

"ESTUDO DA RESPOSTA DA OFERTA AGRÍCOLA AOS  
ESTÍMULOS ECONÓMICOS, UTILIZANDO A FUNÇÃO  
LUCRO: APLICAÇÃO A UMA AMOSTRA DE EXPLORA  
ÇÕES AGRÍCOLAS DO BAIXO ALENTEJO.

Maria Manuela Neves Correia de P. Ducla Soares

Working Paper No 47

O trabalho apresentado nesta tese de mestrado foi realizado sob a orientação do Prof. Doutor Fernando Brito Soares, a quem me apraz manifestar a mais viva gratidão, não só pela sugestão do tema, como também pelo apoio e estímulo que sempre me deu no decorso deste trabalho.

Quero também exprimir o meu agradecimento ao Prof. Doutor José António Girão pelas importantes sugestões com que me ajudou.

Ao Prof. Doutor Diogo de Lucena exprimo o meu reconhecimento pelas discussões, comentários e sugestões que me fez no decorrer do trabalho e que muito contribuíram para a sua realização.

À minha colega Maria José Gomes Pereira, uma palavra de agradecimento muito especial por todo o incentivo e apoio, sobretudo nos momentos mais difíceis.

Agradeço ainda aos meus colegas José Pedro Barosa, Manuel Ribeiro da Costa, Fernando Chau, Francisco Craveiro Dias, Raul Jorge, Carmo Seabra e Jorge Correia da Cunha pelas úteis trocas de impressões e pela compreensão que sempre me dispensaram.

Finalmente, uma palavra de agradecimento ao Dr. Pedro Sousa e Silva e aos operadores Manuel Gonçalves e Fernando Fortunato pela maneira eficiente com que me apoiaram na parte computacional.

Todos os erros e incorrecções são da minha inteira responsabilidade.

O objectivo deste trabalho é uma análise sobre a utilização da teoria da dualidade (pela via da função lucro) no estudo da resposta da oferta agrícola aos estímulos económicos.

Depois de um primeiro capítulo, em que se apresentam sucintamente as abordagens que se têm seguido no estudo da referida resposta, descreve-se no segundo capítulo em que consiste a via dual e quais as suas vantagens.

No capítulo III fazem-se algumas considerações de ordem geral sobre a escolha de uma forma funcional para a função lucro.

No capítulo IV aplicam-se os conceitos considerados nos capítulos anteriores a uma amostra constituída por 55 explorações agrícolas do Baixo Alentejo, utilizando como forma funcional para a função lucro a Transcendental Logarítmica.

No capítulo V indicam-se os resultados obtidos e no capítulo VI apontam-se algumas conclusões e sugestões para futuro trabalho.

## ÍNDICE

|   | pgs. |
|---|------|
| I. Introdução -----                               | 1    |
| 1. Modelos de programação -----                   | 1    |
| 2. Modelos econométricos -----                    | 2    |
| II. Porquê, seguir a via dual? -----              | 4    |
| III. Forma funcional para a função lucro -----    | 7    |
| IV. O Modelo. Os dados. Método de estimação ----- | 10   |
| V. Resultados empíricos -----                     | 15   |
| VI. Conclusões -----                              | 26   |
| Apêndice -----                                    | 28   |
| Bibliografia -----                                | 46   |

## I. Introdução

No estudo da resposta da oferta agrícola aos estímulos econômicos tem-se seguido fundamentalmente duas vias:

a via da programação e a via econométrica.

### 1. Modelos de programação

A linha dos modelos de programação foi muito seguida nas décadas de 60 e 70, entre outros, por Cowling, Tweeten e Heady.

O grande sucesso destes modelos deve-se em parte à fidelidade e ao paralelismo entre as várias etapas na construção do modelo e as etapas seguidas na teoria para a determinação dos níveis de output e inputs que maximizam o lucro dum firma com uma dada tecnologia.

Segundo este método, escolhe-se um certo número de explorações de referência e para cada uma delas constrói-se um modelo que descreva o seu sistema produtivo: uma função de produção para cada produto que a exploração produz e também as restrições que dizem respeito às disponibilidades dos factores; especifica-se uma função objectivo que pode ser a maximização do lucro (ou outra que se julgue mais conveniente, por exemplo, a minimização do risco).

Utilizam-se então técnicas de programação para determinar os níveis de output e inputs que optimizam a função lucro.

Resolvendo o problema para diferentes conjuntos de preços obtém-se a relação oferta-preço para cada bem e para cada

exploração. Mediante certas hipóteses, passa-se, por agregação, à oferta ao nível de mercado.

Estes modelos têm algumas desvantagens. São modelos difíceis de construir. Nem sempre é fácil definir as actividades, assim como as restrições dos inputs. Por outro lado, há críticas (por Wipf e Bawden) quanto à eficiência no aspecto da previsão, no sentido de se afirmar que eles dão origem a erros de previsão maiores do que muitos modelos econométricos, alguns deles até muito simples.

## 2. Modelos econométricos

No que respeita à via econométrica, e para seguir a classificação de David Colman num artigo recente, podemos considerar: modelos de estimação econométrica directa e modelos de estimação econométrica indirecta.

2.1 - Nos modelos de estimação econométrica directa podemos distinguir entre o caso de estimação equação a equação e o caso de estimação de sistemas.

É no caso de estimação equação a equação que se enquadram a maioria dos estudos sobre a resposta da oferta agrícola. Este caso envolve a estimação directa de uma função oferta (ou várias funções oferta estimadas independentemente) a partir de dados temporais ou temporais-seccionais. Estes estudos têm um carácter parcial (no caso de haver múltiplos outputs), o que limita o papel que a teoria da firma pode ter, em particular o emprego das condições de maximização do lucro.

Neste grupo, desenvolveram-se vários tipos de modelos, uns mais sofisticados que outros, com mais ou menos lags, muitos deles na tentativa de dar ao investimento o papel a que ele tem direito na explicação da dinâmica da oferta.

Quanto ao caso de estimação de sistemas, tem havido uma grande evolução utilizando a teoria neoclássica da empresa, no sentido de construir sistemas de funções oferta estimáveis directamente. Estão neste caso os sistemas de produção CES/CET, CRESH/CRETH e outros.

2.2 - Quanto aos métodos de estimação indirecta, as relações que nos interessam, isto é, as relações que exprimem a resposta da oferta aos estímulos económicos, são deduzidas por manipulação algébrica, impondo as condições marginais de maximização do lucro nos resultados obtidos por estimação econométrica num primeiro passo.

A justificação para este procedimento assenta na teoria da dualidade, segundo a qual há uma perfeita equivalência entre a função de produção, a função custo e a função lucro, no sentido de que elas contêm a mesma informação e de que há uma correspondência biunívoca para cada par das três funções.

Sendo assim, nas aplicações empíricas, pode começar-se por estimar uma qualquer das três funções e obter assim a oferta de output e funções procura de factores a partir de qualquer delas.

A escolha de qual delas para ponto de partida depende dos objectivos que se têm em vista, embora, como se disse, teoricamente, seja indiferente começar por qualquer delas.

No caso em análise, é a função lucro a indicada para ponto de partida. Aplicações com a função lucro têm sido utilizadas, entre outros, por Lau, Yotopoulos, Sidhu e Baanante.

A função custo tem sido utilizada sobretudo nos estudos que têm em vista informação sobre as relações de substituição técnicas entre os inputs, como por exemplo as elasticidades de substituição de Allen, como se pode ver nos trabalhos de Binswanger.

## II. Porquê, seguir a via dual?

O problema do produtor pode pôr-se rapidamente da seguinte maneira:

Dada a função de produção

$$Y = F(X_1, X_2, \dots, X_m, Z_1, Z_2, \dots, Z_n) \quad (2.1)$$

em que  $Y$  representa o output,  $X_i$  os inputs variáveis e  $Z_j$  os inputs fixos, supõe-se que o objectivo da empresa é maximizar o lucro, ou seja, maximizar a função

$$\Pi = pY - \sum_{i=1}^m P_i X_i \quad (2.2)$$

em que  $\Pi$  é o lucro,  $p$  é o preço do output e  $p_i$  os preços dos inputs variáveis.

As condições de 1ª ordem são

$$\frac{\partial \Pi}{\partial X_i} = p \frac{\partial Y}{\partial X_i} - p_i = 0 \rightarrow p \frac{\partial Y}{\partial X_i} = p_i \quad (2.3)$$

$i=1, \dots, m$

A resolução do sistema (2.3) leva-nos às funções procura de factores  $X_i^* = f_i(p, p_1, \dots, p_m; z_1, \dots, z_n)$ ,  $i = 1, \dots, m$ .

A substituição destas quantidades óptimas  $X_i^*$  em (2.1) dá origem à função oferta e a substituição em (2.2) dá a função lucro

$$\Pi^* = p F(X_1^*, X_2^*, \dots, X_m^*; z_1, \dots, z_n) - \sum_{i=1}^m p_i X_i^*$$

Este seria o caminho a seguir se se utilizasse a via primal. O sucesso deste processo depende em grande parte da resolução do sistema (2.3). E, mesmo que o teorema de existência das funções implícitas nos garanta que existe a solução, isso não chega para que seja possível determiná-la. E mesmo que seja possível, não é fácil, muitas vezes, explicitar essa solução. Ora, a aplicação dos princípios da teoria da dualidade permite contornar esta dificuldade, substituindo um problema de optimização por um simples problema de derivação.

