



André Miguel Paulo Ricardo

Licenciado em Ciências da
Engenharia Eletrotécnica e Computadores

Previsão de Fluxos de Caixa de Sistemas Fotovoltaicos de Auto-Consumo

Aplicando Modelos ARIMA
com Sazonalidade Multiplicativa

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em
Engenharia Electrotécnica e de Computadores

Orientador: João Miguel Murta Pina, Professor Doutor,
Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade
Nova de Lisboa
Co-orientador: Luís Filipe Figueira Brito Palma, Professor Doutor,
Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade
Nova de Lisboa

Júri

Presidente: Prof. Doutor João Almeida das Rosas
Arguente: Prof. Doutor João Francisco Alves Martins
Vogal: Prof. Doutor João Miguel Murta Pina



FACULDADE DE
CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA

Setembro, 2016

Previsão de Fluxos de Caixa de Sistemas Fotovoltaicos de Auto-Consumo

Copyright © André Miguel Paulo Ricardo, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade NOVA de Lisboa.

A Faculdade de Ciências e Tecnologia e a Universidade NOVA de Lisboa têm o direito, perpétuo e sem limites geográficos, de arquivar e publicar esta dissertação através de exemplares impressos reproduzidos em papel ou de forma digital, ou por qualquer outro meio conhecido ou que venha a ser inventado, e de a divulgar através de repositórios científicos e de admitir a sua cópia e distribuição com objetivos educacionais ou de investigação, não comerciais, desde que seja dado crédito ao autor e editor.

Este documento foi gerado utilizando o processador (pdf) \LaTeX , com base no template “unlthesis” [1] desenvolvido no Dep. Informática da FCT-NOVA [2]. [1] <https://github.com/joaomlorenco/unlthesis> [2] <http://www.di.fct.unl.pt>

À minha família.

AGRADECIMENTOS

Este espaço é dedicado a todos aqueles que de alguma forma contribuíram para a realização desta dissertação.

Em primeiro lugar gostaria de agradecer aos meus orientadores Professor Doutor João Murta Pina e Professor Doutor Luís Brito Palma, por todo o apoio, disponibilidade e conhecimentos transmitidos.

Agradeço também ao Departamento de Engenharia Eletrotécnica da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa, pela formação e conhecimento adquiridos.

A todos os meus amigos, cujo incentivo contribuiu para a conclusão desta dissertação.

Aos meus avós que, sempre se interessaram pela minha vida académica e que de tudo fizeram para que tivesse as melhores condições possíveis. Um agradecimento especial ao meu avô José e à minha avó Adriana que infelizmente, já não se encontram presentes, mas que teriam um grande orgulho de me ver concluir o curso.

Aos meus pais, pelo apoio incondicional e pelos valores que me inculcaram. Sou eternamente grato por todos os sacrifícios que fizeram, por toda a vossa dedicação.

Ao meu irmão João, enorme companheiro de quem tanto me orgulho. Muito obrigado por todo o apoio.

A ti Vanessa, um especial agradecimento por toda a tua paciência, pelas tuas palavras de incentivo nos piores momentos. A conclusão desta dissertação deve-se em grande parte a ti.

*I have seen the future and it is very
much like the present, only longer.*

Kehlog Albran, The Profit

RESUMO

Com a entrada em vigor do *Decreto-Lei nº 153/2014 de 20 de outubro - Diário da República 2014*, a produção de energia elétrica através de energias renováveis passou de um regime bonificado para um regime de auto-consumo. Num regime de auto-consumo, um sistema fotovoltaico deve ser dimensionado de forma a compensar a energia consumida pela instalação. Além disso, a injeção de energia na *Rede Elétrica de Serviço Público (RESP)* deve ser evitada, uma vez que a injeção de energia elétrica tem uma remuneração muito baixa, diminuindo a rentabilidade do sistema.

A entrada em vigor do modelo de auto-consumo veio dificultar o dimensionamento e a elaboração do projeto de investimento de um sistema fotovoltaico. Isto deve-se ao facto de se pretender maximizar a produção de energia ao mesmo tempo que se minimiza a injeção na *RESP*. Se isto não for feito adequadamente, a rentabilidade do sistema será afetada negativamente.

Na maior parte das vezes, os projetos de investimento para sistemas fotovoltaicos de auto-consumo, contêm o *Período de Recuperação com Atualização (PRA)*, *Valor Atual Líquido (VAL)* e a *Taxa Interna de Retorno (TIR)*. Estes índices são normalmente calculados para um período de 20 anos, que corresponde ao tempo médio de vida útil de um sistema fotovoltaico. Durante a operação do sistema, torna-se difícil ao proprietário verificar se a rentabilidade está de acordo com o projetado. Isto acontece devido à difícil monitorização dos fluxos de caixa decorrentes da exploração do sistema e da necessidade de prever a evolução dos mesmos.

Nesta dissertação, desenvolveu-se uma metodologia que permite calcular os fluxos de caixa decorrentes da exploração do sistema e verificar a aplicabilidade de modelos do tipo $ARIMA(p, d, q) \times (P, D, Q)_s$ para a sua previsão. Esta metodologia serve como o primeiro passo para o desenvolvimento de uma ferramenta que permita a um proprietário de um sistema fotovoltaico de auto-consumo verificar se a rentabilidade do sistema está de acordo com o que foi projetado.

Palavras-chave: Sistemas Fotovoltaicos; Auto-Consumo; Rentabilidade; Previsão de Fluxos de Caixa; Modelos ARIMA com Sazonalidade Multiplicativa.

ABSTRACT

With the entry into force of Decree Law *Decreto-Lei nº 153/2014 de 20 de outubro - Diário da República 2014* production of electricity through renewable energy shifted from a feed-in tariff scheme to a self-consumption one. In a self-consumption scheme, a photovoltaic (PV) system must be designed in order to compensate the energy consumed by the installation. However, injection of energy in the grid **RESP** should be avoided, since this has a very low compensation, reducing the profitability of the system.

The self-consumption scheme resulted in a bigger complexity in designing PV systems and in the elaboration of the capital-investment projects. This is due to the fact that the aim is to maximize the production and simultaneously minimize the injection of energy in the grid, what can prove to be very difficult. A poor design of the system could lead to a poor profitability.

In most cases, capital-investment projects include the discounted payback period, the net present value, and the internal rate of return. This profitability indexes are, usually, calculated to a 20 years period, since this is the average life cycle for a PV system. During the system operation, it is difficult to the owner to evaluate if the profitability is in line with what was projected. This is due to the difficulty of knowing the cash flows that result from the exploitation of the system and to forecast how they will evolve.

During this thesis, a methodology has been developed, which allows to calculate the cash flows resulting from the exploitation of a PV system and verify the applicability of models $ARIMA(p, d, q) \times (P, D, Q)_s$ to forecast how they will evolve. This should be the first step to develop a tool that allows owners of self-consumption PV systems verify if the profitability is in line with what was projected.

Keywords: PV systems; Self-Consumption; Profitability; Cash Flows forecast; Multiplicative Seasonal ARIMA Models.

ÍNDICE

Lista de Figuras	xix
Lista de Tabelas	xxi
Listagens	xxiii
Siglas	xxv
1 Introdução	1
1.1 Enquadramento e Motivação	1
1.2 Objetivos e Contribuições	2
1.3 Organização da Dissertação	3
2 Revisão Bibliográfica	5
2.1 Sistemas Fotovoltaicos de Auto-consumo	5
2.1.1 Modelo de Auto-Consumo	5
2.1.2 Legislação Portuguesa	6
2.2 Indicadores de Rendibilidade de Projetos de Investimento	12
2.2.1 Fluxo de Caixa	12
2.2.2 Valor Atual Líquido (VAL)	12
2.2.3 Taxa Interna de Retorno (TIR)	13
2.2.4 Período de Recuperação com Atualização (PRA)	13
2.3 Séries Temporais e Modelos Estocásticos	14
2.3.1 Modelo Filtro Linear	15
2.3.2 Auto-Covariância e Auto-Correlação	16
2.3.3 Modelo auto-regressivo (AR)	17
2.3.4 Modelo de Média Móvel (MA)	18
2.3.5 Modelo Auto-regressivo de Média Móvel (ARMA)	18
2.3.6 Modelo Auto-regressivo Integrado de Média Móvel (ARIMA)	19
2.3.7 Modelos Sazonais	20
2.3.8 Tendência Determinista	21
2.3.9 Precisão das previsões	22
2.4 Considerações Importantes da Revisão Bibliográfica	22

3	Metodologias	25
3.1	Metodologia Proposta	25
3.2	Calculo dos Fluxos de Caixa de um Sistema Fotovoltaico de Auto-Consumo	28
3.2.1	Calculo de Despesas	28
3.2.2	Calculo de Receitas	29
3.3	Testes de Dickey-Fuller	30
3.3.1	Teste de Dickey-Fuller	30
3.3.2	Teste de Dickey-Fuller Aumentado	32
3.4	Estimativa dos Parâmetros do Modelo por Máxima Verosimilhança	33
3.4.1	Função de verosimilhança de um processo $AR(1)$	34
3.4.2	Função de verosimilhança de um processo $AR(p)$	36
3.4.3	Função de verosimilhança de um processo $MA(q)$	39
3.4.4	Função de verosimilhança de um processo $ARMA(p,q)$	41
3.5	Qualidade de ajuste do modelo	41
3.6	Verificação da adequabilidade do modelo	42
3.6.1	Teste de auto-correlação dos resíduos	42
3.6.2	Teste de normalidade	43
3.7	Previsão com Minimização do Erro Quadrático Médio	45
4	Estudo de Caso	49
4.1	Características do Sistema Fotovoltaico	49
4.2	Estimativa de Consumo e Produção Fotovoltaico	50
4.2.1	Consumo	50
4.2.2	Produção	52
4.3	Cálculo dos Fluxos de caixa mensais	53
4.3.1	Tarifas e Períodos considerados	53
4.3.2	Custo da energia	53
4.3.3	Encargos de Potência	57
4.3.4	Receitas Mensais	57
4.3.5	Despesas	59
4.4	Índices de Rendibilidade do Sistema Fotovoltaico	59
4.5	Previsão dos Fluxos de Caixa	60
4.5.1	Previsão dos fluxos de caixa com o tamanho da amostra crescente	61
4.5.2	Previsão dos fluxos de caixa com o tamanho da amostra fixo	63
4.6	Análise de Resultados	65
5	Conclusões e Trabalho Futuro	67
5.1	Conclusões	67
5.2	Trabalho Futuro	68
	Bibliografia	69

A Anexos	73
A.1 Distribuição χ^2	75
A.2 Previsão dos fluxos de caixa com o tamanho da amostra variável	77
A.3 Previsão dos fluxos de caixa com o tamanho da amostras fixo	85

LISTA DE FIGURAS

2.1	Perfil de produção e consumo de um produtor-consumidor.	6
2.2	Etapas necessárias para o licenciamento de uma UPAC com potência instalada superior 1,5 kW ou com injeção de potência na RESP.	8
2.3	Valores do <i>OMIE</i> para os diferentes meses de 2015.	10
2.4	Determinação Gráfica da TIR.	14
2.5	Vendas de vinho tinto Australiano entre Janeiro de 1980 e Outubro de 1991.	15
2.6	Representação de uma série temporal como a saída de um filtro linear.	16
2.7	Realização de um processo auto-regressivo $y_t = 3y_{t-1} + \varepsilon_t$ com $\sigma^2 = 1$	19
2.8	Leituras mensais do ozono na baixa de Los Angeles entre 1955 e 1972.	20
3.1	Metodologia proposta para previsão, de forma automática, dos fluxos de caixa mensais, e respetivo cálculo dos índices de rendibilidade	26
3.2	Série temporal com tendência determinística, $y_t = 50 + t + \varepsilon_t$	31
3.3	(a) Distribuição simétrica com obliquidade igual a zero;(b) Distribuição com cauda longa à direita obliquidade positiva; (c)Distribuição com cauda longa à esquerda obliquidade negativa	44
3.4	(a) Distribuição com curtose superior a três;(b) Distribuição normal com curtose igual a 3; (c)Distribuição com com curtose inferior a três	45
4.1	Perfil de consumo e produção referente ao mês de Janeiro de 2013	50
4.2	Valores reais e valores estimados do consumo	51
4.3	Valores reais e valores estimados de produção	53
4.4	Fluxos de caixa mensais decorrentes de 20 anos de exploração do sistema fotovoltaico	60
4.5	Previsão do VAL em diferentes datas com o tamanho da amostra, utilizada para a estimativa de parâmetros, crescente	61
4.6	Previsão da TIR em diferentes datas com o tamanho da amostra, utilizada para a estimativa de parâmetros, crescente	61
4.7	Previsão da PRA em diferentes datas com o tamanho da amostra, utilizada para a estimativa de parâmetros, crescente	63
4.8	Previsão do VAL em diferentes datas com o tamanho da amostra, utilizada para a estimativa de parâmetros, fixo	63

4.9	Previsão da TIR em diferentes datas com o tamanho da amostra, utilizada para a estimativa de parâmetros, fixo	65
4.10	Previsão da PRA em diferentes datas com o tamanho da amostra, utilizada para a estimativa de parâmetros, fixo	65

LISTA DE TABELAS

2.1	Taxas de registo no SERUP de uma UPAC com potência instalada superior 1,5 kW ou com injeção de potência na RESP	8
2.2	Valores de $V_{CIEG,t}$ em 2016	11
3.1	Valores críticos para o Teste de Dickey-Fuller - Dickey-Fuller Test - (teste DF), com uma significância de 5%	32
4.1	Tarifas de venda de energia elétrica em média tensão	54
4.2	Períodos horários considerados	54
4.3	Despesas decorrentes da exploração do sistema fotovoltaico	59
4.4	Índices de rendibilidade do sistema em estudo	60
4.5	Resultados obtidos para previsões com número de amostras crescente	62
4.6	Resultados obtidos para previsões com número de amostras fixo	64

LISTAGENS

4.1	Estimativa de 19 anos de consumo	50
4.2	Estimativa de 19 anos de produção	52
4.3	Calculo dos custos da energia	55
4.4	Calculo de receitas mensais	57

SIGLAS

AR *Modelo auto-regressivo - Autoregressive Model-*.

ARIMA *Modelo auto-regressivo integrado de média móvel- Autoregressive Integrated Moving Average Model - .*

ARMA *Modelo auto-regressivo de média móvel - Autoregressive-Moving Average Model - .*

CIEG *Custos de Interesse Económico Geral .*

critério AIC *Critério de Informação de Akaike - Akaike information criterion -.*

CUR *Comercializador de último recurso.*

DGEG *Direção Geral de Energia e Geologia.*

EMR *Erro Médio Relativo.*

ERSE *Entidade Reguladora dos Serviços Energéticos.*

MA *Modelo de média móvel - Moving Average Model-*.

MLE *Estimativa por máxima verosimilhança - Maximum Likelihood Estimation -.*

OMIE *Operador do Mercado Ibérico de Energia.*

PRA *Período de Recuperação com Atualização.*

RESP *Rede Elétrica de Serviço Público.*

SEN *Sistema Elétrico Nacional.*

SERUP *Sistema Eletrónico de Registo da UPAC.*

teste ADF *Teste de Dickey-Fuller Aumentado - Augmented Dickey-Fuller Test-*.

teste DF *Teste de Dickey-Fuller - Dickey-Fuller Test -.*

TIR *Taxa Interna de Retorno.*

SIGLAS

UP *Unidade de Produção .*

UPAC *Unidade de Produção para Auto-consumo.*

VAL *Valor Atual Líquido.*

INTRODUÇÃO

Neste capítulo introdutório é apresentado o enquadramento que motivou o interesse nesta problemática, assim como os objetivos e contribuições a alcançar com este trabalho. Para além disso é também apresentada a organização da dissertação.

1.1 Enquadramento e Motivação

Em Portugal até à entrada em vigor do *Decreto-Lei nº 153/2014 de 20 de outubro - Diário da República 2014*, a produção fotovoltaica era regida pelos programas de mini e micro-produção. Nestes programas, a energia produzida era entregue na totalidade **RESP**, sendo remunerada através do regime geral ou do regime bonificado. Neste tipo de remuneração, a energia injetada na **RESP** era paga a um preço muito superior ao preço de compra, com o objetivo de promover a utilização de tecnologias renováveis para a produção de energia. Isto fez com que se verificasse um forte crescimento na capacidade fotovoltaica instalada entre 2007 e 2011 (PV Parity 2013). No entanto, este tipo de remuneração verificou-se insustentável sendo necessário mudar de paradigma.

Com a entrada em vigor do *Decreto-Lei nº 153/2014 de 20 de outubro - Diário da República 2014*, a produção de energia elétrica através de energias renováveis passou de um modelo de venda à rede para um modelo de auto-consumo. A filosofia por detrás deste modelo consiste em consumir a energia produzida tentando diminuir a injeção de energia na rede elétrica. O consumidor-produtor é incentivado a produzir a sua própria energia, uma vez que toda a energia produzida e consumida representa poupança, pois deixa de ser comprada ao comercializador de energia. No caso de existir produção de energia excedente, ou seja, a produção ser superior ao consumo de energia, esta pode ser injetada na **RESP**. A injeção da energia elétrica é remunerada. No entanto, essa remuneração é muito inferior aos valores a que um consumidor-produtor compra energia elétrica a um

comercializador. Isto faz com que a principal fonte de receita num sistema fotovoltaico de auto-consumo seja a poupança obtida através da energia que é produzida e consumida na instalação. Este facto torna o dimensionamento de um sistema fotovoltaico de auto-consumo algo complexo, uma vez que este deve ser dimensionado de forma a compensar o consumo da instalação, mas evitando a injeção de energia na **RESP**. Um sistema mal dimensionado pode comprometer a sua rentabilidade.

Antes da instalação de um sistema fotovoltaico, normalmente, é elaborado um projeto de investimento que para além do *Período de Recuperação com Atualização* (PRA) contém índices de rentabilidade, tipicamente o *Valor Atual líquido*(VAL) ou a *Taxa Interna de Retorno* (TIR). Estes índices são tipicamente calculados para um período de 20 anos, que corresponde ao tempo útil de vida de um sistema fotovoltaico. Durante a operação do sistema torna-se difícil ao proprietário verificar se a rentabilidade do sistema está de acordo com o projetado devido a 2 problemas:

1. **Difícil monitorização dos fluxos de caixa** - Uma vez que os fluxos de caixa de um sistema fotovoltaico de auto-consumo resultam de uma poupança na fatura da eletricidade, é necessário calcular qual seria o custo da fatura se o sistema não estivesse em operação.
2. **Necessidade de prever a evolução dos fluxos de caixa** - Como referido anteriormente, os índices de rentabilidade são, tipicamente, calculados para um período de 20 anos. Sendo assim, para calcular esses índices é necessário possuir dados referentes a esses 20 anos. Imagine-se que o sistema está em operação há um ano. Apenas é possível calcular os fluxos de caixas para esse ano de operação, sendo então necessário fazer uma previsão para os restantes 19 anos.

1.2 Objetivos e Contribuições

Esta dissertação tem como objetivos desenvolver uma ferramenta que permita monitorizar os fluxos de caixa decorrentes da operação de um sistema fotovoltaico aplicando modelos do tipo $ARIMA(p, d, q) \times (P, D, Q)_s$ para a sua previsão, sendo dado um primeiro passo para o desenvolvimento de uma ferramenta que permita a um proprietário de um sistema fotovoltaico de auto consumo verificar se a rentabilidade do sistema está de acordo com o que foi projetado.

Nesta dissertação, foi feito um estudo de caso onde é aplicado a um algoritmo que, utilizando modelos do tipo $ARIMA(p, d, q) \times (P, D, Q)_s$, permite prever os fluxos de caixas, de forma automática. Dos resultados obtidos desse estudo de caso são retiradas conclusões quanto à precisão das previsões obtidas.

1.3 Organização da Dissertação

Esta dissertação é constituída por cinco capítulos, incluindo este capítulo introdutório, seguindo a seguinte estrutura

Capítulo 2 - Revisão Bibliográfica

Neste capítulo é feita uma revisão bibliográfica dos principais conceitos abordados nesta dissertação.

Capítulo 3 - Metodologias

Na secção 3.1 do capítulo três é apresentada, de forma geral, uma metodologia que permite a previsão de fluxos de caixa decorrentes da exploração de um sistema fotovoltaico de auto-consumo. Nas restantes secções são abordados os conceitos teóricos por de trás de cada uma das etapas dessa metodologia.

Capítulo 4 - Estudo de Caso

No quarto capítulo, a arquitetura proposta é aplicada em dois cenários diferentes. Dessa aplicação verificou-se a necessidade de efetuar uma pequena alteração à metodologia.

Para esses dois cenários foram utilizados dados estimados a partir de um ano de observações reais de consumo e um ano de dados simulados (utilizando o *software* PV*SOL) de produção.

Por fim os resultados dos dois cenários são apresentados e analisados.

Capítulo 5 - Conclusões e Trabalho Futuro

No último capítulo, são retiradas as conclusões dos resultados obtidos e apresentadas propostas de trabalho futuro.

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste capítulo é feita uma revisão bibliográfica sobre os principais conceitos que virão a ser abordados na dissertação. Assim sendo, o foco deste capítulo é a introdução aos conceitos de sistemas fotovoltaicos de auto-consumo, indicadores de rentabilidade de projetos de investimento, séries temporais e modelos estocásticos.

2.1 Sistemas Fotovoltaicos de Auto-consumo

2.1.1 Modelo de Auto-Consumo

A filosofia por de trás de um sistema fotovoltaico de auto-consumo consiste em consumir a energia produzida tentando diminuir a injeção de energia na rede elétrica. Neste modelo, o consumidor é incentivado a produzir a sua própria energia, uma vez que toda a energia produzida e consumida representa poupança, pois deixa de ser comprada ao comercializador de energia. Num estudo realizado pela SunEdison e A.T.Kearney, o auto-consumo fotovoltaico é definido como a possibilidade de qualquer consumidor de energia conectar um sistema fotovoltaico, com uma capacidade igual ao seu consumo, à sua instalação ou à rede elétrica, sendo a energia produzida para consumo próprio e a excedente (caso exista) para injeção na rede elétrica, sendo obtida uma compensação pela mesma (Hauff e Rendschmidt 2011).

Quando se fala de sistemas fotovoltaicos de auto-consumo é necessário rever o papel do consumidor. Ao instalar um sistema fotovoltaico de auto-consumo, o consumidor tradicional de energia torna-se numa nova entidade que também pode produzir eletricidade, a essa nova entidade dá-se o nome de consumidor-produtor (Grijalva et al. 2011).

Na Figura 2.1 é possível observar o perfil de produção e consumo de um consumidor-produtor. Como se pode verificar nas zonas A, a produção fotovoltaica não é suficiente para suprir o consumo da instalação, sendo necessário recorrer a energia proveniente

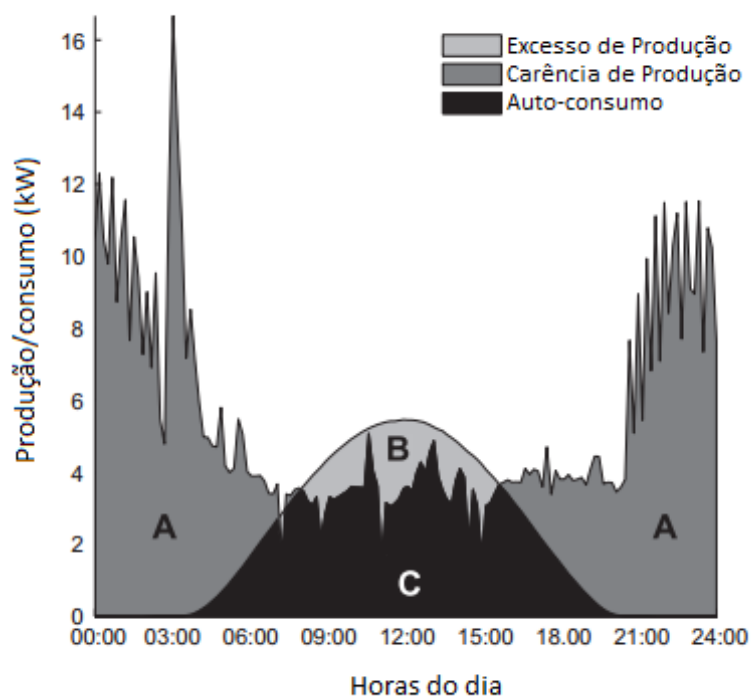


Figura 2.1: Perfil de produção e consumo de um produtor-consumidor.
 Fonte: adaptada de Luthander et al. 2015

da rede elétrica. Pelo contrário, na zona **B** a produção é maior que o consumo sendo o excedente injetado na rede elétrica. A zona **C** corresponde à energia que é produzida e consumida diretamente na instalação, ou seja ao auto-consumo.

2.1.2 Legislação Portuguesa

Em Portugal o *Decreto-Lei nº 153/2014 de 20 de outubro - Diário da República 2014* estabelece o regime jurídico para a produção de eletricidade destinada ao auto-consumo, com e sem ligação à Rede Elétrica de Serviço Público **RESP**, baseada em tecnologias de produção renováveis ou não renováveis. Nesta secção são explicados os aspetos mais relevantes do enquadramento jurídico referente as condições de acesso à atividade de produção para auto-consumo, licenciamento, remuneração da energia injetada na **RESP** e Compensação devida pelas *Unidade de Produção para Auto-consumo (UPAC)*.

Condições de acesso à atividade de produção para auto-consumo

As condições de acesso à atividade de produção para auto-consumo estão presentes na Secção I do Capítulo II do *Decreto-Lei nº 153/2014 de 20 de outubro - Diário da República 2014*. Desta Secção relevam-se os seguintes pontos

- A *Unidade de Produção (UP)* é instalada no mesmo local servido pela instalação de utilização da rede elétrica.
- Se a potência instalada da *UPAC* for inferior a 200 W está isenta de controlo prévio.
- Uma *UPAC* com um potência instalada superior a 200 W e igual ou inferior a 1,5 kW ou cuja instalação elétrica de utilização não se encontre ligada à *RESP* está sujeita a mera comunicação prévia de exploração.
- A instalação de uma *UPAC* com uma potência instalada entre 1,5 kW e 1 MW está sujeita a um registo prévio e a sua entrada em exploração sujeita a obtenção de certificado de exploração.
- Se a potência instalada da *UPAC* for superior a 1 MW, é necessário uma licença de produção e uma licença de exploração para a sua instalação e entrada em exploração.
- A potência nominal de saída do inversor que o consumidor-produtor pode injetar na *RESP* deve ser igual ou inferior à potência contratada referente no contrato de fornecimento de energia elétrica.
- A potência instalada não pode ser superior ao dobro da potência nominal de saída do inversor.
- Sempre que a instalação elétrica de utilização se encontre ligada à *RESP*, o promotor deve proceder a uma averiguação das condições técnicas de ligação no local onde pretende instalar a *UP*, com vista a verificar a existência de condições adequadas à receção de eventuais excedentes da eletricidade.
- É obrigatório seguro de responsabilidade civil e a instalação terá de ser executada por entidades qualificadas.

Licenciamento

Como referido no artigo 10º do *Decreto-Lei nº 153/2014 de 20 de outubro - Diário da República 2014* a *Direção Geral de Energia e Geologia (DGEG)* é responsável por coordenar e acompanhar a produção de eletricidade. É da sua competência criar, manter e gerir o *Sistema Eletrónico de Registo da UPAC (SERUP)*, sistema esse que permite a interação entre a Administração Pública e o requerente de um registo para a produção de eletricidade. O sistema tem como objectivo facilitar o registo e acompanhamento das *UPAC*. O processo de licenciamento para uma *UPAC* com uma potência instalada inferior ou igual a 1,5 kW e sem venda de energia é bastante simples, bastando apenas uma comunicação prévia de exploração (isto não é necessário, caso a potência instalada seja igual ou inferior a 200 W). No entanto, se a potência instalada da *UPAC* for superior a 1,5 kW ou com injeção de energia na *RESP* o processo de licenciamento deve passar pelas etapas presentes na Figura 2.2 (Silva 2015).

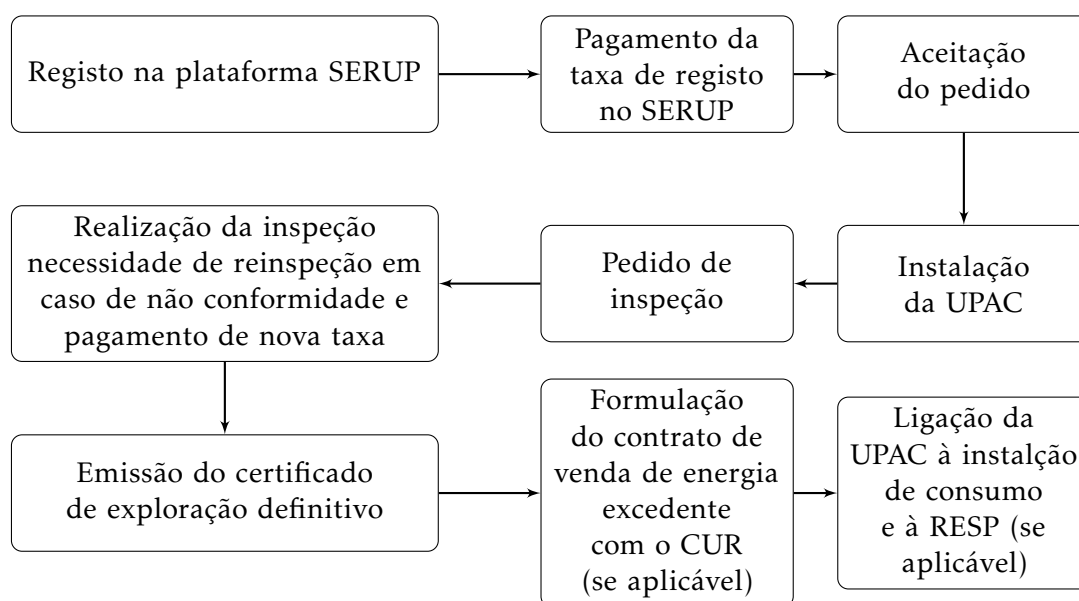


Figura 2.2: Etapas necessárias para o licenciamento de uma UPAC com potência instalada superior 1,5 kW ou com injeção de potência na RESP.

Fonte: adaptada de Silva 2015

Como se pode ver pela Figura 2.2, o licenciamento de uma UPAC com potência instalada superior 1,5 kW ou com injeção de potência na RESP exige o pagamento de uma taxa de registo no SERUP. O valor da taxa de registo está estabelecido no Artigo 19º da Portaria n.º 14/2015, de 23 de janeiro - Diário da República 2015 e depende da potência instalada como é possível observar na Tabela 2.1. Em caso de não conformidades da UPAC, é necessário uma reinspeção, e neste caso, é aplicada uma taxa de reinspeção de 30 % do valor da taxa aplicável ao registo. Para além disso, a UPAC fica sujeita a reinspeções periódicas às quais é aplicada uma taxa de 20 % do valor da taxa aplicável ao registo. A periodicidade das reinspeções são de 10 anos para UPAC com uma potência instalada inferior a 1 MW e 6 anos para as restantes.

Tabela 2.1: Taxas de registo no SERUP de uma UPAC com potência instalada superior 1,5 kW ou com injeção de potência na RESP

Potência Instalada	Taxa
até 1.5 kW	€ 30
de 1.5 kW a 5 kW	€ 100
de 5 kW a 100 kW	€ 250
de 100 kW a 250 kW	€ 500
de 250 kW a 1 MW	€ 750

Remuneração da energia injetada na RESP

O *Decreto-Lei nº 153/2014 de 20 de outubro - Diário da República 2014* determina que um consumidor-produtor pode celebrar um contrato de venda da energia elétrica produzida e não consumida com o *Comercializador de último recurso (CUR)*, se a energia tiver origem numa fonte de energia renovável, a capacidade da UPAC for inferior a 1 MW e a instalação de utilização se encontre ligada à RESP. O contrato celebrado entre o consumidor-produtor e o CUR tem um período de vigência máximo de 10 anos, sendo renovável por períodos de 5 anos, salvo oposição à renovação por qualquer das partes.

Qualquer UPAC cuja instalação de utilização associada se encontre ligada à RESP necessita de estar equipada com um contador bidirecional em telecontagem. Isto permite saber qual o valor da energia injetada na RESP sendo assim possível calcular a remuneração proveniente do CUR à qual o produtor-consumidor tem direito. Este valor é calculado através da equação (2.1)

$$R_{UPAC,m} = E_{fornecida,m} \times OMIE_m \times 0,9 \quad (2.1)$$

Sendo:

- $R_{UPAC,m}$ - A remuneração da eletricidade fornecida à RESP no mês m , em €;
- $E_{fornecida,m}$ - A energia fornecida no mês m , em kWh;
- $OMIE_m$ - O valor resultante da média aritmética simples dos preços de fecho do *Operador do Mercado Ibérico de Energia (OMIE)* para Portugal (mercado diário), relativos ao mês m , em €/kWh;
- m - O mês a que se refere a contagem da eletricidade fornecida à RESP.

É de notar que o consumidor-produtor não é obrigado a celebrar um contrato de venda com o CUR, podendo estabelecer outro tipo de relacionamento comercial designadamente, a venda em mercados organizados ou mediante um contrato bilateral.

