ISSN 0871-2573

Barreiras Dinâmicas e a Estratégia de Preço Limite: Uma Revisão da Literatura com Controlo Óptimo

por

Margarida Catalão Lopes[*]

Working Paper nº 206
Novembro 1993

---

[*] O texto que aqui se apresenta constitui o trabalho final da cadeira de Optimização e Análise Económica II do Programa de Doutoramento e Mestrado desta Faculdade, no segundo trimestre do ano lectivo 1992/93. Agradeço ao Professor José Dias Coelho o estímulo dado para a sua publicação.

BARREIRAS DINÂMICAS À ENTRADA E A ESTRATÉGIA DE PREÇO LIMITE: UMA REVISÃO DA LITERATURA COM CONTROLO ÓPTIMO

0. Introdução

A política óptima de fixação do preço para uma empresa cujo horizonte de decisão se não limita ao momento presente não é normalmente aquela que consiste na maximização dos lucros imediatos, mas pode implicar o sacrifício de algum lucro presente, para garantir lucros futuros. A estratégia de fixação de um preço limite[1] é um dos temas para os quais este *trade-off* é mais evidente e tem suscitado na literatura de Economia Industrial variadíssimas e múltiplas abordagens.

O objectivo do presente trabalho é tratar de forma dinâmica o estabelecimento de preço limite por parte de um monopolista[2] que enfrenta a ameaça de entrada de um concorrente. Bain (1949 e 1956) terá sido o primeiro a sugerir, embora em contexto originalmente estático, a utilização desta estratégia por parte das empresas já instaladas, numa indústria com rendimentos crescentes à escala, com o objectivo de impedir a entrada de novas empresas. Desde então vários autores têm procurado tratar o tema em contexto dinâmico e, nalguns casos, estocástico.

Na primeira parte do trabalho procede-se à apresentação do problema e ao seu desenvolvimento em dois períodos, procedendo-se em seguida à extensão a horizontes temporais mais alargados, de acordo com as abordagens normalmente referidas. Por fim, conclui-se brevemente, com uma referência especial à aplicabilidade prática (a acrescer à relevância teórica) destes modelos.

[1] Bain (1949) definiu preço limite como o preço máximo que a empresa instalada pode praticar sem induzir a entrada de concorrentes.

[2] Em rigor pode também tratar-se de um conjunto de empresas, mas agindo em conluio (tácito ou explícito).

1. A estratégia de preço limite em dois períodos

A estratégia de preço limite tem por base um comportamento por parte do monopolista de uma determinada indústria no sentido de prevenir a entrada de possíveis concorrentes, continuando assim a auferir o lucro de monopólio.[3] Trata-se de sacrificar rendimento no período actual, praticando um preço inferior ao preço miópico (de monopolista) para procurar garantir a continuação de elevados lucros no futuro; vende-se a um preço mais baixo, deslocando assim para perto da origem a procura remanescente e dificultando a obtenção de um lucro positivo por parte da empresa candidata à entrada, como factor dissuasor.

Esta estratégia, porém, não é credível num contexto de informação perfeita, em que cada empresa conhece tudo a respeito da outra, nomeadamente -e o que é relevante neste caso- a sua estrutura de custos: o equilíbrio de Nash resultante da manutenção do potencial concorrente fora do mercado não é perfeito na forma extensiva (*subgame perfect*), uma vez que se o candidato à entrada efectivamente entrar deixa de ser política óptima para o anterior monopolista praticar um preço que faça o outro suportar prejuízos, antes se torna preferível acomodar a entrada do concorrente.

Apenas num contexto de informação privada, em que cada empresa conhece somente os seus próprios custos, conjecturando a respeito dos custos da outra, é possível recuperar a noção de preço limite.[4] Nessa situação, e tendo como referência principal Milgrom e Roberts (1982), o jogo desenrola-se da seguinte forma: num primeiro período a empresa candidata à entrada (empresa 2) tenta inferir do comportamento da empresa já instalada (empresa 1) -em particular da quantidade por ela colocada no mercado- a estrutura de custos desta, nomeadamente (e classificando a empresa 1 em dois possíveis tipos, consoante o respectivo custo marginal) se se trata de uma empresa de custo marginal alto ou de custo marginal baixo, ao mesmo tempo que a empresa instalada procura sinalizar que é do tipo custos baixos, independentemente de o ser ou não, para evitar a entrada da concorrente. A concorrente, por seu lado, sabe do incentivo que a empresa 1 tem para se fazer passar por eficiente (tipo custos baixos) e esta sabe que a empresa 2 conhece esse mesmo incentivo. Neste ambiente, a empresa candidata à entrada decide ou não entrar. No segundo período joga-se um

[3] Assume-se pois, implicitamente, um comportamento de liderança à Stackelberg por parte da empresa já instalada, uma vez que é ela a primeira a jogar.

