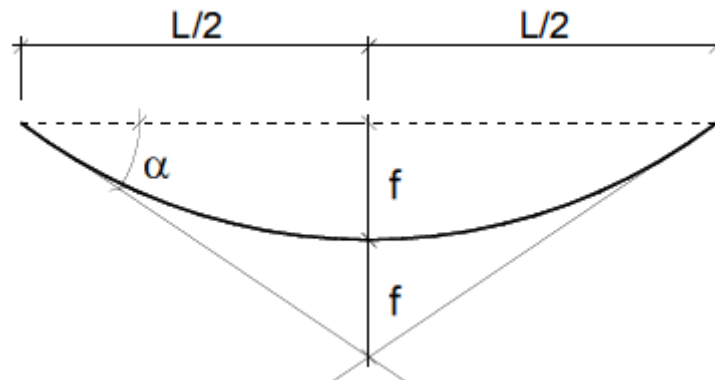


Figura 4.8 – Cabo com traçado parabólico [14].

$$\text{Logo: } q = P \frac{8f}{L^2}$$

4.3 Localização das ancoragens activas e passivas

As ancoragens activas devem estar localizadas em zonas onde haja maior flexibilidade de aplicação do pré-esforço, e nas extremidades opostas devem estar localizadas as ancoragens passivas.

Normalmente ambas ancoragens localizam-se nos extremos dos elementos estruturais no entanto, em circunstancias especiais, pode ser necessário deixar aberturas nas lajes para instalar as ancoragens activas e aplicar o pré-esforço.

4.4 Armaduras nas zonas de ancoragens

As tensões de tracção transversais originadas pela actuação de uma força concentrada na superfície do elemento devem ser absorvidas por armaduras, dispostas em planos normais à direcção de actuação da força e segundo duas direcções ortogonais [13].

As armaduras de reforço junto das cabeças de ancoragem devem ser distribuídas em profundidade, na chamada distância de regularização.

A quantidade de armadura é determinada pelo quociente entre a força de tracção T_{sd} e a tensão de cedência do aço f_{ysd} (limitado a 270 MPa no REBAP [13] e 300 MPa no EC2 [7]).

O cálculo da força de tracção T_{sd} , devido a uma força concentrada pode ser efectuada com base no REBAP [13] ou no EC2 (EN 1992-1-1) [7].

Segundo o EC2 [7] a força de tracção T_{sd} , Poderá ser obtida pelas expressões 4.2 e 4.3

No caso de regiões de descontinuidade parcial ($b \leq H/2$), (ver Figura 4.9a)

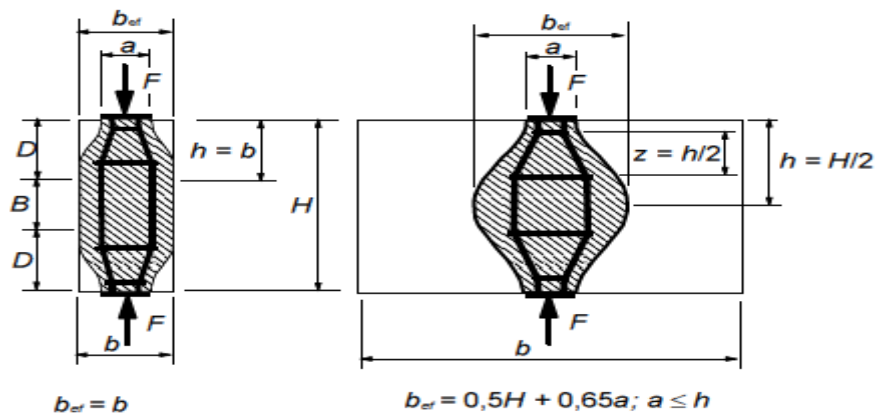
$$T_{sd} = \frac{1}{4} \left(1 - \frac{a}{b}\right) F_{sd} \quad 4.3$$

Com

$$F_{sd} = 1.20 \times F_{puxe} \quad 4.4$$

No caso de regiões de descontinuidade total ($b > H/2$), (ver Figura 4.9b)

$$T_{sd} = \frac{1}{4} \left(1 - 0.7 \frac{a}{h}\right) F_{sd} \quad 4.5$$



- a) Descontinuidade parcial b) Descontinuidade total.

B Região de continuidade

D Região de descontinuidade

Figura 4.9 - Parâmetros para determinação das forças de tracção transversais num campo de tensões de compressão com armaduras distribuídas.

Segundo o REBAP [13], a força de tracção resultante, T_{sd} é dada pela expressão:

$$T_{sd} = 0.30 \left(1 - \frac{a_0}{a_1}\right) F_{sd} \quad 4.6$$

Com:

$$F_{sd} = 1.35 \times F_{puxe} \quad 4.7$$

Em que :

F_{sd} valor de cálculo da força aplicada.

a_0, a_1 dimensões, segundo a direcção considerada, das áreas A_0 e A_1 definidas no REBAP.

4.5 Aberturas em lajes pré-esforçadas

A análise da capacidade resistente de uma laje com aberturas pode torna-se complexa. O seu comportamento depende muito da posição, forma e dimensão da abertura [12].

Para aberturas pequenas os cabos podem, numa forma geral, ser desviados para cada lado da abertura. As curvaturas não devem posicionar-se perto da abertura. Se os cabos terminarem nos bordos de grandes aberturas deve efectuar-se uma análise a fim de se assegurar uma resistência suficiente e comportamento eficiente

No caso de aberturas maiores, que obrigam alguns cabos a terminarem na abertura, recomenda-se a colocação dos cabos de acordo a disposição apresentada na Figura 4.10 a, evitando a disposição representada na Figura 4.10b.

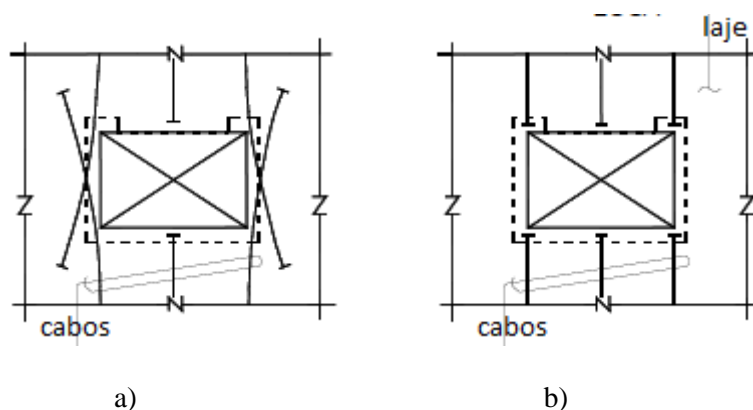


Figura 4.10 - Traçado dos cabos em planta na zona de aberturas [2] e [16].

A solução da Figura 4.10a apresenta melhor resultado relativamente ao controle da abertura das fendas.

Ainda para o caso de aberturas maiores, é aconselhável reforçar a face superior e inferior da laje no bordo da abertura com armaduras diagonais, para controlar a fendilhação.

As medidas que podem ser utilizadas para prevenir ou controlar a fendilhação incluem o uso de raios de curvatura suficientemente grandes, distância suficiente entre os cabos e o bordo da abertura, e dispor de armadura em forma de garfo para transferir as forças laterais ao betão circundante [16].

4.6 Comportamento pós-colapso

O colapso de edifícios por punçoamento (colapso progressivo), para alguns Autores, depois dos sismos é a segunda maior causa de perdas humanas e materiais importantes.

Para que haja um bom comportamento pós-rotura de lajes fungiformes é conveniente adoptar uma armadura inferior sobre o pilar (armadura ordinária) e ainda, a colocação dos cabos de pré-esforço a passar igualmente sobre os pilares e dentro da armadura longitudinal destes, por forma a gerar um mecanismo secundário de resistência, e evitar uma rotura em cadeia, caso se verifique uma rotura por punçoamento num dos pilares.

O Model Code 1990 (MC90) (1993) apresenta disposições para reduzir o risco de colapso progressivo, na hipótese de ocorrência de uma rotura local numa ligação pilar - laje fungiforme não pré-esforçada, especificando que nestas circunstâncias a equação da expressão 4.8 deve ser verificada.

$$V_{sd} \leq A_s f_{syd} \quad 4.8$$

Na expressão 4.8, V_{sd} é o valor de cálculo da força de punçoamento actuante, A_s a área de armadura ordinária e f_{syd} o valor de cálculo da tensão de cedência do aço. A equação 4.8 foi deduzida admitindo que o cálculo de V_{sd} será feito para a combinação fundamental de acções, quando na realidade uma verificação deste tipo deveria ser feita para uma combinação acidental de acções [15], por outro lado, deveria ser contabilizada apenas a componente vertical da força resistente das armaduras A_s , quando estas deformam após a rotura.

De facto, estes dois factores, aparentemente omissos na formulação, compensam-se.

Recomendações posteriores editadas pela FIP (1998) [15], generalizam estas disposições para lajes fungiformes pré-esforçadas. Neste documento, e na eventualidade de ocorrência de uma

rotura local ao punçoamento, para reduzir o risco de uma rotura progressiva da estrutura, deverá verificar a equação:

$$V_{sd} \leq A_s f_{syd} + A_{sp} \frac{f_{puk}}{\gamma_s} \quad 4.9$$

Em que, A_{sp} é a área de armadura de pré-esforço, f_{puk} a tensão característica de rotura à tracção do aço e γ_s é o coeficiente de segurança do aço, considerado igual a 1.15. Os varões e os cabos de pré-esforço considerados no cálculo de A_s e A_{sp} , respectivamente, deverão passar dentro da armadura longitudinal do pilar. A armadura não pré-esforçada (A_s) deverá ser colocada junto à face inferior da laje e com uma amarração ($l_{b,net}$) mais a altura útil da laje, ou o comprimento de amarração se esta se fizer dentro do pilar (ver Figura 4.11).

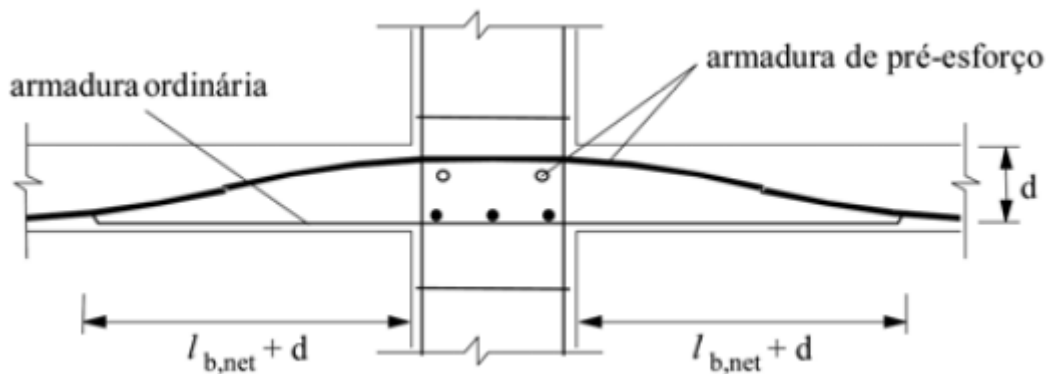


Figura 4.11 - Armadura de colapso progressivo em pilar interior [15].

A armadura de pré-esforço poderá se colocada junto à face superior da laje, mas deverá ter um traçado que a conduza para junto da face inferior à medida que se caminha para o meio vão na eventualidade de se utilizarem cabos de pré-esforço não aderentes [15].

5 Caso de estudo

5.1 Solução em laje fungiforme maciça pré-esforçada

5.1.1 Planta estrutural

A laje apresentada na Figura 5.1 é apoiada unicamente em pilares (laje fungiforme), apresentando alguma particularidade como a presença de três aberturas, nas quais duas de 0.8×0.75 m no centro da laje e uma de 3.50×10.38 m na caixa das escadas. A laje apresenta viga de bordadura no seu contorno, o betão utilizado é da classe C30/37, sendo os pilares da laje em betão armado, o aço de pré-esforço utilizado apresenta as seguintes resistência à tracção A1600/1860 (Y1860 S7-D= 15.3 mm), a armadura ordinária é da classe A500NR. O sistema de pré-esforço é o MK4 e é constituído por monocordões com 1.4cm^2 de secção transversal ($0.6''$ de diâmetro).

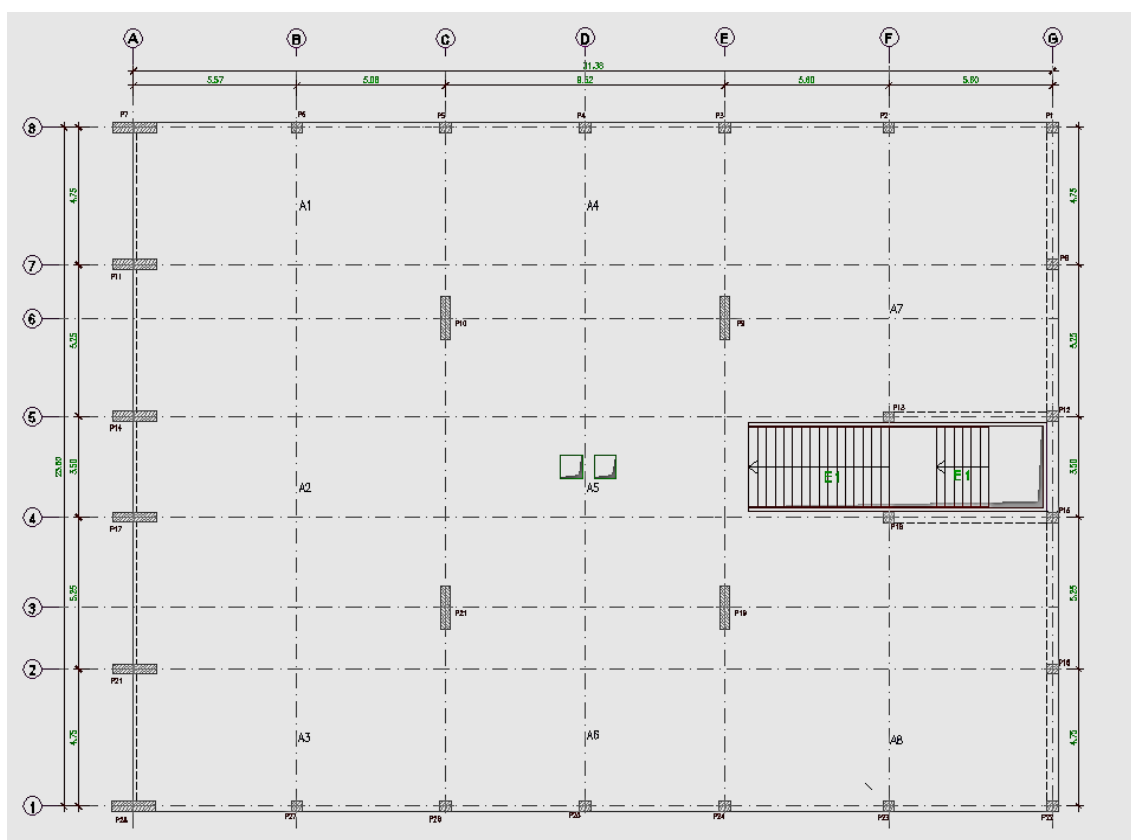


Figura 5.1 - Planta estrutural da laje para solução maciça.