Como se pode verificar na Figura 2.3, os valores do OMIE são muito inferiores aos valores a que um produtor-consumidor compra energia elétrica a um comercializador. Isto faz com que a principal fonte de receita num sistema fotovoltaico de auto-consumo seja a poupança obtida através da energia que é produzida e consumida na instalação. A venda da energia não consumida tem uma rendibilidade muito baixa, pelo que o sistema deve ser dimensionado de forma a compensar o consumo da instalação mas evitando a injeção de energia na RESP (Silva 2015).

Compensação devida pelas UPAC

Como referido no artigo 25º do *Decreto-Lei nº 153/2014 de 20 de outubro - Diário da República 2014*, as UPAC com potência instalada superior a 1,5 kW e cuja instalação elétrica de utilização se encontre ligada à RESP, estão sujeitas ao pagamento de uma compensação

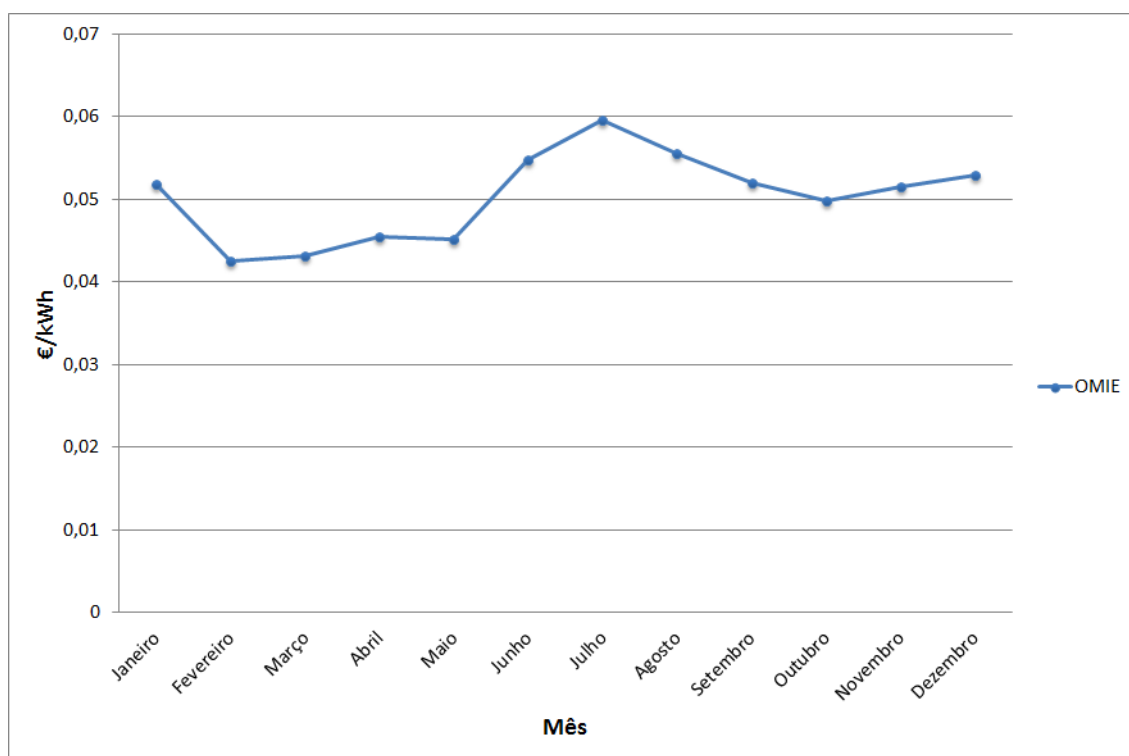


Figura 2.3: Valores do OMIE para os diferentes meses de 2015.

Fonte: *OMIE Resultados de Mercado*

mensal fixa, nos primeiros 10 anos após obtenção do certificado de exploração, calculada com base na equação (2.2)

$$C_{UPAC,m} = P_{UPAC} \times V_{CIEG,t} \times K_t \quad (2.2)$$

Sendo:

- $C_{UPAC,m}$ - A compensação paga no mês m por cada kW de potência instalada, que permita recuperar uma parcela dos *Custos de Interesse Económico Geral (CIEG)* na tarifa de uso global do sistema, relativa ao regime de produção de eletricidade em auto-consumo;
- P_{UPAC} - O valor da potência instalada da *UPAC*, constante no respetivo certificado de exploração;
- $V_{CIEG,t}$ - O valor que permite recuperar os *CIEG* da respetiva *UPAC*, medido em € por kW, apurado no ano t ;
- K_t - Coeficiente de ponderação, entre 0 % e 50 %, a aplicar ao $V_{CIEG,t}$ tendo em consideração a representatividade da potência total registada das *UPAC* no *Sistema Eléctrico Nacional (SEN)*, no ano t ;
- t - O ano de emissão do certificado de exploração da respetiva *UPAC*.

Para o cálculo do $V_{CIEG,t}$ é utilizada a equação (2.3)

$$V_{CIEG,t} = \sum_{n=0}^2 (Cieg_i^p) \times \frac{1}{3} + \sum_{n=0}^2 (Cieg_{i,h}^e) \times \frac{1}{3} \times \frac{1500}{12} \quad (2.3)$$

Em que:

- $Cieg_i^p$ - Corresponde ao somatório do valor das parcelas i do CIEG, mencionadas no n.º 1 do artigo 3.º da *Portaria nº 332/2012, de 22 de outubro - Diário da República 2012*. É medido em € por kW para o nível de tensão da respetiva UPAC, constante nos documentos de suporte da proposta de fixação de tarifas, publicados pela *Entidade Reguladora dos Serviços Energéticos (ERSE)* para o ano $t - n$;
- $Cieg_{i,h}^e$ - Corresponde ao somatório, da média aritmética simples do valor para os diferentes períodos horários h de cada uma das parcelas i dos CIEG mencionadas no n.º 1 do artigo 3.º da *Portaria nº 332/2012, de 22 de outubro - Diário da República 2012*. É medido em € por kW para o nível de tensão da respetiva UPAC, constante nos documentos de suporte da proposta de fixação de tarifas, publicados pela ERSE para o ano $t - n$;
- i - Refere-se a cada uma das alíneas do n.º 1 do artigo 3.º da *Portaria nº 332/2012, de 22 de outubro - Diário da República 2012*;
- h - Corresponde ao período horário de entrega de energia elétrica aos clientes finais, tal como definido na *Portaria nº 332/2012, de 22 de outubro - Diário da República 2012*;
- t - Corresponde ao ano de emissão do certificado de exploração da respetiva UPAC.

Os valores de $V_{CIEG,t}$ para 2016 podem ser consultados na Tabela 2.2 (ERSE 2015).

Tabela 2.2: Valores de $V_{CIEG,t}$ em 2016

Nível de tensão/ Tipo de fornecimento	$V_{CIEG,2016}$ [(€/kW)/mês]
AT	2,783
MT	3,521
BTE	4,525
BTN > 20,7 kVA	4,010
BTN ≤ 20,7 kVA	7,390

Em relação ao coeficiente de ponderação K_t este pode tomar os seguintes valores:

- $K_t = 50\%$, caso o total acumulado de potência instalada das UPAC, no âmbito do regime de auto-consumo, exceda 3 % do total da potência instalada de centro eletroprodutores do SEN;

- $K_t = 30\%$, caso o total acumulado de potência instalada das UPAC, no âmbito do regime de auto-consumo, se situe entre os 1 % e 3 % do total da potência instalada de centro eletroprodutores do SEN;
- $K_t = 0\%$, caso o total acumulado de potência instalada das UPAC, no âmbito do regime de auto-consumo, seja inferior a 1 % do total da potência instalada de centro eletroprodutores do SEN;

2.2 Indicadores de Rendibilidade de Projetos de Investimento

Quando se executa um projeto de investimento, incorre-se num determinado nível de custos, com a expectativa de se obter um certo benefício, superior aos custos, durante um certo período de tempo. Investir envolve sempre riscos, pelo que antes da execução de um projeto de investimento, deve ser realizada uma análise da sua rendibilidade, permitindo decidir se um investimento é ou não atrativo.

2.2.1 Fluxo de Caixa

Tendo em conta o que foi referido anteriormente, é extremamente importante fazer previsões das receitas e despesas resultantes da exploração do projeto. Há vários tipos de fluxo de caixa. No entanto, para este trabalho é considerado o fluxo de caixa de exploração. O fluxo de caixa de exploração é dado pela diferença entre as receitas de exploração e as despesas de exploração, não tendo em conta os juros, as amortizações e as provisões (Megre 2013).

2.2.2 Valor Atual Líquido (VAL)

O apuramento da rendibilidade de um projeto pode ser feito através do VAL. Para perceber o que é o VAL, é necessário introduzir o conceito de atualização. O conceito de atualização prende-se com o facto do capital no presente ser mais valorizado do que o capital no futuro, mesmo não havendo inflação nem depreciação da moeda. Isto deve-se ao facto dos agentes económicos preferirem ter hoje 100€ do que tê-los amanhã. É uma questão de segurança uma vez que nas operações financeiras há sempre riscos envolvidos. A técnica de atualização permite comparar capitais em momentos temporais diferentes. Para a atualização de capital, é necessário escolher uma taxa de atualização que reflita o risco do investimento. Quanto maior for o risco maior a taxa de atualização. Em geral, para um investimento num sistema fotovoltaico é utilizada uma taxa de atualização anual entre 6% e 7%. Isto significa que só se considerará um projeto viável se este render mais do que 6 ou 7% ao ano (Pereira et al. 2016). Sendo assim, o VAL permite determinar a capacidade de um projeto criar riqueza, calculando o valor atual de todos os fluxos de caixa futuros, depois de atualizados.

Um projeto com um VAL superior a zero é portanto viável, significando que o projeto gerará um retorno que permite satisfazer a rendibilidade mínima exigida (a taxa de atualização) resultando num excedente, que corresponde ao valor do VAL. Um projeto com um VAL igual ou inferior a zero deve ser rejeitado. Embora um projeto com o um VAL igual a zero signifique que será gerado um retorno suficiente para cobrir o investimento inicial, este deve ser considerado inviável devido à incerteza associada à previsão dos fluxos de caixa (Gomes 2011). O valor do VAL é dado pela equação (2.4).

$$VAL = -C_0 + \sum_{t=1}^N \frac{C_t}{(1+d)^t} \quad (2.4)$$

Onde:

- C_0 - Corresponde ao valor do investimento inicial;
- C_t - Refere-se ao fluxo de caixa de exploração no ano t ;
- d - Corresponde à taxa de atualização;
- N - Corresponde ao número de anos na análise económica;

2.2.3 Taxa Interna de Retorno(TIR)

Outro indicador de rendibilidade muito usado é a TIR. Este indicador está intimamente ligado ao VAL, uma vez que a TIR corresponde à taxa de atualização para a qual o valor atual dos fluxos de caixa futuros iguala o investimento inicial. Por outras palavras, a TIR é a taxa de atualização para a qual o valor do VAL é igual a zero (Megre 2013), como se pode ver na Figura 2.4. Para decidir se um projeto é ou não viável a TIR pode, por exemplo, ser comparada com a taxa de juro passiva. Caso a TIR seja superior à taxa de juro passiva, o projeto é viável, caso contrário o projeto deve ser rejeitado.

$$VAL = 0 \Leftrightarrow -C_0 + \sum_{t=1}^N \frac{C_t}{(1+TIR)^t} = 0 \quad (2.5)$$

Para resolver a equação (2.5) é necessário recorrer a métodos numéricos, por exemplo interpolação linear, no entanto pode haver casos onde existe mais do que uma solução, ou até mesmo nenhuma. Nesses casos, a TIR não deve ser utilizada como indicador de rendibilidade.

2.2.4 Período de Recuperação com Atualização (PRA)

O PRA determina o número de anos necessários para que os fluxos gerados pelo projecto sejam iguais ao investimento realizado tendo em conta o valor temporal do capital. É importante ter em conta que o PRA não é um indicador de rendibilidade mas sim um indicador de liquidez. Além disso, este apresenta algumas lacunas, uma vez que não

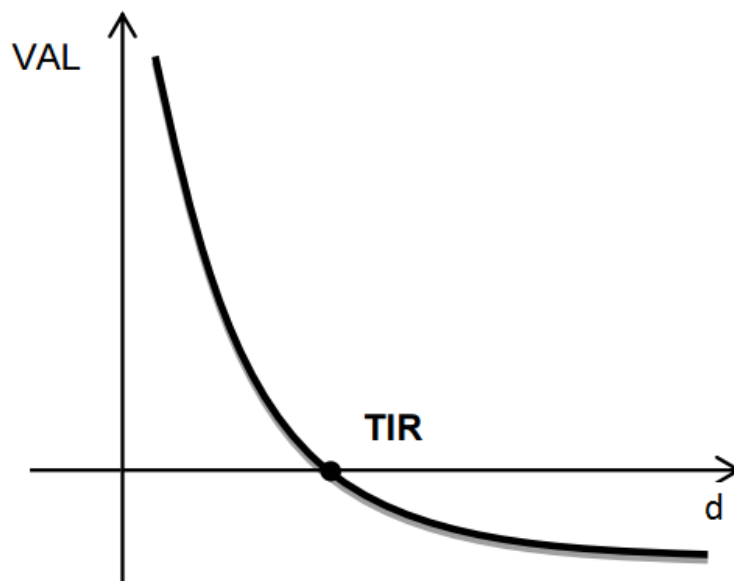


Figura 2.4: Determinação Gráfica da TIR.

Fonte: adaptada de Gomes 2011

tem em consideração os fluxos de caixa posteriores ao período de recuperação e ignora a distribuição temporal dos mesmos, pelo que este indicador deve ser utilizado em conjunto com outros (Gomes 2011; Megre 2013). Embora o PRA tenha sérias limitações, este é um indicador muito utilizado em projetos fotovoltaicos. Isto deve-se ao facto dos utilizadores de sistemas fotovoltaicos priorizarem o risco de investimento e as receitas de forma diferente de um investidor numa outra aplicação. Segundo Drury et al. 2011, os donos de sistemas fotovoltaicos residenciais preferem usar o PRA para caracterizar o valor do investimento, uma vez que estão interessados em sistemas com uma rápida recuperação do investimento devido à incerteza, por exemplo, de quanto tempo irão morar no mesmo sítio ou de que forma o sistema fotovoltaico irá afetar o valor da sua habitação. O PRA é calculado através da equação (2.6).

$$\sum_{t=1}^{PRA} \frac{C_t}{(1+d)^t} = C_0 \quad (2.6)$$

2.3 Séries Temporais e Modelos Estocásticos

Uma série temporal é simplesmente um conjunto de observações, feitas sequencialmente no tempo. Na Figura 2.5 está representado um exemplo de uma série temporal. A modelagem de séries temporais parte do princípio de que observações adjacentes são dependentes. Utilizando essa dependência entre observações, é possível construir modelos que permitem compreender o comportamento da série. Às vezes é possível construir modelos baseados nas leis da física, que nos permitem calcular o valor praticamente exato de

uma variável dependente do tempo em qualquer instante. A esses modelos dá-se o nome de modelos determinísticos. No entanto, praticamente nenhum fenômeno é totalmente determinístico uma vez que fatores desconhecidos podem levar a variações no valor da variável dependente. Outro tipo de modelos, que têm em consideração esses fatores desconhecidos, são os modelos estocásticos. Os modelos estocásticos calculam a probabilidade de um futuro valor da variável dependente do tempo estar entre um intervalo definido (Box et al. 1994).

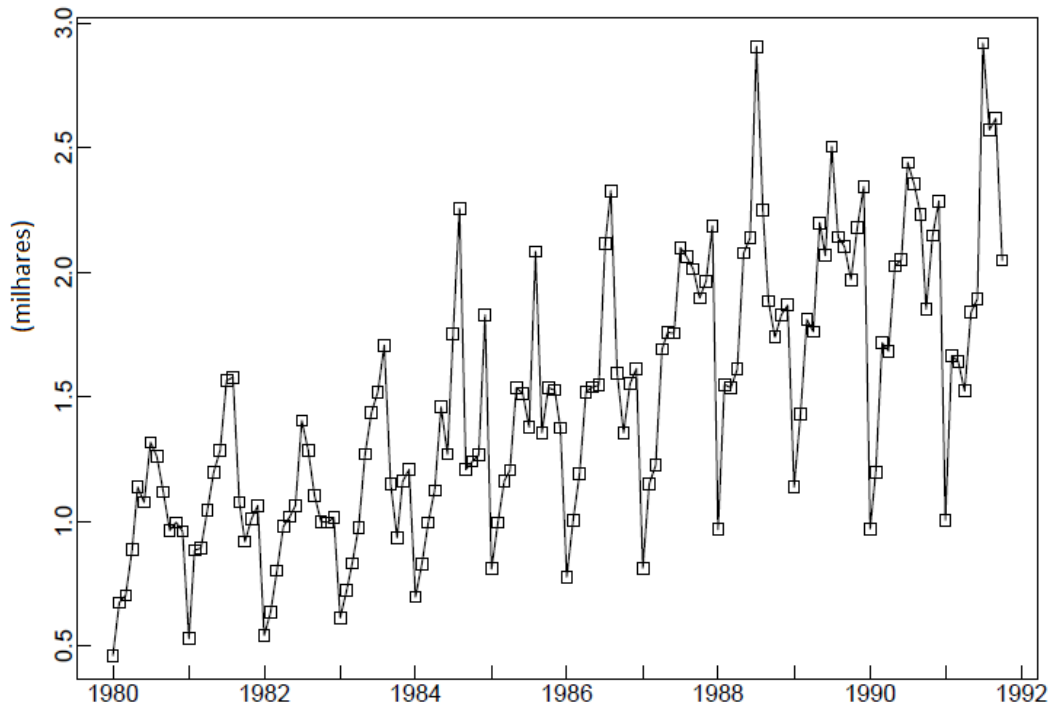


Figura 2.5: Vendas de vinho tinto Australiano entre Janeiro de 1980 e Outubro de 1991. Fonte: (Brockwell e Davis 2002)

2.3.1 Modelo Filtro Linear

Segundo Box et al. 1994 os modelos estocásticos baseiam-se na ideia de que a observação y_t de uma série temporal pode ser gerada através de uma série de erros ε independentes e aleatórios, com distribuição fixa, que não tem de ser necessariamente normal, média zero e variância σ^2 . A essa sequência de erros independentes e aleatórios $\varepsilon_t, \varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-2}, \dots$ dá-se o nome de processo de ruído branco. Como se pode verificar na equação (2.7), o processo de ruído branco é transformado em y_t através de uma soma ponderada dos erros ε_t . Na Figura 2.6 está representado o diagrama de blocos de um modelo de filtro linear.

$$y_t = \mu + \varepsilon_t + \psi_1 \varepsilon_{t-1} + \psi_2 \varepsilon_{t-2} + \dots \quad (2.7)$$

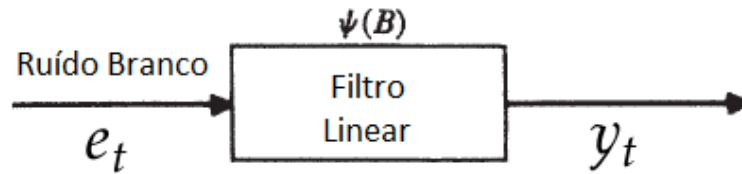


Figura 2.6: Representação de uma série temporal como a saída de um filtro linear.
 Fonte: Box et al. 1994

Por forma a compactar a escrita utiliza-se muitas vezes o "backward shift operator" B , que é definido por $B\varepsilon_t = \varepsilon_{t-1}$, e por consequência $B^m\varepsilon_t = \varepsilon_{t-m}$. Sendo assim a equação (2.7) pode ser reescrita de forma mais compacta

$$y_t = \mu + \psi(B)\varepsilon_t \quad (2.8)$$

Onde:

$$\psi(B) = 1 + \psi_1 B + \psi_2 B^2 + \dots$$

A função $\psi(B)$ consiste num operador linear que transforma ε_t em y_t , e é denominada função de transferência do filtro.

Teoricamente, a sequência de valores dos pesos ψ_1, ψ_2, \dots pode ser finita ou infinita. No caso da sequência ser finita ou a sua série ser absolutamente convergente, isto é $\sum_{j=0}^{\infty} |\psi_j| < \infty$, o filtro é estável e o processo y_t é estacionário. Dizer que um processo é estacionário significa, que este é caracterizado por um equilíbrio estatístico, isto é, o processo varia em torno de uma média μ constante e com uma dispersão em torno de μ também constante (Yaffee e McGee 2000).

2.3.2 Auto-Covariância e Auto-Correlação

Partindo do pressuposto de que os valores de uma série temporal são dependentes uns dos outros, é importante ter uma forma de descrever a forma como duas observações da mesma série variam em conjunto. Isto é feito através da auto-covariância. Uma auto-covariância negativa indica que as observações da série têm um comportamento oposto (quando uma aumenta a outra diminui ou vice versa). Pelo contrário se o comportamento das observações for semelhante a auto-covariância é positiva.

Como referido anteriormente, um processo estacionário é caracterizado por um equilíbrio estatístico. Isto é o mesmo que dizer que as suas propriedades estatísticas não são afetadas quando se muda a origem do tempo. Assim, a distribuição de probabilidade conjunta associada às observações $y_{t1}, y_{t2}, \dots, y_{tm}$ é igual à distribuição de probabilidade conjunta associada às observações $y_{t1+k}, y_{t2+k}, \dots, y_{tm+k}$. Sendo assim, a auto-covariância entre y_t e y_{t+k} é a mesma para todos os valores de t dependendo apenas da defasagem

k (assumindo que y é um processo estacionário). A auto-covariância de defasagem k e é definida por

$$\gamma_k = cov[y_t, y_{t+k}] = E[(y_t - \mu)(y_{t+k} - \mu)]$$

A auto-correlação é obtida através da normalização da auto-covariância

$$\rho_k = \frac{E[(y_t - \mu)(y_{t+k} - \mu)]}{\sqrt{E[(y_t - \mu)^2]E[(y_{t+k} - \mu)^2]}} = \frac{E[(y_t - \mu)(y_{t+k} - \mu)]}{\sigma_y^2} \quad (2.9)$$

Uma vez que para um processo estacionário, a sua variância $\sigma_y^2 = \gamma_0$ é igual no tempo $t + k$ ou no tempo t . Assim a auto-correlação entre y_t e y_{t+k} pode ser escrita como

$$\rho_k = \frac{\gamma_k}{\gamma_0}$$

O valor de ρ_k pode ser estimado através da equação (2.10)

$$r_k = \frac{\sum_{t=1}^{N-k} (y_t - \bar{y})(y_{t+k} - \bar{y})}{\sum_{t=1}^N (y_t - \bar{y})^2} \quad (2.10)$$

onde \bar{y} é a média amostral dada por

$$\bar{y} = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N y_t \quad (2.11)$$

2.3.3 Modelo auto-regressivo (AR)

Num *Modelo auto-regressivo - Autoregressive Model (AR)* de ordem p , o valor corrente do do processo y_t é expresso como a soma ponderada de p elementos anteriores do processo $y_{t-1}, y_{t-2}, \dots, y_{t-p}$ e um erro aleatório ε_t . Caso y_t tenha média diferente de zero, deve-se considerar o processo ajustado à sua média $\tilde{y}_t = y_t - \mu$, obtendo-se assim a equação (2.12) que define um modelo $AR(p)$

$$\tilde{y}_t = \phi_1 \tilde{y}_{t-1} + \phi_2 \tilde{y}_{t-2} + \dots + \phi_p \tilde{y}_{t-p} + \varepsilon_t \quad (2.12)$$

Pode-se ainda definir o operador de auto-regressão $\phi(B)$ de ordem p como:

$$\phi(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p$$

e reescrever a equação (2.12) de forma mais compacta

$$\phi(B)\tilde{y}_t = \varepsilon_t$$

O modelo tem $p + 2$ incógnitas $\mu, \phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p, \sigma^2$ que têm de ser estimadas a partir dos dados recolhidos, sendo que σ^2 corresponde à variância do processo de ruído branco ε_t .

Um modelo $AR(p)$ é um caso especial do modelo de filtro linear. Isto pode ser demonstrado substituindo y_{t-1} dado por (2.13) na equação (2.12)

$$\tilde{y}_{t-1} = \phi_1 \tilde{y}_{t-2} + \phi_2 \tilde{y}_{t-3} + \dots + \phi_p \tilde{y}_{t-p-1} + \varepsilon_{t-1} \quad (2.13)$$

repetindo este processo para $\tilde{y}_{t-2}, \tilde{y}_{t-3}, \dots$ obtém-se uma série infinita de ε 's. Assim um modelo $AR(p)$ pode ser descrito por

$$\tilde{y}_t = \psi(B)\varepsilon_t$$

onde $\psi(B) = \phi^{-1}(B) = \sum_{j=0}^{\infty} \psi_j B^j$. Desta forma para que o modelo seja estacionário é necessário que a série $\sum_{j=0}^{\infty} \psi_j B^j$ seja convergente. Uma vez que $\psi(B) = \phi^{-1}(B)$ a série torna-se convergente quando todas as raízes $\phi(B)$ se encontram fora do círculo unitário.

2.3.4 Modelo de Média Móvel (MA)

Num *Modelo de média móvel - Moving Average Model-* (MA) de ordem q o valor corrente do processo adaptado à sua média \tilde{y}_t é linearmente dependente de q erros ε_t anteriores. Sendo o modelo $MA(q)$ é definido pela equação (2.14)

$$\tilde{y}_t = \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \theta_2 \varepsilon_{t-2} + \dots + \theta_q \varepsilon_{t-q} \quad (2.14)$$

Definindo o operador de média móvel $\theta(B)$ como:

$$\theta(B) = 1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q$$

a equação (2.14) pode ser compactada

$$\tilde{y}_t = \theta(B)\varepsilon_t \quad (2.15)$$

$$\Leftrightarrow y_t = \mu + \theta(B)\varepsilon_t$$

Uma vez que, para um processo $MA(q)$, $\psi(B) = \theta(B)$ é uma série finita, estes são sempre estacionários. À semelhança do modelo AR o modelo MA tem $q + 2$ incógnitas $\mu, \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_q, \sigma^2$ que têm de ser estimados a partir dos dados recolhidos.

2.3.5 Modelo Auto-regressivo de Média Móvel (ARMA)

De forma a obter um melhor ajuste à série temporal, por vezes é vantajoso a junção do modelo auto-regressivo com o modelo de média móvel. Obtém-se assim o *Modelo auto-regressivo de média móvel - Autoregressive-Moving Average Model -* (ARMA). Um modelo $ARMA(p, q)$ é definido pela equação (2.16)

$$\tilde{y}_t = \phi_1 \tilde{y}_{t-1} + \dots + \phi_p \tilde{y}_{t-p} + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t-q} \quad (2.16)$$

Ou

$$\begin{aligned}\phi(B)\tilde{y}_t &= \theta(B)\varepsilon_t \\ \Leftrightarrow \phi(B)y_t &= \phi(B)\mu + \theta(B)\varepsilon_t\end{aligned}\tag{2.17}$$

Este modelo tem $p + q + 2$ incógnitas $\mu, \phi_1, \dots, \phi_p, \theta_1, \dots, \theta_q, \sigma^2$ que têm de ser estimados a partir dos dados recolhidos.

2.3.6 Modelo Auto-regressivo Integrado de Média Móvel (ARIMA)

Até aqui os modelos considerados partem da premissa que a série temporal y_t é estacionária. No entanto muitas séries resultantes de processos industriais ou económicas não são estacionária. Como referido na secção 2.3.3 para um processo ser estacionário é necessário que todas as raízes de $\phi(B)$ se encontrem fora do círculo unitário. Logo é esperado que para se modelar um processo não estacionário seja necessário que o polinómio afeto a y_t tenha raízes dentro ou em cima do círculo unitário. No caso das raízes se encontrarem dentro do círculo unitário os processos têm um comportamento semelhante ao observado na Figura 2.7. Este tipo de modelos em que a série tem um crescimento praticamente exponencial é utilizado, por exemplo, para descrever o crescimento bacteriano. No entanto para esta dissertação não é esperado obter uma série temporal com este comportamento pelo que se incidirá apenas em modelos não estacionárias cujas raízes do polinómio afeto a y_t tenham raízes em cima do círculo unitário. A um modelo deste tipo dá-se o nome de *Modelo auto-regressivo integrado de média móvel- Autoregressive Integrated Moving Average Model* - (ARIMA) (Box et al. 1994)

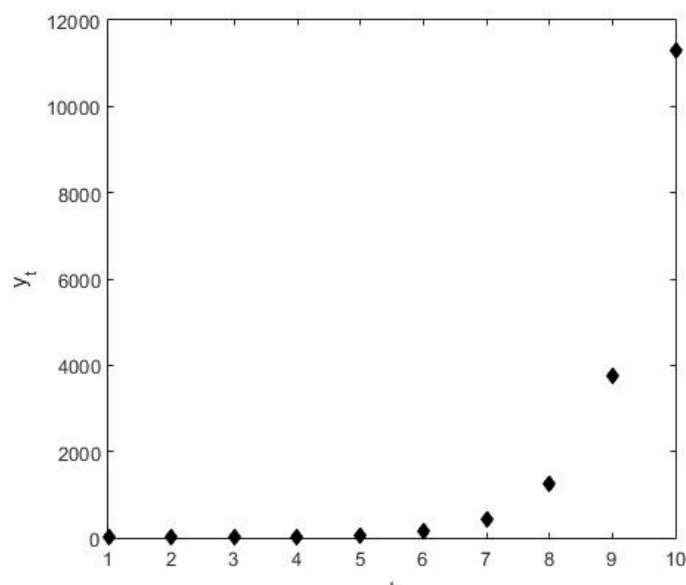


Figura 2.7: Realização de um processo auto-regressivo $y_t = 3y_{t-1} + \varepsilon_t$ com $\sigma^2 = 1$

Como referido anteriormente ao contrario de do operador auto-regressivo $\phi(B)$ é necessário que o operador auto-regressivo não estacionário $\varphi(B)$ tenha raízes em cima do circulo unitário. Sendo assim $\varphi(B)$ que contem d raízes unitárias pode ser definido como

$$\varphi(B) = \phi(B)(1 - B)^d$$

É também conveniente definir o operador diferenciação $\nabla = (1 - B)$ e Então um modelo $ARIMA(p, d, q)$ é descrito pela (2.18)

$$\begin{aligned} \varphi(B)y_t &= \theta(B)\varepsilon_t \\ \Leftrightarrow \phi(B)\nabla^d y_t &= \theta(B)\varepsilon_t \end{aligned} \quad (2.18)$$

Pelo que se verifica que aplicando d diferenciações à série não estacionária y_t esta pode ser representada por um processo estacionário $w_t = \nabla^d y_t$.

2.3.7 Modelos Sazonais

É comum que séries temporais apresentem uma forte componente sazonal. Na Figura 2.8 é apresentado um exemplo de uma série temporal com um comportamento sazonal. As séries temporais sazonais com período s têm como característica que as observações são semelhantes a cada s intervalos de tempo.

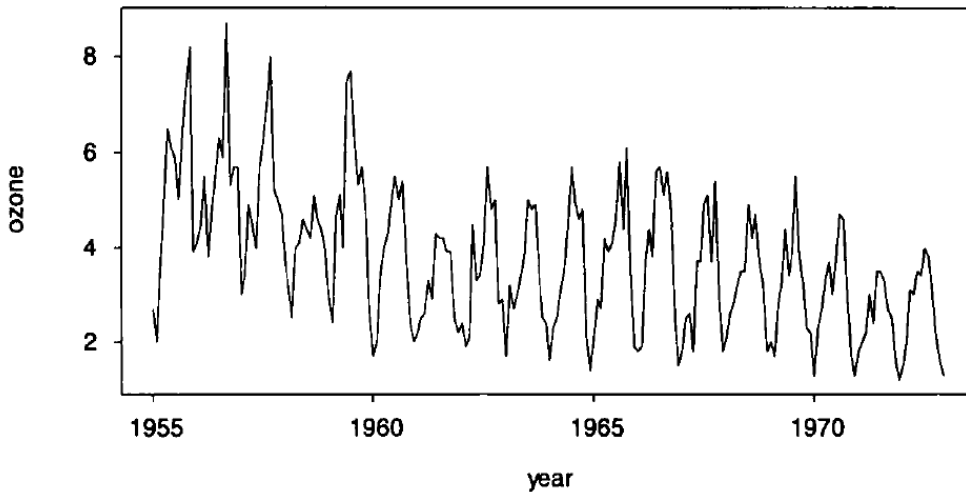


Figura 2.8: Leituras mensais do ozono na baixa de Los Angeles entre 1955 e 1972. Fonte: Peña et al. 2001

Seja $\nabla_s^D = (1 - B^s)^D$ o operador de diferenciação sazonal de ordem D com período s . É possível relacionar a observação y_t com a observação y_{t-s} através do modelo presente na equação (2.19)

$$\Phi(B^s)\nabla_s^D y_t = \Theta(B^s)\alpha_t \quad (2.19)$$

onde $\Phi(B^s)$ e $\Theta(B^s)$ são polinómios de ordem P e Q respetivamente. Neste tipo de modelos a série dos erros α_t, α_{t-1} apresentam em geral correlação. Para eliminar estas relações entre os erros é utilizado o modelo

$$\phi(B)\nabla^d \alpha_t = \theta(B)\varepsilon_t \quad (2.20)$$

onde $\phi(B)$ e $\theta(B)$ são polinómios de ordem p e q , respetivamente, e ambos tem as raízes fora do círculo unitário. ε_t é um processo de ruído branco. Substituindo a equação (2.20) em (2.19) obtém-se o modelo

$$\phi(B)_p \Phi_P(B^s) \nabla^d \nabla_s^D y_t = \theta(B)_q \Theta_Q(B^s) \varepsilon_t \quad (2.21)$$

Ao modelo da equação (2.21) dá-se o nome de modelo com sazonalidade multiplicativa e denota-se por $ARIMA(p, d, q) \times (P, D, Q)_s$. Os índices p, P, q, Q foram adicionados aos respetivos operadores $\phi(B), \Phi(B^s), \theta(B), \Theta(B^s)$ para evidenciar a sua ordem.

