



**Duarte António Domingues Louro de Matos  
Lousa**

Licenciado em Ciências de Engenharia Mecânica

**Estudo do Comportamento Dinâmico de  
um Reservatório Hidropneumático**

Dissertação para obtenção de Grau de Mestre em  
Engenharia Mecânica

Júri:

Presidente: Doutor José Fernando Almeida Dias, Professor Associado FCT - UNL

Vogal: Doutor Luís Miguel Chagas da Costa Gil, Professor Auxiliar FCT - UNL

Vogal: Doutor João José Lopes de Carvalho, Professor Auxiliar FCT - UNL

Orientador: Doutor Luís Miguel Chagas da Costa Gil,  
Professor, FCT – UNL



FACULDADE DE  
CIÊNCIAS E TECNOLOGIA  
UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA

Setembro de 2011



**Duarte António Domingues Louro de Matos  
Lousa**

Licenciado em Ciências de Engenharia Mecânica

**Estudo do Comportamento Dinâmico de  
um Reservatório Hidropneumático**

Dissertação para obtenção de Grau de Mestre em  
Engenharia Mecânica

Júri:

Presidente: Doutor José Fernando Almeida Dias, Professor Associado FCT - UNL

Vogal: Doutor Luís Miguel Chagas da Costa Gil, Professor Auxiliar FCT - UNL

Vogal: Doutor João José Lopes de Carvalho, Professor Auxiliar FCT - UNL

Orientador: Doutor Luís Miguel Chagas da Costa Gil,  
Professor, FCT - UNL



**Setembro de 2011**



## **Direito de Cópia**

### **Estudo do Comportamento Dinâmico de um Reservatório Hidropneumático**

© Duarte António Domingues Louro de Matos Lousa, FCT - UNL, 2011.

A Faculdade de Ciências e Tecnologia e a Universidade Nova de Lisboa têm o direito, perpétuo e sem limites geográficos, de arquivar esta dissertação através de exemplares impressos reproduzidos em papel ou de forma digital, ou por qualquer outro meio conhecido ou que venha a ser inventado, e de a divulgar através de repositórios científicos e de admitir a sua cópia e distribuição com objectivos educacionais ou de investigação, não comerciais, desde que seja dado crédito ao autor e editor.



## **Agradecimentos**

Em primeiro lugar, ao Professor Luís Miguel Chagas da Costa Gil, pela orientação do presente trabalho e importantes sugestões sem as quais este trabalho não seria realizado com sucesso. Agradeço-lhe ainda por toda a ajuda, disponibilidade e, sobretudo paciência demonstrada ao longo deste período.

Aos meus pais, por todos os valores que me transmitiram ao longo destes anos, pela oportunidade que me deram de aceder a este nível de ensino e ainda pelo apoio e confiança que depositam em mim.

Ao meu irmão, que embora distante, sempre me apoiou.

À Rita, por todo o apoio e compreensão durante estes anos.



## Resumo

O estudo dos fenómenos transitórios em condutas, baseado no método das características, assume grande relevância no projecto de instalações hidráulicas. A quantificação das pressões máximas e mínimas é de interesse fundamental para o dimensionamento da conduta e, para decidir sobre a necessidade de instalação de dispositivos de protecção.

O presente trabalho tem como principal objectivo estudar o comportamento do reservatório hidropneumático. Desta forma, recorreu-se a simulações numéricas efectuadas com o programa AFT Impulse. As configurações geométricas das instalações simuladas foram criteriosamente escolhidas por forma a estudar separadamente: as sobrepressões, o efeito do volume do reservatório hidropneumático e da conduta e, finalmente, das perdas de carga. Neste estudo procedeu-se a uma análise em frequência da resposta do rac, utilizando técnicas de análise espectral.

Os resultados obtidos permitiram concluir que instalações munidas de racs de pequenas dimensões registam pressões extremas superiores às medidas para uma mesma instalação sem sistema protector. O conjunto das simulações efectuadas permitiu concluir que o principal parâmetro a ter em conta na eficiência do rac é a relação entre o volume do reservatório e o da conduta a proteger.

A comparação dos resultados numéricos com os obtidos por métodos clássicos (ábacos) permitiu concluir que muito embora permitam o dimensionamento dos racs não o fazem de forma optimizada. Acresce ainda que não podem ser aplicados em sistemas que apresentem alguma complexidade, como não linearidades ou geometrias complexas.

Face aos actuais meios computacionais, os métodos numéricos baseados no método das características, permitem simular em tempo útil, muitas configurações para a instalação e desta forma optimizar o rac a instalar.

**Palavras-chave:** Reservatório hidropneumático, RAC, método das características, transitórios em condutas.



## Abstract

The study of transient phenomena in pipelines, based on the method of characteristics is of great importance in the design of hydraulic systems. The quantification of the maximum and minimum pressures is of fundamental interest in duct design, in order to decide on the need for the installation of protective devices.

The present work's main objective is the study of the behavior of a gas accumulator. Thus, numerical simulations were carried out with the program AFT Impulse. The geometric configurations of the simulated plants were carefully chosen in order to, separately, study: overpressures, the effect of the gas accumulator and conduct volumes, and finally the loss of load. In this study, the response frequency of the gas accumulator was analyzed, using spectral analysis techniques.

The results showed that plants equipped with small gas accumulators registered higher extreme pressures than the ones measured for an installation without protective system. The set of simulations concluded that the main parameter to take into account for the efficiency of the gas accumulator is the relation between the volumes of the reservoir and the protected duct. The comparison between numerical results and those obtained by classical methods (ABAC) concluded that although the latter allow the design of these devices, they do not do so in optimal conditions. Furthermore, they cannot be applied to systems that have some degree of complexity, such as nonlinearities or complex geometries.

Given the current computational resources, numerical methods based on the method of characteristics, allow the timely simulation of various settings for the installation and the optimization of the gas accumulator installed.

**Key Words:** Gas Accumulator, CAR, method of characteristics, transient phenomena in pipelines



# Índice

Direito de Cópia.....	iii
Agradecimentos.....	v
Resumo .....	vii
Abstract .....	ix
Índice de Figuras .....	xiii
Índice de Tabelas .....	xvii
Lista de Símbolos e Abreviaturas.....	xix
1. Introdução .....	1
1.1 Motivação .....	1
1.2 Objectivos.....	1
1.3 Estrutura .....	2
1.4 Definição e Importância do Estudo .....	3
2. Revisão Bibliográfica e Modelação Matemática .....	11
2.1 Estudo do Golpe de Ariete .....	11
2.2 Estudo do Reservatório Hidropneumático .....	15
2.3 Métodos Analíticos de Análise .....	18
2.3.1 Trabalhos Baseados no Modelo Rígido .....	19
2.3.2 Trabalhos Baseados no Modelo Elástico .....	20
2.4 Método das Características.....	22
2.4.1 Resumo da Fundamentação Analítica do Método .....	23
2.4.2 Integração e Discretização das Equações.....	25
2.4.3 Discretização das Condições de Fronteira .....	28
2.5 AFT Impulse .....	35
2.5.1 Hipóteses Fundamentais.....	36
2.5.2 Entrada de Dados.....	37

3.	Validação Numérica .....	39
3.1	Golpe de Aríete numa Conduta Simples .....	39
3.2	Conduta com Reservatório Hidropneumático .....	46
4.	Resultados .....	55
4.1	Montagem Experimental Simulada .....	55
4.2	Estudo do Comportamento Dinâmico do RAC.....	57
4.2.1	Considerações Preliminares .....	57
4.2.2	Efeito dos Volumes do RAC e da Conduta .....	59
4.2.3	Estudo da Pressão Mínima em Função do Volume .....	66
4.3	Influência das Perdas de Carga .....	70
5.	Conclusão .....	85
6.	Bibliografia.....	87

## Índice de Figuras

Figura 1.1 – Representação de uma instalação hidráulica com a localização dos diferentes dispositivos de protecção contra transitórios hidráulicos [Boulos et al., 2005] .....	5
Figura 1.2 – Esquema de um Reservatório Hidropneumático [Wylie, et al., 1993] .....	6
Figura 1.3 – Esquema ilustrativo das variações de pressões numa instalação de elevação [Henrique Rosa, 2009] .....	7
Figura 1.4 – Dispositivos de perda de carga na ligação do rac à conduta principal [Almeida, 1982].....	9
Figura 2.1 – Ábaco de M. Vibert para o cálculo simplificado de reservatórios hidropneumáticos [Macintyre, 1997] .....	19
Figura 2.2 – Solução gráfica para dimensionamento de rac com $k=0.3$ [Parmakian, 1963] .....	21
Figura 2.3 – Representação da malha utilizada no método das características [Wylie, et al., 1993].....	25
Figura 3.1 – Instalação simulada (conduta simples).....	39
Figura 3.2 – Evolução da cota piezométrica ao longo da instalação sem atrito em regime permanente .....	41
Figura 3.3 – Evolução da cota piezométrica na secção da conduta imediatamente a jusante da válvula .....	42
Figura 3.4 – Evolução da cota piezométrica na secção intermédia ( $x = 462\text{ m}$ ) da conduta.....	43
Figura 3.5 – Evolução da cota piezométrica na secção imediatamente a montante ( $x = 924\text{ m}$ ) do reservatório.....	44
Figura 3.6 – Evolução do caudal volúmico na secção imediatamente a jusante da válvula .....	45
Figura 3.7 – Evolução do caudal volúmico na secção imediatamente a montante ( $x = 924\text{ m}$ ) do reservatório.....	45
Figura 3.8 – Evolução da cota piezométrica na secção da conduta imediatamente a jusante da válvula .....	46
Figura 3.9 – Instalação simulada com rac .....	47
Figura 3.10 – Evolução do caudal volúmico no interior do rac obtida com o AFT Impulse .....	48
Figura 3.11 – Evolução do caudal volúmico no interior do rac obtida por Darzé e Cardoso.....	49
Figura 3.12 – Evolução da cota piezométrica no interior do rac obtida com o AFT Impulse .....	49
Figura 3.13 – Evolução da cota piezométrica no interior do rac obtida por Darzé e Cardoso ...	50
Figura 3.14 – Evolução do volume de ar no interior do rac obtida com o AFT Impulse .....	50
Figura 3.15 – Evolução do volume de ar no interior do rac obtida por Darzé e Cardoso.....	51
Figura 3.16 – Evolução da cota piezométrica e do volume de ar, no interior do rac.....	52
Figura 3.17 – Evolução da cota piezométrica e do caudal volúmico, no interior do rac.....	52

Figura 3.18 – Evolução do caudal volúmico e do volume de ar, no interior do rac .....	53
Figura 4.1 – Configuração da instalação no AFT Impulse .....	55
Figura 4.2 – Evolução da cota piezométrica na secção de medição.....	58
Figura 4.3 – Configuração da instalação no AFT Impulse .....	59
Figura 4.4 – Evolução da cota piezométrica na secção de medição para um rac de volume de água de 0.02 m <sup>3</sup> .....	60
Figura 4.5 – Evolução da cota piezométrica na secção de medição para um rac de volume de água de 0.2 m <sup>3</sup> .....	60
Figura 4.6 – Evolução da cota piezométrica na secção de medição para um rac de volume de água de 2 m <sup>3</sup> .....	61
Figura 4.7 – Espectro de amplitude do sinal temporal, na secção de medição, para um rac de volume de água de 0.02 m <sup>3</sup> e sem rac.....	62
Figura 4.8 – Espectro de amplitude do sinal temporal, na secção de medição, para um rac de volume de água de 0.2 m <sup>3</sup> .....	63
Figura 4.9 – Espectro de amplitude do sinal temporal, na secção de medição, para um rac de volume de água de 2 m <sup>3</sup> .....	64
Figura 4.10 – Evolução da frequência natural do sistema, para um aumento do volume do rac .....	65
Figura 4.11 – Evolução da cota piezométrica mínima, para um aumento do volume do rac.....	66
Figura 4.12 – Evolução da cota piezométrica mínima, para um aumento do volume da conduta .....	67
Figura 4.13 – Ábaco para o pré-dimensionamento de reservatórios.....	68
Figura 4.14 – Evolução da cota piezométrica para uma perda de carga simétrica de $Cd = 10$ . 71	
Figura 4.15 – Evolução da cota piezométrica para uma perda de carga simétrica de $Cd = 20$ . 71	
Figura 4.16 – Evolução da cota piezométrica para uma perda de carga simétrica de $Cd = 30$ . 72	
Figura 4.17 – Evolução da cota piezométrica para uma perda de carga simétrica de $Cd = 40$ . 72	
Figura 4.18 – Evolução da cota piezométrica para uma perda de carga assimétrica com $Cd = 20$ à saída e $Cd = 30$ à entrada .....	74
Figura 4.19 – Evolução da cota piezométrica para uma perda de carga assimétrica com $Cd = 20$ à saída e $Cd = 40$ à entrada .....	74
Figura 4.20 – Evolução da cota piezométrica para uma perda de carga assimétrica com $Cd = 20$ à saída e $Cd = 50$ à entrada .....	75
Figura 4.21– Evolução da cota piezométrica para uma perda de carga assimétrica com $Cd = 20$ à saída e $Cd = 60$ à entrada .....	75
Figura 4.22 – Evolução da cota piezométrica para uma perda de carga assimétrica com $Cd = 30$ à saída e $Cd = 20$ à entrada .....	76
Figura 4.23 – Evolução da cota piezométrica para uma perda de carga assimétrica com $Cd = 40$ à saída e $Cd = 20$ à entrada .....	77

Figura 4.24 – Evolução da cota piezométrica para uma perda de carga assimétrica com $Cd = 50$ à saída e $Cd = 20$ à entrada .....	77
Figura 4.25 – Evolução da cota piezométrica para uma perda de carga assimétrica com $Cd = 60$ à saída e $Cd = 20$ à entrada .....	78
Figura 4.26 – Evolução da cota piezométrica para uma rugosidade relativa do fibrocimento ( $V = 0.08565 \text{ m/s}$ ) .....	79
Figura 4.27 – Evolução da cota piezométrica para uma rugosidade relativa do ferro fundido ( $V = 0.08565 \text{ m/s}$ ) .....	79
Figura 4.28 – Evolução da cota piezométrica para uma rugosidade relativa do cimento ( $V = 0.08565 \text{ m/s}$ ) .....	80
Figura 4.29 – Evolução da cota piezométrica para uma rugosidade relativa do aço rebitado ( $V = 0.08565 \text{ m/s}$ ) .....	80
Figura 4.30 – Comparação das evoluções da cota piezométrica em sistemas com e sem atrito .....	81
Figura 4.31 – Evolução da cota piezométrica para uma rugosidade relativa de PVC rígido ( $V = 1.809 \text{ m/s}$ ) .....	82
Figura 4.32 – Evolução da cota piezométrica para uma rugosidade relativa do fibrocimento ( $V = 1.809 \text{ m/s}$ ) .....	83
Figura 4.33 – Evolução da cota piezométrica para uma rugosidade relativa do ferro fundido ( $V = 1.809 \text{ m/s}$ ) .....	83
Figura 4.34 – Evolução da cota piezométrica para uma rugosidade relativa do cimento ( $V = 1.809 \text{ m/s}$ ) .....	84



## Índice de Tabelas

Tabela 2.1 – Relação de ábacos para o dimensionamento de reservatórios hidropneumáticos	18
Tabela 3.1 – Características do reservatório de montante (conduta simples)	40
Tabela 3.2 – Características do reservatório de jusante (conduta simples)	40
Tabela 3.3 – Características das condutas (conduta simples)	40
Tabela 3.4 – Características da válvula (conduta simples)	40
Tabela 3.5 – Características da água (conduta simples)	40
Tabela 3.6 – Características do reservatório de montante (conduta com rac)	47
Tabela 3.7 – Características do reservatório de jusante (conduta com rac)	47
Tabela 3.8 – Características das condutas (conduta com rac)	47
Tabela 3.9 – Características do reservatório hidropneumático (conduta com rac)	47
Tabela 3.10 – Características da válvula (conduta com rac)	48
Tabela 4.1 – Características do reservatório de montante (AFT Impulse)	56
Tabela 4.2 – Características do reservatório de jusante (AFT Impulse)	56
Tabela 4.3 – Características das condutas (AFT Impulse)	56
Tabela 4.4 – Características da válvula (AFT Impulse)	56
Tabela 4.5 – Características do escoamento (AFT Impulse)	56
Tabela 4.6 – Características do reservatório de montante	68
Tabela 4.7 – Características do reservatório de jusante	68
Tabela 4.8 – Características das condutas	69
Tabela 4.9 – Características da válvula	69
Tabela 4.10 – Características do escoamento	69



## Lista de Símbolos e Abreviaturas

- A – Área da secção transversal da conduta  
a – Velocidade de propagação de onda (celeridade)  
B – Impedância característica da tubagem  
D – Diâmetro interno da conduta  
E – Módulo de elasticidade da conduta  
 $E_f$  – Módulo volumétrico do fluido  
e – Espessura da parede da conduta  
f – Factor de atrito  
g – Aceleração da gravidade  
h – Energia cinética  
H – Cota piezométrica  
 $H_{abs}$  – Pressão absoluta  
 $H_{atm}$  – Pressão atmosférica  
 $H_{res}$  – Cota piezométrica da superfície livre do reservatório  
i – Passo de tempo  
K – Relação entre a perda de carga na conduta de ligação do rac à tubagem principal  
 $k_l$  – Coeficiente de perda de carga localizada  
L – Comprimento de uma conduta de eixo rectilíneo  
 $\dot{m}$  – Caudal mássico  
N – Número de nós  
n – Expoente da equação politrópica  
P – Pressão  
Q – Caudal Volúmico  
R – Coeficiente de resistência da tubagem  
t – Tempo  
V – Velocidade do fluido  
 $\forall$  – Volume de ar no rac  
x – Variável associada à posição da conduta  
 $Z_{ref}$  – Cota geométrica

$\Delta H$  – Variação da cota piezométrica

$\Delta P$  – Sobrepressão

$\Delta V$  – Variação da velocidade do fluido

$\Delta t$  – Passo da discretização temporal

$\Delta x$  – Passo da discretização espacial

$\rho$  – Massa específica do fluido

$\rho^*$  - Adimensional referente à característica da tubagem

0 – Referente ao regime permanente

i – Passo de tempo de cálculo

i-1 – Passo de tempo anterior (já calculado)

RAC – Reservatório de Ar Comprimido

# 1. Introdução

## 1.1 Motivação

O estudo dos regimes transitórios assume enorme importância aquando do projecto de instalações de adução, que contam com aperfeiçoamento contínuo e exigências cada vez mais rigorosas tanto no aspecto de eficiência como no de segurança. Neste âmbito, torna-se importante quantificar as pressões extremas a que as tubagens estarão sujeitas, a fim de se proceder ao correcto dimensionamento das mesmas e à previsão adequada de dispositivos de protecção, sempre visando a redução de custos de construção e sem colocar em risco a fiabilidade da instalação.

Assim, a escolha do reservatório hidropneumático como tema de estudo resulta, por um lado da sua frequente utilização e, por outro lado, porque o seu dimensionamento é, na prática, feito por métodos com domínio de validade pouco claros somado ainda a uma bibliografia escassa.

## 1.2 Objectivos

Nesta dissertação apresenta-se o estudo numérico de um reservatório hidropneumático, pretendendo-se que este contribua para o pré-dimensionamento destes dispositivos de segurança, como alternativa ao método clássico efectuado com recurso a ábacos de rigor questionável.

A influência do volume, perdas de carga localizadas no reservatório e perdas de carga distribuídas na conduta, é estudada introduzindo criteriosamente e sequencialmente estas variáveis aumentando assim a complexidade das simulações numéricas. Esta metodologia permitiu obter conclusões sobre a influência de cada um destes factores isoladamente e, desta forma, compreender melhor a realidade física do problema. Assim, no final do trabalho, propõe-se uma metodologia que permite otimizar o rac, nomeadamente o seu volume e a simetria ou assimetria das suas perdas de carga.

## 1.3 Estrutura

A dissertação encontra-se organizada em cinco capítulos:

1. Introdução
2. Revisão Bibliográfica e Modelação Matemática
3. Apresentação e Validação do Modelo Numérico
4. Apresentação e Discussão dos Resultados
5. Conclusões

No capítulo 1 refere-se a importância do tema e aborda-se sucintamente o estado da arte.

No capítulo 2 efectua-se uma síntese do enquadramento histórico do estudo dos regimes transitórios em tubagens e nos reservatórios hidropneumáticos, apresentando as suas equações características. Estas, resolvidas pelo método das características, serão convertidas, por integração e posterior discretização, nas equações numéricas, às quais serão aplicadas as condições de fronteira utilizadas neste trabalho.

No capítulo 3 introduz-se e valida-se o código numérico, comparando os resultados obtidos, quer com soluções analíticas conhecidas quer com as publicadas por outros autores.

No capítulo 4, apresentam-se os resultados obtidos neste trabalho: análise da percentagem de sobressão máxima absorvida pelo rac em função do seu aumento de volume, análise análoga variando o volume da conduta e, por último, análise da influência das perdas de carga por atrito na evolução das sobrepessões.

No capítulo 5 tiram-se conclusões que decorrem de uma análise global do trabalho realizado.

## 1.4 Definição e Importância do Estudo

As instalações hidráulicas são dimensionadas para operar em regime permanente, durante o qual as características do escoamento não sofrem alterações temporais. No entanto, a ocorrência de variações dessas condições, provocadas intencionalmente (abertura ou fecho de válvulas, arranque ou paragem de bombas ou turbinas), ou involuntariamente (interrupção de energia eléctrica), originam fenómenos hidráulicos transitórios nos quais, pela ocorrência de ondas de pressão que se propagam a elevada velocidade, as pressões podem atingir valores superiores aos máximos admissíveis pela instalação. Com efeito, as consequências que desses fenómenos transitórios podem decorrer são, por exemplo:

- Ruptura da parede de tubagens devido aos efeitos de sobrepressões;
- Estrangulamento de tubagens devido aos efeitos de subpressão ou de separação da coluna líquida (pressões inferiores à pressão de vaporização);
- Ruptura de tubagens por fadiga, devido às constantes oscilações no sistema;
- Dano nos motores eléctricos, devido à rotação inversa da bomba;
- Destruição de instalações, perdas de bens materiais e vidas humanas.

Assim, torna-se imprescindível o conhecimento dos valores das pressões máximas e mínimas por forma a que, ainda na fase de projecto, se leve em consideração se são, ou não, suportados no dimensionamento estrutural da instalação, e em caso desfavorável, se possa proceder aos respectivos reajustamentos da tubagem e de equipamentos de protecção necessários para minimizá-las. Ora, a determinação dessas sobrepressões/depressões obedece à resolução das equações, da conservação da massa e a da quantidade de movimento, que regem o transitório hidráulico e a sua solução permite a determinação das pressões (ou cargas piezométricas) e dos caudais volúmicos, em função do tempo.

Quando na formulação do transitório não é considerada a elasticidade da tubagem nem a compressibilidade do líquido, descreve-se apenas um fenómeno do tipo oscilação em massa. Neste caso, o transitório é causado por variações lentas nas condições de escoamento, de modo que a amplitude da variação de pressão não é suficientemente grande para alterar as características físicas do líquido e da tubagem, comportando-se todo o líquido como um corpo sólido, daí o nome de oscilação em massa, ou seja, toda a massa se movimenta como se fosse um bloco sólido. A oscilação em massa é conhecida também como “teoria do modelo rígido” e do ponto de vista matemático, é um caso particular da teoria geral do golpe de aríete.

Por outro lado, quando se consideram as propriedades elásticas quer da tubagem quer do líquido, está-se perante um fenómeno denominado de golpe de aríete, que deve ser entendido como uma condição transitória que ocorre devido a variações muito rápidas das características do escoamento. Nesta condição são originadas pressões extremas, tanto positivas (sobrepessão), como negativas (depressão), como consequência das alterações na massa específica do líquido e deformações da tubagem que devem ser consideradas nas equações que regem o fenómeno. Neste caso, a teoria geral do golpe de aríete é descrita pela “teoria do modelo elástico”.

Assim sendo, seja o transitório hidráulico descrito por uma teoria mais complexa ou por uma mais simplificada, a atenção é centrada em descobrir quais as secções da instalação que estarão sujeitas às piores condições de pressão (secções críticas), de forma a que seja possível preconizar, equipamentos adequados para serem instalados nestas secções, que atenuem as amplitudes das pressões extremas, como é o caso de instalação de ventosas, ou dispositivos para serem instalados próximos das secções do circuito hidráulico onde tem origem o transitório, como é o caso de reservatórios hidropneumáticos, que permitem, logo no início do transitório, atenuá-lo.

A intensidade do transitório depende directamente do tempo de manobra (tempo de actuação dos equipamentos hidromecânicos, válvulas, bombas e turbinas). Para uma manobra rápida, ou seja, realizada num tempo menor que  $2 * L/a$ , onde  $L$  é o comprimento da tubagem e  $a$  a velocidade de propagação da onda de pressão, a variação da cota piezométrica,  $\Delta H$ , pode ser estimada pela fórmula de Joukowsky,

$$\Delta H = \pm a * \Delta V / g \quad (1.1)$$

Do exposto pode dizer-se que, o transitório hidráulico é um fenómeno, na prática, impossível de evitar. Assim, o projecto de sistemas hidráulicos deve ter em conta a análise das condições de regime transitório, e as conseqüentes pressões extremas para, se proceder à correcta escolha dos equipamentos e estruturas para proteger a instalação contra os efeitos do transitório hidráulico. Para a correcta escolha dos dispositivos de segurança, é necessário um estudo, compreendendo as seguintes fases:

- Cálculo e análise das pressões máximas e mínimas na tubagem sem dispositivos de protecção;
- Verificação das secções críticas;
- Escolha dos dispositivos mais adequados e dimensionamento dos mesmos;
- Simulação numérica dos dispositivos instalados;
- Análise das novas pressões extremas;
- Reverificação de secções críticas;
- Análise económica da instalação nos âmbitos da concepção, operação e manutenção.

Existem muitos dispositivos concebidos especificamente para atenuar as pressões geradas pelo transitório, desde pequenos equipamentos, como ventosas e volantes de inércia acoplados ao eixo do grupo motobomba, até grandes estruturas, como chaminés de equilíbrio, tanques unidireccionais e reservatórios hidropneumáticos, pelo que se apresenta de forma esquemática, na figura 1.1, uma estação de bombeamento com a localização típica de alguns desses equipamentos.

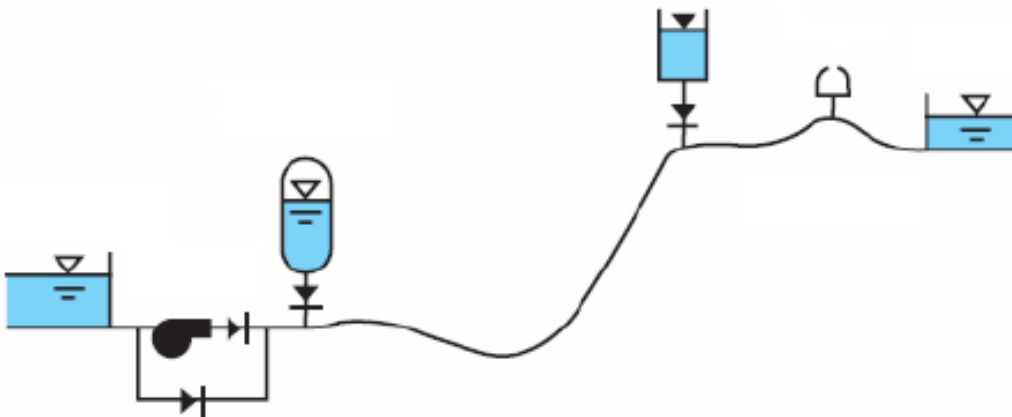


Figura 1.1 – Representação de uma instalação hidráulica com a localização dos diferentes dispositivos de protecção contra transitórios hidráulicos [Boulos et al., 2005]

Enumeram-se os dispositivos, da figura 1.1, da esquerda para a direita: reservatório de montante, bomba hidráulica e respectivo sistema de by-pass, reservatório hidropneumático, chaminé de equilíbrio, ventosa e reservatório de jusante.

Cada dispositivo tem as suas características, com vantagens e desvantagens, pelo que a melhor escolha dos equipamentos, incluindo localização, dimensionamento e quantidade, é obtida através de um processo de análise muitas vezes iterativo.

Sendo o rac o dispositivo de protecção estudado neste trabalho, importa desde já descrevê-lo e caracterizá-lo.

O rac é utilizado principalmente em instalações de bombagem, inserido no circuito hidráulico, próximo da secção de saída das válvulas que precedem as bombas. É possível encontrar alguns projectos de centrais hidroeléctricas que utilizam o rac contra o transitório, porém são casos raros devido às grandes dimensões que implicam e à consequente dificuldade na estabilização do volume de ar, no reservatório, ao longo do tempo, exigindo um complexo sistema auxiliar de compressores de alimentação. Outra aplicação muito comum é nos sistemas de elevação de água em edifícios, onde além do combate ao transitório, mantém a pressão na rede alimentando-a para pequenos caudais, evitando assim frequentes arranques das bombas. Nestes casos, o rac funciona em ciclos de esvaziamento e enchimento, que ocorre quando as bombas são ligadas.

Genericamente, o rac é um reservatório estanque contendo água e um gás comprimido no seu interior, na maioria dos casos ar, com pressão igual à de regime permanente e tem como propósito, alimentar a tubagem à qual está ligado, quando ocorre um decréscimo de pressão da mesma, ou ser alimentado pela tubagem quando ocorre um aumento de pressão na linha.

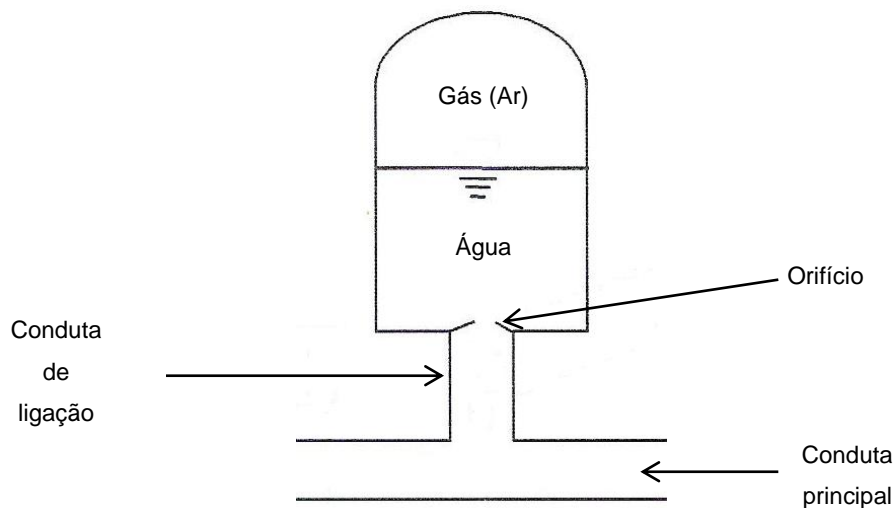


Figura 1.2 – Esquema de um Reservatório Hidropneumático [Wylie, et al., 1993]

Quando o equilíbrio dinâmico, característico do regime permanente, é interrompido por uma manobra, por exemplo, pelo fecho da válvula, a pressão na conduta principal decresce e o ar no interior do rac expande-se, devido à subpressão, forçando a água sair do dispositivo. Se nesta situação, o reservatório tende a ceder água à conduta até se atingir um equilíbrio estático, após a reflexão da onda de pressão, a situação inverte-se e é a conduta que cede água ao rac. Esta variação contínua de situações advém da propagação de ondas de pressão no interior da conduta e prolonga-se segundo um processo de oscilação até ser amortecido pelas perdas de carga no sistema.