[4] Como facilmente se antevê, podem desenvolver-se diferentes modelos, consoante a hipótese que se assumir para a formação de expectativas por parte dos agentes.

duopólio à Cournot caso tenha ocorrido entrada no primeiro período; caso contrário a empresa 1 continuará monopolista.

Assim, existindo informação imperfeita o equilíbrio de Nash resultante será perfeito na forma extensiva. Esse equilíbrio será caracterizado por três condições:

- a regra de preços s^* da empresa 1 (sendo monopolista, ao fixar o preço fixa também a quantidade, por isso se referirá muitas vezes s como uma estratégia em quantidades) será uma resposta óptima à sua conjectura sobre a regra de entrada $\bar{t}$ da sua potencial oponente, isto é,

$$\forall c_1 \in [\underline{c}_1, \bar{c}_1]$$

$$\Pi^0(s^*(c_1),c_1)+\delta_1\int_{\underline{c}2}^{\bar{c}2} R(c_1,c_2).[1-\bar{t}(c_2,s^*(c_1))]dH_2(c_2) \geq$$

$$\geq \Pi^0(s(c_1),c_1)+\delta_1\int_{\underline{c}2}^{\bar{c}2} R(c_1,c_2).[1-\bar{t}(c_2,s(c_1))]dH_2(c_2)$$

$$\forall s: [\underline{c}_1, \bar{c}_1] \rightarrow \mathbf{R}^+,$$

onde Π^0 representa o lucro da empresa 1 no período zero (em que é monopolista), R corresponde ao excesso do lucro de monopólio relativamente ao lucro em duopólio (se este for normalizado a zero, R representa simplesmente o lucro monopolista), $\bar{t}$ assume o valor um ou zero, consoante a empresa 2 decida ou não entrar, respectivamente, δ_1 é a taxa de desconto intertemporal para a empresa 1 entre os dois momentos de tempo em questão e $[\underline{c}_i, \bar{c}_i]$ representa o suporte das possíveis distribuições da estrutura de custos da empresa i (é de acordo com o suporte $[\underline{c}_1, \bar{c}_1]$ que a empresa 1 escolhe a sua estratégia de quantidades em $\mathbf{R}^+$);

- a regra de entrada t^* da empresa 2 será uma resposta óptima à sua conjectura sobre a regra de preços $\bar{s}$ do monopolista, isto é,

$$\forall c_2 \in [\underline{c}_2, \bar{c}_2]$$

$$\int_{\underline{c}1}^{\bar{c}1} [\delta_2\Pi_2^c(c_1,c_2)-K].t^*(c_2,\bar{s}(c_1))dH_1(c_1) \geq$$

$$\geq \int_{\underline{c}1}^{\bar{c}1} [\delta_2\Pi_2^c(c_1,c_2)-K].t(c_2,\bar{s}(c_1))dH_1(c_1)$$

$$\forall t: [\underline{c}_2, \bar{c}_2] \times \mathbf{R}^+ \rightarrow \{0,1\};$$

a jogada t da empresa 2 baseia-se pois na sua própria estrutura de custos, com suporte $[\underline{c}_2, \bar{c}_2]$, e na jogada da empresa 1 (em $\mathbb{R}^+$), consubstanciando-se na decisão de permanecer fora do mercado (0) ou de entrar (1); K representa custos fixos de entrada (os quais têm o efeito de gerar situações em que não compensa entrar) e o expoente c associado a Π denota o lucro em situação de duopólio com concorrência à Cournot (por hipótese o tipo de concorrência que se irá estabelecer se t=1), o qual é descontado à taxa intertemporal δ_2 relevante para a empresa 2;

- no equilíbrio as conjecturas estarão correctas, isto é, $s^*=\bar{s}$ e $t^*=\bar{t}$.

