

**APLICAÇÃO DO TEOREMA CINEMÁTICO DA ANÁLISE LIMITE AO
CÁLCULO DA CAPACIDADE RESISTENTE DE FUNDAÇÕES
SUPERFICIAIS. INFLUÊNCIA DE ASPECTOS TRIDIMENSIONAIS**

Rui Pedro Baptista Eusébio do Carmo Delgado

(Licenciado em Ciências de Engenharia Civil)

Dissertação para obtenção do Grau de
Mestre em Engenharia Civil – Ramo de Estruturas e Geotecnia
pela Faculdade de Ciências e Tecnologia da
Universidade Nova de Lisboa

Orientador: Professor Doutor Armando Manuel Sequeira Nunes Antão

Júri

Presidente: Professor Doutor Válder José da Guia Lúcio

Vogais: Professor Doutor Nuno Manuel da Costa Guerra

Professor Doutor Armando Manuel Sequeira Nunes Antão

Setembro de 2009

AGRADECIMENTOS

Agradeço a todos os que contribuíram para que fosse possível tornar-me no homem que hoje sou. Aos meus amigos, colegas, professores e familiares, em especial:

Aos meus pais, pelo carinho, apoio, orientação pessoal e pelos valores que me transmitiram.

À minha irmã, simplesmente por ser como é.

À mulher da minha vida, por existir e ser minha.

Ao meu mentor e guia na engenharia civil, o engenheiro João Delgado.

Um agradecimento especial ao meu orientador, professor Armando Antão, pelo que me ensinou desde o início, pelo apoio que me demonstrou, pela sua permanente disponibilidade e pela oportunidade de realizar este trabalho sob sua orientação.

Agradeço também ao professor Mário Silva pela paciência e apoio permanente na utilização do programa SubLIM-3D.

Ao projecto de investigação *PTDC/ECM/70368/2006*, por possibilitar a plataforma informática que tornou possível toda a realização desta dissertação.

Sem todos vós, este trabalho não seria possível.

Um muito obrigado.

RESUMO

A expressão da capacidade resistente de fundações superficiais, proposta por Terzaghi (1943) para o caso de uma fundação corrida, sob carregamento vertical, centrado, e onde não se tem em conta a resistência do solo acima da base de fundação, tem sido alvo de diversos estudos ao longo do tempo, visando a melhoria dos factores associados à mesma, assim como a proposta de novos factores. Uma das metodologias disponíveis para tal tarefa é a Análise Limite, onde, através dos teoremas estático e cinemático é possível obter um intervalo que aproxima a carga de colapso. Com o recurso à implementação numérica do teorema cinemático (região superior) da análise limite numa plataforma de processamento paralelo, são realizados cálculos tridimensionais focados para os factores de forma, s_γ , s_q e s_c ; e para o factor de profundidade tridimensional, d_q^* , através da construção de modelos de elementos finitos com refinamento elevado. Os resultados obtidos permitem o encurtamento do intervalo de região inferior e superior e a observação do comportamento dos referidos factores com a evolução da forma e profundidade da fundação.

ABSTRACT

The bearing capacity of shallow foundation's expression, proposed by Terzaghi (1943) for strip foundations, under a centered and vertical load, where the resistance of the soil above the base of the foundation is not accounted for, has been the target of many studies, with the goal of improving the associated factors and proposing new ones. One of the available methodologies for such task is the Limit Analysis, which, using the lower and upper bound theorems, gives an interval approximating the collapse load. Using the numerical implementation of the limit analysis' upper bound theorem over a parallel processing platform, tridimensional calculations are made for the shape factors, s_γ , s_q and s_c ; and for the tridimensional depth factor, d_q^* , using finite element models with high density. The achieved results lead to a shortage of the lower-upper bound interval and to the observation of the tridimensional behavior of the referred factors towards the evolution of shape and depth of the foundation.

SIMBOLOGIA E NOTAÇÕES

B	largura da fundação
B'	largura efectiva da fundação
b_γ, b_q e b_c	factores de inclinação da base de fundação associados respectivamente a γ , q'_o e à parcela de c' em condições drenadas ou c_u para condições não-drenadas
c'	coesão aparente
c_u	resistência ao corte não-drenada
D	profundidade da base da fundação
D/B	rácio profundidade/largura da fundação
d_γ, d_q e d_c	factores de profundidade da base de fundação bidimensionais (tradicionais) associados respectivamente a γ , q'_o e à parcela de c' em condições drenadas ou c_u para condições não-drenadas
d_γ^*, d_q^* e d_c^*	factores de profundidade da base de fundação tridimensionais associados respectivamente a γ , q'_o e à parcela de c' em condições drenadas ou c_u para condições não-drenadas
ϕ'	ângulo de resistência ao corte
γ^*	peso volúmico do solo usado nos modelos de cálculo
γ'	peso volúmico do solo em termos de tensões efectivas
γ	peso volúmico do solo em termos de tensões totais
γ'_{pond}	peso volúmico ponderado do solo em termos de tensões efectivas
i_γ, i_q e i_c	factores de inclinação da carga associados respectivamente a γ , q'_o e à parcela de c' em condições drenadas ou c_u para condições não-drenadas
N_γ	factor da capacidade resistente associado a γ
N_q	factor da capacidade resistente associado a q'_o
N_c	factor da capacidade resistente associado à parcela de c' em condições drenadas ou c_u para condições não-drenadas
L	comprimento da fundação
L'	comprimento efectivo da fundação

L/B	rácio comprimento/largura da fundação
LB	<i>lower bound</i> ou região inferior
q	capacidade resistente da fundação
q_0'	sobrecarga no nível da base da fundação para condições drenadas
q_0	sobrecarga no nível da base da fundação para condições não-drenadas
s_γ, s_q e s_c	factores de forma da fundação associados respectivamente a γ , q' e à parcela de c' em condições drenadas ou c_u para condições não-drenadas
τ	tensão de corte
UB	<i>upper bound</i> ou região superior

ÍNDICE

INTRODUÇÃO.....	1
1. DEFINIÇÃO DO PROBLEMA.....	5
1.1. Fundações Superficiais	5
1.1.1. Generalidades.....	5
1.1.2. Proposta de Terzaghi para a Capacidade Resistente de Fundações Superficiais.....	7
1.1.3. Tipos de Carregamento e Propriedades do Solo.....	9
1.1.4. Evolução da Expressão da Capacidade Resistente de Fundações Superficiais	12
1.2. Problemas Estudados	14
1.2.1. Capacidade Resistente às Acções Verticais e Centradas: Carregamento Drenado.....	14
1.2.2. Capacidade Resistente às Acções Verticais e Centradas: Carregamento Não-Drenado...	17
2. METODOLOGIA DE RESOLUÇÃO.....	19
2.1. Análise Limite e Implementação Numérica.....	19
2.1.1. Análise Limite	19
2.1.2. Implementação do Teorema Cinemático: SubLIM-3D	21
2.2. Modelos de Cálculo, Fases e Refinamentos.....	24
2.2.1. Carregamento Drenado: factor de forma – s_y	27
2.2.2. Carregamento Drenado: factor de forma – s_q	31
2.2.3. Carregamento Drenado: factor de profundidade - d_q^*	35
2.2.4. Carregamento Não-Drenado: factor de forma - s_c	41
3. RESULTADOS: Apresentação e Discussão.....	43
3.1. Carregamento Drenado: factor de forma – s_y	43
3.2. Carregamento Drenado: factor de forma – s_q	59
3.3. Carregamento Drenado: factor de profundidade – d_q^*	70
3.4. Carregamento Não-Drenado: factor de forma - s_c	85
CONCLUSÃO	89
BIBLIOGRAFIA.....	93
ANEXO A: Resumo de fases e número de elementos.....	95
ANEXO B: Estatística de Cálculos	97
ANEXO C: Dissipações e deformadas	99

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Tipos de fundações superficiais tendo em conta a geometria em planta: (a) sapata isolada; (b) sapata corrida; (c) ensoleiramento geral.	6
Figura 2. Mecanismo de colapso numa fundação superficial infinita proposto por Terzaghi (1943), para uma fundação lisa.	8
Figura 3. Simplificação proposta por Terzaghi (1943) no caso de fundações embebidas no terreno.	8
Figura 4. Velocidade de aplicação do carregamento.	9
Figura 5. Diferentes situações de nível freático: (a) Não envolvendo o mecanismo de colapso; (b) intersecta o mecanismo de colapso; (c) directamente abaixo da base da fundação.	11
Figura 6. Gráfico tensão – deformação.	12
Figura 7. Modelo-base.	25
Figura 8. Modelo de análise de s_γ em vista tridimensional.	27
Figura 9. Gráficos de convergência entre fases para $N_\gamma s_\gamma$ no caso de L/B de 1,0.	29
Figura 10. Gráficos de convergência entre fases para $N_\gamma s_\gamma$ no caso de L/B de 3,0.	30
Figura 11. Modelo de análise de s_q em vista tridimensional.	31
Figura 12. Gráficos de convergência entre fases para $N_q s_q$ no caso de L/B de 1,0.	33
Figura 13. Gráficos de convergência e variação (%) entre fases para $N_q s_q$ no caso de L/B de 3,0.	34
Figura 14. Modelo de análise de d_q^* em vista tridimensional.	35
Figura 15. Gráficos de convergência entre fases para $d_q^* N_q s_q$ no caso de L/B de 1,0.	37
Figura 16. Gráficos de variação (%) entre fases para $d_q^* N_q s_q$ no caso de L/B de 1,0.	38
Figura 17. Gráficos de convergência entre fases para $d_q^* N_q s_q$ no caso de L/B de 3,0.	39
Figura 18. Gráficos de variação (%) entre fases para $d_q^* N_q s_q$ no caso de L/B de 3,0.	40
Figura 19. Modelo de análise de s_c em vista tridimensional.	41
Figura 20. Gráficos de convergência e variação (%) entre fases para $N_c s_c$ para os casos de L/B de 1,0, 1,5 e 3,0.	42
Figura 21. Dissipação para o caso $N_\gamma s_\gamma$ com $\phi' = 20^\circ$	44
Figura 22. Dissipação para o caso $N_\gamma s_\gamma$ com $\phi' = 35^\circ$	44
Figura 23. Dissipação para o caso $N_\gamma s_\gamma$ com $\phi' = 45^\circ$	45
Figura 24. Comparação gráfica de $N_\gamma s_\gamma$ em sapata quadrada e rectangular, L/B de 1,2.	49
Figura 25. Comparação gráfica de $N_\gamma s_\gamma$ em sapata rectangular, L/B de 2,0 e 3,0.	49

Figura 26. Comparação gráfica de $N_{\gamma}s_{\gamma}$ em sapata rectangular, L/B de 4,0 e gráfico em escala logarítmica para L/B de 1,2.....	50
Figura 27. Factor de forma s_{γ} em função de L/B para cada ângulo de resistência ao corte, $\phi'(^{\circ})$	51
Figura 28. Factor de forma s_{γ} em função de ângulo de resistência ao corte, $\phi'(^{\circ})$ para cada L/B	52
Figura 29. Comparação gráfica de s_{γ} para sapata quadrada.	55
Figura 30. Comparação gráfica de s_{γ} para sapata rectangular, L/B de 1,2.	55
Figura 31. Comparação gráfica de s_{γ} para sapata rectangular, L/B de 1,5.	56
Figura 32. Comparação gráfica de s_{γ} para sapata rectangular, L/B de 2,0.	56
Figura 33. Comparação gráfica de s_{γ} para sapata rectangular, L/B de 3,0.	57
Figura 34. Comparação gráfica de s_{γ} para sapata rectangular, L/B de 4,0.	57
Figura 35. Dissipação para o caso $N_q s_q$ com $\phi'=20^{\circ}$	59
Figura 36. Dissipação para o caso $N_q s_q$ com $\phi'=35^{\circ}$	60
Figura 37. Dissipação para o caso $N_q s_q$ com $\phi'=45^{\circ}$	60
Figura 38. Comparação gráfica de $N_q s_q$ em sapata quadrada e rectangular, L/B de 1,5.....	63
Figura 39. Comparação gráfica de $N_q s_q$ em sapata rectangular, L/B de 2,0 e 3,0.	64
Figura 40. Factor de forma s_q em função de L/B para cada $\phi'(^{\circ})$	65
Figura 41. Factor de forma s_q em função de $\phi'(^{\circ})$ para cada L/B	66
Figura 42. Comparação gráfica de s_q em sapata quadrada e rectangular, L/B de 1,2.....	68
Figura 43. Comparação gráfica de s_q em sapata rectangular, L/B de 1,5 e 2,0.	68
Figura 44. Comparação gráfica de s_q em sapata rectangular, L/B de 3,0 e 4,0.	69
Figura 45. Dissipação para o caso d_q^* ; sapata quadrada com $\phi'=20^{\circ}$	70
Figura 46. Dissipação para o caso d_q^* ; sapata quadrada com $\phi'=35^{\circ}$	71
Figura 47. Dissipação para o caso d_q^* ; sapata quadrada com $\phi'=45^{\circ}$	71
Figura 48. Dissipação para o caso d_q^* ; sapata rectangular, L/B de 1,2 com $\phi'=20^{\circ}$	72
Figura 49. Dissipação para o caso d_q^* ; sapata rectangular, L/B de 1,2 com $\phi'=35^{\circ}$	72
Figura 50. Dissipação para o caso d_q^* ; sapata rectangular, L/B de 1,2 com $\phi'=45^{\circ}$	73
Figura 51. Dissipação para o caso d_q^* ; sapata rectangular, L/B de 2,0 com $\phi'=20^{\circ}$	73
Figura 52. Dissipação para o caso d_q^* ; sapata rectangular, L/B de 2,0 com $\phi'=35^{\circ}$	74
Figura 53. Dissipação para o caso d_q^* ; sapata rectangular, L/B de 2,0 com $\phi'=45^{\circ}$	74
Figura 54. Dissipação para o caso d_q^* ; sapata rectangular, L/B de 4,0 com $\phi'=20^{\circ}$	75

Figura 55. Dissipação para o caso d_q^* ; sapata retangular, L/B de 4,0 com $\phi' = 35^\circ$	75
Figura 56. Dissipação para o caso d_q^* ; sapata retangular, L/B de 4,0 com $\phi' = 45^\circ$	76
Figura 57. Representação gráfica de d_q^* em função de L/B , ϕ' de 10° e 15°	80
Figura 58. Representação gráfica de d_q^* em função de L/B , ϕ' de 20° e 25°	80
Figura 59. Representação gráfica de d_q^* em função de L/B , ϕ' de 30° e 35°	80
Figura 60. Representação gráfica de d_q^* em função de L/B , ϕ' de $37,5^\circ$ e 40°	81
Figura 61. Representação gráfica de d_q^* em função de L/B , ϕ' de $42,5^\circ$ e 45°	81
Figura 62. Dissipação para o caso N_{cs_c}	85
Figura 63. Comparação gráfica de N_{cs_c} em função de L/B	87
Figura 64. Comparação gráfica de s_c em função de L/B	88
Figura 65. Dissipação e deformada para o caso $N_{\gamma s_\gamma}$, $L/B = 1,0$ e $\phi' = 20^\circ$	99
Figura 66. Dissipação e deformada para o caso $N_{\gamma s_\gamma}$, $L/B = 1,0$ e $\phi' = 45^\circ$	99
Figura 67. Dissipação e deformada para o caso $N_{\gamma s_\gamma}$, $L/B = 4,0$ e $\phi' = 20^\circ$	100
Figura 68. Dissipação e deformada para o caso $N_{\gamma s_\gamma}$, $L/B = 4,0$ e $\phi' = 45^\circ$	100
Figura 69. Dissipação e deformada para o caso N_{qs_q} , $L/B = 1,0$ e $\phi' = 20^\circ$	101
Figura 70. Dissipação e deformada para o caso N_{qs_q} , $L/B = 1,0$ e $\phi' = 45^\circ$	101
Figura 71. Dissipação e deformada para o caso N_{qs_q} , $L/B = 4,0$ e $\phi' = 20^\circ$	102
Figura 72. Dissipação e deformada para o caso N_{qs_q} , $L/B = 4,0$ e $\phi' = 45^\circ$	102
Figura 73. Dissipação e deformada para o caso d_q^* : $L/B = 1,0$, $D/B = 0,1$ e $\phi' = 20^\circ$	103
Figura 74. Dissipação e deformada para o caso d_q^* : $L/B = 1,0$, $D/B = 0,1$ e $\phi' = 45^\circ$	103
Figura 75. Dissipação e deformada para o caso d_q^* : $L/B = 1,0$, $D/B = 0,8$ e $\phi' = 20^\circ$	104
Figura 76. Dissipação e deformada para o caso d_q^* : $L/B = 1,0$, $D/B = 0,8$ e $\phi' = 45^\circ$	104
Figura 77. Dissipação e deformada para o caso d_q^* : $L/B = 4,0$, $D/B = 0,1$ e $\phi' = 20^\circ$	105
Figura 78. Dissipação e deformada para o caso d_q^* : $L/B = 4,0$, $D/B = 0,1$ e $\phi' = 45^\circ$	105
Figura 79. Dissipação e deformada para o caso d_q^* : $L/B = 4,0$, $D/B = 0,8$ e $\phi' = 20^\circ$	106
Figura 80. Dissipação e deformada para o caso d_q^* : $L/B = 4,0$, $D/B = 0,8$ e $\phi' = 45^\circ$	106
Figura 81. Dissipação e deformada para o caso N_{cs_c} : $L/B = 1,0$	107
Figura 82. Dissipação e deformada para o caso N_{cs_c} : $L/B = 4,0$	107

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 1. Expressões correntes para factores de forma.	15
Tabela 2. Expressões correntes para factor de profundidade, d_q	15
Tabela 3. Fórmulas para o factor de capacidade resistente, N_γ	16
Tabela 4. Valores para o factor N_γ obtidos por Hjjaj et al. (2005) e Martin (2005), para o caso de sapata rugosa.	17
Tabela 5. Funções da taxa de dissipação de energia plástica.	22
Tabela 6. Fases de cálculo para estudo de $N_\gamma s_\gamma$	28
Tabela 7. Fases de cálculo para estudo de $N_q s_q$	32
Tabela 8. Fases de cálculo para estudo de d_q^* para $D/B=0,1$	36
Tabela 9. Fases de cálculo para estudo de d_q^* para $D/B=0,2$	36
Tabela 10. Fases de cálculo para estudo de d_q^* para $D/B=0,4$	36
Tabela 11. Fases de cálculo para estudo de d_q^* para $D/B=0,8$	37
Tabela 12. Fases de cálculo para estudo de N_{cs_c}	42
Tabela 13. Resultados de $N_\gamma s_\gamma$ em função de ϕ' e das dimensões da fundação (L/B).	46
Tabela 14. Comparação de resultados de região superior para $N_\gamma s_\gamma$	47
Tabela 15. Resultados obtidos para o factor de forma, s_γ	51
Tabela 16. Comparação com o estado plano de deformação para o caso $N_\gamma s_\gamma$	53
Tabela 17. Comparação de N_γ obtido com valores de referência de Martin (2005).	54
Tabela 18. Resultados obtidos para o factor $N_q s_q$ em função de ϕ' e das dimensões da fundação (L/B).	62
Tabela 19. Comparações de resultados da região superior para $N_q s_q$	62
Tabela 20. Resultados obtidos para o factor s_q em função de ϕ' e das dimensões da fundação (L/B).	64
Tabela 21. Comparação com o estado plano de deformação para o caso $N_q s_q$	67
Tabela 22. Comparação de dados de N_q obtidos com valores exactos.	67
Tabela 23. Resultados obtidos para o coeficiente $d_q^* N_q s_q$ em função de ϕ' , D/B e das dimensões da fundação (L/B).	78
Tabela 24. Resultados obtidos para o coeficiente d_q^* em função de ϕ' , D/B e das dimensões da fundação (L/B).	79
Tabela 25. Comparação de valores de q : modelo com γ , modelo calculado com d_q tradicional e modelo com d_q tridimensional.	83
Tabela 26. Resultados obtidos para o factor N_{cs_c} e s_q em função de L/B	86

Tabela 27. Comparação de resultados de região superior para $N_c s_c$	86
Tabela 28. Comparação de resultados para s_c	87
Tabela 29. Fases e número de elementos para cálculos do factor s_γ	95
Tabela 30. Fases e número de elementos para cálculos do factor s_q	95
Tabela 31. Fases e número de elementos para cálculos do factor d_q^*	95
Tabela 32. Fases e número de elementos para cálculos do factor s_c	96
Tabela 33. Número de cálculos efectuados e tempos totais de cálculo.	97
Tabela 34. Valores relativos de número e tempo de cálculo.	97

INTRODUÇÃO

O estado actual da construção de edifícios, pontes, barragens e vias de comunicação exige cada vez mais da Engenharia Civil e das suas diferentes frentes e ramos. A superação de barreiras conceptuais anteriormente pré-estabelecidas, com vista a uma maior economia e um melhor desempenho tanto nas diferentes fases da obra como durante a sua vida útil, tem levado a que a Engenharia não estagne, progredindo em busca de modelações e análises cada vez mais próximas da realidade. A aplicação de novos modelos de cálculo mais complexos e modelações de materiais de construção mais próximas da realidade, tem vindo a ser investigada ao longo dos anos, traduzindo-se em melhorias significativas ao nível de economia, comportamento e qualidade das obras de Engenharia. Progressos no ramo da Mecânica Computacional como a integração do Método dos Elementos Finitos, permitiram desde logo uma nova abordagem através de métodos numéricos implementados em computadores digitais.

A Geotecnia, no âmbito do estudo do solo como material, tem acompanhado este desenvolvimento, embora ainda com muitas incertezas e campos por explorar. É conhecida a dificuldade inerente aos modelos estruturais envolvendo solos e rochas, nascendo o problema muitas vezes a montante da análise estrutural, devido a avaliações erradas do material *in situ*, interpretações confusas de ensaios geotécnicos e consequentes considerações erradas na análise estrutural. Contudo, têm sido os resultados de muitos destes ensaios o ponto de partida para o estabelecimento de fórmulas de aplicação prática, baseadas em variáveis e resultados empíricos, que vigoraram até muito recentemente. Hoje, estes procedimentos têm tendência a ser reavaliados com recurso ao uso de novas metodologias de cálculo tal como o já referido Método dos Elementos Finitos.

Um exemplo destes casos de revisão, tem sido a expressão da capacidade resistente de fundações superficiais, apresentada por Terzaghi (1943). Globalmente usada por engenheiros civis de todo o mundo, a expressão sofreu diversos ajustes de factores, porém não perdeu o seu sentido inicial: a consideração que a capacidade resistente de uma fundação superficial, depende de três efeitos, cuja sobreposição tem suscitado diversas críticas. Contudo, a simplicidade da fórmula, aliada ao facto de serem obtidos resultados com aplicabilidade prática, levou a que, juntamente com a sua utilização

divulgada no mundo inteiro, se procurasse adaptá-la às situações reais demonstradas experimentalmente. Na equação (1) apresenta-se essa fórmula, que representa a capacidade resistente de uma sapata corrida, sujeita a uma acção vertical e centrada.

$$q=c'N_c+q'_oN_q+\frac{1}{2}\gamma BN_\gamma \quad (1)$$

Onde q representa a capacidade resistente, c' é a coesão aparente, q'_o é a sobrecarga acima da base da fundação devida ao solo acima da mesma, B é a largura da fundação, γ é o peso volúmico do solo, N_c , N_q e N_γ são os denominados factores da capacidade resistente.

O objectivo do presente trabalho é o de contribuir para a melhoria desta fórmula, através da proposta de melhoria de factores que permitam ter em conta os efeitos de finitude da forma, assim como a resistência do solo acima da base de fundação em condições tridimensionais.

Sobre uma implementação do método dos elementos finitos procurou-se, recorrendo à Análise Limite, obter o valor da carga última de uma sapata num dado solo, sob acção de um determinado carregamento. São dois os teoremas que suportam esta metodologia: Teorema Estático e o Teorema Cinemático. Através da aplicação de ambos, é possível determinar com rigor um intervalo onde a carga de colapso se situa. Com o Teorema Estático é possível obter um valor mínimo onde se sabe que o colapso ainda não se deu, limitando assim inferiormente a capacidade resistente de um solo sujeito a determinadas condições de carregamento. Na literatura é definido como região inferior (*lower bound*). É com o Teorema Cinemático que o valor da carga de colapso é limitado superiormente garantindo assim, que com essa dada carga, o colapso já se verificou. É chamado de região superior (*upper bound*). Foram já vários os estudos feitos ao nível bidimensional com a implementação da Análise Limite usando o Método dos Elementos Finitos, determinando valores de *lower* e *upper bound* para diversos factores constituintes da fórmula da capacidade resistente de fundações superficiais. Apenas mais recentemente, foi possível a passagem a modelações tridimensionais com valores qualitativamente aceitáveis, devido a novos programas de cálculo e, sobretudo, cada vez maiores capacidades computacionais.

Nesta óptica, foi utilizado um programa de cálculo automático desenvolvido no Departamento de Engenharia Civil da Universidade Nova de Lisboa – SubLIM-3D em

que, através do método dos elementos finitos, implementa o teorema cinemático da análise limite - região superior. Assim, com recurso a um sistema de processamento em paralelo - *Geocluster*, com grandes capacidades computacionais, é possível testar modelos tridimensionais com malhas mais densas do que as anteriormente utilizadas por quaisquer outros autores.

1. DEFINIÇÃO DO PROBLEMA

A definição do problema é o primeiro capítulo desta dissertação, visando partir de uma visão global e contextualizada para cada um dos casos específicos a estudar.

1.1. Fundações Superficiais

Com este subcapítulo situam-se, no universo das fundações, as diversas variáveis e diferentes propostas para alguns factores relevantes. São também apresentados os tipos de carregamentos estudados e é feito um breve resumo da evolução da expressão da capacidade resistente.

1.1.1. Generalidades

As fundações superficiais representam ainda uma das mais abundantes formas de executar a ligação de uma superestrutura ao terreno, quando o solo e as condições de carregamento assim o permitem, tanto por via da sua facilidade de execução, como do seu baixo custo relativo. São típicas as formas rectangulares ou circulares, podendo ainda assumir formas mais complexas. As sapatas podem ser isoladas com, geralmente, apenas uma ligação à superestrutura; corridas – caso de sapatas onde o comprimento é muito superior à largura, havendo uma ou mais ligações à estrutura principal (permite simplificações de cálculo); ensoleiramento geral – criação de uma plataforma de fundação onde se ligam um grande conjunto de elementos (Figura 1).

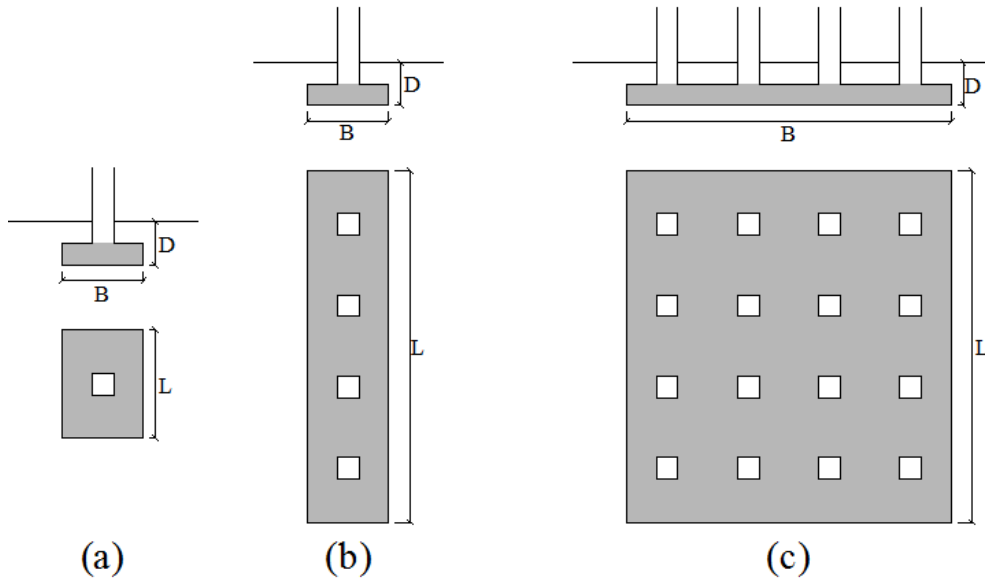


Figura 1. Tipos de fundações superficiais tendo em conta a geometria em planta: (a) sapata isolada; (b) sapata corrida; (c) ensoleiramento geral.

A profundidade e as dimensões da base da sapata serão variáveis dependendo da qualidade do solo de fundação e do tipo de carregamento associado. Solos de melhor qualidade aliados a carregamentos simples (verticais e centrados) poderão permitir soluções mais económicas e simples, com áreas de base e embecimentos no solo menores. Em solos de pior qualidade sujeitos a carregamentos complexos (excêntricos e/ou inclinados) poderão levar à necessidade de fundações mais exigentes com um embecimento no terreno mais elevado e uma área de fundação maior. Contudo, o dimensionamento das fundações superficiais depende da combinação das duas variáveis em conjunto, optando-se por soluções optimizadas economicamente, verificando sempre os estados limites últimos e de utilização.

Por vezes, quando o solo não apresenta propriedades com qualidade suficiente para o tipo de carregamento associado, levando a que as fundações superficiais não sejam eficientes, opta-se por soluções alternativas como fundações profundas (estacas), soluções combinadas de fundações superficiais e profundas, ou outras soluções mais complexas.

Sabe-se que a capacidade resistente da fundação depende de alguns factores e variáveis, a saber:

- Propriedades mecânicas do solo;
- Forma da fundação (corrida, quadrada, rectangular, circular, ou outra);
- Características da carga aplicada;
- Influência do nível freático;
- Condições de contacto fundação-solo;
- Inclinação da fundação e/ou da superfície do solo.

Nesta dissertação, apenas os factores relacionados com a capacidade resistente de fundações superficiais, sujeitas a acções verticais e centradas, foram alvo de análise. Não se consideraram situações de inclinação de fundação, solo ou carregamento, nem formas de fundações não-rectangulares.

1.1.2. Proposta de Terzaghi para a Capacidade Resistente de Fundações Superficiais

Terzaghi (1943) apresentou uma das primeiras propostas sistematizadas para a fórmula da capacidade resistente de fundações superficiais, baseando-se em algumas hipóteses, tais como:

- Princípio da sobreposição de efeitos;
- Fundação corrida (estado plano de deformação);
- Tipo de mecanismo associado ao colapso;
- Carga vertical e centrada;
- Simplificação da camada de solo acima da base da sapata.

A fórmula proposta por Terzaghi (1943) para fundações superficiais infinitas (sapata corrida), baseia-se na consideração da resposta global de fundação como sendo a soma de resposta da mesma fundação para condições mais simples de carregamento:

$$q = c'N_c + q'_o N_q + \frac{1}{2} \gamma^* B N_\gamma \quad (2)$$

onde c' representa a coesão aparente, q'_o a tensão vertical provocada pelo solo ao nível da base de fundação, γ^* é o peso volúmico em tensões efectivas do solo subjacente à

base de fundação, B é a sua largura e N_c , N_q , N_γ são os factores adimensionais que traduzem a influência dos parâmetros referidos na capacidade resistente.

A título de exemplo é apresentado, na figura seguinte, o mecanismo de colapso proposto por Terzaghi (1943) para o caso de fundação infinita com superfície lisa, sob acção de uma carga vertical e centrada.

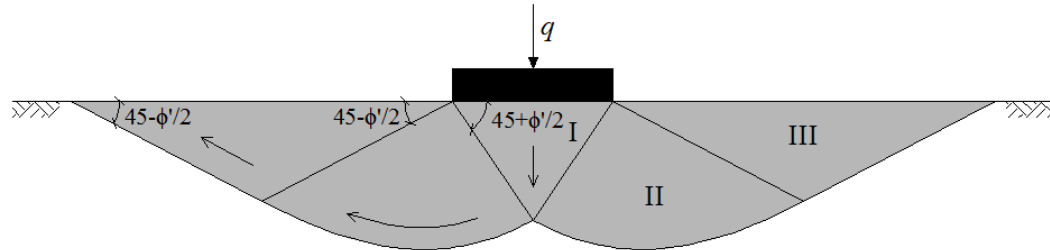


Figura 2. Mecanismo de colapso numa fundação superficial infinita proposto por Terzaghi (1943), para uma fundação lisa.

O mecanismo está dividido em três secções distintas: uma zona (I) em forma de cunha por debaixo da aplicação da carga, onde as máximas tensões principais são verticais; a zona (II) caracteriza-se por se encontrar em corte radial partindo dos vértices exteriores da fundação carregada, cujos limites interceptam a horizontal com ângulos de $45 + \phi/2$ e $45 - \phi/2$; e a zona (III) corresponde a um bloco passivo. No momento do colapso, o bloco (I) desce, induzindo uma deformação do bloco (II) que eleva a zona (III).

No caso da sapata se encontrar enterrada, considera-se a camada de solo acima da base da sapata como uma sobrecarga (Figura 3), desprezando-se assim, de uma forma considerada conservativa, qualquer influência da resistência ao corte do solo na capacidade resistente da fundação (alinhamento ab).

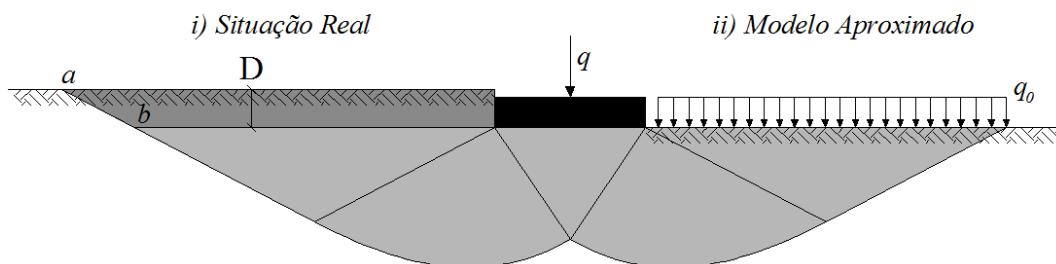


Figura 3. Simplificação proposta por Terzaghi (1943) no caso de fundações embecidas no terreno.

Assim, considera-se que a sobrecarga no modelo aproximado é função da pressão exercida pelo solo ao nível da base da sapata, tomando a forma:

$$q_0' = D\gamma^* \quad (3)$$

Onde γ^* corresponde ao peso volúmico, em tensões efectivas, do solo acima da base de fundação.

Mais tarde autores como Meyerhof (1951, 1963) e Brinch Hansen (1970), introduziram novos factores para corrigir esta simplificação, implementando os chamados factores de profundidade.

1.1.3. Tipos de Carregamento e Propriedades do Solo

O comportamento do solo sob uma dada carga depende fortemente da presença de água no terreno e, sobretudo, do comportamento desta quando o solo é actuado pelo carregamento. Dependendo do comportamento da água no solo, são usualmente considerados dois tipos de comportamento: drenado e não-drenado. Um carregamento drenado é aquele em que se considera que uma variação de tensão total não altera a pressão intersticial e irá induzir uma alteração na tensão efectiva com o mesmo valor. Um carregamento não-drenado irá proceder de forma oposta, sendo a pressão intersticial o elemento variante em função da tensão total, mantendo-se a tensão normal efectiva sem alteração. A interacção entre a velocidade do carregamento, fase da análise e tipo de solo levará a que surjam comportamentos distintos.

Na Figura 4 estão representados dois carregamentos distintos: um carregamento Q_1 lento e um carregamento Q_2 mais rápido.

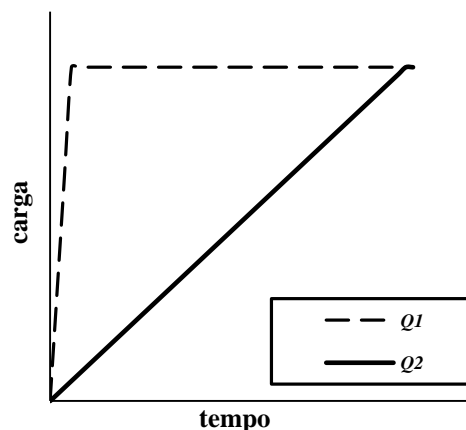


Figura 4. Velocidade de aplicação do carregamento.

No caso de solos argilosos, um carregamento rápido, como o representado por Q_1 , leva a que se analise o problema em condições não-drenadas para análise de curto prazo: devido ao súbito aumento da carga, existe um aumento de pressão intersticial, mantendo-se as tensões efectivas sem alterações. Com o decorrer do tempo existe dissipação de pressão intersticial, fazendo com que haja transferência para as tensões efectivas. Com o aproximar do fim da consolidação, o excesso de pressão intersticial, dissipa-se praticamente na sua totalidade, levando a uma análise drenada. Já no caso de um carregamento do tipo Q_2 , considerando uma taxa de aumento da carga suficientemente baixa para que não exista incremento da pressão intersticial, será analisado como carregamento drenado em qualquer ponto no tempo.

No caso de areias, considera-se que, em termos gerais, a dissipação de pressão intersticial é imediata, fazendo com que a análise seja drenada. Podem, porém, existir casos em que esta classificação não é válida, como por exemplo, o caso dos carregamentos sísmicos.

No que toca à resistência ao corte de um solo sujeito a um carregamento drenado, esta é representada pelo critério de Mohr-Coulomb, sendo este definido em termos de tensões efectivas pelo ângulo de resistência ao corte do solo, ϕ' , e a coesão aparente, c' , através de:

$$\tau \leq c' + \sigma' \tan \phi' \quad (4)$$

Caso o solo seja sujeito a um carregamento não-drenado terá o comportamento descrito pelo critério de Tresca onde c_u é a resistência ao corte não-drenada.

$$\tau \leq c_u \quad (5)$$

O peso do solo é definido pelo peso volúmico, γ^* . Este valor pode ser expresso em termos de tensões totais sendo representado por γ . Para o caso de análise em tensões efectivas, pode apresentar dois valores: γ' com o nível freático situado acima da base de fundação ou ainda um valor ponderado – γ'_{pond} entre diferentes tensões efectivas para o caso do nível freático estar situado abaixo da base da fundação, mas interceptado pelo mecanismo de colapso. É sabido que as tensões totais, no caso de tensões normais, só diferem das efectivas na presença de pressões intersticiais não-nulas: as tensões efectivas resultam da diferença entre as tensões totais e as pressões intersticiais.

Em termos de carregamentos drenados e, dada a existência de nível freático directamente sobre a base da fundação superficial (Figura 5(a)), o peso do solo será definido em termos de tensões efectivas (γ^* igual a γ'). Caso não exista intersecção do nível freático no mecanismo de rotura, o valor de γ^* corresponde a γ (Figura 5(b)). Note-se ainda que o nível freático poderá existir no solo a carregar, apenas afectando a capacidade resistente do solo que seja envolvido pelo mecanismo de colapso associado. Como caso intermédio (Figura 5(c)) adopta-se um peso volúmico ponderado a fim de ter em linha de conta o nível freático existente, sem penalizar totalmente a capacidade resistente – situação que ocorreria caso se considerasse directamente um valor para γ^* igual a γ' . No caso não-drenado, o valor corresponde directamente ao valor de peso volúmico do solo em estudo. Dado que o estudo realizado nesta dissertação não incluiu análises com variação de nível freático, considera-se apenas um valor fixo de peso volúmico efectivo, independentemente da posição do nível freático.

No caso de carregamentos não-drenados, é necessário a existência de nível freático, ou pelo menos, de solo saturado, em toda a zona do mecanismo; assim sendo, a Figura 5(a) é também exemplificativa de um carregamento não-drenado. Contudo, considera-se que a capacidade resistente para este tipo de carregamentos apenas depende de um valor constante: resistência ao corte não-drenada, c_u , não sendo afectada pelo peso volúmico do solo.

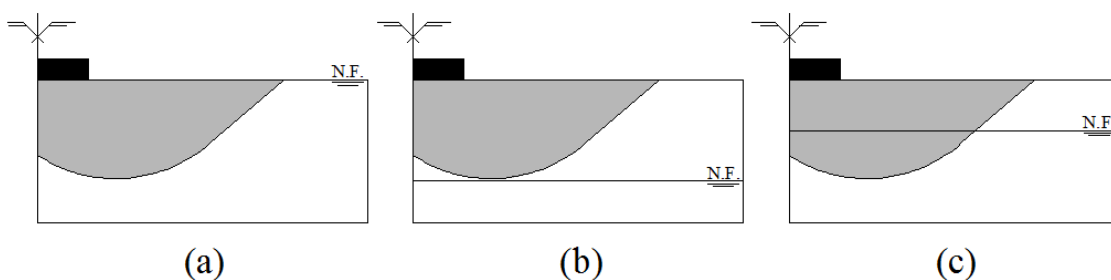


Figura 5. Diferentes situações de nível freático: (a) Não envolvendo o mecanismo de colapso; (b) intersecta o mecanismo de colapso; (c) directamente abaixo da base da fundação.

Admite-se que a resistência do solo é mobilizada em estado crítico. Assim não se consideram os picos de resistência ao corte decorrentes da possibilidade de existência de solos muito sobreconsolidados. Assim, toma-se para o solo, qualquer que seja o seu nível de sobreconsolidação, uma resistência correspondente ao estado para o qual ele irá convergir, quando sujeito a uma solicitação de corte, dito estado crítico.

