



UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA
Faculdade de Ciências e Tecnologia
Departamento de Engenharia Civil

**Estudo da Influência de Chapas de Ligação com Cavilha na
Resistência à Encurvadura de Colunas de Aço de Secção
Tubular Circular**

Por
Ricardo João Duarte Tomé

Dissertação para obtenção do grau de Mestre em Engenharia Civil

Orientador: Doutor Rodrigo de Moura Gonçalves

Júri

Arguente: Doutor João Rocha de Almeida
Vogais: Doutor Miguel das Neves Pires Amado
Doutor Rodrigo de Moura Gonçalves

Dezembro de 2014



**FACULDADE DE
CIÊNCIAS E TECNOLOGIA**
UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA

“Copyright” Ricardo João Duarte Tomé, FCT/UNL e UNL

A Faculdade de Ciências e Tecnologia e a Universidade Nova de Lisboa têm o direito, perpétuo e sem limites geográficos, de arquivar e publicar esta dissertação através de exemplares impressos reproduzidos em papel ou de forma digital, ou por qualquer outro meio conhecido ou que venha a ser inventado, e de a divulgar através de repositórios científicos e de admitir a sua cópia e distribuição com objectivos educacionais ou de investigação, não comerciais, desde que seja dado crédito ao autor e editor.

Agradecimentos

Em primeiro lugar, gostaria de agradecer ao meu orientador, Doutor Rodrigo Gonçalves, por todo o apoio prestado, pelos conhecimentos e incentivo transmitidos, pela sua total disponibilidade e aconselhamento, contribuindo assim para a realização desta dissertação.

Um forte abraço ao meu irmão Edgar por todo o seu apoio durante a realização desta dissertação, seus conselhos e ajuda no meu percurso académico. Obrigado mano!

Aos meus pais por toda a sua compreensão e apoio incondicional sem os quais não seria o que sou hoje.

Aos meus grandes amigos e companheiros Gonçalo Matos, Miguel Cordeiro, Jorge Amaral, Miguel Madureira, Telmo Lopes, Frederico Franco e David Pinto pela amizade, incentivo e companheirismo tanto nos momentos mais difíceis e exigentes como nos momentos de maior descontração e diversão.

Aos meus companheiros de curso Miguel Figueira, David Cruz, Rafael Wong, Pedro Claro e todos os outros que tornaram este percurso mais fácil.

Por fim, mas não com menor importância, quero agradecer a minha namorada Ana pela paciência e apoio nos bons e maus momentos que levaram à conclusão da presente dissertação e muito mais.

Resumo

Neste trabalho estuda-se a resistência à encurvadura (compressão uniforme) de tubos de aço de secção circular, com extremidades rotuladas por meio de cavilhas, tendo em conta a influência da chapa de ligação (*gusset plate* na designação em língua inglesa). Para o efeito, estuda-se uma ligação-tipo comum com chapa soldada e efetuam-se estudos paramétricos, recorrendo a modelos de elementos finitos de casca, para determinar a influência da chapa na (i) carga crítica e na (ii) carga de colapso do elemento. Os resultados mostram que a influência da chapa não pode ser desprezada para valores reduzidos da esbelteza do elemento. Propõe-se um método expedito e preciso para determinar a carga crítica tendo em conta a influência da chapa.

Palavras chave:

- Encurvadura;
- Tubos de secção circular;
- Chapa de ligação (*gusset plate*);
- Ligação com cavilha;
- Eurocódigo 3.

Abstract

On the influence of the gusset plate in the buckling resistance of steel columns with circular hollow section

This work addresses the buckling resistance of uniformly compressed steel tubes with circular section and pinned ends, allowing for the influence of the gusset plate. A typical connection is selected and parametric studies are carried out, using shell finite element models, to determine the influence of the gusset plate in the bar (i) critical load and (ii) collapse load. The results show that the plate influence cannot be discarded for low slenderness values. A simple and accurate method for the calculation of the critical load is proposed, which takes into consideration the plate influence.

Keywords:

- Buckling;
- Circular section tubes;
- Gusset plates;
- Pin connections;
- Eurocode 3.

Índice de Matérias

Índice de Matérias	ix
Índice de Figuras	xi
Índice de Tabelas	xv
Lista de abreviaturas, siglas e símbolos	xvii
1 Introdução	1
1.1 Motivação e objetivos	1
1.2 Conceitos gerais	4
1.2.1 Classificação da secção	4
1.2.2 Comprimento de encurvadura	4
1.2.3 Imperfeições	6
1.2.4 Ligação com cavilha	7
1.2.5 Requisitos geométricos	8
1.2.6 Distribuição de tensões	9
1.3 Organização da Dissertação	9
2 Análise da ligação	11
2.1 Geometria da ligação	11
2.1.1 Classificação da secção	14
2.1.2 Resistência ao esmagamento	14
2.1.3 Transmissão de forças	14
2.2 Modelação numérica	14
2.2.1 Introdução	14
2.2.2 Análise geometricamente linear	16
2.2.3 Análise geometricamente não-linear	18
2.3 Conclusão	21
3 Análise do Tubo	25

Índice de Matérias

3.1	Introdução	25
3.2	Análise de resultados	26
3.3	Conclusão	28
4	Análise conjunta do tubo e ligação	31
4.1	Introdução	31
4.2	Análise ADINA	31
4.3	Cálculo aproximado da carga crítica	37
4.4	Análise e discussão de resultados	40
5	Conclusões e desenvolvimentos futuros	45
5.1	Conclusões	45
5.2	Desenvolvimentos futuros	45
	Bibliografia	47
A	Deformadas	49
A.1	Elemento Tubular	49
A.2	Elemento tubular com ligação	52
A.2.1	Ligação com $L_p = 200 \text{ mm}$	52
A.2.2	Ligação com L_p de 300 milímetros	56

Índice de Figuras

1.1	Ligações com chapas.	2
1.2	Ligações soldadas entre perfis (Wardenier <i>et al</i> , 2010).	2
1.3	Ligação rotulada com chapa soldada e cavilha.	2
1.4	Aeroporto de Barajas em Madrid, Espanha; (a) Pilares de suporte à cobertura e (b) Pormenor da ligação na base dos pilares. (Adaptado de A.M. Ruiz-Teran <i>et al</i>)	3
1.5	Simetria radial de uma secção circular.	4
1.6	Comprimentos de encurvadura para diferentes condições de apoio para colunas: a) apoiadas-apoiadas; b) apoiadas-encastadas; c) encastadas-encastadas; d) encastadas-livre. (www.csiportugal.com)	5
1.7	Curvas de encurvadura. (Figura 6.4 da NP EN 1993-1-1)	6
1.8	Requisitos geométricos para elementos com extremidades ligadas por cavilhas (Adaptado de NP EN 1993-1-8).	8
1.9	Fluxo de tensões no rasgo do tubo (Fonte: adaptado de Saucedo e Packer, 2006).	9
1.10	Geometria da hipótese de Whitmore (Whitmore,1952).	10
2.1	Geometria da cavilha.	13
2.2	Pormenor da cobertura do gare de chegadas do Aeroporto Internacional de Lisboa.	13
2.3	Comportamento elasto-plástico.	15
2.4	Ligação com $L_p=200$ milímetros e imperfeição $L/250$: a) malha b) deformada.	15
2.5	Ligação com $L_p=300$ milímetros e imperfeição $L/250$: a) malha b) deformada.	16
2.6	Distribuição de tensões: análise geometricamente linear para cavilha com $L_p = 200$ mm.	17
2.7	Distribuição de tensões: análise geometricamente linear para cavilha com $L_p = 300$ mm.	17
2.8	Gráfico carga/deslocamento da ligação para uma imperfeição de $L/250$	18
2.9	Distribuição de tensões: análise geometricamente não linear para $L_p = 200$ mm e uma imperfeição de $L/250$	19
2.10	Distribuição de tensões: análise geometricamente não linear para $L_p = 300$ mm e uma imperfeição de $L/250$	20
2.11	Deformada da ligação para L_p igual a 200 milímetros e uma imperfeição de $L/1000$	20
2.12	Deformada da ligação para L_p igual a 300 milímetros e uma imperfeição de $L/1000$	21

Índice de Figuras

2.13	Gráfico carga/deslocamento da ligação para uma imperfeição de $L/1000$	21
2.14	Distribuição de tensões: $L_p = 200 \text{ mm}$ e imperfeição de $L/1000$	22
2.15	Distribuição de tensões: $L_p = 300 \text{ mm}$ e imperfeição de $L/1000$	22
3.1	Deformada do tubo para $L_T = 10 \text{ m}$ e imperfeição de $L/250$	26
3.2	Carga/deslocamento para um elemento tubular com imperfeição $L/250$	27
3.3	Fatores de redução obtidos para uma imperfeição de $L/250$ e curva de dimensionamento a do EC3.	27
3.4	Deformada do elemento tubular para $L = 10 \text{ m}$ e imperfeição de $L/1000$	27
3.5	Carga/deslocamento para um elemento tubular com imperfeição de $L/1000$	28
3.6	Fatores de redução obtidos com uma imperfeição igual a $L/1000$ e curva de dimensionamento a do EC3.	29
4.1	Deformada do elemento completo para: a) $L_T = 12 \text{ m}$; b) $L_T = 2 \text{ m}$, com $L_p = 200 \text{ mm}$ e imperfeição igual a $L/250$	32
4.2	Carga/deslocamento para tubo com ligação para $L_p = 200 \text{ mm}$ e imperfeição igual a $L/250$	33
4.3	Deformada do elemento completo para: a) $L_T = 12 \text{ m}$; b) $L_T = 2 \text{ m}$, com $L_p = 300 \text{ mm}$ e imperfeição de $L/250$	33
4.4	Carga/deslocamento para tubo com ligação para $L_p = 300 \text{ mm}$ e imperfeição de $L/250$	34
4.5	Fatores de redução obtidos para uma imperfeição de $L/250$ e curva de dimensionamento a do EC3.	35
4.6	Deformada do tubo com ligação para: a) $L_T = 12 \text{ m}$; b) $L_T = 2 \text{ m}$, com $L_p = 200 \text{ mm}$ e imperfeição de $L/1000$	35
4.7	Carga/deslocamento para tubo com ligação para $L_p = 200 \text{ mm}$ e imperfeição de $L/1000$	36
4.8	Deformada do tubo com ligação para: a) $L_T = 12 \text{ m}$; b) $L_T = 2 \text{ m}$, com $L_p = 300 \text{ mm}$ e imperfeição de $L/1000$	37
4.9	Carga/deslocamento para tubo com ligação para $L_p = 300 \text{ mm}$ e imperfeição de $L/1000$	38
4.10	Fatores de redução obtidos para uma imperfeição de $L/1000$ e curva de dimensionamento a do EC3.	38
4.11	Barra com inércia variável.	38
4.12	Barra com inércia variável simplificada.	39
4.13	Simplificação geométrica.	40
4.14	Esforço crítico para uma largura de chapa média.	40
4.15	Esforço crítico para uma largura de chapa mínima.	41
4.16	Diferença de resistência dos diversos métodos para $L_p = 200$	42
4.17	Diferença de resistência nos diversos métodos para $L_p = 300$	42
4.18	Cálculo aproximado para imperfeição igual $L/250$ e esforço plástico do tubo.	43
4.19	Cálculo aproximado para imperfeição igual $L/1000$ e esforço plástico do tubo.	43
4.20	Cálculo aproximado para imperfeição igual $L/250$ e esforço plástico da chapa.	44
4.21	Cálculo aproximado para imperfeição igual $L/1000$ e esforço plástico da chapa.	44
A.1	Deformada do elemento tubular com $L = 8 \text{ m}$ e imperfeição de $L/250$	49
A.2	Deformada do elemento tubular com $L = 6 \text{ m}$ e imperfeição de $L/250$	49
A.3	Deformada do elemento tubular com $L = 5 \text{ m}$ e imperfeição de $L/250$	50

A.4	Deformada do elemento tubular com $L = 3\text{ m}$ e imperfeição de $L/250$	50
A.5	Deformada do elemento tubular com $L = 8\text{ m}$ e imperfeição de $L/1000$	50
A.6	Deformada do elemento tubular com $L = 6\text{ m}$ e imperfeição de $L/1000$	51
A.7	Deformada do elemento tubular com $L = 5\text{ m}$ e imperfeição de $L/1000$	51
A.8	Deformada do elemento tubular com $L = 3\text{ m}$ e imperfeição de $L/1000$	51
A.9	Deformada do elemento tubular com $L = 2\text{ m}$ e imperfeição de $L/1000$	52
A.10	Deformada do tubo com ligação para $L_p = 200\text{ mm}$, $L = 10\text{ m}$ e imperfeição de $L/250$	52
A.11	Deformada do tubo com ligação para $L_p = 200\text{ mm}$, $L = 8\text{ m}$ e imperfeição de $L/250$	52
A.12	Deformada do tubo com ligação para $L_p = 200\text{ mm}$, $L = 6\text{ m}$ e imperfeição de $L/250$	53
A.13	Deformada do tubo com ligação para $L_p = 200\text{ mm}$, $L = 5\text{ m}$ e imperfeição de $L/250$	53
A.14	Deformada do tubo com ligação para $L_p = 200\text{ mm}$, $L = 4\text{ m}$ e imperfeição de $L/250$	53
A.15	Deformada do tubo com ligação para $L_p = 200\text{ mm}$, $L = 3\text{ m}$ e imperfeição de $L/250$	54
A.16	Deformada do tubo com ligação para $L_p = 200\text{ mm}$, $L = 1,5\text{ m}$ e imperfeição de $L/250$	54
A.17	Deformada do tubo com ligação para $L_p = 200\text{ mm}$, $L = 10\text{ m}$ e imperfeição de $L/1000$	54
A.18	Deformada do tubo com ligação para $L_p = 200\text{ mm}$, $L = 8\text{ m}$ e imperfeição de $L/1000$	55
A.19	Deformada do tubo com ligação para $L_p = 200\text{ mm}$, $L = 6\text{ m}$ e imperfeição de $L/1000$	55
A.20	Deformada do tubo com ligação para $L_p = 200\text{ mm}$, $L = 5\text{ m}$ e imperfeição de $L/1000$	55
A.21	Deformada do tubo com ligação para $L_p = 200\text{ mm}$, $L = 4\text{ m}$ e imperfeição de $L/1000$	56
A.22	Deformada do tubo com ligação para $L_p = 200\text{ mm}$, $L = 3\text{ m}$ e imperfeição de $L/1000$	56
A.23	Deformada do tubo com ligação para $L_p = 200\text{ mm}$, $L = 1,5\text{ m}$ e imperfeição de $L/1000$	56
A.24	Deformada do tubo com ligação para $L_p = 300\text{ mm}$, $L = 10\text{ m}$ e imperfeição de $L/250$	57
A.25	Deformada do tubo com ligação para $L_p = 300\text{ mm}$, $L = 8\text{ m}$ e imperfeição de $L/250$	57
A.26	Deformada do tubo com ligação para $L_p = 300\text{ mm}$, $L = 6\text{ m}$ e imperfeição de $L/250$	57
A.27	Deformada do tubo com ligação para $L_p = 300\text{ mm}$, $L = 5\text{ m}$ e imperfeição de $L/250$	58
A.28	Deformada do tubo com ligação para $L_p = 300\text{ mm}$, $L = 4\text{ m}$ e imperfeição de $L/250$	58
A.29	Deformada do tubo com ligação para $L_p = 300\text{ mm}$, $L = 3\text{ m}$ e imperfeição de $L/250$	58
A.30	Deformada do tubo com ligação para $L_p = 300\text{ mm}$, $L = 1,5\text{ m}$ e imperfeição de $L/250$	59

Índice de Figuras

A.31 Deformada do tubo com ligação para $L_p = 300 \text{ mm}$, $L = 10 \text{ m}$ e imperfeição de $L/1000$	59
A.32 Deformada do tubo com ligação para $L_p = 300 \text{ mm}$, $L = 8 \text{ m}$ e imperfeição de $L/1000$	59
A.33 Deformada do tubo com ligação para $L_p = 300 \text{ mm}$, $L = 6 \text{ m}$ e imperfeição de $L/1000$	60
A.34 Deformada do tubo com ligação para $L_p = 300 \text{ mm}$, $L = 5 \text{ m}$ e imperfeição de $L/1000$	60
A.35 Deformada do tubo com ligação para $L_p = 300 \text{ mm}$, $L = 4 \text{ m}$ e imperfeição de $L/1000$	60
A.36 Deformada do tubo com ligação para $L_p = 300 \text{ mm}$, $L = 3 \text{ m}$ e imperfeição de $L/1000$	61
A.37 Deformada do tubo com ligação para $L_p = 300 \text{ mm}$, $L = 1,5 \text{ m}$ e imperfeição de $L/1000$	61

Índice de Tabelas

1.1	Valores de cálculo das amplitudes das imperfeições locais.	7
2.1	Esforços na ligação para uma imperfeição de $L/250$	18
2.2	Esforços na ligação para uma imperfeição de $L/1000$	21
3.1	Esforços no tubo para imperfeição de $L/250$	26
3.2	Esforços no tubo para uma imperfeição de $L/1000$	28
4.1	Resultados da análise do tubo com ligação para $L_p = 200 \text{ mm}$ e imperfeição de $L/250$	32
4.2	Resultados da análise do tubo com ligação para $L_p = 300 \text{ mm}$ e imperfeição de $L/250$	34
4.3	Resultados da análise do tubo com ligação para $L_p = 200 \text{ mm}$ e imperfeição de $L/1000$	36
4.4	Resultados da análise do tubo com ligação para $L_p = 300 \text{ mm}$ e imperfeição de $L/1000$	37

Lista de abreviaturas, siglas e símbolos

Abreviaturas

EC3 Eurocódigo 3

MEF Método dos Elementos Finitos

ECCS European Convention for Constructional Steelwork

Índices

$()_{cr}$ valor crítico

$()_{col}$ valor colapso

$()_{pl}$ valor de cálculo plástico

$()_b$ buckling

$()_{R_d}$ valor de cálculo da resistência

$()_p$ relativo à cavilha

$()_T$ relativo ao tubo

Letras Latinas Maiúsculas

A área da secção transversal

E módulo de elasticidade

R raio

L comprimento

M momento fletor

N esforço axial

P perímetro

Lista de abreviaturas, siglas e símbolos

Letras Latinas Minúsculas

i raio de giração

f_y tensão de cedência

t espessura

d diâmetro

e_0 amplitude da imperfeição de um elemento

Letras Gregas

χ fator de redução

$\bar{\lambda}$ esbelteza normalizada

ϕ diâmetro do elemento tubular

γ_M coeficiente parcial de segurança

Capítulo 1

Introdução

1.1 Motivação e objetivos

A revolução industrial do século XIX e consequente desenvolvimento da indústria metalúrgica, possibilitou a utilização de estruturas de ferro em edifícios industriais, estações de transporte ferroviário e pontes com maiores vãos, requerendo um desenvolvimento de formas estruturais mais económicas e resistentes. Deste modo as secções tubulares, retangulares e circulares, surgiram como elementos de grandes vantagens devido à elevada relação resistência/peso.

Hoje em dia assiste-se a uma considerável utilização do aço no sector da construção, o qual se deve, entre outros fatores (Dowling, 1990, e Dowling e Burgan, 1998)

- melhorias tecnológicas na cadeia de produção.
- tempo reduzido de fabrico e montagem devido à pré-fabricação das peças;
- maior competitividade do preço do aço em relação ao betão;
- sustentabilidade da construção, podendo todos os elementos ser reciclados após o seu tempo de vida útil;
- vantagens em termos de rapidez de construção e adaptabilidade de soluções.

A utilização de perfis tubulares de aço tem sido crescente, o que se deve, não só às boas características de rigidez e resistência que apresentam, mas também às suas excelentes qualidades estéticas.

A escolha da secção transversal resulta de um processo onde a otimização estrutural — incluindo custos de fabrico, montagem e manutenção — é ponderada com aspetos de ordem estética. Comparativamente com as secções abertas, as secções tubulares apresentam várias vantagens: para além de uma maior rigidez e resistência à torção, estes perfis oferecem possibilidades de melhoramento do desempenho estrutural por preenchimento com betão ou, no caso da resistência ao fogo, com água (Wardenier *et al*, 2010). Em acréscimo, secções circulares e quadradas possuem a mesma rigidez de flexão para qualquer direção, o que é conveniente para a resistência à encurvadura de elementos não contraventados entre as suas extremidades. As secções tubulares são em geral menos suscetíveis à corrosão que por não terem pontos angulosos (Wardenier *et al*, 2010).

As suas propriedades, combinadas com o seu aspecto estético, tornam o elemento tubular de secção transversal circular muito apreciado por projetistas e arquitetos.



Figura 1.1: Ligações com chapas.



Figura 1.2: Ligações soldadas entre perfis (Wardenier *et al*, 2010).



Figura 1.3: Ligação rotulada com chapa soldada e cavilha.

No dimensionamento de uma estrutura metálica, é necessária uma especial atenção ao nível da análise, verificação da segurança, preparação e execução das ligações. No caso de perfis tubulares, de entre as ligações totalmente soldadas, destacam-se as executadas com chapa de ligação (ou chapa de *gusset* na designação em língua inglesa, ver Figura 1.1) e as com ligação soldada entre perfis (Figura 1.2).

Na presente Dissertação estuda-se a resistência à encurvadura de tubos de aço de secção circular, com extremidades rotuladas por meio de ligações como a representada na Figura 1.3, isto é, ligações com uma chapa soldada ao tubo (*gusset plate* na designação em língua inglesa) e uma cavilha. Este tipo de ligação é bastante comum, conforme mostram as Figuras 1.1 e 1.4. No entanto, apesar da sua popularidade, é surpreendente verificar que não existem atualmente estudos relativos à influência da chapa na resistência à encurvadura do elemento. Esta dissertação tem como principal objetivo contribuir para colmatar esta lacuna.

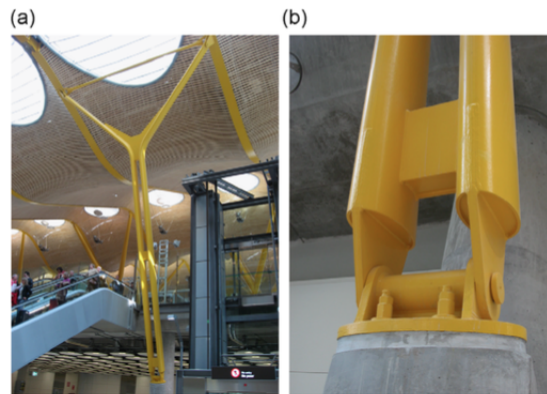


Figura 1.4: Aeroporto de Barajas em Madrid, Espanha; (a) Pilares de suporte à cobertura e (b) Pormenor da ligação na base dos pilares. (Adaptado de A.M. Ruiz-Teran *et al*)

A modelação de estruturas de aço é, geralmente, feita a partir da utilização de peças lineares, como vigas, colunas e tirantes, entre outras. Por exemplo, perante uma viga apoiada em dois pilares é sensata a escolha de elementos lineares na sua representação, pois o correspondente grau de aproximação à realidade é elevado. No entanto, certas peças metálicas não possibilitam tal aproximação. É o caso de uma cavilha, em que certas características influenciam o seu estudo, nomeadamente o comprimento da chapa, permitindo ou não fazer convergir dois ou mais elementos na mesma ligação estrutural (Figura 2.2).

Deste modo, na presente dissertação, realizou-se o estudo com recurso ao método dos elementos finitos (MEF). Para tal, foi necessária a escolha de um programa de cálculo que satisfizesse as necessidades. A escolha recaiu sobre o programa ADINA, o qual demonstra ser versátil e de fácil utilização.

O programa de cálculo utiliza uma análise paramétrica com incremento de carga ou deslocamento com o intuito de comparar modelos de análise plástica quantificando os correspondentes efeitos de segunda ordem. Criado na década de 1980 por K. J. Bathe é um programa que permite fazer uma análise de elementos finitos linear e não linear. O programa de cálculo, ADINA (Automatic Dynamic Incremental Nonlinear Analyses) oferece uma vasta gama de recursos fiáveis e eficientes baseados no MEF.

