



Luís Miguel Filipe Viotty

Licenciado em Ciências de Engenharia Civil

Avaliação da capacidade resistente de placas de ancoragem em condições drenadas

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre
em Engenharia Civil - Perfil Geotecnia

Orientador: Prof. Doutor Armando Manuel Nunes Sequeira Antão

Júri:

Presidente: Prof. Doutor João Paulo Bilé Serra

Arguente: Prof. Doutora Maria Teresa Teles Grilo Santana

Vogal: Prof. Doutor Armando Manuel Nunes Sequeira Antão



FACULDADE DE
CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA

Novembro de 2015

Avaliação da capacidade resistente de placas de ancoragem em condições drenadas

Copyright © Luís Miguel Filipe Viotty, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Nova de Lisboa

A Faculdade de Ciências e Tecnologia e a Universidade Nova de Lisboa tem o direito, perpétuo e sem limites geográficos, de arquivar e publicar esta dissertação através de exemplares impressos reproduzidos em papel ou de forma digital, ou por qualquer outro meio conhecido ou que venha a ser inventado, e de a divulgar através de repositórios científicos e de admitir a sua cópia e distribuição com objetivos educacionais ou de investigação, não comerciais, desde que seja dado crédito ao autor e editor.

*“O nosso maior receio não é que sejamos inadequados
O nosso maior receio é que sejamos inestimavelmente poderosos
É a nossa luz, não a nossa escuridão, o que mais nos assusta
Os atos insignificantes não servem ao mundo
Não há nada esclarecido no encolher,
para que os outros à nossa volta não se sintam inseguros
Todos nascemos para brilhar, como fazem as crianças
Não é só algumas pessoas, é em toda a gente
E, enquanto deixamos a nossa luz brilhar, inconscientemente,
autorizamos os outros a fazerem o mesmo
Como estamos libertos do nosso próprio medo,
a nossa presença liberta automaticamente outros”*

Agradecimentos

Ao meu orientador, Professor Doutor Armando Manuel Nunes Sequeira Antão, pela sua sapiência e por todos os conhecimentos que me transmitiu ao longo do curso, pela disponibilidade e apoio na concretização desta dissertação.

Agradeço ainda todos os professores do Departamento de Engenharia Civil da FCT-UNL por todo o contributo ao longo do meu percurso académico, em especial ao Professor Nuno Guerra e ao Professor Pedro Melo pelos ensinamentos e conselhos que partilharam comigo e pela motivação na escolha do perfil. Gostaria também de agradecer ao colega Nuno Deusdado pela ajuda que ofereceu na realização deste trabalho.

Um especial agradecimento à minha família e à Cláudia por todo o apoio que me transmitiram ao longo deste percurso e pela paciência que sempre tiveram para comigo.

Aos meus amigos e colegas de curso, Alexandra Amaro, Bernardo Albergaria, Diogo Pinto, Diogo Oliveira, Dione Guimarães, David Costa, David Henriques, Francisco Franco, Frederico Oliveira, Joana Chaves, Joana Teixeira, Rita Vieira, Tomás Rantanen e Vanessa Aleixo por toda a ajuda e pelos bons momentos passados ao longo destes anos.

Por último, gostaria também de agradecer aos meus grandes amigos Bernardo Costa e Marta Pereira pois, se não fossem eles, nunca teria tido oportunidade de mostrar do que sou capaz.

Resumo

Esta dissertação tem por objetivo ser um contributo para o dimensionamento de placas de ancoragem dispostas verticalmente em solos respondendo em condições drenadas. Para tal, recorre-se a um programa de elementos finitos que implementa os teoremas estático e cinemático da análise limite para o cálculo da carga última de uma placa de ancoragem. O documento mostra o estudo efetuado sobre a influência dos parâmetros, quer geométricos, quer mecânicos, tanto do maciço como da placa, sobre a capacidade de carga registada. Do ponto de vista geométrico foi estudada em condições bidimensionais a influência da profundidade relativa da colocação da placa. Em condições tridimensionais, para além deste aspeto, foi também estudada a influência da largura da placa. Do ponto de vista mecânico estudou-se a influência na capacidade de carga do ângulo de resistência ao corte assim como da rugosidade da placa. Os resultados deste estudo são apresentados sob a forma de fatores de arrancamento em função dos diversos parâmetros estudados. Os resultados obtidos são comparados com os resultados de carácter experimental e numérico-teórico de outros autores encontrados na literatura. No final do trabalho, apresenta-se uma proposta sob forma gráfica de uma relação entre as capacidades de carga de uma placa finita e de uma placa corrida.

Palavras-chave: placas de ancoragem, teorema cinemático, teorema estático, elementos finitos, fator de arrancamento, fator de forma

Abstract

This master thesis intends to be a contribution to the design of anchor plates disposed vertically in frictional soils. A finite element program that implements the upper and lower bound theorems of limit analysis is used in order to calculate the ultimate load capacity of the anchor plates. The document shows the study done on the influence of the parameters, either geometrical or mechanical, in the modeled soil and plate on the calculated load capacity. From a geometrical point of view, in two dimensional conditions, the influence of the embedment depth of the plate was studied. In three dimensional conditions, besides that aspect, it was also studied the influence of the width of the anchor plate. From the mechanical point of view, the influence of the soil friction angle and the roughness of the plate are studied. The results of this study are presented in the form of break-out factors as a function of the several parameters analysed. The results obtained are compared with the results of experimental and theoretical investigations from various authors found in the literature. At the end of the document, a proposed relation for the relation between the load capacity of a single anchor and a continuous or strip anchor is shown.

Keywords: plate anchors, upper bound, lower bound, finite elements, break-out factor, shape factor

Conteúdo

Conteúdo	viii
Lista de Figuras	xi
Lista de Tabelas	xiv
Lista de Abreviaturas, Siglas e Símbolos	xv
1 Introdução	1
1.1 Motivação	1
1.2 Objetivos	2
1.3 Organização do Trabalho	2
2 Definição do Problema	3
2.1 Considerações Gerais	3
2.2 Revisão Bibliográfica	6
2.2.1 Estudos Experimentais	6
2.2.2 Estudos Numérico-Teóricos	10
2.2.3 Comparação entre os Estudos Experimentais e Numérico-Teóricos	13
3 Metodologia de Resolução	17
3.1 Descrição do Programa	17
3.2 Descrição do Modelo Bidimensional	20
3.3 Descrição do Modelo Tridimensional	23
4 Resultados	27
4.1 Caso Bidimensional	27
4.1.1 Influência da Dimensão do Elemento Finito	27
4.1.2 Influência da Espessura	29
4.1.3 Resultados Obtidos	31
4.2 Caso Tridimensional	41
5 Comparação dos resultados com estudos existentes	53
5.1 Introdução	53

5.2	Comparação com Estudos Numérico-Teóricos	53
5.3	Comparação com Estudos Experimentais	55
5.4	Proposta de Fator de Forma s_γ	59
6	Conclusões e Desenvolvimentos Futuros	63
	Bibliografia	67
	ANEXO A Resultados Bidimensionais	69
	ANEXO B Resultados Tridimensionais	71
	ANEXO C Resultados Fator de Forma	81

Lista de Figuras

2.1	Placas de ancoragem: (a) horizontal (b) vertical (c) inclinada	4
2.2	Representação esquemática do problema geral de placas de ancoragem dispostas verticalmente	5
2.3	Representação esquemática do modelo bidimensional de uma placa de ancoragem disposta verticalmente	6
2.4	Representação gráfica dos resultados de diferentes autores com as mesmas relações L/B e H/B e diferentes dimensões de B	8
2.5	Ensaio triaxiais e ensaios de compressão em deformação plana na areia densa de Erith	9
2.6	Mecanismos desenvolvidos por Neely et al. (1973): (a) Mecanismo 1 (b) Mecanismo 2	12
2.7	Mecanismos desenvolvidos por Murray e Geddes (1989): (a) Mecanismo A (b) Mecanismo B	13
2.8	Comparação dos resultados obtidos através da análise limite com resultados dos estudos experimentais	15
3.1	Representação esquemática do modelo adotado para os cálculos bidimensionais	20
3.2	Malha bidimensional para $H/B = 2$	21
3.3	Interface de dois elementos 2D formado por elementos de junta	22
3.4	Representação esquemática do modelo adotado para os cálculos tridimensionais	24
3.5	Malha tridimensional para $H/B = 1$ e $L/B = 5$	25
3.6	Malha tridimensional por forma a simular uma placa corrida	26
4.1	Resultados obtidos recorrendo ao TRS e TRI para $\phi' = 30^\circ$, $\delta = \phi'$, $H/B = 2$ e $e = 0,1B$	28
4.2	Resultados obtidos recorrendo ao TRS e TRI para $\phi' = 30^\circ$, $\delta = \phi'$, $H/B = 6$ e $e = 0,1B$	28
4.3	Resultados obtidos para as diferentes espessuras para $H/B = 2$ e $\delta = \phi'$	30
4.4	Resultados obtidos para as diferentes espessuras para $H/B = 6$ e $\delta = \phi'$	30
4.5	Influência de δ nos valores de N_γ obtidos pelo TRS em função de ϕ' para diferentes relações de H/B	31
4.6	Mecanismos obtidos para diferentes relações de H/B para $\phi' = 20^\circ$ e $\delta = \phi'$	32
4.7	Mecanismos obtidos para diferentes relações de H/B para $\phi' = 30^\circ$ e $\delta = \phi'$	33

4.8	Mecanismos obtidos para diferentes relações de H/B para $\phi' = 40^\circ$ e $\delta = \phi'$	33
4.9	Mecanismos obtidos para diferentes relações de H/B para $\phi' = 20^\circ$ e $\delta = 0$	35
4.10	Mecanismos obtidos para diferentes relações de H/B para $\phi' = 30^\circ$ e $\delta = 0$	35
4.11	Mecanismos obtidos para diferentes relações de H/B para $\phi' = 40^\circ$ e $\delta = 0$	36
4.12	Ampliação dos mecanismos para diferentes H/B com $\phi' = 20^\circ$ e $\delta = \phi'$	37
4.13	Ampliação dos mecanismos para diferentes H/B com $\phi' = 30^\circ$ e $\delta = \phi'$	38
4.14	Ampliação dos mecanismos para diferentes H/B com $\phi' = 40^\circ$ e $\delta = \phi'$	39
4.15	Valores de N_γ obtidos pelos TRS e TRI em função de ϕ' para diferentes relações de H/B	40
4.16	Resultados obtidos pelo TRS para diferentes L/B para $\phi' = 30^\circ$ e $H/B = 1$	42
4.17	Melhores resultados obtidos de N_γ vs resultados projetados de N_γ em função de L/B para diferentes ϕ'	44
4.18	Melhores resultados obtidos de N_γ vs resultados projetados de N_γ em função de ϕ' para diferentes relações de L/B	45
4.19	Taxa de dissipação nas malhas deformadas para diferentes relações de L/B para a profundidade $H/B = 1$ e $\phi' = 30^\circ$	47
4.20	Taxa de dissipação nas malhas deformadas para diferentes relações de L/B para a profundidade $H/B = 2$ e $\phi' = 30^\circ$	48
4.21	Taxa de dissipação nas malhas deformadas para diferentes relações de L/B para a profundidade $H/B = 3$ e $\phi' = 30^\circ$	49
4.22	Taxa de dissipação nas malhas deformadas para diferentes relações de L/B para a profundidade $H/B = 4$ e $\phi' = 30^\circ$	50
5.1	Comparação dos resultados obtidos com outros autores para estudos numérico-teóricos	54
5.2	Comparação dos resultados obtidos numéricos com outros resultados numéricos e experimentais	56
5.3	Comparação dos resultados tridimensionais obtidos com outros resultados experimentais	58
5.4	Comparação dos resultados obtidos de N_γ do modelo tridimensional simulando condições de deformação plana com os do modelo bidimensional em função de ϕ' para diferentes relações H/B	60
5.5	Fator de forma para diferentes ϕ' em função de diferentes H/B	61
B.1	Taxa de dissipação nas malhas deformadas para diferentes relações de L/B para a profundidade $H/B = 1$ e $\phi' = 25^\circ$	73
B.2	Taxa de dissipação nas malhas deformadas para diferentes relações de L/B para a profundidade $H/B = 1$ e $\phi' = 40^\circ$	74
B.3	Taxa de dissipação nas malhas deformadas para diferentes relações de L/B para a profundidade $H/B = 2$ e $\phi' = 25^\circ$	75
B.4	Taxa de dissipação nas malhas deformadas para diferentes relações de L/B para a profundidade $H/B = 2$ e $\phi' = 40^\circ$	76
B.5	Taxa de dissipação nas malhas deformadas para diferentes relações de L/B para a profundidade $H/B = 3$ e $\phi' = 25^\circ$	77

B.6	Taxa de dissipação nas malhas deformadas para diferentes relações de L/B para a profundidade $H/B = 3$ e $\phi' = 40^\circ$	78
B.7	Taxa de dissipação nas malhas deformadas para diferentes relações de L/B para a profundidade $H/B = 4$ e $\phi' = 25^\circ$	79
B.8	Taxa de dissipação nas malhas deformadas para diferentes relações de L/B para a profundidade $H/B = 4$ e $\phi' = 40^\circ$	80

Lista de Tabelas

2.1	Resumo de trabalhos existentes na literatura de estudos experimentais para placas de ancoragem dispostas verticalmente em solo respondendo em condições drenadas	7
2.2	Parâmetros utilizados para a representação gráfica da figura 2.4	8
2.3	Valores obtidos por Ovesen (1964) para iguais relações de L/B e H/B	9
2.4	Resumo de trabalhos existentes na literatura de estudos numérico-teóricos para placas de ancoragem dispostas verticalmente em solo respondendo em condições drenadas	10
2.5	Valores de L/B utilizados pelos diferentes autores na figura 2.8	14
4.1	Número de graus de liberdade das malhas e média de duração dos cálculos pelo TRS e TRI	41
4.2	Cálculos conseguidos para as diferentes relações de H/B e L/B	43
4.3	Número de graus de liberdade e duração média dos cálculos efetuados para as malhas mais refinadas	52
A.1	Valores de N_γ obtidos pelos TRS e TRI para os diferentes δ e H/B para $\phi' = 20^\circ$	69
A.2	Valores de N_γ obtidos pelos TRS e TRI para os diferentes δ e H/B para $\phi' = 25^\circ$	69
A.3	Valores de N_γ obtidos pelos TRS e TRI para os diferentes δ e H/B para $\phi' = 30^\circ$	70
A.4	Valores de N_γ obtidos pelos TRS e TRI para os diferentes δ e H/B para $\phi' = 35^\circ$	70
A.5	Valores de N_γ obtidos pelos TRS e TRI para os diferentes δ e H/B para $\phi' = 40^\circ$	70
B.1	Valores de N_γ obtidos pelo TRS para os diferentes L/B e H/B para $\phi' = 25^\circ$	71
B.2	Valores de N_γ obtidos pelo TRS para os diferentes L/B e H/B para $\phi' = 30^\circ$	71
B.3	Valores de N_γ obtidos pelo TRS para os diferentes L/B e H/B para $\phi' = 35^\circ$	72
B.4	Valores de N_γ obtidos pelo TRS para os diferentes L/B e H/B para $\phi' = 40^\circ$	72
C.1	Valores de N_γ obtidos para o modelo tridimensional simulando condições de deformação plana e para o modelo bidimensional, para diferentes H/B e para $\phi' = 25^\circ$	81

C.2	Valores de N_γ obtidos para o modelo tridimensional simulando condições de deformação plana e para o modelo bidimensional, para diferentes H/B e para $\phi' = 30^\circ$	81
C.3	Valores de N_γ obtidos para o modelo tridimensional simulando condições de deformação plana e para o modelo bidimensional, para diferentes H/B e para $\phi' = 35^\circ$	81
C.4	Valores de N_γ obtidos para o modelo tridimensional simulando condições de deformação plana e para o modelo bidimensional, para diferentes H/B e para $\phi' = 40^\circ$	82
C.5	Valores de s_γ calculados para diferentes L/B e H/B para $\phi' = 25^\circ$	82
C.6	Valores de s_γ calculados para diferentes L/B e H/B para $\phi' = 30^\circ$	82
C.7	Valores de s_γ calculados para diferentes L/B e H/B para $\phi' = 35^\circ$	82
C.8	Valores de s_γ calculados para diferentes L/B e H/B para $\phi' = 40^\circ$	83

Lista de Abreviaturas, Siglas e Símbolos

Abreviaturas

div. Divisões

mec. Mecanismo

proj. Projetado

Siglas

DEC Departamento de Engenharia Civil

FCT Faculdade de Ciências e Tecnologia

GdL Graus de Liberdade

tae Tamanho adimensionalizado do elemento

TRI Teorema da Região Inferior

TRS Teorema da Região Superior

UNL Universidade Nova de Lisboa

Símbolos

B Altura da placa

c' Interceto de coesão

d Espessura do elemento finito

\mathbf{b}, \mathbf{b}_0 Forças de massa

D Espaçamento entre placas

\mathbf{D} Operador de compatibilidade diferencial

e Espessura da placa

- f Função de cedência
- H Profundidade até à base da placa
- H/B Relação entre a profundidade e a altura da placa
- L Largura da placa
- L/B Relação entre a largura e a altura da placa
- m Fator de mobilização
- N_γ Fator de arrancamento
- Q_u Força última da placa
- s_γ Fator de forma
- \mathbf{t}, \mathbf{t}_0 Forças de superfície
 - \mathbf{u} Vetor dos campos de deslocamento do corpo
 - $\dot{\mathbf{u}}$ Vetor dos campos de velocidade do corpo
- α Multiplicador de carregamento
- Γ_σ Fronteira de Neumann
- Γ_u Fronteira de Dirichlet
- γ Peso volúmico do solo
- δ Ângulo de atrito solo-estrutura
- $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}$ Componentes de extensão e distorção da taxa de deformação plástica
- $\boldsymbol{\sigma}$ Vetor das componentes normais e de corte das tensões plásticas
- λ Parâmetro multiplicador
- Π Taxa de trabalho das forças
- ϕ' Ângulo de resistência ao corte efetivo
- Ω Domínio de um corpo
- \mathcal{C}_c Espaço formado por todos os estados possíveis de deformação plástica
- \mathcal{D} Taxa de dissipação plástica por unidade de volume

Capítulo 1

Introdução

1.1 Motivação

Com o crescimento populacional e, conseqüentemente, com o desenvolvimento dos centros urbanos, é necessário haver um aproveitamento eficiente do espaço disponível para a construção de estruturas. Deste modo, é cada vez mais frequente a execução de escavações, que por vezes podem ser muito profundas, desafiando os engenheiros a minimizar os deslocamentos à superfície e a equilibrar elevados esforços horizontais, reduzindo o impacto em estruturas vizinhas. Muitas destas escavações necessitam de uma estrutura de contenção flexível, de modo a suportar os impulsos provocados pelo terreno.

O tema desta dissertação advém no seguimento da dissertação de Leal (2013), orientada também pelo Professor Doutor Armando Antão, em que a autora realizou cálculos através de uma versão mais antiga do programa utilizado no presente trabalho, nos quais obteve valores para a carga de colapso de uma placa de ancoragem diferentes quando comparados com os resultados de alguns autores, como por exemplo Merifield e Sloan (2006). Posto isto, pretende-se analisar esta situação e perceber a razão para a diferença de resultados.

O programa utilizado foi desenvolvido na Faculdade de Ciências e Tecnologias e utiliza uma formulação de elementos finitos para o cálculo de cargas de colapso de estruturas, através da análise limite. Posteriormente será descrito com mais detalhe este programa.

1.2 Objetivos

Neste trabalho pretende-se determinar a carga de colapso de uma placa de ancoragem recorrendo a um programa de cálculo automático de elementos finitos e analisar os mecanismos provocados. É também realizado um estudo sobre a influência das características mecânicas da interface entre a placa de ancoragem e o terreno. De modo a concretizar esse estudo, foi necessário reescrever o programa de cálculo, criando novos elementos finitos entre a placa e o solo, denominados como elementos de junta. Utilizou-se a linguagem *Python* na programação dos novos elementos.

É feito uma revisão bibliográfica detalhada dos trabalhos existentes na literatura que tratem o problema do dimensionamento de placas de ancoragem de modo a conhecer as diferentes abordagens para o problema em causa.

1.3 Organização do Trabalho

A dissertação desenvolve-se ao longo de seis capítulos, sendo o presente o primeiro.

No Capítulo 2 é feita uma breve descrição do problema em estudo bem como uma exposição dos diversos autores que tenham abordado o mesmo problema em análise.

No Capítulo 3 encontra-se uma descrição do programa utilizado e os modelos realizados para o cálculo das cargas de colapso.

O Capítulo 4 expõe os resultados obtidos da análise efetuada e no Capítulo 5 é feita uma comparação dos resultados obtidos com resultados existentes.

Finalmente, o Capítulo 6 descreve as principais conclusões do trabalho e os desenvolvimentos futuros.

Capítulo 2

Definição do Problema

Neste capítulo é dada uma visão contextualizada do problema em estudo. É feita uma caracterização do sistema de ancoragens em geral e uma revisão bibliográfica dos trabalhos existentes na literatura sobre placas de ancoragem dispostas verticalmente em solos respondendo em condições drenadas.

2.1 Considerações Gerais

As ancoragens são elementos estruturais projetados e construídos principalmente para transmitir as cargas impostas sobre uma estrutura ao terreno. Geralmente pretende-se que esses esforços sejam transmitidos para uma maior profundidade do terreno. Neste trabalho, apenas serão analisadas ancoragens relacionadas com estruturas de contenção, ainda que estes elementos possam estar associados a outro tipo de estruturas.

As ancoragens podem ser classificadas quanto à sua funcionalidade em dois tipos: ativas e passivas. As ancoragens pertencentes ao primeiro tipo são pré-tensionadas antes da estrutura de contenção sofrer qualquer deformação enquanto que no caso das passivas, as ancoragens são tensionadas à medida em que a estrutura se deforma, aumentando a sua resistência.

Estes elementos estruturais são compostos usualmente por três zonas distintas: uma primeira, denominada como cabeça da ancoragem, em que se faz a ligação entre o elemento estrutural e a estrutura de suporte; a segunda onde se dá a transmissão dos esforços para o terreno adjacente; e uma terceira zona em que se dá a ligação entre as outras duas zonas já referidas.

A transmissão dos esforços de uma ancoragem para o terreno adjacente pode ser feita com recurso a quatro métodos diferentes: placas de ancoragem, ancoragens de forma helicoidal, ancoragens de fixação direta e ancoragens com recurso a injeção de caldas cimentícias. Neste trabalho aborda-se o problema da capacidade resistente de placas de ancoragem.

A secção de uma placa de ancoragem na zona de transmissão admite diferentes formas geométricas. As placas de ancoragem podem ser quadradas, retangulares ou circulares. Do ponto de vista construtivo, é possível optar por diferentes materiais, como por exemplo: betão armado, madeira ou metal (Das 2007). Na figura 2.1 está representado um esquema de um corte da disposição geométrica das placas, que podem ser horizontais, verticais ou inclinadas.

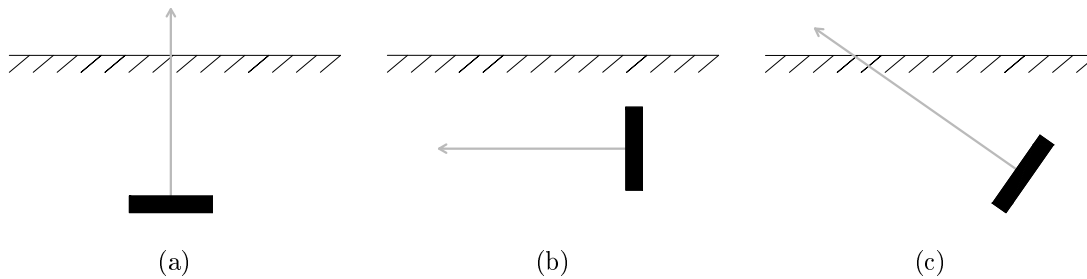


Figura 2.1: Placas de ancoragem: (a) horizontal (b) vertical (c) inclinada

As placas de ancoragens estão normalmente dispostas com um espaçamento horizontal entre elas e é possível colocá-las em diferentes níveis de profundidade quando estas placas são horizontais. As ancoragens podem ainda ser consideradas como superficiais ou profundas, dependendo da relação H/B e do mecanismo de colapso produzido.

A figura 2.2 apresenta a geometria de placas de ancoragem dispostas verticalmente, sendo H a profundidade até à base da placa, B e L a sua altura e largura respetivamente, e a sua espessura e D o espaçamento entre duas placas adjacentes, tomado como constante. De realçar que o trabalho incide apenas em placas de ancoragem cuja orientação seja vertical.

A modelação do comportamento real de uma placa de ancoragem só pode ser conseguido através de cálculos tridimensionais na qual são estipulados parâmetros de resistência para o solo e para a placa. De forma semelhante ao problema da capacidade de carga de uma sapata, em que se estuda uma sapata infinitamente comprida, foi analisado primeiramente um modelo bidimensional onde se assume que a placa possui uma largura, L , suficientemente grande, de modo a ser possível admitir condições de deformação plana. O modelo adotado está representado na figura 2.3. A força última a que a placa consegue resistir é representada por Q_u . Posteriormente é conduzida uma análise tridimensional, em que o modelo é uma variante da figura 2.2, dado que não existe uma segunda placa, isto é, o espaçamento entre placas, D , é igual a ∞ .

2.1 Considerações Gerais

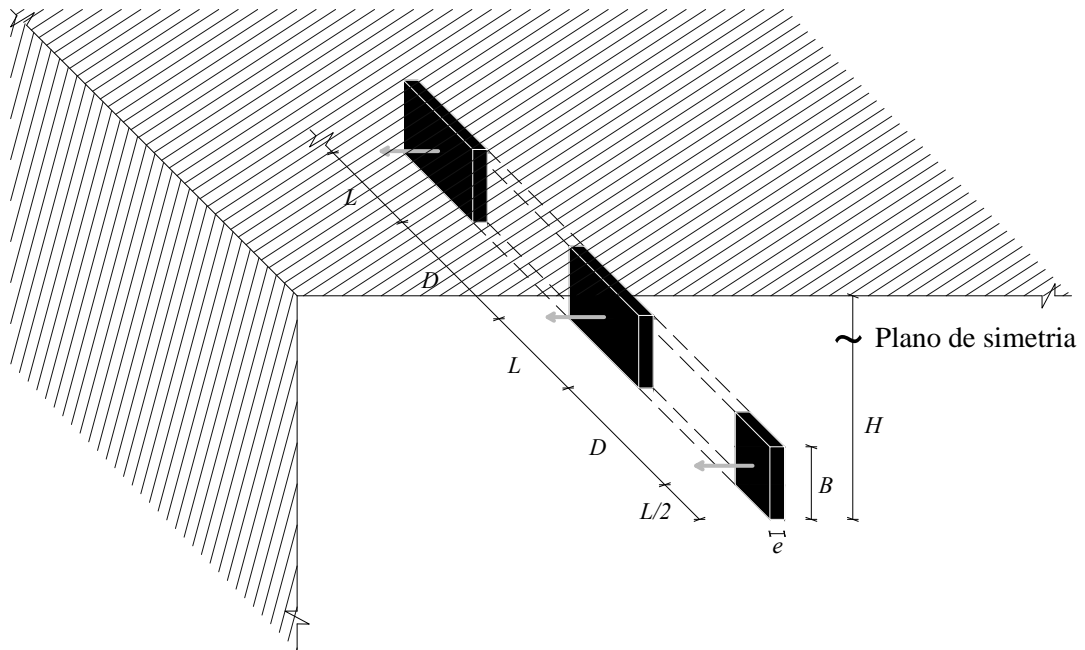


Figura 2.2: Representação esquemática do problema geral de placas de ancoragem dispostas verticalmente

A capacidade de carga das placas é normalmente apresentada recorrendo a um fator N_γ . Este fator resulta da adimensionalização da carga Q_u através da sua divisão pelo produto da área da placa, $B \times L$, com o peso volumico do solo, γ e a profundidade até à base da placa, H . Este fator é intitulado de fator de arrancamento e determina-se, por conseguinte, da seguinte forma:

$$N_\gamma = \frac{Q_u}{BLH\gamma} \quad (2.1)$$

O fator de arrancamento permite uma rápida comparação de valor absoluto entre os resultados de diferentes autores, além da sua utilização permitir um dimensionamento das placas relativamente fácil.

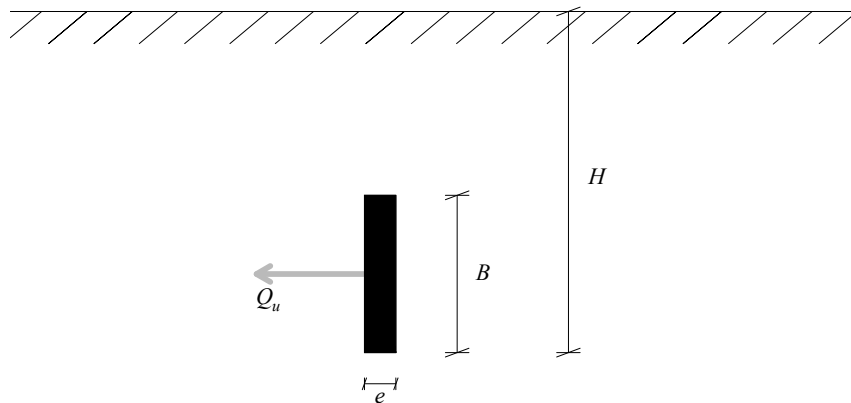


Figura 2.3: Representação esquemática do modelo bidimensional de uma placa de ancoragem disposta verticalmente

2.2 Revisão Bibliográfica

Nesta secção é feita uma revisão bibliográfica das abordagens de outros autores do problema em estudo. Essas abordagens podem ser divididas em dois tipos: estudos experimentais e estudos numérico-teóricos. Esta revisão permitiu tomar conhecimento de resultados disponíveis na bibliografia, que serão utilizados na validação e comparação dos resultados obtidos no presente trabalho.