De que maneira? Utilizando o lema de Hotelling que diz o seguinte:

$$\frac{\partial \Pi^*}{\partial p_i} = - X_i^*, \quad i = 1, \dots, m$$

$$\frac{\partial \Pi^*}{\partial p} = Y^*$$

Portanto, partindo de uma função lucro, derivando em ordem aos preços quer dos inputs, quer do output consegue chegar-

-se às funções procura de factores, assim como à função oferta de output. Mas serão estas funções assim obtidas compatíveis com a teoria neoclássica do produtor, na sua hipótese fundamental de maximização do lucro, tendo subjacente uma dada tecnologia? E isto, tendo partido de uma função lucro qualquer? A resposta é afirmativa, em certas condições.

De facto, há uma correspondência biunívoca entre o conjunto das funções de produção côncavas, verificando determinadas condições de regularidade e o conjunto das funções lucro convexas, verificando também certas condições de regularidade.

Sendo assim, pode levar-se a cabo a análise da resposta da oferta agrícola considerando apenas funções lucro sem sequer especificar a função de produção e tendo a certeza de que o sistema de funções procura e oferta que se obtém é consistente com um comportamento de maximização do lucro sujeito a uma função de produção e dados preços.

Esta é uma das razões pelas quais a teoria da dualidade tem um alcance extraordinário e é um utensílio poderoso do ponto de vista das aplicações empíricas.

Mas há outras vantagens em seguir a via dual.

As funções a estimar têm como variáveis independentes preços em vez de quantidades de factores; ora, os preços é que são variáveis verdadeiramente exógenas, no sentido de que são determinadas independentemente do comportamento da empresa. Os empresários decidem as quantidades dos factores de acordo com os preços com que se defrontam. Portanto, neste processo é realmente o nível de output conjuntamente com os níveis de inputs variáveis que são as variáveis endógenas. Do ponto de vista econométrico, este problema da simultaneidade é um aspecto importante.

Outra razão é que há, em geral, mais problemas de multico

linearidade entre os inputs do que entre os preços dos inputs.

Por outro lado, e como Lau escreveu e demonstrou, utilizando a transformação de Legendre, todas as propriedades que se desejem numa função de produção têm a sua contrapartida, o seu equivalente, na função lucro, sua dual.

E, enuncio, só a título de exemplo, a seguinte condição necessária e suficiente:

Uma função de produção côncava e com certas propriedades de regularidade é homogênea de grau  $K$  em  $X$  se e só se a função lucro normalizada é homogênea de grau  $-\frac{K}{1-K}$  nos preços.

Portanto, se queremos testar a homogeneidade de grau  $K$  na função de produção, basta testar a homogeneidade de grau  $-\frac{K}{1-K}$  na função lucro.

E assim como a homogeneidade, questões como as da separabilidade e, enfim, outras questões importantes se podem transpor da função de produção para a função lucro. Portanto, o facto de usar a função lucro não restringe o tipo de propriedade da tecnologia que queremos analisar.

Estas são algumas das razões pelas quais se vai fazer este estudo a partir da função lucro.

### III. Forma funcional para a função lucro

Põe-se agora o problema da escolha de uma forma funcional para a função lucro. Este é um problema não menor em Econometria. Vemo-nos sempre confrontados com a escolha entre uma forma simples com as vantagens que isso tem do ponto de vista da estimação e outra forma mais sofisticada, e portanto com as dificuldades

que isso implica do ponto de vista da estimação, mas que em contrapartida pode captar mais propriedades.

Nesta questão das formas funcionais, tem-se feito muito no sentido de procurar formas cada vez mais sofisticadas, de que as chamadas formas flexíveis são um exemplo. Uma forma flexível é uma forma funcional que dá uma aproximação numérica de segunda ordem, terceira ordem, enfim, uma ordem considerada conveniente, para uma função arbitrária que verifique certas condições de regularidade.

Como exemplos, temos a transcendental logarítmica, a quadrática, a generalizada de Leontief, que dão aproximações de segunda ordem, o que é em geral suficiente.

E, segundo a opinião de Lau, a não ser que se trate de algum problema muito especializado, não é preciso andar à procura de aproximações de segunda ordem mais complicadas, uma vez que todas as aproximações numéricas de segunda ordem são equivalentes. Esta afirmação será comentada mais à frente.

Um aspecto importante é a questão da precisão das aproximações. Estas aproximações são locais, isto é, dão uma razoável precisão apenas numa vizinhança do ponto à volta do qual foram desenvolvidas, e propriedades fundamentais como a convexidade podem falhar completamente se nos afastarmos do tal ponto. E, como consequência, pode acontecer que os efeitos que queremos estudar com base na forma flexível (aproximação) não tenham nada a ver com os correspondentes efeitos na verdadeira função.

Por exemplo, a translog não pode, excepto em casos triviais (como a Cobb-Douglas) satisfazer às condições de monotonicidade e convexidade globalmente.

Lau desenvolveu métodos numéricos para verificar a convexidade.

Pode acontecer, pois, que os sinais e as grandezas em valor absoluto das elasticidades não tenham os valores teoricamente esperados, o que, repito, não quer dizer ou pode não querer dizer que para a verdadeira função não os tenham.

Fixámo-nos na translog, seguindo de perto vários artigos de Lau e Yotopoulos, assim como artigos de Sidhu e Baanante.

Todos eles utilizam a função lucro normalizada o que tem algumas vantagens práticas: pelo menos ganha-se um grau de liberdade.

A função lucro normalizada é a função lucro já referida, mas deflacionada pelo preço do output p:

$$\frac{\Pi^*}{p} = F(X^*; Z) - \sum_{i=1}^m \frac{P_i}{p} X_i^*, \text{ em que } X^* = (X_1^*, X_2^*, \dots, X_m^*)$$

$$\text{e } Z = (Z_1, Z_2, \dots, Z_n)$$

$$\text{Fazendo } \frac{P_i}{p} = q_i, \text{ obtém-se } F(X^*; Z) - \sum_{i=1}^m q_i X_i^* = G(q; Z)$$

Há uma correspondência biunívoca entre as funções lucro e lucro normalizada,  $\Pi^*$  e  $G$ .

Quanto ao lema de Hotelling tem-se:

$$\frac{\partial G}{\partial q_i} = - X_i^*, \quad i = 1, \dots, m$$

$$G(q; Z) - \sum_{i=1}^m \frac{\partial G(q; Z)}{\partial q_i} q_i = Y^*$$

$$\begin{aligned}
 \text{De facto } \Pi^* &= p \ G (q, Z) + \frac{\partial \Pi^*}{\partial p} = G (q; Z) + p \frac{\partial G (q; Z)}{\partial p} \\
 &= G (q; Z) + p \left| \sum_{i=1}^m \frac{\partial G}{\partial q_i} \frac{\partial q_i}{\partial p} \right| \\
 &= G (q; Z) + p \left| \sum_{i=1}^m \frac{\partial G}{\partial q_i} \left( -\frac{p_i}{p^2} \right) \right| \\
 &= G (q; Z) - \sum_{i=1}^m \frac{\partial G}{\partial q_i} q_i
 \end{aligned}$$

Vamos designar a partir de agora a função lucro normalizada  $G (q; Z)$  por  $\Pi^*$  e os preços normalizados por  $p_i$  passando o lema de Hotelling a exprimir-se da seguinte maneira

$$\frac{\partial \Pi^*}{\partial p_i} = - X_i^* , \quad i = 1, \dots, m$$

$$\Pi^* + \sum_{i=1}^m X_i^* p_i = Y^*$$

#### IV. O Modelo. Os dados. Método de estimação

O processo referido vai ser aplicado a uma amostra de 55 explorações agrícolas do Baixo Alentejo, de dimensão variando entre 50 ha e 1000 ha.

O modelo que se apresenta a seguir é inspirado no Trabalho de Sidhu e Baanante referente à cultura do trigo no Punjab, trabalho esse que obteve resultados interessantes. Também aqui

se apresenta uma função lucro do tipo translog, em que a escolha dos inputs teve em conta os dados disponíveis para as referidas explorações

$$\begin{aligned} \ln \Pi^* = & a_0 + a_1 \ln P_F + a_2 \ln P_T + a_3 \ln P_{TA} + a_4 \ln P_{TM} + b_1 \ln SAU + b_2 \ln K + (4.1) \\ & + \frac{1}{2} c_1 (\ln P_F)^2 + \frac{1}{2} c_2 (\ln P_T)^2 + \frac{1}{2} c_3 (\ln P_{TA})^2 + \frac{1}{2} c_4 (\ln P_{TM})^2 + \\ & + c_{12} \ln P_F \ln P_T + c_{13} \ln P_F \ln P_{TA} + c_{14} \ln P_F \ln P_{TM} + \\ & + c_{23} \ln P_T \ln P_{TA} + c_{24} \ln P_T \ln P_{TM} + c_{34} \ln P_{TA} \ln P_{TM} + \\ & + d_{11} \ln P_F \ln SAU + d_{12} \ln P_F \ln K + d_{21} \ln P_T \ln SAU + d_{22} \ln P_T \ln K + \\ & + d_{31} \ln P_{TA} \ln SAU + d_{32} \ln P_{TA} \ln K + d_{41} \ln P_{TM} \ln SAU + d_{42} \ln P_{TM} \ln K + \\ & + \frac{1}{2} f_{11} (\ln SAU)^2 + \frac{1}{2} f_{22} (\ln K)^2 + f_{12} \ln SAU \ln K \end{aligned}$$

$$-\frac{F \times P_F}{\Pi^*} = a_1 + c_1 \ln P_F + c_{12} \ln P_T + c_{13} \ln P_{TA} + c_{14} \ln P_{TM} + d_{11} \ln SAU + d_{12} \ln K \quad (4.2)$$

$$-\frac{T \times P_T}{\Pi^*} = a_2 + c_2 \ln P_T + c_{12} \ln P_F + c_{23} \ln P_{TA} + c_{24} \ln P_{TM} + d_{21} \ln SAU + d_{22} \ln K \quad (4.3)$$

$$-\frac{TA \times P_{TA}}{\Pi^*} = a_3 + c_3 \ln P_{TA} + c_{13} \ln P_F + c_{23} \ln P_T + c_{34} \ln P_{TM} + d_{31} \ln SAU + d_{32} \ln K \quad (4.4)$$

$$-\frac{TM \times P_{TM}}{\Pi^*} = a_4 + c_4 \ln P_{TM} + c_{14} \ln P_F + c_{24} \ln P_T + c_{34} \ln P_{TA} + d_{41} \ln SAU + d_{42} \ln K \quad (4.5)$$

em que  $\Pi^*$  é o lucro normalizado pelo preço do output,  $P_F$ ,  $P_T$ ,  $P_{TA}$ ,  $P_{TM}$  são respectivamente os preços dos fertilizantes, do trabalho, da tracção animal e da tracção mecânica, todos eles normalizados pelo preço do output.

