



Pedro Martins Gonçalves Marques

Licenciado em Ciências de Engenharia Mecânica

**Estudo da propagação de fendas superficiais
semielípticas em provetes cilíndricos e prismáticos
sob carregamento torsional**

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em
Engenharia Mecânica

Orientador: Doutor Rui Fernando dos Santos Pereira Martins,
Professor Auxiliar, FCT-UNL

Júri:

Presidente: Doutor António Gabriel Marques Duarte dos Santos

Arguentes: Doutor Luís Filipe Galvão dos Reis
Doutora Teresa Leonor Ribeiro Cardoso Martins
Morgado

Vogal: Doutor Luís Filipe Galvão dos Reis
Doutora Teresa Leonor Ribeiro Cardoso Martins
Morgado
Doutor Rui Fernando dos Santos Pereira Martins



FACULDADE DE
CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA

Setembro, 2018



Pedro Martins Gonçalves Marques

Licenciado em Ciências de Engenharia Mecânica

**Estudo da propagação de fendas superficiais
semielípticas em provetes cilíndricos e prismáticos
sob carregamento torsional**

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em
Engenharia Mecânica

Orientador: Doutor Rui Fernando dos Santos Pereira Martins,
Professor Auxiliar, FCT-UNL

Júri:

Presidente: Doutor António Gabriel Marques Duarte dos Santos

Arguentes: Doutor Luís Filipe Galvão dos Reis
Doutora Teresa Leonor Ribeiro Cardoso Martins
Morgado

Vogal: Doutor Luís Filipe Galvão dos Reis
Doutora Teresa Leonor Ribeiro Cardoso Martins
Morgado
Doutor Rui Fernando dos Santos Pereira Martins



FACULDADE DE
CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA
Setembro, 2018

Estudo da propagação de fendas superficiais semielípticas em provetes cilíndricos e prismáticos sob carregamento torsional

Copyright © Pedro Martins Gonçalves Marques, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Nova de Lisboa.

A Faculdade de Ciências e Tecnologia e a Universidade Nova de Lisboa têm o direito, perpétuo e sem limites geográficos, de arquivar e publicar esta dissertação através de exemplares impressos reproduzidos em papel ou de forma digital, ou por qualquer outro meio conhecido ou que venha a ser inventado, e de a divulgar através de repositórios científicos e de admitir a sua cópia e distribuição com objetivos educacionais ou de investigação, não comerciais, desde que seja dado crédito ao autor e editor.

Agradecimentos

Em primeiro lugar gostaria de agradecer ao meu orientador, Professor Rui Martins, pelo acompanhamento e ajuda prestada ao longo destes últimos meses e por orientar o meu trabalho.

A todos os professores que contribuíram para a minha formação académica e à Faculdade de Ciências e Tecnologia pelos bons anos que me proporcionou.

Um obrigado aos meus familiares, principalmente aos meus pais, pelo apoio incondicional e força que me transmitiram para alcançar os meus objetivos e construir o meu próprio caminho.

Por último, um muito obrigado a todos os meus amigos, que me acompanharam ao longo destes anos, e principalmente pela confiança que depositaram em mim.

Resumo

O crescimento de fendas sob o efeito de fadiga é frequentemente observado em diversos componentes mecânicos, o que pode levar a falhas catastróficas. Com tal, é de elevada importância que o fenómeno da fadiga, sob carregamentos de modo I, modo II e/ou modo III, seja melhor compreendido.

Esta tese teve como objetivo principal a determinação dos fatores de intensidade de tensão K_I , K_{II} e K_{III} para diferentes dimensões de fendas inseridas em provetes cilíndricos, em provetes *Compact Tension* (CT) ou em provetes CT modificados. Foi assumido um estado plano de tensão para os provetes prismáticos e ambos os provetes, quer cilíndricos quer prismáticos, foram sujeitos a carregamento torsional.

Os provetes foram numericamente simulados assumindo um material isotrópico, homogéneo e linear elástico. Os resultados foram obtidos utilizando o Método dos Elementos Finitos, através do programa computacional ANSYS. A zona de plasticidade junto da frente da fenda foi considerada infinitesimal quando comparada com as dimensões do provete; como tal, as Leis da Mecânica da Fratura Linear-Elástica foram consideradas válidas. Durante as simulações numéricas foram utilizados elementos finitos tetraédricos e foram introduzidas fendas semi-elípticas nas zonas analisadas.

A validação do funcionamento do programa computacional foi feita através da simulação de um varão contendo uma fenda superficial semi-elíptica, sujeito a carregamento de modo I; os resultados de K_I calculados pela norma BS 7910 estavam em concordância com os obtidos numericamente.

Palavras Chave:

Mecânica da Fratura

Carregamento torsional

Fator de Intensidade de Tensão

Método dos Elementos Finitos

Provetes cilíndricos e prismáticos

Abstract

Fatigue crack growth could be noticed in many mechanical components, which can result in its catastrophic failure. Therefore, it is very important that fatigue phenomenon under mode-I, mode-II and/or mode III loading be better understood.

This thesis mainly studies the stress intensity factors present at the crack tip of surface flaws inserted either in a cylindrical specimen, or in a standard Compact Tension specimen (CT) or in a modified CT specimen. A plane stress state was assumed for the prismatic thin specimens considered during the analyses and both cylindrical and prismatic specimens were subjected to torsional loading.

The specimens were numerically simulated assuming an isotropic, homogeneous and linear-elastic material model. Results were obtained using the Finite Element Method (FEM), via ANSYS® software, and plasticity near the crack tip was assumed to be very small when compared with the overall dimensions of the specimen. Hence, Linear Elastic Fracture Mechanics applied. Semi-elliptical cracks were considered during the numerical studies carried out, and solid tetrahedral finite element meshes were used in the numerical simulations.

Previously to the application of torsional loading, K_I values were obtained for semi-circular surface flaws in round bars (BS 7910:2013) and those were compared with the numerical values calculated; results were in very good agreement. Then, cylindrical specimens were designed in accordance to the specimens used in a work carried out by Y. Murakami, and K_I , K_{II} and K_{III} solutions were determined for different crack lengths. Finally, prismatic geometries under study were also submitted to torsional loading and values for the same stress intensity factors were determined.

Keywords:

Fracture Mechanics

Mode-III Loading

Stress Intensity Factors

Finite Element Method

Cylindrical and Prismatic Specimens

Índice geral

Agradecimentos.....	I
Resumo.....	III
Abstract	V
Índice geral.....	VII
Índice de figuras.....	IX
Índice de tabelas.....	XIII
Simbologia e acrónimos	XV
Capítulo I.....	1
1 Introdução	1
1.1 Motivação e Objetivos.....	1
1.2 Enquadramento.....	1
Capítulo II.....	5
2 Conceitos Fundamentais	5
2.1 Introdução à Mecânica da Fratura	5
2.2 Modos de Carregamento.....	6
2.3 Estado Plano de Tensão e Estado Plano de Deformação	7
2.4 Fator de Intensidade de Tensão	9
2.5 Integral J	11
2.6 Relação entre K e J	13
2.7 Propagação de fendas por fadiga	14
2.8 Fator de intensidade de tensão equivalente.....	17
Capítulo III.....	19
3 Metodologia computacional aplicada.....	19
3.1 Introdução ao Método dos Elementos Finitos	19
3.2 Programa computacional ANSYS	20
3.3 Modelo de Material	20
3.4 Provetes estudados.....	20
3.4.1 Provete Cilíndrico	20
3.4.2 Provetes prismáticos CT e DENT	23

3.5	Carregamentos e condições fronteira.....	25
3.6	Malha de elementos finitos.....	27
3.7	Validação dos resultados.....	28
Capítulo IV.....		33
4	Apresentação e análise de resultados.....	33
4.1	Resultados numéricos referentes ao provete cilíndrico.....	33
4.1.1	Comprimento de fenda 400 μm	33
4.1.2	Comprimento de fenda 420 μm	36
4.1.3	Comprimento de fenda 440 μm	40
4.1.4	Comprimento de fenda 460 μm	42
4.1.5	Comprimento de fenda 480 μm	45
4.1.6	Progressão dos fatores de intensidade de tensão KI, KII KIII apos ocorrer a bifurcação.....	47
4.2	Resultados numéricos referentes aos provetes Prismáticos.....	50
4.2.1	Proвете CT.....	50
4.2.2	Proвете DENT.....	51
Capítulo V.....		53
5	Conclusões e desenvolvimentos futuros.....	53
	Desenvolvimentos futuros.....	54
Bibliografia.....		55
Anexo.....		59
A.1	Resultados do fator de intensidade de tensão através de calculo numérico.....	59

Índice de figuras

Figura 1.2.1 – Pedal de uma bicicleta fraturado devido à propagação de uma fenda por fadiga ...	2
Figura 1.2.2 Navio Liberty	3
Figura 1.2.3 – Avião Comet	3
Figura 2.2.1 – Modos de carregamento I, II e III	6
Figura 2.3.1 – Fratura em estado plano de tensão	7
Figura 2.3.2 – Fratura em estado plano de deformação	8
Figura 2.3.3 – Relação entre a tenacidade e a espessura do provete.	8
Figura 2.4.1 – Estado de tensão na vizinhança da extremidade de uma fenda	9
Figura 2.5.1 – Contorno do integral J entorno de uma fenda	12
Figura 2.5.2 – Demonstração da independência de contorno do integral J	12
Figura 2.7.1 – a) Carregamento alternado puro ($R=-1, \sigma_m=0$). b) Carregamento alternado ($\sigma_m \neq 0$). c) Carregamento variável	15
Figura 2.7.2 Gráfico logarítmico que traduz o comportamento típico de propagação de fenda sob fadiga em materiais metálicos.	16
Figura 3.4.1 a) Geometria do provete cilíndrico. b) Indentação presente no provete	21
Figura 3.4.2 Provete cilíndrico modelado	21
Figura 3.4.3 Propagação de fenda sob carregamento torsional no local da indentação após a abertura de uma pré-fenda com $400 \mu\text{m}$	22
Figura 3.4.4 Modelação da propagação da fenda a) indentação inicial b) pré-fenda $400 \mu\text{m}$ c) fenda propagada com $420 \mu\text{m}$ d) fenda propagada com $440 \mu\text{m}$ e) fenda propagada com $460 \mu\text{m}$ f) fenda propagada com $480 \mu\text{m}$	22
Figura 3.4.5 Frente de fenda semi-elíptica com comprimento de $440 \mu\text{m}$ para as ramificações: a) esquerda superior b) esquerda inferior c) direita superior e d) direita inferior.	23
Figura 3.4.6 Provete CT simulado	24
Figura 3.4.7 Provete DENT simulado	24
Figura 3.4.8 Fenda utilizada durante a simulação dos provetes prismáticos.	24
Figura 3.5.1 Aplicação de um momento torsor de $16,789 \text{ N}\cdot\text{m}$ ao provete cilíndrico modelado.	25
Figura 3.5.2 Aplicação de um momento torsor de $10 \text{ N}\cdot\text{m}$ ao provete CT modelado	26
Figura 3.5.3 Aplicação de um momento torsor de $10 \text{ N}\cdot\text{m}$ ao provete DENT modelado	26
Figura 3.6.1 Exemplo da malha de elementos finitos aplicada ao provete cilíndrico (sendo a imagem da direita uma ampliação da imagem da esquerda).	27
Figura 3.6.2 Pormenor da malha de elementos finitos na região da fenda do provete cilíndrico.	27
Figura 3.6.3 a) Exemplo da malha de elementos finitos aplicada ao provete CT b) Pormenor da malha de elementos finitos na região da fenda do provete CT.	28
Figura 3.6.4 Exemplo da malha de elementos finitos aplicada ao provete DENT	28
Figura 3.7.1 M.23-fendas semi-elípticas em varão de aço.	29

Figura 3.7.2 <i>KI</i> para os seis contornos, ao longo da espessura da fenda, para a validação dos dados obtidos com o programa computacional, por comparação com a norma BS 7910.....	31
Figura 4.1.1 Fenda inserida na extremidade esquerda da pré-fenda (1) início da espessura da fenda (2) fim da espessura da fenda	33
Figura 4.1.2 <i>KI, KII e KIII</i> , ao longo da frente da fenda, para a fenda do lado esquerdo do provete cilíndrico submetido a um momento torsor de 16,789 N.m, comprimento de fenda 400 μm	34
Figura 4.1.3 Fenda inserida na extremidade direita da pré-fenda (1) início da espessura da fenda (2) fim da espessura da fenda	35
Figura 4.1.4 <i>KI, KII e KIII</i> , ao longo da espessura da fenda, para a fenda do lado direito do provete cilíndrico submetido a um momento torsor de 16,789 N.m, Comprimento de fenda 400 μm	35
Figura 4.1.5 Fenda inserida na ramificação superior esquerda para um comprimento de fenda de 420 μm (1) início da espessura da fenda (2) fim da espessura da fenda	36
Figura 4.1.6 <i>KI, KII e KIII</i> , ao longo da espessura da fenda inserida na ramificação superior esquerda do provete cilíndrico submetido a um momento torsor de 16,789 N.m, Comprimento de fenda 420 μm	37
Figura 4.1.7 Fenda inserida na ramificação inferior esquerda para um comprimento de fenda de 420 μm (1) início da espessura da fenda (2) fim da espessura da fenda.....	38
Figura 4.1.8 <i>KI, KII e KIII</i> , ao longo da espessura da fenda inserida na ramificação inferior esquerda do provete cilíndrico submetido a um momento torsor de 16,789 N.m, Comprimento de fenda 420 μm	38
Figura 4.1.9 Comprimento de fenda 420 μm a) Fenda inserida na ramificação superior direita b) <i>KI, KII e KIII</i> , ao longo da espessura da fenda inserida na ramificação superior direita do provete cilíndrico submetido a um momento torsor de 16,789 N.m,	39
Figura 4.1.10 Comprimento de fenda 420 μm a) Fenda inserida na ramificação inferior direita b) <i>KI, KII e KIII</i> , ao longo da espessura da fenda inserida na ramificação inferior direita do provete cilíndrico submetido a um momento torsor de 16,789 N.m,	39
Figura 4.1.11 <i>KI, KII e KIII</i> , ao longo da espessura da fenda inserida na ramificação superior esquerda do provete cilíndrico submetido a um momento torsor de 16,789 N.m, Comprimento de fenda 440 μm	40
Figura 4.1.12 <i>KI, KII e KIII</i> , ao longo da espessura da fenda inserida na ramificação inferior esquerda do provete cilíndrico submetido a um momento torsor de 16,789 N.m, Comprimento de fenda 440 μm	41
Figura 4.1.13 <i>KI, KII e KIII</i> , ao longo da espessura da fenda inserida na ramificação superior direita do provete cilíndrico submetido a um momento torsor de 16,789 N.m, Comprimento de fenda 440 μm	41
Figura 4.1.14 <i>KI, KII e KIII</i> , ao longo da espessura da fenda inserida na ramificação inferior direita do provete cilíndrico submetido a um momento torsor de 16,789 N.m, Comprimento de fenda 440 μm	42

Figura 4.1.15 <i>KI, KII e KIII</i> , ao longo da espessura da fenda inserida na ramificação superior esquerda do provete cilíndrico submetido a um momento torsor de 16,789 N.m, Comprimento de fenda 460 μm	43
Figura 4.1.16 <i>KI, KII e KIII</i> , ao longo da espessura da fenda inserida na ramificação inferior esquerda do provete cilíndrico submetido a um momento torsor de 16,789 N.m, Comprimento de fenda 460 μm	43
Figura 4.1.17 <i>KI, KII e KIII</i> , ao longo da espessura da fenda inserida na ramificação superior direita do provete cilíndrico submetido a um momento torsor de 16,789 N.m, Comprimento de fenda 460 μm	44
Figura 4.1.18 <i>KI, KII e KIII</i> , ao longo da espessura da fenda inserida na ramificação inferior direita do provete cilíndrico submetido a um momento torsor de 16,789 N.m, Comprimento de fenda 460 μm ..	44
Figura 4.1.19 <i>KI, KII e KIII</i> , ao longo da espessura da fenda inserida na ramificação superior esquerda do provete cilíndrico submetido a um momento torsor de 16,789 N.m, Comprimento de fenda 480 μm	45
Figura 4.1.20 <i>KI, KII e KIII</i> , ao longo da espessura da fenda inserida na ramificação inferior esquerda do provete cilíndrico submetido a um momento torsor de 16,789 N.m, Comprimento de fenda 480 μm	46
Figura 4.1.21 <i>KI, KII e KIII</i> , ao longo da espessura da fenda inserida na ramificação superior direita do provete cilíndrico submetido a um momento torsor de 16,789 N.m, Comprimento de fenda 480 μm ..	46
Figura 4.1.22 <i>KI, KII e KIII</i> , ao longo da espessura da fenda inserida na ramificação inferior direita do provete cilíndrico submetido a um momento torsor de 16,789 N.m, Comprimento de fenda 480 μm ..	47
Figura 4.1.23 Evolução de <i>KI</i> durante a propagação da fenda	48
Figura 4.1.24 Evolução de <i>KII</i> durante a propagação da fenda	48
Figura 4.1.25 Evolução de <i>KIII</i> durante a propagação da fenda	49
Figura 4.2.1 <i>KI, KII e KIII</i> , ao longo da espessura de um provete CT com 3 mm de espessura submetido a um momento torsor de 10 N.m,.....	50
Figura 4.2.2 <i>KI, KII e KIII</i> , ao longo da espessura da fenda do lado esquerdo de um provete DENT com 3 mm de espessura submetido a um momento torsor de 10 N.m,.....	51
Figura 4.2.3 <i>KI, KII e KIII</i> , ao longo da espessura da fenda do lado direito de um provete DENT com 3 mm de espessura submetido a um momento torsor de 10 N.m,.....	52

Índice de tabelas

Tabela 3.7.1 M.10-Mm para fendas semielípticas em barras redondas sob carregamentos tracionais.	29
Tabela A.1- 1 <i>KI, KII e KIII Pa.m0,5</i> para as fendas do lado esquerdo e direito do provete cilíndrico para o comprimento de fenda de 400 µm.	60
Tabela A.1- 2 <i>KI, KII e KIII Pa.m0,5</i> para as fendas da bifurcação do lado esquerdo no provete cilíndrico para o comprimento de fenda de 420 µm.	61
Tabela A.1- 3 <i>KI, KII e KIII Pa.m0,5</i> para as fendas da bifurcação do lado direito no provete cilíndrico para o comprimento de fenda de 420 µm.	62
Tabela A.1- 4 <i>KI, KII e KIII Pa.m0,5</i> para as fendas da bifurcação do lado esquerdo no provete cilíndrico para o comprimento de fenda de 440 µm.	63
Tabela A.1- 5 <i>KI, KII e KIII Pa.m0,5</i> para as fendas da bifurcação do lado direito no provete cilíndrico para o comprimento de fenda de 440 µm.	64
Tabela A.1- 6 <i>KI, KII e KIII Pa.m0,5</i> para as fendas da bifurcação do lado esquerdo no provete cilíndrico para o comprimento de fenda de 460 µm.	65
Tabela A.1- 7 <i>KI, KII e KIII Pa.m0,5</i> para as fendas da bifurcação do lado direito no provete cilíndrico para o comprimento de fenda de 460 µm.	66
Tabela A.1- 8 <i>KI, KII e KIII Pa.m0,5</i> para as fendas da bifurcação do lado esquerdo no provete cilíndrico para o comprimento de fenda de 480 µm.	67
Tabela A.1- 9 <i>KI, KII e KIII Pa.m0,5</i> para as fendas da bifurcação do lado direito no provete cilíndrico para o comprimento de fenda de 460 µm.	68
Tabela A.1- 10 <i>KI, KII e KIII Pa.m0,5</i> para a fenda do provete CT ao longo da sua espessura.	69
Tabela A.1- 11 <i>KI, KII e KIII Pa.m0,5</i> para as fendas do lado esquerdo e direito do provete DENT ao longo da sua espessura.	70

Simbologia, siglas e acrónimos

a	Comprimento de fenda [m]
c	Maior semieixo da elipse [m]
C	Constante do material na Lei de Paris [$m / Pa\sqrt{m}$]
da	Incremento do comprimento da fenda [m]
dN	Incremento do número de ciclos
ds	Elemento do Contorno Γ
dU	Incremento da energia elástica de deformação [J]
E	Módulo de Young [Pa]
G	Taxa de libertação de energia de deformação [$Pa \cdot m$]
G_c	Taxa de libertação de energia de deformação crítica [$Pa \cdot m$]
J	Valor do integral J [J/m^2]
J_c	Valor do Integral J crítico [J/m^2]
J_I	Valor do Integral J associado ao modo I [J/m^2]
J_{II}	Valor do Integral J associado ao modo II [J/m^2]
J_{III}	Valor do Integral J associado ao modo III [J/m^2]
K	Fator de intensidade de tensão [$Pa\sqrt{m}$]
K_c	Tenacidade à fratura em EPT [$Pa\sqrt{m}$]
K_{eq}	Fator de intensidade de tensão equivalente [$Pa\sqrt{m}$]
$K_{eq,I,II}$	Fator de intensidade de tensão equivalente modo misto plano [$Pa\sqrt{m}$]
$K_{eq(Pook)}$	Fator de intensidade de tensão equivalente de Pook [$Pa\sqrt{m}$]
$K_{eq(Richard)}$	Fator de intensidade de tensão equivalente de Richard [$Pa\sqrt{m}$]
K_I	Fator de intensidade de tensão associado ao modo I [$Pa\sqrt{m}$]
K_{Ic}	Tenacidade à fratura em EPD [$Pa\sqrt{m}$]
K_{Ith}	Fator de intensidade de tensão limite de propagação associado ao modo I [$Pa\sqrt{m}$]

K_{II}	Fator de intensidade de tensão associado ao modo II [$Pa\sqrt{m}$]
K_{III}	Fator de intensidade de tensão associado ao modo III [$Pa\sqrt{m}$]
m	Constante do material na Lei de Paris
r	Raio [m]
R	Razão de tensões
T	Momento de torção [$N.m$]
W	Densidade de energia de deformação
θ	Ângulo [rad]
Γ	Contorno do Integral J
ΔK	Varição do fator de intensidade de Tensão [Pa]
ν	Coefficiente de Poisson [Pa]
σ_a	Amplitude de tensão [Pa]
σ_m	Tensão média [Pa]
σ_{max}	Tensão normal máxima [Pa]
σ_{min}	Tensão normal mínima [Pa]
σ_r	Varição de tensões [Pa]
$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$	Tensão normal [Pa]
$\tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yz}$	Tensão de corte [Pa]

CT	<i>Compact Tension Specimen</i>
DENT	<i>Double Edge Notched Tension</i>
EPD	Estado Plano de Deformação
EPT	Estado Plano de Tensão
MEF	Método dos Elementos Finitos
MFLE	Mecânica da Fratura Linear-Elástica
MFEP	Mecânica da Fratura Elastoplástica

1 Introdução

1.1 Motivação e Objetivos

O presente trabalho teve como objetivo calcular os valores dos fatores de intensidade de tensão K_I , K_{II} e K_{III} em provetes cilíndricos e em chapas finas - CT (*Compact Tension Specimen*) e DENT (*Double Edge Notched Tension*) - quando sujeitos a carregamentos torsionais. Recorreu-se ao Método dos Elementos Finitos por ser a forma mais eficaz de relacionar a geometria dos provetes ensaiados e o tipo de carregamento utilizado com os fatores de intensidade de tensão resultantes.

Neste trabalho, as principais tarefas realizadas foram as seguintes:

- Realização de uma pesquisa bibliográfica, com vista a sintetizar a informação mais relevante relativa ao tema do trabalho;
- Modelação dos provetes a estudar;
- Simulação da propagação de uma fenda num provete cilíndrico, para os carregamentos desejados, recorrendo ao programa computacional ANSYS *Workbench*®;
- Validação dos modelos utilizados e das simulações numéricas realizadas, comparando os resultados obtidos com as soluções teóricas existentes na literatura;
- Análise e discussão dos resultados.

1.2 Enquadramento

Os atuais desenvolvimentos na área da Engenharia Mecânica, aliados à crescente sofisticação de projetos e à necessidade de manter um desenvolvimento económico sustentável, tornam fundamental uma melhor compreensão do comportamento mecânico dos materiais em condições de serviço. Em particular, dos problemas relacionados com a Mecânica da Fratura e com a fadiga, sendo estes os temas em estudo nesta dissertação.

Muitos dos critérios e normas tradicionais de projeto baseiam-se apenas em limitar a tensão máxima na secção crítica do componente ao valor da tensão máxima admissível. Contudo, a propagação de fendas por fadiga dá-se em componentes sujeitos a cargas que variam ciclicamente em situações de baixa tensão nominal. O processo de iniciação de fendas por fadiga e de nucleação verifica-se regularmente em zonas de mudança abrupta de secção ou na vizinhança de um entalhe, pois a concentração de tensões é mais elevada nessa zona de um componente, podendo, em ultima instância, resultar na falha catastrófica deste [1]. Na Figura 1.2.1 pode observar-se a falha, por fadiga, de um componente mecânico.



Figura 1.2.1 – Pedal de uma bicicleta fraturado devido à propagação de uma fenda por fadiga [2]

O estudo sistemático da fadiga dos materiais teve origem em meados do século XIX, por parte do engenheiro alemão August Wöhler [3], que tinha como objetivo compreender a razão pela qual os eixos ferroviários, projetados de acordo com os critérios de resistência elástica, estavam a apresentar uma vida útil inferior ao expectado. O estudo deste problema levou a que Wöhler publicasse resultados que correlacionavam o número de ciclos até a fratura com a carga aplicada. A obtenção destes resultados impulsionou os trabalhos de Griffith, no âmbito da Mecânica da Fratura, e o estudo da propagação instável de fendas por fadiga durante a primeira metade o século XX. No entanto, estes desenvolvimentos não foram suficientes para evitar os acidentes catastróficos dos navios *Liberty*, Figura 1.2.2, e dos aviões *Comet*, Figura 1.2.3, que ocorreram nos anos 40 e 50 do século XX, respetivamente.

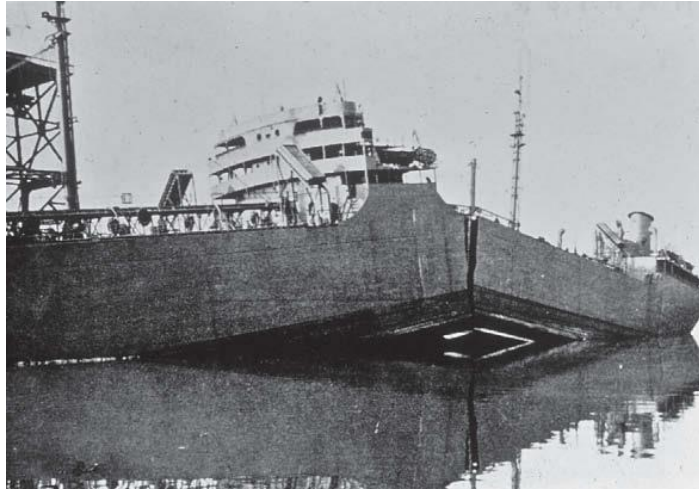


Figura 1.2.2 Navio Liberty [4]



Figura 1.2.3 – Avião Comet [5]

Estes casos de falhas, entre muitos outros, representam a importância que o estudo da fadiga, e das diversas circunstâncias em que esta ocorre, tem no que diz respeito ao dimensionamento de componentes mecânicos, de modo a garantir, em primeiro lugar, a segurança dos seus utilizadores, e posteriormente, a fiabilidade dos componentes em causa.

2 Conceitos Fundamentais

2.1 Introdução à Mecânica da Fratura

Existem duas abordagens na Mecânica de Fratura: a Mecânica da Fratura Linear-Elastica (MFLE) e a Mecânica da Fratura Elastoplástica (MFEP). A utilização destas abordagens, varia consoante as condições do modelo em estudo.

A MFLE é utilizada quando o material do componente apresenta um comportamento linear-elástico e quando a plastificação na zona da frente da fenda não tem uma dimensão significativa. O campo de tensões/deformações no material é, entre outros, condicionado pela tensão de cedência deste e pela espessura do componente em estudo.

A MFEP é, geralmente, aplicada quando a deformação plástica na frente da fenda afeta consideravelmente a propagação desta, algo que, por norma, deve-se à reduzida espessura do componente, e/ou à aplicação de um carregamento elevado.

O fator de intensidade de tensão K e o integral J são os parâmetros mais frequentemente associados à Mecânica da Fratura, pois controlam a propagação de fissuras ao longo de componentes sujeitos a forças externas. Nesta situação, o fator de intensidade de tensão K é muitas vezes comparado com a tenacidade, K_C , que representa um valor crítico de K , que, quando atingido, prevê a ocorrência de uma falha catastrófica. O integral J consiste num integral de contorno, percorrido no sentido anti-horário, definido na extremidade da fenda, começando numa das suas superfícies e terminando na outra. Este integral tem como base um método energético e, representa a energia mecânica necessária, por unidade de área, para a propagação virtual de uma fenda de comprimento a .

Existem vários métodos numéricos que permitem a determinação numérica destes parâmetros, entre os quais encontram-se: O Método dos Elementos Fronteira, o Método das Diferenças Finitas e o Método dos Elementos Finitos (MEF).