Apesar da sua escassa utilização no âmbito da Engenharia Civil, comparativamente com outros mais potentes, este programa é bastante versátil e de fácil utilização, estando habilitado para modelar a não linearidade do material, grandes deformações e diversas condições de fronteira.

A presente dissertação tem como objetivo principal analisar a influência da ligação na resistência do tubo à encurvadura. Para o efeito, analisa-se uma ligação-tipo com chapa soldada e realizam-se estudos paramétricos, recorrendo a modelos de elementos finitos de casca, para determinar a influência da chapa na carga crítica e na carga de colapso do elemento. Os resultados mostram que a influência da chapa não pode ser desprezada para valores reduzidos da esbelteza do elemento. Propõe-se ainda um método expedito e preciso para determinar a carga crítica tendo em conta a influência da chapa.

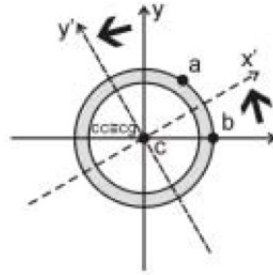


Figura 1.5: Simetria radial de uma secção circular.

1.2 Conceitos gerais

Elementos tubulares de secção transversal circular apresentam propriedades muito apreciadas por projetistas, nomeadamente a sua resistência à torção e compressão. A elevada resistência à torção deve-se à configuração da secção transversal, uma vez que todo o material se encontra distribuído uniformemente em relação ao eixo polar da secção. Também, tendo em conta as características geométricas, comparativamente com outras secções, a secção circular, quando sujeita à compressão, possui uma elevada resistência à encurvadura, uma vez que qualquer ponto que a constitui é equidistante do seu centro de gravidade (Figura 1.5). Seguidamente, apresentam-se alguns conceitos necessários ao dimensionamento deste tipo de secções.

1.2.1 Classificação da secção

A classificação das secções transversais tem como objectivo identificar em que medida a sua resistência e a sua capacidade de rotação são limitadas pela ocorrência de encurvadura local (EC3 NP EN 1993-1-1). As normas europeias definem quatro possíveis classes de secções transversais.

- Classe 1, secções em que é possível formar-se uma rótula plástica, com a capacidade de rotação necessária para uma análise plástica, sem redução da sua resistência;
- Classe 2, secções que podem atingir o momento resistente plástico, mas cuja capacidade de rotação é limitada pela encurvadura local;
- Classe 3, secções em que a fibra extrema comprimida, com base numa distribuição elástica de tensões, pode atingir o valor da tensão de cedência, mas em que a encurvadura local impede que seja atingido o momento resistente plástico;
- Classe 4, secções em que ocorre encurvadura local antes que seja atingida a tensão de cedência numa ou mais partes da secção transversal.

1.2.2 Comprimento de encurvadura

A capacidade de um elemento resistir à encurvadura depende da esbelteza normalizada do perfil ($\bar{\lambda}$) dada por

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{N_{pl}}{N_{cr}}} \quad (1.1)$$

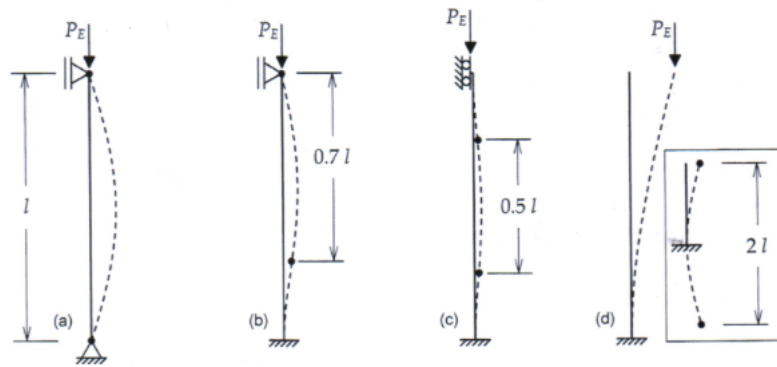


Figura 1.6: Comprimentos de encurvadura para diferentes condições de apoio para colunas: a) apoiadas-apoiadas; b) apoiadas-encastadas; c) encastadas-encastadas; d) encastadas-livre. (www.csiportugal.com)

onde

$$N_{pl} = Af_y \quad (1.2)$$

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{l_b^2} \quad (1.3)$$

$$A = 2\pi r t \quad (1.4)$$

$$f_y = 275 \text{ MPa} \quad (1.5)$$

O comprimento de encurvadura (Figura 1.6) é essencial no processo de verificação de segurança de colunas comprimidas, sendo definido como “o comprimento de uma coluna uniforme fictícia, simplesmente apoiada, cuja carga de bifurcação é idêntica à da coluna considerada” (Reis e Camotim, 2000). O comprimento de encurvadura foi apresentado por Jasinsky em 1893 (Timoshenko, 1983) e, fisicamente, corresponde à distância entre dois pontos de inflexão consecutivos da configuração do modo crítico de instabilidade, podendo esta configuração ser eventualmente prolongada para além do comprimento da coluna (Reis e Camotim, 2000).

No EC3, a resistência à encurvadura de uma coluna à compressão uniforme é dada pelas curvas de dimensionamento, as quais contabilizam a influência das imperfeições “locais” (secção 1.2.3) da dissertação, permitindo uma rápida e eficiente verificação de segurança. Por esta razão, as curvas de dimensionamento têm sido adotadas por grande parte das normas e regulamentos de estruturas metálicas.

As curvas de dimensionamento, ver Figura 1.7, foram propostas pela *European Convention for Constructional Steelwork* (ECCS) e foram obtidas a partir de resultados numéricos e experimentais realizados em colunas simplesmente apoiadas sujeitas a compressão uniforme, dado que a escolha da curva de dimensionamento é influenciada por: (i) geometria da secção transversal da coluna, (ii) classe do aço, (iii) processo de fabrico e (iv) plano de encurvadura (Reis e Camotim, 2000).

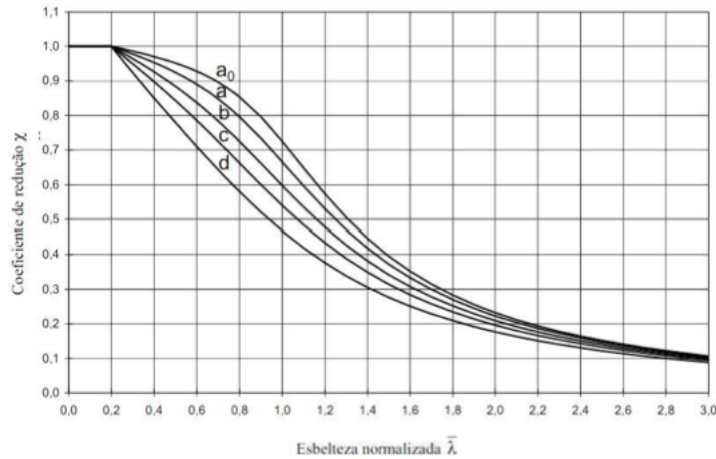


Figura 1.7: Curvas de encurvadura. (Figura 6.4 da NP EN 1993-1-1)

Para colunas com diferentes condições de apoio, o dimensionamento é feito com base no conceito de “coluna equivalente”, o qual admite que o principal parâmetro geométrico que condiciona a resistência é a sua esbelteza. Assim, a resistência de uma coluna com condições de apoio arbitrárias, diferentes das realizadas em testes experimentais que estiveram na base dos estudos conducentes às curvas de dimensionamento, é idêntica à de uma “coluna equivalente” simplesmente apoiada e de comprimento igual ao comprimento de encurvadura de uma coluna com condições de apoio iguais às arbitradas nos ensaios. O fator de redução de resistência (χ) de colunas depende: (i) Da esbelteza normalizada ($\bar{\lambda}$), (ii) Da tensão de cedência f_y (Equação 1.1) e (iii) Da curva de dimensionamento associada. Esse fator, segundo a NP EN 1993-1-1, é dado por

$$\chi = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \bar{\lambda}^2}} \quad (1.6)$$

onde

$$\Phi = 0,5[1 + \alpha(\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2] \quad (1.7)$$

Assim, o parâmetro Φ é dado em função do fator de imperfeição (α) do elemento e da sua esbelteza normalizada. O EC3 considera quatros possíveis valores para o factor de imperfeição (α), aos quais correspondem curvas de resistência diferentes (Reis e Camotim, 2000). Para a curva de dimensionamento a , o fator de imperfeição toma o valor $\alpha=0,21$.

1.2.3 Imperfeições

Numa estrutura é inevitável a existência de imperfeições, as quais fazem com que o comportamento de um elemento comprimido se afaste do comportamento que teria na ausência de imperfeições. Assim, raramente é atingida a carga crítica da coluna. As imperfeições numa estrutura podem ser essencialmente de dois tipos (Reis e Camotim, 2000):

- Imperfeições geométricas - falta de retilinearidade do eixo da barra (“flecha inicial”), variabilidade das dimensões da secção transversal (diâmetro e espessura do elemento),

distorção, etc. Em perfis soldados, as imperfeições geométricas devem-se frequentemente às heterogeneidades térmicas inerentes ao processo de soldadura.

- Imperfeições materiais - variabilidade das propriedades mecânicas do material (tensão de cedência, módulo de elasticidade, etc.).

Podem ainda existir tensões residuais (tensões instaladas antes da aplicação de qualquer ação) resultantes do arrefecimento não homogêneo ou do corte da secção. Com efeito, perfis laminados a quente apresentam tensões residuais devido a um processo de arrefecimento não homogêneo após o fabrico, assim, a contração das zonas não solidificadas (mais quentes) é “contrariada”, o que gera tensões de compressão no material já solidificado e de tração nos elementos a solidificar (Reis e Camotim, 2000).

Segundo o EC3, existem dois tipos de imperfeições a considerar ao nível da verificação de segurança: a) globais, em pórticos e sistemas de contraventamento; b) locais, em elementos individuais. Uma vez que o presente trabalho recai sobre elementos isolados, foram consideradas apenas imperfeições locais. Segundo o Eurocódigo 3 (NP EN 1993-1-1) para a encurvadura por flexão, estas imperfeições deverão respeitar as seguintes amplitudes indicadas na Tabela 1.1.

Curva de Encurvadura	Análise elástica	Análise plástica
	e_0/L	e_0/L
a_0	$l/350$	$l/300$
a	$l/300$	$l/250$
b	$l/250$	$l/200$
c	$l/200$	$l/150$
d	$l/150$	$l/100$

Tabela 1.1: Valores de cálculo das amplitudes das imperfeições locais.

Para perfis circulares tubulares, o EC3 prescreve a utilização da curva de dimensionamento a .

Nos capítulos 2, 3 e 4 efetua-se uma análise plástica. Neste caso, o EC3 prescreve uma imperfeição de $L/250$. No entanto, constatou-se que este valor conduz a resultados conservativos. Assim optou-se por utilizar também uma imperfeição com amplitude $L/1000$.

Na presente dissertação opta-se por uma imperfeição com amplitude $L/1000$ pois, nos estudos experimentais que estiveram na base das curvas de dimensionamento presentes na NP EN 1993-1-1 foi imposta a mesma imperfeição (Rodrigo Gonçalves, 2000).

1.2.4 Ligação com cavilha

O dimensionamento estrutural de uma cavilha encontra-se descrito em grande parte das normas de dimensionamento internacionais, tais como, a Europeia (*Eurocódigo 3 - NP EN 1993-1-8*), a Norte-Americana (*AISC-LRFD*), a Inglesa (*BS5950*) e a Australiana (*AS4100*).

A NP EN 1993-1-8 impõe verificações de segurança a tomar no dimensionamento de uma ligação com cavilha, tais como: (i) resistência ao esmagamento e (ii) resistência ao corte.

A resistência ao esmagamento caracteriza-se pela capacidade da cavilha resistir à força de compressão a que se encontra sujeita e é dada por

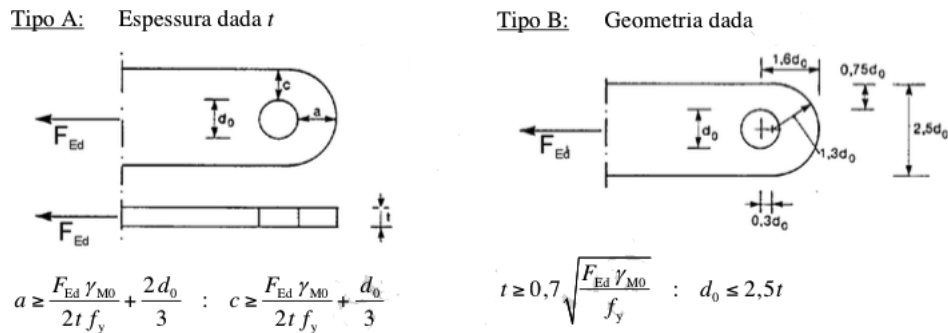


Figura 1.8: Requisitos geométricos para elementos com extremidades ligadas por cavilhas (Adaptado de NP EN 1993-1-8).

$$F_{b,Rd} = \frac{1,5tdf_y}{\gamma_{M0}} \quad (1.8)$$

onde t é a espessura da chapa de ligação, d é o diâmetro do pino, f_y a tensão de cedência do aço e γ_{M0} o coeficiente parcial de segurança, igual a 1.

A resistência ao corte é dada por

$$F_{b,Rd} = \frac{0,6A f_{up}}{\gamma_{M2}} \quad (1.9)$$

onde A é a área do pino, f_{up} a tensão de rotura à tração da cavilha e γ_{M2} o coeficiente parcial de segurança para parafusos, igual a 1,25.

1.2.5 Requisitos geométricos

A diferença entre o diâmetro da cavilha e o diâmetro do furo, folga, foi estudado por Duerr e Pincus (1986), que realizaram testes à tração em diversas amostras analisando os modos de rotura, alterando tanto o diâmetro do parafuso como do furo, assim como a classe do aço. Posteriormente, Duerr e Pincus (1987) realizaram estudos com o objetivo de perceber a influência da “folga” na deformação da chapa.

Em ambos os estudos concluíram que com o aumento da diferença entre os diâmetros, maior é a perda de resistência da ligação.

Choo *et al* em 1993 concluíram que a forma da chapa de ligação tem influência na resistência final. Através de um estudo por elementos finitos, assumindo um estado plano de tensão na placa e o parafuso como um corpo rígido, sem atrito entre ambos, foram analisadas três formas da chapa: (i) secção arredondada, (ii) secção quadrada e (iii) secção nariz de touro. Choo *et al* concluíram que uma placa de secção quadrada possuiu uma resistência maior que as restantes e que, a resistência da secção nariz de touro é ligeiramente superior à secção redonda, ou seja, a resistência de uma chapa de secção arredondada pode ser considerada como o limite inferior das diversas formas possíveis.

A geometria de uma cavilha deverá satisfazer certos requisitos dimensionais dados pelo Quadro 3.9 da NP EN 1993-1-8, existindo duas variantes: Tipo a) em que a espessura da chapa é conhecida previamente e da qual é retirada a geometria da chapa e Tipo b) em que é dada a geometria da chapa e se retira a espessura (ver Figura 1.8).

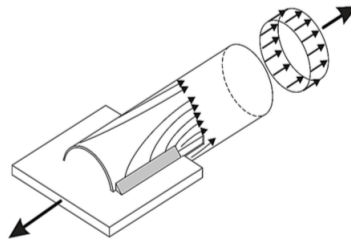


Figura 1.9: Fluxo de tensões no rasgo do tubo (Fonte: adaptado de Saucedo e Packer, 2006).

1.2.6 Distribuição de tensões

O facto de uma carga atuante no tubo ser transferida para a cavilha ao longo de cordões de soldadura (Figura 1.9), leva a que nesta zona haja uma distribuição de tensões não uniforme no perímetro correspondente do tubo, contrariamente ao que acontece numa secção do tubo fora desta zona, onde as tensões são constantes ao longo do perímetro (Kirkham e Miller, 2000). Assim a resistência do elemento diminui, porque nem toda a secção transversal é efetiva na zona de ligação (Easterling e Giroux, 1993), o que pode estar associado a de rotura da ligação. A rotura resulta da excessiva concentração de tensões na zona do tubo a montante da chapa. Nesta zona ocorre redução da secção transversal do tubo devido ao rasgo e perda de eficiência da secção transversal, pelo que quando é excedida a tensão de cedência ocorre cedência do tubo.

Cheng e Kulak (2000), estudaram a não uniformidade de tensões, concluindo que este fenómeno deixa de se verificar em ligações com comprimento de entrega do tubo na chapa (L_w) elevados. Deste modo, quanto L_w é superior a 1.3 vezes o diâmetro do tubo, a eficiência da secção transversal do mesmo é total. Cheng e Kulak (2000) verificam que, para comprimentos de entrega (L_w) elevados, a rotura dos provetes quando traccionados deixa de se dar na chapa de ligação, passando a ocorrer a meio do tubo através de afunilamento, ou seja, para grandes comprimentos a chapa de ligação torna-se benéfica para o elemento proporcionando um confinamento da secção transversal do mesmo. Não existindo confinamento na zona central do tubo, esta passa a ser a zona de menor resistência do elemento e apresenta um modo de rotura igual ao de um elemento tubular traccionado.

No dimensionamento de chapas de ligação, a geometria final é importante na distribuição de tensões. Whitmore (1952) estudou a largura efetiva necessária para garantir a resistência de uma chapa genérica na zona de incorporação do elemento com a ligação. De acordo com a hipótese de Whitmore, deve ser garantida uma largura mínima igual à distância entre duas rectas a 30° desde o primeiro parafuso, como indicado na Figura 1.10.

1.3 Organização da Dissertação

O presente capítulo trata-se de um capítulo introdutório onde se encontra uma breve descrição das referências bibliográficas que motivaram a elaboração deste trabalho. São também mencionados os conceitos gerais e objetivos e metas propostas.

No segundo capítulo analisa-se a resistência de uma cavilha à encurvadura para uma análise geometricamente linear e não-linear. Neste capítulo é ainda descrita a parametrização da ligação assim como o programa e a metodologia utilizado para o estudo e ainda verificações impostas pelo Eurocódigo 3. Os resultados são apresentados com base numa modelação

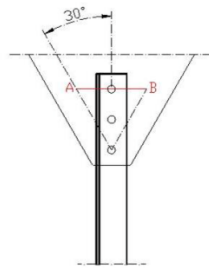


Figura 1.10: Geometria da hipótese de Whitmore (Whitmore,1952).

efetuada no ADINA, sendo feitas comparações e comentários entre os diferentes comprimentos e imperfeições estudados.

No terceiro capítulo é modelado um tubo com secção transversal circular quando comprimido axialmente, realizando-se uma análise geometricamente não-linear.

O quarto capítulo apresenta o estudo da resistência de um elemento tubular com ligação. Através de uma análise geometricamente não-linear, analisa-se a influência do comprimento da chapa de ligação na resistência do elemento. Estudam-se métodos para o cálculo aproximado da carga crítica e o erro associado a esses métodos. Discute-se em que condições é possível utilizar a curva de dimensionamento a no cálculo da resistência à encurvadura do elemento.

O último capítulo apresenta uma síntese das conclusões decorrentes da elaboração deste trabalho. São também apresentados possíveis desenvolvimentos futuros tendo em vista a continuação da investigação sobre os tópicos abordados.

Capítulo 2

Análise da ligação

No presente capítulo apresenta-se o estudo de uma cavilha quando sujeita à compressão axial. Inicialmente é feita uma parametrização do problema e uma explicação das simplificações consideradas. Seguidamente, é caracterizada geometricamente a ligação e realizam-se as diversas verificações de segurança. Por fim modela-se a ligação para diferentes comprimentos e realiza-se uma análise geometricamente linear e não-linear através do método dos elementos finitos.

2.1 Geometria da ligação

No presente trabalho, considerou-se uma ligação com cavilha, representada na Figura 2.1. Nesta figura os parâmetros geométricos relevantes são os seguintes:

- L , comprimento do elemento entre eixos da cavilha;
- d_p , diâmetro da cavilha;
- α , ângulo de inclinação da chapa;
- R , raio da secção circular da chapa de olhal;
- L_w , comprimento de entrega da chapa no tubo;
- L_T , comprimento do elemento tubular;
- L_p , comprimento entre o tubo inserido na chapa e o eixo do furo;
- t_{chapa} , espessura da chapa;
- ϕ , diâmetro do tubo;
- t_{tubo} , espessura da parede da secção transversal do elemento a ligar.

Porém, alguns destes parâmetros não são independentes. O comprimento entre apoios (L) é igual à soma do comprimento do tubo (L_T), do comprimento de tubo com rasgo (L_w) e da distância entre o final de entrega do tubo na chapa e o centro da cavilha (L_p), ou seja,

$$L = L_w + L_T + L_p \quad (2.1)$$

Capítulo 2. Análise da ligação

Adicionalmente, para que seja possível transmitir a força entre o tubo e a chapa através dos cordões de soldadura, a seguinte relação tem de se verificar condições de pré-dimensionamento

$$L_w \times 4 \times t_{tubo} \times f_y > A \times f_y \Leftrightarrow L_w \times 4 > P \quad (2.2)$$

sendo P o perímetro da secção transversal do elemento tubular e L_w o comprimento de um cordão de soldadura.

Uma vez que o número de parâmetros é ainda elevado optou-se por fixar alguns valores. Para tal, recorreu-se a um exemplo prático de aplicação deste tipo de ligação, a estrutura metálica da gare de chegadas do Aeroporto Internacional de Lisboa (ver Figura 2.2). Assim, neste caso tem-se

- $d_p = 120 \text{ mm}$;
- $R = 200 \text{ mm}$;
- $t_{chapa} = 20 \text{ mm}$;
- $L_w = 300 \text{ mm}$.

O diâmetro do tubo e respetiva espessura da parede foram igualmente retirados deste exemplo, correspondendo a um perfil comercial de um elemento tubular de secção transversal com diâmetro (ϕ) igual a 168,3 milímetros e uma espessura (t_{tubo}) igual a 6,8 milímetros. O tubo deverá respeitar uma classe de secção transversal igual a 1 para que seja possível efetuar uma análise plástica.

A zona mais pequena da cavilha, inserida no tubo, tem um comprimento igual à soma do diâmetro do tubo mais 20 milímetros em cada um dos lados. A zona inclinada da chapa e o respetivo ângulo (α) que esta faz com o eixo longitudinal do elemento, varia consoante o comprimento L_p .

É assim possível concluir que os parâmetros a definir na análise da resistência de um elemento tubular ligado por uma cavilha são o comprimento de chapa livre, isto é, a distância entre a secção de tubo inserido e o centro do parafuso (L_p) e o comprimento entre ligações, ou seja, comprimento do elemento tubular (L_T).

O comprimento de entrega da chapa no tubo (L_p) determina o comprimento da chapa de ligação, uma vez que através desta é possível fazer convergir diferentes elementos no mesmo ponto de ligação consoante o ângulo entre os mesmos. Como se está a analisar a ligação fez-se variar L_p entre 200 e 300 milímetros, podendo deste modo analisar a influência que este comprimento confere no elemento completo, cavilha mais tubo.

Na modelação da ligação tomaram-se simplificações de simetria de modo a maximizar as potencialidades do programa utilizado, e a permitir analisar um certo comprimento de elemento tubular. O *software* utilizado na modelação encontra-se limitado a uma malha de elementos finitos de 900 nós (versão académica). Deste modo, considerou-se o eixo de simetria longitudinal do tubo ("meia chapa") obtendo-se uma malha mais refinada de elementos tipo casca retangular. Considerou-se uma parte do elemento tubular adjacente à ligação, com um comprimento igual ao comprimento de entrega da chapa no tubo (L_w), analisando-se o comportamento do tubo imediatamente após a ligação e a sua distribuição de tensões.

