



Pedro Miguel Gomes Vindima

Licenciado em Engenharia Civil

Estabilidade em vigas metálicas: Cálculo de momentos críticos

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em
Engenharia Civil

Orientador: Professor Doutor João Carlos. G. Rocha de Almeida
Faculdade Ciências Tecnologia

Júri:

Presidente: Prof. Doutor Armando M. Sequeira Nunes Antão
Arguente: Prof. Doutor Rodrigo de Moura Gonçalves
Vogal: Prof. Doutor João Carlos G. Rocha de Almeida

Aos meus pais.

"Copyright" Todos os direitos reservados. Pedro Miguel Gomes Vindima.

Faculdade de Ciências e Tecnologia. Universidade Nova de Lisboa.

A Faculdade de Ciências e Tecnologia e a Universidade Nova de Lisboa têm o direito, perpétuo e sem limites geográficos, de arquivar e publicar esta dissertação através de exemplares impressos reproduzidos em papel ou de forma digital, ou por qualquer outro meio conhecido ou que venha a ser inventado, e de a divulgar através de repositórios científicos e de admitir a sua cópia e distribuição com objectivos educacionais ou de investigação, não comerciais, desde que seja dado crédito ao autor e editor.

Agradecimentos

A realização desta dissertação marca o final de uma importante etapa na minha vida. Por este motivo, não poderia deixar de agradecer a todos aqueles que me acompanharam e tornaram possível a sua realização.

À Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa pelo contributo à minha formação e acolhimento durante estes anos.

Ao Professor Doutor João Carlos Gomes Rocha de Almeida, orientador científico, pelo apoio, disponibilidade, boa disposição e todos os conhecimentos que me transmitiu ao longo da elaboração deste trabalho.

Aos meus pais e irmão expresso um sentido e profundo reconhecimento pelo apoio incondicional, não só durante a elaboração deste trabalho, mas durante todo o meu percurso académico.

Por último, mas não menos importante, quero fazer um agradecimento especial à Sara, pela paciência, compreensão, amizade, amor que me tem dedicado e pela disponibilidade que sempre demonstrou.

A todos os que me ajudaram a ser quem sou, um MUITO OBRIGADO.

Resumo

Quando as acções aplicadas atingem certa intensidade, as vigas de aço submetidas à flexão podem encurvar, num processo que envolve translação perpendicular ao plano das acções e rotação em torno do eixo longitudinal que passa pelo centro de corte da secção transversal. O fenómeno recebe a denominação de encurvadura lateral por flexão-torção e constitui um estado limite último de instabilidade.

O regulamento europeu, ENV 1993-1-1 [2], e a maior parte das especificações de projecto de estruturas de aço fornecem procedimentos para a determinação do momento flector resistente à encurvadura lateral, o qual depende fundamentalmente da obtenção do valor correcto do momento crítico elástico. No entanto, estas especificações, e mesmo a literatura técnica especializada, não contêm informações que permitam a obtenção do momento crítico para um elevado número de situações.

Este trabalho apresenta um procedimento numérico, implementado através de um programa computacional, LTBeam [1], onde se obtêm valores bastante precisos do momento crítico elástico considerando situações gerais de carregamento, incluindo cargas estabilizantes e desestabilizantes, condições de apoio nos planos de flexão e de encurvadura e secções com restrições internas.

Diversos casos são analisados e os resultados são comparados com os obtidos por soluções apresentadas pela literatura técnica especializada e pelas especificações de projecto.

Palavras-chave

Encurvadura lateral

Momento crítico elástico

Programa LTBeam [1]

Coefficientes C_1 , C_2 e C_3

Abstract

When the actions applied reach a certain intensity, steel beams can suffer lateral deflection and twisting. Such process involves a translation perpendicular to the plane of action and a rotation about the longitudinal axis passing through the shear center of the cross section. This phenomenon is an ultimate limit state named lateral-torsional buckling.

The European regulations, ENV 1993-1-1 [2] and most of the design specifications on steel structures recommend the use of approximate expressions to obtain the value of the resistant bending moment in the elastic range, which depends primarily on obtaining the proper value of the elastic critical moment. However, this specifications, and even specialized technical literature, do not contain information enabling the evaluation of critical moments for a large number of situations.

This study presents a numerical procedure, implemented through a computer program, LTBeam [1], to obtain precise values of the elastic critical moment considering many different situations of loading, including stabilizing and nonstabilizing load, support conditions in the bending plan and buckling and sections with internal constraints.

Several cases are analyzed and the results are compared with those obtained by the solutions presented in the literature and in design specifications.

Key-words

Lateral-Torsional Buckling

Elastic Critical Moment

LTBeam [1] Program

C_1 , C_2 e C_3 Coeficientes

Índice

INTRODUÇÃO	1
1.1 Enquadramento	1
1.1.1 Os estados limite nas vigas de aço	1
1.1.2 Encurvadura lateral por flexão-torção	2
1.2 Objectivos	8
1.3 Organização do trabalho	9
SEGURANÇA À ENCURVADURA LATERAL	11
2.1 Procedimento proposto pelo Eurocódigo 3 – ENV 1993-1-1 [2]	11
2.2 Cálculo do momento crítico	16
2.2.1 Cálculo do momento crítico	17
2.2.2 Determinação do momento crítico segundo o ENV 1993-1-1 [2]	27
LTBEAM [1] – PROGRAMA PARA CÁLCULO DE MOMENTOS CRÍTICOS	39
3.1 Introdução	39
3.2 Fundamentação teórica	41
3.2.1 Notação para um elemento	41
3.2.2 Expressões da energia de deformação em cada elemento	43
3.2.3 Graus de liberdade considerados para cada nó	43
3.2.4 Matrizes de rigidez de um elemento	44
3.2.5 Descrição do processo de resolução do momento crítico	46
3.2.6 Interpretação dos resultados	48
3.3 Campo de aplicação	50
3.4 Tipos de restrições laterais	51
3.5 Carregamentos	52
3.5.1 Tipos de cargas	52
3.6 Validação do programa	53
ESTUDO E CÁLCULO DOS COEFICIENTES C_1, C_2 E C_3	55
4.1 Introdução	55

4.2	Metodologia aplicada	61
4.3	Condições e casos analisados	63
CASOS ANALISADOS		65
5.1	Introdução	65
5.2	Quadros de resultados	66
5.2.1	Caso 1	66
5.2.2	Caso 2	70
5.2.3	Caso 3	75
5.2.4	Caso 4	80
5.2.5	Caso 5	85
5.2.6	Caso 6	90
5.2.7	Caso 7	95
5.2.8	Caso 8	100
5.2.9	Caso 9	105
5.2.10	Caso 10	109
5.2.11	Caso 11	113
5.2.12	Caso 12	117
5.2.13	Caso 13	121
5.2.14	Caso 14	123
5.2.15	Caso 15	125
5.2.16	Caso 16	130
5.2.17	Caso 17	135
5.2.18	Caso 18	139
5.3	Comparação de resultados com outros autores	143
5.3.1	Tabela de comparação do coeficiente C_1	143
5.3.2	Representação gráfica da comparação do coeficiente C_1	146
5.3.3	Tabela de comparação do coeficiente C_2	163
5.3.4	Representação gráfica da comparação do coeficiente C_2	167
5.3.5	Tabela de comparação do coeficiente C_3	175
5.3.6	Representação gráfica da comparação do coeficiente C_3	182
5.4	Análise dos resultados	199
CONSIDERAÇÕES FINAIS		201

6.1	Conclusões	201
6.2	Desenvolvimentos futuros	203
BIBLIOGRAFIA		204
ANEXO A	VALIDAÇÃO DO PROGRAMA LTBEAM [1]	206
ANEXO B	DETERMINAÇÃO DOS COEFICIENTES C_1, C_2 E C_3 PARA OS DIFERENTES CASOS ANALISADOS	214

Lista de Quadros

Quadro 1 – Valores recomendados dos factores de imperfeição para as curvas de encurvadura lateral.	12
Quadro 2 – Curvas de encurvadura lateral recomendadas para secções transversais quando é utilizada a expressão (3)	13
Quadro 3 – Factores de correcção k_c .	15
Quadro 4 - Factores para cálculo do momento crítico em tramos de vigas com comprimento L e secção duplamente simétrica (Trahair, N.S. [8]).	22
Quadro 5 – Coeficientes C_1 e C_3 para vigas com momentos de extremidade.	26
Quadro 6 – Coeficientes C_1 , C_2 e C_3 para vigas com cargas transversais.	27
Quadro 7- Valores dos factores C_1 e C_3 para diagramas de momentos lineares	31
Quadro 8 – Valores dos factores C_1 , C_2 e C_3 para diagramas de momentos devidos a cargas nos vãos	32
Quadro 9 – Casos de carregamentos e condições de apoio.	63
Quadro 10 – Diagrama de esforços dos respectivos casos.	64
Quadro 11 – Coeficientes para o caso 1 ($k_z=1$).	66
Quadro 12 – Expressões polinomiais para o caso 1 ($k_z=1$).	67
Quadro 13 – Coeficientes para o caso 1 ($k_z=0,5$).	67
Quadro 14 - Expressões polinomiais para o caso 1 ($k_z=0,5$).	68
Quadro 15 - Coeficientes para o caso 1 ($k_z=0,7$).	68
Quadro 16 - Expressões polinomiais para o caso 1 ($k_z=0,7$).	69
Quadro 17 - Coeficientes para o caso 2 ($k_z=1$).	70
Quadro 18 – Expressões polinomiais para o caso 2 ($k_z=1$).	71
Quadro 19 – Coeficientes para o caso 2 ($k_z=0,5$).	71
Quadro 20 - Expressões polinomiais para o caso 2 ($k_z=0,5$).	72
Quadro 21 - Coeficientes para o caso 2 ($k_z=0,7A$).	72
Quadro 22 - Expressões polinomiais para o caso 2 ($k_z=0,7A$).	73
Quadro 23 - Coeficientes para o caso 2 ($k_z=0,7B$).	73
Quadro 24 - Expressões polinomiais para o caso 2 ($k_z=0,7B$).	74

Quadro 25 - Coeficientes para o caso 3 ($k_z=1$).	75
Quadro 26 – Expressões polinomiais para o caso 3 ($k_z=1$).	76
Quadro 27 – Coeficientes para o caso 3 ($k_z=0,5$).	76
Quadro 28 - Expressões polinomiais para o caso 3 ($k_z=0,5$).	77
Quadro 29 - Coeficientes para o caso 3 ($k_z=0,7A$).	77
Quadro 30 - Expressões polinomiais para o caso 3 ($k_z=0,7A$).	78
Quadro 31 - Coeficientes para o caso 3 ($k_z=0,7B$).	78
Quadro 32 - Expressões polinomiais para o caso 3 ($k_z=0,7B$).	79
Quadro 33 - Coeficientes para o caso 4 ($k_z=1$).	80
Quadro 34 – Expressões polinomiais para o caso 4 ($k_z=1$).	81
Quadro 35 – Coeficientes para o caso 4 ($k_z=0,5$).	81
Quadro 36 - Expressões polinomiais para o caso 4 ($k_z=0,5$).	82
Quadro 37 - Coeficientes para o caso 4 ($k_z=0,7A$).	82
Quadro 38 - Expressões polinomiais para o caso 4 ($k_z=0,7A$).	83
Quadro 39 - Coeficientes para o caso 4 ($k_z=0,7B$).	83
Quadro 40 - Expressões polinomiais para o caso 4 ($k_z=0,7B$).	84
Quadro 41 - Coeficientes para o caso 5 ($k_z=1$).	85
Quadro 42 – Expressões polinomiais para o caso 5 ($k_z=1$).	86
Quadro 43 – Coeficientes para o caso 5 ($k_z=0,5$).	86
Quadro 44 - Expressões polinomiais para o caso 5 ($k_z=0,5$).	87
Quadro 45 - Coeficientes para o caso 5 ($k_z=0,7A$).	87
Quadro 46 - Expressões polinomiais para o caso 5 ($k_z=0,7A$).	88
Quadro 47 - Coeficientes para o caso 5 ($k_z=0,7B$).	88
Quadro 48 - Expressões polinomiais para o caso 5 ($k_z=0,7B$).	89
Quadro 49 - Coeficientes para o caso 6 ($k_z=1$).	90
Quadro 50 – Expressões polinomiais para o caso 6 ($k_z=1$).	91
Quadro 51 – Coeficientes para o caso 6 ($k_z=0,5$).	91
Quadro 52 - Expressões polinomiais para o caso 6 ($k_z=0,5$).	92

Quadro 53 - Coeficientes para o caso 6 ($k_z=0,7A$).	92
Quadro 54 - Expressões polinomiais para o caso 6 ($k_z=0,7A$).	93
Quadro 55 - Coeficientes para o caso 6 ($k_z=0,7B$).	93
Quadro 56 - Expressões polinomiais para o caso 6 ($k_z=0,7B$).	94
Quadro 57- Coeficientes para o caso 7 ($k_z=1$).	95
Quadro 58 – Expressões polinomiais para o caso 7 ($k_z=1$).	96
Quadro 59 – Coeficientes para o caso 7 ($k_z=0,5$).	96
Quadro 60 - Expressões polinomiais para o caso 7 ($k_z=0,5$).	97
Quadro 61 - Coeficientes para o caso 7 ($k_z=0,7A$).	97
Quadro 62 - Expressões polinomiais para o caso 7 ($k_z=0,7A$).	98
Quadro 63 - Coeficientes para o caso 7 ($k_z=0,7B$).	98
Quadro 64 - Expressões polinomiais para o caso 7 ($k_z=0,7B$).	99
Quadro 65 - Coeficientes para o caso 8 ($k_z=1$).	100
Quadro 66 – Expressões polinomiais para o caso 8 ($k_z=1$).	101
Quadro 67 – Coeficientes para o caso 8 ($k_z=0,5$).	101
Quadro 68 - Expressões polinomiais para o caso 8 ($k_z=0,5$).	102
Quadro 69 - Coeficientes para o caso 8 ($k_z=0,7A$).	102
Quadro 70 - Expressões polinomiais para o caso 8 ($k_z=0,7A$).	103
Quadro 71 - Coeficientes para o caso 8 ($k_z=0,7B$).	103
Quadro 72 - Expressões polinomiais para o caso 8 ($k_z=0,7B$).	104
Quadro 73 - Coeficientes para o caso 9 ($k_z=1$).	105
Quadro 74 – Expressões polinomiais para o caso 9 ($k_z=1$).	106
Quadro 75 – Coeficientes para o caso 9 ($k_z=0,5$).	106
Quadro 76 - Expressões polinomiais para o caso 9 ($k_z=0,5$).	107
Quadro 77 - Coeficientes para o caso 9 ($k_z=0,7$).	107
Quadro 78 - Expressões polinomiais para o caso 9 ($k_z=0,7$).	108
Quadro 79 - Coeficientes para o caso 10 ($k_z=1$).	109
Quadro 80 – Expressões polinomiais para o caso 10 ($k_z=1$).	110

Quadro 81 – Coeficientes para o caso 10 ($k_z=0,5$).	110
Quadro 82 - Expressões polinomiais para o caso 10 ($k_z=0,5$).	111
Quadro 83 - Coeficientes para o caso 10 ($k_z=0,7$).	111
Quadro 84 - Expressões polinomiais para o caso 10 ($k_z=0,7$).	112
Quadro 85 - Coeficientes para o caso 11 ($k_z=1$).	113
Quadro 86 – Expressões polinomiais para o caso 11 ($k_z=1$).	114
Quadro 87 – Coeficientes para o caso 11 ($k_z=0,5$).	114
Quadro 88 - Expressões polinomiais para o caso 11 ($k_z=0,5$).	115
Quadro 89 - Coeficientes para o caso 11 ($k_z=0,7$).	115
Quadro 90 - Expressões polinomiais para o caso 11 ($k_z=0,7$).	116
Quadro 91 - Coeficientes para o caso 12 ($k_z=1$).	117
Quadro 92 – Expressões polinomiais para o caso 12 ($k_z=1$).	118
Quadro 93 – Coeficientes para o caso 12 ($k_z=0,5$).	118
Quadro 94 - Expressões polinomiais para o caso 12 ($k_z=0,5$).	119
Quadro 95 - Coeficientes para o caso 12 ($k_z=0,7$).	119
Quadro 96 - Expressões polinomiais para o caso 12 ($k_z=0,7$).	120
Quadro 97 - Coeficientes para o caso 13 ($k_z=2$).	121
Quadro 98 – Expressões polinomiais para o caso 13 ($k_z=2$).	122
Quadro 99 - Coeficientes para o caso 14 ($k_z=2$).	123
Quadro 100 – Expressões polinomiais para o caso 14 ($k_z=2$).	124
Quadro 101 - Coeficientes para o caso 15 ($k_z=1$).	125
Quadro 102 – Expressões polinomiais para o caso 15 ($k_z=1$).	126
Quadro 103 - Coeficientes para o caso 15 ($k_z=0,5$).	126
Quadro 104 – Expressões polinomiais para o caso 15 ($k_z=0,5$).	127
Quadro 105 - Coeficientes para o caso 15 ($k_z=0,7A$).	127
Quadro 106 – Expressões polinomiais para o caso 15 ($k_z=0,7A$).	128
Quadro 107 - Coeficientes para o caso 15 ($k_z=0,7B$).	128
Quadro 108 – Expressões polinomiais para o caso 15 ($k_z=0,7B$).	129

Quadro 109 - Coeficientes para o caso 16 ($k_z=1$).	130
Quadro 110 – Expressões polinomiais para o caso 16 ($k_z=1$).	131
Quadro 111 - Coeficientes para o caso 16 ($k_z=0,5$).	131
Quadro 112 – Expressões polinomiais para o caso 16 ($k_z=0,5$).	132
Quadro 113 - Coeficientes para o caso 16 ($k_z=0,7A$).	132
Quadro 114 – Expressões polinomiais para o caso 16 ($k_z=0,7A$).	133
Quadro 115 - Coeficientes para o caso 16 ($k_z=0,7B$).	133
Quadro 116 – Expressões polinomiais para o caso 16 ($k_z=0,7B$).	134
Quadro 117 - Coeficientes para o caso 17 ($k_z=1$).	135
Quadro 118 – Expressões polinomiais para o caso 17 ($k_z=1$).	136
Quadro 119 - Coeficientes para o caso 17 ($k_z=0,5$).	136
Quadro 120 – Expressões polinomiais para o caso 17 ($k_z=0,5$).	137
Quadro 121 - Coeficientes para o caso 17 ($k_z=0,7$).	137
Quadro 122 – Expressões polinomiais para o caso 17 ($k_z=0,7$).	138
Quadro 123 - Coeficientes para o caso 18 ($k_z=1$).	139
Quadro 124 – Expressões polinomiais para o caso 18 ($k_z=1$).	140
Quadro 125 - Coeficientes para o caso 18 ($k_z=0,5$).	140
Quadro 126 – Expressões polinomiais para o caso 18 ($k_z=0,5$).	141
Quadro 127 - Coeficientes para o caso 18 ($k_z=0,7$).	141
Quadro 128 – Expressões polinomiais para o caso 18 e ($k_z=0,7$).	142
Quadro 129 – Comparação de resultados para o coeficiente C_1	143
Quadro 130 – Comparação de resultados para o coeficiente C_2	163
Quadro 131 – Comparação de resultados para o coeficiente C_3	175

Lista de Figuras

Figura 1 – Modos de encurvadura de uma viga de secção em I, conforme as condições de apoio.	3
Figura 2 – Comportamento de secções à flexão.	4
Figura 3 - Situação de momento flector mais desfavorável.	5
Figura 4 -Cargas estabilizantes (a), desestabilizantes (b) e neutras (c).	5
Figura 5 - Variação na secção transversal.	6
Figura 6 – Imperfeições geométricas.	7
Figura 7 - Curvas de encurvadura.	13
Figura 8 - Encurvadura lateral numa viga com secção em I duplamente simétrica submetida a momento flector constante, (Simões Rui A.D. [7]).	18
Figura 9 – Tramo em consola na extremidade de uma viga contínua.	24
Figura 10 – Secções simétricas em relação ao eixo de menos inércia.	25
Figura 11 – Convenção de sinais para determinação de Z_j	33
Figura 12 – Elemento uniforme ao longo do seu comprimento e simétrico em relação ao plano de flexão.	42
Figura 13 – Graus de liberdade de um elemento.	43
Figura 14 – Secção bissimétrica (IPE300) e suas características (listagem do LTBeam [1]).	56
Figura 15 – Secção monossimétrica (T) e suas características (listagem do LTBeam [1]).	56
Figura 16 – Secção monossimétrica (T invertido) e suas características (listagem do LTBeam [1]).	57
Figura 17 – Caso 1 .	66
Figura 18 – Caso 2.	70
Figura 19 – Caso 3.	75
Figura 20 - Caso 4.	80
Figura 21 - Caso 5.	85
Figura 22 - Caso 6.	90
Figura 23 - Caso 7.	95
Figura 24 - Caso 8.	100
Figura 25 - Caso 9.	105

Figura 26 - Caso 10.	109
Figura 27 - Caso 11.	113
Figura 28 - Caso 12.	117
Figura 29- Caso 13.	121
Figura 30 - Caso 14.	123
Figura 31 - Caso 15.	125
Figura 32 - Caso 16.	130
Figura 33 - Caso 17.	135
Figura 34 - Caso 18.	139
Figura 35 - Representação gráfica para o Caso 1 $K_z=1$.	146
Figura 36 - Representação gráfica para o Caso 1 $K_z=0,7$.	146
Figura 37 - Representação gráfica para o Caso 1 $K_z=0,5$.	146
Figura 38 - Representação gráfica para o Caso 2 $K_z=1$.	147
Figura 39 - Representação gráfica para o Caso 2 $K_z=0,7A$.	147
Figura 40 - Representação gráfica para o Caso 2 $K_z=0,7B$.	147
Figura 41 - Representação gráfica para o Caso 2 $K_z=0,5$.	147
Figura 42 - Representação gráfica para o Caso 3 $K_z=1$.	148
Figura 43 - Representação gráfica para o Caso 3 $K_z=0,7A$.	148
Figura 44 - Representação gráfica para o Caso 3 $K_z=0,7B$.	148
Figura 45 - Representação gráfica para o Caso 3 $K_z=0,5$.	148
Figura 46 - Representação gráfica para o Caso 4 $K_z=1$.	149
Figura 47 - Representação gráfica para o Caso 4 $K_z=0,7A$.	149
Figura 48 - Representação gráfica para o Caso 4 $K_z=0,7B$.	149
Figura 49 - Representação gráfica para o Caso 4 $K_z=0,5$.	149
Figura 50 - Representação gráfica para o Caso 5 $K_z=1$.	150
Figura 51 - Representação gráfica para o Caso 5 $K_z=0,7A$.	150
Figura 52 - Representação gráfica para o Caso 5 $K_z=0,7B$.	150
Figura 53 - Representação gráfica para o Caso 5 $K_z=0,5$.	150

Figura 54 - Representação gráfica para o Caso 6 $K_z=1$.	151
Figura 55 - Representação gráfica para o Caso 6 $K_z=0,7A$.	151
Figura 56 - Representação gráfica para o Caso 6 $K_z=0,7B$.	151
Figura 57 - Representação gráfica para o Caso 6 $K_z=0,5$.	151
Figura 58- Representação gráfica para o Caso 7 $K_z=1$.	152
Figura 59 - Representação gráfica para o Caso 7 $K_z=0,7A$.	152
Figura 60 - Representação gráfica para o Caso 7 $K_z=0,7B$.	152
Figura 61 - Representação gráfica para o Caso 7 $K_z=0,5$.	152
Figura 62 - Representação gráfica para o Caso 8 $K_z=1$.	153
Figura 63 - Representação gráfica para o Caso 8 $K_z=0,7A$.	153
Figura 64 - Representação gráfica para o Caso 8 $K_z=0,7B$.	153
Figura 65 - Representação gráfica para o Caso 8 $K_z=0,5$.	153
Figura 66 - Representação gráfica para o Caso 9 $K_z=1$.	154
Figura 67 - Representação gráfica para o Caso 9 $K_z=0,7$.	154
Figura 68 - Representação gráfica para o Caso 9 $K_z=0,5$.	154
Figura 69 - Representação gráfica para o Caso 10 $K_z=1$.	155
Figura 70 - Representação gráfica para o Caso 10 $K_z=0,7$.	155
Figura 71 - Representação gráfica para o Caso 10 $K_z=0,5$.	155
Figura 72 - Representação gráfica para o Caso 11 $K_z=1$.	156
Figura 73 - Representação gráfica para o Caso 11 $K_z=0,7$.	156
Figura 74 - Representação gráfica para o Caso 11 $K_z=0,5$.	156
Figura 75 - Representação gráfica para o Caso 12 $K_z=1$.	157
Figura 76 - Representação gráfica para o Caso 12 $K_z=0,7$.	157
Figura 77 - Representação gráfica para o Caso 12 $K_z=0,5$.	157
Figura 78 - Representação gráfica para o Caso 13 $K_z=2$.	158
Figura 79 - Representação gráfica para o Caso 14 $K_z=2$.	158
Figura 80 - Representação gráfica para o Caso 15 $K_z=1$.	159
Figura 81 - Representação gráfica para o Caso 15 $K_z=0,7A$.	159

Figura 82 - Representação gráfica para o Caso 15 $K_z=0,7B$.	159
Figura 83 - Representação gráfica para o Caso 15 $K_z=0,5$.	159
Figura 84 - Representação gráfica para o Caso 16 $K_z=1$.	160
Figura 85 - Representação gráfica para o Caso 16 $K_z=0,7A$.	160
Figura 86 - Representação gráfica para o Caso 16 $K_z=0,7B$.	160
Figura 87 - Representação gráfica para o Caso 16 $K_z=0,5$.	160
Figura 88 - Representação gráfica para o Caso 17 $K_z=1$.	161
Figura 89 - Representação gráfica para o Caso 17 $K_z=0,7$.	161
Figura 90 - Representação gráfica para o Caso 17 $K_z=0,5$.	161
Figura 91 - Representação gráfica para o Caso 18 $K_z=1$.	162
Figura 92 - Representação gráfica para o Caso 18 $K_z=0,7$.	162
Figura 93 - Representação gráfica para o Caso 18 $K_z=0,5$.	162
Figura 94 - Representação gráfica para o Caso 10 $K_z=1$.	167
Figura 95 - Representação gráfica para o Caso 10 $K_z=0,7$.	167
Figura 96 - Representação gráfica para o Caso 10 $K_z=0,5$.	167
Figura 97 - Representação gráfica para o Caso 11 $K_z=1$.	168
Figura 98 - Representação gráfica para o Caso 11 $K_z=0,7$.	168
Figura 99 - Representação gráfica para o Caso 11 $K_z=0,5$.	168
Figura 100 - Representação gráfica para o Caso 12 $K_z=1$.	169
Figura 101 - Representação gráfica para o Caso 12 $K_z=0,7$.	169
Figura 102 - Representação gráfica para o Caso 12 $K_z=0,5$.	169
Figura 103 - Representação gráfica para o Caso 13 $K_z=2$.	170
Figura 104 - Representação gráfica para o Caso 14 $K_z=2$.	170
Figura 105 - Representação gráfica para o Caso 15 $K_z=1$.	171
Figura 106 . Representação gráfica para o Caso 15 $K_z=0,7A$.	171
Figura 107 - Representação gráfica para o Caso 15 $K_z=0,7B$.	171
Figura 108 - Representação gráfica para o Caso 15 $K_z=0,5$.	171
Figura 109 - Representação gráfica para o Caso 16 $K_z=1$.	172

Figura 110 - Representação gráfica para o Caso 16 $K_z=0,7A$.	172
Figura 111 - Representação gráfica para o Caso 16 $K_z=0,7B$.	172
Figura 112 - Representação gráfica para o Caso 16 $K_z=0,5$.	172
Figura 113 - Representação gráfica para o Caso 17 $K_z=1$.	173
Figura 114 - Representação gráfica para o Caso 17 $K_z=0,7$.	173
Figura 115 - Representação gráfica para o Caso 17 $K_z=0,5$.	173
Figura 116 - Representação gráfica para o Caso 18 $K_z=1$.	174
Figura 117 - Representação gráfica para o Caso 18 $K_z=0,7$.	174
Figura 118 - Representação gráfica para o Caso 18 $K_z=0,5$.	174
Figura 119 - Representação gráfica para o Caso 1 $K_z=1$.	182
Figura 120 - Representação gráfica para o Caso 1 $K_z=0,7$.	182
Figura 121 - Representação gráfica para o Caso 1 $K_z=0,5$.	182
Figura 122 - Representação gráfica para o Caso 2 $K_z=1$.	183
Figura 123 - Representação gráfica para o Caso 2 $K_z=0,7A$.	183
Figura 124 - Representação gráfica para o Caso 2 $K_z=0,7B$.	183
Figura 125 - Representação gráfica para o Caso 2 $K_z=0,5$.	183
Figura 126 - Representação gráfica para o Caso 3 $K_z=1$.	184
Figura 127 - Representação gráfica para o Caso 3 $K_z=0,7A$.	184
Figura 128 - Representação gráfica para o Caso 3 $K_z=0,7B$.	184
Figura 129 - Representação gráfica para o Caso 3 $K_z=0,5$.	184
Figura 130 - Representação gráfica para o Caso 4 $K_z=1$.	185
Figura 131 - Representação gráfica para o Caso 4 $K_z=0,7A$.	185
Figura 132 - Representação gráfica para o Caso 4 $K_z=0,7B$.	185
Figura 133 - Representação gráfica para o Caso 4 $K_z=0,5$.	185
Figura 134 - Representação gráfica para o Caso 5 $K_z=1$.	186
Figura 135 - Representação gráfica para o Caso 5 $K_z=0,7A$.	186
Figura 136 - Representação gráfica para o Caso 5 $K_z=0,7B$.	186
Figura 137 - Representação gráfica para o Caso 5 $K_z=0,5$.	186

Figura 138 - Representação gráfica para o Caso 6 $K_z=1$.	187
Figura 139 - Representação gráfica para o Caso 6 $K_z=0,7A$.	187
Figura 140 - Representação gráfica para o Caso 6 $K_z=0,7B$.	187
Figura 141 - Representação gráfica para o Caso 6 $K_z=0,5$.	187
Figura 142 - Representação gráfica para o Caso 7 $K_z=1$.	188
Figura 143 - Representação gráfica para o Caso 7 $K_z=0,7A$.	188
Figura 144 - Representação gráfica para o Caso 7 $K_z=0,7B$.	188
Figura 145 - Representação gráfica para o Caso 7 $K_z=0,7B$.	188
Figura 146 - Representação gráfica para o Caso 8 $K_z=1$.	189
Figura 147 - Representação gráfica para o Caso 8 $K_z=0,7A$.	189
Figura 148 - Representação gráfica para o Caso 8 $K_z=0,7B$.	189
Figura 149 - Representação gráfica para o Caso 8 $K_z=0,5$.	189
Figura 150 - Representação gráfica para o Caso 9 $K_z=1$.	190
Figura 151 - Representação gráfica para o Caso 9 $K_z=0,7$.	190
Figura 152 - Representação gráfica para o Caso 9 $K_z=0,5$.	190
Figura 153 - Representação gráfica para o Caso 10 $K_z=1$.	191
Figura 154 - Representação gráfica para o Caso 10 $K_z=0,7$.	191
Figura 155 - Representação gráfica para o Caso 10 $K_z=0,5$.	191
Figura 156 - Representação gráfica para o Caso 11 $K_z=1$.	192
Figura 157 - Representação gráfica para o Caso 11 $K_z=0,7$.	192
Figura 158 - Representação gráfica para o Caso 11 $K_z=0,5$.	192
Figura 159 - Representação gráfica para o Caso 12 $K_z=1$.	193
Figura 160 - Representação gráfica para o Caso 12 $K_z=0,7$.	193
Figura 161 - Representação gráfica para o Caso 12 $K_z=0,5$.	193
Figura 162 - Representação gráfica para o Caso 13 $K_z=2$.	194
Figura 163 - Representação gráfica para o Caso 14 $K_z=2$.	194
Figura 164 - Representação gráfica para o Caso 15 $K_z=1$.	195
Figura 165 - Representação gráfica para o Caso 15 $K_z=0,7A$.	195

Figura 166 - Representação gráfica para o Caso 15 $K_z=0,7B$.	195
Figura 167 - Representação gráfica para o Caso 15 $K_z=0,5$.	195
Figura 168 - Representação gráfica para o Caso 16 $K_z=1$.	196
Figura 169 - Representação gráfica para o Caso 16 $K_z=0,7A$.	196
Figura 170 - Representação gráfica para o Caso 16 $K_z=0,7B$.	196
Figura 171 - Representação gráfica para o Caso 16 $K_z=0,5$.	196
Figura 172 - Representação gráfica para o Caso 17 $K_z=1$.	197
Figura 173 - Representação gráfica para o Caso 17 $K_z=0,7$.	197
Figura 174 - Representação gráfica para o Caso 17 $K_z=0,5$.	197
Figura 175 - Representação gráfica para o Caso 18 $K_z=1$.	198
Figura 176 - Representação gráfica para o Caso 18 $K_z=0,7$.	198
Figura 177 - Representação gráfica para o Caso 18 $K_z=0,5$.	198
Figura 178 - Coeficientes para Caso 1 com $K_z = 1$	214
Figura 179 - Coeficientes para Caso 1 com $K_z = 0,5$	214
Figura 180 - Coeficientes para Caso 1 com $K_z = 0,7$	215
Figura 181 - Coeficientes para Caso 2 com $K_z = 1$.	215
Figura 182 - Coeficientes para Caso 2 com $K_z = 0,5$.	216
Figura 183 - Coeficientes para Caso 2 com $K_z = 0,7A$	216
Figura 184 - Coeficientes para Caso 2 com $K_z = 0,7B$	217
Figura 185 - Coeficientes para Caso 3 com $K_z = 1$	217
Figura 186 - Coeficientes para Caso 3 com $K_z = 0,5$	218
Figura 187 - Coeficientes para Caso 3 com $K_z = 0,7A$	218
Figura 188 - Coeficientes para Caso 3 com $K_z = 0,7B$	219
Figura 189 - Coeficientes para Caso 4 com $K_z = 1$	219
Figura 190 - Coeficientes para Caso 4 com $K_z = 0,5$	220
Figura 191 - Coeficientes para Caso 4 com $K_z = 0,7A$	220
Figura 192 - Coeficientes para Caso 4 com $K_z = 0,7B$	221
Figura 193 - Coeficientes para Caso 5 com $K_z = 1$	221

Figura 194 - Coeficientes para Caso 5 com $K_z = 0,5$	222
Figura 195 - Coeficientes para Caso 5 com $K_z = 0,7A$	222
Figura 196 - Coeficientes para Caso 5 com $K_z = 0,7B$	223
Figura 197 - Coeficientes para Caso 6 com $K_z = 1$	223
Figura 198 - Coeficientes para Caso 6 com $K_z = 0,5$	224
Figura 199 - Coeficientes para Caso 6 com $K_z = 0,7A$	224
Figura 200 - Coeficientes para Caso 6 com $K_z = 0,7B$	225
Figura 201 - Coeficientes para Caso 7 com $K_z = 1$	225
Figura 202 - Coeficientes para Caso 7 com $K_z = 0,5$	226
Figura 203 - Coeficientes para Caso 7 com $K_z = 0,7A$	226
Figura 204 - Coeficientes para Caso 7 com $K_z = 0,7B$	227
Figura 205 - Coeficientes para Caso 8 com $K_z = 1$	227
Figura 206 - Coeficientes para Caso 8 com $K_z = 0,5$	228
Figura 207 - Coeficientes para Caso 8 com $K_z = 0,7A$	228
Figura 208 - Coeficientes para Caso 8 com $K_z = 0,7B$	229
Figura 209 - Coeficientes para Caso 9 com $K_z = 1$	229
Figura 210 - Coeficientes para Caso 9 com $K_z = 0,5$	230
Figura 211 - Coeficientes para Caso 9 com $K_z = 0,7$	230
Figura 212 - Coeficientes para Caso 10 com $K_z = 1$	231
Figura 213 - Coeficientes para Caso 10 com $K_z = 0,5$	231
Figura 214 - Coeficientes para Caso 10 com $K_z = 0,7$	232
Figura 215 - Coeficientes para Caso 11 com $K_z = 1$	232
Figura 216 - Coeficientes para Caso 11 com $K_z = 0,5$	233
Figura 217 - Coeficientes para Caso 11 com $K_z = 0,7$	233
Figura 218 - Coeficientes para Caso 12 com $K_z = 1$	234
Figura 219 - Coeficientes para Caso 12 com $K_z = 0,5$	234
Figura 220 - Coeficientes para Caso 12 com $K_z = 0,7$	235
Figura 221 - Coeficientes para Caso 13 com $K_z = 2$	235

Figura 222 - Coeficientes para Caso 14 com $K_z = 2$	236
Figura 223 - Coeficientes para Caso 15 com $K_z = 1$	236
Figura 224 - Coeficientes para Caso 15 com $K_z = 0,5$	237
Figura 225 - Coeficientes para Caso 15 com $K_z = 0,7A$	237
Figura 226 - Coeficientes para Caso 15 com $K_z = 0,7B$	238
Figura 227 - Coeficientes para Caso 16 com $K_z = 1$	238
Figura 228 - Coeficientes para Caso 16 com $K_z = 0,5$	239
Figura 229 - Coeficientes para Caso 16 com $K_z = 0,7A$	239
Figura 230 - Coeficientes para Caso 16 com $K_z = 0,7B$	240
Figura 231 - Coeficientes para Caso 17 com $K_z = 1$	240
Figura 232 - Coeficientes para Caso 17 com $K_z = 0,5$	241
Figura 233 - Coeficientes para Caso 17 com $K_z = 0,7$	241
Figura 234 - Coeficientes para Caso 18 com $K_z = 1$	242
Figura 235 - Coeficientes para Caso 18 com $K_z = 0,5$	242
Figura 236 - Coeficientes para Caso 18 com $K_z = 0,7$	243

Lista de Abreviaturas e Símbolos

Abreviaturas

ENV 1993-1-1 [2] – Eurocode 3: Design of steel structures, Part 1-1 General rules and rules for buildings

M_{cr} – Momento crítico elástico

Símbolos

M_{b,rd} – momento flector resistente á encurvadura lateral

L – comprimento da viga

M e M_{ed} – momento flector actuante

M_{pl} – momento plástico

M_{el} – momento elástico

M_{cr} – momento crítico da encurvadura lateral

μ – deslocamento do centro de torção

μ' – curvatura

φ – rotação de torção

φ – empenamento

C₁ – coeficiente dependente do carregamento e das condições de apoio nas extremidades

C₂ – coeficiente dependente da posição de actuação das cargas em relação ao centro de corte

C₃ – coeficiente dependente do carregamento e das condições de apoio nas extremidades

χ_{LT} – coeficiente de redução para a resistência à encurvadura a lateral

f_y – tensão de cedência

h – altura da secção transversal

b – largura da secção transversal

W_y – módulo de flexão

W_{pl} – módulo de flexão plástico de uma secção transversal

W_{el} – módulo de flexão elástico de uma secção transversal

γ_{M1} - coeficiente parcial de segurança para a resistência dos elementos em relação a fenómenos de encurvadura

$\bar{\lambda}_{LT}$ – esbelteza normalizada para a encurvadura lateral

ϕ_{LT} – valor para determinar o coeficiente de redução χ_{LT}

α_{LT} – factor de imperfeição para a encurvadura lateral

$\bar{\lambda}_{LT,0}$ – comprimento do patamar das curvas de dimensionamento à encurvadura lateral de vigas constituídas por perfis laminados

β – factor de correcção das curvas de dimensionamento à encurvadura lateral de vigas constituídas por perfis laminados

$\chi_{LT,mod}$ – coeficiente de redução modificado para a encurvadura lateral

f – factor de modificação de χ_{LT}

k_c – factor de correcção para tomar em consideração o diagrama de momentos

Ψ – relação entre os momentos que actuam nas extremidades de um segmento de um elemento

E – modulo de elasticidade

G – módulo de distorção

I_t – constante de torção

I_w – constante de empenamento

I_z – momento de inercia relativo ao eixo dos zz

k e k_w – factores efectivos de comprimento dependentes das condições de apoio nas extremidades

z_g – centro de corte

z_j – parâmetro que traduz o grau de simetria da secção em relação ao eixo y

z_a – coordenada do ponto de aplicação da carga em relação ao centro de gravidade da secção

z_s – coordenada do centro de corte em relação ao centro de gravidade da secção

$$\beta_f = \frac{I_{fc}}{I_{fc} + I_{ft}}$$

h_g – distancia entre o centro de corte e os banzos

I_{fc} – momento de inercia da área de compressão do banzo sobre o eixo de menor secção

I_{ft} - momento de inercia da área de tensão do banzo sobre o eixo de menor secção

h_1 – comprimento do rebordo

$$\lambda_1 = \pi \times (E / f_y)^{0,5} = 93,9 \times \varepsilon$$

ε – extensão

W_{eff} - módulo de flexão efectivo de uma secção transversal

i_{LT} – raio de giração para a encurvadura lateral

$$h_s = h - t_f$$

t_f – espessura do banzo

t_w – espessura da alma

A – área da secção

I – momento de inercia

T – momento torsor

$$m = \sqrt{-a + \sqrt{a^2 + b}}$$

$$n = \sqrt{a + \sqrt{a^2 + b}}$$

$$b = \frac{M_y^2}{E I_z E I_w}$$

$$a = \frac{G I_T}{2 E I_w}$$

D_1, D_2, D_3 e D_4 – coeficientes obtidos com base nas condições de fronteira

α_m – factor

y_Q – distância entre o ponto de aplicação das cargas e o centro de gravidade (neste caso coincidente com o centro do corte);

$$N_{cr,z} = \pi^2 EI_z / L^2$$

h_m – distância entre a linha media dos banzos da secção

μ_{cr} – multiplicador critico

\overline{M}_{max} – momento flector máximo

ξ – coeficiente para ter em conta o nível de actuação do carregamento

r – raio

β_z – factor Wagner

γ_{cr} – momento critico adimensionalizado

$$K = \sqrt{\frac{\pi^2 \times E \times I_w}{G \times I_t \times l^2}}$$

$$\Psi_f = \frac{I_{fc} - I_{ft}}{I_{fc} + I_{ft}}$$

Capítulo 1

Introdução

1.1 Enquadramento

1.1.1 Os estados limite nas vigas de aço

As estruturas devem possuir características de resistência e rigidez de forma a terem comportamento adequado durante a sua vida útil. Para isto, é necessário que não sejam atingidos os chamados estados limite, ou seja, que a resposta da estrutura não ultrapasse determinados valores além dos quais ela deixa de satisfazer as funções para as quais foi projectada. Os estados limite são divididos em duas categorias: estados limite de utilização e estados limite últimos.

Os estados limite de utilização relacionam-se com o desempenho da estrutura no que se refere ao conforto das pessoas que a ocupam, e à integridade e durabilidade dos materiais que a compõem. Nas vigas de aço de edifícios, os estados limite de utilização mais comuns são as deformações e as vibrações.

Os estados limite últimos estão relacionados com o esgotamento da capacidade resistente da estrutura, o que significa que a sua ocorrência está associada a um colapso parcial ou total.

Nas vigas de aço de edifícios, os estados limite últimos que geralmente condicionam o dimensionamento são:

- Plastificação total de uma ou mais secções transversais (com formação de rótulas plásticas);
- Encurvadura local do banzo comprimido;
- Encurvadura local da alma;
- Encurvadura lateral por flexão-torção.

O colapso por formação de rótulas plásticas só ocorrerá quando estas forem em número suficiente para tornar a viga hipostática. No entanto, caso não se efectue uma análise plástica, o colapso é geralmente associado à cedência ou plastificação de uma única secção em vigas com quaisquer condições de apoio.

A encurvadura local do banzo comprimido e da alma podem condicionar estes componentes da secção da viga possuem esbelteza acima de determinados valores limites, normalmente fornecidos na literatura técnica especializada e nas normas ou especificações de projecto de estruturas de aço.

A encurvadura lateral por flexão-torção é um fenómeno de instabilidade que envolve uma flexão lateral, perpendicular ao plano do carregamento, caracterizado por um deslocamento do centro de torção e uma torção caracterizada por uma rotação.

Este trabalho limitar-se-á ao estudo do estado limite último de encurvadura lateral por flexão-torção.

1.1.2 Encurvadura lateral por flexão-torção

O momento flector resistente à encurvadura lateral, $M_{b,Rd}$, depende de vários factores, entre os quais merecem destaque:

a) *Comprimento do elemento entre secções contraventadas lateralmente*

O comprimento do troço sujeito à encurvadura lateral por flexão-torção é inversamente proporcional ao valor da sua resistência nominal, e determina se o fenómeno se dá em regime elástico ou inelástico, ou ainda a sua impossibilidade de ocorrência em virtude da formação anterior de rótulas plásticas.

b) Condições de apoio que apresentam as secções de extremidade

Os quatro deslocamentos mais importantes que podem ser impedidos numa secção transversal, restringindo a possibilidade de ocorrência da encurvadura lateral por flexão-torção são: a rotação θ ; o empenamento ω , decorrente da torção, que é função de θ' (derivada da rotação); o deslocamento do centro de torção no plano perpendicular ao de flexão v ; e a curvatura correspondente v' .(derivada do deslocamento).

Quanto maior for o número destes deslocamentos impedidos, maior será a resistência da viga. Na prática, na maioria das vezes, as condições de apoio costumam apresentar as seguintes características:

- Todos os deslocamentos (θ , ω , v e v') impedidos, denominado de “encastramento”;
- Deslocamentos θ e v impedidos e deslocamentos ω e v' livres, denominado de “caso padrão”.

A Figura 1 apresenta os modos de encurvadura, em planta, de uma viga de secção em I com estes dois tipos de condições de apoio em ambas as suas extremidades.

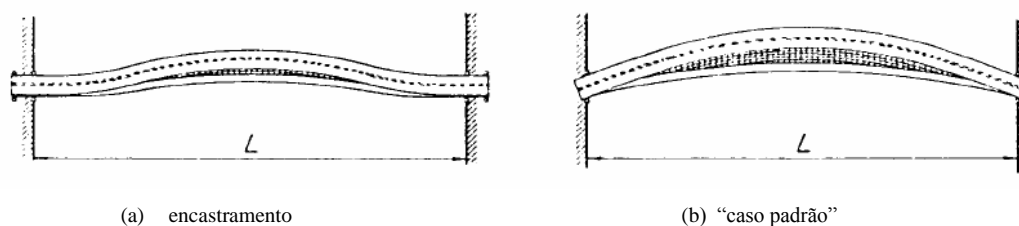


Figura 1 – Modos de encurvadura de uma viga de secção em I, conforme as condições de apoio.

c) Secção transversal da viga

As secções transversais podem ser mais ou menos resistentes à encurvadura lateral por flexão-torção, existindo mesmo secções que não sofrem este tipo de instabilidade, como por exemplo perfis em I com flexão apenas em torno do eixo de menor inércia ou perfis tubulares.

As secções transversais, tendo em conta as suas capacidades de rotação e de formação de rótulas plásticas, podem classificar-se em:

Classe 1 - Secções em que se pode formar uma rótula plástica com capacidade de rotação requerida por uma análise plástica;

Classe 2 - Secções em que é possível atingir o momento plástico, mas que possuem uma capacidade de rotação limitada;

Classe 3 - Secções em que a tensão da fibra mais comprimida do elemento de aço pode atingir o valor da tensão de cedência mas em que o momento plástico não pode ser atingido, devido à encurvadura local;

Classe 4 - Secções em que é necessário ter em conta, explicitamente, os efeitos da encurvadura local na determinação da resistência da secção à flexão e/ou compressão. A redução da resistência é efectuada através do cálculo de uma secção efectiva reduzida.

Pode-se resumir graficamente a classificação de secções atrás apresentada, relativa ao seu comportamento à flexão, da forma indicada na Figura 2:



Figura 2 – Comportamento de secções à flexão.

Sendo:

M_{el} – Momento elástico (momento máximo resistente em regime elástico)

M_{pl} – Momento plástico (momento máximo resistente em regime plástico)

d) *Variação do momento flector*

Para uma viga simplesmente apoiada a situação mais desfavorável é aquela em que o momento flector é constante ao longo da viga, “caso padrão” (Figura 3), uma vez que causa

compressão de mesma magnitude ao longo de todo o comprimento da viga. Todas as outras situações em que o momento flector é variável são mais favoráveis.

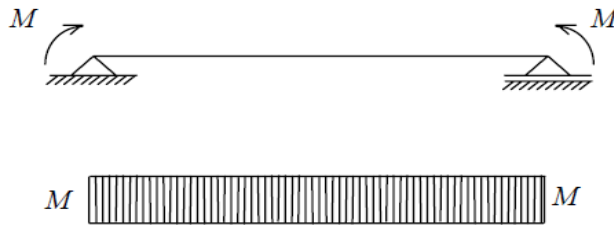


Figura 3 - Situação de momento flector mais desfavorável.

e) *Existência de cargas transversais estabilizantes ou desestabilizantes*

As cargas estabilizantes são aplicadas num ponto diferente do centro de corte (ou centro de torção) e tendem a reduzir a torção após a ocorrência da encurvadura lateral, aumentando a resistência da viga (Figura 4.a). As cargas desestabilizantes são também aplicadas num ponto diferente do centro de torção; no entanto, as suas linhas de acção afastam-se do centro de torção durante o fenómeno, aumentando a torção e reduzindo a resistência da viga (Figura 4.b).

Se as cargas se situam no centro de torção ou se as suas linhas de acção passam por esse ponto, elas não são nem estabilizantes nem desestabilizantes (Figura 4.c).

Na prática, situações usuais de cargas estabilizantes e desestabilizantes ocorrem quando as cargas são aplicadas nas faces inferior e superior da secção transversal da viga, respectivamente.

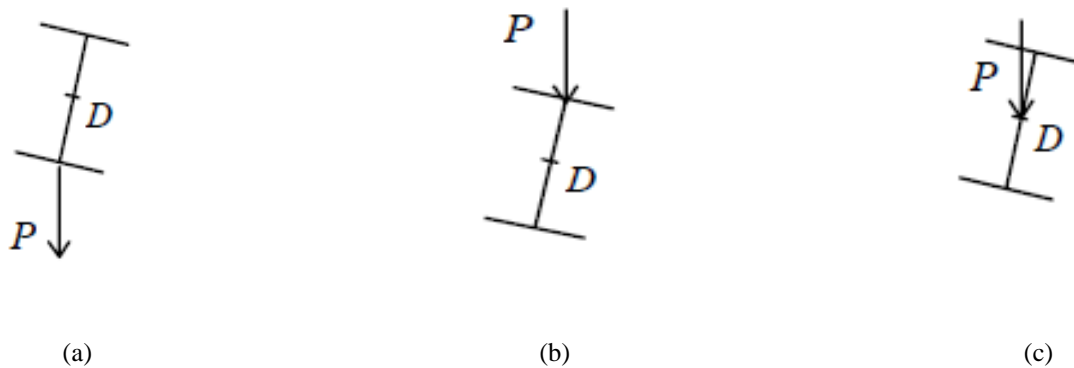


Figura 4 -Cargas estabilizantes (a), desestabilizantes (b) e neutras (c).

f) *Tensões residuais*

O valor e a distribuição das tensões residuais influenciam a antecipação ou o retardamento do aparecimento da encurvadura lateral por flexão-torção e a sua ocorrência em regime inelástico.

g) *Variação na secção transversal da viga*

A variação da secção transversal influencia a resistência nominal das vigas à encurvadura lateral por flexão-torção. Por exemplo:

A variação dos banzos nas vigas (Figura 5.a), para facilitar a ligação a outros componentes da estrutura, bem como a introdução de aberturas na alma (Figura 5.b), podem reduzir significativamente a resistência nominal da viga à encurvadura lateral por flexão-torção. Pelo contrário, chapas de reforço colocadas junto a um ou ambos os banzos da viga (Figura 5.c) contribuem no sentido de aumentar esta resistência.

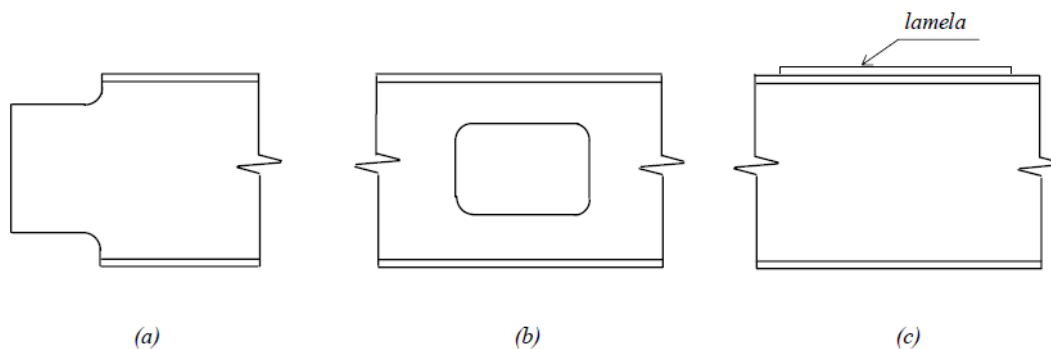


Figura 5 - Variação na secção transversal.

h) *Imperfeições geométricas*

Por imperfeições geométricas entende-se tanto a excentricidade da linha de acção das cargas em relação ao centro de torção (Figura 6.a), quanto a rotação inicial (Figura 6.b) ou a curvatura inicial (Figura 6.c) da barra.

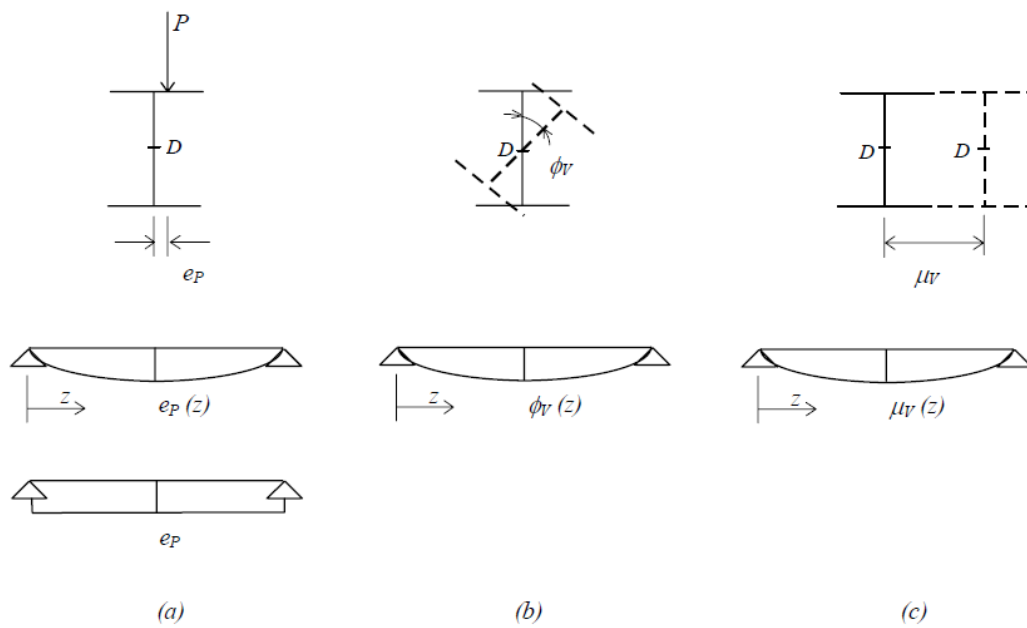


Figura 6 – Imperfeições geométricas.

A presença de imperfeições geométricas tem como consequência a ocorrência de deformações desde o início do carregamento deixando de existir bifurcação de equilíbrio, nunca se atingindo pois, o valor teórico do momento crítico corresponde a uma coluna perfeita.

1.2 Objectivos

Conforme se verá no procedimento proposto pelo ENV 1993-1-1 [2], a determinação correcta do valor de cálculo do momento resistente à encurvadura lateral depende fundamentalmente do valor do momento crítico da encurvadura lateral com torção em regime elástico, M_{cr} . No entanto, a determinação de M_{cr} para diversas situações de carregamento, condições de apoio e variação da secção transversal, não pode ser feita de forma rápida e objectiva com base nas especificações de projecto de estruturas de aço nem com base em dados fornecidos pela literatura técnica específica.

Para procurar solucionar este problema, neste trabalho será apresentado um processo de análise em que se utilizará um programa de cálculo (LTBeam [1]), que permite obter valores de M_{cr} bastante precisos, considerando quaisquer condições de apoio no plano de flexão e relacionadas com a encurvadura lateral com torção, a possibilidade de actuação de cargas transversais no centro de corte ou fora dele (cargas estabilizantes ou desestabilizantes) e vigas com restrições laterais internas que se comportam como peças contínuas no plano de encurvadura.

Como o programa utilizado é de simples utilização, foram obtidos vários valores de M_{cr} , alterando todos os factores e condições necessários para obter posteriormente os coeficientes pretendidos, C_1 , C_2 e C_3 .

Os resultados apresentados neste trabalho são comparados com os obtidos pelo Anexo F da norma europeia ENV 1993-1-1 [2], por New design rules in ENV 1993 -1-1 for member stability [4], por Kirby e Nethercot [3] e por Andrade e Camotim [6].

São ainda fornecidos resultados que não constam de nenhuma especificação.

1.3 Organização do trabalho

Este trabalho é constituído por seis capítulos. No presente capítulo, expõem-se algumas considerações gerais sobre os estados limite nas vigas de aço e sobre encurvadura lateral por flexão-torção, bem como os objectivos a que este trabalho se propõe.

No capítulo dois, apresentam-se todos os elementos necessários para descrever a segurança à encurvadura lateral em elementos metálicos, proposta pelo Eurocódigo 3. Refere-se ainda o cálculo de momentos críticos de acordo com o antigo Anexo F do Eurocódigo 3 e bibliografias de especialidade consideradas.

No capítulo três, apresenta-se a metodologia utilizada pelo programa, LTBeam [1] na determinação do momento crítico.

O quarto capítulo aborda o estudo realizado para determinação dos coeficientes C_1 , C_2 e C_3 , nomeadamente a metodologia aplicada, condições e casos analisados.

No quinto capítulo apresentam-se os quadros com os resultados de todos os casos analisados.

Por fim, no sexto capítulo, sintetizam-se as conclusões finais deste trabalho, as quais originaram propostas e sugestões para desenvolvimentos futuros.

Capítulo 2

Segurança à encurvadura lateral

2.1 Procedimento proposto pelo Eurocódigo 3 – ENV 1993-1-1 [2]

Para verificar a segurança à encurvadura lateral devido à actuação do momento flector, M_{Ed} , há que afectar o momento resistente de um coeficiente χ_{LT} que reduz o seu valor. Depois, é necessário garantir que:

$$M_{Ed} \leq M_{b,Rd} \quad (1)$$

onde,

M_{Ed} representa o valor de cálculo do momento actuante;

$M_{b,Rd}$ representa o valor de cálculo do momento resistente à encurvadura lateral.

$$M_{Ed} \leq \frac{\chi_{LT} \times W_y \times f_y}{\gamma_{M1}} \quad (2)$$

Sendo:

W_y – Módulo de flexão adequado, considerado do seguinte modo:

$W_y = W_{pl,y}$ para secções transversais das Classes 1 ou 2;

$W_y = W_{el,y}$ para secções transversais da Classe 3;

$W_y = W_{eff,y}$ para secções transversais da Classe 4.

χ_{LT} – Coeficiente de redução para a resistência à encurvadura lateral.

f_y – Tensão de cedência.

γ_{M1} – Coeficiente parcial de segurança para a resistência dos elementos em relação a fenómenos de encurvadura, avaliada através de verificações individuais de cada elemento.

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\phi_{LT} + \sqrt{\phi_{LT}^2 - \bar{\lambda}_{LT}^2}} \leq 1,0 \quad (3)$$

Sendo:

$$\phi_{LT} = 0,5[1 + \alpha_{LT} \times (\bar{\lambda}_{LT} - 0,2) + \bar{\lambda}_{LT}^2] \quad (4)$$

Sendo:

$\bar{\lambda}_{LT}$ – Esbelteza normalizada para a encurvadura lateral.

Nesta expressão, α_{LT} é um factor de imperfeição que deverá ser definido pelo Anexo Nacional sendo os valores recomendados indicados no quadro das curvas de encurvadura (quadro 6.3 NP ENV 1993-1-1 [11]):

Quadro 1 – Valores recomendados dos factores de imperfeição para as curvas de encurvadura lateral.

<i>Curva de encurvadura</i>	a	b	c	d
<i>Factor de imperfeição α_{LT}</i>	0,21	0,34	0,49	0,76

As recomendações para a escolha das curvas de encurvadura lateral são (Quadro 6.4 NP 1993-1-1 [11]):

Quadro 2 – Curvas de encurvadura lateral recomendadas para secções transversais quando é utilizada a expressão (3)

<i>Secção transversal</i>	<i>Limites</i>	<i>Curva de encurvadura</i>
<i>Secções em I laminadas</i>	$h/b \leq 2$	a
	$h/b > 2$	b
<i>Secções em I soldadas</i>	$h/b \leq 2$	c
	$h/b > 2$	d
<i>Outras secções transversais</i>	-	d

Sendo:

h – Altura da secção transversal.

b – Largura da secção transversal.

Representando as curvas respectivas, tem-se:

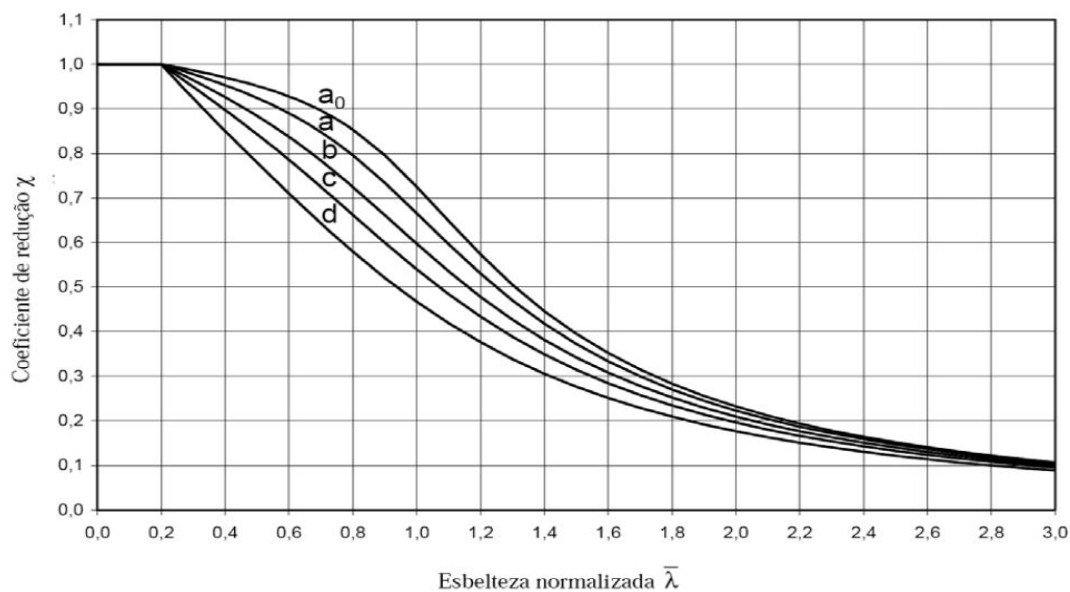


Figura 7 - Curvas de encurvadura.

Sendo o coeficiente de esbelteza normalizada:

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{w_y \times f_y}{M_{cr}}} \quad (5)$$

Onde M_{cr} é o momento crítico elástico para a encurvadura lateral.

Como método alternativo aplicável a secções laminadas ou soldadas equivalentes, o EC3 sugere que o coeficiente χ_{LT} seja obtido através de:

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\Phi_{LT} + \sqrt{\Phi_{LT}^2 - \beta \bar{\lambda}_{LT}^2}} \quad (6)$$

Com:

$$\begin{cases} \chi_{LT} \leq 1,0 \\ \chi_{LT} \leq \frac{1}{\bar{\lambda}_{LT}^2} \end{cases} \quad (7)$$

$$\Phi_{LT} = 0,5[1 + \alpha_{LT}(\bar{\lambda}_{LT} - \bar{\lambda}_{LT,0}) + \beta \bar{\lambda}_{LT}^2] \quad (8)$$

Em que $\bar{\lambda}_{LT,0}$ e β são parâmetros a definir pelos Anexos Nacionais do EC3, sendo recomendados no texto do EC3 os seguintes valores limites:

$$\begin{cases} \bar{\lambda}_{LT,0} \leq 0,4 \\ \beta \geq 0,75 \end{cases} \quad (9)$$

Em princípio, este método específica para secções laminadas ou soldadas equivalentes um valor mais favorável para o valor inicial da esbelteza normalizada que corresponde ao começo da instabilidade elástica (0,4 em vez de 0,2). Note-se contudo que o Anexo Português do EC3 prescreve para $\lambda_{LT,0}$ e β os valores de 0,2 e 1,0, o que faz coincidir este método com a formulação geral, apresentada anteriormente.

De acordo com esta segunda metodologia, a forma do diagrama de momentos flectores ao longo do elemento, entre secções contraventadas, pode ser tida em conta modificando o coeficiente de redução χ_{LT} da seguinte forma:






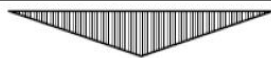


$$\chi_{LT,mod} = \frac{\chi_{LT}}{f}, \chi_{LT,mod} \leq 1,0 \quad (10)$$

Os valores de f podem ser definidos nos Anexos Nacionais do EC3. No ENV 1993-1-1 [2] é proposta a seguinte expressão para o cálculo deste factor:

$$f = 1 - 0,5(1 - K_c) \left[1 - 2,0(\bar{\lambda}_{LT} - 0,8)^2 \right], f \leq 1,0 \quad (11)$$

Sendo k_c um factor de correcção, definido de acordo com o Quadro 3.

Quadro 3 – Factores de correcção k_c .

<i>Distribuição de momentos</i>	k_c
 $\psi = 1$	1,0
 $-1 \leq \psi \leq 1$	$\frac{1}{1,33 - 0,33\psi}$
  	0,94 0,90 0,91
  	0,86 0,77 0,82

Segundo o ENV 1993-1-1 [2], a verificação da segurança à encurvadura lateral no dimensionamento de um elemento submetido a flexão pode ser dispensada se for verificada pelo menos uma das seguintes condições: $\bar{\lambda}_{LT} \leq \bar{\lambda}_{LT,0}$ ou $M_{Ed}/M_{cr} \leq \bar{\lambda}_{LT,0}^2$.

2.2 Cálculo do momento crítico

O momento crítico é uma grandeza extremamente importante na aferição da estabilidade de peças submetidas à flexão, verificando-se que o seu valor depende de diversos factores, como sejam:

- Carregamento (forma do diagrama de momentos flectores);
- Condições de apoio;
- Ponto de aplicação da carga em relação ao centro de corte da secção;
- Comprimento do elemento entre secções lateralmente contraventadas;
- Rigidez de flexão lateral;
- Rigidez de torção;
- Rigidez de empenamento.

A resistência de um elemento à encurvadura lateral depende principalmente do valor do momento crítico. Sendo complexa e pouco exequível a dedução de uma expressão exacta para avaliação do momento crítico em cada caso, adoptam-se, em geral, fórmulas aproximadas.

No que respeita à susceptibilidade de elementos sujeitos à flexão relativamente a fenómenos de encurvadura lateral, podem ocorrer as seguintes situações:

- A capacidade resistente de elementos pouco esbeltos (muito estáveis) é condicionada pelo valor do momento plástico da sua secção transversal (M_{pl});
- A capacidade resistente de elementos muito esbeltos (pouco estáveis) é condicionada pelo valor do momento crítico associado à encurvadura lateral (M_{cr});
- A capacidade resistente de elementos de esbelteza intermédia é condicionada pelos valores de M_{pl} e M_{cr} (interacção entre fenómenos de plasticidade e de instabilidade elástica).

O comportamento de uma peça em relação à encurvadura lateral pode ser melhorado de várias formas, tais como:

- Aumentando a rigidez de flexão lateral e/ou de torção, aumentando a secção ou passando de perfis menos estáveis ou mais esbeltos (tipo IPE) para outros menos esbeltos (tipo HEA ou HEB) ou ainda para secções tubulares (quadradas, rectangulares ou circulares);
- Contraventando lateralmente a parte comprimida da secção, passível de instabilizar (banzo comprimido no caso de secções em I ou H).

Normalmente, a segunda solução é mais económica, embora por vezes não seja viável. Os elementos de contraventamento devem ligar a zona comprimida das secções a pontos com deslocamento lateral nulo ou muito atenuado, como apoios exteriores ou zonas traccionadas de perfis adjacentes. É habitual dimensionar-se estes elementos para resistir a uma percentagem não inferior a 1% da força máxima de compressão que se pode desenvolver no elemento a contraventar, sendo 2,0 a 2.5% os valores mais recomendáveis para essa percentagem [20].

O procedimento para determinação do momento crítico apresenta normalmente as seguintes limitações:

- As situações de carregamento e de condições de apoio no plano de flexão e no plano transversal restringem-se aos casos apresentados nos Quadros 7 e 8;
- Não se prevê qualquer variação na secção transversal;
- No caso de vigas com travamentos laterais internos, não se considera o comportamento de peças contínuas no plano de encurvadura, ou seja, admite-se que os travamentos funcionam como apoios laterais simples, sem introduzir quaisquer restrições a rotações, independentemente da sua rigidez e do tipo de ligação às vigas.
- Não se consideram normalmente vigas em consola, embora alguns autores tenham proposto expressões para essa situação, [5], [6], [8].

Podem ainda referir-se as principais situações onde não é necessário verificar a encurvadura lateral no dimensionamento de elementos à flexão:

- Secções em I ou H flectidas em torno do eixo de menor inércia (a secção jamais pode instabilizar segundo o eixo forte);
- Vigas contraventadas lateralmente de forma continua por meio de elementos metálicos ou de uma laje em betão;
- Secções com elevada rigidez de torção e flexão lateral, como as secções fechadas ocas (secções com momento crítico muito elevado).

2.2.1 Cálculo do momento crítico

Segundo *Simões* [7], para a obtenção do momento crítico, considera-se a viga simplesmente apoiada ilustrada na Figura 8, com as secções de apoio impedidas de se deslocar lateralmente e de rodar em torno do eixo da viga (eixo x), mas livres de empenar e de

rodar em torno dos eixos da secção (y e z), sujeita a momento flector constante M_y e ainda verificando as seguintes condições:

- Viga perfeitamente linear, sem qualquer tipo de imperfeições (geométricas ou de materiais);
- Secção transversal duplamente simétrica;
- Material com comportamento elástico linear;
- Deformações pequenas ($\sin \varphi \approx \varphi$; $\cos \varphi \approx 1$).

Para a viga anterior, constituída por uma secção em I ou H duplamente simétrica (“caso padrão”), o momento crítico é obtido através da formulação seguinte, com base na configuração deformada ilustrada na Figura 8.

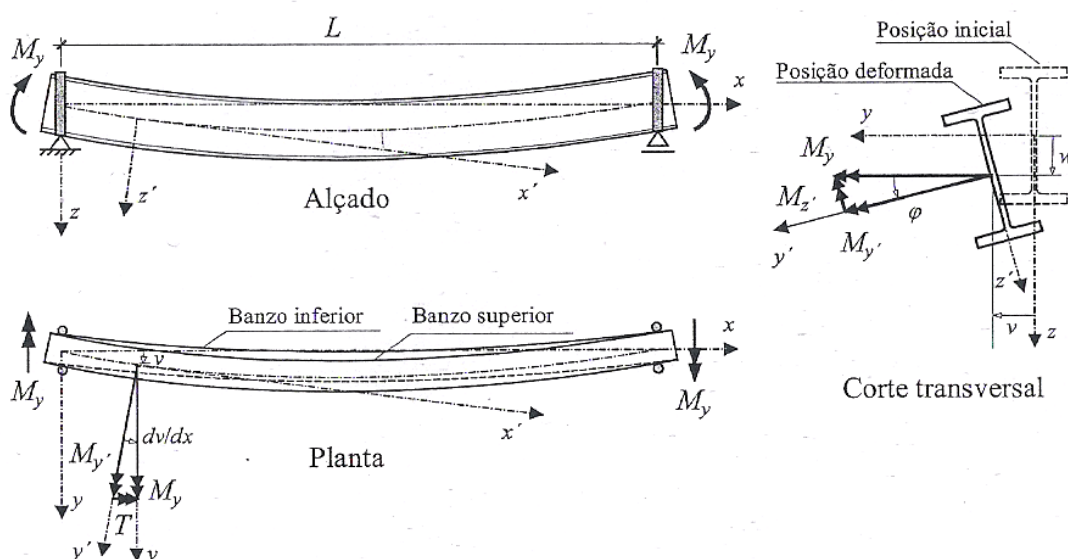


Figura 8 - Encurvadura lateral numa viga com secção em I duplamente simétrica submetida a momento flector constante, (Simões Rui A.D. [7]).

As três equações diferenciais de equilíbrio, definidas no sistema de eixos x', y', z' (posição deformada), onde as incógnitas são os deslocamentos φ, v, w , são descritas a seguir. Nestas equações considera-se que as deformações são suficientes pequenas para se considerar as propriedades mecânicas da secção na posição indeformada.

Para a flexão em torno de y' , sendo $M_{y'} = M_y \cos \varphi \approx M_y$ vem:

$$EI_y \times \frac{d^2 w(x)}{dx^2} + M_y = 0 \quad (12)$$

Para a flexão em torno de z' , considerando $M_{z'} = M_y \sin\phi \approx \phi M_y$ vem:

$$EI_z \times \frac{d^2 v(x)}{dx^2} + \phi(x) \times M_y = 0 \quad (13)$$

É possível demonstrar [7] que o momento torsor actuante numa secção de parede fina é a soma de duas parcelas, o momento torsor uniforme T_t e o momento torsor de empenamento T_w . Sendo essas parcelas dadas por:

$$T = T_t(x) + T_w(x) = GI_T \frac{d\phi(x)}{dx} - EI_W \frac{d^3 \phi(x)}{dx^3} \quad (14)$$

Para a torção em torno de x' e considerando $T = M_y \times \sin(dv/dx) \approx M_y(dv/dx)$, (ver figura 8) a equação 14 toma a forma seguinte:

$$EI_W \frac{d^3 \phi(x)}{dx^3} - GI_T \frac{d\phi(x)}{dx} + M_y \frac{dv(x)}{dx} = 0 \quad (15)$$

A primeira das quatro equações anteriores, expressão (12), (equação de um elemento linear em flexão circular) é independente das duas seguintes. Derivando a expressão (15) uma vez em ordem a x e substituindo $d^2 v(x)/dx^2$ pelo valor obtido na equação (12), obtém-se a seguinte equação diferencial:

$$EI_W \frac{d^4 \phi(x)}{dx^4} - GI_T \frac{d^2 \phi(x)}{dx^2} - \frac{M_y^2}{EI_z} \phi(x) = 0 \quad (16)$$

Sendo $\phi(x)$ a rotação das secções em torno do eixo da viga. A solução da equação diferencial anterior (equação diferencial de quarta ordem de coeficientes constantes) é do tipo:

$$\phi(x) = D_1 \sin(mx) + D_2 \cos(mx) + D_3 e^{nx} + D_4 e^{-nx} \quad (17)$$

Com

$$m = \sqrt{-a + \sqrt{a^2 + b}}; n = \sqrt{a + \sqrt{a^2 + b}}; a = \frac{GI_T}{2EI_W}; b = \frac{M_y^2}{EI_z EI_W} \quad (18)$$

m e n são quantidades reais positivas. As constantes D_1, D_2, D_3 e D_4 que surgem na expressão (17) são obtidas com base nas condições de fronteira do problema. Como as secções dos apoios estão impedidas de rodar em torno do eixo da viga, tem-se $\varphi(x=0)=\varphi(x=L)=0$. Sabendo que estas secções têm o empenamento livre e derivando duas vezes conclui-se que $\varphi''(x=0) = \varphi''(x=L) = 0$. Introduzindo as condições $\varphi(x=0) = \varphi''(x=0)=0$ na expressão (16) , obtém-se:

$$D_2 = 0; D_3 = -D_4 \quad (19)$$

Com as condições $\varphi(x=L) = \varphi''(x=L) = 0$, obtém-se o sistema de equações:

$$D_1 \sin mL - 2D_4 \sinh nL = 0 \quad (20)$$

$$D_1 m^2 \sin mL + 2D_4 n^2 \sinh nL = 0 \quad (21)$$

Para se obter uma solução não trivial (D_1 e D_4 não simultaneamente nulos), o determinante do sistema anterior deve ser nulo, ou seja:

$$(\sin mL)(\sinh nL)(2m^2 + 2n^2) = 0 \quad (22)$$

Como m e n são quantidades reais positivas e como $\sinh nL$ é nulo apenas se $nL=0$, para se obter uma solução não trivial é necessário que:

$$\sin mL = 0 \quad (23)$$

A primeira solução da equação anterior é dada por $m = \pi/L$. Utilizando a primeira das expressões (18), obtém-se:

$$-a + \sqrt{a^2 + b} = \left(\frac{\pi}{L}\right)^2 \quad (24)$$

Finalmente, substituindo na expressão anterior, os valores de a e b definidos na expressão (18), obtém-se o valor crítico do momento M_y , designado por M_{cr}^E (momento crítico do “caso padrão”):

$$M_{cr}^E = \frac{\pi}{L} \times \sqrt{GI_T EI_z \left(1 + \frac{\pi^2 EI_w}{L^2 GI_T}\right)} \quad (25)$$

Sendo:

I_z – momento de inércia da secção em relação ao eixo z (eixo de menor inércia);

I_T – constante de torção uniforme;

I_w – constante de empenamento;

L – comprimento entre secções da viga contraventadas lateralmente;

E – módulo de elasticidade;

G – módulo de distorção.

A expressão (25), embora deduzida para um elemento com secção em I ou H, é válida para elementos com outras secções duplamente simétricas.

A formulação apresentada permite obter o momento crítico de uma viga simplesmente apoiada, com uma secção transversal duplamente simétrica, submetida a momento flector constante (“caso padrão”). No entanto, na realidade surgem situações bastante distintas desta, como sejam vigas com secção transversal não simétrica, com outras condições de apoio, submetidas a carregamentos e conseqüentemente a diagramas de momentos flectores bastante diversos. A dedução de uma expressão exacta para avaliação do momento crítico em cada caso constitui uma tarefa pouco prática, pois implica a resolução de equações diferenciais mais ou menos complexas. Nas aplicações práticas recorre-se geralmente a fórmulas

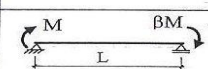
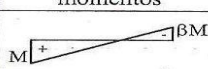
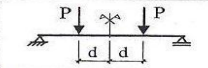
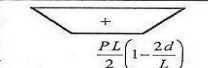
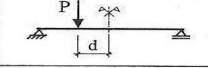
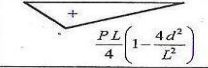
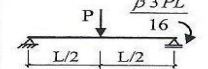
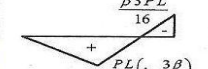
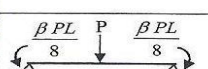
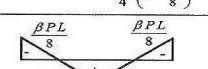
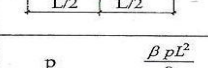
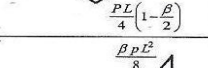
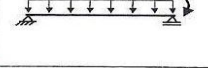
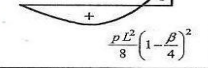
aproximadas, como as apresentadas a seguir, aplicáveis a um conjunto alargado de situações correntes no projecto de estruturas metálicas; para estimar o momento crítico deve recorrer-se a bibliografia da especialidade ou à utilização de processos computacionais através do método dos elementos finitos.

Segundo *Trahair* [8], o momento crítico entre secções contraventadas lateralmente, de vigas com secção transversal duplamente simétricas, com secção em I ou H flectidas em torno do eixo de maior inércia (eixo y), para diversos tipos de carregamento aplicados no centro de corte das secções, pode ser estimado multiplicando o momento crítico para uma situação de momento flector constante (M_{cr}^E obtido através da expressão (25)) por um factor α_m definido no Quadro 6, através da seguinte expressão:

$$M_{cr} = \alpha_m \times M_{cr}^E \quad (26)$$

A expressão (26) pressupõe que as secções extremas (apoios ou outras secções contraventadas lateralmente) possuem restrições iguais às do “caso padrão”, anteriormente analisado. Caso existam outras restrições, como sejam a restrição à flexão no plano do carregamento (em torno do eixo y), à flexão lateral (em torno do eixo z) ou ao empenamento, devem ser utilizadas expressões específicas deduzidas com base nessas restrições; em alternativa, e segundo o mesmo autor (*Trahair* [8]), o momento crítico pode ainda ser obtido através da expressão (26), embora nestas condições de uma forma conservativa.

