

UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA
Faculdade de Ciências e Tecnologia
Departamento de Engenharia Civil

**Encurvadura de colunas mistas aço-betão segundo o
Eurocódigo 4**

Por
Joana Luísa Andrade Moreira Carvalho

Dissertação apresentada na Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa para obtenção do grau de Mestre em Engenharia Civil (Estruturas e Geotecnia)

Orientador: Doutor Rodrigo Gonçalves

Júri: Doutor Corneliu Cismasiu (Presidente) e Doutor João Carlos Rocha de Almeida (Arguente)

Monte de Caparica

2010

Agradecimentos

Em primeiro lugar, gostaria de agradecer ao orientador desta dissertação, o Doutor Rodrigo Gonçalves, pelo apoio e disponibilidade totais, pelo aconselhamento e conhecimentos transmitidos ao longo da elaboração desta dissertação.

À Doutora Zuzana Dimitrovová, um agradecimento pela disponibilidade demonstrada no apoio à modelação com elementos finitos através do programa Ansys.

Ao André Rodrigues, um agradecimento especial, não só pelo apoio e sugestões, mas também pela ajuda indispensável que prestou na realização dos programas em Matlab.

Por fim, mas não com menos importância, quero agradecer à minha família que sempre me apoiou incondicionalmente no meu percurso académico.

UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA

Faculdade de Ciências e Tecnologia

(Solicita-se ao Presidente do Júri a entrega ao Secretariado das Provas deste documento assinado para devolução ao Conselho Científico)

PROVAS DE MESTRADO EM ENGENHARIA CIVIL - ESTRUTURAS E GEOTÉCNIA

NOME Joana Luísa Andrade Moreira Carvalho

DOCENTE DA FCT NÃO DOCENTE DA FCT

APTIDÃO PEDAGÓGICA E CAPACIDADE CIENTÍFICA

RELATÓRIO DA AULA _____

TRABALHO DE SÍNTESE _____

MESTRADO DE Engenharia Civil – Estruturas e Geotécnia

EQUIVALÊNCIA A MESTRADO DE _____

TÍTULO DA DISSERTAÇÃO “Encurvadura de colunas mistas segundo o Eurocódigo 4”

DOUTORAMENTO _____

EQUIVALÊNCIA DE DOUTORAMENTO _____

ÁREA DE _____

ESPECIALIDADE DE _____

TÍTULO DA DISSERTAÇÃO _____

PROVAS COMPLEMENTARES _____

AGREGAÇÃO EM _____

GRUPO DE DISCIPLINAS _____

LIÇÃO DE SÍNTESE _____

RELATÓRIO FINAL DA DISCIPLINA _____

RESULTADO DAS PROVAS 19 Valores

DATA 2010/ 11/ 25 Prof. Doutor Corneliu Cismasiu
Nome do Presidente do Júri

Corneliu Cismasiu
Assinatura

Não escrever nesta zona, reservado ao Conselho Científico:

Resumo

A construção mista aço-betão é uma área da Engenharia Civil em constante actualização, oferecendo diversas vantagens face à construção em betão armado e metálica. Existem vários regulamentos que tratam este tema, destacando-se o Eurocódigo 4. No presente trabalho aborda-se a verificação à encurvadura de colunas mistas segundo esta norma, incluindo o método simplificado e o geral.

São desenvolvidos dois programas de cálculo para a avaliação da resistência de secções mistas duplamente simétricas à flexão composta desviada. O primeiro considera que o comportamento dos materiais é rígido-plástico e o segundo elasto-plástico não-linear. Os programas são validados por comparação com resultados encontrados na bibliografia. Estes programas constituem uma ferramenta útil para Projectistas na avaliação da resistência deste tipo de secções.

Estuda-se a modelação numérica de colunas mistas, pelo método dos elementos finitos, recorrendo aos programas Adina e Ansys. Para além de exemplos de validação, apresenta-se um estudo original de uma coluna parcialmente betonada, o qual permite extrair conclusões e recomendações relativamente à aplicação das disposições regulamentares do Eurocódigo 4.

Abstract

Buckling of steel-concrete composite columns according to Eurocode 4

Steel-concrete composite construction is a field of Civil Engineering being permanently updated, offering various benefits over reinforced concrete and steel construction. There are several building codes dealing with this topic, of which Eurocode 4 stands out. The present work addresses buckle resistance verification of composite columns according to this standard, using both the simplified and general methods.

Two programs for the assessment of the resistance of doubly symmetric composite cross-sections under axial force and biaxial bending are developed. The first considers a rigid-plastic material behaviour and the second allows for a nonlinear elasto-plastic relation. The programs are validated by comparison with results found in the literature. These programs are a useful tool for Designers for the evaluation of these types of cross-sections resistance.

The finite element numerical modelling of composite columns, employing the Adina and Ansys programs, is discussed. Besides validation examples, an original case study is presented of a partially encased column, which makes it possible to extract conclusions and recommendations concerning the application of the Eurocode 4 rules.

Simbologia e notações

Latinas Maiúsculas

A_a área da secção transversal do perfil em aço

A_c área da secção transversal de betão

A_s área da secção transversal de armaduras

E_a módulo de elasticidade do aço em perfil

$E_{c,eff}$ módulo de elasticidade efectivo do betão

E_{cm} módulo de elasticidade secante do betão

E_{cd} valor de cálculo do módulo de elasticidade do betão

E_s valor de cálculo do módulo de elasticidade do aço em armaduras

$(EI)_{eff}$ rigidez efectiva para cálculo da esbelteza relativa

$(EI)_{eff,II}$ rigidez efectiva para análises de segunda ordem

I_a momento de inércia de aço em perfil

I_c momento de inércia de betão não fendilhado

I_s momento de inércia das armaduras

L comprimento da coluna

M momento flector

M_y momento flector segundo eixo y

M_z momento flector segundo eixo z

M_{Ed} valor de cálculo do momento flector actuante

M^I valor de cálculo do momento flector aplicado de primeira ordem

M^{II} valor de cálculo do momento flector aplicado de segunda ordem

$M_{pl,Rd}$ valor de cálculo do momento flector resistente plástico da secção

Simbologia e notações

M_{DRT} momento flector resistente determinado pelo programa em Matlab DRT

M_{EPNL} momento flector resistente determinado pelo programa em Matlab EPNL

N esforço axial

N_{Ed} valor de cálculo do esforço axial actuante

$N_{b,Rd}$ valor de cálculo do esforço axial resistente da coluna à encurvadura

N_{cr} carga crítica da coluna em compressão

$N_{cr,eff}$ carga crítica correspondente à rigidez de flexão efectiva

$N_{pl,Rd}$ valor de cálculo do esforço axial resistente

N_{DRT} esforço axial resistente determinado pelo programa em Matlab DRT

N_{EPNL} esforço axial resistente determinado pelo programa em Matlab EPNL

Latinas Minúsculas

b largura do perfil de aço

d diâmetro externo do perfil tubular

e excentricidade do esforço axial aplicado

e_0 máxima amplitude da imperfeição do elemento

f_{cd} valor de cálculo da tensão de rotura do betão à compressão

f_{ck} valor característico da tensão de rotura do betão à compressão aos 28 dias

f_{cm} valor médio da tensão de rotura do betão à compressão

f_{ctd} valor de cálculo da tensão de rotura betão à tracção simples

f_{sk} valor característico tensão de cedência do aço em armaduras

f_{sd} valor de cálculo da tensão de cedência do aço em armaduras

f_{yk} valor característico da tensão de cedência do aço em perfil

f_{yd} valor de cálculo da tensão de cedência do aço em perfil

h altura do perfil

k factor na lei constitutiva do betão; factor de amplificação para efeitos de segunda ordem

t espessura do perfil tubular de aço

r raio entre os banzos e alma de um perfil de aço

t_f espessura do banzo do perfil de aço

t_w espessura da alma do perfil de aço

Gregas

δ rácio de contribuição do aço em perfil

$\bar{\lambda}$ esbelteza relativa

α_M factor relativo à flexão em colunas mistas

β factor de momento uniforme equivalente

ϵ_c extensão do betão à compressão

ϵ_{c1} extensão do betão à compressão correspondente à tensão máxima f_{cm}

γ_C coeficiente parcial de segurança para o betão

γ_a coeficiente parcial de segurança para o aço em perfil

γ_s coeficiente parcial de segurança para o aço em armaduras

Índice de Matérias

Simbologia e notações	xi
Índice de Matérias	xv
Índice de Figuras	xvii
Índice de Quadros	xxi
1 Introdução	1
1.1 Considerações gerais	1
1.2 Revisão bibliográfica	5
1.2.1 Estudos gerais sobre colunas mistas	5
1.2.2 Estudos sobre colunas mistas sujeitas a esforço axial	6
1.2.3 Estudos sobre encurvadura de colunas mistas	8
1.2.4 Estudos sobre colunas mistas sujeitas a flexão composta recta	8
1.2.5 Estudos sobre colunas mistas sujeitas a flexão composta desviada	11
1.2.6 Estudos sobre colunas mistas sujeitas a encurvadura local	13
1.2.7 Estudos sobre secções assimétricas	14
1.3 Motivação	14
1.4 Objectivos	15
1.5 Organização da tese	15
2 Resistência à encurvadura de colunas mistas de acordo com o EC4	17
2.1 Introdução	17
2.2 Materiais	18
2.3 Métodos de análise	21
2.4 Resistência da secção	23
2.4.1 Resistência ao esforço axial	23
2.4.2 Resistência à flexão recta composta	24
2.4.3 Resistência à flexão desviada composta	27

Índice de Matérias

2.4.4	Programas em Matlab	28
2.5	Resistência do elemento	36
3	Modelação numérica	41
3.1	Introdução	41
3.1.1	Modelos unidimensionais	42
3.1.2	Modelos tridimensionais	44
3.1.3	Estudos sobre modelação de betão armado em Ansys	45
3.2	Programas de elementos finitos utilizados	46
3.2.1	Adina	46
3.2.2	Ansys	46
3.3	Exemplos de Validação	48
3.3.1	Coluna SHC-1	48
3.3.2	Viga C20Y0	52
4	Caso de estudo	57
4.1	Introdução	57
4.2	Método geral	60
4.3	Método simplificado	62
4.4	Análise de resultados	66
5	Conclusões e desenvolvimentos futuros	71
5.1	Conclusões	71
5.2	Desenvolvimentos futuros	74
A	Programas em Matlab	75
	Bibliografia	83

Índice de Figuras

1.1	Exemplos de construção de elementos mistos: colunas mistas (ainda não betonadas) e laje mista (adaptado de Gameiro, 2009).	2
1.2	Exemplos de secções (a) convencionais e (b) não-convencionais para colunas mistas.	4
1.3	Exemplos de edifícios construídos com colunas mistas: <i>First City Tower</i> (a) e <i>Two Union Square</i> (b) (fonte <i>Wikipedia</i>).	5
2.1	Secções típicas de colunas mistas (adaptado de EC4).	18
2.2	Valores máximos para d/t , h/t e b/t_f (adaptado de EC4).	19
2.3	Relação constitutiva para o betão (adaptado de EC2).	20
2.4	Relações constitutivas para o aço em armaduras (adaptado de EC2).	20
2.5	Limites para a camada de betão, c_z e c_y , em secções totalmente envolvidas (adaptado de EC4).	22
2.6	Efeito do confinamento em colunas circulares (adaptado de Hanswille, 2008).	24
2.7	Curva de interacção $N-M$ pelo método simplificado do EC4 para avaliação da resistência da secção (adaptado de EC4).	26
2.8	Curva M_y-M_z ($N = 0$), obtida considerando diagramas rectangulares de tensão (programa DRT, secção 2.4.4), e pelo método simplificado do EC4.	27
2.9	Superfícies de interacção $N-M_y-M_z$ para os exemplos 9.1 (a) e 9.2 (b) (Calado e Santos, 2010).	29
2.10	Discretização da secção pelo método das fibras e evolução da linha neutra na secção.	29
2.11	Dimensões dos exemplos de validação 9.1 e 9.2 (adaptado de Calado e Santos, 2010), medidas em mm.	30
2.12	Comparação entre curvas $N-M$, segundo eixo y (a) e z (b), obtidas pelo programa DRT e por Calado e Santos (2010).	31
2.13	Comparação entre curvas $N-M$, segundo os eixos y (a) e z (b), obtidas pelos programas DRT e EPNL.	33

Índice de Figuras

2.14	Comparação entre as curvas $N-M$, segundo eixo y (a) e z (b) obtidas pelos programa EPNL e pelos programas DRT.	34
2.15	Curvas de dimensionamento de colunas (adaptado de EC3).	37
2.16	Curvas de dimensionamento e imperfeições iniciais para colunas mistas (adaptado de EC4).	38
2.17	Tabela 6.3 para determinação dos valores de β (adaptado de EC4).	40
3.1	Exemplos de elementos finitos de barra, de placa, de casca e de volume (adaptado de Ansys, Inc., 2004).	42
3.2	Modelo de lei constitutiva do betão (adaptado de Adina, Inc., 2005).	47
3.3	Elemento <i>Solid65</i> utilizado na modelação em Ansys (adaptado de Ansys, Inc., 2004).	47
3.4	Geometria e carregamento da coluna SHC-1 (Bridge, 1976), medidas em mm.	48
3.5	Relações constitutivas utilizadas para o aço (a) e betão (b) por Bridge (1976).	49
3.6	Relações constitutivas utilizadas para o aço (a) e betão (b) por Pi <i>et al.</i> (2006b).	49
3.7	Relação constitutiva utilizada para o betão por Valipour e Foster (2010).	49
3.8	Modelo da coluna mista SHC-1 utilizado no programa Adina.	50
3.9	Coluna SHC-1: Resultados do modelo bidimensional (Adina) para estado plano de tensão, estado plano de deformação, e resultados obtidos por Bridge (1976) e Pi <i>et al.</i> (2006b) (a), e Valipour e Foster (2010) (b).	50
3.10	Modelo da coluna SHC-1 realizado em Ansys.	51
3.11	Coluna SHC-1: Resultados obtidos do modelo tridimensional (Ansys), com fendilhação activa, e resultados obtidos por Bridge (1976) e Pi <i>et al.</i> (2006b).	51
3.12	Coluna SHC-1: Resultados obtidos do modelo tridimensional (Ansys), com esmagamento e fendilhação desactivados, e resultados obtidos por Bridge (1976) e por Pi <i>et al.</i> (2006b) (a), e por Valipour e Foster (2010) (b).	52
3.13	Secção e distribuição de armaduras da viga C20Y0 (adaptado de Elghazouli e Treadway, 2008).	53
3.14	Modelo do ensaio realizado por Elghazouli e Treadway (2008).	53
3.15	Modelo tridimensional realizado em Ansys da viga C20Y0.	55
3.16	Viga C20Y0: Resultados obtidos do modelo tridimensional (Ansys) e por Elghazouli e Treadway (2008) e Piloto <i>et al.</i> (2009a).	55
4.1	Dimensões da coluna parcialmente betonada utilizada no caso de estudo.	59
4.2	Distribuição da armadura para cálculo da esbelteza da coluna mista, segundo o eixo y e z	59
4.3	Modelo de elementos finitos, em Ansys, para a coluna em estudo.	61
4.4	Aplicação dos esforços actuantes no caso de excentricidade vertical (a), M_y , e no caso de excentricidade horizontal (b), M_z , análise em Ansys.	61
4.5	Distribuição das tensões para cada posição da linha neutra segundo o eixo y	63
4.6	Distribuição das tensões para cada posição da linha neutra segundo o eixo z	63
4.7	Curvas de interacção $N-M_y$ para os resultados obtidos em Ansys e segundo o EC4, para o modelo com excentricidade vertical.	66

4.8	Curvas de interacção $N-M_y$ para os resultados obtidos em Ansys e segundo o EC4, para o modelo com excentricidade horizontal.	68
4.9	Aplicação do carregamento para o último caso estudado em Ansys.	69
4.10	Curvas de interacção $N-M_y$ para os resultados obtidos em Ansys e segundo o EC4, para a coluna contraventada e não-contraventada.	69
A.1	Malha de fibras e evolução do posicionamento da linha neutra na secção. . .	76
A.2	Espaçamentos da malha segundo o eixo y e o eixo z	76
A.3	Coordenadas em relação ao centro de gravidade, no sistema de eixos ortogonal e no sistema de eixos rodado.	77
A.4	Distribuição de tensões segundo o programa DRT.	77
A.5	Distância à linha neutra no programa DRT.	78
A.6	Distribuição de deformações e tensões segundo o programa EPNL.	79
A.7	Posições adicionais a percorrer pela linha neutra, no programa EPNL. . . .	79
A.8	Interface gráfica realizada para os programas em Matlab (introdução dos dados necessários).	80
A.9	Interface gráfica realizada para os programas em Matlab (obtenção de resultados).	81
A.10	Interface gráfica realizada para os programas em Matlab (obtenção de resultados).	81

Índice de Quadros

2.1	Valores de resistência de secção obtidos para o exemplo 9.1 (Calado e Santos, 2010).	30
2.2	Valores de resistência da secção obtidos por para o exemplo 9.2 (Calado e Santos, 2010).	31
2.3	Valores obtidos para a resistência da secção, para o exemplo 9.1 (Calado e Santos, 2010), pelos programas DRT e EPNL.	32
2.4	Valores obtidos para a resistência da secção, para o exemplo 9.2 (Calado e Santos, 2010), pelos programas DRT e EPNL.	32
2.5	Valores obtidos, pelo programa EPNL, para a resistência do betão e do aço em perfil, separadamente.	32
2.6	Diferenças entre os valores obtidos, pelo programa EPNL, para a resistência do betão e aço em perfil em relação ao momento total da secção mista. . .	33
3.1	Dimensões do perfil HEA200 adoptado para a viga C20Y0 (adaptado de Elghazouli e Treadway, 2008), medidas em mm.	53
3.2	Características do betão utilizado para a viga C20Y0.	54
3.3	Características para o aço em perfil e aço em armaduras para a viga C20Y0 (Elghazouli e Treadway, 2008).	54
3.4	Momentos resistentes plásticos para a viga C20Y0.	55
4.1	Características da coluna parcialmente betonada modelada.	59

Capítulo 1

Introdução

1.1 Considerações gerais

Considera-se elemento misto, no âmbito deste trabalho, aquele em que um perfil em aço e uma secção em betão (geralmente armado), trabalham em conjunto, isto é, em que se garante uma interacção eficaz entre os dois materiais, por norma através de adesão mecânica (conectores). Os elementos mistos englobam colunas, vigas e lajes, sendo as vigas e lajes mistas (ver figura 1.1) os elementos mais utilizados e estudados, especialmente em Portugal (Taranath, 1998; Rodrigues, 2008). De facto, estes foram os primeiros tipos de elementos mistos aplicados, tendo sido desenvolvidos para pontes, acabaram por ser rapidamente adoptados em edifícios também (SSEDTA, 2001).

A combinação entre aço e betão neste tipo de elementos oferece algumas vantagens significativas (SSEDTA, 2001):

- o betão é eficiente para esforços de compressão e o aço para esforços de tracção (e também de compressão);
- o betão mitiga os fenómenos de encurvadura local dos perfis de aço;
- o betão pode providenciar a protecção necessária contra o fogo e a corrosão dos componentes metálicos;
- o aço confere mais ductilidade à estrutura;

Elementos mistos são vulgarmente combinados com elementos metálicos ou em betão armado. Nestes casos uma estrutura diz-se híbrida (Galambos, 1998), ou então, segundo Calado e Santos (2010), que a tecnologia de construção é mista, isto é, a estrutura é resultante da união de elementos constituídos por diferentes materiais: aço, betão armado, mistos ou outros. Um exemplo típico de aplicação consiste na utilização de colunas mistas como sistema de resistência ao sismo e outras cargas laterais em conjunto com lajes, vigas e pilares em betão armado, ou então de lajes e vigas mistas aplicadas juntamente com pilares de betão armado (Galambos, 1998).

O grande potencial económico da construção mista, face à construção em betão armado, reside nas menores dimensões dos elementos (para a mesma capacidade de carga), assim como na sua rápida execução. Existe ainda a vantagem da redução do



Figura 1.1: Exemplos de construção de elementos mistos: colunas mistas (ainda não betonadas) e laje mista (adaptado de Gameiro, 2009).

peso dos elementos estruturais, o que viabiliza, por exemplo, a colocação de pisos adicionais relativamente a um edifício de betão armado com o mesmo peso. A presença do aço em perfil contribui para o aumento da ductilidade da estrutura. A execução rápida de estruturas mistas deve-se à possibilidade de construir primeiro o esqueleto metálico das mesmas, servindo este, muitas vezes, de apoio, contraventamento e cofragem. A adaptabilidade destas estruturas permite-lhes, igualmente, serem modificadas mesmo durante o período de serviço da estrutura (SSEDTA, 2001; Calado e Santos, 2010).

Face à construção metálica, a presença de betão nos elementos mistos, além de conferir um aumento da sua resistência, fornece geralmente a protecção à corrosão e ao fogo necessária, assim como contribui para mitigar fenómenos de encurvadura.

A construção mista surgiu aproximadamente entre o final do século XIX e o início do século XX, mostrando logo nas primeiras aplicações ser uma combinação eficaz entre os dois materiais, que oferece novas vantagens na concepção de estruturas. As suas primeiras aplicações foram: a ponte *Rocks Rapids* no Iowa e o edifício *Methodist* em Pittsburg, nos Estados Unidos da América, no ano de 1894 (Nethercot, 2003; Queiroz, 2003). Porém, segundo Nethercot (2003), a sua prática tornou-se mais comum apenas após a segunda guerra mundial e o seu progresso tem sido especialmente rápido nos últimos 20 anos, sendo ainda uma área em constante evolução. Em países onde a construção metálica é habitual, como por exemplo na Inglaterra, a construção mista é frequentemente utilizada, especialmente em edifícios de altura considerável.

O interesse crescente neste tipo de estruturas impulsionou vários estudos, especialmente na Europa e Estados Unidos da América. A acumulação de conhecimentos sobre elementos mistos providenciou as bases para os primeiros regulamentos sobre este tipo de construção, em particular para edifícios, com o *New York City Building Code* de 1930. Hoje em dia existem diversos regulamentos disponíveis para o dimensionamento de elementos mistos, sendo um dos mais actuais e completos o Eurocódigo 4 (CEN, 2004), doravante designado simplificada e apenas por EC4. Este inclui o dimensionamento de lajes, vigas, colunas e ligações mistas e será o regulamento tratado no presente trabalho.

Entende-se por coluna mista a peça linear que está sujeita principalmente a esforços de compressão, constituída por, pelo menos, um perfil metálico e uma secção em betão,

podendo este ser armado ou não. Para que a acção dos dois materiais possa ser considerada conjunta não pode existir deslocamento relativo significativo entre o aço em perfil e o betão armado.

As primeiras aplicações de colunas mistas tencionavam providenciar protecção contra o fogo utilizando o betão apenas para proteger a coluna metálica (Nethercot, 2003; Calado e Santos, 2010). Posteriormente, o betão começou a ser igualmente contabilizado na resistência da secção, verificando-se que a sua contribuição era significativa.

Em vários edifícios de grande porte, as colunas mistas são utilizadas nos pisos inferiores, enquanto que nos pisos superiores a estrutura seria metálica, prolongando apenas os perfis em aço (Galambos, 1998). Em estruturas situadas em zonas sísmicas, são utilizadas como parte integrante dos sistemas estruturais resistentes ao sismo e cargas laterais (Cosenza *et al.*, 1998). Podem ser igualmente utilizadas como elementos de transição entre colunas de betão armado e colunas em aço.

Segundo Galambos (1998), embora as colunas mistas possam ser utilizadas em qualquer estrutura, é nos edifícios altos que os seus benefícios são mais aliciantes. No caso de edifícios de pequeno a médio porte, além de não serem necessários geralmente elementos de elevada resistência, existem vários factores que agravam o custo da solução estrutural mista, tais como por exemplo, no caso de aplicação colunas envolvidas em betão, a necessidade de cofragens para as betonar *in situ*, colocando-se ainda a necessidade de execução de ligações entre estes elementos e os restantes. No caso de colunas preenchidas com betão, o aumento do custo deve-se igualmente às ligações entre elementos, que neste caso são dificultadas pela geometria das secções (especialmente no caso de secções circulares), assim como o custo adicional da protecção ao fogo e à corrosão.

Existem vários tipos de secções para colunas mistas, sendo usual empregar a seguinte classificação (ver figura 1.2 (a)): (i) secções totalmente envolvidas em betão, (ii) secções parcialmente envolvidas em betão e (iii) perfis tubulares preenchidos com betão. Os dois primeiros tipos são geralmente compostos por um perfil metálico aberto (I ou H especialmente) rodeado por betão, e o segundo tipo de secções, por um perfil metálico oco (RHS ou CHS) preenchido com betão. O betão utilizado é normalmente armado, mas pode, por vezes, dispensar-se armadura, nomeadamente no último tipo de secções. Mais raramente, são aplicados certos tipos de secção não-convencionais, tais como (ver figura 1.2 (b)):

1. secções constituídas pelos dois tipos mais comuns de secções (Kuranovas e Kvedaras, 2007);
2. secções hexagonais constituídas por dois perfis em I ou H cruzados;
3. secções compostas por um perfil metálico tubular com núcleo em aço maciço (Hanswille, 2008);
4. secções compostas por um perfil metálico tubular com núcleo vazado (Kuranovas e Kvedaras, 2007).

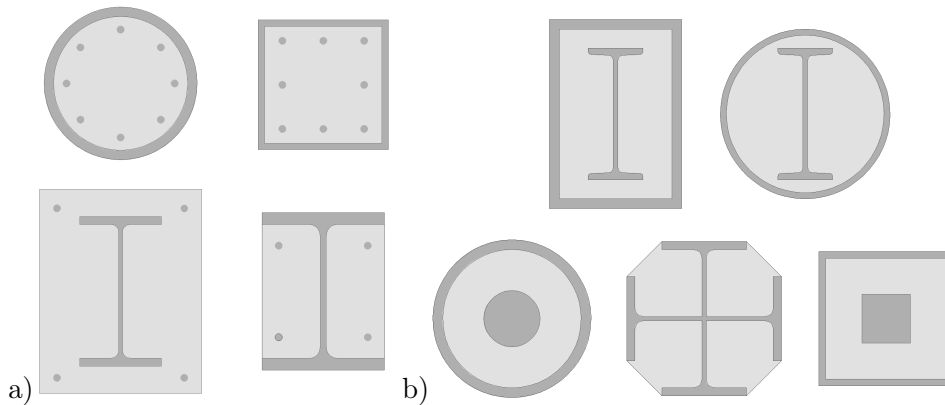


Figura 1.2: Exemplos de secções (a) convencionais e (b) não-convencionais para colunas mistas.

Porém, os casos de utilização dos tipos de secções não-convencionais são ainda escassos, pois o tema é insuficientemente abordado na literatura e os regulamentos actuais não contêm regras para o seu dimensionamento.

Os vários tipos de secções convencionais apresentam vantagens e desvantagens distintas. Nas colunas constituídas por perfis tubulares, o efeito de confinamento provoca um aumento na resistência do betão, especialmente em secções circulares, devido à tensão radial que se gera com a aplicação de cargas na coluna. No entanto, têm a desvantagem de requerer protecção contra o fogo, uma vez que o perfil metálico não está protegido pelo betão, além da encurvadura local não estar impedida. Por outro lado, as secções compostas por perfis metálicos abertos, quando totalmente envolvidas em betão, preenchem geralmente os pré-requisitos de protecção contra o fogo e os efeitos de encurvadura local do perfil metálico podem ser desprezados, mas necessitam de cofragem. Caso sejam parcialmente betonadas, a protecção ao fogo também tem de ser aplicada, mas neste caso existe a vantagem de poderem ser pré-fabricadas, permitindo aumentar a rapidez de construção.

As secções totalmente ou parcialmente betonadas foram, como já foi referido, o primeiro tipo de colunas mistas utilizado. No entanto, hoje em dia, essencialmente devido ao facto de dispensarem cofragem e de apresentarem qualidades estéticas (Nethercot, 2003; Calado e Santos, 2010), as secções preenchidas com betão tornaram-se mais populares.

Segundo Galambos (1998), o edifício *First City Tower*, situado em Houston (ver figura 1.3 (a)), Estados Unidos da América, é um exemplo de aplicação de colunas mistas, sendo utilizadas colunas preenchidas com betão no perímetro do edifício. Outro exemplo conhecido de aplicação de colunas mistas é o edifício *Two Union Square*, situado em Washington (ver figura 1.3 (b)), Estados Unidos da América, onde são utilizadas secções envolvidas em betão bem como preenchidas com betão, nos cantos da estrutura (Galambos, 1998).

Por fim, o edifício Burgo, no Porto, é um exemplo recente da aplicação de colunas mistas em Portugal. As lajes do edifício são fungiformes de moldes recuperáveis, apoiadas num núcleo de betão armado e em pilares de betão e mistos, de secção total-



Figura 1.3: Exemplos de edifícios construídos com colunas mistas: *First City Tower* (a) e *Two Union Square* (b) (fonte *Wikipedia*).

mente envolvida em betão (Rodrigues, 2008).

1.2 Revisão bibliográfica

A bibliografia que serviu como base à execução deste trabalho foi, além do próprio EC4 (e restantes eurocódigos: EN1992-1-1, abreviadamente designado por EC2, e EN1993-1-1, designado simplificadaamente por EC3), os livros de Calado e Santos (2010) e de Jonhson e Anderson (2004). No entanto, para um melhor entendimento do estado da arte relativamente a colunas mistas, nas próximas secções faz-se referência a alguns dos estudos mais importantes relativos a esse tema: experimentais, teóricos e numéricos.

1.2.1 Estudos gerais sobre colunas mistas

Cosenza *et al.* (1998) avaliaram a utilização de colunas mistas, referiram várias vantagens e desvantagens de cada tipo de secção e exploraram alguns dos problemas presentes neste tipo de elementos. São também apresentadas e discutidas as regras de várias normas para o dimensionamento de colunas mistas, entre elas o EC4, bem como as primeiras formulações e princípios que, juntamente com estudos experimentais, lhes deram origem.

Os autores abordaram igualmente a influência do tipo de ligações na distribuição de esforços na estrutura, assim como a influência destas no comportamento da estrutura. Por fim, são referidos alguns ensaios experimentais realizados sobre colunas mistas.

Saw e Liew (2000) apresentaram uma perspectiva geral sobre alguns dos regulamentos existentes para o dimensionamento de colunas mistas, entre eles o EC4 (e também o BS5400-Parte 5 e AISC-LRFD). Do estudo efectuado, resulta uma comparação entre os resultados fornecidos pelas várias normas para vários tipos de secções.

Verificaram-se diferenças mais significativas no valor de esforço axial resistente nas colunas circulares preenchidas com betão que, segundo Saw e Liew (2000), se devem ao método para consideração do efeito de confinamento que cada regulamento propõe. As

discrepâncias acentuam-se no estudo à flexão composta para todas as colunas, especialmente quando a flexão ocorre segundo o eixo de menor inércia, verificando-se de novo que as secções tubulares são aquelas que apresentam diferenças mais significativas.

Os resultados obtidos segundo cada regulamento são também comparados com resultados experimentais obtidos por outros autores. Observou-se que os valores fornecidos pelos regulamentos estavam, de um modo geral, em boa conformidade e eram sempre inferiores aos obtidos em ensaios experimentais. Por fim, o EC4 foi considerado o mais adequado, tendo em conta a sua facilidade de aplicação e maior abrangência.

Shanmugam e Lakshmi (2001) apresentaram uma revisão muito completa sobre os estudos analíticos e experimentais realizados sobre colunas mistas, assim como compilaram vários ensaios realizados e os parâmetros estudados em cada caso. Foram abordados temas como: o comportamento de colunas compactas e esbeltas, a utilização de aço de alta resistência, o efeito da encurvadura local, o confinamento do betão, o comportamento sísmico, a ductilidade, a resistência ao corte, a interacção entre betão e aço e os efeitos a longo prazo.

Foi efectuada também uma comparação entre colunas mistas e colunas de aço, verificando-se que a ocorrência de encurvadura local é menor nas colunas mistas além de a sua resistência ser mais elevada. Por fim foram referidas as abordagens adoptadas nos regulamentos ACI 318-89, AISC-LRFD, AIJ, BS 5400 e EC4 e as diferenças entre estes.

1.2.2 Estudos sobre colunas mistas sujeitas a esforço axial

Han (2001) ensaiou 24 colunas rectangulares preenchidas com betão sujeitas a esforço axial, sendo os parâmetros considerados no estudo: (i) o factor de constrangimento dado por $A_a f_{yk} / A_c f_{ck}$ (sendo A_a e A_c as áreas para o aço em perfil e betão, respectivamente), que representa a relação entre a resistência do perfil de aço e a do betão, (ii) a relação entre altura e largura do tubo h/b , (iii) e a ductilidade, que é avaliada através do índice $\epsilon_{85\%} / \epsilon_u$ (sendo ϵ_u a extensão última e $\epsilon_{85\%}$ a extensão quando o esforço axial aplicado é igual a 85% de $N_{pl,Rd}$). Os perfis em aço utilizados são soldados, sendo posteriormente betonados para o ensaio, variando a esbelteza h/t (sendo t a espessura da chapa) destas de 21 a 49. Por sua vez, o factor de constrangimento varia de 0,5 a 1,3, a relação h/b entre 1,0 e 1,75, e o comprimento utilizado para todos os elementos foi o triplo da maior dimensão da secção.

