



**Ricardo Manuel Ribeiro Dias**

Licenciado em Ciências de Engenharia Mecânica

## **Estudo da propagação de fenda num componente ferroviário**

Dissertação para obtenção do Grau de  
Mestre em Engenharia Mecânica

Orientadora: Professora Doutora Teresa Morgado,  
Professora Auxiliar, FCT-UNL

Júri:

Presidente: Doutor Telmo Jorge Gomes dos Santos

Arguente: Doutor Rui Fernando dos Santos Pereira Martins

Vogal: Doutora Teresa Leonor Ribeiro Cardoso Martins Morgado



FACULDADE DE  
CIÊNCIAS E TECNOLOGIA  
UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA

**Setembro, 2017**



## **Estudo da propagação de fenda num componente ferroviário**

Copyright © Ricardo Manuel Ribeiro Dias, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Nova de Lisboa

A Faculdade de Ciências e Tecnologia e a Universidade Nova de Lisboa têm o direito, perpétuo e sem limites geográficos, de arquivar e publicar esta dissertação através de exemplares impressos reproduzidos em papel ou de forma digital, ou por qualquer outro meio conhecido ou que venha a ser inventado, e de a divulgar através de repositórios científicos e de admitir a sua cópia e distribuição com objectivos educacionais ou de investigação, não comerciais, desde que seja dado crédito ao autor e editor.







## AGRADECIMENTOS

Aproveito este momento para agradecer a todos que, de uma forma direta ou indireta, contribuíram para que fosse possível a realização desta tese de mestrado, em especial:

- À Professora Doutora Teresa Morgado por me ter dado a oportunidade de realizar esta tese de mestrado, pela constante preocupação com o desenvolvimento de todas as tarefas desta tese, por todo o apoio concedido ao longo da realização da mesma e pela amizade demonstrada.

- Ao Professor Doutor Jorge Pamies Teixeira, pela disponibilidade demonstrada ao longo destes meses em esclarecer dúvidas e discutir ideias acerca de conceitos teóricos da mecânica da fratura.

- Agradecimento ao Instituto Superior Técnico no âmbito da simulação numérica.

- Aos meus colegas de curso Diogo Saraiva, Fábio Conde e Ricardo Santos pelo apoio e motivação ao longo do curso.

- À minha namorada e melhor amiga Cátia Vanessa, por todo o apoio e dedicação ao longo deste percurso académico. A sua presença foi fundamental por todo o carinho, atenção e compreensão especialmente naqueles momentos que não pude estar presente.

- À minha família, em especial aos meus pais e irmã por todo o amor e apoio incansável que me deram ao longo deste caminho. Aos meus pais quero agradecer todos os sacrifícios que fizeram por mim ao longo destes anos e por acreditarem em mim.



## RESUMO

---

Na presente tese foi usado o *software ABAQUS 6.14-1* na determinação das soluções de FIT e Integral J no ensaio de flexão em três pontos, assim como na propagação de fenda. Estes ensaios tiveram como base o ensaio experimental de flexão em três pontos, num provete proveniente de um componente ferroviário de aço vazado ASTM A148 90-60. Foram apresentadas duas técnicas de obtenção de soluções - o método convencional e o método XFEM - e foi realizada uma comparação entre os resultados obtidos através dos dois métodos com os resultados obtidos através de fórmulas analíticas. Prosseguiu-se com o estudo do comportamento à fadiga, através do método convencional, e determinou-se as soluções de  $\Delta$ FIT, que posteriormente foram comparadas com os resultados obtidos experimentalmente.

Foi estudado ainda, a propagação de fissuração no componente ferroviário através de simulações numéricas com o intuito de prever problemas de integridade estrutural. Foram consideradas as condições fronteira e carregamento de serviço nas simulações numéricas para determinação das zonas de concentração de tensões e propagação de fissuração. Nestes estudos, numa primeira fase, foi considerada apenas uma fenda em quarto de elipse, e numa segunda fase, foi embebido um poro reconstruído, na zona de concentração de tensões conjuntamente com a fenda em quarto de elipse, para obtenção da propagação de fenda. Este poro é um defeito de fabrico e foi caracterizado por tomografia.

A utilização do método convencional na obtenção das soluções de FIT e Integral J provou-se bastante eficaz tanto a 2D como 3D, apresentando uma melhor precisão de resultados no modelo bidimensional. Os estudos de refinamento de malha utilizando o método convencional e o método XFEM, provaram que o refinamento não tem um impacto significativo nos resultados do FIT e Integral J.

Foi demonstrado que o método XFEM é relevante na previsão da durabilidade de componentes mecânicos tendo em conta defeitos de fabrico.

**Palavras-chave:** Componente Ferroviário; Integridade Estrutural; Fadiga; Elementos Finitos; ABAQUS; Método Convencional; Método XFEM

---



## ABSTRACT

---

In the following thesis it was used the ABAQUS 6.14-1 software in the determination of the FIT and J Integral solutions using single edge notched bending test and also the crack propagation. These tests were based on the experimental single edge notched bending test in a specimen obtained from railway component ASTM A148 90-60. It was presented two techniques to obtain the solutions - the conventional finite element method and the XFEM method - and it was developed a comparison between the obtained results from the two methods and the results from the analytical formulas. Posteriorly, was performed the fatigue study, through the conventional finite element method, and it was determined the  $\Delta$ FIT solutions with the intention to compare with the experimental obtained results.

It was also studied, the crack propagation in the railway component through numerical simulations in order to predict structural integrity problems. There were considered the service load and boundary conditions in the numerical simulations to find out the stress concentration zones and the crack propagation. In this studies, in the first stage, it was only considered a quarter-elliptical crack and in a second stage, a reconstructed pore was inserted in the highest stress concentration zone jointly with the quarter-elliptical crack to obtain the crack propagation. This pore is a manufacturing defect and it was obtained from tomography.

The using of the conventional method to obtain the FIT and J Integral solutions has proved to be very efficient in 2D and 3D, presenting a better precision of results in the two-dimensional model. The mesh refinement using both conventional and XFEM method, proved that the refinement may not have significant impact in the FIT and J Integral solutions. It was also showed that XFEM is relevant in the prediction of the durability of mechanic components regarding manufacturing defects.

**Keywords:** Railway Component; Structural Integrity; Fatigue; Finite Elements; ABAQUS; Conventional Finite Element Method; XFEM Method

---



# CONTEÚDO

<b>Resumo</b>	<b>ix</b>
<b>Abstract</b>	<b>xi</b>
<b>Lista de Figuras</b>	<b>xv</b>
<b>Lista de Tabelas</b>	<b>xix</b>
<b>Lista de Abreviaturas</b>	<b>xxi</b>
<b>Lista de Símbolos</b>	<b>xxiii</b>
<b>1 Enquadramento</b>	<b>1</b>
1.1 Motivação . . . . .	1
1.2 Objetivos da Dissertação . . . . .	2
<b>2 Revisão da Literatura</b>	<b>3</b>
2.1 Introdução . . . . .	3
2.2 Materiais e Processo de Fabrico . . . . .	4
2.2.1 Caracterização de Defeitos de Fundição . . . . .	6
2.3 Estudos em Componentes Ferroviários . . . . .	8
2.4 Fundamentos sobre Mecânica da Fratura . . . . .	10
2.4.1 Modos de falha . . . . .	11
2.4.2 Fator de intensidade de tensão . . . . .	12
2.4.3 Integral J . . . . .	14
2.4.4 Cálculo por simulação numérica do FIT . . . . .	15
2.4.5 Iniciação de fendas por fadiga . . . . .	19
2.5 Método dos Elementos Finitos . . . . .	23
2.6 Método Convencional ( <i>Contour Integral</i> ) . . . . .	27
2.7 Método dos Elementos Finitos Estendidos (XFEM) . . . . .	29
2.7.1 Funções de enriquecimento: <i>Função Heaviside</i> . . . . .	29
2.7.2 Funções de enriquecimento: <i>Função assintótica na extremidade da fenda</i> . . . . .	31
2.7.3 Critério de início e evolução do dano . . . . .	32
2.7.4 Limitações do método XFEM . . . . .	33

<b>3 Casos de Estudo</b>	<b>35</b>
3.1 Ensaio de Flexão em Três Pontos . . . . .	35
3.2 Componente Ferroviário . . . . .	38
<b>4 Simulação Numérica</b>	<b>41</b>
4.1 Ensaio de Flexão a 2D . . . . .	41
4.1.1 Estudo sem fadiga . . . . .	41
4.1.2 Estudo com fadiga . . . . .	57
4.2 Ensaio de Flexão a 3D . . . . .	63
4.2.1 Método convencional . . . . .	63
4.2.2 Método XFEM . . . . .	67
4.3 Estudo do Componente Ferroviário . . . . .	79
4.3.1 Análise de distribuição de tensões . . . . .	81
4.3.2 Análise sem defeito de fabrico . . . . .	83
4.3.3 Análise com defeito de fabrico (poro) . . . . .	89
<b>5 Conclusões e Desenvolvimentos Futuros</b>	<b>101</b>
5.1 Conclusões . . . . .	101
5.2 Desenvolvimentos Futuros . . . . .	104
<b>Bibliografia</b>	<b>105</b>

## LISTA DE FIGURAS

2.1	Etapas da técnica de micro-tomografia. . . . .	7
2.2	Modos de Falha. . . . .	11
2.3	Sistema de coordenadas para determinação do estado de tensões na extremidade da fenda. . . . .	12
2.4	Integral J envolvente da ponta da fenda. . . . .	14
2.5	Integral de contorno em 2D. . . . .	16
2.6	Integral de contorno fechado em 2D. . . . .	16
2.7	Sistema de coordenadas utilizado para definir o domínio do integral em 3D. . . . .	17
2.8	Integral de contorno em 3D. . . . .	18
2.9	Relação entre $da/dN$ e $\Delta K$ . . . . .	20
2.10	Função deslocamento durante uma carga cíclica, num período T para diferentes iterações. . . . .	22
2.11	Elemento isoparamétrico com referencial global e local. . . . .	24
2.12	Elementos quadriláteros colapsados em triangulares. . . . .	27
2.13	Elementos BRICK transformados em triângulos. . . . .	27
2.14	Elementos da extremidade da fenda para análises em regime elástico (a) e elasto-plástico (b). . . . .	28
2.15	Malha em teia de aranha. . . . .	28
2.16	Malha sem fenda. . . . .	30
2.17	Malha adaptada à fenda. . . . .	30
2.18	Fenda não alinhada com a malha. . . . .	31
2.19	Fenda arbitrária numa malha. . . . .	31
3.1	Ensaio de flexão em três pontos. . . . .	35
3.2	Engates ferroviários de transporte de carvão. . . . .	36
3.3	Fração de peça, obtida da face inferior do engate, para obtenção dos provetes. . . . .	36
3.4	Representação do provete com indicação das dimensões. . . . .	37
3.5	Desenho a 3D do componente ferroviário. . . . .	38
3.6	Vista face superior do modelo em ABAQUS/CAE. . . . .	39
3.7	Vista do interior do modelo em ABAQUS/CAE. . . . .	39
3.8	Poros encontrados na amostra sujeita a tomografia. . . . .	39
4.1	Representação do modelo SENB criado. . . . .	42

4.2	Localização da <i>Seam crack</i> . . . . .	42
4.3	a) 3 contornos, b) 4 contornos e c) 8 contornos. . . . .	43
4.4	Fenda localizada a 1,5 mm. . . . .	43
4.5	Fenda localizada a 3 mm. . . . .	44
4.6	Fenda localizada a 5 mm. . . . .	44
4.7	Fenda localizada a 7 mm. . . . .	44
4.8	Fenda localizada a 10 mm. . . . .	44
4.9	Relação FIT e comprimento de fenda para diferentes contornos. . . . .	45
4.10	Malha teste 1. . . . .	47
4.11	Malha teste 2. . . . .	47
4.12	Malha teste 3. . . . .	47
4.13	Malha teste 4. . . . .	47
4.14	Malha teste 5. . . . .	48
4.15	Malha teste 6. . . . .	48
4.16	Malha teste 7. . . . .	48
4.17	Malha teste 8. . . . .	48
4.18	Modelo SENB sem contactos. . . . .	50
4.19	Malha do modelo sem contactos. . . . .	50
4.20	Valores de Integral J para modelo sem contactos. . . . .	51
4.21	Valores do fator de intensidade de tensões (FIT) para modelo sem contactos. . . . .	51
4.22	Geometria da fenda de 2 mm modelada. . . . .	53
4.23	Localização da fenda de 2 mm no provete. . . . .	53
4.24	Geometria de malha para o método XFEM. . . . .	54
4.25	Localização da fenda na malha. . . . .	54
4.26	Propagação de fenda, malha 1. . . . .	55
4.27	Propagação de fenda, malha 2. . . . .	55
4.28	Propagação de fenda, malha 3. . . . .	56
4.29	Propagação de fenda, malha 4. . . . .	56
4.30	Propagação de fenda para 1000 ciclos. . . . .	62
4.31	Visualização da propagação utilizando a ferramenta <i>STATUSXFEM</i> . . . . .	62
4.32	Modelo SENB 3D. . . . .	64
4.33	Modelo 3D, Teste 1. . . . .	64
4.34	Modelo 3D, Teste 2. . . . .	64
4.35	Modelo 3D, Teste 3. . . . .	65
4.36	Relação entre FIT para diferentes nós, Teste 1. . . . .	65
4.37	Relação entre FIT para diferentes nós, Teste 2. . . . .	66
4.38	Relação entre FIT para diferentes nós, Teste 3. . . . .	66
4.39	Fenda moldelada 3D. . . . .	68
4.40	Modelo 3D usado no método XFEM. . . . .	68
4.41	Modelo utilizado no estudo dos contornos. . . . .	69
4.42	Valores de FIT para 5 contornos requeridos ao programa. . . . .	69

4.43	Valores de FIT para 10 contornos requeridos ao programa. . . . .	70
4.44	Valores de FIT para 15 contornos requeridos ao programa. . . . .	70
4.45	Valores de FIT para 20 contornos requeridos ao programa. . . . .	71
4.46	Valores de FIT para 30 contornos requeridos ao programa. . . . .	71
4.47	Valores de FIT para diferentes contornos requeridos ao programa. . . . .	73
4.48	Valores de J para 5 contornos requeridos ao programa. . . . .	74
4.49	Valores de J para 10 contornos requeridos ao programa. . . . .	75
4.50	Valores de J para 15 contornos requeridos ao programa. . . . .	75
4.51	Valores de J para 20 contornos requeridos ao programa. . . . .	76
4.52	Valores de J para 30 contornos requeridos ao programa. . . . .	76
4.53	Valores de Integral J do nó 2 para diferentes contornos requeridos ao programa.	78
4.54	Componente ferroviário simplificado com as condições fronteira e de carregamento. . . . .	80
4.55	Componente ferroviário simplificado com a malha de elementos finitos. . . .	81
4.56	Distribuição da tensão equivalente de Von-Mises, face superior do modelo do engate. . . . .	81
4.57	Distribuição da tensão equivalente de Von-Mises, face interior do modelo do engate. . . . .	82
4.58	Distribuição da tensão equivalente de Von-Mises, pormenor X. . . . .	82
4.59	Distribuição da tensão equivalente de Von-Mises, pormenor Y. . . . .	83
4.60	Macrografia da fenda em quarto de elipse presente no componente. . . . .	83
4.61	Dimensões da fenda modelada. . . . .	84
4.62	Fenda em quarto de elipse incorporada no componente. . . . .	85
4.63	Malha de elementos finitos do componente com fenda em quarto de elipse. .	86
4.64	Propagação da fenda em quarto de elipse no componente em regime elástico.	86
4.65	Representação dos elementos fraturados e danificados em regime elástico. . .	87
4.66	Propagação da fenda em quarto de elipse no componente em regime plástico.	87
4.67	Representação dos elementos fraturados e danificados em regime plástico. . .	88
4.68	Poros modelado usando a técnica de partição da unidade. . . . .	89
4.69	Malha de elementos finitos do poro. . . . .	90
4.70	Pormenor do refinamento da malha. . . . .	90
4.71	Distribuições de tensões de Von-Mises na zona do poro. . . . .	91
4.72	Pormenor A das distribuições de tensões de Von-Mises. . . . .	91
4.73	Fenda inserida na zona de concentração de tensões do poro. . . . .	95
4.74	Propagação da fenda em quarto de elipse no poro, em regime elasto-plástico.	96
4.75	Pormenor da propagação da fenda em quarto de elipse no poro, em regime elasto-plástico. . . . .	96
4.76	Distribuição das tensões no poro, em regime elasto-plástico. . . . .	97
4.77	Representação dos elementos fraturados e danificados em regime elasto-plástico do modelo com poro. . . . .	97
4.78	Propagação da fenda em quarto de elipse na parte interior do componente. .	98

4.79	Comparação entre os parâmetros ALLIE e ALLSD. . . . .	99
4.80	Comparação entre os parâmetros ALLSE e ALLVD. . . . .	99

## LISTA DE TABELAS

3.1	Propriedades mecânicas do aço vazado ASTM A148 90-60. . . . .	37
3.2	Dimensões do provete utilizado no ensaio SENB. . . . .	37
4.1	Descrição dos tipos de modelos utilizados no estudo FIT vs comprimento de fenda. . . . .	45
4.2	Descrição dos tipos de malha utilizados no estudo bidimensional. . . . .	49
4.3	Resultados de FIT e respectivos erros obtidos para cada teste. . . . .	49
4.4	Resultados de Integral J ( $J_{Num}$ ) e respectivos erros obtidos para cada teste. . . . .	49
4.5	Comparação de valores ( $J_{Num}$ ) entre modelos. . . . .	52
4.6	Comparação de valores $FIT_{Num}$ entre modelos. . . . .	52
4.7	Resultados modelo bidimensional. . . . .	52
4.8	Comprimento de fenda para diferentes refinamentos. . . . .	57
4.9	Descrição dos testes utilizados. . . . .	58
4.10	Energia plástica dissipada de cada elemento e $\Delta FIT$ . . . . .	60
4.11	Parâmetros $C$ e $m$ para diferentes probabilidade de sobrevivência. . . . .	61
4.12	Ciclos necessários para propagação de 5 mm para diferentes probabilidades. . . . .	61
4.13	Descrição dos testes utilizados. . . . .	65
4.14	Comparação dos valores de FIT bidimensional e tridimensional. . . . .	67
4.15	Comparação dos valores de Integral J bidimensional e tridimensional. . . . .	67
4.16	Especificações do modelo utilizado no estudo dos contornos. . . . .	68
4.17	Relação entre o $FIT_{Num}$ e $FIT_{Ref}$ para cada nó gerado. . . . .	72
4.18	Comparação dos valores de FIT tridimensional. . . . .	74
4.19	Relação entre o $J_{Num}$ e $J_{Ref}$ para cada nó gerado. . . . .	77
4.20	Comparação dos valores de Integral J tridimensional. . . . .	78
4.21	Comparação dos valores obtidos e respectivo erro associado. . . . .	79
4.22	Propriedades mecânicas do material em regime plástico. . . . .	80
4.23	Características da malha utilizada na análise estática. . . . .	81
4.24	Características da malha utilizada no componente com fenda em quarto de elipse. . . . .	86
4.25	Características da malha utilizada no componente. . . . .	90
4.26	Características da malha utilizada no componente final. . . . .	95



## LISTA DE ABREVIATURAS

<b><math>\mu</math>CT</b>	<i>Micro Computed Tomography</i>
<b>ALLSE</b>	<i>Strain Energy</i>
<b>ALLVD</b>	<i>Viscous Dissipation</i>
<b>CT</b>	<i>Computed Tomography</i>
<b>CTOD</b>	<i>Crack Tip Opening Displacement</i>
<b>FIT</b>	Fator de Intensidade de Tensões
<b>ICFTA</b>	<i>International Committee of Foundry Technical Associations</i>
<b>LCF</b>	<i>Low-Cycle Fatigue Analysis</i>
<b>MEF</b>	Método dos Elementos Finitos
<b>MFEP</b>	Mecânica da Fratura Elasto-Plástica
<b>MFLE</b>	Mecânica da Fratura Linear Elástica
<b>PDU</b>	Partição da Unidade
<b>SENB</b>	<i>Single Edge-Notched Bend</i>
<b>UMAT/CP</b>	Unidade Material e Tração
<b>XFEM</b>	<i>Extended Finite Element Method</i>



## LISTA DE SÍMBOLOS

<b>a</b>	Profundidade [mm], comprimento da fenda [mm]; amplitude periódica
<b>a<sub>i</sub></b>	Vetor nodal de enriquecimento de graus de liberdade com a função Heaviside; Comprimento de fenda inicial [mm]
<b>a<sub>f</sub></b>	Comprimento de propagação de fenda final [mm]
<b>a<sub>crit</sub></b>	Comprimento crítico de fenda [mm]
<b>a<sub>th</sub></b>	Comprimento de fenda para o limiar de propagação [mm]
<b>A<sub>m</sub></b>	Amplitude, função adimensional de $\theta$
<b>A<sub>0</sub></b>	Amplitude inicial
<b>A<sub>1</sub></b>	Início da função cos
<b>A<sub>pl</sub></b>	Energia plástica dissipada [J]
<b>b<sub>i</sub></b>	Vetor dos nós enriquecidos com as funções assintóticas na extremidade da fenda
<b>B</b>	Espessura do provete [mm]
<b>B<sub>1</sub></b>	Início da função sin
<b>c</b>	Distância da linha neutra às extremidades do provete [mm]
<b>C</b>	Coefficiente relacionado com as propriedades do material (lei de Paris)
<b>D</b>	Parâmetro de dano no elemento
<b>E</b>	Módulo de Young [GPa]
<b>f<sub>ij</sub></b>	Função adimensional de $\theta$ para o termo principal
<b>f</b>	Força por unidade de volume [N/mm <sup>3</sup> ]
<b>f<sub>r</sub></b>	Frequência utilizada no ensaio SENB [Hz]
<b>F<sub>max</sub></b>	Força máxima utilizada no ensaio SENB [N]
<b>F<sub>min</sub></b>	Força mínima utilizada no ensaio SENB [N]
<b>FIT<sub>Ref</sub></b>	Fator de intensidade de tensões de referência [MPa.mm <sup>1/2</sup> ]
<b>FIT<sub>Num</sub></b>	Fator de intensidade de tensões numérico [MPa.mm <sup>1/2</sup> ]
<b>FIT<sub>max</sub></b>	Fator de intensidade de tensões numérico máximo [MPa.mm <sup>1/2</sup> ]
<b>FIT<sub>min</sub></b>	Fator de intensidade de tensões numérico mínimo [MPa.mm <sup>1/2</sup> ]
<b>g<sub>ij</sub><sup>m</sup></b>	Função adimensional de $\theta$ para os $m$ termos
<b>G</b>	Taxa de libertação de energia de deformação [N/mm]

<b>H</b>	Função de Heaviside
<b>i</b>	Número de cada iteração; número do nó; divisões em profundidade do provete
<b>I</b>	Matriz identidade
<b>J</b>	Matriz Jacobiana
$J_{Num}$	Integral J numérico [N/mm]
$J_{Ref}$	Integral J de referência [N/mm]
$J_{El}$	Componente elástica do Integral J [N/mm]
$J_{Pl}$	Componente plástica do Integral J [N/mm]
$J_{max}$	Integral J numérico máximo [N/mm]
$J_{min}$	Integral J numérico mínimo [N/mm]
$K_I$	Fator de intensidade de tensões no Modo I [MPa.mm <sup>1/2</sup> ]
$K_{II}$	Fator de intensidade de tensões no Modo II [MPa.mm <sup>1/2</sup> ]
$K_{III}$	Fator de intensidade de tensões no Modo III [MPa.mm <sup>1/2</sup> ]
<b>k</b>	Constante
<b>K</b>	Fator de intensidade de tensões [MPa.mm <sup>1/2</sup> ]
$K_C$	Fator de intensidade de tensões crítico [MPa.mm <sup>1/2</sup> ]
$K_e$	Matriz de rigidez elástica
$K_G$	Matriz rigidez global
<b>L</b>	Comprimento [mm]
<b>m</b>	Expoente da lei de Paris ou da curva S-N
$n_j$	Componentes do vetor unitário normal a $\Gamma$
<b>n</b>	Normal exterior ao contorno; contornos realizados pelo programa
$n_i$	Número de termos da série de Fourier
$N_r$	Número de ciclos à rotura
$N_n$	Número de ciclos de nucleação da fenda
$N_p$	Número de ciclos de propagação
<b>N</b>	Número de nós do elemento
$N_i$	Função de forma no nó i com coordenadas (s,t)
<b>P</b>	Profundidade do entalhe [mm]
<b>q</b>	Vetor unitário relacionado com a direção do deslocamento da fenda
<b>r</b>	Coordenada polar, raio
<b>R</b>	Razão de tensões
<b>S</b>	Distância entre apoios [mm]
<b>t</b>	Forças de tensão nas faces da fenda [N]

---

$t_n$	Componente da tensão normal num elemento após a influência do dano
$t_s$	Componente da tensão de corte num elemento após a influência do dano
$t_t$	Componente da tensão de corte num elemento após a influência do dano
$t_0$	Tempo inicial [s]
$T$	Vetor de tração nos pontos de contorno
$T_n$	Componente da tensão normal devido ao comportamento elástico de tração-separação
$T_s$	Componente da tensão de corte devido ao comportamento elástico de tração-separação
$T_t$	Componente da tensão de corte devido ao comportamento elástico de tração-separação
$u_i$	Deslocamento na direção $i$
$W$	Densidade de energia de deformação; altura do provete [mm]
$\Delta FIT$	Variação do fator de intensidade de tensões numérico [MPa.mm <sup>1/2</sup> ]
$\sigma_{ij}$	Tensor das tensões [MPa]
$\theta$	Coordenada polar, ângulo [°]
$\nu$	Coefficiente de Poisson
$\Gamma$	Curva arbitrária em torno da extremidade da fenda
$\varepsilon_{ij}$	Tensor de deformação [MPa]
$\varepsilon^m$	Componente da deformação mecânica
$\varepsilon^{th}$	Componente da deformação térmica
$\Delta K$	Variação do fator de intensidade de tensões [MPa.mm <sup>1/2</sup> ]
$\Delta K_{th}$	Variação do fator de intensidade de tensões no limiar de propagação de fenda [MPa.mm <sup>1/2</sup> ]
$\omega$	Frequência angular [rad/s]
$\psi_i$	Soluções da função assintótica na extremidade da fenda
$\sigma_{adm}$	Tensão admissível máxima [MPa]
$\sigma_{max}$	Tensão máxima [MPa]
$\sigma_{ced}$	Tensão de cedência [MPa]
$\sigma_{rot}$	Tensão de rotura [MPa]
$\Delta\sigma$	Variação da tensão [MPa]



## ENQUADRAMENTO

### 1.1 Motivação

A presente dissertação intitulada "Estudo da propagação de fenda num componente ferroviário" que agora começa a ser desenvolvida, surge no seguimento do trabalho experimental desenvolvido por Morgado [1] na sua tese de Doutoramento, na qual foi estudada a integridade estrutural de um componente ferroviário desenvolvendo metodologias de cálculo de previsão de vida. Morgado [1] teve em conta a influência das solicitações em serviço a que estão sujeitos estes componentes ferroviários, da geometria, e dos defeitos intrínsecos ao processo de fabrico deste tipo de componentes. Esta dissertação tem como motivação o desenvolvimento de metodologias de análise por simulação numérica utilizando as mesmas condições de fronteira, tipos de carregamento, material e dimensões, com o objetivo não só de confirmar os resultados obtidos por Morgado [1] [2], como também validar a aplicabilidade do método numérico na propagação de fendas por fadiga. Para realizar a simulação numérica irá ser utilizado o *software ABAQUS 6.14* por este ser um dos mais indicados na análise da mecânica da fratura e, conseqüentemente, no estudo de propagação de fissuras. Salienta-se ainda a importância deste estudo na previsão da durabilidade de componentes mecânicos tendo em conta defeitos, evitando eventuais substituições desnecessárias dos mesmos em serviço e casos de ruína, que podem levar a perdas de vidas humanas e materiais.

## 1.2 Objetivos da Dissertação

Os objetivos gerais desta dissertação assentam na determinação, por simulação numérica, de soluções do Integral J e do Fator de Intensidade de Tensões num provete sujeito a um ensaio de flexão em três pontos, bem como no estudo de propagação de fenda de um componente ferroviário com problemas de integridade estrutural. Estes dois objetivos são denominados por "casos de estudo" do presente capítulo em diante, encontrando-se descritos pormenorizadamente no capítulo 3.

No primeiro caso de estudo são abordados dois métodos que permitem obter as soluções pretendidas, em ensaios estáticos e com fadiga. O objetivo deste caso de estudo é realizar uma comparação entre as soluções obtidas por simulação numérica com as obtidas por Morgado [1].

No segundo caso de estudo, é realizado um estudo sobre a propagação de fenda de um componente ferroviário, obtido por fundição em moldação de areia verde, com problemas de integridade estrutural. A propagação de fenda é realizada através de dois modelos, um considerando somente uma fenda em quarto de elipse, e o segundo considerando um defeito de fabrico real.

## REVISÃO DA LITERATURA

### 2.1 Introdução

A necessidade de transporte para fins comerciais acompanhou o crescimento da civilização humana sendo que sempre esteve ligada à evolução da economia em todas as escalas de negócio. A revolução industrial, diretamente responsável pelo *boom* demográfico do século XX, teve como seu catalisador a descoberta das aplicações industriais do motor a vapor e das conseqüentes evoluções na tecnologia de transporte, quer ferroviário quer marítimo. A importância do sector dos transportes na indústria é portanto tão óbvia quanto vital, destacando-se o transporte ferroviário como um meio de transporte com elevada capacidade de carga e energeticamente eficiente, comparado com o transporte rodoviário e marítimo.

Devido à elevada importância do transporte ferroviário, surgiram nos últimos anos significativos avanços por parte da comunidade científica com o intuito de prevenir e explicar o porquê da ocorrência de fissuração e, por vezes, rotura completa de componentes metálicos vazados, antes do tempo previsto, determinado no projeto. Estes fenómenos estão por vezes associados a defeitos inerentes ao processo de fabrico. Por se tratar de um componente fundamental nas locomotivas, os componentes de acoplamento são alvos de pesquisas na área da fadiga, desenvolvimento de novos materiais e segurança dos intervalos de inspeção, uma vez que a sua ruína poderá levar a um descarrilamento da locomotiva. Assim, o comportamento à fadiga deste tipo de componente tem vindo a ser estudado através de ensaios de propagação de fendas por fadiga, com o objetivo de se obter dados experimentais que definam os intervalos de inspeção. As falhas resultantes da aplicação de carregamentos cíclicos denominados por fadiga representam a principal causa de rotura nos equipamentos mecânicos e estruturas [3].

## 2.2 Materiais e Processo de Fabrico

O componente ferroviário objeto de estudo nesta dissertação é um componente de acoplamento utilizado entre a locomotiva e a primeira carruagem, e entre as restantes carruagens. Este componente é projetado de forma a suportar como solicitações principais os esforços axiais de compressão e tração inerentes à sua utilização, bem como o impacto gerado na aceleração e frenagem da locomotiva. É fabricado em aço vazado por moldação em areia verde, ASTM A148 90-60, com teor médio em carbono. Os aços com teor médio em carbono são similares aos aços de baixo teor, à exceção do teor em carbono que varia entre 0,30 a 0,60 e no manganês que varia entre 0,60 a 1,65. Normalmente, os aços vazados para esta especificação são produzidos para satisfazer certas propriedades mecânicas com algumas restrições ao nível da sua composição química, pois existe uma grande variedade de propriedades nos aços, devido à variação, não só da composição como também do tratamento térmico. Para este tipo de componente mecânico, na indústria ferroviária, o intervalo de carbono é na ordem dos 0,40 a 0,60 [4].

A fundição é um processo muito utilizado na fabricação de componentes para a indústria ferroviária devido à vantagem de fabricação de geometrias complexas, destacando-se o processo de fundição por moldação em areia verde. Este processo apresenta um baixo custo das matérias-primas, é uma técnica simples, possibilita a reutilização da areia de moldação e a fabricação de peças para qualquer dimensão.

Atualmente, num mundo cada vez mais globalizado e competitivo, a indústria da fundição necessita que os defeitos associados ao processo sejam minimizados ao máximo. Os defeitos associados à fundição continuam a ser um desafio para os engenheiros de produção, de projeto e de qualidade na procura da possível causa do defeito, pois existem inúmeras variáveis associadas ao processo. [5]. A fim de evitar o uso de diferentes nomenclaturas para o mesmo defeito encontrado em fundição, o *International Committee of Foundry Technical Associations* (ICFTA) estandardizou uma nomenclatura identificando sete categorias de defeitos de fundição [6]:

- Deformações localizadas;
- Fissuras;
- Descontinuidades;
- Cavidades;
- Fundição incompleta;
- Dimensão incompleta;
- Inclusão ou anomalias estruturais.

O termo descontinuidade é usado para definir se uma imperfeição é um defeito que pode colocar em causa a qualidade das peças fundidas, ou uma descontinuidade inofensiva que não coloca em causa a fiabilidade ou a função pretendida das peças. Por outras palavras, quando a descontinuidade ultrapassa as especificações de projeto definidas, esta passa a ser considerada como defeito e pode comprometer a vida útil do componente.

Os sete defeitos enumerados acima, podem ocorrer em ferros e aços vazados e podem levar à rejeição do componente após a inspeção. Os defeitos que não são detetados podem servir de pontos de iniciação para problemas mais severos como a fratura durante a função de serviço do componente. Os defeitos, por si só, não garantem um problema para a fiabilidade da peça fundida em serviço, pois é muito importante saber o tamanho, localização e a distribuição dos defeitos na peça. Os defeitos de pequenas dimensões localizados no centro da peça não produzem sérios problemas, ao contrário dos localizados junto à superfície que são normalmente prejudiciais [6].

A extensão, a causa e o tipo de imperfeições ou defeitos variam com o método de fundição utilizado. Uma vez que este trabalho incide num componente ferroviário produzido por moldação em areia, os diferentes tipos de defeitos característicos deste tipo de processo de fundição são apresentados em seguida [6]:

- Porosidades;
- Inclusões;
- Filmes de óxidos;
- Fissuração a quente;
- Defeitos superficiais.

Os poros são um defeito comum em fundição. Estes podem ter diversas formas e serem localizados tanto na superfície como no interior da peça, podendo ser classificados como macroporosidades ou microporosidades. No primeiro caso, os poros apresentam tamanho suficiente para serem detetados a olho nú enquanto no segundo caso estes não são visíveis sem recurso a ampliação. As macroporosidades e microporosidades são causadas pela ação simultânea entre a forma como os gases saem do metal fundido e a solidificação do metal, podendo estas, serem minimizadas utilizando a técnica de aumentar o gradiente térmico. O problema desta técnica prende-se pela sua limitação à liga usada, às propriedades térmicas da moldação e à geometria do componente [6].

Os defeitos do tipo inclusão podem ser classificados como endógenas ou exógenas. As do tipo endógenas são aquelas que são inerentes ao processo de fusão do metal, como sulfuretos, nitretos e óxidos derivados da reação química do metal fundido com o ambiente. As inclusões exógenas são essencialmente óxidos ou misturas de óxidos que resultam, não só da reação do metal com o oxigénio no ar durante o vazamento, mas também da

interação metal/moldação [6]. Zhang e Thomas [7] afirmou que as inclusões exógenas surgem principalmente da reoxidação do metal e da interação do líquido de metal vazado com o molde.

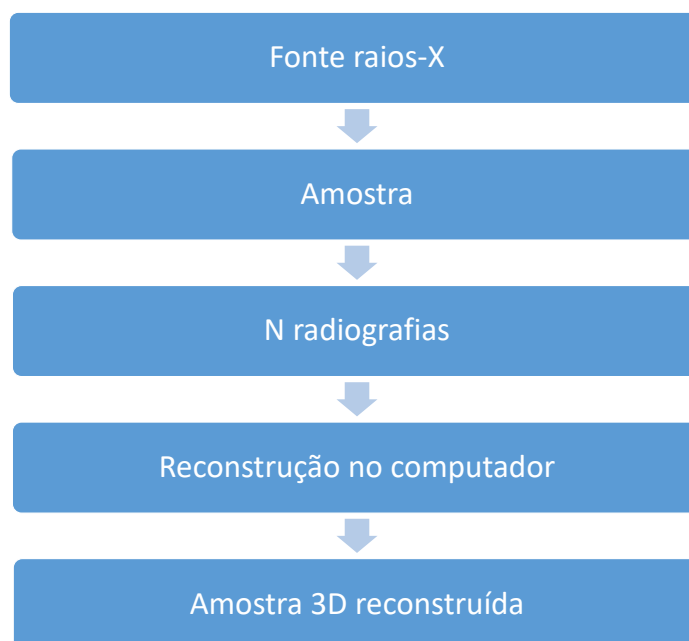
A fissuração a quente é caracterizada por ser uma fissura desenvolvida durante a solidificação, causada pelas tensões internas impostas pelos constrangimentos geométricos do molde. De acordo com Chaudhari e Thakkar [5], este defeito deve-se principalmente a um projeto de molde inadequado.

Os defeitos superficiais podem ser originados por fissuração a quente, inclusões ou porosidades, não representando por si só grande probabilidade de diminuir a vida de serviço do componente, a menos que apresente um tamanho considerável e esteja localizado numa zona de concentração de tensões [6].

### 2.2.1 Caracterização de Defeitos de Fundição

Os defeitos referentes ao processo de fundição mencionados anteriormente produzem efeitos prejudiciais sobre o tempo de vida de um determinado componente à fadiga. Através de um estudo realizado por Vanderesse et al. [8] comprovou-se a importância da distribuição dos tamanhos dos poros, da distribuição espacial para o início da fissura e da identificação das zonas de maior probabilidade de ocorrência de falha à fadiga. Segundo Nicoletto et al. [9], foram realizadas experiências que permitiram concluir que o tamanho do defeito desempenha um papel fundamental na previsão da vida à fadiga e no desenvolvimento da fratura devido à fadiga.

Na análise da caracterização de defeitos de fundição a radiografia, a metalografia e a tomografia têm sido as principais técnicas usadas. No entanto, nos últimos anos a utilização do método de tomografia com auxílio do computador (*Computed Tomography* (CT)) tem permitido, com bastante precisão, reconstruções em três dimensões dos defeitos dos materiais, contribuindo para melhores estudos ao nível da simulação numérica. Este método, utiliza uma fonte de raios-X e são tiradas várias radiografias de diversos ângulos, permitindo assim gerar num computador uma imagem a três dimensões do objeto irradiado [10] [11]. Têm surgido também estudos utilizando a micro-tomografia (*Micro Computed Tomography* ( $\mu$ CT)) que permite obter melhores resultados. Vanderesse et al. [8] afirma que a micro-tomografia tem sido amplamente utilizada devido à sua capacidade de fornecer informação relevante sobre os poros com maior rapidez. Luo et al. [12] salienta que atualmente a micro-tomografia é uma ferramenta importante no estudo da degradação e do dano nos materiais em engenharia. Nicoletto et al. [13] também afirma que a micro-tomografia é a técnica que garante melhor precisão em análises de previsão de vida à fadiga em detrimento da metalografia. Através da metalografia não é certo que se escolha o poro com maior volume, sendo este o parâmetro fundamental para iniciação de fissuras em fenómenos de fadiga. A micro-tomografia é caracterizada pelas etapas representadas na figura 2.1.



**Figura 2.1:** Etapas da técnica de micro-tomografia.

Sousa [14] utilizou esta mesma técnica para descobrir a geometria real dos poros e estudou a influência destes defeitos comparando geometrias esféricas e elípticas. Para isso, necessitou de produzir 15 amostras, com as especificações ASTM A148 90-60. Estudou as amostras segundo a norma ASTM E 2109-01 com o objetivo de avaliar as áreas e os tamanhos dos defeitos presentes na peça. Setenta e cinco fotografias das superfícies das amostras foram estudadas e tratadas com o objetivo de medir as áreas ocupadas pelos poros, bem como o diâmetro máximo de Feret. Com o auxílio do programa *SolidWorks*, foi feito o contorno do defeito e respetiva medição para cada poro observado em cada fotografia. Após as medições foi feito um tratamento de dados no Excel, de forma a perceber quais os tamanhos mais frequentes, de onde, se utilizou a classe com maiores dimensões dos poros para o estudo do comportamento à fadiga. A observação com recurso a  $\mu$ CT foi utilizada para fazer a reconstrução tomográfica da amostra e posteriormente a dos poros encontrados. Uma vez realizada a reconstrução tomográfica, foi realizada a reconstrução dos poros encontrados utilizando o *software SolidWorks* de modo a torná-los compatíveis com os programas de simulação numérica. Após esta fase, foi realizado um estudo da influência dos defeitos de fundição na integridade estrutural do componente, mais concretamente na vida à fadiga e na concentração de tensões. Este estudo conclui que os poros com formas geométricas planares têm um efeito mais nocivo que os poros esféricos e que os poros superficiais se propagam mais rapidamente do que os embebidos. Por fim, foi realizada uma análise por Método dos Elementos Finitos (MEF) com o intuito de estudar a distribuição das tensões/deformações e de propor novas soluções de projeto, de forma a diminuir as tensões induzidas no componente. Esta última análise, permitiu concluir que: a zona crítica se encontrava na zona de concordância entre a cabeça e o componente, a tensão máxima não excedeu a tensão de cedência e a distribuição de tensões

pelo MEF apresentou valores compatíveis com os valores determinados em serviço com os extensômetros. Sousa [14] realizou ainda uma alteração na geometria do componente com o intuito de reduzir as tensões residuais que levou a resultados bastantes satisfatórios, contribuindo para uma vida teórica à fadiga infinita.