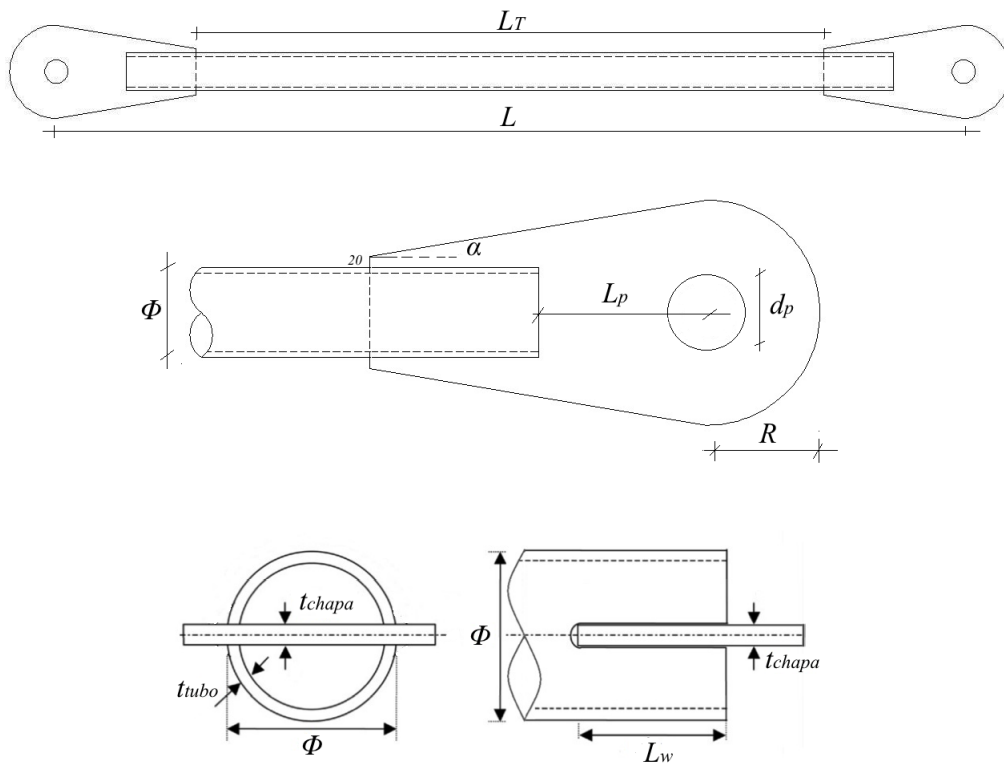


Figura 2.1: Geometria da cavilha.



Figura 2.2: Pormenor da cobertura do gare de chegadas do Aeroporto Internacional de Lisboa.

2.1.1 Classificação da secção

Na presente dissertação realiza-se uma análise plástica. Para tal, a secção transversal deverá ser de classe 1. A NP EN 1993-1-1 (EC3) impõe que, para que uma secção transversal tubular sujeita à flexão e/ou compressão seja de classe um, deverá respeitar o limite

$$\frac{d}{t} \leq 50\varepsilon^2 \quad (2.3)$$

Para um aço de classe S275 o parâmetro ε assume o valor de 0,92 (Quadro 5.2 NP EN 1993-1-1). É assim possível garantir que a secção transversal é de classe 1, pois

$$\frac{168,3}{6,3} \leq 50 \times 0,92^2 \Leftrightarrow 26,71 \leq 42,32 \quad (2.4)$$

2.1.2 Resistência ao esmagamento

Na NP EN 1993-1-8 encontram-se verificações de segurança exigidas para o dimensionamento de uma cavilha, nomeadamente a resistência ao esmagamento. A resistência ao esmagamento caracteriza-se pela capacidade da chapa resistir à tensão provocada por uma força de compressão igual ao esforço plástico do elemento a ligar, dado por

$$N_{pl} = Af_y \quad (2.5)$$

sendo a área de secção transversal

$$A = 2\pi r t \quad (2.6)$$

correspondendo f_y à tensão de cedência do aço.

O valor de cálculo da resistência ao esmagamento, $F_{b,Rd}$, é obtido através da Equação 1.8, tendo-se:

$$F_{b,Rd} = \frac{1,5 \times 0,02 \times 0,12 \times 275 \times 10^3}{1} = 990kN \quad (2.7)$$

2.1.3 Transmissão de forças

Admite-se que os quatro cordões de soldadura que compõem a ligação não influenciam a resistência à encurvadura dos modelos, optando-se por não considerar a sua interação na modelação.

2.2 Modelação numérica

2.2.1 Introdução

Nesta secção avalia-se a resistência da ligação recorrendo a modelos de elementos finitos de casca. Como já referido, recorreu-se ao programa ADINA, versão de 900 nós. Uma vez que a versão utilizada é académica, opta-se por uma simplificação de simetria da ligação com o intuito de maximizar as potencialidades do mesmo, considerando-se uma malha de elementos retangulares.

Fixou-se o parafuso ligando-o à chapa através da opção *rigid links* simulando o seu contato e impedindo deslocamentos em qualquer direção. Assumiram-se condições de apoio de

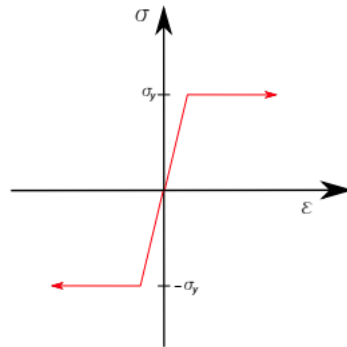


Figura 2.3: Comportamento elasto-plástico.

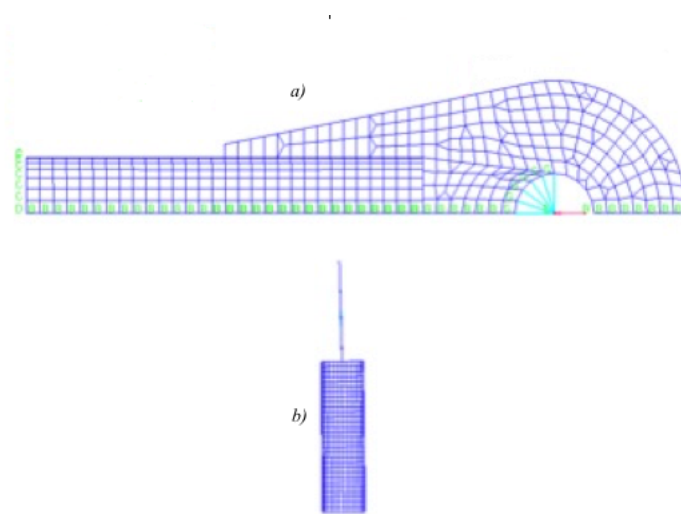


Figura 2.4: Ligação com $L_p=200$ milímetros e imperfeição $L/250$: a) malha b) deformada.

encastramento deslizante no eixo de simetria da ligação e do tubo e bloqueou-se a rotação no eixo longitudinal ao tubo, de modo a não ocorrer torção.

Realizou-se uma análise geometricamente linear de modo a observar a resistência da ligação sem o efeito da encurvadura e seguidamente uma análise geometricamente não-linear que tem em conta o efeito da encurvadura. Esta modelação incide sobre comprimentos L_p de 200 e 300 milímetros.

O valor da carga crítica (N_{cr}) dos modelos é obtido recorrendo-se a uma análise linear de estabilidade no ADINA aplicando um incremento de deslocamento, minimizando possíveis problemas de convergência. O esforço de colapso ($N_{colapso}$) obtém-se através de uma análise não-linear aplicando-se um incremento de força.

$$\chi = \frac{N_{colapso}}{N_{pl}} \quad (2.8)$$

Conhecendo o esforço crítico e o esforço de colapso, é possível traçar o gráfico redução/esbelteza e analisar a resistência da cavilha à encurvadura.

Em todos os modelos analisados, admitiram-se as seguintes hipóteses simplificativas:

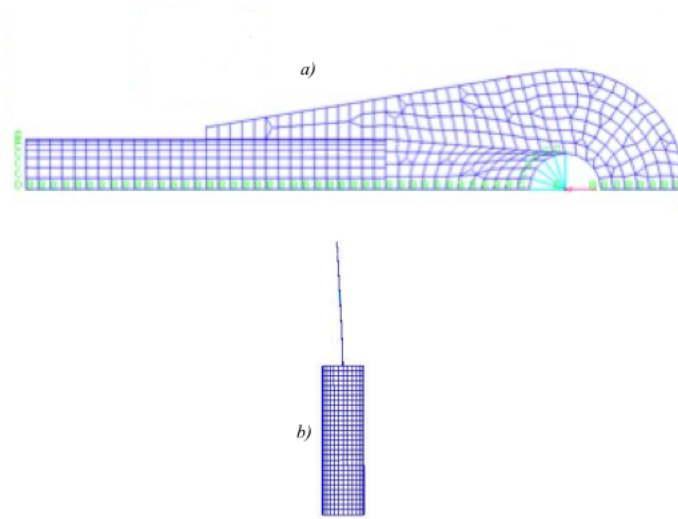


Figura 2.5: Ligação com $L_p=300$ milímetros e imperfeição $L/250$: a) malha b) deformada.

1. Material elástico-perfeitamente plástico;
2. Pequenos deslocamentos;

De acordo com a primeira hipótese, considera-se que não existe limite à deformação, de acordo com a lei constitutiva uniaxial representada na Figura 2.3. A segunda hipótese permite considerar efeitos geometricamente não lineares, nomeadamente os efeitos de encurvadura local. Deste modo, o estudo realizado é apenas aplicável a secções de classe 1 e 2. Esta simplificação possibilita que seja aumentada a curvatura até que toda a secção tenha plastificado por compressão.

Consideraram-se os seguintes parâmetros em todos os modelos analisados: um módulo de elasticidade (E) igual a 210 GPa, um aço de classe S275, ou seja, tensão de cedência de 275 MPa e ainda um coeficiente de poisson (ν) de 0,3.

2.2.2 Análise geometricamente linear

Em primeiro lugar avaliou-se a resistência da ligação sem o efeito da encurvadura. Realizou-se uma modelação sem imperfeições impostas, aplicando uma carga igual ao esforço plástico do elemento tubular.

Observa-se que a distribuição de tensões na ligação ocorre, numa fase inicial, na zona de contato da chapa com o tubo (Figura 2.6 a)) para uma reação de 508,91 kN. Na Figura 2.6 c) ocorre a tensão máxima na cavilha observando-se plastificação do tubo e uma pequena concentração de tensão no furo da chapa. Observa-se que na zona arredondada da cavilha a concentração de tensões é quase nula. A distribuição de tensões para $L_p = 300 \text{ mm}$ é semelhante e pode ser observada na Figura 2.7.

Conclui-se através de uma análise geometricamente não linear que a ligação não condiciona a resistência quando comprimida axialmente, ocorrendo plastificação no tubo para $L_p = 200 \text{ mm}$ e $L_p = 300 \text{ mm}$, ou seja, a rotura ocorre no tubo.

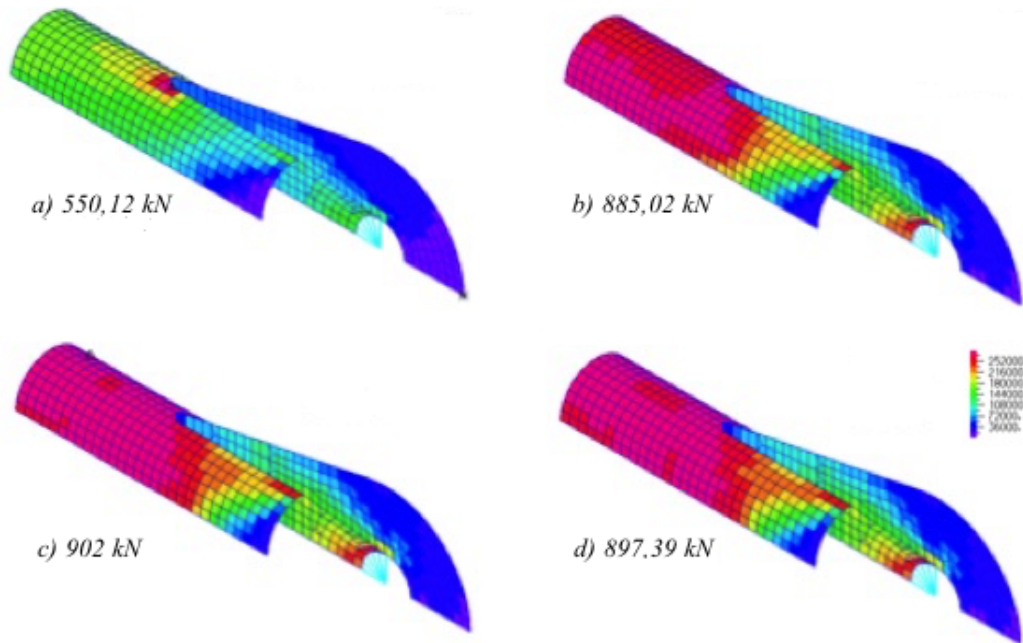


Figura 2.6: Distribuição de tensões: análise geometricamente linear para cavilha com $L_p = 200$ mm.

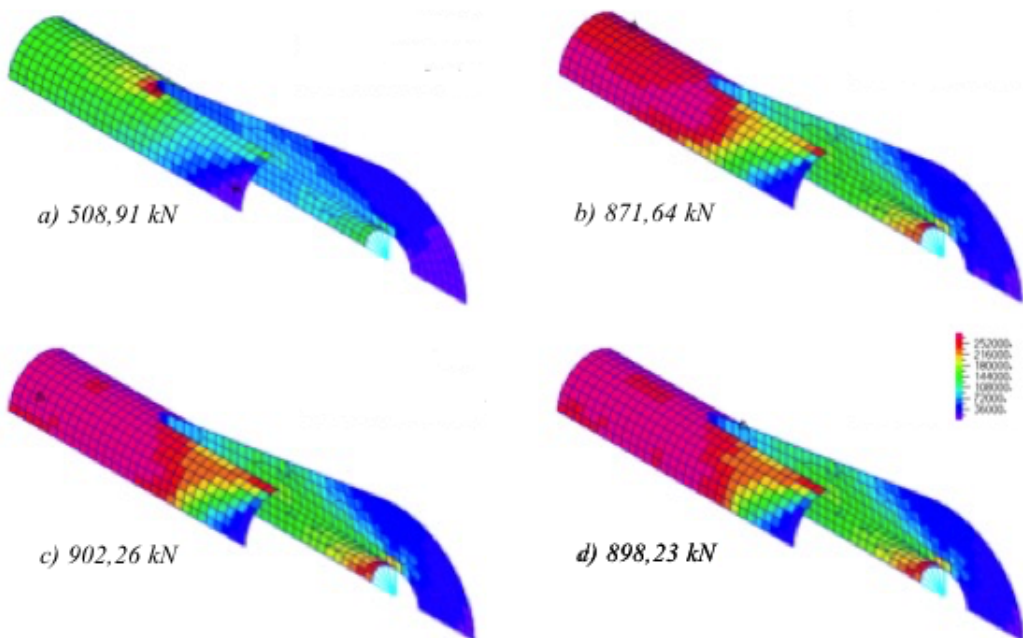


Figura 2.7: Distribuição de tensões: análise geometricamente linear para cavilha com $L_p = 300$ mm.

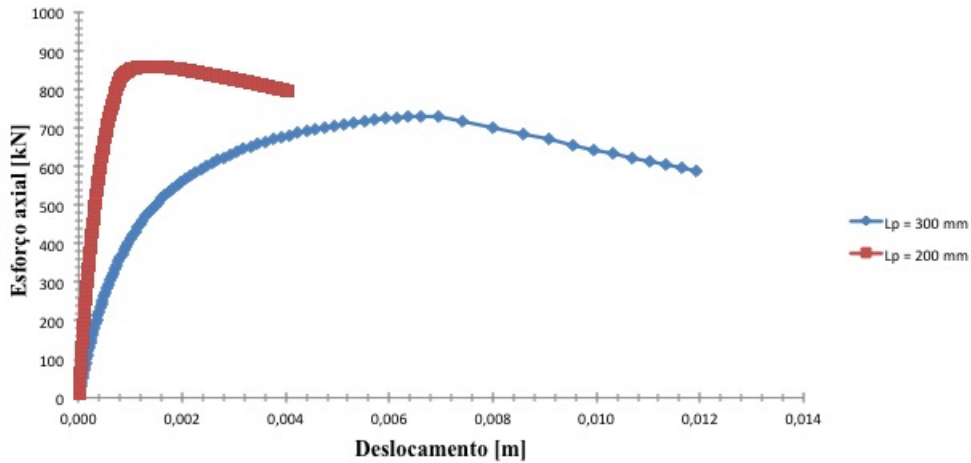


Figura 2.8: Gráfico carga/deslocamento da ligação para uma imperfeição de $L/250$.

2.2.3 Análise geometricamente não-linear

Procede-se agora à análise da resistência à encurvadura da ligação. Seguindo as imposições normativas, considerou-se uma imperfeição geométrica com amplitude $L/250$.

A ligação com um comprimento $L_p = 200 \text{ mm}$ possui a geometria e malha de elementos finitos observada na Figura 2.4 a), na qual se impõe uma imperfeição $L/250$ (Equação 2.9). A ligação com L_p de 300 milímetros apresenta a geometria e respectiva malha de elementos finitos observada na Figura 2.5 a).

$$\frac{L_p}{250} = \frac{200}{250} = 0,8 \text{ mm} \quad (2.9)$$

$$\frac{L_p}{250} = \frac{300}{250} = 1,2 \text{ mm} \quad (2.10)$$

Observa-se a ocorrência de instabilidade no elemento tubular em forma de rugosidades, o que se deve à existência de uma carga plástica muito elevada, expectável em elementos com secção transversal de classe 1 e esbelteza baixa.

Tal como referido anteriormente, foi possível determinar os esforços crítico e de colapso e logo a respectiva esbelteza normalizada ($\bar{\lambda}$) e fator de redução (χ), Tabela 2.1. Na Figura 2.8 mostra-se o andamento do gráfico carga/deslocamento para ambos os comprimentos L_p .

L_p (mm)	Imperfeição (m)	N_{cr} (kN)	$N_{colapso}$ (kN)	$\bar{\lambda}$	χ
200	0,0008	2292	858,68	0,89	0,937
300	0,0012	1067,4	710,21	1,31	0,775

Tabela 2.1: Esforços na ligação para uma imperfeição de $L/250$.

De modo a compreender a evolução da carga com o desenvolvimento do mecanismo de colapso, analisou-se a evolução da distribuição de tensões associada ao andamento da curva carga/deslocamento (Figura 2.8) para ambos os comprimentos L_p .

Numa fase inicial, $P = 733,8 \text{ kN}$, a ligação para $L_p = 200 \text{ mm}$ encontra-se em regime elástico apresentando uma variação de tensões na zona do tubo em contacto com a chapa. Para

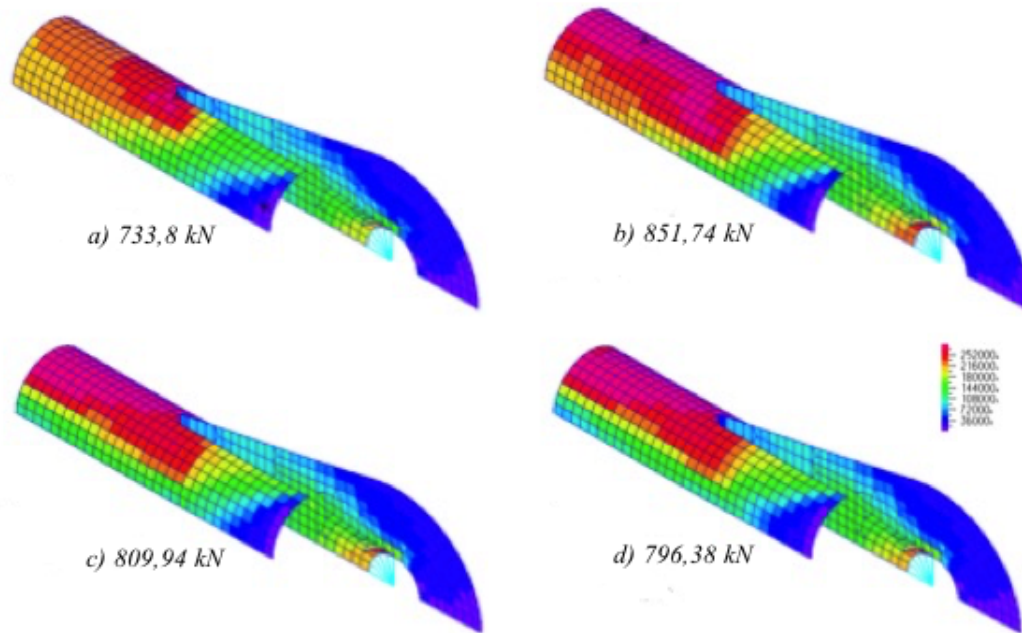


Figura 2.9: Distribuição de tensões: análise geometricamente não linear para $L_p = 200 \text{ mm}$ e uma imperfeição de $L/250$.

$P = 851,74 \text{ kN}$, é atingido o máximo da curva carga/deslocamento ocorrendo plastificação do tubo (Figura 2.4 b)).

Posteriormente observa-se regime elástico até atingir o máximo da curva carga/deslocamento, atingindo a sua resistência última, $P=875,87 \text{ kN}$.

Analisando o gráfico carga/deslocamento demonstrou ser interessante o estudo da distribuição de tensões ao longo da ligação. Para um comprimento $L_p = 200 \text{ mm}$, observa-se concentração de tensões no tubo ocorrendo plastificação. Observa-se ainda uma concentração elevada na zona de contacto da cavilha com a chapa quando é atingida a carga máxima na ligação devido à compressão da ligação (Figura 2.4 b)).

Para uma distância $L_p = 300 \text{ mm}$ ocorre concentração de tensões no elemento tubular, principalmente onde começa a entrega da chapa no tubo. No entanto, contrariamente a um L_p menor observa-se uma distribuição de tensões mais suave, apenas criando tensões na secção do tubo quando é atingido o esforço máximo (Figura 2.5 b)). representação da distribuição de tensões permite perceber que quanto maior o comprimento L_p melhor se dissiparão as tensões que ocorrem na chapa diminuindo as tensões na ligação (Figura 2.4 c)). Conclui-se que quanto maior o comprimento L_p menor a resistência da ligação.

Analisaram-se os mesmos modelos impondo uma imperfeição com amplitude $L/1000$. Dado que foi este o valor de imperfeição utilizado nos estudos experimentais que estiveram na base das curvas de dimensionamento prescritas pelo EC3.

Para a ligação com o comprimento L_p de 200 milímetros utilizou-se a mesma geometria e malha de elementos finitos (Figura 2.4 a)) sujeita a uma força de compressão, porém com uma imperfeição menor (Equação 2.11).

$$\frac{L_p}{1000} = \frac{200}{1000} = 0,2 \text{ mm} \quad (2.11)$$

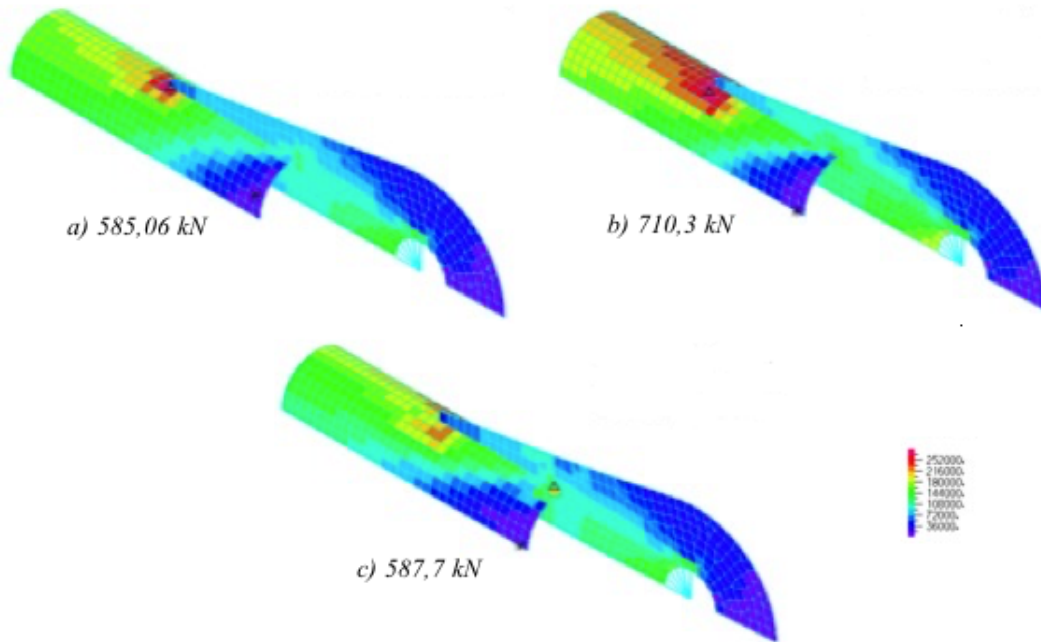


Figura 2.10: Distribuição de tensões: análise geometricamente não linear para $L_p = 300 \text{ mm}$ e uma imperfeição de $L/250$.