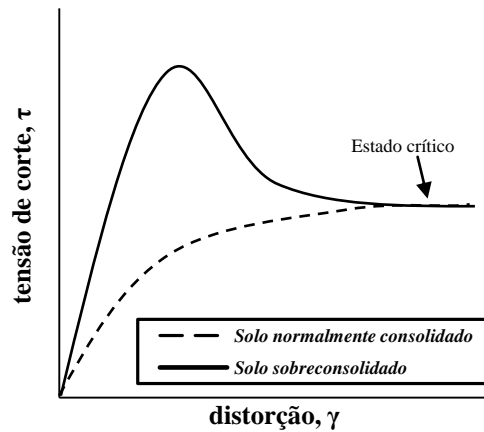


Figura 6. Gráfico tensão – deformação.

1.1.4. Evolução da Expressão da Capacidade Resistente de Fundações Superficiais

Recorrentemente usada ao longo dos tempos, a expressão da capacidade resistente de fundações superficiais tornou-se uma ferramenta da maior importância e utilidade no seio da geotecnia. A proposta inicial de Terzaghi (1943) sofreu sucessivas reapreciações por autores como Meyerhof (1951, 1963), Brinch Hansen (1970), Vesic (1973), De Beer (1970), e, mais recentemente, Salgado et al. (2004), Gourvenec et al. (2006), Lyamin et al. (2007), entre outros.

A expressão foi inicialmente desenvolvida para a situação de sapata infinita: caso onde a maior dimensão, L , é bastante superior à menor, B . Correntemente designa-se por L/B o rácio comprimento/largura da sapata em contacto com o solo. Um valor mais elevado tenderá a convergir para sapata infinita ou corrida, ao passo que, no limite mínimo, L/B será igual a 1 para uma sapata quadrada. Assim, no caso em que L/B tende para um valor infinito, atinge-se um estado plano de deformação, sendo que a expressão é apenas afectada pelos factores de capacidade resistente – N_c , N_q e N_γ , sobrecarga – q_0 , peso próprio do solo carregado – γ , coesão aparente – c' , e largura da fundação – B , tomando a forma apresentada na equação (2).

Sendo que a aplicação desta fórmula é restrita ao caso de fundações corridas sob carregamento vertical e centrado com base de fundação horizontal, foram introduzidos factores para adaptar a solução inicial da equação (2) a situações reais de aplicação. A expressão que traduz a capacidade resistente, actualmente presente na regulamentação

européia – EN1997-1 – considera um leque de combinações reais possíveis para carregamentos drenados, através de:

$$q=c'N_c b_c s_c i_c + q'_0 N_q b_q s_q i_q + \frac{1}{2} \gamma' B' N_\gamma b_\gamma s_\gamma i_\gamma \quad (6)$$

E para carregamentos não-drenados:

$$q=(\pi+2)c_u b_c s_c i_c + q_0 \quad (7)$$

Nestas expressões, c' representa a coesão aparente do solo; c_u a resistência ao corte não-drenada; γ' define o peso específico do solo em termos de tensões efectivas; B' reporta-se à largura efectiva da fundação superficial; N_c , N_q e N_γ são os factores da capacidade resistente dependentes apenas do ângulo de resistência ao corte – ϕ' ; b_c , b_q , b_γ são os factores correspondentes à inclinação da base da fundação; s_c , s_q , s_γ reportam-se aos factores de forma associados à forma das sapatas; i_c , i_q , i_γ são os factores relativos à inclinação da carga aplicada provocada pela existência de uma carga horizontal; q_0 e q'_0 representam, respectivamente, a sobrecarga ao nível da base da sapata em termos de tensões totais e tensões efectivas.

Apesar das expressões da capacidade resistente (equações (6) e (7)) não incluírem factores de profundidade, certos autores consideram a existência dos factores d_c , d_q e d_γ afectando respectivamente as parcelas correspondentes à coesão aparente/resistência ao corte não drenada, sobrecarga na base da sapata e parcela devido ao peso do solo carregado. Estes factores visam considerar um efeito não contabilizado por Terzaghi (1943) na sua proposta inicial: a resistência ao corte da parcela de solo acima da base da sapata. Assim sendo, estes factores tomam, geralmente, valor maior ou igual a 1. No caso da equação (6), adicionando os factores de profundidade:

$$q=c'N_c b_c d_c s_c i_c + q'_0 N_q b_q d_q s_q i_q + \frac{1}{2} \gamma' B' N_\gamma b_\gamma d_\gamma s_\gamma i_\gamma \quad (8)$$

Considera-se que os factores d_c , d_q e d_γ , são os tradicionais, pois apenas dependem da profundidade da base da fundação e do ângulo de resistência ao corte. Contudo, com a evolução das análises tridimensionais, foram obtidos novos factores de profundidade com dependência também ligada à forma da fundação. Assim, esses factores não-tradicionais, são designados por d_c^* , d_q^* e d_γ^* , estando associados às mesmas parcelas que os factores d_c , d_q e d_γ .

Denota-se desde logo uma sobreposição de efeitos que muitos autores têm questionado e criticado. A capacidade resistente é obtida como sendo a soma de três parcelas consideradas independentes; a parcela relativa à coesão aparente (carregamento drenado) ou resistência ao corte não drenada (carregamento não-drenado), uma segunda parcela relativa à sobrecarga devida à existência de solo acima do nível da base da sapata, e uma parcela final devido ao peso próprio do solo carregado. Apesar da sobreposição linear de efeitos não traduzir a realidade, esta solução tem sido recorrentemente utilizada devido à sua simplicidade e facilidade de aplicação prática, resultando em valores de capacidade resistente que estão do lado da segurança.

1.2. Problemas Estudados

O foco deste trabalho foi direccionado para o estudo dos factores associados à expressão da capacidade resistente de fundações superficiais para as acções verticais e centradas, analisando-se os casos de carregamentos drenados e não-drenados.

É importante referir que só através de recentes contribuições, é possível a determinação, por via de cálculos tridimensionais, dos factores que serão de seguida apresentados. Tradicionalmente, as propostas feitas para os mesmos, baseadas na análise de ensaios, têm carácter empírico.

1.2.1. Capacidade Resistente às Acções Verticais e Centradas: Carregamento Drenado

Concretizando o primeiro caso de análise presente nesta dissertação, objectiva-se concentrar a análise nos factores de forma e num factor de profundidade específico, no caso de um carregamento drenado.

A fim de eliminar factores alheios ao estudo em causa, considera-se uma acção vertical e centrada, sobre uma sapata sem inclinação de base e um solo sujeito a um carregamento drenado (critério de Mohr-Coulomb). Como foi já referido, os parâmetros de resistência ao corte usados são os correspondentes ao estado crítico.

A não-existência de inclinação de cargas faz com que os factores i_c , i_q e i_γ sejam de valor unitário e por isso ausentes da equação (8). O mesmo sucede com os factores devidos à inclinação da base da sapata, pois nesta análise, considera-se uma sapata com base horizontal. O facto de se tratar de um carregamento centrado, faz com que

comprimentos e larguras efectivas sejam iguais aos reais. Nas análises realizadas não se considera a existência de coesão aparente, pelo que, sendo c' nulo, toda a parcela associada desaparece. Como foi já referido, o peso próprio usado e a sobrecarga são aplicados em termos de tensões efectivas. Assim, a equação (8) toma o seguinte aspecto:

$$q = q_0' N_q d_q s_q + \frac{1}{2} \gamma' B N_\gamma d_\gamma s_\gamma \quad (9)$$

Os factores presentes nesta equação foram alvo de estudo ao longo dos anos tendo sido objecto de propostas de diversos autores. Os factores de forma, como foi já referido, visam adaptar a formulação base às dimensões de fundações finitas (com rácio L/B finito). Algumas propostas de expressões para factores de forma são:

Tabela 1. Expressões correntes para factores de forma.

<i>Autor</i>	s_q	s_γ
Meyerhof (1963)	$1 + 0,1 \frac{B}{L} \tan^2 \left(45 + \frac{\phi'}{2} \right)$	$1 + 0,1 \frac{B}{L} \tan^2 \left(45 + \frac{\phi'}{2} \right)$
Brinch Hansen (1970)	$1 + \frac{B}{L} \sin \phi'$	$1 - 0,4 \frac{B}{L} \geq 0,6$
Vesic (1973)	$1 + \frac{B}{L} \tan \phi'$	$1 - 0,4 \frac{B}{L} \geq 0,6$
EN1997-1	$1 + \frac{B}{L} \sin \phi'$	$1 - 0,3 \frac{B}{L}$

Os factores de profundidade visam modelar o problema onde a sobrecarga q_0' é na realidade um solo, envolvendo a fundação. Com o factor d_q tradicional tem-se em conta a resistência ao corte da parcela de solo acima da base da sapata, que não havia sido considerada por Terzaghi (1943). Algumas fórmulas comumente usadas são:

Tabela 2. Expressões correntes para factor de profundidade, d_q .

<i>Autor</i>	d_q
Meyerhof (1963)	$1 + 0,1 \frac{D}{B} \tan \left(45 + \frac{\phi'}{2} \right)$
Brinch Hansen (1970)	$D/B \leq 1:$ $1 + 2 \tan \phi' (1 - \sin \phi')^2 \frac{D}{B}$ $D/B > 1$ $1 + 2 \tan \phi' (1 - \sin \phi')^2 \tan^{-1} \frac{D}{B}$

Dado que, no presente trabalho, se consideram estudos tridimensionais, será obtido um factor de profundidade, d_q^* , diferente do tradicional, na medida em que o seu valor é função não só de D/B e ϕ' , mas também da forma da fundação (L/B).

No que diz respeito aos factores da capacidade resistente existentes na equação (9), sabe-se que N_q é exacto para o caso de um solo sem peso, sendo dado por:

$$N_q = \frac{1 + \sin \phi'}{1 - \sin \phi'} e^{\pi \tan \phi'} \quad (10)$$

Para o caso de N_γ , têm sido vários os autores que realizaram estudos a fim de melhorar sucessivamente este factor de capacidade resistente ligado ao peso próprio do solo carregado. Foram realizadas diversas abordagens ao problema e algumas soluções foram apontadas:

Tabela 3. Fórmulas para o factor de capacidade resistente, N_γ .

<i>Autor</i>	N_γ
Caquot e Kerisel (1953)	$N_\gamma = 2(N_q + 1)\phi'$
Meyerhof (1963)	$N_\gamma = (N_q - 1) \tan(1,4\phi')$
Brinch Hansen (1970)	$N_\gamma = 1,5(N_q - 1) \tan \phi'$
Michalowski (1997)	$N_\gamma = e^{0,66 + 5,11 \tan \phi'} \tan \phi'$
Salgado (2008)	$N_\gamma = (N_q - 1) \tan(1,32\phi')$

Recentemente, o trabalho de Hjiatj et al. (2005), aplicando uma implementação numérica da análise limite na determinação do factor N_γ , revelou valores para a região superior e inferior, estabelecendo assim um intervalo de validade para o dito factor. Os resultados apresentados por Martin (2005), recorrendo ao método das características, situaram-se nos intervalos anteriormente obtidos por Hjiatj et al. (2005) para a maior parte dos valores. Os demais verificaram-se ser ligeiramente inferiores aos de região inferior. Dada a qualidade dos resultados optou-se, nesta dissertação, por se considerar a solução obtida por Martin (2005) para o factor N_γ .

Tabela 4. Valores para o factor N_γ obtidos por Hjiat et al. (2005) e Martin (2005), para o caso de sapata rugosa.

$\phi' (^{\circ})$	N_γ		
	<i>Martin (2005)</i>	<i>Hjiat et al. (2005) - LB</i>	<i>Hjiat et al. (2005) - UB</i>
10	0,433	0,434	0,455
15	1,181	1,178	1,238
20	2,839	2,822	2,961
25	6,491	6,431	6,738
30	14,754	14,567	15,237
35	34,476	33,951	35,649
40	85,566	83,327	88,390
45	234,213	224,945	240,880

Em suma, os factores analisados para uma fundação finita, sujeita a um carregamento vertical, centrado e drenado, e em que a resistência ao corte do solo é modelado pelo critério de Mohr-Coulomb, são:

- Factor de forma, s_q ;
- Factor de forma, s_γ ;
- Factor de profundidade tridimensional, d_q^* .

1.2.2. Capacidade Resistente às Acções Verticais e Centradas: Carregamento Não-Drenado

O segundo caso de estudo analisado nesta dissertação refere-se a um carregamento não-drenado, sobre um solo com comportamento regido pelo critério de Tresca com o parâmetro c_u (equação (7)). Mais uma vez, a análise incide apenas sobre carga vertical e centrada, fazendo com que as dimensões efectivas (L' e B') sejam iguais às reais (L e B) e que o factor de inclinação i_c seja unitário. A base da fundação é horizontal – tornando o factor b_c igual à unidade. Tal como na equação (8), existe um factor de profundidade associado à formulação para um carregamento não-drenado – d_c , mas dado que não se irá considerar qualquer caso de sapata enterrada, este valor é considerado unitário, anulando-se também o valor de q_o . Assim, a equação (7) toma a seguinte forma:

$$q = (\pi + 2)c_u s_c \quad (11)$$

O valor N_c é representado por $(\pi + 2)$ tendo sido esta a solução exacta encontrada por Prandtl (1920, 1921), segundo Salgado et al. (2004).

Uma expressão para o factor de forma s_c foi dada por Meyerhof (1951) sendo esta a que figura na regulamentação europeia EN1997-1.

$$s_c = 1 + 0,2 \frac{B}{L} \quad (12)$$

Autores como Gourvenec et al. (2006) apresentaram outras abordagens ao problema definindo, com recurso a análises pelo método dos elementos finitos, o mesmo factor. Nesse trabalho foi apresentado um factor de capacidade resistente, N_c^* , em função da forma da sapata, ou seja:

$$N_c^* = N_c s_c \quad (13)$$

Segundo os autores, para o caso de uma sapata quadrada rugosa assente num solo modelado segundo o critério de Tresca, deve-se tomar N_c^* com o valor de 5,91, correspondendo assim, o factor s_c a 1,15. Para o caso de fundações rectangulares, são propostas duas fórmulas: equação (14) para N_c^* dependente da forma da fundação e equação (15) para um correspondente s_c .

$$N_c^* = (2 + \pi) + 1,08 \frac{B}{L} - 0,2 \left(\frac{B}{L}\right)^2 \quad (14)$$

$$s_c = 1 + 0,214 \frac{B}{L} - 0,067 \left(\frac{B}{L}\right)^2 \quad (15)$$

Para o caso do carregamento não-drenado, será estudado o factor de forma associado, s_c , com recurso a um modelo de solo regido pelo critério de Tresca.

2. METODOLOGIA DE RESOLUÇÃO

Este capítulo visa apresentar a proposta de resolução para os factores anteriormente colocados no foco do estudo. Numa primeira parte é descrita, sucintamente, a análise limite e a sua implementação numérica como forma de resolução geral. O segundo subcapítulo centra-se na descrição dos modelos usados, com as respectivas variáveis, para cada factor a estudar.

2.1. Análise Limite e Implementação Numérica

Como forma de obtenção de valores de capacidade resistente e consequente obtenção dos factores associados, têm sido aplicadas diversas formulações. Dentro das mais usadas na actualidade situa-se a análise limite. Com este subcapítulo, objectiva-se fazer uma contextualização da análise limite e a sua implementação numérica, como forma sistemática de resolução do problema.

2.1.1. Análise Limite

Assente na teoria da plasticidade, a análise limite, está associada a dois teoremas: da região superior – do inglês *upper bound*, e da região inferior – *lower bound*. Tal como o nome indica, estes teoremas devolvem um intervalo balizando o valor da capacidade resistente.

Os teoremas referidos são aplicáveis ao caso de materiais com um regime rígido - perfeitamente plástico ou elástico perfeitamente plástico, com lei de fluxo associado.

Na frase seguinte fica condensada a essência destes dois teoremas (Davis e Selvadurai, 2002):

“Um corpo elástico, perfeitamente plástico, vai, por um lado, distribuir as tensões o melhor que puder para evitar o colapso da estrutura, mas, por outro lado, irá colapsar se qualquer mecanismo de colapso cinematicamente admissível existir”

O primeiro teorema, denominado por *teorema estático*, preconiza que o colapso não irá ocorrer se for encontrado um estado de tensão que satisfaça as equações de equilíbrio no interior do corpo e na fronteira e respeite, em qualquer ponto, a condição de não-cedência. Qualquer estado de tensão que satisfaça o critério da região inferior é referido com um *campo de tensões estática e plasticamente admissível*.

O procedimento para aplicação deste teorema consiste na definição de um campo de esforços hipotético, estaticamente admissível, podendo ser um campo descontínuo, que equilibra o conjunto das forças exteriores. Numa segunda fase, existe o ajuste dos esforços não-determinados para que a carga no solo seja maximizada mas a condição de não-cedência permaneça satisfeita em qualquer lado. A carga resultante aproxima inferiormente a carga de colapso.

O segundo teorema – *teorema cinemático*, preconiza que o colapso tem de ocorrer se, para qualquer deformação plástica compatível, a taxa de trabalho das forças externas, actuando num corpo, iguala ou excede a taxa de dissipação de energia interna.

O procedimento para a aplicação deste teorema inicia-se com a definição de um campo de deslocamentos virtuais (com ou sem descontinuidades). Num segundo passo, o campo de deslocamentos deve garantir as condições de compatibilidade cinemática. A fase final consiste em comparar a taxa de trabalho das forças exteriores com a dissipação: se for superior, dar-se-á o colapso. A optimização do campo de deslocamentos virtuais fornece uma carga que aproxima superiormente a carga de colapso.

Alguns autores optaram pela utilização dos teoremas da análise limite referidos anteriormente nos seus cálculos, como é o caso dos trabalhos desenvolvido por Lyamin et al. (2007) no âmbito de estudos bi e tridimensionais da capacidade resistente de fundações em areia ou ainda os de Salgado et al. (2004) num estudo semelhante para argilas. No presente trabalho apenas será usada a implementação do teorema cinemático da análise limite desenvolvida no Departamento de Engenharia Civil da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa – SubLIM-3D. Importa referir que, no caso da determinação da capacidade resistentes de fundações superficiais, o facto de se tratar de uma aplicação de região superior, os valores obtidos para as cargas de colapso serão superiores aos exactos. No futuro deverão ser complementados com valores de região inferior a fim de obter uma análise mais completa e comparativa. Refira-se, no entanto, que as anteriores aplicações em condições bidimensionais permitiram obter sempre valores de grande precisão. Em casos tridimensionais essa precisão, apesar de ser menor, mostrou ser suficiente para a utilização dos valores na estimativa das cargas reais de colapso (Vicente da Silva e Antão, 2007, 2008).

2.1.2. Implementação do Teorema Cinemático: SubLIM-3D

Através do uso do método dos elementos finitos é possível discretizar um meio semi-infinito – solo, e implementar diversas metodologias de cálculo. Recorrendo ao teorema cinemático, é possível, aplicando os conceitos de deformação cinematicamente admissível e balanço energético, uma implementação numérica que permite a obtenção de resultados estáveis. Com este objectivo, foi desenvolvido o programa SubLIM-3D¹ por Vicente da Silva (2009). Apresentam-se de seguida os aspectos básicos considerados neste programa de cálculo de região superior, adoptados pelo referido autor.

Considera-se um corpo rígido perfeitamente plástico, definido por Ω , limitado por uma superfície Γ , composto por duas partes complementares Γ_u e Γ_σ . Na primeira região, Γ_u , definida como um limite cinemático, o campo de deslocamentos, u , é fixado a zero. A região Γ_σ , representa, por seu lado, a fronteira estática, onde as forças de superfície externas, t , são prescritas.

A estrutura é então submetida a uma dada distribuição de cargas de corpo constantes, b , e a forças de superfície externas, t , afectadas pelo multiplicador de carga, λ . São também aplicadas um outro conjunto de cargas constantes, não afectadas por λ , denominadas por \tilde{b} e \tilde{t} . Existe ainda um multiplicador de carga, inferior ao multiplicador carga de colapso, λ_c , na qual, a carga resultante é suportada pela estrutura.

De acordo com o teorema cinemático da análise limite, uma solução de região superior para o multiplicador da carga de colapso, pode ser obtido através da escolha de um campo cinematicamente admissível, no qual, o trabalho das forças externas (W_e), é superior ou igual à totalidade da taxa de dissipação interna de energia plástica (W_Δ), sendo:

$$W_e = \lambda W_\lambda + \tilde{W} \tag{16}$$

$$W_\lambda = \int_\Omega b^T \dot{u} d\Omega + \int_{\Gamma_\sigma} t^T \dot{u} d\Gamma \tag{17}$$

$$\tilde{W} = \int_\Omega \tilde{b}^T \dot{u} d\Omega + \int_{\Gamma_\sigma} \tilde{t}^T \dot{u} d\Gamma \tag{18}$$

¹ *Strict Upper Bound LIMit analysis code.*

$$W_{\Delta} = \int_{\Omega} \Delta d\Omega \quad (19)$$

onde Δ representa a taxa de dissipação interna de energia plástica por unidade de volume. Na Tabela 5 estão apresentadas expressões para Δ , usando as componentes de deformação principais, para os critérios utilizados neste trabalho: Tresca e Mohr-Coulomb.

Tabela 5. Funções da taxa de dissipação de energia plástica.

<i>Critério</i>	$\Delta(\dot{\epsilon})$	$\dot{\epsilon} \in X_c$
Tresca	$c(\dot{\epsilon}_I + \dot{\epsilon}_{II} + \dot{\epsilon}_{III})$	$tr(\dot{\epsilon}) = 0$
Mohr Coulomb	$\frac{c}{\tan \phi'} tr(\dot{\epsilon})$	$tr(\dot{\epsilon}) \geq (\dot{\epsilon}_I + \dot{\epsilon}_{II} + \dot{\epsilon}_{III}) \sin \phi'$

Na Tabela 5 ϕ' e c representam respectivamente ângulo de resistência ao corte e coesão aparente, c' , para condições drenadas, ou resistência ao corte não-drenada, c_u , para condições não-drenadas. É ainda definida uma restrição, o espaço X_c , com vista a que a taxa de deformação plástica nesse domínio seja obrigada a cumprir a regra de fluxo associado.

A formulação numérica do problema inicia-se com a imposição de $W_{\lambda}(\dot{u})$ igual a I , de forma a que se escale todos os mecanismos à componente unitária. O parâmetro da carga de colapso para a região superior pode ser estabelecido para qualquer mecanismo cinematicamente admissível, através de:

$$\lambda = \frac{W_{\Delta} \tilde{W}}{W_{\lambda}} \geq \lambda_c \Rightarrow \lambda W_{\lambda} + \tilde{W} = W_{\Delta} \quad (20)$$

Introduzindo a imposição referida no parágrafo anterior, obtém-se:

$$\lambda = W_{\Delta} - \tilde{W} \quad (21)$$

A procura do melhor valor de região superior para o multiplicador da carga de colapso, pode ser formulado de acordo com o seguinte problema de minimização matemática:

$$\text{Min } \lambda(\dot{u}, \dot{\epsilon}) = W_{\Delta}(\dot{\epsilon}) - \tilde{W}(\dot{u}) \quad (22)$$

sujeito às condições de compatibilidade cinemática e às condições:

$$\dot{\varepsilon} \in X_c \quad (23)$$

$$W_\lambda(i) = 1 \quad (24)$$

A sua implementação passa pela reformulação do problema usando o Método de Lagrangeano aumentado, que permite escrever um funcional minimizado com o algoritmo de Uzawa.

A implementação em elementos finitos existente permite assim a determinação automática de aproximações da região superior do carregamento de colapso de uma dada estrutura.

Complementarmente, foi desenvolvida uma implementação da resolução do problema de forma paralela, o que permite a utilização de malhas com elevado número de elementos, e, por conseguinte, de elevado refinamento. A plataforma usada nos cálculos foi um *cluster* de processamento paralelo² existente no Departamento de Engenharia Civil da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa. Nos cálculos realizados procurou-se tirar o máximo partido da capacidade computacional disponível, sendo que se realizaram alguns cálculos-teste para determinar a viabilidade e utilidade de cálculos mais exigentes.

Os tipos de elementos disponíveis para utilização com o SubLIM-3D abrangem desde análises bidimensionais a tridimensionais, nos quais se inserem os elementos de barra, elementos planos triangulares de três e seis nós, elementos de volume tetraédricos de quatro e dez nós, entre outros. O programa permite ainda a consideração de descontinuidades no campo de velocidades, constantes e lineares. Para uma melhor qualidade de resultados, optou-se pela utilização de elementos tetraédricos de dez nós, onde as velocidades nodais são descritas por polinómios de segundo grau, não se considerando quaisquer descontinuidades.

² *Mini-cluster* adquirido ao abrigo do projecto PTDC/ECM/70368/2006

A sequência geral usada nos cálculos foi a seguinte:

- Escrita de programas para geração de malhas-base com recurso ao programa de elementos finitos ANSYS™;
- Preparação dos modelos para cálculo com a introdução de variáveis relativas aos solos e modificação de tipo de elementos finitos para tetraedros de dez nós, através do programa SubLIM-3D;
- Execução do cálculo no *cluster* com o programa SubLIM-3D;
- Visualização da dissipação gráfica do modelo, verificação dos resultados obtidos e convergência dos mesmos.

2.2. Modelos de Cálculo, Fases e Refinamentos

Com vista ao estudo dos factores da capacidade resistente, foram desenvolvidos quatro modelos de cálculo principais. Cada modelo distingue-se pelas variáveis usadas, obtendo-se assim resultados orientados para cada análise.

Transversalmente a todos os modelos existem alguns conceitos que importa referir ou recordar:

- Trata-se de uma análise efectuada com recurso a malhas tridimensionais compostas por dois elementos de volume principais: solo e sapata (respectivamente bloco claro e escuro na Figura 7);
- Existem dois planos de simetria dado tratar-se apenas de um estudo sobre acções verticais e centradas. Esse facto permite apenas a consideração de um quadrante a fim de maximizar o número de elementos finitos por dimensão geométrica;
- O bloco da fundação representa, nas duas direcções, metade da dimensão real da fundação, sendo a forma da fundação dependente do rácio L/B : considerando-se que B corresponde a 1 m, o valor de L será variável consoante o rácio adoptado;
- Nos casos onde γ^* toma um valor diferente de zero, foi aplicado um valor de 20 kN/m³.

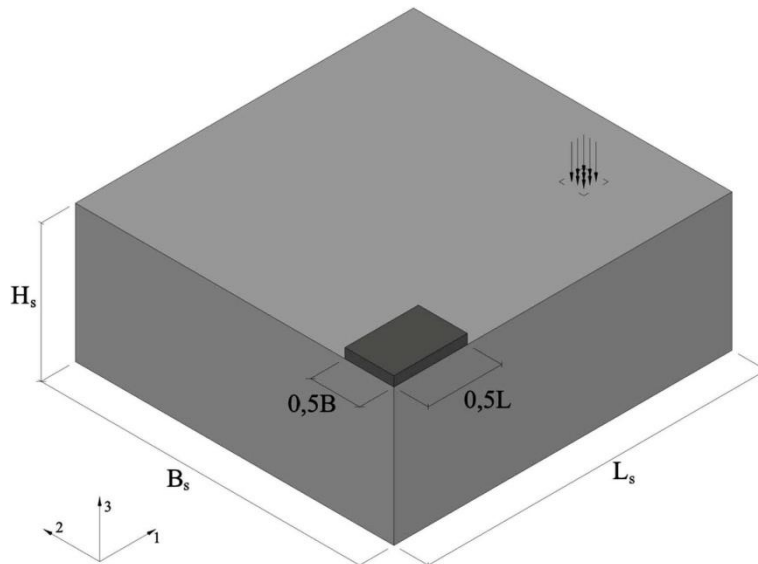


Figura 7. Modelo-base.

Importa referir que, em todos os modelos usados, se considerou uma sapata rígida com superfície rugosa fazendo com que o ângulo de atrito sapata-solo, na zona de contacto da base, seja igual ao ângulo de resistência ao corte, ϕ' . As restrições de deslocamento impostas nas faces exteriores são unicamente na direcção normal à superfície. Nas faces de simetria da fundação foram também aplicadas restrições normais às próprias superfícies. A face superior do solo é livre de restrições.

Nos modelos para análise de s_γ , s_q e d_q^* , considerou-se um carregamento drenado, onde a resistência ao corte do solo é regida pelo critério de Mohr-Coulomb (equação (4)).

Não foram analisados os factores ligados ao termo da coesão aparente em solos sob carregamento drenado. Assim, considerou-se um solo puramente atrítico, com c' nulo. Apesar de o programa SubLIM-3D permitir análises com o valor de coesão aparente nulo, não seriam possíveis quaisquer visualizações da dissipação; para efeitos de cálculo, considerou-se um valor residual de c' de 0,0001 kPa, para permitir a identificar o mecanismo e efectuar ajustes geométricos e de malhas. Para garantir, do ponto de vista prático, a não-influência de tal consideração, foram realizados cálculos-teste com c' nulo, tendo-se observado uma diferença no valor da capacidade resistente inferior a 0,00015%.

Para as análises sob carregamentos drenados optou-se por analisar os seguintes ângulos de resistência ao corte: 10°, 15°, 20°, 25°, 30°, 35°, 37,5°, 40°, 42,5° e 45°. Entre estes valores estão consideradas as situações mais correntes e algumas excepcionais; entende-

-se que ângulos de resistência ao corte compreendidos entre os 20° e os 35° estão os casos mais correntes. Considera-se que os valores superiores são relativos a areias com densidade elevada, podendo atingir os 45°. Os valores iguais ou inferiores a 15° reportam-se aos denominados ângulos de resistência ao corte residual em argilas depois de ultrapassado o estado crítico e são substancialmente inferiores aos ângulos de resistência ao corte iniciais do solo que, sujeito a deformações elevadas (plastificação avançada), reorganiza a estrutura das suas partículas constituintes, levando a que surjam decaimentos da resistência ao corte. Considerando valores entre os 10° e os 20°, esta situação fica contemplada. Note-se que, por regra geral, optou-se inicialmente por realizar intervalos de cinco graus entre análises. No entanto, observou-se que os resultados apresentavam diferenciais nas gamas de valores 35° - 40° e 40° - 45° muito elevados, levando a que se considerassem também os valores intermédios de 37,5° e 42,5°.

A análise para os carregamentos não-drenados é regida pelo critério de Tresca. Assim sendo, a resistência ao corte é igual à resistência ao corte não-drenada - c_u (equação(5)).

Por esta razão, este estudo foi simplificado sendo apenas função do rácio L/B da fundação, afectando assim o factor de forma em análise, s_c .

Finalmente, importa referir que uma análise tridimensional permite avaliar a influência da relação entre o comprimento e a largura da sapata e da sua convergência para um estado plano de deformação (sapata corrida onde a relação L/B tende para infinito). Optou-se por se iniciar pela sapata quadrada (L/B de 1,0) e elevar esta relação com os rácios 1,2, 1,5, 2,0, 3,0 e 4,0.

Em seguida apresentam-se pormenorizadamente os modelos realizados para cada caso de análise.

2.2.1. Carregamento Drenado: factor de forma – s_γ

O factor de forma s_γ está directamente ligado ao peso do solo por baixo da base da sapata, caracterizando a forma da fundação finita. O seu cálculo baseia-se num modelo de sapata rígida sem peso, assente num solo regido pelo critério de Mohr-Coulomb. Considera-se a não existência de solo acima da base da sapata (sapata colocada à superfície); a parcela associada é então anulada pois q_0' é nulo. Assim, considerando a coesão aparente como matematicamente nula a equação (9) toma a seguinte forma:

$$q = \frac{1}{2} \gamma^* B N_\gamma s_\gamma \quad (25)$$

Para este modelo foram consideradas os rácios de L/B da fundação de 1,0, 1,2, 1,5, 2,0, 3,0 e 4,0, incidindo em cada uma com ângulos de resistência ao corte com valores de 10° , 15° , 20° , 25° , 30° , 35° , $37,5^\circ$, 40° , $42,5^\circ$ e 45° .

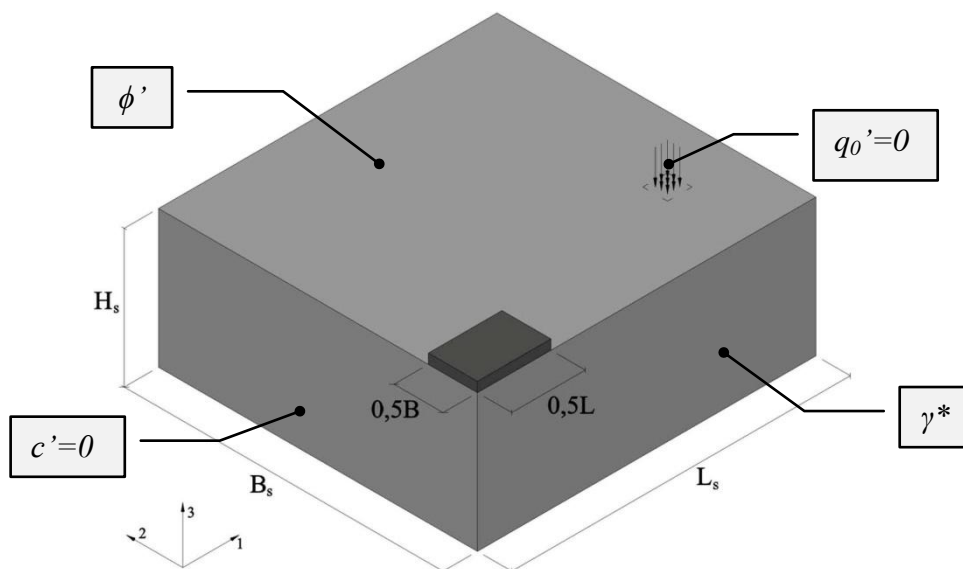


Figura 8. Modelo de análise de s_γ em vista tridimensional.

Inicialmente foram definidas três fases de cálculo. Uma primeira fase visava obter, com um número relativamente baixo de elementos (aproximadamente 40000), uma geometria aproximada do mecanismo de colapso com recurso a cálculos relativamente rápidos. Na fase seguinte objectivou-se aumentar o refinamento da malha, incrementando a densidade da malha em dez vezes. Os resultados provenientes dos cálculos efectuados com este aumento do número de elementos, levaram à necessidade de se realizar um novo ajuste geométrico com uma terceira fase. Posteriormente, para os ângulos de resistência ao corte mais elevados, realizaram-se mais duas fases de cálculo.

Isto é explicável devido às melhorias verificadas nas três primeiras fases de cálculos; observou-se que, de uma forma geral, quanto mais elevado o ângulo de resistência ao corte, maior era a melhoria verificada entre fases. Devido a este facto, optou-se por seleccionar os ângulos mais elevados (35° a 45°) e desenvolver uma quarta fase com mais densidade de malha (aproximadamente 600000 elementos). Para os restantes, realizou-se uma fase paralela com os mesmos aproximadamente 400000 elementos da terceira fase, modificando apenas a geometria, a fim de melhorar a qualidade dos resultados obtidos anteriormente. No final da quarta fase de cálculos observou-se ainda que um novo incremento de número de elementos poderia ser benéfico para os ângulos de resistência ao corte de 42,5° e 45°, elevando assim para aproximadamente 900000 o número de elementos nestes cálculos³. Obtiveram-se melhorias relevantes, que não se estenderam aos demais devido ao elevado tempo de cálculo necessário face à menor melhoria nos restantes casos. É importante referir que foi também tentado um cálculo com um milhão de elementos para L/B de 1,2 e ângulo de resistência ao corte de 45°. Este cálculo, não foi, porém, viável devido à falta de recursos computacionais.

Apresentam-se de seguida as melhorias verificadas entre fases sucessivas e o tempo dispendido no cálculos para o factor $N_{\gamma s \gamma}$, para todos os casos estudados de L/B e ϕ' .

Tabela 6. Fases de cálculo para estudo de $N_{\gamma s \gamma}$.

Fase	Número Aproximado de Elementos	Melhoria entre fases			Tempo de Cálculo ⁴ (h:m:s)		
		Mínima	Média	Máxima	Mínimo	Médio	Máximo
1	40000	-	-	-	00:08:55	00:25:20	00:57:37
2	400000	27,15%	52,72%	112,54%	02:02:59	03:57:34	09:28:29
3	400000	1,78%	8,46%	34,88%	02:26:22	03:33:12	08:20:06
4	600000	2,65%	6,15%	12,27%	03:02:55	06:30:49	10:02:34
5	900000	2,64%	4,73%	8,14%	07:45:43	10:21:28	13:18:03

³ Ver ANEXO A: Resumo de fases e número de elementos.

⁴ Ver ANEXO B: Estatística de cálculos.

Nas figuras seguintes são apresentados os gráficos de $N_{\gamma,s_{\gamma}}$ para duas formas de fundação (L/B de 1,0 e 3,0), nas diferentes fases de cálculo anteriormente referidas, apresentando em eixo secundário, as variações em cada fase, relativas ao primeiro valor obtido.

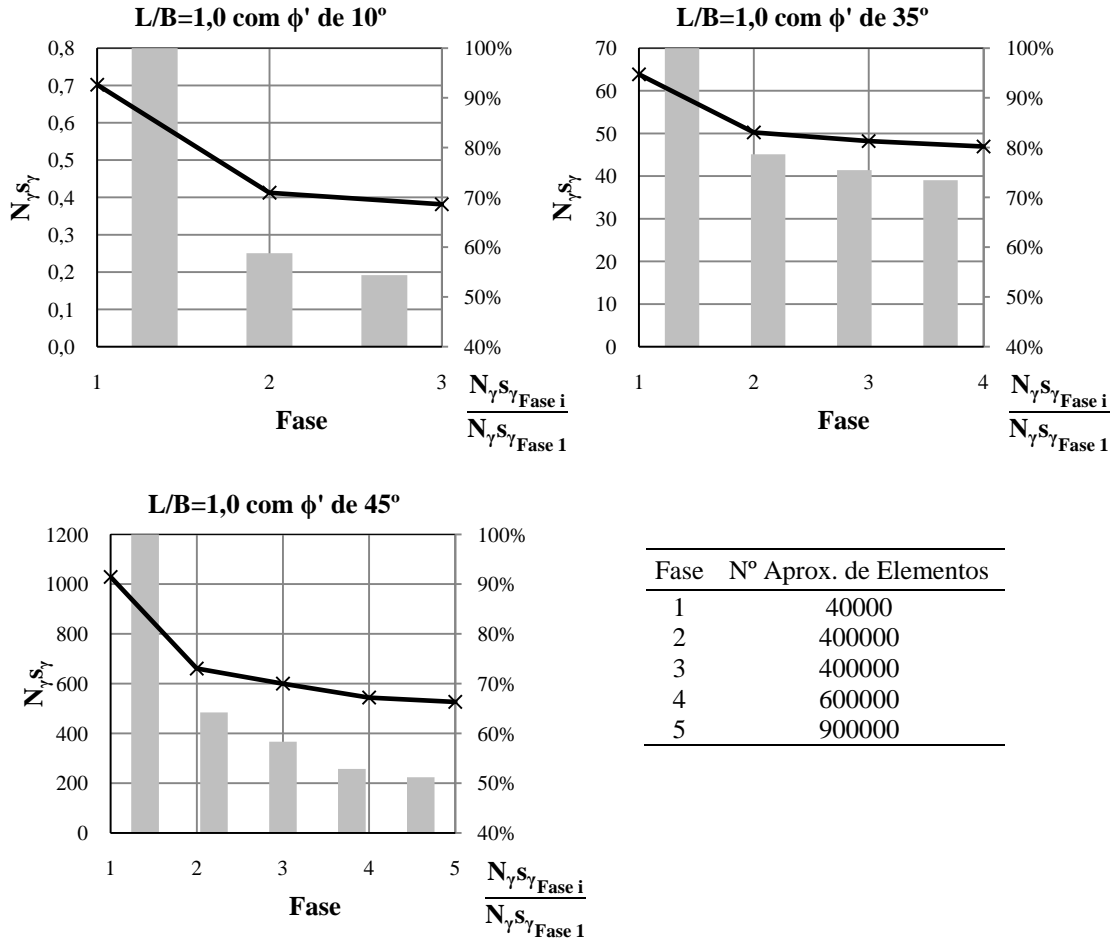


Figura 9. Gráficos de convergência entre fases para $N_{\gamma,s_{\gamma}}$ no caso de L/B de 1,0.