Observou-se que tanto o factor de constrangimento como a relação entre a largura e altura têm uma influência preponderante na resistência à compressão e na ductilidade. Assim, quanto maior o factor de constrangimento, maior a resistência à compressão do betão confinado e maior a ductilidade da coluna. O trabalho teve também como objectivo a reunião de ensaios sobre secções preenchidas com betão e a comparação entre os resultados obtidos experimentalmente com as provisões fornecidas por vários regulamentos (AISC-LRFD, AIJ, GJB4142-2000 e EC4).

Verificou-se igualmente que os regulamentos prevêm conservadoramente a capacidade resistente de colunas mistas e que o modo típico de rotura é por encurvadura local no sentido exterior do tubo. A capacidade resistente das colunas ensaiadas foi

também calculada utilizando os diferentes regulamentos referidos, sendo os factores de segurança considerados iguais à unidade. Demonstrou-se que a resistência destas colunas mistas é subestimada em cerca de 10% em todos eles.

Szmigiera (2007) realizou um estudo experimental em colunas envolvidas em betão sujeitas à compressão, de modo a avaliar a forma como a resistência do betão e aplicação do carregamento podiam influenciar o comportamento da coluna e a sua capacidade resistente. Foram testadas 16 colunas e um perfil metálico, igual ao utilizado nos elementos mistos, de modo a avaliar a influência do revestimento de betão na resistência da coluna. Foi igualmente estudada a importância de reforçar a zona de aplicação do carregamento para aumentar a resistência da secção. Foram consideradas duas formas de carregamento: o esforço axial aplicado em toda a secção mista ou apenas aplicado ao perfil de aço. Utilizaram-se betões de classes diferentes, desde C12/15 a C45/55, tendo o aço estrutural uma tensão de cedência de 282 MPa e o aço para armaduras e chapas (utilizadas no reforço posterior) de 317 MPa.

Os resultados obtidos dos ensaios foram comparados com modelos de elementos finitos, utilizando o programa ABAQUS, para duas das colunas estudadas no trabalho. Observou-se que o aumento da classe de betão, embora aumente a resistência da coluna, não altera o seu modo de rotura. No entanto, a extensão da zona de esmagamento do betão é influenciada, diminuindo se a classe aumentar. De igual forma, comprovou-se que o método de carregamento afecta a capacidade resistente do elemento e o seu modo de rotura: nos elementos em que o carregamento era aplicado no perfil de aço, este projectava a camada de betão para o exterior, causando maiores danos do que nos casos em que o carregamento era aplicado a toda a secção mista.

Posteriormente, foram ensaiadas colunas mistas cuja zona de aplicação de cargas foi reforçada com recurso a fibras de aço envolvidas no betão, observando-se que este reforço contribuiu, em média, para um aumento da capacidade resistente da coluna de aproximadamente 30%. Dado que os resultados foram bastante encorajadores, foram testadas novamente três colunas já ensaiadas, reparando a zona de aplicação de carga destruída pelo esmagamento no betão e, tal como no caso anterior, verificou-se um aumento significativo da capacidade resistente destas colunas num segundo ensaio.

Liang e Fragomeni (2009) efectuaram um estudo para avaliar o efeito do confinamento em colunas preenchidas com betão de resistência normal e de elevada resistência e utilizando aço também de resistência normal ou de alta resistência, em colunas compactas sujeitas a carregamento axial. Foi criado um modelo numérico com base no método das fibras para avaliar o comportamento destas colunas. Foram avaliados os seguintes parâmetros: esbelteza da parede do perfil, resistência do aço, resistência do betão, ductilidade e contribuição de cada um dos materiais separadamente na resistência da secção. Desta forma, o estudo incluiu secções tubulares em que foram utilizados: aço de resistência normal preenchido com betão também de resistência normal, aço de resistência normal preenchido com betão de alta resistência, aço de alta resistência preenchido com betão de resistência normal e, por fim, aço e betão de alta resistência.

Os autores observaram que vários modelos já existentes que incluem o efeito de confinamento foram desenvolvidos assumindo que o betão e aço utilizados se inseriam

nas classes habituais, demonstrando-se que sobrestimam a capacidade de confinamento no caso de betões ou aços de alta resistência. Desta forma, foi proposto um modelo que tem em conta a utilização de materiais de classe de resistência elevada.

Os resultados obtidos pelo modelo numérico foram comparados com resultados experimentais, observando-se uma boa concordância entre os valores. Verificou-se igualmente que o aumento da esbelteza da parede provoca uma diminuição na capacidade resistente da coluna e na sua ductilidade. O aumento da classe de betão provoca um aumento da resistência da secção, mas diminui a ductilidade da coluna. Por fim, observou-se que o aumento da classe de aço aumenta a capacidade resistente da coluna, sem perda significativa na ductilidade.

1.2.3 Estudos sobre encurvadura de colunas mistas

Kato (1996) abordou o comportamento de colunas mistas sujeitas a esforço axial de compressão, obtendo curvas de encurvadura $N_{test}-\bar{\lambda}$ (sendo N_{test} o valor da carga máxima experimental) para secções preenchidas com betão circulares e rectangulares assim como para secções totalmente betonadas, incluindo ou não armadura de reforço longitudinal. Os resultados são comparados com as provisões fornecidas pelas normas ISO para estruturas de aço, sendo modificadas para estruturas mistas.

Relativamente às colunas circulares preenchidas com betão, os parâmetros variados são o diâmetro da coluna (de 25,4 a 267,4 mm), a classe de aço (de 275 a 682 MPa) e também a classe do betão (20,3 a 66,2 MPa). Verificou-se que os resultados obtidos experimentalmente são superiores aos calculados pelo método referido. A curva b (do EC3/EC4) é adequada a este tipo de colunas, sendo a utilizada no cálculo. Posteriormente são comparados os valores dos ensaios experimentais com a resistência da secção, sendo esta dividida por um factor de 1,1, pretendendo-se avaliar se esta simplificação é adequada. Porém, observa-se que a análise exige um método um pouco mais exacto que a simples aplicação de um factor, dependendo do rácio entre a resistência de aço e a do betão.

Quanto a colunas rectangulares preenchidas com betão, foi variada a dimensão do perfil (149,8 e 60,2 mm) assim como as classes de aço (412 a 431 MPa) e betão (24 a 32,8 MPa), observando-se que o efeito de confinamento nestas colunas é muito pouco significativo e que a curva b se adequa a este tipo de colunas.

No caso de colunas envolvidas em betão, os parâmetros variados no estudo foram a resistência do aço (269 a 380 MPa) e do betão (18,5 a 38,0 MPa) e o tipo de perfil utilizado. Observou-se que todas as colunas encurvam segundo o eixo de menor inércia da secção I ou H, sugerindo o autor fórmulas para dimensionamento de cada tipo de coluna à encurvadura, com base no estudo que efectuou.

1.2.4 Estudos sobre colunas mistas sujeitas a flexão composta recta

Oh *et al.* (2006) estabeleceram uma comparação entre as metodologias apresentadas no EC4 e outros regulamentos (AISC-LRFD, AIJ e ACI) para avaliação da resistência de uma secção à flexão recta composta. Os resultados obtidos através dos regulamentos foram comparados com resultados experimentais obtidos para secções totalmente betonadas com armaduras e secções parcialmente betonadas sem armadura. As colunas

são sujeitas a flexão em torno dos eixos de menor e maior inércia, separadamente, de modo a ser avaliada a sua capacidade resistente em ambas as direcções. Os parâmetros analisados foram: a forma da secção, a direcção do momento flector e também o valor de esforço axial aplicado.

Demonstrou-se que a capacidade resistente segundo o eixo de menor inércia é aproximadamente 50% da capacidade resistente segundo o eixo de maior inércia, o que representa uma diferença significativa. Obtiveram-se igualmente curvas momento-rotação para os diversos ensaios bem como curvas de interacção $N-M$, com as quais se estabeleceu então a comparação com resultados obtidos utilizando o EC4 e os outros regulamentos abordados. Os autores verificaram que todas as colunas possuem uma resistência aproximadamente igual à capacidade resistente sugerida pelas normas de dimensionamento, sendo estas conservativas.

Elghazouli e Treadway (2008) realizaram vários ensaios laboratoriais sobre colunas parcialmente betonadas, sujeitas a cargas laterais, segundo o eixo de maior ou menor inércia, em combinação com carregamento axial de compressão ou sem este. Foram estudados 3 tipos de secção, variando o perfil em aço (HEA140, HEA200 e HEA240), sendo este da classe S460. As colunas apresentavam um comprimento de 2,44 m e eram simplesmente apoiadas, sendo o esforço axial mantido constante ao longo do ensaio (embora variando de ensaio para ensaio). A meio vão foi aplicado um deslocamento crescente, correspondente ao carregamento lateral. No total foram estudadas 7 colunas com aplicação de esforço axial de compressão em combinação com cargas laterais (2 segundo o eixo de menor inércia e 8 segundo o eixo de maior inércia) e 3 apenas com carregamento lateral.

Verificou-se que, em termos de resistência, o betão contribuía em média 50% para secções carregadas lateralmente segundo o eixo de menor ou maior inércia, com compressão. A ocorrência de encurvadura local dos banzos do perfil e encurvadura das armaduras era mais frequente nestes casos que nos casos de colunas em flexão simples. Na ausência de esforço axial, observou-se que o betão contribuía apenas, em média, 20% para a resistência da secção, assim como a fendilhação era maior do que nas colunas com compressão aplicada. Observou-se igualmente que o comportamento para a flexão em torno do eixo de menor inércia era significativamente diferente do relativo à flexão em torno do eixo de maior inércia: além de uma resistência menor, verificou-se uma não-linearidade muito maior, devido à maior contribuição do betão na resistência segundo o eixo de menor inércia.

Por fim, os autores calcularam o momento resistente para todas as secções estudadas, segundo o EC4, através da consideração de diagramas rectangulares de tensão, com os valores característicos para as resistências dos materiais. São apresentadas curvas de interacção $N-M$ para as várias secções considerando diferentes factores de confinamento (1, 1,5 e 2). Observou-se que, para valores de compressão baixos, este efeito não aumenta significativamente a resistência da secção, contribuindo apenas para valores de esforço axial mais elevados. No entanto, o aumento da ductilidade devido ao confinamento é significativo.

Piloto *et al.*(2009a) realizaram um modelo de elementos finitos (Ansys) de uma

coluna parcialmente betonada, retirada dos ensaios de Elghazouli e Treadway (2008). O exemplo escolhido consistiu na viga C20Y0, constituída por um perfil HEA200, sendo o perfil em aço da classe S460, betão da classe C40/50, e varões de 8 mm de diâmetro para as armaduras longitudinais em aço A500 NR. Para o comportamento do aço foi considerado um modelo elasto-plástico com endurecimento e para o betão um modelo que contempla o esmagamento e a fendilhação. Foi considerado o escorregamento entre aço e betão.

Foram utilizados elementos *Shell* para o aço do perfil, *Solid* para o betão e *Link* para as armaduras. As malhas dos elementos *Shell* e *Solid* foram ligadas através de molas (*spring elements*) de modo a simular o escorregamento entre o perfil de aço e o betão. Os autores comparam os seus resultados com os obtidos experimentalmente por Elghazouli e Treadway (2008), verificando-se uma boa concordância entre ambos, embora Piloto tenha obtido uma trajectória de equilíbrio sensivelmente menos rígida.

Piloto *et al.* (2009b) efectua um estudo numérico não-linear acerca da influência do confinamento do betão na resistência de colunas parcialmente betonadas sujeitas à flexão, utilizando como caso de estudo a mesma viga do artigo anterior.

Nas secções parcialmente betonadas o confinamento do betão verifica-se nas zonas próximas da alma do perfil, sendo este modelado através de uma relação constitutiva diferente da utilizada para o betão não confinado. A percentagem de área total do betão confinado foi considerada 50% e depois 75%. O betão foi considerado com distintos graus de confinamento, primeiro 2 e depois 1,75 (valor pelo qual é multiplicada a resistência do betão à compressão). Quando se considera uma área de 50% de betão confinado, considera-se também um grau de confinamento de 2 para o betão e, quando se considera uma área de 75%, considera-se em vez disso um grau de confinamento de 1,75.

Os elementos finitos utilizados foram semelhantes ao estudo anteriormente mencionado, considerando igualmente a zona de contacto entre aço em perfil e betão modelada com molas e foi considerada uma imperfeição inicial sinusoidal máxima a meio vão de $L/1000$. Observou-se um aumento significativo da resistência da secção com a consideração do confinamento do betão. Os valores obtidos foram devidamente validados através da comparação com resultados experimentais obtidos por Elghazouli e Treadway (2008), verificando-se uma melhor concordância entre estes comparativamente aos resultados obtidos no artigo anterior.

Liang e Fragomeni (2010) propuseram um modelo analítico para o estudo de colunas compactas circulares preenchidas com betão sujeitas a flexão composta, e avaliaram a influência do rácio d/t do perfil (com d sendo o diâmetro do perfil e t a espessura do mesmo), da resistência do betão e do aço, assim como do nível de esforço axial e da geometria das secções. O efeito do confinamento no betão é contabilizado através da sua relação constitutiva. Foi utilizada para todas as colunas uma relação L/d (L sendo o comprimento da coluna) igual a 3, com rácio d/t a variar entre 26,9 e 101,4, e as resistências para betão e aço a variar de 25,4 a 40,7 MPa e 283,6 a 834 MPa, respectivamente. O esforço axial é aplicado em percentagem da carga última estimada no modelo teórico (N_u), variando entre 13% e 59%. É avaliada também a ductilidade

das colunas através de um rácio entre a curvatura quando a secção atinge 90% da sua resistência e a curvatura quando atinge 75% da sua resistência.

É utilizado, tal como num estudo anteriormente desenvolvido pelos autores (Liang e Fragomeni, 2009), o método das fibras. Este permite a obtenção dos momentos flectores resistentes e curvas momento-curvatura que são comparadas com resultados experimentais, verificando-se uma boa concordância entre estes. Os autores verificaram igualmente que o aumento da relação d/t reduz significativamente a resistência da secção, assim como a sua ductilidade. O aumento da classe de betão provoca um aumento da área abrangida pela curva de interacção $N-M$, mas a ductilidade diminui. Já o aumento da classe do aço diminui a área abrangida pela curva de interacção $N-M$ (pois faz com que a secção tenha um comportamento cada vez mais próximo da secção de aço). Por fim, o aumento de esforço axial aplicado provoca também uma diminuição na resistência da secção e na sua ductilidade.

O estudo numérico permitiu o desenvolvimento de um novo método, proposto e validado pelos autores, para determinar a resistência à flexão deste tipo de colunas mistas, tendo em conta os parâmetros mencionados anteriormente. De modo a validar a metodologia proposta, os resultados obtidos com esta foram comparados com os valores experimentais, verificando-se que o modelo sugerido apresenta bons resultados.

1.2.5 Estudos sobre colunas mistas sujeitas a flexão composta desviada

Bridge (1976) realizou um estudo experimental sobre colunas mistas de secção rectangular preenchidas com betão, simplesmente apoiadas, sujeitas a flexão composta recta e desviada. Foram estudados os seguintes parâmetros: excentricidade do esforço axial, esbelteza da coluna e inclinação do eixo de carregamento (no caso de aplicação de flexão composta desviada). Desta forma, foram examinadas no total 8 colunas mistas.

Os resultados obtidos por Bridge (1976) serviram de base para validação de vários estudos realizados posteriormente, entre eles os de Pi *et al.* (2006) e Valipour e Foster (2010). Uma destas colunas ensaiadas será igualmente utilizada na presente tese, como será discutido na secção 3.4.1.

El-Tawil *et al.* (1995) propuseram um programa de cálculo, baseado no método das fibras, para colunas mistas envolvidas total ou parcialmente em betão sujeitas à flexão composta recta ou desviada. Foram consideradas colunas esbeltas em que são incluídos os efeitos das tensões residuais e o confinamento do betão conforme a zona em que este se encontra na secção, através de relações constitutivas diferentes. Desta forma, foram consideradas quatro relações constitutivas diferentes para os materiais: betão confinado, betão não confinado, aço estrutural e aço das armaduras. Não é considerado escorregamento entre aço e betão.

Os resultados obtidos pelo modelo numérico foram comparados com valores obtidos segundo as normas ACI-318 e AISC-LRFD, através de curvas de interacção $N-M$ obtidas para 7 colunas. Verificou-se que os valores obtidos pelo programa de cálculo estavam próximos dos previstos pelas normas, sendo a norma ACI-318 a que forneceu resultados mais próximos.

Wang (1999) realizou ensaios experimentais em 8 colunas rectangulares preenchidas com betão e 7 colunas envolvidas em betão, sujeitas à flexão composta recta e desviada, sendo utilizado betão da classe C25/30 e aço da classe S275. O estudo teve como objectivo providenciar informação para relativamente aos regulamentos EC4 e BS5400-Parte 5 para colunas esbeltas e verificar a precisão de um novo método proposto pelo autor para o dimensionamento de colunas mistas baseado nas provisões fornecidas pelo código BS 5950, para colunas de aço.

Na primeira série de ensaios (colunas rectangulares preenchidas com betão) foram carregadas 2 colunas segundo o eixo de menor inércia, outras 2 segundo o eixo de maior inércia e 4 colunas foram testadas à flexão composta desviada. Na segunda série de ensaios (colunas envolvidas em betão) apenas uma coluna foi carregada segundo o eixo de maior inércia, 2 segundo o eixo de menor inércia e 4 carregadas com flexão composta desviada.

Comparando os resultados obtidos experimentalmente com os obtidos utilizando os regulamentos mencionados verifica-se que, para colunas rectangulares preenchidas com betão, o EC4 apresenta os resultados mais próximos, observando-se que é um método conservativo. Verificou-se que o método proposto pelo autor é igualmente conservativo e conduz a melhores resultados que o EC4. Contudo verifica-se que se obtêm melhores resultados para colunas preenchidas com betão do que para colunas envolvidas em betão.

Charalampakis e Koumouisis (2008) realizaram um programa de cálculo para determinação da resistência de secções mistas incluindo secções assimétricas, com aberturas e sujeitas à flexão composta recta ou desviada. O programa de cálculo permite obter superfícies de interacção $N-M_y-M_z$ e curvas de interacção $N-M_y$ e $N-M_z$, bem como curvas completas momento-curvatura. O programa tem ainda em conta o efeito de confinamento do betão e endurecimento do aço, mas considera interacção total entre o aço e o betão. A validação do programa é realizada comparando as curvas de interacção $N-M_y$ para uma secção em betão armado com os resultados de outros autores, assim como para uma superfície de interacção para uma coluna circular preenchida com betão vazada no seu interior. Obtêm igualmente a superfície de interacção para uma secção mista assimétrica com aberturas e analisam estes resultados.

Dundar *et al.*(2008) propuseram um modelo analítico para a análise de colunas compactas ou esbeltas em betão armado, ou mistas de secção arbitrária, sujeitas a flexão composta recta ou desviada, no qual são incluídas relações constitutivas não-lineares para o aço e betão. No caso do betão são aplicadas leis constitutivas diferentes conforme o betão seja considerado confinado ou não. O modelo teórico tem como base o método das fibras e o efeito da esbelteza do elemento é tido em conta através da amplificação dos momentos de primeira ordem.

Os resultados são comparados com os obtidos experimentalmente para 15 colunas em betão armado ensaiadas, 12 com secção rectangular e 3 com secção em L . Existe uma boa concordância entre os resultados teóricos e experimentais, para todas as colunas. Os resultados obtidos pelo programa são também comparados com os obtidos por outros autores, para uma coluna compacta e três colunas esbeltas, sendo todas de secção

mista totalmente envolvida em betão, observando-se igualmente uma boa concordância de resultados.

1.2.6 Estudos sobre colunas mistas sujeitas a encurvadura local

Mursi e Uy (2004) efectuaram um estudo experimental sobre secções quadrangulares de parede fina, preenchidas com betão e sujeitas a flexão recta composta. O aço utilizado foi de alta resistência, com 761 MPa de tensão de cedência, e o betão era caracterizado por uma tensão de rotura à compressão de 20 MPa. Os autores desenvolveram também um modelo numérico para o estudo deste tipo de colunas que engloba não-linearidades geométricas e físicas. Apresentam igualmente um estudo, incluindo ensaios experimentais, sobre a interacção entre encurvadura local e global. Neste foram testadas 16 colunas, 8 esbeltas e 8 compactas, tendo em conta que em cada grupo destas, 4 eram colunas mistas e outras 4 eram em aço. Foram ensaiados provetes de aço e betão, de modo a obter as correspondentes leis constitutivas, sendo consideradas relações constitutivas diferentes para o betão conforme se considere confinado ou não.

São reunidos resultados experimentais obtidos de outros autores para validação do modelo proposto. Em todos os casos se verificou uma boa correlação entre os resultados experimentais e os do modelo numérico proposto. Os resultados experimentais são também comparados com os obtidos pelo EC4, verificando-se igualmente uma boa concordância. Os autores incluem, por fim, no seu trabalho algumas recomendações para o dimensionamento deste tipo de colunas, com aço de alta resistência.

Liang *et al.*(2006) propuseram um modelo não-linear, com base no método das fibras, que permite estimar a resistência última da secção, para colunas de esbelteza reduzida sujeitas a compressão simples, incluindo os fenómenos de encurvadura local na secção. São utilizadas leis constitutivas não-lineares tanto para o aço como para o betão, que têm conta também o efeito de confinamento deste último. Observou-se que a extensão e tensão máximas do betão são parâmetros condicionantes na resistência da secção, mas a forma da curva que modela a lei constitutiva do betão não é tão relevante, tal como já tinha sido observado por Dundar *et al.* (2008).

Os autores verificaram, ao realizar uma análise sem contabilizar a encurvadura local, que a resistência da coluna era superior em 10% ao valor obtido tendo em conta este fenómeno. Foram obtidos valores das resistências últimas e estes são comparados com resultados experimentais recolhidos de outros autores, observando-se que o valor previsto pelo modelo proposto foi sempre inferior aos anteriores (4,4%). Verificou-se igualmente que perfis de paredes mais espessas oferecem um melhor confinamento ao betão e conferem também uma maior ductilidade à coluna. Em colunas esbeltas observou-se uma diminuição do efeito de confinamento e da resistência última da secção. Por fim, a resistência da coluna aumenta com o aumento da resistência do betão, mas a sua ductilidade diminui. A comparação com resultados experimentais demonstrou que o modelo desenvolvido pelos autores estima com bastante exactidão a resistência última deste tipo de secções, incorporando o fenómeno de encurvadura local.

1.2.7 Estudos sobre secções assimétricas

Segundo Roik e Bergmann (1989), em secções cujas assimetrias são pequenas, como por exemplo número desigual de varões de armadura longitudinal, estas podem ser desprezadas na avaliação do comportamento da coluna. Assimetrias mais acentuadas podem também ser desprezadas, ignorando as zonas da secção que provocam essas assimetrias.

Os programas de cálculo efectuados por alguns autores permitem avaliar a resistência deste tipo de secções, como por exemplo os desenvolvidos por Charalampakis e Koumousis (2008) e Dundar *et al.*(2008), já mencionados nos estudos sobre colunas mistas sujeitas à flexão composta desviada. No entanto, poucos estudos experimentais foram efectuados acerca de colunas com secção assimétrica. Uma contribuição importante na investigação experimental deste tema foi o trabalho realizado por Chen *et al.*(2005) sobre colunas com perfil metálico em T envolvidas em betão, sujeitas a compressão e carregamento lateral cíclico. Foram avaliados os seguintes parâmetros: contribuição do reforço longitudinal, espaçamento do reforço transversal, influência da presença de estribos, nível de compressão axial na coluna, direcção do momento flector actuante e assimetria da secção. Os autores avaliaram igualmente a ductilidade destas colunas sujeitas a carregamento cíclico. No total, foram ensaiadas 10 colunas com secção de 300 por 300 mm e com vários tipos de configuração.

Dos ensaios realizados foram obtidas as resistências das secções à flexão recta composta, bem como curvas momento-deslocamento para cada coluna. Verificou-se que as curvas momento-deslocamento histeréticas obtidas eram diferentes conforme o momento fosse positivo ou negativo, sendo as primeiras mais estáveis que as segundas, especialmente para carregamento axial baixo. Observou-se igualmente que de um modo geral os estribos pouco influenciam a ductilidade, no entanto verificou-se que colunas com espaçamento mais baixo entre estribos apresentaram melhor ductilidade para esforços axiais baixos.

Os resultados obtidos experimentalmente são comparados com as provisões dos códigos ACI e AISC-LRFD, e também com os obtidos através do método sugerido por Roik e Bergmann (1989) para secções assimétricas, verificando-se uma boa concordância entre estes, sendo o regulamento ACI aquele que se encontra mais próximo dos valores experimentais. Desta forma, comprovou-se que o comportamento de uma secção assimétrica é bastante diferente conforme esta está sujeita a momento negativo ou positivo, que o aumento de aço estrutural presente na zona de compressão conduz a curvas histeréticas mais estáveis e que a quantidade de esforço axial de compressão aplicado afecta significativamente as mesmas, observando-se uma diminuição significativa na capacidade de absorção de energia e ductilidade das colunas com 40% de esforço axial máximo aplicado.

1.3 Motivação

A construção mista apresenta várias vantagens face à construção em betão armado ou em aço, e é uma área da Engenharia Civil em constante evolução, sendo as suas aplicações cada vez mais frequentes, especialmente em edifícios de grande porte.

A sua ligeireza, quando comparadas com estruturas de betão, e elevada resistência providenciam qualidades que, hoje em dia, são fundamentais à concepção de estruturas cada vez mais competitivas.

Em Portugal, as colunas são os elementos mistos menos utilizados na construção em edifícios e a sua aplicação é relativamente recente. Como tal, é necessário contribuir para a divulgação dos métodos de análise e verificação.

Em particular, é necessário um aprofundamento dos conhecimentos relativamente à modelação deste tipo de elementos, procurando efectuar modelos cada vez mais realistas. Desta forma, foram efectuados vários modelos de colunas mistas em dois programas de elementos finitos, Adina e Ansys, para realização de análises não-lineares, importantes para os casos de estudo abordados.

Relativamente à avaliação da resistência de uma secção mista, existem hoje vários métodos simplificados disponíveis. No entanto, para uma avaliação mais exacta da resistência destas secções torna-se também necessário recorrer a meios computacionais. Assim, existe um potencial para o desenvolvimento de novos programas de cálculo que permitam uma avaliação cada vez mais real da resistência de secções mistas. No âmbito deste trabalho, foi utilizado o Matlab como base para o desenvolvimento de um programa de cálculo que permite a avaliação da resistência de secções mistas duplamente simétricas.

1.4 Objectivos

A presente dissertação tem como objectivo primordial a abordagem e discussão das metodologias apresentadas pelo EC4 para avaliação da resistência à encurvadura de pilares mistos. O trabalho pretende igualmente apresentar uma perspectiva geral sobre o estado da arte no que toca ao dimensionamento e estudo de colunas mistas.

O trabalho efectuado teve também como objectivos: (i) desenvolver um programa de cálculo que forneça superfícies e curvas de interacção de esforços resistentes para secções mistas duplamente simétricas, considerando comportamento rígido-plástico (diagramas rectangulares de tensão) ou elasto-plástico não-linear para os materiais; (ii) modelar o comportamento não-linear de colunas mistas através de programas de elementos finitos (Adina e Ansys), discutindo as limitações e vantagens que estes apresentam; (iii) avaliar as diferenças existentes entre a aplicação do método simplificado e método geral do EC4, no dimensionamento de colunas mistas; (iv) avaliação do efeito da direcção em que é considerada a imperfeição geométrica, na resistência de secções parcialmente betonadas.

1.5 Organização da tese

No segundo capítulo apresentam-se e discutem-se os métodos de dimensionamento de colunas mistas à encurvadura preconizados pelo EC4. Serão apresentados dois programas originais, realizados em Matlab, para obtenção de superfícies e curvas de interacção de esforços resistentes para secções mistas duplamente simétricas, considerando dois tipos de comportamento para os materiais, como já foi referido. Os resultados obtidos

pelos programas são devidamente validados com exemplos de cálculo apresentados por Calado e Santos (2010).

No terceiro capítulo será abordada a modelação de colunas mistas através de programas de elementos finitos, nomeadamente o Adina e o Ansys, sendo apresentados alguns estudos efectuados por outros autores no âmbito deste tema. São analisados em pormenor dois casos, os quais são comparados com resultados experimentais obtidos por outros autores. Referem-se igualmente algumas limitações e vantagens encontradas na modelação de colunas mistas através destes programas.

No quarto capítulo será tratado um estudo relativo a uma coluna parcialmente betonada, simplesmente apoiada e sujeita à flexão composta, modelada igualmente em Ansys. Neste estudo comparam-se os resultados obtidos pelos métodos preconizados pelo EC4 e extraem-se conclusões e recomendações para a análise de colunas parcialmente betonadas. Em particular, é avaliado o efeito da direcção em que é considerada a imperfeição geométrica.

No quinto capítulo são referidas as conclusões principais a retirar do estudo efectuado, assim como são mencionados alguns dos possíveis desenvolvimentos futuros, com base no trabalho realizado.

Capítulo 2

Resistência à encurvadura de colunas mistas de acordo com o EC4

2.1 Introdução

Este capítulo tem como objectivo expor as disposições da cláusula 6.7 do EC4 relativas à resistência à encurvadura de colunas mistas. Serão abordados os dois métodos propostos pela norma: método geral (6.7.2) e método simplificado (6.7.3). Será igualmente apresentado um programa realizado em Matlab para o cálculo da resistência à flexão composta desviada de secções mistas. O programa permite considerar relações constitutivas do tipo rígido-plástico (o que corresponde a calcular a resistência da secção com base em diagramas rectangulares de tensão) ou elasto-plástico não-linear. Os resultados serão validados através de comparação com valores obtidos por Calado e Santos (2010).

Para a verificação da segurança de uma coluna mista é necessário proceder primeiro a uma análise global da estrutura, contabilizando todas as acções e efeitos relevantes, nomeadamente os efeitos geometricamente não-lineares, imperfeições (geométricas e materiais) e o comportamento não-linear dos materiais. A análise estrutural é abordada na secção 5 do EC4 e, não sendo objecto de estudo do presente trabalho, referem-se apenas aspectos relevantes para a análise do elemento isolado. Não são igualmente discutidas as disposições dos pontos 6.7.4 e 6.7.5, relativas às zonas de introdução de esforços, conexão de corte e pormenorização.

Conforme se verá mais à frente, o momento resistente de uma secção aumenta sensivelmente se actuar simultaneamente uma ligeira compressão. Por esta razão, em 6.7.1(7), caso os momentos e esforço axial sejam provenientes de acções independentes e haja aumento do momento resistente, N_{Ed} (valor de cálculo do esforço axial actuante) deve ser minorado em 20% (Johnson e Anderson, 2004).

O ponto 6.7.1 contém as regras gerais relativamente a colunas mistas, cujas secções típicas se representam na figura 2.1.

Quanto aos materiais, estas regras são apenas aplicáveis para betões das classes C20/25 a C50/60 e aços das classes S235 a S460, segundo o ponto 6.7.1(2). De acordo com 6.7.1(3), as disposições aplicam-se a colunas isoladas ou inseridas em estruturas porticadas, em que os restantes elementos podem ser mistos ou metálicos. No

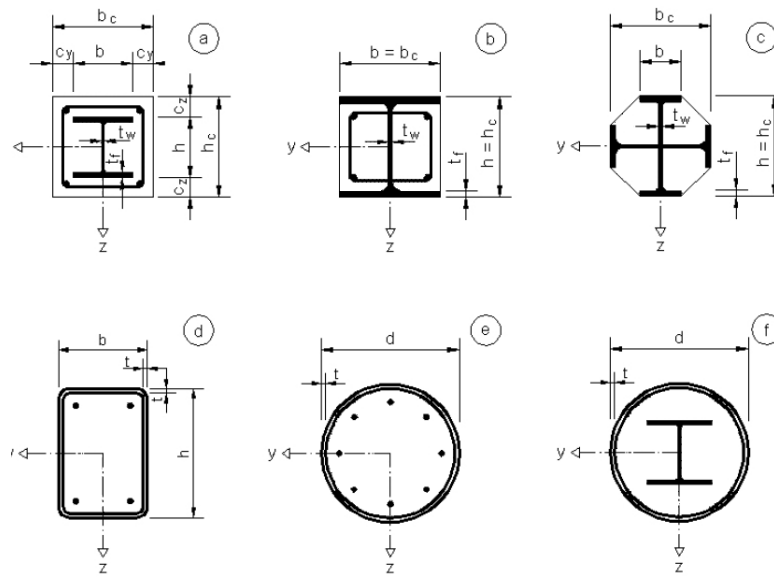


Figura 2.1: Secções típicas de colunas mistas (adaptado de EC4).

ponto 6.7.1(4) limita-se a quantidade de aço estrutural numa coluna mista, através da condição

$$0,2 \leq \delta \leq 0,9 \quad (2.1)$$

em que o valor de δ é dado, segundo 6.7.3.3(1), por

$$\delta = \frac{A_a f_{yd}}{N_{pl,Rd}} \quad (2.2)$$

ou seja, caso $\delta < 0,2$, o elemento deve ser tratado como sendo de betão armado e, caso $\delta > 0,9$, este deverá ser analisado como sendo de aço (Johnson e Anderson, 2004).