A figura 1.3 apresenta, para uma instalação, as variações de pressões máximas e mínimas ao longo das condutas, com e sem a presença de rac, a linha piezométrica em regime permanente e por fim as zonas de risco de colapso.

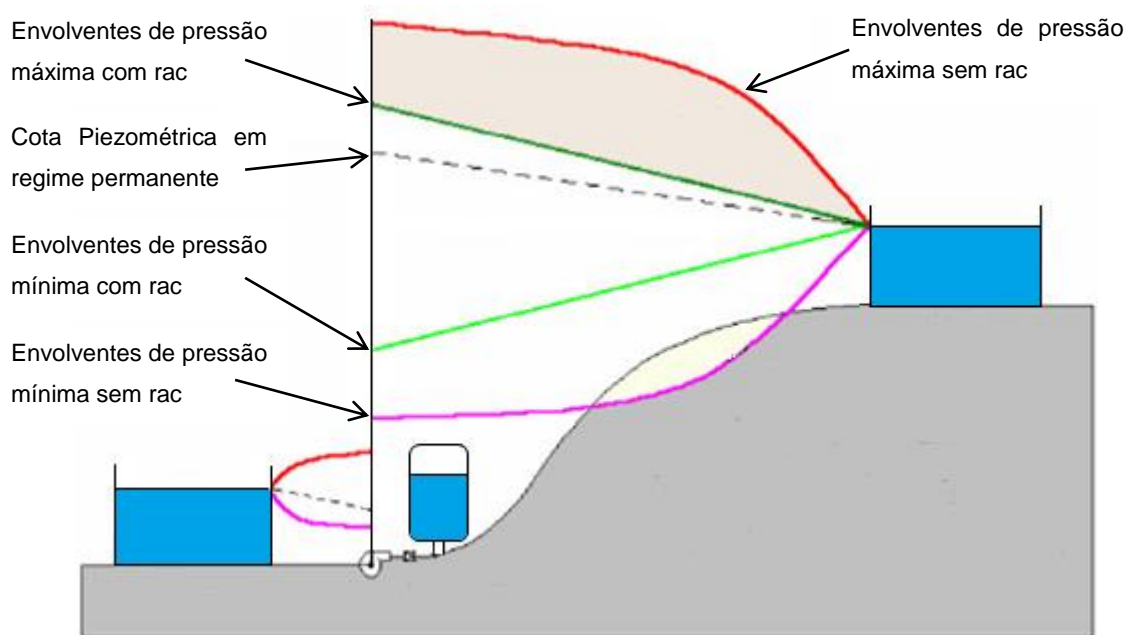


Figura 1.3 – Esquema ilustrativo das variações de pressões numa instalação de elevação [Henrique Rosa, 2009]

Enunciam-se os dispositivos, representados na figura 1.3, da esquerda para a direita: reservatório de montante, bomba hidráulica, válvula de retenção, rac e reservatório de jusante.

O grande problema deste tipo de reservatórios é a interacção dos meios no seu interior, visto que o gás tem tendência a dissolver-se na água com o tempo, promovendo assim a diminuição da massa de ar e, portanto do volume, até um limite a partir do qual o bom desempenho do rac fica comprometido. A solução frequentemente adoptada, é a utilização de um compressor de ar normalmente conectado na parte superior do reservatório, injectando-lhe ar quando o volume atinge um valor mínimo previsto. O funcionamento do compressor é automático, em função de sensores de nível de água instalados no rac, visto que, quando o volume de ar diminui, a pressão diminui, e o nível de água sobe, e vice-versa. O grande problema do compressor é que ele é um órgão externo, e como se trata de um equipamento electromecânico, possui contactos mecânicos e eléctricos, que quanto maior a quantidade destes, maior o número de possíveis problemas. Entretanto, se por um lado o compressor contorna o problema da dissolução de ar, por outro lado, ele possui alguns pontos negativos, tais como, consumo de energia e manutenção.

Uma alternativa ao rac com compressor é o rac com membrana, ou seja, dentro da câmara, uma membrana de material flexível, normalmente elastómero, faz a separação entre a água e o ar. A membrana possui uma flange na parte inferior que é utilizado para fixá-la na flange de entrada do rac. Assim, quando a água entra na câmara ela está efectivamente a entrar na membrana, que sendo de material bastante flexível assume os contornos das paredes do reservatório. Um ponto negativo deste tipo de dispositivos, é que a mesma membrana está sujeita a rompimento, o que permite assim o contacto directo entre água e ar, que causará a dissolução do ar e deixará a instalação hidráulica sem a protecção adequada.

Além do rac com membrana, alternativas foram desenvolvidas para impedir a dissolução do ar sem utilização do compressor, tal como a utilização de cápsulas de ar. Entretanto, ainda hoje, na maioria dos projectos, é utilizado o rac com compressor, pois esta solução é muito mais antiga do que as outras, de forma que, informações a seu respeito com dados e referências são encontradas na literatura técnica, o que faz com que os engenheiros responsáveis pelos projectos de sistemas hidráulicos acabem por optar pelo que é mais conhecido.

Outro problema igualmente relevante para o estudo destes dispositivos refere-se às perdas de carga situadas entre a conduta principal, onde está localizado o rac e a entrada do mesmo, ou seja, na chamada conduta de ligação. A sua existência pode permitir a utilização de dispositivos de menor volume face aos que se utilizariam se não houvesse estas perdas localizadas e/ou distribuídas. Para tal, é conveniente que a resistência à saída da água, na fase de depressão, seja a menor possível, e que seja a maior possível na fase de sobrepressão. Por outras palavras, poder-se-á dizer que a perda total na conduta de ligação será tanto mais eficiente no controlo da depressão, quanto menor for a perda contínua, e as localizadas assimétricas, relativamente ao sentido do escoamento. Assim, de entre os dispositivos de perda de carga localizada destacam-se,

- Válvula de retenção com batente furado, a qual permanece aberta durante o escoamento da água para a conduta de ligação e fechada no sentido inverso, obrigando o fluxo a passar pelo furo no batente, com, conseqüente perda de carga maior.
- Diafragma com secção livre e diâmetro inferior ao da tubagem de ligação, provocando uma perda de carga igual em ambos os sentidos do escoamento.
- Válvula de retenção normal acompanhada por *bypass* de pequeno diâmetro, a qual possibilita que o escoamento de saída do rac tenha uma perda de carga reduzida, e o de entrada seja através do *bypass*, aumentando assim a perda.

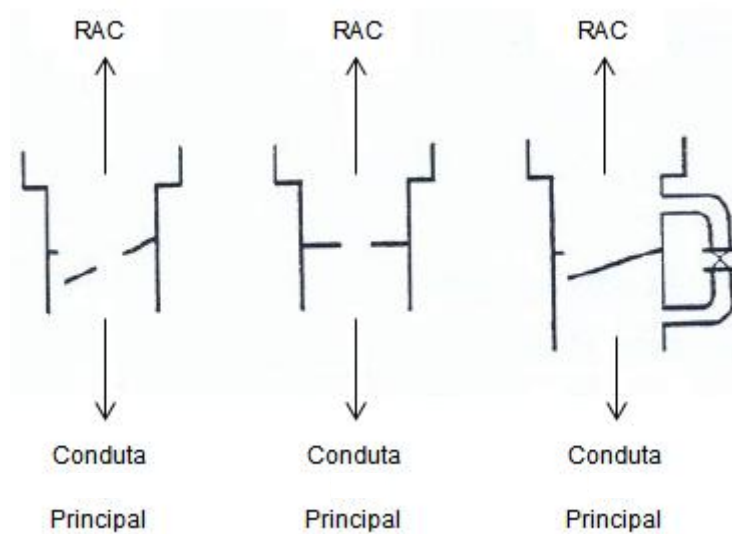


Figura 1.4 – Dispositivos de perda de carga na ligação do rac à conduta principal [Almeida, 1982]

Enunciados a partir da esquerda: válvula de retenção com batente furado, diafragma e válvula de retenção normal acompanhada por by-pass.

Assim, a determinação do coeficiente de perda na entrada, deve levar em consideração que um aumento dessa perda de carga faz diminuir a pressão máxima no interior do rac, mas pode simultaneamente, aumentar a pressão máxima em secções da conduta principal, havendo assim o interesse em determinar, por um processo de iteração, o valor óptimo deste coeficiente relativamente a estes dois efeitos antagónicos.



## 2. Revisão Bibliográfica e Modelação Matemática

Neste capítulo resumem-se os principais desenvolvimentos no estudo do fenómeno transitório de golpe de aríete e dos reservatórios hidropneumáticos utilizados para a sua supressão. Posto isso, introduzem-se os ábacos, ainda actualmente utilizados, para o dimensionamento destes dispositivos e explica-se de forma sucinta o método das características aplicado às equações diferenciais típicas deste fenómeno transitório, transformando-as em equações diferenciais ordinárias. Posteriormente, integram-se e discretizam-se estas últimas equações, obtendo-se um esquema de diferenças finitas, e, finalmente apresentam-se as condições de fronteira relevantes para este trabalho.

Ainda neste capítulo, procede-se a uma exposição sucinta do código numérico evidenciando as suas capacidades de modelação e as hipóteses fundamentais.

### 2.1 Estudo do Golpe de Aríete

Um dos primeiros passos com vista ao estudo aprofundado dos fenómenos transitórios foi dado por Young em 1808 que investigou a propagação de ondas de pressão em tubagens. Ao mesmo tempo, Helmholtz surgiu como o primeiro a indicar que a velocidade dessas ondas de pressão em água confinada numa tubagem, é menor que aquela não confinada, atribuindo essa diferença à elasticidade das paredes da tubagem. Com estes trabalhos, entre outros, o estudo do golpe de aríete iniciou-se na segunda metade do século XIX com Manabrea, em 1858, a utilizar pela primeira vez a mesma designação para identificar o regime transitório em condutas. O mesmo autor terá sido o primeiro a efectuar uma análise energética do golpe de aríete, permitindo-lhe deduzir a expressão para o cálculo da sobrepressão,  $\Delta p$ , que é originada pela anulação instantânea da velocidade do fluido,  $V_0$ , de massa específica,  $\rho$ , escoado em regime permanente. Nessa altura, e apesar dos estudos anteriores, a constante  $a$  era entendida como um parâmetro de cálculo e não identificada como sendo a velocidade de propagação da onda de pressão no interior da conduta (ANDERSON (1976) e CHAUDHRY (1987)),

$$\Delta p = \rho * a * V_0 \quad (2.1)$$

Dando continuidade às conclusões de Helmholtz, primeiro Webber, em 1866, estudou o escoamento de um fluido incompressível numa tubagem de paredes elásticas realizando experiências que lhe permitiram encontrar a velocidade das ondas de pressão e desenvolver as equações da massa e da quantidade de movimento. Posteriormente, em 1878, Korteweg estabeleceu uma equação que permitiu determinar a velocidade de onda levando em consideração a elasticidade do fluido e da tubagem (CHAUDHRY (1987) e ALMEIDA e KOELLE (1992)).

Apesar de todos estes estudos, as publicações de Michaud de 1878, ainda eram largamente utilizadas no dimensionamento do golpe de aríete e foram responsáveis pela transição do âmbito da análise científica para o âmbito da engenharia hidráulica. Este autor analisou também o golpe de aríete causado pela manobra de um obturador, colocado a jusante de uma conduta alimentada por um reservatório de nível constante, introduzindo neste contexto, os conceitos de fecho rápido e fecho lento sem tomar em consideração os efeitos elásticos nem do fluido nem da conduta. Se por um lado Michaud estudava o fenómeno transitório por meio de válvulas, por outro Frizell estudava-o por meio de turbinas, tendo publicado no final do século XIX um estudo do golpe de aríete no interior de condutas, originado pela regulação da velocidade de rotação de turbinas e que culminou, com a expressão já introduzida por Manabrea, alguns anos antes, que permite calcular a depressão/sobrepressão correspondente à variação da velocidade do escoamento,  $\Delta V$ . Nessa dedução, o autor utilizou o princípio da conservação da quantidade de movimento e incluiu explicitamente o parâmetro “a” como sendo a velocidade de propagação das ondas elásticas. Foi o mesmo autor que deu os primeiros passos no estudo do golpe de aríete em condutas ramificadas (ALMEIDA (1981)).

Por volta de 1898, já com a expressão de Manabrea conhecida por “fórmula de Joukowsky”, pelo facto de ele a ter também introduzida no estudo do golpe de aríete, Joukowski publicou o seu trabalho tendo ficado conhecido como a teoria básica do golpe de aríete. Proveniente de ensaios sistemáticos em instalações de abastecimento de água, associados a trabalhos teóricos, o seu estudo experimental permitiu-lhe efectuar uma descrição completa do período e dos ciclos de oscilação após a anulação instantânea da velocidade do escoamento, desenvolver a fórmula da velocidade de onda considerando a elasticidade do fluido e da tubagem e ainda formular a relação entre a redução de velocidade e o aumento de pressão (ALMEIDA e KOELLE (1992)).

Também Allievi, em 1903, publicou uma teoria geral do golpe de aríete desenvolvida até então, onde estabeleceu as equações diferenciais do fenómeno, e nas quais o caudal mássico  $\dot{m}$ , escoado numa conduta, relaciona-se com a cota piezométrica  $H$ , levando em conta a elasticidade do fluido e da tubagem. Uma das conclusões da sua teoria foi a introdução de dois parâmetros adimensionais, um caracterizando a relação entre a energia cinética e a energia potencial do fluido, e outro representando as características de fecho da válvula,

$$\frac{\partial H}{\partial x} + \frac{1}{g * A} * \frac{\dot{m}}{\partial t} = 0 \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{a^2}{g * A} * \frac{\dot{m}}{\partial x} = 0 \quad (2.3)$$

Este sistema de equações reduz-se à das cordas vibrantes, cuja solução d'Alembert era já conhecida na época e, com base nestes resultados, Allievi calculou a evolução das pressões junto ao obturador e ao longo de uma conduta considerando diversas leis de fecho. Contudo, esta teoria carecia ainda de desenvolvimento porque se apoiava em hipóteses rudimentares:

- Não considerava as perdas de carga, nem os efeitos do peso, sendo apenas válida para condutas horizontais.
- Desprezava as acelerações convectivas.
- Considerava as condições de fronteira muito simples.

Assim, vários autores estudaram a teoria de Allievi e desenvolveram-na por aplicações a situações cada vez mais complexas. No entanto, numa fase mais prematura, foram obtidas soluções particulares capazes de resolver analiticamente as equações diferenciais e através de hipóteses simplificativas, as quais deram origem a métodos denominados por “modelos rígidos e de oscilação de massa”, obter-se uma equação diferencial de solução conhecida, que permitia determinar a variação da cota piezométrica entre duas secções referenciadas por  $a$  e  $b$ . Essa equação, para além das cotas piezométricas das secções, relaciona os efeitos dissipativos por inclusão de um termo referente à perda de carga semelhante ao mesmo em regime permanente,  $f$ , com o comprimento da conduta,  $L$ , e de diâmetro  $D$ , com a velocidade de escoamento do fluido e a aceleração da gravidade,  $g$ ,

$$H_b - H_a + \frac{f * L * V|V|}{2 * g * D} + \frac{L}{g} * \frac{dV}{dt} = 0 \quad (2.4)$$

Posto isto, muitos investigadores viram a possibilidade de se poder analisar o golpe de aríete por meio gráfico e a partir de 1926, por meio de Strowger e Kerr é introduzido este método de análise do fenómeno. Dois anos mais tarde Lowy incluiu o termo de atrito nas equações diferenciais parciais básicas e Schnyder, em 1931, foi o primeiro a incluir as perdas de carga por atrito na análise gráfica. Também Allievi, se destaca nesta área tendo elaborado ábacos para a solução das suas próprias equações diferenciais (CHAUDHRY (1987)).

De entre os vários autores que apresentaram métodos gráficos para a resolução das equações diferenciais de Allievi, o mais popular foi o de Schnyder-Bergeron. Este admite que as perdas de carga estejam concentradas em determinadas secções da conduta, onde é admitida a presença fictícia de diafragmas, cuja finalidade é produzir uma perda de carga localizada equivalente à perda de carga distribuída. Em 1950, Bergeron descreveu de forma muito exaustiva as aplicações práticas do método, o que permitiu a elaboração de ábacos e fórmulas úteis na análise expedita dos regimes transitórios em escoamentos sob pressão. Contudo, este método caiu em desuso com a utilização do computador e passou apenas a ter interesse didáctico como auxílio à compreensão dos fenómenos inerentes aos regimes temporários.

Do ponto de vista conceptual, o fenómeno do golpe de aríete foi também tema de diversos estudos, nomeadamente os de Skalak em 1956. Estes permitiram compreender o fenómeno de propagação de ondas de pressão numa conduta elástica de parede fina, tendo sido utilizado para resolução, métodos mais elaborados como as transformadas de Laplace, de Fourier e as funções de Bessel. Introduzindo os efeitos de inércia radial e longitudinal do líquido e da conduta, Skalak concluiu que existiam duas ondas distintas: a onda de pressão no fluido e a onda de pressão que se propaga na conduta. Tal facto foi mais tarde, em 1979, confirmada experimentalmente por Thorley (WYLIE e STREETER (1993)).

## 2.2 Estudo do Reservatório Hidropneumático

Um dos primeiros estudos sobre a aplicação de reservatórios hidropneumáticos, foi feito por Michaud em 1878, que anteviu a utilização desse dispositivo de segurança, da necessidade de limitar a onda de pressão resultante do golpe de aríete, a um valor admissível pela conduta e, no início do século XX, Joukowski confirmou experimentalmente a utilidade do mesmo como dispositivo de protecção. Admitindo a transformação adiabática do ar, deduziu uma expressão para a determinação do volume de ar,  $V$ , para que a sobrepressão não excedesse certo valor. Essa é função das características da tubagem, do coeficiente de transformação politrópica,  $n$ , da velocidade do fluido em regime permanente, da velocidade de propagação da onda de pressão, da pressão absoluta inicial do ar no reservatório hidropneumático em regime permanente,  $p_i$ , da pressão absoluta estática no mesmo reservatório,  $p_e$ , e da sobrepressão (MARTINS (1980) e ALMEIDA (1981)),

$$V = \frac{n * \pi}{2} * D^2 * V_0 * \left(\frac{2 * L}{a}\right) * \frac{p_i^2}{p_e * \Delta p} \quad (2.5)$$

Também Allievi, em 1903, se destaca neste ramo como tendo sido um dos grandes investigadores sobre a utilização destes dispositivos de protecção uma vez que os usou, considerando a transformação isotérmica do ar no seu interior, aquando da formulação das equações diferenciais do regime transitório. Tendo desenvolvido estudos a respeito do funcionamento destes reservatórios durante o transitório, nomeadamente ocasionado pela paragem de um sistema de bombeamento, determinou as equações para o dimensionamento do reservatório de ar comprimido (rac), dando ênfase às perdas na tubagem de interligação deste com a conduta principal.

Neste âmbito também vários investigadores se propuseram em criar um método gráfico e em 1930 o professor Evangelisti dedicou-se principalmente ao estudo das condições e características dos reservatórios hidropneumáticos, propondo também ele gráficos para auxiliar no dimensionamento de tais dispositivos.

Este estudo por meio de gráficos continuou a ser visto como um método bastante prático para o dimensionamento de racs e inúmeros outros investigadores dedicaram-se a ele. Em 1937, Angus, dando continuidade aos estudos de Joukowski e Allievi, apresentou as equações dos regimes transitórios, ocasionados a partir da paragem de bombeamento ou da abertura ou fecho de válvulas, associando-as a soluções gráficas quer para instalações com reservatórios hidropneumáticos junto às bombas ou válvulas, quer para instalações com o

mesmo tipo de protecção ao longo da tubagem. Dois anos mais tarde também Dawson e Kalinske apresentaram as suas soluções gráficas para o cálculo das pressões máximas e mínimas em condutas equipadas com reservatórios hidropneumáticos e em 1950 o método de Schneyder-Bergeron, bastante utilizado no cálculo de fenómenos transitórios, mostrou-se também bastante importante no estudo destes dispositivos uma vez que também possibilita a inclusão de perdas de carga à entrada do reservatório hidropneumático. Ora, se até aqui, os estudos quer de fenómenos transitórios quer de dimensionamento de reservatórios hidropneumáticos eram baseados em modelos rígidos, este modelo foi o primeiro grande passo para o desenvolvimento do modelo elástico.

Dos vários autores que elaboraram ábacos baseados neste modelo destacam-se, em 1954, Evans e Crawford que os desenvolveram para o dimensionamento de dispositivos de segurança, empregando os parâmetros de Allievi, o método gráfico para análise de regimes transitórios de Angus e a perda localizada à entrada do rac impondo assim uma relação de perda de carga de 2.5 entre a entrada e a saída do escoamento do reservatório hidropneumático. No entanto, foi Parmakian em 1955, que se destacou como o grande investigador do modelo elástico através da publicação da primeira edição dos seus trabalhos, os quais ainda hoje continuam a ser bastante utilizados quer para um propósito quer para o outro.

O estudo destes dispositivos permaneceu activo por intermédio de outros investigadores, nomeadamente Wood, que em 1970, também propôs, a partir de simulações hidráulicas, gráficos e ábacos. Essas simulações foram realizadas numa instalação teórica, cujos resultados foram depois comparados com os obtidos laboratorialmente e assim, puderam-se validar os modelos analíticos utilizados.

Para além dos estudos dos aspectos hidráulicos, para o dimensionamento dos reservatórios hidropneumáticos, também muitos investigadores depararam-se com a complexidade dos estudos termodinâmicos, devido à avaliação da transferência de calor que inclui uma parcela de convecção natural, uma parcela de convecção forçada e uma parcela de calor latente quando a temperatura no interior do rac excede as temperaturas de vaporização ou quando são inferiores à de solidificação da água. Com esse efeito, Graze, Schubert e Forrest sugeriram uma análise simplificada considerando somente a transferência de calor através da convecção natural, onde no início do fenómeno, se tem uma transformação adiabática (MARTINS (1980) e STEPHENSON (2002)).

Por entre vários ensaios e pesquisas, como Pistilli em 1957, que já apontava a variação do coeficiente politrópico durante o regime transitório, a grande evolução neste âmbito deu-se por Graze, aquando da década de 60, desenvolveu e publicou uma teoria a respeito do comportamento termodinâmico, a qual denominou de “Rational Heat Transfer” (RHT). Nela o autor procura contabilizar o comportamento do ar, como gás perfeito, com a transferência de calor, a fim de analisar o fenómeno de forma contínua e não simplesmente determinar os

extremos, isotérmico ou adiabático. Foi com esta publicação entre outras de somenos importância que Graze se destacou como um dos grandes estudiosos dos aspectos termodinâmicos nos reservatórios hidropneumáticos. No entanto, o trabalho do autor não se resumiu à RTH e em 1976, tendo pelo meio complementado outros trabalhos neste âmbito com a sua teoria, por exemplo, o de Wood em 1970, ainda demonstrou que a relação entre a pressão do ar,  $P_a$ , e o volume de ar no interior do reservatório não pode ser escrita adequadamente pela equação politrópica (GRAZE et al (1976) e GUISEPPE DE MARTINO et al (2002)),

$$P_a * V^n = \text{constante} \quad (2.6)$$

Dada a natureza muito complexa dos fenómenos termodinâmicos, e as simplificações que daí advém, Stephenson, entre outros investigadores, sugere que o valor do coeficiente de expansão dos gases varie entre 1,0 (isotérmico) e 1,4 (adiabático), como primeira aproximação. Com base nos estudos por si elaborados e pelos demais investigadores, por exemplo, Fok em 1978, adoptou-se no presente estudo o valor fixo de 1,2. O mesmo efectuou simulações variando os valores deste coeficiente e também das perdas de carga na entrada e saída do reservatório hidropneumático, concluindo que, para as análises em regime transitório, estas perdas têm maior representatividade nos resultados do que a variação do valor do coeficiente de expansão dos gases. Assim, e relativamente às perdas de carga, apresenta ábacos e equações que facilitam o dimensionamento dos mesmos bem como o da conduta de entrada e saída. A propósito da ligação à tubagem principal, o mesmo autor destaca que este já foi objecto de estudos anteriores evidenciando os trabalhos elaborados em 1989 que sugerem o diâmetro de entrada como 1/10 do da tubagem principal, o levado a cabo por Parmakian, em 1963, que sugeriu uma perda de carga na entrada 2.5 vezes superior que a da saída e os de Thorley, em 1991, que utilizou por sua vez os resultados de Graze e Horlacher para determinar graficamente o diâmetro da tubagem de entrada (STEPHENSON (2002) e RAMALIGAN (2007)).

Nos estudos mais recentes (2005), investigadores como BOULOS et al têm vindo a dar grande importância quanto à escolha do tipo de dispositivo de protecção a utilizar contra os efeitos dos transitórios hidráulicos, relatando caracterizações básicas do fenómeno e apresentando directrizes práticas para a sua supressão e controlo.

## 2.3 Métodos Analíticos de Análise

No período compreendido entre os estudos efectuados por Joukowski e Allievi e a vulgarização do uso do computador, o estudo dos regimes transitórios e dos reservatórios hidropneumáticos teve basicamente duas bases teóricas:

- Equações da coluna rígida.
- Equações da coluna elástica.

Especificamente quanto à formulação de ábacos para o dimensionamento destes dispositivos de segurança, ALMEIDA E KOELLE (1992) citam no seu livro alguns dos autores mais utilizados, conforme mostra a seguinte tabela:

Tabela 2.1 – Relação de ábacos para o dimensionamento de reservatórios hidropneumáticos

Autor	Ano	Parâmetros	Observações (1)
Vibert	1950	$L/\lambda_R$	Modelo rígido simplificado (n=1)
Sliosberg	1952	$L/\lambda_R; \Delta H_T/H_{R_0}^*$	Modelo rígido simplificado (n=1)
Combes e Borot	1952	$L/\lambda_R; \Delta H_{L_0}/H_{R_0}^*; \Delta H_{C_0}/H_{R_0}^*$	Modelo rígido simplificado (n=1)
Dubin e Gueneau	1955	$\bar{\rho}; 2/\lambda_R; \Delta H_{L_0}/H_{R_0}^*$	Modelo elástico (método gráfico e n=1)
Parmakian	1963	$\bar{\rho}; \rho\lambda_R; (\Delta H_{C_0} + \Delta H_{L_0})/H_{R_0}^*$	Modelo elástico (método gráfico e n=1,2)
Paoletti	1972	$\bar{\rho}; 1/\lambda_R; \Delta H_{C_0}/H_{R_0}^*; \Delta H_{L_0}/H_{R_0}^*$	Modelos elásticos e rígidos (comparações)
Ruus	1977	$\bar{\rho}; \rho\lambda_R; \Delta H_{C_0}/H_{R_0}^*; \Delta H_{L_0}/H_{R_0}^*$	Modelo elástico (MOC e n=1,2)
Meunier e Puech	1978	$\bar{\rho}; 1/2\lambda_R; \Delta H_{C_0}/H_{R_0}^*; \Delta H_{L_0}/H_{R_0}^*$	Modelo elástico (n=1,2)
Fok	1978	$\bar{\rho}; \rho\lambda_R; \Delta H_{C_0}/H_{R_0}^*; \Delta H_{L_0}/H_{R_0}^*$	Modelo elástico (n=1,2)
Graze e Horlacher	1986 e 1990	$\bar{\rho}\lambda_R; \Delta H_{C_0}/H_J; \Delta H_{L_0}/H_J$	Modelo elástico

- (1) Observações quanto ao modelo matemático utilizado: Modelos elásticos são considerados pelos autores mais precisos.

### 2.3.1 Trabalhos Baseados no Modelo Rígido

O modelo de estudo baseado nas equações da coluna rígida foi proposto por estudiosos que desprezam, por considerarem sem grande importância, os efeitos da compressibilidade do líquido e da deformação da tubagem. O resultado desta formulação, para um sistema provido de reservatório hidropneumático e redução instantânea do caudal volúmico, por exemplo, por meio e fecho instantâneo de uma válvula, é apresentado em forma de ábaco por Joukowski, Allievi e Dupont, ou por gráficos através de Evangelisti e Sliosberg.

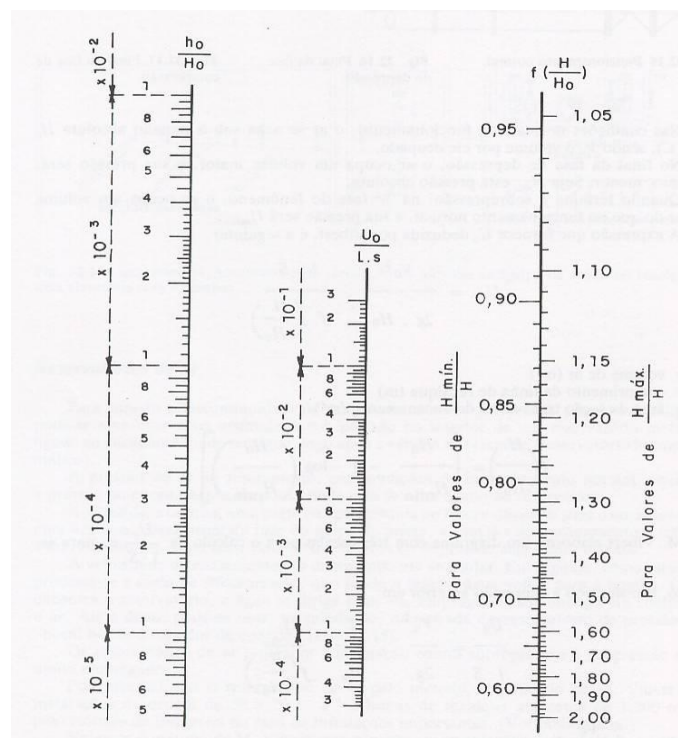


Figura 2.1 – Ábaco de M. Vibert para o cálculo simplificado de reservatórios hidropneumáticos [Macintyre, 1997]

Assim, o método de cálculo utilizando o ábaco de Vibert consiste em:

1. Calcular inicialmente a celeridade de onda com os valores do comprimento da tubagem a jusante do reservatório hidropneumático, o diâmetro, o material, o caudal escoado e a diferença de carga.
2. Calcular a sobrepressão máxima,  $H_{m\acute{a}x}$ , devido à interrupção instantânea do escoamento.
3. Determinar o valor do quociente da sobrepressão máxima, calculada anteriormente, pela carga piezométrica inicial,  $H_0$ . Ao valor obtido, marca-se na escala logarítmica direita do ábaco correspondente aos valores de  $H_{m\acute{a}x}/H_0$ . A partir desse ponto consegue-se saber o valor de  $H_{min}$ .
4. Determinar o valor do quociente da carga cinética em regime permanente,  $h_0$ , pela carga piezométrica inicial. Sendo que,

$$h_0 = \frac{V_0^2}{2 * g} \quad (2.7)$$

5. Marcar na escala logarítmica da esquerda o ponto calculado no passo anterior.
6. Traçando uma recta que passe pelos pontos já marcados no ábaco, encontra-se o valor de  $V_0/L * A$ , ou seja, o volume de ar do reservatório hidropneumático em regime permanente, dividido pelo comprimento e a área da tubagem. Conhecidas estes últimos parâmetros retira-se o respectivo volume de ar do rac.