SAU é a superfície em ha correspondente à cultura arvense; K é o valor em escudos do capital de exploração fixo vivo e inanimado; F é a quantidade de fertilizantes em kg ( $N + P_2O_5 + K_2O$ );

T é a quantidade de mão de obra em Unidades Homem de Trabalho (UHT).

Temos um sistema de cinco equações.

Admite-se que para cada equação, os resíduos são esféricos, admite-se também que as covariâncias dos resíduos de duas quaisquer equações para a mesma exploração podem não ser zero, mas as covariâncias dos erros de duas quaisquer equações de explorações diferentes são zero.

Em linguagem de time-series, diz-se duma maneira sintética que os resíduos são contemporaneamente correlacionados e serialmente não correlacionados. Segundo Theil, o uso desta linguagem generalizou-se ao caso cross-section.

Com estas hipóteses, o método de Zellner é um método assimp-toticamente eficiente. Utilizámos este método, que está implementado no TSP.

Os dados são na sua maioria os que constam do "Inquérito às Explorações Agrícolas do Baixo Alentejo" levado a cabo por uma e quipa do Centro de Estudos de Economia Agrária, dados esses referentes ao ano de 1964. Há, no entanto, determinadas séries que tiveram de ser construídas, por não constarem do Inquérito. Estão nesse caso o preço da Tracção Animal e o preço da Tracção Mecânica.

Para determinar o preço da Tracção Animal utilizámos a fórmula de Jorgenson que permite determinar o rental value dos serviços do capital fornecidos pela empresa a si própria :

$$c = q (r + \delta)$$

em que C é o custo dos serviços do capital, q é o preço dos bens de capital, r é a taxa de juro e  $\delta$  a taxa de depreciação.

Segundo o inquérito, a taxa de juro para o capital de ex-

ploração fixo na altura era de 5%. Como os animais utilizados como gado de trabalho naquela região eram sobretudo muares e o tempo de vida média de um luar é 15 anos, então  $\delta \approx 7\%$ .

Como o inquérito fornece o valor do capital de exploração fixo vivo, CEFV, em cada exploração agrícola (calculado a partir dos efectivos por espécie expressos em Cabeças Normais) e também fornece a percentagem da totalidade de Cabeças Normais que são consideradas gado de trabalho, CNT, podemos calcular  $q$ , do seguinte modo:

$$q = \text{CEFV} \times \text{CNT}$$

Ficamos assim com os encargos com a tracção animal:

$$\text{Encarg. Trac. Anim.} = (0.05 + 0.07) \times \text{CEFV} \times \text{CNT}$$

Para determinar o número total de horas de Tracção Animal (um par de muares) que cada exploração gasta, utilizámos informação contida em "Tempos-Padrões de Trabalho para a Cultura Arvensa de Sequeiro no Alto Alentejo" de Francisco Caldeira Cary. De acordo com esta informação, são os seguintes os números de horas de tracção animal (parelha de muares) por ha:

|              |           |
|--------------|-----------|
| Trigo        | 85.5 h/ha |
| Cevada       | 85.5 h/ha |
| Aveia        | 14.5 h/ha |
| Centeio      | 78 h/ha   |
| Grão-de-bico | 38.5 h/ha |
| Milho        | 57 h/ha   |

A partir das Estatísticas Agrícolas, obtivemos aproximadamente o número de hectares que, no Baixo Alentejo, se utiliza

em cada uma destas culturas, o que nos permitiu calcular uma média ponderada para o número de horas de Tracção Animal (parelha de muares) por hectare, HTA, em que os pesos são a proporção da área de cada uma destas culturas.

$$HTA \approx 65.9 \text{ horas/ha}$$

Designando por CAS o número de hectares que cada exploração utiliza em cultura arvenses de sequeiro, o número total de horas de Tracção Animal que cada exploração gasta é

$$65.9 \text{ h/ha} \times \text{CAS}$$

O preço da utilização da Tracção Animal é, assim:

$$P_{TA} = \frac{(0.05 + 0.07) \times \text{CEFV} \times \text{CNT}}{68.9 \text{ h/ha} \times \text{CAS}}$$

Para a variável Tracção Mecânica, o Inquérito dá a quantidade em Unidades de Tracção (UT); como não dá os respectivos encargos, considerámos que estes eram: gastos em combustíveis + + desvalorização do material + conservação do material, rúbricas estas fornecidas pelo Inquérito.

Deflacionou-se o lucro, assim como os preços dos inputs variáveis, pelo preço do trigo, por a região ser essencialmente de cultura cerealífera e por, além disso, o preço dos outros cereais não ser apreciavelmente diferente do do trigo, como consta do Inquérito. Não se dispunha de dados que permitissem calcular um índice para o preço do output.

## V. Resultados empíricos

Como se viu, estes métodos de estimação não directa, apoiam-se fortemente na hipótese de maximização do lucro. Um primeiro passo a dar é, portanto, testar a validade de tal hipótese.

Para isso, estimámos o sistema de maneira absolutamente livre, isto é, não impondo a igualdade dos parâmetros correspondentes entre as várias equações e utilizámos o seguinte teste estatístico (Theil)

$$g = \frac{(r-R \hat{\gamma})' (RCR')^{-1} (r-R \hat{\gamma})}{(y-Z \hat{\gamma})' (\Sigma^{-1} \otimes I) (y-Z \hat{\gamma})} \cdot \frac{MT-K}{J}$$

em que 
$$c = [Z' (\Sigma^{-1} \otimes I) Z]^{-1}$$

J é o número de restrições,

M o número de equações,

T o número de observações,

K o número de parâmetros,

$\hat{\gamma}$  o vector dos parâmetros estimados,

$R\gamma = r$  são as restrições a testar,

Z a matriz das observações das variáveis exógenas,

y o vector das observações das variáveis endógenas,

$\Sigma \otimes I$  é a matriz das variâncias - covariâncias do vector dos erros, designando o símbolo  $\otimes$  o produto de Kronecker.

A estatística g segue uma distribuição F(J, MT-K), admitindo as hipóteses de normalidade e de que a hipótese nula  $R\gamma = r$  é verdadeira.

Esta estatística tem boas propriedades assintóticas.

Este teste estatístico não está implementado no TSP (Time Series Processor), que foi o programa utilizado na estimação do sistema. Sendo assim, tivemos que elaborar o programa Fortran, que permite executar os cálculos cujo resultado dá o valor de  $g$ , e que fica disponível para possíveis utilizadores.

Trata-se de um programa com uma certa complexidade e que, neste caso, envolve cálculos de razoável dimensão, tendo gasto aproximadamente 4 minutos de CPU no sistema VAX instalado no centro de cálculo desta Faculdade.

Designando os parâmetros das equações (4.2), (4.3), (4.4), (4.5), por

$a_{10}, a_{20}, a_{30}, a_{40}, c_{10}, c_{20}, c_{30}, c_{40}, c_{120}, c_{121}, c_{131}, c_{141}, c_{130}, c_{230}, c_{231}, c_{241}, c_{140}, c_{240}, c_{340}, c_{341}, D_{110}, D_{210}, D_{310}, D_{410}, D_{120}, D_{220}, D_{320}, D_{420},$

a formulação de ensaio de hipóteses pode indicar-se da seguinte maneira

$$\text{Hip. nula} \rightarrow H_0: \begin{cases} a_{i0} = a_i & , i = 1, 2, 3, 4 \\ c_{i0} = c_i & , i = 1, 2, 3, 4 \\ c_{ijk} = c_{ij} & , i = 1, 2, 3 \quad j = 2, 3, 4, j > i, K = 0, 1 \\ d_{ijo} = d_{ij} & , i = 1, 2, 3, 4 \quad j = 1, 2 \end{cases}$$

$$\text{Hip. alternativa} \rightarrow H_a: (\exists i: a_{i0} \neq a_i \vee c_{i0} \neq c_i) \vee (\exists (i, j, k): c_{ijk} \neq c_{ij}) \vee (\exists (i, j): d_{ijo} \neq d_{ij})$$

O valor obtido foi  $g = 528.12$

O valor crítico com um nível de significância de 1% é

$$F_{0.01}(28,219) \approx 1.73$$

Portanto, não se pode aceitar a hipótese nula; o valor de  $g$  calculado cai manifestamente na região de rejeição. Daqui se conclui que não se pode dizer que a hipótese de maximização do lucro é suportada pelas explorações da amostra.