2.2.1 Estudos Experimentais

A pesquisa bibliográfica dos trabalhos existentes permitiu pôr em evidência que a maior parte dos resultados obtidos em ensaios experimentais foram em modelo reduzido em laboratório. Este tipo de ensaio permite uma relativa facilidade de controlo das variáveis envolvidas, sendo possível observar tendências e comportamentos padrão. Adicionalmente, podem-se conjugar os resultados observados com uma análise matemática de forma a desenvolver teorias semi-empíricas com intuito de serem aplicadas para resolver uma maior variedade de problemas.

Os modelos reduzidos podem ser ensaiados sob o efeito da aceleração da gravidade ou em câmaras centrifugadoras, sob a ação de acelerações superiores à da gravidade. Na tabela 2.1 elencam-se os artigos que relatam trabalhos experimentais sobre a capacidade resistente de placas de ancoragem dispostas verticalmente, atuando em solo respondendo em condições drenadas, que foram possíveis encontrar na literatura, bem como uma breve descrição dos ensaios.

2.2 Revisão Bibliográfica

Tabela 2.1: Resumo de trabalhos existentes na literatura de estudos experimentais para placas de ancoragem dispostas verticalmente em solo respondendo em condições drenadas

Autor	Tipo de Análise	Geometria	ϕ' [°]	H/B
Hueckel (1957) ^a	Modelo Reduzido	Quadrada; Retangular	35	2
Smith (1962) ^a	Escala Real	Quadrada; Retangular	32	1–4,5
Ovesen (1964)	Modelo Reduzido	Contínua; Quadrada; Retangular	30; 38	1–10
Neely et al. (1973)	Modelo Reduzido	Quadrada; Retangular	38	1–5
Das e Seeley (1975)	Modelo Reduzido	Quadrada; Retangular	34	1–4
Akinmusuru (1978)	Modelo Reduzido; Pinos de aço	Quadrada; Retangular	35	1–10
Dickin e Leung (1983)	Modelo Reduzido; Centrifugadora	Contínua; Quadrada; Retangular	41 ^b	1–8; 1–13
Hoshiya e Mandal (1984)	Modelo Reduzido	Quadrada; Retangular	29,5	1–6
Murray e Geddes (1989)	Modelo Reduzido	Quadrada; Retangular	43,6	1–10

^aValores retirados de Ovesen e Strømman (1972).

^bÂngulo resistente ao corte mínimo mobilizado.

Após leitura dos trabalhos dos diferentes autores, constata-se que existe uma grande variação dos resultados para diferentes dimensões da placa de ancoragem, o que seria expectável. Apesar dessa variação de resultados, constata-se que os valores de N_γ crescem com o aumento da profundidade em que se encontra a placa e com o ângulo de resistência ao corte do solo. É também possível observar uma estabilização do valor do fator de arrancamento com o aumento da largura da placa, sendo possível comparar com um modelo bidimensional em estado plano de deformação.

Não são claras as razões subjacentes à variabilidade dos resultados. A definição da carga última experimental pode ser uma dessas razões, atendendo a que varia segundo os autores, verificando-se que até em ensaios realizados pelo mesmo autor, essa dissipação pode depender do tipo de curva força-deslocamento obtida (Das e Seeley 1975). Outra razão poderá ter a ver com o estado de preparação das amostras e com o nível de tensões a que os ensaios são realizados, podendo condicionar o valor do ângulo de resistência ao corte

mobilizado.

Nas obras de Hueckel (1957), Smith (1962), Dickin e Leung (1983) e Hoshiya e Mandal (1984), os autores realizam ensaios utilizando diferentes dimensões de placas, obtendo resultados distintos para a mesma relação H/B e L/B . Na figura 2.4 apresentam-se os resultados obtidos pelos autores com uma pequena legenda dos parâmetros utilizados para cada autor na tabela 2.2. De notar que os resultados de Smith (1962) são provenientes de ensaios realizados em escala real.

Tabela 2.2: Parâmetros utilizados para a representação gráfica da figura 2.4

Autor	L/B	H/B	$\phi' [^\circ]$
Hueckel (1957)	1	1	35
Smith (1962)	1,25	1	32
Dickin e Leung (1983)	1	1	41
Hoshiya e Mandal (1984)	1	2	29,5

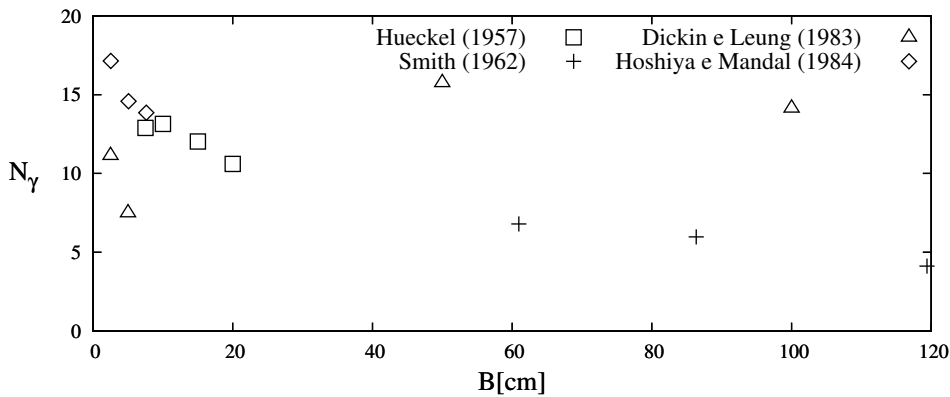


Figura 2.4: Representação gráfica dos resultados de diferentes autores com as mesmas relações L/B e H/B e diferentes dimensões de B

Existe uma tendência em que, para os mesmos valores de H/B e L/B , as placas com menores dimensões apresentam valores de N_γ maiores que as placas com dimensões superiores, como se verifica na figura 2.4. Este fenómeno pode estar ligado ao facto de que, para tensões efetivas de valor reduzido, os ângulos de resistência ao corte mobilizados sejam superiores ao do estado crítico.

Dickin e Leung (1983) chamam à atenção para este fenómeno, ilustrado numa série de ensaios efetuados numa mesma areia (figura 2.5). Nesta figura, estão representados dois tipos de ensaios: ensaios triaxiais e ensaios em estado plano de deformação. Os valores dos ângulos de resistência ao corte provenientes de ensaios em estado plano de deformação são

2.2 Revisão Bibliográfica

superiores relativamente aos ângulos provenientes de ensaios triaxiais. Na figura é possível observar que, nos ensaios em que a tensão de confinamento é mais reduzida, conduzem a ângulos de resistência ao corte maiores, sendo mais evidente nos ensaios em estado plano de deformação.

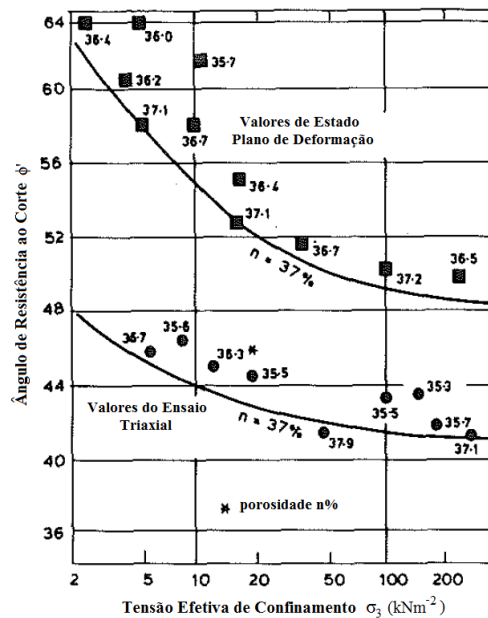


Figura 2.5: Ensaios triaxiais e ensaios de compressão em deformação plana na areia densa de Erith (Adaptado de Dickin e Leung 1983)

A possibilidade de esta variabilidade estar relacionada exclusivamente com dificuldades experimentais parece relativamente afastada, como se infere no trabalho de Ovesen (1964). O autor realizou vários ensaios com a mesma placa sempre à mesma profundidade, obtendo resultados próximos uns dos outros. Na tabela 2.3 estão representados os valores obtidos do fator de arrancamentos para esses ensaios.

Tabela 2.3: Valores obtidos por Ovesen (1964) para iguais relações de L/B e H/B

Autor	H/B	L/B	B [cm]	N_γ
Ovesen (1964)	1	∞	15	2,626
				2,685
				2,434
				2,607

O facto de não existir uma grande variação dos resultados obtidos por Ovesen (1964) evidencia a ideia de que a variação dos diferentes resultados experimentais dos diferentes autores não são um mero fruto da variabilidade experimental. Chama-se à atenção que

este autor realizou ensaios simulando uma placa com largura infinita sendo que, por essa razão, os resultados se revelam bastante inferiores aos dos outros autores.

2.2.2 Estudos Numérico-Teóricos

Foi possível encontrar na literatura diversos estudos numérico-teóricos baseados sobretudo nos métodos do equilíbrio limite e da análise limite, assim como um estudo em que foi realizada uma análise de tensão deformação com propriedades elastoplásticas, recorrendo ao método dos elementos finitos. Na tabela 2.4 elencam-se os trabalhos encontrados na literatura realizados por diferentes autores, apresentado-se também uma breve descrição do método e dos parâmetros envolvidos em cada ensaio.

Tabela 2.4: Resumo de trabalhos existentes na literatura de estudos numérico-teóricos para placas de ancoragem dispostas verticalmente em solo respondendo em condições drenadas

Autor	Tipo de Análise	Geometria	ϕ' [°]	δ [°]	H/B
Teng (1962) ^a	Equilíbrio Limite	Corrida	Todos	–	<2
Biarez et al. (1965) ^a	Equilíbrio Limite	Corrida	Todos	0	Todos
Ovesen e Strømman (1972)	Equilíbrio Limite	Corrida	Todos	–	Todos
Meyerhof (1973) ^a	Equilíbrio Limite	Corrida	Todos	–	Todos
Neely et al. (1973)	Equilíbrio Limite	Corrida	30–45	ϕ' ; $\phi'/2$	1–5
Rowe e Davis (1982)	Elementos Finitos Elasto- plasticidade	Corrida	0–45	0; ϕ'	1–8
Murray e Geddes (1989)	Análise Limite	Corrida	Todos	0; ϕ'	2–10
Basudhar e Singh (1994)	Análise Limite	Corrida	32; 35; 38	0; ϕ'	1–5
Merifield e Sloan (2006)	Análise Limite	Corrida	20–40	0; ϕ'	1–10
Kumar e Sahoo (2012)	Análise Limite	Corrida	Todos	0– ϕ'	1–7

^aValores retirados de Das (2007).

O método do equilíbrio limite considera a existência de um mecanismo de colapso arbitrário que deverá ser tão próximo quanto possível do mecanismo de colapso real. De seguida,

2.2 Revisão Bibliográfica

procede-se ao cálculo do equilíbrio de forças e (ou) momentos aplicados ao bloco ou conjunto de blocos definidos pelo mecanismo. Normalmente procede-se à otimização do mecanismo de forma a obter a configuração geométrica menos estável. O maior problema deste método é o facto de não ser possível saber de que lado se posiciona em relação à carga limite.

Na análise limite é possível ignorar algumas das condições de equilíbrio e de compatibilidade e usar dois importantes teoremas da teoria do colapso plástico. Estes teoremas serão abordados com maior detalhe no capítulo seguinte, tendo em conta que se utilizou este método para o cálculo da carga última da placa. Ao ignorar a condição de equilíbrio, pode ser determinado um limite superior da carga de colapso por forma a que, se a estrutura for carregada até este nível, colapsará certamente. Este limite encontra-se implícito na aplicação do teorema da região superior (TRS). De forma semelhante, ignorando a condição de compatibilidade, pode ser determinado um limite inferior da carga de colapso, de forma a que uma estrutura carregada até este carregamento não estará sujeita ao colapso. Este limite encontra-se implícito na aplicação do teorema da região inferior (TRI)

Contudo, o método da análise limite apresenta algumas limitações: esta abordagem pode ser aplicada apenas a materiais elásticos perfeitamente plásticos ou a materiais perfeitamente plásticos com plasticidade associada.

Os mecanismos desenvolvidos por Teng (1962), Ovesen e Strømman (1972) e Meyerhof (1973) adaptam empiricamente a teoria de impulsos de Rankine. O mecanismo de Teng (1962) apenas é possível ser aplicado para profundidades relativas $H/B < 2$. Desse modo, o mecanismo deste autor não é tido em consideração dado que os valores são idênticos aos valores obtidos pelos mecanismos de Ovesen e Strømman (1972) e Meyerhof (1973).

Na figura 2.6 é possível observar os mecanismos desenvolvidos por Neely et al. (1973) para determinar a capacidade resistente de uma placa de ancoragem recorrendo ao método de Equilíbrio Limite. No mecanismo 2, na superfície OB, existe um fator de mobilização m de resistência de corte que toma valores compreendidos entre 0 e 1. No presente trabalho apenas se considera o caso em que $m = 1$.

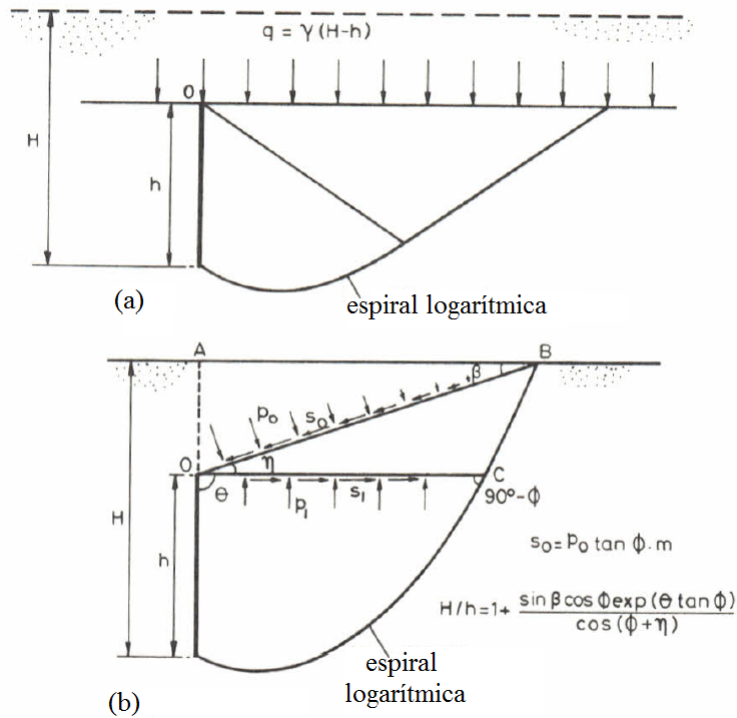


Figura 2.6: Mecanismos desenvolvidos por Neely et al. (1973): (a) Mecanismo 1 (b) Mecanismo 2 (figura adaptada)

Murray e Geddes (1989) também desenvolveram dois mecanismos para calcular a capacidade de carga de uma placa de ancoragem, ilustrados na figura 2.7. Os autores utilizam o método da Análise Limite a fim de determinar a carga de colapso, recorrendo ao teorema da região superior.

A análise dos resultados obtidos nestes estudos confirma aquilo que foi possível concluir das tendências dos resultados obtidos nos ensaios experimentais, em que os valores do fator de arrancamento tendem a crescer com o aumento da profundidade em que se encontra a placa e com a resistência em que o solo é modelado.

2.2 Revisão Bibliográfica

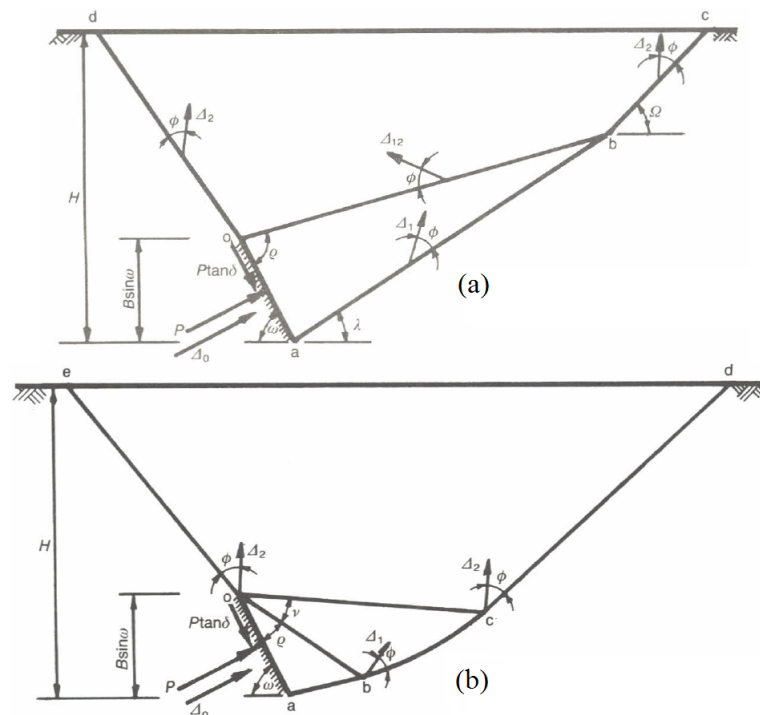


Figura 2.7: Mecanismos desenvolvidos por Murray e Geddes (1989): (a) Mecanismo A (b) Mecanismo B (figura adaptada)

2.2.3 Comparação entre os Estudos Experimentais e Numérico-Teóricos

Dado que o método utilizado para a determinação da carga de colapso de uma placa de ancoragem no presente trabalho se insere no quadro da análise limite, faz-se de seguida uma comparação dos resultados dos autores que utilizam este método com os de alguns autores que realizaram estudos experimentais. Salienta-se o facto de que os resultados obtidos nos estudos numérico-teóricos surgem de cálculos efetuados em deformação plana.

De realçar também que, dos autores que realizaram estudos experimentais, apenas se consideram resultados nos quais a relação entre a largura da placa e a sua altura seja superior ou igual a cinco ($L/B \geq 5$). Segundo Neely et al. (1973), este é o valor da relação L/B a partir do qual a placa tem um comportamento de uma placa corrida, podendo assim comparar-se com um modelo bidimensional em estado plano de deformação plana.

Este valor de L/B é reduzido quando comparado com o habitualmente considerado para uma fundação superficial, uma vez que é comum dizer-se que a sapata tem um comportamento de sapata corrida quando a maior dimensão da sapata em planta é oito a dez vezes superior à dimensão na outra direção. Dos resultados de outros autores, parece que esta assunção é demasiado otimista, atendendo a que os valores têm ainda alteração com

significado para valores de L/B superiores a cinco. No caso de autores com resultados para mais do que um valor de L/B superior a cinco, adotou-se o resultado correspondente ao maior valor dessa relação.

Na figura 2.8 é possível observar a comparação entre os resultados dos dois tipos de estudo, em que os resultados dos autores que se basearam no método da análise limite estão representados através de linhas e os resultados dos autores que realizaram estudos experimentais estão representados através de pontos.

Na tabela 2.5 apresentam-se os valores de L/B para cada um dos resultados experimentais representados na figura 2.8.

Tabela 2.5: Valores de L/B utilizados pelos diferentes autores na figura 2.8

Autor	L/B
Hueckel (1957)	7,2
Smith (1962)	8
Ovesen (1964)	∞
Neely et al. (1973)	5
Das e Seeley (1975)	5
Akinmusuru (1978)	10
Dickin e Leung (1983)	∞
Hoshiya e Mandal (1984)	6

2.2 Revisão Bibliográfica

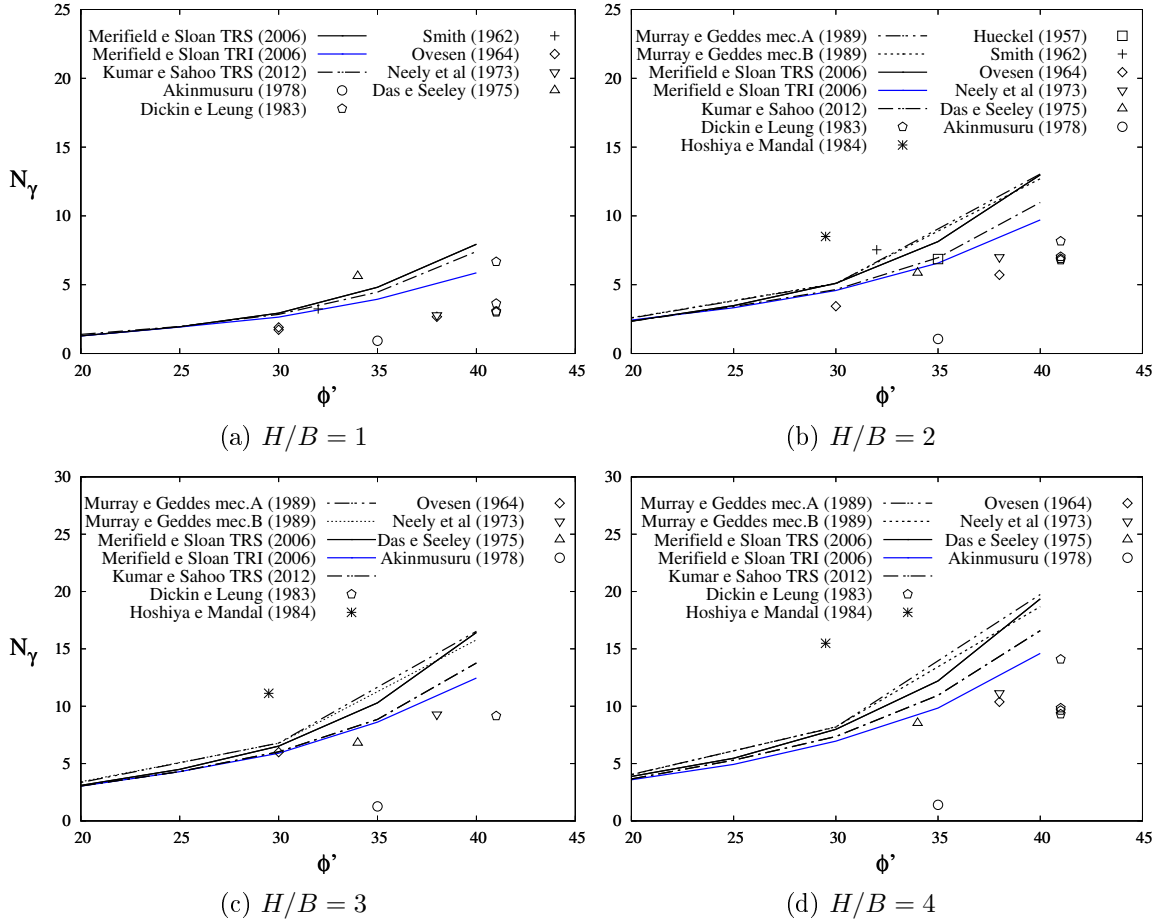


Figura 2.8: Comparação dos resultados obtidos através da análise limite com resultados dos estudos experimentais

Da análise da figura 2.8, é possível verificar que a comparação entre os resultados dos dois tipos de estudo são de certo modo coerentes. Em geral, os resultados obtidos pelo método da análise limite sobrestimam os resultados obtidos através de estudos experimentais, inclusive os resultados provenientes da aplicação do TRI. É importante realçar que, os resultados obtidos nos casos em que $L/B < \infty$, deverão ser superiores aos resultados obtidos em estado plano de deformação.

Para além da variabilidade dos resultados experimentais, uma razão possível para a sobrevalorização dos resultados numérico-teóricos face aos resultados dos estudos experimentais pode ser devida ao modo de modelação da placa de ancoragem e das suas restrições impostas. Segundo os autores Merifield e Sloan (2006) e Kumar e Sahoo (2012), a placa sofre somente deslocamentos horizontais, impedindo uma possível rotação da placa, o que, ao serem retirados graus de liberdade à placa, poderá originar valores de resistência sobrevalorados.

Definição do Problema

Tendo em conta esta possível hipótese, pretende-se analisar uma placa em que seja permitida a sua rotação e comparar os resultados com os dos diferentes autores acima referenciados.

Capítulo 3

Metodologia de Resolução

O presente capítulo apresenta a metodologia utilizada para a determinação da capacidade resistente de uma placa de ancoragem disposta verticalmente num solo respondendo em condições drenadas, recorrendo a um programa de cálculo numérico que implementa os teoremas da análise limite.

Numa primeira parte, é realizada uma breve descrição do programa de cálculo numérico utilizado, assim como da sua implementação. Seguidamente são apresentados os modelos utilizados com a definição dos parâmetros envolvidos.

3.1 Descrição do Programa

O programa utilizado no âmbito desta dissertação foi desenvolvido nos últimos anos por docentes do Departamento de Engenharia Civil da Faculdade de Ciências e Tecnologia, e é denominado por *Mechpy*. Trata-se de um programa de elementos finitos que, entre outras capacidades, implementa numericamente os teoremas estático e cinemático da análise limite para o cálculo de aproximações das cargas de colapso de estruturas mecânicas.

Os teoremas referidos estão assentes na teoria da plasticidade e são aplicáveis ao caso de materiais com um regime comportamento perfeitamente plástico ou elástico perfeitamente plástico, com lei de fluxo associada.

O teorema estático (ou teorema da região inferior) afirma que, se um conjunto de forças exteriores está em equilíbrio com um campo de tensões internas que em nenhum ponto viola o critério de rotura, as forças exteriores aplicadas não causam o colapso. Qualquer estado de tensão que satisfaça o teorema da região inferior é referido como um campo

de tensões estática e plasticamente admissível. A carga resultante determinada por este teorema aproxima interiormente a fronteira do conjunto de carregamentos suportáveis por uma estrutura.

O teorema cinemático (ou da região superior) afirma que, se para um dado mecanismo de colapso compatível, o trabalho das forças exteriores for igual ou superior ao trabalho das tensões internas nesse mecanismo, as forças exteriores aplicadas causam o colapso da estrutura. A carga resultante determinada pela aplicação deste teorema aproxima exteriormente o conjunto dos carregamentos suportáveis por uma estrutura.

Por forma a estabelecer-se formulações para estes teoremas, recorreu-se a um artigo apresentado no Congresso de Métodos Numéricos em Engenharia 2015 por docentes do DEC da FCT (Deusdado et al. 2015).

Considere-se um corpo constituído por um material rígido perfeitamente plástico, sujeito a carregamentos de forças de massa (\mathbf{b} , \mathbf{b}_0) que são aplicadas no seu domínio Ω e de forças de superfície (\mathbf{t} , \mathbf{t}_0) aplicadas na fronteira Γ_σ (fronteira de Neumann), que reunida à fronteira Γ_u (fronteira de Dirichlet) definem a fronteira Γ do corpo.

Estes carregamentos são divididos em dois tipos: num primeiro, em que as forças são afetadas pelo multiplicador de carregamento α ($\alpha \in \mathbb{R}^+$) e no segundo, em que as forças não são afetadas por qualquer parâmetro, mantendo assim constante a sua contribuição durante o cálculo (definidas com o índice "0").

A análise limite permite estimar para o corpo considerado, aproximações do multiplicador α a partir do qual começa a haver escoamentos plásticos e deformações irreversíveis no corpo, designado por colapso plástico. Estas aproximações são resultantes da aplicação dos teoremas acima referidos.

A aplicação do teorema cinemático da análise limite conduz ao seguinte problema matemático:

$$\begin{aligned}
 \text{Minimizar } \alpha(\dot{\mathbf{u}}, \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}) &= \int_{\Omega} \mathcal{D}(\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}) d\Omega - \Pi_0(\dot{\mathbf{u}}) \\
 \text{Sujeito a } \Pi(\dot{\mathbf{u}}) &= 1 \\
 \mathbf{u} &= 0 && \text{em } \Gamma_u \\
 \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} &= \mathbf{D}\dot{\mathbf{u}} && \text{em } \Omega \\
 \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} &\in \mathcal{C}_c
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

sendo a taxa de trabalho total das forças obtida da seguinte forma:

3.1 Descrição do Programa

$$\lambda \Pi(\dot{\mathbf{u}}) + \Pi_0(\dot{\mathbf{u}}) = \lambda \left(\int_{\Omega} \mathbf{b}^T \dot{\mathbf{u}} \, d\Omega + \int_{\Gamma_{\sigma}} \mathbf{t}^T \dot{\mathbf{u}} \, d\Gamma_{\sigma} \right) + \left(\int_{\Omega} \mathbf{b}_0^T \dot{\mathbf{u}} \, d\Omega + \int_{\Gamma_{\sigma}} \mathbf{t}_0^T \dot{\mathbf{u}} \, d\Gamma_{\sigma} \right) \quad (3.2)$$

Para cada campo cinemático virtual, os vetores \mathbf{u} e $\dot{\mathbf{u}}$ representam os campos de deslocamentos e de velocidade do corpo respetivamente, sendo as componentes de extensão e distorção da taxa de deformação plástica armazenadas no vetor $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}$. Na equação 3.1, \mathbf{D} corresponde ao operador de compatibilidade diferencial, \mathcal{D} corresponde à taxa de dissipação plástica por unidade de volume e \mathcal{C}_c representa o espaço formado por todos os estados possíveis de deformação plástica. Estes estados são ortogonais à superfícies de cedência em pelo menos um ponto. A última restrição imposta na equação 3.1 garante assim a regra da normalidade permitindo a verificação de todos os pressupostos do TRS da análise limite. O fator λ é apenas um parâmetro multiplicador.