Mostra-se que este jogo tem dois equilíbrios, um no qual a empresa 1 se revela como de custo marginal alto ou baixo de acordo com a quantidade que escolhe produzir no primeiro período (*separating equilibrium*),[5] isto é, $s^*(\underline{c}_1) \neq s^*(\bar{c}_1)$, e outro no qual a quantidade escolhida é a mesma, independentemente da estrutura de custos, pelo que não é possível distinguir de que tipo é a empresa já instalada (*pooling equilibrium*), isto é, $s^*(\underline{c}_1)=s^*(\bar{c}_1)$. Mostra-se também que no jogo com informação imperfeita a probabilidade de a empresa 2 vir de facto a entrar no mercado pode ser inferior, igual ou superior à mesma probabilidade num contexto de informação perfeita.

2. A estratégia de preço limite em T períodos

Os modelos de preço limite incluem-se dentro de uma classe mais vasta de modelos de *entry deterrance*, subjacente aos quais está sempre a ideia do *trade-off* entre os lucros de curto prazo que se sacrificam para evitar a entrada de concorrentes e as perdas de longo prazo advindas dessa entrada. Com efeito, além da estratégia de fixação de um preço propositadamente baixo, de forma a inviabilizar a obtenção de lucros positivos por parte do candidato à entrada, outras estratégias se podem desenvolver com o mesmo objectivo (o investimento em capacidade é uma das mais tratadas).[6]

---

[5] Este equilíbrio é, como facilmente se percebe, equivalente ao equilíbrio de informação perfeita. A empresa 2 escolherá entrar se 1 tiver custos marginais altos e permanecerá fora do mercado se os custos marginais desta forem baixos.

[6] Veja-se, por exemplo, Dixit, A. (1980), The role of investment in entry deterrance, *The Economic Journal*, 90, pp 95-106.

É normalmente mais realista pensar neste tipo de estratégias como sendo efectuadas de uma forma dinâmica, multi-período. Apresenta-se em seguida, com algum detalhe, um dos modelos pioneiros nesse tratamento, talvez o mais popularizado na literatura, após o que se abordará outros desenvolvimentos igualmente relevantes, realçando embora aspectos diferentes.

2.1 O modelo de Gaskins (1971)

Gaskins (1971) foi uma das primeiras tentativas no sentido de caracterizar o comportamento óptimo em termos de fixação de preços de uma indústria[7] sujeita a uma ameaça contínua de entrada (muitos outros artigos surgidos posteriormente foram desenvolvimentos -uns mais relevantes que outros- a este *paper*); a entrada é modelizada como a variação no nível de *output* da concorrência, variação essa que é determinada pelas expectativas de lucros, podendo representar-se como

$$\dot{x}=k[p(t)-\bar{p}],$$

onde $\bar{p}$ é o preço limite (constante e definido como o preço para o qual a entrada líquida é nula), $p(t)$ o preço actualmente praticado pela indústria e que é tomado como *proxy* dos preços futuros e $k\geq 0$ representa um factor de resposta ao diferencial $p(t)-\bar{p}$. Note-se que, necessariamente, $\bar{p}\geq c$ (custo total médio de produção da indústria, o qual se assume constante), representando o *spread* $\bar{p}-c$ uma medida da vantagem em termos de custos de que beneficia a indústria já instalada.

Então, a quantidade total produzida pelas empresas concorrentes em cada momento t será

$$x(t)=\int_0^t k[p(t)-\bar{p}]dt.$$

As empresas instaladas, por seu lado, escolhem o padrão de preços p(t) que maximiza o valor actualizado do seu fluxo de lucros futuros, ou seja, trata-se de

[7] Note-se que neste caso faz mais sentido falar em indústria e não em empresa, uma vez que, tratando-se de um contexto multi-período, haverá ao longo do tempo, com probabilidade positiva, algumas empresas que lograrão entrar. É necessário, porém, assumir que a indústria, constituída por várias empresas, actua como um cartel, isto é, determina uma política para todo o grupo.