O facto de o resultado do teste não permitir aceitar a hipótese nula não diz de uma maneira categórica que não há um comportamento de maximização do lucro por parte dos agricultores e, portanto não deve levar a um abandono imediato desta técnica para estudar a oferta agrícola. Ao contrário, o resultado do teste faz pensar em vários aspectos que têm a ver com complicações que podem fazer parte do enquadramento em que se processa a oferta agrícola.

Passamos a levantar algumas das questões que podem ter tido influência no resultado obtido.

- 1) A rejeição da hipótese nula pode não querer dizer que é a hipótese de maximização do lucro que se deve rejeitar, mas a rejeição pode ser, por exemplo, em relação à forma funcional escolhida. Embora a forma escolhida seja bastante geral e flexível, não nos podemos esquecer que em pontos diferentes daquele à volta do qual a forma foi desenvolvida, as aproximações podem não satisfazer hipóteses fundamentais como a monotonicidade e a convexidade.

E sabe-se que para a translog (a não ser no caso Cobb-Douglas) não há condições que garantam globalmente estas propriedades.

Ora, uma função lucro normalizada não convexa não é consistente com a maximização do lucro.

- 2) Por outro lado, com intervalos de confiança tradicionais, a probabilidade de rejeitar uma hipótese verdadeira (e também a de aceitar uma hipótese falsa) pode ser grande. De facto, se a distribuição da população não é aproximadamente normal, um intervalo de confiança, digamos, a 95% pode "transformar-se" num intervalo a 99% ou 90%, ou outra percentagem qualquer.

Ora, o teste utilizado é um teste paramétrico; poderia portanto parecer que seria mais conveniente usar testes não paramétricos; no entanto, testes deste tipo não têm sido, até agora, muito utilizados na teoria da produção.

- 3) Outra questão, é que estes métodos não incorporam restrições de nenhum tipo.

Por exemplo, restrições institucionais (do tipo restrições ao crédito) influenciam seguramente as tomadas de decisão dos agricultores.

Outro tipo de restrições que podem ser activas têm a ver com as dotações dos factores. Não custa aceitar que haja, por exemplo, restrições no equipamento.

Este é um dos pontos em que nos parece que há uma certa superioridade dos modelos de programação, que permitem incorporar todos estes tipos de restrições e que outros métodos alternativos não têm em consideração.

- 4) Um aspecto que é seguramente fonte de enviesamentos diz respeito aos dados. E na definição de algumas das variáveis há al-

guns enviesamentos sistemáticos. Por exemplo, o preço da tracção animal, da maneira que foi construída, é subavaliada, pois não tem em linha de conta certos gastos variáveis, como, por exemplo, a alimentação dos animais de trabalho, para a qual não se dispõe de dados. Esta subavaliação dos encargos com um factor mostram um empolamento do lucro, ou seja uma sobreavaliação sistemática do lucro. Qual a direcção do enviesamento, não nos parece evidente, pois a sobreavaliação do lucro é sistemática, mas não proporcional.

5) Outro aspecto que pode ter importância é a atitude dos agricultores face à incerteza e ao risco, que são componentes muito mais presentes no processo produtivo agrícola do que noutros sectores da actividade económica.

Portanto, parecer-nos-ia precipitado concluir só com o resultado dum teste estatístico que os agricultores da amostra não procuram maximizar o lucro. Pode acontecer é que eles não se decidem num universo tão limitado como aquele em que se está a colocá-los; dito de outra maneira, isto pode querer dizer que o modelo não percebeu, não captou a realidade na sua totalidade e que uma análise mais profunda teria que ser feita num enquadramento mais geral.

Das questões levantadas que possivelmente influenciam o valor da estatística  $g$ , vamo-nos debruçar um pouco sobre a primeira, isto é, sobre o problema da forma funcional. Sabe-se que uma função lucro não convexa não é consistente com a maximização do lucro. Será, portanto, interessante analisar a questão da monotonicidade e convexidade da função translog estimada (e se se concluísse pela verificação destas propriedades, poderia prosseguir-se na obtenção das elasticidades, que poderiam até ser razoáveis). Este estudo sobre a convexidade é tanto mais importante quanto se sabe que algumas aproximações, como a forma translog, não podem nunca (excepto no caso Cobb-Douglas) satisfazer as condições de monotonicidade e convexidade em todo o ortante positivo. É, pois, importante analisar se estas hipóteses se verificam no domínio das observações. Para isso, apoiámo-nos na seguinte condição necessária e suficiente: uma função real com derivadas de 2ª ordem definida num conjunto convexo aberto  $C$  é convexa se e só se a matriz Hessiana é positiva semidefinida em todo o ponto de  $C$ .

Calculou-se a matriz Hessiana para os pontos correspondentes às observações e os respectivos valores próprios. Os resultados dos valores próprios apresentam-se no apêndice. E, como se pode ver, para muitos dos pontos, a matriz Hessiana tem valores próprios negativos e, portanto, podemos concluir que há regiões no domínio das observações em que a função translog não é convexa.

Do mesmo modo, quanto à monotonicidade, pudemos observar que as derivadas de 1ª ordem não têm sinal constante.

Embora, como diz Lau, todas as aproximações de 2ª ordem sejam equivalentes, isto é, tenham derivadas de 2ª ordem iguais entre si e iguais à da verdadeira função no ponto à volta do qual se desenvolvem, em pontos diferentes daquele, aproximações de 2ª ordem diferentes vão naturalmente comportar-se diferentemente.

Experimentou-se assim, uma outra forma funcional - a generalizada de Leontief:

$$\begin{aligned} \Pi = & a_0 + a_1 \sqrt{P_F} + a_2 \sqrt{P_T} + a_3 \sqrt{P_{TA}} + a_4 \sqrt{P_{TM}} + b_1 \sqrt{SAU} + b_2 \sqrt{K} + \\ & + \frac{1}{2} c_1 P_F + \frac{1}{2} c_2 P_T + \frac{1}{2} c_3 P_{TA} + \frac{1}{2} c_4 P_{TM} + \\ & + c_{12} \sqrt{P_F} \sqrt{P_T} + c_{13} \sqrt{P_F} \sqrt{P_{TA}} + c_{14} \sqrt{P_F} \sqrt{P_{EQ}} + \\ & + c_{23} \sqrt{P_T} \sqrt{P_{TA}} + c_{24} \sqrt{P_T} \sqrt{P_{EQ}} + c_{34} \sqrt{P_{TA}} \sqrt{P_{EQ}} + \\ & + d_{11} \sqrt{P_F} \sqrt{SAU} + d_{12} \sqrt{P_F} \sqrt{K} + d_{21} \sqrt{P_T} \sqrt{SAU} + d_{22} \sqrt{P_T} \sqrt{K} + \\ & + d_{31} \sqrt{P_{TA}} \sqrt{SAU} + d_{32} \sqrt{P_{TA}} \sqrt{K} + d_{41} \sqrt{P_{EQ}} \sqrt{SAU} + d_{42} \sqrt{P_{EQ}} \sqrt{K} + \\ & + \frac{1}{2} F_{11} SAU + \frac{1}{2} F_{22} K + F_{12} \sqrt{SAU} \sqrt{K} \end{aligned}$$

O valor da estatística g obtido foi  $g \approx 17.5$ .

Como se vê, também para esta forma funcional não posso aceitar a hipótese de maximização do lucro, embora o valor da estatística esteja muito mais próximo da região de aceitação.

O estudo da convexidade e da monotonicidade levou-nos também a resultados não qualitativamente diferentes dos da translog, pois as derivadas primeiras também não apresentam sinal constante e algumas das matrizes hessianas têm valores próprios negativos.

Voltando à translog, resolvemos impôr as restrições que decorrem da hipótese de maximização do lucro, isto é, resolvemos estimar o sistema impondo as restrições de simetria. Os resultados obtidos serão discutidos um pouco adiante. E resolvemos ensaiar uma segunda hipótese: a hipótese de a função Cobb-Douglas ser uma forma funcional mais conveniente para os dados correspondentes à

amostra em questão. Isto significa ensaiar a hipótese nula de que os coeficientes de todos os termos de 2ª ordem são nulos. Sendo assim, teremos:

$$H_0: \begin{cases} C_i = 0, & i = 1, 2, 3, 4 \\ C_{ij} = 0, & i = 1, 2, 3; j = 2, 3, 4; j > i \\ d_{ij} = 0, & i = 1, 2, 3, 4; j = 1, 2 \\ F_{ij} = 0, & i = 1, 2; j = 1, 2; j > i \end{cases}$$

$$H_a: (j: C_i \neq 0) \vee (j(i,j): C_{ij} \neq 0 \vee d_{ij} \neq 0 \vee F_{ij} \neq 0)$$

Utilizámos a mesma estatística e agora o valor encontrado foi  $g = 0.209$  contra o valor crítico  $F_{0.05}(21, 247) = 1.56$ . Portanto, ao nível de significância de 5%, a hipótese nula não pode ser rejeitada e a forma de Cobb-Douglas parece mais adequada do que a translog, sua generalização.