Figura 2.11: Deformada da ligação para L_p igual a 200 milímetros e uma imperfeição de $L/1000$.

Na figura 2.11 representa-se a deformada da ligação para $L_p = 200 \text{ mm}$ e imperfeição de $0,2 \text{ mm}$. Observa-se a ocorrência de flexão da chapa e da secção de tubo que é entregue a chapa e instabilidade no tubo em forma de rugosidades, o que se deve à existência de uma carga plástica muito elevada, expectável em elementos com secção transversal de classe 1 e esbelteza normalizada baixa.

Numa ligação com $L_p = 300 \text{ mm}$ e imperfeição igual a $L/1000$ utilizou-se a mesma geometria e malha de elementos finitos representada na Figura 2.5 a). Observa-se na Figura 2.5 b) flexão na ligação e no tubo.

$$\frac{L_p}{1000} = \frac{300}{1000} = 0,3 \text{ mm} \quad (2.12)$$

Considerando nos dois modelos uma imperfeição com amplitude $L/1000$, determinam-se os esforços crítico e de colapso e ainda a respectiva esbelteza ($\bar{\lambda}$) e factor de redução (χ).

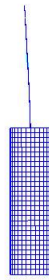


Figura 2.12: Deformada da ligação para L_p igual a 300 milímetros e uma imperfeição de $L/1000$.

$L_p(mm)$	Imperfeição (m)	$N_{cr}(kN)$	$N_{colapso}(kN)$	$\bar{\lambda}$	χ
200	0,0002	2292	875,872	0,89	0,956
300	0,0003	1067,4	803,03	1,31	0,877

Tabela 2.2: Esforços na ligação para uma imperfeição de $L/1000$.

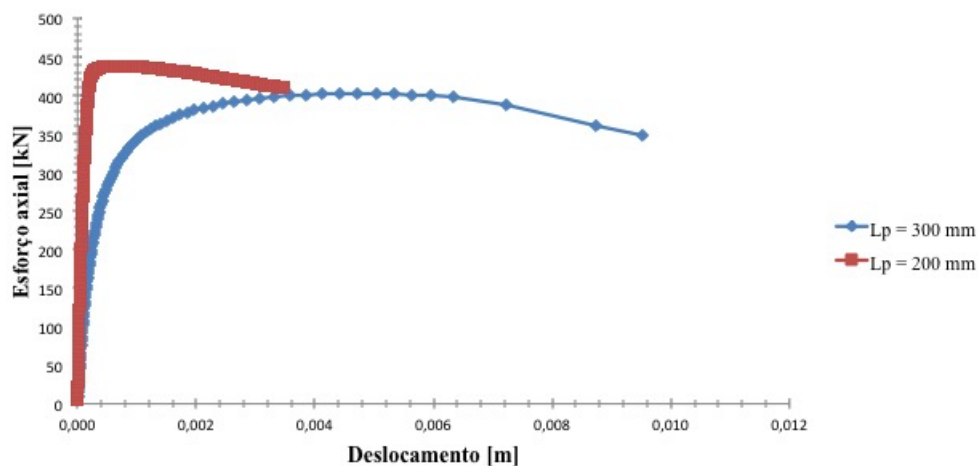


Figura 2.13: Gráfico carga/deslocamento da ligação para uma imperfeição de $L/1000$.

Na Figura 2.13 mostra-se o andamento do gráfico carga/deslocamento ao longo da análise para ambos os comprimentos, o que relecte os valores apresentados na Tabela 2.2 em que o elemento com uma esbelteza menor suporta uma reação maior e com menores deslocamentos.

Representa-se na Figura 2.15 a distribuição de tensões na ligação. A concentração de tensões ocorre na zona de contacto do chapa com o tubo (Figura 2.15 a)) prolongando-se ao longo do tubo. No entanto, não existe plastificação do tubo quando este atinge a carga máxima (Figura 2.15 d))

2.3 Conclusão

Neste capítulo estudou-se a resistência ao esmagamento e à encurvadura de uma cavilha com recurso ao ADINA.

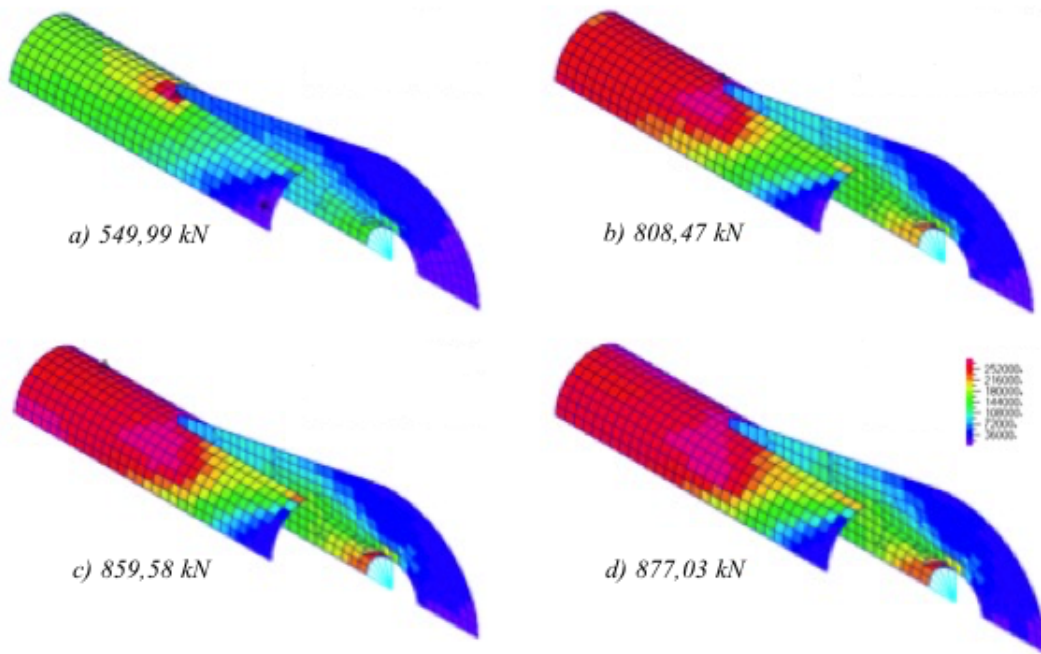


Figura 2.14: Distribuição de tensões: $L_p = 200 \text{ mm}$ e imperfeição de $L/1000$.

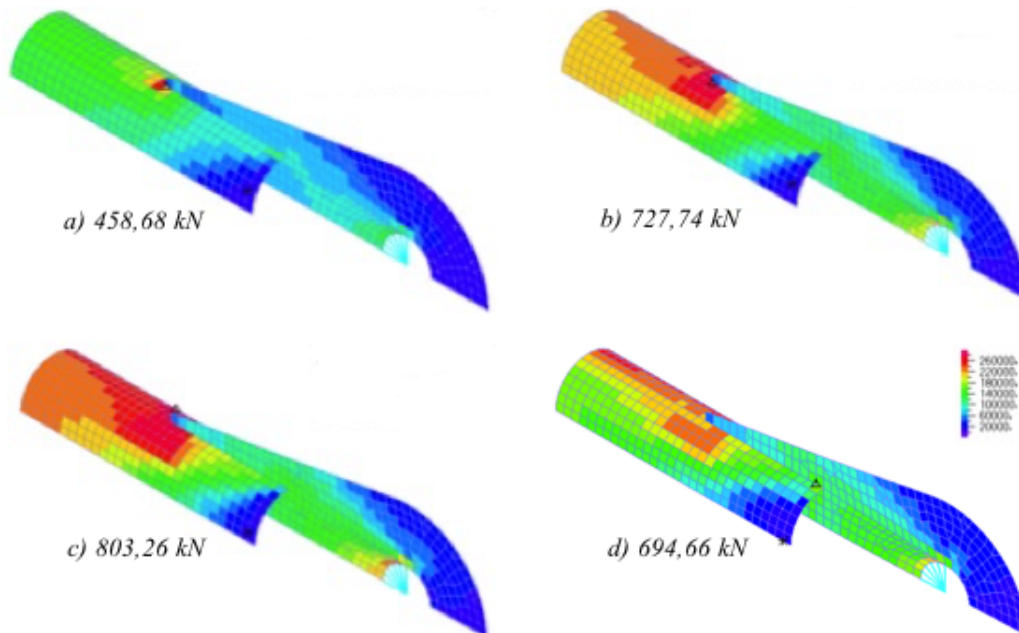


Figura 2.15: Distribuição de tensões: $L_p = 300 \text{ mm}$ e imperfeição de $L/1000$.

No caso geometricamente linear, sem imperfeições, conclui-se que, tanto para um comprimento $L_p = 200 \text{ mm}$ como $L_p = 300 \text{ mm}$, a rotura não ocorre na ligação, observando-se plastificação do tubo.

No caso geometricamente linear, com imperfeições, observa-se encurvadura da chapa de ligação e do tubo. Conclui-se que, para $L_p = 200 \text{ mm}$, a ligação é mais resistente.

Capítulo 3

Análise do Tubo

3.1 Introdução

No presente capítulo realiza-se o estudo do tubo isolado, admitindo que o elemento apresenta condições de fronteira “ideais” correspondentes às de uma barra simplesmente apoiada.

O estudo do elemento barra consiste em observar o comportamento do modelo quando é desprezada a ligação, ou seja, considerando o tubo com um comprimento igual à distância entre apoios ($L = L_T$). A modelação incidiu sobre diversas distâncias entre apoios de modo a obter a melhor aproximação possível entre a respectiva curva esbelteza/redução e a curva de dimensionamento prescrita pela norma europeia, curva a .

A resistência à encurvadura por compressão é estudada através dos resultados obtidos com recurso ao programa de elementos finitos ADINA. Para tal admitem-se hipóteses simplificativas semelhantes ao capítulo anterior.

Modelou-se um elemento tubular de secção transversal circular em elementos finitos de casca com um número de elemento finitos retangulares igual a 100. Considerou-se o elemento com condições de apoio simplesmente apoiadas, bloqueando a rotação no eixo longitudinal de modo a não ocorrer torção.

A modelação realizada teve por base a mesma utilizada no capítulo anterior. Realiza-se primeiramente uma análise linear de estabilidade (ALE) de modo a perceber a carga crítica e modos de instabilidade dos modelos estudados, na qual aplica-se um incremento de carga. Seguidamente realiza-se uma análise não linear (ANL) com a qual se determina a carga de colapso, aplicando-se um incremento de deslocamento (em vez de força), o que permite em geral minimizar os problemas de convergência.

Tal como referido no capítulo anterior, o elemento tem as seguintes características:

- ϕ , diâmetro do elemento a ligar é igual a 168,3 milímetros;
- t_{tubo} , espessura da parede da secção transversal do elemento a ligar, igual a 6,3 milímetros.

Para o comprimento do elemento, L , optou-se por distâncias de dez, oito, seis, cinco, três e dois metros, de modo a obter uma vasta gama de esbeltezas.



Figura 3.1: Deformada do tubo para $L_T = 10\text{ m}$ e imperfeição de $L/250$.

3.2 Análise de resultados

Através do ADINA e da metodologia aplicada no capítulo anterior determinou-se o esforço crítico e de colapso do tubo para uma imperfeição com amplitude igual a $L/250$, resultados a partir dos quais se calcula a esbelteza normalizada e respetivo fator de redução.

Observa-se na Tabela 3.1 que a ligação é desprezada no modelo, uma vez que a diferença entre o esforço crítico real da análise pelo método dos elementos finitos é próxima de zero quando comparada com a carga crítica de Euler ($P_{cr} = \pi^2 EI/l_b^2$). Na Tabela 3.1 mostra-se a carga de colapso assim como a esbelteza normalizada para cada elemento.

Na Figura 3.1 apresenta-se a deformada do tubo para um comprimento de dez metros, apresentando flecha a meio vão. As deformadas dos restantes modelos para a análise do tubo encontram-se em anexo.

L (m)	Imperfeição (m)	$N_{cr}(kN)$ (Euler)	$N_{cr}(kN)$ (Adina)	$N_{colapso}(kN)$	$\bar{\lambda}$	χ
10	0,04	218,33	218,4	170,11	2,05	0,186
8	0,032	341,15	341,2	246,83	1,64	0,269
6	0,024	606,48	606,6	376,19	1,23	0,411
5	0,02	873,33	873,5	465,97	1,02	0,509
3	0,012	2425,93	2427	669,18	0,61	0,731
2	0,008	5458,34	5462	762,08	0,41	0,832

Tabela 3.1: Esforços no tubo para imperfeição de $L/250$.

Na Figura 3.2 é possível observar a evolução do deslocamento que ocorre a meio vão na direção da flecha, conferida pela imperfeição em função do esforço axial para os vários comprimentos considerados.

Na Figura 3.3 observa-se que a curva referente a uma imperfeição de $L/250$ encontra-se afastada da curva a do EC3, e que a diferença torna-se considerável para esbeltezas reduzidas. Uma vez que se trata de um modelo que esteve na base da calibração das curvas do EC3, conclui-se que a imperfeição geométrica $L/250$ é conservativa para esbeltezas baixas. Assim, realizou-se o mesmo estudo mas com uma imperfeição menor e com uma amplitude igual a $L/1000$.

Novamente através do método dos elementos finitos e recorrendo ao ADINA, determinaram-se os valores indicados na Tabela 3.2.

Na Figura 3.4 representa-se a deformada do tubo com um comprimento $L_T = 10\text{ m}$, apresentando uma flecha a meio vão.

Na Figura 3.5 observa-se o deslocamento em função da reação para os diversos comprimentos.

Na Figura 3.6 observa-se a curva esbelteza/redução referente a uma imperfeição de amplitude $L/1000$, comparando-a com a curva a do EC3 e com os factores de redução obtidos para uma imperfeição igual a $L/250$. Analisa-se que uma imperfeição com amplitude igual a

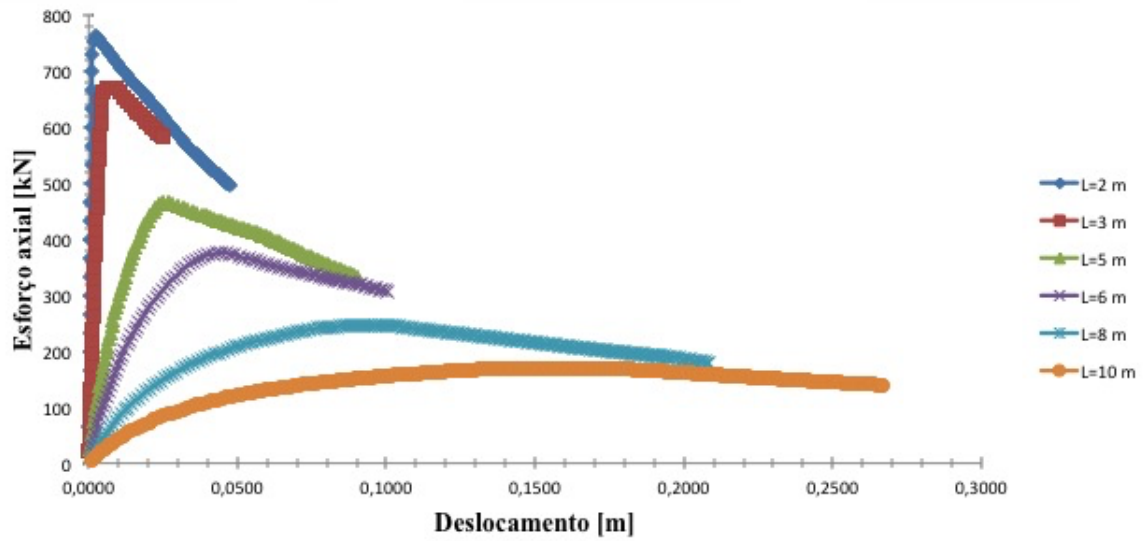


Figura 3.2: Carga/deslocamento para um elemento tubular com imperfeição $L/250$.

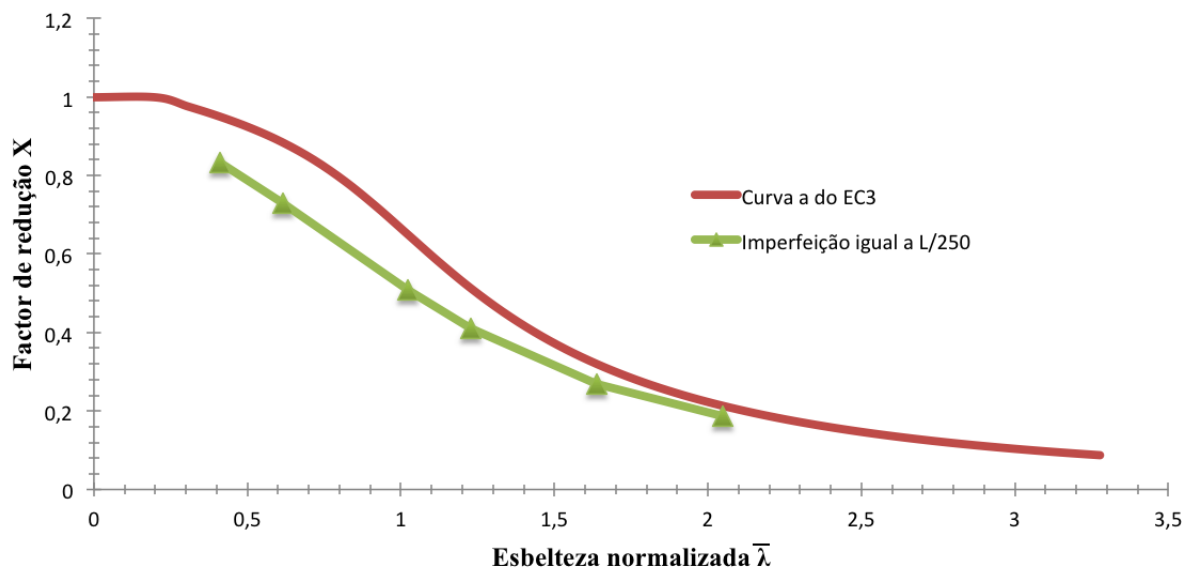


Figura 3.3: Fatores de redução obtidos para uma imperfeição de $L/250$ e curva de dimensionamento a do EC3.



Figura 3.4: Deformada do elemento tubular para $L = 10 \text{ m}$ e imperfeição de $L/1000$.

L (m)	Imperfeição (m)	$N_{colapso}(kN)$	$\bar{\lambda}$	χ
10	0,01	202,38	2,05	0,22
8	0,008	305,81	1,64	0,33
6	0,006	495,54	1,23	0,54
5	0,002	626,94	1,02	0,68
3	0,003	806,39	0,61	0,88
2	0,002	844,05	0,41	0,92

Tabela 3.2: Esforços no tubo para uma imperfeição de $L/1000$.

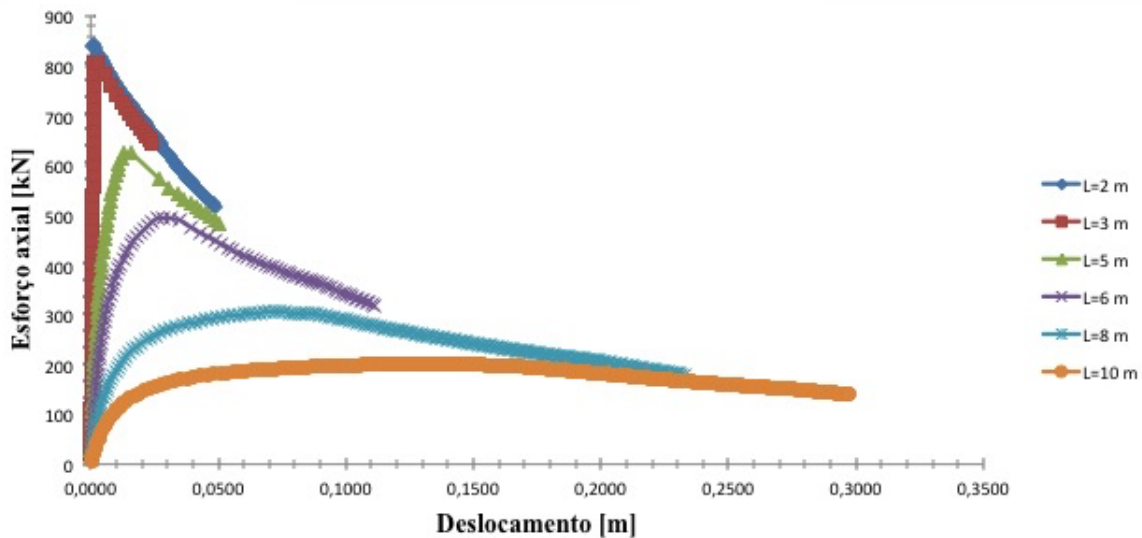


Figura 3.5: Carga/deslocamento para um elemento tubular com imperfeição de $L/1000$.

$L/250$ é conservativa na resistência do tubo à encurvadura enquanto que, para uma imperfeição igual a $L/1000$ é aceitável utilizar a curva de dimensionamento a no estudo da resistência à encurvadura do tubo.

3.3 Conclusão

Neste capítulo estudou-se a resistência de tubos com condições de apoio simplesmente apoiadas. Conclui-se que ao assumir-se uma imperfeição igual a $L/250$ a curva de dimensionamento a subestima a resistência à encurvadura do tubo. No entanto ao assumir-se uma imperfeição com amplitude $L/1000$ é aceitável recorrer à curva a pois esta fornece bons resultados.

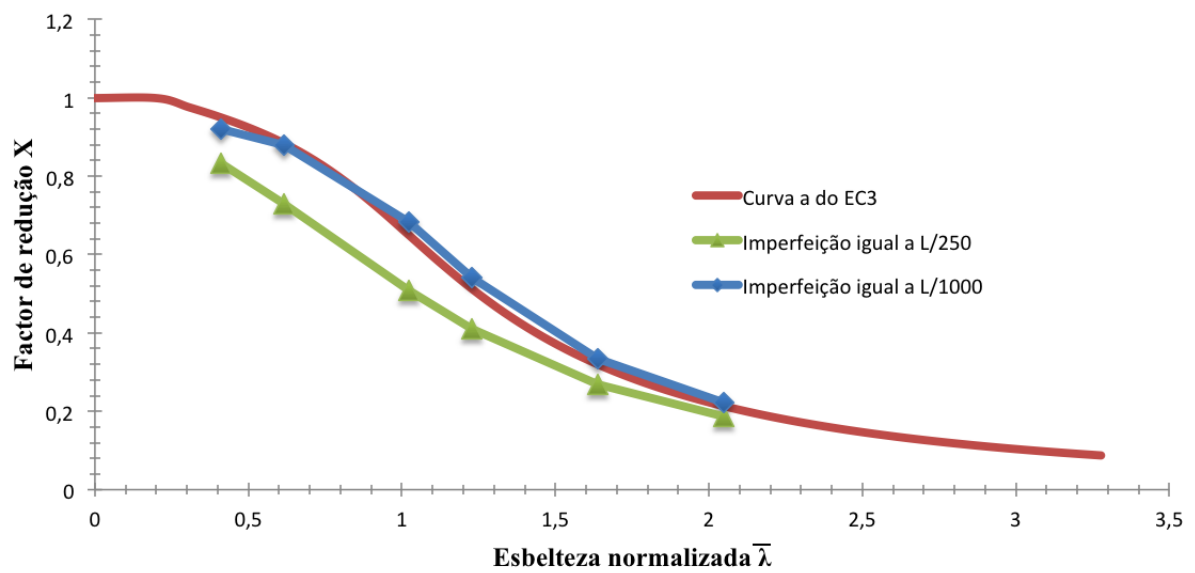


Figura 3.6: Fatores de redução obtidos com uma imperfeição igual a $L/1000$ e curva de dimensionamento a do EC3.