De forma semelhante, o teorema estático da análise limite pode ser definido matematicamente como:

$$\begin{aligned} & \text{Maximizar } \alpha \\ & \text{Sujeito a } \mathbf{D}^T \boldsymbol{\sigma} + \alpha \mathbf{b} + \mathbf{b}_0 = \mathbf{0} && \text{em } \Omega \\ & \mathbf{N} \boldsymbol{\sigma} = \alpha \mathbf{t} + \mathbf{t}_0 && \text{em } \Gamma_{\sigma} \\ & f(\boldsymbol{\sigma}) \leq 0 \end{aligned} \quad (3.3)$$

Para cada campo estático admissível, o vetor com as componentes normais e de corte das tensões plásticas é representado por $\boldsymbol{\sigma}$ enquanto \mathbf{D}^T corresponde ao operador de equilíbrio diferencial. Na equação 3.3, \mathbf{N} reúne as componentes dos vetores das normais exteriores às fronteiras Γ_{σ} e f corresponde à função de cedência. Esta função é assumida como convexa.

O programa *Mechpy* implementa numericamente os teoremas da análise limite recorrendo a um método iterativo que permite a otimização do campo de velocidades (TRS) ou o campo das tensões (TRI). Esse método iterativo tem recebido recentemente a designação de método de direção alternada de multiplicadores, tradução livre da designação em inglês “alternating direction method of multipliers” (ADMM) (Boyd et al. 2010).

Para essa otimização é construído um Langrangeano, incorporando o facto de, se utilizarem campos independentes para aproximar as velocidades globais e as deformações locais no caso do TRS ou as tensões aproximadas localmente e as tensões aproximadas globalmente no caso do TRI. Estes conjuntos de aproximações locais e globais permitem, por um lado, que a parte não linear dos problemas em questão seja tratada ao nível de elemento finito e, por outro, que o algoritmo iterativo seja facilmente paralelizável, permitindo assim a

resolução de modelos que recorrem a malhas finas de elementos finitos, mesmo em condições tridimensionais.

O programa permite optar por diferentes critérios de rutura para descrever a resistência dos materiais, nomeadamente os critérios de Tresca, Tresca Truncado, Mohr-Coulomb, Von-Mises, entre outros. Uma completa descrição da implementação do TRS pode ser vista em Vicente da Silva e Antão (2008) e Vicente da Silva (2009). No caso do TRI, essa descrição é feita em Vicente da Silva et al. (2015). O programa *Mechpy* tem sido atualizado ano após ano, tanto pelos docentes do departamento como pelos alunos de mestrado, originando em novas funções para resoluções de problemas tais como por exemplo a percolação, fratura, elasticidade e elastoplasticidade.

3.2 Descrição do Modelo Bidimensional

A geração de malhas de elementos finitos utilizadas pelo programa *Mechpy* passa por duas fases distintas. Na primeira fase, utiliza-se o programa *Gmsh* para criar a geometria pretendida para o modelo e de seguida gerar uma malha de elementos finitos em duas ou três dimensões. É ainda nesta fase que se impõem as condições limite em deslocamento e em força. Na figura 3.1 é possível observar um exemplo do modelo a considerar nos cálculos bidimensionais com as restrições impostas representadas.

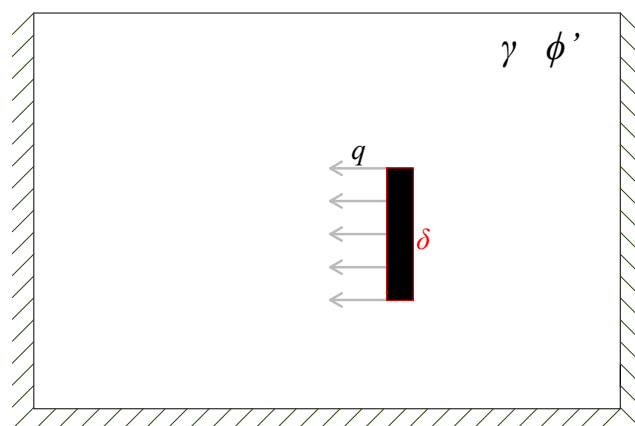


Figura 3.1: Representação esquemática do modelo adotado para os cálculos bidimensionais

A imposição das condições limite em deslocamento implica o seu bloqueio nas duas direções nas faces verticais e inferior enquanto que a face superior é livre de restrições.

Na segunda fase, as malhas geradas pelo programa *Gmsh* são convertidas para o formato de entrada de dados do *Mechpy*, sendo feita a divisão de cada quadrilátero em quatro

3.2 Descrição do Modelo Bidimensional

triângulos definidos pelas diagonais do quadrilátero de forma a minimizar o eventual aparecimento de efeito de *locking* (Nagtegaal et al. 1974). Na figura 3.2 é possível observar uma malha gerada para um dos cálculos efetuados.

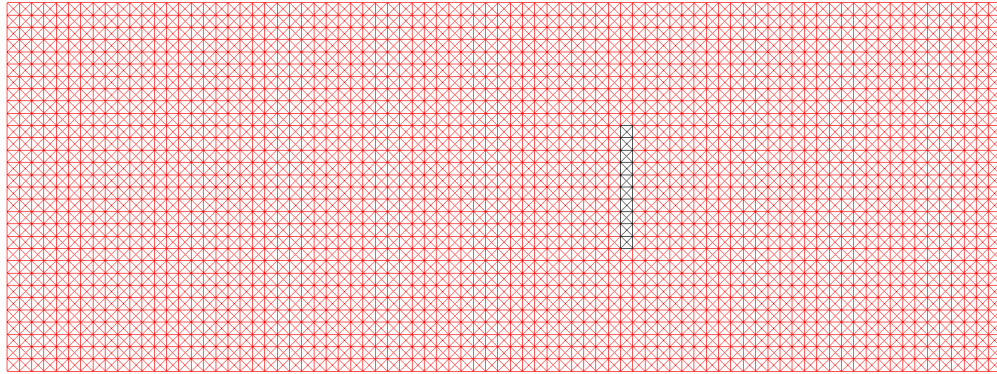


Figura 3.2: Malha bidimensional para $H/B = 2$

Um dos parâmetros cuja influência na capacidade de carga das placas se pretende estudar é a sua rugosidade. Para tal, é necessária a criação de elementos em torno da placa denominados por elementos de junta. Estes elementos dão a possibilidade de afetar a zona entre a placa e o solo envolvendo de propriedades outras que as destes materiais. No entanto, a possibilidade de criação destes elementos não existia no programa.

Deste modo, entre dois elementos adjacentes, um de placa e outro de solo, foi programada a criação de 4 elementos finitos de espessura nula (ver figura 3.3). A implementação destes elementos utilizou a linguagem de programação *Python* e foi escrita para que se possam utilizar elementos finitos triangulares de 3 ou 6 nós, embora o programa *Mechpy* apenas possibilite, na fase atual, efetuar cálculos com este tipo de elementos utilizando elementos triangulares com 3 nós. É por esta razão que os elementos finitos utilizados para os cálculos são triangulares de 3 nós

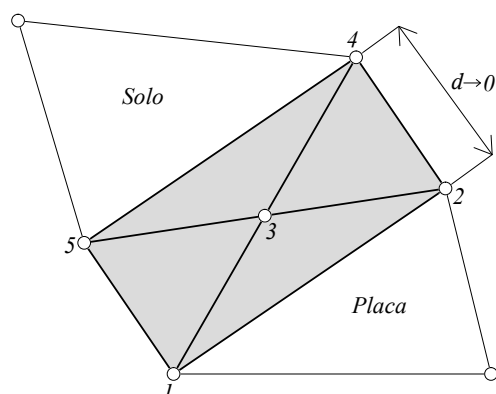


Figura 3.3: Interface de dois elementos 2D formado por elementos de junta

No caso da placa, os seus elementos são caracterizados como elementos rígidos, sendo todos os elementos tratados como um só, não existindo deformação entre eles. Os graus de liberdade associados a nós do corpo rígido do sistema governativo global são eliminados e substituídos pelas variáveis de um nó virtual genérico de um dos elementos que constituem o corpo rígido. Em geral, este procedimento pode representar uma redução considerável na totalidade de graus de liberdade do corpo, embora não seja o caso no presente estudo.

Estes elementos são ignorados no processo de cálculo, ou seja, durante a montagem da matriz do sistema governativo e também na minimização local, não necessitando assim de se associar multiplicadores de Lagrange, o que também leva à redução do processo de atualização dos mesmos.

A utilização de elementos de junta e de elementos rígidos foi apenas possível na implementação do teorema da região superior, uma vez que para o teorema da região inferior o programa ainda se encontra em desenvolvimento. Os elementos finitos utilizados vão aproximar linearmente os deslocamentos no caso do teorema cinemático e o campo de tensões no caso do teorema estático.

Os elementos finitos associados ao solo têm como critério de cedência o de Mohr-Coulomb, $\tau = c' + \sigma' \tan(\phi')$. Dado que se trata da modelação de um solo respondendo em condições drenadas, apenas foram considerados solos puramente atríticos correspondendo à forma $\tau = \sigma' \tan(\phi')$ do critério adotado. Mas, uma vez que o programa *Mechpy* apresenta os resultados na forma de dissipações, não seria possível observar o mecanismo de rotura caso o interceto de coesão fosse nulo. Como tal, considerou-se um valor residual para o interceto de coesão de 0,001 kPa, valor que se considera não ter influência no resultado, mas que permite visualizar o padrão das deformações.

3.3 Descrição do Modelo Tridimensional

Os valores de ângulo de resistência ao corte considerados no trabalho foram de 20° , 25° , 30° , 35° e 40° . Os elementos de junta também são regidos pelo critério de cedência de Mohr-Coulomb e efetuaram-se cálculos para ângulos atrito solo-placa, δ , iguais a 0° , $1/3\phi'$ e ϕ' . Para os cálculos recorrendo à implementação do TRI, os elementos constituintes da placa são regidos pelo critério de Tresca, adotando uma resistência não drenada de 1×10^6 kPa, minimizando assim a possibilidade de plastificação, permitindo um comportamento muito próximo do rígido. As profundidades analisadas, correspondem desde a placa à superfície, $H/B = 1$, até a placa se encontrar à profundidade relativa $H/B = 6$.

As dimensões do modelo utilizado permitem que, para diferentes níveis de refinamento dos elementos, os elementos obtidos com o *Gmsh* possam ser sempre quadrados. Assim, a dimensão da aresta destes quadrados é uma característica intrínseca das malhas obtidas e depende do número de divisões da altura da placa.

3.3 Descrição do Modelo Tridimensional

Em relação ao modelo tridimensional, o procedimento para a geração das malhas de elementos finitos é semelhante ao processo no modelo bidimensional. Devido à carga computacional ser bastante mais elevada que no caso bidimensional, os cálculos foram realizados recorrendo ao processamento paralelo. Utilizou-se uma *cluster* com 32 processadores em que, cada um deles, possui, em média, cerca de 4 GB de memória. Na figura 3.4 é possível observar um exemplo do modelo a considerar nos cálculos tridimensionais, em que as superfícies com padrões representam as diferentes restrições impostas.

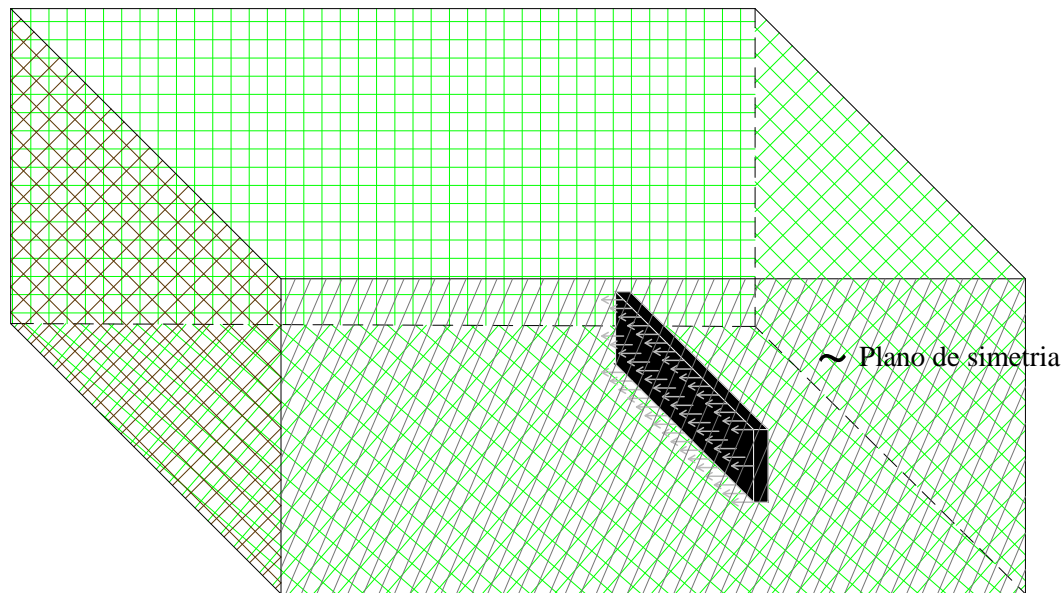


Figura 3.4: Representação esquemática do modelo adotado para os cálculos tridimensionais

A imposição das condições limite em deslocamento implica o seu bloqueio na direção normal à superfície no plano de simetria e nas três direções nos restantes planos verticais e inferior. O plano superior é livre de restrições.

Como o problema em estudo contém um plano de simetria, é possível considerar apenas metade da placa, reduzindo substancialmente o número de graus de liberdade e consequentemente a carga computacional. O espaçamento D é considerado suficientemente grande para que não haja influência lateral entre placas, considerando assim apenas uma placa. Na figura 3.5 é mostrado a malha utilizada no cálculo para $H/B = 1$ e $L/B = 5$.

3.3 Descrição do Modelo Tridimensional

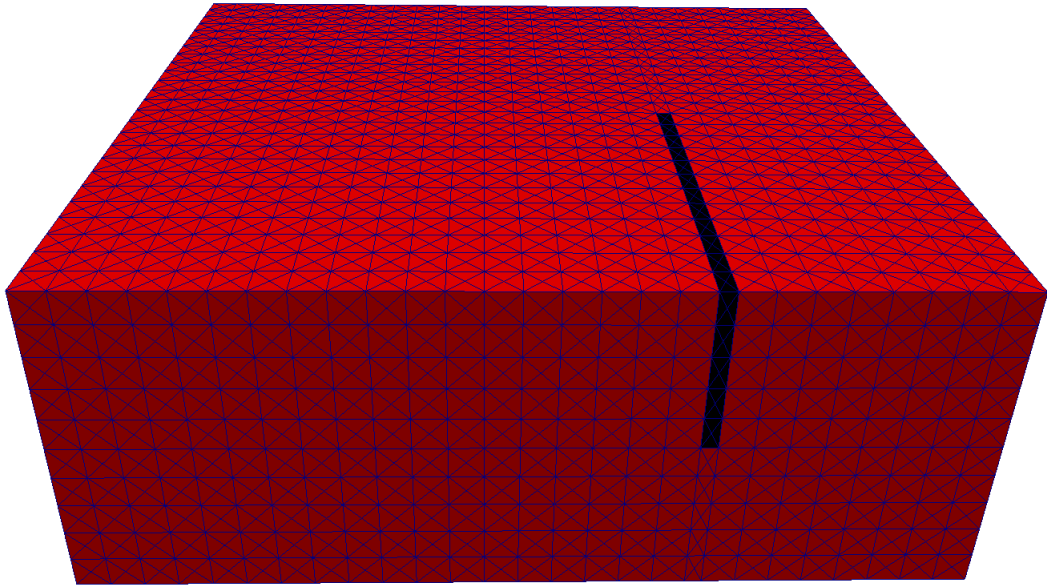


Figura 3.5: Malha tridimensional para $H/B = 1$ e $L/B = 5$

Cada um dos paralelepípedos, quando convertidos para o ficheiro de entrada de dados do *Mechpy*, é dividido em 24 tetraedros de 4 nós. Os tetraedros vão assim aproximar linearmente os deslocamentos.

No caso tridimensional apenas se realizaram cálculos recorrendo à implementação do teorema da região superior dado que o programa ainda não possibilita efetuar cálculos tridimensionais recorrendo à implementação do teorema da região inferior. Neste caso, os elementos de junta tomam as mesmas características que os elementos de solo, ou seja, $\delta = \phi'$.

Executaram-se cálculos com valores para o rácio L/B de 1, 2, 3, 5 e 10 de modo a avaliar a influência da relação entre a largura e altura da placa e a convergência dos resultados para os obtidos num estado plano de deformação. Também se realizaram cálculos em que a largura do modelo coincide com a largura da placa e em que são impostas restrições de deslocamento na direção normal à superfície nos planos verticais coincidentes com os extremos da placa. Nos outros dois planos verticais e no plano inferior os deslocamentos são restringidos nas três direções. Este tipo de cálculo visa representar uma placa corrida em que a relação L/B seja infinito, simulando condições de deformação plana, podendo comparar os resultados com os obtidos no caso bidimensional. Na imagem 3.6 é possível observar uma malha referente ao cálculo descrito.

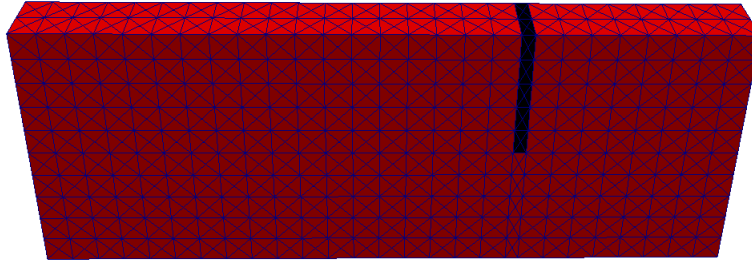


Figura 3.6: Malha tridimensional por forma a simular uma placa corrida

Tendo em conta que os resultados dos cálculos vão ser comparados com resultados obtidos por outros autores, no caso tridimensional optou-se por analisar os seguintes valores para o ângulo de resistência ao corte: 25°, 30°, 35° e 40°. Dado que o cálculo tridimensional requer um maior esforço computacional, somente se conseguiu realizar cálculos até uma profundidade relativa $H/B = 4$.

Capítulo 4

Resultados

O capítulo exposto visa apresentar os resultados obtidos nos cálculos efetuados para cada modelo descrito no capítulo anterior. É feita uma avaliação dos mecanismos associados ao colapso e as suas dissipações. É, adicionalmente, apresentada a duração dos cálculos realizados.

4.1 Caso Bidimensional

Previamente à apresentação dos resultados obtidos para o caso bidimensional, é feito um estudo sobre dois aspetos: a influência da dimensão dos elementos da malha nos resultados e a influência da espessura da placa sobre os resultados.

4.1.1 Influência da Dimensão do Elemento Finito

É sabido que a malha utilizada num cálculo recorrendo ao método dos elementos finitos influencia fortemente o resultado final. De modo a analisar a influência do tamanho do elemento da malha sobre os resultados obtidos, foram efetuados diversos cálculos com diferentes tamanhos de elementos de malha. Dado que, em cada malha utilizada, o elemento possui sempre a mesma dimensão, é possível analisar os resultados em função de um parâmetro adimensionalizado descrito posteriormente.

Nas figuras 4.1 e 4.2 apresentam-se os vários cálculos efetuados para uma placa de ancoragem disposta verticalmente de espessura $e = 0,1B$, num solo com um ângulo de resistência ao corte de 30° e para o caso de $\delta = \phi'$, para as profundidade relativas de $H/B = 2$ e $H/B = 6$, respetivamente.

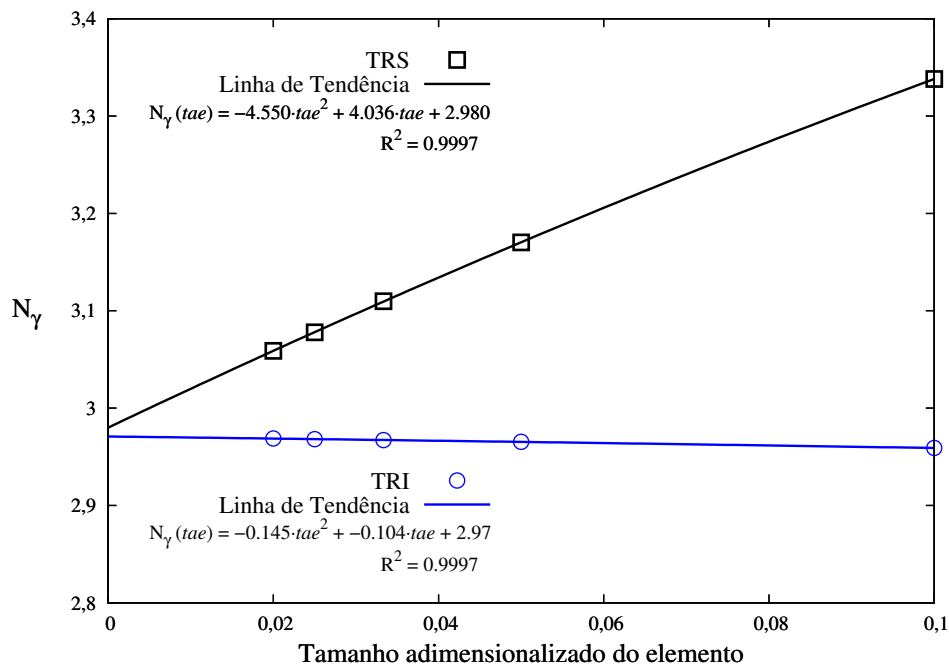


Figura 4.1: Resultados obtidos recorrendo ao TRS e TRI para $\phi' = 30^\circ$, $\delta = \phi'$, $H/B = 2$ e $e = 0,1B$

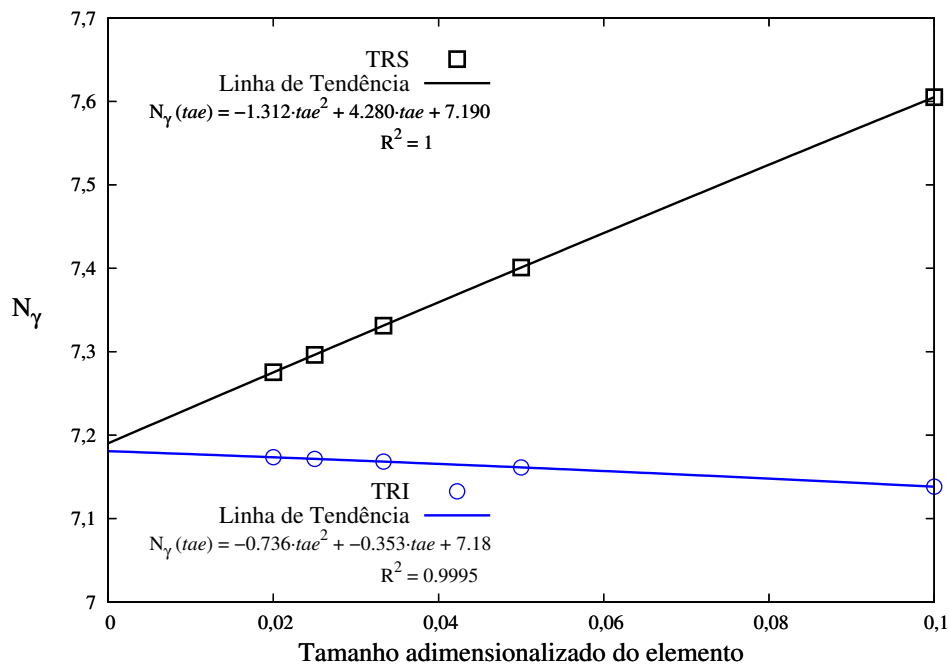


Figura 4.2: Resultados obtidos recorrendo ao TRS e TRI para $\phi' = 30^\circ$, $\delta = \phi'$, $H/B = 6$ e $e = 0,1B$

Os eixos das abcissas das figuras 4.1 e 4.2 são caracterizados pelo tamanho adimensionali-

4.1 Caso Bidimensional

sado do elemento. Este parâmetro é determinado do seguinte modo:

$$tae = \frac{B}{\frac{ndiv}{B}} \quad (4.1)$$

O tamanho adimensionalizado do elemento vai decrescendo com o aumento do número de divisões da altura da placa. Esse aumento de divisões tem como consequência um acréscimo do número de elementos, conduzindo a um cálculo com um esforço computacional mais elevado.

Os resultados obtidos representados nas figuras 4.1 e 4.2, mostram uma variação do resultado final consoante a malha a utilizar. A vantagem da utilização do parâmetro acima referido, é a sua possibilidade de realizar projeções e utilizar um valor teórico no qual a malha correspondente tenha um tamanho adimensionalizado infinitesimal. Neste caso, as projeções são determinadas ao aproximar os resultados (pontos) a uma função quadrática e intersectar o eixo das ordenadas para um tae igual a 0.

A diferença entre os melhores resultados, correspondentes às malhas mais refinadas, e os resultados projetados decresce com a profundidade relativa, verificando-se que o erro, para esta situação, diminui de 2,5% para cerca de 1%, no que se refere a cálculos efetuados pelo teorema da região superior. Este erro diminuiria caso se tivesse utilizado elementos triangulares de seis nós ao invés dos três nós. É, no entanto, suficientemente pequeno para que nos resultados apresentados, relativamente aos cálculos bidimensionais, se considerem os cálculos realizados com as malhas mais refinadas. Esse refinamento resulta em dividir a altura da placa em 50 divisões.

4.1.2 Influência da Espessura

Leal (2013) mostrou que, para o caso de paredes de contenção, a influência da espessura das mesmas poderia ser elevada no mecanismo obtido. Deve-se ressaltar ainda, a similaridade entre o trabalho de Leal (2013) e o presente: em ambas se lida com problemas de impulsos ativos e passivos. Neste sentido, foi decidido estudar a influência da espessura de uma placa de ancoragem disposta verticalmente.

No problema presente utilizaram-se os valores de $0,1B$, $0,15B$, $0,2B$, $0,25B$ e $0,4B$ para a espessura da placa, sendo que B é a altura da placa. Usaram-se diferentes valores de ϕ' (20° , 30° e 40°) para placas às profundidades relativas de $H/B = 2$ e $H/B = 6$ e tendo como valor de ângulo de atrito solo-placa de $\delta = \phi'$. De notar que este tema não é abordado por outros autores.

Nas figuras 4.3 e 4.4 apresentam-se os resultados obtidos pelo TRS em função das espessuras das placas para os diferentes ângulos de resistência ao corte, referentes às malhas mais refinadas utilizadas, para a profundidade relativa de $H/B = 2$ e $H/B = 6$, respetivamente.