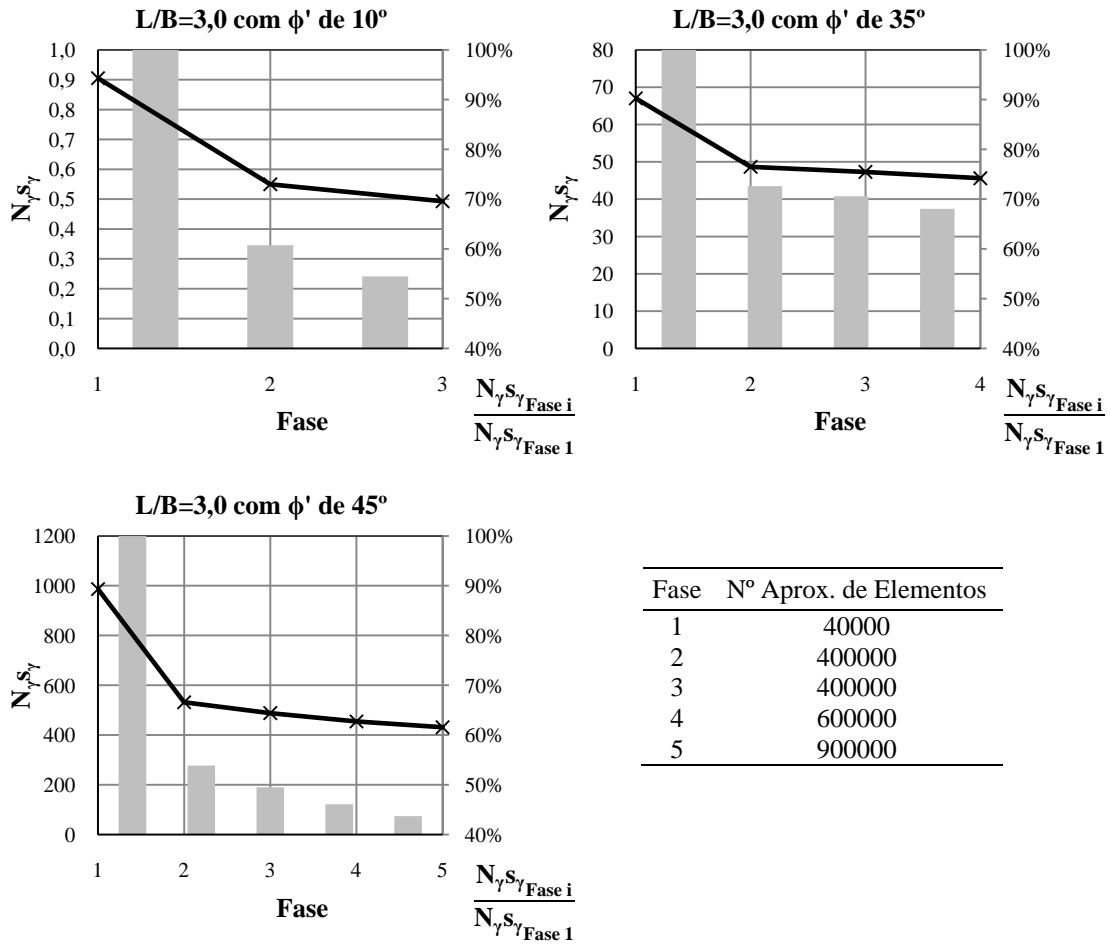


Figura 10. Gráficos de convergência entre fases para $N_{\gamma} s_{\gamma}$, no caso de L/B de 3,0.

2.2.2. Carregamento Drenado: factor de forma – s_q

Neste modelo visa-se considerar uma das hipóteses de Terzaghi (1943) para a expressão da capacidade resistente desenvolvida pelo mesmo: o desprezo da resistência ao corte do solo na parcela acima da base da sapata. A análise dos factores associados à parcela de solo no nível acima da base da sapata é feita com o modelo aqui apresentado e com o referido em 2.2.3. Esta consideração traduz-se numa substituição da referida parcela por uma carga uniforme distribuída na superfície do solo simulando assim o peso do solo suprimido. Neste modelo considera-se nula a influência dos termos não associados à parcela q_0' na expressão para a capacidade resistente de fundações superficiais. Para tal considerou-se um solo regido pelo critério de Mohr-Coulomb, sujeito a um carregamento vertical sobre o topo do solo (excepto na área da fundação). A fim de anular quaisquer efeitos do peso do solo, tomou-se este como nulo. Assim sendo, a equação (9) reduz-se a:

$$q = q_0' N_q s_q \quad (26)$$

À semelhança do modelo anterior, foram consideradas os rácios de L/B da fundação de 1,0, 1,2, 1,5, 2,0, 3,0 e 4,0, incidindo em cada uma com ângulos de resistência ao corte com valores de 10° , 15° , 20° , 25° , 30° , 35° , $37,5^\circ$, 40° , $42,5^\circ$ e 45° .

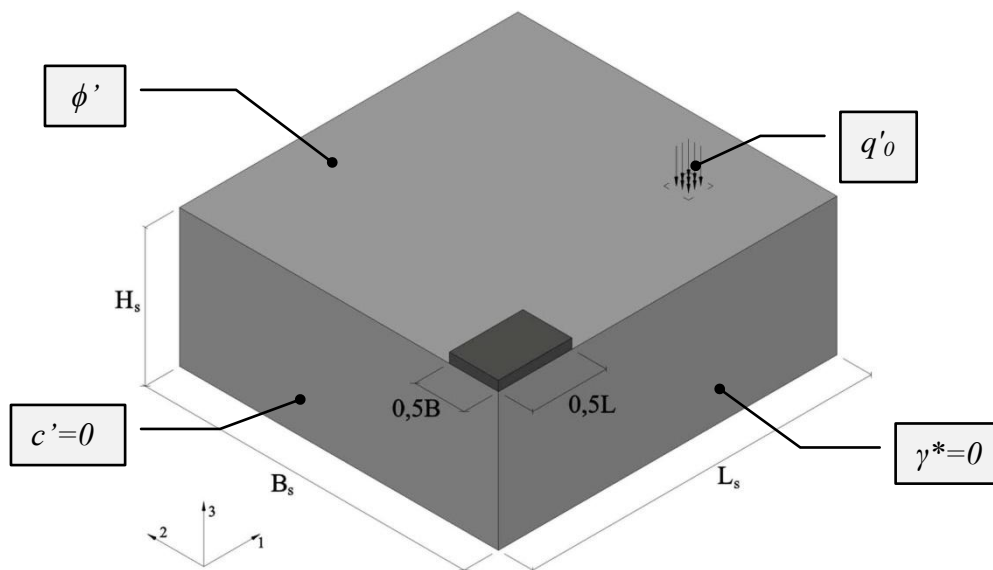


Figura 11. Modelo de análise de s_q em vista tridimensional.

A sequência do processo de cálculo foi semelhante ao descrito para o modelo anterior: envolveu uma fase com uma malha grosseira apenas para ajustar e circunscrever o mecanismo de colapso com cerca de aproximadamente 40000 elementos. A segunda e terceira fases destinaram-se a adensar a malha e reajustar geometrias com vista a melhorar os resultados – envolvendo já aproximadamente 400000 elementos. Tal como se observou com a análise de s_y , as melhorias entre fases foram proporcionais aos ângulos de resistência ao corte analisados, porém em muito menor escala do que os da análise anterior (cerca de 20% a 40% inferiores). Optou-se então por realizar uma nova fase com vista a aumentar a qualidade dos resultados de ângulos entre 35° e 45° aplicando uma densidade de malha mais elevada com aproximadamente 600000 elementos⁵. É ainda de referir que se aumentou ainda para aproximadamente 900000 elementos com vista a verificar a viabilidade e utilidade do cálculo – a conclusão foi que a melhoria não seria relevante face à duração total do cálculo.

Na tabela seguinte, são apresentadas as melhorias verificadas entre fases e os tempos de cálculo para análise de N_{qsq} , para todos os casos de L/B e ϕ' estudados.

Tabela 7. Fases de cálculo para estudo de N_{qsq} .

Fase	Número Aproximado de Elementos	Melhoria entre fases			Tempo de Cálculo ⁶ (h:m:s)		
		Mínima	Média	Máxima	Mínimo	Médio	Máximo
1	40000	-	-	-	00:05:08	00:17:46	00:42:58
2	400000	4,24%	16,22%	41,98%	01:24:25	03:12:58	07:46:39
3	400000	0,06%	3,40%	20,11%	01:27:12	03:10:23	07:47:32
4	600000	0,68%	7,28%	21,29%	03:29:30	05:39:29	08:41:14

⁵ Ver ANEXO A: Resumo de fases e número de elementos.

⁶ Ver ANEXO B: Estatística de cálculos.

De seguida são revelados os gráficos de N_{qsq} para duas formas de fundação (L/B de 1,0 e 3,0), nas diferentes fases de cálculo já referidas, apresentando ainda a variação (%) relativa ao primeiro cálculo efectuado para cada caso.

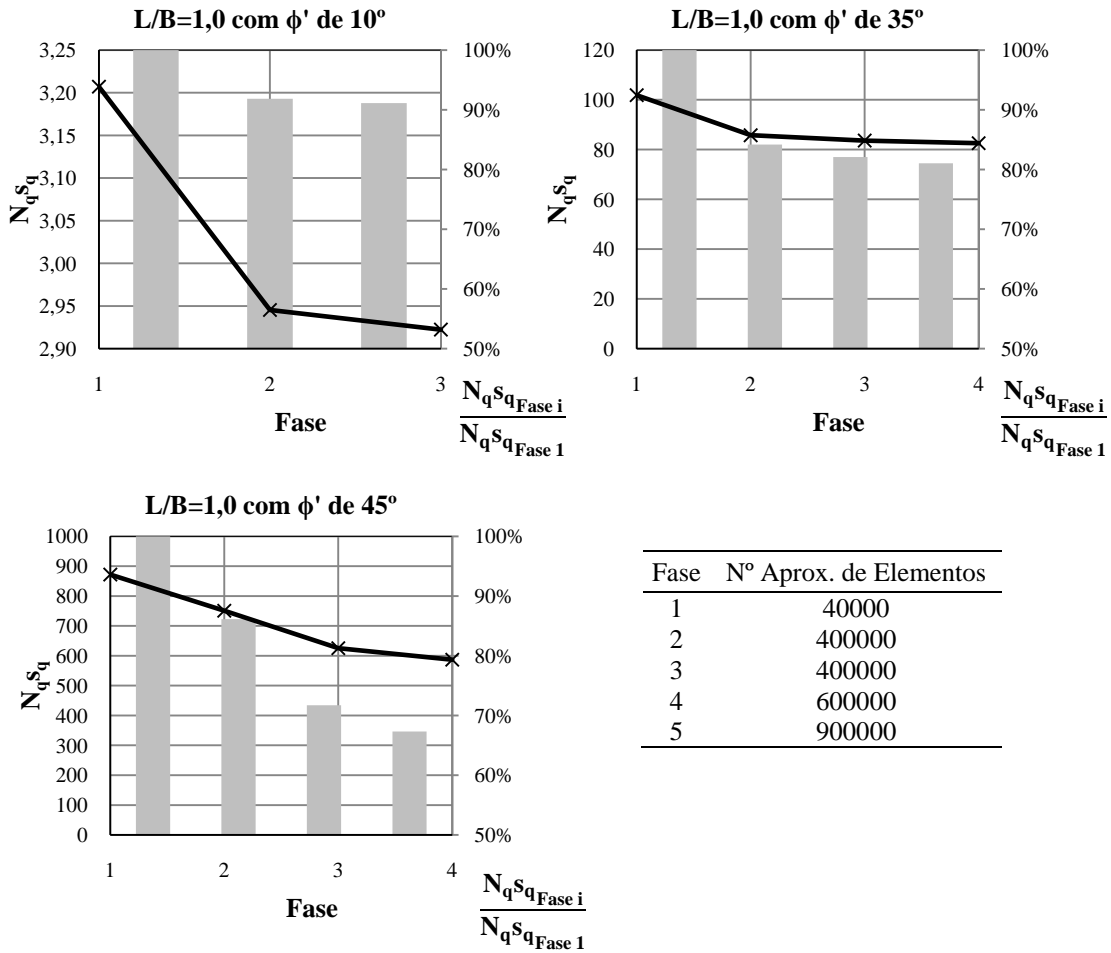


Figura 12. Gráficos de convergência entre fases para N_{qsq} no caso de L/B de 1,0.

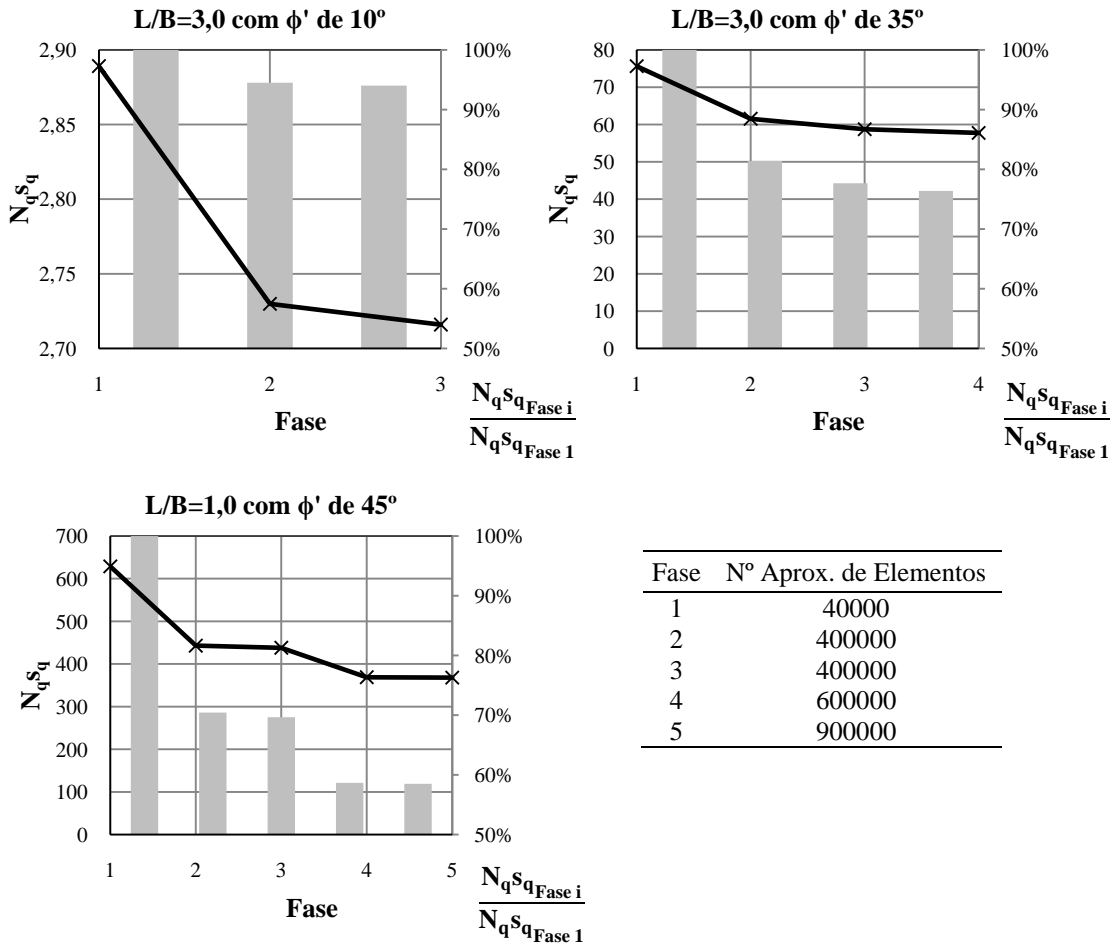


Figura 13. Gráficos de convergência e variação (%) entre fases para N_{qsq} no caso de L/B de 3,0.

2.2.3. Carregamento Drenado: factor de profundidade - d_q^*

O factor de profundidade surge para compensar a lacuna deixada pela simplificação de Terzaghi (1943) no que toca à não consideração da resistência do solo acima da base da sapata. Para observar o comportamento e os valores associados de capacidade resistente, desenvolveu-se um modelo com duas regiões de solo distintas, regidas pelo critério de Mohr-Coulomb: solo abaixo do nível da base da sapata sem peso e parcela de solo acima da base da sapata com peso para permitir a modelação da contribuição desta zona na capacidade resistente.

$$q = q_0' N_q d_q^* s_q \quad (27)$$

Dado o objectivo de verificar o efeito do peso do solo acima da base da sapata, como contribuidor para um aumento da capacidade resistente do solo, foram realizadas análises com alguns rácios entre a altura de solo acima da base da sapata (D) e a largura da sapata (B). Considerou-se alguns dos rácios de D/B referidos na literatura; tendo em conta que os mais usais são os seguintes: 0,1, 0,2, 0,4, 0,6, 0,8, 1,0 e 2,0, optou-se por analisar os três primeiros casos e um quarto caso intermédio: 0,1, 0,2, 0,4 e 0,8. Não foram considerados todos os rácios devido ao grande volume de cálculos necessários para o efeito que se revelou impossível de concretizar no tempo disponível para a realização do trabalho, tendo os cálculos sido circunscritos a uma análise representativa com apenas alguns rácios.

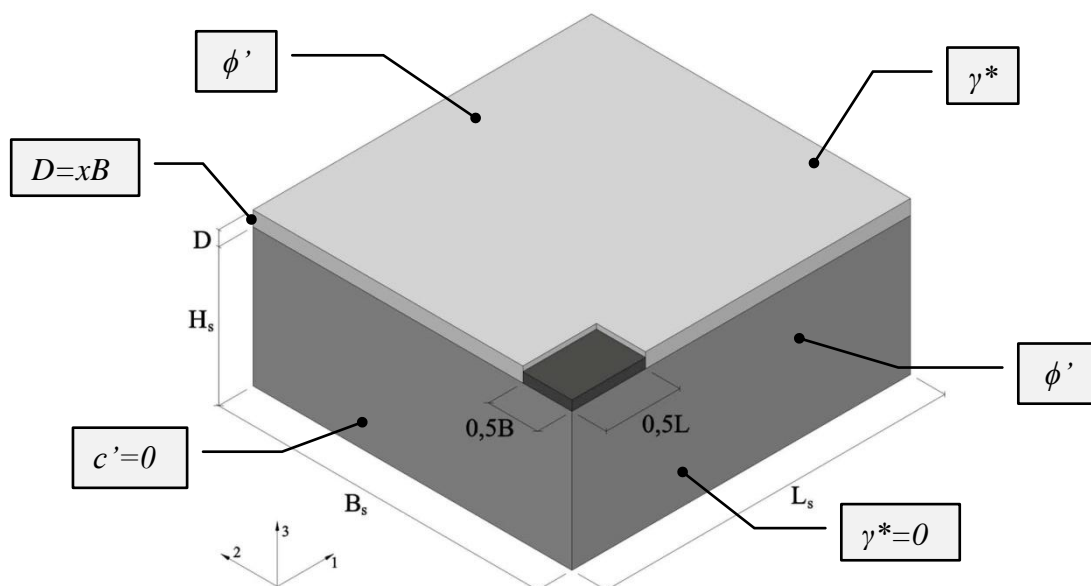


Figura 14. Modelo de análise de d_q^* em vista tridimensional.

Para os rácios de L/B e D/B e os ângulos de resistência ao corte referidos anteriormente, optou-se inicialmente por realizar três fases de cálculos com um aumento progressivo de número de elementos e melhorias geométricas. Para tornar a análise passível de comparação, objectivou-se o mesmo nível de refinamento usado nas análises descritas anteriormente. A primeira fase foi composta por uma malha grosseira com cerca de aproximadamente 100000 elementos para um primeiro ajuste geométrico ao mecanismo de colapso. Na segunda fase as malhas foram incrementadas em cerca de mais 200000 elementos perfazendo assim, aproximadamente, os 300000. A fase final foi realizada com cerca 600000 elementos na sua grande maioria, sendo necessário decrescer o refinamento da malha, nos rácios de D/B mais elevados pois facilmente se atingiu um milhão de elementos, não sendo por isso possível o cálculo⁷.

Nas tabelas seguintes estão apresentadas as melhorias observáveis nos cálculos efectuados.

Tabela 8. Fases de cálculo para estudo de d_q^* para $D/B=0,1$.

Fase	Número Aproximado de Elementos	Melhoria entre fases			Tempo de Cálculo ⁸ (h:m:s)		
		Mínima	Média	Máxima	Mínimo	Médio	Máximo
1	100000	-	-	-	00:16:47	01:05:15	02:47:20
2	300000	2,26%	9,31%	27,37%	02:24:24	05:22:30	11:35:54
3	600000	0,29%	1,86%	7,69%	00:18:52	04:39:25	09:54:43

Tabela 9. Fases de cálculo para estudo de d_q^* para $D/B=0,2$.

Fase	Número Aproximado de Elementos	Melhoria entre fases			Tempo de Cálculo ⁸ (h:m:s)		
		Mínima	Média	Máxima	Mínimo	Médio	Máximo
1	100000	-	-	-	00:24:13	01:20:46	03:30:35
2	300000	1,72%	8,07%	23,38%	01:33:12	04:24:11	17:27:36
3	600000	1,05%	3,99%	9,76%	02:34:37	06:04:11	12:53:05

Tabela 10. Fases de cálculo para estudo de d_q^* para $D/B=0,4$.

Fase	Número Aproximado de Elementos	Melhoria entre fases			Tempo de Cálculo ⁸ (h:m:s)		
		Mínima	Média	Máxima	Mínimo	Médio	Máximo
1	100000	-	-	-	00:33:59	01:41:57	03:10:35
2	300000	3,21%	12,33%	36,08%	02:23:11	05:12:45	09:31:09
3	600000	1,16%	4,51%	18,10%	03:35:57	07:15:19	12:05:01

⁷ Ver ANEXO A: Resumo de fases e número de elementos.

⁸ Ver ANEXO B: Estatística de cálculos.

Tabela 11. Fases de cálculo para estudo de d_q^* para $D/B=0,8$.

Fase	Número Aproximado de Elementos	Melhoria entre fases			Tempo de Cálculo ⁹ (h:m:s)		
		Mínima	Média	Máxima	Mínimo	Médio	Máximo
1	100000	-	-	-	00:46:39	02:21:37	04:20:57
2	300000	5,48%	16,07%	49,17%	00:51:27	07:30:11	11:50:33
3	600000	1,33%	4,41%	16,49%	03:39:13	08:19:19	13:55:04

São apresentados nas figuras seguintes, as diferentes fases de cálculos estipuladas de $d_q^*N_{qsq}$, para L/B igual a 1,0 e 3,0., apresentando em paralelo, as variações observáveis para cada caso face ao primeiro resultado obtido.

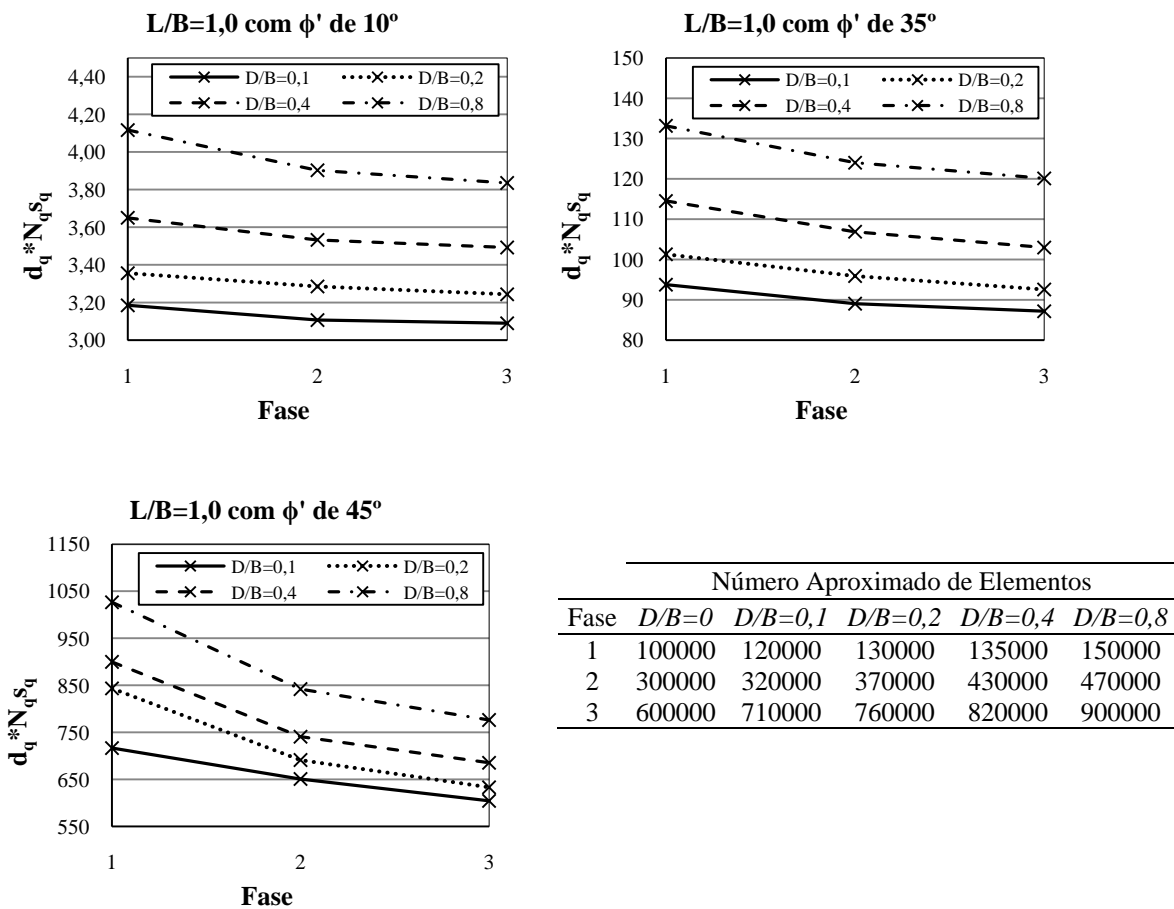


Figura 15. Gráficos de convergência entre fases para $d_q^*N_{qsq}$ no caso de L/B de 1,0.

⁹ Ver ANEXO A: Resumo de fases e número de elementos.

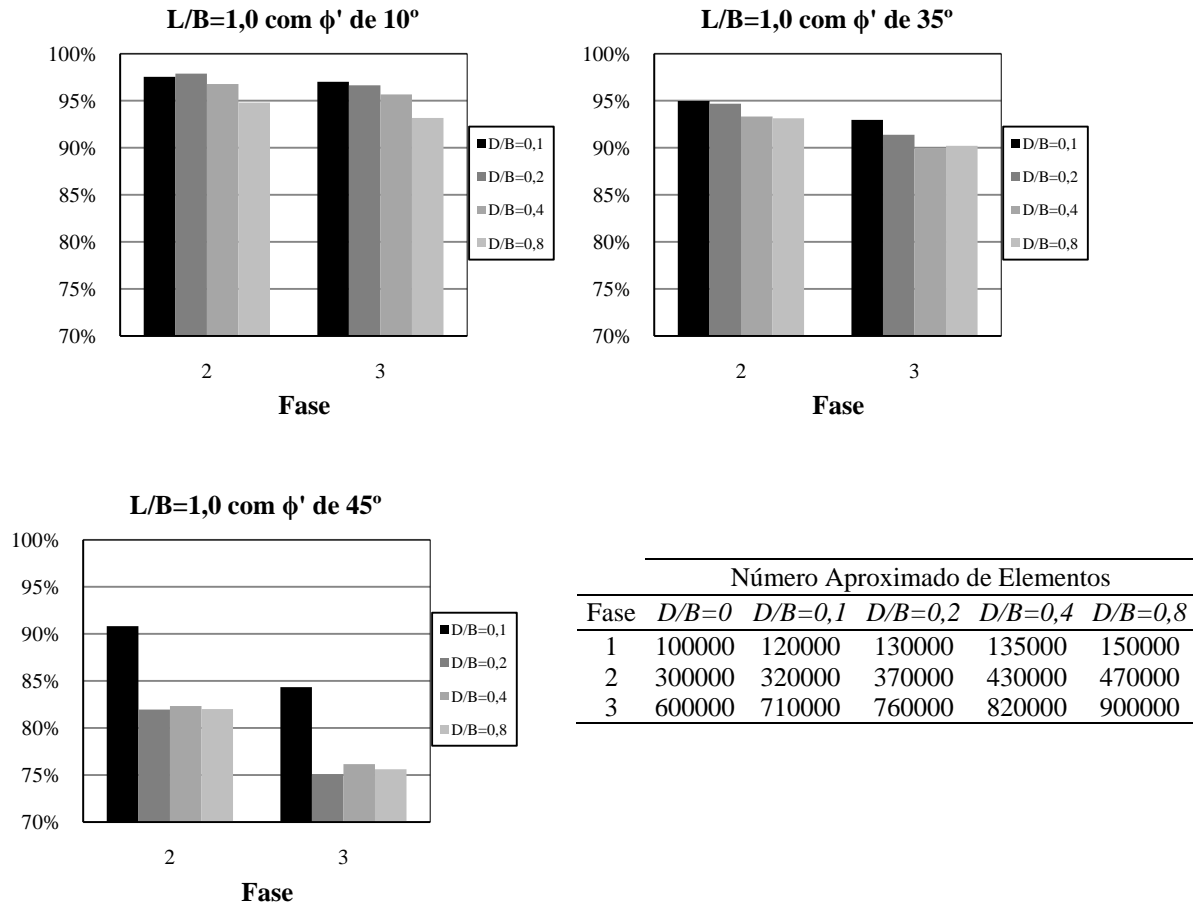


Figura 16. Gráficos de variação (%) entre fases para $d_q^*N_{qs}$ no caso de L/B de 1,0.

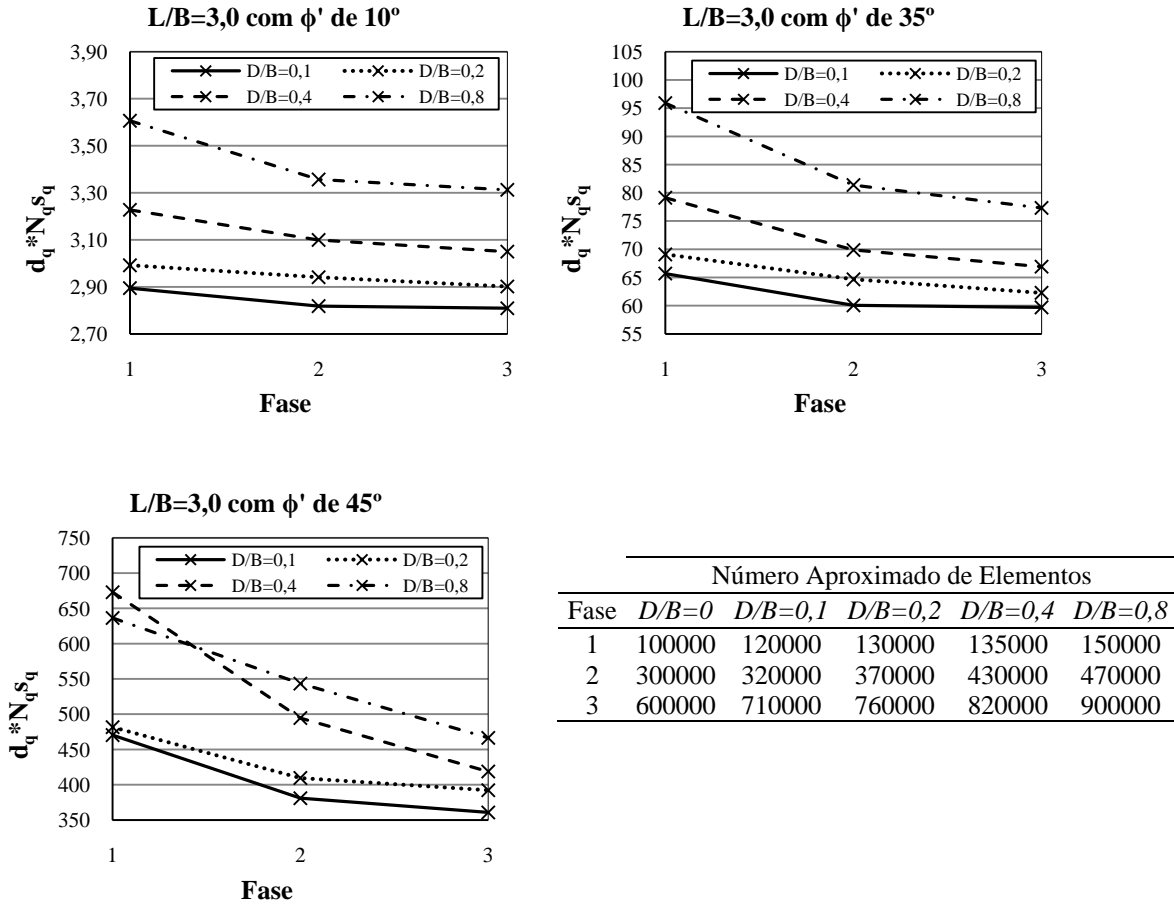


Figura 17. Gráficos de convergência entre fases para $d_q * N_{qsq}$ no caso de L/B de 3,0.

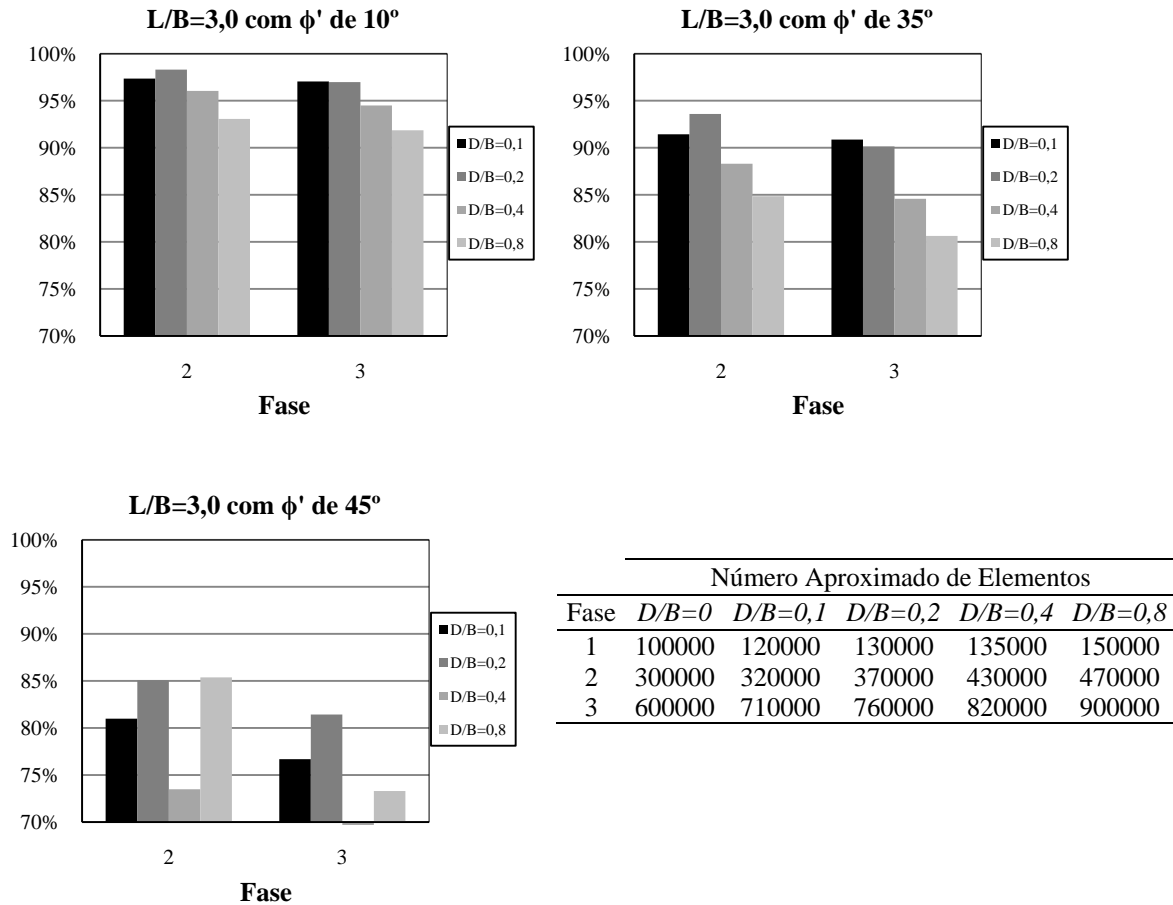


Figura 18. Gráficos de variação (%) entre fases para $d_q^*N_q s_q$ no caso de L/B de 3,0.

2.2.4. Carregamento Não-Drenado: factor de forma - s_c

A única análise feita sob carregamento não-drenado foca-se no factor de forma, s_c . Não se considera a existência de qualquer solo acima da base da sapata, sendo por isso q_0 nulo. A equação (11) é aplicada directamente admitindo uma resistência ao corte não-drenada, c_u . Os cálculos incidiram sobre os casos de L/B de 1,0, 1,2, 1,5, 2,0, 3,0 e 4,0.

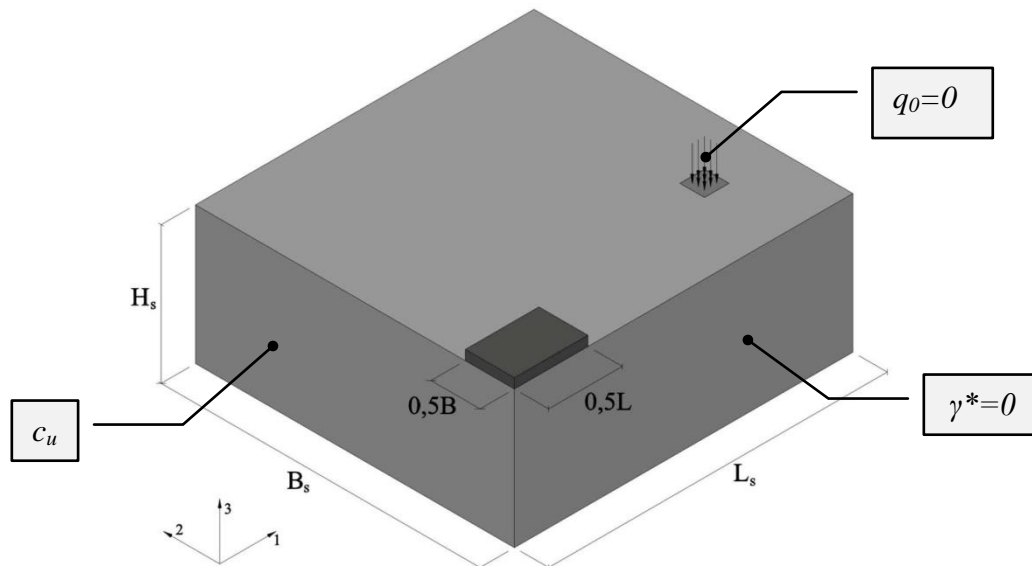


Figura 19. Modelo de análise de s_c em vista tridimensional.

Previram-se inicialmente três fases de cálculo: uma primeira consistindo numa malha grosseira composta por aproximadamente 40000 elementos, apenas para uma primeira aproximação geométrica. Numa segunda fase aumentou-se o refinamento para aproximadamente 400000 elementos acompanhada de ajustes geométricos para optimização do problema, havendo ainda uma terceira fase com novos ajustes mantendo os cerca de 400000 elementos.

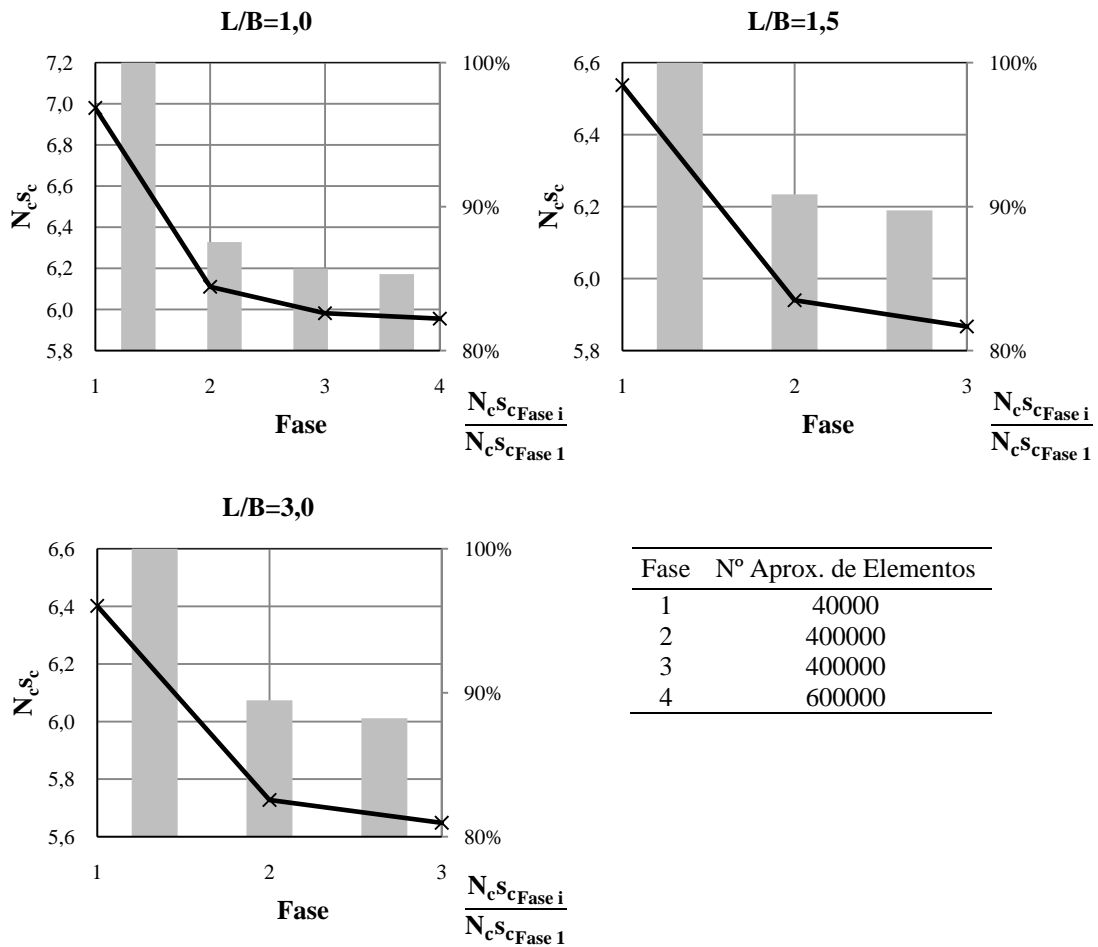
Após as três primeiras fases previamente definidas, realizou-se uma verificação da melhoria dos resultados com um possível aumento para de cerca de 600000 elementos. A verificação foi feita para o caso de L/B de 1,0, observando-se uma melhoria de 0,44%, exigindo o dobro de tempo de cálculo. Não se considerou útil a análise com 600000 elementos, descartando-se por isso a hipótese de uma quarta fase¹⁰.