$$\max_{p(t)} \quad V=\int_0^\infty (p(t)-c).q(p(t),t)e^{-rt}dt,$$

$$\text{s.a} \quad \dot{x}=k[p(t)-\bar{p}]$$

$$x(0)=x_0,$$

onde q(p(t),t) representa a procura ao preço p(t), líquida do *output* x(t) da concorrência (procura residual, isto é, q(p(t),t)=f(p(t))-x(t)[8]) e r é o factor de actualização intertemporal da indústria. Tem-se assim um problema de controlo óptimo em que a variável de controlo é o preço a fixar em cada momento, p(t), e a variável de estado é representada pela quantidade x(t) produzida pelas empresas concorrentes; a política de preços óptima será resultante do *trade-off* entre os ganhos advindos da fixação de um preço de monopólio e os custos originados pela entrada de empresas rivais -com consequentes perdas de quota de mercado-, induzida por preços altos.

A hamiltoneana deste problema é

$$H=[p(t)-c][f(p(t))-x(t)]e^{-rt}+\lambda(t).k[p(t)-\bar{p}]$$

A variável λ(t) representa o preço sombra de uma unidade adicional de entrada de concorrentes em t e é igual a $\partial V/\partial x(t)$; assim, a segunda parcela da hamiltoneana corresponde ao efeito do nível de entradas actuais nos lucros futuros; a primeira parcela, por seu lado, corresponde à variação no valor actualizado dos lucros por variação nas vendas contemporâneas, estando pois presentes ambos os efeitos que constituem o *trade-off* característico dos problemas de preço limite.

As condições do Princípio do Óptimo de Pontryagin traduzem-se em:

(i) $\dot{x}^*(t)=\partial H(x^*(t),\lambda^*(t),p^*(t),t)/\partial\lambda=k[p^*(t)-\bar{p}],\qquad x^*(0)=x_0;$

(ii) $\dot{\lambda}^*(t)=-\partial H(x^*(t),\lambda^*(t),p^*(t),t)/\partial x=[p^*(t)-c].e^{-rt},\qquad \lim_{t\to\infty}\lambda^*(t)=0;$

[8] A dependência funcional específica em relação ao tempo resulta da própria natureza do fenómeno de entrada, assumindo que as vendas da indústria se podem decompor de forma aditiva como q(p(t),t)=f(p(t))-x(t), onde f(p) é a função procura global do mercado, negativamente inclinada e duplamente diferenciável.

(iii) $H(x^*(t),\lambda^*(t),p^*(t),t)=\underset{p(t)}{\mathrm{Max}}\, H(x^*(t),\lambda^*(t),p(t),t)$, o que implica $\partial H/\partial p(t)=0$. [9]

Da condição (iii) é possível obter[10]

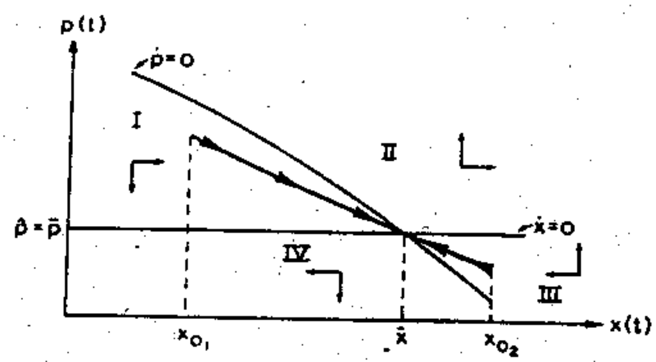
$$\lambda^*(t)=[x^*(t)-f(p^*(t))-[p^*(t)-c]f'(p^*(t))]e^{-rt}/k,$$

o qual, uma vez substituído nas equações diferenciais ordinárias (i) e (ii), permite chegar à família de trajectórias simultâneas gerada por

$$\dot{x}(t)=k[p(t)-\bar{p}],\ x(0)=x_0$$

e $$\dot{p}(t)=[k(\bar{p}-c)+r[x-f(p)-(p-c)f'(p)]]/[-2f'(p)-(p-c)f''(p)].$$

A condição terminal $\lim_{t\to\infty} \lambda^*(t)=0$ não permite identificar, dessa família, quais as que satisfazem todas as condições necessárias de optimalidade. Represente-se no plano $(x(t),p(t))$ o conjunto dos pontos para os quais $\dot{x}=0$ e o conjunto dos pontos para os quais $\dot{p}=0$:



