



**Mariana de Oliveira Reis**

Licenciatura em Ciências de Engenharia e Gestão Industrial

## **Aplicação do Controlo Estatístico de Processos na Indústria Vidreira**

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em  
Engenharia e Gestão Industrial

Orientador: Professor Doutor José Fernando Gomes Requeijo

Júri:

Presidente: Professora Doutora Isabel Maria do Nascimento Lopes Nunes

Arguente: Professora Doutora Maria da Glória Pereira Antunes

Vogal: Professor Doutor José Fernando Gomes Requeijo



FACULDADE DE  
CIÊNCIAS E TECNOLOGIA  
UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA

**Fevereiro 2017**



## Aplicação do Controlo Estatístico de Processos na Indústria Vidreira

Copyright © Mariana de Oliveira Reis, Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa

A Faculdade de Ciências e Tecnologia e a Universidade Nova de Lisboa têm o direito, perpétuo e sem limites geográficos, de arquivar e publicar esta dissertação através de exemplares impressos reproduzidos em papel ou de forma digital, ou por qualquer outro meio conhecido ou que venha a ser inventado, e de a divulgar através de repositórios científicos e de admitir a sua cópia e distribuição com objetivos educacionais ou de investigação, não comerciais, desde que seja dado crédito ao autor e editor.



# Agradecimentos

Aqui deixo umas palavras para agradecer a determinadas pessoas que me deram a oportunidade de crescer, aprender, evoluir, e que acima de tudo, me ajudaram a formar como pessoa e profissional. Por este motivo, não poderia deixar de reconhecer o papel tão importante destes.

Assim sendo, primeiramente tenho de referir o Professor Doutor José Gomes Requeijo, agradecendo-lhe o incessante acompanhamento realizado, tendo-se mostrado sempre disponível nas alturas mais enervantes, tendo-me guiado ao longo de todo este processo. As suas sugestões e também contribuições, foram bastante valiosas para o desenvolvimento do meu raciocínio, no que diz respeito à elaboração da presente dissertação.

Este caso de estudo não seria possível caso não tivesse o apoio e consentimento do Engenheiro Vítor Matoso e da Engenheira Cláudia Travassos, Diretor Fabril e responsável do Departamento de Qualidade, respetivamente, da fábrica da Marinha Grande da BA Vidro. Desde o início da colaboração que sempre se apresentaram extremamente recetivos, dando-me liberdade para realizar este projeto com total apoio dos mesmos e da equipa, à qual também gostaria de dar o meu muitíssimo obrigada.

Para concluir, “e porque os últimos são sempre os primeiros”, eu não teria condições de elaborar a presente dissertação sem o apoio da minha família, a de sangue e a que escolhi. A todos vós, o meu profundo agradecimento, por me ajudarem a encontrar o meu caminho no mundo profissional, e por me terem vindo a acompanhar durante tantos anos, tendo um grande impacto na minha formação individual. Sou muito grata por ter comigo pessoas como todos vós.



# Resumo

Atualmente são visíveis os avanços realizados na indústria, relativamente à Qualidade dos produtos fornecidos ao cliente, devido ao aumento da exigência dos consumidores. Sendo necessário adotar uma estratégia de diferenciação, muitas são as empresas que implementam o Controlo Estatístico de Processos (*SPC*), sendo esta uma ferramenta que possibilita a otimização da produção, através do controlo e da monitorização do processo de fabricação.

Assim, no presente trabalho é realizada uma revisão bibliográfica relativa ao conceito de *SPC* univariado e multivariado, no que concerne à sua abordagem tradicional, às suas condições de aplicação e ao estudo da capacidade, bem como os desenvolvimentos mais recentes relativos a “pequenas produções”. Este conceito permite o desenvolvimento da presente ferramenta a fabricos que têm uma duração curta e que entram novamente em produção num reduzido espaço de tempo. Adicionalmente, também se realiza uma transformação de dados, devido ao facto de estes não seguirem uma distribuição Normal, sendo esta uma condição necessária ao estudo da capacidade.

A implementação da metodologia apresentada é realizada aos dados estatísticos de uma empresa produtora de embalagens de vidro, a fim de entender qual a abordagem mais sensível ao processo, *SPC* ou *MSCP* (*Multivariate Statistical Process Control*). Para tal, são elaboradas Cartas de Controlo para a representação das estatísticas em estudo, assegurando que os dados seguem uma distribuição Normal através da realização da Transformação Box e Cox. Para o estudo da capacidade no estudo multivariado, são determinados os índices desenvolvidos em 2015 por Gu et al. Adicionalmente, é realizada uma análise à estabilidade do mesmo, a fim de se propor determinadas sugestões de melhoria, através da análise das cartas de controlo construídas.

**Palavras-chave:** *SPC* (*Statistical Process Control*), *MSPC* (*Multivariate Statistical Process Control*), Cartas de Controlo, Capacidade do Processo, Transformação de Dados



# Abstract

Nowadays the advances made in the industry are visible, regarding the Quality of the products provided to the clients, due to the increase of the requirements of the consumers. As it is necessary to adopt a strategy of differentiation, many companies are implementing Statistical Process Control, which is a tool that allows the optimization of production through the control and monitoring of the manufacturing process.

Thus, a bibliographical review is carried out in the present work, regarding the concept of univariate and multivariate SPC, its traditional approach, its conditions of application and the study of the capacity of the process, as well as the most recent developments related with "short run". This concept allows the development of the present tool to manufacturing processes with short durations and that have the next production in a reduced space of time. Additionally, a data transformation is also performed, due to the fact that the original data does not follow a Normal distribution, which is a necessary condition for the study of capacity.

The presented methodology is implemented on statistical data provided from a glass packaging company in order to understand which is the most sensitive approach to the process, SPC or MSPC. To do this, Control Charts are built to represent the statistics in study, ensuring that the data follows a Normal distribution, through the realization of the Box and Cox transformation. In addition, an analysis is made to the stability of the process, in order to propose certain suggestions for improvement, by analyzing the previously built control charts.

**Keywords:** SPC (Statistical Process Control), MSPC (Multivariate Statistical Process Control), Control Charts, Process Capability, Data Transformation



# Índice

1.	Introdução .....	1
1.1.	Enquadramento .....	1
1.2.	Motivações e Objetivos .....	2
1.3.	Metodologia de Investigação.....	2
1.4.	Estrutura do Documento.....	3
2.	Estatística Aplicada à Gestão da Qualidade.....	5
2.1.	Introdução.....	5
2.2.	Conceito de Qualidade .....	5
2.2.1.	Evolução Histórica de Qualidade .....	5
2.2.2.	Sistema de Gestão da Qualidade.....	7
2.2.3.	Ferramentas da Qualidade .....	8
2.2.3.1.	Diagrama de Causa-e-Efeito .....	8
2.2.3.2.	Histograma .....	9
2.3.	Controlo Estatístico de Processos .....	10
2.3.1.	Abordagem Tradicional do Controlo Estatístico Univariado.....	10
2.3.1.1.	Regras para Detecção de Causas Especiais de Variação .....	12
2.3.1.2.	Procedimento.....	13
2.3.1.3.	Número de Observações na Fase 1.....	14
2.3.1.4.	Tipos de Cartas de Controlo.....	15
2.3.1.4.1.	Cartas para a Fase 1 do SPC .....	15
2.3.1.4.2.	Cartas para a Fase 2 do SPC .....	18
2.3.1.5.	Condições de Aplicação .....	18
2.3.1.5.1.	Aleatoriedade dos Dados .....	19
2.3.1.5.2.	Normalidade dos Dados .....	19
2.3.1.5.3.	Independência dos Dados.....	21
2.3.1.6.	Capacidade do Processo .....	22
2.3.2.	“Pequenas Produções” no Controlo Estatístico Univariado .....	23
2.3.2.1.	Tipos de Cartas de Controlo.....	23
2.3.2.2.	Capacidade do Processo .....	25
2.3.3.	Abordagem Tradicional do Controlo Estatístico Multivariado.....	26
2.3.3.1.	Tipos de Cartas de Controlo.....	27
2.3.3.2.	Número de Observações.....	31
2.3.3.3.	Condições de Aplicação .....	32
2.3.3.4.	Capacidade Multivariada do Processo .....	32
2.3.3.5.	Interpretação das Cartas Multivariadas.....	36

2.3.4.	“Pequenas Produções” no Controlo Estatístico Multivariado .....	37
2.3.4.1.	Número Suficiente de Dados.....	37
2.3.4.2.	Número Insuficiente de Dados .....	37
3.	Caracterização da Empresa.....	39
3.1.	BA Vidro .....	39
3.1.1.	História.....	39
2.3.4.	Missão, Visão, Valores e Princípios .....	41
2.3.5.	Estrutura Organizacional .....	42
3.2.	Processo Produtivo .....	43
3.3.	Sistema de Gestão da Qualidade .....	49
4.	Caso de Estudo.....	51
4.1.	Âmbito do Caso de Estudo.....	51
4.1.1.	Situação Atual da Empresa .....	51
4.1.2.	Alvo de Estudo.....	53
4.1.3.	Recolha de Dados .....	55
4.2.	Análise dos Dados.....	56
4.2.1.	Fase 1 do Estudo Univariado .....	56
4.2.1.1.	Construção das Cartas de Controlo .....	56
4.2.1.2.	Verificação da Normalidade .....	59
4.2.1.3.	Capacidade do Processo .....	60
4.2.1.4.	Transformação dos Dados .....	61
4.2.1.4.1.	Distribuições de Johnson .....	61
4.2.1.4.2.	Transformação Box e Cox.....	62
4.2.1.5.	Transformação do Valor das Especificações .....	66
4.2.2.	Fase 2 do Estudo Univariado .....	67
4.2.2.1.	Monitorização da Capacidade .....	68
4.2.2.2.	Construção das Cartas de Controlo .....	68
4.2.3.	Fase 1 do Estudo Multivariado .....	68
4.2.3.1.	Construção das Cartas de Controlo .....	69
4.2.3.2.	Capacidade do Processo .....	74
4.2.4.	Fase 2 do Estudo Multivariado .....	76
4.2.4.1.	Construção das Cartas de Controlo .....	76
4.2.4.1.1.	Método da Estatística d .....	76
4.3.	Comparação de Resultados .....	77
4.3.1.	Fase 1 .....	77
4.3.2.	Fase 2.....	82

4.4.	Análise da Estabilidade do Processo .....	83
4.4.1.	Avaliação e Considerações .....	84
4.4.2.	Sugestões de Melhoria .....	85
5.	Conclusões do Estudo .....	87
5.1.	Conclusões Gerais .....	87
5.2.	Sugestões para Trabalhos Futuros .....	88
	Referências Bibliográficas .....	91
	Anexos.....	95
	Anexo A: Constantes para Cartas Tradicionais de Variáveis.....	95
	Anexo B: Tabelas do Teste de Kolmogorov-Smirnov.....	96
	Anexo C: Macroestrutura da BA Vidro.....	98
	Anexo D: Cartas de Controlo Univariadas da Fase 1.....	99
	Anexo E: Histograma para Verificação da Normalidade .....	106
	Anexo F: Transformação de Johnson: Produto A, Característica $X_4$ .....	112
	Anexo G: Transformação de Box e Cox e Cartas Revistas .....	113
	Anexo H: Cartas Z e W.....	123
	Anexo I: Valores da Estatística $T^2$ da Fase 1 .....	143
	Anexo J: Valores da Estatística $T^2$ da Fase 1 Revistos .....	144
	Anexo L: Carta e Valores da Estatística $T^2$ da Fase 2 .....	145
	Anexo M: Valores da estatística d .....	153



# Índice de Figuras

Figura 1.1 - Estrutura do documento.....	4
Figura 2.1 - Diagrama de Causa-e-Efeito ou Diagrama de Ishikawa .....	9
Figura 2.2 - Exemplo de um histograma com $k = 8$ .....	10
Figura 2.3 - Exemplo de uma Carta de Controlo .....	11
Figura 2.4 - Zona de não-rejeição de $H_0$ para um teste bilateral .....	12
Figura 2.5 - Regras para deteção de causas especiais segundo a ISO 7870:2013.....	13
Figura 2.6 - Exemplo da região tolerada modificada .....	34
Figura 2.7 - Exemplo de $D_1$ e $D_2$ tendo $Y_1$ uma especificação bilateral e $Y_2$ uma especificação unilateral à direita.....	35
Figura 3.1 - Logótipo atual da BA desde dezembro de 2008.....	40
Figura 3.2 - Fábricas do Grupo BA .....	41
Figura 3.3 - Valores da BA .....	42
Figura 3.4 - Organograma da BA Vidro.....	43
Figura 3.5 - Organograma da BA pela sua divisão geográfica .....	43
Figura 3.6 - Processo da embalagem de vidro .....	44
Figura 3.7 - Silos da fábrica da BA Venda Nova.....	44
Figura 3.8 - Posto de Controlo dos fornos da BA Venda Nova.....	45
Figura 3.9 - Máquina IS em funcionamento da BA Venda Nova .....	46
Figura 3.10 - Arca de recozimento de uma linha de produção da BA Venda Nova .....	47
Figura 3.11 - Inspeção manual realizada à saída da arca (à esquerda) e nas máquinas de inspeção (à direita).....	47
Figura 3.12 - Máquinas de inspeção automática .....	48
Figura 3.13 - Máquina de paletização .....	48
Figura 3.14 - Empilhador a armazenar paletes .....	49
Figura 4.1 - Sistema de controlo baseado na deteção .....	51
Figura 4.2 - Sistema de controlo baseado na prevenção .....	52
Figura 4.3 - Instrumento para medição da característica $X_4$ .....	55
Figura 4.4 - Carta da média e do desvio padrão da característica $X_1$ do produto A.....	57
Figura 4.5 - Carta da média e do desvio padrão da característica $X_1$ do produto A revista com inclusão da amostra real 25.....	57
Figura 4.6 - Carta da média e do desvio padrão da característica $X_1$ do produto A revista com inclusão da amostra real 26.....	58
Figura 4.7 - Carta da média e do desvio padrão da característica $X_1$ do produto A revista com inclusão da amostra real 27.....	58
Figura 4.8 - Histograma das observações individuais e teste de Kolmogorov-Smirnov da característica $X_1$ do produto A .....	59
Figura 4.9 - Histograma e teste de Kolmogorov-Smirnov obtidos com os dados transformados da característica $X_2$ do produto A.....	63

Figura 4.10 - Carta da média e do desvio padrão da Fase 1 da característica $X_2$ do produto A com recurso aos dados transformados.....	64
Figura 4.11 - Carta $T^2$ do produto A.....	70
Figura 4.12 - Carta $T^2$ do produto C.....	70
Figura 4.13 - Carta $T^2$ do produto D.....	71
Figura 4.14 - Carta $T^2$ revista do produto A.....	72
Figura 4.15 - Carta $T^2$ revista do produto C.....	72
Figura 4.16 - Carta multivariada $T^2$ revista do produto D.....	73
Figura 4.17 - Diagrama de causa-e-efeito para incumprimento da periodicidade de recolha.....	86

# Índice de Tabelas

Tabela 2.1 - Descrição das regras para deteção de causas especiais segundo a ISO 7870:2013 .....	13
Tabela 2.2 - Tipos de cartas de controlo do estudo univariado .....	15
Tabela 2.3 - Limites de controlo das cartas de Shewart na Fase 2 do controlo estatístico.....	18
Tabela 2.4 - Tabela resumo do sistema de distribuições de Johnson .....	19
Tabela 2.5 - Equações para determinação dos parâmetros de Johnson .....	21
Tabela 2.6 - Índices de capacidade do processo para dados Normais .....	22
Tabela 2.7 - Índices de capacidade do processo para dados não Normais .....	23
Tabela 2.8 - Tipos de Cartas de Controlo para pequenas produções .....	24
Tabela 2.9 - Tipos de Cartas de Controlo do estudo multivariado .....	27
Tabela 3.1 - Segmentos das embalagens de vidro.....	39
Tabela 3.2 - Matéria-prima do vidro de embalagem .....	45
Tabela 3.3 - Tons do vidro de embalagem.....	45
Tabela 3.4 - Vantagens da obtenção do certificado da Norma 9001 .....	49
Tabela 4.1 - Plano de produção da fábrica da Marinha Grande no mês de março de 2016 para a respetiva linha de produção .....	53
Tabela 4.2 - Aspeto final das embalagens de vidro em estudo .....	54
Tabela 4.3 - Especificação das características a controlar (em milímetros).....	54
Tabela 4.4 - Tabela resumo da Normalidade das observações individuais .....	60
Tabela 4.5 - Valores obtidos para os índices de capacidade recorrendo ao Statistica inserindo informação relativamente à Normalidade ou não Normalidade das observações individuais.....	61
Tabela 4.6 - Determinação de $X_i$ segundo o método dos percentis .....	61
Tabela 4.7 - Parâmetros da distribuição de Johnson.....	62
Tabela 4.8 - Ponto 24 correspondente à amostra real número 24 da Fase 1 da característica $X_2$ do produto A que não pertence ao domínio definido .....	62
Tabela 4.9 - Dados transformados da Fase 1 da característica $X_2$ do produto A.....	63
Tabela 4.10 - Tabela resumo do valor dos parâmetros do processo .....	65
Tabela 4.11 - Valor de $\lambda$ de cada transformação realizada .....	65
Tabela 4.12 - Valor dos parâmetros do processo e índice de capacidade da característica $X_2$ do produto A .....	66
Tabela 4.13 - Valor dos limites de especificação originais e transformados, e valor de $C_{pk}$ e $C_{pkRevisto}$ .....	67
Tabela 4.14 - Valores dos limites de controlo da carta Z e $W_s$ .....	68
Tabela 4.15 - Valor das constantes que permitem determinar o valor dos limites de controlo da carta $T^2$ da Fase 1 .....	69
Tabela 4.16 - Valor das constantes que permitem determinar o valor dos limites de controlo da carta $T^2$ revista da Fase 1 .....	71
Tabela 4.17 - Argumentos a inserir no programa MVNCDF .....	74
Tabela 4.18 - Valores obtidos para $\eta$ e respetivo erro .....	75
Tabela 4.19 - Possíveis valores de $\psi$ para diferentes valores de $\eta$ .....	75
Tabela 4.20 - Valores obtidos para $MEC_{pk}$ de cada produto .....	76

Tabela 4.21 - Valores da estatística $T_{(j)}^2$ e de $d_j$ .....	77
Tabela 4.22 – Pontos eliminados do estudo univariado e multivariado do produto A .....	78
Tabela 4.23 - Comparação dos parâmetros do processo do estudo univariado e multivariado do produto A .....	79
Tabela 4.24 - Valores dos índices de capacidade obtidos no estudo univariado e multivariado do produto A .....	79
Tabela 4.25 - Comparação dos parâmetros do processo do estudo univariado e multivariado do produto C .....	80
Tabela 4.26 - Valores dos índices de capacidade obtidos no estudo univariado e multivariado do produto C .....	80
Tabela 4.27 - Pontos eliminados da Fase 1 do estudo univariado e multivariado do produto D.....	80
Tabela 4.28 - Comparação dos parâmetros do processo do estudo univariado e multivariado do produto D .....	81
Tabela 4.29 - Valores dos índices de capacidade obtidos no estudo univariado e multivariado do produto D .....	82
Tabela 4.30 - Número total de causas especiais de variação para cada produto no estudo univariado e multivariado .....	82
Tabela 4.31 – Número de causas especiais de variação no estudo univariado e número de contribuições de cada característica para as causas especiais de variação no estudo multivariado .....	83

## Lista de Siglas

ARL	<i>Average Run Length</i>
CUSUM	Carta de Somas Acumuladas
CUSUMQ	Carta CUSUM para número restrito de dados
CV	<i>Conformance Volume</i>
EWMA	Carta de Média Móvel Exponencialmente Amortecida
EWMAQ	Carta EWMA para número restrito de dados
IS	<i>Individual Section</i>
K-S	Kolmogorov-Smirnov
LIC	Limite Inferior de Controlo
LIE	Limite Inferior de Especificação
LC	Linha Central
LSC	Limite Superior de Controlo
LSE	Limite Superior de Especificação
MR	<i>Moving Range</i>
MSPC	<i>Multivariate Statistical Process Control</i>
NCV	<i>Non Conformance Volume</i>
PDCA	Ciclo “ <i>Plan Do Check Act</i> ”
PR	<i>Process Region</i>
QR	<i>Quantile Ratio</i>
SGQ	Sistema de Gestão da Qualidade
SPC	<i>Statistical Process Control</i>
TQM	<i>Total Quality Management</i>



# Lista de Símbolos

$\cosh^{-1}$	Coseno hiperbólico inverso
$C_p, C_{pk}, C_{pm}, C_{pmk}$	Índices de capacidade em controlo univariado
$C_{pM}, PV, LI, MCP_{NVC}, MEC_{pk}$	Índices de capacidade em controlo multivariado
$D_{Crítico}$	Valor crítico do teste de Kolmogorov-Smirnov
$f_r$	Frequência relativa
$f_a$	Frequência absoluta
$F_r$	Frequência relativa acumulada
$F_{\alpha; \theta_1, \theta_2}$	Percentil à direita da distribuição de Fisher, para uma probabilidade $\alpha$ com $\nu_1$ e $\nu_2$ graus de liberdade
$H_0$	Hipótese nula
$H_1$	Hipótese alternativa
$m$	Número de amostras ou observações individuais
$\tilde{M}$	Mediana do processo
$MR$	Amplitude móvel
$\overline{MR}$	Média de amplitudes móveis
$\overline{MR}_r$	Média de amplitudes móveis no instante $r$
$MCPI, MCPS$	Índices de capacidade de implementação de análise do componente principal
$n$	Dimensão da amostra
$N$	Número total de dados ( $n \times m$ )
$N(\mu, \sigma)$	Distribuição Normal com média $\mu$ e variância $\sigma^2$
$N_p(\mu, \sigma^2)$	Distribuição Normal multivariada com média $\mu$ e variância $\sigma^2$
$NID(\mu, \sigma^2)$	Distribuição Normal de dados independente e identicamente distribuídos com $\mu = 0$ e variância $\sigma^2$
$R_i$	Amplitude da amostra $i$
$\bar{R}$	Amplitude média
$\bar{R}_r$	Amplitude média no instante $r$
$S_i$	Desvio padrão da amostra $i$
$S_{jnk}$	Covariância da característica $j$ e $h$ na amostra $k$
$S^2$	Variância amostral
$S_{jk}^2$	Variância amostral da característica $j$ na amostra $k$
$\bar{S}$	Desvio padrão médio
$\bar{S}_{jk}$	Média das covariâncias da amostra entre as características $j$ e $h$
$\bar{S}_r$	Média do desvio padrão no instante $r$

$\bar{S}^2$	Média da variância amostral
$\bar{S}_j^2$	Média das variâncias amostrais referentes à característica da qualidade $j$
$S_B, S_L, S_U$	Famílias de distribuições de Johnson
$\operatorname{sinh}^{-1}$	Seno hiperbólico inverso
$T$	Alvo (“ <i>Target</i> ”)
$X_i$	Característica da qualidade $i$
$X_{ijk}$	Observação $i$ da característica $j$ da amostra $k$
$\bar{X}_i$	Média da amostra $i$
$\bar{X}_{jk}$	Média da característica $j$ na amostra $k$
$\bar{\bar{X}}$	Média global
$\bar{\bar{X}}_j$	Média das médias das amostras referentes à característica da qualidade $j$
$\bar{\bar{X}}_r$	Média global no instante $r$
$\tilde{\bar{X}}$	Mediana média
$\tilde{\bar{X}}_r$	Mediana da amostra $i$
$Z$	Variável Normal reduzida
$(Z_i)_j, (Z_s)_j$	Índices de Capacidade para Cartas $Z$ e $W$
$\alpha$	Nível de significância, risco do produtor ou probabilidade de se cometer erro do tipo I
$\beta$	Risco do consumidor ou probabilidade de se cometer erro do tipo II
$\chi^2$	Estatística do Qui-quadrado
$\chi_{\alpha, \nu}^2$	Percentil à direita da distribuição do Qui-quadrado para uma probabilidade $\alpha$ com $\nu$ graus de liberdade
$\phi(\bullet)$	Função da distribuição Normal
$\gamma, \eta, \lambda, \varepsilon$	Parâmetros das distribuições de Johnson
$\mu$	Média do processo
$\vartheta$	Número de graus de liberdade
$\sigma$	Desvio padrão do processo
$\sigma^2$	Variância do processo

# 1. Introdução

---

No primeiro capítulo da presente dissertação pretende-se introduzir o tema em questão, apresentando o seu enquadramento e as motivações que o proporcionaram. Adicionalmente, serão revelados os objetivos do estudo, a metodologia utilizada para a sua investigação, e finalmente, a estrutura apresentada neste documento.

## 1.1. Enquadramento

Atualmente, a indústria tem vindo a sofrer grandes alterações devido à crescente competitividade entre empresas. Esta evolução acontece por consequência da decisão consciente dos consumidores, que procuram uma boa relação entre a Qualidade do produto e o seu preço de venda, tendo em conta a grande variedade de oferta atual. Por este mesmo motivo, a Qualidade tem vindo a tornar-se um foco importante na estratégia das empresas, acompanhado de uma exigência de produtividade elevada a custos reduzidos.

Com foco no desempenho da organização, tornou-se impreterível a necessidade de implementação de métodos e ferramentas que potenciem as vantagens competitivas da mesma, otimizando aquelas já existentes. Assim, a realização de uma produção com reduzida quantidade de produto reprocessado, permite agilizar o processo produtivo e diminuir os custos, permitindo a diferenciação em relação aos seus concorrentes diretos, oferecendo produtos de excelência aos seus consumidores a um preço acessível.

Sendo cada vez mais importante a obtenção de resultados positivos, a estatística revelou-se uma aliada para a conquista de um *output* desejável. Tal acontece porque permite a medição e consequente análise dos dados identificados como cruciais, aumentando a eficácia das tomadas de decisão. Desta forma, é possível definir um conjunto de ações e medidas que eliminem as causas que provocam resultados obsoletos, ou que diminuam o seu impacto no processo.

Por este motivo, no decorrer do século XX, deu-se o desenvolvimento do Controlo Estatístico de Processos no âmbito da Qualidade através de métodos que permitem identificar com clareza e eficácia onde atuar. Desta forma, é possível obter um conhecimento profundo de todos os fatores que têm algum tipo de impacto na produção da organização, relativos à garantia da qualidade do produto.

Tal método permite a realização de uma análise retrospectiva do processo numa fase inicial, e a sua consequente monitorização através da análise do *output* gerado, verificando se este cumpre as especificações estabelecidas à priori. Para a sua aplicação, recorre-se à construção de Cartas de Controlo elaboradas inicialmente por Walter Shewart. Com a visualização das cartas obtidas, pode-se auferir conclusões acerca da estabilidade do processo.

As primeiras implementações do *SPC* foram realizadas em produções em série, onde as quantidades e o tempo de produção eram bastante elevados. Com a crescente competitividade, existiu a

necessidade do desenvolvimento de métodos que permitiam a aplicação do *SPC* a produções mais complexas. Por este motivo, a sua aplicação é também viável em sistemas que produzem elevadas quantidades de produto num reduzido espaço de tempo, de forma a responder à procura atual. Adicionalmente, a sua aplicação em situações com um número reduzido de dados disponíveis é também possível, sendo esta barreira quebrada com cartas desenvolvidas posteriormente. Complementando estes desenvolvimentos, foram inclusive criadas cartas que permitem o estudo simultâneo de várias características da qualidade. Este método permite a obtenção de um conhecimento global do processo em estudo, agilizando a análise da estabilidade do mesmo e a sua subsequente monitorização, sempre que se pretende estudar duas ou mais variáveis em conjunto.

## 1.2. Motivações e Objetivos

Com base no referido anteriormente, em conjunto com a empresa BA Vidro, foi levantada a hipótese da realização de uma análise ao *SPC* efetuado na fábrica localizada na Marinha Grande. Esta necessidade surgiu devido à implementação do controlo estatístico numa outra fábrica do grupo, situada na Venda Nova, em Lisboa, local onde se realizou o estágio curricular que permitiu o desenvolvimento do caso de estudo.

Com esta oportunidade, de elevado interesse para a autora e para a empresa em questão, surgem dois objetivos centrais para a presente dissertação, sendo um deles focado no modo de interpretação dos dados e o segundo focado na BA Vidro. Relativamente ao primeiro objetivo referido, pretende-se implementar o *SPC* com base em duas abordagens distintas, analisando e comparando as mesmas de forma a que seja possível identificar a mais vantajosa para o caso em questão. Por este motivo, primeiramente será realizado o controlo estatístico univariado, analisando as características individualmente, e de seguida em simultâneo, no estudo multivariado. Adicionalmente, com a definição do segundo objetivo central, pretende-se avaliar a estabilidade do processo em estudo e a sua capacidade ao longo da produção, detetando os principais problemas existentes no *SPC* implementado na fábrica, sugerindo ações que permitam melhorar a sua aplicação nesta e noutras fábricas do grupo.

## 1.3. Metodologia de Investigação

Para o desenvolvimento do caso de estudo referido, foram definidas sete fases para a conclusão da mesma, apresentadas de seguida.

- 1ª Fase: Estado de Arte

Para iniciar o desenvolvimento do caso de estudo proposto, é necessário conhecer em detalhe os desenvolvimentos realizados até ao momento presente, relativo ao *SPC*. Por este motivo, é fundamental realizar uma revisão bibliográfica completa sobre o tema.

- 2ª Fase: Recolha de Dados

Conhecendo os avanços realizados em prol do controlo estatístico, é necessário conhecer os dados e os objetos que darão origem ao estudo, sendo fundamental compreender o método de recolha e a

frequência adotada. Por último, é necessário conhecer o responsável pelo registo e o sistema de medição implementado na BA Vidro na fábrica da Marinha Grande.

- 3ª Fase: Desenvolvimento da Primeira Abordagem

Nesta altura é possível dar início ao estudo do caso de estudo, a cada característica da qualidade de forma individual. Assim, é necessário construir as cartas de controlo mais apropriadas ao processo em questão, analisando a capacidade do mesmo, garantindo que os dados recolhidos cumprem os requisitos referidos na revisão bibliográfica, de modo a que os resultados sejam fidedignos.

- 4ª Fase: Desenvolvimento da Segunda Abordagem

De uma forma análoga à fase anterior, aqui será avaliado o *SPC* com recurso simultâneo aos dados relativos às características que se desejam estudar, com a construção das cartas de controlo que melhor se ajustam ao processo, analisando a capacidade do mesmo.

- 5ª Fase: Comparação das Abordagens Desenvolvidas

De modo a responder ao primeiro objetivo central definido, serão realizadas considerações que permitam entender aquela que apresenta um maior número de vantagens, sendo a mais adequada a que apresentar um nível de sensibilidade mais elevado, garantindo-se assim um controlo estatístico mais exigente.

- 6ª Fase: Verificação da Estabilidade do Processo

Para se entender a situação atual da fábrica da Marinha Grande, em última análise será realizada uma avaliação do sistema implementado, para se verificar se o método de amostragem recolhido é adequando ao mesmo e cumprido, analisando a estabilidade do processo durante a produção dos objetos em estudo. Esta fase permite responder ao segundo objetivo central apresentado.

- 7ª: Sugestões de Melhoria

Por último, tendo-se implementado as duas abordagens do *SPC* aos dados fornecidos pela empresa, será apresentado um conjunto de sugestões de melhoria que a autora acredita serem capazes de torná-lo mais eficiente, garantindo melhores resultados a nível do rendimento de produção da empresa.

## 1.4. Estrutura do Documento

O documento presente é composto por cinco capítulos, apresentando-se de seguida na Figura 1.1 um esquema que sucinta a informação contida em cada um.

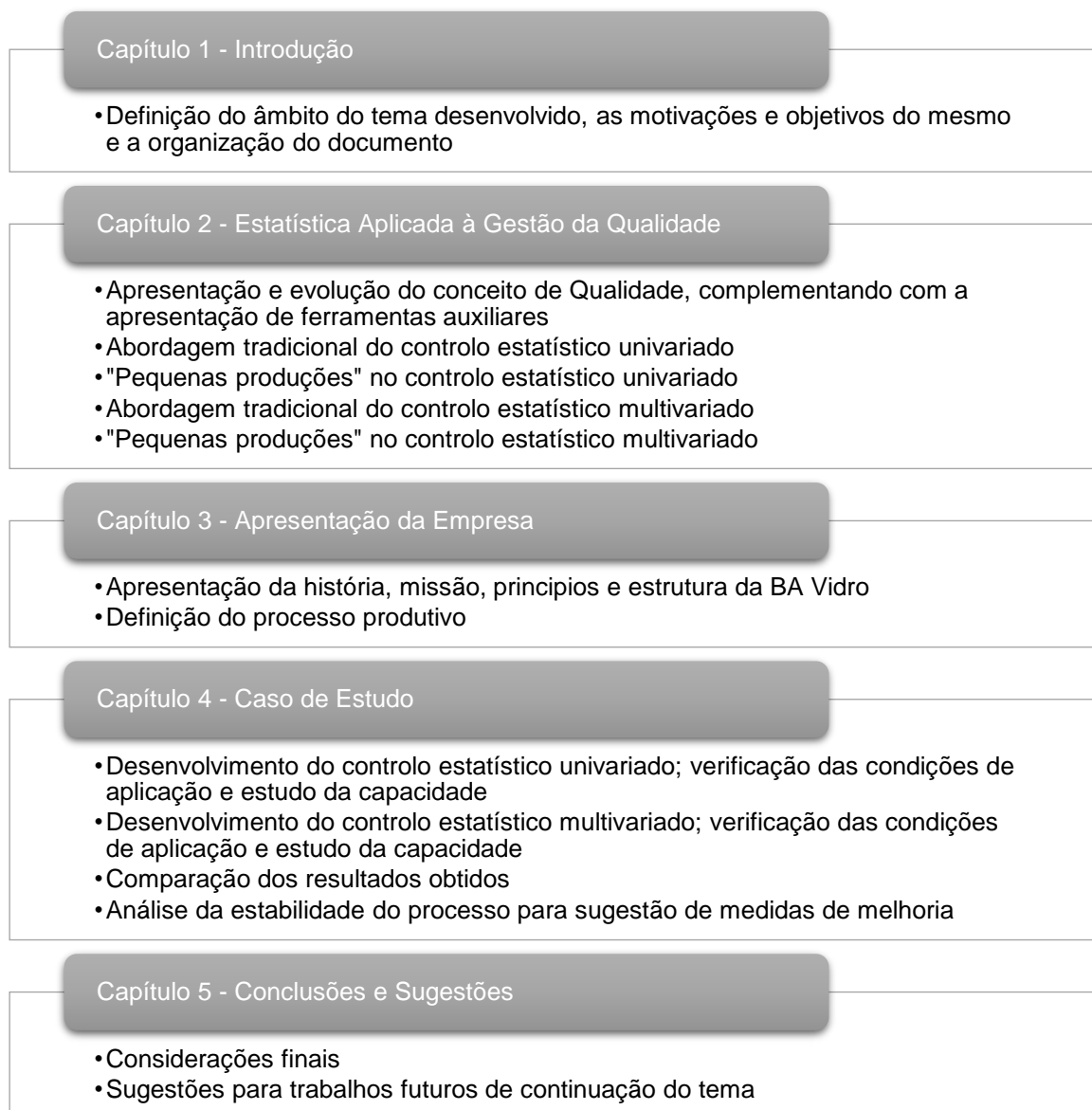


Figura 1.1 - Estrutura do documento

## 2. Estatística Aplicada à Gestão da Qualidade

---

### 2.1. Introdução

Para se dar início à presente dissertação, neste capítulo realizar-se-á uma revisão bibliográfica relativa ao Controlo Estatístico de Processos ou *SPC*. Para tal, é necessário introduzir o conceito de Qualidade, conhecendo a sua evolução e os autores que mais contribuíram para a sua dimensão atual. Para complementar, será explicitado o Sistema de Gestão da Qualidade e indicadas ferramentas que auxiliam a sua implementação numa organização.

Em seguida, será apresentado em detalhe o *SPC*, onde serão referidos o método de implementação e os objetivos do mesmo. Adicionalmente serão referidas as cartas de controlo que permitem a aplicação e avaliação da presente metodologia, onde se representam estatísticas que se pretendem controlar. Por último, serão indicados métodos que permitem adquirir conhecimento relativo à capacidade do processo, isto é, se este cumpre os requisitos do cliente, e por último, quais os pressupostos necessários para a sua aplicação.

Suplementarmente, o *SPC* será exposto tendo em conta dois casos distintos. Deste modo, caso se estude apenas uma única variável, deve desenvolver-se o estudo denominado de univariado. Por outro lado, no caso de se estudarem duas ou mais características em simultâneo, deve-se aplicar o controlo estatístico multivariado. Em adição, será ainda exposto o conceito de *SPC* para “pequenas produções”, tendo sido desenvolvido de forma a permitir a implementação do controlo estatístico a organizações com uma elevada oferta de produtos.

### 2.2. Conceito de Qualidade

Devido à crescente competitividade entre empresas, a necessidade de inovar, no sentido da criação de estratégias que permitam o desenvolvimento e reconhecimento destas na sociedade, tem resultado numa evolução significativa. Por este motivo, torna-se essencial assegurar a qualidade do produto ou serviço prestado, sendo esta condição fundamental para a obtenção da satisfação dos clientes.

No ramo industrial, pretende-se tornar objetiva e ampla a noção de qualidade dentro de uma organização, e não que esta signifique várias coisas para diferentes pessoas, como refere Doty (1996). Por este motivo, a qualidade consiste na avaliação do *output* gerado, sendo necessário verificar se este está de acordo com as especificações estabelecidas. Desta forma é possível garantir a satisfação do cliente e por sua vez, do consumidor final, podendo esta análise ser realizada a um produto ou um processo que se pretenda tornar mais eficiente.

#### 2.2.1. Evolução Histórica de Qualidade

O conceito de Qualidade está presente desde as civilizações mais primitivas, em atividades como a construção de variadas ferramentas que permitiam o cumprimento das funções que lhes eram

atribuídas. Para tal, identificava-se o material, a dimensão e o formato mais adequado à função das mesmas. De facto, em maior ou menor escala, a normalização, a metrologia e o controlo da qualidade foram fatores importantes para civilizações remotas, sendo um exemplo disso o império romano, com a construção de templos, teatros gregos ou aquedutos (Pereira & Requeijo, 2012).

A Revolução Industrial sucedida no século XVIII veio alterar a forma como a sociedade olhava para a qualidade, devido à produção em massa originada neste período. Como as fábricas não estavam devidamente preparadas para o elevado consumo que se fez sentir na época, a qualidade dos produtos sofreu consequências, sendo objetivo das empresas a oferta de produtos a preços reduzidos. De forma a melhorar o panorama da época, Frederick Winslow Taylor (1856-1915) desenvolveu um sistema que separa o planeamento da execução, por forma a tornar mais eficiente a produção. Esta implementação resultou em consequências negativas no âmbito da qualidade, porque levou à criação de departamentos focados na inspeção dos produtos, tendo originado um afastamento dos gestores de topo dos problemas fabris (Pereira & Requeijo, 2012).

Com a ocorrência de inúmeros defeitos nos equipamentos da 1ª Guerra Mundial, iniciaram-se técnicas estatísticas de avaliação da qualidade por amostragem durante a produção. Mais concretamente, Shewart (1891-1967) desenvolveu cartas de controlo que permitem a monitorização dos processos, diferenciando causas comuns de causas especiais de variação. Assim, com a aproximação da 2ª Guerra Mundial, tornou-se impreterível adotar a normalização e definir especificações técnicas, com mais incidência nos setores militar, naval e automóvel. Da mesma empresa onde trabalhava Shewart, Harold F. Dodge e Harry G. Homing desenvolveram o método da amostragem de aceitação, que consiste na inspeção de uma amostra da população, simplificando a inspeção até então realizada a 100% da produção, que segundo Doty (1996) era um problema bastante importante na época (Pereira & Requeijo, 2012).

Contudo, depois da 2ª Guerra Mundial, as empresas voltaram a focar-se na quantidade de produção e no cumprimento de prazos, colocando novamente a qualidade em segundo plano. Com a crise económica e social instalada no Japão, estes fizeram esforços no âmbito da qualidade através da criação de uma união de cientistas focada no controlo de qualidade, tendo por isso sido considerado, na década de 80, uma forte potência económica. Com isto, a qualidade começou a ganhar importância no resto do mundo (Pereira & Requeijo, 2012).

Como consequência, foi definido o conceito de Melhoria Contínua, consistindo na premissa que a qualidade de uma organização é intrínseca a todos os que a esta pertence, incluindo o empenho constante da gestão de topo. Adicionalmente, em 1950, com o aumento da diversidade de produtos, as empresas adotaram um Departamento de Qualidade responsável pela aplicação de estatísticas e realização de auditorias internas, de forma a dar resposta à complexidade de produtos e processos produtivos criados. Contudo, de forma a integrar o desenvolvimento, manutenção e melhoria contínua de uma organização, Feigenbaum A. V. (1981) introduziu o conceito de Qualidade Total como sendo um sistema de gestão que visa o acoplamento de equipas da organização, de modo a que se forneça um produto ou serviço que esteja acima ou consoante as expectativas do cliente, ao menor custo

possível. Para garantir o sucesso da sua implementação, Pereira & Requeijo (2012) indicam ser necessário ter em conta os seguintes fatores críticos:

- Envolvimento e responsabilidade da gestão de topo;
- Prioridade dada à qualidade e não à quantidade;
- Orientação para o cliente, cujas exigências começaram a assumir o primeiro lugar na lista de preocupações na empresa;
- Aplicação do princípio “fazer-bem-à-primeira” que reforçou a importância de conceber e desenvolver adequadamente os produtos e de prevenir a ocorrência de defeitos em detrimento da sua deteção no produto final;
- Formação intensiva em técnicas e métodos da qualidade extensível a todos os níveis hierárquicos;
- Criação dos círculos da qualidade, reconhecidos e apoiados pela gestão de topo, com o objetivo de aumentar a qualidade e a produtividade.

Com isto, as exigências dos consumidores cresceram tendo trazido consequências a nível financeiro, obrigando as empresas a uma adaptação e antecipação das necessidades dos consumidores, tornando-se mais flexíveis. Assim, para alcançarem a Excelência, estas começaram a adotar a Gestão pela Qualidade Total (*TQM, Total Quality Management*), como sendo uma filosofia implementada em toda a organização, de forma a assegurar ou exceder as expectativas dos clientes. Aqui, o principal objetivo centra-se na melhoria contínua dos processos que formam a organização, garantindo que estes geram valor acrescentado à empresa. Para a obtenção de resultados positivos com este sistema, a empresa deve planear a estratégia da mesma, realizar uma comunicação direta entre a gestão de topo e os colaboradores, e ter uma atitude de prevenção, entre outros (Pereira & Requeijo, 2012).

Como consequência dos avanços realizados no século XX, atualmente é dada muita atenção à Qualidade em qualquer organização, em diversos setores da atividade económica. Com a aplicação das práticas desenvolvidas, é possível verificar um aumento da produtividade e da fidelização dos clientes com a redução dos custos globais, melhorando significativamente o rendimento da empresa, e por consequência, a experiência do cliente (Pereira & Requeijo, 2012).

### 2.2.2. Sistema de Gestão da Qualidade

Segundo Pereira e Requeijo (2012), os autores que mais contribuíram para a criação e evolução da gestão da qualidade foram Crosby (1979), Deming (1986) e Juran (1999), tendo sido definidos mais tarde, por gestores ocidentais, um conjunto de pontos presentes nos desenvolvimentos dos autores, sendo estes:

- A qualidade é um fator crítico de sucesso de qualquer organização;
- As atividades de prevenção são fundamentais para se obter qualidade sem aumentar os custos;
- O compromisso e envolvimento da gestão de topo nas atividades relacionadas com a melhoria contínua da qualidade são imprescindíveis;

- A formação e participação ativa de todos os colaboradores são essenciais para se gerir com êxito a qualidade.

Um sistema de gestão que dirige e controla uma organização ao nível da Qualidade, identificando a estrutura organizacional, as responsabilidades, os processos e os recursos necessários para o alcance dos objetivos definidos, é considerado um Sistema de Gestão da Qualidade, SGQ. De forma a certificar organizações de qualquer setor económico, em 1987 surgiu o primeiro referencial internacional, composto pelas normas da série ISO 9000, atualizada recentemente no ano de 2015, constituído por oito princípios essenciais.

- Focalização no cliente;
- Liderança;
- Envolvimento das pessoas;
- Abordagem por processos;
- Abordagem da gestão como um sistema;
- Melhoria contínua;
- Abordagem à tomada de decisão baseada em factos;
- Relações mutuamente benéficas com fornecedores.

Com a crescente evolução verificada, as entidades certificadoras elaboraram normas para avaliação da atitude face a questões ambientais, questões de segurança e saúde no trabalho ou de responsabilidade social (Pereira & Requeijo, 2012).

### 2.2.3. Ferramentas da Qualidade

Para a resolução estruturada de problemas são geralmente definidas três fases. Assim, a primeira consiste na identificação do problema, complementada pela descrição e caracterização da mesma. Na segunda fase é necessário analisar o problema referido, realizando um levantamento das causas potenciais e das causas prioritárias. Por último, resta apenas desenvolver e implementar a resolução para o problema definido, realizando uma monitorização ao processo. (Pereira & Requeijo, 2012).

Durante o século XX, ocorreram vários esforços que permitiram o desenvolvimento de catorze ferramentas da qualidade que auxiliam a realização das três fases referidas. Nos subcapítulos seguintes, serão apresentadas três ferramentas usadas no desenvolvimento deste caso de estudo. Para o conhecimento das restantes ferramentas, aconselha-se a consulta do livro de Pereira & Requeijo (2012).

#### 2.2.3.1. Diagrama de Causa-e-Efeito

Para alcançar a Qualidade Total, o diagrama de causa-e-efeito ou diagrama de Ishikawa (1982) é uma ferramenta fundamental para uma identificação profunda das possíveis causas que provocaram o problema definido de uma forma clara. As causas gerais ou principais têm uma influência direta relativamente ao problema definido. Nos contextos produtivos consideram-se habitualmente seis categorias chave, apresentadas na Figura 2.1, sendo de cariz não obrigatório.

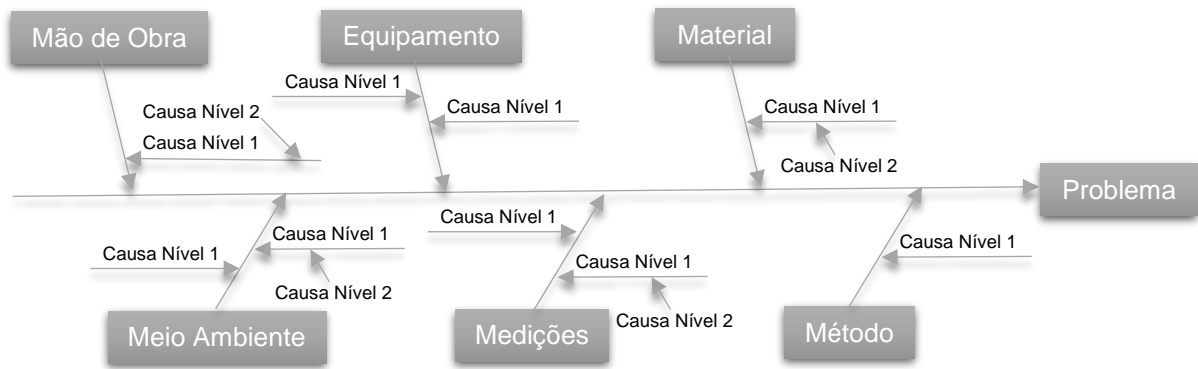


Figura 2.1 - Diagrama de Causa-e-Efeito ou Diagrama de Ishikawa

Dada por concluída a construção do diagrama, é necessário analisar o mesmo, realizando uma seleção das causas que têm mais probabilidade de serem responsáveis pela origem do problema. Assim, são definidas posteriormente as ações corretivas necessárias para a eliminação das mesmas, e identificado o responsável pela sua implementação e monitorização. Por fim, avalia-se a eficácia das ações e comunicam-se os resultados obtidos.

### 2.2.3.2. Histograma

O histograma é um gráfico de barras que ilustra a frequência de ocorrência dos valores, que permite analisar a forma como os dados se distribuem, assim como o conhecimento da dispersão e da localização dos valores recolhidos, independentemente de se tratar de uma variável contínua ou discreta. O número de classes,  $k$ , depende do número total de observações,  $N$ , sendo determinado através de regras, como as que se apresentam:

$$k = \sqrt{N} \quad (2.1)$$

$$k = 1 + 3,222 \times \log N \quad (\text{Regra de Sturges})$$

De seguida apresenta-se o procedimento para a construção de um histograma, sendo aconselhada a recolha de pelo menos cinquenta observações.

1. Determinação da amplitude,  $R$ , de cada classe, tendo em consideração a amplitude total dos dados observados,  $h$ , ou seja, a diferença entre os valores máximo e mínimos;

$$R = \frac{h}{k} \quad (2.2)$$

2. Agrupamento dos dados em classes, de forma a se determinar as frequências absolutas  $f_a$ , e as frequências relativas acumuladas  $F_r$ , sendo  $f_r$  a frequência relativa;

$$f_r = \frac{f_a}{N} \times 100(\%) \quad (2.3)$$

$$F_r = \sum_{i=1}^r f_{r_i} \quad (2.4)$$

3. Representação gráfica do histograma através de um gráfico de barras. Na Figura 2.2 apresenta-se um histograma em tom de exemplo.

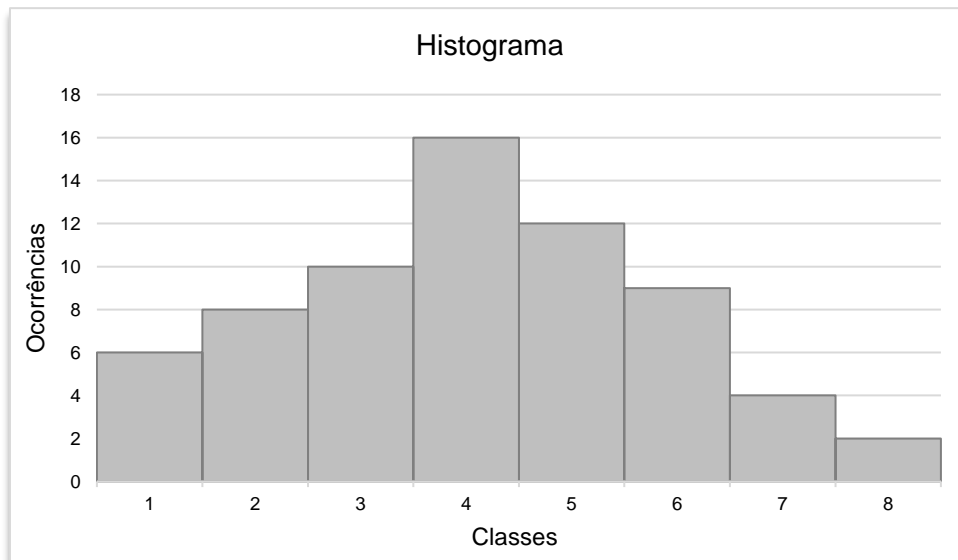


Figura 2.2 - Exemplo de um histograma com  $k = 8$

## 2.3. Controlo Estatístico de Processos

A implementação do *SPC* permite a realização de uma análise e monitorização do processo através da construção de cartas de controlo, reduzindo a variabilidade do mesmo e verificando se o *output* do processo cumpre as especificações pré-estabelecidas. Tal estudo pode ser realizado de duas formas distintas, por métodos univariados ou multivariados. Assim, caso o controlo estatístico seja desenvolvido com recurso a cada característica individualmente, está-se perante a primeira abordagem mencionada. Por outro lado, se o estudo for efetuado simultaneamente a todas as características que se pretendem controlar estatisticamente, está-se perante o estudo multivariado.

### 2.3.1. Abordagem Tradicional do Controlo Estatístico Univariado

O foco de qualquer processo industrial passa pela obtenção de um *output* que respeite as especificações definidas *à priori*. Contudo, processos concebidos de forma correta apresentam valores distintos para uma determinada característica da qualidade, devido à presença de várias fontes de variação, sendo estas distinguidas entre causas comuns e causas especiais de variação. A primeira representa as fontes de variação aleatórias que afetam um processo que esteja sob controlo estatístico, ao invés das causas especiais que acontecem de uma forma esporádica e que não se inserem na distribuição seguida pela característica. Assim, sempre que se verifique a existência de uma causa especial de variação, o processo não se encontra sob controlo estatístico. Shewart (1931) iniciou o desenvolvimento do *SPC*, tendo dado seguimento a este, autores como Burr (1976), Duncan (1986), Juran e Gyrona (1993), Pitt (1994), Dotty (1996), Quensenberry (1997), Montgomery (2001) e Pereira & Requeijo (2012).

Qualquer carta de controlo é representada por um gráfico composto pelos limites inferior (*LIC*) e superior de controlo (*LSC*), e pela linha central (*LC*). Neste, representa-se a estatística  $\omega$  ao longo do tempo, que permite concluir se este está sob controlo estatístico. Assim, caso todos os pontos pertençam ao intervalo  $[LIC_{\omega}, LSC_{\omega}]$  e se estes forem aleatórios no decorrer do estudo, isto é, não

apresentarem nenhuma tendência, o processo está sob controlo estatístico. Caso contrário o processo está fora de controlo estatístico, sendo necessário identificar a razão dessa causa especial de variação. Na Figura 2.3. apresenta-se um exemplo de uma carta de controlo de um processo sob controlo estatístico.

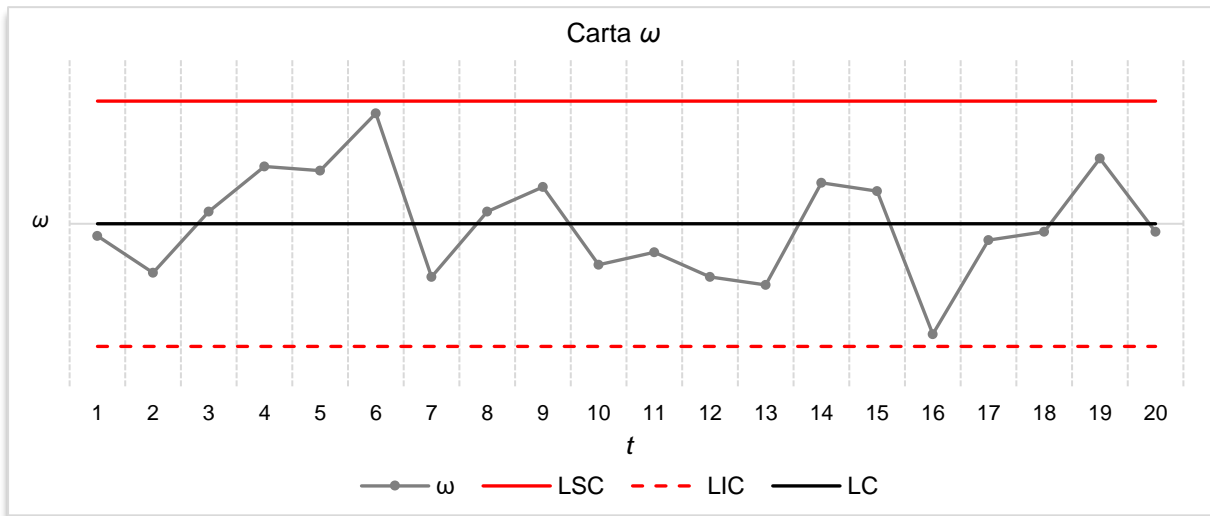


Figura 2.3 - Exemplo de uma Carta de Controlo

Os limites de controlo definidos por Shewart (1931) estão localizados a  $\pm 3\sigma_\omega$  da linha central, como apresentado de seguida, supondo que a estatística  $\omega$  é Normalmente distribuída.

$$\begin{aligned}
 LSC_\omega &= \mu_\omega + 3\sigma_\omega \\
 LC_\omega &= \mu_\omega \\
 LIC_\omega &= \mu_\omega - 3\sigma_\omega
 \end{aligned}
 \tag{2.5}$$

A probabilidade de um ponto se situar dentro dos limites é de 99,73%, existindo então um risco  $\alpha$  de 0,27% de existir um ponto fora dos mesmos. Assim, 0,27% representa a probabilidade de existir um ponto, que apesar de pertencer à distribuição da estatística  $\omega$ , está fora dos limites definidos. Esta probabilidade designa-se como risco do produtor ou risco do erro tipo I e é definido por:

$$\alpha = P\{\text{Erro Tipo I}\} = P\{\text{Rejeitar } H_0 | H_0 \text{ é verdadeira}\}$$

Este método de inferência estatística permite determinar se uma hipótese realizada sobre uma ou várias populações deve ser ou não rejeitada, a partir dos resultados obtidos de uma amostra. A hipótese que se pretende estudar é a hipótese nula,  $H_0$ , assumindo-se que esta é verdadeira ao longo do teste, sendo a sua rejeição dependente da presença de alguma evidência estatística. Esta padece de uma igualdade (=) na sua formulação, ao contrário da hipótese alternativa,  $H_1$ , que deve conter uma desigualdade ( $\neq$ ) caso o teste seja bilateral, ou  $<$  ou  $>$  caso seja unilateral. Assim, se o valor da estatística de teste estiver dentro do intervalo de não-rejeição, não se rejeita  $H_0$  para um nível de significância  $\alpha$ . Contudo, caso se verifique que o valor da estatística de teste está fora da região de não-rejeição, rejeita-se  $H_0$  para o mesmo  $\alpha$ . Na Figura 2.4 apresentam-se as zonas de rejeição para um nível de significância  $\alpha$ .

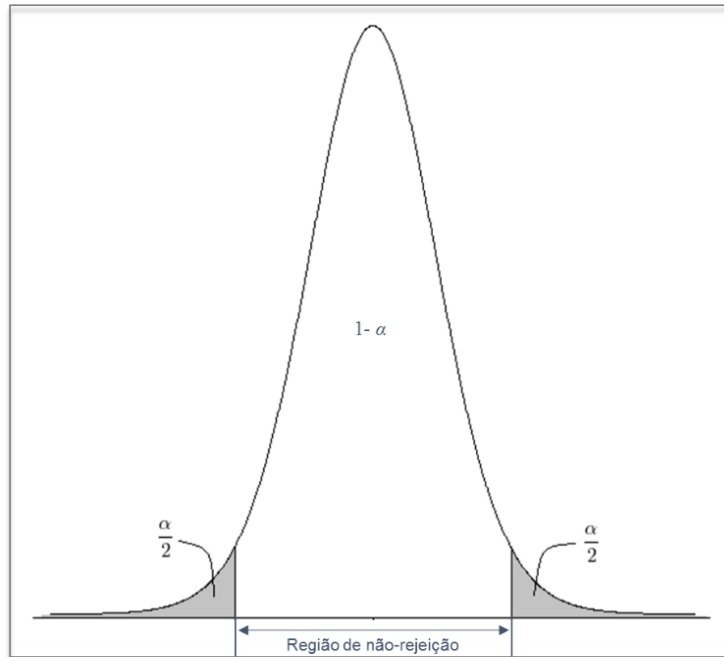


Figura 2.4 - Zona de não-rejeição de  $H_0$  para um teste bilateral

Adotando este critério, para um risco  $\alpha$  de 0,27%, existirá em média um falso alarme de 370 em 370 pontos. Este valor é chamado de *ARL* (*Average Run Length*) e tem sido a medida mais utilizada para avaliar o desempenho de uma carta de controlo, pretendendo-se que este valor seja o maior possível quando o processo se encontra sob controlo estatístico, determinado através da equação 2.6. Analogamente, quando o processo se encontra fora de controlo estatístico, *ARL* deve tomar o menor valor possível, para garantir uma certa rapidez em detetar uma alteração no parâmetro do processo, determinado com recurso à equação 2.7. Este depende do valor de  $\beta$ , representativo da probabilidade de se cometer o erro do tipo II ou erro do consumidor.

$$ARL_{em\ controlo} = \frac{1}{\alpha} = \frac{1}{0,0027} = 370 \quad (2.6)$$

$$ARL_{fora\ de\ controlo} = \frac{1}{1 - \beta} \quad (2.7)$$

$$\beta = P\{\text{Erro Tipo II}\} = P\{\text{Não Rejeitar } H_0 | H_0 \text{ é falsa}\}$$

### 2.3.1.1. Regras para Detecção de Causas Especiais de Variação

Para a verificação da existência de uma causa especial de variação, é necessário verificar se existe um ponto fora do intervalo  $[LIC_\omega, LSC_\omega]$ , como referido, ou se os pontos da carta formam algum tipo de padrão, verificando-se a não aleatoriedade dos mesmos. No presente estudo serão adotadas as regras para detecção de causas especiais da ISO 7870:2013, que indicam a ocorrência de uma situação fora de controlo estatístico, apresentadas na Tabela 2.1. Para a aplicação das regras é necessário dividir o intervalo compreendido entre os limites superior e inferior de controlo em seis zonas iguais. Para tal, cada uma tem uma largura equivalente a  $1\sigma_\omega$  e são designadas por A, B, C, sendo estas simétricas entre si relativamente à linha central.

Tabela 2.1 - Descrição das regras para detecção de causas especiais segundo a ISO 7870:2013

Regra	Descrição
1	Um ponto fora dos limites de controlo
2	Nove pontos consecutivos no mesmo lado da linha central
3	Seis pontos consecutivos no sentido ascendente ou descendente
4	Catorze pontos consecutivos crescendo e decrescendo alternadamente
5	Dois de três pontos consecutivos na zona A, do mesmo lado da linha central
6	Quatro de cinco pontos consecutivos na zona B ou A do mesmo lado da linha central
7	Quinze pontos consecutivos na zona C acima e abaixo da linha central
8	Oito pontos consecutivos de ambos os lados da linha central, sem nenhum na zona C

Para uma melhor compreensão da descrição das regras, exemplificam-se os padrões representativos de cada uma na Figura 2.5.

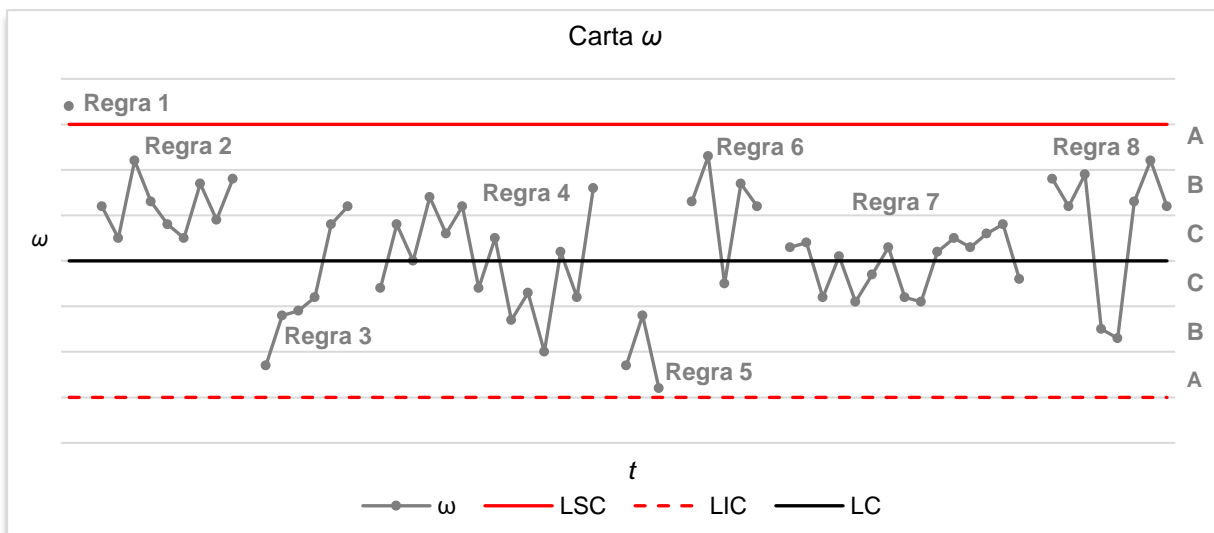


Figura 2.5 - Regras para detecção de causas especiais segundo a ISO 7870:2013

### 2.3.1.2. Procedimento

Na implementação do controlo estatístico é necessário considerar duas etapas com objetivos distintos, que se denominam por Fase 1 e Fase 2. A primeira realiza um controlo retrospectivo, enquanto que a fase seguinte é responsável pela monitorização do processo (Quesenberry, 1997; Pereira e Requejo, 2012).