Quadro 4 - Factores para cálculo do momento crítico em tramos de vigas com comprimento L e secção duplamente simétrica (*Trahair*, N.S. [8]).

Elemento	Diagrama de momentos	α_m	Limites de validade
		$1.75 + 1.05\beta + 0.3\beta^2 \leq 2.5$	$-1 \leq \beta \leq 1$
		$1.0 + 0.35(1 - 2d/L)^2$	$0 \leq \frac{2d}{L} \leq 1$
		$1.35 + 0.4(2d/L)^2$	$0 \leq \frac{2d}{L} \leq 1$
		$1.35 + 0.15\beta$	$0 \leq \beta \leq 0.89$
		$-1.2 + 3\beta$	$0.89 \leq \beta \leq 1$
		$1.35 + 0.36\beta$	$0 \leq \beta \leq 1$
		$1.13 + 0.10\beta$	$0 \leq \beta \leq 0.7$
		$-1.25 + 3.5\beta$	$0.7 \leq \beta \leq 1$
		$1.13 + 0.12\beta$	$0 \leq \beta \leq 0.75$
		$-2.38 + 4.8\beta$	$0.75 \leq \beta \leq 1$

Conforme foi referido anteriormente, embora de uma forma qualitativa, o ponto de aplicação das cargas relativamente ao centro de corte da secção tem influência significativa no valor do momento crítico. No caso das vigas em I ou H simplesmente apoiadas, com cargas concentradas a meio vão ou cargas uniformemente distribuídas, segundo *Trahair* [8], o momento crítico pode ser estimado através da seguinte expressão:

$$M_{cr}^E = \alpha_m \times M_{cr}^E \left\{ \sqrt{1 + \left(\frac{0,4\alpha_m y_Q}{M_{cr}^E / N_{cr,z}} \right)^2 + \frac{0,4\alpha_m y_Q}{M_{cr}^E / N_{cr,z}}} \right\} \quad (27)$$

Onde:

α_m – é o factor definido no Quadro 4 (sendo $\alpha_m = 1,35$ para cargas concentradas e $\alpha_m = 1,13$ para cargas distribuídas);

y_Q – é a distância entre o ponto de aplicação das cargas e o centro de gravidade (neste caso coincidente com o centro do corte);

$N_{cr,z} = \pi^2 EI_z / L^2$, sendo I_z o momento de inércia em relação ao eixo z e L a distância

entre secções contraventadas lateralmente.

Nota: para cargas no sentido descendente, a distância y_Q deve ser tomada como negativa ou positiva consoante as cargas sejam aplicadas acima ou abaixo do centro de corte.

Em vigas em consola, submetidas a uma carga pontual na extremidade ou a uma carga linearmente distribuída ao longo do vão, o momento crítico pode ser estimado através das expressões (28) e (29), respectivamente.

$$M_{cr} = 11 \frac{\sqrt{EI_z GI_T}}{L} \times \left[1 + \frac{1,2\varepsilon}{\sqrt{1+1,44\varepsilon^2}} \right] + 4(K-2) \frac{\sqrt{EI_z GI_T}}{L} \times \left[1 + \frac{1,2\varepsilon}{\sqrt{1+1,44(\varepsilon-0,1)^2}} \right] \quad (28)$$

$$M_{cr} = 27 \frac{\sqrt{EI_z GI_T}}{L} \times \left[1 + \frac{1,4(\varepsilon-0,1)}{\sqrt{1+1,96(\varepsilon-0,1)^2}} \right] + 10(K-2) \frac{\sqrt{EI_z GI_T}}{L} \times \left[1 + \frac{1,3(\varepsilon-0,1)}{\sqrt{1+1,69(\varepsilon-0,1)^2}} \right] \quad (29)$$

Onde os parâmetros ε e K são definidos por: $\varepsilon = \frac{2y_Q}{h_m} \times \frac{K}{\pi}$ e $K = \sqrt{\frac{\pi^2 EI_w}{GI_T L^2}}$, sendo h_m a distância entre a linha média dos banzos da secção e a restante simbologia idêntica à definida anteriormente.

No caso de um tramo em consola, na extremidade de uma viga contínua, as condições de restrição na secção de apoio são diferentes das verificadas num encastramento perfeito, logo as expressões (28) e (29) não são aplicáveis. Na secção do apoio da viga representada na Figura 9, embora a rotação em torno do eixo da viga possa estar restringida, a rotação por flexão lateral e o empenamento só o estarão se a viga no tramo adjacente for muito rígida. Como em geral tal não acontece, deve desprezar-se a restrição à rotação por flexão lateral e ao empenamento na secção de apoio. Nestas condições, num tramo em consola de uma viga contínua, submetido a uma carga pontual na extremidade ou a uma carga linearmente distribuída ao longo do vão, o momento crítico pode ser estimado através das expressões (30) e (31), respectivamente.

$$M_{cr} = 6 \frac{\sqrt{EI_z GI_T}}{L} \times \left[1 + \frac{1,5(\varepsilon-0,1)}{\sqrt{1+2,25(\varepsilon-0,1)^2}} \right] + 1,5(K-2) \frac{\sqrt{EI_z GI_T}}{L} \times \left[1 + \frac{3(\varepsilon-0,3)}{\sqrt{1+9(\varepsilon-0,3)^2}} \right] \quad (30)$$

$$M_{cr} = 15 \frac{\sqrt{EI_z GI_T}}{L} \times \left[1 + \frac{1,8(\varepsilon-0,3)}{\sqrt{1+3,24(\varepsilon-0,3)^2}} \right] + 4(K-2) \frac{\sqrt{EI_z GI_T}}{L} \times \left[1 + \frac{2,8(\varepsilon-0,4)}{\sqrt{1+7,84(\varepsilon-0,4)^2}} \right] \quad (31)$$

Onde os parâmetros ε e K e a restante simbologia têm os significados definidos anteriormente.

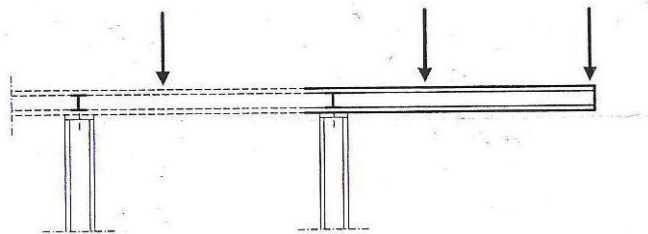


Figura 9 – Tramo em consola na extremidade de uma viga contínua.

Em alternativa a algumas das expressões anteriores, o momento crítico pode ser estimado através da expressão (32), proposta por *Clark e Hill* [9] e *Galéa* [10] e adoptada no Anexo F do ENV 1993-1-1 [2] (ver Equação (35)), aplicável a elementos submetidos a flexão em torno do eixo de maior inércia, constituídos por secções simétricas em relação ao eixo de menor inércia, como as ilustradas na Figura 10, com diversas condições de apoio e diversos tipos e carregamento.

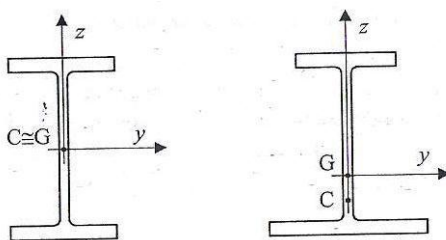


Figura 10 – Secções simétricas em relação ao eixo de menos inércia.

$$M_{cr} = C_1 \frac{\pi^2 E I_z}{(k_z L)^2} \left\{ \left[\left(\frac{k_z}{k_w} \right)^2 \times \frac{I_w}{I_z} + \frac{(k_z L)^2 G I_T}{\pi^2 E I_z} + (C_2 z_g - C_3 z_j)^2 - (C_2 z_g - C_3 z_j) \right] \right\} \quad (32)$$

Em que:


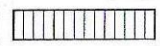
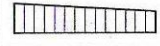
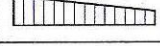
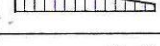
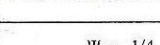
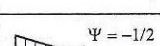

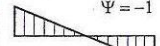
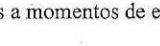
- C_1 , C_2 e C_3 são coeficientes dependentes da forma do diagrama de momentos flectores e das condições de apoio, obtidos a partir dos Quadros 5 e 6 para algumas situações correntes;
- k_z e k_w são factores de comprimento efectivo dependentes das condições de apoio nas extremidades. O factor k_z refere-se a rotações nas secções extremas, em torno do eixo de menor inércia z e k_w refere-se à restrição ao empenamento nas mesmas secções. Estes factores variam entre 0,5 (deformações impedidas) e 1,0 (deformações livres), sendo iguais a 0,7 no caso de deformações livres numa extremidade e impedidas na outra; como na maioria das situações práticas estas restrições são apenas parciais, conservativamente pode adoptar-se sempre $k_z = k_w = 1,0$;

$z_g = (z_a - z_s)$, em que z_a e z_s são as coordenadas do ponto de aplicação da carga e do centro de corte, em relação ao centro de gravidade da secção; estas quantidades tomam valores positivos se localizados na parte comprimida e valores negativos se localizados na parte traccionada;

$z_j = z_s - (0,5 \int_A (y^2 + z^2) \times \left(\frac{z}{I_y}\right) dA)$ é um parâmetro que traduz o grau de assimetria da secção em relação ao eixo y, sendo nulo em vigas de secção duplamente simétrica (como a secção I ou H de banzos iguais) e tomando valores positivos quando o banzo com maior momento de inércia em torno de z for o banzo comprimido, na secção de momento máximo;

- as restantes grandezas têm os significados definidos anteriormente.

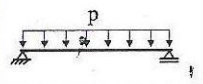
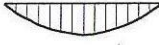
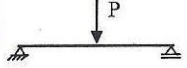

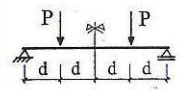
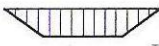
Quadro 5 – Coeficientes C_1 e C_3 para vigas com momentos de extremidade.

Carregamento e condições de apoio	Diagrama de momentos	k_z	C_1	C_3		
				$\psi_f \leq 0$	$\psi_f > 0$	
	$\Psi = +1$ 	1.0 0.5	1.00 1.05	1.000 1.019		
	$\Psi = +3/4$ 	1.0 0.5	1.14 1.19	1.000 1.017		
	$\Psi = +1/2$ 	1.0 0.5	1.31 1.37	1.000 1.000		
	$\Psi = +1/4$ 	1.0 0.5	1.52 1.60	1.000 1.000		
	$\Psi = 0$ 	1.0 0.5	1.77 1.86	1.000 1.000		
	$\Psi = -1/4$ 	1.0 0.5	2.06 2.15	1.000 1.000	0.850 0.650	
	$\Psi = -1/2$ 	1.0 0.5	2.35 2.42	1.000 0.950	$1.3 - 1.2\psi_f$ $0.77 - \psi_f$	
	$\Psi = -3/4$ 	1.0 0.5	2.60 2.45	1.000 0.850	$0.55 - \psi_f$ $0.35 - \psi_f$	
	$\Psi = -1$ 	1.0 0.5	2.60 2.45	$-\psi_f$ $-0.125 - 0.7\psi_f$	$-\psi_f$ $-0.125 - 0.7\psi_f$	
	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Em vigas submetidas a momentos de extremidade, por definição $C_2 z_g = 0$; ▪ $\psi_f = \frac{I_{fc} - I_{ft}}{I_{fc} + I_{ft}}$, sendo I_{fc} e I_{ft} os momentos de inércia dos banzos comprimido e traccionado, respectivamente, em relação ao eixo de menor inércia da secção (eixo z); ▪ C_1 deve ser dividido por 1.05 quando $\frac{\pi}{k_w L} \sqrt{\frac{EI_w}{GI_T}} \leq 1.0$, mas $C_1 \geq 1.0$. 					

A expressão (32) permite ainda estimar o momento crítico de vigas com outras condições de apoio (incluído vigas em consola) e outras condições de carregamento, tais como combinações de momentos de extremidade com cargas transversais, podendo-se obter os

respectivos parâmetros de cálculo C_1 , C_2 e C_3 , k_z e k_w de acordo com “Rules for Member Stability in ENV 1993-1-1:Background documentation and design guidelines, n.º119, TC8-2006” [4].

Quadro 6 – Coeficientes C_1 , C_2 e C_3 para vigas com cargas transversais.

Carregamento e condições de apoio	Diagrama de momentos	k_z	C_1	C_2	C_3
		1.0 0.5	1.12 0.97	0.45 0.36	0.525 0.478
		1.0 0.5	1.35 1.05	0.59 0.48	0.411 0.338
		1.0 0.5	1.04 0.95	0.42 0.31	0.562 0.539

No caso de secções em I ou H monossimétricas, os Quadros 5 e 6 só devem ser utilizados se for verificada a condição $-0,9 \leq \psi_f \leq 0,9$, com

$$\psi_f = \frac{I_{fc} - I_{ft}}{I_{fc} + I_{ft}} \quad (33)$$

sendo,

I_{fc} e I_{ft} os momentos de inércia dos bantos comprimido e traccionado, respectivamente, em relação ao eixo de menor inércia da secção (eixo z).

2.2.2 Determinação do momento crítico segundo o ENV 1993-1-1 [2]

Para determinação do momento crítico elástico, M_{cr} , o anexo F do ENV 1993-1-1 [2] (versão inicial do EC3) propõe as seguintes expressões:

F.1.1 – Fórmula de base

(1) O momento elástico crítico relativo à encurvadura lateral de uma viga de secção uniforme e simétrica, de banzos iguais, nas condições padrão de restrições nos apoios, submetida a uma carga no eixo da sua alma e a um momento uniforme, é dado por:

$$M_{cr} = \frac{\pi^2 \times E \times I_z}{L^2} \times \sqrt{\frac{I_w}{I_z} + \frac{L^2 \times G \times I_t}{\pi^2 \times E \times I_z}} \quad (34)$$

(2) As condições padrão de restrição em cada apoio são:

- Restrição ao movimento lateral;
- Restrição respeitante à rotação segundo o eixo axial;
- Flexão livre no plano.

F.1.2 – Fórmula geral para secções simétricas relativamente ao eixo de menor inércia

(1) No caso de uma viga com secção transversal uniforme simétrica relativamente ao eixo de menor inércia (z) e com flexão em torno do eixo de maior inércia (y), o momento crítico elástico de encurvadura lateral é dado pela seguinte expressão:

$$M_{cr} = c_1 \times \frac{\pi^2 \times E \times I_z}{(kL)^2} \times \left[\sqrt{\left(\frac{k}{k_w}\right)^2 \times \frac{I_w}{I_z} + \frac{(kL)^2 \times G \times I_t}{\pi^2 \times E \times I_z} + (C_2 z_g - C_3 z_j)^2} - (C_2 z_g - C_3 z_j) \right] \quad (35)$$

Onde:

- C_1 , C_2 e C_3 são factores dependentes das condições dos apoios e da forma do diagrama dos momentos flectores

- k e k_w são factores efectivos de comprimento, dependentes das condições de apoio nas extremidades

$$z_g = z_a - z_s$$

$$z_j = z_s - 0,5 \int A(y^2 + z^2)z \, dA / I_y$$

- z_a é a coordenada do ponto de aplicação da carga em relação ao centro de gravidade da secção

- z_s é a coordenada do centro de corte em relação ao centro de gravidade da secção

- z_j é um parâmetro que traduz o grau de simetria da secção em relação ao eixo y, sendo nulo em vigas de secção duplamente simétrica e positivo quando o banzo comprimido for o de maior momento de inércia em torno de z. Em valor absoluto, z_j é tanto maior quanto maior for a diferença entre as inércias dos banzos em torno de z.

(2) Os factores efectivos de comprimento, k e k_w , variam de 0,5 (para encastramento completo nas duas extremidades) a 1,0 (para apoio simples nas duas extremidades), sendo iguais a 0,7 para uma extremidade encastrada e a outra apoiada.

(3) O factor k refere-se à rotação em torno do eixo z e é análogo ao quociente entre o comprimento de encurvadura e o comprimento real da peça, quando sujeita a compressão uniforme.

(4) O factor k_w refere-se ao empenamento das extremidades devido à torção. Excepto nos casos em que não forem tomadas medidas para evitar esse empenamento, k_w deverá ser tomado igual a 1,0.

(5) Os coeficientes C_1 , C_2 e C_3 são dados nos Quadros 7 e 8 do anexo F do ENV 1993-1-1 [2], para diferentes tipos de carregamento, variando com a forma do diagrama de momento flector ao longo do comprimento L entre apoios e variando ainda com o valor de k.

(6) Para $k=1,0$, o valor de C_1 para qualquer valor de momento nos apoios, como o indicado no quadro 4, é dado aproximadamente por:

$$C_1 = 1,88 - 1,40\psi + 0,52\psi^2 \text{ com } C_1 \leq 2,70 \quad (36)$$

(7) O sinal convencionado para a determinação de z_j é:

- z_j é positivo para o banzo comprimido;
- z_j é positivo quando o banzo com maior valor de I_z estiver comprimido no ponto de maior momento flector.

(8) O sinal convencionado para a determinação de z_g é:

z_g é nulo para cargas aplicadas no centro de corte;

z_g é positivo para cargas aplicadas no sentido do centro de corte.

F.1.3 – Vigas com secções transversais duplamente simétricas e uniformes

(1) Para secções transversais duplamente simétricas, $z_g=0$. Assim, tem-se:

$$M_{cr} = c_1 \times \frac{\pi^2 \times E \times I_z}{(kL)^2} \times \left[\sqrt{\left(\frac{k}{k_w}\right)^2 \times \frac{I_w}{I_z} + \frac{(kL)^2 \times G \times I_t}{\pi^2 \times E \times I_z} + (C_2 z_g)^2} - (C_2 z_g) \right] \quad (37)$$

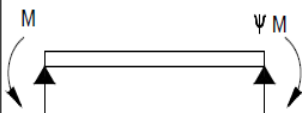



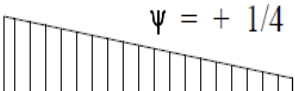

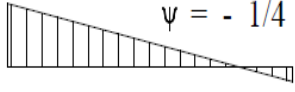
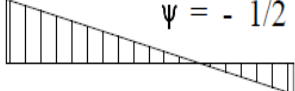
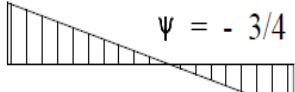

(2) Quando não existem cargas no vão, $C_2=0$, e quando as cargas transversais estão aplicadas no centro de corte, $z_g=0$. Para estes casos, tem-se:

$$M_{cr} = c_1 \times \frac{\pi^2 \times E \times I_z}{(kL)^2} \times \sqrt{\left(\frac{k}{k_w}\right)^2 \times \frac{I_w}{I_z} + \frac{(kL)^2 \times G \times I_t}{\pi^2 \times E \times I_z}} \quad (38)$$

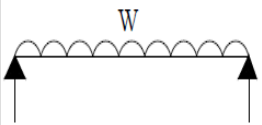
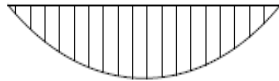
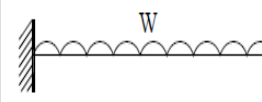
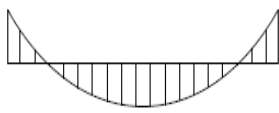
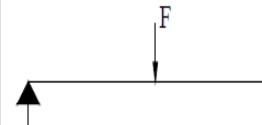
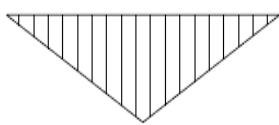
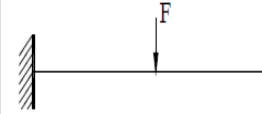
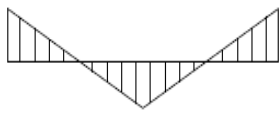
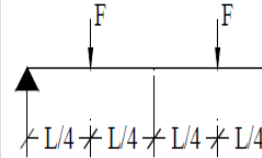
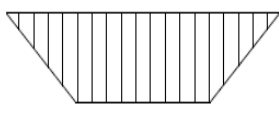
Quando $k=k_w=1,0$ (apoios simples), a expressão (38) simplifica-se para:

$$M_{cr} = c_1 \times \frac{\pi^2 \times E \times I_z}{L^2} \times \sqrt{\frac{I_w}{I_z} + \frac{L^2 \times G \times I_t}{\pi^2 \times E \times I_z}} \quad (39)$$

Quadro 7- Valores dos factores C_1 e C_3 para diagramas de momentos lineares

Carregamentos e condições de apoio	Diagrama de momentos	Valor de K	Valor dos factores		
			C1	C2	C3
	$\psi = + 1$ 	1,0 0,7 0,5	1,000 1,000 1,000		1,000 1,113 1,144
	$\psi = + 3/4$ 	1,0 0,7 0,5	1,141 1,270 1,305		0,998 1,565 2,283
	$\psi = + 1/2$ 	1,0 0,7 0,5	1,323 1,473 1,514		0,992 1,556 2,271
	$\psi = + 1/4$ 	1,0 0,7 0,5	1,563 1,739 1,788		0,977 1,531 2,235
	$\psi = 0$ 	1,0 0,7 0,5	1,789 2,092 2,150		0,939 1,473 2,150
	$\psi = - 1/4$ 	1,0 0,7 0,5	2,281 2,538 2,609		0,855 1,340 1,957
	$\psi = - 1/2$ 	1,0 0,7 0,5	2,704 3,009 3,093		0,676 1,059 1,546
	$\psi = - 3/4$ 	1,0 0,7 0,5	2,927 3,009 3,093		0,366 0,575 0,837
	$\psi = - 1$ 	1,0 0,7 0,5	2,752 3,063 3,149		0,000 0,000 0,000

Quadro 8 – Valores dos factores C_1 , C_2 e C_3 para diagramas de momentos devidos a cargas nos vãos

Tipo de cargas e condições de apoio	Diagrama de momentos	Valor de K	Valor dos factores		
			C_1	C_2	C_3
		1,0 0,5	1,132 0,972	0,459 0,304	0,525 0,980
		1,0 0,5	1,285 0,712	1,562 0,652	0,753 1,070
		1,0 0,5	1,365 1,070	0,553 0,432	1,730 3,050
		1,0 0,5	1,565 0,938	1,267 0,715	2,640 4,800
		1,0 0,5	1,046 1,010	0,430 0,410	1,120 1,890

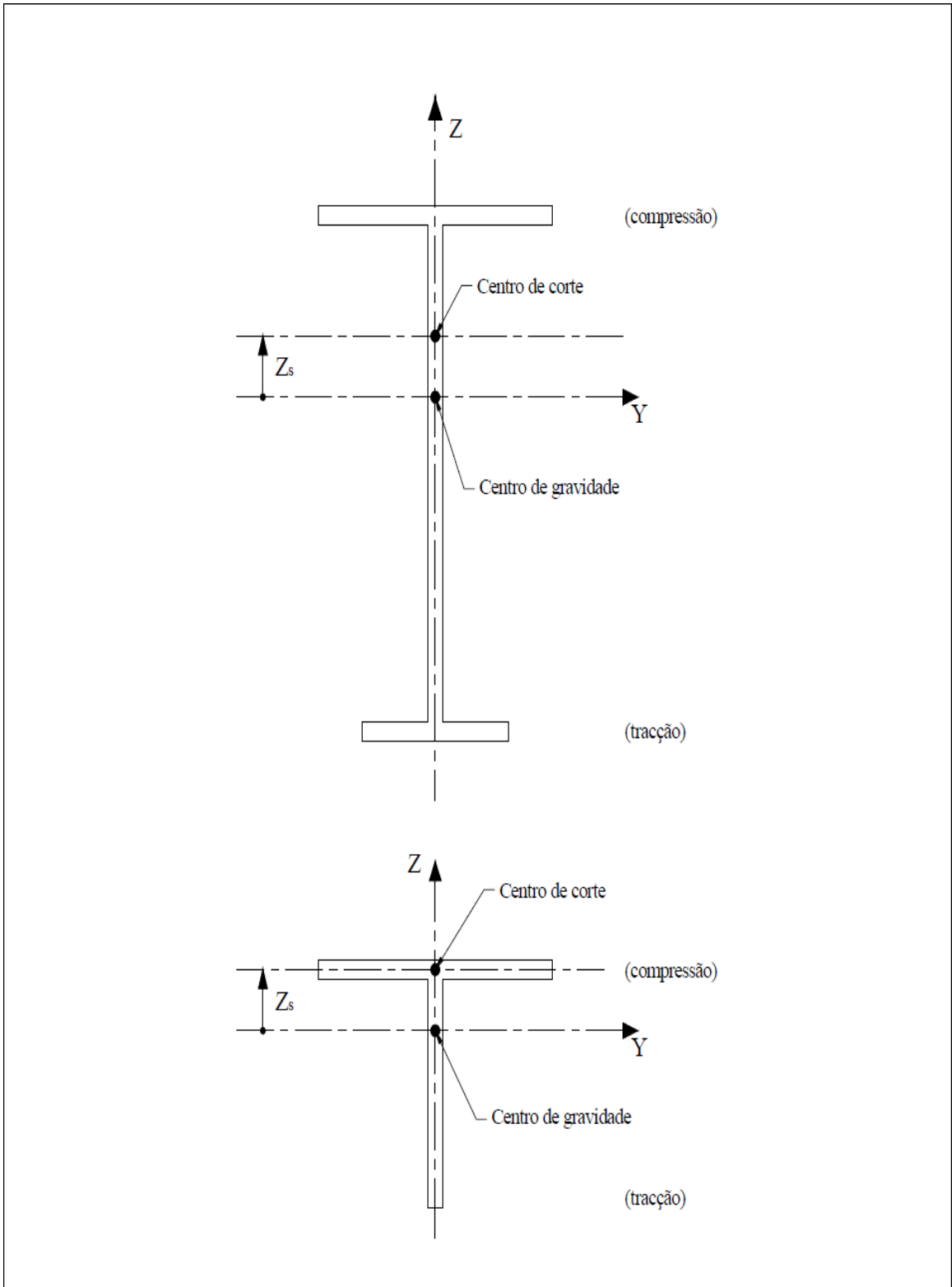


Figura 11 – Convenção de sinais para determinação de Z_j

F.1.4 – Vigas com secções transversais monossimétricas, uniformes e com banzos diferentes

(1) Para uma secção em I com banzos diferentes, tem-se:

$$I_w = \beta_f \times (1 - \beta_f) \times I_z \times h_g^2 \quad (40)$$

Com:

$$\beta_f = \frac{I_{fc}}{I_{fc} + I_{ft}} \quad (41)$$

- I_{fc} é o momento de inércia do banzo comprimido relativamente ao eixo z;
- I_{ft} é o momento de inércia do banzo comprimido relativamente ao eixo z;
- h_g é a distância entre os centros de corte dos banzos.

(2) Para z_j , podem adoptar-se as seguintes aproximações:

Quando: $\beta_f > 0,5$

$$z_j = 0,8 \times (2\beta_f - 1) \times h_g/2 \quad (42)$$

Quando: $\beta_f < 0,5$

$$z_j = 1,0 \times (2\beta_f - 1) \times h_g/2 \quad (43)$$

Para secções com banzos inclinados, tem-se:

$$z_j = 0,8 \times (2\beta_f - 1) \times \left(1 + \frac{h_l}{h}\right) \times h_g/2 \text{ quando } \beta_f > 0,5 \quad (44)$$

$$z_j = 1,0 \times (2\beta_f - 1) \times \left(1 + \frac{h_l}{h}\right) \times h_g/2 \text{ quando } \beta_f < 0,5 \quad (45)$$

Em que h_l é a espessura do banzo inclinado.

F.2 – Esbelteza

F.2.1 – Conceitos gerais

Para verificação de segurança a encurvadura lateral por flexão-torção, é necessário definir uma esbelteza λ_{LT} dada por:

$$\lambda_{LT} = (\pi^2 \times E \times W_y / M_{cr})^{0,5} \quad (46)$$

Em que W_y é o módulo de flexão da secção em torno do eixo y.

De modo a tornar este parâmetro independente do tipo de aço define-se ainda uma esbelteza normalizada, $\bar{\lambda}_{LT}$, dada por:

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{W_y \times f_y}{M_{cr}}} \quad (47)$$

Em que f_y é a tensão de cedência do aço.

F.2.2 – Vigas com secções transversais duplamente simétricas e uniformes

(1) Para uma secção plana I ou H:

$$I_w = I_z \times h_s^2 / 4 \text{ com } h_s = h - t_f \quad (48)$$

(2) Para uma secção transversal duplamente simétrica, o valor de i_{LT} é dado por:

$$i_{LT} = \left(I_z \times I_w / W_y^2 \right)^{0,25} \quad (49)$$

Ou de modo aproximado, por:

$$i_{LT} = \left[I_z / (A - 0,5 \times t_w \times h_s) \right]^{0,5} \quad (50)$$

(2) Para secções I ou H laminadas pode ser usada a seguinte aproximação pelo lado da segurança:

$$\lambda_{LT} = \frac{L/i_{LT}}{(C_1)^{0,5} \times \left[1 + \frac{1}{20} \times \left[\frac{L/i_{LT}}{h/t_f} \right]^2 \right]^{0,25}} \quad (51)$$

Ou:

$$\lambda_{LT} = \frac{0,9L/i_z}{(C_1)^{0,5} \times \left[1 + \frac{1}{20} \times \left[\frac{L/i_z}{h/t_f} \right]^2 \right]^{0,25}} \quad (52)$$

(3) Para qualquer secção I ou H com banzos iguais pode ser usada a seguinte aproximação pelo lado da segurança:

$$\lambda_{LT} = \frac{L/i_z}{(C_1)^{0,5} \times \left[1 + \frac{1}{20} \times \left[\frac{L/i_z}{h/t_f} \right]^2 \right]^{0,25}} \quad (53)$$

(4) Nos casos com $k < 1,0$ e/ou $k_w < 1,0$ pode ainda usar-se:

$$\lambda_{LT} = \frac{kL \times \left[\frac{W^2 p L y}{I_z \times I_w} \right]^{0,25}}{(C_1)^{0,5} \times \left[\left[\frac{k}{k_w} \right]^2 + \frac{(kL)^2 \times G \times I_t}{\pi^2 \times E \times I_w} \right]^{0,25}} \quad (54)$$

Ou:

$$\lambda_{LT} = \frac{kL/i_{LT}}{(C_1)^{0,5} \times \left[\left[\frac{k}{k_w} \right]^2 + \frac{(kL/i_{LT})^2}{25,66} \right]^{0,25}} \quad (55)$$

Ou, para secções padrão I ou H laminadas:

$$\lambda_{LT} = \frac{kL/i_{LT}}{(C_1)^{0,5} \times \left[\left[\frac{k}{k_w} \right]^2 + \frac{1}{20} \times \left[\frac{kL/i_{LT}}{h/t_f} \right]^2 \right]^{0,25}} \quad (56)$$

Ou:

$$\lambda_{LT} = \frac{0,9kL/i_z}{(C_1)^{0,5} \times \left[\left[\frac{k}{k_w} \right]^2 + \frac{1}{20} \times \left[\frac{kL/i_z}{h/t_f} \right]^2 \right]^{0,25}} \quad (57)$$

$$\lambda_{LT} = \frac{kL/i_z}{(C_1)^{0,5} \times \left[\left[\frac{k}{k_w} \right]^2 + \frac{1}{20} \times \left[\frac{kL/i_z}{h/t_f} \right]^2 \right]^{0,25}} \quad (58)$$

(5) No caso de cargas transversais aplicadas fora do centro de corte ($z_g \neq 0,0$), pode-se usar:

$$\lambda_{LT} = \frac{kL \times \left[\frac{W^2 p L y}{I_z \times I_w} \right]^{0,25}}{(C_1)^{0,5} \times \left\{ \left[\left[\frac{k}{k_w} \right]^2 + \frac{(kL)^2 \times G \times I_t}{\pi^2 \times E \times I_w} + (C_2 \times z_g)^2 \times \frac{I_z}{I_w} \right]^{0,5} - C_2 \times z_g \times \left[\frac{I_z}{I_w} \right]^{0,5} \right\}} \quad (59)$$

Ou em alternativa:

$$\lambda_{LT} = \frac{kL/i_{LT}}{(C_1)^{0,5} \times \left\{ \left[\left[\frac{k}{k_w} \right]^2 + \frac{(kL/a_{LT})^2}{25,66} + \left[\frac{2 \times C_2 \times z_g}{h_s} \right]^2 \right]^{0,5} - \frac{2 \times C_2 \times z_g}{h_s} \right\}} \quad (60)$$

Para secções padrão I ou H laminadas:

$$\lambda_{LT} = \frac{kL/i_{LT}}{(C_1)^{0,5} \times \left\{ \left[\left[\frac{k}{k} \right]^2 + \frac{1}{20} + \left[\frac{kL/i_{LT}}{h/t_f} \right]^2 + \left[\frac{2 \times C_2 \times z_g}{h_s} \right]^2 \right]^{0,5} - \frac{2 \times C_2 \times z_g}{h_s} \right\}} \quad (61)$$

Ou em alternativa:

$$\lambda_{LT} = \frac{0,9kL/i_z}{(C_1)^{0,5} \times \left\{ \left[\left[\frac{k}{k_w} \right]^2 + \frac{1}{20} + \left[\frac{kL/i_z}{h/t_f} \right]^2 + \left[\frac{2 \times C_2 \times z_g}{h_s} \right]^2 \right]^{0,5} - \frac{2 \times C_2 \times z_g}{h_s} \right\}} \quad (62)$$

Ou para qualquer secção I ou H com banzos iguais:

$$\lambda_{LT} = \frac{kL/i_z}{(C_1)^{0,5} \times \left\{ \left[\left[\frac{k}{k_w} \right]^2 + \frac{1}{20} + \left[\frac{kL/i_z}{h/t_f} \right]^2 + \left[\frac{2 \times C_2 \times z_g}{h_s} \right]^2 \right]^{0,5} - \frac{2 \times C_2 \times z_g}{h_s} \right\}} \quad (63)$$

Capítulo 3

LTBeam [1] – Programa para cálculo de momentos críticos

3.1 Introdução

O LTBeam [1] trata a encurvadura lateral por flexão-torção em vigas.

O programa calcula o multiplicador crítico, μ_{cr} de um carregamento aplicado à viga supondo que a mesma tem comportamento elástico. Para além deste multiplicador, o LTBeam [1] obtém outros resultados, tais como, o valor do momento crítico M_{cr} , o momento máximo de flexão da viga e informações sobre o modo de encurvadura.

O valor do momento crítico é geralmente utilizado nos regulamentos e\ou normas para verificação da resistência à encurvadura lateral por flexão-torção.

Neste programa, a modelação do comportamento da viga é baseada no Método dos Elementos Finitos, que impõe uma discretização da mesma em pequenos elementos ao longo de seu eixo.

A discretização gera nós ao longo da viga e os graus de liberdade representados em cada nó são:

- Deslocamento lateral;

- Rotação em torno do eixo da viga (eixo x);
- Rotação em torno dos eixos da secção (eixos y e z);
- Deformação de empenamento.

O cálculo do multiplicador crítico, μ_{cr} , é alcançado resolvendo o problema associado, descrito nos capítulos seguintes e deduzido a partir da energia expressa do nível de encurvadura na geometria inicial, ou seja, no quadro da teoria linear de estabilidade elástica.

De seguida são apresentados os principais aspectos teóricos onde o programa se baseia:

- A viga é discretizada em elementos de comprimento reduzido, o que permite adoptar hipóteses simplificadas sobre seu comportamento.
- O material é elástico, isotrópico e homogéneo.
- Supõe-se que as secções transversais não estão sujeitas a deformações iniciais. A encurvadura local não é considerada.
- As tensões são inferiores ao limite elástico do material, mas os deslocamentos e as rotações podem ser moderadamente elevadas.
- As tensões no centro de corte das secções transversais são desprezáveis (Teoria de Vlasov).
- A direcção das forças não muda quando a viga torce ou roda.

3.2 Fundamentação teórica

A energia total de deformação U da viga quando a encurvadura lateral ocorre pode ser dividida em duas partes:

uma parte “linear” U_L , que é uma função das propriedades geométricas da viga, das propriedades mecânicas das secções transversais e das propriedades dos materiais. Esta parte é assim chamada porque está ligada ao comportamento linear da viga (primeira ordem).

uma parte “não linear” ou “geométrica” U_G , que é uma função das forças internas da viga. Esta parte é assim chamada porque deve-se á encurvadura e introduz a influência do desenvolvimento da deformação da viga (comportamento de segunda ordem).

A energia total de deformação da viga pode ser então expressa por:

$$U = U_L + U_G \quad (64)$$

Considerando que a viga é discretizada em n elementos, vem que:

$$U = \sum_{e=1}^n (U_L^e + U_G^e) \quad (65)$$

Onde:

U_L^e e U_G^e são energias de deformação individuais (como foi definido em cima) para cada elemento e .

3.2.1 Notação para um elemento

A secção transversal de cada elemento é considerada uniforme ao longo do seu comprimento e simétrica em relação ao plano de flexão.

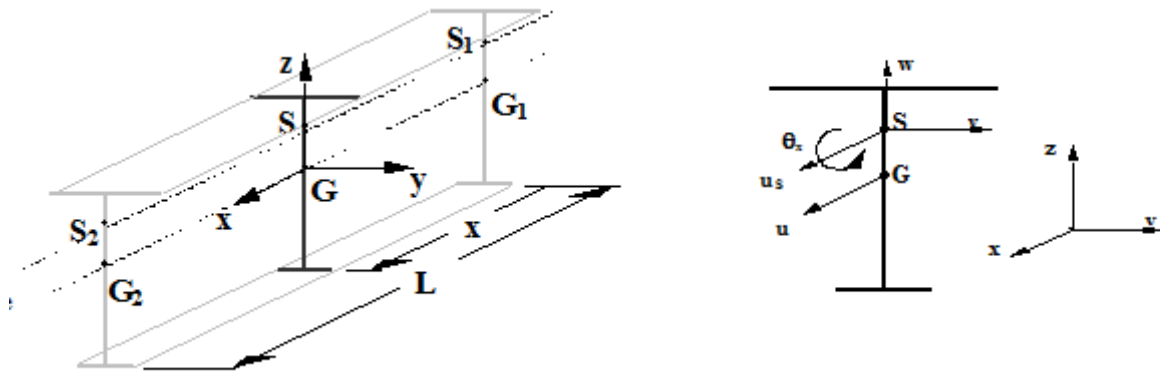


Figura 12 – Elemento uniforme ao longo do seu comprimento e simétrico em relação ao plano de flexão.

Define-se então:

L – Comprimento do elemento

G – Centróide da secção

x – Abcissa ao longo do elemento

$x = 0$ em G_1

$x = L$ em G_2

G_y e G_z – Eixos principais da secção

S – Centro de corte da secção, localizado no eixo z na ordenada z_S

E – Módulo de Young

G – Módulo de distorção

I_z – Momento de inércia relativo ao eixo dos zz

I_t – Constante de torção da secção

I_w – Constante de empenamento da secção

β_z – Factor Wagner da secção (assimetria vertical). Este factor corresponde ao $-z_j$ no Anexo F do ENV 1993-1-1. $\beta_z = 0$ para secções duplamente simétricas.

Deslocamentos:

v – deslocamento lateral de S ao longo do eixo y

θ – rotação com torção da secção sobre o eixo

$M_y(x)$ e $V_z(x)$ são, respectivamente, a distribuição do momento flector e do esforço transversal ao longo da viga. Além disso, ao longo de cada elemento, podem actuar transversalmente:

- cargas pontuais, F_i aplicadas nas abcissas x_{Fi} ao longo do elemento, na direcção do eixo dos zz com as distancias z_{Fi} a partir do centro de corte S .
- cargas distribuídas q_j aplicadas entre as abcissas x_{q1j} e x_{q2j} ao longo do elemento, na direcção do eixo dos zz e com a distância z_{qj} a partir do centro de corte S .

3.2.2 Expressões da energia de deformação em cada elemento [1]

Com as indicações referidas acima, tem-se para cada elemento e:

$$U_L^e = \frac{1}{2} \int_0^L \left[EI_z \left(\frac{d^2v}{dx^2} \right)^2 + EI_w \left(\frac{d^2\theta_x}{dx^2} \right)^2 + GI_t \left(\frac{d\theta_x}{dx} \right)^2 \right] dx \quad (66)$$

$$U_G^e = \int_0^L M_y(x) \left[\frac{dv}{dx} \frac{d\theta_x}{dx} - \beta_z \left(\frac{d\theta_x}{dx} \right)^2 \right] dx - \int_0^L V_z(x) \left(\theta_x \frac{dv}{dx} + z_s \theta_x \frac{d\theta_x}{dx} \right) dx + \frac{1}{2} \sum_i F_i z_{Fi} \theta_{x_{Fi}}^2 + \frac{1}{2} \sum_j \left(\int_{x_{q1j}}^{x_{q2j}} q_j \times z_{qj} \times \theta_x^2 dx \right) \quad (67)$$

3.2.3 Graus de liberdade considerados para cada nó

Os graus de liberdade são os deslocamentos dos nós nas extremidades de cada elemento. No espaço (3D), podem ser definidos sete graus de liberdade em cada nó.

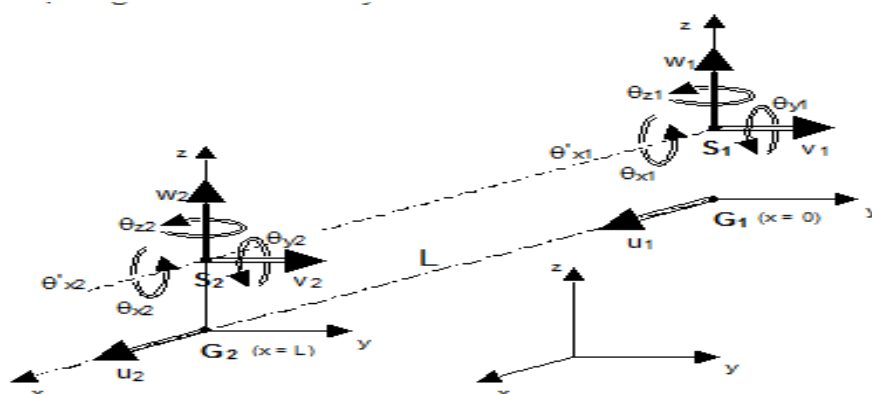


Figura 13 – Graus de liberdade de um elemento.

O vector dos deslocamentos nas extremidades do nó i é definida por:

$$(u_i, v_i, w_i, \theta_{xi}, \theta_{yi}, \theta_{zi}, \theta'_{xi})$$

Onde:

u_i é o deslocamento axial do centróide G_i e $v_i, w_i, \theta_{xi}, \theta_{yi}, \theta_{zi}, \theta'_{xi}$ são deslocamentos do centro de corte S_i .

Os deslocamentos θ'_x são os que estão ligados ao empenamento da secção. Ao longo do elemento, a deformação por empenamento é dada por:

$$\theta'_x = \frac{d\theta}{dx} \quad (68)$$

Neste contexto a encurvadura lateral da viga com a secção transversal simétrica em relação ao plano de flexão xz , não existe qualquer interacção de deslocamentos dentro do plano e fora dele. Portanto, apenas podem ser considerados os seguintes quatro graus de liberdade:

$$(v_i, \theta_{xi}, \theta_{zi}, \theta'_{xi})$$

Note-se que ao longo do elemento $\theta_z = \frac{dv}{dx}$

3.2.4 Matrizes de rigidez de um elemento

Na forma clássica, a matriz de rigidez de um elemento é obtida pela segunda derivada da energia de deformação U em relação aos deslocamentos (graus de liberdade) do sistema. Se a matriz de rigidez é chamada de K e se a_i é qualquer grau de liberdade, o elemento K_{ij} da matriz K é obtido por:

$$K_{ij} = \frac{d^2 U}{da_i da_j} \quad (69)$$

Considerando a divisão da energia de deformação U , nas partes “linear” e “geométrica” como está definido em cima, a matriz K pode ser expressa por:

$$K = K_L + K_G \quad (70)$$

Onde K_L é a matriz de rigidez “linear” e K_G é a matriz de rigidez “geométrica”.

Os elementos destas matrizes são obtidos, respectivamente, por:

$$K_{Lij} = \frac{d^2 U_L}{da_i da_j} \quad (71)$$

e

$$K_{Gij} = \frac{d^2 U_G}{da_i da_j} \quad (72)$$

A matriz K_G é uma função linear dos momentos de flexão no elemento da viga e das cargas transversais aplicadas sobre ele. Se $K_G(\bar{M})$ demonstra a matriz calculada para um dado carregamento que gera a distribuição de flexão \bar{M} , e se este carregamento variar proporcionalmente com o factor μ (multiplicador crítico), em cada nível de carregamento a matriz de rigidez é dada por:

$$K = K_L + \mu \times K_G(\bar{M}) \quad (73)$$

A fim de executar as integrações nas expressões da energia, os deslocamentos dos elementos ao longo da viga são expressos em função dos deslocamentos dos nós usando funções polinomiais de terceiro grau (denominadas polinómios de Hermite).

Além disso, devido aos elementos da viga serem supostamente curtos, a distribuição do momento de flexão e a do esforço transversal são linearizadas ao longo do comprimento L do elemento.

Os valores de M_1 e M_2 , e V_1 e V_2 em $x=0$ (nó 1) e $x=L$ (nó 2), respectivamente, que representam as acções na secção considerada podem ser expressos por:

$$M_y(x) = M_1\left(1 - \frac{x}{L}\right) + M_2 \frac{x}{L} \quad (74)$$

$$V_z(x) = V_1\left(1 - \frac{x}{L}\right) + V_2 \frac{x}{L} \quad (75)$$

No LTBeam [1], para ser consistente com esta definição e a linearização do M_y , a distribuição do esforço transversal $V_z(x)$ foi considerada constante ao longo do elemento da viga, portanto,

$$V_z(x) = -\frac{dM_y}{dx} = V_1 = V_2 = \frac{M_1 - M_2}{L} \quad (76)$$

São obtidas matrizes (8x8) para o elemento da viga a partir da segunda derivada das energias que foram estabelecidas para o vector deslocamento X_e , reagrupando os graus de liberdade na extremidade do nó do elemento.

$$X_e^T = (v_1, \theta_{x1}, \theta_{z1}, \theta'_{x1}, \quad v_2, \theta_{x2}, \theta_{z2}, \theta'_{x2})^T$$

Estas matrizes são simétricas.

3.2.5 Descrição do processo de resolução do momento crítico

Quando a encurvadura lateral ocorre, o comportamento da viga pode ser descrito pela seguinte equação:

$$[K_L + \mu_{cr} \times K_G \times (\bar{M})] = 0 \quad (77)$$

Onde:

- K_L é a chamada matriz "linear", em função das dimensões (vão e secção transversal) e das propriedades do material.

- K_G é a chamada matriz "geométrica", em função das dimensões e do diagrama de momento flector na viga resultante do carregamento actuante.

As matrizes K_L e K_G são obtidas através das segundas derivadas (lineares e não lineares) da energia potencial total da viga em função dos deslocamentos considerados no LTBeam [1], para uma situação de encurvadura.

- μ_{cr} é o chamado valor "crítico" do multiplicador da distribuição de momentos aplicados ao longo da viga. Existem vários valores que são soluções da equação (64), chamados de "eigenvalues" (valores próprios), sendo que o programa indica apenas o menor valor positivo, chamado de "eigenvalue fundamental", que é a solução do problema.

O determinante da equação (77) é positivo no domínio estável e negativo no domínio instável, anulando-se quando o multiplicador acima atinge o valor μ_{cr} .

A equação (77) é equivalente a:

$$[K_L + \mu_{cr} \times K_G \times (\bar{M})] \times X = 0 \quad (78)$$

Onde:

- X é o "eigenvector" (vector próprio) associado ao "eigenvalue" calculado μ_{cr} . Os componentes de X são os deslocamentos que ocorrem na encurvadura, definindo os modos de deformação ("eigenmodes") da viga.

Uma vez conhecido, μ_{cr} , o cálculo do momento crítico, M_{cr} é imediato, pois:

$$M_{cr} = \mu_{cr} \times \bar{M}_{max} \quad (79)$$

O método usado no LTBeam [1] consiste num processo iterativo dicotómico com o objectivo de descobrir o valor de μ_{cr} para o qual o determinante muda de sinal. Embora este

método não seja o mais rápido, é simples, estável, e permite obter sem ambiguidade o menor valor próprio positivo.

O processo procura primeiro um par de valores (μ_{cr}^+, μ_{cr}^-) aos quais estão associados, respectivamente, um determinante positivo e outro negativo na equação (78). Em seguida reduz-se o intervalo entre μ_{cr}^+ e μ_{cr}^- . De modo a que os respectivos determinantes se aproximem progressivamente do valor nulo. O processo é repetido até se obter o valor final μ_{cr} com a precisão desejada.

Uma vez obtido μ_{cr} , o processo determina o "eigenvector" X associado a este valor. Para tal, é criada uma matriz K :

$$K = K_L + \mu_{cr} \times K \times (\bar{M}) \quad (80)$$

O programa procura o menor termo na diagonal, a fim de seleccionar um componente de deslocamento não nulo (grau de liberdade) com um valor significativo. A este componente de deslocamento é então atribuído um valor arbitrário que permite, através da redução de uma linha da matriz K e do vector X , a determinação dos outros componentes de X .

O "eigenvector" X é obtido e posteriormente são conhecidos quaisquer multiplicadores globais. No final do processo, este "eigenvector" é normalizado, de modo a se obter um vector de norma unitária e todos os outros componentes são modificados na mesma proporção.

3.2.6 Interpretação dos resultados

O LTBeam [1] fornece o valor de μ_{cr} , multiplicador crítico, o valor do momento crítico M_{cr} , e o valor e localização na viga do momento flector máximo (M_{max}) na viga.

O valor de M_{cr} é algébrico e tem o mesmo sinal que M_{max} . Admite-se que, quando ocorre a encurvadura, a forma do diagrama de momentos flector é a mesma que o original, o que quer dizer que os momentos de flexão $M(x)$ ao longo da viga são multiplicados por μ_{cr} .

Os valores críticos das cargas são obtidos multiplicando os valores de entrada por μ_{cr} . É óbvio que se $\mu_{cr} < 1$, então o sistema é instável para o carregamento fornecido.

Se, durante as interações de processamento, o valor de μ_{cr} for demasiado grande, o processo é automaticamente interrompido e é exibida uma mensagem indicando que a encurvadura lateral por flexão-torção está longe de ocorrer para o carregamento de entrada e

condições de apoio. Isto pode acontecer devido a uma carga de entrada muito baixa ou a demasiadas restrições laterais.

3.3 Campo de aplicação

O programa LTBeam [1] aplica-se a vigas simples ou de vários vãos, sujeitas a flexão simples sobre o seu eixo de maior inércia e com seções transversais simétricas relativamente a esse plano de flexão.

As restrições laterais no programa LTBeam [1] podem ser consideradas tanto nos apoios da viga como ao longo da viga.

Nos apoios da viga podem ser restringidos o deslocamento lateral, a rotação de flexão-torção, a rotação lateral à flexão e a deformação. Ao longo da viga podem-se restringir o deslocamento lateral e a rotação de flexão-torção; nesse caso, as restrições podem ser locais ou contínuas.

A restrição ao deslocamento lateral pode ser aplicada num nível diferente do que o do centro de corte das seções transversais, mas sempre no plano de flexão, que está no plano vertical de simetria.

As cargas pontuais ou as cargas distribuídas podem ser aplicadas tanto no centro de corte como acima ou abaixo do mesmo.

O LTBeam [1] foi criado para trabalhar com vigas de aço, mas pode ser usado com outros materiais, sob a condição de que as propriedades desses materiais sejam dadas correctamente.

3.4 Tipos de restrições laterais

As restrições laterais são todas aquelas que se opõem aos deslocamentos obtidos quando ocorre a encurvadura lateral com flexão-torção. Estas restrições são introduzidas para impedir ou limitar um ou vários dos seguintes componentes de deslocamento (graus de liberdade):

- O deslocamento lateral v ;
- A rotação com torção θ ;
- A rotação com flexão lateral $v' (= d v / dx)$;
- A deformação por empenamento $\theta' (= d \theta / dx)$.

A restrição ao deslocamento lateral (v) pode ser aplicada no centro de corte S de uma secção ou deslocada de uma distância z (genérica) de S , sobre o eixo z da secção transversal. Por exemplo, é possível ter uma restrição ao nível dos banzos da secção transversal. As restrições à rotação e à deformação por empenamento não se referem a um determinado ponto, mas sim a toda a secção transversal.

A restrição de qualquer dos componentes de deslocamento pode ser total (infinitamente rígida) ou elástica, podendo existir nas extremidades ou ao longo da viga (restrições intermédias).

3.5 Carregamentos

3.5.1 Tipos de cargas

Para calcular o momento crítico, é necessário conhecer a distribuição do momento flector ao longo da viga. Terão também de ser definidos outros parâmetros relativos à viga, tais como:

- As condições de apoio no plano de flexão;
- As cargas externas aplicadas.

As cargas externas ou carregamento podem incluir:

- Momentos externos nas extremidades;
- Cargas pontuais;
- Cargas distribuídas uniformes, triangulares ou trapezoidais;
- Um momento externo localizado num ponto ao longo da viga.

As cargas podem ser aplicadas acima ou abaixo do centro de corte das secções transversais.

O LTBeam [1] permite visualizar as cargas aplicadas e os correspondentes diagramas de esforços na viga.

3.6 Validação do programa

LTBeam [1] foi testado por vários softwares de análise estrutural como o FINELG, ANSYS ou ABAQUS e comparado com numerosos exemplos encontrados na literatura técnica, diferentes condições de carga e de apoio.

Para a maioria dos casos, as diferenças entre os resultados do LTBeam [1] e as soluções exactas foram inferiores a 1%. No anexo A, apresentam-se três exemplos de cálculo do momento crítico através do programa LTBeam [1].

Capítulo 4

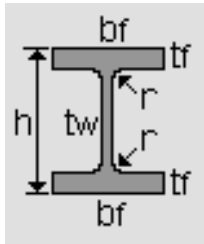
Estudo e cálculo dos coeficientes C_1 , C_2 e C_3

4.1 Introdução

Para procurar obter os coeficientes C_1 , C_2 e C_3 foram utilizadas todas as potencialidades do Programa LTBeam [1], fazendo vários ensaios e procurando contemplar o maior número de casos, cerca de 2600.

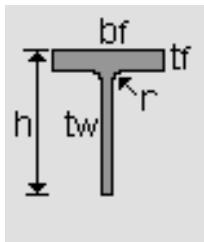
Para o cálculo dos coeficientes C_1 e C_2 foram analisados os casos de uma viga de secção em I bissimétrica (perfil IPE300, ver Figura 14), quando o carregamento actua ao nível do centro de corte ($\xi=0$) para determinar C_1 e ao nível dos banzos inferior ($\xi=-1$) e superior ($\xi=1$), para determinar C_2 .

No caso do cálculo do coeficiente C_3 foi utilizada uma secção monossimétrica (perfil em T e em T invertido, ver Figura 15 e 16, respectivamente), contemplando os casos em que o banzo maior está em compressão ($\Psi_f > 0$) e em que o banzo menor está em compressão ($\Psi_f < 0$).



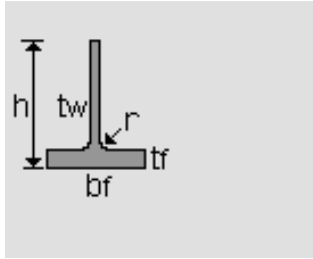
Total height	h	=	300	mm
Web thickness	t_w	=	7,1	mm
Flange width	b_f	=	150	mm
Flange thickness	t_f	=	10,7	mm
Radius	r	=	15	mm
Weak flexural inertia	I_z	=	603,78	cm ⁴
Torsional constant	I_t	=	19,868	cm ⁴
Warping constant	I_w	=	126331	cm ⁶
Wagner factor	β_z	=	0	mm
Shear centre position /G	z_S	=	0	mm

Figura 14 – Secção bissimétrica (IPE300) e suas características (listagem do LTBeam [1]).



Total height	h	=	300	mm
Web thickness	t_w	=	7,1	mm
Flange width	b_f	=	150	mm
Flange thickness	t_f	=	10,7	mm
Radius	r	=	15	mm
Weak flexural inertia	I_z	=	302,34	cm ⁴
Torsional constant	I_t	=	11,697	cm ⁴
Warping constant	I_w	=	1209,1	cm ⁶
Wagner factor	β_z	=	-115,37	mm
Shear centre position /G	z_S	=	81,707	mm

Figura 15 – Secção monossimétrica (T) e suas características (listagem do LTBeam [1]).



Total height	h	=	300	mm
Web thickness	tw	=	7,1	mm
Flange width	bf	=	150	mm
Flange thickness	tf	=	10,7	mm
Radius	r	=	15	mm
Weak flexural inertia	Iz	=	302,34	cm ⁴
Torsional constant	It	=	11,697	cm ⁴
Warping constant	Iw	=	1209,1	cm ⁶
Wagner factor	βz	=	115,37	mm
Shear centre position /G	zS	=	-81,707	mm

Figura 16 – Secção monossimétrica (T invertido) e suas características (listagem do LTBeam [1]).

No que diz respeito às condições de apoio, foram consideradas cinco situações diferentes. Deve-se referir que foi dada a nomenclatura de apoio A para o apoio esquerdo da viga e apoio B para o direito. Em todos os casos, a deformação por empenamento está livre, variando as outras restrições conforme os casos pretendidos.

Assim, tem-se:

1- Condição de apoio padrão ($k_z=1$) em ambos os apoios.

Deslocamento lateral	v	=	Fixo
Rotação com torção	θ	=	Fixo
Rotação com flexão lateral	v'	=	Livre
Deformação por empenamento	θ'	=	Livre

2- *Condição de apoio de rotação com flexão lateral impedida ($k_z=0,5$) em ambos os apoios.*

Deslocamento lateral	v	=	Fixo
Rotação com torção	θ	=	Fixo
Rotação com flexão lateral	v'	=	Fixo
Deformação por empenamento	θ'	=	Livre

3- *Condição de apoio de rotação com flexão lateral impedida ($k_z=0,7 A$) no apoio A e condição de apoio padrão no apoio B.*

Apoio A:

Deslocamento lateral	v	=	Fixo
Rotação com torção	θ	=	Fixo
Rotação com flexão lateral	v'	=	Fixo
Deformação por empenamento	θ'	=	Livre

Apoio B:

Deslocamento lateral	v	=	Fixo
Rotação com torção	θ	=	Fixo
Rotação com flexão lateral	v'	=	Livre
Deformação por empenamento	θ'	=	Livre

4- *Condição de apoio de rotação com flexão lateral impedida ($k_z=0,7 B$) no apoio B e condição de apoio padrão no apoio A.*

Apoio A:

Deslocamento lateral	v	=	Fixo
Rotação com torção	θ	=	Fixo
Rotação com flexão lateral	v'	=	Livre
Deformação por empenamento	θ'	=	Livre

Apoio B:

Deslocamento lateral	v	=	Fixo
Rotação com torção	θ	=	Fixo
Rotação com flexão lateral	v'	=	Fixo
Deformação por empenamento	θ'	=	Livre

5- Condições de apoio em consolas ($k_z=2$).

Apoio A:

Deslocamento lateral	v	=	Fixo
Rotação com torção	θ	=	Fixo
Rotação com flexão lateral	v'	=	Fixo
Deformação por empenamento	θ'	=	Livre

Apoio B:

Deslocamento lateral	v	=	Livre
Rotação com torção	θ	=	Livre
Rotação com flexão lateral	v'	=	Livre
Deformação por empenamento	θ'	=	Livre

É de referir que ao se considerar a diferenciação entre as condições de apoio 3 e 4 ($k_z=0,7A$ e $k_z=0,7B$) os resultados dos coeficientes obtidos serão diferentes para os casos em que os diagramas de momentos flectores são assimétricos, tornando-se assim um estudo inovador no que diz respeito a esta matéria.

Os resultados foram apresentados de maneira a ser possível uma comparação com os fornecidos pela especificação do Anexo F da norma europeia ENV 1993-1-1 [2], pelo documento New design rules in ENV 1993 -1-1 for member stability [4], e com os resultados publicados por Kirby e Nethercot [3] e por Andrade e Camotim [6]. Foram também obtidos resultados com o programa LTBeam [1] para situações não documentadas na literatura, não

sendo por isso comparadas com outros autores. Todos os casos estudados foram representados e analisados graficamente.

Os comentários e conclusões a respeito dos resultados obtidos serão feitos no capítulo 6.

4.2 Metodologia aplicada

Com base nos momentos críticos calculados no programa LTBeam [1] determinam-se os valores dos coeficientes C_1 e C_2 e C_3 . Para proceder a esse cálculo adoptou-se a seguinte metodologia:

Calcula-se o momento crítico adimensionalizado que se obtém através da seguinte expressão,

$$\gamma_{cr} = \frac{M_{cr} \times k \times l}{\pi \sqrt{E \times I_z \times G \times I_t}} \quad (81)$$

Com o parâmetro:

$$K = \sqrt{\frac{\pi^2 \times E \times I_w}{G \times I_t \times l^2}} \quad (82)$$

Onde:

O valor de K está geralmente compreendido entre 0,1 e 2,5 correspondendo os valores mais baixos a grandes vãos e/ou secções compactas e os mais elevados a vãos pequenos e/ou secções esbeltas.

No que diz respeito ao valor de C_1 consideram-se os casos em que a carga transversal está aplicada no centro de corte ($z_g=0$) da secção bissimétrica (IPE300). É importante observar que a expressão (35) do M_{cr} , pode ser rescrita na seguinte forma:

$$\gamma_{cr} = C_1 \sqrt{1 + K^2} \quad (83)$$

então,

$$C_1 = \frac{\gamma_{cr}}{\sqrt{1 + K^2}} \quad (84)$$

Após determinação dos valores “exactos” de C_1 , obtidos como explicado anteriormente, procuram-se expressões polinomiais aproximadas de menor grau possível, por forma a garantir erros inferiores a 5 %.

Uma vez fixo o valor de C_1 e recorrendo novamente à expressão (35), passa-se ao cálculo do valor de C_2 , o qual é diferente para os casos $\xi = -1$ (carga aplicada no banzo inferior) e $\xi = 1$ (carga aplicada no banzo superior). É utilizado novamente uma secção bissimétrica (IPE300).

Procuram-se então expressões polinomiais aproximadas de menor grau possível, por forma a garantir erros inferiores a 5%.

Com os valores de C_1 obtidos, calculam-se para secções monossimétricas (T e T invertido), os valores “exactos” do coeficiente C_3 . Note-se que o valor do coeficiente C_3 tem valores distintos consoante $\Psi_f < 0$, que significa que a secção monossimétrica com o banzo menor em compressão (secção em T), ou $\Psi_f > 0$, que significa que a secção monossimétrica com o banzo maior em compressão (secção em T invertido).

O parâmetro Ψ_f é dado por:

$$\Psi_f = \frac{I_{fc} - I_{ft}}{I_{fc} + I_{ft}} \quad (85)$$

Sendo,

I_{fc} e I_{ft} os momentos de inércia dos banzos comprimido e traccionado, respectivamente, em relação ao eixo de menor inércia da secção (eixo z).

Quando $\Psi_f = 0$ significa que a secção é bissimétrica, logo não é necessário o coeficiente C_3 para a fórmula do cálculo do momento crítico.

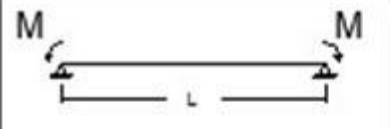
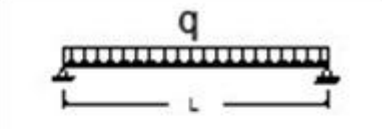
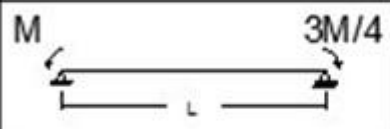
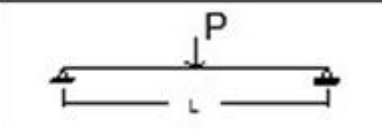
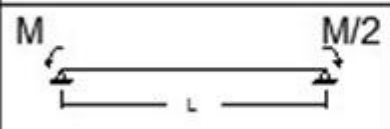
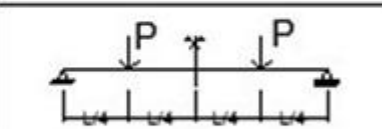
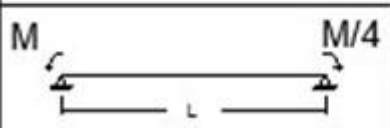
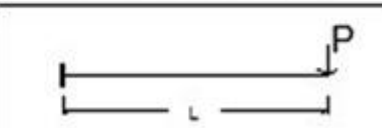
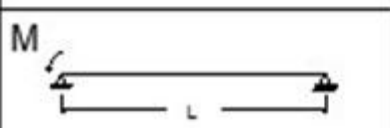
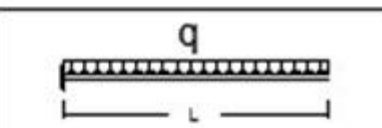
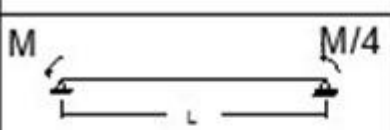
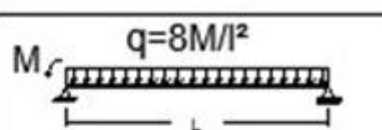
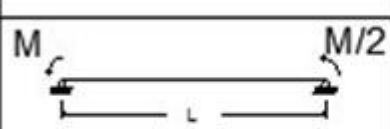
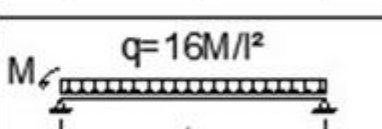
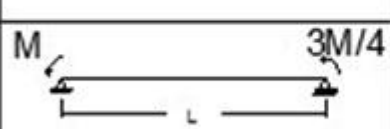
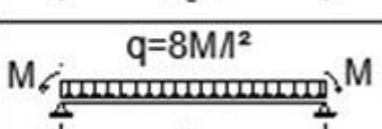
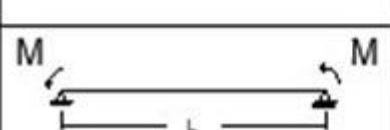
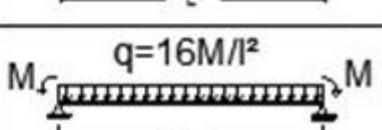
O procedimento descrito anteriormente, repete-se e, com base nos valores exactos de C_3 obtidos, procuram-se expressões polinomiais aproximadas de menor grau possível por forma a garantir erros inferiores a 5%.

Todas as expressões polinomiais são no máximo de 3º grau.


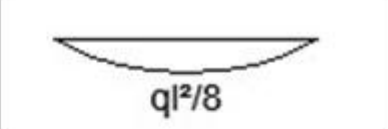
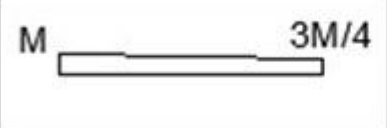


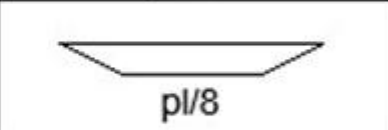







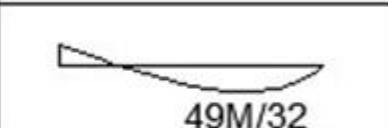



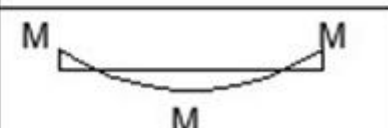
4.3 Condições e casos analisados

Os casos de carregamento e condições de apoio no plano de flexão analisados estão apresentados no quadro 9.

Quadro 9 – Casos de carregamentos e condições de apoio.

1		10	
2		11	
3		12	
4		13	
5		14	
6		15	
7		16	
8		17	
9		18	

Quadro 10 – Diagrama de esforços dos respectivos casos.

1		10	
2		11	
3		12	
4		13	
5		14	
6		15	
7		16	
8		17	
9		18	

Capítulo 5

Casos analisados

5.1 Introdução

Neste capítulo apresentam-se tabelas com expressões de valores de cálculo para os coeficientes C_1 , C_2 e C_3 , para os diferentes casos analisados referidos no quadro 9.

Posteriormente, estes valores são analisados e comparados com bibliografia específica já mencionada.

É ainda de referir que todos os casos analisados estão representados graficamente no Anexo B deste trabalho.

5.2 Quadros de resultados

5.2.1 Caso 1

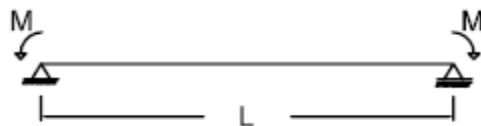


Figura 17 – Caso 1 .

Apresentam-se valores de C_1 e C_3 relativos ao conjunto viga/carregamento representado na Figura 17 (condição de apoio $k_z=1$).

Quadro 11 – Coeficientes para o caso 1 ($k_z=1$).

K	γ_{cr}	C_1	C_3	
			$\psi_f \leq 0$	$\psi_f > 0$
0,08	1,00	1,00	1,00	1,00
0,10	1,01	1,00	1,00	1,00
0,13	1,01	1,00	1,00	1,00
0,20	1,02	1,00	1,00	1,00
0,27	1,04	1,00	1,00	1,00
0,32	1,05	1,00	1,00	1,00
0,40	1,08	1,00	1,00	1,00
0,45	1,10	1,00	1,00	1,00
0,54	1,14	1,00	1,00	1,00
0,81	1,29	1,00	1,00	1,00
1,15	1,53	1,00	1,00	1,00
1,35	1,68	1,00	1,00	1,00
1,62	1,90	1,00	1,00	1,00
2,02	2,25	1,00	1,00	1,00
2,13	2,35	1,00	1,00	1,00
2,24	2,46	1,00	1,00	1,00
2,38	2,58	1,00	1,00	1,00
2,48	2,67	1,00	1,00	1,00

Quadro 12 – Expressões polinomiais para o caso 1 ($k_z=1$).

Coeficientes		Expressões Polinomiais
C_1		$\gamma = 1,00$
C_3	$\psi_f \leq 0$	$\gamma = 1,00$
	$\psi_f > 0$	$\gamma = 1,00$

Apresentam-se valores de C_1 e C_3 relativos ao conjunto viga/carregamento representado na Figura 17 (condição de apoio $k_z=0,5$).

Quadro 13 – Coeficientes para o caso 1 ($k_z=0,5$).

κ	γ_{cr}	C_1	C_3	
			$\psi_f \leq 0$	$\psi_f > 0$
0,08	1,01	1,01	1,07	0,93
0,10	1,02	1,01	1,08	0,92
0,13	1,03	1,02	1,10	0,90
0,20	1,06	1,04	1,13	0,87
0,27	1,09	1,05	1,14	0,86
0,32	1,12	1,07	1,15	0,85
0,40	1,17	1,08	1,15	0,85
0,45	1,19	1,09	1,15	0,85
0,54	1,25	1,10	1,14	0,86
0,81	1,43	1,12	1,13	0,87
1,15	1,72	1,12	1,13	0,88
1,35	1,89	1,13	1,13	0,88
1,62	2,14	1,13	1,13	0,88
2,02	2,55	1,13	1,13	0,88
2,13	2,66	1,13	1,13	0,88
2,24	2,78	1,13	1,13	0,88
2,38	2,92	1,13	1,13	0,88
2,48	3,02	1,13	1,13	0,88

Quadro 14 - Expressões polinomiais para o caso 1 ($k_z=0,5$).

Coeficientes		Expressões Polinomiais
C_1		$y = 0,04K + 1,04$
C_3	$\psi_f \leq 0$	$y = 0,01K + 1,12$
	$\psi_f > 0$	$y = 0,02K^2 - 0,05K + 0,89$

Apresentam-se valores de C_1 e C_3 relativos ao conjunto viga/carregamento representado na Figura 17 (condição de apoio $k_z=0,7$).

Quadro 15 - Coeficientes para o caso 1 ($k_z=0,7$).

K	γ_{cr}	C_1	C_3	
			$\psi_f \leq 0$	$\psi_f > 0$
0,08	1,01	1,00	1,04	0,72
0,10	1,01	1,01	1,04	0,71
0,13	1,02	1,01	1,05	0,70
0,20	1,04	1,02	1,07	0,69
0,27	1,06	1,03	1,09	0,68
0,32	1,08	1,03	1,09	0,68
0,40	1,12	1,04	1,10	0,67
0,45	1,15	1,05	1,10	0,67
0,54	1,20	1,05	1,10	0,67
0,81	1,38	1,07	1,10	0,67
1,15	1,65	1,08	1,09	0,67
1,35	1,82	1,08	1,09	0,68
1,62	2,06	1,09	1,09	0,68
2,02	2,45	1,09	1,09	0,68
2,13	2,56	1,09	1,09	0,68
2,24	2,68	1,09	1,09	0,68
2,38	2,81	1,09	1,09	0,68
2,48	2,91	1,09	1,09	0,68

Quadro 16 - Expressões polinomiais para o caso 1 ($k_z=0,7$).

Coeficientes		Expressões Polinomiais
C_1		$y = 0,03K + 1,02$
C_3	$\psi_f \leq 0$	$y = 0,01K + 1,07$
	$\psi_f > 0$	$y = -0,01K + 0,69$

Refere-se que neste caso em particular, como o diagrama de momentos é simétrico, as condições de apoio $k_z=0,7A$ e $k_z=0,7B$, resultam valores iguais para ambas as condições de apoio, considerando-se apenas $k_z=0,7$.

5.2.2 Caso 2

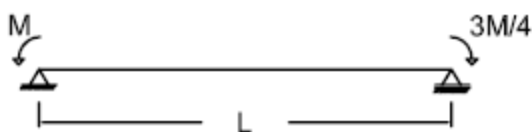


Figura 18 – Caso 2.

Apresentam-se valores de C_1 e C_3 relativos ao conjunto viga/carregamento representado na Figura 18 (condição de apoio $k_z=1$).

Quadro 17 - Coeficientes para o caso 2($k_z=1$).

K	γ_{cr}	C_1	C_3	
			$\Psi_f \leq 0$	$\Psi_f > 0$
0,08	1,14	1,14	1,01	1,00
0,10	1,15	1,14	1,01	1,01
0,13	1,15	1,14	1,01	1,00
0,20	1,16	1,14	1,01	1,00
0,27	1,18	1,14	1,01	1,00
0,32	1,20	1,14	1,01	1,00
0,40	1,23	1,14	1,01	1,00
0,45	1,25	1,14	1,01	1,00
0,54	1,30	1,14	1,01	1,00
0,81	1,47	1,14	1,02	1,00
1,15	1,74	1,14	1,02	1,00
1,35	1,91	1,14	1,02	1,00
1,62	2,17	1,14	1,02	1,00
2,02	2,57	1,14	1,01	1,00
2,13	2,68	1,14	1,01	1,00
2,24	2,80	1,14	1,01	1,00
2,38	2,94	1,14	1,01	1,00
2,48	3,05	1,14	1,01	1,00

Quadro 18 – Expressões polinomiais para o caso 2 ($k_z=1$).

Coeficientes		Expressões Polinomiais
C_1		$\gamma = 1,14$
C_3	$\psi_f \leq 0$	$\gamma = 1,01$
	$\psi_f > 0$	$\gamma = 1,00$

Apresentam-se valores de C_1 e C_3 relativos ao conjunto viga/carregamento representado na Figura 18 (condição de apoio $k_z=0,5$).

Quadro 19 – Coeficientes para o caso 2 ($k_z=0,5$).

κ	γ_{cr}	C_1	C_3	
			$\psi_f \leq 0$	$\psi_f > 0$
0,08	1,15	1,15	1,07	0,93
0,10	1,16	1,15	1,09	0,92
0,13	1,17	1,16	1,11	0,90
0,20	1,21	1,18	1,13	0,87
0,27	1,25	1,20	1,15	0,86
0,32	1,28	1,22	1,15	0,85
0,40	1,33	1,23	1,16	0,85
0,45	1,36	1,24	1,15	0,85
0,54	1,42	1,25	1,15	0,86
0,81	1,63	1,27	1,15	0,87
1,15	1,96	1,28	1,16	0,87
1,35	2,15	1,28	1,16	0,88
1,62	2,44	1,29	1,15	0,88
2,02	2,90	1,29	1,15	0,88
2,13	3,03	1,29	1,15	0,88
2,24	3,17	1,29	1,15	0,88
2,38	3,32	1,29	1,14	0,88
2,48	3,45	1,29	1,14	0,88

Quadro 20 - Expressões polinomiais para o caso 2 ($k_z=0,5$).

Coeficientes		Expressões Polinomiais
C_1		$y = 0,05K + 1,19$
C_3	$\psi_f \leq 0$	$y = 0,01K + 1,12$
	$\psi_f > 0$	$y = 0,02K^2 - 0,05K + 0,89$

Apresentam-se valores de C_1 e C_3 relativos ao conjunto viga/carregamento representado na Figura 18 (condição de apoio $k_z=0,7A$).

Quadro 21 - Coeficientes para o caso 2 ($k_z=0,7A$).

K	γ_{cr}	C_1	C_3	
			$\psi_f \leq 0$	$\psi_f > 0$
0,08	1,20	1,20	1,05	0,96
0,10	1,21	1,20	1,06	0,95
0,13	1,21	1,20	1,07	0,94
0,20	1,24	1,21	1,09	0,92
0,27	1,27	1,23	1,11	0,91
0,32	1,30	1,23	1,11	0,90
0,40	1,34	1,25	1,12	0,89
0,45	1,37	1,25	1,12	0,89
0,54	1,43	1,26	1,13	0,89
0,81	1,65	1,28	1,13	0,90
1,15	1,97	1,29	1,16	0,90
1,35	2,17	1,29	1,17	0,90
1,62	2,46	1,30	1,19	0,91
2,02	2,93	1,30	1,22	0,91
2,13	3,05	1,30	1,23	0,91
2,24	3,20	1,30	1,24	0,91
2,38	3,35	1,30	1,25	0,91
2,48	3,48	1,30	1,26	0,91

Quadro 22 - Expressões polinomiais para o caso 2 ($k_z=0,7A$).

Coeficientes		Expressões Polinomiais
C_1		$y = 0,04K + 1,22$
C_3	$\psi_f \leq 0$	$y = 0,08K + 1,07$
	$\psi_f > 0$	$y = -0,01K + 0,92$

Apresentam-se valores de C_1 e C_3 relativos ao conjunto viga/carregamento representado na Figura 18 (condição de apoio $k_z=0,7B$).

Quadro 23 - Coeficientes para o caso 2 ($k_z=0,7B$).

K	γ_{cr}	C_1	C_3	
			$\psi_f \leq 0$	$\psi_f > 0$
0,08	1,10	1,10	1,04	0,97
0,10	1,10	1,10	1,04	0,96
0,13	1,11	1,10	1,06	0,95
0,20	1,13	1,11	1,07	0,93
0,27	1,16	1,12	1,09	0,92
0,32	1,18	1,13	1,10	0,91
0,40	1,22	1,14	1,11	0,91
0,45	1,25	1,14	1,11	0,90
0,54	1,31	1,15	1,12	0,90
0,81	1,50	1,17	1,12	0,90
1,15	1,80	1,18	1,12	0,90
1,35	1,98	1,18	1,12	0,91
1,62	2,25	1,19	1,13	0,91
2,02	2,68	1,19	1,14	0,91
2,13	2,80	1,19	1,15	0,91
2,24	2,92	1,19	1,15	0,91
2,38	3,07	1,19	1,16	0,91
2,48	3,18	1,19	1,16	0,91

Quadro 24 - Expressões polinomiais para o caso 2 ($k_z=0,7B$).

Coeficientes		Expressões Polinomiais
C_1		$y = 0,04K + 1,11$
C_3	$\psi_f \leq 0$	$y = 0,04K + 1,07$
	$\psi_f > 0$	$y = -0,01K + 0,93$

5.2.3 Caso 3

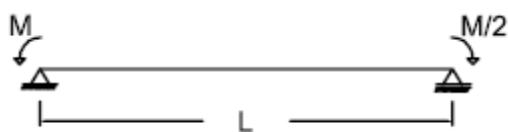


Figura 19 – Caso 3.