De acordo com 6.7.1(8) deve ser sempre considerado o efeito da encurvadura local na resistência do elemento. O EC4 refere de seguida, em 6.7.1(9), que estes efeitos podem ser desprezados em secções totalmente betonadas que respeitem as espessuras de betão indicadas em 6.7.5.1(2) (pormenorização) e nas secções indicadas na tabela 6.3 do EC4, reproduzida na figura 2.2, que respeitem os limites de esbelteza aí indicados. Em alternativa, deve recorrer-se às disposições da cláusula 5.5, relativa à classificação de secções que remete para o EC3.

Em 6.7.1(6) são indicados os dois métodos fornecidos pelo EC4 para verificar a resistência do elemento: o método geral, para colunas de secção assimétrica e/ou não uniforme ao longo do elemento, e o método simplificado, para colunas com secção duplamente simétrica e uniforme em todo o seu comprimento. Estes métodos serão analisados em detalhe na secção 2.3.

2.2 Materiais

Os materiais a utilizar são tratados na secção 3 do EC4, que remete para os pontos 3.1 e 3.2 do EC2 e 3.3 do EC3, respectivamente para betão, aço em armaduras e aço em

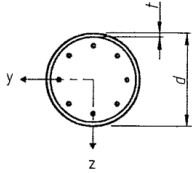
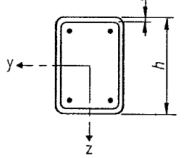
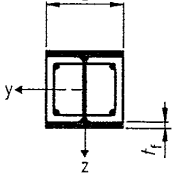
Secção	Max(d/t), max(h/t) e max(b/t)
Circular preenchida com betão 	$\max(d/t)=90 \times 235/f_y$
Rectangular preenchida com betão 	$\max(h/t)=52\sqrt{235}/f_y$
Parcialmente betonada 	$\max(b/t_f)=44\sqrt{235}/f_y$

Figura 2.2: Valores máximos para d/t , h/t e b/t_f (adaptado de EC4).

perfil, a menos que disposto em contrário no EC4.

Relativamente ao betão, encontram-se sumarizadas na tabela 3.1 do EC2 as características para as várias classes de betão. O valor de cálculo da tensão de rotura à compressão do betão, em provetes cilíndricos, é definida no ponto 3.1.6(1) do EC2 como $f_{cd} = \alpha_{cc} f_{ck} / \gamma_C$ em que o factor α_{cc} se destina a ter em conta os efeitos a longo prazo, sendo o seu valor indicado no Anexo Nacional, em que f_{ck} é o valor característico da tensão de rotura do betão à compressão aos 28 dias, f_{cd} o valor de cálculo da tensão de rotura do betão à compressão e γ_C o coeficiente parcial de segurança para o betão, com valor de 1,5. No entanto, as regras do EC4 foram calibradas considerando $\alpha_{cc} = 1$, pelo que a resistência f_{cd} significa sempre, no contexto desta norma, f_{ck} / γ_C , sendo para a maioria das colunas mistas afectada posteriormente pelo factor 0,85 (Johnson e Anderson, 2004).

Nas modelações de elementos finitos de colunas mistas, a lei constitutiva utilizada para o betão à compressão é a fornecida pelo EC2, sendo dada pela seguinte fórmula

$$\frac{\sigma_c}{f_{cm}} = \frac{k\eta - \eta^2}{1 + (k - 2)\eta} \quad (2.3)$$

onde σ_c é a tensão no betão e

$$\eta = \epsilon_c / \epsilon_{c1} \quad (2.4)$$

$$k = 1,05 E_{cm} \times |\epsilon_{c1}| / f_{cm} \quad (2.5)$$

Capítulo 2. Resistência à encurvadura de colunas mistas de acordo com o EC4

sendo ϵ_c a extensão do betão à compressão, ϵ_{c1} é a extensão do betão à compressão correspondente à tensão máxima f_{cm} (valor médio da tensão de rotura do betão à compressão) e E_{cm} é o módulo de elasticidade secante do betão, todos determinados segundo a tabela 3.1 do EC2. No entanto, o ponto 5.8.6(3) do EC2 refere que, para análises não-lineares, devem ser utilizados directamente na expressão os valores de cálculo, f_{cd} e E_{cd} , sendo este o valor de cálculo do módulo de elasticidade do betão, em vez dos indicados na equação (2.3) e figura 2.3, f_{cm} e E_{cm} .

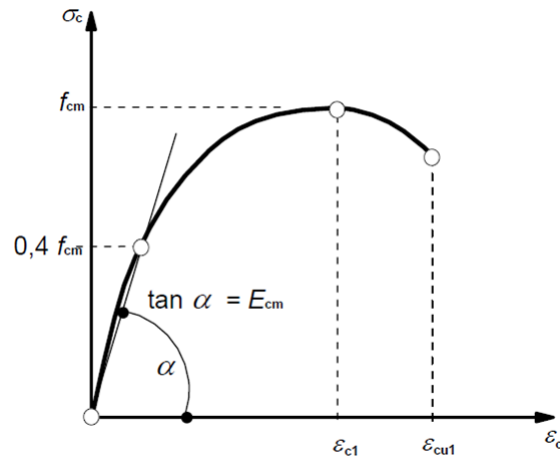


Figura 2.3: Relação constitutiva para o betão (adaptado de EC2).

No que se refere ao aço, tanto para armaduras como em perfil, considera-se um comportamento elástico perfeitamente plástico tanto à tracção como à compressão. Porém, no caso das armaduras, segundo o EC2, pode considerar-se o endurecimento do material conforme mostra a figura 2.4.

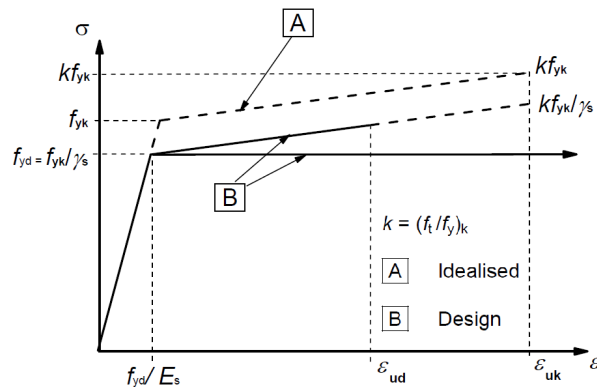


Figura 2.4: Relações constitutivas para o aço em armaduras (adaptado de EC2).

O EC4 no ponto 3.3.1 remete para a tabela 3.1 do EC3, que lista as características de vários aços até S460. O valor de cálculo da tensão de cedência para o aço em perfil, f_{yd} , obtém-se dividindo o valor característico f_{yk} , pelo respectivo coeficiente parcial de segurança, γ_a , que assume o valor de 1,0.

Segundo 3.2(1) do EC4, que remete para 3.2.2(3) do EC2, as regras são aplicáveis para aços em armaduras com f_{yk} não superior a 600 MPa. Desta forma, para as classes de resistência utilizadas normalmente em armaduras são A400 e A500 (Rodrigues, 2008), com f_{sk} de 400 a 500 MPa, respectivamente, o valor de cálculo da tensão de cedência é fornecido dividindo o valor anterior pelo respectivo coeficiente parcial de segurança γ_s , correspondente a 1,15. Por simplificação, o ponto 3.2(2) permite que seja utilizado um módulo de elasticidade igual ao do aço estrutural, isto é, 210 GPa em vez de 200 GPa.

2.3 Métodos de análise

O EC4 inclui dois métodos para o dimensionamento de colunas mistas: o método simplificado e o método geral. O primeiro é simples de seguir e não implica a utilização de programas de cálculo complexos, mas só pode ser aplicado em determinadas condições. O segundo é aplicável a qualquer tipo de coluna mista.

O método geral é descrito no ponto 6.7.2, onde se apresenta um conjunto de princípios a seguir na verificação de uma coluna mista. Refere-se que devem ser tidos em conta os seguintes efeitos: efeitos de segunda ordem, tensões residuais, imperfeições geométricas, instabilidade local, fendilhação, fluência e retracção do betão, bem como a plastificação do aço estrutural e armaduras. Os efeitos de segunda ordem devem ser considerados em todas as direcções relevantes, se afectarem significativamente a resistência do elemento. As leis constitutivas dos materiais devem estar de acordo com o disposto na secção anterior. Na aplicação do método geral podem assumir-se as seguintes hipóteses: a interacção entre o aço e o betão é total, é válida a hipótese de Bernoulli, a resistência do betão à tracção é nula e o betão entre fendas contribui para a rigidez de flexão da secção.

As imperfeições geométricas e tensões residuais podem ser simplificadaamente modeladas através de uma imperfeição geométrica equivalente na forma de uma flecha sinusoidal, de acordo com a tabela 6.5 do EC4. Os efeitos de retracção e fluência do betão devem ser considerados se afectaram significativamente a estabilidade estrutural, podendo ser ignorados se causarem um aumento dos momentos de primeira ordem não superior a 10%.

O método simplificado, por sua vez, presente no ponto 6.7.3, teve como base o trabalho desenvolvido na década de 80 por Roik e Bergmann (1989), tendo sido calibrado com a ajuda de mais de 200 ensaios experimentais para a sua utilização no EC4 (Calado e Santos, 2010). Devido ao reduzido número de ensaios realizados, existem algumas limitações a este método. Desta forma, para que o método simplificado possa ser utilizado, o elemento deverá preencher as seguintes condições, referidas no ponto 6.7.3.1 do EC4:

- a secção deve ser duplamente simétrica e manter-se constante ao longo do elemento;
- a secção deve ser constituída apenas por um perfil metálico;
- a esbelteza relativa da coluna deve ser igual ou inferior a 2;

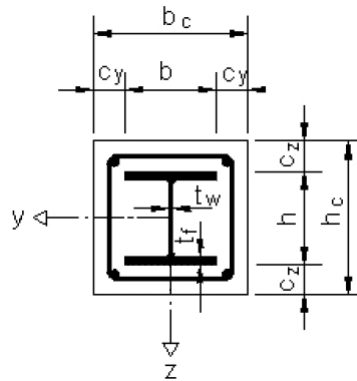


Figura 2.5: Limites para a camada de betão, c_z e c_y , em secções totalmente envolvidas (adaptado de EC4).

- os limites de espessura da camada de betão devem estar de acordo com o ponto 6.7.3.1 (2) para secções totalmente betonadas;
- o limite da taxa de armadura utilizada no cálculo deve estar de acordo com o ponto 6.7.3.1 (3);
- as limitações no rácio entre dimensões da secção seguem o disposto no ponto 6.7.3.1 (3).

Igualmente para aplicar o método simplificado, deve-se garantir que a área de armadura a utilizar, se necessária, não excede 6% da área total de betão e que a camada de betão, como referido, não excede os seguintes valores (ver figura 2.5)

$$c_z \leq 0,3h \quad (2.6)$$

$$c_y \leq 0,4b \quad (2.7)$$

Mais uma vez, esta limitação impõe-se devido ao facto de os ensaios disponíveis não terem em conta camadas mais espessas de betão (Jonhson e Anderson, 2004).

Por fim, com o intuito de evitar fenómenos de encurvadura por flexão-torção, a secção deve respeitar a relação

$$0,2 \leq \frac{h_c}{b_c} \leq 5,0 \quad (2.8)$$

sendo h_c a altura total da secção e b_c a largura total desta.

O trabalho irá centrar-se, nas secções 2.4.1, 2.4.2 e 2.4.3, na aplicação do método simplificado para o cálculo da resistência da secção. Na secção 2.4.4 serão abordados os programas realizados em Matlab para avaliação da resistência à flexão composta desviada de uma secção mista duplamente simétrica. Por fim, na secção 2.5, será abordada a resistência do elemento novamente segundo a óptica do método simplificado.

2.4 Resistência da secção

2.4.1 Resistência ao esforço axial

O valor de cálculo do esforço axial resistente, $N_{pl,Rd}$, consiste na força máxima que a coluna consegue suportar assumindo que o aço estrutural, o perfil metálico e o aço em armaduras se encontram plastificados e o betão esmagado (Jonhson e Anderson, 2004). Assim, de acordo com o EC4, a resistência de uma secção mista é dada pela soma das resistências dos materiais: aço em perfil, betão e aço em armaduras. Esta abordagem é permitida quando a tensão máxima é mobilizável em todos os materiais em simultâneo, o que não se verifica, por exemplo, para aços de alta resistência.

Segundo 6.7.3.2(1) o valor de cálculo do esforço axial resistente é dado pela expressão

$$N_{pl,Rd} = A_a f_{yd} + 0,85 A_c f_{cd} + A_s f_{sd} \quad (2.9)$$

sendo A_s a área da secção transversal de armaduras, A_a área da secção transversal do perfil em aço e A_c área da secção transversal de betão. O factor 0,85, presente na equação anterior, deve-se ao facto de não ser possível, em secções totalmente ou parcialmente envolvidas em betão, garantir um confinamento completo do mesmo (Jonhson e Anderson, 2004). Nas secções preenchidas com betão, o factor anterior é modificado para 1 devido ao efeito de confinamento ser eficaz e ao melhor processo de cura neste tipo de secções (Calado e Santos, 2010).

O fenómeno de confinamento resulta do facto de, conforme o betão se aproxima da rotura, o seu coeficiente de Poisson aumentar significativamente. A rápida dilatação lateral está impedida pelo perfil de aço, cujo coeficiente de Poisson é inferior, o que origina o referido fenómeno e provoca um aumento de tensão de rotura do betão. Este efeito está presente tanto nas secções tubulares circulares como nas rectangulares, no entanto, nestas últimas o efeito não é uniforme e é menor, pelo que deve ser ignorado. Assim, o confinamento é apenas contabilizado normalmente nas secções tubulares circulares. Quanto ao aço que confina o betão, produz-se uma tensão na direcção circunferencial do tubo, que provoca uma redução na resistência do aço na direcção longitudinal (ver figura 2.6). Contudo, este efeito não afecta significativamente a resistência da secção e o aumento da resistência devido ao confinamento é geralmente vantajoso.

Para colunas esbeltas ou com momentos elevados o efeito de confinamento não é tão significativo. Assim, de um modo geral, apenas se tira uma vantagem significativa deste fenómeno em secções circulares tubulares quando a esbelteza relativa da coluna é baixa e a excentricidade (e) pequena. Desta forma, o EC4 limita a esbelteza relativa a 0,5 e o rácio e/d a 0,1, de modo que seja possível contabilizar o efeito de confinamento.

No caso de secções circulares, pelo ponto 6.7.3.2(6) do EC4, o acréscimo de resistência no betão devido ao efeito de confinamento é tido em conta calculando a resistência plástica ao esforço axial através de

$$N_{pl,Rd} = \eta_a A_a f_{yd} + A_c f_{cd} \left(1 + \eta_c \frac{t f_{yk}}{d f_{ck}} \right) + A_s f_{sd} \quad (2.10)$$

Para elementos sujeitos a flexão composta com $0 < e/d \leq 0,1$ os valores de η_a e η_c são

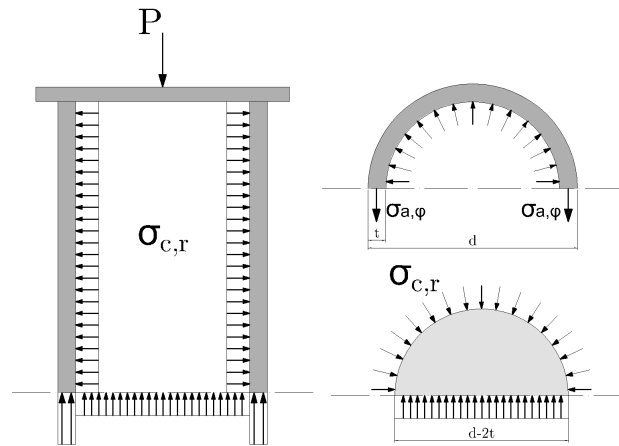


Figura 2.6: Efeito do confinamento em colunas circulares (adaptado de Hanswille, 2008).

factores obtidos da seguinte forma

$$\eta_{c0} = 4,9 - 18,5\bar{\lambda} + 17\bar{\lambda}^2 \geq 0 \quad (2.11)$$

$$\eta_{a0} = 0,25 (3 + 2\bar{\lambda}) \leq 1 \quad (2.12)$$

$$\eta_c = \eta_{c0} \left(1 - \frac{10e}{d}\right) \quad (2.13)$$

$$\eta_a = \eta_{a0} + (1 - \eta_{a0}) \frac{10e}{d} \quad (2.14)$$

garantindo-se que se $e/d > 0,1$, $\eta_a = 1,0$ e $\eta_c = 0$.

Para elementos sujeitos apenas a compressão, isto é, em que e , excentricidade é nula, tem-se que $\eta_a = \eta_{a0}$ e $\eta_c = \eta_{c0}$.

2.4.2 Resistência à flexão recta composta

As colunas são elementos geralmente sujeitos a momento flector e a esforço axial, o que torna necessária uma avaliação da resistência da secção tendo em conta a interacção entre os dois esforços. Assim, são habitualmente traçadas curvas de interacção $N-M$ correspondentes à fronteira de resistência da secção e que permitem verificar facilmente se um par de esforços, N_{Ed} (valor de cálculo do esforço axial actuante) e M_{Ed} (valor de cálculo do momento flector actuante), excede essa resistência. Esta curva de interacção é traçada determinando vários pares $N-M$, cada um representado graficamente por meio de um ponto. O procedimento geral para determinar estas curvas numa secção mista é:

- assumir uma posição arbitrária para a linha neutra paralela ao eixo de flexão considerado;
- traçar os diagramas rectangulares de tensão, igualando a tensão em cada fibra à tensão máxima de cada material e assumindo que o betão não possui resistência à tracção;

- o esforço axial resistente é obtido pela integração das tensões em toda a secção, e o momento flector efectuando a soma dos momentos relativamente ao centro de massa da secção, estando assim determinado um par de valores $N-M$;
- ao alterar a posição da linha neutra e repetir o processo anterior, determinam-se os restantes pontos que compõe a curva. Quanto maior o numero de pontos melhor será a aproximação da curva.

O cálculo de uma curva de interacção completa é um processo moroso e é geralmente efectuado com auxílio computacional, ainda que a aproximação através de diagramas rectangulares de tensão reduza significativamente a morosidade do processo. Em alternativa pode recorrer-se ao método proposto pelo EC4, o qual é baseado no trabalho de Roik e Bergmann (1989), que é um dos métodos práticos existentes para avaliar a resistência de uma secção mista simplificadamente. Segundo este são calculados apenas alguns pontos característicos da curva, com base na utilização de diagramas rectangulares de tensão, que permitem aproximar razoavelmente a curva completa. Esta é construída unindo esses pontos, sendo eles (ver figura 2.7):

- ponto A - consiste no ponto de compressão pura, portanto o momento flector resistente é nulo e o esforço axial é dado pelo valor de $N_{pl,Rd}$;
- ponto B - corresponde ao ponto de flexão pura, isto é, o esforço axial resistente é nulo e o momento flector resistente consiste em $M_{pl,Rd}$;
- ponto C - consiste no ponto de momento igual ao do ponto de flexão pura, Ponto B, mas com esforço axial não nulo, igual a $N_{pm,Rd}$;
- ponto D - corresponde ao ponto de momento flector máximo $M_{max,Rd}$, isto é, linha neutra no centro de gravidade da secção, correspondendo o valor de esforço axial resistente a $0,5N_{pm,Rd}$ e o momento flector resistente máximo;
- ponto E - ponto facultativo calculado quando a linha neutra está entre as posições correspondentes ao ponto A e ao ponto C.

Calado e Santos (2010) indicam a metodologia a seguir para obtenção dos valores de $N_{pm,Rd}$, $M_{pl,Rd}$ e $M_{max,Rd}$ numa secção genérica, bem como fórmulas simplificadas para os tipos de secção mais comuns.

Após determinação da curva de interacção $N-M$, a verificação à flexão recta composta é realizada através de:

$$M_{y,Ed} \leq \alpha_M \mu_{dy} M_{pl,y,Rd} \quad (2.15)$$

$$M_{z,Ed} \leq \alpha_M \mu_{dz} M_{pl,z,Rd} \quad (2.16)$$

sendo $\mu_y M_{pl,y,Rd}$ e $\mu_z M_{pl,z,Rd}$ os valores de cálculo dos momentos resistentes plásticos, respectivamente segundo o eixo y e z , obtidos das curvas de interacção, para um nível de esforço axial igual a N_{Ed} , e α_M é um factor relativo à flexão em colunas mistas. Observou-se que a utilização de diagramas rectangulares de tensão produz resultados contra a segurança no caso de colunas mistas, razão pela qual é aplicado o factor α_M

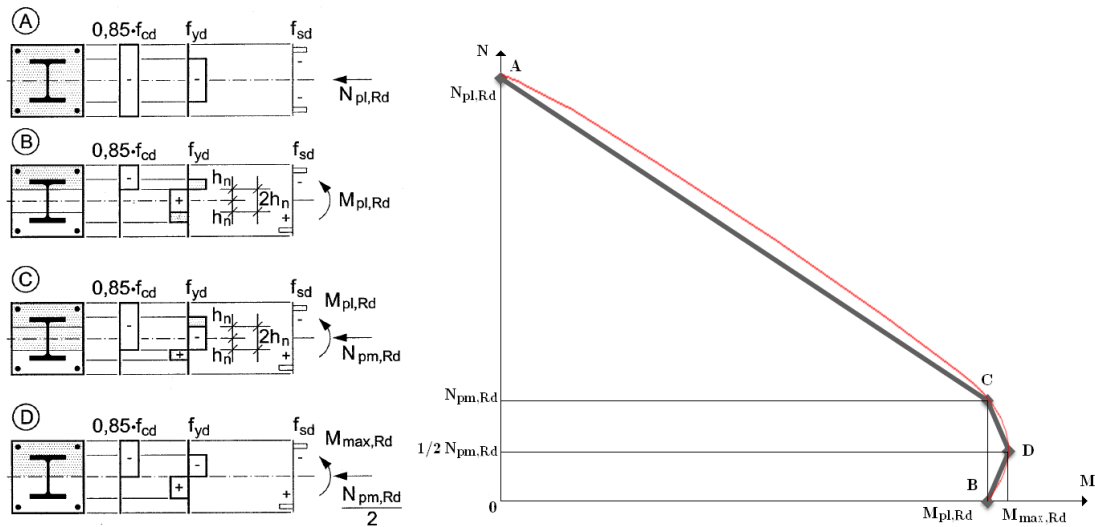


Figura 2.7: Curva de interação N - M pelo método simplificado do EC4 para avaliação da resistência da secção (adaptado de EC4).

nas equações anteriores (Jonhson e Anderson, 2004). Este factor α_M é tomado como 0,9 para a maioria dos aços utilizados, no entanto, para no caso de aços de classes entre S420 e S460, este deve ser tomado como 0,8.

A influência do esforço transversal na resistência ao momento flector e esforço axial deve ser considerada se necessário na determinação da curva de interacção, através da redução da tensão de cedência na área de corte do perfil de aço. Isto é, segundo o ponto 6.7.3.2 (3), a presença de esforço transversal deve ser considerada quando se verificar a condição

$$V_{a,Ed} > \frac{V_{pl,a,Rd}}{2} \quad (2.17)$$

sendo $V_{pl,a,Rd}$ o valor de cálculo da resistência ao esforço transversal do perfil de aço e $V_{a,Ed}$ é o valor de cálculo do esforço transversal actuante no perfil. Caso a condição anterior se verifique, a tensão de cedência da área de corte do perfil deverá ser reduzida pela expressão

$$f'_{yd} = (1 - \rho) f_{yd} \quad (2.18)$$

sendo ρ um factor de redução, dado por, segundo o ponto 6.2.8(3) do EC3:

$$\rho = \left(\frac{2V_{a,Ed}}{V_{pl,a,Rd}} - 1 \right)^2 \quad (2.19)$$

De acordo com o ponto 6.7.3.2(4) do EC4, pode-se considerar simplificada, a menos que haja uma análise mais apurada, que V_{Ed} será distribuído pelo perfil de aço e betão armado, através de

$$V_{a,Ed} = V_{Ed} \frac{M_{pl,a,Rd}}{M_{pl,Rd}} \quad (2.20)$$

$$V_{c,Ed} = V_{Ed} - V_{a,Ed} \quad (2.21)$$

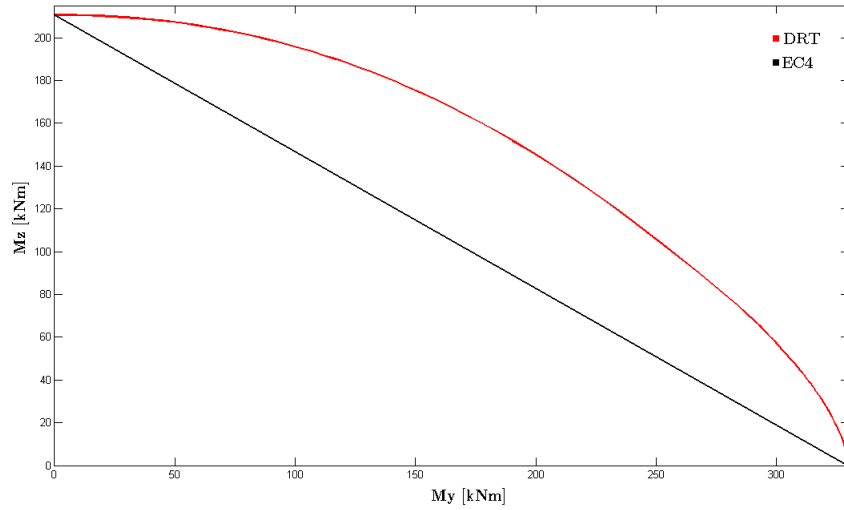


Figura 2.8: Curva M_y - M_z ($N = 0$), obtida considerando diagramas rectangulares de tensão (programa DRT, secção 2.4.4), e pelo método simplificado do EC4.

em que $M_{pl,a,Rd}$ consiste no valor de cálculo do momento flector plástico do perfil e $V_{c,Ed}$ é o valor de cálculo do esforço de corte actuante no betão.

2.4.3 Resistência à flexão desviada composta

Segundo Shibata (2001), as colunas presentes nos cantos dos edifícios, especialmente em edifícios de altura considerável, estão sujeitas a elevado esforço axial combinado com flexão desviada, mais do que nas restantes colunas do edifício. Durante um sismo, não só se verificam estas condições, como ainda experimentam efeitos de instabilidade mais acentuados. Desta forma, a determinação da resistência da secção quando sujeita a esta combinação de esforços é fundamental.

A resistência de uma coluna sujeita a flexão desviada composta pode ser representada através de uma superfície de interacção N - M_y - M_z , cuja determinação requer geralmente apoio computacional. O método simplificado do EC4 inclui uma forma de avaliar colunas sujeitas a esta combinação de esforços, através do ponto 6.7.3.6. Devem ser traçadas as curvas de interacção de esforço axial e momento flector N - M_y e N - M_z pelo procedimento já referido na secção anterior, avaliando-se a resistência em cada uma dessas direcções separadamente através das equações (2.15) e (2.16). Deve ser verificada adicionalmente a condição de flexão desviada:

$$\frac{M_{y,Ed}}{\mu_{dy} M_{pl,y,Rd}} + \frac{M_{z,Ed}}{\mu_{dz} M_{pl,z,Rd}} \leq 1 \quad (2.22)$$

Esta metodologia é conservativa, pois não tem em conta a convexidade da superfície de interacção (ver figura 2.8).

Um dos métodos computacionais mais utilizados para a determinação de superfícies de interacção em secções mistas é o método das fibras, que se revelou, em vários estudos como os realizados por Charalampakis e Koumoussis (2008) e por Dundar *et al.* (2008), ser uma ferramenta poderosa que permite obter resultados apurados. De acordo com

este método, a secção é discretizada em pequenas regiões, formando uma malha. Pode ser considerado um comportamento não-linear para os materiais e, nesta situação, o procedimento para determinação da superfície de interacção envolve geralmente os seguintes passos (Nethercot, 2003):

- assumir uma posição arbitrária e uma dada inclinação para a linha neutra;
- igualar a deformação na fibra de betão mais afastada da linha neutra à deformação de rotura deste;
- determinar os restantes valores assumindo que a deformação segue uma distribuição linear (hipótese das secções planas);
- obter a distribuição de tensões na secção mista de acordo com a distribuição de deformações e relações constitutivas dos materiais;
- o esforço axial resistente é obtido pela integração de tensões em todas as fibras e o momento flector é calculado efectuando a soma de momentos relativamente ao centro de massa da secção, estando assim determinado um conjunto de valores $N-M_y-M_z$ que representam um ponto da superfície de interacção;
- ao alterar a posição da linha neutra ou a sua inclinação, e repetindo o processo anterior, determinam-se os restantes pontos que compõem a superfície.

Caso se pretendam utilizar diagramas rectangulares de tensão para a determinação da superfície de interacção, basta igualar as tensões em todas as fibras da secção à tensão máxima do material correspondente. O procedimento é em tudo o resto semelhante ao utilizado para materiais com leis constitutivas não-lineares.

Embora o conceito do método das fibras seja simples, a sua computação pode tornar-se morosa e mais complexa devido às leis constitutivas não-lineares dos materiais. Este será o método aplicado no desenvolvimento do programa em Matlab para a obtenção de superfícies e curvas de interacção de secções mistas, discutido na secção seguinte. O método das fibras encontra-se explicado no Anexo A em maior detalhe.

2.4.4 Programas em Matlab

Com o objectivo de desenvolver um auxiliar de cálculo da resistência de secções mistas à flexão composta desviada, foram desenvolvidos dois programas em Matlab. No primeiro são utilizados diagramas rectangulares de tensão, a que chamemos abreviadamente DRT, e no segundo é considerado o comportamento elasto-plástico não-linear para os materiais, que se irá designar simplificada por EPNL. Ambos os programas permitem obter superfícies de interacção $N-M_y-M_z$ (ver figura 2.9) e curvas de interacção $N-M_y$ e $N-M_z$. São consideradas três secções tipo: (i) parcialmente ou totalmente betonadas, (ii) rectangulares preenchidas com betão e (iii) uma combinação dos dois tipos anteriores de secção. Não serão abordadas secções circulares preenchidas com betão.

Os programas de cálculo têm como base o já referido método das fibras, no qual a secção é dividida numa malha, com refinamento escolhido pelo utilizador na direcção

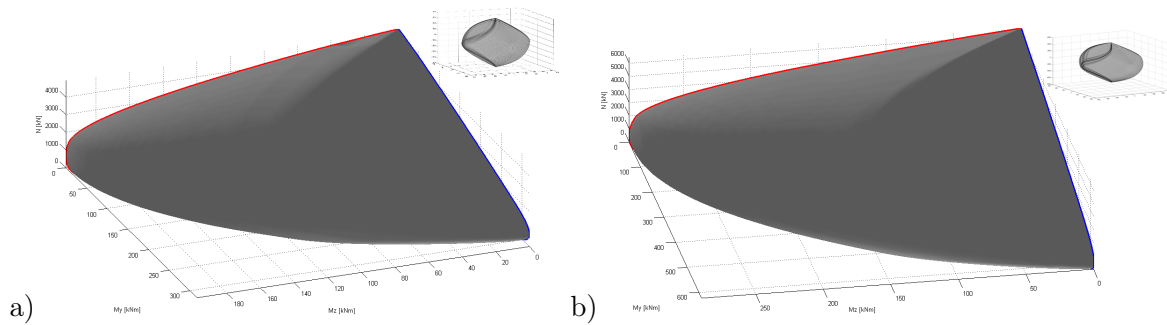


Figura 2.9: Superfícies de interação $N-M_y-M_z$ para os exemplos 9.1 (a) e 9.2 (b) (Calado e Santos, 2010).

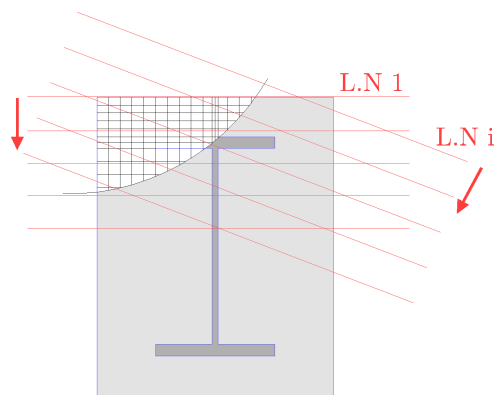


Figura 2.10: Discretização da secção pelo método das fibras e evolução da linha neutra na secção.

vertical e horizontal, sendo o comportamento de cada fibra associado ao comportamento do material que lhe corresponde, conforme a sua posição na secção (ver figura 2.10). Uma vez criadas as fibras que dividem a secção, a linha neutra percorre a mesma para várias posições e várias inclinações, cujo passo é igualmente fornecido pelo utilizador.