5.1.2 Cargas Actuantes

Como acções de dimensionamento foram contabilizadas as seguintes:

Acções Permanentes:

Revestimento de Piso: 1.5 KN/m^2

Tecto falso: 0.5 KN/m^2

Paredes divisórias simples: 2.5 KN/m^2

Peso específico do betão: 25 KN/m^3

Acções Variáveis:

Sobre carga em Habitação: 3.0 KN/m^2

Por simplificação não serão contabilizadas quaisquer cargas horizontais nem a acção da temperatura.

5.1.3 Combinação de Acções

Para o dimensionamento ao estado limite último foi considerada a seguinte combinação de acções de acordo a expressão 3.1:

$$1.35CP + 1.5Sc + P \quad 5.1$$

Onde CP é a carga permanente incluindo o peso próprio da laje e Sc é a sobre carga de utilização e P a acção devido ao pré-esforço. O pré-esforço (P) foi considerado como acção.

Para o estado limite de utilização de deformação foi utilizada a combinação quase permanente de acordo a expressão 3.6:

$$CP + 0.6Sc + P \quad 5.2$$

5.1.4 Pré-dimensionamento

O pré-dimensionamento consiste em definir as dimensões dos elementos estruturais, antes mesmo dos cálculos dos esforços e das armaduras. As dimensões das lajes e vigas, são inicialmente estimadas em função dos vãos, e dos pilares em função do comprimento e dos esforços solicitantes calculados de uma maneira aproximada.

Os valores obtidos no pré-dimensionamento são muito úteis para que se possa ter uma estimativa das dimensões dos elementos estruturais.

O critério utilizado para o pré-dimensionamento da laje está exposto na Tabela 3.3 para laje maciça sem bandas na qual se fez uma iteração entre a espessura das duas situações de serviço das cargas (2.5 e 5.0 KN/m²); obtendo-se para um vão de 10.65 m uma espessura de laje igual a 0.28 m.

O critério utilizado para o pré-dimensionamento do pré-esforço está exposto na expressão 5.3, onde se considerou uma força útil de pré-esforço estimada de forma a contrabalançar cerca de 80% a 100% da flecha provocada pelas cargas quase-permanentes:

$$a_p = 80\% \text{ a } 100\% \quad a_{cqp} \quad 5.3$$

Onde a_p é a deformação devido ao pré-esforço e a_{cqp} é a deformação devido às cargas quase-permanente.

O pré-dimensionamento do pré-esforço foi feito com auxílio do programa Sap2000, tendo-se considerado $P \times tg\alpha$ igual ao valor unitário a $l_{vão} / 4$, não se esquecendo das perdas de pré-esforço como em seguida se mostra:

$$P_{max} = 0.9f_{p0,1k}A_{pcordão}$$

$$P_{max} = 0.9 \times 1600 \text{ MPa} \times 140 \text{ mm}^2 = 201,6 \text{ KN/cordão}$$

$$\text{Perdas instantâneas} = \Delta P_0 = 10\% P_{max}$$

$$P_0 = 0.90 \times 201.6 = 180 \text{ KN/cordão}$$

$$\text{Perdas diferidas: } \Delta P_0 = 15\% P_{max}$$

$$P_{\infty} = 0.85 P_0 = 155 \text{ KN/cordão}$$

5.1.5 Modelo Estrutural

A análise estrutural da laje será feita através do método dos elementos finitos recorrendo a elementos de laje com 0.28 m de espessura. Os elementos finitos que compõem a malha são quadrangulares com uma largura igual ou menor que 1m.

Os pilares e as vigas de bordadura foram modelados com elementos de barra, os pilares foram modelados com metade da sua altura acima e abaixo do piso (1.5m+1.5m), sendo a extremidade inferior um apoio fixo ($u_x, u_y, u_z = 0$) e tendo a superior os deslocamentos horizontais impedidos ($u_x = u_y = 0$).

Para efeitos de estados limites últimos considerou-se apenas 1% da rigidez à torção elástica da laje (desta forma as cargas serão apenas equilibradas por flexão). As Figuras 5.2 e 5.3 representam a malha de elementos finitos no plano x-y e na vista 3D, respectivamente.

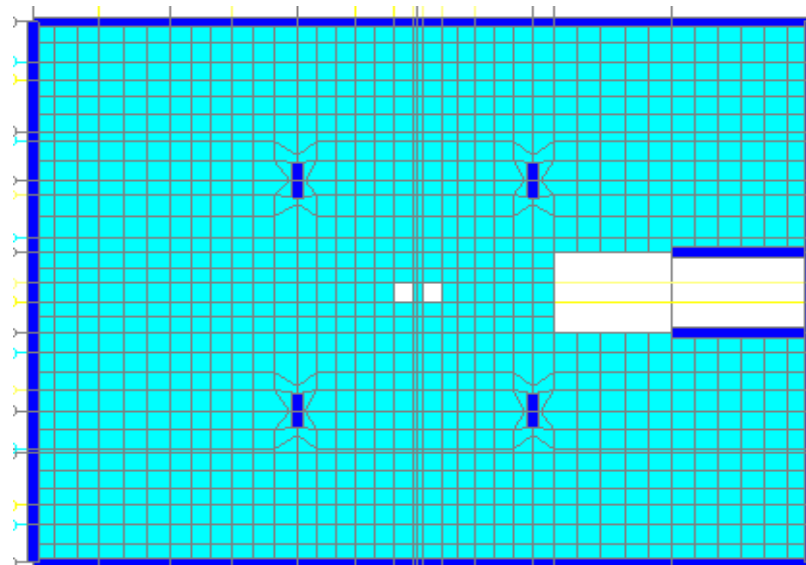


Figura 5.2 - Malha de elementos finitos (plano x-y).

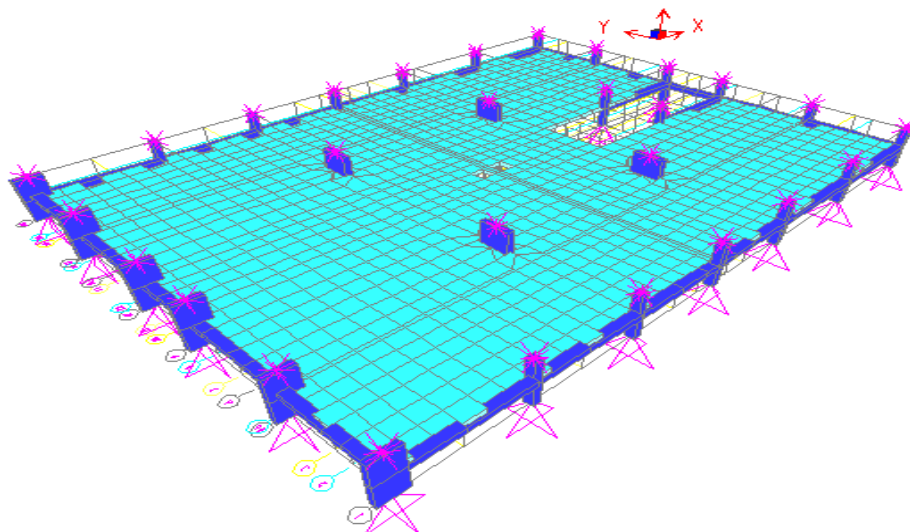


Figura 5.3 - Modelo estrutural (vista 3D).

5.1.6 Solução do pré-esforço

O pré-esforço foi determinado, considerando a abordagem apresentada na secção ponto 5.1.4, tendo em conta um traçado trapezoidal e com $P \times \operatorname{tg} \alpha = 1$, para os diferentes alinhamentos 3,6,C,E,F, (ver Figura 5.1) nas duas direcções x e y, conforme se pode ver na Figura 5.4.

Os desenhos com mais detalhes encontram-se nos anexos A e B.

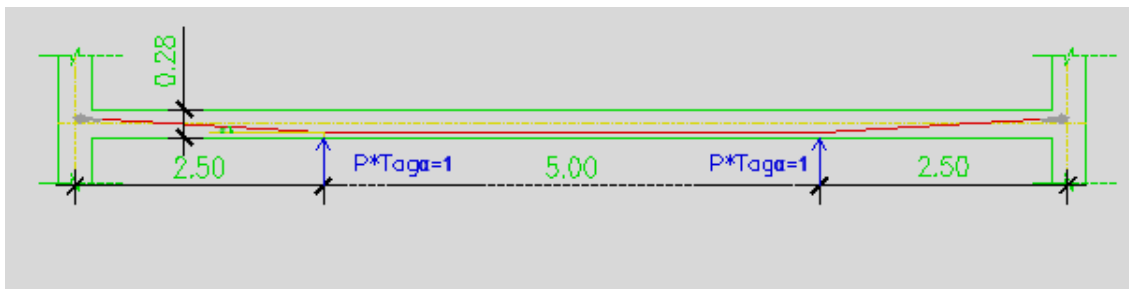


Figura 5.4 - Aplicação de $P \times tg\alpha = 1$ no traçado dos cabos (alinhamento F).

Nos demais alinhamentos seguiu-se a mesma metodologia apresentada na Figura 5.4, correspondente ao alinhamento F.

Na Figura 5.5 apresentam-se as deformações para $P \times tg\alpha = 1$ em metro, que foram utilizadas para determinação numa primeira fase da quantidade de pré-esforço necessário.

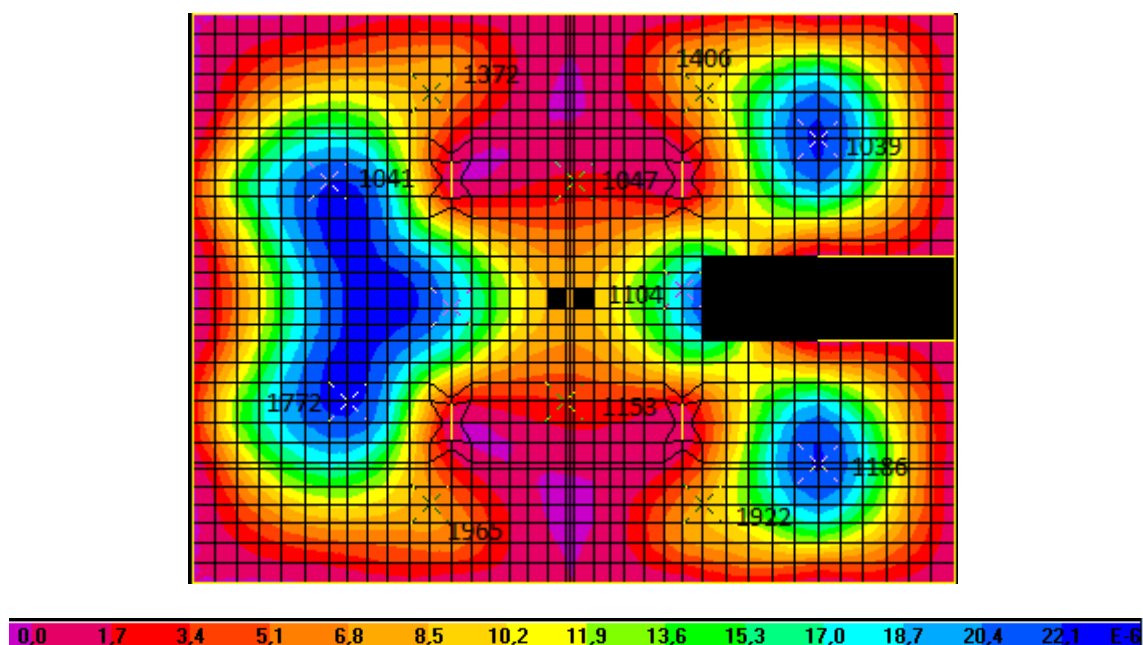


Figura 5.5 - Deformações devido $P \times tg\alpha = 1$ (em metro).

A Tabela 5.1 mostra as deformações para $P \times tg\alpha = 1$, nos alinhamentos indicados anteriormente no centro de cada vão

Tabela 5. 1 - Deformações devido $P \times tg\alpha = 1$ (em metro $a_p \times 10^{-5}$).

2.1 (nó1772)	1.4 (nó1153)	2.2 (nó1041)	1.4 (nó1047)	1.1 (nó1965)	2.2 (nó1109)
1.2 (nó1372)	1.13 (nó1922)	2.2 (nó1104)	1.2 (nó 1406)	2.5 (nó 1186)	2.5 (nó 1039)

Na Figura 5.6 apresentam-se as deformações devido à combinação quase permanente das acções sem consideração do efeito do pré-esforço.

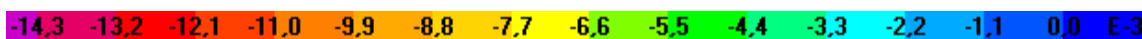
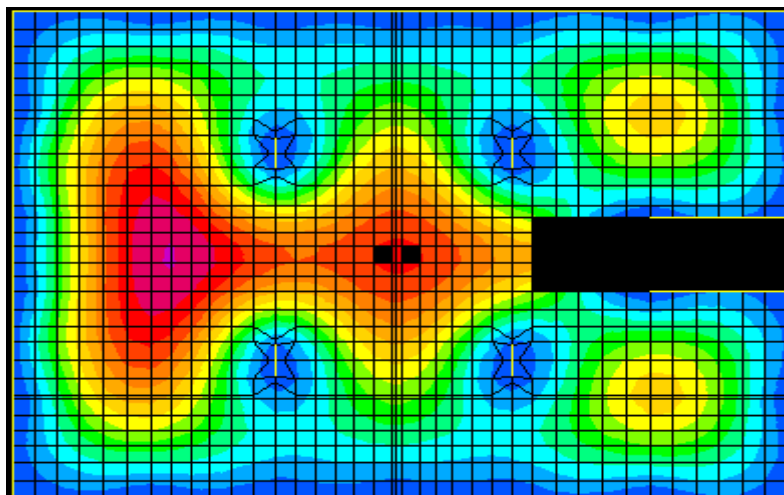


Figura 5.6 - Deformações devido à combinação quase-permanente das acções em metro.

Na Tabela 5.2 apresenta-se as deformações devido a combinação quase-permanente das acções nos alinhamentos indicados anteriormente em metro.

Tabela 5.2 - Deformações devido a combinação quase permanente das acções em metro.

0.011 (nó1772)	0.009 (nó1153)	0.011 (nó1041)	0.0081 (nó1047)	0.0031 (nó1965)	0.0112 (nó1109)
0.0035 (nó1372)	0.0031 (nó1922)	0.0094 (nó1104)	0.0035 (nó 1406)	0.0082 (nó 1186)	0.0083 (nó 1039)

Depois de determinadas as deformações devido o pré-esforço unitário e as deformações devido à combinação quase permanente, partiu-se para o cálculo das tangentes dos ângulos dos alinhamentos indicados anteriormente.