I: $\dot{x}>0$, $\dot{p}<0$	III: $\dot{x}<0$, $\dot{p}>0$
II: $\dot{x}>0$, $\dot{p}>0$	IV: $\dot{x}<0$, $\dot{p}<0$

[9] Supondo verificadas as condições que garantem a concavidade de $H(x(t),\lambda(t),p(t),t)$ em ordem a p e a x, as quais são suficientes para assegurar a existência de um caminho óptimo.

[10] $\partial H/p(t)=0\Leftrightarrow(f-x)e^{-rt}+(p-c)e^{-rt}f'+\lambda k=0\Leftrightarrow\lambda=[(x-f)e^{-rt}+(c-p)e^{-rt}f']/k=[(x-f)-(p-c)f']e^{-rt}/k.$

Existe um único caminho[11] que conduz ao *saddle point* $(\hat{x}, \hat{p})$ (ponto para o qual $\dot{x}=0$ e $\dot{p}=0$) e que satisfaz todas as condições necessárias de Pontryagin, o qual está representado na figura de forma mais carregada. Com efeito, facilmente se percebe da leitura do diagrama de fases que qualquer trajectória que parta das regiões II ou IV ou que, partindo das regiões I ou III, entre em II ou IV, não é estável, uma vez que tende a afastar-se cada vez mais do ponto $\dot{x}=\dot{p}=0$. Gaskins mostra que existem apenas duas trajectórias, uma partindo da região I e outra partindo da região III, que não atravessam nunca as regiões de instabilidade; a estratégia de preços óptima consistirá pois em mover-se ao longo de uma dessas trajectórias, consoante o ponto de partida, isto é, consoante a dimensão inicial x_0 das empresas rivais: se $x_0<\hat{x}$, a estratégia óptima para maximizar o valor actualizado do fluxo de lucros consistirá numa redução gradual do preço, até atingir o preço limite $\bar{p}$, com consequente entrada gradual de mais empresas para a indústria e diminuição da quota de mercado das já instaladas; se pelo contrário $x_0>\hat{x}$, então o óptimo será praticar preços abaixo do preço limite, tendendo embora para ele, expulsando assim os concorrentes e contribuindo para a redução de x até $\hat{x}$. Prova-se ainda que ao longo do caminho óptimo o nível de preços será sempre inferior ao nível maximizador do lucro no curto prazo, o que faz sentido no contexto de uma dinâmica em que o preço funciona como barreira à entrada.

A crítica mais importante ao modelo de Gaskins tem a vèr com o facto de a equação de entrada $\dot{x}(t)=k[p(t)-\bar{p}]$ não ser o resultado de um processo de optimização por parte das empresas candidatas a actuar na indústria, mas ser exogenamente dada e assumida pelo modelo. Assim, o comportamento racional, porque optimizador, que caracteriza as empresas instaladas é exclusivo destas; as rivais não são supostas comportarem-se de forma igualmente racional. Por outro lado, a entrada é influenciada pelos preços praticados no mercado, mas, porém, apenas pelo preço presente, o que também não parece fazer muito sentido, visto que o mais importante seria, sim, a expectativa em relação aos preços futuros a praticar naquele mercado; no entanto, e como se salientará mais adiante, é aceitável admitir este tipo de comportamento na ausência de mais informação.

[11] Constituído por duas trajectórias, consoante o ponto de partida.

2.2 Outras abordagens

Kamien e Schwartz (1971) constitui uma aplicação igualmente interessante -e rica em resultados- da teoria do controlo óptimo ao problema do estabelecimento de um preço limite. A principal característica da abordagem destes autores consiste em tratar a entrada de novas empresas como estocástica.