No programa DRT, a tensão em cada fibra é igualada à tensão máxima do material que lhe corresponde. No programa EPNL a tensão em cada fibra é calculada através das deformações. Neste caso, assume-se uma distribuição linear de deformações (hipótese de Bernoulli), igualando-se a extensão na fibra comprimida de betão mais afastada da linha neutra à extensão de rotura deste. A integração dos diagramas de tensão permite obter o esforço axial e momentos resistentes da secção para cada posição e inclinação da linha neutra. O betão é modelado segundo a lei constitutiva fornecida pelo EC4 mencionada na secção 2.2, considerando-se um patamar, após a tensão máxima, em vez do troço descendente da curva. Relativamente ao aço em perfil e em armaduras, a lei constitutiva considerada é elástica-perfeitamente plástica, isto é, sem endurecimento, também segundo o que foi mencionado na secção 2.2. O procedimento encontra-se explicado em maior detalhe no Anexo A, para ambos os programas.

O programa de cálculo DRT foi validado através da sua aplicação a duas secções mistas estudadas por Calado e Santos (2010), exemplos 9.1 e 9.2, representadas na

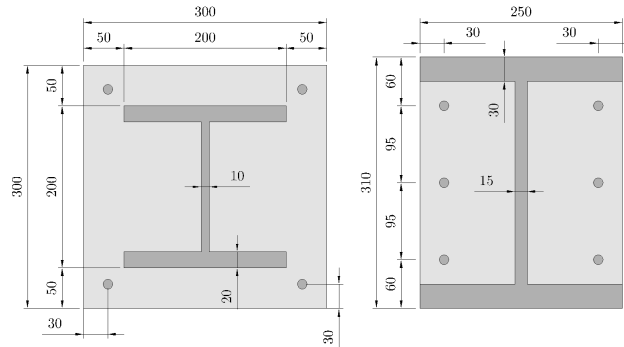


Figura 2.11: Dimensões dos exemplos de validação 9.1 e 9.2 (adaptado de Calado e Santos, 2010), medidas em mm.

figura 2.11. Assim, são comparadas curvas de interação $N-M_y$ e $N-M_z$ obtidas pelo programa DRT com as curvas obtidas por Calado e Santos (2010), utilizando o método de Roik e Bergmann (1989).

Para o primeiro exemplo (9.1), os materiais utilizados: betão C25/30 ($f_{cd} = 14,2$ MPa), aço em perfil S355 ($f_{yd} = 355$ MPa) e aço em armaduras A500 ($f_{sd} = 434,8$ MPa), sendo considerados varões de 12 mm de diâmetro. Para o segundo exemplo (9.2), apenas o aço em perfil é alterado para S275 ($f_{yd} = 275$ MPa), mantendo-se os restantes dados.

Nos quadros 2.1 e 2.2 são indicados os resultados obtidos, sendo N^C , M_y^C e M_z^C os valores de esforço axial plástico, momento plástico segundo eixo y e momento plástico segundo o eixo z obtidos por Calado e Santos (2010), e N_{DRT} , $M_{DRT,y}$ e $M_{DRT,z}$ representam os valores de esforço axial plástico, momento plástico segundo eixo y e momento plástico segundo o eixo z obtidos através de programa DRT para os mesmos pontos da curva. Foi considerada uma malha de 1 mm de espaçamento para a discretização das secções de validação, tanto para o programa DRT como, posteriormente, para o programa EPNL.

Na figura 2.12 comparam-se as curvas de interação $N-M$ obtidas por Calado e Santos (2010), para cada uma das secções, com as curvas obtidas pelo programa DRT para os dois eixos principais. Verifica-se que os valores obtidos, com o programa DRT, para os pontos principais (A,B,C e D), aproximam-se bastante dos obtidos por Calado e Santos (2010), observando-se diferenças inferiores a 1%.

Quadro 2.1: Valores de resistência de secção obtidos para o exemplo 9.1 (Calado e Santos, 2010).

Ponto	N^C [kN]	M_y^C [kNm]	M_z^C [kNm]	N_{DRT} [kN]	$M_{DRT,y}$ [kNm]	$M_{DRT,z}$ [kNm]
A	4739,4	0	0	4743,69	0	0
B	1134,9	329,5	210,5	1138,9	329,71	210,75
C	567,5	343,9	211,7	569,5	344,18	211,97
D	0	329,5	210,5	0	329,71	210,75

2.4. Resistência da secção

Quadro 2.2: Valores de resistência da secção obtidos por para o exemplo 9.2 (Calado e Santos, 2010).

Ponto	N^C [kN]	M_y^C [kNm]	M_z^C [kNm]	N_{DRT} [kN]	$M_{DRT,y}$ [kNm]	$M_{DRT,z}$ [kNm]
A	6275,8	0	0	6283,6	0	0
B	824,3	680,9	316,5	832,29	682,28	316,76
C	412,2	685,2	317	416,15	686,65	317,26
D	0	680,9	316,5	0	682,28	316,76

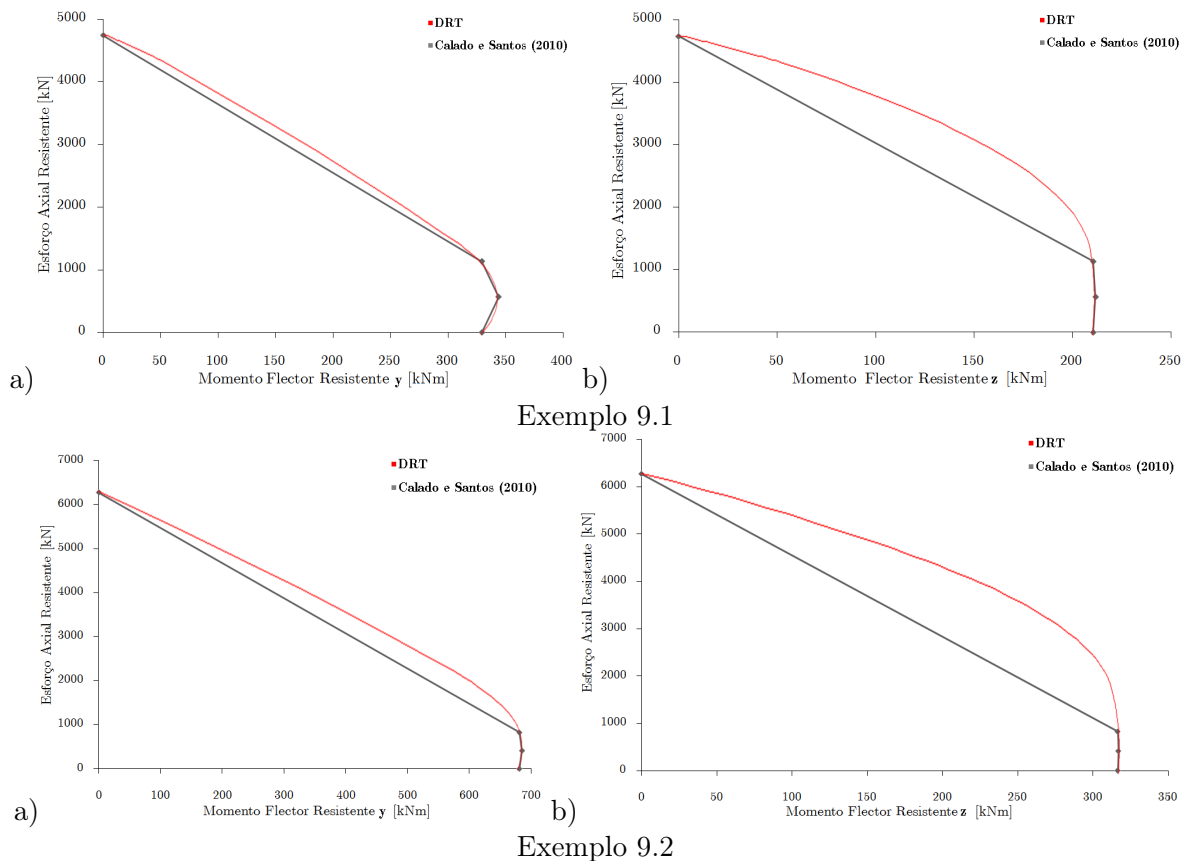


Figura 2.12: Comparação entre curvas $N-M$, segundo eixo y (a) e z (b), obtidas pelo programa DRT e por Calado e Santos (2010).

Com o objectivo de averiguar as diferenças na consideração de diagramas rectangulares de tensão e de um comportamento elasto-plástico não-linear para os materiais, comparam-se as curvas obtidas pelos programas DRT e EPNL. Para uma melhor percepção das diferenças entre os valores calculados pelos programas EPNL e DRT, apresentam-se nos quadros 2.3 e 2.4, os valores obtidos para os quatro pontos do método simplificado do EC4, sendo N_{EPNL} , $M_{EPNL,y}$ e $M_{EPNL,z}$ os valores de esforço axial plástico, momento plástico segundo eixo y e momento plástico segundo o eixo z obtidos por aplicação do programa EPNL.

Verifica-se que as curvas obtidas pelo programa EPNL apresentam diferenças rela-

Capítulo 2. Resistência à encurvadura de colunas mistas de acordo com o EC4

Quadro 2.3: Valores obtidos para a resistência da secção, para o exemplo 9.1 (Calado e Santos, 2010), pelos programas DRT e EPNL.

Ponto	N_{DRT} [kN]	$M_{DRT,y}$ [kNm]	$M_{DRT,z}$ [kNm]	$N_{EPNL,y}$ [kN]	$N_{EPNL,z}$ [kN]	$M_{EPNL,y}$ [kNm]	$M_{EPNL,z}$ [kNm]
A	4743,69	0	0	4944,69	4944,69	0	0
B	1139,00	329,71	210,75	1167,77	1278,32	310,63	181,63
C	569,50	344,18	211,97	559,23	582,86	343,33	191,98
D	0	329,71	210,75	0	181,63	310,63	181,63

Quadro 2.4: Valores obtidos para a resistência da secção, para o exemplo 9.2 (Calado e Santos, 2010), pelos programas DRT e EPNL.

Ponto	N_{DRT} [kN]	$M_{DRT,y}$ [kNm]	$M_{DRT,z}$ [kNm]	$N_{EPNL,y}$ [kN]	$N_{EPNL,z}$ [kN]	$M_{EPNL,y}$ [kNm]	$M_{EPNL,z}$ [kNm]
A	6283,58	0	0	6430,45	6430,45	0	0
B	832,29	682,28	316,76	996,59	996,59	674,91	302,24
C	416,15	686,65	317,26	436,53	436,53	687,05	305,57
D	0	682,28	316,76	0	0	674,91	302,24

tivamente aos valores obtidos pelo programa DRT (ver figura 2.13). A diferença mais significativa obtida entre estes valores, para os momentos flectores, corresponde ao momento segundo o eixo z , para a secção totalmente betonada, com o valor de 13,82% (percentagem do momento EPNL face ao momento DRT), no caso de flexão simples, isto é, para o ponto D da curva. Para a secção parcialmente betonada, a maior diferença entre estes valores, no mesmo ponto, é muito menor, sendo cerca de 4,58%.

A desigualdade entre estes valores é explicada pela contribuição de cada material para a resistência à flexão composta, que se indica nos quadros 2.5 e 2.6. Conforme se pode observar dos valores do quadro, a contribuição do betão é maior na resistência à flexão simples em torno do eixo z do que em torno do eixo y . Verifica-se, de facto, um aumento do rácio entre momento resistente da secção, relativamente ao eixo z , de betão (M_z^B) e momento resistente da secção mista ($M_{EPNL,z}$), de 0,211 para 0,398, no caso da secção 9.1, e de 0,060 para 0,193, na secção 9.2.

Quadro 2.5: Valores obtidos, pelo programa EPNL, para a resistência do betão e do aço em perfil, separadamente.

Exemplo	M_y^B [kNm]	M_z^B [kNm]	M_y^A [kNm]	M_z^A [kNm]
9.1	65,1	72,1	242,8	109,0
9.2	40,7	58,4	634,3	243,9

Segundo o eixo y , o material que contribui mais para a resistência à flexão é o aço em perfil, diminuindo significativamente esta contribuição para a flexão em torno do eixo z , para ambas as secções. Desta forma, verifica-se um decréscimo do rácio anterior (M^A/M_{EPNL}), quando a flexão é em torno do eixo z , variando de 0,789 para 0,602, no

2.4. Resistência da secção

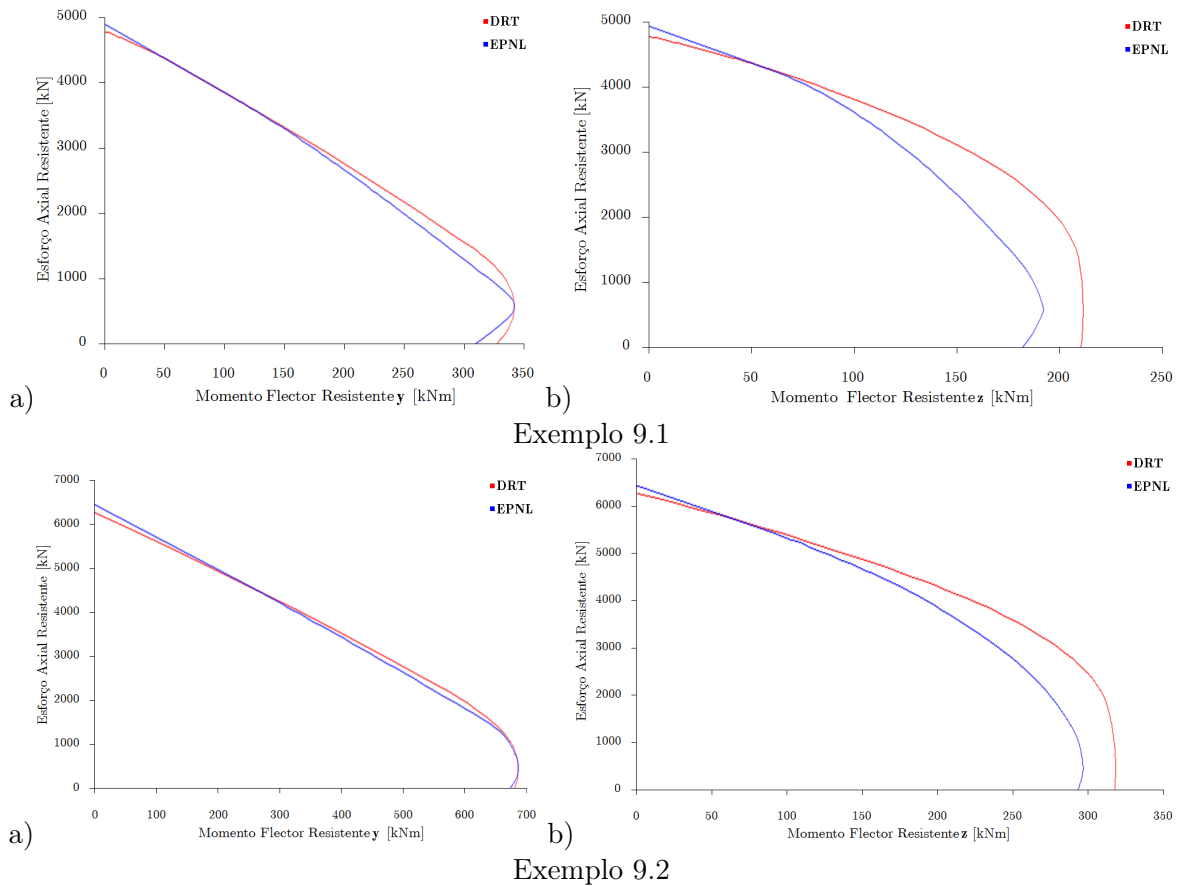


Figura 2.13: Comparação entre curvas $N-M$, segundo os eixos y (a) e z (b), obtidas pelos programas DRT e EPNL.

Quadro 2.6: Diferenças entre os valores obtidos, pelo programa EPNL, para a resistência do betão e aço em perfil em relação ao momento total da secção mista.

Exemplo	$M_y^B / M_{EPNL,y}$	$M_z^B / M_{EPNL,z}$	$M_y^A / M_{EPNL,y}$	$M_z^A / M_{EPNL,z}$
9.1	0,211	0,398	0,789	0,602
9.2	0,060	0,193	0,940	0,807

caso da secção 9.1, e de 0.940 para 0,807, no caso da secção 9.2. Note-se igualmente que a contribuição do aço em perfil é mais preponderante para a secção parcialmente betonada do que para a secção totalmente betonada.

Posteriormente, pretendeu-se averiguar a influência dos factores α_M (ver secção 2.4.2 equações (2.15) e (2.16)) e 0,85 (ver secção 2.2) na resistência da secção à flexão recta composta. Desta forma, na figura 2.14, são comparadas as curvas de interacção $N-M$ para os dois eixos principais das secções estudadas, obtidas: (i) pelo programa EPNL, (ii) pelo programa DRT considerando o factor α_M com valor 0,9 e o factor 0,85, sendo este simplificado designado por DRT ($c/0,9$ e $c/0,85$), e (iii) pelo programa DRT considerando o factor α_M mas sem a aplicação do factor 0,85, designado de DRT ($c/0,9$ e $s/0,85$).

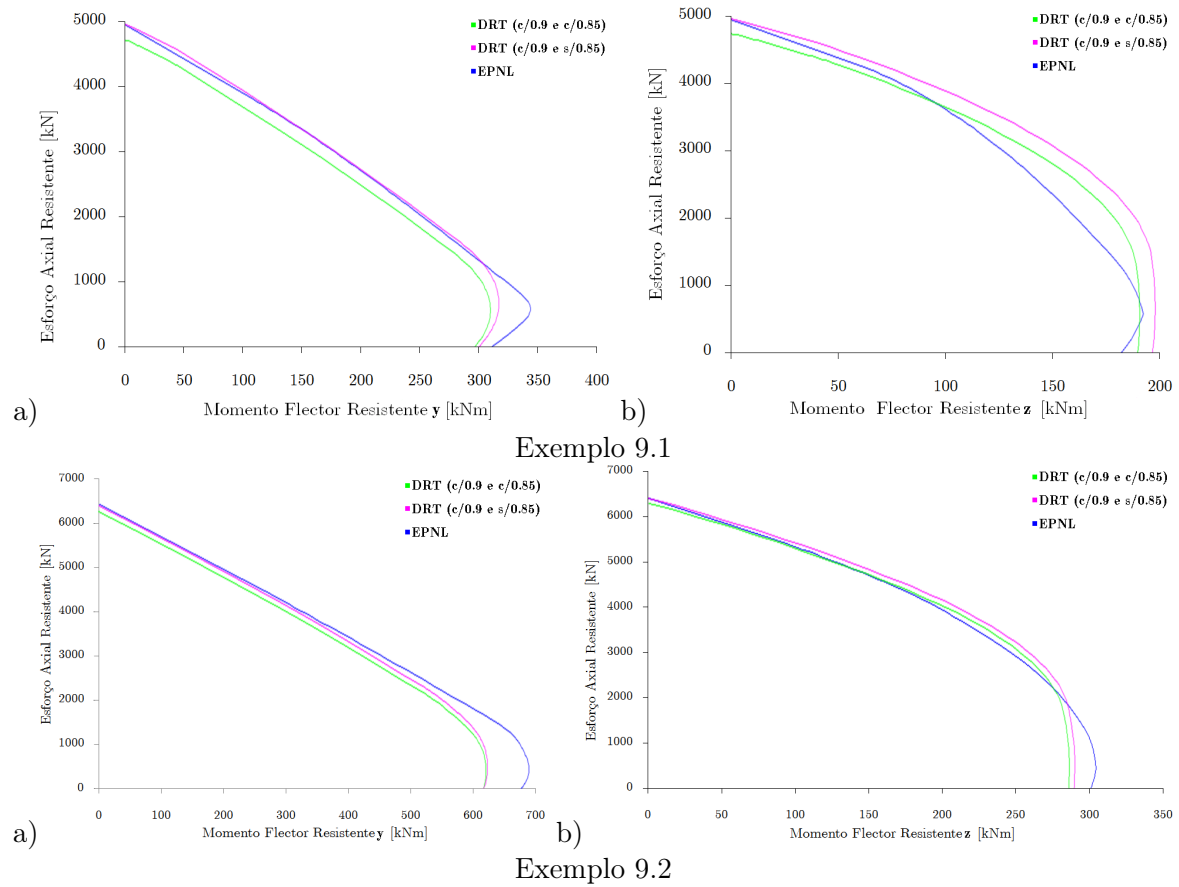


Figura 2.14: Comparação entre as curvas $N-M$, segundo eixo y (a) e z (b) obtidas pelos programa EPNL e pelos programas DRT.

Verifica-se que o factor α_M afecta mais os resultados quando o esforço axial tende para zero, e que o factor 0,85 afecta mais os valores obtidos quando o momento flector se aproxima de zero, o que era expectável, dado que o factor α_M é aplicado apenas ao momento flector e que o factor 0,85, dado ser aplicado apenas ao betão, influencia mais significativamente os resultados quando este tem um papel mais activo, isto é, quanto maior for o esforço axial.

Observa-se que o factor α_M resolve a aproximação efectuada, ao considerar diagramas rectangulares de tensão, para a curva do exemplo 9.1 2.14 (a) e para a curva do exemplo 9.2 2.14 (b). Para as curvas 9.1 (b) e 9.2 (a) verifica-se, no primeiro caso, que a aplicação do factor α_M é insuficiente para corrigir completamente a aproximação a diagramas rectangulares de tensão, e que, no segundo caso, a aplicação deste mesmo factor é excessivamente penalizante.

É de notar que o factor α_M aplica-se ao momento total da secção e, como tal, tanto ao aço em perfil como ao betão. No entanto, o factor 0,85 é apenas aplicado ao betão, como já foi referido, assim verifica-se que o factor α_M é mais penalizante para a secção parcialmente betonada do que para a secção totalmente betonada. O factor 0,85, por sua vez, é mais penalizador para a secção totalmente betonada do que para a parcialmente betonada, dado ser na primeira que existe mais betão.

Verifica-se igualmente que a diferença entre os valores obtidos para a curva DRT ($c/0,9$ e $c/0,85$) e os da curva DRT ($c/0,9$ e $s/0,85$) não é muito significativa, especialmente para o caso da secção parcialmente betonada, devido novamente à maior presença de aço nesta secção que no caso da secção totalmente betonada. Ou seja, dado que o factor 0,85 é aplicado apenas à resistência do betão, a sua penalização faz-se sentir mais numa secção com maior contribuição de betão (secção totalmente betonada) do que numa secção com menor influência do betão (secção parcialmente betonada). A diferença é também mais notória, em ambas as secções, para a flexão em torno do eixo z do que para a flexão em torno do eixo y , dado que a influência do betão na resistência à flexão é maior segundo este eixo.

2.5 Resistência do elemento

Para a avaliação da resistência do elemento à encurvadura de acordo com o método simplificado do EC4, é antes de mais, necessário determinar a esbelteza relativa da coluna $\bar{\lambda}$, a rigidez de flexão efectiva $(EI)_{eff}$ e a rigidez de flexão efectiva para análises de segunda ordem $(EI)_{eff,II}$ da secção. De acordo com o ponto 6.7.3.3(2) do EC4, a esbelteza relativa é calculada através da equação

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{N_{pl,Rk}}{N_{cr}}} \quad (2.23)$$

em que $N_{pl,Rk}$ é o valor característico do esforço axial plástico resistente calculado de acordo com a equação (6.30) do EC4, em que são utilizados os valores característicos dos materiais, e N_{cr} é a carga crítica da coluna em compressão. Esta pode ser obtida a partir da expressão de Euler dada por

$$N_{cr,eff} = \pi^2(EI)_{eff}/L_e^2 \quad (2.24)$$

onde L_e é o comprimento de encurvadura da coluna, que pode ser determinado através de tabelas e gráficos propostos por vários autores (ver, por exemplo, Galambos, 1998 e Reis e Camotim, 2000).

A rigidez de flexão efectiva da secção é dada, por sua vez, segundo a clausula 6.7.3.3(3) do EC4, pela equação

$$(EI)_{eff} = E_a I_a + E_s I_s + K_c E_{cm} I_c \quad (2.25)$$

em que I_a , I_s e I_c , são os momentos de inércia do perfil metálico, das armaduras e da secção de betão não fendilhada, respectivamente, em relação ao eixo de flexão considerado, e E_a e E_s são, respectivamente, os módulos de elasticidade para o aço em perfil e aço em armaduras. Por fim, $K_c = 0,6$ é um factor de correcção, baseado em estudos experimentais, de modo a ter em conta a fendilhação no betão.

De modo a ter em conta os efeitos da fluência no betão, deve ser utilizado um módulo de elasticidade efectivo do mesmo, obtido através do ponto 6.7.3.3(4) do EC4,

$$E_{c,eff} = E_{cm} \times \frac{1}{1 + (N_{G,Ed}/N_{Ed}) \times \varphi_t} \quad (2.26)$$

onde φ_t é o coeficiente de fluência do betão de acordo com o ponto 5.4.2.2(2) do EC2, N_{Ed} é o valor de cálculo do esforço axial actuante e $N_{G,Ed}$ é o valor de cálculo do esforço axial actuante devido apenas às acções permanentes. Note-se que se o esforço axial variar, pode-se assumir conservadoramente o maior valor aplicado nas extremidades do elemento (Jonhson e Anderson, 2004).

De acordo com Hanswille (2008), para o caso de secções preenchidas com betão, verifica-se que a presença de um perfil tubular favorece as condições de cura. Deste modo, para este tipo de secções o coeficiente de fluência ao instante t pode ser dado, em boa aproximação, por

$$\varphi_{t,eff} = \frac{\varphi_t}{4} \quad (2.27)$$

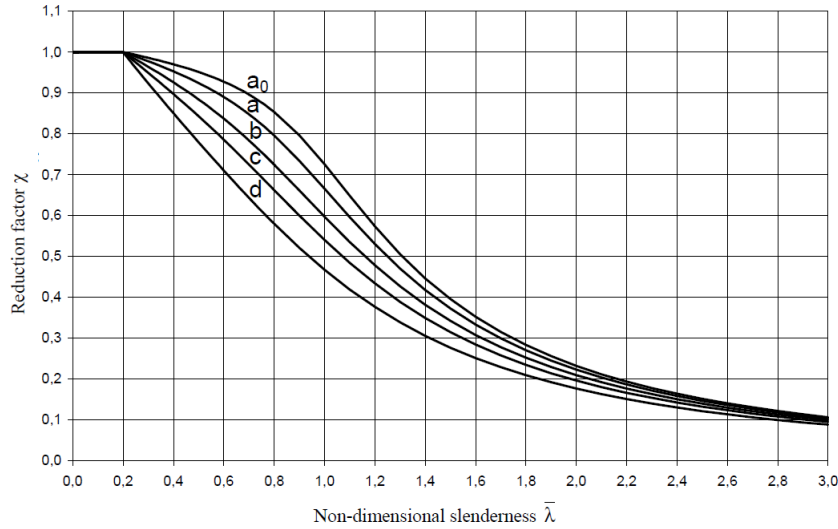


Figura 2.15: Curvas de dimensionamento de colunas (adaptado de EC3).

Por fim, o valor de $(EI)_{eff}$ deve ser reduzido para análises de segunda ordem, como indicado no ponto 6.7.3.4 do EC4. Assim, nesse caso, a rigidez será dada por

$$(EI)_{eff,II} = K_0(E_a I_a + E_s I_s + K_{c,II} E_{cm} I_c) \quad (2.28)$$

sendo K_0 um coeficiente de calibração que deverá ser considerado igual a 0,9, e $K_{c,II}$ o coeficiente relativo à fendilhação no betão, será igual a 0,5.

A maioria das colunas encontra-se sujeita a momentos flectores, mas no caso particular de estas estarem apenas submetidas a esforços de compressão, é apenas necessário efectuar a verificação segundo o ponto 6.7.3.5. Desta forma, a norma permite verificar uma coluna ao esforço axial através de factores de redução, χ_y e χ_z , em função do eixo de encurvadura considerado. O valor de cálculo do esforço axial resistente é dado por

$$N_{b,Rd} = \chi N_{pl,Rd} \quad (2.29)$$

onde se adoptou a designação do EC3 ao indicar o índice b (“buckling”) para $N_{b,Rd}$ e os factores de redução χ são obtidos de modo semelhante ao preconizado pelo EC3 (ponto 6.3.1.2) através das fórmulas

$$\chi = \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - \bar{\lambda}^2}} \quad (2.30)$$

$$\phi = 0,5 \times (1 + \alpha (\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2) \quad (2.31)$$

O factor de imperfeição α para colunas mistas tem como base as curvas europeias de dimensionamento (ver figura 2.15)(Calado e Santos, 2010) e pode ser escolhido de acordo com a tabela 6.5 do EC4, aqui reproduzida na figura 2.16.

Na prática, a generalidade das colunas está sujeita a momentos flectores, pelo que, nesta situação, o cálculo da resistência do elemento requer a determinação do momento máximo de segunda ordem a que a coluna está sujeita, $M_{Ed,II}^{II}$. Assim, para

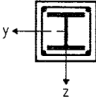
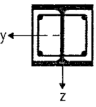
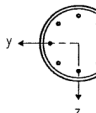
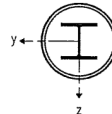
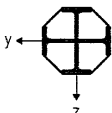
Secção	Limites	Eixo de Encurvadura	Curva de Encurvadura	Imperfeição no Elemento
Totalmente envolvida em betão 	-	y-y	b	L/200
		z-z	c	L/150
Parcialmente envolvida em betão 	-	y-y	b	L/200
		z-z	c	L/150
Circular ou rectangular preenchida com betão 	$\rho_s \leq 3\%$	Qualquer	a	L/300
	$3\% < \rho_s \leq 6\%$	Qualquer	b	L/200
Circular Preenchida com betão com perfil em I 	-	y-y	b	L/200
		z-z	b	L/200
Parcialmente betonada com perfis em I cruzados 	-	Qualquer	b	L/200

Figura 2.16: Curvas de dimensionamento e imperfeições iniciais para colunas mistas (adaptado de EC4).

a determinação deste momento deve ser considerado sempre o efeito das imperfeições geométricas e tensões residuais. Estas podem ser substituídas por uma flecha inicial equivalente, geralmente sinusoidal, com valores indicados na tabela 6.5 do EC4 (ver figura 2.16). Tal aproximação é válida no caso de colunas simplesmente apoiadas. No entanto para condições de apoio diferentes estas imperfeições poderão estar contra a segurança como comprovado por Gonçalves e Camotim (2005). Estes autores sugerem a consideração de outros tipos de imperfeições iniciais em função do tipo de condições de apoio e fornecem exemplos para alguns dos casos mais habituais, como por exemplo no caso de uma coluna encastrada-apoiada.

Após a determinação das imperfeições iniciais, são conhecidos os momentos de primeira ordem, pelo que o próximo passo será averiguar se é necessário incluir os efeitos de segunda ordem. Estes provocam um aumento dos momentos flectores tanto mais elevado quanto maior for a esbelteza da coluna e o nível de esforço axial aplicado.

Segundo o ponto 6.7.3.4(3) do EC4, que remete por sua vez para ponto 5.2.1(3) da mesma norma, podem ser utilizados os valores de momentos de primeira ordem se o aumento das forças internas relevantes for menor que 10%, o que é verificado através da condição

$$\alpha_{cr} = \frac{N_{cr,eff,II}}{N_{Ed}} \geq 10 \quad (2.32)$$

Em que α_{cr} é o parâmetro crítico de carga e $N_{cr,eff}$ é a carga crítica considerando a rigidez de flexão efectiva $(EI)_{eff,II}$. Note-se que, embora os efeitos de segunda ordem possam ser desprezados, a imperfeição geométrica deve estar sempre presente na determinação do momento máximo da coluna.