¹⁰ Ver ANEXO A: Resumo de fases e número de elementos.

Apresentam-se, na tabela e figuras seguintes, as melhorias observadas em cada fase de cálculo realizado.

Tabela 12. Fases de cálculo para estudo de N_{cSc} .

Fase	Número Aproximado de Elementos	Melhoria entre fases			Tempo de Cálculo ¹¹ (h:m:s)		
		Mínima	Média	Máxima	Mínimo	Médio	Máximo
1	40000	-	-	-	00:18:27	00:41:34	01:04:07
2	400000	10,06%	14,57%	24,82%	01:04:39	03:38:14	06:20:17
3	400000	0,98%	1,50%	2,15%	01:22:00	03:14:14	05:32:56



Fase	Nº Aprox. de Elementos
1	40000
2	400000
3	400000
4	600000

Figura 20. Gráficos de convergência e variação (%) entre fases para N_{cSc} para os casos de L/B de 1,0, 1,5 e 3,0.

¹¹ Ver ANEXO B: Estatística de cálculos.

3. RESULTADOS: APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO

Neste capítulo apresentam-se os resultados obtidos nos cálculos finais, para cada modelo e cada factor da expressão da capacidade resistente em estudo. A observação da dissipação e dos mecanismos associados ao colapso são também apresentados aqui, observando-se o comportamento dos colapsos a nível tridimensional. São também comparados os resultados numéricos obtidos com estudos anteriores e valores de referência usados recorrentemente, como é o caso das formulações presentes na regulamentação europeia EN1997-1.

3.1. Carregamento Drenado: factor de forma – s_γ

Os primeiros dados a apresentar reportam-se ao factor de forma, s_γ . Nas figuras seguintes são apresentadas as zonas de dissipação¹², escaladas a 10% de dissipação máxima registada no mecanismo de colapso, obtidas nos cálculos efectuados para a determinação do factor de forma s_γ . Apresentam-se apenas quatro dos seis casos de rácio de L/B , para três ângulos de resistência ao corte, considerando-os representativos da evolução do mecanismo com a alteração da forma da fundação e do aumento do ϕ' .

¹² Ver ANEXO C: Dissipações e deformadas.

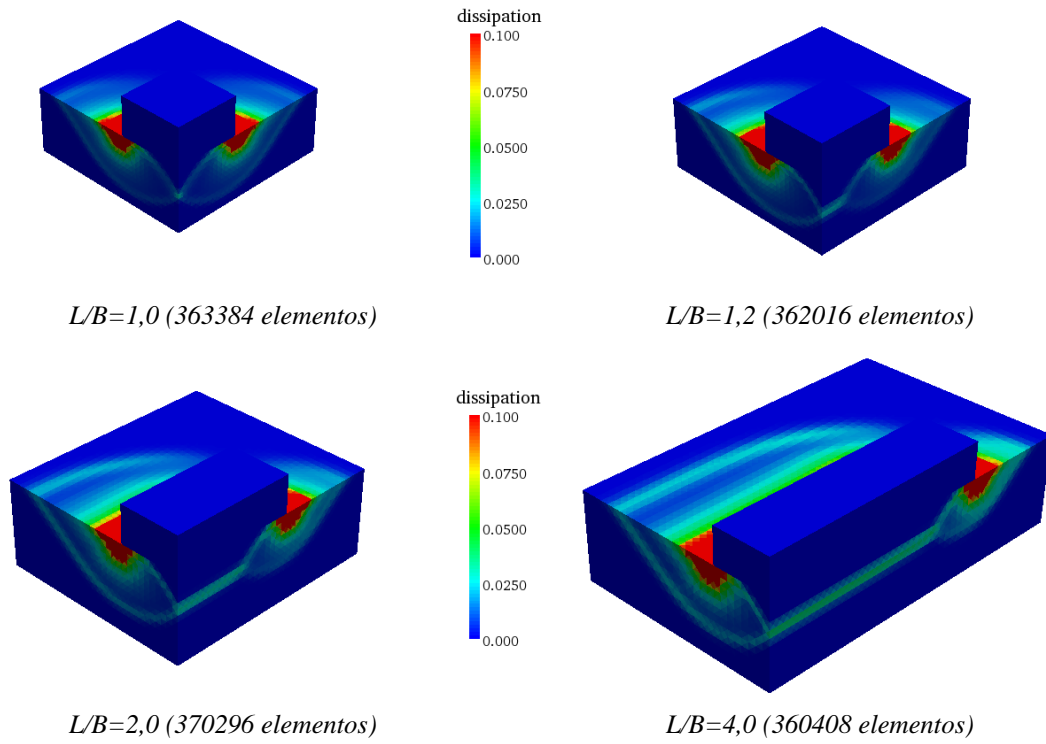


Figura 21. Dissipação para o caso $N_{\gamma} s_{\gamma}$ com $\phi' = 20^\circ$.

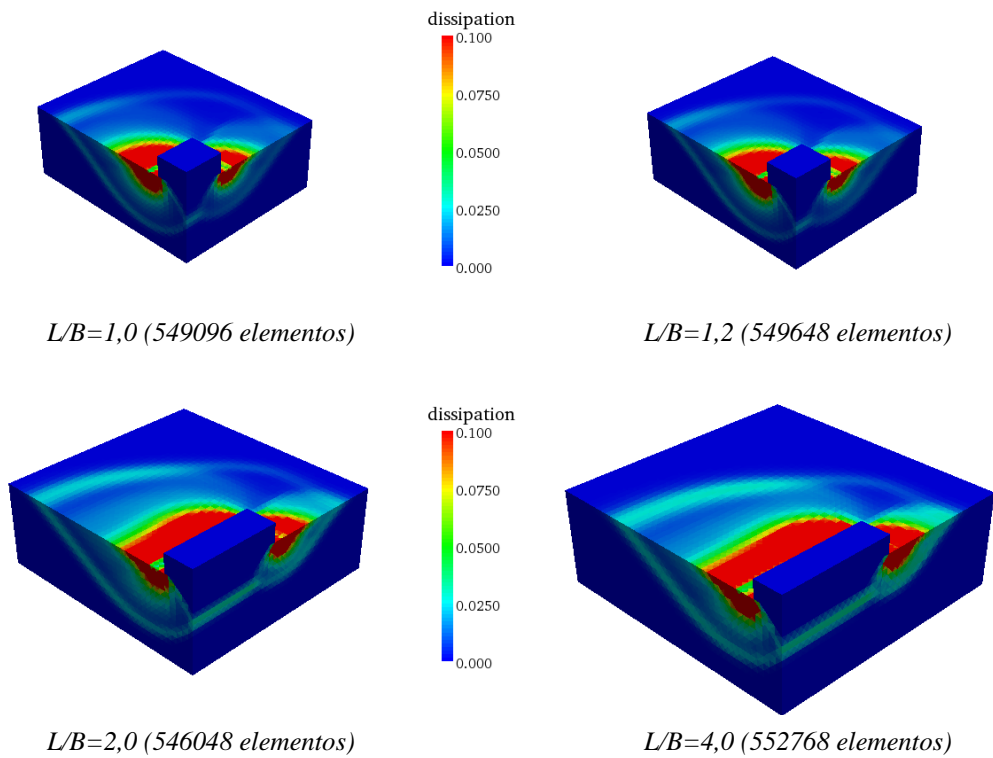


Figura 22. Dissipação para o caso $N_{\gamma} s_{\gamma}$ com $\phi' = 35^\circ$.

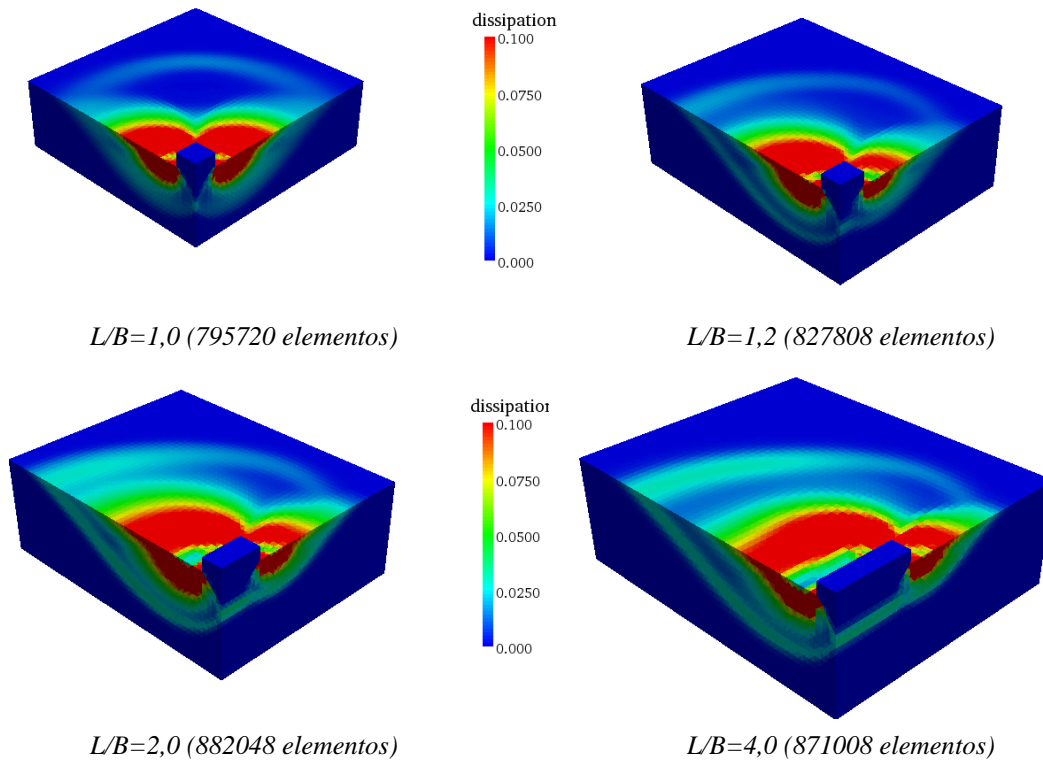


Figura 23. Dissipação para o caso $N_{\gamma} s_{\gamma}$ com $\phi' = 45^\circ$.

No mecanismo associado ao colapso nos cálculos considerando apenas a componente correspondente ao peso próprio do solo abaixo da base da fundação, verificou-se semelhante ao proposto por Terzaghi (1943). Verifica-se desde logo a existência de uma zona de cunha abaixo da base da fundação onde a dissipação é nula, denotando assim um bloco rígido, com deslocamento vertical. No caso da sapata quadrada observa-se este efeito com especial notabilidade, havendo, no plano horizontal, um mecanismo simétrico nas duas direções. Desenvolve-se também, em planta, uma zona de corte radial circular partindo do extremo do mecanismo que configura uma zona secundária de dissipação. Este aspecto do mecanismo é uma particularidade apenas observável em análises tridimensionais. Com o evoluir da fundação para o caso de L/B de 4,0 (relação máxima aqui estudada), observa-se uma convergência para o estado plano de deformação no plano perpendicular ao longitudinal, sendo que o mecanismo distorce, tendendo para uma maior desenvolvimento em extensão nesse mesmo plano. No plano longitudinal observa-se o oposto, havendo um retrocesso do mecanismo com o aumento de L/B . Com efeito, a zona de bloco rígido, compreendida entre as duas zonas de corte passivo (mecanismo principal e secundário), diminui de dimensões, deixando

praticamente de figurar nos casos de sapatas rectangulares com L/B maiores. A Figura 23, por exemplo, denota bem a passagem de um modelo simétrico (na fundação quadrada) para um caso de fundação rectangular onde o mecanismo secundário é diluído no mecanismo global (principal).

A partir do modelo criado para o efeito, foram obtidos os resultados referentes ao conjunto $N_{\gamma s_{\gamma}}$ e especificamente para o factor de forma s_{γ} . Objectivou-se primeiramente comparar os resultados de $N_{\gamma s_{\gamma}}$ com os valores obtidos previamente por Michalowski (2001) e Lyamin et al. (2007) que apresentaram valores com a aplicação dos teoremas de região inferior e superior da análise limite. Dadas as condições e variáveis usadas nos cálculos com este modelo, o valor da capacidade resistente obtido é directamente proporcional a $N_{\gamma s_{\gamma}}$ fazendo com que a sua obtenção seja directa: foi usado um valor de γ^* de 20 kN/m³ e q_0 nulo. A equação (25) permite assim obter o valor de $N_{\gamma s_{\gamma}}$.

$$N_{\gamma s_{\gamma}} = \frac{q}{10} \quad (28)$$

Os resultados obtidos e as comparações, são apresentadas de seguida.

Tabela 13. Resultados de $N_{\gamma s_{\gamma}}$ em função de ϕ' e das dimensões da fundação (L/B).

ϕ' (°)	$N_{\gamma s_{\gamma}}$					
	L/B					
	1,0	1,2	1,5	2,0	3,0	4,0
10,0	0,37	0,40	0,43	0,46	0,49	0,51
15,0	1,05	1,11	1,17	1,24	1,31	1,36
20,0	2,64	2,80	2,91	3,07	3,18	3,30
25,0	6,59	6,96	7,13	7,32	7,63	7,78
30,0	17,11	17,83	18,04	18,24	18,42	18,35
35,0	46,92	48,05	47,82	47,38	45,60	46,61
37,5	81,67	83,36	81,24	79,08	76,84	75,85
40,0	146,42	148,00	143,72	136,93	132,99	129,45
42,5	263,81	262,91	252,93	240,85	226,85	220,20
45,0	526,86	538,53	504,37	469,13	431,12	411,23

Para melhor observar a qualidade dos valores, foram realizadas comparações com propostas de análise limite de região superior de Michalowski (2001) e Lyamin et al. (2007).

Tabela 14. Comparação de resultados de região superior para $N_{\gamma s \gamma}$.

(i) Sapata Quadrada					
ϕ' (°)	Presente Trabalho	Michalowski (2001)	Variação (%)	Lyamin et al. (2007)	Variação (%)
10	0,37	0,78	-52,2%	-	-
15	1,05	2,56	-59,1%	-	-
20	2,64	7,16	-63,1%	-	-
25	6,59	20,40	-67,7%	9,05	-27,2%
30	17,11	59,90	-71,4%	21,82	-21,6%
35	46,92	189,64	-75,3%	58,60	-19,9%
40	146,42	671,69	-78,2%	184,73	-20,7%
45	526,86	2797,33	-81,2%	683,09	-22,9%

(ii) Sapata Rectangular, $L/B = 1,2$					
ϕ' (°)	Presente Trabalho	Michalowski (2001)	Variação (%)	Lyamin et al. (2007)	Variação (%)
10	0,40			-	-
15	1,11			-	-
20	2,80			-	-
25	6,96			13,60	-48,8%
30	17,83	-	-	30,31	-41,2%
35	48,05			79,11	-39,3%
40	148,00			268,98	-45,0%
45	538,53			1013,72	-46,9%

(ii) Sapata Rectangular, $L/B = 1,5$					
ϕ' (°)	Presente Trabalho	Michalowski (2001)	Variação (%)	Lyamin et al. (2007)	Variação (%)
10	0,43	0,92	-53,8%		
15	1,17	2,62	-55,3%		
20	2,91	6,79	-57,1%		
25	7,13	17,86	-60,1%		
30	18,04	49,79	-63,8%	-	-
35	47,82	151,37	-68,4%		
40	143,72	502,15	-71,4%		
45	504,37	2125,81	-76,3%		

(iii) Sapata Rectangular, $L/B = 2,0$					
ϕ' (°)	Presente Trabalho	Michalowski (2001)	Variação (%)	Lyamin et al. (2007)	Variação (%)
10	0,46	0,98	-53,4%	-	-
15	1,24	2,65	-53,2%	-	-
20	3,07	6,64	-53,8%	-	-
25	7,32	17,07	-57,1%	12,47	-41,3%
30	18,24	46,20	-60,5%	27,57	-33,8%
35	47,38	134,18	-64,7%	71,77	-34,0%
40	136,93	417,76	-67,2%	233,92	-41,5%
45	469,13	1857,52	-74,7%	870,00	-46,1%

(iv) Sapata Rectangular, $L/B = 3,0$

ϕ' (°)	Presente Trabalho	Michalowski (2001)	Variação (%)	Lyamin et al. (2007)	Variação (%)
10	0,49	1,05	-53,4%	-	-
15	1,31	2,68	-51,2%	-	-
20	3,18	6,43	-50,6%	-	-
25	7,63	15,87	-51,9%	11,74	-35,0%
30	18,42	41,65	-55,8%	26,13	-29,5%
35	45,60	116,14	-60,7%	68,69	-33,6%
40	132,99	353,46	-62,4%	214,76	-38,1%
45	431,12	1431,87	-69,9%	786,85	-45,2%

(v) Sapata Rectangular, $L/B = 4,0$

ϕ' (°)	Presente Trabalho	Michalowski (2001)	Variação (%)	Lyamin et al. (2007)	Variação (%)
10	0,51			-	-
15	1,36			-	-
20	3,30			-	-
25	7,78			11,30	-31,1%
30	18,35	-	-	25,20	-27,2%
35	46,61			67,50	-31,0%
40	129,45			203,40	-36,4%
45	411,23			739,00	-44,4%

Os resultados obtidos ao serem comparados com dados prévios obtidos por Michalowski (2001) e Lyamin et al. (2007) revelam melhorias nos valores de região superior bastante relevantes (Tabela 14).

Esta melhoria é muito acentuada na comparação de valores de N_{γ}, s_{γ} com o primeiro autor: observa-se que, com o aumento do ângulo de resistência ao corte, a melhoria de valores também aumenta, partindo de um valor mínimo de 50,6% no caso de sapata rectangular (L/B de 3,0 com ϕ' de 20°) até um valor máximo 81,2% de melhoria para o caso de fundação quadrada (ϕ' de 45°).

No caso de Lyamin et al. (2007), apenas foi possível comparar ângulos entre 25° e 45°. Constata-se que as melhorias mais contidas (valor mínimo de 19,9% para um ângulo de resistência ao corte de 35° e com o valor máximo de 27,2% para o ângulo de 25°) foram verificadas na sapata quadrada. Tal como foi observado na primeira comparação referida, a melhoria de valores também aumenta com o aumento do ângulo de resistência ao corte. Foi também possível observar que a melhoria varia com a forma da fundação, apresentando as melhorias mais elevadas no caso de L/B de 1,2, onde, para o ângulo de resistência ao corte de 25°, a melhoria atinge o máximo de 48,8%.

Consistentemente, nas formas rectangulares, observa-se uma melhoria superior ao caso da sapata quadrada, mas inferior ao caso referido de L/B de 1,2.

É importante referir que Michalowski (2001) realizou um trabalho baseado em mecanismos definidos analiticamente, cuja efectivação é muito difícil, ao passo que os resultados obtidos por Lyamin et al. (2007), provêm de cálculos de elementos finitos, que permitem uma melhor compatibilização cinemática dos mecanismos de colapso.

A fim de melhor observar os dados comparativos, são apresentados, de uma forma gráfica, os valores de região superior de Lyamin et al. (2007), integrando também o valor de região inferior presentes no mesmo trabalho. É também apresentado um gráfico em escala logarítmica, de forma a analisar o comportamento exponencial descrito pelo factor $N_{\gamma s_{\gamma}}$.

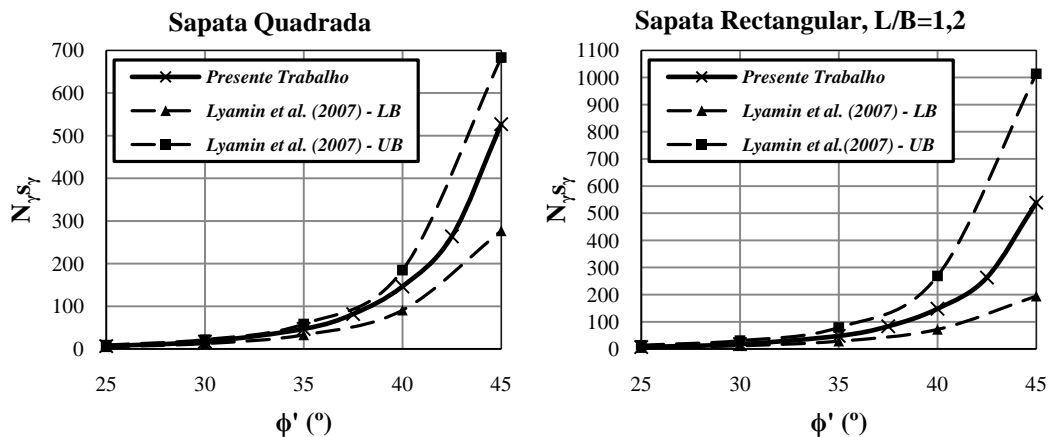


Figura 24. Comparação gráfica de $N_{\gamma s_{\gamma}}$ em sapata quadrada e rectangular, L/B de 1,2.

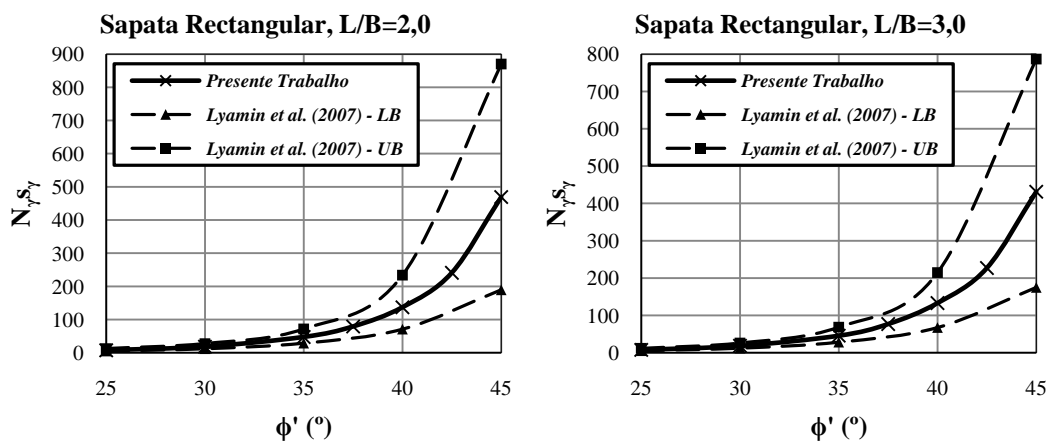


Figura 25. Comparação gráfica de $N_{\gamma s_{\gamma}}$ em sapata rectangular, L/B de 2,0 e 3,0.

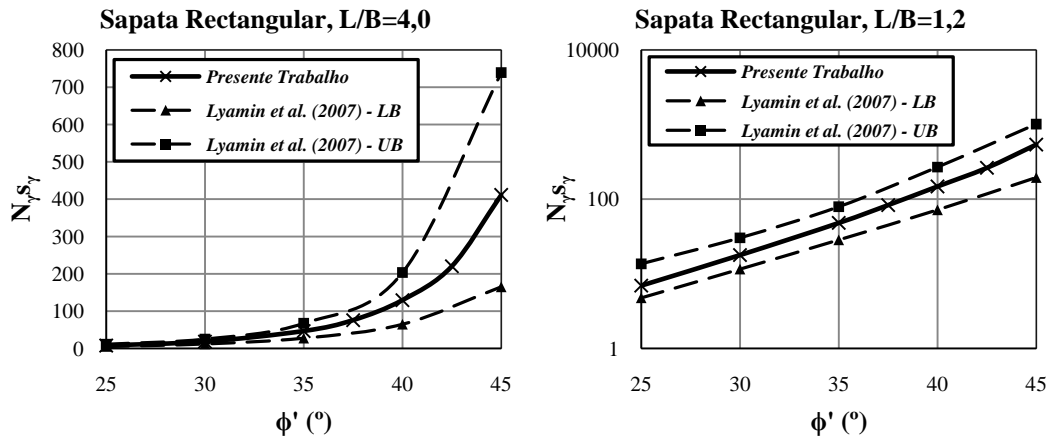


Figura 26. Comparação gráfica de $N_{\gamma}s_{\gamma}$ em sapata rectangular, L/B de 4,0 e gráfico em escala logarítmica para L/B de 1,2.

Através dos gráficos é observável o comportamento do factor $N_{\gamma}s_{\gamma}$ em função do ângulo de resistência ao corte. Denota-se desde logo o balizamento nos valores propostos por Lyamin et al. (2007) para região inferior (LB^{13}) e superior (UB^{14}). A melhoria aqui proposta para os valores de região superior, estreita o tamanho do intervalo em cerca de 50%.

Tendo por base estes resultados, obtém-se o factor de forma - s_{γ} através dos valores de N_{γ} de Martin (2005) (ver Tabela 4). Note-se que o autor referido apenas apresentou valores de ângulo de resistência ao corte certos à unidade, não sendo por isso possível tratar os dados relativos aos ângulos de 37,5° e 42,5°.

$$s_{\gamma} = \frac{N_{\gamma}s_{\gamma}}{N_{\gamma, Martin}} \tag{29}$$

Os valores propostos para o factor s_{γ} estão apresentados na tabela seguinte e dispostos graficamente na Figura 27 para cada ϕ' em função do rácio L/B , e na Figura 28 para cada L/B estudado em função do leque de ângulos de resistência ao corte abrangidos.

¹³ lower bound ou região inferior

¹⁴ upper bound ou região superior

Tabela 15. Resultados obtidos para o factor de forma, s_y .

$\phi' (^{\circ})$	s_y					
	L/B					
	1,0	1,2	1,5	2,0	3,0	4,0
10	0,86	0,93	0,98	1,05	1,12	1,17
15	0,89	0,94	0,99	1,05	1,11	1,15
20	0,93	0,99	1,03	1,08	1,12	1,16
25	1,01	1,07	1,10	1,13	1,18	1,20
30	1,16	1,21	1,22	1,24	1,25	1,24
35	1,36	1,39	1,39	1,37	1,32	1,35
40	1,71	1,73	1,68	1,60	1,55	1,51
45	2,25	2,30	2,15	2,00	1,84	1,76

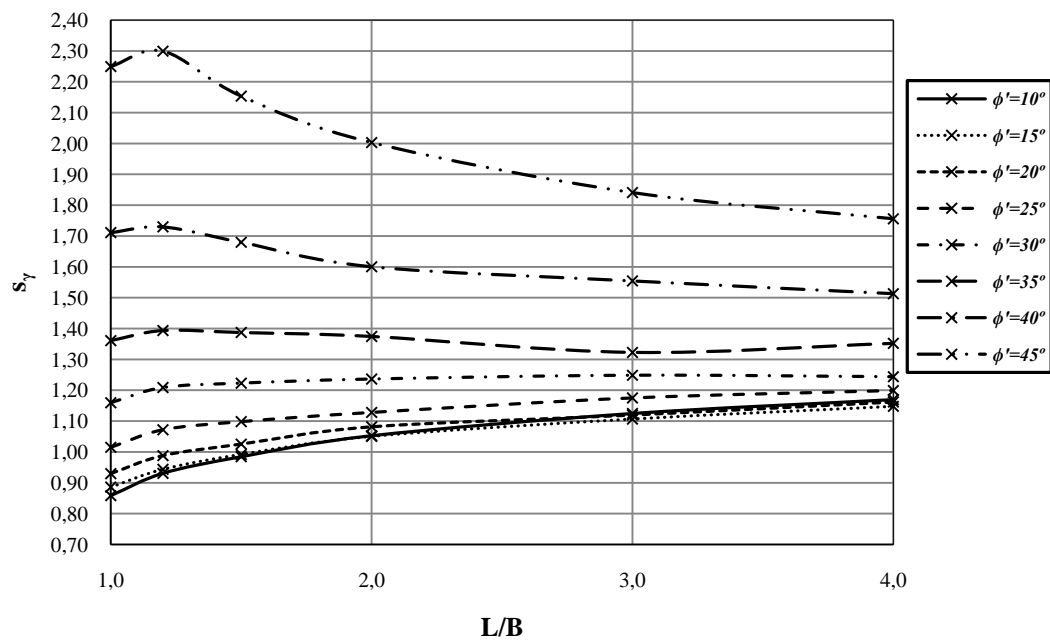


Figura 27. Factor de forma s_y em função de L/B para cada ângulo de resistência ao corte, $\phi' (^{\circ})$.

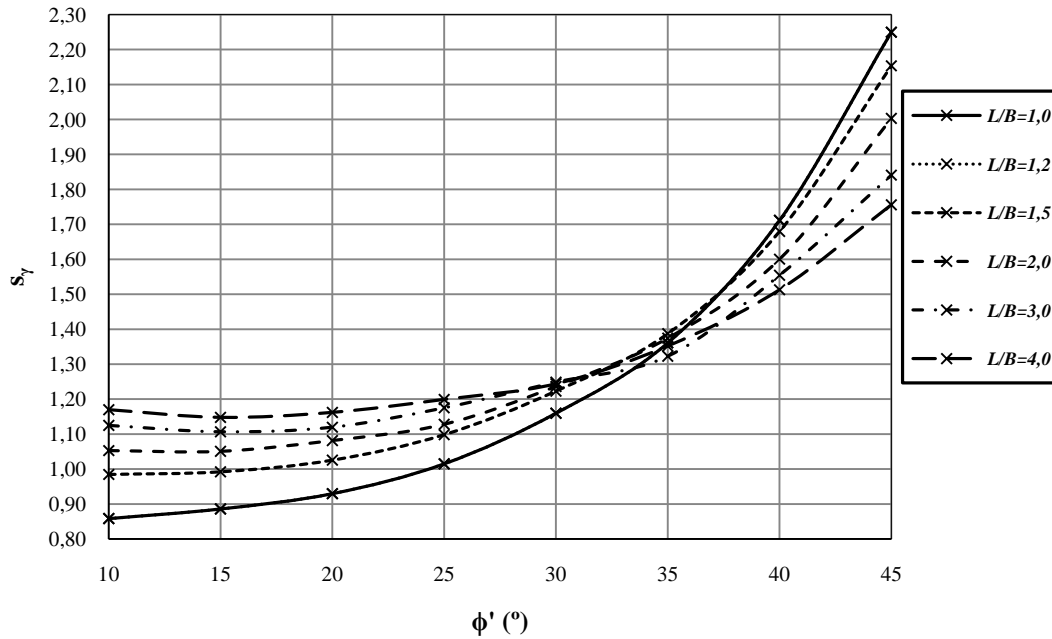


Figura 28. Factor de forma s_γ em função de ângulo de resistência ao corte, ϕ' (°) para cada L/B .

Observa-se desde logo na Tabela 15 e na Figura 27 que, para valores de ϕ' mais baixos (10° a 25°), o factor s_γ aumenta com o incremento do rácio L/B , partindo de valores inferiores a 1 para os três ângulos mais baixos estudados. Nos ângulos mais elevados observa-se um comportamento diferente: o valor para sapata quadrada é superior à unidade, acentuando-se num pico para o rácio de L/B de 1,2, decrescendo para formas com rácio superior. Seria de esperar uma convergência para a unidade, dado que, com o aumento de L/B , o estado de plano de deformação, terá cada vez maior preponderância no conjunto do mecanismo, levando a que os factores tendam para a unidade. Contudo, apenas se observa valores convergentes para os casos de ϕ' mais baixos, havendo um afastamento mais elevado no ângulo de 45°. Posteriormente é apresentada uma análise de convergência que mostra que mesmo no limite, não haveria convergência para a unidade, mas para um valor superior.

Na Figura 28 é possível observar que há uma relação entre o incremento de ϕ' e o aumento do valor do factor de forma, havendo contudo casos de sapatas rectangulares com L/B de 3,0 e 4,0, onde existe um valor para ϕ' de 10° superior ao correspondente ao ângulo seguinte, 15°. Sugere-se ainda uma perda de influência do mesmo parâmetro no factor com o aumento do rácio L/B , pois observa-se um sucessivo abatimento das curvas com a progressão para rácios mais elevados. Com esta figura é possível observar que,

para valores de ϕ' próximos de 35° , a forma da fundação não tem influência relevante, variando o valor de s_γ entre 1,32 e 1,39 para os casos de L/B estudados (para $\phi'=35^\circ$).

Para analisar a proximidade dos resultados aqui apresentados aos valores referentes ao estado plano de deformação, foram realizados cálculos suplementares a fim de estabelecer um paralelismo entre ambos. Trata-se de cálculos tridimensionais que reflectem as condições de deformação plana, efectuados com o mesmo refinamento da correspondente análise tridimensional para o plano de simetria longitudinal. Como tal, não representam os melhores resultados possíveis, mas sim os resultados expectáveis com os refinamentos usados.

Na tabela seguinte estão apresentadas as comparações absolutas entre os valores obtidos para o rácio L/B de 4,0.

Tabela 16. Comparação com o estado plano de deformação para o caso $N_\gamma s_\gamma$.

Sapata Rectangular, $L/B = 4,0$			
ϕ' ($^\circ$)	<i>Presente Trabalho</i>	<i>Cálculo 3D representando o Estado plano de deformação</i>	<i>Var. Absoluta (%)</i>
10	0,51	0,54	5,94%
15	1,36	1,42	4,56%
20	3,30	3,41	3,25%
25	7,78	7,89	1,35%
30	18,35	18,09	1,43%
35	46,61	43,13	8,06%
37,5	75,85	67,33	12,65%
40	129,45	108,51	19,29%
42,5	220,20	175,47	25,49%
45	411,23	301,48	36,40%

Observa-se que, mesmo no rácio de L/B mais elevado, existe ainda uma distância importante ao estado plano de deformação. A variação é de cerca de 6% para ϕ' de 10° , obtendo-se um mínimo de 1,35% para um ângulo de 25° . Os valores máximos são obtidos nos ângulos mais elevados.

Apesar de ser sabido que os factores de forma tendem para a unidade com o aumento de L/B , neste caso tal não sucede. De facto, dado tratar-se de uma análise tridimensional de região superior com refinamento elevado, existe um erro percentual entre o valor que seria obtido com o estado plano de deformação real e o calculado. Na tabela seguinte é apresentada a comparação dos valores obtidos para N_γ no estado plano de deformação calculado com os valores de referência de Martin (2005).

Tabela 17. Comparação de N_γ obtido com valores de referência de Martin (2005).

	$\phi' (^{\circ})$							
	10	15	20	25	30	35	40	45
<i>Cálculo 3D representando o Estado plano de deformação</i>	0,539	1,421	3,410	7,891	18,091	43,131	108,514	301,479
<i>Martin (2005)</i>	0,433	1,181	2,839	6,491	14,754	34,476	85,566	234,213
<i>Variação (%)</i>	24,36%	20,26%	20,10%	21,56%	22,62%	25,10%	26,82%	28,72%

Esta comparação permite concluir que, mesmo em cálculos com L/B muito elevados, mas com o mesmo grau de refinamentos que os efectuados para L/B de 4,0, não seriam atingidos valores unitários na convergência para o estado plano de deformação. Seria sim, obtido um valor, em termos médios, de 1,24.

Para melhor atestar, quer a qualidade, quer a melhoria nos factores que os resultados obtidos impõem, optou-se por considerar resultados propostos por outros autores como Lyamin et al. (2007), Brinch Hansen (1970), Meyerhof (1963) e a regulamentação europeia EN1997-1.

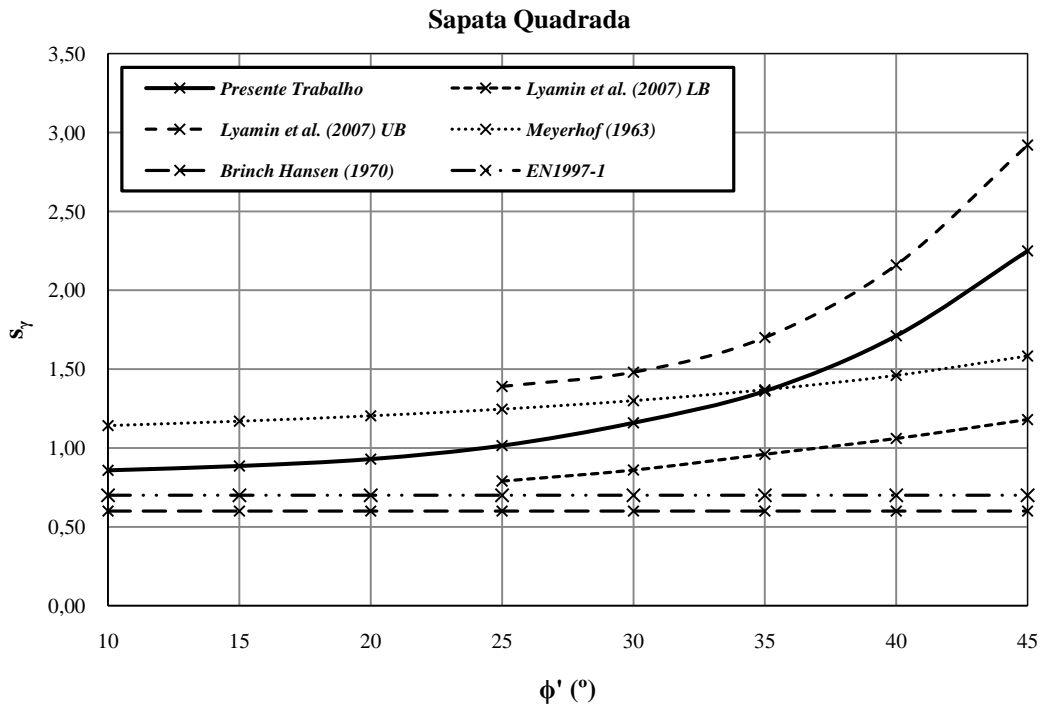


Figura 29. Comparação gráfica de s_y para sapata quadrada.

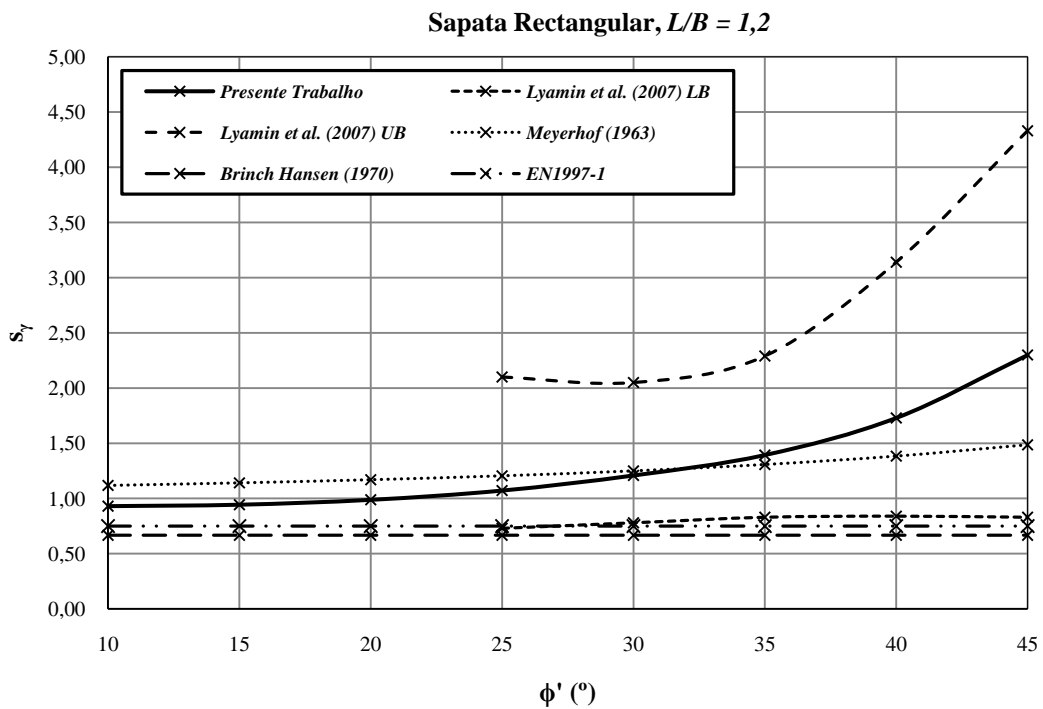


Figura 30. Comparação gráfica de s_y para sapata rectangular, L/B de 1,2.