Wicke et al. [15] desenvolveu nas suas experiências a mesma metodologia que Sousa [14] com o objetivo de identificar zonas de concentração de tensões em defeitos de fundição, mais especificamente poros, de uma liga ferrosa contendo Al-Si-Cu. Efetuou uma reconstrução da morfologia do poro em 3D utilizando a micro-tomografia ( $\mu$ CT), que por sua vez foi analisada num programa de elementos finitos com o objetivo de investigar a influência estrutural dos poros. Os resultados indicaram que os poros oriundos do processo de arrefecimento atuavam como zonas de concentração de tensão e que podiam ser identificados como defeitos oriundos de fissuração a quente.

Num estudo idêntico, Dezecot et al. [16] utilizou o método de tomografia por raios-X para monitorizar a evolução do dano em três dimensões de uma liga de alumínio em testes com fadiga oligocíclica. O material analisado era uma liga AlSi7Cu3Mg produzido por um modelo perdido em poliestireno expandido. Os resultados mostraram que, de acordo com as imagens 3D, as fendas são extremamente sensíveis às características microestruturais. A análise por elementos finitos realizada diretamente sobre a reconstrução 3D contendo unicamente poros, mostrou que as condições de serviço têm um papel fundamental no comportamento futuro da fenda.

### 2.3 Estudos em Componentes Ferroviários

De acordo com Morgado [17], um dos aspetos mais importantes a ter em consideração no projeto de componentes ferroviários é a fadiga estrutural. Portanto, para assegurar uma vida útil segura, sem problemas de ruína, os componentes estruturais devem ser projetados à fadiga, ou seja devem ser projetados tendo em consideração a durabilidade estrutural dos componentes [1]. Alguns parâmetros podem influenciar a durabilidade estrutural do componente como: solicitações em serviço, propriedades do material, a geometria e o processo de fabrico. Estes parâmetros requerem uma especial atenção na fase de projeto devido à sua relevância na definição do tempo de vida do componente [17].

Rolek et al. [18] apresentou um método de monitorização da durabilidade estrutural dos eixos de uma locomotiva. Este método visava a identificação da presença de fendas nos eixos da locomotiva com base na medição das suas vibrações. A fiabilidade deste método foi investigada recorrendo a métodos experimentais e computacionais. Os resultados mostraram que somente a presença de fendas nos eixos produzia uma significativa quantidade adicional de vibração comparado com um eixo sem fendas, desprezando tanto os distúrbios provocados pelas rodas como as irregularidades dos carris. Os resultados comprovaram a aplicabilidade deste método na monitorização da integridade

estrutural deste tipo de componentes em condições de serviço. Sabendo que os eixos de uma locomotiva estão sujeitos durante o serviço a carregamentos cíclicos capazes de interferir com a integridade estrutural dos eixos, levando à sua rotura por fadiga, torna-se necessário desenvolver metodologias que atuem como técnicas de previsão para que tais componentes possam ser substituídos no final da sua vida de serviço.

Náhlík et al. [19] desenvolveu uma metodologia capaz de prever o tempo de vida dos eixos de uma locomotiva à fadiga. Esta metodologia estimava a posição crítica inicial da fenda, o seu desenvolvimento durante a propagação e a vida residual à fadiga dos eixos. Os defeitos foram detetados por um ensaio não destrutivo, sendo posteriormente utilizada uma análise de elementos finitos, do eixo com fendas, com o intuito de determinar os fatores de intensidade de tensões das fendas em crescimento e o número de ciclos necessários para a propagação da fenda do estado inicial até ao seu comprimento crítico. Os resultados mostraram que o fator de intensidade de tensões é o parâmetro mais importante na determinação precisa da vida residual à fadiga especialmente em eixos de locomotiva com fendas iniciais pequenas e que os efeitos residuais do carregamento desempenham um papel importante na determinação dos intervalos de inspeção dos eixos.

Em 2014, John M. Cookson e Peter J. Mutton [20] comentaram num artigo a relação entre a fadiga e os componentes ferroviários, mencionando a oxidação e descarboxação da superfície como causas para a ruína do componente por fadiga. Neste artigo foram também destacados exemplos de espectros de carga em componentes ferroviários, incluindo componentes de acoplamento, e dados de investigações anteriores onde relacionam a importância do acabamento superficial das superfícies dos componentes com a fadiga. Concluiu-se que um acabamento superficial inadequado em componentes fabricados por fundição, como problemas de oxidação, pode resultar na propagação de fendas por fadiga, e eventualmente, fratura do componente.

Em 2016, Sciammarella et al. [21] realizou uma experiência com o intuito de relacionar a fadiga com o contato entre as rodas de uma locomotiva e os carris. Através da identificação de seis materiais diferentes, constituintes da roda, realizaram uma experiência laboratorial de maneira a simular o fenómeno de fadiga entre o contato roda/carril, analisando a formação e propagação das fendas. Nesta experiência, os autores concluíram que os materiais utilizados apresentavam uma memória dos carregamentos previamente utilizados, estando a propagação de fendas dependente deste tipo de memória.

## 2.4 Fundamentos sobre Mecânica da Fratura

As fissuras no material não advêm só de defeitos de fabrico, podendo também advir de danos provocados durante o funcionamento do componente em condições de serviço. Com o intuito de minimizar esses danos, surgiu uma área científica dedicada ao estudo aprofundado dos mecanismos de ruína e à prevenção da fratura frágil chamada de Mecânica da Fratura [22]. Os componentes da indústria ferroviária estiveram no centro dos primeiros estudos acerca da mecânica da fratura pelos seus inúmeros casos de ruína de componentes verificados em comboios, contribuindo para o desenvolvimento de novos mecanismos de fratura. Em 1837, Albert, um mineiro que trabalhava numa mina em Clausthal na Alemanha, publicou os primeiros estudos relacionados com ensaios de fadiga [23]. Um pouco mais tarde, em 1843, Rankine descreveu, pela primeira vez, as fraturas que afetavam regularmente os eixos das composições ferroviárias e que a causa seria um lento fenómeno de propagação de fendas que proliferava desde a superfície até ao interior daqueles componentes. O engenheiro alemão August Wöhler, em 1860, realizou estudos com foco nesta temática, realizando ensaios de tração uniaxial com o material proveniente de eixos de composições ferroviárias problemáticos para identificação das causas inerentes à ruína daqueles componentes [22] [24].

Em 1920, Griffith realizou experiências sobre a propagação de fendas num conjunto de provetes de vidro sujeitos a esforços de tração, propondo que uma fenda pré-existente sob tensão apenas poder-se-ia propagar se a libertação de energia elástica fosse igual ou maior que o trabalho necessário para formar uma nova superfície de fratura [25]. Por outras palavras, a redução da energia de deformação devido à formação da fenda deveria ser igual ou até maior que o aumento da energia necessária para formar novas superfícies de fratura [26]. Contudo, só em 1950 foi desenvolvida a teoria básica da Mecânica da Fratura por Rowan e Irwin, quando se percebeu que o trabalho plástico deveria ser incluído na energia necessária para formar uma nova superfície de fratura [24] [25]. De acordo com William Hosford [25], a mecânica da fratura permite o estudo da tenacidade dos materiais e estabelece as bases para a previsão dos carregamentos que as estruturas podem aguentar sem que sofram rotura. Esta pode ser útil na avaliação dos materiais, no projeto de estruturas e na análise de falhas. A mecânica da fratura fornece ainda uma elevada importância não só no projeto como também na manutenção de componentes sujeitos a fadiga, promovendo filosofias de projeto vida segura ou de projeto com tolerância ao dano [27].

Na análise dos diferentes tipos de fraturas são utilizadas duas metodologias da mecânica da fratura: a Mecânica da Fratura Elasto-Plástica (MFEP) e a Mecânica da Fratura Linear Elástica (MFLE) [28]. A MFLE é usada em materiais isotrópicos com um comportamento linear no que toca à elasticidade, encontrando-se a deformação não linear do material limitada à ponta da fenda. Nos casos em que existe deformação plástica local ou global esta aproximação pode ser muito pouco conservativa. Por estas imposições, esta metodologia encontra-se adequada para o estudo dos mecanismos de falhas de materiais

frágeis. A maioria das formulações da metodologia MFLE derivam dos estados planos de tensão e extensão associados a três modos de falha: Abertura, Deslizamento e Rasgamento.

A MFEP é utilizada no contexto de problema de propagação de fendas de dimensão reduzida, especialmente as que se encontram na ponta de entalhes, por forma a estimar os efeitos da plasticidade localmente presentes na extremidade da fenda [22]. É aplicada em materiais que assumam um comportamento não-linear e pode ser dividida em duas abordagens que descrevem a propagação de uma fenda: o Integral J e o *Crack Tip Opening Displacement* (CTOD) [25].

Branco [29] define o CTOD como a capacidade de o material se deformar plasticamente antes da fratura, medindo o afastamento das suas faces da fissura preexistente na sua extremidade.

O Integral J é um integral de contorno que pode ser interpretado como a energia necessária para criar uma nova superfície de fratura numa situação de propagação de uma fenda [29]. De acordo com Anderson [28], a MFEP deve ser aplicada em situações onde a MFLE é inválida.

### 2.4.1 Modos de falha

Irwin foi dois primeiros a estudar os três tipos de carregamentos distintos (modo I, II e III) que descrevem os casos mais gerais do deslocamento das superfícies de fendas (ver figura 2.2). Estes três tipos de deslocamentos dependem da forma como cada uma das superfícies da fenda se move em relação à direção do carregamento e à natureza dos esforços aplicados na extremidade do defeito. Os três modos I, II e III são também designados por modo de abertura, modo de corte e modo de rasgamento, respetivamente. No modo I de fratura, o plano de fratura é perpendicular à força normal resultando num afastamento das duas superfícies de fratura. Este modo é considerado o mais severo e ocorre em materiais frágeis quando sujeitos a ensaios de tração. O modo II ocorre sob a ação de uma tensão de corte que proporciona um deslizamento de uma superfície de fratura sobre a outra com a fissura a propagar-se na direção da tensão de corte. Por último, o modo III é caracterizado por uma propagação da fissura perpendicular à direção da tensão de corte [25].

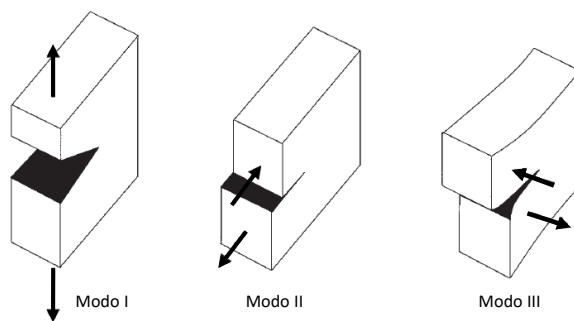
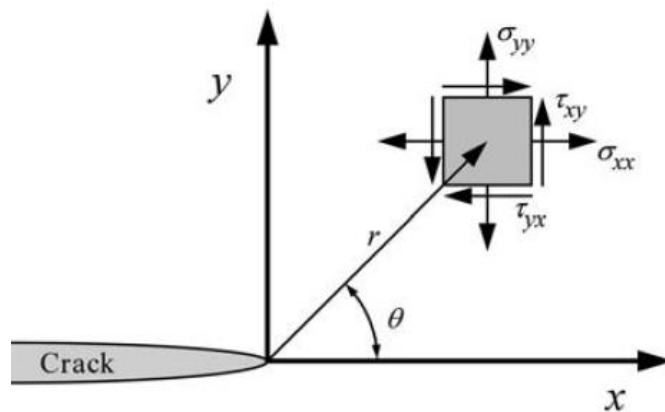


Figura 2.2: Modos de Falha, adaptado de [30].

### 2.4.2 Fator de intensidade de tensão

O Fator de Intensidade de Tensões (FIT) permite caracterizar o campo de tensões na frente da fenda. Dependendo do modo de falha, o campo de tensões pode depender do  $K_I$ ,  $K_{II}$  e  $K_{III}$ . Os fatores de intensidade de tensões podem ser interpretados como parâmetros que refletem a redistribuição de tensões num corpo devida à introdução de uma fenda, e indicam o tipo de falha e grandeza da transmissão de força através da região na vizinhança da extremidade da fenda [31].

As fendas de componentes mecânicos sujeitos a condições de carregamento assumem um comportamento idêntico aquele visualizado em ensaios experimentais com entalhes. Para certas geometrias de fendas sujeitas a carregamentos externos, é possível descrever as tensões na extremidade da fenda assumindo o princípio da mecânica da fratura linear elástica. Utilizando um sistema de coordenadas polares com a extremidade da fenda coincidente com a origem (ver figura 2.3), é possível descrever através da equação 2.1 o campo de tensões para qualquer fenda assumindo um comportamento linear elástico [32].



**Figura 2.3:** Sistema de coordenadas para determinação do estado de tensões na extremidade da fenda [32].

$$\sigma_{ij} = \left( \frac{k}{\sqrt{r}} \right) f_{ij}(\theta) + \sum_{m=0}^{\infty} A_m r^{\frac{m}{2}} g_{ij}^m(\theta) \quad (2.1)$$

Onde  $\sigma_{ij}$  representa o tensor das tensões,  $r$  e  $\theta$  representam as coordenadas polares definidas na figura 2.3,  $k$  é uma constante e  $f_{ij}$  é uma função adimensional de  $\theta$  para o termo principal. Para os termos de ordem superior,  $A_m$  representa a amplitude enquanto  $g_{ij}^m$  é uma função adimensional de  $\theta$  para os  $m$  termos.

É importante referir que a solução para cada tipo de geometria contém um termo principal que é proporcional a  $1/\sqrt{r}$ , ou seja, quando  $r$  tende para zero, o termo principal tende para infinito permanecendo o resto dos outros termos finitos ou a tender para zero. Portanto as tensões na vizinhança da extremidade da fenda variam  $1/\sqrt{r}$  independentemente da geometria do componente fissurado [32].

Cada modo de carregamento produz uma singularidade de  $1/\sqrt{r}$  na extremidade da fenda, contudo as constantes  $k$  e  $f_{ij}$  dependem de cada modo. Utilizando a equação 2.1 e substituindo  $k$  pelo fator de intensidade de tensões ( $K$ )  $K = k\sqrt{2\pi}$ , o campo de tensões na extremidade da fenda para os três modos de carregamento considerando a teoria da MFLE é dado pela equação 2.2.

$$\begin{aligned}\lim_{r \rightarrow 0} \sigma_{ij}^{(I)} &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}^{(I)}(\theta) \\ \lim_{r \rightarrow 0} \sigma_{ij}^{(II)} &= \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}^{(II)}(\theta) \\ \lim_{r \rightarrow 0} \sigma_{ij}^{(III)} &= \frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}^{(III)}(\theta)\end{aligned}\tag{2.2}$$

Numa situação onde existe mais de um modo de carregamento presente, cada modo contribui com sua componente de tensão originando a equação 2.3 [32].

$$\sigma_{ij}^{TOTAL} = \sigma_{ij}^{(I)} + \sigma_{ij}^{(II)} + \sigma_{ij}^{(III)}\tag{2.3}$$

Como nesta dissertação irá ser abordado unicamente o modo de carregamento I, o campo de tensões na extremidade da fenda é dado pela equação 2.4. Para uma consulta mais detalhada sobre os campos de tensões dos restantes modos de carregamento, ver referência [32].

$$\begin{aligned}\sigma_{xx} &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[ 1 - \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{3\theta}{2}\right) \right] \\ \sigma_{yy} &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[ 1 + \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{3\theta}{2}\right) \right] \\ \tau_{xy} &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{3\theta}{2}\right) \\ \tau_{xz} &= 0 \\ \tau_{yz} &= 0 \\ \sigma_{zz} &= \begin{cases} 0, & \text{(Plano de tensões)} \\ \nu(\sigma_{xx} + \sigma_{yy}), & \text{(Plano de deformações)} \end{cases}\end{aligned}\tag{2.4}$$

Onde  $r$  e  $\theta$  são as coordenadas polares e  $\nu$  o coeficiente de Poisson. Os restantes componentes do tensor das tensões são zero.

### 2.4.3 Integral J

O conceito de Integral J foi introduzido por Jim Rice e Cherepanov na década de 60 para determinar e caracterizar o estado de tensões na extremidade de uma fenda, aproximando uma deformação elasto-plástica a uma forma de deformação elástica não linear [27] [28]. Esta aproximação permite calcular a rigidez de um material que apresente um comportamento não linear durante um carregamento [32]. Este conceito assenta na aplicação de um integral de contorno em materiais com grande capacidade de se deformar plasticamente permitindo calcular a taxa de libertação de energia de deformação num material [25].

De acordo com Zhu e Joyce [33], o Integral J pode ser representado pela equação 2.5, onde  $\Gamma$  é uma curva arbitrária em torno da extremidade da fenda,  $W$  é a densidade de energia de deformação em pontos do contorno,  $T$  o vetor de tração nos pontos de contorno,  $u$  é o deslocamento na direção  $x$  e  $ds$  é o comprimento do incremento ao longo do contorno  $\Gamma$  (ver figura 2.4).

$$J = \oint_{\Gamma} \left( W dy - \vec{T} \frac{\partial \vec{u}}{\partial x} \right) ds \quad (2.5)$$

O parâmetro  $W$  é definido através da equação 2.6, onde  $\sigma_{ij}$  e  $\varepsilon_{ij}$  são os tensores de tensão e deformação, respectivamente [32].

$$W = \int_0^{\varepsilon_{ij}} \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij} \quad (2.6)$$

O vetor  $\vec{T}$  é definido através da equação seguinte, onde  $n_j$  são as componentes do vetor unitário normal a  $\Gamma$  [32].

$$\vec{T} = \sigma_{ij} \cdot n_j \quad (2.7)$$

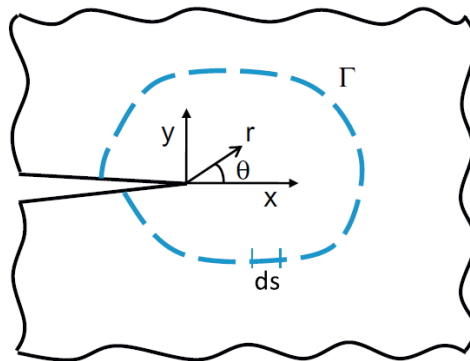


Figura 2.4: Integral J envolvente da ponta da fenda [33].

Rice mostrou que para a deformação plástica (elasticidade não linear) o Integral J é independente do contorno de integração da ponta da fenda [33]. Esta independência foi descoberta por Kobayashi et al. [34] usando uma análise por elementos finitos.

Este método representa uma forma de calcular a taxa de libertação de energia de deformação num material que pode ser usada como parâmetro de fratura juntamente com o valor crítico de tenacidade. O Integral J e o CTOD são dois critérios utilizados na caracterização da propagação de fendas em condições de deformação elasto-plástica. Begley e Landes em 1972 e 1976, estabeleceram o parâmetro Integral J como o critério principal na mecânica da fratura elasto-plástica [35].

#### 2.4.4 Cálculo por simulação numérica do FIT

Existem diferentes formas de obter os valores de FIT numericamente, existindo duas metodologias principais: uma que se baseia na análise do estado de tensões e deformações junto à extremidade da fenda e outra assente na determinação da variação dos níveis de energia gerados no avanço da fenda.

A primeira metodologia baseia-se na determinação do Integral J em torno de um contorno arbitrário, que pode ser facilmente relacionada com a taxa de libertação de energia de deformação, G e por consequentemente FIT, assumindo as condições da MFLE. A segunda metodologia consiste em calcular G, que por sua vez é posteriormente relacionada com o FIT, assumindo as condições da MFLE. A relação entre FIT e G pode ser expressa pela equação 2.8, considerando um carregamento tridimensional e estado plano de deformação ou pela equação 2.9 considerando estado plano de tensão [22].

$$G = \frac{(1 - \nu^2)}{E} (K_I^2 + K_{II}^2) + \frac{(1 + \nu)}{E} K_{III}^2 \quad (2.8)$$

$$G = \frac{1}{E} (K_I^2 + K_{II}^2) \quad (2.9)$$

##### 2.4.4.1 Cálculo do Integral J

Como dito anteriormente, o FIT pode ser obtido através da taxa de libertação de energia de deformação, G, que assumindo condições de MFLE é igual ao parâmetro Integral J. Este método pode ser estendido a três dimensões, permitindo a obtenção de soluções do FIT numérico [36]. O Integral J é originalmente definido como um integral de contorno em duas dimensões, figuras 2.5 e 2.6 [37].

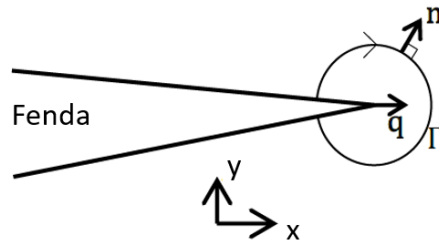


Figura 2.5: Integral de contorno em 2D, adaptado de [37].

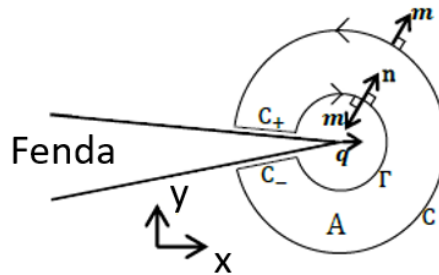


Figura 2.6: Integral de contorno fechado em 2D, adaptado de [37].

Para duas dimensões, o Integral  $J$  pode ser definido para análises quasi-estáticas pela equação 2.10. Onde  $\Gamma$  é o contorno exemplificado na figura 2.5,  $n$  é a normal ao contorno e  $q$  é o vetor unitário relacionado com a direção do deslocamento da fendura. A função  $H$  é definida pela equação 2.11, onde  $W$  representa a energia elástica de deformação,  $I$  representa o matriz identidade,  $u$  o vetor de deslocamentos e  $\sigma_{ij}$  o tensor das tensões [36].

$$J = \lim_{\Gamma \rightarrow 0} \int_{\Gamma} n \cdot H \cdot q \, d\Gamma \quad (2.10)$$

$$H = WI - \sigma_{ij} \cdot \frac{\partial u}{\partial x} \quad (2.11)$$

De acordo com Shih [38] o integral para duas dimensões pode ser descrito como um integral de contorno fechado bidimensional, equação 2.12.

$$J = \oint_{C+C_++\Gamma+C_-} m \cdot H \cdot \vec{q} \, d\Gamma - \int_{C_++C_-} t \cdot \frac{\partial u}{\partial x} \cdot \vec{q} \, d\Gamma \quad (2.12)$$

Onde  $C_+$  e  $C_-$  são integrais ao longo das faces da fendura,  $m$  é o vetor normal do contorno  $C$ , e  $\vec{q}$  é designado como o vetor responsável pela direção da extensão da fendura. Sendo  $\vec{q} = q$  no contorno  $\Gamma$ ,  $\vec{q} = 0$  no contorno  $C$  e  $t$  a tensão nas faces da fendura. O ABAQUS simplifica a equação 2.12 na expressão 2.13, onde  $B$  é a área do domínio de integração [36].

$$J = \int_B \left( \frac{\partial}{\partial x} \right) \cdot (H \cdot \vec{q}) \, dB \quad (2.13)$$

Se considerarmos, a equação de equilíbrio 2.14 onde  $\sigma$  é o tensor das tensões,  $f$  a força por unidade de volume, e a expressão do gradiente de energia de deformação onde  $\varepsilon^m$  é a componente da deformação mecânica e  $\varepsilon^{th}$  a componente da deformação térmica, equação 2.15.

$$\left(\frac{\partial}{\partial x}\right) \cdot \sigma + f = 0 \quad (2.14)$$

$$\left(\frac{\partial W}{\partial x}\right) = \left(\frac{\partial W}{\partial \varepsilon^m}\right) : \left(\frac{\partial \varepsilon^m}{\partial x}\right) = \sigma : \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial x} - \frac{\partial \varepsilon^{th}}{\partial x}\right) \quad (2.15)$$

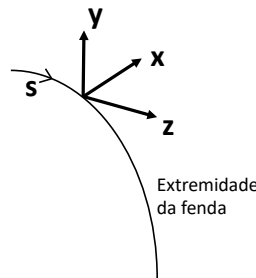
Obtem-se uma nova expressão para o cálculo do Integral J, equação 2.16.

$$J = - \int_B \left[ H \frac{\partial \bar{q}}{\partial x} + f \cdot \frac{\partial u}{\partial x} \cdot \bar{q} \right] dB \quad (2.16)$$

Esta nova equação bidimensional do Integral J é facilmente adaptada para modelos tridimensionais, estando necessariamente definida em ordem ao parâmetro B, de maneira que  $J(s)$  seja definida como uma função que caracterize o valor do Integral J para cada ponto pertencente ao caminho definido da frente de fenda. A taxa de libertação de energia é calculada através de um segmento finito na frente da fenda, designado por  $\bar{J}$ , equação 2.17 (ver figuras 2.7 e 2.8). Onde  $H$ ,  $f$  e  $u$  têm o mesmo significado que no caso bidimensional [36].

$$\bar{J} = - \int_V \left[ H \frac{\partial \bar{q}}{\partial x} + f \cdot \frac{\partial u}{\partial x} \cdot \bar{q} \right] dV \quad (2.17)$$

Analisando as figuras 2.7 e 2.8, torna-se evidente que cada contorno bidimensional infinitesimal necessita de ser integrado para cada ponto ao longo de  $s$ , de modo a obter um volume de Integral J.



**Figura 2.7:** Sistema de coordenadas utilizado para definir o domínio do integral em 3D.

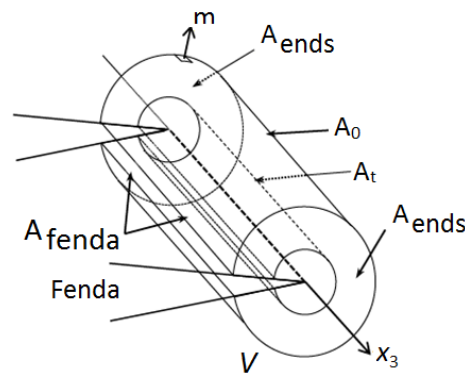


Figura 2.8: Integral de contorno em 3D, adaptado de [37].

#### 2.4.4.2 Obtenção do FIT

Após ter sido definido o procedimento para obtenção das soluções do Integral J para modelos bidimensionais e tridimensionais, torna-se necessário explicar os procedimentos para extrair as soluções do fator de intensidade de tensões. O FIT ( $K_I$ ,  $K_{II}$  e  $K_{III}$ ) tem um papel importante na fratura linear elástica, caracterizando a influência que uma carga ou deformação causa nos campos de tensões e deformações na extremidade de uma fenda. De acordo com o manual do programa *ABAQUS*, o fator de intensidade de tensões pode ser relacionado com o Integral J (taxa de libertação de energia) para um material linear elástico através da equação 2.18. Onde  $K = [K_I \ K_{II} \ K_{III}]^T$  e  $B$  é um fator de energia pré-logarítmico. Para materiais isotrópicos homogêneos equação acima rescreve-se na equação 2.19, onde  $E' = E$  para estado plano de tensão ou  $E' = \frac{E}{1-\nu^2}$  para estado plano de deformação.

$$J = \frac{1}{8\pi} K^T \cdot B^{-1} \cdot K \quad (2.18)$$

$$J = \frac{1}{E'} (K_I^2 + K_{II}^2) + \frac{1}{2G} K_{III}^2 \quad (2.19)$$

Finalmente, refira-se que para o modo I de carregamento o programa utiliza a equação 2.20 para análises bidimensionais, assumindo estado plano de tensão. Enquanto para análises tridimensionais utiliza-se a equação 2.21, assumindo estado plano de deformação.

$$J = \frac{K_I^2}{E} \quad (2.20)$$

$$J = \frac{(1-\nu^2)}{E} K_I^2 \quad (2.21)$$

### 2.4.5 Iniciação de fendas por fadiga

Silva [22] na sua dissertação descreveu a fadiga como um processo de alteração estrutural permanente, progressivo e localizado, que ocorre num material sujeito a condições que desenvolvem tensões ou extensões dinâmicas num ponto ou em vários, e que pode resultar na nucleação de fendas e sua conseqüente propagação, atingindo-se, eventualmente, a ruína completa do componente após um número suficiente de variações de carga [6].

A fratura por fadiga desenrola-se em três estágios: nucleação da fenda por fadiga, propagação da fenda e rotura final. A nucleação da fenda está maioritariamente dependente de uma concentração de tensões em defeitos do material, podendo estes defeitos serem inerentes ao processo de fabrico do componente ou defeitos de acabamento superficial. Numa peça onde não existam defeitos internos a fenda por fadiga inicia-se sempre à superfície e na zona em que a tensão é máxima.

Os três estágios podem ser descritos da seguinte forma [24]:

- O primeiro estágio corresponde à nucleação da fenda e a uma propagação inicial muito lenta;
- No segundo estágio a fenda propaga-se perpendicularmente à solitação externa;
- O terceiro estágio corresponde à rutura final do material, ou seja, a fenda atinge um tamanho crítico devido à secção transversal resistente deixar de suportar a carga aplicada. Os mecanismos de rotura podem ser por clivagem ou rotura dúctil.

O número de ciclos a que um componente está sujeito antes de ocorrer a rotura por fadiga,  $N_r$ , pode ser determinado utilizando a equação 2.22.

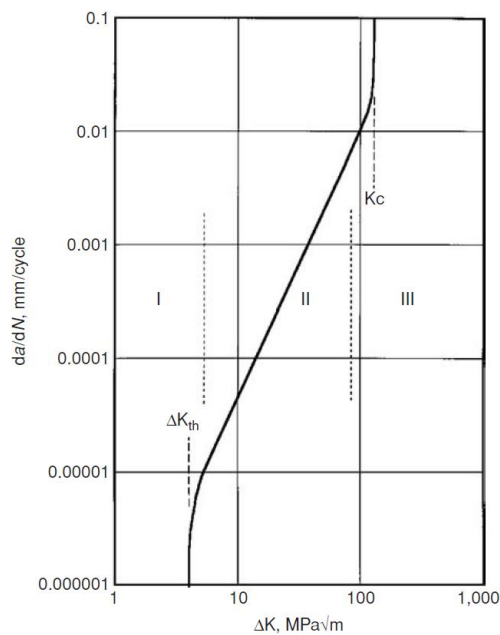
$$N_r = N_n + N_p \quad (2.22)$$

Onde  $N_n$  é o número de ciclos de nucleação da fenda, e  $N_p$  o número de ciclos de propagação.

Atualmente através da mecânica da fratura surgiram novas filosofias de projeto, assumindo que uma estrutura de um componente pode conter defeitos inerentes do processo de fabrico. Essas duas filosofias de projeto dividem-se em duas metodologias: a de vida garantida *safe life* ou a de rotura controlada *fail safe* [1]. A primeira baseia-se na premissa que o material a ser utilizado não contém fendas, ou que as tensões a que está sujeito não provocam propagação de fendas, caso estas existam. Em suma esta metodologia garante que para determinada tensão aplicada, não existirá ruína catastrófica durante a vida útil do componente. A segunda metodologia, baseada na mecânica da fratura, assume o pressuposto de que um componente contém defeitos, mas que pode continuar a desempenhar as suas funções aceitavelmente até que o defeito seja detectado e possa ser reparado. Com o avançar dos anos surgiram novos desenvolvimentos na aplicação da

mecânica da fratura a problemas de fadiga. Atualmente o método da tolerância de dano em componentes tem sido amplamente utilizado por realizar previsões da extensão de vida dos componentes. Este método consiste na salvaguarda de um componente à ruína catastrófica, desde que o tamanho da fenda previamente detetada no material não atinja um valor crítico antes de uma inspeção ou troca de componente.

O crescimento de fendas por fadiga, do inglês *Fatigue Crack Growth*, relaciona a taxa de libertação de energia com a taxa de crescimento de fenda originada por fadiga. Este princípio assume uma relação entre a taxa de crescimento da fenda por ciclo ( $da/dN$ ) e a variação do FIT na extremidade da fenda,  $\Delta K$ . O crescimento de fendas por fadiga pode ser representado pela figura 2.9, onde se pode visualizar três regiões distintas [25].



**Figura 2.9:** Relação entre  $da/dN$  e  $\Delta K$  [25].

Existem dois valores de FIT diferentes, os  $\Delta K_{th}$  que definem o estado de tensão no início da propagação da fenda e os  $K_C$ , quando a fenda atinge um fator crítico de tenacidade e resulta a fratura instável do material. O  $K_C$  está dependente do tipo de material considerado e pode variar de acordo com a temperatura e espessura do componente [39]. Martins na sua dissertação [24] salienta que o conhecimento do parâmetro  $K_C$  permite a seleção de um material que garanta a integridade estrutural de um componente, para uma determinada tensão nominal de serviço,  $\sigma$ , na presença de uma fissura de comprimento  $a$ .

O valor de  $\Delta K_{th}$ , também denominado limiar de propagação da fenda por fadiga, define as condições em que uma fenda se poderá propagar no material, ou seja, a propagação da fenda verifica-se sempre que o valor de  $\Delta K$  na extremidade da fenda ultrapassar o valor de  $\Delta K_{th}$  característico do material e calculado experimentalmente [1]. Durante a primeira fase, ou região I, da propagação de uma fenda a sua velocidade de propagação aumenta de forma acentuada com o fator de intensidade de tensão. Na região II, a velocidade de

propagação e o FIT têm um crescimento proporcional, sendo a propagação caracterizada como estável. Na região III para valores elevados do FIT, a velocidade de propagação aumenta acentuadamente contribuindo para uma propagação instável da fenda.

Existem várias equações semiempíricas que descrevem a velocidade de propagação de fendas, contudo a mais utilizada é uma equação semiempírica denominado por lei de Paris, equação 2.23 [29]. A equação 2.23 descreve o comportamento à fadiga de um material na região II, não sendo válida nas regiões I e III. Os parâmetros  $C$  e  $m$  são constantes empíricas do material que estão relacionadas com a tensão média aplicada, frequência, temperatura e meio ambiente [29].

$$\frac{da}{dN} = C \cdot (\Delta K)^m \quad (2.23)$$

#### 2.4.5.1 Simulação numérica em ABAQUS

O método usual no *ABAQUS/Standard* para obter uma resposta estabilizada numa estrutura elasto-plástica sujeita a carregamentos cíclicos é aplicar um carregamento cíclico de forma periódico numa estrutura até alcançar um estado estabilizado. Em cada instante de tempo é usado o método de Newton para resolver as equações de equilíbrio não lineares (ver equação 2.24) [36].

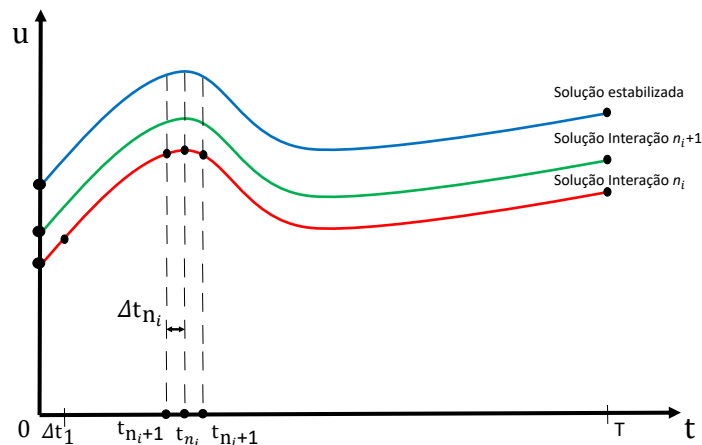
$$\vec{R}(t) = F(t) - \vec{I}(t) = 0 \quad (2.24)$$

O parâmetro  $F(t)$  é a forma discretizada do carregamento cíclico, onde  $F(t+T) = F(t)$  para cada instante  $t$  durante o carregamento cíclico num período  $T$ . O parâmetro  $I(t)$  representa o vetor força gerado pela tensão enquanto  $R(t)$  é o vetor residual.

À medida que a complexidade do problema aumenta é expectável que a solução das equações não lineares possam dominar quase toda a capacidade computacional. Portanto, este método requer uma boa capacidade computacional devido à aplicação de inúmeros cíclicos de carregamento até se atingir uma resposta estabilizada. De modo a evitar um excessivo custo computacional, o programa implementou no *ABAQUS/Standard* um algoritmo chamado *direct cyclic algorithm*.

O *direct cyclic algorithm* usa um método de Newton modificado em conjunto com a representação em Fourier da solução e do vetor residual, de forma a obter uma resposta cíclica estabilizada.

Se considerarmos a função deslocamento que descreve a resposta de uma estrutura no instante  $t$  durante um carregamento cíclico num período  $T$ , onde  $u(t+T) = u(t)$  (ver figura 2.10), obtém-se através de uma série de Fourier a equação 2.25 [36].



**Figura 2.10:** Função deslocamento durante uma carga cíclica, num período  $T$  para diferentes iterações.

$$\bar{u}(t) = u_0 + \sum_{k=1}^{n_i} [u_k^s \sin(k\omega t) + u_k^c \cos(k\omega t)] \quad (2.25)$$

Onde  $n_i$  é o número de termos da série de Fourier,  $\omega$  é a frequência angular ( $\omega = 2\pi/T$ ) e  $u_0$ ,  $u_k^s$  e  $u_k^c$  são coeficientes de deslocamento desconhecidos. Considerando  $c_k$  as correções dos coeficientes da solução de deslocamento, as equações de equilíbrio podem ser descritas como um sistema linear de equações, equação 2.26. Onde  $K_e$  é a matriz de rigidez elástica e  $i$  é o número de cada iteração [36].

$$Ke_{c_k}^{(i+1)} = R_k^{(i)} \quad (2.26)$$

Devido à rigidez elástica ser como uma matriz Jacobiana ao longo das análises, o sistema de equação é resolvido apenas uma vez, permitindo que o *direct cyclic algorithm* seja menos dispendioso computacionalmente que o método de Newton, especialmente quando os problemas tem algum grau de complexidade [36].

O vetor  $\vec{R}(t)$  também pode ser expandido sob a forma de série de Fourier, obtendo-se a equação 2.27.

$$\vec{R}(t) = R_0 + \sum_{k=1}^n [R_k^s \sin(k\omega t) + R_k^c \cos(k\omega t)] \quad (2.27)$$

Onde  $R_0$ ,  $R_k^s$  e  $R_k^c$  correspondem aos coeficientes de deslocamento  $u_0$ ,  $u_k^s$  e  $u_k^c$ , respectivamente. Os coeficientes residuais são obtidos através de cada ciclo de carga, ou seja, a cada instante de tempo num ciclo é obtido um vetor residual  $\vec{R}(t)$  para cada elemento. Para um ciclo inteiro é realizada uma integração providenciando desta forma os coeficientes de Fourier, equação 2.28 [36].

$$\begin{aligned}
R_0 &= \frac{1}{T} \int_T^0 R(t) dt \\
R_k^s &= \frac{2}{T} \int_T^0 R(t) \sin(k\omega t) dt \\
R_k^c &= \frac{2}{T} \int_T^0 R(t) \cos(k\omega t) dt
\end{aligned} \tag{2.28}$$

A função deslocamento é obtida realizando correções dos coeficientes de Fourier de deslocamento correspondentes a cada coeficiente residual. A nova solução de deslocamento é usada na iteração seguinte com o objetivo de obter os deslocamentos a cada instante de tempo. Este processo é repetido até se atingir a convergência.

## 2.5 Método dos Elementos Finitos

Nas últimas décadas, a utilização de computadores veio dar resposta, com a ajuda de modelos numéricos, a muitos problemas práticos de engenharia incluindo a mecânica da fratura. Análises elasto-plásticas para determinar o Integral J e o CTOD tornaram-se bastante comuns em modelação por elementos finitos. Acrescentando a isto, estão técnicas numéricas desenvolvidas nos últimos anos por investigadores que vieram dar resposta a problemas específicos na área científica da Mecânica da Fratura. O rápido avanço tecnológico, verificado na tecnologia computacional, foi responsável pelo crescimento exponencial de simulações numéricas no âmbito da mecânica da fratura, onde programas de simulação numérica como o *ABAQUS* tornaram-se indispensáveis [32].

Entre os modelos numéricos destaca-se o método dos elementos finitos, pela sua possibilidade em executar simulações em vários domínios da engenharia e da física, caracterizando-se como uma ferramenta poderosa de base computacional que permite obter soluções numéricas aproximadas relativas a equações abstratas, ou seja, aproxima uma solução num conjunto de sub domínios. Esta aproximação permite representar uma função complexa como uma composição de funções polinomiais simples, com um erro que pode ser tão pequeno quanto se pretenda, estando somente dependente do número de sub domínios considerado [22][32][40].

No método dos elementos finitos, a região ou domínio em estudo é subdividido em formas discretas chamadas de elementos. Estes elementos devem ser adequados à geometria do componente que se pretende analisar e podem ter diferentes formas consoante o tipo de problema que está a ser estudado, se é bidimensional ou tridimensional. Para problemas bidimensionais os elementos podem ser quadrados, retangulares e triangulares enquanto para problemas tridimensionais podem assumir a forma de tetraedros, pentaedros ou hexaedros. Ao conjunto de elementos necessários para modelar um componente dá-se o nome de malha de elementos finitos, esta pode ser mais ou menos refinada, dependendo do nível de precisão requerida nos resultados obtidos. Existem inúmeros tipos

de elementos que podem ser utilizados na modelação de um componente, no entanto os elementos isoparamétricos são os mais utilizados na área da mecânica da fratura. O seu predominante uso prende-se com a excelente relação que oferece entre a precisão de resultados que obtém e o esforço computacional imposto aos mesmos. Outra vantagem que este tipo de elementos oferecem é a de permitir modelar geometrias complexas devido à sua capacidade de assumirem formas distorcidas. Esta característica é obtida através do deslocamento de nós para pontos específicos das suas arestas [22]. Outra importante característica é facilitar a criação das funções de forma para qualquer tipo de elemento e permitir o uso do método de integração de Gauss.