Os valores das tangentes para os alinhamentos 3 e 6 serão iguais (ver Anexo A):

$$\text{tg}\alpha_1 = \frac{\left(\frac{0.28}{2}\right) - 0.05 + 0.05}{2.13} = 0.0657, \text{tg}\alpha_2 = \frac{0.28 - (0.05 + 0.05)}{2.6625} = 0.0676, \text{tg}\alpha_3 = \text{tg}\alpha_4 = \frac{0.28 - (0.05 + 0.05)}{2.3825} = 0.0755, \text{tg}\alpha_5 = \frac{(0.28/2 - 0.05)}{(2.0 + \frac{0.35}{2})} = 0.041$$

Desta forma a quantidade de pré-esforço a utilizar vem dada por:

$P_{1x\infty} \times \operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{0.90 \times 0.011}{0.000021} = 471.42 \text{ kN}$, $P_{1x\infty} = \frac{471.42}{0.0657} = 7172.39 \text{ kN}$, isto implica que o número de monocordões será igual a $\frac{7172.39}{155} = 46.3$ monocordões.

$P_{(2x,3x)\infty} \times \operatorname{tg} \alpha_3 = \frac{0.90 \times 0.009}{0.000014} = 578.57 \text{ kN}$, $P_{(2x,3x)\infty} = \frac{578.57}{0.0755} = 7663.19 \text{ kN}$, isto implica que o número de monocordões será igual a $\frac{7663.19}{155} = 49.43$ monocordões.

Adoptou-se 48 e 36 monocordões respectivamente.

As cargas equivalentes ao pré-esforço para os alinhamentos 3 e 6 serão iguais a (ver anexo A):

$$P_{1x\infty} \times \operatorname{tg} \alpha_1 = 155 \times 48 \times 0.0657 = 488.8 \text{ kN}$$

$$P_{2x\infty} \times \operatorname{tg} \alpha_3 = 36 \times 155 \times 0.0755 + 12 \times 155 \times 0.0377 = 491.41 \text{ kN}$$

$$P_{3x\infty} \times \operatorname{tg} \alpha_4 = 36 \times 155 \times 0.0755 = 421.29 \text{ kN}$$

$$P_{xm3} = 12 \times 155 = 1860 \text{ kN}$$

$$P_{xm2} = 36 \times 155 = 5580 \text{ kN}$$

$$P_{xm} = 48 \times 155 = 7440 \text{ kN}$$

$$P_{4xx} = 155 \times 48 \times 0.0657 = 489 \text{ kN}$$

$$P_{1xx} = 155 \times 48 \times (0.0657 + 0.0755) = 1050.52 \text{ kN}$$

$$P_{2xx} = 155 \times 36 \times (0.041 + 0.0755) = 650.07 \text{ kN}$$

$$m_x = 48 \times 155 \times 0.05 = 372 \text{ kN.m}$$

Tendo considerado o traçado do cabo os valores das tangentes para os alinhamentos C e E serão iguais (ver anexo A):

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{\left(\frac{0.28}{2}\right) - 0.05 + 0.05}{1.65} = 0.08484, \operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{0.28 - (0.05 + 0.05)}{1.65} = 0.109, \operatorname{tg} \alpha_3 = \frac{0.28 - (0.05 + 0.05)}{2.505} = 0.07185, \operatorname{tg} \alpha_4 = \frac{0.28 - (0.05 + 0.05)}{1.72} = 0.1046, \operatorname{tg} \alpha_5 = \frac{(0.28/2) - 0.05 + 0.05}{1.72} = 0.081.$$

Desta forma a quantidade de pré-esforço a utilizar vem dada por:

$P_{2y\infty} \times \operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{0.90 \times 0.0031}{0.00001103} = 252.94 \text{ kN}$, $P_{2y\infty} = \frac{252.94}{0.08484} = 2981.45 \text{ kN}$, isto implica que o número de monocordões será igual a $\frac{2981.45}{155} = 19.23$

$P_{3y\infty} \times \operatorname{tg} \alpha_3 = \frac{0.90 \times 0.0112}{0.000022} = 458.18$, $P_{3y\infty} = \frac{458.18}{0.07185} = 6376.92 \text{ kN}$, isto implica que o número de monocordões será igual a $\frac{6376.92}{155} = 41$

Pré-esforço $\times \operatorname{tg}\alpha_5 = \frac{0.90 \times 0.0035}{0.000012} = 262.5$, $P_{2y\infty} = \frac{262.5}{0.0081} = 3240.74$ kN, isto implica que o número de monocordões será igual a $\frac{3240.74}{155} = 20.98$

Adoptou-se 20 monocordões para os vãos de extremidade e 36 monocordões para o vão central.

Da mesma forma, que no caso anterior as cargas equivalentes ao pré-esforço nos alinhamentos C e E serão iguais a (ver Anexo A):

$$P_{2y\infty} \times \operatorname{tg}\alpha_1 = 20 \times 155 \times 0.08484 = 263 \text{ kN}$$

$$P_{3y\infty} \times \operatorname{tg}\alpha_3 = 36 \times 155 \times 0.07185 = 401 \text{ kN}$$

$$P_{4y} \times \operatorname{tg}\alpha_2 = 20 \times 155 \times 0.109 + 16 \times 155 \times 0.05454 = 473.2 \text{ kN}$$

$$P_{ym3} = 16 \times 155 = 2480 \text{ kN}$$

$$P_{ym1} = 20 \times 155 = 3100 \text{ kN}$$

$$P_{4xx} = 20 \times 155 \times 0.08484 = 263 \text{ kN}$$

$$P_{1xx} = 36 \times 155 \times (0.109 + 0.07185) = 1009.14 \text{ kN}$$

$$m_{y1} = 155 \times 20 \times 0.05 = 155 \text{ kN.m}$$

Tendo em conta o traçado do cabo no alinhamento F (ver Anexo A) o valor da tangente será igual:

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\left(\frac{0.28}{2}\right) - 0.05 + 0.05}{2.5} = 0.056$$

Desta forma a quantidade de pré-esforço a utilizar vem dada por:

$P_{1y\infty} \times \operatorname{tg}\alpha = \frac{0.90 \times 0.0083}{0.000025} = 298.8$ kN, $P_{1y\infty} = \frac{298.8}{0.056} = 5335.71$ kN, isto implica que o número de monocordões será igual a $\frac{5335.71}{155} = 34.42$.

Adoptou-se 40 monocordões.

Para o alinhamento F as cargas equivalentes devido ao pré-esforço será igual a (ver Anexo A):

$$P_{1y\infty} \times \operatorname{tg}\alpha = 40 \times 155 \times 0.056 = 347.2 \text{ kN}$$

$$P_{ym2} = 40 \times 155 = 6200 \text{ kN}$$

$$m_{y2} = 40 \times 155 \times 0.05 = 310 \text{ kN.m}$$

5.1.7 Análise das Deformações

Para garantir o estado limite de deformação é necessário que as deformações provocadas pela combinação quase-permanente sejam menores que $L_{vão}/250$, tal como apresentado na secção 3.6.3 do presente trabalho.

No presente trabalho é verificado o estado limite de deformação, com a deformação máxima a longo prazo, tendo em conta o coeficiente de fluência φ expressão 3.25 é:

$$a_{\infty} = (1 + 2.5) \times 6.60 = 23.10 \text{ mm} < 10.65/250$$

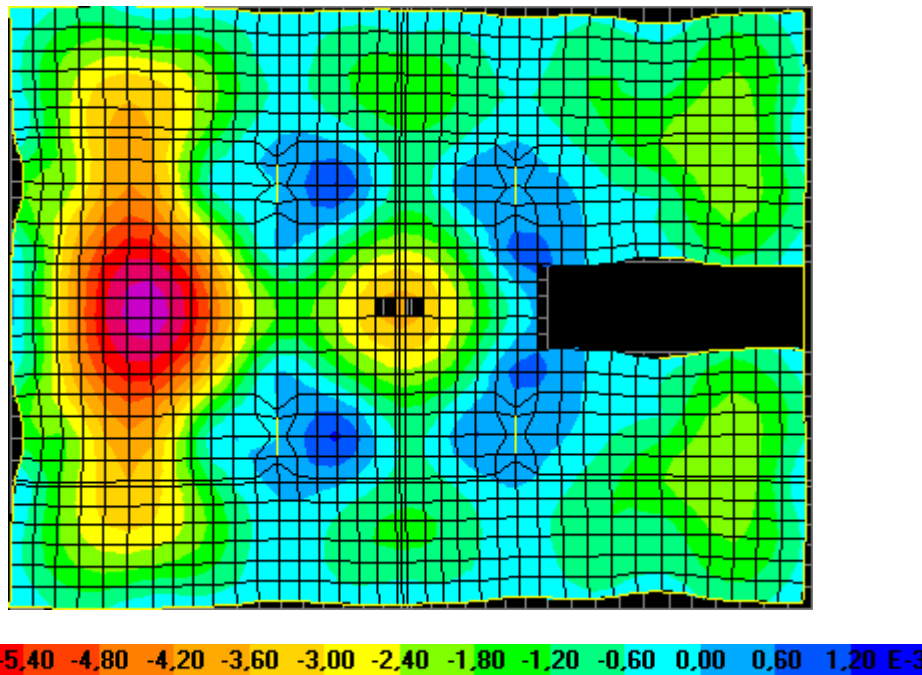


Figura 5.7 - Deformações da laje provocadas pela combinação quase-permanente em metro.

5.1.8 Análise das deformações causadas pelo pré-esforço

Podemos observar na Figura 5.8, que as deformações causadas pelo pré-esforço considerando todas as cargas equivalentes na estrutura, estão na ordem de 80 à 100% das deformações provocadas pela combinação quase-permanente (sem o efeito do pré-esforço)

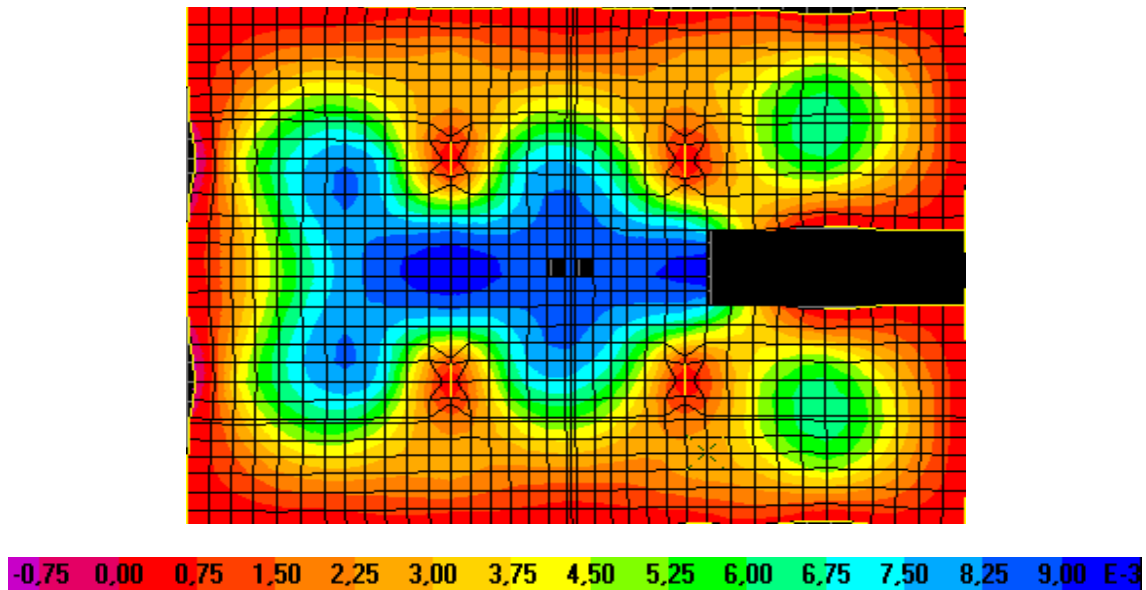


Figura 5.8 - Deformações causadas pelo Pré-esforço em metro.

5.1.9 Análise das vibrações

Para garantir o estado limite de vibração segundo o MODEL CODE 1990 [10], é necessário que as frequências fundamentais da laje cumpram com o apresentado na Tabela 3.6.

Para o presente trabalho as frequências fundamentais para os primeiros seis modos de vibrações, estão apresentados na Tabela 5.3.

Tabela 5.3 - Frequências fundamentais da Laje.

Modos de vibrações	Frequências (H_z)
1	6.57
2	7.06
3	8.35
4	9.11
5	9.22
6	10.20

Comparando com as frequências apresentadas na Tabela 3.6, e considerando que a laje em estudo terá o uso de uma escola com uma sobrecarga de utilização de 3kN/m^2 , pode-se afirmar que está garantido o estado limite de vibração. A frequência de referência para comparação na Tabela 3.6 é de $3.4 H_z$, para salas de concerto com assento permanente.

5.1.10 Análise das Tensões admissíveis no Betão

As tensões no betão devem ser controladas quer durante a aplicação do pré-esforço, de forma a evitar-se o esmagamento ou a fendilhamento local do betão na extremidade de elementos pré e pós-tensionados. O esmagamento ou a fendilhação local do betão na zona das ancoragens após a aplicação do pré-esforço deverão ser evitados quer a longo prazo, após as perdas diferidas de pré-esforço a resistência do betão no momento da aplicação ou transferência do pré-esforço não deverá ser inferior ao valor mínimo definido na aprovação técnica Europeia [7].

A tensão de compressão no betão da estrutura, resultante da força de pré-esforço e de outras acções que actuam no momento da aplicação do pré-esforço ou da libertação das armaduras de pré-esforço, deverá ser limitada:

$$\sigma_c \leq 0.6f_{ck}(t) \quad 5.4$$

$f_{ck}(t)$ – valor característico da resistência a compressão do betão na idade t de aplicação do pré-esforço.

O EC2 [7], ainda faz referência se a tensão de compressão exceder permanentemente $0.45f_{ck}(t)$, deverá considerar-se o comportamento não linear da fluência.

Para resistência do betão para uma idade t , poderá ser necessário especificar a tensão de rotura do betão à compressão, $f_{ck}(t)$, na idade t para a transferência do pré-esforço, em que:

$$f_{ck}(t) = f_{cm}(t) - 8\text{Mpa} \quad \text{para } 3\text{d} < t < 28\text{d} \quad 5.5$$

$$f_{ck}(t) = f_{ck} \quad \text{para } t \geq 28\text{d} \quad 5.6$$

Valores mais precisos deverão basear-se em ensaios, nomeadamente para $t \leq 3\text{d}$.