2.2 Modos de Carregamento

Os modos de carregamento e propagação de uma fenda dividem-se em três modos principais: Modo I, Modo II e Modo III. A cada um destes modos está associado um fator de intensidade de tensão específico, resultante de um carregamento global, estas são: K_I , K_{II} e K_{III} , respetivamente. A Figura 2.2.1 ilustra os carregamentos que originam estes modos, aplicados individualmente a um sólido com uma fenda presente.

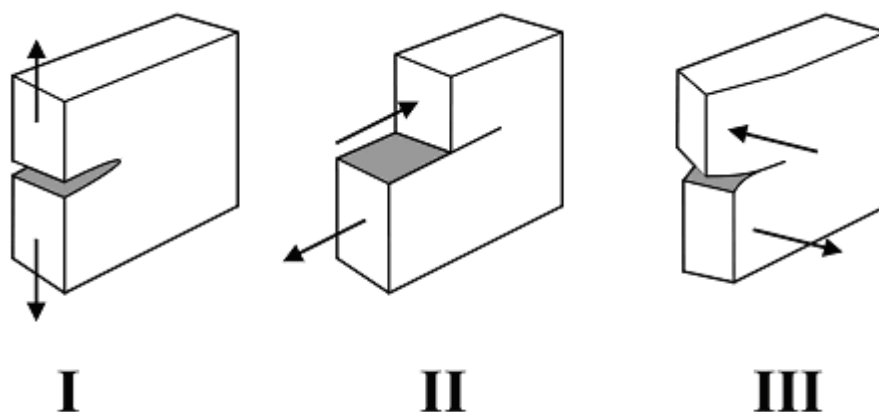


Figura 2.2.1 – Modos de carregamento I, II e III [6]

O Modo I define-se como um carregamento aplicado numa direção ortogonal ao plano da fenda, induzindo tensões normais e de tração na extremidade da fenda. Este modo de carregamento é o mais estudado, pois consiste no modo mais frequente em aplicações práticas. Quando sujeita a este carregamento, a fenda propaga na direção perpendicular ao plano de carregamento.

O Modo II define-se como um carregamento aplicado numa direção paralela ao plano da fenda e perpendicular à frente da fenda, induzindo tensões de corte na frente desta.

O Modo III define-se como um carregamento aplicado na direção paralela ao plano da fenda e à frente da fenda, induzindo também tensões de corte na extremidade desta.

Verifica-se ainda a possibilidade de aplicar um carregamento que combina dois ou três dos modos fundamentais, denominando-se como modo misto plano ou especial, respetivamente I+II e I+II+III.

2.3 Estado Plano de Tensão e Estado Plano de Deformação

Deformação

O estado de tensão de um material está diretamente relacionado com as propriedades mecânicas deste material, assim como com o modo com que uma fenda se propaga ao longo do mesmo. Para provetes prismáticos existem dois casos a considerar, o estado plano de tensão e o estado plano de deformação. A espessura destes provetes é determinante para definir o estado de tensão existente nos provetes.

O estado plano de tensão é, em termos gerais, caracterizado pela ausência de tensão perpendicular ao provete, ou seja, sem tensão σ_{zz} . Esta generalização é válida para os provetes de espessura fina, onde se verifica uma superfície de fratura completa ou quase completamente oblíqua (a 45°) (Fig. 2.3.1).

Um estado plano de deformação, onde existe um estado triaxial de tensões, é característico em provetes de espessura elevada (Figura 2.3.2), onde o material que se encontra na zona plástica devia fluir e contrair na direção da espessura. Contudo o material em redor não é capaz de acompanhar esta contração, devido a sua natureza elástica e observa-se um fenómeno de estrangulamento plástico. Considerando um carregamento de Modo I, a fratura criada é tipicamente plana e normal à direção de aplicação de carga, exceto junto a superfície livre do provete, onde é possível encontrar uma fratura oblíqua, também definida como *Shear lips* [1,7].

Na Figura 2.3.1 e Figura 2.3.2, é possível observar uma ilustração representativa destes dois fenómenos.

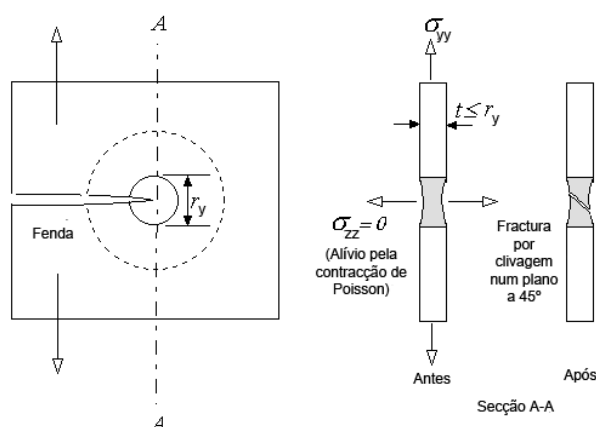


Figura 2.3.1 – Fratura em estado plano de tensão [8]

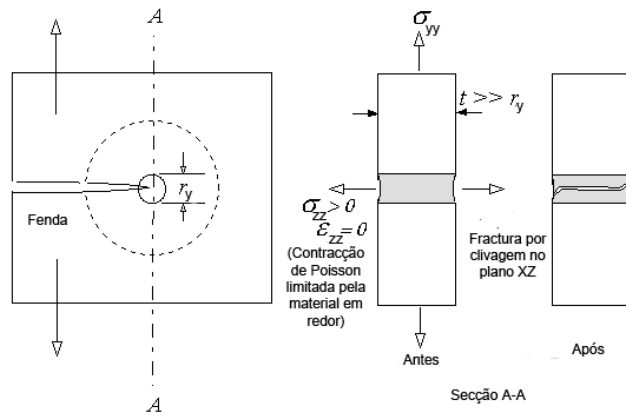


Figura 2.3.2 – Fratura em estado plano de deformação [8]

A tenacidade é influenciada pela espessura do provete/componente, assim como pelo material deste. Na Figura 2.3.3 verifica-se que os valores máximos para a tenacidade correspondem a espessuras finas de provetes, em estado plano de tensão, e que conforme a espessura aumenta a tenacidade diminui até estabilizar, transitando assim para estado plano de deformação.

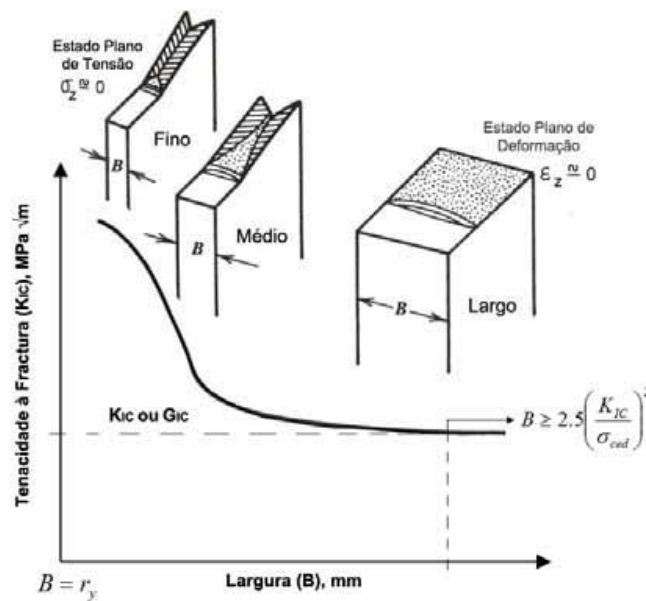


Figura 2.3.3 – Relação entre a tenacidade e a espessura do provete [9]

Para os provetes prismáticos analisados nesta dissertação, considera-se apenas estado plano de tensão.

2.4 Fator de Intensidade de Tensão

O fator de intensidade de tensão K é um parâmetro da Mecânica da Fratura, proposto por Irwin [10] em concordância com os resultados experimentais por ele obtidos, que permite avaliar a intensidade do campo de tensões numa zona próxima da extremidade de uma fenda sob ação de um carregamento. As conclusões de Irwin foram, mais tarde, apoiadas por Williams [11], que chegou a resultados semelhantes, obtidos, contudo, por métodos diferentes. O fator de intensidade de tensão, K , possui unidades do tipo $[MPa \cdot \sqrt{m}]$ e depende de vários fatores, entre os quais, a geometria do componente, o tipo de carregamento imposto, a sua intensidade e localização e dimensão da fenda.

O campo de tensões na vizinhança da extremidade da fenda, ilustrados na Figura 2.4.1, estão associados aos três modos básicos de carregamento, como foi anteriormente referido. Estes valores de K_I , K_{II} e K_{III} podem ser determinados com recurso a equações (2.4.1), sendo todas as variáveis escalares que quantificam a intensidade de um campo de tensões, recorrendo ao referencial polar ilustrado na Figura 2.4.1.

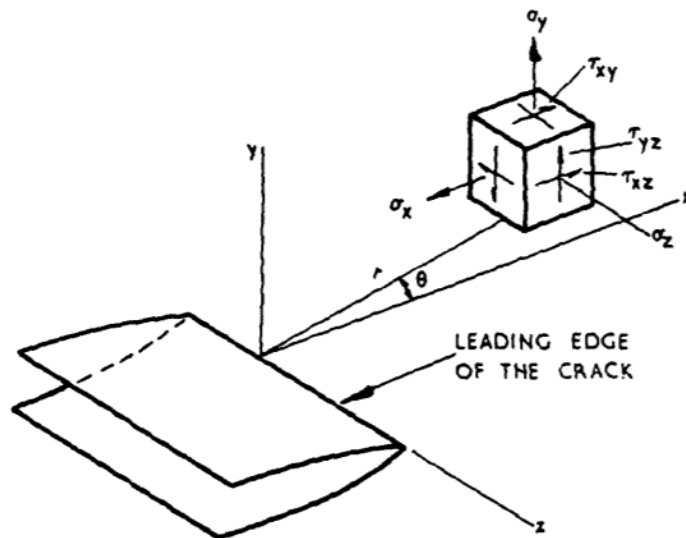


Figura 2.4.1 – Estado de tensão na vizinhança da extremidade de uma fenda [12]

Considerando um material linear elástico, isotrópico e homogêneo, a expressão do campo de tensões, em qualquer ponto próximo da frente da fenda, sujeita a um carregamento em Modo I, são dadas pelas equações (2.4.1) [1]:

$$\sigma_x = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi \cdot r}} \cdot \cos \frac{\theta}{2} \left[1 - \sin \frac{\theta}{2} \cdot \sin \frac{3\theta}{2} \right] \quad (2.4.1a)$$

$$\sigma_y = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi \cdot r}} \cdot \cos \frac{\theta}{2} \left[1 + \sin \frac{\theta}{2} \cdot \sin \frac{3\theta}{2} \right] \quad (2.4.1.b)$$

$$\tau_{xy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi \cdot r}} \cdot \cos \frac{\theta}{2} \cdot \sin \frac{\theta}{2} \cdot \cos \frac{3\theta}{2} \quad (2.4.1.c)$$

$$\sigma_z = \begin{cases} 0 & \text{estado plano de tensão} \\ \nu(\sigma_x + \sigma_y) & \text{estado plano de deformação} \end{cases} \quad (2.4.1d)$$

$$\tau_{xz} = \tau_{yz} = 0 \quad (2.4.1e)$$

Analogamente, o campo de tensões, para uma fenda de Modo II é dado pelas equações (2.4.2) [1]:

$$\sigma_x = -\frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi \cdot r}} \cdot \sin \frac{\theta}{2} \left[2 + \cos \frac{\theta}{2} \cdot \cos \frac{3\theta}{2} \right] \quad (2.4.2a)$$

$$\sigma_y = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi \cdot r}} \cdot \sin \frac{\theta}{2} \cdot \cos \frac{\theta}{2} \cdot \cos \frac{3\theta}{2} \quad (2.4.2b)$$

$$\tau_{xy} = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi \cdot r}} \cdot \cos \frac{\theta}{2} \left[1 - \sin \frac{\theta}{2} \cdot \sin \frac{3\theta}{2} \right] \quad (2.4.2c)$$

$$\sigma_z = \begin{cases} 0 & \text{estado plano de tensão} \\ \nu(\sigma_x + \sigma_y) & \text{estado plano de deformação} \end{cases} \quad (2.4.2d)$$

$$\tau_{xz} = \tau_{yz} = 0 \quad (2.4.2e)$$

De forma semelhante, as expressões para os campos de tensões para uma fenda em Modo III são dadas pelas equações (2.4.3):

$$\tau_{xz} = \frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi \cdot r}} \cdot \sin \frac{\theta}{2} \quad (2.4.3a)$$

$$\tau_{yz} = \frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi \cdot r}} \cdot \cos \frac{\theta}{2} \quad (2.4.3b)$$

A análise das várias equações permite prever que o campo das tensões contém uma singularidade na extremidade da fenda, pois quando $r \rightarrow 0$, esta análise prevê que as tensões tendam para um valor infinito, o que representa uma impossibilidade física, justificada pela ocorrência de deformação plástica localizada do material na frente da fenda. Como tal, as fendas, mesmo quando submetidas a tensões nominais de baixo valor, apresentam sempre uma região plástica junto da extremidade da fenda. Contudo, assumindo que a zona plástica é de dimensões reduzidas, a análise pela MFLE é válida [13].

As soluções existentes para determinar o valor de K são determinadas através do valor nominal do carregamento e da geometria do componente, considerando configurações simples e bem definidas, que abranjam grande parte dos provetes utilizados em ensaios experimentais. Quando se analisam casos mais complexos recorrem-se a métodos experimentais ou numéricos. No caso geral é utilizada a equação (2.4.5).

$$K = Y\sigma\sqrt{\pi a} \quad (2.4.5)$$

Onde Y é uma função adimensional que depende da geometria e distribuição de carga, σ representa a tensão nominal aplicada e a o comprimento de fenda considerado.

2.5 Integral J

Cherepanov, em 1967, e Rice, em 1968, independentemente, introduziram o conceito de Integral J como um parâmetro aplicável a Mecânica da Fratura, que permite avaliar os campos de tensões e deformações na proximidade de uma fenda, aplicável em materiais elásticos lineares e não-lineares. Este conceito foi desenvolvido no seguimento do estudo das variações do potencial energético associadas à deformação que resulta do movimento de uma singularidade por ação de um vetor de tração, levado a cabo por Eshelby, em 1951. Este estudo resultou na formulação de um integral de linha, de caráter energético, que descrevesse a essa mesma singularidade, assumindo um comportamento elástico não-linear [12,13].

O Integral J é um integral de linha, ou de contorno, através do qual é possível caracterizar um campo de tensões e deformações localizado na vizinhança de uma fenda, demonstrado na Figura 2.5.1. O integral é definido em torno de uma fenda, no sentido positivo (anti-horário), começando na superfície inferior da fenda, estendendo-se ao longo de um contorno bem delineado, até a superfície superior da fenda, pressupondo que ambas as superfícies estão livres de tração e são planas.

Este integral tem a particularidade de ser independente do contorno caso se verifiquem as seguintes condições: ausência de forças aplicadas no corpo, ausência de tensões térmicas induzidas, ausência de forças de tração nas faces da fenda, material elástico homogêneo e que o processo seja quási-estático [14,15]. A Figura 2.5.2 ilustra esta particularidade.

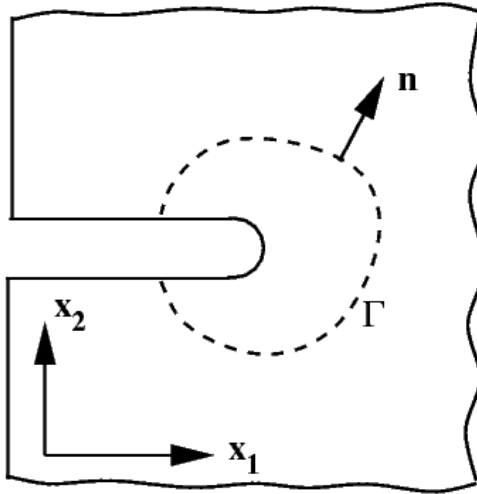


Figura 2.5.1 – Contorno do integral J à volta de uma fenda [16]

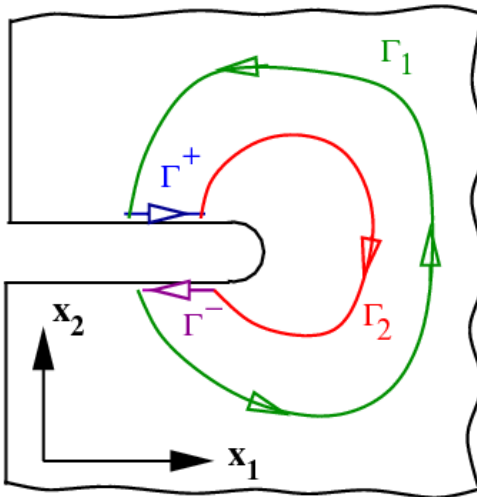


Figura 2.5.2 – Demonstração da independência de contorno do integral J [17]

O valor de J é sempre o mesmo para qualquer contorno que circunde uma fenda. Foi também demonstrado por Rice [18] que o integral J é equivalente à taxa de libertação de energia de um sólido, G (derivado para um comportamento linear elástico), aplicável a comportamento elástico não-linear, consistindo numa medida da variação de energia de deformação elástica com o aumento da fenda (Eq. 2.5.1).

$$J = G = \frac{dU}{da_x} \quad (2.5.1)$$

G representa a taxa de libertação de energia; U a energia elástica de deformação e da representa o incremento da extensão de área

Considerando um contorno arbitrário Γ , percorrido no sentido anti-horário, em torno da fenda, o Integral J pode ser definido pela equação (2.5.2):

$$J = \int_{\Gamma} W \cdot dy - T_i \frac{\partial u_i}{\partial x} ds \quad (2.5.2)$$

onde, Γ representa um contorno definido em torno da extremidade da fenda em sentido direto, W representa a densidade de energia de deformação ou trabalho de deformação por unidade de volume, T_i é o vetor de tração que contém as componentes cartesianas do tensor das tensões com sentido para o exterior e normal ao contorno escolhido ($T_i = \sigma_{ij} \cdot n_j$), u representa o vetor deslocamento e ds representa um elemento do contorno. Quando o valor crítico do integral J é atingido, J_C , que corresponde à taxa de libertação de energia máxima, G_C , dá-se a propagação da fenda.

2.6 Relação entre K e J

Considerando o material homogêneo, isotrópico e linearmente elástico, o valor do Integral J está associado ao valor do fator de intensidade de tensão K para os modos I, II, III. Esta relação varia, dependendo do estado plano de tensão ou do estado plano de deformação.

As equações (2.6.1) e (2.6.2) relacionam os valores de K_I e J_I .

$$J_I = K_I^2 \frac{1}{E} \quad \text{Estado plano de tensão} \quad (2.6.1)$$

$$J_I = K_I^2 \frac{1 - \nu^2}{E} \quad \text{Estado plano de deformação} \quad (2.6.2)$$

As equações (2.6.3) e (2.6.4) relacionam os valores de K_{II} e J_{II} .

$$J_{II} = K_{II}^2 \frac{1}{E} \quad \text{Estado plano de tensão} \quad (2.6.3)$$

$$J_{II} = K_{II}^2 \frac{1 - \nu^2}{E} \quad \text{Estado plano de deformação} \quad (2.6.4)$$

Para modo III não a equação (2.6.5) relaciona J_{III} e K_{III} , sendo esta semelhante para estado plano de tensão e estado plano de deformação.

$$J_{III} = K_{III}^2 \frac{1}{2G} = K_{III}^2 \frac{1 + \nu}{E} \quad ; \quad G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (2.6.5)$$

Para um carregamento em modo misto, a relação entre o valor do integral J e K_I , K_{II} e K_{III} , apresentasse sob a forma das equações (2.6.6) e (2.6.7).

$$J = (K_I^2 + K_{II}^2) \frac{1}{E} + K_{III}^2 \frac{1 + \nu}{E} \quad \text{Estado plano de tensão} \quad (2.6.6)$$

$$J = (K_I^2 + K_{II}^2) \frac{1 - \nu^2}{E} + K_{III}^2 \frac{1 + \nu}{E} \quad \text{Estado plano de deformação} \quad (2.6.7)$$

2.7 Propagação de fendas por fadiga

No início do século XIX a fadiga foi reconhecida como um problema responsável pela falha de componentes de pontes e material ferroviário [3]. A fadiga verifica-se quando os três seguintes fatores se verificam em simultâneo:

- Existência de um carregamento aplicado suficientemente elevado
- Existência de uma flutuação ou variação no valor deste carregamento
- Que esta flutuação de verifique durante um número suficiente de ciclos

Para definir um carregamento alternado são necessários dois parâmetros, a tensão média, σ_m , definida pela equação (2.7.1) e a amplitude de carregamento, σ_a , definida pela equação (2.7.2).

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2} \quad (2.7.1)$$

$$\sigma_a = \frac{\sigma_r}{2} \quad (2.7.2)$$

Onde σ_{max} e σ_{min} representam a tensão máxima e mínima aplicadas no carregamento e σ_r representa a gama de tensões abrangidas pelo carregamento e é dada por:

$$\sigma_r = \sigma_{max} - \sigma_{min} \quad (2.7.3)$$

É ainda comum utilizar o conceito da razão de tensões, dada pela equação (2.7.4), para definir um carregamento cíclico.

$$R = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}} \quad (2.7.4)$$

A Figura 2.7.1 ilustra alguns dos tipos de solicação possíveis.

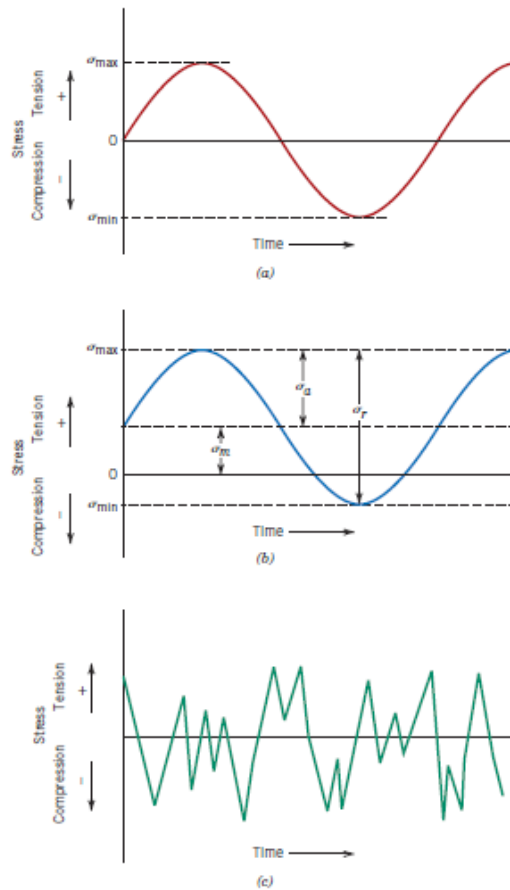


Figura 2.7.1 – a) Carregamento alternado puro ($R=-1$, $\sigma_m=0$). b) Carregamento alternado ($\sigma_m \neq 0$). c) Carregamento variável [19]

Num mecanismo sujeito a um carregamento alternado, as fendas que se formam devido à fadiga, tem origem em superfícies livres, por norma, em superfícies externas, mas também no interior de componentes em que se verifica a presença de defeitos no material. A nucleação e a propagação de fendas por fadiga podem ser divididas em três fases, como ilustrado pela Figura 2.7.2:

- Fase I – Por norma, o início da propagação da fenda ocorre a partir de um entalhe ou de uma outra descontinuidade superficial. Ainda que não se verifique nenhum defeito superficial, o início da propagação irá ocorrer devido à formação de bandas de escorregamento permanente (plastificação localizada do material). O escorregamento alternativo destas bandas promove a formação de intrusões e extrusões no material, resultando na formação de fendas. Nesta fase verifica-se uma propagação muito lenta de fendas segundo a direção das bandas de escorregamento, terminando quando ao campo de tensões na extremidade da fenda passa a ser dominante. Neste caso a propagação da fenda passa a ser caracterizada pela segunda fase.

- Fase II – Nesta fase dá-se a propagação estável da fenda, que pode ser aproximada com boa precisão pela Lei de Paris, equação (2.7.5).
- Fase III – A propagação instável da fenda é característica desta fase. Tal acontece quando a fenda atinge uma dimensão suficientemente elevada de modo a que a secção resistente não tenha capacidade de suportar a carga aplicada. Esta propagação instável resulta na fratura do componente.

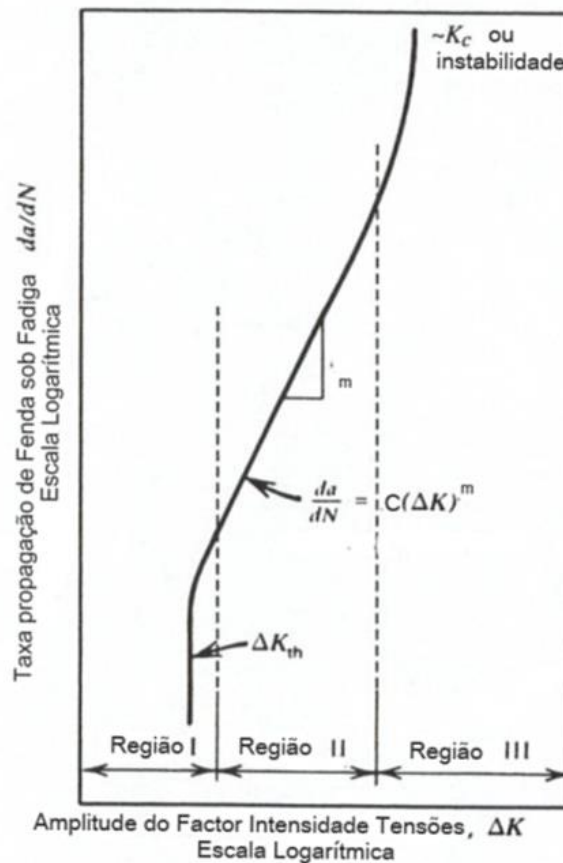


Figura 2.7.2 Gráfico logarítmico que traduz o comportamento típico de propagação de fenda sob fadiga em materiais metálicos. Adaptado de [19]

A Figura 2.7.2 apresenta uma curva ideal da taxa de crescimento de uma fenda, da/dN , em função da variação do fator intensidade de tensão, ΔK . Para o regime II, é possível modelar, utilizando a lei de Paris, o crescimento estável e quase-linear da fenda:

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K)^m \quad (2.7.5)$$

em que a representa a dimensão da fenda, N representa o número de ciclos e C e m são constantes relacionadas com as propriedades do material, temperatura e condições de carregamento.

2.8 Fator de intensidade de tensão equivalente

Podem ocorrer, localmente, condições de carregamento em modo misto se existir uma coexistência temporária ou permanente dos três modos básicos de carregamento, resultando na presença de fatores de intensidade de tensão do tipo K_I , K_{II} e K_{III} . As condições de carregamento dividem-se em modo misto plano, no caso da coexistência simultânea dos modos I e II, e em modo misto espacial, no caso da coexistência simultânea dos três modos. Existem, para carregamento local em modo I, critérios bem definidos para a propagação de fendas por fadiga, afirmando-se que ocorrerá propagação de uma fenda, caso o fator de intensidade de tensão, ΔK_I , localizado, exceda o fator de intensidade de tensão limite, ΔK_{Ith} , sendo que ocorrerá propagação instável da mesma se o valor de $K_{I_{max}}$ exceder a tenacidade à fratura em modo I, K_{Ic} . Salienta-se que estas propriedades podem ser facilmente obtidas, experimentalmente, para o material em questão, encontrando-se amplamente estudadas e acessíveis para um vasto número de materiais [20].

Embora para carregamentos em modo I puro estes critérios sejam adequados, a utilização dos mesmos em casos de solicitações em modo misto, plano ou espacial, conduziria a resultados não conservadores, visto K_{II} e K_{III} também contribuirão para o início da propagação instável da fenda, existindo o risco de fratura do componente ou estrutura [21]. Surge, então, a necessidade de encontrar um parâmetro que englobe as contribuições de K_I , K_{II} e K_{III} , e que se possa relacionar com ΔK_{Ith} e K_{Ic} , apresentando-se sob a forma de um fator de intensidade de tensão equivalente, K_{eq} , sendo definido através de diversas abordagens, por diversos autores [21]–[24] e resultando em critérios de propagação e fratura, em modo misto plano ou modo misto espacial. Richard et al. [21] realizaram uma análise dos diferentes critérios propostos, entre os quais, os critérios de Pook [23] e de Richard [21], concluindo que, o critério que melhor se adequa à propagação de fendas é o critério de Richard. O fator de intensidade de tensão equivalente, K_{eq} , pode ser calculado, pelo critério de Pook, em duas etapas, através das equações (2.8.1) e (2.8.2), ou, alternativamente, pelo critério de Richard, através da equação (2.8.3).

$$K_{eqI,II} = \frac{0,83K_I + \sqrt{0,4489K_I^2 + 3K_{II}^2}}{1,5} \quad (2.8.1)$$

$$K_{eq(Pook)} = \frac{K_{eqI,II}(1 + 2\nu) + \sqrt{K_{eqI,II}^2(1 + 2\nu) + 4K_{III}^2}}{2} \quad (2.8.2)$$

$$K_{eq(Richard)} = \frac{K_I}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{K_I^2 + 4,62K_{II}^2 + 4K_{III}^2} \quad (2.8.3)$$

A substituição do fator de intensidade de tensão em modo I, K_I , pelo fator de intensidade de tensão equivalente, K_{eq} , nas condições anteriormente apresentadas, conduz a duas novas condições de propagação de uma fenda ou de propagação instável, agora válidas para solicitações em modo misto, plano ou espacial, as quais são apresentadas em seguida [20]:

$K_{Ith} < K_{eq} < K_{Ic}$, para propagação por fadiga,

$K_{Ic} < K_{eq}$, para propagação instável.