Apresentam-se de seguida os passos apresentados por Doty (1996) a realizar para o desenvolvimento da Fase 1 do SPC, sendo os parâmetros do processo desconhecidos.

1. Seleção da característica da qualidade;
2. Desenvolvimento do plano de qualidade, com o método e equipamento de medição;
3. Seleção do tipo de carta de controlo – se por atributos ou variáveis;
4. Seleção da carta de controlo;

5. Definição da frequência da amostragem;
6. Definição da dimensão da amostra;
7. Definição dos métodos de recolha de dados e construção das folhas para registo;
8. Determinação dos limites de controlo e da linha central;
9. Construção das cartas de controlo;
10. Avaliação do processo, se este se encontra sob controlo estatístico. Caso contrário, é necessário determinar os limites de controlo e a linha central para as cartas revistas, após eliminação das causas especiais. Quando se verificar a estabilidade do processo, deve-se estudar a capacidade do processo.

Esta fase dá-se por concluída quando não se verificarem causas especiais de variação, sendo nesta altura possível estimar os parâmetros do processo, tendo em conta que este se encontra sob controlo estatístico. Para concluir a Fase 1, é também necessário verificar a aleatoriedade, a Normalidade e a independência dos dados, sendo assim possível realizar a análise da capacidade do processo.

Dada por concluída esta Fase, deve proceder-se para a realização da Fase 2, sendo esta responsável por controlar em tempo real o processo em questão, considerando os parâmetros do processo estimados na fase anterior. Isto permite verificar a existência de causas especiais de variação, sendo necessária a realização de ajustes ou implementação de medidas corretivas sempre que se verifique. Para tal, é necessário realizar um estudo pormenorizado que indique quais as causas que provocaram a variação, e garantir que as mesmas têm uma resolução eficaz. Para auxiliar este estudo, é possível recorrer a ferramentas da qualidade, enunciadas no capítulo 2.2. De seguida apresenta-se o procedimento da Fase 2 do controlo estatístico (Pereira & Requeijo, 2012).

1. Representação de *LIC*, *LC* e *LSC* no gráfico;
2. Recolha da amostra *i*, para determinação do valor da estatística;
3. Verificação da existência de causa especial de variação;
4. Identificação da causa caso se identifique uma situação fora de controlo, e realização da respetiva medida corretiva;
5. Recolha da amostra seguinte, e determinação do valor da estatística;
6. Realização sequencial segundo os pontos 3, 4 e 5.

### 2.3.1.3. Número de Observações na Fase 1

Para o cálculo dos limites de controlo da carta na Fase 1 e para a estimação dos parâmetros do processo, Pereira & Requeijo (2012) recomendam a recolha de 25 a 30 amostras de dimensão igual a 4 ou 5, para se garantir no total um mínimo de 100 observações individuais. Contudo, Quesenberry (1997) estabelece uma relação entre o número de amostras e a dimensão da amostra.

$$m \geq \frac{400}{n-1} \quad (2.8)$$

Desta forma, Quesenberry assegura que os limites de controlo determinados são bons estimadores dos verdadeiros limites de controlo. Pelo mesmo motivo, este recomenda  $N = 300$  para o caso de se recorrer a observações individuais.

### 2.3.1.4. Tipos de Cartas de Controle

Shewart (1931) distingue dois tipos de cartas de controle, dependendo de como são expressas as variáveis em estudo. Deste modo, quando as características da qualidade são expressas numa escala contínua, está-se perante cartas de controle de variáveis, sendo necessário construir duas cartas de controle para se controlar o parâmetro de localização e o parâmetro da dispersão. Por outro lado, se as características da qualidade tomarem valores discretos, é necessário construir cartas de controle de atributos, sendo exemplo de aplicação desta tipologia a proporção de unidades não conformes e o número de defeitos. Neste caso apenas se constrói uma carta de controle porque o desvio padrão depende somente da média e da dimensão da amostra. Na Tabela 2.2 apresentam-se os tipos de cartas de controle mais importantes.

No presente trabalho apresentam-se as cartas de controle de variáveis, sugerindo-se a consulta do livro de Pereira & Requeijo (2012) para conhecimento de cartas de controle de atributos.

Tabela 2.2 - Tipos de cartas de controle do estudo univariado

<b>Cartas de Controle de Variáveis</b>	Média e Amplitude Carta $\bar{X}$ e Carta $R$
	Média e Desvio Padrão Carta $\bar{X}$ e Carta $S$
	Média e Variância Carta $\bar{X}$ e Carta $S^2$
	Mediana e Amplitude Carta $\tilde{X}$ e Carta $R$
	Observações Individuais e Amplitudes Móveis Carta $X$ e Carta $MR$
<b>Cartas de Controle de Atributos</b>	Proporção de unidades não conformes Carta $p$
	Número de unidades não conformes Carta $np$
	Número de defeitos Carta $c$
	Número de defeitos por unidade Carta $u$

#### 2.3.1.4.1. Cartas para a Fase 1 do SPC

Na realização da Fase 1 do controle estatístico os parâmetros do processo são desconhecidos, sendo estes estimados quando o processo se encontrar sob controle estatístico. Assim, apresentam-se de seguida as equações que permitem a determinação dos limites de controle e da linha central, e a estimação dos parâmetros do processo.

##### a) Carta da Média e Carta da Amplitude

Estas são as mais usuais e mais simples a nível de construção, sendo necessária a construção da carta  $\bar{X}$  com os valores da média da amostra e a carta  $R$  com os valores da amplitude da mesma.

$$\bar{X}_i = \frac{\sum_{j=1}^n X_{ij}}{n} \quad (2.9)$$

$$R_i = X_{máx} - X_{mín} \quad (2.10)$$

De seguida apresentam-se os limites de controlo a determinar.

$$LIC_{\bar{X}} = \bar{X} - A_2 \bar{R} \quad LC_{\bar{X}} = \bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^m \bar{X}_i}{m} \quad LSC_{\bar{X}} = \bar{X} + A_2 \bar{R} \quad (2.11)$$

$$LIC_R = D_3 \bar{R} \quad LC_R = \bar{R} = \frac{\sum_{i=1}^m R_i}{m} \quad LSC_R = D_4 \bar{R} \quad (2.12)$$

Os valores das constantes  $A_2$ ,  $D_3$  e  $D_4$  dependem da dimensão da amostra e podem ser consultadas no Anexo A. De seguida apresentam-se os estimadores dos parâmetros do processo, com recurso ao mesmo Anexo para a consulta de  $d_2$ .

$$\hat{\mu} = \bar{X} \quad (2.13)$$

$$\hat{\sigma} = \frac{\bar{R}}{d_2} \quad (2.14)$$

#### b) Carta da Média e Carta do Desvio Padrão

No caso de uma dimensão de amostra igual ou superior a 10, aconselha-se o estudo da dispersão através do desvio padrão em substituição da amplitude. Segundo Montgomery (2001), desta forma é possível realizar um estudo mais eficiente porque a amplitude apenas considera o valor máximo e mínimo da amostra.

$$LIC_{\bar{X}} = \bar{X} - A_3 \bar{S} \quad LC_{\bar{X}} = \bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^m \bar{X}_i}{m} \quad LSC_{\bar{X}} = \bar{X} + A_3 \bar{S} \quad (2.15)$$

$$LIC_S = B_3 \bar{S} \quad LC_S = \bar{S} = \frac{\sum_{i=1}^m S_i}{m} \quad LSC_S = B_4 \bar{S} \quad (2.16)$$

onde:

$$S_i = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^n (X_j - \bar{X}_i)^2}{n-1}} \quad (2.17)$$

Os valores das constantes  $A_3$ ,  $B_3$  e  $B_4$  podem ser consultadas no Anexo A, assim como  $c_4$  para a estimação dos parâmetros do processo.

$$\hat{\mu} = \bar{X} \quad (2.18)$$

$$\hat{\sigma} = \frac{\bar{S}}{c_4} \quad (2.19)$$

#### c) Carta da Média e Carta da Variância

Em detrimento da carta  $S$ , é possível estudar a variância do processo através da variância amostral  $S^2$  quando a dimensão das amostras é constante no decorrer do estudo. Para a determinação dos limites e da linha central das cartas, tem-se que:

$$LIC_{\bar{X}} = \bar{X} - 3\sqrt{\frac{\bar{S}^2}{n}} \quad LC_{\bar{X}} = \bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^m \bar{X}_i}{m} \quad LSC_{\bar{X}} = \bar{X} + 3\sqrt{\frac{\bar{S}^2}{n}} \quad (2.20)$$

$$LIC_{S^2} = \frac{\bar{S}^2}{n-1} \chi_{1-\frac{\alpha}{2}; n-1}^2 \quad LC_{S^2} = \bar{S}^2 \quad LSC_{S^2} = \frac{\bar{S}^2}{n-1} \chi_{\frac{\alpha}{2}; n-1}^2 \quad (2.21)$$

onde  $\chi_{\frac{\alpha}{2}; n-1}^2$  e  $\chi_{1-\frac{\alpha}{2}; n-1}^2$  representam os valores críticos superior e inferior da distribuição  $\chi^2$ . Os estimadores dos parâmetros do processo são respetivamente:

$$\hat{\mu} = \bar{X} \quad (2.22)$$

$$\hat{\sigma} = \bar{S} \quad (2.23)$$

#### d) Carta da Mediana e Carta da Amplitude

Estas são utilizadas quando se contém uma dimensão de amostra constante e de número ímpar, de forma a que seja simples a determinação da mediana. Assim, em detrimento da carta  $\bar{X}$  constrói-se a carta  $\tilde{X}$ , onde:

$$LIC_{\tilde{X}} = \tilde{X} - \tilde{A}_2 \bar{R} \quad LC_{\tilde{X}} = \tilde{X} = \frac{\sum_{i=1}^m \tilde{X}_i}{m} \quad LSC_{\tilde{X}} = \tilde{X} + \tilde{A}_2 \bar{R} \quad (2.24)$$

$$LIC_R = D_3 \bar{R} \quad LC_R = \bar{R} = \frac{\sum_{i=1}^m R_i}{m} \quad LSC_R = D_4 \bar{R} \quad (2.25)$$

Os valores das constantes  $D_3$  e  $D_4$  podem ser consultados no Anexo A, sendo dependentes da dimensão da amostra. Segundo Pereira e Requeijo (2012), o valor de  $\tilde{A}_2$  para uma dimensão de amostra igual a 3, 5, 7, e 9 é dado por: 1,187; 0,691; 0,580 e 0,412 respetivamente. Em seguida apresentam-se os estimadores dos parâmetros do processo.

$$\hat{\mu} = \tilde{X} \quad (2.26)$$

$$\hat{\sigma} = \frac{\bar{R}}{d_2} \quad (2.27)$$

#### e) Carta de Observações Individuais e Carta da Amplitude Móvel

Sempre que a amostra é de dimensão igual a 1, isto é, composta por uma única observação, é necessário construir a carta das observações individuais  $X$  e da amplitude móvel  $MR$  (*Moving Range*). A primeira carta estuda a localização do processo, enquanto que a carta  $MR$  estuda a variância recorrendo-se a amostras fictícias compostas por amostras consecutivas (Pereira & Requeijo, 2012).

$$LIC_X = \bar{X} - \frac{3MR}{d_2} \quad LC_X = \bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^m X_i}{m} \quad LSC_X = \bar{X} + \frac{3MR}{d_2} \quad (2.28)$$

$$LIC_{MR} = D_3 \overline{MR} \quad LC_{MR} = \overline{MR} = \frac{\sum_{i=1}^m MR_i}{m-1} \quad LSC_{MR} = D_4 \overline{MR} \quad (2.29)$$

Os valores das constantes  $d_2$ ,  $D_3$  e  $D_4$  podem ser consultados no Anexo A, considerando uma dimensão da amostra igual ao número de observações usadas para determinar a amplitude móvel. Os estimadores dos parâmetros do processo são dados por:

$$\hat{\mu} = \bar{X} \quad (2.30)$$

$$\hat{\sigma} = \frac{\overline{MR}}{d_2} \quad (2.31)$$

#### 2.3.1.4.2. Cartas para a Fase 2 do SPC

Depois de verificado que o processo está sob controlo estatístico e estimados os parâmetros do mesmo, é possível dar início à Fase 2 do controlo estatístico univariado. Contudo, apenas se mantém o valor dos limites determinados anteriormente se a dimensão da amostra da Fase 2 for igual à realizada na Fase 1. Caso contrário, é necessário recalculer os limites de controlo para a Fase 2 do SPC em função de  $\mu$  e  $\sigma$ , apresentando-se na Tabela 2.3 as equações que permitem a sua determinação.

Tabela 2.3 - Limites de controlo das cartas de Shewart na Fase 2 do controlo estatístico

	LIC	LC	LSC
Carta da Média, $\bar{X}$	$\mu - A\sigma$	$\mu$	$\mu + A\sigma$
Carta da Amplitude, $R$	$D_1\sigma$	$d_2\sigma$	$D_2\sigma$
Carta da Média, $\bar{X}$	$\mu - A\sigma$	$\mu$	$\mu + A\sigma$
Carta do Desvio Padrão, $S$	$B_5\sigma$	$c_4\sigma$	$B_6\sigma$
Carta da Média, $\bar{X}$	$\mu - A\sigma$	$\mu$	$\mu + A\sigma$
Carta da Variância, $S^2$	$\frac{\sigma^2}{n-1} \chi_{1-\frac{\alpha}{2}; n-1}^2$	$\sigma^2$	$\frac{\sigma^2}{n-1} \chi_{\frac{\alpha}{2}; n-1}^2$
Carta da Mediana, $\tilde{X}$	$\mu - A\sigma$	$\mu$	$\mu + A\sigma$
Carta da Amplitude, $R$	$D_1\sigma$	$d_2\sigma$	$D_2\sigma$
Carta da Observações Individuais, $X$	$\mu - 3\sigma$	$\mu$	$\mu + 3\sigma$
Carta da Amplitude Móvel, $MR$	$D_1\sigma$	$d_2\sigma$	$D_2\sigma$

#### 2.3.1.5. Condições de Aplicação

Segundo Pereira & Requeijo (2012), para a realização do controlo estatístico é necessário ter em atenção três fatores importantes, sendo estes a aleatoriedade, a Normalidade e a independência dos dados. Assim, é necessária a realização de um estudo que verifique que estas estão a ser respeitadas, de modo a garantir a ausência de resultados equivocados.

### 2.3.1.5.1. Aleatoriedade dos Dados

Para se ter um conhecimento profundo relativo a uma possível mistura de populações diferentes ou uma correlação entre observações consecutivas, Pereira & Requeijo (2012) recomendam o desenvolvimento de um de três métodos: Teste das Sequências; Teste de Sequências Ascendentes e Descendentes; Teste Modificado do Quadrado Médio das Diferenças Sucessivas.

### 2.3.1.5.2. Normalidade dos Dados

Os desenvolvimentos apresentados anteriormente pressupõem que os dados sejam identicamente distribuídos segundo uma distribuição Normal com média  $\mu = 0$  e uma determinada variância,  $\sigma^2$ . Assim, pretende-se garantir que  $X \sim NID(\mu, \sigma^2)$ .

Para se verificar a Normalidade dos dados da variável  $X$ , Pereira e Requeijo (2012) sugerem a aplicação do teste do Qui-Quadrado e do teste de Kolmorov-Smirnov (K-S). A aplicação do segundo método é mais vantajosa porque é mais potente que o anterior, devido ao facto de ser independentemente do número de classes considerado. Na presente dissertação será aplicado o teste K-S.

Caso se verifique que os dados de uma determinada característica  $X$  não seguem uma distribuição Normal, é necessário transformar os mesmos para garantir que a variável transformada é Normalmente distribuída. Para tal, serão apresentados dois métodos.

#### I. Transformação pelo Sistema de Distribuições de Johnson

Este método é composto por três famílias de distribuições designadas por  $S_B$ ,  $S_L$  e  $S_U$ , sendo geradas através da transformação  $Z = \gamma + \eta k_i(X; \lambda, \varepsilon)$ , em que  $Z$  representa a variável Normal reduzida que se pretende conhecer e  $\gamma$ ,  $\eta$ ,  $\lambda$  e  $\varepsilon$  os parâmetros de Johnson. A família  $S_B$  representa uma distribuição limitada (*bounded* na terminologia anglo-saxónica), enquanto que  $S_L$  representa uma distribuição limitada à esquerda ou lognormal, e finalmente,  $S_U$  uma distribuição não limitada (*unbounded*). Na Tabela 2.4 apresenta-se um resumo da informação referente a cada família de distribuições.

Tabela 2.4 - Tabela resumo do sistema de distribuições de Johnson

	$S_B$	$S_L$	$S_U$
<b>Transformação</b>	$Z = \gamma + \eta \ln\left(\frac{X - \varepsilon}{\lambda + \varepsilon - X}\right)$	$Z = \gamma + \eta \ln(X - \varepsilon)$	$Z = \gamma + \eta \sinh^{-1}\left(\frac{X - \varepsilon}{\lambda}\right)$
<b>Condições para os parâmetros</b>	$\eta, \lambda > 0$ $-\infty < \gamma < -\infty$ $-\infty < \varepsilon < -\infty$	$\eta > 0$ $-\infty < \gamma < -\infty$ $-\infty < \varepsilon < -\infty$	$\eta, \lambda > 0$ $-\infty < \gamma < -\infty$ $-\infty < \varepsilon < -\infty$
<b>Domínio de <math>X</math></b>	$\varepsilon < X < \varepsilon + \lambda$	$X > \varepsilon$	$-\infty < X < -\infty$

Sendo essencial conhecer a família de distribuições de Johnson dos dados que se pretendem transformar, é necessário estimar os parâmetros referidos. Para tal, pode ser desenvolvido o método

dos momentos, o método dos percentis ou o método da máxima verosimilhança. Segundo Chou et al. (1998), o primeiro método referido foi pouco utilizado no tempo de Johnson por ser complexo e trabalhoso, sendo este problema ultrapassado atualmente com o uso de computadores. Relativamente ao método da máxima verosimilhança, sendo também de difícil aplicação, não permite uma estimativa dos parâmetros explícita. Por estes motivos, e devido à sua facilidade de cálculo, o método dos percentis é o mais utilizado. Este foi desenvolvido por variados autores, como Chou, et al (1994), baseando-se na determinação de quatro percentis ( $-sz$ ,  $-z$ ,  $z$  e  $sz$ ) da distribuição Normal reduzida. Em seguida, apresenta-se o procedimento para a determinação da família de distribuições a partir deste método, segundo Fernandes (2010).

1. Estimação dos percentis: relativamente aos percentis referidos anteriormente, tem-se que  $z > 0$  e  $s > 1$ , propondo alguns autores um valor de  $z = 0,524$  e  $s = 3$ ;
2. Determinação das áreas da distribuição Normal reduzida: sendo  $q_1 = \Phi(-sz)$ ,  $q_2 = \Phi(-z)$ ,  $q_3 = \Phi(z)$  e  $q_4 = \Phi(sz)$ , é necessário determinar  $X_i$  dos dados correspondentes, onde  $i = Nq_i(1/2)$ ;
3. Cálculo do Índice QR: conhecendo-se os valores de  $X_1$ ,  $X_2$ ,  $X_3$  e  $X_4$ , tem-se que:

$$QR = \frac{(X_4 - X_3)(X_2 - X_1)}{(X_3 - X_2)^2} \quad (2.34)$$

4. Determinação da família das distribuições de Johnson:
  - i. Se  $QR < 1$ , então  $X$  pertence à família de distribuições  $S_B$ ;
  - ii. Se  $QR = 1$ , então  $X$  pertence à família de distribuições  $S_L$ ;
  - iii. Se  $QR > 1$ , então  $X$  pertence à família de distribuições  $S_U$ .

Contudo, como  $X$  é uma variável aleatória, a probabilidade de  $QR = 1$  é nula. Por este motivo, Shayib (1989) estabeleceu que  $X$  pertence à família de distribuições  $S_L$  se  $QR \in [0,9;1,1]$ ;

5. Determinação dos parâmetros das distribuições de Johnson: na Tabela 2.5 apresentam-se as equações que o permitem, considerando  $m = X_4 - X_3$ ,  $n = X_2 - X_1$  e  $p = X_3 - X_2$ .

Conhecendo os valores dos parâmetros da família da distribuição de Johnson respetiva, é apenas necessário aplicar a transformação apresentada na Tabela 2.4 para a obtenção de  $Z$  em função dos dados não Normais.

Tabela 2.5 - Equações para determinação dos parâmetros de Johnson

$S_B$	$S_L$	$S_U$
$\eta = \frac{z}{\cosh^{-1}\left[\frac{1}{2}\left[\left(1+\frac{\rho}{m}\right)\left(1+\frac{\rho}{n}\right)\right]^{1/2}\right]}$		$\eta = \frac{2z}{\cosh^{-1}\left(\frac{1}{2}\left(\frac{m}{\rho} + \frac{n}{\rho}\right)\right)}$
$\gamma = \eta \sinh^{-1}\left(\frac{\left(\frac{\rho}{n} - \frac{\rho}{m}\right)\left[\left(1+\frac{\rho}{m}\right)\left(1+\frac{\rho}{n}\right) - 4\right]^{-1/2}}{2\left(\frac{\rho}{m} - \frac{\rho}{n}\right)}\right)$	$\eta = \frac{2z}{\ln\left(\frac{m}{\rho}\right)}$	$\gamma = \eta \sinh^{-1}\left(\frac{\frac{n}{\rho} - \frac{m}{\rho}}{2\left(\frac{m}{\rho} - \frac{n}{\rho} - 1\right)}\right)$
$\lambda = \frac{\rho\left[\left[\left(1+\frac{\rho}{m}\right)\left(1+\frac{\rho}{n}\right) - 2\right]^2 - 4\right]^{1/2}}{\left(\frac{\rho}{m} - \frac{\rho}{n}\right)}$	$\gamma = \eta \sinh^{-1}\left(\frac{\frac{m}{\rho} - 1}{\rho\left(\frac{m}{\rho}\right)^2}\right)$	$\lambda = \frac{2\rho\left(\frac{m}{\rho} - \frac{n}{\rho} - 1\right)^{1/2}}{\left(\frac{m}{\rho} + \frac{n}{\rho} - 2\right)\left(\frac{m}{\rho} + \frac{n}{\rho} + 2\right)^{1/2}}$
$\varepsilon = \frac{x_2 + x_3}{2} - \frac{\lambda}{2} + \frac{\rho\left(\frac{\rho}{n} - \frac{\rho}{m}\right)}{2\left(\frac{\rho}{m} - \frac{\rho}{n} - 1\right)}$		$\varepsilon = \frac{x_2 + x_3}{2} - \frac{\lambda}{2} + \frac{\rho\left(\frac{n}{\rho} - \frac{m}{\rho}\right)}{2\left(\frac{m}{\rho} + \frac{n}{\rho} - 2\right)}$

## II. Transformação de Box e Cox

Um outro método que permite a transformação de dados não Normais foi desenvolvido por Box e Cox (1964), no qual se determina o parâmetro de transformação  $\lambda$  mais adequado aos dados, permitindo garantir a homogeneidade da variância e a Normalidade dos dados, tendo-se que:

$$Y_i = \begin{cases} \ln(x_i), & \text{para } \lambda = 0 \\ \frac{x_i^\lambda - 1}{\lambda}, & \text{para } \lambda \neq 0 \end{cases} \quad (2.35)$$

Contudo, existem atualmente vários *softwares* que permitem uma aplicação simples e prática que tornam este método mais acessível. No desenvolvimento do presente caso de estudo, será utilizada uma aplicação do Microsoft Excel, denominada de Portal Action, que realiza de uma forma automática a transformação de Box e Cox. Sugere-se a consulta de Pereira & Requeijo (2012) para adquirir mais informações sobre o mesmo.

### 2.3.1.5.3. Independência dos Dados

Para se realizar o estudo relativo à independência dos dados, Pereira & Requeijo (2012) sugerem a determinação da Função de Auto-Correlação (FAC) e da Função Auto-Correlação Parcial (FACP). Estes permitem que seja apurada a auto-correlação dos mesmos, através da verificação da

independência existente entre o valor que a variável toma num determinado instante e do seu valor em instantes anteriores. Sugere-se a consulta de Pereira & Requeijo (2012) para mais conhecimento desta temática.

### 2.3.1.6. Capacidade do Processo

O estudo da capacidade do processo permite saber se este é capaz de produzir de acordo com as especificações técnicas do produto estabelecidas, refletindo a variação causada pelas causas comuns. Por este motivo, o seu desenvolvimento permite estudar como se pode diminuir a variação ou ajustar a média do processo.

Para tal, é necessário determinar os índices de capacidade apresentados na Tabela 2.6, quando se verifica a Normalidade dos dados.

Tabela 2.6 - Índices de capacidade do processo para dados Normais

$C_p$	$C_{pk}$	$C_{pm}$	$C_{pmk}$
$\frac{LSE - LIE}{6\sigma}$	$\frac{\min(LSE - \mu, \mu - LIE)}{3\sigma}$	$\frac{LSE - LIE}{\sqrt{\sigma^2 + \mu - T^2}}$	$\frac{\min(LSE - \mu, \mu - LIE)}{3\sqrt{\sigma^2 + \mu - T^2}}$

Considerando  $6\sigma$  como a variação aceitável para processos industriais, 99,73% dos valores de uma característica estão compreendidos entre  $\mu \pm 3\sigma$ . Assim, o índice de capacidade potencial,  $C_p$ , toma a equação apresentada para processos com especificação bilateral, afirmando-se que este tem capacidade potencial se  $C_p \geq 1,33$ .

Depois de realizado o estudo relativo à dispersão, é necessário conhecer a localização da média do processo, através do índice  $C_{pk}$ . Este é determinado através da comparação entre o valor de  $(C_{pk})_I$  e  $(C_{pk})_S$ , definido por:

$$\begin{aligned} (C_{pk})_I &= \frac{\mu - LIE}{3\sigma} \\ (C_{pk})_S &= \frac{LSE - \mu}{3\sigma} \end{aligned} \quad (2.36)$$

Assim, o  $C_{pk}$  será o menor valor entre  $(C_{pk})_I$  e  $(C_{pk})_S$  para especificações bilaterais. Se este valor for superior a 1,33, conclui-se que o processo é capaz. Adicionalmente, se  $(C_{pk})_I = (C_{pk})_S$ , verifica-se que o processo está centrado no valor nominal. Contudo, se a característica em estudo contiver uma especificação unilateral do tipo quanto-maior-melhor,  $C_{pk} = (C_{pk})_I$ , sendo capaz se esse valor for superior a 1,25. De forma análoga,  $C_{pk} = (C_{pk})_S$  para processos com uma especificação do tipo quanto-menor-melhor.

Semelhante ao índice  $C_p$ , o índice  $C_{pm}$  considera a dispersão do processo e também a diferença entre a média e o valor nominal da especificação,  $T$ . Da mesma forma, este índice apenas pode ser determinado em processos cuja característica contenha uma especificação bilateral. Assim, o índice  $C_{pmk}$  é pelo mesmo motivo idêntico ao índice  $C_{pk}$ .

No caso de não ser possível realizar o estudo do processo com recurso a dados Normalmente distribuídos, é necessário aplicar índices de capacidade adequados à distribuição dos mesmos, sendo estes apresentados na Tabela 2.7.

Tabela 2.7 - Índices de capacidade do processo para dados não Normais

$C_p$	$C_{pk}$	$C_{pm}$	$C_{pmk}$
$\frac{LSE - LIE}{5,15\sigma}$	$\min\left(\frac{\mu - LIE}{2,575\sigma}, \frac{LSE - \mu}{2,575\sigma}\right)$	$\frac{LSE - LIE}{5,15\sqrt{\sigma^2 + \mu - T^2}}$	$\frac{\min(LSE - \mu, \mu - LIE)}{2,575\sqrt{\sigma^2 + \mu - T^2}}$

Considera-se que a probabilidade de um valor da variável  $X$  se encontrar no intervalo  $\mu \pm 2,575\sigma$  é igual a 99%. As considerações realizadas para os índices de capacidade para dados Normais são em tudo semelhantes às considerações relativas aos índices de capacidade para dados não Normais.

### 2.3.2. “Pequenas Produções” no Controlo Estatístico Univariado

Atualmente, a estratégia das empresas consiste na redução de armazenamento de matérias-primas, de componentes, de produtos em via de fabrico e de produto acabado, visando a redução de custos, sendo estes encargos financeiros considerados como desperdício. Por este motivo, o foco centra-se atualmente na produção e venda imediata dos produtos, sendo as empresas obrigadas a planear e controlar de forma a que os mesmos sejam mantidos em armazém por pouco tempo, definindo novos programas de fabrico que põem em causa a qualidade dos mesmos (Pereira & Requeijo, 2012).

Considera-se um sistema produtivo como uma pequena produção sempre que:

- Se produza uma quantidade reduzida de unidades de cada vez, menos de vinte, com nova produção ao fim de um tempo suficientemente distante;
- Se produza uma quantidade suficientemente grande, mais de cem, com nova produção relativamente próxima;
- Se produza por lotes específicos ao longo do tempo, em número limitado.

#### 2.3.2.1. Tipos de Cartas de Controlo

Na Tabela 2.8 apresentam-se os tipos de cartas de controlo utilizados para processos com pequenas produções.

Na presente dissertação serão apresentadas as cartas  $Z$  e  $W$ , sugerindo-se a consulta de Pereira & Requeijo (2012) para entendimento das restantes cartas de controlo para o controlo estatístico univariado de pequenas produções.

Uma grande vantagem na construção das cartas de controlo  $Z$  e  $W$ , é o facto de estas permitirem a construção de uma só carta para o controlo de todas as características em estudo, sendo necessário garantir a condição de Normalidade dos dados. Estas são geralmente aplicadas na Fase 2, porque as estatísticas a determinar dependem dos parâmetros do processo estimados na Fase 1 do *SPC*.

Tabela 2.8 - Tipos de Cartas de Controlo para pequenas produções

Cartas de Controlo de Variáveis	Número de dados suficiente para a estimação dos parâmetros do processo	Carta de Diferenças	Média e Amplitude
			Média e Desvio Padrão
			Observações Individuais e Amplitudes Móveis
	Número de dados insuficiente para a estimação dos parâmetros do processo	Carta Z e Carta W	Média e Amplitude
			Média e Desvio Padrão
			Observações Individuais e Amplitudes Móveis
Número de dados insuficiente para a estimação dos parâmetros do processo	Carta Q	Observações Individuais e Amplitudes Móveis	
		Média e Variância	
			Carta <i>CUSUMQ</i> ou <i>EWMAQ</i>
Cartas de Controlo de Atributos	Parâmetros do processo conhecidos	Carta de proporção de não conformes – Carta $Z_p$	
		Carta de defeitos por unidade – Carta $Z_u$	
	Parâmetros do processo desconhecidos	Carta de proporção de não conformes – Carta $Q_p$	
		Carta de defeitos por unidade – Carta $Q_u$	

a) Cartas da Média e Carta da Amplitude

Para a construção das cartas é necessário determinar a estatística respetiva em cada instante de tempo  $i$ , da Fase 2, tendo em conta a dimensão da amostra,  $n_i$ .

$$(Z_i)_j = \left( \frac{\bar{X}_i - \mu}{\sigma / \sqrt{n_i}} \right)_j \quad (2.37)$$

$$(W_i)_j = \left( \frac{R_i}{\bar{R}} \right)_j \quad (2.38)$$

Em seguida apresentam-se os limites de controlo e a linha central das cartas.

$$LIC_Z = -3 \quad LC_Z = 0 \quad LSC_Z = 3 \quad (2.39)$$

$$LIC_{W_R} = D_3 \quad LC_{W_R} = 1 \quad LSC_{W_R} = D_4 \quad (2.40)$$

Os valores das constantes  $D_3$  e  $D_4$  podem ser consultados no Anexo A.

b) Cartas da Média e Carta do Desvio Padrão

Quando se pretende controlar o processo recorrendo a médias e desvios padrão amostrais, deve-se construir cartas Z e  $W_S$ . Para a determinação da estatística Z recorre-se à equação 2.37 apresentada,

sendo  $W_i$  dado por:

$$(W_i)_j = \left( \frac{S_i}{\bar{S}} \right)_j \quad (2.41)$$

Os limites de controlo da carta  $Z$  são dados pelas equações 2.39, sendo os limites de controlo da carta  $W_S$  definidos por:

$$LIC_{W_S} = B_3 \quad LC_{W_S} = 1 \quad LSC_{W_S} = B_4 \quad (2.42)$$

Da mesma forma, as constantes  $B_3$  e  $B_4$  podem ser consultadas no Anexo A.

### c) Cartas de Observações Individuais e Carta da Amplitude Móvel

Caso seja recolhida apenas uma observação, ou seja,  $n=1$ , é necessário construir a carta de observações individuais  $Z$  e a carta da amplitude móvel  $W_{MR}$ . As estatísticas  $Z$  e  $W$  são dadas por:

$$(Z_i)_j = \left( \frac{\bar{X}_i - \mu}{\sigma} \right)_j \quad (2.43)$$

$$(W_i)_j = \left( \frac{MR_i}{\overline{MR}} \right)_j \quad (2.44)$$

Adicionalmente, quando se utilizam duas amostras consecutivas para a determinação das amplitudes móveis,  $(W_i)_j$  pode ser calculado por:

$$(W_i)_j = \frac{(|Z_i - Z_{i-1}|)_j}{d_2} \quad (2.45)$$

Os limites de controlo da carta  $Z$  e da carta  $W_{MR}$  são determinados através das equações 2.37 e 2.40, respetivamente.

Para os desenvolvimentos apresentados relativo ao controlo estatístico de pequenas produções, é também necessário verificar as condições referidas anteriormente no Capítulo 2.3.1.5.

### 2.3.2.2. Capacidade do Processo

No sentido de se monitorizar a produção, na Fase 2 é possível verificar a capacidade do processo, tendo-se certificado que o mesmo estava sob controlo estatístico na Fase 1. Assim, à medida que vão sendo recolhidos dados da produção, é possível verificar imediatamente se as especificações definidas estão a ser cumpridas.

Assim, para as cartas  $Z$  e  $W$  apresentadas anteriormente, é possível determinar os índices  $Z_I$  e  $Z_S$  que não são nada mais que transformações adequadas dos índices  $(C_{pk})_I$  e  $(C_{pk})_S$  referidos anteriormente. Assim, os índices  $(Z_I)_j$  e  $(Z_S)_j$  são dados por:

$$(Z_I)_j = \left( \frac{LIE - \mu}{k\sigma} \right)_j \quad (2.46)$$

$$(Z_S)_j = \left( \frac{LSE - \mu}{k\sigma} \right)_j \quad (2.47)$$

Caso a especificação para o produto  $j$  seja bilateral,  $k$  toma o valor de 1,33. Para garantir que o processo é capaz num determinado instante, é necessário confirmar que  $(Z_I)_j \leq -3$  e  $(Z_S)_j \geq 3$ . Se estes forem simétricos, pode-se concluir que o processo está centrado. Contudo, se a especificação for unilateral, considera-se que  $k = 1,25$ . Assim, caso exista apenas o limite inferior de especificação, é necessário garantir que  $(Z_I)_j \leq -3$  para se considerar que o processo continua capaz. Caso contrário, é necessário verificar que  $(Z_S)_j \geq 3$ , tendo em conta o valor do limite superior de especificação definido.

Para se obter os valores de  $(\hat{Z}_I)_j$  e  $(\hat{Z}_S)_j$  em cada instante  $r$ , é necessário estimar os valores de  $(\hat{\mu})_j$   $(\hat{\sigma})_j$ , sendo estes atualizados sempre que se retira um novo dado da produção, caso este esteja dentro dos limites das cartas  $Z$  e  $W$ .

$$(\hat{Z}_I)_j = \left( \frac{LIE - \hat{\mu}_r}{k\hat{\sigma}_r} \right)_j \quad (2.48)$$

$$(\hat{Z}_S)_j = \left( \frac{LSE - \hat{\mu}_r}{k\hat{\sigma}_r} \right)_j \quad (2.49)$$

Assim, caso se esteja perante a utilização de amostras, tem-se que:

$$\hat{\mu}_r = \bar{\bar{X}}_r \quad (2.50)$$

$$\hat{\sigma}_r = \frac{\bar{S}_r}{c_4} \quad (2.51)$$

onde:

$$\bar{\bar{X}}_r = \frac{1}{r}((r-1)\bar{\bar{X}}_{r-1} + \bar{X}_r) \quad \bar{S}_r = \frac{1}{r}((r-1)\bar{S}_{r-1} + S_r) \quad \bar{R}_r = \frac{1}{r}((r-1)\bar{R}_{r-1} + R_r) \quad (2.52)$$

Por outro lado, se o controlo estatístico estiver a ser efetuado com base em observações individuais, tem-se que:

$$\hat{\mu}_r = \bar{X}_r \quad (2.53)$$

$$\hat{\sigma}_r = \frac{\overline{MR}_r}{d_2} \quad (2.54)$$

onde:

$$\bar{X}_r = \frac{1}{r}((r-1)\bar{X}_{r-1} + X_r) \quad \overline{MR}_r = \frac{1}{r}((r-1)\overline{MR}_{r-1} + MR_r) \quad (2.55)$$

### 2.3.3. Abordagem Tradicional do Controlo Estatístico Multivariado

Neste subcapítulo será apresentado o estudo realizado relativo ao *MSPC*, ou seja, ao estudo simultâneo de pelo menos duas características da qualidade. Desta forma, cada carta de controlo

construída permite a análise de todas as variáveis que se pretendem controlar, realizando uma avaliação de qualidade global.

Desta forma é possível reduzir consideravelmente a quantidade de documentos, relativamente ao estudo univariado. Além disto, o estudo individual de características pode induzir a erros de análise, sendo a gravidade tanto maior quanto maior for a correlação entre as variáveis. Mais concretamente, existe a possibilidade de não se identificarem alterações de correlação que possam ocorrer, levando a considerações equívocas a nível do controlo estatístico (Pereira & Requeijo, 2012).

Os primeiros desenvolvimentos relativos ao controlo estatístico multivariado foram realizados por Alt (1985), sendo este considerado o autor que mais contribuiu para o *SPC* multivariado, baseado na estatística multivariada desenvolvida por Hotelling (1947).

A probabilidade de um ponto pertencer em simultâneo ao intervalo dos limites de controlo é  $(100\% - 0,27\%)^2 = 99,46\%$  para duas variáveis em controlo. Assim, para  $p$  variáveis, sendo  $\alpha_i$  o nível de significância da variável  $i$ , o risco do tipo I ou risco do produtor é dado por:

$$\alpha = P\{\text{Erro Tipo I}\} = 1 - \prod_{i=1}^p (1 - \alpha_i) \quad (2.56)$$

Adicionalmente, a probabilidade de todos os pontos pertencerem simultaneamente aos intervalos definidos pelos limites de controlo, é dada por:

$$\alpha = P\{\text{pontos} \in [LIC, LSC]\} = \prod_{i=1}^p (1 - \alpha_i) \quad (2.57)$$

No *MSPC* estudam-se dois aspetos distintos, sendo estes o controlo da média das diferentes características e o controlo das suas variâncias-covariâncias. Por este motivo, a interpretação das cartas de controlo é mais exaustiva, porque é necessário identificar a(s) característica(s) responsável(eis) sempre que se verifique uma situação fora de controlo estatístico, e adicionalmente averiguar se essa situação foi causada por alguma alteração da correlação entre as variáveis em estudo.

### 2.3.3.1. Tipos de Cartas de Controlo

O estudo multivariado permite estudar dois cenários diferentes, como referido anteriormente. Por este motivo, existem cartas de controlo quando se pretende controlar a média ou controlar a dispersão. Assim, na Tabela 2.9 apresentam-se as cartas que se podem aplicar no *SPC* multivariado.

Tabela 2.9 - Tipos de Cartas de Controlo do estudo multivariado

		Fase 1	Fase 2
<b>Controlo da Média</b>	Cartas baseadas em médias de amostras	Carta $T^2$	Carta $T^2$ , Carta $\chi^2$
	Cartas baseadas em observações individuais	Carta $T^2$	Carta $T^2$ , Carta $\chi^2$
<b>Controlo da Dispersão</b>		Carta $ S $ ou Carta $G$	Carta $WS$

No desenvolvimento do caso de estudo presente, serão apenas estudadas cartas para o controlo da média, sendo por isso recomendada a consulta do livro de Pereira & Requeijo (2012) para conhecimento das cartas para o controlo da dispersão.

## I. Médias de Amostras

Inicialmente, serão apresentadas as cartas  $T^2$  e  $\chi^2$  para o desenvolvimento do estudo multivariado com recurso a amostras de dimensão  $n > 1$ .

- Fase 1 - Carta  $T^2$

Para a construção da carta é necessário determinar as médias, as variâncias e as covariâncias amostrais calculadas a partir das observações individuais  $X_{ijk}$  ( $i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, p; k = 1, 2, \dots, m$ ).

$$\bar{X}_{jk} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_{ijk} \quad (2.58)$$

$$S_{jk}^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_{ijk} - \bar{X}_{jk})^2 \quad (2.59)$$

$$S_{jk} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_{ijk} - \bar{X}_{jk})(X_{ihk} - \bar{X}_{hk}) ; j \neq h \quad (2.60)$$

Assim, determinam-se as estatísticas seguintes:

$$\bar{X}_j = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m \bar{X}_{jk} \quad (2.61)$$

$$\bar{S}_j^2 = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m S_{jk}^2 \quad (2.62)$$

$$\bar{S}_{jh} = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m S_{jhk} \quad (2.63)$$

O vetor média  $\bar{\mathbf{X}}$  é composto pelas médias amostrais dadas por 2.61, a matriz das covariâncias  $\mathbf{S}$  é composta pelas variâncias e covariâncias dadas por 2.62 e 2.63 respetivamente, sendo  $\bar{\mathbf{X}}_k$  formado pelas médias das  $p$  características da qualidade da amostra  $k$ .

$$\bar{\mathbf{X}} = \begin{bmatrix} \bar{X}_1 \\ \bar{X}_2 \\ \dots \\ \bar{X}_p \end{bmatrix} \quad (2.64)$$

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \bar{S}_{11} & \bar{S}_{12} & \dots & \bar{S}_{1p} \\ \bar{S}_{21} & \bar{S}_{22} & \dots & \bar{S}_{2p} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \bar{S}_{p1} & \bar{S}_{p2} & \dots & \bar{S}_{pp} \end{bmatrix} \quad (2.65)$$

$$\bar{\mathbf{X}}_k = \begin{bmatrix} \bar{X}_{1k} \\ \bar{X}_{2k} \\ \dots \\ \bar{X}_{pk} \end{bmatrix} \quad (2.66)$$

Desta forma, é possível determinar para o instante  $k$  a estatística  $T^2$ .

$$(T^2)_k = n(\bar{\mathbf{X}}_k - \bar{\bar{\mathbf{X}}})' \mathbf{S}^{-1}(\bar{\mathbf{X}}_k - \bar{\bar{\mathbf{X}}}) \quad (2.67)$$

Em seguida apresentam-se os limites de controlo da carta  $T^2$  para a Fase 1, representando  $F$  a distribuição de Fisher.

$$LIC_{T^2} = 0 \quad LSC_{T^2} = \frac{p(m-1)(n-1)}{mn-m-p+1} F_{\alpha;p,mn-m-p+1} \quad (2.68)$$

Quando o processo se encontrar sob controlo estatístico, é possível determinar os estimadores dos parâmetros do processo, como demonstrado de seguida.

$$\hat{\boldsymbol{\mu}} = \bar{\bar{\mathbf{X}}} \quad (2.69)$$

$$\hat{\boldsymbol{\Sigma}} = \mathbf{S} \quad (2.70)$$

- Fase 2 - Carta  $T^2$

A estatística  $T^2$  a determinar é dada pela equação 2.67 apresentada anteriormente.

Nesta situação, os limites de controlo da carta baseiam-se nas  $m$  amostras recolhidas na Fase 1 do processo, e são dados por:

$$LIC_{T^2} = 0 \quad LSC_{T^2} = \frac{p(m+1)(n+1)}{mn-m-p+1} F_{\alpha;p,mn-p+1} \quad (2.71)$$

- Fase 2 - Carta  $\chi^2$

Aqui, a estatística  $\chi^2$  a ser representada na carta é definida por:

$$(\chi^2)_k = n(\bar{\mathbf{X}}_k - \boldsymbol{\mu})' \boldsymbol{\Sigma}^{-1}(\bar{\mathbf{X}}_k - \boldsymbol{\mu}) \quad (2.72)$$

Sendo o vetor média e a matriz das covariâncias como apresentados de seguida.

$$\boldsymbol{\mu} = \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ \dots \\ \mu_p \end{bmatrix} \quad (2.73)$$

$$\boldsymbol{\Sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \dots & \sigma_{1p} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \dots & \sigma_{2p} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sigma_{p1} & \sigma_{p2} & \dots & \sigma_{pp} \end{bmatrix} \quad (2.74)$$

Geralmente,  $\hat{\boldsymbol{\mu}} = \bar{\mathbf{X}}$  e  $\hat{\boldsymbol{\Sigma}} = \mathbf{S}$  onde  $\bar{\mathbf{X}}$  e  $\mathbf{S}$  são estimados a partir dos dados recolhidos para as cartas  $T^2$  da Fase 1 e da Fase 2. Os limites de controlo da carta  $\chi^2$  são dados pelas seguintes equações:

$$LIC_{\chi^2} = 0 \quad LSC_{\chi^2} = \chi_{\alpha;p}^2 \quad (2.75)$$

## II. Observações Individuais

Aqui, serão apresentadas as mesmas cartas para o desenvolvimento do estudo multivariado com recurso a observações individuais, onde  $n = 1$ .

- Fase 1 - Carta  $T^2$

É necessário determinar a média, a variância e as covariâncias calculadas a partir das  $m$  observações individuais, assumindo que cada variável é i.i.d. e que seguem uma distribuição Normal multivariada.

$$\bar{X}_j = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m X_{jk} \quad (2.76)$$

$$S_j^2 = \frac{1}{m-1} \sum_{k=1}^m (X_{jk} - \bar{X}_j)^2 \quad (2.77)$$

$$S_{jh} = \frac{1}{m-1} \sum_{k=1}^m (X_{jk} - \bar{X}_j)(X_{hk} - \bar{X}_h) ; j \neq h \quad (2.78)$$

Assim, tem-se que o vetor média  $\bar{\mathbf{X}}$  e a matriz das covariâncias  $\mathbf{S}$  são dados por:

$$\bar{\mathbf{X}} = \begin{bmatrix} \bar{X}_1 \\ \bar{X}_2 \\ \dots \\ \bar{X}_p \end{bmatrix} \quad (2.79)$$

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & \dots & S_{1p} \\ S_{21} & S_{22} & \dots & S_{2p} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ S_{p1} & S_{p2} & \dots & S_{pp} \end{bmatrix} \quad (2.80)$$

O vetor  $\mathbf{X}_k$  é constituído pelas observações das  $p$  características no instante  $k$ , como apresentado.

$$\mathbf{X}_k = \begin{bmatrix} X_{1k} \\ X_{2k} \\ \dots \\ X_{pk} \end{bmatrix} \quad (2.81)$$

Desta forma, é possível determinar para o instante  $k$  a estatística  $T^2$ :

$$(T^2)_k = n(\mathbf{X}_k - \bar{\mathbf{X}})' \mathbf{S}^{-1} (\mathbf{X}_k - \bar{\mathbf{X}}) \quad (2.82)$$

Os limites de controlo da carta  $T^2$  para a Fase 1 são dados por:

$$LIC_{T^2} = 0 \quad LSC_{T^2} = \frac{(m-1)}{m} \beta_{\alpha; p/2, m-p-1/2} \quad (2.83)$$

Quando o processo se encontra sob controlo estatístico, é possível determinar os estimadores dos parâmetros do processo, como demonstrado de seguida.

$$\hat{\boldsymbol{\mu}} = \bar{\mathbf{X}} \quad (2.84)$$

$$\hat{\boldsymbol{\Sigma}} = \mathbf{S} \quad (2.85)$$

- Fase 2 - Carta  $T^2$

A estatística  $T^2$  a determinar é dada pela equação 2.82.

Nesta situação, os limites de controlo da carta baseiam-se nas observações individuais  $m$  na Fase 1 do processo, e são dados por:

$$LIC_{T^2} = 0 \quad LSC_{T^2} = \frac{p(m+1)(m-1)}{m(m-p)} F_{\alpha; p, m-p} \quad (2.86)$$

- Fase 2 - Carta  $\chi^2$

Aqui, a estatística  $\chi^2$  a ser representada na carta é definida por:

$$(\chi^2)_k = n(\mathbf{X}_k - \boldsymbol{\mu})' \boldsymbol{\Sigma}^{-1} (\mathbf{X}_k - \boldsymbol{\mu}) \quad (2.87)$$

Geralmente,  $\hat{\boldsymbol{\mu}} = \bar{\mathbf{X}}$  e  $\hat{\boldsymbol{\Sigma}} = \mathbf{S}$  onde  $\bar{\mathbf{X}}$  e  $\mathbf{S}$  são estimados a partir das observações individuais recolhidas para as cartas  $T^2$  da Fase 1 e da Fase 2. Os limites de controlo da carta  $\chi^2$  são dados pelas seguintes equações:

$$LIC_{\chi^2} = 0 \quad LSC_{\chi^2} = \chi_{\alpha; p}^2 \quad (2.88)$$

### 2.3.3.2. Número de Observações

Para o desenvolvimento de cartas de controlo multivariadas, alguns autores recomendam um número de amostras  $m$  entre 20 e 30 unidades, quando se utilizam amostras de dimensão 4 ou 5, como Shewart (1931) indica para o controlo univariado.

### 2.3.3.3. Condições de Aplicação

Por motivos análogos ao *SPC* univariado, para uma correta implementação do estudo multivariado é necessário verificar duas condições essenciais, a aleatoriedade e a Normalidade dos dados. Para a primeira condição referida, sugere-se a consulta de Pereira & Requeijo (2012) para o conhecimento do método desenvolvido por Holmes & Mergen (1998) para o estudo da aleatoriedade. Relativamente ao estudo da Normalidade, a verificação desta condição para as características em estudo é uma condição necessária, mas não suficiente para garantir que os dados sigam uma distribuição Normal multivariada. Por este motivo, sugere-se o Teste H (Royston, 1983 e Looney, 1995), Teste  $Q_3$  (Small, 1980 e Looney, 1995) e gráfico Q-Q (Reis, 2001).

### 2.3.3.4. Capacidade Multivariada do Processo

Considerando que  $X$  segue uma distribuição Normal multivariada,  $N_p(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma})$ , o estudo da capacidade contempla a comparação de áreas ou volumes, sendo  $p = 2$  ou  $p > 2$  respetivamente. De seguida, apresentam-se três métodos distintos que permitem o estudo da capacidade do *SPC* multivariado.

#### I. Índices de Capacidade para Processos com Especificações Técnicas Bilaterais

Shahriari, Hubele & Lawrence (1995) desenvolveram três índices de capacidade para processos multivariados para variáveis que contenham especificações bilaterais. Caso  $C_{pM} \geq 1,33$ ,  $PV$  se aproxime significativamente de um e  $LI = 1$ , o processo é considerado capaz.

O índice  $C_{pM}$  comporta-se como o índice de capacidade potencial, comparando os volumes das regiões relativas à especificação e ao processo, sendo dado por:

$$C_{pM} = \left( \frac{\text{Volume da região relativa à especificação}}{\text{Volume modificado referente ao processo}} \right)^{\frac{1}{p}} \quad (2.90)$$

A especificação técnica define um retângulo para  $p = 2$ , um prisma para  $p = 3$  e um  $p$ -retângulo para  $p \geq 4$ , e define também um  $p$ -elipsoide para a região do processo. Assim, o denominador representa a região modificada do processo, dada pelo menor  $p$ -retângulo que contém esse  $p$ -elipsoide. Assim, obtém-se:

$$C_{pM} = \left( \frac{\prod_{i=1}^p LSE_i - LIE_i}{\prod_{i=1}^p LSP_i - LIP_i} \right)^{\frac{1}{p}} \quad (2.91)$$

onde:

$$LIP_i = \mu_i - \sqrt{\frac{\chi_{\alpha;p}^2 \det(\boldsymbol{\Sigma}_i^{-1})}{\det(\boldsymbol{\Sigma}^{-1})}} \quad LSP_i = \mu_i + \sqrt{\frac{\chi_{\alpha;p}^2 \det(\boldsymbol{\Sigma}_i^{-1})}{\det(\boldsymbol{\Sigma}^{-1})}} \quad (2.92)$$

em que  $\boldsymbol{\Sigma}_i$  representa a matriz das covariâncias que se obtém desprezando a coluna e a linha  $i$  da matriz  $\boldsymbol{\Sigma}$ , e  $\chi_{\alpha;p}^2$  o percentil à direita para uma probabilidade  $\alpha$  da distribuição do  $\chi^2$  com  $p$  graus de liberdade.

O segundo índice baseia-se no facto do centro da especificação técnica ser considerada o valor alvo para o centro do processo, permitindo comparar a localização do vetor média do processo com a localização dos valores nominais da especificação. Assim:

$$PV = P\left(T^2 > \frac{p(N-1)}{N-p} F_{p,N-p}\right) \quad (2.93)$$

onde  $N$  representa o número de observações usadas na estimação dos parâmetros do processo. Sendo  $\mathbf{T}$  o vetor dos valores nominais da especificação técnica das variáveis do processo, a estatística  $T^2$  da equação 2.93 é dada por:

$$T^2 = n(\bar{\mathbf{X}} - \mathbf{T})' \mathbf{S}^{-1} (\bar{\mathbf{X}} - \mathbf{T}) \quad (2.94)$$

Por ultimo, o índice  $LI$  é responsável pela análise da localização da especificação e do processo. Verificando-se que a região do processo está contida na região da especificação,  $LI$  toma o valor 1, e considera-se que o processo é capaz. Caso ocorra outra situação, o índice toma o valor de 0, o que significa que o processo não é capaz.

Uma forma de determinar o valor de  $LI$  passa pela comparação dos intervalos das especificações com os intervalos do processo para cada característica da qualidade  $j$  em estudo. Concretamente, caso se verifique que  $[LIP;LSP]_j \subset [LIE;LSE]_j$  para  $j = 1, 2, \dots, p$ , atribui-se o valor 1 a  $LI$ .

## II. Índices de Capacidade para Processos com Especificações Técnicas Unilaterais

Este método apresentado por Perakis & Xekalaki (2011), permite a análise da capacidade para processos multivariados que contenham características da qualidade com especificações unilaterais. Assim, desejando-se valores tanto-maiores ou tanto-menores quanto possíveis e sendo  $r$  o número de características em estudo, é possível aplicar os seguintes índices:

$$MCPI = \left( \prod_{i=1}^r |CPI^{Y_i}| \right)^{\frac{1}{r}} \quad MCPS = \left( \prod_{i=1}^r |CPS^{Y_i}| \right)^{\frac{1}{r}} \quad (2.95)$$

Onde  $CPI^{Y_i}$  e  $CPS^{Y_i}$  representam os valores dos índices  $(C_{pk})_I$  e  $(C_{pk})_S$  mencionados no estudo da capacidade para processos univariados. Caso se esteja a estudar a capacidade de um processo onde todas as variáveis em estudo apresentam uma especificação lateral à esquerda, é necessário determinar o índice  $MCPI$ , caso contrário, a determinação de  $MCPS$  permite conhecer se o processo é capaz para características com especificações unilaterais à direita. Caso os valores sejam superiores a 1,33, é possível concluir que o mesmo é capaz.

## III. Índices de Capacidade para Processos com Especificações Técnicas Bilaterais e Unilaterais

### III.a) Desenvolvimentos de Bashiri e Amiri (2012)

Bashiri e Amiri (2012) apresentam um índice que permite determinar a capacidade de processos que contenham características com especificações bilaterais e/ou unilaterais. Para o seu desenvolvimento, é necessário definir a região do processo, *PR* (do anglo-saxónico *Process Region*) que é dividida em duas partes, *CV* (*Conformance Volume*) e *NCV* (*Non Conformance Volume*). A primeira parte representa o rácio do processo que se insere na região tolerada modificada do processo, sendo *NCV* a região que não se insere no mesmo.

No caso de se tratar de um processo com duas variáveis com especificações bilaterais, a região modificada da especificação e a região do processo estão ilustradas na Figura 2.6, sendo a distância entre o processo e o alvo dada por  $D = \left(1 + (\mu - \mathbf{T})' \Sigma^{-1} (\mu - \mathbf{T})\right)^{1/2}$ .

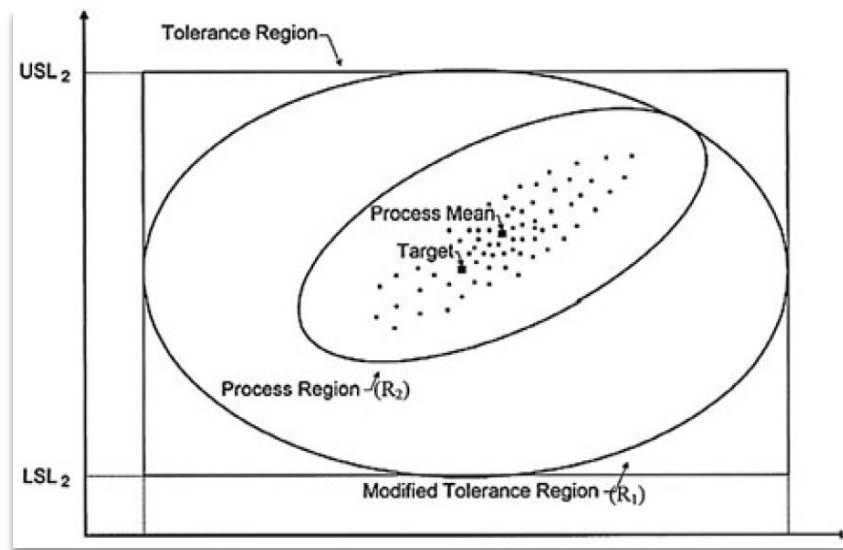


Figura 2.6 - Exemplo da região tolerada modificada (extraído de Bashiri e Amiri, 2012)

Assim:

$$MCP_{NVC} = \left[ \frac{\lambda \times PR + CV + \beta}{PR + NCV}, \frac{1}{D} \right] \quad (2.96)$$

Onde  $\lambda$  representa o parâmetro de sensibilidade da capacidade do processo, variando entre 0 e 1. Adicionalmente,  $\beta = 0,1$  e é adicionado ao numerador da primeira componente para aumentar a sensibilidade de  $\lambda$ . Contudo, caso o volume da região de tolerância seja inferior a 1, recomenda-se a multiplicação de  $\beta = 0,5$  com o valor do volume.

Caso o processo contenha duas variáveis com especificações unilaterais, podem-se usar as equações 2.36 para determinar  $(C_{pk})_l$  e  $(C_{pk})_s$ . Para a determinação do índice  $MPC_{NVC}$ , tem-se que:

$$MCP_{NVC} = \left[ \frac{\lambda \times PR + CV + \beta}{PR + NCV}, \frac{1}{D} \right] \quad (2.97)$$

Onde:

$$\frac{1}{D'} = (1 + D_1) \times \frac{1}{1 + D_2} \quad (2.98)$$

Onde  $D_1$  representa a distância entre o limite inferior de especificação da segunda variável ( $Y_2$ ) e a linha paralela ao limite inferior de especificação da primeira variável ( $Y_1$ ), a passar pela média do processo. Adicionalmente,  $D_2$  representa a distância entre a linha paralela do limite inferior ou superior de  $Y_1$  e do ponto definido por  $\left(\frac{LSE_{Y_1} + LIE_{Y_1}}{2}, LSE_{Y_2}\right)$  e a média do processo. Na Figura 2.7. seguinte apresenta-se um exemplo para uma melhor compreensão de  $D_1$  e  $D_2$ .

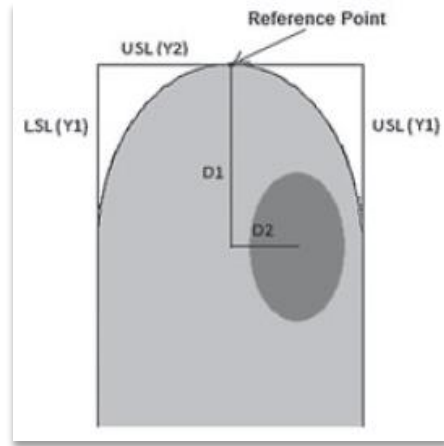


Figura 2.7 - Exemplo de  $D_1$  e  $D_2$  tendo  $Y_1$  uma especificação bilateral e  $Y_2$  uma especificação unilateral à direita (extraído de Bashiri e Amiri, 2012)

Para casos com  $a$  especificações unilaterais e  $b$  especificações bilaterais, os autores sugerem o desenvolvimento das seguintes fórmulas:

$$\frac{1}{D'} = k^a \times \frac{1}{(1 + D_{i2})^b} \quad (2.98)$$

Onde:

$$k = \begin{cases} 1 + D_{i1}, \mu_i \leq LSC(Y_i), \mu_i \geq LIC(Y_i) \\ \frac{1}{1 + D_{i1}}, \mu_i \geq LSC(Y_i), \mu_i \leq LIC(Y_i) \end{cases} \quad (2.99)$$

Conhecendo-se o valor de  $D'$ , é apenas necessário aplicar a fórmula 2.97, com recurso ao valor das áreas ou volumes de  $PR$ ,  $CV$  e  $NCV$ .

### III.b) Desenvolvimentos de Gu et al (2015)

Gu et al (2015), apresentam o índice  $MEC_{pk}$  para a determinação da capacidade de um processo multivariado composto por características com especificações unilaterais e/ou bilaterais.

Sendo  $p$  o número de características da qualidade em estudo, os autores recomendam o desenvolvimento de quatro passos, apresentados de seguida.