A tensão à compressão numa idade t depende do tipo de cimento, da temperatura e das condições de cura. Para uma temperatura média de 20°C e uma cura de acordo com EN12390 [7], a tensão de rotura do betão à compressão em varias idades, $f_{cm}(t)$, poderá ser estimada pelas expressões 5.7 e 5.8.

$$f_{cm}(t) = \beta_{cc}(t) f_{cm} \quad 5.7$$

$$\beta_{cc}(t) = \exp\{s[1 - (28/t)^{1/2}]\} \quad 5.8$$

Em que:

$f_{cm}(t)$ – tensão média de rotura do betão à compressão á idade de t dias

f_{cm} - tensão média de rotura aos 28 dias de idade.

$\beta_{cc}(t)$ – coeficiente que depende da idade do betão t.

t – idade do betão em dias

s - coeficiente que depende do tipo do cimento

s= 0.20 para cimento das classes de resistência CE42,5R, CEM52,5N E CEM 52,5R (classe R).

Considerando uma classe de resistência de cimento de CE42,5R, para o projecto e utilizando as expressões 5.5 e 5.6 a resistência do betão aos 8 dias (idade de aplicação do pré-esforço) será igual à:

$$\beta_{cc}(8) = \exp\{0.20 \times [1 - (28/8)^{1/2}]\} = 0.84$$

Considerando $f_{cm} = 38$ MPa.

$$f_{cm}(8) = 0.84 \times 38 = 31.9 \text{ MPa}$$

$$f_{ck}(8) = 31.9 \text{ MPa} - 8 \text{ MPa} = 23.9 \text{ MPa}$$

Desta forma as tensões limites sugeridas pelo EC2 [7], tendo em conta a fase inicial de aplicação do pré-esforço e aos 8 dias de idade do betão de acordo a expressão 5.4 vem dada por:

$$\sigma_c(8) = 0.60 \times 23.9 = 14.4 \text{ MPa}$$

$$\sigma_c(8) = 0.45 \times 23.9 = 10.8 \text{ MPa}$$

O Sap2000 permite a representação gráfica do mapa das tensões nas faces superiores e inferiores da laje nas duas direcções ortogonais. As Figuras 5.9 a 5.12 ilustram esses mapas para combinação quase-permanente das acções.

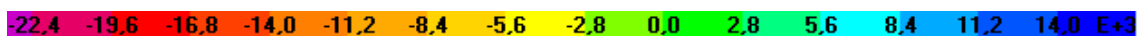
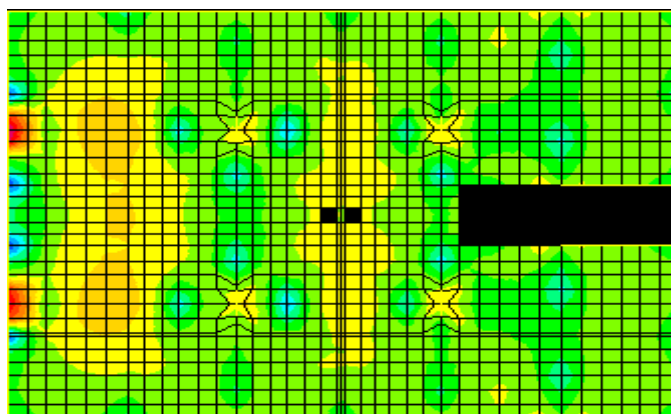


Figura 5.9 - Tensões na face superior da laje de betão (kN/m^2) para combinação quase-permanente (direcção xx).

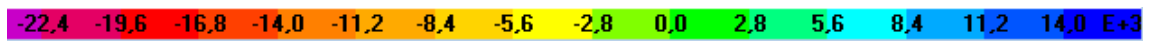
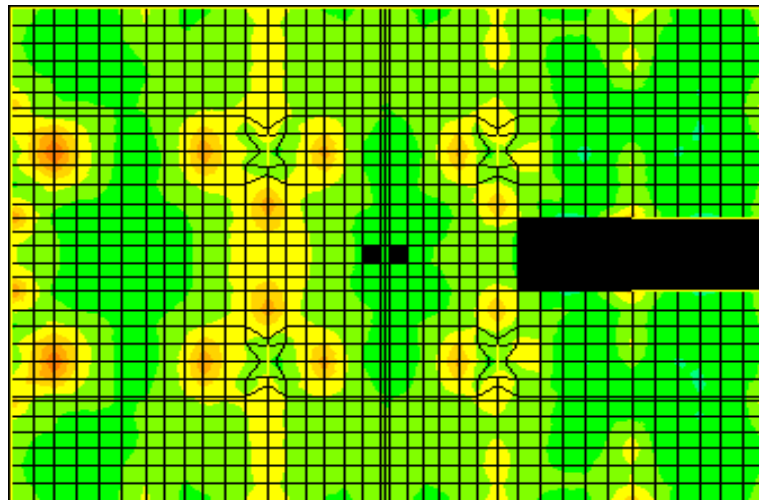


Figura 5.10 - Tensões na face inferior da laje de betão (KN/m^2) para combinação quase-permanente (direcção xx).

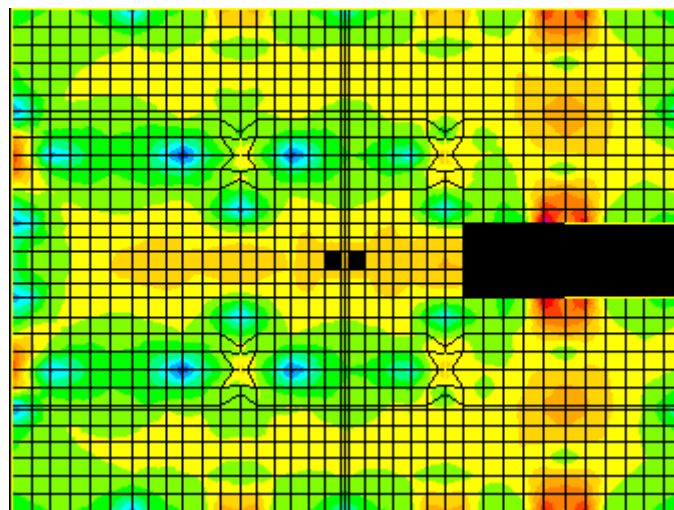


Figura 5.11 - Tensões na face superior da laje de betão (kN/m^2) para combinação quase-permanente (direcção yy).

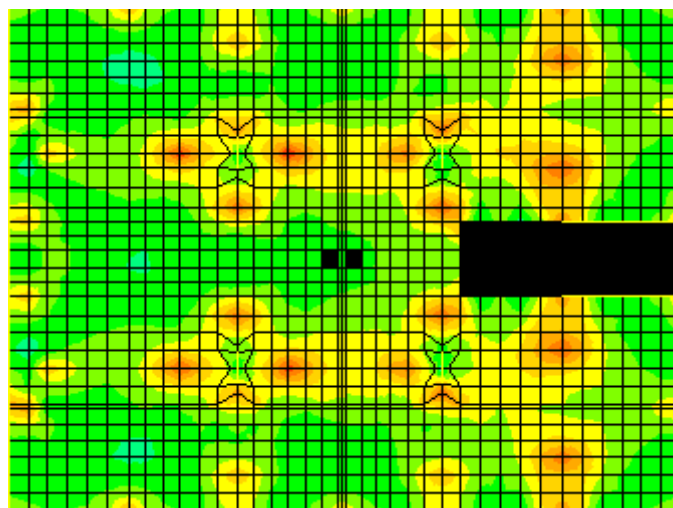


Figura 5.12 - Tensões na face inferior da laje de betão (kN/m^2) para combinação quase-permanente (direcção yy).

Direcção xx

A análise do mapa de tensões na face superior (Figura 5.9) mostra zonas de maiores compressões no centro da laje e consequentemente no alinhamento dos pilares, zonas de maior concentração de monocordões no entanto essas tensões em nenhum caso ultrapassam 8MPa, logo situam-se no intervalo admissível pelo EC2. Ainda podemos referir que na zona de aplicação do pré-esforço na direcção xx, temos compressões ligeiramente superiores às regulamentares.

As restantes zonas comprimidas apresentam níveis de tensão mais baixas na ordem de 1.5MPa-2.5MPa.

Na face inferior (Figura 5.10) observa-se tensões de compressão não superiores á 10MPa no alinhamento dos pilares da direcção yy e de uma forma geral as tensões de compressão para esse mesmo alinhamento e ao longo da laje rondam a volta dos 4MPa -5.5MPa.

Direcção yy

O mapa de tensões referentes à face superior da laje (Figura 5.11) apresenta tensões de compressão ao longo da laje não superiores à 7MPa e na zona de aplicação do pré-esforço não superiores a 17MPa. Mas de uma forma geral as tensões de compressão são de ordem dos 2MPa – 6MPa.

No que respeita à face inferior da laje (Figura 5.12) para a mesma direcção, apresenta um maior nível de tensões de compressão no alinhamento dos pilares, zona de maior de concentração de monocordões sem nunca terem ultrapassados os 12MPa, mas de uma forma geral, as tensões de

compressão ao longo da laje rondam na ordem dos 1 MPa-5.5MPa, valores que satisfazem os limites estabelecidos pelo EC2 [7].

5.1.11 Verificação da segurança em relação aos estados limites últimos de flexão

Segue-se a determinação dos esforços na laje recorrendo ao programa computacional Sap2000.

As Figuras 5.13 e 5.14 ilustram os momentos flectores na direcção xx e yy (M11 e M22), devido à combinação de acções a apresentada na expressão 5.1.

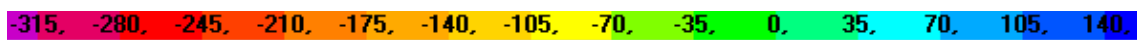
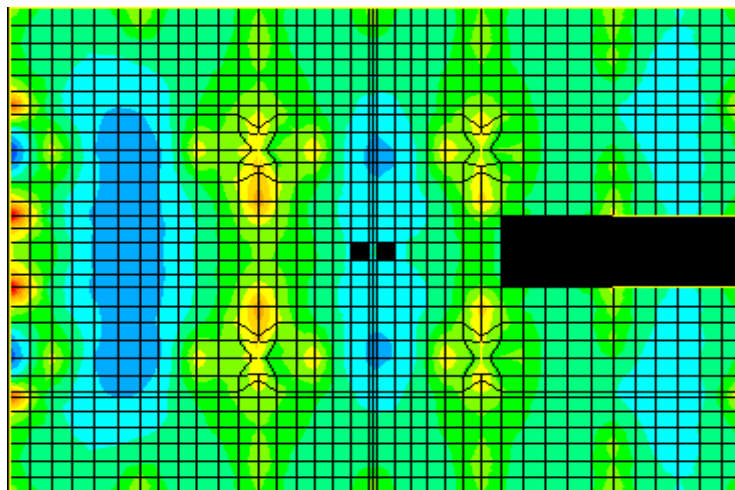


Figura 5.13 - Momentos flectores devido à combinação fundamental na direcção xx em kNm/m.

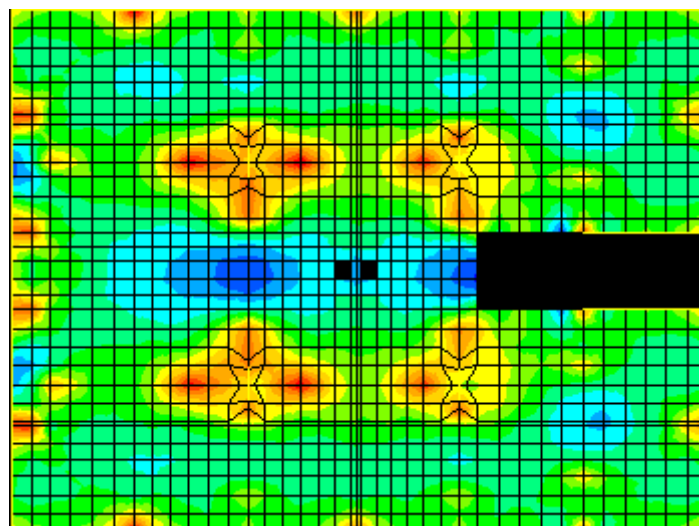


Figura 5.14 - Momentos flectores devido a combinação fundamental na direcção yy em kNm/m.

Direcção xx

A laje da Figura 5.1 foi dividida em zonas (A1, A2,A3,.....A7), de acordo com o nível de momentos flectores positivos, para melhor dimensionamento das armaduras, conforme se segue na Tabela 5.4.

Tabela 5.4 - Momentos flectores positivos param o dimensionamento na direcção xx.

Zonas	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8
Momentos (KNm/m)	61.3	88.2	61.4	21.9	77.1	19.1	53.2	53.4

Direcção yy

Para os momentos flectores na direcção yy, também foram seleccionados valores de referências em várias zonas da laje, tal com se mostra na Tabela 5.5

Tabela 5.5 - Momentos flectores positivos para o dimensionamento na direcção xx

Zonas	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8
Momentos (KNm/m)	46.7	93.2	40.9	49.3	103.7	45.0	66.5	63.8

Na Tabela 5.6 seguem-se os momentos negativos para as zonas dos pilares com maiores esforços.

Tabela 5.6 - Momentos negativos nas zonas dos pilares com maiores esforços, direcção xx

Pilares	P9	P10	P11	P14	P17	P19	P20	P21
Momentos (KNm/m)	129.75	136.76	266.45	325.22	332.70	117.26	175.95	256.61

A verificação da segurança é efectuada em termos de esforços, garantindo que os actuantes não excedem os resistentes.

Os valores de cálculo dos esforços resistentes das peças de betão armado são determinados com base na NP EN 1992-1-1 [7], Tal como se mostra na Tabela 5.7.

Tabela 5.7 - Esforços resistentes em lajes de betão armado

ESFORÇOS RESISTENTES EM LAJES DE BETÃO ARMADO										
h=		0,28m				c=		30mm		
C30/		37				f _{ctm} =		2,9MPa		
A500						f _{cd} =		20,0MPa		
						f _{yd} =		435MPa		
Armadura	A _s cm ² /m	d m	ρ %	ω	ξ	m _{Rd} kNm/m	A _{sd} cm ² /m	Armadura de distribuição		V _{Rd} kN/m
ø10 //0,15	5,24	0,240	0,218	0,047	0,976	53,3	1,05	ø6 //0,25	ou ø8 //0,35	103,0
ø10 //0,10	7,85	0,240	0,327	0,071	0,963	79,0	1,57	ø8 //0,30	ou ø10 //0,35	118,0
ø20 //0,20	15,71	0,230	0,683	0,148	0,924	145,1	3,14	ø10 //0,25	ou ø12 //0,35	145,9
ø16 //0,10	20,11	0,234	0,859	0,187	0,904	184,9	4,02	ø10 //0,15	ou ø12 //0,25	159,6
ø20 //0,075	41,89	0,230	1,821	0,396	0,796	333,6	8,38	ø16 //0,20	ou ø20 //0,35	202,4

5.1.12 Verificação da segurança em relação ao estado limite de resistência ao punçoamento

Na secção 3.5, deste trabalho foram apresentadas as bases para a verificação da segurança em relação aos estados limites de punçoamento, aqui apresentaremos apenas os cálculos.