Apresentam-se valores de C_1 e C_3 relativos ao conjunto viga/carregamento representado na Figura 19 (condição de apoio $k_z=1$).

Quadro 25 - Coeficientes para o caso 3 ($k_z=1$).

K	γ_{cr}	C_1	C_3	
			$\psi_f \leq 0$	$\psi_f > 0$
0,08	1,32	1,31	1,04	1,02
0,10	1,32	1,31	1,04	1,02
0,13	1,32	1,31	1,04	1,02
0,20	1,34	1,31	1,05	1,01
0,27	1,36	1,31	1,05	1,01
0,32	1,38	1,31	1,06	1,01
0,40	1,42	1,32	1,06	1,01
0,45	1,44	1,32	1,06	1,00
0,54	1,50	1,32	1,07	1,00
0,81	1,70	1,32	1,08	1,00
1,15	2,02	1,32	1,09	1,00
1,35	2,21	1,32	1,09	1,00
1,62	2,51	1,32	1,08	1,00
2,02	2,98	1,32	1,07	1,00
2,13	3,10	1,32	1,06	0,99
2,24	3,25	1,32	1,06	0,99
2,38	3,41	1,32	1,06	0,99
2,48	3,53	1,32	1,05	0,99

Quadro 26 – Expressões polinomiais para o caso 3($k_z=1$).

Coeficientes		Expressões Polinomiais
C_1		$\gamma = 1,32$
C_3	$\psi_f \leq 0$	$\gamma = 0,01K + 1,05$
	$\psi_f > 0$	$\gamma = -0,01K + 1,01$

Apresentam-se valores de C_1 e C_3 relativos ao conjunto viga/carregamento representado na Figura 19 (condição de apoio $k_z=0,5$).

Quadro 27 – Coeficientes para o caso 3 ($k_z=0,5$).

K	γ_{cr}	C_1	C_3	
			$\psi_f \leq 0$	$\psi_f > 0$
0,08	1,33	1,32	1,10	0,93
0,10	1,33	1,33	1,11	0,92
0,13	1,35	1,34	1,13	0,90
0,20	1,39	1,36	1,16	0,87
0,27	1,44	1,39	1,18	0,86
0,32	1,47	1,40	1,19	0,85
0,40	1,53	1,42	1,19	0,85
0,45	1,57	1,43	1,19	0,85
0,54	1,64	1,44	1,20	0,85
0,81	1,89	1,47	1,24	0,86
1,15	2,26	1,48	1,25	0,87
1,35	2,49	1,48	1,24	0,87
1,62	2,82	1,48	1,23	0,88
2,02	3,35	1,49	1,21	0,88
2,13	3,50	1,49	1,20	0,88
2,24	3,66	1,49	1,20	0,88
2,38	3,84	1,49	1,19	0,88
2,48	3,98	1,49	1,19	0,88

Quadro 28 - Expressões polinomiais para o caso 3 ($k_z=0,5$).

Coeficientes		Expressões Polinomiais
C_1		$y = -0,06K^2 + 0,20K + 1,33$
C_3	$\psi_f \leq 0$	$y = -0,07K^2 + 0,19K + 1,11$
	$\psi_f > 0$	$y = -0,05K^3 + 0,21K^2 - 0,23K + 0,92$

Apresentam-se valores de C_1 e C_3 relativos ao conjunto viga/carregamento representado na Figura 19 (condição de apoio $k_z=0,7A$).

Quadro 29 - Coeficientes para o caso 3 ($k_z=0,7A$).

K	γ_{cr}	C_1	C_3	
			$\psi_f \leq 0$	$\psi_f > 0$
0,08	1,47	1,47	1,09	0,97
0,10	1,48	1,47	1,10	0,96
0,13	1,49	1,48	1,12	0,94
0,20	1,52	1,49	1,15	0,91
0,27	1,56	1,51	1,16	0,90
0,32	1,60	1,52	1,17	0,89
0,40	1,66	1,53	1,18	0,89
0,45	1,69	1,54	1,19	0,89
0,54	1,77	1,55	1,19	0,89
0,81	2,03	1,58	1,23	0,89
1,15	2,43	1,59	1,29	0,90
1,35	2,67	1,59	1,30	0,90
1,62	3,03	1,60	1,30	0,91
2,02	3,60	1,60	1,28	0,91
2,13	3,76	1,60	1,28	0,91
2,24	3,93	1,60	1,28	0,91
2,38	4,12	1,60	1,27	0,91
2,48	4,28	1,60	1,27	0,91

Quadro 30 - Expressões polinomiais para o caso 3 ($k_z=0,7A$).

Coeficientes		Expressões Polinomiais
C_1		$y = -0,05K^2 + 0,16K + 1,46$
C_3	$\psi_f \leq 0$	$y = -0,07K^2 + 0,25K + 1,09$
	$\psi_f > 0$	$y = 0,03K^2 - 0,07K + 0,93$

Apresentam-se valores de C_1 e C_3 relativos ao conjunto viga/carregamento representado na Figura 19 (condição de apoio $k_z=0,7B$).

Quadro 31 - Coeficientes para o caso 3 ($k_z=0,7B$).

K	γ_{cr}	C_1	C_3	
			$\psi_f \leq 0$	$\psi_f > 0$
0,08	1,20	1,20	1,04	0,98
0,10	1,21	1,20	1,05	0,97
0,13	1,22	1,20	1,06	0,96
0,20	1,24	1,21	1,08	0,94
0,27	1,27	1,22	1,10	0,93
0,32	1,29	1,23	1,11	0,92
0,40	1,34	1,24	1,12	0,91
0,45	1,37	1,25	1,13	0,91
0,54	1,43	1,26	1,13	0,90
0,81	1,65	1,28	1,13	0,90
1,15	1,97	1,29	1,12	0,90
1,35	2,18	1,30	1,11	0,91
1,62	2,47	1,30	1,09	0,91
2,02	2,94	1,30	1,07	0,91
2,13	3,07	1,30	1,07	0,91
2,24	3,21	1,31	1,06	0,91
2,38	3,37	1,31	1,05	0,91
2,48	3,49	1,31	1,05	0,91

Quadro 32 - Expressões polinomiais para o caso 3 ($k_z=0,7B$).

Coeficientes		Expressões Polinomiais
C_1		$y = 0,04K + 1,22$
C_3	$\psi_f \leq 0$	$y = -0,05K^2 + 0,11K + 1,06$
	$\psi_f > 0$	$y = 0,03K^2 - 0,10K + 0,96$

5.2.4 Caso 4



Figura 20 - Caso 4.

Apresentam-se valores de C_1 e C_3 relativos ao conjunto viga/carregamento representado na Figura 20 (condição de apoio $k_z=1$).

Quadro 33 - Coeficientes para o caso 4 ($k_z=1$).

K	γ_{cr}	C_1	C_3	
			$\psi_f \leq 0$	$\psi_f > 0$
0,08	1,53	1,52	1,10	1,07
0,10	1,53	1,52	1,11	1,06
0,13	1,54	1,52	1,12	1,05
0,20	1,56	1,53	1,13	1,04
0,27	1,59	1,53	1,15	1,03
0,32	1,61	1,53	1,16	1,02
0,40	1,66	1,54	1,17	1,02
0,45	1,69	1,54	1,18	1,01
0,54	1,75	1,54	1,19	1,01
0,81	1,99	1,55	1,21	1,00
1,15	2,37	1,55	1,22	0,99
1,35	2,60	1,55	1,21	0,99
1,62	2,95	1,55	1,19	0,98
2,02	3,50	1,55	1,16	0,98
2,13	3,65	1,55	1,15	0,98
2,24	3,82	1,55	1,15	0,98
2,38	4,01	1,55	1,14	0,98
2,48	4,15	1,55	1,13	0,98

Quadro 34 – Expressões polinomiais para o caso 4 ($k_z=1$).

Coeficientes		Expressões Polinomiais
C_1		$y = 0,01K + 1,53$
C_3	$\psi_f \leq 0$	$y = 0,01K + 1,15$
	$\psi_f > 0$	$y = -0,03K + 1,04$

Apresentam-se valores de C_1 e C_3 relativos ao conjunto viga/carregamento representado na Figura 20 (condição de apoio $k_z=0,5$).

Quadro 35 – Coeficientes para o caso 4 ($k_z=0,5$).

K	γ_{cr}	C_1	C_3	
			$\psi_f \leq 0$	$\psi_f > 0$
0,08	1,54	1,53	1,14	0,94
0,10	1,55	1,54	1,16	0,92
0,13	1,57	1,56	1,19	0,89
0,20	1,62	1,59	1,23	0,86
0,27	1,67	1,62	1,25	0,85
0,32	1,72	1,64	1,26	0,84
0,40	1,79	1,66	1,27	0,84
0,45	1,83	1,67	1,28	0,84
0,54	1,91	1,68	1,33	0,84
0,81	2,20	1,71	1,40	0,85
1,15	2,63	1,73	1,39	0,86
1,35	2,90	1,73	1,37	0,86
1,62	3,29	1,73	1,35	0,86
2,02	3,91	1,74	1,31	0,86
2,13	4,08	1,74	1,30	0,86
2,24	4,27	1,74	1,29	0,86
2,38	4,48	1,74	1,28	0,87
2,48	4,64	1,74	1,27	0,87

Quadro 36 - Expressões polinomiais para o caso 4 ($k_z=0,5$).

Coeficientes		Expressões Polinomiais
C_1		$y = -0,07K^2 + 0,25K + 1,54$
C_3	$\psi_f \leq 0$	$y = -0,12K^2 + 0,34K + 1,15$
	$\psi_f > 0$	$y = 0,03K^2 - 0,07K + 0,89$

Apresentam-se valores de C_1 e C_3 relativos ao conjunto viga/carregamento representado na Figura 20 (condição de apoio $k_z=0,7A$).

Quadro 37 - Coeficientes para o caso 4 ($k_z=0,7A$).

K	γ_{cr}	C_1	C_3	
			$\psi_f \leq 0$	$\psi_f > 0$
0,08	1,85	1,84	1,21	1,00
0,10	1,86	1,85	1,23	0,98
0,13	1,88	1,86	1,26	0,95
0,20	1,93	1,89	1,31	0,91
0,27	1,98	1,91	1,34	0,89
0,32	2,03	1,93	1,36	0,88
0,40	2,11	1,96	1,38	0,88
0,45	2,16	1,97	1,39	0,88
0,54	2,25	1,98	1,45	0,88
0,81	2,58	2,01	1,58	0,88
1,15	3,09	2,03	1,60	0,89
1,35	3,40	2,03	1,59	0,89
1,62	3,86	2,03	1,56	0,90
2,02	4,59	2,04	1,52	0,90
2,13	4,78	2,04	1,51	0,90
2,24	5,00	2,04	1,50	0,90
2,38	5,25	2,04	1,49	0,90
2,48	5,45	2,04	1,48	0,90

Quadro 38 - Expressões polinomiais para o caso 4 ($k_z=0,7A$).

Coeficientes		Expressões Polinomiais
C_1		$y = -0,07K^2 + 0,24K + 1,85$
C_3	$\psi_f \leq 0$	$y = -0,18K^2 + 0,53K + 1,20$
	$\psi_f > 0$	$y = 0,04K^2 - 0,11K + 0,95$

Apresentam-se valores de C_1 e C_3 relativos ao conjunto viga/carregamento representado na Figura 20 (condição de apoio $k_z=0,7B$).

Quadro 39 - Coeficientes para o caso 4 ($k_z=0,7B$).

K	γ_{cr}	C_1	C_3	
			$\psi_f \leq 0$	$\psi_f > 0$
0,08	1,32	1,31	1,06	0,99
0,10	1,32	1,32	1,07	0,98
0,13	1,33	1,32	1,09	0,97
0,20	1,36	1,33	1,11	0,95
0,27	1,39	1,34	1,13	0,93
0,32	1,42	1,35	1,15	0,92
0,40	1,47	1,36	1,16	0,91
0,45	1,50	1,37	1,17	0,90
0,54	1,57	1,38	1,18	0,90
0,81	1,81	1,41	1,18	0,89
1,15	2,17	1,42	1,16	0,89
1,35	2,39	1,43	1,15	0,89
1,62	2,72	1,43	1,12	0,89
2,02	3,23	1,43	1,09	0,90
2,13	3,37	1,43	1,08	0,90
2,24	3,53	1,44	1,07	0,90
2,38	3,70	1,44	1,06	0,90
2,48	3,84	1,44	1,06	0,90

Quadro 40 - Expressões polinomiais para o caso 4 ($k_z=0,7B$).

Coeficientes		Expressões Polinomiais
C_1		$y = -0,04K^2 + 0,14K + 1,31$
C_3	$\psi_f \leq 0$	$y = -0,07K^2 + 0,16K + 1,08$
	$\psi_f > 0$	$y = 0,04K^2 - 0,12K + 0,97$

5.2.5 Caso 5

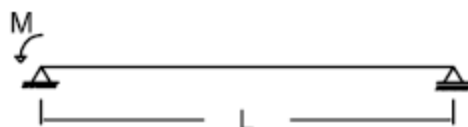


Figura 21 - Caso 5.

Apresentam-se valores de C_1 e C_3 relativos ao conjunto viga/carregamento representado na Figura 21 (condição de apoio $k_z=1$).

Quadro 41 - Coeficientes para o caso 5 ($k_z=1$).

K	γ_{cr}	C_1	C_3	
			$\psi_f \leq 0$	$\psi_f > 0$
0,08	1,78	1,77	1,22	1,14
0,10	1,78	1,77	1,23	1,13
0,13	1,79	1,78	1,25	1,11
0,20	1,82	1,78	1,28	1,09
0,27	1,86	1,79	1,31	1,06
0,32	1,89	1,80	1,33	1,05
0,40	1,95	1,81	1,35	1,03
0,45	1,99	1,81	1,37	1,02
0,54	2,07	1,82	1,39	1,01
0,81	2,36	1,83	1,42	0,98
1,15	2,82	1,84	1,40	0,96
1,35	3,10	1,85	1,38	0,95
1,62	3,51	1,85	1,35	0,94
2,02	4,17	1,85	1,30	0,93
2,13	4,35	1,85	1,29	0,93
2,24	4,55	1,85	1,28	0,92
2,38	4,78	1,85	1,26	0,92
2,48	4,95	1,85	1,25	0,92

Quadro 42 – Expressões polinomiais para o caso 5 ($k_z=1$).

Coeficientes		Expressões Polinomiais
C_1		$\gamma = 0,03K + 1,79$
C_3	$\psi_f \leq 0$	$\gamma = 0,08K^3 - 0,43K^2 + 0,58K + 1,18$
	$\psi_f > 0$	$\gamma = 0,06K^2 - 0,22K + 1,13$

Apresentam-se valores de C_1 e C_3 relativos ao conjunto viga/carregamento representado na Figura 21 (condição de apoio $k_z=0,5$).

Quadro 43 – Coeficientes para o caso 5 ($k_z=0,5$).

K	γ_{cr}	C_1	C_3	
			$\psi_f \leq 0$	$\psi_f > 0$
0,08	1,78	1,78	1,22	0,94
0,10	1,80	1,79	1,25	0,91
0,13	1,83	1,81	1,29	0,88
0,20	1,89	1,85	1,34	0,84
0,27	1,96	1,89	1,37	0,82
0,32	2,01	1,91	1,39	0,81
0,40	2,09	1,94	1,46	0,80
0,45	2,14	1,95	1,51	0,80
0,54	2,24	1,97	1,57	0,80
0,81	2,58	2,00	1,60	0,80
1,15	3,09	2,02	1,57	0,80
1,35	3,40	2,03	1,54	0,80
1,62	3,86	2,03	1,49	0,80
2,02	4,58	2,03	1,43	0,79
2,13	4,78	2,03	1,42	0,79
2,24	5,00	2,03	1,41	0,79
2,38	5,25	2,04	1,39	0,79
2,48	5,44	2,04	1,38	0,79

Quadro 44 - Expressões polinomiais para o caso 5 ($k_z=0,5$).

Coeficientes		Expressões Polinomiais
C_1		$y = -0,09K^2 + 0,31K + 1,80$
C_3	$\psi_f \leq 0$	$y = 0,16K^3 - 0,80K^2 + 1,09K + 1,15$
	$\psi_f > 0$	$y = -0,07K^3 + 0,29K^2 - 0,37K + 0,93$

Apresentam-se valores de C_1 e C_3 relativos ao conjunto viga/carregamento representado na Figura 21 (condição de apoio $k_z=0,7A$).

Quadro 45 - Coeficientes para o caso 5 ($k_z=0,7A$).

K	γ_{cr}	C_1	C_3	
			$\psi_f \leq 0$	$\psi_f > 0$
0,08	2,34	2,33	1,48	1,09
0,10	2,35	2,34	1,52	1,05
0,13	2,39	2,37	1,57	1,00
0,20	2,47	2,42	1,66	0,94
0,27	2,56	2,47	1,73	0,90
0,32	2,63	2,50	1,78	0,89
0,40	2,74	2,54	1,90	0,88
0,45	2,80	2,56	1,96	0,87
0,54	2,93	2,58	2,03	0,87
0,81	3,37	2,62	2,08	0,86
1,15	4,03	2,64	2,04	0,85
1,35	4,43	2,64	2,00	0,85
1,62	5,03	2,65	1,94	0,84
2,02	5,98	2,65	1,87	0,84
2,13	6,23	2,65	1,85	0,83
2,24	6,52	2,65	1,83	0,83
2,38	6,84	2,65	1,81	0,83
2,48	7,09	2,65	1,79	0,83

Quadro 46 - Expressões polinomiais para o caso 5 ($k_z=0,7A$).

Coeficientes		Expressões Polinomiais
C_1		$y = -0,12K^2 + 0,40K + 2,35$
C_3	$\psi_f \leq 0$	$y = 0,27K^3 - 1,31K^2 + 1,78K + 1,36$
	$\psi_f > 0$	$y = -0,10K^3 + 0,46K^2 - 0,62K + 1,08$

Apresentam-se valores de C_1 e C_3 relativos ao conjunto viga/carregamento representado na Figura 21 (condição de apoio $k_z=0,7B$).

Quadro 47 - Coeficientes para o caso 5 ($k_z=0,7B$).

K	γ_{cr}	C_1	C_3	
			$\psi_f \leq 0$	$\psi_f > 0$
0,08	1,44	1,44	1,09	1,00
0,10	1,45	1,44	1,10	0,99
0,13	1,46	1,44	1,12	0,97
0,20	1,48	1,46	1,15	0,94
0,27	1,52	1,47	1,18	0,92
0,32	1,55	1,48	1,20	0,90
0,40	1,61	1,49	1,22	0,89
0,45	1,65	1,50	1,23	0,88
0,54	1,72	1,52	1,24	0,87
0,81	1,99	1,54	1,25	0,86
1,15	2,39	1,56	1,22	0,85
1,35	2,63	1,57	1,20	0,85
1,62	2,99	1,57	1,17	0,84
2,02	3,56	1,58	1,12	0,84
2,13	3,71	1,58	1,11	0,84
2,24	3,88	1,58	1,10	0,84
2,38	4,07	1,58	1,08	0,84
2,48	4,22	1,58	1,07	0,84

Quadro 48 - Expressões polinomiais para o caso 5 ($k_z=0,7B$).

Coeficientes		Expressões Polinomiais
C_1		$y = -0,04K^2 + 0,17K + 1,43$
C_3	$\psi_f \leq 0$	$y = 0,09K^3 - 0,44K^2 + 0,54K + 1,06$
	$\psi_f > 0$	$y = -0,05K^3 + 0,26K^2 - 0,38K + 1,01$

5.2.6 Caso 6



Figura 22 - Caso 6.

Apresentam-se valores de C_1 e C_3 relativos ao conjunto viga/carregamento representado na Figura 22 (condição de apoio $k_z=1$).

Quadro 49 - Coeficientes para o caso 6 ($k_z=1$).

K	γ_{cr}	C_1	C_3	
			$\psi_f \leq 0$	$\psi_f > 0$
0,08	2,06	2,05	1,39	1,24
0,10	2,07	2,06	1,41	1,22
0,13	2,08	2,06	1,44	1,19
0,20	2,12	2,08	1,49	1,14
0,27	2,17	2,09	1,53	1,10
0,32	2,21	2,10	1,56	1,07
0,40	2,29	2,12	1,60	1,04
0,45	2,34	2,13	1,62	1,02
0,54	2,44	2,15	1,65	0,98
0,81	2,80	2,18	1,67	0,88
1,15	3,36	2,20	1,63	0,69
1,35	3,70	2,21	1,60	0,58
1,62	4,20	2,21	1,55	0,46
2,02	5,00	2,22	1,47	0,35
2,13	5,21	2,22	1,45	0,33
2,24	5,45	2,22	1,44	0,31
2,38	5,72	2,22	1,41	0,30
2,48	5,93	2,22	1,40	0,28

Quadro 50 – Expressões polinomiais para o caso 6 ($k_z=1$).

Coeficientes		Expressões Polinomiais
C_1		$\gamma = 0,07K + 2,08$
C_3	$\psi_f \leq 0$	$\gamma = 0,15K^3 - 0,72K^2 + 0,91K + 1,33$
	$\psi_f > 0$	$\gamma = 0,09K^2 - 0,64K + 1,28$

Apresentam-se valores de C_1 e C_3 relativos ao conjunto viga/carregamento representado na Figura 22 (condição de apoio $k_z=0,5$).

Quadro 51 – Coeficientes para o caso 6 ($k_z=0,5$).

K	γ_{cr}	C_1	C_3	
			$\psi_f \leq 0$	$\psi_f > 0$
0,08	2,05	2,04	1,32	0,90
0,10	2,07	2,06	1,36	0,86
0,13	2,10	2,08	1,41	0,81
0,20	2,18	2,14	1,48	0,74
0,27	2,26	2,18	1,53	0,69
0,32	2,32	2,21	1,63	0,65
0,40	2,42	2,24	1,75	0,58
0,45	2,48	2,26	1,78	0,53
0,54	2,59	2,28	1,82	0,40
0,81	2,98	2,32	1,82	0,12
1,15	3,57	2,33	1,75	0,01
1,35	3,93	2,34	1,70	-0,04
1,62	4,46	2,34	1,64	-0,06
2,02	5,29	2,35	1,56	-0,07
2,13	5,52	2,35	1,54	-0,07
2,24	5,77	2,35	1,52	-0,06
2,38	6,06	2,35	1,50	-0,06
2,48	6,28	2,35	1,48	-0,06

Quadro 52 - Expressões polinomiais para o caso 6 ($k_z=0,5$).

Coeficientes		Expressões Polinomiais
C_1		$y = -0,11K^2 + 0,37K + 2,07$
C_3	$\psi_f \leq 0$	$y = 0,28K^3 - 1,32K^2 + 1,66K + 1,21$
	$\psi_f > 0$	$y = -0,08K^3 + 0,63K^2 - 1,49K + 1,03$

Apresentam-se valores de C_1 e C_3 relativos ao conjunto viga/carregamento representado na Figura 22 (condição de apoio $k_z=0,7A$).

Quadro 53 - Coeficientes para o caso 6 ($k_z=0,7A$).

K	γ_{cr}	C_1	C_3	
			$\psi_f \leq 0$	$\psi_f > 0$
0,08	2,85	2,84	1,81	1,20
0,10	2,88	2,86	1,87	1,15
0,13	2,93	2,91	1,95	1,08
0,20	3,05	2,99	2,06	0,98
0,27	3,16	3,05	2,23	0,92
0,32	3,25	3,09	2,38	0,87
0,40	3,39	3,14	2,50	0,78
0,45	3,46	3,16	2,54	0,72
0,54	3,62	3,19	2,58	0,56
0,81	4,17	3,24	2,56	0,17
1,15	4,99	3,27	2,45	0,02
1,35	5,49	3,27	2,39	-0,06
1,62	6,23	3,28	2,30	-0,08
2,02	7,41	3,29	2,19	-0,09
2,13	7,72	3,29	2,16	-0,09
2,24	8,08	3,29	2,13	-0,09
2,38	8,48	3,29	2,10	-0,09
2,48	8,79	3,29	2,07	-0,09

Quadro 54 - Expressões polinomiais para o caso 6 ($k_z=0,7A$).

Coeficientes		Expressões Polinomiais
C_1		$y = -0,16K^2 + 0,54K + 2,88$
C_3	$\psi_f \leq 0$	$y = 0,46K^3 - 2,10K^2 + 2,59K + 1,67$
	$\psi_f > 0$	$y = -0,10K^3 + 0,78K^2 - 1,93K + 1,37$

Apresentam-se valores de C_1 e C_3 relativos ao conjunto viga/carregamento representado na Figura 22 (condição de apoio $k_z=0,7B$).

Quadro 55 - Coeficientes para o caso 6 ($k_z=0,7B$).

K	γ_{cr}	C_1	C_3	
			$\psi_f \leq 0$	$\psi_f > 0$
0,08	1,57	1,57	1,12	0,99
0,10	1,58	1,57	1,13	0,97
0,13	1,59	1,57	1,16	0,95
0,20	1,62	1,59	1,20	0,90
0,27	1,66	1,60	1,24	0,87
0,32	1,70	1,62	1,26	0,84
0,40	1,76	1,64	1,29	0,81
0,45	1,80	1,65	1,30	0,79
0,54	1,89	1,66	1,32	0,76
0,81	2,18	1,69	1,33	0,64
1,15	2,62	1,71	1,29	0,44
1,35	2,89	1,72	1,26	0,36
1,62	3,28	1,73	1,21	0,27
2,02	3,90	1,73	1,15	0,20
2,13	4,07	1,73	1,14	0,19
2,24	4,26	1,73	1,12	0,18
2,38	4,47	1,73	1,11	0,17
2,48	4,63	1,73	1,10	0,16

Quadro 56 - Expressões polinomiais para o caso 6 ($k_z=0,7B$).

Coeficientes		Expressões Polinomiais
C_1		$y = -0,05K^2 + 0,20K + 1,56$
C_3	$\psi_f \leq 0$	$y = 0,12K^3 - 0,59K^2 + 0,72K + 1,08$
	$\psi_f > 0$	$y = 0,04K^3 - 0,05K^2 - 0,49K + 1,01$

5.2.7 Caso 7



Figura 23 - Caso 7.

Apresentam-se valores de C_1 e C_3 relativos ao conjunto viga/carregamento representado na Figura 23 (condição de apoio $k_z=1$).

Quadro 57- Coeficientes para o caso 7 ($k_z=1$).

K	γ_{cr}	C_1	C_3	
			$\psi_f \leq 0$	$\psi_f > 0$
0,08	2,35	2,34	1,56	1,32
0,10	2,36	2,35	1,59	1,29
0,13	2,38	2,36	1,63	1,24
0,20	2,43	2,38	1,71	1,15
0,27	2,49	2,41	1,78	1,06
0,32	2,55	2,43	1,82	0,98
0,40	2,65	2,46	1,87	0,81
0,45	2,71	2,47	1,90	0,68
0,54	2,83	2,50	1,93	0,38
0,81	3,27	2,55	1,93	-0,17
1,15	3,94	2,58	1,86	-0,39
1,35	4,34	2,59	1,81	-0,43
1,62	4,94	2,60	1,74	-0,45
2,02	5,87	2,61	1,64	-0,44
2,13	6,13	2,61	1,62	-0,44
2,24	6,41	2,61	1,59	-0,43
2,38	6,73	2,61	1,56	-0,42
2,48	6,98	2,61	1,54	-0,42

Quadro 58 – Expressões polinomiais para o caso 7 ($k_z=1$).

Coeficientes		Expressões Polinomiais
C_1		$y = -0,08K^2 + 0,32K + 2,33$
C_3	$\psi_f \leq 0$	$y = 0,22K^3 - 1,05K^2 + 1,27K + 1,49$
	$\psi_f > 0$	$y = -0,15K^3 + 1,21K^2 - 2,90K + 1,66$

Apresentam-se valores de C_1 e C_3 relativos ao conjunto viga/carregamento representado na Figura 23 (condição de apoio $k_z=0,5$).

Quadro 59 – Coeficientes para o caso 7 ($k_z=0,5$).

K	γ_{cr}	C_1	C_3	
			$\psi_f \leq 0$	$\psi_f > 0$
0,08	2,28	2,28	1,36	0,74
0,10	2,31	2,30	1,41	0,68
0,13	2,35	2,33	1,48	0,58
0,20	2,44	2,39	1,59	0,35
0,27	2,52	2,43	1,76	-0,05
0,32	2,59	2,46	1,87	-0,18
0,40	2,69	2,49	1,96	-0,42
0,45	2,75	2,51	1,99	-0,50
0,54	2,87	2,52	2,00	-0,60
0,81	3,29	2,56	1,96	-0,70
1,15	3,93	2,57	1,86	-0,69
1,35	4,32	2,58	1,80	-0,66
1,62	4,91	2,58	1,73	-0,62
2,02	5,83	2,59	1,62	-0,57
2,13	6,08	2,59	1,60	-0,56
2,24	6,36	2,59	1,57	-0,54
2,38	6,67	2,59	1,55	-0,52
2,48	6,92	2,59	1,53	-0,51

Quadro 60 - Expressões polinomiais para o caso 7 ($k_z=0,5$).

Coeficientes		Expressões Polinomiais
C_1		$y = -0,11K^2 + 0,37K + 2,31$
C_3	$\psi_f \leq 0$	$y = 0,41K^3 - 1,83K^2 + 2,18K + 1,26$
	$\psi_f > 0$	$y = -0,68K^3 + 3,20K^2 - 4,42K + 1,04$

Apresentam-se valores de C_1 e C_3 relativos ao conjunto viga/carregamento representado na Figura 23 (condição de apoio $k_z=0,7A$).

Quadro 61 - Coeficientes para o caso 7 ($k_z=0,7A$).

K	γ_{cr}	C_1	C_3	
			$\psi_f \leq 0$	$\psi_f > 0$
0,08	3,09	3,08	1,76	0,91
0,10	3,11	3,10	1,84	0,80
0,13	3,16	3,13	1,94	0,62
0,20	3,24	3,18	2,15	0,22
0,27	3,33	3,22	2,38	-0,15
0,32	3,41	3,24	2,50	-0,39
0,40	3,53	3,27	2,59	-0,63
0,45	3,60	3,28	2,62	-0,71
0,54	3,75	3,30	2,63	-0,82
0,81	4,28	3,33	2,56	-0,92
1,15	5,11	3,35	2,42	0,90
1,35	5,62	3,35	2,34	-0,86
1,62	6,37	3,35	2,24	-0,81
2,02	7,57	3,36	2,11	-0,74
2,13	7,89	3,36	2,08	-0,72
2,24	8,25	3,36	2,04	-0,70
2,38	8,66	3,36	2,01	-0,68
2,48	8,98	3,36	1,98	-0,67

Quadro 62 - Expressões polinomiais para o caso 7 ($k_z=0,7A$).

Coeficientes		Expressões Polinomiais
C_1		$y = -0,10K^2 + 0,33K + 3,11$
C_3	$\psi_f \leq 0$	$y = 0,56K^3 - 2,50K^2 + 2,93K + 1,66$
	$\psi_f > 0$	$y = -0,89K^3 + 4,13K^2 - 5,58K + 1,19$

Apresentam-se valores de C_1 e C_3 relativos ao conjunto viga/carregamento representado na Figura 23 (condição de apoio $k_z=0,7B$).

Quadro 63 - Coeficientes para o caso 7 ($k_z=0,7B$).

K	γ_{cr}	C_1	C_3	
			$\psi_f \leq 0$	$\psi_f > 0$
0,08	1,70	1,69	1,13	0,93
0,10	1,71	1,70	1,15	0,91
0,13	1,72	1,71	1,18	0,87
0,20	1,76	1,72	1,24	0,79
0,27	1,80	1,74	1,29	0,70
0,32	1,85	1,76	1,33	0,63
0,40	1,92	1,78	1,36	0,49
0,45	1,96	1,79	1,38	0,40
0,54	2,05	1,81	1,40	0,21
0,81	2,37	1,84	1,40	-0,15
1,15	2,85	1,86	1,35	-0,29
1,35	3,14	1,87	1,31	-0,32
1,62	3,56	1,88	1,26	-0,33
2,02	4,24	1,88	1,18	-0,33
2,13	4,42	1,88	1,17	-0,32
2,24	4,63	1,88	1,15	-0,32
2,38	4,86	1,88	1,13	-0,31
2,48	5,04	1,88	1,11	-0,31

Quadro 64 - Expressões polinomiais para o caso 7 ($k_z=0,7B$).

Coeficientes		Expressões Polinomiais
C_1		$y = -0,06K^2 + 0,22K + 1,69$
C_3	$\psi_f \leq 0$	$y = 0,17K^3 - 0,79K^2 + 0,95K + 1,08$
	$\psi_f > 0$	$y = -0,15K^3 + 1,04K^2 - 2,24K + 1,17$

5.2.8 Caso 8



Figura 24 - Caso 8.

Apresentam-se valores de C_1 e C_3 relativos ao conjunto viga/carregamento representado na Figura 24 (condição de apoio $k_z=1$).

Quadro 65 - Coeficientes para o caso 8 ($k_z=1$).

K	γ_{cr}	C_1	C_3	
			$\psi_f \leq 0$	$\psi_f > 0$
0,08	2,60	2,59	1,60	1,12
0,10	2,61	2,59	1,65	1,04
0,13	2,63	2,61	1,72	0,89
0,20	2,69	2,64	1,84	0,48
0,27	2,76	2,67	1,93	0,01
0,32	2,83	2,69	1,99	-0,32
0,40	2,94	2,72	2,05	-0,68
0,45	3,00	2,74	2,07	-0,82
0,54	3,14	2,77	2,10	-1,01
0,81	3,62	2,81	2,08	-1,22
1,15	4,34	2,84	1,98	-1,23
1,35	4,78	2,85	1,91	-1,20
1,62	5,43	2,86	1,83	-1,15
2,02	6,46	2,86	1,70	-1,07
2,13	6,73	2,87	1,68	-1,05
2,24	7,04	2,87	1,64	-1,03
2,38	7,39	2,87	1,61	-1,01
2,48	7,66	2,87	1,59	-0,99

Quadro 66 – Expressões polinomiais para o caso 8 ($k_z=1$).

Coeficientes		Expressões Polinomiais
C_1		$y = -0,09K^2 + 0,34K + 2,58$
C_3	$\psi_f \leq 0$	$y = 0,31K^3 - 1,45K^2 + 1,70K + 1,53$
	$\psi_f > 0$	$y = -1,05K^3 + 4,96K^2 - 6,99K + 1,60$

Apresentam-se valores de C_1 e C_3 relativos ao conjunto viga/carregamento representado na Figura 24 (condição de apoio $k_z=0,5$).

Quadro 67 – Coeficientes para o caso 8 ($k_z=0,5$).

K	γ_{cr}	C_1	C_3	
			$\psi_f \leq 0$	$\psi_f > 0$
0,08	2,41	2,40	1,21	0,24
0,10	2,43	2,42	1,28	0,10
0,13	2,47	2,44	1,39	-0,13
0,20	2,54	2,49	1,59	-0,60
0,27	2,61	2,52	1,82	-0,96
0,32	2,67	2,54	1,92	-1,13
0,40	2,76	2,56	1,99	-1,26
0,45	2,81	2,57	2,00	-1,29
0,54	2,93	2,58	2,01	-1,33
0,81	3,34	2,59	1,94	-1,32
1,15	3,98	2,60	1,82	-1,23
1,35	4,37	2,61	1,75	-1,18
1,62	4,96	2,61	1,66	-1,11
2,02	5,88	2,61	1,55	-1,02
2,13	6,13	2,61	1,52	-1,00
2,24	6,41	2,61	1,50	-0,98
2,38	6,73	2,61	1,47	-0,95
2,48	6,98	2,61	1,44	-0,93

Quadro 68 - Expressões polinomiais para o caso 8 ($k_z=0,5$).

Coeficientes		Expressões Polinomiais
C_1		$y = -0,08K^2 + 0,25K + 2,43$
C_3	$\psi_f \leq 0$	$y = 0,52K^3 - 2,30K^2 + 2,68K + 1,13$
	$\psi_f > 0$	$y = -0,89K^3 + 3,99K^2 - 5,02K + 0,37$

Apresentam-se valores de C_1 e C_3 relativos ao conjunto viga/carregamento representado na Figura 24 (condição de apoio $k_z=0,7A$).

Quadro 69 - Coeficientes para o caso 8 ($k_z=0,7A$).

K	γ_{cr}	C_1	C_3	
			$\psi_f \leq 0$	$\psi_f > 0$
0,08	2,58	2,57	0,48	-0,52
0,10	2,59	2,58	0,62	-0,62
0,13	2,61	2,59	0,84	-0,76
0,20	2,67	2,61	1,24	-0,98
0,27	2,73	2,64	1,58	-1,14
0,32	2,79	2,65	1,75	-1,23
0,40	2,88	2,67	1,90	-1,32
0,45	2,94	2,68	1,95	-1,35
0,54	3,06	2,69	1,99	-1,38
0,81	3,49	2,72	1,98	-1,37
1,15	4,17	2,73	1,88	-1,29
1,35	4,58	2,73	1,81	-1,24
1,62	5,19	2,73	1,73	-1,17
2,02	6,17	2,74	1,62	-1,07
2,13	6,43	2,74	1,59	-1,05
2,24	6,72	2,74	1,56	-1,02
2,38	7,06	2,74	1,53	-1,00
2,48	7,32	2,74	1,51	-0,98

Quadro 70 - Expressões polinomiais para o caso 8 ($k_z=0,7A$).

Coeficientes		Expressões Polinomiais
C_1		$y = -0,06K^2 + 0,21K + 2,58$
C_3	$\psi_f \leq 0$	$y = 0,86K^3 - 3,86K^2 + 4,84K + 0,34$
	$\psi_f > 0$	$y = -0,49K^3 + 2,21K^2 - 2,73K - 0,45$

Apresentam-se valores de C_1 e C_3 relativos ao conjunto viga/carregamento representado na Figura 24 (condição de apoio $k_z=0,7B$).

Quadro 71 - Coeficientes para o caso 8 ($k_z=0,7B$).

K	γ_{cr}	C_1	C_3	
			$\psi_f \leq 0$	$\psi_f > 0$
0,08	1,82	1,81	1,10	0,78
0,10	1,83	1,82	1,13	0,73
0,13	1,84	1,83	1,18	0,65
0,20	1,88	1,85	1,26	0,47
0,27	1,93	1,87	1,33	0,23
0,32	1,98	1,88	1,38	0,01
0,40	2,06	1,91	1,42	-0,29
0,45	2,10	1,92	1,44	-0,42
0,54	2,20	1,94	1,46	-0,60
0,81	2,53	1,97	1,46	-0,80
1,15	3,04	1,99	1,38	-0,83
1,35	3,35	2,00	1,34	-0,82
1,62	3,81	2,00	1,28	-0,79
2,02	4,52	2,01	1,19	-0,74
2,13	4,72	2,01	1,17	-0,73
2,24	4,94	2,01	1,15	-0,71
2,38	5,18	2,01	1,13	-0,70
2,48	5,37	2,01	1,11	-0,69

Quadro 72 - Expressões polinomiais para o caso 8 ($k_z=0,7B$).

Coeficientes		Expressões Polinomiais
C_1		$y = -0,06K^2 + 0,24K + 1,81$
C_3	$\psi_f \leq 0$	$y = 0,23K^3 - 1,05K^2 + 1,25K + 1,04$
	$\psi_f > 0$	$y = -0,61K^3 + 2,99K^2 - 4,46K + 1,15$

5.2.9 Caso 9



Figura 25 - Caso 9.

Apresentam-se valores de C_1 e C_3 relativos ao conjunto viga/carregamento representado na Figura 25 (condição de apoio $k_z=1$).

Quadro 73 - Coeficientes para o caso 9 ($k_z=1$).

K	γ_{cr}	C_1	C_3	
			$\psi_f \leq 0$	$\psi_f > 0$
0,08	2,57	2,57	0,69	0,69
0,10	2,58	2,57	0,83	0,83
0,13	2,61	2,58	1,03	1,03
0,20	2,66	2,61	1,34	1,34
0,27	2,72	2,63	1,55	1,55
0,32	2,78	2,65	1,67	1,67
0,40	2,88	2,67	1,79	1,79
0,45	2,93	2,68	1,84	1,84
0,54	3,06	2,69	1,89	1,89
0,81	3,49	2,72	1,90	1,90
1,15	4,17	2,73	1,80	1,80
1,35	4,58	2,73	1,74	1,74
1,62	5,20	2,74	1,65	1,65
2,02	6,17	2,74	1,53	1,53
2,13	6,43	2,74	1,50	1,50
2,24	6,73	2,74	1,47	1,47
2,38	7,06	2,74	1,44	1,44
2,48	7,32	2,74	1,41	1,41

Quadro 74 – Expressões polinomiais para o caso 9 ($k_z=1$).

Coeficientes		Expressões Polinomiais
C_1		$y = -0,06K^2 + 0,21K + 2,57$
C_3	$\psi_f \leq 0$	$y = 0,66K^3 - 3,00K^2 + 3,77K + 0,60$
	$\psi_f > 0$	$y = 0,66K^3 - 3,00K^2 + 3,77K + 0,60$

Apresentam-se valores de C_1 e C_3 relativos ao conjunto viga/carregamento representado na Figura 25 (condição de apoio $k_z=0,5$).

Quadro 75 – Coeficientes para o caso 9 ($k_z=0,5$).

K	γ_{cr}	C_1	C_3	
			$\psi_f \leq 0$	$\psi_f > 0$
0,08	2,27	2,26	0,64	0,64
0,10	2,28	2,27	0,76	0,76
0,13	2,31	2,29	0,95	0,95
0,20	2,37	2,32	1,31	1,31
0,27	2,43	2,34	1,57	1,57
0,32	2,47	2,35	1,68	1,68
0,40	2,55	2,37	1,76	1,76
0,45	2,60	2,37	1,78	1,78
0,54	2,70	2,38	1,78	1,78
0,81	3,07	2,38	1,72	1,72
1,15	3,65	2,39	1,60	1,60
1,35	4,01	2,39	1,54	1,54
1,62	4,54	2,39	1,46	1,46
2,02	5,39	2,39	1,35	1,35
2,13	5,62	2,39	1,32	1,32
2,24	5,88	2,39	1,29	1,29
2,38	6,17	2,39	1,26	1,26
2,48	6,39	2,39	1,24	1,24

Quadro 76 - Expressões polinomiais para o caso 9 ($k_z=0,5$).

Coeficientes		Expressões Polinomiais
C_1		$y = -0,05K^2 + 0,15K + 2,29$
C_3	$\psi_f \leq 0$	$y = 0,69K^3 - 3,07K^2 + 3,67K + 0,59$
	$\psi_f > 0$	$y = 0,69K^3 - 3,07K^2 + 3,67K + 0,59$

Apresentam-se valores de C_1 e C_3 relativos ao conjunto viga/carregamento representado na Figura 25 (condição de apoio $k_z=0,7$).

Quadro 77 - Coeficientes para o caso 9 ($k_z=0,7$).

K	γ_{cr}	C_1	C_3	
			$\psi_f \leq 0$	$\psi_f > 0$
0,08	1,91	1,90	-0,44	-0,98
0,10	1,92	1,91	-0,35	-1,03
0,13	1,93	1,92	-0,18	-1,10
0,20	1,98	1,94	0,19	-1,22
0,27	2,03	1,96	0,58	-1,32
0,32	2,08	1,98	0,83	-1,38
0,40	2,15	2,00	1,08	-1,44
0,45	2,20	2,01	1,17	-1,46
0,54	2,30	2,02	1,28	-1,48
0,81	2,64	2,05	1,36	-1,47
1,15	3,16	2,07	1,33	-1,38
1,35	3,48	2,07	1,29	-1,33
1,62	3,95	2,08	1,23	-1,26
2,02	4,69	2,08	1,15	-1,17
2,13	4,89	2,08	1,13	-1,15
2,24	5,11	2,08	1,10	-1,12
2,38	5,37	2,08	1,08	-1,10
2,48	5,56	2,08	1,06	-1,08

Quadro 78 - Expressões polinomiais para o caso 9 ($k_z=0,7$).

Coeficientes		Expressões Polinomiais
C_1		$y = -0,06K^2 + 0,22K + 1,90$
C_3	$\psi_f \leq 0$	$y = 0,90K^3 - 4,17K^2 + 5,60K - 0,75$
	$\psi_f > 0$	$y = -0,31K^3 + 1,40K^2 - 1,67K - 0,92$

Refere-se que neste caso em particular, como o diagrama de momentos é simétrico, as condições de apoio $k_z=0,7A$ e $k_z=0,7B$, resultam valores iguais para ambas as condições de apoio, considerando-se apenas $k_z=0,7$.

5.2.10 Caso 10

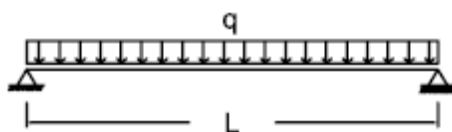


Figura 26 - Caso 10.

Apresentam-se valores de C_1 , C_2 e C_3 relativos ao conjunto viga/carregamento representado na Figura 26 (condição de apoio $k_z=1$).

Quadro 79 - Coeficientes para o caso 10 ($k_z=1$).

K	γ_{cr}	C_1	C_2		C_3	
			$\xi = -1$	$\xi = 1$	$\psi_f \leq 0$	$\psi_f > 0$
0,08	1,13	1,13	0,45	0,45	0,57	0,60
0,10	1,13	1,13	0,45	0,45	0,57	0,60
0,13	1,14	1,13	0,45	0,45	0,56	0,61
0,20	1,15	1,13	0,45	0,45	0,55	0,62
0,27	1,17	1,13	0,46	0,45	0,54	0,64
0,32	1,19	1,13	0,46	0,45	0,53	0,65
0,40	1,22	1,13	0,46	0,45	0,52	0,66
0,45	1,24	1,13	0,46	0,46	0,52	0,67
0,54	1,28	1,13	0,46	0,46	0,51	0,68
0,81	1,45	1,13	0,46	0,46	0,49	0,72
1,15	1,73	1,13	0,46	0,46	0,47	0,74
1,35	1,90	1,13	0,46	0,46	0,47	0,74
1,62	2,15	1,13	0,46	0,46	0,46	0,73
2,02	2,55	1,13	0,46	0,46	0,45	0,70
2,13	2,66	1,13	0,46	0,46	0,45	0,69
2,24	2,78	1,13	0,46	0,46	0,45	0,69
2,38	2,92	1,13	0,46	0,46	0,45	0,68
2,48	3,02	1,13	0,46	0,46	0,44	0,67

Quadro 80 – Expressões polinomiais para o caso 10 ($k_z=1$).

Coeficientes		Expressões Polinomiais
C ₁		$\gamma = 1,13$
C ₂	$\xi = -1$	$\gamma = 0,45$
	$\xi = 1$	$\gamma = 0,45$
C ₃	$\Psi_f \leq 0$	$\gamma = 0,03K^2 - 0,12K + 0,57$
	$\Psi_f > 0$	$\gamma = -0,07K^2 + 0,21K + 0,59$

Apresentam-se valores de C₁, C₂ e C₃ relativos ao conjunto viga/carregamento representado na Figura 26 (condição de apoio $k_z=0,5$).

Quadro 81 – Coeficientes para o caso 10 ($k_z=0,5$).

K	γ_{cr}	C ₁	C ₂		C ₃	
			$\xi = -1$	$\xi = 1$	$\Psi_f \leq 0$	$\Psi_f > 0$
0,08	0,95	0,95	0,35	0,34	0,58	0,66
0,10	0,96	0,95	0,35	0,34	0,57	0,67
0,13	0,96	0,95	0,35	0,34	0,56	0,69
0,20	0,98	0,96	0,36	0,34	0,54	0,71
0,27	1,00	0,97	0,37	0,35	0,52	0,73
0,32	1,02	0,97	0,38	0,35	0,51	0,74
0,40	1,06	0,98	0,38	0,36	0,50	0,75
0,45	1,08	0,98	0,39	0,36	0,49	0,76
0,54	1,12	0,99	0,39	0,37	0,49	0,77
0,81	1,28	0,99	0,40	0,37	0,47	0,77
1,15	1,52	1,00	0,40	0,38	0,45	0,74
1,35	1,67	1,00	0,40	0,38	0,45	0,72
1,62	1,90	1,00	0,40	0,38	0,44	0,69
2,02	2,25	1,00	0,40	0,38	0,44	0,65
2,13	2,35	1,00	0,40	0,38	0,43	0,64
2,24	2,45	1,00	0,40	0,38	0,43	0,63
2,38	2,57	1,00	0,40	0,38	0,43	0,62
2,48	2,67	1,00	0,40	0,38	0,43	0,61

Quadro 82 - Expressões polinomiais para o caso 10 ($k_z=0,5$).

Coeficientes		Expressões Polinomiais
C_1		$y = 0,02K + 0,96$
C_2	$\xi = -1$	$y = 0,02K + 0,35$
	$\xi = 1$	$y = -0,02K^2 + 0,07K + 0,35$
C_3	$\psi_f \leq 0$	$y = 0,04K^2 - 0,15K + 0,57$
	$\psi_f > 0$	$y = 0,07K^3 - 0,33K^2 + 0,39K + 0,64$

Apresentam-se valores de C_1 , C_2 e C_3 relativos ao conjunto viga/carregamento representado na Figura 26 (condição de apoio $k_z=0,7$).

Quadro 83 - Coeficientes para o caso 10 ($k_z=0,7$).

K	γ_{cr}	C_1	C_2		C_3	
			$\xi = -1$	$\xi = 1$	$\psi_f \leq 0$	$\psi_f > 0$
0,08	1,09	1,08	0,41	0,40	0,60	0,67
0,10	1,09	1,09	0,41	0,40	0,59	0,68
0,13	1,10	1,09	0,41	0,40	0,58	0,69
0,20	1,11	1,09	0,42	0,40	0,56	0,72
0,27	1,14	1,10	0,42	0,41	0,54	0,73
0,32	1,16	1,10	0,43	0,41	0,53	0,75
0,40	1,19	1,11	0,43	0,41	0,52	0,77
0,45	1,21	1,11	0,44	0,41	0,51	0,78
0,54	1,26	1,11	0,44	0,42	0,50	0,79
0,81	1,44	1,12	0,45	0,42	0,48	0,82
1,15	1,71	1,12	0,45	0,43	0,47	0,81
1,35	1,88	1,12	0,45	0,43	0,46	0,79
1,62	2,14	1,12	0,45	0,43	0,46	0,76
2,02	2,54	1,12	0,45	0,43	0,45	0,72
2,13	2,64	1,13	0,45	0,43	0,45	0,71
2,24	2,76	1,13	0,45	0,43	0,45	0,70
2,38	2,90	1,13	0,45	0,43	0,44	0,69
2,48	3,01	1,13	0,45	0,43	0,44	0,69

Quadro 84 - Expressões polinomiais para o caso 10 ($k_z=0,7$).

Coeficientes		Expressões Polinomiais
C ₁		$y = 0,02K + 1,09$
C ₂	$\xi = -1$	$y = 0,01K + 0,40$
	$\xi = 1$	$y = -0,02K^2 + 0,06K + 0,41$
C ₃	$\psi_f \leq 0$	$y = 0,04K^2 - 0,16K + 0,59$
	$\psi_f > 0$	$y = 0,06K^3 - 0,32K^2 + 0,43K + 0,64$

Refere-se que neste caso em particular, como o diagrama de momentos é simétrico, as condições de apoio $k_z=0,7A$ e $k_z=0,7B$, resultam valores iguais para ambas as condições de apoio, considerando-se apenas $k_z=0,7$.

5.2.11 Caso 11

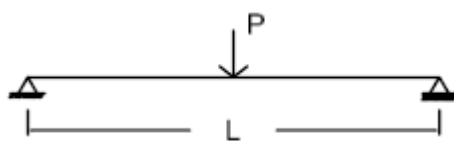


Figura 27 - Caso 11.

Apresentam-se valores de C_1 , C_2 e C_3 relativos ao conjunto viga/carregamento representado na Figura 27 (condição de apoio $k_z=1$).

Quadro 85 - Coeficientes para o caso 11 ($k_z=1$).

K	γ_{cr}	C_1	C_2		C_3	
			$\xi = -1$	$\xi = 1$	$\psi_f \leq 0$	$\psi_f > 0$
0,08	1,35	1,35	0,60	0,59	0,48	0,52
0,10	1,36	1,35	0,60	0,59	0,47	0,53
0,13	1,36	1,35	0,60	0,59	0,46	0,54
0,20	1,38	1,35	0,59	0,58	0,45	0,55
0,27	1,40	1,35	0,59	0,57	0,44	0,57
0,32	1,43	1,36	0,58	0,57	0,43	0,58
0,40	1,46	1,36	0,58	0,57	0,42	0,59
0,45	1,49	1,36	0,58	0,56	0,42	0,60
0,54	1,54	1,36	0,57	0,56	0,46	0,61
0,81	1,75	1,36	0,57	0,56	0,40	0,65
1,15	2,08	1,36	0,56	0,55	0,38	0,67
1,35	2,29	1,36	0,56	0,55	0,37	0,66
1,62	2,59	1,36	0,56	0,55	0,37	0,64
2,02	3,07	1,36	0,56	0,55	0,36	0,61
2,13	3,20	1,36	0,56	0,55	0,36	0,60
2,24	3,35	1,36	0,56	0,55	0,35	0,59
2,38	3,52	1,36	0,56	0,55	0,35	0,58
2,48	3,64	1,36	0,56	0,55	0,35	0,58

Quadro 86 – Expressões polinomiais para o caso 11 ($k_z=1$).

Coeficientes		Expressões Polinomiais
C_1		$y = 0,01K + 1,35$
C_2	$\xi = -1$	$y = -0,01K + 0,58$
	$\xi = 1$	$y = -0,01K + 0,59$
C_3	$\psi_f \leq 0$	$y = 0,02K^2 - 0,10K + 0,47$
	$\psi_f > 0$	$y = -0,08K^2 + 0,22K + 0,51$

Apresentam-se valores de C_1 , C_2 e C_3 relativos ao conjunto viga/carregamento representado na Figura 27 (condição de apoio $k_z=0,5$).

Quadro 87 – Coeficientes para o caso 11 ($k_z=0,5$).

K	γ_{cr}	C_1	C_2		C_3	
			$\xi = -1$	$\xi = 1$	$\psi_f \leq 0$	$\psi_f > 0$
0,08	1,04	1,03	0,48	0,47	0,43	0,52
0,10	1,04	1,04	0,48	0,47	0,42	0,53
0,13	1,05	1,04	0,47	0,47	0,41	0,55
0,20	1,07	1,05	0,47	0,46	0,39	0,57
0,27	1,09	1,05	0,46	0,46	0,37	0,59
0,32	1,11	1,06	0,46	0,46	0,37	0,60
0,40	1,15	1,07	0,46	0,45	0,36	0,62
0,45	1,17	1,07	0,46	0,45	0,35	0,63
0,54	1,22	1,07	0,46	0,45	0,35	0,64
0,81	1,39	1,08	0,45	0,45	0,33	0,65
1,15	1,66	1,09	0,45	0,45	0,32	0,62
1,35	1,82	1,09	0,45	0,45	0,32	0,60
1,62	2,07	1,09	0,45	0,45	0,31	0,56
2,02	2,45	1,09	0,45	0,45	0,30	0,52
2,13	2,56	1,09	0,45	0,45	0,30	0,51
2,24	2,68	1,09	0,45	0,45	0,30	0,50
2,38	2,81	1,09	0,45	0,45	0,30	0,49
2,48	2,91	1,09	0,45	0,45	0,30	0,48

Quadro 88 - Expressões polinomiais para o caso 11 ($k_z=0,5$).

Coeficientes		Expressões Polinomiais
C_1		$y = 0,02K + 1,05$
C_2	$\xi = -1$	$y = -0,01K + 0,46$
	$\xi = 1$	$y = -0,01K + 0,47$
C_3	$\Psi_f \leq 0$	$y = -0,03K^3 + 0,16K^2 - 0,25K + 0,44$
	$\Psi_f > 0$	$y = 0,08K^3 - 0,36K^2 + 0,43K + 0,50$

Apresentam-se valores de C_1 , C_2 e C_3 relativos ao conjunto viga/carregamento representado na Figura 27 (condição de apoio $k_z=0,7$).

Quadro 89 - Coeficientes para o caso 11 ($k_z=0,7$).

K	γ_{cr}	C_1	C_2		C_3	
			$\xi = -1$	$\xi = 1$	$\Psi_f \leq 0$	$\Psi_f > 0$
0,08	1,25	1,25	0,56	0,55	0,48	0,56
0,10	1,25	1,25	0,56	0,55	0,47	0,57
0,13	1,26	1,25	0,56	0,54	0,46	0,59
0,20	1,28	1,26	0,55	0,53	0,44	0,61
0,27	1,31	1,26	0,55	0,53	0,43	0,63
0,32	1,33	1,27	0,55	0,52	0,42	0,65
0,40	1,37	1,27	0,54	0,52	0,41	0,67
0,45	1,40	1,27	0,54	0,52	0,40	0,68
0,54	1,45	1,28	0,54	0,52	0,40	0,70
0,81	1,65	1,28	0,53	0,52	0,38	0,72
1,15	1,97	1,29	0,53	0,51	0,36	0,71
1,35	2,16	1,29	0,53	0,51	0,36	0,69
1,62	2,45	1,29	0,53	0,51	0,35	0,66
2,02	2,91	1,29	0,53	0,51	0,34	0,61
2,13	3,03	1,29	0,53	0,51	0,34	0,60
2,24	3,17	1,29	0,53	0,51	0,34	0,59
2,38	3,33	1,29	0,53	0,51	0,34	0,58
2,48	3,45	1,29	0,53	0,51	0,34	0,57

Quadro 90 - Expressões polinomiais para o caso 11 ($k_z=0,7$).

Coeficientes		Expressões Polinomiais
C_1		$y = 0,02K + 1,26$
C_2	$\xi = -1$	$y = -0,01K + 0,53$
	$\xi = 1$	$y = -0,01K + 0,55$
C_3	$\psi_f \leq 0$	$y = -0,03K^3 + 0,15K^2 - 0,25K + 0,49$
	$\psi_f > 0$	$y = 0,07K^3 - 0,35K^2 + 0,47K + 0,53$

Refere-se que neste caso em particular, como o diagrama de momentos é simétrico, as condições de apoio $k_z=0,7A$ e $k_z=0,7B$, resultam valores iguais para ambas as condições de apoio, considerando-se apenas $k_z=0,7$.

5.2.12 Caso 12

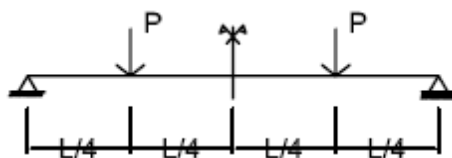


Figura 28 - Caso 12.

Apresentam-se valores de C_1 , C_2 e C_3 relativos ao conjunto viga/carregamento representado na Figura 28 (condição de apoio $k_z=1$).

Quadro 91 - Coeficientes para o caso 12 ($k_z=1$).

K	γ_{cr}	C_1	C_2		C_3	
			$\xi = -1$	$\xi = 1$	$\psi_f \leq 0$	$\psi_f > 0$
0,08	1,04	1,04	0,41	0,40	0,60	0,63
0,10	1,04	1,04	0,41	0,40	0,59	0,63
0,13	1,05	1,04	0,42	0,40	0,59	0,64
0,20	1,06	1,04	0,42	0,40	0,57	0,65
0,27	1,08	1,04	0,42	0,40	0,56	0,67
0,32	1,09	1,04	0,42	0,40	0,56	0,68
0,40	1,12	1,04	0,42	0,40	0,55	0,70
0,45	1,14	1,04	0,42	0,40	0,54	0,71
0,54	1,18	1,04	0,42	0,40	0,53	0,72
0,81	1,34	1,04	0,42	0,41	0,51	0,76
1,15	1,59	1,04	0,42	0,41	0,49	0,79
1,35	1,74	1,04	0,42	0,41	0,48	0,79
1,62	1,98	1,04	0,42	0,41	0,47	0,78
2,02	2,34	1,04	0,42	0,41	0,46	0,75
2,13	2,44	1,04	0,42	0,41	0,46	0,75
2,24	2,55	1,04	0,42	0,41	0,45	0,74
2,38	2,68	1,04	0,42	0,41	0,45	0,73
2,48	2,78	1,04	0,42	0,41	0,45	0,73

Quadro 92 – Expressões polinomiais para o caso 12 ($k_z=1$).

Coeficientes		Expressões Polinomiais
C ₁		$\gamma = 1,04$
C ₂	$\xi = -1$	$\gamma = 0,42$
	$\xi = 1$	$\gamma = 0,42$
C ₃	$\Psi_f \leq 0$	$\gamma = 0,03K^2 - 0,14K + 0,60$
	$\Psi_f > 0$	$\gamma = -0,08K^2 + 0,24K + 0,61$

Apresentam-se valores de C₁, C₂ e C₃ relativos ao conjunto viga/carregamento representado na Figura 28 (condição de apoio $k_z=0,5$).

Quadro 93 – Coeficientes para o caso 12 ($k_z=0,5$).

K	γ_{cr}	C ₁	C ₂		C ₃	
			$\xi = -1$	$\xi = 1$	$\Psi_f \leq 0$	$\Psi_f > 0$
0,08	0,93	0,92	0,29	0,25	0,66	0,74
0,10	0,93	0,93	0,30	0,25	0,65	0,75
0,13	0,94	0,93	0,31	0,25	0,63	0,76
0,20	0,95	0,93	0,33	0,26	0,61	0,79
0,27	0,97	0,94	0,35	0,27	0,59	0,81
0,32	0,99	0,94	0,36	0,28	0,58	0,82
0,40	1,02	0,95	0,37	0,28	0,56	0,83
0,45	1,04	0,95	0,37	0,29	0,56	0,84
0,54	1,08	0,95	0,38	0,30	0,54	0,85
0,81	1,23	0,96	0,39	0,31	0,52	0,85
1,15	1,46	0,96	0,39	0,32	0,49	0,82
1,35	1,61	0,96	0,39	0,32	0,49	0,80
1,62	1,83	0,96	0,39	0,32	0,48	0,77
2,02	2,17	0,96	0,39	0,33	0,47	0,73
2,13	2,26	0,96	0,39	0,33	0,47	0,72
2,24	2,36	0,96	0,39	0,33	0,46	0,71
2,38	2,48	0,96	0,39	0,33	0,46	0,70
2,48	2,57	0,96	0,39	0,33	0,46	0,69

Quadro 94 - Expressões polinomiais para o caso 12 ($k_z=0,5$).

Coeficientes		Expressões Polinomiais
C ₁		$y = 0,01K + 0,94$
C ₂	$\xi = -1$	$y = 0,01K^3 - 0,07K^2 + 0,14K + 0,24$
	$\xi = 1$	$y = 0,04K^3 - 0,19K^2 + 0,27K + 0,28$
C ₃	$\psi_f \leq 0$	$y = 0,05K^2 - 0,20K + 0,65$
	$\psi_f > 0$	$y = -0,07K^2 + 0,14K + 0,76$

Apresentam-se valores de C₁, C₂ e C₃ relativos ao conjunto viga/carregamento representado na Figura 28 (condição de apoio $k_z=0,7$).

Quadro 95 - Coeficientes para o caso 12 ($k_z=0,7$).

K	γ_{cr}	C ₁	C ₂		C ₃	
			$\xi = -1$	$\xi = 1$	$\psi_f \leq 0$	$\psi_f > 0$
0,08	1,02	1,02	0,36	0,34	0,63	0,71
0,10	1,02	1,02	0,36	0,34	0,62	0,72
0,13	1,03	1,02	0,37	0,34	0,61	0,73
0,20	1,04	1,02	0,38	0,34	0,59	0,76
0,27	1,06	1,03	0,39	0,34	0,57	0,78
0,32	1,08	1,03	0,40	0,34	0,56	0,80
0,40	1,12	1,03	0,40	0,35	0,54	0,82
0,45	1,14	1,04	0,41	0,35	0,53	0,83
0,54	1,18	1,04	0,41	0,36	0,52	0,85
0,81	1,35	1,05	0,42	0,37	0,50	0,87
1,15	1,61	1,05	0,42	0,37	0,48	0,87
1,35	1,76	1,05	0,43	0,38	0,47	0,85
1,62	2,00	1,05	0,43	0,38	0,46	0,83
2,02	2,38	1,05	0,43	0,38	0,45	0,79
2,13	2,48	1,05	0,43	0,38	0,45	0,78
2,24	2,59	1,05	0,43	0,38	0,45	0,77
2,38	2,72	1,05	0,43	0,38	0,45	0,76
2,48	2,82	1,05	0,43	0,38	0,45	0,75

Quadro 96 - Expressões polinomiais para o caso 12 ($k_z=0,7$).

Coeficientes		Expressões Polinomiais
C ₁		$y = 0,02K + 1,02$
C ₂	$\xi = -1$	$y = -0,01K^2 + 0,05K + 0,33$
	$\xi = 1$	$y = -0,02K^2 + 0,08K + 0,37$
C ₃	$\psi_f \leq 0$	$y = 0,05K^2 - 0,19K + 0,63$
	$\psi_f > 0$	$y = -0,10K^2 + 0,25K + 0,71$

Refere-se que neste caso em particular, como o diagrama de momentos é simétrico, as condições de apoio $k_z=0,7A$ e $k_z=0,7B$, resultam valores iguais para ambas as condições de apoio, considerando-se apenas $k_z=0,7$.

5.2.13 Caso 13

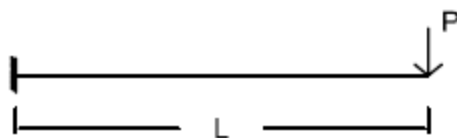


Figura 29- Caso 13.

Apresentam-se valores de C_1 , C_2 e C_3 relativos ao conjunto viga/carregamento representado na Figura 29 (condição de apoio $k_z=2$).

Quadro 97 - Coeficientes para o caso 13 ($k_z=2$).

K	γ_{cr}	C_1	C_2		C_3	
			$\xi = -1$	$\xi = 1$	$\Psi_f \leq 0$	$\Psi_f > 0$
0,08	2,56	2,55	0,70	0,62	-2,10	-2,18
0,10	2,56	2,55	0,71	0,62	-2,09	-2,19
0,13	2,57	2,55	0,73	0,61	-2,08	-2,20
0,20	2,58	2,53	0,79	0,60	-2,04	-2,24
0,27	2,61	2,52	0,86	0,61	-2,01	-2,28
0,32	2,63	2,50	0,92	0,61	-1,98	-2,31
0,40	2,66	2,47	1,02	0,62	-1,93	-2,36
0,45	2,68	2,44	1,08	0,63	-1,90	-2,39
0,54	2,72	2,40	1,20	0,66	-1,85	-2,46
0,81	2,86	2,22	1,61	0,78	-1,67	-2,67
1,15	3,01	1,97	2,17	0,98	-1,45	-2,98
1,35	3,08	1,84	2,49	1,10	-1,33	-3,17
1,62	3,16	1,66	2,94	1,29	-1,19	-3,46
2,02	3,25	1,44	3,62	1,59	-1,02	-3,92
2,13	3,26	1,39	3,80	1,67	-0,98	-4,05
2,24	3,28	1,34	4,00	1,76	-0,94	-4,19
2,38	3,30	1,28	4,23	1,87	-0,90	-4,36
2,48	3,31	1,24	4,40	1,94	-0,87	-4,49

Quadro 98 – Expressões polinomiais para o caso 13 ($k_z=2$).

Coeficientes		Expressões Polinomiais
C_1		$y = -0,59K + 2,66$
C_2	$\xi = -1$	$y = -0,09K^3 + 0,52K^2 - 0,18K + 0,62$
	$\xi = 1$	$y = -0,11K^3 + 0,53K^2 + 0,87K + 0,60$
C_3	$\psi_f \leq 0$	$y = 0,54K - 2,14$
	$\psi_f > 0$	$y = -0,96K - 2,00$

5.2.14 Caso 14

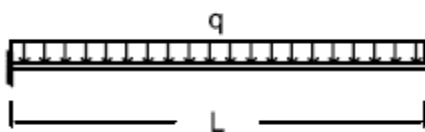


Figura 30 - Caso 14.

Apresentam-se valores de C_1 , C_2 e C_3 relativos ao conjunto viga/carregamento representado na Figura 30 (condição de apoio $k_z=2$).

Quadro 99 - Coeficientes para o caso 14 ($k_z=2$).

K	γ_{cr}	C_1	C_2		C_3	
			$\xi = -1$	$\xi = 1$	$\Psi_f \leq 0$	$\Psi_f > 0$
0,08	4,11	4,10	1,21	1,11	-3,31	-3,21
0,10	4,12	4,10	1,22	1,11	-3,32	-3,20
0,13	4,14	4,10	1,26	1,11	-3,34	-3,19
0,20	4,19	4,10	1,34	1,11	-3,36	-3,17
0,27	4,25	4,10	1,43	1,13	-3,37	-3,17
0,32	4,30	4,09	1,50	1,15	-3,37	-3,18
0,40	4,39	4,07	1,61	1,18	-3,35	-3,20
0,45	4,44	4,05	1,68	1,20	-3,33	-3,22
0,54	4,55	4,00	1,81	1,24	-3,28	-3,27
0,81	4,87	3,79	2,23	1,40	-3,05	-3,48
1,15	5,25	3,44	2,83	1,65	-2,68	-4,04
1,35	5,42	3,23	3,19	1,80	-2,48	-4,06
1,62	5,62	2,96	3,71	2,03	-2,23	-4,41
2,02	5,85	2,60	4,53	2,39	-1,91	-4,99
2,13	5,90	2,51	4,75	2,49	-1,83	-5,15
2,24	5,94	2,42	4,99	2,60	-1,76	-5,33
2,38	5,99	2,32	5,27	2,73	-1,68	-5,54
2,48	6,03	2,25	5,48	2,83	-1,63	-5,71

Quadro 100 – Expressões polinomiais para o caso 14 ($k_z=2$).

Coeficientes		Expressões Polinomiais
C_1		$y = 0,22K^3 - 0,93K^2 + 0,24K + 4,09$
C_2	$\xi = -1$	$y = -0,07K^3 + 0,43K^2 + 0,07K + 1,09$
	$\xi = 1$	$y = -0,06K^3 + 0,43K^2 + 1,07K + 1,11$
C_3	$\psi_f \leq 0$	$y = -0,27K^3 + 1,11K^2 - 0,41K - 3,32$
	$\psi_f > 0$	$y = 0,13K^3 - 0,80K^2 + 0,16K - 3,18$

5.2.15 Caso 15

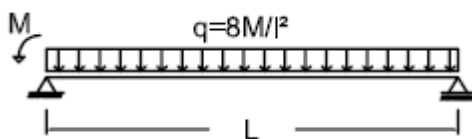


Figura 31 - Caso 15.

Apresentam-se valores de C_1 , C_2 e C_3 relativos ao conjunto viga/carregamento representado na Figura 31 (condição de apoio $k_z=1$).

Quadro 101 - Coeficientes para o caso 15 ($k_z=1$).

K	γ_{cr}	C_1	C_2		C_3	
			$\xi = -1$	$\xi = 1$	$\psi_f \leq 0$	$\psi_f > 0$
0,08	2,23	2,22	0,86	0,87	0,12	0,30
0,10	2,23	2,22	0,86	0,87	0,09	0,32
0,13	2,24	2,22	0,85	0,87	0,02	0,37
0,20	2,27	2,23	0,86	0,88	-0,08	0,40
0,27	2,31	2,23	0,85	0,88	-0,25	0,46
0,32	2,35	2,24	0,86	0,89	-0,40	0,48
0,40	2,42	2,24	0,86	0,89	-0,64	0,53
0,45	2,46	2,24	0,87	0,90	-0,75	0,55
0,54	2,55	2,25	0,86	0,90	-0,91	0,59
0,81	2,90	2,25	0,87	0,91	-1,09	0,68
1,15	3,45	2,26	0,87	0,91	-1,08	0,71
1,35	3,79	2,26	0,87	0,91	-1,05	0,71
1,62	4,30	2,26	0,87	0,91	-1,00	0,69
2,02	5,10	2,26	0,87	0,91	-0,93	0,65
2,13	5,32	2,26	0,87	0,91	-0,91	0,64
2,24	5,56	2,26	0,87	0,92	-0,89	0,63
2,38	5,83	2,26	0,87	0,92	-0,87	0,61
2,48	6,05	2,26	0,88	0,92	-0,85	0,61

Quadro 102 – Expressões polinomiais para o caso 15 ($k_z=1$).

Coeficientes		Expressões Polinomiais
C_1		$\gamma = 0,02K + 2,23$
C_2	$\xi = -1$	$\gamma = 0,01K + 0,86$
	$\xi = 1$	$\gamma = 0,02K + 0,88$
C_3	$\psi_f \leq 0$	$\gamma = -0,45K^3 + 2,25K^2 - 3,35K + 0,42$
	$\psi_f > 0$	$\gamma = 0,10K^3 - 0,58K^2 + 0,95K + 0,23$

Apresentam-se valores de C_1 , C_2 e C_3 relativos ao conjunto viga/carregamento representado na Figura 31 (condição de apoio $k_z=0,5$).

Quadro 103 - Coeficientes para o caso 15 ($k_z=0,5$).

K	γ_{cr}	C_1	C_2		C_3	
			$\xi = -1$	$\xi = 1$	$\psi_f \leq 0$	$\psi_f > 0$
0,08	1,59	1,59	0,60	0,61	-0,11	0,18
0,10	1,60	1,59	0,60	0,62	-0,16	0,21
0,13	1,61	1,59	0,60	0,62	-0,25	0,26
0,20	1,64	1,60	0,60	0,63	-0,43	0,33
0,27	1,67	1,61	0,61	0,64	-0,62	0,39
0,32	1,70	1,61	0,61	0,65	-0,73	0,43
0,40	1,75	1,62	0,62	0,65	-0,85	0,48
0,45	1,78	1,62	0,62	0,65	-0,88	0,51
0,54	1,85	1,62	0,62	0,65	-0,93	0,54
0,81	2,10	1,63	0,63	0,66	-0,93	0,59
1,15	2,49	1,63	0,63	0,66	-0,86	0,58
1,35	2,74	1,63	0,63	0,66	-0,83	0,56
1,62	3,10	1,63	0,63	0,66	-0,77	0,53
2,02	3,68	1,63	0,63	0,66	-0,70	0,49
2,13	3,84	1,63	0,63	0,66	-0,69	0,48
2,24	4,02	1,63	0,63	0,66	-0,67	0,47
2,38	4,21	1,63	0,63	0,66	-0,65	0,46
2,48	4,37	1,63	0,63	0,66	-0,64	0,45

Quadro 104 – Expressões polinomiais para o caso 15 ($k_z=0,5$).

Coeficientes		Expressões Polinomiais
C_1		$y = 0,02K + 1,60$
C_2	$\xi = -1$	$y = 0,01K + 0,61$
	$\xi = 1$	$y = 0,01K + 0,63$
C_3	$\psi_f \leq 0$	$y = -0,46K^3 + 2,11K^2 - 2,69K + 0,02$
	$\psi_f > 0$	$y = 0,17K^3 - 0,84K^2 + 1,16K + 0,12$

Apresentam-se valores de C_1 , C_2 e C_3 relativos ao conjunto viga/carregamento representado na Figura 31 (condição de apoio $k_z=0,7A$).

Quadro 105 - Coeficientes para o caso 15 ($k_z=0,7A$).

K	γ_{cr}	C_1	C_2		C_3	
			$\xi = -1$	$\xi = 1$	$\psi_f \leq 0$	$\psi_f > 0$
0,08	1,69	1,69	0,65	0,66	-0,06	0,15
0,10	1,70	1,69	0,65	0,66	-0,09	0,17
0,13	1,70	1,69	0,65	0,66	-0,14	0,20
0,20	1,73	1,69	0,65	0,67	-0,26	0,25
0,27	1,76	1,70	0,66	0,68	-0,39	0,30
0,32	1,79	1,70	0,66	0,68	-0,51	0,34
0,40	1,84	1,71	0,66	0,68	-0,65	0,38
0,45	1,87	1,71	0,66	0,69	-0,71	0,41
0,54	1,94	1,71	0,66	0,69	-0,80	0,45
0,81	2,20	1,71	0,67	0,69	-0,88	0,53
1,15	2,62	1,72	0,67	0,69	-0,85	0,55
1,35	2,88	1,72	0,67	0,69	-0,82	0,55
1,62	3,26	1,72	0,67	0,69	-0,78	0,53
2,02	3,87	1,72	0,67	0,70	-0,72	0,50
2,13	4,04	1,72	0,67	0,70	-0,70	0,49
2,24	4,22	1,72	0,67	0,70	-0,69	0,48
2,38	4,43	1,72	0,67	0,70	-0,67	0,47
2,48	4,59	1,72	0,67	0,70	-0,66	0,46

Quadro 106 – Expressões polinomiais para o caso 15 ($k_z=0,7A$).

Coeficientes		Expressões Polinomiais
C_1		$\gamma = 0,01K + 1,70$
C_2	$\xi = -1$	$\gamma = 0,01K + 0,66$
	$\xi = 1$	$\gamma = 0,01K + 0,67$
C_3	$\psi_f \leq 0$	$\gamma = -0,36K^3 + 1,73K^2 - 2,43K + 0,12$
	$\psi_f > 0$	$\gamma = 0,12K^3 - 0,62K^2 + 0,98K + 0,08$

Apresentam-se valores de C_1 , C_2 e C_3 relativos ao conjunto viga/carregamento representado na Figura 31 (condição de apoio $k_z=0,7B$).

Quadro 107 - Coeficientes para o caso 15 ($k_z=0,7B$).

K	γ_{cr}	C_1	C_2		C_3	
			$\xi = -1$	$\xi = 1$	$\psi_f \leq 0$	$\psi_f > 0$
0,08	2,23	2,22	0,83	0,86	-0,15	0,29
0,10	2,24	2,22	0,83	0,86	-0,22	0,32
0,13	2,25	2,23	0,84	0,87	-0,35	0,39
0,20	2,29	2,24	0,84	0,88	-0,66	0,48
0,27	2,33	2,25	0,85	0,89	-0,93	0,57
0,32	2,37	2,26	0,85	0,90	-1,10	0,62
0,40	2,44	2,26	0,86	0,91	-1,24	0,69
0,45	2,48	2,27	0,86	0,91	-1,28	0,72
0,54	2,58	2,27	0,87	0,92	-1,33	0,77
0,81	2,93	2,28	0,87	0,92	-1,31	0,83
1,15	3,49	2,28	0,88	0,92	-1,22	0,81
1,35	3,83	2,28	0,88	0,92	-1,16	0,78
1,62	4,34	2,28	0,88	0,93	-1,08	0,75
2,02	5,15	2,29	0,88	0,93	-0,99	0,69
2,13	5,37	2,29	0,88	0,93	-0,96	0,68
2,24	5,62	2,29	0,88	0,93	-0,94	0,66
2,38	5,89	2,29	0,88	0,93	-0,91	0,65
2,48	6,11	2,29	0,88	0,93	-0,90	0,63

Quadro 108 – Expressões polinomiais para o caso 15 ($k_z=0,7B$).

Coeficientes		Expressões Polinomiais
C_1		$y = -0,02K^2 + 0,08K + 2,23$
C_2	$\xi = -1$	$y = -0,02K^2 + 0,06K + 0,83$
	$\xi = 1$	$y = 0,03K^3 - 0,13K^2 + 0,19K + 0,85$
C_3	$\psi_f \leq 0$	$y = -0,69K^3 + 3,10K^2 - 3,90K + 0,02$
	$\psi_f > 0$	$y = 0,24K^3 - 1,13K^2 + 1,56K + 0,20$

5.2.16 Caso 16

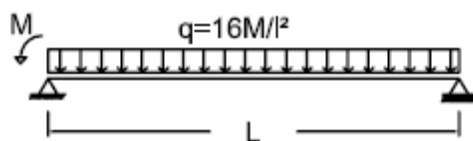


Figura 32 - Caso 16.

Apresentam-se valores de C_1 , C_2 e C_3 relativos ao conjunto viga/carregamento representado na Figura 32 (condição de apoio $k_z=1$).

Quadro 109 - Coeficientes para o caso 16 ($k_z=1$).