1. Estimação dos parâmetros do processo  $\hat{\mu}$  e  $\hat{\Sigma}$ ;

2. Confirmado que os dados seguem uma distribuição Normal multivariada, a função densidade é dada por:

$$f_p(\mathbf{x}, \boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma}) = \frac{1}{2\pi^{p/2} |\boldsymbol{\Sigma}|^{1/2}} \cdot \exp\left[-\frac{1}{2}(\mathbf{x}-\boldsymbol{\mu})^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1}(\mathbf{x}-\boldsymbol{\mu})\right] \quad (2.100)$$

Assim:

$$\eta = \int_{LIE}^{LSE} f_p(\mathbf{x}, \hat{\boldsymbol{\mu}}, \hat{\boldsymbol{\Sigma}}) d\mathbf{x} = \int_{LIE}^{LSE} \frac{1}{2\pi^{p/2} |\hat{\boldsymbol{\Sigma}}|^{1/2}} \cdot \exp\left[-\frac{1}{2}(\mathbf{x}-\hat{\boldsymbol{\mu}})^T \hat{\boldsymbol{\Sigma}}^{-1}(\mathbf{x}-\hat{\boldsymbol{\mu}})\right] d\mathbf{x} \quad (2.101)$$

Onde  $|\hat{\boldsymbol{\Sigma}}|$  representa o determinante da matriz das variâncias-covariâncias. Desta forma, se alguma característica contiver uma especificação unilateral, tem-se que  $LSC_i = +\infty$  caso seja limitada à esquerda. Caso seja limitada à direita,  $LIC_i = -\infty$ ;

3. Conhecido o valor de  $\eta$ , é necessário determinar o valor de  $P$ ;

$$\eta = \Phi(1,5 + \Psi) - \Phi(1,5 - \Psi) \quad (2.102)$$

4. Com este valor, é possível determinar o índice  $MEC_{pk}$  da seguinte forma:

$$MEC_{pk} = \frac{\psi}{3} - 0,5 \quad (2.103)$$

Para a determinação do integral apresentado em 2.101 para um processo multivariado até quatro características, os autores sugerem o programa *MVNCDF*, de linguagem C++, que apresenta um erro de cálculo de  $10^{-15}$  se o processo for composto por duas ou três características. Caso se controlem estatisticamente quatro características, o erro é de  $10^{-6}$ .

### 2.3.3.5. Interpretação das Cartas Multivariadas

Para a análise de cartas multivariadas, Pereira & Requeijo (2012) indicam seis métodos que o permitem, sendo estes:

- Cartas univariadas das  $p$  variáveis com limites baseados nas desigualdades de Bonferroni (Alt, 1985);
- Decomposição de  $T^2$  (ou  $\chi^2$ ) em componentes principais (Jackson, 1980, 1981<sub>a</sub>, 1981<sub>b</sub>, 1985);
- Método do Ponto Crítico (Hayter e Tsui, 1994);
- Decomposição de  $T^2$  (ou  $\chi^2$ ) em componentes ortogonais (Mason, Tracy & Young, 1997);
- Estatística  $d$  (Runger, Alt & Montgomery, 1996; Montgomery, 2001);
- Cartas univariadas com limites de diagnóstico (Nedumaran e Pignatiello, 1998).

Contudo, na presente revisão bibliográfica apenas se desenvolverá o método da estatística  $d$  referido. Para tal, sempre que se evidencie uma situação fora de controlo, é necessário determinar a estatística  $d$  definida por:

$$d_j = T^2 - T_{(j)}^2, \quad j = 1, 2, \dots, p \quad (2.104)$$

Sendo  $T^2$  o valor da estatística calculada com base nas  $p$  variáveis e  $T_{(j)}^2$  o valor da estatística de Hotelling determinada a partir de  $p - 1$  variáveis (todas à exceção da variável  $j$ ).

Quando se verificar que  $d_j > \chi_{\alpha,1}^2$ , considera-se que a variável  $j$  contribui significativamente para essa causa especial de variação.

### 2.3.4. “Pequenas Produções” no Controlo Estatístico Multivariado

Idêntico ao estudo univariado, também se podem classificar processos multivariados como “pequenas produções”, sempre que se verificarem as condições apresentadas em 2.3.2. Para o seu desenvolvimento, é necessário investigar a existência de um número suficiente ou insuficiente de dados para a estimação dos parâmetros do processo.

#### 2.3.4.1. Número Suficiente de Dados

Quando existem dados que permitem a estimação dos parâmetros do processo, deve-se seguir o procedimento apresentado por Pereira & Requeijo (2012).

1. Construção da carta de controlo  $T^2$  para cada produto na Fase 1 do *SPC* multivariado, e verificar a estabilidade e a capacidade dos processos; para facilitar a realização da Fase 2, deve-se ter em conta:
  - i. O mesmo número  $p$  de características em estudo para todos os produtos;
  - ii. Dimensão das amostras  $n$  na Fase 1 igual para os diversos produtos;
  - iii. Número de amostras  $m$ , ou observações individuais, iguais para todos os produtos, de forma a permitir os mesmos limites de controlo para todos os produtos.
2. Estimação do vetor média e matriz das covariâncias utilizando os dados da Fase 1;
3. Construção da carta  $T^2$  na Fase 2 do *MSPC*, englobando os produtos por ordem cronológica (apenas se todos os produtos contêm o mesmo número de variáveis  $p$ )
  - i. Caso  $n$ ,  $m$  e  $p$  sejam iguais para todos os produtos, os limites de controlo serão também iguais, facilitando a construção e análise da carta  $T^2$ ;

#### 2.3.4.2. Número Insuficiente de Dados

Quando o número de dados disponíveis não permite a estimação dos parâmetros do processo, à semelhança do estudo de pequenas produções para processos univariados, é necessário a aplicação de estatísticas  $Q$ . Para tal, sugere-se a consulta de Pereira & Requeijo (2012) que apresenta a carta  $MQ_{\bar{x}}$  para observações individuais e a carta  $MQ_{\bar{x}}$  quando  $n > 1$ .



### 3. Caracterização da Empresa

---

Neste capítulo será realizada uma apresentação e caracterização da BA Vidro, empresa onde se desenvolveu o presente caso de estudo. Adicionalmente, desenvolver-se-á a evolução e a estrutura da mesma. Para concluir, será exposto em detalhe o processo fabril do vidro de embalagem e o Sistema de Gestão da Qualidade.

A informação contida neste capítulo foi exclusivamente fornecida pela empresa e aprovada pela mesma.

#### 3.1. BA Vidro

O Grupo BA é uma empresa multinacional com sede em Avintes, composta atualmente por oito fábricas destinadas ao fabrico de vidro de embalagem, localizadas em Portugal, Espanha, Polónia e Alemanha.

A BA Vidro emprega um total de 2400 colaboradores, 1550 nas unidades fabris ibéricas, 660 nas polacas e 140 na alemã. Anualmente produzem-se mais de 6 mil milhões de embalagens de vidro em diferentes tamanhos, cores e formas, estando estas destinadas a vários fins, apresentados na Tabela 3.1.

Tabela 3.1 - Segmentos das embalagens de vidro

<b>Segmento</b>
Alimentar
Azeite
Espirituoso
Cerveja
Cavas e Espumante
Indústria Cosmética
Indústria Farmacêutica
Refrescante
Vinho de Mesa
Vinho do Porto

##### 3.1.1. História

A sociedade Barbosa e Almeida, constituída em 1912, destinava-se apenas à comercialização de garrafas, tendo dado início à atividade industrial dezoito anos mais tarde, em Campanhã, no Porto. Aqui, intitularam o nome Fábrica de Vidro Barbosa e Almeida Lda. e recorreram a tecnologia semiautomática para a produção de embalagens de vidro. Com os avanços tecnológicos ocorridos nos anos seguintes, em 1965 implementaram o sistema automático até então inexistente em Portugal, que

permitia a alimentação de vidro e moldagem do mesmo de uma forma totalmente automatizada, agilizando e tornando mais seguro o trabalho realizado pelos colaboradores.

Em 1969 deu-se a inauguração de uma nova unidade fabril em Avintes, Vila Nova de Gaia, composta por dois fornos regenerativos que permitiam a recuperação de calor, sendo estes bastante mais avançados que os métodos tradicionais existentes para a fusão de matéria-prima. Nesta fábrica foi instalada a primeira máquina automática do tipo *IS (Individual Section)*, responsável por um aumento significativo da capacidade de produção, tendo sido novamente algo inovador em Portugal.

Com a intenção de transformar a sociedade Fábrica de Vidro Barbosa e Almeida Lda. em sociedade anónima em 1975, esta denomina-se como BA - Fábrica de Vidros Barbosa & Almeida SARL. Nos anos seguintes a organização esteve focada na introdução de novas tecnologias no domínio da moldagem computadorizada, alargando a automatização do controlo de qualidade do produto a todas as linhas de produção.

Em 1993, foi adquirida uma unidade fabril situada na Marinha Grande, a Companhia Industrial Vidreira SA, sendo realizada nos anos seguintes a fusão desta na BA. Posteriormente, foi constituída a empresa espanhola BA - Fábrica de *Envases de Vidrio* Barbosa & Almeida SA, tendo-se dado início à construção de uma nova fábrica situada em Villafranca de los Barros, Espanha, em 1998. No ano seguinte, a BA adquiriu uma outra unidade fabril em Espanha, em León, da empresa Vidreira Leonesa SA. Com a aquisição de ambas as fábricas neste país, foi realizada a fusão entre as duas empresas espanholas, passando estas a denominar-se de BA *Vidrio* SA em 2001.

No ano de 2005, a sociedade anónima intitulou-se de BA Vidro SA e a empresa mãe para BA *Glass I - Serviços de Gestão e Investimentos* SA.



Figura 3.1 - Logótipo atual da BA desde dezembro de 2008

Posteriormente, a BA adquiriu a empresa Sotancro, em 2008, composta por uma unidade fabril situada em Lisboa, na Venda Nova, que permitiu alargar o portefólio de produtos, abrangendo os segmentos de farmácia e cosmética, realizando nos anos seguintes a sua fusão.

No sentido de obter uma maior quota de mercado, em 2012 a BA adquiriu a empresa Polaca *Warta Glass* composta por duas fábricas, que permitiu a realização de uma expansão geográfica do seu mercado para a Europa de Leste, reforçando de forma significativa o seu posicionamento no segmento

de bebidas espirituosas. Por último, no presente ano, a empresa adquiriu a *HNG Global*, situada na Alemanha e composta por uma unidade fabril a oeste de Berlim, expandindo o seu mercado para a Europa Central. Para ambas a empresas estão a decorrer esforços para a fusão das mesmas com a BA.

Deste modo, o Grupo BA conta com um total de oito fábricas, representadas na Figura 3.2, que produzem diariamente mais de catorze milhões de unidades de garrafas, frascos e boiões para clientes das indústrias alimentar e de bebidas, na sua maioria.



Figura 3.2 - Fábricas do Grupo BA

### 2.3.4. Missão, Visão, Valores e Princípios

A Missão da BA está focada no desenvolvimento, produção e venda de embalagens de vidro para a indústria alimentar e de bebidas, com a Visão de serem a melhor entre as melhores empresas da

indústria. A empresa define ainda como pilares os seus clientes, acionistas, trabalhadores e consumidores.

Segundo o *Chairman* da BA, de forma a incentivar à inovação e ao empreendedorismo interno, tem-se evoluído num modelo de negócio inspirado nos Valores da BA, apresentados na Figura 3.3.



Figura 3.3 - Valores da BA

De forma a complementar os valores, a empresa definiu cerca de dez princípios que no seu entender são essenciais para a realização da Missão ao alcançar a Visão estabelecida, devendo estes nunca ser questionados. Estes apresentam-se de seguida.

- Obedecer ao código de ética;
- Liderar pelo exemplo;
- Ser ambicioso e estar preparado para o desafio;
- Ouvir as necessidades dos clientes;
- Nunca parar de tentar devido ao medo de falhar;
- Nunca esquecer o *benchmarking*;
- Nunca colocar os interesses individuais ou departamentais acima dos coletivos;
- Nunca ser arrogante com um *stakeholder*;
- Não é tolerado esconder a verdade;
- Nunca esquecer a sua área.

### 2.3.5. Estrutura Organizacional

Para que se compreenda a estrutura da empresa, apresenta-se na Figura 3.4 o organograma da BA com a representação dos vários departamentos que a compõem. Os departamentos apresentados são em alguns casos ramificados entre a divisão ibérica ou polaca, ou operação alemã, dividindo-se assim em três classificações, como representado na Figura 3.5.



Figura 3.4 - Organograma da BA Vidro



Figura 3.5 - Organograma da BA pela sua divisão geográfica

Adicionalmente aos organogramas exibidos, apresenta-se a Macroestrutura da empresa no Anexo C.

## 3.2. Processo Produtivo

Na Figura 3.6. estão esquematizadas as fazes que compõem o processo fabril do vidro de embalagem para todas as fábricas do Grupo BA. Como todas estas são de valor acrescentado, têm um papel muito importante no desempenho da empresa. Por este motivo, é imprescindível garantir que estas estão capazes de funcionar conforme planeado.

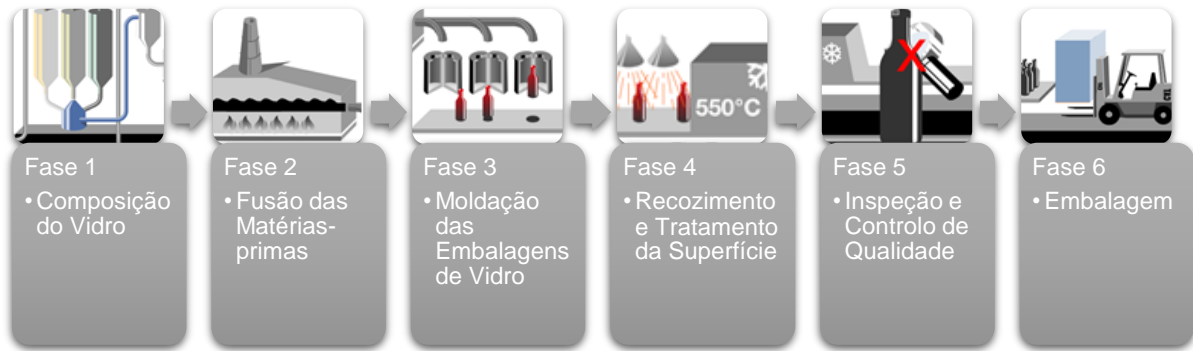


Figura 3.6 - Processo da embalagem de vidro

De seguida será detalhada cada fase do processo.

#### a) Fase 1: Composição do vidro

Esta fase é responsável pelo armazenamento, dosagem e mistura da massa a vitrificar.

Inicialmente, aquando da chegada de um camião de matéria-prima, este realiza o carregamento de um dos silos existentes para a armazenagem dos mesmos, apresentado na Figura 3.7, após a verificação do estado de qualidade. Assim é possível dosear os componentes que constituem a mistura, tendo em conta o conjunto de critérios definidos anteriormente. Ainda nesta fase, é realizado um processo que garante a homogeneidade da mistura.



Figura 3.7 - Silos da fábrica da BA Venda Nova

A utilização de casco, ou seja, vidro para reciclar, é algo importante porque permite a diminuição da temperatura de fusão, diminuindo o custo energético e a emissão de poluente, traduzindo-se num impacto ambiental menor. Na Tabela 3.2 apresentam-se todas as matérias-primas que podem vir a compor a massa de vidro. Com estas, é possível fabricar embalagens com características diferentes tendo em conta o destino das mesmas. Uma destas características é a cor da embalagem, sendo atualmente fabricadas em onze tons de vidro, apresentados na Tabela 3.3.

Tabela 3.2 - Matéria-prima do vidro de embalagem

Matéria-Prima	Função
Areia	Vitrificante
Soda	Fundente
Calcário	Fundente Estabilizante
Dolomite	Estabilizante
Feldspato	Estabilizante
Escorias	Afinante estabilizante
Sulfato Sódio	Afinante
Carvão	Agente Redutor
Óxido Ferro	Corante
Sulfureto Ferroso	Corante
Cromite	Corante
Óxido Cobalto	Corante
Selenito Zinco	Descolorante
Casco	Dissolvente líquido

Tabela 3.3 - Tons do vidro de embalagem

Tons de vidro
Âmbar
Branco
Branco Azulado
Branco Flint
Branco UV
Preto
Verde Escuro
Verde Esmeralda
Verde UV
<i>Georgia Green</i>

#### b) Fase 2: Fusão das matérias-primas

Esta fase é responsável pelo processo de fusão da massa preparada na fase anterior.

Após a composição da massa a vitrificar, esta é fundida nos fornos regenerativos que permitem o reaproveitamento do ar quente gerado, construídos em material refratário, monitorizados no Posto de Controlo apresentado na Figura 3.8. Para garantir a cadência de produção desejada e vidro com qualidade, os fornos estão geralmente a uma temperatura entre os 1500°C e os 1600°C. Desta forma, consegue-se garantir que a massa a vitrificar está totalmente fundida antes de adquirir a sua forma final.



Figura 3.8 - Posto de Controlo dos fornos da BA Venda Nova

Devido ao permanente funcionamento dos fornos durante o ano, os colaboradores dão uma atenção redobrada ao consumo de energia e de combustível. Por este motivo, é necessário controlar os

elevados consumos de eletricidade e gás natural, por motivos ambientais e financeiros. Complementariamente, é também essencial apostar na manutenção preventiva dos mesmos.

#### c) Fase 3: Moldação das embalagens de vidro

Esta fase é responsável por conferir a forma geométrica desejada à massa de vidro fundida.

Como a massa já se encontra fundida, esta segue através de canais até às máquinas que são responsáveis por atribuir a forma específica para cada modelo. Estas máquinas denominam-se por Máquinas *IS* e estão equipadas com moldes que irão transformar a gota de vidro na forma pretendida, ao cair devido à força da gravidade. Este processo pode ser realizado por sopro ou por prensagem. Cada forno alimenta cerca de três a quatro máquinas *IS*, dando assim origem às diferentes linhas de produção. Cada máquina está dividida por seções de acionamento pneumático, e posteriormente dividida por cavidades que podem trabalhar com gota de vidro simples, dupla ou tripla. Na Figura 3.9 pode-se observar uma máquina *IS* de gota dupla.



Figura 3.9 - Máquina *IS* em funcionamento da BA Venda Nova

#### d) Fase 4: Recozimento e Tratamento de Superfície

Esta fase é responsável por eliminar as tensões criadas no processo de moldação.

Na fase anterior são criadas tensões internas resultantes do arrefecimento da embalagem de vidro. Estas tensões são responsáveis por torna-la mais frágil, e conseqüentemente torná-la mais sensível a possíveis quebras. Por este motivo, é imprescindível eliminar as tensões de todas as embalagens que abandonam a fase de moldação, permitindo conferir uma determinada homogeneidade térmica à estrutura do vidro.

Inicialmente, as embalagens passam pela chamada arca, onde é realizado o processo de recozimento, demorando geralmente uma hora até se concluir o processo. À saída da arca é realizado o tratamento de superfície através de um processo de pulverização, que permite que o contacto entre as mesmas não provoque riscos, representado na Figura 3.10.



Figura 3.10 - Arca de recozimento de uma linha de produção da BA Venda Nova

#### e) Fase 5: Inspeção e Controlo de Qualidade

Estando neste momento as embalagens totalmente produzidas, é necessário avaliar as condições das mesmas, tendo em conta as especificações do cliente. Por este motivo, a BA realiza inspeções às embalagens de vidro de forma manual e automática.

- Inspeção manual: inspeção realizada a amostras da população com recurso a equipamentos calibrados específicos que permitem realizar testes dimensionais e de aspeto; o tamanho da amostra depende de determinados critérios como a cadência de produção e a complexidade do modelo, entre outros; em cada linha são realizadas pelo menos duas inspeções manuais, à saída da arca de recozimento e depois das máquinas de inspeção automática; esta atividade é realizada por verificadores de linha que recebem uma formação especializada.



Figura 3.11 - Inspeção manual realizada à saída da arca (à esquerda) e nas máquinas de inspeção (à direita)

- Inspeção automática: inspeção realizada a todas as embalagens que abandonam a fase anterior, encontrando-se em cada linha várias máquinas de inspeção que eliminam as embalagens que apresentem defeitos na sua dimensão ou no seu aspeto.



Figura 3.12 - Máquinas de inspeção automática

Sempre que existirem embalagens não conformes, é necessário garantir que as mesmas são eliminadas.

#### f) Fase 6: Embalagem

Para se dar como concluído o processo, é necessário armazenar as embalagens de vidro que chegam ao fim da linha de produção. Depois de se garantir que todas as embalagens que permanecem na linha de produção estão conformes, estas são colocadas em paletes com recurso a máquinas de paletização. Esta condiciona as embalagens por camadas e posteriormente por paletes até alcançarem a altura permitida.



Figura 3.13 - Máquina de paletização

Por último, é necessário colocar uma manga de plástico, de forma a que seja possível proteger as embalagens de contaminações do exterior e possibilitar o seu transporte até à zona de armazenagem com o auxílio de empilhadores.



Figura 3.14 - Empilhador a armazenar paletes

### 3.3. Sistema de Gestão da Qualidade

A BA obteve o certificado da APCER relativo à Norma 9001, relativo ao Sistema de Gestão de Qualidade, o que lhe confere um reconhecimento internacional importante. De seguida apresentam-se algumas vantagens na obtenção deste certificado.

Tabela 3.4 - Vantagens da obtenção do certificado da Norma 9001  
(adaptado de <http://www.apcergroup.com>)

---

Satisfazer as expectativas dos clientes, assegurando a sua fidelização, competitividade e o desenvolvimento sustentável
Assegurar às diversas partes interessadas, um Sistema de Gestão da Qualidade adequado e que potencie a dinâmica da melhoria contínua
Proporcionar uma maior notoriedade e melhoria da imagem perante o mercado
Evidenciar a adoção das mais atuais ferramentas de gestão
Permitir o acesso a mercados e clientes cada vez mais exigentes
Dar uma confiança acrescida nos processos de conceção, planeamento, produção do produto e/ou fornecimento do serviço

---

O nível de qualidade dos produtos BA Vidro, estes obedecem a princípios de excelência, como a confiabilidade, a durabilidade, e a resistência, entre outros, de forma a satisfazer os seus clientes. O reconhecimento adquirido ao longo dos anos a nível da qualidade do produto, permitiu que esta seja classificada como um fornecedor de referência das principais indústrias de alimentação e bebidas.



## 4. Caso de Estudo

---

No presente capítulo será apresentado o desenvolvimento do estudo do Controlo Estatístico de Processos na BA Vidro, tendo em conta a revisão bibliográfica realizada no Capítulo 2 e a apresentação da empresa em questão no Capítulo 3. O objetivo desta aplicação prática consiste na avaliação do controlo estatístico realizado na empresa, e na comparação de duas abordagens distintas, tendo em conta o nível de complexidade de implementação e análise. Assim, com a aplicação das técnicas e métodos apresentados anteriormente, serão apresentadas as vantagens de cada abordagem estudada, e referidas sugestões e recomendações para a empresa.

### 4.1. Âmbito do Caso de Estudo

Para a persecução dos objetivos da presente dissertação, será realizada uma breve explicação da situação atual da fábrica onde se realizará o seu desenvolvimento. Assim, apresentando o alvo de estudo, ou seja, os produtos que serão controlados estatisticamente e o método de recolha destes, é possível dar início ao tratamento dos mesmos numa fase seguinte.

#### 4.1.1. Situação Atual da Empresa

Na empresa BA Vidro, o controlo estatístico de processos é realizado em todas as fábricas da divisão ibérica, exceto na fábrica da Venda Nova em Lisboa. Sendo esta uma metodologia que permite aumentar o nível de controlo do processo através do estudo exaustivo dos defeitos das embalagens de vidro, é um objetivo da empresa que todas as fábricas o realizem. Dada uma importância acrescida a este assunto, a empresa pretende implementar o *SPC* na fábrica da Venda Nova, surgindo a oportunidade de avaliar o controlo realizado atualmente.

Na Figura 4.1 apresenta-se um esquema que sintetiza o controlo de produto efetuado antes da implementação do *SPC*, sendo a abordagem ainda realizada na fábrica da Venda Nova.

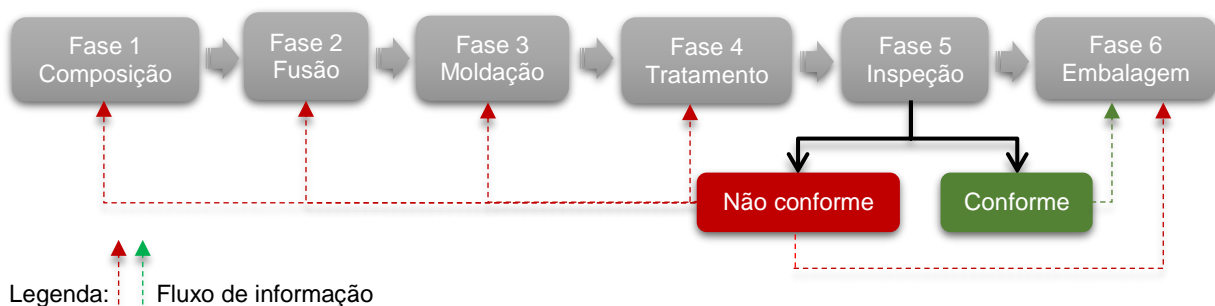


Figura 4.1 - Sistema de controlo baseado na deteção

Como se pode observar através deste esquema, é possível concluir que a fábrica da Venda Nova utiliza atualmente um sistema de controlo baseado na deteção de defeitos. Esta abordagem tem um grande peso no rendimento da fábrica, sendo responsável pelo reprocessamento de produto acabado, aumentando consequentemente os custos de produção.

Na quinta fase do processo das embalagens de vidro é realizada a inspeção das mesmas. Assim, caso se verifique a existência de embalagens não conformes, é necessário realizar duas atividades que têm um papel muito importante para a empresa. Primeiramente, torna-se imprescindível a comunicação das situações de não conformidade aos trabalhadores que integram as equipas das fases anteriores do processo, para que sejam estudadas formas que permitam a deteção e eliminação das causas desses defeitos. Adicionalmente, tendo em conta as condições de produção da indústria vidreira, devido ao facto da realização da inspeção tomar mais tempo do que a atividade de embalamento, é necessário eliminar as embalagens de vidro que apresentam a existência dos defeitos detetados nas paletes já embaladas. Para tal, é necessário comunicar essa informação, de forma a realizar a recolha de produto, onde se realiza uma inspeção visual minuciosa das paletes em questão. Neste momento é possível assegurar que o cliente não receberá produto acabado não conforme, sendo por isso nesse momento necessário reembalar novamente as paletes, de forma a que estas sejam armazenadas e posteriormente expedidas para o mesmo.

Como o método de deteção representa, em geral, um elevado custo à empresa, esta viu-se com a necessidade de implementar um sistema de controlo baseado na prevenção, esquematizado na Figura 4.2.

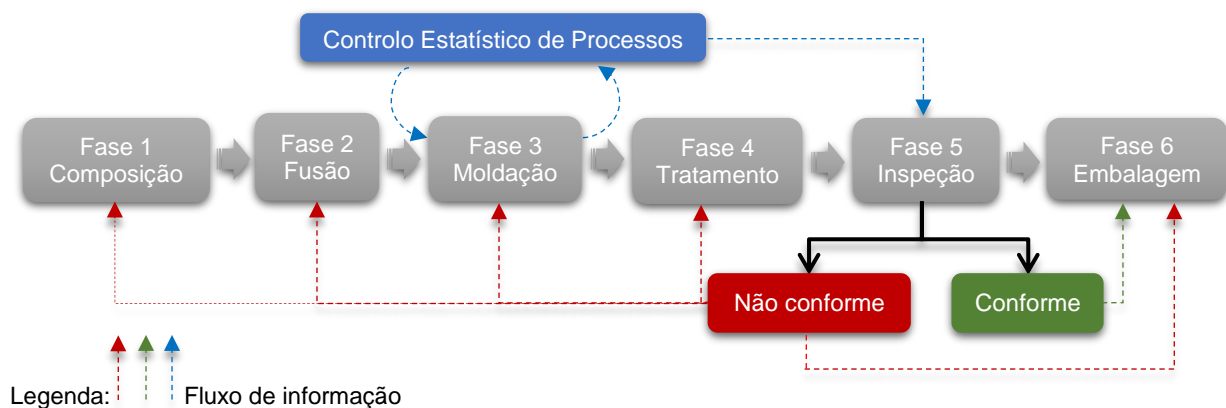


Figura 4.2 - Sistema de controlo baseado na prevenção

Na Figura 4.2 apresenta-se o sistema de controlo baseado na prevenção, através da implementação do controlo estatístico de processos na fase de moldação. Esta é uma atividade de suporte ao departamento de Qualidade que permite uma diminuição dos custos de produção e um aumento significativo do valor do rendimento e produtividade da fábrica. Tal acontece porque este controlo permite a prevenção da existência de embalagens não conformes, sendo possível diminuir a quantidade de produto reprocessado e a quantidade de produto acabado que necessita de ser recolhido e reembalado.

O SPC realiza-se na terceira fase do processo porque na moldação as gotas de vidro adquirem a sua forma geométrica, tornando-se essencial analisar nesta fase as características dimensionais da embalagem. Para tal, é recolhida uma amostra das embalagens que abandonaram o molde que lhes conferiu a respetiva forma, sendo possível realizar os testes estatísticos com recurso a instrumentos precisos que inserem de uma forma automática as medições no sistema informático da empresa.

Sempre que se estiver perante uma situação de não conformidade, é necessário conhecer o número do molde que originou a situação, para ser possível informar os responsáveis da moldação, de forma a que estes realizem atempadamente as alterações necessárias para a resolução do problema. É também necessário informar os verificadores de linha, de forma a que as embalagens não conformes sejam eliminadas pelas máquinas de inspeção automáticas, impedindo que estas sejam embaladas, evitando consequentemente a atividade de recolha e reembalagem.

É necessário referir que na empresa, o *SPC* apenas controla as características dimensionais das embalagens, analisando as dimensões geométricas das mesmas. Tal acontece devido ao facto de poderem surgir um conjunto de defeitos relativos ao aspeto visual e às características funcionais depois desta fase do processo, tendo em conta que estas seguem posteriormente para o processo de tratamento de superfície e recozimento.

As vantagens obtidas com a implementação do *SPC* foram bastante notórias nas fábricas da empresa. Tornou-se claro para a empresa entender que esta medida permitiu o crescimento da empresa através do aumento significativo de rendimentos, diminuição da quantidade de vidro reprocessado e diminuição de quantidade de produto recolhido e reembalado. Com isto, a BA Vidro situa-se entre as melhores empresas do sector, cumprindo com a Missão estabelecida.

#### 4.1.2. Alvo de Estudo

Existindo a necessidade de implementação do controlo estatístico na fábrica da Venda Nova, surgiu a oportunidade de estudar duas abordagens distintas para a sua aplicação. Assim, foi necessário aceder a dados estatísticos de uma outra fábrica da empresa que realiza atualmente o controlo estatístico, para permitir o desenvolvimento do presente caso de estudo.

Em conjunto com a BA Vidro, foi definida a linha de produção da fábrica da Marinha Grande que será alvo de estudo da presente dissertação. Assim, tendo acesso aos dados registados no mês de março de 2016, foi possível dar-se início ao caso de estudo presente. Na Tabela 4.1 encontram-se algumas informações referentes às embalagens de vidro produzidas.

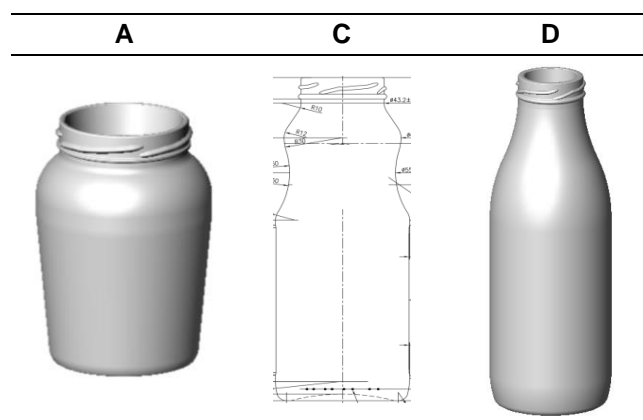
Tabela 4.1 - Plano de produção da fábrica da Marinha Grande no mês de março de 2016 para a respetiva linha de produção

<b>Produto</b>	<b>Data início de produção</b>	<b>Data fim de produção</b>	<b>Dias em produção</b>	<b>Cadência de produção (unid/min)</b>	<b>Nº moldes em funcionamento</b>
<b>A</b>	01.03.2016	11.03.2016	10	282	20
<b>B</b>	11.03.2016	21.03.2016	10	252	20
<b>C</b>	21.03.2016	24.03.2016	3	252	20
<b>D</b>	24.03.2016	29.03.2016	5	252	20

É necessário referir que por motivos de confidencialidade, não será estudado o produto B. Assim, para o desenvolvimento da presente dissertação, serão desenvolvidos métodos estatísticos que permitam

analisar os produtos A, C e D. Na Tabela 4.2, apresenta-se a forma geométrica de cada produto em estudo.

Tabela 4.2 - Aspeto final das embalagens de vidro em estudo



É da inteira responsabilidade do departamento de Qualidade da fábrica da Marinha Grande, a identificação das características da qualidade a controlar, tendo em conta as necessidades de cada modelo. Por esse motivo, são apresentadas na Tabela 4.3. o valor das especificações das características em estudo no desenvolvimento da presente dissertação.

Tabela 4.3 - Especificação das características a controlar (em milímetros)

Produto	Especificações Técnicas, mm				
	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$
<b>A</b>	$112,50 \pm 1,00$	$\geq 2,30$	$\leq 0,80$	$\leq 0,35$	
<b>C</b>	$196,00 \pm 1,20$	$\geq 1,80$	$\leq 0,80$	$\leq 0,30$	
<b>D</b>	$200,00 \pm 0,80$	$\geq 2,00$	$\leq 0,80$		$\leq 2,00$

Como se pode concluir analisando a tabela anterior, neste caso de estudo serão estudadas um total de quatro características de cada produto. No entanto, para os produtos A e C serão analisadas as mesmas características, sendo estas  $X_1$ ,  $X_2$ ,  $X_3$ , e  $X_4$ , enquanto que, relativamente ao produto D, será estudado  $X_5$  em vez de  $X_4$ . Adicionalmente, também se conclui que a característica  $X_1$  é a única que apresenta uma especificação bilateral, tendo as restantes especificações unilaterais. Mais concretamente, a característica  $X_2$  é limitada à esquerda e as restantes à direita. Para uma melhor compreensão das variáveis em análise, será realizada uma breve descrição das mesmas.

Uma característica essencial ao controlo estatístico é a altura das embalagens de vidro, garantindo que estas estão a ser produzidas dentro das especificações estabelecidas, sendo esta característica denominada por  $X_1$ . Adicionalmente, é também importante garantir que as mesmas são estáveis, sendo necessário controlar a quantidade de vidro no seu fundo. Isto porque, um fundo não uniforme pode fazer com que estas tombam ou resultar na quebra aquando de contacto com as restantes. Por este motivo, a segunda característica da qualidade,  $X_2$ , é responsável pelo controlo da espessura de vidro no fundo. A característica  $X_3$  tem como função avaliar a horizontalidade do topo das embalagens,

garantindo que é possível colocar corretamente a tampa ou rolha respectiva. Deste modo, é possível garantir que estas fecham a embalagem de vidro, de forma a que não verta o produto inserido. Adicionalmente, é necessário garantir que a embalagem possui uma determinada capacidade de selagem, por forma a manter as propriedades do produto inserido, garantido que este se encontra sob vácuo. Assim, a quarta característica a controlar,  $X_4$ , permite avaliar a planeidade do topo, verificando que as embalagens seguem um e um só plano. Por fim, tendo o produto D uma maior altura, torna-se importante estudar a sua verticalidade, garantindo que não tomba, sendo esta a característica  $X_5$ . Desta forma, é possível assegurar a chegada de produto em condições ideais ao cliente final.

### 4.1.3. Recolha de Dados

A recolha de dados para o *SPC* é realizada da mesma forma para todas as fábricas do grupo que o realizam. Esta é baseada em médias de amostras de dimensão igual a cinco unidades, sendo gerados aleatoriamente cinco números distintos referentes a cinco moldes, com recurso a um programa adquirido pela empresa. Com esta informação, o operador responsável pelo registo das medições, denominado de condutor, retira cinco embalagens que tenham abandonado os cinco moldes referidos. De seguida, este efetua as medições das características com recurso a instrumentos específicos, sendo os valores inseridos automaticamente num *software*, diminuindo possíveis erros que possam ocorrer na inserção dos valores no computador. Estes equipamentos de medição são devidamente calibrados e verificados segundo o plano estabelecido pelo departamento de Qualidade.

Na Figura 4.3 apresenta-se uma fotografia tirada no momento em que se efetua o teste relativo à característica  $X_4$  de outro modelo produzido na fábrica da Marinha Grande da BA Vidro.



Figura 4.3 - Instrumento para medição da característica  $X_4$

Relativamente à frequência do registo das medições, foi definida pela empresa uma periodicidade de 30 minutos, tendo se utilizado para o presente caso de estudo amostras recolhidas no mês de março do presente ano.

## 4.2. Análise dos Dados

No decorrer deste subcapítulo, será apresentado o desenvolvimento das duas abordagens, sendo a primeira relativa ao estudo univariado do processo, tendo em conta a revisão bibliográfica realizada nos Capítulos 2.3.1. e 2.3.2, apresentando de seguida o método relativo ao estudo multivariado apresentado nos Capitulo 2.3.3. e 2.3.4.

### 4.2.1. Fase 1 do Estudo Univariado

Como referido, inicialmente será apresentado o desenvolvimento do SPC univariado, sendo estudadas as características de cada modelo de uma forma individual. Na Fase 1 serão elaboradas as cartas de controlo de cada característica de cada produto, seguindo-se a verificação da normalidade dos dados e o tratamento dos mesmos. Posteriormente, de forma a avaliar o cumprimento das especificações estabelecidas, será efetuado o estudo da capacidade.

#### 4.2.1.1. Construção das Cartas de Controlo

Para a construção das cartas de controlo serão elaboradas cartas de controlo de variáveis. Isto porque, as características em estudo são expressas em milímetros, sendo esta uma escala contínua. Assim, como o estudo é realizado com base em amostras de dimensão igual a cinco unidades, optou-se pela construção de cartas da média e do desvio padrão.

As cartas serão construídas com recurso ao *software* Statistica, elaborando automaticamente as mesmas com recurso aos dados recolhidos, permitindo uma análise simples e rápida. Para tal, serão utilizadas 24 amostras na Fase 1, perfazendo um total de 120 observações individuais.

O desenvolvimento que se apresenta de seguida foi realizado de uma forma análoga a todas as características dos diferentes produtos, sendo de seguida apresentado em detalhe o raciocínio relativo à construção das cartas para o estudo da característica  $X_1$  do produto A. Para estas, foram consideradas as primeiras vinte e quatro amostras recolhidas.

Com recurso ao *software* Statistica é possível construir de imediato a carta de controlo da média e a carta do desvio padrão, apresentadas na Figura 4.4. Pela visualização destas, conclui-se que é necessário identificar a causa especial de variação do ponto 6, estando fora dos limites de controlo da carta da média. Esta corresponde à amostra real número 6, sendo necessário proceder à sua eliminação. De forma a manter um total de 24 amostras, é necessário incluir a amostra real número 25. Com este conjunto de pontos revistos, é necessário proceder novamente à construção das cartas através do *software* Statistica, apresentadas na Figura 4.5.

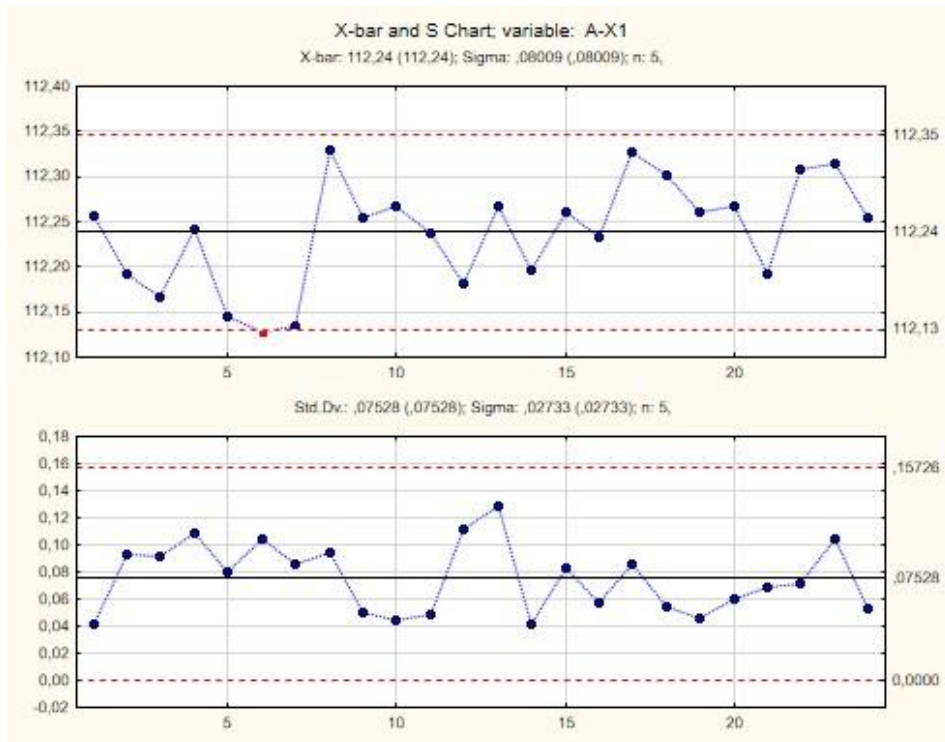


Figura 4.4 - Carta da média e do desvio padrão da característica  $X_1$  do produto A

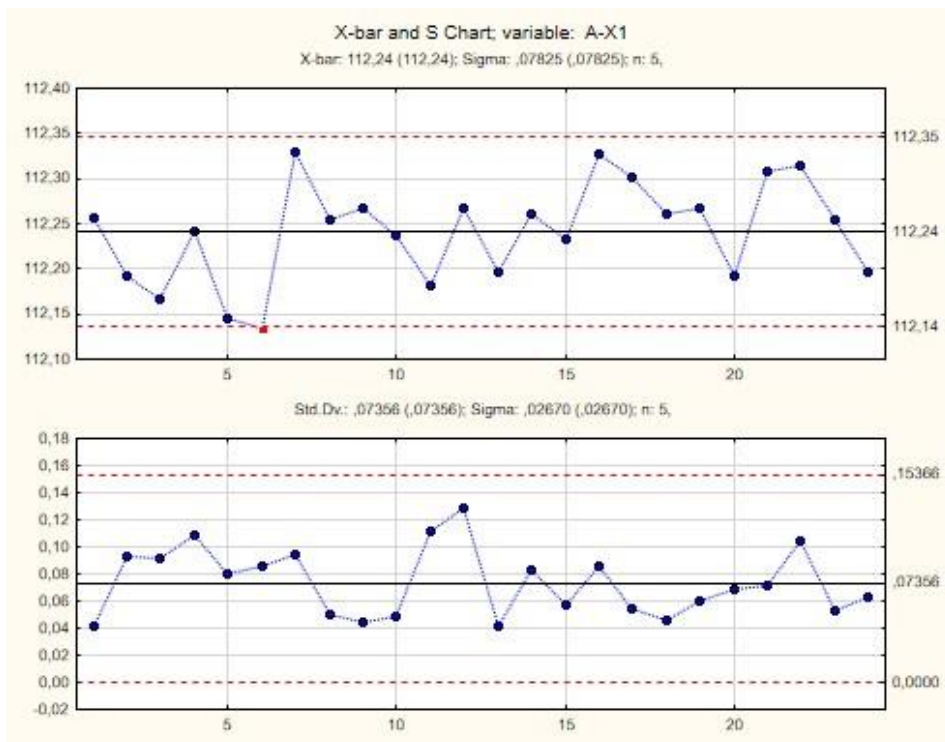


Figura 4.5 - Carta da média e do desvio padrão da característica  $X_1$  do produto A revista com inclusão da amostra real 25

Como se pode observar, com a construção da carta revista surge uma nova causa especial no ponto 6, representativa da amostra real número 7, sendo necessário repetir o processo realizado

anteriormente, eliminando esse ponto e acrescentando a amostra real número 26, procedendo-se novamente à construção da carta  $\bar{X}$  e S revista, apresentada na Figura 4.6.

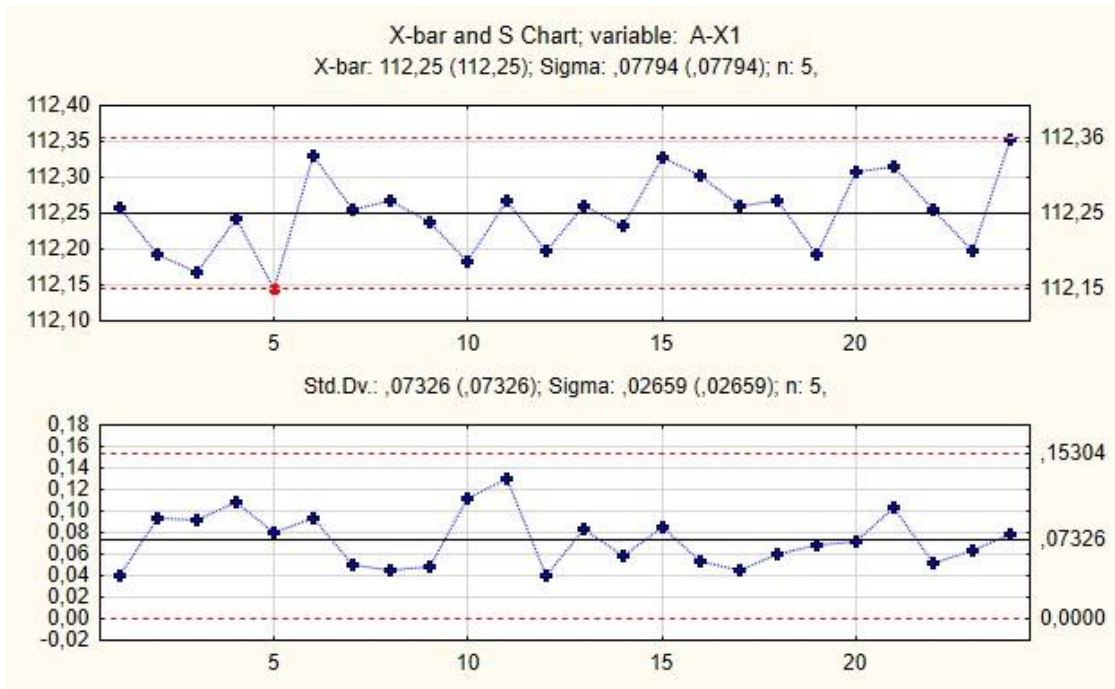


Figura 4.6 - Carta da média e do desvio padrão da característica  $X_1$  do produto A revista com inclusão da amostra real 26

Novamente se observa que é necessário eliminar a causa especial de variação relativa ao ponto 5, representativo da amostra real número 5, incluindo a amostra real número 27 para a construção da nova carta de controle revista, apresentada na Figura 4.7.

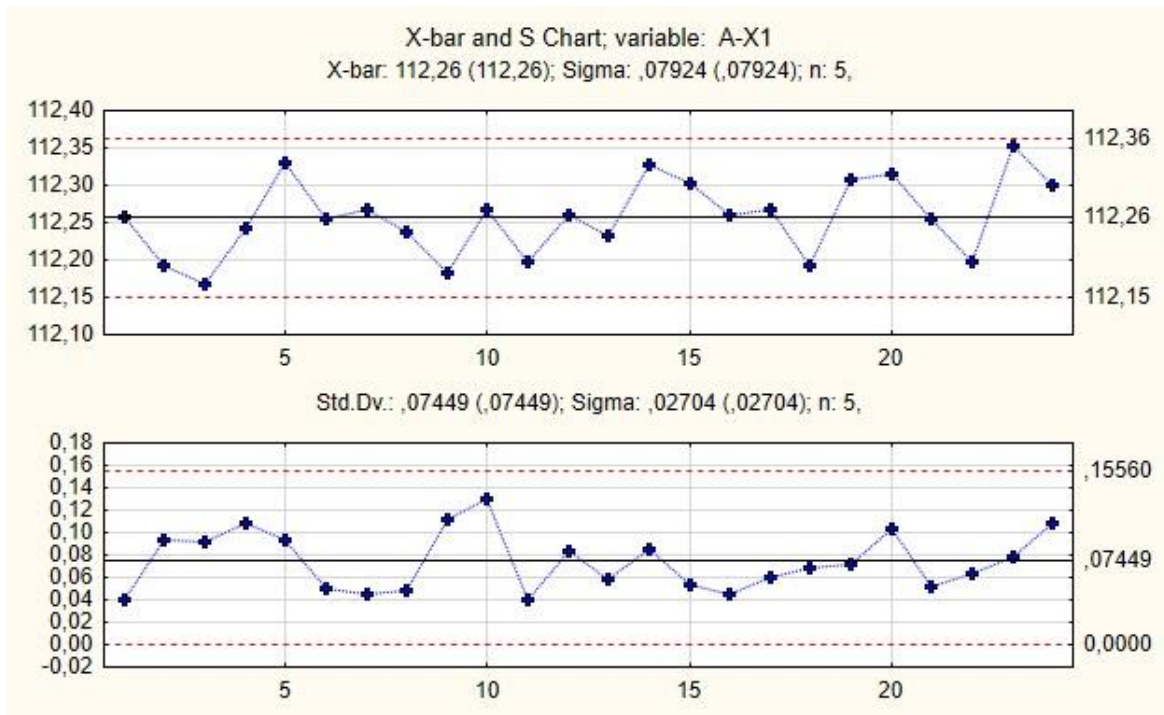


Figura 4.7 - Carta da média e do desvio padrão da característica  $X_1$  do produto A revista com inclusão da amostra real 27

Como esta não contém causas especiais de variação, é possível concluir que o processo relativo à característica  $X_1$  do produto A se encontra sob controlo estatístico. Assim, é necessário estimar os valores dos parâmetros, determinados e apresentados na carta construída pelo Statistica e dados por:

$$\hat{\mu} = \bar{X} = 112,26 \text{ mm} \quad \hat{\sigma} = 0,079 \text{ mm}$$

No Anexo D apresentam-se as cartas de controlo elaboradas para os restantes processos em estudo, e os valores dos parâmetros estimados.

#### 4.2.1.2. Verificação da Normalidade

Sendo o caso de estudo realizado com base em médias de amostras de dimensão igual a cinco unidades, a Normalidade das observações individuais não é uma condição necessária porque se garante que  $\bar{X}$  segue uma distribuição Normal, segundo o Teorema do Limite Central. Contudo, para se prosseguir para o estudo da capacidade, é necessário verificar que  $X$  segue uma distribuição Normal.

Assim sendo, a Normalidade será estudada relativamente aos 24 pontos da Fase 1 do estudo univariado com a realização do teste Kolmogorov-Smirnov. Para tal, é possível recorrer ao *software* Statistica, que realiza de uma forma imediata a construção de um histograma, com a introdução do valor de  $k$  pretendido. Como  $N = m \times n = 120$ , o número de classes obtido é de 8 unidades, segundo a regra de Sturges. Consultando a Tabela B.II desenvolvida por H. W. Lilliefors apresentada no Anexo B, é possível determinar o valor de  $D_{Crítico}$  para um nível de significância  $\alpha$  de 5%, porque os parâmetros da população são estimados a partir dos dados que constituem a amostra.

$$D_{Crítico} = \frac{0,886}{\sqrt{n}} = \frac{0,886}{\sqrt{120}} = 0,08088$$

Conhecendo-se o valor de  $D_{Crítico}$  é necessário construir o histograma para se conhecer o valor de  $D$ , apresentados na Figura 4.8.

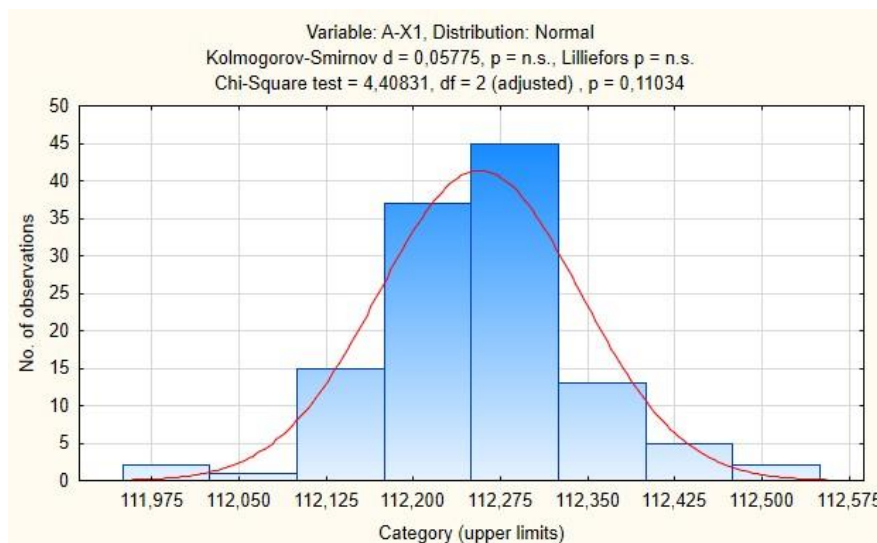


Figura 4.8 - Histograma das observações individuais e teste de Kolmogorov-Smirnov da característica  $X_1$  do produto A

Analisando o histograma, é possível concluir que os dados da característica  $X_1$  do produto A seguem uma distribuição Normal para um nível de significância  $\alpha$  de 5%, porque se verifica que  $D < D_{crítico}$ .

O desenvolvimento apresentado foi realizado para todos os produtos e características em estudo, e podem ser consultados no Anexo E. Na Tabela 4.4 apresentam-se as conclusões referente à Normalidade dos mesmos.

Tabela 4.4 - Tabela resumo da Normalidade das observações individuais

		Característica				
		$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$
Produto	A	$(X_1)_A \sim N(\mu, \sigma^2)$	D. Não Normal	$(X_3)_A \sim N(\mu, \sigma^2)$	D. Não Normal	
	C	$(X_1)_C \sim N(\mu, \sigma^2)$	$(X_2)_C \sim N(\mu, \sigma^2)$	D. Não Normal	$(X_4)_C \sim N(\mu, \sigma^2)$	
	D	$(X_1)_D \sim N(\mu, \sigma^2)$	$(X_2)_D \sim N(\mu, \sigma^2)$	D. Não Normal		D. Não Normal

Assim, verifica-se que a característica  $X_1$  apresenta uma distribuição Normal para qualquer um dos modelos em estudo, e que as características  $X_2$  e  $X_4$  apresentam observações não Normais apenas para o produto A. No entanto, a característica  $X_3$  apresenta uma distribuição Normal para o mesmo produto apenas. Para finalizar, a característica  $X_5$ , do produto D, não tem os seus dados individuais Normalmente distribuídos.

#### 4.2.1.3. Capacidade do Processo

Estando identificados os processos que seguem e os processos que não seguem uma distribuição Normal, é possível conhecer a capacidade dos mesmos. Para tal, é necessário inserir essa informação no *software* Estatística que determina de uma forma automática os valores dos índices de capacidade.

Apresentando a característica  $X_1$  uma especificação bilateral para todos os produtos, são determinados os índices de capacidade  $C_p$  e  $C_{pk}$ . Contudo, para as restantes características em estudo, é apenas possível determinar o segundo índice mencionado. Mais concretamente, para a característica  $X_2$ ,  $C_{pk}$  toma o valor de  $(C_{pk})_I$  visto que esta apresenta uma especificação unilateral à esquerda. Pelo mesmo motivo, para as características  $X_3$ ,  $X_4$  e  $X_5$ , o valor de  $C_{pk}$  toma o valor de  $(C_{pk})_S$  porque estas apresentam uma especificação unilateral à direita. Os mesmos apresentam-se na Tabela 4.5.

Relativamente à característica  $X_1$ , conclui-se que todos os processos têm capacidade potencial porque os valores do índice  $C_p$  são sempre superiores a 1,33. Pelo mesmo motivo, como os valores do índice  $C_{pk}$  também são superiores ao mesmo valor, conclui-se que estes processos são capazes. Contudo, fazendo uma comparação entre  $(C_{pk})_I$  e  $(C_{pk})_S$ , considera-se que estes não são aproximadamente iguais, ou seja,  $(C_{pk})_I \neq (C_{pk})_S$ . Por este motivo, conclui-se que os processos relativos à característica  $X_1$  não são centrados. Analisando os restantes processos do presente caso de estudo, que contêm especificações unilaterais, verifica-se que o valor do índice  $C_{pk}$  é sempre superior a 1,25. Assim, como  $C_{pk} > 1,25$ , pode-se afirmar que estes processos também são capazes.

Tabela 4.5 - Valores obtidos para os índices de capacidade recorrendo ao Statistica inserindo informação relativamente à Normalidade ou não Normalidade das observações individuais

Produto	Característica	Índices de Capacidade			
		$C_p$	$C_{pk}$	$(C_{pk})_I$	$(C_{pk})_S$
A	$X_1$	4,18	3,17	3,17	5,20
	$X_2$		4,05	4,05	
	$X_3$		4,45		4,45
	$X_4$		1,61		1,61
C	$X_1$	1,77	1,56	1,56	1,98
	$X_2$		1,53	1,53	
	$X_3$		2,76		2,76
	$X_4$		1,35		1,35
D	$X_1$	2,43	2,03	2,83	2,03
	$X_2$		1,49	1,49	
	$X_3$		3,35		3,35
	$X_5$		2,91		2,91

#### 4.2.1.4. Transformação dos Dados

Para se monitorizar a capacidade na Fase 2 do SPC, é necessário garantir que as observações individuais seguem uma distribuição Normal, sendo por este motivo necessário transformar os dados que não verifiquem essa condição.

Consultando a Tabela 4.4 apresentada anteriormente, conclui-se que é necessário realizar a transformação de dados do produto A relativo às características  $X_2$  e  $X_4$ , da característica  $X_3$  dos produtos C e D, e finalmente da característica  $X_5$  do ultimo produto mencionado.

##### 4.2.1.4.1. Distribuições de Johnson

Para a transformação dos dados optou-se por se recorrer ao sistema de distribuições de Johnson, utilizando o método dos percentis. O raciocínio apresentado de seguida para a característica  $X_2$  do produto A foi realizado de uma forma análogo à característica  $X_4$  do mesmo produto.

Primeiramente, são definidos os valores de  $s$  e  $z$  em 3 e 0,524 respetivamente, sendo de seguida necessário determinar as áreas da distribuição Normal reduzida dos percentis definidos, apresentados na Tabela 4.6.

Tabela 4.6 - Determinação de  $X_i$  segundo o método dos percentis

	Percentil	Área	$i$	$X_i$
1	$\phi(-sz)$	0,058	7,46	3,878
2	$\phi(-z)$	0,3	36,5	4,110
3	$\phi(z)$	0,7	84,5	4,536
4	$\phi(sz)$	0,942	113,54	5,321

Como são conhecidos os valores de  $X_1$ ,  $X_2$ ,  $X_3$  e  $X_4$ , é possível determinar o valor do índice  $QR$ .

$$QR = \frac{(X_4 - X_3)(X_2 - X_1)}{(X_3 - X_2)^2} = \frac{(5,321 - 4,536)(4,110 - 3,878)}{(4,536 - 4,110)^2} = 1,01$$

Como  $QR$  toma o valor de 1,01, conclui-se que a distribuição dos dados pertence à família das distribuições  $S_L$  porque  $QR \in [0,9 ; 1,1]$ . Nesta altura é necessário determinar os parâmetros da distribuição de Johnson, apresentados na Tabela 4.7. Assim, verifica-se que os parâmetros obedecem às condições estipuladas, sendo necessário definir o domínio de valores a transformar, dado por  $X > \mathcal{E}$ . Assim, o domínio da característica  $X_1$  do produto A é dado por  $X_1 > 3,605$ . Contudo, analisando os vinte e quatro pontos que constituem a Fase 1 deste processo, é possível concluir que a quinta observação da amostra real número 24 não pertence ao domínio definido, como se apresenta na Tabela 4.8, sendo por este motivo necessário rejeitar a distribuição definida.

Tabela 4.7 - Parâmetros da distribuição de Johnson

Parâmetro	Valor
$m$	0,785
$n$	0,232
$p$	0,426
$\eta$	1,714
$\gamma$	0,646
$\mathcal{E}$	3,605

Tabela 4.8 - Ponto 24 correspondente à amostra real número 24 da Fase 1 da característica  $X_2$  do produto A que não pertence ao domínio definido

Ponto	Amostra Real	Observação				
		1	2	3	4	5
24	24	3,998	4,448	4,110	4,556	3,590

Tendo acontecido a mesma situação no desenvolvimento do método dos percentis do sistema de distribuições de Johnson para a transformação dos dados da característica  $X_4$  do mesmo produto, que se pode observar no Anexo F, verifica-se que a família das distribuições de Johnson que melhor se adequa aos dados respetivos resulta também num domínio que não abrange todos os valores dos dados individuais. Por este motivo, optou-se por realizar a transformação Box e Cox de forma a permitir uma continuação do estudo com um nível de rigor desejado.

#### 4.2.1.4.2. Transformação Box e Cox

Com a utilização do aditivo *Action Stat* do programa Microsoft Excel, é possível transformar automaticamente os dados. Na Tabela 4.9 apresentam-se os dados originais da Fase 1 da característica  $X_2$  do produto A, e os seus valores transformados. Para esta, o programa determinou um valor de  $\lambda$  de -2,5.

Para se confirmar que os dados transformados seguem uma distribuição Normal, na Figura 4.9 apresenta-se o histograma construído com recurso aos mesmos, com o novo valor de  $D$  obtido com a realização do teste Kolmogorov-Smirnov no *software* Statistica.