Passamos a estimar o sistema com a função lucro na forma Cobb-Douglas

$$\ln \Pi^* = a_0 + a_1 \ln P_F + a_2 \ln P_T + a_3 \ln P_{TA} + a_4 \ln P_{TM} + b_1 \ln SAU + b_2 \ln K$$

$$- \frac{F \times P_F}{\Pi^*} = a_1$$

$$- \frac{T \times P_T}{\Pi^*} = a_2$$

$$- \frac{T_A \times P_{TA}}{\Pi^*} = a_3$$

$$- \frac{T_M \times P_{TM}}{\Pi^*} = a_4$$

Ensaíamos de novo a hipótese de maximização do lucro, tendo para isso estimado o sistema livremente. Os resultados da estima-

ção livre são apresentados no quadro 1.

O valor encontrado para a estatística  $g$  foi  $g = 0.0394$  contra um valor crítico  $F_{0.05}(4,264) = 2.37$ , podendo portanto concluir-se que a hipótese de maximização do lucro não pode ser rejeitada ao nível de 5%.

Estimámos o sistema impondo as restrições o que melhorou a qualidade estatística das estimativas. Os resultados constam do quadro 2.

Calculámos, em seguida, as elasticidades, cujos valores se apresentam no quadro 3.

As elasticidades da oferta de output e das funções procura de inputs variáveis indicam uma resposta muito elástica a variações no preço do output. Do mesmo modo, todas as elasticidades preço directas das funções procura de factores indicam uma resposta elástica da utilização dos mesmos, com especial relevo para a elasticidade da mão de obra.

As elasticidades preço cruzadas são todas menores de uma unidade em valor absoluto do que as elasticidades preço directas e são todas negativas indicando que os inputs são complementares.

Esta simetria do impacto de uma dada variação em qualquer das variáveis exógenas nas funções procura de todos os outros factores é uma das limitações da Cobb-Douglas. Isto é devido ao facto de as elasticidades de substituição entre todos os pares de inputs serem constantes e unitárias. É claro que o que é natural e aquilo que em geral esperamos que aconteça é que, pelo contrário, estes impactos sejam assimétricos e que os factores sejam uns substitutos e outros complementares. Seria necessário posterior trabalho com formas funcionais mais apropriadas de maneira a que se pudesse bem perceber as relações de substitutibilidade e de complementaridade entre os factores.

As elasticidades em relação à terra e ao capital, como seria de esperar indicam uma resposta positiva a variações nas suas quantidades e a resposta é muito mais acentuada em relação ao capital.

Um aspecto a notar é que o preço do output é, segundo os resultados, a variável mais importante no sentido de que é a que mais influencia o uso dos factores variáveis. O preço do output parece ser, portanto um instrumento de política muito mais poderoso para aumentar a oferta de output e o uso dos factores (em particular dos fertilizantes) do que o preço dos próprios factores. Se se quiser aumentar o produto agrícola, em agriculturas como a que é praticada nesta região parece pois ser mais eficaz pela via dos preços do output do que, por exemplo, pela via dos subsídios aos factores.

Como se disse, a função Cobb-Douglas é limitada quanto ao tipo de efeitos que se podem estudar. A função translog estimada, como se viu, não é convexa em todo o domínio das observações. Tem, no entanto, interesse calcular as elasticidades e tentar ver quais as que são plausíveis e perceber em que medida é a que a não convexidade poderá ter distorcido os sinais e os valores das elasticidades.

No quadro 4 apresentamos os resultados da estimação do sistema, no caso translog, com a hipótese de maximização do lucro imposta. No quadro 5 apresentamos as elasticidades calculadas a partir dos resultados do quadro 4.

No Apêndice, indicam-se as fórmulas utilizadas no cálculo das elasticidades.

Observa-se o seguinte:

Enquanto que no caso Cobb-Douglas, as elasticidades são todas confortavelmente significativas, do ponto de vista estatístico, o mesmo não acontece no caso translog. Mas, globalmente, não se pode dizer que os resultados sejam maus, comparativamente, por exemplo, com os resultados apresentados por Sidhu e Baanante pa-

ra a cultura do trigo no Punjab.

Há alguns t-ratios bastante significativos, em particular os que dizem respeito às elasticidades directas. As elasticidades em relação ao capital vêm manifestamente deturpadas. No que respeita às da terra, vêm muito empoladas, em comparação com os resultados da Cobb-Douglas e atendendo às nossas expectativas.

Já as elasticidades (tanto do output como das procuras de factores) em relação ao preço do output são razoáveis, tanto em termos de sinal, como de valor e reforçam o que se disse sobre o poder e o papel do preço do output no crescimento da oferta agrícola.

As elasticidades directas da procura de factores parecem razoáveis e mostram também maior elasticidade no caso da mão de obra, comparativamente com os outros inputs.

Quanto às elasticidades cruzadas, elas não são significativas do ponto de vista estatístico, mas parecem apontar para a complementaridade entre fertilizantes e mão de obra e também entre fertilizantes e tracção animal. Mas, como se disse, não são significativas.

Estimámos novamente o sistema, eliminando alguns termos de 2ª ordem a que correspondiam t-ratios bastante baixos. Os resultados ao nível da estimação dos parâmetros melhoraram em qualidade estatística como se pode ver no quadro 6; quanto às elasticidades, como se pode ver no quadro 7, só as respeitantes ao capital vêm mais significativas.

Nas várias estimações que fizemos, há um aspecto constante em todas elas: o baixíssimo poder explicativo da terra no lucro, e isto, tanto na Cobb-Douglas, como na translog, como na generalizada de Leontief.

Na Cobb-Douglas, o correspondente t-ratio pode considerar-

-se significativo no limite, mas é o mais baixo de todos os outros t-ratios. Isto parece sugerir que a Terra está longe de ser explorada intensivamente e como se vê no quadro 3, as elasticidades dos inputs variáveis em relação à Terra são bastante baixas.

A propósito deste facto referimos mais uma experiência: estimamos o sistema retirando a variável terra (SAU), mas conservando os termos que reflectem a interacção da Terra com os outros factores. Os resultados constam do quadro 8 e as respectivas elasticidades do quadro 9. As alterações nos parâmetros é mínima. Quanto às elasticidades, também não há grandes alterações a não ser nas elasticidades em relação à Terra que agora aparecem iguais para todos os factores variáveis e nas elasticidades em relação ao capital que agora aparecem todas significativas do ponto de vista estatístico.

## VI. Conclusões

Neste trabalho estimaram-se os parâmetros de um modelo constituído por uma função lucro e pelas equações dos shares dos factores variáveis no lucro, com dados de 55 explorações do Baixo Alentejo. A Terra e o Capital são os inputs fixos e como inputs variáveis temos os fertilizantes, a mão de obra, a tracção animal e a tracção mecânica. A especificação Cobb-Douglas ajustou-se bem aos dados em questão, ao passo que no caso da Translog e da generalizada de Leontief, os dados parecem não suportar a hipótese de maximização do lucro.

Os resultados indicam que os agricultores respondem aos preços, em particular ao preço do output, que parece ser um instrumento de política mais eficaz do que os preços dos inputs, em ordem a estimular o crescimento da oferta agrícola.

27

Seria interessante prosseguir o trabalho, tentando ajustar formas funcionais de 2ª ordem mais convenientes do que as usadas. Um aspecto em que seria importante investir é na formação de bancos de dados de melhor qualidade. Seria também interessante experimentar outras variáveis menos convencionais que poderiam ter alguma influência no lucro, como por exemplo, a educação ou formação profissional dos agricultores.

Os dados utilizados referem-se ao ano de 1964. Seria muito interessante fazer uma análise do mesmo tipo com dados mais recentes, o que infelizmente nos parece impossível neste momento pela não disponibilidade dos mesmos.

Quadro 1. Estimativas livres dos parâmetros do sistema no caso:  
função lucro Cobb-Douglas

|  | Ordenada<br>na<br>origem | Preço<br>dos<br>fertiliz. | Preço da<br>mão de<br>obra | Preço<br>da Trac.<br>Animal | Preço<br>da Trac.<br>Mec. | Terra               | Capital           |
|--|--------------------------|---------------------------|----------------------------|-----------------------------|---------------------------|---------------------|-------------------|
| Função lucro                             | 5.2835<br>(1.096)        | 0.4985<br>(1.975)         | -0.0844<br>(-0.134)        | 0.1066<br>(1.793)           | 0.2166<br>(1.250)         | -0.0799<br>(-0.313) | 0.1696<br>(0.797) |
| Share dos fer-<br>tilizantes<br>no lucro | -0.2560<br>(-53.228)     | -                         | -                          | -                           | -                         | -                   | -                 |
| Share da mão<br>de obra no<br>lucro      | -0.8967<br>(-8.559)      | -                         | -                          | -                           | -                         | -                   | -                 |
| Share da Trac.<br>Anim. no lu-<br>cro    | -0.0013<br>(-7.523)      | -                         | -                          | -                           | -                         | -                   | -                 |
| Share da Trac.<br>Mec. no lucro          | -0.1773<br>(-4.710)      | -                         | -                          | -                           | -                         | -                   | -                 |

Nota: Os valores dentro de parêntesis são t-ratios

Quadro 2. Estimativas dos parâmetros do sistema no caso Cobb-Douglas, com as restrições de igualdade dos parâmetros

|                           | Estimativas dos parâmetros | t-ratios |
|---------------------------|----------------------------|----------|
| Ordenada na origem        | 9.5267                     | 4.691    |
| Preço dos fertilizantes   | -0.1908                    | -5.176   |
| Preço da mão de obra      | -0.7619                    | -4.472   |
| Preço da Tracção Animal   | -0.0012                    | -8.318   |
| Preço da Tracção Mecânica | -0.1482                    | -4.140   |
| Terra                     | 0.2544                     | 1.695    |
| Capital                   | 0.6612                     | 4.228    |