Capítulo 4

Análise conjunta do tubo e ligação

4.1 Introdução

Neste capítulo realiza-se a análise, com base no método dos elementos finitos, da resistência à encurvadura do tubo com a ligação.

O estudo do tubo com a cavilha consiste em observar o comportamento do modelo quando ligado pela cavilha e a sua influência na resistência do elemento. A modelação incidiu sobre diversos comprimentos de tubo de modo a obter a melhor aproximação possível entre a respectiva curva esbelteza/redução e a curva de dimensionamento prescrita pelo EC3. Alterou-se o comprimento da chapa de ligação entre 200 e 300 milímetros de modo a observar-se a sua influência na resistência do elemento.

A resistência à encurvadura por compressão é estudada através de modelação por elementos finitos no ADINA. Para tal admitem-se as hipóteses simplificativas referidas no capítulo 2.

Modelou-se um elemento barra ligado à chapa através de *rigid links*, o qual simula o tubo permitindo assim utilizar menos elementos de área barra (Figura 4.1). De modo a ser possível modelar o elemento barra com a cavilha, modelou-se a ligação sem simplificação de simetria, porém considerou-se uma simplificação de simetria a meio vão do tubo. Uma vez que o ADINA é uma versão académica com limitação relativamente ao número de nós possíveis de utilizar, recorreu-se a uma malha de elementos finitos tipo casca retangular com densidade menor no tubo inserido na chapa, isto é, na zona do tubo com comprimento L_w .

A modelação realizada foi idêntica à utilizada nos capítulos anteriores. Inicialmente realiza-se uma análise linear de estabilidade (ALE) com o objetivo de determinar a carga crítica e modos de instabilidade dos modelos em estudo, aplicando-se um incremento de carga. Posteriormente realiza-se uma análise não linear (ANL) a partir da qual determina-se a carga de colapso, aplicando-se um incremento de deslocamento (em vez de força), o que permite em geral minimizar os problemas de convergência.

4.2 Análise ADINA

Através do ADINA e da metodologia aplicada nos capítulos anteriores, determinou-se o esforço crítico e de colapso conjunto do tubo e ligação para uma imperfeição com amplitude $L/250$ a meio vão, tal como prescrito pelo EC3. Inicialmente determinou-se a resistência para $L_p = 200$ mm, variando-se o comprimento do tubo.

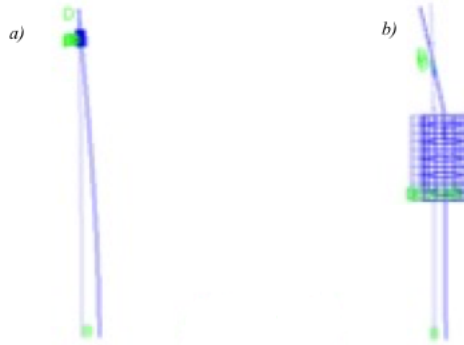


Figura 4.1: Deformada do elemento completo para: a) $L_T = 12\text{ m}$; b) $L_T = 2\text{ m}$, com $L_p = 200\text{ mm}$ e imperfeição igual a $L/250$.

Na Figura 4.1 representa-se a deformada para dois comprimentos L_T com $L_p = 200\text{ mm}$, observando-se que para esbeltezas elevadas ocorre flexão do elemento, enquanto que para esbeltezas baixas ($\bar{\lambda} < 0,72$) ocorre flexão da chapa de ligação e translação do tubo, o que se deve à ocorrência de encurvadura global e local, respectivamente.

Na Figura 4.2 apresentam-se as trajetórias de equilíbrio, obtidas para os diversos comprimentos para $L_p = 200\text{ mm}$ e imperfeição igual a $L/250$.

Seguidamente realizou-se o estudo para $L_p = 300\text{ mm}$, impondo uma imperfeição igual a $L/250$. Nas Figuras 4.3 a) e 4.3 b) representam-se as deformadas, relativas a elementos com 12 e 2 metros respectivamente, e $L_p = 300\text{ mm}$, observa-se que para elementos de esbelteza normalizada reduzida ocorre encurvadura local e para elementos de esbelteza normalizada superior ocorre encurvadura global.

L (m)	Imperfeição (m)	$N_{cr}(kN)$ (Euler)	$N_{cr}(kN)$ (Adina)	$N_{colapso}(kN)$	$\bar{\lambda}$	χ
12	0,048	151,62	151,6	123,05	2,46	0,13
10	0,04	218,33	218,4	168,65	2,05	0,18
8	0,032	341,15	340,6	243,87	1,64	0,27
6	0,024	606,48	597,6	367,32	1,24	0,40
5	0,02	873,33	841	450,01	1,04	0,49
4	0,016	1364,59	1231	541,91	0,86	0,59
3	0,012	2425,93	1776	628,30	0,72	0,69
2	0,008	5458,34	2267	701,70	0,64	0,77
1,5	0,006	9703,72	2449	750,33	0,61	0,82

Tabela 4.1: Resultados da análise do tubo com ligação para $L_p = 200\text{ mm}$ e imperfeição de $L/250$.

Na Tabela 4.2 observam-se os resultados obtidos da análise e respectivos valores da esbelteza normalizada e do fator de redução. A análise linear de estabilidade fornece o esforço crítico associado ao primeiro modo de encurvadura de cada elemento modelado. Observa-se que para $L_T \leq 5\text{ m}$, a ligação influencia o esforço crítico do elemento.

Na Figura 4.4 representam-se as curvas carga/deslocamento para $L_p = 300\text{ mm}$.

Representa-se na Figura 4.5 a curva de dimensionamento prescrita pelo EC3, a vermelho

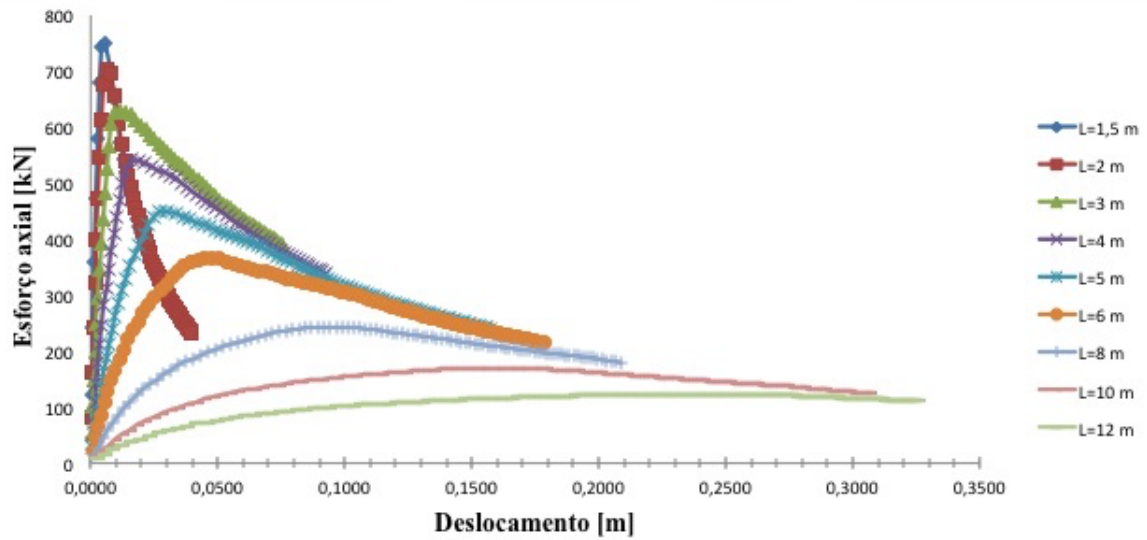


Figura 4.2: Carga/deslocamento para tubo com ligação para $L_p = 200 \text{ mm}$ e imperfeição igual a $L/250$.

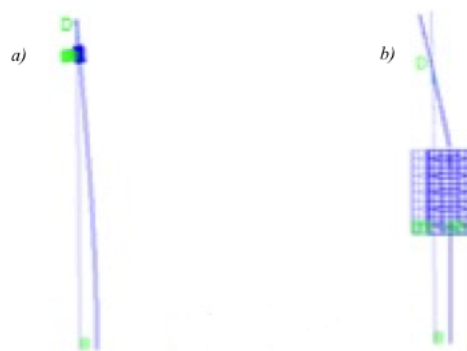


Figura 4.3: Deformada do elemento completo para: a) $L_T = 12 \text{ m}$; b) $L_T = 2 \text{ m}$, com $L_p = 300 \text{ mm}$ e imperfeição de $L/250$.

Capítulo 4. Análise conjunta do tubo e ligação

L (m)	Imperfeição (m)	$N_{cr}(kN)$ (Euler)	$N_{cr}(kN)$ (Adina)	$N_{colapso}(kN)$	$\bar{\lambda}$	χ
12	0,048	151,62	151,2	122,01	2,46	0,13
10	0,04	218,33	212,4	166,47	2,07	0,18
8	0,032	341,15	324,9	236,80	1,68	0,26
6	0,024	606,48	533,3	343,41	1,31	0,37
5	0,02	873,33	684,7	397,75	1,16	0,43
4	0,016	1364,59	843,2	416,98	1,04	0,46
3	0,012	2425,93	974,6	435,91	0,97	0,48
2	0,008	5458,34	1033	486,60	0,94	0,53
1,5	0,006	9703,72	1075	529,70	0,92	0,58

Tabela 4.2: Resultados da análise do tubo com ligação para $L_p = 300 \text{ mm}$ e imperfeição de $L/250$.

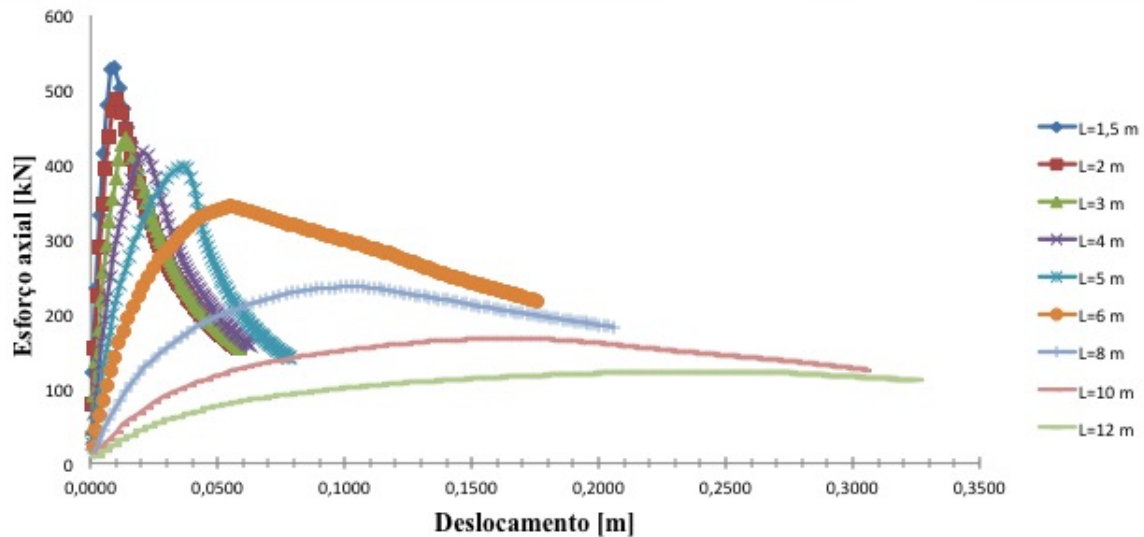


Figura 4.4: Carga/deslocamento para tubo com ligação para $L_p = 300 \text{ mm}$ e imperfeição de $L/250$.

e as curvas esbelteza/redução a azul e verde, para $L_p = 200 \text{ mm}$ e $L_p = 300 \text{ mm}$ respectivamente para uma imperfeição igual a $L/250$. Observa-se que, tal como já analisado nos gráficos 4.2 e 4.4 que para $L_T \geq 6 \text{ m}$ o comprimento da chapa de ligação é irrelevante para a resistência final do elemento, pois como se pode observar na Figura 4.5 a partir desse comprimento a resistência à encurvadura do tubo mais cavilha é igual ao prescrito pela curva a do EC3. Na Figura 4.5 observa-se que para $\bar{\lambda} \leq 0,8$, uma ligação com $L_p = 200 \text{ mm}$ provoca um decréscimo de resistência de cerca de 20% enquanto que para $L_p = 300 \text{ mm}$ ocorre uma perda próxima de 40%

Conclui-se que ao considerar-se uma imperfeição de amplitude igual a $L/250$ a análise é conservativa, principalmente para $L_p = 300 \text{ mm}$ pois para um L baixo o comprimento L_p influencia muito o esforço crítico do elemento.

Deste modo, analisaram-se os modelos considerando uma imperfeição com amplitude igual a $L/1000$.

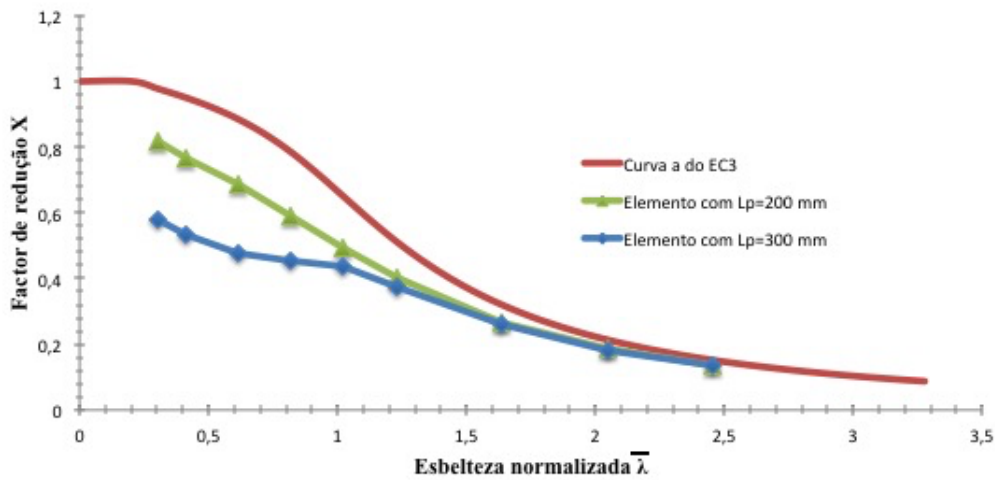


Figura 4.5: Fatores de redução obtidos para uma imperfeição de $L/250$ e curva de dimensionamento a do EC3.

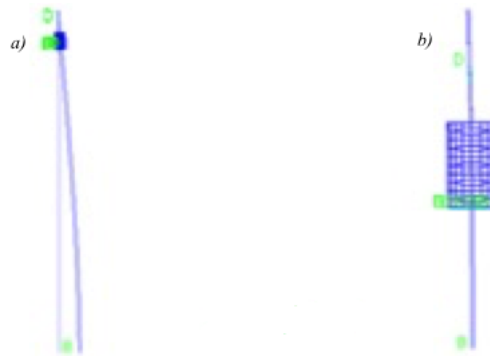


Figura 4.6: Deformada do tubo com ligação para: a) $L_T = 12 \text{ m}$; b) $L_T = 2 \text{ m}$, com $L_p = 200 \text{ mm}$ e imperfeição de $L/1000$.

Nas Figuras 4.6 a) e 4.6 b) representam-se as deformadas, relativas a elementos com 12 e 2 metros respectivamente, para $L_p = 200 \text{ mm}$, observa-se que para elementos de esbelteza normalizada pequena ocorre encurvadura local e para elementos de esbelteza normalizada superior ocorre encurvadura global. As deformadas dos restantes modelos encontram-se em anexo.

Na Figura 4.7 representam-se as trajetórias de equilíbrio, obtidas para os diversos comprimentos, com $L_p = 200 \text{ mm}$ e imperfeição com amplitude igual a $L/1000$.

Na Tabela 4.3 observam-se os resultados da análise geometricamente não linear e respectivos valores da esbelteza normalizada e do fator de redução. A análise linear de estabilidade retribui o esforço crítico associado ao primeiro modo de encurvadura de cada elemento modelado.

Para $L_p = 300 \text{ mm}$ o deslocamento que ocorre a meio vão em função do esforço axial está representado na Figura 4.9, sendo os resultados para uma imperfeição de amplitude $L/1000$ representados na Tabela 4.4.

Capítulo 4. Análise conjunta do tubo e ligação

L (m)	Imperfeição (m)	$N_{cr}(kN)$ (Euler)	$N_{cr}(kN)$ (Adina)	$N_{colapso}(kN)$	$\bar{\lambda}$	χ
12	0,012	151,62	151,6	142,31	2,46	0,16
10	0,01	218,33	218,4	200,74	2,05	0,22
8	0,008	341,15	340,6	301,05	1,64	0,33
6	0,006	606,48	597,6	479,46	1,24	0,52
5	0,005	873,33	841	598,72	1,04	0,65
4	0,004	1364,59	1231	714,48	0,86	0,78
3	0,003	2425,93	1776	781,96	0,72	0,85
2	0,002	5458,34	2267	822,01	0,64	0,89
1,5	0,0015	9703,72	2449	839,94	0,61	0,92

Tabela 4.3: Resultados da análise do tubo com ligação para $L_p = 200 \text{ mm}$ e imperfeição de $L/1000$.

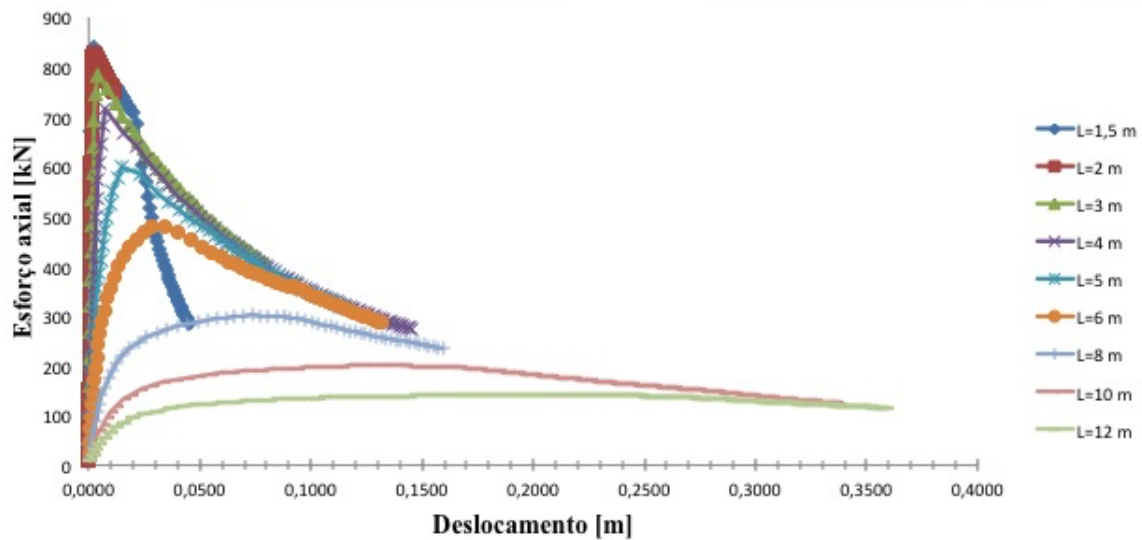


Figura 4.7: Carga/deslocamento para tubo com ligação para $L_p = 200 \text{ mm}$ e imperfeição de $L/1000$.

Representa-se na Figura 4.10 a curva de dimensionamento prescrita pelo EC3, a vermelho e as curvas esbelteza/redução a azul e verde, para $L_p = 200 \text{ mm}$ e $L_p = 300 \text{ mm}$ respectivamente. Observa-se que, tal como já analisado nos gráficos 4.7 e 4.9 que para $L_T \geq 6 \text{ m}$ a influência da chapa de ligação é desprezável para a resistência à encurvadura do elemento, pois como se pode observar na Figura 4.10 a partir desse comprimento a resistência à encurvadura do tubo mais cavilha é igual ao prescrito pela curva a do EC3.

Conclui-se que ao considerar-se uma imperfeição de amplitude igual a $L/1000$ e $L_p = 200 \text{ mm}$ é aceitável estudar a resistência à encurvadura do elemento através da curva de dimensionamento a .

4.3. Cálculo aproximado da carga crítica

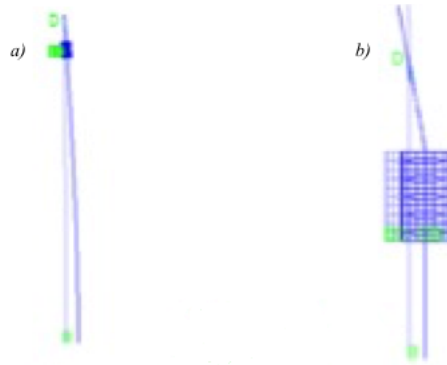


Figura 4.8: Deformada do tubo com ligação para: a) $L_T = 12\text{ m}$; b) $L_T = 2\text{ m}$, com $L_p = 300\text{ mm}$ e imperfeição de $L/1000$.

L (m)	Imperfeição (m)	$N_{cr}(kN)$ (Euler)	$N_{cr}(kN)$ (Adina)	$N_{colapso}(kN)$	$\bar{\lambda}$	χ
12	0,012	151,62	151,2	140,88	2,46	0,15
10	0,01	218,33	212,4	197,10	2,08	0,22
8	0,008	341,15	324,9	289,86	1,68	0,32
6	0,006	606,48	533,3	437,49	1,31	0,48
5	0,005	873,33	684,7	525,57	1,16	0,57
4	0,004	1364,59	843,2	592,05	1,04	0,65
3	0,003	2425,93	974,6	642,60	0,97	0,70
2	0,002	5458,34	1033	685,53	0,94	0,75
1,5	0,0015	9703,72	1075	752,41	0,92	0,82

Tabela 4.4: Resultados da análise do tubo com ligação para $L_p = 300\text{ mm}$ e imperfeição de $L/1000$.

4.3 Cálculo aproximado da carga crítica

Com o objetivo de obter um valor aproximado do esforço crítico estudou-se a instabilidade de barras de inércia variável, considerando a coluna simplesmente apoiada representada na Figura 4.11, a qual é composta por três troços de inércia constante, cujos valores de rigidez de flexão são, respectivamente, $EI^{(1)}$ para os troços extremos e $EI^{(2)}$ para o troço central, sendo 1 representativo da ligação e 2 do tubo. Uma coluna com estas características pode ser encarada como uma “estrutura reticulada” formada por três barras de inércia constante unidas por nós rígidos.

Dado que o modo crítico de instabilidade é simétrico, é possível analisar uma estrutura mais simples, constituída por ”meia coluna” com um encastramento deslizante numa extremidade, conforme ilustrado na Figura 4.12.