Tabela 4.9 - Dados transformados da Fase 1 da característica  $X_2$  do produto A

Amostra Real	Observação									
	Dados originais, mm					Dados transformados				
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
1	4,220	4,276	4,232	3,802	5,392	0,389	0,389	0,389	0,386	0,394
2	4,158	4,570	4,534	4,334	4,284	0,389	0,391	0,391	0,390	0,389
3	4,910	4,792	4,560	4,730	4,112	0,393	0,392	0,391	0,392	0,388
4	3,818	4,068	5,792	5,094	4,492	0,386	0,388	0,395	0,393	0,391
5	4,408	4,538	4,490	3,866	4,670	0,390	0,391	0,391	0,386	0,392
6	4,752	4,678	5,766	4,466	4,324	0,392	0,392	0,395	0,391	0,390
7	5,172	4,722	4,300	4,738	5,568	0,393	0,392	0,390	0,392	0,395
8	4,078	4,492	4,372	4,344	3,946	0,388	0,391	0,390	0,390	0,387
9	4,292	5,134	3,994	4,414	4,006	0,390	0,393	0,387	0,390	0,388
10	4,954	4,336	4,394	5,150	4,152	0,393	0,390	0,390	0,393	0,389
11	5,710	4,632	5,210	4,054	4,264	0,395	0,391	0,394	0,388	0,389
12	4,070	4,278	4,206	4,162	4,186	0,388	0,389	0,389	0,389	0,389
13	4,316	4,410	4,442	4,416	5,026	0,390	0,390	0,390	0,390	0,393
14	4,438	4,980	5,040	4,384	3,912	0,390	0,393	0,393	0,390	0,387
15	3,854	3,924	4,296	5,622	3,918	0,386	0,387	0,390	0,395	0,387
16	4,006	5,000	4,484	4,456	3,884	0,388	0,393	0,391	0,390	0,387
17	4,076	4,182	3,914	5,138	3,98	0,388	0,389	0,387	0,393	0,387
18	4,248	4,086	4,018	4,498	4,102	0,389	0,388	0,388	0,391	0,388
19	3,924	3,898	4,480	3,920	4,076	0,387	0,387	0,391	0,387	0,388
20	4,226	4,130	4,642	4,202	4,738	0,389	0,388	0,391	0,389	0,392
21	4,060	5,238	5,438	4,304	4,876	0,388	0,394	0,394	0,390	0,392
22	3,976	3,872	4,038	4,580	4,266	0,387	0,386	0,388	0,391	0,389
23	4,018	3,718	4,110	4,230	3,950	0,388	0,385	0,388	0,389	0,387
24	3,998	4,448	4,110	4,556	3,590	0,387	0,390	0,388	0,391	0,384

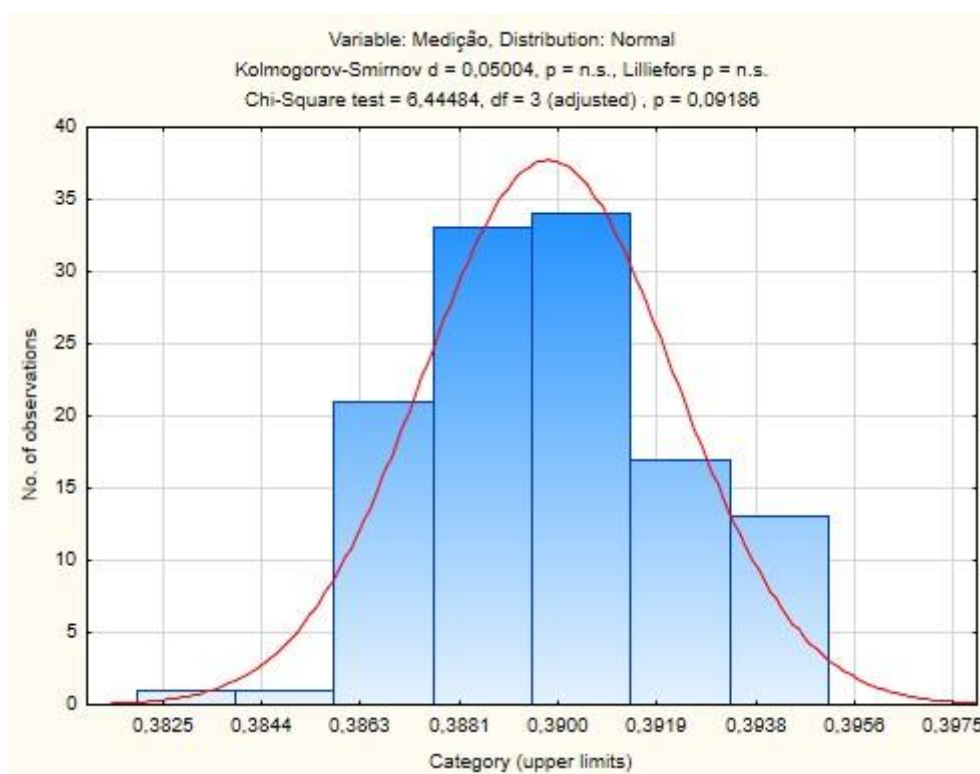


Figura 4.9 - Histograma e teste de Kolmogorov-Smirnov obtidos com os dados transformados da característica  $X_2$  do produto A

Como se verifica que o valor de  $D$  é inferior a  $D_{Crítico}$ , é possível afirmar que os dados seguem uma distribuição Normal. Assim, com recurso aos dados transformados, é necessário construir novamente as cartas  $\bar{X}$  e  $S$ , apresentadas na Figura 4.10.

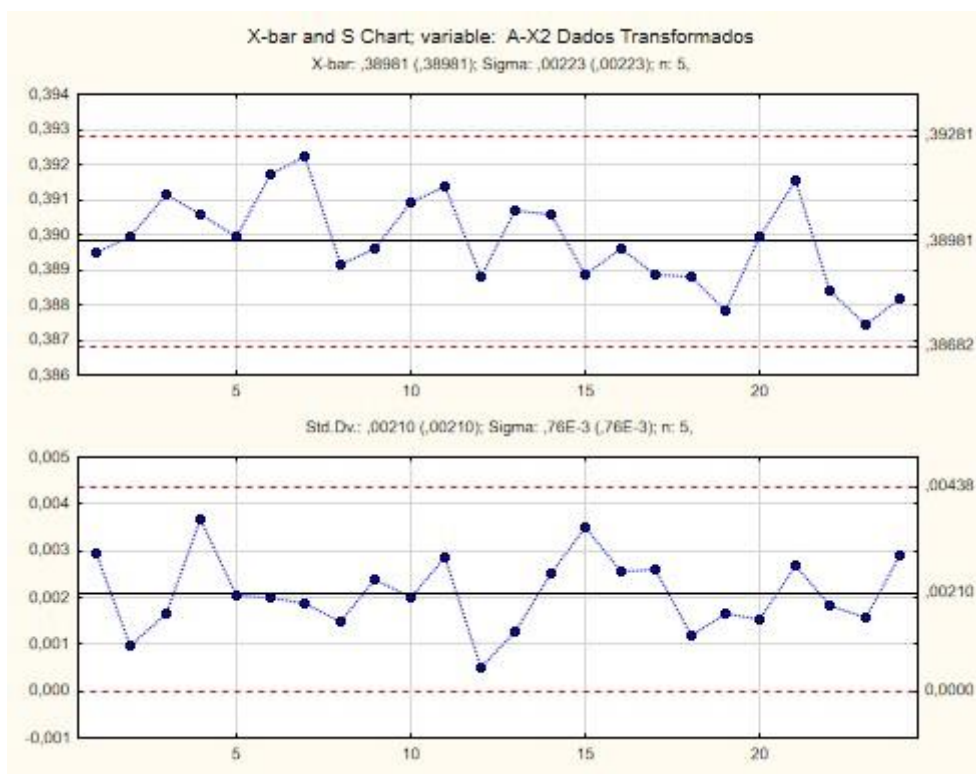


Figura 4.10 - Carta da média e do desvio padrão da Fase 1 da característica  $X_2$  do produto A com recurso aos dados transformados

Realizando uma comparação entre o padrão agora obtido e o padrão das cartas construídas com recurso aos dados originais da característica  $X_2$  do produto A, é possível concluir que estes são em tudo semelhantes, como se pode verificar no Anexo D. Por este motivo, no decorrer do estudo univariado serão consideradas as cartas construídas com os dados transformados e os respetivos parâmetros estimados. Assim, os valores da estimação dos parâmetros da característica  $X_2$  do produto A são dados por:

$$\hat{\mu} = \bar{\bar{X}} = 0,390 \quad \hat{\sigma} = 0,0022$$

O raciocínio apresentado foi realizado aos restantes processos que não apresentavam uma distribuição Normal. Todavia, no caso da característica  $X_5$  do produto D é necessário realizar uma etapa adicional, porque se verifica a existência de uma causa especial de variação na carta da média obtida, com recurso aos dados transformados pelo método de Box e Cox. Tal acontece devido ao facto de se garantir uma maior precisão na carta construída com as observações individuais Normalmente distribuídas do que com o valor das observações originais não Normais. Deste modo foi necessário eliminar na carta  $\bar{X}$  da característica  $X_5$  do produto D o ponto 8, correspondente à amostra real número 8, incluindo na Fase 1 a amostra real número 27, de modo a garantir a presença de 24 amostras.

Depois de realizada a atividade adicional descrita, é então retomado o raciocínio apresentado, com a determinação dos valores das observações individuais transformados, elaborando de seguida um histograma a fim de se confirmar que estes seguem uma distribuição Normal. Desta forma, é apenas necessário construir a carta  $\bar{X}$  e  $S$  com recurso aos dados transformados, para se verificar que o padrão obtido é semelhante ao obtido anteriormente com recurso aos dados originais não Normais. Depois de verificada esta condição, são conhecidos os parâmetros dos processos. No Anexo G podem ser consultadas as cartas de controlo obtidas.

Como serão considerados, no decorrer do estudo, os parâmetros estimados com recurso aos dados transformados nos processos que sofreram a transformação de Box e Cox, na Tabela 4.10 apresentam-se os parâmetros de todos os processos da Fase 1 do *SPC* univariado. Assim, relativamente à característica  $X_2$  e  $X_4$  do produto A, à característica  $X_3$  dos produtos C e D e finalmente à característica  $X_5$  do último produto mencionado, os parâmetros são adimensionais, devido à transformação dos mesmos.

Tabela 4.10 - Tabela resumo do valor dos parâmetros do processo

Produto	Característica	Parâmetros do processo	
		$\hat{\mu}$	$\hat{\sigma}$
A	$X_1$	112,260 mm	0,079 mm
	$X_2$	0,390	0,002
	$X_3$	0,092 mm	0,052 mm
	$X_4$	-1,292	0,118
C	$X_1$	195,860 mm	0,235 mm
	$X_2$	3,293 mm	0,331 mm
	$X_3$	-1,530	0,299
	$X_4$	0,109 mm	0,049 mm
D	$X_1$	200,130 mm	0,108 mm
	$X_2$	3,229 mm	0,277 mm
	$X_3$	-2,676	0,651
	$X_5$	-1,939	0,881

Os valores de  $\lambda$  determinados pelo *Action Stat* no momento da transformação dos dados são apresentados na Tabela 4.11.

Tabela 4.11 - Valor de  $\lambda$  de cada transformação realizada

Produto	Característica	$\lambda$
A	$X_2$	-2,50
	$X_4$	0,58
C	$X_3$	0,38
D	$X_3$	0,00
	$X_5$	0,00

#### 4.2.1.5. Transformação do Valor das Especificações

Dada por concluída a transformação dos dados incluídos na Fase 1, é necessário determinar também o valor das especificações transformadas, por estas serem necessárias ao estudo da capacidade na Fase 2 do presente estudo.

Para esta determinação não é possível aplicar diretamente a fórmula 2.35 da transformação de Box e Cox, que permite o cálculo do valor transformado em função do valor de  $\lambda$ , porque o valor da especificação está significativamente afastado do intervalo de valores a que pertencem os dados recolhidos. Verificando-se esta condição para todos os processos em estudo que sofreram uma transformação, surgiu a necessidade da definição de um método que permita a determinação do valor das especificações transformadas, com um bom nível de rigor.

A heurística desenvolvida foca-se na análise e comparação dos índices de capacidade, pretendendo-se garantir que os valores dos índices determinados com recurso aos dados originais, que não seguem uma distribuição Normal, sejam aproximadamente iguais aos valores dos índices determinados com recurso aos dados transformados que seguem uma distribuição Normal. Para tal, é necessário introduzir esta informação no *software* Statistica, garantindo-se um determinado nível de rigor no conhecimento do valor das especificações transformadas.

Em título de exemplo, demonstra-se o desenvolvimento efetuado para a característica  $X_2$  do produto A. Para aglomerar a informação necessária, na Tabela 4.12 apresenta-se novamente o valor dos parâmetros do processo depois da realização da transformação, e o valor de  $C_{pk}$  determinado com recurso aos dados originais não Normais.

Tabela 4.12 – Valor dos parâmetros do processo e índice de capacidade da característica  $X_2$  do produto A

$\hat{\mu}$	$\hat{\sigma}$	$C_{pk}$
0,390	0,002	4,05

Como os parâmetros do processo apresentados foram obtidos através da construção da carta da Fase 1 com recurso a dados transformados, estes seguem uma distribuição Normal. Assim, é possível recorrer à fórmula 2.36 para a determinação do índice  $C_{pk}$  para dados Normalmente distribuídos. Uma vez que este processo contém uma especificação unilateral à esquerda, tem-se que:

$$C_{pk} = (C_{pk})_l \Leftrightarrow C_{pk} = \frac{\mu - LIE_t}{3\sigma} \Leftrightarrow LIE_t = - (C_{pk} \times 3\sigma) + \mu$$

Sendo apenas desconhecido o valor  $LIE_t$ , limite inferior da especificação transformada, é possível determinar o seu valor. Para uma maior exatidão no resultado obtido, foram utilizadas seis casas decimais.

$$LIE_t = -(4,053365 \times 3 \times 0,002230) + 0,389810 = 0,362693$$

Com o objetivo de se confirmar o raciocínio desenvolvido, recorre-se novamente ao Statistica para se realizar novamente o estudo da capacidade. No entanto, o mesmo será efetuado com recurso aos dados transformados que seguem a distribuição Normal para o processo em causa. Inserindo o valor determinado de  $LIE_t$ , obtém-se um novo valor para o índice de capacidade que se denomina por  $C_{pkRevisto}$  de 4,03. Comparando o valor de  $C_{pk}$  e de  $C_{pkRevisto}$  determina-se uma diferença de 0,02. Sendo este valor bastante reduzido, considera-se que o mesmo é desprezável, confirmando o raciocínio realizado.

Este desenvolvimento foi elaborado para os restantes processos que sofreram a transformação de Box e Cox. Porém, como esses contêm uma especificação unilateral à direita, tem-se que:

$$C_{pk} = (C_{pk})_S \Leftrightarrow C_{pk} = \frac{LSE_t - \mu}{3\sigma} \Leftrightarrow LSE_t = C_{pk} \times 3\sigma + \mu$$

Na Tabela 4.13 apresentam-se os valores da especificação original e transformada, bem como os valores de  $C_{pk}$  e de  $C_{pkRevisto}$  para cada processo.

Tabela 4.13 - Valor dos limites de especificação originais e transformados, e valor de  $C_{pk}$  e  $C_{pkRevisto}$

Produto	Característica	LIE, mm	$LIE_t$	LSE, mm	$LSE_t$	$C_{pk}$	$C_{pkRevisto}$
A	$X_2$	$\geq 2,30$	$\geq 0,36$			4,05	4,03
	$X_4$			$\leq 0,35$	$\leq -0,72$	1,61	1,67
C	$X_3$			$\leq 0,80$	$\leq 0,95$	2,76	2,80
D	$X_3$			$\leq 0,80$	$\leq 3,86$	3,35	3,44
	$X_5$			$\leq 2,00$	$\leq 5,76$	2,91	2,94

Considerando desprezáveis as diferenças observadas entre os valores de  $C_{pk}$  e de  $C_{pkRevisto}$ , dá-se por concluído o raciocínio que permite o conhecimento dos valores das especificações da qualidade transformadas, necessários ao desenvolvimento do estudo da capacidade na Fase 2 do estudo univariado.

#### 4.2.2. Fase 2 do Estudo Univariado

Os produtos em estudo na presente dissertação são produzidos em quantidades elevadas e estão em produção em períodos relativamente próximos. Por este motivo, na Fase 2 do estudo univariado está-se perante o estudo de “pequenas produções”. Assim, optou-se por construir as cartas Z e W, nomeadamente a carta da média e do desvio padrão, porque estas permitem a representação de todas as características na mesma carta, o que facilita e agiliza o processo de monitorização do processo. Tal é possível porque os limites de controlo da carta Z e da carta  $W_S$  são iguais em todos os processos, tendo em conta que a dimensão da amostra  $n$  é igual para todos os produtos, como se pode observar na Tabela 4.14.

Os valores das constantes  $B_3$  e  $B_4$  foram retirados do Anexo A, tendo em consideração a dimensão da amostra constante e igual a cinco unidades.

Tabela 4.14 - Valores dos limites de controlo da carta  $Z$  e  $W_S$

Carta $Z$	Carta $W_S$
$LSC_Z = 3$	$LSC_{W_S} = B_4 = 2,089$
$LC_Z = 0$	$LC_{W_S} = 1$
$LIC_Z = -3$	$LIC_{W_S} = B_3 = 0$

Tendo em conta que se recorre aos dados Normalmente distribuídos para a construção das cartas de controlo, determinam-se os dados de cada processo da Fase 2 transformados, tendo em conta o valor de  $\lambda$  e recorrendo à equação 2.35. Adicionalmente, é também necessário calcular os valores de  $Z$  e  $W_S$ .

#### 4.2.2.1. Monitorização da Capacidade

A elaboração de cartas de controlo  $Z$  e  $W_S$  permite a monitorização da estabilidade dos processos em estudo, desde que seja assegurado previamente que estes estão sob controlo estatístico e que os dados seguem uma distribuição Normal. Como estas condições foram asseguradas na Fase 1 do estudo univariado, torna-se possível controlar em tempo real o desempenho da produção, no que respeita às especificações de qualidade estabelecidas.

Para se estudar a capacidade na Fase 2, é necessário determinar o valor dos índices  $(Z)_j$  e  $(Z_S)_j$ . Para tal, o valor de  $k$  é de 1,33 para os processos com especificações bilaterais, e  $k = 1,25$  nos processos com especificações unilaterais. Adicionalmente, caso o processo contenha uma especificação unilateral à esquerda, determina-se apenas o valor do índice  $(Z)_j$ , caso contrário, determina-se o valor de  $(Z_S)_j$ . Assim, para todas as cartas  $Z$  e  $W_S$  construídas, determinam-se os valores de  $(Z)_j$  e  $(Z_S)_j$  quando aplicáveis.

#### 4.2.2.2. Construção das Cartas de Controlo

Neste momento, é possível construir as cartas  $Z$  e  $W_S$  para cada característica de cada produto em estudo. Devido à sua dimensão, estas apresentam-se no Anexo H, onde se apresenta uma só carta  $Z$  e  $W_S$  por produto, aglomerando o estudo de todas as características numa só carta. Para completar esta análise, também se apresentam as cartas  $Z$  e  $W_S$  para cada uma das características em estudo, de modo a que se tenha uma visão global da estabilidade das variáveis.

Através da observação das cartas, é possível verificar que existem pontos fora dos limites, ou seja, que existem causas especiais de variação. No Capítulo 4.4. será realizada uma análise que permitirá conhecer o motivo dessas não conformidades.

#### 4.2.3. Fase 1 do Estudo Multivariado

Nesta altura será dado início ao *SPC* multivariado, tendo em conta que se estudarão simultaneamente as características dos produtos em estudo. Na Fase 1 do *MSPC* serão construídas as cartas de controlo respetivas e realizado o estudo da capacidade do processo.

#### 4.2.3.1. Construção das Cartas de Controlo

No controlo estatístico multivariado serão construídas cartas de controlo  $T^2$  para o controlo da média, sendo construída uma carta por produto. É importante referir que para a construção das mesmas serão utilizados os dados transformados nos processos que sofreram a transformação de Box e Cox determinados anteriormente. Isto porque, desta forma, garante-se que os dados são Normalmente distribuídos.

Para a determinação do valor dos limites de controlo da carta  $T^2$  é necessário recorrer aos valores das constantes apresentadas na Tabela 4.15.

Tabela 4.15 - Valor das constantes que permitem determinar o valor dos limites de controlo da carta  $T^2$  da Fase 1

$m$	24
$n$	5
$p$	4
$\alpha_i$	0,27%
$\alpha$	0,011
$F_{\alpha,p,mn-m-p+1}$	3,480

Desta forma, tem-se que:

$$LSC_{T^2} = \frac{\rho(m-1)(n-1)}{mn-m-p+1} F_{\alpha,p,mn-m-p+1} \Leftrightarrow LSC_{T^2} = 13,770$$

$$LIC_{T^2} = 0$$

De seguida apresenta-se o desenvolvimento realizado para a construção da carta  $T^2$  do produto A, sendo o mesmo análogo aos restantes produtos em estudo. É de notar que para este, a carta será construída com recurso aos dados originais das características  $X_1$  e  $X_3$  e aos dados transformados das características  $X_2$  e  $X_4$ , garantindo-se que os mesmos seguem uma distribuição Normal. Para a construção da carta foi utilizado o programa Microsoft Excel.

Para a elaboração da carta foram considerados os valores das médias de cada característica das primeiras 24 amostras ( $\bar{X}_1, \bar{X}_2, \dots, \bar{X}_{24}$ ). Determinando as matrizes de todos os pontos, é possível determinar o vetor média das médias para o produto A,  $\bar{\bar{X}}$ .

$$\bar{\bar{X}} = \begin{bmatrix} 112,239 \\ 0,390 \\ 0,092 \\ -1,292 \end{bmatrix}$$

Para se determinar o valor da variável  $T^2$  no instante inicial, é necessário construir a matriz das covariâncias. Tendo em conta os valores da variância e covariância das quatro características em estudo, obtém-se a matriz apresentada de seguida, originando a sua inversa com recurso ao programa Microsoft Excel.

$$S = \begin{bmatrix} 0,0063 & 8,04E-06 & 0,0004 & 0,0004 \\ 8,04E-06 & 4,99E-06 & 9,25E-06 & -3,20E-05 \\ 0,0004 & 9,25E-06 & 0,0028 & -0,0011 \\ 0,0004 & -3,20E-05 & -0,0011 & 0,0138 \end{bmatrix} \Leftrightarrow S^{-1} = \begin{bmatrix} 160,940 & -257,222 & -25,790 & -7,239 \\ -257,222 & 204314,500 & -468,120 & 438,815 \\ -25,790 & -468,120 & 377,204 & 29,891 \\ -7,239 & 438,815 & 29,891 & 76,329 \end{bmatrix}$$

Com isto, é possível determinar os valores da variável  $T^2$ , apresentados no Anexo I. Assim, é possível construir a carta  $T^2$  do produto A, apresentada na Figura 4.11.

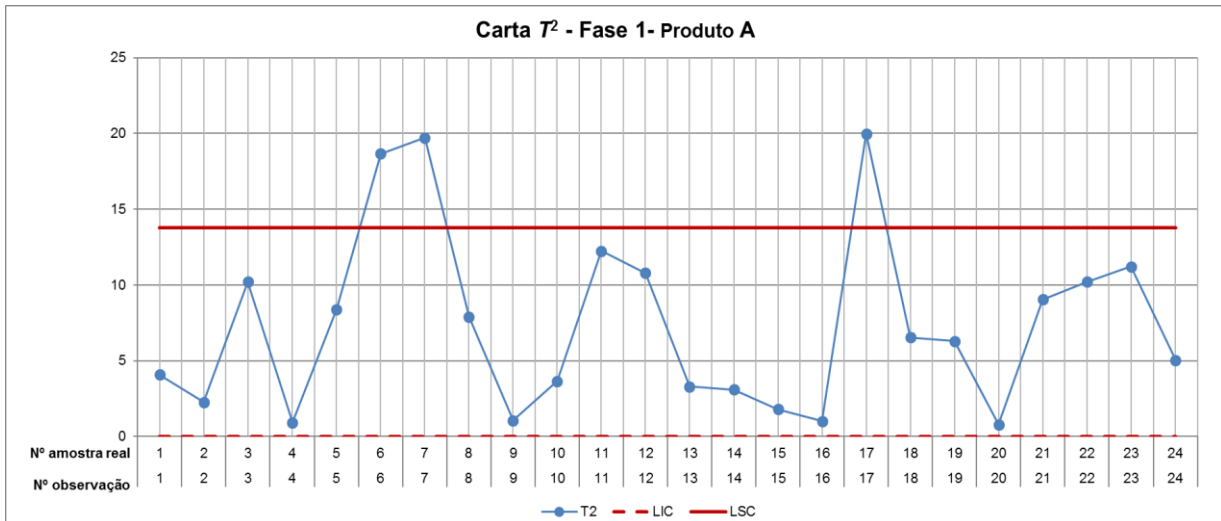


Figura 4.11 - Carta  $T^2$  do produto A

Como é possível verificar, as amostras reais número 6, 7 e 17 são causas especiais de variação porque  $(T^2)_k > LSC_{T^2}$ . Por este motivo, é necessário proceder à eliminação dos mesmos da carta. Contudo, antes de se prosseguir com a construção da carta revista, é necessário construir as cartas dos restantes produtos. Isto porque, como se pretende construir uma só carta na Fase 2 do estudo multivariado, é necessário garantir que o valor de  $m$  é igual para todos os produtos na Fase 1, tendo em conta que este influencia o valor do  $LSC_{T^2}$  na Fase 2. Assim sendo, aplicando o raciocínio apresentado para o produto A, é possível construir as cartas de controlo do produto C (Figura 4.12) e do produto D (Figura 4.13). Os valores da variável  $T^2$  dos mesmos podem ser consultados no Anexo I.

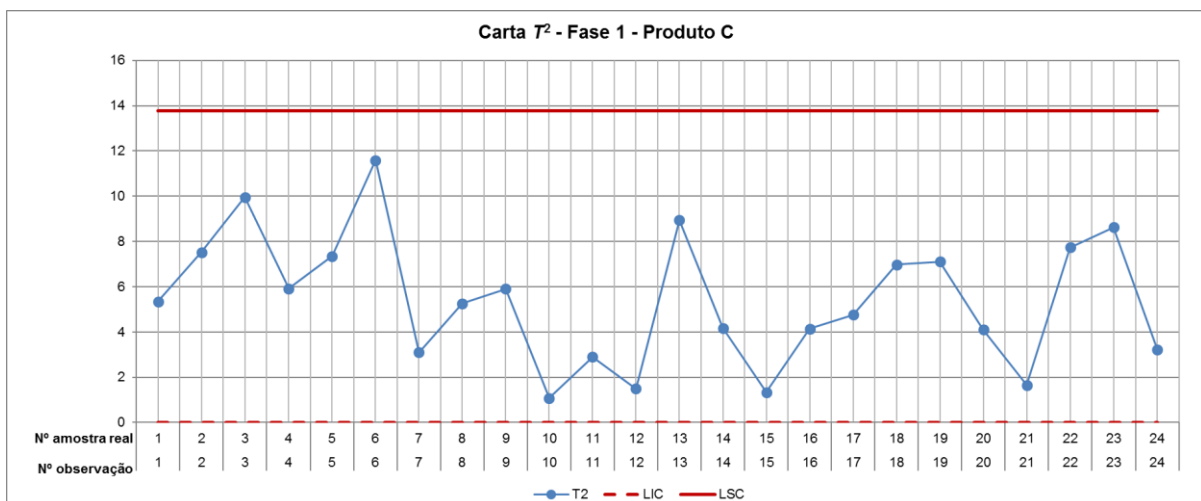


Figura 4.12 - Carta  $T^2$  do produto C

Observando a carta multivariada do produto C, verifica-se que o mesmo se encontra sob controlo estatístico porque não existe nenhuma causa especial de variação.

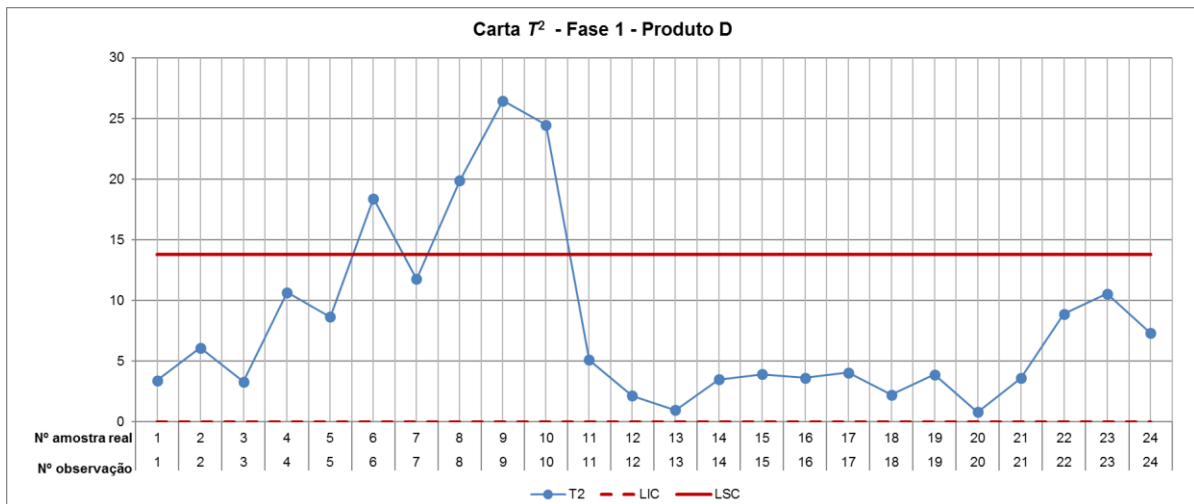


Figura 4.13 - Carta  $T^2$  do produto D

Através da análise da carta  $T^2$  do produto D na Figura 4.13, verifica-se que existem quatro causas especiais de variação, correspondentes às amostras reais número 6, 8, 9 e 10.

Conhecendo as cartas  $T^2$  de todos os produtos, e tendo em conta que se pretende ter o mesmo número de amostras na Fase 1 para o produto A, C e D, é necessário definir o valor da constante  $m$ . Por este motivo, optou-se por definir  $m = 21$ . Para tal, é necessário retirar as três causas especiais de variação evidenciadas no produto A, e os quatro pontos fora de controlo estatístico do produto D, inserindo neste a amostra real número 25 para se garantir que  $m = 21$ . Pelo mesmo motivo, serão retirados da carta  $T^2$  do produto C os últimos três pontos da mesma, sendo estes posteriormente inseridos na Fase 2 do estudo multivariado.

Para a construção das cartas revistas dos produtos em estudo, é necessário determinar novamente o valor dos limites de controlo. Assim sendo, na Tabela 4.16 apresentam-se os valores das constantes que permitem a determinação do mesmo.

Tabela 4.16 - Valor das constantes que permitem determinar o valor dos limites de controlo da carta  $T^2$  revista da Fase 1

$m$	21
$n$	5
$p$	4
$\alpha_j$	0,27%
$\alpha$	0,011
$F_{\alpha;p,mn-m-p+1}$	3,511

Aplicando novamente a fórmula para a determinação dos limites, obtém-se os seguintes valores.

$$LSC_{T^2} = 13,872$$

$$LIC_{T^2} = 0$$

Determinando o valor da variável  $T^2$  para os vinte e um pontos de cada produto, obtém-se as cartas de controlo para os produtos em estudo. No Anexo J podem-se observar os valores obtidos. Na Figura 4.14 apresenta-se a carta revista do produto A.

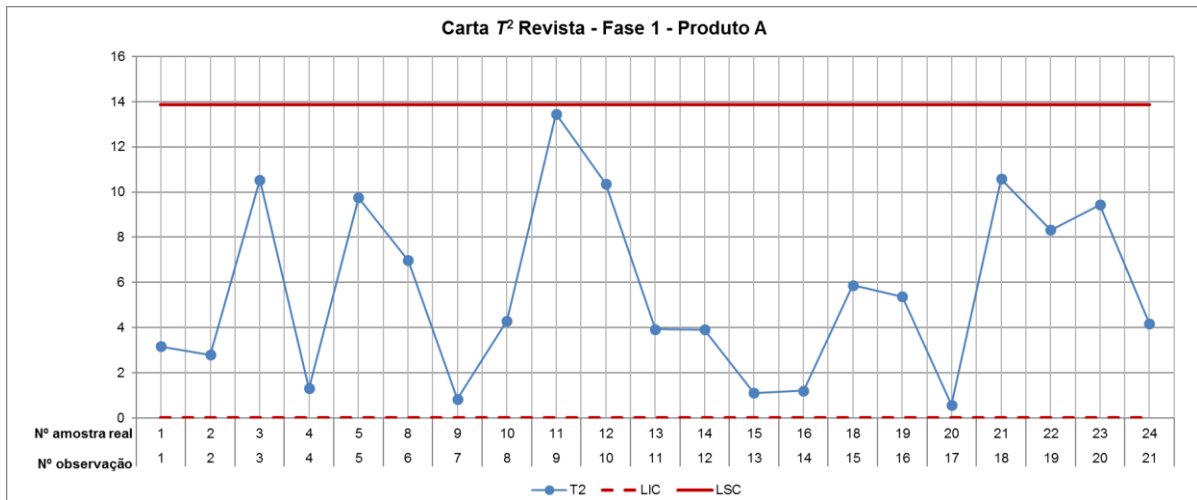


Figura 4.14 - Carta  $T^2$  revista do produto A

Como não se deteta a presença de causas especiais de variação na carta  $T^2$  do produto A, pode-se afirmar que o processo está sob controlo estatístico. Assim, é possível estimar os parâmetros do processo, apresentados de seguida.

$$\hat{\mu} = \bar{\bar{X}} = \begin{bmatrix} 112,245 \\ 0,390 \\ 0,096 \\ -1,294 \end{bmatrix}$$

$$\hat{\Sigma} = \mathbf{S} = \begin{bmatrix} 6,00E-03 & 6,09E-07 & 4,16E-04 & 5,54E-04 \\ 6,09E-07 & 5,02E-06 & 1,49E-05 & -3,00E-05 \\ 4,16E-04 & 1,49E-05 & 3,02E-03 & -1,16E-03 \\ 5,54E-04 & -3,00E-05 & -1,16E-03 & 1,35E-02 \end{bmatrix}$$

Na Figura 4.15 apresenta-se a carta de controlo obtida para o produto C.

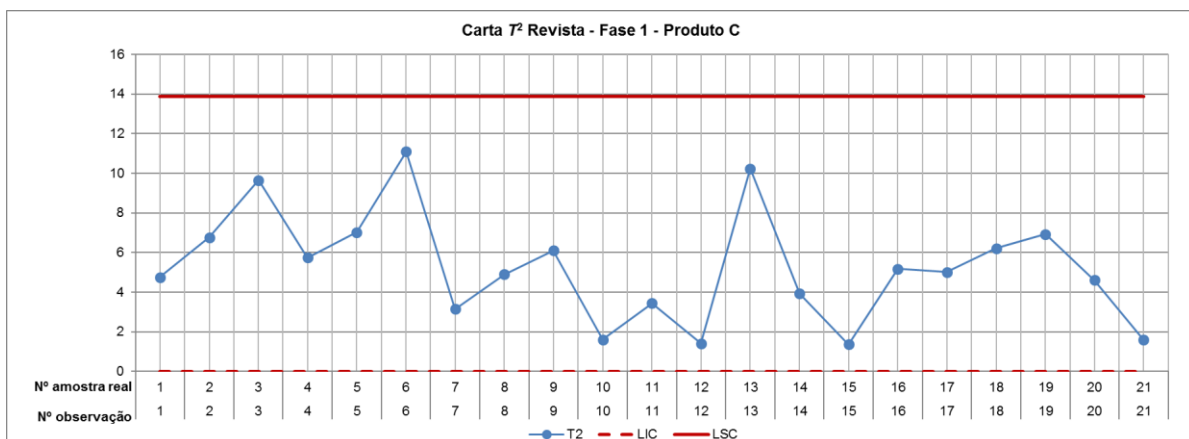


Figura 4.15 - Carta  $T^2$  revista do produto C

Através da observação da carta de controlo obtida para o produto C, confirma-se que o processo está sob controlo estatístico, uma vez que não contém pontos fora dos limites de controlo. Deste modo, é possível estimar os parâmetros do processo, apresentados de seguida.

$$\hat{\mu} = \bar{\mathbf{X}} = \begin{bmatrix} 195,854 \\ 3,304 \\ -1,521 \\ 0,104 \end{bmatrix}$$

$$\hat{\Sigma} = \mathbf{S} = \begin{bmatrix} 0,060 & -0,014 & -0,006 & 2,53E-04 \\ -0,014 & 0,136 & -0,017 & 1,44E-04 \\ -0,006 & -0,017 & 0,085 & 5,90E-04 \\ 2,53E-04 & 1,44E-04 & 5,90E-04 & 0,002 \end{bmatrix}$$

Para finalizar a construção das cartas da Fase 1 do controlo estatístico multivariado, apresenta-se na Figura 4.16 carta obtida para o produto D.

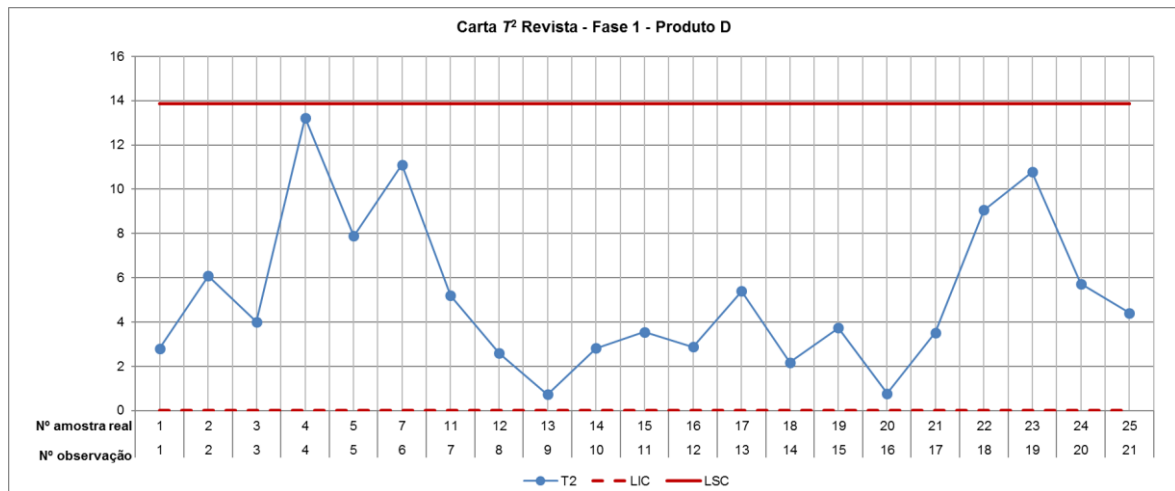


Figura 4.16 - Carta multivariada  $T^2$  revista do produto D

Como não existem causas especiais de variação na carta  $T^2$  revista, pode-se afirmar que o processo em estudo está sob controlo estatístico. Deste modo, é possível estimar os parâmetros do processo, apresentados de seguida.

$$\hat{\mu} = \bar{\mathbf{X}} = \begin{bmatrix} 200,118 \\ 3,245 \\ -2,624 \\ -1,884 \end{bmatrix}$$

$$\hat{\Sigma} = \mathbf{S} = \begin{bmatrix} 0,011 & -0,003 & 0,008 & 0,009 \\ -0,003 & 0,067 & 0,001 & -0,014 \\ 0,008 & 0,001 & 0,471 & -0,061 \\ 0,009 & -0,014 & -0,061 & 0,767 \end{bmatrix}$$

Dada por concluída a construção das cartas  $T^2$  e garantido que os processos estão sob controlo estatístico, é possível prosseguir com o *SPC* multivariado.

Como as cartas  $T^2$  foram construídas com recurso a dados Normalmente distribuídos, assume-se que os mesmos seguem uma distribuição Normal multivariada.

#### 4.2.3.2. Capacidade do Processo

Para a realização do estudo da capacidade será aplicado o método de Gu et al (2015), tendo em conta que as características em estudo apresentam especificações técnicas bilaterais e unilaterais.

Para tal, é necessário desenvolver as quatro fases definidas pelos autores, apresentadas de seguida.

1. Inicialmente, estes referem a necessidade de se conhecerem os parâmetros  $\hat{\mu}$  e  $\hat{\Sigma}$  dos processos em causa, apresentados anteriormente;
2. Assim, para cada processo, assumindo-se que os dados seguem uma distribuição Normal multivariada, é necessário desenvolver a primitiva da sua função densidade, de modo a conhecer o valor de  $\eta$ :

$$\eta = \int_{LIE}^{LSE} f_p(\mathbf{x}, \hat{\mu}, \hat{\Sigma}) d\mathbf{x} = \int_{LIE}^{LSE} \frac{1}{2\pi^{p/2} |\hat{\Sigma}|^{1/2}} \cdot \exp\left[-\frac{1}{2}(\mathbf{x}-\hat{\mu})^T \hat{\Sigma}^{-1}(\mathbf{x}-\hat{\mu})\right] d\mathbf{x}$$

Tendo em conta que a derivada de uma função distribuição é a sua função densidade, a primitiva da função densidade é a função distribuição. Por este motivo, é necessário recorrer ao programa *MVNPDF*, de linguagem C++, através do software MATLAB. Com isto, é apenas necessário inserir os argumentos da função, apresentados na Tabela 4.17.

Tabela 4.17 - Argumentos a inserir no programa *MVNPDF*

	$\hat{\mu}$	$ \hat{\Sigma} $	$\hat{\Sigma}^{-1}$	LIE	LSE
<b>A</b>	$\begin{bmatrix} 112,245 \\ 0,390 \\ 0,096 \\ -1,294 \end{bmatrix}$	1,14E-12	$\begin{bmatrix} 169,488 & 4,144 & -26,938 & -9,256 \\ 4,144 & 203907,798 & -861,796 & 377,904 \\ -26,938 & -861,796 & 350,584 & 29,353 \\ -9,256 & 377,904 & 29,353 & 77,741 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 111,500 \\ 0,360 \\ -\infty \\ -\infty \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 113,500 \\ +\infty \\ 0,800 \\ -0,720 \end{bmatrix}$
<b>C</b>	$\begin{bmatrix} 195,854 \\ 3,304 \\ -1,521 \\ 0,104 \end{bmatrix}$	1,49E-06	$\begin{bmatrix} 17,369 & 1,938 & 1,577 & -2,425 \\ 1,938 & 7,780 & 1,674 & -1,124 \\ 1,577 & 1,674 & 12,195 & -3,395 \\ -2,425 & -1,124 & -3,395 & 434,461 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 194,800 \\ 1,800 \\ -\infty \\ -\infty \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 197,200 \\ +\infty \\ 0,950 \\ -0,300 \end{bmatrix}$
<b>D</b>	$\begin{bmatrix} 200,118 \\ 3,245 \\ -2,624 \\ -1,884 \end{bmatrix}$	2,44E-04	$\begin{bmatrix} 97,680 & 4,304 & -1,728 & -1,1675 \\ 4,304 & 15,221 & -0,079 & 0,216 \\ -1,728 & -0,079 & 2,175 & 0,191 \\ -1,1675 & 0,216 & 0,191 & 1,336 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 199,200 \\ 2,000 \\ -\infty \\ -\infty \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 200,800 \\ +\infty \\ 3,860 \\ 5,760 \end{bmatrix}$

Com isto, é apenas necessário correr o programa, de forma a conhecer o valor de  $\eta$ , tendo este tomado os valores que se apresentam na Tabela 4.18.

Tabela 4.18 - Valores obtidos para  $\eta$  e respetivo erro

	$\eta$	erro
<b>A</b>	0,999999602	2,70E-08
<b>C</b>	0,999947500	1,42E-07
<b>D</b>	0,999999295	3,00E-09

Para garantir um maior rigor no decorrer do estudo da capacidade, determinou-se o valor de  $\eta$  com nove casas decimais.

- De seguida, é necessário conhecer o valor de  $\psi$ , usando um processo iterativo, onde se obtêm os valores apresentados na Tabela 4.19.

$$\eta = \Phi(1,5 + \Psi) - \Phi(1,5 - \Psi)$$

Tabela 4.19 - Possíveis valores de  $\psi$  para diferentes valores de  $\eta$

$\Psi$	$\Phi(1,5 + \Psi)$	$\Phi(1,5 - \Psi)$	$\eta$
5,30	0,99999999994769	7,23E-05	0,999927652
5,35	0,99999999996308	5,91E-05	0,999940941
5,40	0,99999999997400	4,81E-05	0,999951904
5,45	0,99999999998174	3,91E-05	0,999960924
5,50	0,99999999998720	3,17E-05	0,999968329
5,55	0,99999999999105	2,56E-05	0,999974391
5,60	0,99999999999376	2,07E-05	0,999979342
5,65	0,99999999999566	1,66E-05	0,999983376
5,70	0,99999999999699	1,33E-05	0,999986654
5,75	0,99999999999792	1,07E-05	0,999989311
5,80	0,99999999999856	8,54E-06	0,999991460
5,85	0,99999999999901	6,81E-06	0,999993193
5,90	0,99999999999932	5,41E-06	0,999994587
5,95	0,99999999999953	4,29E-06	0,999995706
6,00	0,99999999999968	3,4E-06	0,999996602
6,05	0,99999999999978	2,68E-06	0,999997318
6,10	0,99999999999985	2,11E-06	0,999997888
6,15	0,99999999999990	1,66E-06	0,999998340
6,20	0,99999999999993	1,3E-06	0,999998699
6,25	0,99999999999995	1,02E-06	0,999998983
6,30	0,99999999999997	7,93E-07	0,999999207
6,35	0,99999999999998	6,17E-07	0,999999383
6,40	0,99999999999999	4,79E-07	0,999999521
6,45	0,99999999999999	3,71E-07	0,999999629
6,50	0,99999999999999	2,87E-07	0,999999713

Analisando os valores obtidos, conclui-se que  $\psi$  toma o valor de 6,45 para o primeiro produto, 5,40 para o produto C, e finalmente 6,35 para o produto D, sendo estes os valores que correspondem ao valor de  $\eta$  mais próximo.

4. Para concluir o estudo da capacidade é apenas necessário determinar o valor de  $MEC_{pk}$ , tendo em conta que  $MEC_{pk} = \frac{\Psi}{3} - 0,5$ , obtendo-se os seguintes valores apresentados na Tabela 4.20.

Tabela 4.20 - Valores obtidos para  $MEC_{pk}$  de cada produto

	$MEC_{pk}$
<b>A</b>	1,65
<b>C</b>	1,30
<b>D</b>	1,62

Assim, é possível verificar que os processos relativos aos produtos A e D são capazes, visto que  $MEC_{pk} > 1,33$ . Contudo, relativamente ao produto C, dado que se está a controlar estatisticamente uma especificação bilateral e três características unilaterais, considera-se que o valor de  $MEC_{pk} = 1,30$  é aceitável para considerar que o processo é capaz.

#### 4.2.4. Fase 2 do Estudo Multivariado

Na Fase 1 do *MSPC*, verificou-se que os processos relativos aos produtos A, C e D estão sob controlo estatístico. Por este motivo, é possível realizar um controlo estatístico em tempo real, através da construção de uma só carta  $T^2$  que irá conter todos os produtos por ordem cronológica.

##### 4.2.4.1. Construção das Cartas de Controlo

Para a construção da carta  $T^2$  da Fase 2, é necessário calcular novamente o valor do  $LSC_{T^2}$ . Recorrendo aos valores apresentados na Tabela 4.20, é possível determinar o valor dos limites de controlo, como se apresenta em seguida.

$$LSC_{T^2} = \frac{p(m+1)(n-1)}{mn-m-p+1} F_{\alpha; p, mn-m-p+1} \Leftrightarrow LSC_{T^2} = 15,259 \quad LIC_{T^2} = 0$$

Nesta altura é possível determinar o valor da variável  $T^2$  para se proceder à construção da carta. Devido à dimensão da mesma, esta apresenta-se no Anexo L, com os respetivos valores da estatística determinada para cada ponto. Para uma melhor visualização, também se apresenta a carta  $T^2$  subdividida em três, com a representação individual de cada produto, de modo a permitir uma análise mais detalhada.

Observando a carta de controlo obtida, verifica-se a existência de causas especiais de variação sempre que se verifica que  $(T^2)_j > LSC_{T^2}$ . Por este motivo, no Capítulo 4.4. serão realizadas considerações acerca das mesmas.

##### 4.2.4.1.1. Método da Estatística $d$

Com a presença de pontos fora dos limites, torna-se necessário identificar as características responsáveis por estes, ou verificar se se está perante uma alteração da correlação entre duas ou mais

variáveis. Por este motivo, será determinado o valor da estatística  $d$  para todos os pontos fora de controlo estatístico. Aqui, apresenta-se o raciocínio efetuado para a primeira causa especial de variação observada no produto A referente à amostra real número 25.

Para se conhecer qual a característica responsável, é necessário determinar o valor da estatística  $d_1$ ,  $d_2$ ,  $d_3$  e  $d_4$ . Para tal, é necessário determinar o valor da estatística  $T_{(j)}^2$  com base em todas as variáveis à exceção da variável  $j$ . Assim, resta subtrair o valor de  $T_{(j)}^2$  ao valor da estatística  $T^2$ . Na Tabela 4.21 apresentam-se os valores obtidos.

Tabela 4.21 - Valores da estatística  $T_{(j)}^2$  e de  $d_j$

$j$	1	2	3	4
$T_{(j)}^2$	24,916	11,355	24,274	21,309
$d_j$	2,847	16,408	3,489	6,454

Neste momento é necessário comparar os valores obtidos com o valor da distribuição do qui-quadrado para o valor de  $\alpha$  definido anteriormente. Sendo  $\chi^2_{\alpha;1} = 6,505$ , verifica-se que  $d_2 > \chi^2_{\alpha;1}$ . Logo, conclui-se que a característica que contribui para a presença da causa especial no ponto 25 do produto A é a característica  $X_2$ .

No Anexo M apresentam-se os valores da estatística  $d$  obtidos para as restantes causas especiais de variação, seguindo o mesmo raciocínio apresentado.

### 4.3. Comparação de Resultados

Dado por concluído o desenvolvimento do *SPC* univariado e multivariado, neste subcapítulo serão feitas algumas considerações comparativas em relação aos resultados obtidos com a aplicação de ambas as abordagens. Estas considerações respondem assim ao primeiro objetivo central definido anteriormente, do presente caso de estudo.

#### 4.3.1. Fase 1

No decorrer da Fase 1 do *SPC*, foram construídas cartas de controlo, tendo sido detetados pontos fora dos limites definidos, procedendo-se à sua eliminação até se verificar que os processos estavam sob controlo estatístico. Com isto, estimaram-se os parâmetros do processo e realizou-se o estudo da capacidade dos processos. Por isto mesmo, de seguida serão apresentadas considerações comparativas do desenvolvimento das duas abordagens.

Uma vez que se verificou a existência de pontos fora dos limites de controlo no decorrer da construção das cartas da Fase 1 do estudo univariado e multivariado, surgiu a necessidade de analisar os mesmos. Por este motivo, serão investigadas as causas especiais de variação que ocorreram na construção das cartas de cada característica e de cada produto em estudo. Para tal sugere-se a consulta dos Anexos D e G.

Adicionalmente, será realizada uma comparação relativa à estimação dos parâmetros dos processos obtidos no estudo univariado e multivariado, bem como a realização de uma comparação qualitativa da capacidade dos processos através dos índices de capacidade respetivos.

#### a) Produto A

Para relembrar os pontos eliminados na Fase 1 do produto A, na Tabela 4.22 apresentam-se os números das amostras reais retirados em ambas as abordagens.

Tabela 4.22 – Pontos eliminados do estudo univariado e multivariado do produto A

	Carta $\bar{X}$ e S	Carta $T^2$
	$X_1$	
Número da amostra real	5, 6, 7	6, 7, 17

Relativamente ao primeiro produto em estudo, verifica-se que as amostras reais números 6 e número 7 resultaram em causas especiais de variação em ambos as abordagens. Porém, a amostra real número 5 apenas se evidenciou no estudo univariado. Tal acontece devido ao facto dessa amostra estar muito próxima da média nas cartas relativas a  $X_2$ ,  $X_3$  e  $X_4$ . Assim, o facto de  $\bar{X}_5 < LIC_{\bar{X}}$  na carta relativa a  $X_1$ , não justifica que este ultrapasse o  $LSC_{T^2}$  no estudo multivariado, porque este considera a contribuição de todas as características. Em relação ao ponto representativo da amostra real número 17, é possível verificar que as características responsáveis pela causa especial de variação na carta  $T^2$  são  $X_1$  e  $X_4$ . Observando a carta da média univariada de ambas, conclui-se que este ponto está muito próximo dos limites de controlo superior e inferior, respetivamente.

Relativamente aos parâmetros do processo, na Tabela 4.23 apresentam-se os mesmos, tendo em conta que se recorreu aos dados transformados das características  $X_2$  e  $X_4$ . Para ser possível analisar a variabilidade do processo, apresentam-se os valores de  $\hat{\sigma}^2$ .

Comparando o valor dos parâmetros obtidos em cada abordagem, conclui-se que a maior diferença obtida no valor da média pertence à característica  $X_1$  (diferença de 0,015). Relativamente à variância dos processos, a característica  $X_3$  apresenta uma diferença de 0,0004, sendo as outras diferenças inferiores a esta. Sendo as diferenças referidas reduzidas, consideram-se as mesmas desprezáveis. Assim, conclui-se que não existem diferenças consideráveis nos parâmetros do processo obtidos no estudo univariado e multivariado do produto A.

Tendo-se conhecido a capacidade do processo, na Tabela 4.24 apresentam-se os valores dos índices determinados.

Não sendo possível realizar uma comparação quantitativa, pode-se afirmar que em ambas as abordagens se verifica que o processo é capaz.

Tabela 4.23 - Comparação dos parâmetros do processo do estudo univariado e multivariado do produto A

		Carta $\bar{X}$ e S		Carta $T^2$	
Parâmetros do Processo		$\hat{\mu}$		$\hat{\mu} = \begin{bmatrix} 112,245 \\ 0,390 \\ 0,096 \\ -1,294 \end{bmatrix}$	
	$X_1$	112,260			
	$X_2$	0,390			
	$X_3$	0,092			
	$X_4$	-1,292			
		$\hat{\sigma}$	$\hat{\sigma}^2$	$\hat{\Sigma} = \begin{bmatrix} 6,00E-03 & 6,09E-07 & 4,16E-04 & 5,54E-04 \\ 6,09E-07 & 5,02E-06 & 1,49E-05 & -3,00E-05 \\ 4,16E-04 & 1,49E-05 & 3,02E-03 & -1,16E-03 \\ 5,54E-04 & -3,00E-05 & -1,16E-03 & 1,35E-02 \end{bmatrix}$	
$X_1$	0,079	6,24E-03			
$X_2$	0,002	4,00E-06			
$X_3$	0,052	2,70E-03			
$X_4$	0,118	1,39E-03			

Tabela 4.24 - Valores dos índices de capacidade obtidos no estudo univariado e multivariado do produto A

	Carta $\bar{X}$ e S	Carta $T^2$
	$C_{pk}$	$MEC_{pk}$
$X_1$	3,17	
$X_2$	4,05	
$X_3$	4,45	1,65
$X_4$	1,61	

#### b) Produto C

O produto C não apresenta causas especiais de variação no estudo multivariado. Relativamente ao estudo univariado, existe a presença de um ponto fora dos limites de controlo na carta do desvio padrão relativa à característica  $X_2$ . Este ponto, amostra real número 8, representa uma causa especial de variação apenas pelo facto do seu desvio padrão ser superior ao  $LSC_S$ , estando  $\bar{X}_8$  dentro dos limites de controlo da carta da média. Como a carta  $T^2$  controla apenas o vetor média do processo, este ponto não é uma causa especial de variação no estudo multivariado, como esperado.

Em seguida, apresenta-se a Tabela 4.25, de forma a resumir os valores dos parâmetros estimados no SPC univariado e multivariado, tendo em conta a transformação de dados realizada aos dados da característica  $X_3$ .

É possível observar que a característica  $X_2$  apresenta a maior diferença obtida no valor da média, (diferença de 0,011). Em relação à variância dos processos, a característica  $X_3$  apresenta a maior diferença entre os resultados obtidos, sendo esta de 0,033. Ainda assim, como os valores obtidos são reduzidos, considerou-se desprezáveis as diferenças dos resultados obtidos para cada abordagem.

Na Tabela 4.26, apresentam-se os valores dos índices de capacidade. Como referido anteriormente na implementação do *MSPC*, considera-se aceitável o valor de 1,30 para o índice de capacidade multivariado para o produto C. Como os valores de  $C_{pk}$  no estudo univariado são superiores a 1,33 e 1,25 para os processos com especificações bilaterais e unilaterais, respetivamente, também se conclui que o processo é capaz.

Tabela 4.25 - Comparação dos parâmetros do processo do estudo univariado e multivariado do produto C

		Carta $\bar{X}$ e S		Carta $T^2$	
Parâmetros do Processo		$\hat{\mu}$		$\hat{\mu} = \begin{bmatrix} 195,854 \\ 3,304 \\ -1,521 \\ 0,104 \end{bmatrix}$	
	$X_1$	195,860			
	$X_2$	3,293			
	$X_3$	-1,530			
	$X_4$	0,109			
		$\hat{\sigma}$	$\hat{\sigma}^2$	$\hat{\Sigma} = \begin{bmatrix} 0,060 & -0,014 & -0,006 & 2,53E-04 \\ -0,014 & 0,136 & -0,017 & 1,44E-04 \\ -0,006 & -0,017 & 0,085 & 5,90E-04 \\ 2,53E-04 & 1,44E-04 & 5,90E-04 & 0,002 \end{bmatrix}$	
$X_1$	0,235	0,055			
$X_2$	0,331	0,120			
$X_3$	0,229	0,052			
$X_4$	0,049	0,002			

Tabela 4.26 - Valores dos índices de capacidade obtidos no estudo univariado e multivariado do produto C

	Carta $\bar{X}$ e S	Carta $T^2$
	$C_{pk}$	$MEC_{pk}$
$X_1$	1,56	
$X_2$	1,53	
$X_3$	2,76	1,30
$X_4$	1,35	

### c) Produto D

Na Tabela 4.27 com a identificação dos pontos relativos às amostras reais que foram eliminadas das cartas construídas no estudo univariado e multivariado para o produto D.

Tabela 4.27 - Pontos eliminados da Fase 1 do estudo univariado e multivariado do produto D

	Carta $\bar{X}$ e S		Carta $T^2$
	$X_3$	$X_5$	
<b>Número da amostra real</b>	9, 10, 17	8, 9, 10	6, 8, 9, 10

Como se pode observar, as amostras reais numero 9 e 10 foram eliminadas em ambas as abordagens. Contudo, o mesmo não acontece aos pontos 6, 8 e 17, sendo necessário analisar esta diferença de resultados. Relativamente ao ponto 6, conclui-se que este é uma causa especial de variação na carta  $T^2$  porque as contribuições de todas as características à exceção de  $X_2$  são bastante elevadas, estando

este ponto perto do limite superior ou inferior de controlo da carta da média univariada construída para cada característica mencionada. Quanto ao ponto número 8, este apresenta uma média inferior ao limite inferior de controlo da carta da média univariada construída com os dados transformados da característica  $X_5$ , sendo esta contribuição suficiente para que este ponto seja também uma causa especial de variação no estudo multivariado. Para finalizar, constata-se que a amostra real número 17 foi eliminada do estudo univariado porque apresenta um desvio padrão superior ao  $LSC_S$ , sendo por este motivo mantida no estudo multivariado, devido ao facto da carta  $T^2$  estudar apenas o vetor média do processo.

Para se realizar a comparação dos parâmetros do processo, na Tabela 4.28 apresentam-se os valores obtidos em ambas as abordagens, tendo em conta as transformações realizadas nas características  $X_3$  e  $X_5$  do produto D.

Tabela 4.28 - Comparação dos parâmetros do processo do estudo univariado e multivariado do produto D

		Carta $\bar{X}$ e S		Carta $T^2$	
<b>Parâmetros do Processo</b>		$\hat{\mu}$		$\hat{\mu} = \begin{bmatrix} 200,118 \\ 3,245 \\ -2,624 \\ -1,884 \end{bmatrix}$	
	$X_1$	200,130			
	$X_2$	3,229			
	$X_3$	-2,676			
	$X_5$	-1,939			
		$\hat{\sigma}$	$\hat{\sigma}^2$	$\hat{\Sigma} = \begin{bmatrix} 0,011 & -0,003 & 0,008 & 0,009 \\ -0,003 & 0,067 & 0,001 & -0,014 \\ 0,008 & 0,001 & 0,471 & -0,061 \\ 0,009 & -0,014 & -0,061 & 0,767 \end{bmatrix}$	
	$X_1$	0,108	0,012		
	$X_2$	0,277	0,077		
	$X_3$	0,651	0,424		
	$X_5$	0,881	0,776		

Desta forma conclui-se que a característica  $X_5$  representa a maior diferença relativamente ao parâmetro da média (diferença de 0,055). Analisando a variância dos processos, conclui-se que a característica  $X_3$  apresenta a maior diferença entre os resultados obtidos, de cerca de 0,047, sendo-o também nos restantes produtos. Semelhante aos produtos anteriores, consideram-se desprezáveis os valores das diferenças obtidos, porque os mesmos são muito reduzidos. Por este motivo, conclui-se que os parâmetros do processo são em tudo semelhantes adotando qualquer uma das abordagens apresentadas.

Para finalizar a análise da Fase 1 do *SPC* e do *MSPC*, na Tabela 4.29 apresentam-se os valores obtidos no estudo da capacidade.

Assim, conclui-se, mais uma vez, que as conclusões relativas à capacidade dos processos são idênticas, pela análise dos valores de  $C_{pk}$  e de  $MEC_{pk}$ . Assim, em qualquer uma das abordagens se verifica que o processo é capaz.

Tabela 4.29 - Valores dos índices de capacidade obtidos no estudo univariado e multivariado do produto D

	<b>Carta <math>\bar{X}</math> e S</b>	<b>Carta <math>T^2</math></b>
	$C_{pk}$	$MEC_{pk}$
$X_1$	2,03	
$X_2$	1,49	1,62
$X_3$	3,35	
$X_5$	2,91	

### 4.3.2. Fase 2

Dada por concluída a comparação da Fase 1 do *SPC* e *MSPC*, existe agora a necessidade de realizar também uma análise ao desenvolvimento da Fase 2 do estudo, de forma a se identificar a abordagem que apresenta uma maior sensibilidade, na detecção de não conformidades, do processo em questão, por forma a responder ao primeiro objetivo central definido.

Para tal, é necessário analisar o número total de pontos fora dos limites de controlo em ambos os estudos. Contudo, como a carta  $T^2$  apenas realiza o controlo do vetor média, para uma comparação coerente, é necessário avaliar apenas a carta  $Z$  construída no estudo univariado. Com isto, após visualização das mesmas, obtêm-se os valores apresentados na Tabela 4.30.

Tabela 4.30 - Número total de causas especiais de variação para cada produto no estudo univariado e multivariado

<b>Produto</b>	<b>Carta Z</b>	<b>Carta <math>T^2</math></b>
<b>A</b>	143	140
<b>C</b>	12	11
<b>D</b>	52	61

Analisando estes valores, verifica-se que existe uma diferença pouco significativa no caso dos produtos A e C, nos quais se verifica que a carta  $Z$  deteta mais três causas especiais de variação do que a carta  $T^2$  para o primeiro produto, e apenas mais um ponto fora dos limites no produto C. Por outro lado, relativamente ao produto D, é possível constatar que no estudo multivariado foram detetados mais nove pontos fora de controlo estatístico do que no estudo univariado, sendo esta diferença relevante.

Tendo em conta esta evidência, surgiu a necessidade de olhar mais detalhadamente para cada característica da qualidade. Por este motivo, na Tabela 4.31 apresenta-se a quantidade de pontos detetados fora de controlo estatístico na carta  $Z$  de cada característica da qualidade, assim como o número de vezes que determinada característica contribuiu para a presença das causas especiais de variação da carta  $T^2$ , através da estatística  $d$ .

Assim, torna-se evidente que a carta  $T^2$  é mais sensível no estudo da estabilidade do processo, que as cartas univariadas. Isto porque, em exceção à característica  $X_2$  do produto A, não existe outro processo onde se verifique a existência de mais contribuições de uma determinada característica, do que o número total de causas especiais de variação do mesmo processo no estudo univariado. Além disso,

verifica-se que existem o dobro de ocorrências no *SPC* multivariado relativamente à carta *Z* na característica  $X_4$  do produto A, e mais do dobro na característica  $X_5$  do produto D.

Tabela 4.31 – Número de causas especiais de variação no estudo univariado e número de contribuições de cada característica para as causas especiais de variação no estudo multivariado

Produto	Carta <i>Z</i>		Carta $T^2$
	Quantidade total de causas especiais de variação		Contribuição para a presença de causas especiais de variação
A	$X_1$	36	44
	$X_2$	98	92
	$X_3$	14	24
	$X_4$	32	64
C	$X_1$	4	6
	$X_2$	2	2
	$X_3$	7	8
	$X_4$	2	3
D	$X_1$	12	22
	$X_2$	31	38
	$X_3$	12	13
	$X_5$	6	22

Estas considerações permitem concluir que, com o desenvolvimento do *SPC* multivariado, é possível obter um maior conhecimento relativamente às características que contribuem significativamente para a instabilidade do processo. A título de exemplo, analisando em detalhe a característica  $X_5$  do produto D, verifica-se a existência de dezasseis pontos fora dos limites da carta  $T^2$  que estão sob controlo estatístico no estudo univariado, relativamente à média do processo. Assim, estes pontos, quando observados na carta *Z* (Anexo H.3), não revelam a existência de qualquer instabilidade relativamente à característica  $X_5$ , ao contrário do estudo multivariado.