### 2.3.2 Trabalhos Baseados no Modelo Elástico

Este modelo surgiu pela imprecisão que muitos acreditavam existir aquando das simplificações efectuadas no modelo rígido. Com efeito, o resultado foi o aparecimento de ábacos para o dimensionamento de reservatórios hidropneumáticos obtidos a partir da equação da conservação da quantidade de movimento.

Na figura 2.2, apresenta-se uma solução gráfica para o dimensionamento de tais dispositivos, proposta por Parmakian, em que  $k$  corresponde à relação entre a perda de carga total na conduta de ligação do mesmo à tubagem principal, onde se inclui a perda localizada no orifício do reservatório, e a pressão absoluta no interior do mesmo dispositivo, e  $\rho^*$ , um adimensional que representa uma característica da tubagem,

$$k = \frac{H_{Perdas}}{H_0^*} \quad (2.8)$$

$$2 * \rho^* = \frac{a * V_0}{g * H_0^*} \quad (2.9)$$

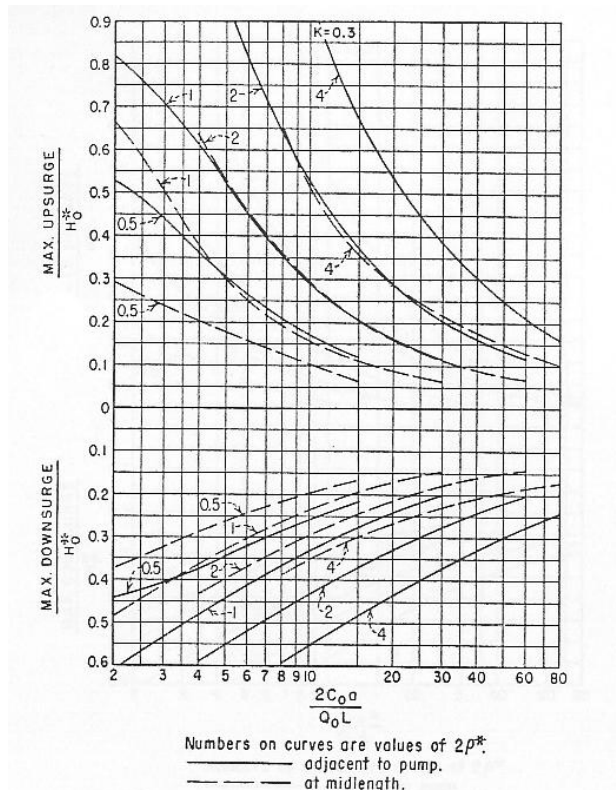


Figura 2.2 – Solução gráfica para dimensionamento de rac com  $k=0.3$  [Parmakian, 1963]

O termo adimensional apresentado no eixo das abcissas,  $\frac{2*a*V_0}{L*Q_0}$ , do ábaco corresponde a uma característica do reservatório hidropneumático. Assim, o dimensionamento por este método é realizado da seguinte forma:

1. Inicialmente começa-se por identificar o valor associado ao termo adimensional do eixo das abcissas. Traçando uma linha vertical nesse ponto, interceptar as linhas correspondentes ao máximo de sobrepressão e mínimo de subpressão, ou na secção adjacente à bomba (linha contínua) ou a meio da conduta (linha a tracejado). Os números associados a cada curva dependem do valor da característica da tubagem,  $2 * \rho^*$ .

2. Obtidos os valores para as pressões extremas, prolongando horizontalmente os pontos de intersecção até ao eixo das ordenadas, compará-los com os previamente estabelecidos.
3. Se os valores obtidos cumprirem os requisitos, determina-se o valor de  $V_0$ , conhecendo a celeridade de onda,  $a$ , o comprimento da conduta,  $L$  e o caudal volúmico em regime permanente,  $Q_0$ .
4. A partir das equações seguintes, calcula-se o volume mínimo do reservatório hidropneumático,  $V'$ ,

$$V' = \frac{V_0 * H_0^*}{H_{min}^*} \quad (2.10)$$

$$H_{min}^* = H_0^* - (\text{máxima subpressão adjacente à bomba})$$

Sendo  $H_0^*$ , a carga piezométrica absoluta no reservatório hidropneumático, em regime permanente.

## 2.4 Método das Características

A partir de 1970, impulsionados com o aparecimento dos computadores, numerosos investigadores optaram por estudar os fenómenos complexos de quantificação do golpe de aríete e posterior dimensionamento dos reservatórios hidropneumáticos através de técnicas numéricas cuja solução se apresentava mais precisa face à obtida pelos outros métodos já referidos. Lai e Streeter foram os primeiros a propor o método das características, através da publicação de diversos artigos, tendo-lhes seguido outros investigadores como Evangelisti e Courant também com publicações a respeito deste método. Mais tarde, e já com o aparecimento de outros métodos numéricos, Boulos et al (2005) focaram-se na comparação dos diversos métodos tendo concluído que o método das características (MOC) era o que se mostrava ser superior aos restantes na solução de problemas transitórios unidimensionais, tornando-se popular e extensivamente usado, uma vez que simula correctamente a propagação de ondas, é eficiente, facilmente programável e, além disso, as condições de fronteira utilizadas podem ser as mais diversas (CHAUDHRY (1987) e BOULOS et al (2005)).

### 2.4.1 Resumo da Fundamentação Analítica do Método

Na análise de regimes transitórios é tradicional a abordagem dinâmica elástica, sendo que o carácter geral das equações que os regem permite também a análise de escoamentos em regime permanente e oscilatório. Não obstante ser possível simplificar as equações de Navier-Stokes, tendo em conta determinadas hipóteses, a maioria dos autores prefere recorrer às equações básicas por intermédio de um balanço num volume de controlo definido criteriosamente e que deve ser deformável e mover-se à velocidade de propagação da onda. Essas equações básicas da mecânica de fluidos, a da quantidade de movimento e a da continuidade ou massa, podem ser aplicadas a um elemento infinitesimal de fluido numa conduta, para a obtenção das equações diferenciais do escoamento que, por sua vez, são descritas da seguinte forma e nas quais  $t$  representa o instante de tempo,  $Q$  o caudal no instante de cálculo,  $x$  a distância ao longo da tubagem  $f$  o factor de atrito de Darcy-Weisback,

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \rho * a^2 * \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \quad (2.11)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{\rho} * \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{f * V * |V|}{2 * D} = 0 \quad (2.12)$$

Sendo mais corrente, na área da hidráulica, utilizar a cota piezométrica,  $H$ , em vez da pressão, as equações anteriores transformam-se por meio de  $p = \rho * g * H$ , sendo que se considera a massa específica constante. No entanto, isto não equivale a considerar o fluido incompressível, uma vez que a compressibilidade foi introduzida por via da velocidade de propagação da onda. Assim, obtêm-se,

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{a^2}{g} * \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \quad (2.13)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + g * \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{f * V * |V|}{2 * D} = 0 \quad (2.14)$$

Sendo as variáveis dependentes, a cota piezométrica, acima de um plano de referência fixo e a velocidade média,  $V$ , na secção transversal e as variáveis independentes a distância medida ao

longo da conduta, desde a extremidade de montante e o tempo. Desta forma,  $H = H(x, t)$  e  $V = V(x, t)$ .

As equações anteriores obtêm-se admitindo que o escoamento no interior das condutas rectilíneas, é unidimensional e axissimétrico. A tubagem, com secção transversal circular ou prismática totalmente cheia de fluido, possui variações suaves de secção transversal e de inclinação do seu eixo. Os efeitos elásticos no fluido e na conduta são supostos moderados e são desprezados os termos convectivos da aceleração, o que é válido quando as velocidades são pequenas em comparação com a celeridade. Quanto ao atrito pode ser utilizando os modelos para regime permanente.

A celeridade de propagação da onda de pressão, presente na equação da continuidade, sendo função das características elásticas tanto do fluido como da tubagem, pode ser obtida por diferentes expressões. Assim, se por um lado, convém definir o tipo de parede, seja ela rígida ou extremamente flexível, por outro lado, caso a escolha tenda para a segunda situação limite (parede fina) convém definir o tipo de apoio a que a conduta está sujeita. Para mais informações ver bibliografia recomendada em Larock (2000), Wylie e Streeter (1993), Chaudhry (1987) e Timoshenko (1983). Para este estudo a celeridade foi estimada a partir da equação de Allievi,

$$a = \frac{9900}{\sqrt{48.3 + K * \frac{D}{e}}} \quad (2.15)$$

Onde  $D$  é o diâmetro hidráulico da conduta,  $e$  a espessura da mesma,  $K$  é entendido como um coeficiente em função do material da conduta e é dado por  $K = 10^{10}/E$ , e  $E$  é o módulo de elasticidade do material de que a conduta é feita.

Assim, inicialmente, aplica-se o método às equações diferenciais 2.13 e 2.14, (que constituem um sistema de equações diferenciais parciais do tipo hiperbólico, não integráveis analiticamente), transformando-as em equações ordinárias. Em seguida, estas últimas são integradas, obtendo-se um esquema explícito de diferenças finitas. Finalmente são apresentadas e discretizadas as condições de fronteira relevantes para este trabalho.

### 2.4.2 Integração e Discretização das Equações

O processo de integração das equações 2.13 e 2.14 não é mostrado neste trabalho, no entanto, o seu código matemático pode ser visualizado em Wylie e Streeter (1993). Desse resultam as seguintes equações integradas e discretizadas sobre as suas linhas características,  $a^+$  e  $a^-$  respectivamente, que permitem calcular a cota piezométrica e o caudal no interior da tubagem em regime transitório,

$$H_P - H_A + \frac{a}{g * A} * (Q_P - Q_A) + \frac{f * \Delta x}{2 * g * D * A^2} * Q_P * |Q_A| = 0 \quad (2.16)$$

$$H_P - H_B - \frac{a}{g * A} * (Q_P - Q_B) - \frac{f * \Delta x}{2 * g * D * A^2} * Q_P * |Q_B| = 0 \quad (2.17)$$

A discretização das equações diferenciais parciais é feita dividindo a tubagem de comprimento  $L$ , em  $N$  troços, de comprimento  $\Delta x = L/N$ , aos quais corresponde  $N + 1$  nós. Assim, a discretização temporal destas, também designada por passo de tempo, sobre as suas linhas características é igual a  $\Delta t = \Delta x/a$ . Estas linhas, definem no plano  $(x, t)$  uma malha, representada na figura seguinte, onde, nas intercepções das linhas (nós da malha), as equações diferenciais parciais são simultaneamente válidas.

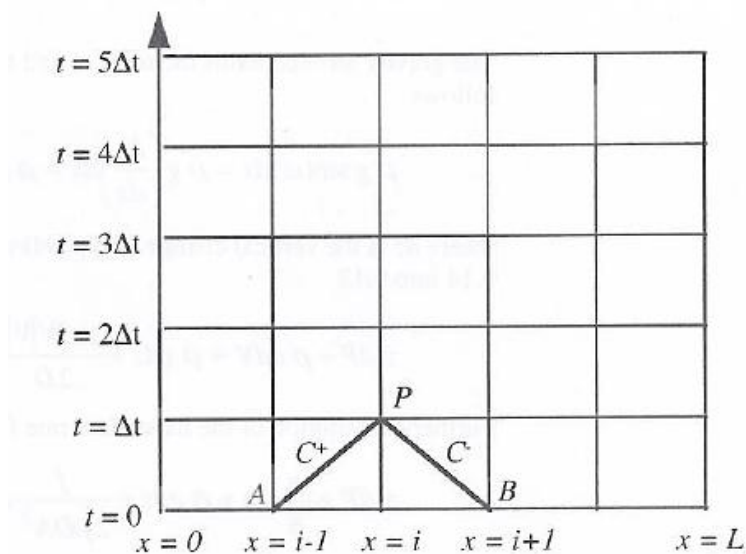


Figura 2.3 – Representação da malha utilizada no método das características [Wylie, et al., 1993]

Como é ilustrado na figura 2.3, conhecidos os valores do caudal e das cotas piezométricas em regime permanente (condição inicial), o esquema numérico permite calcular os valores dos caudais e das cotas piezométricas em todos os nós interiores da conduta no instante  $2 * \Delta t$ . Refira-se que as linhas características têm por declive o inverso da velocidade de propagação da onda, assim as perturbações introduzidas no escoamento nas secções extremas do tubo,  $x = 0$  ou  $x = L$ , apenas chegam ao nó interior mais próximo das fronteiras, decorrido o tempo  $2 * \Delta t$ . Desta forma, no início de cada passo de tempo, o cálculo nos nós interiores, não necessita de actualização dos valores das variáveis dependentes, o caudal e a cota piezométrica, uma vez que são conhecidos em todos os nós no instante inicial por assumirem os valores de regime permanente. A introdução das condições de fronteira pode então ser efectuada no final de cada intervalo de tempo,  $2 * \Delta t$ , após o cálculo dos nós interiores. Assim, resolvendo as equações 2.16 e 2.17 em ordem à cota piezométrica no ponto P, e agrupando as constantes vem,

$$C^+: H_P = H_A - B * (Q_P - Q_A) - R * Q_P * |Q_A| \quad (2.18)$$

$$C^-: H_P = H_B - B * (Q_P - Q_B) - R * Q_P * |Q_A| \quad (2.19)$$

Onde,

$$B = \frac{a}{g * A} \quad (2.20)$$

Em que B é designado por impedância característica da tubagem e é apenas função das propriedades físicas da tubagem e do fluido.

A constante R é designada por coeficiente de resistência da tubagem e é dado por,

$$R = \frac{f * \Delta x}{2 * g * D * A^2} \quad (2.21)$$

Tendo como objectivo obter um esquema explícito, os termos das equações 2.18 e 2.19 relativos ao passo de tempo anterior,  $i - 1$  e ao passo de tempo de cálculo,  $i$ , são agrupados da seguinte forma:

$$C^+: H_i = C_P - B_P * Q_i \quad (2.22)$$

$$C^-: H_i = C_M + B_M * Q_i \quad (2.23)$$

Com,

$$C_P = H_{i-1} + B * Q_{i-1} \quad (2.24)$$

$$B_P = B + R * |Q_{i-1}| \quad (2.25)$$

$$C_M = H_{i-1} - B * Q_{i+1} \quad (2.26)$$

$$B_M = B + R * |Q_{i+1}| \quad (2.27)$$

Note-se que,  $C_P$ ,  $B_P$ ,  $C_M$  e  $B_M$  são conhecidos, pois dependem apenas do passo de tempo anterior e das constantes  $B$  e  $R$ .

As equações 2.22 e 2.23 permitem calcular o caudal e a cota piezométrica no passo de tempo  $i$ , desde que sejam conhecidas todas as variáveis no tempo,  $i - 1$ . Assim, resolvendo as anteriores equações em ordem a  $H_i$  e  $Q_i$ , obtém-se,

$$H_i = \frac{C_P * B_M + C_M * B_P}{B_P + B_M} \quad (2.28)$$

$$Q_i = \frac{C_P - C_M}{B_P + B_M} \quad (2.29)$$

Nos nós situados nos extremos da conduta, as mesmas equações não podem ser válidas simultaneamente. Relativamente à figura 3.2, em  $x = 0$  apenas é válida a equação 2.23 e em  $x = L$  a equação 2.22. Nestes nós, são introduzidas as condições de fronteira que correspondem à compatibilização do escoamento no exterior e interior da conduta. Seguidamente, apresentam-se as condições de fronteira correspondentes a reservatórios, válvulas e reservatórios hidropneumáticos.

## 2.4.3 Dcretização das Condições de Fronteira

### 2.4.3.1 Reservatórios

A condição de fronteira correspondente a um reservatório de grandes dimensões transversais consiste na imposição de uma pressão constante, função da profundidade a que a tubagem está ligada ao reservatório. Conhecida essa distância, a pressão pode ser obtida na junção e o escoamento pode ser resolvido directamente por,

$$H_i = H_{Res} + \frac{P_{Sup}}{\rho * g} \quad (2.30)$$

O caudal volúmico pode então ser obtido através das equações de compatibilidade 2.22 e 2.23. Se a pressão é conhecida no extremo da conduta por onde entra o fluido, a equação negativa da compatibilidade é usada,

$$Q_i = \frac{H_i - C_M}{B_M} \text{ (Reservatório de montante)} \quad (2.31)$$

Contrariamente, se a pressão conhecida é no extremo da conduta por onde sai o fluido, utiliza-se a equação positiva da compatibilidade,

$$Q_i = \frac{C_P - H_i}{B_P} \text{ (Reservatório de jusante)} \quad (2.32)$$

Se a altura do reservatório não for constante, então para cada passo de tempo insere-se a correspondente altura da coluna líquida nas equações.

### 2.4.3.2 Válvulas

Em regime permanente, uma válvula implica perda de carga localizada,  $\Delta H_0$ , que é calculada pela expressão,

$$\Delta H_0 = \frac{K_0}{A^2} * \frac{Q_0^2}{2 * g} \quad (2.33)$$

Em que  $K_0$ , é o coeficiente de perda de carga em função da posição do obturador e o índice 0, diz respeito ao valor das variáveis em regime permanente.

Da equação anterior, também se pode obter o caudal,

$$Q_0 = \pm C_d * A * \sqrt{2 * g * \Delta H_0} \quad (2.34)$$

Com  $C_d$ , definido como o coeficiente de descarga e igual  $C_d = 1/\sqrt{k}$

Quando esta é fechada, a sua perda tende a ir para infinito. Como se encontra ligada a duas condutas, as pressões nas suas extremidades, de entrada e de saída, são obtidas a partir das equações da compatibilidade utilizadas anteriormente,

$$H_{i,ent} = C_{P,ent} - B_{P,ent} * Q_{i,ent} \quad (2.35)$$

$$H_{i,sai} = C_{M,sai} + B_{M,sai} * Q_{i,sai} \quad (2.36)$$

Fazendo um balanço de caudais,

$$Q_{i,ent} = Q_{i,sai} = Q_{v\u00e1lvula} \quad (2.37)$$

Assim, a queda de pressão está relacionada com o caudal vol\u00famico da seguinte forma,

$$H_{i,ent} - H_{i,sai} = R_{v\u00e1lvula} * Q_{v\u00e1lvula}^2 \quad (2.38)$$

Onde, a resist\u00eancia da v\u00e1lvula \u00e9 dada pelo termo,  $R_{v\u00e1lvula}$ .

Substituindo nas equa\u00e7\u00f5es da compatibilidade, eliminando as cotas piezom\u00e9tricas, e usando a f\u00f3rmula resolvente, a solu\u00e7\u00e3o para o escoamento positivo na v\u00e1lvula \u00e9 dado por,

$$Q_{v\u00e1lvula} = -\frac{1}{R_{v\u00e1lvula}} * (B_{P,ent} + B_{M,sai}) + \sqrt{\frac{1}{R_{v\u00e1lvula}^2} * (B_{P,ent} + B_{M,sai})^2 + \frac{4}{R_{v\u00e1lvula}} * (C_{P,ent} - C_{M,sai})} \quad (2.39)$$

Para o escoamento negativo, a solu\u00e7\u00e3o \u00e9 dada por,

$$Q_{v\u00e1lvula} = \frac{1}{R_{v\u00e1lvula}} * (B_{P,ent} + B_{M,sai}) - \sqrt{\frac{1}{R_{v\u00e1lvula}^2} * (B_{P,ent} + B_{M,sai})^2 - \frac{4}{R_{v\u00e1lvula}} * (C_{P,ent} - C_{M,sai})} \quad (2.40)$$

Depois de se calcular o caudal vol\u00famico na v\u00e1lvula, as press\u00f5es em ambos os seus extremos podem ser obtidas a partir das equa\u00e7\u00f5es da compatibilidade.

Se a v\u00e1lvula de fechar ent\u00e3o,

$$\frac{1}{R_{v\u00e1lvula}} = 0 \quad (2.41)$$

Por sua vez,

$$Q_{v\u00e1lvula} = 0 \quad (2.42)$$

Se a sa\u00edda da v\u00e1lvula n\u00e3o se encontra conectada a alguma tubagem ent\u00e3o,

$$Q_{v\u00e1lvula} = -\frac{1}{R_{v\u00e1lvula}} * B_{P,ent} + \sqrt{\frac{1}{R_{v\u00e1lvula}^2} * B_{P,ent}^2 - \frac{4}{R_{v\u00e1lvula}} * (C_{P,ent} - H_{sai})} \quad (2.43)$$

### 2.4.3.3 Reservat\u00f3rio Hidropneum\u00e1tico

O balan\u00e7o de escoamento num reservat\u00f3rio hidropneum\u00e1tico \u00e9 similar ao existente num n\u00f3, com o d\u00e9fice a igualar o escoamento para fora do rac,  $Q_{ext}$ . Assim, pode ser mostrado para todas as condutas ao qual est\u00e1 ligado,

$$H_i = \frac{S_C + Q_{ext}}{S_B} \quad (2.44)$$

Onde  $S_C$  e  $S_B$  s\u00e3o dados respectivamente por,

$$S_C = \sum \frac{C_P}{B_P} + \sum \frac{C_M}{B_M} \quad (2.45)$$

$$S_B = \sum \frac{1}{B_P} + \sum \frac{1}{B_M} \quad (2.46)$$

As perdas de carga na conduta de liga\u00e7\u00e3o s\u00e3o incorporadas da seguinte forma,

$$H_i = H_{i,ar} - C_1 - C_2 * Q_i \quad (2.47)$$

E  $C_1$  e  $C_2$  são valores dependentes da perda de carga na ligação da conduta principal ao rac.

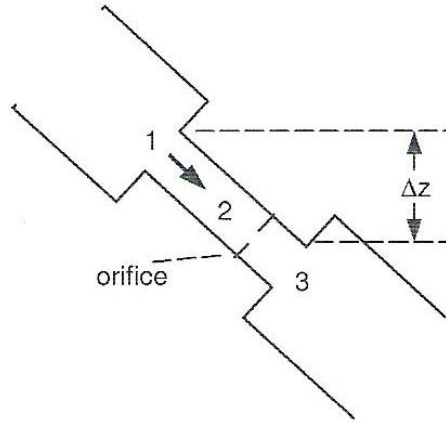


Figura 2.5 – Representação da conduta de ligação [Wylie, et al., 1993]

Assim,

- Para o caso em que se considera uma conduta de ligação com orifício:

$$C_1 = H_3 - H_1 + 2 * \rho * g * \Delta z - \frac{2 * L_2}{A_2 * \Delta t} * Q_2 \quad (2.48)$$

$$C_2 = \frac{f * L_2}{D_2 * \rho * A_2^2} * |Q_2| + \frac{1}{\rho * C_D^2 * A_0^2} * |Q_2| + \frac{2 * L_2}{A_2 * \Delta t} \quad (2.49)$$

- Para o caso em que se considera apenas a conduta de ligação sem orifício:

$$C_1 = H_3 - H_1 + 2 * \rho * g * \Delta z - \frac{2 * L_2}{A_2 * \Delta t} * Q_2 \quad (2.50)$$

$$C_2 = \frac{f * L_2}{D_2 * \rho * A_2^2} * |Q_2| + \frac{2 * L_2}{A_2 * \Delta t} \quad (2.51)$$

- Para o caso em que se considera apenas o orifício:

$$C_1 = H_3 - H_1 \quad (2.52)$$

$$C_2 = \frac{1}{\rho * C_D^2 * A_0^2} * |Q_2| \quad (2.53)$$

- Para o caso em que não se considere nada:

$$C_1 = 0 \quad (2.54)$$

$$C_2 = 0 \quad (2.55)$$

O volume de ar e a pressão no interior do reservatório podem ser dados pela expressão da lei da termodinâmica,

$$P_{i,ar} * V_{i,ar}^n = C_{ar} \quad (2.56)$$

Sabendo que,

$$V_{i,ar} = V_{i-1,ar} - (Q_{i,ar} + Q_{i-1,ar}) * \frac{\Delta t}{2 * \rho} \quad (2.57)$$

Por substituição,

$$V_{i,ar} = \frac{S_C + Q_{i,ar}}{S_B} + C_1 + C_2 * Q_{i,ar} \quad (2.58)$$

Combinando e simplificando,

$$(C_3 + C_4 * Q_{i,ar}) + (C_5 + C_6 * Q_{i,ar})^n = C_{ar} \quad (2.59)$$

Em que,

$$C_3 = \frac{S_C}{S_B} + C_1 \quad (2.60)$$

$$C_4 = \frac{1}{S_B} + C_2 \quad (2.61)$$

$$C_5 = V_{i-1,ar} + Q_{i-1,ar} * \frac{\Delta t}{2 * \rho} \quad (2.62)$$

$$C_6 = \frac{\Delta t}{2 * \rho} \quad (2.63)$$

Sendo esta uma equação não linear, pode ser resolvida usando o método de iteração de Newton-Raphson, o qual se apresenta da seguinte forma,

$$x_i = x_{i-1} - \frac{F(x_{i-1})}{F'(x_{i-1})} \quad (2.64)$$

Onde  $x_{i-1}$  é o corrente valor de x e  $x_i$  é o novo valor, F é a função de x a tender para 0 e F' a sua derivada.

Neste caso,

$$F = (C_3 + C_4 * Q_{i,ar}) + (C_5 + C_6 * Q_{i,ar})^n - C_{ar} \quad (2.65)$$

Quando o valor de  $Q_{i,ar}$  encontrado iguala a expressão a 0, a equação fica satisfeita. Para resolver pelo método anunciado a derivada de F é dado por,

$$\frac{dF}{dQ_{i,ar}} = \frac{C_7}{C_5 + C_6 * Q_{i,ar}} + C_4 * (C_5 + C_6 * Q_{i,ar})^n \quad (2.66)$$

Onde,

$$C_7 = -n * C_A * C_6 \quad (2.67)$$

Por iteração, o valor de  $Q_{i,ar}$  pode ser obtido, o qual substituindo nas equações anteriores dá a nova pressão na junção e o novo volume de ar.

## 2.5 AFT Impulse

O código numérico AFT Impulse, utilizado no âmbito deste trabalho, baseia-se no método das características, apresentado na secção anterior, e permite a modelação e respectiva simulação de regimes permanentes e transitórios em condutas de diversos sistemas hidráulicos, permitindo ao utilizador conhecer os campos de pressão e de velocidade e assim identificar com precisão as pressões máximas e mínimas atingidas, bem como o local (secção) onde elas ocorrem.

No caso dos nós interiores, utilizou-se o esquema numérico apresentado por Wylie e Streeter (1993). A programação das condições de fronteira foi efectuada utilizando as expressões deduzidas neste trabalho e apresentadas na secção anterior.

O AFT Impulse começa por determinar a solução em regime permanente, de onde se obtêm as condições iniciais do sistema que serão automaticamente utilizadas para a resolução em regime transitório. Assim, em situações em que se simulam instalações onde não há a ocorrência de regimes transitórios, por exemplo, fechos de válvulas, nem outras situações que possam alterar o regime permanente do escoamento no espaço, por exemplo, conduta de diferentes secções transversais, apenas é necessário conhecer o valor do caudal volúmico. A partir deste valor é calculada, no tronco comum do programa, a evolução das cotas piezométricas ao longo da tubagem por aplicação da equação de Bernoulli.

Finalmente, o AFT Impulse disponibiliza uma interface gráfica avançada, o que permite ao utilizador visualizar e verificar os resultados de uma forma rápida e eficaz.

O programa permite ao utilizador simular um vasto conjunto de sistemas hidráulicos, por exemplo:

- Abertos e fechados;
- Com recirculação;
- Em rede, com várias ramificações e derivações;
- Elevatórios com válvulas em regime transitório;
- Elevatórios com bombas em regime transitório;
- Elevatórios onde ocorre cavitação;
- Elevatórios com reservatórios hidropneumáticos;
- Elevatórios onde existe variação da densidade e viscosidade do fluido.

### **2.5.1 Hipóteses Fundamentais**

Nas situações em que a variação de energia interna não é importante, o escoamento de fluidos rege-se pelos princípios da conservação da massa e da conservação da quantidade de movimento. Assim, as equações fundamentais dos regimes transitórios em pressão traduzem os referidos princípios de conservação num volume de controlo, que se movimenta ao longo de uma conduta. Por ser baseado no método das características, o programa AFT Impulse admite as seguintes hipóteses simplificativas,

- Relativas ao escoamento:
  - O escoamento é unidimensional com uma distribuição uniforme de velocidades e pressões nas secções transversais das condutas.
  - As perdas de carga hidráulicas são calculadas de acordo com a hipótese quasi-estacionária.
- Relativas ao fluido:
  - O fluido é pouco compressível, monofásico e homogéneo. Podendo assim as características de compressibilidade do fluido serem expressas por um único parâmetro – módulo de elasticidade volumétrica.
  - O módulo de elasticidade do fluido permanece constante
  - As variações de temperatura são desprezáveis quando comparadas com as variações de caudal e de pressão

- Relativas à conduta:
  - Considera-se uma conduta uniforme: material, secção transversal e espessura constante ao longo do comprimento.
  - Comportamento isotrópico do material da conduta, isto é, considera-se que a conduta é moderadamente deformável.
  - A interacção dinâmica fluido-conduta é desprezável e os eixos das condutas permanecem imóveis durante o regime transitório.

## **2.5.2 Entrada de Dados**

Na versão base do código numérico, todas as características físicas e geométricas podem ser alteradas, recorrendo à escrita directa na interface gráfica.