K	γ_{cr}	C_1	C_2		C_3	
			$\xi = -1$	$\xi = 1$	$\Psi_f \leq 0$	$\Psi_f > 0$
0,08	1,18	1,17	0,61	0,61	-0,43	-0,49
0,10	1,18	1,17	0,61	0,61	-0,42	-0,50
0,13	1,19	1,17	0,61	0,61	-0,41	-0,51
0,20	1,20	1,18	0,61	0,61	-0,38	-0,54
0,27	1,22	1,18	0,61	0,62	-0,36	-0,56
0,32	1,24	1,18	0,61	0,62	-0,34	-0,57
0,40	1,27	1,18	0,61	0,62	-0,32	-0,60
0,45	1,29	1,18	0,61	0,62	-0,31	-0,61
0,54	1,34	1,18	0,61	0,62	-0,28	-0,64
0,81	1,52	1,18	0,62	0,62	-0,20	-0,69
1,15	1,81	1,18	0,62	0,63	-0,13	-0,72
1,35	1,99	1,18	0,62	0,63	-0,10	-0,72
1,62	2,25	1,18	0,62	0,63	-0,07	-0,70
2,02	2,67	1,18	0,62	0,63	-0,04	-0,67
2,13	2,78	1,18	0,62	0,63	-0,04	-0,66
2,24	2,91	1,18	0,62	0,63	-0,04	-0,65
2,38	3,05	1,18	0,62	0,63	-0,03	-0,64
2,48	3,17	1,18	0,62	0,63	-0,03	-0,63

Quadro 110 – Expressões polinomiais para o caso 16 ($k_z=1$).

Coeficientes		Expressões Polinomiais
C_1		$y = 1,18$
C_2	$\xi = -1$	$y = 0,01K + 0,61$
	$\xi = 1$	$y = 0,01K + 0,61$
C_3	$\Psi_f \leq 0$	$y = -0,08K^2 + 0,38K - 0,46$
	$\Psi_f > 0$	$y = 0,11K^2 - 0,33K - 0,48$

Apresentam-se valores de C_1 , C_2 e C_3 relativos ao conjunto viga/carregamento representado na Figura 32 (condição de apoio $k_z=0,5$).

Quadro 111 - Coeficientes para o caso 16 ($k_z=0,5$).

K	γ_{cr}	C_1	C_2		C_3	
			$\xi = -1$	$\xi = 1$	$\Psi_f \leq 0$	$\Psi_f > 0$
0,08	0,93	0,93	0,44	0,46	-0,40	-0,51
0,10	0,94	0,93	0,45	0,46	-0,38	-0,52
0,13	0,94	0,93	0,45	0,47	-0,36	-0,54
0,20	0,96	0,94	0,45	0,47	-0,32	-0,58
0,27	0,98	0,94	0,46	0,48	-0,28	-0,61
0,32	1,00	0,95	0,46	0,49	-0,25	-0,62
0,40	1,03	0,95	0,46	0,49	-0,21	-0,65
0,45	1,04	0,95	0,47	0,50	-0,18	-0,66
0,54	1,09	0,96	0,47	0,50	-0,13	-0,68
0,81	1,24	0,96	0,48	0,51	-0,01	-0,70
1,15	1,47	0,96	0,48	0,51	0,05	-0,67
1,35	1,62	0,96	0,48	0,51	0,07	-0,65
1,62	1,83	0,96	0,48	0,51	0,08	-0,62
2,02	2,18	0,97	0,48	0,51	0,08	-0,58
2,13	2,27	0,97	0,48	0,51	0,08	-0,57
2,24	2,37	0,97	0,48	0,51	0,07	-0,56
2,38	2,49	0,97	0,48	0,51	0,07	-0,55
2,48	2,58	0,97	0,48	0,51	0,07	-0,54

Quadro 112 – Expressões polinomiais para o caso 16 ($k_z=0,5$).

Coeficientes		Expressões Polinomiais
C ₁		$y = 0,01K + 0,94$
C ₂	$\xi = -1$	$y = 0,01K + 0,45$
	$\xi = 1$	$y = 0,02K + 0,48$
C ₃	$\psi_f \leq 0$	$y = 0,06K^3 - 0,40K^2 + 0,82K - 0,47$
	$\psi_f > 0$	$y = -0,09K^3 + 0,45K^2 - 0,58K - 0,48$

Apresentam-se valores de C₁, C₂ e C₃ relativos ao conjunto viga/carregamento representado na Figura 32 (condição de apoio $k_z=0,7A$).

Quadro 113 - Coeficientes para o caso 16 ($k_z=0,7A$).

K	γ_{cr}	C ₁	C ₂		C ₃	
			$\xi = -1$	$\xi = 1$	$\psi_f \leq 0$	$\psi_f > 0$
0,08	1,03	1,03	0,51	0,51	-0,41	-0,49
0,10	1,03	1,03	0,51	0,52	-0,40	-0,50
0,13	1,04	1,03	0,51	0,52	-0,38	-0,52
0,20	1,05	1,03	0,51	0,53	-0,35	-0,55
0,27	1,07	1,03	0,51	0,53	-0,33	-0,57
0,32	1,09	1,04	0,51	0,53	-0,31	-0,59
0,40	1,12	1,04	0,52	0,54	-0,27	-0,61
0,45	1,14	1,04	0,52	0,54	-0,26	-0,63
0,54	1,19	1,04	0,52	0,54	-0,22	-0,65
0,81	1,35	1,05	0,52	0,55	-0,13	-0,69
1,15	1,60	1,05	0,53	0,55	-0,04	-0,69
1,35	1,76	1,05	0,53	0,55	-0,02	-0,68
1,62	2,00	1,05	0,53	0,55	0,01	-0,66
2,02	2,37	1,05	0,53	0,56	0,02	-0,62
2,13	2,47	1,05	0,53	0,56	0,02	-0,61
2,24	2,59	1,05	0,53	0,56	0,02	-0,60
2,38	2,71	1,05	0,53	0,56	0,02	-0,59
2,48	2,81	1,05	0,53	0,56	0,02	-0,58

Quadro 114 – Expressões polinomiais para o caso 16 ($k_z=0,7A$).

Coeficientes		Expressões Polinomiais
C ₁		$\gamma = 0,01K + 1,03$
C ₂	$\xi = -1$	$\gamma = 0,01K + 0,51$
	$\xi = 1$	$\gamma = 0,01K + 0,53$
C ₃	$\psi_f \leq 0$	$\gamma = 0,02K^3 - 0,18K^2 + 0,54K - 0,46$
	$\psi_f > 0$	$\gamma = -0,07K^3 + 0,36K^2 - 0,54K - 0,45$

Apresentam-se valores de C₁, C₂ e C₃ relativos ao conjunto viga/carregamento representado na Figura 32 (condição de apoio $k_z=0,7B$).

Quadro 115 - Coeficientes para o caso 16 ($k_z=0,7B$).

K	γ_{cr}	C ₁	C ₂		C ₃	
			$\xi = -1$	$\xi = 1$	$\psi_f \leq 0$	$\psi_f > 0$
0,08	1,18	1,18	0,57	0,58	-0,47	-0,60
0,10	1,18	1,18	0,57	0,58	-0,45	-0,61
0,13	1,19	1,18	0,57	0,59	-0,43	-0,63
0,20	1,21	1,19	0,57	0,60	-0,38	-0,68
0,27	1,23	1,19	0,58	0,61	-0,34	-0,71
0,32	1,26	1,20	0,58	0,62	-0,31	-0,74
0,40	1,30	1,20	0,59	0,62	-0,27	-0,77
0,45	1,32	1,20	0,59	0,63	-0,24	-0,78
0,54	1,37	1,21	0,59	0,63	-0,19	-0,81
0,81	1,56	1,21	0,60	0,64	-0,06	-0,84
1,15	1,86	1,22	0,61	0,64	0,03	-0,83
1,35	2,04	1,22	0,61	0,64	0,05	-0,81
1,62	2,31	1,22	0,61	0,64	0,07	-0,77
2,02	2,75	1,22	0,61	0,64	0,08	-0,72
2,13	2,86	1,22	0,61	0,64	0,07	-0,71
2,24	3,00	1,22	0,61	0,64	0,07	-0,70
2,38	3,14	1,22	0,61	0,64	0,07	-0,68
2,48	3,26	1,22	0,61	0,64	0,07	-0,67

Quadro 116 – Expressões polinomiais para o caso 16 ($k_z=0,7B$).

Coeficientes		Expressões Polinomiais
C_1		$y = -0,02K^2 + 0,05K + 1,18$
C_2	$\xi = -1$	$y = -0,01K^2 + 0,05K + 0,57$
	$\xi = 1$	$y = -0,02K^2 + 0,08K + 0,59$
C_3	$\psi_f \leq 0$	$y = 0,05K^3 - 0,37K^2 + 0,85K - 0,54$
	$\psi_f > 0$	$y = -0,11K^3 + 0,53K^2 - 0,73K - 0,55$

5.2.17 Caso 17

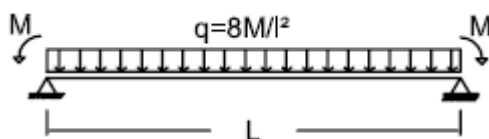


Figura 33 - Caso 17.

Apresentam-se valores de C_1 , C_2 e C_3 relativos ao conjunto viga/carregamento representado na Figura 33 (condição de apoio $k_z=1$).

Quadro 117 - Coeficientes para o caso 17 ($k_z=1$).

K	γ_{cr}	C_1	C_2		C_3	
			$\xi = -1$	$\xi = 1$	$\Psi_f \leq 0$	$\Psi_f > 0$
0,08	4,15	4,14	1,10	1,28	-3,51	-3,01
0,10	4,18	4,16	1,10	1,32	-3,56	-2,96
0,13	4,25	4,21	1,10	1,39	-3,65	-2,90
0,20	4,39	4,30	1,12	1,52	-3,76	-2,80
0,27	4,56	4,40	1,14	1,63	-3,84	-2,74
0,32	4,68	4,45	1,16	1,69	-3,87	-2,70
0,40	4,89	4,53	1,18	1,76	-3,88	-2,66
0,45	5,01	4,57	1,20	1,79	-3,88	-2,65
0,54	5,25	4,62	1,21	1,83	-3,85	-2,63
0,81	6,07	4,72	1,25	1,89	-3,71	-2,61
1,15	7,29	4,77	1,27	1,92	-3,53	-2,60
1,35	8,03	4,79	1,27	1,93	-3,44	-2,60
1,62	9,12	4,80	1,28	1,94	-3,33	-2,60
2,02	10,84	4,81	1,28	1,94	-3,19	-2,60
2,13	11,31	4,81	1,29	1,94	-3,16	-2,60
2,24	11,83	4,82	1,29	1,95	-3,13	-2,60
2,38	12,42	4,82	1,29	1,95	-3,10	-2,60
2,48	12,88	4,82	1,29	1,95	-3,08	-2,60

Quadro 118 – Expressões polinomiais para o caso 17 ($k_z=1$).

Coeficientes		Expressões Polinomiais
C ₁		$y = 0,19K^3 - 0,95K^2 + 1,51K + 4,04$
C ₂	$\xi = -1$	$y = -0,06K^2 + 0,24K + 1,09$
	$\xi = 1$	$y = 0,25K^3 - 1,17K^2 + 1,69K + 1,20$
C ₃	$\Psi_f \leq 0$	$y = -0,33K^3 + 1,36K^2 - 1,21K - 3,53$
	$\Psi_f > 0$	$y = 0,18K^3 - 0,83K^2 + 1,12K - 3,03$

Apresentam-se valores de C₁, C₂ e C₃ relativos ao conjunto viga/carregamento representado na Figura 33 (condição de apoio $k_z=0,5$).

Quadro 119 - Coeficientes para o caso 17 ($k_z=0,5$).

K	γ_{cr}	C ₁	C ₂		C ₃	
			$\xi = -1$	$\xi = 1$	$\Psi_f \leq 0$	$\Psi_f > 0$
0,08	3,45	3,44	0,58	0,91	-3,00	-2,49
0,10	3,49	3,47	0,57	0,98	-3,06	-2,45
0,13	3,56	3,53	0,58	1,10	-3,14	-2,38
0,20	3,74	3,67	0,58	1,29	-3,28	-2,27
0,27	3,92	3,79	0,60	1,42	-3,36	-2,20
0,32	4,08	3,89	0,61	1,49	-3,41	-2,16
0,40	4,31	4,00	0,62	1,57	-3,44	-2,11
0,45	4,43	4,04	0,63	1,60	-3,44	-2,09
0,54	4,69	4,13	0,64	1,65	-3,44	-2,05
0,81	5,48	4,27	0,65	1,72	-3,34	-2,01
1,15	6,63	4,34	0,66	1,75	-3,20	-1,98
1,35	7,31	4,36	0,67	1,76	-3,12	-1,98
1,62	8,32	4,38	0,67	1,77	-3,03	-1,97
2,02	9,90	4,39	0,67	1,78	-2,91	-1,97
2,13	10,33	4,40	0,67	1,78	-2,89	-1,97
2,24	10,81	4,40	0,67	1,78	-2,86	-1,96
2,38	11,35	4,40	0,67	1,78	-2,83	-1,96
2,48	11,77	4,40	0,67	1,78	-2,81	-1,96

Quadro 120 – Expressões polinomiais para o caso 17 ($k_z=0,5$).

Coeficientes		Expressões Polinomiais
C_1		$y = 0,27K^3 - 1,36K^2 + 2,16K + 3,29$
C_2	$\xi = -1$	$y = -0,03K^2 + 0,12K + 0,57$
	$\xi = 1$	$y = 0,34K^3 - 1,57K^2 + 2,22K + 0,85$
C_3	$\Psi_f \leq 0$	$y = -0,34K^3 + 1,46K^2 - 1,49K - 2,99$
	$\Psi_f > 0$	$y = 0,19K^3 - 0,91K^2 + 1,31K - 2,53$

Apresentam-se valores de C_1 , C_2 e C_3 relativos ao conjunto viga/carregamento representado na Figura 33 (condição de apoio $k_z=0,7$).

Quadro 121 - Coeficientes para o caso 17 ($k_z=0,7$).

K	γ_{cr}	C_1	C_2		C_3	
			$\xi = -1$	$\xi = 1$	$\Psi_f \leq 0$	$\Psi_f > 0$
0,08	3,33	3,32	0,53	0,69	-2,68	-2,08
0,10	3,37	3,35	0,52	0,74	-2,75	-2,02
0,13	3,44	3,41	0,53	0,83	-2,85	-1,94
0,20	3,60	3,53	0,53	1,01	-3,02	-1,80
0,27	3,80	3,67	0,54	1,19	-3,15	-1,71
0,32	3,96	3,76	0,54	1,30	-3,22	-1,65
0,40	4,21	3,90	0,55	1,43	-3,30	-1,58
0,45	4,35	3,97	0,55	1,49	-3,33	-1,56
0,54	4,65	4,09	0,56	1,57	-3,37	-1,51
0,81	5,57	4,33	0,57	1,72	-3,38	-1,44
1,15	6,84	4,48	0,58	1,79	-3,30	-1,40
1,35	7,59	4,53	0,58	1,82	-3,24	-1,39
1,62	8,68	4,57	0,59	1,84	-3,16	-1,38
2,02	10,37	4,60	0,59	1,85	-3,05	-1,37
2,13	10,83	4,61	0,59	1,86	-3,02	-1,37
2,24	11,34	4,62	0,59	1,86	-2,998	-1,372
2,38	11,91	4,62	0,59	1,86	-2,971	-1,370
2,48	12,36	4,63	0,59	1,86	-2,951	-1,369

Quadro 122 – Expressões polinomiais para o caso 17 ($k_z=0,7$).

Coeficientes		Expressões Polinomiais
C_1		$y = 0,24K^3 - 1,29K^2 + 2,37K + 3,13$
C_2	$\xi = -1$	$y = -0,02K^2 + 0,07K + 0,52$
	$\xi = 1$	$y = 0,37K^3 - 1,80K^2 + 2,75K + 0,53$
C_3	$\psi_f \leq 0$	$y = -0,40K^3 + 1,83K^2 - 2,26K - 2,60$
	$\psi_f > 0$	$y = 0,25K^3 - 1,17K^2 + 1,70K - 2,14$

Refere-se que neste caso em particular, como o diagrama de momentos é simétrico, as condições de apoio $k_z=0,7A$ e $k_z=0,7B$, resultam valores iguais para ambas as condições de apoio, considerando-se apenas $k_z=0,7$.

5.2.18 Caso 18

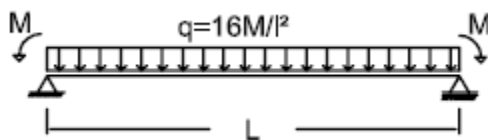


Figura 34 - Caso 18.

Apresentam-se valores de C_1 , C_2 e C_3 relativos ao conjunto viga/carregamento representado na Figura 34 (condição de apoio $k_z=1$).

Quadro 123 - Coeficientes para o caso 18 ($k_z=1$).

K	γ_{cr}	C_1	C_2		C_3	
			$\xi = -1$	$\xi = 1$	$\Psi_f \leq 0$	$\Psi_f > 0$
0,08	1,24	1,23	0,97	0,98	-0,06	-0,20
0,10	1,24	1,23	0,97	0,98	-0,04	-0,21
0,13	1,24	1,23	0,97	0,98	-0,01	-0,24
0,20	1,26	1,24	0,97	0,99	0,05	-0,43
0,27	1,28	1,24	0,98	0,99	0,11	-0,34
0,32	1,30	1,24	0,98	1,00	0,15	-0,37
0,40	1,34	1,24	0,98	1,00	0,21	-0,42
0,45	1,36	1,24	0,98	1,00	0,25	-0,45
0,54	1,41	1,24	0,98	1,00	0,31	-0,50
0,81	1,60	1,24	0,99	1,01	0,44	-0,61
1,15	1,90	1,25	0,99	1,01	0,50	-0,65
1,35	2,09	1,25	0,99	1,01	0,51	-0,64
1,62	2,37	1,25	0,99	1,01	0,51	-0,62
2,02	2,81	1,25	0,99	1,01	0,49	-0,58
2,13	2,93	1,25	0,99	1,01	0,49	-0,57
2,24	3,06	1,25	0,99	1,01	0,48	-0,55
2,38	3,21	1,25	0,99	1,01	0,47	-0,54
2,48	3,33	1,25	0,99	1,01	0,47	-0,53

Quadro 124 – Expressões polinomiais para o caso 18 ($k_z=1$).

Coeficientes		Expressões Polinomiais
C_1		$\gamma = 0,01K + 1,24$
C_2	$\xi = -1$	$\gamma = 0,01K + 0,97$
	$\xi = 1$	$\gamma = 0,01K + 0,99$
C_3	$\psi_f \leq 0$	$\gamma = 0,11K^3 - 0,63K^2 + 1,15K - 0,15$
	$\psi_f > 0$	$\gamma = -0,09K^3 + 0,54K^2 - 0,94K - 0,14$

Apresentam-se valores de C_1 , C_2 e C_3 relativos ao conjunto viga/carregamento representado na Figura 34 (condição de apoio $k_z=0,5$).

Quadro 125 - Coeficientes para o caso 18 ($k_z=0,5$).

K	γ_{cr}	C_1	C_2		C_3	
			$\xi = -1$	$\xi = 1$	$\psi_f \leq 0$	$\psi_f > 0$
0,08	0,86	0,85	0,66	0,67	-0,01	-0,18
0,10	0,86	0,85	0,66	0,67	0,01	-0,20
0,13	0,86	0,86	0,66	0,67	0,04	-0,23
0,20	0,88	0,86	0,66	0,68	0,11	-0,28
0,27	0,89	0,86	0,66	0,69	0,17	-0,33
0,32	0,91	0,86	0,66	0,69	0,21	-0,37
0,40	0,93	0,86	0,67	0,70	0,27	-0,41
0,45	0,95	0,87	0,67	0,70	0,30	-0,44
0,54	0,98	0,87	0,67	0,70	0,35	-0,48
0,81	1,12	0,87	0,67	0,70	0,41	-0,53
1,15	1,33	0,87	0,68	0,70	0,42	-0,52
1,35	1,46	0,87	0,68	0,70	0,41	-0,51
1,62	1,65	0,87	0,68	0,70	0,40	-0,48
2,02	1,96	0,87	0,68	0,70	0,38	-0,44
2,13	2,04	0,87	0,68	0,70	0,37	-0,43
2,24	2,14	0,87	0,68	0,70	0,36	-0,41
2,38	2,24	0,87	0,68	0,70	0,36	-0,40
2,48	2,32	0,87	0,68	0,70	0,35	-0,39

Quadro 126 – Expressões polinomiais para o caso 18 ($k_z=0,5$).

Coeficientes		Expressões Polinomiais
C_1		$y = 0,01K + 0,86$
C_2	$\xi = -1$	$y = 0,01K + 0,66$
	$\xi = 1$	$y = 0,01K + 0,68$
C_3	$\Psi_f \leq 0$	$y = 0,15K^3 - 0,77K^2 + 1,15K - 0,09$
	$\Psi_f > 0$	$y = -0,14K^3 + 0,68K^2 - 0,98K - 0,11$

Apresentam-se valores de C_1 , C_2 e C_3 relativos ao conjunto viga/carregamento representado na Figura 34 (condição de apoio $k_z=0,7$).

Quadro 127 - Coeficientes para o caso 18 ($k_z=0,7$).

K	γ_{cr}	C_1	C_2		C_3	
			$\xi = -1$	$\xi = 1$	$\Psi_f \leq 0$	$\Psi_f > 0$
0,08	1,08	1,08	0,83	0,84	-0,03	-0,21
0,10	1,08	1,08	0,83	0,85	-0,01	-0,23
0,13	1,09	1,08	0,83	0,85	0,03	-0,26
0,20	1,10	1,08	0,83	0,86	0,10	-0,32
0,27	1,12	1,08	0,84	0,87	0,16	-0,37
0,32	1,14	1,09	0,84	0,87	0,21	-0,41
0,40	1,17	1,09	0,84	0,87	0,28	-0,47
0,45	1,19	1,09	0,85	0,88	0,32	-0,50
0,54	1,24	1,09	0,85	0,88	0,38	-0,55
0,81	1,40	1,09	0,85	0,88	0,48	-0,62
1,15	1,67	1,09	0,85	0,89	0,50	-0,63
1,35	1,83	1,09	0,85	0,89	0,50	-0,62
1,62	2,08	1,09	0,86	0,89	0,49	-0,59
2,02	2,47	1,09	0,86	0,89	0,46	-0,54
2,13	2,57	1,09	0,86	0,89	0,45	-0,53
2,24	2,69	1,09	0,86	0,89	0,45	-0,51
2,38	2,82	1,09	0,86	0,89	0,44	-0,50
2,48	2,93	1,09	0,86	0,89	0,43	-0,49

Quadro 128 – Expressões polinomiais para o caso 18 e ($k_z=0,7$).

Coeficientes		Expressões Polinomiais
C_1		$y = 0,01K + 1,08$
C_2	$\xi = -1$	$y = 0,01K + 0,84$
	$\xi = 1$	$y = 0,01K + 0,86$
C_3	$\psi_f \leq 0$	$y = 0,16K^3 - 0,83K^2 + 1,31K - 0,13$
	$\psi_f > 0$	$y = -0,14K^3 + 0,74K^2 - 1,12K - 0,12$

Refere-se que neste caso em particular, como o diagrama de momentos é simétrico, as condições de apoio $k_z=0,7A$ e $k_z=0,7B$, resultam valores iguais para ambas as condições de apoio, considerando-se apenas $k_z=0,7$.

5.3 Comparação de resultados com outros autores

5.3.1 Tabela de comparação do coeficiente C_1

Quadro 129 – Comparação de resultados para o coeficiente C_1

Caso	k_z	Anexo F EN 1993-1-1	New design rules in ENV 1993 - 1-1 for member stability	Kirby e Nethercot	Andrade e Camotim	Solução proposta
1	1	1	1	1	-	1
	0,7	1	-	-	-	0.03K+1.02
	0,5	1	1.05	-	-	0.04K+1.04
2	1	1.141	1.14	-	-	1.14
	0,7A	1.270	-	-	-	0.04K+1.22
	0,7B	1.270	-	-	-	0.04K+1.11
	0,5	1.305	1.19	-	-	0.05K+1.19
3	1	1.323	1.31	1.37	-	1.32
	0,7A	1.473	-	-	-	-0.05K ² +0.16K+1.46
	0,7B	1.473	-	-	-	0.04K+1.22
	0,5	1.514	1.37	-	-	-0.06K ² +0.20K+1.33
4	1	1.563	1.52	-	-	0.01K+1.53
	0,7A	1.739	-	-	-	-0.07K ² +0.24K+1.85
	0,7B	1.739	-	-	-	-0.04K ² +0.14K+1.31
	0,5	1.788	1.60	-	-	-0.07K ² +0.25K+1.54

5	1	1.789	1.77	1.71	-	0.03K+1.79
	0,7A	2.092	-	-	-	-0.12K ² +0.40K+2.35
	0,7B	2.092	-	-	-	-0.04K ² +0.17K+1.43
	0,5	2.150	1.86	-	-	-0.09K ² +0.31K+1.80
6	1	2.281	2.06	-	-	0.07K+2.08
	0,7A	2.538	-	-	-	-0.16K ² +0,54K+2.88
	0,7B	2.538	-	-	-	-0.05K ² +0.20K+1.56
	0,5	2.609	2.15	-	-	-0.11K ² +0.37K+2.07
7	1	2.704	2.35	2.29	-	-0.08K ² +0.32K+2.33
	0,7A	3.009	-	-	-	-0.10K ² +0.33K+3.11
	0,7B	3.009	-	-	-	-0.06K ² +0.22K+1.69
	0,5	3.093	2.42	-	-	-0.11K ² +0.37K+2.31
8	1	2.927	2.60	-	-	-0.09K ² +0.34K+2.58
	0,7A	3.009	-	-	-	-0.06K ² +0.21K+2.58
	0,7B	3.009	-	-	-	-0.06K ² +0.24K+1.81
	0,5	3.093	2.45	-	-	-0.08K ² +0.25K+2.43
9	1	2.752	2.60	2.40	-	-0.06K ² +0.21K+2.57
	0,7	3.063	-	-	-	-0.06K ² +0.22K+1.90
	0,5	3.149	2.45	-	-	-0.05K ² +0.15K+2.29
10	1	1.132	1.12	1.14	-	1.13
	0,7	-	-	-	-	0.02K+1.09
	0,5	0.972	0.97	-	-	0.02K+0.96
11	1	1.365	1.35	1.33	-	0.01K+1.35
	0,7	-	-	-	-	0.02K+1.26
	0,5	1.070	1.05	-	-	0.02K+1.05
12	1	1.046	1.04	1.00	-	1.04
	0,7	-	-	-	-	0.02K+1.02
	0,5	1.010	0.95	-	-	0.01K+0.94
13	2	-	-	-	0.247K ³ - 1.288K ² +1.906K+2.573	-0,59K+2.66

14	2	-	-	-	$0,524K^3 - 2,916K^2 + 5,032K + 4,098$	$0,22K^3 - 0,93K^2 + 0,24K + 4,09$
15	1	-	-	-	2,254	$0,02K + 2,23$
	0,7A	-	-	-	-	$0,01K + 1,70$
	0,7B	-	-	-	-	$-0,02K^2 + 0,08K + 2,23$
	0,5	-	-	-	-	$0,02K + 1,60$
16	1	-	-	-	1,183	1,18
	0,7A	-	-	-	-	$0,01K + 1,03$
	0,7B	-	-	-	-	$-0,02K^2 + 0,05K + 1,18$
	0,5	-	-	-	-	$0,01K + 0,94$
17	1	-	-	-	$0,882K + 4,132$ se $K < 0,7$ $4,749$ se $K \geq 0,7$	$0,19K^3 - 0,95K^2 + 1,51K + 4,04$
	0,7	-	-	-	-	$0,24K^3 - 1,29K^2 + 2,37K + 3,13$
	0,5	-	-	-	-	$0,27K^3 - 1,36K^2 + 2,16K + 3,29$
18	1	-	-	-	1,244	$0,01K + 1,24$
	0,7	-	-	-	-	$0,01K + 1,08$
	0,5	-	-	-	-	$0,01K + 0,86$

Com:

$$K = \sqrt{\frac{\pi^2 \times E \times I_w}{G \times I_t \times l^2}}$$

5.3.2 Representação gráfica da comparação do coeficiente C1

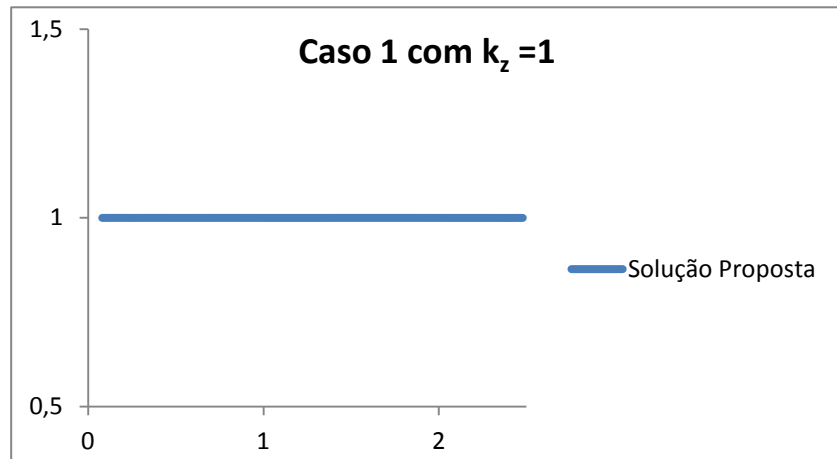


Figura 35 - Representação gráfica para o Caso 1 $K_z=1$.

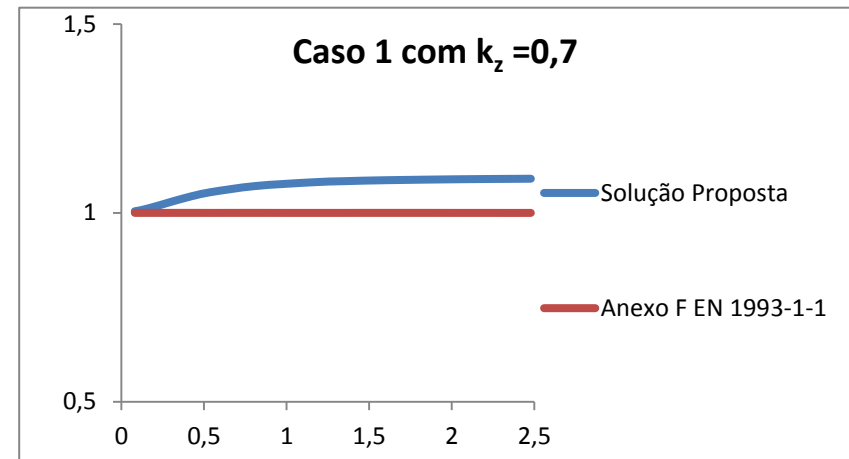


Figura 36 - Representação gráfica para o Caso 1 $K_z=0,7$.

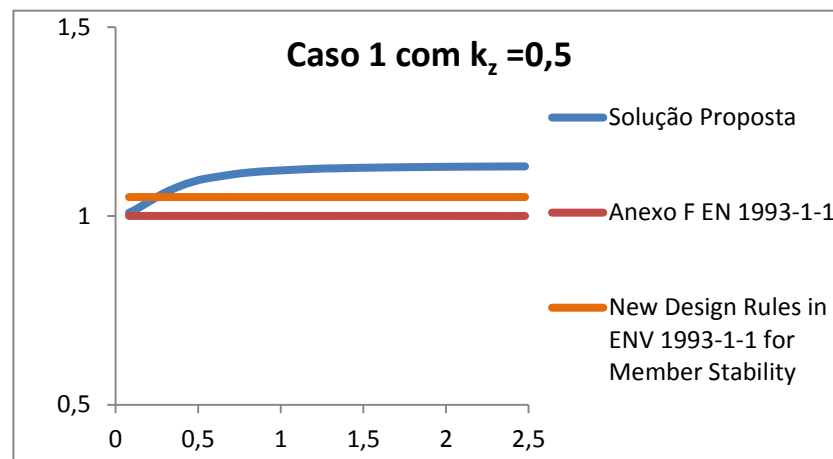


Figura 37 - Representação gráfica para o Caso 1 $K_z=0,5$.

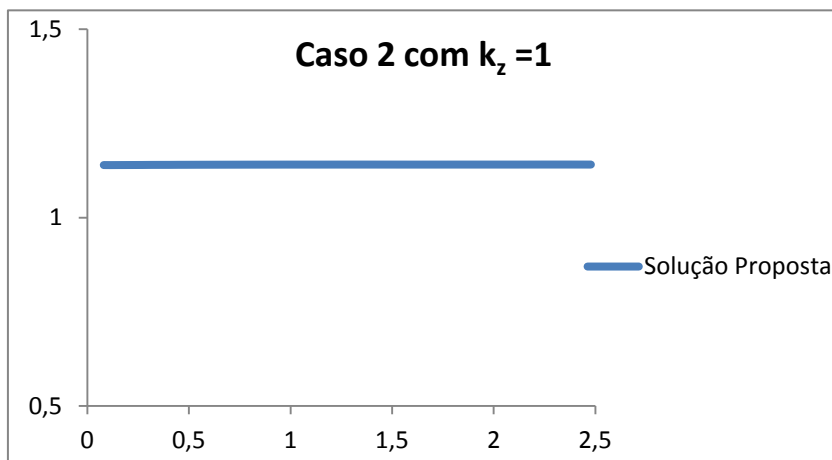


Figura 38 - Representação gráfica para o Caso 2 $K_z=1$.

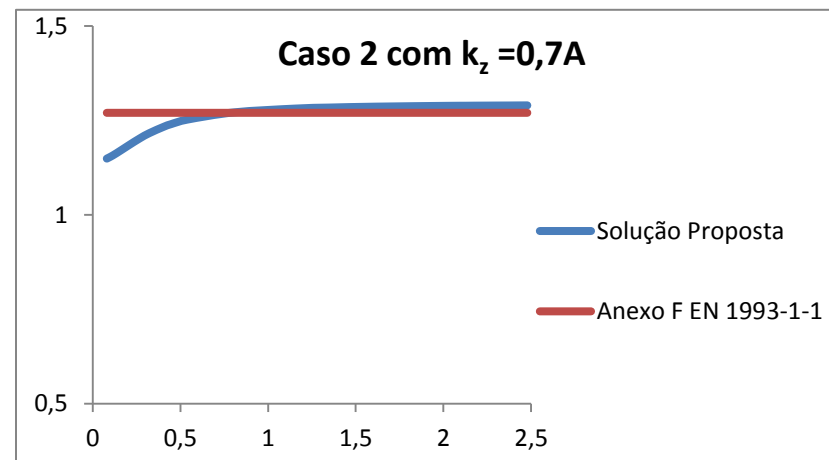


Figura 39 - Representação gráfica para o Caso 2 $K_z=0,7A$.

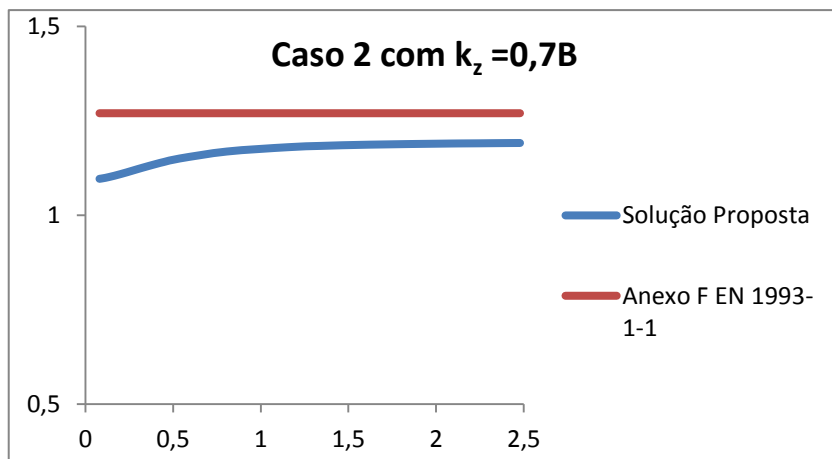


Figura 40 - Representação gráfica para o Caso 2 $K_z=0,7B$.

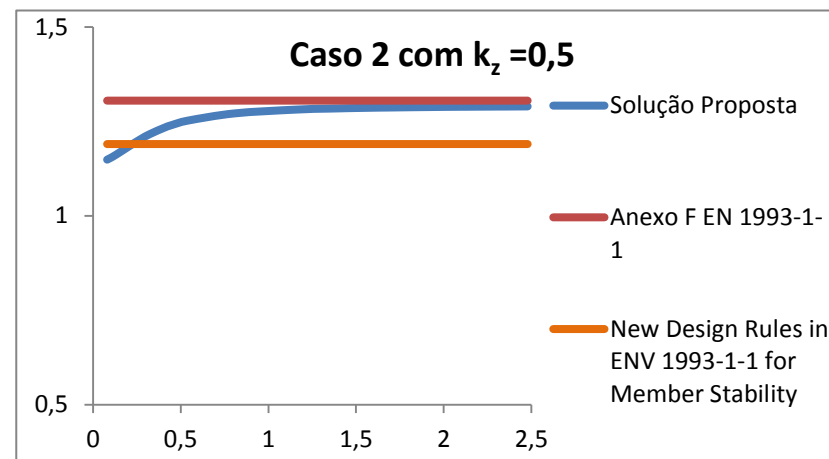


Figura 41 - Representação gráfica para o Caso 2 $K_z=0,5$.

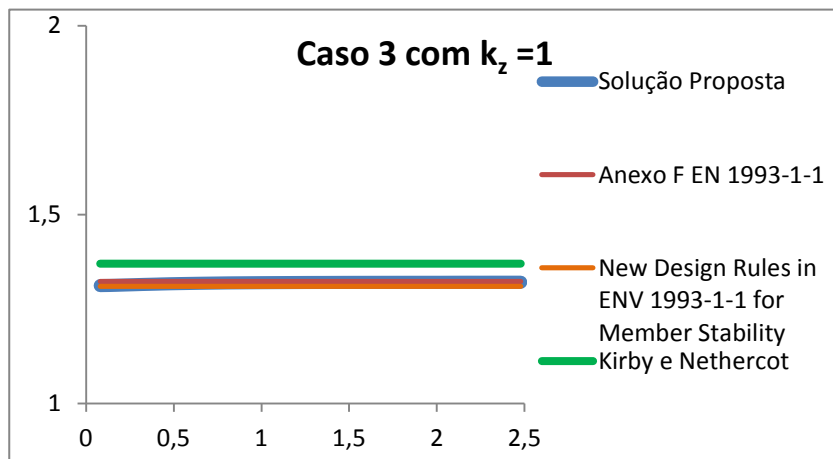


Figura 42 - Representação gráfica para o Caso 3 $K_z=1$.

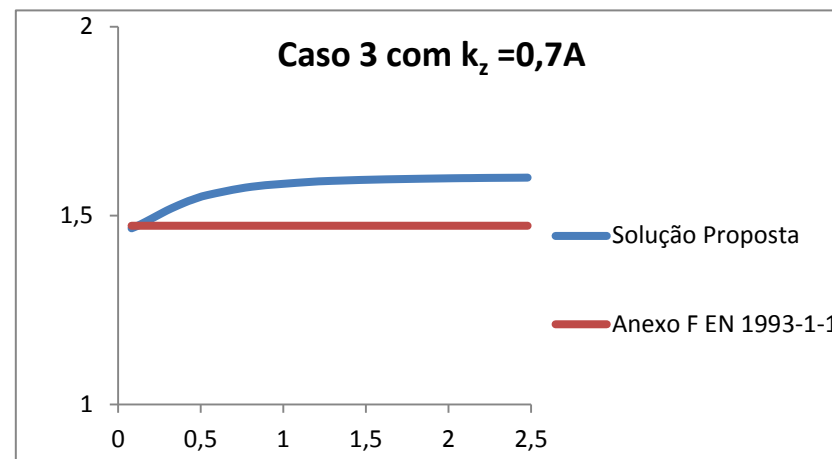


Figura 43 - Representação gráfica para o Caso 3 $K_z=0,7A$.

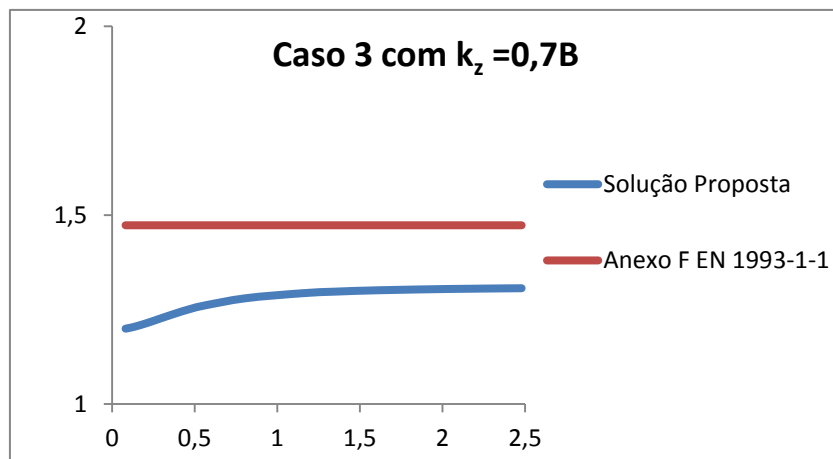


Figura 44 - Representação gráfica para o Caso 3 $K_z=0,7B$.

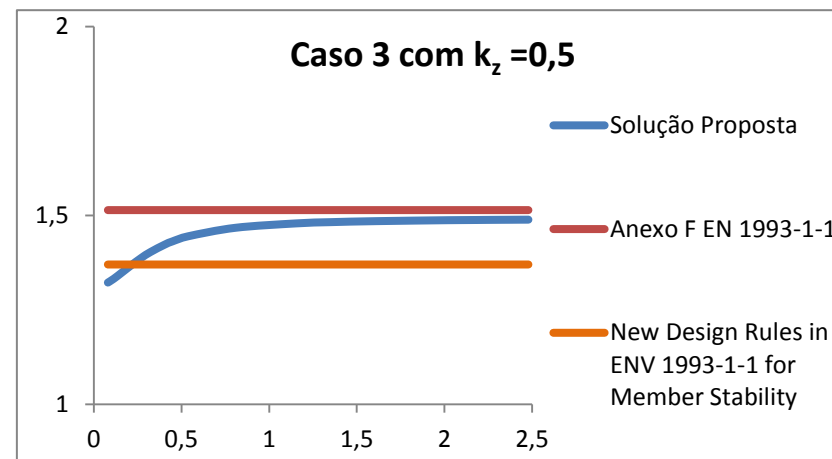


Figura 45 - Representação gráfica para o Caso 3 $K_z=0,5$.

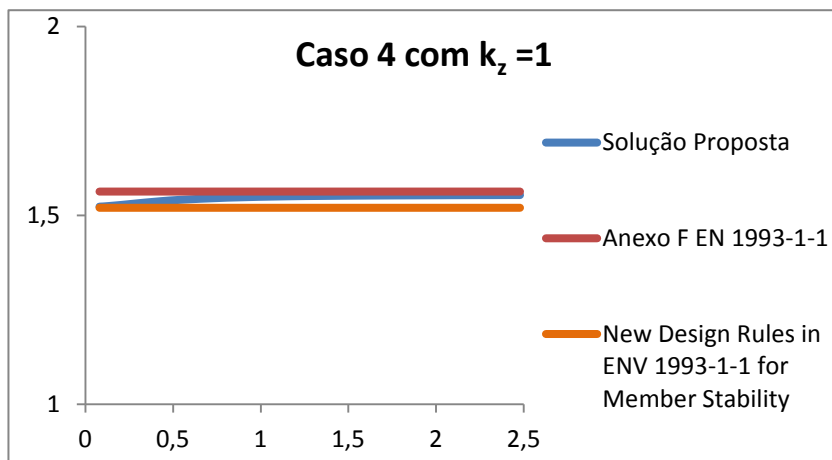


Figura 46 - Representação gráfica para o Caso 4 $K_z=1$.

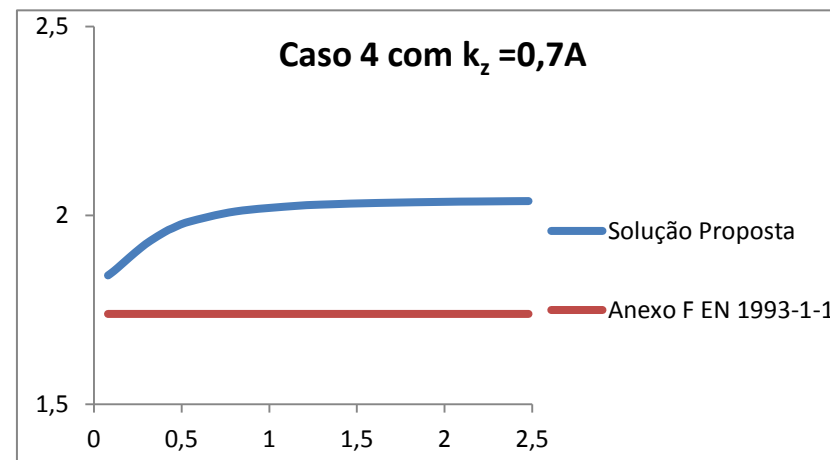


Figura 47 - Representação gráfica para o Caso 4 $K_z=0,7A$.

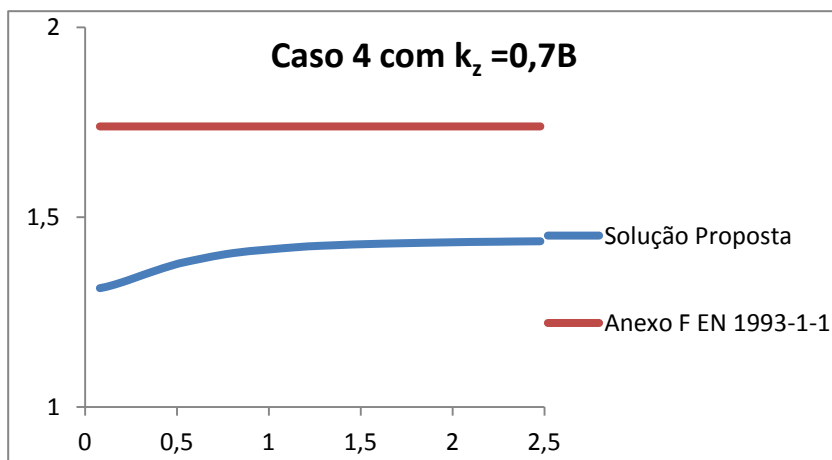


Figura 48 - Representação gráfica para o Caso 4 $K_z=0,7B$.

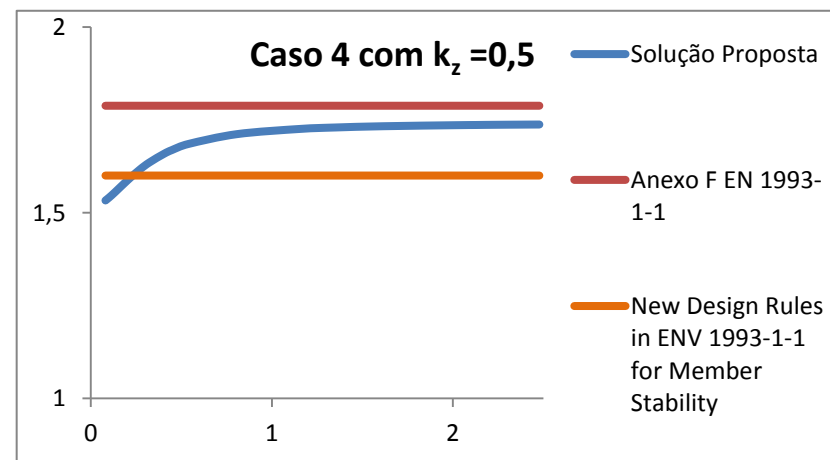


Figura 49 - Representação gráfica para o Caso 4 $K_z=0,5$.

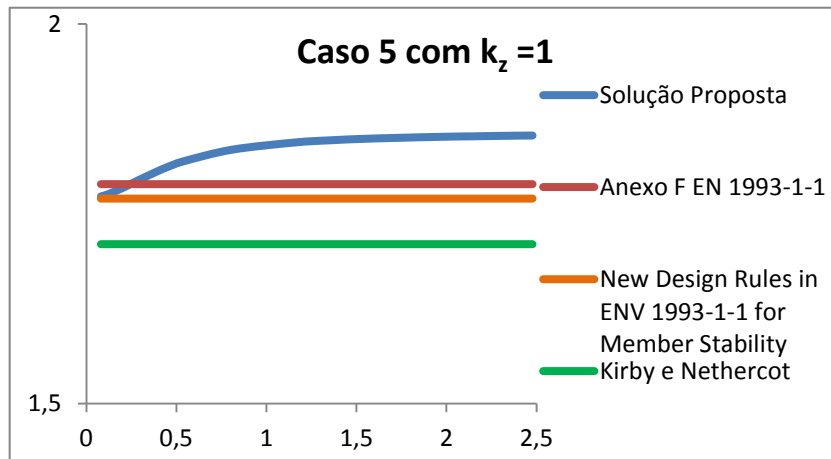


Figura 50 - Representação gráfica para o Caso 5 $K_z=1$.

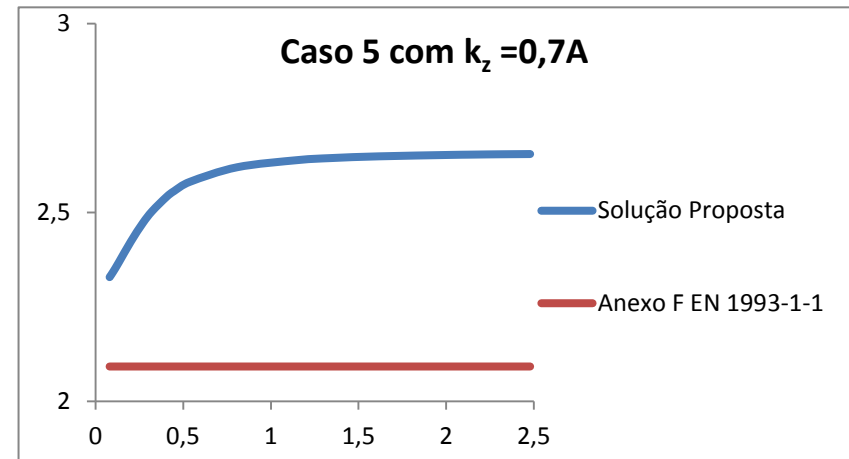


Figura 51 - Representação gráfica para o Caso 5 $K_z=0,7A$.

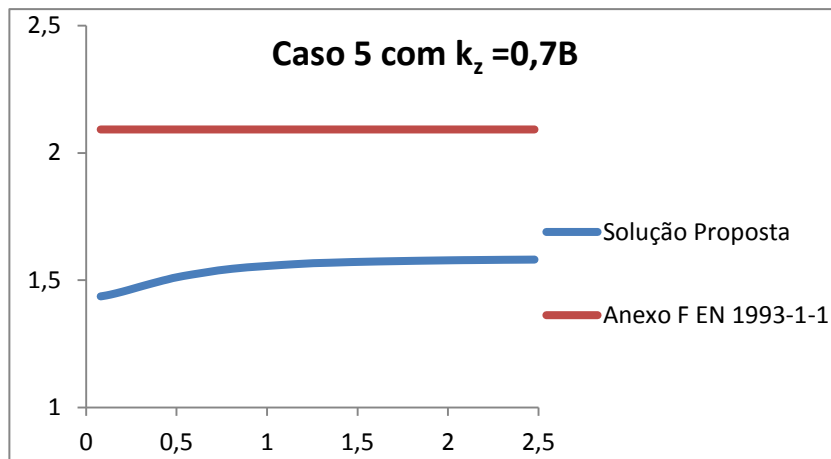


Figura 52 - Representação gráfica para o Caso 5 $K_z=0,7B$.

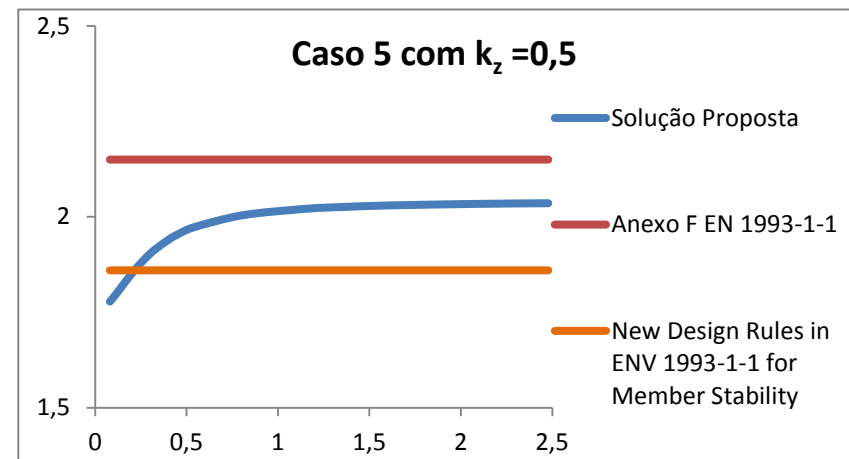


Figura 53 - Representação gráfica para o Caso 5 $K_z=0,5$.

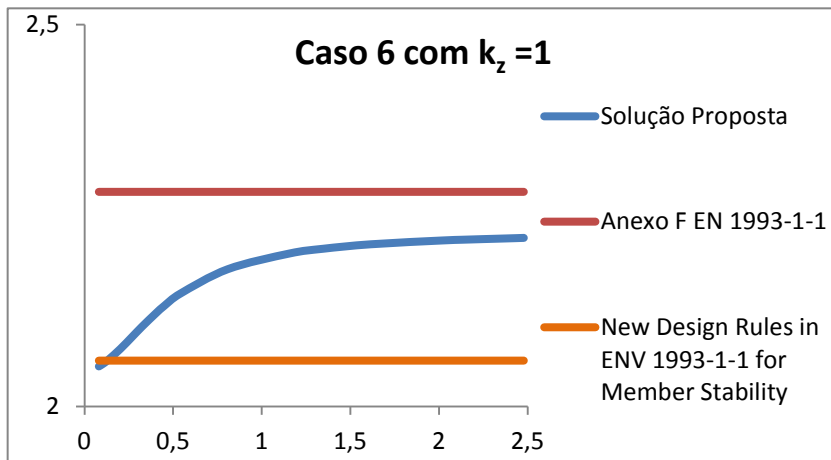


Figura 54 - Representação gráfica para o Caso 6 $K_z=1$.

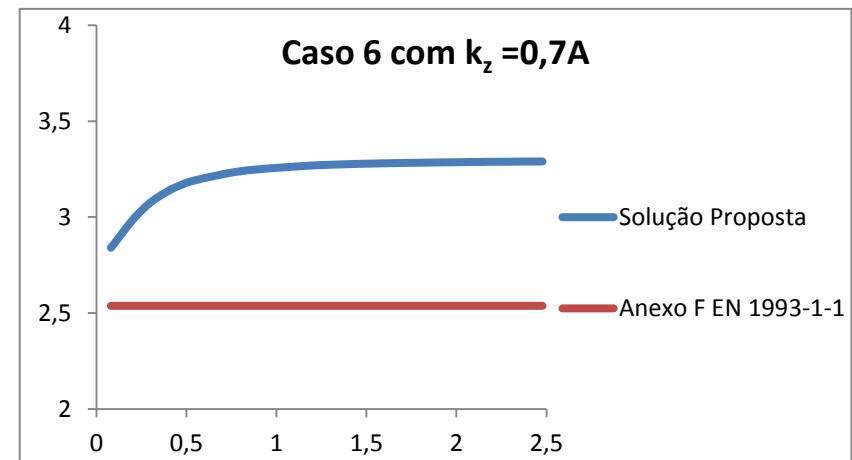


Figura 55 - Representação gráfica para o Caso 6 $K_z=0,7A$.

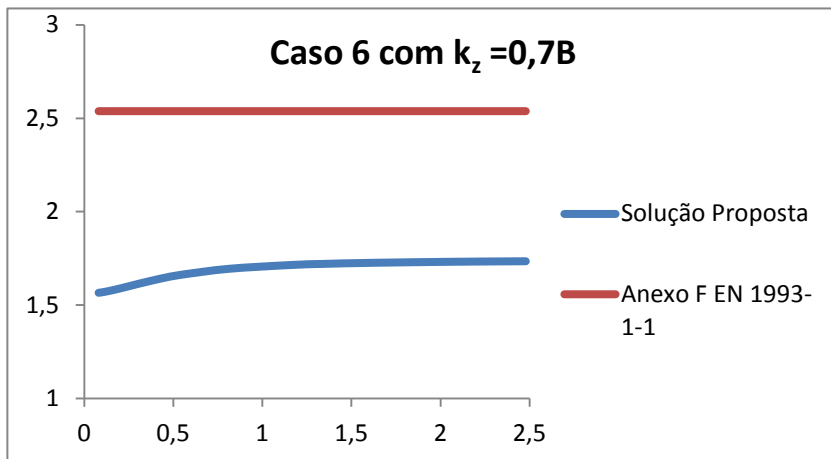


Figura 56 - Representação gráfica para o Caso 6 $K_z=0,7B$.

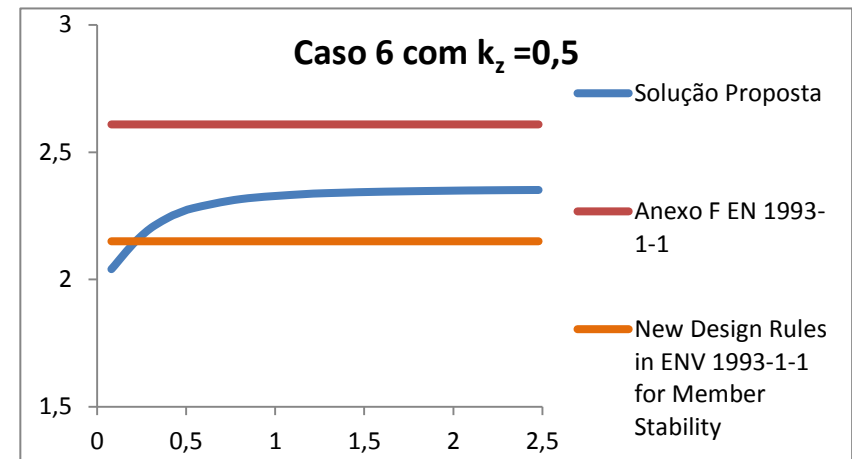


Figura 57 - Representação gráfica para o Caso 6 $K_z=0,5$.

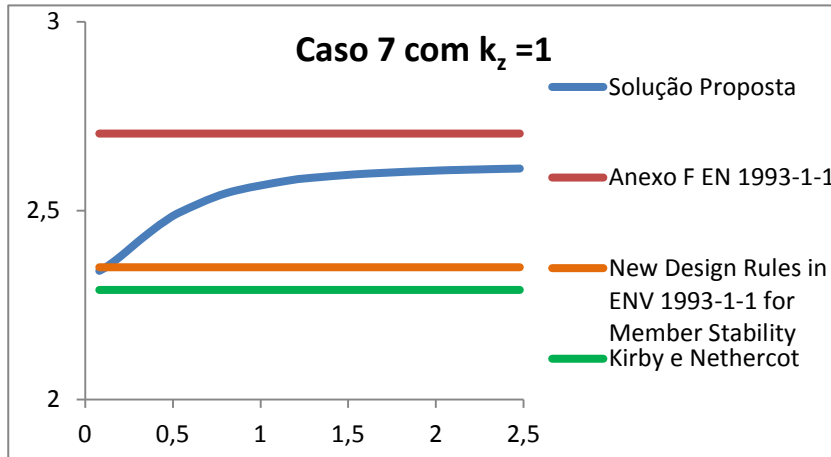


Figura 58- Representação gráfica para o Caso 7 $K_z=1$.

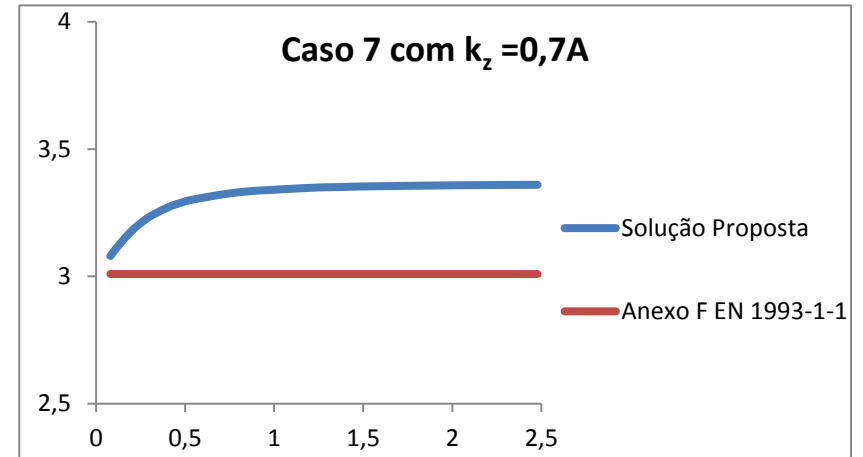


Figura 59 - Representação gráfica para o Caso 7 $K_z=0,7A$.

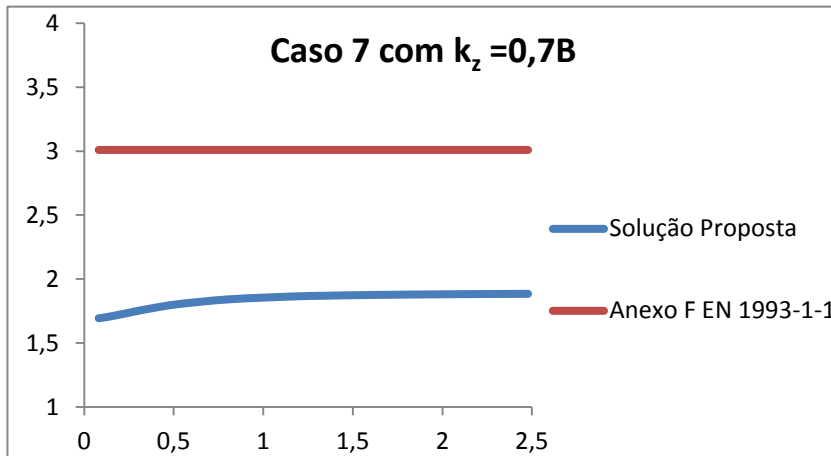


Figura 60 - Representação gráfica para o Caso 7 $K_z=0,7B$.

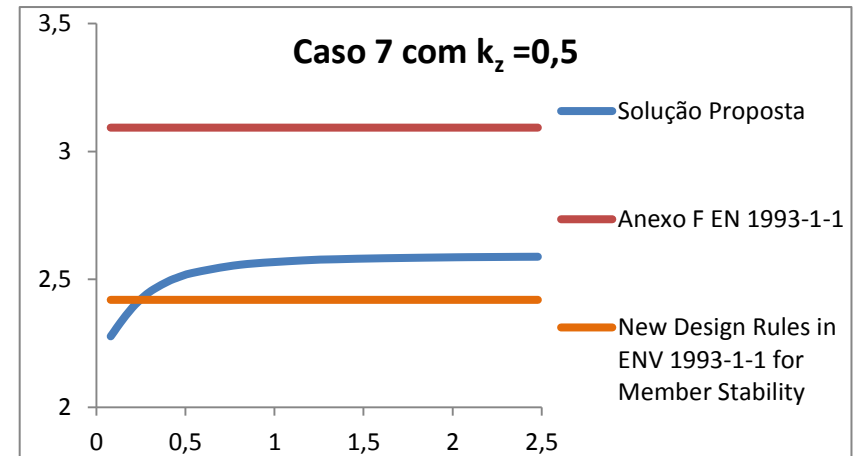


Figura 61 - Representação gráfica para o Caso 7 $K_z=0,5$.

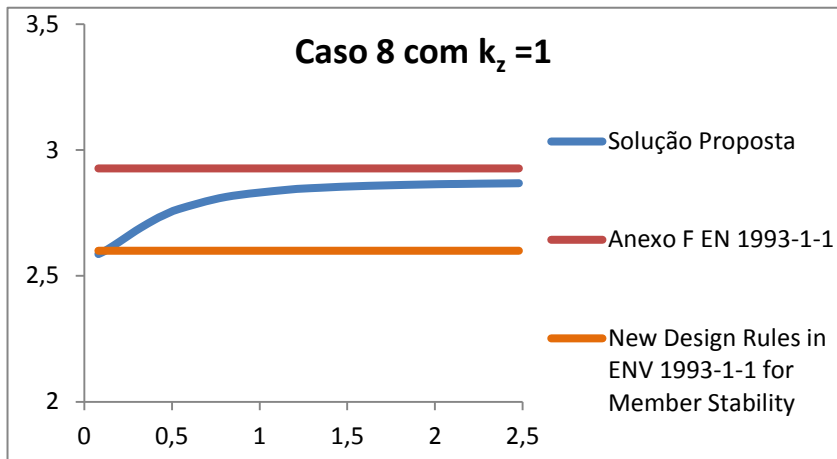


Figura 62 - Representação gráfica para o Caso 8 $K_z=1$.

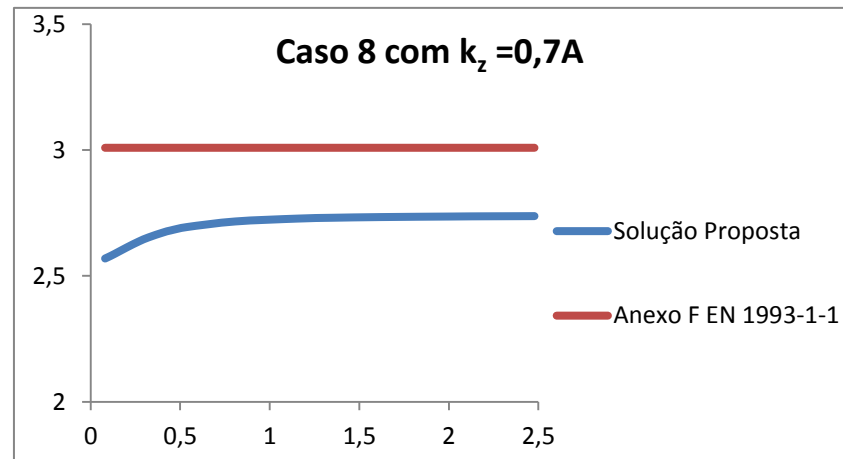


Figura 63 - Representação gráfica para o Caso 8 $K_z=0,7A$.

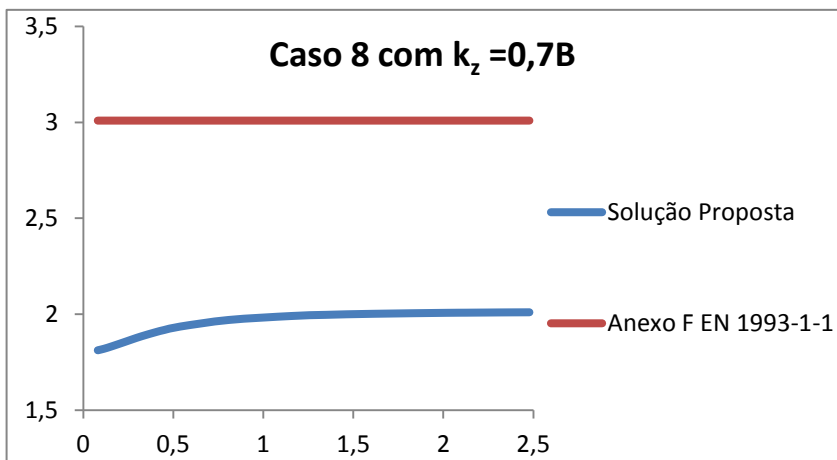


Figura 64 - Representação gráfica para o Caso 8 $K_z=0,7B$.

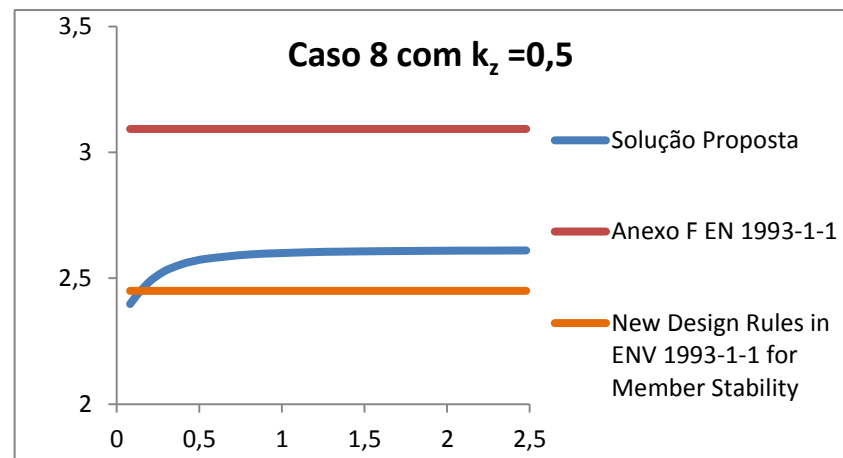


Figura 65 - Representação gráfica para o Caso 8 $K_z=0,5$.

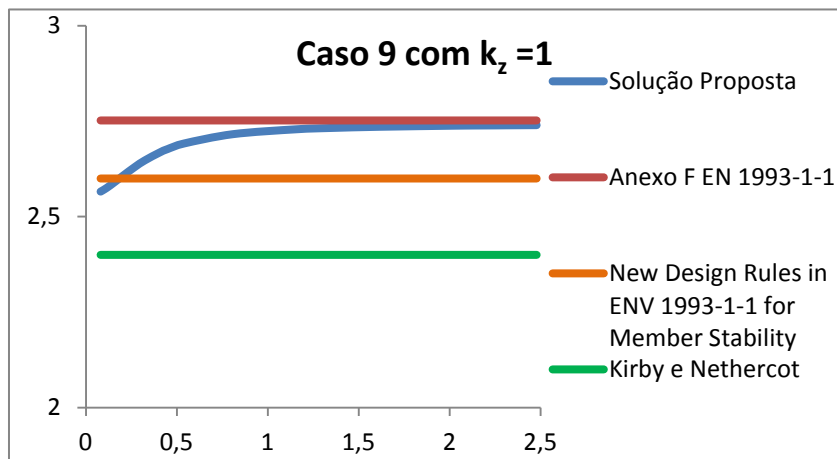


Figura 66 - Representação gráfica para o Caso 9 $K_z=1$.

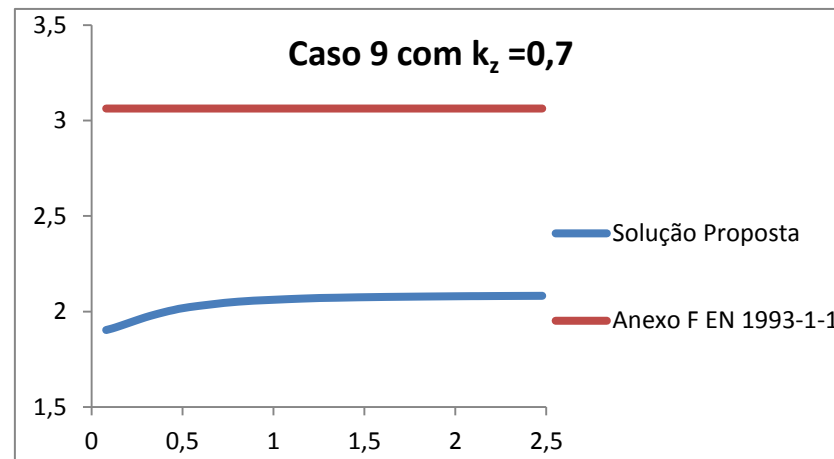


Figura 67 - Representação gráfica para o Caso 9 $K_z=0,7$.

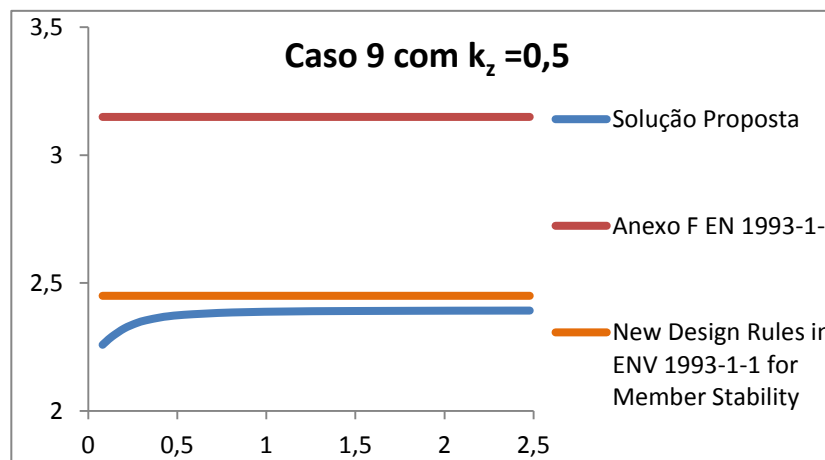


Figura 68 - Representação gráfica para o Caso 9 $K_z=0,5$.

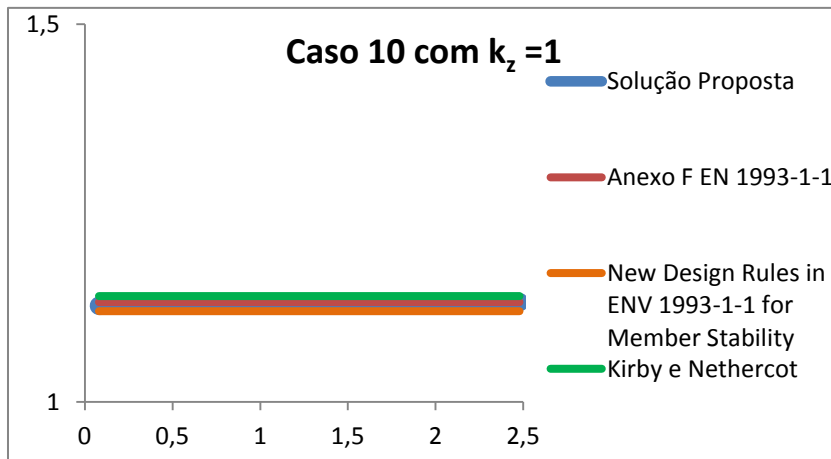


Figura 69 - Representação gráfica para o Caso 10 $K_z=1$.

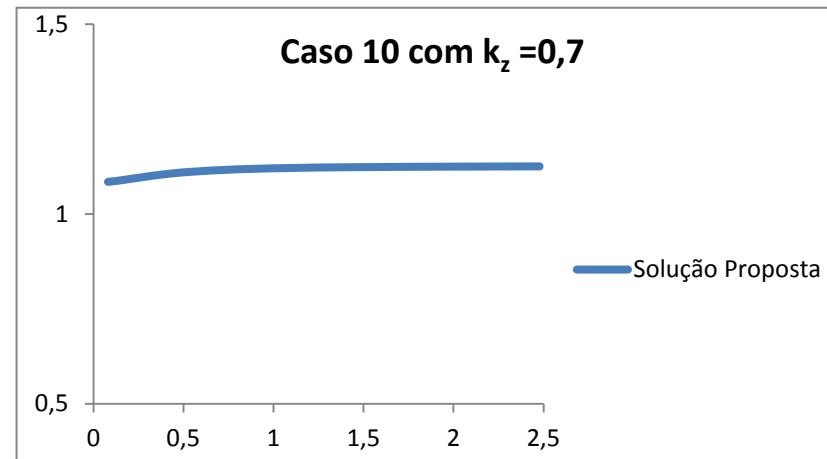


Figura 70 - Representação gráfica para o Caso 10 $K_z=0,7$.

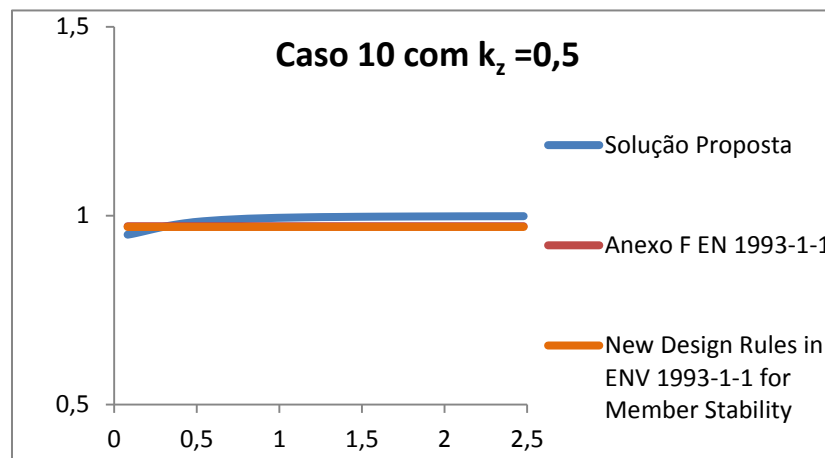


Figura 71 - Representação gráfica para o Caso 10 $K_z=0,5$.

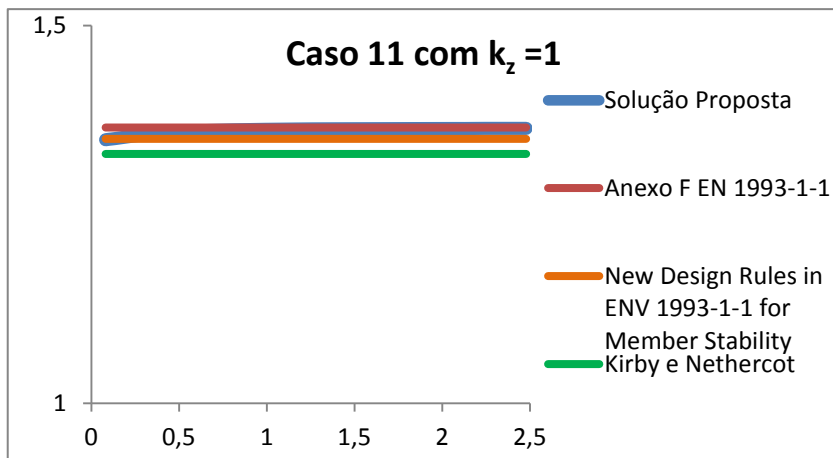


Figura 72 - Representação gráfica para o Caso 11 $K_z=1$.

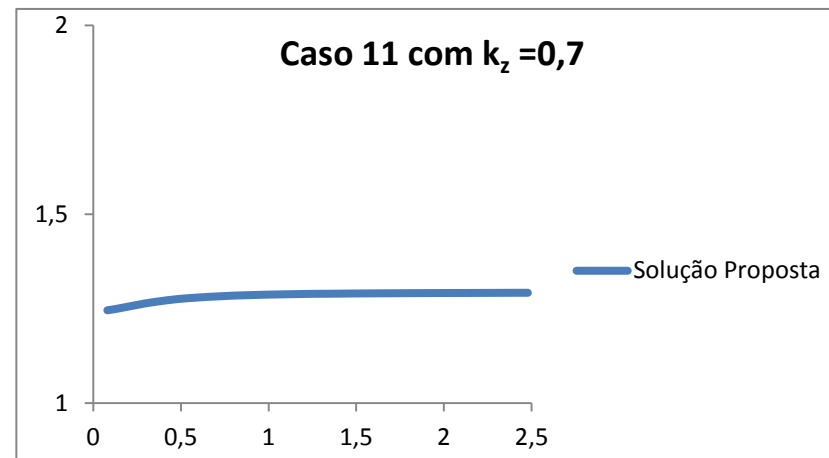


Figura 73 - Representação gráfica para o Caso 11 $K_z=0,7$.

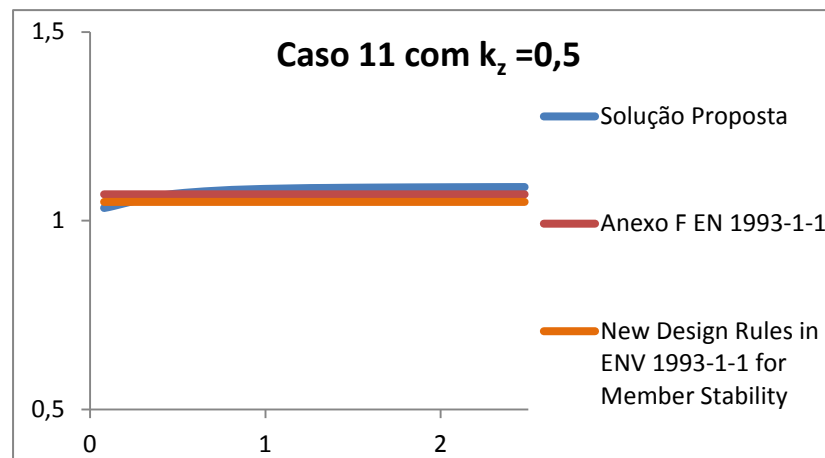


Figura 74 - Representação gráfica para o Caso 11 $K_z=0,5$.