Adicionalmente, no estudo multivariado, verifica-se a presença de duas causas especiais de variação provocadas por uma alteração na correlação entre duas ou mais variáveis, não sendo possível concluir isto mesmo através do estudo univariado. Estes pontos correspondem às amostras reais número 286 e 288 do produto A, estando o primeiro ponto fora de controlo estatístico na carta *Z* relativa a  $X_1$ .

Para auxiliar o estudo da alteração da correlação entre variáveis, sugere-se o desenvolvimento do Método de Decomposição em Componentes Ortogonais, apresentado em Pereira & Requeijo (2012).

#### 4.4. Análise da Estabilidade do Processo

De forma a responder ao segundo objetivo central definido, realização de uma análise do controlo estatístico realizado pela empresa, serão de seguida efetuadas considerações relativamente ao mesmo, de forma a sugerir ações de melhoria.

#### 4.4.1. Avaliação e Considerações

Como foi possível observar pela visualização das cartas de controlo construídas no presente caso de estudo, existem situações onde conjuntos de pontos estão fora de controlo estatístico. Contudo, como é um objetivo da empresa garantir a estabilidade do processo e a capacidade do mesmo, torna-se fundamental entender a causa destes, tendo em conta a dinâmica e urgência da presente indústria.

Para tal, é necessário relembrar o plano de produção do mês de março de 2016, tendo estado o produto A em produção durante 10 dias, o produto C por 3 dias, e finalmente o produto D por 5 dias. Este planeamento tem em consideração a dificuldade de produção de cada modelo, de forma a garantir a quantidade pretendida pelo cliente de produto conforme.

Tendo estas considerações em conta, é possível confirmar que o produto com maior instabilidade esteve mais tempo em produção, sendo este o produto A. Os principais problemas identificados referem-se às características  $X_1$  e  $X_2$ , que resultaram num elevado nível de instabilidade do modelo. Com maior detalhe, verifica-se que a segunda variável, relativa à espessura de vidro no fundo, teve três momentos fora de controlo estatístico. Contudo, no terceiro momento, que decorreu durante a amostra real número 151 a 165, pode-se verificar que foram registados cinco valores em apenas uma hora, não cumprindo a periodicidade definida em 30 minutos, alterando as conclusões finais.

Relativamente à característica  $X_1$ , responsável por avaliar a altura das embalagens de vidro do produto A, verifica-se que esta esteve estável ao longo de todo o processo, em exceção do dia imediatamente após a garantia da estabilidade da característica  $X_2$ . Tal aconteceu, devido ao facto de se terem realizado alterações na produção de modo a estabilizar  $X_2$ , resultando na instabilidade de  $X_1$ . Contudo, também se verifica o não cumprimento da frequência de amostragem em alguns pontos deste conjunto, comprometendo a análise do mesmo.

Com isto, a empresa estabilizou o processo no oitavo dia de produção, originando um aumento do rendimento da fábrica, relativamente ao produto A. No que diz respeito à capacidade do mesmo, verifica-se que o processo é capaz com um nível considerado elevado, sendo este um fator com bastante peso para a empresa. Contudo, analisando os valores de  $(Z_1)_j$  e  $(Z_3)_j$  da característica  $X_1$ , verifica-se que o processo não está centrado. Tal acontece porque a empresa considera importante a obtenção de uma produção com valores próximos do valor superior ou inferior especificado, de modo a agilizar o processo de enchimento da embalagem de vidro do cliente.

Analogamente ao produto A, é esperado que o produto C seja o produto mais estável do mês de março, tendo em conta que tem a duração de produção mais reduzida. De facto, analisando as cartas construídas para o mesmo, no que se refere à estabilidade do processo, verifica-se que este tem a melhor prestação ao nível do controlo estatístico, relativamente aos restantes produtos.

Contudo, este sofreu alguma instabilidade nas amostras reais número 52 até 64, relativo à característica  $X_3$  e  $X_4$ , devido a problemas mecânicos que resultaram no entupimento do sistema de vácuo. Analisando em detalhe esta zona, verifica-se que na recolha de cerca de sete pontos não foi cumprida a periodicidade definida, prejudicando novamente as conclusões do estudo. Para concluir as

considerações do produto C, é necessário referir que, apesar deste processo ser o mais estável, apresenta os valores mais reduzidos ao nível da capacidade do presente caso de estudo.

Para concluir, é necessário analisar o processo relativo ao produto D, tendo em conta o planeamento da empresa. Verificando que este teve uma duração de produção inferior a A e superior a C, torna-se importante avaliar se, em termos de estabilidade, este se comportou melhor que o primeiro produto. Analisando as cartas obtidas, a autora considera que o produto D se comporta melhor que o produto A, confirmando o plano de produção definido. Adicionalmente, verifica-se que a capacidade do processo se comporta melhor que o produto C, sendo este fator importante para a empresa, tendo em conta que o não cumprimento das especificações estabelecidas resulta no reprocessamento de produto, acarretando elevados custos à empresa.

Através da observação das cartas de controlo construídas para o produto D, verifica-se que a característica que mais contribuiu para instabilidade deste foi a característica  $X_2$ . Mais uma vez se confirma, que no conjunto de pontos desde a amostra real número 110 a 114, se verifica que existiu uma ausência de registo de valores, não tendo sido realizados de 30 em 30 minutos, conferindo incerteza nas conclusões do estudo.

#### 4.4.2. Sugestões de Melhoria

Analisando o Anexo H.5, verifica-se que a característica  $X_2$  representa uma certa instabilidade em todos os produtos em estudo, sendo a espessura de vidro no fundo da embalagem uma variável crítica para o rendimento desejado da produção. Por este motivo, entende-se ser essencial uma atuação imediata para assegurar a estabilidade da mesma.

A característica em causa é considerada uma das variáveis mais difíceis de controlar, pelos responsáveis da fase de moldação da fábrica. Tal consideração é realizada com base no facto da mesma depender de outras variáveis como o peso da embalagem, o peso da gota de vidro, o sistema de moldação por prensa ou por sopro, ou mesmo a geometria dos moldes e contramoldes da embalagem. Por este motivo, e dada a complexidade da indústria vidreira, a característica  $X_2$  é uma variável que geralmente varia bastante em qualquer produção, sabendo-se que está sujeita a constantes alterações a nível da produção.

Uma vez confirmado que a conclusão relativa à característica  $X_2$  é representativa, de um modo geral, das restantes produções da empresa, sugere-se a realização de um estudo que vise a implementação de ações de melhoria para a obtenção da estabilidade da mesma.

Outro problema levantado nas considerações efetuadas anteriormente, foi a perceção do incumprimento do método de recolha de amostragem para a realização do *SPC*. De facto, analisando outras produções ocorridas no último ano, verifica-se a existência de momentos em que os responsáveis pelo registo não efetuam as devidas medições. Tal acontece porque não é cumprida a periodicidade de 30 minutos definida pelo Departamento de Qualidade da empresa, observando-se momentos em que não existe qualquer registo durante algumas horas, ou momentos onde se registam vários valores no decorrer de poucas horas.

Como o incumprimento da periodicidade de recolha leva a um comprometimento das conclusões do *SPC*, na perspetiva da autora é essencial dar prioridade à resolução deste problema. Como tal, e tendo sido nesta fábrica implementado o *SPC* há vários anos, torna-se essencial consciencializar novamente os seus trabalhadores para a importância da realização do controlo estatístico.

Para inserir na organização uma preocupação extra relativamente ao *SPC*, é necessário proceder à realização de formações internas dedicadas exclusivamente a esta temática, aos trabalhadores que têm de garantir a recolha das amostras, sendo estes os condutores. Adicionalmente, entende-se que podem ser melhoradas as condições de trabalho de forma a ajudar o operador a realizar essa atividade, como a colocação de alarmes sonoros ou visuais junto do local de trabalho, de modo a garantir a periodicidade definida.

De forma a identificar outras possíveis causas para o incumprimento da periodicidade da recolha de dados, na Figura 4.17 apresenta-se o diagrama de causa-efeito.

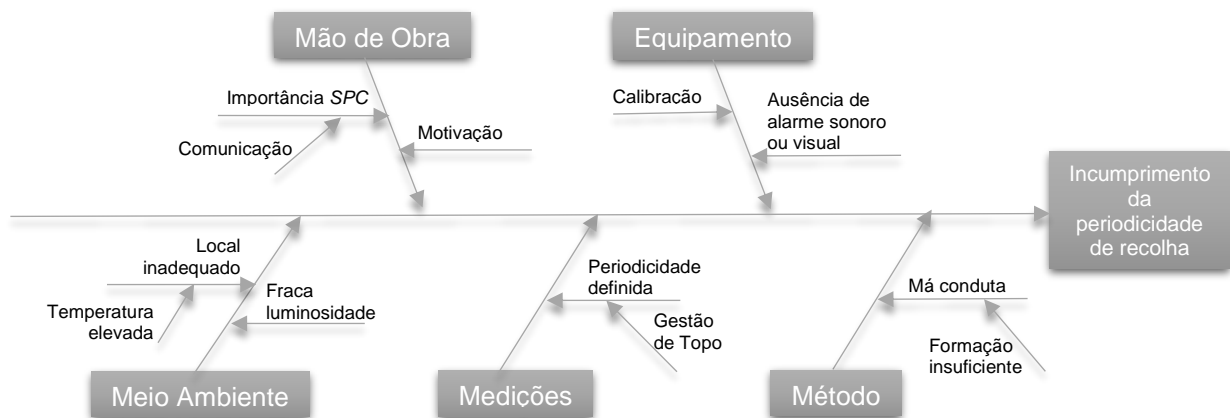


Figura 4.17 - Diagrama de causa-e-efeito para incumprimento da periodicidade de recolha

Além das sugestões referidas, entende-se que a divulgação deste caso de estudo por todas as fábricas da empresa BA Vidro é uma mais valia para o mesmo. Isto porque, existe a possibilidade de o problema definido anteriormente acontecer também noutras fábricas do grupo, onde o *SPC* perdeu a sua força inicial, comprometendo a sua realização. No entanto, caso não se evidencie o incumprimento da periodicidade de recolha, pode ser uma mais valia para a empresa, a melhoria das condições de trabalho dos seus trabalhadores, no que diz respeito à introdução de sistemas de alarme sonoro ou visual, bem como aumentar o nível de luminosidade atual.

Adicionalmente, a realização de auditorias ocasionais no âmbito do *SPC*, permitirá analisar o trabalho realizado pelos responsáveis pela recolha de amostras, de modo a verificar a necessidade de implementação de medidas de melhoria, como as referidas anteriormente. Assim, verificar-se-á uma mudança positiva nos métodos de trabalho realizados, notando-se um reconhecimento extra nos trabalhadores que realizam esta atividade na empresa BA Vidro.

## 5. Conclusões do Estudo

---

Tendo-se terminado o desenvolvimento do caso de estudo presente, a autora pretende dar resposta aos objetivos centrais definidos anteriormente, bem como sugerir a realização de trabalhos futuros nesta empresa, no que diz respeito ao Controlo Estatístico de Processos.

Assim sendo, serão apresentadas as conclusões finais relativas à comparação realizada entre o *SPC* e o *MSPC* implementados, com recurso aos dados recolhidos em março de 2016 da fábrica da Marinha Grande da empresa BA Vidro. Pelo mesmo motivo, de forma a responder ao segundo objetivo central definido, serão apresentadas as conclusões finais no que diz respeito à estabilidade do processo na presente fábrica, e quais as sugestões que se entende serem importantes para uma implementação eficaz do *SPC* na fábrica da Venda Nova.

### 5.1. Conclusões Gerais

No Capítulo 4.3. realizou-se uma comparação entre os resultados obtidos pela implementação do *SPC* e do *MSPC*. No entanto, a grande diferença detetada é relativa à monitorização do processo. Por isto mesmo, as conclusões retiradas relativamente à Fase 1, com a construção das cartas de controlo, com a estimação dos parâmetros do processo e com o estudo da capacidade, não são significativamente diferentes, apresentando diferenças mínimas. Posto isto, é realmente visível uma grande diferença no que diz respeito às causas especiais de variação na Fase 2 do controlo estatístico.

De facto, verificou-se que o estudo univariado deteta uma menor quantidade de causas especiais de variação, quando comparado com a contribuição das características da qualidade no estudo multivariado, através da determinação da estatística *d*. Assim, entende-se que a implementação do *MSPC* é mais sensível que o estudo univariado, na fase de monitorização do processo. Isto porque, o estudo simultâneo de várias características permite entender a estabilidade do processo de produção de uma forma geral, e não exclusivamente de apenas uma. Com isto, a um processo produtivo, a implementação do *MSPC* permite obter um conhecimento com mais detalhe, e simultaneamente, obter uma visão mais global do mesmo.

Contudo, relativamente ao caso em questão, tendo-se verificado que o processo se encontrou instável por várias vezes ao longo da produção, sendo em grande parte provocado pelo incumprimento da periodicidade de recolha dos dados, a autora entende que a fábrica deve manter implementado o estudo univariado, até se verificar que este problema está ultrapassado. Deste modo, quando se verificar que o processo se mantém estável na fase de monitorização, será interessante aumentar o nível de detalhe de conhecimento do processo, sendo benéfico para a fábrica implementar o *MSPC*, tendo em conta que este é mais sensível.

Assim sendo, como a fábrica situada em Lisboa, na Venda Nova, vai implementar num futuro breve o controlo estatístico, sugere-se a implementação do controlo univariado numa fase inicial ou de experiência. Analogamente ao referido anteriormente, quando se verificar que o processo se encontra

estável na fase de monitorização, e que estão a ser respeitadas todas as regras definidas para a sua aplicação, está-se em boas condições de analisar o processo com maior detalhe, através da implementação do controlo estatístico multivariado.

Em relação ao estudo da estabilidade, de forma a responder ao segundo objetivo central definido foram realizadas algumas considerações no Capítulo 4.2. Fazendo referência ao mesmo, verificou-se que o motivo, em grande parte, da instabilidade verificada é relativa à característica  $X_2$  e ao incumprimento do método de recolha dos dados verificado no mês de março. Assim sendo, foram sugeridas a implementação de medidas de melhoria no Capítulo 4.4.2, a fim de solucionar estas questões. Em última análise, entende-se que será benéfico, para a fábrica da Venda Nova, focar a formação inicial aos seus trabalhadores responsáveis pela implementação do controlo estatístico, no que diz respeito a estes problemas detetados na fábrica da Marinha Grande.

## 5.2. Sugestões para Trabalhos Futuros

De forma a melhorar o controlo estatístico realizado nas fábricas da BA Vidro, e aumentar o nível de sucesso aquando da implementação do mesmo na fábrica da Venda Nova, sugere-se a realização dos trabalhos futuros seguintes:

- Verificação da Auto-Correlação dos Dados

Sugere-se a realização prévia do estudo da independência dos dados, com a aplicação da Função de Auto-Correlação (FAC) e da Função de Auto-Correlação Parcial (FACP), de forma a se garantir que o valor observado de uma determinada característica da qualidade num dado instante não depende de valores de instantes anteriores.

- Método de Decomposição em Componentes Ortogonais

Para uma interpretação das cartas multivariadas mais detalhada, sugere-se o desenvolvimento do método referido, a fim de se verificar se a causa especial de variação resulta da alteração da correlação entre duas ou mais características da qualidade em estudo. Deste modo, é possível identificar todas as situações que tenham contribuído para a situação fora de controlo.

- Extensão do caso de estudo a outras características de qualidade

Será também interessante aumentar o número de características em estudo, de forma a compreender qual o controlo estatístico, univariado ou multivariado, que melhor se ajusta ao processo. Isto porque tal medida tornará a implementação do mesmo mais complexa, sendo desejável controlar todas as características que se identifiquem cruciais para a verificação da conformidade ou não conformidade das embalagens de vidro.

- Estudo da característica  $X_2$  relativa à quantidade de vidro no fundo das embalagens

Tendo-se verificado que esta característica se comportou de uma forma pouco estável nos produtos em estudo, é de extrema importância entender o motivo, de forma melhorar a sua estabilidade. Assim,

sugere-se a realização de um estudo pormenorizado à mesma, a fim de identificar de uma forma clara as causas que o provocam, sendo possível torná-la mais estável.

- Formação dedicada exclusivamente ao Controlo Estatístico

Ao nível dos recursos humanos, é necessário garantir a realização de uma formação adequada, com o objetivo de sensibilizar os seus trabalhadores ao controlo estatístico. Com isto, é necessário garantir que os mesmos estão informados relativamente ao método de trabalho, às suas responsabilidades, e ao impacto que estes têm no *SPC*, e conseqüentemente, no processo produtivo.



## Referências Bibliográficas

---

- Alt, F. B. (1985) "Multivariate Quality Control", in *Encyclopedia of the Statistical Sciences*, Vol 6, pp.110-122, editado por S. Kotz e N. L. Johnson, Wiley, New York.
- APCER, consulta a 10 de abril de 2016 em <http://www.apcergroup.com>.
- Box, G.E.P. e Cox, D.R. (1964). "An Analysis of Transformations", *Journal of the Royal Statistical Society, Series B* 26, pp. 211-246.
- BA Vidro, consulta a 15 de outubro de 2016 em <http://www.bavidros.pt>.
- Burr, I. W. (1976), *Statistical Quality Control Methods*, Marcel Dekker, Inc, New York.
- Burr, J. T. (1989). "SPC in Short Run", *43<sup>rd</sup> ASQC Annual Quality Congress*, Toronto, Vol. 43, pp. 776-778.
- Chan, L, K., Cheng, S. W. e Spiring, F. A. (1988). "A New Measure of Process Capability:  $C_{pm}$ ", *Journal of Quality Technology*, Vol. 29, pp, 162-175.
- Chan, L, K., Cheng, S. W. e Spiring, F. A. (1991). "A Multivariate Measure of Process Capability", *Internacional Journal of Modeling and Simulation*, Vol. 11, pp, 1-6.
- Chen, K. S. e Pearn W. L. (1997). "An Application of Non-Normal Process Capability Indices", *Quality and Reliability Engineering International*, Vol 13, pp. 335-360.
- Chou, Y-M., Turner, S., Henson, S. e Meyer, D. (1994). On Using Percentiles to Fit Data by a Johnson Distribution. *Communication in Statistics – Simulation and Computation*, Vol. 23, pp. 341-354.
- Chou, Y-M., Polansky, A. M. e Mason, R. L. (1998). Transforming Non-Normal Data to Normality in Statistical Process Control, *Journal of Quality Technology*, Vol. 30, No. 2.
- Crosby, P. B. (1979). *Quality is Free*, McGraw-Hill, New York.
- Deming, W. E. (1986). *Out of the Crisis*, Center for Advanced Engineering Study, Cambridge, MA: Massachusetts Institute of Technology.
- Doty, L. A. (1996), *Statistical Process Control*, 2ª Edição, Industrial Press, Inc, New York.

- Duncan, A. J. (1986). *Quality Control Industrial Statistics*, 5ª Edição, Irwin, Homewood.
- Feigenbaum, A. V. (1981). *Total Quality Control*, 3ª Edição revista, McGraw Hill, Inc.
- Fernandes, J. M. P. (2010). *Controlo Estatístico do Processo*, Tese de Mestrado apresentada na Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Lisboa.
- Gu, K., Jia, X. , Liu, H. e You, H. (2015). “Yield-Based Capability Index for Evaluating the Performance of Multivariate Process”, *Quality and Reliability Engineering International*, Vol. 31, pp. 419-430.
- Hayter, A. J. e Tsui, K. (1994). “Identification and Quantification in Multivariate Quality Control Problems”, *Journal of Quality Technology*, Vol. 26, pp. 197-208.
- Holmes, D. S. e Mergen, A. E. (1998-99). “Measuring Process Performance for Multiple Variables”, *Quality Engineering*, Vol. 11(1), pp. 55-59.
- Hotelling, H. (1947). “Multivariate Quality Control”, *Techniques of Statistical Analysis*, editado por Eisenhart, Hastay e Wallis, McGraw Hill, New York.
- Ishikawa, K. (1982). *Guide to Quality Control*, Asian Productivity, New York.
- Jackson, J. E. (1980). “Principal Components and Factor Analysis: Part I – Principal Components”, *Journal of Quality Technology*, Vol 12, pp. 201-213.
- Jackson, J. E. (1981a). “Principal Components and Factor Analysis: Part II – Additional Topics Related to Principal Components”, *Journal of Quality Technology*, Vol 13, pp. 46-58.
- Jackson, J. E. (1981b). “Principal Components and Factor Analysis: Part III – What is Factor Analysis”, *Communications in Statistics – Theory and Methods*, Vol 14, pp. 2567-2688.
- Jackson, J. E. (1985). “Multivariate Quality Control”, *Journal of Quality Technology*, Vol 13, pp. 125-130.
- Jalili, M., Bashiri, M. e Amiri, A. (2012). “A New Multivariate Process Capability Index Under Both Unilateral and Bilateral Quality Characteristics”, *Quality and Reliability Engineering International*, Vol. 28, pp. 925-941.
- Juran, J. M. (1999). *Juran’s Quality Handbook*, 5ª Edição, McGraw Hill, New York.

- Juran, J. M. e Gryna, F. M. (1993). *Quality Planning and Control*, 3ª Edição, McGraw Hill, New York.
- Lilliefors, H. W. (1976). "On the Kolmogorov-Smirnov Test for Normality with Mean and Variance Unknown", *Journal of the American Statistical Association*, Vol.62 (318), pp. 399-402.
- Looney, S. W. (1995). "How to Use Test for Univariate Normality to Assess Multivariate Normality", *The American Statistician*, Vol. 49, pp. 64-70.
- Mason, R. L., Tracy, N. D. e Young, J. C. (1997). "A Practical Approach for Interpreting Multivariate T<sup>2</sup> Control Chart Signals", *Journal of Quality Technology*, Vol. 29, pp.396-406.
- Montgomery, D. C. (2001). *Introduction to Statistical Quality Control*, 4ª Edição, John Wiley & Sons Inc., New York.
- Nedumaran, G. e Pignatiello, J. J. (1998). "Diagnosing Signals from T<sup>2</sup> and  $\chi^2$  Multivariate Control Charts", *Quality Engineering*, Vol. 10(4), pp. 675-667.
- Pereira, J. G. e Pereira, Z. L. (2012). *Qualidade: Planeamento e Controlo Estatístico de Processos*, 2ª Edição, FFCT – Fundação da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa, Caparica.
- Periakis, M. e Xekalaki, E. (2011). "On the Implementation of the Principal Component Analysis-Based Approach in Measuring Process Capability", John Wiley & Sons, Inc., New York.
- Pitt, H. (1994). *SPC for the Rest of Us: A Personal Path to Statistical Process Control*. Addison-Wesley Publishing Company, Massachusetts.
- Portal Action. Retirado a 20 de maio de 2016, de <http://www.portalaction.com.br/>.
- Quesenberry, C. P. (1997). *SPC Methods for Quality Improvement*, John Wiley & Sons, Inc., New York.
- Reis, E. (2001). *Estatística Multivariada Aplicada*, 2ª Edição, Edições Sílabo, Lisboa.
- Royston, J. P. (1983). "Some Techniques for Assessing Multivariate Normality Based on the Shapiro- Wilk W", *Applied Statistics*, Vol. 32, pp. 121-133.

- Runger, G. C., Alt, F. B. e Montgomery, D. C. (1996). "Contributors to a Multivariate Statistical Process Control Signal", *Communications in Statistics – Theory and Methods*, Vol. 25, pp. 2203-2213.
- Shahriari, H., Ubele, N. F. e Lawrence, F. P. (1995). "A Multivariate Process Capability Vector", *Proceedings of the 4<sup>th</sup> Industrial Engineering Research Conference*, pp. 303-308.
- Shayib, M. A. (1989). "The Procedure for Selection of Transformations from the Johnson System", *Communication in Statistics – Simulation and Computation*, Vol 18, pp.1457-1464.
- Shewart, W. A. (1931). *Economic Control of Quality of Manufactured Product*, D. Van Nostrand Company, Inc., New York.
- Small, N. J. H. (1980). "Marginal Skewness and Kurtosis in Testing Multivariate Normality", *Applied Statistics*, Vol. 29, pp. 85-87.

# Anexos

## Anexo A: Constantes para Cartas Tradicionais de Variáveis

Dimensão Amostra	Carta da Média				Carta do Desvio Padrão				Carta da Amplitude					
	Factores Limites Controlo		Factores Linha Central		Factores para Limites de Controlo		Factores para Limites de Controlo		Factores para Limites de Controlo		Factores para Limites de Controlo			
	A	A <sub>2</sub>	A <sub>3</sub>	d <sub>2</sub>	c <sub>4</sub>	B <sub>3</sub>	B <sub>4</sub>	B <sub>5</sub>	B <sub>6</sub>	d <sub>3</sub>	D <sub>1</sub>	D <sub>2</sub>	D <sub>3</sub>	D <sub>4</sub>
2	2,121	1,881	2,659	1,128	0,7979	0	3,267	0	2,606	0,853	0	3,686	0	3,267
3	1,732	1,023	1,954	1,693	0,8862	0	2,568	0	2,276	0,888	0	4,358	0	2,574
4	1,500	0,729	1,628	2,059	0,9213	0	2,266	0	2,088	0,880	0	4,698	0	2,282
5	1,342	0,577	1,427	2,326	0,9400	0	2,089	0	1,964	0,864	0	4,918	0	2,114
6	1,225	0,483	1,287	2,534	0,9515	0,030	1,970	0,029	1,874	0,848	0	5,078	0	2,004
7	1,134	0,419	1,182	2,704	0,9594	0,118	1,882	0,113	1,806	0,833	0,204	5,204	0,076	1,924
8	1,061	0,373	1,099	2,847	0,9650	0,185	1,815	0,179	1,751	0,820	0,388	5,306	0,136	1,864
9	1,000	0,337	1,032	2,970	0,9693	0,239	1,761	0,232	1,707	0,808	0,547	5,393	0,184	1,816
10	0,949	0,308	0,975	3,078	0,9727	0,284	1,716	0,276	1,669	0,797	0,687	5,469	0,223	1,777
11	0,905	0,285	0,927	3,173	0,9754	0,321	1,679	0,313	1,637	0,787	0,811	5,535	0,256	1,744
12	0,866	0,266	0,886	3,258	0,9776	0,354	1,646	0,346	1,610	0,778	0,922	5,594	0,283	1,717
13	0,832	0,249	0,850	3,336	0,9794	0,382	1,618	0,374	1,585	0,770	1,025	5,647	0,307	1,693
14	0,802	0,235	0,817	3,407	0,9810	0,406	1,594	0,399	1,563	0,763	1,118	5,696	0,328	1,672
15	0,775	0,223	0,789	3,472	0,9823	0,428	1,572	0,421	1,544	0,756	1,203	5,741	0,347	1,653
16	0,750	0,212	0,763	3,532	0,9835	0,448	1,552	0,440	1,526	0,750	1,282	5,782	0,363	1,637
17	0,728	0,203	0,739	3,588	0,9845	0,466	1,534	0,458	1,511	0,744	1,356	5,820	0,378	1,622
18	0,707	0,194	0,718	3,640	0,9854	0,482	1,518	0,475	1,496	0,739	1,424	5,856	0,391	1,608
19	0,688	0,187	0,698	3,689	0,9862	0,497	1,503	0,490	1,483	0,734	1,487	5,891	0,403	1,597
20	0,671	0,180	0,680	3,735	0,9869	0,510	1,490	0,504	1,470	0,729	1,549	5,921	0,415	1,585
21	0,655	0,173	0,663	3,778	0,9876	0,523	1,477	0,516	1,459	0,724	1,605	5,951	0,425	1,575
22	0,640	0,167	0,647	3,819	0,9882	0,534	1,466	0,528	1,448	0,720	1,659	5,979	0,434	1,566
23	0,626	0,162	0,633	3,858	0,9887	0,545	1,455	0,539	1,438	0,716	1,710	6,006	0,443	1,557
24	0,612	0,157	0,619	3,895	0,9892	0,555	1,445	0,549	1,429	0,712	1,759	6,031	0,451	1,548
25	0,600	0,153	0,606	3,931	0,9896	0,565	1,435	0,559	1,420	0,708	1,806	6,056	0,459	1,541

Para  $n > 25$

$$A = \frac{3}{\sqrt{n}} \quad A_3 = \frac{3}{c_4 \sqrt{n}} \quad c_4 = \frac{4(n-1)}{4n-3} \quad B_3 = 1 - \frac{3\sqrt{1-c_4^2}}{c_4} \quad B_4 = 1 + \frac{3\sqrt{1-c_4^2}}{c_4} \quad B_5 = c_4 - 3\sqrt{1-c_4^2} \quad B_6 = c_4 + 3\sqrt{1-c_4^2}$$

Retirado de Pereira & Requeijo (2012)

## Anexo B: Tabelas do Teste de Kolmogorov-Smirnov

### Anexo B.1: Distribuição da Estatística D (Kolmogorov-Smirnov)

Valores críticos da distribuição da estatística  $D = \sup_x |S(x) - F_0(x)|$  para amostras de dimensão  $n$  e populações Normais com parâmetros conhecidos.

$n$	$\alpha$					$n$	$\alpha$				
	0,20	0,10	0,05	0,02	0,01		0,20	0,10	0,05	0,02	0,01
1	0,9000	0,9500	0,9750	0,9900	0,9950	21	0,2262	0,2586	0,2872	0,3210	0,3443
2	0,6838	0,7764	0,8419	0,9000	0,9293	22	0,2212	0,2528	0,2809	0,3139	0,3367
3	0,5648	0,6360	0,7076	0,7846	0,8290	23	0,2165	0,2475	0,2750	0,3073	0,3295
4	0,4927	0,5652	0,6239	0,6889	0,7342	24	0,2121	0,2424	0,2693	0,3010	0,3229
5	0,4470	0,5095	0,5633	0,6272	0,6685	25	0,2079	0,2377	0,2640	0,2952	0,3166
6	0,4104	0,4680	0,5193	0,5774	0,6166	26	0,2040	0,2332	0,2591	0,2896	0,3106
7	0,3815	0,4361	0,4834	0,5384	0,5758	27	0,2003	0,2290	0,2544	0,2844	0,3050
8	0,3583	0,4096	0,4543	0,5065	0,5418	28	0,1968	0,2250	0,2499	0,2794	0,2997
9	0,3391	0,3875	0,4300	0,4796	0,5133	29	0,1935	0,2212	0,2457	0,2747	0,2947
10	0,3226	0,3687	0,4093	0,4566	0,4889	30	0,1903	0,2176	0,2417	0,2702	0,2899
11	0,3083	0,3524	0,3912	0,4367	0,4677	31	0,1873	0,2141	0,2379	0,2660	0,2853
12	0,2958	0,3382	0,3754	0,4192	0,4491	32	0,1845	0,2109	0,2342	0,2619	0,2801
13	0,2847	0,3255	0,3614	0,4036	0,4325	33	0,1817	0,2077	0,2308	0,2580	0,2768
14	0,2748	0,3142	0,3489	0,3897	0,4176	34	0,1791	0,2047	0,2274	0,2543	0,2728
15	0,2659	0,3040	0,3376	0,3771	0,4042	35	0,1766	0,2019	0,2243	0,2507	0,2690
16	0,2578	0,2947	0,3273	0,3657	0,3920	36	0,1742	0,1991	0,2212	0,2473	0,2653
17	0,2504	0,2863	0,3180	0,3553	0,3809	37	0,1719	0,1965	0,2183	0,2440	0,2618
18	0,2436	0,2785	0,3094	0,3457	0,3706	38	0,1697	0,1939	0,2154	0,2409	0,2584
19	0,2374	0,2714	0,3014	0,3369	0,3612	39	0,1675	0,1915	0,2127	0,2379	0,2552
20	0,2316	0,2647	0,2941	0,3287	0,3524	40	0,1655	0,1891	0,2101	0,2349	0,2521

Para  $n > 40$  os valores críticos de D são determinados aproximadamente por

$\alpha$				
0,20	0,10	0,05	0,02	0,01
$1,07/\sqrt{n}$	$1,22/\sqrt{n}$	$1,36/\sqrt{n}$	$1,52/\sqrt{n}$	$1,63/\sqrt{n}$

Retirado de Pereira & Requeijo (2012)

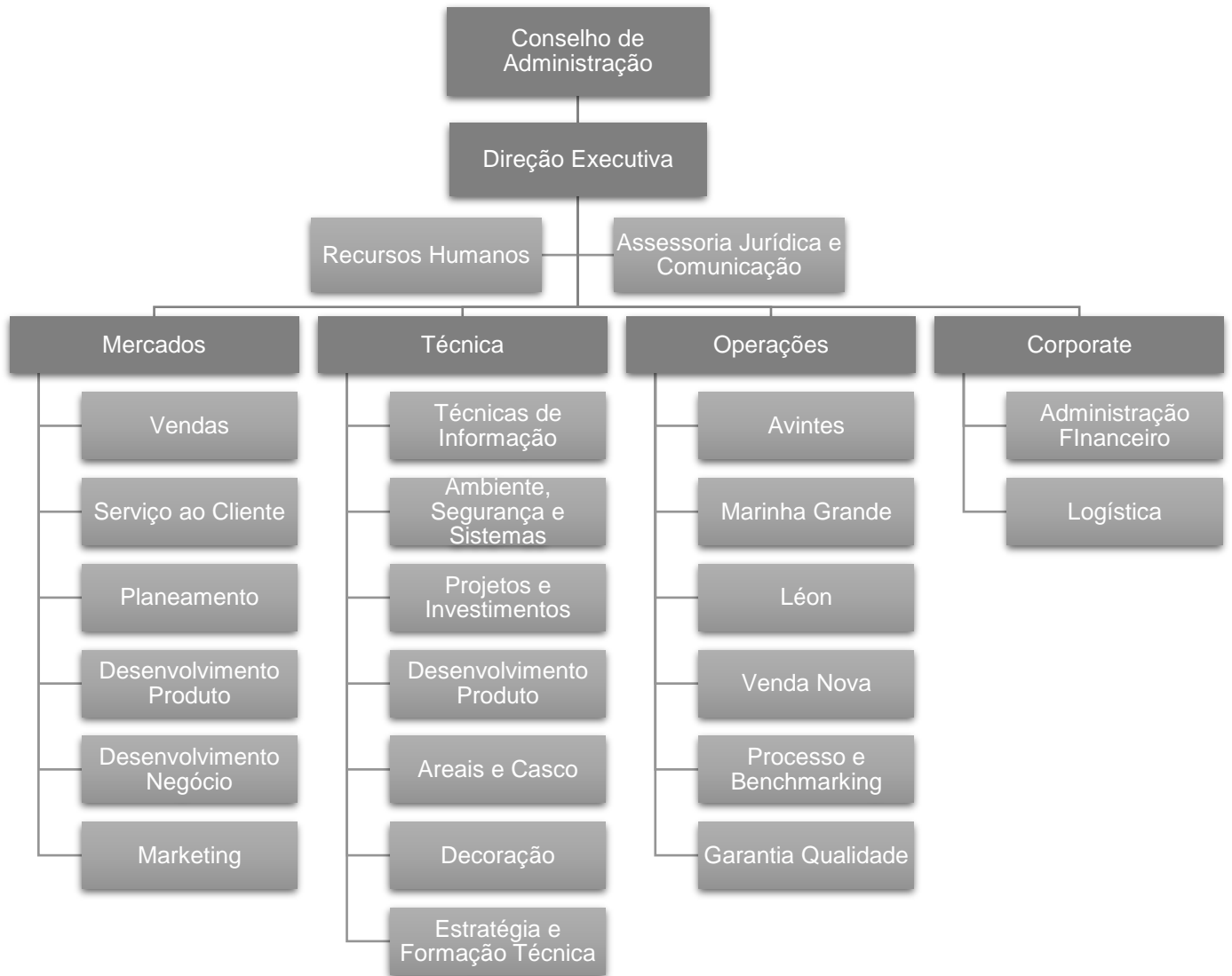
## Anexo B.2: Distribuição da Estatística D (Lilliefors)

Valores críticos da distribuição da estatística  $D = \sup_x |S(x) - F_0(x)|$  para populações Normais e parâmetros estimados a partir de amostras de dimensão  $n$ .

$n$	$\alpha$				
	0,20	0,15	0,10	0,05	0,01
4	0,300	0,319	0,352	0,381	0,417
5	0,285	0,299	0,315	0,337	0,405
6	0,265	0,277	0,294	0,319	0,364
7	0,247	0,258	0,276	0,300	0,348
8	0,233	0,244	0,261	0,285	0,331
9	0,223	0,233	0,249	0,271	0,311
10	0,215	0,224	0,239	0,258	0,294
11	0,206	0,217	0,230	0,249	0,284
12	0,199	0,212	0,223	0,242	0,275
13	0,190	0,202	0,214	0,234	0,268
14	0,183	0,194	0,207	0,227	0,261
15	0,177	0,187	0,201	0,220	0,257
16	0,173	0,182	0,195	0,213	0,250
17	0,169	0,177	0,189	0,206	0,245
18	0,166	0,173	0,184	0,200	0,239
19	0,163	0,169	0,179	0,195	0,235
20	0,160	0,166	0,174	0,190	0,231
25	0,149	0,153	0,165	0,180	0,203
30	0,131	0,136	0,144	0,161	0,187
> 30	$\frac{0,736}{\sqrt{n}}$	$\frac{0,768}{\sqrt{n}}$	$\frac{0,805}{\sqrt{n}}$	$\frac{0,886}{\sqrt{n}}$	$\frac{1,031}{\sqrt{n}}$

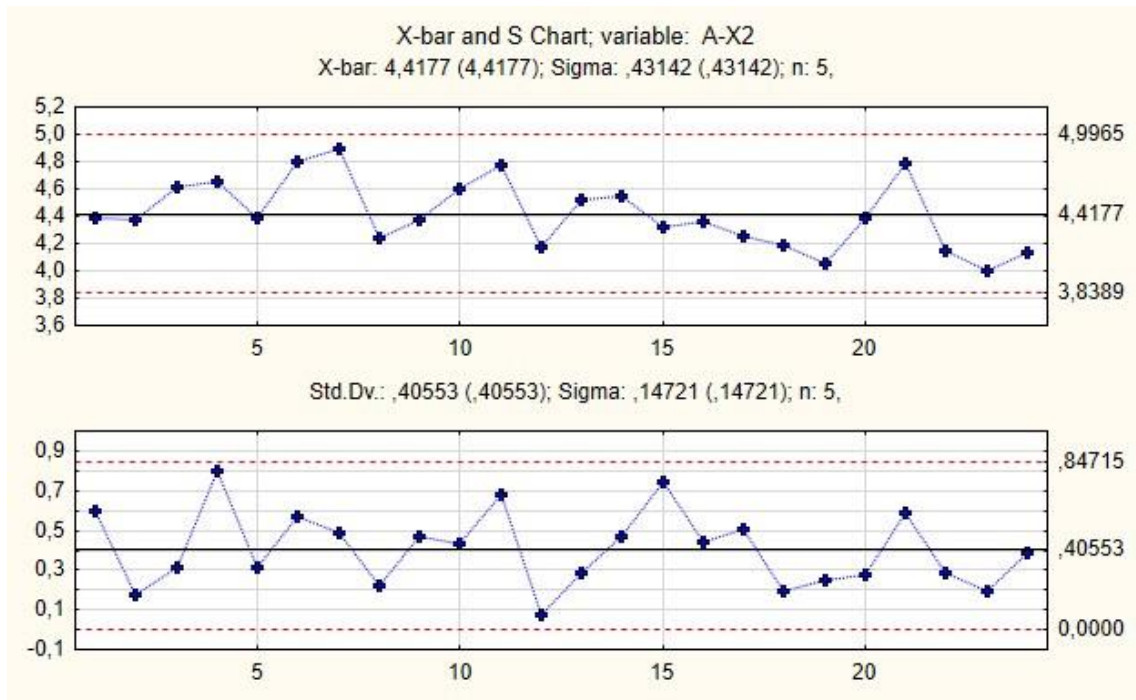
Retirado de Pereira & Requeijo (2012)

## Anexo C: Macroestrutura da BA Vidro

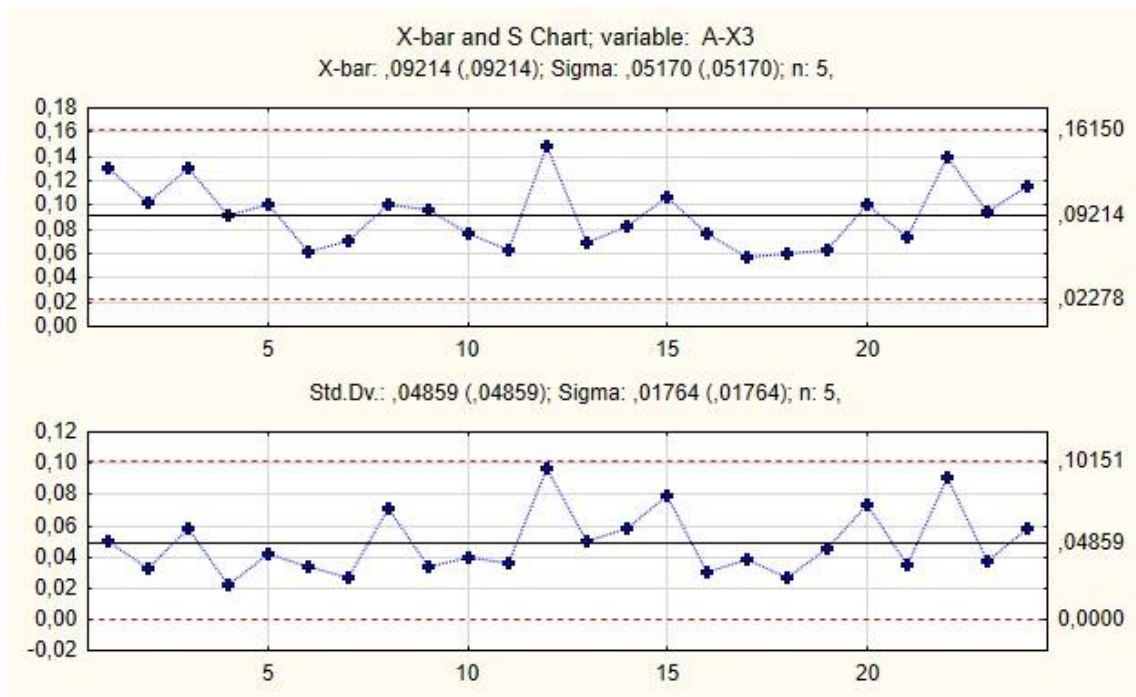


# Anexo D: Cartas de Controle Univariadas da Fase 1

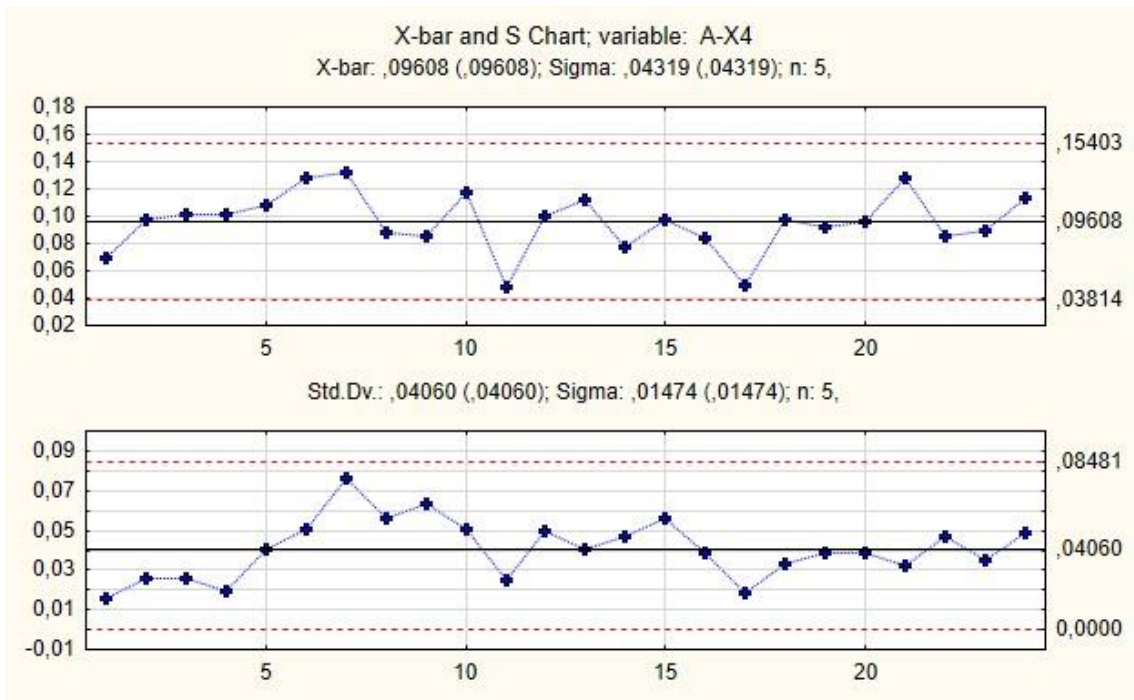
## Anexo D.1: Produto A, Característica X<sub>2</sub>



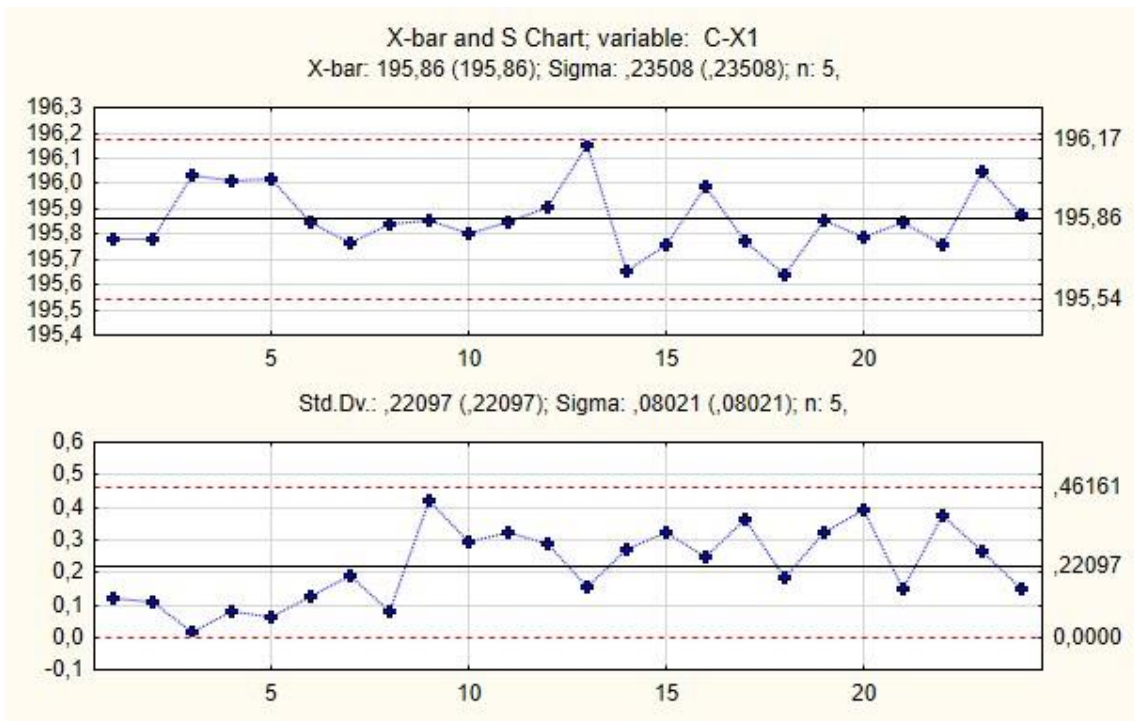
## Anexo D.2: Produto A, Característica X<sub>3</sub>



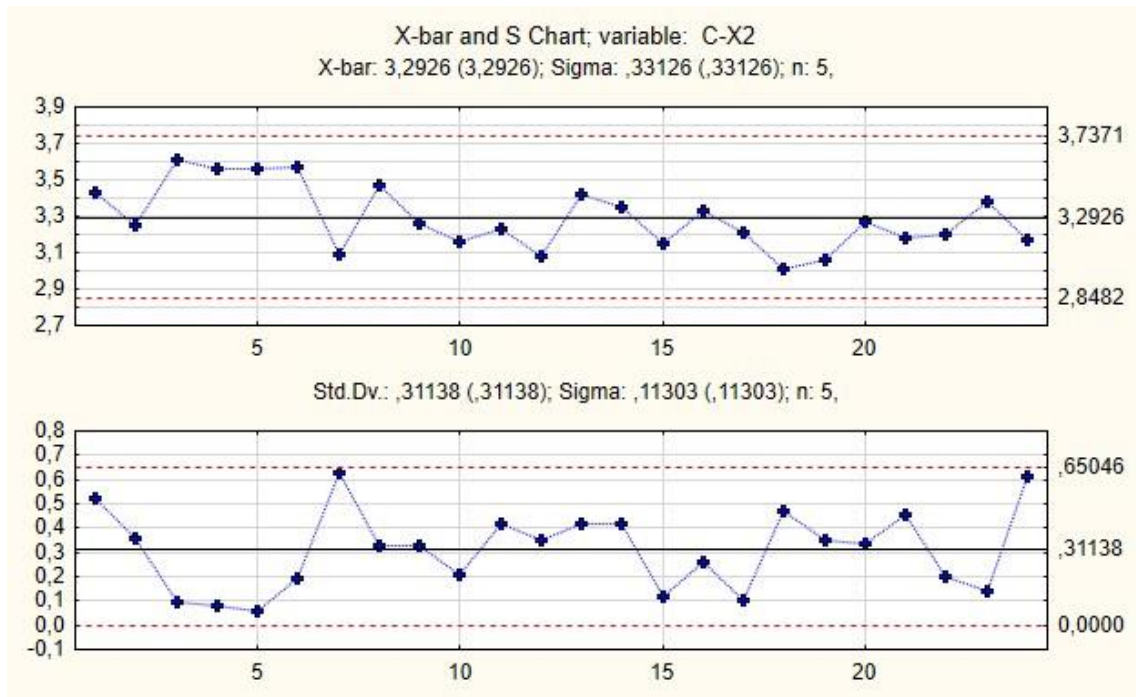
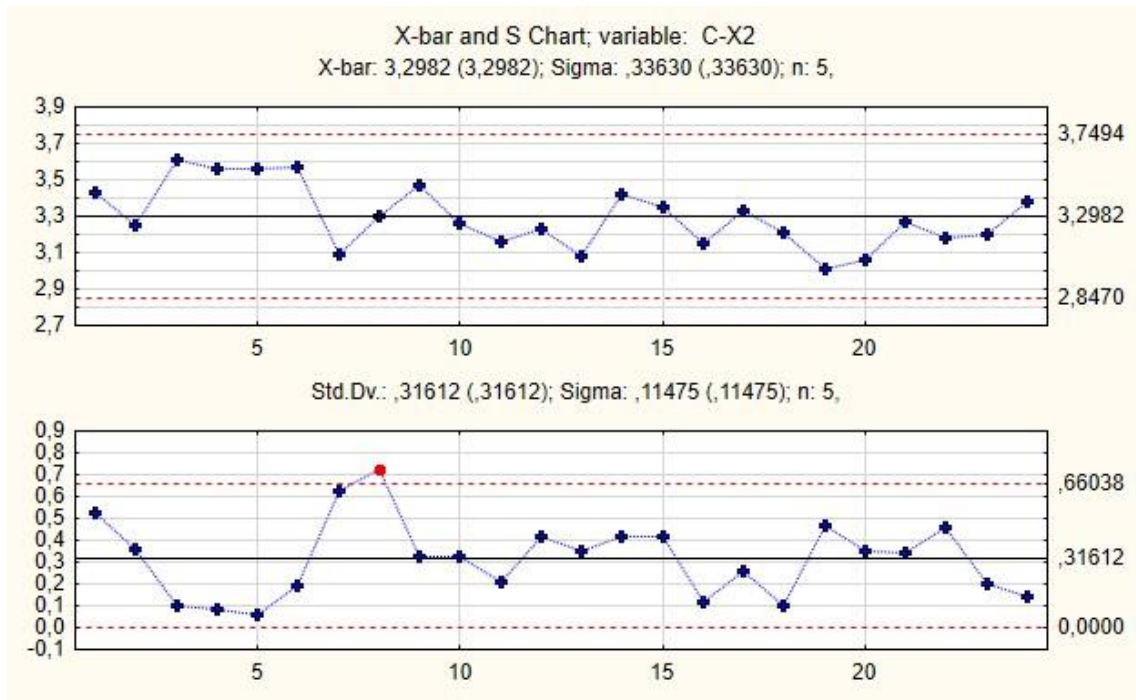
Anexo D.3: Produto A, Característica X<sub>4</sub>



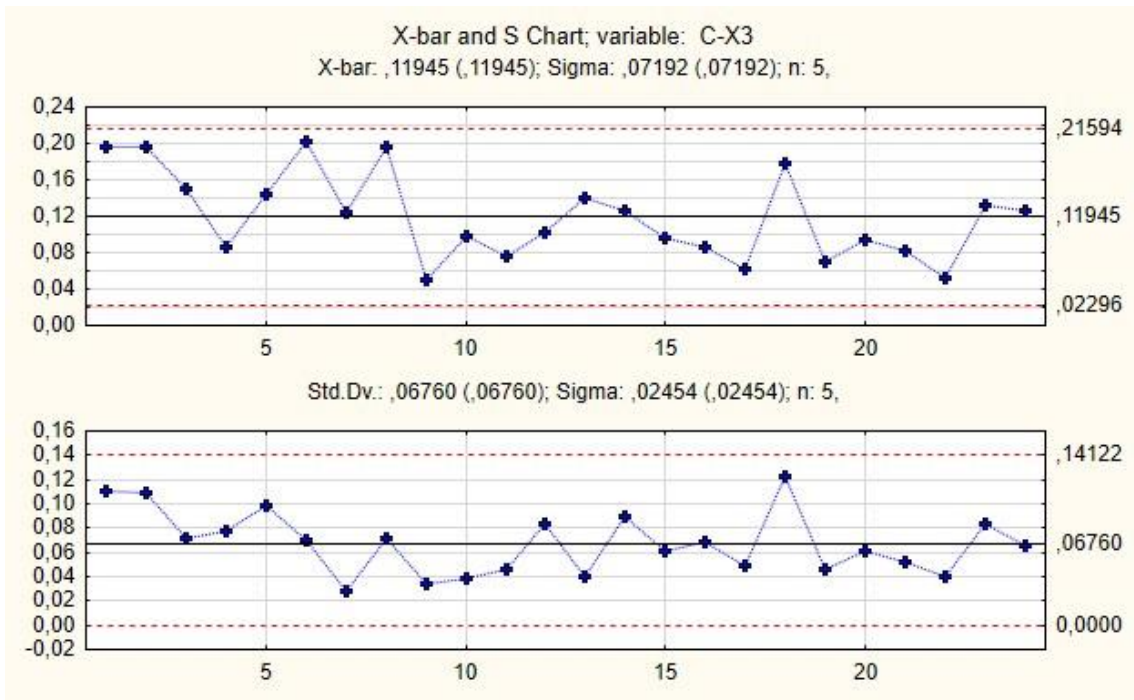
Anexo D.4: Produto C, Característica X<sub>1</sub>



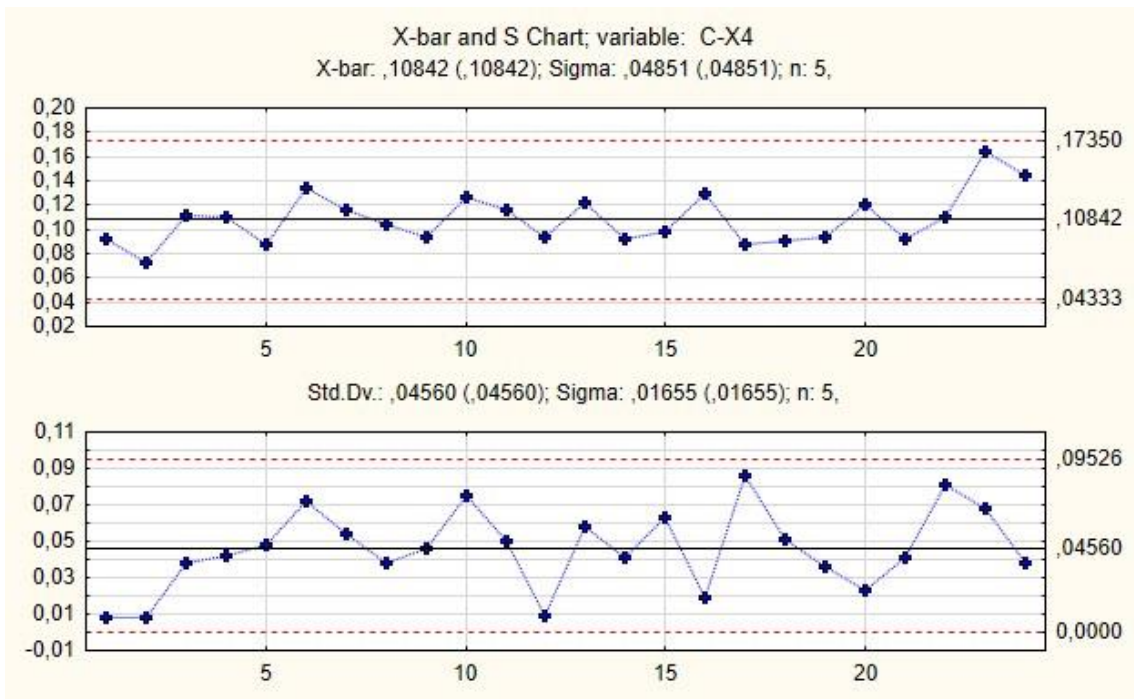
Anexo D.5: Produto C, Característica X<sub>2</sub>



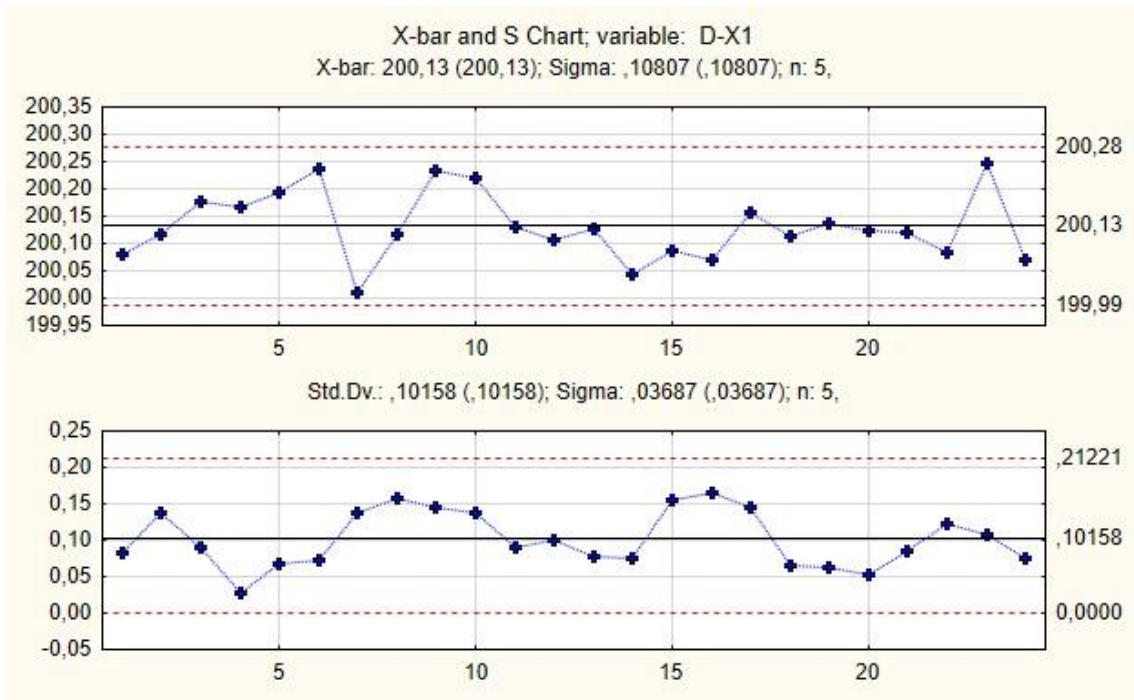
Anexo D.6: Produto C, Característica X<sub>3</sub>



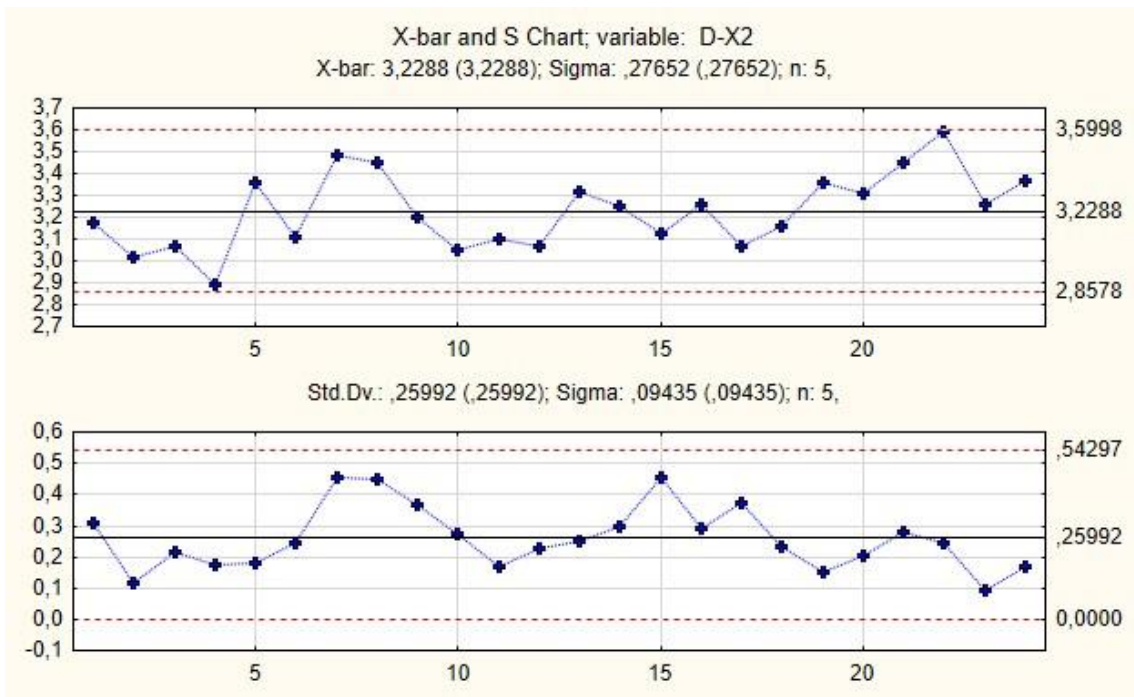
Anexo D.7: Produto C, Característica X<sub>4</sub>