Na figura 2.11 encontra-se um exemplo de um elemento quadrilátero de 4 nós onde se verifica a transformação de coordenadas entre um referencial auxiliar  $(s,t)$  e o referencial  $(x_1,x_2)$ . Essa transformação de coordenadas é resultante da discretização do domínio e é definida através das funções de forma usadas para aproximar os deslocamentos. No sistema local, as coordenadas  $s$  e  $t$  variam entre  $-1$  e  $1$  e tomam o valor zero no centro do elemento facilitando assim as fórmulas de integração de Gauss.

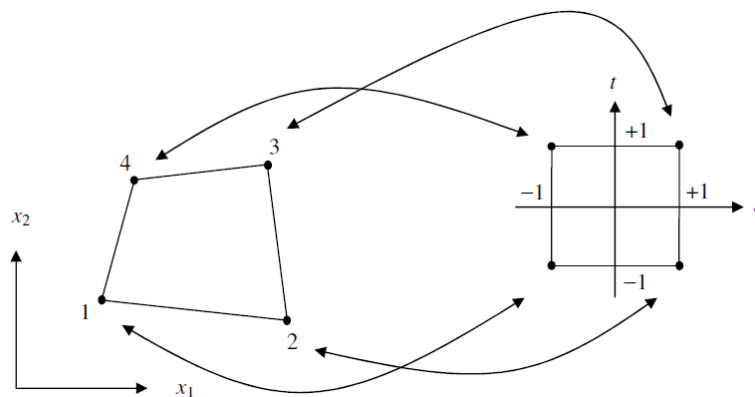


Figura 2.11: Elemento isoparamétrico com referencial global e local [40].

O quadrilátero visualizado na figura 2.11 assume as funções de forma definidas na equação 2.29 [40]:

$$\begin{aligned}
 N_1 &= \frac{1}{4}(1-s)(1-t) \\
 N_2 &= \frac{1}{4}(1+s)(1-t) \\
 N_3 &= \frac{1}{4}(1+s)(1+t) \\
 N_4 &= \frac{1}{4}(1-s)(1+t)
 \end{aligned}
 \tag{2.29}$$

Como o uso das funções de forma surge no âmbito do método da partição da unidade, o somatório de todas as funções de forma de qualquer ponto dentro do elemento é igual à

unidade. Isto mostra que as funções de forma não apresentam nenhuma influência fora do elemento. São também consideradas polinômios interpoladores cujo grau é dado pela forma  $N - 1$ , onde  $N$  significa o número de nós do elemento.

Para qualquer ponto dentro do elemento  $x$  e considerando  $i$  o número do nó, o valor do deslocamento, da tensão e da extensão são dados pelas fórmulas 2.30, 2.31 e 2.32 respectivamente.

$$u_x = \sum_{i=1}^n N_i(s, t) u_i \quad (2.30)$$

$$\sigma_x = \sum_{i=1}^n N_i(s, t) \sigma_i \quad (2.31)$$

$$\varepsilon_x = \sum_{i=1}^n N_i(s, t) \varepsilon_i \quad (2.32)$$

Os deslocamentos num elemento nas direções  $x_1$  e  $x_2$  são descritos pelas equações 2.33 e 2.34 respectivamente. Onde  $u_i$  e  $v_i$  são os deslocamentos nodais nas direções  $x_1$  e  $x_2$ .

$$u_x = \sum_{i=1}^n N_i(s, t) u_i \quad (2.33)$$

$$v_x = \sum_{i=1}^n N_i(s, t) v_i \quad (2.34)$$

A matriz de deformação nas coordenadas  $(x_1, x_2)$  é representada pela equação 2.35. Onde  $[\mathbf{B}]$  é representado pela equação 2.36.

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{x_1} \\ \varepsilon_{x_2} \\ \gamma_{x_1 x_2} \end{Bmatrix} = [\mathbf{B}] \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \end{Bmatrix} \quad (2.35)$$

$$[\mathbf{B}] = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x_1} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_i}{\partial x_2} \\ \frac{\partial N_i}{\partial x_2} & \frac{\partial N_i}{\partial x_1} \end{bmatrix} \quad (2.36)$$

Como as funções de forma nos elementos isoparamétricos dependem das coordenadas locais  $(s,t)$  é necessário usar a matriz Jacobiana para converter as coordenadas locais em coordenadas globais, para que estas sejam utilizadas na matriz rigidez. A relação entre as coordenadas locais e globais é estabelecida através da equação 2.37 [32].

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} \end{Bmatrix} = [\mathbf{J}]^{-1} \begin{Bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial s} \\ \frac{\partial N_i}{\partial t} \end{Bmatrix} \quad (2.37)$$

Onde  $[\mathbf{J}]$  é a matriz Jacobiana definida pela equação 2.38:

$$[\mathbf{J}] = \begin{bmatrix} \frac{\partial x_1}{\partial s} & \frac{\partial x_2}{\partial s} \\ \frac{\partial x_1}{\partial t} & \frac{\partial x_2}{\partial t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots & \frac{\partial N_i}{\partial x_1} & \dots \\ \dots & \frac{\partial N_i}{\partial x_2} & \dots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \\ x_{1_i}, x_{2_i} \\ \dots \\ \dots \end{bmatrix} \quad (2.38)$$

A matriz da tensão é obtida através da equação 2.39, onde  $[\mathbf{D}]$  é a matriz constitutiva tensão-deformação.

$$\{\sigma\} = [\mathbf{D}]\{\varepsilon\} \quad (2.39)$$

Os deslocamentos nos nós dependem da rigidez do elemento e das forças nodais. A matriz rigidez de cada elemento  $[\mathbf{K}]$  é dada pela equação 2.40, onde  $T$  representa a matriz transporta.

$$[\mathbf{K}] = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 [\mathbf{B}]^T [\mathbf{D}] [\mathbf{B}] \det|\mathbf{J}| d\xi d\eta \quad (2.40)$$

As matrizes de rigidez de cada elemento são posteriormente assembladas de modo a obter a matriz rigidez global  $[\mathbf{K}_G]$  que está relacionada com o vetor deslocamento global e força global através da equação 2.41.

$$[\mathbf{K}_G][\mathbf{u}] = [\mathbf{F}] \quad (2.41)$$

## 2.6 Método Convencional (*Contour Integral*)

Este método permite analisar inícios de fendas em problemas quasi-estáticos usando, tal como o nome indica, integrais de contorno. Pode ser usado em modelos de duas ou três dimensões e fornecer soluções de Integral J e Fator de Intensidade de Tensões, apresentando a desvantagem de não prever a propagação da fenda. Para realizar este método é necessário selecionar três parâmetros: a frente, o centro e a linha de fenda bem como a direção de propagação da mesma. Estes parâmetros são ajustados caso seja realizada uma análise a duas ou três dimensões. Para um modelo em duas dimensões, a fenda é caracterizada por ser uma região contendo vértices que são livres de movimento, enquanto para três dimensões a região da fenda contém faces que são livres de movimento. A metodologia mais simples de executar este método é modelar a fenda como uma linha embebida numa face num modelo a duas dimensões ou uma face embebida numa célula para modelo a três dimensões. Esta linha ou face embebida são criadas por um comando no *ABAQUS* chamado *Seam Cracks*, que permite a duplicação dos nós nos elementos envolvidos junto da fenda. Estes nós, coincidentes, são livres de se mover enquanto a fenda abre. Na maioria dos casos é necessário refinar a malha na zona da fenda para uma melhor convergência de resultados. Neste método convencional, em problemas bidimensionais, os elementos quadráticos são colapsados em triângulos onde os três nós ocupam o mesmo ponto no espaço como se pode ver na figura 2.12. O colapso dos nós consiste em coincidir os nós 1, 2 e 5 e transportar os nós 8 e 6 para a extremidade da fenda, tal como se pode visualizar na figura 2.12 [32].

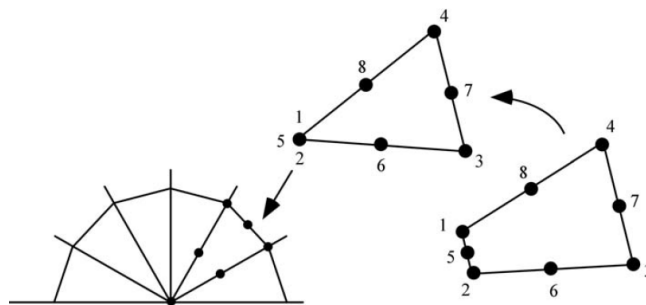


Figura 2.12: Elementos quadriláteros colapsados em triangulares [32].

Para modelos tridimensionais, um elemento BRICK é degenerado num WEDGE como se pode verificar na figura 2.13.

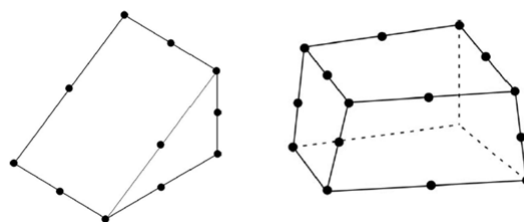
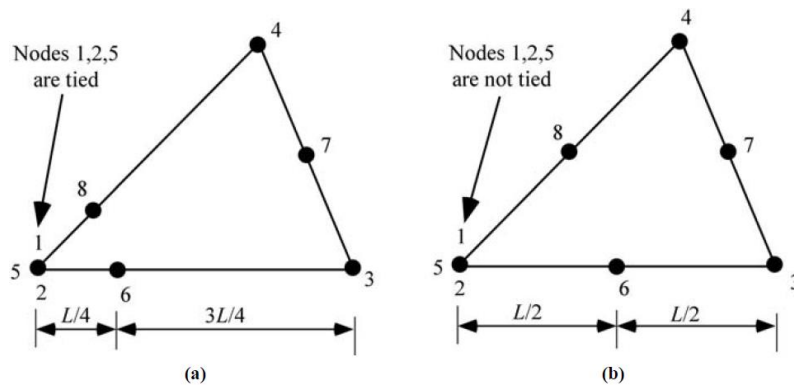


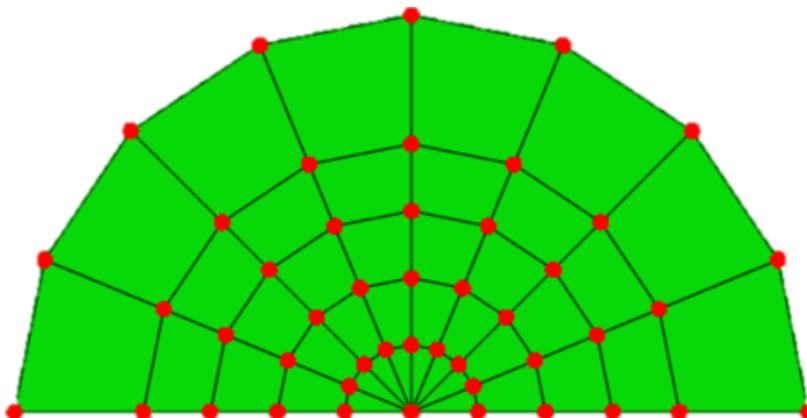
Figura 2.13: Elementos BRICK transformados em triângulos [32].

Esta forma de tratamento das posições dos nós, é uma forma de introduzir singularidade  $1/\sqrt{r}$  num elemento quadrático isoparamétrico, permitindo assim maior precisão numérica em problemas considerando somente comportamento elástico do material [32]. Quando se entra no regime plástico, a singularidade  $1/\sqrt{r}$  deixa de existir, tornando os elementos selecionados para o regime elástico não apropriados para análises elasto-plásticas. No regime plástico é introduzida a singularidade  $1/r$  como verificado na figura 2.14(b), onde é possível perceber a diferença entre os elementos utilizados numa análise elástica e os elementos utilizados numa análise elasto-plástica. A principal diferença é que em regime plástico, o elemento colapsado em triângulo, permanece com os nós da extremidade da fenda não amarrados (*untied*) e a localização dos nós localizados nas faces permanecem inalterados. O facto de existir este "não amarramento" nos nós 1, 2 e 5 permite a esta geometria de elemento introduzir a singularidade  $1/r$ .



**Figura 2.14:** Elementos da extremidade da fenda para análises em regime elástico (a) e elasto-plástico (b) [32].

O método mais usual e mais eficiente de malhar a região da fenda é utilizar a técnica malha em teia de aranha, figura 2.15. Esta técnica consiste em anéis de elementos quadráticos em torno do centro da fenda.



**Figura 2.15:** Malha em teia de aranha.

Através da figura 2.15 pode-se verificar que os elementos junto ao centro da fenda são colapsados em triângulos como mencionado anteriormente. Esta técnica de malhagem facilita a transição entre uma malha refinada na zona da fenda e uma malha mais grosseira em zonas afastadas, facilitando o domínio de integração necessário (contornos) para determinar os valores de integral J. Em simulações considerando comportamento do material elasto-plástico é usual existir um refinamento nas regiões em que acontece plastificação, devido ao elevado nível de deformação plástica imposto. Esse nível elevado de deformação plástica tem um significativo contributo no aumento dos valores do integral J [32].

## 2.7 Método dos Elementos Finitos Estendidos (XFEM)

As metodologias convencionais de elementos finitos utilizam funções polinomiais inaptas de descrever descontinuidades, utilizando como única alternativa de modelar descontinuidades a coincidência da mesma com a malha de elementos finitos utilizada. Tal coincidência requer constantes refinamentos de malhas o que leva a elevado tempo computacional. Assim, pode-se deduzir que um problema do método convencional (*Contour Integral*) é que a fenda está dependente da malha usada. Um método utilizado para evitar este problema é o designado Método dos Elementos Finitos Estendidos (do inglês *Extended Finite Element Method* (XFEM)). Este método desenvolvido em 1999 por Belytschko e Black é uma extensão do método convencional e baseia-se no princípio da partição da unidade desenvolvido por Melenk e Babuska em 1996 [41]. Este método permite representar descontinuidades e singularidades independentes do tipo de malha definida, através do enriquecimento das funções de forma tradicionais com outras funções. Esta vantagem faz com que este método seja atrativo para simulações de propagação de fendas, visto não necessitar de constantes refinamentos de malha.

Para o estudo da mecânica da fratura recorre-se a funções assintóticas na extremidade da fenda, para representar a singularidade, e a funções descontínuas, como a função de Heaviside, para descrever a descontinuidade quando a fenda abre.

### 2.7.1 Funções de enriquecimento: Função Heaviside

De modo a explicar a noção de enriquecimento de uma descontinuidade, é considerado um simples caso bidimensional de uma fenda modelada na fronteira de 4 elementos, como mostram as figuras 2.16 e 2.17.

O deslocamento é dado pela equação 2.42, onde  $N_i(s, t)$  é a função de forma no nó  $i$  com coordenadas  $(s, t)$ , e  $u_i$  é o vetor deslocamento.

$$u(s, t) = \sum_{i=1}^{10} N_i(s, t) u_i \quad (2.42)$$

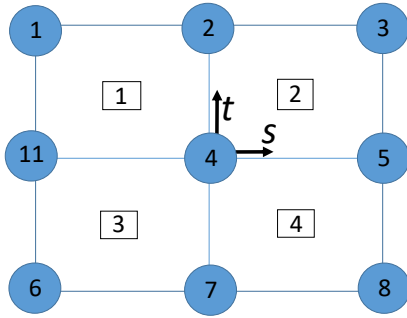


Figura 2.16: Malha sem fenda.

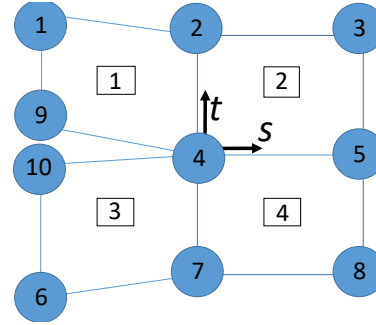


Figura 2.17: Malha adaptada à fenda.

Definindo  $E$  como um ponto médio entre os deslocamentos  $u_9$  e  $u_{10}$  (ver figura 2.17), e  $F$  a distância entre os dois nós dos deslocamentos  $u_9$  e  $u_{10}$ , pode-se escrever a equação 2.43:

$$E = \frac{u_9 + u_{10}}{2}, \quad F = \frac{u_9 - u_{10}}{2} \quad (2.43)$$

Ou escrever em função de  $u_9$  e  $u_{10}$  (equação 2.44):

$$u_9 = E + F, \quad u_{10} = E - F \quad (2.44)$$

Reconstruindo a equação 2.42 com os termos  $u_9$  e  $u_{10}$  em função dos termos  $E$  e  $F$ , pode-se escrever a equação 2.45:

$$u(s, t) = \sum_{i=1}^8 N_i(s, t) u_i + E(N_9 + N_{10}) + F(N_9 - N_{10})H(s, t) \quad (2.45)$$

Onde  $H(s, t)$  é a função salto ou de Heaviside. Esta função é dada pela equação 2.46 no sistema de coordenadas locais da fenda.

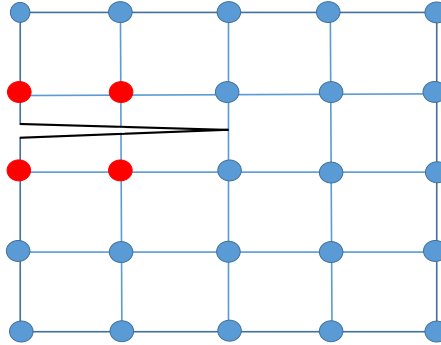
$$H(s, t) = \begin{cases} 1, & t > 0 \\ -1, & t < 0 \end{cases} \quad (2.46)$$

Assim  $N_9 + N_{10}$  pode ser substituído por  $N_{11}$  e  $E$  por  $u_{11}$ , ficando a equação 2.45 da seguinte forma (equação 2.47):

$$u(s, t) = \sum_{i=1}^8 \left( N_i(s, t) u_i + u_{11} N_{11} \right) + \left( F(N_{11}) H(s, t) \right) \quad (2.47)$$

Analisando a equação 2.47 constata-se que a soma no segundo membro representa a solução tradicional do deslocamento, enquanto a segunda parte representa o enriquecimento adicional da função Heaviside associado ao novo nó criado. A equação 2.47 permite concluir que a geometria de uma fenda não necessita de uma malha específica que contenha a descontinuidade. Esta é incluída na equação devido à presença do termo responsável pelo enriquecimento proveniente da descontinuidade da fenda.

Na figura 2.18 está representada uma fenda que não está alinhada com a malha. É possível verificar os elementos enriquecidos (a vermelho) provenientes da interseção realizada pela descontinuidade.

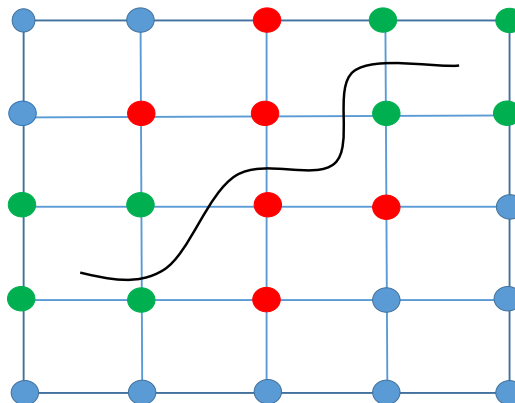


**Figura 2.18:** Fenda não alinhada com a malha.

Em suma, esta função de enriquecimento é introduzida em todos os elementos que estão em torno da fenda. Contudo, na extremidade da fenda (*Crack tip*), é introduzida uma função diferente chamada função assintótica na extremidade da fenda.

### 2.7.2 Funções de enriquecimento: *Função assintótica na extremidade da fenda*

No total existem dois tipos de enriquecimento: a função assintótica na extremidade da fenda que descreve o comportamento da extremidade da fenda; e a função Heaviside que descreve o comportamento do resto da fenda. Na figura 2.19 está um exemplo de uma fenda arbitrária numa malha, os nós enriquecidos pela função Heaviside são aqueles que são intersectados pela geometria da fenda (vermelhos), enquanto os nós que rodeia a extremidade da fenda são enriquecidos pela função assintótica na extremidade da fenda (verdes).



**Figura 2.19:** Fenda arbitrária numa malha.

Considerando todos os nós da malha num grupo denominado  $A$ ; os nós em redor da extremidade da fenda num grupo  $B$ ; e os nós que são intersetados pela fenda (exceto os nós do grupo  $B$ ) num grupo  $C$ . A equação de elementos finitos vem na forma (equação 2.48):

$$u(s, t) = \sum_{i \in A}^8 N_i(s, t) \left( u_i + H_{i \in C}(s, t) a_i + \sum_{i=1}^4 \psi_i(s, t)_{i \in B} b_i \right) \quad (2.48)$$

Onde  $u_i$  é o vetor deslocamento nodal,  $a_i$  caracteriza o vetor nodal de enriquecimento de graus de liberdade com a função Heaviside, e  $b_i$  o vetor dos nós enriquecidos com as funções assintóticas na extremidade da fenda. As soluções da função assintótica na extremidade da fenda é representada por  $\psi_i$  através da equação 2.49.

$$\left( \psi_i(s, t) \right)_{i=1}^4 = \left( \sqrt{r} \sin(\alpha), \sqrt{r} \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right), \sqrt{r} \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) \sin(\alpha), \sqrt{r} \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) \sin(\alpha) \right) \quad (2.49)$$

Onde  $r$  e  $\alpha$  são as coordenadas locais polares na extremidade da fenda, sendo que  $\alpha$  varia entre  $[-\pi, \pi]$ .

### 2.7.3 Critério de início e evolução do dano

Na modelação de uma propagação de fenda, tanto o início do dano como a sua própria evolução, têm de ser tidas em consideração. Diferentes critérios estão disponíveis para a iniciação do dano, entre eles os critérios como o da tensão máxima ou de deformação máxima, possuem a vantagem do plano da fenda poder ser perpendicular à direção da tensão máxima. O critério de iniciação do dano ou *Damage initiation*, é definido como uma das propriedades do material a ser modelado, neste caso o autor decidiu utilizar o critério da tensão máxima e por isso usou o método fornecido pelo programa *ABAQUS damage for Traction Separation laws, Maxps Damage*. Este critério é representado pela equação 2.50, onde  $\sigma_{adm}$  representa a tensão admissível máxima e  $\langle \sigma_{max} \rangle$  varia entre  $\langle \sigma_{max} \rangle = 0$  se a tensão máxima imposta  $\sigma_{max} < 0$  e  $\langle \sigma_{max} \rangle = \sigma_{max}$  se a tensão máxima for  $\sigma_{max} > 0$  [36][42].

$$f = \frac{\langle \sigma_{max} \rangle}{\sigma_{adm}} \quad (2.50)$$

Através deste método o dano é iniciado quando a tensão máxima imposta ( $\sigma_{max}$ ) ao componente atingir a tensão máxima admissível ( $\sigma_{adm}$ ) estipulada pelo autor, ou seja quando  $f$  atinge o valor unitário, iniciando assim a propagação da fenda.

Após ter sido especificado o início do dano, procedeu-se à especificação da evolução do dano. No programa *ABAQUS* a evolução do dano é modelada usando um parâmetro de dano escalar  $D$ , que varia entre 0 (sem dano) e 1 (fractura completa). A tensão que estaria num elemento que não sofreu dano é multiplicada por  $(1 - D)$  para calcular uma nova tensão com a influência do dano. Quando  $D = 0$  o elemento não "sofre" qualquer tipo de dano e não existe separação, mas quando  $D = 1$  existe a fratura total do elemento.

As componentes normal e de corte da tensão num elemento ( $t_n$ ,  $t_s$  e  $t_t$ ) são influenciadas pelo dano de acordo com o sistema de equações 2.51. Onde  $T_n$ ,  $T_s$  e  $T_t$  são as componentes da tensão normal e de corte, previstas pelo comportamento elástico de tração-separação a ocorrer em separações de elementos, sem dano [36].

$$\begin{cases} t_n = \begin{cases} (1 - D)T_n, & (T_n \geq 0) \\ T_n, & (\text{sem dano}) \end{cases} \\ t_s = (1 - D)T_s \\ t_t = (1 - D)T_t \end{cases} \quad (2.51)$$

As simulações que utilizam iniciação e evolução do dano resultam normalmente em problemas de convergência de resultados resultando por vezes num maior tempo computacional. Para ultrapassar esta dificuldade o programa *ABAQUS* permite utilizar uma ferramenta de regularização viscosa que permite uma resposta mais estável durante a evolução do dano. Esta componente de estabilização viscosa pode ser especificada numa sub-opção do método *Maxps damage*, de modo a facilitar a convergência da simulação. Devido a este fator é necessário realizar no final de cada simulação uma comparação entre dois parâmetros, o *Viscous Dissipation* (ALLVD) e o *Strain Energy* (ALLSE), de modo a perceber a influência da estabilização viscosa nos resultados. Se o valor de ALLVD não for suficientemente menor que o valor de ALLSE, é muito provável que a estabilização viscosa esteja a influenciar os resultados obtidos. Por isso é necessário várias simulações para encontrar um equilíbrio entre a convergência e a influência da estabilização viscosa nos resultados, de modo a obter um resultado aceitável num razoável período de tempo computacional [42].

#### 2.7.4 Limitações do método XFEM

Para além de todas as funcionalidades do método e das suas vantagens em relação ao método convencional, este apresenta algumas limitações que condicionam possíveis objetivos de simulação. A utilização do método XFEM para obtenção de soluções do fator de intensidade de tensão e Integral J só é possível em geometrias tridimensionais, pois esta versão do *ABAQUS CAE 6.14* não permite a obtenção em geometrias bidimensionais. De modo a obter as soluções pretendidas, o *ABAQUS* só permite análises estáticas de fendas estacionárias, em que o material do componente seja linear elástico isotrópico. Portanto, ao longo desta dissertação, as simulações tanto de propagação de fenda como de obtenção de soluções de FIT e Integral J, foram efetuadas considerando o conceito da MFLE. Outra limitação é o facto de o método não realizar propagação de fenda e obtenção de soluções de FIT e Integral J em simultâneo.



## CASOS DE ESTUDO

### 3.1 Ensaio de Flexão em Três Pontos

O primeiro caso de estudo a ser abordado nesta dissertação é o caso de um provete que foi sujeito a um ensaio de flexão em três pontos com entalhe (do inglês *Single Edge-Notched Bend* (SENB)). Este ensaio consiste na aplicação de uma carga concentrada no centro de um provete simplesmente apoiado em dois pontos perto das extremidades, de modo a determinar as soluções de FIT e Integral J. Sendo o objetivo deste caso de estudo a comparação das soluções de FIT, determinadas através de simulação numérica, com as mesmas soluções obtidas por Morgado [1], é realizada em seguida uma descrição detalhada do ensaio realizado por esta autora.

Morgado [1] utilizou o ensaio SENB com o objetivo de estudar a propagação de fenda por fadiga em provetes provenientes de um componente ferroviário com problemas de integridade estrutural (figura 3.1). Através deste estudo, esta autora obteve as curvas de propagação da/dN versus  $\Delta K$  e conseqüentemente as soluções de FIT para o regime II de propagação.

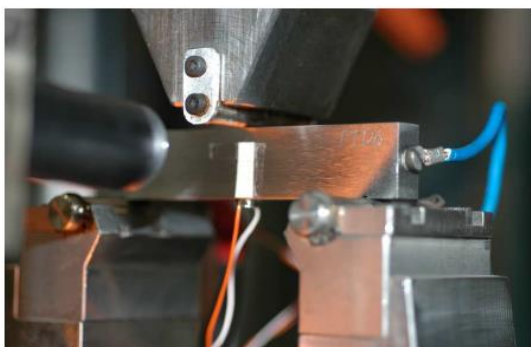


Figura 3.1: Ensaio de flexão em três pontos [1].

No ensaio realizado por Morgado [1] foi usado um rácio de tensões de  $R=0,1$ , o que gerou uma força máxima de  $F_{max}=7500\text{ N}$  e uma força mínima de  $F_{min}=750\text{ N}$ . O ensaio foi realizado com uma frequência  $f_r=20\text{ Hz}$ . Os provetes utilizados no ensaio SENB por Morgado [1] foram retirados de um componente ferroviário designado por engate, cuja função é o acoplamento entre os vagões e o primeiro vagão e a locomotiva (figura 3.2).



**Figura 3.2:** Engates ferroviários de transporte de carvão [1].

O componente foi cortado através de oxi-corte originando os provetes necessários (ver figura 3.3) para a realização dos ensaios mecânicos de dureza, de tração e de fadiga, necessários no âmbito do estudo desenvolvido por Morgado [1].



**Figura 3.3:** Fração de peça, obtida da face inferior do engate, para obtenção dos provetes [1].

O material dos provetes é um aço vazado ASTM A148 90-60 fabricado por fundição em moldação de areia verde com as propriedades mecânicas que se encontram descritas na tabela 3.1 [1].

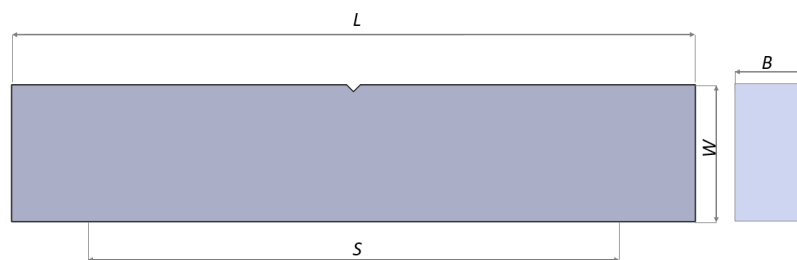
**Tabela 3.1:** Propriedades mecânicas do aço vazado ASTM A148 90-60 [1].

$E$	$\nu$	$\sigma_{ced}$	$\sigma_{rot}$
207 GPa	0,3	348 MPa	650 MPa

Onde:

$E$  - Módulo de Young;  $\nu$  - Coeficiente de Poisson;  $\sigma_{ced}$  - Tensão de cedência;  $\sigma_{rot}$  - Tensão de rotura.

As dimensões do provete utilizado nas simulações numéricas foram as mesmas utilizadas no ensaio experimental realizado por Morgado [1] (ver figura 3.4 e tabela 3.2).

**Figura 3.4:** Representação do provete com indicação das dimensões.**Tabela 3.2:** Dimensões do provete utilizado no ensaio SENB [1].

$L$	$S$	$W$	$B$	$P$
100 mm	80 mm	20 mm	10 mm	1 mm

Onde:

$L$  - comprimento;  $S$  - distância entre apoios;  $W$  - altura;  $B$  - espessura;  $P$  - profundidade do entalhe.

Neste caso de estudo, para se determinar por simulação numérica as soluções de FIT e Integral J, foram realizados dois tipos de ensaios estáticos: com e sem fadiga. De modo a realizar uma distinção entre estes dois tipos de ensaios, o ensaio estático sem fadiga será denominado apenas por ensaio estático, enquanto o ensaio estático com fadiga será denominado apenas por ensaio com fadiga. No ensaio estático foram realizadas simulações a 2D e 3D, enquanto no ensaio com fadiga foram realizadas simulações apenas a 2D.

Os resultados obtidos através do ensaio estático, a 2D e 3D, foram comparados com modelos analíticos, enquanto os obtidos através do ensaio com fadiga foram comparados com os resultados experimentais obtidos por Morgado [1]. Neste caso de estudo é ainda realizada uma simulação de propagação de fenda, tanto no ensaio estático como no ensaio com fadiga, com o objetivo de determinar o comprimento de fenda propagado. Como os provetes são provenientes de um componente ferroviário com problemas de integridade

estrutural, é espectável que as tensões que provocam propagação de fenda sejam inferiores às tensões de cedência do material. Considerando os problemas de integridade estrutural, foi considerado nas simulações de propagação de fenda uma tensão admissível de 270 MPa, abaixo da tensão de cedência, de modo a realizar a propagação.

A obtenção das soluções pretendidas foi realizada através de dois tipos de métodos referidos no estado de arte nos subcapítulos 2.6 e 2.7 [36], o método convencional de elementos finitos (*Contour Integral*) e o método XFEM, respectivamente.

### 3.2 Componente Ferroviário

O segundo caso de estudo a ser abordado no âmbito desta dissertação é o caso do componente ferroviário propriamente dito, estudado por Morgado [1] que deu origem ao provete utilizado no caso de estudo anterior. Morgado [1] realizou uma simulação por elementos finitos que incidiu no estudo da distribuição de tensões e deformações em condições de carregamento indicada pela Unidade Material e Tração (UMAT/CP). O seu objetivo foi estudar os locais com picos de tensões, os fatores de concentração de tensões e as respostas elasto-plásticas das tensões e deformações. De modo a utilizar o componente no programa de elementos finitos, o componente foi primeiro desenhado em *SolidWorks* (figura 3.5) e depois simplificado devido à complexidade da geometria. A sua simplificação consistiu na eliminação de detalhes e à consideração da peça como simétrica longitudinalmente (figuras 3.6 e 3.7).

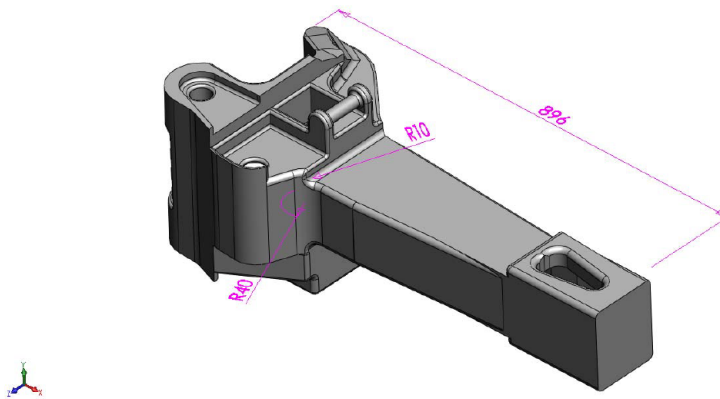


Figura 3.5: Desenho a 3D do componente ferroviário [1].

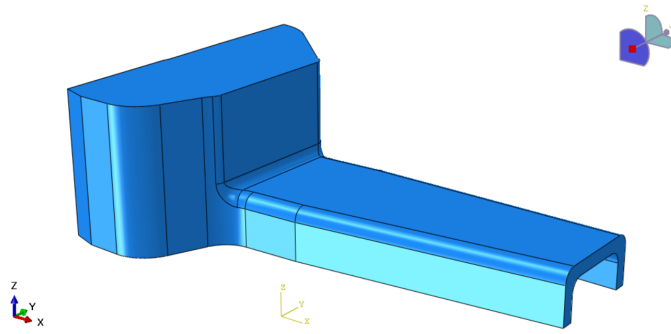


Figura 3.6: Vista face superior do modelo em ABAQUS/CAE.

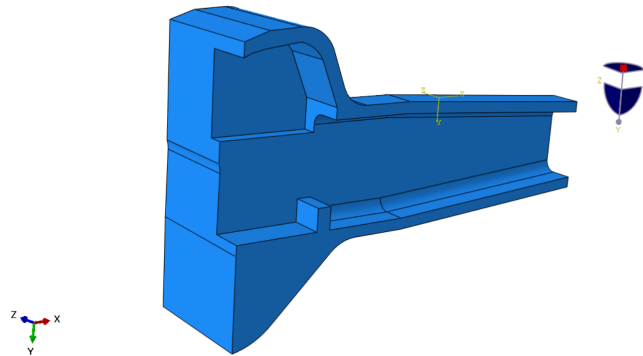


Figura 3.7: Vista do interior do modelo em ABAQUS/CAE.

Utilizando o componente ferroviário descrito e com o intuito de realizar uma propagação de fenda no mesmo, no presente caso de estudo foram estudadas as respostas elasto-plásticas das tensões e deformações deste componente (com e sem inserção de poro), assim como os locais com maior concentração de tensões e os fatores de concentração de tensões. Numa primeira fase, a propagação de fenda foi realizada através de uma fenda em quarto de elipse e numa segunda fase, para além desta, é adicionado o poro reconstruído por Sousa [14] (ver figura 3.8). No estudo da propagação de fenda foi utilizado o método XFEM.

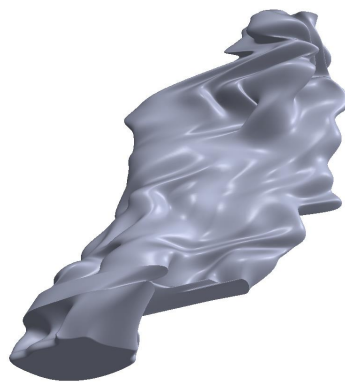


Figura 3.8: Poro encontrado na amostra sujeita a tomografia [14].



## SIMULAÇÃO NUMÉRICA

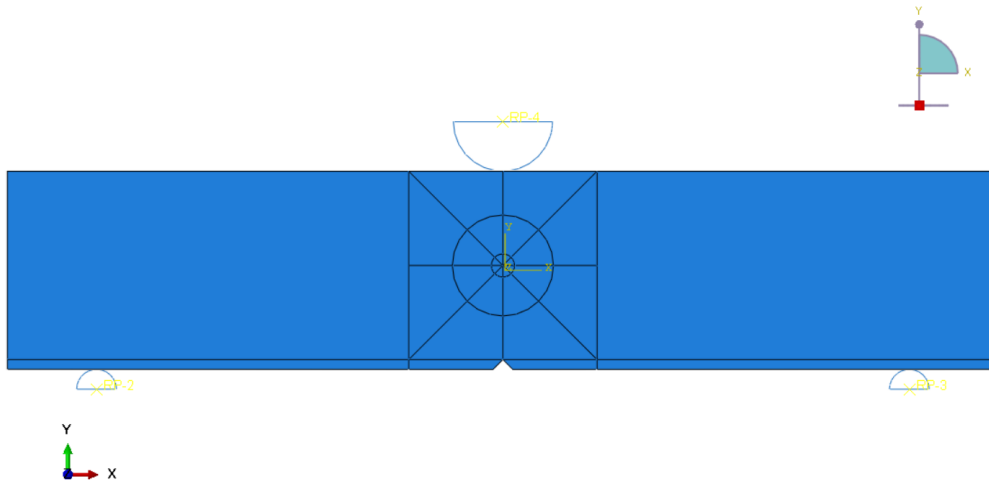
### 4.1 Ensaio de Flexão a 2D

Como explicado no capítulo anterior, para obtenção de soluções do Integral J e do FIT, podem ser utilizadas duas técnicas, recomendadas pelo manual do programa *ABAQUS*, para problemas de mecânica da fratura: o método convencional e o método XFEM. Uma vez que no estudo bidimensional, o método XFEM, não permite obter as soluções pretendidas, foi utilizado para obtenção de soluções do Integral J e do FIT somente o método convencional. Numa primeira fase realizou-se um estudo estático com o objetivo de entender todas as funcionalidades do programa bem como ultrapassar alguns erros numéricos, mais concretamente erros oriundos dos processos de contacto utilizados, bastante recorrentes na modelação numérica. Através deste estudo foi também possível comparar diferentes metodologias do ensaio SENB (com ou sem contacto) e determinar a malha ideal para obter as soluções de FIT e Integral J a 2D, para comparação com as determinadas analiticamente e 3D.

#### 4.1.1 Estudo sem fadiga

##### 4.1.1.1 Método convencional

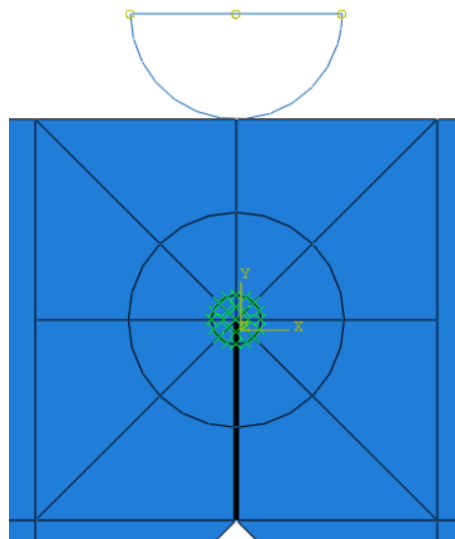
O modelo numérico bidimensional, utilizando o método convencional, foi criado através de dois tipos de objetos, um deformável (modelo Provete) e outro rígido que realiza os contactos com o provete. Na figura 4.1 é possível visualizar o modelo bidimensional SENB criado. Como se pode visualizar nesta figura (linhas a preto), foram realizadas partições da unidade com o objetivo de obter a geometria conhecida como teia de aranha. Assim, foram construídas duas circunferências de 1 mm e 4 mm de raio, de modo a aplicar um maior refinamento para a aplicação dos integrais de contorno necessários para a obtenção das soluções pretendidas.



**Figura 4.1:** Representação do modelo SENB criado.

A utilização do método convencional pressupõe a imposição de um domínio para a fenda e de um ponto referente à extremidade da fenda. Esse domínio foi estabelecido como sendo a circunferência menor e a extremidade da fenda como sendo o centro dessa circunferência. Para se obter os integrais de contornos na zona da extremidade da fenda, foi necessário estabelecer um caminho de elementos colapsados que permitam a propagação até ao ponto designado como extremidade da fenda. Os elementos colapsados foram obtidos através do uso da ferramenta *Seam cracks*.

Na figura 4.2 está representado a negro um exemplo de um caminho de elementos colapsados.