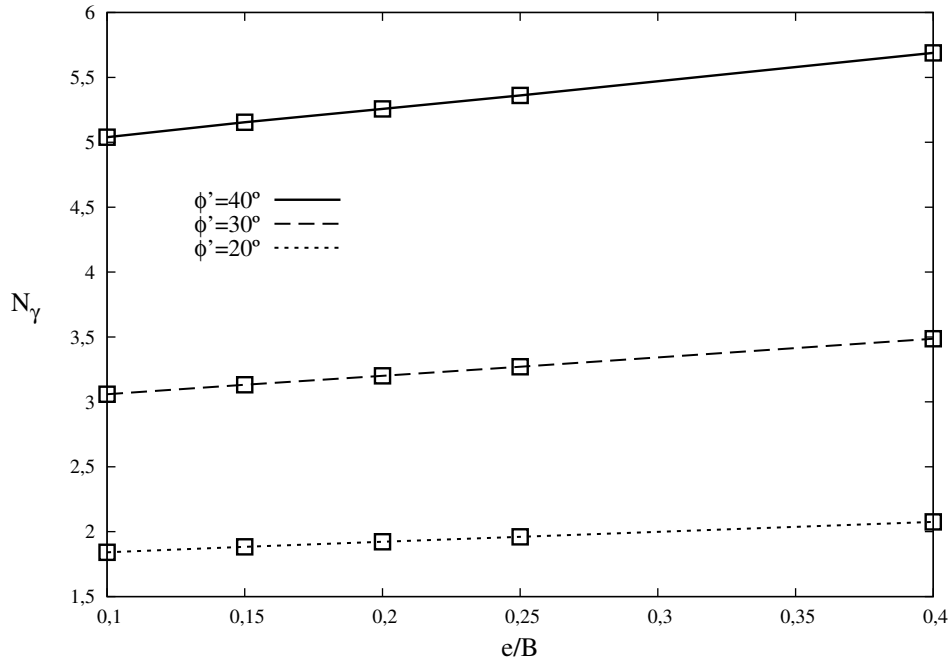


Figura 4.3: Resultados obtidos para as diferentes espessuras para $H/B = 2$ e $\delta = \phi'$

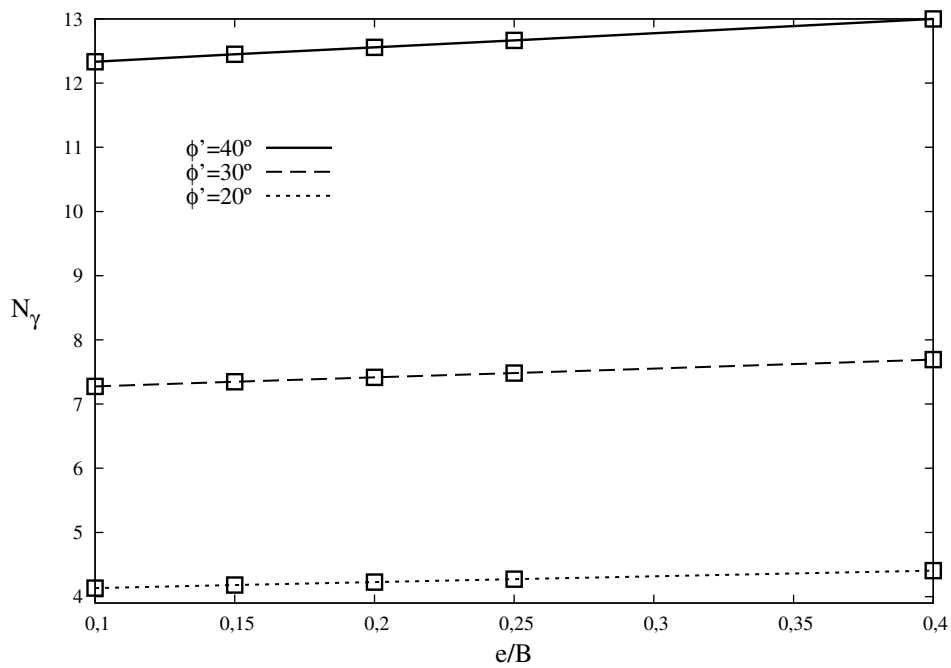


Figura 4.4: Resultados obtidos para as diferentes espessuras para $H/B = 6$ e $\delta = \phi'$

4.1 Caso Bidimensional

Constata-se que existe uma influência da espessura da placa, embora essa diferença seja menor com o aumento da profundidade. Para a profundidade relativa de $H/B = 2$ a diferença do resultado entre a espessura da placa mais reduzida para a maior é cerca de 13% enquanto que para a profundidade de $H/B = 6$ essa variação é da ordem dos 6%, indiferentemente do ângulo de resistência ao corte.

Optou-se por escolher como espessura da placa o valor igual a $0,1B$ em todos os restantes cálculos.

4.1.3 Resultados Obtidos

Nesta secção apresentam-se os resultados obtidos do estudo paramétrico para diferentes ângulos de resistência ao corte, diferentes profundidades relativas e diferentes valores para o ângulo de atrito solo-placa. Na figura 4.5 apresentam-se os resultados para os diferentes valores de ângulos de resistência ao corte e de ângulos de atrito solo-placa em função da profundidade relativa. Nesta figura apenas se apresentam resultados obtidos pelo TRS.

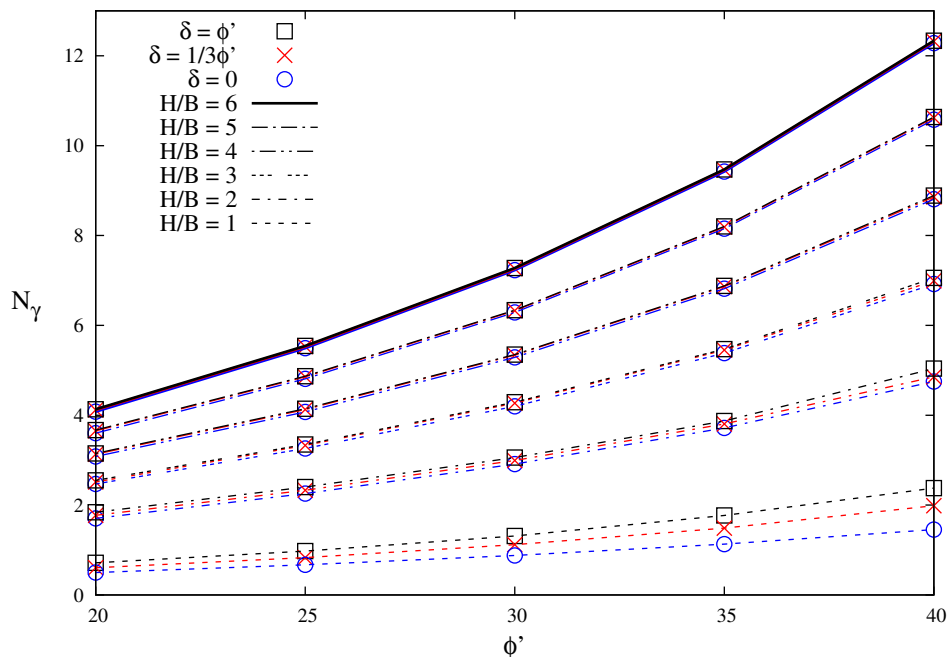


Figura 4.5: Influência de δ nos valores de N_γ obtidos pelo TRS em função de ϕ' para diferentes relações de H/B

Constata-se que os valores obtidos de N_γ aumentam quer com o aumento do ângulo de resistência ao corte quer com a profundidade relativa. O aumento do valor do fator de arrancamento com o aumento de ϕ' é tanto maior quanto maior a profundidade a que a

placa de ancoragem se encontra.

No que concerne à influência das propriedades de interface solo-placa, esta não é visível para valores de H/B mais elevados ($H/B \geq 3$). No caso dos valores de profundidades relativas mais baixos, começa a existir alguma influência, que, no entanto, só é clara para o caso em que as placas se encontram à superfície, em que a utilização de placas menos rugosas conduz a um abaixamento da capacidade de carga.

Apresentam-se nas figuras 4.6, 4.7 e 4.8 os mecanismos obtidos e as suas deformadas para os cálculos segundo o teorema cinemático para as diferentes profundidades relativas e para os ângulos de resistência ao corte de 20° , 30° e 40° , respetivamente, com $\delta = \phi'$. Todos os mecanismos apresentados têm a mesma escala de cores e o mesmo fator de escala para a deformada.

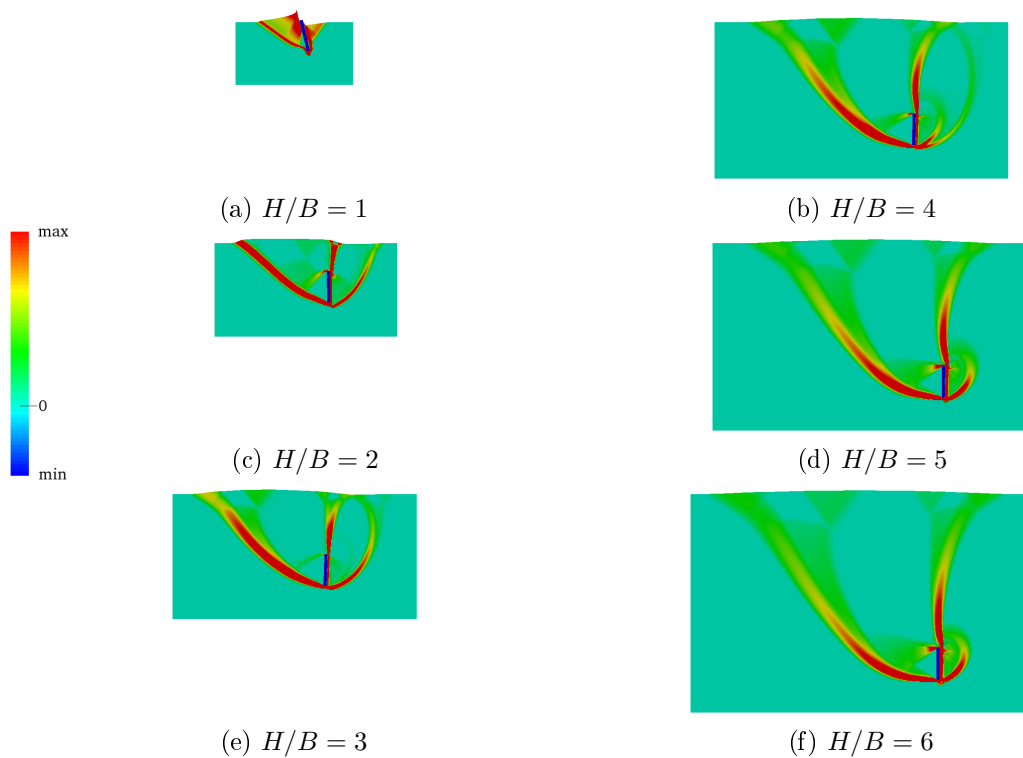


Figura 4.6: Mecanismos obtidos para diferentes relações de H/B para $\phi' = 20^\circ$ e $\delta = \phi'$

4.1 Caso Bidimensional

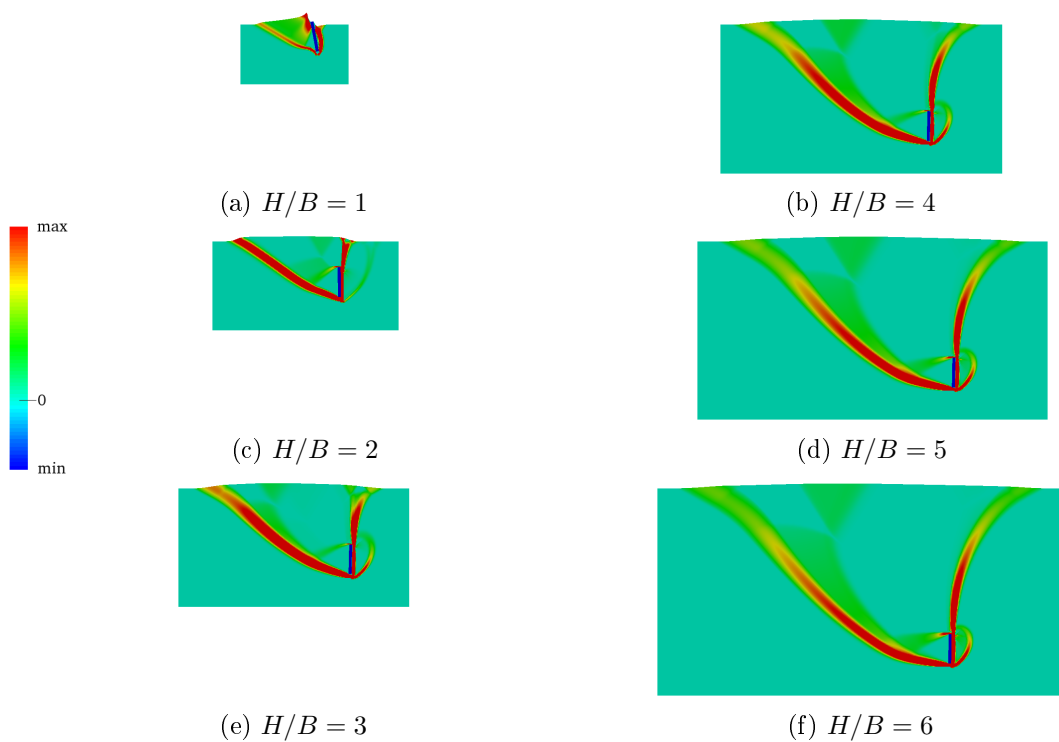


Figura 4.7: Mecanismos obtidos para diferentes relações de H/B para $\phi' = 30^\circ$ e $\delta = \phi'$

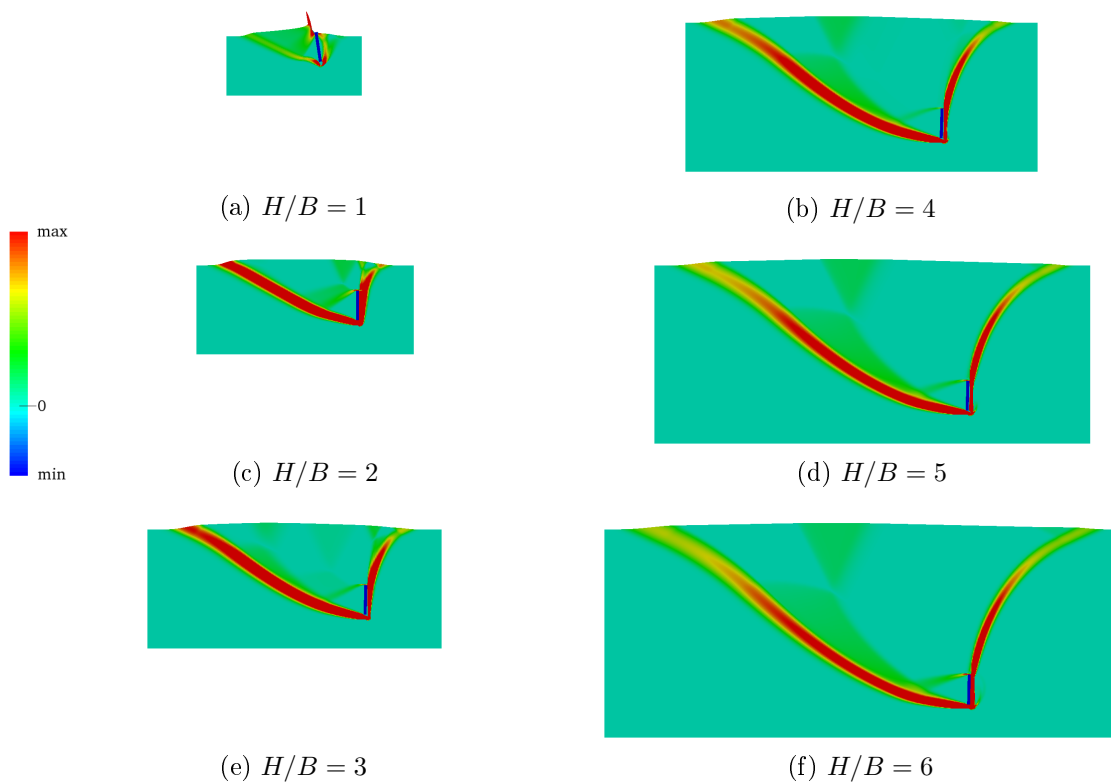


Figura 4.8: Mecanismos obtidos para diferentes relações de H/B para $\phi' = 40^\circ$ e $\delta = \phi'$

A análise dos mecanismos obtidos para os diferentes parâmetros de H/B e ϕ' permite afirmar que os mecanismos são complexos, e que neles existem zonas de concentração de dissipação juntamente com zonas de bloco rígido. A massa de solo envolvida no mecanismo tende a aumentar em solos mecanicamente mais competentes. De forma semelhante a uma estrutura de contenção, quando a placa se encontra à superfície é possível comparar a massa de solo envolvida a jusante da placa como um impulso passivo e a montante da placa com um impulso ativo. É sabido que, quanto maior o valor do ângulo de resistência ao corte maior o impulso passivo e, de certa forma, os mecanismos ilustram isso, mesmo com o aumento da profundidade relativa a que se encontra a placa.

A geometria do mecanismo tende a variar com o aumento da profundidade, principalmente quando o solo possui características mecânicas menos resistentes. É possível verificar por exemplo na figura 4.6 que o mecanismo muda da profundidade relativa $H/B = 4$ para $H/B = 5$, em que, na parte a montante da placa, a envolvente de dissipação não se prolonga até à superfície mas fica envolvendo a placa. Já nos mecanismos da figura 4.8, em que o solo foi modelado com um ângulo de resistência ao corte de 40° , a geometria da envolvente de dissipação na parte a montante da placa não varia com o aumento da profundidade relativa.

Seguidamente, apresentam-se os mecanismos obtidos e as suas deformadas para as diferentes profundidades relativas para os ângulos de resistência ao corte de 20° , 30° e 40° com $\delta = 0$, nas figuras 4.9, 4.10 e 4.11, respetivamente.

Estes mecanismos têm a mesma escala de valores que os mecanismos apresentados anteriormente, assim como o mesmo fator de escala na deformada.

4.1 Caso Bidimensional

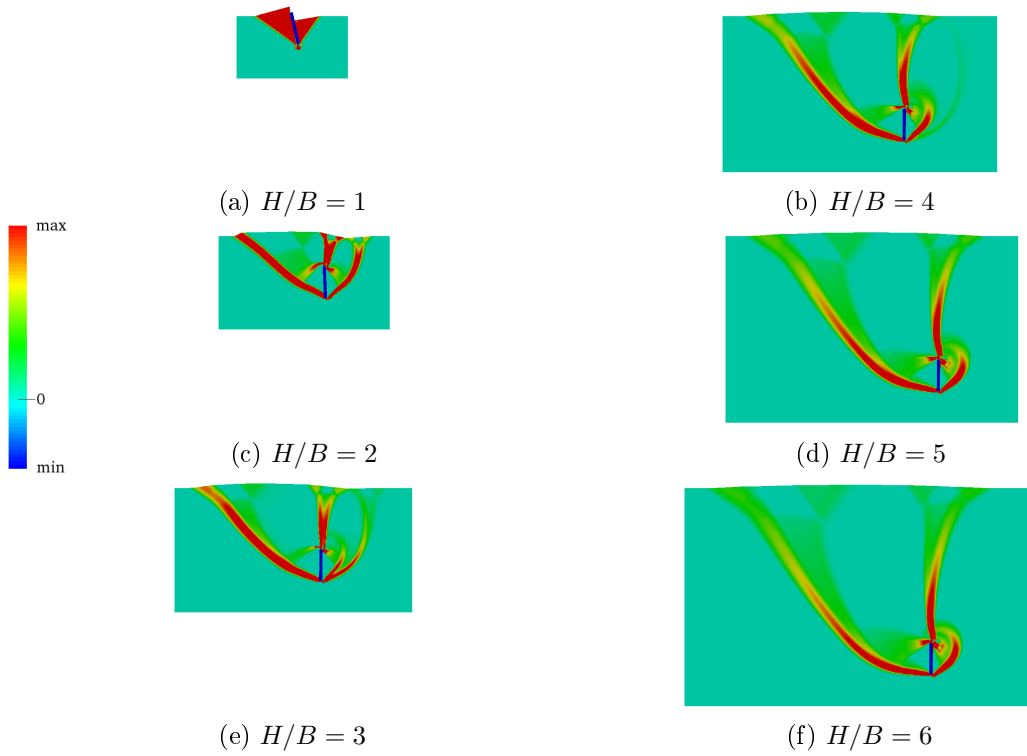


Figura 4.9: Mecanismos obtidos para diferentes relações de H/B para $\phi' = 20^\circ$ e $\delta = 0$

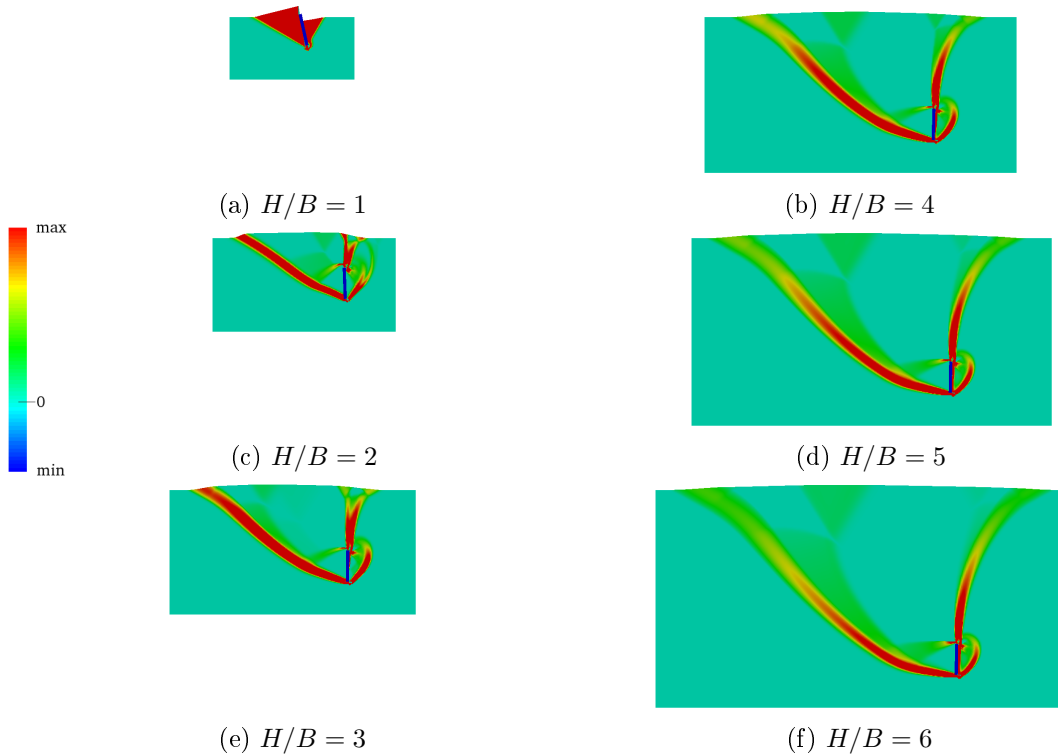


Figura 4.10: Mecanismos obtidos para diferentes relações de H/B para $\phi' = 30^\circ$ e $\delta = 0$

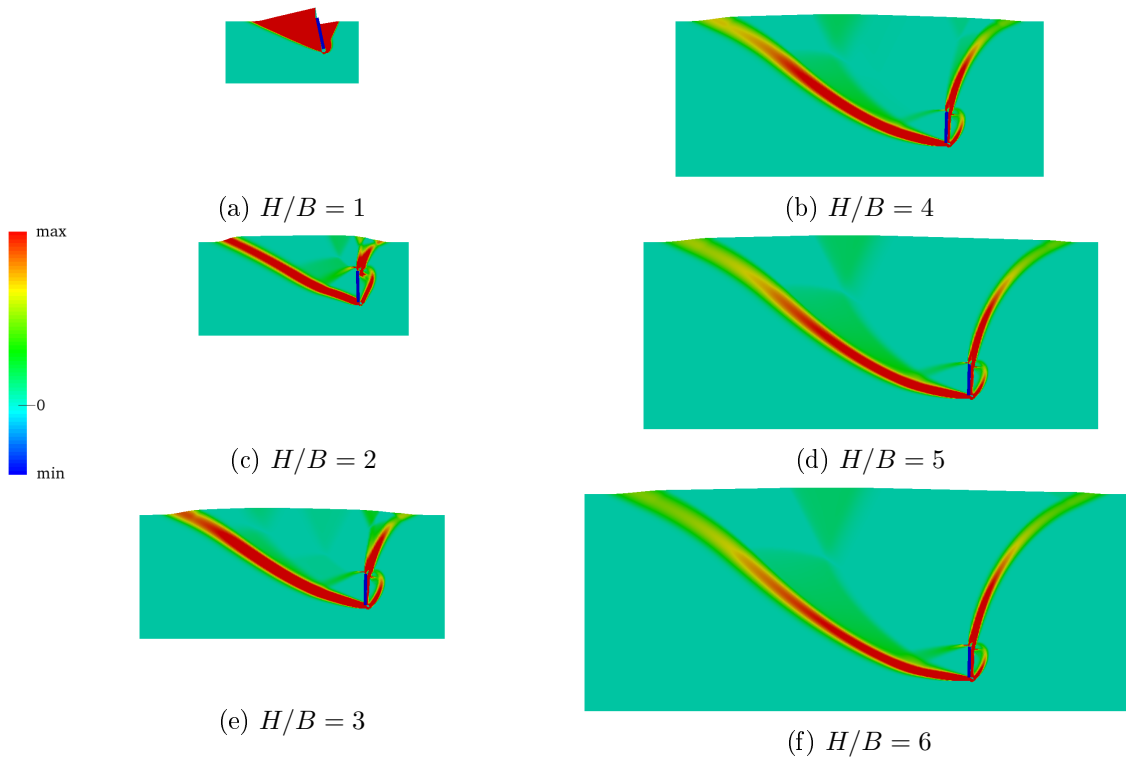


Figura 4.11: Mecanismos obtidos para diferentes relações de H/B para $\phi' = 40^\circ$ e $\delta = 0$

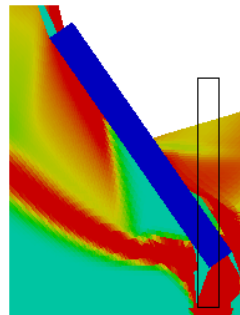
A comparação entre os mecanismos em que a placa é modelada como perfeitamente polida ($\delta = 0$) e perfeitamente rugosa ($\delta = \phi'$) confirma o que fora concluído da análise dos resultados da figura 4.5, em que a influência das propriedades da interface entre o solo e a placa é menos visível para profundidades relativas superiores a três. Os mecanismos são diferentes quando a placa se encontra à superfície, dado que, para valores de $\delta = 0$, a envolvente de dissipação a jusante da placa se encontra na sua totalidade, para esta escala de valores, no seu valor máximo, enquanto que para valores de $\delta = \phi'$, o mesmo não acontece.

Por forma a uma melhor compreensão da deformação da placa de ancoragem em função da sua rotação e deslocamento, é realizada uma ampliação do mecanismo, bem como do fator de escala da deformação. Nas figuras 4.12, 4.13 e 4.14 são apresentadas essas ampliações para os ângulos de resistência ao corte de 20° , 30° e 40° , respetivamente, e para as profundidades relativas $H/B = 1$, $H/B = 3$ e $H/B = 6$. De realçar que os fatores de escala são diferentes entre as profundidades relativas mas que se mantêm iguais com o aumento do ângulo de resistência ao corte.

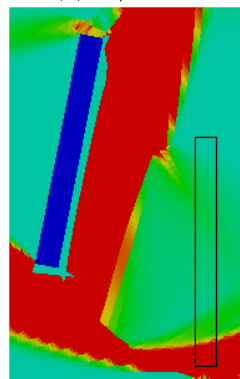
Da comparação das figuras 4.12, 4.13 e 4.14 constata-se que a componente de rotação é maior do que as componentes de translação para as placas, que se encontram à superfí-

4.1 Caso Bidimensional

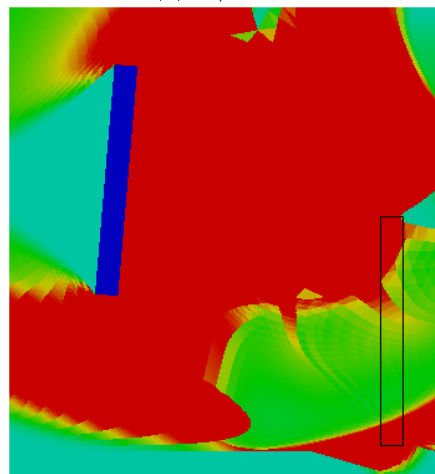
cie. Com o aumento da profundidade, a componente de rotação deixa de ser superior às componentes de translação, sendo que a componente de translação vertical é tanto maior quanto maior o ângulo de resistência ao corte.



(a) $H/B = 1$

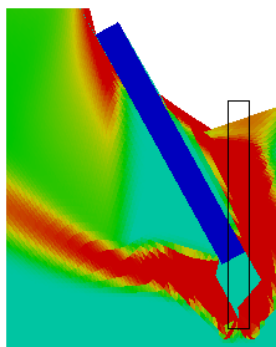


(b) $H/B = 3$

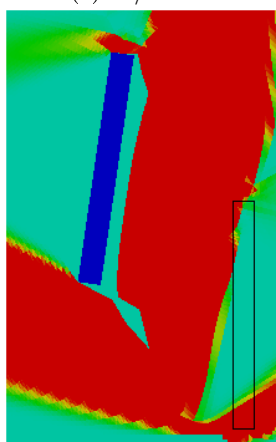


(c) $H/B = 6$

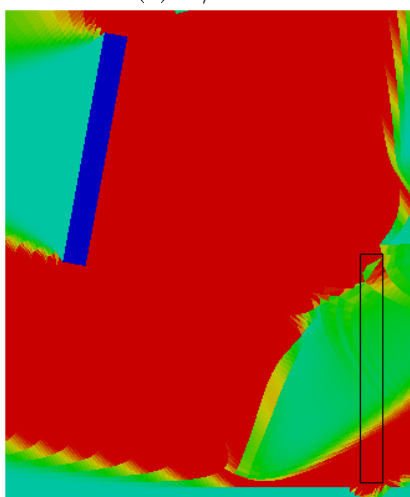
Figura 4.12: Ampliação dos mecanismos para diferentes H/B com $\phi' = 20^\circ$ e $\delta = \phi'$



(a) $H/B = 1$



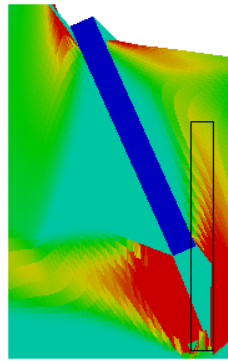
(b) $H/B = 3$



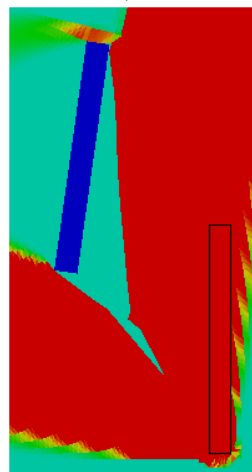
(c) $H/B = 6$

Figura 4.13: Ampliação dos mecanismos para diferentes H/B com $\phi' = 30^\circ$ e $\delta = \phi'$

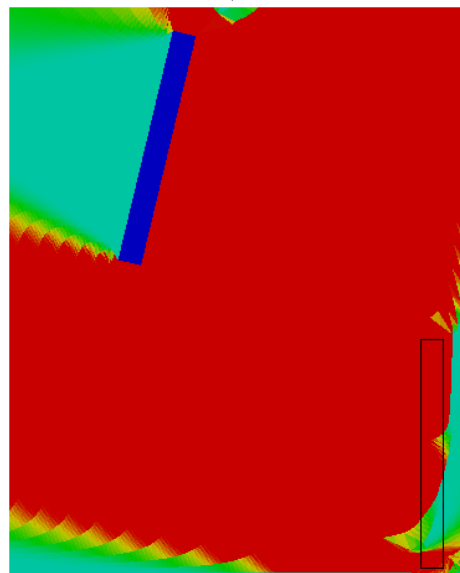
4.1 Caso Bidimensional



(a) $H/B = 1$



(b) $H/B = 3$



(c) $H/B = 6$

Figura 4.14: Ampliação dos mecanismos para diferentes H/B com $\phi' = 40^\circ$ e $\delta = \phi'$

Na figura 4.15 apresentam-se junto aos resultados obtidos pelo teorema da região superior, os resultados obtidos pelo teorema da região inferior. Como se referiu no capítulo anterior, apenas se dispõe dos resultados correspondentes ao valor de $\delta/\phi' = 1$. No Anexo A apresenta-se os valores de N_γ obtidos pelos TRS e TRI para as diferentes profundidades e ângulos de resistência ao corte analisados em formato de tabela.