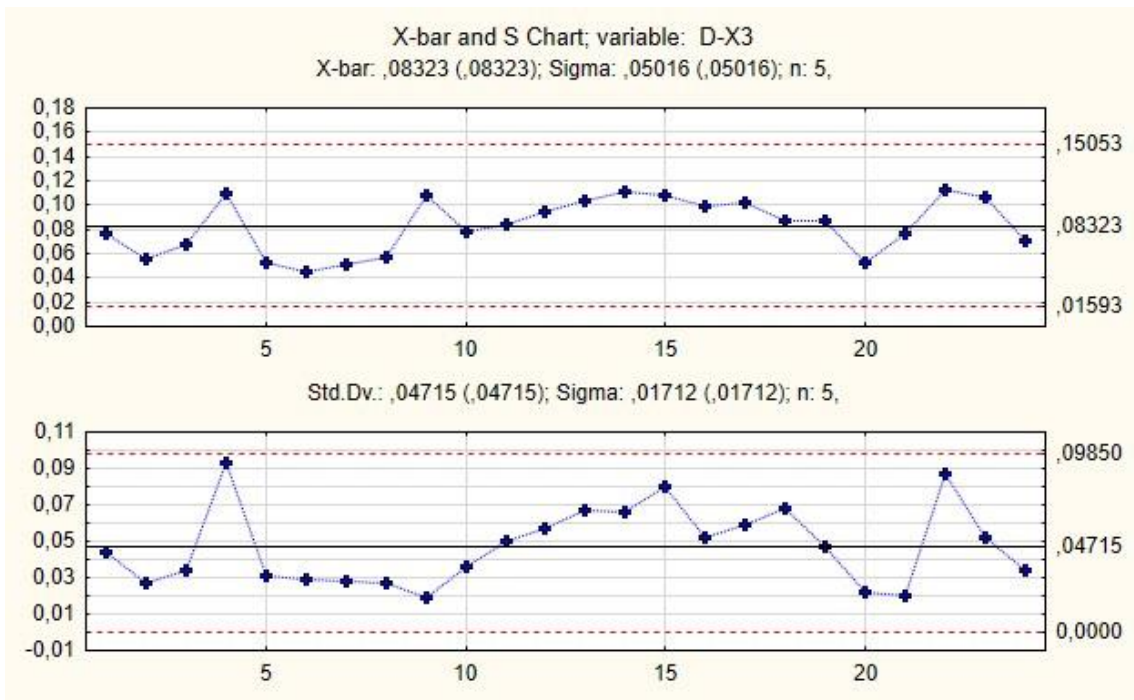
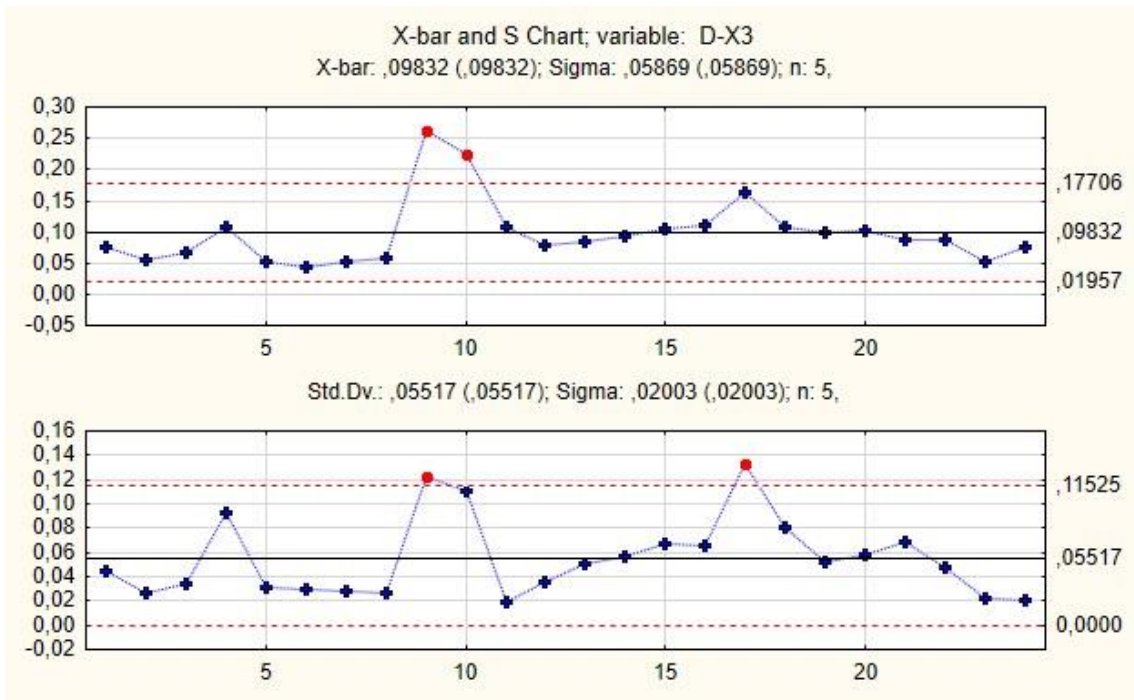
Anexo D.8: Produto D, Característica  $X_1$



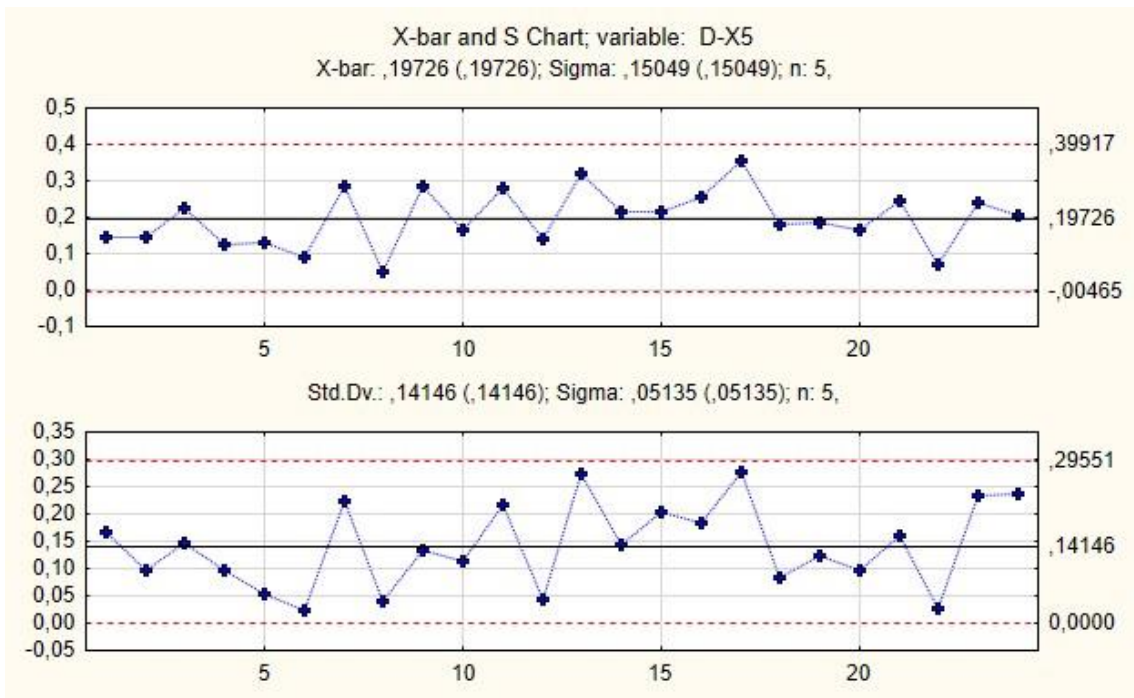
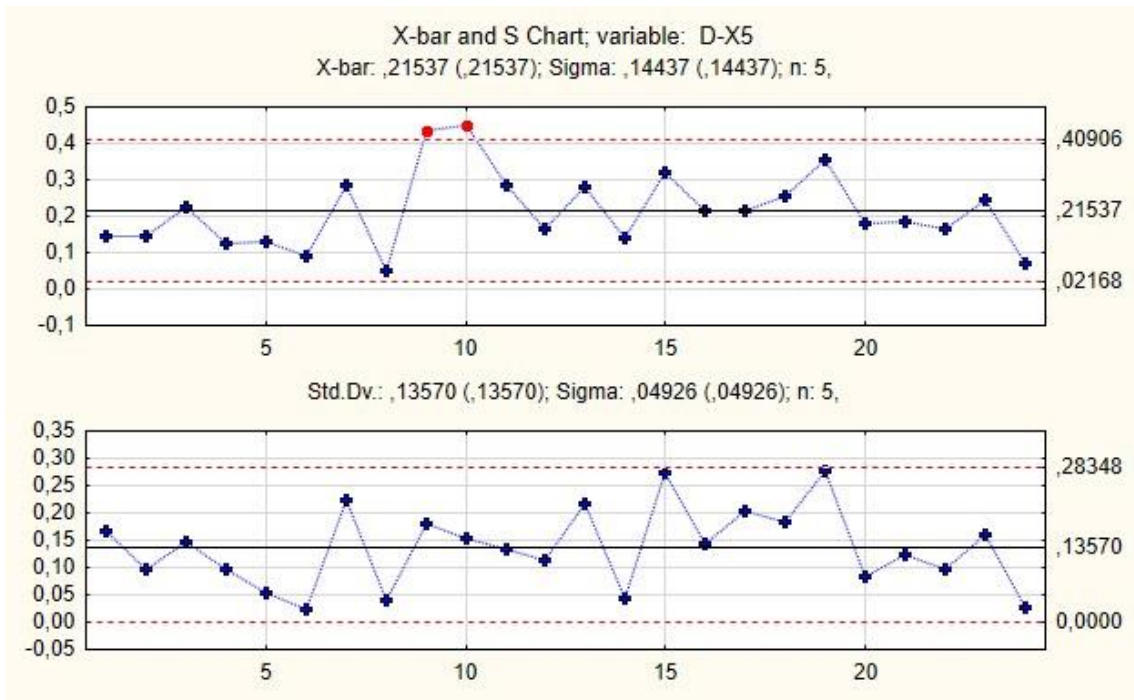
Anexo D.9: Produto D, Característica  $X_2$



Anexo D.10: Produto D, Característica X<sub>3</sub>

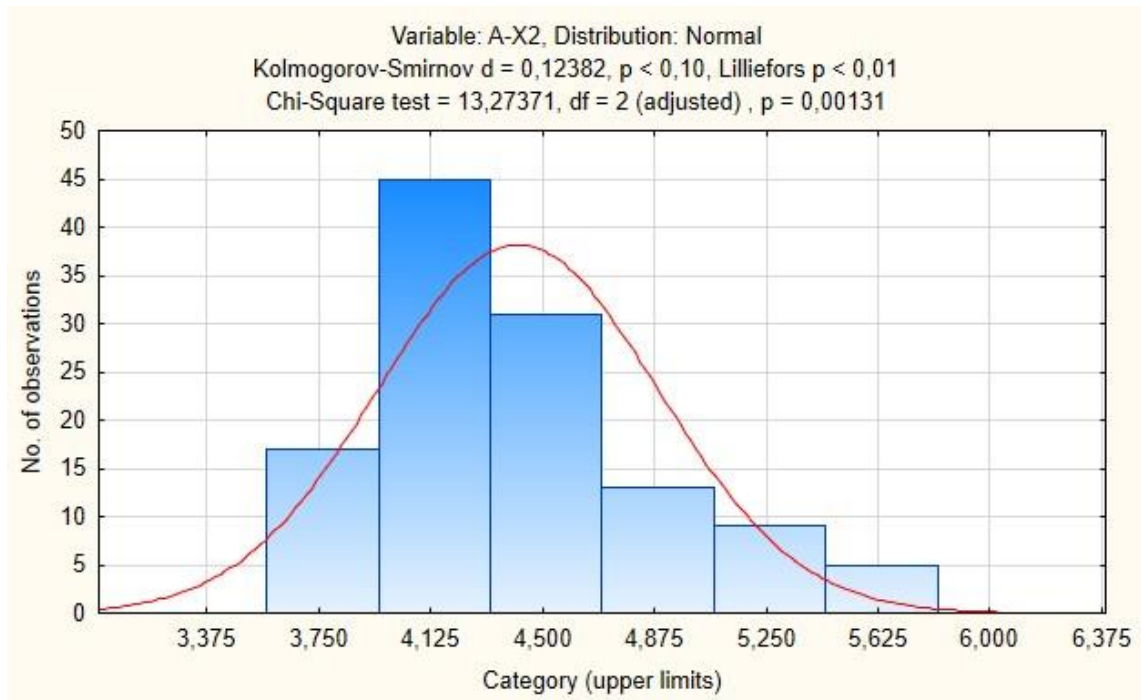


Anexo D.11: Produto D, Característica X<sub>5</sub>

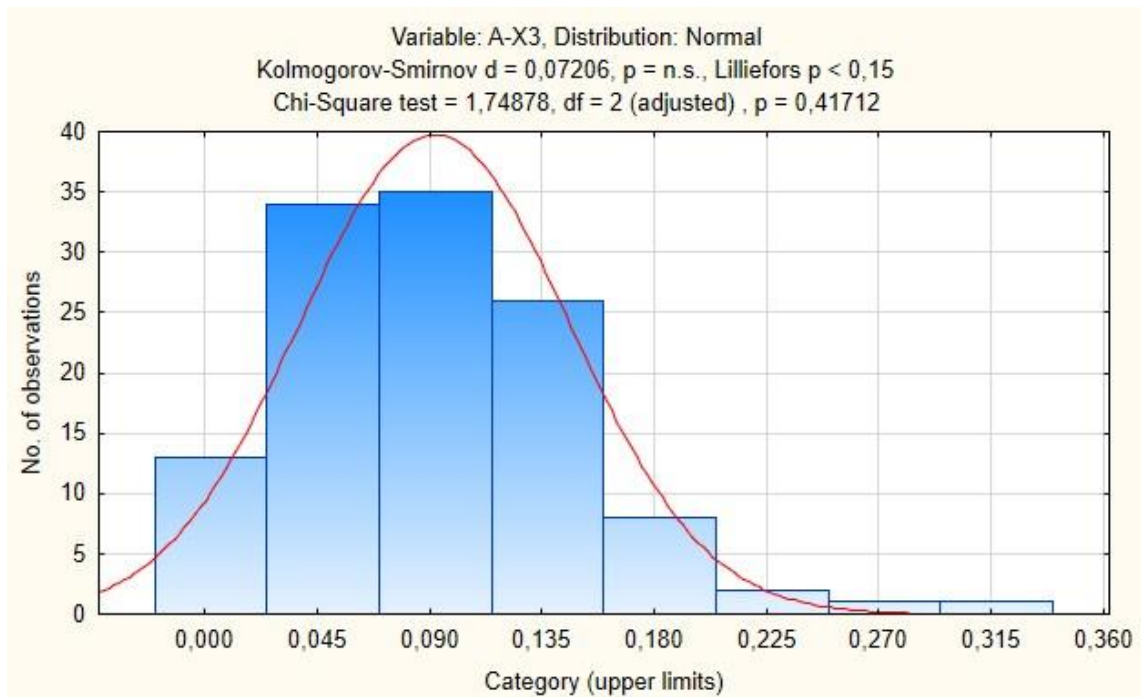


## Anexo E: Histograma para Verificação da Normalidade

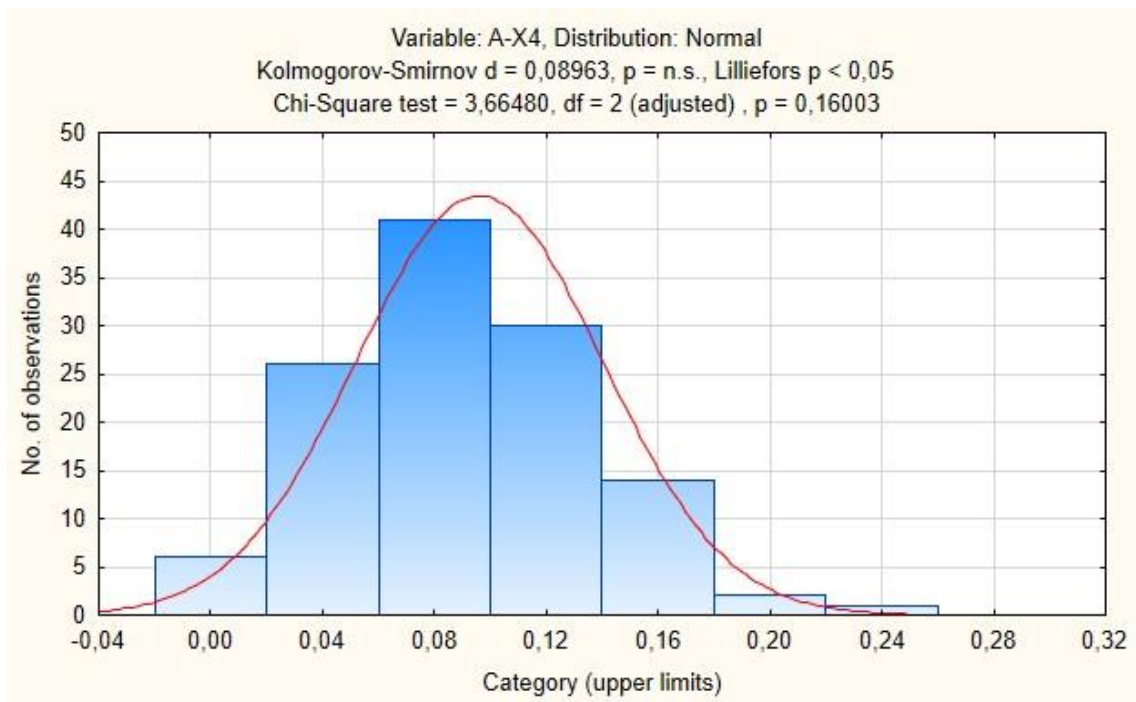
### Anexo E.1: Produto A, Característica $X_2$



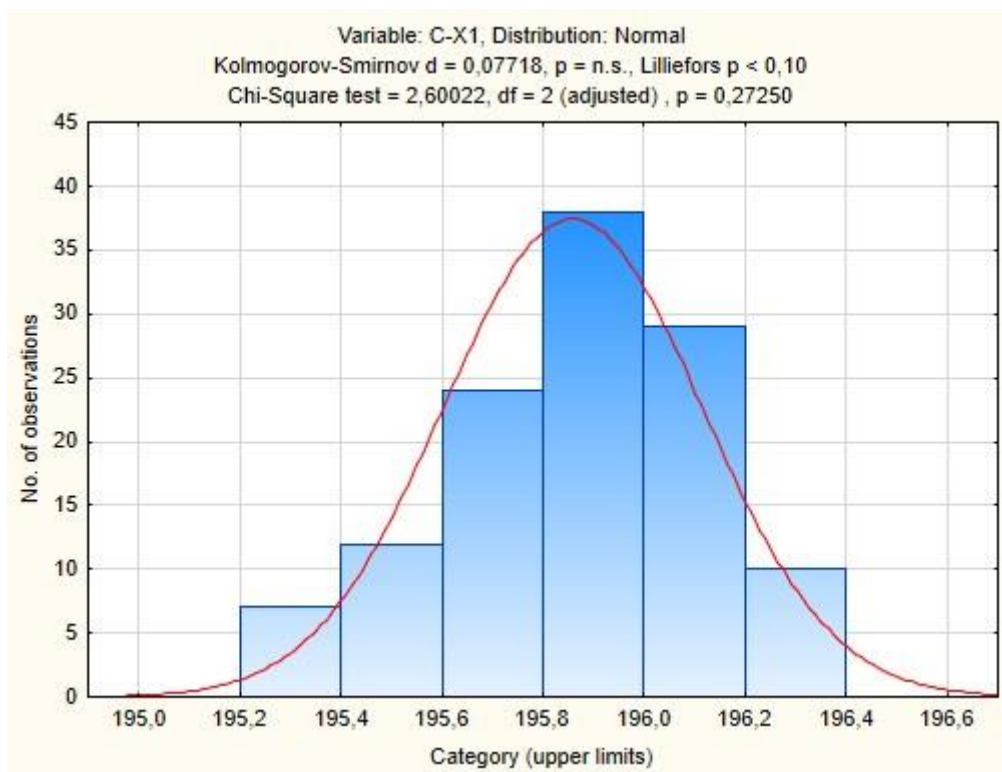
### Anexo E.2: Produto A, Característica $X_3$



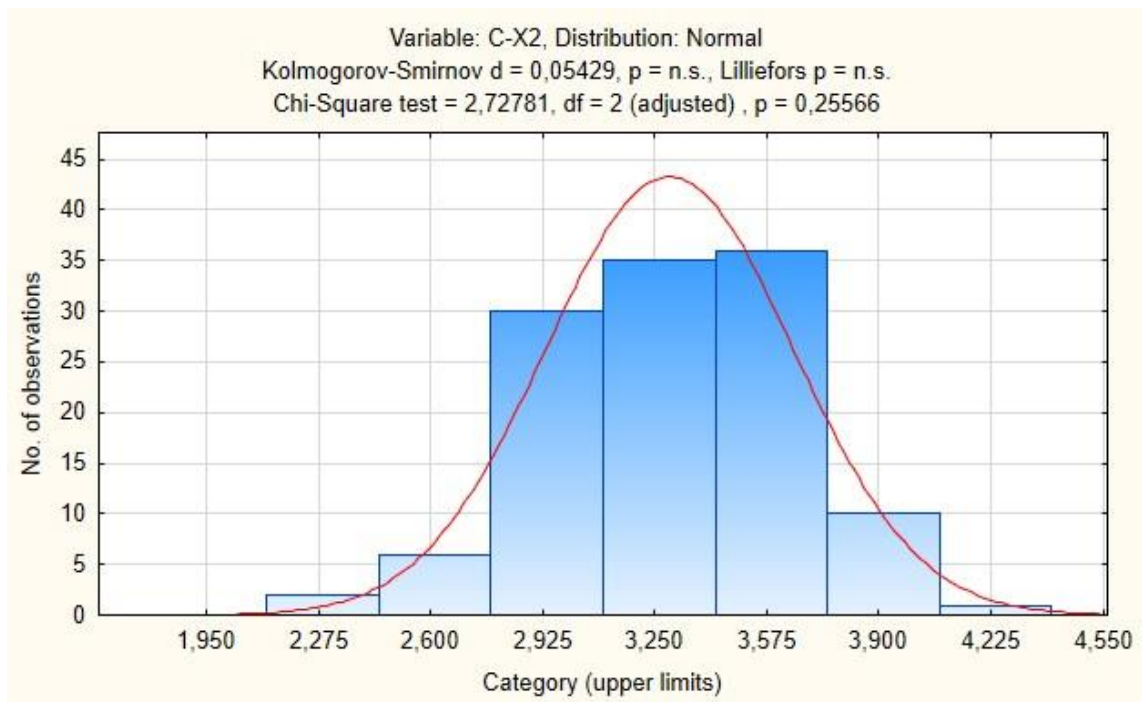
### Anexo E.3: Produto A, Característica $X_4$



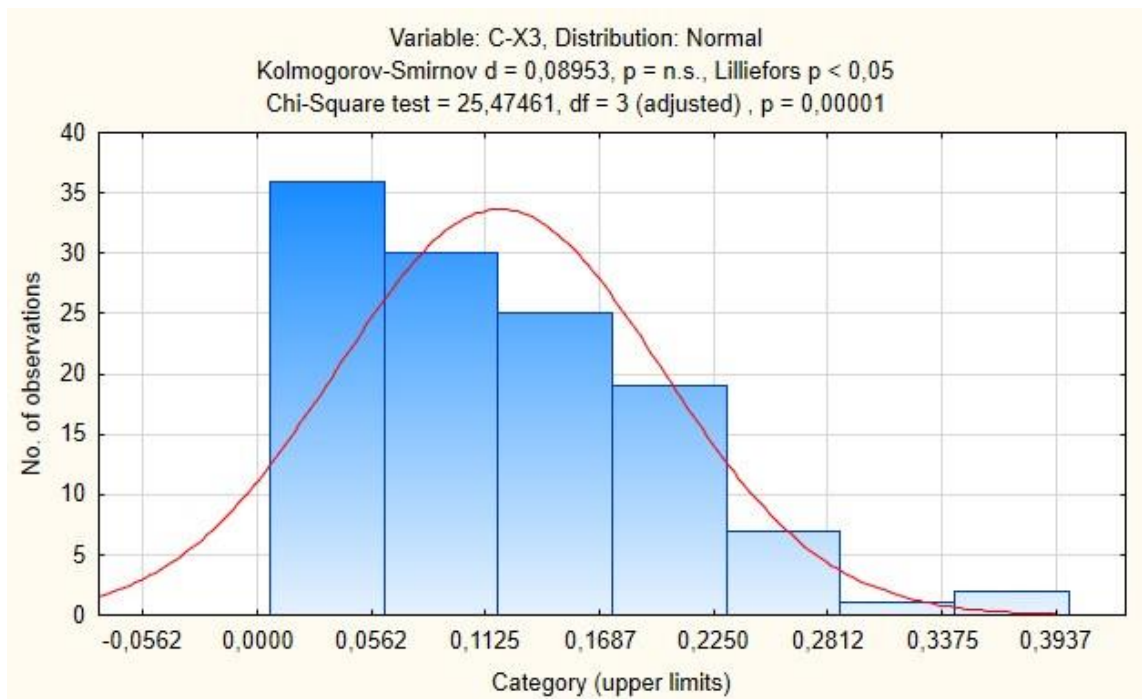
### Anexo E.4: Produto C, Característica $X_1$



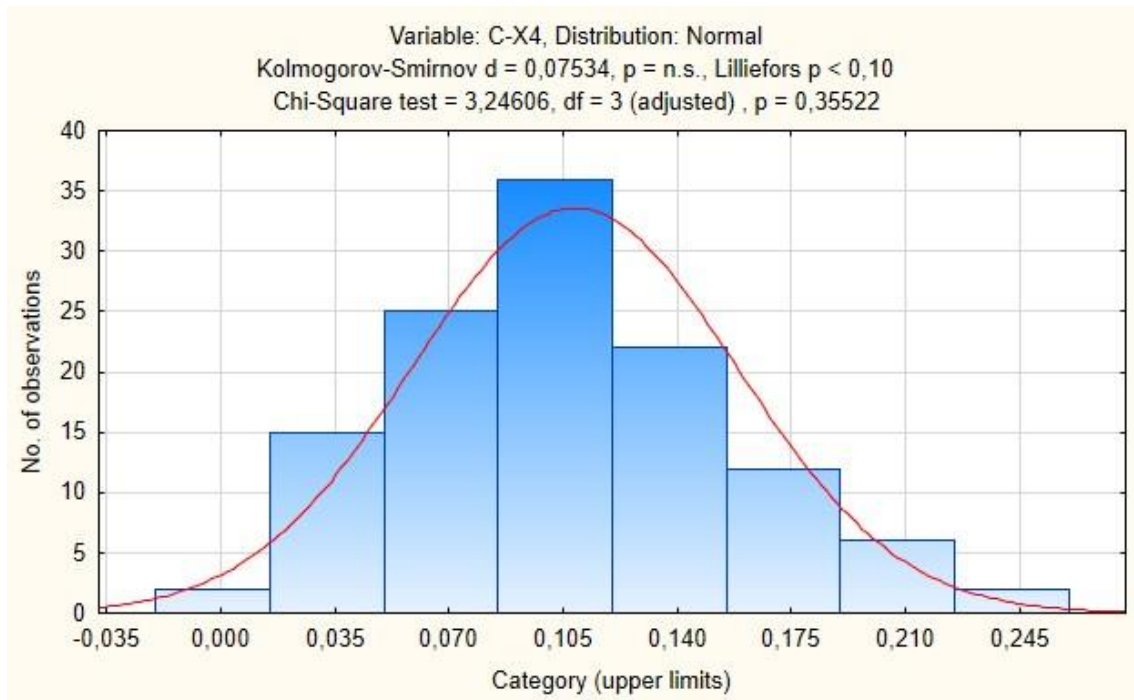
### Anexo E.5: Produto C, Característica $X_2$



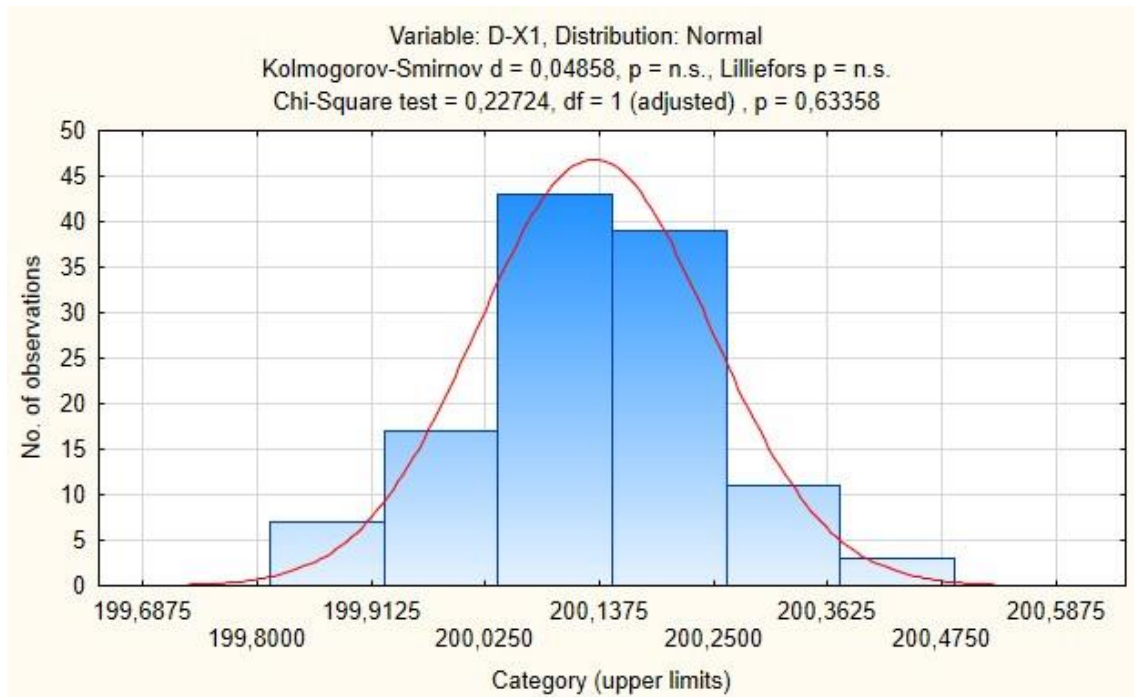
### Anexo E.6: Produto C, Característica $X_3$



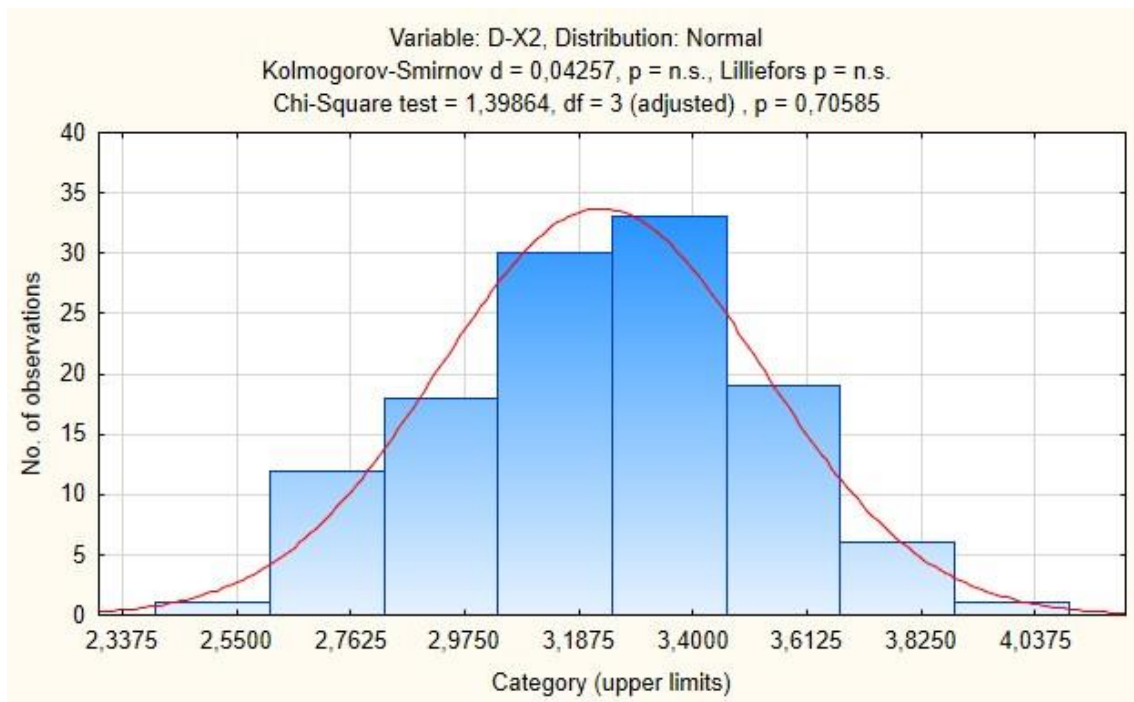
### Anexo E.7: Produto C, Característica $X_4$



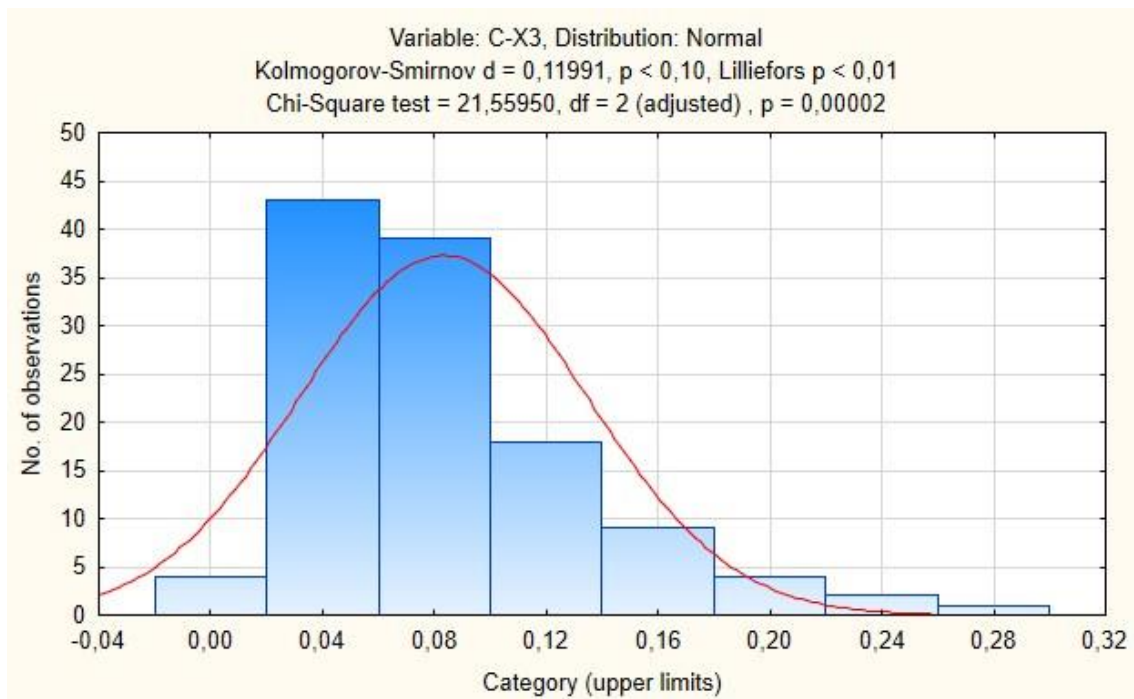
### Anexo E.8: Produto D, Característica $X_1$



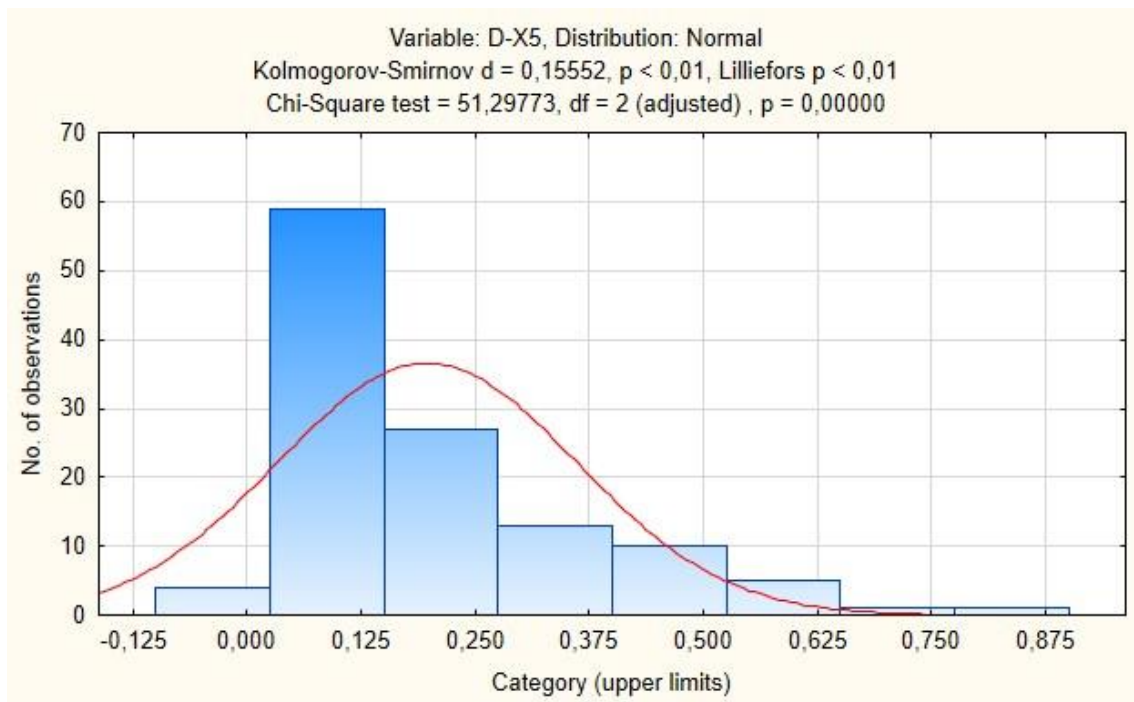
### Anexo E.9: Produto D, Característica $X_2$



### Anexo E.10: Produto D, Característica $X_3$



Anexo E.11: Produto D, Característica  $X_5$



## Anexo F: Transformação de Johnson: Produto A, Característica X<sub>4</sub>

$s =$	3
$z =$	0,524
$N =$	120

$q_1 =$	0,058
$q_2 =$	0,3
$q_3 =$	0,7
$q_4 =$	0,942

$i =$	$N * q_i + 1/2$
$i =$	7,46
$i =$	36,5
$i =$	84,5
$i =$	113,54

$X_{7,46} =$	0,030
$X_{36,5} =$	0,070
$X_{84,5} =$	0,120
$X_{113,54} =$	0,160

$m =$	0,040
$n =$	0,040
$p =$	0,050
$\eta =$	1,059
$\gamma =$	0,000
$\lambda =$	0,206
$\varepsilon =$	-0,008

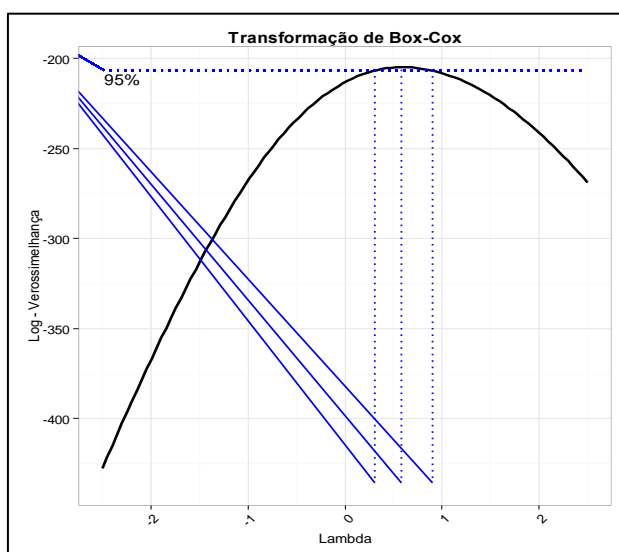
**QR = 0,40** --> **S<sub>B</sub>** X: [-0,008 ; 0,198 ]

Amostra Real	Dados Originais					Dados Transformados				
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
1	0,09	0,060	0,08	0,070	0,05	-0,103	-0,749	-0,310	-0,524	-0,991
2	0,06	0,090	0,11	0,100	0,13	-0,749	-0,103	0,310	0,103	0,749
3	0,07	0,100	0,11	0,140	0,09	-0,524	0,103	0,310	0,991	-0,103
4	0,1	0,130	0,08	0,110	0,09	0,103	0,749	-0,310	0,310	-0,103
5	0,06	0,070	0,14	0,150	0,12	-0,749	-0,524	0,991	1,260	0,524
6	0,1	0,100	0,08	0,160	0,2	0,103	0,103	-0,310	1,572	Não pertence ao domínio
7	0,08	0,260	0,07	0,130	0,12	-0,310	Não pertence ao domínio	-0,524	0,749	0,524
8	0,08	0,140	0,02	0,150	0,05	-0,310	0,991	-1,956	1,260	-0,991
9	0,13	0,020	0,16	0,100	0,02	0,749	-1,956	1,572	0,103	-1,956
10	0,19	0,050	0,12	0,100	0,13	3,387	-0,991	0,524	0,103	0,749
11	0,05	0,090	0,03	0,040	0,03	-0,991	-0,103	-1,572	-1,260	-1,572
12	0,13	0,110	0,15	0,090	0,02	0,749	0,310	1,260	-0,103	-1,956
13	0,16	0,090	0,15	0,090	0,07	1,572	-0,103	1,260	-0,103	-0,524
14	0,13	0,120	0,05	0,070	0,02	0,749	0,524	-0,991	-0,524	-1,956
15	0,16	0,090	0,03	0,060	0,15	1,572	-0,103	-1,572	-0,749	1,260
16	0,05	0,070	0,05	0,130	0,12	-0,991	-0,524	-0,991	0,749	0,524
17	0,07	0,060	0,02	0,050	0,05	-0,524	-0,749	-1,956	-0,991	-0,991
18	0,11	0,090	0,07	0,070	0,15	0,310	-0,103	-0,524	-0,524	1,260
19	0,12	0,110	0,05	0,050	0,13	0,524	0,310	-0,991	-0,991	0,749
20	0,13	0,050	0,07	0,140	0,09	0,749	-0,991	-0,524	0,991	-0,103
21	0,17	0,100	0,09	0,140	0,14	1,956	0,103	-0,103	0,991	0,991
22	0,16	0,060	0,07	0,040	0,1	1,572	-0,749	-0,524	-1,260	0,103
23	0,13	0,050	0,09	0,060	0,12	0,749	-0,991	-0,103	-0,749	0,524
24	0,06	0,170	0,1	0,160	0,08	-0,749	1,956	0,103	1,572	-0,310

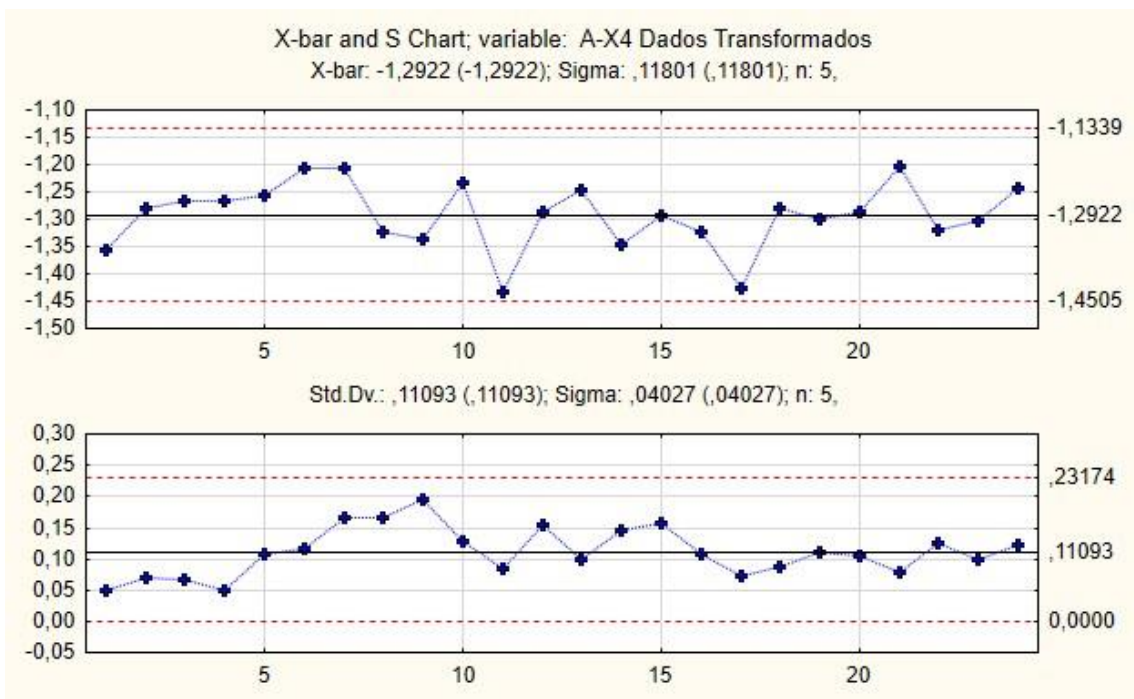
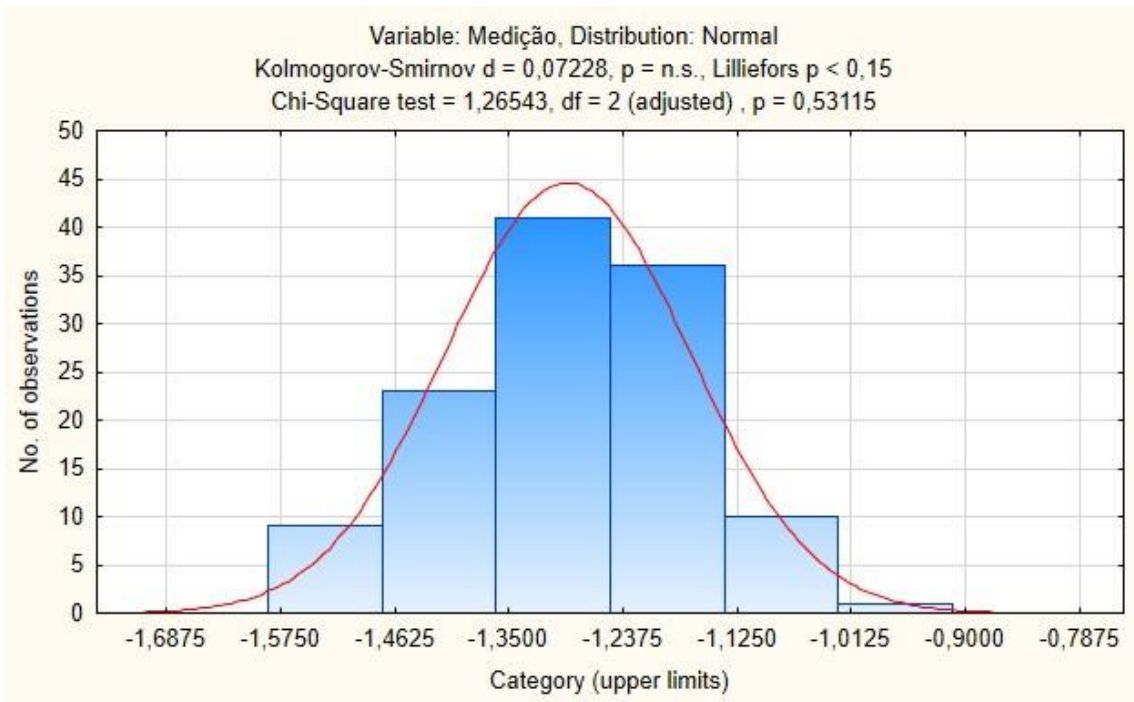
# Anexo G: Transformação de Box e Cox e Cartas Revistas

## Anexo G.1: Produto A, Característica X<sub>4</sub>

Amostra Real	Dados Originais					Dados Transformados				
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
1	0,09	0,060	0,08	0,070	0,05	-1,297	-1,386	-1,325	-1,354	-1,420
2	0,06	0,090	0,11	0,100	0,13	-1,386	-1,297	-1,244	-1,270	-1,195
3	0,07	0,100	0,11	0,140	0,09	-1,354	-1,270	-1,244	-1,172	-1,297
4	0,1	0,130	0,08	0,110	0,09	-1,270	-1,195	-1,325	-1,244	-1,297
5	0,06	0,070	0,14	0,150	0,12	-1,386	-1,354	-1,172	-1,150	-1,219
6	0,1	0,100	0,08	0,160	0,2	-1,270	-1,270	-1,325	-1,128	-1,046
7	0,08	0,260	0,07	0,130	0,12	-1,325	-0,934	-1,354	-1,195	-1,219
8	0,08	0,140	0,02	0,150	0,05	-1,325	-1,172	-1,544	-1,150	-1,420
9	0,13	0,020	0,16	0,100	0,02	-1,195	-1,544	-1,128	-1,270	-1,544
10	0,19	0,050	0,12	0,100	0,13	-1,066	-1,420	-1,219	-1,270	-1,195
11	0,05	0,090	0,03	0,040	0,03	-1,420	-1,297	-1,497	-1,456	-1,497
12	0,13	0,110	0,15	0,090	0,02	-1,195	-1,244	-1,150	-1,297	-1,544
13	0,16	0,090	0,15	0,090	0,07	-1,128	-1,297	-1,150	-1,297	-1,354
14	0,13	0,120	0,05	0,070	0,02	-1,195	-1,219	-1,420	-1,354	-1,544
15	0,16	0,090	0,03	0,060	0,15	-1,128	-1,297	-1,497	-1,386	-1,150
16	0,05	0,070	0,05	0,130	0,12	-1,420	-1,354	-1,420	-1,195	-1,219
17	0,07	0,060	0,02	0,050	0,05	-1,354	-1,386	-1,544	-1,420	-1,420
18	0,11	0,090	0,07	0,070	0,15	-1,244	-1,297	-1,354	-1,354	-1,150
19	0,12	0,110	0,05	0,050	0,13	-1,219	-1,244	-1,420	-1,420	-1,195
20	0,13	0,050	0,07	0,140	0,09	-1,195	-1,420	-1,354	-1,172	-1,297
21	0,17	0,100	0,09	0,140	0,14	-1,107	-1,270	-1,297	-1,172	-1,172
22	0,16	0,060	0,07	0,040	0,1	-1,128	-1,386	-1,354	-1,456	-1,270
23	0,13	0,050	0,09	0,060	0,12	-1,195	-1,420	-1,297	-1,386	-1,219
24	0,06	0,170	0,1	0,160	0,08	-1,386	-1,107	-1,270	-1,128	-1,325

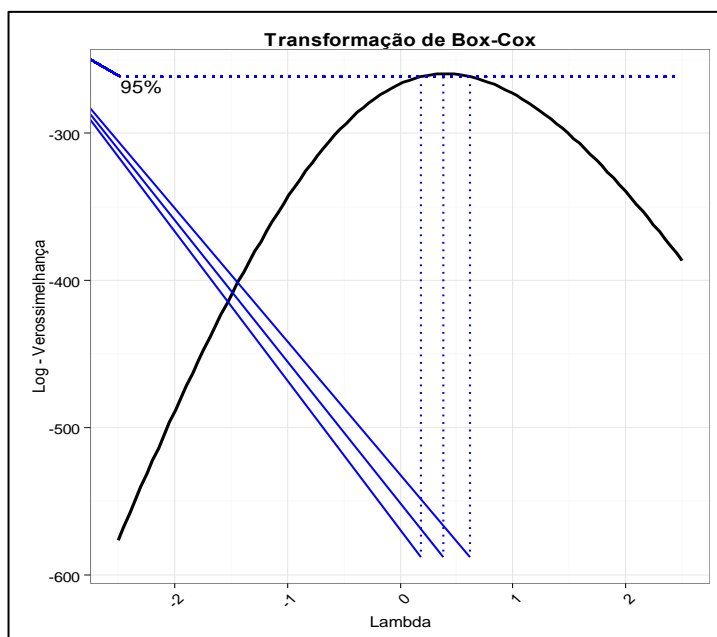


Resultados	
Lambda	0,581
P-Valor (Anderson-Darling)	0,079

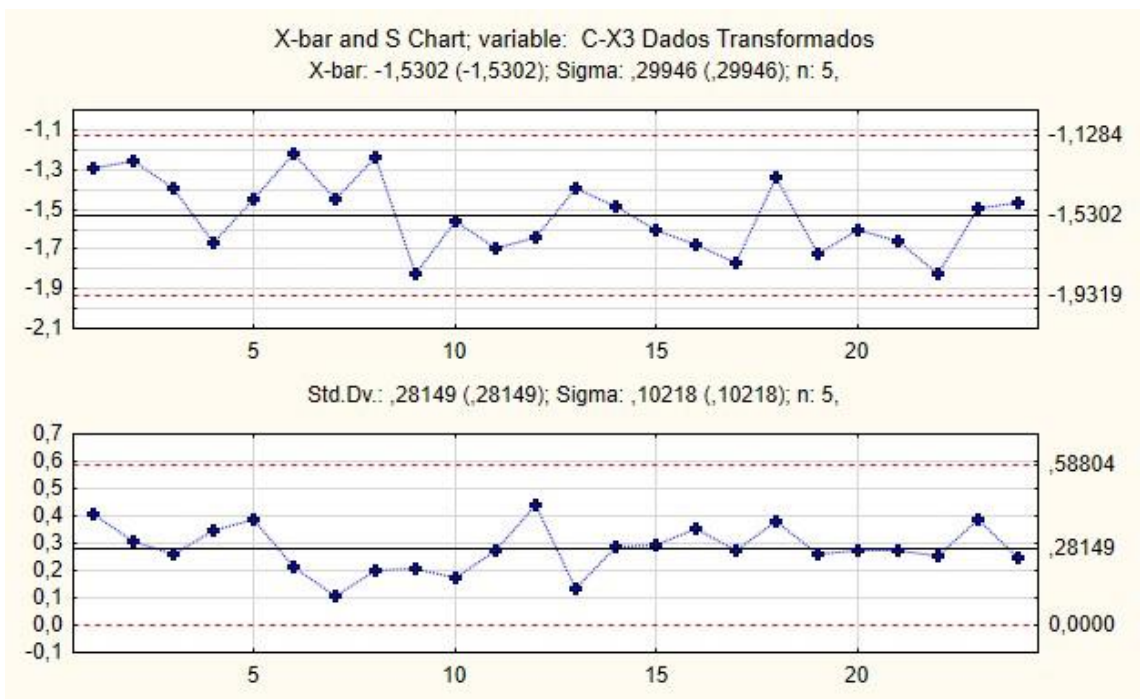
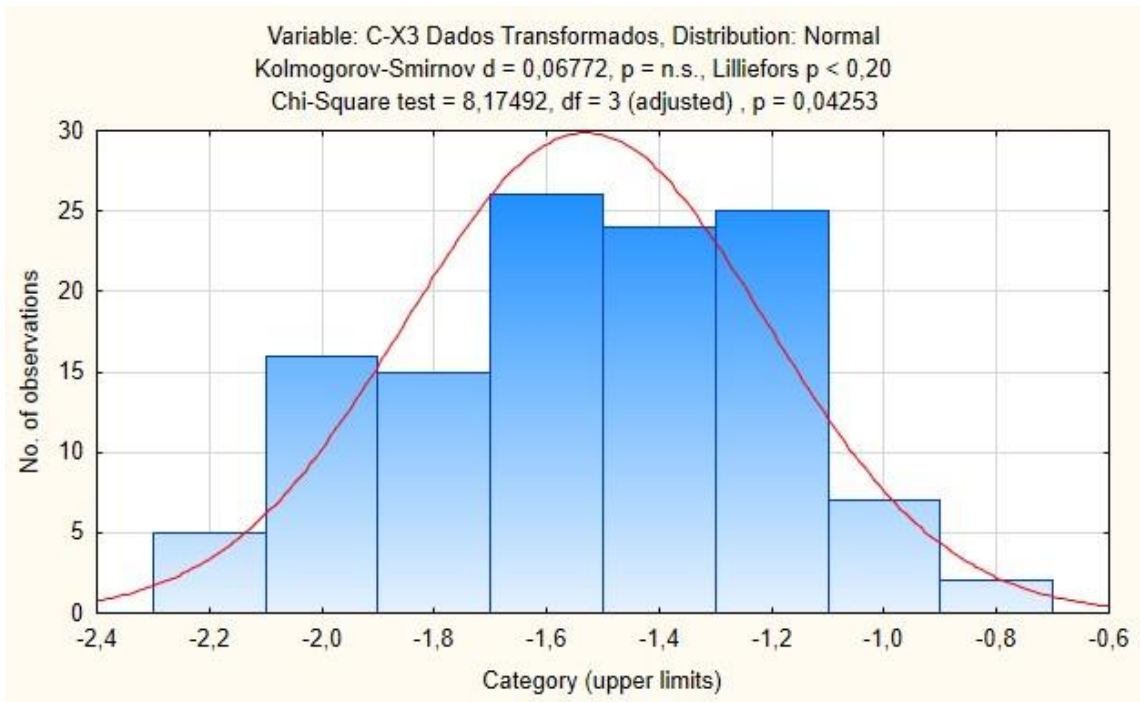


Anexo G.2: Produto C, Característica X<sub>3</sub>

Amostra Real	Dados Originais					Dados Transformados				
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
1	0,26	0,200	0,17	0,026	0,321	-1,055	-1,205	-1,291	-1,977	-0,923
2	0,21	0,220	0,122	0,358	0,073	-1,178	-1,152	-1,450	-0,851	-1,660
3	0,183	0,057	0,212	0,089	0,207	-1,253	-1,748	-1,173	-1,584	-1,186
4	0,122	0,051	0,208	0,027	0,027	-1,450	-1,785	-1,184	-1,968	-1,968
5	0,241	0,125	0,023	0,249	0,082	-1,100	-1,439	-2,008	-1,081	-1,616
6	0,23	0,220	0,091	0,280	0,19	-1,127	-1,152	-1,575	-1,010	-1,233
7	0,083	0,126	0,136	0,118	0,162	-1,612	-1,435	-1,400	-1,465	-1,315
8	0,279	0,142	0,19	0,111	0,256	-1,012	-1,380	-1,233	-1,492	-1,064
9	0,025	0,106	0,035	0,023	0,06	-1,987	-1,512	-1,898	-2,008	-1,731
10	0,089	0,125	0,045	0,147	0,089	-1,584	-1,439	-1,824	-1,363	-1,584
11	0,08	0,013	0,055	0,135	0,099	-1,626	-2,130	-1,760	-1,404	-1,541
12	0,123	0,192	0,168	0,017	0,012	-1,446	-1,227	-1,297	-2,076	-2,146
13	0,125	0,101	0,117	0,156	0,204	-1,439	-1,532	-1,469	-1,334	-1,194
14	0,281	0,101	0,051	0,094	0,104	-1,008	-1,532	-1,785	-1,562	-1,520
15	0,173	0,135	0,023	0,052	0,094	-1,282	-1,404	-2,008	-1,779	-1,562
16	0,051	0,049	0,151	0,167	0,012	-1,785	-1,798	-1,350	-1,300	-2,146
17	0,082	0,137	0,022	0,053	0,019	-1,616	-1,397	-2,018	-1,772	-2,052
18	0,354	0,221	0,185	0,046	0,081	-0,859	-1,150	-1,247	-1,818	-1,621
19	0,131	0,070	0,098	0,028	0,021	-1,418	-1,676	-1,545	-1,959	-2,029
20	0,031	0,170	0,053	0,070	0,145	-1,932	-1,291	-1,772	-1,676	-1,370
21	0,077	0,053	0,106	0,019	0,158	-1,640	-1,772	-1,512	-2,052	-1,328
22	0,027	0,100	0,013	0,090	0,034	-1,968	-1,536	-2,130	-1,580	-1,907
23	0,186	0,147	0,014	0,225	0,084	-1,244	-1,363	-2,116	-1,140	-1,607
24	0,11	0,190	0,199	0,073	0,056	-1,496	-1,233	-1,208	-1,660	-1,754

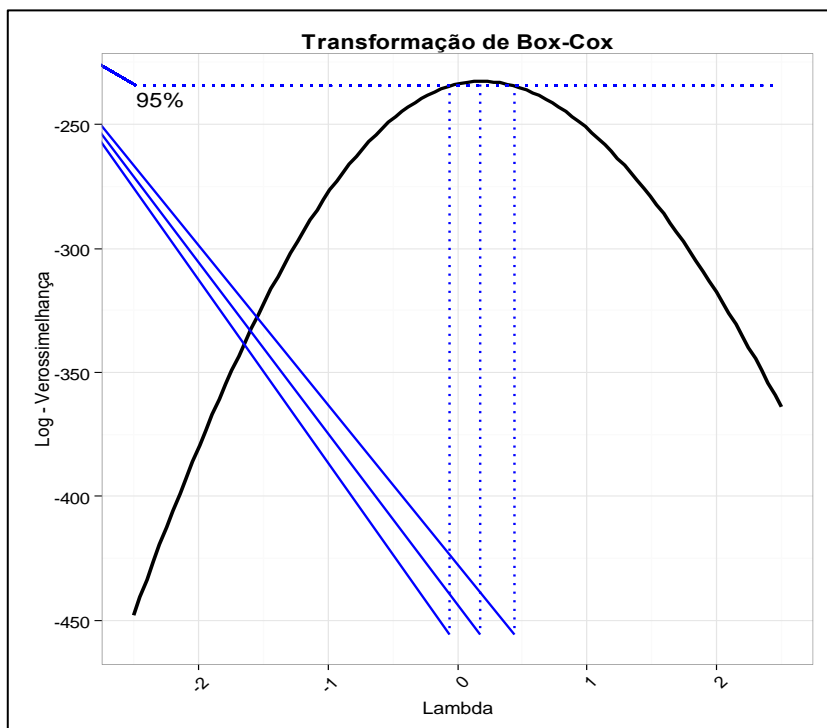


Resultados	
Lambda	0,379
P-Valor (Anderson-Darling)	0,078



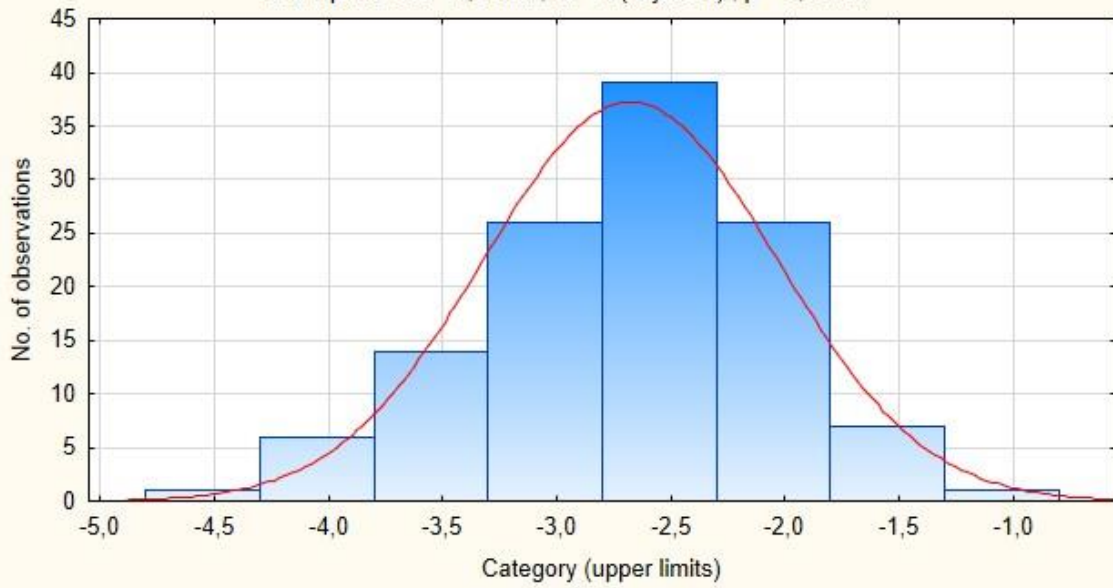
Anexo G.3: Produto D, Característica X<sub>3</sub>