2.3.8 Tendência Determinista

Por vezes é desejável considerar uma extensão dos modelos $ARIMA$ que sejam capazes de representar séries temporais que sigam uma tendência determinística polinomial de ordem d (Box et al. 1994). Para que isso aconteça, uma constante c é adicionada aos modelos do tipo $ARIMA$, obtendo-se a equação 2.22

$$\varphi(B)y_t = \phi(B)\nabla y_t = c + \theta(B)\varepsilon_t \quad (2.22)$$

Onde $c = (1 - \phi_1 - \dots - \phi_p)\mu$. Sendo μ é a média de $\nabla^d y_t$.

Assim, a inclusão da constante c influenciará as previsões a longo termo da seguinte forma

- Se $c = 0$ e $d = 0$, a previsão tenderá para zero;
- Se $c = 0$ e $d = 1$, a previsão tenderá para uma constante diferente de zero, determinada pelas ultimas observações;
- Se $c = 0$ e $d = 2$, a previsão seguirá uma reta com declive determinado pelas ultimas observações;
- Se $c \neq 0$ e $d = 0$, a previsão tenderá para a média dos dados;
- Se $c \neq 0$ e $d = 1$, a previsão seguirá uma reta com declive igual à média dos dados diferenciados, μ ;
- Se $c \neq 0$ e $d = 2$, a previsão seguirá uma tendência quadrática;

No caso de o modelo usado ser um modelo sazonal, todas as afirmações acima se mantêm sendo d substituído por $d+D$ (Hyndman e Athanasopoulos 2014, Hyndman 2012).

Para clarificar como a inclusão de uma constante c permite que modelos do tipo *ARIMA* sigam uma tendência determinística polinomial de ordem d , considere-se, a título de exemplo, o modelo *ARIMA*($p, 1, q$) dado por

$$\phi(B)\nabla^d y_t = c + \theta(B)\varepsilon_t \Leftrightarrow y_t = \frac{1}{\phi(B)} [c + \theta(B)\varepsilon_t] + y_{t-1}$$

Substituindo recursivamente o atraso de y_t no lado direito da equação obtém-se

$$\begin{aligned} y_t &= \frac{1}{\phi(B)} [c + \theta(B)\varepsilon_t] + \frac{1}{\phi(B)} [c + \theta(B)\varepsilon_{t-1}] + y_{t-2} \\ &= \frac{1}{\phi(B)} [2c + \theta(B)(\varepsilon_t + \varepsilon_{t-1})] + y_{t-2} \\ y_t &= \frac{1}{\phi(B)} [2c + \theta(B)(\varepsilon_t + \varepsilon_{t-1})] + \frac{1}{\phi(B)} [c + \theta(B)\varepsilon_{t-2}] + y_{t-3} \\ &= \frac{1}{\phi(B)} [3c + \theta(B)(\varepsilon_t + \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_{t-2})] + y_{t-3} \\ &\vdots \\ y_t &= \frac{1}{\phi(B)} \left[t.c + \theta(B) \sum_{i=1}^t \varepsilon_i \right] + y_0 \end{aligned}$$

verificando-se assim que a inclusão da constante c se traduz numa tendência determinística polinomial de ordem d .

2.3.9 Precisão das previsões

Uma vez efetuada uma previsão é necessário avaliar a precisão da mesma. Existem várias medidas que permitem avaliar a precisão das previsões. Uma das mais utilizadas é o *Erro Médio Relativo (EMR)*. Seja $\widehat{y}_1, \widehat{y}_2, \dots, \widehat{y}_N$ uma série de previsões e y_1, y_2, \dots, y_N os valores efetivos, *EMR* é dado pela equação (2.23).

$$EMR_{[\%]} = 100 \times \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \frac{|\widehat{y}_k - y_k|}{y_k} \quad (2.23)$$

2.4 Considerações Importantes da Revisão Bibliográfica

Neste capítulo, foi feita uma revisão bibliográfica que permitiu a introdução aos conceitos de sistemas fotovoltaicos de auto-consumo, indicadores de rendibilidade de projetos de investimento, séries temporais e modelos estocásticos. Desta revisão bibliográfica, verificou-se que os indicadores de rendibilidade são extremamente relevantes para a decisão de instalar ou não um sistema fotovoltaico de auto-consumo. Verificou-se ainda que, modelos do tipo *ARIMA* podem ser utilizado para fazer a previsão de séries temporais.

2.4. CONSIDERAÇÕES IMPORTANTES DA REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Os modelos *ARIMA* têm sido amplamente utilizados no sector fotovoltaico para a previsão da produção. Isto deve-se ao facto de a grande imprevisibilidade em relação à produção fotovoltaica levantar alguns problemas para a estabilidade da rede elétrica. Uma revisão dos modelos de previsão da produção fotovoltaica pode ser encontrada em Raza et al. 2016. No entanto muito pouco trabalho foi desenvolvido no que toca a oferecer ao proprietário, de um sistema fotovoltaico de auto-consumo, uma ferramenta que permita validar os indicadores de rendibilidade projetados.

METODOLOGIAS

Neste capítulo é feita uma descrição da metodologia utilizada para a previsão, de forma automática, dos fluxos de caixa mensais resultantes da exploração de um sistema fotovoltaico de auto-consumo, que por sua vez irão permitir o cálculo dos índices de rentabilidade. Na secção 3.1 as etapas da metodologia proposta são apresentadas. Nas secções subsequentes são explicados os conceitos teóricos por detrás de cada etapa.

3.1 Metodologia Proposta

Fazer uma previsão dos fluxos de caixa e calcular os índices de rentabilidade automaticamente envolve várias etapas. No fluxograma presente na Figura 3.1 estão representadas as etapas da metodologia proposta. Essas etapas serão descritas de seguida.

1. **Cálculo dos fluxos de Caixa mensais** - Nesta etapa são calculados todos os fluxos de caixa mensais decorrentes da exploração de um sistema fotovoltaico de auto-consumo desde o momento em que entrou em operação. A cada fluxo de caixa é indexada a data correspondente obtendo-se assim uma série temporal. Na secção 3.2 é descrito em mais detalhe como devem ser calculados os fluxos de caixa.
2. **Diferenciação sazonal** - Optou-se por fazer uma diferenciação sazonal à priori sem efectuar nenhum teste de estacionariedade devido ao facto da produção fotovoltaica ser dependente da irradiância solar, pelo que é esperado que a produção fotovoltaica apresente uma forte sazonalidade anual. Por consequência, também se espera o mesmo para a série temporal dos fluxos de caixa. Como referido na secção 2.3.7, quando uma série temporal y_t apresenta sazonalidade deve ser diferenciada de tal forma que $w_t = \nabla_s y_t = (1 - B^s)y_t$ onde s é o período da sazonalidade, neste caso $s = 12$. Em Box et al. 1994, é referido que para uma série temporal com características

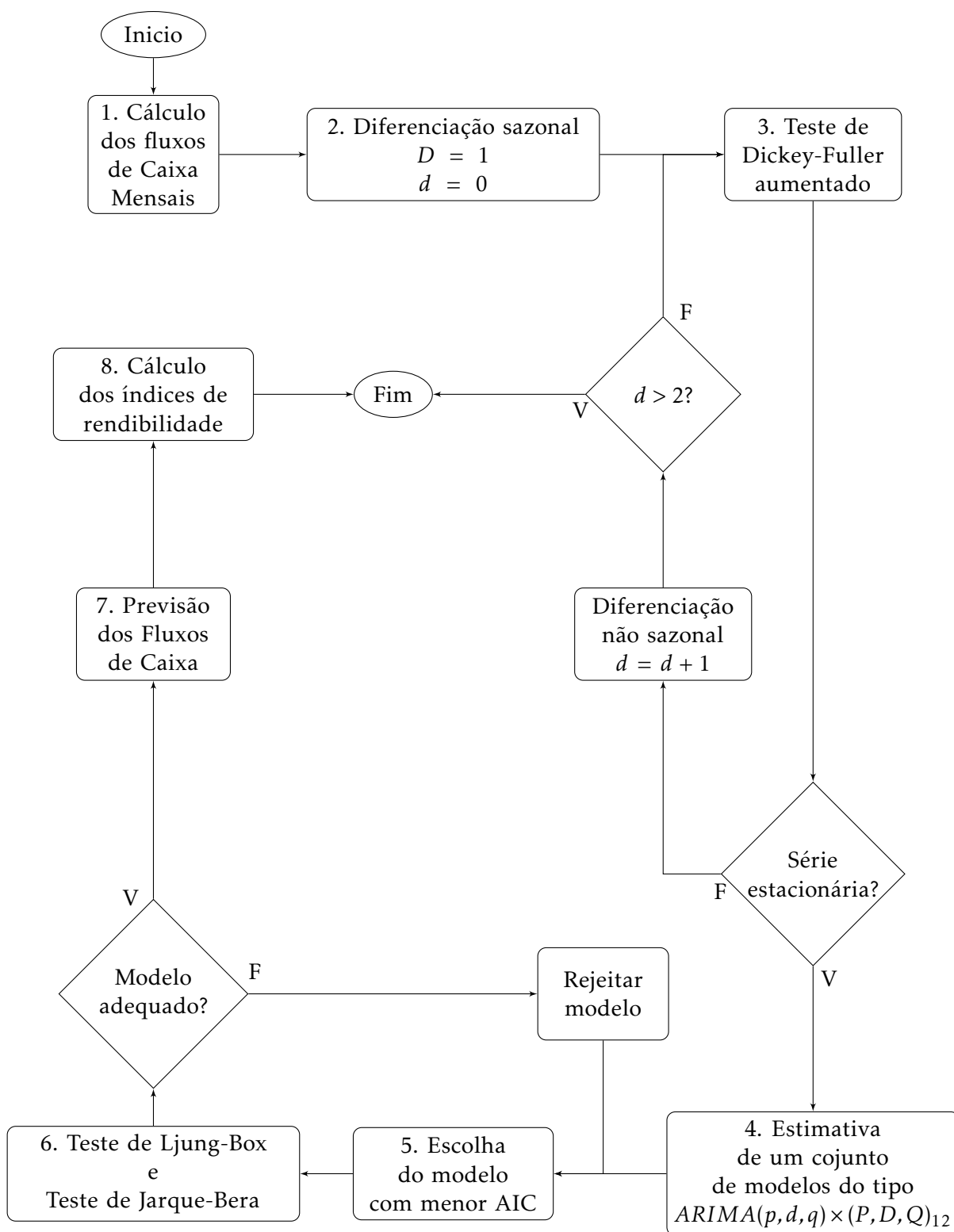


Figura 3.1: Metodologia proposta para previsão, de forma automática, dos fluxos de caixa mensais, e respetivo cálculo dos índices de rendibilidade

sazonais a ordem da diferenciação sazonal D muito raramente necessita de ser superior a um, pelo que só se fará uma diferenciação sazonal.

3. **Teste de Dickey-Fuller aumentado** - Depois da série ser diferenciada sazonalmente é realizado um **Teste de Dickey-Fuller Aumentado - Augmented Dickey-Fuller Test (teste ADF)**, que permite aferir se a série temporal é ou não estacionária. No caso de a série não ser estacionária, esta será submetida a uma diferenciação não sazonal e o teste volta a ser feito. O processo é repetido até que a série passe no teste. No entanto, só é permitido que a série seja diferenciada duas vezes uma vez que segundo Box et al. 1994 na prática as séries temporais apresentam no máximo $d = 2$. Na secção 3.3, começa-se por descrever o teste de Dickey-Fuller e em seguida o teste de Dickey-Fuller Aumentado.
4. **Estimativa de um conjunto de modelos** - Nesta etapa são estimados os parâmetros de 128 modelos $ARIMA(p, d, q)(P, D, Q)_{12}$ diferentes. Isto é feito fazendo variar os valores de p e q entre zero e três. Em relação aos valores de P e Q , é permitido que variem entre zero e dois. No entanto, não é permitido que o P e Q sejam simultaneamente iguais a 2. Optou-se por colocar esta restrição, uma vez que a série temporal gerada pelos fluxos de caixas mensais não terá tamanho suficiente que justifique modelos tão complexos. Para além disso é referido em Box et al. 1994 que raramente P e Q necessitam de ser superiores a um. É ainda necessário definir se o termo constante c deve ou não ser incluído no modelo. Em Hyndman e Khandakar 2008 é sugerido que caso $d + D \leq 1$, c deve ser incluído e o seu valor estimado, caso contrário, c é igualado a zero não sendo necessário estimá-lo. No entanto, em Hyndman e Khandakar 2008 é descrito um procedimento para seleccionar e estimar modelos $ARIMA$ sem ter qualquer tipo de informação em relação aos dados observados, o que não acontece neste caso. É esperado que os fluxos de caixa recorrentes de um sistema fotovoltaico de auto-consumo variem em torno de um valor constante, isto é, não seguindo uma tendência determinística polinomial. Sendo assim, optou-se por igualar c a zero, independentemente dos valores de d e D .
Os parâmetros são estimados utilizando o método da *Estimativa por máxima verossimilhança - Maximum Likelihood Estimation - (MLE)*, que pode ser vista em mais detalhe na secção 3.4.
5. **Escolha do modelo com menor AIC** - Uma vez estimados os 128 modelos, é necessário ter um critério que permita compará-los, para que o modelo que melhor representa os dados observados seja escolhido. O critério utilizado para escolher o modelo mais adequado é o *Critério de Informação de Akaike - Akaike information criterion - (critério AIC)*. Quanto menor for o valor dado pelo AIC melhor é considerado o modelo. Na Secção 3.5 este critério é visto em mais detalhe.
6. **Teste de Ljung-Box e teste de Jarque-Bera** - Uma vez escolhido o modelo através do critério AIC, é necessário verificar a adequabilidade do modelo. Um modelo é

considerado adequado se os seus resíduos não forem correlacionados e seguirem uma distribuição normal. Os testes de Ljung-Box e Jarque-Bera permitem verificar, respetivamente, se existe auto-correlação e normalidade dos resíduos. Caso um modelo não passe nos testes, este é rejeitado e o próximo modelo com menor AIC é testado. O processo é repetido até que se encontre um modelo adequado. Na secção 3.6 é explicado como se aplica estes testes aos resíduos.

7. **Previsão** - Nesta etapa é feita a previsão com o menor erro quadrático médio. Considerando que a previsão é feita t meses depois do início da operação do sistema fotovoltaico, é necessário prever os n meses seguintes (sendo $n = 20\text{anos} \times 12\text{meses} - t$). Na secção 3.7 é demonstrado como a previsão com o menor erro quadrático médio é obtida.
8. **Cálculo dos índices de rendibilidade** - Uma vez previstos os fluxos de caixa mensais os índices de rendibilidade são calculados de acordo com a secção 2.2

3.2 Cálculo dos Fluxos de Caixa de um Sistema Fotovoltaico de Auto-Consumo

Por forma a calcular os fluxos de caixa de um sistema fotovoltaico, é necessário determinar todas as receitas (R_m) e todas as despesas decorrentes da exploração do sistema (D_m). Por uma questão de simplicidade, optou-se por calcular os fluxos de caixa mensalmente, segundo a Equação (3.1)

$$C_m = R_m - D_m \quad (3.1)$$

de seguida é explicado como se calcula e em que consistem as despesas e as receitas decorrentes da exploração do sistema.

3.2.1 Cálculo de Despesas

Para além das despesas referentes à compensação devida pelas UPAC, taxas de reinspeção, e seguro de responsabilidade civil, é ainda necessário considerar os custos de manutenção. Assim sendo as despesas mensais podem ser calculadas através da Equação (3.2)

$$D_m = C_{UPAC,m} + Tr_m + S_m + M_m \quad (3.2)$$

Onde:

- D_m - Corresponde às despesas de cada mês decorrentes da exploração do sistema;
- $C_{UPAC,m}$ - Refere-se à compensação devida pelas UPAC em cada mês, calculada utilizando a Equação (2.2);

3.2. CALCULO DOS FLUXOS DE CAIXA DE UM SISTEMA FOTOVOLTAICO DE AUTO-CONSUMO

- Tr_m - Corresponde às taxas de reinspeção;
- S_m - Refere-se à mensalidade do seguro de responsabilidade civil;
- M_m - Corresponde aos custos de manutenção do mês m ;

É de notar que nas despesas de operação não foi considerado o investimento inicial, uma vez que este não faz parte do fluxo de caixa de exploração. No entanto, ele é considerado nos indicadores de rentabilidade aparecendo como o fluxo de caixa do mês zero (C_0). No investimento inicial, para além dos custos dos componentes do sistema (painéis fotovoltaicos, inversor, cabos, etc...) e a sua instalação devem ser incluídos os custos referentes às taxas de licenciamento do sistema.

3.2.2 Calculo de Receitas

As receitas num sistema de auto-consumo fotovoltaico resultam da poupança na fatura elétrica e da venda de energia à rede. A poupança na fatura elétrica é calculada através da diferença entre os custos da fatura elétrica se não houvesse produção fotovoltaica e os custos com produção fotovoltaica. Os custos da fatura elétrica correspondem aos custos resultantes da compra de energia elétrica mais os encargos de potência. Neste trabalho, assume-se que o consumidor-produtor celebra um contrato de energia elétrica com o CUR. No entanto, como referido na Secção 2.1.2, o produtor-consumidor pode estabelecer outro tipo de relacionamento comercial. As receitas de operação de um sistema fotovoltaico podem ser calculadas através da Equação (3.3)

$$R_m = R_{UPAC,m} + [(E_{sPV} + EP_{sPV}) - (E_{PV} + EP_{PV})] \quad (3.3)$$

Sendo:

- R_m - As receitas de cada mês decorrentes da operação do sistema, no mês m ;
- $R_{UPAC,m}$ - A remuneração da eletricidade fornecida à RESP, calculada segundo a Equação (2.1);
- E_{sPV} - Custos que resultariam da compra de energia elétrica se não houvesse produção fotovoltaica;
- E_{PV} - Custos resultantes do consumo de energia elétrica da rede, com produção fotovoltaica;
- P_{sPV} - Encargos de potência, se não houvesse produção fotovoltaica;
- P_{PV} - Encargos de potência, com produção fotovoltaica;

3.3 Testes de Dickey-Fuller

Como referido anteriormente, uma série temporal pode ser ou não estacionária. Caso uma série temporal seja não estacionária esta deve ser diferenciada d vezes, até se tornar estacionária. É então importante testar a série temporal quanto à estacionariedade e quantas vezes esta necessita de ser diferenciada para se tornar estacionária. Existem diversos testes que permitem aferir estacionariedade, no entanto, para a realização desta dissertação, optou-se pela utilização do teste ADF devido à sua generalidade e simplicidade (Harris e Sollis 2015). No entanto, como este teste é um melhoramento do teste DF, optou-se por introduzir primeiro o teste DF e de seguida o teste ADF.

3.3.1 Teste de Dickey-Fuller

O teste DF começa por calcular os parâmetros de um modelo auto-regressivo $AR(1)$, descrito pela equação (3.4), de forma a que estes se ajustem aos dados da serie temporal a estudar

$$y_t = \rho_a y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (3.4)$$

subtraindo a cada lado da equação y_{t-1} obtém-se

$$y_t - y_{t-1} = \rho_a y_{t-1} - y_{t-1} + \varepsilon_t \Leftrightarrow (1 - B)y_t = \nabla y_t = (\rho_a - 1)y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (3.5)$$

Ao considerar o modelo dado pela equação (3.5) é assumido que para $t = 0$, y_t é também igual a zero. Ou seja, assume-se que a média da série temporal é zero, uma vez que na ausência de variáveis determinísticas a média é definida pelo valor inicial da série. Sendo assim, o uso do modelo auto-regressivo com a equação (3.5) só é válido quando a média da série é zero. Logo, quando se tem uma série com média diferente de zero, a variável μ_b deve ser incluída no modelo, obtendo-se a equação (3.6)

$$\Delta y_t = \mu_b + (\rho_b - 1)y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (3.6)$$

Por outro lado, o modelo dado pela equação (3.6) não é valido quando se pretende testar uma série temporal com uma tendência determinista. Suponha-se que o verdadeiro modelo da série temporal era dado por $y_t = \alpha + \beta t + \varepsilon_t$. Como se pode ver pela Figura 3.2, este tipo de séries temporais são estacionárias em torno de uma reta uma vez que ε_t é a única componente estocástica e é estacionaria.

Para testar a estacionariedade em torno de uma tendência determinística é necessário incluir uma componente temporal t , obtendo-se o modelo auto-regressivo presente na equação (3.7)

$$\nabla y_t = \mu_c + \Upsilon_c t + (\rho_c - 1)y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (3.7)$$

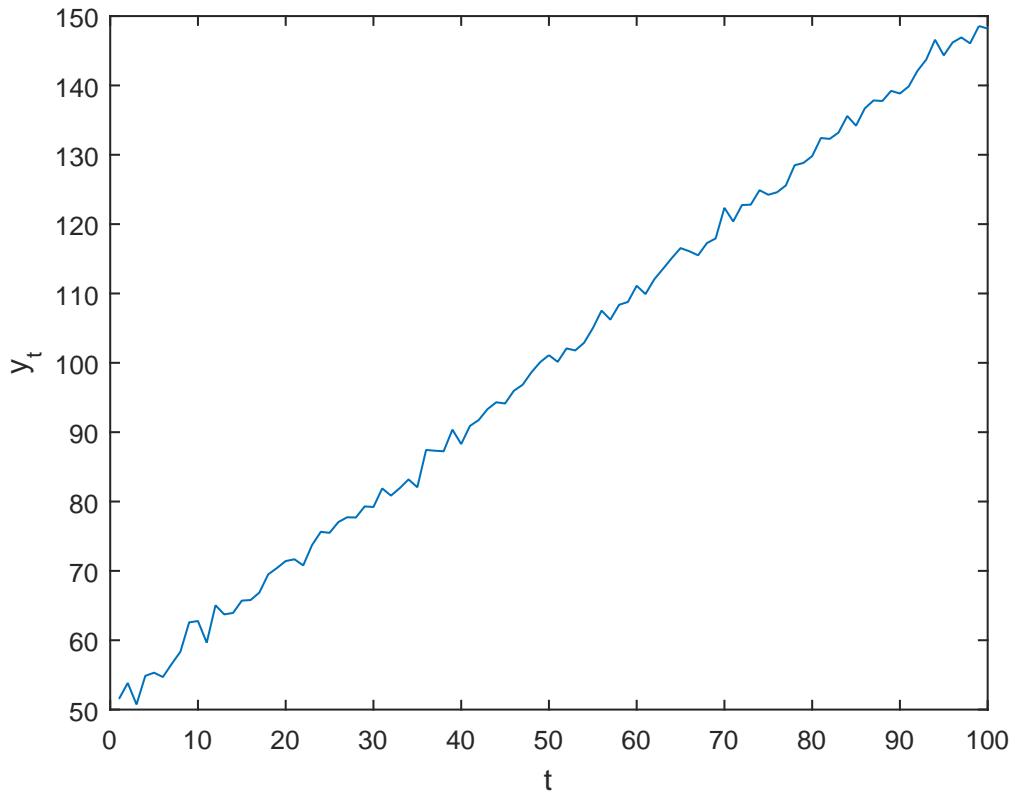


Figura 3.2: Série temporal com tendência determinística, $y_t = 50 + t + \varepsilon_t$

A abordagem de Dickey-Fuller para aferir a estacionariedade de uma série passa por testar a existência de uma raiz unitária. Caso se verifique a existência de uma raiz unitária, a série é não estacionária. Para o teste DF a hipótese nula ¹ é dada por

$$H_0 : \rho_{a,b,c} = 1$$

e a alternativa por

$$H_1 : \rho_{a,b,c} < 1$$

Sob a hipótese nula a estatística é dada por ²

$$DF = \frac{\rho_{a,b,c} - 1}{EP(\rho_{a,b,c})}$$

e segue a distribuição de Dickey-Fuller (Harris e Sollis 2015). Os valores críticos para a rejeição da hipótese nula em diferentes níveis de significância foram tabelados para cada um dos modelos em “Estimation and hypothesis testing in nonstationary time series” utilizando técnicas de Monte Carlo. Caso a estatística DF seja menor que os valores críticos então a hipótese nula pode ser rejeitada, ou seja a série é estacionária. Na Tabela

¹A definição de hipótese nula pode ser consultada em Melorose et al. 2015

²Para uma introdução aos testes estatísticos consultar Grigelionis 2011

3.1 encontram-se os valores críticos para a rejeição da hipótese nula, τ , τ_μ e τ_T , com uma significância de 5%, correspondentes aos modelos (3.5), (3.6) e (3.7) respetivamente.

Tabela 3.1: Valores críticos para o teste DF, com uma significância de 5%

Tamanho da amostra	τ	τ_μ	τ_T
25	-1.95	-2.99	-3.60
50	-1.95	-2.93	-3.50
100	-1.95	-2.90	-3.45
250	-1.95	-2.88	-3.42
500	-1.95	-2.87	-3.42
750	-1.95	-2.87	-3.41
∞	-1.95	-2.86	-3.41

3.3.2 Teste de Dickey-Fuller Aumentado

No teste DF é usado um modelo $AR(1)$ quando na verdade a série temporal pode ser um processo auto-regressivo de ordem superior $AR(p)$, o que pode originar que os erros ε_t sejam auto-correlacionados. Isto impossibilita a utilização da distribuição de Dickey-Fuller, uma vez que esta foi construída assumindo que os termos ε_t são ruído branco. Assim, de forma a evitar que os termos ε_t sejam auto-correlacionados, o teste ADF considera que a série temporal segue um processo $AR(p)$, que é descrito pela equação (3.8)

$$y_t = \theta_1 y_{t-1} + \theta_2 y_{t-2} + \dots + \theta_p y_{t-p} + \varepsilon_p \quad (3.8)$$

Reescrevendo a equação (3.9) obtemos

$$\Delta y_t = \theta^* y_{t-1} + \theta_1 \Delta y_{t-1} + \theta_2 \Delta y_{t-2} + \dots + \theta_{p-1} \Delta y_{t-p+1} + \varepsilon_p \quad (3.9)$$

onde $\theta^* = (\theta_1 + \theta_2 + \dots + \theta_p) - 1$. Assim sendo, para verificar a estacionariedade testa-se a hipótese nula $H_0 : \theta^* = 0$ (existência de uma raiz unitária) contra a alternativa $H_1 : \theta^* < 0$. No entanto, tal como no teste DF, é necessário adicionar parâmetros ao modelo, de forma a que este seja válido para séries com média diferente de zero ou contenha componentes determinísticas, obtendo-se os modelos das equações

$$\Delta y_t = \theta^* y_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-1} \theta_i \Delta y_{t-i} + \mu + \varepsilon_t \quad (3.10)$$

$$\Delta y_t = \theta^* y_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-1} \theta_i \Delta y_{t-i} + \mu + \Upsilon t + \varepsilon_t \quad (3.11)$$

À semelhança do teste DF para testar a hipótese nula calcula-se a estatística $DFA = \frac{\theta^* - 1}{EP(\theta^*)}$ que depois é comparada com os valores críticos da Tabela 3.1.

O teste ADF pode ainda ser estendido ao considerar parâmetros de média móvel em ε_t . No entanto, mesmo que o verdadeiro modelo seja um modelo com elementos de média

móvel, este pode ser aproximado por um modelo auto-regressivo, desde que a ordem do último seja suficientemente elevada, garantindo que a série dos ε_t é aproximadamente ruído branco. É no entanto muito importante selecionar p de forma adequada. Adicionar poucos atrasos pode levar à sobre-rejeição da hipótese nula quando esta é verdadeira. Por outro lado, demasiados atrasos podem reduzir o poder do teste, uma vez que o número de observações disponíveis é mais reduzido. A escolha do número de atrasados tem sido alvo de grande investigação e várias soluções foram propostas para este problema. Uma das soluções mais utilizadas passa por estimar vários modelos auto-regressivos e utilizar a ordem do modelo que apresentar um menor **critério AIC** (ver 3.5). No entanto, este método nem sempre devolve os mesmos resultados. De acordo com Harris 1992, o poder do teste ADF é substancialmente melhorado se um número generoso de atrasos for utilizado. A ordem do processo auto-regressivo deve também crescer com o tamanho da amostra. Para calcular a ordem do modelo auto-regressivo a utilizar no teste ADF utilizou-se a fórmula $\lfloor p = (T - 1)^{1/3} \rfloor$, sendo $\lfloor x \rfloor$ a parte inteira de x , formula essa também utilizada noutros pacotes de *software* estatísticos (Trapletti et al. 2016).

3.4 Estimativa dos Parâmetros do Modelo por Máxima Verosimilhança

Uma vez definida a estrutura do modelo a utilizar, é necessário definir os seus parâmetros. Existem diferentes métodos para estimar os parâmetros do modelo. No entanto, para a realização desta dissertação, optou-se por estimar os parâmetros utilizando a MLE. Considere-se o modelo $ARMA(p,q)$ dado pela equação (3.12)

$$Y_t = c + \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \dots + \phi_p Y_{t-p} + \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \theta_2 \varepsilon_{t-2} + \dots + \theta_q \varepsilon_{t-q} \quad (3.12)$$

onde Y_t é uma variável aleatória e a sua realização será denotada por y_t . Seja β o vetor que contém os parâmetros do modelo $\beta = (c, \phi_1, \dots, \phi_p, \theta_1, \dots, \theta_p, \sigma^2)'$, e defina-se T como sendo o tamanho da amostra y_1, y_2, \dots, y_T . O primeiro passo para calcular os valores de β passa por determinar a função densidade de probabilidade conjunta dada por

$$f(y_T, y_{T-1}, \dots, y_1; \beta) \quad (3.13)$$

A função densidade de probabilidade conjunta (3.13) retorna a probabilidade de uma determinada amostra ser observada, e é denominada por função de verosimilhança. Uma vez obtida a função de verosimilhança β é calculado de forma a maximiza-la.

De forma a demonstrar como se estima β para um modelo $ARMA(p,q)$ de uma forma gradual e mais perceptível, começa-se por determinar a função de verosimilhança para um processo, $AR(1), AR(p)$ e $MA(q)$.