Quadro 3. Estimativas das elasticidades da oferta de output e procura de factores variáveis derivadas a partir dos valores do Quadro 2.

|                  | Preço do output    | Preço dos fertilizantes | Preço da mão de obra | Preço da Trac. Animal | Preço da Trac. Mecânica | Terra             | Capital           |
|------------------|--------------------|-------------------------|----------------------|-----------------------|-------------------------|-------------------|-------------------|
| Oferta de output | 1.1021<br>(5.446)  | -0.1908<br>(-5.177)     | -0.7619<br>(-4.472)  | -0.0012<br>(-8.323)   | -0.1482<br>(-4.140)     | 0.2544<br>(1.695) | 0.6612<br>(4.228) |
| Fertilizantes    | 2.1021<br>(10.387) | -1.1908<br>(-32.301)    | -0.7619<br>(-4.472)  | -0.0012<br>(-8.323)   | -0.1482<br>(-4.140)     | 0.2544<br>(1.695) | 0.6612<br>(4.228) |
| Mão de obra      | 2.1021<br>(10.387) | -0.1908<br>(-5.177)     | -1.7619<br>(-10.341) | -0.0012<br>(-8.323)   | -0.1482<br>(-4.140)     | 0.2544<br>(1.695) | 0.6612<br>(4.228) |
| Tracção Animal   | 2.1021<br>(10.387) | -0.1908<br>(-5.177)     | -0.7619<br>(-4.472)  | -1.0012<br>(-6929.4)  | -0.1482<br>(-4.140)     | 0.2544<br>(1.695) | 0.6612<br>(4.228) |
| Tracção Mecânica | 2.1021<br>(10.387) | -0.1908<br>(-5.177)     | -0.7619<br>(-4.472)  | -0.0012<br>(-8.323)   | -1.1482<br>(-32.084)    | 0.2544<br>(1.695) | 0.6612<br>(4.228) |

Nota: Os valores dentro de parêntesis são t-ratios

Quadro 4. Estimativas dos parâmetros do sistema no caso translog, com as restrições de igualdade dos parâmetros

|                                | Estimativas dos parâmetros | T-ratios |
|--------------------------------|----------------------------|----------|
| Ordenada na origem             | 13.1690                    | 0.205    |
| Preço dos fert. - $\ln P_F$    | 8.5499                     | 1.705    |
| P. da mão de obra - $\ln P_T$  | 11.8930                    | 0.708    |
| P. trac. anim. - $\ln P_{TA}$  | 0.1412                     | 0.627    |
| P. trac. mec. - $\ln P_{TM}$   | 7.9182                     | 1.462    |
| Terra - $\ln SAU$              | 0.9527                     | 0.227    |
| Capital - $\ln K$              | -17.2270                   | -1.704   |
| $1/2 (\ln P_F)^2$              | - 0.6976                   | -2.230   |
| $1/2 (\ln P_T)^2$              | - 2.4279                   | -0.898   |
| $1/2 (\ln P_{TA})^2$           | - 0.0045                   | -1.844   |
| $1/2 (\ln P_{TM})^2$           | - 0.4901                   | -1.677   |
| $\ln P_F \times \ln P_T$       | - 1.0305                   | -1.303   |
| $\ln P_F \times \ln P_{TA}$    | - 0.0257                   | -1.576   |
| $\ln P_F \times \ln P_{TM}$    | - 0.5177                   | -1.886   |
| $\ln P_T \times \ln P_{TA}$    | - 0.0138                   | -0.397   |
| $\ln P_T \times \ln P_{TM}$    | - 0.7304                   | -0.872   |
| $\ln P_{TA} \times \ln P_{TM}$ | - 0.0098                   | -0.897   |
| $\ln P_F \times \ln SAU$       | 0.1080                     | 0.692    |
| $\ln P_F \times \ln K$         | 0.5233                     | 1.292    |
| $\ln P_T \times \ln SAU$       | - 0.1138                   | -0.335   |
| $\ln P_T \times \ln K$         | 1.5258                     | 1.138    |
| $\ln P_{TA} \times \ln SAU$    | 0.0129                     | 0.959    |
| $\ln P_{TA} \times \ln K$      | 0.0089                     | 0.655    |
| $\ln P_{TM} \times \ln SAU$    | 0.2746                     | 1.591    |
| $\ln P_{TM} \times \ln K$      | 0.2539                     | 0.575    |
| $1/2 (\ln SAU)^2$              | 0.3781                     | 0.9915   |
| $1/2 (\ln k)^2$                | 0.2073                     | 0.314    |
| $\ln SAU \times \ln K$         | - 0.3847                   | -1.509   |

Quadro 5. Estimativas das elasticidades da oferta de output e procura de factores variáveis, no caso translog, derivadas a partir dos valores do Quadro 4.

|                  | Preço do output    | Preço dos fertilizantes | Preço da mão de obra | Preço da Tracção Animal | Preço da Tracção Mecânica | Terra             | Capital             |
|------------------|--------------------|-------------------------|----------------------|-------------------------|---------------------------|-------------------|---------------------|
| Oferta de output | 1.8080<br>(1.186)  | -0.1797<br>(-0.673)     | -1.1927<br>(-1.267)  | -0.0112<br>(-1.210)     | -0.4243<br>(-1.406)       | 2.8800<br>(0.857) | -0.1091<br>(-0.013) |
| Fertilizantes    | 1.2630<br>(0.6374) | -0.7374<br>(-1.797)     | -0.5298<br>(-0.437)  | 0.0164<br>(0.657)       | -0.0122<br>(-0.029)       | 2.7759<br>(0.839) | -0.4069<br>(-0.048) |
| Mão de obra      | 2.5962<br>(1.267)  | -0.1640<br>(-0.437)     | -1.9569<br>(-1.526)  | -0.0164<br>(-0.994)     | -0.4588<br>(-1.155)       | 2.9954<br>(0.889) | -0.3290<br>(-0.039) |
| Tracção Animal   | 2.2456<br>(1.210)  | 0.4670<br>(0.657)       | -1.5065<br>(-0.994)  | -0.8272<br>(-7.793)     | -0.3788<br>(0.797)        | 2.3808<br>(0.724) | 0.0056<br>(0.001)   |
| Tracção Mecânica | 2.4186<br>(1.406)  | -0.0099<br>(-0.029)     | -1.2014<br>(-1.155)  | -0.0108<br>(-0.797)     | -1.1966<br>(-3.297)       | 2.6004<br>(0.785) | 0.0792<br>(0.009)   |

Nota: Os valores dentro de parêntesis são t-ratios

Quadro 6. Estimativas dos parâmetros do sistema no caso translog, com as restrições de igualdade dos parâmetros e com alguns termos de 2a ordem iguais a zero

|                                | Estimativa dos parâmetros | t - ratios |
|--------------------------------|---------------------------|------------|
| Ordenada na origem             | 1.4817                    | 0.026      |
| $\ln P_F$                      | 9.8989                    | 2.106      |
| $\ln P_T$                      | 14.474                    | 0.888      |
| $\ln P_{TA}$                   | 0.1014                    | 0.369      |
| $\ln P_{TM}$                   | 8.6817                    | 1.660      |
| $\ln SAU$                      | 0.5025                    | 0.185      |
| $\ln K$                        | -17.967                   | -1.870     |
| $\frac{1}{2} (\ln P_F)^2$      | - 0.5485                  | -2.745     |
| $\frac{1}{2} (\ln P_T)^2$      | - 2.8072                  | -1.280     |
| $\frac{1}{2} (\ln P_{TA})^2$   | - 0.0038                  | -1.284     |
| $\frac{1}{2} (\ln P_{TM})^2$   | - 0.5453                  | -2.411     |
| $\ln P_F \times \ln P_T$       | - 1.2253                  | -2.017     |
| $\ln P_F \times \ln P_{TA}$    | - 0.0284                  | -2.227     |
| $\ln P_F \times \ln P_{TM}$    | - 0.5540                  | -2.537     |
| $\ln P_T \times \ln P_{TA}$    | - 0.0114                  | -0.296     |
| $\ln P_T \times \ln P_{TM}$    | - 0.8570                  | -1.298     |
| $\ln P_{TA} \times \ln P_{TM}$ | - 0.0136                  | -1.218     |
| $\ln P_F \times \ln SAU$       | -                         | -          |
| $\ln P_F \times \ln K$         | 0.5845                    | 2.182      |
| $\ln P_T \times \ln SAU$       | -                         | -          |
| $\ln P_T \times \ln K$         | 1.685                     | 1.965      |
| $\ln P_{TA} \times \ln SAU$    | -                         | -          |
| $\ln P_{TA} \times \ln K$      | 0.0202                    | 1.533      |
| $\ln P_{TM} \times \ln SAU$    | 0.2400                    | 2.018      |
| $\ln P_{TM} \times \ln K$      | 0.3399                    | 1.268      |
| $\frac{1}{2} (\ln SAU)^2$      | -                         | -          |
| $\frac{1}{2} (\ln K)^2$        | -                         | -          |
| $\ln SAU \times \ln K$         | - 0.1884                  | -0.843     |