Recorrendo ao método dos deslocamentos com dois elementos finitos, 2 graus de liberdade Θ e Δ , rotação e deslocamento respetivamente, aplicados no ponto A , é possível construir a matriz de rigidez da estrutura, a qual apresenta a seguinte forma

$$K_{est} = EI_2 \times \begin{bmatrix} \frac{4\Phi_3 - 3\Phi_2^2/\Phi_1}{L_2} + \frac{\gamma^2 \cdot (4\phi_3 - \phi_4^2/\phi_3)}{L_1} & \frac{3\gamma^2 \cdot \phi_2 \cdot (2 - \phi_4/\phi_3)}{L_1^2} \\ Sim & \frac{3\gamma^2 \cdot (4\phi_1 - 3\phi_2^2/\phi_3)}{L_1^3} \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

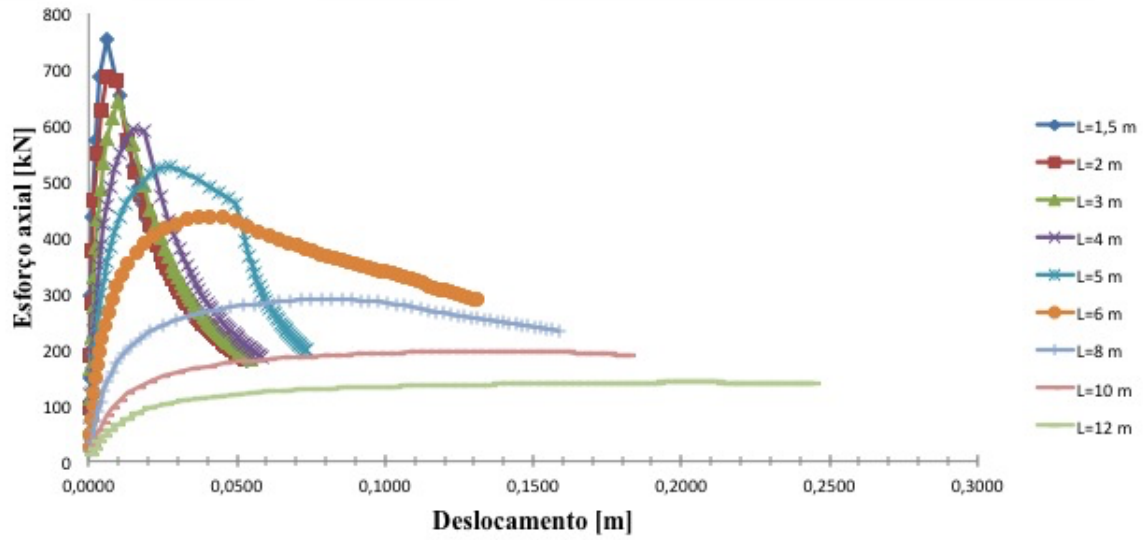


Figura 4.9: Carga/deslocamento para tubo com ligação para $L_p = 300 \text{ mm}$ e imperfeição de $L/1000$.

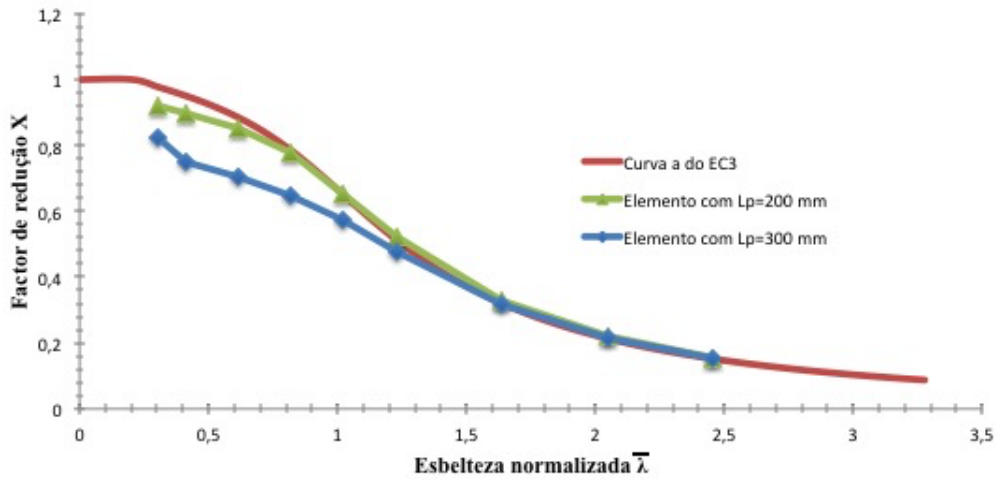


Figura 4.10: Fatores de redução obtidos para uma imperfeição de $L/1000$ e curva de dimensionamento a do EC3.

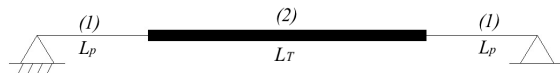


Figura 4.11: Barra com inércia variável.



Figura 4.12: Barra com inércia variável simplificada.

em que as funções de estabilidade ϕ_n e Φ_n representam os troços 1 e 2 (chapa e tubo), sendo estes representados nas equações 4.2, 4.3, 4.4 e 4.5. Por uma questão de simplificação de cálculos, introduziu-se um parâmetro, γ , que relaciona as inércias (Equação 4.7)

$$\Phi_1 = \varphi \cdot \Phi_2 \cdot \cotg\varphi \quad (4.2)$$

$$\Phi_2 = \varphi^2/3(1 - \varphi \cdot \cotg\varphi) \quad (4.3)$$

$$\Phi_3 = 0.75\Phi_2 + 0.25\varphi \cdot \cotg\varphi \quad (4.4)$$

$$\Phi_4 = 1.5\Phi_2 - 0.5\varphi \cdot \cotg\varphi \quad (4.5)$$

$$\varphi = 0.5L(P/EI)^{0.5} \quad (4.6)$$

$$\gamma^2 = \frac{I_1}{I_2} \quad (4.7)$$

Na ausência de forças transversais apenas atua a força axial P e o sistema de equações de equilíbrio do elemento barra assume a forma

$$K_{est} \cdot [\theta \quad \Delta]^T = 0 \quad (4.8)$$

A carga crítica é igual ao valor P para qual o determinante da matriz K_{est} se anula. Para tal recorreu-se a uma folha de cálculo *EXCEL* e à função *goalseek*.

Note-se que sendo a ligação composta por uma chapa de dimensões variáveis ao longo do seu comprimento adotaram-se simplificações geométricas.

Numa primeira fase considerou-se a chapa de ligação como um elemento retangular com largura igual à sua largura média e $t_{chapa} = 20 \text{ mm}$. A largura é igual a 367,78 e 355,52 mm para $L_p = 200 \text{ mm}$ e $L_p = 300 \text{ mm}$, respectivamente.

Na Figura 4.14 observa-se que, para esbeltezas elevadas, o esforço crítico aproximado é igual ao esforço crítico real. Porém, para esbeltezas reduzidas, o método aproximado apresenta um esforço crítico conservativo. Uma vez que no cálculo do esforço crítico com uma largura média observa-se um esforço crítico superior ao real, realizou-se o mesmo estudo considerando uma largura de chapa igual à mínima. Considera-se uma largura de chapa de 325,65 e 305,69 milímetros para $L_p = 200$ e $L_p = 300$ milímetros respectivamente.

Na Figura 4.15 observa-se que, considerando uma largura mínima de ligação o método aproximado fornece valores para o esforço crítico iguais aos reais. Deste modo o método aproximado com uma largura mínima é um método válido no cálculo do esforço crítico de um tubo ligado por uma cavilha.

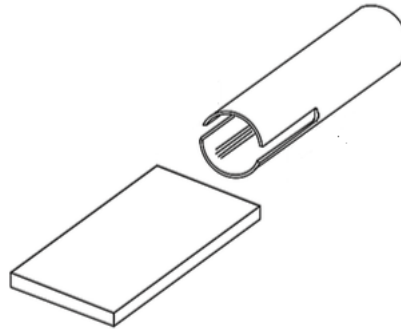


Figura 4.13: Simplificação geométrica.

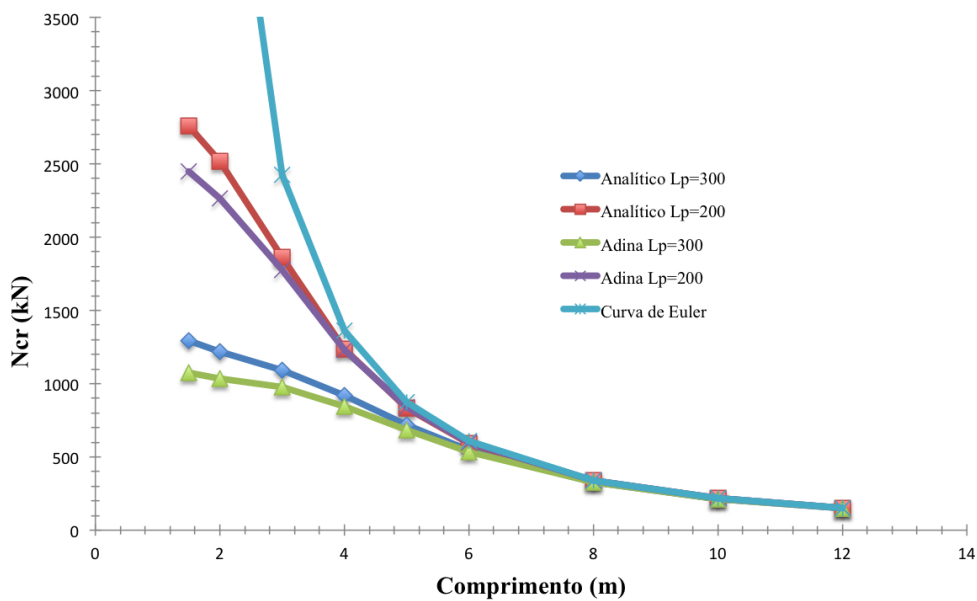


Figura 4.14: Esforço crítico para uma largura de chapa média.

Observa-se em ambos os casos que os valores do esforço crítico dos modelos são inferiores ao esforço crítico da curva de Euler, mostrando que esta hipótese simplificativa para o cálculo da resistência é adequada.

4.4 Análise e discussão de resultados

O esforço crítico do elemento pode ser calculado através do ADINA, método aproximado ou equação de Euler. Deste modo procedeu-se à quantificação da diferença no valor da resistência consoante a forma de cálculo adoptada.

Realizou-se o cálculo da esbelteza normalizada e factor de redução de acordo com a curva de dimensionamento a prescrita pelo EC3. No entanto, de modo a serem comparáveis representaram-se os resultados da perda de resistência de cada método numérico em função

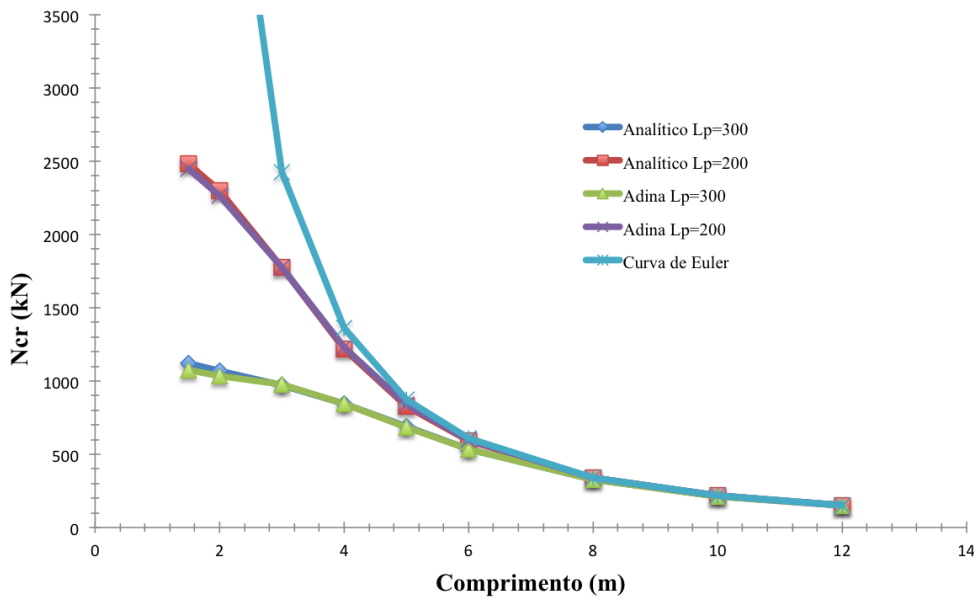


Figura 4.15: Esforço crítico para uma largura de chapa mínima.

da esbelteza normalizada calculada através do esforço crítico do ADINA, admitindo que o mesmo corresponde ao esforço “real”. Deste modo, caso se desenhasse a curva de dimensionamento a nos gráficos (Figuras 4.16 e 4.17), esta seria coincidente com a curva representada a verde, enquanto que a curva a vermelho e a azul, método aproximado e carga de Euler respectivamente, representam duas curvas distorcidas da curva prescrita pelo EC3.

Na Figura 4.16 representa-se a diferença de resistência para um elemento com $L_p = 200$ mm de onde se conclui que para $\bar{\lambda} > 1,2$ o método para o cálculo do esforço crítico é indiferente, pois observa-se que as três curvas são coincidentes. No entanto, na curva azul observa-se que, para uma esbelteza normalizada mais baixa, o mesmo não se verifica, uma vez que o método de Euler, ao desprezar a ligação no cálculo do esforço crítico, retribui valores de resistência superiores ao real.

Na Figura 4.17 representa-se a diferença de resistência para um elemento com $L_p = 300$ mm concluindo que com o aumento da chapa de ligação é aceitável utilizar o método de Euler apenas para $\bar{\lambda} \geq 2$.

Ao analisar as Figuras 4.16 e 4.17 conclui-se que o cálculo do esforço crítico pelo método aproximado é aceitável para o estudo da resistência à encurvadura do elemento. Conclui-se ainda, que o método de Euler fornece valores distantes do real sendo maior o erro quando maior o comprimento L_p . Para $L_p = 300$ mm considera uma resistência total ($\chi = 1$) enquanto que na realidade este valor é de apenas 70% como se pode observar na Figura 4.17.

Conclui-se, através da Figura 4.17, que para chapas de ligação mais esbeltas, $L_p = 300$ mm, a diminuição de resistência do elemento à compressão é superior, tal como visto anteriormente, sendo este aspecto relevante para comprimentos de elementos pequenos nos quais as dimensões da ligação possuem grande influência no comportamento final do conjunto. Tal como foi possível observar na secção anterior deste capítulo, considerar-se o elemento com inércias variáveis e realizando o estudo da sua instabilidade, retribuiu valores próximos da realidade, principalmente para elementos com comprimentos entre apoios superiores a 3 metros, o que

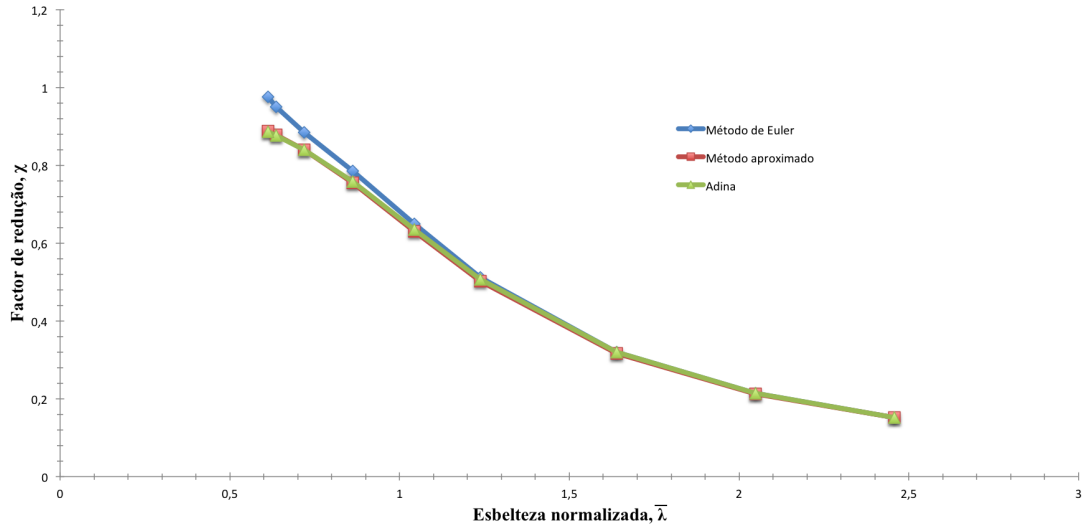


Figura 4.16: Diferença de resistência dos diversos métodos para $L_p = 200$.

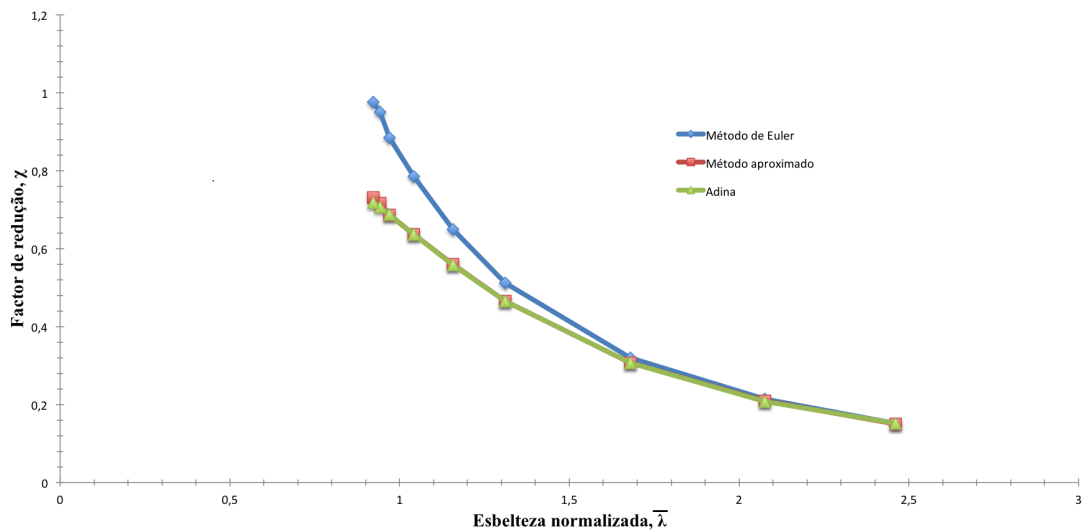


Figura 4.17: Diferença de resistência nos diversos métodos para $L_p = 300$.

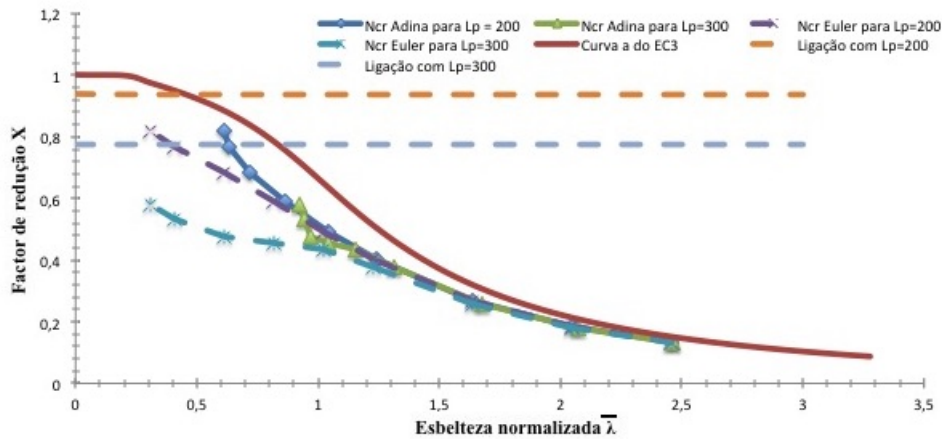


Figura 4.18: Cálculo aproximado para imperfeição igual $L/250$ e esforço plástico do tubo.

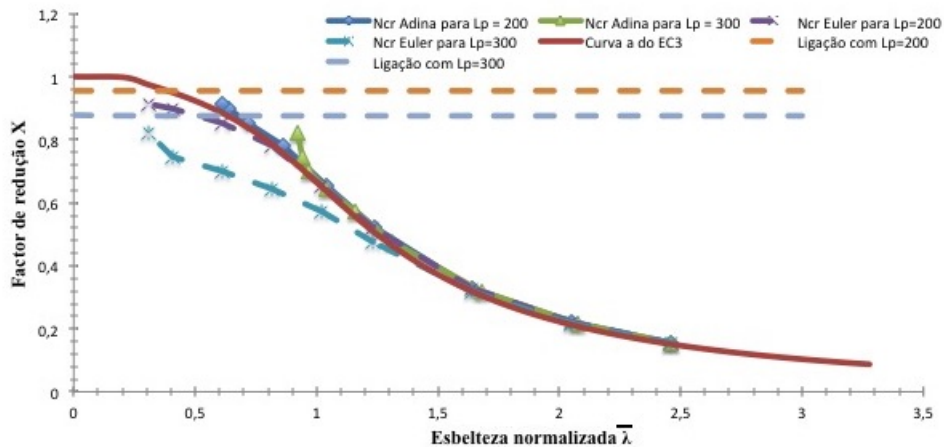


Figura 4.19: Cálculo aproximado para imperfeição igual $L/1000$ e esforço plástico do tubo.

permite uma primeira abordagem simplificada ao dimensionamento deste tipo de elementos.

De seguida investiga-se a influência das várias formas de determinar a esbelteza.

Considera-se para o cálculo da esbelteza normalizada o esforço plástico do tubo (Figura 4.18 e 4.19) e posteriormente o esforço plástico da chapa de ligação (Figura 4.20 e 4.21). As rectas a tracejado são representativas da secção 4.2 e do capítulo 2.

Na Figura 4.18 comparam-se os resultados para uma imperfeição de amplitude $L/250$. Observa-se que a resistência do elemento conferida pelo ADINA apresenta valores mais próximos da curva de dimensionamento a que uma análise simplificada pelo método de Euler. No entanto, o dimensionamento do elemento pela curva prescrita pelo EC3, mesmo considerando o esforço crítico real, levaria ao sobrestimar da resistência do elemento.

Na Figura 4.19 conclui-se que, para uma imperfeição imposta igual a $L/1000$ e considerando o esforço crítico do ADINA, é possível recorrer-se à curva a no estudo da resistência à encurvadura do elemento.

Uma vez que para um esforço crítico exato a curva de dimensionamento a apenas devolve bons resultados para uma imperfeição igual a $L/1000$, realizou-se o mesmo estudo porém

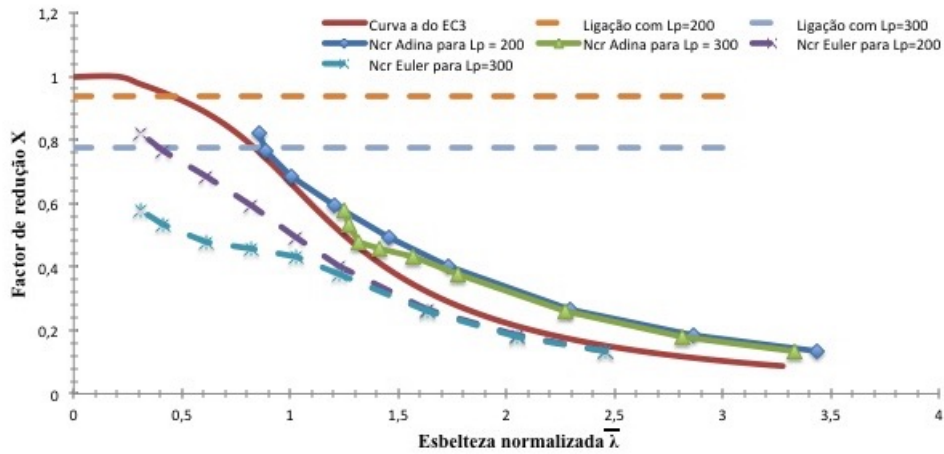


Figura 4.20: Cálculo aproximado para imperfeição igual $L/250$ e esforço plástico da chapa.

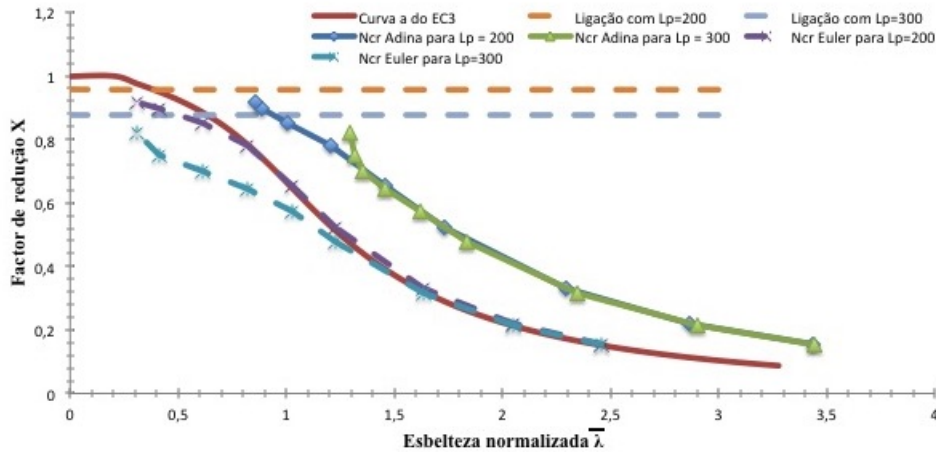


Figura 4.21: Cálculo aproximado para imperfeição igual $L/1000$ e esforço plástico da chapa.

considerando o esforço plástico da chapa no cálculo da esbelteza normalizada.