3 Metodologia computacional aplicada

3.1 Introdução ao Método dos Elementos Finitos

A criação de modelos de fenómenos físicos é uma das atividades importantes da engenharia. Praticamente todos os fenómenos da natureza podem ser descritos pelas leis da física e modelados através de equações algébricas, diferenciais ou integrais relacionando as várias quantidades que os caracterizam. Contudo, a resolução dos conjuntos de equações que formam um modelo matemático depende fundamentalmente da complexidade dessas equações. Enquanto para modelos simples a resolução analítica é fácil de obter, para modelos complexos com equações diferenciais e integrais definidas em domínios de geometria complicada, a resolução analítica pode ser difícil ou mesmo impossível.

No método dos elementos finitos, o domínio do problema é decomposto em vários subdomínios e, em cada um desses subdomínios, as equações que regem o fenómeno são aproximadas usando um método variacional. A razão principal para procurar aproximar uma solução num conjunto de subdomínios reside no facto de ser mais fácil representar uma função complicada como uma composição de funções polinomiais simples, com um erro que pode ser tão pequeno quanto se pretenda, bastando aumentar o número de subdomínios.

O uso de princípios variacionais é necessário porque a obtenção dos sistemas de equações que permitem solucionar um problema pelo Método dos Elementos Finitos requer que este seja formulado como um integral definido em todo o domínio. Contudo, os conjuntos de equações que descrevem os fenómenos físicos estabelecem normalmente relações entre as variáveis e os parâmetros do problema físico na vizinhança de cada ponto do domínio. Para passar desta *descrição pontual* do fenómeno físico para a *descrição integral* requerida pelo Método dos Elementos Finitos usam-se os princípios variacionais [25].

O Método dos Elementos Finitos tem como objetivo, entre outros, a determinação do campo de deformações e de tensões de um sólido de geometria arbitrária sujeito a ações exteriores [26].

3.2 Programa computacional ANSYS

O programa computacional ANSYS® é uma ferramenta informática que utiliza o Método dos Elementos Finitos na análise de modelos computacionais definidos pelo utilizador. O programa possui também diversos módulos que permitem realizar o processo de análise de forma eficaz. Este programa foi escolhido para realizar as análises numéricas referidas neste trabalho por apresentar resultados consistentes e fiáveis, bem como pelo contacto e experiência prévia com esta ferramenta.

O processo de simulação, realizado com recurso a este programa computacional, apresenta três fases distintas, consistindo na fase de Pré-Processamento, seguida da fase de Solução e, finalmente, da fase de Pós-Processamento. É na fase de Pré-Processamento que é definida a geometria a analisar, as características do material, as condições de fronteira e os carregamentos aplicados, a geometria e os parâmetros das fendas, bem como os parâmetros de descaracterização das malhas de elementos finitos. Seguidamente, na fase de Solução, o programa procede aos cálculos, de acordo com um modelo de análise escolhido pelo utilizador. Adicionalmente, na fase de Pós-Processamento são apresentados os resultados calculados na fase de Solução[20].

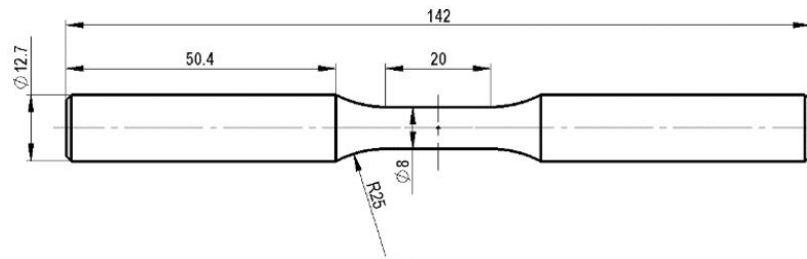
3.3 Propriedades do Material

Na definição das propriedades do material, de tipo linear elástico e isotrópico, recorreu-se às bibliotecas de materiais presentes no ANSYS®, tendo sido selecionado um material correspondente ao aço inoxidável, com o Coeficiente de Poisson, $\nu=0,3$, e o Módulo de Young, $E = 200$ GPa.

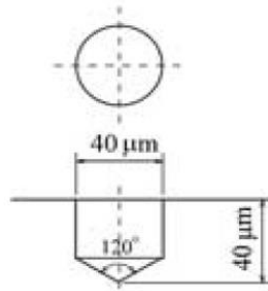
3.4 Provetes estudados

3.4.1 Proвете Cilíndrico

Para realizar a análise numérica, é necessário definir a geometria dos componentes que se pretende simular. Como tal, a modelação do provete cilíndrico foi feita de acordo com um dos provetes ensaiados experimentalmente por Murakami et al em [27]. Na Figura 3.4.1 é possível visualizar a geometria do provete, assim como as suas dimensões. Também na Figura 3.4.1 são representadas as dimensões da indentação presente no provete de modo a garantir a origem da fenda aquando dos ensaios experimentais de Murakami.



a)



b)

Figura 3.4.1 a) Geometria do provete cilíndrico. b) Indentação presente no provete [27]

A Figura 3.4.2 permite visualizar a geometria do provete cilíndrico modelado no programa.

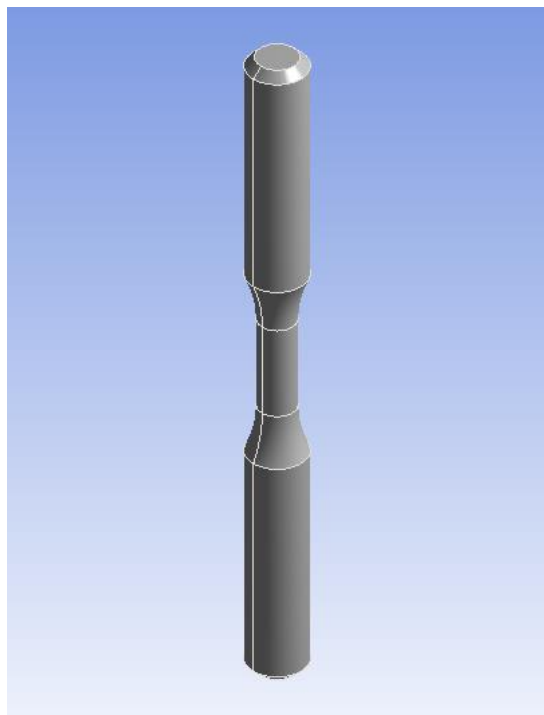


Figura 3.4.2 Provete cilíndrico modelado

Foi ainda necessário modelar a propagação da fenda no provete, de modo a obter valores dos fatores de intensidade de tensão na frente da fenda para diferentes comprimentos de fenda. De acordo com os resultados de Murakami, foram introduzidas fendas bifurcadas com um ângulo de 68 graus. A Figura 3.4.3 mostra a propagação obtida por Murakami, enquanto que a Figura 3.4.4 permite visualizar a modelação virtual da propagação da fenda realizada nos provetes cilíndricos.

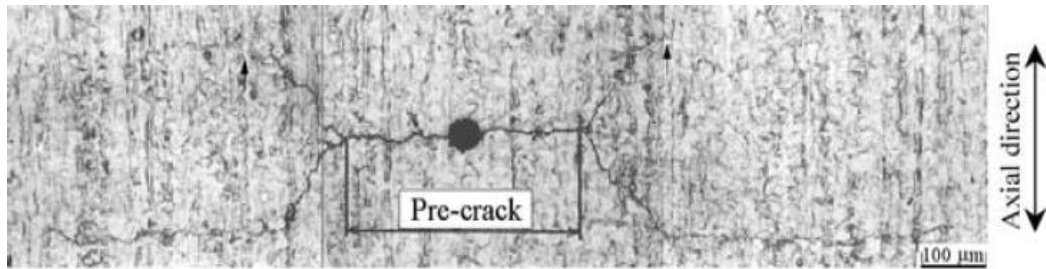


Figura 3.4.3 Propagação de fenda sob carregamento torsional no local da indentação após a abertura de uma pré-fenda com 400 μm [27]

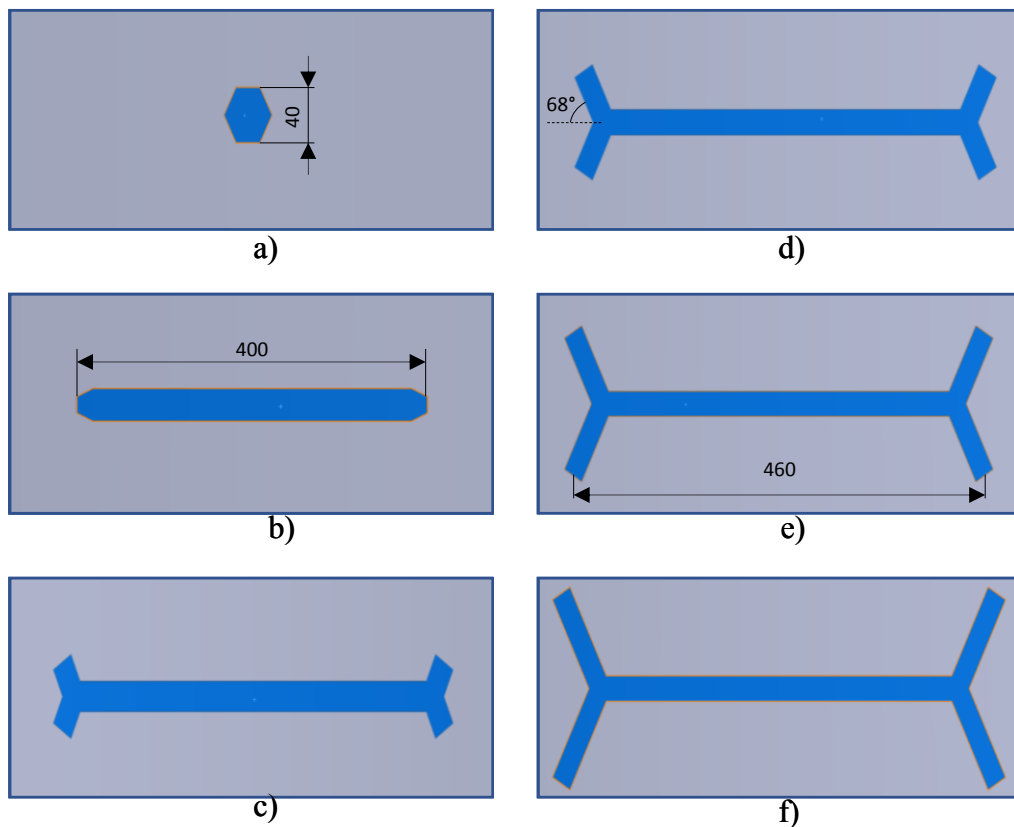


Figura 3.4.4 Modelação da propagação da fenda a) indentação inicial b) pré-fenda 400 μm c) fenda propagada com 420 μm d) fenda propagada com 440 μm e) fenda propagada com 460 μm f) fenda propagada com 480 μm . Dimensões em μm

Serão estudados os fatores de intensidade de tensão correspondentes às fendas apresentadas na Figura 3.4.4 b) a f) pois a pré-fenda é obtida por tração e não por torção.

A fenda foi modelada assumindo a profundidade da indentação inicial como a profundidade da fenda ao longo da sua propagação. Foi definida uma forma semielíptica para a modelação da fenda, sendo a dimensão do maior eixo da elipse de 20 μm e o semieixo menor da elipse com 2 μm . A posição das fendas para um comprimento de fenda de 440 μm pode ser observado na Figura 3.4.5.

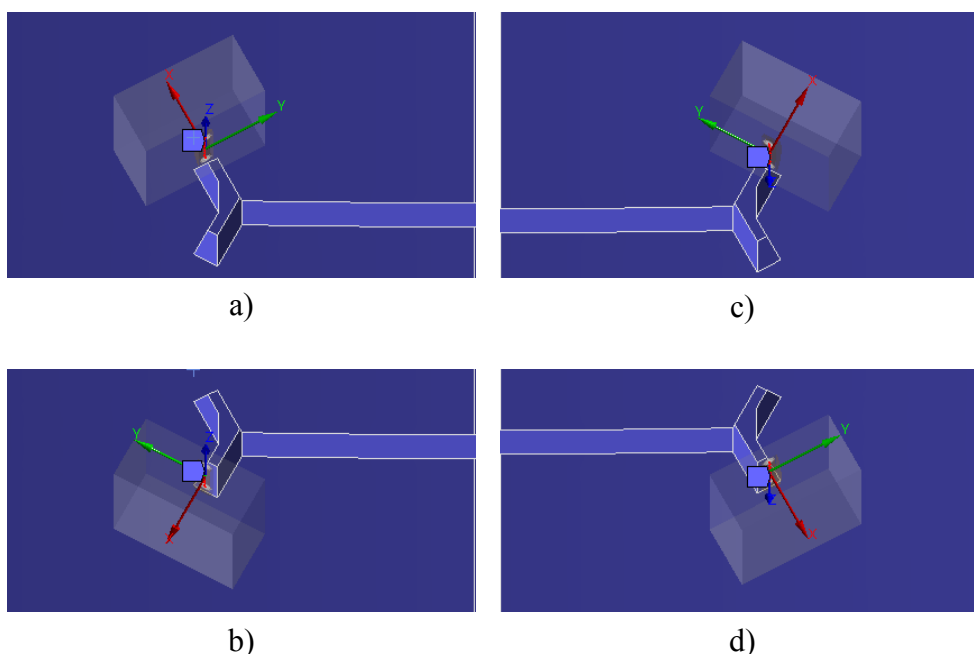


Figura 3.4.5 Frente de fenda semielíptica com comprimento de 440 μm para as ramificações: a) esquerda superior b) esquerda inferior c) direita superior e d) direita inferior.

3.4.2 Provetes prismáticos CT e DENT

No decorrer desta dissertação foram também estudados dois provetes prismáticos, um provete *Compact Tension* (CT) e um provete *Double Edge Notched Tension* (DENT), embora tendo o estudo destes sido menos aprofundado.

O provete CT foi dimensionado com base nos trabalhos de Ferreira [20], Chambel [28] e Martins et al [29]. Este provete tem as dimensões observáveis na Figura 3.4.6 e uma espessura de 3 mm. O provete DENT simulado, possui as dimensões observáveis na Figura 3.4.7. e uma espessura de 3 mm.

Estes provetes foram, à semelhança dos cilíndricos, estudados à torção; contudo, determinaram-se os fatores de intensidade de tensão no momento da propagação da pré-fenda de fadiga a partir do entalhe, como é observável na Figura 4.1.8, onde se pode observar a fenda introduzida nos provetes prismáticos.

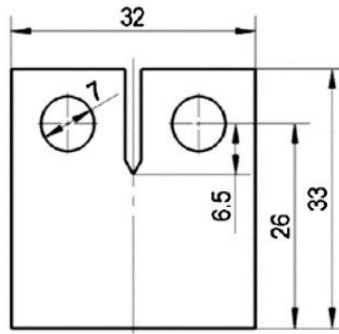


Figura 3.4.6 Provette CT simulado [29]

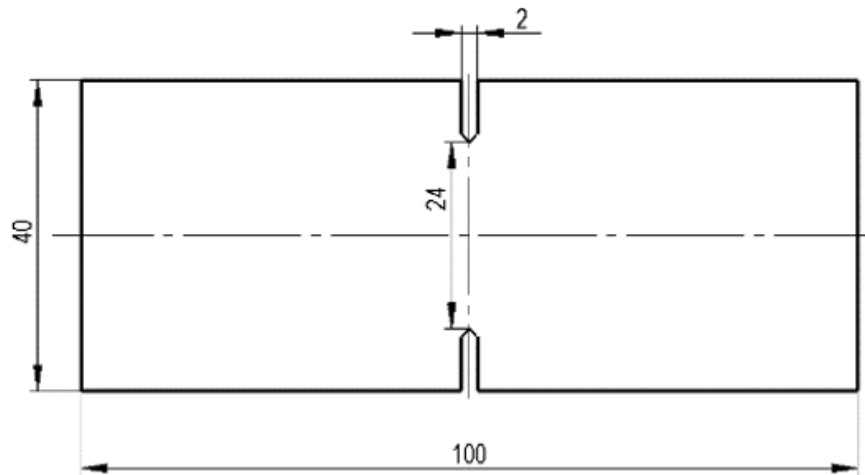


Figura 3.4.7 Provette DENT simulado

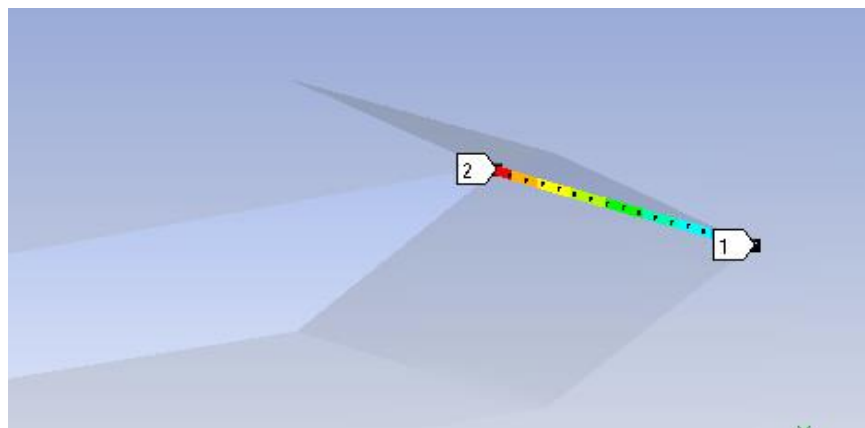


Figura 3.4.8 Fenda utilizada durante a simulação dos provetes prismáticos.

3.5 Carregamentos e condições fronteira

Os carregamentos e as condições de fronteira utilizados durante a simulação numérica do provete cilíndrico tinham como objetivo simular os ensaios experimentais realizados por Murakami. Para tal, o provete cilíndrico foi encastrado em uma das extremidades (B) enquanto que a extremidade oposta (A) era sujeita a um momento torsor de 16,789 N·m. Estas condições são observáveis na Figura 3.5.1. [27]

Quanto aos provetes prismáticos, as condições de fronteira a que os provetes foram sujeitos são semelhantes às impostas na dissertação de mestrado de Ferreira [20] e Chambel [28], bem como no artigo de Martins *et al.* [29]. O valor especificado para o momento de torção utilizado é de 10 N·m. As condições de carregamento para o provete CT e para o provete DENT são observáveis na Figura 3.5.2 e na Figura 3.5.3, respetivamente.

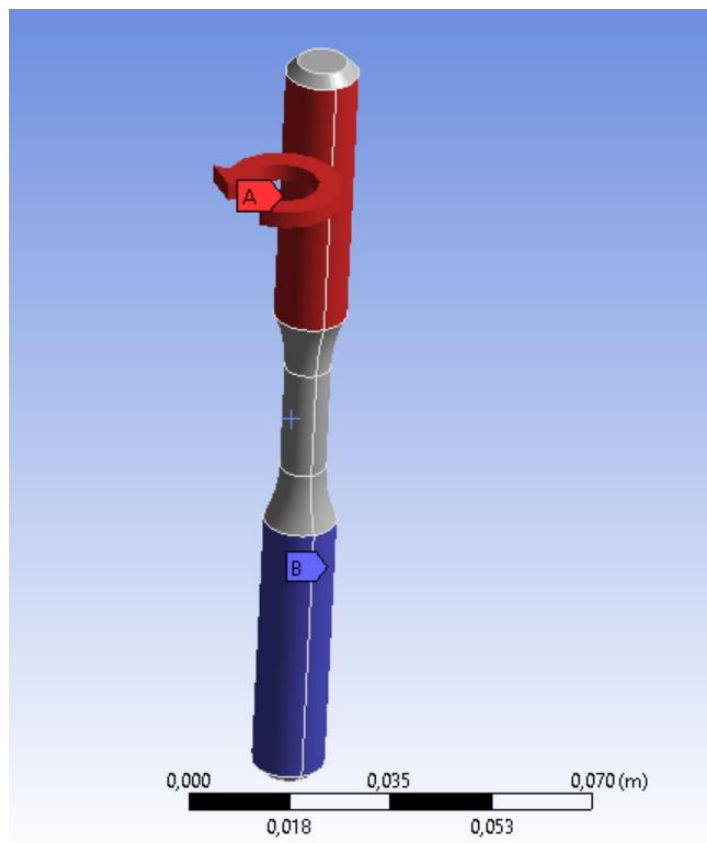


Figura 3.5.1 Aplicação de um momento torsor de 16,789 N·m ao provete cilíndrico modelado.

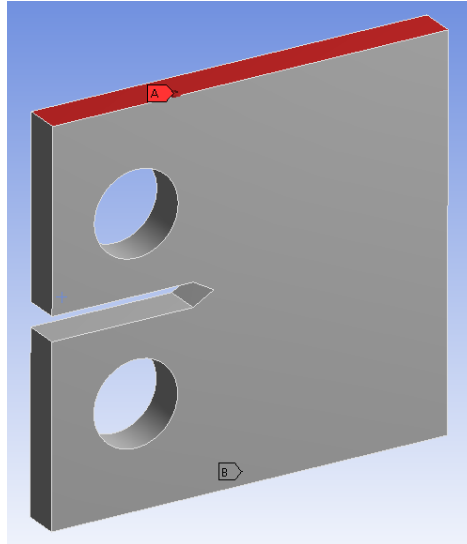


Figura 3.5.2 Aplicação de um momento torsor de 10 N·m ao provete CT modelado

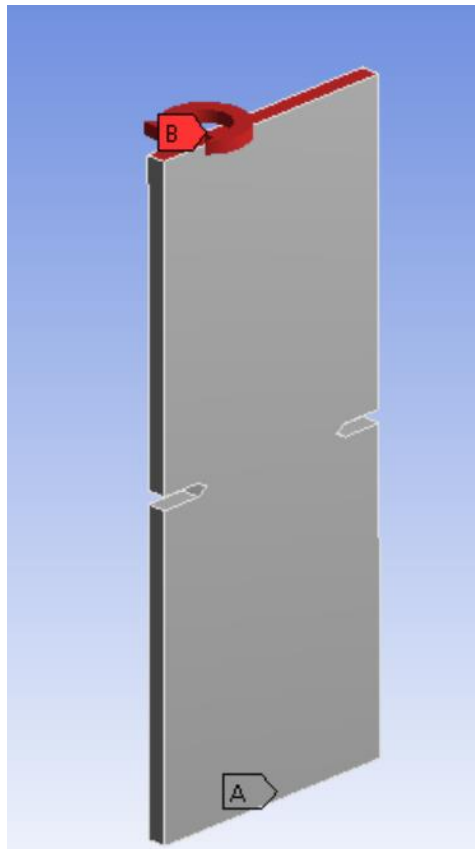


Figura 3.5.3 Aplicação de um momento torsor de 10 N·m ao provete DENT modelado

3.6 Malha de elementos finitos

A malha de elementos finitos aplicada aos provetes foi gerada automaticamente pelo programa de simulação numérica, sendo esta composta por elementos tetraédricos. Contudo, foi necessário refinar a malha na vizinhança das fendas. As Figura 3.6.1 a Figura 3.6.4 permitem a visualização da malha aplicada a cada provete e ao refinamento destas na região dos entalhes.

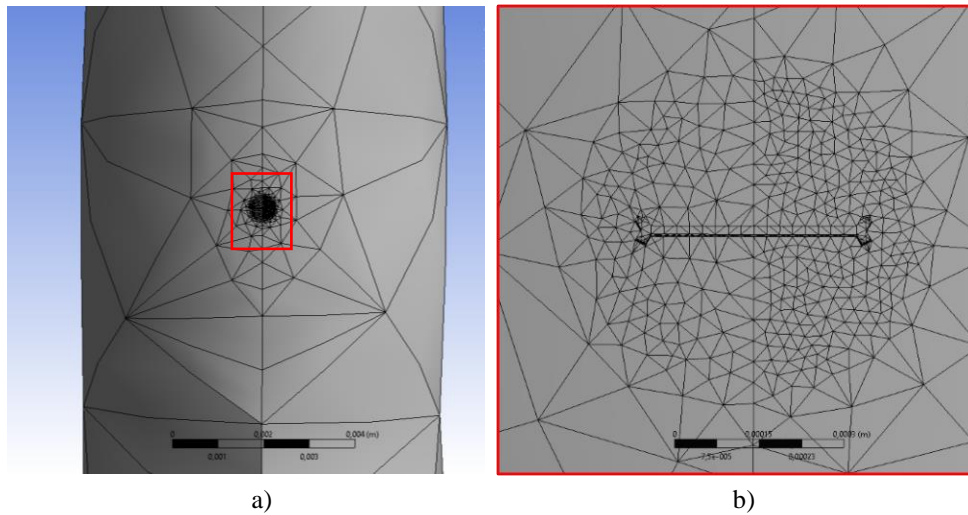


Figura 3.6.1 a) Exemplo da malha de elementos finitos aplicada ao provete cilíndrico b) imagem ampliada de a).

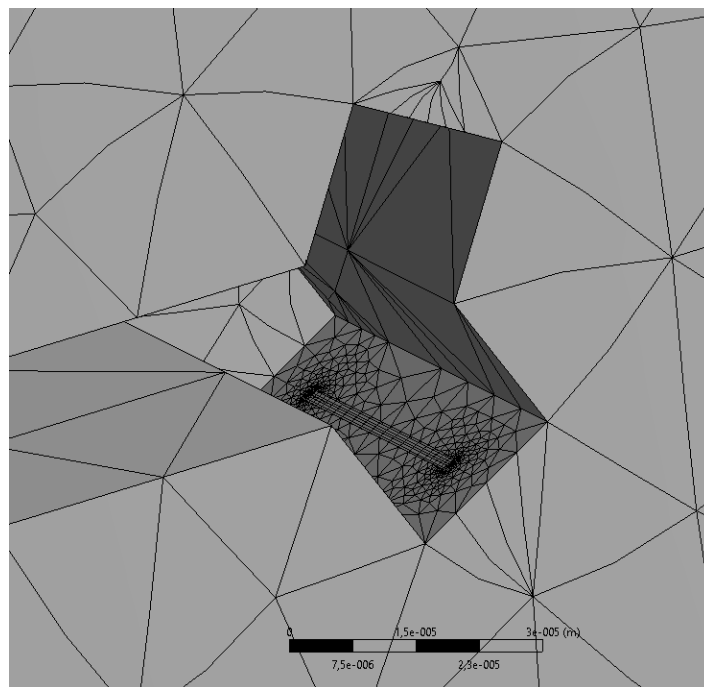


Figura 3.6.2 Pormenor da malha de elementos finitos na região da fenda do provete cilíndrico.

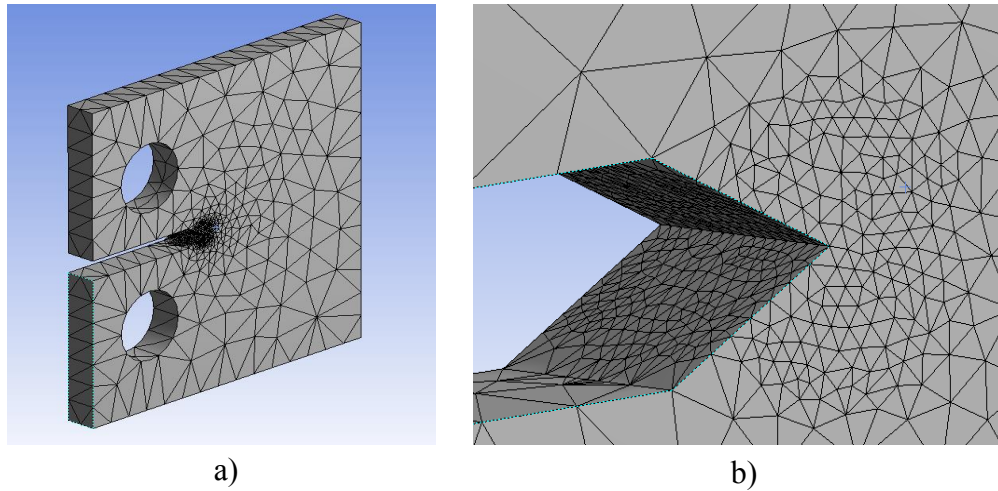


Figura 3.6.3 a) Exemplo da malha de elementos finitos aplicada ao provete CT b) Pormenor da malha de elementos finitos na região da fenda do provete CT.