Na tabela 5.8, ilustra-se os esforços para os pilares interiores

Tabela 5.8 - Esforços nos pilares interiores

Pilares	P9	P10	P19	P20
M_{Edx} (KN/m)	183.38-171.57 =11.81	134.26-20.53 =113.72	177.67-176.39 =1.28	132.63-21.06 =111.57
M_{Edy} (KN/m)	865.60-672.17 =193.72	581.26-211.46 =369.81	890.75-663.95 =226.80	618.35-205.46 =412.88
V_{Ed} (KN)	399.52	747.44	382.11	717.57

A verificação ao Punçoamento e colapso progressivo será feita com base no pilar P20.

$$M_{Edx} = 111.57 \text{ KN/m}$$

$$M_{Edy} = 412.88 \text{ KN/m}$$

$$V_{Ed} = 717.57 - 2 \times (0.35 \times 1.5 \times 1.5 \times 25 \times 1.35) = 664.41 \text{ KN}$$

$$b_x = 0.35 + 4 \times 0.25 = 1.35 \text{ m}$$

$$b_y = 1.5 + 4 \times 0.25 = 2.5 \text{ m}$$

$$e_x = 412.88 / 664.41 = 0.621$$

$$e_y = 111.57/664.41 = 0.167$$

Determinação da tensão máxima de corte por punçoamento

$$u_1 = 2 \times (0.35 + 1.5) + 2\pi(2 \times 0.25) = 6.84 \text{ m}$$

$$\beta = 1 + 1.8 \times \sqrt{\left(\frac{0.621}{2.5}\right)^2 + \left(\frac{0.167}{1.35}\right)^2} = 1.49$$

$$v_{Ed} = 1.49 \times \frac{664.41}{6.84 \times 0.25} = 578.93 \text{ KN/m}^2$$

$$V_{Ed}^{eff} = 1.49 \times 664.41 = 989.97 \text{ KN}$$

Determinação da tensão máxima de esmagamento

$$u_0 = 2 \times (0.35 + 1.5) = 3.7 \text{ m}$$

$$v_{Ed} = 1.49 \times \frac{664.41}{3.7 \times 0.25} = 1070.23 \text{ KN/m}^2$$

Determinação da tensão resistente ao punçoamento sem consideração de armaduras

$$\rho_x = 20,11 \times 10^{-4} / (0.25) = 0.0080$$

$$\rho_x = 20,11 \times 10^{-4} / (0.25) = 0.0080$$

$$\rho_l = \sqrt{0.008 \times 0.0088} = 0.0080$$

$$K = 1 + \sqrt{\frac{200}{250}} = 1.89 \leq 2.0$$

$$v_{rd,c} = 0.12 \times 1.89 \times (100 \times 0.0080 \times 30)^{1/3} = 0.654 \text{ MPa} \geq 0.035 \times 1.89^{3/2} \times 30^{1/2} = 0.498 \text{ MPa}$$

$v_{rd,c} = 0.654 \text{ MPa} > v_{Ed} = 0.578 \text{ MPa}$, logo, verifica a segurança. Caso não verificasse a segurança, seria necessário considerar uma das seguintes duas soluções:

- 1º Colocação de capitel com dimensões adequadas à dispensa de armadura de punçoamento;
- 2º Manter a espessura da laje e colocar armadura de punçoamento.

Apesar de não ser necessário armadura de punçoamento, é recomendável colocar alguma armadura de punçoamento, que aumenta a ductilidade da resistência da laje. A prontidade de armadura de punçoamento a colocar tem um custo marginal e é uma mais valia significativa na garantia da segurança da laje.

Determinação da armadura de colapso progressivo

A armadura de colapso progressivo foi determinada utilizando a expressão 4.9, onde os valores de V_{sd} , A_{sp} , f_{puk} e f_{ysd} são:

$V_{sd} = 664.41\text{kN}$, $A_{sp} = n^\circ$ de monocordões $\times 140\text{ mm}^2$, $f_{puk} = 1860\text{ MPa}$, e $f_{ysd} = 500\text{ MPa}$, resultando assim $A_s < 0$.

Apesar de não ser necessário considerar armadura ordinária para resistir ao colapso progressivo, serão colocados 2 $\emptyset 16$ em cada direcção como medida de segurança adicional.

5.1.13 Análise da fendilhação

Para garantir que a fendilhação não excede os limites que põem em causa a durabilidade e / ou aspecto da laje deverão ser dimensionadas armaduras ordinárias, de acordo o EC2 [7], caso as tensões de tração nas faces da laje excedam o valor de f_{ctm} . Como se pode constatar nas Figuras 5.9 a 5.12, as tensões em ambas as faces da laje não excedem f_{ctm} , logo a laje não fendilha para combinação quase permanente de acções.

5.2 Solução em laje maciça pré-esforçada com bandas

5.2.1 Planta estrutural

A laje que se apresenta na Figura 5.15 concebida com bandas principais nos alinhamentos (3 = 6), (C = E) e (F) com larguras de 2.0 m, 1.60 m e 2.0 m respectivamente, e com uma espessura de 0.45m. A restante laje tem 0.23 m de espessura. O betão utilizado é da classe C30/37, sendo os pilares da laje em betão armado, o aço de pré-esforço utilizado apresenta as seguintes resistências à tracção A1600/1860 (Y1860 S7-D= 15.3 mm), a armadura ordinária é da classe A500. O sistema de pré-esforço é o MK4 e é constituído por monocordões com 1.4 cm^2 de secção transversal (0.6` de diâmetro).

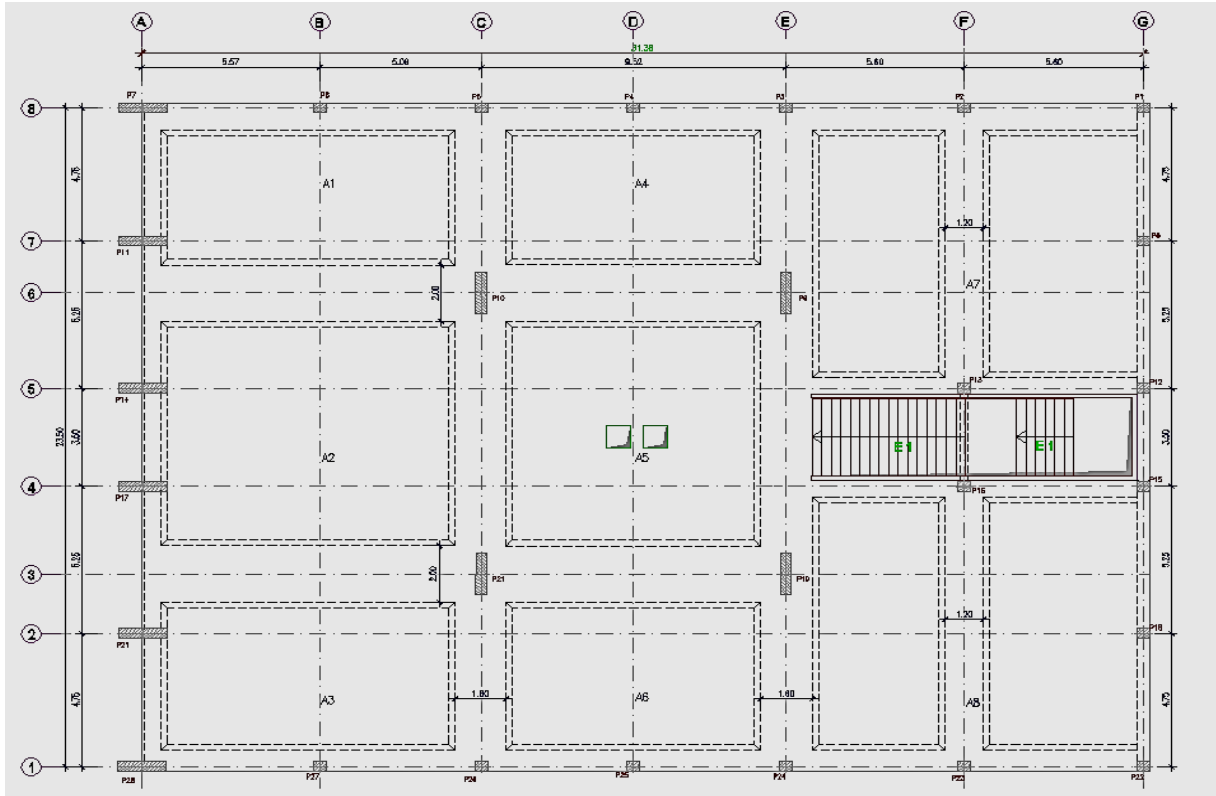


Figura 5.15 - Planta estrutural para solução em Banda.

5.2.2 Modelo estrutural

A análise estrutural da laje foi feita através do método dos elementos finitos recorrendo a elementos de laje. Os elementos finitos que compõem a malha são quadrangulares com uma largura igual ou menor que 1m.

Tal como no exemplo anterior, os pilares foram modelados com elementos de barra, os pilares foram modelados com metade da sua altura acima e abaixo do piso (1.5m+1.5m), sendo a extremidade inferior um apoio fixo ($u_x, u_y, u_z = 0$) e tendo a superior com deslocamentos horizontais impedidos ($u_x = u_y = 0$).

Para efeitos de estado limites últimos considerou-se apenas 1% da rigidez à torção elástica da laje (desta forma as cargas serão apenas equilibradas por flexão). As Figuras 5.16 e 5.17 representam a malha de elementos finitos no plano x-y e na vista 3D, respectivamente.

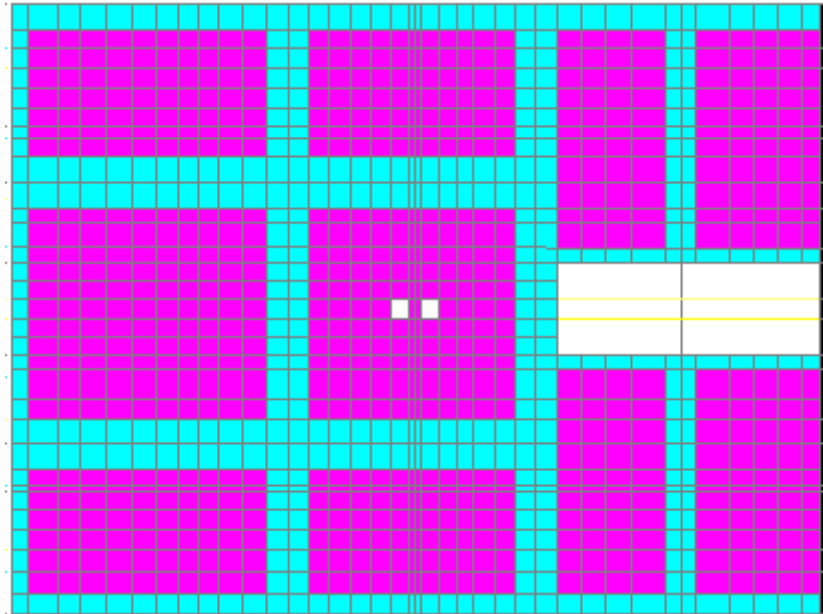


Figura 5.16 - Malha de elementos finitos (plano x-y)

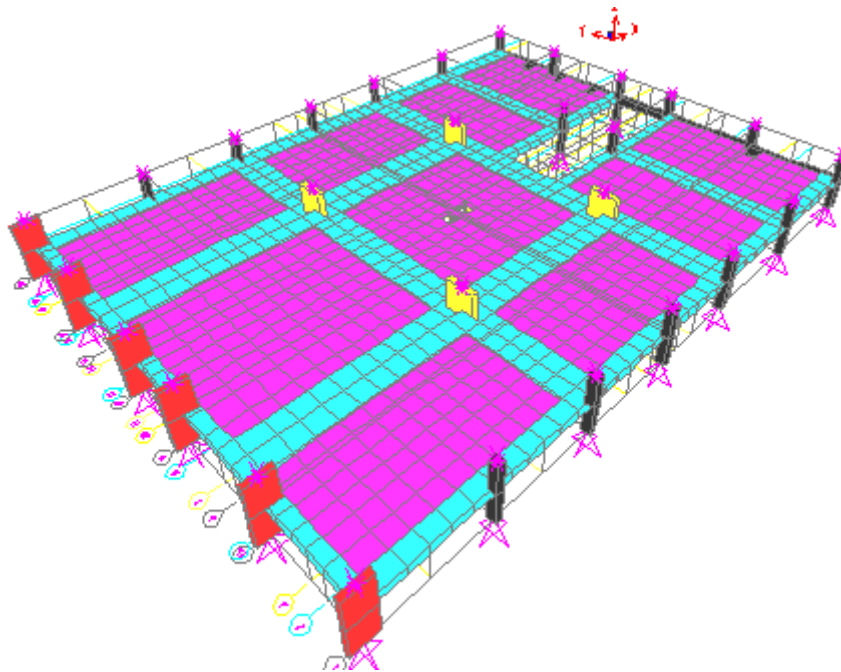


Figura 5.17 - Modelo estrutural (vista 3D)

5.2.3 Solução em pré-esforço

O pré-esforço, tal como na secção 5.1.6, foi determinado tendo em conta um traçado trapezoidal e considerando $P \times \text{tg}\alpha = 1$ para os diferentes alinhamentos nas duas direcções, conforme a Figura 5.18.

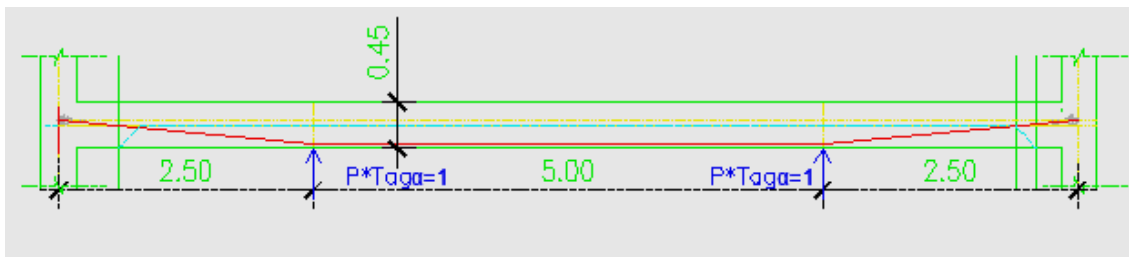


Figura 5.18 - Aplicação de $P \times tg\alpha = 1$ no traçado dos cabos alinhamento F

Na Figura 5.19 apresentam-se as deformações para $P \times tg\alpha = 1$ em metro, que foram utilizadas para determinação numa primeira fase da quantidade de pré-esforço necessário.