Quadro 7. Estimativas das elasticidades derivadas a partir dos valores do Quadro 6

|                  | Preço do output   | Preço dos fertilizantes | Preço da mão de obra | Preço da Tracção Animal | Preço da Tracção Mecânica | Terra             | Capital           |
|------------------|-------------------|-------------------------|----------------------|-------------------------|---------------------------|-------------------|-------------------|
| Oferta de output | 1.5656<br>(1.312) | -0.1394<br>(-0.646)     | -1.0406<br>(-1.388)  | -0.0105<br>(-1.167)     | -0.3760<br>(-1.604)       | 2.4165<br>(0.831) | 1.4161<br>(1.183) |
| Fertilizantes    | 0.9800<br>(0.646) | -0.8127<br>(-2.655)     | -0.2314<br>(-0.249)  | +0.0206<br>(1.053)      | 0.0434<br>(0.130)         | 2.4688<br>(0.847) | 1.0936<br>(0.956) |
| Mão de obra      | 2.2650<br>(1.388) | -0.0716<br>(-0.249)     | -1.7770<br>(-1.708)  | -0.0175<br>(-0.966)     | -0.3988<br>(-1.273)       | 2.4688<br>(0.847) | 1.1900<br>(1.040) |
| Tracção Animal   | 2.0982<br>(1.167) | 0.5858<br>(1.053)       | -1.6134<br>(-0.966)  | -0.8580<br>(-6.703)     | -0.2126<br>(-0.437)       | 2.4688<br>(0.847) | 1.1091<br>(0.803) |
| Tracção Mecânica | 2.1431<br>(1.604) | 0.0352<br>(0.130)       | -1.0441<br>(-1.273)  | -0.0061<br>(-0.437)     | -1.1281<br>(-4.017)       | 2.1708<br>(0.758) | 1.5668<br>(1.291) |

Nota: Os valores dentro de parêntesis são t-ratios

Quadro 8. Estimativas dos parâmetros, excluindo alguns termos de 2ª ordem e o termo respeitante à Terra (SAU)

|                                | Estimativa dos parâmetros | t-ratios |
|--------------------------------|---------------------------|----------|
| Ordenada na origem             | - 0.6678                  | - 0.0114 |
| $\ln P_F$                      | 9.9582                    | 2.043    |
| $\ln P_T$                      | 14.567                    | 0.866    |
| $\ln P_{TA}$                   | 0.1233                    | 0.449    |
| $\ln P_{TM}$                   | 8.6524                    | 1.619    |
| $\ln SAU$                      | -                         | -        |
| $\ln K$                        | -17.471                   | - 2.013  |
| $\frac{1}{2} (\ln P_F)^2$      | - 0.5428                  | - 2.785  |
| $\frac{1}{2} (\ln P_T)^2$      | - 2.7749                  | - 1.292  |
| $\frac{1}{2} (\ln P_{TA})^2$   | - 0.0029                  | - 1.023  |
| $\frac{1}{2} (\ln P_{TM})^2$   | - 0.5262                  | - 2.378  |
| $\ln P_F \times \ln P_T$       | - 1.2145                  | - 2.068  |
| $\ln P_F \times \ln P_{TA}$    | - 0.0269                  | - 2.110  |
| $\ln P_F \times \ln P_{TM}$    | - 0.5416                  | - 2.542  |
| $\ln P_T \times \ln P_{TA}$    | - 0.0135                  | - 0.354  |
| $\ln P_T \times \ln P_{TM}$    | - 0.8354                  | - 1.313  |
| $\ln P_{TA} \times \ln P_{TM}$ | - 0.0105                  | - 0.944  |
| $\ln P_F \times \ln SAU$       | -                         | -        |
| $\ln P_F \times \ln K$         | 0.5631                    | 2.497    |
| $\ln P_T \times \ln SAU$       | -                         | -        |
| $\ln P_T \times \ln K$         | 1.6381                    | 2.251    |
| $\ln P_{TA} \times \ln SAU$    | -                         | -        |
| $\ln P_{TA} \times \ln K$      | 0.0173                    | 1.279    |
| $\ln P_{TM} \times \ln SAU$    | 0.2404                    | 2.014    |
| $\ln P_{TM} \times \ln K$      | 0.3113                    | 1.345    |
| $\frac{1}{2} (\ln SAU)^2$      | -                         | -        |
| $\frac{1}{2} (\ln K)^2$        | -                         | -        |
| $\ln SAU \times \ln K$         | - 0.1490                  | - 2.128  |

Quadro 9. Elasticidades derivadas a partir dos valores do Quadro 8.

|                  | Preço do output   | Preço dos fertilizantes | Preço da mão de obra | Preço da Tracção Animal | Preço da Tracção Mecânica | Terra             | Capital           |
|------------------|-------------------|-------------------------|----------------------|-------------------------|---------------------------|-------------------|-------------------|
| Oferta de output | 1.5998<br>(1.381) | -0.1461<br>(-0.699)     | -1.0542<br>(-1.444)  | -0.01122<br>(-1.245)    | -0.3303<br>(-1.714)       | 1.9172<br>(2.014) | 1.1930<br>(2.636) |
| Fertilizantes    | 1.0268<br>(0.699) | -0.8214<br>(-2.752)     | -0.2480<br>(-0.276)  | 0.0182<br>(0.934)       | 0.0244<br>(0.075)         | 1.9696<br>(2.014) | 0.8867<br>(1.920) |
| Mão de obra      | 2.2947<br>(1.444) | -0.0768<br>(-0.276)     | -1.7924<br>(-1.759)  | -0.0165<br>(-0.915)     | -0.4091<br>(-1.356)       | 1.9696<br>(2.014) | 0.9723<br>(1.976) |
| Tracção Animal   | 2.2461<br>(1.245) | 0.5183<br>(0.934)       | -1.5202<br>(-0.915)  | -0.8962<br>(-7.236)     | -0.3479<br>(-0.718)       | 1.9696<br>(2.014) | 0.9948<br>(1.630) |
| Tracção Mecânica | 2.2130<br>(1.714) | 0.0197<br>(0.075)       | -1.0711<br>(-1.356)  | -0.0099<br>(-0.718)     | -1.1518<br>(-4.191)       | 1.6710<br>(2.014) | 1.3627<br>(2.709) |

Nota: os valores dentro de parêntesis são t-ratios

Para as elasticidades da procura de inputs variáveis baseamo-nos na expressão

$$X_i^* = \frac{\Pi^*}{P_i} \left( - \frac{\partial \ln \Pi^*}{\partial \ln P_i} \right) \quad (A.1)$$

Como se pode ver, esta expressão resulta directamente do lema de Hotelling. Assim:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Pi^*}{\partial P_i} = - X_i^* &\rightarrow \frac{\partial \Pi^*}{\partial P_i} \frac{P_i}{\Pi^*} = - \frac{P_i X_i^*}{\Pi^*} \rightarrow \frac{\partial \ln \Pi^*}{\partial \ln P_i} = - \frac{P_i X_i^*}{\Pi^*} \rightarrow \\ &\rightarrow X_i^* = \frac{\Pi^*}{P_i} \left( - \frac{\partial \ln \Pi^*}{\partial \ln P_i} \right) \end{aligned}$$

Designamos por  $S_i$  o share do input  $X_i$  no lucro normalizado, isto é:  $S_i = \frac{P_i X_i^*}{\Pi^*}$

A partir de (A.1), deduzem-se, por derivação, as fórmulas que dão as elasticidades: (Sidhu e Baanante).

$$\eta_{ii} = - S_i^* - 1 - \frac{C_{ii}}{S_i^*}, \quad i = 1, 2, 3, 4 \rightarrow \text{elasticidades procura-preço directas}$$

$$\eta_{ih} = - S_h^* - \frac{C_{ih}}{S_i^*}, \quad i, h = 1, 2, 3, 4 \rightarrow \text{elasticidades procura - preço cruzadas}$$

$i \neq h$

$$\eta_{iy} = \sum_{i=1}^4 S_i^* + 1 + \sum_{i=1}^4 \frac{C_{ih}}{S_i^*}, \quad i=1, 2, 3, 4 \rightarrow \text{elasticidade da procura do input } i \text{ em relação ao preço do output}$$

$$\eta_{ik} = \sum_{i=1}^4 d_{ik} \ln P_i + b_k - \frac{d_{ik}}{S_i^*}, \quad k = 1, 2 \rightarrow \text{elasticidade da procura do input } i \text{ em relação ao factor } Z_k$$

As elasticidades da oferta do output deduzem-se, por derivação, da função oferta  $Y^* = \Pi^* + \sum_{i=1}^4 P_i X_i$

$$\epsilon_{vi} = -S_i^* - \frac{\sum_{h=1}^4 c_{hi}}{(1 + \sum_{h=1}^4 S_h^*)}, \quad i=1, 2, 3, 4 \rightarrow \text{elasticidade da oferta em relação ao preço do input variável } i$$

$$\epsilon_{vw} = \sum_{i=1}^4 S_i^* + \frac{\sum_{i=1}^4 \sum_{h=1}^4 c_{ih}}{(1 + \sum_{h=1}^4 S_h^*)} \rightarrow \text{elasticidade da oferta em relação ao preço do output}$$

$$\epsilon_{vk} = \sum_{i=1}^4 d_{ik} \ln P_i + b_k - \frac{\sum_{i=1}^4 d_{ik}}{(1 + \sum_{h=1}^4 S_h^*)}, \quad k = 1, 2 \rightarrow$$

$\rightarrow$  elasticidade da oferta de output em relação aos inputs fixo  $Z_k$

As elasticidades são calculadas para as médias de  $S_i$  na amostra,  $S_i^*$ , e para as médias geométricas dos preços dos inputs.