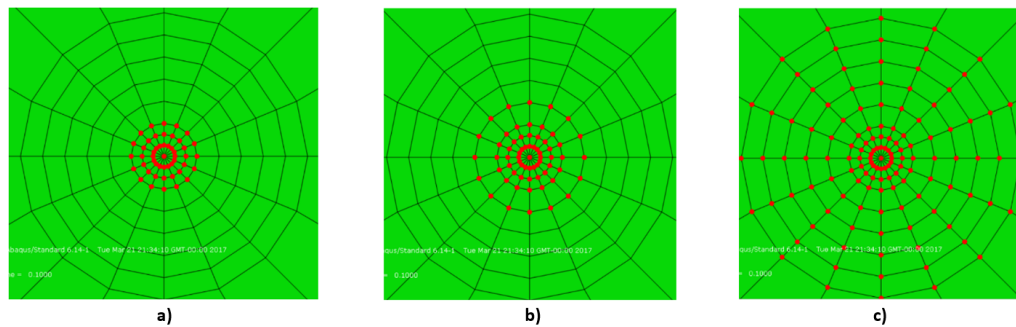


**Figura 4.2:** Localização da *Seam crack*.

Todas as simulações foram realizadas utilizando o método implícito (*ABAQUS/Standard*) pois o método convencional (*Contour Integral*) não é possível ser realizado através de um método explícito. Este método também pressupõe que o tipo de análise seja estática,

e por isso foi imposto um tempo de simulação de 0,1 segundo. Uma vez que este tipo de análise não depende do tempo, mesmo que se aumente o tempo de simulação, os resultados e os números de incrementos tendem a ser os mesmos. Por cada incremento foi requerido que o programa fornecesse valores de Integral J e FIT para seis contornos.

Na figura 4.3 está exemplificado somente o contorno 1, 2 e 6, pois os restantes contornos desenrolam-se do mesmo modo, e portanto não foram aqui exemplificados.

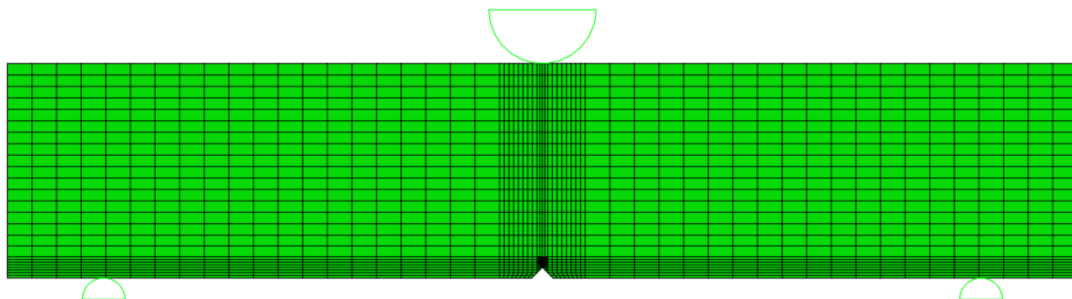


**Figura 4.3:** a) 3 contornos, b) 4 contornos e c) 8 contornos.

Ao contrário do método XFEM, o método convencional permite utilizar dois tipos de elementos: os de primeira ordem CPS4 (com interpolações lineares) e os de segunda ordem CPS8 (com interpolações quadráticas). Os CPS4 são elementos quadriláteros de quatro nós bi-lineares, enquanto os CPS8 são elementos quadriláteros de oito nós bi-quadráticos.

De modo a descobrir qual o local exato de colocação da extremidade fenda e também qual o tipo de elementos a usar, foi efetuado um estudo utilizando várias localizações e os dois tipos de elementos disponíveis. Neste estudo foi requerido ao programa que fornecesse soluções do FIT para seis contornos.

Como explicado anteriormente, uma desvantagem deste método convencional é a necessidade de criação de novos modelos e de novas geometrias de malha aquando da introdução de um novo comprimento de fenda. Neste estudo foram realizados vários modelos para responder aos diversos comprimentos de fenda. Nas figuras 4.4, 4.5, 4.6, 4.7 e 4.8 podem-se visualizar os modelos para os comprimentos de fenda de 1,5 mm, 3 mm, 5 mm, 7 mm e 10 mm, respectivamente. As suas características de elementos e nós encontra-se descrita na tabela 4.1.



**Figura 4.4:** Fenda localizada a 1,5 mm.

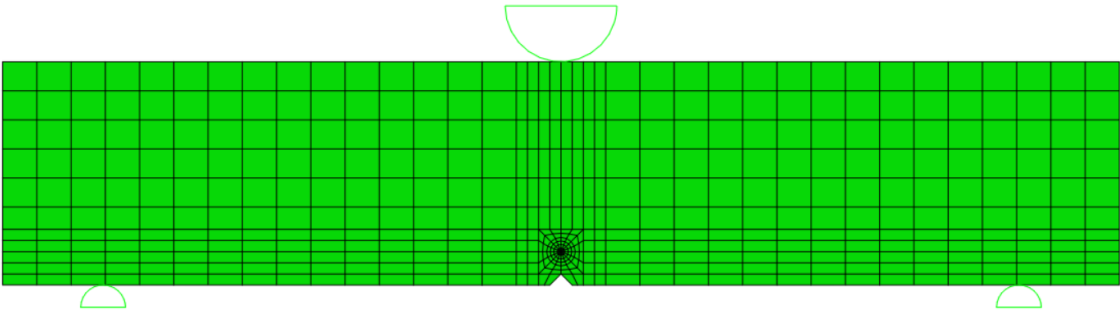


Figura 4.5: Fenda localizada a 3 mm.

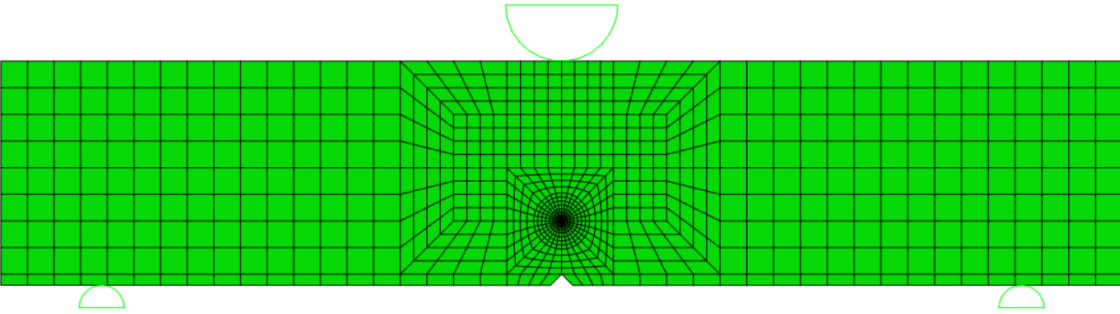


Figura 4.6: Fenda localizada a 5 mm.

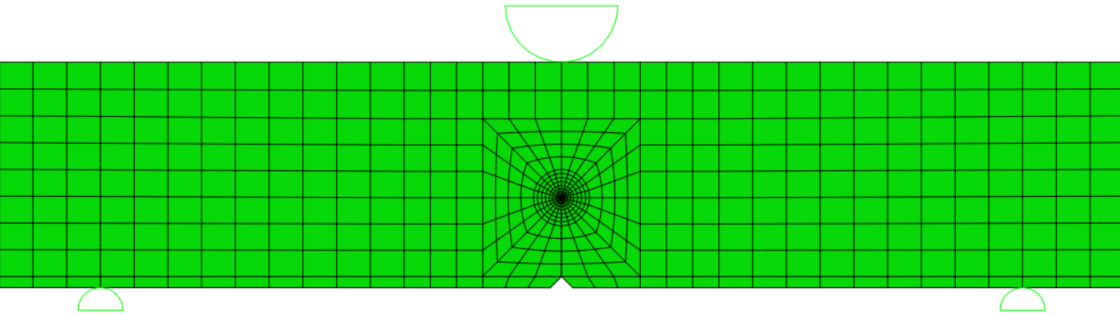


Figura 4.7: Fenda localizada a 7 mm.

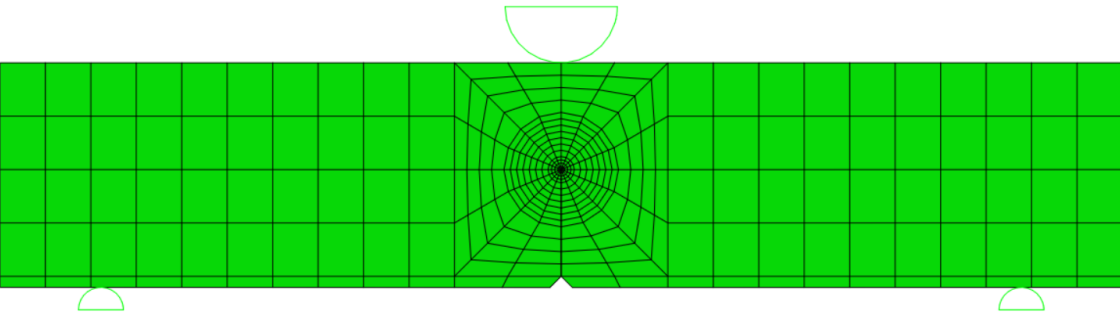


Figura 4.8: Fenda localizada a 10 mm.

**Tabela 4.1:** Descrição dos tipos de modelos utilizados no estudo FIT vs comprimento de fenda.

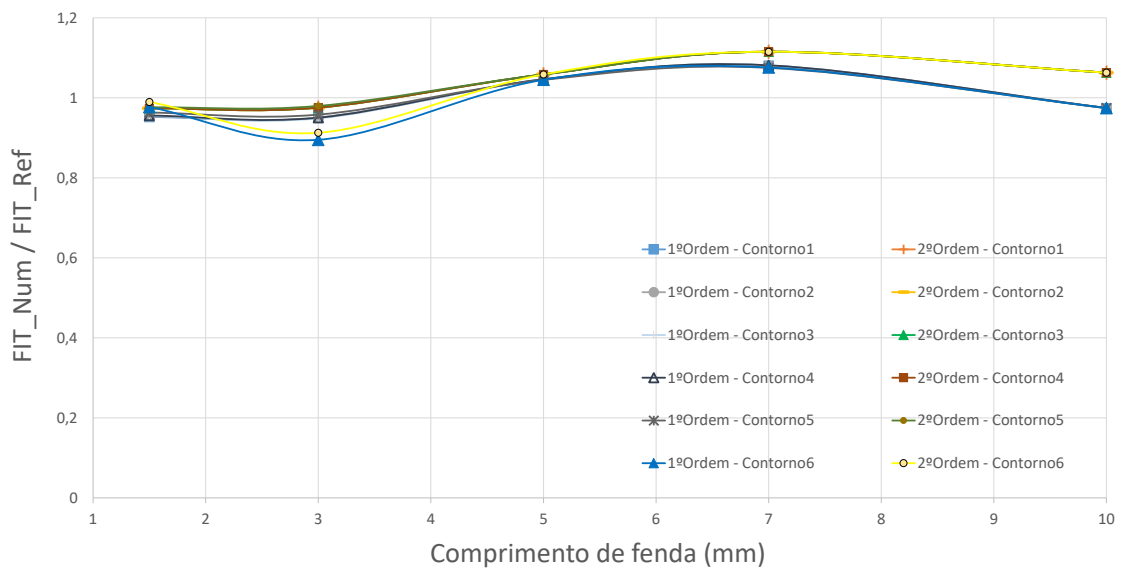
Comprimento [mm]	Tipo de elementos	Número de elementos	Número de nós
1,5	CPS4	1570	1656
3	CPS4	498	547
5	CPS4	926	979
7	CPS4	576	623
10	CPS4	344	382

Neste estudo foi utilizado como referência um fator de intensidade de tensão ( $FIT_{Ref}$ ) dado pelas equações 4.1 e 4.2 da referência [29]. Este  $FIT_{Ref}$ , também utilizado por Morgado [1], foi utilizado para comparar com aqueles obtidos por simulação para as diferentes localizações da fenda e tipos de elementos.

$$FIT_{Ref} = K_{Ref} = \frac{P_{max}S}{BW^{3/2}}f\left(\frac{a}{W}\right) \quad (4.1)$$

$$f\left(\frac{a}{W}\right) = \left(2,9\left(\frac{a}{W}\right)^{1/2} - 4,6\left(\frac{a}{W}\right)^{3/2} + 21,8\left(\frac{a}{W}\right)^{5/2} - 37,6\left(\frac{a}{W}\right)^{7/2} + 38,7\left(\frac{a}{W}\right)^{9/2}\right) \quad (4.2)$$

Na figura 4.9 encontra-se um gráfico onde é possível visualizar essa relação.

**Figura 4.9:** Relação FIT e comprimento de fenda para diferentes contornos.

Ao analisar a figura 4.9 podem-se fazer algumas considerações:

- Os elementos de primeira ordem apresentam valores mais semelhantes aos  $FIT_{Ref}$  do que os elementos de segunda ordem;
- O comprimento de 10 mm permite obter valores de fator de intensidade de tensões numérico,  $FIT_{Num}$ , muito semelhantes aos  $FIT_{Ref}$ ;
- A partir do contorno 4, o valor de  $FIT_{Num}$  permanece constante para os dois tipos de elementos,  $FIT = 1742 \text{ MPa}\cdot\text{mm}^{1/2}$  para elementos de primeira ordem e  $FIT = 1900 \text{ MPa}\cdot\text{mm}^{1/2}$  para elementos de segunda ordem;
- Como a partir do contorno 4 os valores de  $FIT_{Num}$  não alteram significativamente o seu valor, foi considerado para simulações futuras solicitar ao programa valores de FIT provenientes do contorno 6, visto que o aumento do número de contornos pouco ou nada influencia os resultados obtidos.

Através deste estudo, considerou-se para simulações futuras utilizar elementos de primeira ordem e um comprimento de fenda de 10 mm. Outro fator relevante na escolha dos elementos de primeira ordem prende-se pelo facto de o manual do programa aconselhar este tipo de elementos em simulações implícitas que utilizem situações de contacto.

Sabendo o tipo de elementos e o tipo de modelo de provete a utilizar (modelo com 10 mm de comprimento), seguiu-se a determinação da influência que o refinamento da malha exerce nos resultados dos FIT.

De modo a determinar essa influência, foram efetuados oito testes com diferentes graus de refinamento na extremidade da fenda. As figuras 4.10, 4.11, 4.12, 4.13, 4.14, 4.15, 4.16 e 4.17 mostram o provete utilizado em cada um dos testes, constatando-se que a principal diferença entre estes prende-se no número de elementos na zona da extremidade da fenda (ver tabela 4.2). Na tabela 4.2 é possível obter a descrição de cada teste, enquanto nas tabelas 4.3 e 4.4 podem ser observados os resultados obtidos de  $FIT_{Num}$  e Integral J numérico ( $J_{Num}$ ) bem como o erro associado. O erro foi calculado utilizando as equações 4.3 e 4.4.

$$Erro_{FIT} = \frac{FIT_{Num} - FIT_{Ref}}{FIT_{Ref}} \quad (4.3)$$

$$Erro_J = \frac{J_{Num} - J_{Ref}}{J_{Ref}} \quad (4.4)$$

O Integral J de referência ( $J_{Ref}$ ) foi calculado utilizando a fórmula 2.20 assumindo estado plano de tensão, tal como é considerado pelo programa na obtenção das soluções em regime bidimensional.

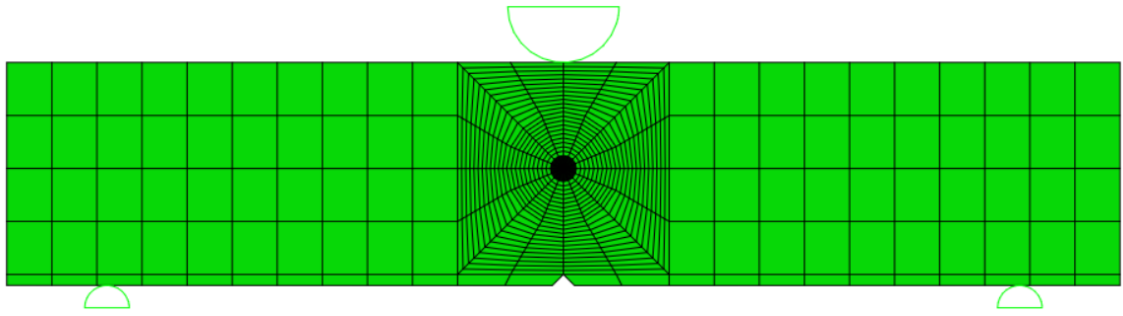


Figura 4.10: Malha teste 1.

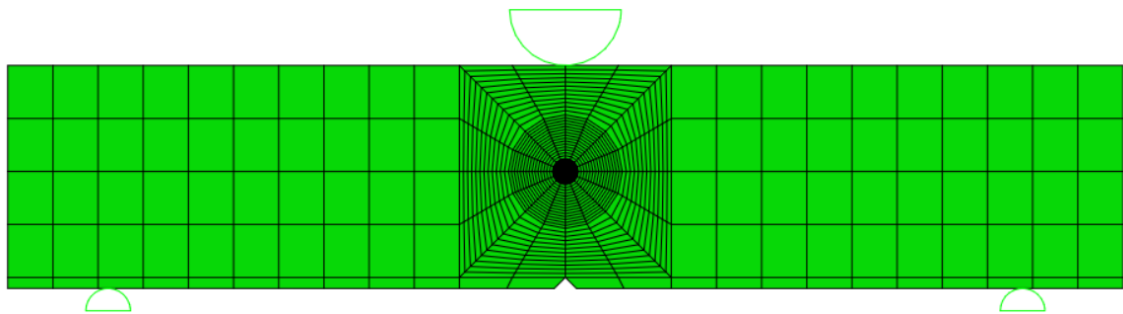


Figura 4.11: Malha teste 2.

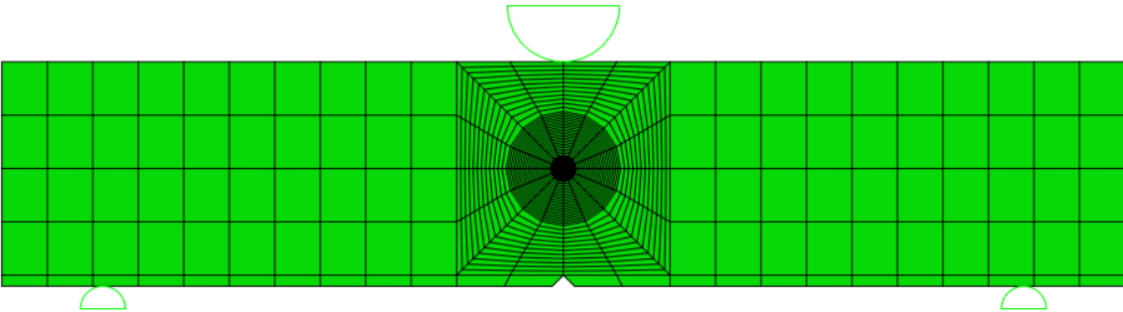


Figura 4.12: Malha teste 3.

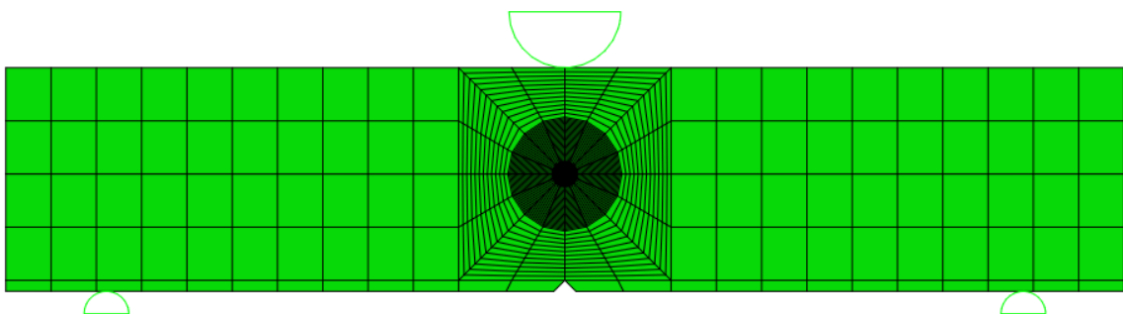


Figura 4.13: Malha teste 4.

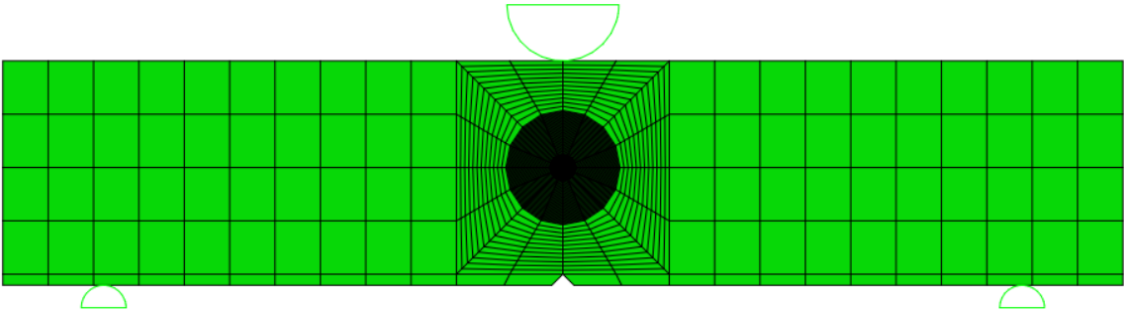


Figura 4.14: Malha teste 5.

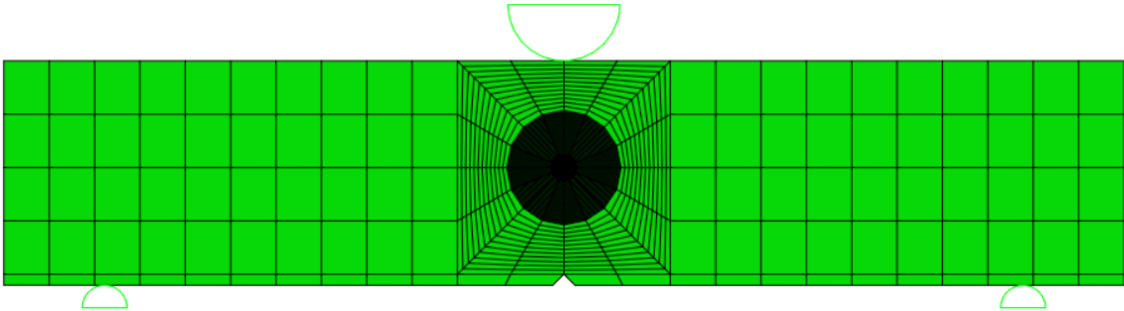


Figura 4.15: Malha teste 6.

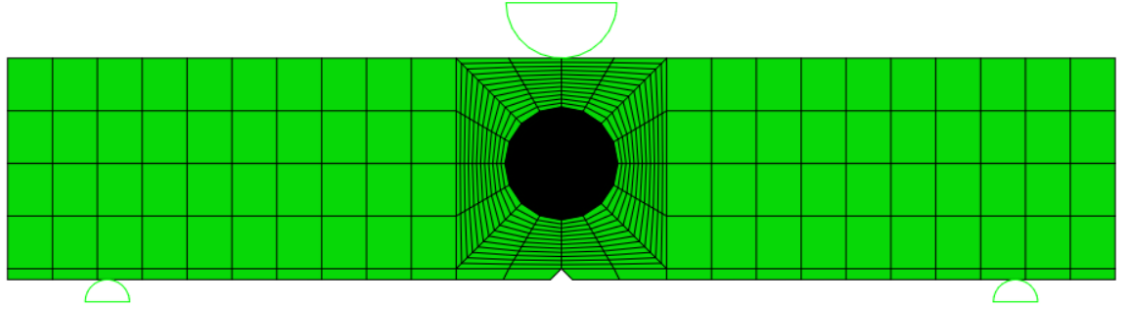


Figura 4.16: Malha teste 7.

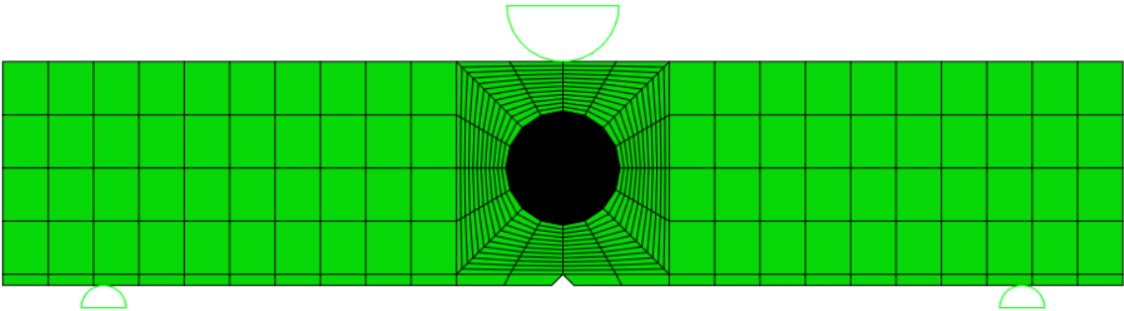


Figura 4.17: Malha teste 8.

**Tabela 4.2:** Descrição dos tipos de malha utilizados no estudo bidimensional.

<b>Tipos de Malha</b>	<b>Tipo de elementos</b>	<b>Número de elementos</b>	<b>Número de nós</b>
Teste 1	CPS4	776	841
Teste 2	CPS4	1176	1266
Teste 3	CPS4	1576	1691
Teste 4	CPS4	1896	2031
Teste 5	CPS4	3496	3731
Teste 6	CPS4	5896	6281
Teste 7	CPS4	11496	12231
Teste 8	CPS4	17896	19031

**Tabela 4.3:** Resultados de FIT e respectivos erros obtidos para cada teste.

<b>Tipos de Malha</b>	<b>FIT<sub>Num</sub> [MPa.mm<sup>1/2</sup>]</b>	<b>FIT<sub>Ref</sub> [MPa.mm<sup>1/2</sup>]</b>	<b>Erro [%]</b>	<b><math>\frac{FIT_{Num}}{FIT_{Ref}}</math></b>
Teste 1	1771,341	1787,675	0,914	0,991
Teste 2	1774,744	1787,675	0,723	0,993
Teste 3	1776,022	1787,675	0,652	0,993
Teste 4	1776,692	1787,675	0,614	0,994
Teste 5	1777,844	1787,675	0,549	0,995
Teste 6	1778,400	1787,675	0,519	0,995
Teste 7	1778,935	1787,675	0,489	0,995
Teste 8	1779,020	1787,675	0,484	0,995

**Tabela 4.4:** Resultados de Integral J ( $J_{Num}$ ) e respectivos erros obtidos para cada teste.

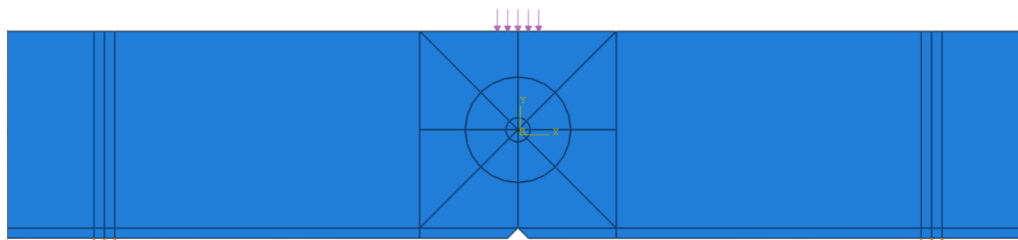
<b>Tipos de Malha</b>	<b><math>J_{Num}</math> [N/mm]</b>	<b><math>J_{Ref}</math> [N/mm]</b>	<b>Erro [%]</b>	<b><math>\frac{J_{Num}}{J_{Ref}}</math></b>
Teste 1	15,158	15,439	1,822	0,982
Teste 2	15,216	15,439	1,444	0,986
Teste 3	15,238	15,439	1,302	0,987
Teste 4	15,249	15,439	1,228	0,988
Teste 5	15,269	15,439	1,099	0,989
Teste 6	15,279	15,439	1,038	0,990
Teste 7	15,288	15,439	0,978	0,990
Teste 8	15,289	15,439	0,967	0,990

Após analisar as tabelas 4.3 e 4.4 pode-se concluir que:

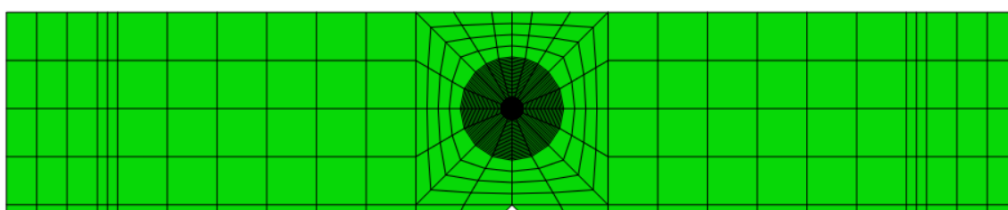
- O refinamento de malha não influenciou significativamente os resultados obtidos de FIT e Integral J;
- Todos os testes apresentaram um erro bastante aceitável, realçando o facto de o FIT apresentar um erro abaixo de 1%;
- Através da comparação do Teste 1 com o Teste 8, verifica-se que a diferença no erro do FIT é de cerca de 0,4%, o que mostra o impacto do refinamento do teste menos refinado para o teste mais refinado;
- Tendo em conta que as vantagens da utilização de um modelo refinado não são significativas, foi considerado em futuras simulações bidimensionais o uso do modelo Teste 2. O facto de este modelo apresentar, para ambas as soluções, um erro bastante aceitável e um tempo computacional bastante menor, faz com que este modelo seja o ideal para a simulação com fadiga.

Após decidir o tipo de geometria de malha a utilizar, foi efetuado outro estudo com o intuito de saber se o modelo podia ser concretizado sem utilizar objetos de contacto, mais concretamente utilizando uma força de pressão que realizasse o mesmo efeito que o objeto de carga. Este estudo ajuda a perceber qual será a metodologia ideal a aplicar quando se utilizar fadiga ou passar para a geometria tridimensional.

O modelo sem contactos foi criado recorrendo a uma força de pressão que atua numa superfície de 4 mm, estabelecendo o equivalente a uma força de 7500 N. Os apoios fixos foram recriados recorrendo a condições fronteira nos nós dos elementos que estão situados a 40 mm do centro. A figura 4.18 mostra o carregamento utilizado e a localização das condições fronteira impostas. A figura 4.19 mostra a malha do Teste 2 adaptada a este tipo de simulação.

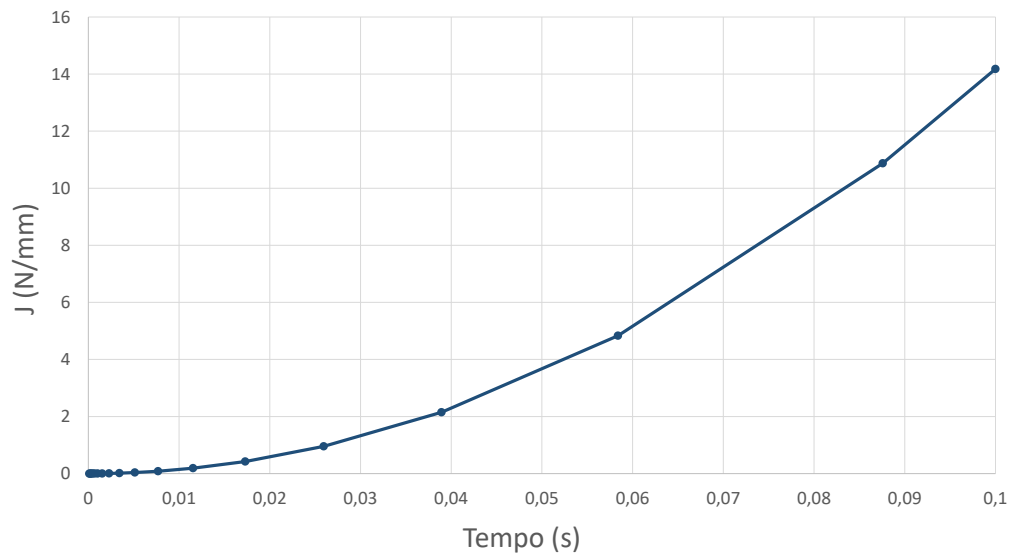


**Figura 4.18:** Modelo SENB sem contactos.

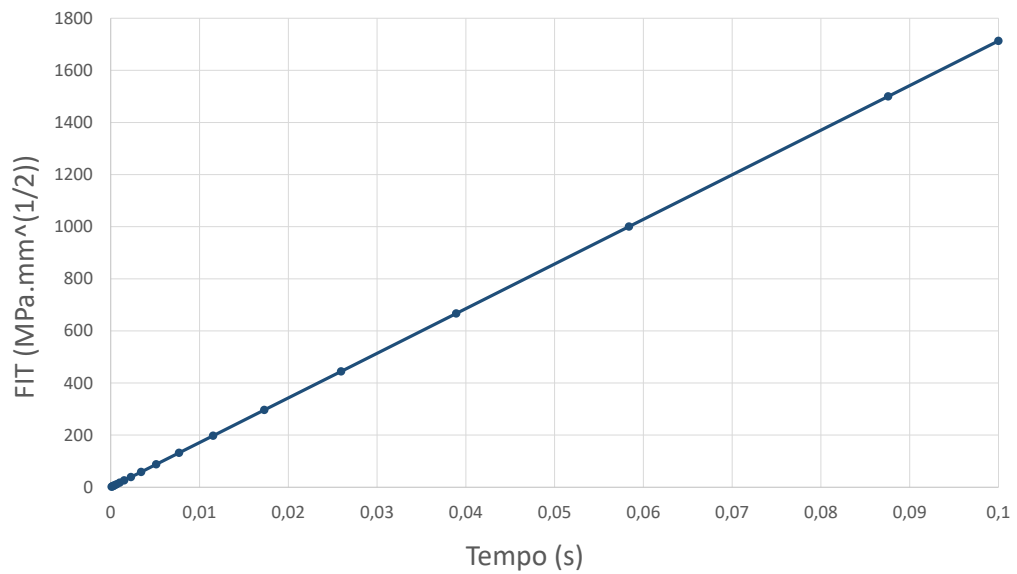


**Figura 4.19:** Malha do modelo sem contactos.

Nas figuras 4.20 e 4.21, são representadas as curvas dos valores de Integral J e FIT, em função do tempo estabelecido, para a simulação do modelo sem contactos.



**Figura 4.20:** Valores de Integral J para modelo sem contactos.



**Figura 4.21:** Valores do fator de intensidade de tensões (FIT) para modelo sem contactos.

Os resultados da simulação sem contactos encontram-se apresentados em conjunto com os dados obtidos da simulação com contacto (Teste 2), nas tabelas 4.5 e 4.6.

**Tabela 4.5:** Comparação de valores ( $J_{Num}$ ) entre modelos.

Carregamento	Nº Elementos	Nº Nós	$J_{Num}$ [N/mm]	$J_{Ref}$ [N/mm]	Erro [%]
Com contacto Teste 2	1176	1266	15,216	15,439	1,444
Sem Contacto	1176	1260	14,176	15,439	8,179

**Tabela 4.6:** Comparação de valores  $FIT_{Num}$  entre modelos.

Carregamento	Nº Elementos	Nº Nós	$FIT_{Num}$ [MPa.mm <sup>1/2</sup> ]	$FIT_{Ref}$ [MPa.mm <sup>1/2</sup> ]	Erro [%]
Com contacto Teste 2	1176	1266	1774,744	1787,675	0,723
Sem Contacto	1176	1260	1713,037	1787,675	4,176

Ao analisar as tabelas 4.5 e 4.6 é possível concluir que:

- O programa consegue modelar uma aproximação do modelo real (sem contatos) com resultados bastante satisfatórios;
- O modelo sem contacto apresenta um erro de  $J_{Num}$  menor que 8,2% e um erro associado ao  $FIT_{Num}$  menor que 4,2%;
- O modelo sem contactos oferece a vantagem de modelar mais rapidamente um modelo SENB, evitando assim solucionar problemas numéricos oriundos dos contactos estabelecidos entre os corpos rígidos e o corpo deformável. Contudo acarreta a desvantagem de ser um modelo aproximado do ensaio propriamente dito;
- O modelo com contactos oferece a vantagem de poder simular, o mais real possível, o ensaio de flexão em três pontos, contudo apresenta um maior tempo de modelação, devido a solucionar possíveis erros numéricos associados aos contactos envolvidos, bem como um maior tempo computacional.

Uma vez que, um dos objetivos desta dissertação é comparar os resultados obtidos numericamente com os obtidos experimentalmente, e que o modelo a utilizar tem de ser o mais fiel possível do ensaio experimental, foi considerado o modelo com contactos em simulações com fadiga e em modelos tridimensionais.

A tabela 4.7 apresenta os valores de  $J_{Num}$  e  $FIT_{Num}$  para o modelo bidimensional.

**Tabela 4.7:** Resultados modelo bidimensional.

Método	$J_{Num}$ [N/mm]	$J_{Ref}$ [N/mm]	Erro [%]	$FIT_{Num}$ [MPa.mm <sup>1/2</sup> ]	$FIT_{Ref}$ [MPa.mm <sup>1/2</sup> ]	Erro [%]
Convencional	15,216	15,439	1,444	1774,744	1787,675	0,723

#### 4.1.1.2 Método XFEM

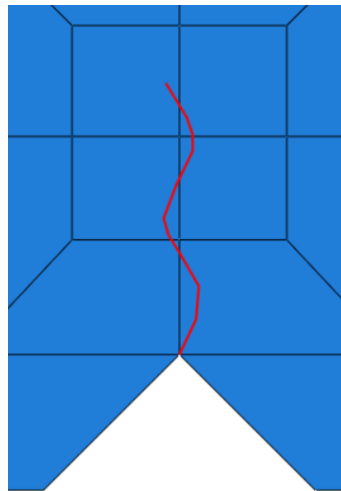
Como já foi referido, em modelos bidimensionais o método XFEM não permite obter soluções de Integral J e FIT. Contudo, permite obter a propagação de uma fenda arbitrária. De modo a criar um modelo que consiga criar propagação de uma fenda, é necessário modelar, para além do modelo do provete, a fenda que se deseja propagar. Neste sentido, foi criada uma fenda de 2 mm como visualizado na figura 4.22.



**Figura 4.22:** Geometria da fenda de 2 mm modelada.

Esta geometria permitiu que a fenda, ao ser colocada no modelo, possa intercalar os elementos e não estar confinada somente à zona de fronteira dos mesmos.

Desta forma, a fenda foi colocada na zona do entalhe (ver figura 4.23) de maneira a permitir a propagação a partir dos 2 mm de fenda.



**Figura 4.23:** Localização da fenda de 2 mm no provete.

A malha desenvolvida neste tipo de simulações foi diferente daquela realizada no método convencional, visto não ser necessário um domínio de fenda com geometria em teia de aranha. Neste método é importante uma boa geometria em torno da fenda para que esta consiga propagar sem problemas. De modo a estudar o efeito da refinação da malha na propagação de fenda, foi realizado um estudo com diferentes refinamentos. Na figura 4.24 é possível visualizar a geometria de malha criada, enquanto na figura 4.25 é possível

visualizar a fenda localizada nesta geometria. O refinamento da malha foi realizado na zona de propagação da fenda.

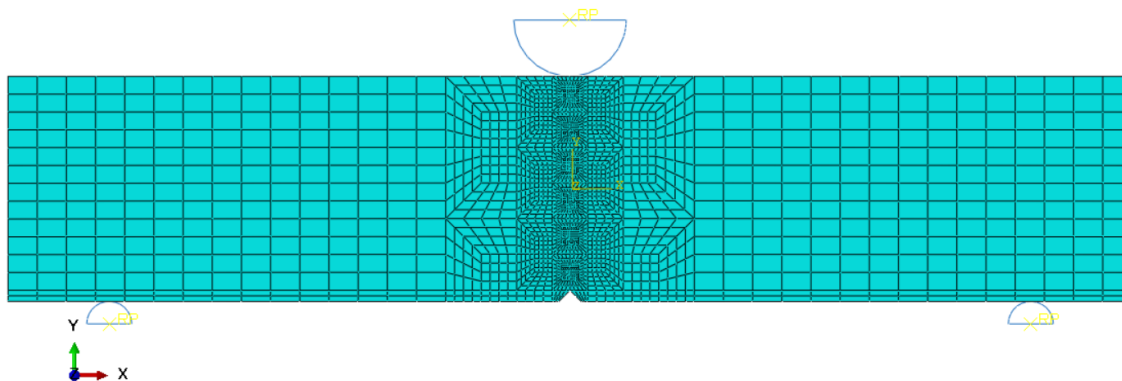


Figura 4.24: Geometria de malha para o método XFEM.

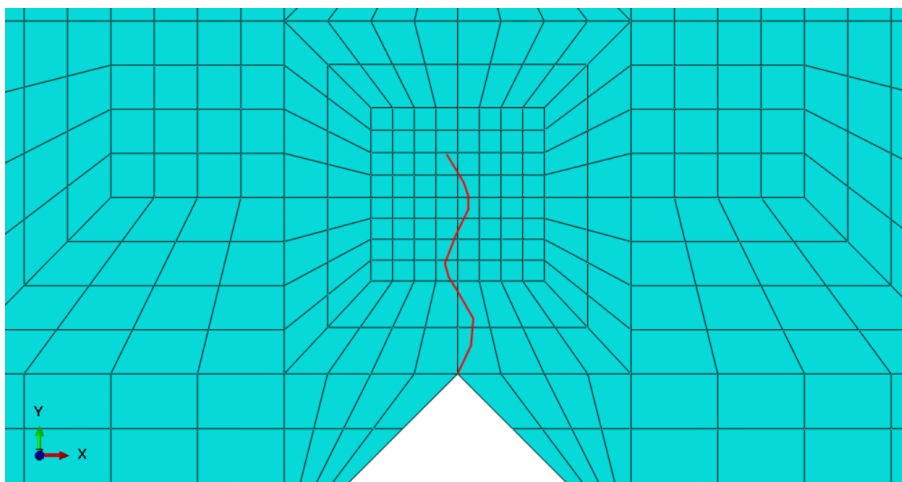
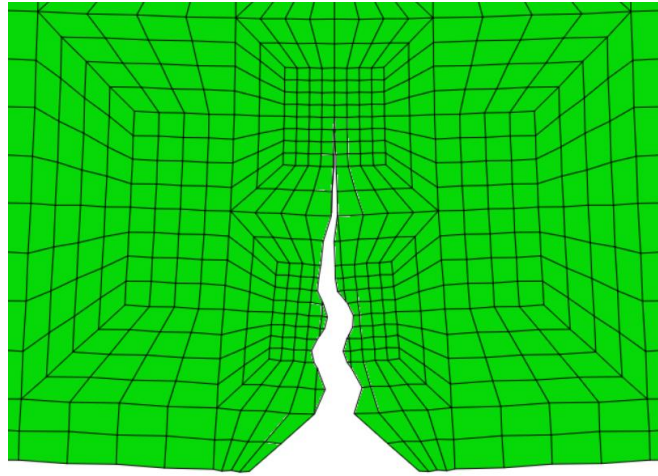


Figura 4.25: Localização da fenda na malha.