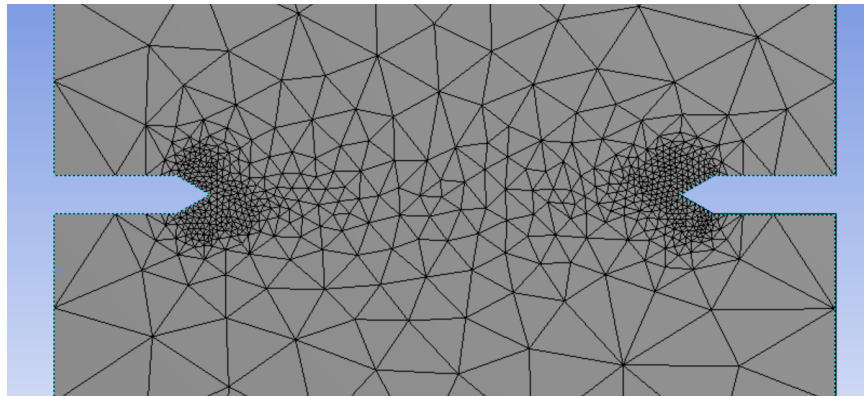


Figura 3.6.4 Exemplo da malha de elementos finitos aplicada ao provete DENT

Depois de os modelos se encontrarem devidamente definidos, foi possível obter, através do programa computacional, soluções para os problemas especificados. O programa computacional, na fase de pós-processamento, apresenta os valores dos fatores de intensidade de tensão K_I , K_{II} , e K_{III} , para cada um dos seis contornos presentes em cada um dos nós analisados ao longo da frente da fenda. Os dados obtidos são apresentados ao utilizador em forma de tabela e graficamente.

3.7 Validação dos resultados

Foi feita a validação dos resultados obtidos pelo programa computacional por comparação com os valores do fator de intensidade de tensão, K_I , calculados através da norma britânica BS 7910-2013 [30], recorrendo ao anexo M.10.3 *Semi-elliptical surface flaws in round bars*. Para esse efeito, modelou-se um provete cilíndrico fissurado, de acordo com a Figura 3.7.1 e a Tabela 3.7.1, o qual foi sujeito a um carregamento de tração.

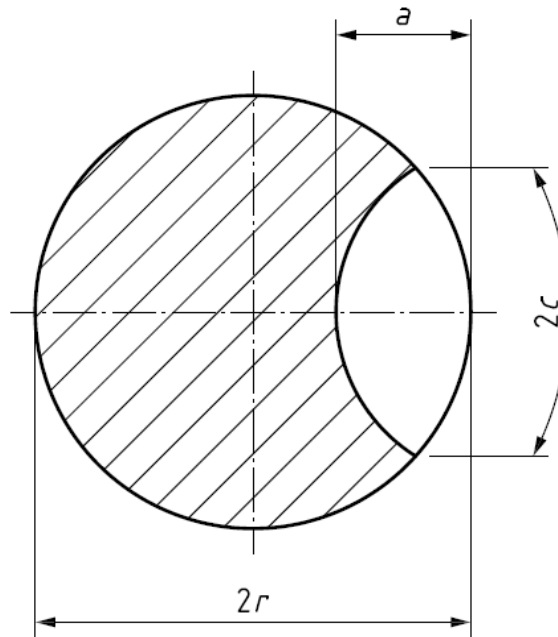


Figura 3.7.1 M.23-fendas semielípticas em varão de aço. Adaptado de [30]

Tabela 3.7.1 M.10- M_m para fendas semielípticas em barras redondas sob carregamentos de tração. Adaptado de [30]

M_m at deepest point				M_m at surface			
a/r	a/c			a/r	a/c		
	0,6	0,8	1,0		0,6	0,8	1,0
0,10	0,867	0,744	0,645	0,10	0,731	0,743	0,736
0,25	0,921	0,763	0,647	0,25	0,782	0,776	0,757
0,40	1,031	0,797	0,661	0,40	0,884	0,846	0,803
0,55	1,226	0,865	0,692	0,55	1,041	0,941	0,864
0,70	1,437	0,978	0,749	0,70	1,187	1,064	0,940

Admitindo uma barra de comprimento arbitrário e as seguintes dimensões:

- $r = 10 \text{ mm}$
- $a = 4 \text{ mm}$
- $c = 5 \text{ mm}$
- $a/r = 0,4, a/c = 0,8$

Recorrendo às equações (3.7.1) a (3.7.4) foi calculado o fator de intensidade de tensão, K_I para um provete cilíndrico simples com uma fenda semielíptica sujeito a um carregamento à tração $F = 50\,000 \text{ N}$ numa das extremidades e encastrado na extremidade oposta.

$$K_I = (Y\sigma)\sqrt{\pi a} \quad (3.7.1)$$

$$(Y\sigma) = (Y\sigma)_P + (Y\sigma)_S \quad (3.7.2)$$

$$(Y\sigma)_P = M_{fw}\{K_{tm}K_{km}M_m P_m + K_{tb}M_{tb}M_b[P_b + (K_m - 1)P_m]\} \quad (3.7.3)$$

$$(Y\sigma)_S = M_m Q_m + M_b Q_b \quad (3.7.4)$$

Em que, $(Y\sigma)_P$ representa a contribuição dos esforços primários para $(Y\sigma)$ e $(Y\sigma)_S$ representa a contribuição dos esforços secundários. Neste caso $(Y\sigma)_S = 0$ pois os esforços secundários são desprezáveis. K_t, K_{tm}, K_{tb} e K_m representam o fator de concentração de tensão geométrico e devido ao desalinhamento, para os esforços de tração e de flexão. Admitindo um provete cilíndrico, sem fator de concentração de tensões e sem desalinhamento, esses valores são iguais a 1. P_m e P_b representam respetivamente a tração e a flexão aplicadas ao provete, sendo que, considerando um carregamento de tração puro, $P_b = 0$. E tem-se, de acordo com a norma, $M = M_{KM} = M_{kb} = fw = 1$. É então possível simplificar as equações (3.7.1) a (3.7.4), até obter a equação (3.7.5).

$$(Y\sigma) = M_m P_m \quad (3.7.5)$$

Em que, segundo a Tabela 3.7.1, $M_m = 0,797$ na frente da fenda e $M_m = 0,846$ na superfície do provete. P_m pode ser calculado da seguinte forma:

$$P_m = \frac{F}{\pi r^2} = \frac{50000}{\pi \cdot 0,01^2} \quad (3.7.6)$$

É então possível calcular K_I , quer para a frente da fenda, K_{IF} , quer para a superfície do provete, K_{IS} , de acordo com as equações (3.7.7) a (3.7.8).

$$K_{IF} = 0,797 \frac{50000}{\pi \cdot 0,01^2} \sqrt{\pi \cdot 0,004} \quad (3.7.7)$$

$$K_{IS} = 0,846 \frac{50000}{\pi \cdot 0,01^2} \sqrt{\pi \cdot 0,004} \quad (3.7.8)$$

Obtêm-se então os valores:

- $K_{IF} = 14,2 \cdot 10^6 \text{ Pa} \cdot \text{m}^{1/2}$
- $K_{IS} = 15,1 \cdot 10^6 \text{ Pa} \cdot \text{m}^{1/2}$

Na Figura 3.7.2 apresentam-se os resultados numéricos obtidos para o fator de intensidade de tensão, K_I , ao longo da frente da fenda, para o mesmo provete, com as mesmas condições fronteira, recorrendo ao programa computacional.

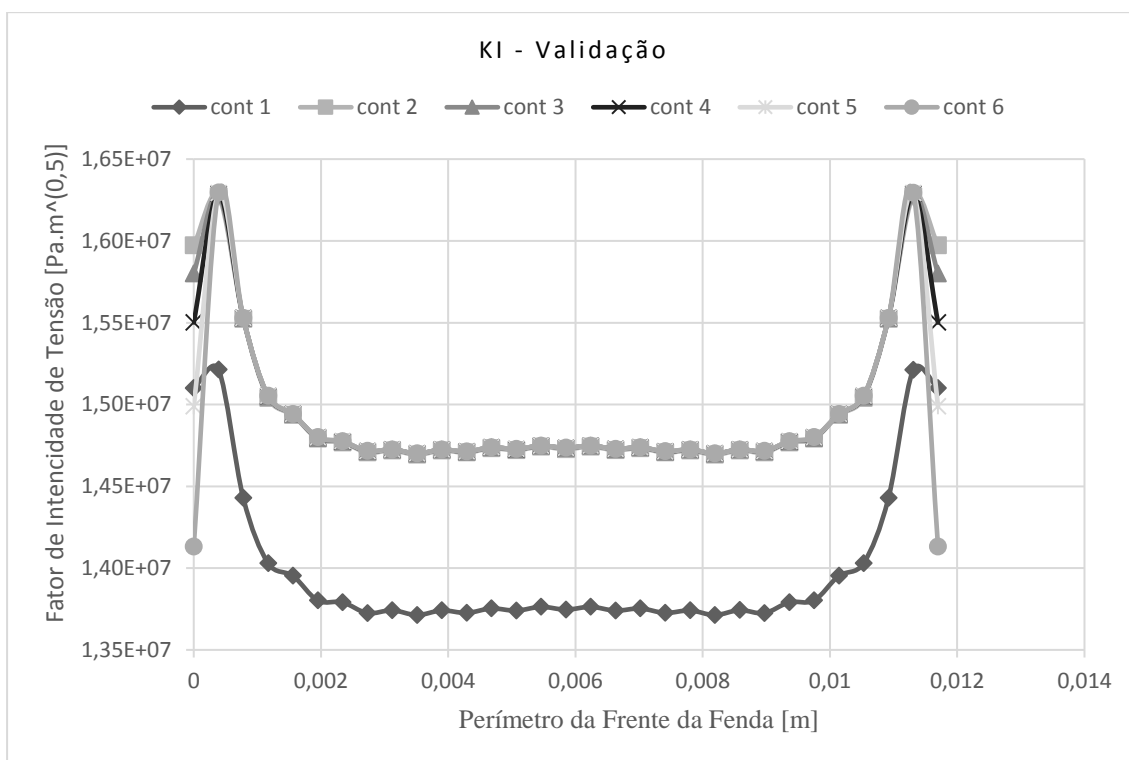


Figura 3.7.2 K_I para os seis contornos, ao longo da espessura da fenda, para a validação dos dados obtidos com o programa computacional, por comparação com a norma BS 7910

Comparando os resultados obtidos com a norma britânica, BS 7910-2015, conclui-se que para provetes cilíndricos sujeitos a tração, o resultado mais coerente é a média aritmética entre os valores obtidos no primeiro e nos restantes contornos. Para os provetes prismáticos optou-se por considerar o primeiro contorno na comparação entre os fatores de intensidade de tensão.

Os resultados obtidos serão analisados graficamente ao longo do próximo capítulo. Estes resultados são, também, apresentados sob o formato de tabela, em anexo.

4 Apresentação e análise de resultados

4.1 Resultados numéricos referentes ao provete

cilíndrico

O presente capítulo apresenta, graficamente, os resultados dos fatores de intensidade de tensão, K_I , K_{II} e K_{III} , para os diferentes comprimentos de fenda, ao longo da propagação desta. Adicionalmente efetua-se uma comparação entre os resultados obtidos através da simulação e os resultados experimentais obtidos por Murakami [27].

4.1.1 Comprimento de fenda 400 μm

A Figura 4.1.1 representa a fenda introduzida na extremidade esquerda da pré-fenda aquando do início do carregamento torsional. A etiqueta 1 representa a origem, o primeiro nó, da fenda enquanto que a etiqueta 2 representa o final, o último nó, da fenda. A fenda representada na Figura 4.1.1 tem a sua origem na zona interior do provete e estende-se em direção ao exterior.

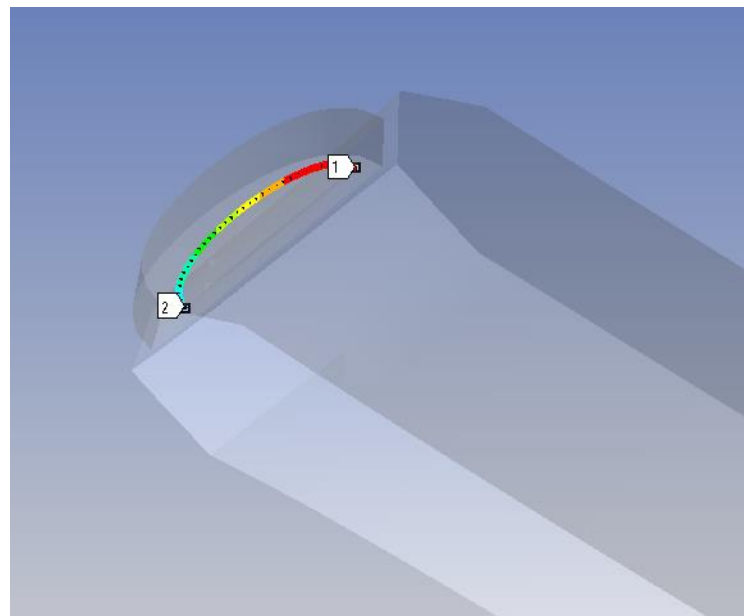


Figura 4.1.1 Fenda inserida na extremidade esquerda da pré-fenda (1) início da espessura da fenda (2) fim da espessura da fenda

A Figura 4.1.2 apresenta graficamente os valores dos fatores de intensidade de tensão, K_I , K_{II} e K_{III} , ao longo a espessura da fenda apresentada na Figura 4.1.1.

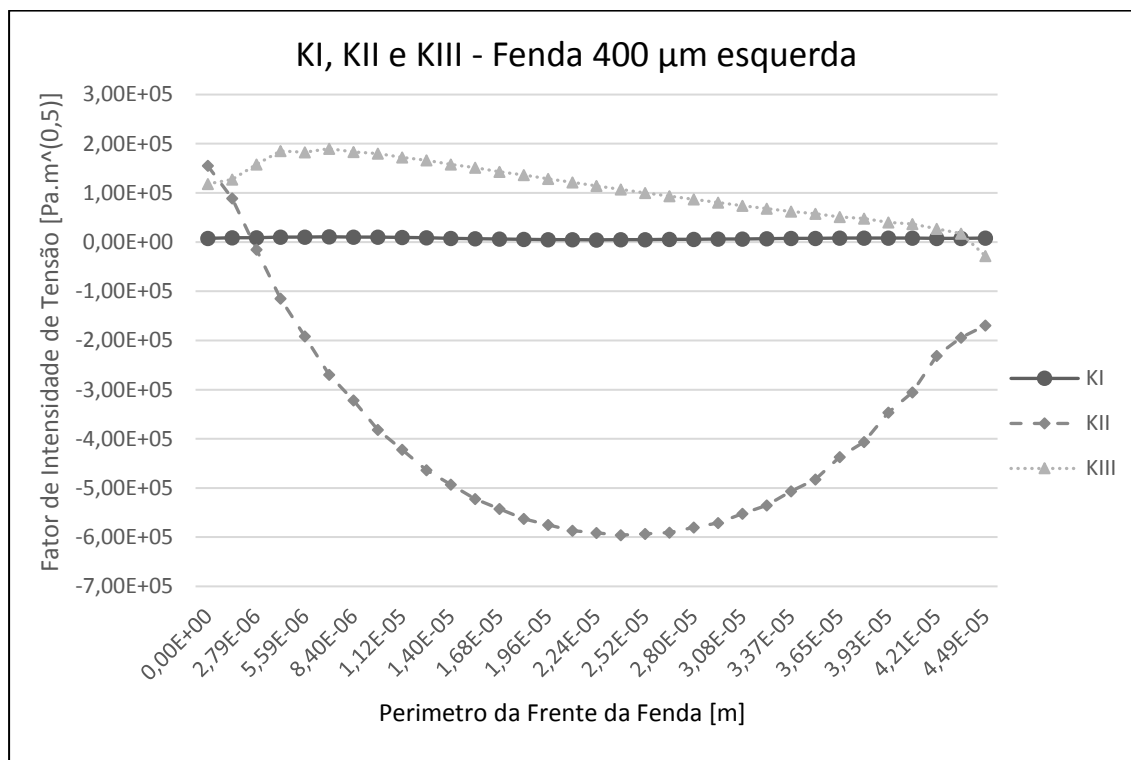


Figura 4.1.2 K_I , K_{II} e K_{III} , ao longo da frente da fenda, para a fenda do lado esquerdo do provete cilíndrico submetido a um momento torsor de 16,789 N.m, comprimento de fenda 400 μm

É então perceptível que os valores de K_I são consideravelmente pequenos em relação a K_{II} e K_{III} ; como tal, é seguro assumir que esta fenda não propagará no plano da fenda. É ainda de notar que os valores, em módulo, de K_{II} são na sua maioria superiores aos valores de K_{III} , o que sugere que a fenda propagaria segundo um plano de aproximadamente 70° .

Considerando que a frente da fenda evolui do interior do provete até à sua superfície, é relevante verificar que os valores máximos, em módulo, de K_{II} ocorrem na zona central da fenda e que existe uma zona junto do início da fenda onde os valores de K_{III} são superiores, em módulo, aos valores de K_{II} o que permite assumir que a fenda propaga de maneira diferente dependendo da sua profundidade. De acordo com os resultados experimentais obtidos por Murakami, esta fenda bifurca e propaga com um ângulo de 68° em relação ao plano da fenda. É seguro assumir que a direção do plano de propagação se deve à presença dominante de K_{II} .

Por sua vez, a Figura 4.1.3 representa a fenda introduzida na extremidade direita da pré-fenda aquando do início do carregamento torsional.

A Figura 4.1.4 apresenta graficamente os valores dos fatores de intensidade de tensão, K_I , K_{II} e K_{III} , ao longo a frente da fenda apresentada na Figura 4.1.3.

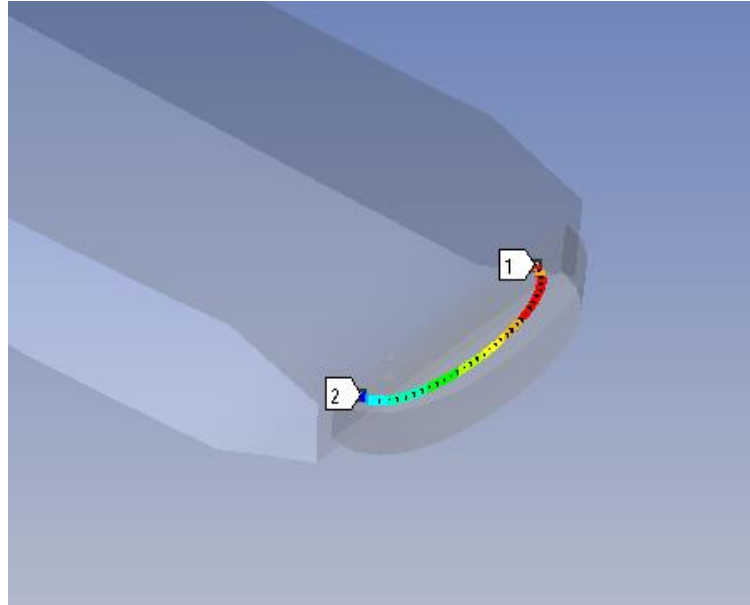


Figura 4.1.3 Fenda inserida na extremidade direita da pré-fenda (1) início da espessura da fenda (2) fim da espessura da fenda

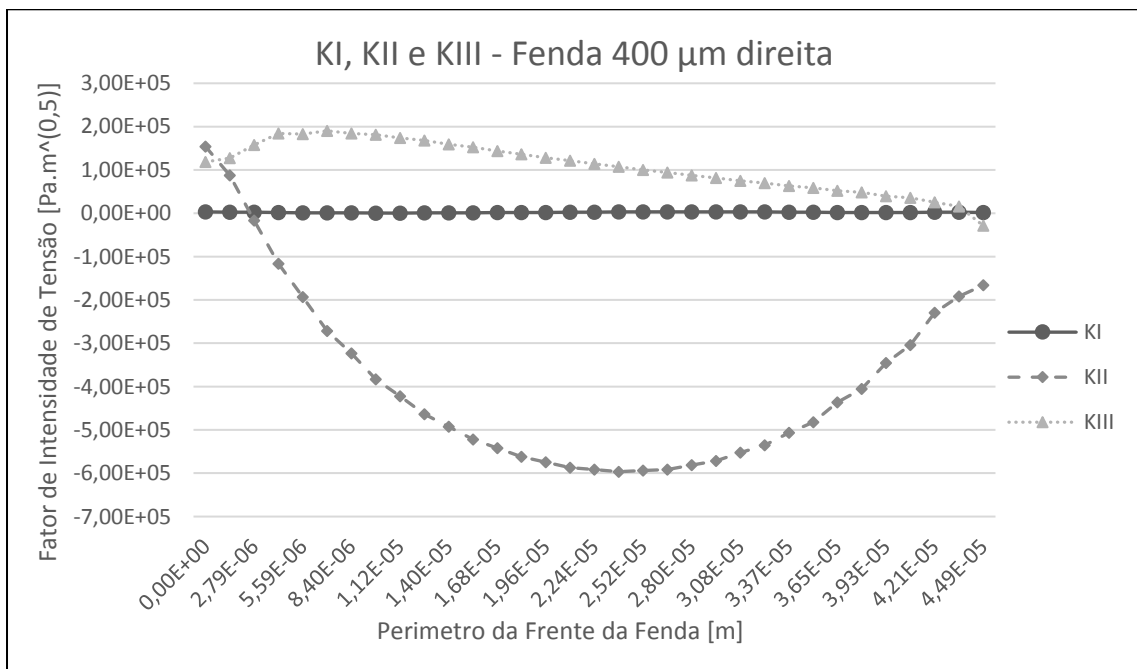


Figura 4.1.4 K_I , K_{II} e K_{III} , ao longo da espessura da fenda, para a fenda do lado direito do provete cilíndrico submetido a um momento torsor de 16,789 N.m, Comprimento de fenda 400 µm

Como se pode observar na Figura 4.1.4 os valores obtidos na fenda da direita são idênticos aos valores observados na fenda da esquerda; como tal a ilações são idênticas às anteriormente apresentadas, como se pode confirmar em anexo.

4.1.2 Comprimento de fenda 420 μm

A Figura 4.1.5 representa a bifurcação que ocorre devido à propagação da fenda. Na ramificação superior do lado esquerdo foi introduzida uma fenda de modo a obter os valores dos fatores de intensidade de tensão para um comprimento de fenda de 420 μm . Novamente, a etiqueta 1 representa a origem, o primeiro nó, da fenda, enquanto que a etiqueta 2 representa o final, o último nó, da fenda. Contudo, a fenda representada na Figura 4.1.5 tem a sua origem na zona exterior do provete e estende-se em direção ao interior.

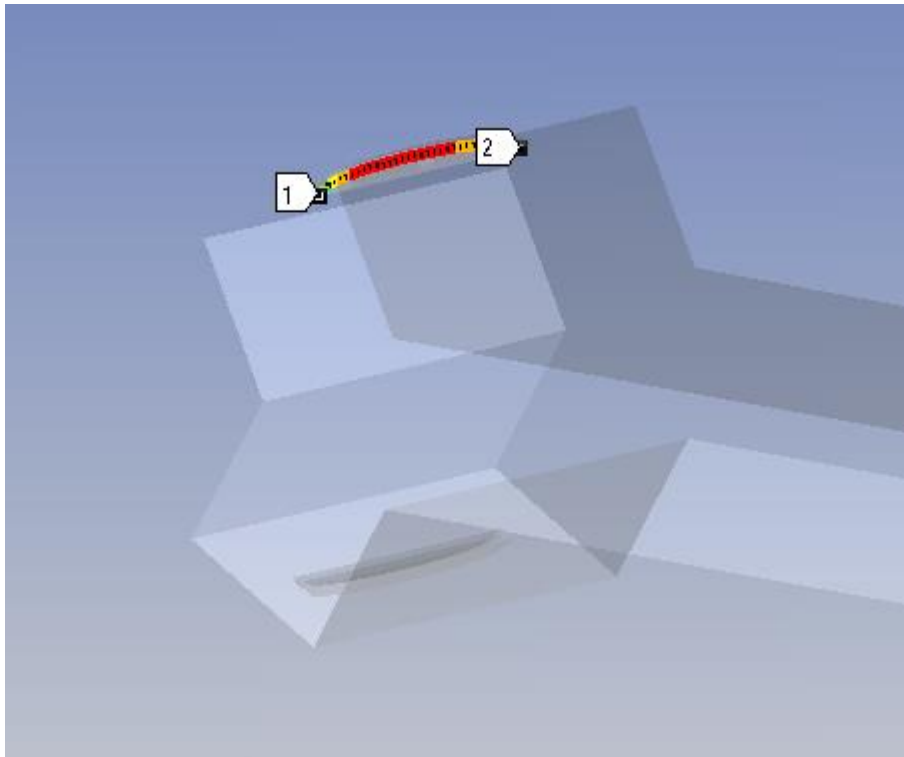


Figura 4.1.5 Fenda inserida na ramificação superior esquerda para um comprimento de fenda de 420 μm (1) início da espessura da fenda (2) fim da espessura da fenda

A Figura 4.1.6 apresenta graficamente os valores dos fatores de intensidade de tensão, K_I , K_{II} e K_{III} , ao longo da frente da fenda apresentada na Figura 4.1.5

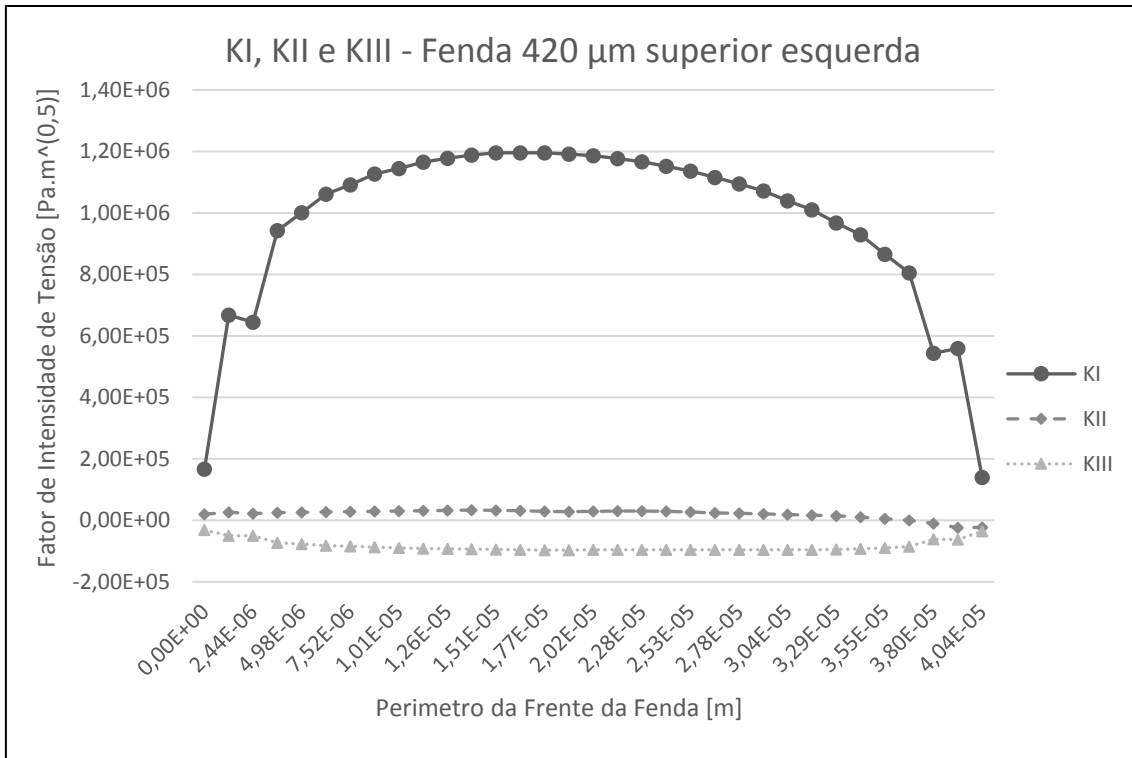


Figura 4.1.6 K_I , K_{II} e K_{III} , ao longo da espessura da fenda inserida na ramificação superior esquerda do provete cilíndrico submetido a um momento torsor de 16,789 N.m, Comprimento de fenda 420 µm

É evidente que os valores do fator de intensidade de tensão, K_I são dominantes após ocorrer a bifurcação da fenda. É também relevante identificar que os valores máximos para K_I se encontram localizados no centro da fenda, com um ligeiro desvio para o exterior do provete. Apesar de não ser intuitivamente perceptível através da Figura 4.1.6, os valores, em módulo, de K_{III} são duas vezes superiores a K_{II} .

Na Figura 4.1.7 encontra-se identificada a fenda introduzida na ramificação inferior do lado esquerdo para um comprimento de fenda de 420 µm. À semelhança da Figura 4.1.5, a etiqueta 1 representa a origem, o primeiro nó, da fenda enquanto que a etiqueta 2 representa o final, o último nó, da fenda. No entanto, a fenda representada na Figura 4.1.7 tem a sua origem na zona interior do provete e estende-se em direção ao exterior.

A Figura 4.1.8 apresenta graficamente os valores dos fatores de intensidade de tensão, K_I , K_{II} e K_{III} , ao longo da frente da fenda apresentada na Figura 4.1.7.