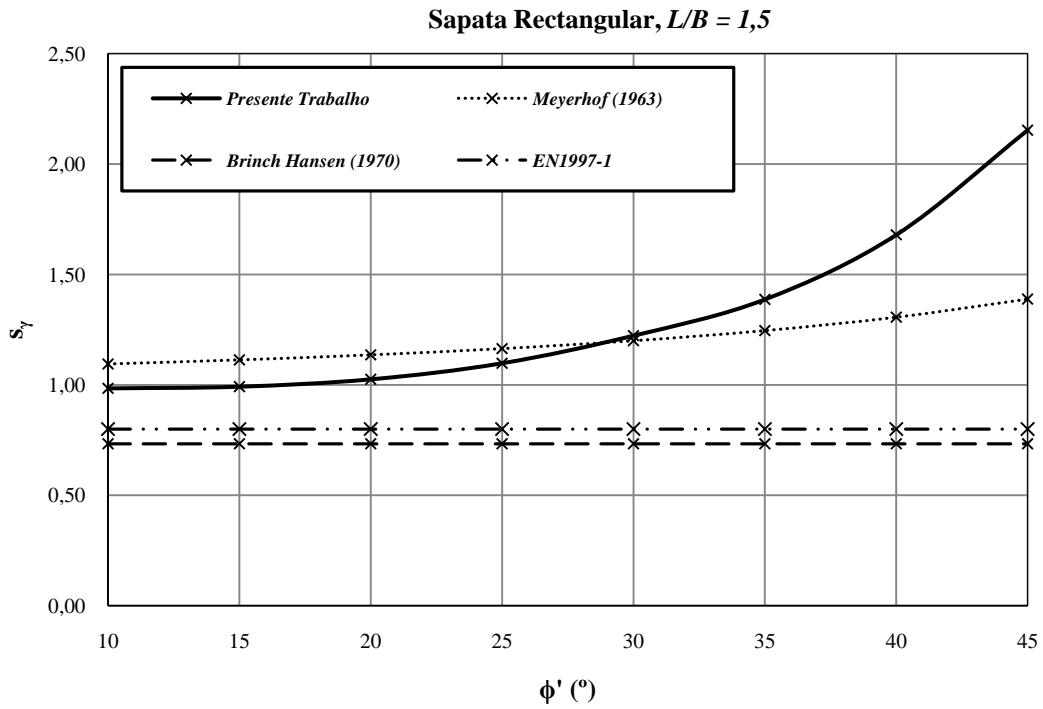


Figura 31. Comparação gráfica de s_γ para sapata rectangular, L/B de 1,5.

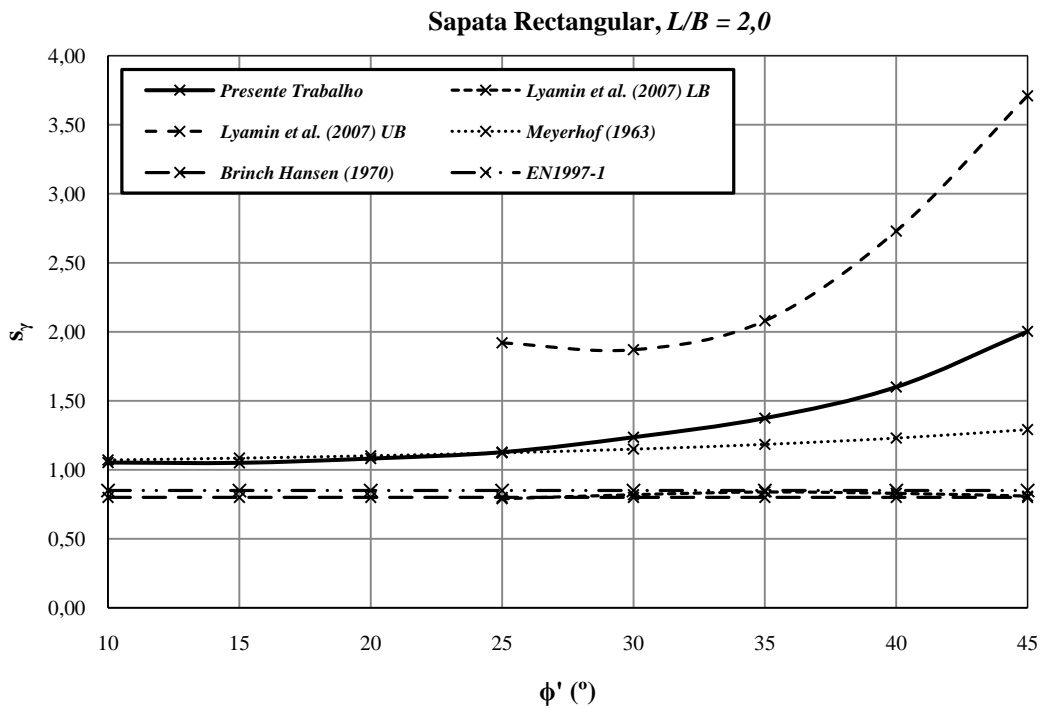


Figura 32. Comparação gráfica de s_γ para sapata rectangular, L/B de 2,0.

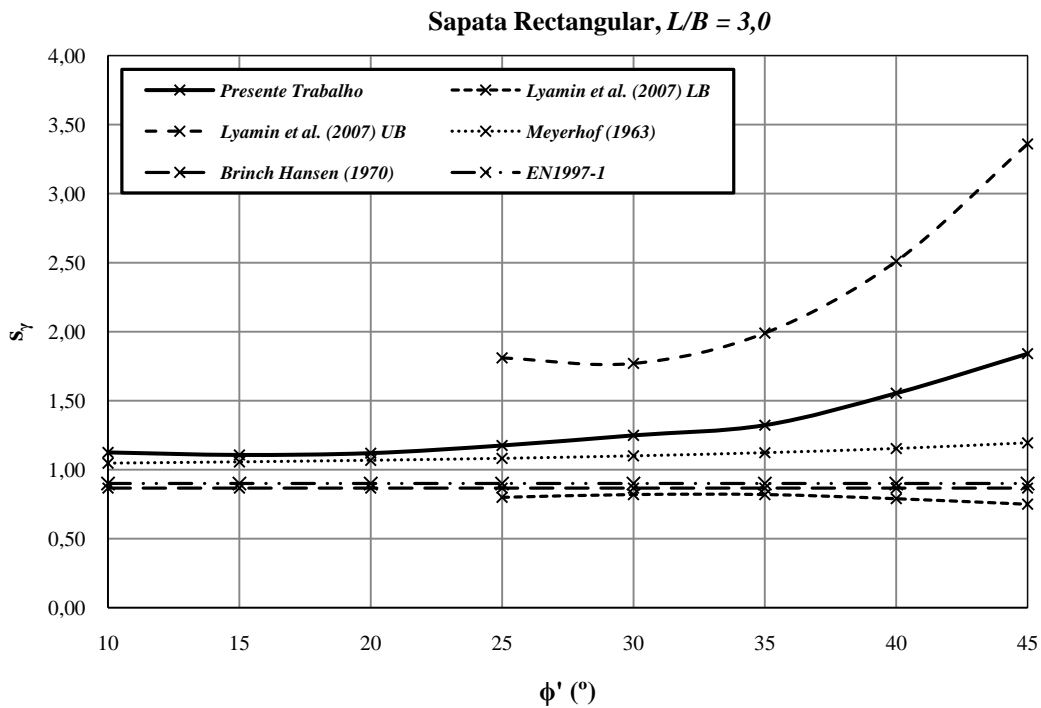


Figura 33. Comparação gráfica de s_γ para sapata rectangular, L/B de 3,0.

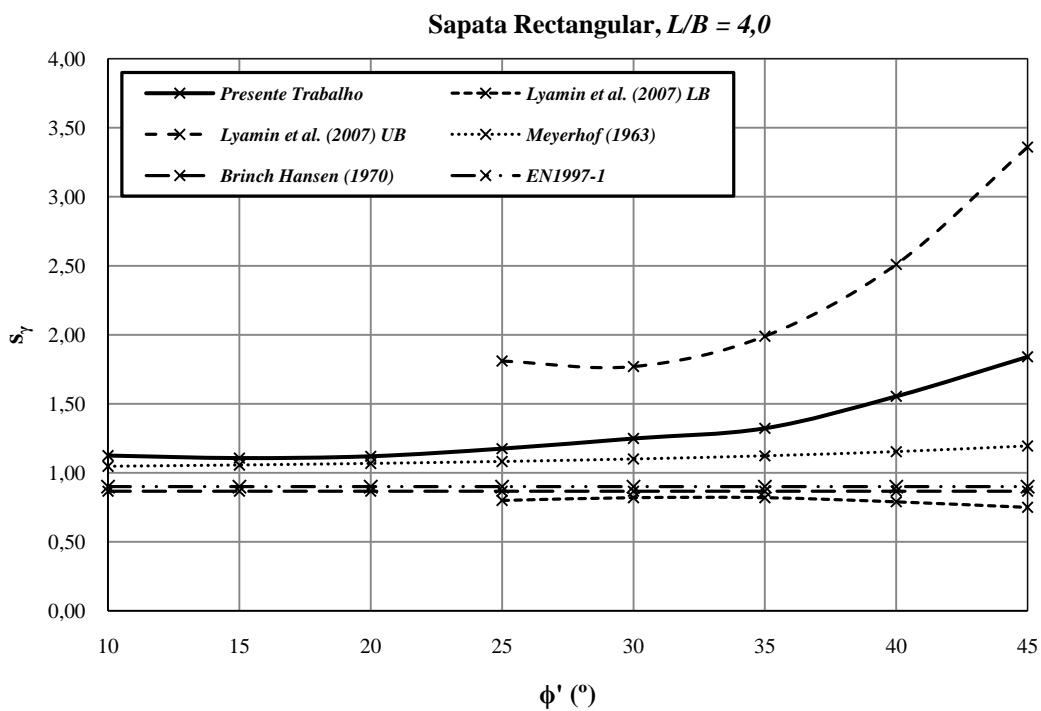


Figura 34. Comparação gráfica de s_γ para sapata rectangular, L/B de 4,0.

Observa-se desde logo que os resultados deste trabalho, se situam no interior do intervalo $LB-UB$, proposto por Lyamin et al. (2007), promovendo uma forte diminuição da amplitude deste intervalo. Note-se que a formulação de N_γ usada por Lyamin et al.

(2007) para obtenção dos valores s_{γ} , é semelhante à usada neste trabalho, assim as considerações entre valores de região superior para o factor de forma em causa, são as mesmas que para o coeficiente $N_{\gamma}s_{\gamma}$. No caso do autor Brinch Hansen (1970) e a regulamentação EN1997-1, são apresentados valores de factor de forma independentes do ângulo de resistência ao corte, sempre inferiores aos aqui propostos. Observa-se também valores sempre inferiores à unidade para estes casos. Apesar da discrepância relativamente grande dos resultados obtidos face a estes valores, considera-se que são valores conservativos principalmente para o caso da sapata quadrada, dado serem inferiores aos valores de região inferior propostos por Lyamin et al. (2007). Os valores aqui apresentados, a par de Meyerhof (1963), são sempre superiores a 1, aumentando com o incremento de ϕ' , sendo maioritariamente superiores aos do referido autor.

3.2. Carregamento Drenado: factor de forma – s_q

Os resultados obtidos para o factor de forma, s_q são apresentados neste subcapítulo. Numa primeira fase são observadas as figuras de zonas de dissipação¹⁵, escaladas a 10% de dissipação máxima obtida no mecanismo, para os cálculos do referido factor. Mais uma vez, opta-se por apresentar apenas quatro dos seis casos estudados de L/B para três ângulos de resistência ao corte (20° , 35° , 45°), considerando-se serem representativos das alterações do mecanismo em função de L/B e de ϕ' .

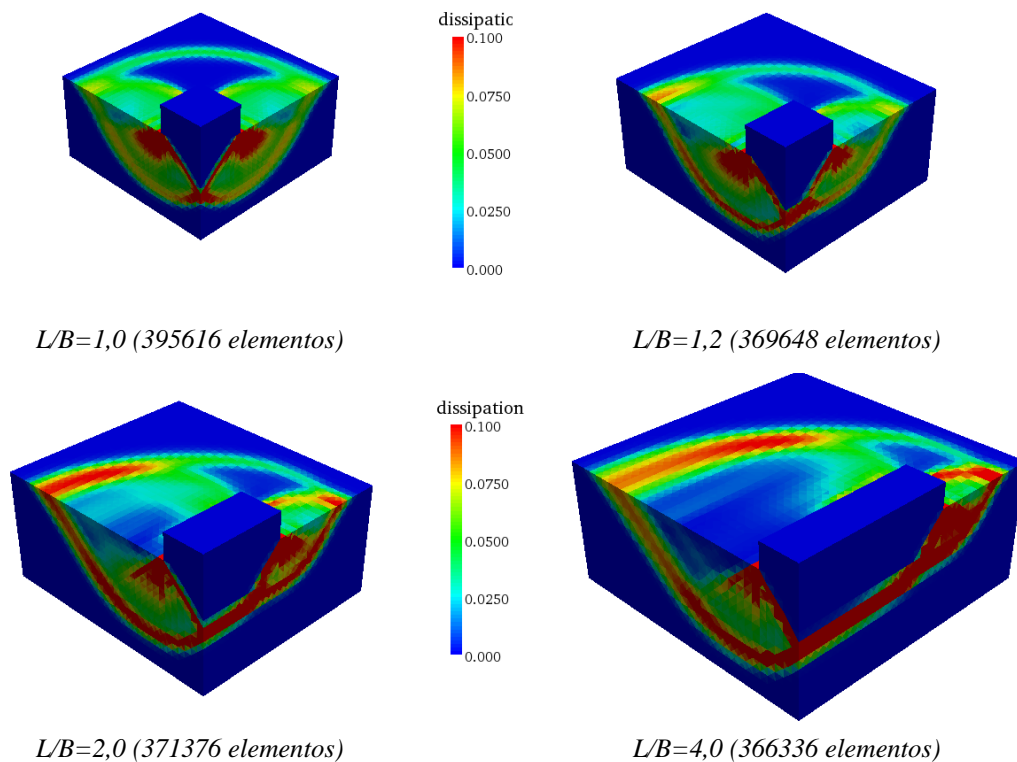


Figura 35. Dissipação para o caso $N_q s_q$ com $\phi'=20^\circ$.

¹⁵ Ver ANEXO C: Dissipações e deformadas.

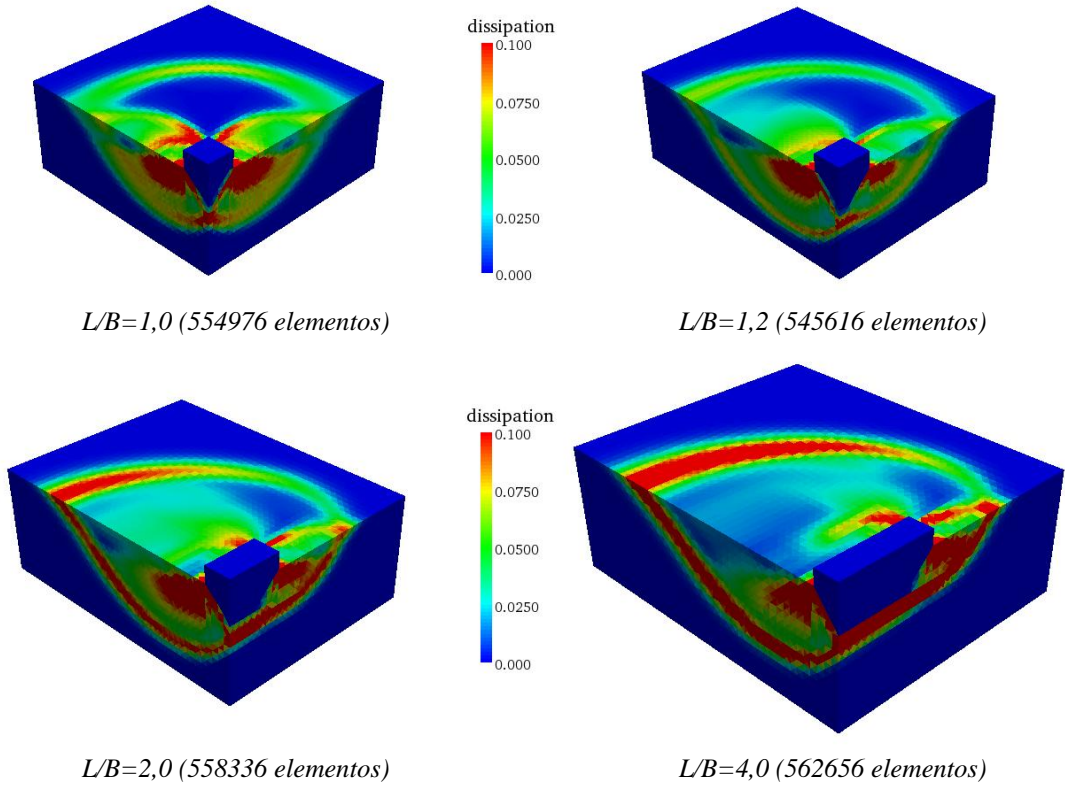


Figura 36. Dissipação para o caso $N_q s_q$ com $\phi' = 35^\circ$.

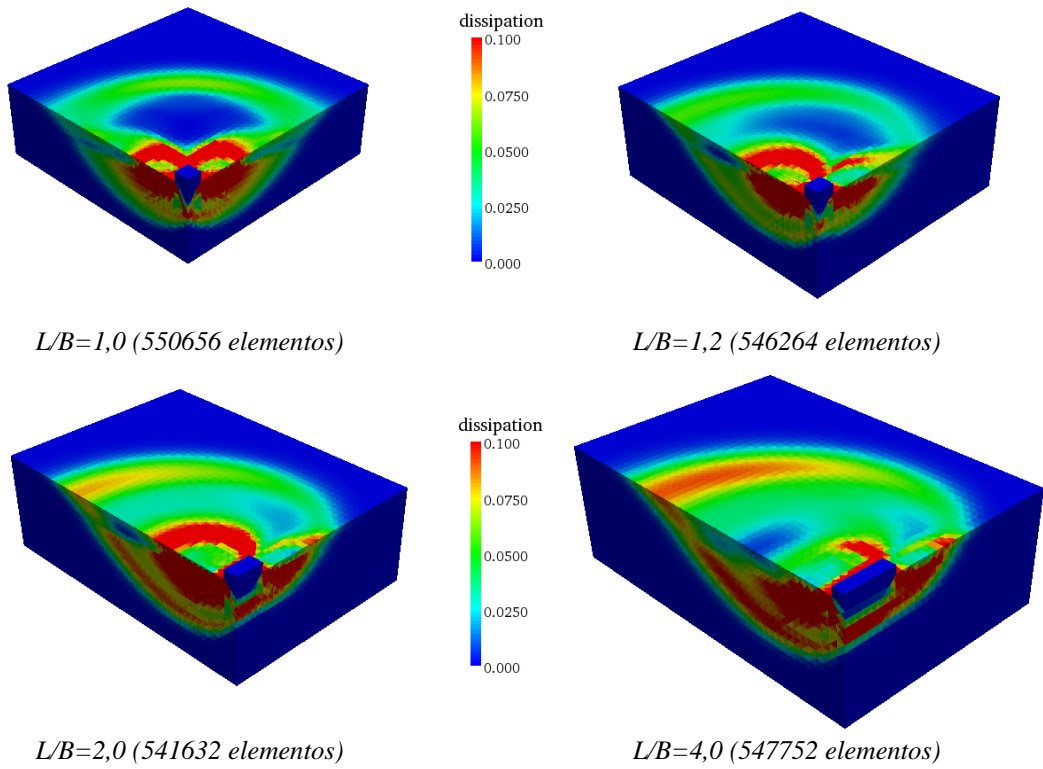


Figura 37. Dissipação para o caso $N_q s_q$ com $\phi' = 45^\circ$.

Na análise ao mecanismo de colapso para este modelo, observou-se um incremento de cerca de 60% da geometria face ao caso estudado anteriormente (s_γ). Esta alteração substancial prende-se com um maior desenvolvimento da zona de dissipação de energia associada ao mecanismo em causa. Denota-se que a dissipação atinge valores muito elevados numa maior extensão de solo, desenvolvendo o mesmo mecanismo secundário referido em 3.1, mas com uma maior notabilidade. Observa-se também a presença de um bloco rígido em forma de cunha abaixo da fundação. Um segundo bloco surge entre o mecanismo principal e o secundário, deixando de figurar em modelos com fundações rectangulares de L/B superiores (Figura 37, por exemplo). Há um aumento evidente da zona em corte radial, diminuindo por isso a parcela do mecanismo em corte passivo, devido à distorção do mecanismo inicialmente simétrico para um mecanismo próximo da solução de fundação superficial infinita – estado plano de deformação.

É ainda possível verificar que no mecanismo obtido no caso da sapata quadrada, existe uma maior predominância do mecanismo secundário em corte radial, aumentando também o volume do solo mobilizado pelo mecanismo, face ao caso anterior de $N_\gamma s_\gamma$.

No estudo do factor de forma relativo à sobrecarga devido à lâmina de solo acima da base da fundação, utilizou-se, como foi referido em 2.2.2, um solo com peso nulo, anulando por isso o efeito da parcela associada ao peso próprio. A obtenção do valor de $N_q s_q$ é directa a partir do valor de capacidade resistente obtido no cálculo (Tabela 18), usando um valor de q_0' de $1,0 \text{ kN/m}^2$.

$$N_q s_q = \frac{q}{1,0} \quad (30)$$

Tabela 18. Resultados obtidos para o factor N_{qsq} em função de ϕ' e das dimensões da fundação (L/B).

$\phi' (^{\circ})$	N_{qsq}					
	L/B					
	1,0	1,2	1,5	2,0	3,0	4,0
10,0	2,92	2,90	2,85	2,79	2,72	2,68
15,0	5,17	5,10	4,95	4,78	4,59	4,49
20,0	9,46	9,29	8,91	8,49	7,99	7,72
25,0	18,28	17,86	16,87	15,85	14,53	13,83
30,0	37,58	36,38	34,01	31,10	27,97	26,75
35,0	82,56	79,15	72,57	65,71	57,76	53,23
37,5	127,32	121,43	112,94	102,44	88,06	79,76
40,0	202,54	196,88	182,24	158,56	133,72	120,96
42,5	346,72	332,66	303,55	273,19	221,23	197,55
45,0	586,83	597,95	539,51	456,74	367,86	350,48

Foram realizadas comparações de região superior com o autor Michalowski (2001), para N_{qsq} , apresentadas na tabela seguinte.

Tabela 19. Comparações de resultados da região superior para N_{qsq} .

(i) Sapata Quadrada			
$\phi' (^{\circ})$	<i>Presente Trabalho</i>	<i>Michalowski (2001)</i>	<i>Variação (%)</i>
10	2,92	3,53	-17,3%
15	5,17	7,16	-27,8%
20	9,46	15,27	-38,0%
25	18,28	34,28	-46,7%
30	37,58	81,45	-53,9%
35	82,56	207,12	-60,1%
40	202,54	575,81	-64,8%
45	586,83	1808,023	-67,5%

(ii) Sapata Rectangular, L/B = 1,5			
$\phi' (^{\circ})$	<i>Presente Trabalho</i>	<i>Michalowski (2001)</i>	<i>Variação (%)</i>
10	2,85	3,02	-5,8%
15	4,95	5,53	-10,5%
20	8,91	10,53	-15,3%
25	16,87	21,35	-21,0%
30	34,01	46,59	-27,0%
35	72,57	112,70	-35,6%
40	182,24	306,70	-40,6%
45	539,51	990,041	-45,5%

(ii) Sapata Rectangular, $L/B = 2,0$

ϕ' (°)	Presente Trabalho	Michalowski (2001)	Variação (%)
10	2,79	2,89	-3,6%
15	4,78	5,18	-7,6%
20	8,49	9,55	-11,1%
25	15,85	18,87	-16,0%
30	31,10	39,74	-21,7%
35	65,71	93,65	-29,8%
40	158,56	247,70	-36,0%
45	456,74	777,964	-41,3%

(ii) Sapata Rectangular, $L/B = 3,0$

ϕ' (°)	Presente Trabalho	Michalowski (2001)	Variação (%)
10	2,72	2,76	-1,5%
15	4,59	4,79	-4,1%
20	7,99	8,56	-6,6%
25	14,53	16,14	-10,0%
30	27,97	32,82	-14,8%
35	57,76	73,74	-21,7%
40	133,72	188,99	-29,2%
45	367,86	568,491	-35,3%

Na comparação realizada, é possível observar que, todos os valores se situam abaixo dos propostos por Michalowski (2001), sugerindo uma melhoria global dos resultados obtidos. A melhoria é mais notória para rácios de L/B mais pequenos, havendo um decréscimo para rácios mais elevados. A melhoria máxima obtida reporta-se à sapata quadrada, com uma melhoria de 67,5%. O valor mínimo é obtido na fundação rectangular com L/B de 3,0 para o ângulo de resistência ao corte de 10°.

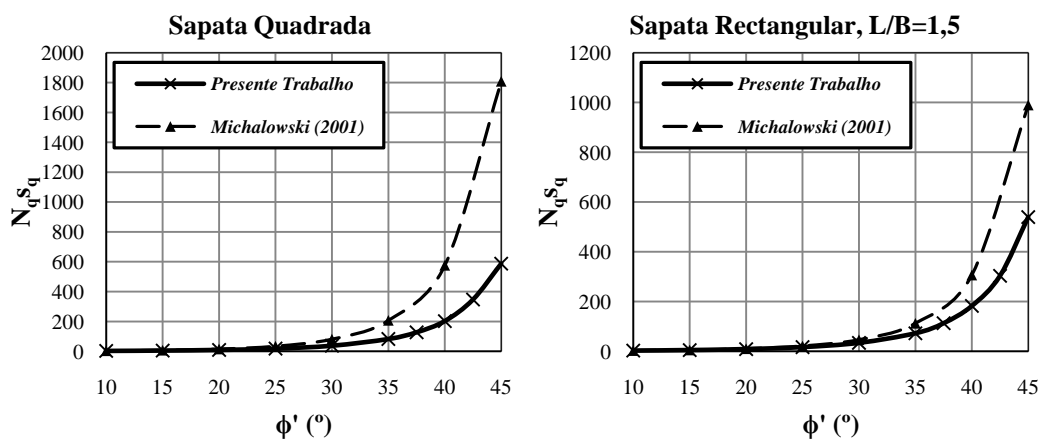


Figura 38. Comparação gráfica de N_{qsq} em sapata quadrada e rectangular, L/B de 1,5.

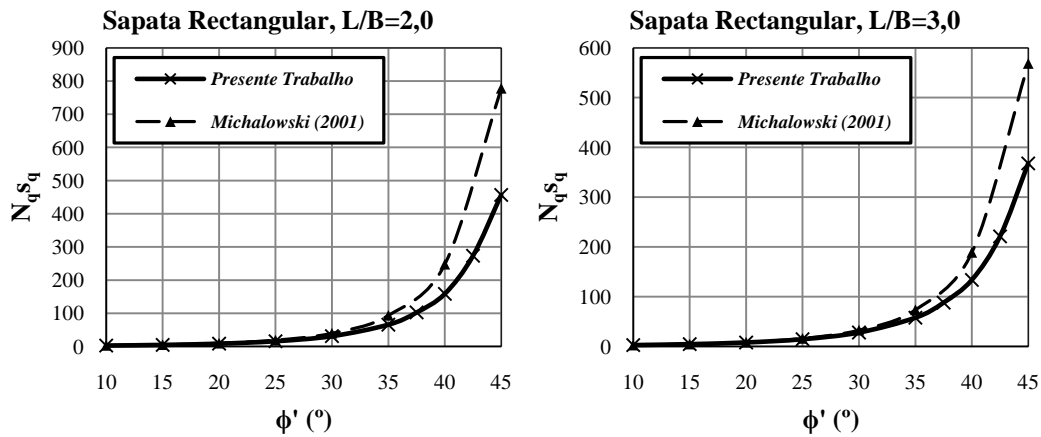


Figura 39. Comparação gráfica de N_{qsq} em sapata rectangular, L/B de 2,0 e 3,0.

Os gráficos apresentados nas figuras anteriores reflectem as observações feitas no parágrafo anterior; observa-se que o afastamento entre curvas é superior no caso de sapata quadrada, estando as mesmas mais próximas para o caso de L/B de 3,0. Sendo que Michalowski (2001) propõe resultados obtidos de uma forma analítica, é mais fácil de garantir a compatibilidade para ϕ' mais baixos, levando a que obtenha valores próximos dos apresentados neste trabalho. Como com o aumento de L/B se caminha para um mecanismo próximo do estado plano de tensão, é também mais fácil de obter um mecanismo optimizado, sendo por isso que os valores de Michalowski (2001) sejam menos divergentes nos rácios mais elevados.

Recorrendo aos valores exactos de N_q (equação (10)), obtêm-se os valores de região superior para s_q (Tabela 20).

$$s_q = \frac{N_q s_q}{N_{q,exacto}} \quad (31)$$

Tabela 20. Resultados obtidos para o factor s_q em função de ϕ' e das dimensões da fundação (L/B).

$\phi' (^{\circ})$	s_q					
	L/B					
	1,0	1,2	1,5	2,0	3,0	4,0
10,0	1,18	1,17	1,15	1,13	1,10	1,08
15,0	1,31	1,29	1,25	1,21	1,17	1,14
20,0	1,48	1,45	1,39	1,33	1,25	1,21
25,0	1,71	1,67	1,58	1,49	1,36	1,30
30,0	2,04	1,98	1,85	1,69	1,52	1,45
35,0	2,48	2,38	2,18	1,97	1,73	1,60
37,5	2,78	2,65	2,47	2,24	1,92	1,74
40,0	3,16	3,07	2,84	2,47	2,08	1,88
42,5	3,77	3,62	3,30	2,97	2,41	2,15
45,0	4,35	4,43	4,00	3,39	2,73	2,60

Na figura seguinte, são apresentados os resultados propostos para o factor s_q por este trabalho em função da forma da fundação (L/B) para cada ângulo de resistência ao corte (ϕ').

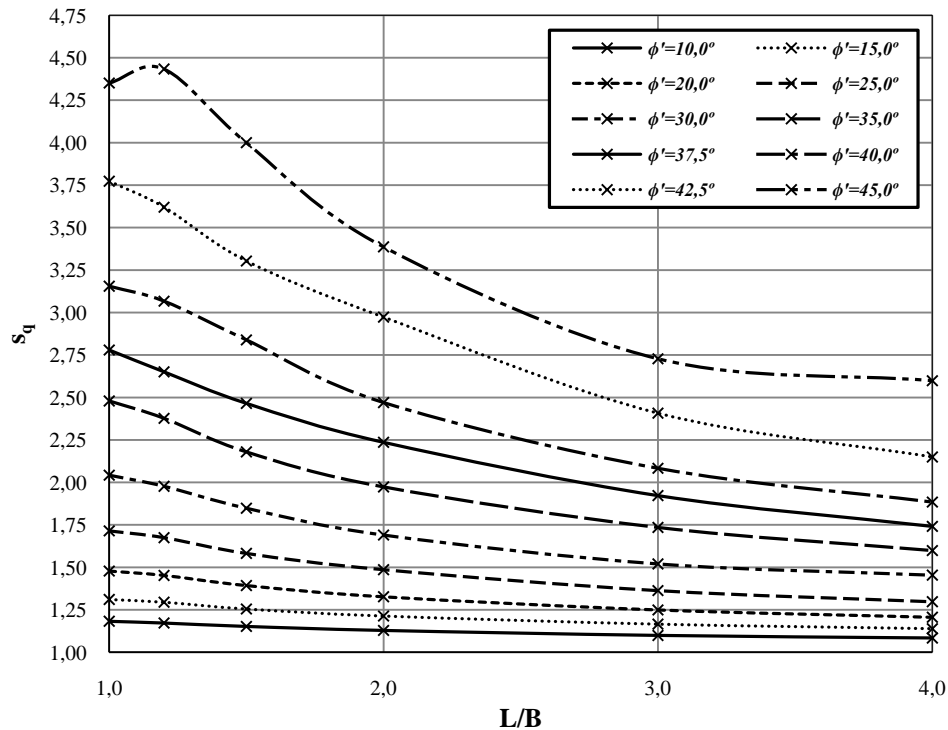


Figura 40. Factor de forma s_q em função de L/B para cada ϕ' ($^\circ$).

Analisando os valores da Tabela 20 e o comportamento descrito na Figura 40, observa-se que, ao contrário do que acontecia com s_γ , nenhum valor é inferior à unidade, concluindo-se assim que o factor s_q , não deverá penalizar a capacidade resistente, para os rácios L/B estudados. Verifica-se também que o factor de forma s_q aumenta com o incremento de ϕ' , decaindo, em cada ângulo, com o aumento do rácio L/B . Observa-se uma convergência para próximo da unidade nos valores de ϕ' mais baixos e a presença de um pico claro para ϕ' igual a 45° com L/B correspondente a 1,2. Denota-se também que todos os valores (excepto para o caso ϕ' de 45° , onde surge um pico) tendem a decrescer, ao contrário do que se observou no caso anterior (3.1). O valor para L/B igual a 4,0 com ϕ' de 45° , suscita algumas dúvidas, pois seria de esperar uma inclinação mais pronunciada entre o valor de L/B de 3,0 e 4,0, levando a um valor inferior ao verificado. Como é o cálculo mais exigente realizado para este factor, devido à dimensão do mecanismo associado, poderá ter existido uma quebra substancial na qualidade da malha, levando a que o valor não tenha evoluído de uma melhor forma.

A Figura 41 mostra os resultados obtidos numa perspectiva inversa, apresentando para cada L/B , o valor de s_q em função de ϕ' ($^\circ$).

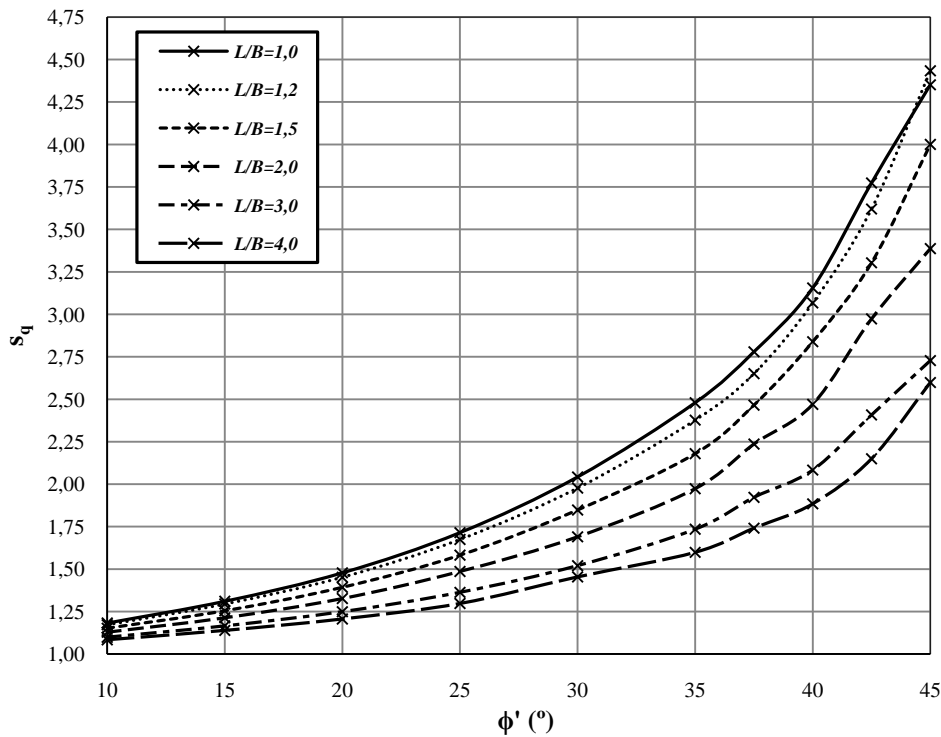


Figura 41. Factor de forma s_q em função de ϕ' ($^\circ$) para cada L/B .

Estes resultados revelam uma distorção da curva nos valores mais elevados de ângulo de resistência ao corte. Apesar dos cálculos para os ângulos 35° a 45° terem sido realizados com o mesmo número aproximado de elementos, os valores intermédios de $37,5^\circ$ e $42,5^\circ$ parecem ser mais elevados do que seria desejado, levando a que as curvas revelem irregularidades.

Note-se que, ao contrário do que se passava no cálculo de s_γ , há uma influência decrescente no valor de s_q devida ao aumento de L/B , praticamente independente do ângulo de resistência ao corte considerado. A exceção é o caso de ϕ' igual a 45° para L/B de 1,0 e 1,2, que deverão ser reanalisados em trabalhos posteriores.

Tal como realizado anteriormente para o factor s_γ , é feita uma comparação com os valores para o estado plano de deformação, calculados em paralelo. Mais uma vez, importa referir que são cálculos com refinamento igual aos tridimensionais homólogos. Só assim a comparação faz sentido, pois seria com um nível aproximado de refinamento, que o estado plano de deformação seria atingido.

Na tabela seguinte é feita a comparação e apresentada a variação absoluta entre os referidos cálculos e o caso mais próximo estudado, L/B de 4,0, a fim de verificar a distância ao estado plano de deformação.

Tabela 21. Comparação com o estado plano de deformação para o caso $N_q s_q$.

Sapata Rectangular, $L/B = 4,0$			
$\phi' (^{\circ})$	<i>Presente Trabalho</i>	<i>Cálculos 3D representando o Estado plano de deformação</i>	<i>Var. Absoluta (%)</i>
10	2,68	2,53	5,74%
15	4,49	4,10	9,56%
20	7,72	6,67	15,65%
25	13,83	11,26	22,88%
30	26,75	19,68	35,90%
35	53,23	35,68	49,16%
37,5	79,76	50,20	58,88%
40	120,96	69,57	73,86%
42,5	197,55	106,42	85,64%
45	350,48	179,76	94,97%

A distância é notória ao estado plano de deformação, observando-se um aumento progressivo da variação absoluta com o aumento de ϕ' , variando entre os 5,74% e os 94,97%. Na figura seguinte é feita a mesma comparação, introduzindo dois outros rácios de L/B a fim de se verificar o comportamento do factor $N_q s_q$ com o aumento do referido rácio, e a sua distância ao caso de fundação corrida.

Tal como no caso anterior, seria de esperar que s_q tende-se para a unidade com o aumento de L/B . Associado ao erro de se tratar de uma análise tridimensional de região superior, existe ainda o problema da malha: o refinamento é já elevado, contudo existirá sempre um erro residual que irá decrescer com o aumento do número de elementos. Assim sendo, é espectável que, com uma malha não muito refinada, os valores de s_q não tendam para 1, mas sim para um valor superior. Com vista a verificar a variação entre os valores de referência, N_q exactos, com os valores obtidos para o estado plano de deformação, é apresentada a tabela seguinte:

Tabela 22. Comparação de dados de N_q obtidos com valores exactos.

	$\phi' (^{\circ})$									
	10	15	20	25	30	35	37,5	40	42,5	45
<i>Estado plano de def.</i>	2,53	4,10	6,67	11,26	19,68	35,68	50,20	69,57	106,42	179,76
<i>$N_{q,exacto}$</i>	2,47	3,94	6,40	10,66	18,40	33,30	45,81	64,20	91,90	134,87
<i>Variação (%)</i>	2,50%	3,95%	4,30%	5,58%	6,98%	7,17%	9,58%	8,38%	15,80%	33,28%

Esta comparação permite concluir que, mais uma vez, não seria atingido o valor unitário na convergência para o estado plano de deformação, mas sim, valores relativamente superiores.

Refira-se que, aparentemente, as condições tridimensionais têm maior influência no caso de determinação de s_q do que na determinação de s_γ .

Para observar a qualidade dos resultados obtidos, são apresentados os resultados a par com os de outros autores como Zhu e Michalowski (2005), Vesic (1973), Brinch Hansen (1970) e Meyerhof (1963).

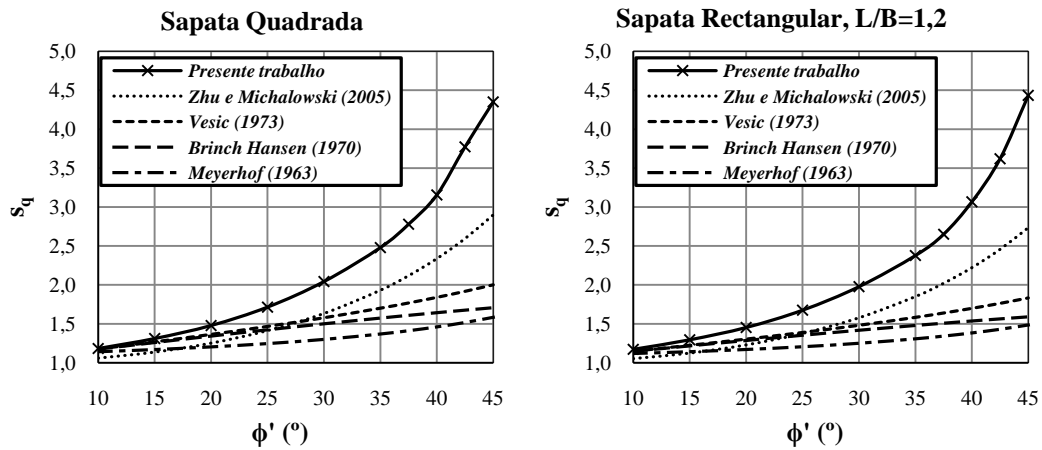


Figura 42. Comparação gráfica de s_q em sapata quadrada e rectangular, L/B de 1,2.