Seja F(t) a probabilidade de ter ocorrido entrada até ao momento t, com F(0)=0; se a entrada se concretizar, a indústria já existente terá um fluxo de lucros $e^{gt}\pi_2(g)$, onde g representa a taxa de crescimento do mercado,[12] inferior ao fluxo no caso de manutenção de monopólio ($e^{gt}\pi_1$). Esta formulação resulta de se assumir custos de produção unitários c e uma procura no momento t do tipo $q(t)=e^{gt}Q(p(t))$, onde Q(p(t)) representa uma função procura; logo $\pi(t)=(p(t)-c)q(t)=(p(t)-c).$ $.e^{gt}Q(p(t))=e^{gt}\pi_1(p(t))$. A probabilidade de entrada em t (condicional em esta não ter ainda ocorrido) é dada por F'(t)/(1-F(t)) (*hazard rate*), sendo esta uma função h(p(t),g) com derivada positiva em ordem a ambos os argumentos (preço do produto e taxa de crescimento da indústria), o que indica racionalidade das empresas candidatas. Tem-se além disso h(0,g)=0 e $\partial^2 h/\partial p^2 \geq 0$, correspondendo $h=\infty$ ao caso de livre entrada. Assume-se que as empresas instaladas não têm capacidade de influenciar g para tentar desincentivar a entrada das concorrentes, sendo p(t) a sua única variável de controlo. O problema por elas defrontado é pois

$$\max_{p(t)} \int_0^\infty e^{-(r-g)t}[\pi_1(p(t))(1-F(t))+\pi_2 F(t)]dt$$

s.a

$$F'(t)=h(p(t),g)(1-F(t))$$
$$F(0)=0,$$

onde r é a taxa de desconto intertemporal e a condição inicial F(0)=0 traduz a certeza de que no primeiro momento ainda não ocorreu entrada. A hamiltoneana pode escrever-se[13]

[12] Uma elevada taxa de crescimento do mercado -quer actual, quer esperada no futuro- constitui factor de atracção para novas empresas, daí que π_2 dependa (negativamente) de g. Mesmo que a taxa de crescimento presente seja reduzida, pode valer a pena entrar se se esperar uma forte expansão do mercado.

[13] Note-se que $e^{-(r-g)t}=e^{-rt}.e^{gt}$, ou seja, este termo é constituído pelo factor de actualização e pelo factor de crescimento dos lucros.

$$H=e^{-(r-g)t}[\pi_1(p(t))(1-F(t))+\pi_2F(t)]+\lambda(t)h(p(t))(1-F(t))$$

Os autores mostram que a política óptima consiste em fixar sempre $p(t)=p^*$. Este preço equilibra de forma óptima os ganhos resultantes de evitar a entrada dos concorrentes (a probabilidade h de entrada diminui) e as perdas originadas pela prática de um preço inferior; p^* é em geral menor (como seria de esperar) que o preço que maximizaria os lucros presentes e superior ao que impediria indefinidamente a entrada.

Pode porém suceder que $h(p^m)=0$ (p^m=preço na situação de monopólio), pelo que $p^*=p^m$: esta situação é designada por "entrada efectivamente bloqueada", uma vez que não é preciso a empresa instalada alterar o seu comportamento em termos de preço para evitar a entrada da concorrência. Se, por outro lado, se tiver $h(p^*)>0$, a entrada diz-se "ineficientemente impedida". O estabelecimento de um preço limite é eficaz quando $h(p^*)=0$, caso em que a entrada se diz "efectivamente impedida".

Praticando o preço óptimo p^* o período de tempo esperado em que a empresa já a actuar permanecerá sem concorrência será $1/h(p^*)$, em geral superior ao que se verificaria ($1/h(p^m)$) se nada fosse feito para evitar a entrada (o período de monopólio $1/h(p^m)$ resultaria então somente da existência de outras barreiras à entrada).

Os autores analisam ainda os efeitos de uma variação em g sobre o preço a fixar: como se esperava, um aumento da taxa de crescimento do mercado irá obrigar à fixação de um p^* menor, porque a entrada na indústria se torna mais atractiva. Pelo contrário, num clima de recessão o preço praticado poderá ser superior: estas considerações ajudam a perceber a manutenção por vezes observada de preços altos, apesar das condições adversas do mercado.