A entrada de dados no programa está organizada de acordo com os módulos em que este se divide. No que diz respeito ao tronco principal do programa, é necessário fornecer:

- Características da tubagem:
  - Comprimento dos vários troços de conduta simples;
  - Diâmetro da conduta;
  - Factor de atrito da conduta;
- Constantes físicas:
  - Velocidade de propagação das ondas;
  - Massa específica do fluido;
- Discretização:
  - Número de nós da conduta de menor comprimento;
  - Tempo de simulação;
- Condições de fronteira lineares:
  - Cota piezométrica das superfícies livres dos reservatórios;
  - Coeficiente de perda de carga nas válvulas;
  - Lei de fecho ou abertura das válvulas;

▪ Definição das saídas:

Dado que o programa calcula a cota piezométrica e o caudal em todos os nós da conduta, podem-se criar vários tipos de ficheiros de saída. Assim, opcionalmente, o programa tem à disposição quatro tipos de ficheiros:

- Um ficheiro geral, onde ficam registados os valores da cota piezométrica e do caudal em todos os nós e em todos os passos de tempo.
- Ficheiros do tipo “sonda numérica”, onde são registadas as cotas piezométricas e os caudais, apenas em nós previamente definidos.
- Ficheiros em que os dados estão organizados ao longo da conduta para o mesmo passo de tempo
- Ficheiro com os valores da curva das envolventes máximas e mínimas ao longo de toda a extensão da conduta.

Posto isto, são seguidamente apresentados resultados relativos a simulações efectuadas com o programa introduzido anteriormente, tendo em vista a sua validação e tentando exemplificar a sua versatilidade em diversas situações.

### 3. Validação Numérica

Neste capítulo é validado com recurso a situações simples e de solução conhecida, o modelo numérico utilizado neste estudo. Numa primeira abordagem comparam-se os resultados obtidos com os calculados analiticamente pelas fórmulas clássicas já referidas. Posteriormente procede-se a simulações mais complexas, cujos resultados são comparados com os obtidos por Darzé (1988) e Cardoso (2004).

#### 3.1 Golpe de Aríete numa Conduto Simples

Esta primeira situação analisada consiste na simulação do fenómeno de golpe de aríete, induzido através do fecho instantâneo de uma válvula, nas secções de uma conduta ausente de acessórios. Assim, pretende-se comparar os resultados obtidos (sobrepensões e depressões), na secção imediatamente a jusante da válvula, com as soluções analíticas.

Na instalação em causa não foram consideradas perdas distribuídas. Na figura 3.1 indicam-se as suas características sendo identificadas nas tabelas que a sucedem.



Figura 3.1 – Instalação simulada (conduta simples)

Tabela 3.1 – Características do reservatório de montante (conduta simples)

Pressão	Atmosférica
Altura da Coluna Líquida	82.5 m
Cota da Saída do Reservatório	200 m

Tabela 3.2 – Características do reservatório de jusante (conduta simples)

Pressão	Atmosférica
Altura da Coluna Líquida	36.9 m
Cota da Entrada do Reservatório	200 m

Tabela 3.3 – Características das condutas (conduta simples)

Comprimento do Reservatório à Válvula	50 m
Comprimento da Válvula ao Reservatório	924 m
Diâmetro	0.2 m
Celeridade da onda	1200 m/s
Velocidade do fluido escoado	1.617 m/s
Cota	200 m

Tabela 3.4 – Características da válvula (conduta simples)

Coefficiente de Descarga	100
Cota	200 m

Tabela 3.5 – Características da água (conduta simples)

Temperatura	20 °C
-------------	-------

De acordo com estes dados, representa-se na figura 3.2 a cota piezométrica ao longo da instalação para o regime permanente,

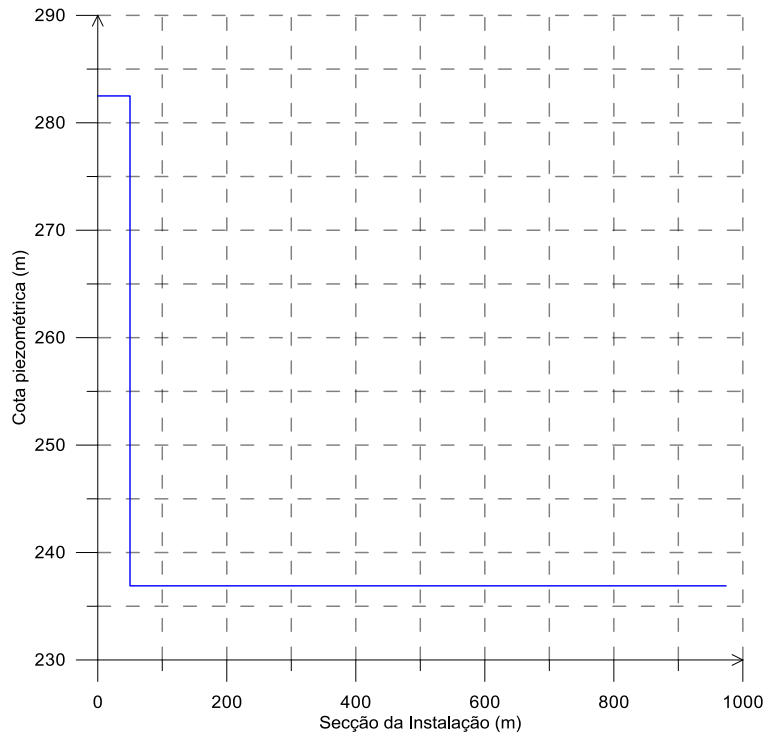


Figura 3.2 – Evolução da cota piezométrica ao longo da instalação sem atrito em regime permanente

O escoamento é mantido pela diferença de cotas piezométricas dos reservatórios. A válvula, situada a 50 m do reservatório de montante, assume-se como a principal perda de carga localizada, como se comprova na figura 3.2, no entanto outras duas perdas localizadas e de menor intensidade estão localizadas nas respectivas ligações das condutas aos reservatórios. Assim, a cota piezométrica do de montante é de 282.23 m enquanto que no de jusante este valor é de 236.71 m.

A introdução de um regime transitório no sistema pela manobra da válvula, que interrompe instantaneamente o escoamento do fluido, é acompanhada pelo aparecimento de uma onda de pressão, cuja intensidade pode ser estimada pela equação de Joukowski (Equação 1.1 convertida em pressão). Para este caso, a sobrepressão assume o valor,

$$\Delta p = \rho * V * a = \quad (1.1)$$

$$998 * 1.617 * 120 = \pm 1936519.2 \text{ Pa}$$

$$\Delta H = \frac{-1936519.2}{\rho * g} = \frac{-1936519.2}{998 * 9.81} = \pm 197.8 \text{ m}$$

Logo, as cotas piezométricas extremas, para a conduta a jusante da válvula, apresentam os valores,

$$H = 36.9 \pm \Delta H \quad (3.2)$$

$$H_{m\acute{a}x} = 36.9 + 197.8 = 234.7 \text{ m}$$

$$H_{m\grave{i}n} = 36.9 - 197.8 = -160.9 \text{ m}$$

Comparando estes valores com os obtidos numericamente através de uma sonda numérica colocada imediatamente a jusante da válvula, representados na figura 3.3.

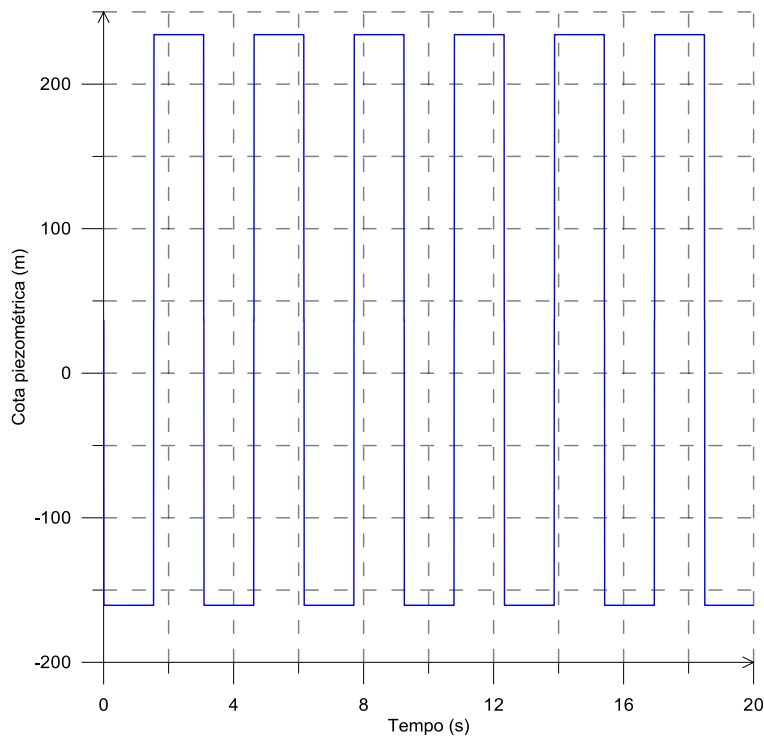


Figura 3.3 – Evolução da cota piezométrica na secção da conduta imediatamente a jusante da válvula

A simulação efectuada permitiu obter um valor para a depressão de  $H_{m\grave{i}n} = -160.5 \text{ m}$  e outro para a sobrepressão de  $H_{m\acute{a}x} = 234.2 \text{ m}$ . Os valores registados, são bastante próximos dos calculados analiticamente, sendo que para o caso da sobrepressão o erro relativo é de 0,21 % e para o da depressão é de 0,25%. A explicação para estas pequenas diferenças reside no facto de o sistema ter uma muito reduzida perda à entrada do reservatório em regime permanente.

A escolha da secção imediatamente a jusante como secção de medição foi completamente aleatória, uma vez que os valores extremos aí medidos são idênticos em qualquer secção da mesma conduta.

A conduta não fica sujeita em toda a sua extensão ao mesmo tipo de solicitação, uma vez que a onda atinge cada uma das suas secções em instantes diferentes. Representa-se nas figuras 3.4, 3.5, 3.6 e 3.7 a evolução da cota piezométrica na secção ( $x = 462 \text{ m}$ ), a evolução da cota piezométrica na secção ( $x = 924 \text{ m}$ ), o caudal volúmico na secção imediatamente a montante da válvula e o mesmo caudal na secção ( $x = 924 \text{ m}$ ), respectivamente.

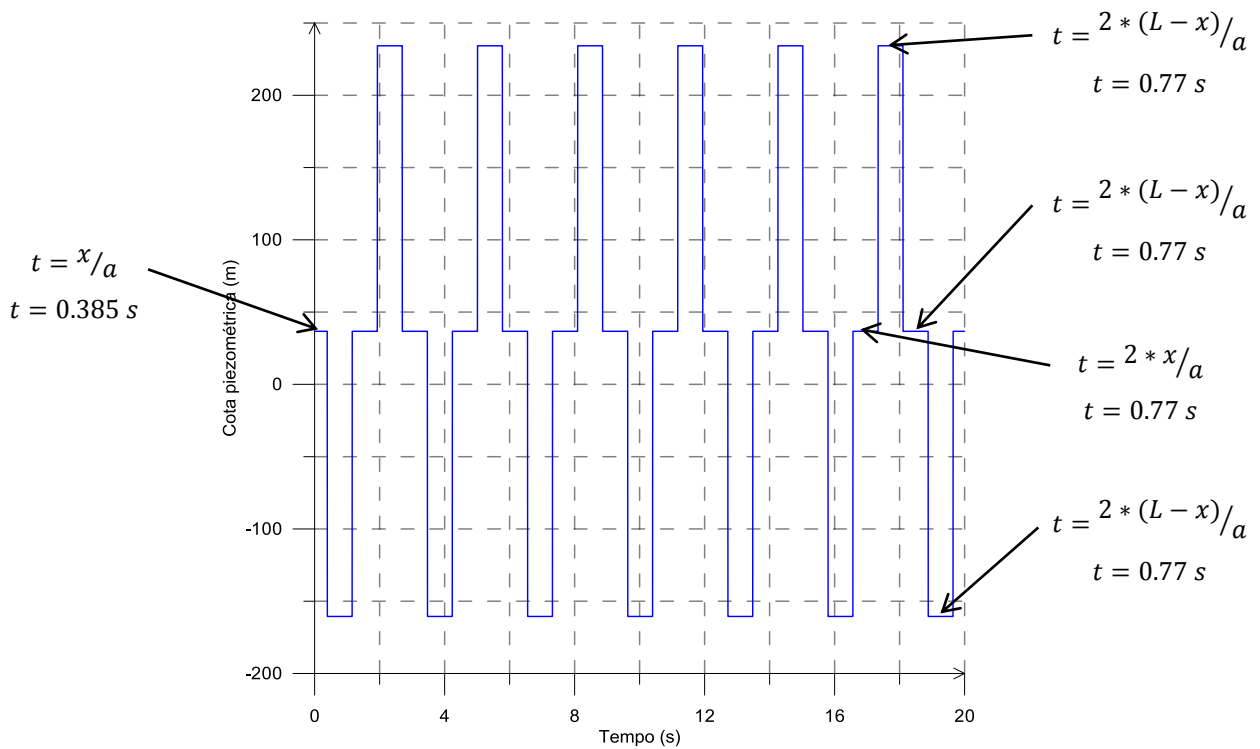


Figura 3.4 – Evolução da cota piezométrica na secção intermédia ( $x = 462 \text{ m}$ ) da conduta

O que é coerente com a previsão teórica.

No caso limite da secção de medição ser imediatamente a montante do reservatório, a envolvente da cota piezométrica corresponde a um impulso de Dirac com os valores extremos separados por um intervalo de tempo de  $t = 2 * L/a$ , tal como se observa na figura 3.5.

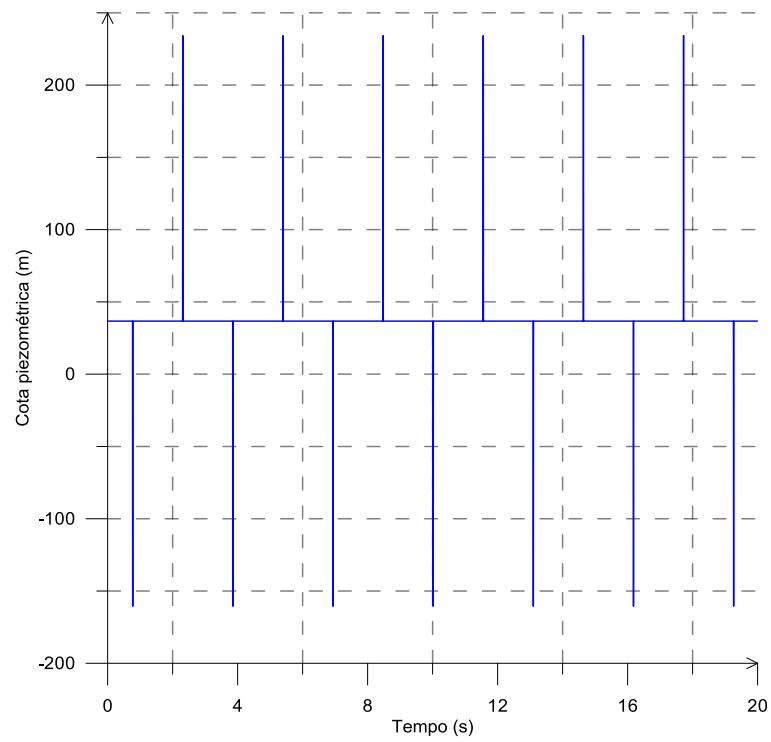


Figura 3.5 – Evolução da cota piezométrica na secção imediatamente a montante ( $x = 924 \text{ m}$ ) do reservatório

Da observação das figuras 3.6 e 3.7 constata-se que a evolução do caudal volúmico apresenta um comportamento semelhante mas simétrico relativamente à cota piezométrica.

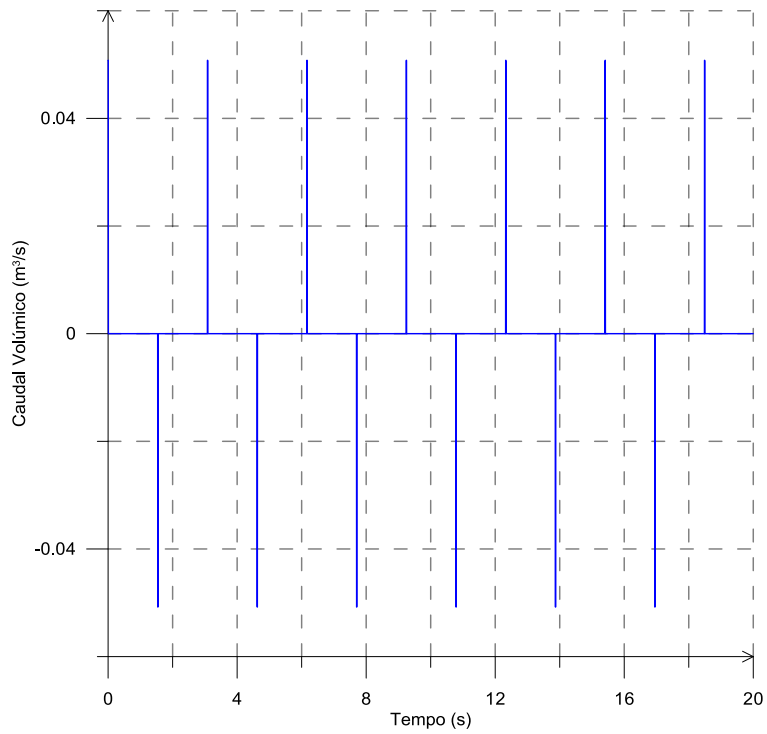


Figura 3.6 – Evolução do caudal volúmico na secção imediatamente a jusante da válvula

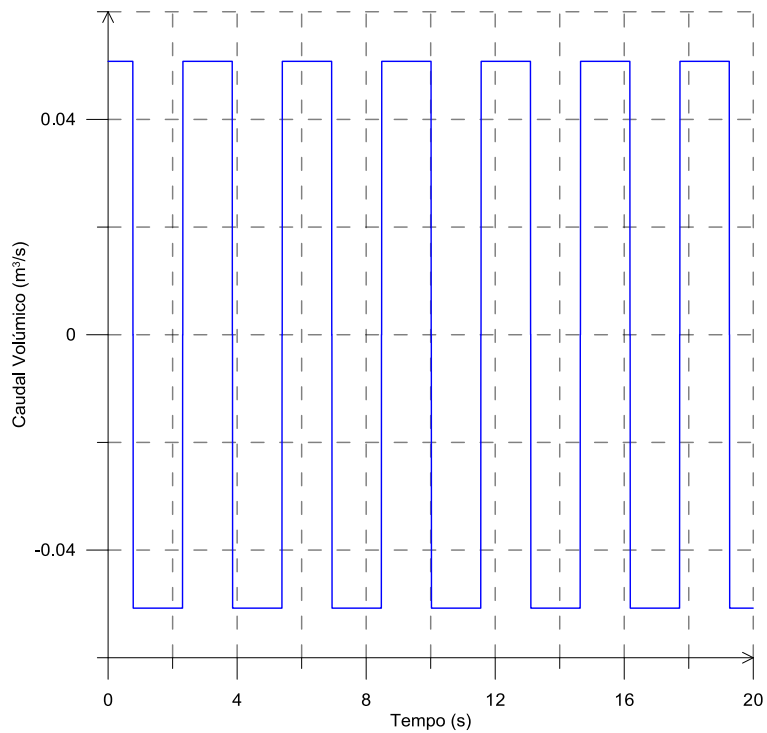


Figura 3.7 – Evolução do caudal volúmico na secção imediatamente a montante ( $x = 924 \text{ m}$ ) do reservatório

O conjunto dos resultados anteriores é coerente com o modelo teórico o que permite concluir que o programa simula correctamente o golpe de aríete em condutas simples.

Na simulação posterior foi introduzido atrito na conduta ( $f = 0.208 \text{ mm}$ ). Recorrendo a uma sonda numérica para a secção de medição imediatamente a jusante da válvula, obteve-se a evolução de pressão representada na figura 3.8.

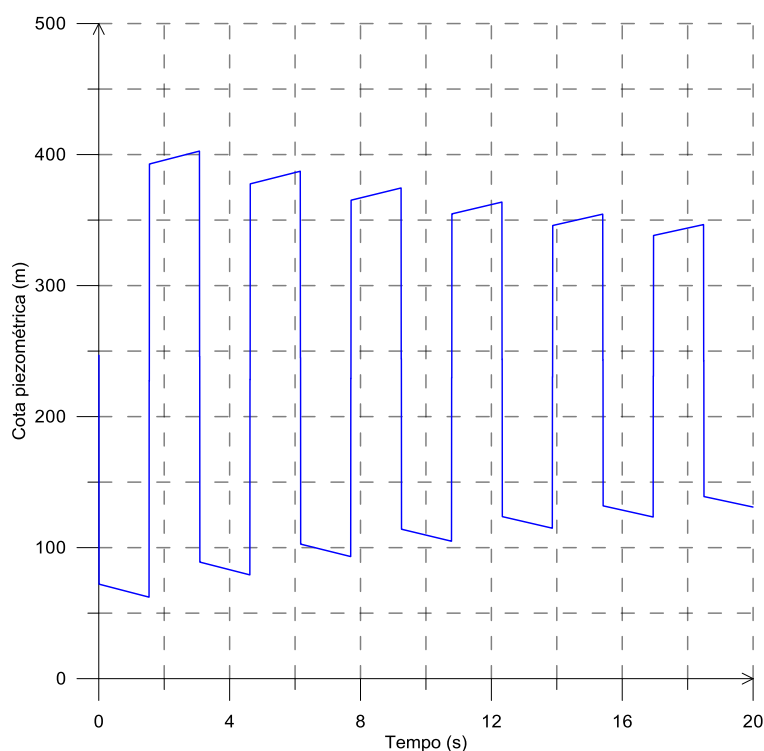


Figura 3.8 – Evolução da cota piezométrica na secção da conduta imediatamente a jusante da válvula

Mais uma vez os resultados são coerentes com as previsões teóricas, nomeadamente a convergência da envolvente de pressão e o acréscimo linear de pressão em cada patamar (efeito de inércia secundário) provocado pela dissipação viscosa na parede, cujo aparecimento se deve a uma redução da velocidade que cria este efeito que se desloca à mesma velocidade de propagação que o efeito inicial.

### 3.2 Conduta com Reservatório Hidropneumático

Nesta situação considera-se um sistema baseado no anterior, ao qual foi adicionado um reservatório hidropneumático localizado a jusante da válvula. Com esta simulação pretende-se comparar os resultados obtidos com os de Darzé (1988) e Cardoso (2004), que utilizaram também um código baseado no método das características.

A instalação adaptada, bem como as suas características principais, estão representadas seguidamente na figura 3.9 e nas tabelas que a sucedem.



Figura 3.9 – Instalação simulada com rac

Tabela 3.6 – Características do reservatório de montante (conduta com rac)

Pressão	Atmosférica
Altura da Coluna Líquida	102.5 m
Cota da Saída do Reservatório	200 m

Tabela 3.7 – Características do reservatório de jusante (conduta com rac)

Pressão	Atmosférica
Altura da Coluna Líquida	36.9 m
Cota da Entrada do Reservatório	200 m

Tabela 3.8 – Características das condutas (conduta com rac)

Comprimento do Reservatório à Válvula	50 m
Comprimento da Válvula ao rac	1 m
Comprimento da Válvula ao Reservatório	924 m
Diâmetro	0.2 m
Celeridade da onda	1200 m/s
Velocidade do fluido escoado	1.715 m/s
Cota	200 m
Atrito nas condutas a jusante da Válvula	0.2 mm

Tabela 3.9 – Características do reservatório hidropneumático (conduta com rac)

Constante Politrópica	1.2
Volume de Ar	0.3
Volume Total	0.9
Cota	200 m

Tabela 3.10 – Características da válvula (conduta com rac)

Coefficiente de Descarga	100
Cota	200 m

Tabela 3.11 – Características da água (conduta com rac)

Temperatura	20 °C
-------------	-------

Ao contrário de Darzé (1988) e Cardoso (2004) que impuseram o escoamento a partir de uma bomba hidráulica situada a montante da válvula, optou-se por impôr uma diferença de cotas entre reservatórios por forma a obter um caudal de  $0.0539 \text{ m}^3/\text{s}$ .

Dado que o estudo do golpe de aríete em condutas com e sem atrito foi abordado na secção anterior, nesta focar-se-á o comportamento do rac em regime transitório, originado pelo fecho instantâneo da válvula. Assim, veja-se a resposta deste dispositivo no que diz respeito à evolução do caudal volúmico, cota piezométrica e volume de ar no interior do mesmo, nas figuras 3.10, 3.12 e 3.14 respectivamente.

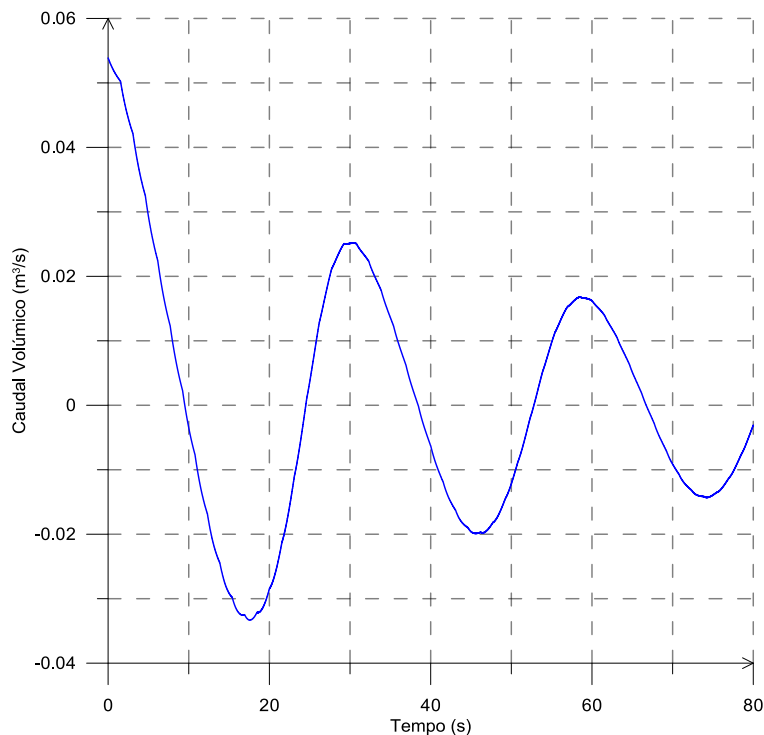


Figura 3.10 – Evolução do caudal volúmico no interior do rac obtida com o AFT Impulse

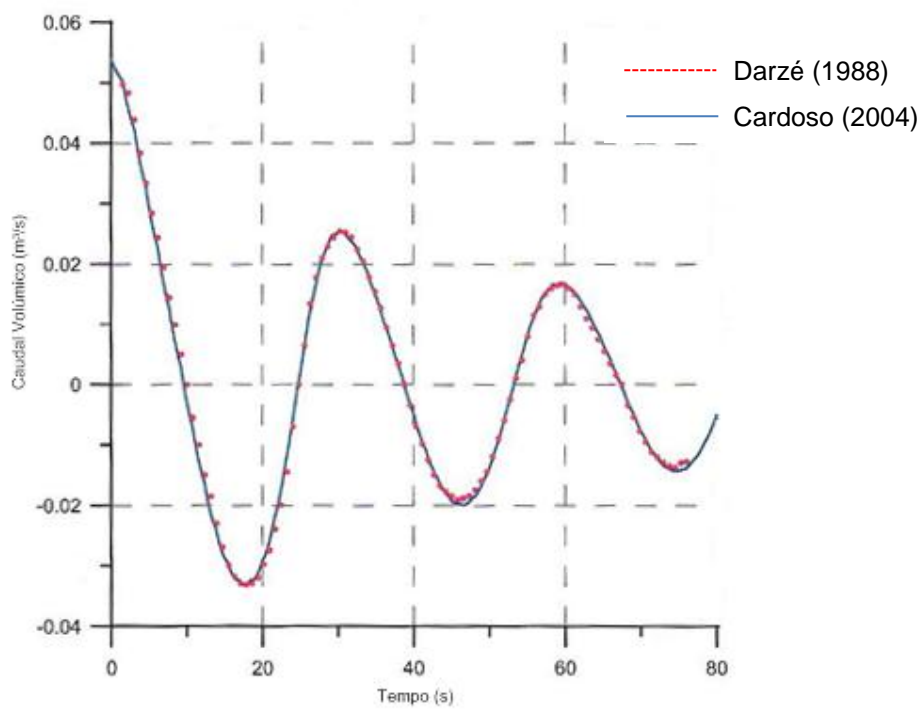


Figura 3.11 – Evolução do caudal volumétrico no interior do rac obtida por Darzé e Cardoso

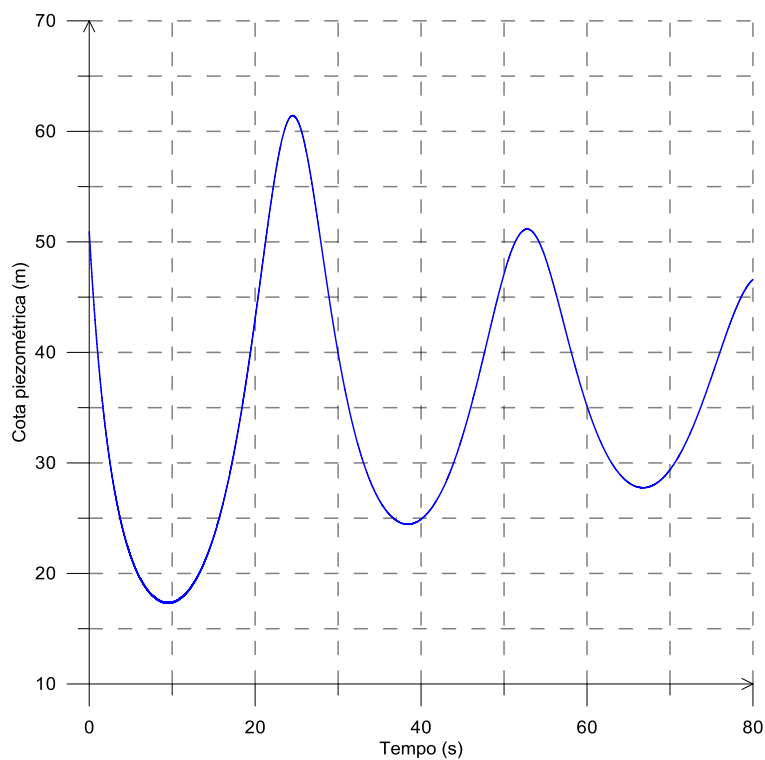


Figura 3.12 – Evolução da cota piezométrica no interior do rac obtida com o AFT Impulse