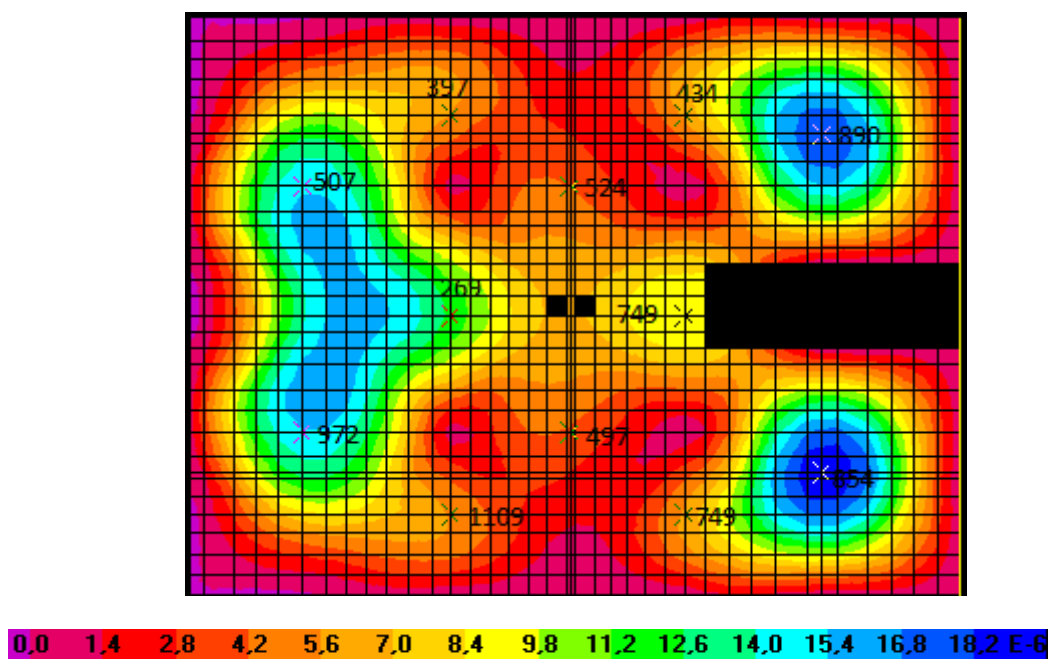


Figura 5.19 - Deformações devidas $P \times tg\alpha = 1$ em metro.

A Tabela 5.9 mostra as deformações para $P \times tg\alpha = 1$, no centro dos vãos indicados anteriormente.

Tabela 5.9 - Deformações devidas $P \times tg\alpha = 1$ (em metro $a_p \times 10^{-5}$)

1.52 (nó 972)	0.39 (nó 497)	1.50 (nó 507)	0.411 (nó 524)	0.54 (nó 1109)	1.21 (nó 269)
0.54 (nó 397)	0.58 (nó 1143)	0.95 (nó 749)	0.58 (nó 434)	1.91 (nó 854)	1.77 (nó 890)

Na Figura 5.20 apresentam-se as deformações devido à combinação quase-permanente das acções sem o efeito do pré-esforço.

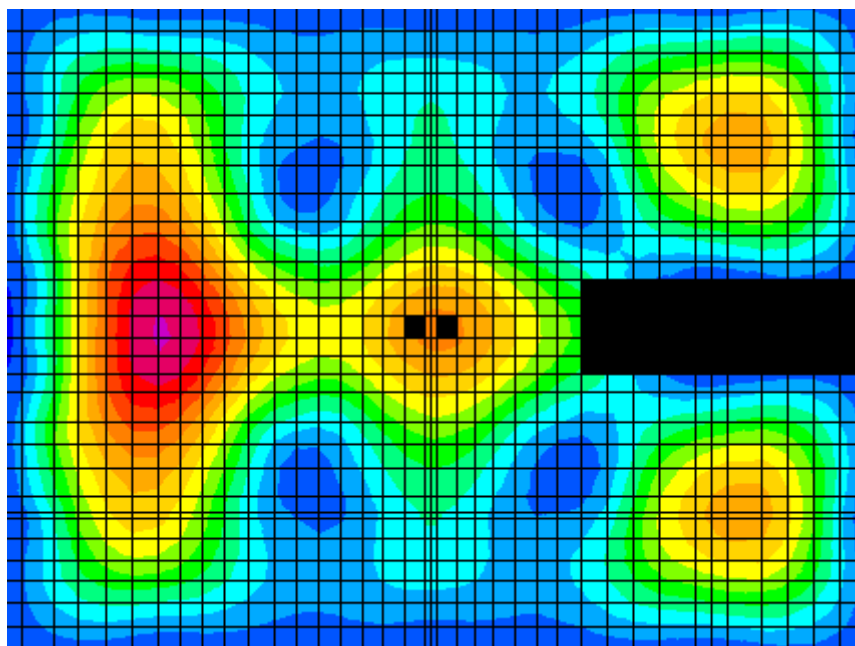


Figura 5.20 - Deformações devido a combinação quase-permanente

Na Tabela 5.10 mostram-se as deformações devido à combinação quase permanente no centro dos vãos indicados anteriormente.

Tabela 5.10 - Deformações devido a combinação quase-permanente das acções em metro.

0.0074 (nó 972)	0.0034 (nó 497)	0.0074 (nó 507)	0.0034 (nó524)	0.0013 (nó1109)	0.0058 (nó269)
0.0014 (nó397)	0.0015 (nó1143)	0.0046 (nó749)	0.0016 (nó 434)	0.007 (nó 854)	0.007 (nó 890)

Tal como na solução anterior depois de determinadas as deformações devido o pré-esforço unitário e as deformações devido à combinação quase permanente, partimos para o cálculo das tangentes dos ângulos dos alinhamentos indicados anteriormente.

Os valores das tangentes para os alinhamentos 3 e 6 serão iguais (ver Anexo A):

$$\text{tg}\alpha_1 = \frac{\left(\frac{0.45}{2}\right) - 0.05 + 0.05}{2.13} = 0.10563, \text{tg}\alpha_2 = \frac{0.45 - (0.05 + 0.05)}{2.6625} = 0.131, \text{tg}\alpha_3 = \text{tg}\alpha_4 = \frac{0.45 - (0.05 + 0.05)}{2.3825} = 0.146, \text{tg}\alpha_5 = \frac{\left(\frac{0.45}{2}\right) - 0.05}{2.13} = 0.080$$

Desta forma a quantidade de pré-esforço a utilizar, tal como na solução anterior vem dada por:

$P_{2y\infty} \times \operatorname{tg}\alpha_1 = \frac{0.90 \times 0.0074}{0.00001526} = 436.4 \text{ kN}$, $P_{2y\infty} = \frac{436.44}{0.10563} = 4131.73 \text{ kN}$, isto implica que o número de monocordões será igual a $\frac{4131.73}{155} = 26.7$ monocordões.

$P_{2x\infty} \times \operatorname{tg}\alpha_3 = \frac{0.90 \times 0.0034}{3.95 \times 10^{-6}} = 773.89 \text{ kN}$, $P_{2x\infty} = \frac{773.89}{0.146} = 5300.7 \text{ kN}$, isto implica que o número de monocordões será igual a $\frac{5300.68}{155} = 34.2$ monocordões.

Adoptou-se 28 monocordões.

As cargas equivalentes ao pré-esforço para os alinhamentos 3 e 6 serão iguais (ver Anexo A):

$$P_{xm} = 28 \times 155 = 4340 \text{ kN}$$

$$P_{xm2} = 28 \times 155 = 4340 \text{ kN}$$

$$P_{4xx} = 28 \times 155 \times 0.10563 = 458.4 \text{ kN}$$

$$P_{3xx} = 28 \times 155 \times 0.08 = 347.2 \text{ kN}$$

$$P_{1x\infty} \times \operatorname{tg}\alpha_1 = 28 \times 155 \times 0.10563 = 458.4 \text{ kN}$$

$$P_{2x\infty} \times \operatorname{tg}\alpha_2 = 28 \times 155 \times 0.1259 = 568.5 \text{ kN}$$

$$m_x = 0.05 \times 28 \times 155 = 217 \text{ kN.m}$$

Tendo considerado o traçado do cabo os valores das tangentes para os alinhamentos C e E serão iguais (ver anexo A):

$$\operatorname{tg}\alpha_1 = \frac{\left(\frac{0.45}{2}\right) - 0.05 + 0.05}{1.65} = 0.136, \operatorname{tg}\alpha_2 = \frac{0.45 - (0.05 + 0.05)}{1.65} = 0.212, \operatorname{tg}\alpha_3 = \frac{0.45 - (0.05 + 0.05)}{2.505} = 0.1397,$$

$$\operatorname{tg}\alpha_4 = \frac{0.45 - (0.05 + 0.05)}{1.72} = 0.203, \operatorname{tg}\alpha_5 = \frac{\left(\frac{0.45}{2}\right) - 0.05 + 0.05}{1.72} = 0.130$$

Desta forma a quantidade de pré-esforço a utilizar, tal como na solução anterior vem dada por:

$P_{2y\infty} \times \operatorname{tg}\alpha_1 = \frac{0.90 \times 0.0013}{5.4 \times 10^{-6}} = 214.5 \text{ kN}$, $P_{2y\infty} = \frac{214.52}{0.136} = 1577.3 \text{ kN}$, isto implica que o número de monocordões será igual a $\frac{1577.36}{155} = 10.2$ monocordões.

$P_{2y\infty} \times \operatorname{tg}\alpha_5 = \frac{0.90 \times 0.0014}{5.4 \times 10^{-6}} = 230.2 \text{ kN}$, $P_{2y\infty} = \frac{230.22}{0.13081} = 1759.9 \text{ kN}$, isto implica que o número de monocordões será igual a $\frac{1759.95}{155} = 11.4$ monocordões.

Pré-esforço $\times \operatorname{tg}\alpha_3 = \frac{0.90 \times 0.0058}{1.2 \times 10^{-5}} = 431.4$, $P_{3y\infty} = \frac{431.4}{0.1397} = 3088,1 \text{ kN}$, isto implica que o número de monocordões será igual a $\frac{3088.1}{155} = 19.9$ monocordões.

Adoptou-se 8 e 16 monocordões respectivamente.

As cargas equivalentes ao pré-esforço para os alinhamentos C e E serão iguais a (ver Anexo A):

$$P_{ym3} = 8 \times 155 = 1240 \text{ kN}$$

$$P_{ym1} = 8 \times 155 = 1240 \text{ kN}$$

$$P_{2y\infty} \times \text{tg}\alpha_1 = 8 \times 155 \times 0.136 = 168.64 \text{ kN}$$

$$P_{3y\infty} \times \text{tg}\alpha_3 = 16 \times 155 \times 0.1397 = 346.45 \text{ kN}$$

$$P_{4y\infty} \times \text{tg}\alpha_2 = 8 \times 155 \times 0.2 + 8 \times 155 \times 0.0939 = 364.48 \text{ kN}$$

Para banda F a tangente de α será igual a:

$$\text{tg}\alpha = \frac{\left(\frac{0.45}{2}\right)^{-0.05+0.05}}{2.5} = 0.09, \text{ onde a quantidade de pré-esforço é dada por:}$$

$$P_{2y\infty} \times \text{tg}\alpha = \frac{0.90 \times 0.0013}{1.9 \times 10^{-5}} = 392.5 \text{ kN}, P_{2y\infty} = \frac{329.49}{0.09} = 3661.1 \text{ kN}, \text{ isto implica que o número de monocordões será igual a } \frac{3661.08}{155} = 23.61 \text{ monocordões.}$$

Adoptou-se 30 monocordões.

Da mesma forma como nos casos anteriores as cargas equivalentes para o alinhamento F serão iguais a (ver anexo A):

$$P_{ym2} = 30 \times 155 = 4650 \text{ kN}$$

$$P_{2yy} = 30 \times 155 \times 0.09 = 418.50 \text{ kN}$$

$$P_{1y} = 30 \times 155 \times 0.09 = 418.50 \text{ kN}$$

$$m_{y2} = 30 \times 155 \times 0.05 = 232.5 \text{ kN.m}$$

5.2.3 Análise das Deformações

Para garantir o estado limite de deformação é necessário que as deformações provocadas pela combinação quase-permanente sejam menores que $L_{vão}/250$, tal como apresentado na secção 3.6.2 do presente trabalho.

Na Figuras 5.21 apresentam-se as deformações provocadas pela combinação quase-permanente ao longo da laje considerando o efeito do pré-esforço.

No presente trabalho é verificado o estado limite de deformação, onde a deformação máxima a longo prazo, tendo em conta o coeficiente de fluência φ expressão 3.32 é:

$$a_{\infty} = (1 + 2.5) \times 4.5 = 15.75 \text{ mm} < 10.65/250$$

Na Figura 5.21 apresenta-se as deformações provocadas pela combinação quase-permanente ao longo da laje considerando o efeito do pré-esforço.

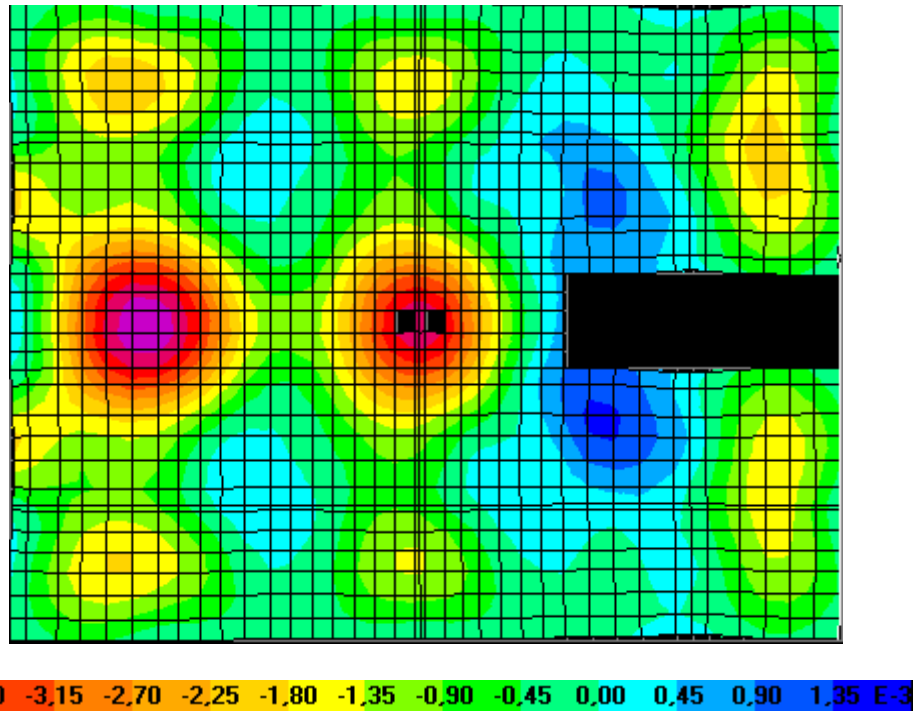


Figura 5.21 - Deformação da laje provocada pela combinação quase-permanente

5.2.4 Análise das deformações causadas pelo pré-esforço

Podemos observar na Figura 5.22, que as deformações causadas pelo pré-esforço considerando todas as cargas equivalentes na estrutura, estão na ordem de 80 à 100% das deformações provocadas pela combinação quase-permanente (sem o efeito do pré-esforço).