Flaherty (1980), por seu lado, desenvolveu um modelo em que a entrada é explicada por um comportamento perfeitamente racional, determinando a empresa candidata à entrada previamente todo o seu padrão de produção, de acordo com o critério da maximização do valor actualizado do fluxo de lucros; a empresa 1 (a instalada) irá então

$$\max_{x_1(t)} \int_0^\infty V^1(x_1,\dot{x}_1,x_2,t)dt$$

s.a

$x_2(t)$ dado $\forall t \in [0,\infty[$

$x_1(0)$ dado

onde $V^1(x_1,\dot{x}_1,x_2,t)=e^{-rt}[(P(x_1(t)+x_2(t))-A(x_1))-k\dot{x}_1^{\,2}]$, $x_i(t)$ representa o *output* da empresa i no momento t e $A(x_i(t))$ a respectiva função de custo médio, sendo $P(x_1(t)+x_2(t))$ a função procura inversa pela produção total da indústria; finalmente, o termo $k\dot{x}_i^{\,2}$ representa os custos de ajustamento suportados pela empresa i, os quais se assume serem proporcionais (com $k>0$) ao quadrado da taxa de variação do respectivo *output* e cuja utilidade reside no facto de se garantir assim que as empresas irão escolher padrões de produção contínuos nos custos na fase inicial de produção, quando $\dot{x}_i$ é muito elevado. Ambas as empresas têm expectativas tipo *perfect foresight*.

A empresa 1 irá pois encontrar o padrão de produção que é resposta óptima a cada padrão de produção admissível da empresa 2; esse padrão óptimo de produção satisfaz a equação de Euler do problema formulado.[14] Para a empresa candidata à entrada o processo é semelhante: trata-se de efectuar uma optimização análoga à apresentada, escolhendo o padrão óptimo $x_2(t)$ que constitui a melhor resposta a cada possível produção da empresa instalada.

Por resolução das equações de Euler dos dois problemas obtém-se

$$\dot{x}_1=[P-A+x_1(P'-A')]/(2rk)+\ddot{x}_1/r$$

e

$$\dot{x}_2=[P-A+x_2(P'-A')]/(2rk)+\ddot{x}_2/r,$$

o que constitui o equilíbrio de Nash deste jogo, uma vez que se demonstra que a solução das duas equações de Euler é única na região admissível. Logo, existe uma única solução dinâmica deste problema compatível com a convivência de ambas as empresas no mercado. A empresa já instalada conseguirá manter a concorrente de fora se praticar uma taxa de produção tal que a candidata à

[14] Note-se que se trata de um problema de cálculo de variações, uma vez que a variável de controlo em cada momento é a trajectória da variável de estado.

entrada tenha lucro total descontado negativo em todos os padrões de produção acessíveis e de equilíbrio.

Encaoua e Jacquemin (1980) procederam à extensão do modelo de preço limite para incorporar outro tipo de variáveis estratégicas, além do preço. Tal como anteriormente, considere-se uma indústria em que existe um cartel dominante e uma franja de pequenas empresas cujo comportamento é função do comportamento do cartel líder. Este tem como objectivo

$$\max_{p(t),s(t)} \quad V=\int_0^\infty [(p(t)-C)(F(p(t))-q_c(t))-s(t)]e^{-rt}dt$$

s.a

$$\dot{q}_c(t)=R(p(t),s(t),q_c(t))$$

A variável estratégica s(t) (p(t), o preço praticado pelo cartel e que é seguido pelas outras empresas, é também variável estratégica[15]) representa o nível de despesas em publicidade, em I&D ou outras, destinadas a dificultar a entrada de novas empresas; $F(p(t))=q(t)$ é a função procura; $q_c(t)$ é a função oferta da franja de pequenas empresas, a qual é solução da equação diferencial apresentada e depende do comportamento estratégico do cartel líder, com $\partial R/\partial p>0$ e $\partial R/\partial s<0$; C é o custo de produção unitário e constante do cartel e, por fim, r é a taxa a que o cartel entende descontar os seus lucros.