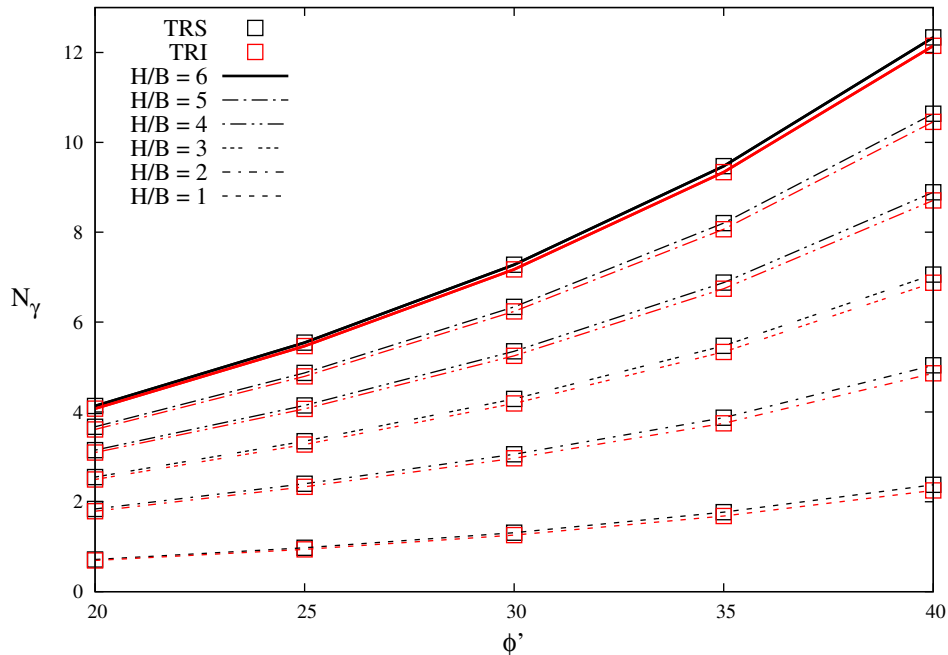


Figura 4.15: Valores de N_γ obtidos pelos TRS e TRI em função de ϕ' para diferentes relações de H/B

Após a análise dos resultados conclui-se que, a aproximação dos resultados pelos dois teoremas é muito bem conseguida. Os resultados obtidos pelo teorema cinemático e pelo teorema estático são praticamente idênticos, fornecendo assim uma solução que, do ponto de vista prático, pode ser considerada exata, para uma placa em estado plano de deformação.

No entanto, note-se que a diferença entre os resultados oriundos da aplicação dos dois teoremas é tanto maior quanto maior o ângulo de resistência ao corte, para todas as profundidades relativas estudadas, apesar do grau de refinamento ser o mesmo para todas as malhas

Na tabela 4.1 mostra-se o tempo médio para cada cálculo efetuado pelo TRS e TRI e os graus de liberdade de cada malha, em função da relação H/B . Estes valores apenas demonstram os cálculos finais, pois, por vezes, foi necessário repetir o cálculo porque a geometria do modelo influenciava o mecanismo obtido. O computador no qual se efetuaram

4.2 Caso Tridimensional

os cálculos possui um processador Intel® Xeon® CPU E5405 com 2 GB de memória interna.

Tabela 4.1: Número de graus de liberdade das malhas e média de duração dos cálculos pelo TRS e TRI

	TRS		TRI	
	GdL	Tempo [h:m]	GdL	Tempo [h:m]
H/B=1	161316	01:06	1296001	08:45
H/B=2	212334	01:32	1704001	11:08
H/B=3	403334	02:10	3232001	21:31
H/B=4	704334	02:59	5640001	38:21
H/B=5	965334	04:12	7728001	37:58
H/B=6	1266334	06:59	10136001	51:52

4.2 Caso Tridimensional

O esforço computacional no cálculos tridimensionais é bastante superior ao dos cálculos bidimensionais. Como afirmado no capítulo anterior, apenas se conseguiu efetuar cálculos até uma profundidade relativa de $H/B = 4$, atendendo a que não se dispunha de memória suficiente para realizar cálculos definindo malhas com diferentes tamanhos para maiores profundidades.

A tabela 4.2 apresenta os cálculos realizados com o número de divisões que foram conseguidas efetuar na placa para as diferentes profundidades relativas e para as diferentes larguras da placa.

O modelo em que $L/B = \infty$, é o modelo descrito no capítulo anterior no qual os deslocamentos dos planos verticais adjacentes à placa são bloqueados apenas na direção perpendicular a esses planos verticais, de modo a simular condições de deformação plana.

Dado que o grau de refinamento das malhas é bastante inferior às do caso do modelo bidimensional, procedeu-se ao cálculo das projeções de modo a obter-se um valor teórico mais conservativo. Na figura 4.16 apresenta-se um exemplo do cálculo das projeções para as diferentes larguras da placa adotadas para o ângulo de resistência ao corte de 30° e para a profundidade relativa de $H/B = 1$.

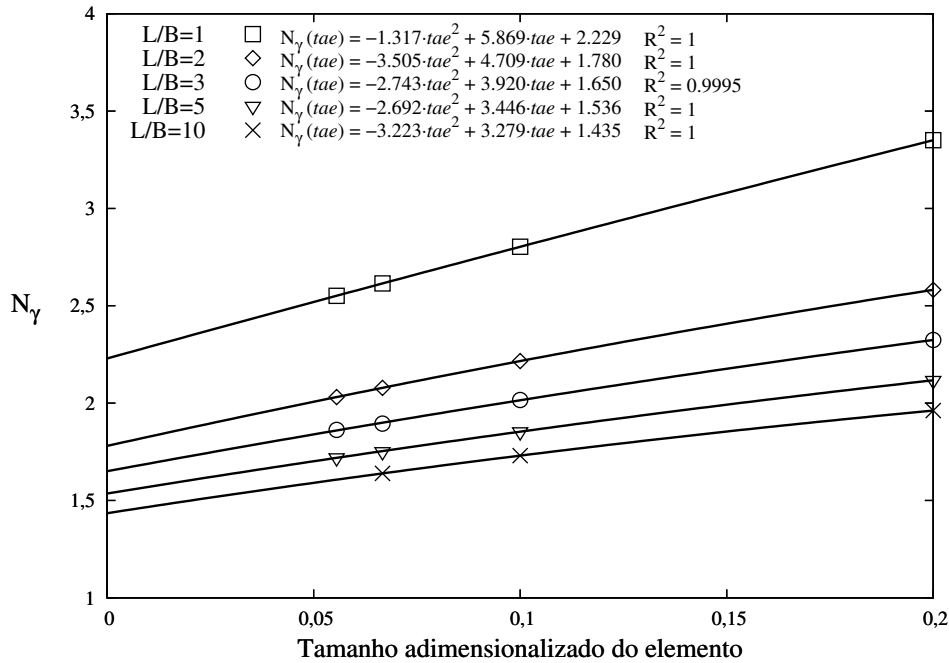


Figura 4.16: Resultados obtidos pelo TRS para diferentes L/B para $\phi' = 30^\circ$ e $H/B = 1$

As aproximações a partir das quais se obtiveram as projeções foram quadráticas para $H/B \leq 3$. No caso de $H/B = 4$, o volume de solo envolvido nos cálculos é de tal forma grande que, como apresentado na tabela 4.2, apenas se conseguiram realizar cálculos com malhas correspondentes a um máximo de 5 divisões da altura da placa. Nestes casos, dado que apenas se conseguiu realizar cálculos com dois tamanhos diferentes de malhas, os valores projetados foram obtidos a partir de aproximações de funções lineares.

Seguidamente, são apresentados nas figuras 4.17 e 4.18 os resultados projetados assim como os melhores resultados obtidos. Embora os resultados sejam os mesmos, na figura 4.17 os resultados são apresentados em função de L/B enquanto que na figura 4.18, os resultados são apresentados em função do ângulo de resistência ao corte. De forma semelhante ao caso bidimensional, é apresentado no Anexo B os valores obtidos de N_γ para cada análise efetuada em forma de tabela.

4.2 Caso Tridimensional

Tabela 4.2: Cálculos conseguidos para as diferentes relações de H/B e L/B

		2div.	5div.	10div.	15div.	18div.
H/B=1	L/B=1	-	✓	✓	✓	✓
	L/B=2	-	✓	✓	✓	✓
	L/B=3	-	✓	✓	✓	✓
	L/B=5	-	✓	✓	✓	✓
	L/B=10	-	✓	✓	✓	
	L/B=∞	-	✓	✓	✓	✓
		2div.	5div.	10div.	15div.	18div.
H/B=2	L/B=1	-	✓	✓	✓	
	L/B=2	-	✓	✓	✓	
	L/B=3	-	✓	✓	✓	
	L/B=5	-	✓	✓		
	L/B=10	-	✓	✓		
	L/B=∞	-	✓	✓	✓	
		2div.	5div.	10div.	15div.	18div.
H/B=3	L/B=1	✓	✓	✓		
	L/B=2	✓	✓	✓		
	L/B=3	✓	✓	✓		
	L/B=5	✓	✓	✓		
	L/B=10	✓	✓			
	L/B=∞	✓	✓	✓		
		2div.	5div.	10div.	15div.	18div.
H/B=4	L/B=1	✓	✓			
	L/B=2	✓	✓			
	L/B=3	✓	✓			
	L/B=5	✓	✓			
	L/B=10	✓	✓			
	L/B=∞	✓	✓	✓		

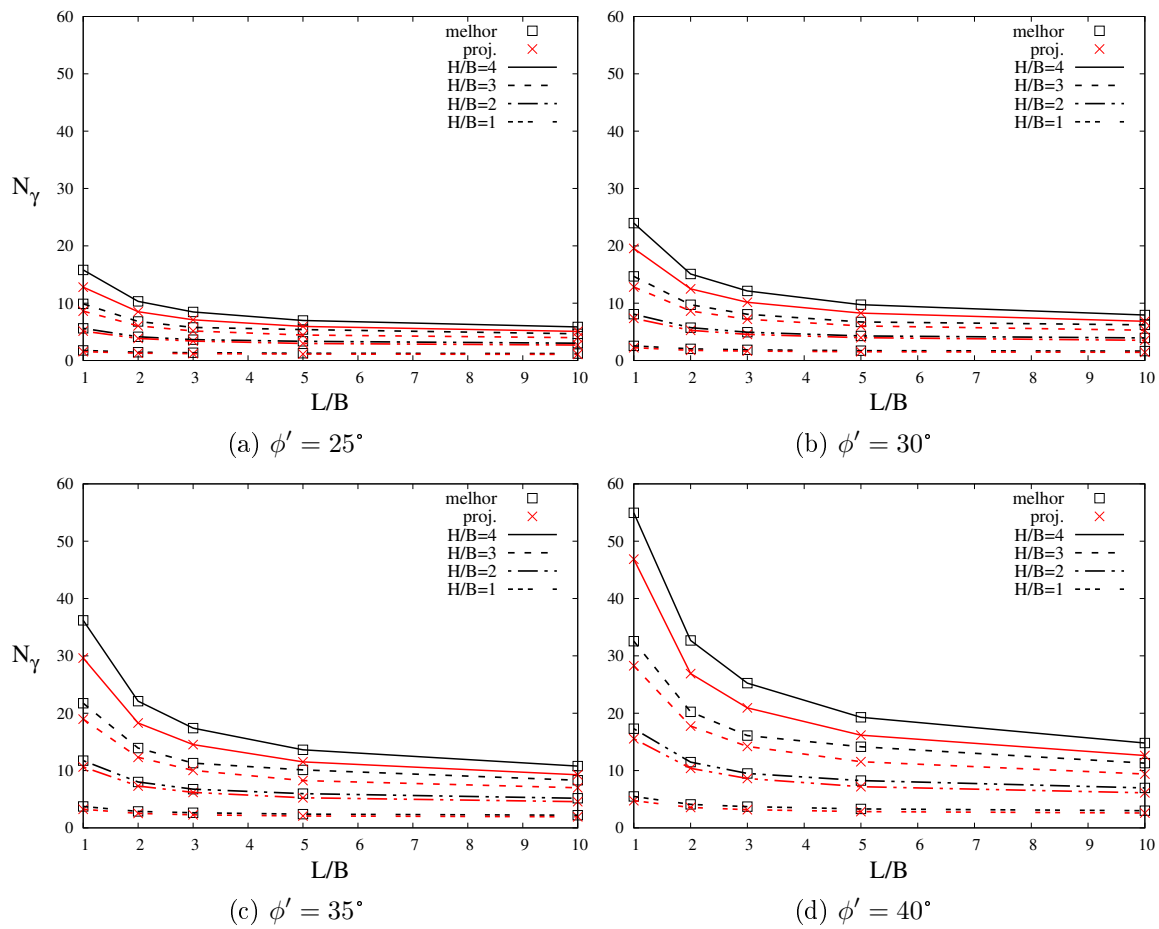


Figura 4.17: Melhores resultados obtidos de N_γ vs resultados projetados de N_γ em função de L/B para diferentes ϕ'

4.2 Caso Tridimensional

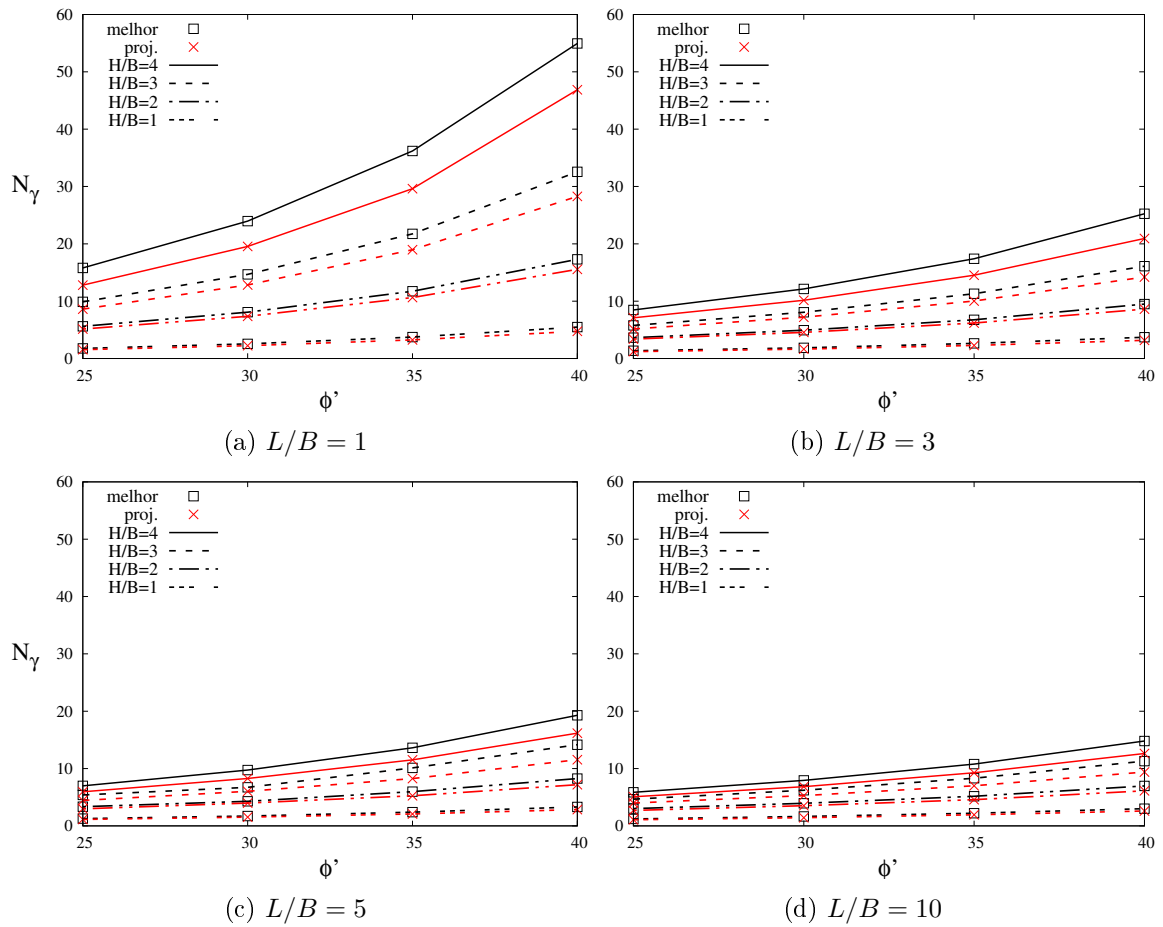


Figura 4.18: Melhores resultados obtidos de N_γ vs resultados projetados de N_γ em função de ϕ' para diferentes relações de L/B

A análise dos resultados permite afirmar que:

- Os valores de N_γ decrescem com o aumento da relação L/B , comprovando o que foi descrito no Capítulo 2, quando comparados os resultados entre os estudos experimentais e numérico-teóricos. Esse decréscimo vai sendo estabilizado com o aumento gradual da largura da placa, igualando os resultados obtidos nos modelos bidimensionais
- Para profundidades mais reduzidas, a diferença entre os resultados obtidos e os valores projetados é menor quando comparada com profundidades relativas mais elevadas. Isto acontece porque as malhas usadas nos cálculos para profundidades elevadas são relativamente grosseiras (ver tabela 4.2)
- Para placas superficiais, a variação das características mecânicas do solo não tem a

mesma influência significativa como tem para placas a profundidades relativas superiores

- O efeito tridimensional é tanto maior quanto maior o ângulo de resistência ao corte e a profundidade a que se encontra a placa
- Os resultados mostram que, ao contrário do proposto por Neely et al. (1973), os valores não estabilizam em geral a partir dos valores de $L/B = 5$, exceto no caso das placas superficiais. Esta tendência de não estabilização para $L/B \geq 5$ acentua-se com o aumento dos valores de ϕ' e H/B

Seguidamente, são mostrados alguns dos mecanismos obtidos para os cálculos realizados. Devido à elevada quantidade de cálculos efetuados, são mostrados somente os mecanismos correspondentes ao ângulo de resistência ao corte de 30° , sendo que os restantes ângulos (25° e 40°) se encontram apresentados no Anexo B. Os mecanismos têm todos a mesma escala de cor e o mesmo fator de escala de deformação.

4.2 Caso Tridimensional

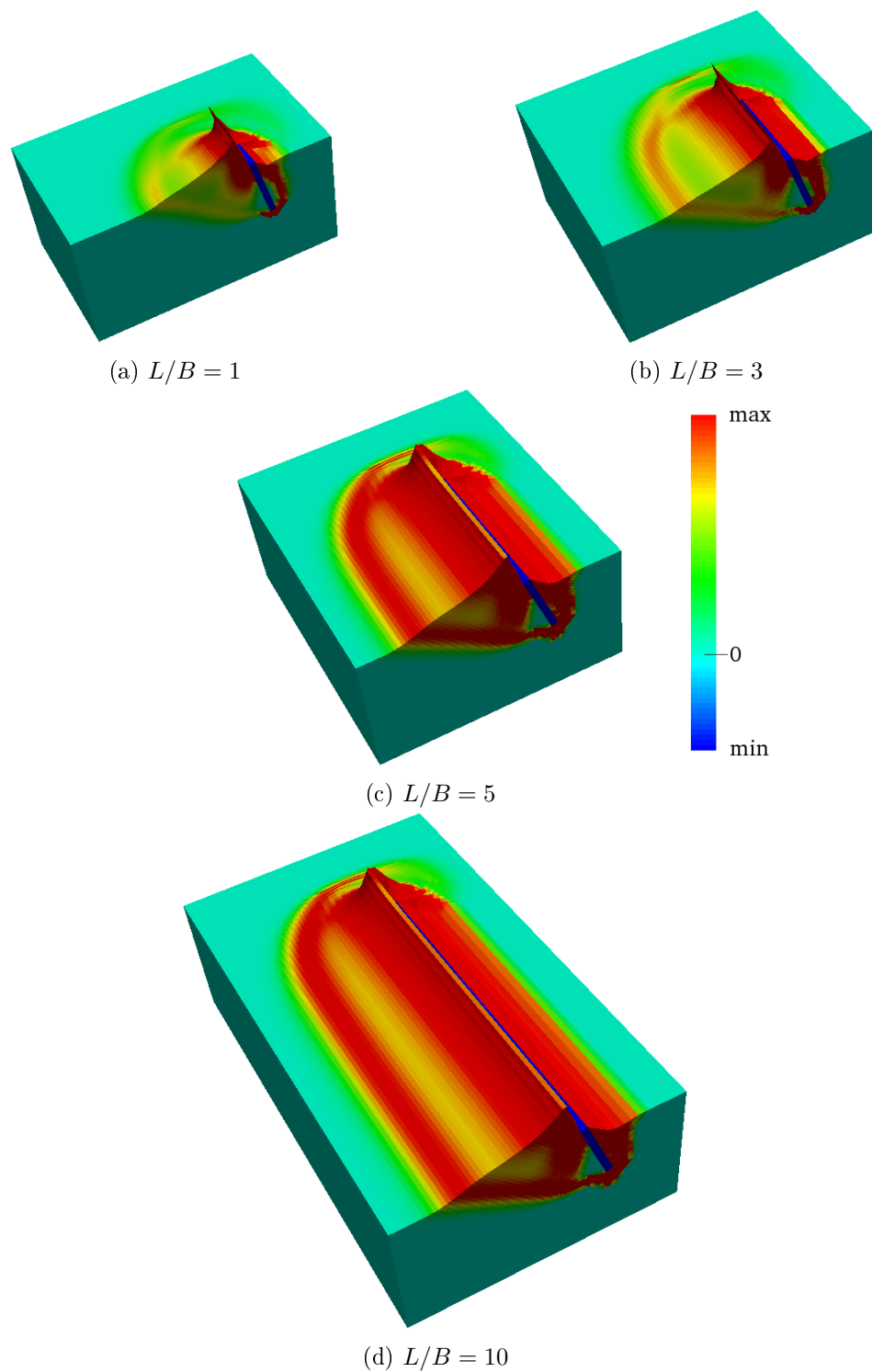


Figura 4.19: Taxa de dissipação nas malhas deformadas para diferentes relações de L/B para a profundidade $H/B = 1$ e $\phi' = 30^\circ$

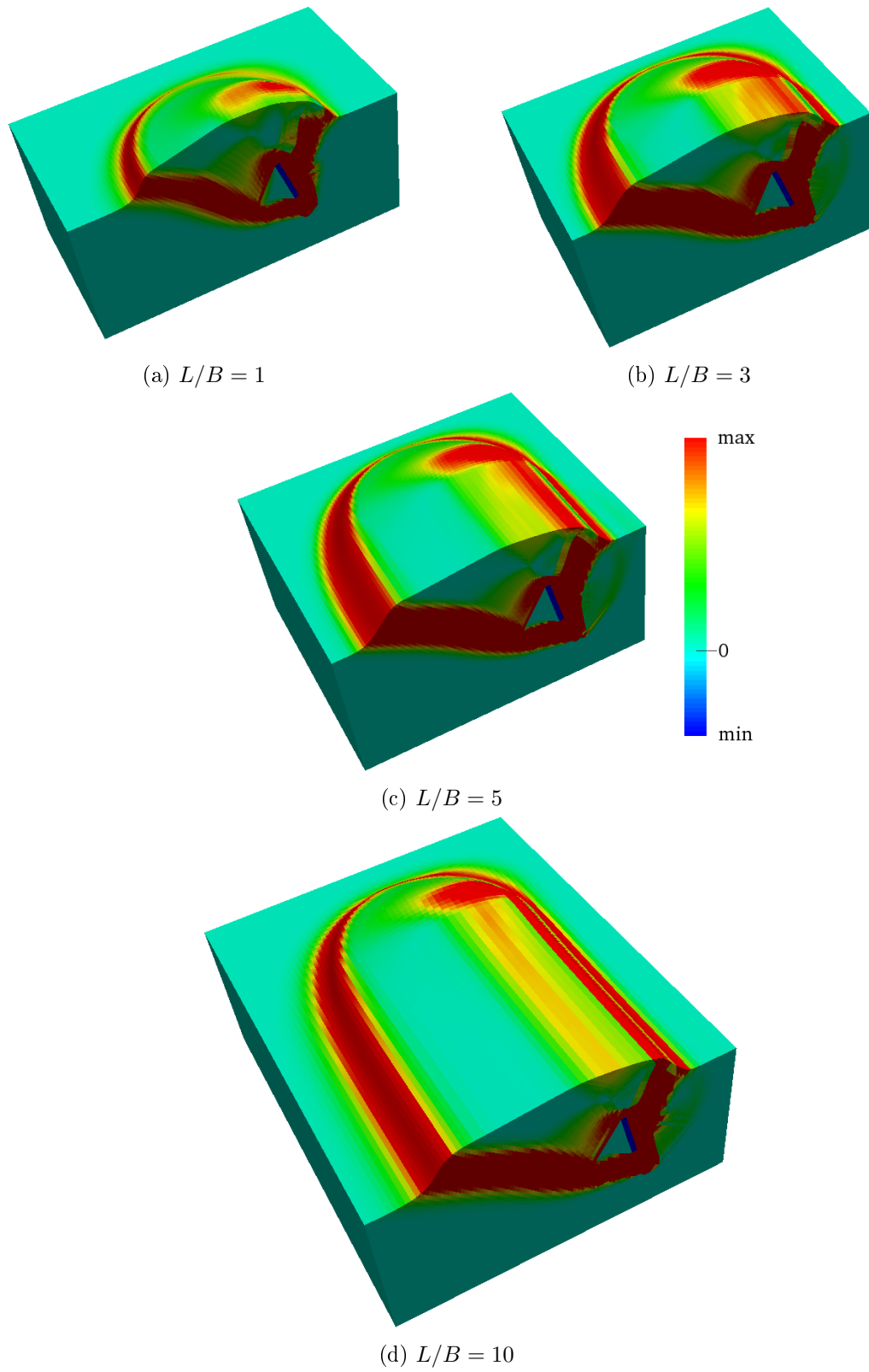


Figura 4.20: Taxa de dissipação nas malhas deformadas para diferentes relações de L/B para a profundidade $H/B = 2$ e $\phi' = 30^\circ$