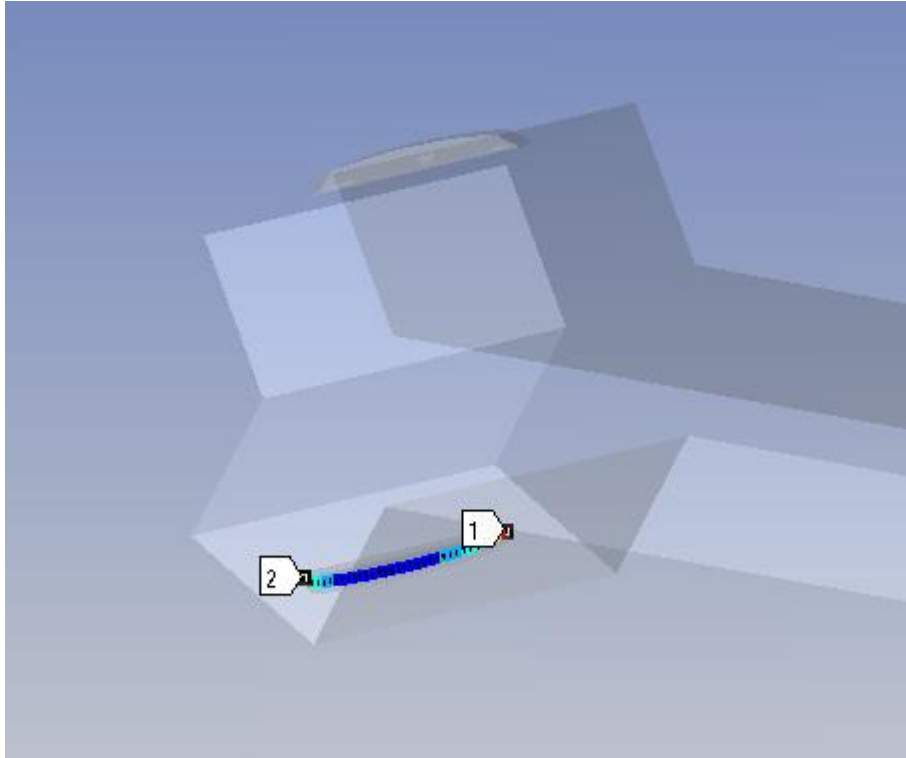


Figura 4.1.7 Fenda inserida na ramificação inferior esquerda para um comprimento de fenda de 420 μm (1) início da espessura da fenda (2) fim da espessura da fenda

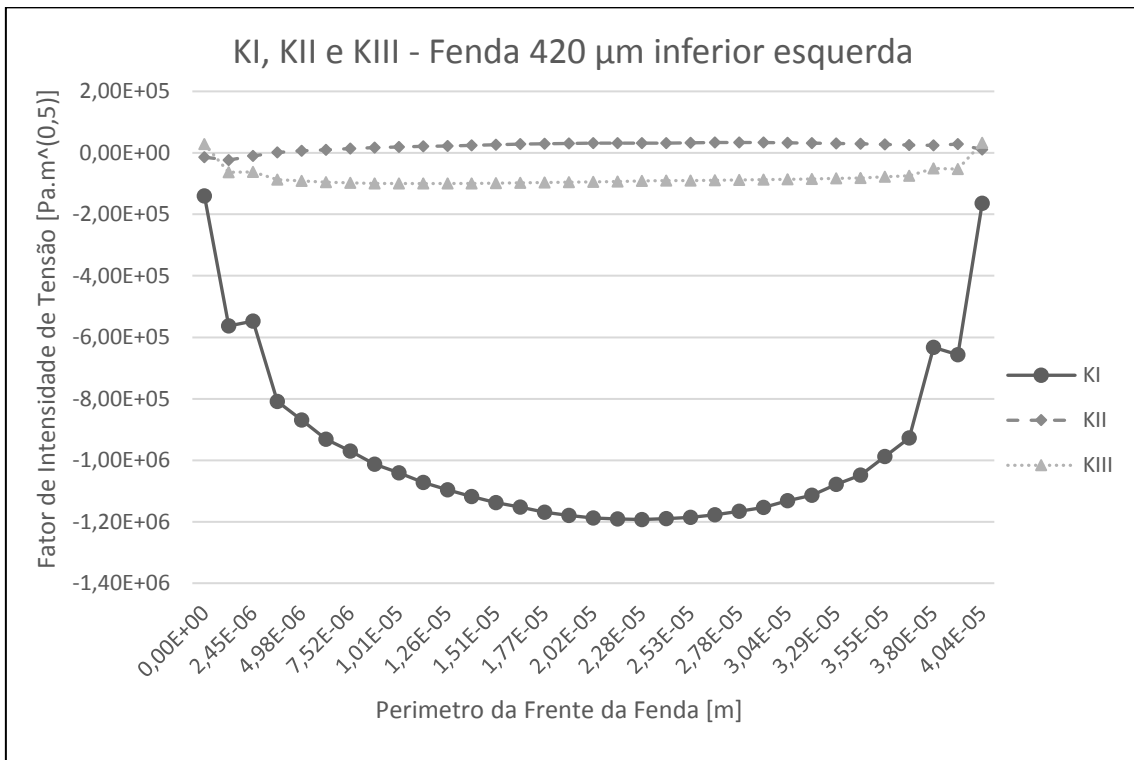


Figura 4.1.8 K_I , K_{II} e K_{III} , ao longo da espessura da fenda inserida na ramificação inferior esquerda do provete cilíndrico submetido a um momento torsor de 16,789 N.m, Comprimento de fenda 420 μm

Considerando a mudança no referencial das abcissas, os valores, em módulo, do fator de intensidade de tensão, K_I , observáveis na Figura 4.1.8 são análogos aos observáveis na Figura 4.1.6. Existe uma ligeira diferença nos valores de K_{II} e K_{III} .

As Figura 4.1.9 e Figura 4.1.10 apresentam os resultados referentes às fendas introduzidas na ramificação superior e inferior direita, respetivamente.

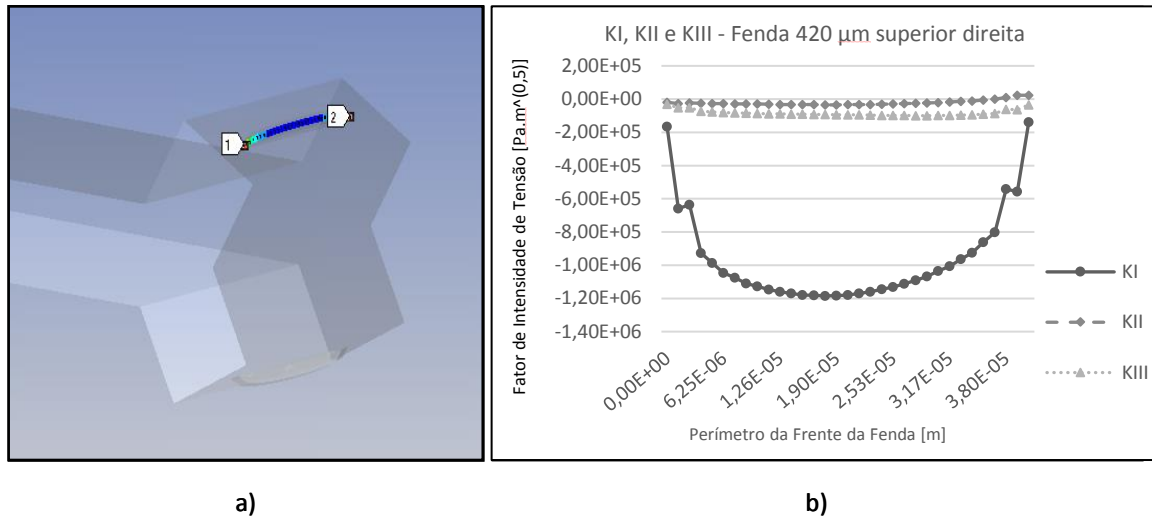


Figura 4.1.9 Comprimento de fenda 420 μm a) Fenda inserida na ramificação superior direita b) K_I , K_{II} e K_{III} , ao longo da espessura da fenda inserida na ramificação superior direita do provete cilíndrico submetido a um momento torsor de 16,789 N.m,

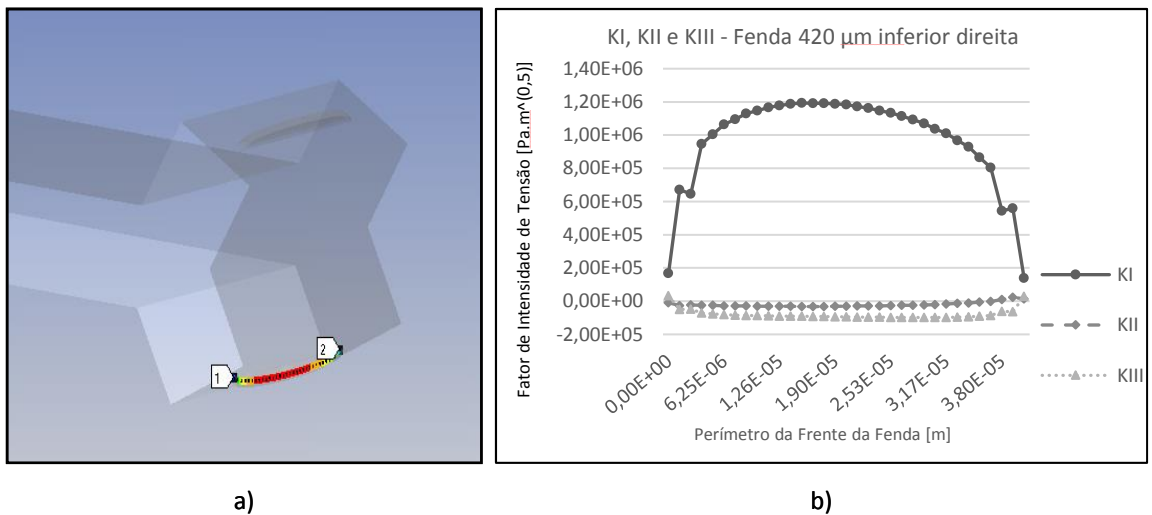


Figura 4.1.10 Comprimento de fenda 420 μm a) Fenda inserida na ramificação inferior direita b) K_I , K_{II} e K_{III} , ao longo da espessura da fenda inserida na ramificação inferior direita do provete cilíndrico submetido a um momento torsor de 16,789 N.m,

Como é perceptível, não existem diferenças significativas entre os valores, em módulo, dos fatores de intensidades de tensão. K_I , K_{II} e K_{III} , para as fendas apresentada para o comprimento de onda de 420 μm.

4.1.3 Comprimento de fenda 440 μm

As Figura 4.1.11 a Figura 4.1.14 apresentaram os valores dos fatores de intensidade de tensão para as fendas superior esquerda, inferior esquerda, superior direita e inferior direita.

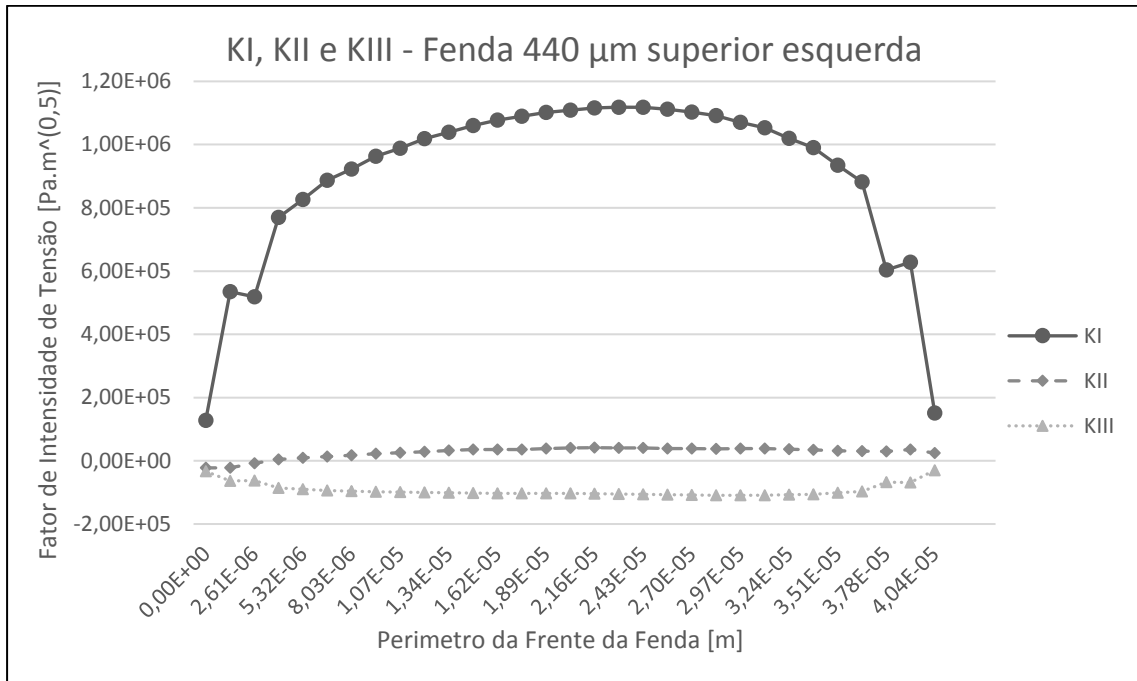


Figura 4.1.11 K_I , K_{II} e K_{III} , ao longo da espessura da fenda inserida na ramificação superior esquerda do provete cilíndrico submetido a um momento torsor de 16,789 N.m, Comprimento de fenda 440 μm

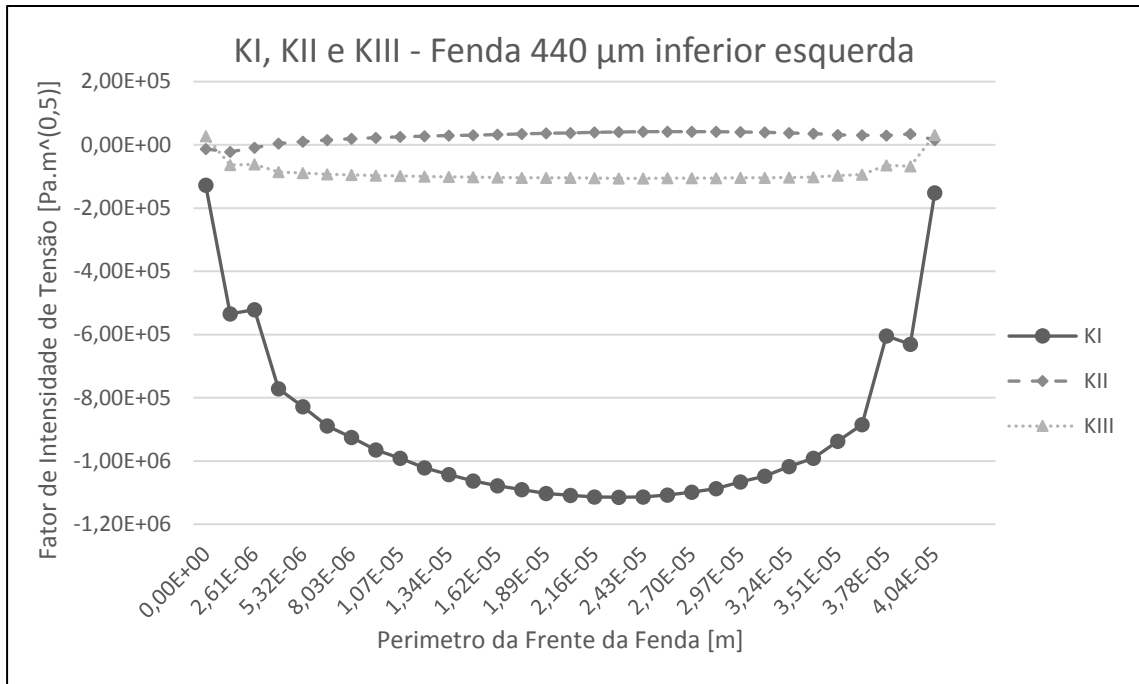


Figura 4.1.12 K_I , K_{II} e K_{III} , ao longo da espessura da fenda inserida na ramificação inferior esquerda do provete cilíndrico submetido a um momento torsor de 16,789 N.m, Comprimento de fenda 440 µm

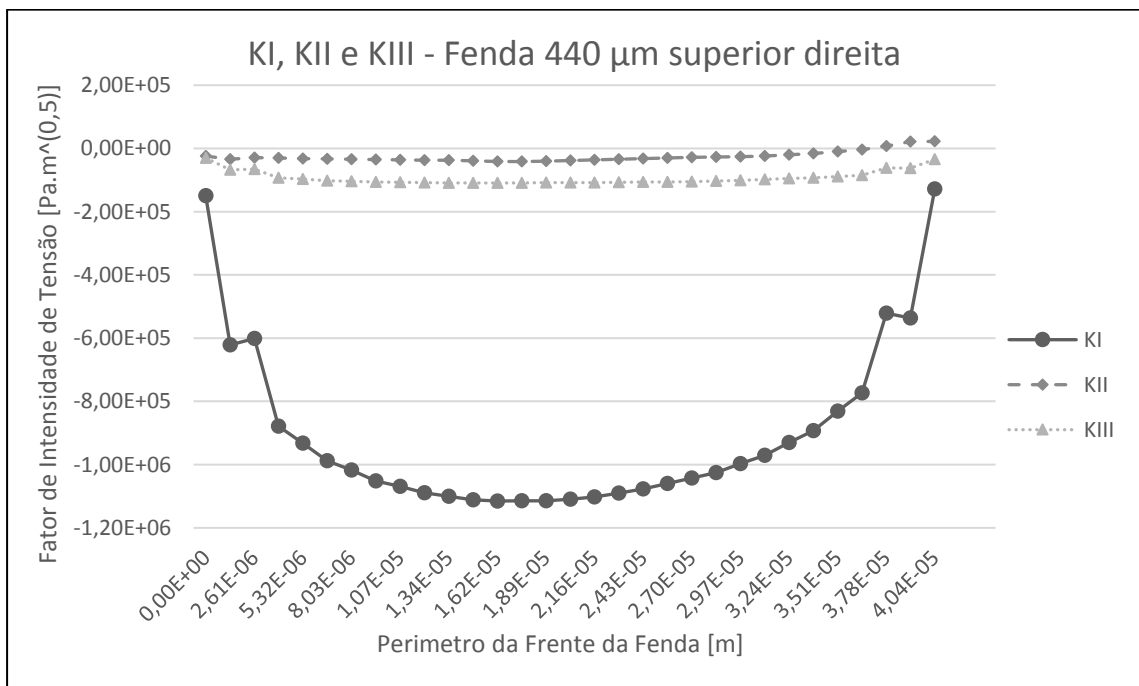


Figura 4.1.13 K_I , K_{II} e K_{III} , ao longo da espessura da fenda inserida na ramificação superior direita do provete cilíndrico submetido a um momento torsor de 16,789 N.m, Comprimento de fenda 440 µm

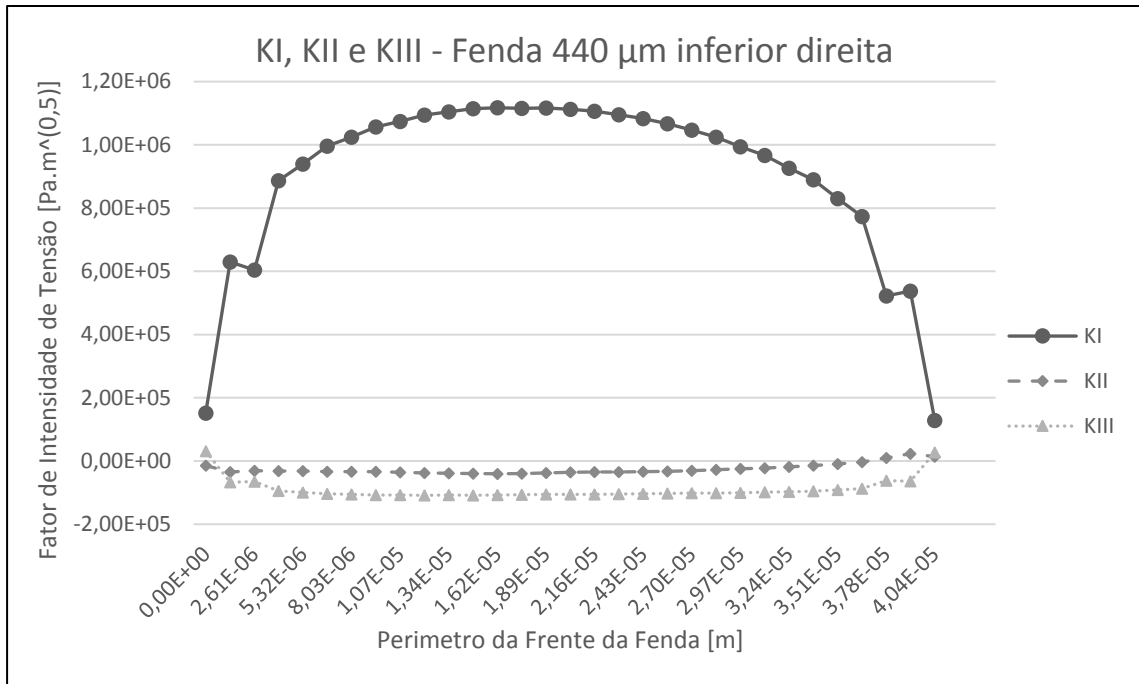


Figura 4.1.14 K_I , K_{II} e K_{III} , ao longo da espessura da fenda inserida na ramificação inferior direita do provete cilíndrico submetido a um momento torsor de 16,789 N.m, Comprimento de fenda 440 µm

Como se pode observar, comparando os resultados obtidos para os comprimentos de fenda de 420 µm e 440 µm, não existem diferenças significativas entre ambos os comprimentos de fenda, apesar de os valores para K_I diminuírem ligeiramente, este continuam uma ordem de grandeza superiores aos valores de K_{II} e K_{III} . Para os comprimentos de fenda que se seguem, os resultados obtidos apresentam um comportamento semelhante.

4.1.4 Comprimento de fenda 460 µm

As Figura 4.1.15 a Figura 4.1.18 apresentaram os valores dos fatores de intensidade de tensão para as fendas superior esquerda, inferior esquerda, superior direita e inferior direita.

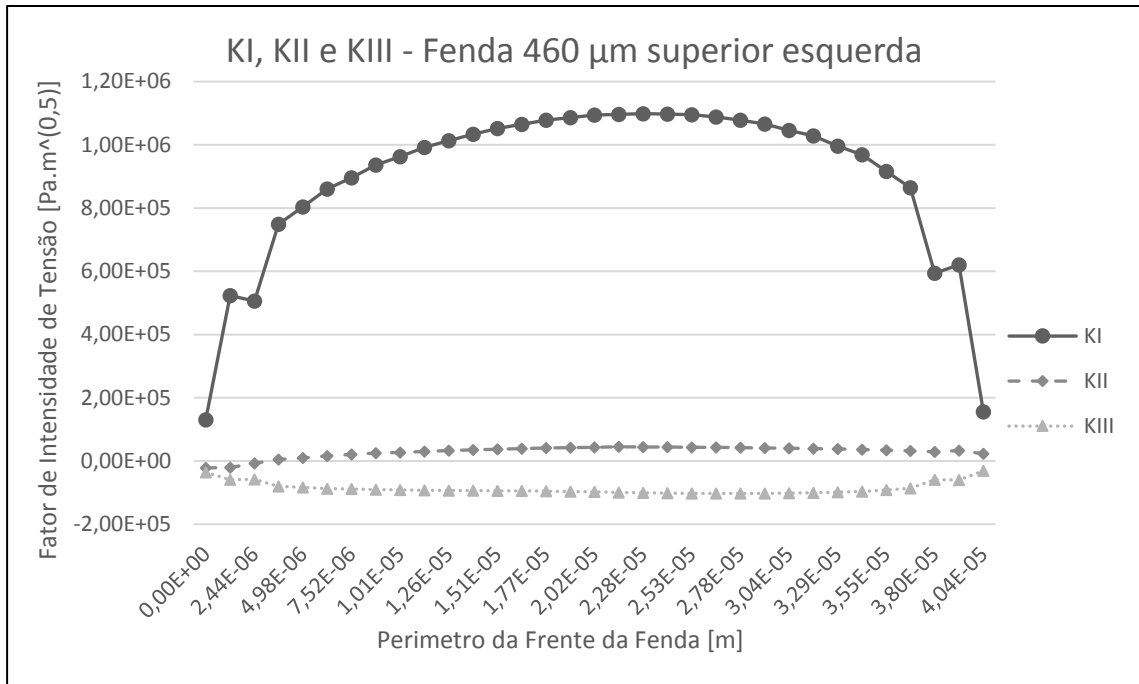


Figura 4.1.15 K_I , K_{II} e K_{III} , ao longo da espessura da fenda inserida na ramificação superior esquerda do provete cilíndrico submetido a um momento torsor de 16,789 N.m, Comprimento de fenda 460 μm

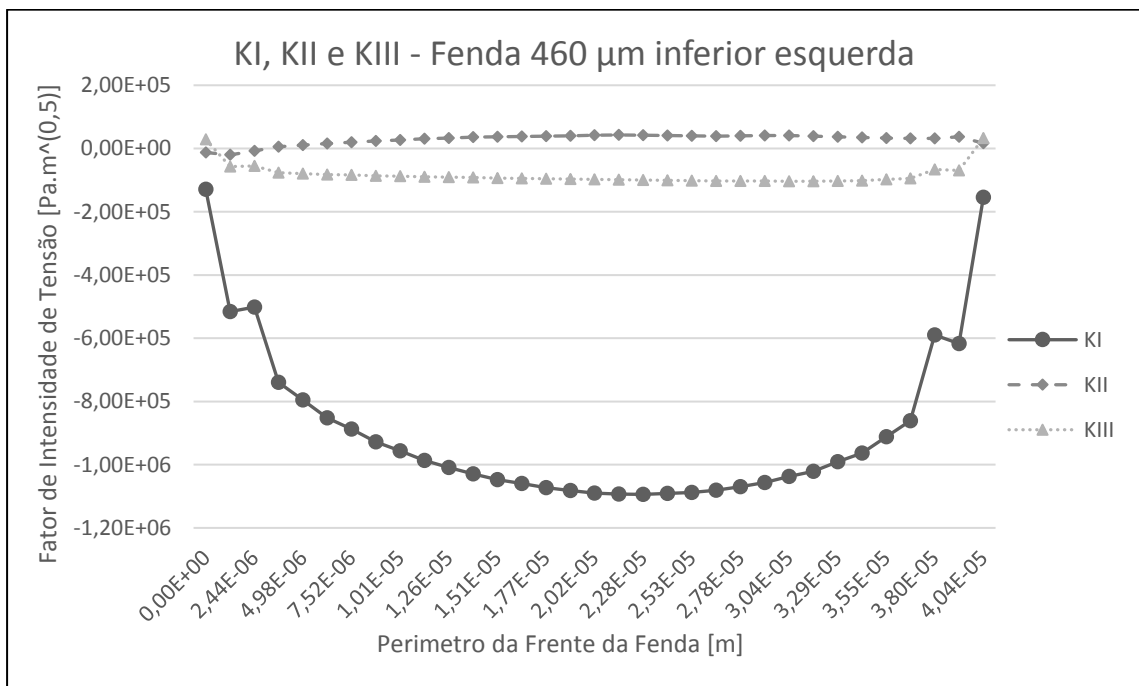


Figura 4.1.16 K_I , K_{II} e K_{III} , ao longo da espessura da fenda inserida na ramificação inferior esquerda do provete cilíndrico submetido a um momento torsor de 16,789 N.m, Comprimento de fenda 460 μm

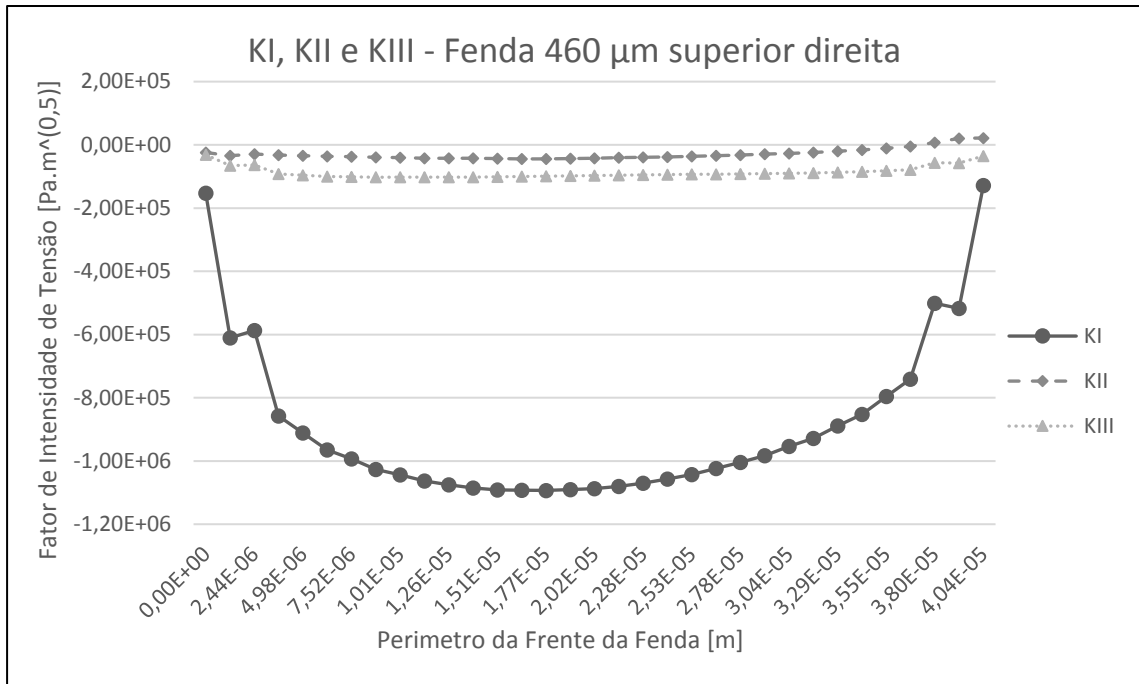


Figura 4.1.17 K_I , K_{II} e K_{III} , ao longo da espessura da fenda inserida na ramificação superior direita do provete cilíndrico submetido a um momento torsor de 16,789 N.m, Comprimento de fenda 460 μm

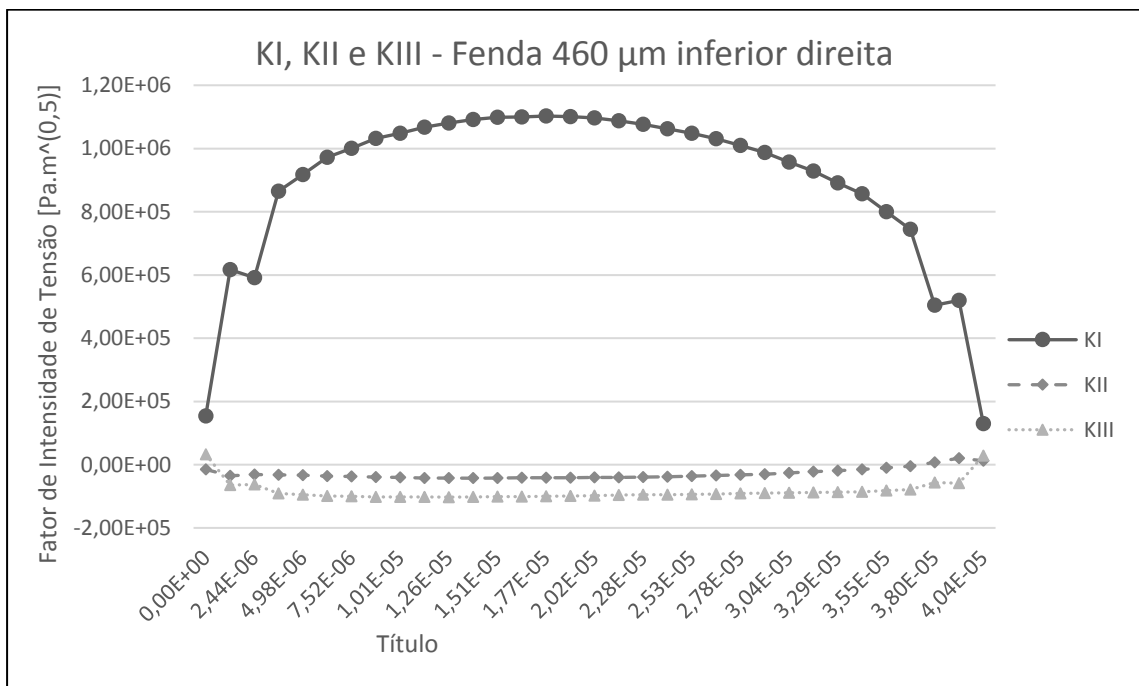


Figura 4.1.18 K_I , K_{II} e K_{III} , ao longo da espessura da fenda inserida na ramificação inferior direita do provete cilíndrico submetido a um momento torsor de 16,789 N.m, Comprimento de fenda 460 μm

4.1.5 Comprimento de fenda 480 μm

As Figura 4.1.19 a Figura 4.1.20 apresentaram os valores dos fatores de intensidade de tensão para as fendas superior esquerda, inferior esquerda, superior direita e inferior direita.