A aplicação do princípio do óptimo de Pontryagin permite obter a política óptima de preços ($\dot{p}(t)$) e a política óptima de investimento em outras variáveis estratégicas ($\dot{s}(t)$) por parte do cartel. A partir da derivação das condições necessárias de optimalidade é possível determinar um índice intertemporal de poder de monopólio (uma versão dinâmica do índice de Lerner), do qual se obtém o importante resultado de que em cada momento do tempo o grau de monopólio é inferior ao do caso estático. Mostra-se também que para uma dada elasticidade da procura e um determinado nível

[15] Os espaços estratégicos de p e de s são naturalmente $[0,+\infty[$.

de concentração em cada momento t,[16] quanto maior o custo suportado pelo cartel em resultado da entrada de novas empresas e quanto maior o efeito de uma variação em p na taxa de entrada (e não somente no nível de entrada), menor o poder de monopólio nesta indústria. A mesma conclusão se pode derivar quanto maior for a elasticidade da taxa de entrada à política de preços e quanto menor (em valor absoluto) a elasticidade da taxa de entrada à política $\dot{s}$ (t) baseada noutras variáveis.

3. Notas conclusivas

Procurou-se neste trabalho apresentar diferentes abordagens à dinamização da estratégia de preço limite, com particular realce para as implicações práticas, em termos de comportamento empresarial, que daí se retiram; ilustrou-se simultaneamente a aplicação prática do instrumental da programação dinâmica e do controlo óptimo a problemas reais, susceptíveis de ser enfrentados e resolvidos por empresas que actuam no mercado. Deve ter-se a consciência de que as abordagens expostas constituem um número muito reduzido de tudo o que se tem já estudado e escrito sobre o conceito de preço limite e a forma óptima de o implementar; na realidade, é muito mais vasta a literatura sobre este tema.

Apesar das suas limitações teóricas, o modelo dinâmico de Gaskins (1971) traduz de forma bastante aceitável e perceptível o comportamento num mercado ameaçado de entrada; a especificação exógena do padrão de entrada é, além disso, consistente com um contexto de informação deficiente acerca das oportunidades de entrada e em que a procura de mais informação a esse respeito pode ter um custo demasiado alto (inclusivé no sentido de ser demasiado *time-consuming*). Todas estas razões justificam afinal a utilização deste modelo como base de várias aplicações empíricas de *dominant firm pricing*.

A finalizar, note-se que os modelos dinâmicos em T períodos aqui apresentados são todos eles anteriores ao modelo dinâmico em dois períodos de Milgrom e Roberts (1982), o qual constitui hoje uma das referências principais em termos de estratégias de preço limite. Na realidade, embora

[16] Factores que, juntamente com o comportamento estratégico, compõem o índice de Lerner. No caso estático este é, como se sabe, $L=(1+\gamma)H/\varepsilon$, onde γ é o parâmetro que representa o comportamento estratégico das empresas ($\gamma=dQ_{-i}/dq_i$), H é o índice de concentração de Herfindhal e ε a elasticidade da procura.

o processo de entrada seja tratado aparentemente com mais realismo se for analisado intertemporalmente, a formulação em jogo de dois períodos revela-se perfeitamente completa no que diz respeito à modelização estratégica do comportamento de empresas instaladas e de empresas candidatas à entrada.

REFERÊNCIAS

Bain, J. (1949), A note on pricing in monopoly and oligopoly, *American Economic Review*, pp 448-64, reimpresso em R. B. Heflebower e G. W. Stocking, eds. (1958), Readings in Industrial Organization and Public Policy, Homewood: Richard D. Irwin, Inc., pp 220-35.

Bain, J. (1956), Barriers to new competition, Cambridge: Harvard University Press.

Encaoua, D. e Jacquemin, A. (1980), Degree of monopoly, indices of concentration and threat of entry, *International Economic Review*, 31, pp 87-105.

Flaherty, M. (1980), Dynamic limit pricing, barriers to entry, and rational firms, *Journal of Economic Theory*, 23, pp 160-82.

Gaskins, D. (1971), Dynamic limit pricing: Optimal pricing under threat of entry, *Journal of Economic Theory*, 2, pp 306-22.

Gilbert, R. (1989), Mobility barriers and the value of incumbency, *in Handbook of Industrial Organization*, cap. 8, eds. Schmalensee, R. e Willig, R., North-Holland.

Kamien, M. e Schwartz, N. (1971), Limit pricing and uncertain entry, *Econometrica*, 39, pp 441-54.

Milgrom, P. e Roberts, J. (1982), Limit pricing and entry under incomplete information: an equilibrium analysis, *Econometrica*, vol. 50, 2, pp 443-59.