Analisando a Figura 4.20 observa-se que, para uma imperfeição igual a $L/250$, a resistência do elemento é superior à prescrita pela curva *a*, estando a curva de dimensionamento a subestimar a resistência do elemento à encurvadura. Para uma imperfeição igual a $L/1000$ esta diferença é mais acentuada (Figura 4.21).

Conclui-se com este estudo que se no dimensionamento do elemento for considerada uma imperfeição de valor igual a $L/1000$, o esforço crítico real e o esforço plástico do tubo, a curva prescrita pelo EC3 fornece bons resultados de resistência à encurvadura. Ao assumir-se uma imperfeição igual a $L/250$ deverá considerar-se o esforço crítico real e o esforço plástico da chapa. No entanto, apesar de nestas condições a curva *a* sobestimar a perda de resistência do elemento, esta diferença não é elevada podendo utilizar-se a curva prescrita pelo EC3 no estudo da resistência para uma imperfeição igual a $L/250$.

Capítulo 5

Conclusões e desenvolvimentos futuros

5.1 Conclusões

Na presente Dissertação estudou-se a resistência à encurvadura de tubos circulares com extremidades rotuladas por meio de cavilhas. As principais conclusões extraídas podem ser resumidas da seguinte forma:

- A imperfeição equivalente prescrita pelo Eurocódigo 3 para tubos circulares conduz a valores da resistência significativamente inferiores aos obtidos com as curvas de dimensionamento (nomeadamente a curva a). A utilização de uma imperfeição menor do que a regulamentar, de amplitude igual a $L/1000$, permite obter valores próximos dos da curva referida.
- A resistência à encurvadura é influenciada pela chapa de ligação quando a esbelteza do elemento é mais reduzida.
- Admitindo uma imperfeição equivalente igual a $L/1000$ e calculando a esbelteza com o esforço crítico com chapa e o esforço axial plástico do tubo, a curva de dimensionamento a fornece boas estimativas da resistência à encurvadura. Caso se considere uma imperfeição igual a $L/250$ e se calcule a esbelteza da mesma forma, a curva a sobrestima, por vezes significativamente, a resistência do tubo. No entanto, obtém-se uma estimação razoável da mesma.
- É possível utilizar a curva de dimensionamento a do EC3 para obter estimativas precisas e conservativas da resistência do elemento. Tal apenas é possível caso se considere, no cálculo da carga crítica, a influência da chapa. Em particular, a curva de dimensionamento a fornece resultados muito precisos se for aceitável considerar que a imperfeição equivalente é igual a $L/1000$.

5.2 Desenvolvimentos futuros

Face ao trabalho desenvolvido e expresso no presente documento, considera-se haver margem para aprofundar a matéria tratada, nomeadamente nos seguintes aspetos:

- Tendo em conta que se fixaram vários parâmetros geométricos (e.g., a espessura da chapa e/ou do tubo), será importante investigar a influência da sua variação nos resultados.

Capítulo 5. Conclusões e desenvolvimentos futuros

- Uma vez que se mostrou que a chapa da ligação influencia a resistência à encurvatura do elemento, com base nos resultados obtidos no item anterior, seria interessante desenvolver uma “curva de dimensionamento” apropriada.
- Desenvolver ábacos para a determinação da carga crítica do elemento (com a influência da ligação), o que pode ser efetuado com base numa formulação semelhante à utilizada na secção 4.3.

Bibliografia

- Almeida, J. R., 2007. *Estruturas em Aço*, Apontamentos das Aulas, Departamento de Engenharia Civil da Faculdade de Ciências e Tecnologias, Universidade Nova de Lisboa, Lisboa, Portugal.
- Bathe, K. J., 2014. ADINA System (versão 9, 900 nós), ADINA R & D Inc.
- Beer, H., Schulz, G., 1970. Bases théoriques des courbes européennes de flambement. *Construction Métallique*, 3, 37-56.
- Bridge, R. Q., Sukkar, T., Hayward, I. G., van Ommen, M., 2001. Behaviour and design of structural steel pins. *Steel and Composite Structures*, Vol. 1, No. 1: 97-110
- Cheng, J. J. R., Kulak, G. L., Khoo, H. A., 1998. Strength of slotted tubular tension members. *Canadian Journal of Civil Engineering*, Vol. 25, pp. 982-991.
- Choo, Y. S., K. C. Choi, and K. H. Lee, 1993. The effects of eyebar shape and pin/hole tolerance on its ultimate strength. *Journal of Constructional Steel Research* 26.2: 153-169.
- CEN, 1992. ENV 1993-1-1, *Eurocode 3 - General rules and rules for buildings*. European Committee for Standardization (CEN), Bruxelles.
- CEN, 1992. ENV 1993-1-8, *Eurocode 3 - General rules and rules for buildings*. European Committee for Standardization (CEN), Bruxelles.
- Dowling, P. J., 1990. New directions in European structural steel design. *Journal of Constructional Steel Research* 17.1: 113-140.
- Dowling, P. J., and B. A. Burgan., 1997. Steel structures in the new millennium. *Statyba* 3.12: 5-19.
- Duerr, D., Pincus, G., 1988. Deformation Behavior of Pinned Connections with Large Pin Clearance. *Journal of Structural Engineering*, 114(12), 2803-2807.
- Duerr, D., Pincus, G., 1986. Pin clearance effect on pinned connection strength. *Journal of Structural Engineering* 112.7: 1731-1736.
- Easterling, W. S., Gonzales, L., 1993. Shear lag effects in steel tension members. *Engineering Journal*, 3, 77-89.
- European Convention for Constructional Steelwork (ECCS), 1976. *Manual on Stability of Steel Structures*.
- Fonseca, E. M. M., de Oliveira, C. A. M., de Melo, F. J. M. Q., 2005. Fenómenos de instabilidade em elementos tubulares submetidos à compressão. *APAET - Associação Portuguesa de Análise Experimental de Tensões*, ISSN-122922, v 11, pp.11-18.

Bibliografia

- Gonçalves, R., 2000. *Imperfeições “locais” em estruturas de aço conceitos, resultados e reflexões*. Tese de mestrado, IST/UTL.
- Gorenc, B., Gorenc, B. E., Tinyou, R., Syam, A., 2005. *Steel designers’ handbook*. UNSW Press.
- Livesley, R., Rondal, J., 1979. *Stability Functions for Structural Frameworks*, Manchester University Press.
- Kirkham, W. J., Miller, T. H., 2000. Examination of AISC LRFD shear lag design provisions. *Engineering Journal*, Vol. 34, pp. 83-98.
- Mackerle, J., 2003. Finite element analysis of fastening and joining: a bibliography (1990/2002). *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, 80(4), 253-271.
- Martinez-Saucedo, G., Packer, J. A., Willibald, S., 2006. Parametric finite element study of slotted end connections to circular hollow sections. *Engineering structures*, 28(14), 1956-1971.
- Martinez-Saucedo, G., Packer, J. A., 2006. *Slotted end connections to hollow sections*. CIDECT Final Report 8G-10/4, University of Toronto, Toronto, Canada.
- Obata, M., Suzuki, S., Goto, Y., Matsuura, S., 1991. Ultimate behaviors of tie plates used as bridge restrainer. *Journal of Structural Engineering*, 117(10), 2884-2899.
- Rao, A. K., 1978. Elastic analysis of pin joints. *Computers and Structures*, Vol. 9: 125-144
- Reis, A., Camotim, D., 2000. *Estabilidade estrutural*. McGraw-Hill de Portugal.
- Ruiz-Teran, A. M., & Gardner, L., 2008. Elastic buckling of elliptical tubes. *Thin-Walled Structures*, 46(11), 1304-1318.
- Standard, B., 2000. BS 5950-1: 2000 Structural use of steelwork in building. *London: British Standard Institution*.
- Structures, S. S., 1998. Australian Standard AS4100. Standards Australia, Sydney.
- Timoshenko, S., 1983. *History of strength of materials: with a brief account of the history of theory of elasticity and theory of structures*, Courier Dover Publications.
- Wardenier, J., Packer, J. A., Zhao, X. L., Vegte, G. J., 2010. *Design Guide for circular hollow section (CHS) joints under predominantly static loading*, CIDECT.
- Wardenier, J., Packer, J. A., Zhao, X. L., Vegte, G. J., 2010. *Hollow sections in structural applications*, CIDECT.
- Whitmore, R. E., 1952. Experimental investigation of stresses in gusset plates. *Engineering Experiment Station*, University of Tennessee, Knoxville.

Anexo A

Deformadas

A.1 Elemento Tubular

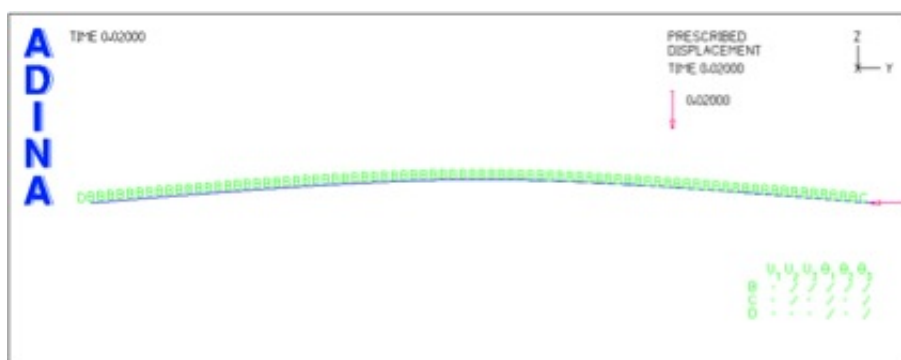


Figura A.1: Deformada do elemento tubular com $L = 8 \text{ m}$ e imperfeição de $L/250$.

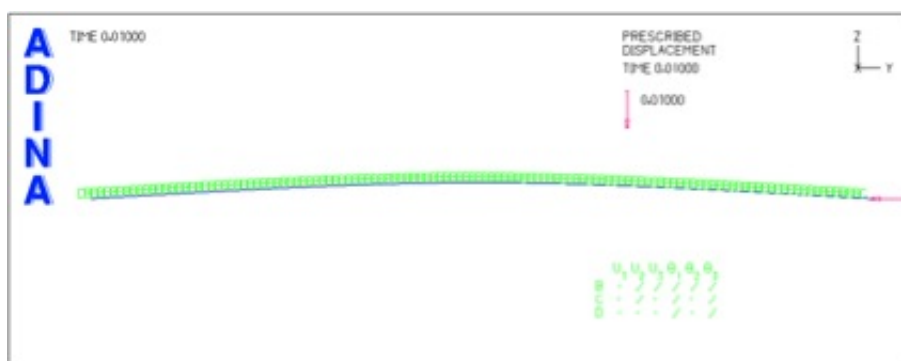


Figura A.2: Deformada do elemento tubular com $L = 6 \text{ m}$ e imperfeição de $L/250$.

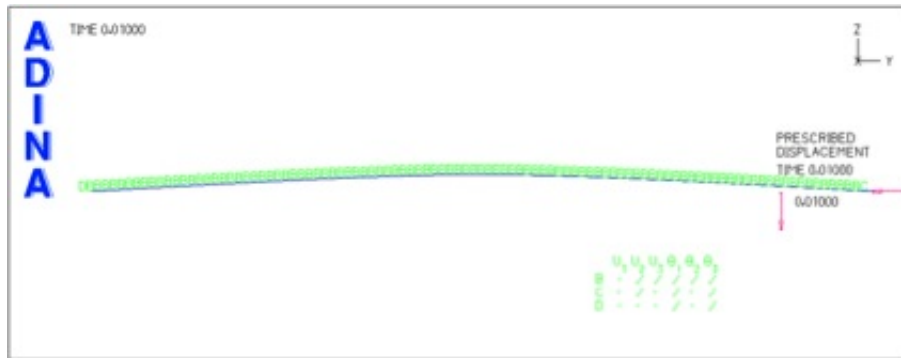


Figura A.3: Deformada do elemento tubular com $L = 5 \text{ m}$ e imperfeição de $L/250$.



Figura A.4: Deformada do elemento tubular com $L = 3 \text{ m}$ e imperfeição de $L/250$.

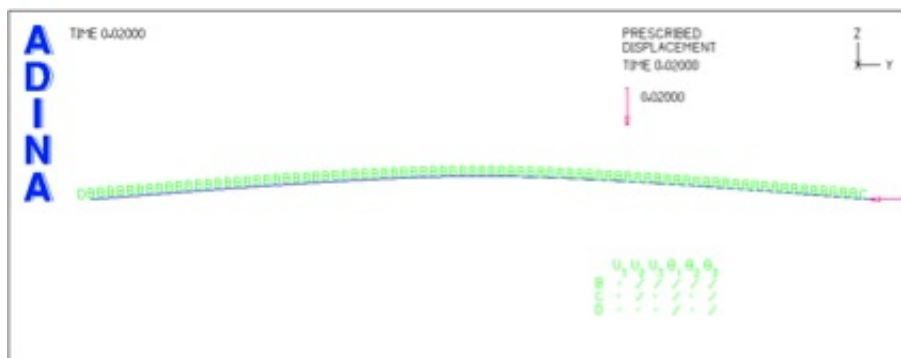


Figura A.5: Deformada do elemento tubular com $L = 8 \text{ m}$ e imperfeição de $L/1000$.

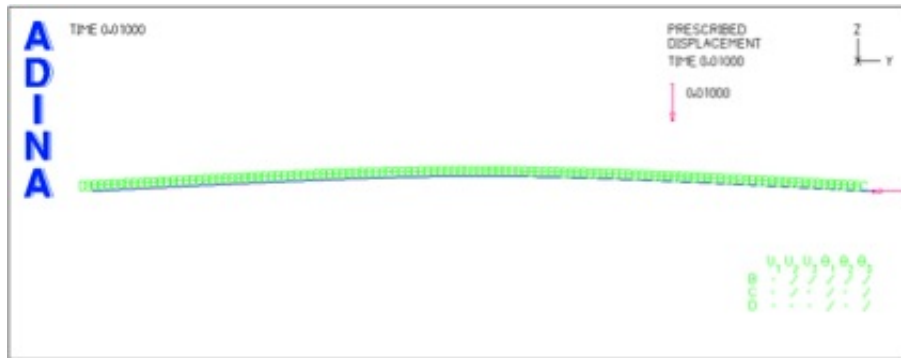


Figura A.6: Deformada do elemento tubular com $L = 6\text{ m}$ e imperfeição de $L/1000$.

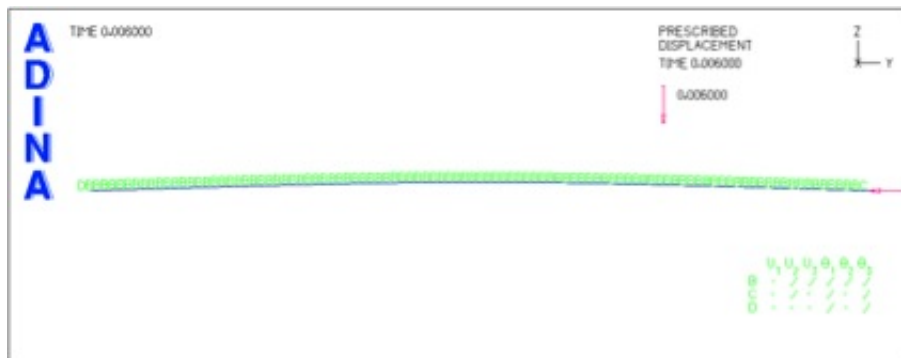


Figura A.7: Deformada do elemento tubular com $L = 5\text{ m}$ e imperfeição de $L/1000$.



Figura A.8: Deformada do elemento tubular com $L = 3\text{ m}$ e imperfeição de $L/1000$.

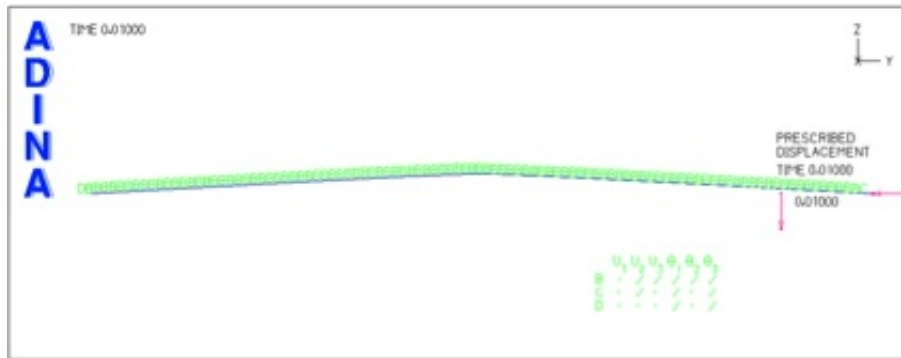


Figura A.9: Deformada do elemento tubular com $L = 2\text{ m}$ e imperfeição de $L/1000$.

A.2 Elemento tubular com ligação

A.2.1 Ligação com $L_p = 200\text{ mm}$

Deformadas de tubo com ligação para $L_p = 200\text{ mm}$:

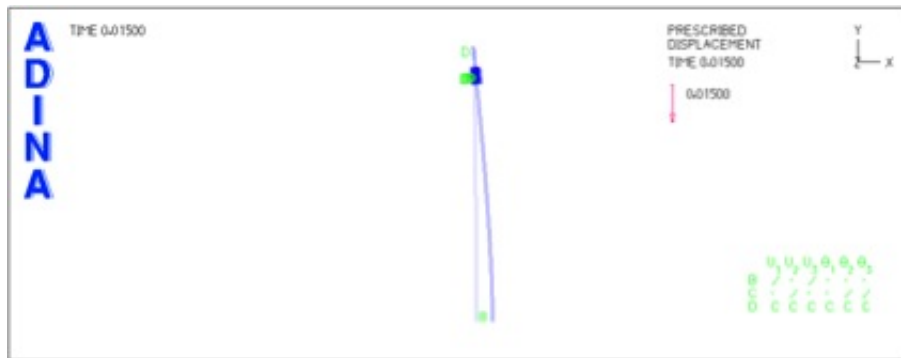


Figura A.10: Deformada do tubo com ligação para $L_p = 200\text{ mm}$, $L = 10\text{ m}$ e imperfeição de $L/250$.

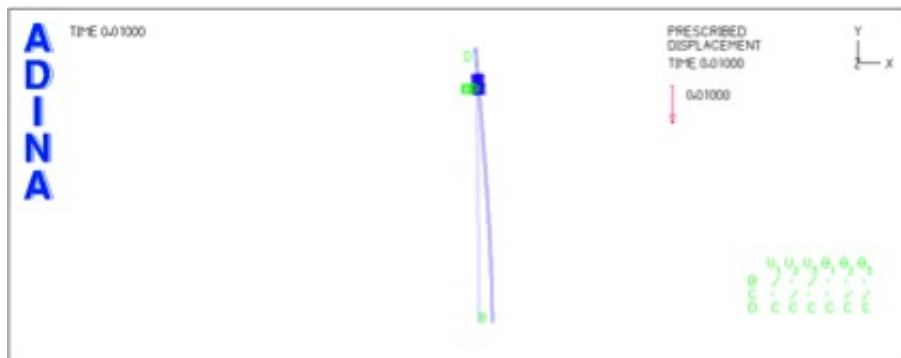


Figura A.11: Deformada do tubo com ligação para $L_p = 200\text{ mm}$, $L = 8\text{ m}$ e imperfeição de $L/250$.

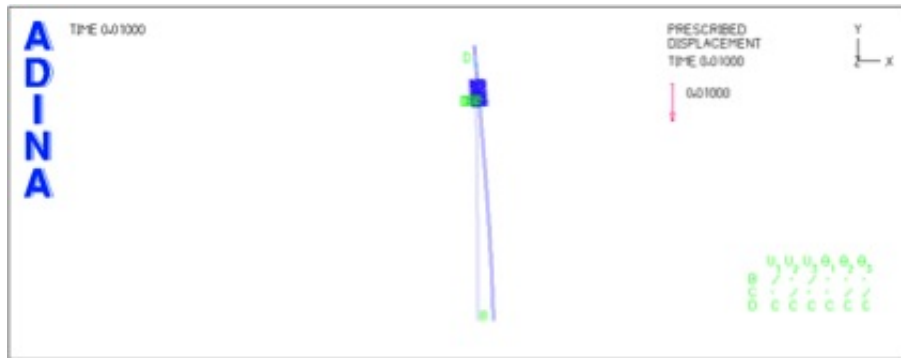


Figura A.12: Deformada do tubo com ligação para $L_p = 200 \text{ mm}$, $L = 6 \text{ m}$ e imperfeição de $L/250$.

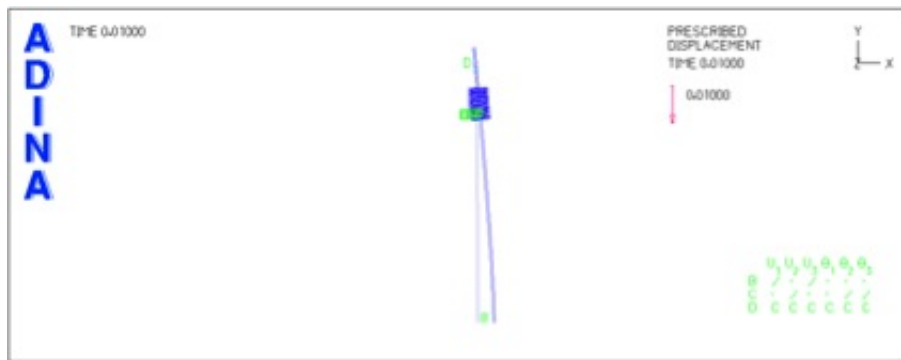


Figura A.13: Deformada do tubo com ligação para $L_p = 200 \text{ mm}$, $L = 5 \text{ m}$ e imperfeição de $L/250$.

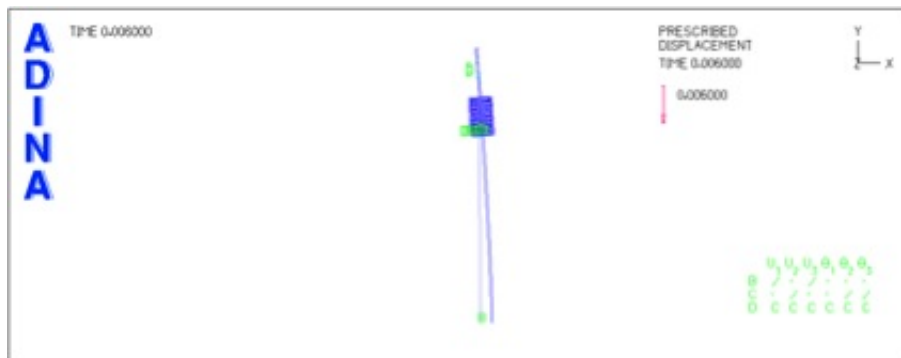


Figura A.14: Deformada do tubo com ligação para $L_p = 200 \text{ mm}$, $L = 4 \text{ m}$ e imperfeição de $L/250$.