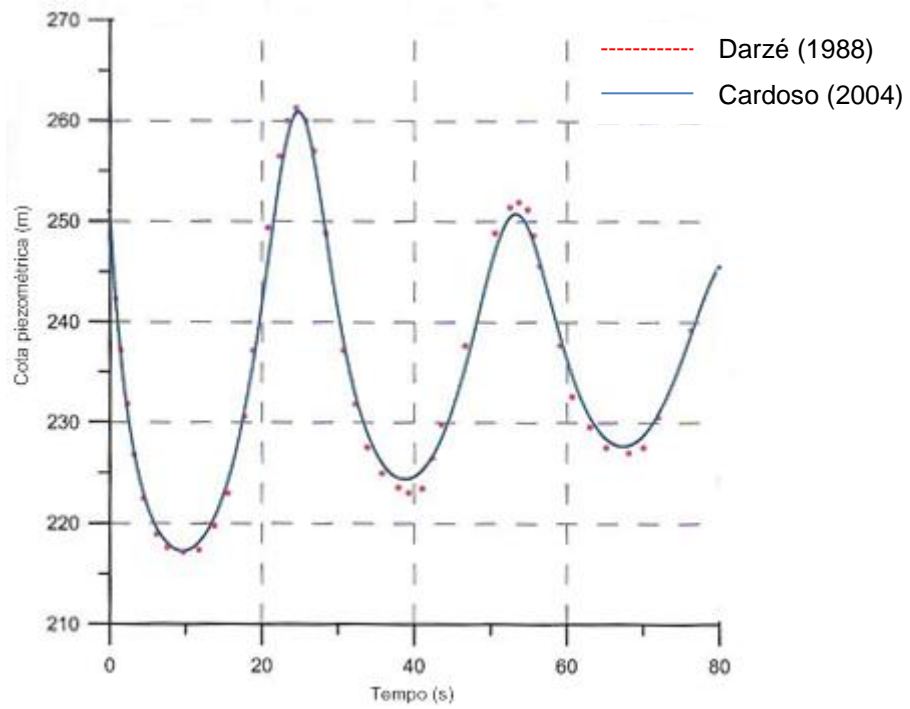


Figura 3.13 – Evolução da cota piezométrica no interior do rac obtida por Darzé e Cardoso

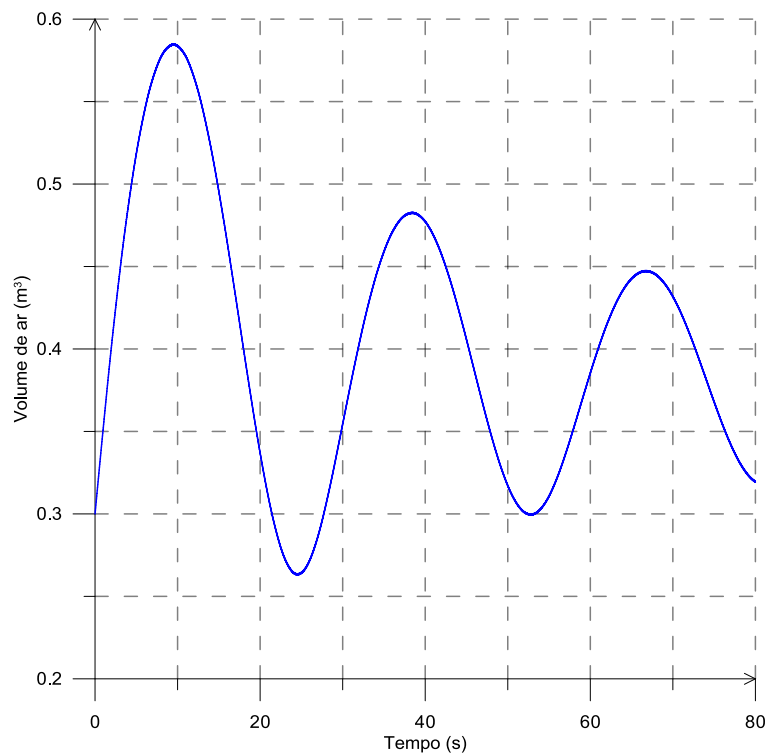


Figura 3.14 – Evolução do volume de ar no interior do rac obtida com o AFT Impulse

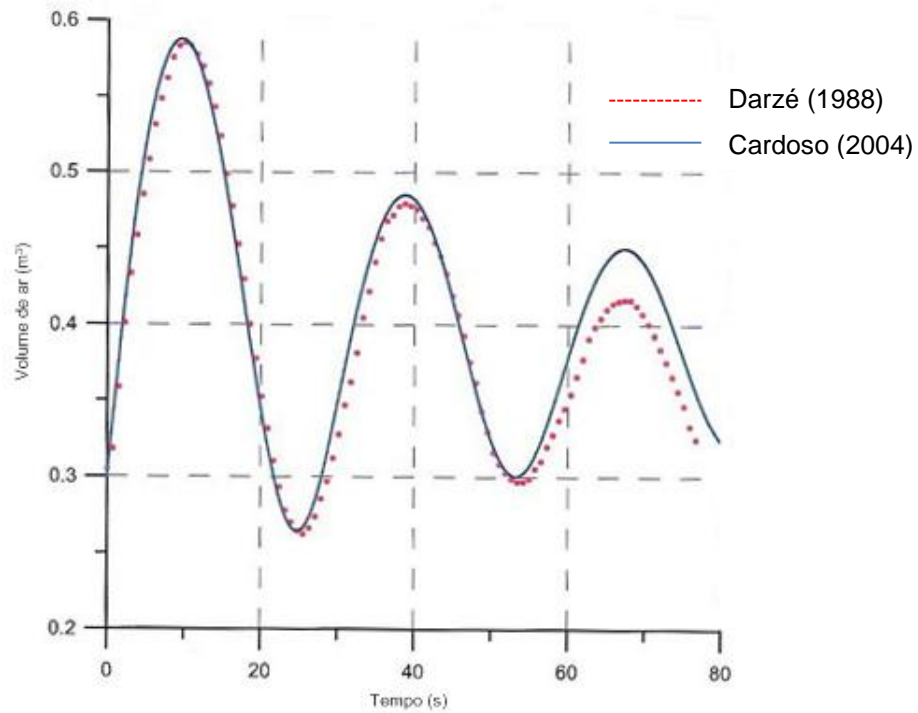


Figura 3.15 – Evolução do volume de ar no interior do rac obtida por Darzé e Cardoso

A comparação das figuras anteriores permite verificar que existe uma boa concordância entre os resultados obtidos pelo código AFT Impulse com os de Darzé e Cardoso, embora se verifiquem pequenas discrepâncias ao nível dos valores extremos a partir do primeiro pico, razão essa que pode ser atribuída ao factor de atrito utilizado por Darzé não ser igual ao utilizado na obtenção dos outros resultados.

Para aferir sobre a coerência dos resultados obtidos com o AFT Impulse representa-se nas figuras 3.16, 3.17 e 3.18 a evolução da cota piezométrica e do volume de ar no interior do rac, a evolução da cota piezométrica e do caudal volúmico no interior do rac e a evolução do caudal volúmico e do volume de ar no interior do rac, respectivamente.

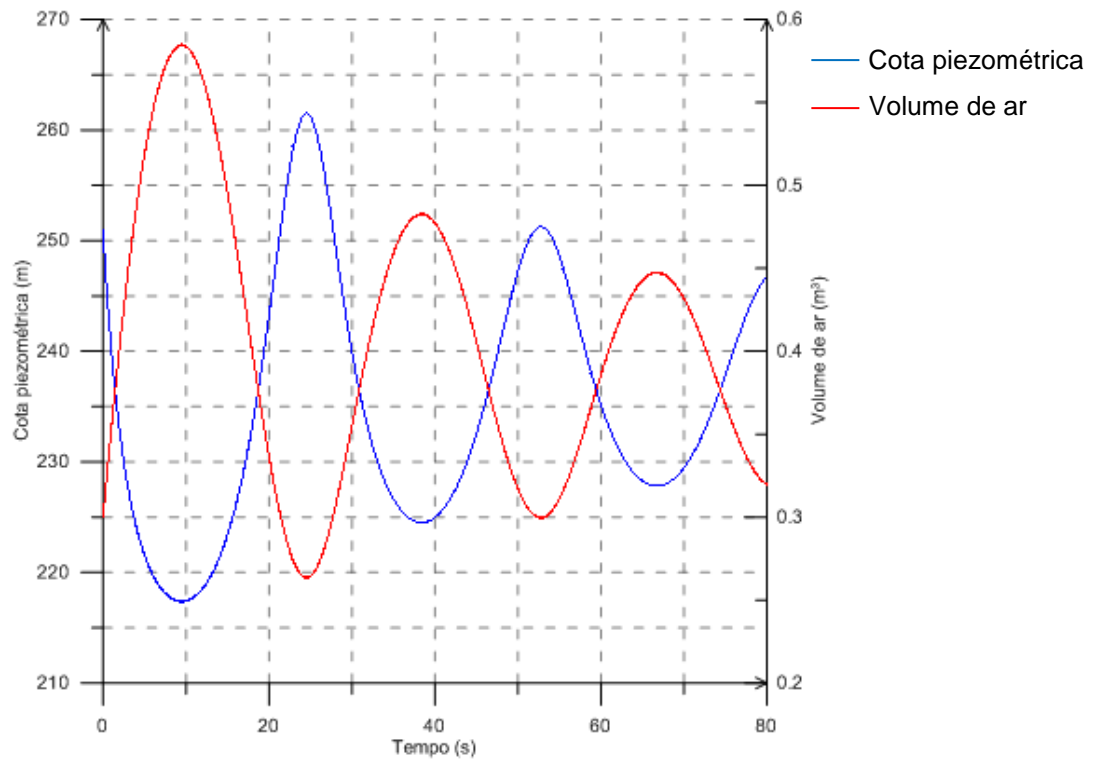


Figura 3.16 – Evolução da cota piezométrica e do volume de ar, no interior do rac

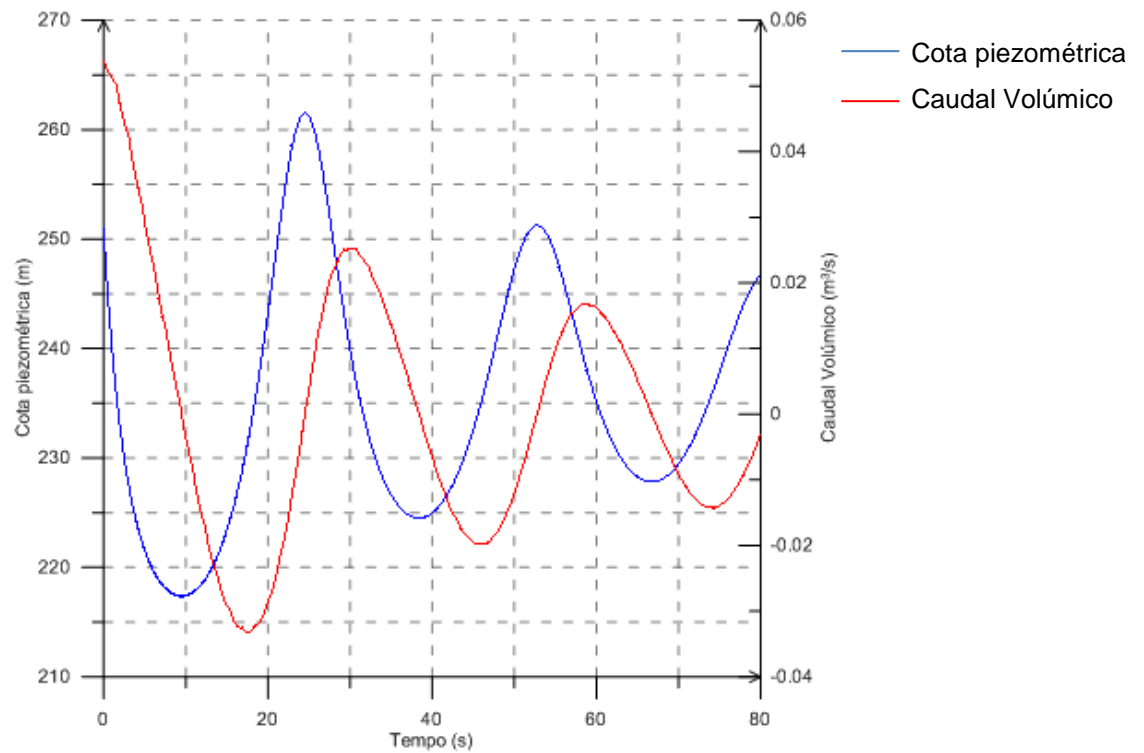


Figura 3.17 – Evolução da cota piezométrica e do caudal volúmico, no interior do rac

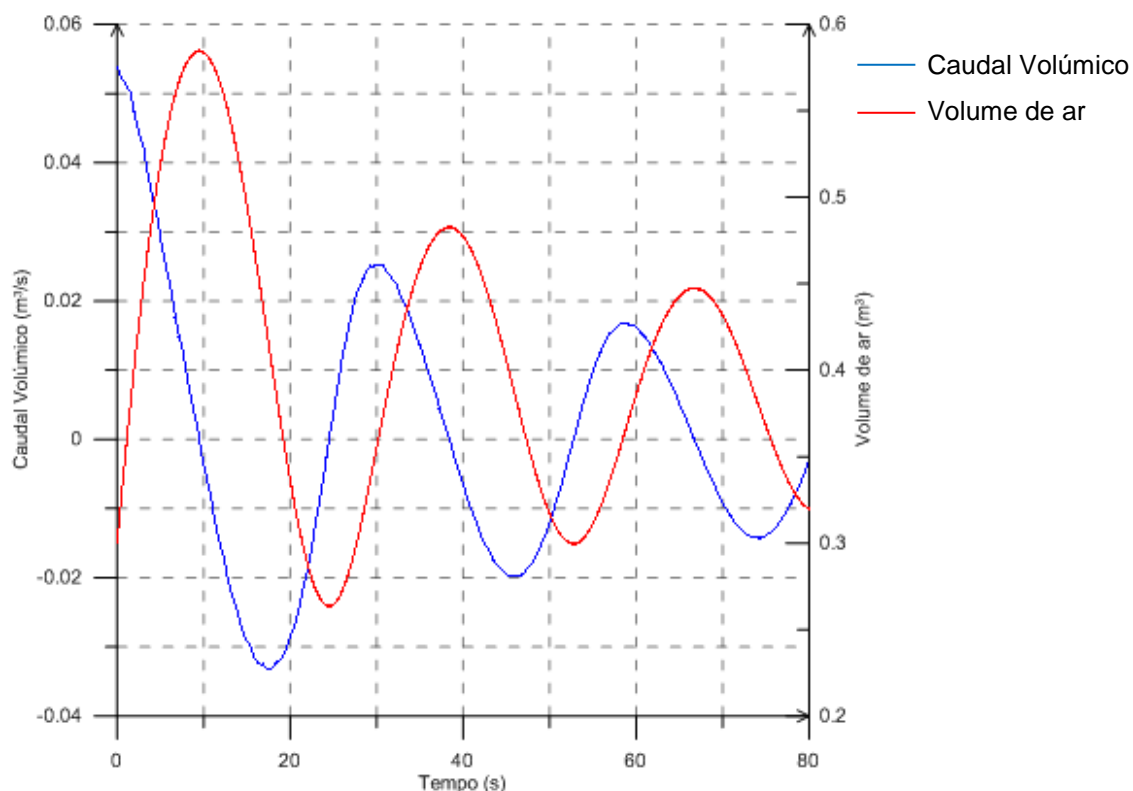


Figura 3.18 – Evolução do caudal volúmico e do volume de ar, no interior do rac

Do exposto na figura 3.16, verifica-se que a evolução da cota piezométrica e do volume de ar é efectuada em oposição de fase. Não existe assim atraso na resposta do rac às oscilações do sistema, pelo que esse comportamento é consequência do AFT Impulse desprezar a inércia da coluna de água, ao não contabilizar a sua massa. Esta constatação tem consequências nos resultados obtidos na secção 4.2.2.

No que diz respeito à figura 3.17, pode-se concluir que os valores extremos da cota piezométrica ocorrem no instante em que o caudal é nulo. Este era o resultado esperado, pois os valores máximos e mínimos de pressão têm de ocorrer respectivamente, quando a superfície livre no interior do rac começa o seu movimento descendente ou ascendente.

Por último, na figura 3.18 o volume de ar no rac apresenta valores extremos quando o caudal se anula, o que é uma consequência evidente do princípio da conservação da massa.

A concordância global dos resultados obtidos permite ter confiança no código utilizado, parecendo assim ser razoável aplicá-lo no estudo de situações mais complexas, o que é feito no capítulo 4.



## 4. Resultados

Neste capítulo apresenta-se o estudo do comportamento dinâmico do reservatório hidropneumático, considerando diversos factores que podem ser importantes na sua resposta em regime transitório causada pelo fecho instantâneo de uma válvula. Dar-se-á especial atenção, em primeiro lugar, à influência dos volumes do reservatório e da conduta na resposta do rac. Em segundo lugar, é estudado o efeito da perda de carga na instalação, com destaque para a ligação do dispositivo à conduta principal.

### 4.1 Montagem Experimental Simulada

Neste trabalho idealizou-se uma instalação base, apresentada na figura 4.1, com geometria adequada ao estudo da eficiência do rac. Ao prescindir de bombas hidráulicas para impor o caudal em regime permanente, este foi conseguido através da diferença de cotas dos reservatórios, de grandes dimensões, situados nos extremos das condutas. Assim, a parte da instalação a montante da válvula existe somente para garantir esse fim, pelo que o estudo será realizado na conduta de maior comprimento, onde será instalado o rac.

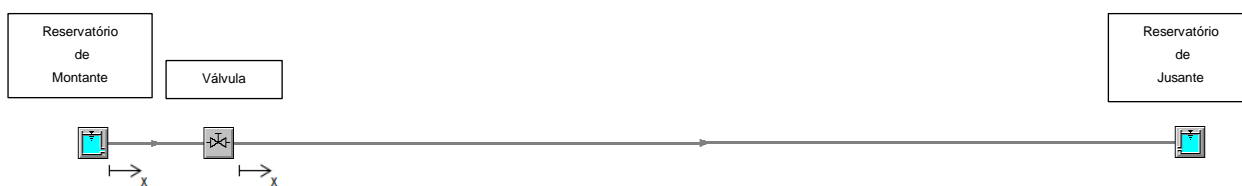


Figura 4.1 – Configuração da instalação no AFT Impulse

Na figura 4.1, adoptou-se a representação gráfica do AFT. Desta forma chama-se à atenção para a ausência de escalas, pelo que as características geométricas são indicadas explicitamente nas tabelas 4.1 a 4.5.

Tabela 4.1 – Características do reservatório de montante (AFT Impulse)

Pressão na superfície livre	Atmosférica
Cota da superfície livre	90 m
Cota da saída do reservatório	0 m

Tabela 4.2 – Características do reservatório de jusante (AFT Impulse)

Pressão na superfície livre	Atmosférica
Cota da superfície livre	20 m
Cota da entrada do reservatório	0 m

Tabela 4.3 – Características das condutas (AFT Impulse)

Comprimento do reservatório à válvula	50 m
Comprimento do rac ao reservatório	500 m
Diâmetro	0.8 m
Cota	0 m

Tabela 4.4 – Características da válvula (AFT Impulse)

Coefficiente de descarga	100
Cota	0 m

Tabela 4.5 – Características do escoamento (AFT Impulse)

Fluido	Água
Temperatura	20 °C
Caudal	0.06293 m <sup>3</sup> /s
Velocidade	0.1252 m/s

A atribuição dos dados para a instalação teve como critério, o de garantir o regime turbulento de escoamento, apresentando-se o número de Reynolds aproximadamente da ordem de  $10^5$ . Quanto à velocidade de propagação optou-se por  $a = 800$  m/s.

## 4.2 Estudo do Comportamento Dinâmico do RAC

### 4.2.1 Considerações Preliminares

Em regime permanente, e para a ausência de perdas distribuídas, a pressão em qualquer secção da instalação é dada pela diferença entre a altura da coluna de água do reservatório ao qual a conduta está ligada, e a energia cinética do fluido,  $h_0$ , ou seja,

$$\begin{aligned}
 H_{secção} &= h_{res} - h_0 \Leftrightarrow \\
 \Leftrightarrow H_{secção} &= h_{res} - \frac{V_0^2}{2 * g} - \frac{V_0^2}{2 * g} \Leftrightarrow \\
 \Leftrightarrow H_{secção} &= h_{res} - \frac{0.1252^2}{g}
 \end{aligned}
 \tag{4.1}$$

A aplicação da expressão 4.1 a cada secção das condutas permite calcular a linha piezométrica na instalação. Para tal, subtrai-se à parcela da cota piezométrica do reservatório, uma parcela correspondente ao decréscimo da pressão devido à velocidade e outra parcela correspondente ao efeito de perda de energia cinética à entrada do reservatório.

A interrupção abrupta do escoamento do fluido, pela acção da válvula, origina uma onda de pressão. Como o tempo de manobra é instantâneo e, portanto, inferior ao tempo de ida e volta da onda de pressão, ou seja,  $t \leq 2 * L/a$ , esta onda característica do fenómeno de golpe de aríete, terá intensidade máxima e o seu valor será dado pela fórmula de Joukowsky:

$$\begin{aligned}
 \Delta H &= \pm \frac{V_0 * a}{g} \Leftrightarrow \\
 \Leftrightarrow \Delta H &= \pm \frac{0.1252 * 800}{g} \Leftrightarrow \\
 \Delta H &= \pm 10.21 \text{ m}
 \end{aligned}
 \tag{4.2}$$

Note-se que neste trabalho são impostos apenas fechos instantâneos.

Assim, o valor da pressão, em qualquer secção da instalação, consegue-se a partir da soma e subtracção do valor  $\Delta H$  ao valor da pressão, na mesma secção, em regime permanente. A utilização de uma sonda numérica, na secção imediatamente a jusante da válvula, permite registar a onda de pressão quadrada, representada na figura 4.2, característica deste fenómeno transitório. Como já citado, não obstante a escolha desta secção para a representação gráfica da onda de pressão, todas as secções da conduta, apesar de não apresentarem o mesmo comportamento de onda quadrada, apresentam as mesmas intensidades de pressão nos seus picos, desfasados de  $t = 2(L - x)/a$ , face aos representados seguidamente,

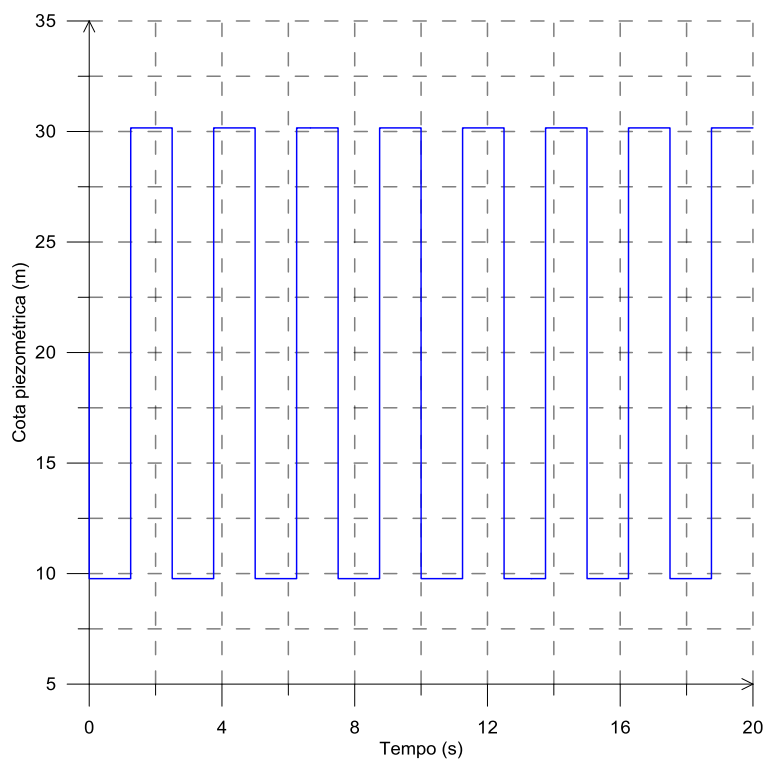


Figura 4.2 – Evolução da cota piezométrica na secção de medição

Na próxima secção introduz-se um rac na instalação. Desta forma, e sabendo de antemão que a sua inserção permite alterar o campo de pressões na conduta onde é inserido, estudam-se as respectivas envolventes de pressão variando as características do hidropneumático.

## 4.2.2 Efeito dos Volumes do RAC e da Conduta

A localização do rac deve, dentro do possível, ser o mais próximo da válvula para garantir o menor comprimento de conduta desprotegida. Desta forma, e não existindo qualquer critério imposto para tal localização, atribui-se por razões numéricas 1 m para a conduta desde a válvula ao rac, ficando a instalação com o seguinte aspecto,



Figura 4.3 – Configuração da instalação no AFT Impulse

Em regime permanente, a evolução da cota piezométrica ao longo da instalação, não é alterada com a introdução do rac, uma vez que a pressão no seu interior não varia, sendo imposta pela pressão na secção de ligação. Com o objectivo de compreender a influência do volume do rac na evolução da pressão na conduta, realizaram-se três simulações numéricas com um rac de ordens de grandeza sucessivas. Assim, nas figuras 4.4, 4.5 e 4.6, apresentam-se a evolução da cota piezométrica, na secção imediatamente a jusante do rac, para os volumes de água de 0.02, 0.2 e 2 m<sup>3</sup>.

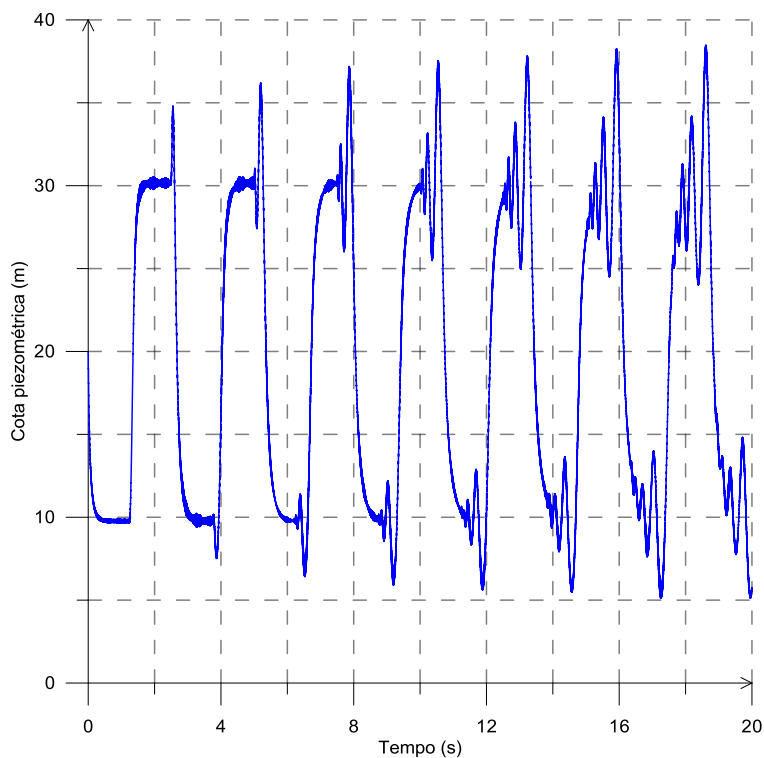


Figura 4.4 – Evolução da cota piezométrica na secção de medição para um rac de volume de água de  $0.02 \text{ m}^3$

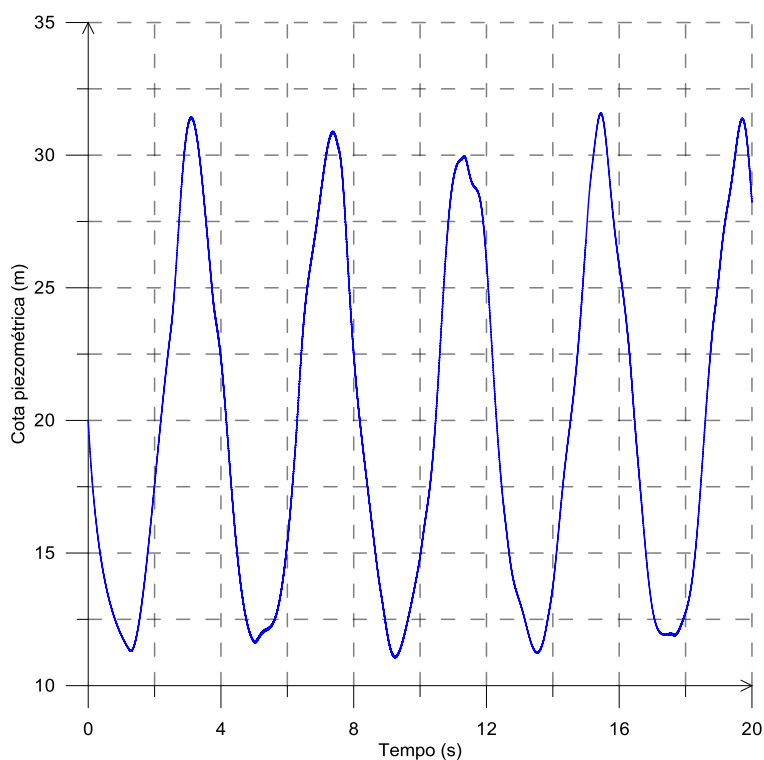


Figura 4.5 – Evolução da cota piezométrica na secção de medição para um rac de volume de água de  $0.2 \text{ m}^3$

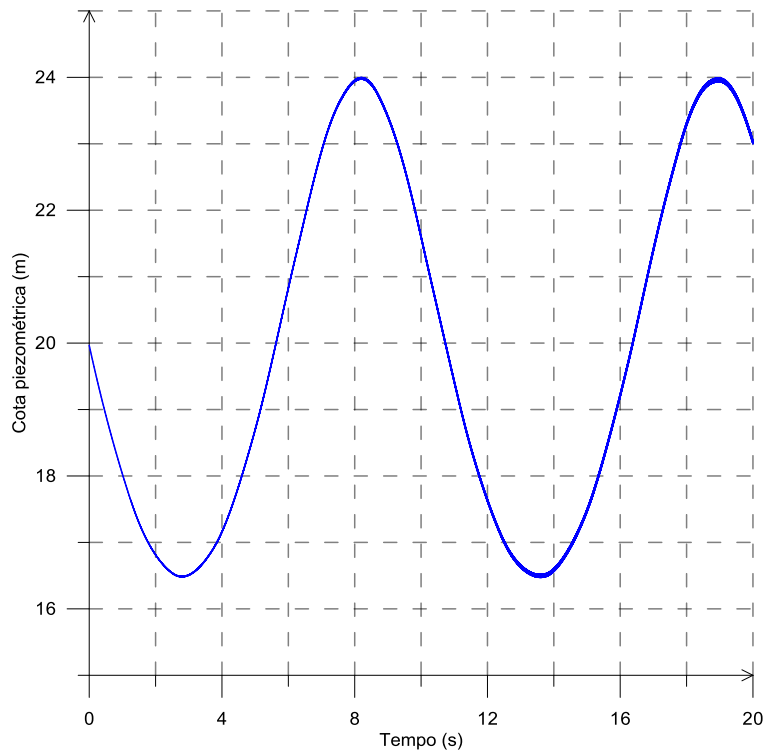


Figura 4.6 – Evolução da cota piezométrica na secção de medição para um rac de volume de água de 2 m<sup>3</sup>

Da observação da figura 4.4, constata-se uma estranha evolução da cota piezométrica, nomeadamente, o aparecimento de picos de pressão maiores que 30 m e menores que 10 m, sendo esses valores os correspondentes às pressões extremas registadas na conduta sem rac instalado. Assim, conclui-se que tais picos são introduzidos no sistema pelo rac de pequenas dimensões, pelo que a averiguação da sua causa, por forma a entender a razão do fenómeno, deve ser estudada. Como primeira hipótese, poder-se-ia pensar que as não linearidades do sistema, neste caso, impostas somente pelo rac, poderão introduzir novas harmónicas na sua resposta. Assim, para testar esta hipótese recorre-se à análise espectral através do cálculo do espectro de amplitudes do sinal da figura 4.2.