3.4.1 Função de verosimilhança de um processo AR(1)

Um processo AR(1) é dado pela equação (3.14)

$$Y_t = c + \phi_1 Y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (3.14)$$

Para determinar a função densidade de probabilidade de uma variável aleatória é necessário calcular a variância e média da mesma. Para o calculo da média considere-se Y_2, Y_3, \dots, Y_t

$$\begin{aligned} Y_2 &= c + \phi_1 Y_1 + \varepsilon_2 \\ Y_3 &= c + \phi_1 Y_2 + \varepsilon_3 = c + \phi_1(c + \phi_1 Y_1 + \varepsilon_2) + \varepsilon_3 = (c + \varepsilon_3) + \phi_1(c + \varepsilon_2) + \phi_1^2(c + \varepsilon_1) \\ &\vdots \\ Y_t &= (c + \varepsilon_t) + \phi_1(c + \varepsilon_{t-1}) + \phi_1^2(c + \varepsilon_{t-2}) + \phi_1^3(c + \varepsilon_{t-3}) + \dots = \\ &= \frac{c}{1 - \phi_1} + \varepsilon_t + \phi_1 \varepsilon_{t-1} + \phi_1^2 \varepsilon_{t-2} + \phi_1^3 \varepsilon_{t-3} + \dots \end{aligned}$$

Uma vez que a média de ε_t é zero rapidamente se conclui que a média de Y_t é dada por

$$E[Y_t] = \mu = \frac{c}{1 - \phi_1}$$

A variância do processo γ_0 é dada por

$$\begin{aligned} \gamma_0 &= E[(Y_t - \mu)^2] \Leftrightarrow \\ \gamma_0 &= E[(\varepsilon_t + \phi_1 \varepsilon_{t-1} + \phi_1^2 \varepsilon_{t-2} + \phi_1^3 \varepsilon_{t-3} + \dots)^2] \end{aligned}$$

Uma vez que a variância de ε_t é σ^2

$$\begin{aligned} \gamma_0 &= (1 + \phi_1^2 + \phi_1^4 + \phi_1^6 + \dots)\sigma^2 \Leftrightarrow \\ \gamma_0 &= \sigma^2 \sum_{n=0}^{\infty} \phi_1^{2n} \end{aligned}$$

Como Y_t está sob as condições de estacionariedade, isto é $|\phi_1| < 1$ a série $\sum_{n=0}^{\infty} \phi_1^{2n}$ converge para $1/(1 - \phi_1^2)$, logo

$$\gamma_0 = \frac{\sigma^2}{1 - \phi_1^2}$$

Para determinar a função de verosimilhança, é necessário calcular a função densidade de probabilidade de $Y_1, Y_2, Y_3, \dots, Y_t$. Uma vez que ε_t é gaussiano Y_1 é também gaussiana pelo que a função densidade de probabilidade é dada pela equação (3.15)

$$f(y_1; \beta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sqrt{\sigma^2/(1 - \phi_1^2)}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{y_1 - c/(1 - \phi_1)}{\sqrt{\sigma^2/(1 - \phi_1^2)}} \right)^2 \right] \quad (3.15)$$

Sendo $\beta = (c, \phi_1, \sigma^2)'$

Considerando agora a variável Y_2 dada por

$$Y_2 = c + \phi_1 Y_1 + \varepsilon_2 \quad (3.16)$$

Condicionando $Y_1 = y_1$, ou seja tratando a variável aleatória como se fosse a constante determinística y_1 , e substituindo na equação (3.16) verifica-se que Y_2 é composto por uma constante $(c + \phi_1 y_1)$ e uma componente estocástica $\varepsilon_2 \sim N(0, \sigma^2)$. Assim, a distribuição de Y_2 condiciona a que $Y_1 = y_1$ é caracterizada por

$$(Y_2|Y_1 = y_1) \sim N((c + \phi_1 y_1), \sigma^2)$$

pelo que a função de densidade de probabilidade de $(Y_2|Y_1 = y_1)$ é dada por

$$f(y_2|y_1; \beta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{y_2 - c - \phi_1 y_1}{\sigma}\right)^2\right] \quad (3.17)$$

Para calcular a função densidade de probabilidade conjunta das 2 primeiras observações é necessário multiplicar (3.17) por (3.15)

$$f(y_2, y_1; \beta) = f(y_2|y_1; \beta) \cdot f(y_1; \beta)$$

Analogamente, a distribuição da terceira observação condicionada pelas duas primeiras observações é dada por

$$f(y_3|y_2, y_1; \beta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{y_3 - c - \phi_1 y_2}{\sigma}\right)^2\right]$$

pelo que

$$f(y_3, y_2, y_1; \beta) = f(y_3|y_2, y_1; \beta) \cdot f(y_2, y_1; \beta)$$

Mais genericamente, a distribuição da observação t condicionada as $t - 1$ observações anteriores é dada por

$$f(y_t|y_{t-1}, \dots, y_1; \beta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{y_t - c - \phi_1 y_{t-1}}{\sigma}\right)^2\right]$$

e a função densidade de probabilidade conjunta das t observações é calculada da seguinte forma

$$f(y_t, y_{t-1}, \dots, y_1; \beta) = f(y_t|y_{t-1}; \beta) \cdot f(y_{t-1}, \dots, y_1; \beta)$$

A verosimilhança da amostra completa pode ser calculada utilizando a equação (3.18)

$$f(y_t, y_{t-1}, \dots, y_1; \beta) = f(y_1; \beta) \cdot \prod_{t=2}^T f(y_t|y_{t-1}; \beta) \quad (3.18)$$

Aplicando o logaritmo natural à equação (3.18) obtemos a função de verosimilhança logarítmica, $\mathcal{L}(\beta)$

$$\mathcal{L}(\beta) = \log [f(y_1; \beta)] \cdot \sum_{t=2}^T \log [f(y_t | y_{t-1}; \beta)] \quad (3.19)$$

Embora as equações (3.19) e (3.18) sejam equivalentes, verifica-se que se torna mais fácil determinar os valores de β que maximizam a verosimilhança utilizando a equação (3.19) (James D. Hamilton 2003). Finalmente, substituindo a equação (3.15) na equação (3.19) verifica-se que a função de verosimilhança logarítmica para um processo $AR(1)$ é dada pela equação (3.20)

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(\beta) = & -\frac{1}{2} \log(2\pi) - \frac{1}{2} \log \left(\frac{\sigma^2}{1 - \phi_1^2} \right) - \frac{[y_1 - c / (1 - \phi_1)]^2}{2\sigma^2 / (1 - \phi_1^2)} \\ & - \frac{T-1}{2} \log(2\pi) - \frac{T-1}{2} \log(\sigma^2) - \sum_{t=2}^T \frac{(y_t - c - \phi_1 y_{t-1})^2}{2\sigma^2} \end{aligned} \quad (3.20)$$

3.4.2 Função de verosimilhança de um processo $AR(p)$

Considere-se um processo $AR(p)$, dado pela equação (3.21), com $\varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2)$. O vetor β , que contém os parâmetros a serem estimados, é dado por $\beta = (c, \phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p, \sigma^2)'$

$$\begin{aligned} Y_t = c + \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \dots + \phi_p Y_{t-p} + \varepsilon_t & \Leftrightarrow \\ \phi(B)Y_t = c + \varepsilon_t & \end{aligned} \quad (3.21)$$

Para calcular a função de verosimilhança de um processo $AR(p)$, é útil efetuar alguns dos cálculos na forma matricial. Seja y_p um vetor que contém as primeiras p observações da série, definido por $y_p = (y_1, y_2, \dots, y_p)'$. Defina-se também um vetor μ_p , com as dimensões de $(p \times 1)$, onde o valor de cada elemento corresponde a μ (média da série temporal). Uma vez que se assume que a série é estacionária, isto é as raízes de $\phi(B) = 0$ estão todas fora do círculo unitário, μ é calculado de acordo com (3.22)

$$\begin{aligned} \mu = E[Y_t] & \Leftrightarrow \mu = c + E[\phi_1 y_{t-1}] + E[\phi_2 y_{t-2}] + \dots + E[\phi_p y_{t-p}] + E[\varepsilon_t] \Leftrightarrow \\ \mu = c + \phi_1 \mu + \phi_2 \mu + \dots + \phi_p \mu & \Leftrightarrow \mu = \frac{c}{1 - \phi_1 - \dots - \phi_p} \end{aligned} \quad (3.22)$$

De forma a utilizar a formula para a função densidade de distribuição multi-variada (Do 2008) é necessário definir a matriz de variância-covariância de (Y_1, Y_2, \dots, Y_p) denotada por $\sigma^2 V_p$

$$\sigma^2 V_p = \begin{bmatrix} E[(Y_1 - \mu)^2] & E[(Y_1 - \mu)(Y_2 - \mu)] & \dots & E[(Y_1 - \mu)(Y_p - \mu)] \\ E[(Y_2 - \mu)(Y_1 - \mu)] & E[(Y_2 - \mu)^2] & \dots & E[(Y_2 - \mu)(Y_p - \mu)] \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ E[(Y_p - \mu)(Y_1 - \mu)] & E[(Y_p - \mu)(Y_2 - \mu)] & \dots & E[(Y_p - \mu)^2] \end{bmatrix}$$

ou de forma mais compacta

$$\sigma^2 \mathbf{V}_p = \begin{bmatrix} \gamma_0 & \gamma_1 & \gamma_2 & \cdots & \gamma_{p-1} \\ \gamma_1 & \gamma_0 & \gamma_1 & \cdots & \gamma_{p-2} \\ \gamma_2 & \gamma_1 & \gamma_0 & \cdots & \gamma_{p-3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \gamma_{p-1} & \gamma_{p-2} & \gamma_{p-3} & \cdots & \gamma_0 \end{bmatrix}$$

Usando o resultado obtido em (3.22), a equação (3.21) pode ser reescrita da seguinte forma

$$Y_t - \mu = \phi_1(Y_1 - \mu) + \phi_2(Y_2 - \mu) + \dots + \phi_p(Y_p - \mu) + \varepsilon_t \quad (3.23)$$

multiplicando os dois lados da equação (3.23) por $(Y_{t-j} - \mu)$ e de seguida calculando o valor esperado

$$\begin{aligned} E[(Y_t - \mu)(Y_{t-j} - \mu)] &= \phi_1 E[(Y_1 - \mu)(Y_{t-j} - \mu)] - \phi_2 E[(Y_2 - \mu)(Y_{t-j} - \mu)] + \\ &\dots + \phi_p E[(Y_p - \mu)(Y_{t-j} - \mu)] + E[\varepsilon_t(Y_{t-j} - \mu)] \end{aligned} \quad (3.24)$$

Resulta o sistema de equações (3.25) que permite determinar $\gamma_0, \gamma_1, \dots, \gamma_p$ em função de $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p, \sigma^2$, tendo em conta que $\gamma_j = \gamma_{-j}$.

$$\gamma_j = \begin{cases} \phi_1 \gamma_{j-1} + \phi_2 \gamma_{j-2} + \dots + \phi_p \gamma_{j-p} & \text{Se } j = 1, 2, \dots \\ \phi_1 \gamma_1 + \phi_2 \gamma_2 + \dots + \phi_p \gamma_p + \sigma^2 & \text{Se } j = 0 \end{cases} \quad (3.25)$$

Sendo assim, a probabilidade conjunta das primeiras p observações é dada pela equação (3.26)

$$f(y_p, y_{p-1}, \dots, y_1; \beta) = \frac{1}{(2\pi)^{p/2} |\sigma^2 \mathbf{V}_p|^{1/2}} \exp \left[-\frac{1}{2} (\mathbf{y}_p - \boldsymbol{\mu}_p)' (\sigma^2 \mathbf{V}_p)^{-1} (\mathbf{y}_p - \boldsymbol{\mu}_p) \right] \quad (3.26)$$

Analogamente ao que foi feito no processo $AR(1)$ para calcular a distribuição Y_t condicionada às $t-1$ observações anteriores, considera-se todas as observações passadas como sendo determinísticas. Verificando-se assim que a t -ésima observação tem média igual a $c + \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \dots + \phi_p y_{t-p}$ e variância σ^2 . Para além disso, apenas as p observações mais recentes afetam esta distribuição. Pelo que a distribuição Y_t condicionada as $t-1$ observações anteriores é dada pela equação (3.27)

$$\begin{aligned} f(y_t | y_{t-1}, y_{t-2}, \dots, y_1; \beta) &= f(y_t | y_{t-1}, y_{t-2}, \dots, y_{t-p}; \beta) \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp \left[-\frac{(y_t - c - \phi_1 y_{t-1} - \phi_2 y_{t-2} - \dots - \phi_p y_{t-p})^2}{2\sigma^2} \right] \end{aligned} \quad (3.27)$$

Assim sendo, a função de verosimilhança e a função de verosimilhança logarítmica para a amostra (y_1, y_2, \dots, y_T) são dadas pelas equações (3.28) e (3.29) respetivamente

$$f(y_T, y_{t-1}, \dots, y_1; \beta) = f(y_p, y_{p-1}, \dots, y_1; \beta) \times \prod_{t=p+1}^T f(y_t | y_{t-1}, y_{t-2}, \dots, y_1; \beta) \quad (3.28)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(\beta) &= \log[f(y_p, y_{p-1}, \dots, y_1; \beta)] + \sum_{t=p+1}^T \log[f(y_t | y_{t-1}, y_{t-2}, \dots, y_{t-p}; \beta)] \\ &= -\frac{T}{2} \log(2\pi) - \frac{T}{2} \log(\sigma^2) + \frac{1}{2} \log(|\mathbf{V}_p^{-1}|) - \frac{1}{2\sigma^2} (\mathbf{y}_p - \boldsymbol{\mu}_p)' \mathbf{V}_p^{-1} (\mathbf{y}_p - \boldsymbol{\mu}_p) \\ &\quad - \sum_{t=p+1}^T \frac{(y_t - c - \phi_1 y_{t-1} - \phi_2 y_{t-2} - \dots - \phi_p y_{t-p})^2}{2\sigma^2} \end{aligned} \quad (3.29)$$

Uma vez determinada $\mathcal{L}(\beta)$, é necessário estimar quais os valores de β que a maximizam. A estimativa desses valor é feita através de métodos numéricos. Uma vez que o principal foco desta dissertação é verificar se modelos do tipo *ARIMA* se adequam para a previsão dos indicadores de rendibilidade de um sistema fotovoltaico, e o *software* utilizado para desenvolver o trabalho já ter implementadas funções que permitem estimar os parâmetros do modelo, não serão abordados os algoritmos que permitem estimar β de forma a maximizar a função verosimilhança exata. No entanto, será introduzido o conceito de função de verosimilhança condicional, $\mathcal{L}_*(\beta)$, que é bastante mais simples, e que no caso de T ser suficientemente grande a verosimilhança condicional acaba por ter uma distribuição assintoticamente igual à distribuição dada pela verosimilhança exata. No entanto, é importante referir que em alguns casos, a função de verosimilhança condicional não oferece uma aproximação razoável à função de verosimilhança exacta, mesmo assim optou-se por descreve-la permitindo ter uma noção dos conceitos teóricos que estão por de trás da estimativa dos parametros do modelo. Uma descrição mais detalhada de alguns dos algoritmos usados para maximizar a função de verosimilhança exata pode ser encontrada em Mauricio 1995, Melard 1984, Kohn e Ansley 1986.

No caso do modelo *AR(p)*, a função de verosimilhança condicional trata $y_p, y_{p-1}, \dots, 1$ como valores determinísticos e maximiza a verosimilhança condicionada as primeiras p observações, pelo que

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_*(\beta) &= \log[f(y_t, y_{t-1}, \dots, y_{p+1} | y_p, \dots, y_1; \beta)] \\ &= -\frac{T-p}{2} \log(2\pi) - \frac{T-p}{2} \log(\sigma^2) - \sum_{t=p+1}^T \frac{(y_t - c - \phi_1 y_{t-1} - \phi_2 y_{t-2} - \dots - \phi_p y_{t-p})^2}{2\sigma^2} \end{aligned} \quad (3.30)$$

Examinando a equação (3.30), verifica-se que para esta ser maximizada é necessário minimizar

$$\sum_{t=p+1}^T \frac{(y_t - c - \phi_1 y_{t-1} - \phi_2 y_{t-2} - \dots - \phi_p y_{t-p})^2}{2\sigma^2}$$

Assim, é possível determinar os valores estimados $\hat{c}, \hat{\phi}_1, \hat{\phi}_2, \dots, \hat{\phi}_p$ a partir do método dos mínimos quadrados ³ para uma regressão de y_t com uma constante e p atrasos dela própria. Por sua vez, para estimar $\hat{\sigma}^2$ utiliza-se (3.31)

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{T-p} \sum_{t=p+1}^T (y_t - \hat{c} - \hat{\phi}_1 y_{t-1} - \hat{\phi}_2 y_{t-2} - \dots - \hat{\phi}_p y_{t-p})^2 \quad (3.31)$$

3.4.3 Função de verosimilhança de um processo $MA(q)$

Assim como para um processo auto-regressivo é mais simples estimar os parâmetros de um modelo de média móvel utilizando função de verosimilhança condicional em vez da função de verosimilhança exata. Considere-se o modelo $MA(q)$ descrito pela equação (3.32), o que implica que $\beta = (\mu, \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_q, \sigma^2)$.

$$Y_t = \mu + \theta(B)\varepsilon_t \quad (3.32)$$

logo

$$Y_1 = \mu + \varepsilon_1 + \theta_1 \varepsilon_0 + \theta_2 \varepsilon_{-1} + \dots + \theta_q \varepsilon_{-q+1}$$

Assumindo que os primeiros q valores de ε são iguais a zero, isto é

$$\varepsilon_0 = \varepsilon_{-1} = \dots = \varepsilon_{-q+1} = 0$$

definindo o vetor $\varepsilon_0 = (\varepsilon_0, \varepsilon_{-1}, \dots, \varepsilon_{-q+1})'$. Então

$$(Y_1 | \varepsilon_0 = 0) \sim N(\mu, \sigma^2)$$

o que implica

$$\begin{aligned} f(y_1 | \varepsilon_0 = 0; \beta) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left[-\frac{1}{2} \frac{(y_1 - \mu)^2}{\sigma^2}\right] \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left[-\frac{\varepsilon_1^2}{2\sigma^2}\right] \end{aligned}$$

Considere-se agora a distribuição de Y_2 condicionada à observação $Y_1 = y_1$. Da equação (3.32)

$$Y_2 = \mu + \varepsilon_2 + \theta_1 \varepsilon_1 + \theta_2 \varepsilon_2 + \dots + \theta_q \varepsilon_{-q+2} \quad (3.33)$$

³O método dos mínimos quadrados permite estimar os parâmetros de uma regressão linear minimizando a soma dos quadrados das diferenças entre os valores estimados e os dados observados. Uma descrição detalhada deste método encontra-se no primeiro capítulo de Hayashi 2011

uma vez observado y_1 , o valor de ε_1 é conhecido com certeza, a equação (3.33) é composta por uma componente estocástica (ε_2) e uma constante ($\mu + \theta_1 \varepsilon_1 + \theta_2 \varepsilon_0 + \dots + \theta_q \varepsilon_{-q+2}$), onde

$$\begin{aligned}\varepsilon_1 &= y_1 - \mu \\ \varepsilon_0 &= \varepsilon_{-1} = \dots = \varepsilon_{-q+2} = 0\end{aligned}$$

Pelo que

$$(Y_2|Y_1 = y_1, \varepsilon_0 = 0) \sim N((\mu + \theta_1 \varepsilon_1), \sigma^2)$$

$$\begin{aligned}f(y_2|y_1, \varepsilon_0 = 0; \beta) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left[-\frac{1}{2} \frac{(y_2 - \mu - \theta_1 \varepsilon_1)^2}{\sigma^2}\right] \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left[-\frac{\varepsilon_2^2}{2\sigma^2}\right]\end{aligned}$$

Uma vez que ε_1 é conhecido com certeza, ε_2 pode ser calculado da seguinte forma

$$\varepsilon_2 = y_2 - \mu - \theta_1 \varepsilon_1$$

continuando com este procedimento, fica claro que considerando $\varepsilon_0 = 0$, a série dos erros $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_T$, pode ser calculada a partir das observações y_1, y_2, \dots, y_t iterando a equação (3.34), para $t = 1, 2, \dots, T$.

$$\varepsilon_t = y_t - \mu - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \theta_2 \varepsilon_{t-2} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t-q} \quad (3.34)$$

Assim a função de verosimilhança, condicionada a $\varepsilon_0 = 0$, é dada pela multiplicação das diversas funções de densidade de probabilidade, conforme se pode ver pela equação (3.35)

$$\begin{aligned}f(y_T, y_{T-1}, y_{T-2}, \dots, y_1 | \varepsilon_0; \beta) \\ = f(y_1 | \varepsilon_0; \beta) \times \sum_{t=2}^T f(y_t | y_{t-1}, y_{t-2}, \dots, y_1, \varepsilon_0 = 0; \beta)\end{aligned} \quad (3.35)$$

A função de verosimilhança logarítmica condicional é dada pela equação (3.36)

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_*(\beta) &= \log[f(y_T, y_{T-1}, y_{T-2}, \dots, y_1 | \varepsilon_0; \beta)] \\ &= -\frac{T}{2} \log(2\pi) - \frac{T}{2} \log(\sigma^2) - \sum_{t=1}^T \frac{\varepsilon_t^2}{2\sigma^2}\end{aligned} \quad (3.36)$$

Embora a função de verosimilhança logarítmica condicional seja mais simples de determinar que a função de verosimilhança exata, continua a ser necessário recorrer a métodos numéricos para estimar quais os valores de β que maximizam a função. Outro aspeto a ter em conta é o facto das equações (3.35) e (3.36) só serem válidas no caso das raízes de

$$1 + \theta_1 B + \theta_2 B^2 + \dots + \theta_q B^q = 0$$

se encontrarem fora do círculo unitário. Caso tal não se verifique deve ser utilizada a função de verosimilhança exata (James D. Hamilton 2003).

3.4.4 Função de verosimilhança de um processo $ARMA(p, q)$

Nas secções anteriores foi visto que um a função de verosimilhança de um processo $AR(p)$ pode ser aproximada condicionando os valores iniciais de y , por outro lado um processo $MA(q)$ aproxima função de verosimilhança condicionando os valores iniciais de ε . Considere-se o processo $ARMA(p, q)$ descrito pela (3.37), resultando $\beta = (c, \phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p, \theta_1, \theta_2, \theta_p)'$. Uma forma de aproximar a função de verosimilhança é condicionar tanto os valores iniciais de y como de ε .

$$Y_t = c + \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \dots + \phi_p Y_{t-p} + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \theta_2 \varepsilon_{t-2} + \dots + \theta_q \varepsilon_{t-q} + \varepsilon_t \quad (3.37)$$

Partindo de valores iniciais $\mathbf{y}_0 = (y_0, y_{-1}, \dots, y_{-p+1})'$ e $\boldsymbol{\varepsilon}_0 = (\varepsilon_0, \varepsilon_{-1}, \dots, \varepsilon_{-q+1})'$ os valores de $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_T$ podem ser calculados iterando a equação (3.38)

$$\varepsilon_t = y_t - c - \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \dots + \phi_p y_{t-p} - \theta_1 y_{t-1} - \theta_2 y_{t-2} - \dots - \theta_q y_{t-q} \quad (3.38)$$

Na secção 7.1.3 de Box et al. 1994 é recomendado que a equação (3.38) seja utilizada para calcular os erros a partir de ε_{p+1} com y_1, y_2, \dots, y_p correspondendo aos valores observados e $\varepsilon_p = \varepsilon_{p-1} = \dots = \varepsilon_{p-q+1} = 0$. Isto permite uma melhor aproximação caso as raízes do operador auto-regressivo $\phi(B) = 0$ estejam próximas da fronteira do círculo unitário. Assim, a função de verosimilhança condicional de uma amostra é dada pela equação (3.39)

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_*(\beta) &= \log [f(y_T, \dots, y_p + 1 | y_p, \dots, y_1, \varepsilon_p = 0, \dots, \varepsilon_{p-q+1} = 0)] \\ &= -\frac{T-p}{2} \log(2\pi) - \frac{T-p}{2} \log(\sigma^2) - \sum_{t=p+1}^T \frac{\varepsilon_t^2}{2\sigma^2} \end{aligned} \quad (3.39)$$

Mais uma vez esta aproximação só é válida se as raízes do operador de média móvel $\theta(B) = 0$ se encontrarem dentro do círculo unitário. Para além disso, é também necessário recorrer a métodos numéricos para determinar os valores de β que maximizam $\mathcal{L}_*(\beta)$

3.5 Qualidade de ajuste do modelo

Ao utilizar um modelo do tipo $ARIMA(p, d, q) \times (P, D, Q)_s$ pretende-se que este seja capaz de descrever uma série temporal observada. É importante ter em mente que construir um modelo que descreva de forma exata uma série temporal não é possível. No entanto, é possível que um conjunto de modelos descreva de forma aproximada uma série

temporal (Posada e Buckley 2004). Do conjunto de modelos capaz de descrever os dados observados é necessário escolher o modelo mais vantajoso. A escolha do modelo a utilizar deve resultar de um compromisso entre um elevado número de parâmetros, que origina um melhor ajuste aos dados, e a sua complexidade.

Pretende-se desenvolver um sistema que ao receber um conjunto de modelos possíveis selecione de forma automática o modelo mais adequado, isto é que tenha um bom ajuste aos dados mas que não seja demasiado complexo. Existem vários critérios que permitem a comparação de modelos, alguns deles são descritos na secção 7.7 de Wei 2006. Uma vez que o método utilizado para estimar os parâmetros do modelo foi o da máxima verosimilhança optou-se por utilizar o **critério AIC**, pois este utiliza a função de verosimilhança logarítmica maximizada. Para além disso o **critério AIC** penaliza a complexidade do modelo como se pode ver pela equação (3.40)

$$AIC = -2\mathcal{L}(\beta) + 2N \quad (3.40)$$

onde N corresponde ao número de parâmetros do modelo, para um modelo $ARIMA(p, d, q)(P, D, Q)_s$ temos $N = p + q + P + Q + k$. O parâmetro k toma o valor de 1 caso o modelo tenha média não nula, isto é $c \neq 0$, caso $c = 0$ $k = 0$. Dado um conjunto de possíveis modelos aquele que obtém o menor valor no AIC é considerado o melhor modelo. Um aspeto importante a ter em conta quando se usa o **critério AIC** é que a comparação entre modelos com diferentes níveis de diferenciação não é válida (Hyndman e Khandakar 2008). É portanto necessário definir à priori os valores de d e de D .

3.6 Verificação da adequabilidade do modelo

Segundo a metodologia de Box e Jenkins, depois da identificação do modelo e da estimativa dos parâmetros é necessário uma etapa de diagnóstico, para verificar se o modelo é ou não uma boa representação dos dados observados. Essa etapa de diagnóstico é feita analisando os resíduos. Um modelo é considerado adequado se os seus resíduos são aproximadamente ruído branco, isto é têm uma variância constante e não são correlacionados. Para além disso, uma vez que nas etapas anteriores se assumiu que os erros são distribuídos normalmente, é esperado que os resíduos tenham distribuição normal (Bisgaard e Kulahci 2011). Caso os resíduos não apresentem as características anteriormente referidas, o modelo deve ser rejeitado. O teste de Ljung-Box é utilizado para verificar se os resíduos são correlacionados. Já o teste de Jarque-Bera é utilizado para testar a normalidade dos resíduos.

3.6.1 Teste de auto-correlação dos resíduos

O teste de Ljung-Box permite testar se um grupo de auto-correlações são simultaneamente diferentes de zero (*Ljung-Box Q-test for residual autocorrelation - MATLAB Documentation*), ou seja a hipótese nula para este teste é dada por

$$H_0 : r_1 = r_2 = \dots = r_m = 0$$

e o seu valor estatístico pela equação (3.41)

$$\tilde{Q}(r) = n(n+2) \sum_{k=1}^m \frac{\hat{r}_k^2}{n-k} \quad (3.41)$$

sendo a auto-correlação dos resíduos \hat{r}_k de um modelo $ARMA(p, d, q)$ dada por

$$\hat{r}_k = \frac{\sum_{t=k+1}^T \hat{\varepsilon}_t \hat{\varepsilon}_{t-k}}{\sum_{t=1}^T \hat{\varepsilon}_t^2}$$

Por sua vez os resíduos $\hat{\varepsilon}_t$ podem ser calculados recursivamente em função dos parâmetros $\hat{\phi}$ e $\hat{\theta}$, através da equação (3.42). O cálculo de $\hat{\varepsilon}_t$ pode ser feito usando zero valores iniciais (método condicional) ou usando "back-forecast" para determinar os valores iniciais (método exacto), para uma leitura mais aprofundada ver a secção 6.4.3 de Box et al. 1994.

$$\hat{\varepsilon}_t = (y_t - \mu) - \sum_{j=1}^p \hat{\phi}_j (y_t - \mu) - \sum_{j=1}^q \hat{\theta}_j (y_t - \mu) \quad (3.42)$$

Sob a hipótese nula \tilde{Q} segue uma distribuição χ^2 com $k-p-q$ graus de liberdade. Uma vez calculado o valor de \tilde{Q} este é comparado com os valores da distribuição $\chi^2_{(k-p-q)}$ para o nível de significância desejado (Ljung e Box 1978), normalmente é utilizado um nível de significância de 0.05. Caso o valor de \tilde{Q} seja superior ao da distribuição, a hipótese nula é rejeitada, ou seja, há auto-correlação entre os resíduos. No Anexo A.1, encontram-se os valores tabelados para a distribuição χ^2 com diferentes níveis de significância α e graus de liberdade ν .

Por uma questão de simplicidade, foram apresentados os cálculos para modelos do tipo $ARMA(p, q)$ no entanto para modelos do tipo $ARIMA(p, d, q) \times (P, D, Q)_s$, os cálculos são semelhantes, diferindo a forma como os erros são calculados (é necessário ter em conta os polinómios Φ e Θ), e os graus de liberdade da distribuição χ^2 , que são dados por $k-p-q-P-Q$. O valor da defasagem a utilizar deve ser $k = 2s$ para séries que apresentem sazonalidade, e $k = 10$ para séries não sazonais (Hyndman e Athanasopoulos 2014).

3.6.2 Teste de normalidade

Um teste largamente utilizado para aferir a normalidade dos resíduos é o teste de Jarque-Bera. Este teste é uma teste de qualidade de ajuste, "medindo" desvios da normalidade baseado na obliquidade e curtose da amostra (Jarque 2011). Segue-se uma breve explicação dos conceitos de obliquidade e curtose.

- **Obliquidade**

A obliquidade é um indicador de assimetria de uma distribuição, ou seja, se uma distribuição apresenta uma cauda longa à direita a obliquidade é positiva, pelo contrário

se a cauda longa é do lado esquerdo então a obliquidade é negativa. Uma distribuição simétrica tem uma obliquidade igual a zero. Na figura 3.3 é possível observar os três tipos de obliquidade. A obliquidade amostral dos resíduos é calculada de acordo com a equação (3.43).

$$O = \frac{(1/T) \sum_{t=1}^T (\hat{\varepsilon}_t - \bar{\varepsilon})^3}{(\hat{\sigma}^2)^{3/2}} \quad (3.43)$$

onde os resíduos $\hat{\varepsilon}_t$ são obtidos através da equação (3.42), $\bar{\varepsilon}$ é a média amostral dos resíduos e $\hat{\sigma}^2$ é dado por

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (\hat{\varepsilon}_t - \bar{\varepsilon})^2 \quad (3.44)$$

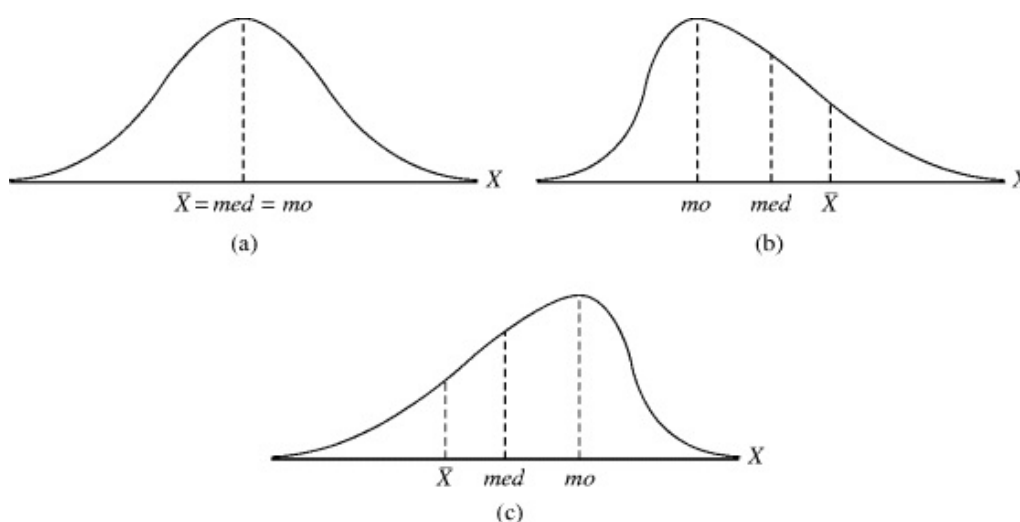


Figura 3.3: (a) Distribuição simétrica com obliquidade igual a zero;(b) Distribuição com cauda longa à direita obliquidade positiva; (c)Distribuição com cauda longa à esquerda obliquidade negativa

Fonte: 3.8 Skewness - *Statistical Inference: A Short Course [Book]*

• **Curtose**

A curtose é um indicador do alongamento ou achatamento de uma distribuição. Um valor de curtose mais elevado indica uma distribuição com uma curva mais alongada. Por outro lado, um valor mais baixo indica uma curva mais achatada. Uma distribuição normal tem uma curtose igual 3. Na figura 3.4 estão presentes três distribuições com curtoses diferentes. A curtose amostral dos resíduos é dada pela equação (3.45)

$$C = \frac{(1/T) \sum_{t=1}^T (\hat{\varepsilon}_t - \bar{\varepsilon})^4}{(\hat{\sigma}^2)^2} \quad (3.45)$$

Como foi visto anteriormente, uma distribuição normal tem $O = 0$ e $C = 3$, pelo que o para aferir a normalidade teste de Jarque-Bera testa a hipótese nula dos resíduos terem

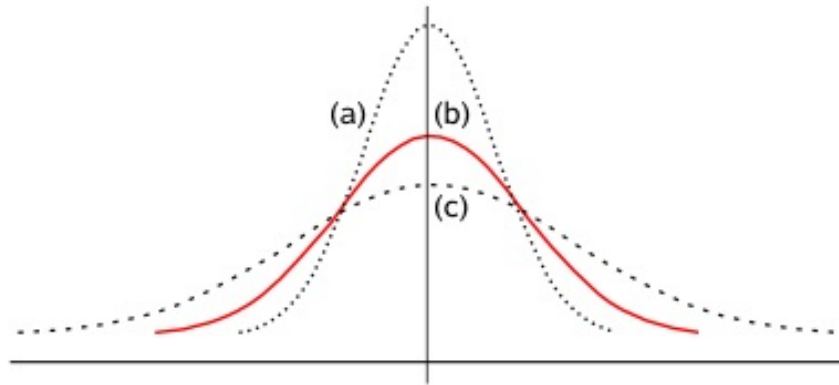


Figura 3.4: (a) Distribuição com curtose superior a três; (b) Distribuição normal com curtose igual a 3; (c) Distribuição com curtose inferior a três

Fonte: *Probabilidades e estatística III-20*

uma obliquidade igual a zero e uma curtose igual a três. O valor estatístico é dado pela equação (3.46)

$$JB = \frac{T}{6} \left(O^2 + \frac{(K-3)^2}{4} \right) \quad (3.46)$$

Sob a hipótese nula, a estatística do teste de Jarque-Bera segue uma distribuição χ^2 com dois graus de liberdade. Isto só se verifica para amostras com um tamanho igual ou superior a 2000. No entanto, caso o tamanho da amostra seja inferior a 2000 o *MATLAB* usa uma tabela de valores críticos calculados a partir de simulações de Monte Carlo para amostras de tamanho mais pequeno e com níveis de significância que variam de 0.001 a 0.50. A quando da realização de um teste os valores críticos para rejeição da hipótese nula são obtidos através de interpolação dos valores tabelados (*Jarque-Bera test - MATLAB Documentation*).