4.2 Caso Tridimensional

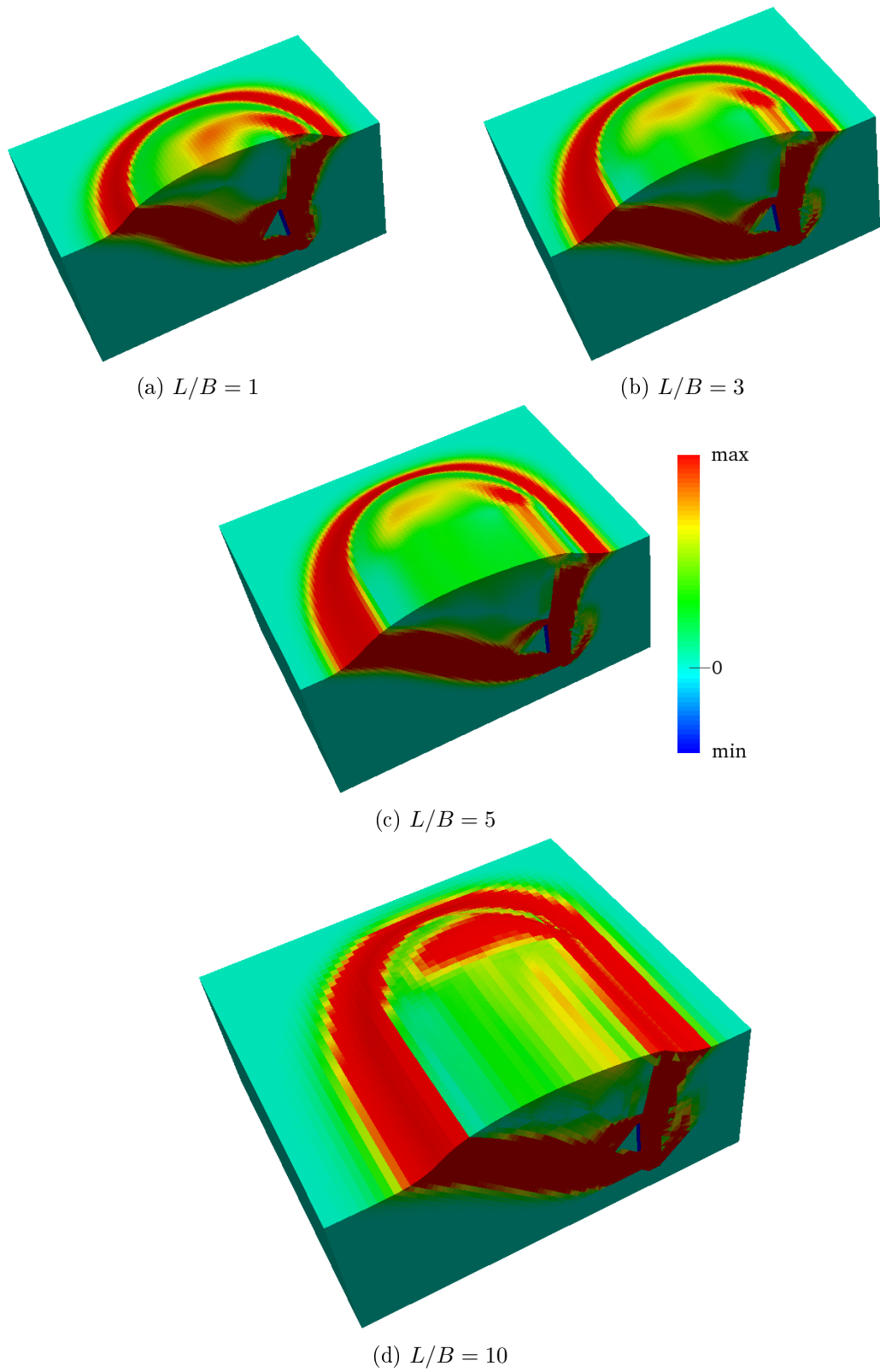


Figura 4.21: Taxa de dissipação nas malhas deformadas para diferentes relações de L/B para a profundidade $H/B = 3$ e $\phi' = 30^\circ$

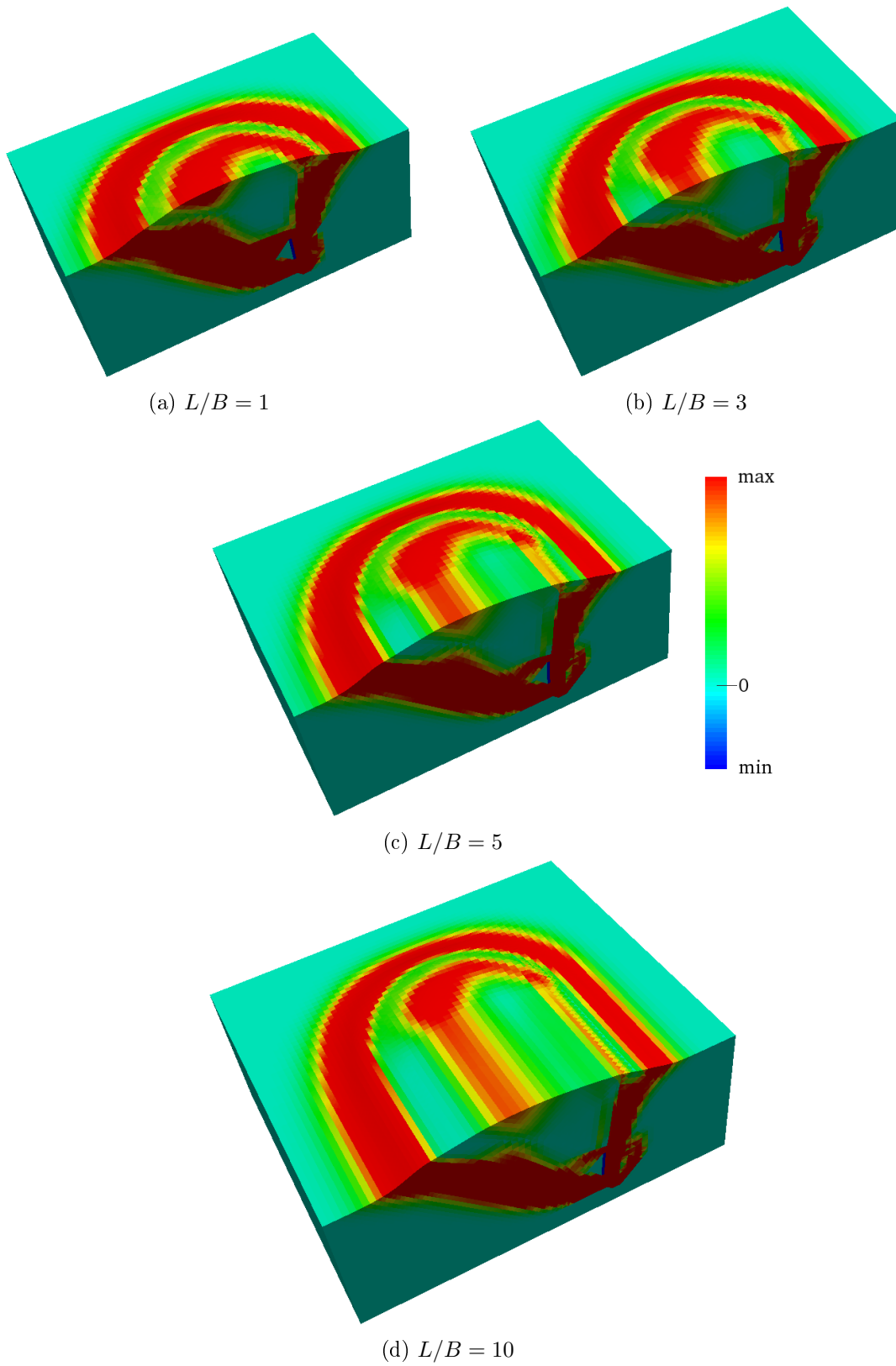


Figura 4.22: Taxa de dissipação nas malhas deformadas para diferentes relações de L/B para a profundidade $H/B = 4$ e $\phi' = 30^\circ$

4.2 Caso Tridimensional

A comparação dos mecanismos tridimensionais permite verificar que, quanto maior o ângulo de resistência ao corte, maior a massa de solo envolvida no mecanismo, tal como no caso dos mecanismos bidimensionais. Nestes modelos também é visível que, para solos mecanicamente mais competentes, a rotação da placa é menor em comparação com solos menos competentes, aproximando-se dos modelos modelados por Merifield e Sloan (2006), em que à placa apenas são permitidos deslocamentos horizontais. Esta rotação da placa em solos menos competentes é cada vez menor quanto maior a largura da placa.

É possível verificar nas várias imagens que o efeito tridimensional se concentra nos extremos da placa. Nas placas de maior relação L/B constata-se a existência de uma zona em que o mecanismo tem praticamente um desenvolvimento bidimensional. Isto justifica que, para placas mais estreitas, o valor da capacidade resistente seja bastante superior ao do valor bidimensional. Com o aumento da largura da placa, como a componente tridimensional do mecanismo vai ter, em relação ao mecanismo total, uma proporção menor, os valores da capacidade resistente vão diminuindo, aproximando-se dos valores obtidos em condições bidimensionais. Em particular, para placas em que a largura é dez vezes superior à altura, os mecanismos parecem já ter estabilizado na zona central da placa para as profundidades $H/B = 1$ e $H/B = 2$.

Na tabela 4.3 é possível observar a duração média para cada cálculo efetuado e os graus de liberdade para as malhas mais refinadas em função da relação H/B e L/B . De forma semelhante ao caso bidimensional, não são tidos em conta os cálculos que tiveram que ser repetidos por erros ou por incompatibilidade nos mecanismos.

A totalidade dos cálculos, bidimensionais e tridimensionais, tiveram uma duração aproximadamente de 67 dias, em que 58% desse tempo foi ocupado pelos cálculos bidimensionais e o restante pelos cálculos tridimensionais.

Tabela 4.3: Número de graus de liberdade e duração média dos cálculos efetuados para as malhas mais refinadas

		TRS	
		GdL	Tempo [h:m]
H/B=1	L/B=1	1755371	01:59
	L/B=2	2104724	02:20
	L/B=3	2454077	02:39
	L/B=5	3152783	02:55
	L/B=10	2835332	02:17
	L/B= ∞	354523	00:11
		GdL	Tempo [h:m]
H/B=2	L/B=1	3084649	06:56
	L/B=2	3280197	10:49
	L/B=3	3591839	15:35
	L/B=5	1614137	01:41
	L/B=10	2346662	02:13
	L/B= ∞	506146	00:12
		GdL	Tempo [h:m]
H/B=3	L/B=1	2249367	02:16
	L/B=2	2499072	02:36
	L/B=3	2748777	02:55
	L/B=5	3442787	14:44
	L/B=10	707142	00:25
	L/B= ∞	302559	00:33
		GdL	Tempo [h:m]
H/B=4	L/B=1	688069	00:46
	L/B=2	778677	00:35
	L/B=3	836974	00:37
	L/B=5	981429	02:20
	L/B=10	1346847	04:08
	L/B= ∞	501679	00:55

Capítulo 5

Comparação dos resultados com estudos existentes

5.1 Introdução

Neste capítulo comparam-se os resultados apresentados no capítulo anterior com os estudos experimentais e numérico-teóricos existentes encontrados na literatura (Capítulo 2). Tendo em conta que nos cálculos efetuados no modelo bidimensional a variação do ângulo de atrito solo-estrutura é pouco influente nos resultados (à exceção do caso em que a placa se encontra à superfície), na comparação dos resultados provenientes do programa *Mechpy* com os resultados obtidos pelos diferentes autores, utilizam-se apenas os resultados em que $\delta = \phi'$. Note-se que tanto nos cálculos tridimensionais, apenas executados recorrendo ao TRS, como nos cálculos executados recorrendo ao TRI, apenas executados em deformação plana, é este o único valor de δ considerado.

5.2 Comparação com Estudos Numérico-Teóricos

A comparação dos resultados obtidos com os de outros autores é inicialmente feita no quadro dos resultados numérico-teóricos existentes (tabela 2.4). Os resultados são apresentados em formato de gráfico na figura 5.1. Como forma de diferenciação entre os métodos utilizados para o cálculo da carga de colapso, apresentam-se a vermelho os resultados dos autores que tenham utilizado a metodologia de Equilíbrio Limite enquanto que os resultados dos autores que tenham utilizado a metodologia da Análise Limite estão representados a negro e azul (TRS e TRI).

Comparação dos resultados com estudos existentes

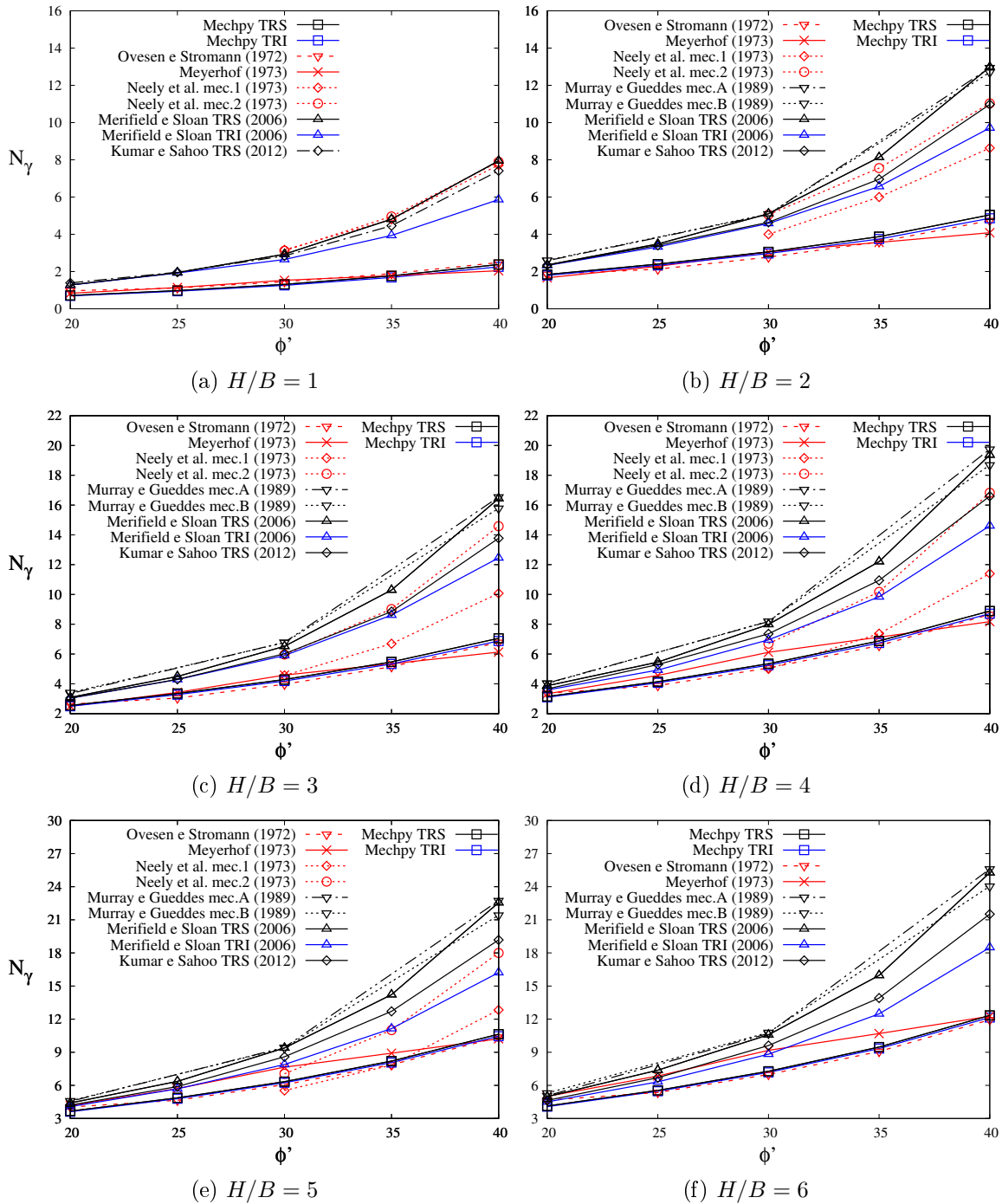


Figura 5.1: Comparação dos resultados obtidos com outros autores para estudos numérico-teóricos

Para as profundidades relativas $H/B = 1$ e $H/B = 2$ notam-se dois grupos distintos de resultados: os dados obtidos no presente trabalho acompanham juntamente com os resultados de Ovesen e Strømman (1972) e Meyerhof (1973) enquanto que, os restantes

5.3 Comparação com Estudos Experimentais

resultados relativos à Análise Limite acompanham os resultados de Neely et al. (1973).

Com o aumento da relação H/B , os resultados Neely et al. (1973) tendem a aproximar-se dos resultados obtidos neste trabalho enquanto que os de Meyerhof (1973) aproximam os outros autores que utilizam a metodologia da Análise Limite no cálculo da carga de colapso. Também com esse aumento, a diferença entre os resultados obtidos pelo método da Análise Limite e os resultados obtidos neste trabalho é menor, embora para ângulos de resistência ao corte elevados, essa diferença ainda seja considerável.

Os resultados que se conseguiram obter pelo programa desenvolvido pelos docentes do DEC são menores que os obtidos por Murray e Geddes (1989), Merifield e Sloan (2006) e Kumar e Sahoo (2012). Embora cinematicamente os problemas sejam diferentes (a placa, no presente trabalho, não tem restrições relativamente ao seu movimento enquanto que no trabalho dos outros autores, a placa pode sofrer apenas deslocamentos horizontais), dado que os resultados apresentados são calculados segundo o teorema cinemático, pode-se dizer que os resultados obtidos pelo programa *Mechpy* são mais conservativos, podendo inclusivamente estar mais próximos da realidade, uma vez que na secção 2.2.3 concluiu-se que estes autores sobrestimam os resultados experimentais.

Atendendo a que os valores da carga limite obtidos neste trabalho estão relativamente bem delimitados entre o teorema da região superior e o teorema da região inferior levam a concluir que, para o problema modelado, do ponto de vista prático, a carga limite é exata.

5.3 Comparação com Estudos Experimentais

Nesta secção, comparam-se os resultados obtidos pelos modelos bidimensional e tridimensional com resultados experimentais para placas com a relação $L/B \geq 5$ e os resultados obtidos pelos autores que utilizam também a metodologia da Análise Limite para o cálculo da carga de colapso de uma placa de ancoragem disposta verticalmente.

A figura 5.2 traduz essa comparação de valores para a carga limite acima descrita. De realçar que nos gráficos 5.2 (e) e 5.2 (f) não é apresentada legenda devido à carência de espaço no interior do gráfico embora os ícones e as retas correspondam aos mesmos autores descritos na legenda dos outros gráficos.

Comparação dos resultados com estudos existentes

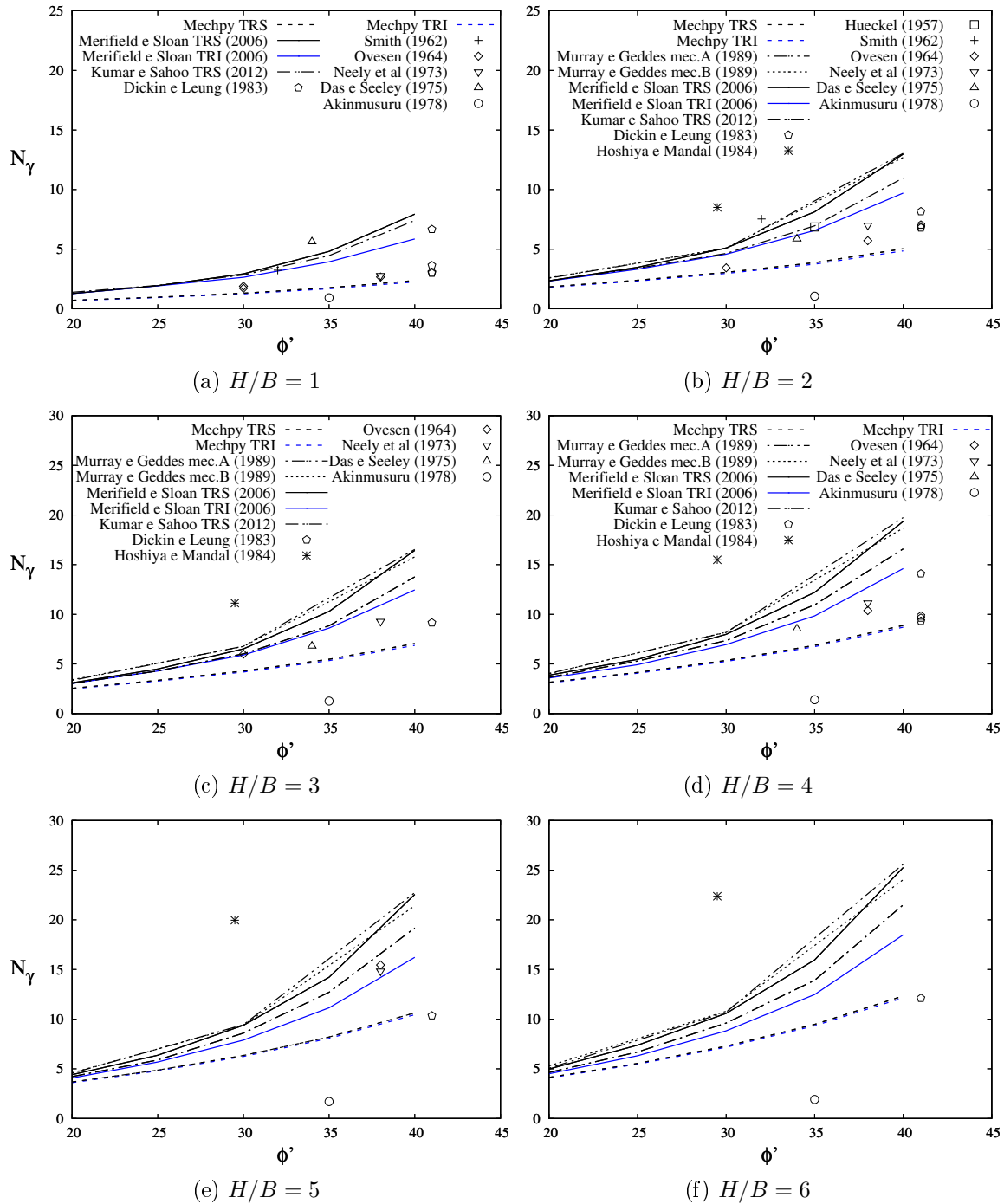


Figura 5.2: Comparação dos resultados obtidos numéricos com outros resultados numéricos e experimentais

A análise dos gráficos permite afirmar que, à exceção dos resultados obtidos pelos autores Akinmusuru (1978) e Hoshiya e Mandal (1984), os resultados experimentais são bem enquadrados pelos resultados da Análise Limite.

5.3 Comparação com Estudos Experimentais

Dos resultados experimentais, os de Ovesen (1964) e Dickin e Leung (1983) foram obtidos simulando condições de deformação plana (ver tabela 2.5). Comparando os resultados destes autores com os do presente trabalho, constata-se que os resultados provenientes do programa *Mechpy* aproximam melhor que os resultados de Análise Limite existentes para profundidades relativas mais baixas. Com o aumento da relação H/B , os resultados apresentados continuam a aproximar bem os resultados de Dickin e Leung (1983) mas afastam-se dos de Ovesen (1964).

O facto de alguns dos resultados experimentais obtidos em condição de deformação plana estarem bem enquadrados pelos resultados em que a placa só se pode deslocar horizontalmente (Murray e Geddes (1989), Merifield e Sloan 2006 e Kumar e Sahoo 2012) e pelos do presente trabalho, deixam supor que as condições experimentais, apesar de não imporem o deslocamento puramente horizontal da placa, ainda não garantem assim a completa liberdade de restrições da placa. Infelizmente não há, do conhecimento do autor, resultados na literatura que permitam inferir os mecanismos de colapso experimentais. A realização de ensaios permitindo este conhecimento, caso possível de realizar, apontaria numa melhoria substancial na verificação das hipóteses subjacentes aos cálculos.

Os restantes resultados experimentais apresentados correspondem a experiências laboratoriais em que a condição de deformação plana não é imposta *a priori* mas que, devido ao valor relativamente elevado da relação L/B , pode deixar antever que os valores para $L/B = \infty$ seriam mais baixos que os apresentados e, por conseguinte, mais próximo dos resultados obtidos no presente trabalho.

A comparação dos resultados obtidos a partir do modelo de cálculo tridimensional com os vários ensaios experimentais encontrados na literatura (expressos na tabela 2.1) é feita na figura 5.3. A comparação no caso tridimensional é feita apenas com resultados experimentais porque não foi possível descobrir na literatura resultados numérico-teóricos tridimensionais.

Comparação dos resultados com estudos existentes

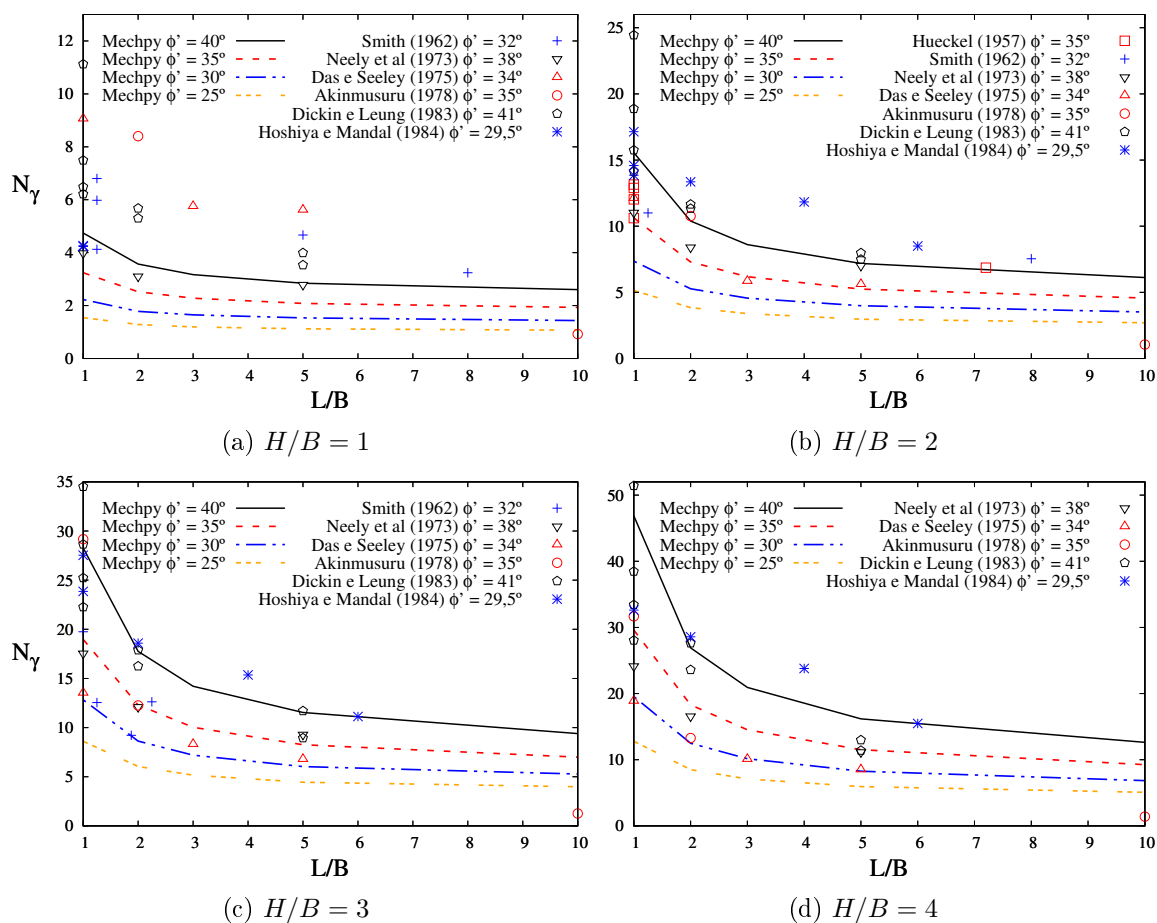


Figura 5.3: Comparação dos resultados tridimensionais obtidos com outros resultados experimentais

Os resultados experimentais estão um pouco dispersos, com valores, para a mesma relação H/B e L/B , fornecidos pelos mesmos autores por vezes muito diferentes, como por exemplo os valores de Dickin e Leung (1983) em que, para a relação $L/B = 1$, existe uma grande amplitude de valores, chegando quase ao dobro essa diferença.

Para a profundidade relativa de $H/B = 1$, os resultados obtidos no presente trabalho são quase sempre conservativos em relação aos experimentais. Com o aumento dessa relação, os valores numérico-teóricos aproximam-se em geral dos valores experimentais, sendo que o grau de conservadorismo existente para $H/B = 1$ se reduz.

De um modo geral, no dimensionamento de placas de ancoragem dispostas verticalmente, a utilização dos valores calculados no presente trabalho resultaria num dimensionamento conservativo.

Também neste caso se pensa que seria importante a realização de estudos experimentais

5.4 Proposta de Fator de Forma s_γ

permitindo o conhecimento do mecanismo, que supõe no caso dos cálculos em que o deslocamento não depende da coordenada na direção da largura da placa. Se isto é verdade no caso de solos perfeitamente homogêneos, a existência de propriedades variáveis pode conduzir a mecanismos e a valores de resistência diferentes. A verificar-se, estes fatores deveriam ser incluídos nos cálculos.

5.4 Proposta de Fator de Forma s_γ

Autores como Ovesen e Strømman (1972), Neely et al. (1973) e Dickin e Leung (1983) referem a um fator forma no dimensionamento de uma placa de ancoragem disposta verticalmente. Este fator é a relação entre uma placa com largura finita e uma placa com largura infinita.

$$s_\gamma = \frac{N_{\gamma(L/B)}}{N_{\gamma(L/B=\infty)}} \quad (5.1)$$

Ovesen e Strømman (1972) referem que o fator de forma depende, para além das dimensões da placa e da profundidade em que se encontra, das características mecânicas do solo. Estes autores dividiram o fator de forma em dois tipos: um para uma areia mais densa e outro para uma areia mais solta. As expressões para estes fatores de forma podem ser encontradas em Das (2007) e são apresentadas de seguida.

$$s_\gamma = 0,42 \left(\frac{\frac{H}{B} + 1}{\frac{L}{B}} \right) + 1 \quad (\text{Areia densa}) \quad (5.2)$$

$$s_\gamma = 0,26 \left(\frac{\frac{H}{B} + 1}{\frac{L}{B}} \right) + 1 \quad (\text{Areia solta}) \quad (5.3)$$

Neely et al. (1973) apresentam uma solução para o seu fator de forma sob forma gráfica. Os autores, por considerarem que a placa com relação $L/B = 5$ tem um comportamento igual a uma placa corrida, assumem que o fator de forma para a placa com as características referidas é unitário. Já Dickin e Leung (1983) não propõem uma solução empírica mas apresentam fatores de forma de acordo com os seus resultados experimentais.