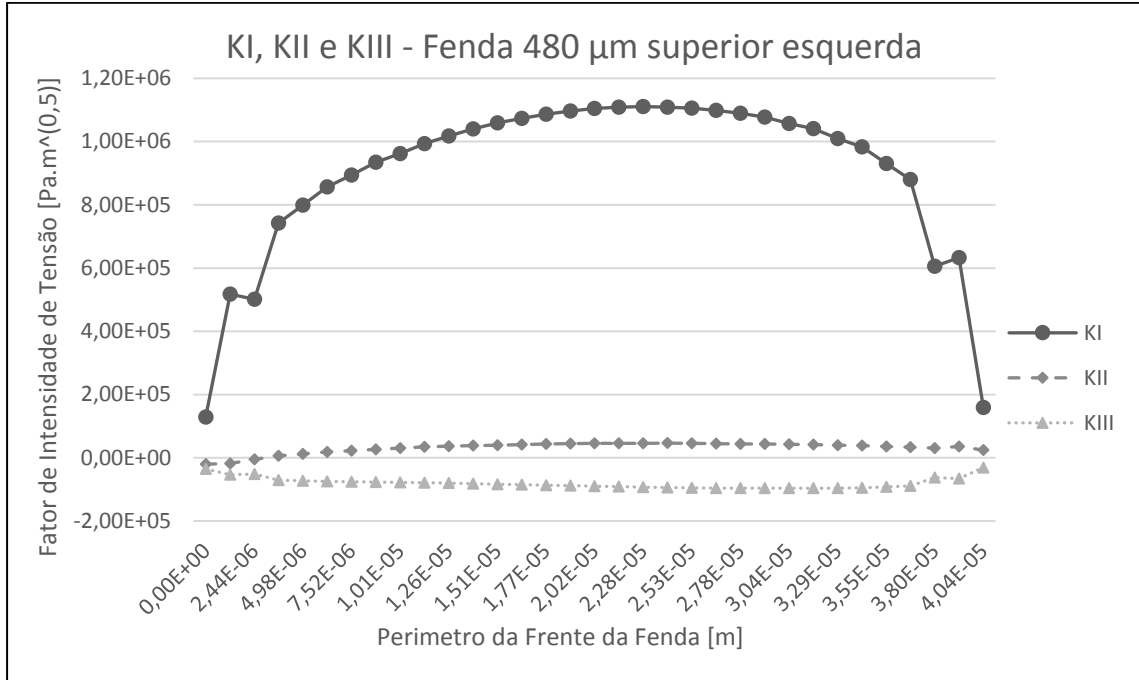


Figura 4.1.19 K_I , K_{II} e K_{III} , ao longo da espessura da fenda inserida na ramificação superior esquerda do provete cilíndrico submetido a um momento torsor de 16,789 N.m, Comprimento de fenda 480 μm

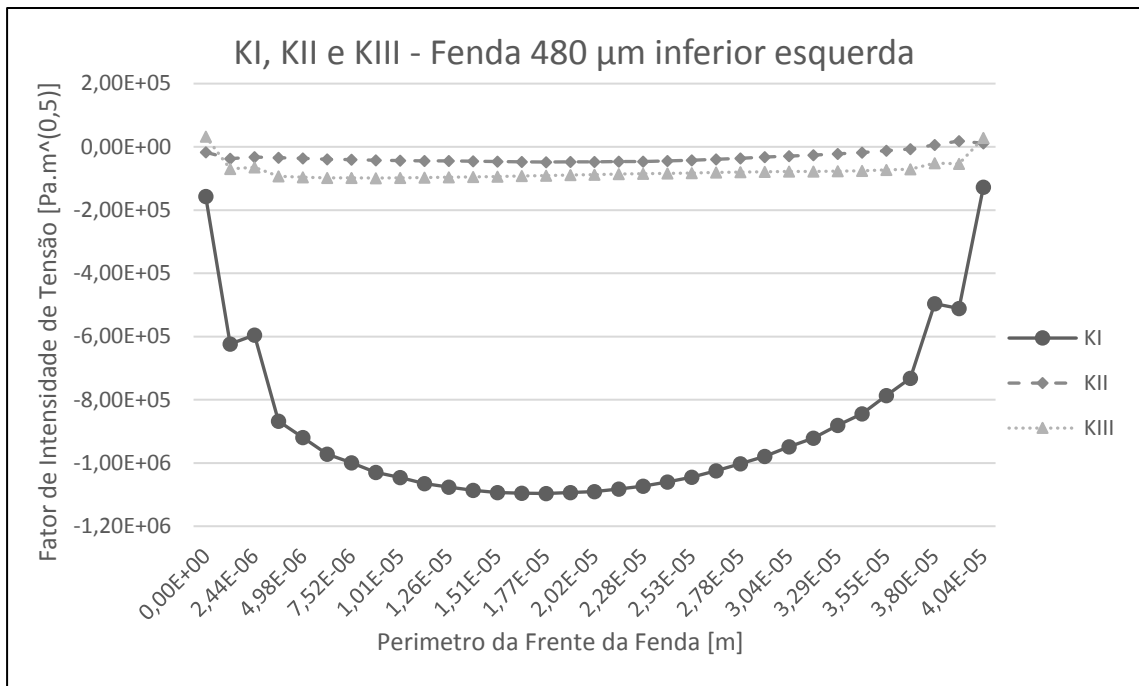


Figura 4.1.20 K_I , K_{II} e K_{III} , ao longo da espessura da fenda inserida na ramificação inferior esquerda do provete cilíndrico submetido a um momento torsor de 16,789 N.m, Comprimento de fenda 480 μm

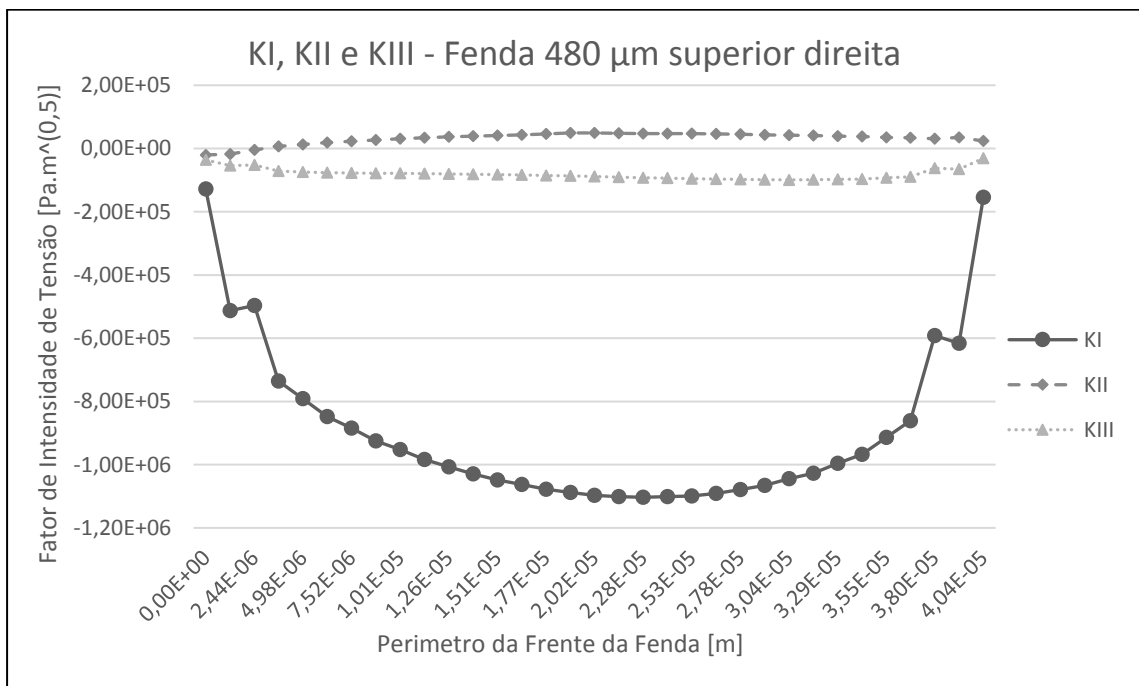


Figura 4.1.21 K_I , K_{II} e K_{III} , ao longo da espessura da fenda inserida na ramificação superior direita do provete cilíndrico submetido a um momento torsor de 16,789 N.m, Comprimento de fenda 480 μm

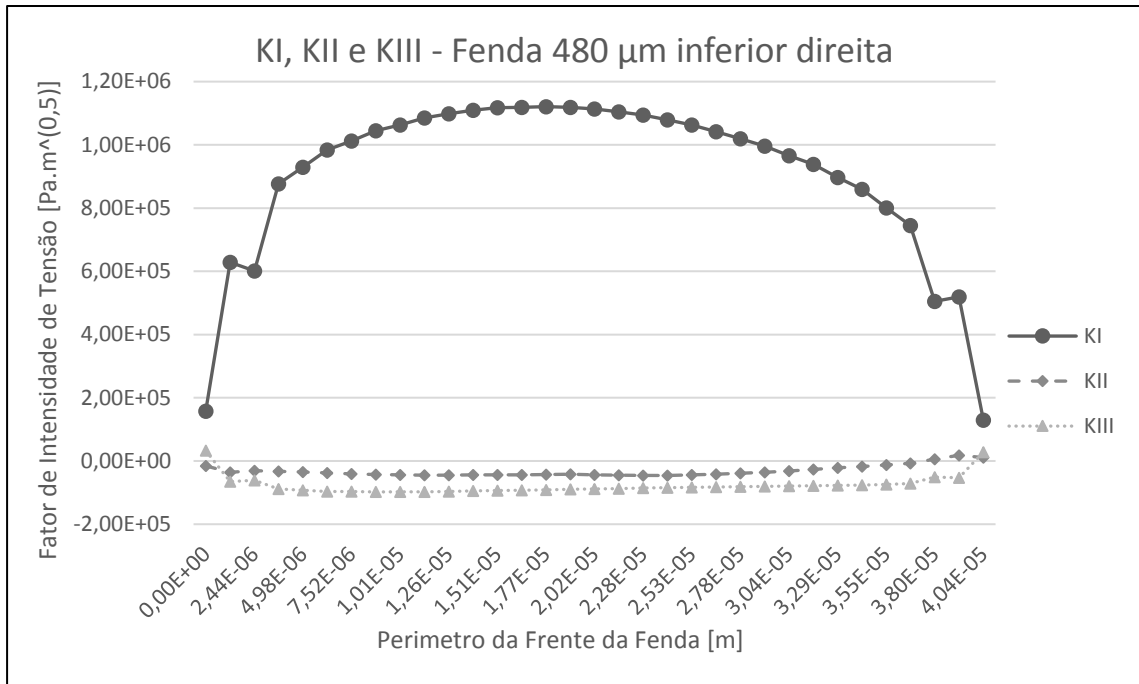


Figura 4.1.22 K_I , K_{II} e K_{III} , ao longo da espessura da fenda inserida na ramificação inferior direita do provete cilíndrico submetido a um momento torsor de 16,789 N.m, Comprimento de fenda 480 μm

4.1.6 Progressão dos fatores de intensidade de tensão K_I , K_{II} e K_{III} após ocorrer a bifurcação

As Figura 4.1.23, Figura 4.1.24 e Figura 4.1.25 apresentam a evolução dos fatores de intensidade de tensão, K_I , K_{II} e K_{III} respectivamente, para a fenda superior esquerda da bifurcação ao longo da sua propagação.

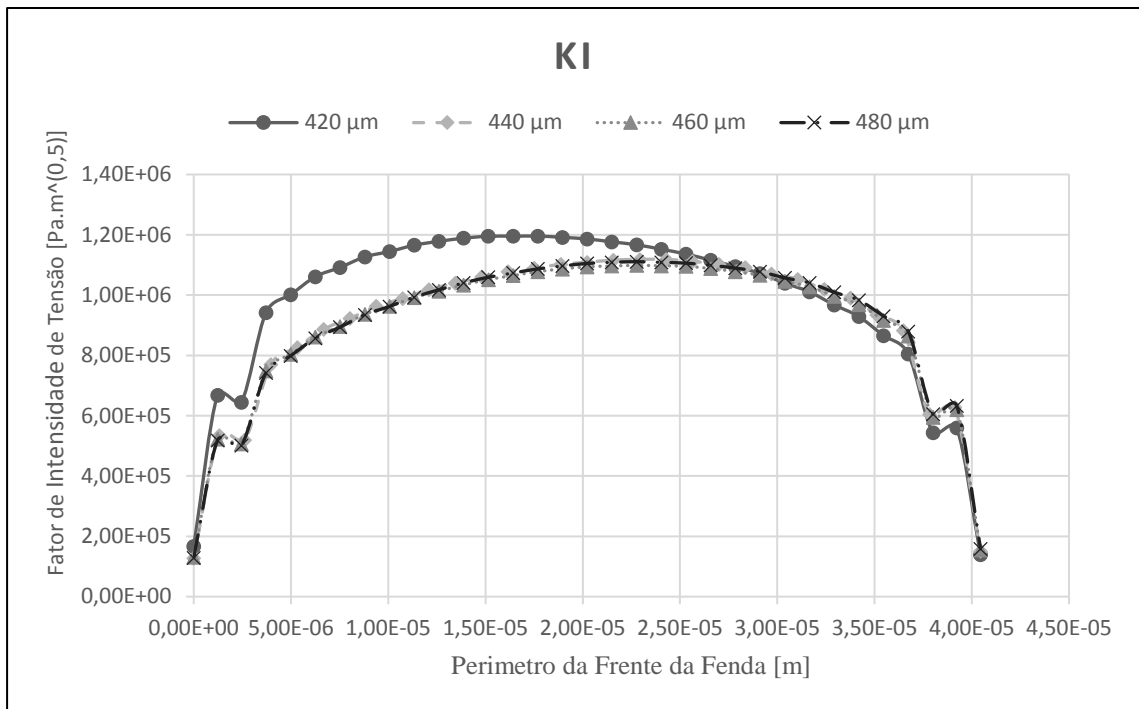


Figura 4.1.23 Evolução de K_I durante a propagação da fenda

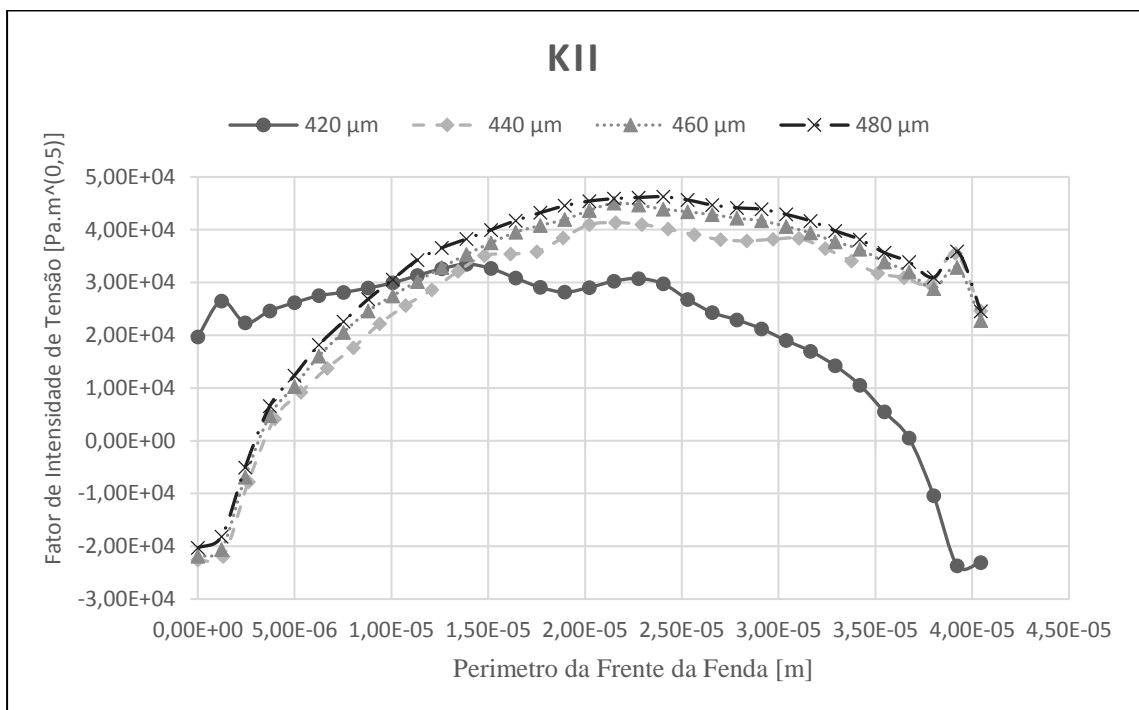


Figura 4.1.24 Evolução de K_{II} durante a propagação da fenda

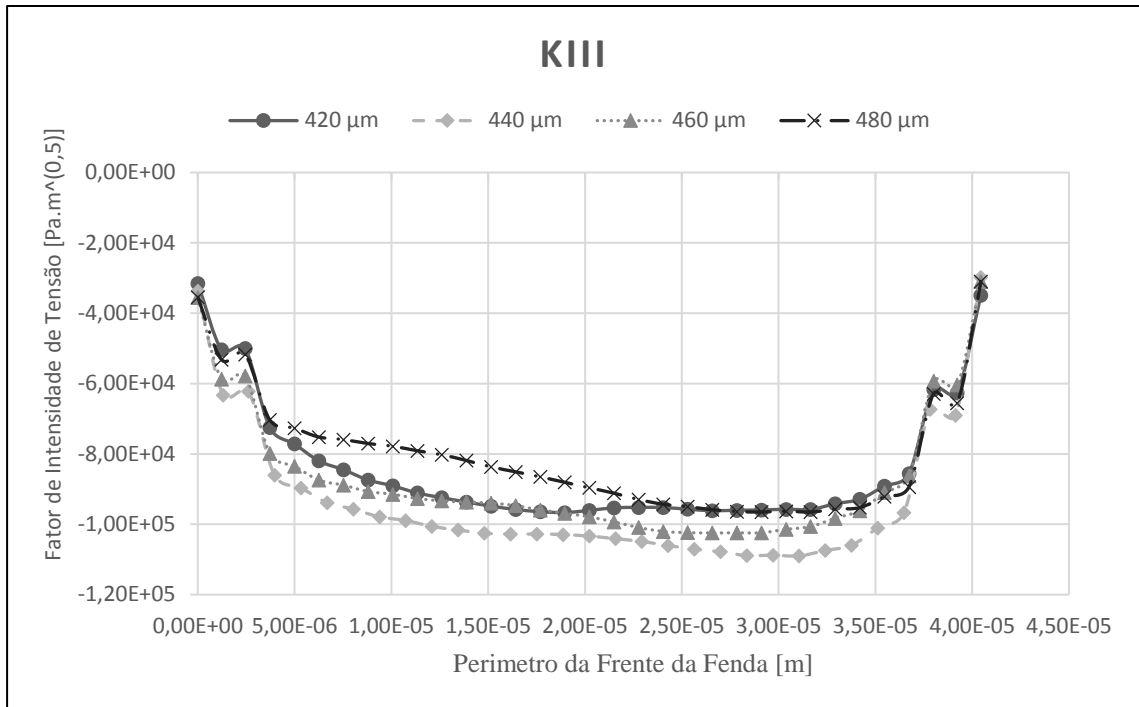


Figura 4.1.25 Evolução de K_{III} durante a propagação da fenda

Verifica-se que ao longo da propagação da fenda os valores do fator de intensidade de tensão, K_I , são sempre uma ordem de grandeza superiores a K_{II} e K_{III} , o que confirma a dominância do modo I de propagação, como tal,

É possível que observar que, perto da zona da bifurcação, os resultados são ligeiramente diferentes dos restantes, o que leva à conclusão de que após uma mudança de direção por parte de uma fenda a propagar os fatores de intensidade de tensão dessa mesma fenda, tendem a mudar também; contudo, a fenda tomar a sua nova direção de propagação estes valores estabilizam novamente.

4.2 Resultados numéricos referentes aos provetes

Prismáticos

4.2.1 Provette CT

A Figura 4.2.1 apresenta a evolução dos fatores de intensidade de tensão K_I , K_{II} e K_{III} , para uma fenda inicial semi-elíptica, localizada no entalhe de um provete CT, de espessura igual a 3 mm, sob um carregamento torsional de 10 N.m.

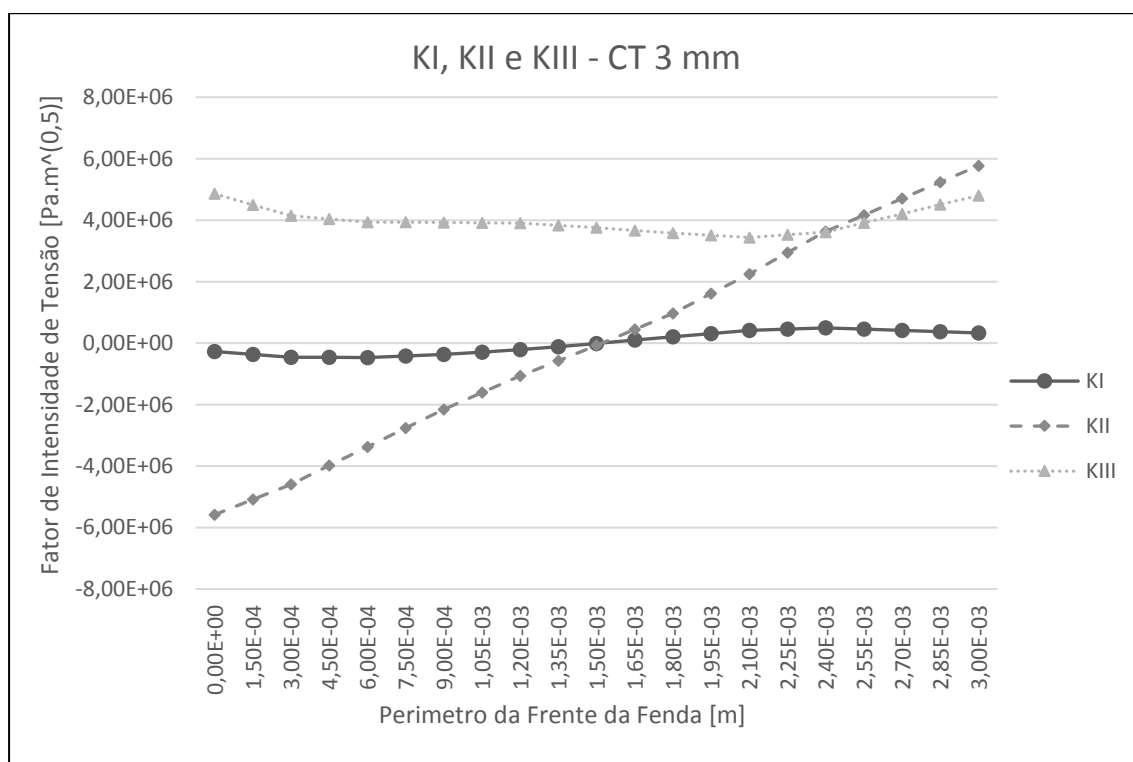


Figura 4.2.1 K_I , K_{II} e K_{III} , ao longo da espessura de um provete CT com 3 mm de espessura submetido a um momento torsor de 10 N.m,

É perceptível que, os valores de K_{III} e K_{II} são consideravelmente superiores a K_I em toda a frente da fenda do provete. É ainda observável que K_{III} é dominante no centro da fenda, onde K_I e K_{II} se anulam, e que K_{II} é superior, em módulo, a K_{III} na superfície do provete.

Estes valores diferem significativamente dos valores obtidos por Ferreira [20] e Martins [29]. Esta diferença pode dever-se à orientação inicial da fenda analisada, uma vez que a fenda analisada pelos autores previamente mencionados faz um ângulo de 70° com a horizontal e a fenda analisada na presente dissertação encontra-se paralela ao plano horizontal, ou seja, perpendicular ao momento torsor.

4.2.2 Provete DENT

As Figura 4.2.2 e Figura 4.2.3 apresentam a evolução dos fatores de intensidade de tensão, K_I , K_{II} e K_{III} , para as fendas iniciais, esquerda e direita, respectivamente, existentes num provete DENT, de espessura igual a 3 mm, sob um carregamento torsional de 10 N.m.