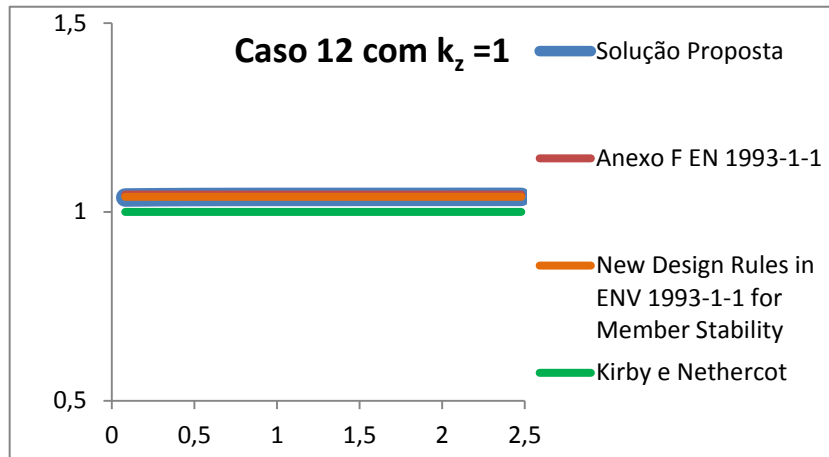


Figura 75 - Representação gráfica para o Caso 12 $K_z=1$.

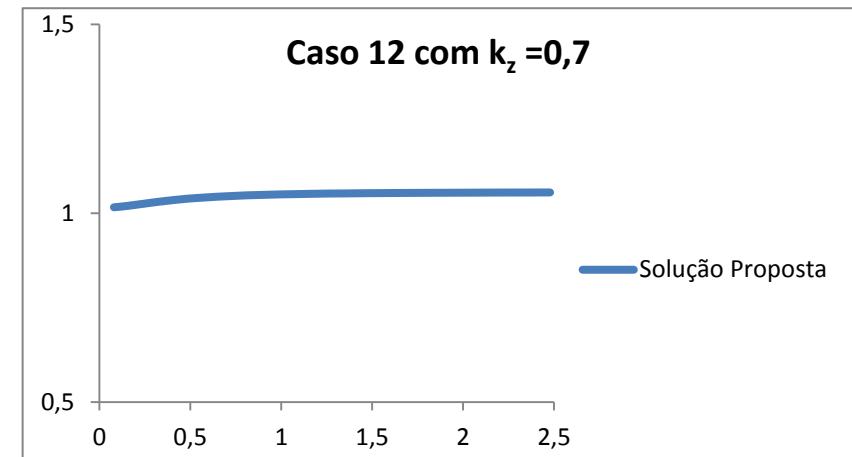


Figura 76 - Representação gráfica para o Caso 12 $K_z=0,7$.

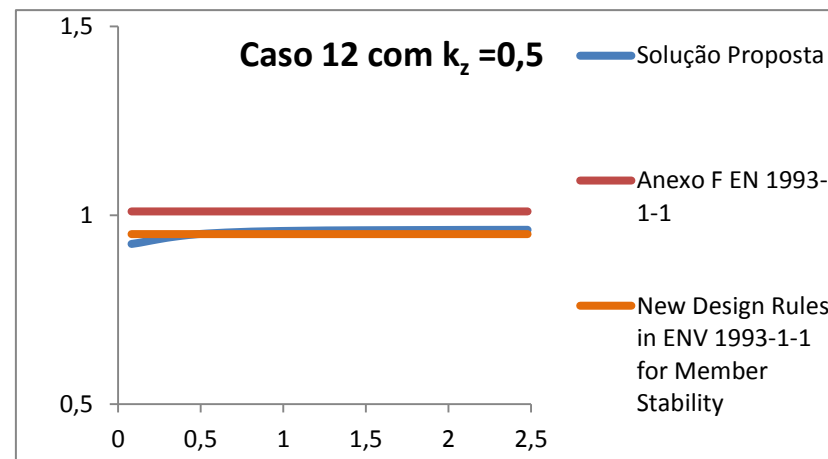


Figura 77 - Representação gráfica para o Caso 12 $K_z=0,5$.

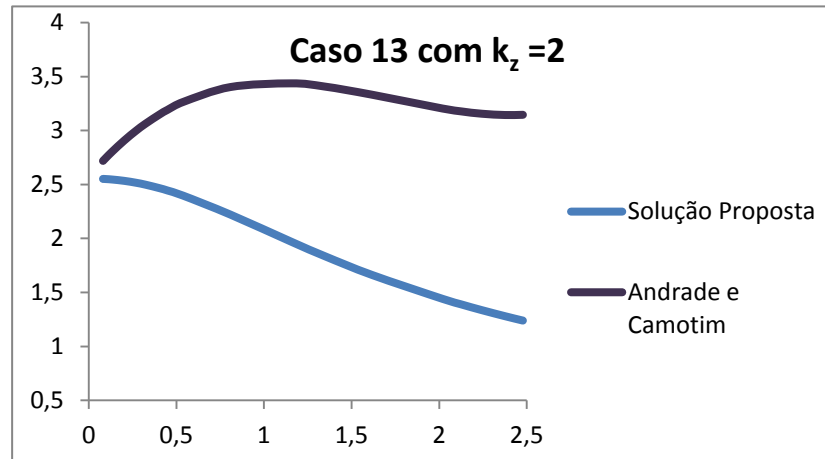


Figura 78 - Representação gráfica para o Caso 13 $K_z=2$.

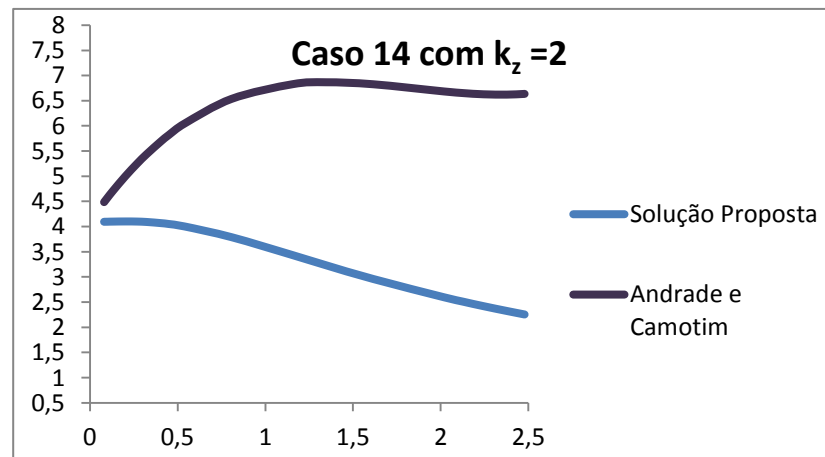


Figura 79 - Representação gráfica para o Caso 14 $K_z=2$.

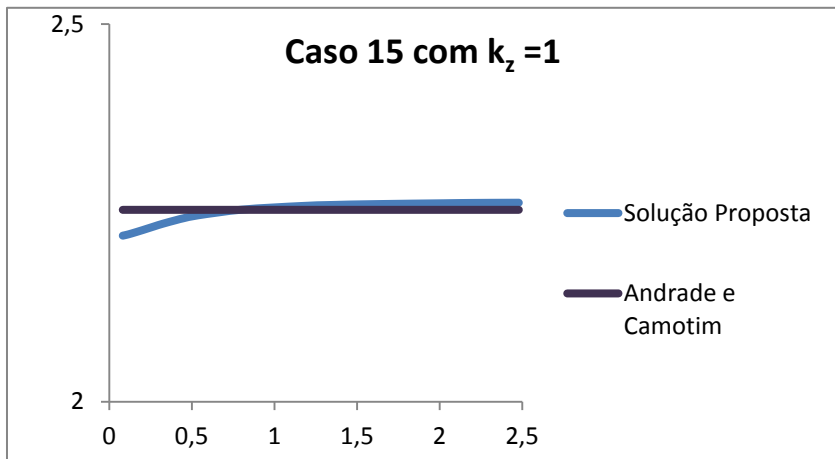


Figura 80 - Representação gráfica para o Caso 15 $K_z=1$.

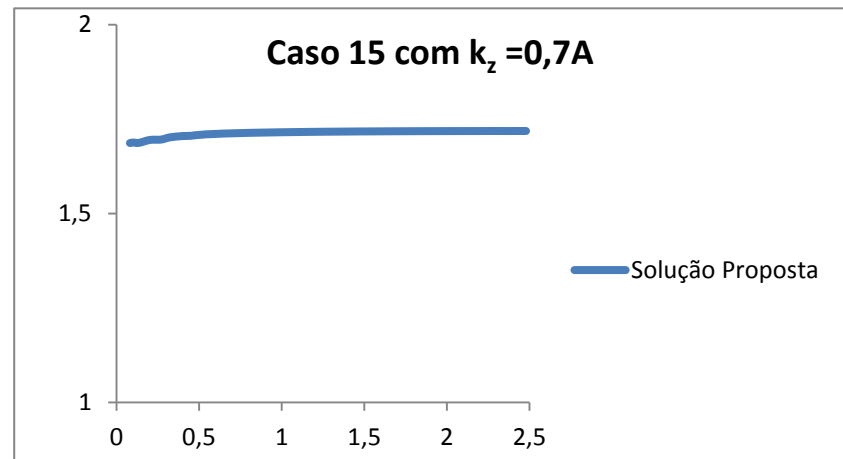


Figura 81 - Representação gráfica para o Caso 15 $K_z=0,7A$.

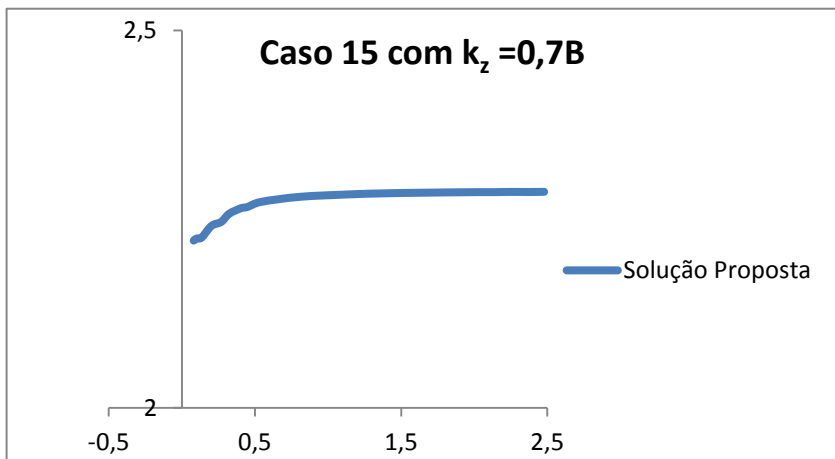


Figura 82 - Representação gráfica para o Caso 15 $K_z=0,7B$.

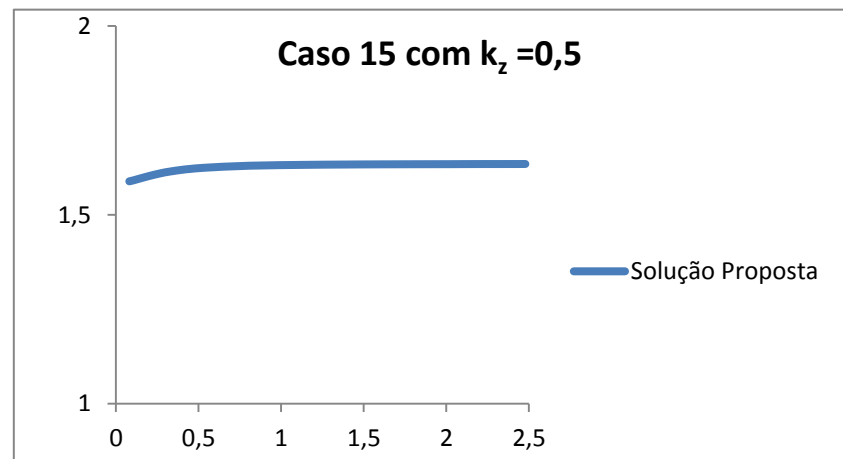


Figura 83 - Representação gráfica para o Caso 15 $K_z=0,5$.

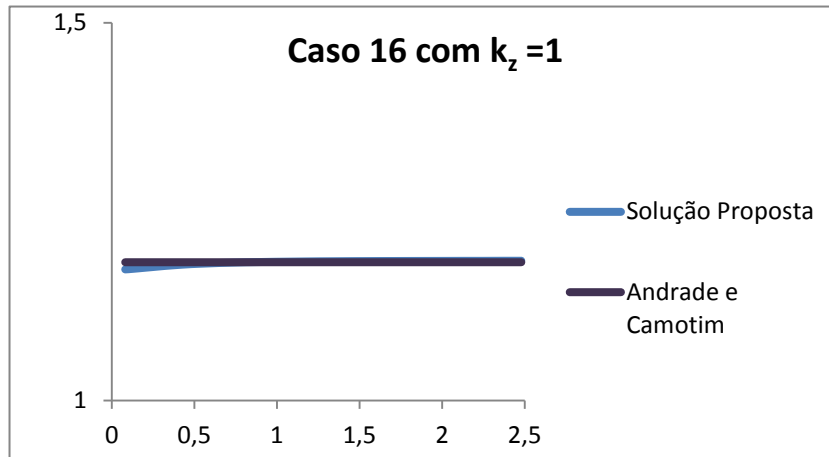


Figura 84 - Representação gráfica para o Caso 16 $K_z=1$.

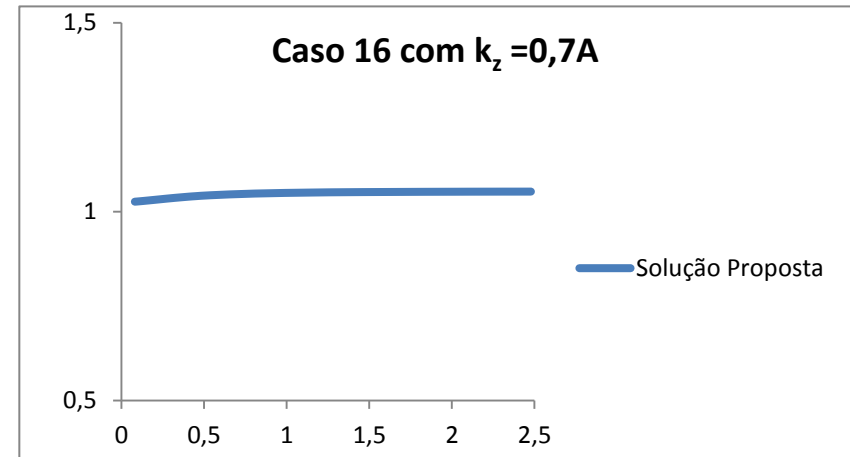


Figura 85 - Representação gráfica para o Caso 16 $K_z=0,7A$.

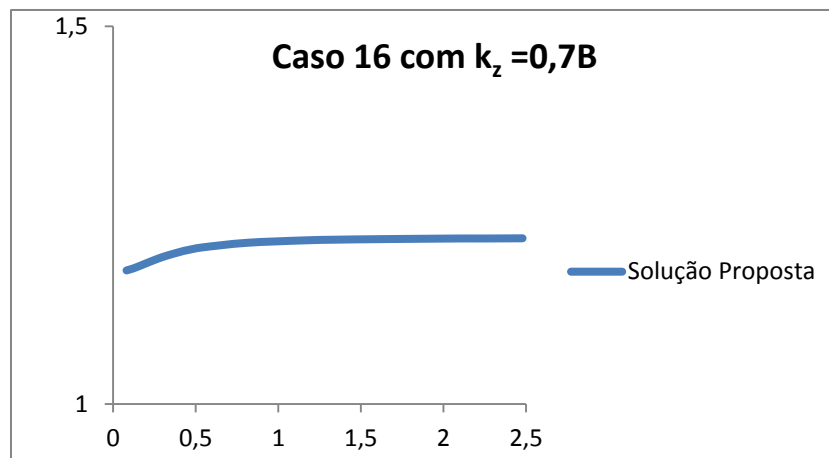


Figura 86 - Representação gráfica para o Caso 16 $K_z=0,7B$.

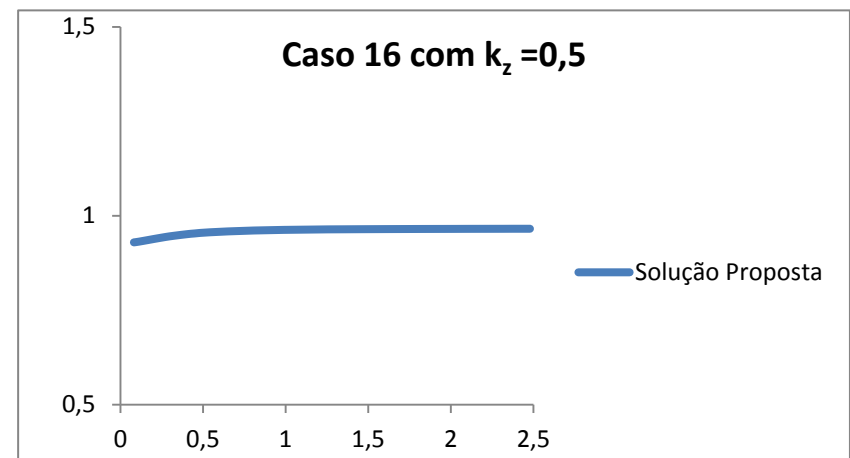


Figura 87 - Representação gráfica para o Caso 16 $K_z=0,5$.

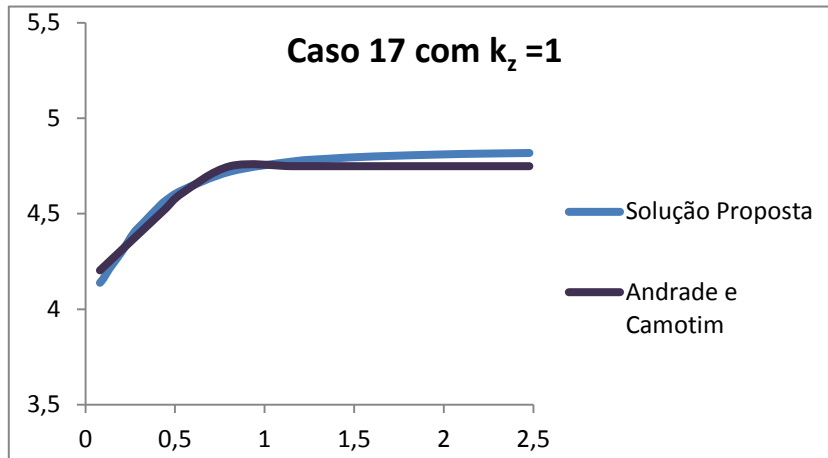


Figura 88 - Representação gráfica para o Caso 17 $K_z=1$.

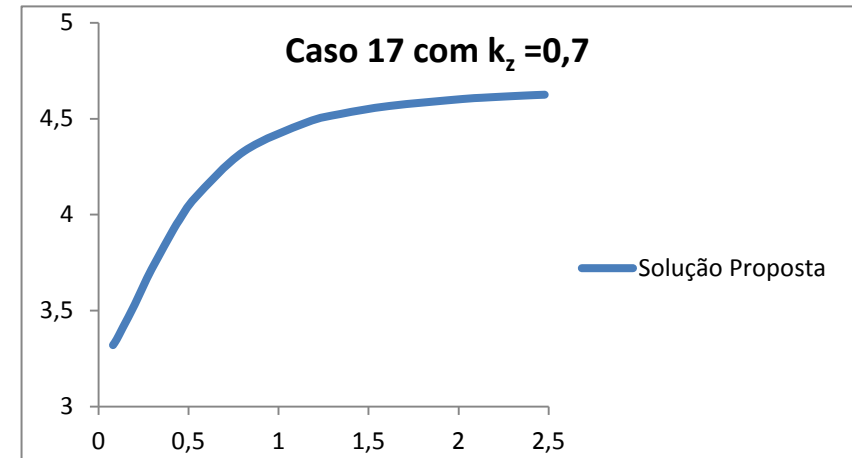


Figura 89 - Representação gráfica para o Caso 17 $K_z=0,7$.

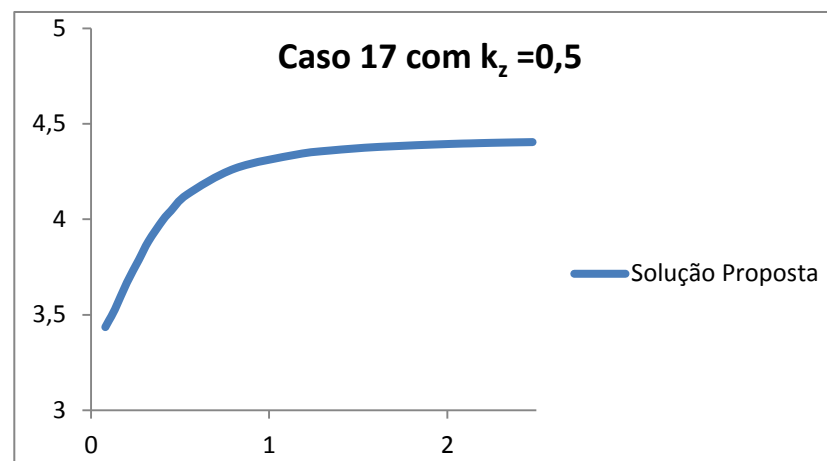


Figura 90 - Representação gráfica para o Caso 17 $K_z=0,5$

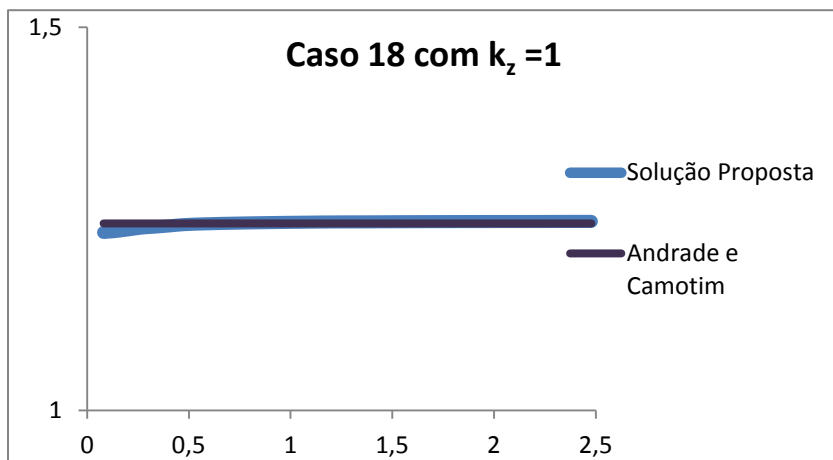


Figura 91 - Representação gráfica para o Caso 18 $K_z=1$.

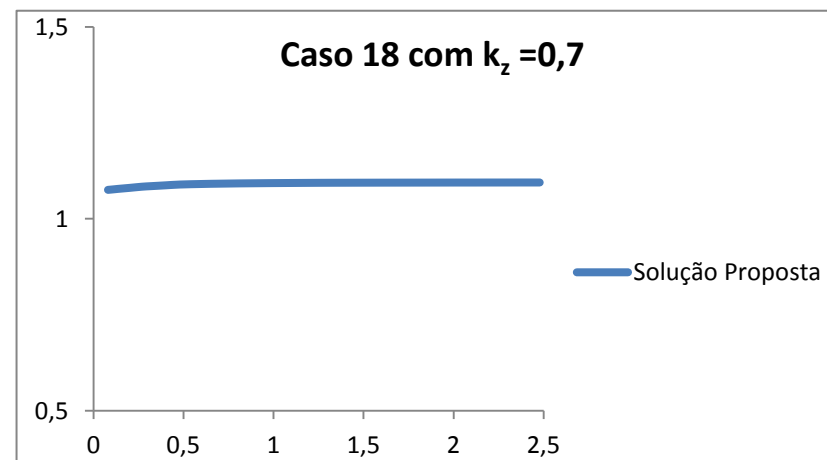


Figura 92 - Representação gráfica para o Caso 18 $K_z=0,7$.

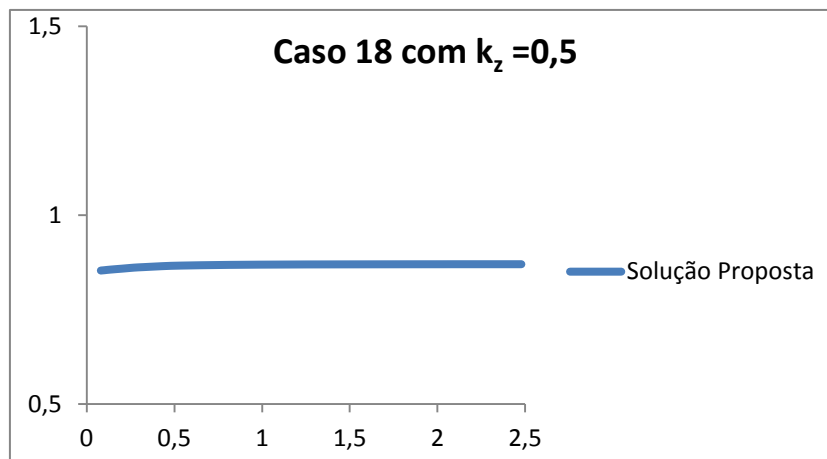


Figura 93 - Representação gráfica para o Caso 18 $K_z=0,5$.

5.3.3 Tabela de comparação do coeficiente C_2

Quadro 130 – Comparação de resultados para o coeficiente C_2

Caso	k_z	Anexo F EN 1993-1-1	New design rules in ENV 1993 -1-1 for member stability	Andrade e Camotim	Solução proposta
10	1	0,459	0,45	-	0,45 se $\zeta = -1$ 0,45 se $\zeta = 1$
	0,7	-	-	-	0,01K + 0,40 se $\zeta = -1$ -0,02K ² + 0,07K + 0,35 se $\zeta = 1$
	0,5	0,304	0,36	-	0,02K + 0,35 se $\zeta = -1$ -0,02K ² + 0,06K + 0,41 se $\zeta = 1$
11	1	0,553	0,59	-	-0,01K + 0,58 se $\zeta = -1$ -0,01K + 0,59 se $\zeta = 1$
	0,7	-	-	-	-0,01K + 0,53 se $\zeta = -1$ -0,01K + 0,55 se $\zeta = 1$
	0,5	0,432	0,48	-	-0,01K + 0,46 se $\zeta = -1$ -0,01K + 0,47 se $\zeta = 1$

12	1	0,430	0,42	-	0,42 se $\zeta = -1$ 0,42 se $\zeta = 1$
	0,7	-	-	-	$-0,01K^2 + 0,05K + 0,33$ se $\zeta = -1$ $-0,02K^2 + 0,08K + 0,37$ se $\zeta = 1$
	0,5	0,410	0,31	-	$0,01K^3 - 0,07K^2 + 0,14K + 0,24$ se $\zeta = -1$ $0,04K^3 - 0,19K^2 + 0,27K + 0,28$ se $\zeta = 1$
13	2	-	-	$0,276K + 0,564$ se $\zeta = -1$ $-0,089K^3 + 0,056K^2 + 1,639K + 0,523$ se $\zeta = 1$	$-0,09K^3 + 0,52K^2 - 0,18K + 0,62$ se $\zeta = -1$ $-0,11K^3 + 0,53K^2 + 0,87K + 0,60$ se $\zeta = 1$
14	2	-	-	$0,162K + 1,105$ se $\zeta = -1$ $-0,205K^2 + 1,624K + 1,077$ se $\zeta = 1$	$-0,07K^3 + 0,43K^2 + 0,07K + 1,09$ se $\zeta = -1$ $-0,06K^3 + 0,43K^2 + 1,07K + 1,11$ se $\zeta = 1$
15	1	-	-	$0,889$ se $\zeta = -1$ $0,889$ se $\zeta = 1$	$0,01K + 0,86$ se $\zeta = -1$ $0,02K + 0,88$ se $\zeta = 1$
	0,7A	-	-	-	$0,01K + 0,66$ se $\zeta = -1$ $0,01K + 0,67$ se $\zeta = 1$
	0,7B	-	-	-	$-0,02K^2 + 0,06K + 0,83$ se $\zeta = -1$ $0,03K^3 - 0,13K^2 + 0,19K + 0,85$ se $\zeta = 1$
	0,5	-	-	-	$0,01K + 0,61$ se $\zeta = -1$ $0,01K + 0,63$ se $\zeta = 1$

16	1		-	0,602 se $\zeta = -1$ 0,602 se $\zeta = 1$	0,01K + 0,61 se $\zeta = -1$ 0,01K + 0,61 se $\zeta = 1$
	0,7A	-	-	-	0,01K + 0,51 se $\zeta = -1$ 0,01K + 0,53 se $\zeta = 1$
	0,7B	-	-	-	-0,01K ² + 0,05K + 0,57 se $\zeta = -1$ -0,02K ² + 0,08K + 0,59 se $\zeta = 1$
	0,5	-	-	-	0,01K + 0,45 se $\zeta = -1$ 0,02K + 0,48 se $\zeta = 1$
17	1	-	-	0.368K+1,029 se K<0,7 se $\zeta = -1$ 1,287 se K≥0,7 0,786K+1,362 se K<0,7 se $\zeta = 1$ 1,912 se K≥0,7	-0,06K ² + 0,24K + 1,09 se $\zeta = -1$ 0,25K ³ - 1,17K ² + 1,69K + 1,20 se $\zeta = 1$
	0,7	-	-	-	-0,02K ² + 0,07K + 0,52 se $\zeta = -1$ 0,37K ³ - 1,80K ² + 2,75K + 0,53 se $\zeta = 1$
	0,5	-	-	-	-0,03K ² + 0,12K + 0,57 se $\zeta = -1$ 0,34K ³ - 1,57K ² + 2,22K + 0,85 se $\zeta = 1$

18	1	-	-	0,997 se $\zeta = -1$ 0,997 se $\zeta = 1$	0,01K + 0,97 se $\zeta = -1$ 0,01K + 0,99 se $\zeta = 1$
	0,7	-	-	-	0,01K + 0,84 se $\zeta = -1$ 0,01K + 0,86 se $\zeta = 1$
	0,5	-	-	-	0,01K + 0,66 se $\zeta = -1$ 0,01K + 0,68 se $\zeta = 1$

Com:

$$K = \sqrt{\frac{\pi^2 \times E \times I_w}{G \times I_t \times l^2}}$$

$\zeta = -1$ – carga aplicada no banzo inferior

$\zeta = 1$ – carga aplicada no banzo superior

5.3.4 Representação gráfica da comparação do coeficiente C2

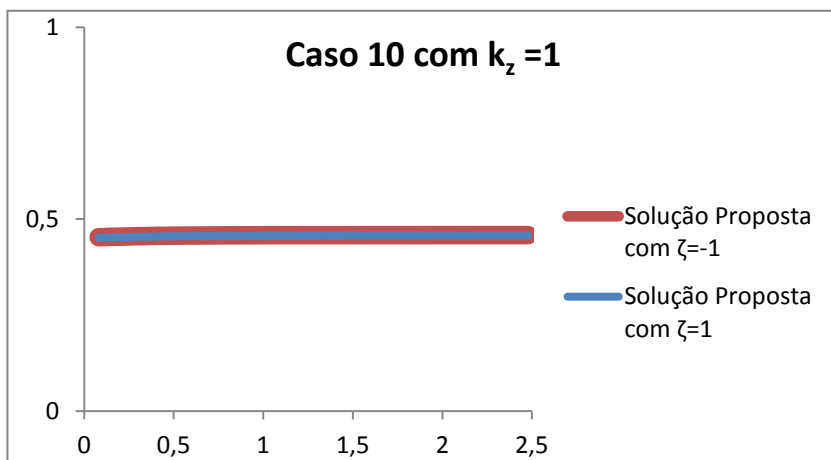


Figura 94 - Representação gráfica para o Caso 10 $K_z=1$.

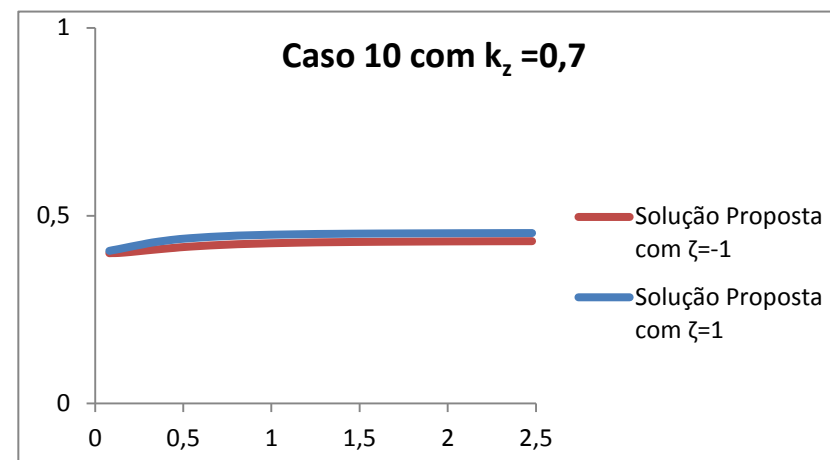


Figura 95 - Representação gráfica para o Caso 10 $K_z=0,7$.

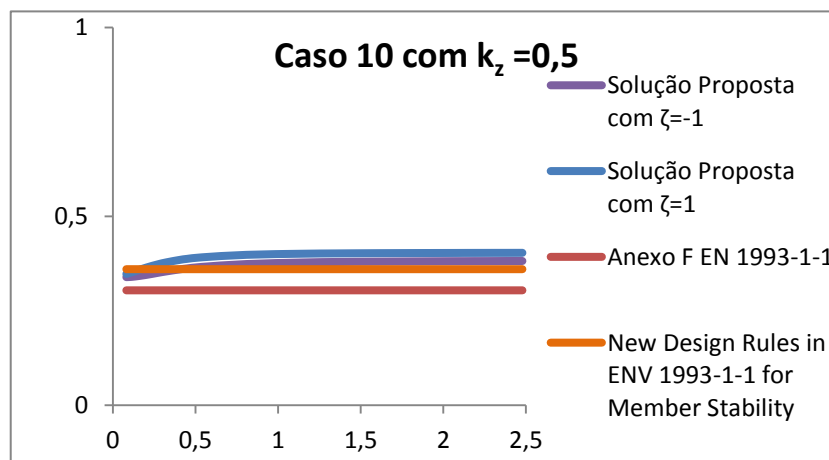


Figura 96 - Representação gráfica para o Caso 10 $K_z=0,5$.

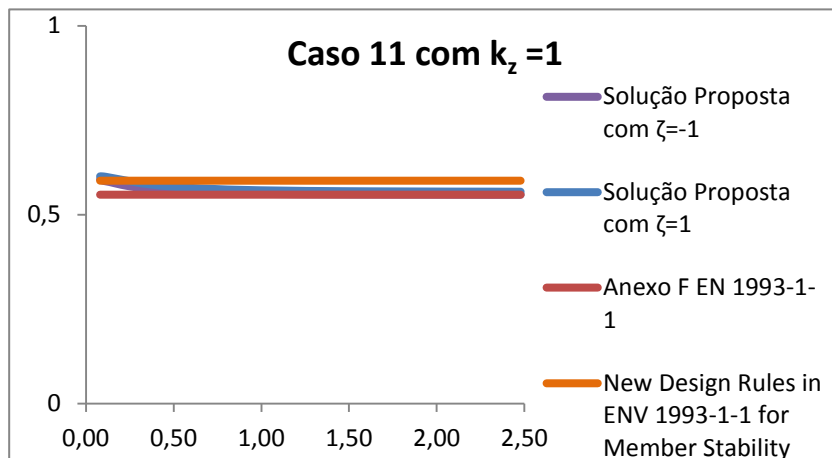


Figura 97 - Representação gráfica para o Caso 11 $K_z = 1$.

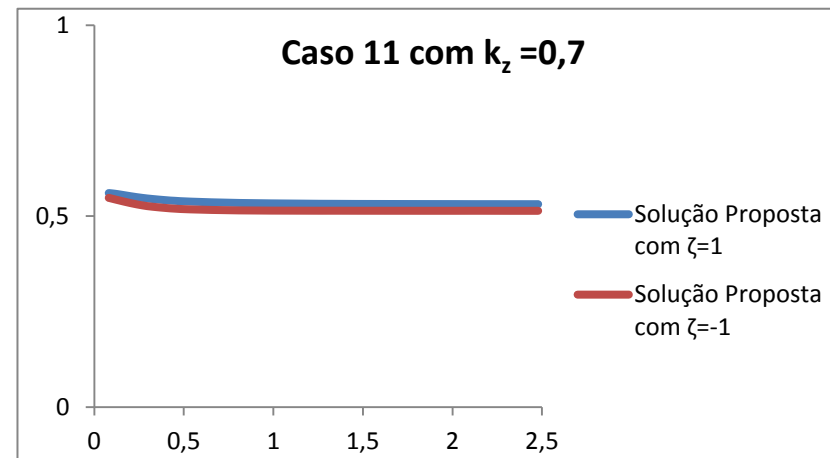


Figura 98 - Representação gráfica para o Caso 11 $K_z = 0,7$.

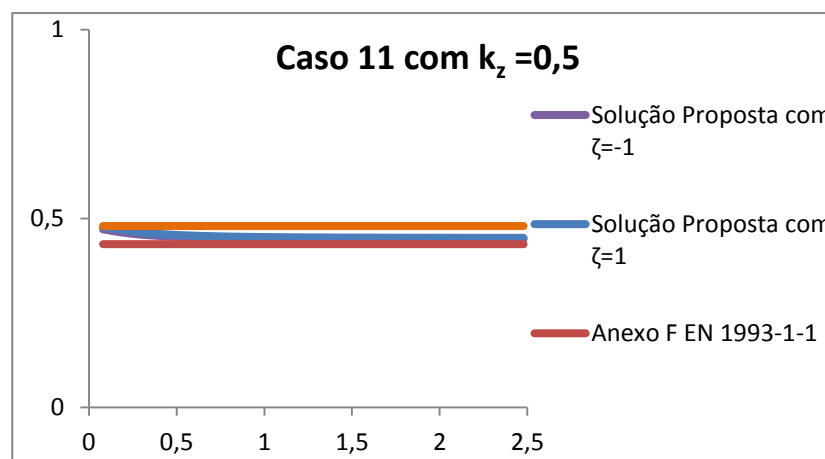


Figura 99 - Representação gráfica para o Caso 11 $K_z = 0,5$.

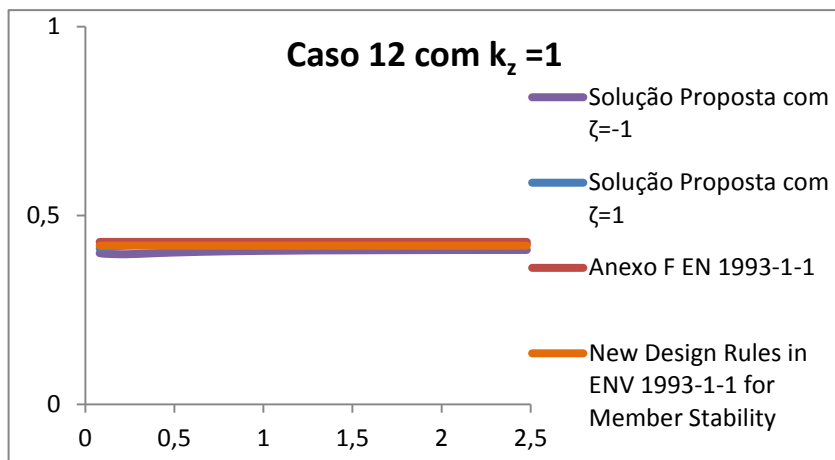


Figura 100 - Representação gráfica para o Caso 12 $K_z = 1$.

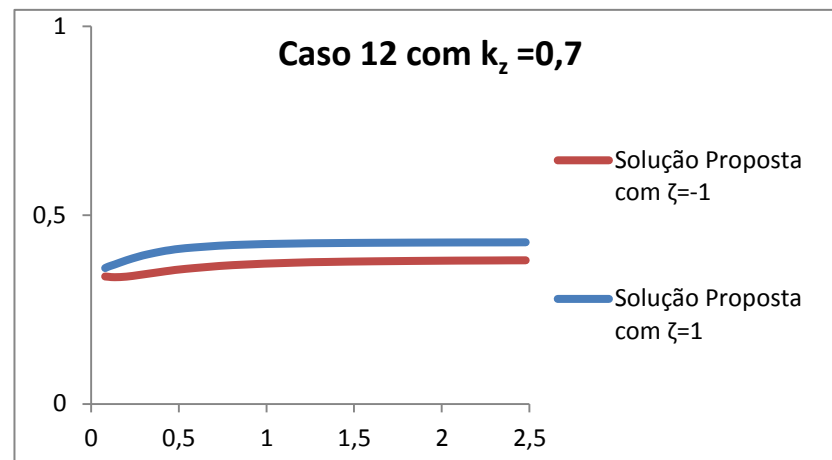


Figura 101 - Representação gráfica para o Caso 12 $K_z = 0,7$.

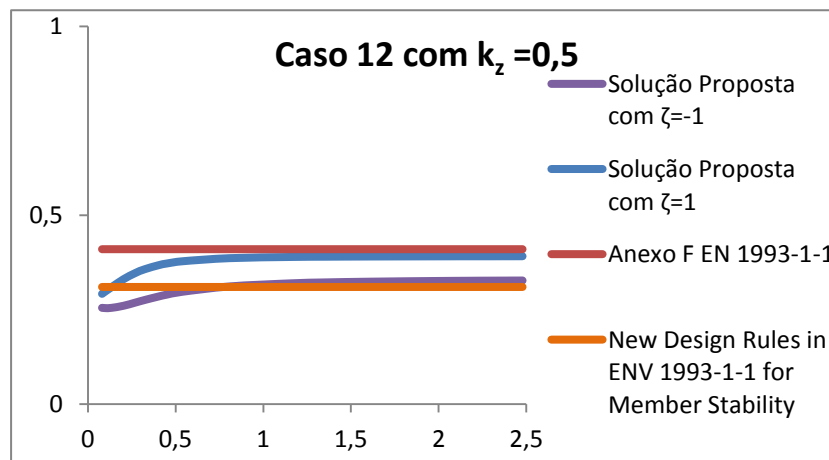


Figura 102 - Representação gráfica para o Caso 12 $K_z = 0,5$.

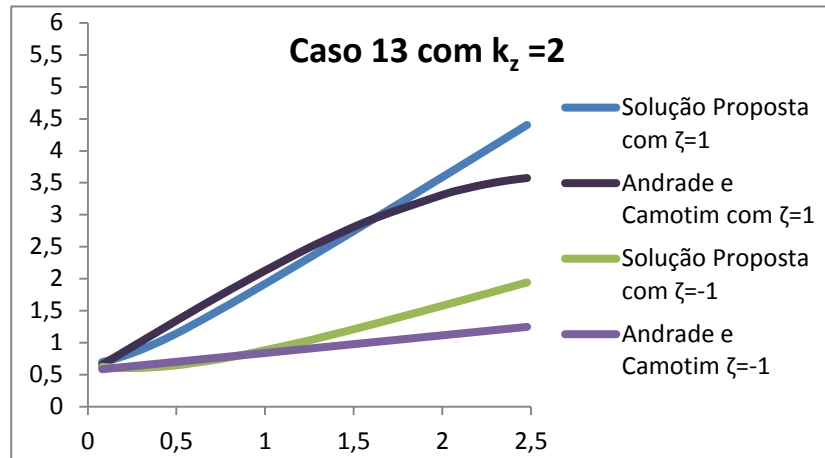


Figura 103 - Representação gráfica para o Caso 13 $K_z=2$.

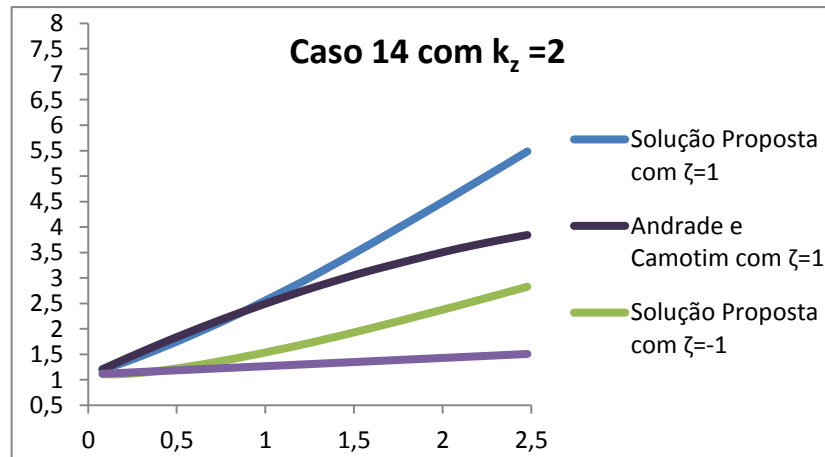


Figura 104 - Representação gráfica para o Caso 14 $K_z=2$.

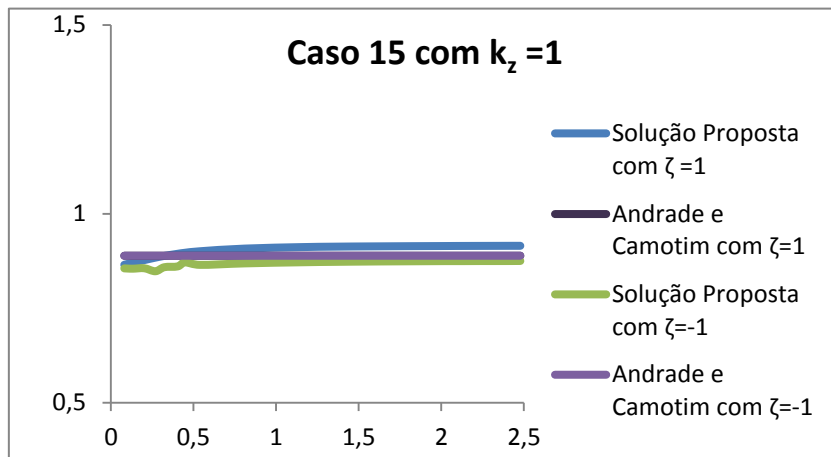


Figura 105 - Representação gráfica para o Caso 15 $K_z=1$.

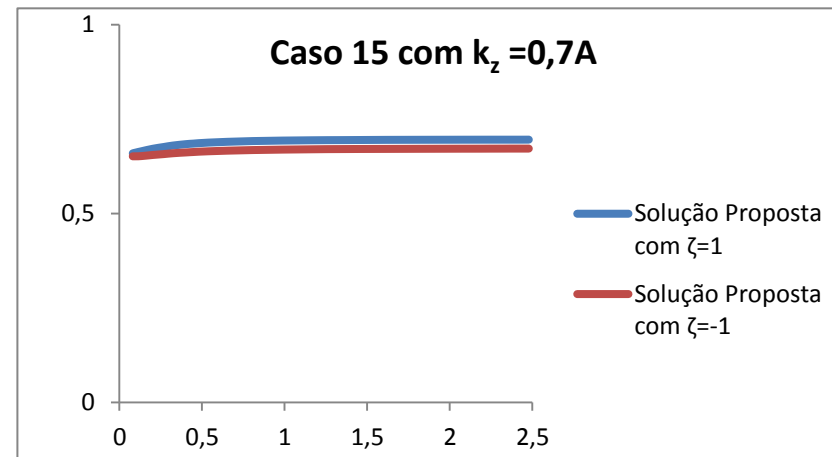


Figura 106 . Representação gráfica para o Caso 15 $K_z=0,7A$.

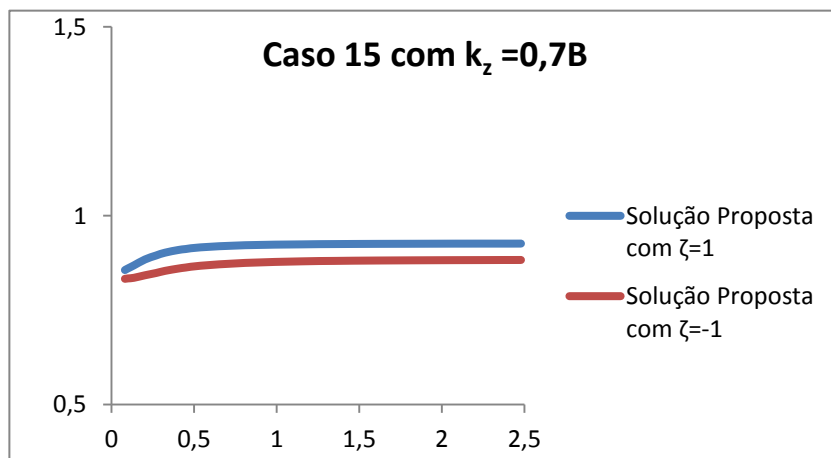


Figura 107 - Representação gráfica para o Caso 15 $K_z=0,7B$.

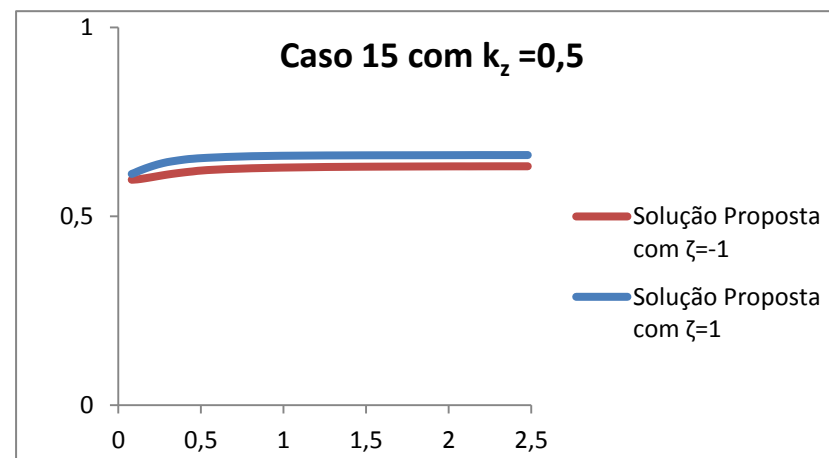


Figura 108 - Representação gráfica para o Caso 15 $K_z=0,5$

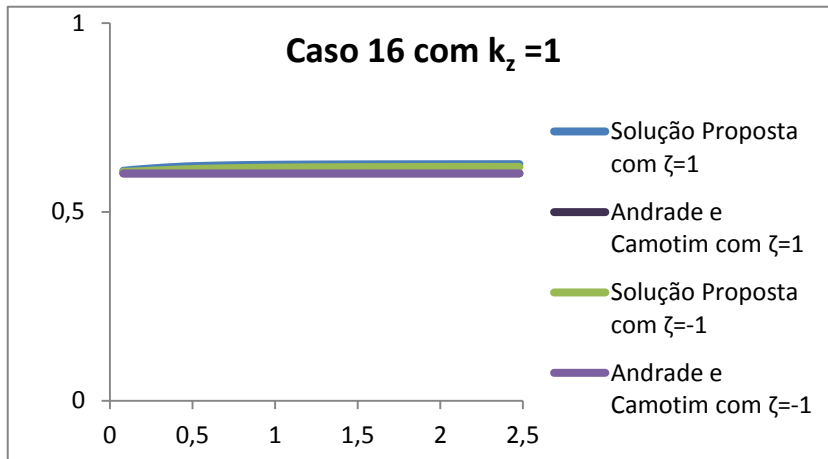


Figura 109 - Representação gráfica para o Caso 16 $K_z=1$.

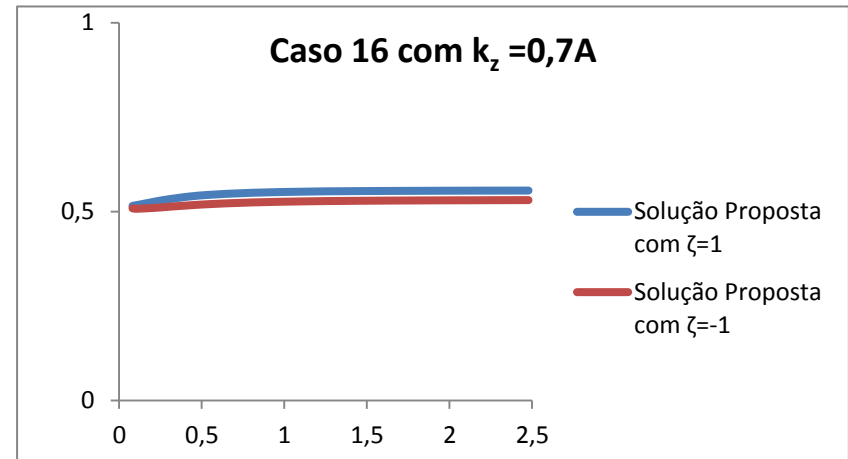


Figura 110 - Representação gráfica para o Caso 16 $K_z=0,7A$.

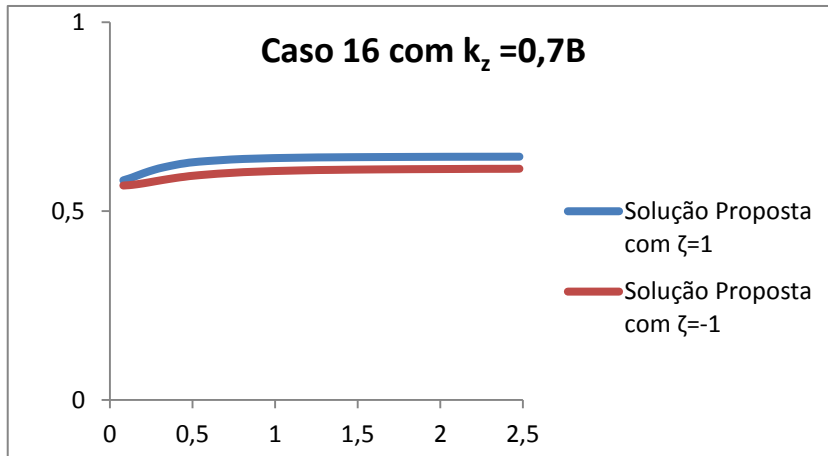


Figura 111 - Representação gráfica para o Caso 16 $K_z=0,7B$.

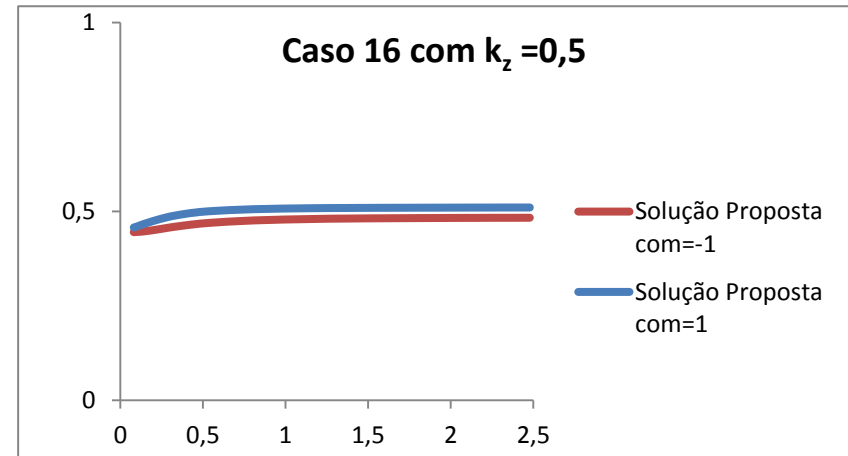


Figura 112 - Representação gráfica para o Caso 16 $K_z=0,5$.

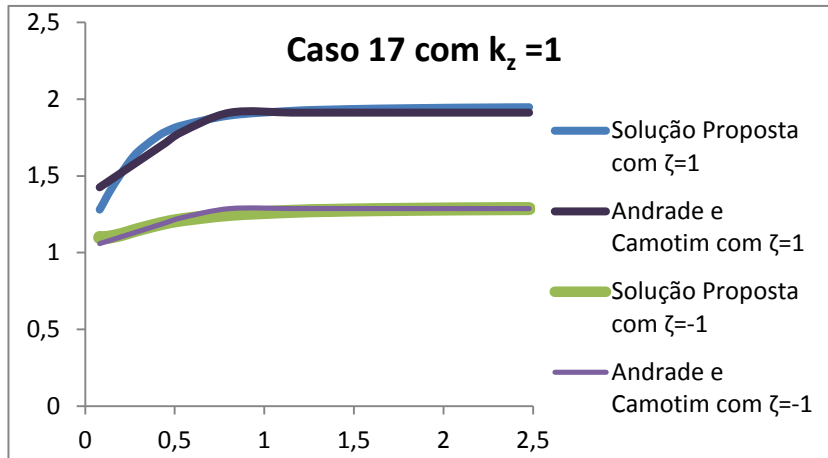


Figura 113 - Representação gráfica para o Caso 17 $K_z=1$.

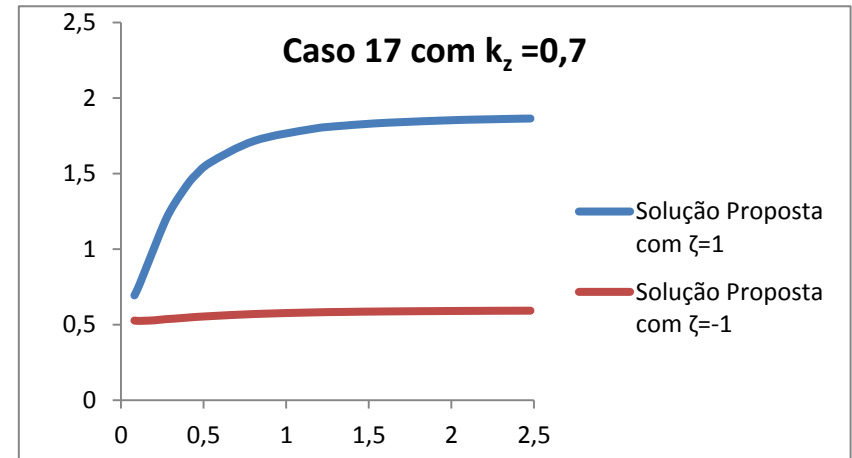


Figura 114 - Representação gráfica para o Caso 17 $K_z=0,7$.

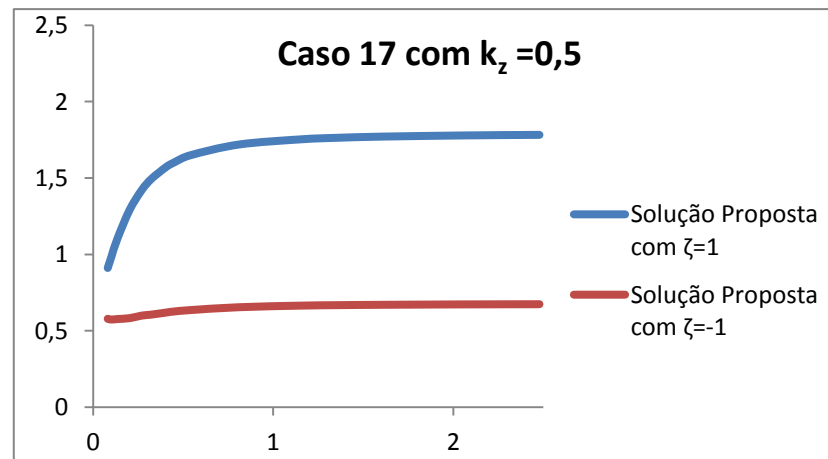


Figura 115 - Representação gráfica para o Caso 17 $K_z=0,5$.

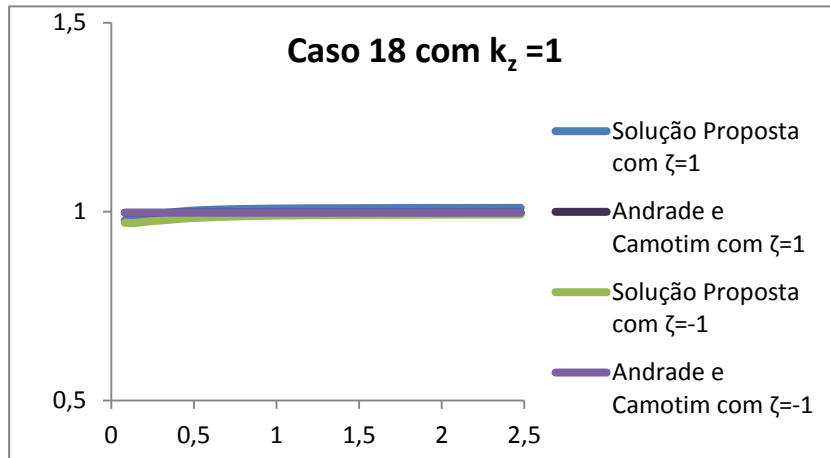


Figura 116 - Representação gráfica para o Caso 18 $K_z=1$.

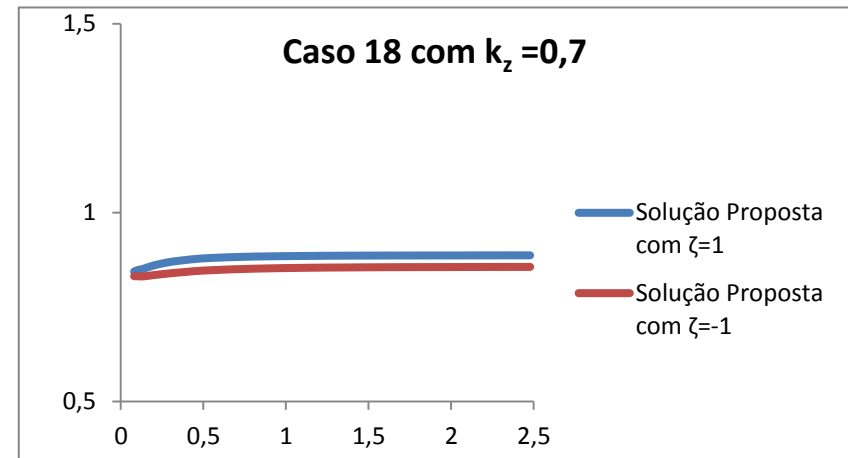


Figura 117 - Representação gráfica para o Caso 18 $K_z=0,7$.

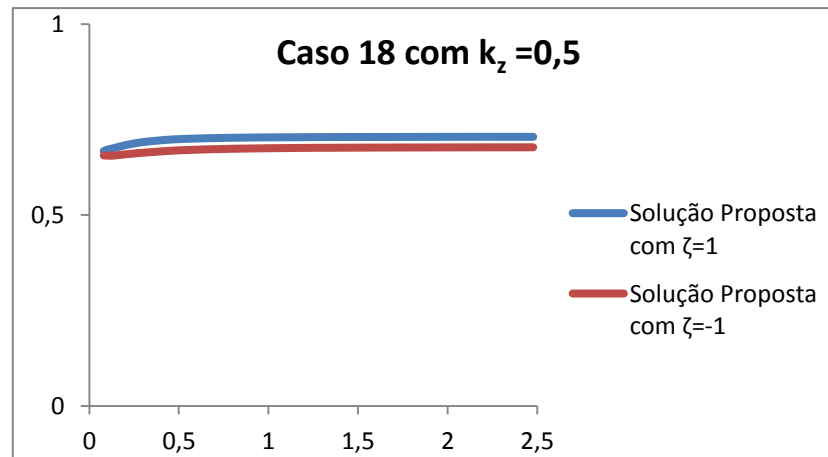


Figura 118 - Representação gráfica para o Caso 18 $K_z=0,5$.

5.3.5 Tabela de comparação do coeficiente C_3

Quadro 131 – Comparação de resultados para o coeficiente C_3

Caso	k_z	Anexo F ENV 1993-1-1 [2]	New design rules in ENV 1993 -1-1 for member stability	Solução proposta
1	1	1.000	1.000	1 se $\Psi f \leq 0$ 1 se $\Psi f > 0$
	0,7	1.113	-	0,01K + 1,07 se $\Psi f \leq 0$ -0,01K + 0,69 se $\Psi f > 0$
	0,5	1.144	1.019	0,01K + 1,12 se $\Psi f \leq 0$ 0,02K ² - 0,05K + 0,89 se $\Psi f > 0$
2	1	0.998	1.000	1.01 se $\Psi f \leq 0$ 1.00 se $\Psi f > 0$
	0,7A	1.565	-	0,08K + 1,07 se $\Psi f \leq 0$ -0,01K + 0,92 se $\Psi f > 0$
	0,7B	1.565	-	0,04K + 1,07 se $\Psi f \leq 0$ -0,01K + 0,93 se $\Psi f > 0$
	0,5	2.283	1.017	0,01K + 1,12 se $\Psi f \leq 0$ 0,02K ² - 0,05K + 0,89 se $\Psi f > 0$

3	1	0.992	1.000	$0,01K + 1,05$ se $\Psi f \leq 0$ $-0,01K + 1,01$ se $\Psi f > 0$
	0,7A	1.556	-	$-0,07K^2 + 0,25K + 1,09$ se $\Psi f \leq 0$ $0,03K^2 - 0,07K + 0,93$ se $\Psi f > 0$
	0,7B	1.556	-	$-0,05K^2 + 0,11K + 1,06$ se $\Psi f \leq 0$ $0,03K^2 - 0,10K + 0,96$ se $\Psi f > 0$
	0,5	2.271	1.000	$-0,07K^2 + 0,19K + 1,11$ se $\Psi f \leq 0$ $-0,05K^3 + 0,21K^2 - 0,23K + 0,92$ se $\Psi f > 0$
4	1	0.977	1.000	$0,01K + 1,15$ se $\Psi f \leq 0$ $-0,03K + 1,04$ se $\Psi f > 0$
	0,7A	1.531	-	$-0,18K^2 + 0,53K + 1,20$ se $\Psi f \leq 0$ $0,04K^2 - 0,11K + 0,95$ se $\Psi f > 0$
	0,7B	1.531	-	$-0,07K^2 + 0,16K + 1,08$ se $\Psi f \leq 0$ $0,04K^2 - 0,12K + 0,97$ se $\Psi f > 0$
	0,5	2.235	1.000	$-0,12K^2 + 0,34K + 1,15$ se $\Psi f \leq 0$ $0,03K^2 - 0,07K + 0,89$ se $\Psi f > 0$
5	1	0.939	1.000	$0,08K^3 - 0,43K^2 + 0,58K + 1,18$ se $\Psi f \leq 0$ $0,06K^2 - 0,22K + 1,13$ se $\Psi f > 0$
	0,7A	1.473	-	$0,27K^3 - 1,31K^2 + 1,78K + 1,36$ se $\Psi f \leq 0$ $-0,10K^3 + 0,46K^2 - 0,62K + 1,08$ se $\Psi f > 0$

	0,7B	1.473	-	$0,09K^3 - 0,44K^2 + 0,54K + 1,06$ se $\Psi f \leq 0$ $-0,05K^3 + 0,26K^2 - 0,38K + 1,01$ se $\Psi f > 0$
	0,5	2.150	1.000	$0,16K^3 - 0,80K^2 + 1,09K + 1,15$ se $\Psi f \leq 0$ $-0,07K^3 + 0,29K^2 - 0,37K + 0,93$ se $\Psi f > 0$
6	1	0.855	1.000 se $\Psi f \leq 0$ 0.850 se $\Psi f > 0$	$0,15K^3 - 0,72K^2 + 0,91K + 1,33$ se $\Psi f \leq 0$ $0,09K^2 - 0,64K + 1,28$ se $\Psi f > 0$
	0,7A	1.340	-	$0,46K^3 - 2,10K^2 + 2,59K + 1,67$ se $\Psi f \leq 0$ $-0,10K^3 + 0,78K^2 - 1,93K + 1,37$ se $\Psi f > 0$
	0,7B	1.340	-	$0,12K^3 - 0,59K^2 + 0,72K + 1,08$ se $\Psi f \leq 0$ $0,04K^3 - 0,05K^2 - 0,49K + 1,01$ se $\Psi f > 0$
	0,5	1.957	1.000 se $\Psi f \leq 0$ 0.650 se $\Psi f > 0$	$0,28K^3 - 1,32K^2 + 1,66K + 1,21$ se $\Psi f \leq 0$ $-0,08K^3 + 0,63K^2 - 1,49K + 1,03$ se $\Psi f > 0$
7	1	0.676	1.000 se $\Psi f \leq 0$ 1.32-1.2 Ψf se $\Psi f > 0$	$0,22K^3 - 1,05K^2 + 1,27K + 1,49$ se $\Psi f \leq 0$ $-0,15K^3 + 1,21K^2 - 2,90K + 1,66$ se $\Psi f > 0$
	0,7A	1.059	-	$0,56K^3 - 2,50K^2 + 2,93K + 1,66$ se $\Psi f \leq 0$ $-0,89K^3 + 4,13K^2 - 5,58K + 1,19$ se $\Psi f > 0$
	0,7B	1.059	-	$0,17K^3 - 0,79K^2 + 0,95K + 1,08$ se $\Psi f \leq 0$ $-0,15K^3 + 1,04K^2 - 2,24K + 1,17$ se $\Psi f > 0$
	0,5	1.546	0.950 se $\Psi f \leq 0$ 0,77- Ψf se $\Psi f > 0$	$0,41K^3 - 1,83K^2 + 2,18K + 1,26$ se $\Psi f \leq 0$ $-0,68K^3 + 3,20K^2 - 4,42K + 1,04$ se $\Psi f > 0$

8	1	0.366	1.000 se $\Psi f \leq 0$ 0,55- Ψf se $\Psi f > 0$	$0,31K^3 - 1,45K^2 + 1,70K + 1,53$ se $\Psi f \leq 0$ $-1,05K^3 + 4,96K^2 - 6,99K + 1,60$ se $\Psi f > 0$
	0,7A	0,575	-	$0,86K^3 - 3,86K^2 + 4,84K + 0,34$ se $\Psi f \leq 0$ $-0,49K^3 + 2,21K^2 - 2,73K - 0,45$ se $\Psi f > 0$
	0,7B	0,575	-	$0,23K^3 - 1,05K^2 + 1,25K + 1,04$ se $\Psi f \leq 0$ $-0,61K^3 + 2,99K^2 - 4,46K + 1,15$ se $\Psi f > 0$
	0,5	0.837	0.850 se $\Psi f \leq 0$ 0.35- Ψf se $\Psi f > 0$	$0,52K^3 - 2,30K^2 + 2,68K + 1,13$ se $\Psi f \leq 0$ $-0,89K^3 + 3,99K^2 - 5,02K + 0,37$ se $\Psi f > 0$
9	1	0	- Ψf se $\Psi f \leq 0$ - Ψf se $\Psi f > 0$	$0,66K^3 - 3,00K^2 + 3,77K + 0,60$ se $\Psi f \leq 0$ $0,66K^3 - 3,00K^2 + 3,77K + 0,60$ se $\Psi f > 0$
	0,7	0	-	$0,90K^3 - 4,17K^2 + 5,60K - 0,75$ se $\Psi f \leq 0$ $-0,31K^3 + 1,40K^2 - 1,67K - 0,92$ se $\Psi f > 0$
	0,5	0	0.125-0,7 Ψf se $\Psi f \leq 0$ -0.125-0,7 Ψf se $\Psi f > 0$	$0,69K^3 - 3,07K^2 + 3,67K + 0,59$ se $\Psi f \leq 0$ $0,69K^3 - 3,07K^2 + 3,67K + 0,59$ se $\Psi f > 0$
10	1	0,525	0,525	$0,03K^2 - 0,12K + 0,57$ se $\Psi f \leq 0$ $-0,07K^2 + 0,21K + 0,59$ se $\Psi f > 0$
	0,7	-	-	$0,04K^2 - 0,16K + 0,59$ se $\Psi f \leq 0$ $0,06K^3 - 0,32K^2 + 0,43K + 0,64$ se $\Psi f > 0$
	0,5	0.980	0.478	$0,04K^2 - 0,15K + 0,57$ se $\Psi f \leq 0$ $0,07K^3 - 0,33K^2 + 0,39K + 0,64$ se $\Psi f > 0$

11	1	1.730	0.411	$0,02K^2 - 0,10K + 0,47$ se $\Psi f \leq 0$ $-0,08K^2 + 0,22K + 0,51$ se $\Psi f > 0$
	0,7	-	-	$-0,03K^3 + 0,15K^2 - 0,25K + 0,49$ se $\Psi f \leq 0$ $0,07K^3 - 0,35K^2 + 0,47K + 0,53$ se $\Psi f > 0$
	0,5	3.050	0.338	$-0,03K^3 + 0,16K^2 - 0,25K + 0,44$ se $\Psi f \leq 0$ $0,08K^3 - 0,36K^2 + 0,43K + 0,50$ se $\Psi f > 0$
12	1	1.120	0,562	$0,03K^2 - 0,14K + 0,60$ se $\Psi f \leq 0$ $-0,08K^2 + 0,24K + 0,61$ se $\Psi f > 0$
	0,7	-	-	$0,05K^2 - 0,19K + 0,63$ se $\Psi f \leq 0$ $-0,10K^2 + 0,25K + 0,71$ se $\Psi f > 0$
	0,5	1.890	0,539	$0,05K^2 - 0,20K + 0,65$ se $\Psi f \leq 0$ $-0,07K^2 + 0,14K + 0,76$ se $\Psi f > 0$
13	2	-	-	$0,54K - 2,14$ se $\Psi f \leq 0$ $-0,96K - 2,00$ se $\Psi f > 0$
14	2	-	-	$-0,27K^3 + 1,11K^2 - 0,41K - 3,32$ se $\Psi f \leq 0$ $0,13K^3 - 0,80K^2 + 0,16K - 3,18$ se $\Psi f > 0$
15	1	-	-	$-0,45K^3 + 2,25K^2 - 3,35K + 0,42$ se $\Psi f \leq 0$ $0,10K^3 - 0,58K^2 + 0,95K + 0,23$ se $\Psi f > 0$
	0,7A	-	-	$-0,36K^3 + 1,73K^2 - 2,43K + 0,12$ se $\Psi f \leq 0$ $0,12K^3 - 0,62K^2 + 0,98K + 0,08$ se $\Psi f > 0$

	0,7B	-	-	$-0,69K^3 + 3,10K^2 - 3,90K + 0,02$ se $\Psi f \leq 0$ $0,24K^3 - 1,13K^2 + 1,56K + 0,20$ se $\Psi f > 0$
	0,5	-	-	$-0,46K^3 + 2,11K^2 - 2,69K + 0,02$ se $\Psi f \leq 0$ $0,17K^3 - 0,84K^2 + 1,16K + 0,12$ se $\Psi f > 0$
16	1	-	-	$-0,08K^2 + 0,38K - 0,46$ se $\Psi f \leq 0$ $0,11K^2 - 0,33K - 0,48$ se $\Psi f > 0$
	0,7A	-	-	$0,02K^3 - 0,18K^2 + 0,54K - 0,46$ se $\Psi f \leq 0$ $-0,07K^3 + 0,36K^2 - 0,54K - 0,45$ se $\Psi f > 0$
	0,7B	-	-	$0,05K^3 - 0,37K^2 + 0,85K - 0,54$ se $\Psi f \leq 0$ $-0,11K^3 + 0,53K^2 - 0,73K - 0,55$ se $\Psi f > 0$
	0,5	-	-	$0,06K^3 - 0,40K^2 + 0,82K - 0,47$ se $\Psi f \leq 0$ $-0,09K^3 + 0,45K^2 - 0,58K - 0,48$ se $\Psi f > 0$
17	1	-	-	$-0,33K^3 + 1,36K^2 - 1,21K - 3,53$ se $\Psi f \leq 0$ $0,18K^3 - 0,83K^2 + 1,12K - 3,03$ se $\Psi f > 0$
	0,7	-	-	$-0,40K^3 + 1,83K^2 - 2,26K - 2,60$ se $\Psi f \leq 0$ $0,25K^3 - 1,17K^2 + 1,70K - 2,14$ se $\Psi f > 0$
	0,5	-	-	$-0,34K^3 + 1,46K^2 - 1,49K - 2,99$ se $\Psi f \leq 0$ $0,19K^3 - 0,91K^2 + 1,31K - 2,53$ se $\Psi f > 0$

18	1	-	-	$0,11K^3 - 0,63K^2 + 1,15K - 0,15$ se $\Psi f \leq 0$ $-0,09K^3 + 0,54K^2 - 0,94K - 0,14$ se $\Psi f > 0$
	0,7	-	-	$0,16K^3 - 0,83K^2 + 1,31K - 0,13$ se $\Psi f \leq 0$ $-0,14K^3 + 0,74K^2 - 1,12K - 0,12$ se $\Psi f > 0$
	0,5	-	-	$0,15K^3 - 0,77K^2 + 1,15K - 0,09$ se $\Psi f \leq 0$ $-0,14K^3 + 0,68K^2 - 0,98K - 0,11$ se $\Psi f > 0$

Com:

$$K = \sqrt{\frac{\pi^2 \times E \times I_w}{G \times I_t \times l^2}}$$

$$\Psi f = \frac{I_{fc} - I_{ft}}{I_{fc} + I_{ft}}$$

$\Psi f \leq 0$ – secção monossimétrica com o banzo menor em compressão

$\Psi f > 0$ – secção monossimétrica com o banzo maior em compressão

5.3.6 Representação gráfica da comparação do coeficiente C3

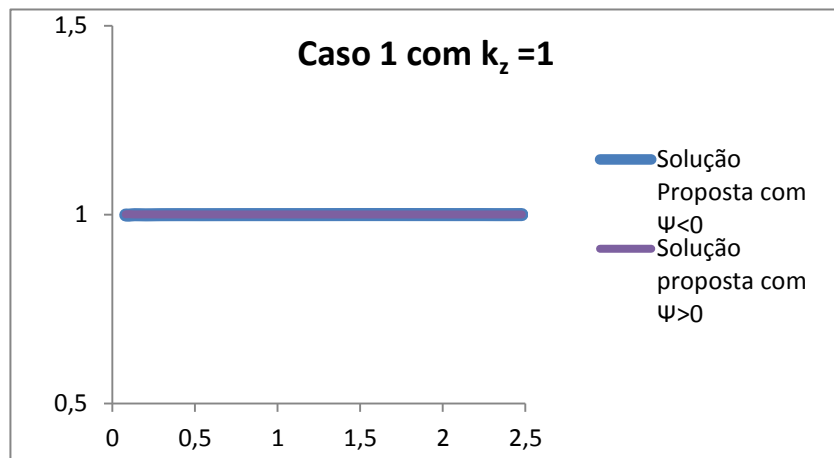


Figura 119 - Representação gráfica para o Caso 1 $K_z=1$.

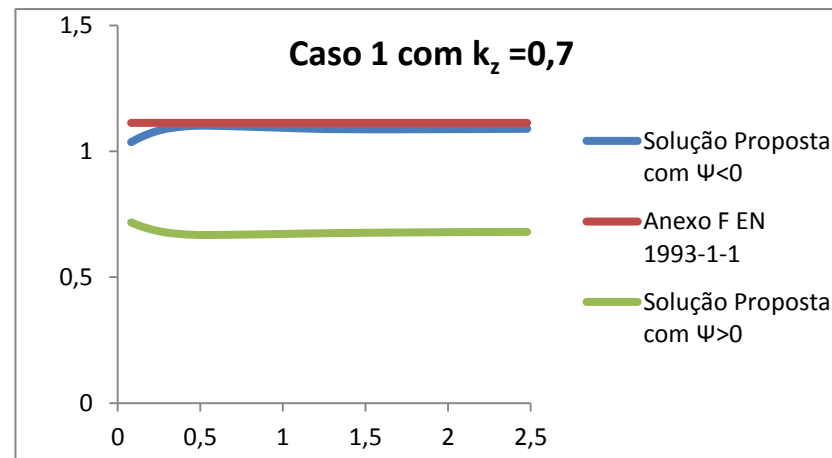


Figura 120 - Representação gráfica para o Caso 1 $K_z=0,7$.