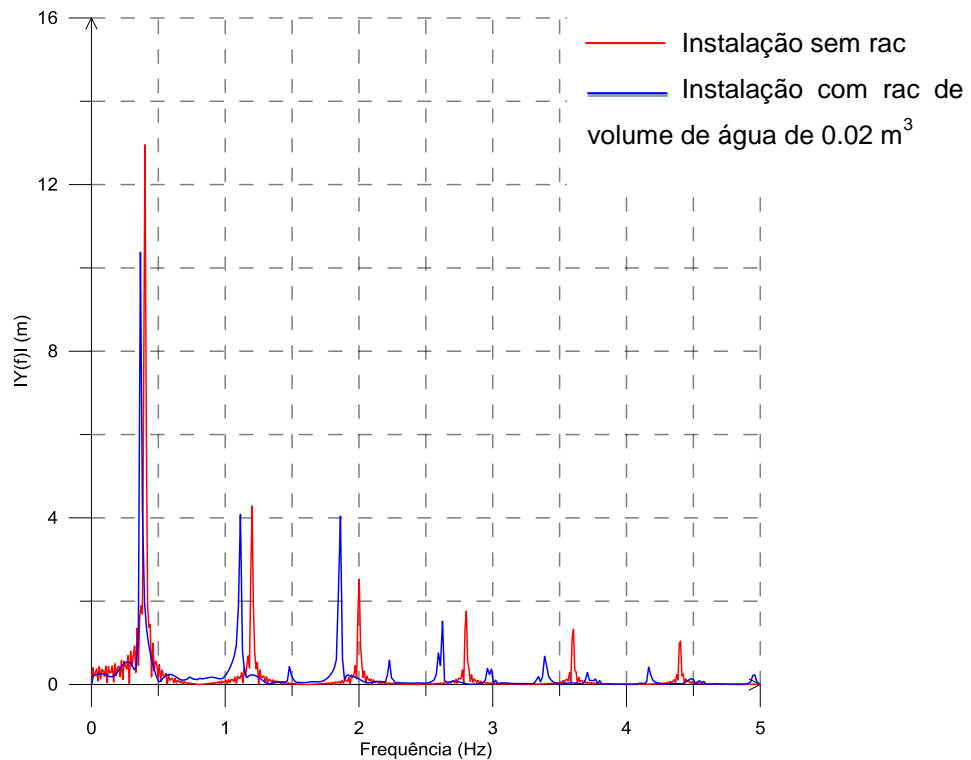


Figura 4.7 – Espectro de amplitude do sinal temporal, na secção de medição, para um rac de volume de água de  $0.02 \text{ m}^3$  e sem rac

A comparação dos espectros representados na figura 4.7, permite concluir que o sinal com rac de volume de água  $0.02 \text{ m}^3$  não possui harmónicas relevantes diferentes das existentes numa onda quadrada. Desta forma, poder-se-á dizer que a inserção de um rac de pequenas dimensões, apenas gera ondas quadradas desfasadas. Este facto explica também as sobrepressões notadas relativamente às registadas na instalação sem rac, visíveis na figura 4.2. Tais sobrepressões devem-se à sobreposição momentânea de ondas quadradas que se propagam na conduta em sentidos opostos.

Relativamente ao sinal representado na figura 4.5, este revela ainda picos de pressão um pouco superiores aos registados na instalação sem rac, pelo que o dispositivo ainda não está a ser completamente eficaz. Esse facto é também explicado pela sobreposição de ondas desfasadas. Ainda na mesma figura constata-se que a forma da onda de pressão se aproxima do sinusoidal, como se pode constatar pelo espectro representado na figura 4.8.

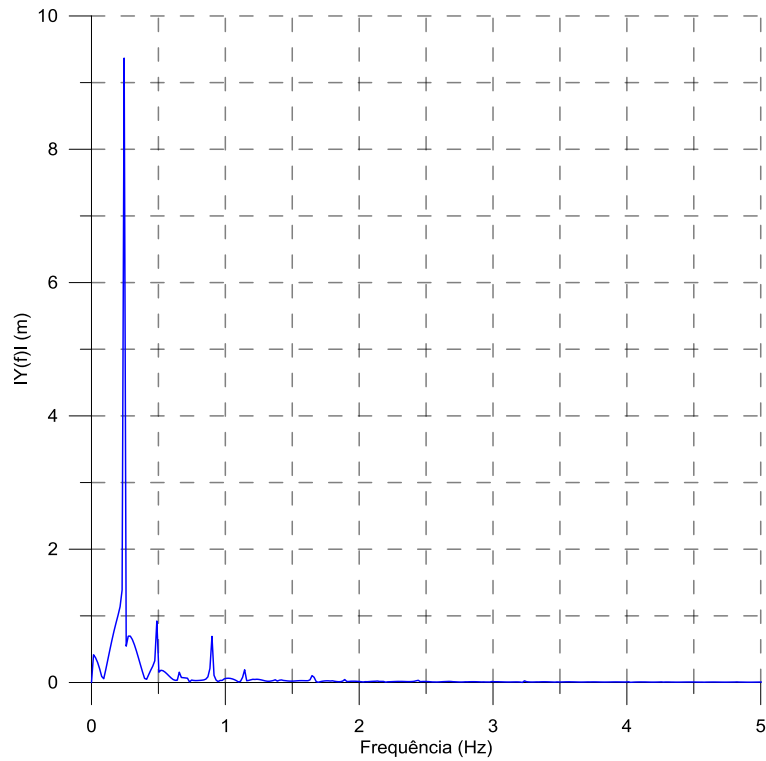


Figura 4.8 – Espectro de amplitude do sinal temporal, na secção de medição, para um rac de volume de água de  $0.2 \text{ m}^3$

Como se pode verificar, o conteúdo energético do espectro está associado essencialmente a uma única frequência observando-se mais dois picos com energia inferior a 10%.

No que diz respeito ao reservatório com  $2 \text{ m}^3$  de volume (figura 4.6) constata-se que o reservatório já está a limitar a sobrepressão, registando um valor máximo, para a pressão, de 24 m e mínimo de 17 m. As características sinusoidais da resposta estão patentes no espectro aproximadamente monocromático representado na figura 4.9.

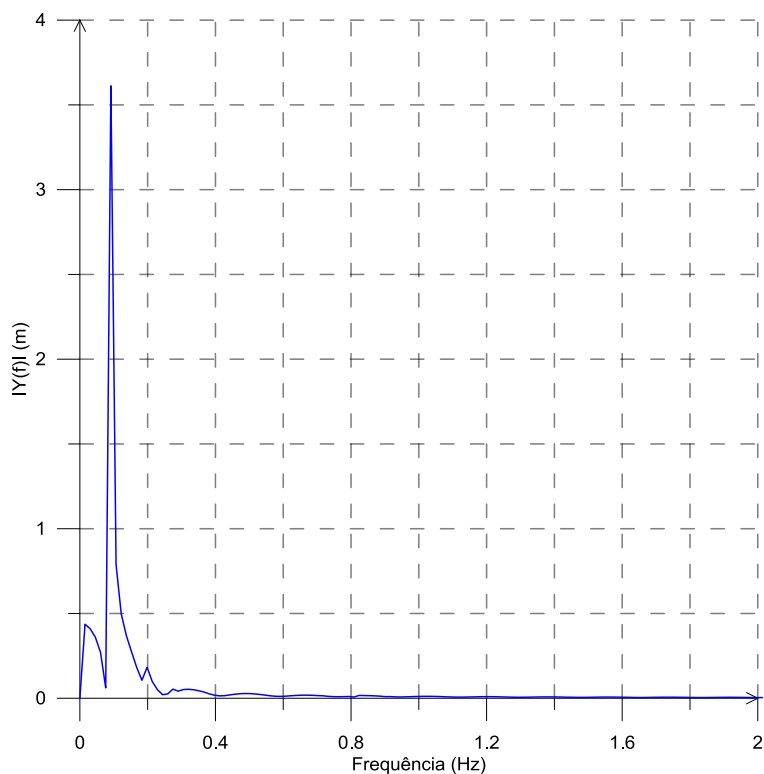


Figura 4.9 – Espectro de amplitude do sinal temporal, na secção de medição, para um rac de volume de água de  $2 \text{ m}^3$

O estudo efectuado comprova que pequenos racs têm comportamentos assintóticos de conduta isolada e sistemas com grandes racs respondem com a frequência natural do respectivo reservatório. Assim, na figura 4.10, representa-se a evolução da frequência (desde a onda quadrada até à sinusóide) para racs de volume crescente.

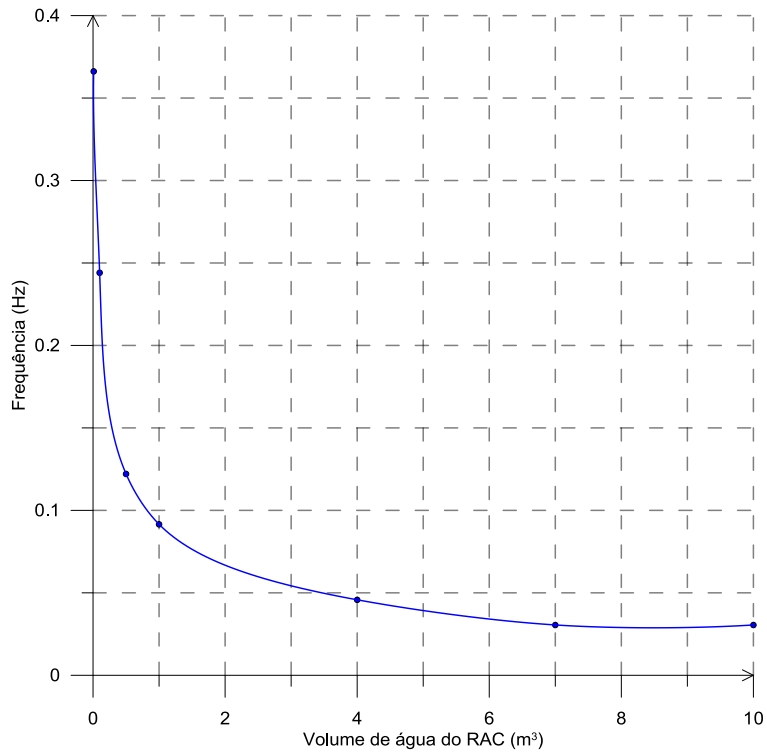


Figura 4.10 – Evolução da frequência natural do sistema, para um aumento do volume do rac

Desta forma pretende-se verificar se a frequência assintótica correspondente a grandes racs, nos quais a pressão no seu interior pode ser considerada constante, seria a frequência natural de uma coluna de água oscilante. Assim, segundo Sérgio H. Sphaier (2005), essa frequência é dada por,

$$f = \frac{1}{2 * \pi} * \sqrt{\frac{g}{h}} \quad (4.3)$$

Em que g é a aceleração da gravidade e h é a amplitude de oscilação da coluna de água. Resolvendo a expressão, para o sistema idealizado, h assume o valor de 30 m e f o valor de 0.091 Hz. Tal valor não se constata no gráfico 4.10, o qual regista uma frequência de 0.03052 Hz. Esta discrepância fica-se a dever ao modelo do rac adoptado. Neste modelo, foi considerado apenas a componente elástica do ar (através da politrópica) ignorando-se a sua massa. Note-se que, no entanto, na maioria das aplicações práticas, a massa do fluido contida no interior do tubo é dominante face à do fluido contido no interior do rac, o que confere realismo ao modelo.

### 4.2.3 Estudo da Pressão Mínima em Função do Volume

Dando continuidade ao que foi dito anteriormente, interessa agora, tentar perceber de que forma é que a cota piezométrica mínima registada evolui à medida que se aumentam os volumes, quer do dispositivo quer da conduta a jusante do mesmo, para, posteriormente, se entender se o dimensionamento de racs por meio de ábacos vai ao encontro das melhores soluções. Assim, observe-se a evolução da cota piezométrica mínima registada na secção imediatamente a seguir ao rac, para quatro situações:

- Variação do volume do rac mantendo o comprimento da conduta de 500 m (figura 4.11).
- Variação do volume do rac mantendo o comprimento da conduta de 800 m (figura 4.11).
- Variação do comprimento da conduta mantendo o volume do rac de 1.37 m<sup>3</sup> (figura 4.12).
- Variação do comprimento da conduta mantendo o volume do rac de 2.20 m<sup>3</sup> (figura 4.12)

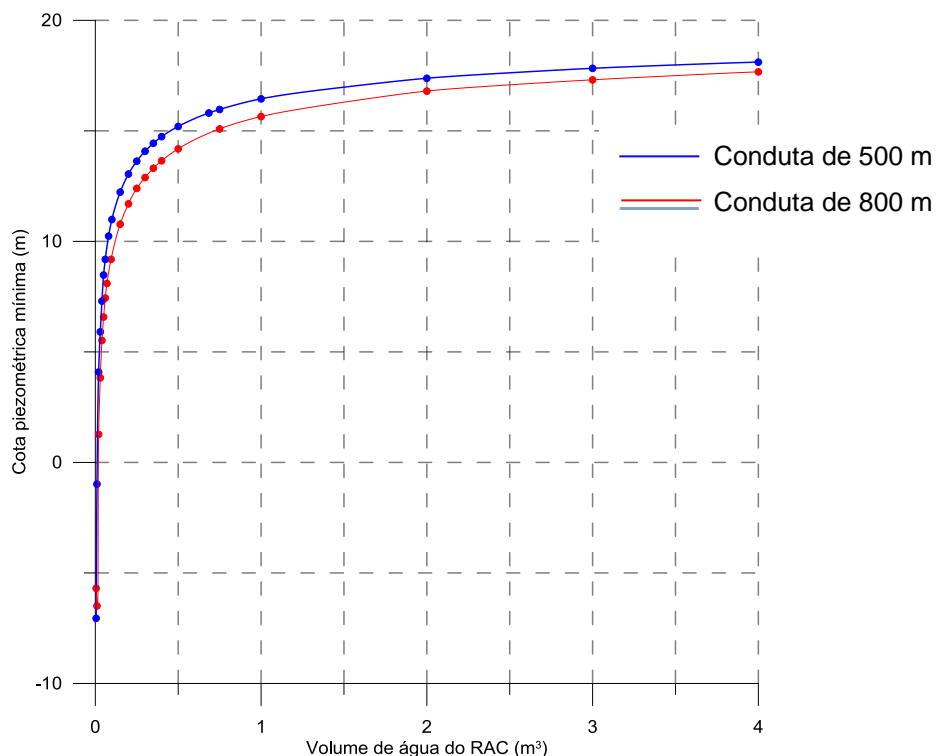


Figura 4.11 – Evolução da cota piezométrica mínima, para um aumento do volume do rac

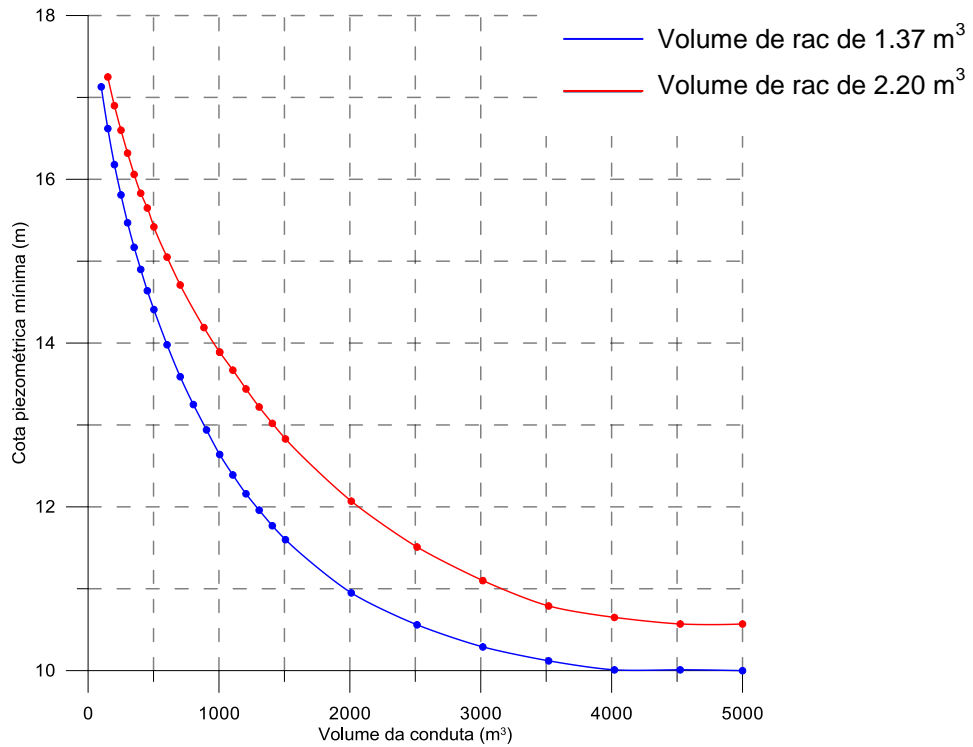


Figura 4.12 – Evolução da cota piezométrica mínima, para um aumento do volume da conduta

A semelhança dos resultados obtidos variando o volume do rac e o da conduta sugere que através da utilização de parâmetros adimensionais se possam obter resultados mais gerais. Desta forma, adimensionalizou-se a sobrepressão absorvida, pelo quociente da diferença entre a cota piezométrica mínima registada e a cota piezométrica obtida sem rac, pela cota piezométrica obtida sem rac,

$$\% \text{ absorvida} = \frac{(\Delta H - H_{min})}{\Delta H} * 100 \quad (4.4)$$

Assim, a expressão 4.4 permite calcular a percentagem de sobrepressão absorvida pelo rac, onde  $\Delta H$  é o valor mínimo da sobrepressão sem rac e  $H_{min}$  é o valor da cota piezométrica mínima com rac.

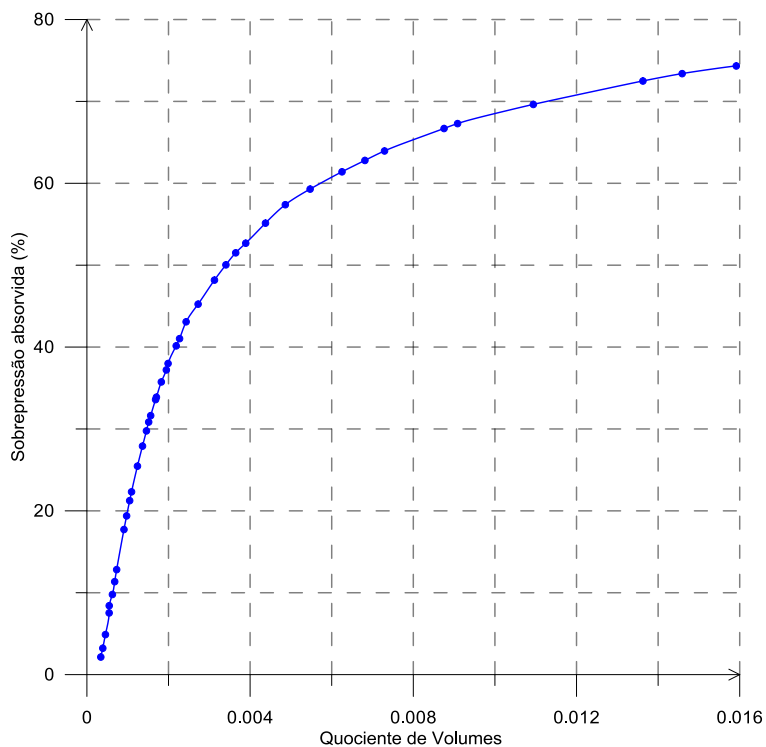


Figura 4.13 – Ábaco para o pré-dimensionamento de reservatórios

O ábaco apresentado na figura 4.13 permite, de forma simples e eficaz, dimensionar um rac segundo o modelo de coluna rígida. Veja-se o exemplo geométrico da instalação representada na figura 4.3 em que os seus parâmetros são mostrados seguidamente.

Tabela 4.6 – Características do reservatório de montante

Pressão na superfície livre	Atmosférica
Cota da superfície livre	100 m
Cota da saída do reservatório	0 m

Tabela 4.7 – Características do reservatório de jusante

Pressão na superfície livre	Atmosférica
Cota da superfície livre	20 m
Cota da entrada do reservatório	0 m

Tabela 4.8 – Características das condutas

Comprimento do reservatório à válvula	50 m
Comprimento do rac ao reservatório	500 m
Diâmetro	1 m
Cota	0 m

Tabela 4.9 – Características da válvula

Coeficiente de descarga	100
Cota	0 m

Tabela 4.10 – Características do escoamento

Fluido	Água
Temperatura	20 °C
Caudal	0.06727 m <sup>3</sup> /s
Velocidade	0.08565 m/s

Quanto à velocidade de propagação optou-se por  $a = 1000 \text{ m/s}$ .

Assim, pela figura 4.13, o volume do rac, para uma absorção de 40 % do valor da sobrepressão, pode ser calculador por:

$$V_{\text{água}}/V_{\text{conduta}} = 0.0026$$

Em que,

$$V_{\text{conduta}} = \pi * 0.5^2 * 500 = 392.70 \text{ m}^3$$

$$V_{\text{água}} = 0.95 \text{ m}^3$$

Como o volume de ar é metade do volume de água então:

$$V_0 = 0.475 \text{ m}^3$$

Resolvendo esta mesma situação pelo ábaco de Vibert, o resultado obtido é de aproximadamente  $V_0 = 0.48 \text{ m}^3$ . A semelhança entre estes dois resultados permite afirmar que

a aplicação da metodologia proposta (ábaco da figura 4.13) conduz a resultados, na prática, equivalentes aos obtidos pelas teorias clássicas.

### **4.3 Influência das Perdas de Carga**

Os efeitos dissipativos no sistema em estudo situam-se na conduta de ligação ao rac e na tubagem principal. Assim, inicia-se este estudo com a introdução de uma perda de carga na conduta de ligação ao rac. Primeiramente, essa perda de carga é simétrica e, posteriormente, introduz-se assimetria o que corresponde a diferentes perdas de carga nas fases correspondentes à entrada e saída de fluido no rac. Por fim, introduziu-se perda de carga na conduta principal através do coeficiente de atrito,  $f$ .

O objectivo deste estudo é verificar que a escolha criteriosa dos valores de perda de carga permite melhorar a eficiência do rac. A introdução de tal perda cria dois efeitos antagónicos:

- Favorece a dissipação de energia
- Cria uma maior dificuldade ao fluxo recebido e fornecido pelo rac à conduta

É assim espectável a existência de um valor óptimo em cada sistema para os valores da perda de carga, ou seja, esta introdução pode aumentar ou diminuir os valores máximos registados no sistema.

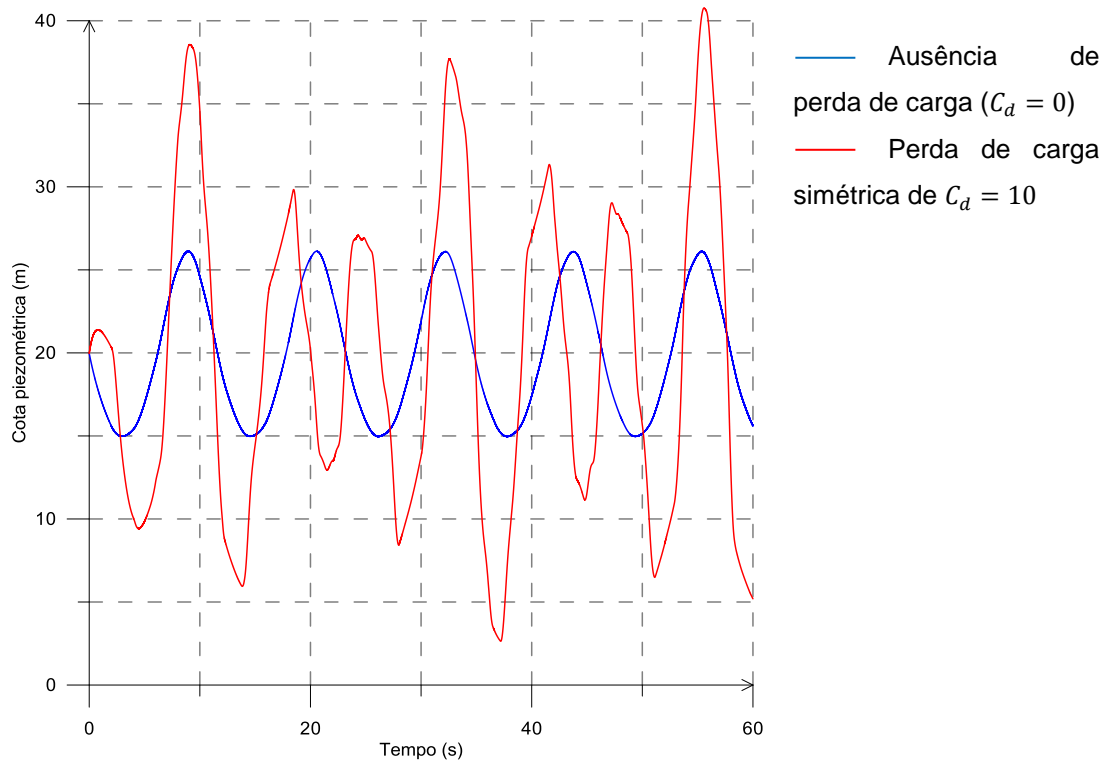


Figura 4.14 – Evolução da cota piezométrica para uma perda de carga simétrica de  $C_d = 10$

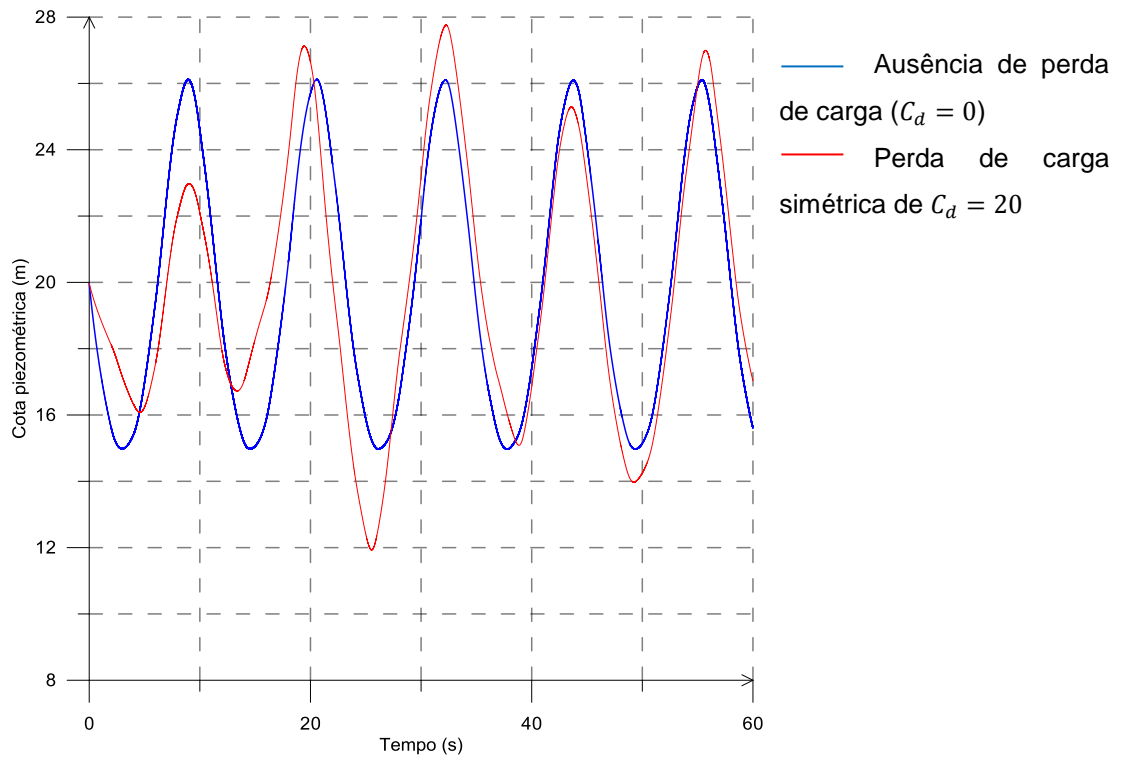


Figura 4.15 – Evolução da cota piezométrica para uma perda de carga simétrica de  $C_d = 20$

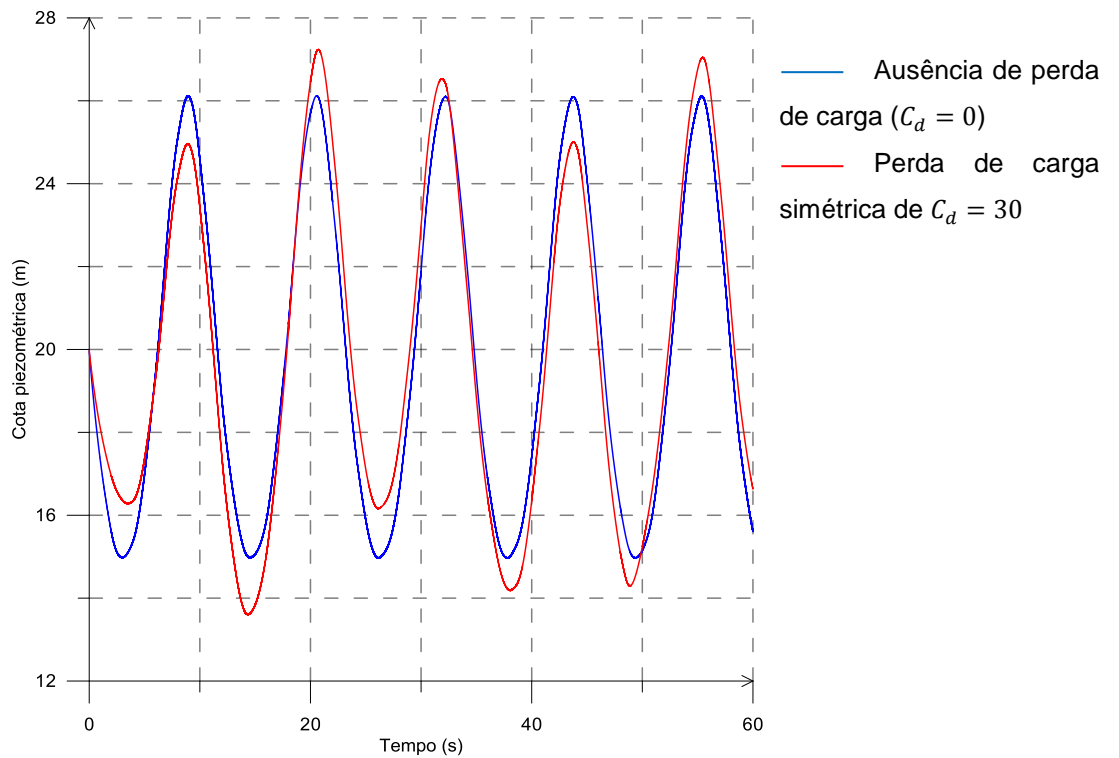


Figura 4.16 – Evolução da cota piezométrica para uma perda de carga simétrica de  $C_d = 30$

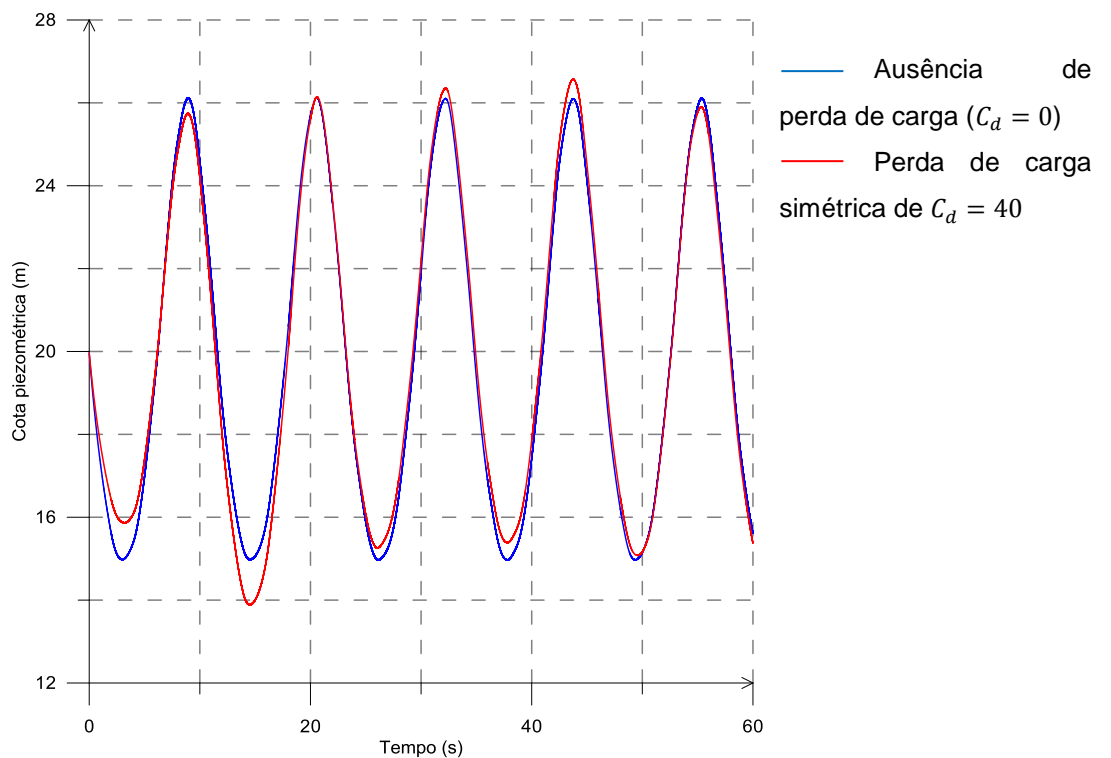


Figura 4.17 – Evolução da cota piezométrica para uma perda de carga simétrica de  $C_d = 40$

Sendo o  $C_d$  o coeficiente de descarga do orifício de entrada do rac.