De um modo geral, a maioria dos casos verifica $\alpha_{cr} < 10$, pelo que deve ser efectuada uma análise de segunda ordem. De acordo com Calado e Santos (2010), estas análises podem ser classificadas em três tipos gerais: (i) análises de segunda ordem rigorosas, nas quais as equações de equilíbrio são determinadas na posição deformada da coluna, variando esta conforme a aplicação das cargas; (ii) análises de segunda ordem aproximadas, em que as equações de equilíbrio são consideradas na posição indeformada do elemento, sendo os efeitos não-lineares geométricos incorporados de uma forma indirecta e iterativa; e (iii) análises de primeira ordem modificadas, em que estes efeitos são contabilizados através de uma alteração dos valores obtidos para a análise de primeira ordem, geralmente mediante a utilização de factores de amplificação. No caso do EC4, pelo ponto 6.7.3.4(5), esta amplificação pode ser realizada através da aplicação de um factor de amplificação, k , aos momentos flectores de primeira ordem, M_{Ed}^I , obtendo-se

$$M_{Ed}^{II} = kM_{Ed}^I \quad (2.33)$$

com

$$k = \frac{\beta}{1 - N_{Ed}/N_{cr,eff}} \geq 1,0 \quad (2.34)$$

em que o factor β depende da configuração do diagrama de momentos flectores de acordo com a tabela 6.4 do EC4 (ver figura 2.17). Contudo, o factor β depende também do nível de esforço axial e das condições de apoio do elemento, o que não é tido em conta pelo EC4. Uma discussão mais pormenorizada acerca deste assunto pode ser encontrada por exemplo em Boissonnade *et al.* (2006). Por exemplo, para uma coluna simplesmente apoiada sujeita a momento uniforme ($r = 1$), o factor β é correspondente a 1,1 e tem-se:

$$k = \frac{1,1}{1 - N_{Ed}/N_{cr,eff,II}} \geq 1,0 \quad (2.35)$$

Observa-se assim que, caso não exista esforço axial na coluna, o factor k é igual a 1,1 e conduz a uma amplificação (errada) de esforços. Para este caso, a expressão exacta para o factor k , é dada por

$$k = \frac{1}{\cos \frac{\pi N_{Ed}}{2 N_{cr}}} \quad (2.36)$$

Note-se que é necessário o cálculo de dois valores de factores k distintos, um para a distribuição de momentos resultante das cargas aplicadas na estrutura (sem imperfeições) e outro para a distribuição de momentos devido às imperfeições iniciais equivalentes. Neste trabalho, $k_1 M_{Ed}^I$ refere-se ao momento equivalente da coluna “perfeita”,

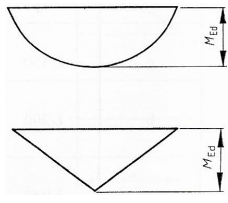
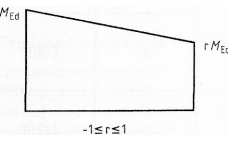
Diagrama de Momentos	Factores β	Comentário
	<p>Momentos de primeira ordem devido a imperfeições ou carregamento lateral:</p> <p>$\beta=1,0$</p>	<p>M_{Ed} é o momento máximo em todo o comprimento da coluna ignorando os efeitos de segunda ordem.</p>
	<p>Momentos na base:</p> <p>$\beta=0,66+0,44r$</p> <p>Mas $\beta \geq 0,44$</p>	<p>M_{Ed} e rM_{Ed} são os momentos finais da análise de primeira ou segunda ordem.</p>

Figura 2.17: Tabela 6.3 para determinação dos valores de β (adaptado de EC4).

em que M_{Ed}^I é o valor de cálculo do momento máximo actuante retirado da análise global (sem imperfeições). Para colunas simplesmente apoiadas, o momento devido às imperfeições é dado por $N_{Ed}e_0$ (sendo e_0 a imperfeição em cada secção transversal do elemento), tem uma distribuição tal que $\beta = 1,0$, e assim é normalmente diferente da distribuição de momentos na coluna “perfeita”. Como a imperfeição pode ser aplicada em qualquer direcção, o momento $k_2N_{Ed}e_0$, pode ser considerado sempre com o mesmo sinal de k_1M_{Ed} , sendo o momento conjunto em cada secção dado por (Jonhson e Anderson, 2004)

$$M_{Ed}^{II} = k_1M_{Ed}^I + k_2N_{Ed}e_0 \quad (2.37)$$

Após a determinação do momento máximo de cálculo de segunda ordem no elemento, procede-se à verificação da resistência da secção segundo o pontos 6.7.3.7(2) do EC4. No caso de uma coluna sujeita a flexão desviada com esforço axial, a imperfeição geométrica deve ser contabilizada em ambos os planos principais de flexão e devem ser determinadas curvas de interacção N - M para ambos os planos, separadamente. Caso um dos momentos seja muito superior ao outro, a equação condicionante será (2.15) ou (2.16), conforme o momento dominante. Caso contrário, a equação de interacção (2.22) será condicionante.

Capítulo 3

Modelação numérica

3.1 Introdução

Neste capítulo será abordada a modelação não-linear de colunas mistas através de programas de cálculo com base no método dos elementos finitos. Para tal, serão efectuados dois modelos numéricos: a coluna SHC-1 (Brigde, 1976) e a viga C20Y0 (Elghazouli e Treadway, 2008). O estudo destes modelos tem como objectivo a avaliação da modelação do comportamento destes elementos à flexão recta composta ou flexão simples, averiguando quais os problemas frequentes na sua realização e quais as suas limitações.

Serão igualmente mencionados trabalhos de outros autores na área da modelação de colunas mistas mas também de betão armado, pois este é o material que coloca mais desafios em termos de modelação, dado que o aço é um material relativamente simples de modelar. Estes estudos são fundamentais para o enquadramento da modelação dos exemplos de validação apresentados na secção 3.4.

Habitualmente utilizam-se modelos de três tipos para modelar colunas mistas: modelos unidimensionais, modelos bidimensionais e modelos tridimensionais. Nos modelos unidimensionais são utilizados elementos de barra (ver figura 3.1), frequentemente utilizados na modelação de pórticos ou treliças. O comportamento deste tipo de elementos é bem conhecido, dado que são os mais simples. Nos modelos bidimensionais são utilizados elementos do tipo placa (em estado plano de tensão ou estado plano de deformação), sendo estes carregados por forças no seu plano. O elemento ilustrado na figura 3.1 é rectangular, mas podem ser utilizadas diversas geometrias. Por fim, os modelos tridimensionais envolvem elementos finitos de volume, eventualmente combinados com elementos de casca ou de barra, existindo diversas geometrias possíveis.

Nos estudos pesquisados, realizados por outros autores, não foi encontrado nenhum modelo bidimensional, pelo que apenas se referem estudos sobre modelos unidimensionais e tridimensionais.

Na secção 3.3.1, será apresentado um modelo bidimensional, utilizando o programa Adina, de uma coluna mista de secção rectangular preenchida com betão e um modelo tridimensional para a mesma coluna, em Ansys, comparando-se posteriormente as diferenças entre os resultados obtidos com os fornecidos por outros autores e entre si.

Na secção 3.3.2, será estudada uma viga de secção parcialmente betonada utilizando um modelo tridimensional em Ansys. Não serão estudados modelos unidimensionais,

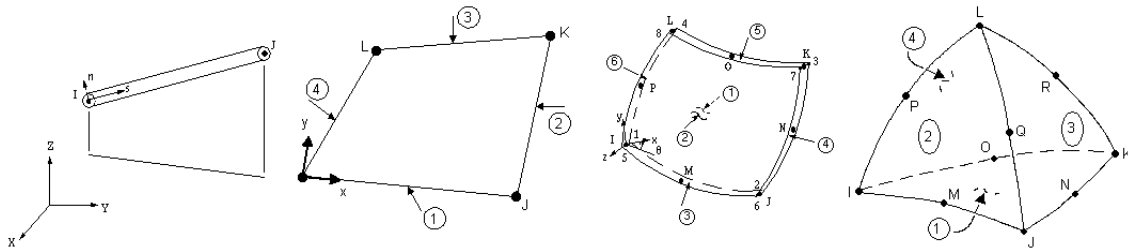


Figura 3.1: Exemplos de elementos finitos de barra, de placa, de casca e de volume(adaptado de Ansys, Inc., 2004).

pois nem o Ansys nem o Adina permitem a consideração de um comportamento não-linear para o betão em elementos finitos de barra.

3.1.1 Modelos unidimensionais

Pi *et al.*(2006a) desenvolveram um elemento finito unidimensional para efectuar análises não-lineares (geométricas e físicas) de vigas e colunas mistas. Neste modelo é aplicado o princípio de Euler-Bernoulli, assume-se válida a hipótese das pequenas deformações e não são incluídos efeitos devido a encurvadura local ou encurvadura lateral por flexão-torção. No entanto, é considerado o escorregamento entre o aço e betão.

Posteriormente, Pi *et al.*(2006b) aplicaram o elemento finito desenvolvido a vários exemplos de elementos mistos estudados por outros autores, como foi o caso da coluna SHC-1 (Bridge, 1976), cujos resultados serão utilizados na secção 4.5.1 para validação. Os autores verificaram que o elemento finito proposto fornecia resultados muito próximos dos experimentais, na generalidade dos casos estudados.

Aly *et al.*(2010) apresentaram um modelo analítico para o estudo do comportamento de colunas circulares e rectangulares preenchidas com betão sujeitas a carregamento estático e cíclico (flexão recta composta). As variáveis consideradas no estudo foram a classe do betão (de 40 a 80 MPa) e a excentricidade da carga (de 15 a 30 mm). O modelo unidimensional desenvolvido admite que: a flexão ocorre no plano, a curvatura é simples, as colunas são simplesmente apoiadas e isoladas, é válida a hipótese das pequenas deformações e a hipótese de Bernoulli, não ocorre encurvadura local do aço, a força axial é constante ao longo da coluna, o carregamento é aplicado ao aço e betão simultaneamente, não ocorre escorregamento entre os dois materiais e são desprezados os efeitos diferidos do betão. As leis constitutivas adoptadas para aço e betão foram diferentes conforme se trate de carregamento estático ou cíclico, sendo que, para este último, é utilizada uma relação constitutiva diferente conforme se trate da fase de carregamento, descarregamento ou recarregamento.

Os autores compararam os resultados obtidos para 6 colunas em carregamento estático e cíclico com resultados experimentais obtidos por outros autores, verificando-se uma boa concordância entre estes. Verificou-se igualmente que a resistência do betão não tem grande influência na situação de carregamento variável. Embora existam al-

gumas diferenças entres os resultados obtidos pelo modelo dos autores e os obtidos experimentalmente, verifica-se que o modelo realizado prevê com bastante exactidão o comportamento destas colunas para as duas situações de carregamento, especialmente no caso estático.

Valipour e Foster (2010) desenvolveram um elemento finito de barra não-linear, aplicável a colunas preenchidas com betão, sob a acção de cargas estáticas ou cíclicas. No elemento desenvolvido pelos autores são contabilizadas as não-linearidades dos materiais, através de um método das fibras modificado. É considerado o efeito de confinamento do betão na resistência da secção e sua ductilidade, bem como da encurvadura local no tubo de aço. Os factores estudados foram os rácios L/b (esbelteza da coluna), b/t ou d/t (esbelteza do tubo de aço) e a excentricidade da carga axial, pelo rácio e/b ou e/d . Para validação do elemento finito, os resultados obtidos são comparados com resultados experimentais e analíticos obtidos por outros autores para várias colunas mistas e para um pórtico sujeito a cargas cíclicas, verificando-se uma boa concordância.

Vrcelj e Uy (2002) propuseram um método para incorporar, num elemento finito unidimensional, o efeito da encurvadura local e encurvadura global, para colunas mistas rectangulares preenchidas com betão. Neste modelo a forma deformada da coluna é dada por uma curva sinusoidal, assume-se interacção completa entre os dois materiais e que é válida a hipótese de Bernoulli, é desprezada a resistência do betão à tracção bem como o efeito de confinamento, e não é contabilizada a influência do esforço transversal.

Para validação, são obtidos valores para as cargas de colapso para várias colunas através do modelo desenvolvido, sendo estas comparadas com valores experimentais anteriormente realizados pelos próprios autores e por outros autores, como por exemplo por Bridge (1976), verificando-se uma óptima concordância. É realizado um estudo paramétrico, considerando como factores: a esbelteza da coluna, a esbelteza das paredes do perfil e a resistência do aço e do betão.

Por fim, propõem um método de dimensionamento para ter em conta a encurvadura local na avaliação da resistência de uma coluna segundo o EC4. O método é aplicado a um exemplo concreto, calculado de acordo com o EC4, verificando-se reduções no esforço axial resistente da coluna, de 12 a 15% quando a encurvadura local é contabilizada, constatando-se desta forma que esta deve ser um factor a ter em conta no dimensionamento deste tipo de secções.

Zhao *et al.*(2009) realizaram um estudo experimental em colunas mistas esbeltas totalmente envolvidas em betão sujeitas a flexão recta composta. Foram testadas 10 colunas, variando-se a excentricidade da carga (de 30 a 150 mm), a resistência do betão (de 41,2 a 61,9 MPa) e a esbelteza (de 53,89 a 82,76 mm). Os resultados experimentais obtidos são comparados com os provenientes de uma análise numérica não-linear realizada com um modelo unidimensional desenvolvido pelos autores, considerando a coluna simplesmente apoiada e tendo em conta a não-linearidade geométrica e física. O modelo numérico utilizado baseia-se no método das fibras, sendo desprezada a resistência do betão à tracção e o escorregamento entre aço e betão, mas as tensões residuais no aço foram incluídas e o confinamento providenciado pela armadura transversal foi

contabilizado.

Os resultados obtidos com o modelo numérico foram comparados com resultados experimentais e com os calculados de acordo com vários códigos, como por exemplo a norma ACI318-05. Verificou-se que os valores obtidos pelo modelo estavam em melhor concordância com os resultados experimentais do que os obtidos pelas normas. Observou-se igualmente que o aumento da esbelteza e da excentricidade da carga diminuem significativamente a capacidade resistente destas colunas e que a presença de um betão de classe superior não tem um efeito evidente na resistência das mesmas, sendo portanto os dois primeiros factores os mais importantes.

3.1.2 Modelos tridimensionais

Hu *et al.*(1999) propuseram, no seu estudo sobre colunas preenchidas com betão sujeitas a compressão, modelos para as relações constitutivas dos materiais, sendo estas aplicadas na modelação de várias colunas no programa de elementos finitos ABAQUS e validadas por comparação com resultados experimentais. As colunas são organizadas em três grupos: colunas de secção circular, colunas de secção quadrada e colunas de secção quadrada reforçadas com estribos nos cantos (*reinforcing ties*). Observou-se que as colunas de secção circular são as que apresentam um maior efeito de confinamento e que a encurvadura local não ocorre frequentemente nestas. No caso de colunas de secção quadrada, verifica-se que o efeito de confinamento não é tão relevante e que a encurvadura local ocorre com frequência. A presença dos estribos, no último tipo de colunas, especialmente quando o espaçamento é pequeno e o diâmetro destes elevado, previne a ocorrência de encurvadura local mesmo para secções de rácio b/t elevado. Verifica-se, por fim, assim como noutros estudos já realizados, que o efeito de confinamento diminui com o aumento do rácio d/t ou b/t , conforme a secção seja circular ou quadrada.

Yu *et al.*(2010) utilizaram um modelo de elementos finitos, efectuado no programa ABAQUS, para analisar os mecanismos de rotura de colunas preenchidas com betão sujeitas a esforços de compressão, bem como para analisar a interacção entre aço e betão. O estudo permitiu desenvolver um método simplificado para calcular a capacidade resistente deste tipo de colunas. Comparou-se igualmente a encurvadura entre colunas metálicas tubulares e as mesmas secções preenchidas com betão, verificando que, para perfis circulares, os modos de rotura não diferem especialmente, mas para perfis rectangulares as diferenças são acentuadas. Nesse caso, os fenómenos de encurvadura local na coluna metálica são bastante mais notórios que na coluna mista. Verificou-se também que não ocorre encurvadura local significativa, pois o betão impede a encurvadura local para dentro do perfil.

Os resultados obtidos com o modelo de elementos finitos foram comparados com os resultados de ensaios experimentais realizados por outros autores, observando-se uma boa concordância de valores. Os valores experimentais foram também comparados com os obtidos pelo método simplificado proposto, verificando-se igualmente uma boa concordância. Observou-se também que as colunas rectangulares apresentam uma resistência inferior às colunas circulares (aproximadamente 5,8%). Verificou-se igual-

mente que a resposta da coluna é influenciada significativamente pelo método de carregamento da mesma, observando-se que quando o perfil de aço e betão são carregados simultaneamente, o primeiro é menos eficaz no confinamento do segundo, comparativamente ao caso em que apenas o betão é carregado. Como tal é recomendado pelos autores que, se a ductilidade do elemento é um aspecto fundamental, apenas o núcleo de betão deve ser esforçado.

3.1.3 Estudos sobre modelação de betão armado em Ansys

Barbosa e Ribeiro (1998) efectuaram a análise de uma viga em betão armado através do programa Ansys, considerando diferentes modelos constitutivos, de modo a observar as diferenças nos resultados provocadas por estes. São utilizados elementos *Solid65*, sendo as armaduras longitudinais modeladas de duas formas diferentes: com elementos de barra (armadura discreta) ou distribuídas na zona inferior dos elementos *Solid65* (armadura distribuída).

Foram realizados quatro modelos constitutivos para o betão: (i) elástico linear com esmagamento, (ii) elástico perfeitamente plástico (critério de cedência Drucker-Prager) sem esmagamento, (iii) lei multilinear (critério de cedência Von Mises) sem esmagamento, e por fim, (iv) lei multilinear com esmagamento. Em todos os modelos é considerada a fendilhação. No caso do aço, este é considerado elástico linear, no primeiro modelo, e elástico-perfeitamente plástico, nos modelos seguintes. As análises considerando as diferentes leis constitutivas são efectuadas para as duas modelações de armadura (discreta e distribuída).

Todos os casos mostram resultados, em termos de curvas carregamento-flecha a meio vão, semelhantes na fase inicial de carregamento. Contudo, os casos em que o esmagamento está activo, conduzem a um colapso muito prematuro. Quando o esmagamento é desactivado são obtidas curvas completas. As curvas obtidas nos casos em que o betão é modelado com curva multilinear sem esmagamento activado, aproximam-se bastante dos resultados esperados.

Queiroz (2003) efectuou um estudo numérico sobre colunas mistas, utilizando o programa Ansys, onde expõe e discute as limitações e vantagens encontradas na obtenção de resultados. Além de uma revisão bibliográfica extensa a respeito do estado da arte dos estudos numéricos sobre estruturas mistas na generalidade, o autor aborda igualmente as regras e princípios fornecidos pelas normas brasileiras NBR14323 (1999) e AISC-LRFD (1999).

Foram estudadas colunas mistas sujeitas à flexão composta de secção parcialmente betonada, sendo os resultados comparados com os obtidos pelas referidas normas. Foram utilizados, para uma primeira análise, elementos *Shell43*, para o aço, e *Solid45*, para o betão. Posteriormente, foram utilizados elementos *Solid65* para o betão, dado que o elemento *Solid45* não permite incluir comportamento não-linear do betão. Foram também efectuados modelos de colunas mistas parcialmente betonadas, utilizando elementos *shell43* (aço) e *Solid65* (betão), submetidas a tracção ou compressão pura e, por fim, de uma coluna mista de secção circular preenchida com betão e submetida à compressão pura.

Relativamente à utilização do elemento *Solid65* para a modelação do betão, nos elementos submetidos a flexão recta composta, o autor verifica que existiu dificuldade de convergência durante as análises numéricas em que o esmagamento no betão estava activado, assim como quando grande parte secção mista se encontrava traccionada, devido à fendilhação no betão. Nas colunas mistas submetidas à tracção ou compressão pura extraem-se conclusões semelhantes às anteriores, isto é, a activação do esmagamento do betão conduz a uma rotura prematura.

Por fim, relativamente à secção circular preenchida com betão, o autor observou e verificou o efeito de confinamento na secção através das tensões obtidas para o betão e aço, na análise numérica. Em conclusão final, o autor faz ainda algumas recomendações e sugestões para pesquisas futuras no campo do estudo numérico de colunas mistas, segundo o método dos elementos finitos.

3.2 Programas de elementos finitos utilizados

3.2.1 Adina

Um dos programas de elementos finitos utilizado na modelação de colunas mistas será o programa Adina (versão com limitação a 900 nós), o qual permite efectuar análises de acordo com o exigido pelo método geral do EC4. Este permite a aplicação de leis constitutivas não-lineares, que incluam por exemplo efeitos como a fendilhação e esmagamento do betão, plasticidade do aço em armaduras e em perfil, entre outros. Considera-se que não ocorre escorregamento entre o betão, aço em perfil e armaduras, pelo que os nós dos elementos dos vários materiais são coincidentes.

Em virtude da limitação no número de nós, este programa será utilizado para ilustrar modelos bidimensionais, assim serão utilizados elementos do tipo placa e serão efectuadas duas análises: uma considerando estado plano de tensão e outra considerando estado plano de deformação. No primeiro caso não está a ser considerado o confinamento na direcção perpendicular ao plano, enquanto que, na segunda situação, devido à consideração do estado plano de deformação, o confinamento é infinito nessa direcção.

O comportamento do betão será modelado através de uma lei constitutiva própria do programa, cuja lei uniaxial se representa na figura 3.2. Será considerada fendilhação e esmagamento no betão. Para o aço adopta-se uma lei constitutiva elasto-plástica, tendo em conta o seu endurecimento.

A carga é transmitida incrementalmente à secção de extremidade através de *rigid links* de modo a ser garantida uma transmissão uniforme de esforços para toda a coluna, e esta será aplicada através de deslocamentos em vez de forças. A análise realizada será portanto não linear, geometricamente e fisicamente.

3.2.2 Ansys

Tal como o Adina, o programa de elementos finitos Ansys (versão 12) permite efectuar análises de problemas de acordo com o exigido pelo método geral do EC4. Com este programa serão estudadas várias colunas mistas através de modelos tridimensionais, nos quais serão utilizados elementos do tipo *Solid65*. Este tipo de elemento será utilizado tanto para a modelação do aço como do betão. Permite simular os efeitos de fendilhação

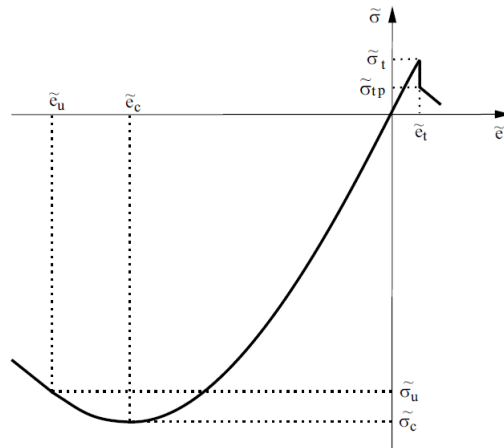


Figura 3.2: Modelo de lei constitutiva do betão (adaptado de Adina, Inc., 2005).

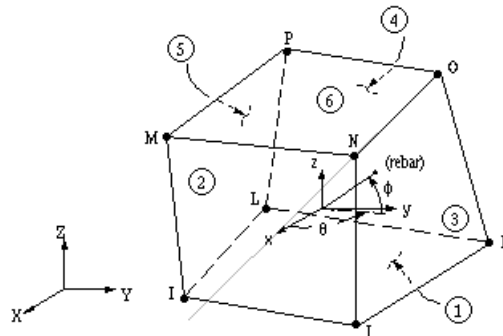


Figura 3.3: Elemento *Solid65* utilizado na modelação em Ansys (adaptado de Ansys, Inc., 2004).

e esmagamento no betão, assim como incluir a plasticidade do material. O elemento é definido por oito nós, cada um com três graus de liberdade, sendo estes as translações em x, y e z (ver figura 3.3) (Ansys, Inc., 2004). Permite também incluir armaduras distribuídas, em até três direcções diferentes, que absorvem unicamente esforços axiais.

Tal como realizado para o modelo em Adina, considera-se que não ocorre escorregamento entre o betão, aço em perfil e armaduras, pelo que os nós dos elementos dos vários materiais são coincidentes.

A lei constitutiva do betão será modelada através de uma curva multilinear elasto-plástica MISO (critério de cedência de Von Mises) considerando a relação fornecida na secção 2.2 (ver figura 2.3). O troço descendente após a tensão de pico será substituído por um patamar horizontal, pois o Ansys não permite a consideração de declives negativos, pelo que a tensão é considerada constante até à extensão de rotura. Não é possível adoptar o critério de Drucker-Prager para a cedência porque o Ansys não permite a utilização de uma curva MISO se este for considerado. Para além de uma superfície de cedência, é incluída a superfície de rotura de William-Warnke, considerando o esmagamento e fendilhação do betão.

As relações constitutivas para aço em armaduras foram consideradas elásticas-

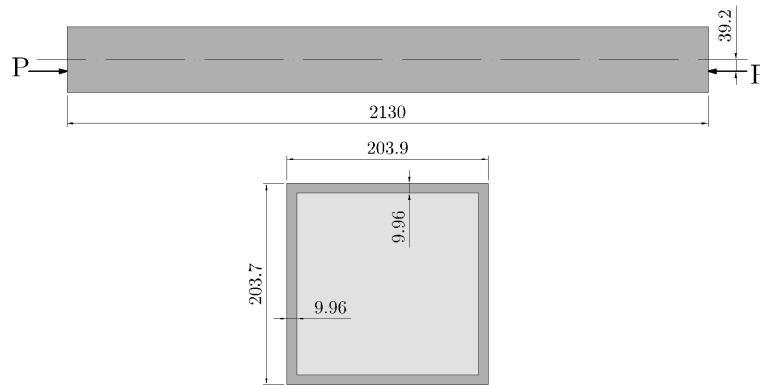


Figura 3.4: Geometria e carregamento da coluna SHC-1 (Bridge, 1976), medidas em mm.

perfeitamente plásticas, pois não é considerado endurecimento. O comportamento do aço em perfil foi simulado também com a opção de curva multilinear, com critério de cedência de Von Mises, de modo a ter em conta o seu endurecimento nos casos de modulação de colunas mistas em que tal é considerado. Quando o aço em perfil não possui endurecimento, a lei constitutiva é modelada também através da opção considerada para o aço em armaduras.

3.3 Exemplos de Validação

3.3.1 Coluna SHC-1

O primeiro exemplo de validação considerado é uma das colunas mistas ensaiadas por Bridge (1976), SHC-1, também posteriormente estudada por Pi *et al.* (2006b) e por Valipour e Foster (2010). Consiste numa coluna de secção rectangular preenchida com betão com a geometria e carregamento representados na figura 3.4. A coluna está sujeita a flexão recta composta através da aplicação de uma carga P aplicada com uma excentricidade em relação ao eixo da peça de 39,2 mm.

As relações constitutivas dos materiais ensaiados por Bridge (1976) são reproduzidos na figura 3.5 e nas figuras 3.6 e 3.7 mostram-se as leis constitutivas adoptadas por Pi *et al.* (2006b) e Valipour e Foster (2010).

Relativamente aos materiais, segundo Pi *et al.* (2006b) e Bridge (1976), a resistência do betão em compressão foi considerada 29,9 MPa, valor foi medido em provetes cúbicos (σ_{cu}), podendo ser obtida a tensão para provetes cilíndricos (σ_c) através da fórmula:

$$\sigma_c = 0,85\sigma_{cu} \quad (3.1)$$

Desta forma, o valor utilizado foi 25,415 MPa, tanto para a modelação em Adina como em Ansys. O módulo de elasticidade considerado é de 23,30 GPa e a tensão à tracção será desprezada neste modelo. O aço em perfil é considerado com endurecimento, de acordo com o apresentado por Pi *et al.* (2006b) (ver figura 3.6), sendo o módulo de elasticidade cerca de 205 GPa, a tensão de cedência de 291 MPa e a tensão última 516,6 MPa.

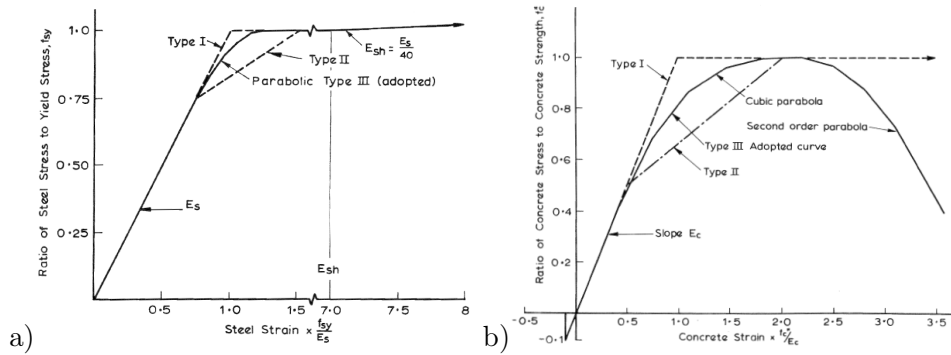


Figura 3.5: Relações constitutivas utilizadas para o aço (a) e betão (b) por Bridge (1976).

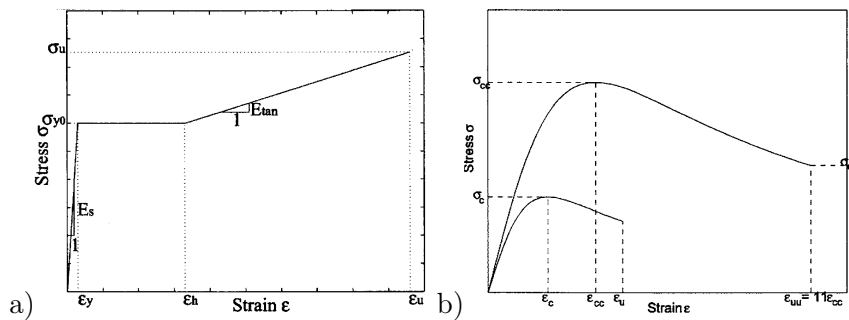


Figura 3.6: Relações constitutivas utilizadas para o aço (a) e betão (b) por Pi *et al.* (2006b).

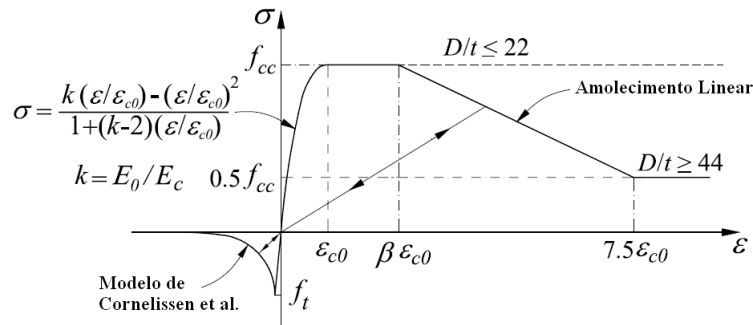


Figura 3.7: Relação constitutiva utilizada para o betão por Valipour e Foster (2010).

No programa de cálculo Adina, o modelo é bidimensional e a análise é realizada contabilizando apenas um quarto da coluna (ver figura 3.8), isto é, metade da secção e metade do comprimento da coluna, uma vez que as condições de simetria assim o permitem.

Os resultados obtidos com o programa Adina representam-se na figura 3.9, onde são comparados com os obtidos pelos outros autores. Conforme foi já referido, foram consideradas duas situações para o betão: estado plano de tensão e estado plano de deformação.

Verifica-se que os resultados obtidos pelo modelo bidimensional em Adina (ver figura 3.9 (a)) se encontram bastante próximos dos resultados obtidos por Bridge (1976) e por

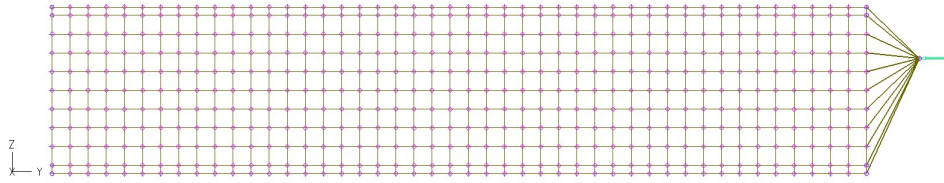


Figura 3.8: Modelo da coluna mista SHC-1 utilizado no programa Adina.

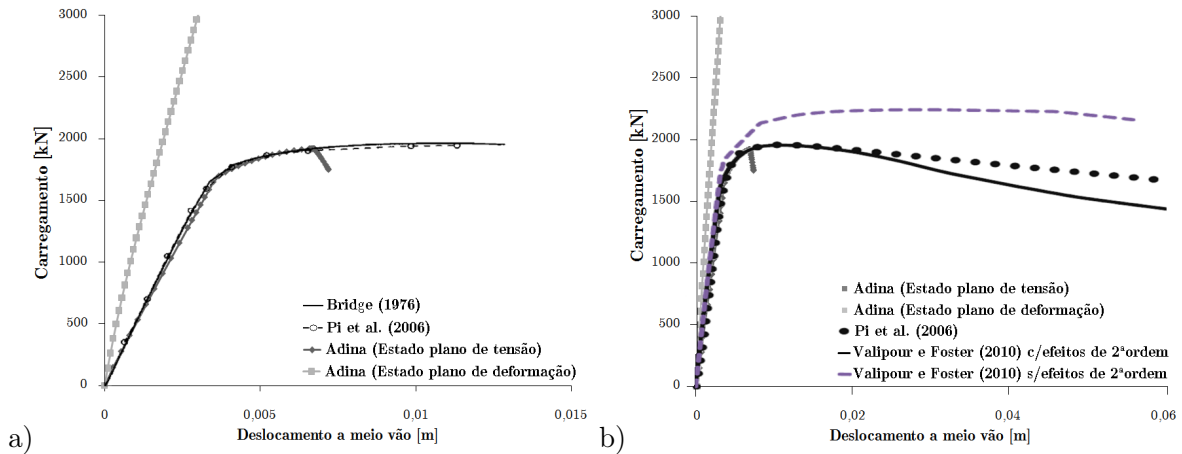


Figura 3.9: Coluna SHC-1: Resultados do modelo bidimensional (Adina) para estado plano de tensão, estado plano de deformação, e resultados obtidos por Bridge (1976) e Pi *et al.*(2006b) (a), e Valipour e Foster (2010) (b).

Pi *et al.*(2006b), dando uma indicação que, apesar deste tipo de modelos serem mais simples que os modelos tridimensionais, permitem obter resultados bastante precisos para o estudo do comportamento de colunas mistas.

Os resultados obtidos com o programa Adina estão igualmente em boa concordância com os obtidos por Valipour e Foster (2010), tal como o demonstra a figura 3.9 (b).

Observa-se igualmente, nos gráficos da figura 3.9, que a consideração de estado plano de deformação conduz a uma resistência da coluna significativamente sobrestimada, o que se deve ao facto de o efeito de confinamento não ser significativo em colunas com este tipo de secção.

Verifica-se também que o colapso do modelo bidimensional foi prematuro, não se obtendo uma curva tão extensa como a obtida pelos restantes autores (Bridge, 1976; Pi *et al.*, 2006b; Valipour e Foster, 2010), mas o valor máximo da curva foi praticamente atingido.