Como apresentado no Capítulo 3, durante a descrição do modelo tridimensional, foi apresentado um modelo no qual se simulam condições de deformação plana. Os resultados obtidos desse modelo são comparados com os resultados obtidos no caso bidimensional a

fim de se decidir qual o resultado a utilizar no cálculo do fator de forma segundo 5.1.

Na figura 5.4 é possível observar os resultados obtidos no caso tridimensional para as malhas mais refinadas e as suas projeções, juntamente com os resultados obtidos no caso bidimensional, para as diferentes profundidades relativas, H/B , em função dos diferentes valores de ângulo de resistência ao corte.

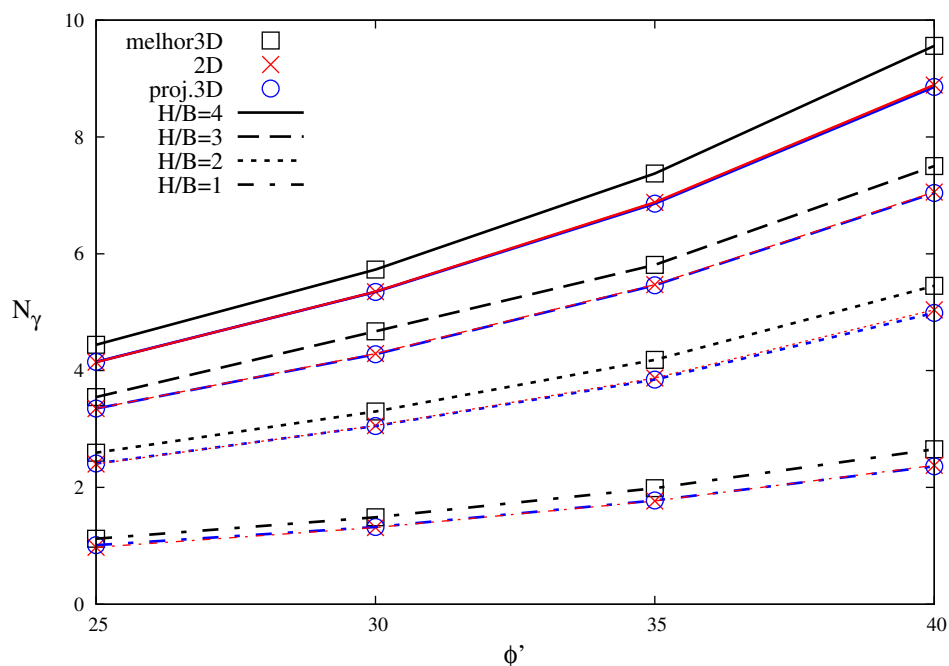


Figura 5.4: Comparação dos resultados obtidos de N_γ do modelo tridimensional simulando condições de deformação plana com os do modelo bidimensional em função de ϕ' para diferentes relações H/B

Dado que os resultados tridimensionais projetados coincidem com os resultados bidimensionais, no cálculo do fator de forma, s_γ , utilizaram-se os resultados obtidos no caso bidimensional de modo a corresponder uma placa com a relação $L/B = \infty$.

A figura 5.5 apresenta os resultados dos fatores de forma obtidos no presente trabalho comparados com as propostas identificadas na literatura. No Anexo C apresentam-se os valores dos fatores de forma calculados no formato de tabela.

5.4 Proposta de Fator de Forma s_γ

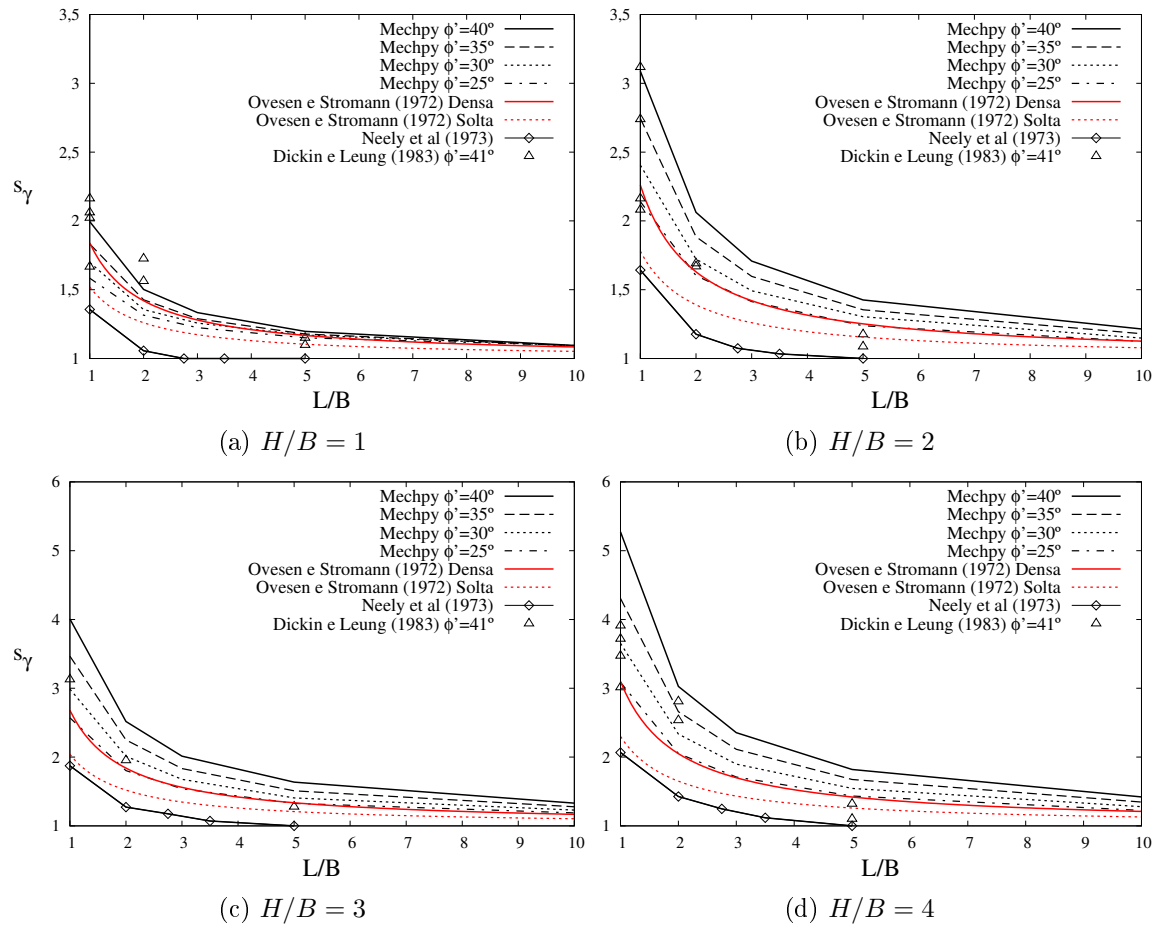


Figura 5.5: Fator de forma para diferentes ϕ' em função de diferentes H/B

Numa primeira observação constata-se que, com aumento da relação H/B , o efeito tri-dimensional é mais evidente dado que os valores do fator de forma afastam-se muito da unidade para L/B pequenos. Também se observa que os valores de Neely et al. (1973) para o fator de forma são demasiados conservativos quando comparados com os outros resultados.

Os resultados de Ovesen e Strømman (1972) para a profundidade relativa $H/B = 1$ são semelhantes aos resultados obtidos no presente trabalho, sendo que os valores do fator de forma dos autores são ligeiramente mais conservativos. Com o aumento da profundidade, os valores de Ovesen e Strømman (1972) para a areia densa são coincidentes com os valores obtidos no trabalho para o ângulo de resistência ao corte de 25° .

Dickin e Leung (1983) obtêm valores para o fator de forma relativamente dispersos para a relação $L/B = 1$ sendo que com o aumento da largura da placa, os resultados obtidos pelos autores aproximam os resultados obtidos por Ovesen e Strømman (1972).

Comparação dos resultados com estudos existentes

Em geral, nota-se assim uma tendência para que os resultados do fator de forma no presente trabalho sejam menos conservativos que os disponíveis na literatura. Pensa-se que seria necessário uma comparação de resultados mais ampla para a eventual validação da proposta.

Capítulo 6

Conclusões e Desenvolvimentos Futuros

O presente trabalho teve como objetivo a determinação das cargas de colapso de placas de ancoragem dispostas verticalmente em solos puramente friccionais. Para o cálculo das cargas de colapso, recorreu-se a um programa de elementos finitos desenvolvido no Departamento de Engenharia Civil da Faculdade de Ciências e Tecnologia que implementa numericamente os teoremas cinemático e estático da análise limite. A construção dos modelos para o cálculo numérico teve recurso ao programa *Gmsh*, um programa que gera malhas de elementos finitos, bidimensionais ou tridimensionais.

Foram realizados 178 cálculos bidimensionais, com um tempo total de 943 horas e 276 cálculos tridimensionais, durando, na sua totalidade, 662 horas, sem serem tido em conta os cálculos que permitiram efetuar validações iniciais e cálculos erráticos. De notar que no caso tridimensional não se realizaram cálculos pelo teorema da região inferior.

A fase inicial desta dissertação foi dedicada à programação para a implementação de elementos de junta utilizando a linguagem *Python*. A referida programação foi escrita por forma a permitir que fossem utilizados elementos finitos triangulares de 3 ou 6 nós.

Numa primeira análise, tentou perceber-se qual seria a espessura da placa a adotar nos cálculos, dado que nos diversos trabalhos encontrados na literatura não se encontrou qualquer dado esclarecedor relativo a esta matéria. Efetuou-se, então, um estudo sobre esta questão, pelo que se concluiu que a variação da espessura da placa de ancoragem tem uma influência ligeira nos resultados. De notar ainda que, devido à escassez de tempo, não foi possível abordar em detalhe este assunto.

Avaliou-se também, para os cálculos bidimensionais, a capacidade de carga da placa em função da profundidade relativa e do ângulo de resistência ao corte e a influência da rugosidade da placa. Nos cálculos tridimensionais, para além dos parâmetros referidos anteriormente (à exceção da influência da rugosidade da placa), foi também analisada a influência da largura da placa.

Em resumo, os resultados da análise bidimensional permitiram concluir que a influência da rugosidade da placa é mais evidente para profundidades relativas pequenas ($H/B \leq 2$). Estes resultados também permitem constatar que, com o aumento do ângulo de resistência ao corte, maior a massa de solo envolvida no mecanismo. Este aumento do mecanismo é equiparável ao de um impulso passivo, dado que para ângulos de resistência ao corte maiores, maior será o impulso passivo.

Os resultados da análise tridimensional permitiram concluir que a influência da largura da placa aumenta com a profundidade e com a resistência mecânica do solo. Nos mecanismos analisados, também é possível verificar um aumento da área do mecanismo para maiores ângulos de resistência ao corte. Esta análise paramétrica tridimensional recorrendo à Análise Limite é original, pelo que não se encontrou outro estudo deste tipo na literatura.

Os resultados obtidos são depois comparados com os resultados de carácter experimental e numérico-teórico de outros autores que integram a literatura consultada. Quando comparados os valores experimentais obtidos pelos diferentes autores com os resultados obtidos pelos autores que averiguaram o problema em estudo através de uma análise semelhante à do presente trabalho, constata-se que os segundos sobrestimam os resultados experimentais.

Os cálculos realizados com o programa *Mechpy* resultam em valores mais conservativos quando comparados com os resultados dos autores que efetuaram um estudo numérico-teórico do problema em causa. Quando comparados com os resultados experimentais encontrados na literatura, de um modo geral, os resultados obtidos pelo programa utilizado no presente trabalho aproximam os resultados experimentais, à exceção para a profundidade em que a placa se encontra à superfície.

Foi também possível calcular um fator de forma através dos resultados obtidos e compará-lo com outras propostas existentes na literatura. Conclui-se que os fatores de forma obtidos no âmbito desta dissertação, sobrestimam ligeiramente os propostos pelos autores encontrados na literatura.

Futuramente, para um estudo mais completo sobre o tema em análise, dado que o programa ainda se encontra em fase de desenvolvimento, seria aconselhável realizar cálculos tridimensionais segundo o teorema da região inferior e cálculos tridimensionais simulando

uma placa perfeitamente polida ($\delta = 0$), de modo a verificar se a influência da rugosidade da placa é idêntica ao do modelo bidimensional. Outra análise importante seria a realização de um estudo experimental a fim de se conhecerem os mecanismos formados e, deste modo, compará-los com os calculados no presente trabalho.

Por fim, sugere-se ainda a realização do mesmo estudo para uma situação em que o solo responde em condições não drenadas.

Bibliografia

- Akinmusuru, J. O. (1978). “Horizontally loaded vertical plate anchors in sand”. Em: *Journal of Geotechnical Engineering, ASCE* 104(GT2), pp. 283–286.
- Basudhar, P. K. e Singh, D. N. (1994). “A generalized procedure for predicting optimal lower bound break-out factors of strip anchors”. Em: *Géotechnique* 44(2), pp. 307–318.
- Biarez, I., Boucraut, L. M. e Negre, R. (1965). “Limiting equilibrium of vertical barriers subjected to translation and rotation forces”. Em: *6th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering*. Montreal, Canadá, pp. 368–372.
- Boyd, S., Parikh, N., Chu, E., Peleato, B. e Eckstein, J. (2010). “Distributed optimization and statistical learning via the alternating direction method of multipliers”. Em: *Foundations and Trends in Machine Learning* 3(1), pp. 1–122.
- Das, B. M. (2007). *Earth Anchors*. J. Ross Publishing.
- Das, B. M. e Seeley, G. R. (1975). “Load- displacement relationship for vertical anchor plates”. Em: *Journal of Geotechnical Engineering, ASCE* 101(GT7), pp. 711–715.
- Deusdado, N., Antão, A. N., Vicente da Silva, M. e Guerra, N. C. (2015). “Determinação de impulsos de terras através de implementação numérica dos teoremas estático e cinemático”. Em: *Congresso de Métodos Numéricos em Engenharia 2015*. Lisboa, pp. 1–14.
- Dickin, E. A. e Leung, C. F. (1983). “Centrifugal model tests on vertical anchor plates”. Em: *Journal of Geotechnical Engineering* 109(12), pp. 1503–1525.
- Hoshiya, M. e Mandal, J. N. (1984). “Some studies on anchor plates in sand”. eng. Em: *Soils and Foundations* 24(1), pp. 9–16.
- Hueckel, S. M. (1957). “Model tests on anchoring capacity of vertical and inclined plates”. Em: *6th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering*. Montreal, Canadá, pp. 381–385.
- Kumar, J. e Sahoo, J. P. (2012). “Upper bound solution for pullout capacity of vertical anchors in sand using finite elements and limit analysis”. Em: *International Journal of Geomechanics, ASCE* 12(3), pp. 333–337.
- Leal, R. A. M. (2013). “Estudo do dimensionamento da localização de vigas de ancoragem em cortinas mono-apoiadas”. Tese de Mestrado. FCT-UNL.

- Merifield, R. S. e Sloan, S. W. (2006). “The ultimate pullout capacity of anchors in frictional soils”. Em: *Canadian Geotechnical Journal* 43(8), pp. 852–868.
- Meyerhof, G. G. (1973). “Uplift resistance of inclined anchors and piles”. Em: *8th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering*. Moscovo, USSR, pp. 167–172.
- Murray, E. J. e Geddes, J. D. (1989). “Resistance of passive inclined anchors in cohesionless medium”. Em: *Géotechnique* 39(3), pp. 417–431.
- Nagtegaal, J. C., Parks, D. M. e Rice, J. R. (1974). “On numerically accurate finite element solutions in the fully plastic range”. Em: *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 4, pp. 153–177.
- Neely, W. J., Stuart, J. G. e Graham, J. (1973). “Failure loads of vertical anchor plates in sand”. Em: *Journal of the soil mechanics and foundations division* 99(9), pp. 669–685.
- Ovesen, N. K. e Strømman, H. (1972). “Design method for vertical anchor slabs in sand”. Em: *Specialty Conference on Performance of Earth and Earth-Supported Structures*, pp. 1418–1500.
- Ovesen, N.K. (1964). *Anchor slabs, calculation methods and model tests*. Bulletin: Geoteknisk Institut. Geoteknisk Institut.
- Rowe, R. K. e Davis, E. H. (1982). “The behaviour of anchor plates in sand”. Em: *Géotechnique* 32(1), pp. 25–41.
- Smith, J. E. (1962). *Deadman anchorages in sand*. NCEL technical report. U.S. Naval Civil Engineering Laboratory.
- Teng, W.C. (1962). *Foundation design*. Prentice-Hall civil engineering and engineering mechanics series. Prentice-Hall.
- Vicente da Silva, M. (2009). “Implementação numérica tridimensional do teorema cinemático da análise limite”. Tese de doutoramento. FCT-UNL.
- Vicente da Silva, M. e Antão, A. N. (2008). “Upper bound limit analysis with a parallel mixed finite element formulation”. Em: *International Journal of Solids and Structures* 45(22-23), pp. 5788–5804.
- Vicente da Silva, M., Deusdado, N. e Antão, A. N. (2015). “Lower and upper bound limit analysis via the alternating direction method of multipliers”. Em: *International Journal in Numerical Methods of Engineering*, (sob revisão).

ANEXO A

Resultados Bidimensionais

Tabela A.1: Valores de N_γ obtidos pelos TRS e TRI para os diferentes δ e H/B para $\phi' = 20^\circ$

		TRS			TRI
		$\delta = 0$	$\delta = 1/3\phi'$	$\delta = \phi'$	$\delta = \phi'$
$\phi' = 20^\circ$	H/B=1	0,4983	0,6060	0,7141	0,6933
	H/B=2	1,7035	1,7730	1,8413	1,7909
	H/B=3	2,4702	2,5155	2,5490	2,4954
	H/B=4	3,0815	3,1313	3,1501	3,0950
	H/B=5	3,6025	3,6519	3,6685	3,6098
	H/B=6	4,0796	4,1168	4,1318	4,0723

Tabela A.2: Valores de N_γ obtidos pelos TRS e TRI para os diferentes δ e H/B para $\phi' = 25^\circ$

		TRS			TRI
		$\delta = 0$	$\delta = 1/3\phi'$	$\delta = \phi'$	$\delta = \phi'$
$\phi' = 25^\circ$	H/B=1	0,6713	0,8307	0,9758	0,9418
	H/B=2	2,2566	2,3309	2,4003	2,3335
	H/B=3	3,2585	3,3288	3,3494	3,2739
	H/B=4	4,0732	4,1270	4,1450	4,0684
	H/B=5	4,8106	4,8536	4,8689	4,7912
	H/B=6	5,4908	5,5278	5,5425	5,4642

Tabela A.3: Valores de N_γ obtidos pelos TRS e TRI para os diferentes δ e H/B para $\phi' = 30^\circ$

		TRS			TRI
		$\delta = 0$	$\delta = 1/3\phi'$	$\delta = \phi'$	$\delta = \phi'$
$\phi' = 30^\circ$	H/B=1	0,8773	1,1179	1,3127	1,2580
	H/B=2	2,9136	2,9939	3,0588	2,9688
	H/B=3	4,1982	4,2694	4,2910	4,1888
	H/B=4	5,2879	5,3385	5,3508	5,2500
	H/B=5	6,2866	6,3266	6,3396	6,2381
	H/B=6	7,2283	7,2617	7,2754	7,1735

Tabela A.4: Valores de N_γ obtidos pelos TRS e TRI para os diferentes δ e H/B para $\phi' = 35^\circ$

		TRS			TRI
		$\delta = 0$	$\delta = 1/3\phi'$	$\delta = \phi'$	$\delta = \phi'$
$\phi' = 35^\circ$	H/B=1	1,1307	1,4880	1,7680	1,6840
	H/B=2	3,7165	3,8054	3,8722	3,7467
	H/B=3	5,3808	5,4503	5,4715	5,3348
	H/B=4	6,8163	6,8638	6,8772	6,7424
	H/B=5	8,1510	8,1892	8,2014	8,0663
	H/B=6	9,4236	9,4577	9,4696	9,3352

Tabela A.5: Valores de N_γ obtidos pelos TRS e TRI para os diferentes δ e H/B para $\phi' = 40^\circ$

		TRS			TRI
		$\delta = 0$	$\delta = 1/3\phi'$	$\delta = \phi'$	$\delta = \phi'$
$\phi' = 40^\circ$	H/B=1	1,4554	1,9847	2,3769	2,2534
	H/B=2	4,7506	4,8552	5,0392	4,8588
	H/B=3	6,9195	6,9925	7,0561	6,8752
	H/B=4	8,8080	8,8573	8,8881	8,7084
	H/B=5	10,5778	10,6199	10,6359	10,4550
	H/B=6	12,2828	12,3214	12,3339	12,1484

ANEXO B

Resultados Tridimensionais

Tabela B.1: Valores de N_γ obtidos pelo TRS para os diferentes L/B e H/B para $\phi' = 25^\circ$

		TRS			
		H/B=1	H/B=2	H/B=3	H/B=4
$\phi' = 25^\circ$	L/B=1	1,7536	5,6088	9,8766	15,8030
	L/B=2	1,4417	4,1442	6,8068	10,3109
	L/B=3	1,3358	3,6419	5,7712	8,4732
	L/B=5	1,2502	3,3469	5,4023	6,9865
	L/B=10	1,2078	3,0180	4,6662	5,8612
	L/B= ∞	1,1204	2,5938	3,5469	4,4426

Tabela B.2: Valores de N_γ obtidos pelo TRS para os diferentes L/B e H/B para $\phi' = 30^\circ$

		TRS			
		H/B=1	H/B=2	H/B=3	H/B=4
$\phi' = 30^\circ$	L/B=1	2,5512	8,0730	14,6660	23,9664
	L/B=2	2,0314	5,7276	9,7251	15,0944
	L/B=3	1,8627	4,9340	8,0623	12,1308
	L/B=5	1,7200	4,2908	6,7208	9,7402
	L/B=10	1,6390	3,9374	6,2196	7,9316
	L/B= ∞	1,4900	3,3007	4,6713	5,7297

Tabela B.3: Valores de N_γ obtidos pelo TRS para os diferentes L/B e H/B para $\phi' = 35^\circ$

		TRS			
		H/B=1	H/B=2	H/B=3	H/B=4
$\phi' = 35^\circ$	L/B=1	3,7303	11,7251	21,7372	36,1963
	L/B=2	2,8744	8,0086	13,9216	22,1025
	L/B=3	2,5821	6,7539	11,2976	17,3944
	L/B=5	2,3970	5,9757	10,1126	13,6169
	L/B=10	2,2124	5,1639	8,3058	10,7696
	L/B= ∞	1,9863	4,1840	5,8096	7,3745

Tabela B.4: Valores de N_γ obtidos pelo TRS para os diferentes L/B e H/B para $\phi' = 40^\circ$

		TRS			
		H/B=1	H/B=2	H/B=3	H/B=4
$\phi' = 40^\circ$	L/B=1	5,4888	17,2904	32,5609	54,9496
	L/B=2	4,0913	11,4620	20,2347	32,6968
	L/B=3	3,7031	9,4945	16,1065	25,2517
	L/B=5	3,3068	8,2519	14,1466	19,2914
	L/B=10	3,0078	6,9705	11,2940	14,8030
	L/B= ∞	2,6532	5,4512	7,5017	9,5597

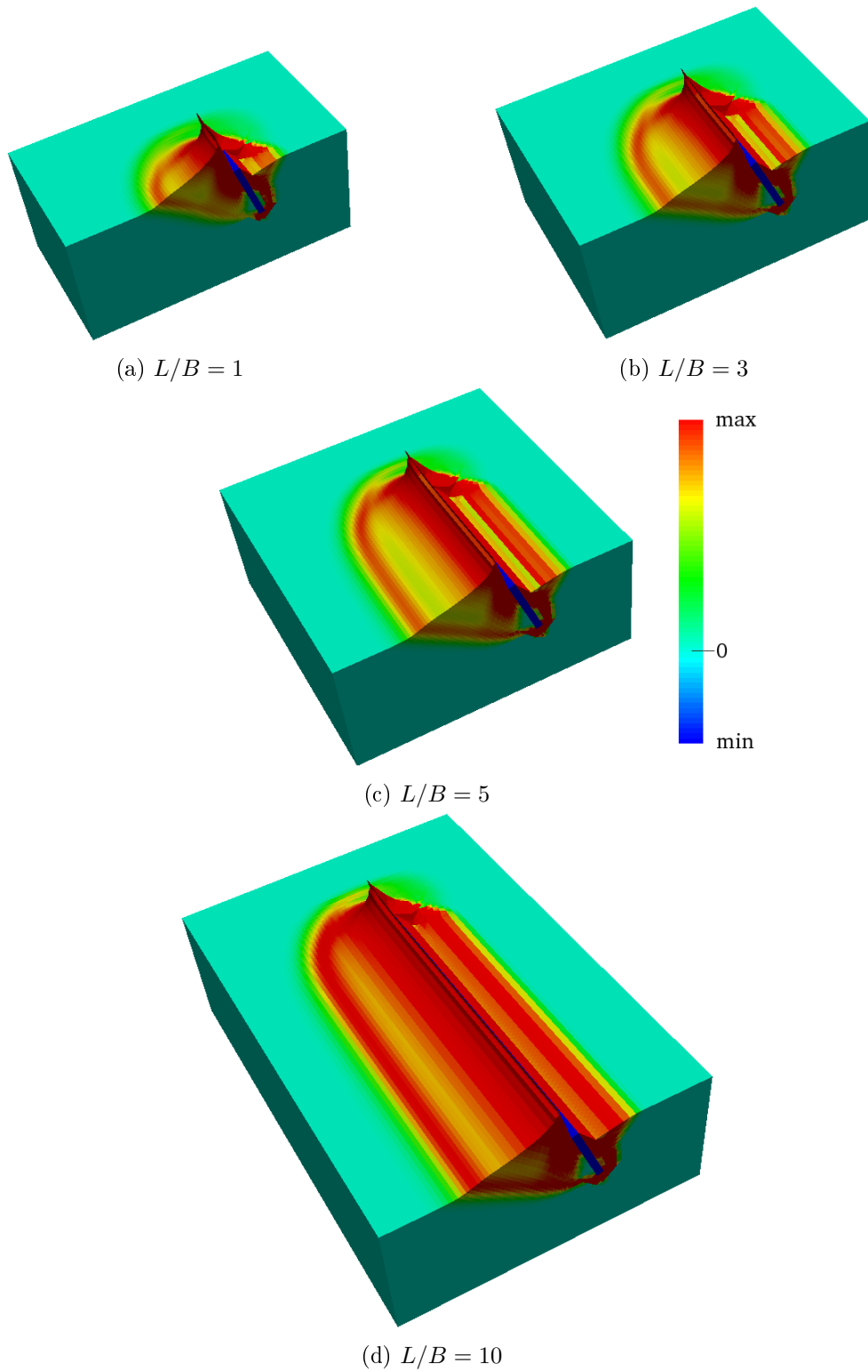


Figura B.1: Taxa de dissipação nas malhas deformadas para diferentes relações de L/B para a profundidade $H/B = 1$ e $\phi' = 25^\circ$

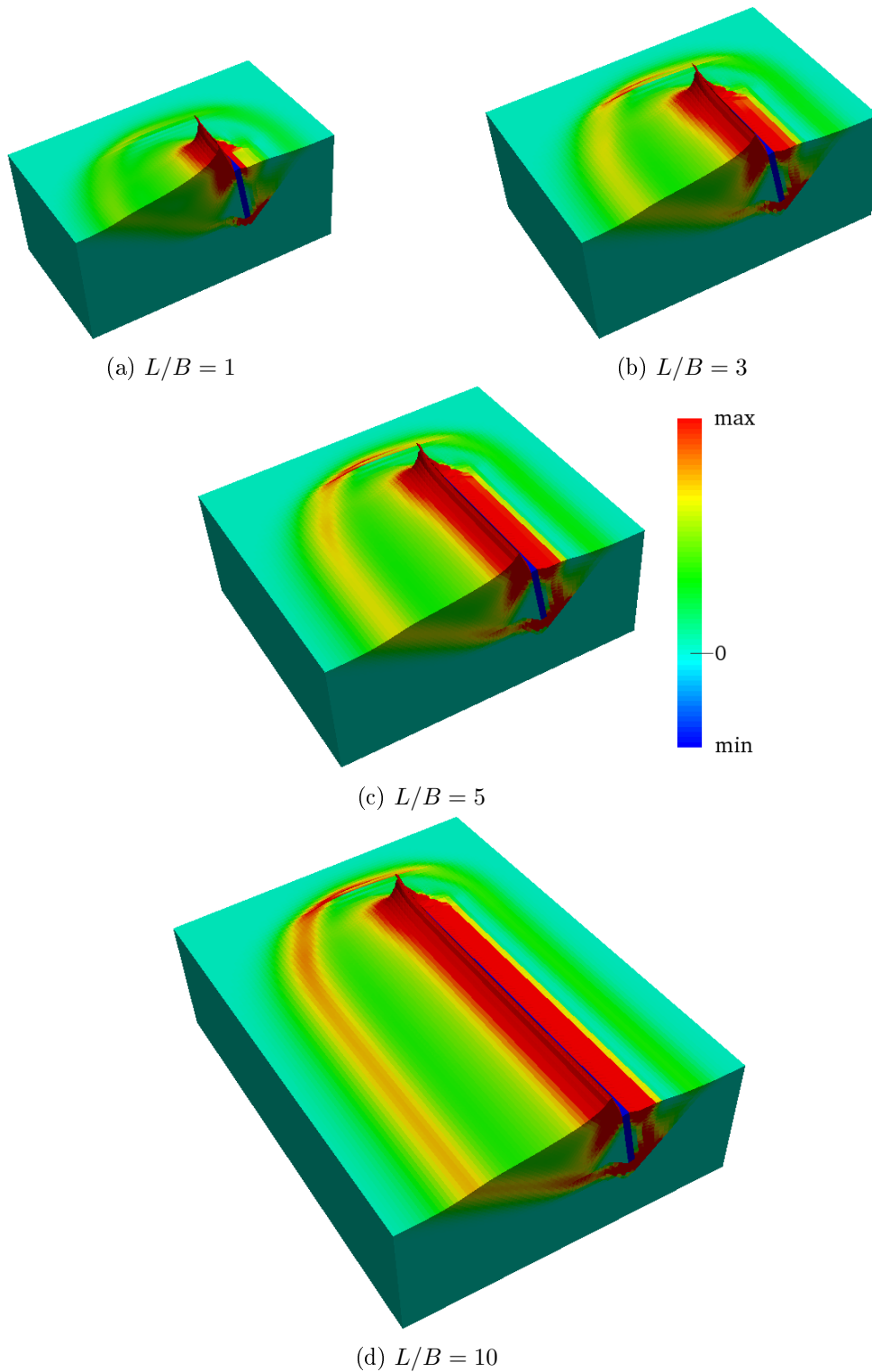


Figura B.2: Taxa de dissipação nas malhas deformadas para diferentes relações de L/B para a profundidade $H/B = 1$ e $\phi' = 40^\circ$