Nas figuras 4.14, 4.15, 4.16 e 4.17 representa-se a evolução da cota piezométrica para um rac sem perda de carga e para  $C_d = 10, 20, 30$  e  $40$ . Como se pode constatar só para  $C_d = 20$  e  $30$  se consegue um decréscimo de pressão nos dois primeiros picos. A figura 4.14, permite concluir que uma má escolha de perda de carga (carga exagerada) deteriora a acção protectora do rac, uma vez que o impede de ceder imediatamente caudal ao sistema quando a depressão se propaga para o reservatório de jusante, criando um fenómeno complexo de aumento de pressão. Note-se que estas conclusões foram retiradas somente para os dois primeiros picos, pois a partir daí, a sobreposição de ondas conduz a picos de maior intensidade. No entanto, a introdução de perda de carga na conduta principal (note-se que as simulações foram feitas para  $f = 0$ ) vai, em princípio, dissipar este efeito.

Um fenómeno progressivo que também se observa nestas figuras, tem a ver com a frequência de resposta do sistema. Há medida que a perda de carga aumenta a frequência também aumenta revelando, que para grandes perdas de carga o sistema reage como apenas uma tubagem sem rac (com uma resposta do tipo quadrada e  $f = a/4 * L$ ).

Como referido no capítulo 2, alguns investigadores sugeriram que a utilização de perdas de carga assimétricas contribui para a obtenção de pressões inferiores às registadas nos casos simétricos. Para verificar estas sugestões, inicialmente fixa-se a perda de carga à saída e varia-se a de entrada e posteriormente faz-se o inverso. Assim, apresentam-se seguidamente os resultados obtidos da variação da perda de carga de entrada ( $C_d = 30, 40, 50$  e  $60$ ) mantendo a de saída igual a  $C_d = 20$ .

Nas figuras 4.18, 4.19, 4.20 e 4.21 compara-se a evolução da cota piezométrica com a obtida para a perda de carga simétrica de  $C_d = 20$ , por ter sido a que revelou no estudo anterior melhores resultados.

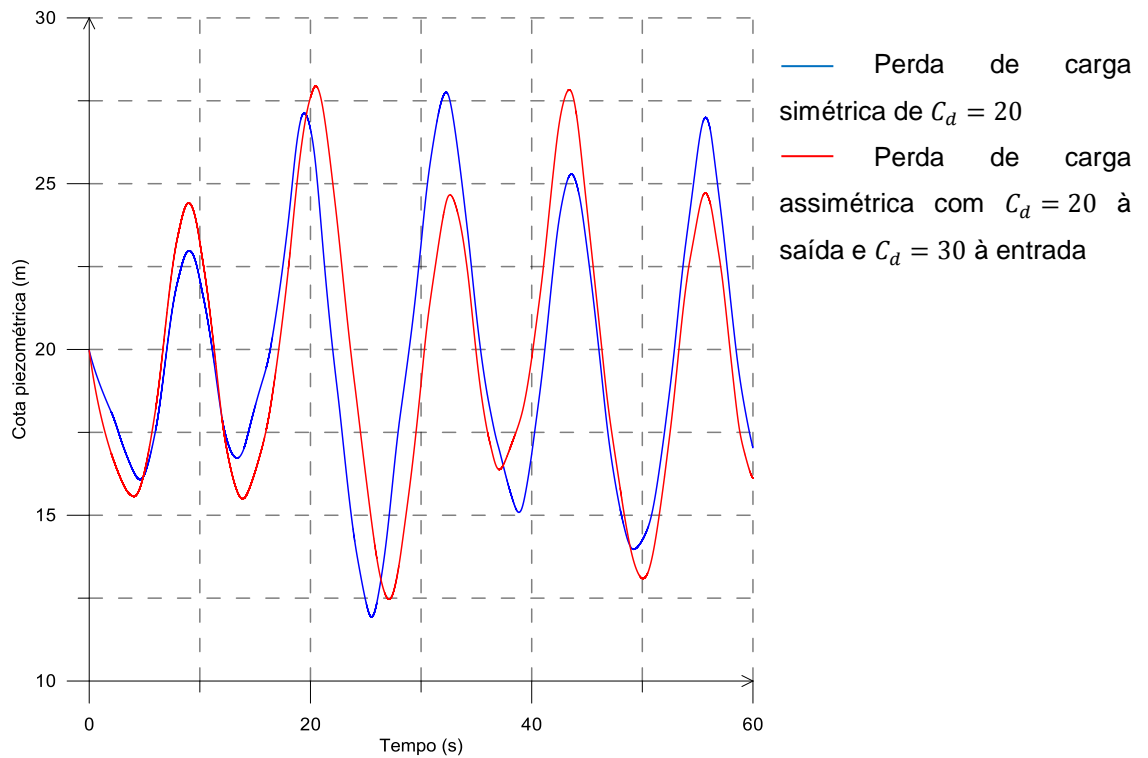


Figura 4.18 – Evolução da cota piezométrica para uma perda de carga assimétrica com  $C_d = 20$  à saída e  $C_d = 30$  à entrada

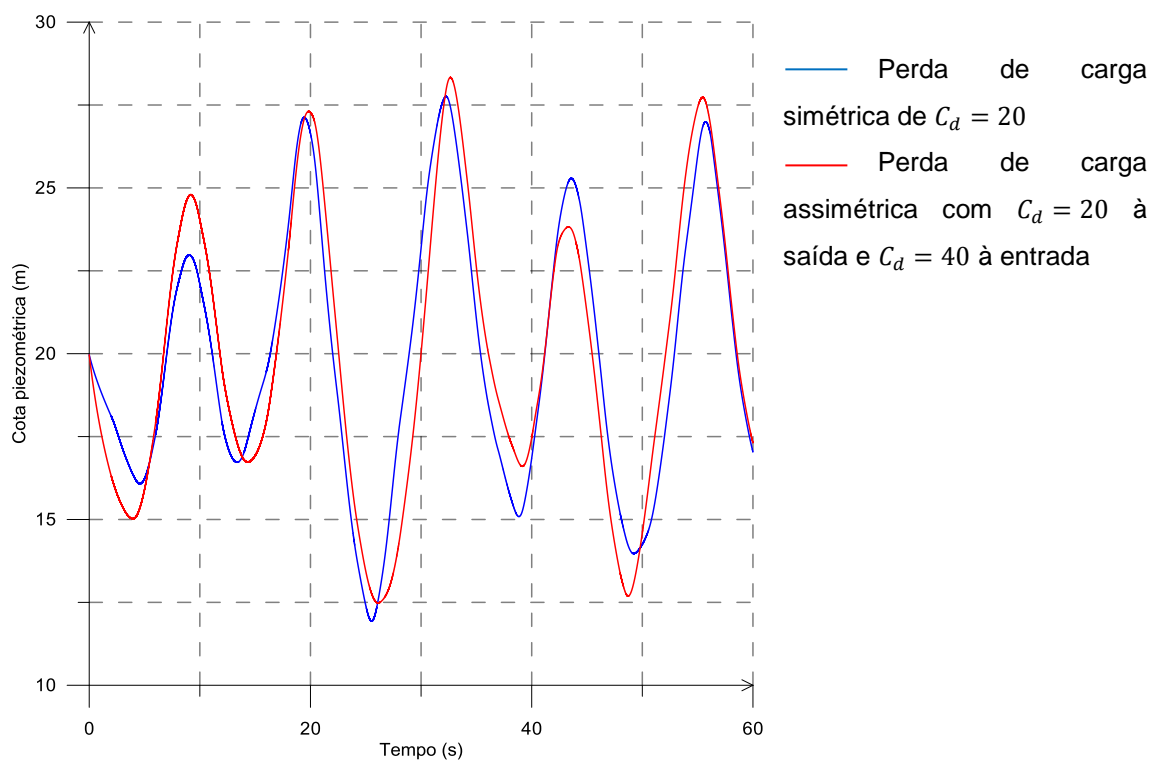


Figura 4.19 – Evolução da cota piezométrica para uma perda de carga assimétrica com  $C_d = 20$  à saída e  $C_d = 40$  à entrada

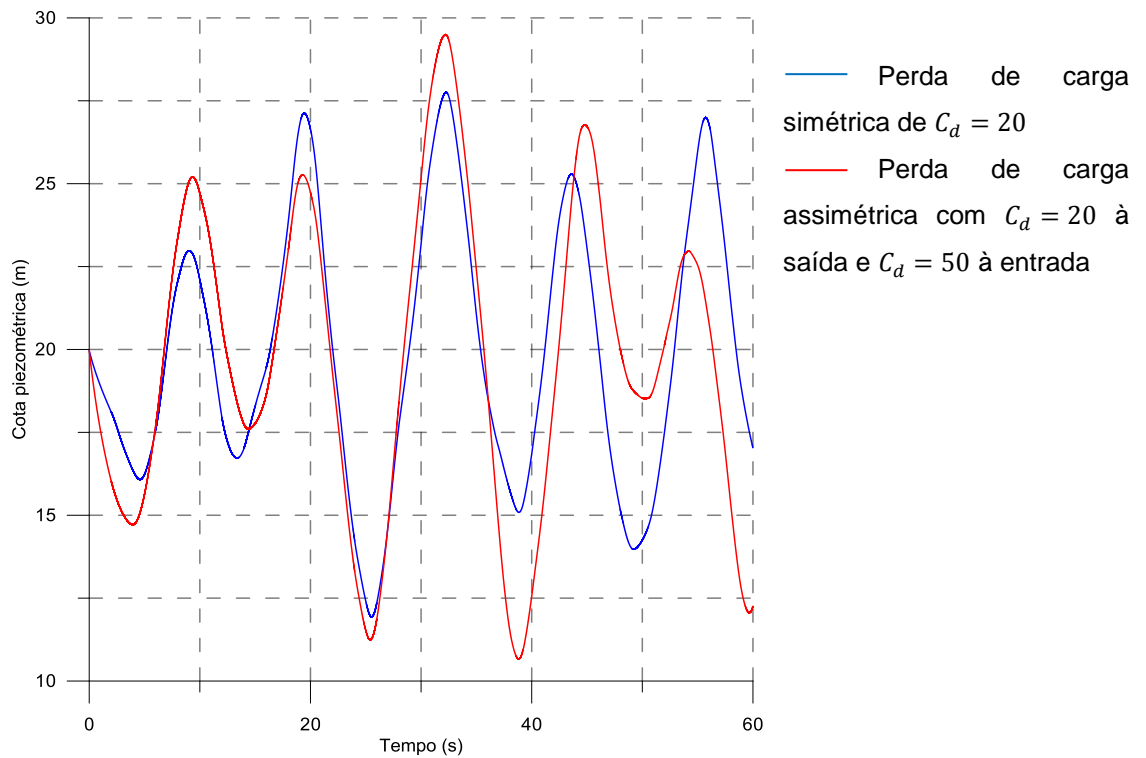


Figura 4.20 – Evolução da cota piezométrica para uma perda de carga assimétrica com  $C_d = 20$  à saída e  $C_d = 50$  à entrada

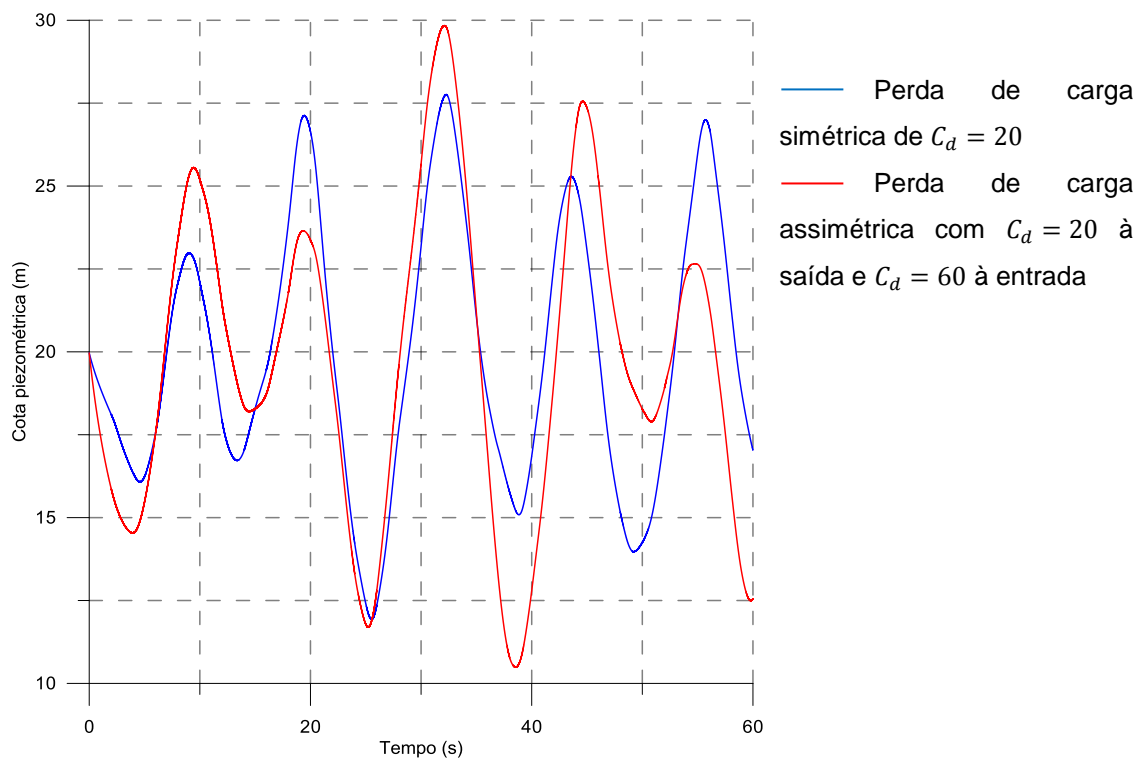


Figura 4.21 – Evolução da cota piezométrica para uma perda de carga assimétrica com  $C_d = 20$  à saída e  $C_d = 60$  à entrada

A observação das figuras 4.18, 4.19, 4.20 e 4.21 permite constatar que a diminuição da perda de carga à entrada do rac não atenua os primeiros picos de pressão. Veja-se nas figuras 4.22, 4.23, 4.24 e 4.25 o que acontece se se mantiver uma perda assimétrica de  $C_d = 20$  à entrada e se se variar a perda à saída do mesmo.

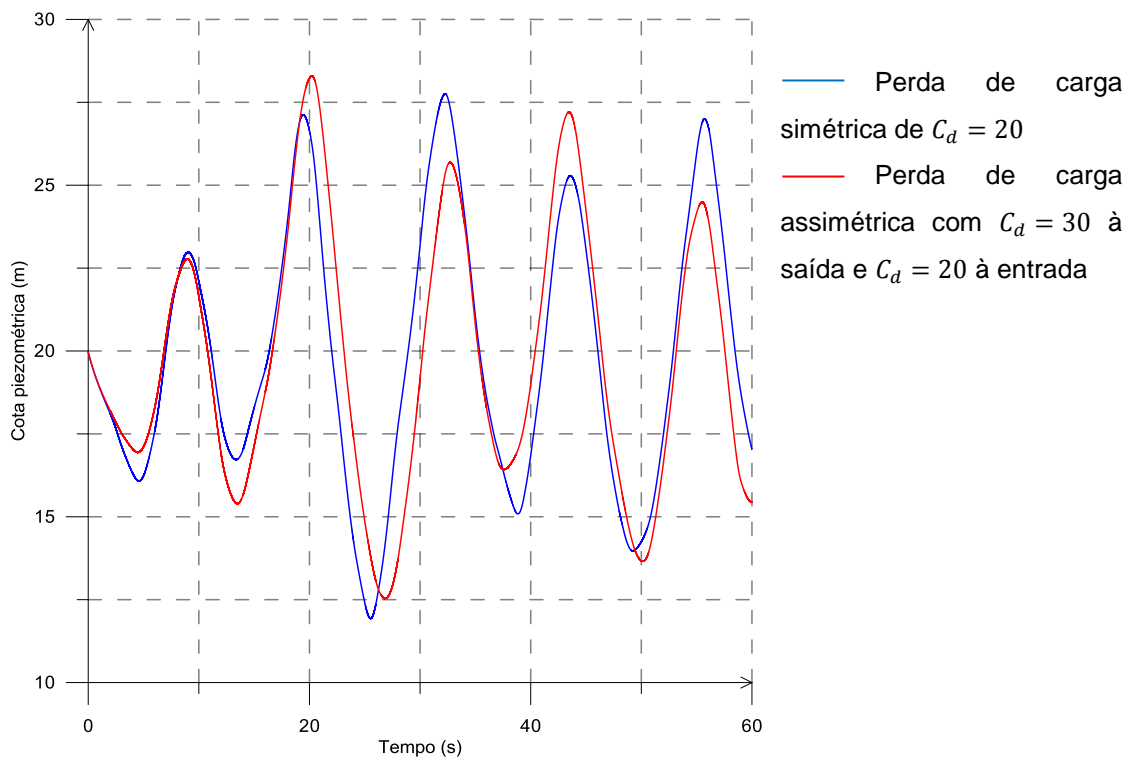


Figura 4.22 – Evolução da cota piezométrica para uma perda de carga assimétrica com  $C_d = 30$  à saída e  $C_d = 20$  à entrada

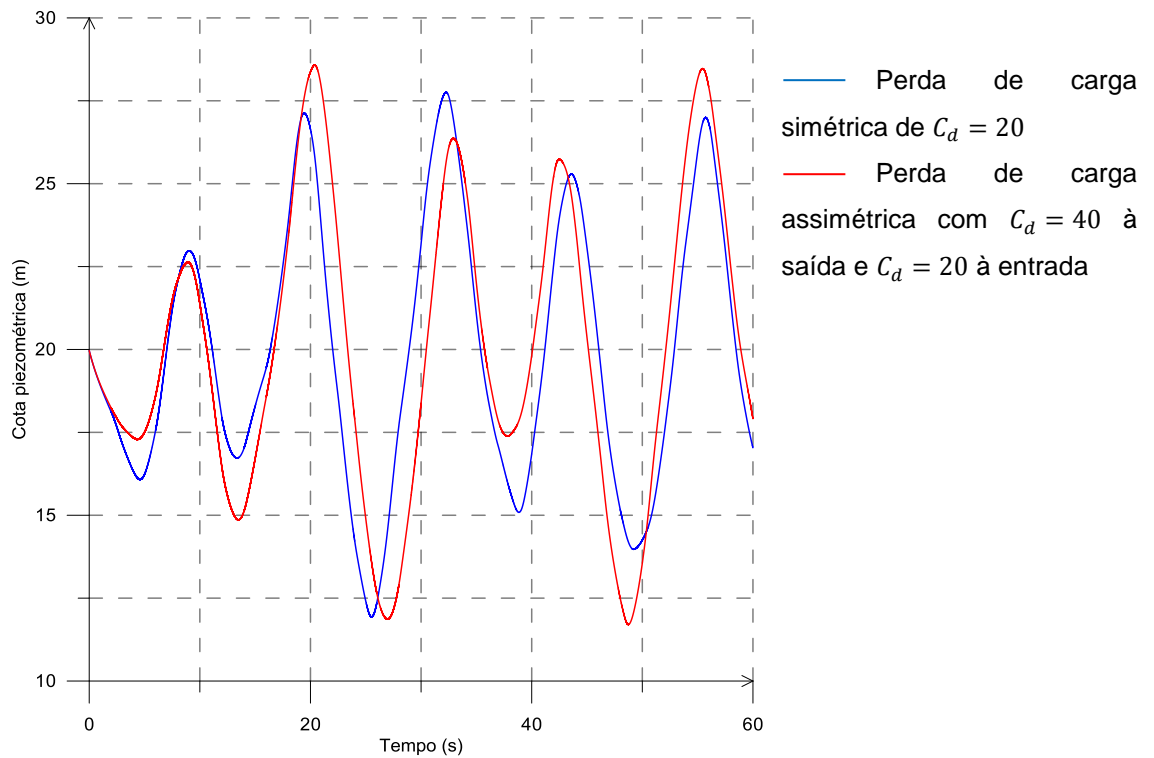


Figura 4.23 – Evolução da cota piezométrica para uma perda de carga assimétrica com  $C_d = 40$  à saída e  $C_d = 20$  à entrada

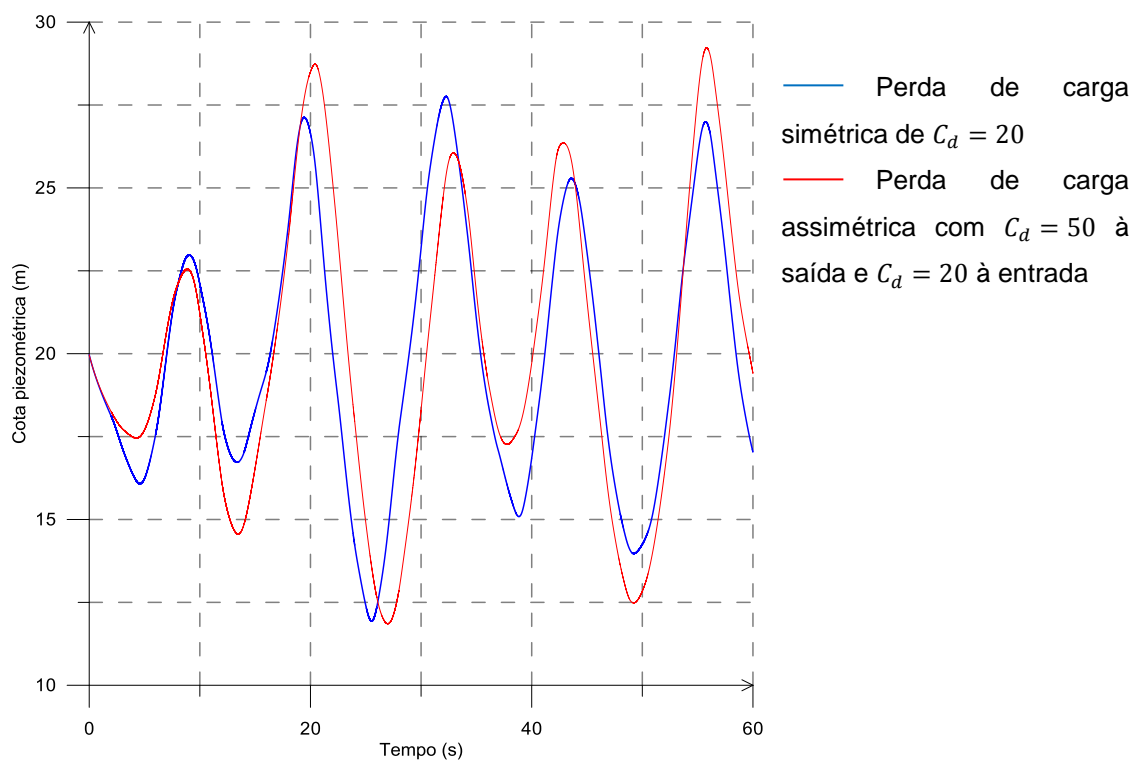


Figura 4.24 – Evolução da cota piezométrica para uma perda de carga assimétrica com  $C_d = 50$  à saída e  $C_d = 20$  à entrada

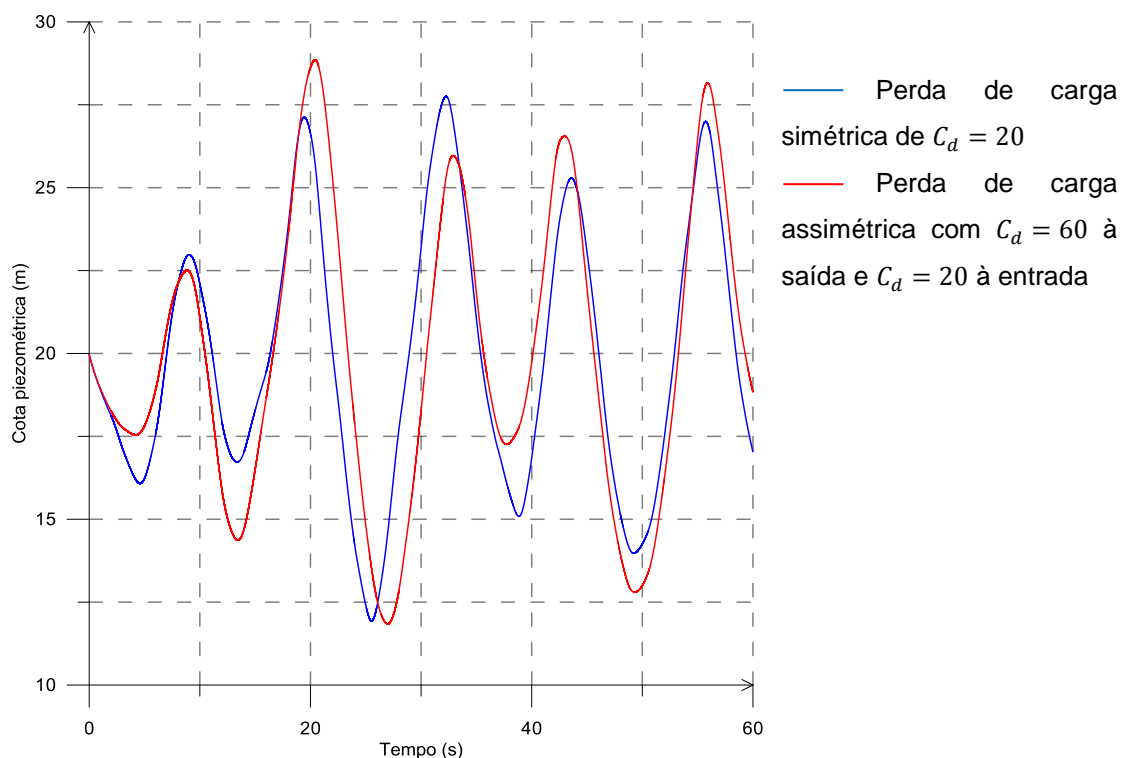


Figura 4.25 – Evolução da cota piezométrica para uma perda de carga assimétrica com  $C_d = 60$  à saída e  $C_d = 20$  à entrada

Ao contrário da situação anterior, nas figuras 4.22, 4.23, 4.24 e 4.25 nota-se uma atenuação dos primeiros picos, resultantes da diminuição da perda de carga à saída do rac, sendo que o melhor comportamento é o observado na figura 4.24, e que corresponde a uma boa redução da pressão máxima em 17% e mínima em 37%.

Apesar dos resultados da pressão no primeiro período se apresentarem bastante satisfatórios, continuam a merecer atenção os picos posteriores que apresentam valores superiores aos registados para um rac sem atrito. Tais picos são resultantes da sobreposição de ondas de pressão e esse efeito pode ser reduzido pela introdução de atrito na conduta principal, o que é feito seguidamente.

Nas figuras 4.26, 4.27, 4.28 e 4.29 representa-se a evolução da cota piezométrica para factores de atrito na conduta principal, correspondentes a materiais desde o aço rebitado até ao fibrocimento, comparada com a evolução da cota piezométrica não considerando perda de carga na referida conduta.