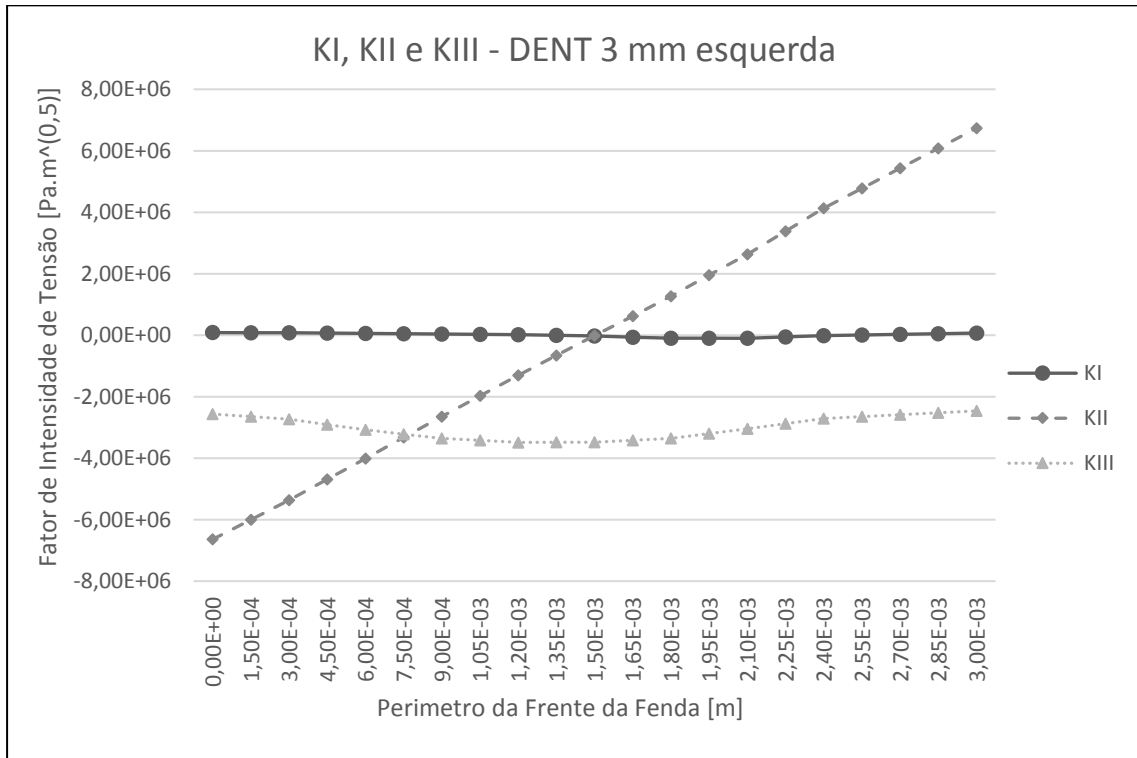


Figura 4.2.2 K_I , K_{II} e K_{III} , ao longo da espessura da fenda do lado esquerdo de um provete DENT com 3 mm de espessura submetido a um momento torsor de 10 N.m,

Como se pode observar, os resultados obtidos para o provete DENT são semelhantes, em módulo, aos obtidos para o provete CT, ou seja, existe uma dominância do fator de intensidade de tensão K_{II} junto da superfície do provete, enquanto que no centro do provete é K_{III} o fator dominante. Contudo os valores máximos obtidos para K_{II} são superiores aos do provete CT

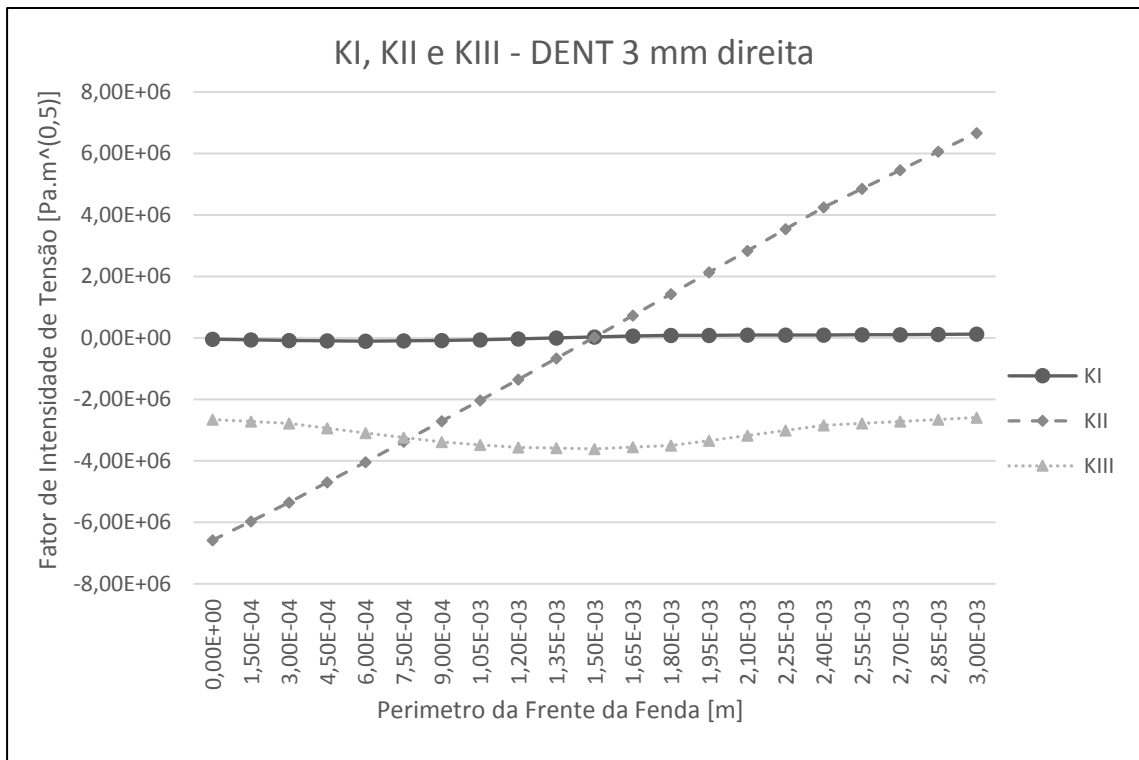


Figura 4.2.3 K_I , K_{II} e K_{III} , ao longo da espessura da fenda do lado direito de um provete DENT com 3 mm de espessura submetido a um momento torsor de 10 N.m,

Os resultados obtidos para a fenda do lado direito do provete DENT são idênticos aos resultados obtidos do lado oposto.

5 Conclusões e desenvolvimentos futuros

Através do trabalho realizado foi possível retirar um conjunto de conclusões que serão apresentadas de seguida:

- A direção da propagação de uma fenda, sob o efeito de fadiga, está diretamente relacionada com o carregamento aplicado, e, para um dado carregamento, a fenda irá alinhar-se com o caminho de menor resistência: o caminho onde K_I prevalece sobre K_{II} e K_{III} , e continuará nesse caminho até à rotura ou até as condições de carregamento se alterarem.
- Para um provete cilíndrico com uma fenda semielíptica sujeito a um carregamento de torção, a fenda propaga de diferentes modos dependendo da sua profundidade, sendo K_{II} dominante junto da superfície do provete e K_{III} dominante perto do centro do provete.
- No estudo de fendas utilizando métodos computacionais, a direção inicial da fenda é uma das condições fronteira que mais influencia tem nos resultados obtidos. De modo a obter resultados fiáveis ao longo de toda a propagação de uma fenda é necessário avaliar separadamente os troços de propagação com diferentes direções.
- Ao analisar individualmente a progressão dos fatores de intensidade de tensão ao longo da propagação da fenda, é possível observar que não existe uma variação considerável destes valores, para diferentes comprimentos de fenda.
- De acordo com os resultados observados para os provetes prismáticos, K_{II} é dominante na superfície, do provete, ou seja, em estado plano de tensão, e K_{III} é dominante do centro da fenda, ou seja, para estado plano de deformação. Isto leva a querer que, à semelhança dos resultados obtidos por Martins et al [29], as fendas dos provetes prismáticos bifurcar-se-ão.
- Para o provete DENT, não foram verificadas diferenças significativas entre as duas fendas do provete, portanto conclui-se que ambas as fendas propagariam de forma semelhante.

Desenvolvimentos futuros

- Realização de ensaios experimentais, em provetes cilíndricos com dimensões idênticas às estudadas na presente dissertação, sujeitos às condições fronteira estudadas.
- Simulação numérica de provetes prismáticos com a introdução de fendas com diferentes direções iniciais, de modo a estudar os fatores de intensidade de tensão calculados.

Bibliografia

- [1] C. M. BRANCO, P. M. S. T. de CASTRO, e A. A. FERNADES, *Fadiga de estruturas soldadas*. Fundação Calouste Gulbenkian, 1999.
- [2] «Bicycle Crank failure». Disponível em: http://technology.open.ac.uk/materials/mem/mem_ccf4.htm. [Acedido: 03-Fev-2018].
- [3] R. A. Smith e S. Hillmansen, «A brief historical overview of the fatigue of railway axles», *Proc. Inst. Mech. Eng. Part F J. Rail Rapid Transit*, vol. 218, n. 4, pp. 267–277, 2004.
- [4] «Liberty Ship Failures | Metallurgy & Materials Engineering» . Disponível em: <https://metallurgyandmaterials.wordpress.com/2015/12/25/liberty-ship-failures/>. [Acedido: 05-Fev-2018].
- [5] «Comet». Disponível em: <http://1000aircraftphotos.com/PRPhotos/DHComet.htm>. [Acedido: 05-Fev-2018].
- [6] «Modos». Disponível em: https://www.doitpoms.ac.uk/tlplib/brittle_fracture/printall.php. [Acedido: 05-Fev-2018].
- [7] C. H. (Chun H. Wang, *Introduction to fracture mechanics / C.H. Wang*. Melbourne, Vic: DSTO Aeronautical and Maritime Research Laboratory, 1996.
- [8] «EPT EPD». Disponível em: <http://www.dept.aoe.vt.edu/~devenpor/aoe3054/manual/expt5/text.html>. [Acedido: 05-Fev-2018].
- [9] «FUNDAMENTALS OF LEFM AND APPLICATIONS TO FATIGUE CRACK GROWTH». Disponível em: https://www.efatigue.com/training/Chapter_6.pdf. [Acedido: 05-Fev-2018].
- [10] G. R. Irwin, «Analysis of Stresses and Strains Near the End of a Crack Traversing a Plate», *J. Appl. Mech.*, 1957.
- [11] M. L. Williams, «The Bending Stress Distribution at the Base of a Stationary Crack», *J. Appl. Mech.*, vol. 28, n. 1, p. 78, 1961.
- [12] L. P. Pook, «Linear Fracture Mechanics-What It Is, What It Does», *Mater. Sci.*, vol. 21, n. February, pp. 4–6, 1970.
- [13] T. L. Anderson, «Fracture mechanics: fundamentals and applications». Third Edition Boca Raton: CRC Press. 2005.

- [14] W. Brocks, a Cornec, e I. Scheider, «Computational Aspects of Nonlinear Fracture Mechanics», *GKSS Forschungszentrum - Tech. Note*, n. July, pp. 2–187, 2002.
- [15] B. Budiansky e J. R. Rice, «Conservation Laws and Energy-Release Rates», *J. Appl. Mech.*, vol. 40, n. 1, p. 201, 1973.
- [16] «File:Integrale-J 2D.png - Wikipedia». Disponível em: https://en.wikipedia.org/wiki/File:Integrale-J_2D.png. [Acedido: 09-Fev-2018].
- [17] «File:J integralPathIndep.png - Wikipedia». Disponível em: https://en.wikipedia.org/wiki/File:J_integralPathIndep.png. [Acedido: 09-Fev-2018].
- [18] J. R. Rice, «A Path Independent Integral and the Approximate Analysis of Strain Concentration by Notches and Cracks», *J. Appl. Mech.*, vol. 35, n. 2, p. 379, 1968.
- [19] «FUNDAMENTALS OF LEFM AND APPLICATIONS TO FATIGUE CRACK GROWTH». Disponível em: https://www.efatigue.com/training/Chapter_6.pdf. [Acedido: 12-Fev-2018].
- [20] L. F. J. FERREIRA, «Determinação dos fatores de intensidade de tensão KI, KII, KIII e Keq induzidos em provetes CT fissurados e sujeitos a diversos valores de momento torsor», Dissertação de Mestrado, FCT - UNL, 2017.
- [21] H. A. RICHARD, M. FULLAND, e M. SANDER, «Theoretical crack path prediction», *Fatigue & Fract. Eng. Mater. Struct.*, vol. 28, n. 1–2, pp. 3–12, Jan. 2005.
- [22] M. Schöllmann, H. A. Richard, G. Kullmer, e M. Fulland, «A new criterion for the prediction of crack development in multiaxially loaded structures», *Int. J. Fract.*, vol. 117, n. 2, pp. 129–141, 2002.
- [23] L. P. Pook, *Linear elastic fracture mechanics for engineers: theory and applications*. WIT Press, 2000.
- [24] G. C. Sih, «Strain-energy-density factor applied to mixed mode crack problems», *Int. J. Fract.*, vol. 10, n. 3, pp. 305–321, Set. 1974.
- [25] J. B. CARDOSO e P. G. COELHO, «Métodos Computacionais Em Engenharia Mecânica», *Dep. Eng. Mecânica e Ind. Fac. Ciências e Tecnol. - Univ. Nov. Lisboa*, p. 171, 2012.
- [26] A. F. M. AZEVEDO, *Método Dos Elementos Finitos*, 1ª Edição. Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 2003.

- [27] Y. Murakami, K. Takahashi, e K. Toyama, «Mechanism of crack path morphology and branching from small fatigue cracks under mixed loading», *Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct.*, vol. 28, n. 1–2, pp. 49–60, 2005.
- [28] P. J. P. CHAMBEL, «Propagação de fendas por fadiga quando sujeitas a carregamentos em Modo I ou Modo III», Dissertação de Mestrado, FCT - UNL, 2014.
- [29] R. F. Martins, L. Ferreira, L. Reis, e P. Chambel, «Fatigue crack growth under cyclic torsional loading», *Theor. Appl. Fract. Mech.*, vol. 85, pp. 56–66, 2016.
- [30] BS7910, «BSI Standards Publication Guide to methods for assessing the acceptability of flaws in metallic structures», *BSI Stand. Publ. Guid.*, p. 490, 2015.

A.1 Resultados do fator de intensidade de tensão obtidos através de calculo numérico

Nesta secção são apresentados os valores dos fatores de intensidade de tensão, para todos os contornos, ao longo da frente da fenda, para todos os carregamentos, aos quais, os provetes analisados foram submetidos que, anteriormente, não tenham sido apresentados.

Tabela A.1- I K_I , K_{II} e K_{III} [$\text{Pa} \cdot \text{m}^{0,5}$] para as fendas do lado esquerdo e direito do provete cilíndrico para o comprimento de fenda de 400 μm .

Espessura [m]	Esquerda			Direita		
	K_I	K_{II}	K_{III}	K_I	K_{II}	K_{III}
0,00E+00	7,92E+03	1,55E+05	1,18E+05	3,29E+03	1,54E+05	1,18E+05
1,40E-06	9,03E+03	8,92E+04	1,27E+05	2,67E+03	8,78E+04	1,27E+05
2,79E-06	8,88E+03	-1,52E+04	1,58E+05	2,27E+03	-1,68E+04	1,57E+05
4,19E-06	1,01E+04	-1,15E+05	1,85E+05	1,98E+03	-1,17E+05	1,85E+05
5,59E-06	9,92E+03	-1,92E+05	1,83E+05	1,38E+03	-1,94E+05	1,83E+05
6,99E-06	1,08E+04	-2,70E+05	1,90E+05	8,57E+02	-2,71E+05	1,90E+05
8,40E-06	1,04E+04	-3,22E+05	1,83E+05	7,04E+02	-3,23E+05	1,84E+05
9,80E-06	1,01E+04	-3,82E+05	1,80E+05	6,30E+02	-3,83E+05	1,81E+05
1,12E-05	9,45E+03	-4,22E+05	1,72E+05	6,38E+02	-4,22E+05	1,74E+05
1,26E-05	8,60E+03	-4,64E+05	1,66E+05	9,02E+02	-4,64E+05	1,68E+05
1,40E-05	7,69E+03	-4,93E+05	1,58E+05	1,05E+03	-4,93E+05	1,59E+05
1,54E-05	6,85E+03	-5,22E+05	1,51E+05	1,27E+03	-5,22E+05	1,52E+05
1,68E-05	6,04E+03	-5,42E+05	1,43E+05	1,50E+03	-5,42E+05	1,44E+05
1,82E-05	5,41E+03	-5,63E+05	1,36E+05	1,77E+03	-5,62E+05	1,36E+05
1,96E-05	4,95E+03	-5,75E+05	1,28E+05	2,09E+03	-5,75E+05	1,28E+05
2,10E-05	4,68E+03	-5,87E+05	1,22E+05	2,44E+03	-5,87E+05	1,21E+05
2,24E-05	4,63E+03	-5,91E+05	1,14E+05	2,74E+03	-5,92E+05	1,14E+05
2,38E-05	4,75E+03	-5,96E+05	1,07E+05	3,04E+03	-5,96E+05	1,07E+05
2,52E-05	5,00E+03	-5,93E+05	1,00E+05	3,19E+03	-5,94E+05	1,00E+05
2,66E-05	5,36E+03	-5,91E+05	9,38E+04	3,35E+03	-5,91E+05	9,42E+04
2,80E-05	5,76E+03	-5,80E+05	8,68E+04	3,35E+03	-5,81E+05	8,75E+04
2,94E-05	6,23E+03	-5,71E+05	8,08E+04	3,35E+03	-5,71E+05	8,17E+04
3,08E-05	6,63E+03	-5,52E+05	7,41E+04	3,20E+03	-5,53E+05	7,52E+04
3,23E-05	7,13E+03	-5,36E+05	6,85E+04	3,00E+03	-5,36E+05	6,97E+04
3,37E-05	7,32E+03	-5,07E+05	6,23E+04	2,81E+03	-5,06E+05	6,35E+04
3,51E-05	7,76E+03	-4,82E+05	5,75E+04	2,44E+03	-4,82E+05	5,85E+04
3,65E-05	7,94E+03	-4,37E+05	5,14E+04	2,13E+03	-4,36E+05	5,21E+04
3,79E-05	8,21E+03	-4,06E+05	4,78E+04	2,01E+03	-4,05E+05	4,80E+04
3,93E-05	8,03E+03	-3,46E+05	4,02E+04	1,74E+03	-3,45E+05	3,97E+04
4,07E-05	8,50E+03	-3,06E+05	3,68E+04	1,99E+03	-3,04E+05	3,57E+04
4,21E-05	7,71E+03	-2,31E+05	2,69E+04	2,18E+03	-2,29E+05	2,54E+04
4,35E-05	7,90E+03	-1,94E+05	1,76E+04	2,73E+03	-1,92E+05	1,62E+04
4,49E-05	8,15E+03	-1,69E+05	-2,80E+04	2,12E+03	-1,66E+05	-2,88E+04

Tabela A.1- 2 K_I , K_{II} e K_{III} [$\text{Pa} \cdot \text{m}^{0,5}$] para as fendas da bifurcação do lado esquerdo no provete cilíndrico para o comprimento de fenda de $420 \mu\text{m}$.

Espessura [m]	Superior			Inferior		
	K_I	K_{II}	K_{III}	K_I	K_{II}	K_{III}
0,00E+00	1,67E+05	1,97E+04	-3,15E+04	-1,40E+05	-1,40E+04	2,88E+04
1,22E-06	6,68E+05	2,65E+04	-5,03E+04	-5,63E+05	2,33E+04	-6,36E+04
2,44E-06	6,45E+05	2,24E+04	-5,00E+04	-5,48E+05	1,03E+04	-6,20E+04
3,72E-06	9,42E+05	2,46E+04	-7,25E+04	-8,09E+05	1,72E+03	-8,74E+04
4,98E-06	1,00E+06	2,62E+04	-7,71E+04	-8,69E+05	6,44E+03	-9,14E+04
6,25E-06	1,06E+06	2,75E+04	-8,20E+04	-9,32E+05	1,03E+04	-9,57E+04
7,52E-06	1,09E+06	2,81E+04	-8,45E+04	-9,70E+05	1,35E+04	-9,73E+04
8,79E-06	1,13E+06	2,90E+04	-8,74E+04	-1,01E+06	1,69E+04	-9,92E+04
1,01E-05	1,14E+06	2,99E+04	-8,91E+04	-1,04E+06	1,94E+04	-9,95E+04
1,13E-05	1,17E+06	3,13E+04	-9,11E+04	-1,07E+06	2,11E+04	-1,00E+05
1,26E-05	1,18E+06	3,26E+04	-9,24E+04	-1,10E+06	2,22E+04	-9,96E+04
1,39E-05	1,19E+06	3,35E+04	-9,37E+04	-1,12E+06	2,38E+04	-9,92E+04
1,51E-05	1,20E+06	3,26E+04	-9,48E+04	-1,14E+06	2,63E+04	-9,86E+04
1,64E-05	1,20E+06	3,08E+04	-9,58E+04	-1,15E+06	2,85E+04	-9,75E+04
1,77E-05	1,20E+06	2,91E+04	-9,64E+04	-1,17E+06	2,98E+04	-9,66E+04
1,90E-05	1,19E+06	2,82E+04	-9,67E+04	-1,18E+06	3,07E+04	-9,56E+04
2,02E-05	1,19E+06	2,90E+04	-9,61E+04	-1,19E+06	3,14E+04	-9,45E+04
2,15E-05	1,18E+06	3,03E+04	-9,53E+04	-1,19E+06	3,17E+04	-9,30E+04
2,28E-05	1,17E+06	3,08E+04	-9,52E+04	-1,19E+06	3,16E+04	-9,15E+04
2,40E-05	1,15E+06	2,97E+04	-9,52E+04	-1,19E+06	3,19E+04	-9,04E+04
2,53E-05	1,14E+06	2,68E+04	-9,57E+04	-1,19E+06	3,29E+04	-9,00E+04
2,66E-05	1,12E+06	2,43E+04	-9,61E+04	-1,18E+06	3,35E+04	-8,92E+04
2,78E-05	1,09E+06	2,29E+04	-9,60E+04	-1,17E+06	3,36E+04	-8,83E+04
2,91E-05	1,07E+06	2,12E+04	-9,59E+04	-1,15E+06	3,36E+04	-8,74E+04
3,04E-05	1,04E+06	1,90E+04	-9,57E+04	-1,13E+06	3,29E+04	-8,58E+04
3,17E-05	1,01E+06	1,70E+04	-9,58E+04	-1,11E+06	3,19E+04	-8,48E+04
3,29E-05	9,68E+05	1,42E+04	-9,42E+04	-1,08E+06	3,04E+04	-8,32E+04
3,42E-05	9,29E+05	1,06E+04	-9,29E+04	-1,05E+06	2,92E+04	-8,19E+04
3,55E-05	8,66E+05	5,49E+03	-8,91E+04	-9,87E+05	2,72E+04	-7,80E+04
3,67E-05	8,05E+05	4,96E+02	-8,56E+04	-9,28E+05	2,58E+04	-7,42E+04
3,80E-05	5,43E+05	-1,04E+04	-6,17E+04	-6,33E+05	2,47E+04	-5,09E+04
3,92E-05	5,59E+05	-2,37E+04	-6,26E+04	-6,56E+05	2,84E+04	-5,26E+04
4,04E-05	1,39E+05	-2,31E+04	-3,49E+04	-1,64E+05	1,13E+04	3,25E+04

Tabela A.1- 3 K_I , K_{II} e K_{III} [$\text{Pa} \cdot \text{m}^{0,5}$] para as fendas da bifurcação do lado direito no provete cilíndrico para o comprimento de fenda de 420 μm .

Espessura [m]	Superior			Inferior		
	K_I	K_{II}	K_{III}	K_I	K_{II}	K_{III}
0,00E+00	-1,65E+05	-2,02E+04	-3,15E+04	1,68E+05	-1,01E+04	3,24E+04
1,22E-06	-6,59E+05	-2,76E+04	-5,18E+04	6,71E+05	-2,61E+04	-4,93E+04
2,44E-06	-6,35E+05	-2,32E+04	-5,12E+04	6,46E+05	-2,31E+04	-4,85E+04
3,72E-06	-9,28E+05	-2,50E+04	-7,36E+04	9,46E+05	-2,43E+04	-7,18E+04
4,98E-06	-9,87E+05	-2,62E+04	-7,73E+04	1,01E+06	-2,56E+04	-7,63E+04
6,25E-06	-1,05E+06	-2,79E+04	-8,13E+04	1,07E+06	-2,76E+04	-8,11E+04
7,52E-06	-1,08E+06	-2,88E+04	-8,32E+04	1,09E+06	-2,86E+04	-8,35E+04
8,79E-06	-1,11E+06	-2,94E+04	-8,53E+04	1,13E+06	-2,94E+04	-8,60E+04
1,01E-05	-1,13E+06	-2,96E+04	-8,65E+04	1,15E+06	-2,96E+04	-8,73E+04
1,13E-05	-1,15E+06	-3,05E+04	-8,79E+04	1,17E+06	-2,97E+04	-8,89E+04
1,26E-05	-1,16E+06	-3,20E+04	-8,88E+04	1,18E+06	-3,00E+04	-8,98E+04
1,39E-05	-1,17E+06	-3,30E+04	-9,00E+04	1,19E+06	-3,09E+04	-9,03E+04
1,51E-05	-1,18E+06	-3,30E+04	-9,13E+04	1,19E+06	-3,19E+04	-9,08E+04
1,64E-05	-1,18E+06	-3,33E+04	-9,23E+04	1,19E+06	-3,22E+04	-9,18E+04
1,77E-05	-1,18E+06	-3,44E+04	-9,29E+04	1,19E+06	-3,15E+04	-9,31E+04
1,90E-05	-1,18E+06	-3,50E+04	-9,36E+04	1,19E+06	-3,07E+04	-9,41E+04
2,02E-05	-1,18E+06	-3,36E+04	-9,45E+04	1,18E+06	-2,99E+04	-9,46E+04
2,15E-05	-1,17E+06	-3,22E+04	-9,53E+04	1,17E+06	-2,89E+04	-9,51E+04
2,28E-05	-1,16E+06	-3,20E+04	-9,67E+04	1,16E+06	-2,83E+04	-9,62E+04
2,40E-05	-1,14E+06	-3,15E+04	-9,79E+04	1,15E+06	-2,76E+04	-9,69E+04
2,53E-05	-1,13E+06	-2,91E+04	-9,86E+04	1,13E+06	-2,66E+04	-9,73E+04
2,66E-05	-1,11E+06	-2,63E+04	-9,91E+04	1,11E+06	-2,55E+04	-9,78E+04
2,78E-05	-1,09E+06	-2,43E+04	-9,94E+04	1,09E+06	-2,42E+04	-9,79E+04
2,91E-05	-1,07E+06	-2,28E+04	-9,93E+04	1,07E+06	-2,27E+04	-9,79E+04
3,04E-05	-1,03E+06	-2,08E+04	-9,87E+04	1,04E+06	-2,02E+04	-9,74E+04
3,17E-05	-1,01E+06	-1,80E+04	-9,83E+04	1,01E+06	-1,75E+04	-9,71E+04
3,29E-05	-9,63E+05	-1,42E+04	-9,63E+04	9,67E+05	-1,40E+04	-9,53E+04
3,42E-05	-9,25E+05	-1,07E+04	-9,46E+04	9,29E+05	-1,03E+04	-9,38E+04
3,55E-05	-8,62E+05	-6,01E+03	-9,06E+04	8,66E+05	-6,25E+03	-8,98E+04
3,67E-05	-8,01E+05	-8,70E+02	-8,66E+04	8,05E+05	-1,32E+03	-8,58E+04
3,80E-05	-5,41E+05	1,01E+04	-6,22E+04	5,45E+05	1,08E+04	-6,08E+04
3,92E-05	-5,58E+05	2,34E+04	-6,30E+04	5,60E+05	2,36E+04	-6,26E+04
4,04E-05	-1,39E+05	2,31E+04	-3,51E+04	1,39E+05	1,39E+04	2,90E+04

Tabela A.1- 4 K_I , K_{II} e K_{III} [Pa. m^{0,5}] para as fendas da bifurcação do lado esquerdo no provete cilíndrico para o comprimento de fenda de 440 μ m.

Espessura [m]	Superior			Inferior		
	K_I	K_{II}	K_{III}	K_I	K_{II}	K_{III}
0,00E+00	1,28E+05	-2,26E+04	-3,37E+04	-1,28E+05	-1,31E+04	2,74E+04
1,22E-06	5,35E+05	-2,19E+04	-6,33E+04	-5,35E+05	-2,22E+04	-6,34E+04
2,44E-06	5,19E+05	-7,78E+03	-6,22E+04	-5,21E+05	-8,91E+03	-6,12E+04
3,72E-06	7,70E+05	4,19E+03	-8,61E+04	-7,71E+05	3,85E+03	-8,57E+04
4,98E-06	8,27E+05	9,21E+03	-8,96E+04	-8,29E+05	9,88E+03	-8,91E+04
6,25E-06	8,87E+05	1,37E+04	-9,39E+04	-8,89E+05	1,51E+04	-9,31E+04
7,52E-06	9,23E+05	1,76E+04	-9,57E+04	-9,25E+05	1,91E+04	-9,48E+04
8,79E-06	9,63E+05	2,22E+04	-9,79E+04	-9,65E+05	2,28E+04	-9,71E+04
1,01E-05	9,89E+05	2,56E+04	-9,89E+04	-9,91E+05	2,53E+04	-9,84E+04
1,13E-05	1,02E+06	2,86E+04	-1,01E+05	-1,02E+06	2,75E+04	-1,00E+05
1,26E-05	1,04E+06	3,21E+04	-1,02E+05	-1,04E+06	2,92E+04	-1,01E+05
1,39E-05	1,06E+06	3,51E+04	-1,03E+05	-1,06E+06	3,09E+04	-1,02E+05
1,51E-05	1,08E+06	3,54E+04	-1,03E+05	-1,08E+06	3,28E+04	-1,03E+05
1,64E-05	1,09E+06	3,58E+04	-1,03E+05	-1,09E+06	3,49E+04	-1,04E+05
1,77E-05	1,10E+06	3,84E+04	-1,03E+05	-1,10E+06	3,64E+04	-1,04E+05
1,90E-05	1,11E+06	4,10E+04	-1,03E+05	-1,11E+06	3,79E+04	-1,05E+05
2,02E-05	1,12E+06	4,13E+04	-1,04E+05	-1,11E+06	3,95E+04	-1,05E+05
2,15E-05	1,12E+06	4,10E+04	-1,05E+05	-1,11E+06	4,10E+04	-1,06E+05
2,28E-05	1,12E+06	4,01E+04	-1,06E+05	-1,11E+06	4,15E+04	-1,06E+05
2,40E-05	1,11E+06	3,90E+04	-1,07E+05	-1,11E+06	4,17E+04	-1,05E+05
2,53E-05	1,10E+06	3,81E+04	-1,08E+05	-1,10E+06	4,15E+04	-1,05E+05
2,66E-05	1,09E+06	3,79E+04	-1,09E+05	-1,09E+06	4,11E+04	-1,05E+05
2,78E-05	1,07E+06	3,82E+04	-1,09E+05	-1,07E+06	4,03E+04	-1,04E+05
2,91E-05	1,05E+06	3,83E+04	-1,09E+05	-1,05E+06	3,95E+04	-1,04E+05
3,04E-05	1,02E+06	3,65E+04	-1,07E+05	-1,02E+06	3,74E+04	-1,03E+05
3,17E-05	9,90E+05	3,41E+04	-1,06E+05	-9,92E+05	3,51E+04	-1,02E+05
3,29E-05	9,34E+05	3,18E+04	-1,01E+05	-9,37E+05	3,19E+04	-9,74E+04
3,42E-05	8,82E+05	3,09E+04	-9,67E+04	-8,85E+05	3,06E+04	-9,37E+04
3,55E-05	6,04E+05	2,97E+04	-6,73E+04	-6,05E+05	2,98E+04	-6,48E+04
3,67E-05	6,28E+05	3,55E+04	-6,90E+04	-6,30E+05	3,50E+04	-6,82E+04
3,80E-05	1,51E+05	2,46E+04	-2,98E+04	-1,52E+05	1,50E+04	3,13E+04
3,92E-05	1,28E+05	-2,26E+04	-3,37E+04	-1,28E+05	-1,31E+04	2,74E+04
4,04E-05	5,35E+05	-2,19E+04	-6,33E+04	-5,35E+05	-2,22E+04	-6,34E+04

Tabela A.1- 5 K_I , K_{II} e K_{III} [$\text{Pa} \cdot \text{m}^{0,5}$] para as fendas da bifurcação do lado direito no provete cilíndrico para o comprimento de fenda de 440 μm .