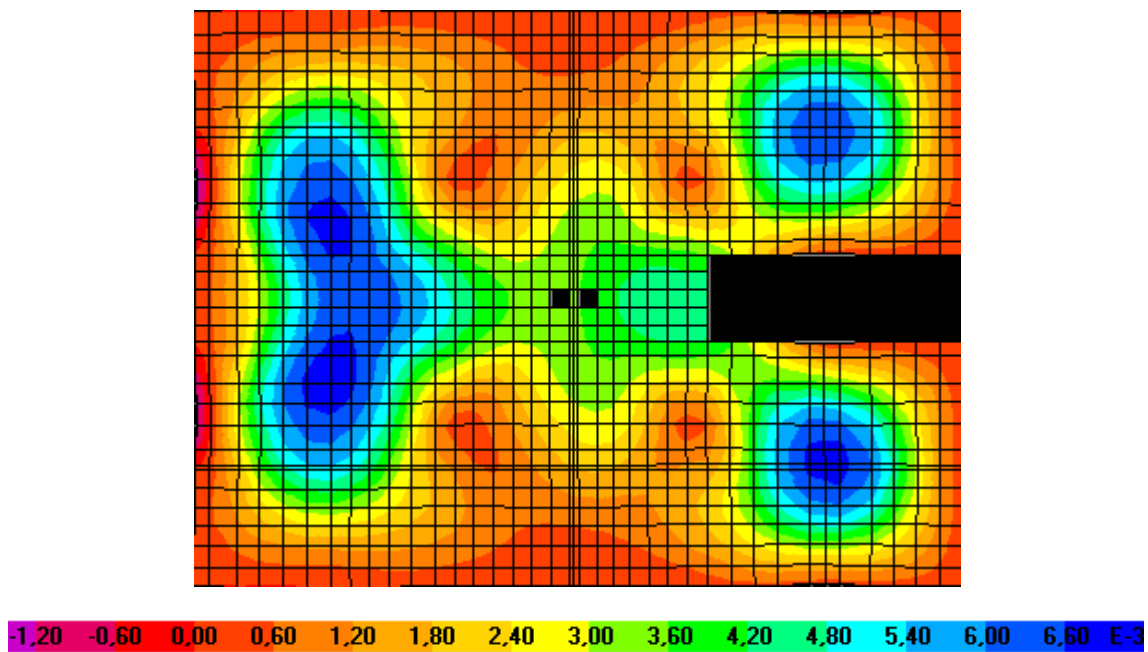


Figura 5.22 - Deformações causadas pelo pré-esforço em metro.

5.2.5 Análise das Vibrações

Para garantir o estado limite de vibração segundo o MODEL CODE 1990 [10], é necessário que as frequências fundamentais da laje cumpram com o apresentado na Tabela 3.6

Para o presente trabalho as frequências fundamentais para os primeiros seis modos de vibrações, estão apresentados na Tabela 5.11.

Tabela 5.11 - Frequências fundamentais da laje.

Modos de vibrações	Frequências (H_z)
1	7.24
2	8.71
3	9.14
4	9.65
5	9.71
6	10.88

Comparando com as frequências apresentadas na Tabela 3.7, e considerando que a laje em estudo terá o uso de uma escola com uma sobrecarga de utilização de $3\text{KN}/\text{m}^2$, podemos afirmar que está garantido o estado limite de vibração. A frequência de referência para comparação na Tabela 3.7 é de $3.4 H_z$, para salas de concerto com assento permanente.

5.2.6 Análise das tensões admissíveis no Betão

As Figuras 5.23 a 5.26 representam os mapas de tensões para combinação quase-permanente obtidas através do Sap2000.

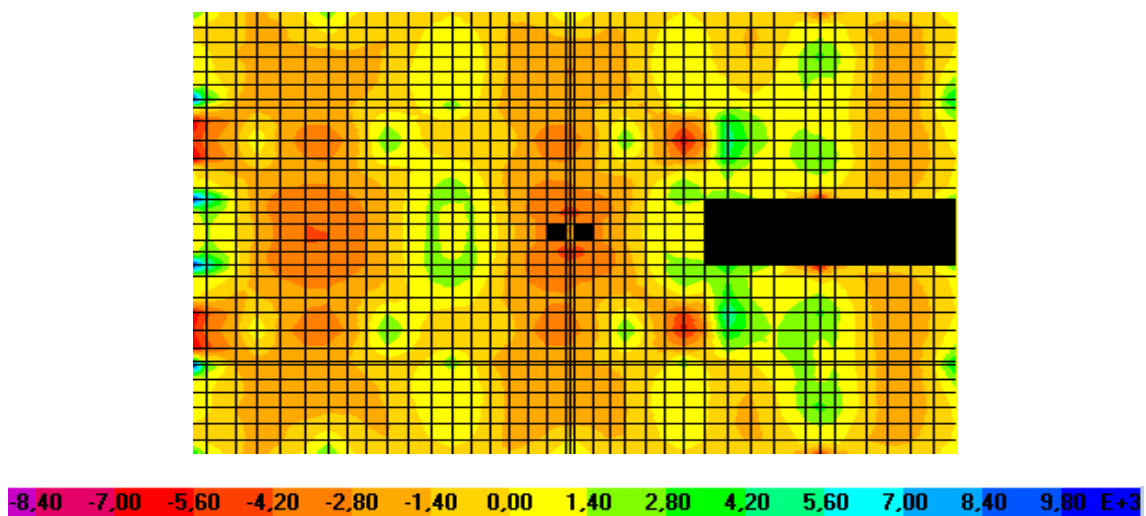


Figura 5.23 - Tensões na face superior da laje de betão (KN/m^2) para combinação quase-permanente direcção xx.

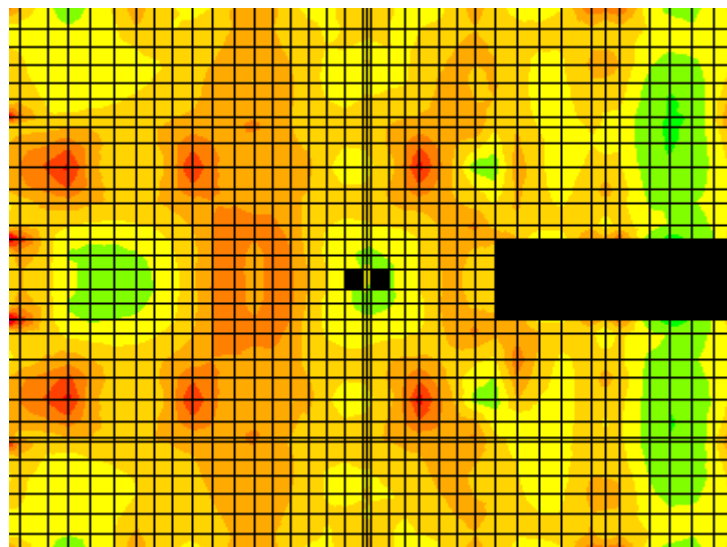


Figura 5.24 - Tensões na face inferior da laje de betão (KN/m^2) para combinação quase-permanente direcção xx.

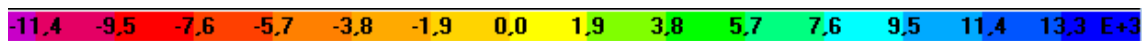
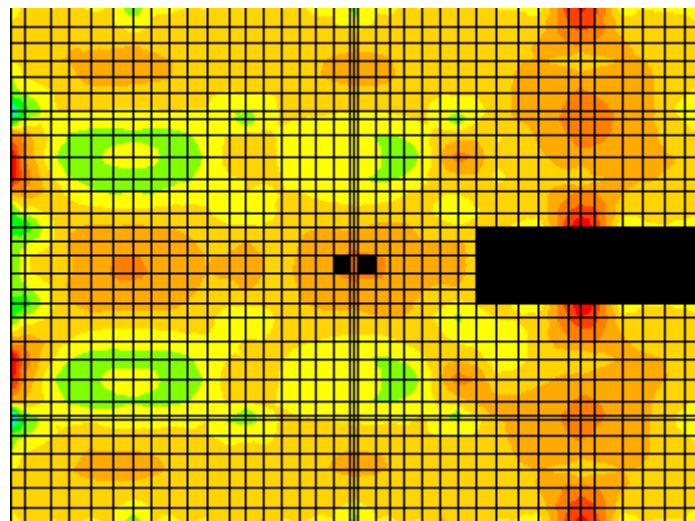


Figura 5.25 - Tensões na face superior da laje de betão (KN/m^2) para combinação quase-permanente direcção yy.

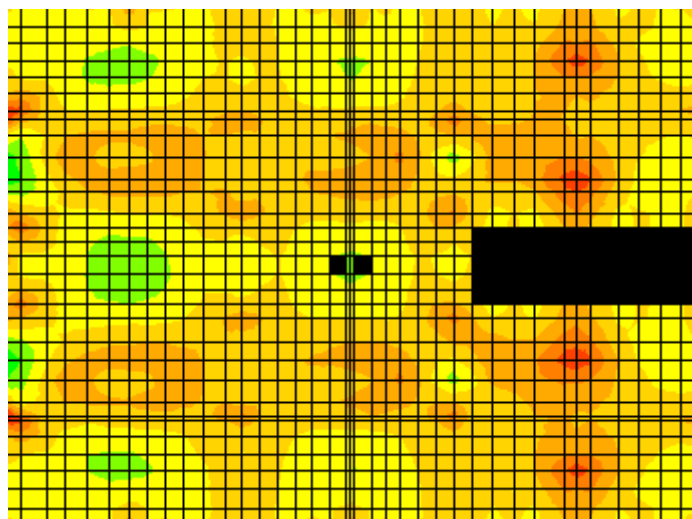


Figura 5.26 - Tensões na face inferior da laje de betão (KN/m^2) Para combinação quase-permanente direcção yy.

Direcção xx

A análise das tensões na face superior para combinação quase-permanente Figura 5.23, estão dentro dos limites regulamentares estabelecidos pelo EC2, e na zona de aplicação do pré-esforço não ultrapassam os 8.4MPa, mas de uma forma geral ao longo da laje as tensões de compressão rondam a volta de 1.4MPa – 5.6MPa.

As tensões instaladas na face inferior Figura 5.24 são também regulamentares. As tensões de compressão rondam a volta de 1.4MPa-5.60MPa e com um certo incremento na zona das ancoragens, que não ultrapassam os 8.4MPa.

Direcção yy

Observa-se uma maior uniformidade de tensões na face superior Figura 5.25, onde o nível de tensões de compressão ao longo da laje ronda a volta 1.9MPa-5.7MPa, e na zona de aplicação do pré-esforço um nível maior de tensão de compressão a volta 9.5MPa

A verificação da face inferior da laje Figura 5.26, apresenta os mesmos níveis de tensão de compressão ao das faces superiores.

5.2.7 Verificação da segurança em relação aos estados limites últimos de flexão

As Figuras 5.27 e 5.28 ilustram os mapas dos momentos flectores na direcção xx e yy (M_{11} e M_{22}), devido a combinação de acções apresentada na expressão 5.1.

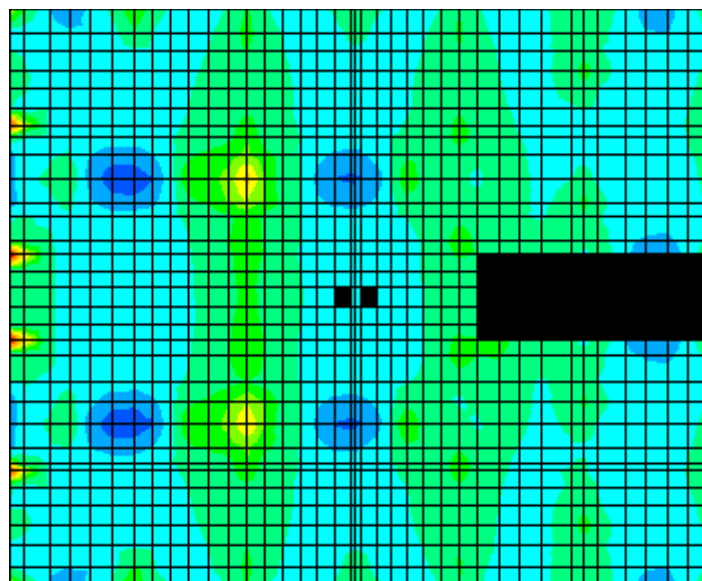


Figura 5.27 - Momentos flectores devido a combinação fundamental na direcção xx em kNm/m

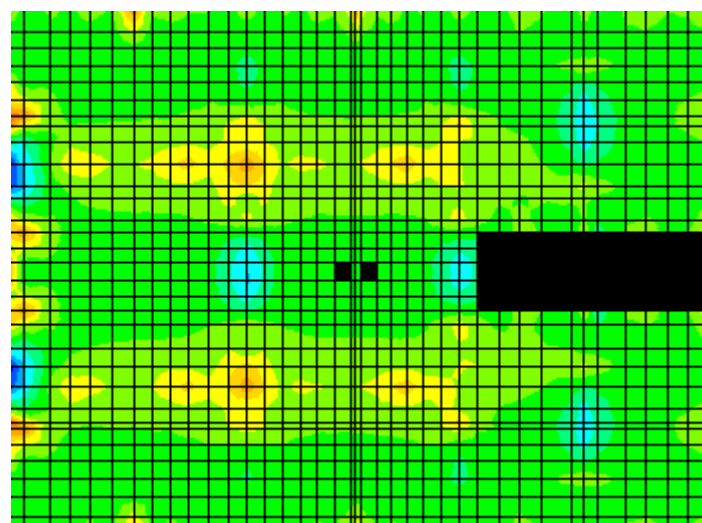


Figura 5.28 - Momentos flectores devido a combinação fundamental na direcção yy em kNm/m

Direcção xx

Na Tabela 5.12, ilustram-se os momentos positivos nas diferentes zonas da laje (na direcção xx) para melhor pormenorização das armaduras.

Tabela 5.12 - Momentos flectores positivos para o dimensionamento na direcção xx

Zonas	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8
Momentos (KN/m)	24.58	52.56	22.59	28.07	52.34	22.09	41.21	42.23

Direcção yy

Na Tabela 5.13 ilustram-se os momentos positivos nas diferentes zonas da laje na (direcção yy) para dimensionamento das armaduras.

Tabela 5.13 - Momentos flectores positivos para o dimensionamento na direcção yy

Zonas	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8
Momentos (kNm/m)	32.39	44.35	29.00	28.35	52.65	25.12	22.79	23.32

Tabela 5.14 - Momentos negativos nas zonas dos pilares com maiores esforços na direcção xx

Pilares	P9	P10	P11	P14	P17	P19	P20	P21
Momentos (kNm/m)	41.61	274.12	556.89	604.72	604.86	18.60	264.19	581.10

Da mesma forma como na solução anterior, a verificação da segurança é efectuada em termos de esforços, garantindo que os actuantes não excedem os resistentes.