3.7 Previsão com Minimização do Erro Quadrático Médio

Considere-se um modelo do tipo $ARMA(p,q)$ estacionário descrito pela equação (3.47)

$$\phi(B)y_t = \theta(B)\varepsilon_t \quad (3.47)$$

resultando na equação as diferenças

$$y_t = \phi_1 y_{t-1} + \dots + \phi_p y_{t-p} - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t-q} - \varepsilon_t \quad (3.48)$$

Um modelo dado pela equação (3.48) pode ser representando de forma equivalente como uma soma ponderada infinita dos erros ε_j , conforme descrito pela equação (3.49). Para uma leitura mais aprofundada sobre este assunto consultar as secções 3.1.1 e 4.2 de Box et al. 1994.

$$y_t = \sum_{j=0}^{\infty} \psi_j \varepsilon_{t-j} \quad (3.49)$$

onde $\psi_0 = 1$ e os restantes valores de ψ podem ser calculados a partir de

$$\phi(B)(1 + \psi_1 B + \psi_2 B^2 + \dots) = \theta(B) \quad (3.50)$$

Pretende-se determinar um preditor $\hat{y}_t(l)$ de y_{t+l} que seja uma função linear das observações efetuadas até ao momento t ($y_t, y_{t-1}, y_{t-2}, \dots$) e que permita fazer uma previsão com o menor erro quadrático médio possível. Como referido anteriormente $\hat{y}_t(l)$ pode também ser calculado através de uma soma ponderada de $\varepsilon_t, \varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-2}, \dots$. Assim

$$\hat{y}_t(l) = \psi_l^* \varepsilon_t + \psi_{l+1}^* \varepsilon_{t-1} + \psi_{l+2}^* \varepsilon_{t-2} \dots \quad (3.51)$$

e o erro quadrático médio é dado por

$$E[y_{t+l} - \hat{y}_t(l)]^2 = (1 + \psi_1^2 + \dots + \psi_{l-1}^2) \sigma^2 + \sum_{j=0}^{\infty} (\psi_{l+j} - \psi_{l+j}^*)^2 \sigma^2 \quad (3.52)$$

verificando-se que o preditor linear com menor erro quadrático médio é obtido quando $\psi_{l+j}^* = \psi_{l+j}$. Pelo que se conclui que

$$\hat{y}_t(l) = \psi_l \varepsilon_t + \psi_{l+1} \varepsilon_{t-1} + \psi_{l+2} \varepsilon_{t-2} \dots \quad (3.53)$$

Tendo em conta a equação (3.49) e que

$$E[\varepsilon_{t+j} | y_t, y_{t-1}, \dots] = \begin{cases} 0 & j > 0 \\ \varepsilon_{t+j} & j \leq 0 \end{cases} \quad (3.54)$$

verifica-se que a previsão com o menor erro quadrático médio para y_{t+l} é dada pelo seu valor esperado condicionado a todos os valores de y até ao tempo t .

$$E[y_{t+l} | y_t, y_{t-1}, \dots] = \psi_l \varepsilon_t + \psi_{l+1} \varepsilon_{t-1} + \psi_{l+2} \varepsilon_{t-2} \dots = \hat{y}_t(l) \quad (3.55)$$

O erro da previsão $e(l)$ é dado por

$$e(l) = y_{t+l} - \hat{y}_t(l) = \sum_{j=0}^{l-1} \psi_j \varepsilon_{t+l-j} \quad (3.56)$$

De forma a obter uma notação mais simples e compacta passar-se-á a denotar apenas nesta secção o valor esperado condicional as observações anteriores apenas por parêntesis retos, isto é

$$E[y_{t+l} | y_t, y_{t-1}, \dots] = [y_{t+l}]$$

O preditor $\hat{y}_t(l)$ pode ser escrito em função dos parâmetros ϕ e θ reescrevendo a equação (3.48) para o tempo $t+l$ e calculando o valor esperado condicional das observações realizadas até ao tempo t . Obtendo-se

$$\hat{y}_t(l) = [y_{t+l}] = \phi_1[y_{t+l-1}] + \dots + \phi_p[y_{t+l-p}] - \theta_1[a_t + l - 1] - \dots - \theta_q[a_t + l - q] + [a_{t+l}] \quad (3.57)$$

Tendo em conta que

$$\begin{aligned} [y_{t-j}] &= y_{t-j} & j &= 0, 1, 2, \dots \\ [y_{t+j}] &= \hat{y}_t(j) & j &= 1, 2, 3, \dots \\ [\varepsilon_{t-j}] &= \varepsilon_{t-j} = y_{t-j} - \hat{y}_{t-j-1}(1) & j &= 0, 1, 2, \dots \\ [\varepsilon_{t+j}] &= 0 & j &= 1, 2, 3, \dots \end{aligned}$$

para obter $\hat{y}_t(l)$ começa-se por escrever a equação às diferenças do modelo para o tempo $t+l$, tal como foi feito na equação (3.57) e seguem-se as seguintes regras (Box et al. 1994).

1. Os valores das observações y_{t-j} ($j = 0, 1, 2, \dots$), que já se realizaram, são deixados inalterados.
2. Os valores das observações y_{t+j} ($j = 1, 2, 3, \dots$), que ainda não se realizaram, são substituídos pela sua previsão na $\hat{y}_t(j)$.
3. Os valores de ε_{t-j} ($j = 0, 1, 2, \dots$), que já ocorreram, são calculados a partir de $y_{t-j} - \hat{y}_{t-j-1}$.
4. Os valores de ε_{t+j} ($j = 1, 2, 3, \dots$), que ainda não ocorreram, são iguados a zero.

Por uma questão de simplicidade optou-se por utilizar um modelo $ARMA(p, q)$ para demonstrar que o preditor $\hat{y}_t(l)$ pode ser obtido seguindo as regras a cima enumeradas. No entanto, estas regras são também validas para para modelos mais complexos como $ARIMA(p, d, q)$ e $ARIMA(p, d, q) \times (P, D, Q)_s$.

ESTUDO DE CASO

Neste capítulo a metodologia descrita na secção 3.1 é testada utilizando dados provenientes de um sistema fotovoltaico instalado numa fábrica agroindustrial. Uma vez que não foi possível recolher todos os dados necessários, foi necessário fazer uma estimativa do consumo da indústria e da produção fotovoltaica. Para a realização deste estudo optou-se por utilizar o *software* MATLAB e Econometrics Toolbox 2015, uma vez que este fornece uma série de funções que facilitam a modelagem de séries temporais.

4.1 Características do Sistema Fotovoltaico

O sistema fotovoltaico está localizado em Palmela . A potência instalada do sistema é de 90 kWp, e foi feito um investimento inicial de 153250 €. A potência contratada a quando do início da exploração do sistema fotovoltaico era de 184 kW. Foi apenas possível recolher o consumo da instalação referente ao ano de 2013, com um período de amostragem de 15 minutos, estando a data e a hora da recolha indexadas aos dados recolhidos. Em relação à produção não foi possível recolher dados reais, pelo que se utilizou o *software* PV*SOL. Este *software* permitiu simular qual a produção de hora a hora durante um ano. Uma vez que o período de amostragem do consumo da instalação foi de 15 minutos, recorreu-se à interpolação linear para obter a produção fotovoltaica de 15 em 15 minutos.

Na Figura 4.1 é possível observar o perfil de consumo e de produção referentes ao mês de Janeiro. Analisando esta figura verifica-se que o consumo é maior durante os dias úteis, e menor nos feriados e fim de semana. Observe-se por exemplo os dias 5 e 6 de Janeiro, que em 2013 corresponderam a fim de semana.

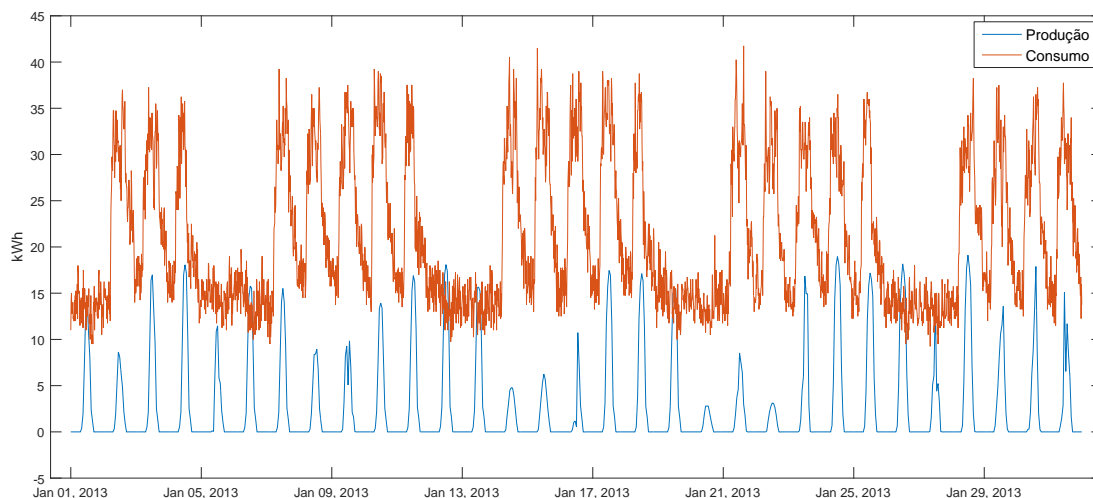


Figura 4.1: Perfil de consumo e produção referente ao mês de Janeiro de 2013

4.2 Estimativa de Consumo e Produção Fotovoltaico

Uma vez que os índices de rendibilidade dos projetos fotovoltaicos são calculados num período alargado, normalmente 20 anos, seria necessário ter o registo do consumo e da produção para esse período. No entanto, só foi possível recolher dados referentes a um ano, sendo necessário fazer uma estimativa do consumo e da produção para os restantes anos.

4.2.1 Consumo

Tratando-se de uma instalação industrial é expectável que o consumo para os restantes anos continue a apresentar um consumo maior durante os dias úteis do que em fins de semana e feriados. No entanto o consumo de uma instalação industrial estará relacionado com a quantidade de encomendas, se há ou não uma remodelação da planta industrial, etc.. Torna-se muito difícil fazer uma estimativa do consumo tendo em conta estas variáveis, pelo que se assume que o consumo dos anos seguintes será semelhante ao consumo observado, permitindo uma variação aleatória de até $\pm 15\%$ a cada valor observado. O *script* utilizado para estimar o consumo de 19 anos é apresentado na Listagem 4.1.

Listagem 4.1: Estimativa de 19 anos de consumo

```

1 n=length(consumption);
2 a = 0.85;
3 b = 1.15;
4 esti_consumption=zeros(20*n,1);
5 esti_consumption(1:n)=consumption;
6

```

4.2. ESTIMATIVA DE CONSUMO E PRODUÇÃO FOTOVOLTAICO

```
7 for i=1:19
8     r = (b-a).*rand(n,1) + a; %vector of random numbers between a
      and b
9     consumption(n*i+1:n*(i+1))=consumption.*r;
10 end
11
12 t1= datetime(1995,1,3,0,0,0);
13 t2=t1+caldays(20*365)-minutes(15);
14 dates=(t1:minutes(15):t2)';
15
16 data=table(dates,esti_consumption); %create table that
      associates consumption to dates
```

É de notar que a cada consumo foi associado uma data e uma hora. A data de início foi escolhida apenas como um ponto de referência, podendo ter sido escolhida qualquer outra data. No entanto teve-se o cuidado de escolher a data de forma a que os fins de semana coincidam com o padrão dos dados anteriormente identificado. Isto é necessário uma vez que, como se verá na secção 4.3.1, os períodos horários diferem nos dias úteis e nos fins de semana. Na Figura 4.2 estão presentes os 20 anos de consumo (1 ano de valores reais e 19 de valores estimados)

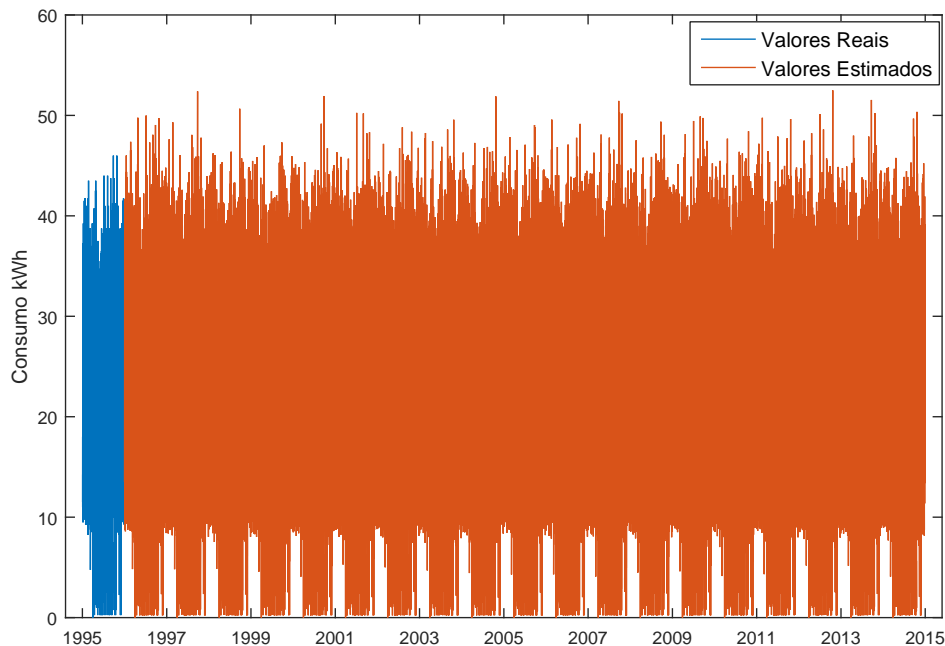


Figura 4.2: Valores reais e valores estimados do consumo

4.2.2 Produção

Para estimar a produção para os anos seguintes, teve-se em conta a degradação dos painéis fotovoltaicos, o que leva a uma redução na produção de 1% ao ano (valor típico). Para que a estimativa não seja feita de forma completamente determinísticas, os valores de produção podem ter uma variação aleatória de $\pm 30\%$, sendo que as observação realizadas no mesmo dia sofrem todas a mesma variação com o objetivo de manter a forma do gráfico da produção. Esta variação tenta simular as alterações climáticas. Na Listagem 4.2 é apresentado o *script* utilizado para estimar a produção de 19 anos.

Listagem 4.2: Estimativa de 19 anos de produção

```

1 n=length(production);
2 n_day=4*24; %number of observation for one day
3 a = 0.7;
4 b = 1.3;
5 esti_production=production;
6 production_prev_year=production;
7 rows=production<0; %consumption of the inverters
8
9 for i=1:19
10     production_next_year=0.99*production_prev_year;
11     production_next_year(rows)=production(rows);%restore
        consumption of the inverters
12     esti_production=[esti_production;production_next_year];
13     production_prev_year=production_next_year;
14 end
15
16 for i=n_day:(n*20)/n_day
17     r = (b-a).*rand(1,1) + a; %random number between a and b
18     esti_production(i+1:2*i)=esti_production(i+1:2*i)*r;
19 end
20
21 esti_production(1:n)=production; %restore first year
22 data.esti_production=esti_production; %add to the table that
        contains dates and consumption

```

Em certas alturas a produção apresenta valores negativos, estes valores correspondem ao consumo dos inversores quando o sistema fotovoltaico não está a produzir energia elétrica. Optou-se por manter estes valores constantes durante os 20 anos. Na Figura 4.3 estão presentes os 20 anos de produção (1 ano de valores reais e 19 de valores estimados)

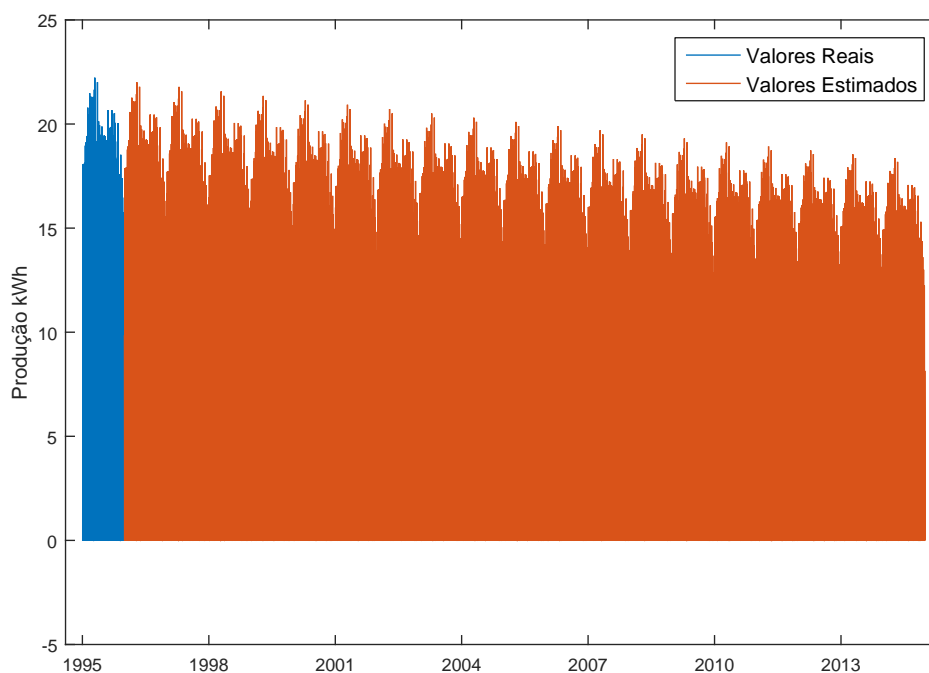


Figura 4.3: Valores reais e valores estimados de produção

4.3 Cálculo dos Fluxos de caixa mensais

Nesta secção são descritos todos os procedimentos que permitiram determinar os fluxos de caixa mensais e os diversos índices de rentabilidade (**TIR**, **VAL** e **PRA**) a 20 anos.

4.3.1 Tarifas e Períodos considerados

Os custos da fatura elétrica podem ser divididos em encargos de potência e custos de energia. Para este estudo foram consideradas as tarifas presentes na Tabela 4.1. Por sua vez os períodos horários são definidos de acordo com a Tabela 4.2. Para além disso foi considerado um **OMIE** de 0.03€/kWh. Uma vez que as receitas de um sistema fotovoltaico são dadas pela equação (3.3), calculou-se os custos de energia e encargos de potência com e sem produção fotovoltaica.

4.3.2 Custo da energia

Para calcular os custos da energia começou-se por desenvolver as seguintes funções

- `select_hours(data, h1, m1, h2, m2)` - Permite identificar todas as observações efetuadas entre a hora h1:m1 e h2:m2. Retorna um vetor de booleanos que indica quais as linhas da tabela `data` que correspondem a observações feitas entre h1:m1 e h2:m2.

Tabela 4.1: Tarifas de venda de energia elétrica em média tensão

Encargos de potência		
Termo		€/kW.mês
Potência em Horas de ponta	Contratada	0.3356 0.0479
Custo da energia		
Período trimestral	Período horário	€/kWh
I e IV	Horas de ponta	0.1429
	Horas de cheias	0.1108
	Horas de vazio normal	0.0770
	Horas de Super Vazio	0.0657
II e III	Horas de ponta	0.1487
	Horas de cheias	0.1108
	Horas de vazio normal	0.0808
	Horas de Super Vazio	0.0720

Tabela 4.2: Períodos horários considerados

	Hora de Inverno	Hora de Verão
segunda a sexta		
ponta	das 09:30 às 12:00 das 18:30 às 21:00	das 09:15 às 12:15
cheias	das 07:00 às 09:30 das 12:00 às 18:30 das 21:00 às 24:00	das 07:00 às 09:15 das 12:15 às 24:00
vazio	das 00:00 às 02:00 das 06:00 às 07:00	das 00:00 às 02:00 das 06:00 às 07:00
Super vazio	das 02:00 às 06:00	das 02:00 às 06:00
sábados		
cheias	das 09:30 às 13:00 das 18:30 às 22:00	das 09:00 às 14:00 das 20:00 às 22:00
vazio	das 00:00 às 02:00 das 06:00 às 09:30 das 13:00 às 18:30 das 22:00 às 24:00	das 00:00 às 02:00 das 06:00 às 09:00 das 14:00 às 20:00 das 22:00 às 24:00
Super vazio	das 02:00 às 06:00	das 02:00 às 06:00
domingos		
vazio	das 00:00 às 02:00 das 06:00 às 24:00	das 00:00 às 02:00 das 06:00 às 24:00
Super vazio	das 02:00 às 06:00	das 02:00 às 06:00

- `select_saturdays(data)` - Permite identificar todas as observações efetuadas aos sábados. Retorna um vetor de booleanos que indica quais as linhas da tabela *data* que correspondem a observações feitas aos sábados.
- `select_sundays(data)` - Permite identificar todas as observações efetuadas aos domingos. Retorna um vetor de booleanos indica quais as linhas da tabela *data* que correspondem a observações feitas aos domingos.
- `select_summertime(data)` - Permite identificar todas as observações efetuadas entre o último domingo de Março e o último domingo de Outubro de cada ano (hora de verão). Retorna um vetor de booleanos que indica quais as linhas da tabela *data* que correspondem a as observações que feitas durante a hora de verão.
- `select_trimester(data,p)` - Caso *p* seja igual a um permite identificar todas as observações efetuadas no primeiro e no quarto trimestre. Caso *p* seja igual a dois permite identificar todas as observações efetuadas no segundo e no terceiro trimestre.

Utilizando as funções acima descritas, foi possível implementar funções que identificam as observações feitas nos diferentes períodos horários (Ponta, Cheias, Vazio e Super Vazio). Tendo a capacidade de identificar quais as observações efetuadas em cada período horário, torna-se fácil calcular os custos de energia, bastando multiplicar o valor da energia pedida à rede pela respetiva tarifa. Para o calculo dos custos da energia sem produção fotovoltaica a energia pedida à rede corresponde ao consumo da instalação, com produção fotovoltaica a energia pedida a rede é dada pelo consumo da instalação menos a produção fotovoltaica. No caso de existir injeção de energia na RESP a receita é calculada como sendo um "custo negativo" de acordo com a equação (2.1).

Na Listagem 4.3 é apresentada a função utilizada para o calculo dos custos da energia com e sem produção.

Listagem 4.3: Calculo dos custos da energia

```

1 function [cost_nPV, cost_PV] =energy_cost(data, tariff1, tariff2,
   OMIE)
2
3 aux=zeros(height(data),1)+NaN;
4
5 %cost without production
6 rows_ponta1=select_ponta(data)&select_trimester(data,1);
7 rows_ponta2=select_ponta(data)&select_trimester(data,2);
8 aux(rows_ponta1)=data.esti_consumption(rows_ponta1)*tariff1.
   ponta;
9 aux(rows_ponta2)=data.esti_consumption(rows_ponta2)*tariff2.
   ponta;

```

```
10
11 rows_cheias1=select_cheias(data)&select_trimester(data,1);
12 rows_cheias2=select_cheias(data)&select_trimester(data,2);
13 aux(rows_cheias1)=data.esti_consumption(rows_cheias1)*tariff1.
    cheias;
14 aux(rows_cheias2)=data.esti_consumption(rows_cheias2)*tariff2.
    cheias;
15
16 rows_vazio1=select_vazio(data)&select_trimester(data,1);
17 rows_vazio2=select_vazio(data)&select_trimester(data,2);
18 aux(rows_vazio1)=data.esti_consumption(rows_vazio1)*tariff1.
    vazio;
19 aux(rows_vazio2)=data.esti_consumption(rows_vazio2)*tariff2.
    vazio;
20
21 rows_Svazio1=select_Svazio(data)&select_trimester(data,1);
22 rows_Svazio2=select_Svazio(data)&select_trimester(data,2);
23 aux(rows_Svazio1)=data.esti_consumption(rows_Svazio1)*tariff1.
    Svazio;
24 aux(rows_Svazio2)=data.esti_consumption(rows_Svazio2)*tariff2.
    Svazio;
25 cost_nPV=aux;
26
27 %cost with production
28 aux=zeros(height(data),1)+NaN;
29 consumption_PV=data.esti_consumption-data.esti_production;
30 rows_inj= consumption_PV<0; %energy injected into the grid
31
32 aux(rows_ponta1)=consumption_PV(rows_ponta1)*tariff1.ponta;
33 aux(rows_ponta2)=consumption_PV(rows_ponta2)*tariff2.ponta;
34
35 aux(rows_cheias1)=consumption_PV(rows_cheias1)*tariff1.cheias;
36 aux(rows_cheias2)=consumption_PV(rows_cheias2)*tariff2.cheias;
37
38 aux(rows_vazio1)=consumption_PV(rows_vazio1)*tariff1.vazio;
39 aux(rows_vazio2)=consumption_PV(rows_vazio2)*tariff2.vazio;
40
41 aux(rows_Svazio1)=consumption_PV(rows_Svazio1)*tariff1.Svazio;
42 aux(rows_Svazio2)=consumption_PV(rows_Svazio2)*tariff2.Svazio;
43
```

```

44 aux ( rows_inj ) = consumption_PV ( rows_inj ) * OMIE * 0.9 ;
45
46 cost_PV = aux ;
47
48 end

```

4.3.3 Encargos de Potência

Para calcular os encargos de potência foi implementada uma função `Power_cost(energ_ponta_nPV, trf_ut_ponta, tariff_Pcont, contracted_P_nPV)` que aplica a equação (4.1)

$$EP_m = \frac{E_{hp}}{n_{hp}} \times T_{uhp} + P_c \times T_{Pc} \quad (4.1)$$

Sendo

- EP_m - Os encargos de potência referentes ao mês m ;
- E_{hp} - A energia elétrica pedida à [RESP](#) durante as horas de ponta no mês m ;
- n_{hp} - A quantidade de horas de ponta em que foi consumida energia elétrica, no mês m ;
- T_{uhp} - A tarifa correspondente à utilização de potência durante horas de ponta em €/kW.mês;
- P_c - A potência contratada;
- T_{Pc} - A tarifa correspondente à potência contratada;

4.3.4 Receitas Mensais

Uma vez calculados os custos de energia e encargos de potência mensais com e sem produção fotovoltaica, determinou-se as receitas provenientes da exploração do sistema fotovoltaico. Um aspeto que foi tido em consideração foi a atualização da potência contratada. A potência contratada corresponde à máxima potência ativa média em kW, registada em qualquer intervalo ininterrupto de 15 minutos, durante os últimos 12 meses. Embora o consumo seja semelhante de ano para ano, a produção fotovoltaica permite baixar consideravelmente a potência contratada.

Na Listagem 4.4 é apresentado o código da função utilizada para calcular as receitas mensais.

Listagem 4.4: Calculo de receitas mensais

```

1 function r_m=monthly_revenue ( data , tariff1 , tariff2 , trf_ut_ponta ,
   contracted_P , tariff_Pcont , OMIE )

```

```

2  r_m=zeros(240,1); %240=20*12 months
3  counter=0;
4  contracted_P_nPV=contracted_P;
5  contracted_P_PV=contracted_P;
6  [energ_cost_nPV,energ_cost_PV]=energy_costs(data,tariff1,tariff2
    ,OMIE);
7  for y=1995:2014
8      for m=1:12
9          counter=counter+1;
10         rows_m=year(data.date)==y & month(data.date)==m;
11         monthly_data=data(rows_m,:);
12         rows_ponta=select_ponta(monthly_data);
13
14         %monthly cost without photovoltaic production
15         energ_ponta_nPV=monthly_data.esti_consumption(rows_ponta
            );
16         P_cost_nPV=Power_cost(energ_ponta_nPV,trf_ut_ponta,...
            tariff_Pcont,contracted_P_nPV);
17         cost_nPV= sum(energ_cost_nPV(rows_m))+P_cost_nPV;
18
19         %monthly cost with photovoltaic production
20         energ_ponta_cFV=monthly_data.esti_consumption(rows_ponta
            )-...
21         monthly_data.esti_production(rows_ponta);
22         P_cost_PV=Power_cost(energ_ponta_cFV,trf_ut_ponta,...
            tariff_Pcont,contracted_P_PV);
23         cost_PV= sum(energ_cost_PV(rows_m))+P_cost_PV;
24
25         %update contracted power
26         if(m==12)
27             rows_y=year(data.date)==y;
28             P_consumption=data.esti_consumption(rows_y)/0.25;
29             P_production=data.esti_production(rows_y)/0.25;
30             contracted_P_PV=ceil(max(P_consumption-P_production)
                );
31             contracted_P_nPV=ceil(max(P_consumption));
32         end
33         r_m(counter)=cost_nPV-cost_PV;
34     end
35 end
36 end
37 end

```

4.3.5 Despesas

As despesas decorrentes da exploração de um sistema fotovoltaico foram descritas na secção 3.2.1. Neste estudo, a compensação devida pelas UPAC não foi considerada uma vez que o total acumulado de potência instalada das UPAC, no âmbito do regime de auto-consumo, é inferior a 1 % do total da potência instalada de centro eletroprodutores do SEN. Na Tabela 4.3 encontram-se os valores considerados para as restantes despesas e o período de liquidação das mesmas. Para além das despesas descritas na Tabela 4.3, foi considerada a taxa de registo no SERUP de 250€, no entanto esta taxa está incluída no investimento inicial.

Tabela 4.3: Despesas decorrentes da exploração do sistema fotovoltaico

Descrição	Valor €	Periodo de liquidação
Seguro de Responsabilidade	375	Trimestral
Taxa de Reinspeção	50	De 10 em 10 anos
Manutenção	400	Anual

Tendo em consideração as Receitas e as Despesas, obtiveram-se os fluxos de caixa presentes na Figura 4.4. Tal como esperado, a série temporal dos fluxos de caixa mensais apresenta uma forte sazonalidade com período de 12 meses.

4.4 Índices de Rendibilidade do Sistema Fotovoltaico

Uma vez obtidos os fluxos de caixa mensais decorrentes de 20 de exploração calculou-se o VAL, a TIR e o PRA. Para o cálculo do VAL e do PRA considerou-se uma taxa de atualização anual de 6%. No entanto uma vez que os fluxos de caixa são mensais é necessário calcular a taxa de atualização mensal correspondente (Megre 2013). A taxa de atualização anual d_a relaciona-se com a taxa de atualização mensal d_m através da equação

$$(1 + d_a) = (1 + d_m)^{12} \quad (4.2)$$

Sendo assim, ao utilizar fluxos de caixas mensais para o cálculo da TIR resultará uma taxa mensal. A TIR anual correspondente é calculada resolvendo a equação (4.2).

Os valores obtidos para o VAL, TIR e o PRA estão presentes na Tabela 4.4, sendo que a TIR é anual.

Os valores do VAL, TIR e o PRA, assim como os fluxos de caixas, embora tenham sido calculados a partir de uma estimativa do consumo e da produção, serão tratados daqui para a frente como sendo os valores efetivos durante 20 anos, e servirão como termo de comparação para as previsões obtidas através do modelo que apresentar um menor AIC.

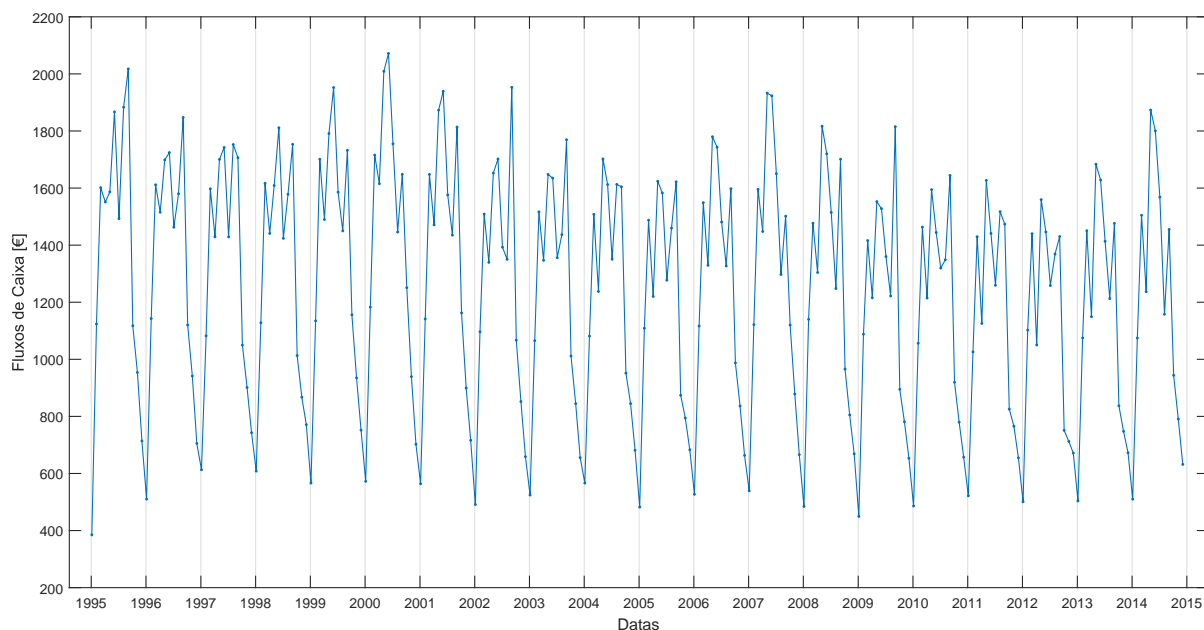


Figura 4.4: Fluxos de caixa mensais decorrentes de 20 anos de exploração do sistema fotovoltaico

Tabela 4.4: Índices de rentabilidade do sistema em estudo

Indicador	Valor
VAL	26 995 €
TIR	8.308%
PRA	14.67 anos

4.5 Previsão dos Fluxos de Caixa

O MATLAB e Econometrics Toolbox 2015 disponibiliza praticamente todas as funções necessárias para implementar as etapas descritas no Capítulo 3. No entanto, ao implementar a metodologia anteriormente descrita verificou-se que não foi possível obter um modelo que apresentasse normalidade dos resíduos.