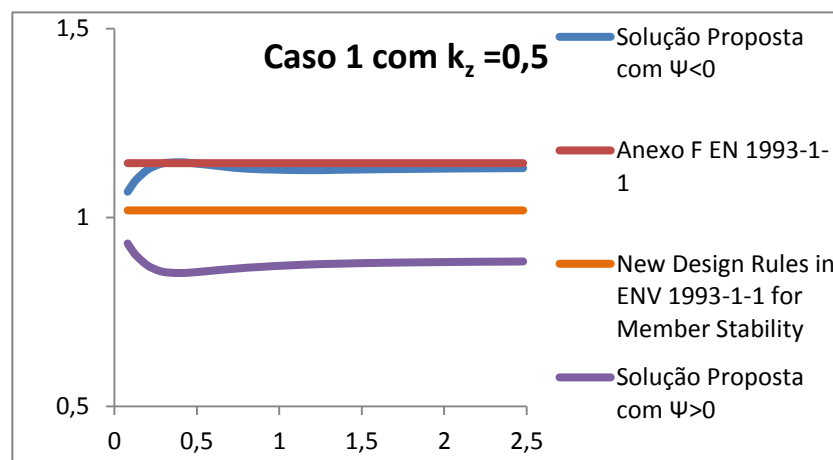


Figura 121 - Representação gráfica para o Caso 1 $K_z=0,5$.

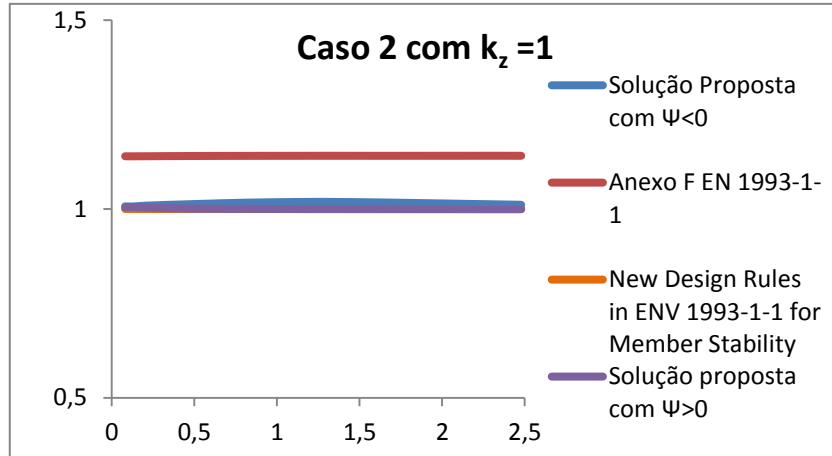


Figura 122 - Representação gráfica para o Caso 2 $K_z=1$.

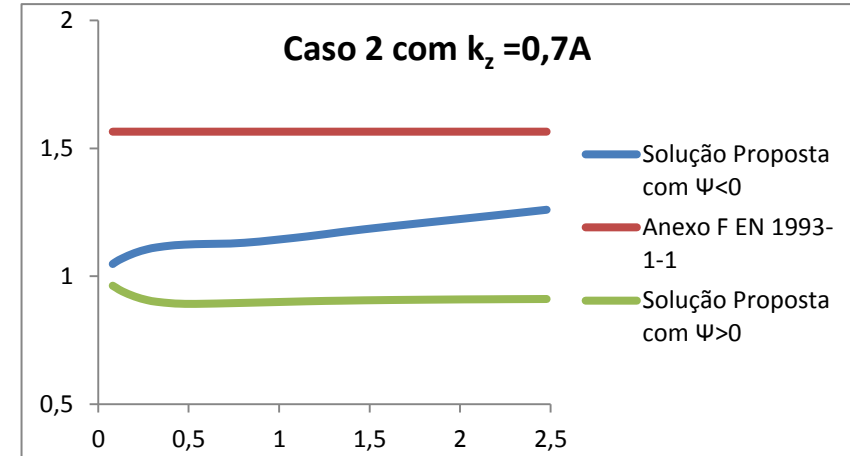


Figura 123 - Representação gráfica para o Caso 2 $K_z=0,7A$.

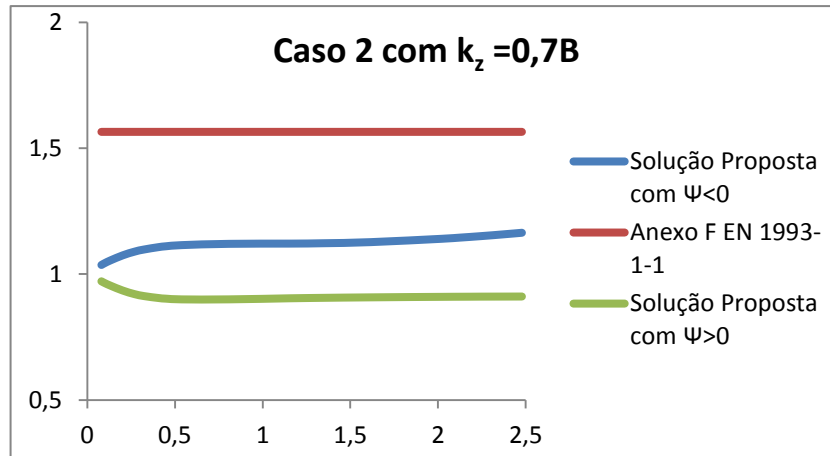


Figura 124 - Representação gráfica para o Caso 2 $K_z=0,7B$.

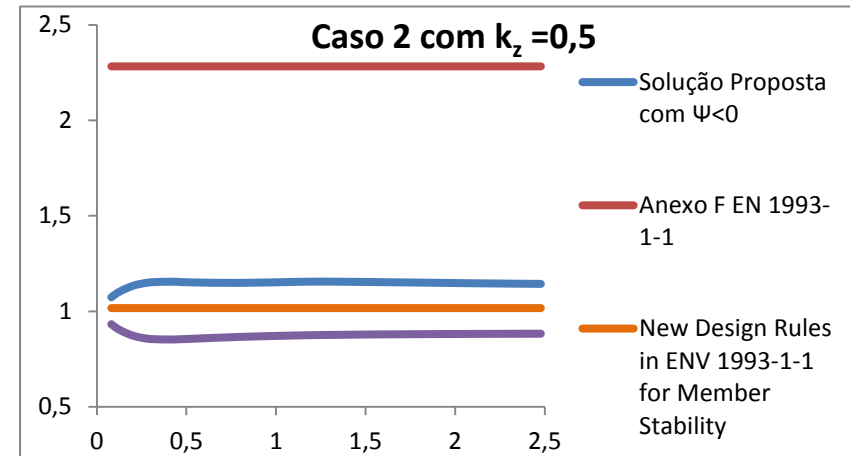


Figura 125 - Representação gráfica para o Caso 2 $K_z=0,5$.

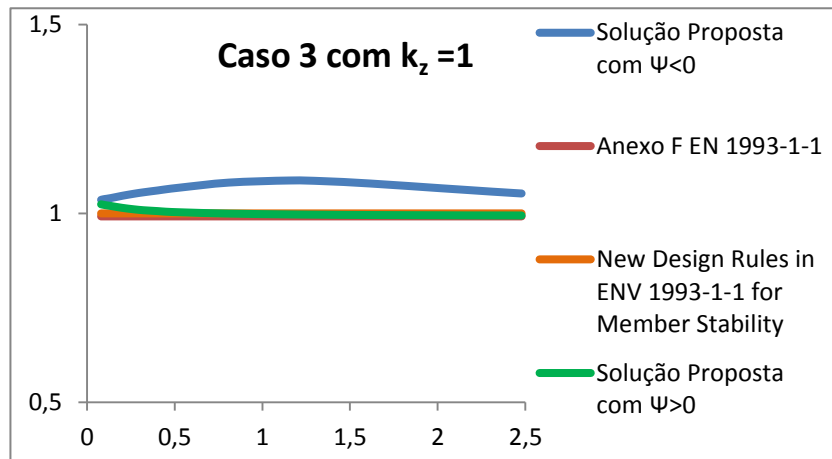


Figura 126 - Representação gráfica para o Caso 3 $K_z=1$.

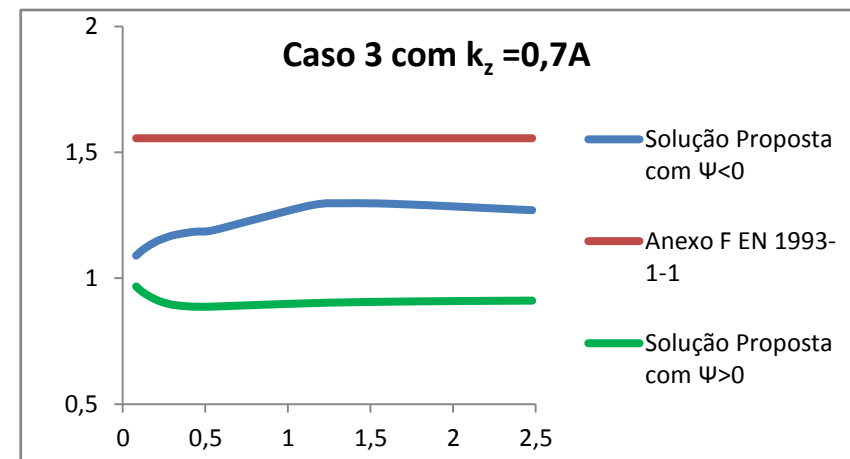


Figura 127 - Representação gráfica para o Caso 3 $K_z=0,7A$.

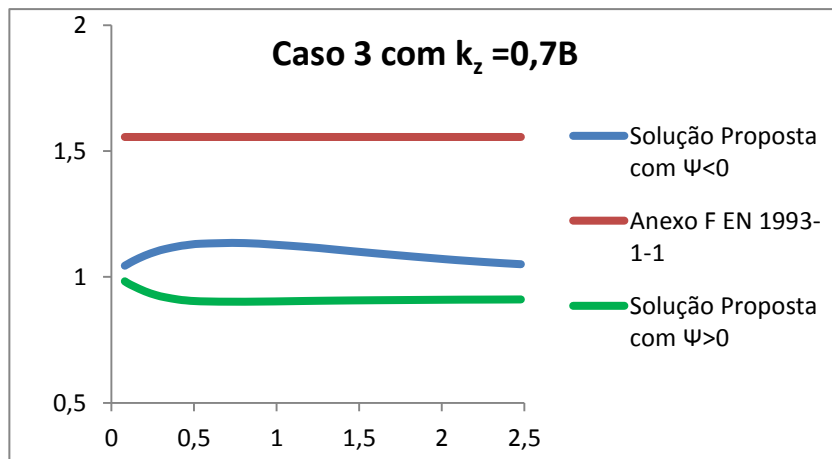


Figura 128 - Representação gráfica para o Caso 3 $K_z=0,7B$.

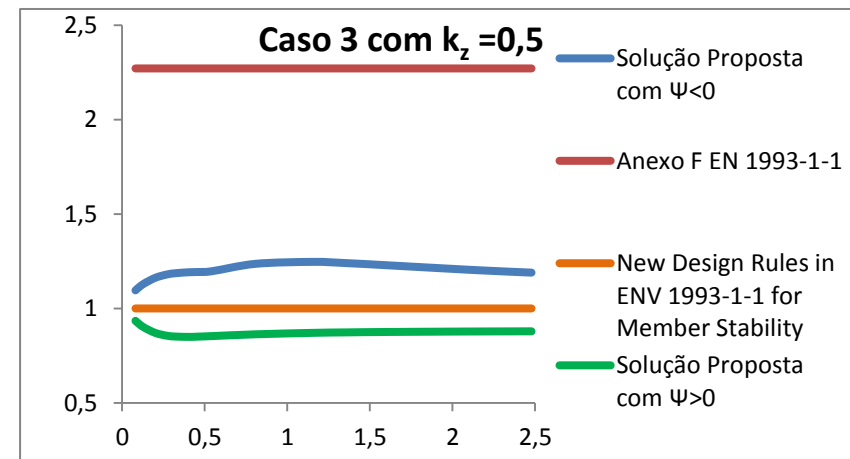


Figura 129 - Representação gráfica para o Caso 3 $K_z=0,5$.

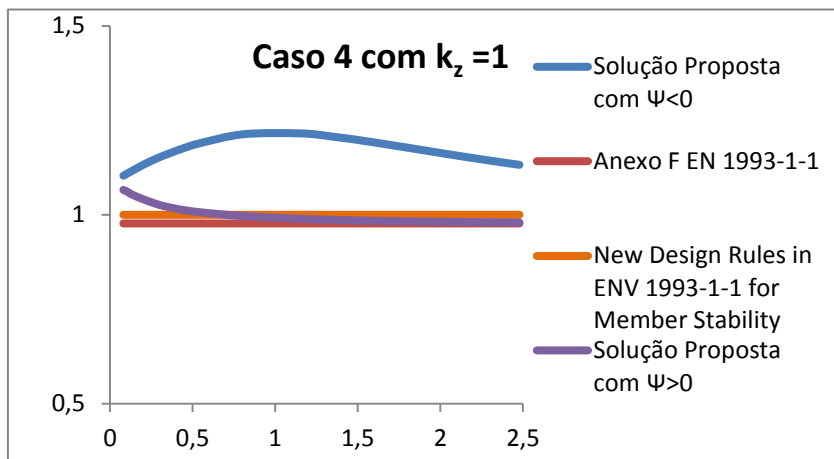


Figura 130 - Representação gráfica para o Caso 4 $K_z=1$.

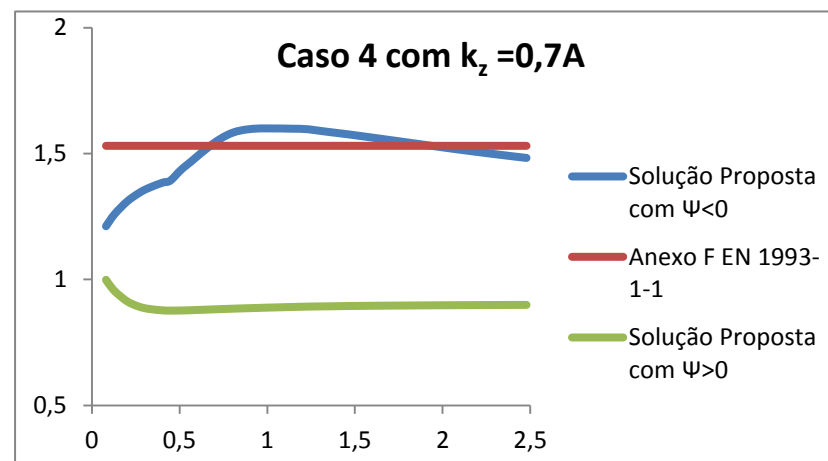


Figura 131 - Representação gráfica para o Caso 4 $K_z=0,7A$.

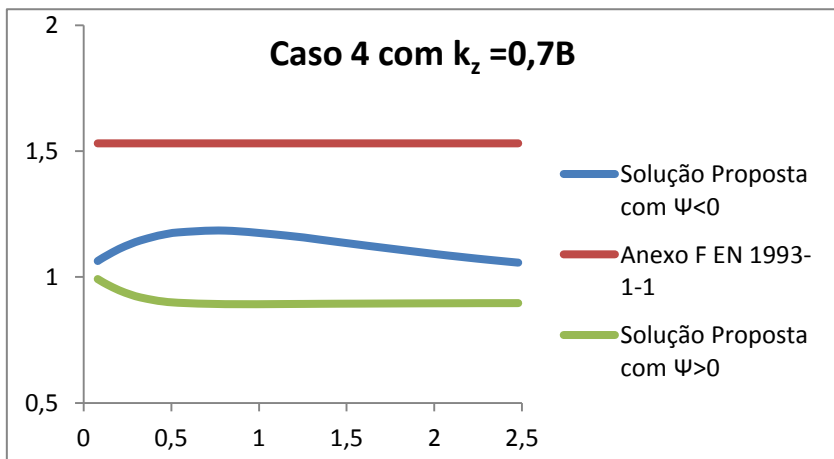


Figura 132 - Representação gráfica para o Caso 4 $K_z=0,7B$.

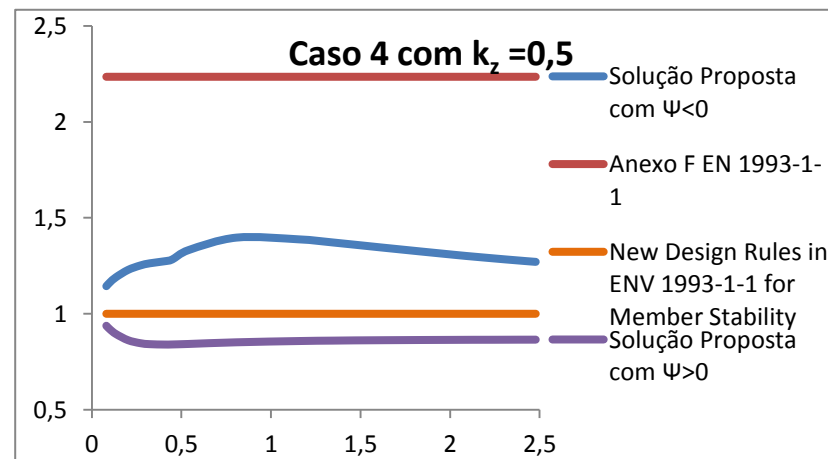


Figura 133 - Representação gráfica para o Caso 4 $K_z=0,5$.

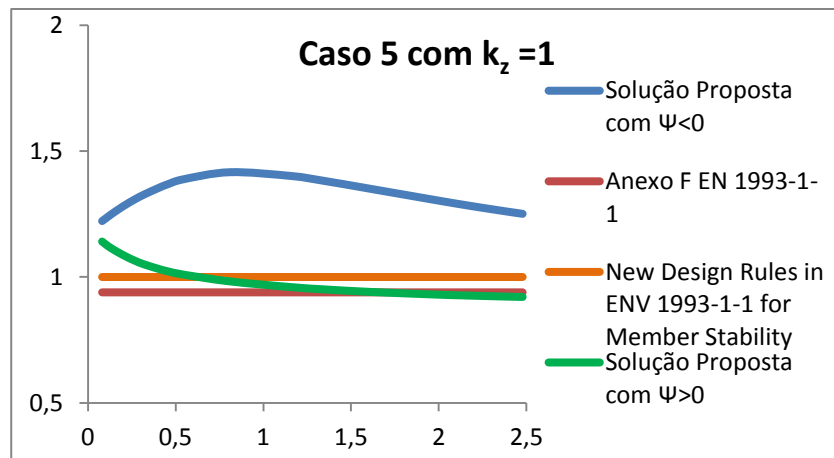


Figura 134 - Representação gráfica para o Caso 5 $K_z=1$.

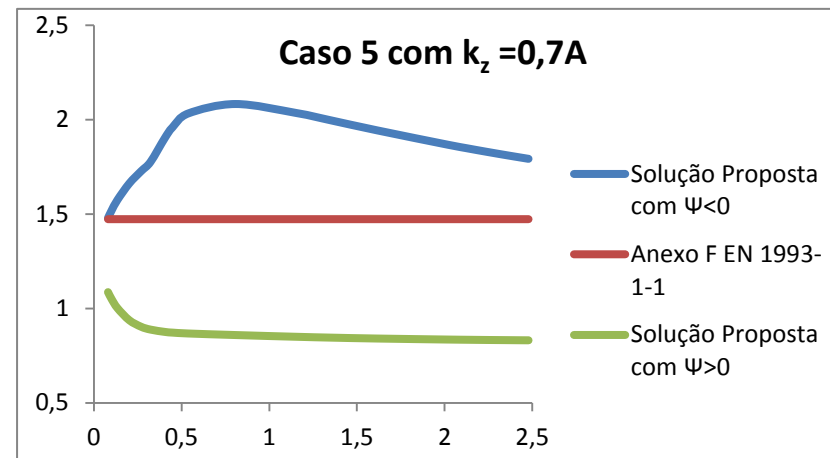


Figura 135 - Representação gráfica para o Caso 5 $K_z=0,7A$.

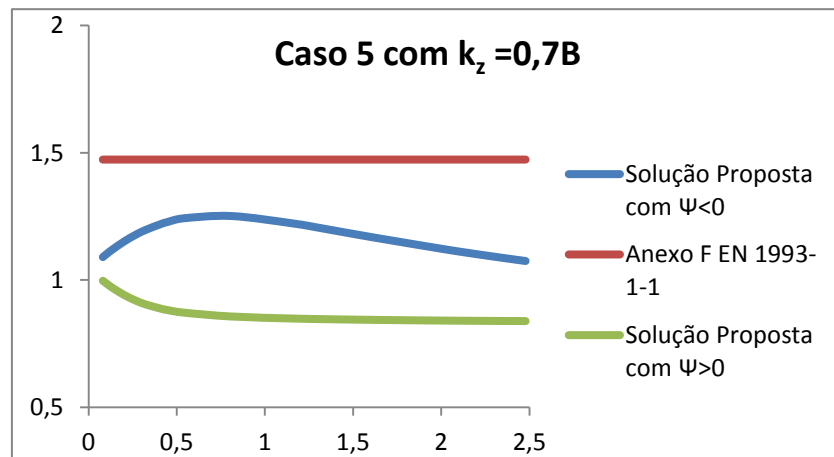


Figura 136 - Representação gráfica para o Caso 5 $K_z=0,7B$.

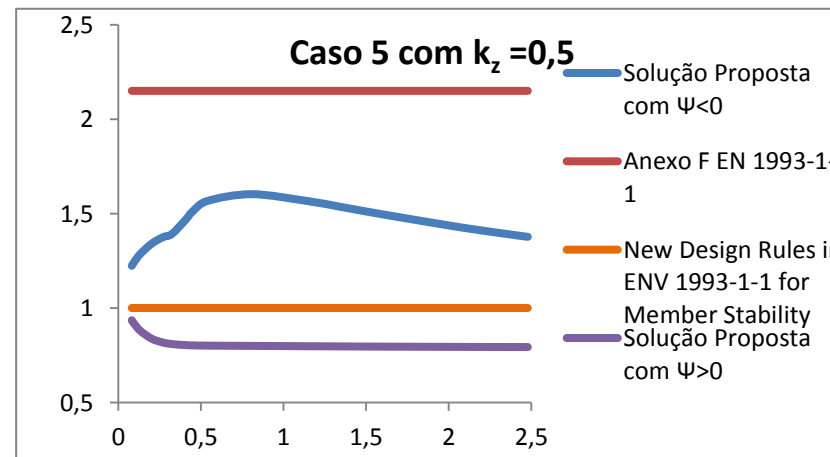


Figura 137 - Representação gráfica para o Caso 5 $K_z=0,5$.

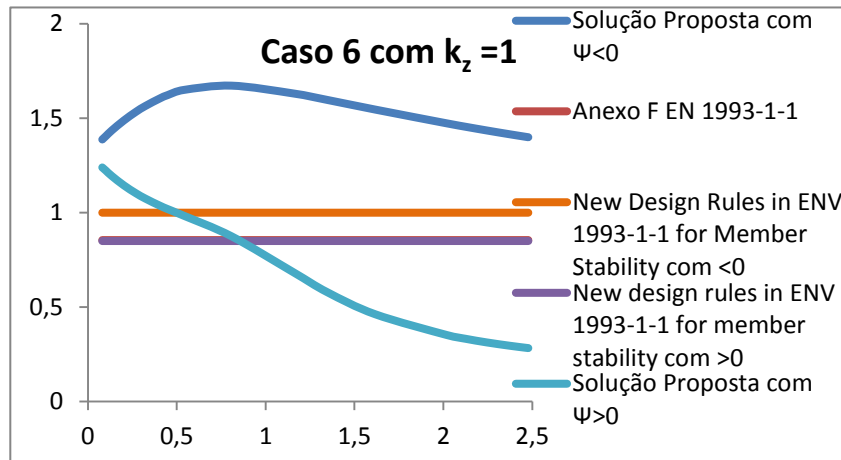


Figura 138 - Representação gráfica para o Caso 6 $K_z=1$.

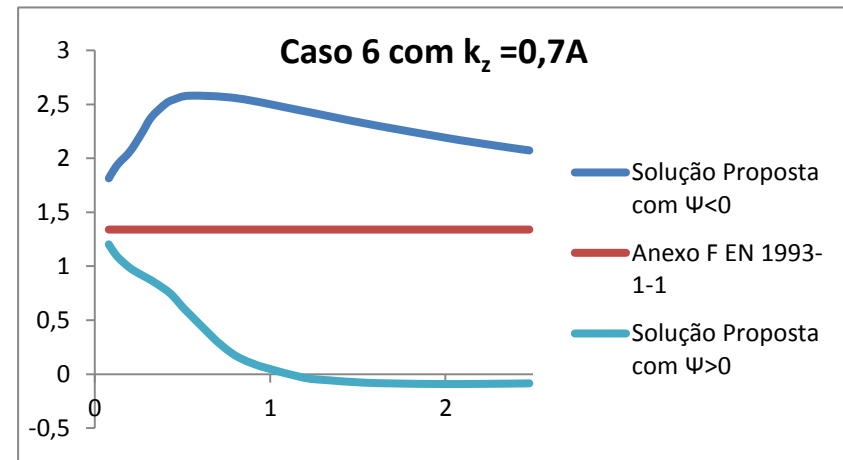


Figura 139 - Representação gráfica para o Caso 6 $K_z=0,7A$.

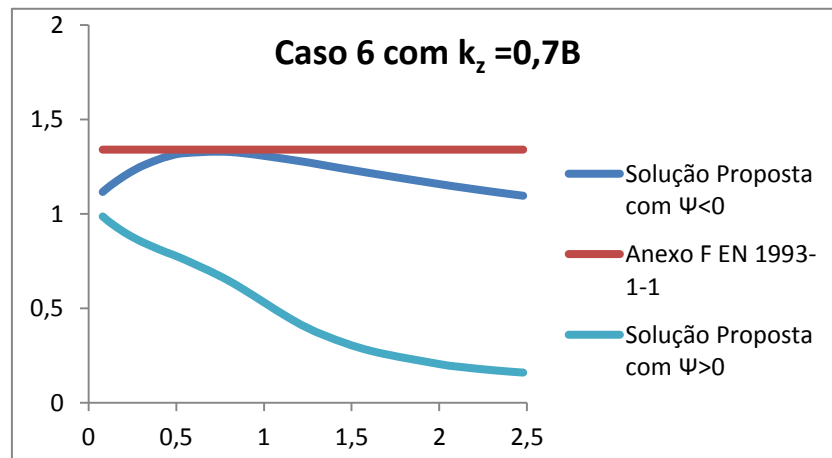


Figura 140 - Representação gráfica para o Caso 6 $K_z=0,7B$.

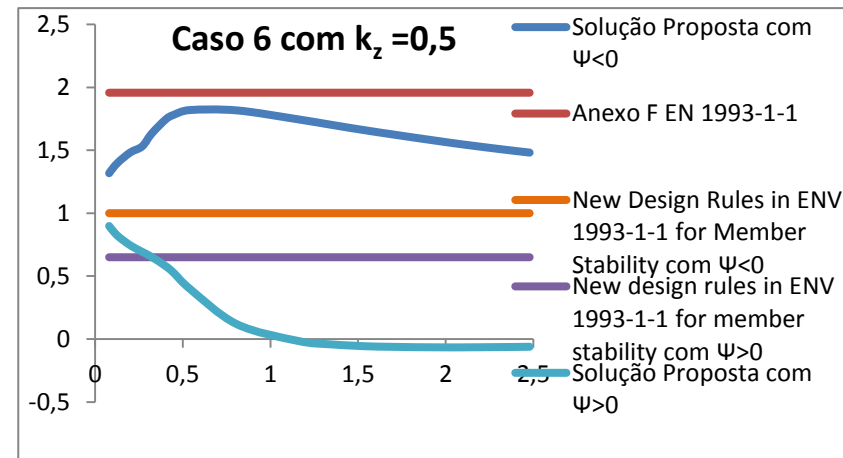


Figura 141 - Representação gráfica para o Caso 6 $K_z=0,5$.

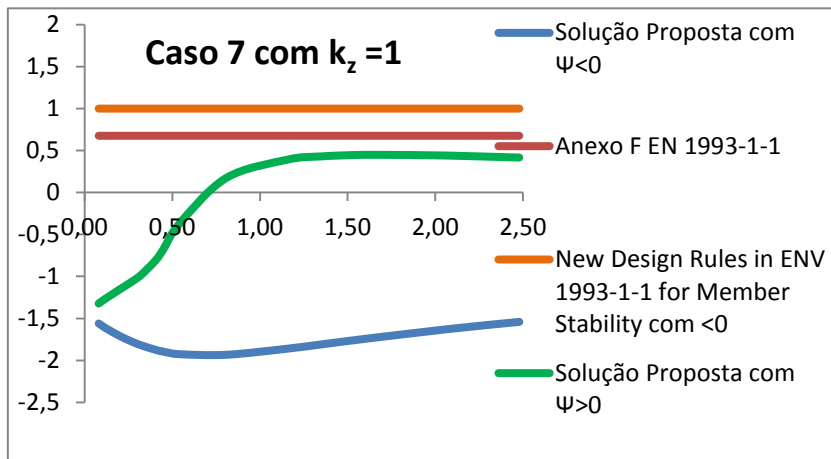


Figura 142 - Representação gráfica para o Caso 7 $K_z=1$.

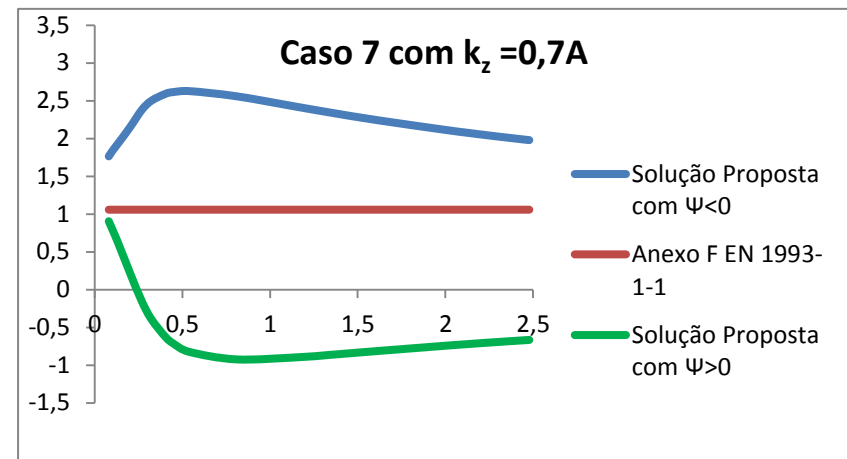


Figura 143 - Representação gráfica para o Caso 7 $K_z=0,7A$.

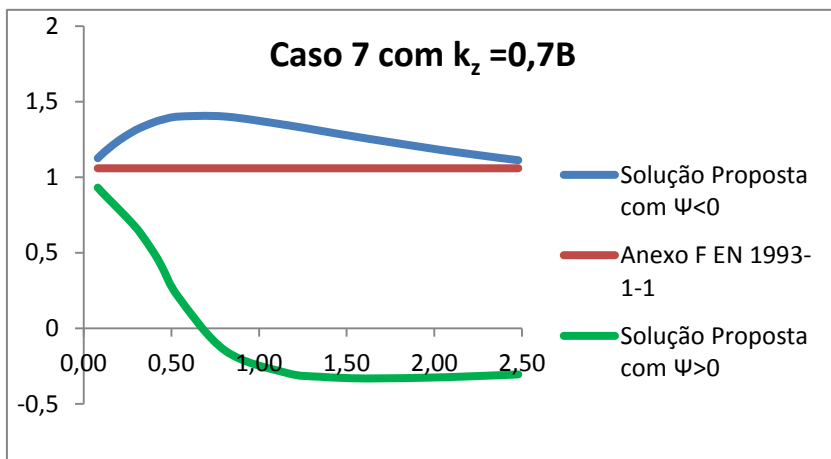


Figura 144 - Representação gráfica para o Caso 7 $K_z=0,7B$.

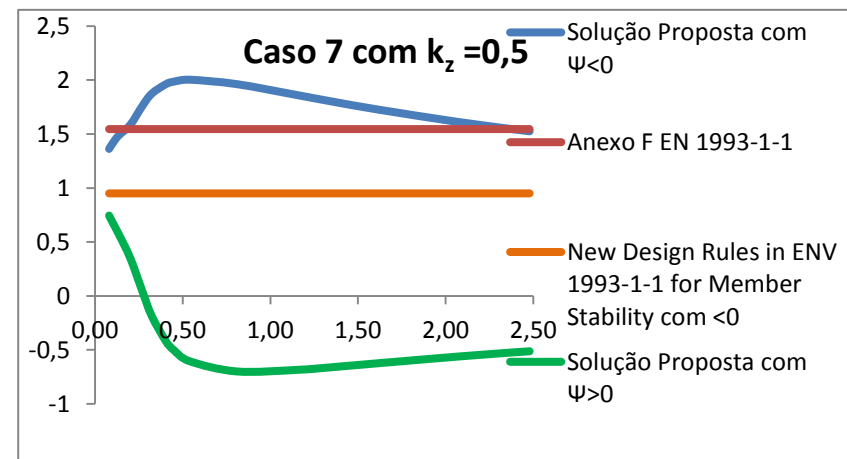


Figura 145 - Representação gráfica para o Caso 7 $K_z=0,7B$.

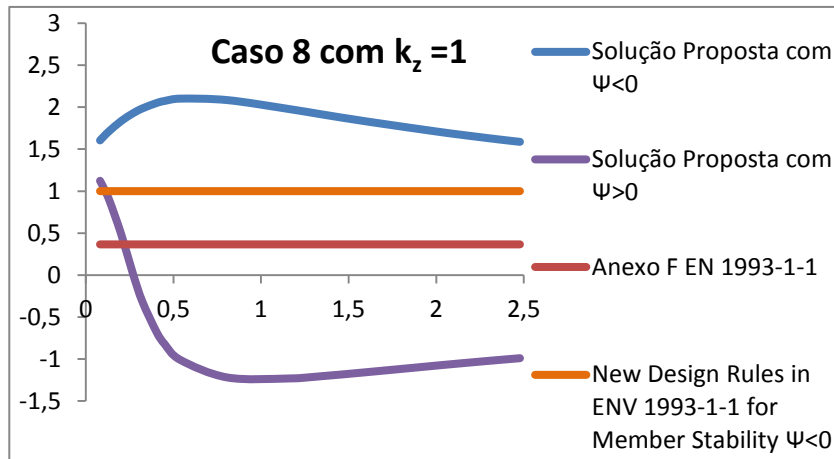


Figura 146 - Representação gráfica para o Caso 8 $K_z=1$.

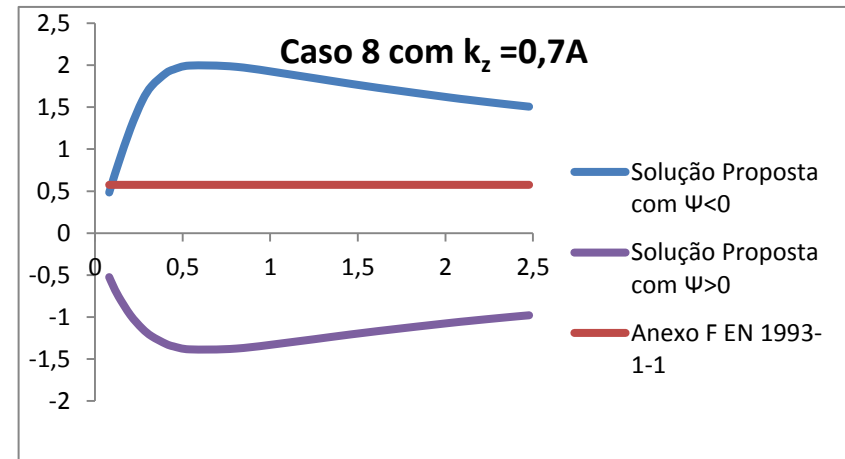


Figura 147 - Representação gráfica para o Caso 8 $K_z=0,7A$.

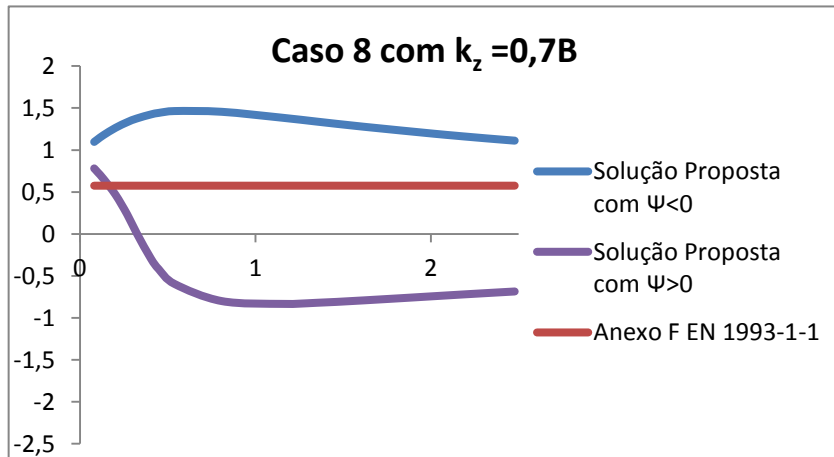


Figura 148 - Representação gráfica para o Caso 8 $K_z=0,7B$.

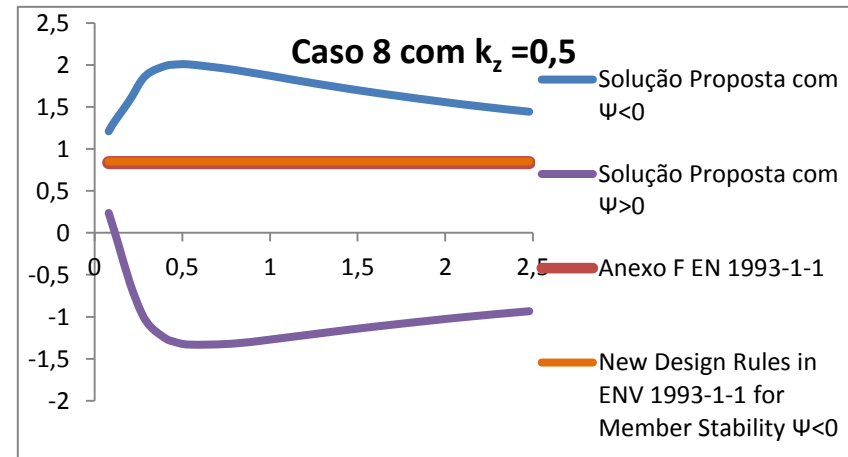


Figura 149 - Representação gráfica para o Caso 8 $K_z=0,5$.

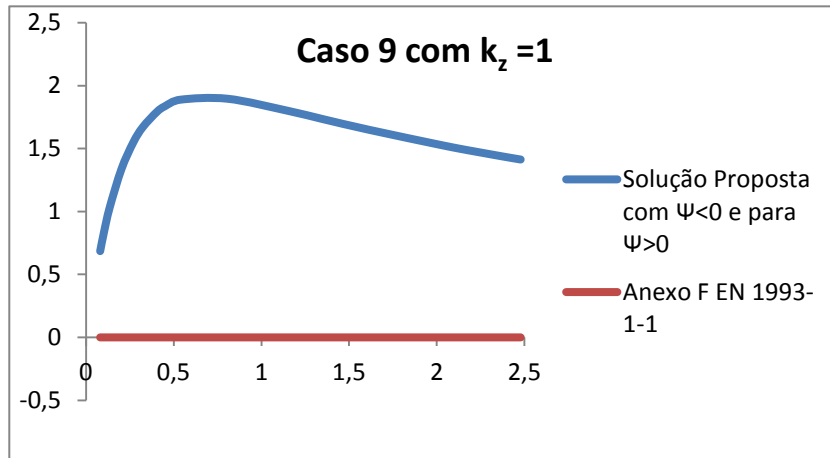


Figura 150 - Representação gráfica para o Caso 9 $K_z=1$.

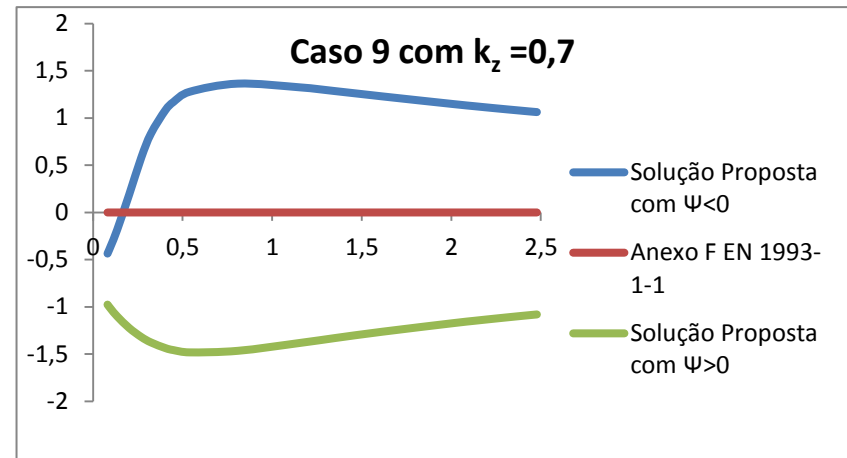


Figura 151 - Representação gráfica para o Caso 9 $K_z=0,7$.

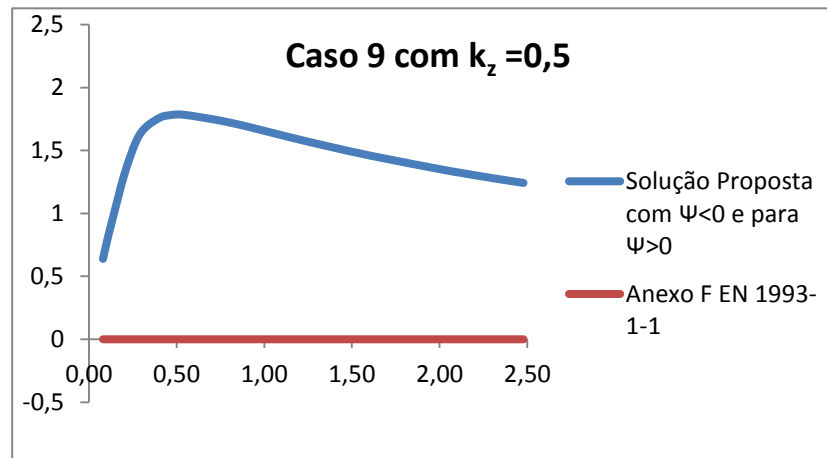


Figura 152 - Representação gráfica para o Caso 9 $K_z=0,5$.

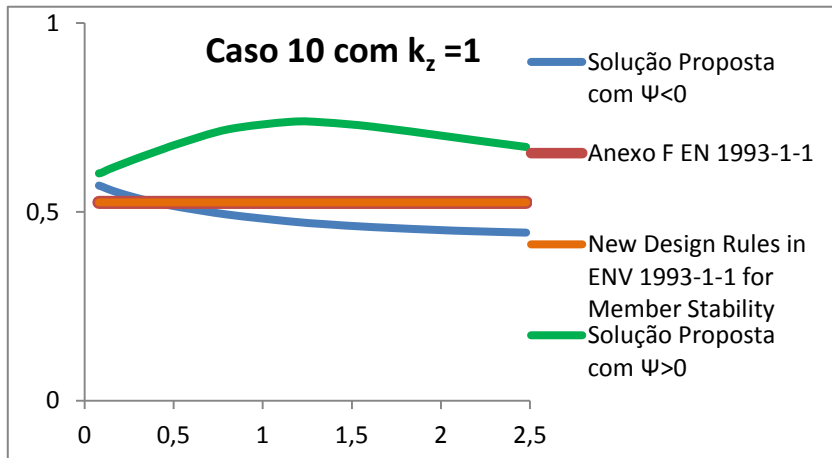


Figura 153 - Representação gráfica para o Caso 10 $K_z=1$.

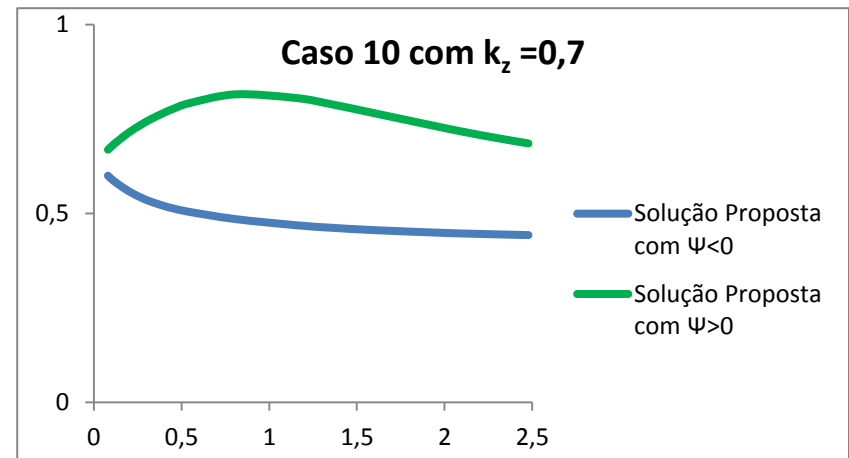


Figura 154 - Representação gráfica para o Caso 10 $K_z=0,7$.

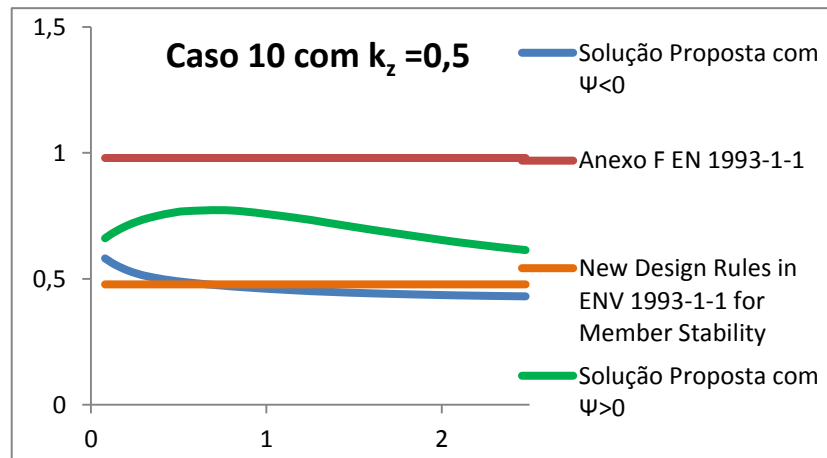


Figura 155 - Representação gráfica para o Caso 10 $K_z=0,5$.

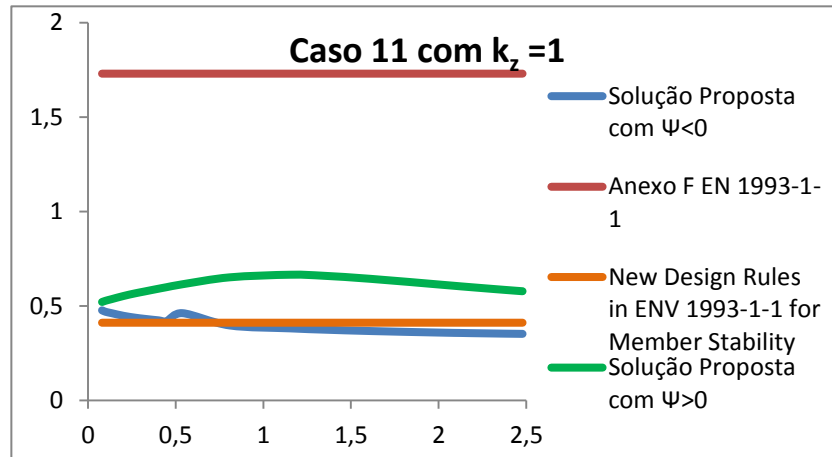


Figura 156 - Representação gráfica para o Caso 11 $K_z=1$.

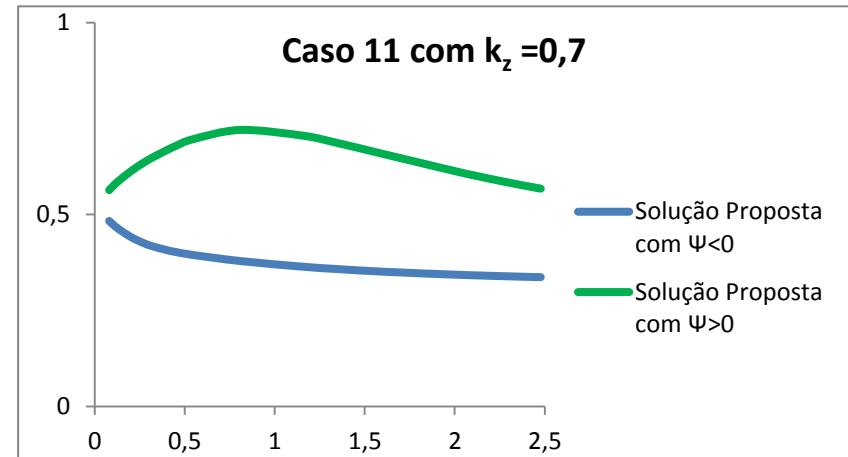


Figura 157 - Representação gráfica para o Caso 11 $K_z=0,7$.

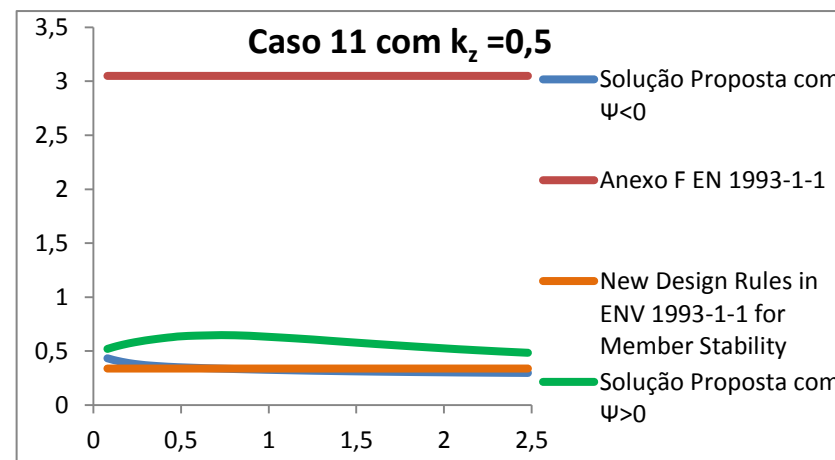


Figura 158 - Representação gráfica para o Caso 11 $K_z=0,5$.

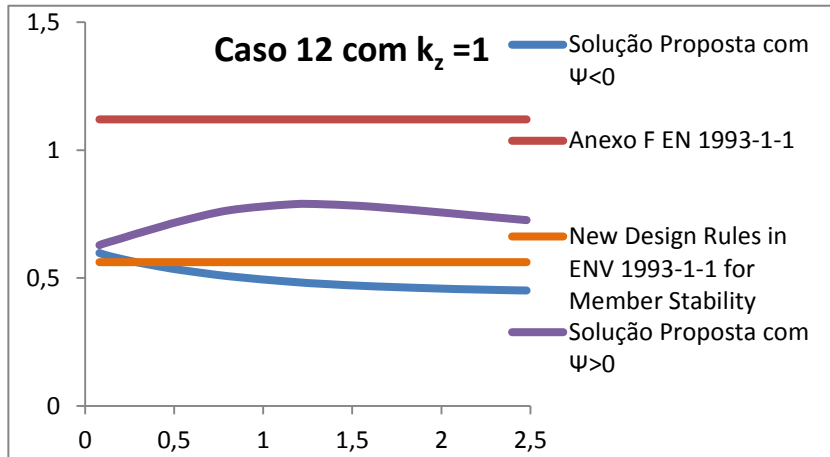


Figura 159 - Representação gráfica para o Caso 12 $K_z=1$.

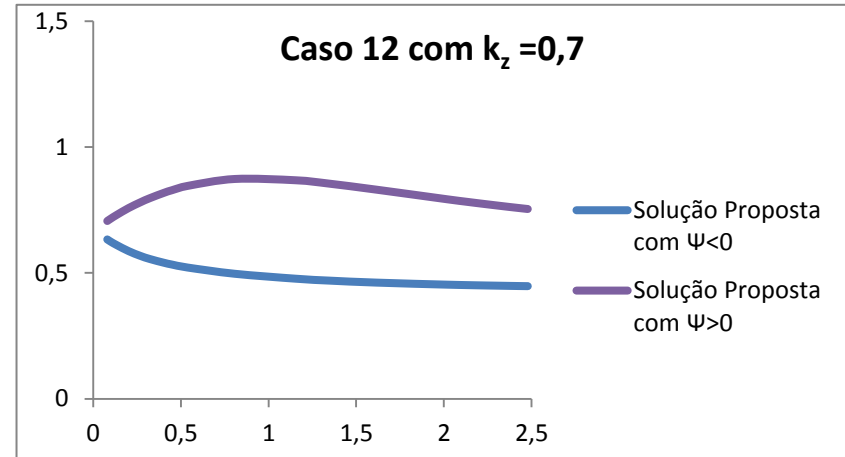


Figura 160 - Representação gráfica para o Caso 12 $K_z=0,7$.

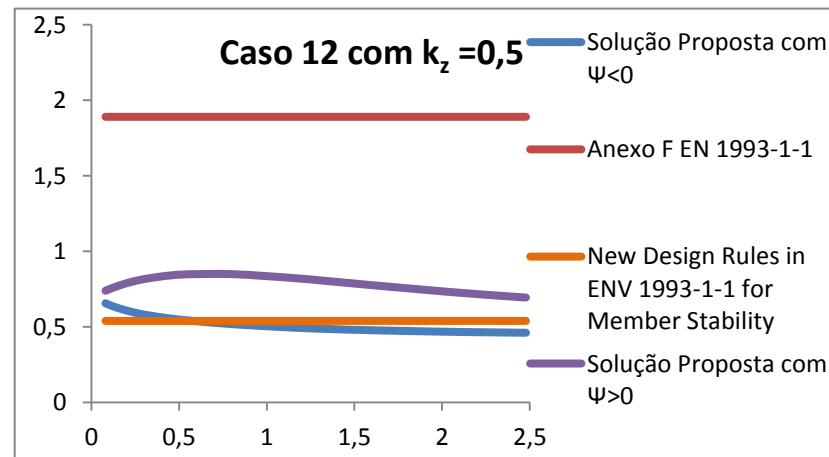


Figura 161 - Representação gráfica para o Caso 12 $K_z=0,5$.

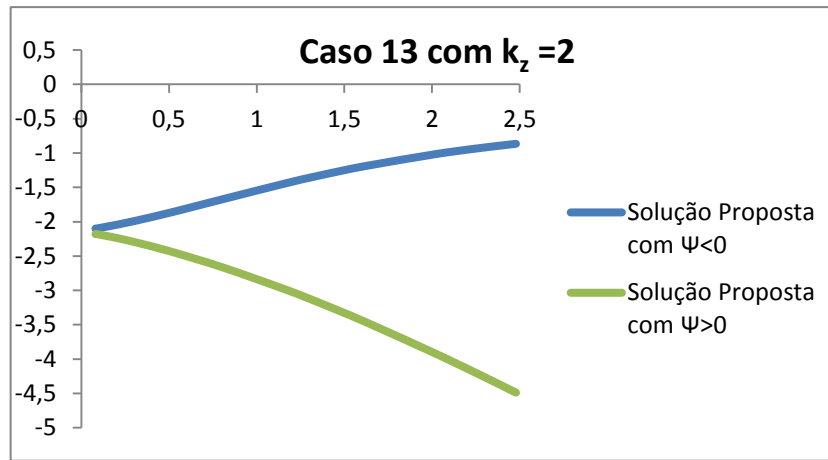


Figura 162 - Representação gráfica para o Caso 13 $K_z=2$.

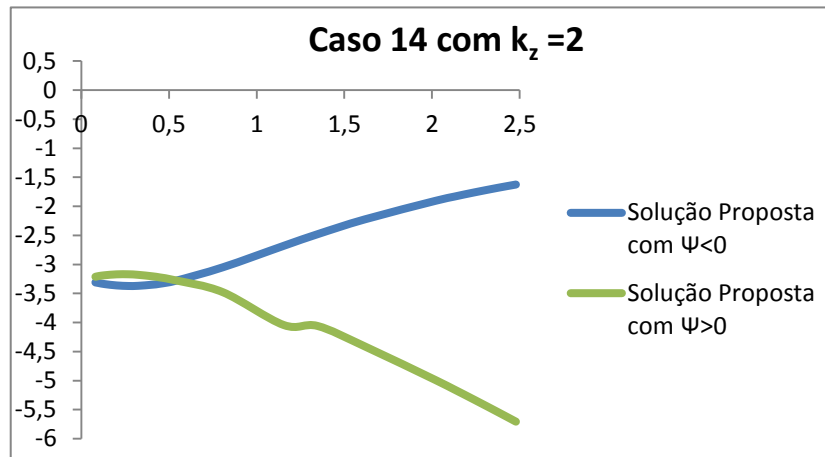


Figura 163 - Representação gráfica para o Caso 14 $K_z=2$.

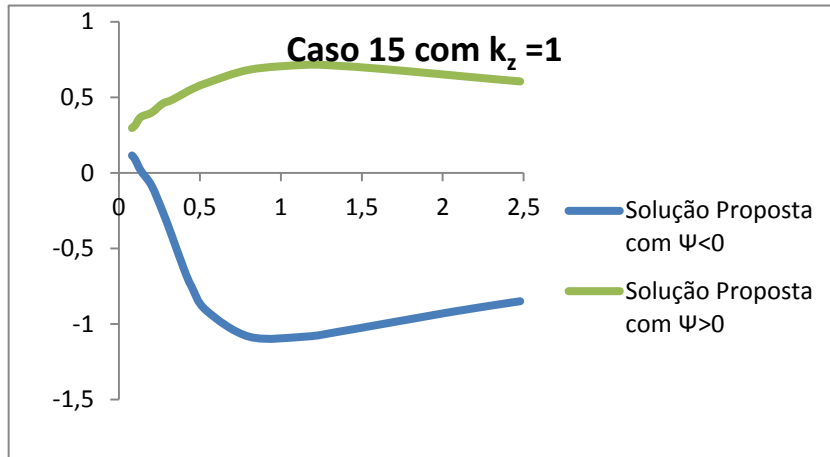


Figura 164 - Representação gráfica para o Caso 15 $K_z=1$.

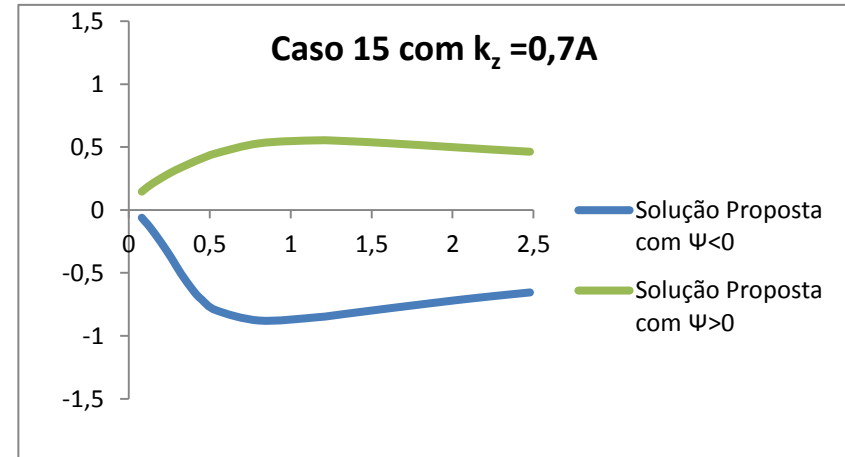


Figura 165 - Representação gráfica para o Caso 15 $K_z=0,7A$.

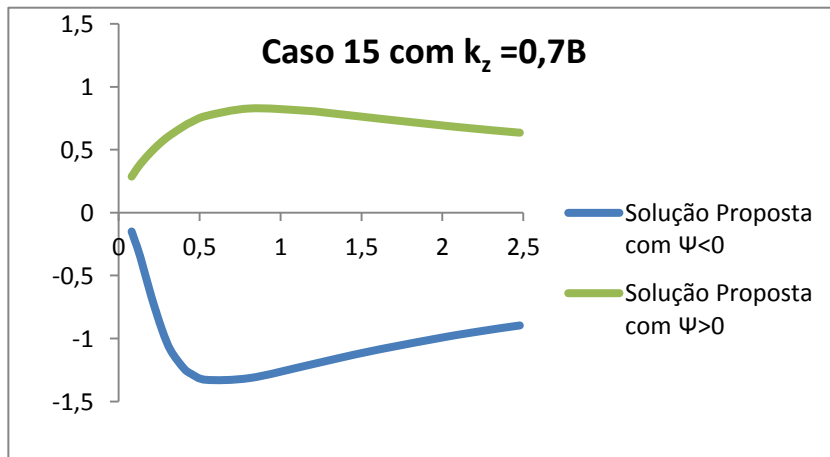


Figura 166 - Representação gráfica para o Caso 15 $K_z=0,7B$.

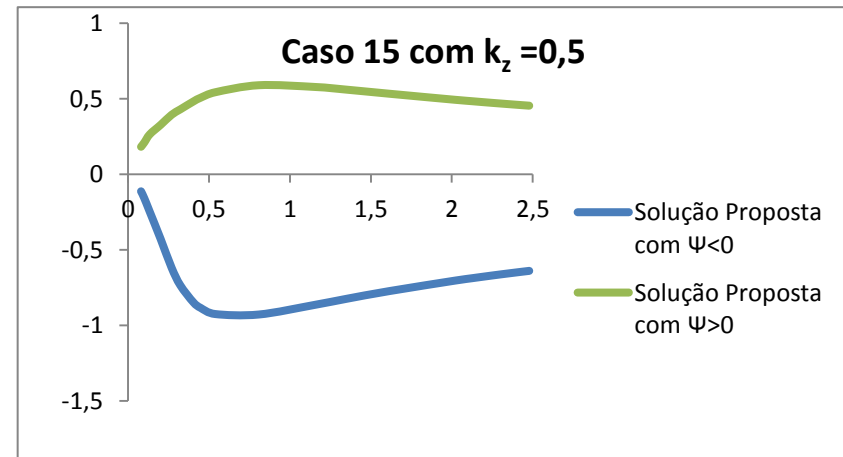


Figura 167 - Representação gráfica para o Caso 15 $K_z=0,5$.

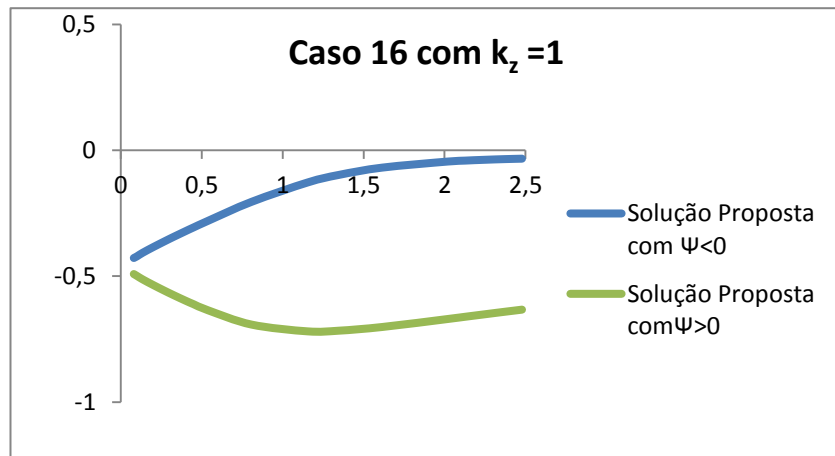


Figura 168 - Representação gráfica para o Caso 16 $K_z=1$.

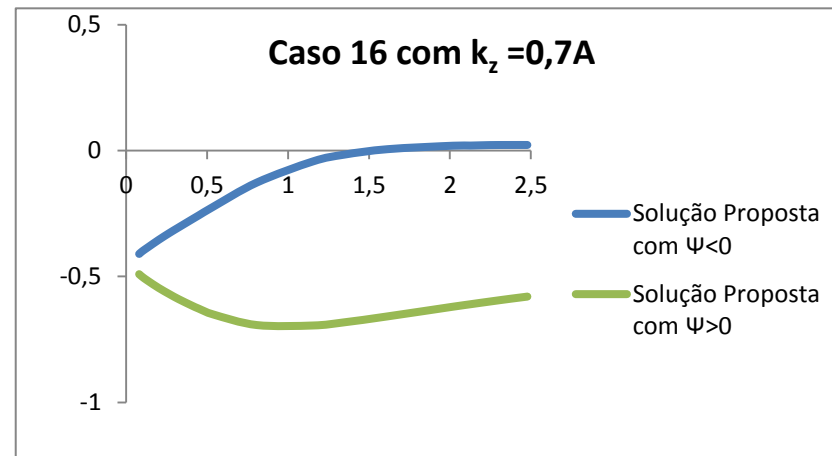


Figura 169 - Representação gráfica para o Caso 16 $K_z=0,7A$.

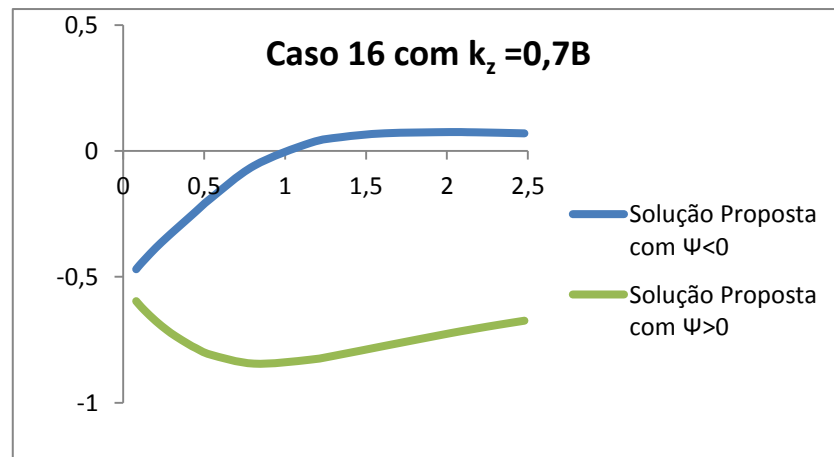


Figura 170 - Representação gráfica para o Caso 16 $K_z=0,7B$.

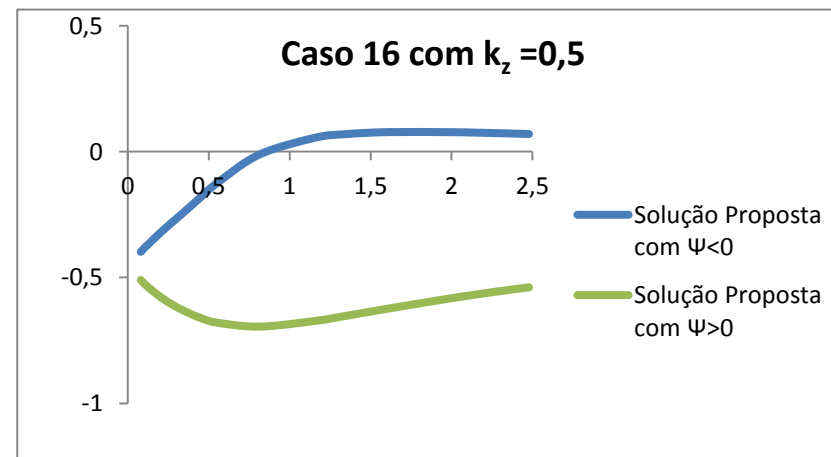


Figura 171 - Representação gráfica para o Caso 16 $K_z=0,5$.

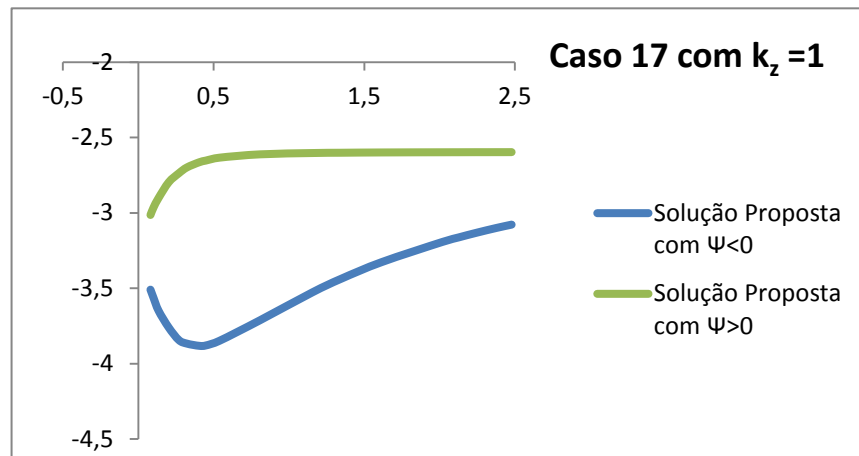


Figura 172 - Representação gráfica para o Caso 17 $K_z=1$.

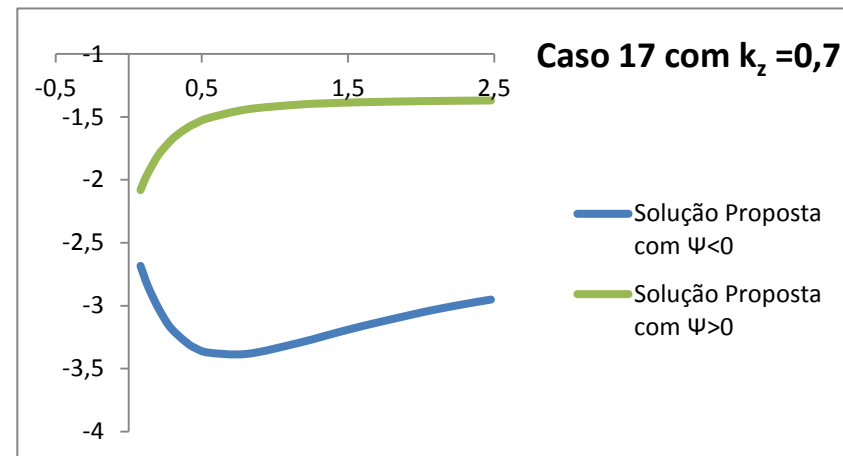


Figura 173 - Representação gráfica para o Caso 17 $K_z=0,7$.

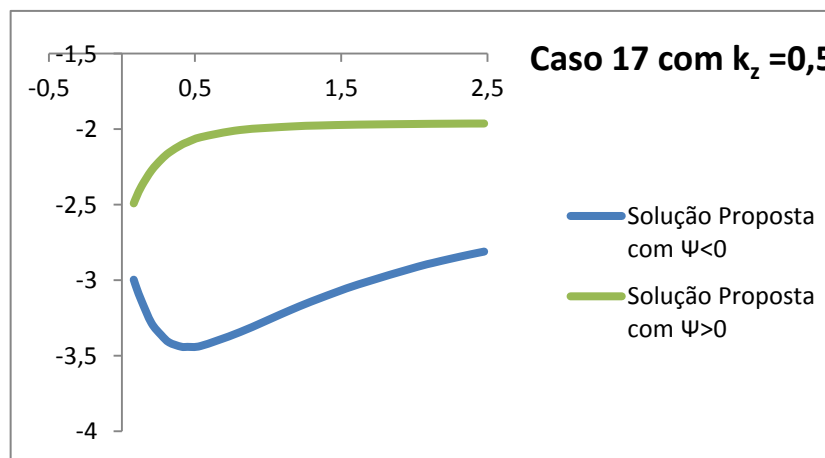


Figura 174 - Representação gráfica para o Caso 17 $K_z=0,5$.

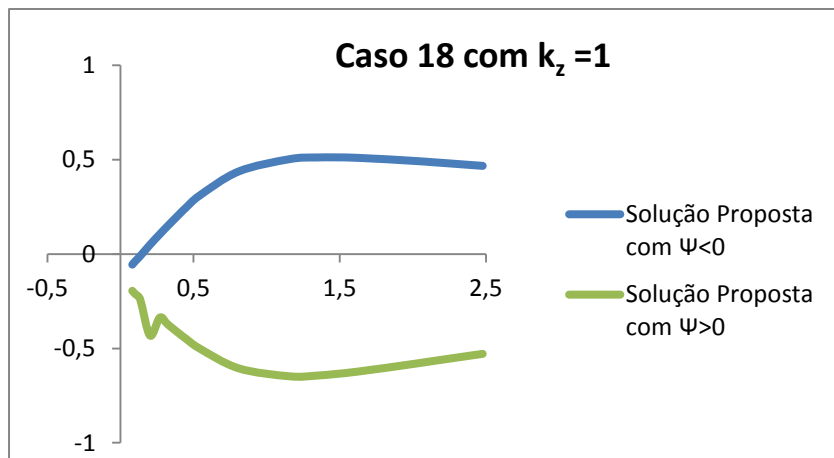


Figura 175 - Representação gráfica para o Caso 18 $K_z=1$.

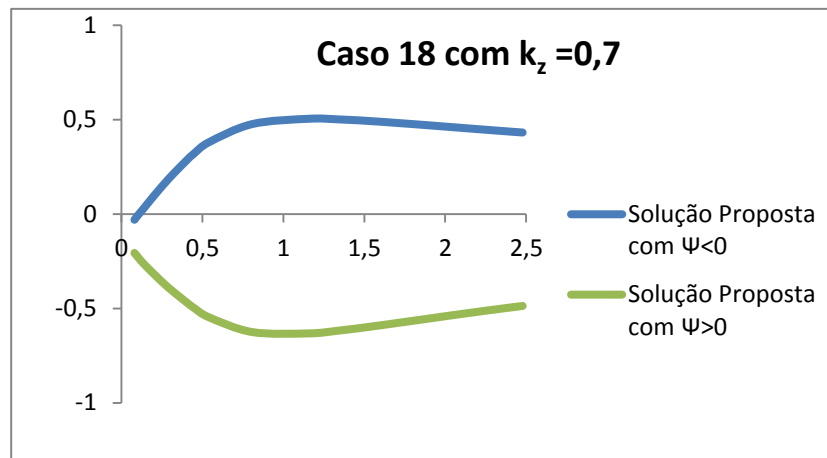


Figura 176 - Representação gráfica para o Caso 18 $K_z=0,7$.

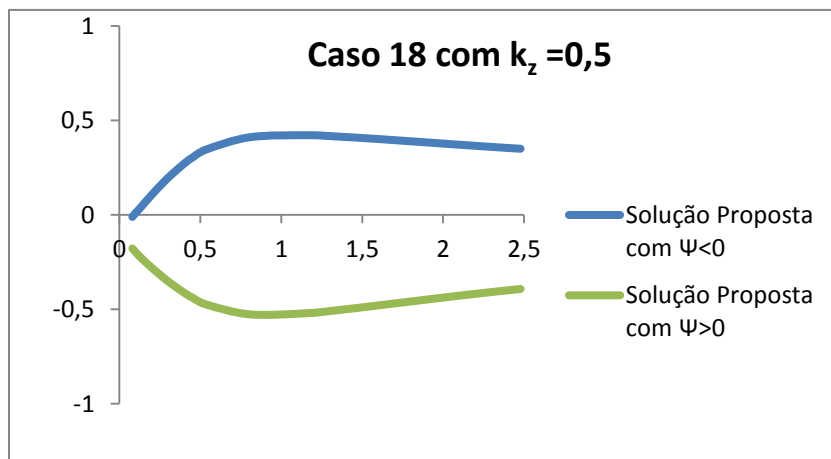


Figura 177 - Representação gráfica para o Caso 18 $K_z=0,5$.

5.4 Análise dos resultados

Tendo em conta os objectivos do estudo proposto, procedeu-se à determinação de coeficientes C_1 , C_2 e C_3 para o posterior cálculo do momento crítico da encurvadura lateral com flexão-torção de vigas de aço, considerando diferentes situações de carregamento, geometria e condições de apoio. Analisando os resultados obtidos, torna-se possível fazer uma avaliação global do trabalho realizado.

Os procedimentos executados e descritos no capítulo 4 foram bastante ilustrativos, abrangendo um número elevado e diversificado de situações.

Com a ajuda da representação gráfica das comparações do estudo efectuado com os outros autores considerados verificou-se que:

- Nas figuras 35 e 38 está apenas representada a solução proposta pelo estudo deste trabalho pois os resultados obtidos são coincidentes com os dos autores;

- As figuras 70, 73, 76, 81, 82, 83, 85, 86, 87, 89, 90, 92, 93, 95, 98, 101, 106, 107, 108, 110, 111, 112, 114, 115, 117, 118, 154, 157, 160, 162, 163, 164, 165, 166, 167, 168, 169, 170, 171, 172, 173, 174, 175, 176 e 177 não existe comparação nas bibliografias estudadas,

- No caso das consolas, figuras 78,79,103 e 104, a comparação não é rigorosa devido ao facto dos autores comparados (Dinar Camotim e Anísio Andrade, [6]), considerarem o empenamento impedido ao contrário do estudo proposto em que este foi considerado livre. No entanto se as condições do estudo fossem as mesmas que as consideradas pelos autores referidos anteriormente os resultados seriam semelhantes.

É importante salientar que, nos casos considerados no programa LTBeam [1], o carregamento e as condições de apoio são tais que produzem diagramas de esforço iguais aos que estão representados no quadro 10.

Deve ter-se em conta os sinais negativo ou positivo dos coeficientes estudados quando estes forem inseridos na formula geral (expressão 35) do cálculo do momento crítico, de forma a que esta devolva o valor do momento crítico com sinal positivo.

Apesar disso, observando-se as análises feitas, nota-se que os resultados foram excelentes quando comparados com os da literatura considerada e mais completos do que os indicados nos documentos regulamentares e nas normas de projecto. Isto demonstra que o método

escolhido e a maneira como ele foi desenvolvido e implementado atingiram os resultados pretendidos.

Capítulo 6

Considerações Finais

6.1 Conclusões

De acordo com o indicado no capítulo 2, quanto mais preciso for o valor do momento crítico elástico M_{cr} , mais correcto será o valor de cálculo do momento resistente à encurvadura lateral por flexão-torção para o correspondente estado limite último definido na especificação de projecto de estruturas de aço, independentemente da instabilidade ocorrer em regime elástico ou inelástico.

No entanto, constatou-se que a ENV 1993-1-1, tomada como referência neste trabalho, apresenta uma série de limitações que impossibilitam, para certas situações, a obtenção de valores precisos de M_{cr} e dos coeficientes C_1 , C_2 e C_3 , ou até mesmo obter qualquer valor para estas grandezas. A bibliografia da especialidade também apresenta enormes lacunas em relação à determinação de M_{cr} e coeficientes já referidos.

Ao utilizar o programa LTBeam [1], todas as limitações quanto à determinação de M_{cr} e posterior determinação dos coeficientes deixam de existir, uma vez que este programa permite:

- Qualquer carregamento na viga;

- Qualquer condição de apoio no plano de flexão;
- Qualquer condição de apoio para encurvadura lateral com torção;
- Actuação de cargas estabilizantes ou desestabilizantes;
- Consideração de comportamento de peça contínua no plano de encurvadura nas vigas com restrições laterais interiores;

A partir dos valores dos momentos críticos determinados, propuseram-se expressões e/ou valores aproximados para os coeficientes C_1 , C_2 e C_3 , com erros inferiores a 5% em todos os casos analisados, cuja introdução na fórmula preconizada pelo EC3 conduziu a estimativas de M_{cr} bastante precisas. Foi necessário recorrer a expressões polinomiais, com o grau máximo de 3.

É de referir que ao se considerar a diferenciação entre as condições de apoio 3 e 4 ($k_z=0,7A$ e $k_z=0,7B$) os resultados dos coeficientes obtidos serão diferentes para os casos em que os diagramas de momentos flectores são assimétricos, tornando-se assim um estudo inovador no que diz respeito a esta matéria.

Os resultados obtidos pela fórmula geral para cálculo do momento crítico com os coeficientes determinados neste trabalho mostraram-se plenamente confiáveis, sendo validados através das comparações feitas no subcapítulo 5.3.

6.2 Desenvolvimentos futuros

Verificou-se que alguns itens merecem um estudo mais aprofundado, os quais são aqui apresentados como sugestão para futuras pesquisas. Além disso, existem assuntos para os quais seria interessante um desenvolvimento semelhante ao que foi apresentado aqui. Sugere-se, portanto:

- Análise de um maior número de combinações de momentos de extremidade e de cargas transversais. Pretende-se obter expressões e/ou valores aproximados para C_1 , C_2 e C_3 que traduzam a variação do momento crítico, tanto com o parâmetro K como com outros parâmetros que descrevem a forma do diagrama de momentos e assimetria da secção (desigualdade dos banzos).