Na realização destas análises foi utilizado um ensaio estático semelhante ao utilizado no método convencional, tendo como diferença a geometria da malha. O método XFEM permite realizar uma geometria da malha completamente independente da geometria de fenda utilizada, como é possível constatar na figura 4.25. Em todas as análises foi aplicada uma força de 7500 N, constrangimentos em todas as direções nos apoios do provete e uma tensão admissível de 270 MPa no critério de dano.

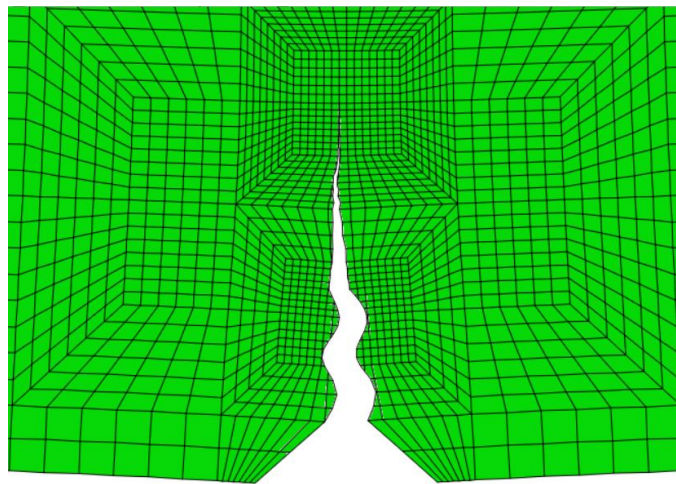
Na primeira análise foram utilizados 2116 elementos quadriláteros CPS4R de primeira ordem com integração reduzida e 2191 nós, resultando uma propagação de 4,79583 mm desde a zona do entalhe até à zona final da fenda. Na figura 4.26 é possível visualizar, através de um fator de escala de deformação igual a 28,4, a propagação de 4,79583 mm da fenda. O fator de escala de deformação consiste no escalonamento da amplitude de deslocamento máxima de forma a visualizar a deformação da imagem. Neste caso é utilizado o valor automático fornecido pelo programa, mas pode ser utilizado um valor

maior ou menor, caso se pretenda ter uma melhor observação da deformação ou uma deformação mais realista.



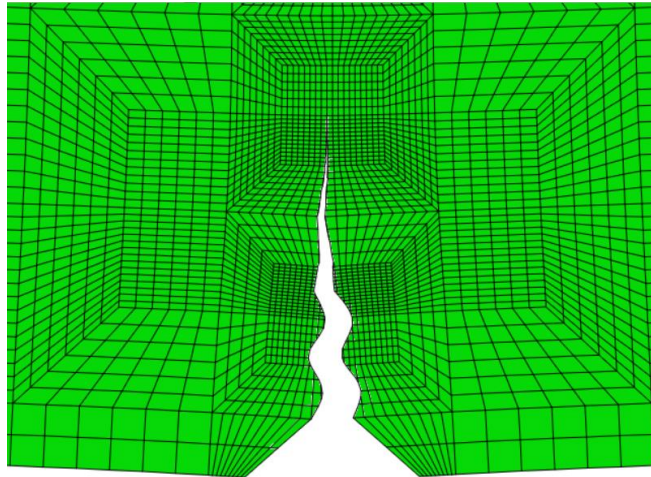
**Figura 4.26:** Propagação de fenda, malha 1.

Na segunda análise foram utilizados 4124 elementos quadriláteros lineares CPS4R de integração reduzida e 4217 nós. Nesta análise a distância de propagação de fenda foi de 4,79583, o que demonstra que talvez o aumento do refinamento não esteja relacionado com o aumento da propagação da fenda (figura 4.27).



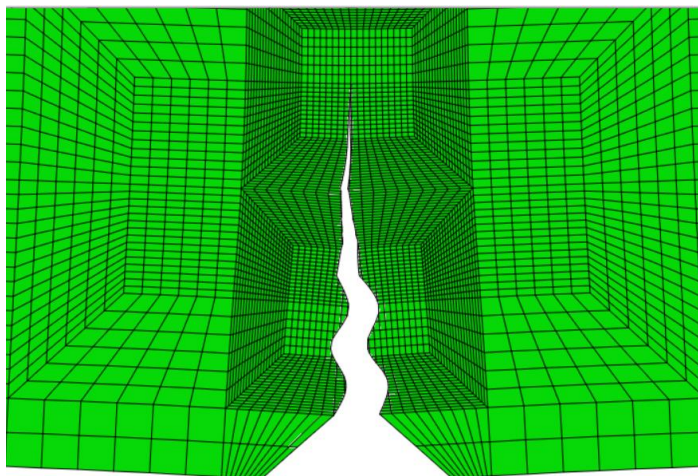
**Figura 4.27:** Propagação de fenda, malha 2.

Na terceira análise foram utilizados 6036 elementos quadriláteros lineares CPS4R de integração reduzida e 6148 nós, e o processo de refinamento da malha focou-se mais na zona ideal de propagação da fenda. Na figura 4.28, utilizando um fator de escala de deformação igual a 30,2698, é possível ver a propagação de 4,79583 mm.



**Figura 4.28:** Propagação de fenda, malha 3.

Por fim, na quarta análise foram utilizados 8148 elementos quadriláteros lineares CPS4R de integração reduzida e 8260 nós, obtendo-se um comprimento de fenda de 4,79583 mm. Na figura 4.29 é possível ver a propagação através de um fator de escala de deformação igual a 30,2654.



**Figura 4.29:** Propagação de fenda, malha 4.

A tabela 4.8 resume o estudo que foi realizado.

**Tabela 4.8:** Comprimento de fenda para diferentes refinamentos.

Tipo de Malha	Nº Elementos	Nº Nós	Comprimento de fenda [mm]
Malha 1	2116	2191	4,79583
Malha 2	4124	4217	4,79583
Malha 3	6036	6148	4,79583
Malha 4	8148	8260	4,79583

Analisando os resultados destas análises conclui-se que:

- O refinamento da malha não influencia o resultado da propagação da fenda;
- Na simulação 3D foi utilizada a geometria da malha 1, por representar um menor custo computacional em simulações a 3D (ver secção 4.2).
- O critério de dano utilizado é o parâmetro mais relevante no resultado de propagação de fenda.

#### 4.1.2 Estudo com fadiga

Uma vez que a presente dissertação se baseou no ensaio experimental realizado por Morgado [1], no estudo com fadiga utilizou-se, sempre que necessário, os mesmos dados utilizados por esta autora no seu ensaio experimental, como referido anteriormente. Desta forma, no estudo com fadiga foi utilizado um algoritmo do programa chamado *direct cyclic algorithm* com o objetivo de criar o fenómeno de fadiga no modelo SENB modelado. O modelo SENB utilizado foi o modelo Teste 2 (figura 4.11) tal como foi concluído na secção 4.1.1. A escolha do método convencional em detrimento do método XFEM prendeu-se ao facto de o XFEM necessitar de um maior tempo computacional e por a simulação com fadiga ser uma simulação particularmente exigente no que toca ao tempo computacional.

O tipo de carregamento presente neste estudo foi realizado utilizando uma onda periódica com uma frequência de  $f_r = 20$  Hz, a força máxima de 7500 N e uma força mínima de 750 N, originando uma razão de tensões de  $R = 0,1$ .

De acordo com o manual do programa, o método de definição da amplitude periódica  $a$  é definido através da equação 4.5 como uma série de Fourier.

$$\begin{cases} a = A_0 + \sum_{n=1}^N [A_n \cos(n\omega(t - t_0)) + B_n \sin(n\omega(t - t_0))], & \text{para } t \geq t_0 \\ a = A_0, & \text{para } t < t_0 \end{cases} \quad (4.5)$$

Na tabela 4.9 estão representados os valores fornecidos através do ensaio experimental e os parâmetros utilizados no programa *ABAQUS*.

**Tabela 4.9:** Descrição dos testes utilizados.

Parâmetros	Valores usados no ABAQUS
$A_0$	0,55
$A_1$	0
$B_1$	0,45
$\omega$	125,6 rad/s
$t_0$	0 s

Onde  $A_0$  é a amplitude inicial,  $A_1$  é o parâmetro correspondente ao início da função cos,  $B_1$  é o parâmetro correspondente ao início da função sin,  $\omega$  é a frequência utilizada e  $t_0$  é o tempo inicial.

Utilizando os dados da tabela 4.9, verifica-se que: quando  $t = 0$  s a amplitude relativa de 0,1 corresponde à força mínima de 750 N; quando  $A_0 = 0,55$  a força média de 4125 N corresponde à tensão média e quando  $A = 1$  a amplitude relativa de 1 representa a força máxima do carregamento de 7500 N. O programa só requer a introdução do primeiro ciclo de carregamento, interpolando os restantes ciclos conforme o número de ciclos indicados.

Segundo os diferentes procedimentos que o programa disponibiliza no âmbito da simulação utilizando fadiga, a análise cíclica direta, ou *Direct Cyclic*, foi a opção escolhida nesta dissertação. A análise cíclica direta traduz-se num *Step* adicional onde é possível escolher a opção *Low-Cycle Fatigue Analysis* (LCF) para realizar fadiga a baixo número de ciclos. Um *Step* consiste numa opção do programa, que permite, para além de registar as alterações referidas anteriormente, registar também alterações nos procedimentos de análise.

No presente caso, e como o objetivo foi realizar um ensaio com fadiga para obtenção das soluções de FIT e Integral J, utilizou-se o *Step*, que inclui o procedimento de análise cíclica direta, posteriormente ao *Step* com um procedimento estático onde foi aplicada a carga inicial do carregamento cíclico bem como as condições fronteira. A análise cíclica foi o procedimento ideal para simulações com uma quantidade elevada de ciclos de carregamento, como os ensaios com fadiga.

Devido à necessidade de maior tempo computacional por parte das simulações de fadiga, neste trabalho foi considerado análises com fadiga com um número máximo de 1000 ciclos.

#### 4.1.2.1 Determinação do $\Delta FIT$ numérico

Nas análises com fadiga foi utilizado um modelo elasto-plástico para obtenção das soluções de Integral J, que posteriormente foram convertidas para FIT (utilizando a equação 2.21 [43]) de modo a obter o  $\Delta FIT$  e compará-lo com o  $\Delta K$  experimental obtido por Morgado [1].

Os valores de  $\Delta FIT$ , no segundo regime ou lei de propagação de fissuração, semelhantes aos experimentais, ou seja, entre 23 e 32 MPa $\sqrt{m}$  foram obtidos nos elementos E80 e E1163, que correspondem aos valores de  $J_{total}$  17,379 e 20,038 N/mm, respetivamente. O  $J_{total}$  foi calculado através da equação 4.6 [43].

$$J_{total} = J_{El} + J_{Pl} \quad (4.6)$$

Onde  $J_{El}$  é a componente elástica do Integral J calculado através da equação 2.21 e  $J_{Pl}$  é a componente plástica do Integral J calculado através da equação 4.7 [43].

$$J_{Pl} = \frac{2A_{pl}}{B \cdot B_0} \quad (4.7)$$

Onde B é a espessura do provete,  $A_{pl}$  é a energia dissipada,  $B_0 = W - a$ , sendo que W corresponde à altura do provete e a ao comprimento da fenda utilizada.

De modo a obter um  $\Delta FIT$  numérico determinou-se o  $FIT_{max}$  e  $FIT_{min}$  através de um  $J_{max}$  e  $J_{min}$ . Estes dois últimos parâmetros foram obtidos através da equação 4.6 desprezando a componente elástica, onde a diferença entre ambos é a energia máxima e mínima de cada elemento. A componente elástica não é considerada pois o avanço da fenda, no regime II, ocorrerá essencialmente através de esforços por deformação plástica entre a extremidade da fenda e as zonas de elevada concentração de tensões localizadas à frente da sua extremidade. Após a determinação do  $J_{max}$  e  $J_{min}$ , procedeu-se à sua conversão para  $FIT_{max}$  e  $FIT_{min}$  de modo a conseguir calcular o  $\Delta FIT$  numérico necessário para comparar com o obtido por Morgado [1]. Os elementos utilizados neste estudo foram os elementos localizados imediatamente à frente da extremidade da fenda, iniciando-se no E1163 e acabando no E91. Decidiu-se terminar neste último elemento pois, à medida que se afasta da extremidade da fenda, a energia dissipada plástica vai sendo cada vez menor. Na tabela 4.10 é possível visualizar os elementos que foram utilizados para realizar este estudo e a energia dissipada plástica de cada um deles, comprovando-se que os elementos E80 e E1163 fornecem valores de  $\Delta FIT$  próximos dos obtidos experimentalmente, ou seja entre o intervalo [23 ; 32] MPa $\sqrt{m}$ .

**Tabela 4.10:** Energia plástica dissipada de cada elemento e  $\Delta FIT$ .

Elementos	Energia Máxima [J]	Energia Mínima [J]	$\Delta FIT$ [MPa $\sqrt{m}$ ]
E91	0,248	0	1,063
E90	2,112	0	3,099
E89	5,601	0	5,048
E88	10,146	0	6,794
E87	15,899	0	8,505
E86	23,160	0	10,265
E85	32,331	0	12,128
E84	44,179	0	14,177
E83	59,994	0	16,521
E82	81,816	0	19,293
E81	113,519	0,435	21,319
E80	166,472	1,648	24,782
E79	227,947	2,059	29,142
E1163	299,426	2,792	33,344

#### 4.1.2.2 Propagação de fenda por fadiga

Nesta secção foi realizado um estudo semelhante ao executado em 4.1.1.2, onde a única diferença é a incorporação do processo de fadiga na propagação da fenda.

O objetivo deste estudo foi verificar a propagação de fenda a partir do processo de fadiga e comparar o número de ciclos utilizados para realizar uma propagação por simulação numérica, com o número de ciclos necessários para realizar a mesma propagação.

O número de ciclos necessários para um comprimento de propagação final ( $a_f$ ) é dado pela equação 4.8 [29].

$$N_f = \frac{a_f^{(-\frac{m}{2})+1} - a_i^{(-\frac{m}{2})+1}}{((-\frac{m}{2}) + 1) C (\Delta\sigma)^m \pi^{\frac{m}{2}} Y^m} \quad (4.8)$$

Onde  $a_f$  e  $a_i$  são os comprimentos final e inicial da fenda,  $m$  e  $C$  são constantes empíricas do material,  $\Delta\sigma$  é a variação da tensão,  $Y = f(\frac{a}{W})$  (equação 4.2, com  $a = 1$  mm).

As tensões máximas e mínimas necessárias para calcular o  $\Delta\sigma$  são calculadas através da equação 4.9 considerando a força máxima (7500 N) e mínima (750 N) do ensaio de fadiga, onde  $b$  é o braço do momento aplicado ( $b = 40$  mm),  $c = \frac{W}{2}$  e  $I = \frac{B \cdot W^3}{12}$  (ver figura 3.4) [44].

$$\sigma = \frac{F \cdot b \cdot c}{I} \quad (4.9)$$

Na tabela 4.11 apresentam-se os parâmetros  $m$  e  $C$  retirados das curvas de propagação, regime II, obtidas experimentalmente por Morgado [1] para probabilidades de sobrevivência de 5%, 10%, 50%, 90% e 95% para valores de  $\Delta FIT = 23 \text{ MPa}\sqrt{m}$  e  $\Delta FIT = 32 \text{ MPa}\sqrt{m}$ .

**Tabela 4.11:** Parâmetros  $C$  e  $m$  para diferentes probabilidade de sobrevivência [1].

Parâmetros	5%	10%	50%	90%	95%
$C$	7,56E-12	7,87E-12	9,55E-12	1,15E-11	1,20E-11
$m$	2,90	2,89	2,86	2,82	2,82

Uma vez que o presente estudo pretende analisar o comprimento final de propagação por simulação através do método XFEM, decidiu-se recorrer à equação 4.10 [29], para determinar o comprimento crítico de fenda ( $a_{crit}$ ), ou seja, o comprimento de fenda máximo para o qual, a partir deste, a propagação é crítica.

$$a_{crit} = \frac{1}{\pi} \left[ \frac{K_c}{Y \Delta\sigma} \right]^2 \quad (4.10)$$

Utilizando como parâmetros:  $K_c = 32 \text{ MPa}\sqrt{m}$ ,  $\Delta\sigma = 405 \text{ MPa}$  e  $Y = 0,6082$ , o comprimento crítico de fenda no instante da propagação ( $K = K_c$ ) foi  $a_{crit} = 5,37 \text{ mm}$ .

Após determinar o comprimento crítico de fenda, fica a falta determinar qual o comprimento da fenda para o limiar de propagação, considerando  $K \approx K_{th}$ . Através da equação 4.11, retirada da referência [29], é possível determinar o comprimento de fenda para o limiar de propagação ( $a_{th}$ ) utilizando o parâmetro  $K_{th} = 23 \text{ MPa}\sqrt{m}$ .

$$a_{th} = \frac{K_{th}^2}{Y^2 \Delta\sigma^2 \pi} \quad (4.11)$$

Após calcular o comprimento da fenda para o limiar de propagação, conclui-se que só as fendas com dimensões superiores a  $a_{th} = 2,77 \text{ mm}$  se propagam.

Tendo em consideração os valores de comprimento crítico de fenda e comprimento para o limiar de propagação, decidiu-se modelar uma fenda de 3 mm de comprimento ( $a_i = 3 \text{ mm}$ ), assegurando a presença da fenda modelada na zona de propagação estável, regime II da lei de Paris.

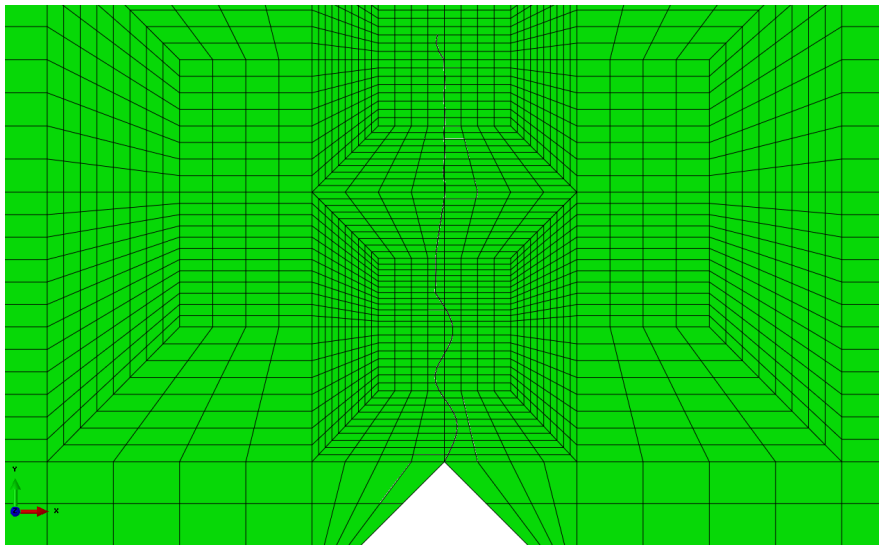
Através da equação 4.8, dos parâmetros  $C$  e  $m$  para diferentes probabilidade de sobrevivência e considerando  $a_f = 5 \text{ mm}$  e  $a_i = 3 \text{ mm}$ , foram calculados os números de ciclos que garantem a propagação (ver tabela 4.12).

**Tabela 4.12:** Ciclos necessários para propagação de 5 mm para diferentes probabilidades.

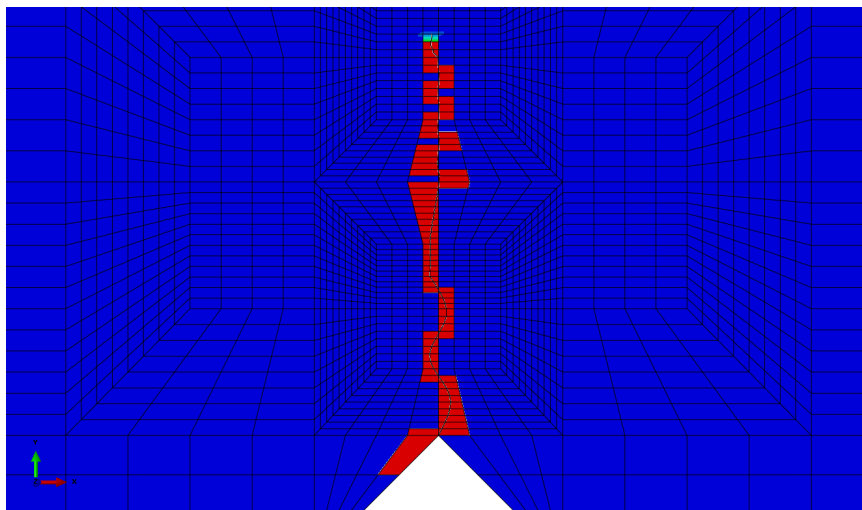
Probabilidades	5%	10%	50%	90%	95%
Ciclos	812,58	835,09	842,68	916,76	878,56

Após terem sido determinados os números de ciclos que garantem a propagação, através da equação 4.8 (ver tabela 4.12), procedeu-se à simulação por elementos finitos. A geometria de malha usada foi a mesma que foi utilizada na secção 4.1.1.2 (ver figura 4.24). Nesta simulação foi utilizada uma tensão admissível de 270 MPa no critério de dano e as condições de carregamento e fronteira referidas no início da secção 4.1.2.

A simulação foi realizada utilizando um modelo com material linear elástico, resultando um comprimento de fenda final de 5,092 mm para 1000 ciclos, como exemplificado nas figuras 4.30 e 4.31 onde é possível visualizar a propagação de fenda, bem como os elementos danificados, respectivamente.



**Figura 4.30:** Propagação de fenda para 1000 ciclos.



**Figura 4.31:** Visualização da propagação utilizando a ferramenta *STATUSXFEM*.

Analisando as simulações numéricas em fadiga, concluiu-se que:

- O método convencional permitiu obter valores de  $\Delta FIT$  bastante semelhantes aos obtidos experimentalmente por Morgado [1];
- O método convencional mostrou ser adequado para a simulação com fadiga realizada, confirmando conclusões descritas por Leitgeb [45];
- O programa conseguiu realizar uma propagação de fenda por fadiga num número de ciclos semelhante ao calculado analiticamente;
- Esta simulação mostrou as capacidades do método XFEM, tendo como base a teoria da mecânica da fratura linear elástica, na simulação de propagação de fendas por fadiga.

## 4.2 Ensaio de Flexão a 3D

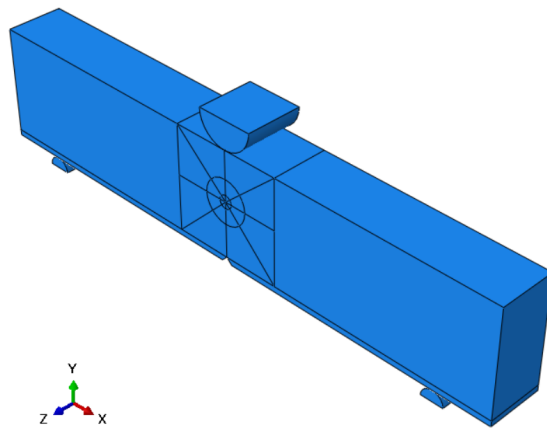
Nesta secção foram realizadas análises com o intuito de obter as soluções através de dois métodos: convencional e o XFEM. Os resultados obtidos foram posteriormente comparados com aqueles obtidos pelo modelo bidimensional. Foi ainda realizada a propagação de fenda através do método XFEM.

### 4.2.1 Método convencional

Uma vez que na análise tridimensional a metodologia é idêntica à utilizada na análise bidimensional, na realização deste procedimento foram utilizados a mesma geometria de malha, o mesmo comprimento de fenda e as mesmas condições fronteira. Contudo, nas simulações tridimensionais deve-se ter atenção não só ao contorno ideal, como também ao ponto da extremidade de fenda que oferece o valor ideal de contorno.

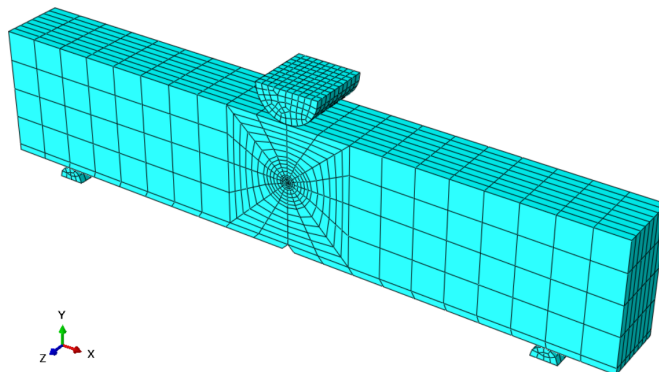
Na simulação tridimensional, tanto o método convencional como o XFEM calcula o Integral J e FIT através de um conjunto de contornos que são originados para cada ponto gerado na extremidade da fenda. Estes conjuntos de pontos gerados na extremidade da fenda estão relacionados com o número de divisões em profundidade que se cria na malha. Assim, para malhas de geometria estruturada, se a geometria for paralelepipedal e tiver  $i$  divisões em profundidade, então existirá  $i+1$  pontos gerados na extremidade da fenda. Estes pontos  $i+1$  irão originar  $n$  contornos, cada um com a sua estimativa de Integral J e FIT. Na figura 4.32 encontra-se a representação do modelo tridimensional utilizando o método convencional.

Tal como no modelo 2D, é importante determinar a influência que o refinamento da malha realiza nos resultados obtidos. Desta forma foram realizados alguns testes com diferentes graus de refinamento na zona de obtenção de resultados. Todas as simulações foram realizadas utilizando elementos hexaedros lineares de integração reduzida C3D8R no provete e elementos quadriláteros lineares R3D4 nos componentes que realizam a carga e o suporte do provete.

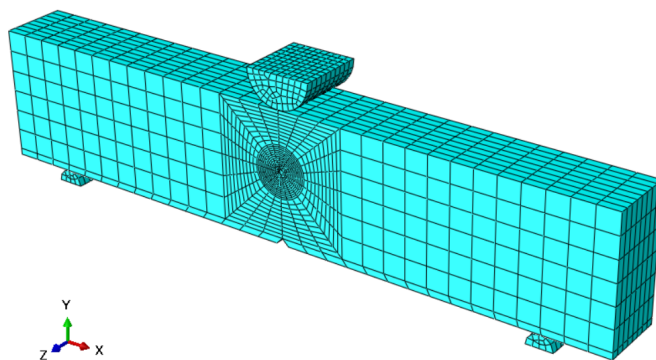


**Figura 4.32:** Modelo SENB 3D.

Nas figuras 4.33, 4.34 e 4.35 encontram-se representados os modelos utilizados no teste 1, 2 e 3, respetivamente.



**Figura 4.33:** Modelo 3D, Teste 1.



**Figura 4.34:** Modelo 3D, Teste 2.

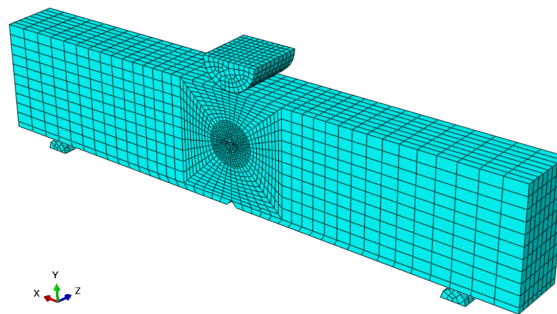


Figura 4.35: Modelo 3D, Teste 3.

Na tabela 4.13 encontra-se a descrição de cada teste, onde a principal diferença centra-se no refinamento da malha na zona da extremidade da fenda.

Tabela 4.13: Descrição dos testes utilizados.

Tipo de Malha	Nº Elementos	Tipo de elemento	Nº de Nós
Teste 1	2720	C3D8R	3375
Teste 2	5856	C3D8R	7002
Teste 3	10720	C3D8R	12582

Utilizando como referência o  $FIT_{Ref}$  dado pelas equações 4.1 e 4.2, foram realizados gráficos de comparação entre contornos, nós e respetivos valores de FIT obtidos através do método convencional. Os conjuntos de pontos gerados na extremidade da fenda foram definidos como 9, e para cada um desses pontos foram requeridos 10 contornos. Nas figuras 4.36, 4.37 e 4.38 encontram-se os gráficos referentes à comparação entre os FIT para diferentes contornos e nós, para os três testes referidos.

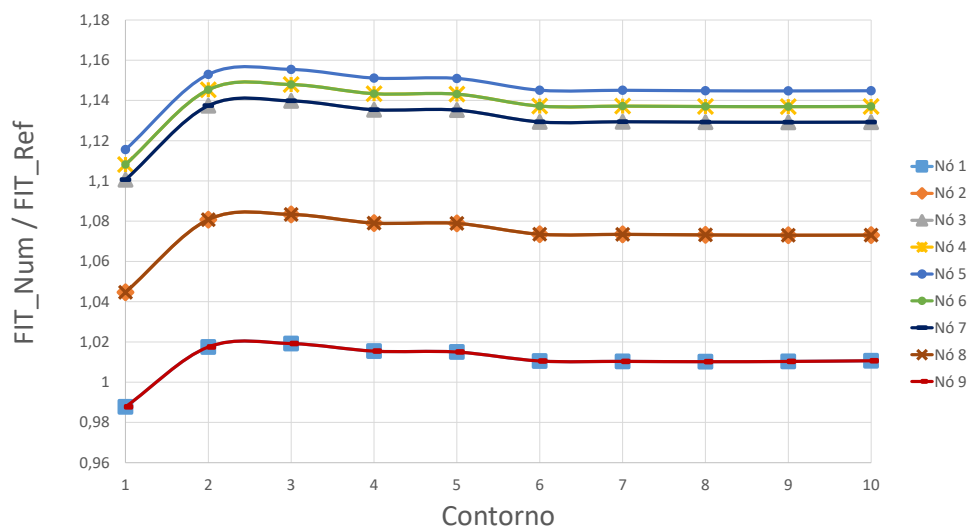


Figura 4.36: Relação entre FIT para diferentes nós, Teste 1.

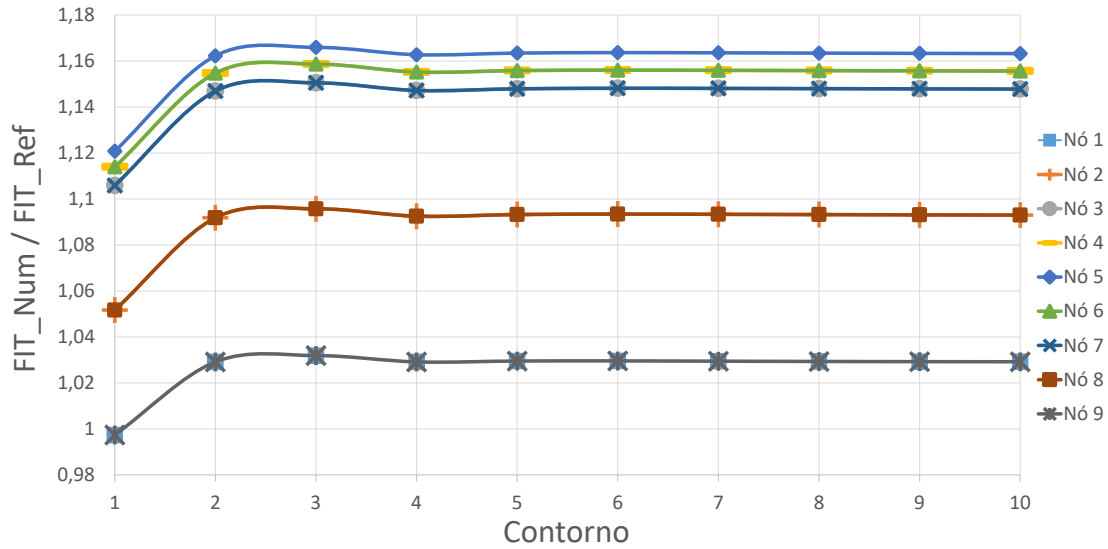


Figura 4.37: Relação entre FIT para diferentes nós, Teste 2.

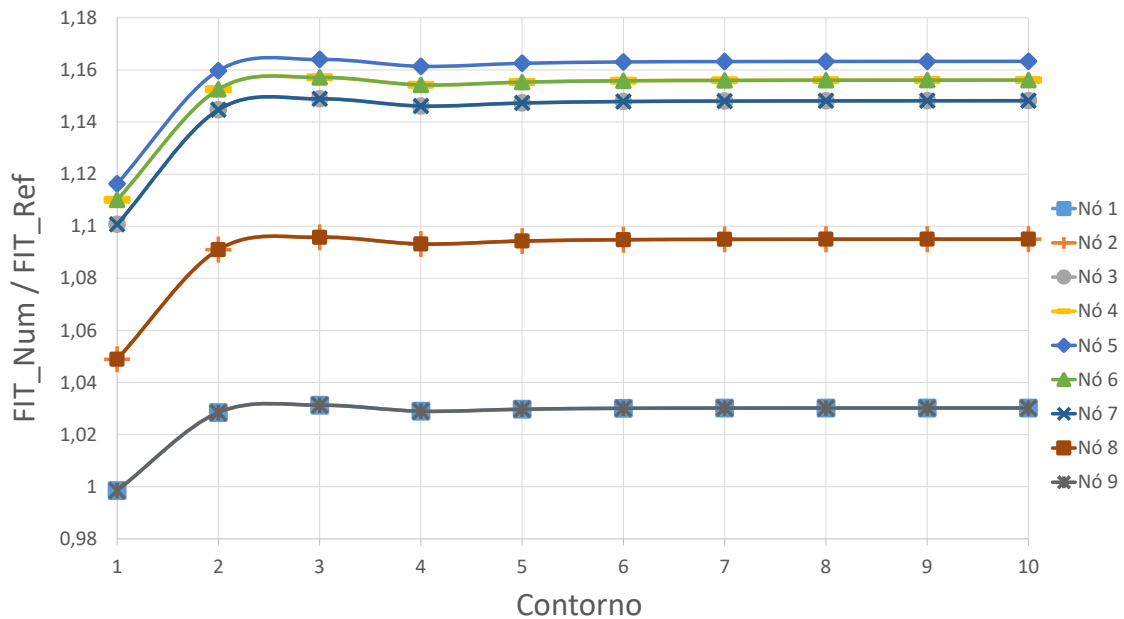


Figura 4.38: Relação entre FIT para diferentes nós, Teste 3.

Analisando as figuras anteriores pode-se concluir que a partir do contorno 3 os valores de FIT estabilizam, seja qual for o nó considerado, o que vai ao encontro de conclusões semelhantes ao de Cláudio [46]. Nos estudos de Silva [22] e Cláudio [46], o contorno 1 foi desprezado por apresentar um elevado erro associado, algo que nos estudos efetuados nesta dissertação não se verificou, pois o contorno 1 apresentou um valor de erro de 0%. Contudo, atendendo a que o manual do programa recomenda um número de contornos acima da unidade, com o objetivo de obter uma boa precisão e estabilidade de resultados,

nesta investigação optou-se por se desprezar os valores de FIT referentes ao primeiro contorno da teia. Os nós 1 e 9 apresentam valores de  $FIT_{Num}$  bastante semelhantes ao valor utilizado como referência, sendo os mais indicados para obter os valores das soluções necessárias para comparação com o modelo bidimensional. Por último, é de referir que o aumento do refinamento não influenciou significativamente os resultados, optando-se para simulações futuras o uso do modelo Teste 2, por este apresentar um menor custo computacional.

Com base nestas conclusões, foram determinadas as soluções de Integral J e FIT para o modelo Teste 2, utilizando os valores fornecidos pelo nó 9 e contorno 10. Nas tabelas 4.14 e 4.15 são comparadas as soluções obtidas nos modelos bidimensional e tridimensional.

**Tabela 4.14:** Comparação dos valores de FIT bidimensional e tridimensional.

Método Convencional	$FIT_{Num}$ [MPa.mm <sup>1/2</sup> ]	Erro [%]	$FIT_{Ref}$ [MPa.mm <sup>1/2</sup> ]	Erro [%]
Bidimensional	1774,744	3,539	1787,675	0,723
Tridimensional	1839,874		1787,675	2,918

**Tabela 4.15:** Comparação dos valores de Integral J bidimensional e tridimensional.

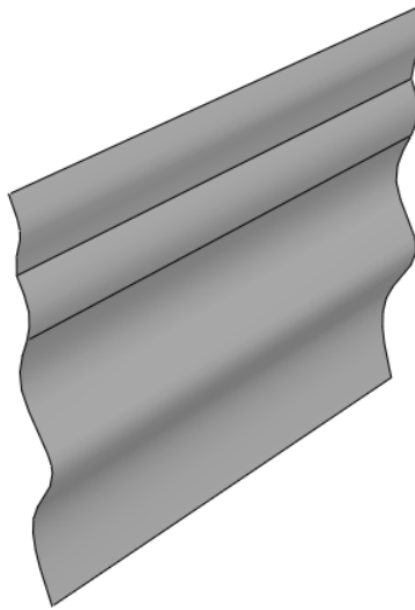
Método Convencional	$J_{Num}$ [N/mm]	Erro [%]
Bidimensional	15,216	2,244
Tridimensional	14,882	

#### 4.2.2 Método XFEM

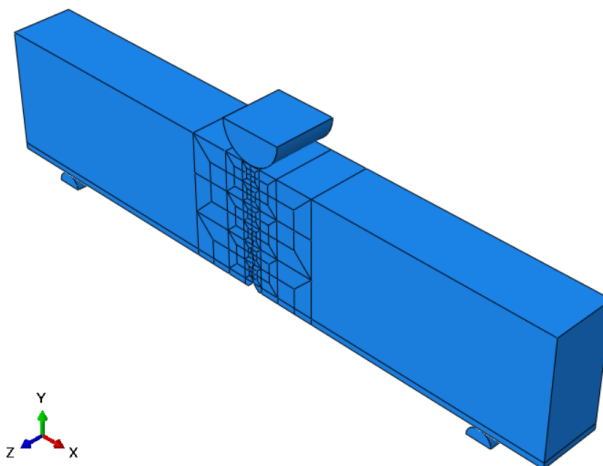
No estudo tridimensional recorrendo ao método XFEM, foi utilizada a mesma geometria de malha que no modelo bidimensional mas com um comprimento de fenda diferente. Como o objetivo é obter as soluções de Integral J e FIT através deste método e comparar com as restantes determinadas anteriormente, foi utilizada uma fenda de comprimento 10 mm como representado na figura 4.39.

O provete foi modelado utilizando uma espessura de 10 mm e uma subdivisão da mesma em 8 elementos com o objetivo de obter o conjunto de 9 nós gerados na extremidade da fenda. Tal como no método convencional, estes 9 nós irão originar 10 contornos cada um com a sua estimativa de Integral J e FIT. Na figura 4.40 encontra-se a representação do modelo 3D utilizado neste método.

Como o intuito é comparar as soluções com o método convencional em 3D e 2D, determinou-se quais os valores ideais para comparação. Desta forma determinou-se os contornos ideais requeridos ao programa e os nós gerados na extremidade da fenda que forneceram as melhores soluções de Integral J e FIT.



**Figura 4.39:** Fenda moldelada 3D.



**Figura 4.40:** Modelo 3D usado no método XFEM.

Procedeu-se ao estudo para determinar qual o número ideal de contornos a solicitar ao programa, visto que este método, para diferentes números de contornos requeridos, fornece diferentes valores de FIT e Integral J. Este estudo utilizou as especificações de elementos e nós representados na tabela 4.16, do modelo SENB representado na figura 4.41.

**Tabela 4.16:** Especificações do modelo utilizado no estudo dos contornos.

Nº Elementos	Nº Nós	Tipo de Elementos
6208	7479	C3D8R

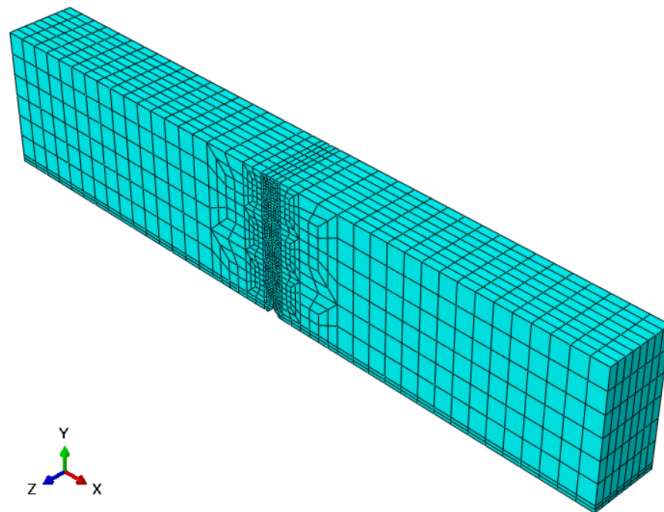


Figura 4.41: Modelo utilizado no estudo dos contornos.