Em Li e McLeod 1988, é referido que é comum que séries temporais não apresentem resíduos que seguem uma distribuição normal, principalmente aquelas que exibem um comportamento de "dente de serra". Embora a MLE assuma a normalidade dos resíduos, esta apresenta bons resultados mesmo quando os resíduos são não normais (James D. Hamilton 2003). Sendo assim, optou-se por aferir a adequabilidade dos modelos estimados apenas através do teste de Ljung-Box.

As previsões foram feitas em dois cenários diferentes. Na secção 4.5.1 foram feitas várias previsões utilizando cada vez um maior numero de dados para estimar os parâmetros do modelo. Já na secção 4.5.2 utilizou-se sempre os últimos 5 anos de dados, ignorando

as observações que foram efetuadas há mais tempo.

4.5.1 Previsão dos fluxos de caixa com o tamanho da amostra crescente

Nesta secção foram feitas previsões, de ano a ano, dos fluxos de caixa utilizando modelos $ARIMA(p, d, q) \times (P, D, Q)_{12}$. Os parâmetros dos modelos foram estimados usando 5, 6, 7, ..., 19 anos de dados. Pretendendo simular a evolução das previsões à medida que, com o passar do tempo, mais dados estão disponíveis. Calculou-se ainda os indicadores de rendibilidade a 20 anos. Os resultados obtidos são apresentados na Tabela 4.5. Os gráficos das previsões obtidas podem ser observados no Anexo A.2. Nas Figuras 4.5, 4.6 e 4.7 está representada a evolução das previsões do VAL, TIR e PRA, respetivamente.

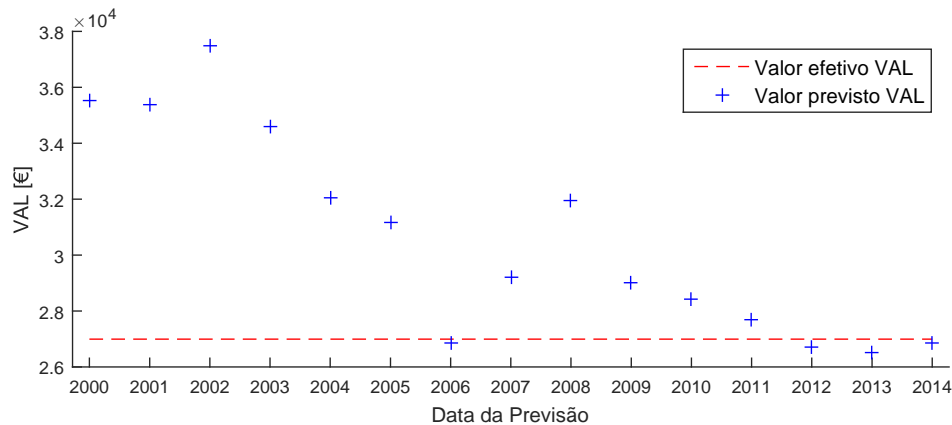


Figura 4.5: Previsão do VAL em diferentes datas com o tamanho da amostra, utilizada para a estimativa de parâmetros, crescente

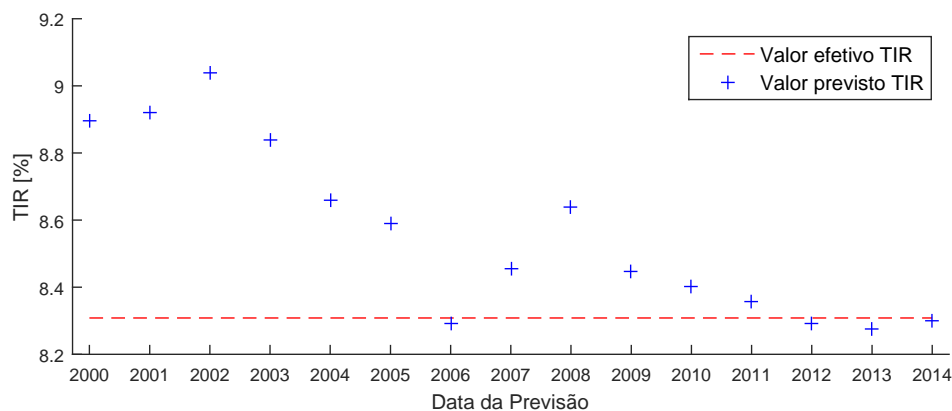


Figura 4.6: Previsão da TIR em diferentes datas com o tamanho da amostra, utilizada para a estimativa de parâmetros, crescente

Tabela 4.5: Resultados obtidos para previsões com número de amostras crescente

Ano da previsão	Nº de anos usados para estimar o modelo	EMR entre fluxos de caixa previstos e os valores efetivos	VAL previsto	Erro relativo VAL	TIR previsto	Erro relativo TIR	PRA previsto	Erro relativo PRA
2000	5	13.10%	35518,23€	31.58%	8.896%	7.07%	14.17 anos	3.41%
2001	6	13.84%	35383,29€	31.08%	8.919%	7.35%	13.83 anos	5.68%
2002	7	13.79%	37487,63€	38.87%	9.040%	8.81%	13.83 anos	5.68%
2003	8	11.85%	34616,47€	28.23%	8.839%	6.39%	14.25 anos	2.84%
2004	9	10.24%	32073,06€	18.81%	8.660%	4.24%	14.42 anos	1.70%
2005	10	11.17%	31179,93€	15.50%	8.589%	3.38%	14.58 anos	0.57%
2006	11	7.18%	26846,81€	0.55%	8.290%	0.22%	14.83 anos	1.14%
2007	12	8.19%	29184,52€	8.11%	8.455%	1.76%	14.67 anos	0.00%
2008	13	15.84%	31935,15€	18.30%	8.637%	3.96%	14.50 anos	1.14%
2009	14	7.98%	29029,74€	7.54%	8.445%	1.65%	14.67 anos	0.00%
2010	15	8.63%	28405,08€	5.23%	8.403%	1.14%	—	—
2011	16	7.58%	27711,40€	2.66%	8.357%	0.58%	—	—
2012	17	6.74%	26726,97€	0.99%	8.291%	0.21%	—	—
2013	18	7.38%	26511,52€	1.79%	8.277%	0.38%	—	—
2014	19	5.18%	26876,19€	0.44%	8.301%	0.09%	—	—

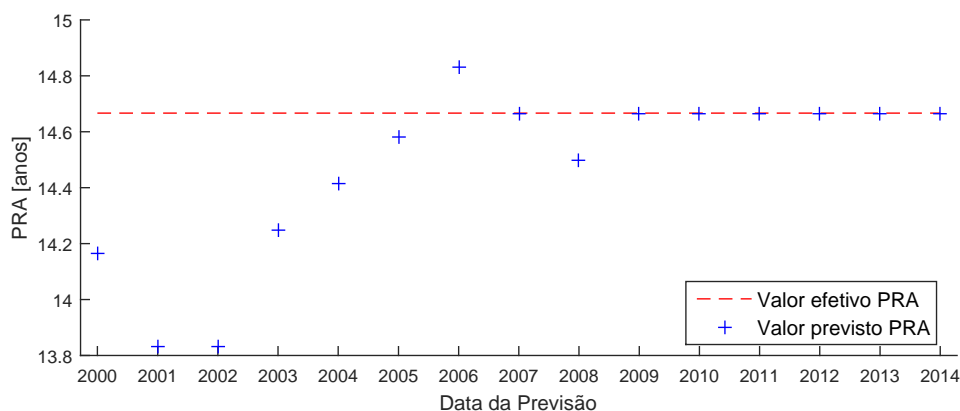


Figura 4.7: Previsão da PRA em diferentes datas com o tamanho da amostra, utilizada para a estimativa de parâmetros, crescente

4.5.2 Previsão dos fluxos de caixa com o tamanho da amostra fixo

Nesta secção foram apenas considerados os últimos 5 anos de dados para estimar os parâmetros dos modelos. Todos os dados anteriores a menos 5 anos da origem da previsão foram excluídos. Esta abordagem pode fazer sentido para uma utilização prática, uma vez que requer menos processamento de dados, fazendo com que as previsões sejam efetuadas mais rapidamente. Os resultados obtidos estão presentes na Tabela 4.6. Os gráficos das previsões obtidas podem ser observados no Anexo A.3. Nas Figuras 4.8, 4.9 e 4.10 está representada a evolução das previsões do VAL, TIR e PRA, respetivamente.

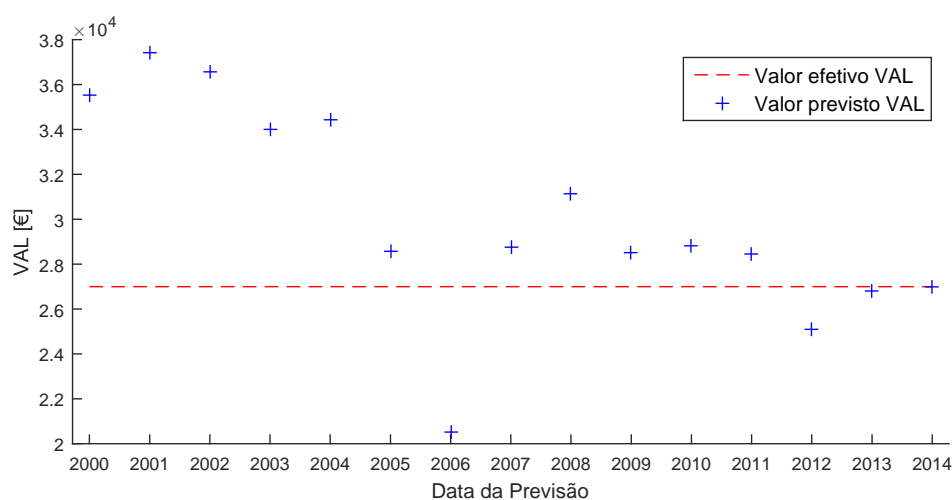


Figura 4.8: Previsão do VAL em diferentes datas com o tamanho da amostra, utilizada para a estimativa de parâmetros, fixo

Tabela 4.6: Resultados obtidos para previsões com número de amostras fixo

Ano da previsão	EMR entre fluxos de caixa previstos e os valores efetivos	VAL previsto	Erro relativo VAL	TIR previsto	Erro relativo TIR	PRA previsto	Erro relativo PRA
2000	13.10%	35518.23€	31.58%	8.896%	7.07%	14.17 anos	3.41%
2001	14.21%	37449.78€	38.73%	9.042%	8.84%	13.75 anos	6.25%
2002	15.00%	36547.69€	35.39%	8.974%	8.01%	14.00 anos	4.55%
2003	12.40%	34029.87€	26.06%	8.800%	5.92%	14.25 anos	2.84%
2004	13.97%	34437.70€	27.57%	8.825%	6.22%	14.25 anos	2.84%
2005	7.92%	28590.42€	5.91%	8.414%	1.27%	14.67 anos	0.00%
2006	15.92%	20500.19€	24.06%	7.834%	5.71%	15.25 anos	3.98%
2007	7.74%	28731.09€	6.43%	8.423%	1.38%	14.67 anos	0.00%
2008	13.71%	31122.88€	15.29%	8.582%	3.30%	14.58 anos	0.57%
2009	9.36%	28520.66€	5.65%	8.411%	1.24%	14.67 anos	0.00%
2010	10.40%	28815.22€	6.74%	8.431%	1.48%	—	—
2011	12.31%	28428.76€	5.31%	8.405%	1.16%	—	—
2012	17.35%	25103.35€	7.01%	8.183%	1.51%	—	—
2013	5.94%	26797.53€	0.73%	8.295%	0.15%	—	—
2014	5.43%	26988.16€	0.02%	8.308%	0.01%	—	—

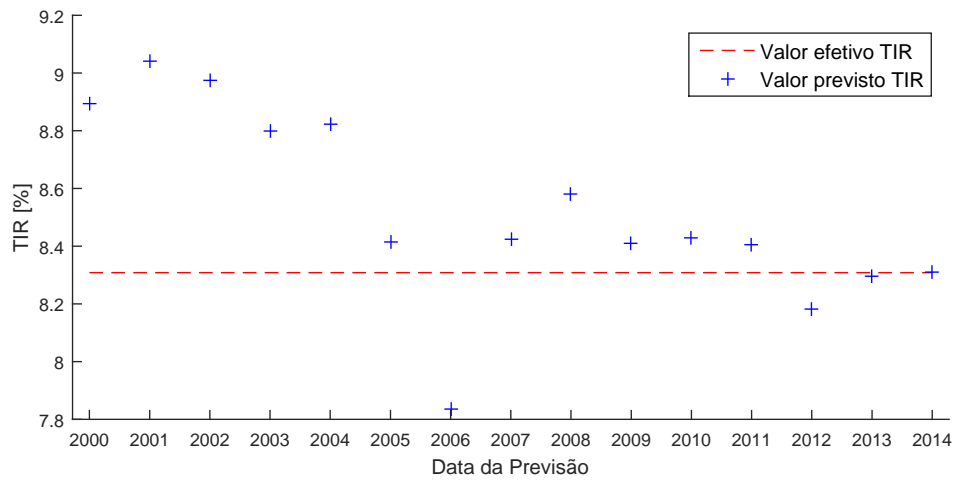


Figura 4.9: Previsão da TIR em diferentes datas com o tamanho da amostra, utilizada para a estimativa de parâmetros, fixo

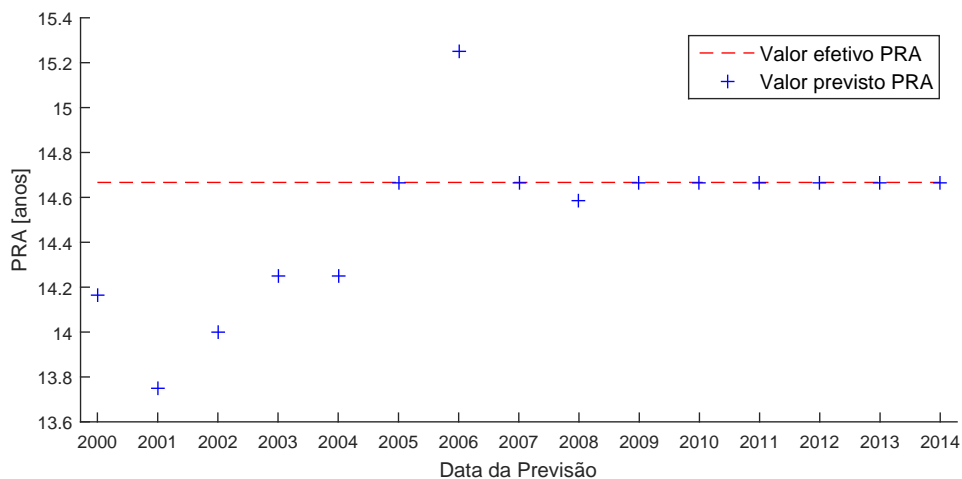


Figura 4.10: Previsão da PRA em diferentes datas com o tamanho da amostra, utilizada para a estimativa de parâmetros, fixo

4.6 Análise de Resultados

Analisando os resultados obtidos nos dois cenários verifica-se que quando se efetuam previsões para um número de "passos à frente" elevado, o EMR entre os fluxos de caixa previstos e valores efetivos é mais elevado. Isto acontece devido à acumulação dos erros ao longo dos anos, o que afeta consideravelmente a precisão da previsão dos índices de rentabilidade.

Verificou-se um decréscimo do erro nos índices de rentabilidade, à medida que o período de tempo a prever vai ficando menor. Este decréscimo verifica-se em grande parte devido ao facto de à medida que o tempo vai passando mais valores efetivos vão ficando disponíveis resultando num erro acumulado menor. Verificou-se ainda que a

qualidade da previsão aumenta quanto menor forem os "passos à frente" a prever.

Comparando os resultados obtidos nos dois cenários não se verificaram, neste caso, diferenças significativas em relação à precisão da previsão utilizando uma amostra com tamanho variável ao longo do tempo ou uma amostra de tamanho fixo.

CONCLUSÕES E TRABALHO FUTURO

5.1 Conclusões

Os proprietários de sistemas fotovoltaicos não têm à sua disposição ferramentas que lhes permitam verificar se a rendibilidade do sistema está de acordo com o projetado. O trabalho desenvolvido ao longo desta dissertação teve como objetivo a previsão dos fluxos de caixa decorrentes da exploração de um sistema fotovoltaico de auto-consumo, aplicando de modelos ARIMA com sazonalidade multiplicativa. Os fluxos de caixa registados em conjunto com a sua previsão para um determinado período de tempo permite fazer uma previsão dos índices de rendibilidade do sistema.

Neste trabalho, começou-se por fazer um enquadramento do regime jurídico referente à produção para auto-consumo em Portugal. Foram também apresentados os principais conceitos referentes aos indicadores de rendibilidade de projetos de investimento e modelagem de séries temporais usando modelos ARIMA. De seguida foi proposta uma metodologia para a previsão, de forma automática, dos fluxos de caixa mensais resultantes da exploração de um sistema fotovoltaico de auto-consumo, que por sua vez irão permitir o cálculo dos índices de rendibilidade. Finalmente, a metodologia proposta foi utilizada num estudo de caso, onde foram considerados dois cenários

1. **Previsão dos fluxos de caixa com o tamanho da amostra crescente** - Neste cenário as diferentes previsões dos fluxos de caixa são feitas utilizando cada vez mais dados para estimar os parâmetros dos modelos.
2. **Previsão dos fluxos de caixa com o tamanho da amostra fixo** - Neste cenário as diferentes previsões dos fluxos de caixa são feitas utilizando apenas os últimos

cinco anos de dados para estimar os parâmetros dos modelos.

Um aspeto importante a destacar, é que só foi possível a recolha de 1 ano de dados reais da produção e consumo do sistema. Os dados da produção fotovoltaica foram simulados usando o *software* PV*SOL, obtendo-se também um ano de dados. Uma vez que o cálculo do VAL e TIR requer, tipicamente, vinte anos de dados foi necessário fazer uma estimativa para os restantes anos.

Dos resultados obtidos conclui-se que previsões dos fluxos de caixa para um período alargo resultam numa previsão dos indicadores de rentabilidade com um erro considerável, devido à acumulação de erros nos fluxos de caixa. No entanto, à medida que mais dados vão ficando disponíveis há menos erros acumulados resultando em indicadores mais precisos.

5.2 Trabalho Futuro

O principal objetivo deste trabalho é dar um primeiro passo para o desenvolvimento de um *software* que permita a um proprietário de um sistema fotovoltaico de auto-consumo verificar se a sua rentabilidade está de acordo com o projetado. Para isso começou-se aplicar modelos ARIMA com sazonalidade multiplicativa para a previsão de fluxos de caixa. Com a experiência acumulada e as dificuldades apresentadas ao longo do desenvolvimento desta dissertação, sugerem-se os seguintes pontos de estudo para um trabalho futuro

- Testar a metodologia proposta utilizando valores de consumo e produção do sistema reais, em vez de estimativas. Embora para aplicações domésticas seja exetável que o consumo se mantenha mais ou menos constante, o consumo numa aplicação industrial pode variar significativamente, por exemplo, com a remodelação da planta industrial. Para além disso é importante ter em conta possíveis avarias no sistema que podem diminuir a produção num período considerável de tempo.
- Modelação dos fluxos de caixa considerando resíduos não normais. Como foi referido anteriormente, não foi possível obter um modelo que apresentasse normalidade dos resíduos. Embora a MLE apresente bons resultados mesmo quando os resíduos são não normais, seria interessante verificar se estimativa dos parâmetros do modelo, assumindo a não normalidade levariam a resultados significativamente melhores.
- Fazer a previsão dos fluxos de caixa utilizando outro tipo de modelos, por exemplo redes neuronais, e verificar se as previsões obtidas são mais precisas.

BIBLIOGRAFIA

- 3.8 *Skewness - Statistical Inference: A Short Course [Book]*. Data de acesso: 2016-08-23. URL: <https://www.safaribooksonline.com/library/view/statistical-inference-a/9781118309803/c03anchor-8.html>.
- Bisgaard, S. e M. Kulahci (2011). *Time series analysis and forecasting by example*. Wiley, p. 366. ISBN: 9781118056950.
- Box, G. E., G. M. Jenkins e G. C. Reinsel (1994). *Time series analysis - Forecasting and Control 4th Ed.* P. 756. ISBN: 0691042896 (acid-free paper) 9780691042893 (acid-free paper). DOI: 10.1007/SpringerReference{_}6246.
- Brockwell, P. e R. Davis (2002). *Introduction to Time Series and Forecasting*, p. 437. ISBN: 0387953515. DOI: 10.2307/1271510.
- Decreto-Lei nº 153/2014 de 20 de outubro - *Diário da República* (2014). Data de acesso: 2016-01-30. URL: <https://dre.pt/application/file/58428682>.
- Dickey, D. A. “Estimation and hypothesis testing in nonstationary time series”. Em: URL: <http://lib.dr.iastate.edu/rtd>.
- Do, C. B. (2008). “The Multivariate Gaussian Distribution”. Em: DOI: 10.1016/B978-0-12-380866-0.60001-0. URL: <http://cs229.stanford.edu/section/gaussians.pdf>.
- Drury, E., P. Denholm e R. Margolis (2011). “The Impact of Different Economic Performance Metrics on the Perceived Value of Solar Photovoltaics”. Em: *Technical Report (NREL/TP-6A20-52197)* October, pp. 1–44.
- ERSE (2015). *Tarifas e Preços para a Energia Elétrica e Outros Serviços 2016*. http://www.erse.pt/pt/electricidade/tarifaseprecos/2016/Documents/Tarifas%20e%20Pre%C3%A7os%202016_Final.pdf. Data de acesso: 2016-02-02.
- Gomes, V. S. (2011). *Avaliação de Projectos de Investimento : Elaboração de um Estudo de Viabilidade Económico-Financeira*. Rel. téc.
- Grigelionis, B. (2011). “Student’s t-Distribution”. Em: *International Encyclopedia of Statistical Science*. Ed. por M. Lovric. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, pp. 1558–1559. ISBN: 978-3-642-04898-2. DOI: 10.1007/978-3-642-04898-2_648. URL: http://dx.doi.org/10.1007/978-3-642-04898-2_648.
- Grijalva, S., M. Costley e N. Ainsworth (2011). “Prosumer-based control architecture for the future electricity grid”. Em: *Proceedings of the IEEE International Conference on Control Applications*, pp. 43–48. ISSN: 1085-1992. DOI: 10.1109/CCA.2011.6044467.

- Harris, R. (1992). "Testing for unit roots using the augmented Dickey-Fuller test: Some issues relating to the size, power and the lag structure of the test". Em: *Economics Letters* 38.4, pp. 381–386. URL: <http://EconPapers.repec.org/RePEc:eee:ecolet:v:38:y:1992:i:4:p:381-386>.
- Harris, R. e R. Sollis (2015). *Applied Time Series — Modelling and Forecasting*. Vol. 1542. ISBN: 9788578110796. DOI: 10.1017/CB09781107415324.004. arXiv: arXiv:1011.1669v3.
- Hauff, J. e D. Rendschmidt (2011). "Enabling the European Consumer To Generate Power for Self-Consumption". Em: November, p. 47.
- Hayashi, F. (2011). *Econometrics*. Princeton University Press. ISBN: 9781400823833. URL: <https://books.google.pt/books?id=QyIW8WUIyzcC>.
- Hyndman, R. e G. Athanasopoulos (2014). *Forecasting: principles and practice*. OTexts: Melbourne, Australia. Data de acesso: 2016-08-01. URL: <http://otexts.org/fpp/>.
- Hyndman, R. e Y. Khandakar (2008). "Automatic Time Series Forecasting: The forecast Package for R". Em: *Journal of Statistical Software* 27.1, pp. 1–22. ISSN: 1548-7660. DOI: 10.18637/jss.v027.i03. URL: <https://www.jstatsoft.org/index.php/jss/article/view/v027i03>.
- Hyndman, R. J. (2012). *Constants and ARIMA models in R | Hyndsight*. Data de acesso: 2016-09-03. URL: <http://robjhyndman.com/hyndsight/arimaconstants/>.
- James D. Hamilton (2003). *Time series analysis. James D. Hamilton Princeton University Press*. DOI: 10.1002/wilm.42820030622. URL: <http://doi.wiley.com/10.1002/wilm.42820030622>.
- Jarque, C. M. (2011). "Jarque-Bera Test". Em: *International Encyclopedia of Statistical Science*. Ed. por M. Lovric. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, pp. 701–702. ISBN: 978-3-642-04898-2. DOI: 10.1007/978-3-642-04898-2_319. URL: http://dx.doi.org/10.1007/978-3-642-04898-2_319.
- Kohn, R. e C. F. Ansley (1986). "Estimation, Prediction, and Interpolation for ARIMA Models with Missing Data". Em: *Journal of the American Statistical Association* 81.395, pp. 751–761. DOI: 10.1080/01621459.1986.10478332. eprint: <http://amstat.tandfonline.com/doi/pdf/10.1080/01621459.1986.10478332>. URL: <http://amstat.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/01621459.1986.10478332>.
- Li, W. e A. McLeod (1988). "ARMA MODELLING WITH NON-GAUSSIAN INNOVATIONS". Em: *Journal of Time Series Analysis* 9.2, pp. 155–168.
- Ljung, G. M. e G. E. P. Box (1978). "On a measure of lack of fit in time series models". Em: *Biometrika* 65.2, pp. 297–303. DOI: 10.1093/biomet/65.2.297. eprint: <http://biomet.oxfordjournals.org/content/65/2/297.full.pdf+html>. URL: <http://biomet.oxfordjournals.org/content/65/2/297.abstract>.
- Luthander, R., J. Widén, D. Nilsson e J. Palm (2015). "Photovoltaic self-consumption in buildings: A review". Em: *Applied Energy* 142, pp. 80–94. ISSN: 03062619. DOI: 10.1016/j.apenergy.2014.12.028. URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0306261914012859>.

- MathWork[®]. *Jarque-Bera test - MATLAB Documentation*. Data de acesso: 2016-08-25. URL: <http://www.mathworks.com/help/stats/jbtest.html>.
- MathWork[®]. *Ljung-Box Q-test for residual autocorrelation - MATLAB Documentation*. Data de acesso: 2016-08-25. URL: <http://www.mathworks.com/help/econ/lbqtest.html>.
- MATLAB e Econometrics Toolbox (2015). *version 8.5.0 (R2015a)*. Natick, Massachusetts: MathWork[®]. URL: <http://www.mathworks.com/products/econometrics/>.
- Mauricio, J. A. (1995). "Exact Maximum Likelihood Estimation of Stationary Vector ARMA Models". Em: *Journal of the American Statistical Association* 90.429, pp. 282–291. ISSN: 01621459. URL: <http://www.jstor.org/stable/2291152>.
- Megre, L. (2013). *Análise de Projetos de Investimento – Uma Perspetiva Económica*. Ed. por M. Robalo. 1ª Edição. Lisboa: Edições Sílabo, p. 260. ISBN: 978-972-618-728-8.
- Melard, G. (1984). "Algorithm AS 197: A Fast Algorithm for the Exact Likelihood of Autoregressive-Moving Average Models". Em: *Journal of the Royal Statistical Society. Series C (Applied Statistics)* 33.1, pp. 104–114. ISSN: 00359254, 14679876. URL: <http://www.jstor.org/stable/2347672>.
- Melrose, J., R. Perroy e S. Careas (2015). *The Concise Encyclopedia of Statistics*. DOI: 10.1017/CB09781107415324.004. arXiv: arXiv:1011.1669v3.
- OMIE Resultados de Mercado. <http://www.omie.es/files/flash/ResultadosMercado.swf>. Data de acesso: 2016-01-30.
- Peña, D., G. Tiao e R. Tsay (2001). *A course in time series analysis*. Wiley series in probability and statistics: Probability and statistics. Wiley. ISBN: 9780471361640. URL: <https://books.google.pt/books?id=fh3vAAAAMAAJ>.
- Pereira, M. C., A. Joyce e P. C. Reis (2016). "O valor e o custo da eletricidade produzida por sistemas (2ª Parte)". Em: *renováveis magazine*. URL: <http://www.apren.pt/pt/artigo/o-valor-e-o-custo-da-eletricidade-produzida-por-sistemas-solares-fotovoltaicos/>.
- Portaria n.º 14/2015, de 23 de janeiro - *Diário da República* (2015). URL: <https://dre.pt/application/file/66321064>.
- Portaria n.º 332/2012, de 22 de outubro - *Diário da República* (2012). URL: <https://dre.pt/application/file/192475>.
- Posada, D. e T. R. Buckley (2004). "Model Selection and Model Averaging in Phylogenetics: Advantages of Akaike Information Criterion and Bayesian Approaches Over Likelihood Ratio Tests". Em: *Systematic Biology* 53.5, pp. 793–808. DOI: 10.1080/10635150490522304. URL: <http://sysbio.oxfordjournals.org/content/53/5/793.abstract>.
- Probabilidades e estatística III-20*. Data de acesso: 2016-08-23. URL: http://www.mspc.eng.br/matm/prob{_}est320.shtml.
- PV Parity (2013). *Recomendações Nacionais para Portugal*. Data de acesso: 2016-01-30. URL: http://www.pvparity.eu/index.php?eID=tx_nawsecured1&u=0&file=

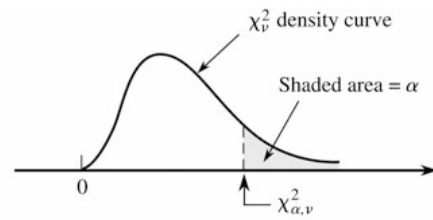
- fileadmin/PVPARITY_docs/National_policy_recommendations_Portugal.pdf&t=1455708318&hash=e1705730f54f7b944b105632416ef327583d7dcf.
- Raza, M. Q., M. Nadarajah e C. Ekanayake (2016). "On recent advances in {PV} output power forecast". Em: *Solar Energy* 136, pp. 125 –144. ISSN: 0038-092X. DOI: <http://dx.doi.org/10.1016/j.solener.2016.06.073>.
- Silva, D. M. R. da (2015). "Autoconsumo: Um Elemento de Eficiência Energética". por. Tese de mestrado. URL: <http://recipp.ipp.pt/handle/10400.22/7143>.
- Trapletti, A., K. Hornik e B. LeBaron (2016). *Package 'tseries' - R Documentation*. Data de acesso: 2016-08-25. URL: <https://cran.r-project.org/web/packages/tseries/tseries.pdf>.
- Wei, W. W. S. (2006). *Time Series Analysis: Univariate and Multivariate Methods*. Pearson Addison Wesley. ISBN: 9780321322166.
- Yaffee, R. e M. McGee (2000). *Introduction to Time Series Analysis and Forecasting: With Applications of SAS and SPSS*. Time Series. Academic Press. ISBN: 9780127678702. URL: <https://books.google.pt/books?id=LSojZBiBZBgC>.