- Generalização do trabalho efectuado para situações onde o empenamento se encontra impedido numa extremidade ou em ambas as extremidades da viga, correspondendo a $k_w=0,7$ e $k_w=0,5$, respectivamente.

- Estudo do momento crítico de vigas com variação da secção transversal ao longo do vão, como vigas de inércia variável ou vigas alveolares.

- Investigação direccionada para o cálculo do momento crítico devido a carregamentos genéricos (cargas e/ou momentos) concentrados e distribuídos ao longo da viga.

Bibliografia

1. **Galéa, Y.** *LTBeam version 1.0.10 CTICM*. France, 2010.
2. **CEN, Comité Européen de Normalisation.** *Eurocode 3: Design of Steel Structures, Part 1-1: General Rules and Rules for Buildings, ENV 1993-1-1*. Brussels, 1992.
3. **Kirby, P. A. e Nethercot, D. A.** *Design for Structural Stability*. New York: John Wiley & Sons inc, 1979.
4. **ECCS, Technical Committee.** *Stability - Rules for Member Stability in EN 1993-1-1: Background documentation and design guideline, n.º.119, TC8 2006*.
5. **Reis, A. ; Camotim, D.** *Estabilidade Estrutural*. Lisboa: McGraw-Hill, 2001.
6. **Andrade, A. ; Camotim, D.** *Instabilidade Lateral de Vigas Contínuas e Consolas Metálicas: Cálculo de Momentos Críticos Através da Fórmula do EC3*, Congresso Nacional da Engenharia de Estruturas, LNEC, Lisboa, 10-13 Julho, pp. 73-84, 2002.
7. **Simões, R. A. D.** *Manual de Dimensionamento de Estruturas Metálicas 2ª edição*. Portugal: CMM - Associação Portuguesa de Construção Metálica e Mista, 2007.
8. **Trahair, S. N.** *Flexural-Torsional Buckling of Structures*. London : E & FN SPON , 1993.
9. **Clark, J. W.; Hill, H. N.** *Lateral Buckling of Beams*, Journal of the Structural Division, ASCE. Vol. 86, No. ST7. Proc. Paper 2559. July, pp. 175-196, 1960
10. **Galéa, Y.** *Abaques de Deverement Pour Profilés Laminés*. s.l.: revue Construction Métallique, n° 4, pp. 39-51, 1981.
11. **Comissão Técnica Portuguesa de Normalização, CT 115.** *Anexo Nacional da NP EN 1993-1-1 (Eurocódigo 3: Parte 1-1), Eurocódigos Estruturais*. Lisboa, 2006.
12. **Andrade, A. ; Camotim, D.** *Determinação de Momentos Críticos em Consolas Metálicas*, IV Congresso de Construção Metálica e Mista, pp. 441-454, Portugal., 2003.

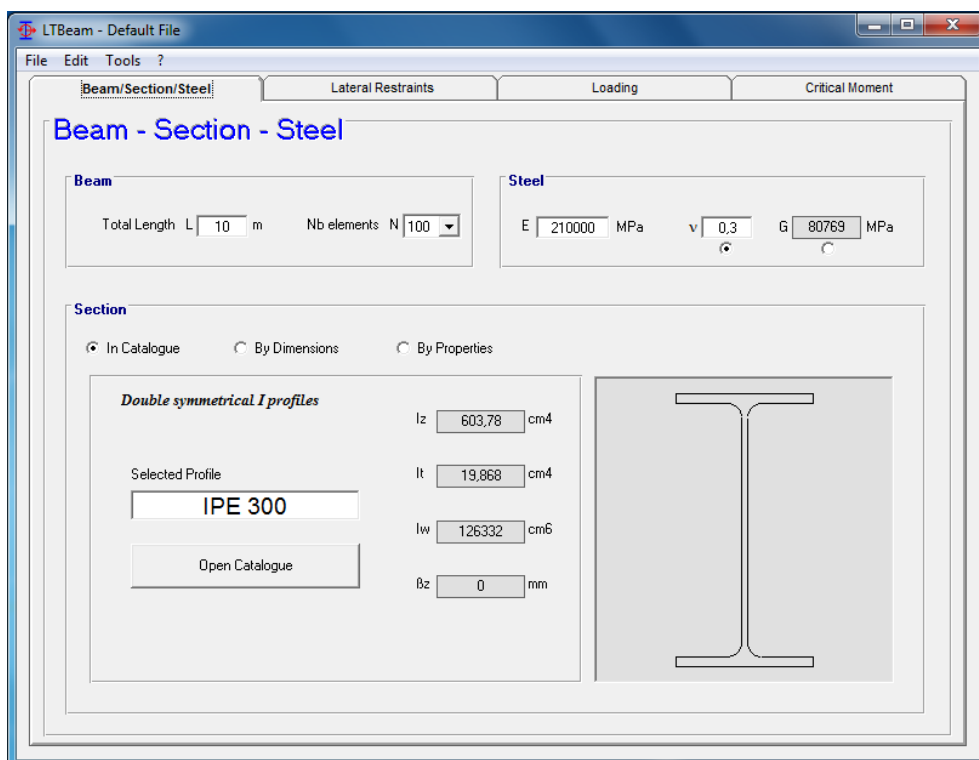
13. **Andrade, A. ; Camotim, D.** *Instabilidade Lateral de Vigas Monossimétricas de Secção Variável*. Évora, Portugal: VII Congresso de Mecânica Aplicada e Computacional, pp. 499-511, 2003.
14. **Galéa, Y.** *Déversement Élastique d'une Poutre à Section Bi-symétrique Soumise à des Moments D'extrémité et une Charge Répartie ou concentrée*, Construction Métallique, Vol. 39 n.º2, pp. 59-83, France, 2002.
15. **Andrade, A. e Camotim, D.** *Lateral-Torsional Buckling of Singly Symmetric Tapered Beams: Theory and Applications*, Journal of Engineering Mechanics ASCE, 131(6), pp. 586-597, Portugal, 2005.
16. **Chen, W. F. e Lui, E. M.** *Structural Stability, Theory and Implementation*. New York: Elsevier, 1987.
17. **Andrade, A. e Camotim, D.** *Lateral-Torsional Buckling of Singly Symmetric Web-Tapered I-Section Steel Beams & Cantilevers*, Structural Stability Research Council (SSRC) Annual Stability Conference, Baltimore, April 2-5, Portugal, 2003.
18. **Hirt, M. A. e Bez, R.** *Construction Métallique, Notions Fondamentales et Méthodes de Dimensionnement* . Lausanne: Trate de Génie Civil, vol 10, Press Polytechniques et Universitaires Romandes, 1996.
19. **Andrade A.; Camotim D.; Costa, P.P.**, *On the Evaluation of Elastic Critical Moments in Doubly and Singly Symmetric I-Section Cantilevers*, Journal of Constructional Steel Research, Vol. 63 n.º7, pp. 894-908, 2007.
20. **Dowling, P. J., Knowles, P. R. e Owens, G. W.** *Structural Steel Design*. London: The Steel Construction Institute, Butterworths, 1988.

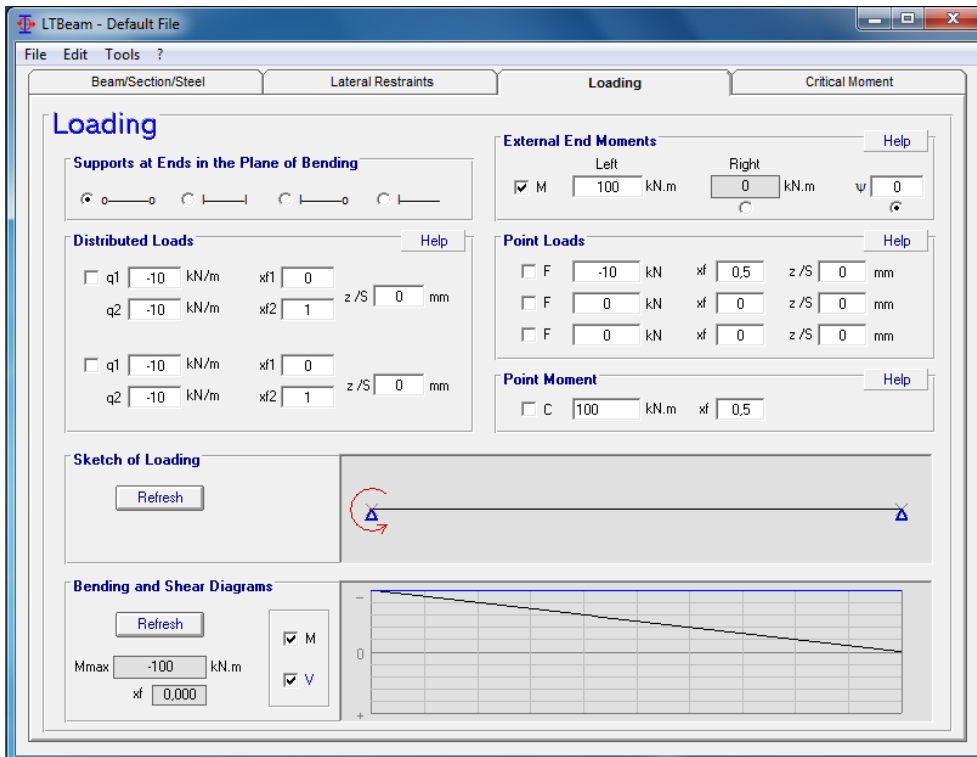
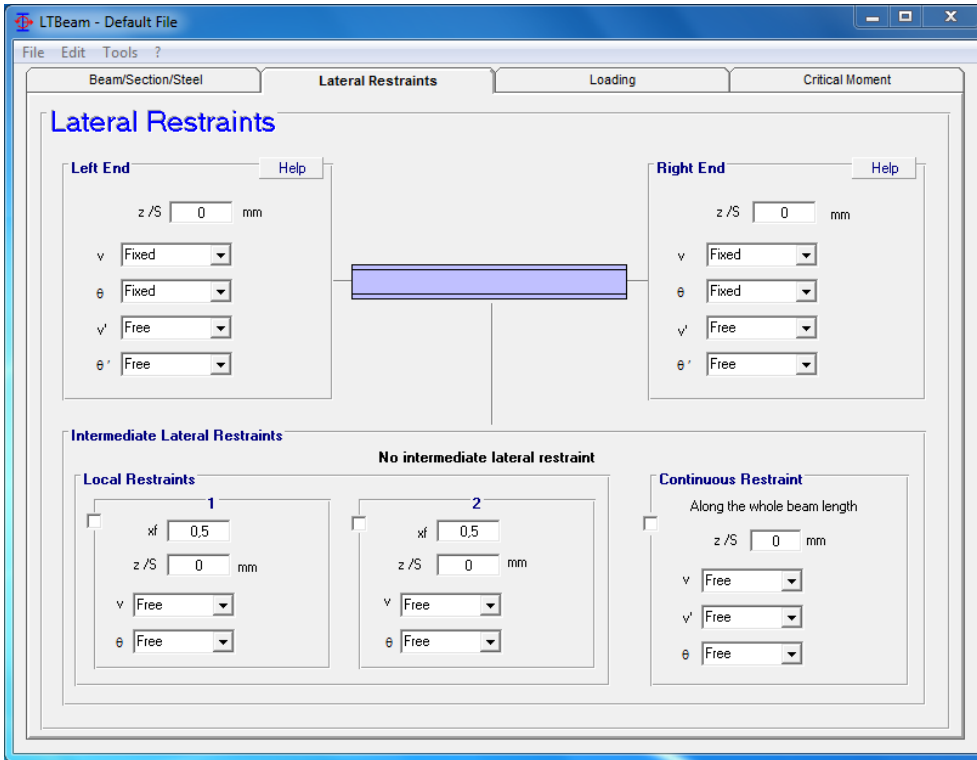
Anexo A Validação do programa LTBeam [1]

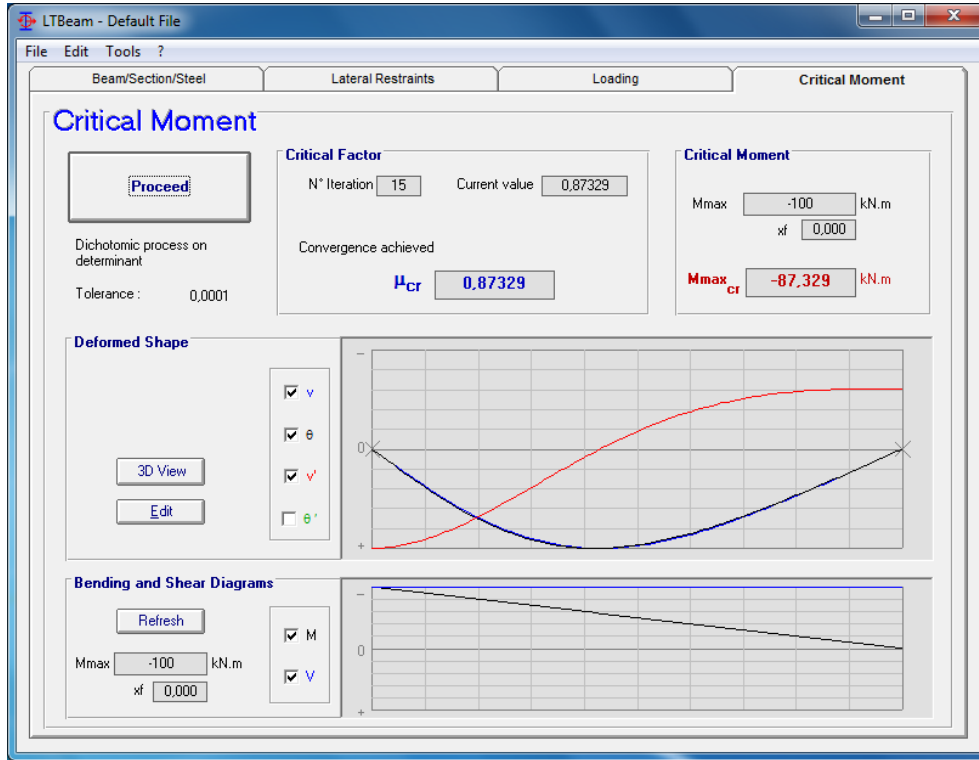
Neste anexo serão apresentados três exemplos que validam tanto o programa como os coeficientes C_1 , C_2 e C_3 apresentados neste trabalho.

Exemplo 1: Caso 5 com $k_z=1$

Determinação de M_{cr} recorrendo ao programa LTBeam







Validação para o caso 5 com $k_z=1$.

Para esta viga, $K = \sqrt{\frac{\pi^2 \times E \times I_w}{G \times I_t \times l^2}} = 0,40$.

Consultando a tabela correspondente (ver página 86), obtém-se $C_1=1,80$.

Substituindo valores:

$$M_{cr} = c_1 \times \frac{\pi^2 \times E \times I_z}{(kL)^2} \times \left[\sqrt{\left(\frac{k}{k_w}\right)^2 \times \frac{I_w}{I_z} + \frac{(kL)^2 \times G \times I_t}{\pi^2 \times E \times I_z}} \right]$$

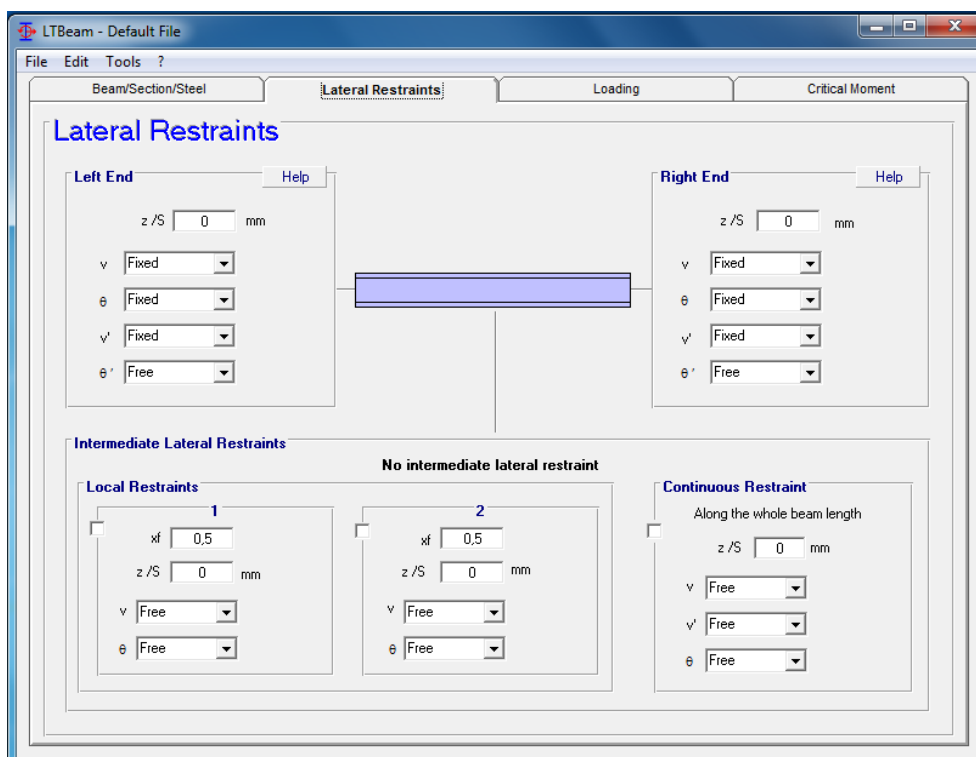
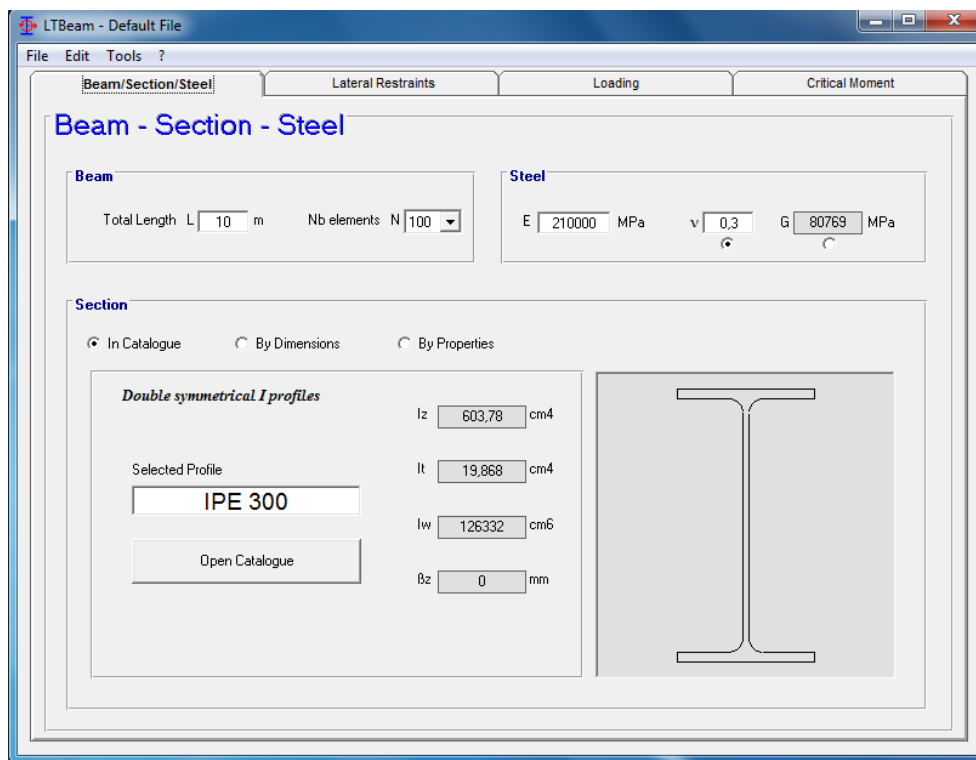
$$M_{cr} = 1,80 \times \frac{\pi^2 \times 210000 \times 603,78}{(1 \times 1000)^2} \times \left[\sqrt{\left(\frac{1}{1}\right)^2 \times \frac{126332}{603,78} + \frac{(1 \times 1000)^2 \times 80769 \times 19,868}{\pi^2 \times 210000 \times 603,78}} \right]$$

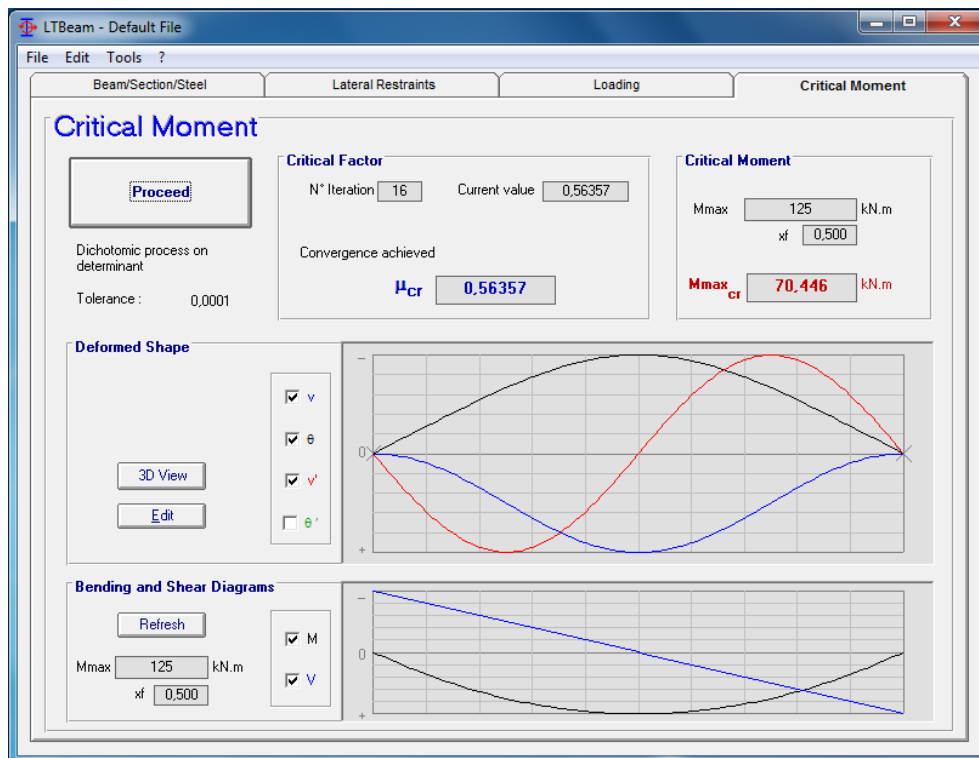
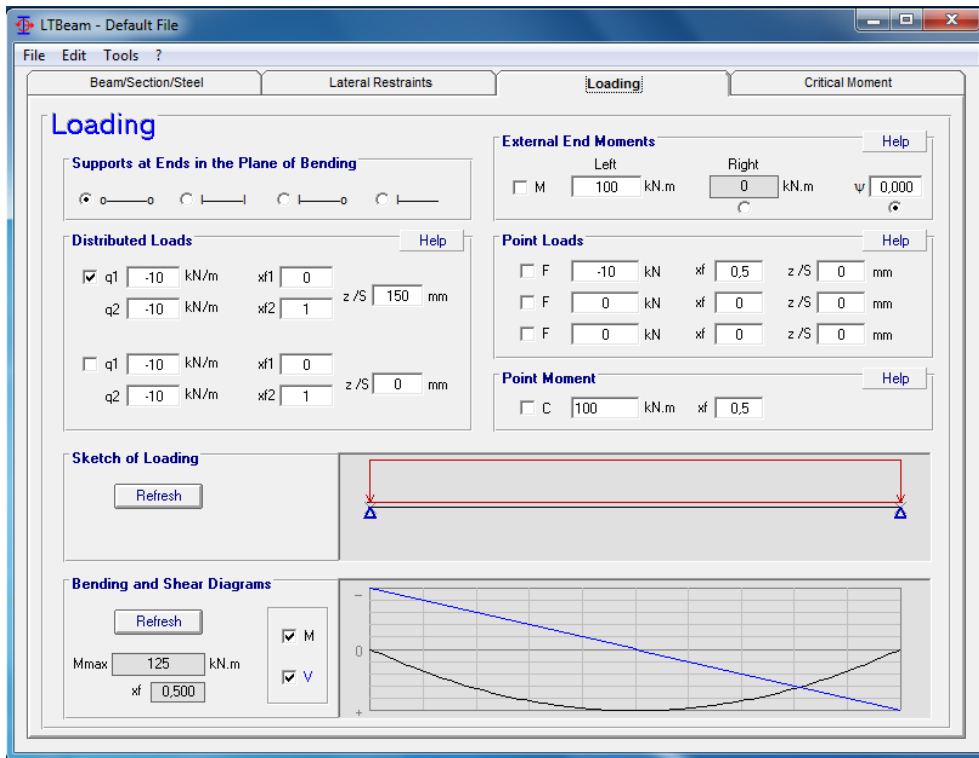
$$M_{cr} = 86994,53 \text{ daN.cm} = 87,0 \text{ kN.m}$$

Verifica-se que considerando o mesmo sentido do diagrama de momentos flectores que no caso 5, analisado neste trabalho, o programa LTBeam [1] calcula um valor do momento crítico negativo. Então, como já foi referido na análise de resultados (item 5.4), ao considerar o sinal dos valores dos coeficientes obtidos nos casos analisados a fórmula geral devolve sempre o valor de momento crítico positivo.

Exemplo 2: Caso 10 com $k_z=0,5$ e $\xi=1$

Determinação de M_{cr} recorrendo ao programa LTBeam





Validação para o caso 10 com $k_z=0,5$.

Consultando a tabela correspondente (ver página 111), obtém-se $C_1=0,98$ e $C_2=0,38$.

Substituindo valores:

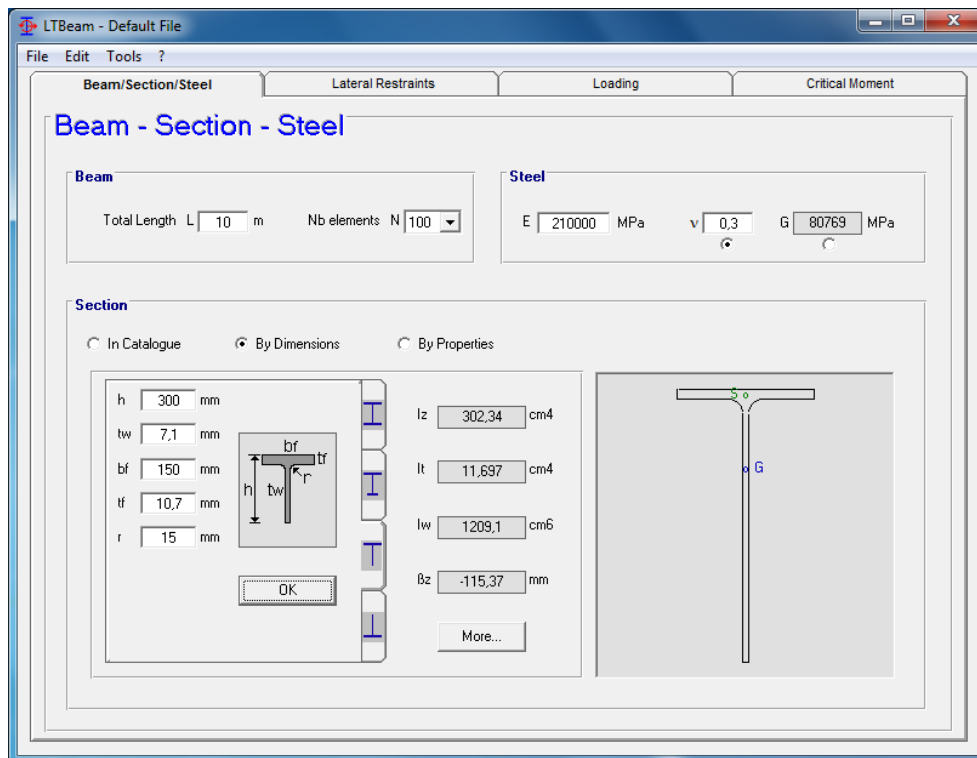
$$M_{cr} = c_1 \times \frac{\pi^2 \times E \times I_z}{(kL)^2} \times \left[\sqrt{\left(\frac{k}{k_w}\right)^2 \times \frac{I_w}{I_z} + \frac{(kL)^2 \times G \times I_t}{\pi^2 \times E \times I_z} + (C_2 z_g)^2} - (C_2 z_g) \right]$$

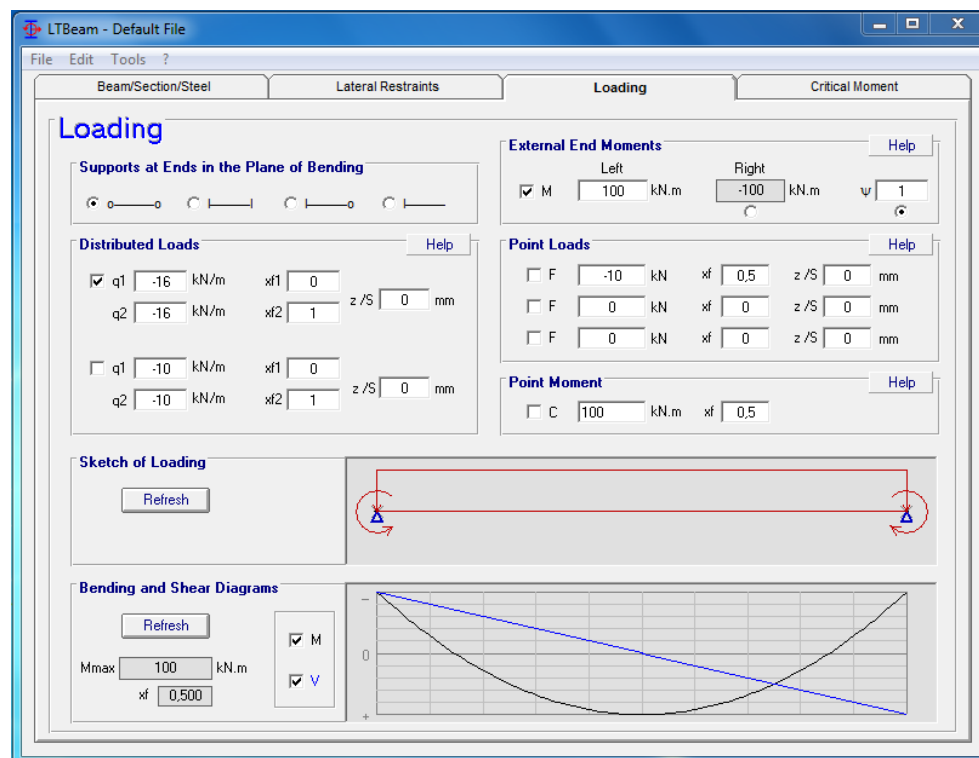
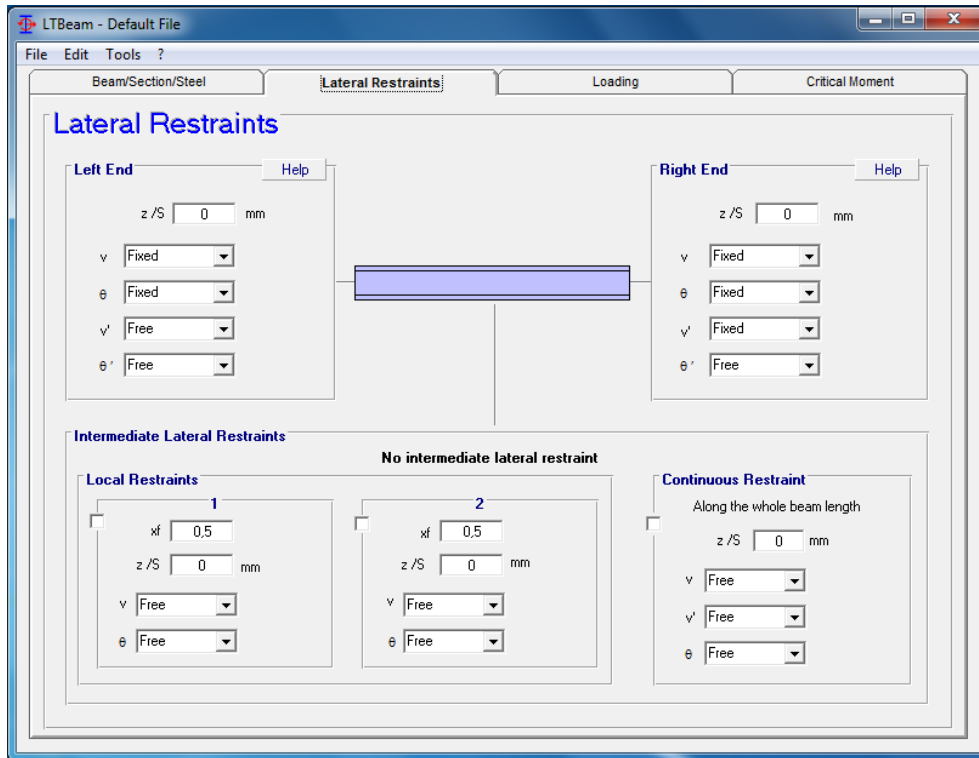
$$M_{cr} = 0,98 \times \frac{\pi^2 \times 210000 \times 603,78}{(0,5 \times 1000)^2} \times \left[\sqrt{\left(\frac{0,5}{1}\right)^2 \times \frac{126332}{603,78} + \frac{(0,5 \times 1000)^2 \times 80769 \times 19,868}{\pi^2 \times 210000 \times 603,78} + (0,38 \times 15)^2} - (0,38 \times 15) \right]$$

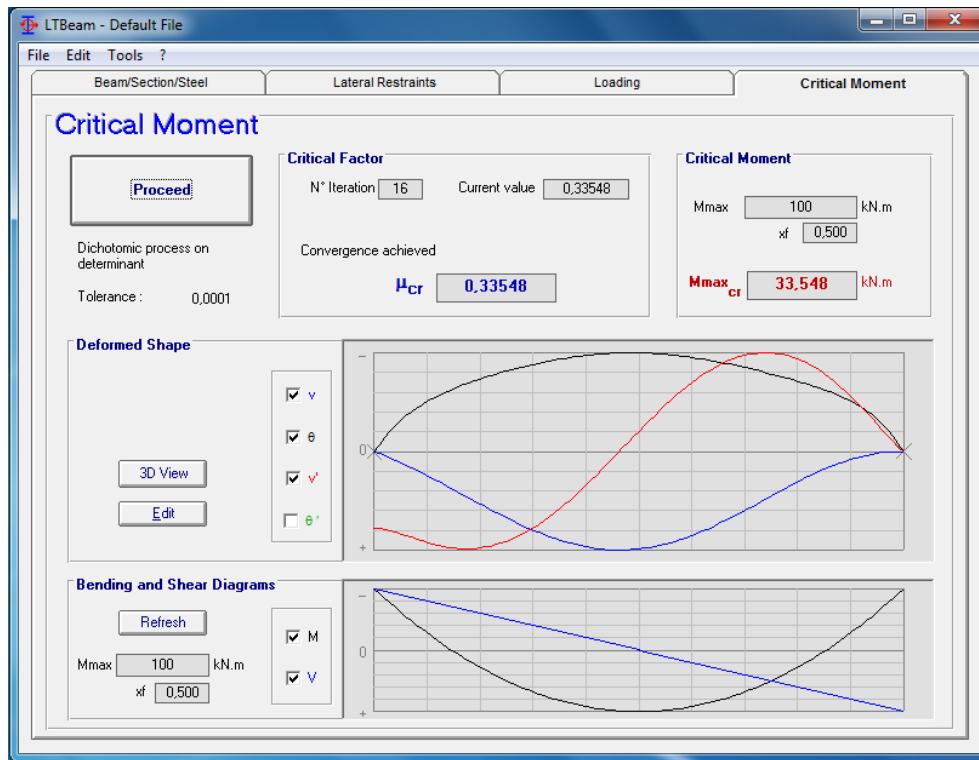
$$M_{cr} = 70806,60 \text{ daN.cm} = 70,8 \text{ kN.m}$$

Exemplo 3: Caso 18 com $k_z=0,7$, $\Psi_f \leq 0$ e $\xi=0$

Determinação de M_{cr} recorrendo ao programa LTBeam







Validação para o caso 18 com $k_z=0,7$.

Consultando a tabela correspondente (ver página 142), obtém-se $C_1=1,09$ e $C_3=0,28$.

Substituindo valores:

$$M_{cr} = c_1 \times \frac{\pi^2 \times E \times I_z}{(kL)^2} \times \left[\sqrt{\left(\frac{k}{k_w}\right)^2 \times \frac{I_w}{I_z} + \frac{(kL)^2 \times G \times I_t}{\pi^2 \times E \times I_z} + (C_2 z_g - C_3 z_j)^2 - (C_2 z_g - C_3 z_j)} \right]$$

$$\begin{aligned} M_{cr} &= 1,09 \times \frac{\pi^2 \times 210000 \times 302,34}{(0,7 \times 1000)^2} \times \\ &\times \left[\sqrt{\left(\frac{0,7}{1}\right)^2 \times \frac{1209,1}{302,34} + \frac{(0,7 \times 1000)^2 \times 80769 \times 11,697}{\pi^2 \times 210000 \times 302,34} + (0 - 0,28 \times (-115,37))^2 - (0 - 0,28 \times (-115,37))} \right] \end{aligned}$$

$$M_{cr} = 33701,027 \text{ daN.cm} = 33,7 \text{ kN.m}$$

Anexo B Determinação dos Coeficientes C_1 , C_2 e C_3 para os diferentes casos analisados

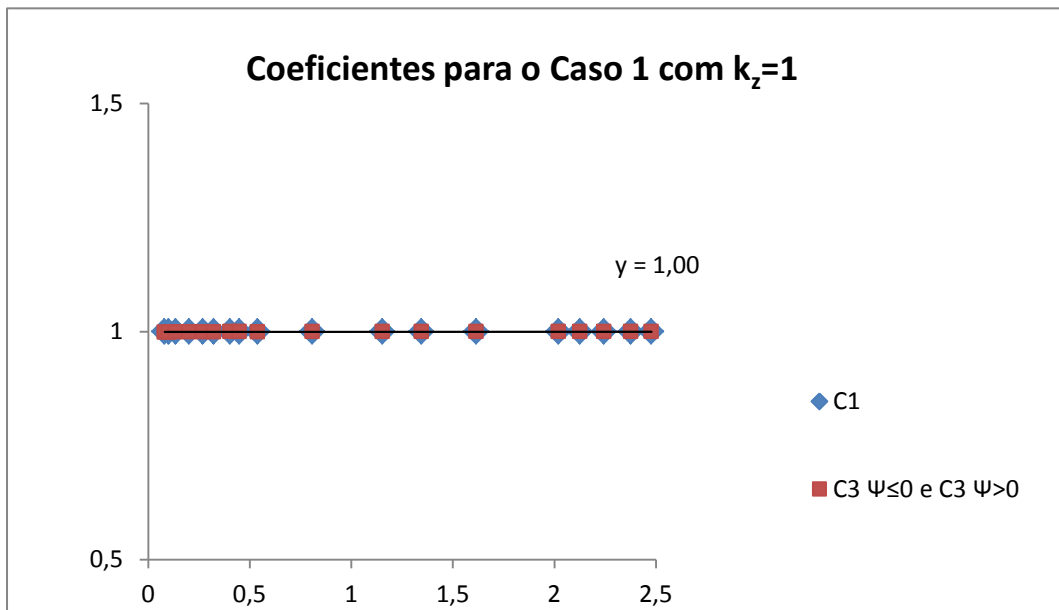


Figura 178 - Coeficientes para Caso 1 com $K_z = 1$

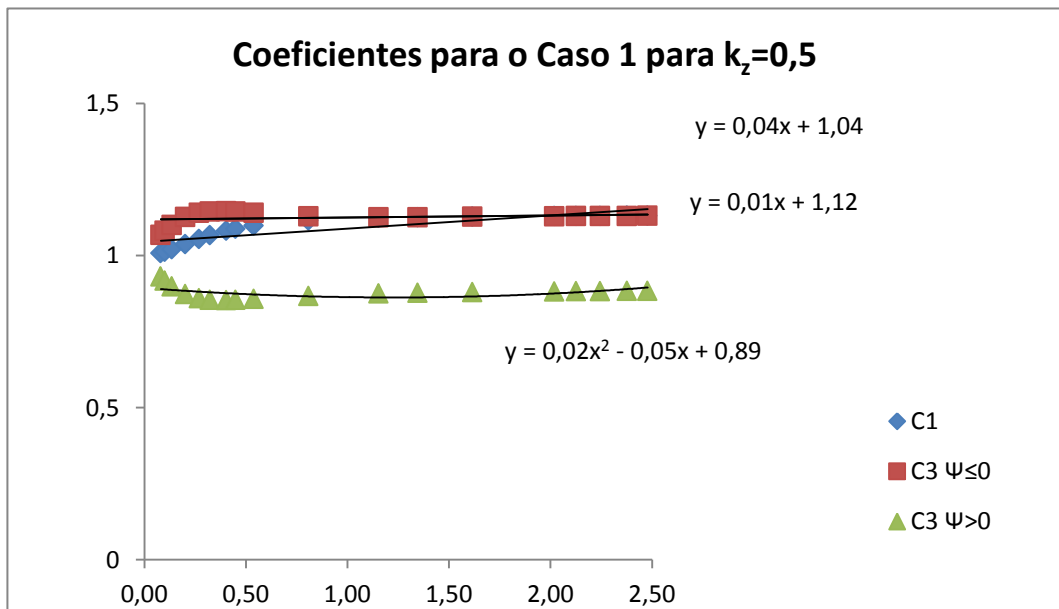


Figura 179 - Coeficientes para Caso 1 com $K_z = 0,5$

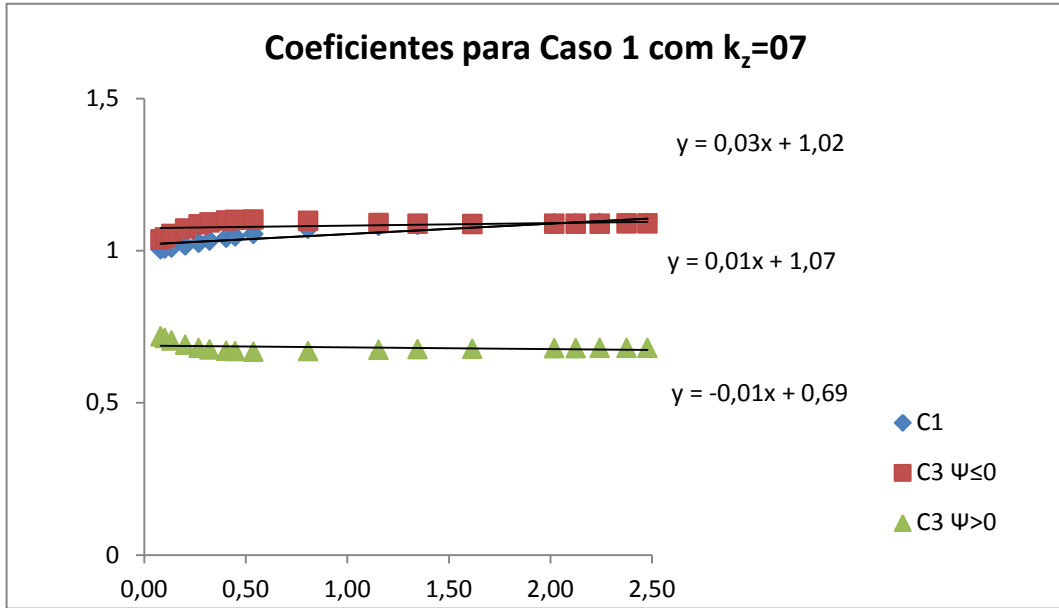


Figura 180 - Coeficientes para Caso 1 com $K_z = 0,7$

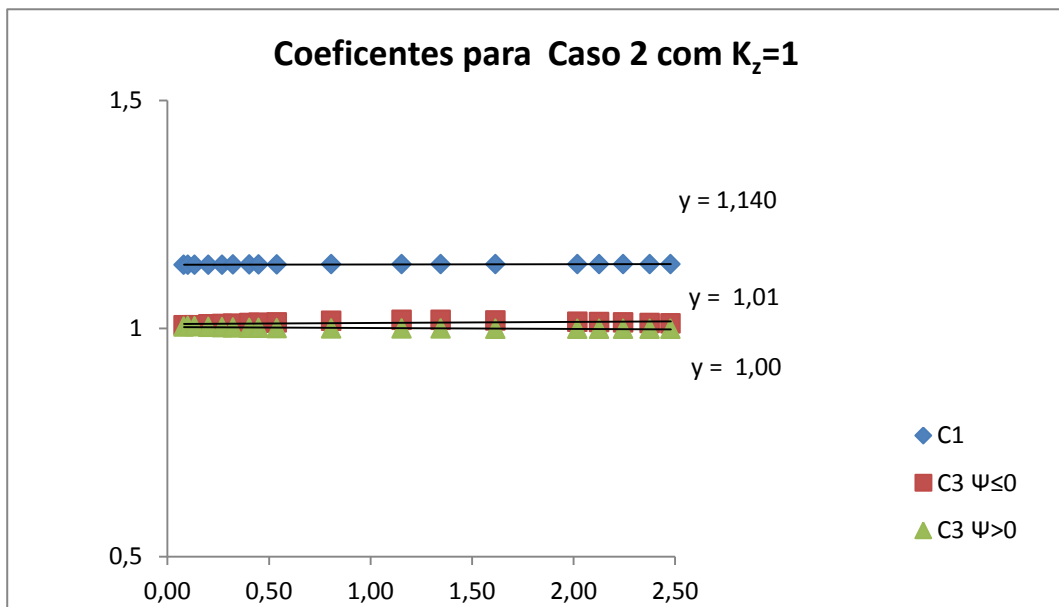


Figura 181 - Coeficientes para Caso 2 com $K_z = 1$.

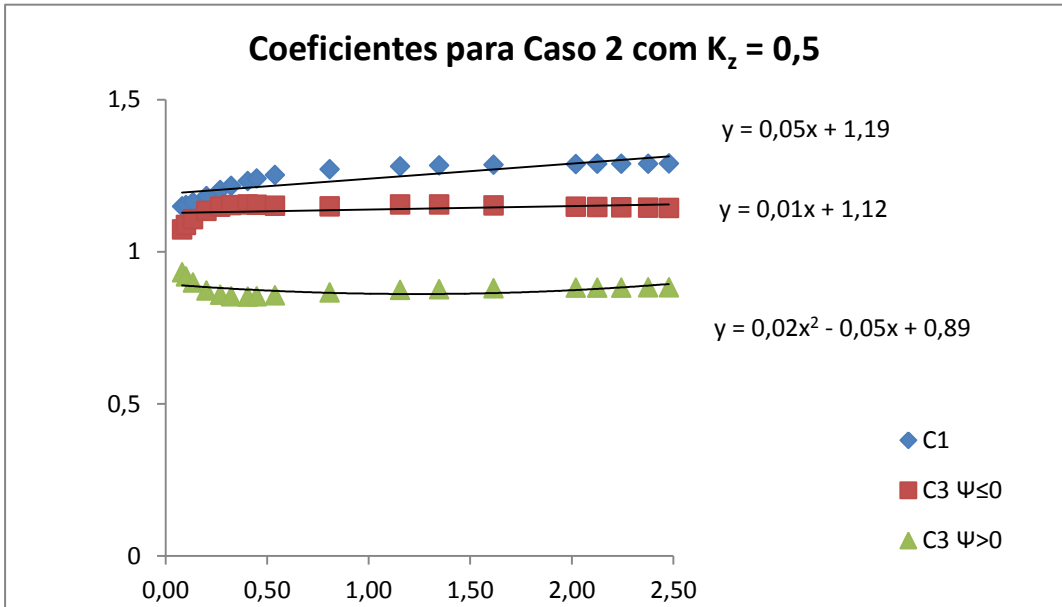


Figura 182 - Coeficientes para Caso 2 com $K_z = 0,5$.