Amostra Real	Dados Originais					Dados Transformados				
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
1	0,02	0,131	0,048	0,107	0,079	-3,912	-2,033	-3,037	-2,235	-2,538
2	0,086	0,030	0,077	0,026	0,057	-2,453	-3,507	-2,564	-3,650	-2,865
3	0,092	0,112	0,04	0,061	0,032	-2,386	-2,189	-3,219	-2,797	-3,442
4	0,048	0,084	0,082	0,058	0,273	-3,037	-2,477	-2,501	-2,847	-1,298
5	0,024	0,040	0,032	0,100	0,067	-3,730	-3,219	-3,442	-2,303	-2,703
6	0,024	0,057	0,035	0,019	0,09	-3,730	-2,865	-3,352	-3,963	-2,408
7	0,021	0,038	0,066	0,092	0,038	-3,863	-3,270	-2,718	-2,386	-3,270
8	0,042	0,068	0,051	0,029	0,099	-3,170	-2,688	-2,976	-3,540	-2,313
11	0,076	0,114	0,124	0,104	0,12	-2,577	-2,172	-2,087	-2,263	-2,120
12	0,039	0,054	0,068	0,110	0,123	-3,244	-2,919	-2,688	-2,207	-2,096
13	0,076	0,128	0,067	0,134	0,012	-2,577	-2,056	-2,703	-2,010	-4,423
14	0,053	0,022	0,098	0,141	0,157	-2,937	-3,817	-2,323	-1,959	-1,852
15	0,156	0,194	0,05	0,072	0,049	-1,858	-1,640	-2,996	-2,631	-3,016
16	0,127	0,220	0,066	0,066	0,078	-2,064	-1,514	-2,718	-2,718	-2,551
18	0,248	0,100	0,072	0,063	0,056	-1,394	-2,303	-2,631	-2,765	-2,882
19	0,026	0,150	0,099	0,148	0,072	-3,650	-1,897	-2,313	-1,911	-2,631
20	0,131	0,184	0,103	0,036	0,058	-2,033	-1,693	-2,273	-3,324	-2,847
21	0,118	0,185	0,087	0,021	0,027	-2,137	-1,687	-2,442	-3,863	-3,612
22	0,056	0,149	0,052	0,128	0,051	-2,882	-1,904	-2,957	-2,056	-2,976
23	0,084	0,025	0,061	0,053	0,038	-2,477	-3,689	-2,797	-2,937	-3,270
24	0,096	0,066	0,07	0,052	0,099	-2,343	-2,718	-2,659	-2,957	-2,313
25	0,128	0,164	0,221	0,035	0,014	-2,056	-1,808	-1,510	-3,352	-4,269
26	0,065	0,143	0,07	0,076	0,18	-2,733	-1,945	-2,659	-2,577	-1,715
27	0,119	0,055	0,094	0,051	0,036	-2,129	-2,900	-2,364	-2,976	-3,324

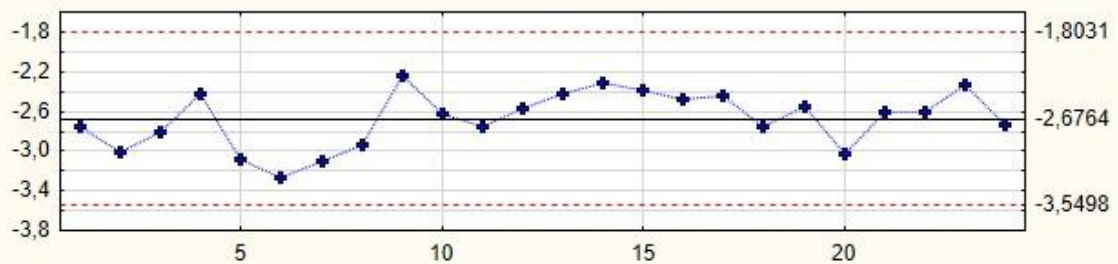


Resultados	
Lambda	0,000
P-Valor (Anderson-Darling)	0,377

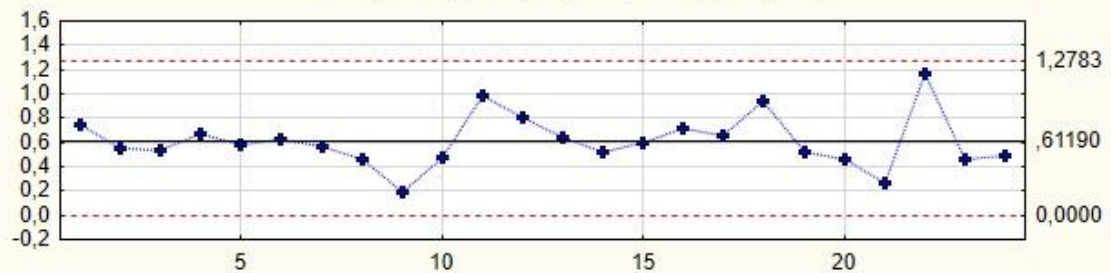
Variable: D-X3 Dados Transformados, Distribution: Normal  
 Kolmogorov-Smirnov d = 0,05439, p = n.s., Lilliefors p = n.s.  
 Chi-Square test = 2,05867, df = 2 (adjusted), p = 0,35724



X-bar and S Chart; variable: D-X3 Dados Transformados  
 X-bar: -2,6764 (-2,6764); Sigma: ,65096 (,65096); n: 5,

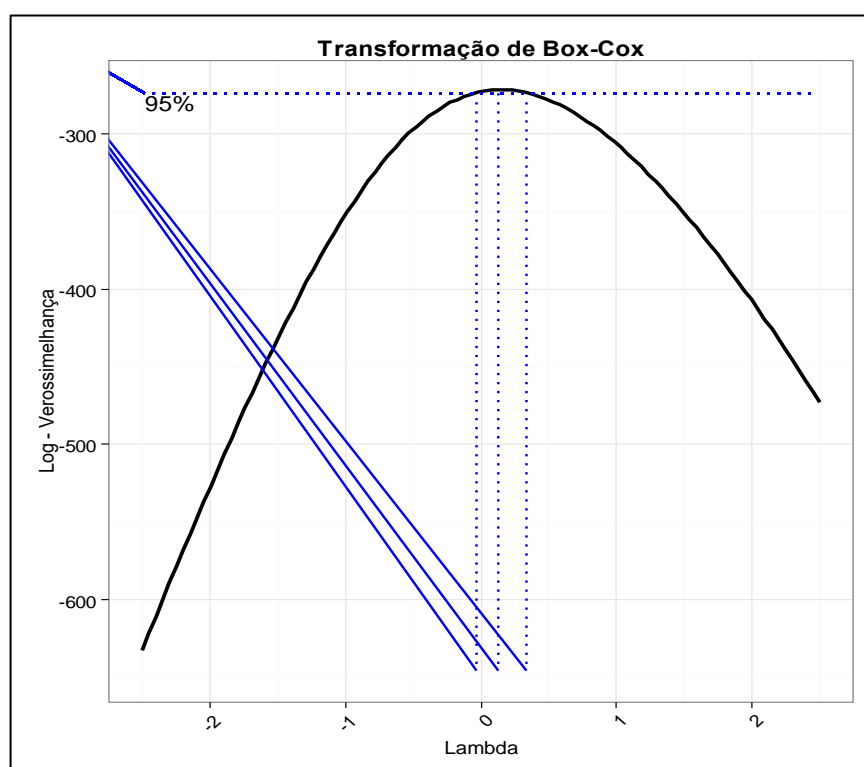


Std.Dv.: ,61190 (,61190); Sigma: ,22212 (,22212); n: 5,

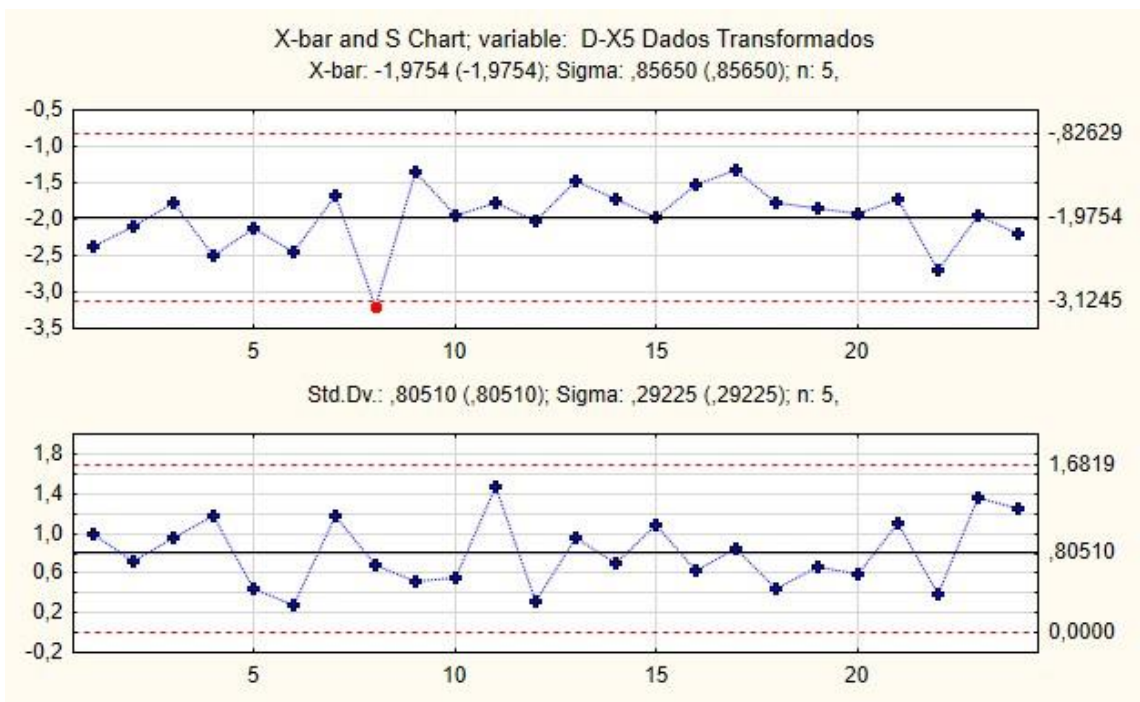
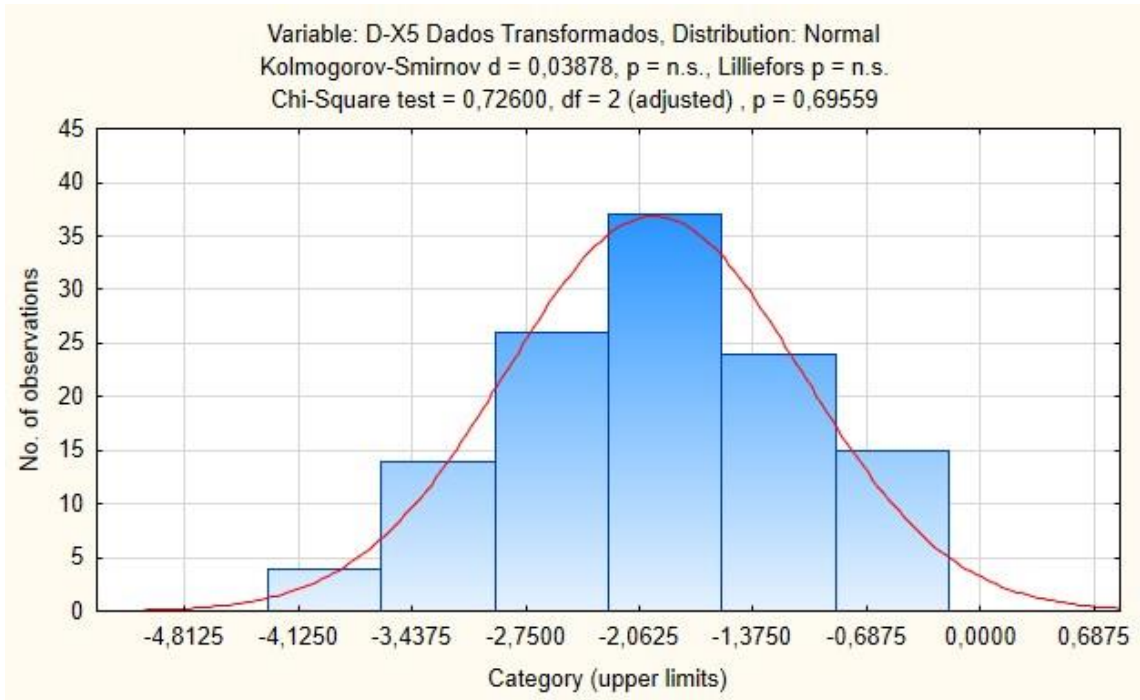


### Anexo G.3: Produto D, Característica X<sub>5</sub>

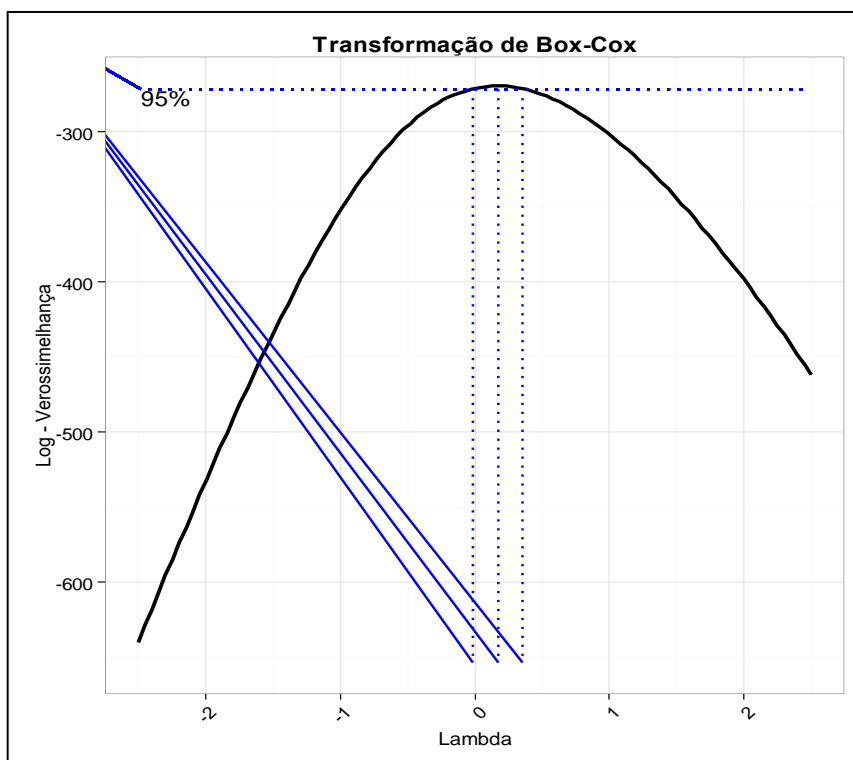
Amostra Real	Dados Originais					Dados Transformados				
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
1	0,4355	0,135	0,059	0,063	0,034	-0,831	-2,002	-2,830	-2,773	-3,381
2	0,259	0,243	0,048	0,089	0,098	-1,351	-1,417	-3,037	-2,419	-2,323
3	0,1145	0,318	0,0385	0,271	0,389	-2,167	-1,146	-3,257	-1,306	-0,944
4	0,015	0,233	0,0415	0,209	0,1245	-4,200	-1,457	-3,182	-1,568	-2,083
5	0,134	0,204	0,0825	0,155	0,07	-2,010	-1,592	-2,495	-1,868	-2,659
6	0,0855	0,087	0,055	0,107	0,1125	-2,459	-2,448	-2,900	-2,235	-2,185
7	0,0775	0,037	0,41	0,345	0,566	-2,557	-3,297	-0,892	-1,064	-0,569
8	0,0425	0,040	0,0175	0,117	0,0315	-3,158	-3,231	-4,046	-2,150	-3,458
11	0,116	0,239	0,281	0,489	0,308	-2,154	-1,431	-1,269	-0,715	-1,178
12	0,1575	0,089	0,3625	0,106	0,113	-1,848	-2,419	-1,015	-2,249	-2,180
13	0,408	0,227	0,014	0,183	0,5735	-0,896	-1,483	-4,269	-1,701	-0,556
14	0,1835	0,101	0,1165	0,102	0,192	-1,696	-2,293	-2,150	-2,288	-1,650
15	0,064	0,165	0,4965	0,171	0,7135	-2,749	-1,802	-0,700	-1,766	-0,338
16	0,445	0,245	0,065	0,148	0,1845	-0,810	-1,406	-2,733	-1,911	-1,690
17	0,0935	0,435	0,0615	0,440	0,0445	-2,370	-0,832	-2,789	-0,821	-3,112
18	0,1395	0,114	0,2515	0,206	0,569	-1,970	-2,172	-1,380	-1,580	-0,564
19	0,2985	0,448	0,781	0,093	0,147	-1,209	-0,804	-0,247	-2,375	-1,917
20	0,1395	0,094	0,1685	0,314	0,195	-1,970	-2,364	-1,781	-1,160	-1,635
21	0,143	0,063	0,395	0,148	0,179	-1,945	-2,765	-0,929	-1,914	-1,720
22	0,1035	0,154	0,066	0,314	0,1935	-2,268	-1,874	-2,718	-1,158	-1,642
23	0,153	0,307	0,4485	0,292	0,028	-1,877	-1,183	-0,802	-1,233	-3,576
24	0,0985	0,048	0,0775	0,094	0,0415	-2,318	-3,037	-2,557	-2,364	-3,182
25	0,6335	0,016	0,1885	0,232	0,1375	-0,456	-4,135	-1,669	-1,463	-1,984
26	0,3295	0,042	0,041	0,573	0,0555	-1,110	-3,182	-3,194	-0,558	-2,891



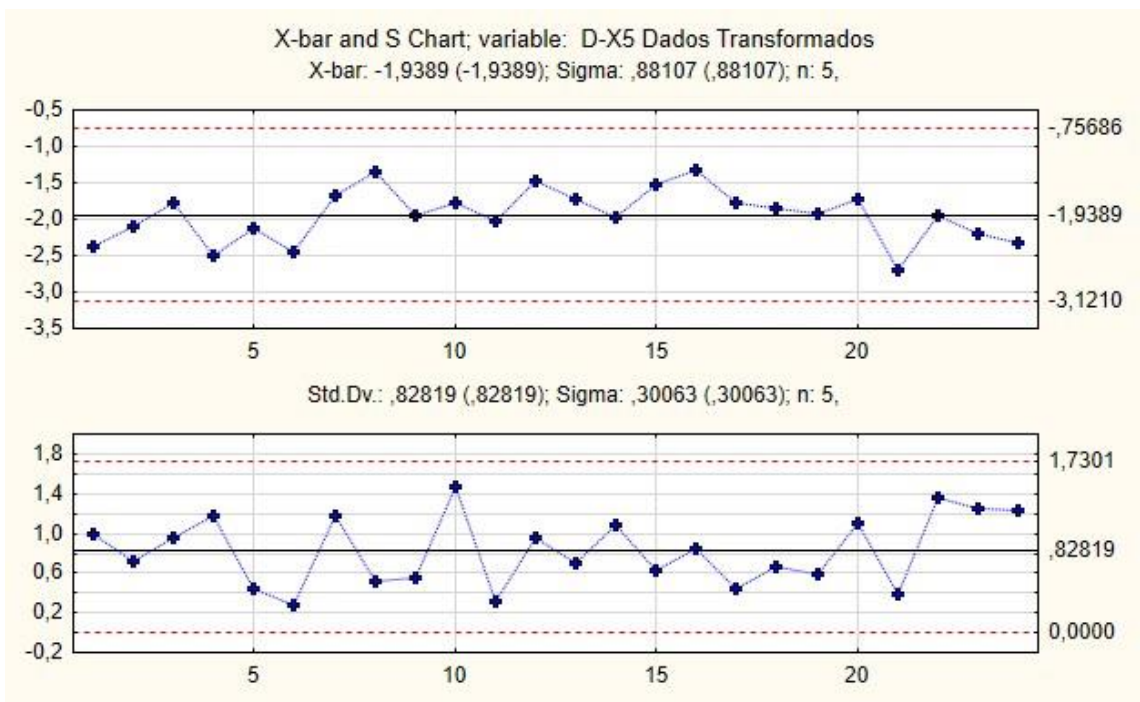
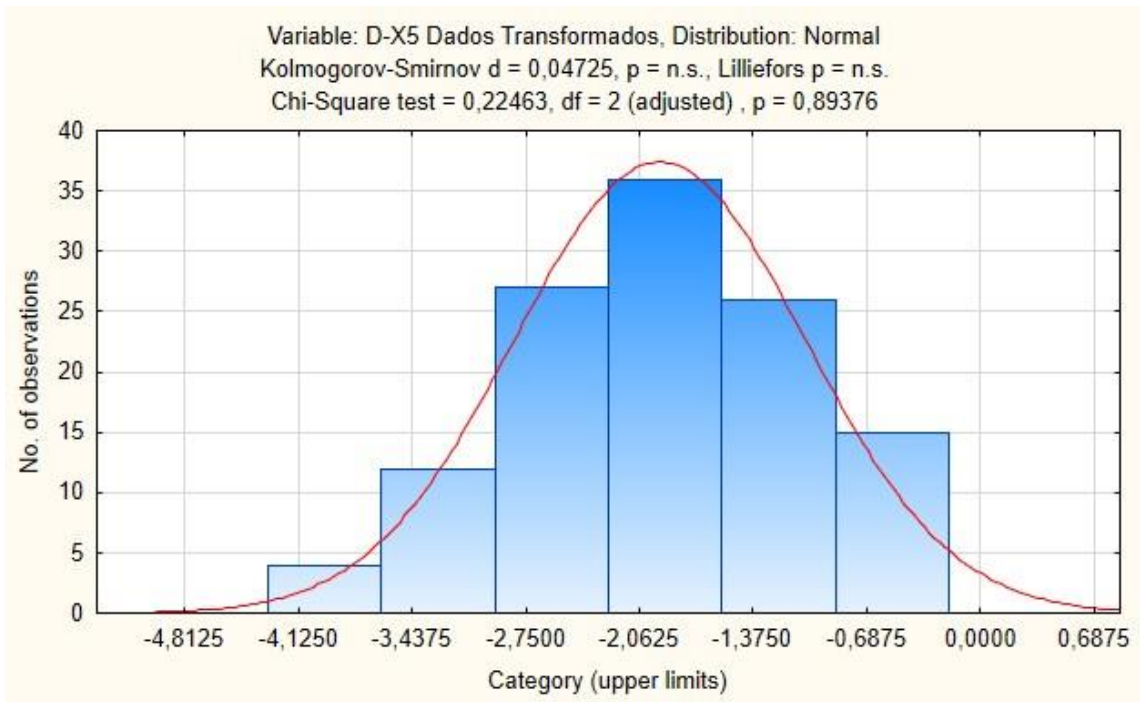
Resultados	
Lambda	0,000
P-Valor (Anderson-Darling)	0,433



Amostra Real	Dados Originais					Dados Transformados				
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
1	0,4355	0,135	0,059	0,063	0,034	-0,831	-2,002	-2,830	-2,773	-3,381
2	0,259	0,243	0,048	0,089	0,098	-1,351	-1,417	-3,037	-2,419	-2,323
3	0,1145	0,318	0,0385	0,271	0,389	-2,167	-1,146	-3,257	-1,306	-0,944
4	0,015	0,233	0,0415	0,209	0,1245	-4,200	-1,457	-3,182	-1,568	-2,083
5	0,134	0,204	0,0825	0,155	0,07	-2,010	-1,592	-2,495	-1,868	-2,659
6	0,0855	0,087	0,055	0,107	0,1125	-2,459	-2,448	-2,900	-2,235	-2,185
7	0,0775	0,037	0,41	0,345	0,566	-2,557	-3,297	-0,892	-1,064	-0,569
11	0,116	0,239	0,281	0,489	0,308	-2,154	-1,431	-1,269	-0,715	-1,178
12	0,1575	0,089	0,3625	0,106	0,113	-1,848	-2,419	-1,015	-2,249	-2,180
13	0,408	0,227	0,014	0,183	0,5735	-0,896	-1,483	-4,269	-1,701	-0,556
14	0,1835	0,101	0,1165	0,102	0,192	-1,696	-2,293	-2,150	-2,288	-1,650
15	0,064	0,165	0,4965	0,171	0,7135	-2,749	-1,802	-0,700	-1,766	-0,338
16	0,445	0,245	0,065	0,148	0,1845	-0,810	-1,406	-2,733	-1,911	-1,690
17	0,0935	0,435	0,0615	0,440	0,0445	-2,370	-0,832	-2,789	-0,821	-3,112
18	0,1395	0,114	0,2515	0,206	0,569	-1,970	-2,172	-1,380	-1,580	-0,564
19	0,2985	0,448	0,781	0,093	0,147	-1,209	-0,804	-0,247	-2,375	-1,917
20	0,1395	0,094	0,1685	0,314	0,195	-1,970	-2,364	-1,781	-1,160	-1,635
21	0,143	0,063	0,395	0,148	0,179	-1,945	-2,765	-0,929	-1,914	-1,720
22	0,1035	0,154	0,066	0,314	0,1935	-2,268	-1,874	-2,718	-1,158	-1,642
23	0,153	0,307	0,4485	0,292	0,028	-1,877	-1,183	-0,802	-1,233	-3,576
24	0,0985	0,048	0,0775	0,094	0,0415	-2,318	-3,037	-2,557	-2,364	-3,182
25	0,6335	0,016	0,1885	0,232	0,1375	-0,456	-4,135	-1,669	-1,463	-1,984
26	0,3295	0,042	0,041	0,573	0,0555	-1,110	-3,182	-3,194	-0,558	-2,891
27	0,046	0,020	0,0875	0,356	0,3075	-3,079	-3,937	-2,436	-1,034	-1,179

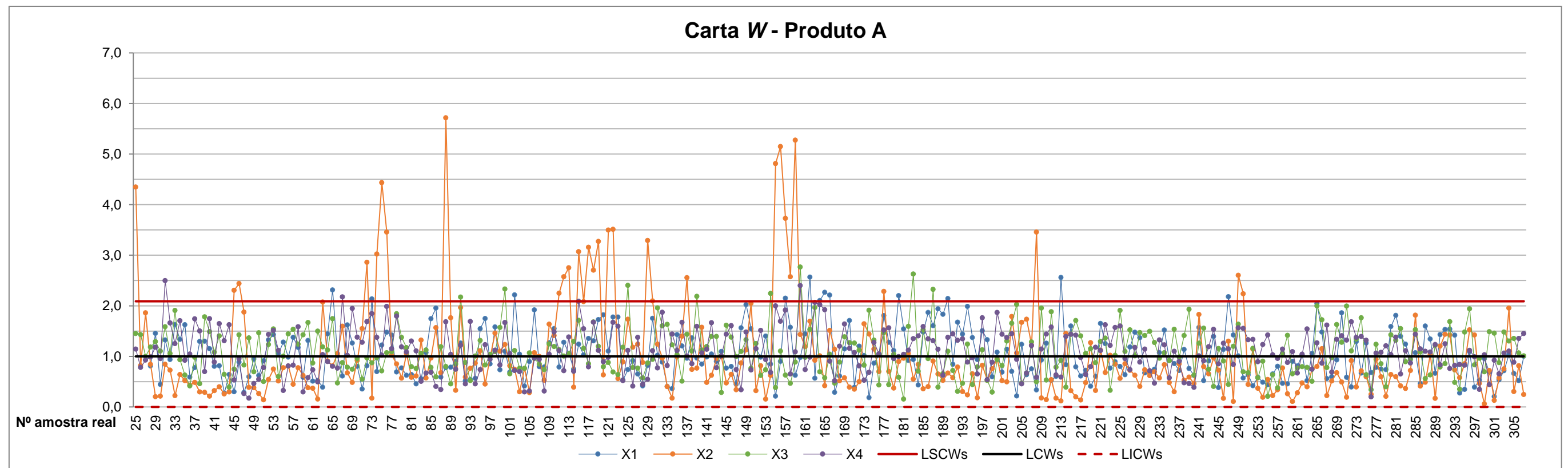
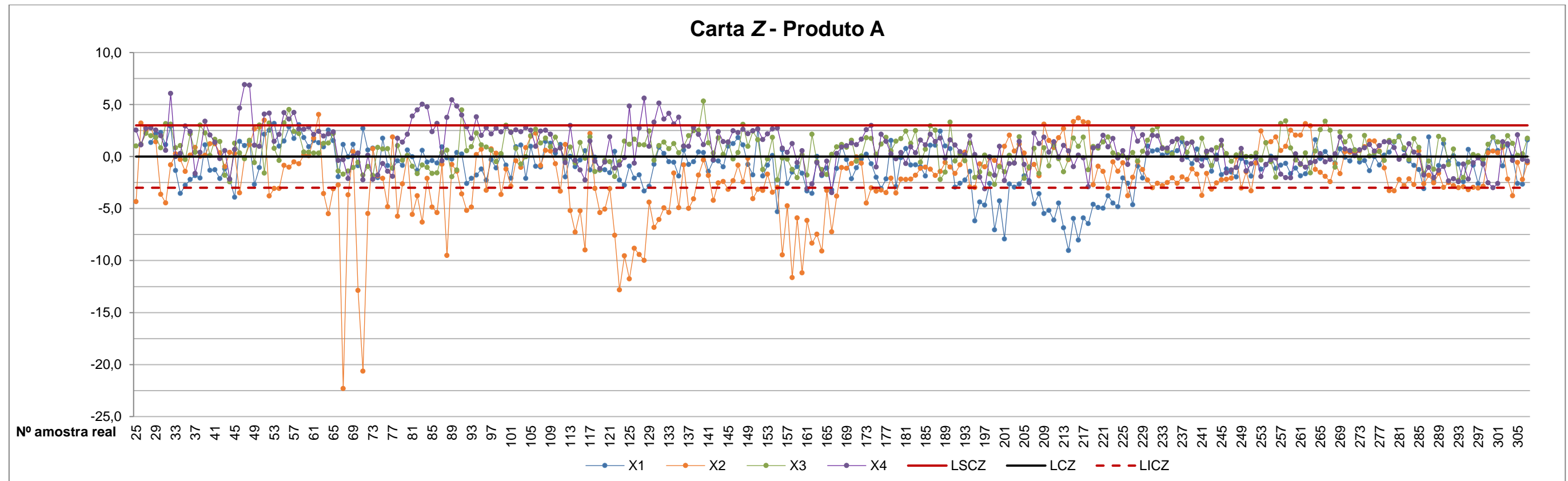


Resultados	
Lambda	0,000
P-Valor (Anderson-Darling)	0,392

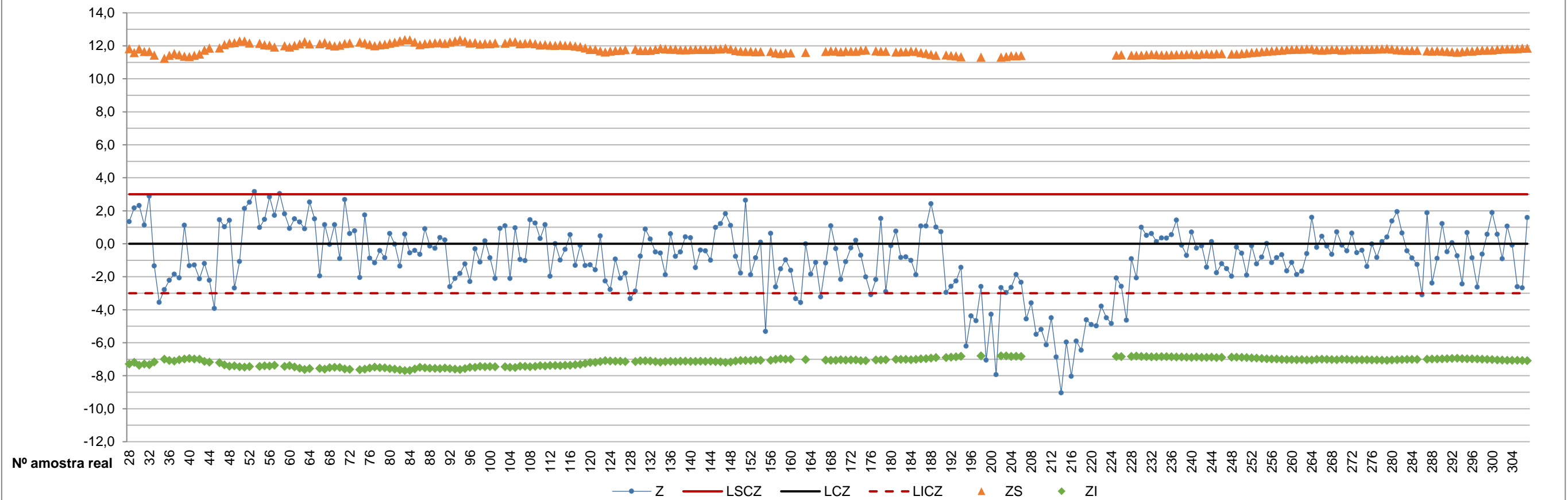


# Anexo H: Cartas Z e W

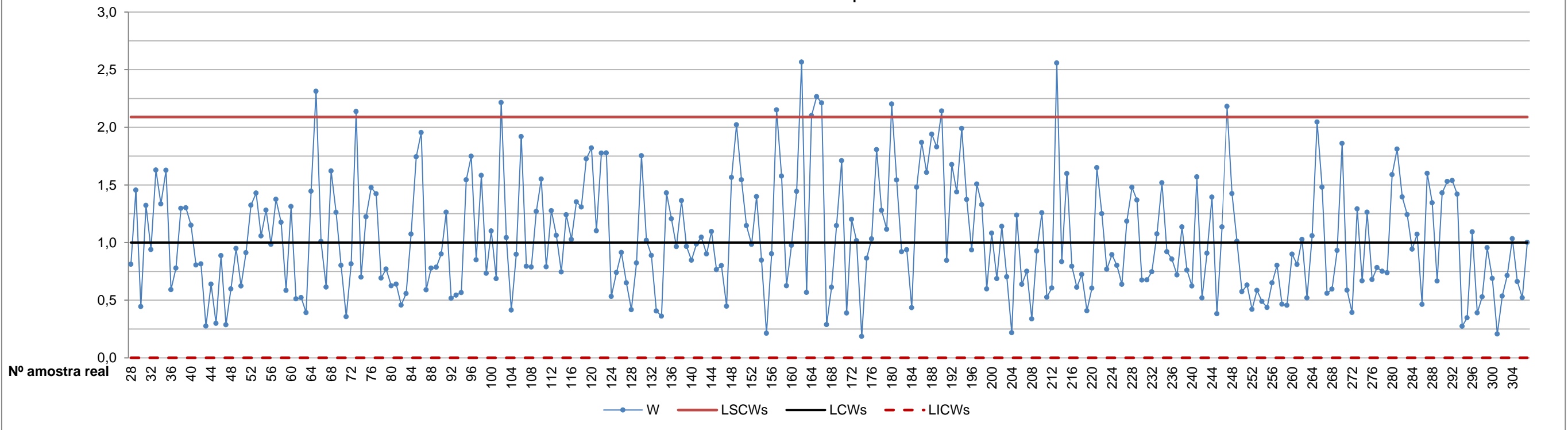
## Anexo H.1: Produto A



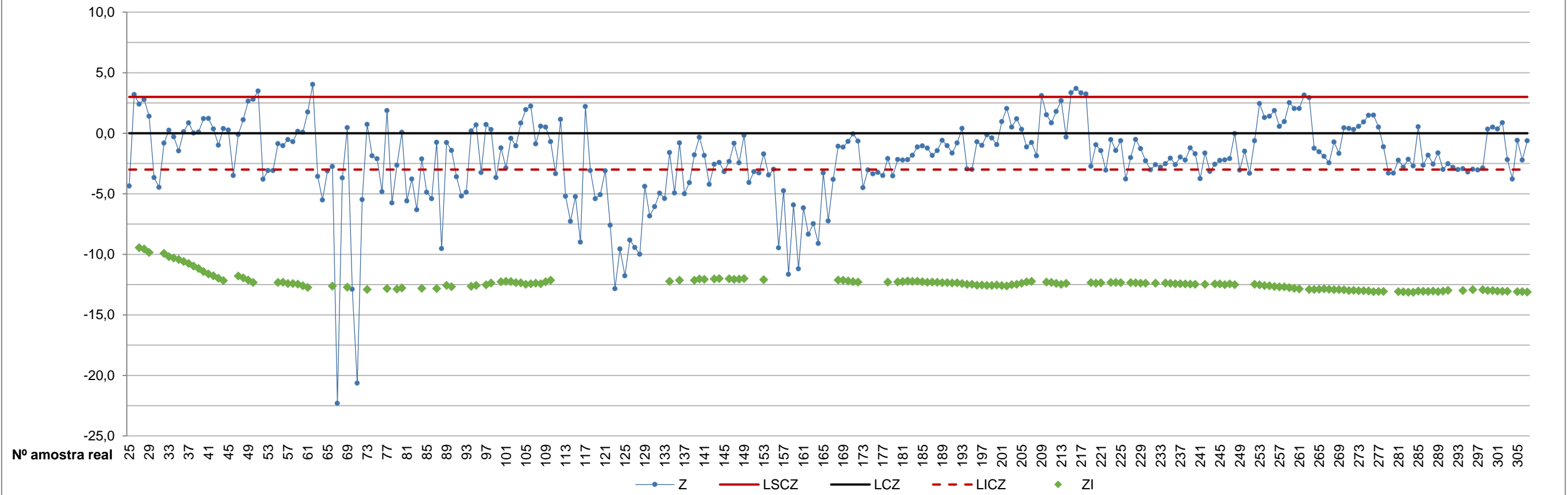
**Carta Z - Característica  $X_1$  - Produto A**



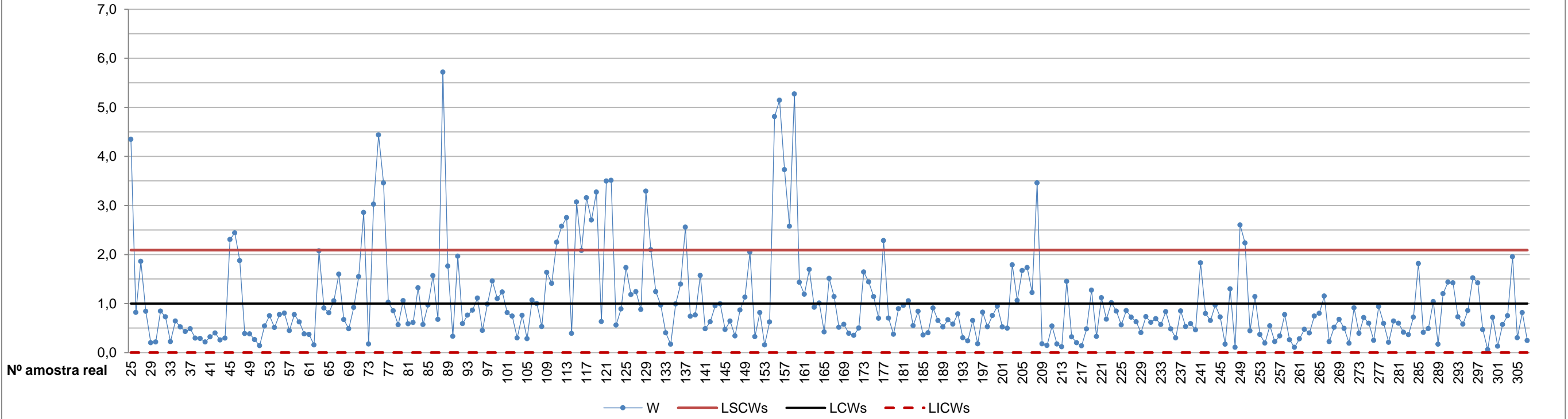
**Carta W - Característica  $X_1$  - Produto A**



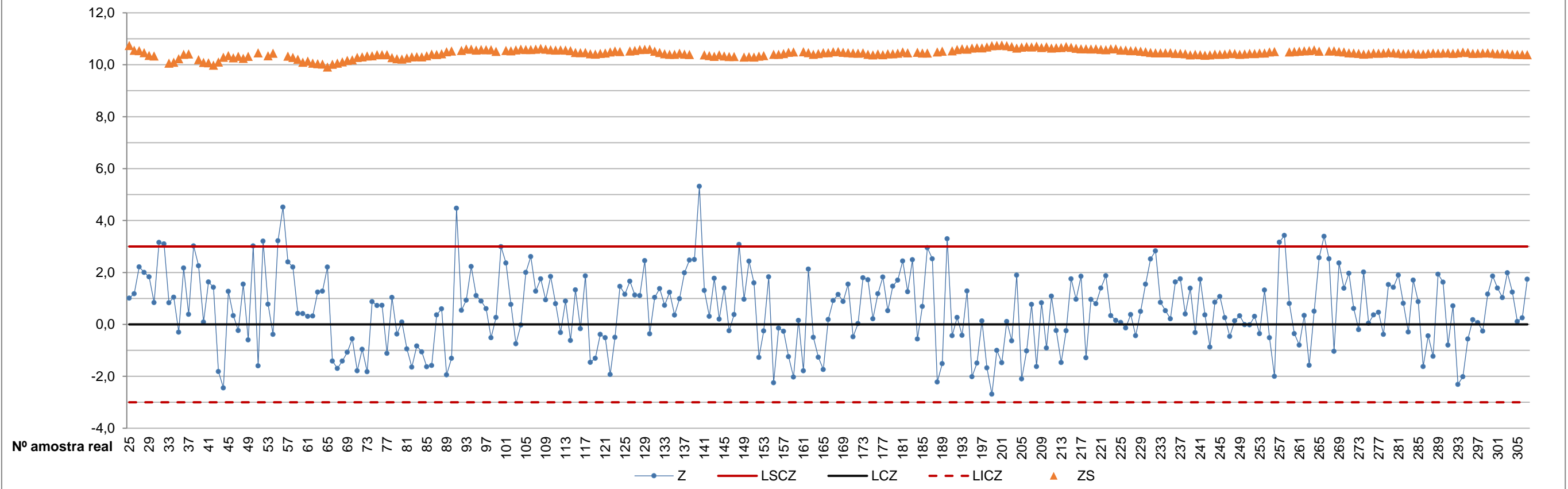
**Carta Z - Característica X<sub>2</sub> - Produto A**



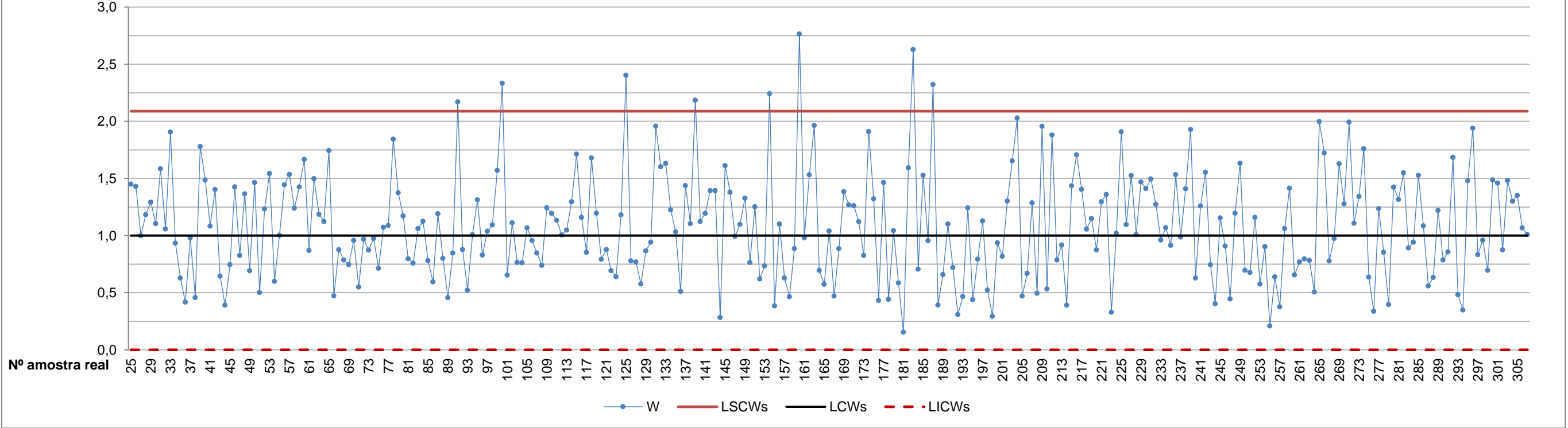
**Carta W - Característica X<sub>2</sub> - Produto A**



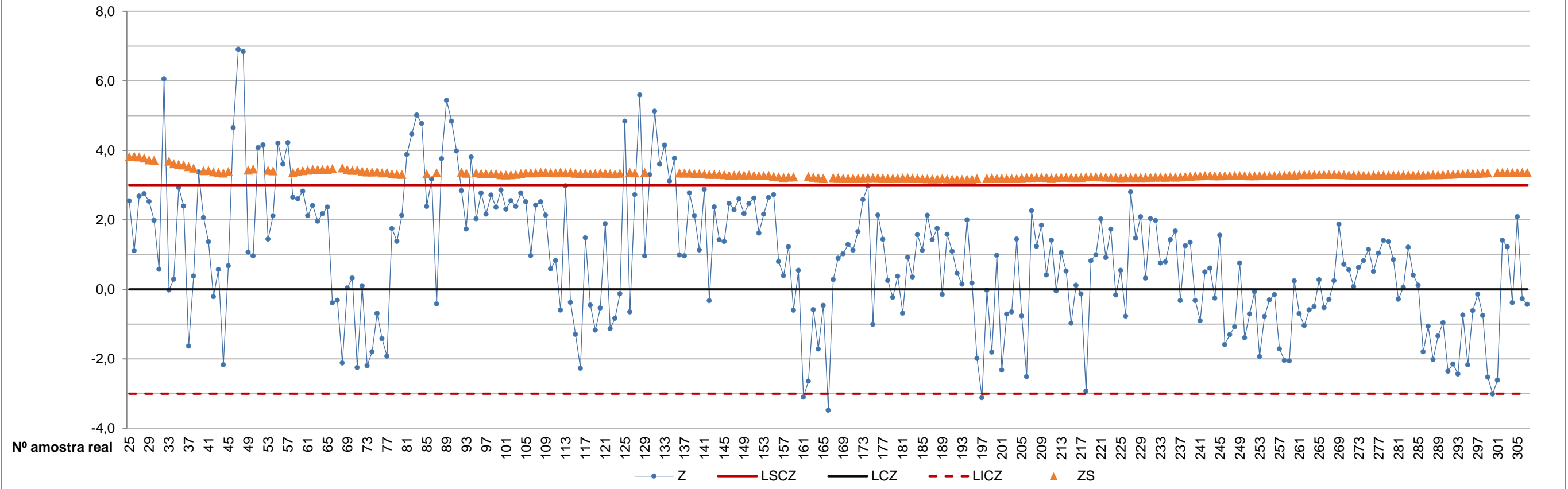
Carta Z - Característica X<sub>3</sub> - Produto A



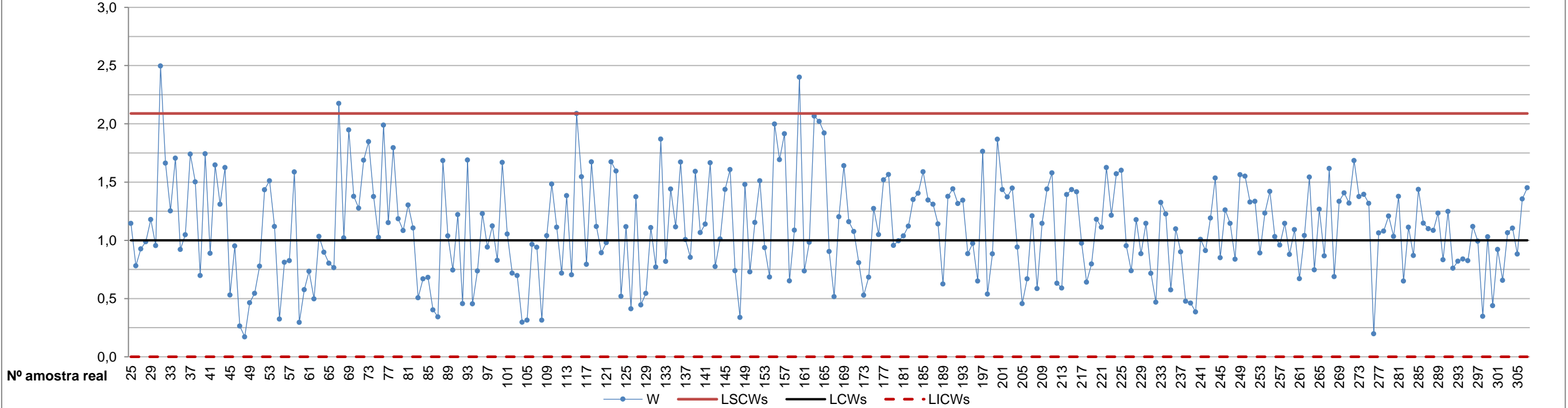
Carta W - Característica X<sub>3</sub> - Produto A



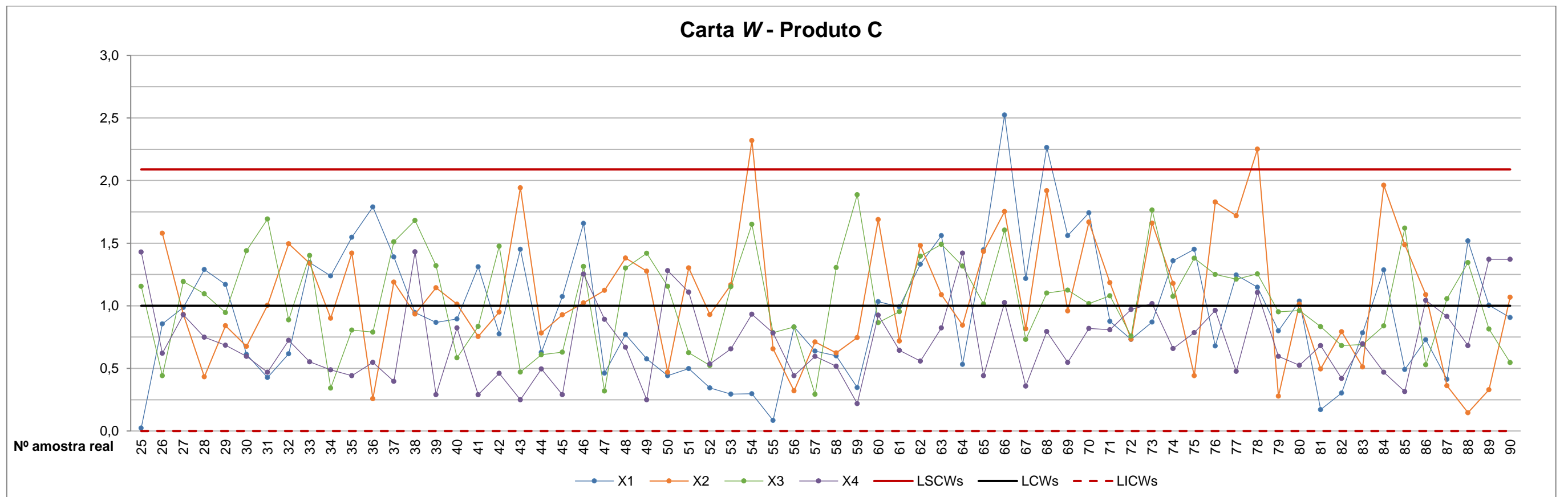
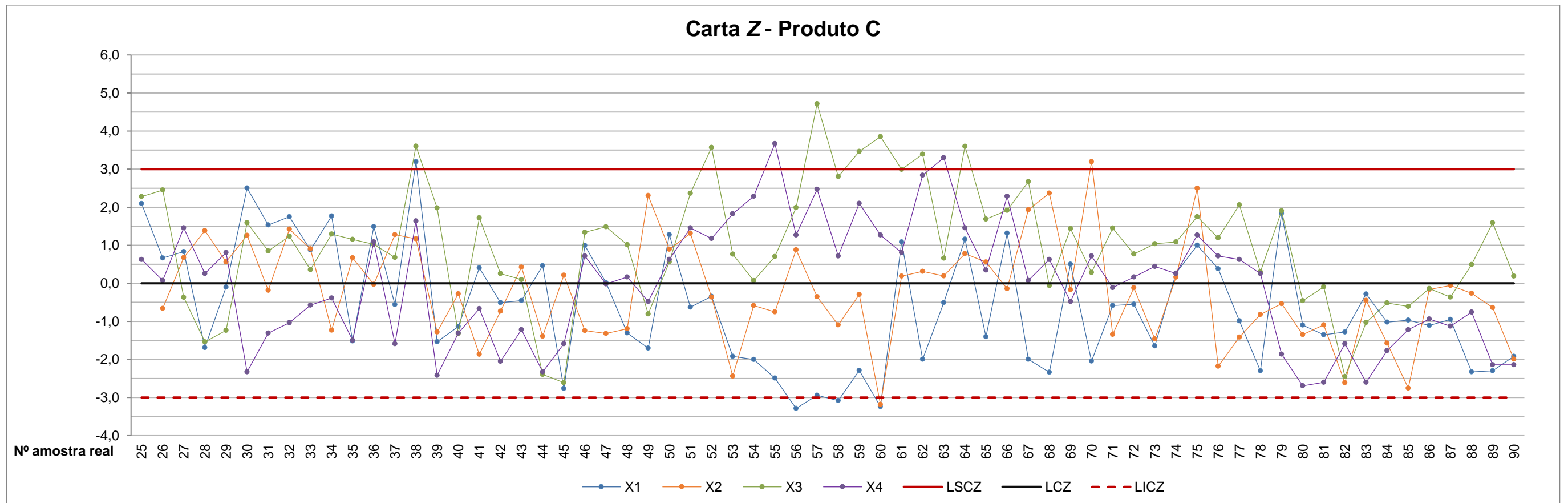
**Carta Z - Característica  $X_4$  - Produto A**



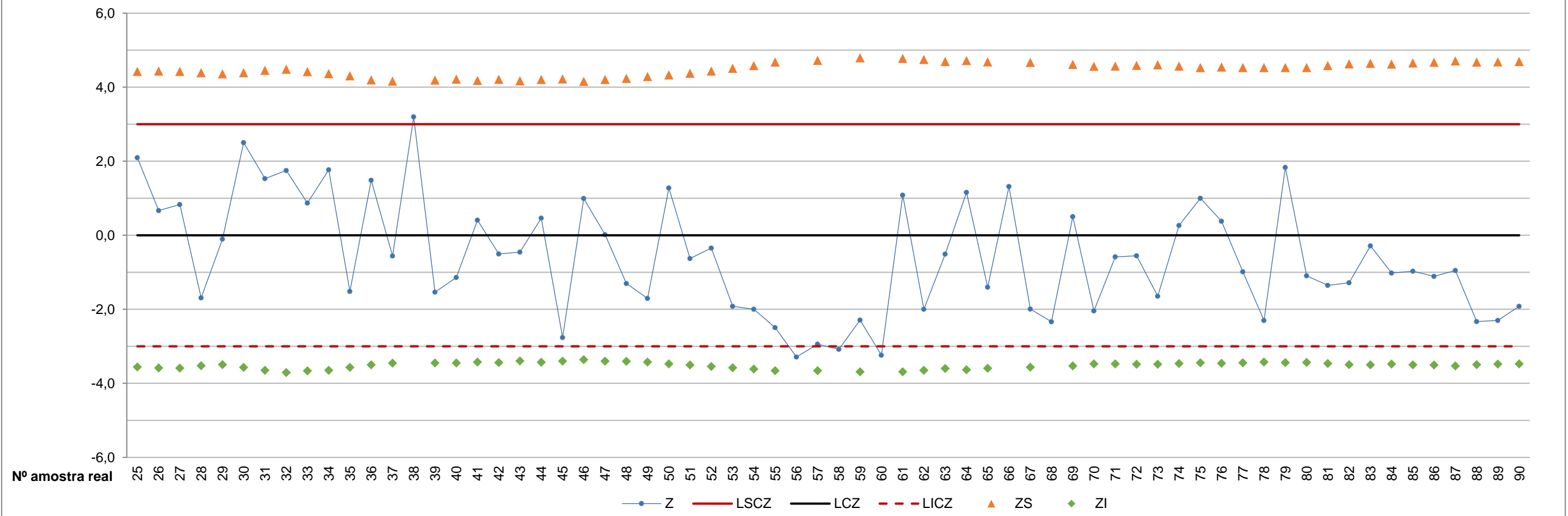
**Carta W - Característica  $X_4$  - Produto A**



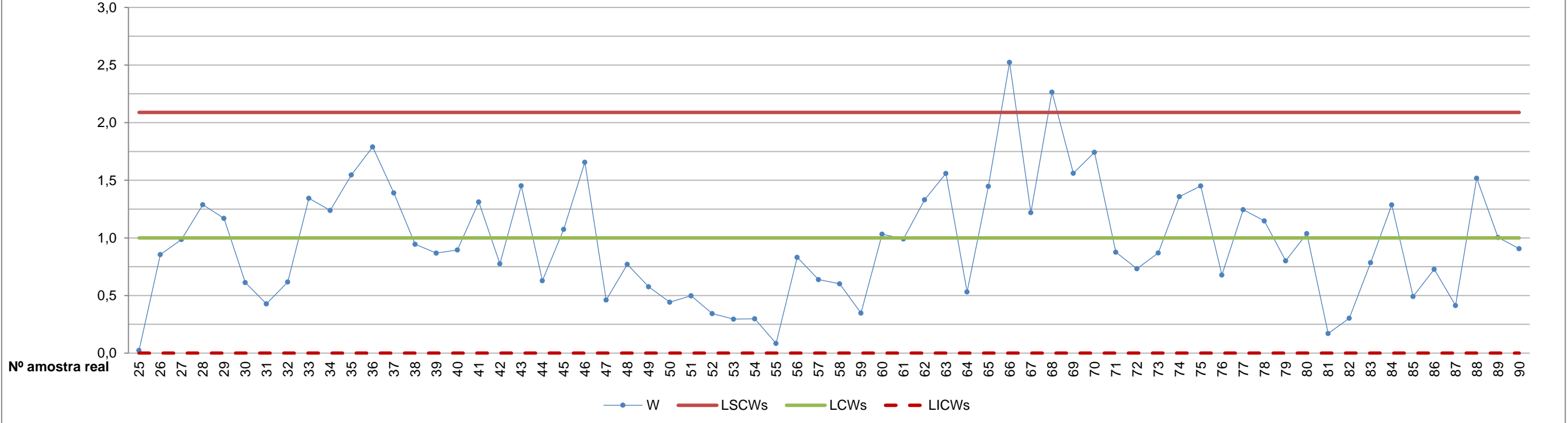
Anexo H.2: Produto C



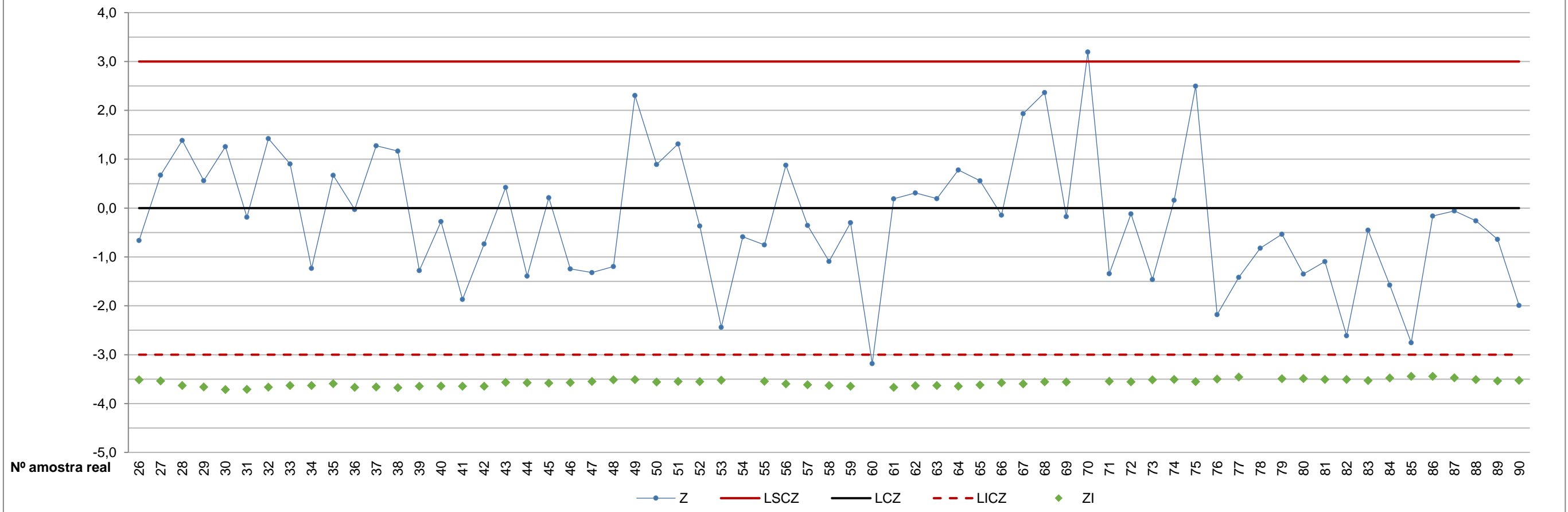
**Carta Z - Característica  $X_1$  - Produto C**



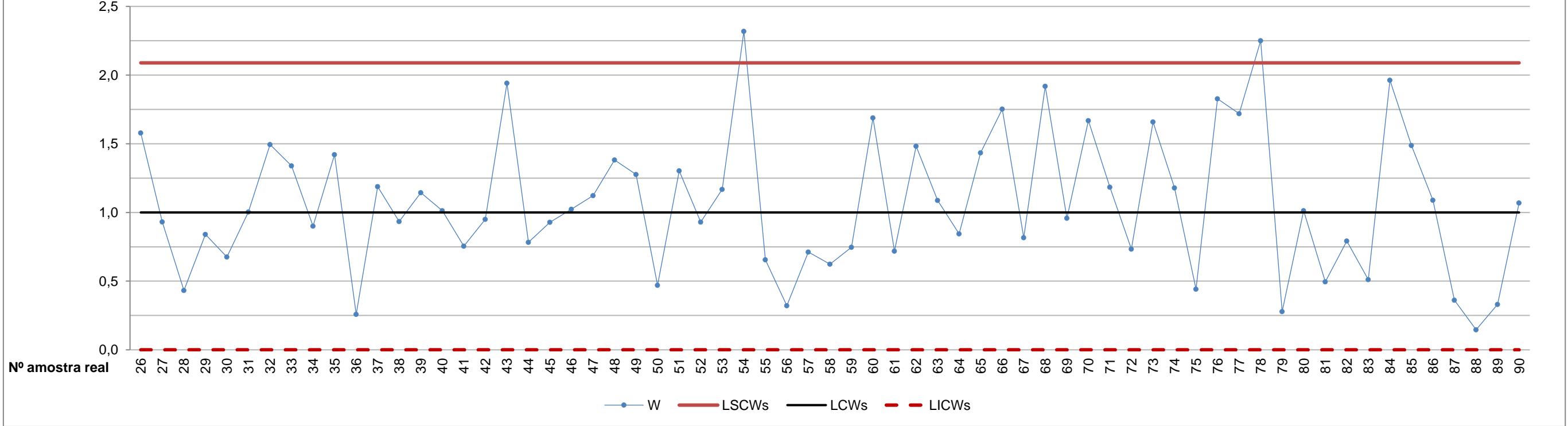
**Carta W - Característica  $X_1$  - Produto C**