O estudo consistiu em solicitar 5, 10, 15, 20 e 30 contornos ao programa, através do método XFEM, para obter valores de FIT nos 9 nós gerados na extremidade da fenda. Utilizando o FIT de referência, foram construídos gráficos para cada requisição de contornos comparando os valores de  $FIT_{Num}$  com o valor de  $FIT_{Ref}$ , para cada nó gerado na extremidade da fenda. Nas figuras 4.42, 4.43, 4.44, 4.45 e 4.46 é possível visualizar a relação entre o  $FIT_{Num}$  e o  $FIT_{Ref}$  para cada conjunto de contornos: 5, 10, 15, 20 e 30, respectivamente. Estes gráficos foram realizados utilizando os valores de FIT que o programa forneceu para cada contorno dos 9 nós originados na extremidade da fenda. Os valores de  $FIT_{Num}$  foram relacionados com o  $FIT_{Ref}$  de modo a obter o nó ideal, ou seja, o melhor valor numérico.

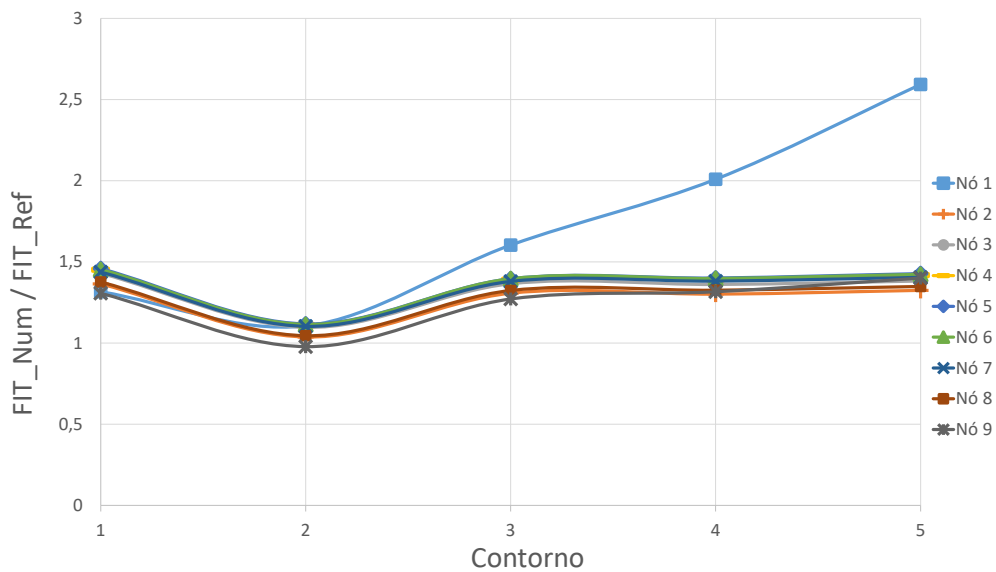


Figura 4.42: Valores de FIT para 5 contornos requeridos ao programa.

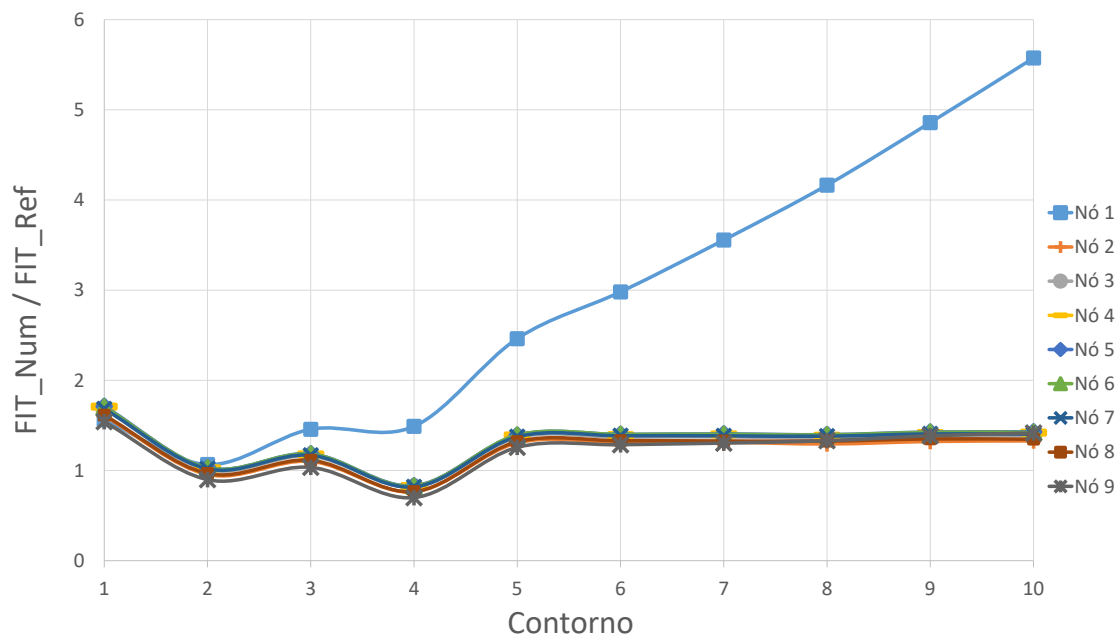


Figura 4.43: Valores de FIT para 10 contornos requeridos ao programa.

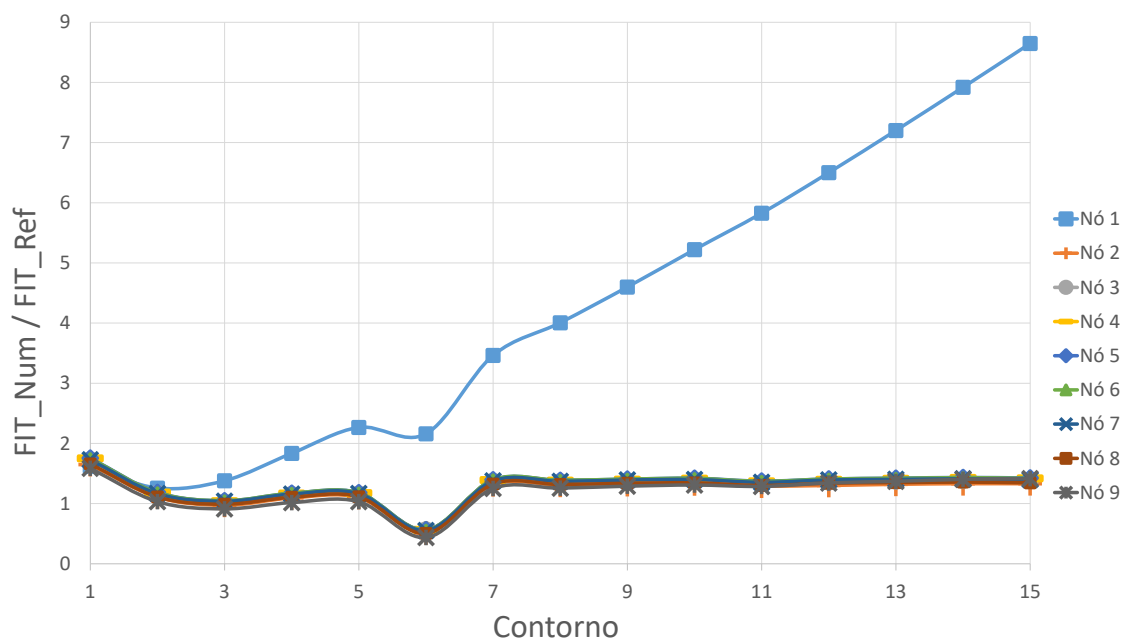


Figura 4.44: Valores de FIT para 15 contornos requeridos ao programa.

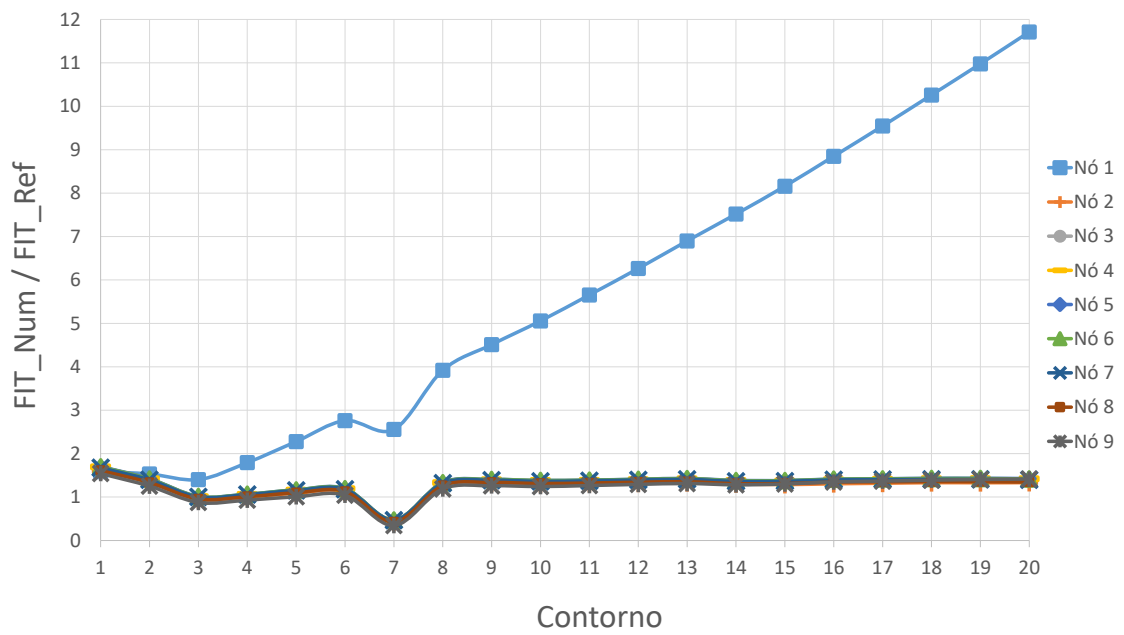


Figura 4.45: Valores de FIT para 20 contornos requeridos ao programa.

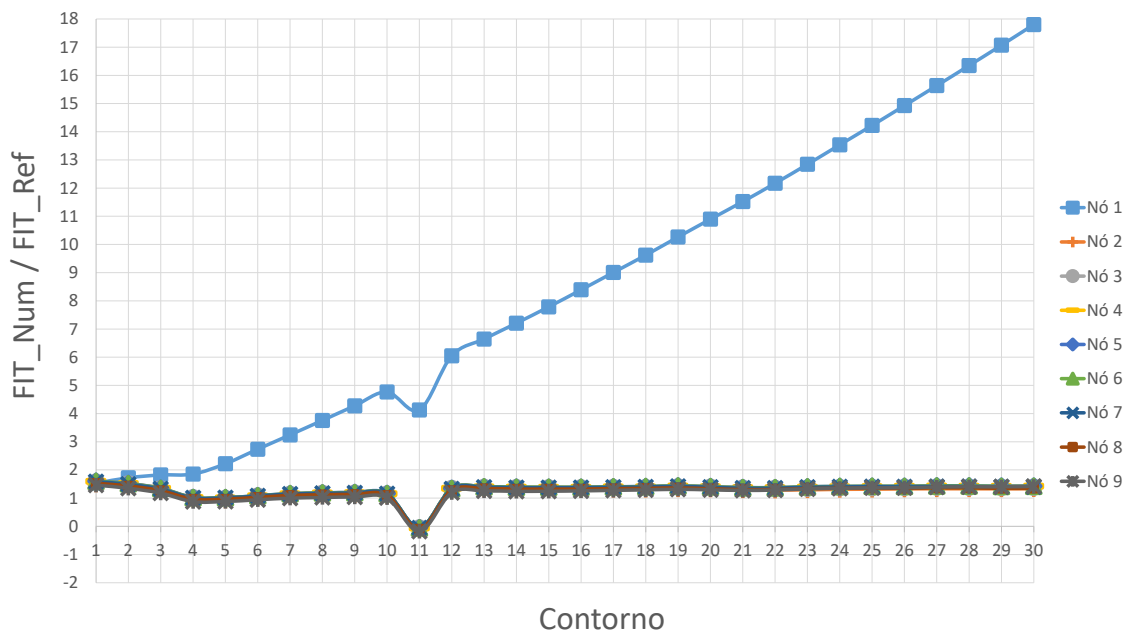


Figura 4.46: Valores de FIT para 30 contornos requeridos ao programa.

Para determinar qual o nó ideal de cada conjunto de contornos que fornece valores semelhantes entre  $FIT_{Num}$  e  $FIT_{Ref}$ , foi realizada uma tabela (tabela 4.17) onde é possível visualizar uma média da relação entre o  $FIT_{Num}$  e  $FIT_{Ref}$  para cada nó gerado entre o conjunto de contornos: 5, 10, 15, 20 e 30.

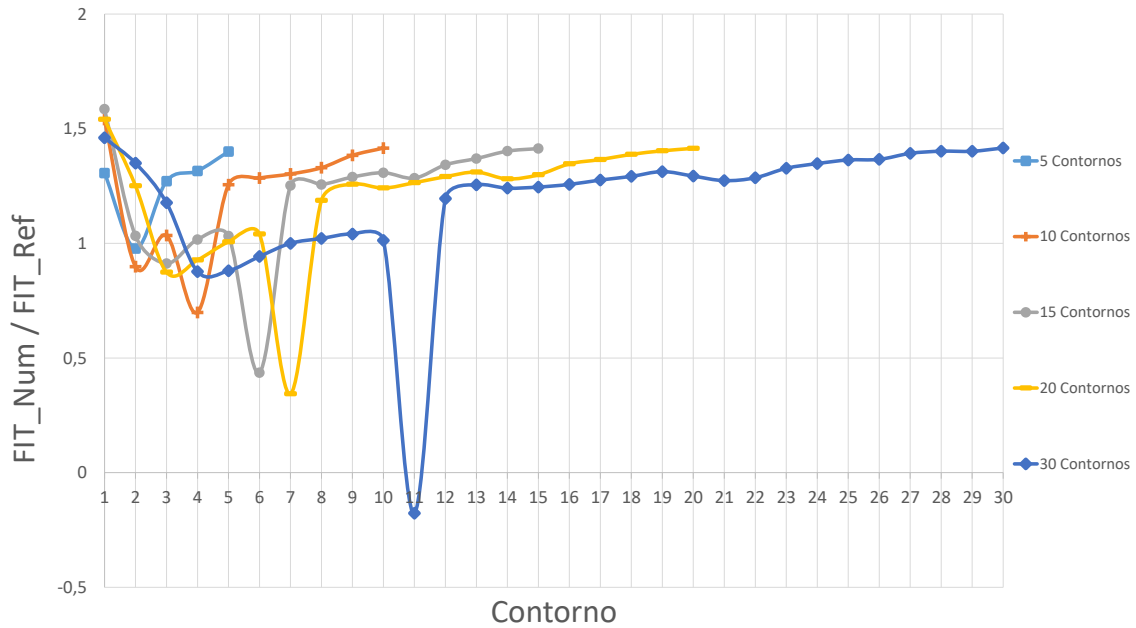
**Tabela 4.17:** Relação entre o  $FIT_{Num}$  e  $FIT_{Ref}$  para cada nó gerado.

Nós gerados	$FIT_{Num} / FIT_{Ref}$				
	5 Contornos	10 Contornos	15 Contornos	20 Contornos	30 Contornos
Nó 1	1,725141	2,916252	4,259213	5,661412	8,466868
Nó 2	1,266855	1,230126	1,217409	1,226742	1,212668
Nó 3	1,326655	1,288576	1,273797	1,282159	1,267113
Nó 4	1,35186	1,312149	1,296915	1,305358	1,2897
Nó 5	1,360098	1,320759	1,305663	1,31418	1,298362
Nó 6	1,357009	1,317226	1,302385	1,310912	1,295329
Nó 7	1,340822	1,302102	1,287594	1,296342	1,281037
Nó 8	1,283564	1,246269	1,233596	1,242977	1,228517
Nó 9	1,254418	1,214482	1,195592	1,20187	1,184432

Através da tabela 4.17 e das figuras 4.43, 4.44, 4.45 e 4.46 é possível concluir que:

- O nó 1 fornece um valor médio bastante elevado para qualquer conjunto de contornos;
- O nó 9 fornece o valor médio da relação entre  $FIT_{Num}$  e  $FIT_{Ref}$  mais próximo da unidade;
- O aumento do número de contornos requeridos ao programa de 15 para 30 contornos não influencia significativamente a relação entre  $FIT_{Num}$  e  $FIT_{Ref}$ .

Após a determinação do nó ideal (nó 9) que fornece valores semelhantes entre  $FIT_{Num}$  e  $FIT_{Ref}$ , determinou-se o conjunto de contornos ideal a solicitar ao programa. A figura 4.47 apresenta a relação entre  $FIT_{Num}$  e  $FIT_{Ref}$  para cada conjunto de contornos utilizando somente os valores do nó 9.



**Figura 4.47:** Valores de FIT para diferentes contornos requeridos ao programa.

Através da análise da figura 4.47 pode concluir-se que:

- O contorno 1 não deve ser desprezado, pois verifica-se que o comportamento das curvas, tendo em conta todos os contornos, é semelhante (apresentando duas descontinuidades, mais acentuadas com o aumento de requisição de contornos);
- À medida que o número de contornos aumenta, o valor da relação  $FIT_{Num}/FIT_{Ref}$  tende a um ligeiro aumento, o que é expectável dado que à medida que o número de contornos aumenta, o raio relativamente à extremidade da fenda tende a aumentar, contribuindo assim para soluções cada vez mais dispersas;
- À exceção do conjunto de contornos 5 e 10, os conjuntos 15, 20 e 30 fornecem valores bastante satisfatórios da relação  $FIT_{Num}/FIT_{Ref}$ ;
- O conjunto de 30 contornos fornece uma maior estabilidade de resultados, mais concretamente entre o contorno 6 e 10, pelo que será o conjunto de contornos ideal a pedir ao programa.

Desta forma utilizou-se o conjunto de 30 contornos e o valor com melhor aproximação entre os contornos 6 e 10, de modo a realizar uma comparação com os valores obtidos através do método convencional e os valores de referência. Na tabela 4.18 utilizou-se o contorno 7 do conjunto de 30 contornos para realizar a comparação entre os dois métodos utilizados na análise tridimensional, convencional 3D e XFEM, por ser o que apresenta a melhor relação  $FIT_{Num}/FIT_{Ref}$ .

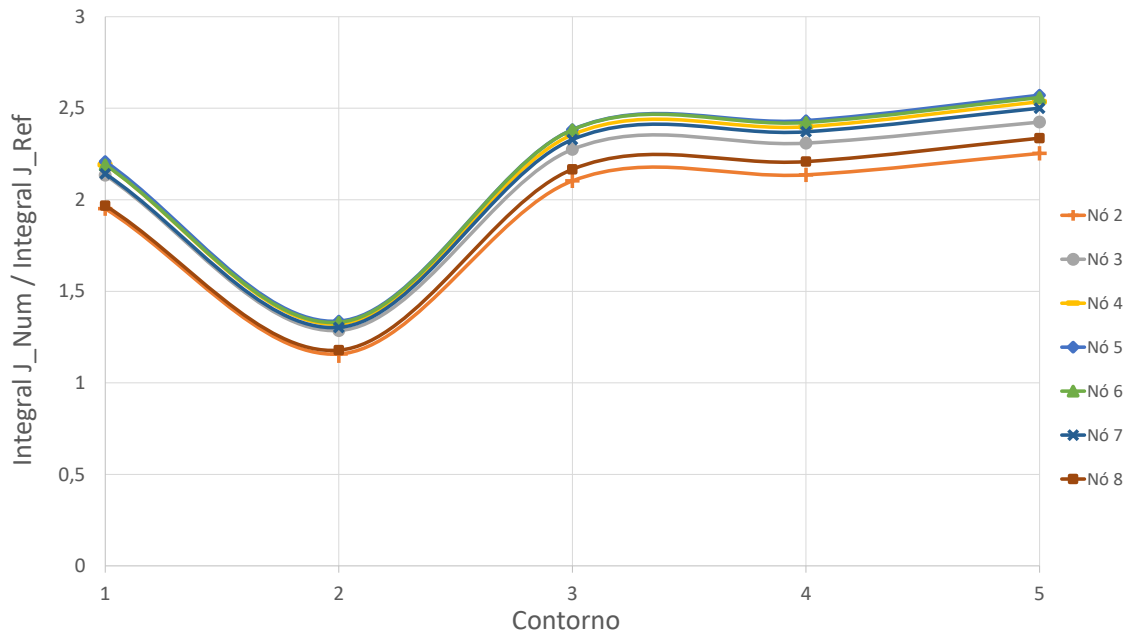
Através da tabela 4.18 pode-se concluir que o valor de  $FIT_{Num}$  obtido através de XFEM apresenta um erro aproximadamente nulo, o que descreve bem a capacidade deste método.

**Tabela 4.18:** Comparação dos valores de FIT tridimensional.

Método	$FIT_{Num}$ [MPa.mm <sup>1/2</sup> ]	Erro [%]	$FIT_{Ref}$ [MPa.mm <sup>1/2</sup> ]	Erro [%]
Convencional 3D	1839,874	2,907	1787,675	2,918
XFEM	1787,897		1787,675	0,011

Como o valor obtido é bastante aceitável, considerou-se não ser relevante efetuar mais estudos de convergência de resultados.

Para a determinação do valor de Integral J foi realizado o mesmo estudo tendo em consideração um valor de Integral J de referência. Como o objetivo é obter a melhor solução fornecida pelo programa, e sabendo que o Integral J se calcula através do  $FIT_{Num}$ , a primeira opção lógica seria utilizar o valor fornecido pelo nó 9 do conjunto 30. Contudo, neste estudo é possível verificar que ao contrário do obtido anteriormente (ver estudo do FIT tridimensional), os valores do nó 9 divergiram em relação aos outros nós. Portanto, assumindo a mesma metodologia aplicada no estudo do FIT, foi considerado o nó que apresenta o valor de relação  $J_{Num}/J_{Ref}$  mais próximo da unidade. Nas figuras 4.48, 4.49, 4.50, 4.51 e 4.52 é possível visualizar a relação  $J_{Num}/J_{Ref}$  para cada conjunto de contornos: 5, 10, 15, 20 e 30, respetivamente.



**Figura 4.48:** Valores de J para 5 contornos requeridos ao programa.

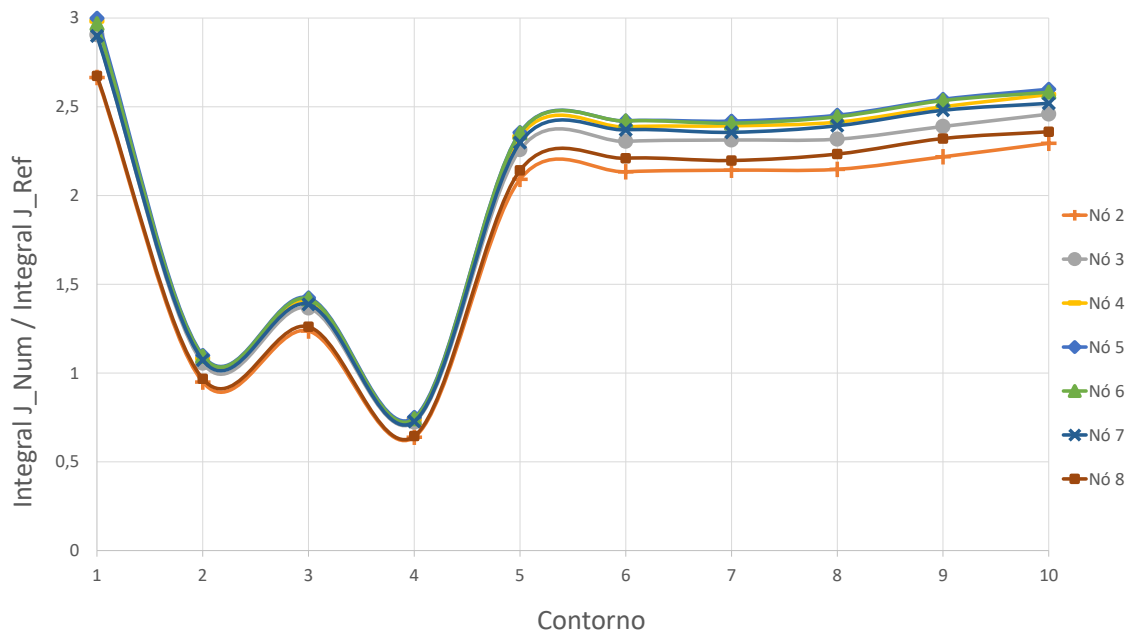


Figura 4.49: Valores de J para 10 contornos requeridos ao programa.

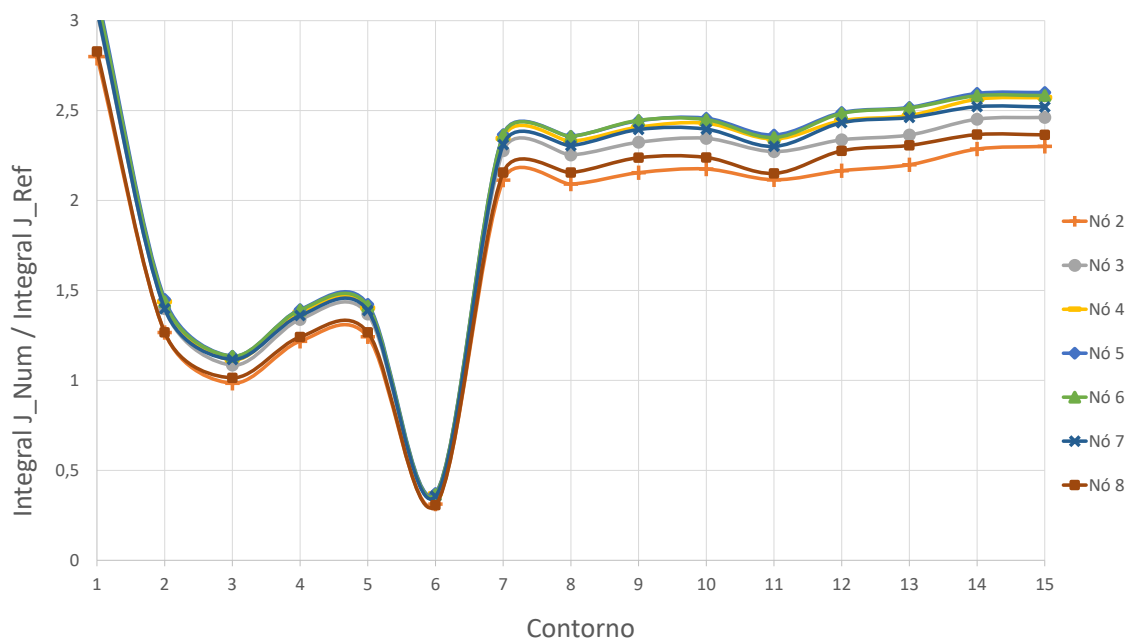


Figura 4.50: Valores de J para 15 contornos requeridos ao programa.

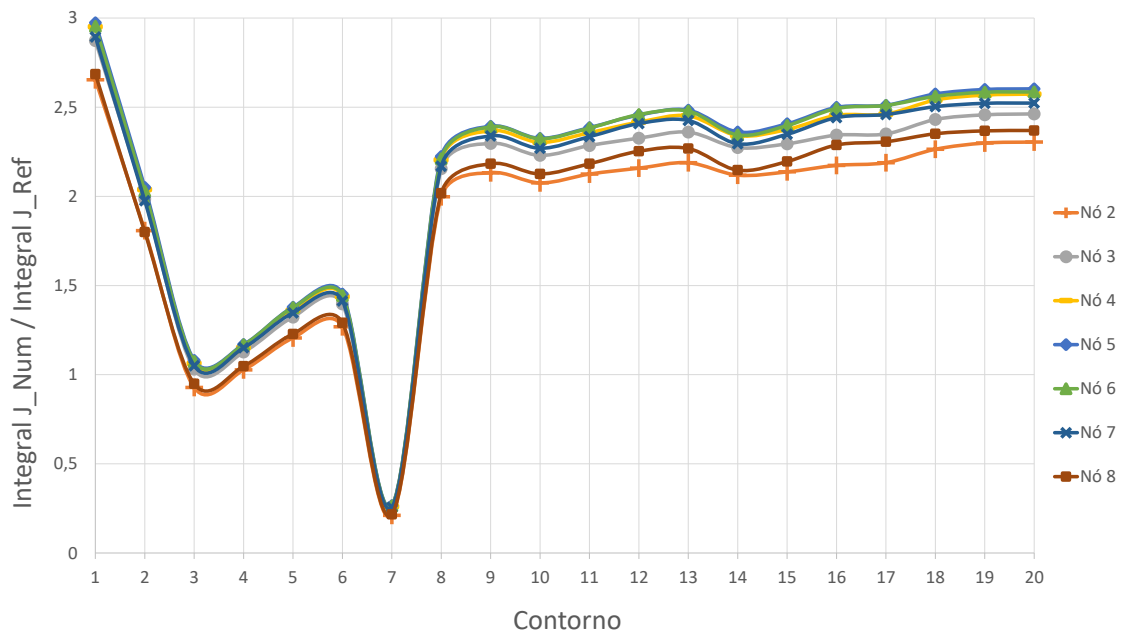


Figura 4.51: Valores de J para 20 contornos requeridos ao programa.

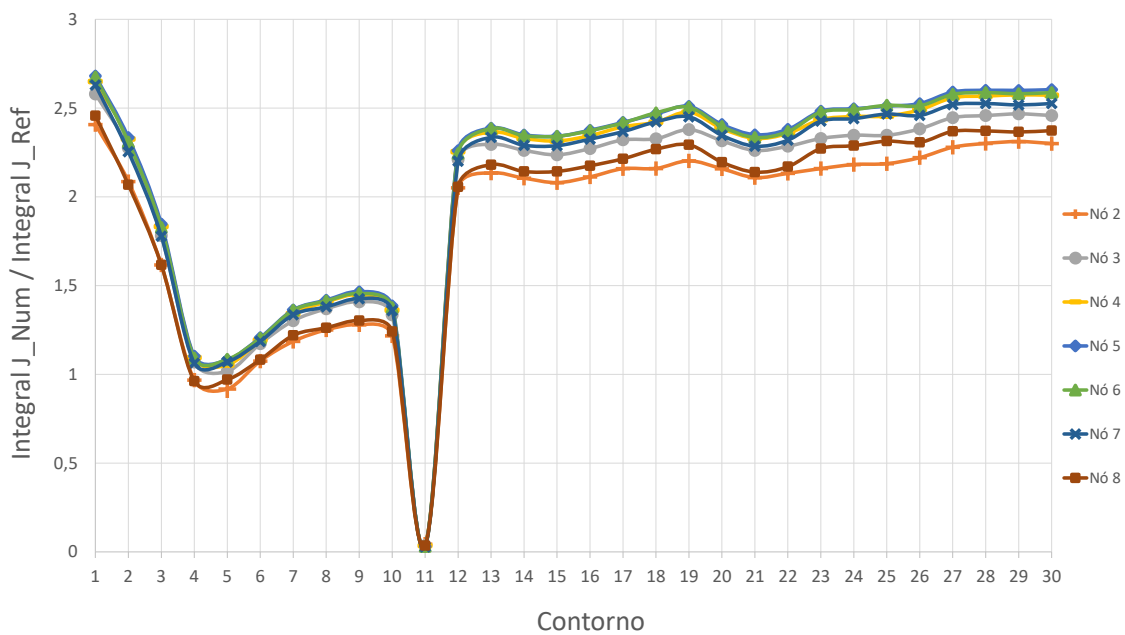


Figura 4.52: Valores de J para 30 contornos requeridos ao programa.

De seguida, à semelhança do que foi efetuado para o estudo do FIT, foi determinado qual o nó ideal de cada conjunto de contornos que fornece valores semelhantes entre  $J_{Num}$  e  $J_{Ref}$ . Desta forma foi realizada na tabela 4.19 uma média da relação entre o  $J_{Num}$  e  $J_{Ref}$  para cada nó gerado entre o conjunto de contornos: 5, 10, 15, 20 e 30.

**Tabela 4.19:** Relação entre o  $J_{Num}$  e  $J_{Ref}$  para cada nó gerado.

Nós gerados	$J_{Num} / J_{Ref}$				
	5 Contornos	10 Contornos	15 Contornos	20 Contornos	30 Contornos
Nó 1	14,60219	23,53525	37,14055	57,62542	111,3117
Nó 2	1,920364	1,851912	1,828146	1,863318	1,846249
Nó 3	2,085858	2,0093954	1,978894	2,012744	1,991802
Nó 4	2,160532	2,081077	2,048819	2,083914	2,06079
Nó 5	2,186459	2,106004	2,074429	2,109601	2,085911
Nó 6	2,177002	2,096746	2,066	2,101288	2,078208
Nó 7	2,129045	2,050504	2,021333	2,056279	2,034465
Nó 8	1,971473	1,901072	1,878243	1,913647	1,895627
Nó 9	6,392313	5,274947	4,92443	5,627721	5,182375

Através da análise da tabela 4.19 e das figuras 4.48, 4.49, 4.50, 4.51 e 4.52 é possível concluir que:

- À medida que o número de contornos aumenta, o valor da relação  $J_{Num}/J_{Ref}$  tende a aumentar;
- Os nós 1 e 9 foram excluídos das figuras por apresentarem uma divergência acentuada nos valores de  $J_{Num}/J_{Ref}$ ;
- O aumento do número de contornos requeridos ao programa de 15 para 30 não influencia significativamente os resultados;
- Os nós 2 e 8 apresentam o melhor valor médio de relação  $J_{Num}/J_{Ref}$ ;
- O nó 2 do conjunto de 15 contornos fornece o menor valor médio de relação  $J_{Num}/J_{Ref}$ ;
- De modo a comparar valores de  $J_{Num}$  através do XFEM serão utilizados os valores do nó 2 por este fornecer melhores resultados.

Após determinar qual o nó ideal que fornece o menor valor médio da relação  $J_{Num}/J_{Ref}$ , determinou-se qual o conjunto de contornos ideal a pedir ao programa.

A figura 4.53 demonstra a relação entre  $J_{Num}$  e  $J_{Ref}$  para cada conjunto de contornos utilizando somente os valores do nó 2.

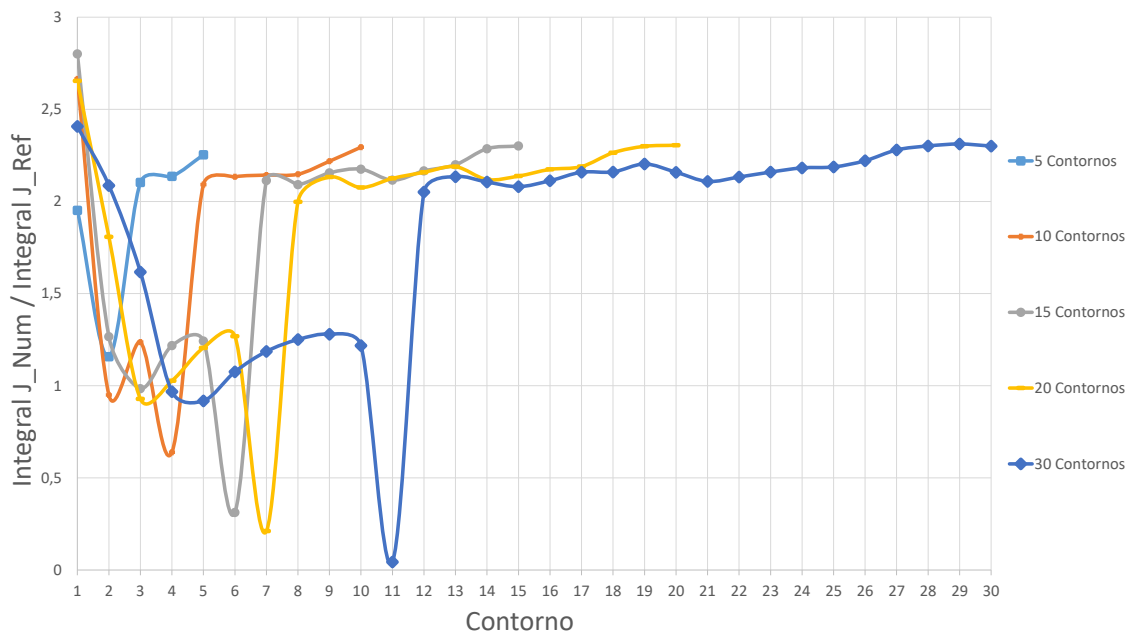


Figura 4.53: Valores de Integral J do nó 2 para diferentes contornos requeridos ao programa.

Através da análise da figura 4.53 pode-se concluir que:

- O facto de se aumentar o número de contornos requeridos ao programa não melhora significativamente a relação  $J_{Num}$  e  $J_{Ref}$ ;
- À medida que o número de contornos aumenta, o valor da relação  $J_{Num}$  e  $J_{Ref}$  tende a aumentar, o que é expectável dado que à medida que o número de contornos aumenta, o raio relativamente à extremidade da fenda tende a aumentar, contribuindo assim para soluções cada vez menos precisas;
- Os conjuntos 15, 20 e 30 fornecem valores bastante satisfatórios de  $J_{Num}$ ;
- O conjunto de 15 contornos fornece o valor mais próximo da unidade da relação  $J_{Num}/J_{Ref}$ , mais concretamente o contorno 3, pelo que será o conjunto de contornos ideal a pedir ao programa, como previsto por análise da tabela 4.19.

De seguida, procedeu-se à comparação entre os valores obtidos através do método XFEM com os valores obtidos através do método convencional e analítico (tabela 4.20), para o contorno 3 do conjunto de 15 contornos.

Tabela 4.20: Comparação dos valores de Integral J tridimensional.

Método	$J_{Num}$ [N/mm]	Erro [%]	$J_{Ref}$ [N/mm]	Erro [%]
Convencional 3D	14,882	7,646	14,049	5,922
XFEM	13,825		14,049	1,601

Os valores obtidos através do modelo bidimensional e tridimensional utilizando os métodos convencional e XFEM, apresentam-se sob a forma de tabela para uma melhor compreensão (ver tabela 4.21).

**Tabela 4.21:** Comparação dos valores obtidos e respectivo erro associado.

Método	$J_{Num}$ [N/mm]	$J_{Ref}$ [N/mm]	Erro (%)	$FIT_{Num}$ [MPa.mm <sup>1/2</sup> ]	$FIT_{Ref}$ [MPa.mm <sup>1/2</sup> ]	Erro (%)
Convencional 2D	15,216	15,439	1,444	1774,744	1787,675	0,723
Convencional 3D	14,882	14,049	5,922	1839,874	1787,675	2,918
XFEM	13,825	14,049	1,601	1787,897	1787,675	0,011

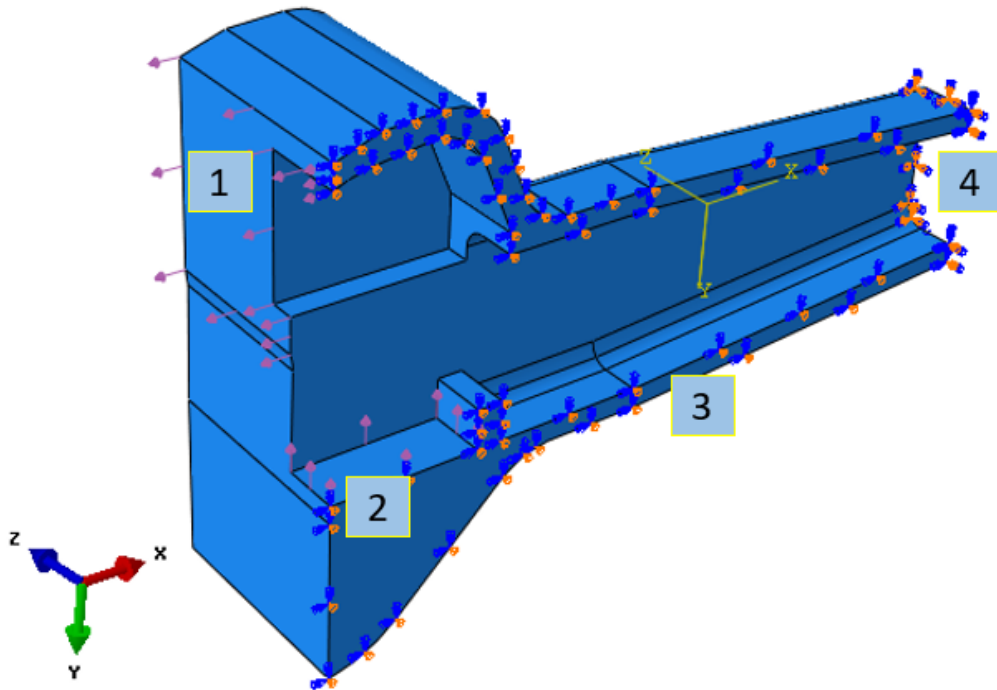
Da observação da tabela 4.21, e comparando os valores de  $J_{Num}$  e  $FIT_{Num}$  obtidos através dos dois métodos, observa-se que estes apresentam uma boa concordância de valores tendo em consideração os valores de referência, realçando o facto do XFEM apresentar uma melhor precisão de resultados que o método convencional. É importante realçar que o método XFEM comprovou ser um método bastante eficaz, não só em propagação de fenda, como em análises de obtenção de soluções de Integral J e FIT.