No programa Ansys, o modelo é tridimensional e foi modelada igualmente apenas um quarto da coluna, como ilustra a figura 3.10. Foram utilizados na modelação, elementos *Solid65* tanto para o aço como para o betão. No topo da coluna foi colocada uma chapa de 3 cm de espessura em aço, de modo que os esforços aplicados fossem transmitidos o mais uniformemente possível, não provocando concentrações de tensões no betão. A rigidez desta chapa foi aumentada, considerando um módulo de elasticidade de 1050 GPa em vez de 210 GPa, isto é, cinco vezes maior, pois verificou-se que o

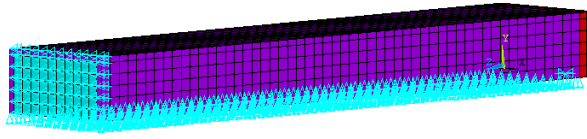


Figura 3.10: Modelo da coluna SHC-1 realizado em Ansys.

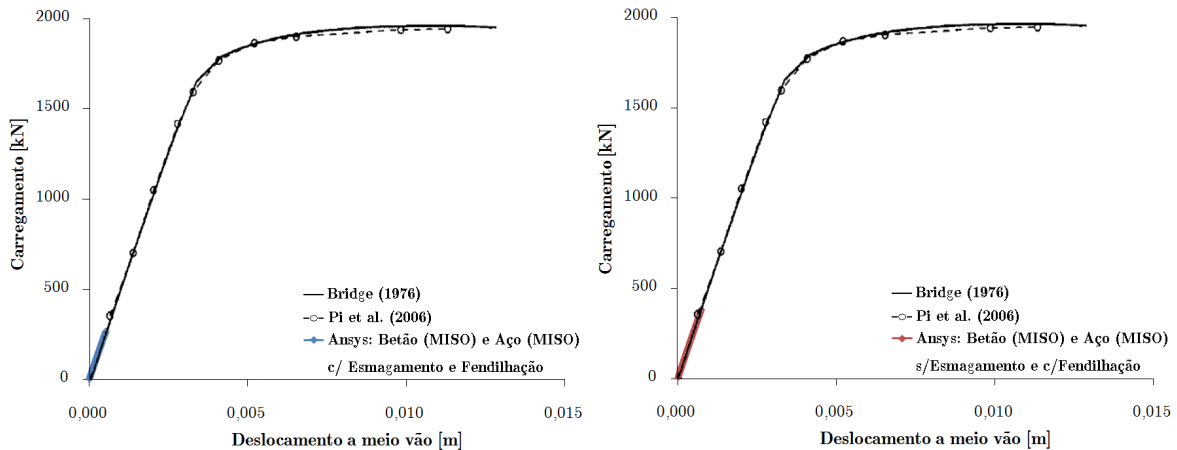


Figura 3.11: Coluna SHC-1: Resultados obtidos do modelo tridimensional (Ansys), com fendilhação activa, e resultados obtidos por Bridge (1976) e Pi *et al.* (2006b).

último valor não era suficiente para impedir o surgimento de concentração de tensões.

Com base nos resultados obtidos do programa Ansys são traçadas igualmente curvas de carregamento aplicado em função da flecha a meio vão. Os valores são então comparados com os resultados obtidos por Bridge (1976) e por Pi *et al.* (2006b) nas figuras 3.11 e 3.12, variando-se apenas o modelo constitutivo adoptado para o comportamento do betão. O betão foi modelado através da curva multilinear (MISO), em todos os casos excepto na curva a cinzento escuro da figura 3.12, para a qual o betão foi considerado como material elástico linear.

Inicialmente, na curva (a azul) da figura 3.11, o betão é considerado com esmagamento e fendilhação. Na curva seguinte (a vermelho), o betão é considerado com fendilhação mas o esmagamento do betão é desactivado. Por fim, nas curvas da figura 3.12 tanto o esmagamento como a fendilhação no betão foram desactivados, obtendo-se curvas de carregamento em função da flecha a meio vão completas. Note-se que o aço é sempre considerado com comportamento modelado através da opção curva multilinear, e a sua modelação nunca é alterada.

Como é possível observar da figura 3.11, no caso, em que se considera o esmagamento e fendilhação no betão, o programa Ansys não consegue completar a análise da coluna, devido a uma rotura prematura, obtendo-se apenas resultados ainda na zona elástica do comportamento do elemento. Esta rotura prematura da coluna também se verifica mantendo apenas a fendilhação activa. No entanto, com o esmagamento do betão desactivado, é possível obter um maior número de resultados (ver figura 3.11).

Na figura 3.12 (a) mostram-se os resultados obtidos quando o comportamento do

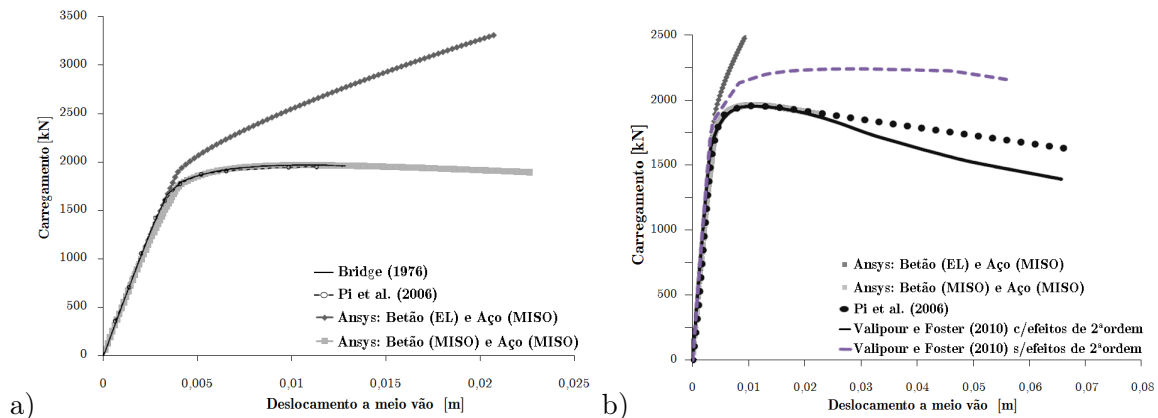


Figura 3.12: Coluna SHC-1: Resultados obtidos do modelo tridimensional (Ansys), com esmagamento e fendilhação desactivados, e resultados obtidos por Bridge (1976) e por Pi *et al.* (2006b) (a), e por Valipour e Foster (2010) (b).

betão é modelado através da curva multilinear (MISO) ou é modelado como elástico-linear (EL), desactivando o esmagamento e a fendilhação. No primeiro caso, os resultados aproximam-se bastante dos obtidos por Bridge (1976) e por Pi *et al.* (2006b). Na segunda situação, tendo em conta que apenas o aço é modelado através da curva multilinear, observa-se uma diferença razoável nos resultados quando a fase elástica é ultrapassada. De facto, a curva em que o betão é considerado como elástico linear é bastante superior à obtida quando o betão é modelado com a curva multilinear, o que é um indicativo que considerar o betão com comportamento elástico linear não é uma boa aproximação.

Comparando os valores obtidos em Ansys (ver figura 3.12 (b)), com os resultados obtidos por Valipour e Foster (2010), para a coluna SHC-1, verifica-se igualmente uma boa concordância, sendo as curvas, também neste caso, praticamente coincidentes, muito embora não seja obtida uma curva tão extensa.

Os problemas encontrados na obtenção de resultados, incluindo na análise o esmagamento no betão, são comuns com os verificados por Barbosa e Ribeiro (1998) e Queiroz (2003), na modelação de elementos em betão armado ou mistas. Desta forma, no próximo exemplo de validação e no caso de estudo (capítulo 4), não será considerado o esmagamento no betão.

A dificuldade na obtenção de resultados, mesmo apenas com a fendilhação activa, sugere que o betão, na modelação em Ansys, necessita da presença de armaduras para um melhor controlo da fendilhação. Desta forma, na modelação do exemplo de validação seguinte serão consideradas armaduras longitudinais no modelo e a fendilhação no betão é mantida activa.

3.3.2 Viga C20Y0

O segundo exemplo de validação escolhido corresponde a uma das **colunas** ensaiadas por Elghazouli e Treadway (2008) e mais tarde estudada também por Piloto *et al.* (2009a e 2006b), a viga C20Y0. Este exemplo será modelado utilizando apenas o pro-

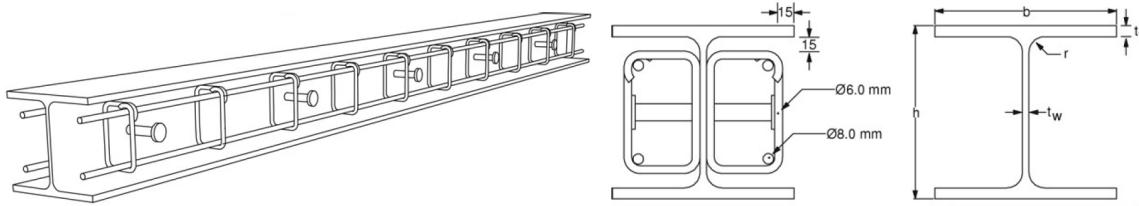


Figura 3.13: Secção e distribuição de armaduras da viga C20Y0 (adaptado de Elghazouli e Treadway, 2008).

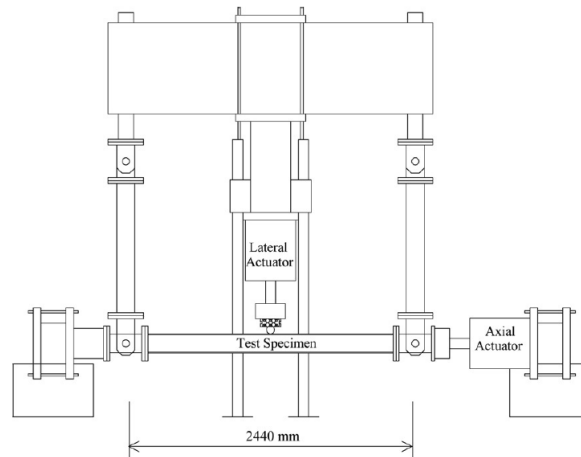


Figura 3.14: Modelo do ensaio realizado por Elghazouli e Treadway (2008).

grama Ansys, com o objectivo de calibrar os resultados fornecidos pelo este programa considerando fendilhação no betão, controlada através de armaduras. O esmagamento do betão será desactivado para este modelo, dada a rotura prematura obtida no exemplo de validação anterior.

O elemento estudado é constituído por um perfil HE200A (com características indicadas no quadro 3.1) em aço da classe S460, com características indicadas no quadro 3.3, betão e armadura longitudinal composta por 4 varões de 8 mm de diâmetro (ver figura 3.13), também com características indicadas na tabela 3.3. O seu comprimento é de 2,44 m e a viga está sujeita a flexão simples através da aplicação de carga (deslocamento) a meio vão (ver figura 3.14). A viga possui igualmente estribos de 6 mm de diâmetro espaçados de 200 mm, no entanto estes não foram incluídos na modelação numérica.

Quadro 3.1: Dimensões do perfil HEA200 adoptado para a viga C20Y0 (adaptado de Elghazouli e Treadway, 2008), medidas em mm.

h	b	t_f	t_w	r
190	200	10	6,5	18

Relativamente à modelação dos materiais, o betão foi considerado segundo a lei constitutiva fornecida na secção 2.2, atingindo uma tensão máxima de 37,4 MPa e, tal

como foi utilizado para a coluna SHC-1, após a extensão de compressão correspondente à tensão máxima, a tensão é considerada constante até à extensão de rotura do betão no modelo em Ansys, pelas mesmas razões já apresentadas para a coluna SHC-1. As restantes variáveis necessárias para a definição da lei constitutiva foram determinadas de acordo com as fórmulas indicadas na tabela 3.1 do EC2, obtendo-se as características do quadro 3.2. A curva correspondente à lei constitutiva do betão é modelada através da curva multilinear (MISO), tal como realizado na modelação anterior.

Quadro 3.2: Características do betão utilizado para a viga C20Y0.

f_{ck} [MPa]	f_{ctm} [MPa]	E_{cm} [GPa]	ϵ_{c1} [10^{-3}]	ϵ_{cu1} [10^{-3}]
37,4	3,36	32,7	2,15	3,5

O aço em perfil e em armaduras é considerado sem endurecimento, portanto com modelo elastico-perfeitamente plástico, tendo em conta as tensões fornecidas no quadro 3.3 (sendo f_u a tensão última do aço em perfil) retirada do artigo de Elghazouli e Treadway (2008). Apesar de se registar uma diferença entre os valores f_{yd} e f_u para os banzos e alma do perfil, adopta-se um valor médio para todo o perfil na modelação em Ansys.

Quadro 3.3: Características para o aço em perfil e aço em armaduras para a viga C20Y0 (Elghazouli e Treadway, 2008).

Perfis e Armadura	f_{yd} [MPa]	f_u [MPa]
HE200A Banzos	495	595
HE200A Alma	515	603
Armadura Longitudinal	547	656

Foi modelada apenas um quarto da coluna, ou seja, metade do comprimento e metade da secção, dadas as condições de simetria (ver figura 3.15). Assim, o modelo realizado em Ansys possui um comprimento de 1,22 m, dos quais 0,22 m são considerados em aço (com comportamento elástico linear) dado que no ensaio, nas zonas de apoio do elemento, existe um reforço em aço significativo, e tal permitirá que não surjam concentrações de tensões no betão.

Conforme já foi referido, o Ansys permite colocar armadura longitudinal em termos de percentagem face à área total de betão, ficando distribuída pelos elementos deste material. Tendo em conta que esta armadura é composta por 4 varões de 8 mm de diâmetro, com uma área total de $2,011 \text{ mm}^2$, e tendo em conta que a área total de betão é cerca de 329 mm^2 , obtém-se um rácio de 0,6112%.

No quadro 3.4 compara-se o momento plástico resistente da secção segundo o eixo y obtido por Elghazouli e Treadway (2008), calculado com base em diagramas rectangulares de tensão, com os que se obtêm com o programa DRT (e aplicação das fórmulas presentes na secção 4.3), considerando uma tensão de cedência média no perfil e taxas de armadura distribuída de 0,6112% e 2%. Muito embora a taxa de 0,6112% corresponda à área de armadura utilizada no ensaio, esta conduz a um menor valor do

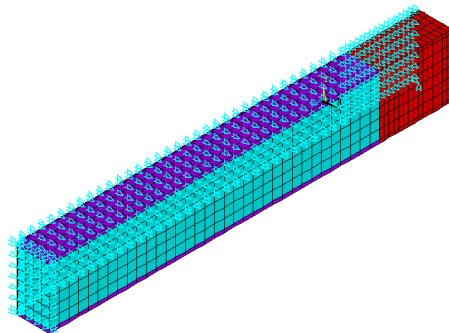


Figura 3.15: Modelo tridimensional realizado em Ansys da viga C20Y0.

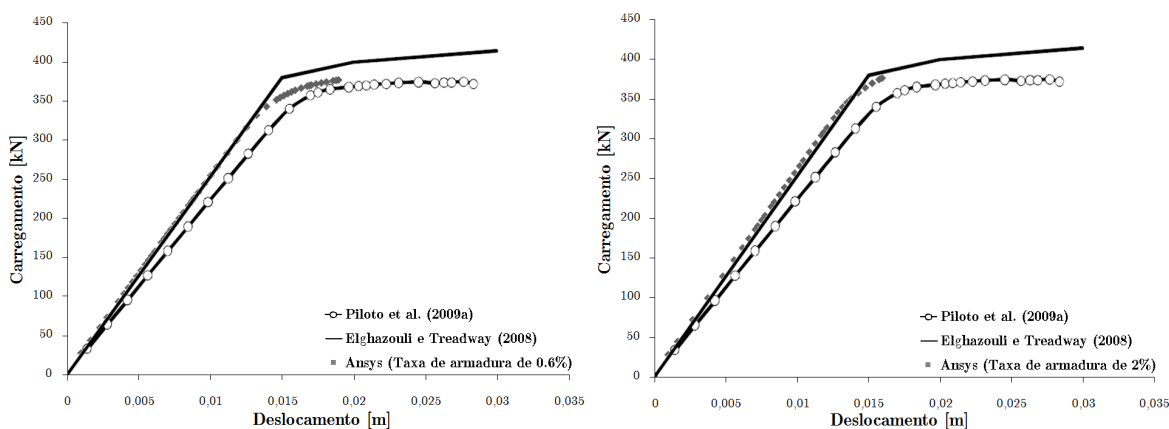


Figura 3.16: Viga C20Y0: Resultados obtidos do modelo tridimensional (Ansys) e por Elghazouli e Treadway (2008) e Piloto *et al.* (2009a).

momento resistente devido a se estar a considerar armadura distribuída e uma tensão de cedência média no perfil. A taxa de 2% conduz a um momento resistente muito próximo do obtido por Elghazouli e Treadway e será empregue para aferir a influência da armadura no comportamento estrutural.

Comparando ainda os momentos obtidos pelo programa DRT com o momento obtido por Elghazouli e Treadway (2008), verifica-se igualmente que um aumento da taxa de armadura superior a 2% causaria uma diferença na resistência da secção à flexão simples da coluna significativa. Desta forma, efectuaram-se duas análises, com taxas de armadura iguais a 0,6% e 2%, cujos resultados são comparados, na figura , com os obtidos por Elghazouli e Treadway (2008) e Piloto *et al.* (2009a).

Quadro 3.4: Momentos resistentes plásticos para a viga C20Y0.

M_{pl}^{E-T} [kNm]	$M_{pl}^{0,6\%}$ [kNm]	$M_{pl}^{2\%}$ [kNm]
234	222,6	235,1

Os momentos resistentes obtidos com o Ansys foram 229,8 kNm (carga última de 376,76 kN) e 230 kNm (carga última de 376,84 kN), para taxas de armadura de 0,6% e

2%, respectivamente. Estes valores encontram-se bastante próximos dos calculados pelo programa DRT, sendo a diferença máxima de 3,2%. Relativamente às curvas obtidas, observa-se que, na fase linear, reproduzem melhor os resultados experimentais do que as curvas obtidas por Piloto et al. (2009a). A carga máxima também é superior à obtida por Piloto et al. (2009a), mas ainda assim 20% inferior à obtida experimentalmente (472,1 kNm). Regista-se uma dificuldade em obter resultados muito além da fase linear. Esta dificuldade está relacionada com o facto de a viga estar apenas sujeita a flexão simples, o que acentua o fenómeno de fendilhação, cuja presença dificulta a obtenção de resultados no Ansys, conforme se observou no exemplo anterior. Na presença de compressão, isto é, quando a secção está sujeita a flexão composta, este fenómeno é menos condicionante. Foi inclusivamente observado por Queiroz (2003), que a rotura, determinada pelo Ansys, de colunas mistas é prematura quando a fendilhação no betão está activa e a secção está sujeita apenas a flexão simples. Na presença de compressão, a fendilhação é menos condicionante e a dificuldade de convergência é normalmente ultrapassada.

Capítulo 4

Caso de estudo

4.1 Introdução

O presente capítulo tem como objectivo a avaliação do efeito de encurvadura em colunas mistas. Em particular, estuda-se em pormenor o comportamento de uma coluna parcialmente betonada simplesmente apoiada e sujeita a $N-M_y$, com M_y uniforme, dado que este tipo de elementos é o mais susceptível a modos de encurvadura por flexão-torção, e comparam-se os resultados obtidos pelo método simplificado e pelo método geral do EC4. Para tal, recorre-se a um modelo tridimensional, realizado no programa Ansys, de uma coluna com secção deste tipo, de acordo com o método geral do EC4.

Relativamente aos materiais utilizados, é considerado um betão da classe C25/30 ($f_{ck} = 25$ MPa), pelo que o valor da tensão de cálculo de rotura à compressão do betão (f_{cd}) é cerca de 16,67 MPa. O aço em perfil é de classe S355, portanto com valor de tensão de rotura característica de 355 MPa, enquanto que o aço em armaduras considerado é de classe A500 ($f_{sk} = 500$ MPa) com valor de cálculo de tensão de cedência de 434,78 MPa.

A lei constitutiva adoptada para o betão será a utilizada anteriormente para os exemplos de validação, considerando o valor médio da tensão de rotura do betão à compressão (f_{cm}) igual ao valor da tensão de cálculo de rotura à compressão do mesmo (f_{cd}). Segundo a tabela 3.1 do EC2, o módulo de elasticidade secante (E_{cm}) é 31 GPa, a extensão do betão à compressão correspondente à tensão máxima (ϵ_{c1}) é 2.1×10^{-3} e a extensão última do betão à compressão (ϵ_{cu1}) é $3,5 \times 10^{-3}$, sendo estes os valores considerados para a modelação da lei constitutiva. O módulo de elasticidade, segundo o ponto 5.8.6(3) do EC2, considerado para a relação constitutiva, dado que a tensão f_{cm} foi considerada igual à tensão f_{cd} , será

$$E_{cd} = \frac{E_{cm}}{\gamma_{cE}} \quad (4.1)$$

sendo E_{cd} o valor de cálculo do módulo de elasticidade do betão e γ_{cE} um factor de segurança tomado, segundo o aconselhado pelo EC2, como igual a 1,2. Portanto, o módulo de elasticidade utilizado será 25,83 GPa para determinar o factor k , através de

(ponto 3.1.5(1) do EC2).

$$k = 1,05E_{cm} \times \frac{|\epsilon_{c1}|}{f_{cm}} = 1,05 \times 25,83 \times 10^3 \times \frac{0,0021}{16,67} \cong 3,42 \quad (4.2)$$

Portanto a expressão usada para a lei constitutiva do betão, até à extensão do betão à compressão correspondente à tensão máxima, é

$$f_c = 16,67 \times \left(\frac{k(\epsilon_c/\epsilon_{c1}) - (\epsilon_c/\epsilon_{c1})^2}{1 + 1,42(\epsilon_c/\epsilon_{c1})} \right) \quad (4.3)$$

Após a extensão à compressão correspondente à tensão máxima (ϵ_{c1}) e até à extensão última à compressão do betão (ϵ_{cu1}), a tensão é considerada constante, devido à limitação do Ansys, conforme já referido na secção 3.3.2. Por fim, a resistência à tracção do betão foi considerada de acordo com o ponto 3.1.6(2) do EC2, igual a f_{ctd} , valor de cálculo da resistência à tracção do betão, dada por

$$f_{ctd} = \frac{\alpha_{ct} f_{ctk,0,05}}{\gamma_C} \quad (4.4)$$

sendo $f_{ctk,0,05}$ o valor característico da tensão de rotura do betão à tracção, retirado da tabela 3.1 do EC2, neste caso igual a 1,8 MPa. O factor α_{ct} tem em conta efeitos a longo prazo no betão e é considerado, como recomendado, igual a 1,0. Portanto, tendo em conta que γ_C é 1,5, f_{ctd} será igual a 1,2 MPa.

Tanto para o aço em perfil como em armaduras é considerado o modelo constitutivo elasto-perfeitamente plástico, ou seja, sem endurecimento. No caso do aço em perfil o módulo de elasticidade considerado é 210 GPa e, por sua vez, para o aço em armaduras é considerado um módulo de elasticidade de 200 GPa.

Realizou-se a escolha do perfil a utilizar através do valor limite para a esbelteza normalizada segundo o eixo z , que será o condicionante no caso destes perfis. Procurou-se um valor que respeitasse o limite recomendado pelo EC4 para aplicação do método simplificado no ponto 6.7.3.1(1) (sendo este de 2, já referido na secção 3.2), para essa esbelteza, mas que simultaneamente estivesse relativamente próximo do limite, de modo que a encurvadura fosse condicionante. Utilizou-se, como tal, um perfil IPE 200 parcialmente betonado (ver figura 4.1) com 3,5 m de comprimento, que se verificou ter uma esbelteza segundo o eixo z de aproximadamente 1,801 (ver tabela 4.1) e com $h_c/b_c \leq 2$, encontrando-se dentro dos limites pretendidos. A armadura foi colocada em termos de percentagem face à área de betão, sendo o rácio utilizado de 1%, respeitando o limite estabelecido pelo EC4 no ponto 6.7.3.1(3) de 6%.

As armaduras foram incluídas no cálculo da rigidez de flexão da secção, segundo os eixos y e z , sendo esta simulada através de chapas de espessura total t_a ou t'_a , como indicado na figura 4.2, conforme os cálculos sejam efectuados para os eixos y ou z , respectivamente. Assim, a contribuição da armadura para a rigidez à flexão, segundo o eixo y e z , será dada então, respectivamente, por

$$E_s I_y = \frac{A_s (h - 2t_f)^2}{12} E_s \quad (4.5)$$

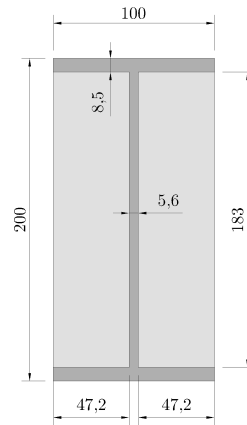


Figura 4.1: Dimensões da coluna parcialmente betonada utilizada no caso de estudo.

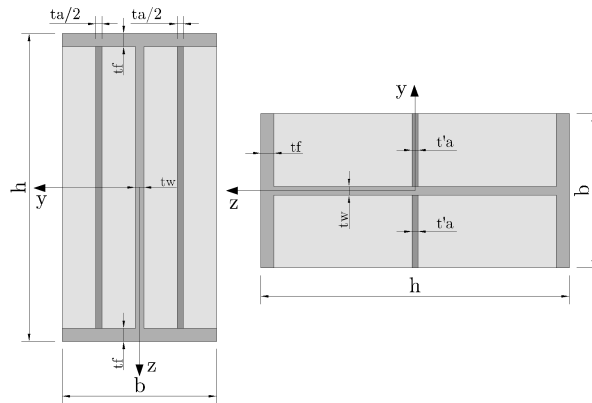


Figura 4.2: Distribuição da armadura para cálculo da esbelteza da coluna mista, segundo o eixo y e z .

Quadro 4.1: Características da coluna parcialmente betonada modelada.

$(EI)_y$ [kNm ²]	$(EI)_z$ [kNm ²]	$N_{cr,y}$ [kN]	$N_{cr,z}$ [kN]	$\bar{\lambda}_y$	$\bar{\lambda}_z$
4924,0	565,9	3967,2	455,9	0,608	1,79

$$E_s I_z = \frac{A_s (b^3 - t_w^3)}{12 (b - t_w)} E_s \quad (4.6)$$

sendo A_s a área da secção transversal de armaduras.

Portanto, com a contribuição da armadura, obtêm-se as características da coluna, indicadas na tabela 4.1, necessárias para os cálculos posteriores.

Verificaram-se igualmente as condições das clausulas 6.7.1(4) e (9), já mencionadas na secção 2.1, para que possa ser aplicado o método simplificado ao elemento em estudo.

Desta forma tem-se:

$$\begin{aligned} N_{pl,Rd} &= A_a f_{yd} + 0,85 A_c f_{cd} + A_s f_{sd} = \\ &= (0,0027 \times 355 \times 10^3 + 0,017 \times 16,67 \times 0,85 + 0,01 \times 0,017 \times 434,78) \times 10^3 \\ &= 1287,15 kN \end{aligned} \quad (4.7)$$

$$\delta = \frac{A_a f_{yd}}{N_{pl,Rd}} = \frac{0,0027 \times 355 \times 10^3}{1287,15} = 0,75 \quad (4.8)$$

o que verifica

$$0,2 < \delta < 0,9, \quad (4.9)$$

e, tendo em conta a figura 2.2

$$\max(b/t_f) = 44 \times \sqrt{\frac{235}{355}} \cong 35,8 \quad (4.10)$$

$$\frac{b}{t_f} = \frac{0,2}{0,0085} \cong 11,76 < 35,8 \quad (4.11)$$

Assim, são verificadas todas as condições necessárias para aplicação do método simplificado ao caso de estudo.

4.2 Método geral

Para aplicação do método geral ao caso de estudo utilizou-se um modelo tridimensional em elementos finitos (Ansys) que emprega igualmente elementos *Solid65*, tanto para o aço como para o betão. A coluna é considerada simplesmente apoiada com carregamento aplicado através de forças nas suas extremidades. Foi considerado, devido a condições de simetria, metade do comprimento da coluna na modelação, pelo que se considera apenas a coluna com um comprimento de 1,75 m, sendo as condições de simetria, tidas em conta no modelo em Ansys, tal como realizado nos exemplos de validação.

O comportamento do betão será modelado, tal como realizado para a viga C20Y0, através de uma curva multilinear, sendo esta traçada tendo em conta os parâmetros indicados na secção anterior, considerando fendilhação, mas não o esmagamento no betão, pelas razões já mencionadas na secção 3.3.2. O aço, tanto em perfil como em armaduras, será modelado através de uma lei elástica-perfeitamente plástica, também em tudo semelhante ao utilizado para a viga C20Y0. Foi colocada igualmente uma chapa em aço no topo, também com uma espessura de 3 cm, como realizado na modelação da coluna SHC-1, para garantir uma distribuição de tensões no betão sem concentrações.

Assim como efectuado por Barbosa e Ribeiro (1998) e na secção 3.3.2 para a viga C20Y0, a armadura longitudinal foi considerada distribuída nos elementos de betão. A consideração de armadura distribuída ou discreta provou-se não ser um factor preponderante no comportamento de colunas de betão armado como demonstrado por Barbosa e Ribeiro (1998).

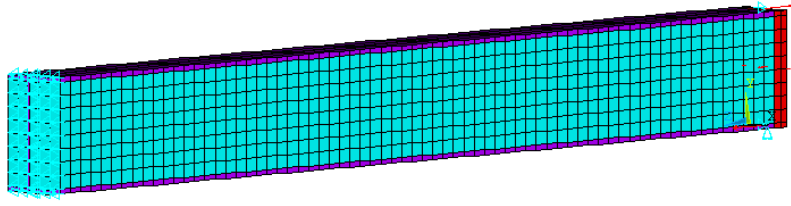


Figura 4.3: Modelo de elementos finitos, em Ansys, para a coluna em estudo.

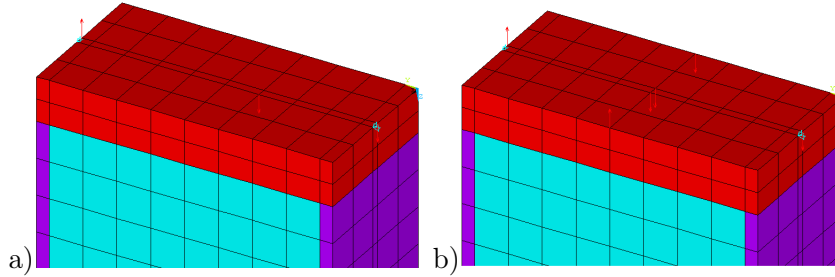


Figura 4.4: Aplicação dos esforços actuantes no caso de excentricidade vertical (a), M_y , e no caso de excentricidade horizontal (b), M_z , análise em Ansys.

Tal como foi já referido na secção 2.5, é necessário considerar explicitamente imperfeições geométricas equivalentes no modelo. No caso em análise, a partir do quadro da figura 2.16, tem-se $e_{0,z} = L/200$ (encurvadura em torno de y) e $e_{0,y} = L/150$ (encurvadura em torno de z) onde $L = 3,5$ m é o comprimento do elemento. Por uma questão de simplificação, as imperfeições foram introduzidas no modelo através da aplicação de um esforço axial excêntrico, com excentricidade $e_{0,y}$ ou $e_{0,z}$, o que não corresponde exactamente ao preconizado pelo EC4 (imperfeição sinusoidal). No entanto, esta diferença será tida em conta também no método simplificado e na análise dos resultados. Assim, foram efectuados três modelos distintos: (i) modelo com imperfeição “vertical” (segundo z , $e_{0,z} = L/200$, $e_{0,y} = 0$), (ii) modelo com imperfeição “horizontal” (segundo y , $e_{0,z} = 0$, $e_{0,y} = L/150$) e (iii) modelo com imperfeição “vertical” (segundo z , $e_{0,z} = L/200$, $e_{0,y} = 0$), contraventado lateralmente.

Refira-se que os apoios verticais introduzidos na secção de extremidade estão ligeiramente excêntricos em relação ao centro de gravidade da secção, em cerca de 2.8 mm ($t_w/2$), no entanto dado este valor ser tão baixo, considera-se o seu efeito negligenciável nas análises efectuadas.

Para cada um dos três modelos foram efectuadas várias análises, alterando o valor da relação entre N e M_y , de forma a obter uma curva de interacção $N-M_y$ do elemento (não confundir com curvas resistentes de interacção da secção). Na análise com excentricidade vertical, o momento uniforme é introduzido no modelo através de um binário de forças, uma vez que não é permitido introduzir momentos nos nós dos elementos *Solid65*. Neste caso, em que apenas existe M_y , as forças são colocadas como mostra a figura 4.4 (a), sendo dadas por

$$F_1 = \frac{M_y}{h} \quad (4.12)$$

onde h é a altura total da secção modelada.

Durante a aplicação de carregamento, com a rotação da secção e, tendo em conta que as forças aplicadas permanecem nos mesmos pontos da secção, o braço do momento diminui. No entanto, verificou-se que este efeito não é significativo.