Como se vê, todas as elasticidades são transformações lineares dos parâmetros estimados.

CALCULO DOS VALORES PROPRIOS DAS MATRIZES ASSOCIADAS

OBSERVACAO I= 1

-0.52718503 -0.20301619E-01 -0.23663427E-01 84.201530

OBSERVACAO I= 2

-0.88502072E-01 0.58243032E-05 0.55709407E-03 2223.5711

OBSERVACAO I= 3 1

-0.40071592E-01 0.78730134E-03 0.25517597E-02 20797.351

OBSERVACAO I= 4

-0.10006116 0.53592839E-02 0.93038494E-02 12839.038

OBSERVACAO I= 5

-0.43693102E-01 0.12119935E-04 0.44056054E-03 12498.544

OBSERVACAO I= 6

-1971.7483 -0.36486629E-01 0.61930569E-04 0.57782222E-03

OBSERVACAO I= 7

-3.1720572 0.58166043E-03 0.15097951E-02 843.75447

OBSERVACAO I= 8

-0.16724399 -0.21757638E-02 -0.13112312E-02 466.23822

OBSERVACAO I= 9

0.16508845E-02 0.44640442E-02 0.11930492 74316.578

OBSERVACAO I= 10

-18981232. -13.329416 -0.22012389E-02 0.3305994E-03

OBSERVACAO I= 11

-0.95817155E-01-0.14370710E-02 0.12942050E-03 8685.4432

OBSERVACAO I= 12

-2334.3013 -0.68090908E-01-0.52307580E-03 0.40374561E-03

OBSERVACAO I= 13

0.25416376E-02 0.10289730E-01 0.10436547 504573.34

OBSERVACAO I= 14

-0.11652684 0.74440544E-03 0.42798431E-02 15525.536

OBSERVACAO I= 15

-0.61815013E-02 0.47522597E-04 0.14009002 4464.7822

OBSERVACAO I= 16

-0.95815912E-01-0.11547245E-02 0.93337479E-04 836.80713

OBSERVACAO I= 17

-0.27372785E-02 0.32440026E-03 0.12404495E-02 702515.06

OBSERVACAO I= 18

-0.26837942E-01 0.55567711E-03 0.54403571E-02 2793246.9

OBSERVACAO I= 19

-0.42768377E-01-0.60274522E-03 0.17707389E-02 283.87292

OBSERVACAO I= 20

-0.10551156E-01 0.79417956E-03 0.10474761E-01 67746.875

OBSERVACAO I = 21

0.60925707E-02 0.3012001E-02 0.181917E-01 64408.220

OBSERVACAO I = 22

0.54332905E-03 0.49252532E-02 0.14058564E-01 637355.50

OBSERVACAO I = 23

-0.33584979E-03 0.74395153E-03 0.23412656E-01 1169343.8

OBSERVACAO I = 24

0.91212057E-03 0.56083711E-02 0.13590655E-01 2203619.8

OBSERVACAO I = 25

0.23003331E-03 0.22228311E-02 0.20712143E-01 33706.918

OBSERVACAO I = 26

-0.14642015E-02 0.11073938E-03 0.23130442E-02 40199.004

OBSERVACAO I = 27

-5730.6729 -0.59034034E-02 -0.43138587E-04 0.20503927E-01

OBSERVACAO I = 28

-0.14395565E-01 0.12155543E-03 0.10001572E-02 19998.033

OBSERVACAO I = 29

-0.39383616E-01 0.29757014E-03 0.30420795E-02 75436.844

OBSERVACAO I = 30

-54053204. -0.33330005E-02 0.49013970E-02 0.15727300E-01

OBSERVACAO I= 31

-15693.202 -0.58149574E-02 0.3736791E-04 0.5101309E-03

OBSERVACAO I= 32

0.61711485E-03 0.53011550E-02 0.2041740E-01 653.43.52

OBSERVACAO I= 33

-45180.525 -0.53324932E-02 -0.62278341E-04 0.72580171E-02

OBSERVACAO I= 34

0.29842733E-04 0.20051398E-03 0.98344905E-03 29645.451

OBSERVACAO I= 35

-0.12077242E-01 0.14780452E-02 0.14395154E-01 33249.555

OBSERVACAO I= 36

-0.55554520E-01 -0.22549434E-02 0.34453569E-02 532393.19

OBSERVACAO I= 37

-0.93776184E-02 0.13445995E-02 0.39798723E-02 117.39202

OBSERVACAO I= 38

-0.14811354E-01 0.11231564E-03 0.24493062E-02 152311.11

OBSERVACAO I= 39

-0.41982207E-01 0.54350396E-04 0.52465754E-02 32360.861

OBSERVACAO I= 40

-0.14153020E-01 0.29001621E-03 0.21717432E-02 426555.53

OBSERVACAO I= 41

-0.5221315E-01-0.30784157E-01 0.20815150E-02 1.0285.19

OBSERVACAO I= 42

-0.2005441E-01 0.32519880E-02 0.35450053E-02 308153.54

OBSERVACAO I= 43

-0.51136911E-01-0.13350554E-03 0.13409735E-03 3585.2456

OBSERVACAO I= 44

-0.15954315E-01 0.34098304E-03 0.14803070E-02 11189.157

OBSERVACAO I= 45

-25974.345 -0.269101-9E-02 0.77541452E-04 0.29345348E-02

OBSERVACAO I= 46

-0.13680273E-01 0.14910651E-03 0.13518311E-02 31025.552

OBSERVACAO I= 47

0.37946343E-03 0.30758954E-03 0.67010702E-02 3511730.6

OBSERVACAO I= 48

0.80542173E-04 0.28509830E-02 0.57854250E-01 821549.63

OBSERVACAO I= 49

-6531.0781 -0.16134431E-01-0.75537671E-03 0.24100656E-03

OBSERVACAO I= 50

-0.16453243E-01 0.22749901E-02 0.17735302E-01 3245350.0

OBSERVACAO I= 51

0.53616275E-03 0.7500151E-02 0.1701701E-03 1.44-1.0-7

OBSERVACAO I= 52

-0.51345204E-01-0.67013617E-03 0.10809710E-03 121467.18

OBSERVACAO I= 53

-0.23084537E-02 0.14135604E-03 0.53420190E-03 105440.30

OBSERVACAO I= 54

0.47770353E-04 0.54080546E-03 0.44850314E-02 13077.645

OBSERVACAO I= 55

-0.55751186E-01 0.56555915E-06 0.1074366E-01 7079.0513

## Bibliografia

- BERNDT, E.R. e Christensen, L.R., (1973), "The Translog Function and the Substitution of Equipment, Structures and Labour in U.S. Manufacturing, 1929-1968", *Journal of Econometrics* 1: 81-114
- BINSWANGER, H.B. (1974), "A Cost Function Approach to the Measurement of Elasticities of Factor Demand and Elasticities of Substitution", *Amer. J. Agr. Econ.* 56(2): 337-386
- CARY, F.C. (1968), "Tempos-Padrões de Trabalho para a Cultura Arvense de Sequeiro no Alto Alentejo". Fundação Calouste Gulbenkian
- COLMAN, D. (1983), "Review of the Arts of Supply Response Analysis", *Amer. J. Agr. Econ.* 51
- DIEWERT, W.E. (1974), "Applications of Duality Theory", em: M.D. Intriligator e D.A. Kendrick, eds., *Frontiers of Quantitative Economics*, Vol. II, Amsterdam: North-Holland
- FUSS, M., D. McFadden e Y. Mundlak (1977), "A Survey of Functional Forms in the Economic Analysis of Production", em: D. McFadden e M. Fuss, eds., *Production Economics: A Dual Approach*. Amsterdam: North-Holland
- HALL, R.E. e D.W. Jorgenson (1967), "Tax Policy and Investment Behaviour", *American Economic Review* 57(3): 391-414
- JUDGE, G., W. Griffiths, R. Hill e T. Lee (1980), *The Theory and Practice of Econometrics*. New York: John Wiley & Sons

- 47
- LAU, L. (1977), "Application of Profit Functions", em: D. McFadden e M. Fuss, Eds., Production Economics: A Dual Approach. Amsterdam: North Holland
- LAU, L. e P.A. Yotopoulos (1972), "Profit Supply and Factor Demand Functions", Amer. J. Agr. Econ. 54(1): 11-18
- SIDHU, S.S. e C.A. Baanante (1981), "Estimating Farm-Level Input Demand and Wheat Supply in the Indian Punjab using a Translog Profit Function", Amer. J. Agr. Econ. 63(2): 237-246
- SILVA, C.A., A. Carvalho e R.D. Cruz (1976), "Inquérito às Explorações Agrícolas do Baixo Alentejo". Fundação Calouste Gulbenkian
- THEIL, H. (1971), Principles of Econometrics. New York: John Wiley & Sons
- VARIAN, H. (1978), Microeconomic Analysis. New York: W.W. Norton
- WIPF, L. e D. Bawden (1969), "Reliability of Supply Equations Derived from Production Functions", Amer. J. Agr. Econ. 51(1): 170-178
- YOTOPOULOS, P., L.J. Lau e Wun-Long Lin (1976), "Microeconomic Output Supply and Factor Demand Functions in the Agriculture of the Province of Taiwan", Amer. J. Agr. Econ. 58(2): 333-340
- ZELNER, A. (1962), "An Efficient Method of Estimating Seemingly Unrelated Regressions and Tests for Aggregation Bias", J. Am. Stat. Assoc. 57: 348-368