### 4.3 Estudo do Componente Ferroviário

Como mencionado na secção 3.2, o objetivo deste caso de estudo é a determinação da propagação de fenda proveniente de um poro embebido no componente. Este poro, com 0,98 mm de comprimento (figura 3.8), foi embebido na zona de maior concentração de tensões do componente ferroviário (figura 3.5).

De modo a atingir este objetivo foi efetuado, numa primeira fase, um estudo para confirmar a zona de maior concentração de tensões. Usando o componente ferroviário simplificado (figuras 3.6 e 3.7) recriaram-se as solicitações em serviço. Na extremidade do engate foi aplicado um encastramento e na sua extremidade contrária foi aplicada uma pressão de modo a simular o esforço axial. Como foi utilizado o modelo simplificado, teve de se ter em consideração as condições de simetria, e portanto, utilizou-se uma pressão de compensação do momento fletor aplicado no encastramento. O valor da pressão uniformemente distribuída na designada cabeça do engate foi de 20,8 MPa (zona 1 da figura 4.54). Este valor de pressão foi obtido dividindo a força máxima admissível, de 250 toneladas pelo coeficiente de 3 e pela área de aplicação da força [1]. A pressão de compensação do momento fletor aplicado no encastramento foi obtida por equilíbrio dos momentos, de forma a obter um momento fletor nulo na zona do encastramento. O valor da pressão de compensação foi de 1,2 MPa. Na figura 4.54, é possível visualizar o componente ferroviário simplificado com as condições fronteira e de carregamento: a cabeça do engate (zona 1), a região onde foi aplicada a tensão de compensação (zona 2), as condições de simetria (zona 3) e as condições de encastramento (zona 4). Para determinar

o sítio indicado para colocar o poro reconstruído, foi realizada uma simulação no regime elasto-plástico assumindo as condições fronteira e carregamento atrás referidas.



**Figura 4.54:** Componente ferroviário simplificado com as condições fronteira e de carregamento.

Nas simulações numéricas efetuadas foram dados os valores das propriedades mecânicas do material do engate (aço vazado ASTM A148 90-60), ou seja, o módulo de Young,  $E = 207$  GPa, coeficiente de Poisson,  $\nu = 0,3$ , e as propriedades mecânicas do material em regime plástico (ver tabela 4.22) definidas de acordo com a curva tensão-extensão (equação 4.12) dos resultados obtidos por Morgado no ensaio experimental [1].

$$\sigma = 1119\varepsilon^{0,1823} \quad (4.12)$$

**Tabela 4.22:** Propriedades mecânicas do material em regime plástico.

$\sigma$ [MPa]	$\varepsilon$
348	0
480	0,01
550	0,02
590	0,03
620	0,04
650	0,05

### 4.3.1 Análise de distribuição de tensões

Na análise de distribuição de tensões foi utilizada uma malha de elementos finitos como a representada na figura 4.55, com as características de malha apresentadas na tabela 4.23.

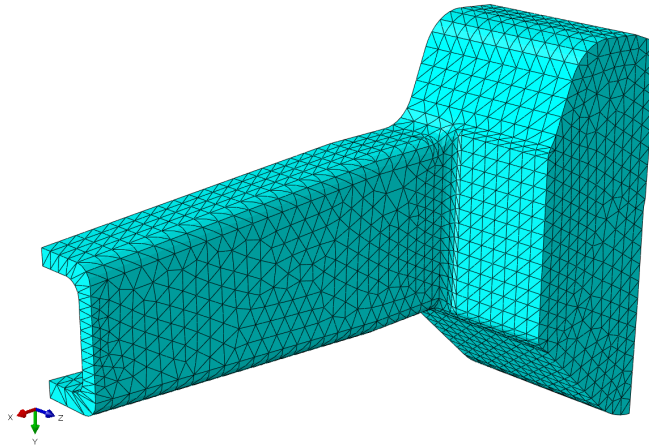


Figura 4.55: Componente ferroviário simplificado com a malha de elementos finitos.

Tabela 4.23: Características da malha utilizada na análise estática.

Tipo de elementos	Nº Elementos	Nº Nós
C3D10	17890	28576

Nas figuras 4.56 e 4.57, é possível visualizar os resultados das distribuições de tensões de Von-Mises no modelo.

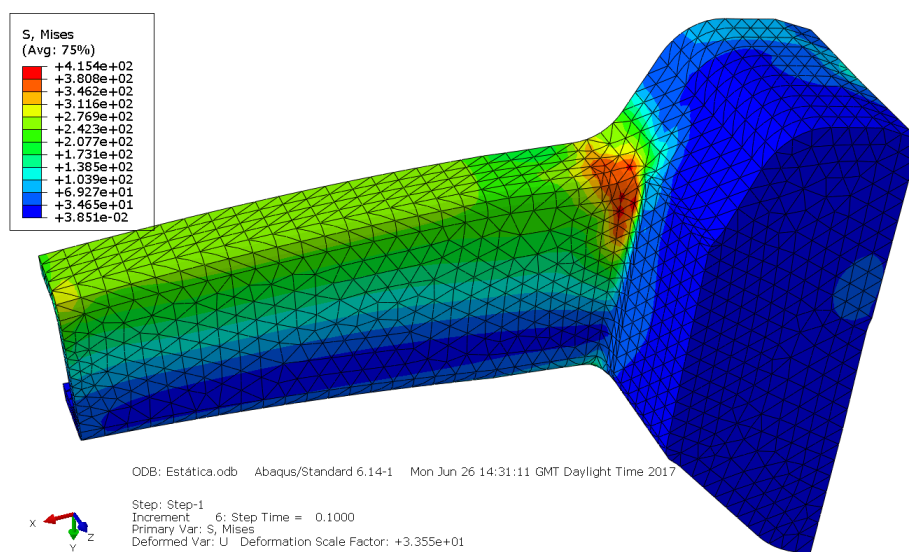


Figura 4.56: Distribuição da tensão equivalente de Von-Mises, face superior do modelo do engate.

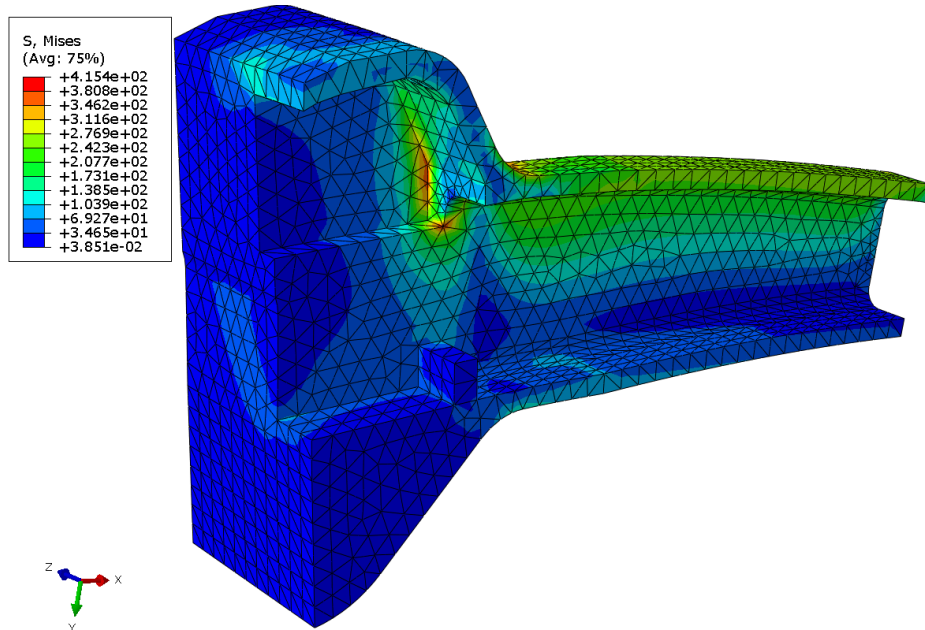


Figura 4.57: Distribuição da tensão equivalente de Von-Mises, face interior do modelo do engate.

Através das figuras 4.56 e 4.57 é possível visualizar as zonas com valores máximos de tensão equivalente de Von-Mises do modelo. Tal como constatado por Morgado [1] existiram duas zonas onde se atingiram tensões máximas, pormenor X (figura 4.58) e Y (figura 4.59).

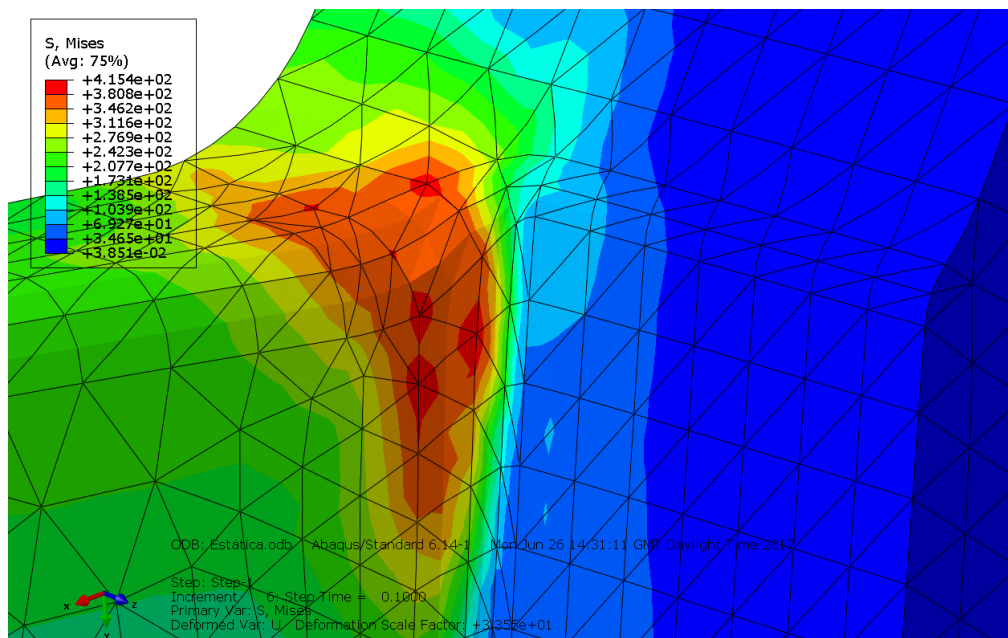


Figura 4.58: Distribuição da tensão equivalente de Von-Mises, pormenor X.

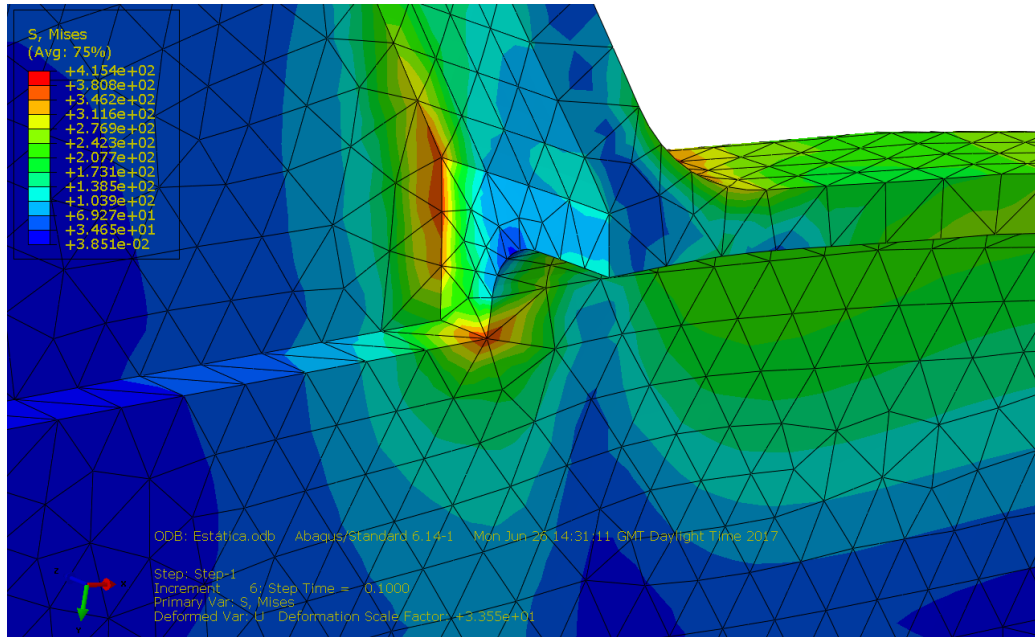


Figura 4.59: Distribuição da tensão equivalente de Von-Mises, pormenor Y.

Expectavelmente, o início e propagação de fenda deverá ocorrer na zona que verificar maior valor de tensão de Von-Mises. Assim, e através da observação das figuras 4.58 e 4.59, conclui-se que a zona com maior concentração de tensões é a zona identificada pelo pormenor X, atingindo uma tensão de Von-Mises de 415 MPa.

#### 4.3.2 Análise sem defeito de fabrico

Após ter sido determinada a zona de concentração de tensões, foi incorporada uma fenda em quarto de elipse como Morgado [1] visualizou através de macrografia (ver figura 4.60). Através desta fenda é possível realizar uma simulação numérica de propagação para determinar, tendo em consideração as condições de carregamento e fronteira, o caminho de propagação que se desenvolve.

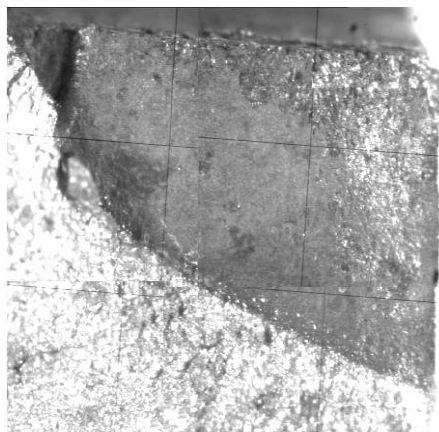


Figura 4.60: Macrografia da fenda em quarto de elipse presente no componente [1].

A fenda apresentou uma geometria de quarto de elipse com o fator de forma exemplificado na equação 4.13, onde  $a$  é o comprimento da fenda e  $c$  a profundidade da fenda.

$$\frac{a}{2c} = 0,75 \quad (4.13)$$

Considerando a equação 4.13 e admitindo um comprimento  $a = 10$  mm, obtém-se uma profundidade de  $c = 6,67$  mm, tal como se pode visualizar na fenda em quarto de elipse da figura 4.61.

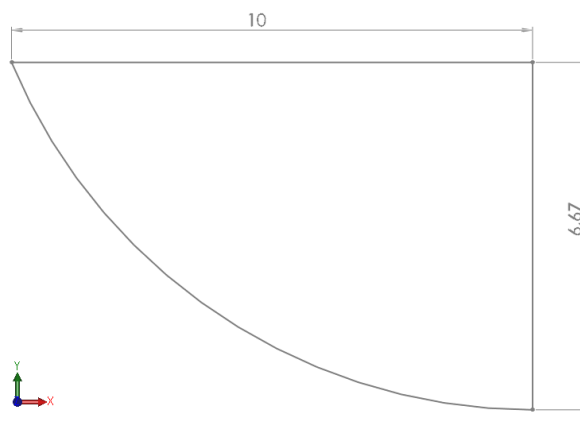


Figura 4.61: Dimensões da fenda modelada.

#### 4.3.2.1 Simulação sem defeito de fabrico

Nesta simulação foi utilizado o método XFEM e tido em consideração que o componente modelado é uma aproximação do componente original com problemas de integridade estrutural. Assumindo esses problemas, foi considerada uma tensão admissível de 270 MPa no critério de dano essencial na propagação da fenda. Na figura 4.62 é possível visualizar a introdução da fenda em quarto de elipse na zona de maior concentração de tensões.

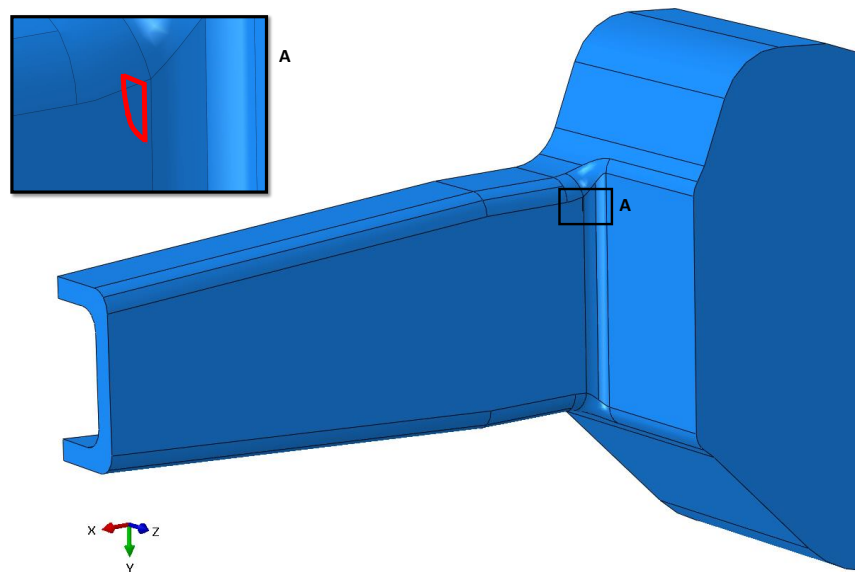
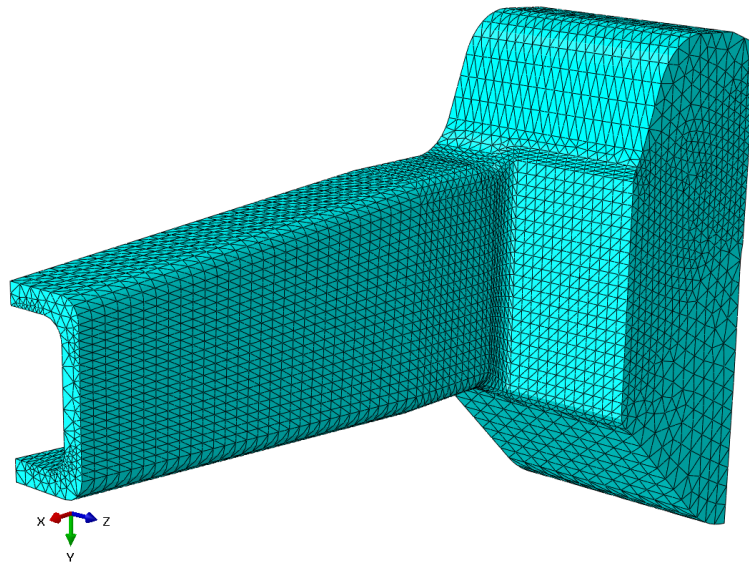


Figura 4.62: Fenda em quarto de elipse incorporada no componente.

Uma vez que, no modelo elasto-plástico, o programa nem sempre consegue realizar o cálculo da plasticidade, devido ao incremento que é utilizado para realizar a deformação, neste trabalho foi considerado, em primeiro lugar, as simulações de propagação de fenda no componente em regime elástico. Em simulações considerando regime elasto-plástico é necessário um maior cuidado na definição dos incrementos a utilizar no programa, para que a simulação se desenvolva sem qualquer tipo de avisos referentes ao cálculo da plasticidade.

Em ambas as simulações foram realizadas propagações de fenda através do método XFEM, o que leva na maioria dos casos a problemas de convergência de resultados, especialmente em simulações que incluem evolução do dano. Um modo de ajudar o programa a atingir a convergência é utilizar a estabilização viscosa tal como foi referenciado na secção 2.7.3. Para usar adequadamente esta ferramenta é necessário realizar várias simulações para encontrar um equilíbrio entre a convergência e a influência da estabilização viscosa nos resultados. Por essa razão foram realizadas várias simulações tanto com o modelo elástico, como com o elasto-plástico, com o objetivo de alcançar esse equilíbrio. Por vezes, no cálculo da plasticidade é necessário refinar a malha na zona de propagação de fenda para que o programa consiga realizar a simulação sem qualquer problema. Desta forma, na figura 4.63 é possível visualizar a representação da malha de elementos finitos utilizada em ambas as simulações.

Tanto em simulações com o modelo elástico como com o elasto-plástico foram utilizadas as características de malha representadas na tabela 4.24.

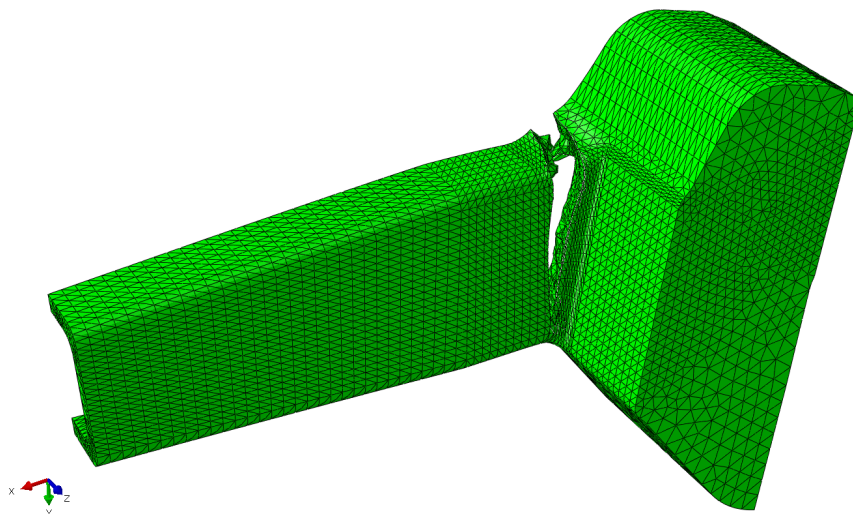


**Figura 4.63:** Malha de elementos finitos do componente com fenda em quarto de elipse.

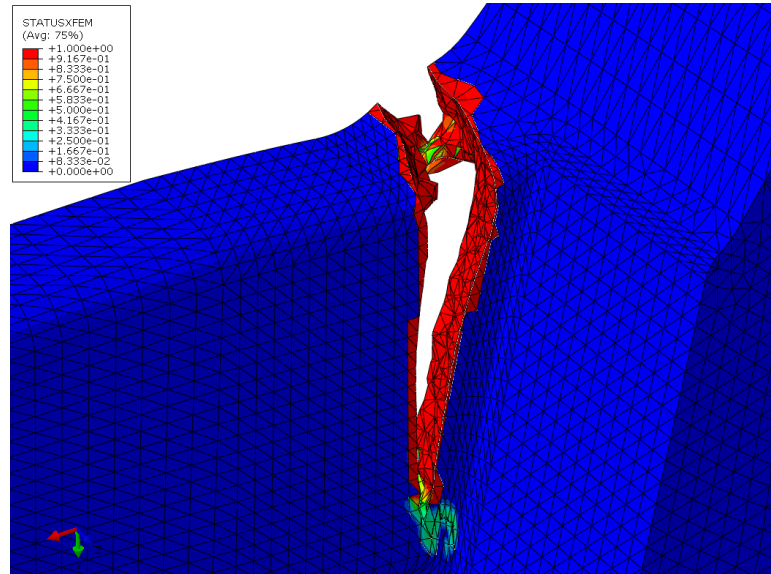
**Tabela 4.24:** Características da malha utilizada no componente com fenda em quarto de elipse.

Tipo de elementos	Nº Elementos	Nº Nós
C3D10	56257	87094

Na figura 4.64 é possível visualizar através de um fator na escala de deformação de 17,0216, o resultado da simulação do modelo com regime elástico. Na figura 4.65 é possível perceber, através da ferramenta *STATUSXFEM*, os elementos que fraturaram e os elementos que ficaram danificados. Esta ferramenta representa a evolução do dano nos elementos, variando entre 0 (elemento sem qualquer dano, "azul") e 1 (elemento com fratura completa, "vermelho"). Os elementos que apresentarem valores entre 0 e 1, significa que ainda estão a ser atuadas forças de tração nos elementos.

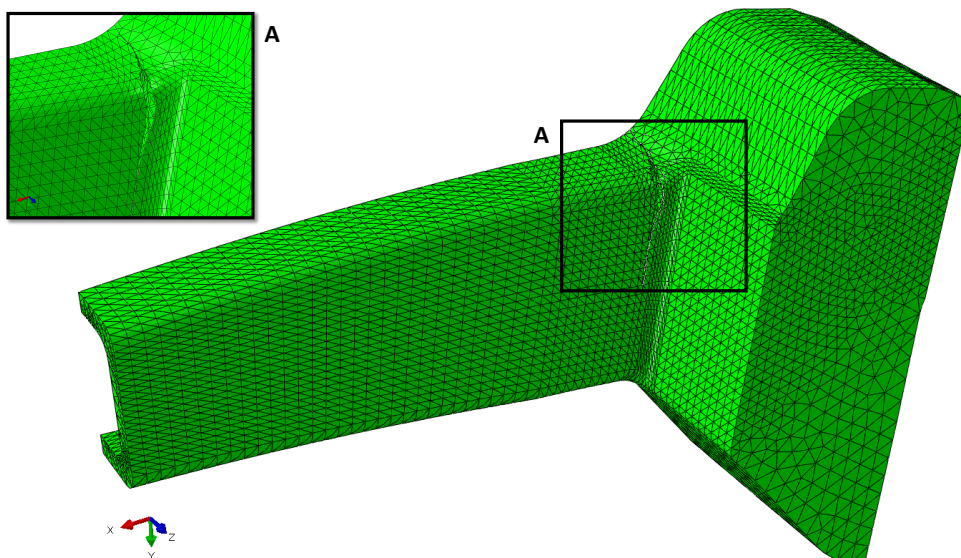


**Figura 4.64:** Propagação da fenda em quarto de elipse no componente em regime elástico.

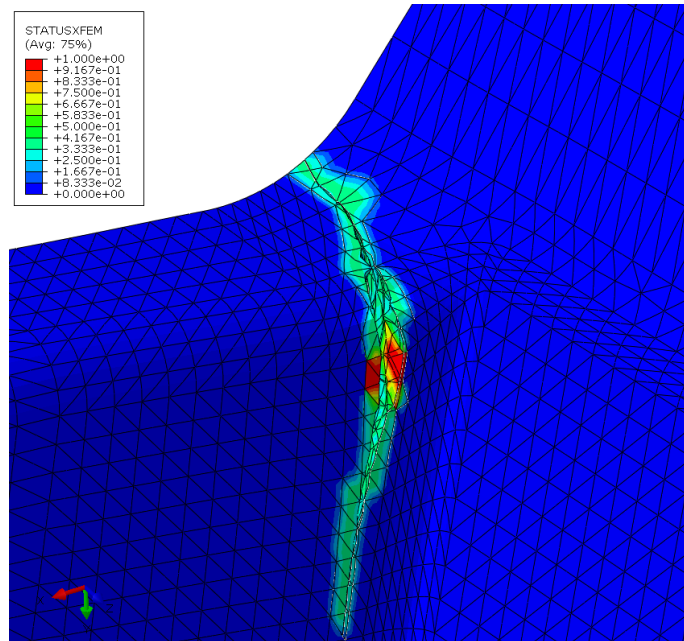


**Figura 4.65:** Representação dos elementos fraturados e danificados em regime elástico.

A simulação com o modelo elasto-plástico (figura 4.66) apresenta, à primeira vista, uma propagação de fenda razoável. Contudo, através da ferramenta *STATUSXFEM* pode-se concluir que foram poucos os elementos que realmente fissuraram completamente (ver figura 4.67). Os elementos que obtiveram uma fratura completa foram os que estavam em contacto com a fenda em quarto de elipse, estando o resto dos elementos apenas com acumulação de dano, que não foi suficiente para obter fratura. Na figura 4.67, a ilusão de existir uma propagação de fenda e consequentemente fratura de todos os elementos na propagação, é originada através do fator de escala de deformação utilizado, que neste caso foi de 33,7.



**Figura 4.66:** Propagação da fenda em quarto de elipse no componente em regime plástico.



**Figura 4.67:** Representação dos elementos fraturados e danificados em regime plástico.

Através destas simulações numéricas, pode-se concluir que:

- O método XFEM representa uma ferramenta muito útil na previsão de uma eventual propagação de fenda de um componente;
- A diferença entre simulações considerando o regime elástico e regime elasto-plástico é evidente, sendo que, no regime elástico a simulação realizou uma propagação de fenda mais acentuada e catastrófica que na simulação utilizando regime elasto-plástico;
- Os problemas de convergência foram ultrapassados, conseguindo-se realizar as simulações com sucesso;
- Para a concretização da simulação considerando regime elasto-plástico foi necessário realizar um refinamento de malha na zona de maior concentração de tensões para superar alguns problemas numéricos. Contudo, foi utilizada a mesma malha de elementos finitos em ambas as simulações para uma melhor comparação de resultados;
- O facto de não utilizar o defeito de fabrico (poro) no componente, possibilitou a convergência da simulação e a resolução de problemas numéricos mais facilmente;
- Os valores do parâmetro ALLVD foram bastante diferentes dos valores do parâmetro ALLSE, evidenciando a não influência da estabilização viscosa no resultado obtido.
- Os resultados mostram que a presença de uma fenda pode afetar significativamente a capacidade estrutural do componente, tal como é expectável no terreno.

### 4.3.3 Análise com defeito de fabrico (poro)

Deixou-se para último a análise de propagação de fenda proveniente de um defeito de fabrico, neste caso um poro, como foi referenciado na secção 3.2.

O poro, figura 3.8, foi incorporado no componente na zona de maior concentração de tensões à semelhança do que foi realizado na secção 4.3.2. No seguimento da incorporação do poro no componente, surgiu a tarefa de realizar uma nova malha de elementos finitos adaptada ao poro. O facto do poro apresentar não só um comprimento de 0,98 mm, como uma geometria complexa, tornou logo à partida o processo de malhagem bastante complicado. Assim, para realizar a malha foi necessário desenvolver um processo manual e incremental de concepção de malhas em cada região do poro, previamente segmentado, utilizando o método de Partição da Unidade (PDU). Na figura 4.68 é possível visualizar a PDU efetuada para realizar a malha de elementos finitos no poro. Esta técnica permite não só um maior refinamento em zonas indicadas, como também uma melhor transição entre zonas refinadas e zonas menos refinadas. Desta forma, apesar de ser uma técnica morosa, a sobrecarga computacional é aliviada.

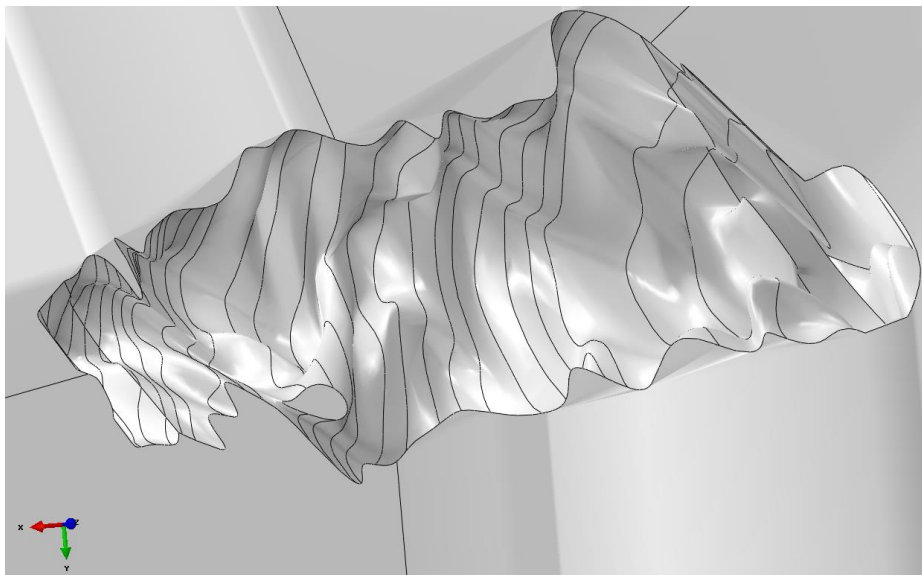


Figura 4.68: Poro modelado usando a técnica de partição da unidade.

Após um longo período de conceção de malha, chegou-se finalmente à malha ideal capaz de cumprir com os objetivos estipulados (figura 4.69).

O componente final exemplificado na figura 4.70, utilizou uma malha com as características descritas na tabela 4.25, na qual os elementos do tipo C3D10 são denominados como elementos tetraédricos quadráticos. Nesta figura é ainda possível visualizar o pormenor A do refinamento da malha de elementos finitos na zona onde o poro foi inserido.

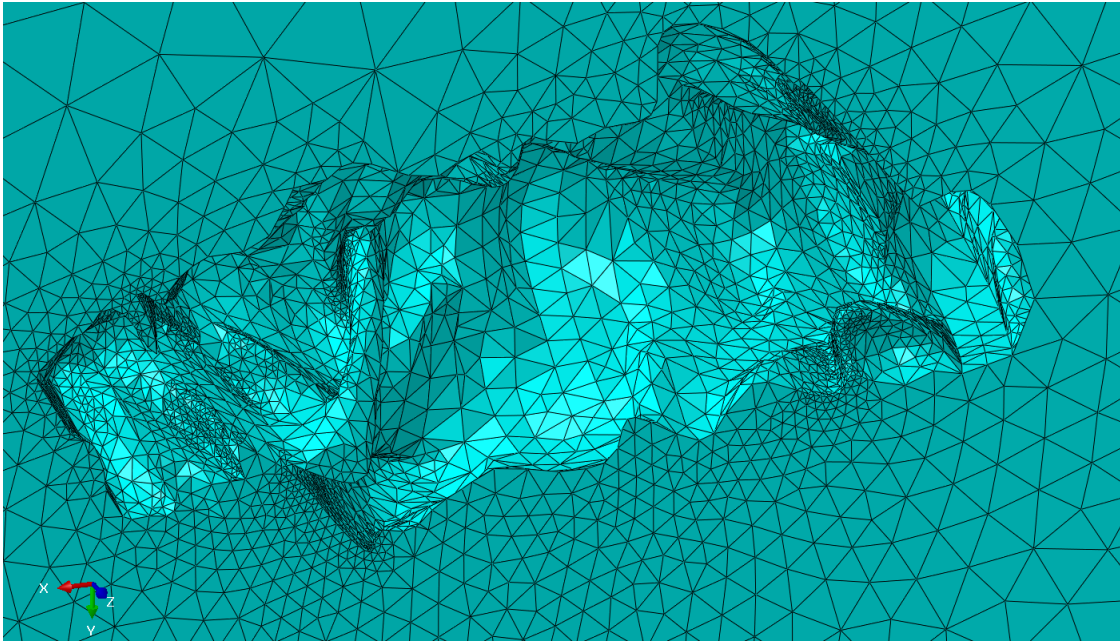


Figura 4.69: Malha de elementos finitos do poro.

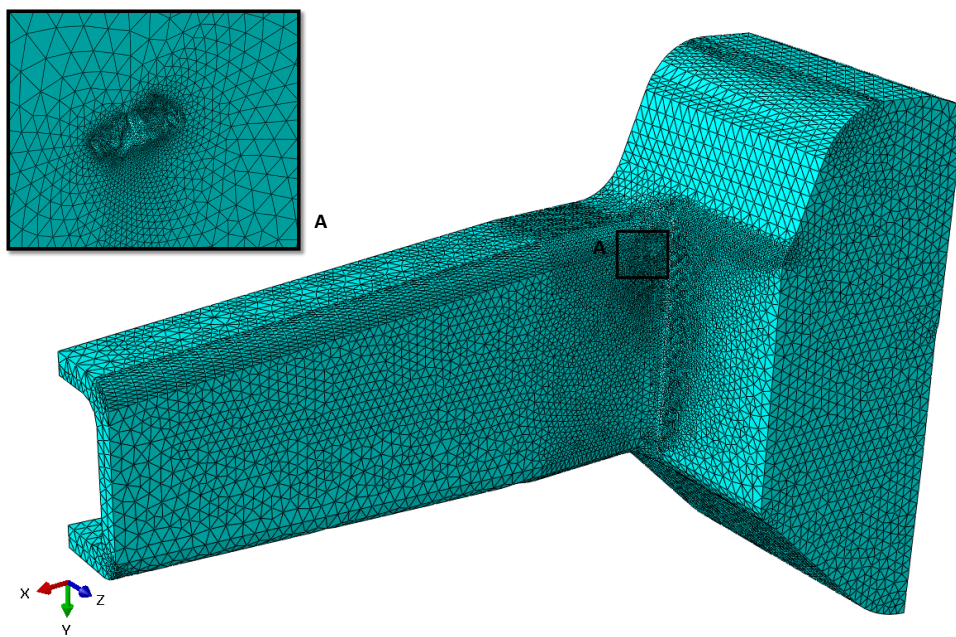


Figura 4.70: Pormenor do refinamento da malha.

Tabela 4.25: Características da malha utilizada no componente.

Tipo de elementos	Nº Elementos	Nº Nós
C3D10	267471	399244

#### 4.3.3.1 Análise de distribuição de tensões no poro

Para realizar o processo de propagação de fenda no poro é necessário determinar qual o local do poro que apresenta maior concentração de tensões. Desta forma, foi realizada uma análise de distribuição de tensões pelo critério das tensões equivalentes de Von-Mises no poro, com o intuito de determinar a zona ideal para colocar a fenda, modelada tridimensionalmente, necessária para realizar o método XFEM. Nesta análise utilizaram-se as mesmas condições fronteira e de carregamento descritas na secção 4.3.1. Na figura 4.71 é possível visualizar o resultado das distribuições de tensões de Von-Mises na zona do poro. A zona que apresenta o maior pico de tensão (pormenor A) pode ser visualizada com mais detalhe na figura 4.72.

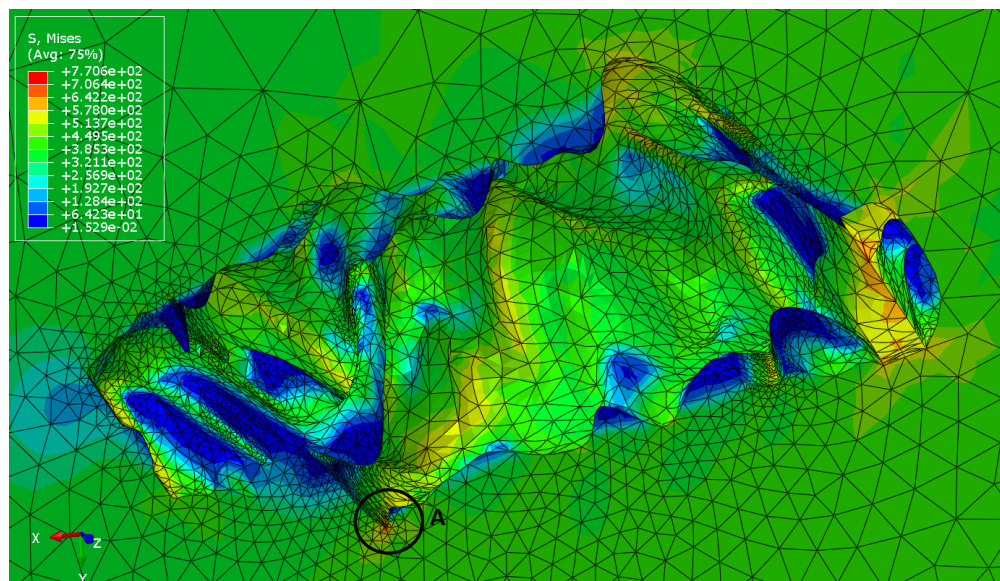


Figura 4.71: Distribuições de tensões de Von-Mises na zona do poro.

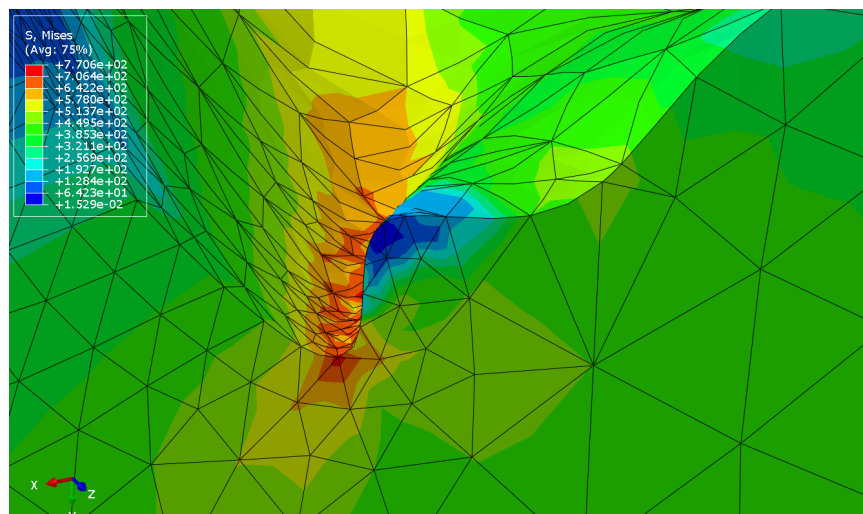


Figura 4.72: Pormenor A da distribuições de tensões de Von-Mises.

Através da figura 4.72 é possível constatar que a tensão máxima equivalente de Von-Mises, zona de maior concentração de tensões, foi de 770,6 MPa, muito superior ao valor obtido no estudo estático realizado sem defeito de fabrico. Este aumento de tensões permite concluir que um defeito de fabrico desempenha um papel crucial na integridade estrutural de um componente. Após ter ficado definido a localização da zona com maior valor de tensão de Von-Mises, seguiu-se o estudo de propagação de fenda através do método XFEM. À semelhança do que foi realizado na secção 4.3.2.1, a fenda utilizada para criar propagação foi a fenda em quarto de elipse descrita no início do subcapítulo 4.3.2.

#### 4.3.3.2 Simulação com defeito de fabrico (Poro)

Tendo em conta o comprimento do poro e o método utilizado, seria expectável que o tempo de processamento desta simulação fosse algo excessivo tendo em consideração os possíveis erros de convergência e o tempo de realização da presente dissertação. Nesse sentido, foram realizadas várias simulações com o objetivo de reduzir os problemas de convergência encontrados. Como referido anteriormente, o método XFEM pode originar erros de convergência, porém cabe ao utilizador entender como ultrapassar ou solucionar esses problemas.