No modelo com imperfeição horizontal, o esforço axial é dividido em duas parcelas iguais (ver figura 4.4 (b)), cada uma aplicada num dos extremos da alma, de modo a manter a aplicação de cargas tão simétrica quanto possível.

Ainda no modelo com imperfeição horizontal, é considerado igualmente um momento segundo o eixo z , equivalente ao esforço axial multiplicado pela excentricidade segundo o eixo y , sendo este novo momento aplicado através de um binário de forças, tal como no primeiro caso (ver figura 4.4). Assim, o braço entre as duas forças corresponde à largura da secção, que é 0,1 m, e o valor das forças aplicadas, neste caso designadas por F_2 , é dado por

$$F_2 = \frac{Ne_{0,y}}{b} = \frac{NL}{150b} \quad (4.13)$$

Nesta situação, como a malha não se adaptava ao valor da excentricidade $e_{0,y}$, aplicou-se o momento flector, devido à excentricidade, através de um binário de forças. No caso da imperfeição vertical ($e_{0,z}$), não houve necessidade de introduzi-la através de um binário, pois o espaçamento da malha utilizada, nos elementos finitos, coincidia precisamente, na vertical, com o valor de $L/200$.

4.3 Método simplificado

As curvas de interacção $N-M_y$ obtidas através do programa Ansys serão comparadas com curvas $N-M_y$ calculadas utilizando o método simplificado do EC4. Proceder-se de seguida à explicação do procedimento adoptado para esta comparação nas análises efectuadas.

O programa DRT desenvolvido em Matlab, que permite a obtenção de curvas $N-M_y$ e $N-M_z$, foi realizado de modo a incluir armadura longitudinal discreta e não distribuída. Desta forma, é necessário uma adaptação do mesmo de modo a incluir a armadura longitudinal distribuída, no cálculo das curvas de interacção $N-M_y$ e $N-M_z$.

A contribuição das armaduras distribuídas é assim contabilizada através de expressões que se apresentam de seguida e que serão incluídas no programa DRT. Assim, a área de armadura é modelada através de uma área fictícia com dimensões iguais à área total de betão e com um novo valor de f_{sd} (f_{sd}^*), dado por (recorde-se que se considera 1% de armadura):

$$A_s f_{sd} = A_c f_{sd}^* \Leftrightarrow A_s f_{sd} = A_c f_{sd}^* \Rightarrow f_{sd}^* = 0,01 f_{sd} \quad (4.14)$$

Para flexão em torno do eixo y foram deduzidas as seguintes fórmulas, em função da posição da linha neutra na secção (ver figura 4.5), considerando-se a secção totalmente comprimida quando a linha neutra está no topo da secção:

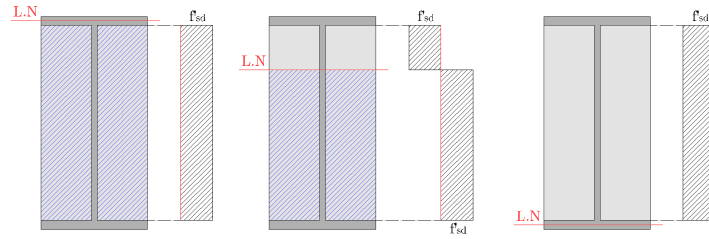


Figura 4.5: Distribuição das tensões para cada posição da linha neutra segundo o eixo y .

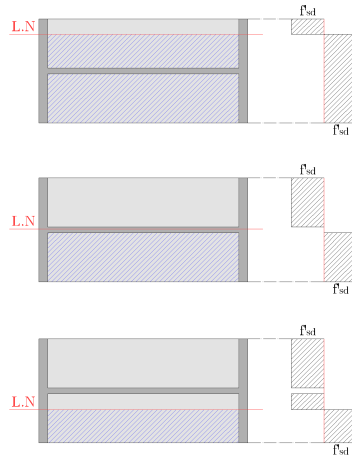


Figura 4.6: Distribuição das tensões para cada posição da linha neutra segundo o eixo z .

- Posição 1

$$N_{sd} = -A'_s f_{sd}, \quad (4.15)$$

$$M_{sd} = 0 \quad (4.16)$$

- Posição 2

$$N_{sd} = \frac{A'_s}{h_w} f_{sd} (2x - 2t_f - h_w), \quad (4.17)$$

$$M_{sd} = \frac{A'_s}{h_w} f_{sd} (x - t_f) (h_w - x + t_f) \quad (4.18)$$

- Posição 3

$$N_{sd} = A'_s f_{sd}, \quad (4.19)$$

$$M_{sd} = 0 \quad (4.20)$$

Seguindo o mesmo raciocínio, mas para a flexão em torno do eixo z (ver figura 4.6), obtêm-se:

- Posição 1

$$N_{sd} = \frac{A'_s}{(b - t_w)} f_{sd} (2x - b + t_w), \quad (4.21)$$

$$M_{sd} = \frac{A'_s f_{sd}}{(b - t_w)} \left[x \left(\frac{b}{2} - \frac{x}{2} \right) - \left(\frac{b}{4} - \frac{t_w}{4} - \frac{x}{2} \right) \left(\frac{b}{2} + \frac{t_w}{2} - x \right) + \left(\frac{b^2}{8} - \frac{t_w^2}{8} \right) \right] \quad (4.22)$$

- Posição 2

$$N_{sd} = 0, \quad (4.23)$$

$$M_{sd} = \frac{A'_s f_{sd}}{(b - t_w)} \left(\frac{b}{2} - \frac{t_w}{2} \right) \left(\frac{b}{2} + \frac{t_w}{2} \right) \quad (4.24)$$

- Posição 3

$$N_{sd} = \frac{A'_s f_{sd}}{(b - t_w)} (2x - b - t_w), \quad (4.25)$$

$$M_{sd} = \frac{A'_s f_{sd}}{(b - t_w)} \left[\left(\frac{b}{2} - \frac{t_w}{2} \right) \left(\frac{b}{4} + \frac{t_w}{4} \right) - \left(x - \frac{b}{2} - \frac{t_w}{2} \right) \left(\frac{x}{2} - \frac{b}{4} + \frac{3t_w}{4} \right) + \frac{x}{2} (b - x) \right] \quad (4.26)$$

No primeiro modelo (excentricidade vertical) a coluna está sujeita a flexão recta composta e a verificação é efectuada, segundo o método simplificado do EC4, de acordo com a equação (2.15), ou seja:

$$\frac{M_{y,Ed}^{II}}{\mu_{dy} M_{pl,Rd,y}} \leq 0,9 \quad (4.27)$$

sendo $M_{y,Ed}^{II}$ o valor de cálculo do momento flector de segunda ordem segundo o eixo y e $\mu_{dy} M_{pl,Rd,y}$ é o momento resistente plástico, para o valor de esforço axial aplicado na secção (N_{Ed}), obtido através do programa de cálculo DRT (Anexo A e secção 2.4.4).

Desta forma, tendo em conta que o momento de segunda ordem (equação (2.37)) é dado por

$$M_{y,Ed}^{II} = (M_{y,Ed}^I + N_{Ed} e_{0z}) k_y \quad (4.28)$$

sendo $M_{y,Ed}^I$ o valor de cálculo do momento flector de primeira ordem segundo o eixo y e e_{0z} ($L/200$) a máxima amplitude da imperfeição do elemento para o eixo z .

Assim, o momento de primeira ordem pode ser obtido através das duas fórmulas anteriores:

$$M_{y,Ed}^I \leq \frac{0,9 \mu_{dy} M_{pl,Rd,y}}{k_y} - N_{Ed} e_{0z} \quad (4.29)$$

Dado que a coluna é simplesmente apoiada e sujeita a momento flector constante, serão utilizadas duas expressões para k_y , a exacta (Boissonnade *et al.*, 2006) e a re-

comendada pelo EC4 (regulamentar), ou seja:

$$k_y^{exacto} = \frac{1}{\cos\left(\frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}}\right)} \quad (4.30)$$

$$k_y^{EC4} = \frac{1,1}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}} \quad (4.31)$$

No entanto, considera-se ainda a possibilidade da imperfeição ser sinusoidal, sendo que nesse caso o factor de amplificação será dado por:

$$k'_y = \frac{1,0}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}} \quad (4.32)$$

No segundo modelo (excentricidade horizontal), a coluna mista passa a estar sujeita a flexão desviada composta, pois existe, para além de M_y , M_z provocado pela imperfeição horizontal. Deste modo, tendo em conta agora a expressão (6.47) do EC4 (equação (2.22)), obtém-se:

$$\frac{M_{y,Ed}^{II}}{\mu_{dy}M_{pl,y,Rd}} + \frac{M_{z,Ed}^{II}}{\mu_{dz}M_{pl,z,Rd}} \leq 1,0 \quad (4.33)$$

sendo $M_{z,Ed}^{II}$ o valor de cálculo do momento flector de segunda ordem segundo o eixo z . Os momentos de segunda ordem são dados respectivamente por:

$$M_{y,Ed}^{II} = M_{y,Ed}^I k_y \quad (4.34)$$

$$M_{z,Ed}^{II} = N_{Ed} e_{0y} k_z \quad (4.35)$$

sendo e_{0y} a máxima amplitude da imperfeição do elemento para o eixo y .

Substituindo os momentos de segunda ordem anteriores na expressão (4.33), obtém-se o momento máximo de primeira ordem segundo o eixo y , para o caso de flexão composta desviada:

$$\frac{M_{y,Ed}^I k_y}{\mu_{dy}M_{pl,Rd,y}} + \frac{N_{Ed} e_{0y} k_z}{\mu_{dz}M_{pl,Rd,z}} \leq 1,0 \quad (4.36)$$

Deste modo a fórmula final que se obtém é a seguinte

$$M_{y,Ed}^I = \left(1,0 - \frac{N_{Ed} e_{0y} k_z}{\mu_{dz}M_{pl,Rd,z}}\right) \frac{\mu_{dy}M_{pl,Rd,y}}{k_y} \quad (4.37)$$

com k_z , tal como k_y , sendo dado novamente pela expressão exacta ou recomendada pelo EC4:

$$k_z^{exacto} = \frac{1}{\cos\left(\frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}}\right)} \quad (4.38)$$

$$k_z^{EC4} = \frac{1,1}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}} \quad (4.39)$$

$$k'_z = \frac{1,0}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}} \quad (4.40)$$

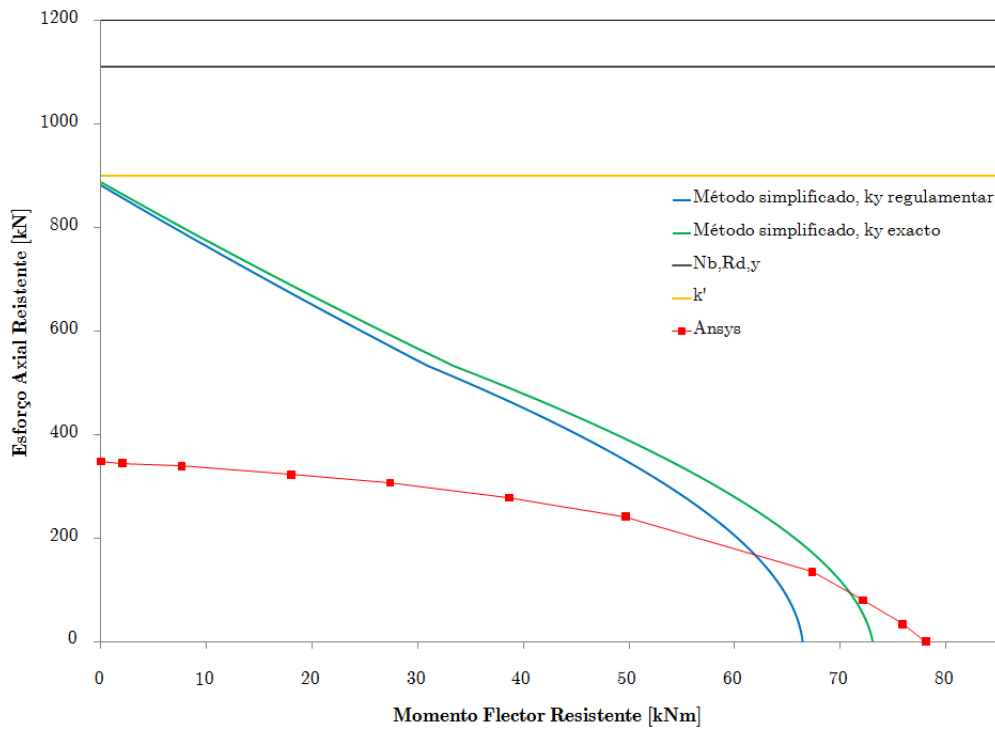


Figura 4.7: Curvas de interacção $N-M_y$ para os resultados obtidos em Ansys e segundo o EC4, para o modelo com excentricidade vertical.

4.4 Análise de resultados

A figura 4.7 mostra os resultados obtidos quando não se considera a coluna contraven-tada lateralmente e a excentricidade é vertical. Para além dos resultados do método geral (Ansys) e do método simplificado (4.29), representam-se as rectas horizontais correspondentes a $N_{b,Rd,y}$ e a aplicação de (4.29) com $M_{y,Ed}^I = 0$, uma imperfeição sinusoidal e_{0z} e k'_y — esta recta, que será designada de “ k' ”, permitirá extrair conclusões relativamente à influência da forma das imperfeições.

A análise desta figura conduz às seguintes conclusões:

- (i) Relativamente à resistência à compressão pura, obtiveram-se os seguintes valores pelo método simplificado: 888,4 kN para k_y^{EC4} regulamentar, 888,4 kN também para k_y^{exacto} exacto e 900 kN para k'_y . Estes valores são mais baixos (entre 19,9 e 18,9%) que o valor de $N_{b,Rd,y}$, 1109,7 kN. Conforme seria de esperar, o valor mais próximo corresponde a k'_y , dado que a imperfeição sinusoidal produz um efeito menos desfavorável do que a excentricidade constante. Esta conclusão parece indicar que a consideração explícita de uma imperfeição no modelo de análise conduz a uma resistência do elemento menor do que a que se obtém através das curvas de dimensionamento de colunas. Tanto quanto a autora sabe, este facto não foi até agora discutido. Foi conduzido um pequeno estudo de forma a averiguar se esta situação também se verifica noutros casos, tendo-se concluído que a variabilidade dos resultados é significativa. Contudo, a título informativo, refira-se que a análise

do exemplo 9.4 de Calado e Santos (2010), também para uma secção parcialmente betonada, conduz a uma diferença de 15,3%. Pode constatar-se ainda da análise das curvas que a diferença que resulta de considerar imperfeições sinusoidais ou excentricidades não é, para o caso em análise, significativa.

- (ii) Os momentos resistentes em flexão pura fornecidos pelas duas curvas relativas ao método simplificado são 66,4 kNm e 73,1 kNm, respectivamente para k_y^{EC4} e k_y^{exacto} . Esta razão vale exactamente 1,1 e deve-se ao facto de k_y^{EC4} corresponder a utilizar (4.32) com $\beta = 1,1$ e, portanto, fornecer $k_y^{EC4} = 1,1$ quando $N_{Ed} = 0$. Já a curva relativa a k_y^{exacto} conduz a $k_y^{exacto} = 1$ quando $N_{Ed} = 0$ e, portanto, a resistência da secção à flexão não é afectada. No entanto, verifica-se que a diferença entre as duas curvas, relativas ao método simplificado, diminui à medida que o esforço axial aumenta.
- (iii) Observa-se que, no caso de flexão simples ($N = 0$), a curva correspondente ao modelo em Ansys ultrapassa as curvas obtidas através do método simplificado, quer para k_y^{EC4} quer para k_y^{exacto} . De facto, o momento flector obtido pelo Ansys é, neste caso, de 78,1 kNm, enquanto que para as curvas do método simplificado é 66,4 kNm (k_y^{EC4}) e 73,1 kNm (k_y^{exacto}). O momento flector (para $N = 0$), utilizando o programa EPNL (secção 2.4.4), é 79,8 kNm, o que se verifica ser um valor bastante próximo (com uma diferença de 2,15 %) do valor obtido pelo Ansys. A diferença entre os valores obtidos para o momento flector resistente utilizando diagramas rectangulares de tensão ou comportamento elasto-plástico não-linear já tinha sido observada igualmente na secção 2.4.4.
- (iv) O método geral (Ansys) fornece valores da resistência significativamente inferiores aos relativos ao método simplificado para valores reduzidos de M_y (a resistência à compressão pura é 348,33 kN). Este facto indicia que podemos estar na presença de fenómenos de flexão-torção, muito embora tal não tenha sido observado no modelo de elementos finitos. No último modelo realizado em Ansys, em que a coluna é contraventada lateralmente, esta influência será avaliada.

A figura 4.8 refere-se ao caso da aplicação da excentricidade horizontal (e coluna não contraventada). Mais uma vez, representam-se os resultados obtidos com o método geral (Ansys), método simplificado (equação (4.37) com k_y^{exacto} e k_z^{EC4} exactos e regulamentares), $N_{b,Rd,z}$ e a recta horizontal (k'_z) correspondente a (4.29) com z no lugar de y , $M_{z,Ed}^I = 0$ e uma imperfeição sinusoidal e_{0y} .

A observação destes resultados permite extrair as seguintes conclusões:

- (i) No que se refere à resistência à compressão pura, podem ser extraídas conclusões em tudo idênticas às apresentadas para o caso da imperfeição vertical. O método simplificado conduziu a: 273,6 kN para k_z^{EC4} , 267,5 kN para k_z^{exacto} e 281,2 kN para k'_z . Mais uma vez, estes valores são mais baixos (entre 12 e 18%) que o valor de $N_{b,Rd,z}$, 314,4 kN, e o valor mais próximo corresponde a k' (10,6% de diferença).

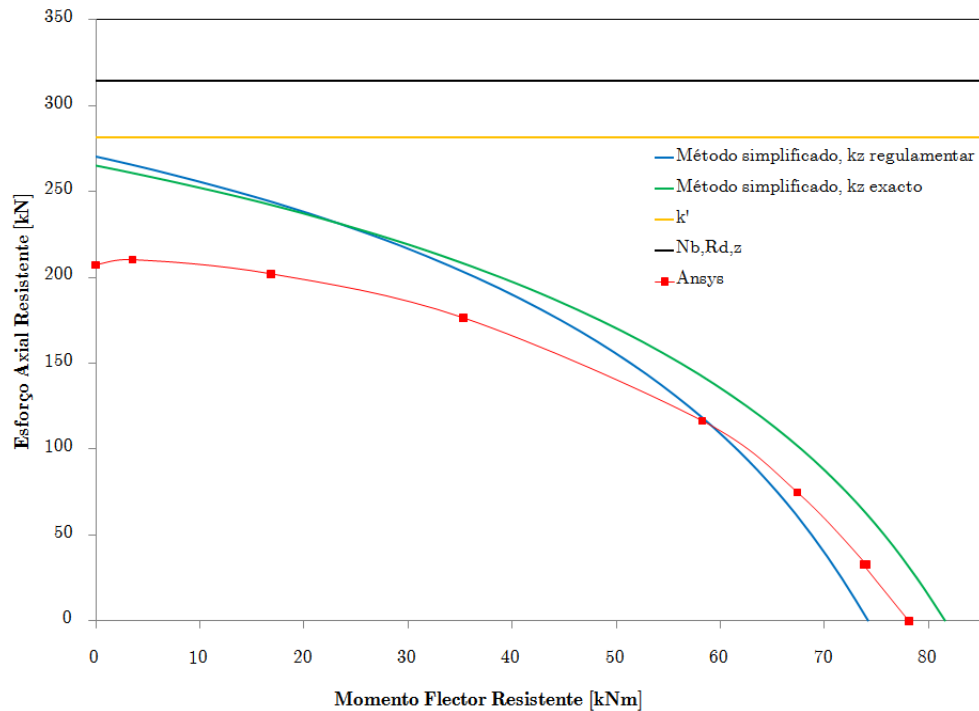


Figura 4.8: Curvas de interação $N-M_y$ para os resultados obtidos em Ansys e segundo o EC4, para o modelo com excentricidade horizontal.

- (ii) Tal como na primeira análise efectuada, verifica-se que a relação entre os momentos resistentes, para a situação de compressão nula, obtidos com k_z regulamentar (74,19 kNm) e com k_z exacto (81,61 kNm), é 1,1.
- (iii) A comparação entre o método geral (Ansys) e o método simplificado mostra que a resistência do elemento não é adequadamente avaliada por este último, particularmente quando o momento aplicado é reduzido. Esta conclusão é surpreendente e indica que imperfeições horizontais têm um efeito significativo na diminuição da resistência do elemento quando apenas se aplica momento segundo o eixo y . Em compressão simples, o valor de esforço axial resistente máximo obtido (207,312 kN) fica muito aquém do valor de $N_{b,Rd,z}$ (em cerca de 36,17%). Para $N_{Ed} = 0$ a resistência à flexão fornecida pelo método geral fica entre as curvas do método simplificado, sendo as diferenças de 5,3% e 4,5%.
- (iv) No caso de flexão simples, verifica-se ao contrário da primeira análise, que o momento obtido em Ansys (78,1 kNm), se encontra entre os momentos obtidos pelo método simplificado (74,2 kNm e 81,6 kNm).

Os resultados anteriores motivaram a execução de uma terceira análise, em que se considera que o elemento está completamente contraventado, para avaliar a influência de possíveis fenómenos de encurvadura lateral.

Os resultados obtidos são agora mostrados na figura 4.10 e comparados com os resultados do método simplificado do EC4 já apresentados. Como se pode constatar,

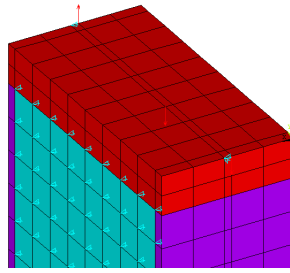


Figura 4.9: Aplicação do carregamento para o último caso estudado em Ansys.

ao eliminar os deslocamentos laterais (ver figura 4.9), os resultados fornecidos pelo método geral já são superiores aos fornecidos pelo método simplificado. Registam-se aumentos de resistência, em compressão pura: sendo o valor de esforço axial máximo para excentricidade horizontal (207,312kN) 23,4% do valor de esforço axial máximo obtido para a terceira análise (885,416 kN), e sendo o valor de esforço axial máximo para a excentricidade vertical (348,33 kN) 39,3% do valor de esforço axial máximo obtido para a terceira análise.

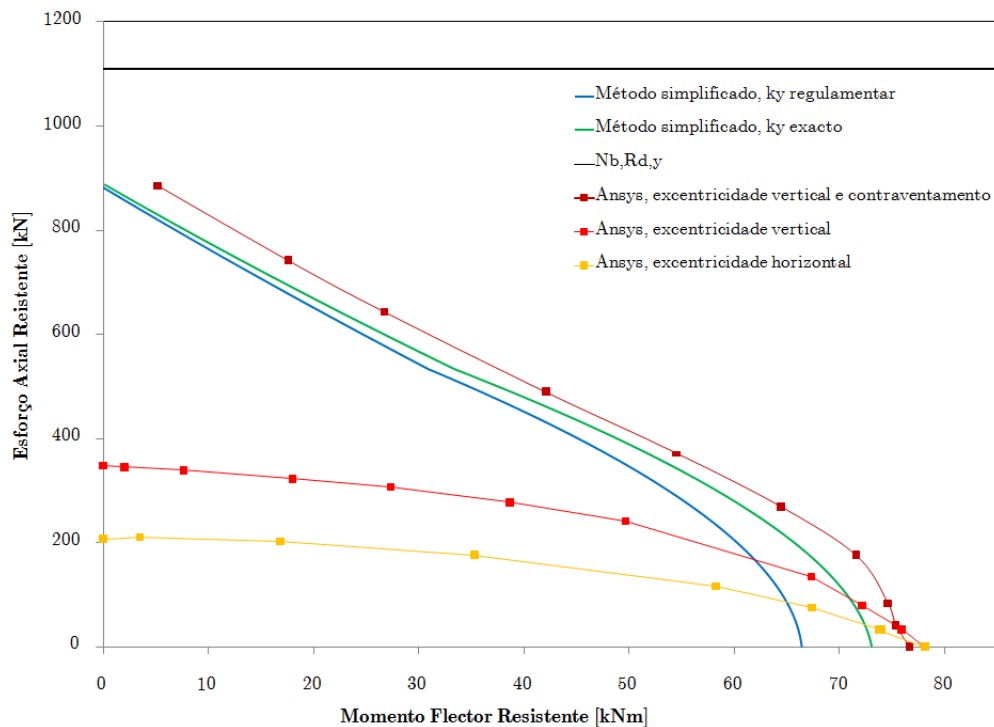


Figura 4.10: Curvas de interacção $N-M_y$ para os resultados obtidos em Ansys e segundo o EC4, para a coluna contraventada e não-contraventada.

O esforço axial resistente não chega a atingir o valor de $N_{b,Rd,y}$, no entanto a curva $N-M$ mantém-se sempre acima das curvas $N-M$ estimadas pelo método simplificado, considerando tanto k_y^{EC4} como k_y^{exacto} . Assim, estando a encurvadura lateral impedida, o EC4 fornece uma estimativa conservativa da resistência da secção.

Capítulo 5

Conclusões e desenvolvimentos futuros

5.1 Conclusões

O estudo efectuado incidiu sobre três pontos principais: discussão da metodologia proposta pelo EC4 para avaliação da resistência à encurvadura de colunas mistas, a realização de um programa de cálculo que permitisse a determinação da resistência de secções duplamente simétricas de colunas mistas à flexão composta desviada e, por fim, a realização de modelos de elementos finitos de acordo com o método geral do EC4. Desta forma, os estudos efectuados neste trabalho permitem retirar as conclusões que se apresentam sumarizadas neste capítulo.

Foi igualmente apresentada uma revisão bibliográfica (capítulo 1) de dados dos estudos efectuados acerca de colunas mistas. Esta revisão constitui uma base extensa para calibração de resultados analíticos ou numéricos que possam vir a ser realizados, assim como fornece uma perspectiva sobre o trabalho que se desenvolve actualmente nesta área.

Foram desenvolvidos dois programas em Matlab (capítulo 2), o primeiro baseia-se na aplicação de diagramas rectangulares de tensão (DRT), e o segundo considera o comportamento não-linear dos materiais (EPNL). Ambos os programas permitem obter superfícies de interacção $N-M_y-M_z$ e curvas de interacção $N-M_y$ e $N-M_z$. Os estudos efectuados com o auxilio destes programas permitiram retirar algumas conclusões, em particular:

1. Verificou-se que o programa DRT se encontrava em óptima concordância com os valores obtidos analiticamente por Calado e Santos (2010);
2. Observou-se que a consideração de um comportamento elasto-plástico não-linear para os materiais (EPNL) conduz a valores de resistência à flexão recta composta inferiores aos obtidos considerando diagramas rectangulares (DRT);
3. Verificou-se que as diferenças obtidas entre os programas EPNL e DRT eram mais notórias para a flexão em torno do eixo z do que em torno do eixo y , devido à maior contribuição para resistência do betão para este eixo, como se demonstrou através da comparação entre os momentos resistentes do betão apenas (em flexão simples) face ao momento resistente total da secção;

4. Observou-se que a consideração do factor α_M poderá não ser suficiente para ter em conta a aproximação realizada ao considerar diagramas rectangulares de tensão, particularmente no caso de secções totalmente betonadas com flexão em torno do eixo z ;
5. Verificou-se que a consideração do factor 0,85 não tem uma influência significativa na resistência à flexão de secções parcialmente e totalmente betonadas, especialmente no caso da primeira secção;
6. O efeito da consideração do factor 0,85 é mais notório no caso da secção totalmente betonada, especialmente para a flexão em torno do eixo z , devido novamente à maior contribuição do betão para a resistência da secção neste caso;

No capítulo 3 foi abordada a modelação numérica de colunas mistas através de programas de elementos finitos, nomeadamente Adina e Ansys, para efeitos de validação. Realizaram-se dois modelos para a coluna SHC-1 (Bridge, 1976): um no programa Adina (modelo bidimensional) e outro no programa Ansys (modelo tridimensional), verificando-se que:

1. O modelo bidimensional realizado em Adina, considerando estado plano de tensão, conduz a resultados muito próximos dos resultados obtidos por outros autores;
2. A consideração de estado plano de deformação (com confinamento infinito na direcção perpendicular ao plano) no modelo em Adina conduz a resultados pouco realistas, pois sobrestima muito a capacidade resistente da coluna;
3. A activação do esmagamento do betão conduz a uma rotura prematura e a consideração da fendilhação, sem armaduras longitudinais, conduz igualmente a uma rotura prematura, embora a carga máxima seja ligeiramente superior que no caso de esmagamento activo;
4. Ao desactivar, tanto o esmagamento como a fendilhação, obtiveram-se resultados, praticamente coincidentes com os obtidos pelos outros autores;
5. As dificuldades encontradas em ultrapassar a rotura prematura, na modelação em Ansys, com o esmagamento do betão activo, verificam as encontradas também por Barbosa e Ribeiro (1998) e por Queiroz (2003);

Dado que no exemplo de validação anterior não foi possível obter resultados quando a fendilhação no betão era mantida activa, foi posteriormente realizado um novo exemplo de validação, a viga C20Y0 (Elghazouli e Treadway, 2008 e Piloto, 2009a), utilizando apenas o programa Ansys.

Os resultados do modelo foram comparados com os resultados experimentais obtidos por outros autores (Elghazouli e Treadway, 2008; Piloto *et al.*, 2009a), sendo possível observar que a inclusão de armadura longitudinal no modelo permite evitar a rotura prematura do elemento. Este modelo foi testado para duas taxas de armadura diferentes (0,6% e 2%) verificando-se que a alteração de resultados não é significativa.

Apesar de os resultados estarem em boa concordância com os obtidos por outros autores (Elghazouli e Treadway, 2008; Piloto *et al.*, 2009a), a rotura ocorre pouco depois da fase linear ser ultrapassada. Tal fenómeno poderá dever-se ao facto da coluna estar sujeita apenas a momento flector, o que provoca fendilhação mais extensa no betão que no caso de uma coluna sujeita a flexão recta composta. A rotura prematura, na modelação em Ansys, em colunas sujeitas a flexão simples, é também observada por Queiroz (2003).

No capítulo 4 é abordado o caso de estudo deste trabalho, que se tratou de uma coluna de secção parcialmente envolvida em betão sujeita a flexão recta composta e, posteriormente, a flexão desviada composta. Esta coluna foi analisada através do programa Ansys (método geral do EC4) e segundo o método simplificado para análise da resistência do elemento fornecido também pelo EC4, considerando: excentricidade vertical (segundo eixo z), excentricidade horizontal (segundo eixo y) e por fim, excentricidade vertical com coluna apoiada lateralmente.

Foram comparadas curvas de interacção $N-M_y$ obtidas tanto pelo programa de cálculo Ansys como pelo método simplificado do EC4, podendo-se retirar as seguintes conclusões:

1. O valor de $N_{b,Rd}$ não é atingido, tanto para as curvas $N-M_y$ calculadas de acordo com o método simplificado do EC4 como para as obtidas através do Ansys, tanto para a excentricidade horizontal (segundo o eixo z) como vertical (segundo o eixo y);
2. A consideração de uma excentricidade a actuar na vertical (segundo o eixo z), simultaneamente com momento flector também aplicado segundo o eixo y , no modelo em Ansys, produz uma redução significativa na resistência da secção à flexão composta, não sendo atingido, no ponto de compressão pura da curva $N-M_y$, o valor $N_{b,Rd,y}$;
3. As curvas $N-M_y$ obtidas através do método simplificado, também para o caso de excentricidade vertical (segundo o eixo z), não atingem igualmente o valor $N_{b,Rd,y}$, com uma diferença de aproximadamente 20%;
4. Os resultados obtidos, para a consideração de uma excentricidade a actuar na horizontal (segundo o eixo y), segundo o método simplificado, mostram as diferenças mais significativas, encontrando-se o ponto de compressão pura da curva $N-M_y$ muito abaixo do valor de $N_{b,Rd,z}$;
5. Os resultados obtidos em Ansys para o caso de excentricidade horizontal (segundo o eixo y) apresentam uma diferença ainda mais significativa relativamente às curvas $N-M_y$ que no caso de excentricidade vertical (segundo o eixo z). A curva $N-M_y$ obtida pelo Ansys, neste caso, é a que apresenta o valor mais baixo para o ponto de compressão pura, de todas as curvas $N-M_y$ calculadas;
6. Quando a coluna é contraventada lateralmente, os valores resistentes $N-M_y$, obtidos pelo programa em Ansys, são muito superiores aos obtidos considerando a coluna sem contraventamento lateral;

7. No caso da coluna apoiada lateralmente, as curvas obtidas pelo método simplificado do EC4 verificam-se serem conservativas, estando sempre abaixo da curva $N-M_y$ obtida através do modelo em Ansys;
8. O factor de amplificação k ($\beta > 1$), para análise através do método simplificado de avaliação da resistência do elemento segundo o EC4, tem influência na resistência à flexão obtida especialmente para valores baixos de esforço axial. Este efeito verifica-se por comparação das curvas $N-M_y$ do método simplificado com a aplicação de k^{exacto} , em todas as análises efectuadas.