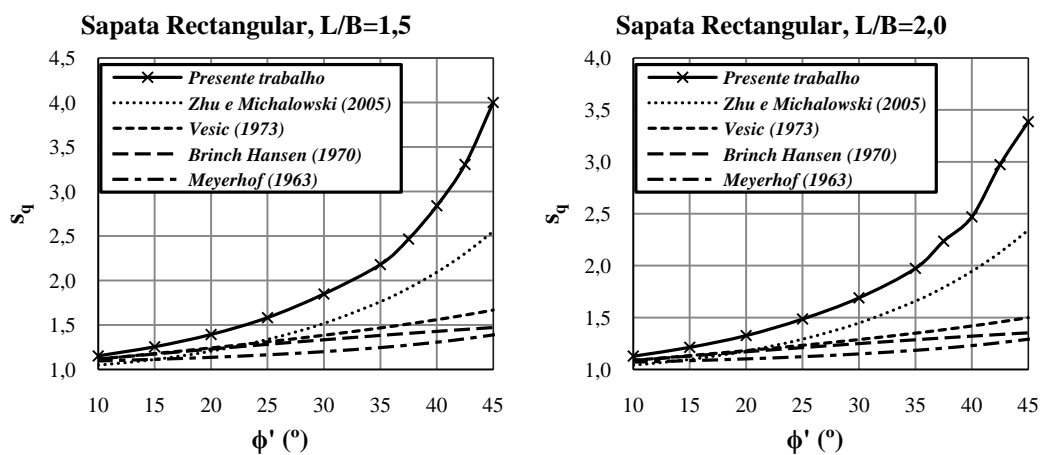


Figura 43. Comparação gráfica de s_q em sapata rectangular, L/B de 1,5 e 2,0.

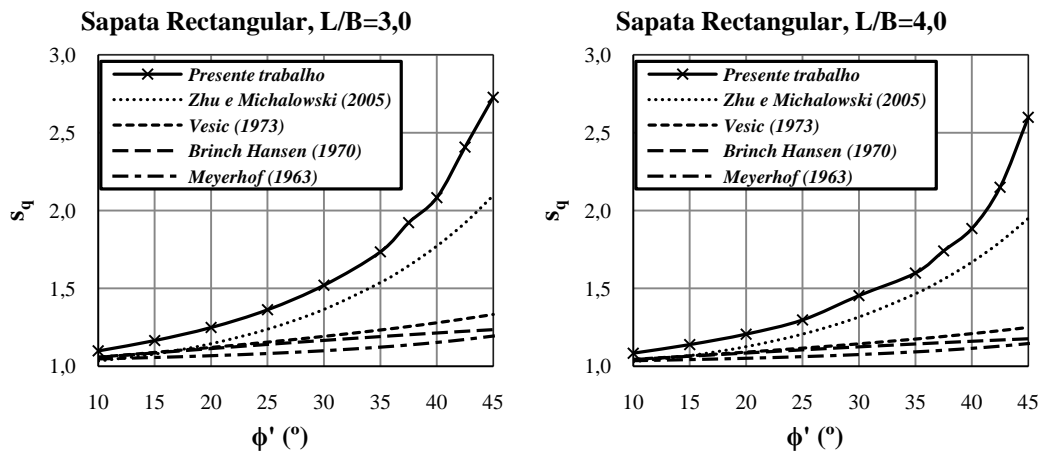


Figura 44. Comparação gráfica de s_q em sapata rectangular, L/B de 3,0 e 4,0.

Desde logo é de notar uma divergência entre os valores obtidos nos cálculos e os resultados obtidos pelos autores usados como comparação. Com o aumento do ângulo de resistência ao corte, essa divergência é clara atingindo mais do dobro dos valores propostos por Vesic (1973) para o caso de ϕ' de 45° . O comportamento dispersivo também é observável no caso de Zhu e Michalowski (2005) que, recorrendo ao método dos elementos finitos, sugerem uma expressão que visa aproximar os resultados obtidos pelos próprios ponderados para região inferior e superior. Devido a este facto, não podem ser totalmente comparáveis os resultados obtidos neste trabalho com os dos autores Zhu e Michalowski (2005). Importa também referir que, neste trabalho, dada a impossibilidade de uma análise de região inferior, leva a que não se possa ter uma ideia clara da posição dos valores de s_q exactos.

A comparação exacta entre análises semelhantes não foi possível de concretizar, levando a que, os resultados obtidos neste presente trabalho, não fossem totalmente descortináveis face a outras aproximações. A variação do valor de s_q é elevada para ângulos de resistência ao corte mais elevados, o que não é observado nos valores propostos por Vesic (1973), Brinch Hansen (1970) e Meyerhof (1963).

3.3. Carregamento Drenado: factor de profundidade – d_q^*

Para a análise dos factores de profundidade é necessária a utilização de uma parcela de solo acrescida aos modelos anteriores. Este facto implica um maior número de elementos por modelo de cálculo. Porém, com vista a obter valores coerentes para o factor de profundidade, d_q^* , optou-se por controlar o número de elementos usado nas malhas do solo abaixo da base da fundação, igualando-o ao usado nos modelos de s_q . Assim, tenta-se mitigar o erro de extracção do valor do factor de profundidade através do factor de forma. Por isso, os modelos referentes ao estudo do factor de profundidade, d_q^* , apresentam um maior número total de elementos face ao apontado no ponto 2.2.3 na *Metodologia de Resolução*.

Nas figuras seguintes são apresentados os mecanismos com as respectivas zonas de dissipação¹⁶ (escaladas a 10% do valor máximo), para os quatro casos de rácios D/B , nos quatro dos seis L/B estudados, para três ângulos de resistência ao corte. Mais uma vez, considera-se serem representativas das variações das três variáveis: D/B , L/B e ϕ' .

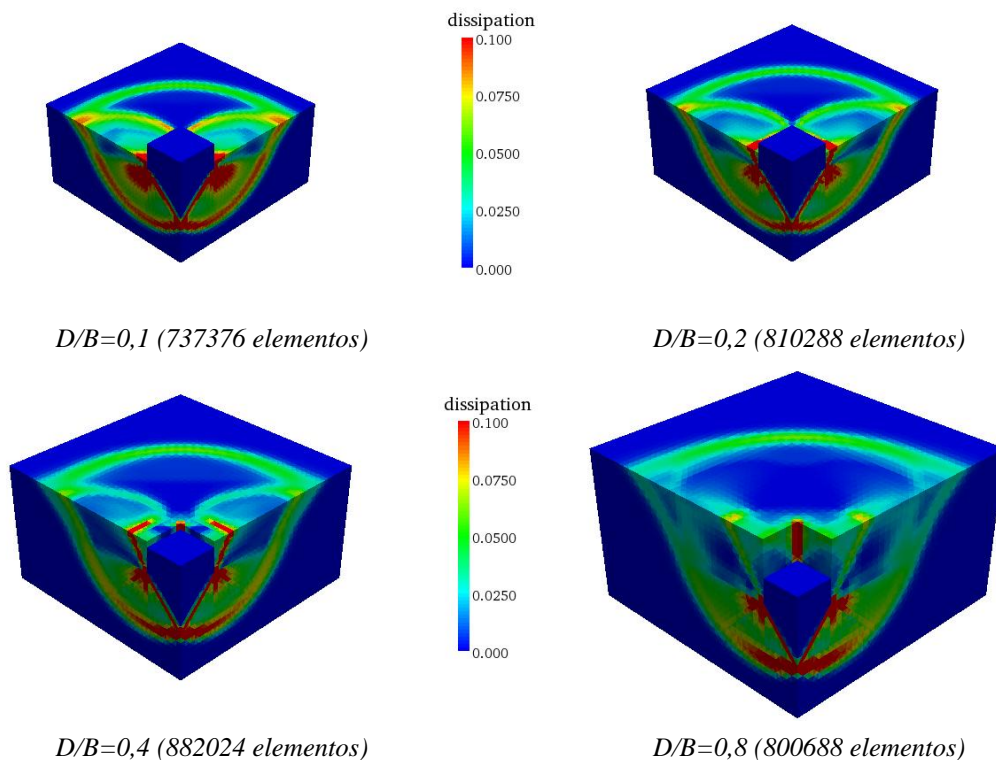


Figura 45. Dissipação para o caso d_q^* ; sapata quadrada com $\phi' = 20^\circ$.

¹⁶ Ver ANEXO C: Dissipações e deformadas.

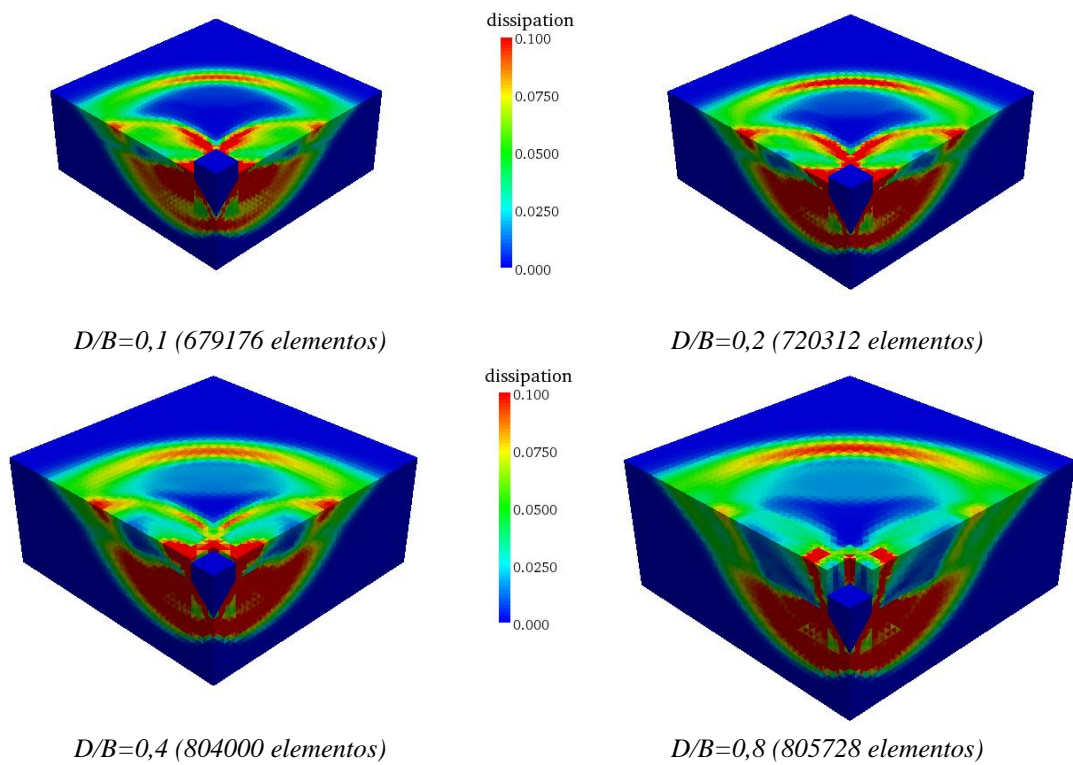


Figura 46. Dissipação para o caso d_q^* ; sapata quadrada com $\phi' = 35^\circ$.

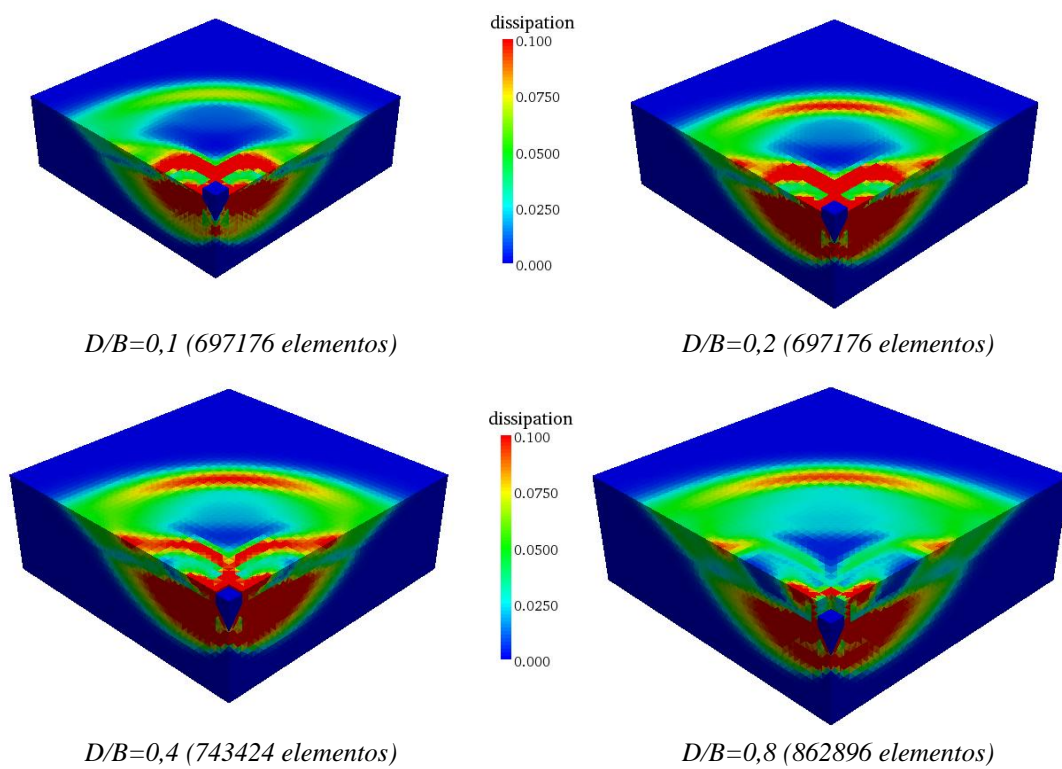


Figura 47. Dissipação para o caso d_q^* ; sapata quadrada com $\phi' = 45^\circ$.

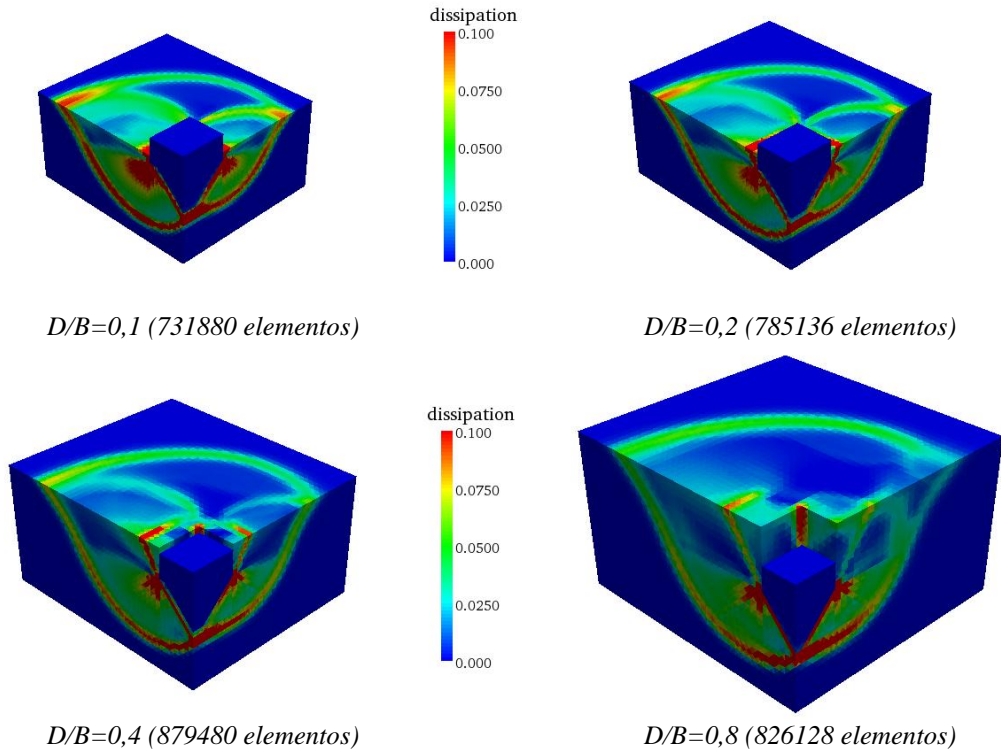


Figura 48. Dissipação para o caso d_q^* ; sapata retangular, L/B de 1,2 com $\phi' = 20^\circ$.

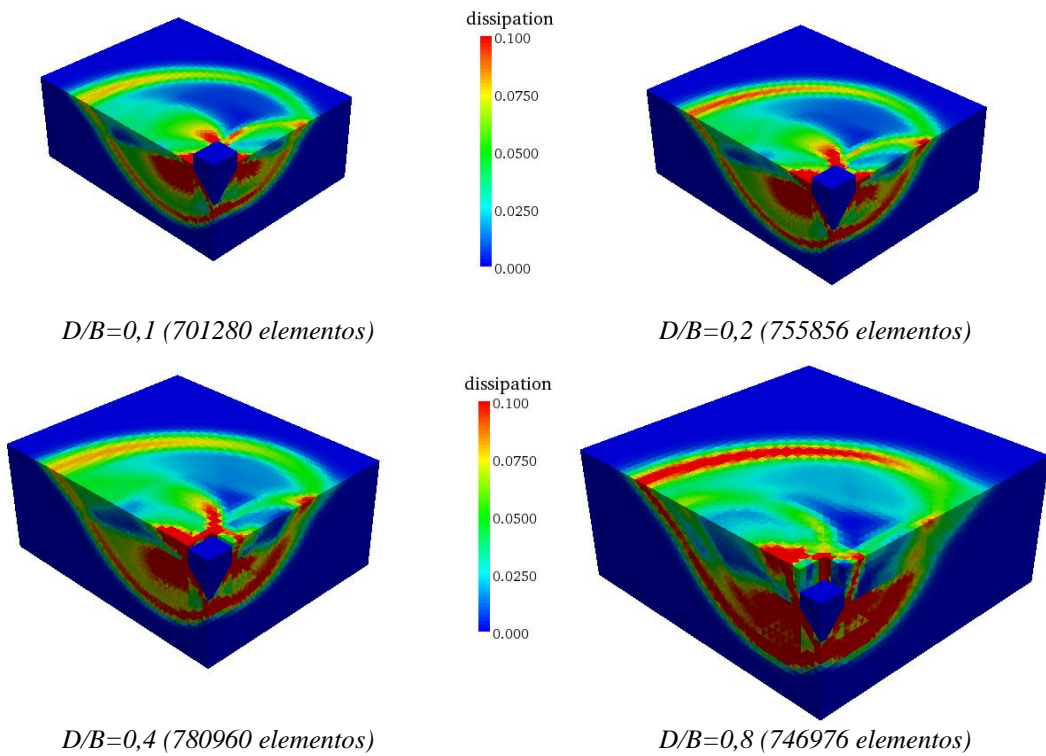


Figura 49. Dissipação para o caso d_q^* ; sapata retangular, L/B de 1,2 com $\phi' = 35^\circ$.

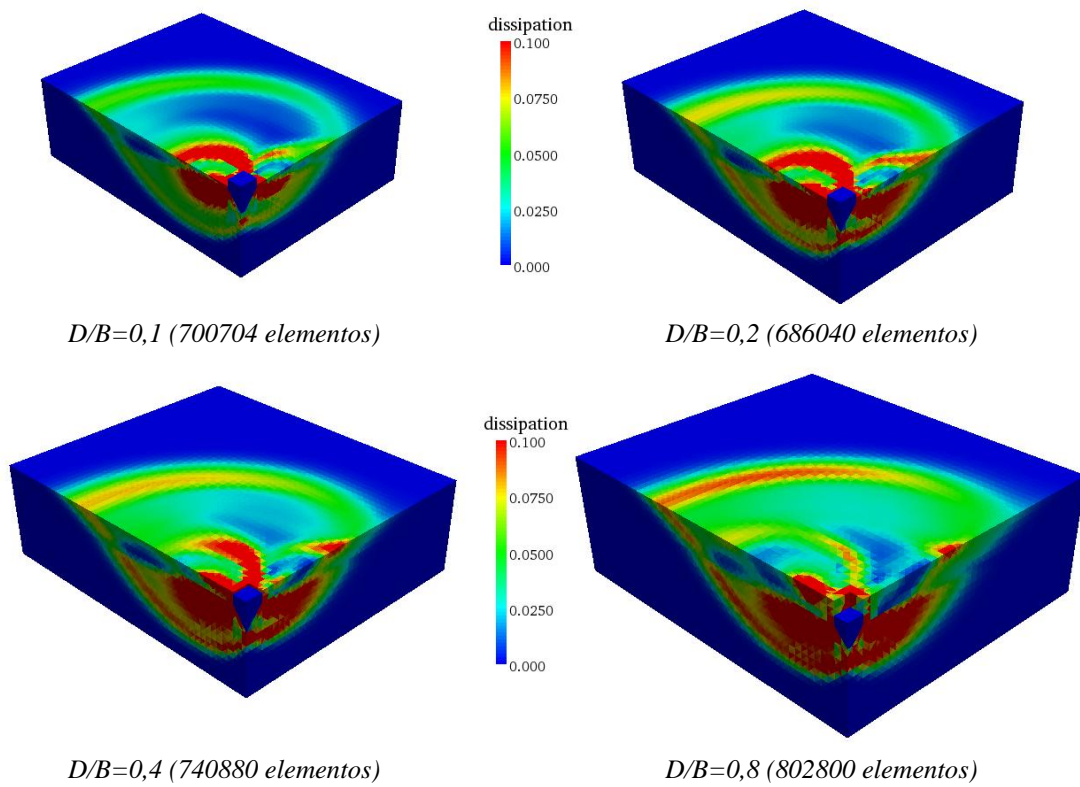


Figura 50. Dissipação para o caso d_q^* ; sapata retangular, L/B de 1,2 com $\phi' = 45^\circ$.

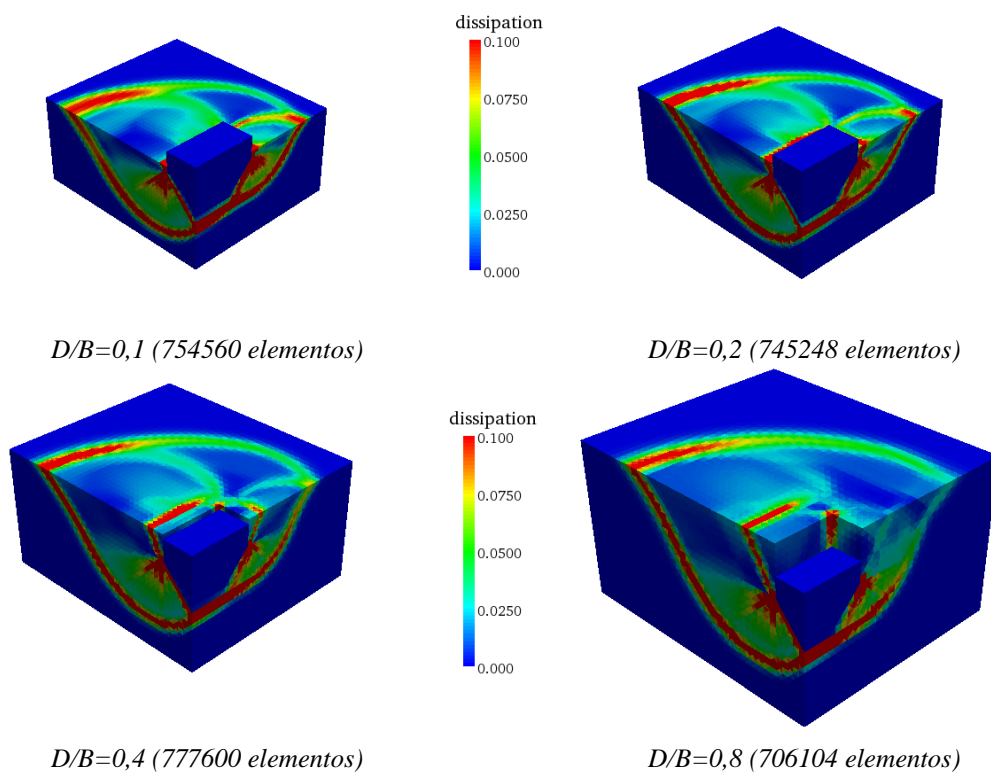


Figura 51. Dissipação para o caso d_q^* ; sapata retangular, L/B de 2,0 com $\phi' = 20^\circ$.

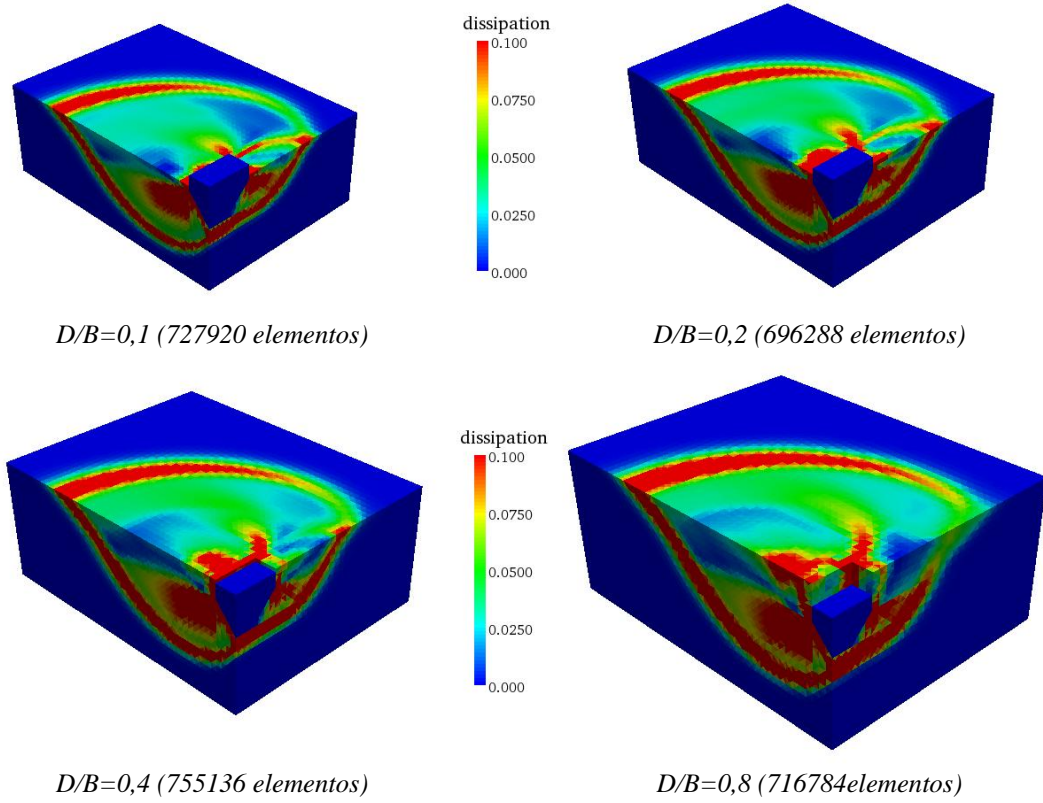


Figura 52. Dissipação para o caso d_q^* ; sapata rectangular, L/B de 2,0 com $\phi' = 35^\circ$.

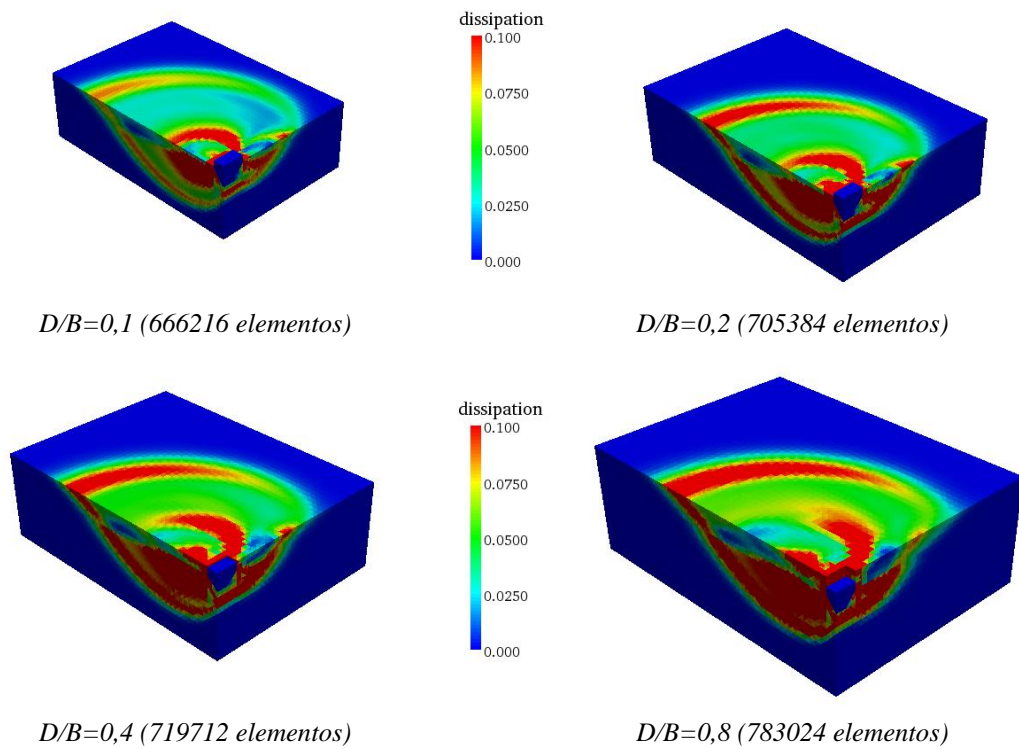


Figura 53. Dissipação para o caso d_q^* ; sapata rectangular, L/B de 2,0 com $\phi' = 45^\circ$.

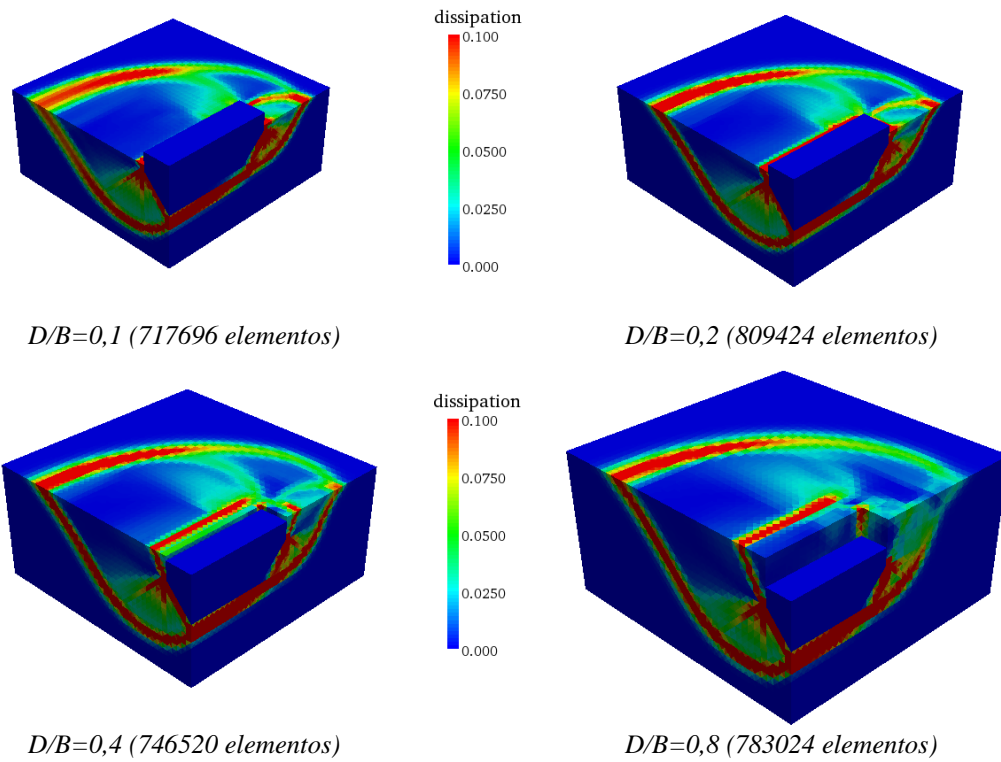


Figura 54. Dissipação para o caso d_q^* ; sapata rectangular, L/B de 4,0 com $\phi' = 20^\circ$.

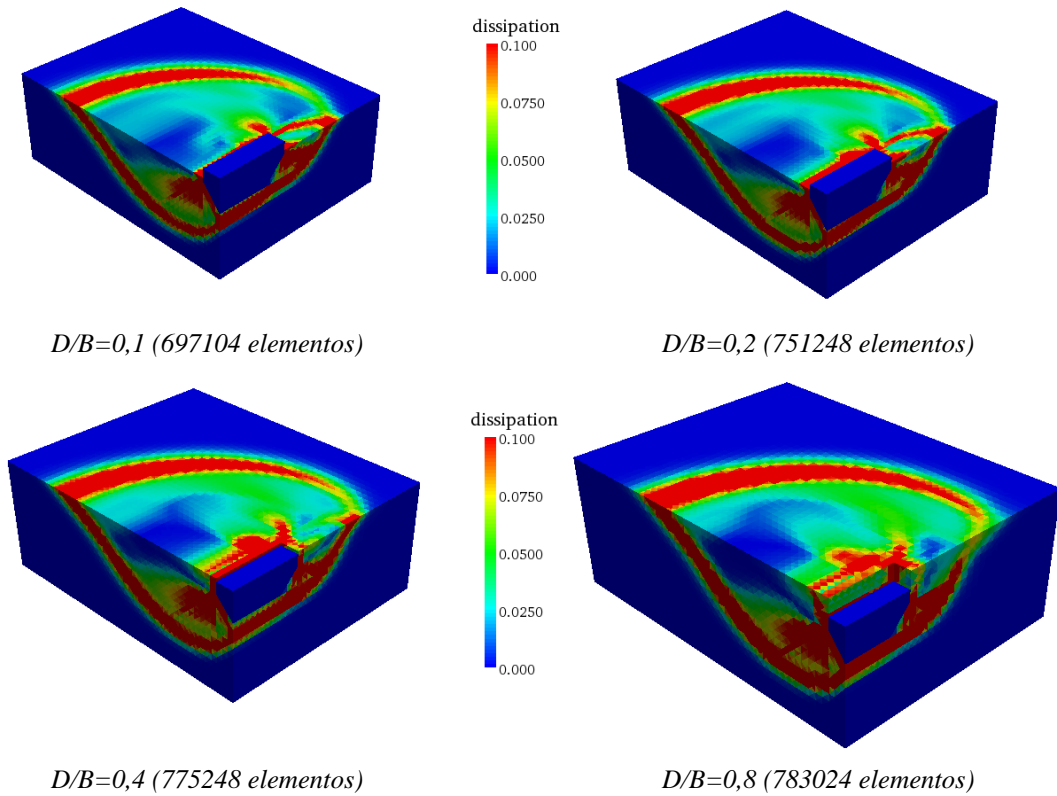


Figura 55. Dissipação para o caso d_q^* ; sapata rectangular, L/B de 4,0 com $\phi' = 35^\circ$.

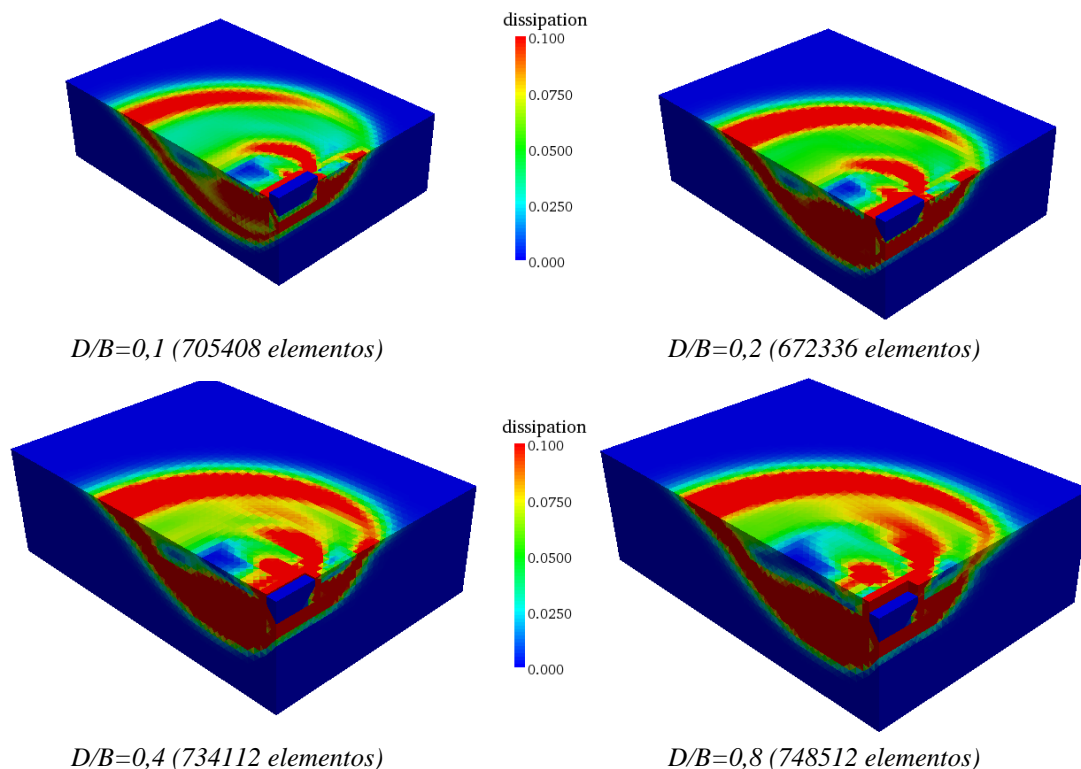


Figura 56. Dissipação para o caso d_q^* ; sapata rectangular, L/B de 4,0 com $\phi'=45^\circ$.

As ilustrações da dissipação denotam um aumento progressivo do mecanismo de colapso não só com o aumento de ϕ' , mas também com o incremento de D/B . De facto, aumentando a parcela de solo acima da base da sapata, aumenta o solo disponível para contribuir para a resistência ao carregamento, permitindo um maior desenvolvimento do mecanismo de colapso e conseqüente aumento da dissipação de energia. É patente a formação de um mecanismo secundário com um bloco semi-rígido intermédio, os casos de L/B mais baixos. Tal como verificado nos modelos anteriores, esse mesmo bloco tende a perder importância com o aumento do referido rácio. Com o aumento de D/B esse bloco é sobreposto pelo aumento de dissipação superficial – observável em todas as relações L/B estudadas.

Refira-se ainda que o incremento do número de elementos apontando anteriormente, não é linear dado que, com o aumento de D/B , o volume do mecanismo também aumenta. Assim, existe um rearranjo do número total de elementos, havendo perdas de refinamento total; seria de esperar que para rácios de D/B mais elevados, fosse atingido o número máximo de elementos. Contudo, devido aos factos apontados, existe um

decréscimo da malha, levando a que, na maior parte dos casos, o valor máximo de elementos seja obtido para D/B de 0,4.

A análise de factores de profundidade exige um maior número de cálculos que qualquer outra, fruto da inclusão de uma variável até aqui não necessária: D/B , quociente entre a profundidade e a largura da fundação. Considerando o peso do solo abaixo da base da fundação como nulo, é anulada a presença da parcela associada ao peso próprio do solo.

Como é apresentado na equação (27), a capacidade resistente é função:

- Da sobrecarga relativa ao solo acima da base da fundação, q_0' ;
- Do factor da capacidade resistente, N_q ;
- Do factor de forma, s_q ;
- Do factor de profundidade, d_q^* .

Na Tabela 23 são apresentados os resultados obtidos para o factor $d_q^*N_q s_q$, sendo obtido através das equações (32) e (33) Considerando que N_q é obtido pela equação (10) e s_q corresponde aos dados previamente obtidos em 3.2 (região superior): obtém-se a equação (34). Na Tabela 24 estão dispostos os resultados de região superior para d_q^* .

$$q_0' = D\gamma^* \quad (32)$$

$$d_q^* N_q s_q = \frac{q_0' d_q^* N_q s_q}{q_0'} \quad (33)$$

$$d_q^* = \frac{d_q^* N_q s_q}{N_{q, exacto} s_{q, UB}} \quad (34)$$

Tabela 23. Resultados obtidos para o coeficiente $d_q * N_q s_q$ em função de ϕ' , D/B e das dimensões da fundação (L/B).