Numa primeira fase, as simulações realizadas nesta secção utilizaram as mesmas características descritas na tabela 4.25, acabando todas por abortar devido aos incrementos mínimos estabelecidos. Por vezes para atingir a convergência, o programa necessita de utilizar incrementos cada vez mais pequenos, o que levou a ser considerado nesta dissertação incrementos mínimos na ordem dos  $1E^{-50}$ .

Contudo, esta hipótese de diminuir o incremento mínimo esteve na causa de outro erro imposto pelo programa denominado de "*System error in timeup. Dtime=zero*". Uma vez que não foi possível encontrar na literatura nenhuma informação relevante sobre este erro, o autor concluiu que este pudesse ser proveniente do incremento mínimo imposto ser muito pequeno, levando o programa a considerá-lo como zero.

Após o autor verificar que o problema de convergência não estaria nos incrementos mínimos utilizados, decidiu utilizar uma metodologia com o objetivo de solucionar o problema de convergência encontrado. Esta metodologia baseou-se em encontrar hipóteses que pudessem ter influência na convergência de resultados. As hipóteses utilizadas para ultrapassar os problemas de convergência foram as seguintes:

##### 1) Atenção à complexidade do modelo

Um dos princípios que se deve ter em consideração na modelação de um modelo, é que o componente não deve ser mais complexo do que é necessário para descrever o comportamento que se pretende. Neste caso, este facto foi tido em consideração pois o componente tinha obrigatoriamente de possuir tanto o refinamento de malha indicado, como as condições de carregamento e fronteira impostas.

## 2) Verificar condições fronteira

Uma das causas da dificuldade de convergência são condições fronteira inadequadas, que podem levar a deformações locais extremas. Assim, um modelo pode estar sub-constrangido quando nem todos os graus de liberdade do corpo estão constrangidos, ou pode estar sobre-constrangido, levando a um erro denominado "*zero-pivot warning*". Nesta simulação foram verificadas as condições fronteira, não apresentando no resultado final da simulação qualquer aviso ou erro referente às mesmas.

## 3) Incluir dissipação estática no *Step*

Um dos modos de obter convergência é incluir uma estabilização de dissipação estática na análise, tal como recomendado pelo manual do programa [36]. Uma das formas de introduzir esta dissipação é incluir no módulo *Step* uma estabilização automática que aplica uma força viscosa proporcional ao deslocamento nodal. Esta é dividida por todos os nós do modelo em todos os períodos de tempo da simulação, levando à criação de um efeito de estabilização. Um modo de verificar se essa dissipação viscosa influencia os resultados finais é verificar se os parâmetros *ALLSD* (dissipação estática, estabilização) e *ALLIE* (energia interna) têm valores semelhantes. No caso da simulação em causa, o incluir dissipação estática por via do *Step* não solucionou o problema de convergência, acabando sempre a simulação por abortar devido ao erro "*System error in timeup. Dtime=zero*".

## 4) Estabilização do dano

Tal como foi referenciado na secção 2.7.3, é possível através de uma ferramenta de regularização viscosa uma resposta mais estável durante a evolução do dano característica do processo XFEM. Na presente simulação esta ferramenta não teve o efeito desejado na convergência de resultados (contrariamente ao que se sucedeu na secção 4.3.2.1), levando a simulação a abortar devido ao erro "*System error in timeup. Dtime=zero*".

## 5) Colocar plasticidade no modelo

A não convergência numa simulação pode ocorrer quando uma tensão desenvolvida num componente não aumenta à medida que se aumenta a deformação. Ou seja, ao especificar a tensão para cada instante de deformação pode facilitar a convergência dos resultados. Nesta fase o programa já não abortou devido ao erro "*System error in timeup. Dtime=zero*", contudo, não consegue realizar convergência a partir de um determinado tempo de *Step*.

## 6) Adicionar a opção análise descontínua

Esta opção, "*discontinuous analysis*", permite ao programa realizar mais iterações através do aumento dos parâmetros  $I_0$  e  $I_R$ . Através desta opção, são permitidas mais iterações antes que a solução precise de se aproximar de cada iteração, ou seja, permite que o programa seja menos rígido na decisão de um cálculo não convergir. Esta opção pode ser

benéfica para problemas não lineares como os problemas que utilizam o método XFEM, tendo a desvantagem de necessitar de um maior tempo computacional.

Tendo em consideração a desvantagem desta opção e o facto da simulação não convergir num determinado tempo de *Step*, fez com que o autor terminasse a simulação. A não convergência do programa num determinado tempo de *Step* é referente à situação do programa realizar inúmeros incrementos, na ordem dos milhares, e o tempo de *Step* permanecer inalterado.

#### **7) Retirar parâmetros de saída da simulação (*request outputs*)**

Por vezes a não convergência da simulação deve-se ao facto de existirem certos parâmetros de saída da simulação que podem ser difíceis de determinar em certos períodos da simulação. Nesse sentido, ao contrário de todas as simulações realizadas anteriormente nesta dissertação, o autor apenas requereu ao programa os parâmetros para o último incremento realizado na simulação.

#### **8) Usar outro tipo de elementos**

Após ter verificado que nenhuma hipótese acima descrita resolveria o problema de convergência, decidiu-se utilizar outro tipo de elementos, neste caso elementos tetraédricos lineares de 4 nós C3D4. Utilizando este tipo de elementos foi assumido que o programa acabaria por obter convergência mais rapidamente.

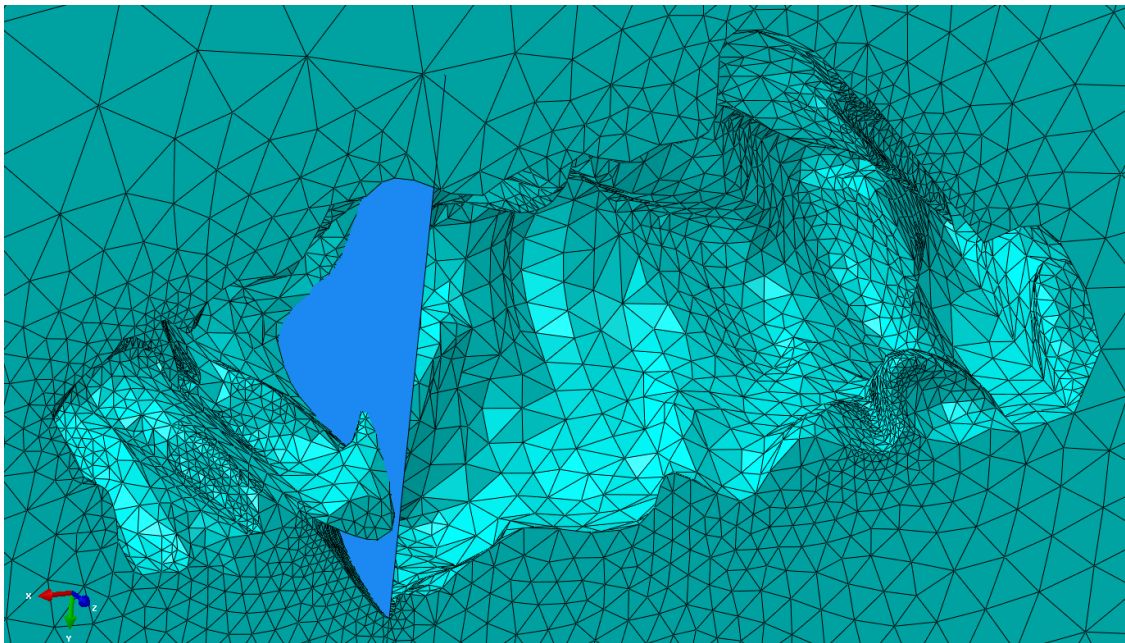
Após realizar esta metodologia, foi possível identificar algumas soluções que, em conjunto com outras, teriam influência na concretização da simulação. Neste caso, as hipóteses 6, 7 e 8 mostraram ter uma influência preponderante na simulação, especialmente a hipótese 8, que teve um papel essencial na convergência de resultados e consequentemente no desempenho computacional.

Tendo em consideração a metodologia referida, foi realizada uma nova simulação que resultou numa melhor convergência, até ao ponto em que estagnou devido a um erro denominado "*Zero pivot when processing D.O.F. X of Y nodes*". Este erro é originado principalmente quando existe um sobre-constrangimento do modelo, algo que não se verificou (ver ponto 2)). Por este facto decidiu-se refazer novamente a malha de elementos finitos, diminuindo o número de elementos do modelo. Após este processo, a simulação utilizando regime elasto-plástico foi realizada com sucesso, sem qualquer tipo de avisos ou erros, realizando a propagação de fenda como era pretendido. As características do modelo final de propagação estão descritas na tabela 4.26.

**Tabela 4.26:** Características da malha utilizada no componente final.

Tipo de elementos	Nº Elementos	Nº Nós
C3D4	266237	55091

Com o intuito de modelar uma fenda que fosse originada pelo defeito de fabrico, para depois se realizar uma propagação através da mesma, foi introduzida na zona de maior concentração de tensões a fenda em quarto de elipse descrita no início do subcapítulo 4.3.2 (ver figura 4.73).

**Figura 4.73:** Fenda inserida na zona de concentração de tensões do poro.

Na figura 4.74 está representado o resultado da propagação através do poro e na figura 4.75 está representada em pormenor a propagação da fenda. Também pode ser visualizado na figura 4.76 a distribuição das tensões de Von-Mises no poro, enquanto na figura 4.77 pode ser visualizado os elementos fraturados e danificados através da ferramenta *STATUSXFEM*.

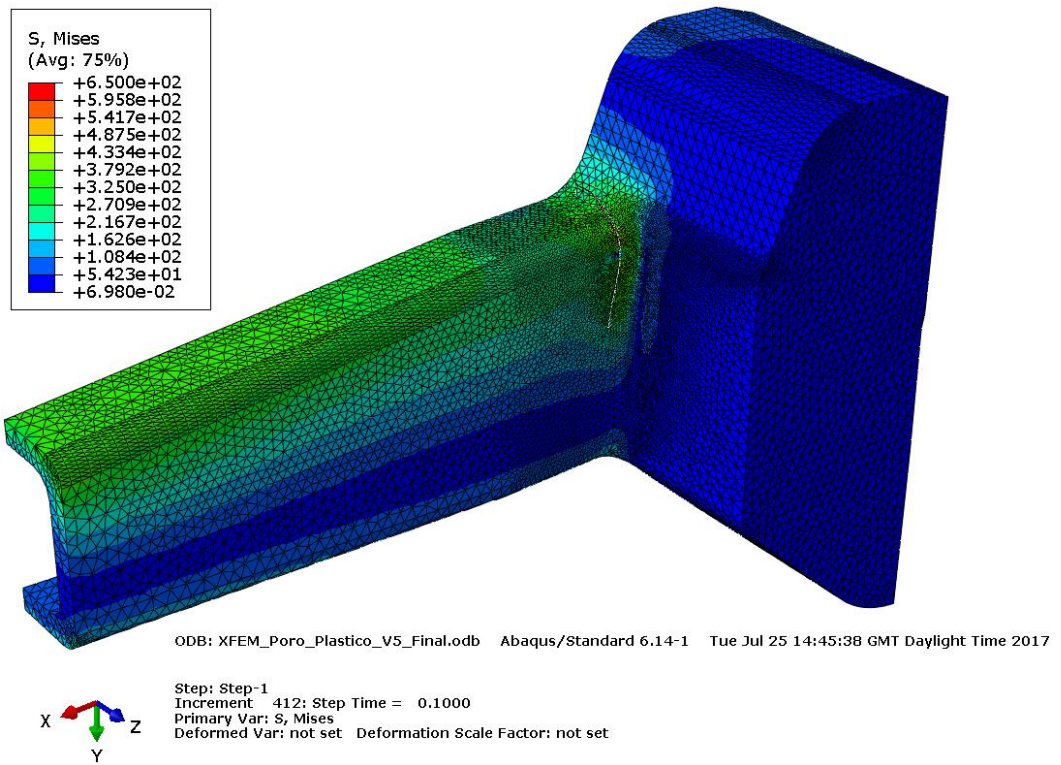


Figura 4.74: Propagação da fenda em quarto de elipse no poro, em regime elasto-plástico.

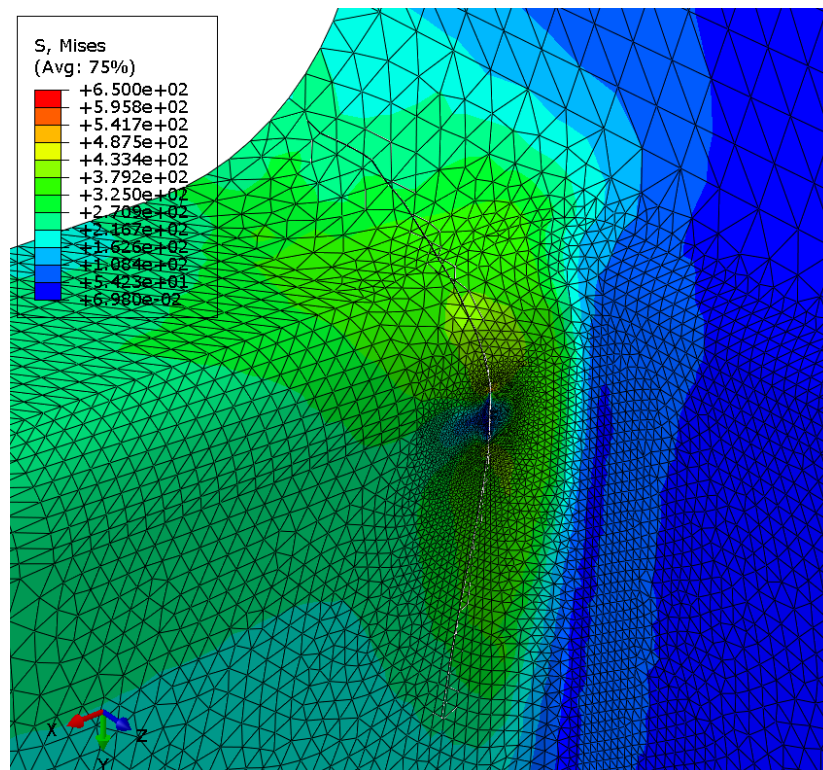


Figura 4.75: Pormenor da propagação da fenda em quarto de elipse no poro, em regime elasto-plástico.

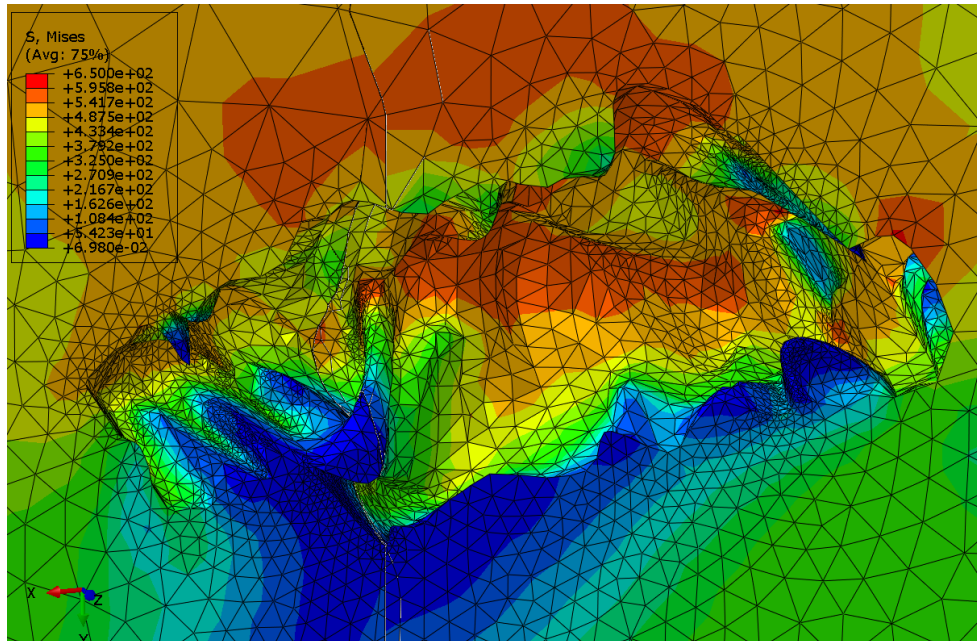


Figura 4.76: Distribuição das tensões no poro, em regime elasto-plástico.

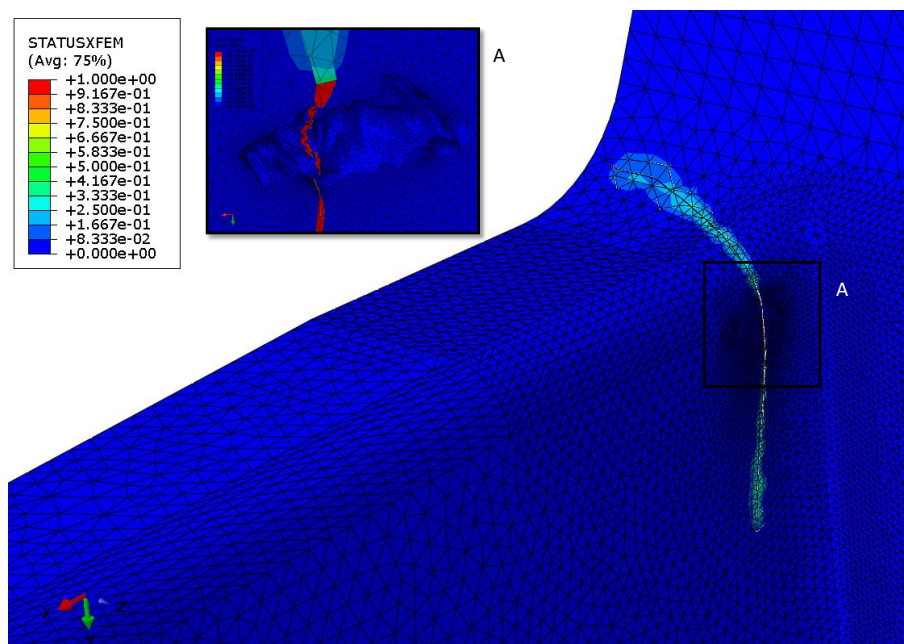


Figura 4.77: Representação dos elementos fraturados e danificados em regime elasto-plástico do modelo com poro.

A propagação da fenda também pode ser visualizada na parte interior do componente (figura 4.78), comprovando a propagação em profundidade.

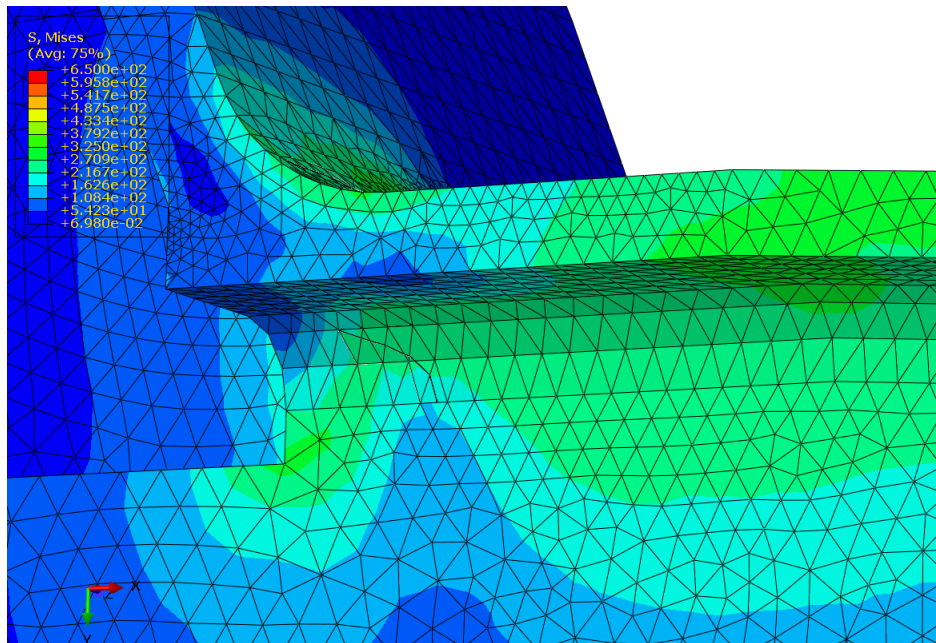


Figura 4.78: Propagação da fenda em quarto de elipse na parte interior do componente.

Através deste estudo numérico, conclui-se que:

- O método XFEM representa uma ferramenta muito útil na previsão de uma eventual propagação de fenda de um componente ferroviário considerando um defeito de fabrico;
- O tipo de critério utilizado no método XFEM, permitiu analisar a propensão do defeito de fabrico para iniciar uma propagação de fenda;
- O tipo de elementos utilizados, neste caso os elementos C3D4, mostraram ter um papel essencial na concretização da simulação numérica de propagação de fenda considerando defeito de fabrico;
- Os resultados da análise estática indicaram que o valor máximo de concentração de tensão no poro está localizado numa zona que pode ser identificada como um *hot spot*.
- A presença do poro permitiu que existisse uma maior concentração de tensões de Von-Mises, neste caso de 770,6 MPa, que na análise estática efetuada sem poro. Realçando a importância que um defeito de fabrico tem na integridade estrutural de um componente.
- A dissipação estática ALLSD utilizada no Step não teve influência nos resultados finais, tal como constatado na figura 4.79;
- A estabilização viscosa ALLVD utilizada no *Damage evolution* não teve influência nos resultados finais, tal como constatado na figura 4.80;

- O facto de ter sido difícil obter convergência de resultados, mostra o quanto este tipo de simulações são complexas de realizar, especialmente simulações com propagação de fenda provenientes de geometrias complexas, como é o caso do poro reconstruído.
- Os resultados mostram que a presença de uma fenda originada por um defeito de fabrico pode afetar significativamente a integridade estrutural do componente ferroviário.

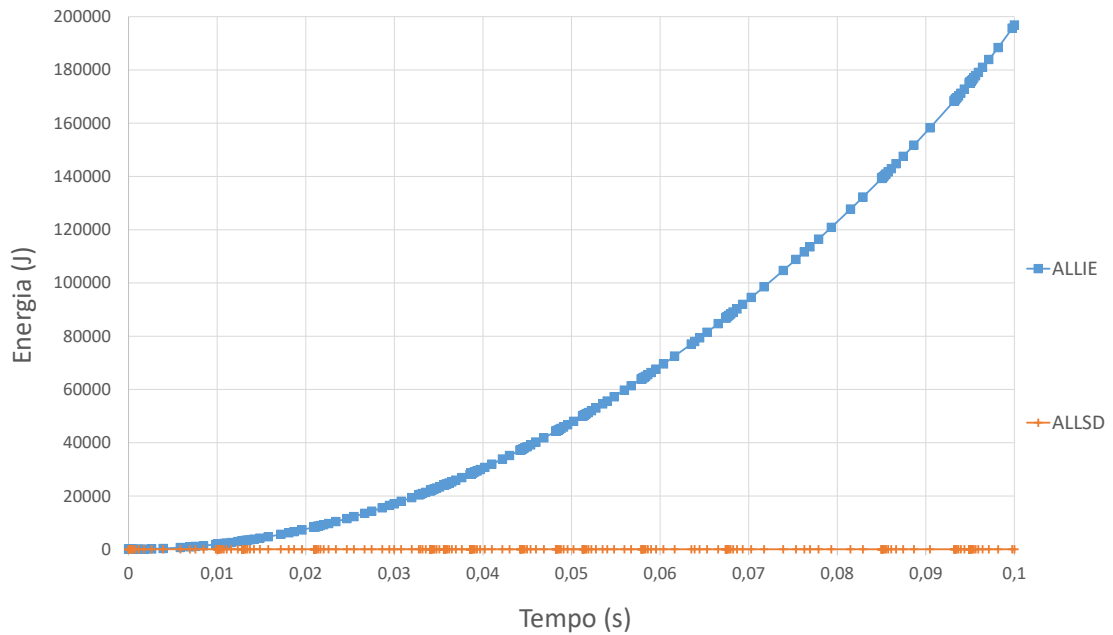


Figura 4.79: Comparação entre os parâmetros ALLIE e ALLSD.

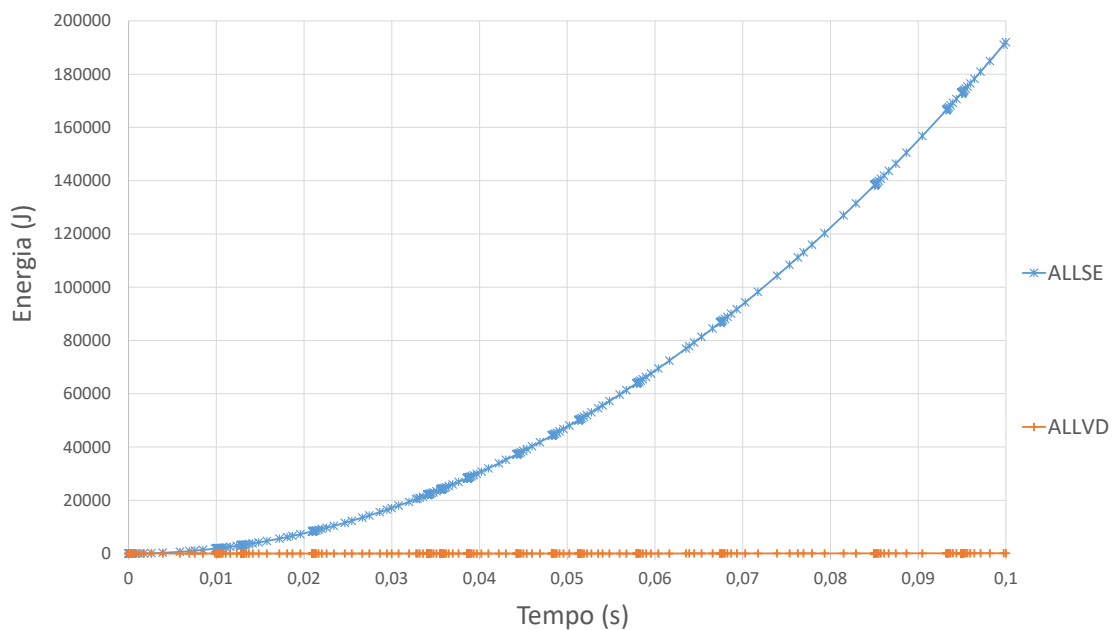


Figura 4.80: Comparação entre os parâmetros ALLSE e ALLVD.



## CONCLUSÕES E DESENVOLVIMENTOS FUTUROS

### 5.1 Conclusões

As simulações para obtenção das soluções de FIT e Integral J foram realizadas tendo como base o ensaio experimental de flexão em três pontos, num provete proveniente de um componente ferroviário. Do primeiro estudo realizado no âmbito desta tese, ensaio de flexão a 2D sem fadiga pelo método convencional concluiu-se que:

- Os elementos de primeira ordem apresentam valores mais semelhantes aos  $FIT_{Ref}$  do que os elementos de segunda ordem.
- O comprimento de 10 mm de fenda permite obter valores de fator de intensidade de tensões numérico,  $FIT_{Num}$ , muito semelhantes aos  $FIT_{Ref}$ .
- A partir do contorno 4, o valor de  $FIT_{Num}$  permanece constante para os dois tipos de elementos, elementos de primeira e de segunda ordem.
- Os refinamentos de malha não influenciam os resultados obtidos de FIT e Integral J.
- Com o *ABAQUS CAE 6.14* é possível modelar uma aproximação do modelo real (sem contactos).
- O modelo sem contactos ofereceu a vantagem de modelar mais rapidamente um modelo SENB, evitando assim solucionar problemas numéricos oriundos dos contactos estabelecidos entre os corpos rígidos e o corpo deformável, contudo apresenta a desvantagem de ser um modelo aproximado do ensaio experimental.
- O modelo com contactos oferece a vantagem de poder simular, o mais real possível, o ensaio experimental de flexão em três pontos.

Em modelos bidimensionais o método XFEM não permite obter soluções de Integral J e FIT. Contudo, permite obter a propagação de uma fenda arbitrária. No âmbito desta tese foi utilizado o método XFEM para estudar a propagação de fenda no ensaio de flexão a 2D. Concluiu-se neste estudo que o refinamento de malha não influencia significativamente o resultado da propagação e o critério de dano utilizado é o parâmetro mais relevante no resultado da propagação de fenda.

Na simulação do ensaio de flexão a 2D com fadiga concluiu-se que:

- O método convencional permite obter valores de  $\Delta FIT$  bastante semelhantes aos obtidos experimentalmente.
- O método convencional é adequado para a simulação com fadiga.
- O *ABAQUS CAE 6.14* consegue realizar uma propagação de fenda por fadiga num número de ciclos semelhante ao calculado analiticamente.

A utilização do método convencional na obtenção das soluções de FIT e Integral J mostrou ser bastante eficaz tanto a 2D como 3D, apresentando uma melhor precisão de resultados no modelo bidimensional.

O estudo de refinamento de malha utilizando o método convencional, tanto a 2D como a 3D, provou que o refinamento não tem um impacto significativo nos resultados do FIT e Integral J.

Do estudo do ensaio de flexão a 3D pelo método XFEM conclui-se que:

- O contorno 1 não deve ser desprezado.
- À medida que o número de contornos aumenta, o valor da relação  $FIT_{Num}/FIT_{Ref}$  aumenta ligeiramente.
- À medida que o número de contornos aumenta, o valor da relação  $J_{Num}/J_{Ref}$  também aumenta.
- O facto de se aumentar o número de contornos requeridos ao programa não melhora significativamente a relação  $J_{Num}$  e  $J_{Ref}$ .
- À medida que o número de contornos aumenta, o valor da relação  $J_{Num}$  e  $J_{Ref}$  tende a aumentar.
- O método XFEM é mais preciso na obtenção de soluções de Integral J e FIT comparativamente ao método convencional.

Do estudo de propagação de fenda no componente ferroviário, concluiu-se que:

- É possível modelar no *ABAQUS CAE 6.14* um poro com geometria complexa (defeito de fabrico real).

- É possível simular, a partir de um defeito de fabrico real, a propagação de fenda.
- A simulação de propagação de fenda deve ser realizada após determinação das zonas de concentração de tensões no defeito embebido no componente a 3D.
- O método XFEM representa uma ferramenta muito útil na previsão de uma eventual propagação de fenda de um componente ferroviário considerando um defeito de fabrico.
- Os elementos finitos, C3D4, desempenharam um papel essencial na concretização da simulação numérica de propagação de fenda considerando um defeito de fabrico.
- É fundamental, na concretização da propagação de fissuração, utilizar a dissipação estática ALLSD no Step.
- É fundamental, na concretização da propagação de fissuração, utilizar a estabilização viscosa, ALLVD no *Damage evolution*.
- É complexo obter convergência de resultados, especialmente nas simulações com propagação de fenda provenientes de geometrias complexas, como é o caso do poro reconstruído.
- Os resultados obtidos por simulação numérica, recorrendo à teoria da Mecânica da Fratura confirmam que a presença de uma fenda originada por um defeito de fabrico pode afetar significativamente a integridade estrutural do componente ferroviário.

## 5.2 Desenvolvimentos Futuros

A presente dissertação centrou-se na mecânica da fratura linear elástica e na concretização de casos de estudo, através de simulação numérica com apenas uma fenda.

No caso de estudo do provete, o autor propõe como trabalhos futuros a obtenção de uma comparação entre os vários métodos em simulações considerando regime elasto-plástico. Acrescenta-se ainda o facto de ser de interesse científico realizar a determinação das soluções através de outro método recomendado pelo programa, o *virtual crack closure technique* (VCCT).

Propõe-se desta forma realizar como trabalho futuro o processo de fadiga no provete recorrendo diretamente à lei de Paris. O interesse científico será depois realizar uma comparação entre as soluções obtidas com este método e o convencional. Como desenvolvimento futuro será ainda interessante realizar simulações numéricas, com e sem propagação, com múltiplas fendas através do método XFEM e a criação de modelos numéricos que tivessem em consideração a deformação plástica da extremidade da fenda no início da propagação.

Em relação ao segundo caso estudo, é de grande interesse científico para a comunidade académica e industrial a realização do processo de fadiga através das condições anteriormente referidas na secção 4.1.2, com o objetivo de determinar a propagação de fenda ou de múltiplas fendas. Sugere-se ainda a obtenção das soluções de Integral J e FIT provenientes do defeito de fabrico, através dos métodos recomendados pelo programa, para posterior comparação da aplicabilidade de cada método.

Na utilização do método XFEM em ambos os casos de estudo, sugere-se como desenvolvimentos futuros a utilização de outros critérios de dano para futura comparação de resultados e a utilização de sub-rotinas que permitam otimizar não só, o tempo de processamento da simulação como também a quantidade de memória usada pelo sistema. Estes dois tipos de otimização podem vir a revelar um papel crucial no uso de malhas mais refinadas.

## BIBLIOGRAFIA

- [1] T. L. Morgado, “Integridade Estrutural de um Componente Ferroviário”, tese doutoramento, Instituto Superior Técnico, Universidade Técnica de Lisboa, 2009, p. 400.
- [2] T. L. Morgado, “Fatigue life extension study in cast steel railway couplings used in freight trains”, *International Journal of Mechanical Engineering and Applications*, vol. 3, pp. 1–6, 2015.
- [3] H. F. Pereira, “Comportamento à fadiga de componentes estruturais sob a acção de solicitações de amplitude variável”, tese de mestrado, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 2006.
- [4] J. R. Davis, K. Mills e S. Lampman, “Metals handbook. Vol. 1. Properties and selection: Irons, steels, and high-performance alloys”, *ASM International, Materials Park, Ohio 44073, USA, 1990. 1063*, 1990.
- [5] S. Chaudhari e H. Thakkar, “Review on Analysis of Foundry Defects for Quality Improvement of Sand Casting”, *International Journal of Engineering Research and Applications*, vol. 4, n.º 3, pp. 615–618, 2014.
- [6] W. T. Becker e R. J. Shipley, *Failure analysis and prevention*. ASM International, 2002, vol. 11.
- [7] L. Zhang e B. G. Thomas, “Inclusions in continuous casting of steel”, em *XXIV National Steelmaking Symposium, Morelia, Mich, Mexico*, vol. 26, 2003, p. 28.
- [8] N. Vanderesse, E. Maire, A. Chabod e J.-Y. Buffière, “Microtomographic study and finite element analysis of the porosity harmfulness in a cast aluminium alloy”, *International Journal of Fatigue*, vol. 33, n.º 12, pp. 1514–1525, 2011.
- [9] G. Nicoletto, R. Kone e S. Fintova, “Characterization of microshrinkage casting defects of Al–Si alloys by X-ray computed tomography and metallography”, *International Journal of Fatigue*, vol. 41, pp. 39–46, 2012.
- [10] K. Arunmuthu, G. Joseph, T. Saravanan, J. Philip e B. P. C. Rao, “X-ray Computed tomography based detection of casting defects in fatigue samples”, Hyderabad, 2015.
- [11] T. M. Buzug, *Computed tomography: from photon statistics to modern cone-beam CT*. Springer Science & Business Media, 2008.

- [12] Y. Luo, S. Wu, Z. Xu e Y. Fu, "High resolution synchrotron-based X-ray microtomography cracking mechanism of aluminum materials: A review", 2016.
- [13] G. Nicoletto, G. Anzelotti e R. Konečná, "X-ray computed tomography vs. metallography for pore sizing and fatigue of cast Al-alloys", *Procedia Engineering*, vol. 2, n.º 1, pp. 547–554, 2010.
- [14] M. G. Sousa, "Avaliação da integridade estrutural de um componente utilizado na indústria ferroviária", tese de mestrado, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Nova de Lisboa, 2014.
- [15] M. Wicke, M. Luetje, I. Bacaicoa e A. Brueckner-Foit, "Characterization of casting pores in Fe-rich Al-Si-Cu alloys by microtomography and finite element analysis", *Procedia Structural Integrity*, vol. 2, pp. 2643–2649, 2016.
- [16] S. Dezecot, V. Maurel, J.-Y. Buffiere, F. Szymtka e A. Koster, "3D characterization and modeling of low cycle fatigue damage mechanisms at high temperature in a cast aluminum alloy", *Acta Materialia*, vol. 123, pp. 24–34, 2017.
- [17] T. L. Morgado, "Failure of steel couplings used in railway transport", em *Handbook of Materials Failure Analysis with Case Studies From the Aerospace and Automotive Industries*, Lisboa: Elsevier, cap. 20, pp. 444–466.
- [18] P. Rolek, S. Bruni e M. Carboni, "Condition monitoring of railway axles based on low frequency vibrations", *International Journal of Fatigue*, vol. 86, pp. 88–97, 2016.
- [19] L. Náhlík, P. Pokorný, M. Ševčík, R. Fajkoš, P. Matušek e P. Hutař, "Fatigue lifetime estimation of railway axles", *Engineering Failure Analysis*, vol. 73, pp. 139–157, 2017.
- [20] J. M. Cookson e P. J. Mutton, "Fatigue in Railway Components-Understanding vs. Resolution", em *Advanced Materials Research*, Trans Tech Publ, vol. 891, 2014, pp. 1163–1168.
- [21] C. A. Sciammarella, R. J. Chen, P. Gallo, F. Berto e L. Lamberti, "Experimental evaluation of rolling contact fatigue in railroad wheels", *International Journal of Fatigue*, vol. 91, pp. 158–170, 2016.
- [22] J. M. A. da Silva, "Análise da propagação de fendas por fadiga-fluência na superliga de níquel RR1000", tese de doutoramento, Instituto Superior Técnico, Universidade Técnica de Lisboa, 2007.
- [23] B. A. S. Serrano, "Previsão do tempo de vida de fadiga da aeronave Epsilon TB-30 da FAP", tese de mestrado, Instituto Superior Técnico, Universidade Técnica de Lisboa, 2009.
- [24] R. F. Martins, "Análise de Falha de Conduas de Evacuação de Gases de Turbinas a Gás Utilizadas para Propulsão Naval", tese de doutoramento, Instituto Superior Técnico, Universidade Técnica de Lisboa, 2005.
- [25] W. F. Hosford, *Mechanical Behavior of Materials*. Cambridge University Press, 2010.

- [26] A. C. Fischer-Cripps, *Introduction to Contact Mechanics*. Springer, 2000.
- [27] P. Chambel, R. F. Martins e L. Reis, "Research on fatigue crack propagation in CT specimens subjected to loading modes I, II or III", *Procedia Structural Integrity*, vol. 1, pp. 134–141, 2016.
- [28] T. Anderson, "Elastic-Plastic Fracture Mechanics. A Critical Review. Part 1", Texas University, College Station, rel. téc., 1990.
- [29] C. M. Branco, A. A. Fernandes e P. M.S. T. Castro, *Fadiga de Estruturas Soldadas*. Fundação Calouste Gulbenkian, 1999.
- [30] F. C. Campbell, *Fatigue and Fracture: Understanding the Basics*. ASM International, 2012.
- [31] C. M. Branco e Fernandes, *Mecânica dos Materiais*. Fundação Calouste Gulbenkian, 2006.
- [32] T. L. Anderson, *Fracture Mechanics: Fundamentals and Applications*. CRC press, 2005.
- [33] X.-K. Zhu e J. A. Joyce, "Review of fracture toughness (G, K, J, CTOD, CTOA) testing and standardization", *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 85, pp. 1–46, 2012.
- [34] A. Kobayashi, S. Chiu e R. Beeuwkes, "A numerical and experimental investigation on the use of J-integral", *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 5, n.º 2, pp. 293–305, 1973.
- [35] C. Xue, A. He, H. Yong e Y. Zhou, "Crack tip opening displacement in a linear strain hardening material", *Mechanics of Materials*, vol. 66, pp. 21–34, 2013.
- [36] D. S. S. Corporation, "Abaqus 6.14 Online Documentation.", 2014.
- [37] M. Levén e D. Rickert, "Stationary 3D crack analysis with Abaqus XFEM for integrity assessment of subsea equipment", tese de mestrado, Chalmers University of Technology, 2012.
- [38] C. F. Shih, B. Moran e T. Nakamura, "Energy release rate along a three-dimensional crack front in a thermally stressed body", *International Journal of Fracture*, vol. 30, n.º 2, pp. 79–102, 1986.
- [39] N. E. Dowling, *Mechanical behavior of materials: engineering methods for deformation, fracture, and fatigue*, 4ª ed. 2012.
- [40] P. Coelho e J. Cardoso, "Apontamentos de Métodos Computacionais Em Engenharia Mecânica", *Departamento de Engenharia Mecânica e Industrial, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Nova de Lisboa*, p. 171, 2012.
- [41] T. Belytschko e T. Black, "Elastic crack growth in finite elements with minimal remeshing", *International journal for numerical methods in engineering*, vol. 45, n.º 5, pp. 601–620, 1999.

- [42] D. Broekart. (2017). Simuleon FEA Blog Modelling crack propagation using XFEM, URL:<http://info.simuleon.com/blog/modelling-crack-propagation-using-xfem> (acedido em 07/03/2017).
- [43] A. Standard, "Standard test method for measurement of fracture toughness", *ASTM, E1820-01*, pp. 1–46, 2003.
- [44] F. P. Beer e E. R. Johnston, *Resistência dos materiais*. McGraw-Hill, 1982, vol. 5.
- [45] A. Leitgeb, W. Eichlseder e H.-P. Gänser, "Comparison of analytical and numerical approaches to determine fatigue crack growth", em *18th European Conference on Fracture, Dresden*, 2010.
- [46] R. A. Cláudio, "Fatigue behaviour and structural integrity of scratch damaged shot peened surfaces at elevated temperature", tese de doutoramento, University of Portsmouth, 2005.