Os resultados obtidos para o caso de estudo sugerem que existe uma influência significativa da direcção em que é considerada a imperfeição geométrica, assim como o fenómeno de encurvadura lateral pode ter um efeito relevante neste tipo de secções mistas, dadas as diferenças significativas que se obtiveram quando a coluna foi contraventada lateralmente. No entanto, são necessários estudos mais aprofundados para que se possa averiguar as diferenças encontradas.

5.2 Desenvolvimentos futuros

Os resultados obtidos para o caso de estudo sugerem uma influência significativa de fenómenos complexos de flexão-torção na resistência de secções mistas parcialmente betonadas, fenómenos estes que não são devidamente tidos em conta pelo EC4. Como tal, é necessário conduzir um estudo paramétrico aprofundado acerca dos parâmetros que provocam a redução da resistência da secção à flexão composta. Os resultados obtidos necessitam igualmente da comparação com ensaios experimentais obtidos para este tipo de secções.

Os programas desenvolvidos em Matlab apresentam a possibilidade de virem a ser adaptados para incluírem mais tipos de secções, inclusive secções assimétricas, como por exemplo as estudadas por Chen et al. (2005). Podem igualmente vir a ser adoptadas leis constitutivas para os materiais mais gerais, que incluam efeitos como o confinamento do betão ou o endurecimento do aço. Os programas podem também vir a ser utilizados como parte integrante de um programa de cálculo mais geral que execute o dimensionamento completo deste colunas mistas.

A reunião de estudos previamente executados, experimentais, numéricos e teóricos efectuada na presente dissertação, pode servir de base a estudos futuros no âmbito do dimensionamento e modelação de colunas mistas. Os resultados numéricos obtidos, especialmente no caso de estudo, podem igualmente ser utilizados em estudos futuros.

Anexo A

Programas em Matlab

Os dois programas realizados foram efectuados com base no método das fibras e podem ser aplicados a secções envolvidas em betão (total ou parcialmente), secções tubulares rectangulares e uma combinação destes dois tipos. Um dos programas admite comportamento rígido plástico para todos os materiais, baseando-se portanto em diagramas rectangulares de tensão (método simplificado do EC4), e o outro admite comportamento elasto-plástico não-linear também para todos os materiais.

Pelo métodos das fibras, a secção é dividida em vários elementos rectangulares de pequenas dimensões, formando uma malha ortogonal, através de um programa auxiliar designado *geo*, no qual o utilizador estabelece o espaçamento desejado, vertical e horizontal, que define o refinamento desta malha (ver figura A.1).

Nas zonas da secção cujas dimensões não são divisíveis pelo espaçamento da malha definido pelo utilizador, o programa selecciona um espaçamento imediatamente inferior ao dado que permita uma divisão em elementos de iguais dimensões. Os valores de espaçamento nos eixos y e z são guardados nos vectores esp_y e esp_z (ver figura A.2).

Neste programa auxiliar, *geo*, são criadas duas matrizes, em que cada elemento destas corresponde a uma das fibras. Na primeira matriz, cada posição correspondente a uma fibra de betão assume o valor 1, e, caso seja aço, o valor 0. Na segunda matriz ocorre o processo inverso, é atribuído o valor 1 para os elementos de aço e 0 para os de betão. As armaduras não são discretizadas da mesma forma que os restantes materiais da secção, sendo consideradas como elementos pontuais. A contribuição de cada varão para a resistência da secção é uma força proporcional à área do varão e à deformação (no caso do programa EPNL).

Posteriormente, para cada elemento são determinadas as coordenadas do respectivo centróide em relação ao centróide da secção e a área de cada um destes elementos. Estes valores são guardados nos vectores $cord_y$ e $cord_z$ (coordenadas) e na matriz *matrizAreas* (áreas), de forma a evitar calcular estes dados para cada iteração da linha neutra, reduzindo assim o esforço computacional. As coordenadas são calculadas

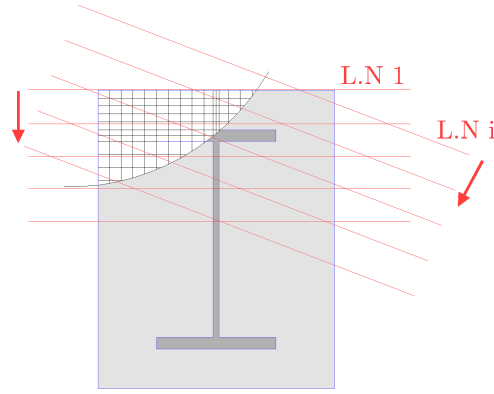


Figura A.1: Malha de fibras e evolução do posicionamento da linha neutra na secção.

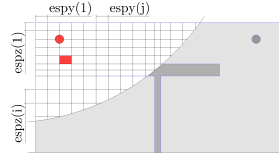


Figura A.2: Espaçamentos da malha segundo o eixo y e o eixo z .

segundo as seguintes expressões:

$$cord_y(i) = \frac{b_t}{2} - \sum_{j=1}^i esp_y(j) - \frac{esp_y(i)}{2} \quad (A.1)$$

$$cord_z(i) = \sum_{j=1}^i esp_z(j) - \frac{esp_z(i)}{2} - \frac{h_t}{2} \quad (A.2)$$

em que b_t e h_t representam a largura e altura totais da secção. A *matrizAreas* é dada pelo produto do vector esp_z transposto pelo vector esp_y , isto é

$$matrizAreas = \begin{bmatrix} esp_z(1)esp_y(1) & esp_z(1)esp_y(2) & \dots & esp_z(1)esp_y(n_y) \\ esp_z(2)esp_y(1) & esp_z(2)esp_y(2) & \dots & esp_z(2)esp_y(n_y) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ esp_z(n_z)esp_y(1) & esp_z(n_z)esp_y(2) & \dots & esp_z(n_z)esp_y(n_y) \end{bmatrix} \quad (A.3)$$

É necessário também calcular as coordenadas nos eixos rodados, uma vez que a linha neutra adopta várias inclinações (ver figura A.3). Estas coordenadas são guardadas nos vectores $cord_{y'}$ e $cord_{z'}$, e são dadas, para o elemento na linha i e coluna j , pelas seguintes expressões

$$cord_{y'}(i, j) = cord_y(j) \cos(\theta) - cord_z(i) \sin(\theta) \quad (A.4)$$

$$cord_{z'}(i, j) = cord_y(j) \sin(\theta) + cord_z(i) \cos(\theta) \quad (A.5)$$

sendo θ o ângulo de inclinação da linha neutra em relação à horizontal.

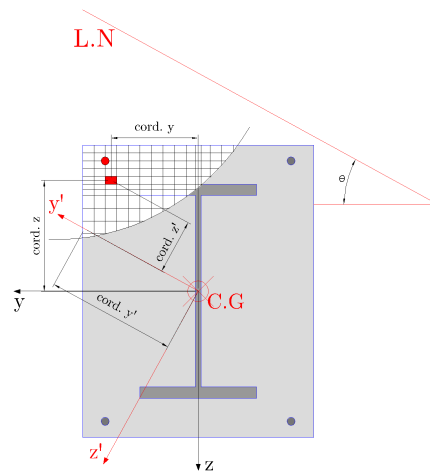


Figura A.3: Coordenadas em relação ao centro de gravidade, no sistema de eixos ortogonal e no sistema de eixos rodado.

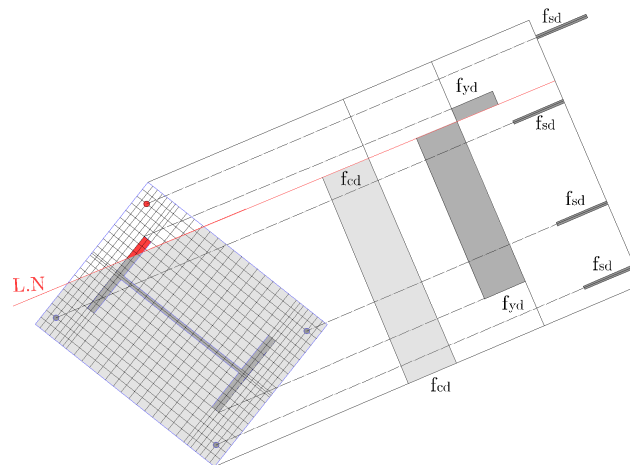


Figura A.4: Distribuição de tensões segundo o programa DRT.

A linha neutra percorre a secção para várias posições e inclinações. Considera-se que toda a secção abaixo da linha neutra está traccionada e toda a secção acima da linha neutra está comprimida.

Tanto o programa DRT como o EPNL têm por base o programa *geo*, residindo a diferença nas leis constitutivas adoptadas. Assim, no programa DRT, aplica-se o método sugerido pelo EC4, através dos diagramas rectangulares de tensão, em que a tensão em cada fibra é igualada à tensão máxima do material que lhe corresponde (ver figura A.4). Note-se que no betão, para esforços de tracção, a tensão é considerada nula.

Nos programas DRT e EPNL, o número de posições a percorrer e inclinações a considerar são também atribuídos pelo utilizador, através do espaçamento entre posições e rotações da linha neutra desejados.

O primeiro passo é calcular, para cada elemento, a distância à linha neutra (ver

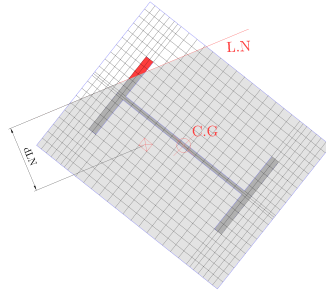


Figura A.5: Distância à linha neutra no programa DRT.

figura A.5), que é dada por

$$d_{LN} = d'/2 - n \times \Delta k + cord_{z'} \quad (\text{A.6})$$

em que d' representa a projecção da diagonal da secção no sistema de eixos rodado, dada por

$$d' = \sqrt{h_t^2 + b_t^2} \sin \left(\arctan \left(\frac{h_t}{b_t} \right) + \theta \right) \quad (\text{A.7})$$

e as variáveis n e Δk correspondem, respectivamente, ao número de passos percorrido pela linha neutra e ao espaçamento entre cada um desses passos.

No programa DRT, o esforço axial resistente, para cada posição da linha neutra, é obtido pelo somatório do produto da área de cada fibra pela correspondente tensão máxima do material. Os momentos são por sua vez calculados através do somatório do produto da distância de cada fibra ao centro de gravidade da secção pela força nessa mesma fibra.

No caso de os materiais possuírem comportamento não-linear, ou seja, no programa EPNL, a distribuição de extensões assume-se linear com a distância à linha neutra (hipótese das secções planas), e as tensões relacionam-se com estas através das leis constitutivas fornecidas pelo EC4, referidas no capítulo 2. Assim, são utilizadas funções *sigmabetao*, *sigmaaco*, *sigmaarmaduras*. Estas correspondem às relações constitutivas utilizadas para os materiais: betão, aço em perfil e aço em armaduras, respectivamente, e fornecem a tensão correspondente a cada extensão dada para o material em questão.

A lei constitutiva do betão é modelada segundo o referido na secção 2.2, considerando um patamar em vez do troço descendente após a tensão de pico, tal como realizado na modelação em Ansys nos capítulos 3 e 4. A tensão resistente é considerada nula para o betão sujeito a tracção, tal como efectuado no programa DRT (ver figura A.6).

O aço em perfil e armaduras é modelado através de uma relação constitutiva elasto-perfeitamente plástica, isto é, sem endurecimento, também em tudo semelhante à já mencionada nos capítulos 3 e 4 para a modelação em Ansys.

A extensão no betão é o factor condicionante para determinar a distribuição de tensões para cada posição e inclinação da linha neutra. Assim, a extensão na fibra de betão mais afastada da linha neutra é igualada à extensão de rotura deste material e, tendo em conta que as deformações seguem uma distribuição linear, as restantes deformações são então conhecidas. Uma vez determinada a distribuição de extensões para

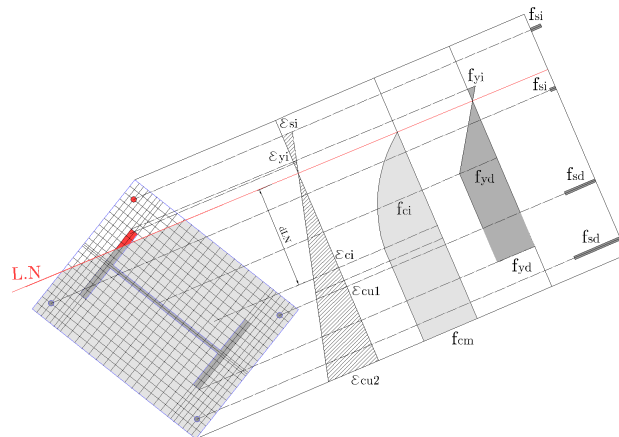


Figura A.6: Distribuição de deformações e tensões segundo o programa EPNL.

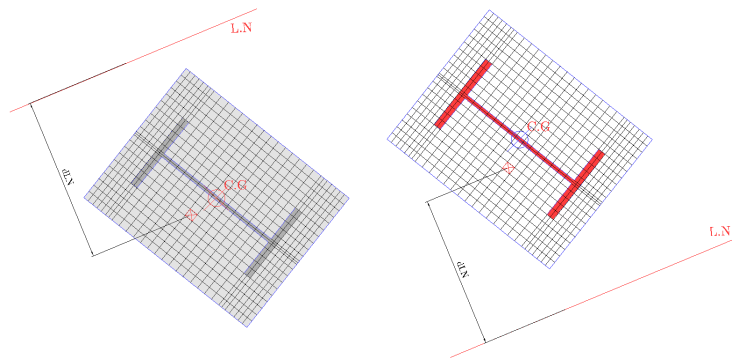


Figura A.7: Posições adicionais a percorrer pela linha neutra, no programa EPNL.

uma dada posição e inclinação da linha neutra, são calculadas as respectivas tensões, através das leis constitutivas para o aço em perfil, aço em armaduras e betão. A força em cada fibra é calculada de igual forma ao realizado para o programa DRT, tendo em conta que a tensão nas fibras não é a máxima do material, mas sim a correspondente à extensão calculada. A determinação do esforço axial e momentos flectores segue também o procedimento já referido para o programa anterior, sendo unicamente diferente o cálculo da distância à linha neutra, que se explica de seguida.

No caso do programa EPNL, é necessário que a linha neutra percorra posições fora da secção de modo a abranger todas as combinações $N-M_y-M_z$ possíveis e necessárias para gerar uma superfície de interacção completa (ver figura A.7). Assim, foi necessário considerar dois espaçamentos diferentes: um para quando a linha neutra está no interior da secção, Δk , e outro para quando está fora desta, considerado igual a d' . Desta forma, a fórmula de cálculo da distância de cada fibra à linha neutra vai depender se esta última se encontra dentro ou fora da secção.

Para as posições fora da secção foi considerado que a linha neutra percorre uma distância de $100d'$, portanto, no total, a linha neutra percorre 200 posições fora da secção. Dado que o espaçamento a percorrer fora e dentro da secção é diferente, distinguem-se

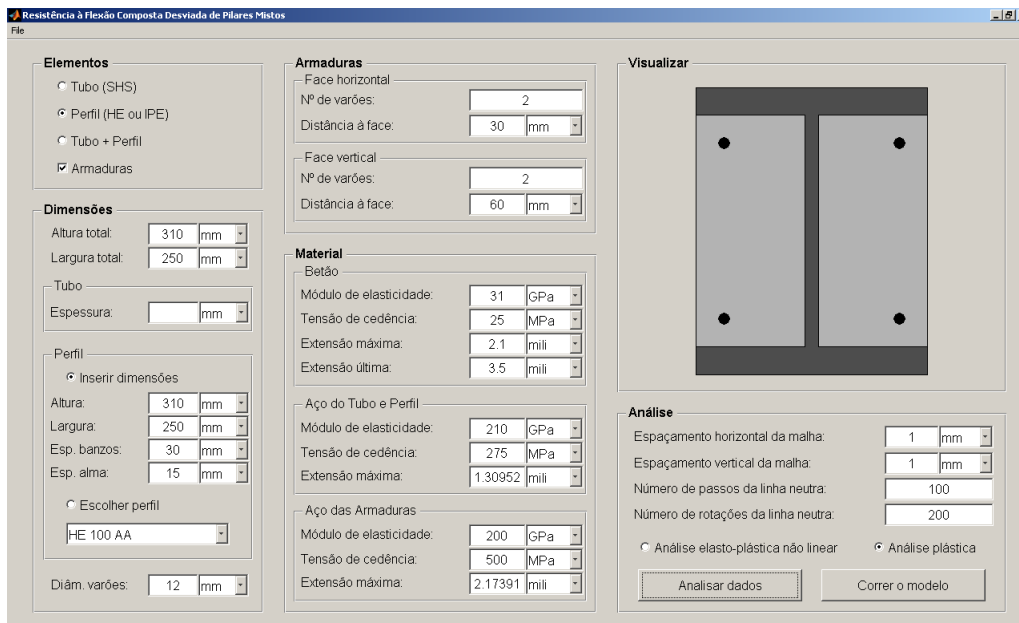


Figura A.8: Interface gráfica realizada para os programas em Matlab (introdução dos dados necessários).

três casos principais de distância à linha neutra:

- (i) Linha neutra na zona superior à secção

$$d_{LN} = (100 - n) d' + d'/2 + cord_z' \quad (A.8)$$

- (ii) Linha neutra no interior da secção

$$d_{LN} = d'/2 - (n - 100) + cord_z' \quad (A.9)$$

- (iii) Linha neutra na zona inferior à secção

$$d_{LN} = -d'/2 - (n - (101 + n_k)) + cord_z' \quad (A.10)$$

Possuindo estes dados, passa-se ao cálculo do esforço axial e momentos flectores resistentes, em tudo igual ao realizado para o programa DRT, como já referido.

No caso do utilizador definir armaduras, os dados destas (áreas, posições, distâncias à linha neutra, etc.) são calculado e armazenados vectorialmente. O cálculo da contribuição destas para os esforços resistentes é análogo ao dos outros elementos da secção.

Note-se que ambos os programas, incluindo o programa auxiliar *geo*, foram optimizados de modo a que os cálculos resultassem unicamente de operações matriciais, o que permite reduzir os tempos de cálculo de cada superfície de interacção. Os valores de N , M_y e M_z , após a análise da secção, são guardados sob a forma matricial e, posteriormente representados sob a forma de uma superfície ou de curvas de interacção.

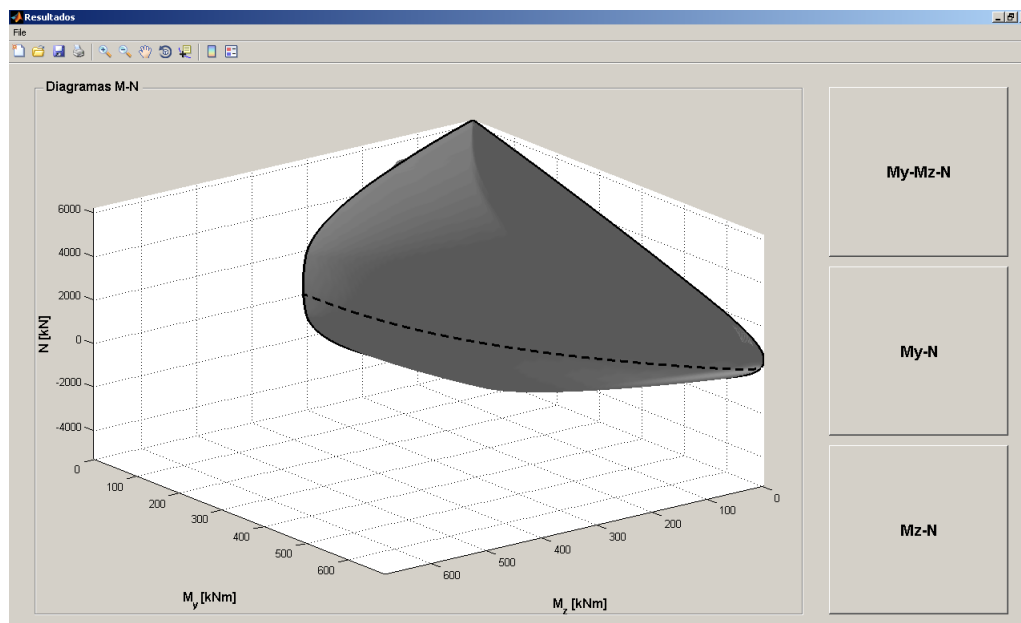


Figura A.9: Interface gráfica realizada para os programas em Matlab (obtenção de resultados).

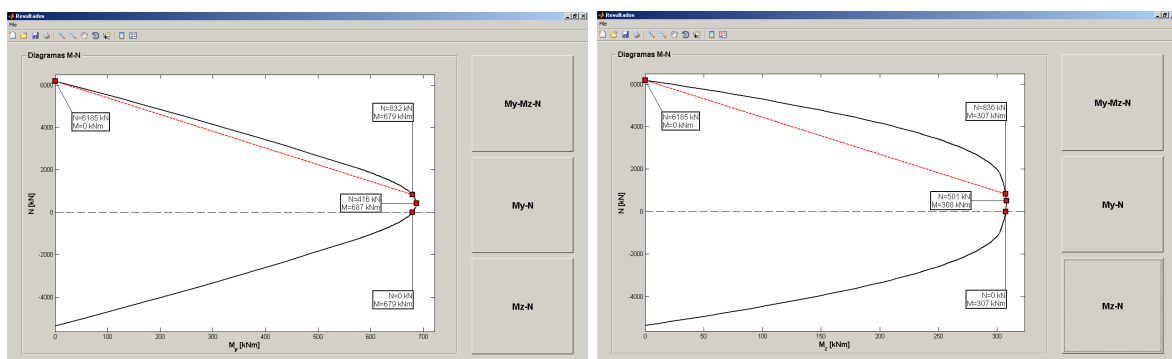


Figura A.10: Interface gráfica realizada para os programas em Matlab (obtenção de resultados).

Os programas desenvolvidos em Matlab foram compilados para a realização de uma interface de utilização gráfica, através da qual o utilizador escolhe o tipo de secção a estudar e atribui todas características necessárias (ver figura A.9).

Após a escolha do tipo de análise a realizar, o programa apresenta os resultados na forma de superfícies de interacção $N-M_y-M_z$ (ver figura A.9) e curvas de interacção $N-M_y$ e $N-M_z$ (ver figura A.10), das quais podem ser retirados os valores para os pontos principais do método simplificado do EC4, tanto para a análise plástica (DRT) como para a análise elasto-plástica não linear (EPNL).

Bibliografia

- ACI, 1992. *ACI-318, Building Code Requirements for Reinforced Concrete*. Detroit, MI.
- Adina RD, Inc., 2005. *Theory and Modeling Guide Volume I: ADINA Solids Structures*, Estados Unidos da América.
- AISC, 1993. *AISC-LRFD, Load and Resistance Factor Design Specification for Structural Steel Buildings*. Chicago, IL.
- Aly, T., Thayalan, P., Elchalakani, M., Patnaikuni, I., 2010. Theoretical study on concrete-filled steel tubes under static and variable repeated loadings. *Journal of Constructional Steel Research*, 66:111-124.
- Ansys, Inc., 2004. *ANSYS, Inc. Theory Reference*, Estados Unidos da América.
- Barbosa, A., Ribeiro, G., 1998. Analysis of reinforced concrete structures using Ansys nonlinear concrete model. *Computational Mechanics: New Trends and Applications*.
- Boissonnade, N., Greiner, R., Jaspart, J.P., Linder, J., 2006. *Rules for member stability in EN1993-1-1, Background documentation and design guidelines*; ECCS Technical Committee 8-Stability; ECCS.
- Bradford, M., Oehlers, D., 1999. *Elementary Behaviour of Composite Steel and Concrete Structural Members*. Butterworth-Heinemann, Austrália.
- Bridge, R.Q, 1976. Research Report No. R 283: Concrete Filled Steel Tubular Columns. *Earthquake Engineering Research Center*, Estados Unidos da América.
- BS 5400, 1979. *Steel, concrete and composite bridges: Part 5: Code of practice for design of composite bridges*. London, British Standards Institution.
- Calado, L., Santos, J., 2010. *Estruturas Mistas de aço e betão*. IST Press, Lisboa.
- CEN, 2002. *Eurocode 0: Basis of structural design*, Bélgica.
- CEN, 2004. *Eurocode 2: Design of concrete structures - Part 1-1: General rules and rules for buildings*, Bélgica.
- CEN, 2004. *Eurocode 3: Design of steel structures - Part 1-1: General rules and rules for buildings*, Bélgica.
- CEN, 2004. *Eurocode 4: Design of composite steel and concrete structures - Part 1.1: General rules and rules for buildings*, Bélgica.

Bibliografia

- Charalampakis, A.E, Koumoussis, V.K, 2008. Ultimate strength analysis of composite sections under biaxial bending and axial load. *Advances in Engineering Software*, 39:923-936.
- Chen., C.-C, Li, J.-M, Weng,C.C., 2005. Experimental behaviour and strength of concrete-encased composite beam–columns with T-shaped steel section under cyclic loading. *Journal of Constructional Steel Research*, 61:863-881.
- Cosenza, E., Zandonini, R., 1999. *Composite Construction Structural Engineering Handbook*. CRC Press LLC, Itália.
- Cosenza, E., Sarno, L., Fabbrocino, G., Pecce, M., 1998. *Composite Steel and Concrete Structures: Technology and Design*. Itália.
- Dundar, C., Tokgoz, S., Tanrikulu, A.K., Baran, T., 2008. Behaviour of reinforced and concrete-encased composite columns subjected to biaxial bending and axial load. *Journal of Constructional Steel Research*, 43:1109-1120.
- Elghazouli, A.Y., Treadway, J. 2008. Inelastic behaviour of composite members under combined bending and axial loading. *Journal of Constructional Steel Research*, 64:1008-1019.
- El-Tawil, S., Sanz-Picón, C.F., Deierlein, G.G., 1995. Evaluation of ACI 318 and AISC (LRFD) Strength Provisions for Composite Beam-Columns; *Journal of Constructional Steel Research*, 34:103-123.
- Galambos, T.V., 1998. *Guide to stability design criteria for metal structures*. John Wiley and Sons, Estados Unidos da América.
- Gameiro, E., 2009. *Concepção, projecto e construção de estruturas mistas*. Lisboa.
- Gonçalves, R., Camotim, D., 2005. On the incorporation of equivalent member imperfections in the in-plane design of steel frames. *Journal of Constructional Steel Research*, 61:1226-1240.
- Grant, P., Rousseau, C., 2001. *Composite Structures: Theory and Practice*. ASTM STP 1383, Estados Unidos da América.
- Hajjar, J., 2002. Composite steel and concrete structural systems for seismic engineering. *Journal of Constructional Steel Research*, 58:703-723.
- Han, L.-H, 2002. Tests on stub columns of concrete-filled RHS sections. *Journal of Constructional Steel Research*, 58:353-372.
- Hanswille, G., 2008. *Eurocode 4 Composite Columns*; Institute for Steel and Composite Structures, University of Wuppertal, Alemanha.
- Hanswille, G., Lippes, M., 2008. *Design of composite columns made of concrete filled tubes with inner massive core profiles and high strength materials*; Alemanha.
- Hsu, H.L., Jan, F.-J., Juang, J.-L., 2009. Performance of composite members subjected to axial load and bi-axial bending. *Journal of Constructional Steel Research*, 65:869-878.

- Hu, H., Huang, C-S., Wu, M-H., Wu, Y-M., 1999. *Numerical analysis of concrete-filled steel tubes subjected to axial force*. China.
- Jonhson, R.P, Anderson, D., 2004. *Designer's guide to EN1994-1-1 Eurocode 4: Design of composite steel and concrete structures Part 1.1: General rules and rules for buildings*. Thomas Telford, Inglaterra.
- Kato, B., 1996. Column Curves of Steel-Concrete Composite Members. *Journal of Constructional Steel Research*, 39:121-135.
- Kuranovas, A., Douglas, G., Kvedaras, A., Zhong, S., 2007. Load-bearing capacity of concrete-filled steel columns, *Journal of Civil Engineering and Management*, 13:131-141.
- Liang, Q.Q., Fragomeni, S., 2009. Nonlinear analysis of circular concrete-filled steel tubular short columns under axial loading; *Journal of Constructional Steel Research*, 65:2186-2196.
- Liang, Q.Q., Fragomeni, S., 2010. Nonlinear analysis of circular concrete-filled steel tubular short columns under eccentric loading; *Journal of Constructional Steel Research*, 66:159-169.
- Liang, Q.Q., Uy, B., Liew, J.Y.R, 2006. Nonlinear analysis of concrete-filled thin-walled steel box columns with local buckling effects. *Journal of Constructional Steel Research*, 62:581-591.
- Mursi, M., Uy, B., 2004. Strength of slender concrete filled high strength steel box columns. *Journal of Constructional Steel Research*, 60:1825-1848.
- Nethercot, D., 2003. *Composite Construction*. Spon Press: Taylor and Francis Group, Inglaterra.
- Oh, M.-H, Ju, Y.-K, Kim, M.-H, Kim, S.-D, 2006. Structural Performance of Steel-Concrete Composite Column Subjected to Axial and Flexural Loading, *Journal of Asian Architecture and Building Engineering*, 5(1):153-160.
- Pi, Y., Bradford, M., Uy, B., 2006a. Second Order Nonlinear Inelastic Analysis of Composite Steel-Concrete Members II: Theory. *Journal of Structural Engineering*, 751-761.
- Pi, Y., Bradford, M., Uy, B., 2006b. Second Order Nonlinear Inelastic Analysis of Composite Steel-Concrete Members II: Applications. *Journal of Structural Engineering*, 762-771.
- Piloto, P., Gavilán, A., Mesquita, L., Meda, A., 2009a. *Inelastic behaviour of partially encased sections: numerical comparison*. 3 rd International Conference on Integrity, Reliability Failure, Portugal.
- Piloto, P., Gavilán, A., Mesquita, L., Lima, D., 2009b. *Efeito do confinamento em secções parcialmente embebidas com betão*. Congresso de Construção Metálica e Mista, 7(2):254-258.
- Queiroz, F., 2003. *Modelos para a análise de pilares mistos pelo método dos elementos*

Bibliografia

- finitos*. Tese de Mestrado, Universidade de Minas Gerais, Brasil.
- Reis, A., Camotim, D., 2000. *Estabilidade Estrutural*. McGraw-Hill, Portugal.
- Rodrigues, L., 2008. *Desenvolvimento de um Toolkit em Excel para o dimensionamento de pilares mistos segundo o Eurocódigo 4*. Tese de Mestrado, Faculdade de Engenharia Universidade do Porto, Portugal.
- Roik, K., Bergmann, R., 1989. *Composite Columns*. Institut für Konstruktiven Ingenieurbau, Ruhr Universität Bochum, Alemanha.
- Saw, H.S., J.Y.R, Liew, 2000. Assessment of current methods for the design of composite columns in buildings. *Journal of Constructional Steel Research*, 53:121-147.
- Shanmugam, N.E., Lakshmi, B., 2001. State of the art report on steel-concrete composite columns. *Journal of Constructional Steel Research*, 57:1041-1080.
- Shibata, M., 2001. *Design Formula of Long Composite Column Subjected to Non-Symmetric Bi-Axial Bending*. Setsunan Univ., Japão.
- Sousa, J.B.M, Muniz, C.F.D.G, 2006. Analytical integration of cross section properties for numerical analysis of reinforced concrete, steel and composite frames. *Engineering Structures*, 29:618-625.
- Spacone, E., El-Tawil,S., 2004. Nonlinear Analysis of Steel-Concrete Composite Structures: State of the Art. *Journal of Structural Engineering*.
- SSEDTA, 2001. *Structural Steelwork Eurocodes: Development of a Trans-national Approach*.
- Szmigiera, E., 2007. Influence of concrete and fibre concrete on the load-carrying capacity and deformability of composite steel-concrete columns. *Journal of Civil Engineering and Management*, 13(1): 55-61.
- Taranath, B.S, 1998. *Steel, Concrete and Composite Design fo Tall Buildings*. McGraw-Hill, Estados Unidos da América.
- Valach, P., Gramblicka, S., 2007. Theoretical and Experimental Analysis of Composite Steel-Reinforced Concrete (SRC) Columns. *Slovak Journal of Civil Engineering*.
- Valipour, H., Foster, S., 2010. Nonlinear static and cyclic analysis of concrete-filled steel columns. *Journal of Constructional Steel Research*, 66:793:802.
- Vrcelj, Z., Uy, B., 2002. Strength of slender concrete-filled steel box columns incorporating local buckling. *Journal of Constructional Steel Research*, 58:275-300.
- Wang, Y., 1999. Tests on slender composite columns. *Journal of Constructional Steel Research*, 49:25-41.
- Weng, C.C, Yen, S.I, 2001. Comparisons of concrete-encased composite column strength provisions of ACI code and AISC specification. *Journal of Constructional Steel Research*, 24:59-72.
- Weng, C.C, Yen, S.I, Wang, H.S, 2007. A relative rigidity approach for design of concrete-encased composite columns. *Journal os the Chinese Institute of Engineers*,

30(4):621-633.

Yu, Q., Tao, Z., Liu, W., Chen, Z.-B, 2010. Analysis and calculations of steel tube confined concrete (STCC) stub columns. *Journal of Constructional Steel Research*, 66:53-64.

Zhao, G., Zhang, M., Li, Y., 2009. Behavior of slender steel concrete composite columns in eccentric loading. *Journal of Shanghai University, China*, 13(6): 481–488.