Anexo A. Deformadas

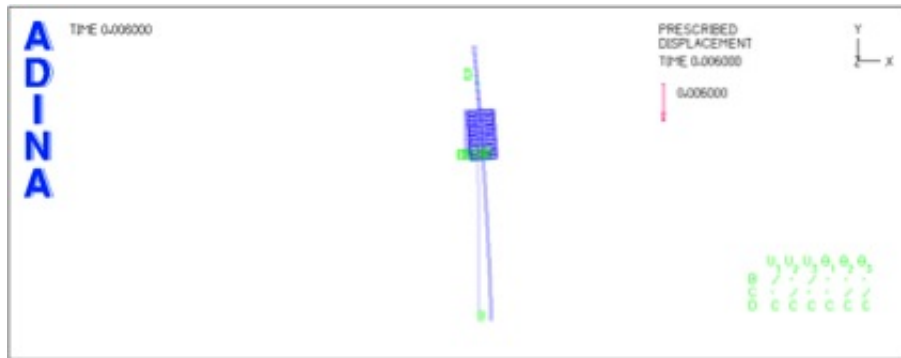


Figura A.15: Deformada do tubo com ligação para $L_p = 200 \text{ mm}$, $L = 3 \text{ m}$ e imperfeição de $L/250$.

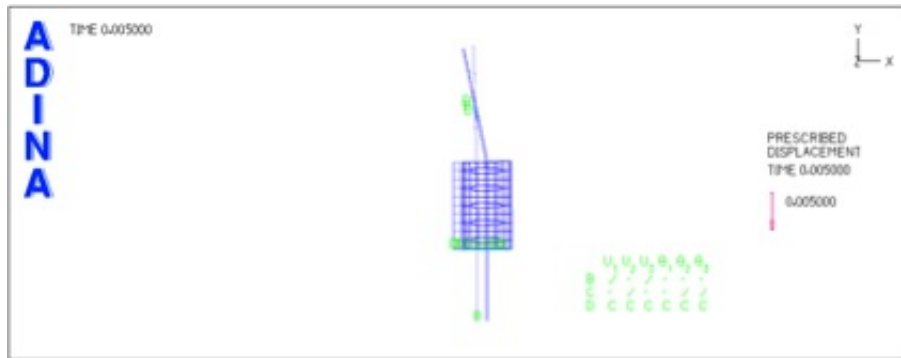


Figura A.16: Deformada do tubo com ligação para $L_p = 200 \text{ mm}$, $L = 1,5 \text{ m}$ e imperfeição de $L/250$.

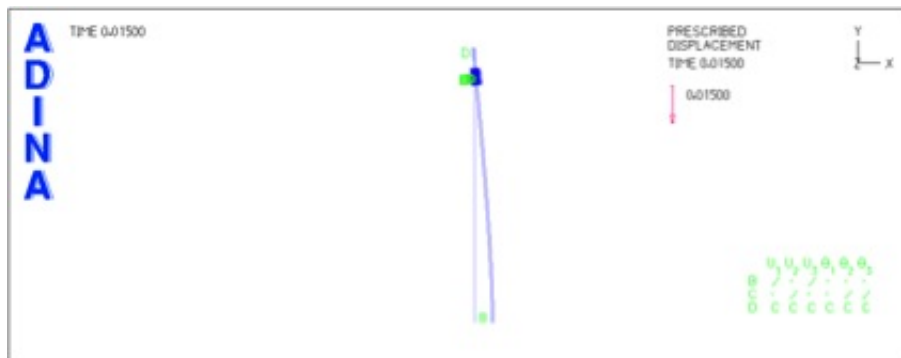


Figura A.17: Deformada do tubo com ligação para $L_p = 200 \text{ mm}$, $L = 10 \text{ m}$ e imperfeição de $L/1000$.

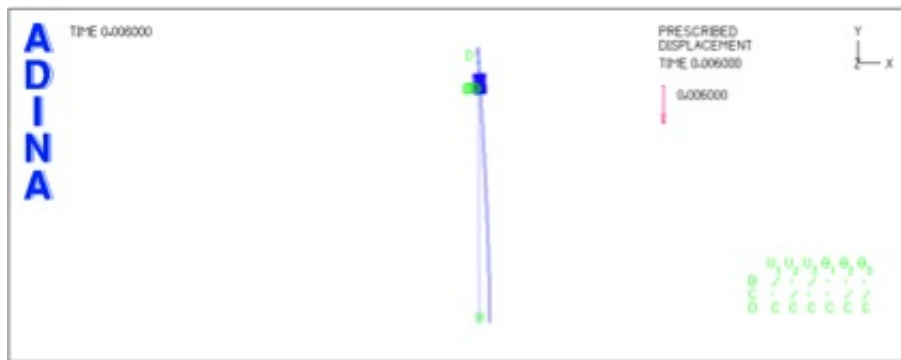


Figura A.18: Deformada do tubo com ligação para $L_p = 200 \text{ mm}$, $L = 8 \text{ m}$ e imperfeição de $L/1000$.

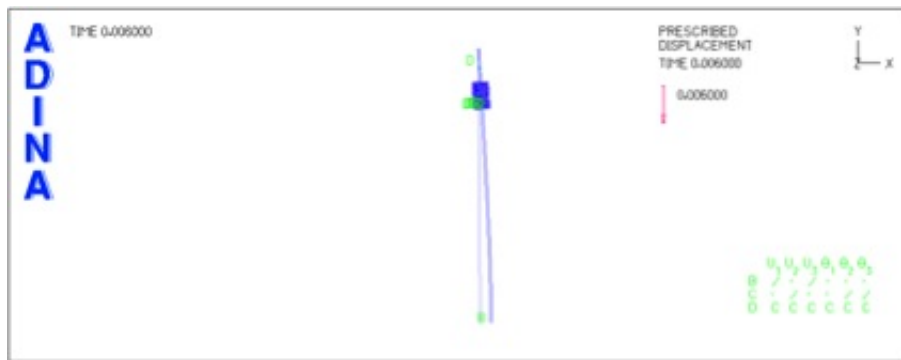


Figura A.19: Deformada do tubo com ligação para $L_p = 200 \text{ mm}$, $L = 6 \text{ m}$ e imperfeição de $L/1000$.

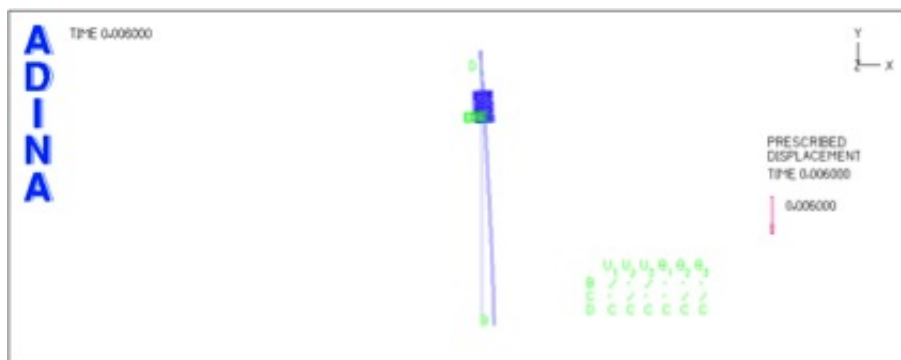


Figura A.20: Deformada do tubo com ligação para $L_p = 200 \text{ mm}$, $L = 5 \text{ m}$ e imperfeição de $L/1000$.

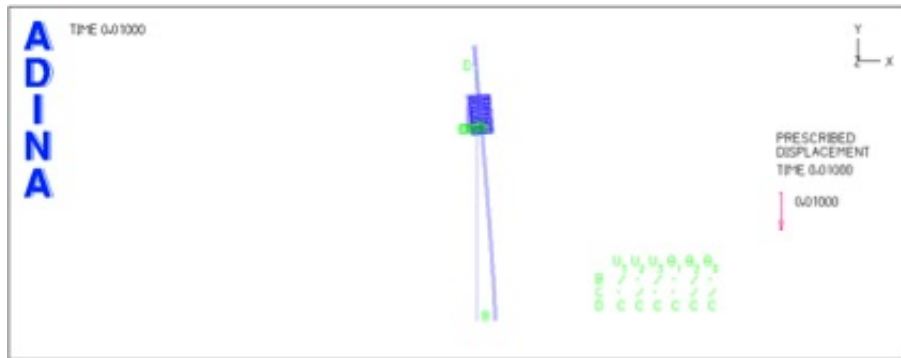


Figura A.21: Deformada do tubo com ligação para $L_p = 200 \text{ mm}$, $L = 4 \text{ m}$ e imperfeição de $L/1000$.

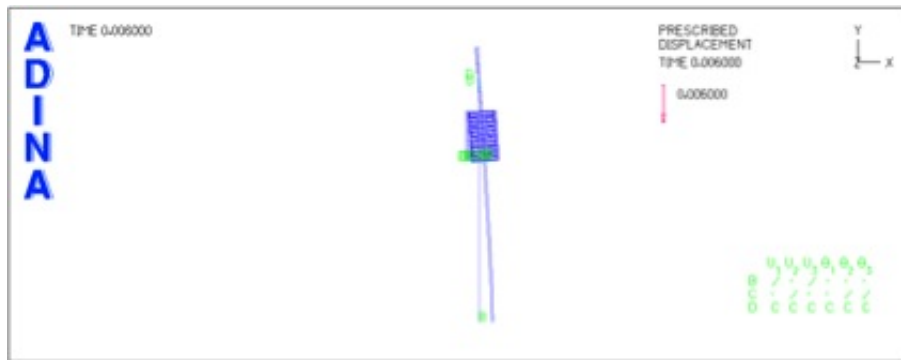


Figura A.22: Deformada do tubo com ligação para $L_p = 200 \text{ mm}$, $L = 3 \text{ m}$ e imperfeição de $L/1000$.

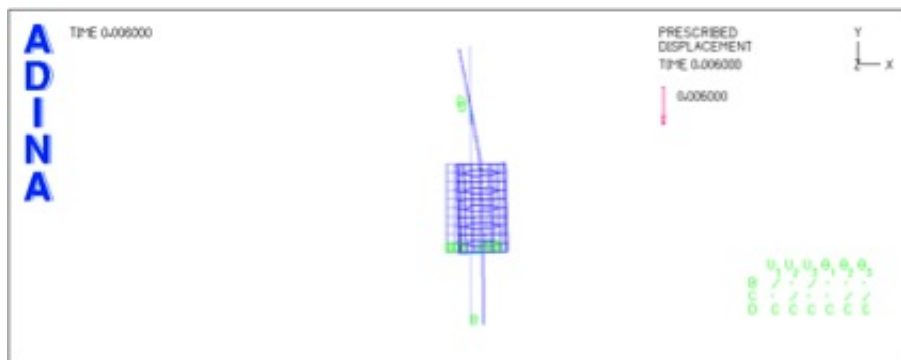


Figura A.23: Deformada do tubo com ligação para $L_p = 200 \text{ mm}$, $L = 1,5 \text{ m}$ e imperfeição de $L/1000$.

A.2.2 Ligação com L_p de 300 milímetros

Na modelção de um elemento tubular com ligação em que a mesma tem uma distância L_p de 300 milímetros obtiveram-se as seguintes deformadas:

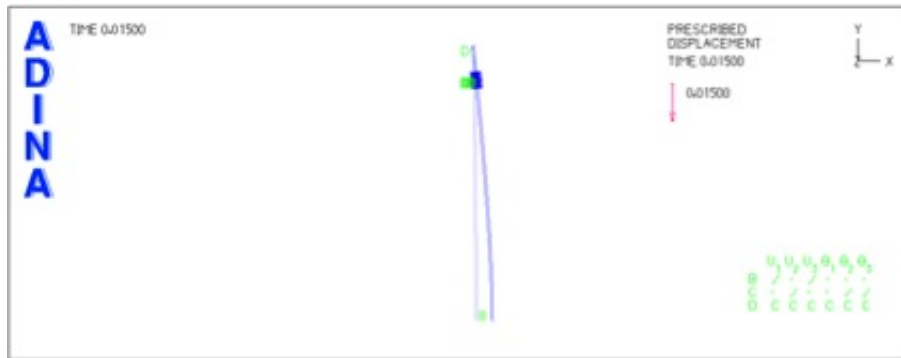


Figura A.24: Deformada do tubo com ligação para $L_p = 300 \text{ mm}$, $L = 10 \text{ m}$ e imperfeição de $L/250$.

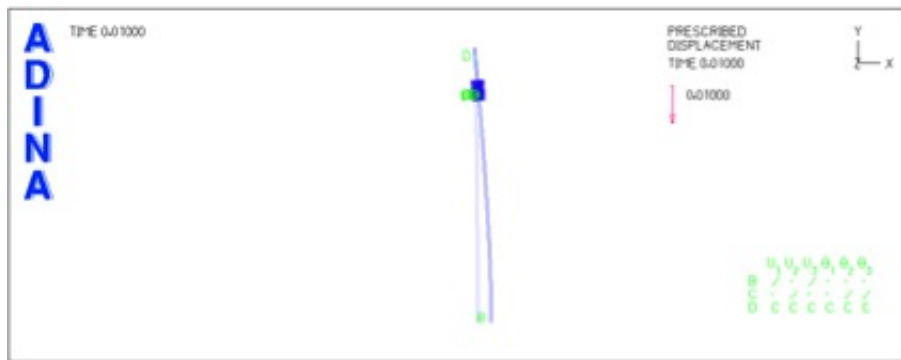


Figura A.25: Deformada do tubo com ligação para $L_p = 300 \text{ mm}$, $L = 8 \text{ m}$ e imperfeição de $L/250$.

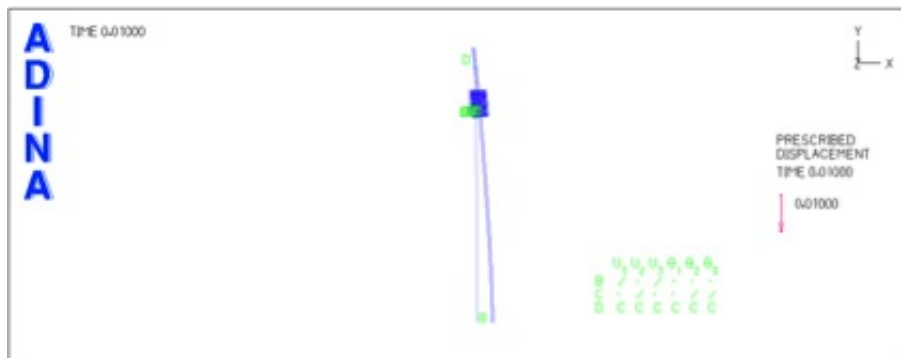


Figura A.26: Deformada do tubo com ligação para $L_p = 300 \text{ mm}$, $L = 6 \text{ m}$ e imperfeição de $L/250$.

Anexo A. Deformadas

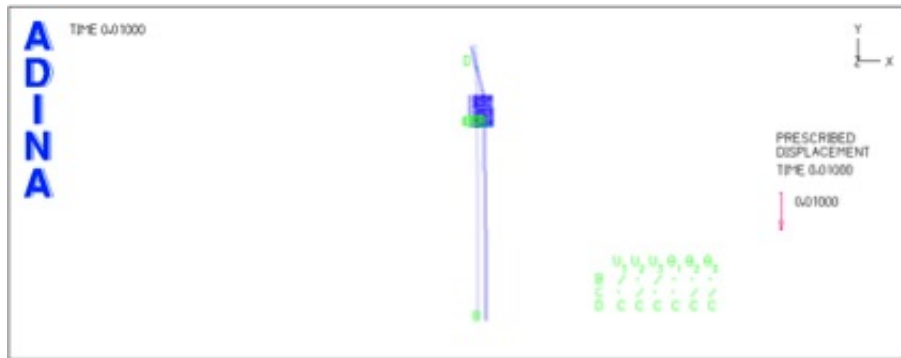


Figura A.27: Deformada do tubo com ligação para $L_p = 300 \text{ mm}$, $L = 5 \text{ m}$ e imperfeição de $L/250$.

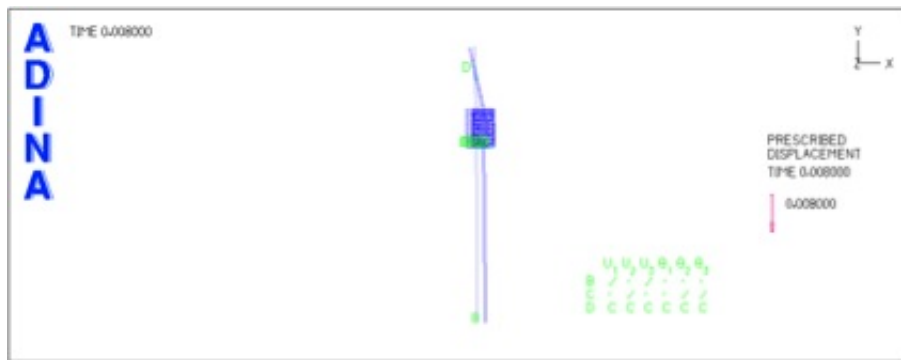


Figura A.28: Deformada do tubo com ligação para $L_p = 300 \text{ mm}$, $L = 4 \text{ m}$ e imperfeição de $L/250$.

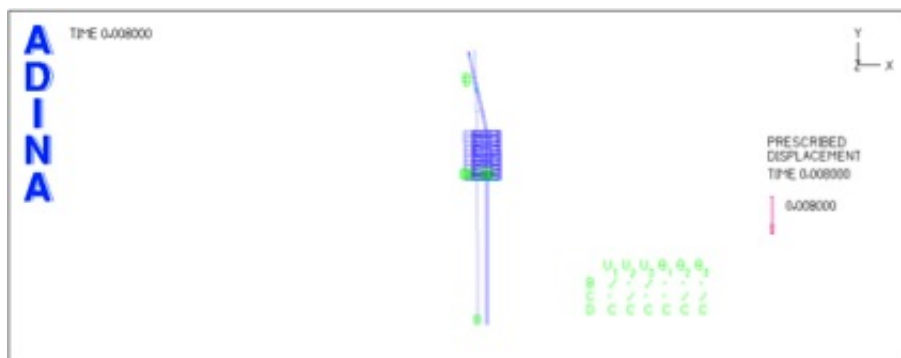


Figura A.29: Deformada do tubo com ligação para $L_p = 300 \text{ mm}$, $L = 3 \text{ m}$ e imperfeição de $L/250$.

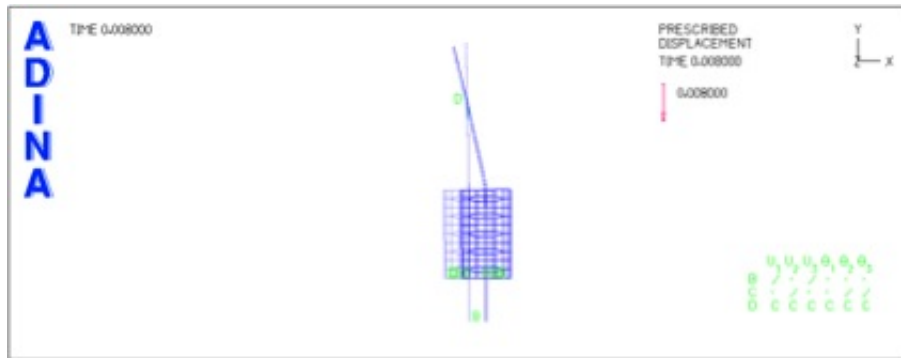


Figura A.30: Deformada do tubo com ligação para $L_p = 300 \text{ mm}$, $L = 1,5 \text{ m}$ e imperfeição de $L/250$.

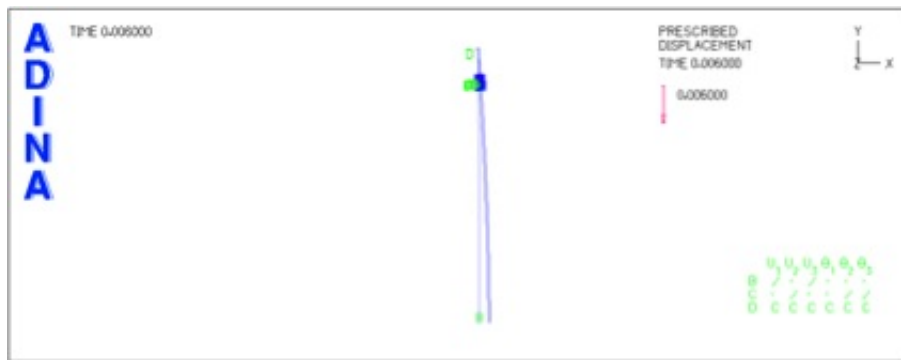


Figura A.31: Deformada do tubo com ligação para $L_p = 300 \text{ mm}$, $L = 10 \text{ m}$ e imperfeição de $L/1000$.

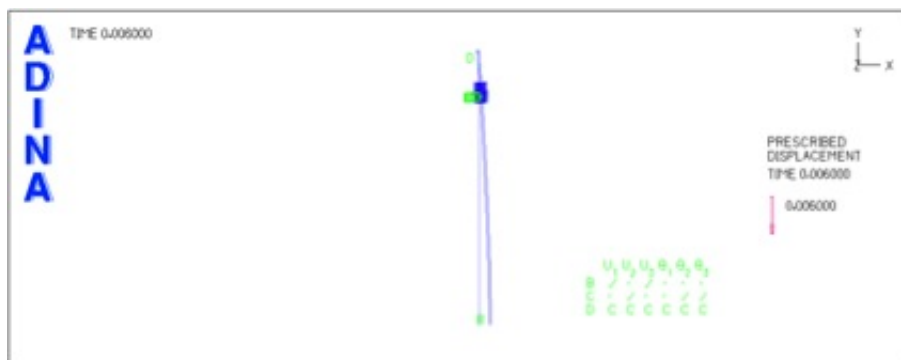


Figura A.32: Deformada do tubo com ligação para $L_p = 300 \text{ mm}$, $L = 8 \text{ m}$ e imperfeição de $L/1000$.

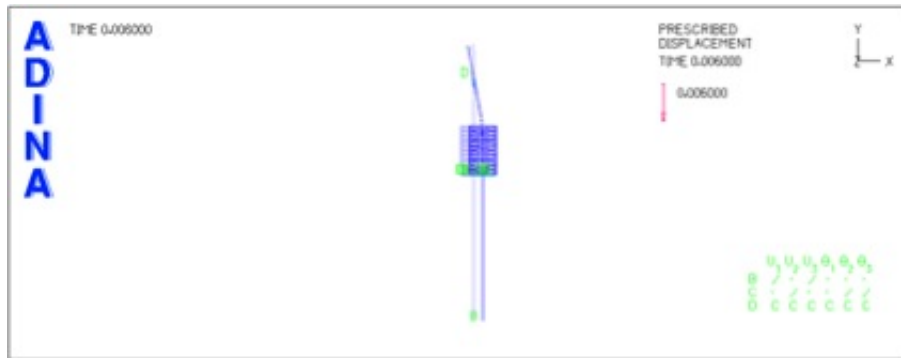


Figura A.36: Deformada do tubo com ligação para $L_p = 300 \text{ mm}$, $L = 3 \text{ m}$ e imperfeição de $L/1000$.

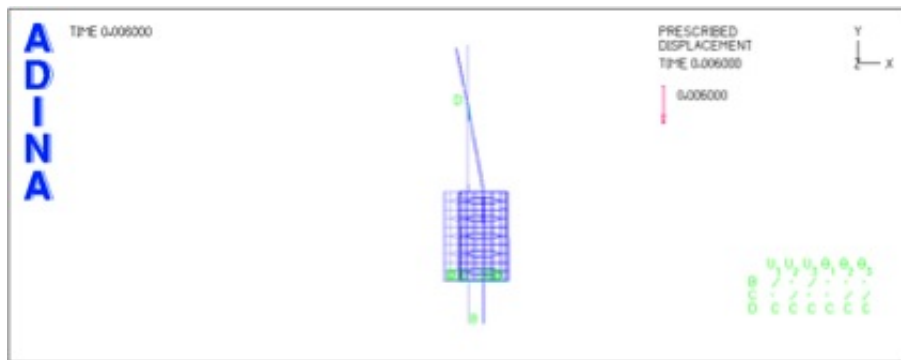


Figura A.37: Deformada do tubo com ligação para $L_p = 300 \text{ mm}$, $L = 1,5 \text{ m}$ e imperfeição de $L/1000$.