ϕ (°)	D/B	$d_q * N_q s_q$					
		L/B					
		1,0	1,2	1,5	2,0	3,0	4,0
10	0,1	3,09	3,04	2,98	2,90	2,81	2,76
	0,2	3,24	3,19	3,11	3,01	2,90	2,84
	0,4	3,49	3,43	3,31	3,19	3,05	2,99
	0,8	3,84	3,78	3,64	3,49	3,31	3,22
15	0,1	5,53	5,41	5,21	5,00	4,76	4,63
	0,2	5,86	5,71	5,49	5,23	4,95	4,80
	0,4	6,42	6,26	5,97	5,65	5,29	5,10
	0,8	7,30	7,11	6,77	6,35	5,86	5,61
20	0,1	10,15	9,87	9,42	8,89	8,31	7,98
	0,2	10,81	10,49	9,95	9,34	8,66	8,29
	0,4	12,02	11,61	10,95	10,16	9,33	8,87
	0,8	13,97	13,49	12,70	11,67	10,52	9,91
25	0,1	19,46	18,83	17,75	16,44	15,04	14,27
	0,2	20,80	20,08	18,81	17,34	15,72	14,85
	0,4	23,16	22,30	20,76	18,94	16,95	15,98
	0,8	27,15	26,25	24,40	22,02	19,33	17,92
30	0,1	39,52	38,20	35,45	32,27	28,81	26,83
	0,2	42,21	40,52	37,64	34,03	30,08	28,10
	0,4	47,05	45,08	41,53	37,15	32,59	30,07
	0,8	55,20	53,40	49,08	43,41	37,10	34,21
35	0,1	87,15	83,62	76,50	68,41	59,69	54,65
	0,2	92,55	88,41	80,92	72,24	62,27	56,70
	0,4	102,96	98,23	89,50	78,83	66,91	61,40
	0,8	120,11	117,15	106,97	92,75	77,32	69,31
37,5	0,1	134,10	128,26	117,58	103,93	88,38	81,87
	0,2	142,93	136,14	123,99	109,03	94,00	84,75
	0,4	156,74	150,41	136,20	120,38	100,64	90,23
	0,8	186,20	177,18	161,79	139,59	114,95	101,80
40	0,1	212,61	203,15	184,08	161,35	138,14	123,84
	0,2	225,19	214,87	194,38	172,15	143,75	128,45
	0,4	251,39	238,71	215,53	186,15	154,15	137,11
	0,8	290,65	277,79	251,60	215,91	180,80	158,64
42,5	0,1	347,01	332,51	304,66	264,17	218,28	194,34
	0,2	374,55	354,52	321,23	276,74	227,60	201,56
	0,4	407,43	389,49	349,14	299,68	253,88	222,23
	0,8	465,26	448,56	419,61	356,76	284,70	246,40
45	0,1	604,23	570,54	519,23	440,33	360,72	332,48
	0,2	633,11	604,62	539,91	462,92	392,15	341,58
	0,4	685,19	652,06	585,66	522,70	418,72	364,66
	0,8	776,13	770,38	698,15	592,28	466,46	402,36

Tabela 24. Resultados obtidos para o coeficiente d_q^* em função de ϕ' , D/B e das dimensões da fundação (L/B).

$\phi' (^\circ)$	D/B	d_q^*					
		L/B					
		1,0	1,2	1,5	2,0	3,0	4,0
10,0	0,1	1,06	1,05	1,05	1,04	1,03	1,03
	0,2	1,11	1,10	1,09	1,08	1,07	1,06
	0,4	1,19	1,18	1,16	1,14	1,12	1,11
	0,8	1,31	1,30	1,28	1,25	1,22	1,20
15,0	0,1	1,07	1,06	1,05	1,05	1,04	1,03
	0,2	1,13	1,12	1,11	1,09	1,08	1,07
	0,4	1,24	1,23	1,21	1,18	1,15	1,14
	0,8	1,41	1,39	1,37	1,33	1,28	1,25
20,0	0,1	1,07	1,06	1,06	1,05	1,04	1,03
	0,2	1,14	1,13	1,12	1,10	1,08	1,07
	0,4	1,27	1,25	1,23	1,20	1,17	1,15
	0,8	1,48	1,45	1,42	1,38	1,32	1,28
25,0	0,1	1,06	1,05	1,05	1,04	1,03	1,03
	0,2	1,14	1,12	1,12	1,09	1,08	1,07
	0,4	1,27	1,25	1,23	1,20	1,17	1,16
	0,8	1,48	1,47	1,45	1,39	1,33	1,30
30,0	0,1	1,05	1,05	1,04	1,04	1,03	1,00
	0,2	1,12	1,11	1,11	1,09	1,08	1,05
	0,4	1,25	1,24	1,22	1,19	1,17	1,12
	0,8	1,47	1,47	1,44	1,40	1,33	1,28
35,0	0,1	1,06	1,06	1,05	1,04	1,03	1,03
	0,2	1,12	1,12	1,12	1,10	1,08	1,07
	0,4	1,25	1,24	1,23	1,20	1,16	1,15
	0,8	1,45	1,48	1,47	1,41	1,34	1,30
37,5	0,1	1,05	1,06	1,04	1,01	1,00	1,03
	0,2	1,12	1,12	1,10	1,06	1,07	1,06
	0,4	1,23	1,24	1,21	1,18	1,14	1,13
	0,8	1,46	1,46	1,43	1,36	1,31	1,28
40,0	0,1	1,05	1,03	1,01	1,02	1,03	1,02
	0,2	1,11	1,09	1,07	1,09	1,07	1,06
	0,4	1,24	1,21	1,18	1,17	1,15	1,13
	0,8	1,43	1,41	1,38	1,36	1,35	1,31
42,5	0,1	1,00	1,00	1,00	0,97	0,99	0,98
	0,2	1,08	1,07	1,06	1,01	1,03	1,02
	0,4	1,18	1,17	1,15	1,10	1,15	1,12
	0,8	1,34	1,35	1,38	1,31	1,29	1,25
45,0	0,1	1,03	0,95	0,96	0,96	0,98	0,95
	0,2	1,08	1,01	1,00	1,01	1,07	0,97
	0,4	1,17	1,09	1,09	1,14	1,14	1,04
	0,8	1,32	1,29	1,29	1,30	1,27	1,15

A análise da Tabela 24 leva a concluir que o factor de profundidade depende não só do rácio D/B mas também da forma da fundação e do ângulo de resistência ao corte. Com o aumento D/B , o factor d_q^* tende a decrescer.

Nas figuras seguintes são apresentados os valores de d_q^* em função da forma da fundação para cada ângulo de resistência ao corte.

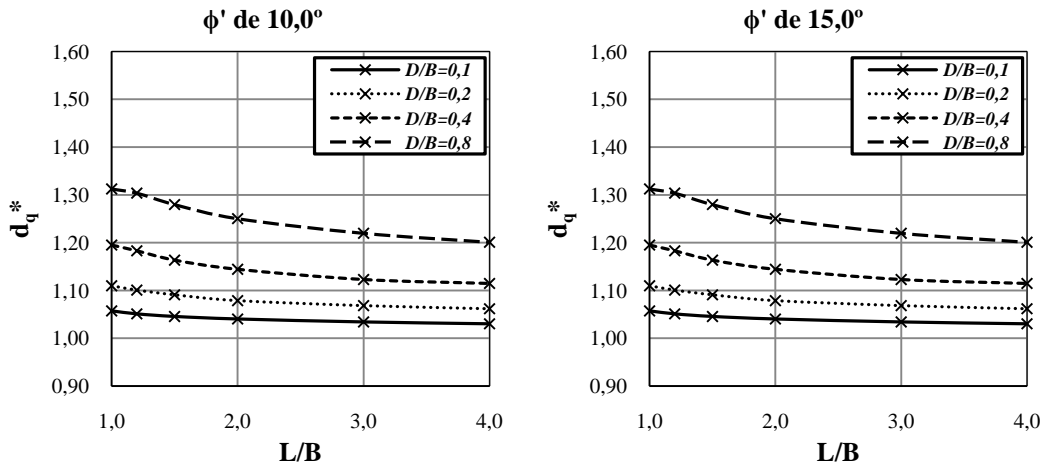


Figura 57. Representação gráfica de d_q^* em função de L/B , ϕ' de 10° e 15° .

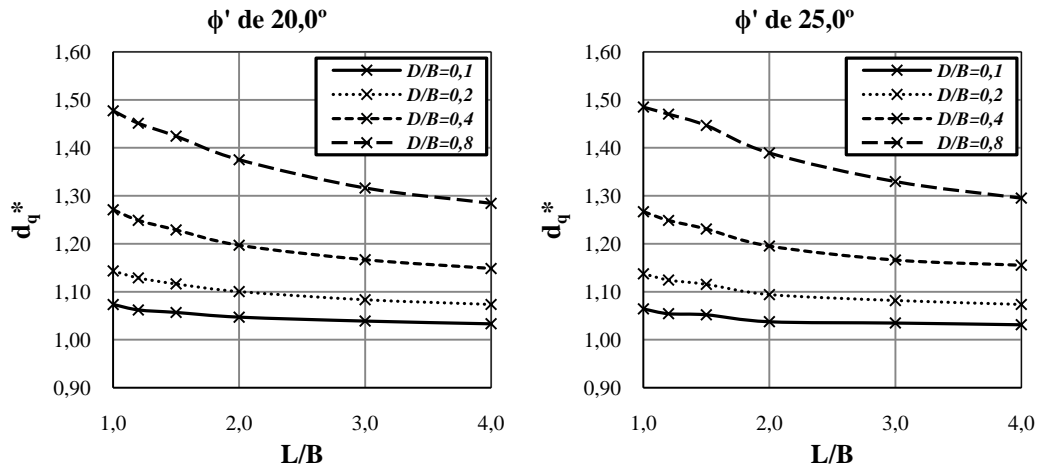


Figura 58. Representação gráfica de d_q^* em função de L/B , ϕ' de 20° e 25° .

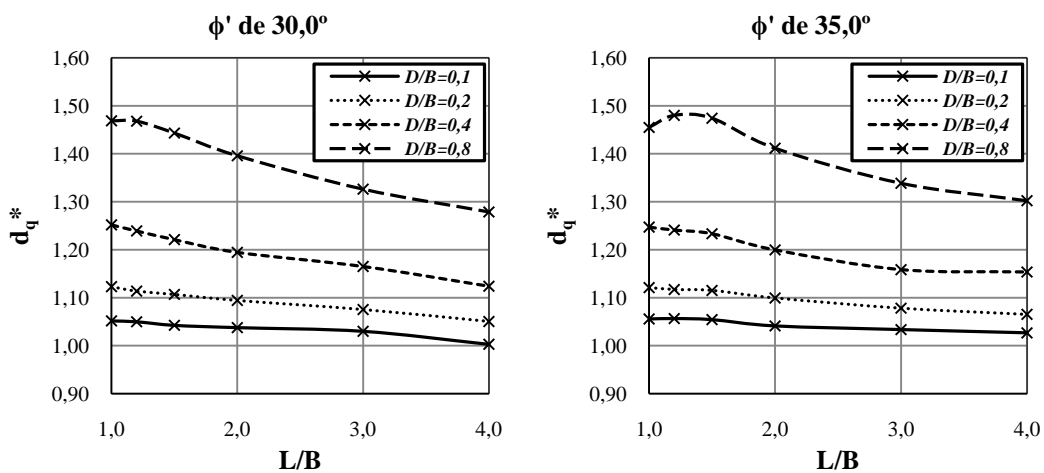


Figura 59. Representação gráfica de d_q^* em função de L/B , ϕ' de 30° e 35° .

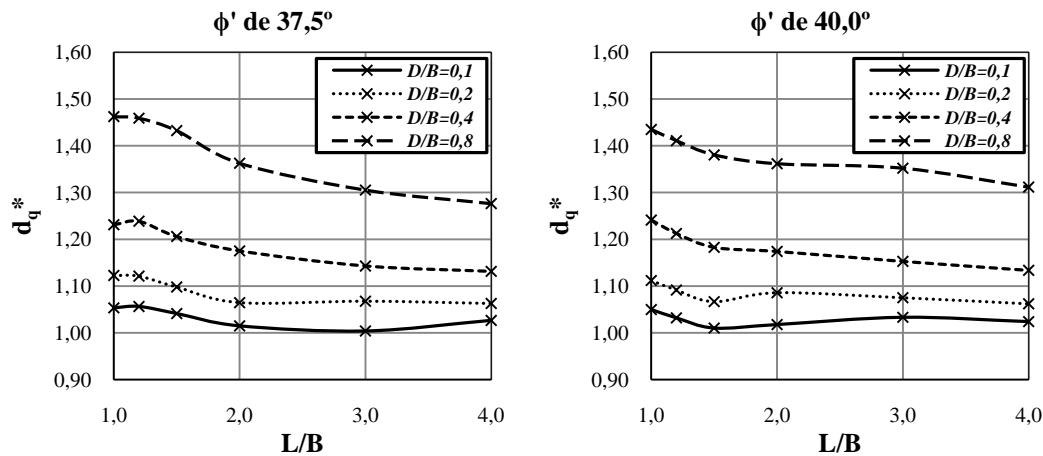


Figura 60. Representação gráfica de d_q^* em função de L/B , ϕ' de $37,5^\circ$ e 40° .

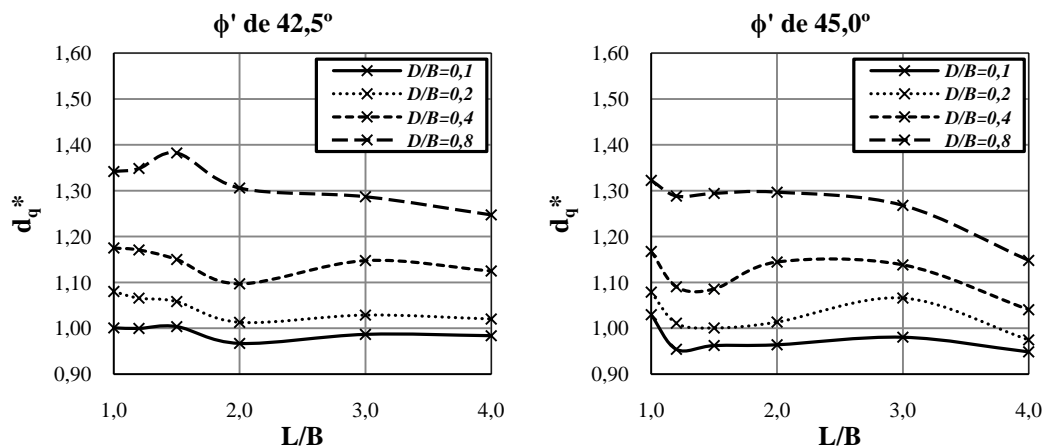


Figura 61. Representação gráfica de d_q^* em função de L/B , ϕ' de $42,5^\circ$ e 45° .

Nas representações gráficas é possível verificar a existência de convergências distintas, em função de ϕ' e de D/B . O comportamento do factor para ângulos baixos é estável, decrescendo sempre para um valor de convergência. A partir de ângulos de resistência superiores a 20° , surge uma distorção na curva que tende a agravar-se, levando ao surgimento de um pico nos ângulos 30° , 35° e $37,5^\circ$ para L/B de 1,2. Para o ângulo de 40° , a distorção existe, mas sem a existência clara de picos. Com ϕ' de $42,5^\circ$, existe um pico para L/B de 1,5 apenas para D/B de 0,8. Existe ainda distorção nos restantes rácios de D/B apresentando depressões no rácio L/B de 2,0. No ângulo mais elevado analisado, existe apenas valores mais baixos para fundações com L/B de 1,2.

As irregularidades gráficas podem ser explicadas por dois factores: em primeiro lugar, para a obtenção de d_q^* foi usado o factor s_q calculado neste presente trabalho, tendo sido já apontados alguns desvios, principalmente para ângulos mais elevados, o que de certo,

contribui para o comportamento atípico deste factor de profundidade. O segundo factor poderá estar relacionado com o refinamento da malha, relativamente baixo. De facto, as melhorias obtidas na fase final de cálculo (com aproximadamente 600000 elementos), foram ainda importantes, sugerindo ainda muita margem de progressão para melhorias. Refere-se ainda que, com o aumento do ângulo de resistência ao corte, do rácio L/B e de D/B , existe uma degradação da precisão do valor, também explicada pelo já apontado sucessivo aumento das dimensões do mecanismo levando por isso, ao decréscimo no refinamento da malha. Note-se que para os maiores valores de ϕ' , os valores obtidos poderão ser pouco significativos, atendendo que não parece natural que d^*_q possa ser inferior a 1. Na realidade, para o cálculo deste factor, é necessário efectuar a divisão do valor do carregamento obtido pelo valor de N_{qsq} também obtido através dos cálculos apresentados anteriormente. Como o grau de refinamento nestes dois tipos de cálculos, apesar de se ter objectivado uma equivalência, não parece ser o mesmo, os resultados aqui apresentados para d^*_q são ainda longe do óptimo, devendo, sobretudo para valores de ϕ' elevados, ser encarados com reservas.

A fim de verificar o grau de aproximação obtido com as hipóteses realizadas, optou-se por realizar cálculos suplementares introduzindo o peso volúmico no solo abaixo da fundação. Com esta inclusão observa-se a sobreposição de efeitos provocada pelos factores correspondentes ao peso do solo abaixo da sapata e pelos factores associados à parcela de solo acima da base de fundação. A comparação é feita com valores obtidos usando um factor d_q tradicional (apenas função de ϕ' e D/B) proposto por Antão et al. (s.d.). Nas tabelas seguintes são apresentados os valores para o único valor de ϕ' igual a 30° . Para os resultados de q tradicionais (bidimensionais) e tridimensionais foram usados os valores obtidos neste trabalho para $N_{\gamma s_\gamma}$ e N_{qsq} . Note-se ainda que não foi possível realizar a totalidade dos valores de ϕ' para estes cálculos suplementares devido ao elevado tempo de execução destes cálculos, salvaguardando-se assim que, estes valores comparativos e conclusões, não são extrapoláveis para ângulos diferentes de 30° .

Para melhor compreensão dos valores apresentados nas tabelas, são expostas primeiramente as equações que originaram os valores apresentados:

Modelo global com γ :

$$q = q_{3D,global} \quad (35)$$

Modelo com d_q tradicional:

$$q = q_0' (N_{q,s_q})_{UB} d_{q,tradicional} + \frac{1}{2} \gamma * B (N_{\gamma,s_\gamma})_{UB} \quad (36)$$

Tabela 25. Comparação de valores de q : modelo com γ , modelo calculado com d_q tradicional e modelo com d_q tridimensional.

<i>(i) Sapata Quadrada</i>			
<i>q (kN/m²)</i>			<i>Varição</i>
D/B	Modelo global	Tradicional	
0,1	297,10	248,57	16,33%
0,2	419,29	328,86	21,57%
0,4	679,14	496,36	26,91%
0,8	1263,40	859,23	31,99%

<i>(ii) Sapata Rectangular, L/B = 1,2</i>			
<i>q (kN/m²)</i>			<i>Varição</i>
D/B	Modelo global	Tradicional	
0,1	299,55	253,33	15,43%
0,2	413,35	331,05	19,91%
0,4	663,96	493,19	25,72%
0,8	1239,87	844,44	31,89%

<i>(iii) Sapata Rectangular, L/B = 1,5</i>			
<i>q (kN/m²)</i>			<i>Varição</i>
D/B	Modelo global	Tradicional	
0,1	293,27	250,55	14,57%
0,2	401,75	323,19	19,55%
0,4	626,22	474,76	24,19%
0,8	1147,14	803,10	29,99%

<i>(iv) Sapata Rectangular, L/B = 2,0</i>			
<i>q (kN/m²)</i>			<i>Varição</i>
D/B	Modelo global	Tradicional	
0,1	285,82	246,51	13,76%
0,2	384,04	312,94	18,51%
0,4	584,54	451,54	22,75%
0,8	927,37	751,80	18,93%

<i>(v) Sapata Rectangular, L/B = 3,0</i>			
<i>q (kN/m²)</i>			<i>Varição</i>
D/B	Modelo global	Tradicional	
0,1	280,10	241,88	13,65%
0,2	365,47	301,64	17,47%
0,4	541,61	426,30	21,29%
0,8	927,37	696,38	24,91%

<i>(vi) Sapata Rectangular, L/B = 4,0</i>			
<i>q (kN/m²)</i>			<i>Varição</i>
D/B	Modelo global	Tradicional	
0,1	275,35	238,66	13,32%
0,2	357,90	295,80	17,35%
0,4	520,36	415,03	20,24%
0,8	875,89	673,31	23,13%

Esta comparação permite verificar desde logo que os valores, usando um d_q tradicional, são ainda afastados dos de modelo global. Conclui-se então que os valores de d_q tradicionais são conservadores.

Os valores globais são superiores aos do modelo com d_q tradicional: a explicação para este facto prende-se com os valores de $N_q s_q$ e $N_\gamma s_\gamma$ adoptados nestes últimos modelos, pois, sendo calculados em modelos independentes, são correspondentes a mecanismos óptimos para cada um deles. Quando existe a sobreposição do efeito do peso do solo abaixo da base fundação, com a camada de solo acima, é obtido um mecanismo intermédio óptimo para o valor global de capacidade resistente, mas não-óptimo para factor independente. Isto leva a que os valores de $N_q s_q$ e $N_\gamma s_\gamma$ para o modelo global sejam sempre superiores aos obtidos individualmente, provocando um aumento no valor de capacidade resistente final.

3.4. Carregamento Não-Drenado: factor de forma - s_c

A única análise efectuada, relativa a carregamentos não-drenados, foi realizada com vista à determinação de valores de região superior para o conjunto N_{cs_c} . Na figura seguinte é apresentada a dissipação¹⁷ escalada a 10% do valor máximo obtido, para quatro dos seis rácios de L/B calculados.

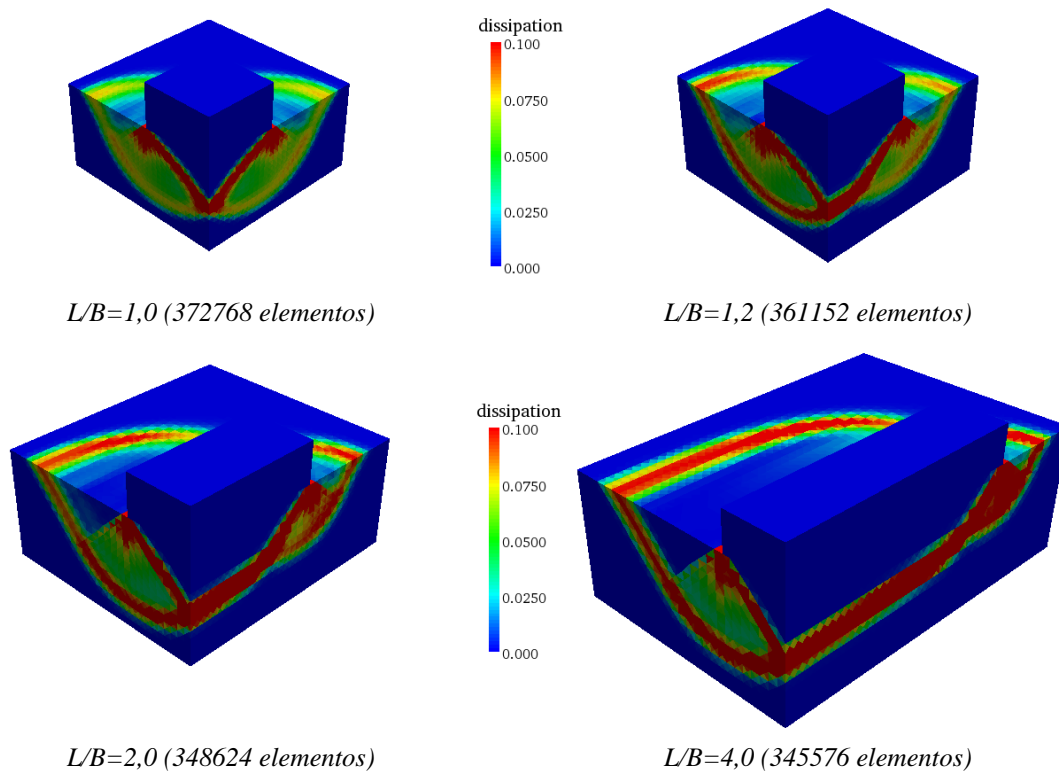


Figura 62. Dissipação para o caso N_{cs_c} .

O mecanismo de colapso associado é bastante reduzido em termos de geometria, evoluindo de uma configuração simétrica para um desenvolvimento mais próximo do estado plano de deformação para os rácios mais elevados de L/B analisados. O mecanismo de colapso é constituído por um bloco rígido com deslocamento vertical (dissipação nula), localizado abaixo da base da fundação; uma zona em corte radial onde a dissipação é máxima terminando numa zona de corte passivo, evidenciando a presença de uma segunda parcela com menor dissipação – não sendo, contudo, uma zona totalmente rígida, como foi patente nas análises anteriores. Esta zona de menor

¹⁷ Ver ANEXO C: Dissipações e deformadas.

dissipação aumenta em função do incremento do rácio L/B, tornando-se mais rígida e mais predominante, ao contrário do que se verificava nas análises de $N_{\gamma s_{\gamma}}$ e $N_q s_q$.

O valor de $N_c s_c$ é obtido directamente da capacidade resistente usando um valor de c_u de 10 kPa (equação (37)), sendo posteriormente afectado pela formulação exacta de N_c (equação(14)) , a fim de obter o factor de forma isolado.

$$N_c s_c = \frac{q}{10} \quad (37)$$

$$s_c = \frac{N_c s_c}{N_{c,exacto}} \quad (38)$$

Na Tabela 26 são apresentados os resultados obtidos para o coeficiente $N_c s_c$ e, especificamente, os valores para o factor de forma s_c . Na Tabela 27 é feita a comparação com os dados obtidos por Michalowski (2001) e Salgado et al. (2004) – destaque-se o facto de se tratar de uma comparação directa visto serem também resultados de implementação do teorema cinemático da análise limite (região superior). Na Figura 63 são incluídos os valores dos mesmos autores de região inferior com o intuito de balizar os resultados obtidos com o presente trabalho.

Tabela 26. Resultados obtidos para o factor $N_c s_c$ e s_q em função de L/B.

L/B	1,0	1,2	1,5	2,0	3,0	4,0
$N_c s_c$	5,96	5,91	5,84	5,76	5,63	5,60
s_c	1,16	1,15	1,14	1,12	1,10	1,09

Tabela 27. Comparação de resultados de região superior para $N_c s_c$.

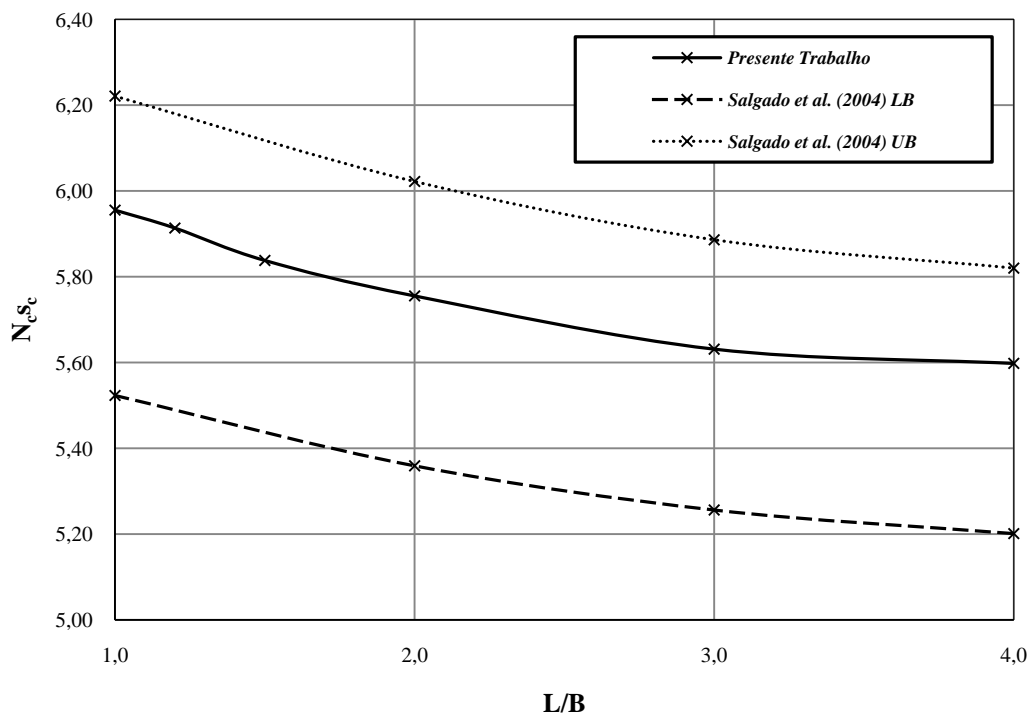
L/B	$N_c s_c$				
	Presente Trabalho	Michalowski (2001)	Variacão (%)	Salgado et al. (2004)	Variacão (%)
1,0	5,96	6,83	-12,8%	6,22	-4,3%
1,2	5,91	-	-	-	-
1,5	5,84	6,19	-5,7%	-	-
2,0	5,76	6,06	-5,0%	6,02	-4,4%
3,0	5,63	5,64	-0,1%	5,89	-4,3%
4,0	5,60	-	-	5,82	-3,8%

Tabela 28. Comparação de resultados para s_c .

L/B	s_c		
	<i>Presente Trabalho</i>	<i>Gourvenec et al.(2006)</i>	<i>EN1997-1</i>
1,0	1,16	1,15	1,20
1,2	1,15	1,13	1,17
1,5	1,14	1,11	1,13
2,0	1,12	1,09	1,10
3,0	1,10	1,06	1,07
4,0	1,09	1,05	1,05

A Tabela 27 mostra que os resultados obtidos apresentam melhorias face aos dados propostos por Michalowski (2001) desde 12,8% a 0,1%. Denota-se uma aproximação dos resultados aqui propostos com os do autor, à medida que se incrementa o rácio L/B . Para o caso de Salgado et al. (2004), a melhoria é baixa mas mais uniforme, decaindo também com o aumento de L/B .

As figuras seguintes visam apresentar, graficamente, as comparações feitas nas tabelas anteriormente referidas.

Figura 63. Comparação gráfica de N_{sc} em função de L/B .

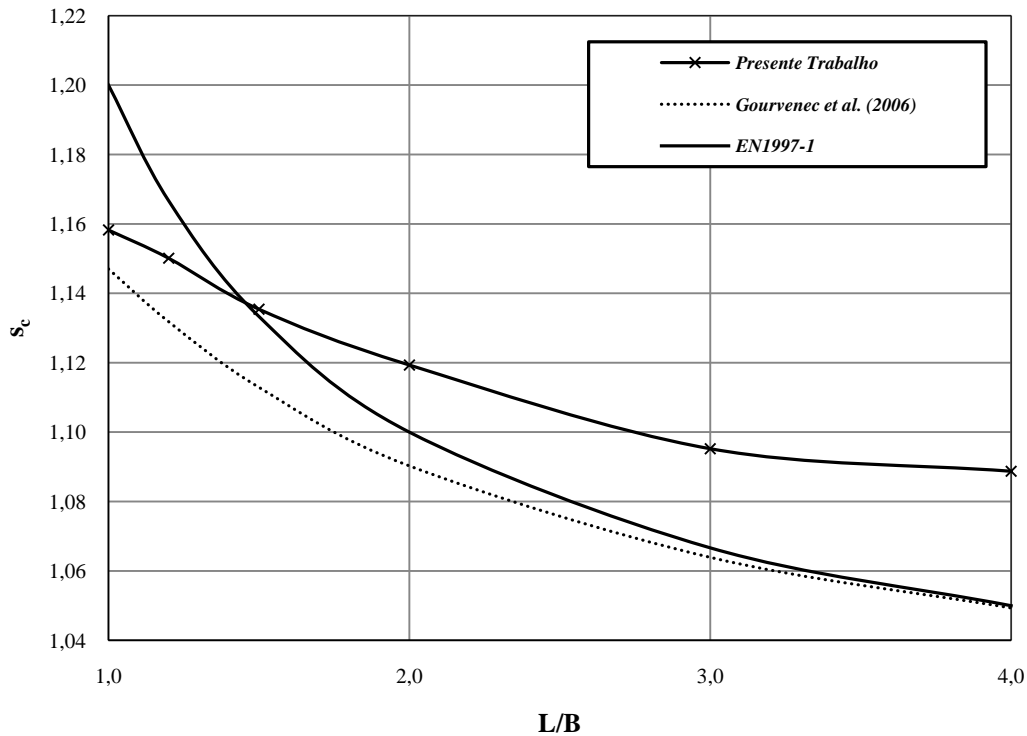


Figura 64. Comparação gráfica de s_c em função de L/B .

Na Figura 63 é possível observar que, apesar de uma melhoria baixa (inferior a 5%), a curva de região superior reduz o intervalo inicial devolvido pela análise limite, aplicada pelos autores Salgado et al. (2004), em aproximadamente 40%. No que toca à comparação com valores obtidos por Gourvenec et al. (2006) e pelos dispostos na regulamentação EN1997-1 (Tabela 28 e Figura 64), existe um comportamento semelhante na curva proposta pelo primeiro autor. Apesar disso, os valores aqui propostos, são sempre superiores aos apresentados por Gourvenec et al. (2006): salvasse-se que os dados aqui representados são obtidos através de uma formulação proposta pelos mesmos autores, que tem em conta valores obtidos numa análise pelo método dos elementos finitos, não sendo assim directamente comparáveis. Os valores obtidos pela fórmula presente na EN1997-1 são superiores numa fase inicial (L/B de 1,0 e 1,2), indiciando que os valores da EN1997-1 não são seguros para esta gama de L/B . Para valores superiores de L/B , existe uma aproximação aos propostos por Gourvenec et al. (2006). Note-se que, pela Figura 64 é clara a convergência de s_c para a unidade, nos trabalhos usados como comparação. Contudo, os rácios estudados de L/B não permitem concluir uma convergência destacada para 1.

CONCLUSÃO

A implementação do teorema cinemático da análise limite, com recurso ao programa SUBLIM-3d sob um *cluster* de cálculo em paralelo, permitiu a obtenção de resultados para os factores de forma - s_γ , s_q e s_c e para o factor de profundidade - d_q^* .

A construção dos modelos revelou-se simples e sistemática, o que permitiu um grande fluxo de cálculos num curto espaço de tempo. Foram realizados, no total, 1240 cálculos efectivos com tempos de execução totais de cerca de 5095 horas, não contabilizando cálculos de teste e cálculos erráticos¹⁸. Apesar da definição inicial das fases de refinamento, tentou-se tirar o máximo partido da tecnologia usada, introduzindo novas fases de análise com cálculos no limite da capacidade de memória permitida pelo *cluster*, sempre com vista à viabilidade e utilidade dos mesmos. O limite de elementos atingiu-se com os cálculos mais avançados de s_γ e d_q^* ; o primeiro revelou variações importantes com o incremento de número de elementos para 600000 na ordem dos 5% e na passagem para 900000 elementos com variações de 3,5%. Apesar de ter sido tentado um cálculo com 1000000 elementos, refira-se que a margem de melhoria dos valores de s_γ ainda não foi esgotada, sendo que apenas foram atingidos os limites computacionais disponíveis. No segundo caso - d_q^* , a inserção de um novo volume de solo, fez aumentar bastante o número de elementos totais. O objectivo de manter o número de elementos fixo nos casos de relações de D/B mais elevadas (0,4 e 0,8) foi dificultado pela memória computacional requerida. Optou-se por reduzir pontualmente o número de elementos em casos que não foram executáveis, acreditando-se que, com esta medida, os resultados finais não ficaram totalmente comprometidos. Denota-se que as melhorias na fase final foram ainda importantes, sugerindo que existe ainda margem para a obtenção de resultados de maior qualidade. Nos dois casos de análise - s_q e s_c , não foi usada toda a capacidade de memória do *cluster*. No caso de s_q as melhorias foram relevantes para ângulos de resistência ao corte mais elevados, perdendo importância nos mais baixos. Optou-se por isso, não realizar análises com malhas mais refinadas. No modelo s_c , as melhorias de fase-a-fase foram decaindo, levando a que a fase final fosse feita com 400000 elementos.

¹⁸ Ver ANEXO B: Estatística de cálculos.

Observa-se que nas comparações directas com análises semelhantes - s_γ e s_c , os resultados obtidos denunciam melhorias substanciais relevantes. No primeiro caso obtiveram-se melhorias máximas na ordem de 50%, já no segundo as melhorias foram mais contidas (4%). Contudo, mesmo neste caso, a redução no intervalo de região inferior e superior apresentado por Salgado et al. (2004) é de cerca de 40%. Os resultados obtidos para s_q e d_q^* apenas foram comparáveis com outro tipo de análises ou resultados médios (valores ponderados entre as regiões inferior e superior da análise limite). Esse facto levou a que não seja possível tirar conclusões finais, contudo no caso do factor conjunto $N_q s_q$ foi possível comparar com valores de Michalowski (2001) revelando margens de melhoria elevadas.

No caso do factor de forma s_γ conclui-se que, apesar das formulações de Brinch Hansen (1970) e a presente na regulamentação europeia EN1997-1, considerarem que não há variação do valor em função do ângulo de resistência ao corte, essa variação existe, aumentando o valor do factor de forma com o aumento de ϕ' . Observou-se também que o factor de profundidade - d_q^* , apresenta valores relevantes, o que coloca em causa a consideração feita por Terzaghi (1943).

Conclui-se finalmente que as análises tridimensionais permitem observar com maior pormenor, os mecanismos de colapso associados à capacidade resistente de uma fundação superficial. A análise dos mecanismos de colapso permitiu observar as alterações do mecanismo impostas por diferentes valores de ângulo de resistência ao corte e diferentes formas de fundação. A convergência para o estado plano de deformação foi estudada para os factores de forma s_γ e s_q revelando ainda uma distância importante aos valores de L/B estudados.

A análise aqui feita serve de base para novos estudos e avanços no campo da aproximação dos factores de forma e do factor de profundidade tridimensional d_q^* . Com rácios mais elevados de L/B será possível observar o desenvolvimento dos mecanismos desde a fundação quadrada até ao estado plano de deformação e a consequente progressão dos valores. Apesar de terem sido atingidos os limites computacionais disponíveis, estes cálculos serão também o ponto de partida para modelos mais refinados recorrendo a recursos mais avançados, com vista a obtenção de valores de maior qualidade face aos aqui dispostos. Refere-se também que os valores aqui apresentados, complementados com futuros valores de região inferior, irão devolver

intervalos com melhor precisão, aproximando assim os valores exactos. Serão também estudos para fundações superficiais flexíveis, que irão permitir alargar o espectro de propostas recorrendo à Análise Limite.

BIBLIOGRAFIA

Antão, A. N., Vicente da Silva, M., & Guerra, N. M. (s.d.). Determination of depth factors for the bearing capacity of shallow foundations in sand. *Soils & Rocks (aceite para publicação)* .

Brinch Hansen, J. (1970). A revised and extended formula for bearing capacity. *Bulletin No. 28, Lyngby; Danish Geotechnical Institute* .

Caquot, A., & Kerisel, J. (1953). Sur le terme de surface dans le calcul des fondations en milieu pulverent. *Proc. 3rd Int. Conf. Soil Mech. Found. Engng, Zurich 1* , 336-337.

Davis, R., & Selvadurai, A. (2002). *Plasticity and Geomechanics*. Cambridge: Cambridge University Press.

de Beer, E. E. (1970). Experimental determination of the shape factors and the bearing capacity factors of sand. *Géotechnique 20, No. 4* , 387-411.

EN1997-1 - Eurocode 7: Geotechnical design - Part 1: General Rules. (2004). Brussels: CEN.

Gourvenec, S., Randolph, M., & Kingsnorth, O. (2006). Undrained bearing capacity of square and rectangular footings. *Int. J. Geomech. 6, No. 3* , 147-157.

Hjiaj, M., Lyamin, A. V., & Sloan, S. W. (2005). Numerical limit analysis solutions for the bearing capacity factor N_γ . *International Journal of Solids and Structures 42* , 1681-1704.

Lyamin, A. V., Salgado, R., Sloan, S. W., & Prezzi, M. (2007). Two- and three-dimensional bearing capacity of footings in sand. *Géotechnical 57, No 8* , 647-662.

Martin, C. M. (2005). Exact bearing capacity calculations using the method of characteristics. *Issues Lecture, 11th Int. Conf. of IACMAG, Turin, in press* .

Meyerhof, G. G. (1963). Some recent research on bearing capacity of foundations. *Can. Geotech. J. 1, No. 1* , 16-26.

Meyerhof, G. G. (1951). The ultimate bearing capacity of foundations. *Géotechnique 2, No. 4* , 301-332.

Michalowski, R. L. (1997). An estimate of the influence of the soil weight on bearing capacity using limit analysis. *Soils Found.*, 37(4) , 57-64.

Michalowski, R. L. (2001). Upper-bound load estimates on square and rectangular footings. *Géotechnique* 51, No. 9 , 787-798.

Prandtl, L. (1921). Eindringungsfestigkeit und Festigkeit von Schneiden. *Zeit Angew. Math. Mech.* 1 , 15.

Prandtl, L. (1920). Über die Härte Plastischer Körper. *Nachr. Ges. Wiss. Gött., Math-Phys. Kl.* 12 , 74-85.

Salgado, R. (2008). *The engineering of foundations*. McGraw-Hill.

Salgado, R., Lyamin, A. V., Sloan, S. W., & Yu, H. S. (2004). Two- and three-dimensional bearing capacity of footings in clay. *Géotechnique* 54, No. 5 , 297-306.

Terzaghi, K. (1943). *Theoretical soil mechanics*. New York: Wiley.

Vesic, A. S. (1973). Analysis of ultimate loads of shallow foundations. *J. Soil Mech. Div. ASCE* 99, No. SM1. , 45-73.

Vicente da Silva, M. (2009). *Implementação numérica tridimensional do teorema cinemático da análise limite*. Lisboa: Tese de doutoramento apresentada à FCT-UNL.