Os valores de cálculo dos esforços resistentes das peças de betão armado são determinados com base na NP EN 1992-1-1 [7], Tal como se mostra na Tabela 5.15

Tabela 5.15 - Esforços resistentes em lajes de betão armado

ESFORÇOS RESISTENTES EM LAJES DE BETÃO ARMADO											
h=		0,23m		c=		30mm					
C30/		37		f _{ctm} =		2,9MPa		f _{cd} =		20,0MPa	
A500				f _{yd} =		435MPa					
Armadura	A _s cm ² /m	d m	ρ %	ω	ξ	m _{Rd} kNm/m	A _{sd} cm ² /m	Armadura de distribuição			V _{Rd} kN/m
ø10 //0,20	3,93	0,190	0,207	0,045	0,977	31,7	0,79	ø6 //0,35			83,8
ø10 //0,15	5,24	0,190	0,276	0,060	0,969	41,9	1,05	ø6 //0,25	ou ø8 //0,35	92,2	
ø12 //0,15	7,54	0,188	0,401	0,087	0,955	58,9	1,51	ø6 //0,15	ou ø8 //0,30	103,4	
ø10 //0,10	7,85	0,190	0,413	0,090	0,954	61,9	1,57	ø8 //0,30	ou ø10 //0,35	105,5	
ø16 //0,20	10,05	0,184	0,546	0,119	0,939	75,5	2,01	ø8 //0,25	ou ø10 //0,35	112,2	
ø20 //0,15	20,94	0,180	1,164	0,253	0,870	142,6	4,19	ø12 //0,25	ou ø16 //0,35	141,2	

5.2.8 Verificação da segurança em relação aos estados limites de punçoamento

Tabela 5.16 - Esforços nos pilares interiores

Pilares	P9	P10	P19	P20
M_{Edx} (kNm)	170.44-28.50 =141.94	30.33-23.20 =7.13	163.16-38.90 =124.26	32.67-21.0 =11.67
M_{Edy} (kNm)	351.83-175.53 =140.3	259.34-14.49 =244.85	287.44-208.48 =78.96	190.89-20.44 =170.45
V_{Ed} (kN)	38.42	636.64	39.84	614.74

A verificação ao Punçoamento e colapso progressivo será feita com base no pilar P10.

$$M_{Edx} = 7.13 \text{ KN/m}$$

$$M_{Edy} = 244.85 \text{ KN/m}$$

$$V_{Ed} = 636.64 - 2 \times (0.35 \times 1.5 \times 1.5 \times 25 \times 1.35) = 585.45 \text{ KN}$$

$$b_x = 0.35 + 4 \times 0.42 = 2.03 \text{ m}$$

$$b_y = 1.5 + 4 \times 0.42 = 3.18 \text{ m}$$

$$e_x = 244.85 / 585.45 = 0.418$$

$$e_y = 7.13 / 585.45 = 0.012$$

Determinação da tensão máxima de corte por Punçoamento

$$u_1 = 2 \times (0.35 + 1.5) + 2\pi(2 \times 0.42) = 8.97 \text{ m}$$

$$\beta = 1 + 1.8 \times \sqrt{\left(\frac{0.418}{3.18}\right)^2 + \left(\frac{0.012}{2.03}\right)^2} = 1.24$$

$$v_{Ed} = 1.1236 \times \frac{585.45}{8.97 \times 0.42} = 192.1 \text{ KN/m}^2$$

$$V_{Ed}^{eff} = 1.236 \times 585.45 = 723.61 \text{ kN}$$

Determinação da tensão máxima de esmagamento

$$u_0 = 2 \times (0.35 + 1.5) = 3.7 \text{ m}$$

$$v_{Ed} = 1.236 \times \frac{585.45}{3.7 \times 0.42} = 465. \text{ kN/m}^2$$

Determinação da tensão resistente ao punçoamento sem consideração de armaduras

$$\rho_x = 15.08 \times 10^{-4} / (0.42) = 0.0036$$

$$\rho_x = 15.08 \times 10^{-4} / (0.42) = 0.0036$$

$$\rho_l = \sqrt{0.0036 \times 0.0036} = 0.0036$$

$$K = 1 + \sqrt{\frac{200}{420}} = 1.69 \leq 2.0$$

$$v_{rd,c} = 0.12 \times 1.69 \times (100 \times 0.0036 \times 30)^{1/3} = 0.448 \text{ MPa} \geq 0.035 \times 1.69^{3/2} \times 30^{1/2} = 0.421 \text{ MPa}$$

$v_{Ed} = 0.192 \text{ MPa} < v_{rd,c} = 0.448 \text{ MPa}$, logo, verifica a segurança. Caso não verificasse a segurança, seria necessário considerar uma das seguintes duas soluções:

1º Colocação de capitel com dimensões adequadas à dispensa de armadura de punçoamento;

2º Manter a espessura da laje e colocar armadura de punçoamento.

Apesar de não ser necessário armadura de punçoamento, é recomendável colocar alguma armadura de punçoamento, que aumenta a ductilidade da resistência da laje. A prontidade de armadura de punçoamento a colocar tem um custo marginal e é uma mais valia significativa na garantia da segurança da laje.

Determinação da armadura de colapso progressivo

A armadura de colapso progressivo foi determinada utilizando a expressão 4.9, onde os valores de V_{sd} , A_{sp} , f_{puk} e f_{ysd} são:

$V_{sd} = 585.45 \text{ kN}$, $A_{sp} = n^\circ \text{ de cordões} \times 140 \text{ mm}^2$, $f_{puk} = 1860 \text{ MPa}$, e $f_{ysd} = 500 \text{ MPa}$, resultando assim $A_s < 0$

5.2.9 Análise da Fendilhação

Para garantir que a fendilhação não excede os limites que põem em causa a durabilidade e / ou aspecto da laje deverão ser dimensionadas armaduras ordinárias, de acordo o EC2 [7], caso as tensões de tração nas faces da laje excedam o valor de f_{ctm} . Como se pode constatar nas Figuras 5.25 a 5.28, as tensões em ambas as faces da laje não excedem f_{ctm} , logo a laje não fendilha para combinação quase permanente de acções.

5.2.10 Pormenorização das armaduras

No caso das armaduras ordinárias, embora sendo lajes fungiformes a pormenorização das armaduras devem ter sempre um reflexo das regras de pormenorização que se seguem:

- Armadura inferior em ambas direcções x,y, com dispensa de metade da armadura a 0.8L, junto aos apoios de continuidade.
- Armadura superior sobre os apoios de continuidade, com dispensa total a 0.25L junto aos apoios de continuidade.
- Armadura superior nos bordos apoiados, armadura mínima para controlo da fendilhação, com dispensa total a 0.25L
- Armadura superior de distribuição ($0.2A_s$) da armadura nos apoios de continuidade e nos apoios extremos.
- Armadura de bordo livre.
- Reforço em aberturas.
- Armaduras inferiores em consola.
- As pormenorizações das armaduras do projecto em desenvolvimento encontram-se apresentadas no anexo B

5.2 Comparação de custos das duas soluções, vantagens e desvantagens

Na Tabela 5.17, apresentam-se a quantidade dos monocordões de pré-esforço a utilizar para cada solução.

Tabela 5.17 - Quantidades de monocordões para as duas soluções nos diferentes alinhamentos

Solução	Alinhamentos/quantidade de monocordões por alinhamentos (bandas)					Total [m]
	[m]					
	3	6	C	E	F	
Laje maciça sem banda	48	48	36	36	40×2	248
Laje maciça com banda	28	28	16	16	30×2	148
%	58 %	58 %	44 %	44 %	75%	59%

A solução da laje maciça pré-esforçada com bandas, para este trabalho, permite uma utilização de pré-esforço, cerca de 60% do necessário da solução da laje maciça pré-esforçada sem bandas, conforme resultados apresentados na Tabela 5.17.

Na Tabela 5.18 estão apresentadas a quantidades de betão em m³ a utilizar para cada solução.

Tabela 5.18 - Quantidade de betão em m³

Solução	Quantidade de betão em m ³
Laje maciça sem bandas	216.34
Laje maciça com bandas	220.91
%	102%

A quantidade de betão a utilizar para solução da laje com bandas é aproximadamente igual à da solução sem bandas. Se por um lado as bandas consomem muito betão por outro lado a espessura da laje é menor, que equilibra a quantidade total de betão.

Um outro factor a ter em consideração no custo destas lajes é a cofragem, a qual é aproximadamente igual, em termos de quantidades, em ambas as soluções, mas mais difícil de executar na solução com bandas, e, por tanto mais cara nesta solução.

O mesmo se poderá dizer em relação as armaduras, isto é, se considerarmos a mesma taxa de armadura por volume de betão, a quantidade de armadura será semelhante nas duas soluções, mas mais complexa de executar na solução com bandas.

Assim, podemos concluir que ambas as soluções são semelhantes de ponto de vista técnico e económico.

6 Conclusões

Os projectos devem ser concebidos, dimensionados e estudados, de forma a que respondam todas as exigências, quer no ponto de vista de estados limites últimos, quer no ponto de vista de estados limites de serviço. Não se esquecendo do imperativo económico e de viabilidade técnica.

Para que se obtenha bons resultados é necessário sempre, antes de se conceber e dimensionar, fazer um estudo profundo do projecto, analisando as diferentes soluções possíveis.

Nesta ordem de ideias para o presente trabalho, tendo em conta o desenvolvimento das duas soluções (laje fungiforme maciça pré-esforçada e maciça com bandas), chegou-se às seguintes conclusões:

As duas soluções apresentam segurança (estado limite último, serviço e de punçoamento) e funcionalidade é de realçar que a solução com bandas apresenta melhor comportamento no ponto de vista, das deformações, vibrações, fendilhações e de resistência ao punçoamento.

A menor eficiência da solução de laje maciça sem bandas em relação aos estados limite de serviço (deformação, vibração e fendilhação) e de resistência ao punçoamento, comparativamente a solução com bandas, não põe em causa o seu bom funcionamento estrutural, uma vez que não se excedem os limites regulamentares.

Do ponto de vista de viabilidade técnica a laje maciça sem bandas é sem margem a solução preferencial, não só pela simplicidade das cofragens necessárias, bem como pelo facto de ser uma solução extremamente versátil, onde o tecto fica completamente livre de vigas e reentrâncias, facilitando a colocação das paredes divisórias e outros equipamentos.

No ponto de vista de quantidade de pré-esforço a solução com bandas, permite uma utilização de menos pré-esforço, cerca de 60% do necessário da solução sem bandas.

No ponto de vista de disposição de aberturas na laje, a solução maciça com bandas permite uma maior facilidade em criar aberturas na laje uma vez que a quantidade de pré-esforço na laje é menor.

No que diz respeito aos custos a relação entre a quantidade de betão e de aço de pré-esforço podem reverter-se num factor favorável para solução com bandas, uma vez que o aço de pré-esforço e a própria técnica de aplicação têm custos elevados.

Referências

- [1] J. Almeida, J. Appleton, T. Friedrich, H. Ganz, M. Jartoux, V. Lúcio, M. Miehlabradt
L. Schubert, K. Schütt, P. Regan, Design of post-tensioned slabs and foundations,
Federation Internationale du Béton, Seto, London May 1998.
- [2] A M Stevenson, Post-tensioned concrete floors in multi-storey buildings, 1994.
- [3] Freyssinet, O pré-esforço em lajes (o documento em causa não possui nenhuma
informação).
- [4] ACIES, LOSAS POSTESADAS EN EDIFICACIÓN (o documento em causa não
possui nenhuma informação).
- [5] Alonso Cobo Escamilla, Hormigón Pretensado; Fundación Escuela de la Edificación,
Madrid, 2010.
- [6] Ramos, A.; Lúcio, V.; Estrutura de betão Armado II, Folhas da disciplina de EBA II da
FCT; 2010/2011.
- [7] Eurocódigo 2-Proyecto de estrutura de betão parte 1-1:Regras Gerais e regras para
Edificios, NP, EN 1992-1-1, 2010.
- [8] J. Calavera, Proyecto y Cálculo de Estructuras de Hormigón En Masa, Armado y
Pretensado, Infoprint, S.A; Tomo1, Madrid 2008.
- [9] A. Serra Neves.; Avaliação das deformações em lajes aligeiradas realizadas com vigotas
pré-esforçadas, Março 2001.
- [10] CEB-FIP MODEL CODE 1990, DESIGN CODE, Thomas Telford Ltd, London, 1993.
- [11] Lopes, J.; Estudo de pavimentos constituídos por lajes fungiformes pré-esforçadas,
FEUP, Universidade do Porto; Julho 2008.
- [12] Appleton, J.; Camara, J.; Almeida, J.; Gomes, A.; Apontamentos de apoio às aulas do
curso de Betão Armado e pré-esforçado II, volume I, dimensionamento e
pormenorização de lajes, Março de 1989.
- [13] Regulamento de Estruturas de Betão Armado e Pré-esforçado (REBAP), Porto Editora,
Maio de 2010.
- [14] Marchão, C.; Appleton, J.; Estrutura de Betão Armado II, Modulo 1; Folhas da
disciplina de EBAlI do IST; 2011/2012.
- [15] Ramos, A.; Lúcio, V.; Comportamento pós-rotura de lajes fungiformes pré-esforçadas,
Revista Portuguesa de Engenharia de estrutura. Serie II, nº 1, Julho de 2007.

REFERÊNCIAS

- [16] Recomendaciones para elementos de hormigón pretensados com cables no aderentes, comité ACI 423, 1 de Fevereiro de 1996.
- [17] Batista, A.; Pré-esforço de Estrutura de Betão com Elementos Metálicos, Departamento de Engenharia Civil, Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa, 2008.
- [18] Appleton, J.; Interesse e Vantagens da Aplicação de Pré-esforço em Edifícios, Lisboa 5 Maio 1999.
- [19] Pereira, C.; Almeida, R.; Sistema de Pré-esforço, IST, Janeiro 2010.
- [20] Ramos, A.; Punçoamento em lajes fungiformes pré-esforçadas, tese para obtenção do grau de doutor, Março de 2003, IST.

Anexo A – Cargas equivalentes ao pré-esforço.

Desenho nº 1 - Laje maciça

Desenho nº 2 – Laje com bandas

Anexo B – Pormenorização

Desenho nº 1 – planta da armadura inferior da laje (laje maciça).

Desenho nº 2 – planta da armadura superior da laje (laje maciça).

Desenho nº 3 – planta de pormenores para armadura de punçoamento e nas zonas das aberturas (laje maciça).

Desenho nº 4 – planta da armadura de pré-esforço da laje (laje maciça).

Desenho nº 5 – planta da armadura de pré-esforço da laje, alçado e pormenores (laje maciça).

Desenho nº 6 – planta da armadura inferior da laje (laje com bandas).

Desenho nº 7 – planta da armadura superior da laje (laje com bandas).

Desenho nº 8 - pormenores e cortes (laje com bandas).

Desenho nº 9 – pormenores das armaduras de punçoamento (laje com bandas).

Desenho nº 10 – planta da armadura de pré-esforço (laje com bandas).

Desenho nº 11 – planta da armadura de pré-esforço, alçado e pormenores (laje com bandas).