A P É N D I C E



ANEXOS

A.1 Distribuição χ^2



ν	α									
	.995	.99	.975	.95	.90	.10	.05	.025	.01	.005
1	0.000	0.000	0.001	0.004	0.016	2.706	3.843	5.025	6.637	7.882
2	0.010	0.020	0.051	0.103	0.211	4.605	5.992	7.378	9.210	10.597
3	0.072	0.115	0.216	0.352	0.584	6.251	7.815	9.348	11.344	12.837
4	0.207	0.297	0.484	0.711	1.064	7.779	9.488	11.143	13.277	14.860
5	0.412	0.554	0.831	1.145	1.610	9.236	11.070	12.832	15.085	16.748
6	0.676	0.872	1.237	1.635	2.204	10.645	12.592	14.440	16.812	18.548
7	0.989	1.239	1.690	2.167	2.833	12.017	14.067	16.012	18.474	20.276
8	1.344	1.646	2.180	2.733	3.490	13.362	15.507	17.534	20.090	21.954
9	1.735	2.088	2.700	3.325	4.168	14.684	16.919	19.022	21.665	23.587
10	2.156	2.558	3.247	3.940	4.865	15.987	18.307	20.483	23.209	25.188
11	2.603	3.053	3.816	4.575	5.578	17.275	19.675	21.920	24.724	26.755
12	3.074	3.571	4.404	5.226	6.304	18.549	21.026	23.337	26.217	28.300
13	3.565	4.107	5.009	5.892	7.041	19.812	22.362	24.735	27.687	29.817
14	4.075	4.660	5.629	6.571	7.790	21.064	23.685	26.119	29.141	31.319
15	4.600	5.229	6.262	7.261	8.547	22.307	24.996	27.488	30.577	32.799
16	5.142	5.812	6.908	7.962	9.312	23.542	26.296	28.845	32.000	34.267
17	5.697	6.407	7.564	8.682	10.085	24.769	27.587	30.190	33.408	35.716
18	6.265	7.015	8.231	9.390	10.865	25.989	28.869	31.526	34.805	37.156
19	6.843	7.632	8.906	10.117	11.651	27.203	30.143	32.852	36.190	38.580
20	7.434	8.260	9.591	10.851	12.443	28.412	31.410	34.170	37.566	39.997
21	8.033	8.897	10.283	11.591	13.240	29.615	32.670	35.478	38.930	41.399
22	8.643	9.542	10.982	12.338	14.042	30.813	33.924	36.781	40.289	42.796
23	9.260	10.195	11.688	13.090	14.848	32.007	35.172	38.075	41.637	44.179
24	9.886	10.856	12.401	13.848	15.659	33.196	36.415	39.364	42.980	45.558
25	10.519	11.523	13.120	14.611	16.473	34.381	37.652	40.646	44.313	46.925
26	11.160	12.198	13.844	15.379	17.292	35.563	38.885	41.923	45.642	48.290
27	11.807	12.878	14.573	16.151	18.114	36.741	40.113	43.194	46.962	49.642
28	12.461	13.565	15.308	16.928	18.939	37.916	41.337	44.461	48.278	50.993
29	13.120	14.256	16.047	17.708	19.768	39.087	42.557	45.772	49.586	52.333
30	13.787	14.954	16.791	18.493	20.599	40.256	43.773	46.979	50.892	53.672
31	14.457	15.655	17.538	19.280	21.433	41.422	44.985	48.231	52.190	55.000
32	15.134	16.362	18.291	20.072	22.271	42.585	46.194	49.480	53.486	56.328
33	15.814	17.073	19.046	20.866	23.110	43.745	47.400	50.724	54.774	57.646
34	16.501	17.789	19.806	21.664	23.952	44.903	48.602	51.966	56.061	58.964
35	17.191	18.508	20.569	22.465	24.796	46.059	49.802	53.203	57.340	60.272
36	17.887	19.233	21.336	23.269	25.643	47.212	50.998	54.437	58.619	61.581
37	18.584	19.960	22.105	24.075	26.492	48.363	52.192	55.667	59.891	62.880
38	19.289	20.691	22.878	24.884	27.343	49.513	53.384	56.896	61.162	64.181
39	19.994	21.425	23.654	25.695	28.196	50.660	54.572	58.119	62.426	65.473
40	20.706	22.164	24.433	26.509	29.050	51.805	55.758	59.342	63.691	66.766

For $\nu > 40$, $\chi_{\alpha, \nu}^2 \approx \nu \left(1 - \frac{2}{9\nu} + z_{\alpha} \sqrt{\frac{2}{9\nu}} \right)^3$

A.2 Previsão dos fluxos de caixa com o tamanho da amostra variável

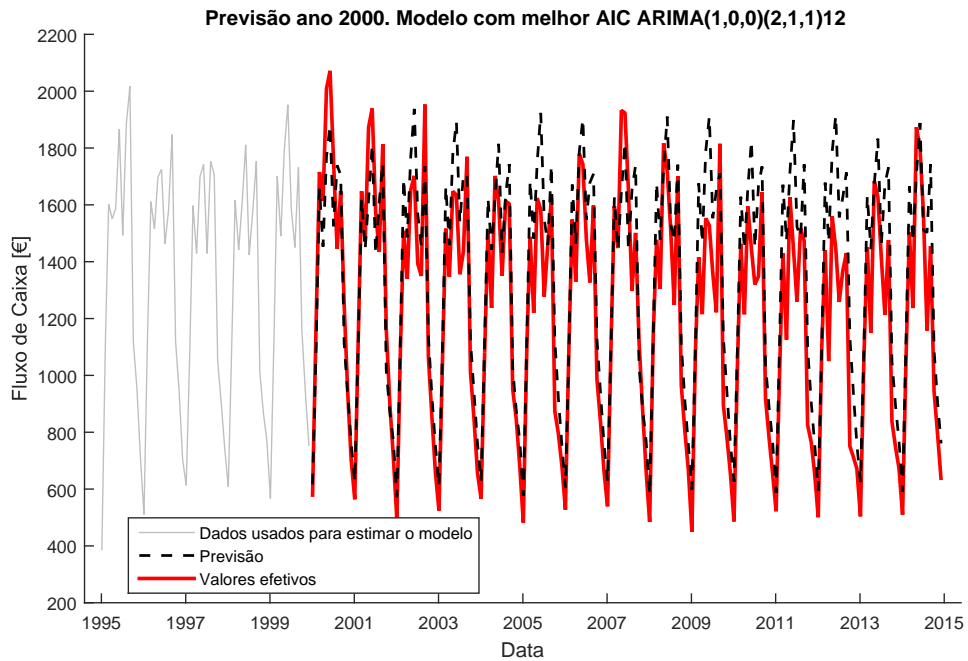


Figura A.1: Previsão de Fluxos de Caixas utilizando 5 anos de dados para estimar os parâmetros do modelo.

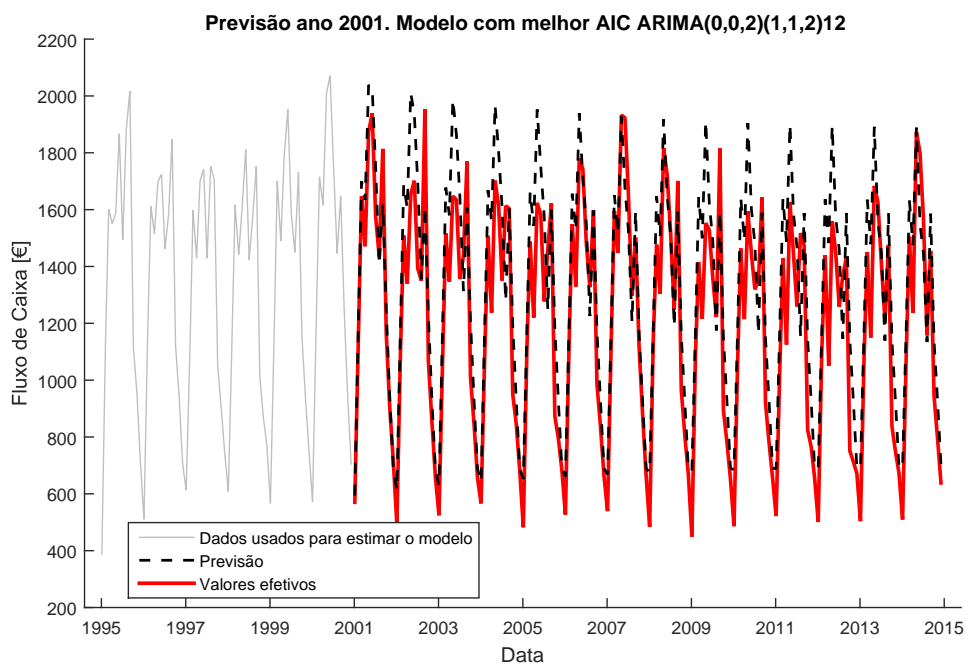


Figura A.2: Previsão de Fluxos de Caixas utilizando 6 anos de dados para estimar os parâmetros do modelo.

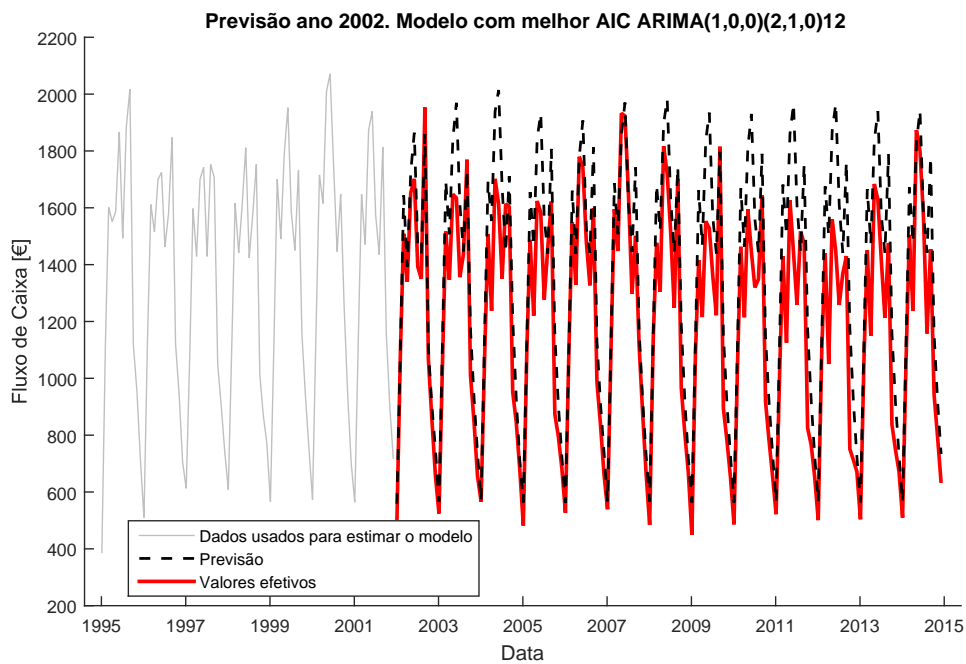


Figura A.3: Previsão de Fluxos de Caixas utilizando 7 anos de dados para estimar os parâmetros do modelo.

A.2. PREVISÃO DOS FLUXOS DE CAIXA COM O TAMANHO DA AMOSTRA VARIÁVEL

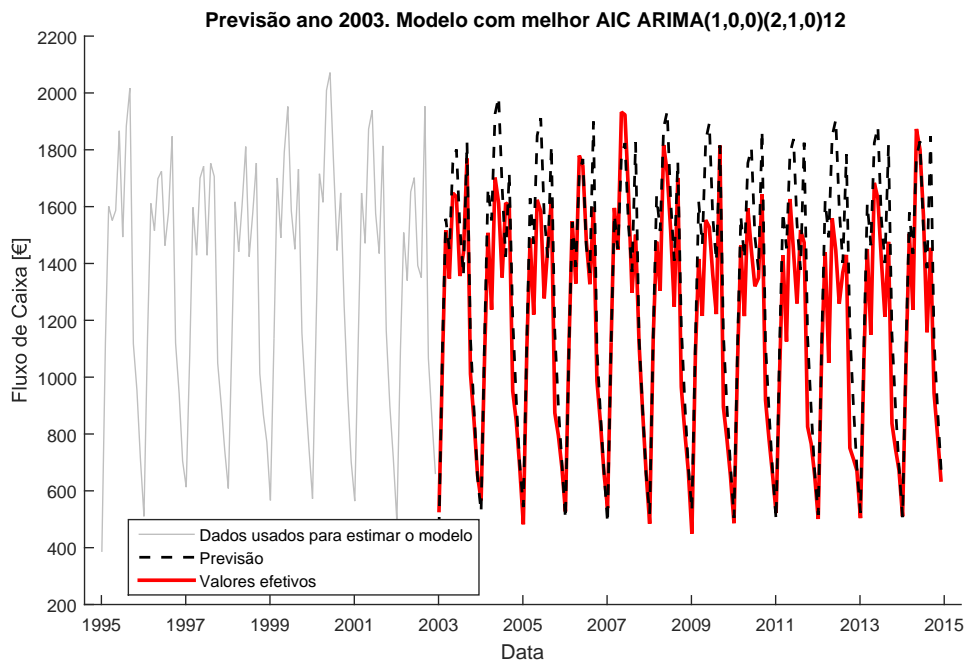


Figura A.4: Previsão de Fluxos de Caixas utilizando 8 anos de dados para estimar os parâmetros do modelo.

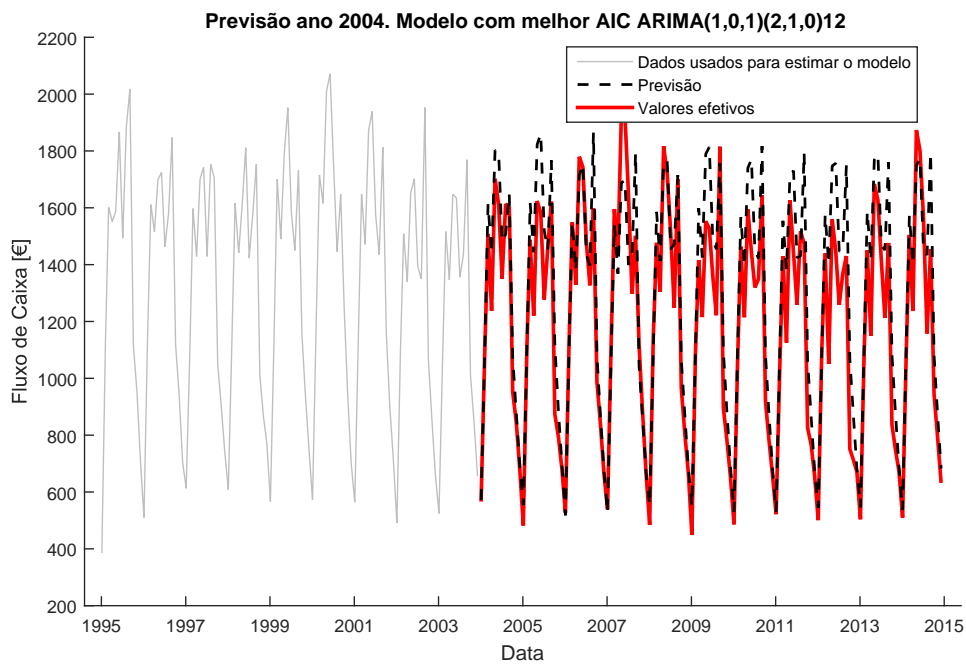


Figura A.5: Previsão de Fluxos de Caixas utilizando 9 anos de dados para estimar os parâmetros do modelo.

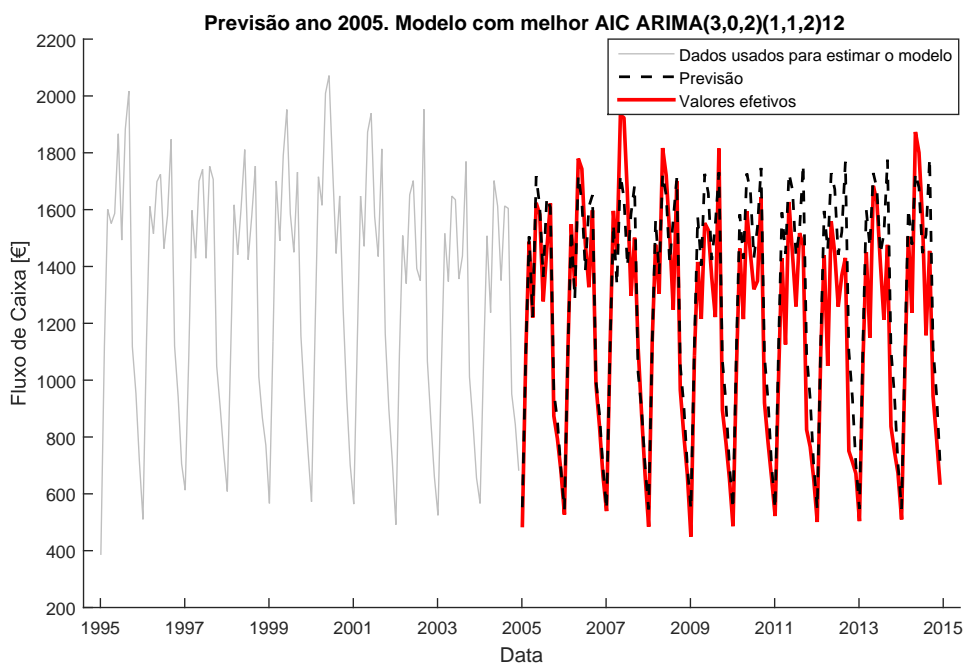


Figura A.6: Previsão de Fluxos de Caixas utilizando 10 anos de dados para estimar os parâmetros do modelo.

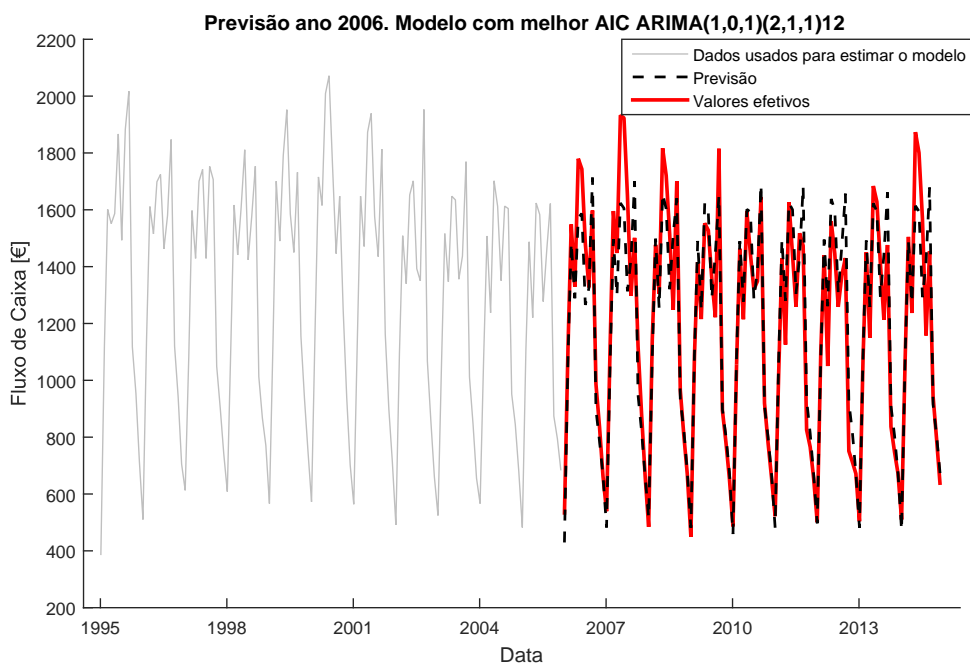


Figura A.7: Previsão de Fluxos de Caixas utilizando 11 anos de dados para estimar os parâmetros do modelo.

A.2. PREVISÃO DOS FLUXOS DE CAIXA COM O TAMANHO DA AMOSTRA VARIÁVEL

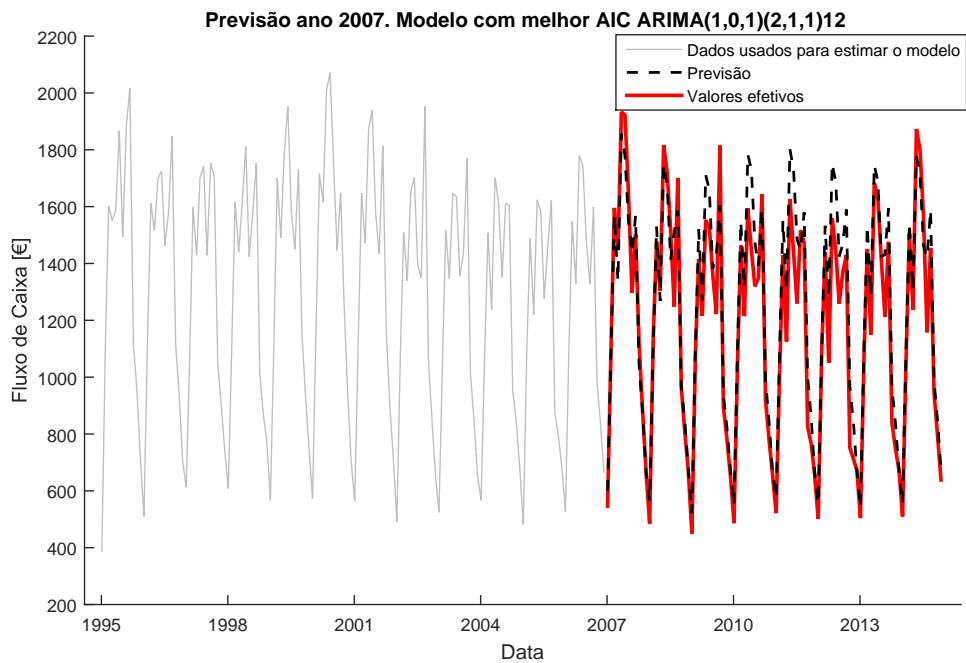


Figura A.8: Previsão de Fluxos de Caixas utilizando 12 anos de dados para estimar os parâmetros do modelo.

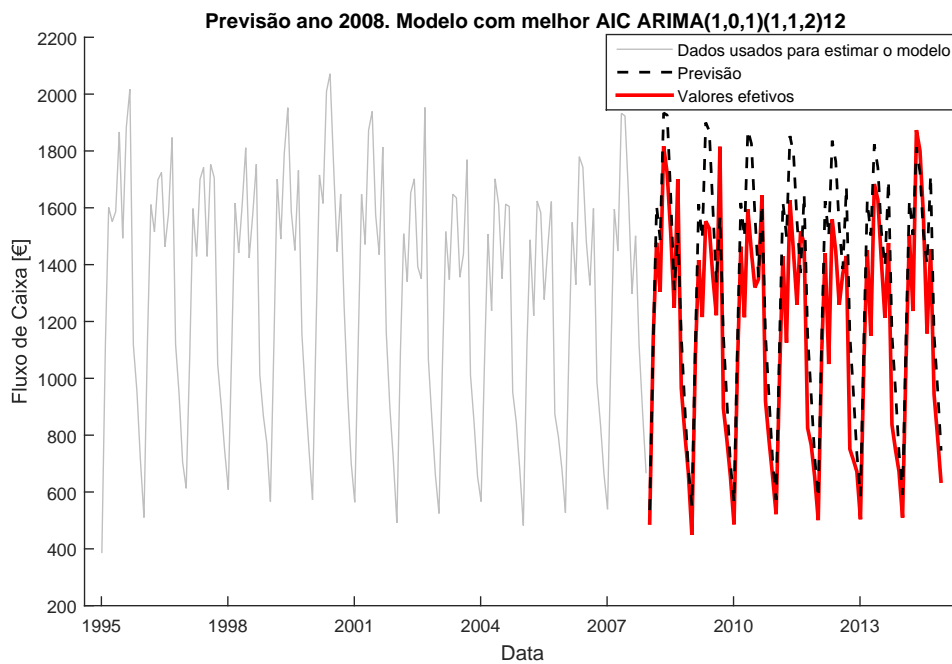


Figura A.9: Previsão de Fluxos de Caixas utilizando 13 anos de dados para estimar os parâmetros do modelo.

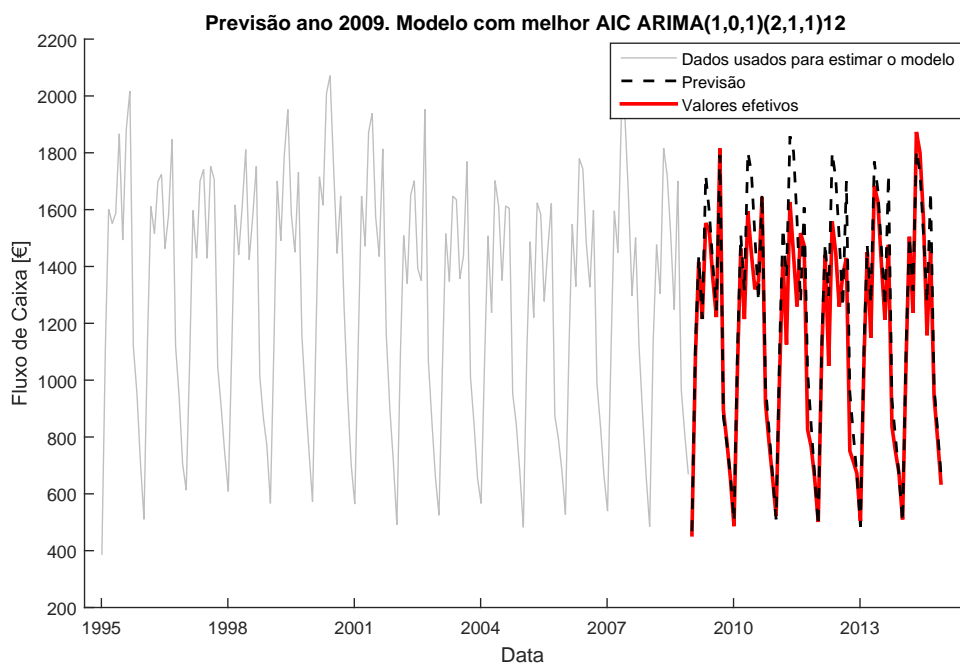


Figura A.10: Previsão de Fluxos de Caixas utilizando 14 anos de dados para estimar os parâmetros do modelo.

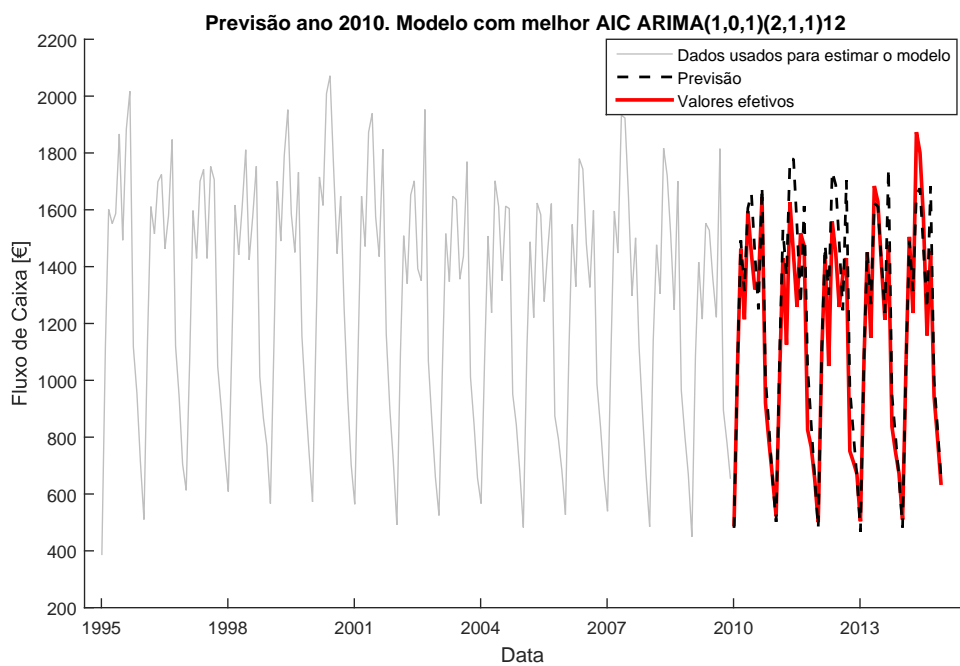


Figura A.11: Previsão de Fluxos de Caixas utilizando 15 anos de dados para estimar os parâmetros do modelo.

A.2. PREVISÃO DOS FLUXOS DE CAIXA COM O TAMANHO DA AMOSTRA VARIÁVEL

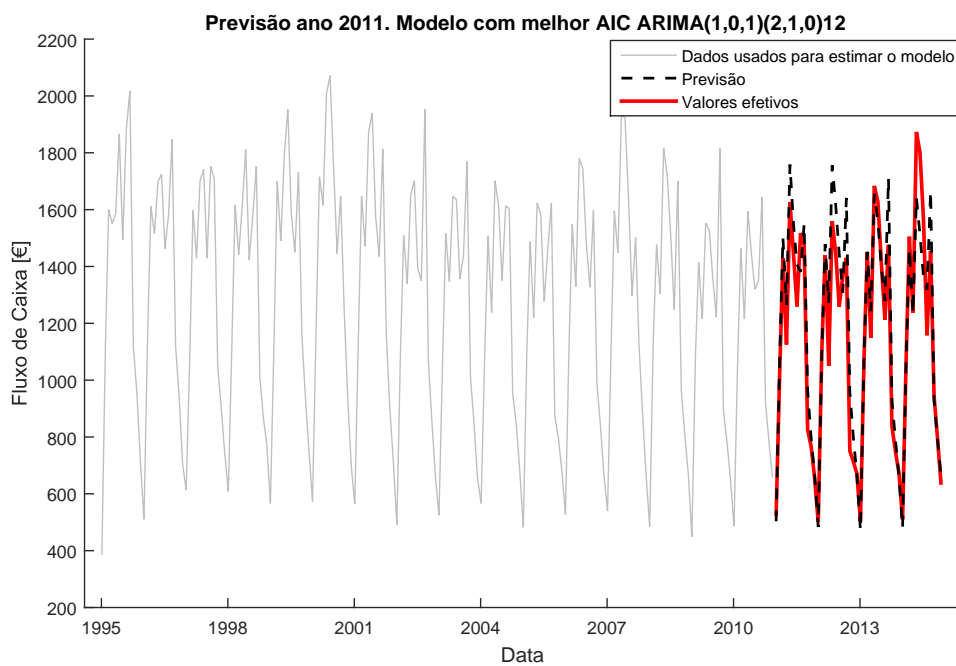


Figura A.12: Previsão de Fluxos de Caixas utilizando 16 anos de dados para estimar os parâmetros do modelo.

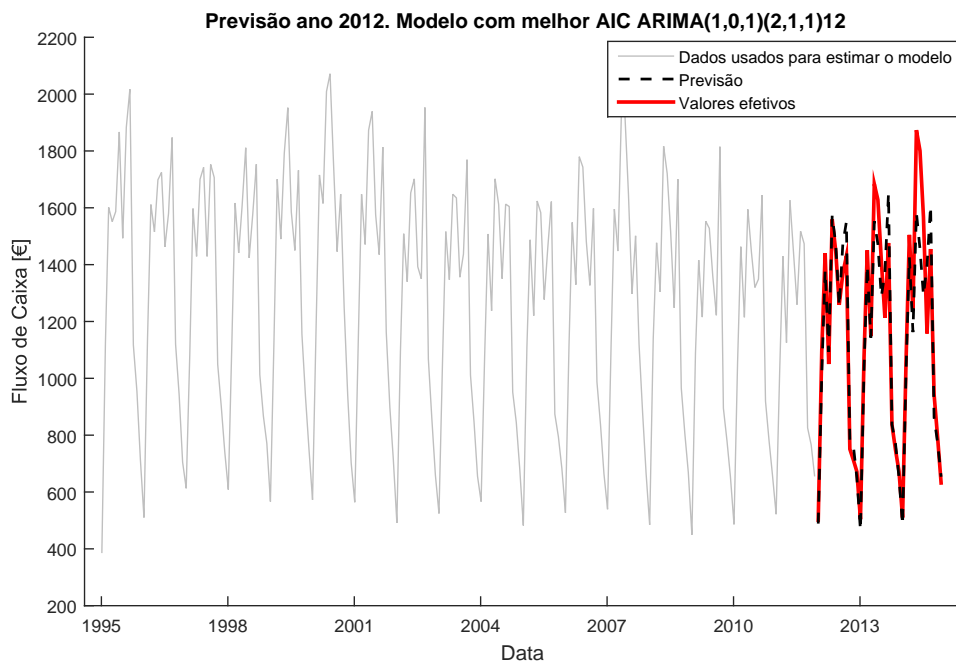


Figura A.13: Previsão de Fluxos de Caixas utilizando 17 anos de dados para estimar os parâmetros do modelo.

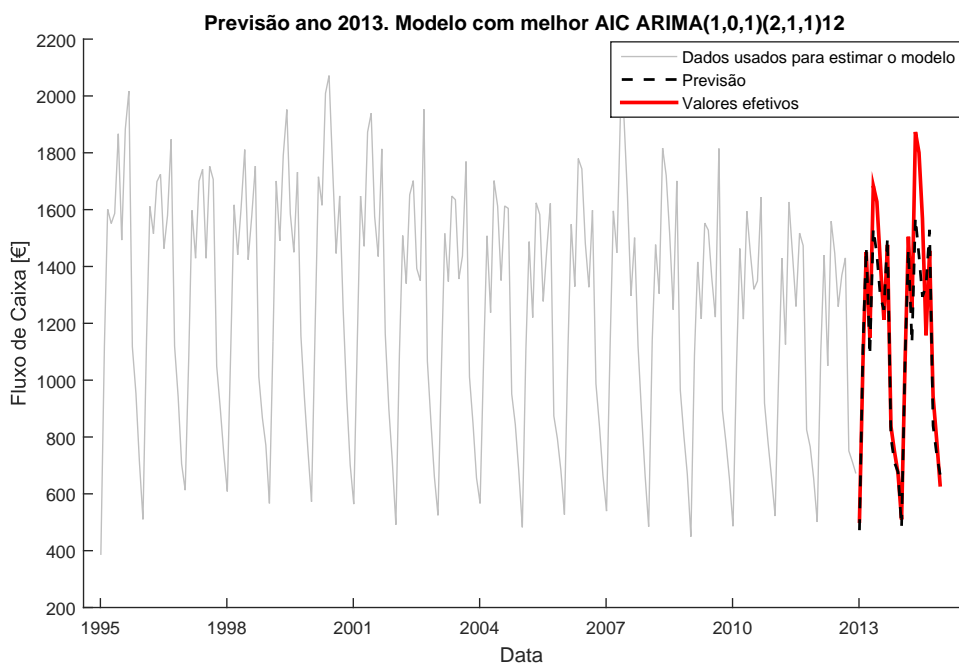


Figura A.14: Previsão de Fluxos de Caixas utilizando 18 anos de dados para estimar os parâmetros do modelo.