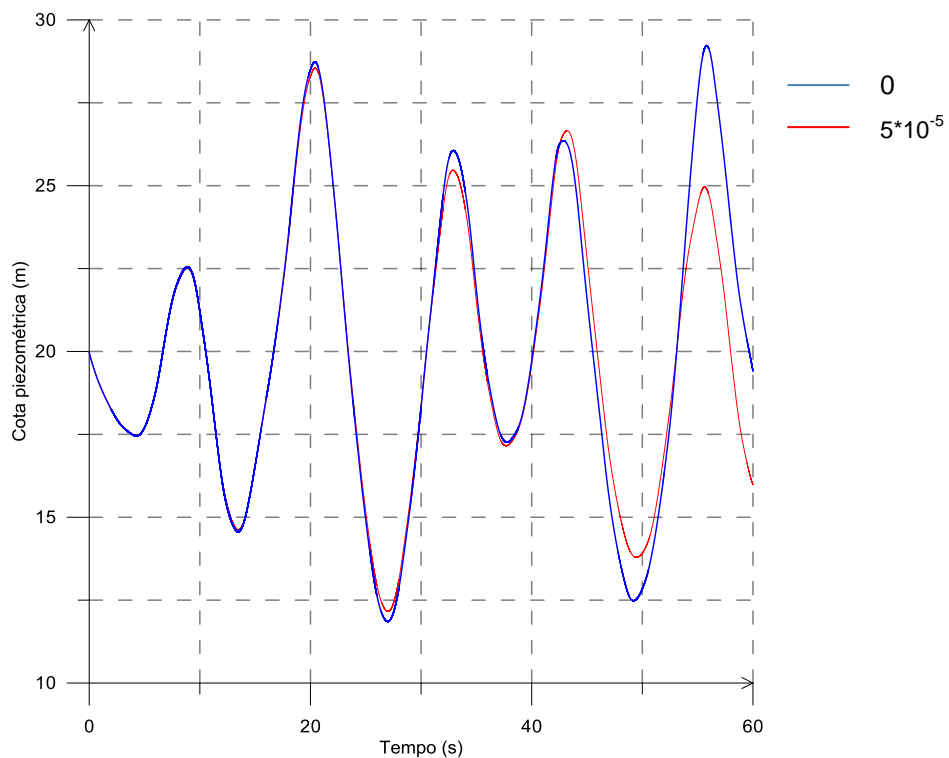


Figura 4.26 – Evolução da cota piezométrica para uma rugosidade relativa do fibrocimento ( $V = 0.08565 \text{ m/s}$ )

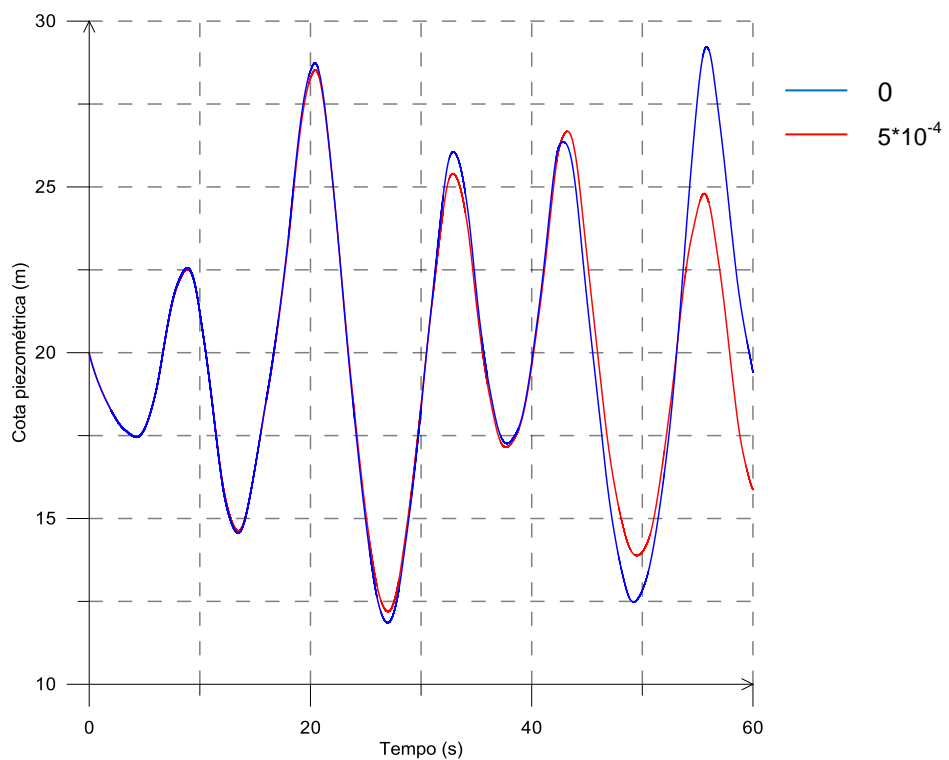


Figura 4.27 – Evolução da cota piezométrica para uma rugosidade relativa do ferro fundido ( $V = 0.08565 \text{ m/s}$ )

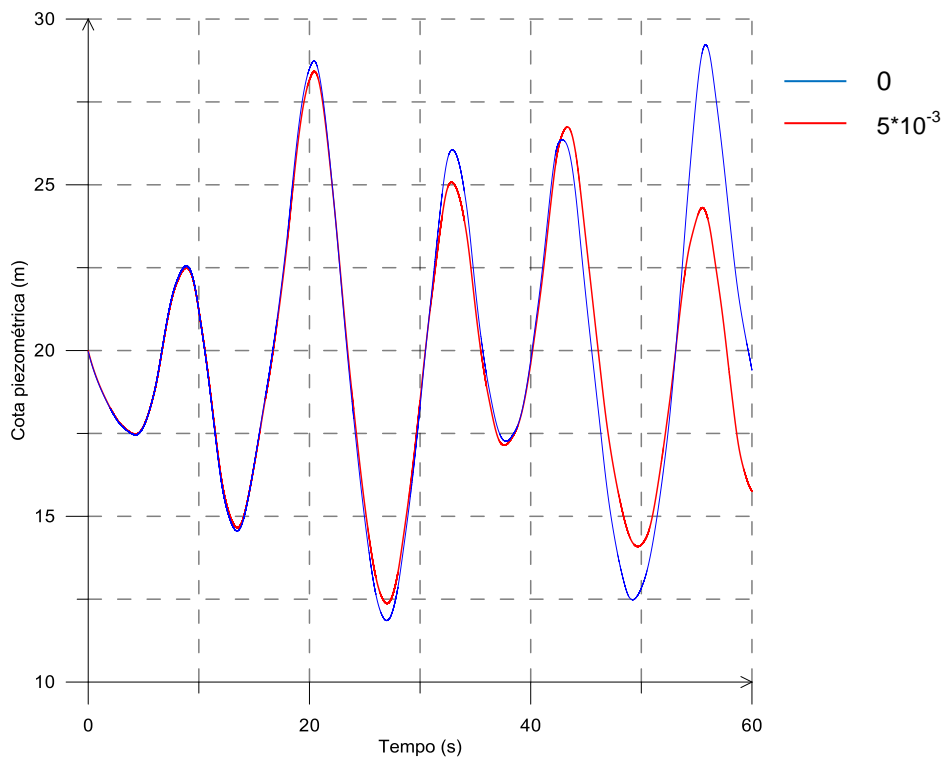


Figura 4.28 – Evolução da cota piezométrica para uma rugosidade relativa do cimento ( $V = 0.08565 \text{ m/s}$ )

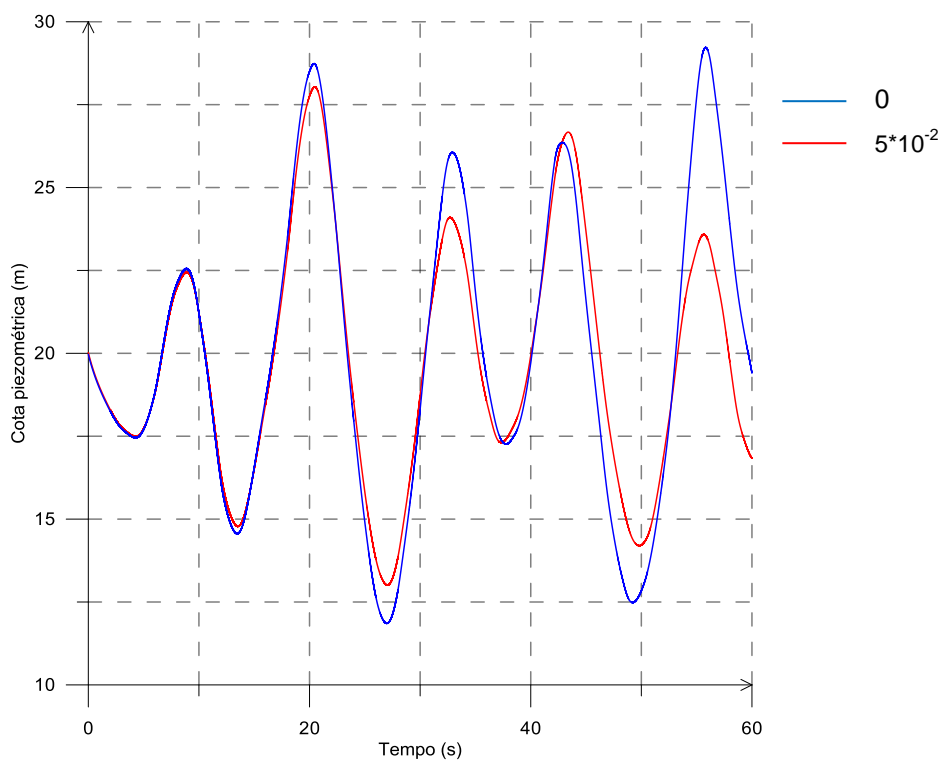


Figura 4.29 – Evolução da cota piezométrica para uma rugosidade relativa do aço rebitado ( $V = 0.08565 \text{ m/s}$ )

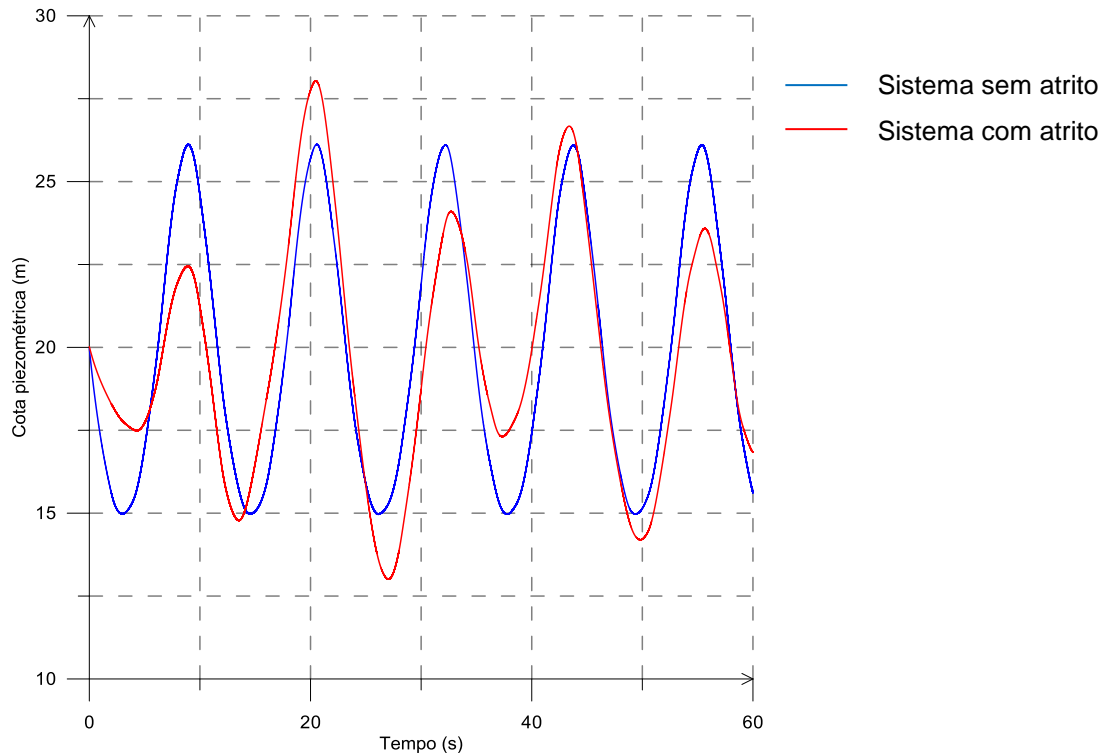


Figura 4.30 – Comparação das evoluções da cota piezométrica em sistemas com e sem atrito

As figuras 4.26, 4.27, 4.28 e 4.29 sustentam uma conclusão inesperada:

- Não obstante a introdução de dissipação na conduta principal, via factor de atrito, os picos de pressão decorrentes das reflexões são mais importantes que os dois primeiros picos, para os materiais correntes.

Para reforçar esta ideia, na figura 4.30 compara-se a evolução da cota piezométrica para  $f = 5 \cdot 10^{-2}$  com a obtida por um rac sem perdas de carga. Pela mesma figura, pode-se observar que um sistema sem perda de carga é mais eficiente em certos picos.

As figuras anteriores mostram uma influência da perda de carga bastante irrelevante face ao comportamento da cota piezométrica sem perda de atrito. Após ponderação concluiu-se que tal facto se deve à baixa velocidade do escoamento na conduta utilizada nas simulações anteriores ( $V = 0.08565 \text{ m/s}$ ).

Para averiguar sobre a importância da dissipação considerou-se uma velocidade para condições permanentes de  $V = 1.809 \text{ m/s}$ . Este valor da velocidade é mais realista em instalações de elevação.

Assim, essa velocidade foi conseguida aumentando a cota da superfície livre do reservatório de montante.

Nas figuras 4.31, 4.32, 4.33 e 4.34 representa-se a evolução da cota piezométrica para factores de atrito na conduta principal, correspondentes a materiais desde o cimento ao pvc, comparada com a evolução da cota piezométrica não considerando perda de carga na referida conduta.

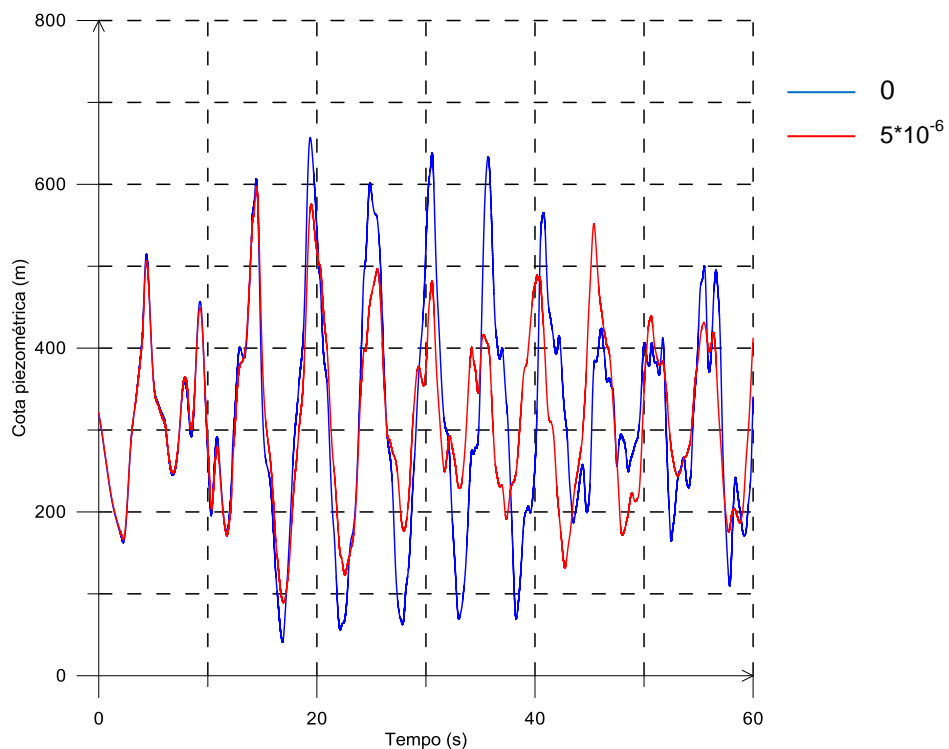


Figura 4.31 – Evolução da cota piezométrica para uma rugosidade relativa de PVC rígido ( $V = 1.809 \text{ m/s}$ )

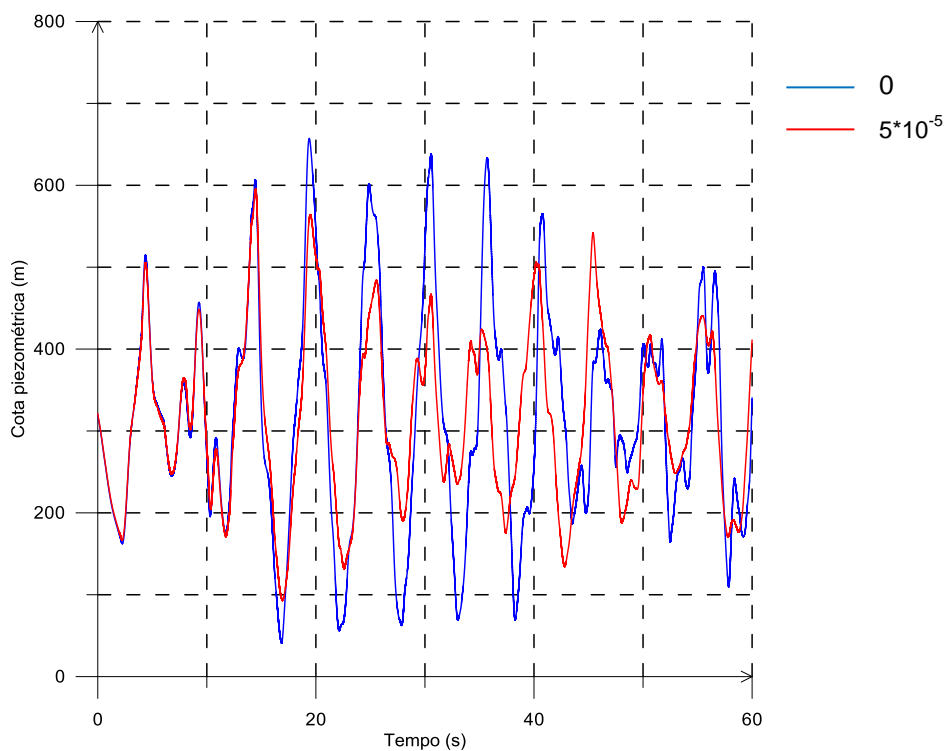


Figura 4.32 – Evolução da cota piezométrica para uma rugosidade relativa do fibrocimento ( $V = 1.809 \text{ m/s}$ )

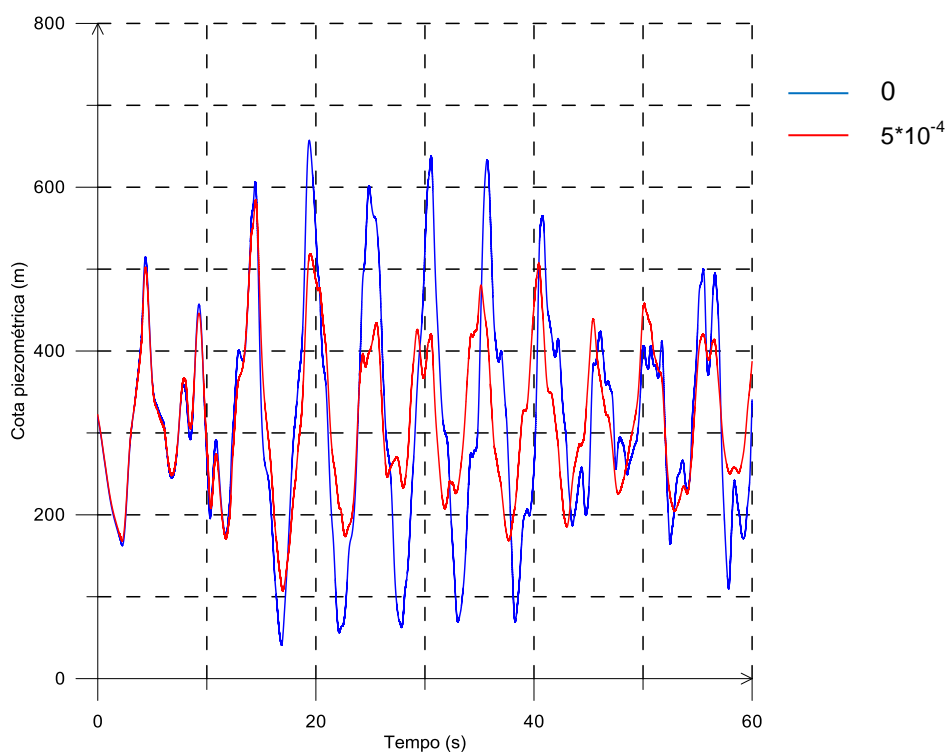


Figura 4.33 – Evolução da cota piezométrica para uma rugosidade relativa do ferro fundido ( $V = 1.809 \text{ m/s}$ )

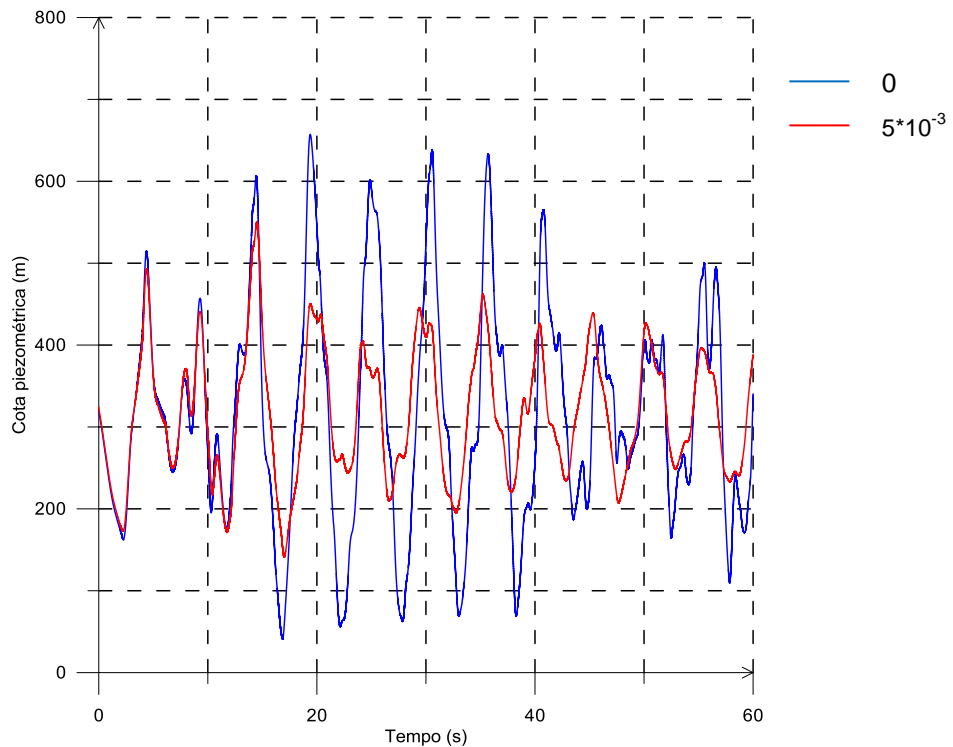


Figura 4.34 – Evolução da cota piezométrica para uma rugosidade relativa do cimento ( $V = 1.809 \text{ m/s}$ )

A análise das figuras 4.31, 4.32, 4.33 e 4.34 permitem constatar que os efeitos dissipativos permitem reduzir as consequências das ondas refletidas. Nesta situação a introdução de perda de carga (assimétrica ou simétrica) na ligação ao rac permite reduzir os picos de pressão eficazmente.

Convém recordar que na prática existem outros efeitos dissipativos para além do factor de atrito ou de perdas singulares (apenas estes são considerados no modelo numérico), nomeadamente a dissipação de energia pelos maciços ao solo, deformações plásticas, ruído, entre outras.

## 5. Conclusão

Como referido na introdução, o principal objectivo deste trabalho foi o estudo do comportamento dinâmico de um reservatório hidropneumático às variações do sistema durante os regimes transitórios causados pelo fecho instantâneo de uma válvula.

A primeira parte do trabalho consistiu numa revisão bibliográfica, o que permitiu tomar conhecimento da evolução do estudo quer dos fenómenos transitórios quer dos reservatórios hidropneumáticos usados para a supressão desses fenómenos. Esta revisão permitiu ainda conhecer as técnicas clássicas utilizadas para o dimensionamento desses dispositivos.

Paralelamente, foi validada, com sucesso, a aplicação do código numérico AFT Impulse para configurações geométricas estudadas cada vez mais complexas. Através de simulações numéricas estudou-se: as sobrepressões, o efeito do volume do reservatório hidropneumático e da conduta e, finalmente, das perdas de carga. Neste estudo procedeu-se a uma análise em frequência da resposta do rac, utilizando técnicas de análise espectral.

Os resultados obtidos permitiram concluir, não só, que instalações munidas de racs de pequenas dimensões registam pressões extremas superiores às medidas para uma mesma instalação sem sistema protector, mas como também, que o principal parâmetro a ter em conta na eficiência do rac é a relação entre o volume do reservatório e o da conduta a proteger.

A comparação dos resultados numéricos com os obtidos por métodos clássicos (ábacos) evidencia que muito embora permitam o dimensionamento dos racs não o fazem de forma otimizada. Acresce ainda que não podem ser aplicados em sistemas que apresentem alguma complexidade, como não linearidades ou geometrias complexas.

O trabalho permitiu concluir que a introdução de perdas de carga, ou de assimetria nestas perdas, nem sempre conduz à redução dos picos de pressão, e que as situações mais críticas são obtidas para baixas taxas de dissipação na conduta principal. A complexidade deste problema não linear serve, no entanto, para reforçar a necessidade do recurso à modelação numérica na procura de uma solução otimizada. Tal solução deve ser obtida iterativamente com recurso a simulações numéricas.

Com a experiência adquirida propõe-se uma metodologia simples e eficaz:

1. Optimiza-se o volume do rac sem considerar efeitos dissipativos.
2. Seguidamente introduz-se a perda de carga na conduta principal.
3. Introduce-se perda de carga simétrica no rac e verifica-se se esta permite atenuar todos os picos de pressão.
4. Se na fase 3 conclui-se ser positivo a introdução de perda de carga, optimiza-se a sua assimetria.

A simulação numérica permite assim escolher os coeficientes de perda de carga que melhor se adequam a uma dada instalação, sendo o método mais realista pois existem poucos resultados experimentais publicados e alguns são mesmo contraditórios.

Face aos actuais meios computacionais, os métodos numéricos baseados no método das características, permitem simular em tempo útil, muitas configurações para a instalação e desta forma optimizar o rac a instalar.

Do ponto de vista pessoal, este trabalho constituiu uma oportunidade para desenvolver a minha formação na área da hidráulica, nomeadamente no estudo dos fenómenos transitórios. Paralelamente, foi necessário aprender a trabalhar com programas profissionais de representação gráfica especialmente vocacionados para a área da mecânica dos fluidos e com outros capazes de analisar sinais temporais por meio de análises em frequência.

## 6. Bibliografia

ALLIEVI, L. Air Chambers for Discharge Pipes. "Transactions of the American Society of Mechanical Engineers". HYD 59-7. 1937.

ALMEIDA, A. "Regimes Hidráulicos Transitórios em Conduas Elevatórias". Tese de Doutorado, Universidade Técnica de Lisboa, Instituto Superior Técnico. 1981.

ALMEIDA, A.B. e KOELLE, E. "Fluid Transients in Pipe Networks". Computational Mechanic Publications, Elsevier Applied Science, 1992.

ANDERSON, A. "Manabrea's Note on Waterhammer: 1858". Journal of hydraulics, Division., ASCE, HY-1. 1976.

ARAÚJO, S. "Apontamentos de Máquinas Hidráulicas". Universidade Nova de Lisboa, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Monte da Caparica. 1997.

BOULOS, P.F., KARNEY, B.W., WOOD, D.J., LINGIREDDY, S. Hydraulics Transient Guidelines for Protecting Water Distribution Systems. Journal AWWA. 2005.

CARDOSO, M. "Análise de Regimes Transitórios numa Estação de Elevação". Tese de mestrado, Universidade Nova de Lisboa, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Lisboa. 2004.

CARDOSO, M., JORGE, B., GIL, L., MARTINS, S. "Optimização da perda de carga num reservatório hidropneumático". 3<sup>as</sup> Jornadas Politécnicas de Engenharia, Coimbra. 2003.

CHAUDHRY, M.H. Applied Hydraulic Transients. 2<sup>nd</sup> edition. New York: Van Nostrand Reinhold. 1979.

DARZÉ, M. "Golpe de Ariete em Conduas Elevatórias". Tese de mestrado, Universidade Técnica de Lisboa, Instituto Superior Técnico, Lisboa. 1988.

GRAZE, H.R., SCHUBERT, J., FORREST, J.A. "Analysis of Field Measurement of Air Chamber Installations". 2<sup>nd</sup> International Conference on Pressure Surges, British Hydromechanics Research Association. 1976.

LAROCK, B., JEPPSON, W., WATERS, G. "Hydraulics of Pipeline Systems". CRC Press. 2000.

LUVIZOTTO JR., E. "Controle operacional de redes de abastecimento de água auxiliado por computador", Tese apresentada a EPUSP para obtenção do título de Doutor, São Paulo, 1995.

MACINTYRE, A.J. Bombas e Instalações de Bombeamento. 2<sup>a</sup> edição revisada. Editora LTC – Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., Rio de Janeiro, 1997.

MARTINO, G., DE PAOLA, F., FONTANA, N., GIUGNI, M. Discussion of “Simple Guide for Design of Air Vessels for Water Hammer Protection of Pumping Lines”. Journal of Hydraulic Engineering. 2004.

MARTINS, R.M. “Reservatório Hidropneumático em Tubulações de Recalque”. Dissertação de Mestrado. Escola Politécnica da USP, 1980.

PARMAKIAN, J. “Waterhammer Analysis”. Dover Publications, Inc. New York, 1963.

QUINTELA, A. “Hidráulica”. 9ª edição. Fundação Calouste Gulbenkian. 2005.

RAMALINGAM, D., “Design aids for air vessel for transient protection of large pipe networks”. Tese apresentada à Escola de Engenharia da Universidade de Kentucky para obtenção do título de Doutor em Engenharia, Kentucky. 2007.

STEPHENSON, D. “Simple Guide for Design of Air Vessels for Water Hammer Protection of Pumping Lines”. Journal of Hydraulic Engineering, pp. 792 – 797, 2002.

TIMOSHENKO, S., “Mecânica dos Sólidos”. Volume 1 e 2. Livros Técnicos e Científicos. 1983.

WHITE, F., “Mecânica dos Fluidos”. 4ª edição. Mc Graw Hill. 1999.

WYLIE, E., STREETER, V. “Mecânica dos fluidos”. 7ª edição. Mc Graw Hill. 1982.