Vicente da Silva, M., & Antão, A. N. (2007). A non-linear programming method approach for upper bound limit analysis. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 72 , 1192-1218.

Vicente da Silva, M., & Antão, A. N. (2008). Upper bound limit analysis with parallel mixed finite element formulation. *International Journal of Solids and Structures* 45 , 5788-5804.

Zhu, M., & Michalowski, R. L. (2005). Shape factors for limit loads on square and rectangular footings. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, February 2005 , 223-231.

ANEXO A: RESUMO DE FASES E NÚMERO DE ELEMENTOS

Tabela 29. Fases e número de elementos para cálculos do factor s_r .

Fases e número aproximado de elementos						
	Fase 1	Fase 2	Fase 3	Fase 4	Fase 4a	Fase 5
ϕ' (°)	40000	400000	400000	600000	400000	900000
10,0	x	x	x		x	
15,0	x	x	x		x	
20,0	x	x	x		x	
25,0	x	x	x		x	
30,0	x	x	x		x	
35,0	x	x	x	x		
37,5	x	x	x	x		
40,0	x	x	x	x		
42,5	x	x	x	x		x
45,0	x	x	x	x		x

Tabela 30. Fases e número de elementos para cálculos do factor s_q .

Fases e número aproximado de elementos				
	Fase 1	Fase 2	Fase 3	Fase 4
ϕ' (°)	40000	400000	400000	600000
10,0	x	x	x	
15,0	x	x	x	
20,0	x	x	x	
25,0	x	x	x	
30,0	x	x	x	
35,0	x	x	x	x
37,5	x	x	x	x
40,0	x	x	x	x
42,5	x	x	x	x
45,0	x	x	x	x

Tabela 31. Fases e número de elementos para cálculos do factor d_q^* .

Fases e número aproximado de elementos			
	Fase 1	Fase 2	Fase 3
ϕ' (°)	100000	300000	600000
10,0	x	x	x
15,0	x	x	x
20,0	x	x	x
25,0	x	x	x
30,0	x	x	x
35,0	x	x	x
37,5	x	x	x
40,0	x	x	x
42,5	x	x	x
45,0	x	x	x

Tabela 32. Fases e número de elementos para cálculos do factor s_c .

Fases e número aproximado de elementos			
	Fase 1	Fase 2	Fase 3
<i>L/B</i>	<i>40000</i>	<i>400000</i>	<i>400000</i>
1,0	x	x	x
1,2	x	x	x
1,5	x	x	x
2,0	x	x	x
3,0	x	x	x
4,0	x	x	x

ANEXO B: ESTATÍSTICA DE CÁLCULOS

Tabela 33. Número de cálculos efectuados e tempos totais de cálculo.

<i>Modelo</i>	<i>n° de cálculos efectivos (un)</i>	<i>tempo de execução cálculos efectivos (h:m:s)</i>
$N_\gamma S_\gamma$	244	928:54:18
$N_q S_q$	205	586:42:35
$N_c S_c$	27	67:50:22
d_q^*	720	3308:20:37
$d_q^* + \gamma$	24	201:20:44
$N_\gamma S_{\gamma, \infty}$	10	01:05:18
$N_q S_{q, \infty}$	10	00:58:42
Totais	1240	5095:12:37

Tabela 34. Valores relativos de número e tempo de cálculo.

<i>Modelo</i>	<i>n° relativo de cálculos efectivos (%)</i>	<i>duração relativa de tempos de execução (%)</i>
$N_\gamma S_\gamma$	19,68%	18,23%
$N_q S_q$	16,53%	11,51%
$N_c S_c$	2,18%	1,33%
d_q^*	58,06%	64,93%
$d_q^* + \gamma$	1,94%	3,95%
$N_\gamma S_{\gamma, \infty}$	0,81%	0,02%
$N_q S_{q, \infty}$	0,81%	0,02%

ANEXO C: DISSIPACÕES E DEFORMADAS

1. Carregamento Drenado: factor de forma - s_γ

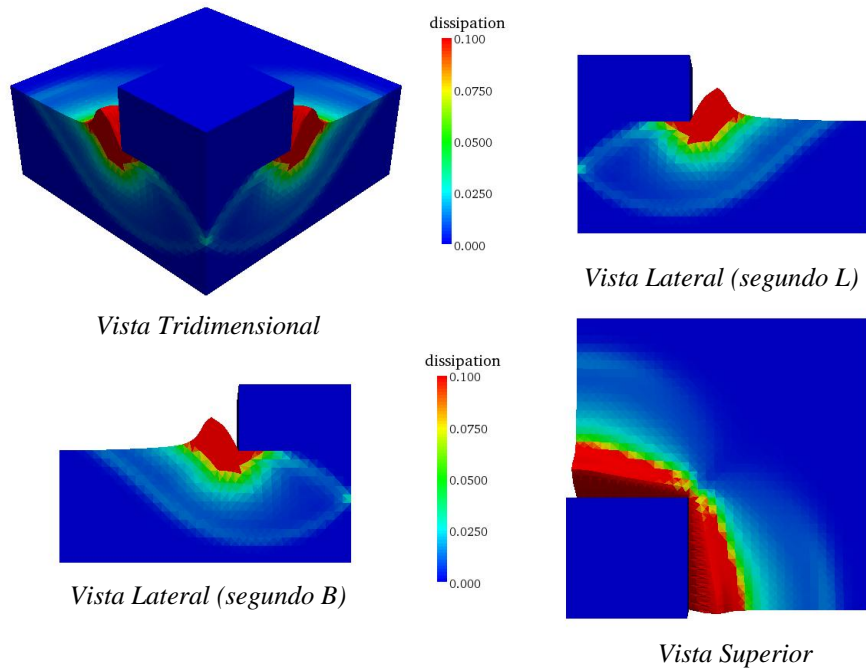


Figura 65. Dissipação e deformada para o caso $N_\gamma s_\gamma$, $L/B = 1,0$ e $\phi' = 20^\circ$.

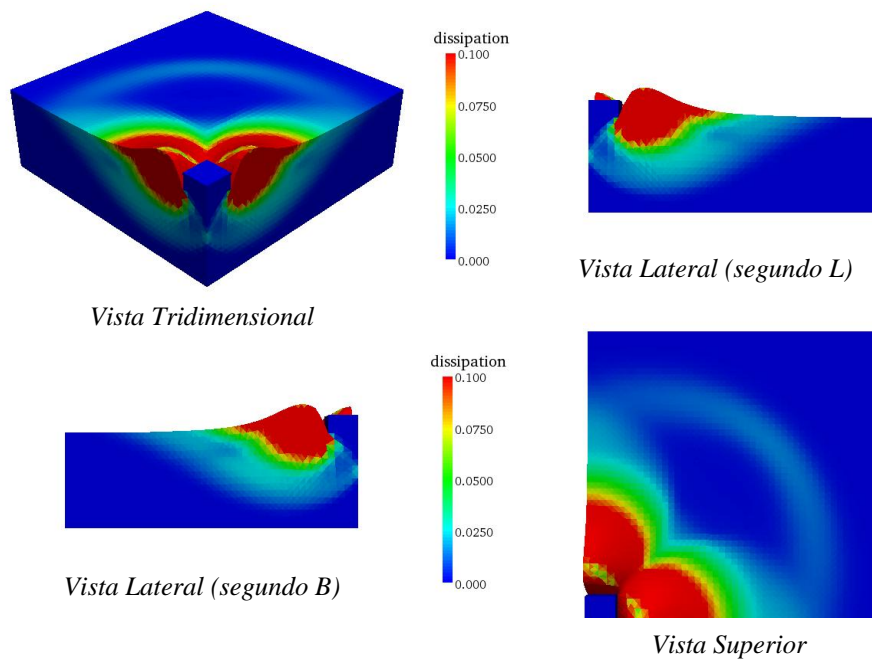


Figura 66. Dissipação e deformada para o caso $N_\gamma s_\gamma$, $L/B = 1,0$ e $\phi' = 45^\circ$.

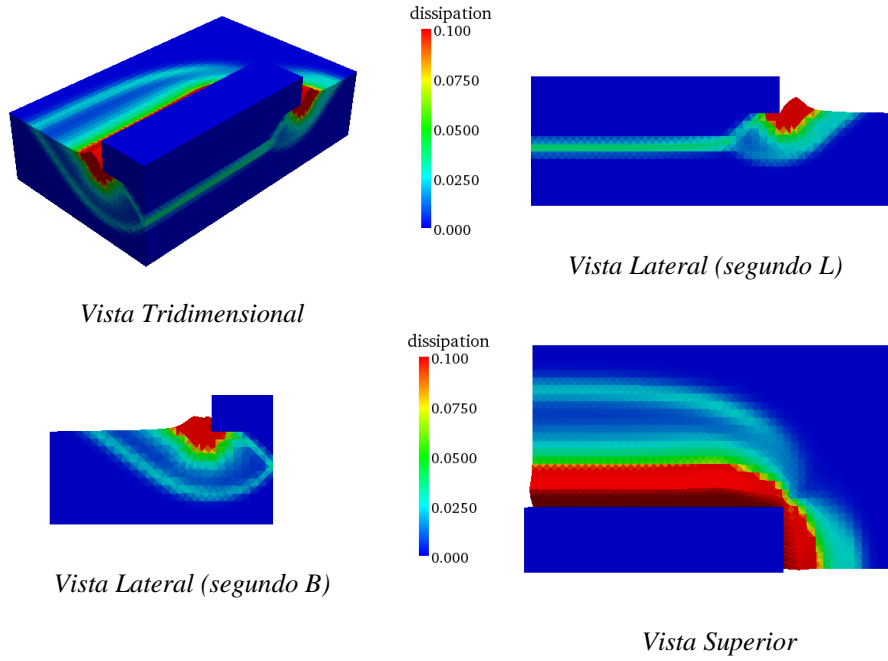


Figura 67. Dissipação e deformada para o caso $N_{\gamma} s_{\gamma}$, $L/B = 4,0$ e $\phi' = 20^\circ$.

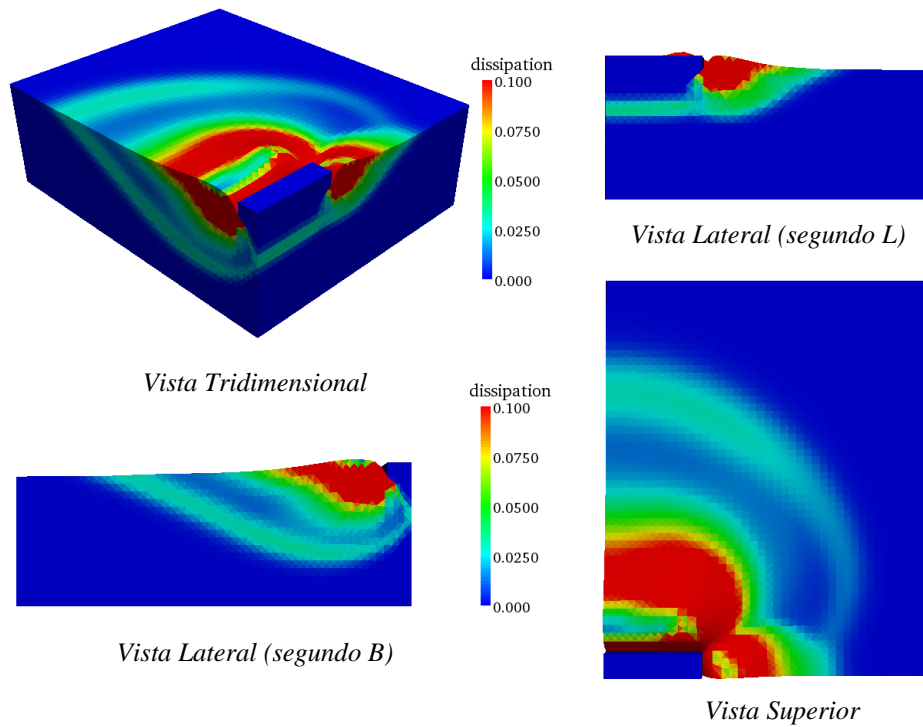


Figura 68. Dissipação e deformada para o caso $N_{\gamma} s_{\gamma}$, $L/B = 4,0$ e $\phi' = 45^\circ$.

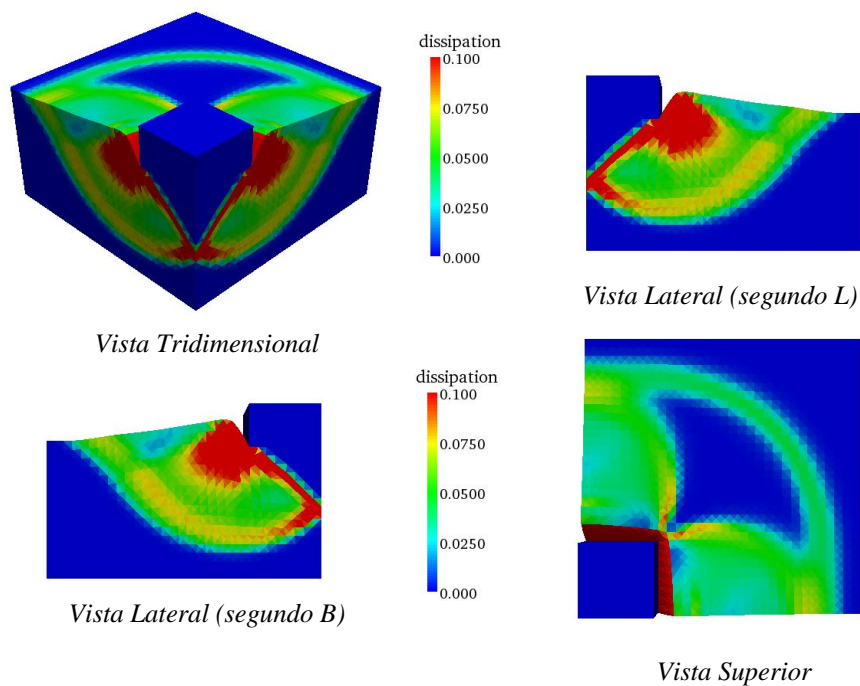
2. Carregamento Drenado: factor de forma - s_q 

Figura 69. Dissipação e deformada para o caso $N_q s_q$, $L/B = 1,0$ e $\phi' = 20^\circ$.

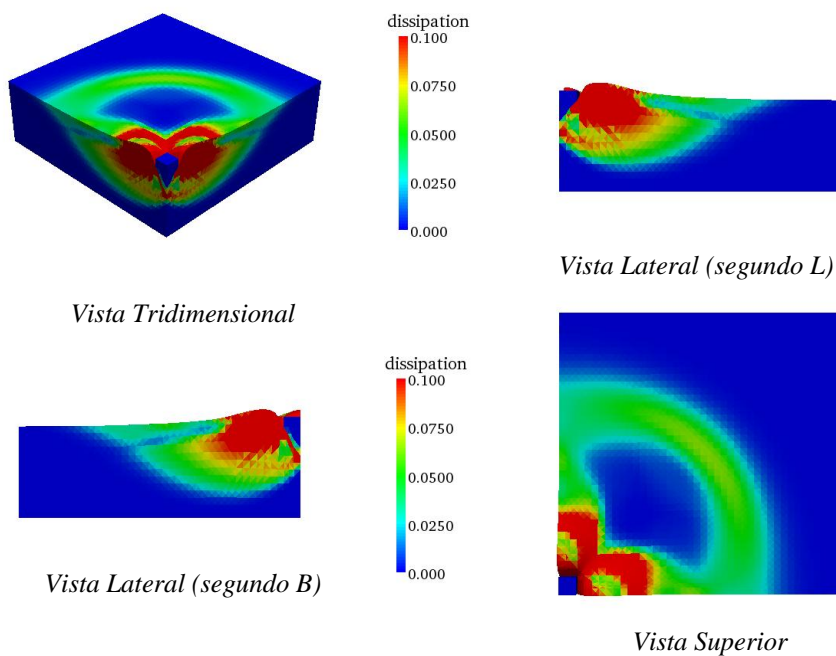


Figura 70. Dissipação e deformada para o caso $N_q s_q$, $L/B = 1,0$ e $\phi' = 45^\circ$.

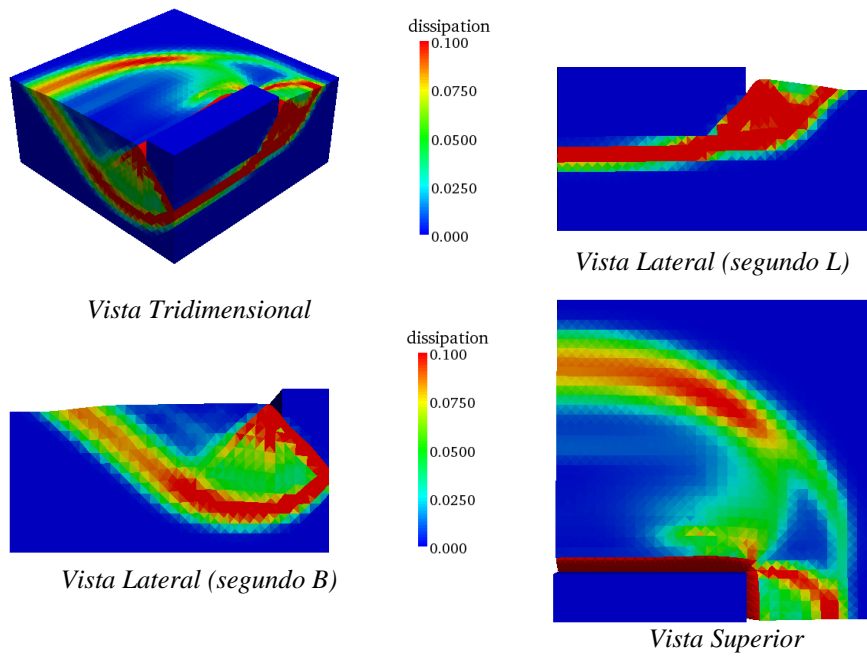


Figura 71. Dissipação e deformada para o caso N_{qsq} , $L/B = 4,0$ e $\phi' = 20^\circ$.

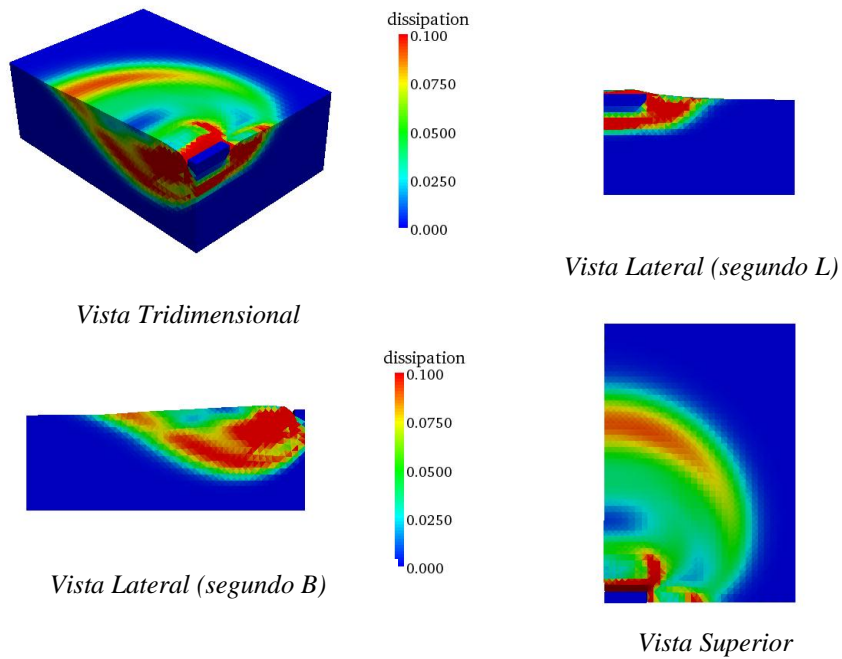


Figura 72. Dissipação e deformada para o caso N_{qsq} , $L/B = 4,0$ e $\phi' = 45^\circ$.

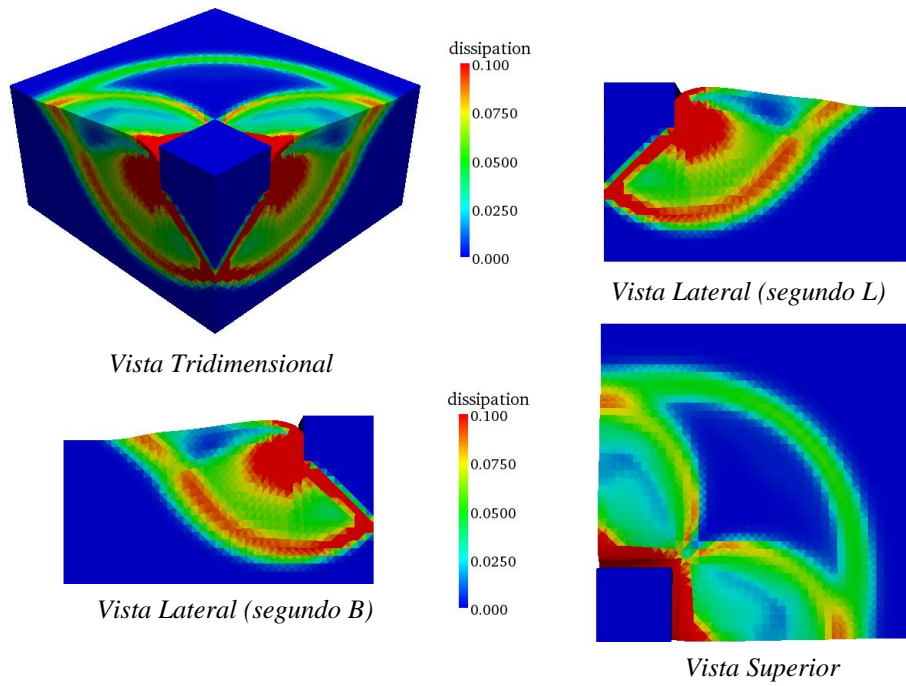
3. Carregamento Não-Drenado: factor de forma – d_q^* 

Figura 73. Dissipação e deformada para o caso d_q^* : $L/B = 1,0$, $D/B = 0,1$ e $\phi' = 20^\circ$.

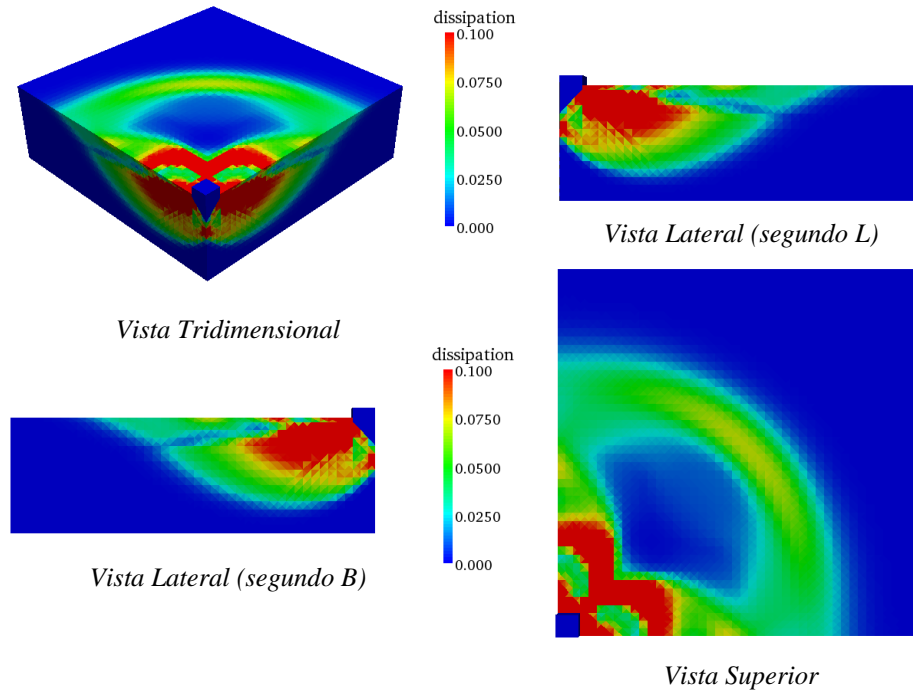


Figura 74. Dissipação e deformada para o caso d_q^* : $L/B = 1,0$, $D/B = 0,1$ e $\phi' = 45^\circ$.

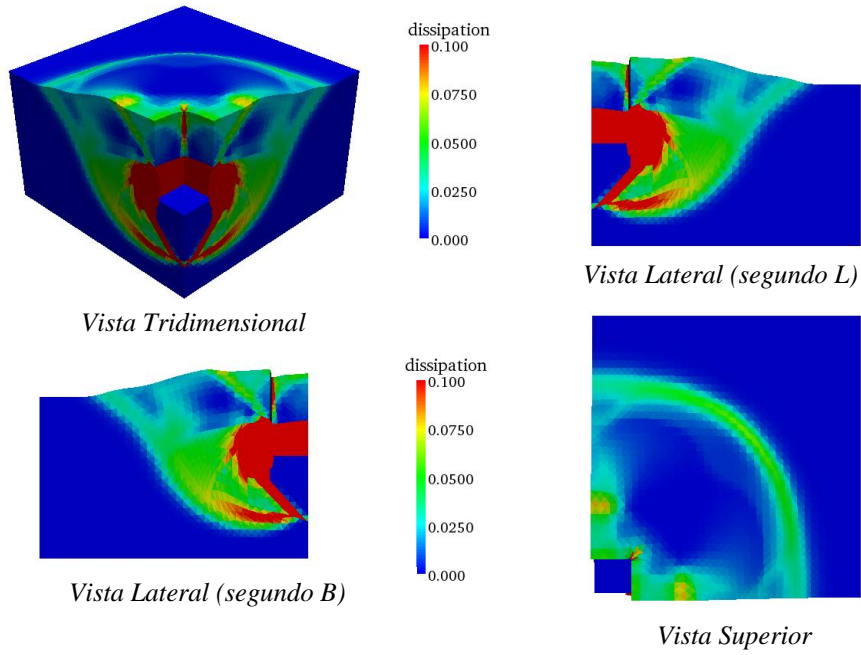


Figura 75. Dissipação e deformada para o caso d_q^* : $L/B = 1,0$, $D/B = 0,8$ e $\phi' = 20^\circ$.

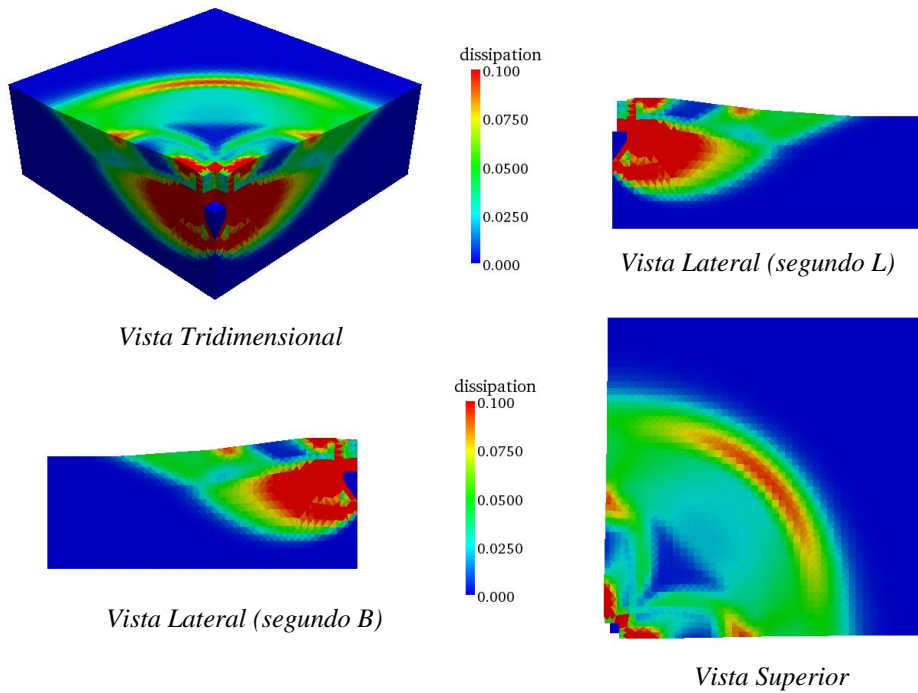


Figura 76. Dissipação e deformada para o caso d_q^* : $L/B = 1,0$, $D/B = 0,8$ e $\phi' = 45^\circ$.

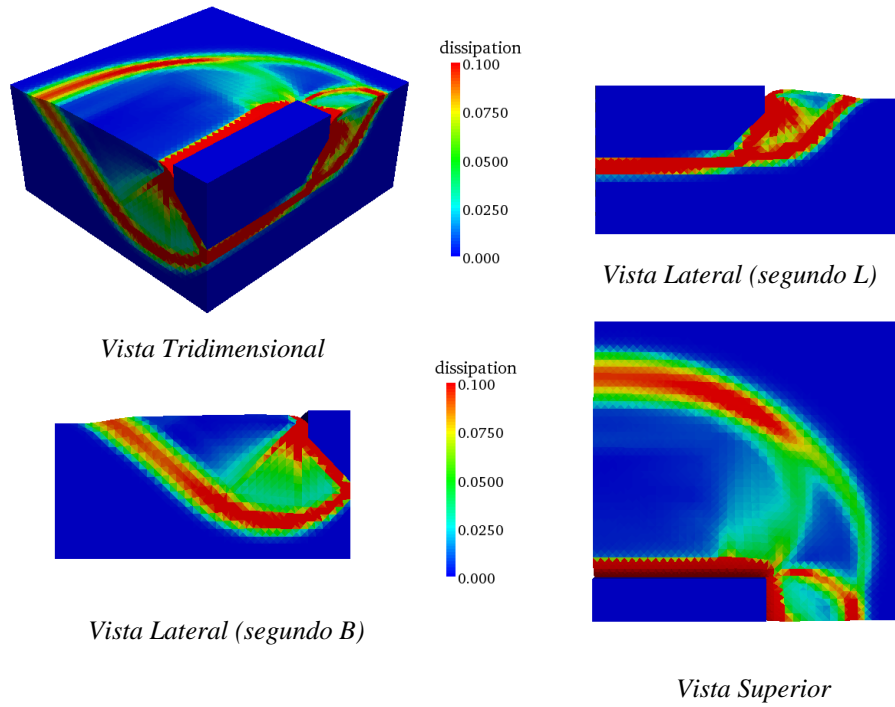


Figura 77. Dissipação e deformada para o caso d_q^* : $L/B = 4,0$, $D/B = 0,1$ e $\phi' = 20^\circ$.

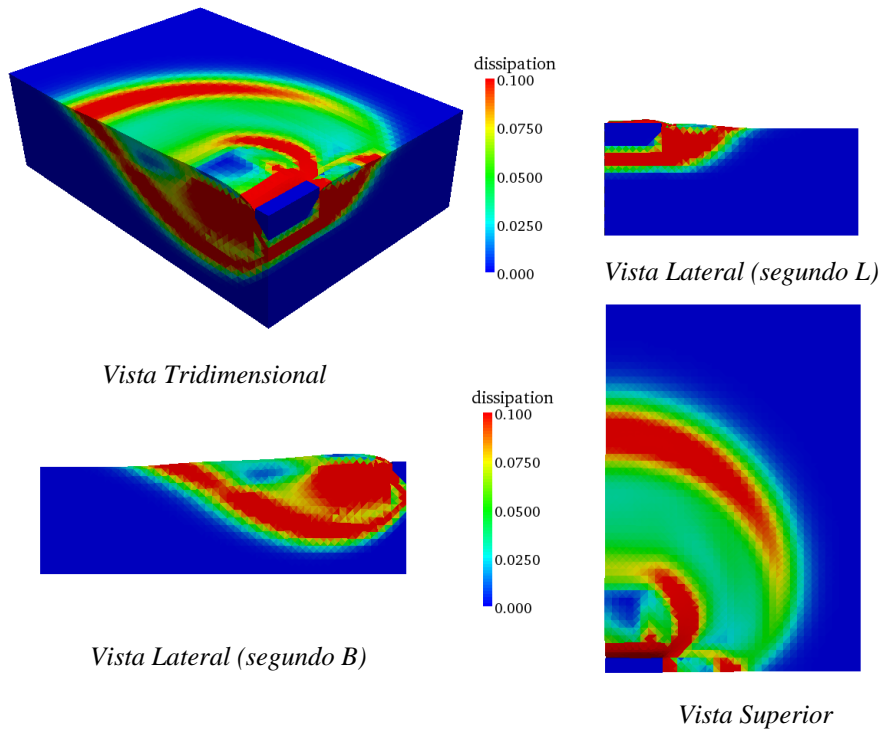


Figura 78. Dissipação e deformada para o caso d_q^* : $L/B = 4,0$, $D/B = 0,1$ e $\phi' = 45^\circ$.

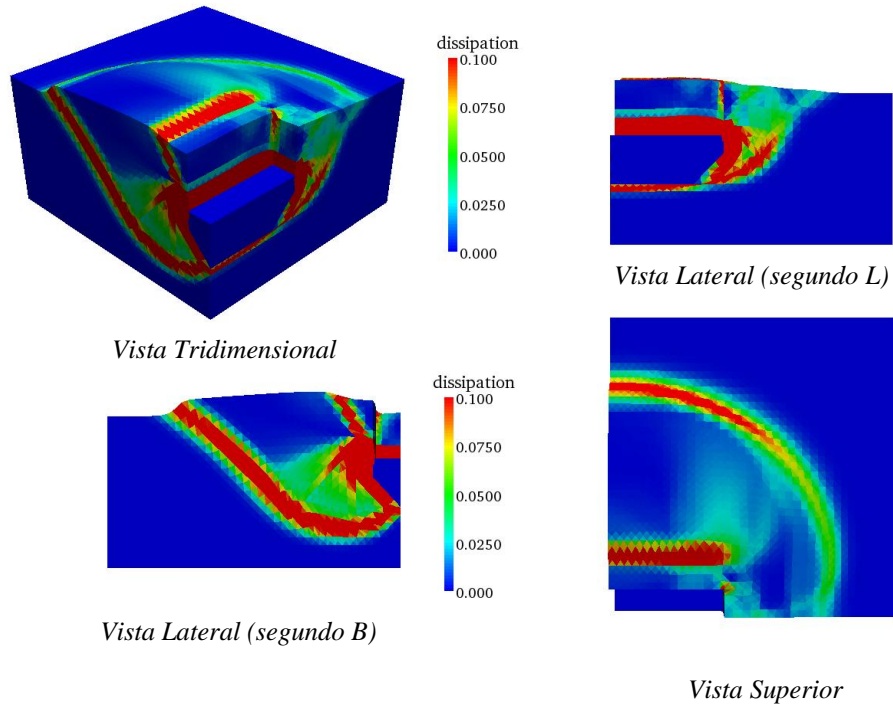


Figura 79. Dissipação e deformada para o caso d_q^* : $L/B = 4,0$, $D/B = 0,8$ e $\phi' = 20^\circ$.

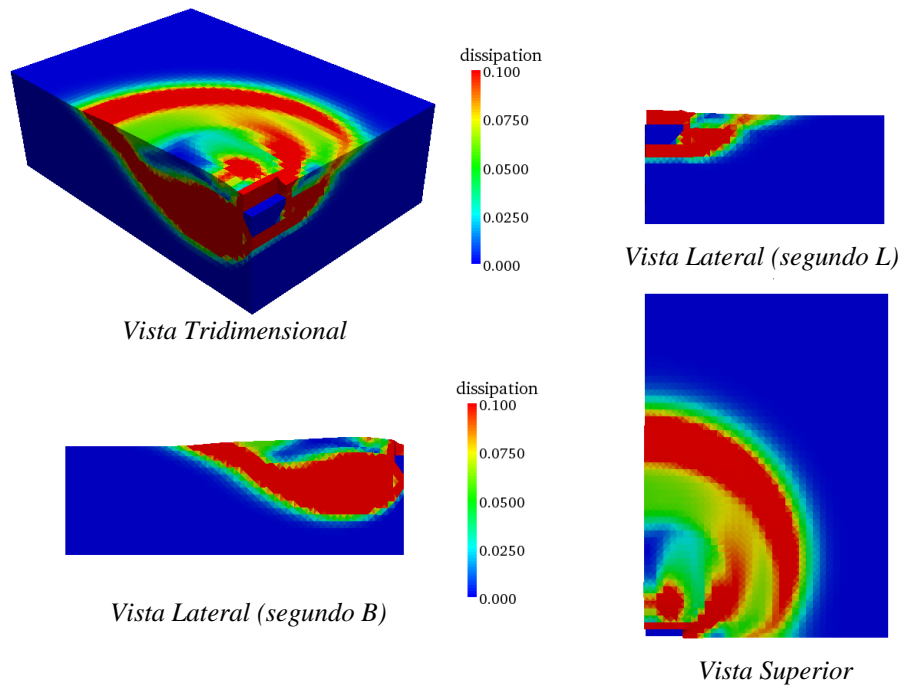


Figura 80. Dissipação e deformada para o caso d_q^* : $L/B = 4,0$, $D/B = 0,8$ e $\phi' = 45^\circ$.

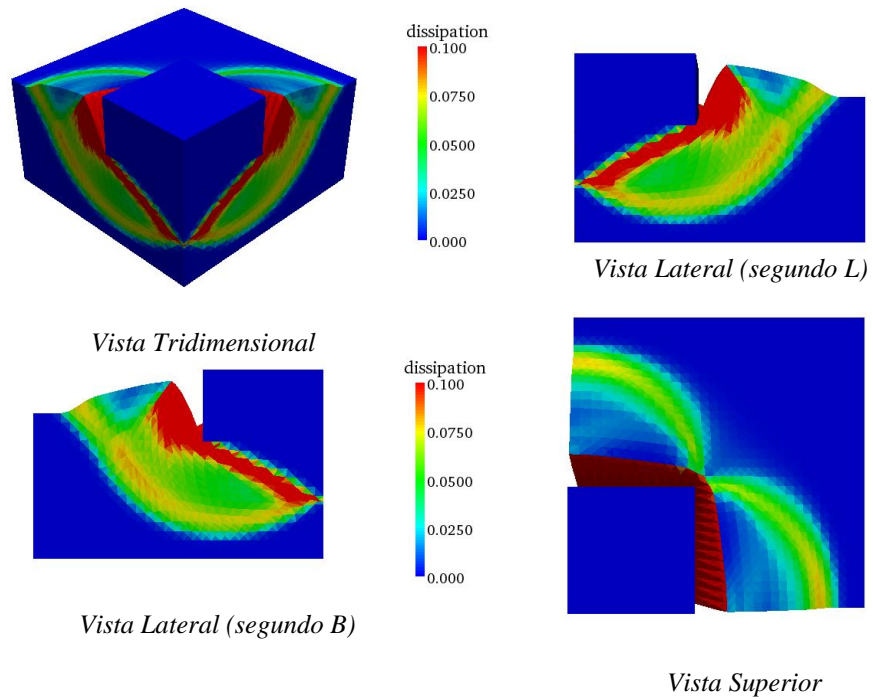
4. Carregamento Não-Drenado: factor de forma – s_c 

Figura 81. Dissipação e deformada para o caso $N_c s_c: L/B = 1,0$.

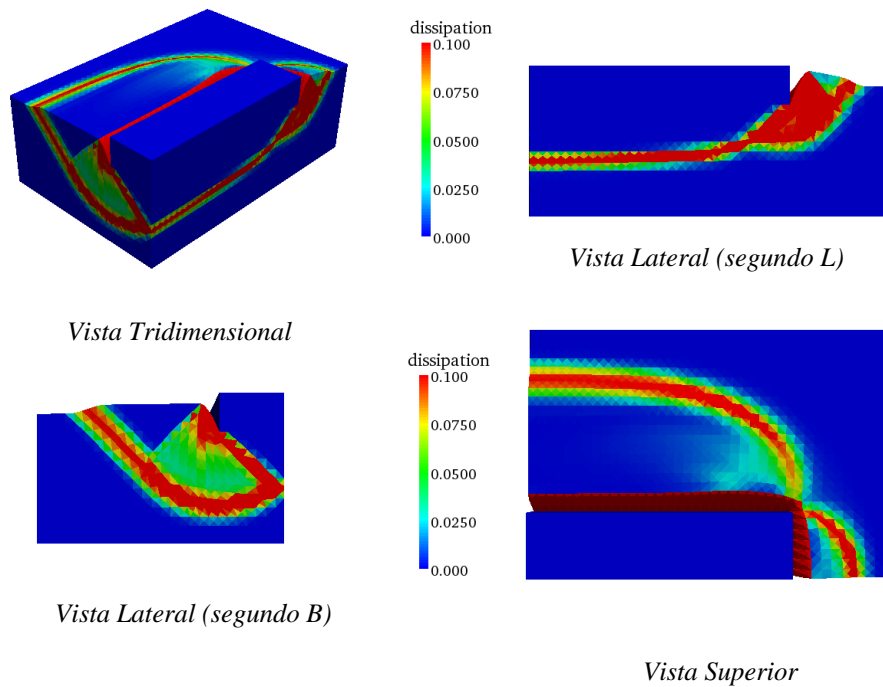


Figura 82. Dissipação e deformada para o caso $N_c s_c: L/B = 4,0$.