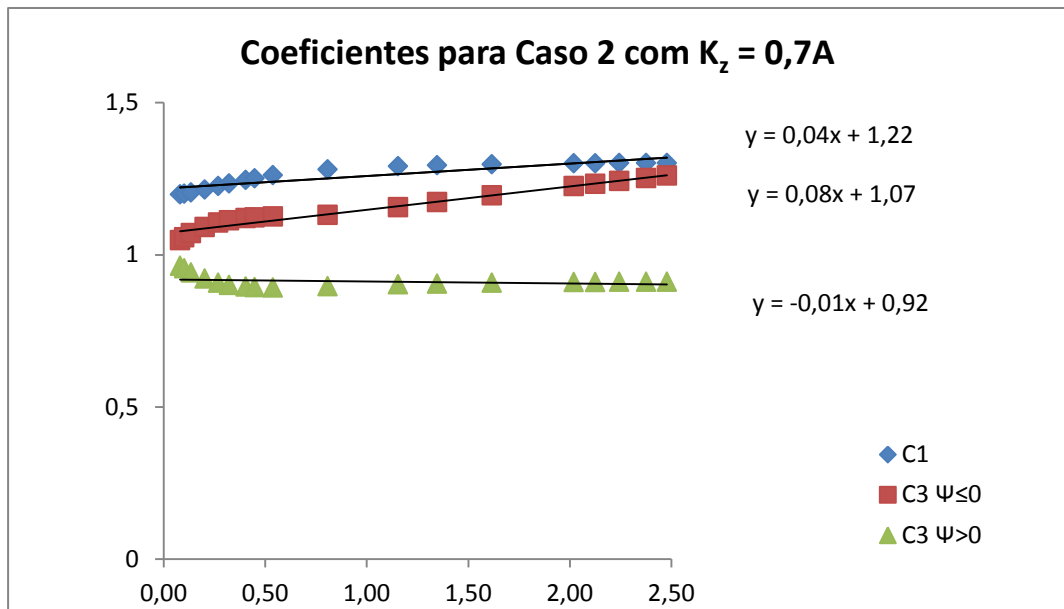


Figura 183 - Coeficientes para Caso 2 com $K_z = 0,7A$

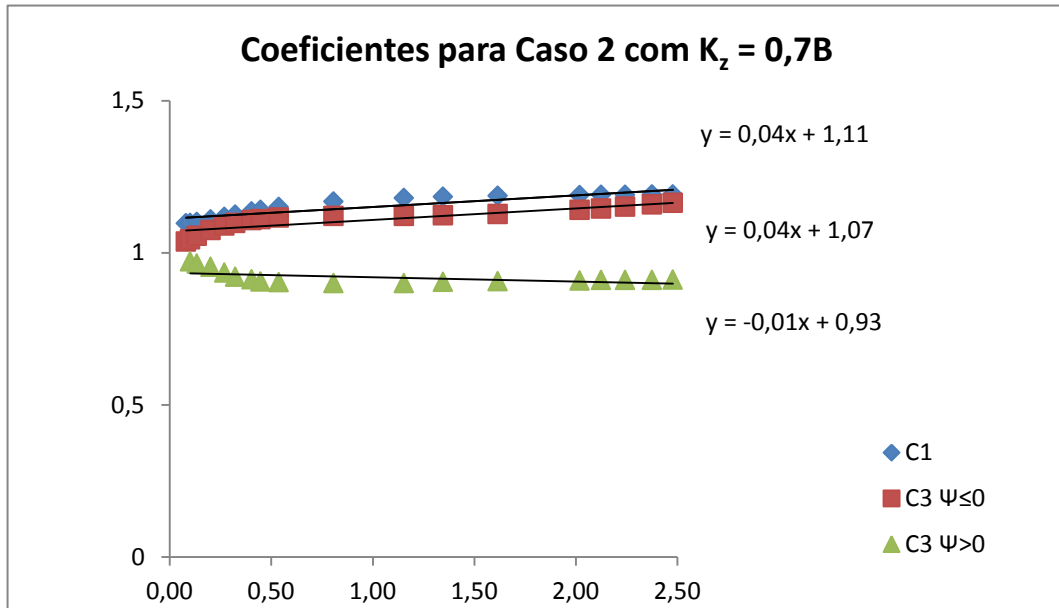


Figura 184 - Coeficientes para Caso 2 com $K_z = 0,7B$

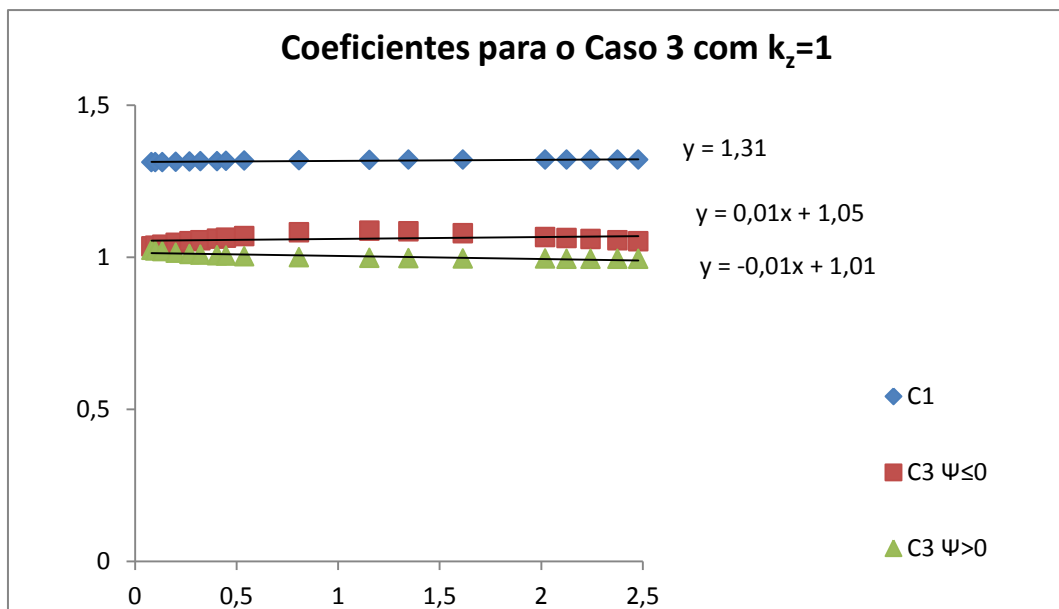


Figura 185 - Coeficientes para Caso 3 com $K_z = 1$

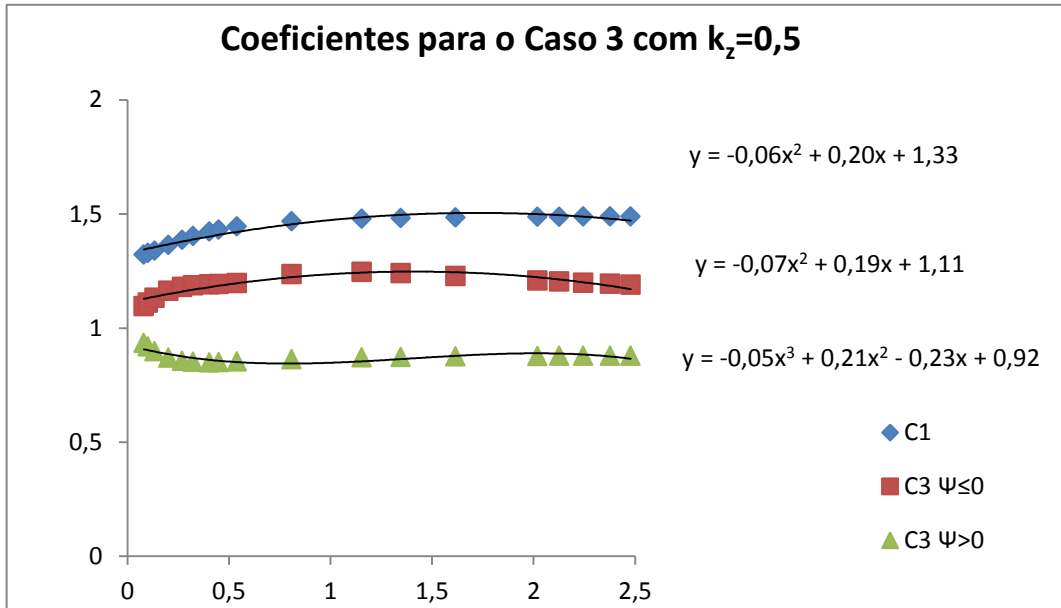


Figura 186 - Coeficientes para Caso 3 com $K_z = 0,5$

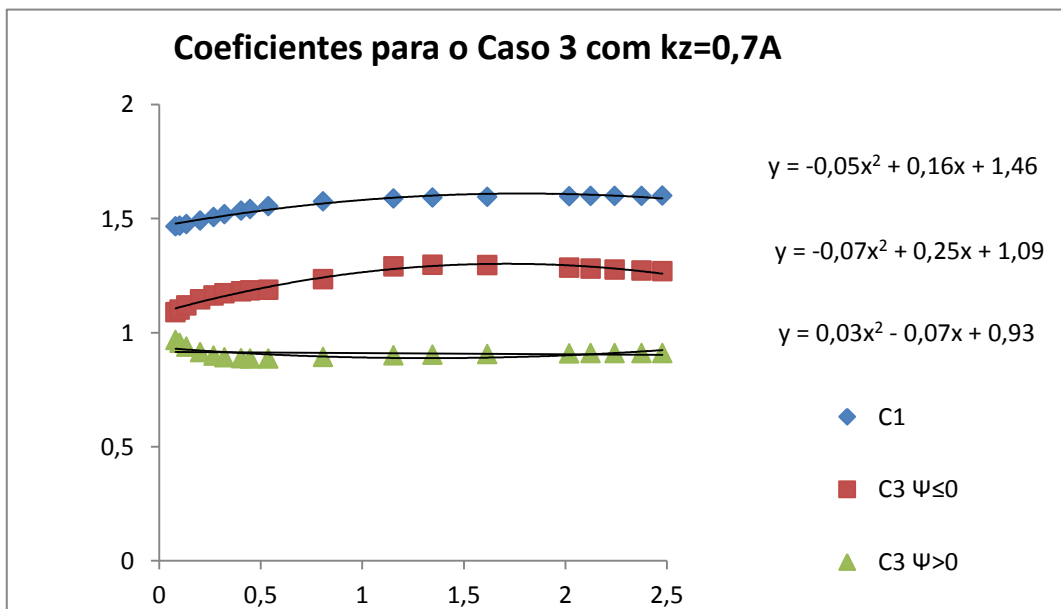


Figura 187 - Coeficientes para Caso 3 com $K_z = 0,7A$

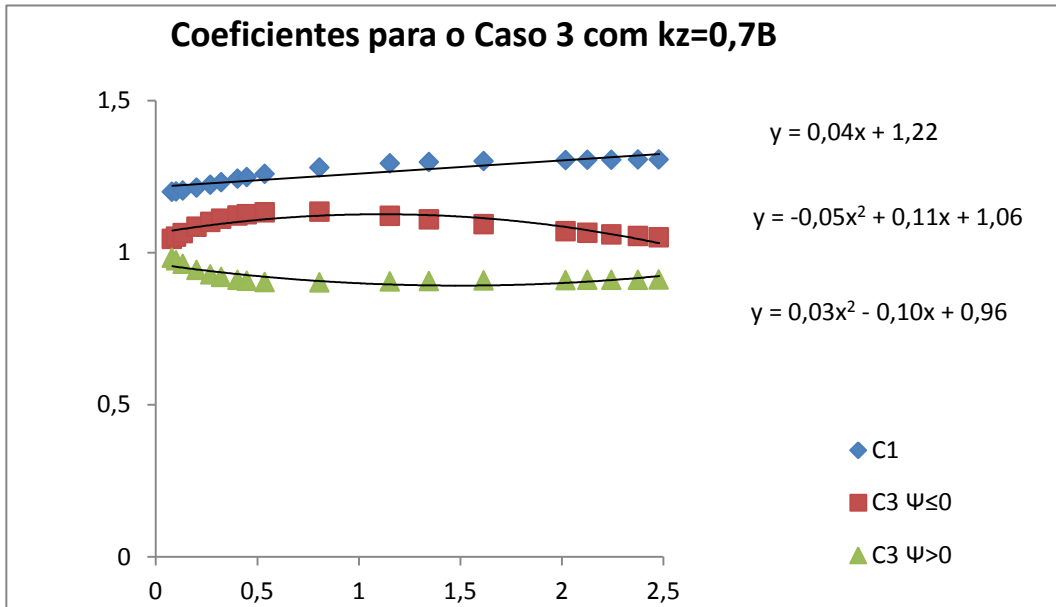


Figura 188 - Coeficientes para Caso 3 com $K_z = 0,7B$

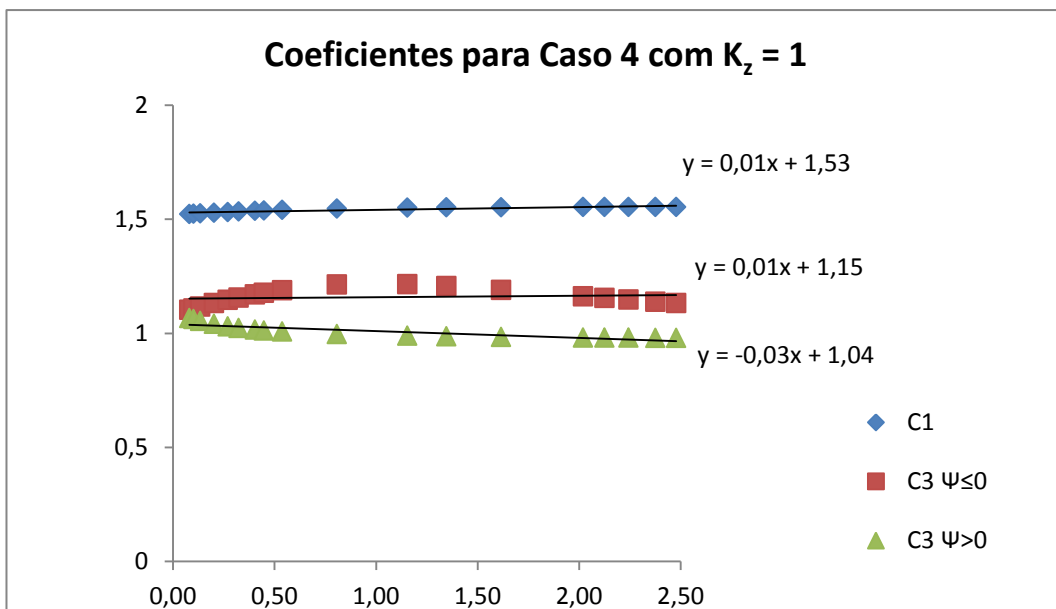


Figura 189 - Coeficientes para Caso 4 com $K_z = 1$

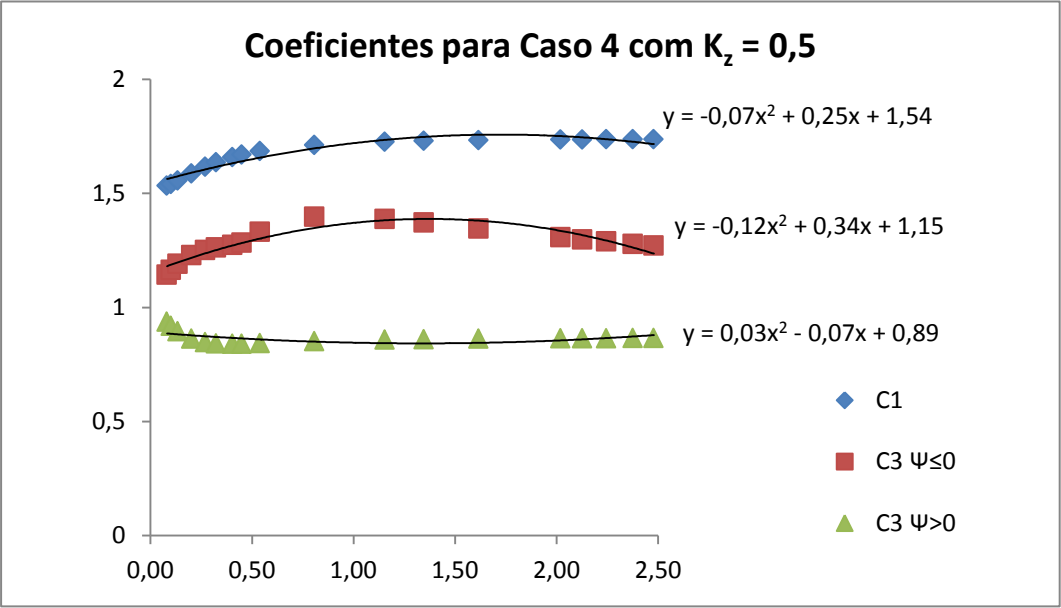


Figura 190 - Coeficientes para Caso 4 com $K_z = 0,5$

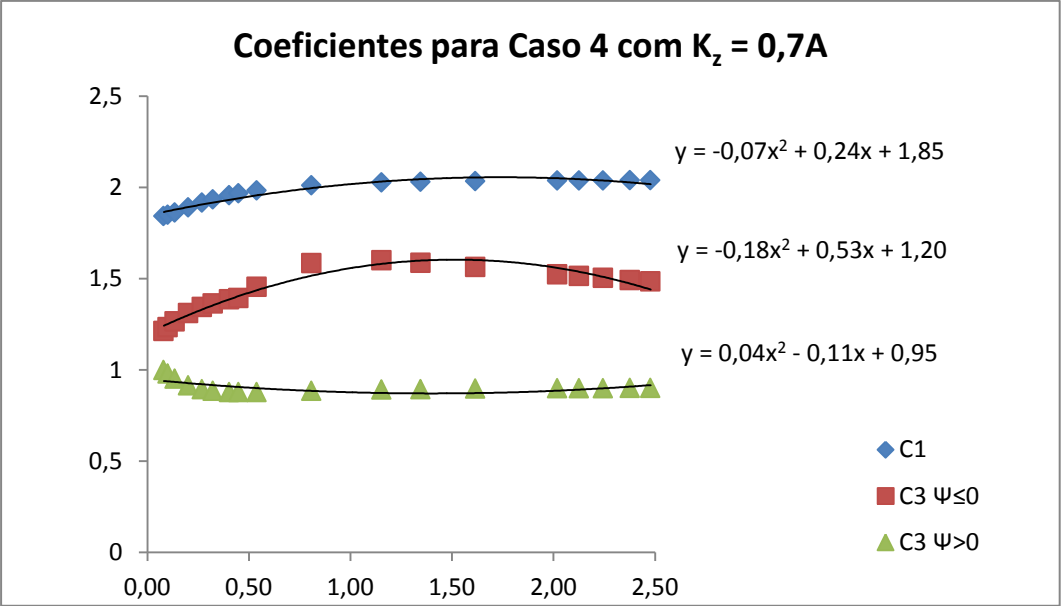


Figura 191 - Coeficientes para Caso 4 com $K_z = 0,7A$

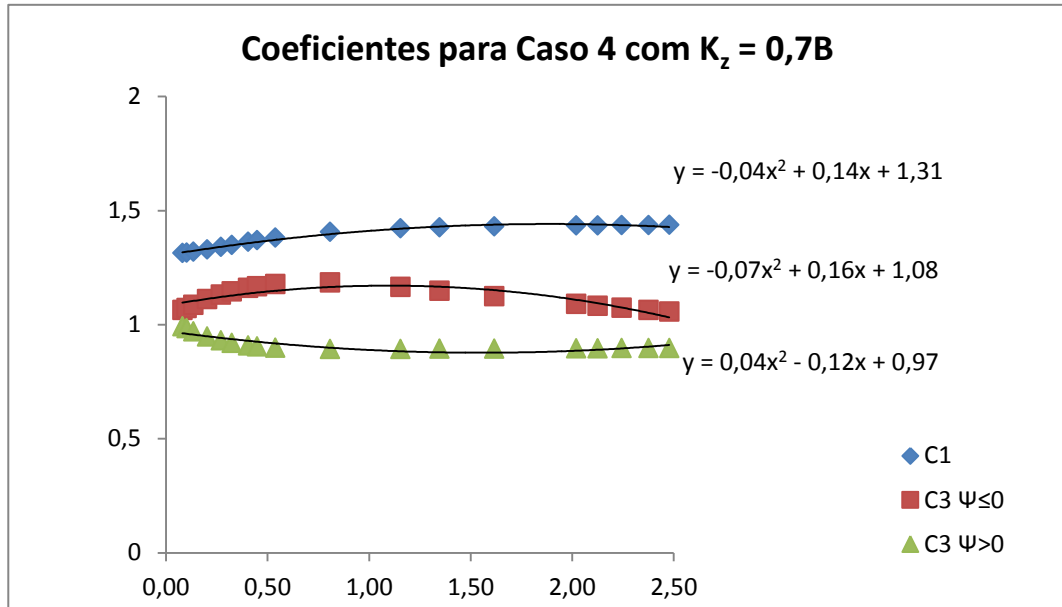


Figura 192 - Coeficientes para Caso 4 com $K_z = 0,7B$

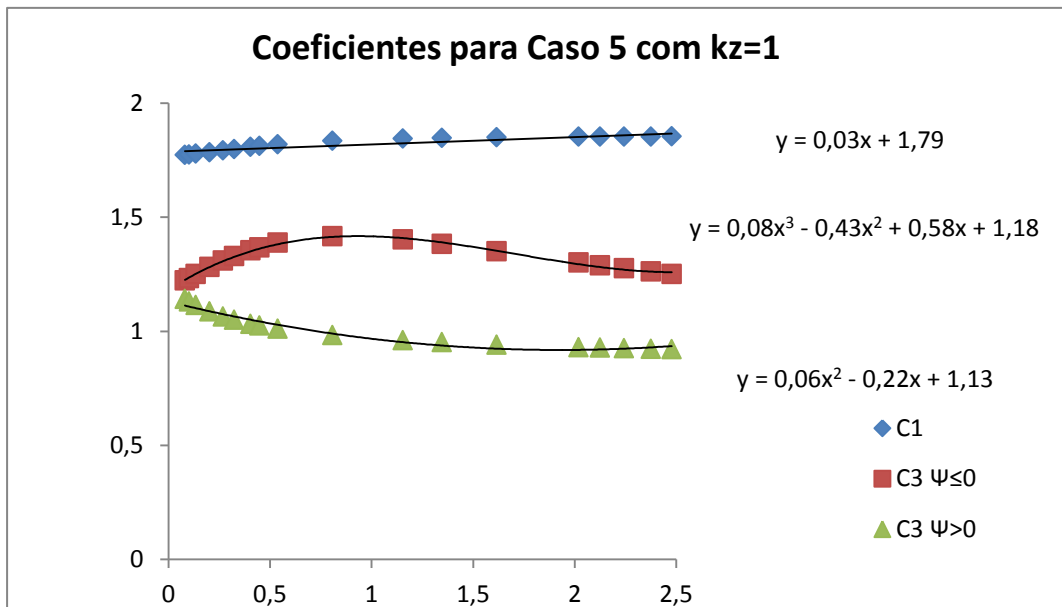


Figura 193 - Coeficientes para Caso 5 com $K_z = 1$

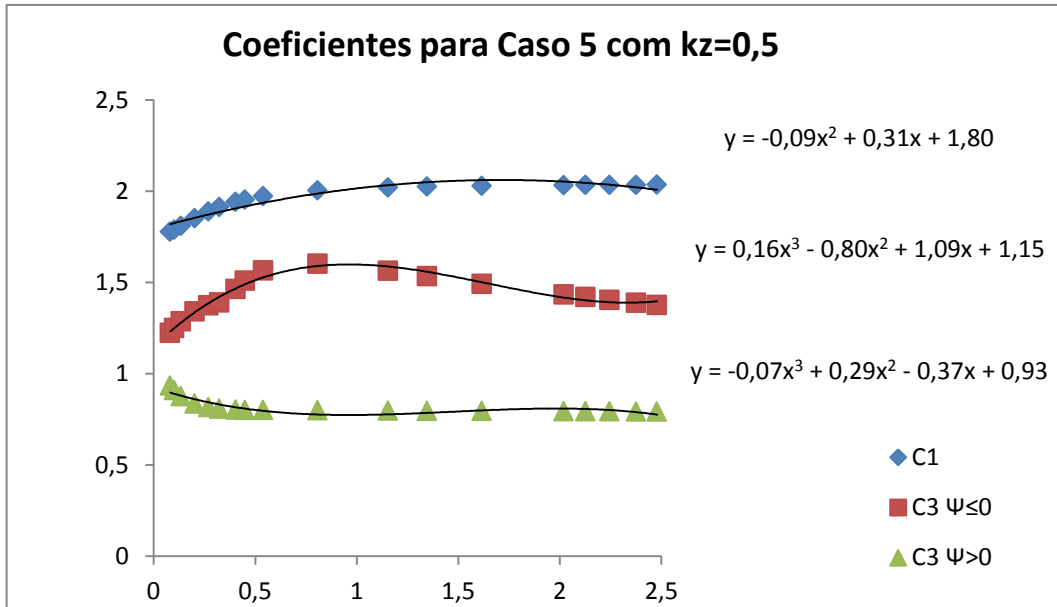


Figura 194 - Coeficientes para Caso 5 com $K_z = 0,5$

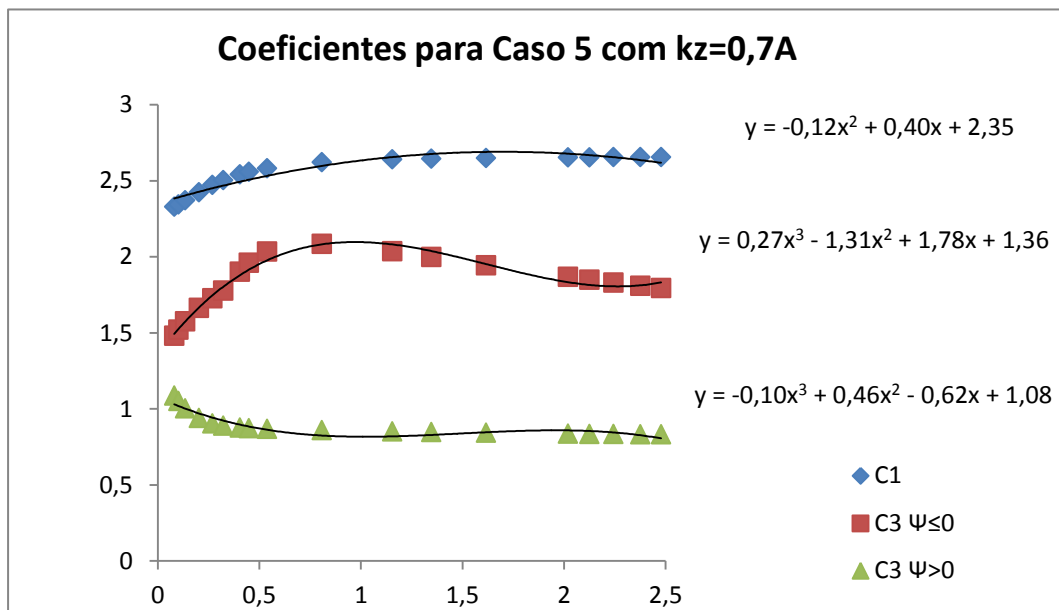


Figura 195 - Coeficientes para Caso 5 com $K_z = 0,7A$

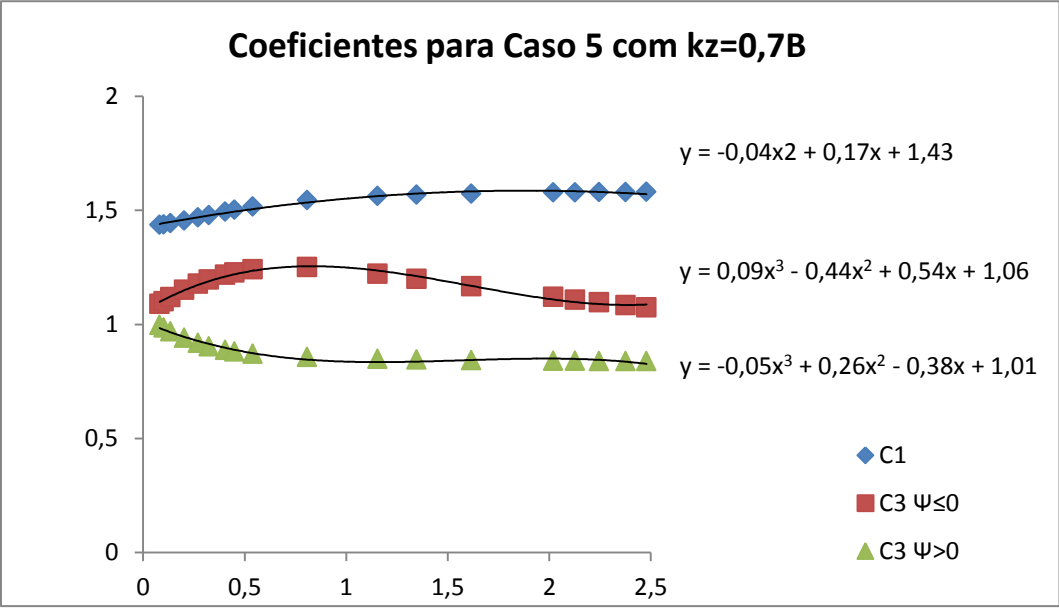


Figura 196 - Coeficientes para Caso 5 com $K_z = 0,7B$

~

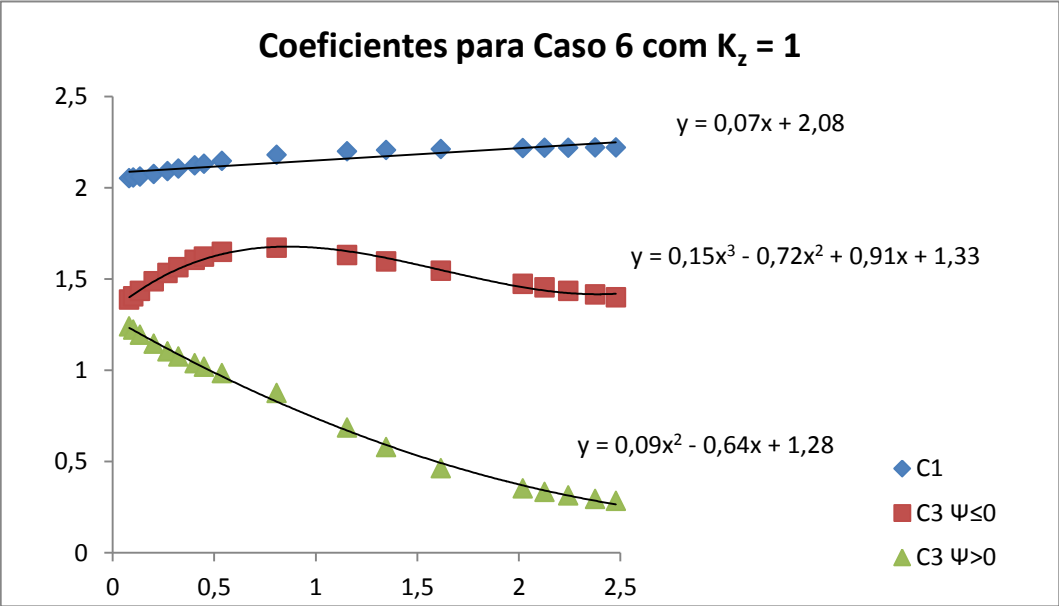


Figura 197 - Coeficientes para Caso 6 com $K_z = 1$

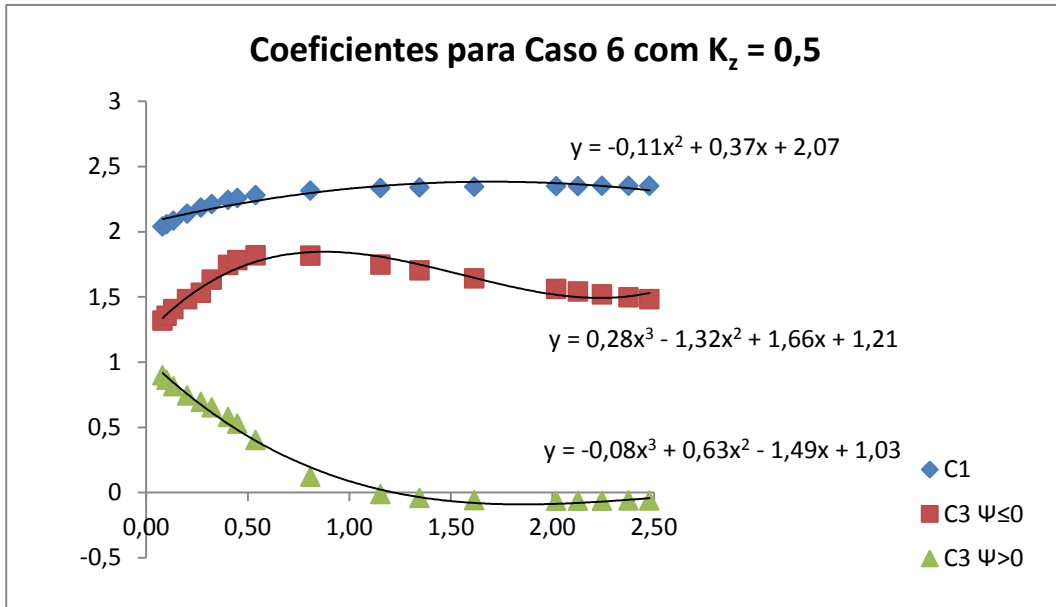


Figura 198 - Coeficientes para Caso 6 com $K_z = 0,5$

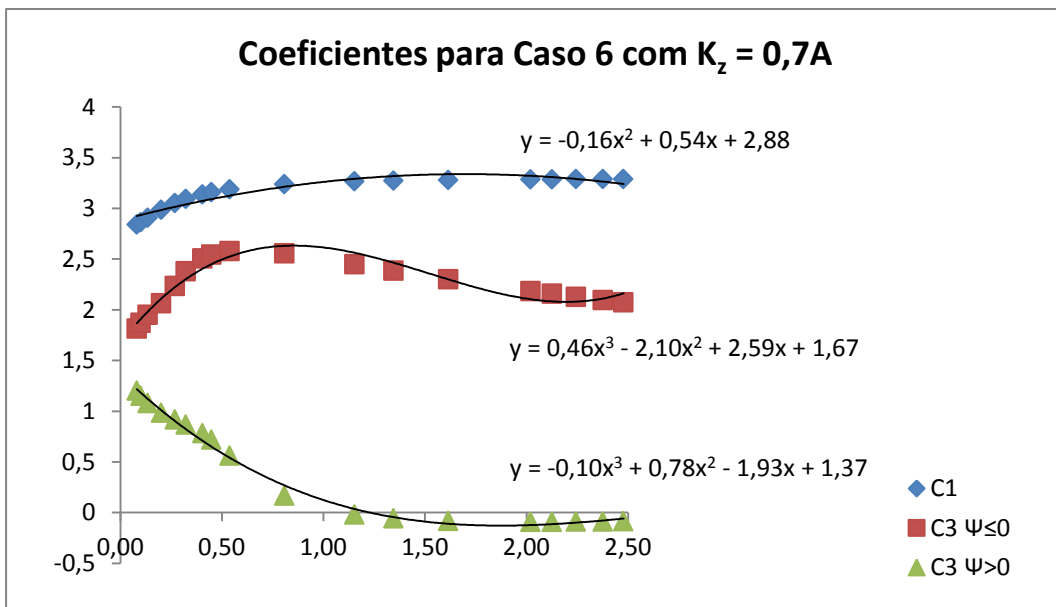


Figura 199 - Coeficientes para Caso 6 com $K_z = 0,7A$

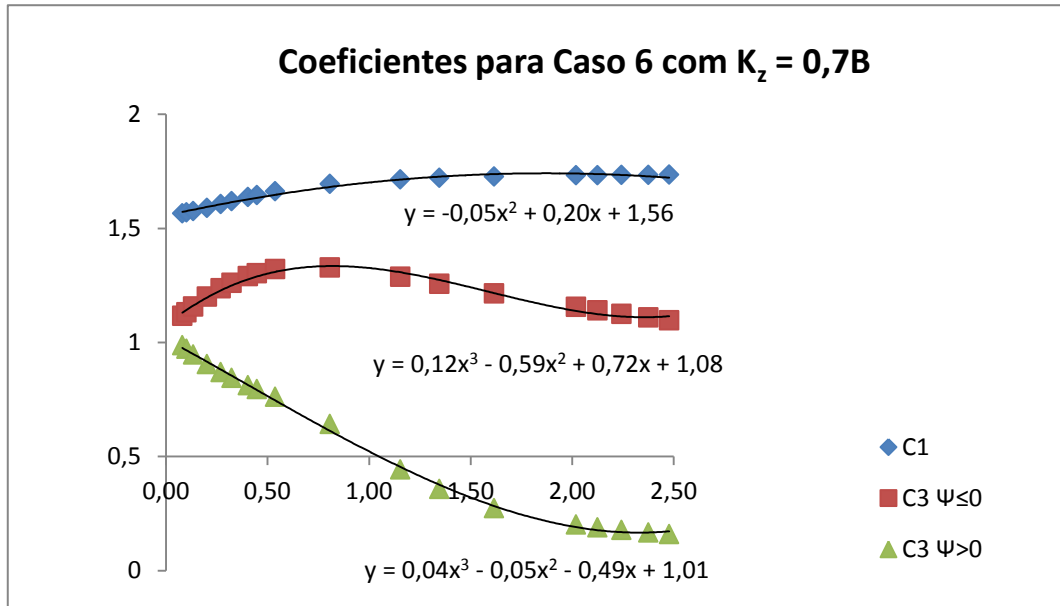


Figura 200 - Coeficientes para Caso 6 com $K_z = 0,7B$

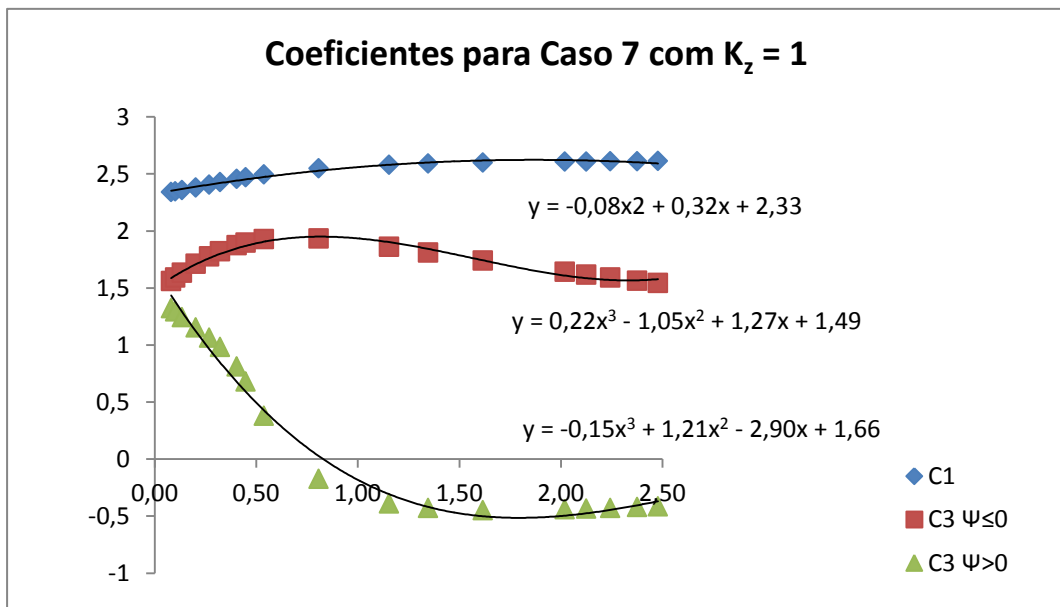


Figura 201 - Coeficientes para Caso 7 com $K_z = 1$

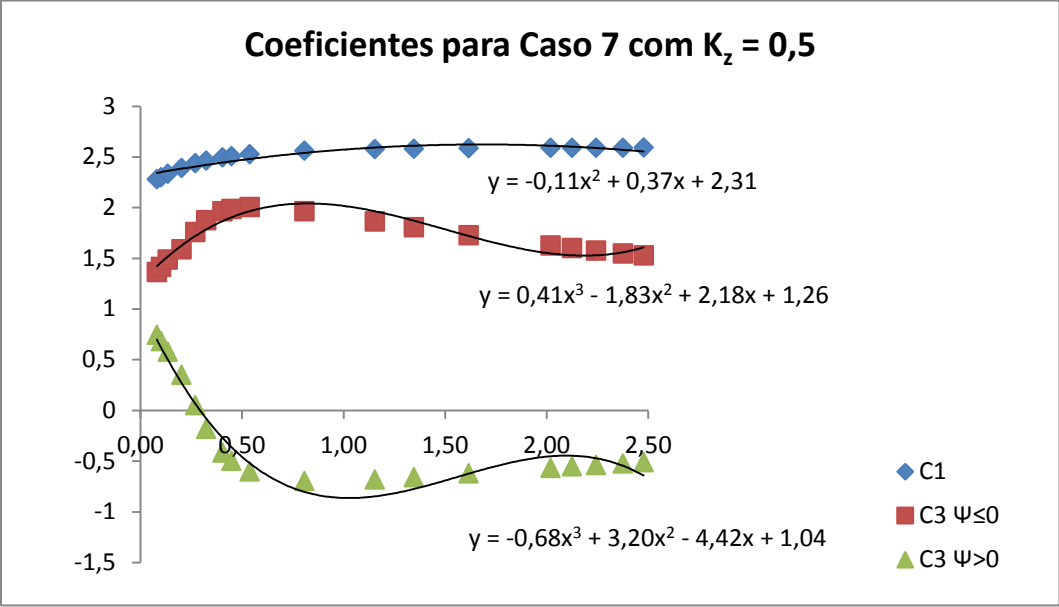


Figura 202 - Coeficientes para Caso 7 com $K_z = 0,5$

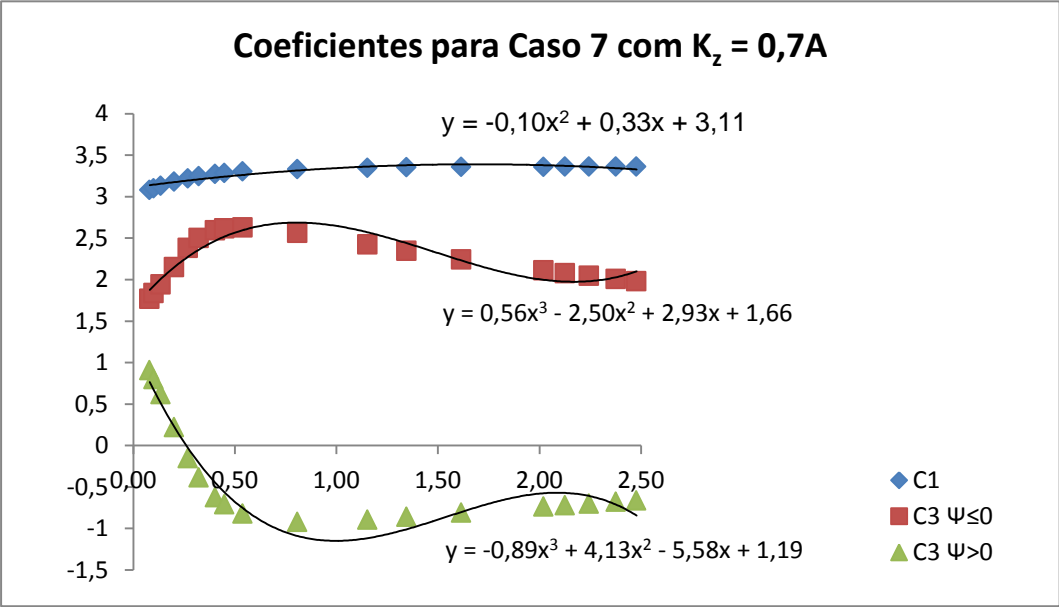


Figura 203 - Coeficientes para Caso 7 com $K_z = 0,7A$

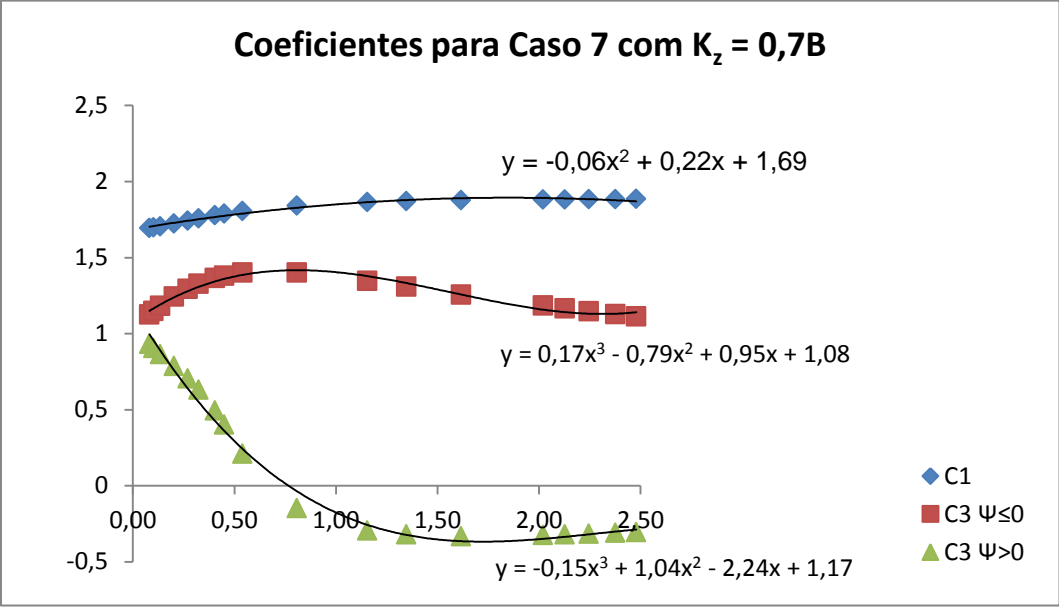


Figura 204 - Coeficientes para Caso 7 com $K_z = 0,7B$

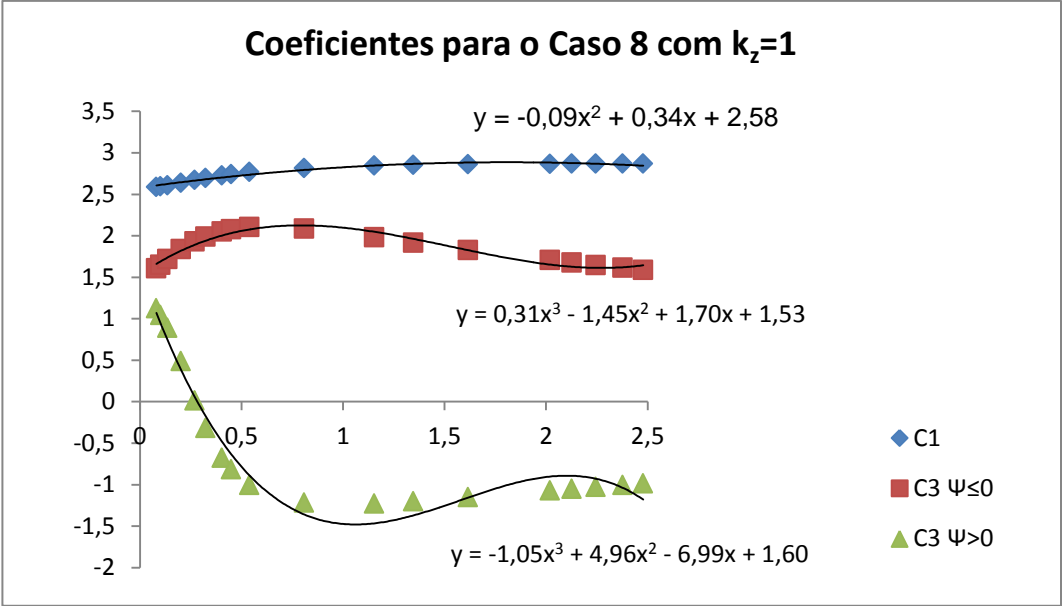


Figura 205 - Coeficientes para Caso 8 com $K_z = 1$

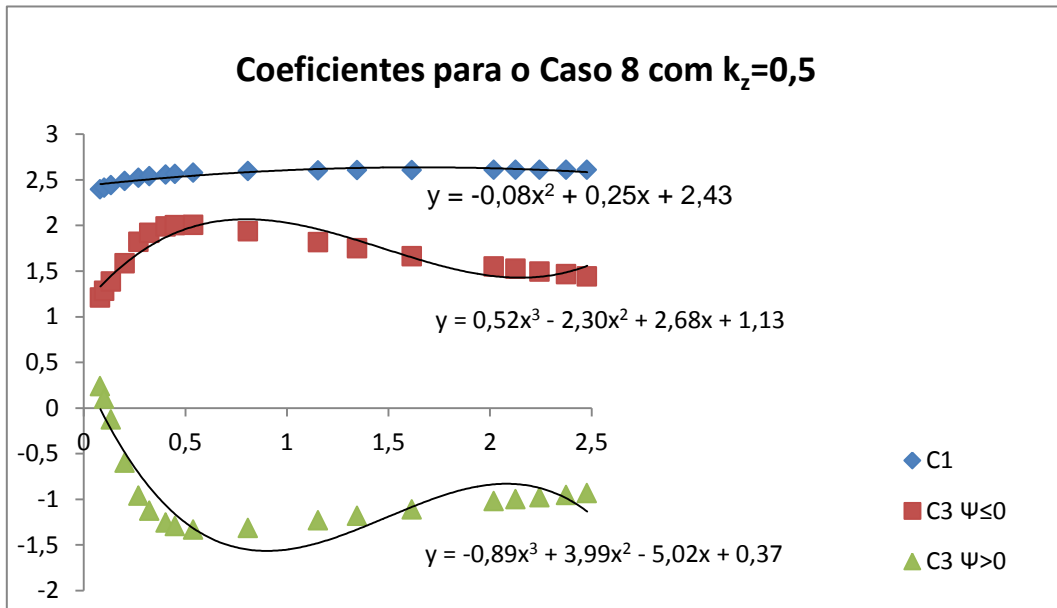


Figura 206 - Coeficientes para Caso 8 com $K_z = 0,5$

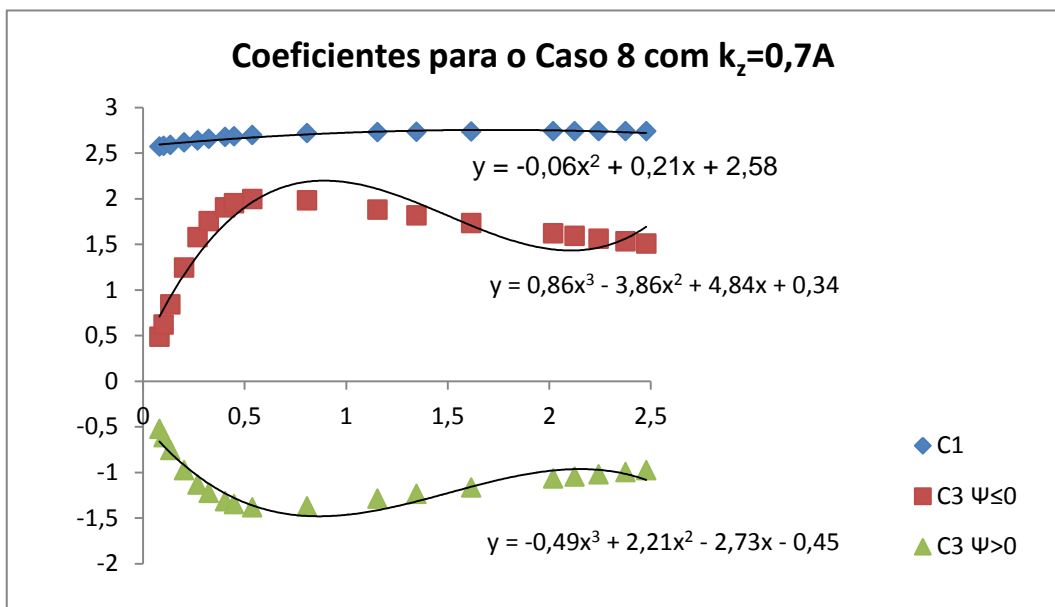


Figura 207 - Coeficientes para Caso 8 com $K_z = 0,7A$

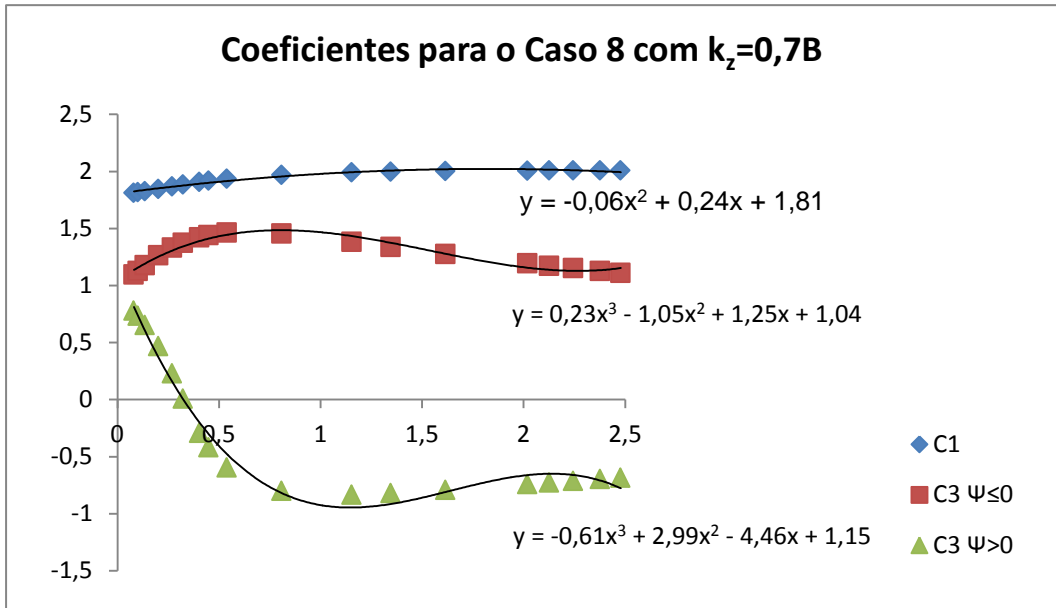


Figura 208 - Coeficientes para Caso 8 com $K_z = 0,7B$

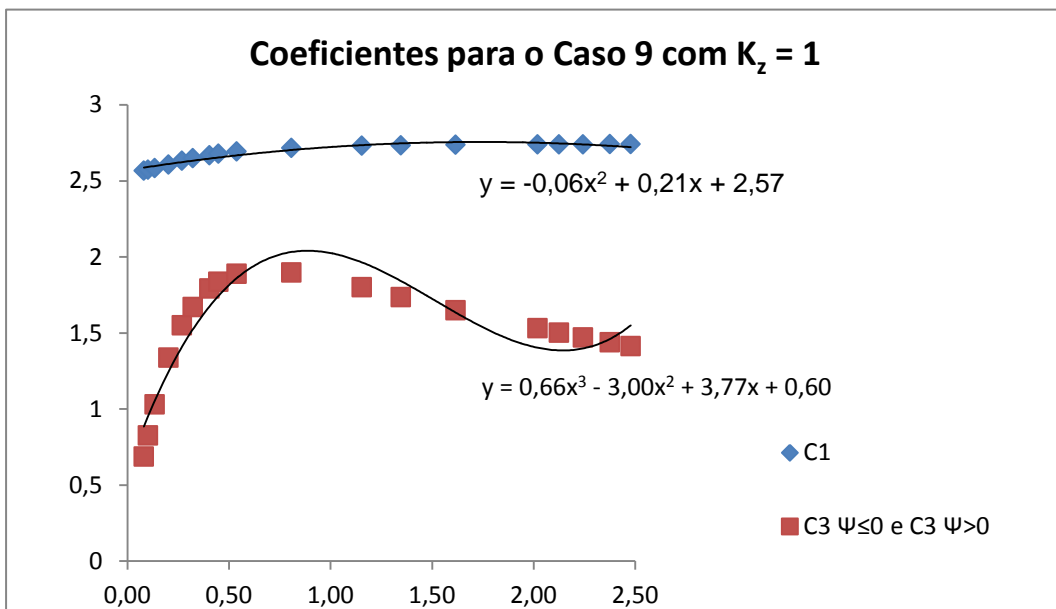


Figura 209 - Coeficientes para Caso 9 com $K_z = 1$

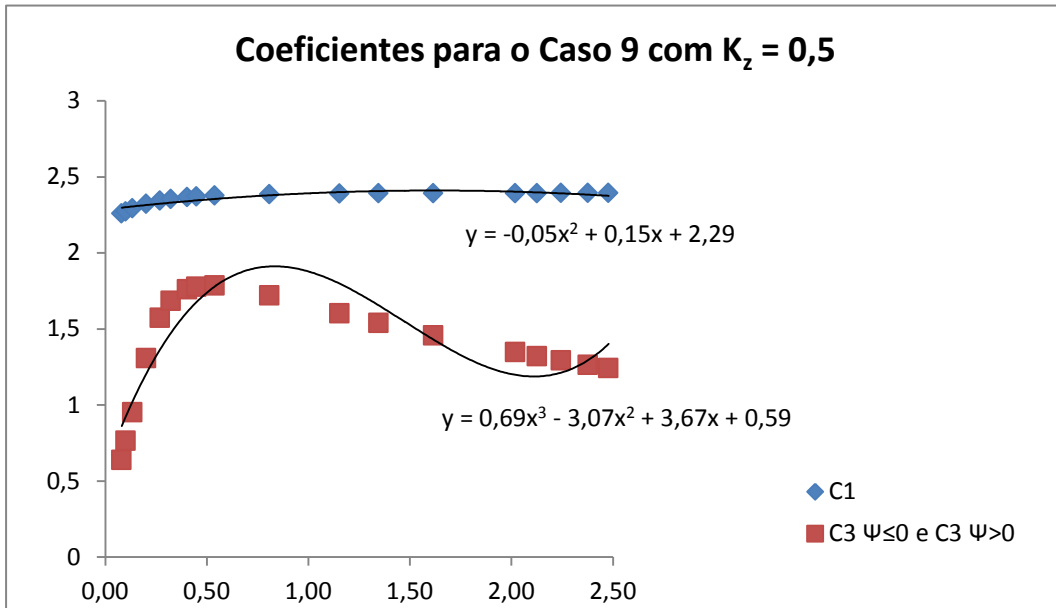


Figura 210 - Coeficientes para Caso 9 com $K_z = 0,5$

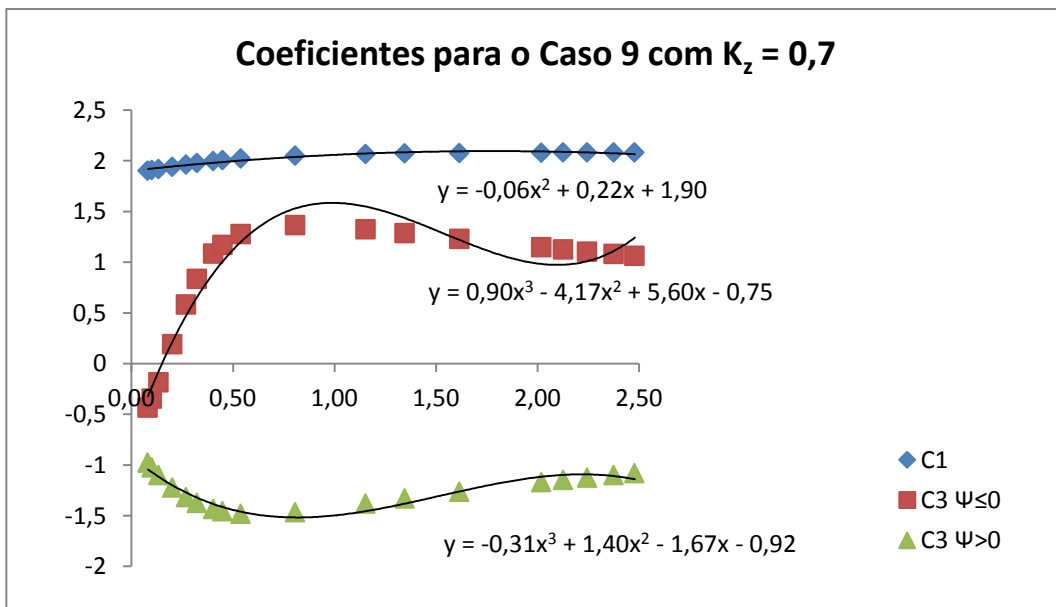


Figura 211 - Coeficientes para Caso 9 com $K_z = 0,7$

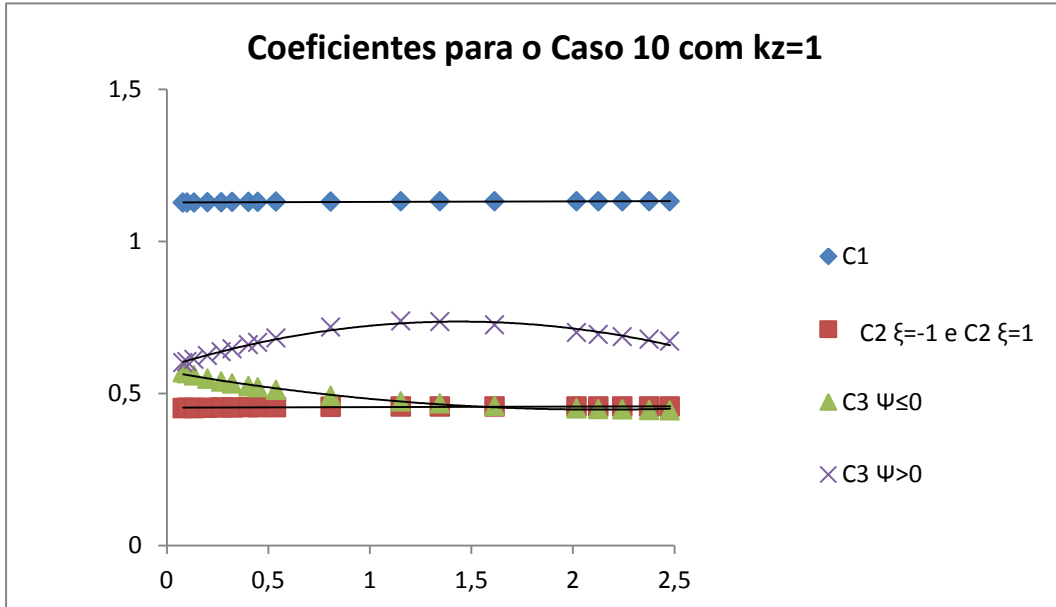


Figura 212 - Coeficientes para Caso 10 com $K_z = 1$

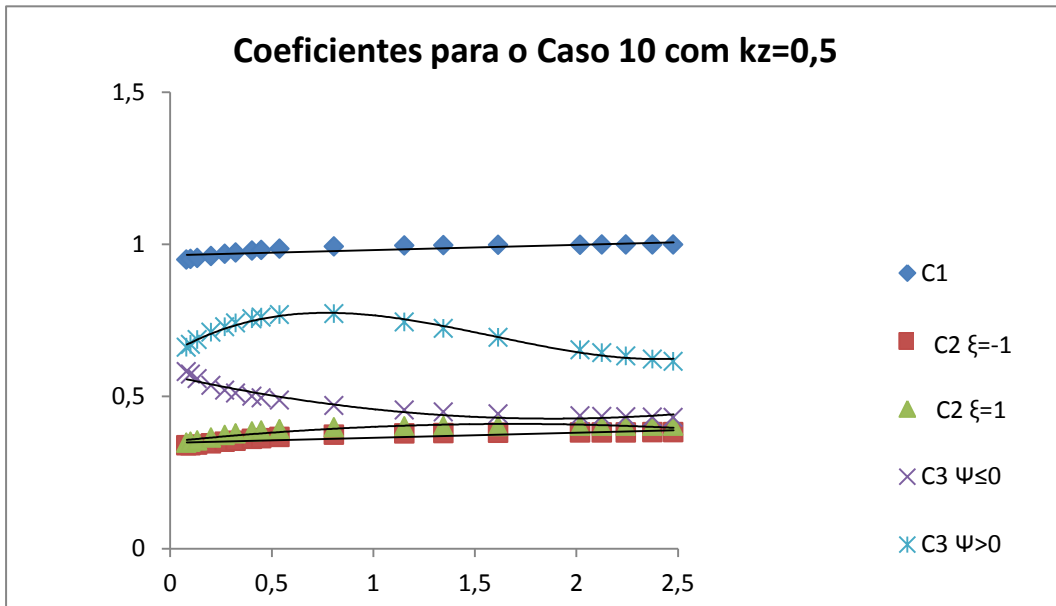


Figura 213 - Coeficientes para Caso 10 com $K_z = 0,5$

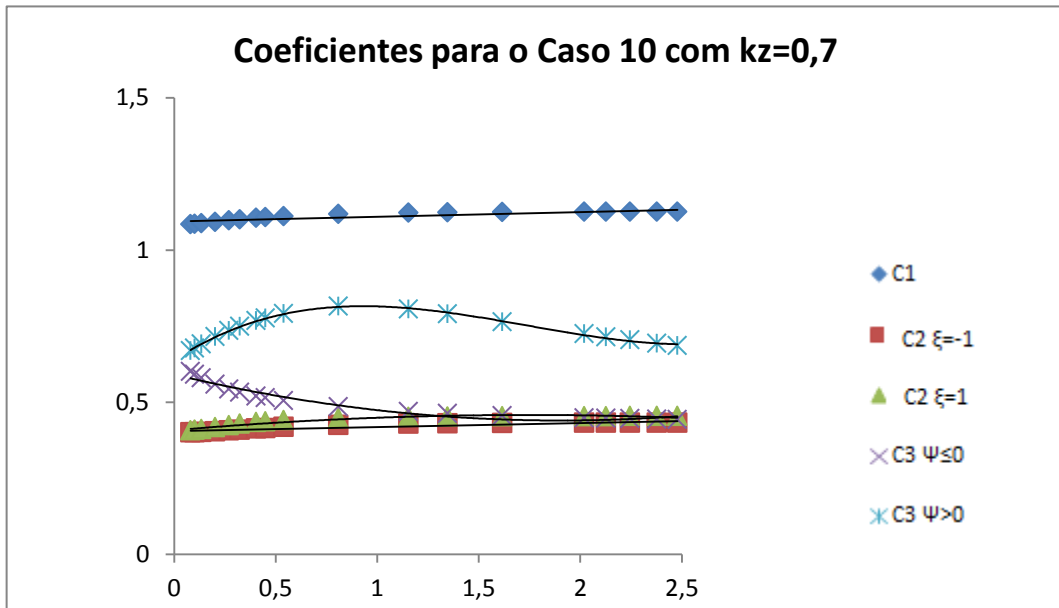


Figura 214 - Coeficientes para Caso 10 com $K_z = 0,7$

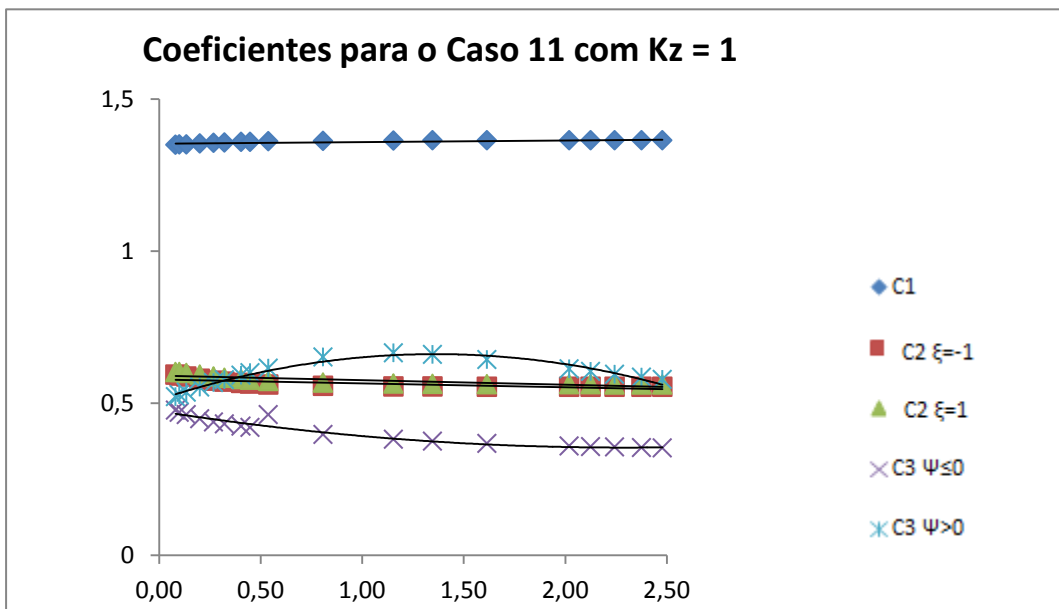


Figura 215 - Coeficientes para Caso 11 com $K_z = 1$

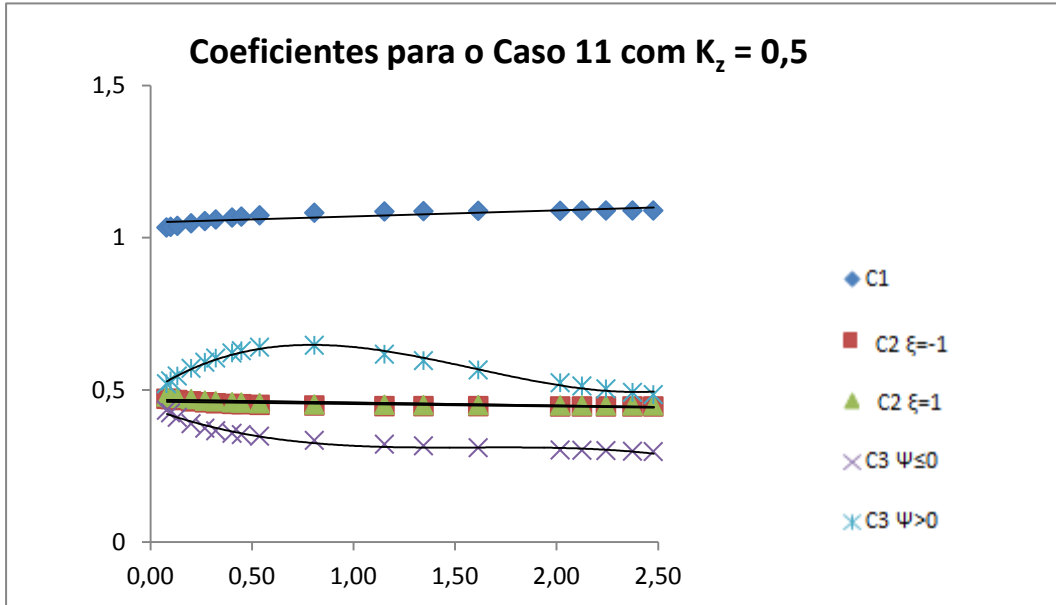


Figura 216 - Coeficientes para Caso 11 com $K_z = 0,5$

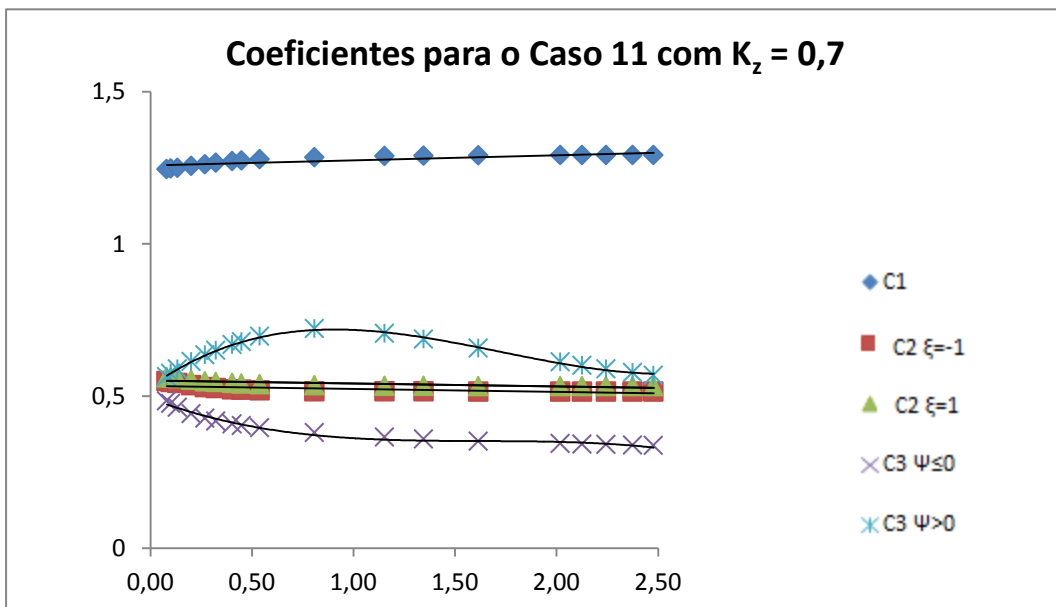


Figura 217 - Coeficientes para Caso 11 com $K_z = 0,7$

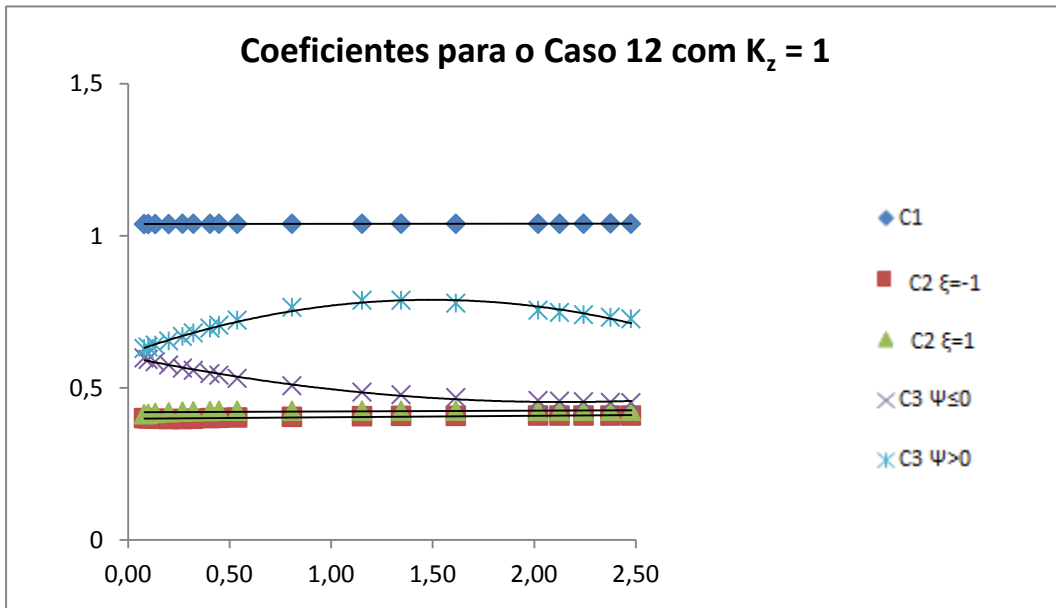


Figura 218 - Coeficientes para Caso 12 com $K_z = 1$

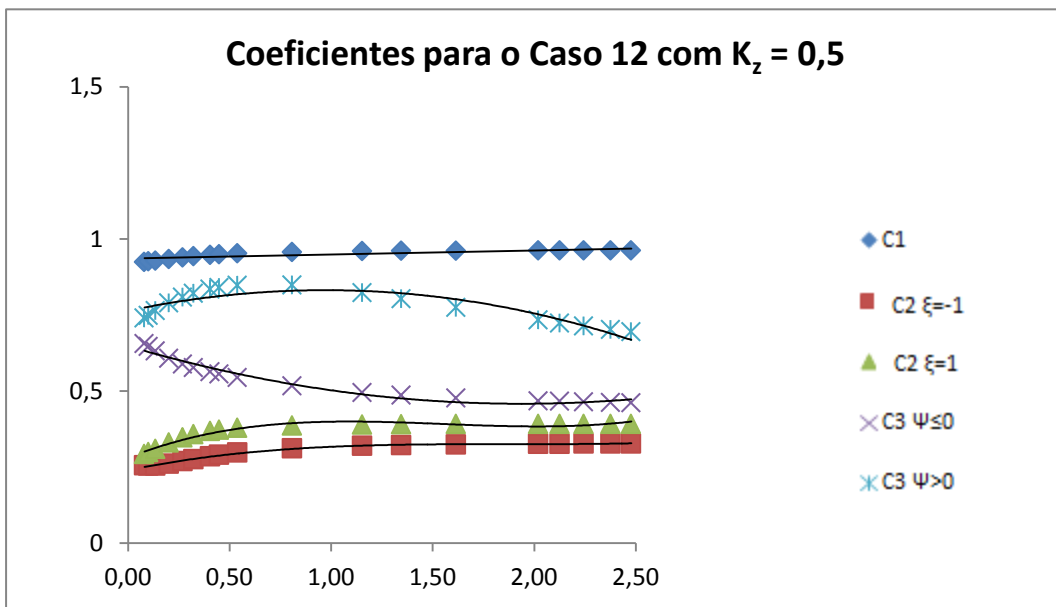


Figura 219 - Coeficientes para Caso 12 com $K_z = 0,5$

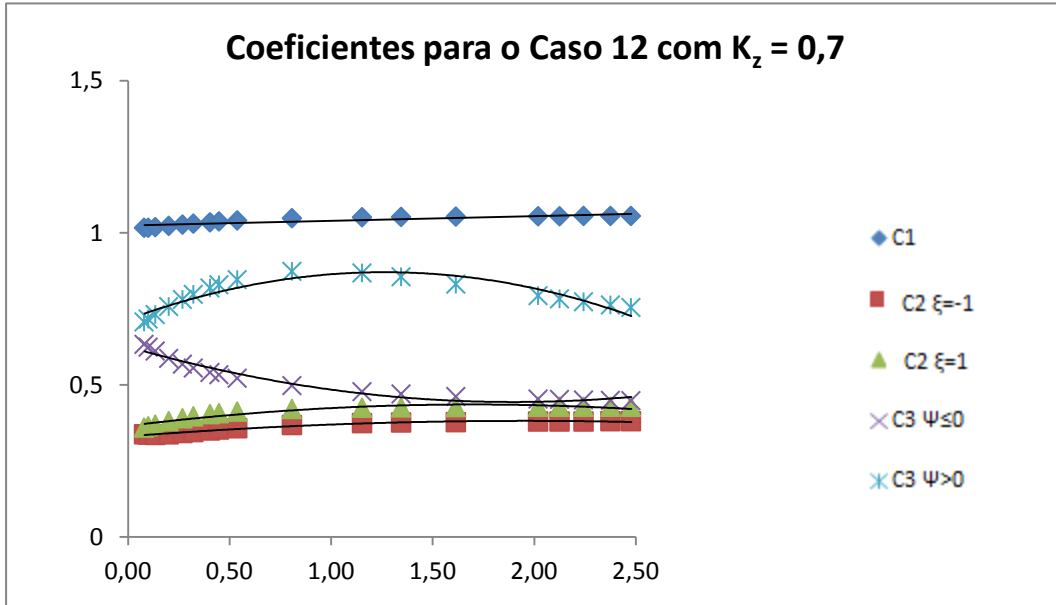


Figura 220 - Coeficientes para Caso 12 com $K_z = 0,7$

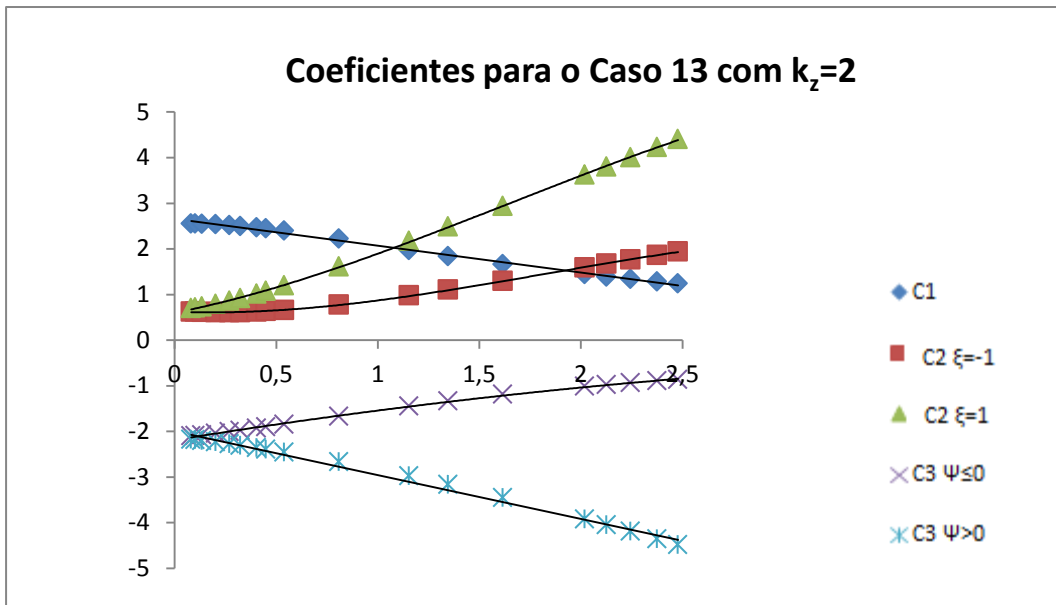


Figura 221 - Coeficientes para Caso 13 com $K_z = 2$

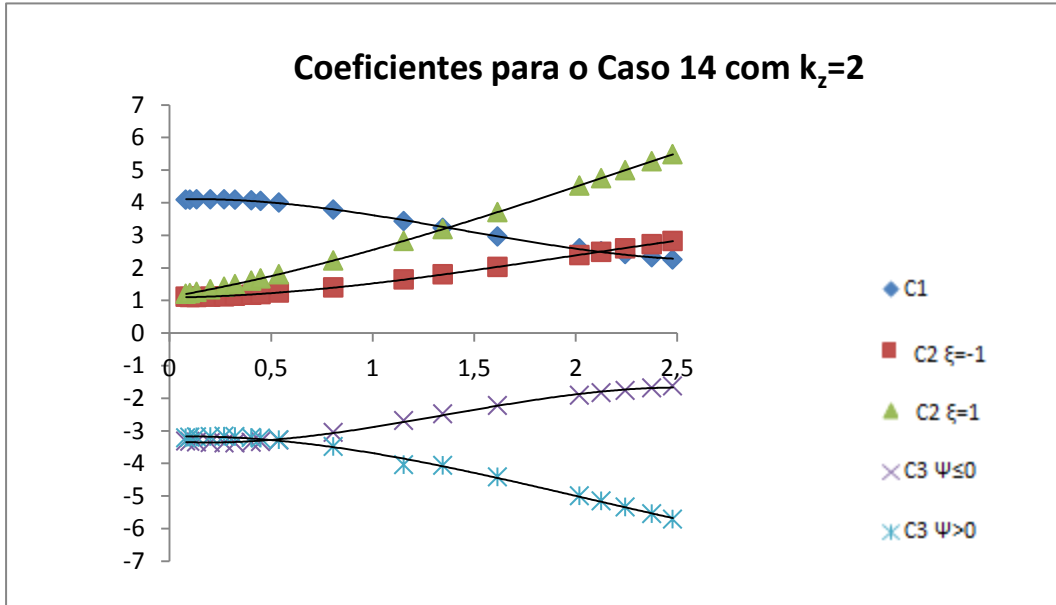


Figura 222 - Coeficientes para Caso 14 com $K_z=2$

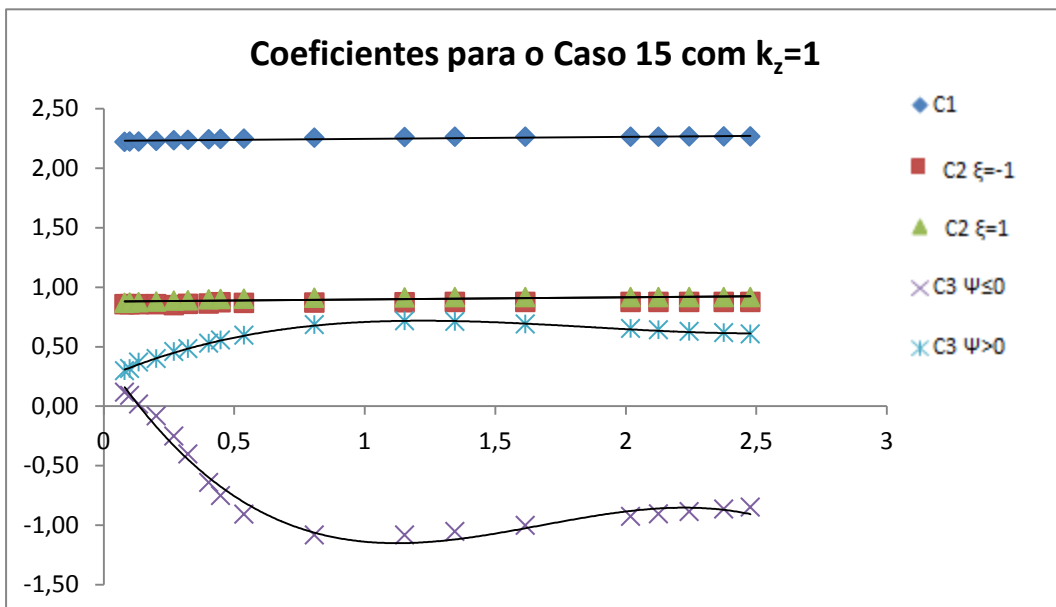


Figura 223 - Coeficientes para Caso 15 com $K_z=1$

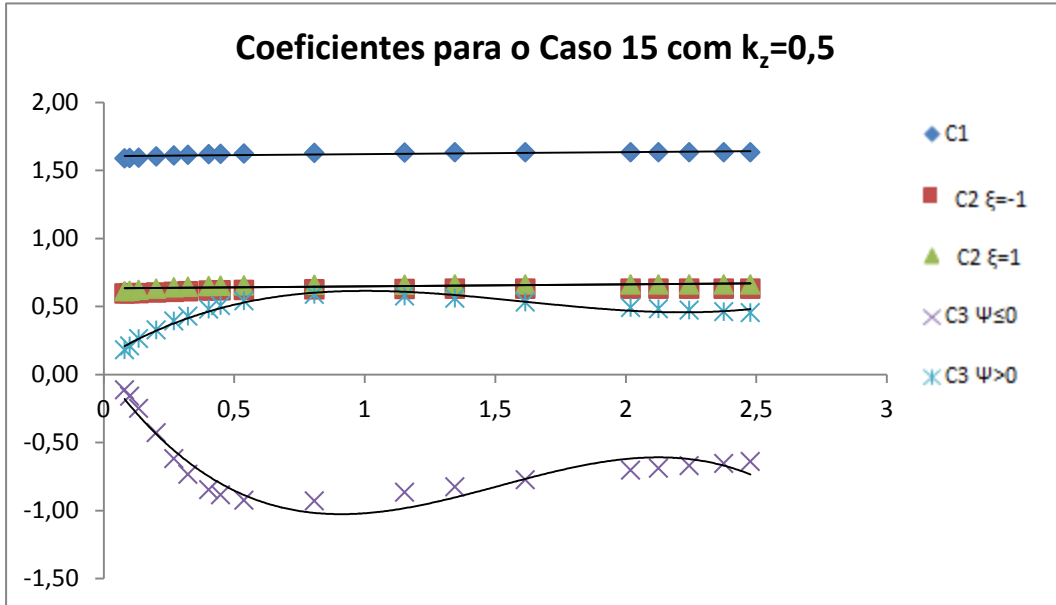


Figura 224 - Coeficientes para Caso 15 com $K_z = 0,5$

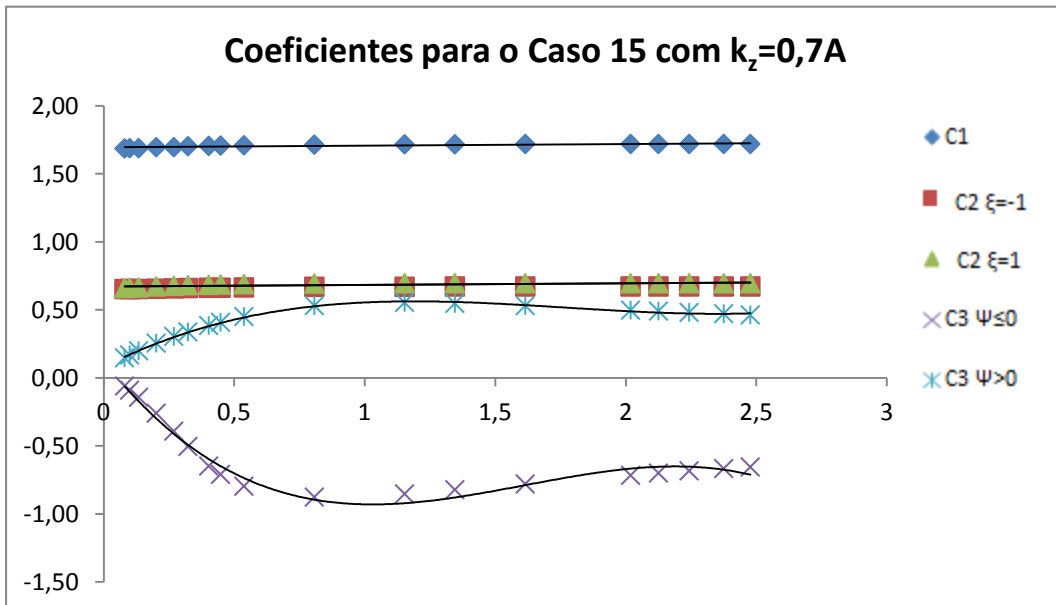


Figura 225 - Coeficientes para Caso 15 com $K_z = 0,7A$

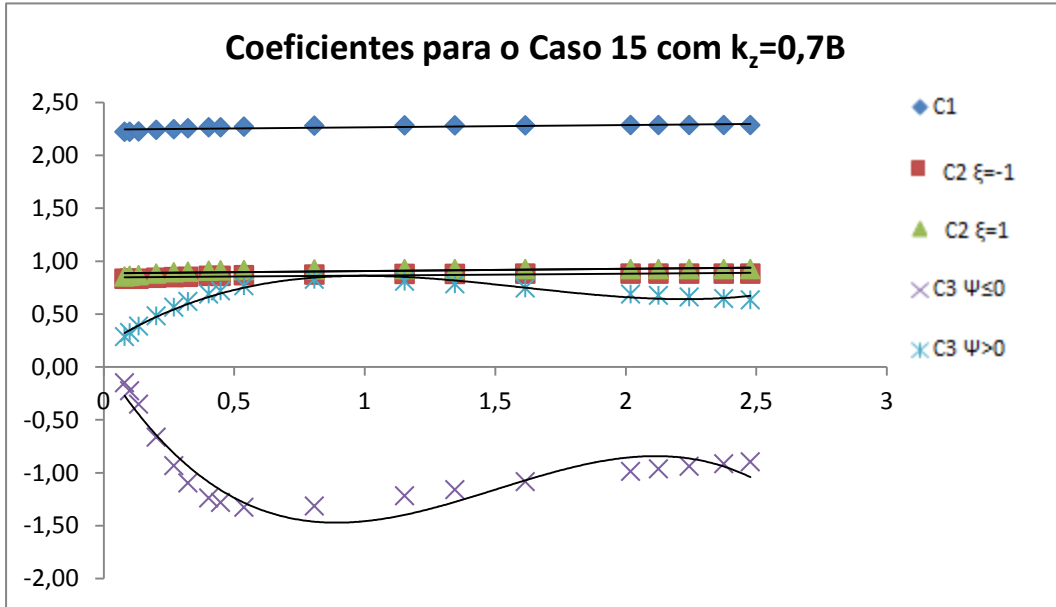


Figura 226 - Coeficientes para Caso 15 com $K_z=0,7B$

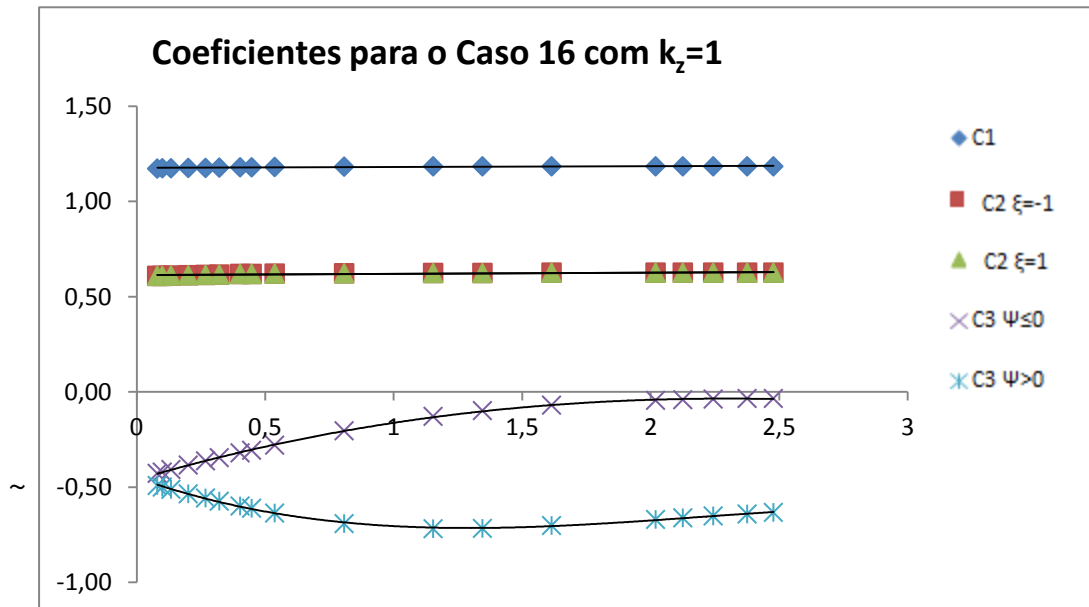


Figura 227 - Coeficientes para Caso 16 com $K_z=1$

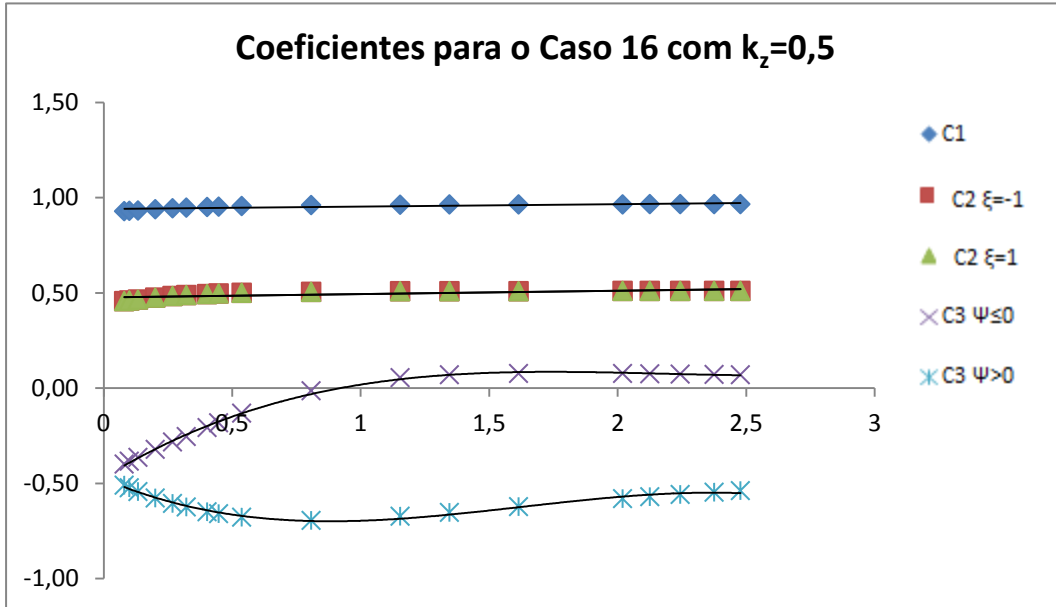


Figura 228 - Coeficientes para Caso 16 com $K_z = 0,5$

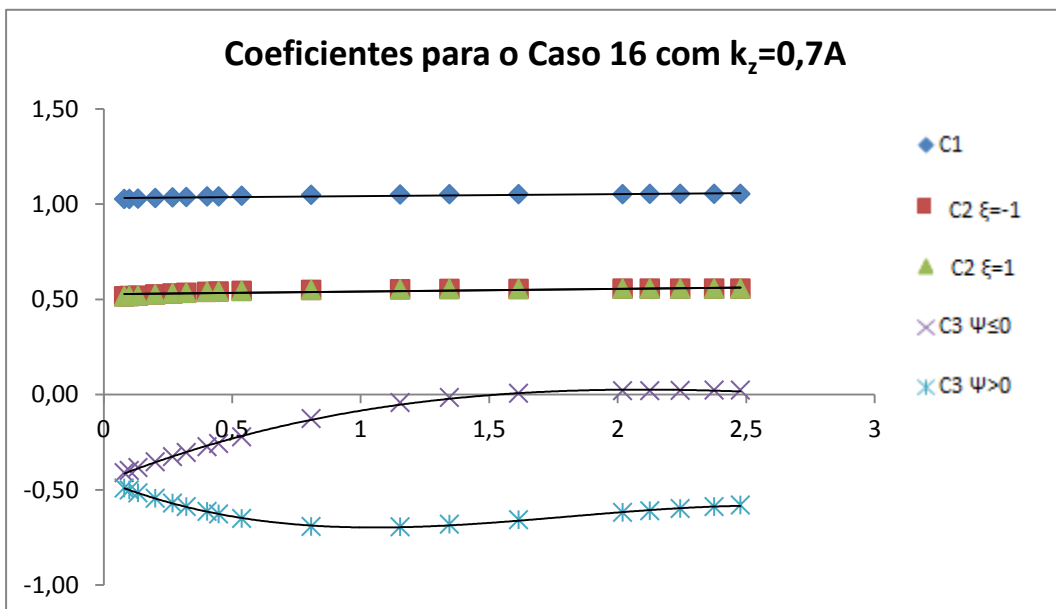


Figura 229 - Coeficientes para Caso 16 com $K_z = 0,7A$

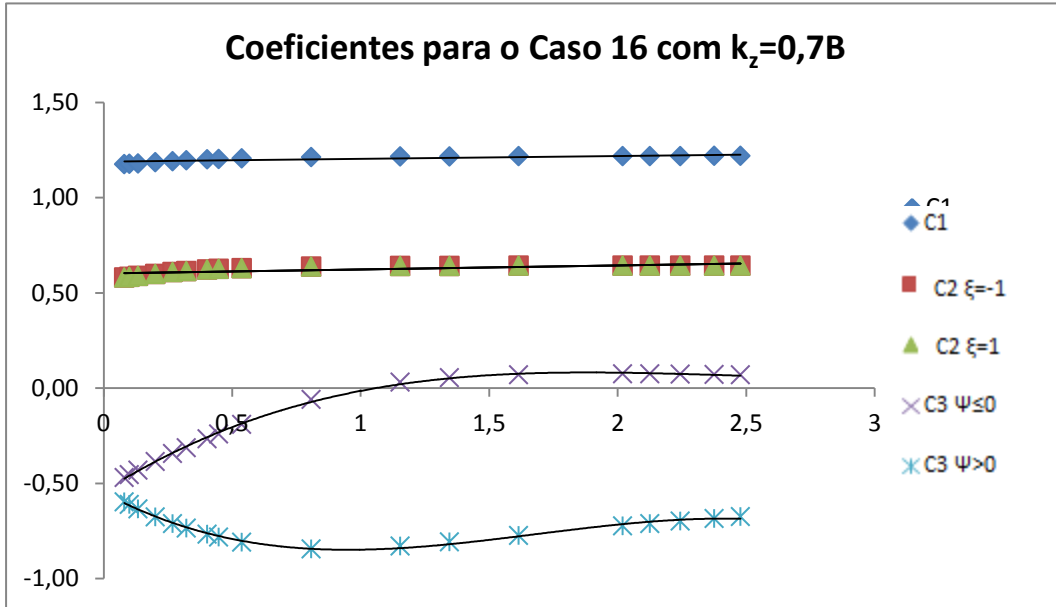


Figura 230 - Coeficientes para Caso 16 com $K_z = 0,7B$

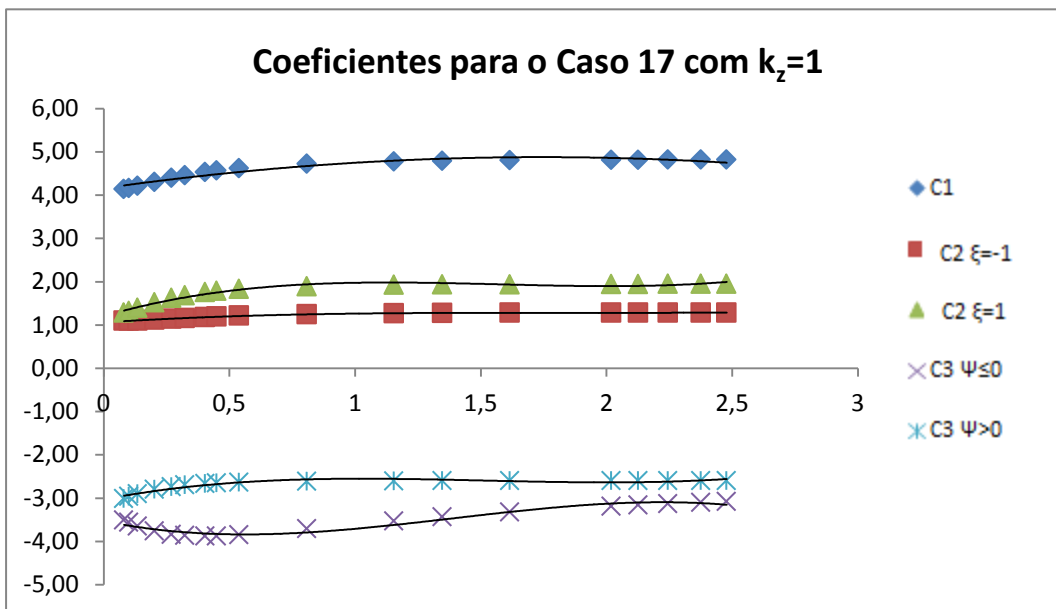


Figura 231 - Coeficientes para Caso 17 com $K_z = 1$

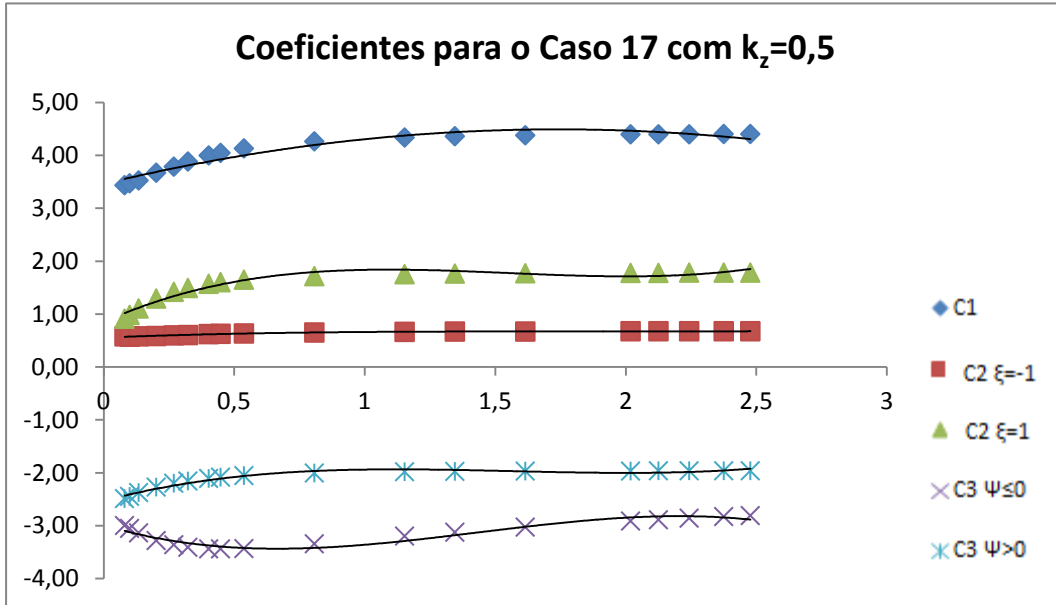


Figura 232 - Coeficientes para Caso 17 com $K_z=0,5$

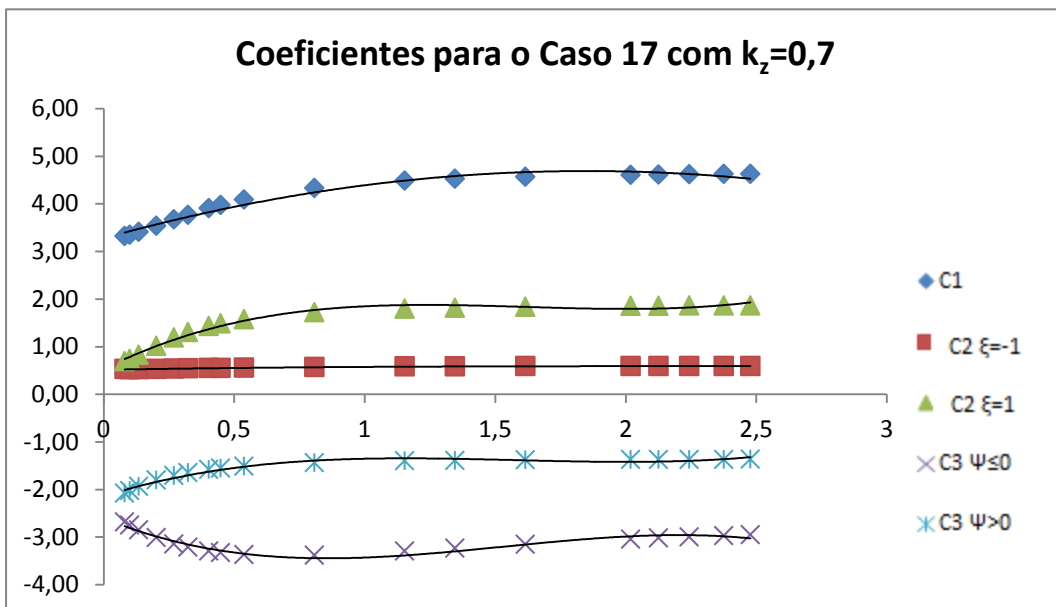


Figura 233 - Coeficientes para Caso 17 com $K_z=0,7$

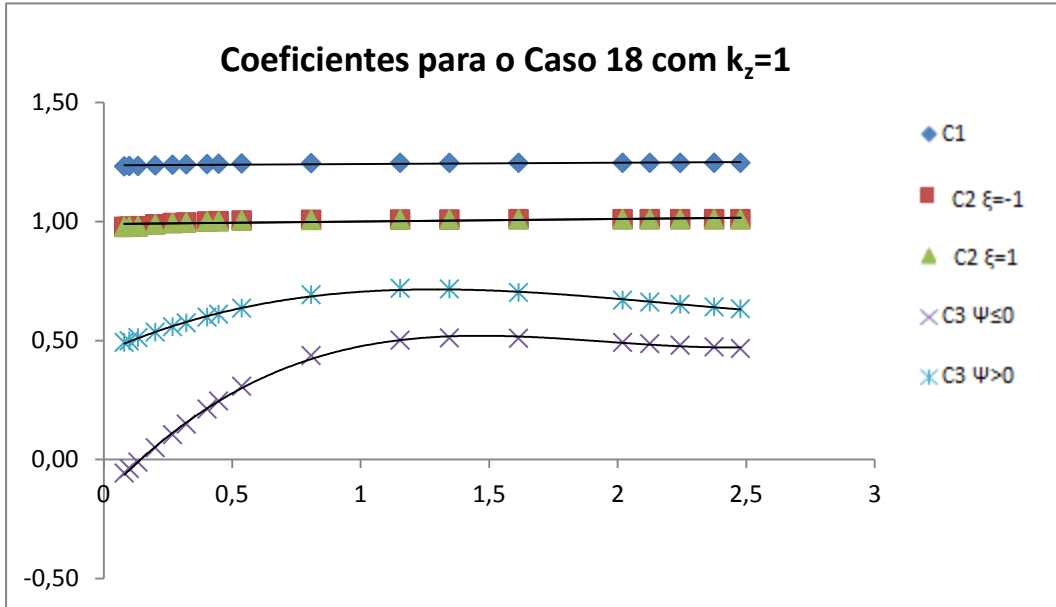


Figura 234 - Coeficientes para Caso 18 com $K_z=1$

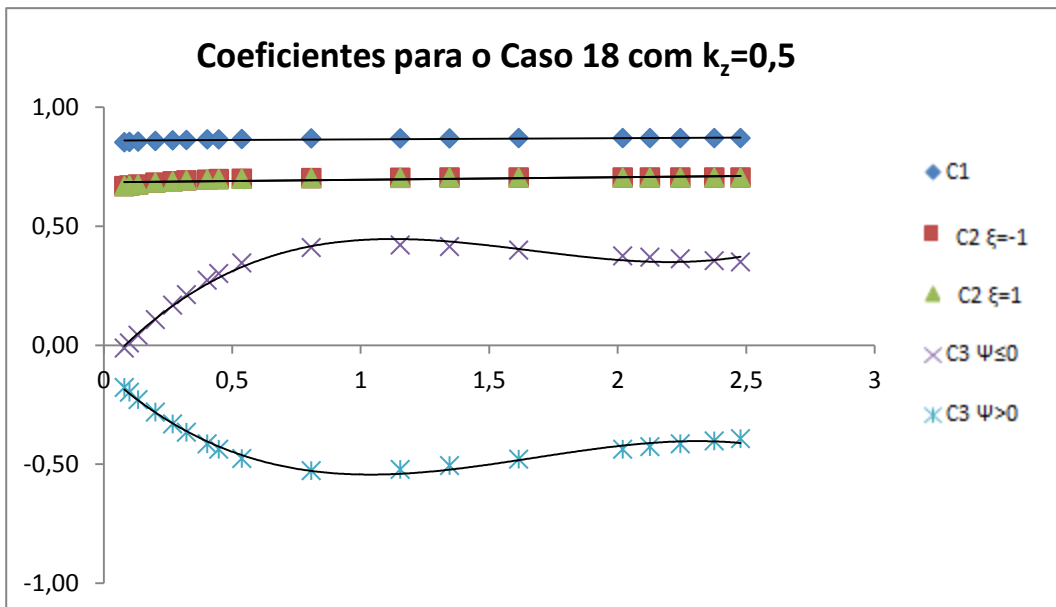


Figura 235 - Coeficientes para Caso 18 com $K_z=0,5$

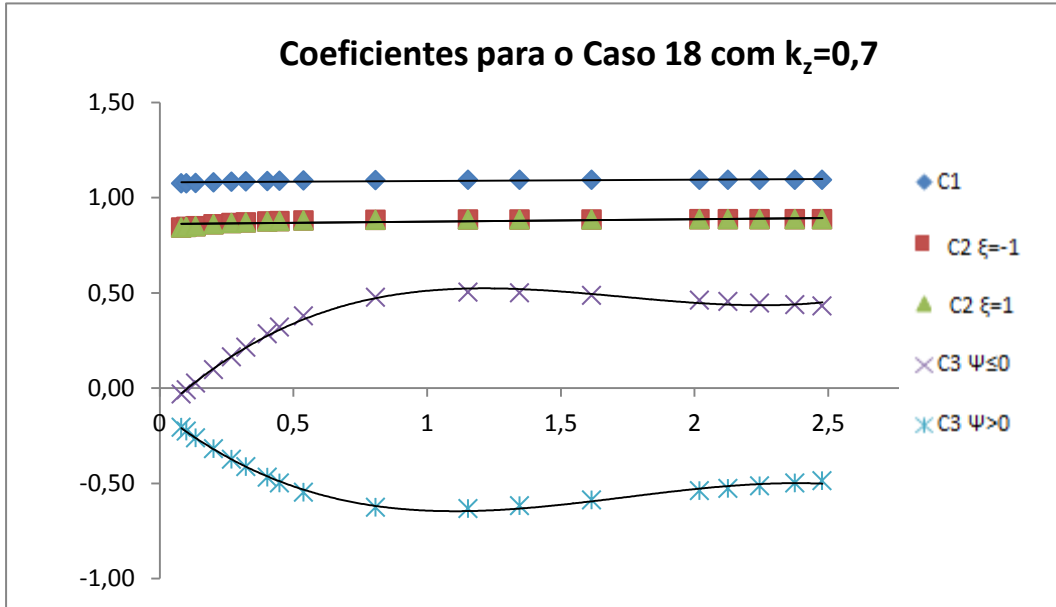


Figura 236 - Coeficientes para Caso 18 com $K_z=0,7$