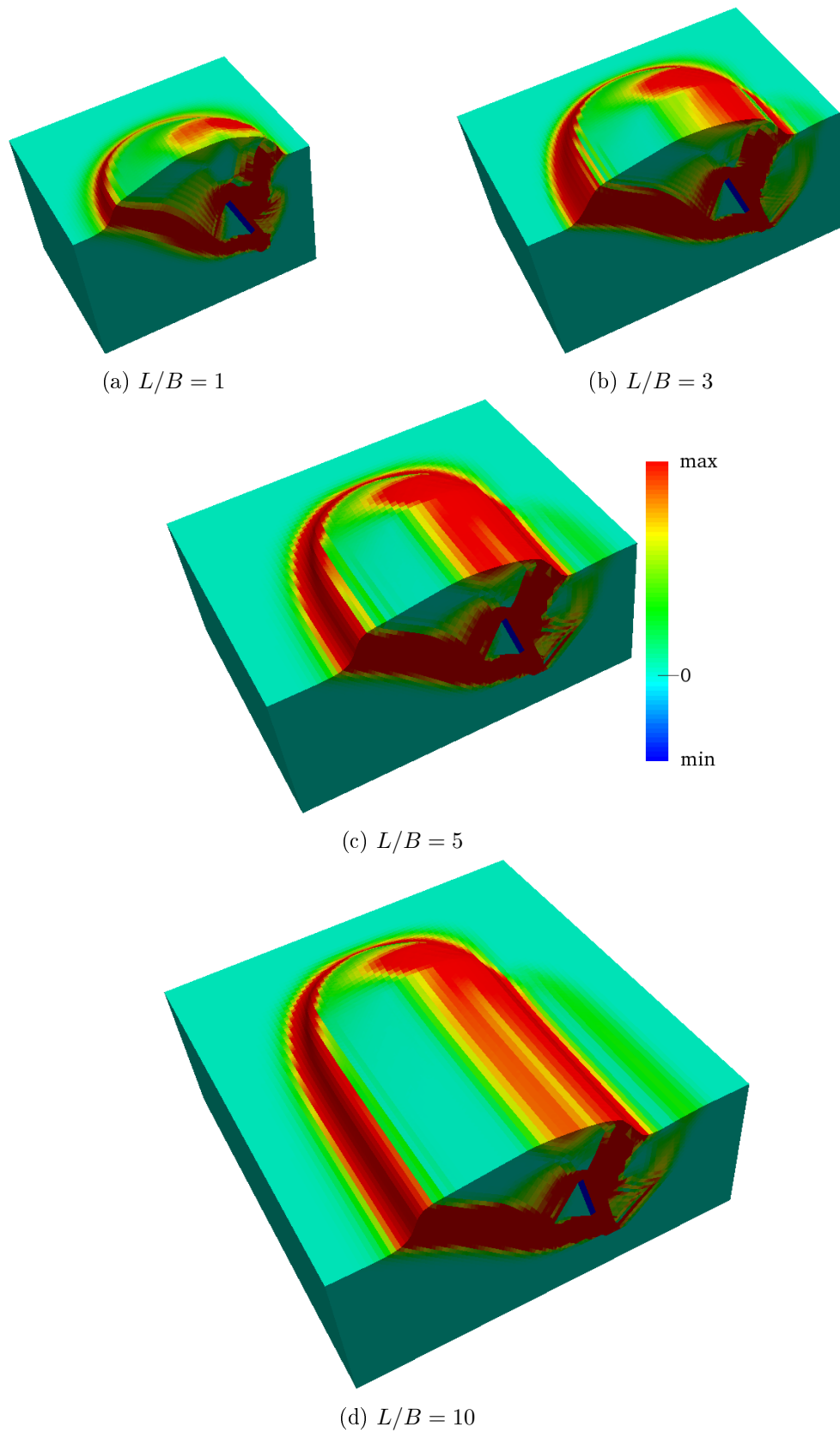


Figura B.3: Taxa de dissipação nas malhas deformadas para diferentes relações de L/B para a profundidade $H/B = 2$ e $\phi' = 25^\circ$

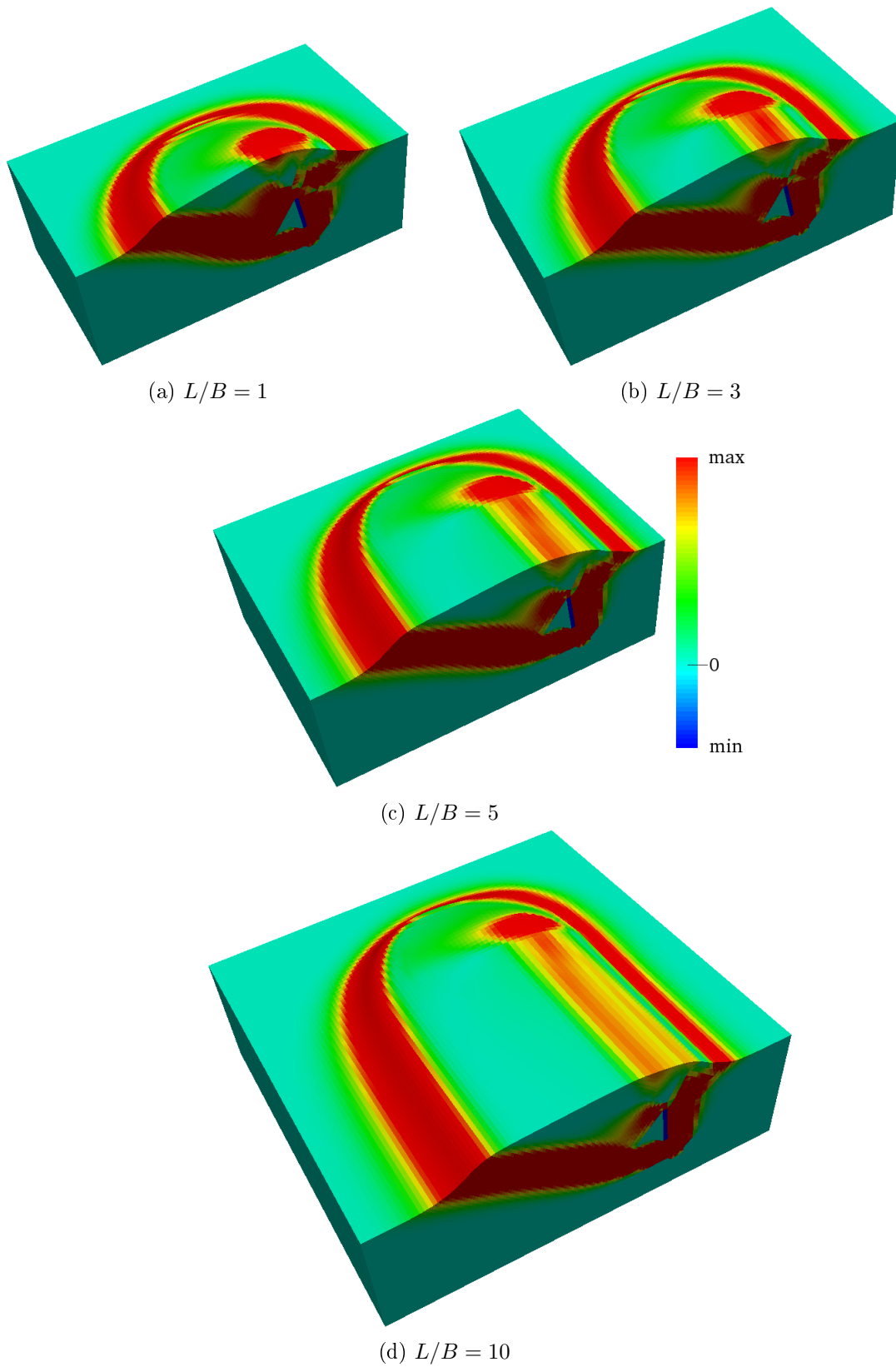


Figura B.4: Taxa de dissipação nas malhas deformadas para diferentes relações de L/B para a profundidade $H/B = 2$ e $\phi' = 40^\circ$

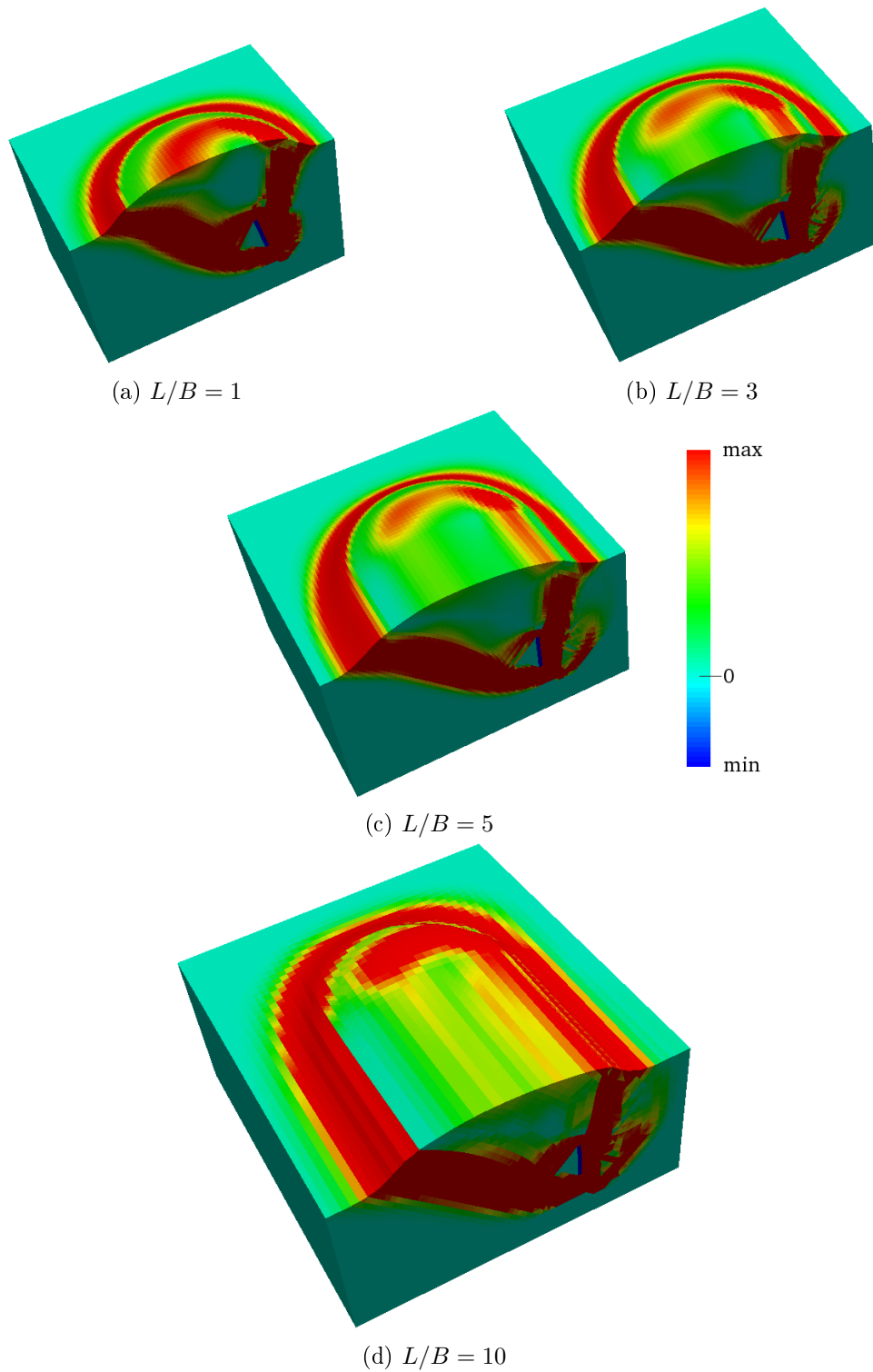


Figura B.5: Taxa de dissipação nas malhas deformadas para diferentes relações de L/B para a profundidade $H/B = 3$ e $\phi' = 25^\circ$

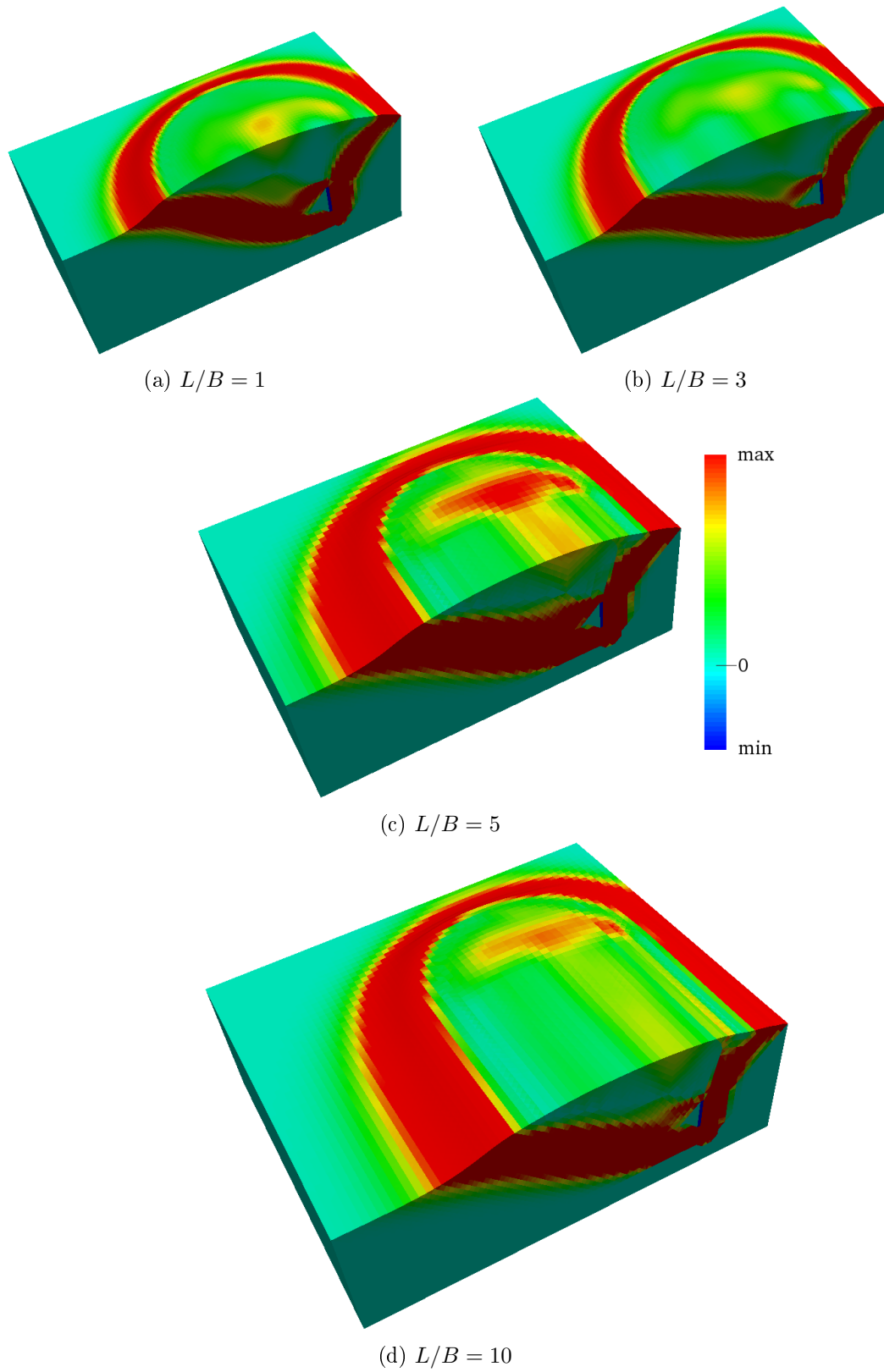


Figura B.6: Taxa de dissipação nas malhas deformadas para diferentes relações de L/B para a profundidade $H/B = 3$ e $\phi' = 40^\circ$

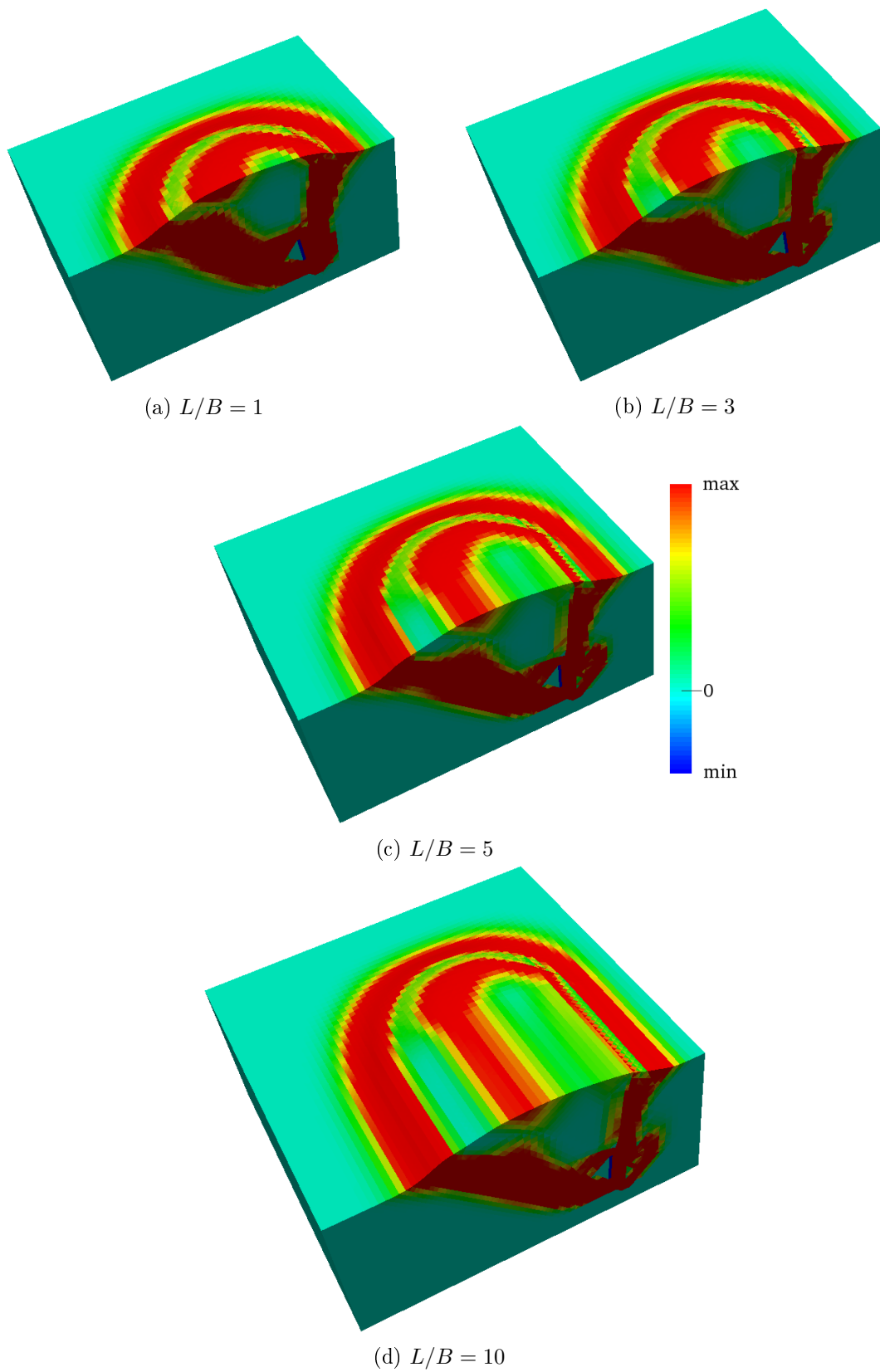


Figura B.7: Taxa de dissipação nas malhas deformadas para diferentes relações de L/B para a profundidade $H/B = 4$ e $\phi' = 25^\circ$

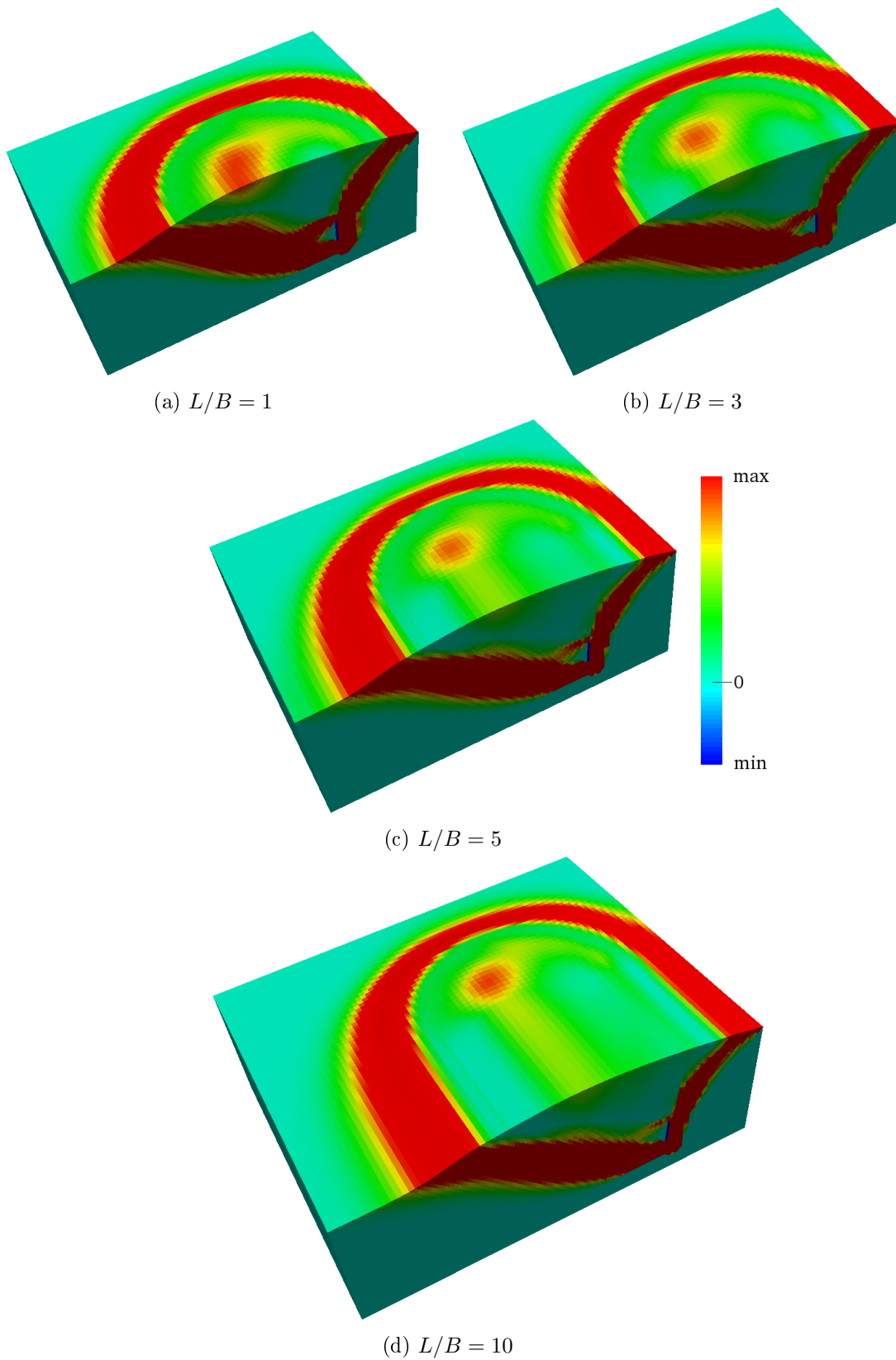


Figura B.8: Taxa de dissipação nas malhas deformadas para diferentes relações de L/B para a profundidade $H/B = 4$ e $\phi' = 40^\circ$

ANEXO C

Resultados Fator de Forma

Tabela C.1: Valores de N_γ obtidos para o modelo tridimensional simulando condições de deformação plana e para o modelo bidimensional, para diferentes H/B e para $\phi' = 25^\circ$

		melhor3D	proj.3D	2D
$\phi' = 25^\circ$	H/B=1	1,1204	1,0122	0,9758
	H/B=2	2,5938	2,4101	2,4003
	H/B=3	3,5469	3,3501	3,3494
	H/B=4	4,4426	4,1500	4,1450

Tabela C.2: Valores de N_γ obtidos para o modelo tridimensional simulando condições de deformação plana e para o modelo bidimensional, para diferentes H/B e para $\phi' = 30^\circ$

		melhor3D	proj.3D	2D
$\phi' = 30^\circ$	H/B=1	1,4900	1,3225	1,3127
	H/B=2	3,3007	3,0502	3,0588
	H/B=3	4,6713	4,2801	4,2910
	H/B=4	5,7297	5,3465	5,3508

Tabela C.3: Valores de N_γ obtidos para o modelo tridimensional simulando condições de deformação plana e para o modelo bidimensional, para diferentes H/B e para $\phi' = 35^\circ$

		melhor3D	proj.3D	2D
$\phi' = 35^\circ$	H/B=1	1,9863	1,7769	1,7680
	H/B=2	4,1840	3,8454	3,8722
	H/B=3	5,8096	5,4610	5,4715
	H/B=4	7,3745	6,8578	6,8772

Tabela C.4: Valores de N_γ obtidos para o modelo tridimensional simulando condições de deformação plana e para o modelo bidimensional, para diferentes H/B e para $\phi' = 40^\circ$

		melhor3D	proj.3D	2D
$\phi' = 40^\circ$	H/B=1	2,6532	2,3613	2,3769
	H/B=2	5,4512	4,9877	5,0392
	H/B=3	7,5017	7,0401	7,0561
	H/B=4	9,5597	8,8553	8,8881

Tabela C.5: Valores de s_γ calculados para diferentes L/B e H/B para $\phi' = 25^\circ$

		H/B=1	H/B=2	H/B=3	H/B=4
$\phi' = 25^\circ$	L/B=1	1,5838	2,1405	2,5710	3,0868
	L/B=2	1,3152	1,6022	1,8030	2,0520
	L/B=3	1,2242	1,4135	1,5393	1,7108
	L/B=5	1,1505	1,2377	1,3275	1,4338
	L/B=10	1,0951	1,1244	1,1888	1,2251

Tabela C.6: Valores de s_γ calculados para diferentes L/B e H/B para $\phi' = 30^\circ$

		H/B=1	H/B=2	H/B=3	H/B=4
$\phi' = 30^\circ$	L/B=1	1,6982	2,4052	2,9886	3,6537
	L/B=2	1,3561	1,7225	2,0109	2,3346
	L/B=3	1,2571	1,4920	1,6769	1,8982
	L/B=5	1,1699	1,3033	1,4066	1,5451
	L/B=10	1,0929	1,1486	1,2291	1,2789

Tabela C.7: Valores de s_γ calculados para diferentes L/B e H/B para $\phi' = 35^\circ$

		H/B=1	H/B=2	H/B=3	H/B=4
$\phi' = 35^\circ$	L/B=1	1,8326	2,7452	3,4669	4,3058
	L/B=2	1,4269	1,8847	2,2486	2,6600
	L/B=3	1,2890	1,5972	1,8337	2,1129
	L/B=5	1,1777	1,3543	1,5091	1,6747
	L/B=10	1,0926	1,1803	1,2776	1,3458

Tabela C.8: Valores de s_γ calculados para diferentes L/B e H/B para $\phi' = 40^\circ$

		H/B=1	H/B=2	H/B=3	H/B=4
$\phi' = 40^\circ$	L/B=1	1,9947	3,0876	4,0079	5,2744
	L/B=2	1,5021	2,0620	2,5170	3,0269
	L/B=3	1,3335	1,7081	2,0132	2,3544
	L/B=5	1,1971	1,4254	1,6355	1,8202
	L/B=10	1,0949	1,2145	1,3312	1,4206