Espessura [m]	Superior			Inferior		
	K_I	K_{II}	K_{III}	K_I	K_{II}	K_{III}
0,00E+00	-1,49E+05	-2,42E+04	-2,98E+04	1,51E+05	-1,46E+04	3,14E+04
1,22E-06	-6,22E+05	-3,44E+04	-6,72E+04	6,29E+05	-3,51E+04	-6,75E+04
2,44E-06	-6,01E+05	-2,85E+04	-6,52E+04	6,05E+05	-3,03E+04	-6,50E+04
3,72E-06	-8,79E+05	-3,04E+04	-9,31E+04	8,86E+05	-3,13E+04	-9,47E+04
4,98E-06	-9,32E+05	-3,17E+04	-9,73E+04	9,40E+05	-3,19E+04	-9,90E+04
6,25E-06	-9,88E+05	-3,33E+04	-1,02E+05	9,96E+05	-3,33E+04	-1,04E+05
7,52E-06	-1,02E+06	-3,40E+04	-1,04E+05	1,02E+06	-3,33E+04	-1,06E+05
8,79E-06	-1,05E+06	-3,51E+04	-1,06E+05	1,06E+06	-3,40E+04	-1,08E+05
1,01E-05	-1,07E+06	-3,60E+04	-1,07E+05	1,07E+06	-3,60E+04	-1,08E+05
1,13E-05	-1,09E+06	-3,67E+04	-1,08E+05	1,09E+06	-3,80E+04	-1,08E+05
1,26E-05	-1,10E+06	-3,76E+04	-1,09E+05	1,10E+06	-3,92E+04	-1,08E+05
1,39E-05	-1,11E+06	-3,92E+04	-1,09E+05	1,11E+06	-4,02E+04	-1,08E+05
1,51E-05	-1,12E+06	-4,08E+04	-1,09E+05	1,12E+06	-4,04E+04	-1,08E+05
1,64E-05	-1,11E+06	-4,15E+04	-1,09E+05	1,12E+06	-3,97E+04	-1,07E+05
1,77E-05	-1,11E+06	-4,04E+04	-1,08E+05	1,12E+06	-3,79E+04	-1,06E+05
1,90E-05	-1,11E+06	-3,84E+04	-1,08E+05	1,11E+06	-3,61E+04	-1,05E+05
2,02E-05	-1,10E+06	-3,62E+04	-1,08E+05	1,11E+06	-3,51E+04	-1,05E+05
2,15E-05	-1,09E+06	-3,43E+04	-1,07E+05	1,10E+06	-3,46E+04	-1,05E+05
2,28E-05	-1,08E+06	-3,23E+04	-1,06E+05	1,08E+06	-3,42E+04	-1,04E+05
2,40E-05	-1,06E+06	-2,98E+04	-1,06E+05	1,07E+06	-3,29E+04	-1,03E+05
2,53E-05	-1,04E+06	-2,83E+04	-1,05E+05	1,05E+06	-3,03E+04	-1,02E+05
2,66E-05	-1,03E+06	-2,74E+04	-1,03E+05	1,02E+06	-2,76E+04	-1,02E+05
2,78E-05	-9,97E+05	-2,59E+04	-1,01E+05	9,94E+05	-2,49E+04	-1,00E+05
2,91E-05	-9,71E+05	-2,38E+04	-9,82E+04	9,67E+05	-2,22E+04	-9,90E+04
3,04E-05	-9,30E+05	-2,02E+04	-9,53E+04	9,26E+05	-1,83E+04	-9,71E+04
3,17E-05	-8,93E+05	-1,57E+04	-9,30E+04	8,90E+05	-1,40E+04	-9,54E+04
3,29E-05	-8,31E+05	-9,73E+03	-8,86E+04	8,30E+05	-9,10E+03	-9,12E+04
3,42E-05	-7,73E+05	-3,98E+03	-8,50E+04	7,73E+05	-3,62E+03	-8,76E+04
3,55E-05	-5,21E+05	7,59E+03	-6,13E+04	5,23E+05	9,38E+03	-6,24E+04
3,67E-05	-5,36E+05	2,13E+04	-6,24E+04	5,37E+05	2,30E+04	-6,46E+04
3,80E-05	-1,28E+05	2,23E+04	-3,38E+04	1,29E+05	1,34E+04	2,74E+04
3,92E-05	-1,49E+05	-2,42E+04	-2,98E+04	1,51E+05	-1,46E+04	3,14E+04
4,04E-05	-6,22E+05	-3,44E+04	-6,72E+04	6,29E+05	-3,51E+04	-6,75E+04

Tabela A.1- 6 K_I , K_{II} e K_{III} [$\text{Pa} \cdot \text{m}^{0,5}$] para as fendas da bifurcação do lado esquerdo no provete cilíndrico para o comprimento de fenda de 460 μm .

Espessura [m]	Superior			Inferior		
	K_I	K_{II}	K_{III}	K_I	K_{II}	K_{III}
0,00E+00	1,30E+05	-2,19E+04	-3,56E+04	-1,29E+05	-1,22E+04	2,86E+04
1,22E-06	5,23E+05	-2,06E+04	-5,88E+04	-5,16E+05	-2,02E+04	-5,69E+04
2,44E-06	5,06E+05	-6,91E+03	-5,78E+04	-5,01E+05	-7,49E+03	-5,48E+04
3,72E-06	7,49E+05	4,74E+03	-7,98E+04	-7,39E+05	5,12E+03	-7,66E+04
4,98E-06	8,04E+05	1,03E+04	-8,35E+04	-7,95E+05	1,11E+04	-7,93E+04
6,25E-06	8,61E+05	1,61E+04	-8,74E+04	-8,52E+05	1,60E+04	-8,23E+04
7,52E-06	8,96E+05	2,06E+04	-8,89E+04	-8,88E+05	1,97E+04	-8,40E+04
8,79E-06	9,36E+05	2,46E+04	-9,07E+04	-9,28E+05	2,35E+04	-8,62E+04
1,01E-05	9,63E+05	2,75E+04	-9,15E+04	-9,56E+05	2,70E+04	-8,75E+04
1,13E-05	9,92E+05	3,02E+04	-9,27E+04	-9,87E+05	3,05E+04	-8,91E+04
1,26E-05	1,01E+06	3,28E+04	-9,33E+04	-1,01E+06	3,34E+04	-9,04E+04
1,39E-05	1,03E+06	3,53E+04	-9,37E+04	-1,03E+06	3,58E+04	-9,19E+04
1,51E-05	1,05E+06	3,75E+04	-9,40E+04	-1,05E+06	3,73E+04	-9,33E+04
1,64E-05	1,06E+06	3,95E+04	-9,47E+04	-1,06E+06	3,84E+04	-9,45E+04
1,77E-05	1,08E+06	4,08E+04	-9,59E+04	-1,07E+06	3,93E+04	-9,57E+04
1,90E-05	1,09E+06	4,19E+04	-9,68E+04	-1,08E+06	4,05E+04	-9,67E+04
2,02E-05	1,09E+06	4,37E+04	-9,79E+04	-1,09E+06	4,21E+04	-9,79E+04
2,15E-05	1,10E+06	4,50E+04	-9,93E+04	-1,09E+06	4,28E+04	-9,90E+04
2,28E-05	1,10E+06	4,47E+04	-1,01E+05	-1,09E+06	4,22E+04	-9,97E+04
2,40E-05	1,10E+06	4,39E+04	-1,02E+05	-1,09E+06	4,11E+04	-1,00E+05
2,53E-05	1,10E+06	4,34E+04	-1,02E+05	-1,09E+06	4,00E+04	-1,01E+05
2,66E-05	1,09E+06	4,28E+04	-1,02E+05	-1,08E+06	3,94E+04	-1,02E+05
2,78E-05	1,08E+06	4,22E+04	-1,02E+05	-1,07E+06	3,99E+04	-1,03E+05
2,91E-05	1,07E+06	4,17E+04	-1,02E+05	-1,06E+06	4,09E+04	-1,03E+05
3,04E-05	1,05E+06	4,06E+04	-1,01E+05	-1,04E+06	4,06E+04	-1,03E+05
3,17E-05	1,03E+06	3,94E+04	-1,01E+05	-1,02E+06	3,93E+04	-1,03E+05
3,29E-05	9,96E+05	3,77E+04	-9,83E+04	-9,90E+05	3,69E+04	-1,02E+05
3,42E-05	9,69E+05	3,63E+04	-9,61E+04	-9,63E+05	3,51E+04	-1,02E+05
3,55E-05	9,16E+05	3,39E+04	-9,10E+04	-9,11E+05	3,29E+04	-9,81E+04
3,67E-05	8,65E+05	3,20E+04	-8,62E+04	-8,61E+05	3,22E+04	-9,48E+04
3,80E-05	5,94E+05	2,88E+04	-5,93E+04	-5,90E+05	3,14E+04	-6,59E+04
3,92E-05	6,20E+05	3,29E+04	-6,04E+04	-6,17E+05	3,68E+04	-6,98E+04
4,04E-05	1,56E+05	2,28E+04	-3,10E+04	-1,55E+05	1,66E+04	3,27E+04

Tabela A.1- 7 K_I , K_{II} e K_{III} [$\text{Pa} \cdot \text{m}^{0,5}$] para as fendas da bifurcação do lado direito no provete cilíndrico para o comprimento de fenda de 460 μm .

Espessura [m]	Superior			Inferior		
	K_I	K_{II}	K_{III}	K_I	K_{II}	K_{III}
0,00E+00	-1,53E+05	-2,43E+04	-3,13E+04	1,55E+05	-1,50E+04	3,30E+04
1,22E-06	-6,11E+05	-3,46E+04	-6,57E+04	6,17E+05	-3,51E+04	-6,49E+04
2,44E-06	-5,88E+05	-2,97E+04	-6,41E+04	5,92E+05	-3,08E+04	-6,23E+04
3,72E-06	-8,58E+05	-3,23E+04	-9,21E+04	8,65E+05	-3,23E+04	-9,10E+04
4,98E-06	-9,11E+05	-3,39E+04	-9,61E+04	9,18E+05	-3,37E+04	-9,52E+04
6,25E-06	-9,65E+05	-3,59E+04	-1,00E+05	9,72E+05	-3,64E+04	-9,95E+04
7,52E-06	-9,94E+05	-3,72E+04	-1,01E+05	1,00E+06	-3,78E+04	-1,01E+05
8,79E-06	-1,03E+06	-3,89E+04	-1,03E+05	1,03E+06	-3,92E+04	-1,02E+05
1,01E-05	-1,04E+06	-4,07E+04	-1,02E+05	1,05E+06	-4,06E+04	-1,02E+05
1,13E-05	-1,06E+06	-4,22E+04	-1,03E+05	1,07E+06	-4,22E+04	-1,03E+05
1,26E-05	-1,08E+06	-4,25E+04	-1,02E+05	1,08E+06	-4,27E+04	-1,03E+05
1,39E-05	-1,09E+06	-4,27E+04	-1,02E+05	1,09E+06	-4,28E+04	-1,02E+05
1,51E-05	-1,09E+06	-4,37E+04	-1,01E+05	1,10E+06	-4,25E+04	-1,01E+05
1,64E-05	-1,09E+06	-4,46E+04	-1,01E+05	1,10E+06	-4,19E+04	-1,01E+05
1,77E-05	-1,09E+06	-4,44E+04	-9,96E+04	1,10E+06	-4,14E+04	-1,00E+05
1,90E-05	-1,09E+06	-4,35E+04	-9,86E+04	1,10E+06	-4,10E+04	-9,90E+04
2,02E-05	-1,09E+06	-4,21E+04	-9,75E+04	1,10E+06	-4,06E+04	-9,76E+04
2,15E-05	-1,08E+06	-4,08E+04	-9,59E+04	1,09E+06	-4,01E+04	-9,62E+04
2,28E-05	-1,07E+06	-3,97E+04	-9,47E+04	1,08E+06	-3,94E+04	-9,52E+04
2,40E-05	-1,06E+06	-3,84E+04	-9,39E+04	1,06E+06	-3,80E+04	-9,45E+04
2,53E-05	-1,04E+06	-3,66E+04	-9,35E+04	1,05E+06	-3,58E+04	-9,38E+04
2,66E-05	-1,02E+06	-3,45E+04	-9,28E+04	1,03E+06	-3,40E+04	-9,26E+04
2,78E-05	-1,00E+06	-3,22E+04	-9,18E+04	1,01E+06	-3,23E+04	-9,13E+04
2,91E-05	-9,83E+05	-2,96E+04	-9,09E+04	9,88E+05	-2,98E+04	-9,00E+04
3,04E-05	-9,54E+05	-2,68E+04	-8,97E+04	9,57E+05	-2,61E+04	-8,86E+04
3,17E-05	-9,28E+05	-2,41E+04	-8,87E+04	9,29E+05	-2,23E+04	-8,81E+04
3,29E-05	-8,89E+05	-2,03E+04	-8,68E+04	8,91E+05	-1,87E+04	-8,67E+04
3,42E-05	-8,53E+05	-1,62E+04	-8,54E+04	8,57E+05	-1,49E+04	-8,54E+04
3,55E-05	-7,96E+05	-1,07E+04	-8,18E+04	8,00E+05	-1,03E+04	-8,18E+04
3,67E-05	-7,41E+05	-5,17E+03	-7,85E+04	7,44E+05	-5,04E+03	-7,86E+04
3,80E-05	-5,01E+05	6,73E+03	-5,70E+04	5,04E+05	7,53E+03	-5,63E+04
3,92E-05	-5,17E+05	2,05E+04	-5,80E+04	5,19E+05	2,07E+04	-5,85E+04
4,04E-05	-1,29E+05	2,17E+04	-3,55E+04	1,29E+05	1,26E+04	2,85E+04

Tabela A.1- 8 K_I , K_{II} e K_{III} [$\text{Pa} \cdot \text{m}^{0,5}$] para as fendas da bifurcação do lado esquerdo no provete cilíndrico para o comprimento de fenda de 480 μm .

Espessura [m]	Superior			Inferior		
	K_I	K_{II}	K_{III}	K_I	K_{II}	K_{III}
0,00E+00	1,29E+05	-2,03E+04	-3,55E+04	-1,57E+05	-1,66E+04	3,27E+04
1,22E-06	5,18E+05	-1,82E+04	-5,32E+04	-6,23E+05	-3,75E+04	-6,93E+04
2,44E-06	5,01E+05	-5,03E+03	-5,17E+04	-5,95E+05	-3,25E+04	-6,51E+04
3,72E-06	7,42E+05	6,56E+03	-7,03E+04	-8,68E+05	-3,43E+04	-9,31E+04
4,98E-06	7,99E+05	1,23E+04	-7,27E+04	-9,19E+05	-3,63E+04	-9,57E+04
6,25E-06	8,57E+05	1,81E+04	-7,52E+04	-9,72E+05	-3,94E+04	-9,84E+04
7,52E-06	8,94E+05	2,26E+04	-7,59E+04	-9,99E+05	-4,08E+04	-9,84E+04
8,79E-06	9,35E+05	2,68E+04	-7,70E+04	-1,03E+06	-4,22E+04	-9,87E+04
1,01E-05	9,62E+05	3,06E+04	-7,78E+04	-1,05E+06	-4,30E+04	-9,80E+04
1,13E-05	9,93E+05	3,43E+04	-7,91E+04	-1,07E+06	-4,40E+04	-9,76E+04
1,26E-05	1,02E+06	3,66E+04	-8,02E+04	-1,08E+06	-4,47E+04	-9,65E+04
1,39E-05	1,04E+06	3,82E+04	-8,19E+04	-1,09E+06	-4,54E+04	-9,55E+04
1,51E-05	1,06E+06	4,00E+04	-8,37E+04	-1,09E+06	-4,66E+04	-9,41E+04
1,64E-05	1,07E+06	4,17E+04	-8,51E+04	-1,10E+06	-4,79E+04	-9,23E+04
1,77E-05	1,09E+06	4,32E+04	-8,65E+04	-1,10E+06	-4,81E+04	-9,09E+04
1,90E-05	1,10E+06	4,45E+04	-8,81E+04	-1,09E+06	-4,77E+04	-8,94E+04
2,02E-05	1,11E+06	4,54E+04	-8,96E+04	-1,09E+06	-4,70E+04	-8,78E+04
2,15E-05	1,11E+06	4,59E+04	-9,12E+04	-1,08E+06	-4,66E+04	-8,63E+04
2,28E-05	1,11E+06	4,61E+04	-9,30E+04	-1,07E+06	-4,62E+04	-8,50E+04
2,40E-05	1,11E+06	4,62E+04	-9,43E+04	-1,06E+06	-4,49E+04	-8,38E+04
2,53E-05	1,11E+06	4,56E+04	-9,50E+04	-1,04E+06	-4,23E+04	-8,24E+04
2,66E-05	1,10E+06	4,47E+04	-9,59E+04	-1,02E+06	-3,95E+04	-8,09E+04
2,78E-05	1,09E+06	4,42E+04	-9,64E+04	-1,00E+06	-3,63E+04	-7,99E+04
2,91E-05	1,08E+06	4,39E+04	-9,65E+04	-9,79E+05	-3,28E+04	-7,91E+04
3,04E-05	1,06E+06	4,29E+04	-9,63E+04	-9,49E+05	-2,94E+04	-7,82E+04
3,17E-05	1,04E+06	4,16E+04	-9,65E+04	-9,21E+05	-2,62E+04	-7,78E+04
3,29E-05	1,01E+06	3,98E+04	-9,57E+04	-8,81E+05	-2,22E+04	-7,64E+04
3,42E-05	9,83E+05	3,81E+04	-9,53E+04	-8,44E+05	-1,77E+04	-7,55E+04
3,55E-05	9,31E+05	3,56E+04	-9,22E+04	-7,87E+05	-1,22E+04	-7,30E+04
3,67E-05	8,80E+05	3,39E+04	-8,94E+04	-7,32E+05	-6,58E+03	-7,09E+04
3,80E-05	6,05E+05	3,10E+04	-6,29E+04	-4,97E+05	5,69E+03	-5,12E+04
3,92E-05	6,33E+05	3,59E+04	-6,56E+04	-5,11E+05	1,84E+04	-5,35E+04
4,04E-05	1,59E+05	2,46E+04	-3,09E+04	1,27E+05	1,12E+04	2,83E+04

Tabela A.1- 9 K_I , K_{II} e K_{III} [$\text{Pa} \cdot \text{m}^{0,5}$] para as fendas da bifurcação do lado direito no provete cilíndrico para o comprimento de fenda de 460 μm .

Espessura [m]	Superior			Inferior		
	K_I	K_{II}	K_{III}	K_I	K_{II}	K_{III}
0,00E+00	-1,28E+05	-2,04E+04	-3,57E+04	1,57E+05	-1,51E+04	3,28E+04
1,22E-06	-5,13E+05	-1,79E+04	-5,39E+04	6,28E+05	-3,54E+04	-6,46E+04
2,44E-06	-4,97E+05	-4,52E+03	-5,25E+04	6,01E+05	-3,11E+04	-6,13E+04
3,72E-06	-7,36E+05	7,11E+03	-7,15E+04	8,77E+05	-3,30E+04	-8,88E+04
4,98E-06	-7,91E+05	1,27E+04	-7,40E+04	9,29E+05	-3,48E+04	-9,22E+04
6,25E-06	-8,48E+05	1,85E+04	-7,65E+04	9,84E+05	-3,80E+04	-9,60E+04
7,52E-06	-8,84E+05	2,28E+04	-7,71E+04	1,01E+06	-4,04E+04	-9,70E+04
8,79E-06	-9,25E+05	2,68E+04	-7,82E+04	1,04E+06	-4,29E+04	-9,79E+04
1,01E-05	-9,53E+05	3,06E+04	-7,85E+04	1,06E+06	-4,40E+04	-9,73E+04
1,13E-05	-9,84E+05	3,44E+04	-7,93E+04	1,08E+06	-4,46E+04	-9,71E+04
1,26E-05	-1,01E+06	3,74E+04	-8,01E+04	1,10E+06	-4,44E+04	-9,60E+04
1,39E-05	-1,03E+06	3,95E+04	-8,10E+04	1,11E+06	-4,43E+04	-9,49E+04
1,51E-05	-1,05E+06	4,09E+04	-8,24E+04	1,12E+06	-4,42E+04	-9,39E+04
1,64E-05	-1,06E+06	4,31E+04	-8,36E+04	1,12E+06	-4,36E+04	-9,28E+04
1,77E-05	-1,08E+06	4,66E+04	-8,50E+04	1,12E+06	-4,25E+04	-9,14E+04
1,90E-05	-1,09E+06	4,93E+04	-8,66E+04	1,12E+06	-4,21E+04	-8,97E+04
2,02E-05	-1,10E+06	4,90E+04	-8,86E+04	1,11E+06	-4,34E+04	-8,84E+04
2,15E-05	-1,10E+06	4,78E+04	-9,05E+04	1,10E+06	-4,50E+04	-8,70E+04
2,28E-05	-1,10E+06	4,71E+04	-9,23E+04	1,09E+06	-4,56E+04	-8,55E+04
2,40E-05	-1,10E+06	4,68E+04	-9,40E+04	1,08E+06	-4,54E+04	-8,41E+04
2,53E-05	-1,10E+06	4,67E+04	-9,56E+04	1,06E+06	-4,38E+04	-8,32E+04
2,66E-05	-1,09E+06	4,62E+04	-9,68E+04	1,04E+06	-4,18E+04	-8,23E+04
2,78E-05	-1,08E+06	4,48E+04	-9,78E+04	1,02E+06	-3,87E+04	-8,11E+04
2,91E-05	-1,07E+06	4,34E+04	-9,90E+04	9,96E+05	-3,52E+04	-8,01E+04
3,04E-05	-1,04E+06	4,24E+04	-9,92E+04	9,66E+05	-3,13E+04	-7,93E+04
3,17E-05	-1,03E+06	4,14E+04	-9,92E+04	9,38E+05	-2,70E+04	-7,87E+04
3,29E-05	-9,95E+05	3,94E+04	-9,76E+04	8,97E+05	-2,20E+04	-7,73E+04
3,42E-05	-9,68E+05	3,78E+04	-9,66E+04	8,60E+05	-1,73E+04	-7,64E+04
3,55E-05	-9,14E+05	3,53E+04	-9,29E+04	8,01E+05	-1,23E+04	-7,39E+04
3,67E-05	-8,61E+05	3,35E+04	-8,92E+04	7,45E+05	-6,89E+03	-7,15E+04
3,80E-05	-5,91E+05	3,05E+04	-6,24E+04	5,04E+05	5,56E+03	-5,14E+04
3,92E-05	-6,16E+05	3,53E+04	-6,48E+04	5,19E+05	1,81E+04	-5,34E+04
4,04E-05	-1,54E+05	2,43E+04	-3,11E+04	1,29E+05	1,11E+04	2,83E+04

Tabela A.1- 10 K_I , K_{II} e K_{III} [$\text{Pa} \cdot \text{m}^{0,5}$] para a fenda do provete CT ao longo da sua espessura.

Espessura [m]	K_I	K_{II}	K_{III}
0	-2,78E+05	-5,58E+06	4,86E+06
1,50E-04	-3,68E+05	-5,09E+06	4,50E+06
3,00E-04	-4,58E+05	-4,59E+06	4,14E+06
4,50E-04	-4,64E+05	-3,99E+06	4,04E+06
6,00E-04	-4,70E+05	-3,38E+06	3,94E+06
7,50E-04	-4,21E+05	-2,77E+06	3,93E+06
9,00E-04	-3,72E+05	-2,15E+06	3,92E+06
1,05E-03	-2,94E+05	-1,61E+06	3,91E+06
1,20E-03	-2,16E+05	-1,06E+06	3,90E+06
1,35E-03	-1,15E+05	-5,71E+05	3,83E+06
1,50E-03	-13482	-77701	3,75E+06
1,65E-03	96777	4,46E+05	3,67E+06
1,80E-03	2,07E+05	9,69E+05	3,58E+06
1,95E-03	3,08E+05	1,61E+06	3,51E+06
2,10E-03	4,10E+05	2,25E+06	3,44E+06
2,25E-03	4,52E+05	2,94E+06	3,53E+06
2,40E-03	4,94E+05	3,63E+06	3,61E+06
2,55E-03	4,54E+05	4,17E+06	3,91E+06
2,70E-03	4,13E+05	4,70E+06	4,21E+06
2,85E-03	3,72E+05	5,23E+06	4,51E+06
3,00E-03	3,32E+05	5,77E+06	4,80E+06

Tabela A.1- 11 K_I , K_{II} e K_{III} [$Pa \cdot m^{0,5}$] para as fendas do lado esquerdo e direito do provete DENT ao longo da sua espessura.

Espessura [m]	Esquerda			Direita		
	K_I	K_{II}	K_{III}	K_I	K_{II}	K_{III}
0	86360	-6,64E+06	-2,56E+06	-44568	-6,58E+06	-2,65E+06
1,50E-04	85114	-6,00E+06	-2,65E+06	-64002	-5,97E+06	-2,72E+06
3,00E-04	83868	-5,36E+06	-2,73E+06	-83436	-5,35E+06	-2,78E+06
4,50E-04	72356	-4,69E+06	-2,90E+06	-94372	-4,70E+06	-2,94E+06
6,00E-04	60843	-4,01E+06	-3,08E+06	-1,05E+05	-4,04E+06	-3,10E+06
7,50E-04	49631	-3,33E+06	-3,22E+06	-95467	-3,37E+06	-3,24E+06
9,00E-04	38418	-2,64E+06	-3,36E+06	-85626	-2,70E+06	-3,39E+06
1,05E-03	26278	-1,97E+06	-3,42E+06	-57638	-2,03E+06	-3,47E+06
1,20E-03	14138	-1,30E+06	-3,49E+06	-29650	-1,35E+06	-3,56E+06
1,35E-03	-6549,7	-6,59E+05	-3,49E+06	2659,6	-6,65E+05	-3,59E+06
1,50E-03	-27237	-16166	-3,48E+06	34969	23848	-3,61E+06
1,65E-03	-62078	6,25E+05	-3,42E+06	57104	7,25E+05	-3,56E+06
1,80E-03	-96919	1,27E+06	-3,36E+06	79239	1,43E+06	-3,50E+06
1,95E-03	-98687	1,95E+06	-3,20E+06	84590	2,13E+06	-3,34E+06
2,10E-03	-1,00E+05	2,64E+06	-3,04E+06	89941	2,83E+06	-3,18E+06
2,25E-03	-58099	3,38E+06	-2,88E+06	91501	3,54E+06	-3,01E+06
2,40E-03	-15744	4,13E+06	-2,71E+06	93061	4,25E+06	-2,84E+06
2,55E-03	6253,7	4,78E+06	-2,65E+06	1,01E+05	4,86E+06	-2,78E+06
2,70E-03	28252	5,43E+06	-2,59E+06	1,08E+05	5,46E+06	-2,71E+06
2,85E-03	50250	6,08E+06	-2,52E+06	1,16E+05	6,06E+06	-2,65E+06
3,00E-03	72248	6,73E+06	-2,46E+06	1,23E+05	6,66E+06	-2,59E+06