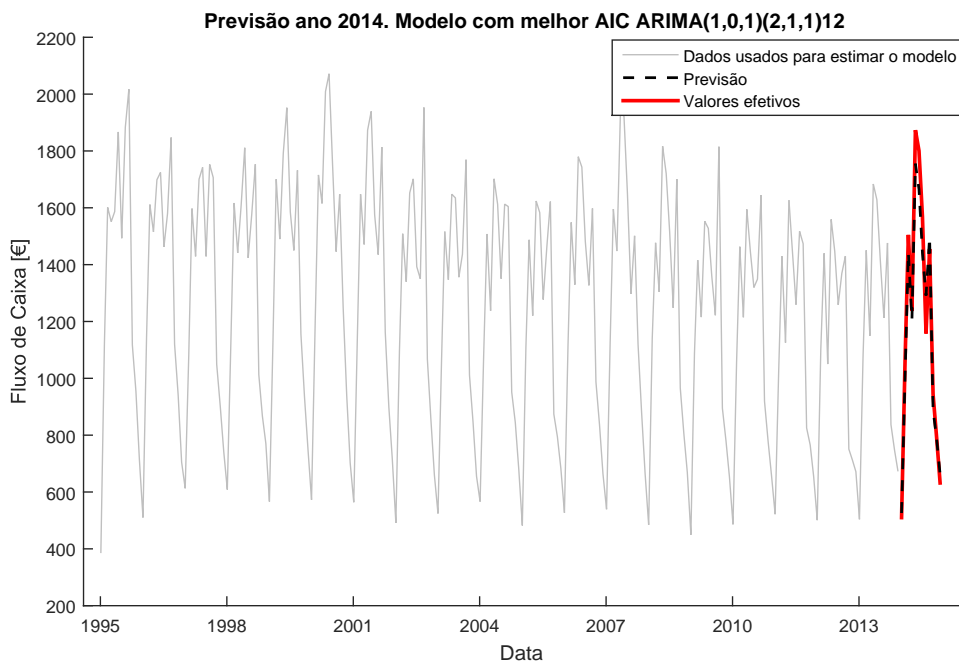


Figura A.15: Previsão de Fluxos de Caixas utilizando 19 anos de dados para estimar os parâmetros do modelo.

A.3 Previsão dos fluxos de caixa com o tamanho da amostras fixo

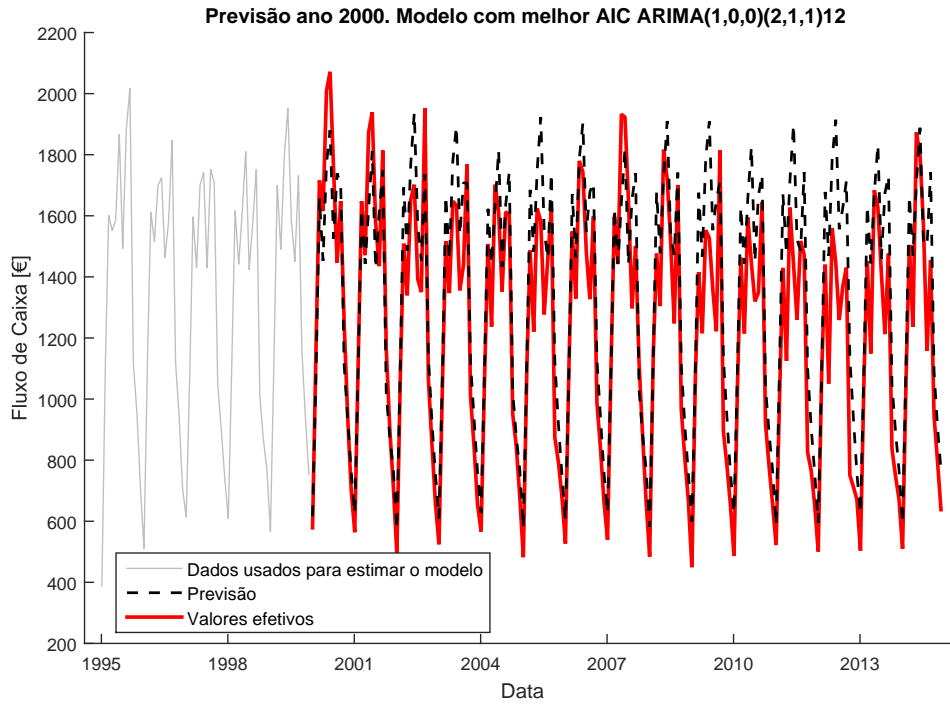


Figura A.16: Previsão de Fluxos de Caixas, feita no ano 2000, utilizando 5 anos de dados para estimar os parâmetros do modelo.

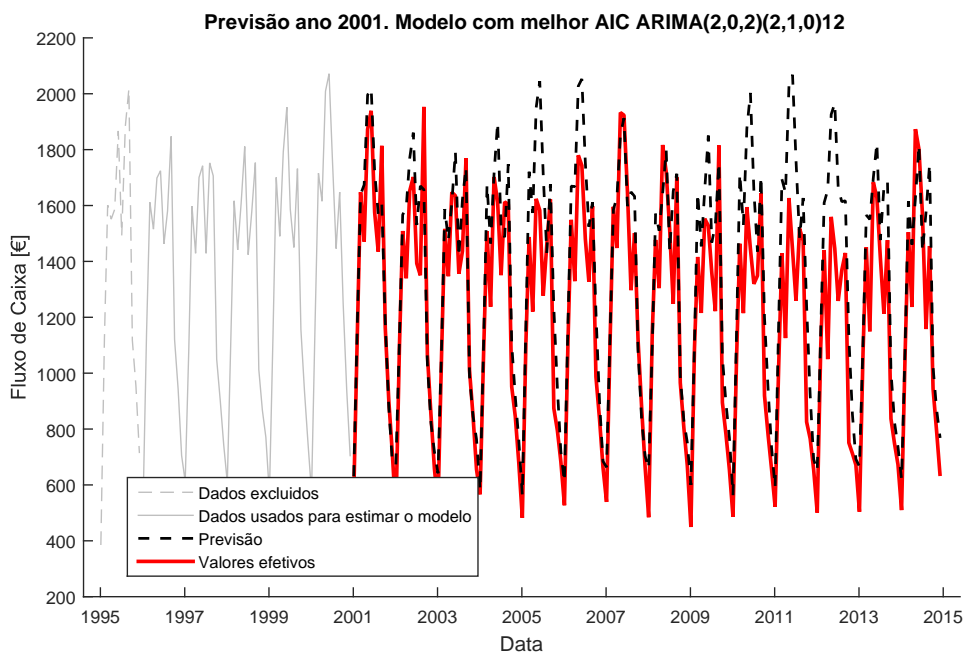


Figura A.17: Previsão de Fluxos de Caixas, feita no ano 2001, utilizando 5 anos de dados para estimar os parâmetros do modelo.

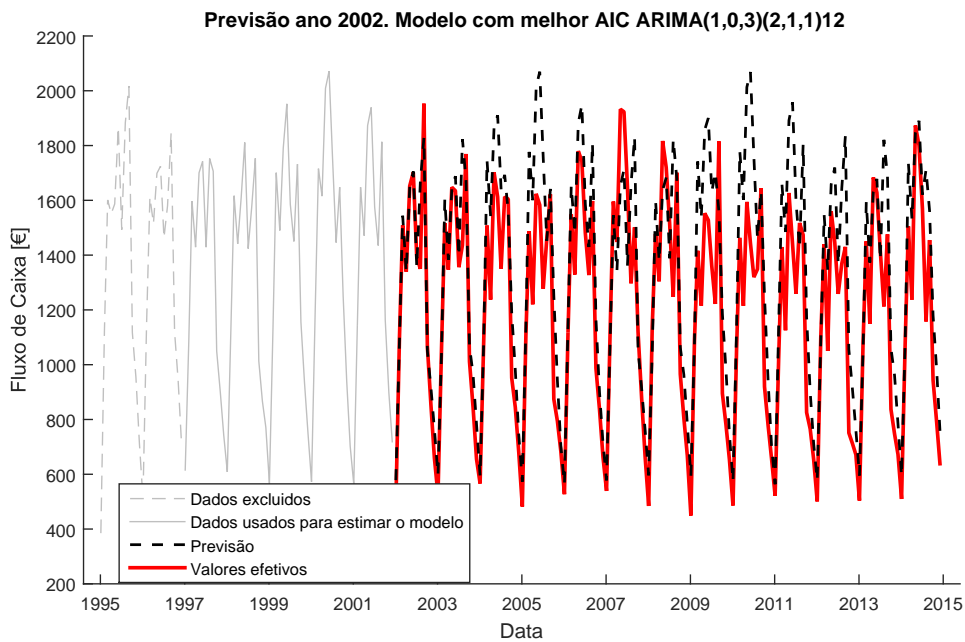


Figura A.18: Previsão de Fluxos de Caixas, feita no ano 2002, utilizando 5 anos de dados para estimar os parâmetros do modelo.

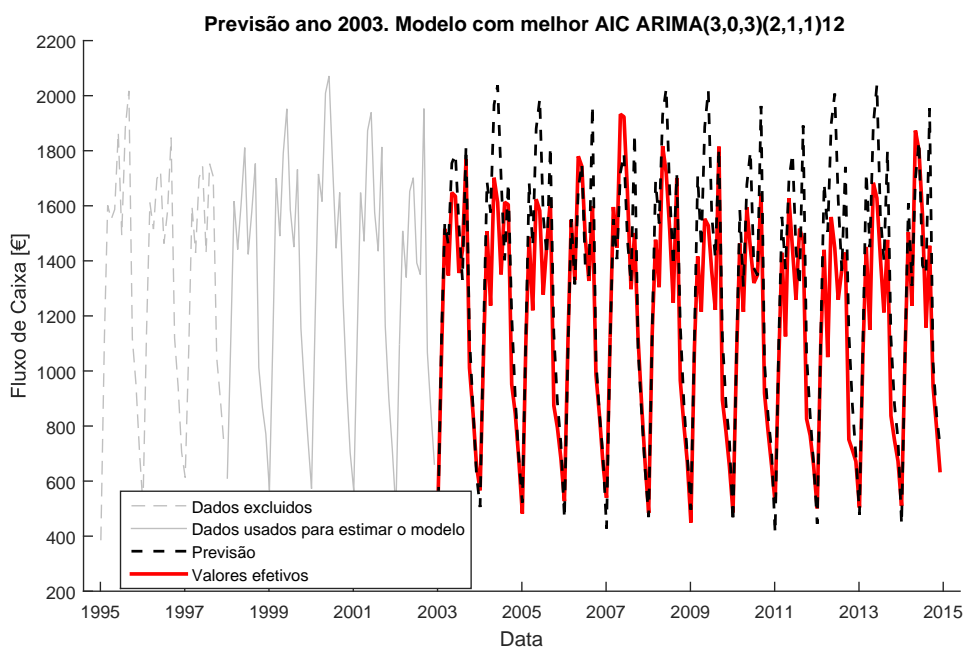


Figura A.19: Previsão de Fluxos de Caixas, feita no ano 2003, utilizando 5 anos de dados para estimar os parâmetros do modelo.

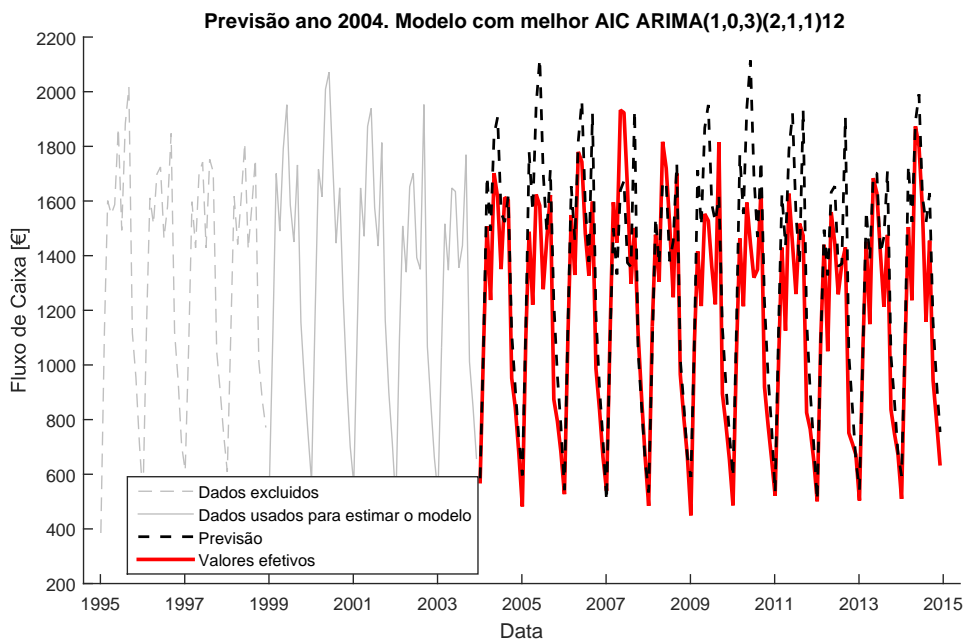


Figura A.20: Previsão de Fluxos de Caixas, feita no ano 2004, utilizando 5 anos de dados para estimar os parâmetros do modelo.

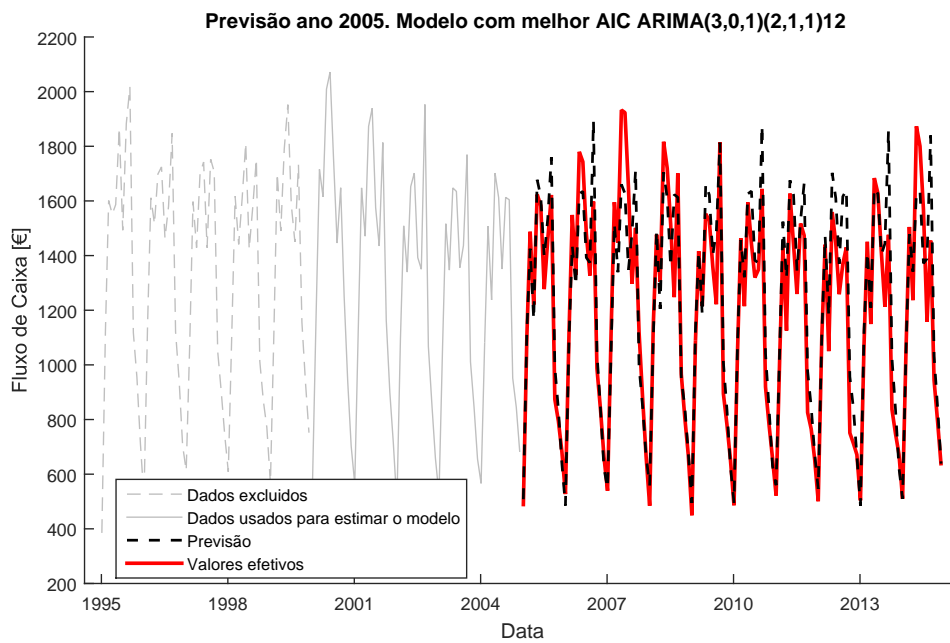


Figura A.21: Previsão de Fluxos de Caixas, feita no ano 2005, utilizando 5 anos de dados para estimar os parâmetros do modelo.

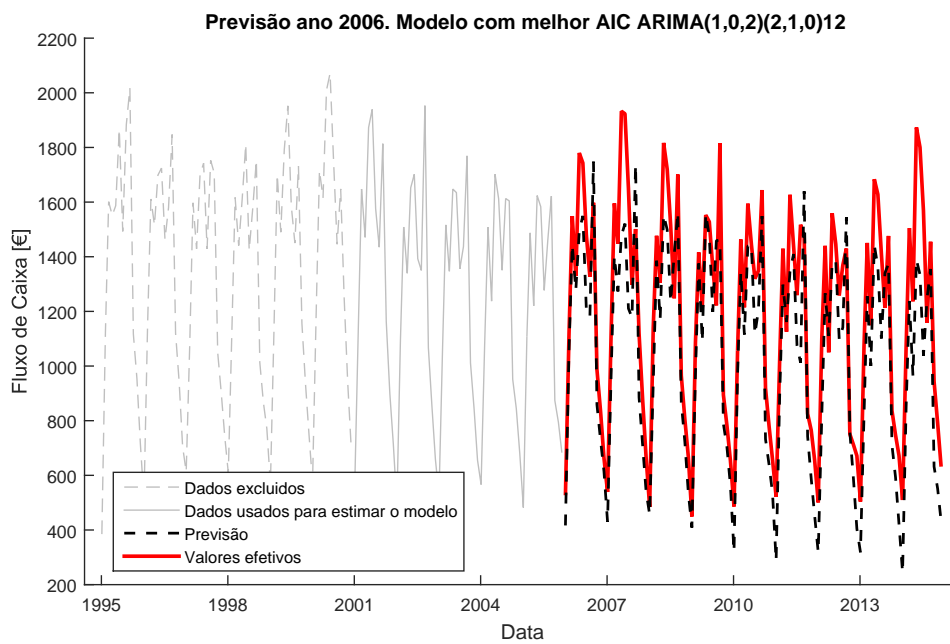


Figura A.22: Previsão de Fluxos de Caixas, feita no ano 2006, utilizando 5 anos de dados para estimar os parâmetros do modelo.

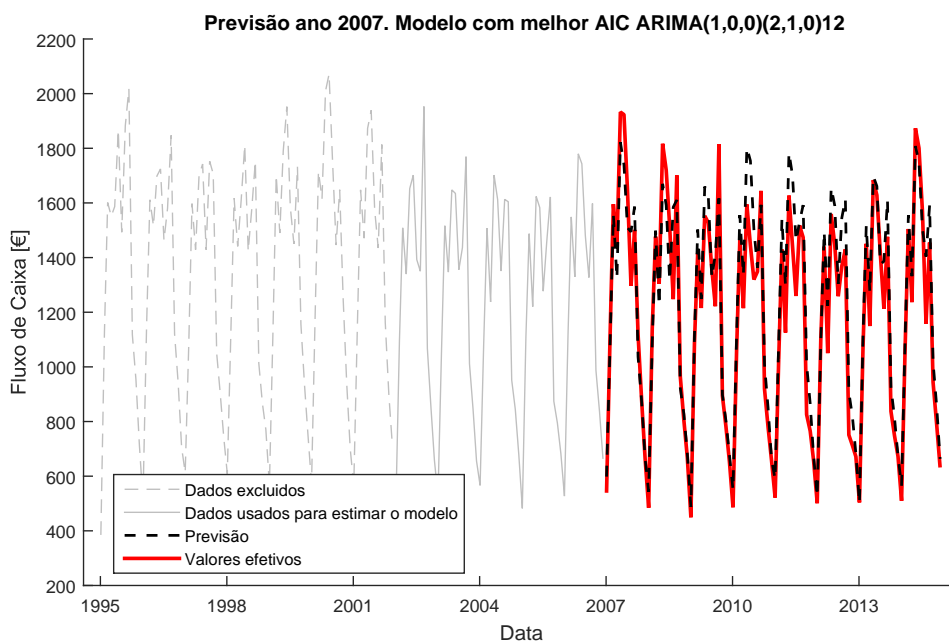


Figura A.23: Previsão de Fluxos de Caixas, feita no ano 2007, utilizando 5 anos de dados para estimar os parâmetros do modelo.

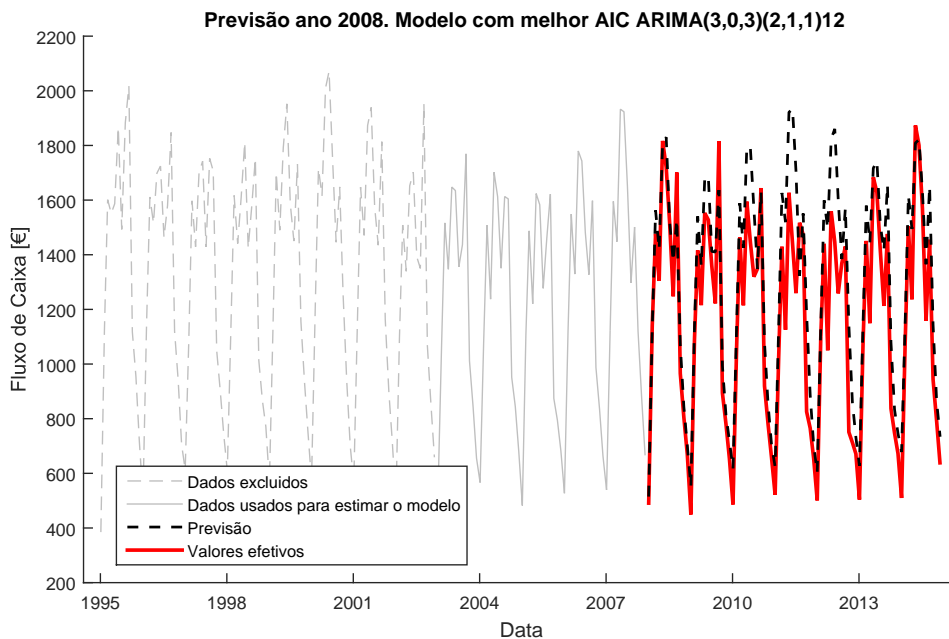


Figura A.24: Previsão de Fluxos de Caixas, feita no ano 2008, utilizando 5 anos de dados para estimar os parâmetros do modelo.

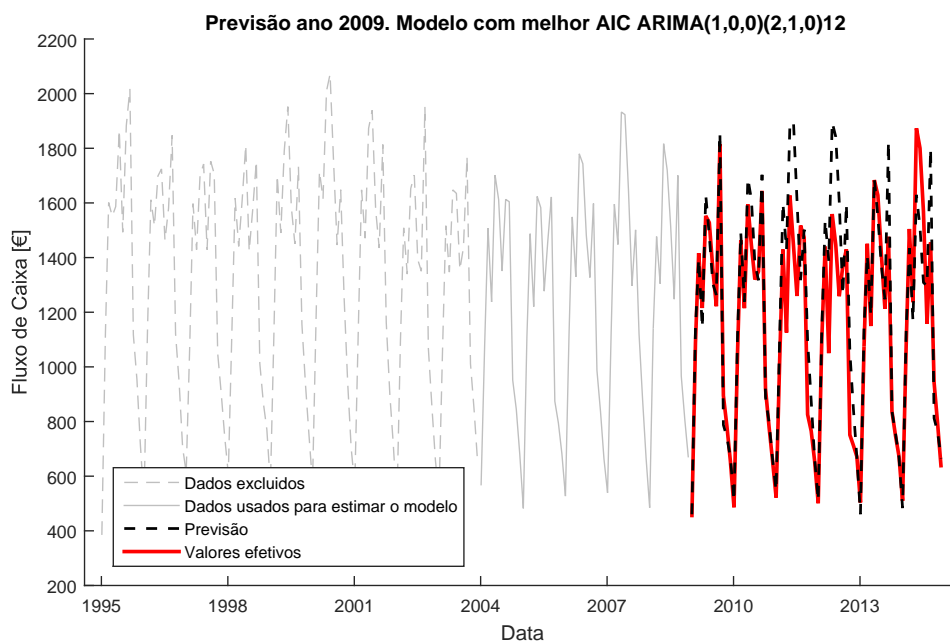


Figura A.25: Previsão de Fluxos de Caixas, feita no ano 2009, utilizando 5 anos de dados para estimar os parâmetros do modelo.

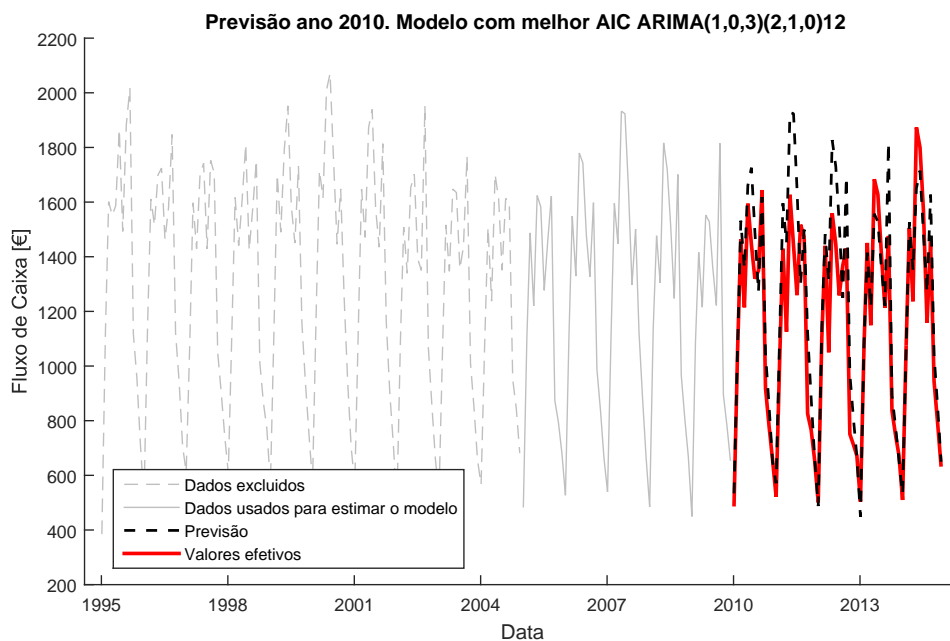


Figura A.26: Previsão de Fluxos de Caixas, feita no ano 2010, utilizando 5 anos de dados para estimar os parâmetros do modelo.

A.3. PREVISÃO DOS FLUXOS DE CAIXA COM O TAMANHO DA AMOSTRAS
FIXO

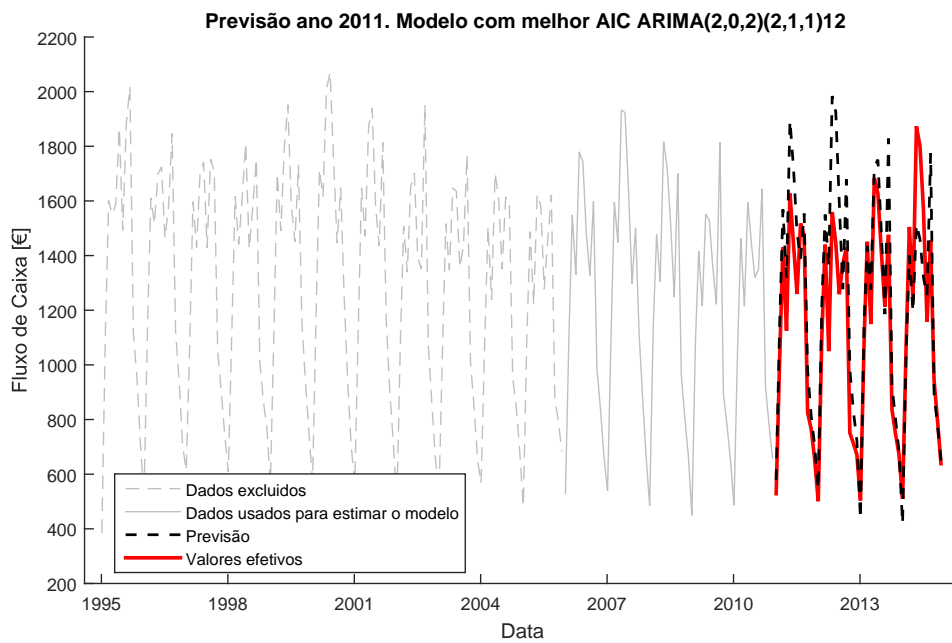


Figura A.27: Previsão de Fluxos de Caixas, feita no ano 2011, utilizando 5 anos de dados para estimar os parâmetros do modelo.

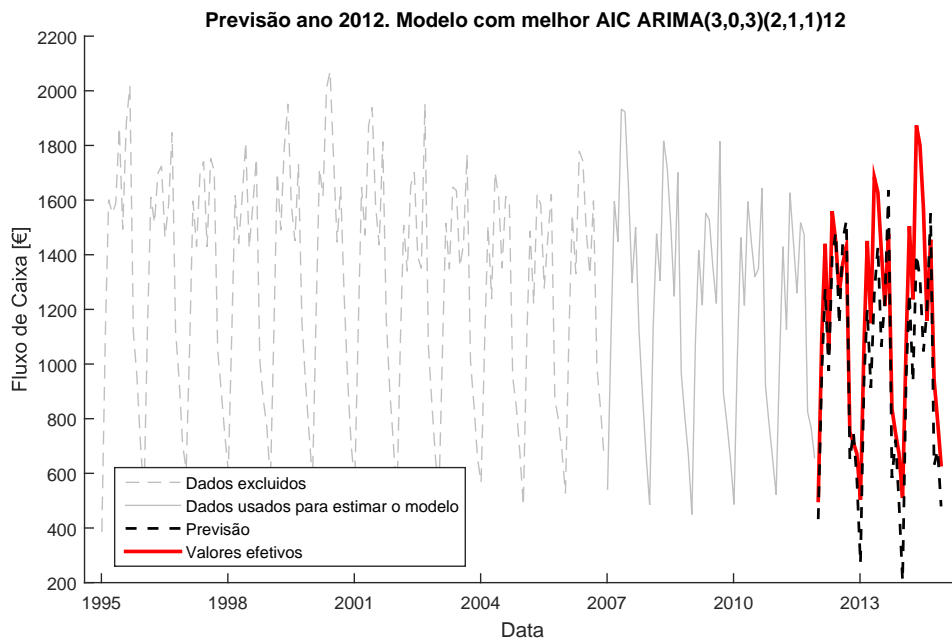


Figura A.28: Previsão de Fluxos de Caixas, feita no ano 2012, utilizando 5 anos de dados para estimar os parâmetros do modelo.

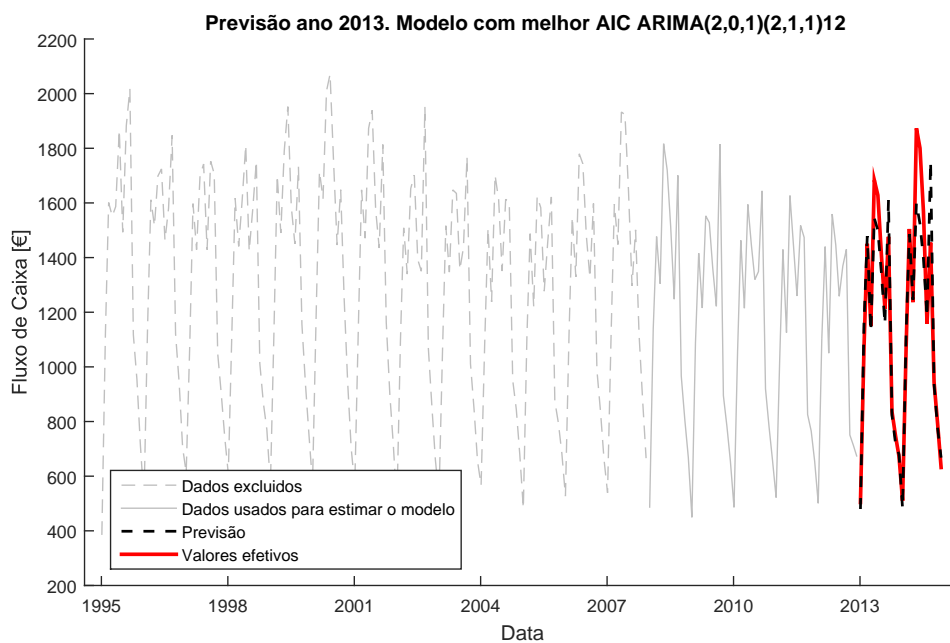


Figura A.29: Previsão de Fluxos de Caixas, feita no ano 2013, utilizando 5 anos de dados para estimar os parâmetros do modelo.

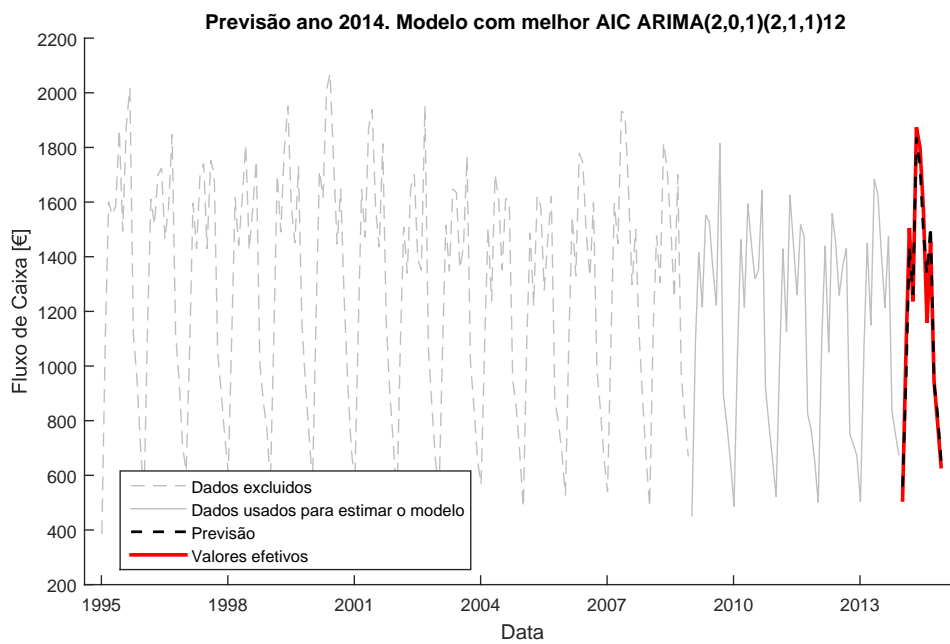


Figura A.30: Previsão de Fluxos de Caixas, feita no ano 2014, utilizando 5 anos de dados para estimar os parâmetros do modelo.