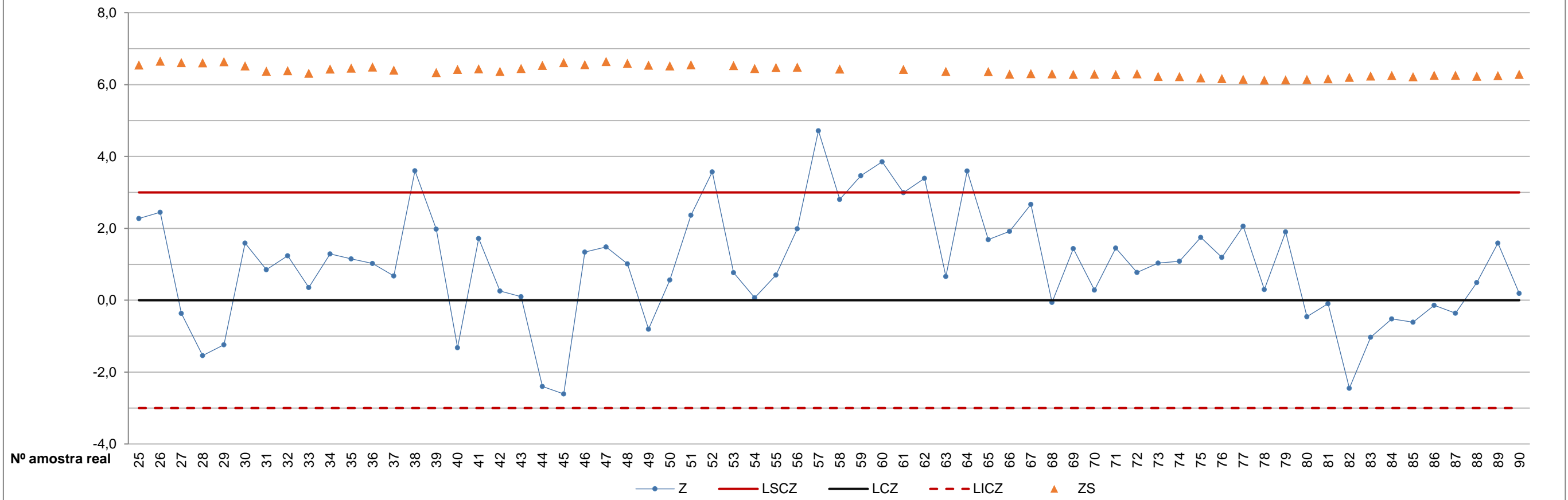
**Carta Z - Característica  $X_2$  - Produto C**



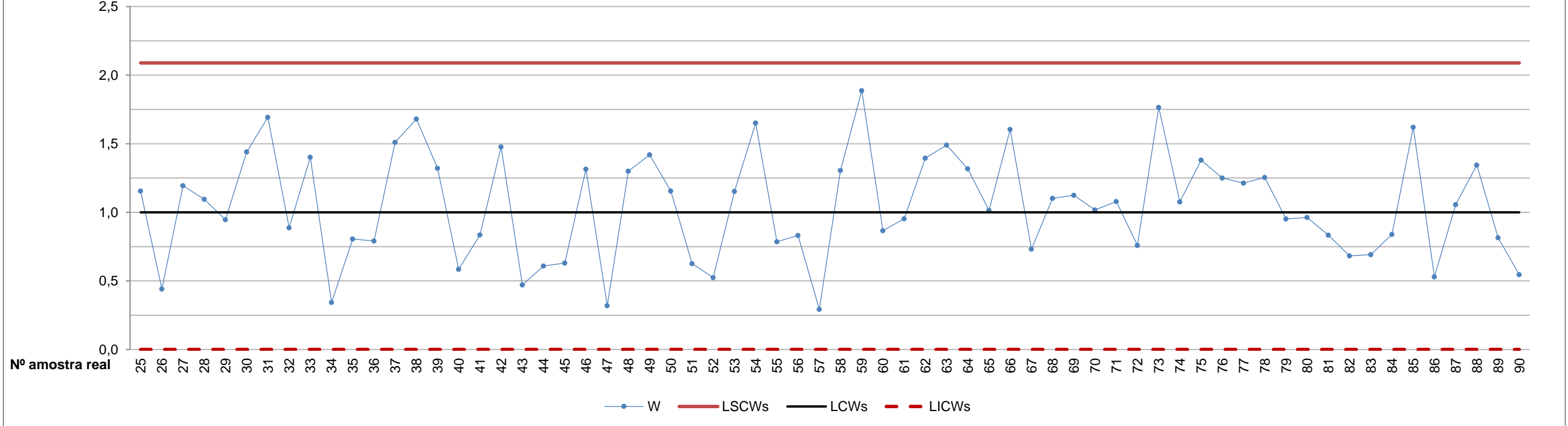
**Carta W - Característica  $X_2$  - Produto C**



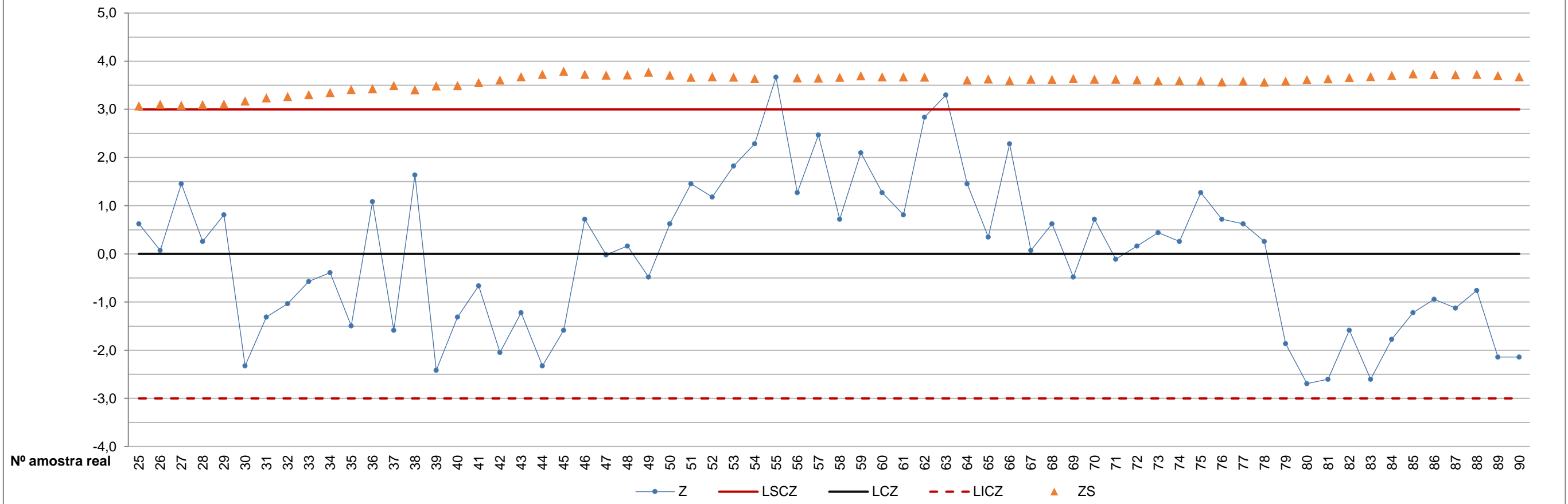
**Carta Z - Característica  $X_3$  - Produto C**



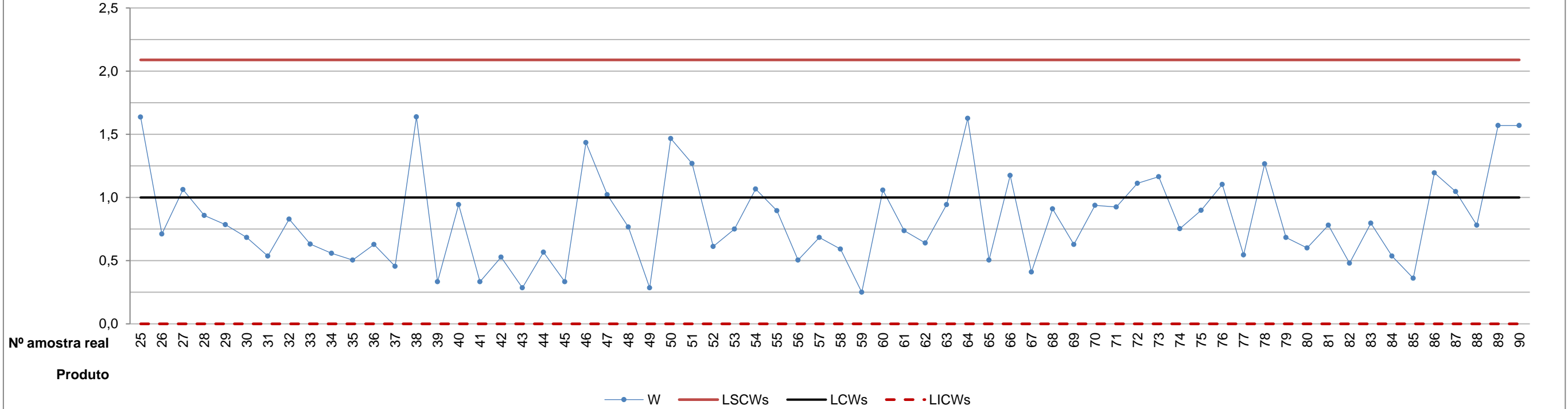
**Carta W - Característica  $X_3$  - Produto C**



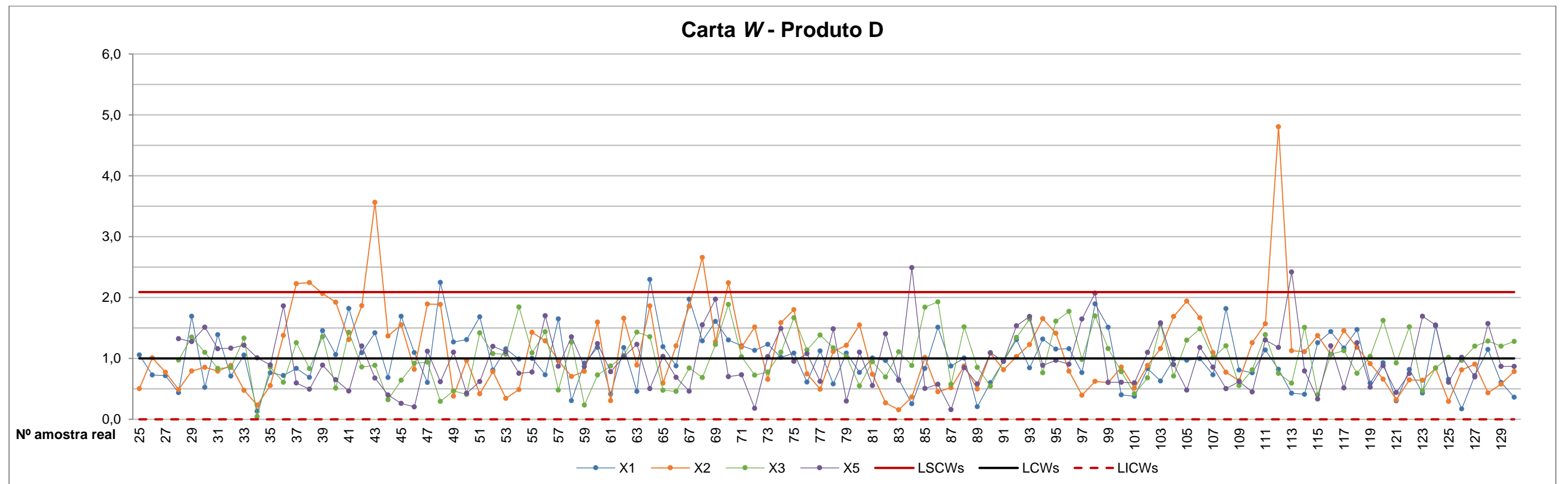
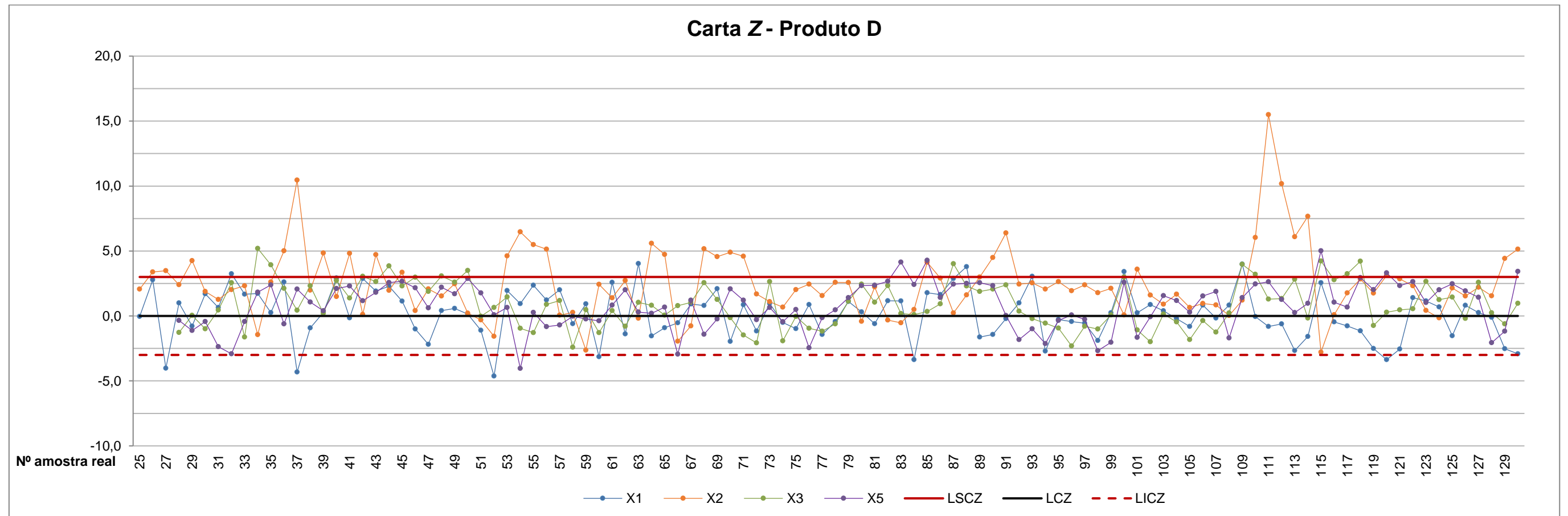
**Carta Z - Característica  $X_4$  - Produto C**



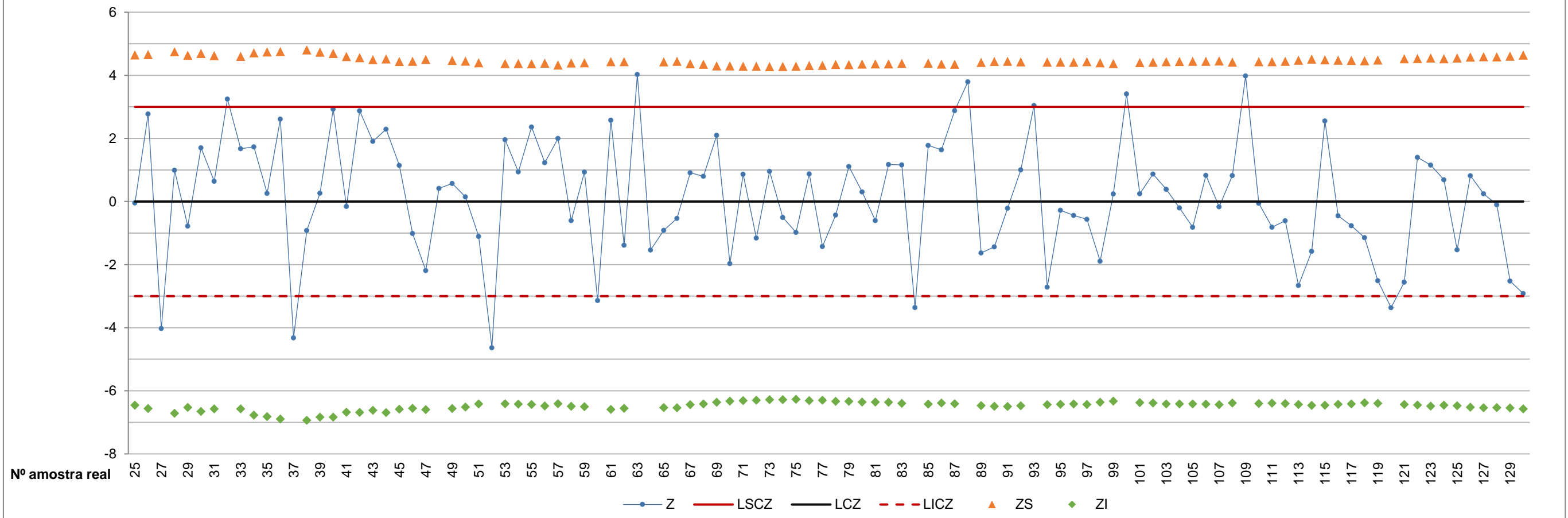
**Carta W - Característica  $X_4$  - Produto C**



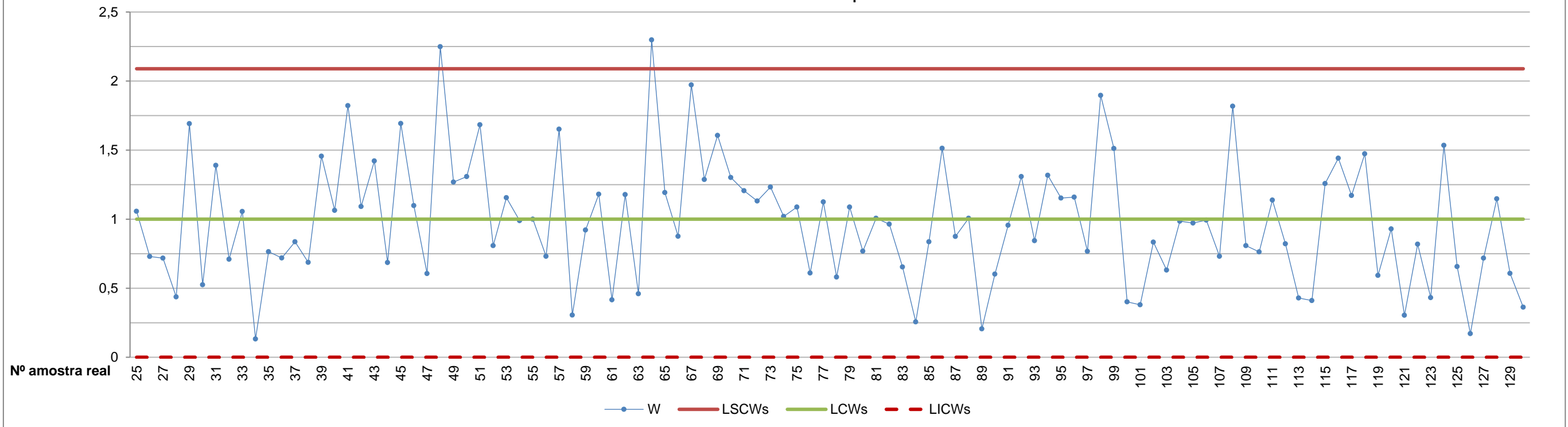
Anexo H.3: Produto D



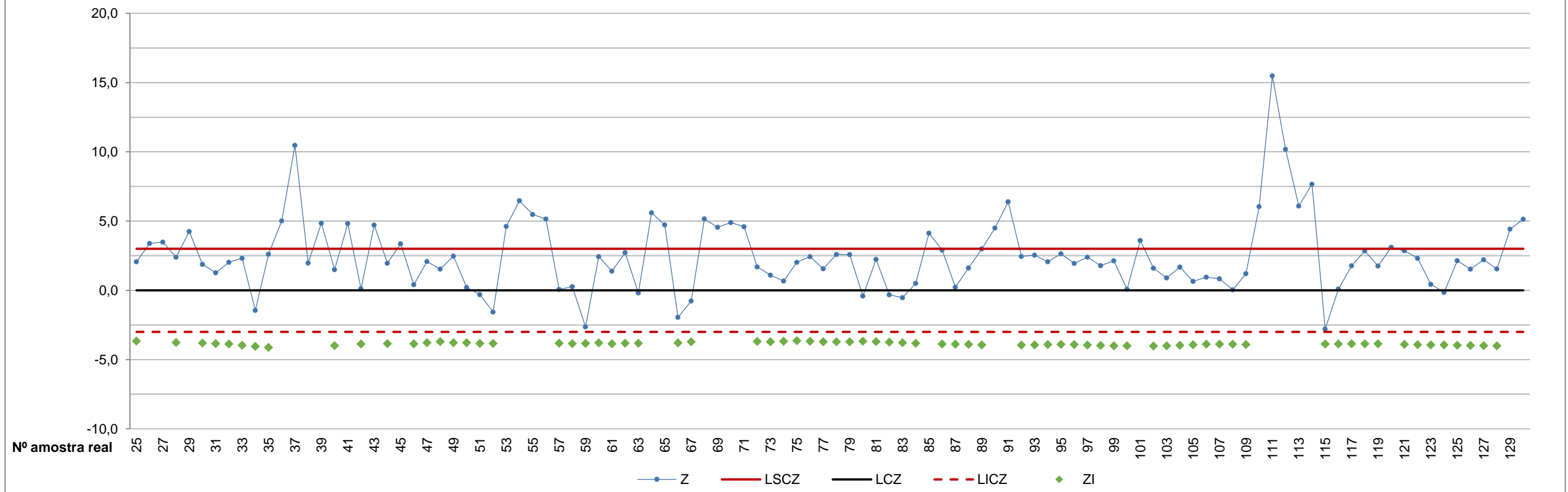
**Carta Z - Característica  $X_1$  - Produto D**



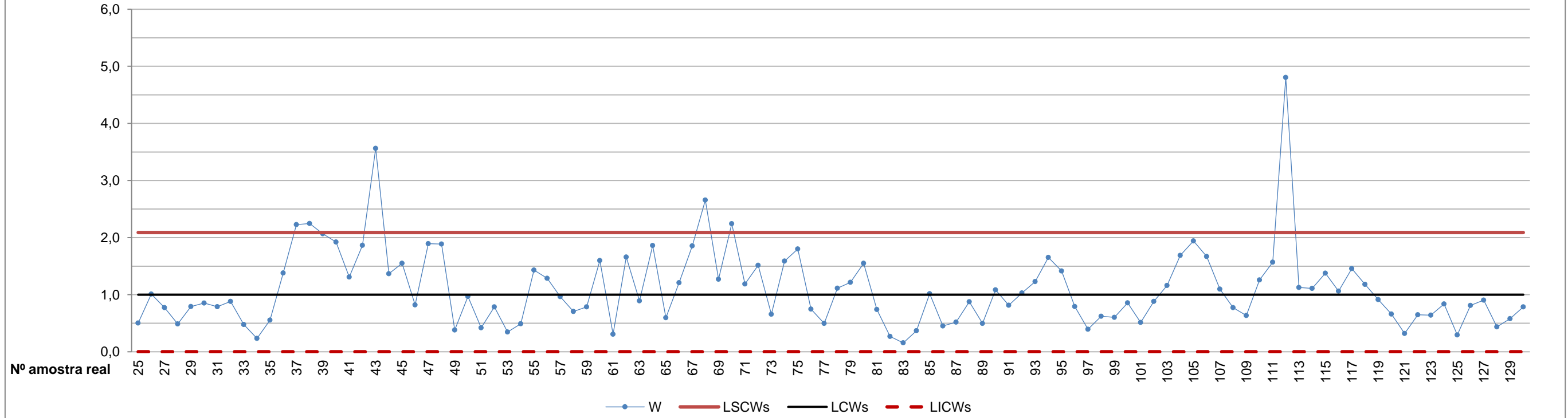
**Carta W - Característica  $X_1$  - Produto D**



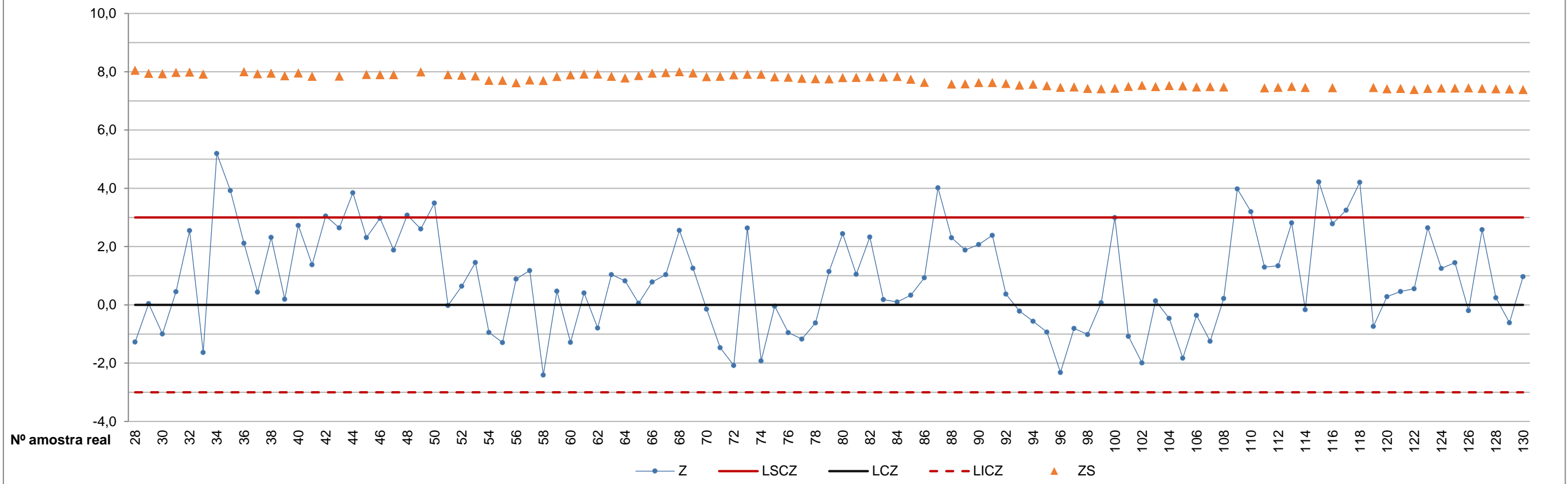
**Carta Z - Característica  $X_2$  - Produto D**



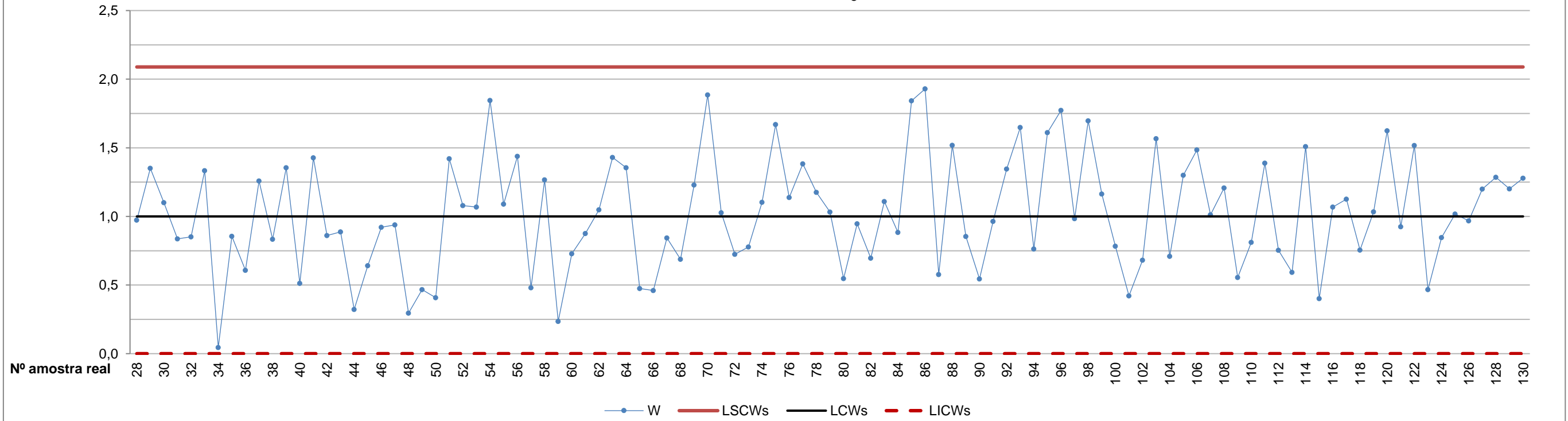
**Carta W - Característica  $X_2$  - Produto D**



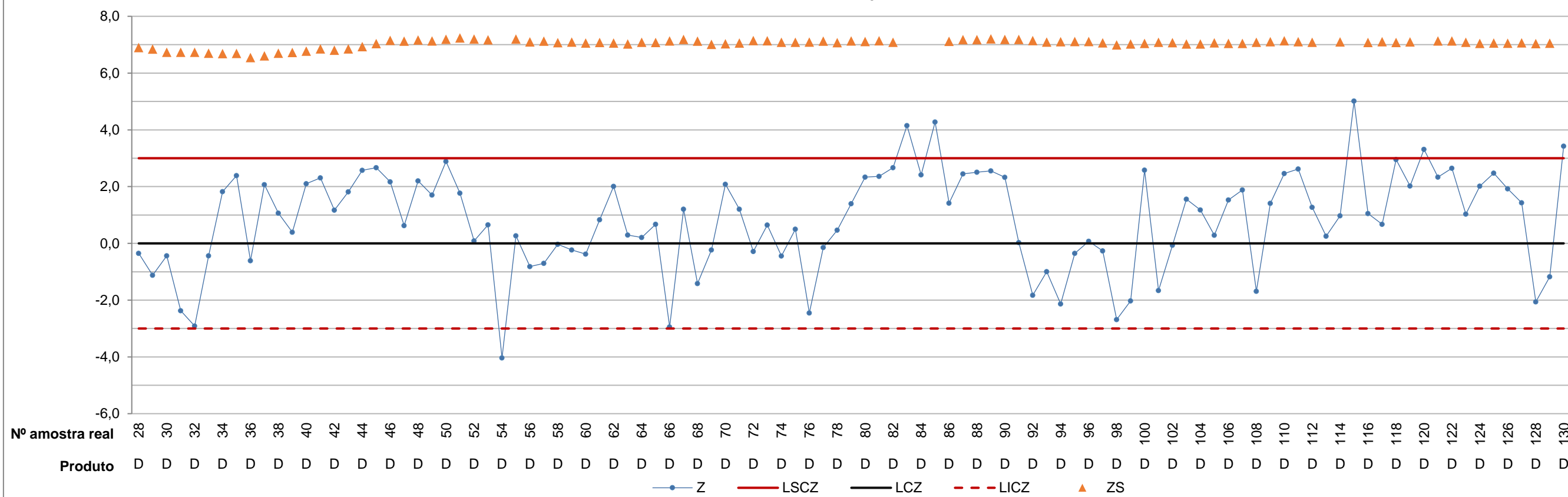
**Carta Z - Característica  $X_3$  - Produto D**



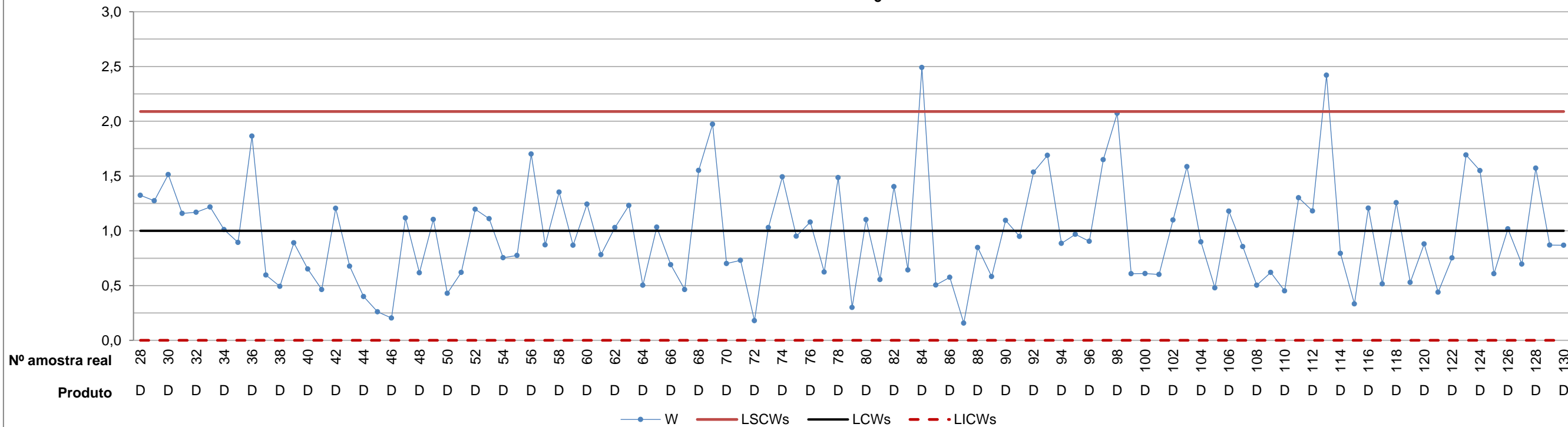
**Carta W - Característica  $X_3$  - Produto D**



**Carta Z - Característica  $X_5$  - Produto D**



**Carta W - Característica  $X_5$  - Produto D**













## Anexo I: Valores da Estatística $T^2$ da Fase 1

### Anexo I.1: Produto A

Nº amostra real	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$T^2$	4,089	2,269	10,210	0,922	8,397	18,661	19,709	7,895	1,050

Nº amostra real	10	11	12	13	14	15	16	17	18
$T^2$	3,654	12,247	10,787	3,307	3,104	1,794	1,009	19,995	6,539

Nº amostra real	19	20	21	22	23	24
$T^2$	6,284	0,792	9,046	10,207	11,206	5,043

### Anexo I.2: Produto C

Nº amostra real	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$T^2$	5,043	7,521	9,962	5,915	7,349	11,590	3,099	5,266	5,899

Nº amostra real	10	11	12	13	14	15	16	17	18
$T^2$	1,073	2,893	1,498	8,939	4,175	1,334	4,148	4,762	6,982

Nº amostra real	19	20	21	22	23	24
$T^2$	7,100	4,098	1,651	7,731	8,629	3,206

### Anexo I.3: Produto D

Nº amostra real	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$T^2$	3,206	6,104	3,314	10,658	8,660	18,410	11,761	19,863	26,442

Nº amostra real	10	11	12	13	14	15	16	17	18
$T^2$	24,472	5,114	2,164	0,982	3,502	3,937	3,633	4,052	2,231

Nº amostra real	19	20	21	22	23	24
$T^2$	3,904	0,806	3,599	8,889	10,570	7,315

## Anexo J: Valores da Estatística $T^2$ da Fase 1 Revistos

### Anexo J.1: Produto A

<b>Nº amostra real</b>	1	2	3	4	5	8	9	10	11
<b><math>T^2</math></b>	3,160	2,790	10,542	1,302	9,749	6,973	0,824	4,295	13,455

<b>Nº amostra real</b>	12	13	14	15	16	18	19	20	21
<b><math>T^2</math></b>	10,367	3,923	3,915	1,104	1,206	5,875	5,369	0,575	10,584

<b>Nº amostra real</b>	22	23	24
<b><math>T^2</math></b>	8,318	9,438	4,162

### Anexo J.2: Produto C

<b>Nº amostra real</b>	1	2	3	4	5	6	7	8	9
<b><math>T^2</math></b>	4,744	6,758	9,653	5,747	7,019	11,089	3,139	4,889	6,103

<b>Nº amostra real</b>	10	11	12	13	14	15	16	17	18
<b><math>T^2</math></b>	1,603	3,434	1,408	10,237	3,928	1,361	5,171	5,004	6,209

<b>Nº amostra real</b>	19	20	21
<b><math>T^2</math></b>	6,916	4,605	1,592

### Anexo J.3: Produto D

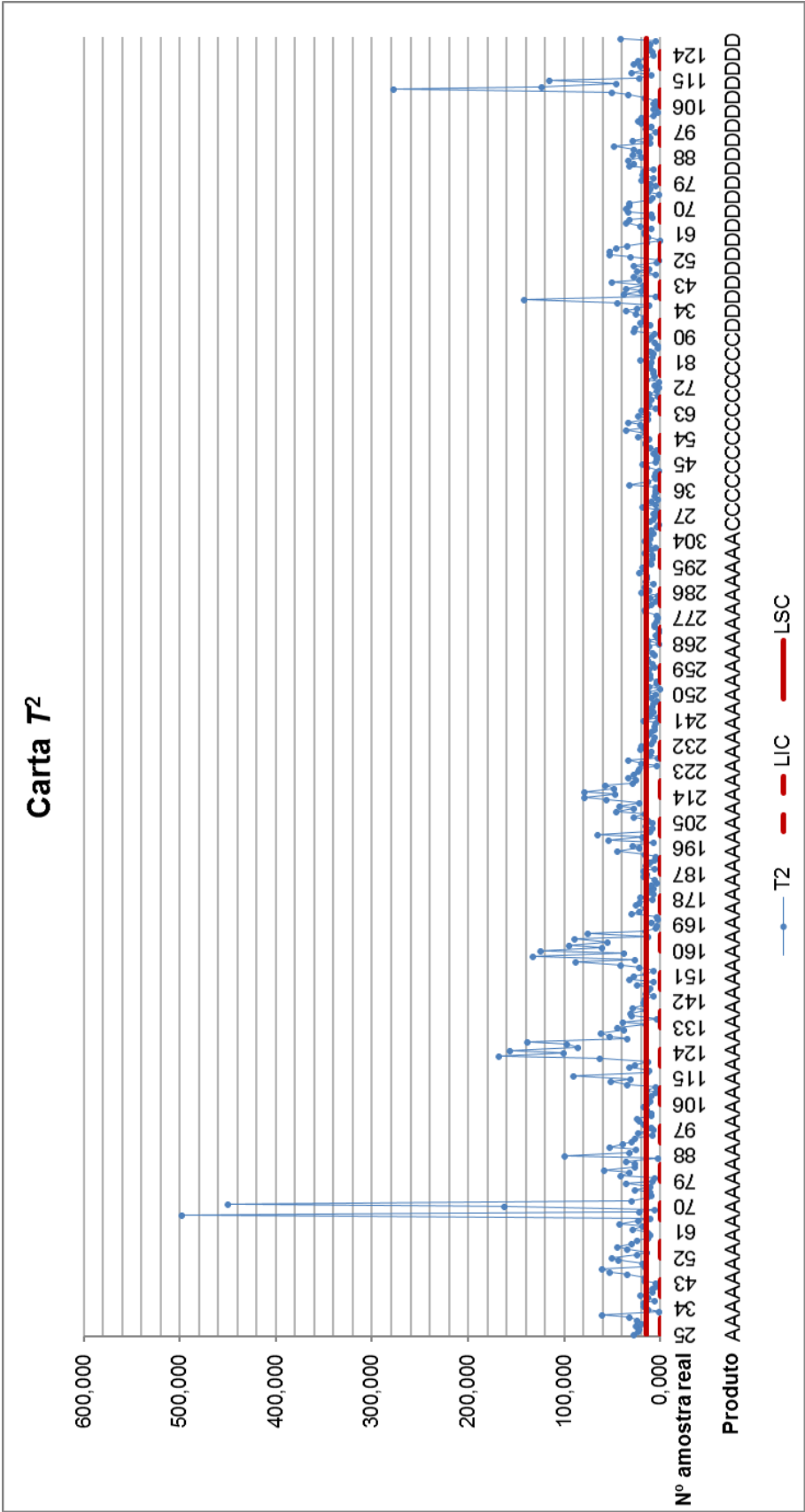
<b>Nº amostra real</b>	1	2	3	4	5	7	11	12	13
<b><math>T^2</math></b>	2,808	6,082	4,012	13,220	7,879	11,100	5,194	2,582	0,733

<b>Nº amostra real</b>	14	15	16	17	18	19	20	21	22
<b><math>T^2</math></b>	2,818	3,553	2,877	5,391	2,173	3,733	0,776	3,520	9,066

<b>Nº amostra real</b>	23	24	25
<b><math>T^2</math></b>	10,783	5,726	4,408

# Anexo L: Carta e Valores da Estatística $T^2$ da Fase 2

## Anexo L.1: Carta $T^2$ da Fase 2

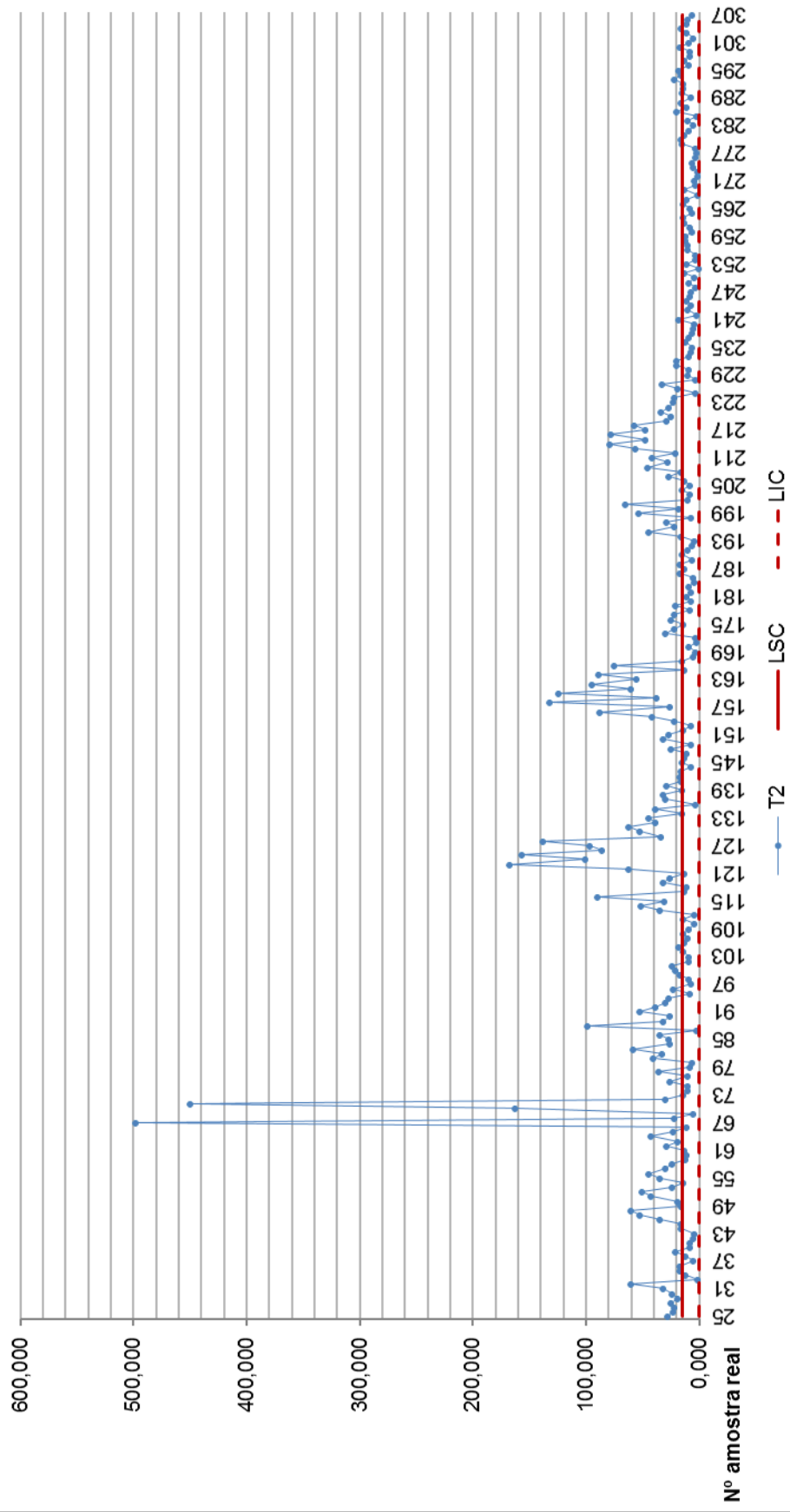


Anexo L.2: Produto A

Nº amostra real	T <sup>2</sup>	Nº amostra real	T <sup>2</sup>	Nº amostra real	T <sup>2</sup>
25	27,763	76	26,193	127	96,765
26	23,129	77	10,338	128	138,182
27	21,995	78	35,434	129	33,927
28	24,514	79	7,698	130	51,889
29	19,140	80	6,000	131	61,856
30	23,420	81	40,622	132	38,075
31	31,648	82	32,146	133	44,059
32	60,586	83	58,211	134	14,608
33	1,528	84	25,957	135	38,853
34	12,016	85	26,369	136	3,242
35	16,839	86	34,843	137	29,571
36	16,842	87	2,566	138	31,136
37	5,146	88	98,725	139	14,661
38	12,097	89	31,939	140	28,185
39	20,336	90	25,503	141	15,646
40	8,364	91	52,514	142	17,190
41	8,032	92	38,877	143	15,471
42	4,981	93	29,787	144	7,278
43	4,319	94	26,523	145	14,668
44	15,414	95	8,124	146	12,497
45	16,265	96	22,990	147	10,672
46	34,564	97	6,815	148	24,448
47	52,090	98	9,182	149	6,824
48	60,348	99	17,219	150	31,968
49	16,026	100	21,190	151	27,032
50	18,383	101	23,991	152	14,186
51	42,733	102	9,314	153	6,993
52	49,926	103	8,705	154	22,096
53	23,536	104	13,670	155	41,454
54	13,792	105	17,556	156	87,579
55	34,308	106	13,361	157	25,818
56	44,756	107	9,733	158	131,835
57	30,018	108	13,853	159	37,077
58	23,581	109	9,054	160	124,206
59	12,316	110	4,044	161	59,916
60	10,596	111	13,690	162	94,723
61	12,923	112	4,533	163	55,203
62	28,979	113	34,529	164	88,600
63	18,433	114	51,764	165	13,007
64	42,634	115	30,952	166	75,180
65	22,845	116	89,802	167	15,263
66	10,637	117	13,041	168	4,902
67	497,508	118	11,146	169	2,839
68	21,647	119	31,979	170	8,642
69	5,141	120	25,677	171	2,132
70	161,947	121	12,757	172	3,107
71	449,614	122	62,251	173	29,495
72	29,984	123	167,500	174	21,545
73	13,768	124	100,066	175	14,331
74	9,608	125	156,770	176	24,743
75	10,002	126	85,257	177	21,356

Nº amostra real	T <sup>2</sup>	Nº amostra real	T <sup>2</sup>	Nº amostra real	T <sup>2</sup>
178	7,948	229	9,633	280	15,665
179	21,017	230	8,692	281	13,051
180	7,131	231	20,038	282	8,889
181	11,243	232	19,416	283	5,043
182	6,993	233	8,517	284	10,122
183	9,245	234	6,835	285	1,793
184	3,801	235	5,902	286	19,385
185	5,243	236	12,360	287	11,055
186	16,681	237	9,403	288	15,891
187	13,121	238	5,814	289	7,223
188	17,312	239	5,352	290	14,492
189	5,625	240	4,279	291	13,735
190	15,106	241	17,392	292	13,669
191	10,042	242	2,567	293	22,112
192	5,782	243	10,250	294	15,531
193	4,088	244	6,965	295	18,206
194	15,466	245	10,619	296	8,843
195	43,927	246	7,887	297	13,390
196	21,951	247	7,270	298	8,429
197	28,309	248	3,378	299	7,964
198	7,296	249	8,864	300	16,413
199	53,253	250	4,165	301	8,575
200	17,605	251	12,986	302	5,050
201	64,790	252	0,353	303	11,461
202	10,133	253	11,005	304	15,407
203	7,697	254	3,317	305	10,574
204	14,430	255	3,513	306	9,717
205	7,682	256	9,723	307	6,446
206	12,774	257	9,795		
207	26,960	258	12,164		
208	15,867	259	11,529		
209	45,740	260	6,038		
210	27,742	261	8,367		
211	41,588	262	12,828		
212	21,264	263	13,997		
213	55,750	264	6,071		
214	79,169	265	8,122		
215	46,967	266	14,056		
216	78,115	267	11,402		
217	47,450	268	1,500		
218	56,904	269	12,750		
219	28,195	270	2,651		
220	24,932	271	3,942		
221	33,116	272	1,526		
222	26,891	273	1,238		
223	22,361	274	5,509		
224	22,122	275	5,735		
225	3,484	276	3,407		
226	18,783	277	2,261		
227	32,481	278	3,077		
228	2,752	279	14,712		

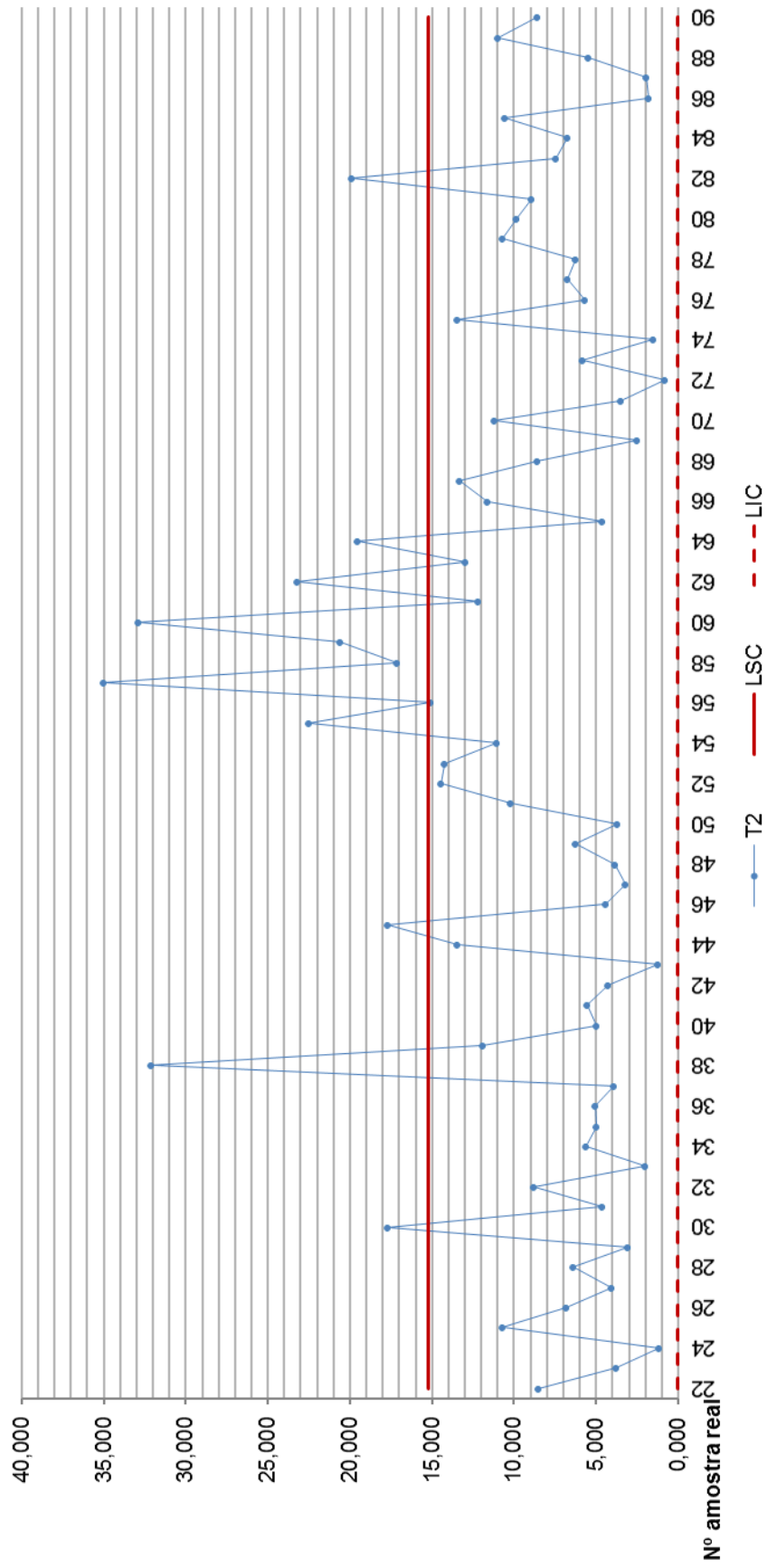
### Carta $T^2$ - Produto A



Anexo L.3: Produto C

Nº amostra real	T <sup>2</sup>	Nº amostra real	T <sup>2</sup>
22	8,514	73	5,819
23	3,809	74	1,502
24	1,198	75	13,435
25	10,718	76	5,695
26	6,800	77	6,721
27	4,027	78	6,268
28	6,410	79	10,735
29	3,037	80	9,833
30	17,695	81	8,950
31	4,653	82	19,893
32	8,808	83	7,436
33	2,047	84	6,773
34	5,605	85	10,541
35	4,983	86	1,789
36	5,017	87	1,911
37	3,921	88	5,477
38	32,132	89	10,980
39	11,909	90	8,601
40	4,974		
41	5,512		
42	4,243		
43	1,260		
44	13,467		
45	17,666		
46	4,387		
47	3,208		
48	3,820		
49	6,284		
50	3,731		
51	10,221		
52	14,464		
53	14,264		
54	11,049		
55	22,536		
56	15,110		
57	35,039		
58	17,122		
59	20,615		
60	32,904		
61	12,173		
62	23,183		
63	12,951		
64	19,563		
65	4,625		
66	11,627		
67	13,333		
68	8,610		
69	2,526		
70	11,231		
71	3,494		
72	0,837		

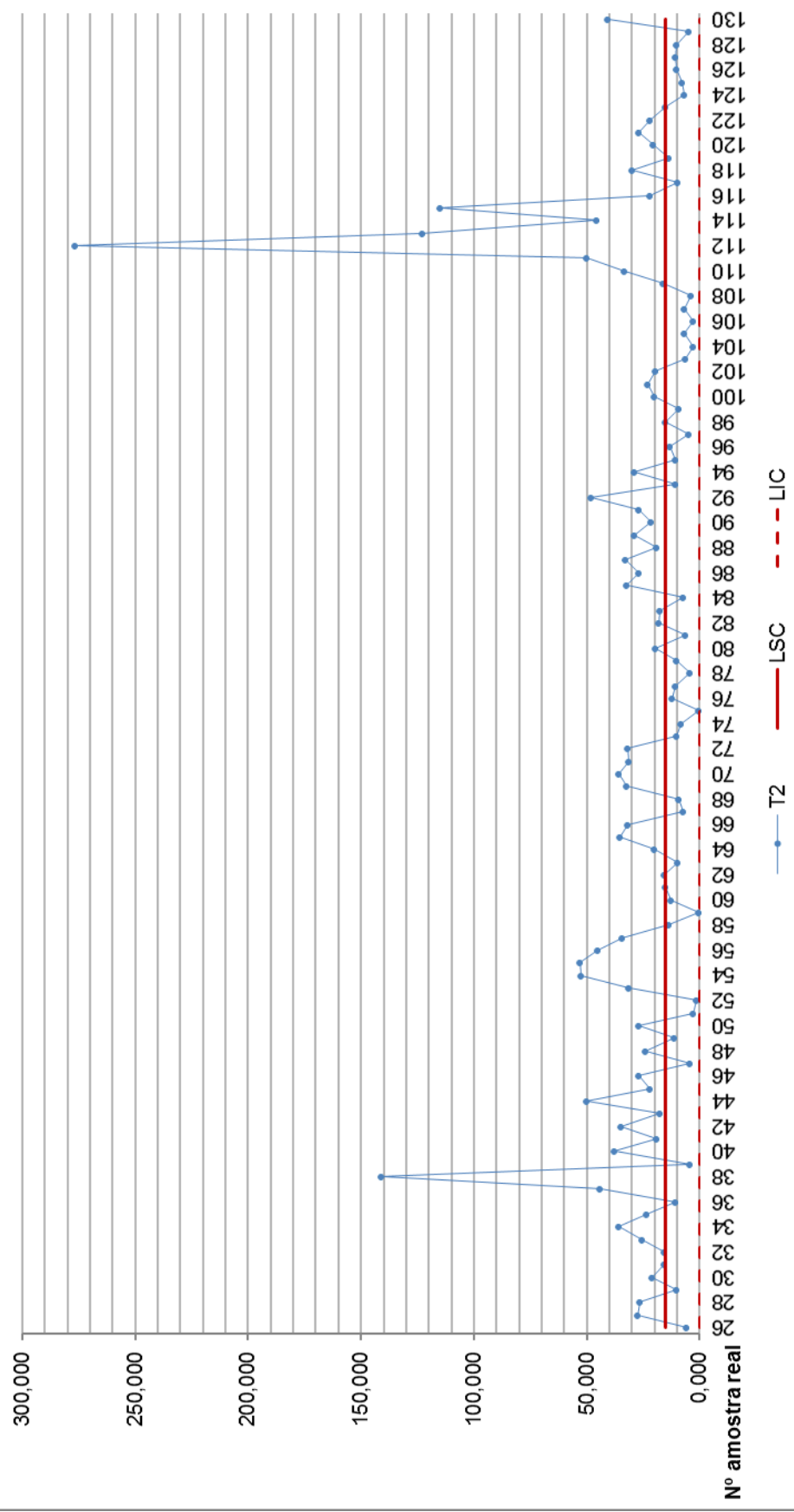
### Carta $T^2$ - Produto C



Anexo L.4: Produto D

Nº amostra real	T <sup>2</sup>	Nº amostra real	T <sup>2</sup>	Nº amostra real	T <sup>2</sup>
26	5,593	77	10,527	128	10,254
27	27,403	78	4,109	129	4,857
28	26,615	79	10,016	130	40,648
29	10,180	80	19,651		
30	20,842	81	6,380		
31	15,643	82	17,985		
32	15,534	83	17,594		
33	25,203	84	7,020		
34	35,716	85	32,121		
35	23,577	86	27,123		
36	10,923	87	33,004		
37	44,087	88	18,990		
38	141,032	89	28,696		
39	4,285	90	21,627		
40	37,818	91	27,097		
41	19,229	92	48,074		
42	34,902	93	10,443		
43	17,418	94	28,959		
44	50,251	95	10,602		
45	21,978	96	13,182		
46	26,902	97	4,798		
47	4,210	98	15,243		
48	23,771	99	9,299		
49	11,267	100	19,843		
50	26,824	101	23,004		
51	2,806	102	19,490		
52	1,489	103	6,246		
53	31,158	104	2,655		
54	52,519	105	6,561		
55	52,908	106	2,907		
56	45,205	107	6,932		
57	34,231	108	3,931		
58	13,465	109	16,008		
59	0,350	110	33,207		
60	12,703	111	50,191		
61	15,347	112	276,658		
62	15,654	113	122,639		
63	9,471	114	45,782		
64	20,167	115	115,043		
65	35,423	116	21,990		
66	32,019	117	9,585		
67	7,376	118	29,989		
68	9,041	119	13,652		
69	32,472	120	20,729		
70	35,551	121	26,732		
71	31,369	122	22,170		
72	31,639	123	15,172		
73	10,133	124	6,668		
74	8,430	125	7,975		
75	0,565	126	10,008		
76	12,140	127	10,781		

### Carta $T^2$ - Produto D



## Anexo M: Valores da estatística $d$

### Anexo M.1: Produto A

Nº amostra real	$d_1$	$d_2$	$d_3$	$d_4$
25	2,847	16,408	3,489	6,454
26	8,843	11,568	0,234	2,051
27	1,302	7,034	4,144	10,864
28	2,001	9,373	3,141	11,205
29	5,289	2,788	2,624	8,350
30	6,759	11,411	1,120	2,738
31	1,553	20,887	10,638	0,376
32	6,767	0,116	13,251	42,234
35	6,830	0,914	0,233	9,482
36	5,036	0,108	6,515	9,302
39	1,208	0,155	5,960	14,515
44	1,867	0,360	7,791	6,113
45	14,195	0,146	2,386	1,593
46	2,368	8,456	1,319	19,634
47	0,965	0,628	0,506	49,509
48	1,426	3,371	5,089	54,197
49	5,401	9,064	0,333	2,176
50	1,075	7,818	7,311	3,485
51	6,269	18,168	2,652	16,895
52	5,606	12,583	14,039	18,412
53	12,427	8,101	0,554	1,140
55	1,673	0,336	12,823	22,212
56	6,834	0,895	21,047	17,444
57	2,693	0,027	7,473	21,168
58	9,928	0,226	4,488	7,863
62	2,560	19,880	0,002	8,009
63	1,229	11,121	2,557	3,340
64	7,599	27,816	2,844	2,998
65	2,545	8,621	6,190	5,781
67	3,426	490,542	0,052	8,175
68	0,573	12,952	2,580	7,896
70	0,191	161,229	0,513	0,859
71	13,023	426,143	0,325	23,623
72	1,431	27,394	0,422	0,419
76	0,155	23,995	0,661	3,074
78	0,052	30,731	3,015	2,178
81	0,043	24,617	0,023	11,124
82	1,285	9,116	0,205	16,877
83	0,549	31,375	0,224	19,421
84	0,146	1,885	0,008	21,300
85	0,000	18,673	0,683	3,093

Nº amostra real	$d_1$	$d_2$	$d_3$	$d_4$
86	0,083	22,957	0,302	6,526
88	0,003	82,618	4,136	9,632
89	0,003	0,018	1,000	27,671
90	0,347	0,422	0,248	21,407
91	0,011	12,187	26,800	20,579
92	6,314	23,247	2,724	7,599
93	3,799	21,651	3,006	2,757
94	3,779	0,271	7,950	20,260
96	4,943	8,443	3,049	8,439
99	0,179	10,824	0,671	4,517
100	0,938	1,104	11,669	11,795
101	4,591	7,332	9,086	7,270
105	1,077	4,818	3,455	9,341
113	0,015	23,563	2,972	7,521
114	0,212	50,750	0,002	1,263
116	1,533	82,540	0,002	10,975
119	0,431	27,557	1,016	3,475
120	0,588	24,433	0,002	1,032
122	1,564	54,507	2,505	5,225
123	3,058	163,182	0,495	4,016
124	6,450	92,174	6,034	0,333
125	1,056	127,760	9,607	17,441
126	3,285	79,910	5,762	1,145
127	2,955	83,909	6,452	5,127
128	12,621	89,143	10,754	28,286
129	8,026	19,271	9,624	1,518
130	0,297	40,136	0,660	7,635
131	0,696	30,466	5,031	23,483
132	0,100	20,974	5,021	12,074
133	0,228	24,052	3,448	15,643
135	3,332	19,763	2,341	13,408
137	0,381	24,469	6,110	0,843
138	0,300	15,227	9,946	8,738
140	0,034	0,315	26,204	4,073
141	1,964	2,268	3,677	9,940
142	0,004	17,094	0,237	0,450
143	0,135	5,439	4,996	6,511
148	1,143	5,423	11,252	8,386
150	3,378	15,247	10,222	7,457
151	7,822	8,431	3,339	6,106
154	0,023	10,310	5,641	7,368

Nº amostra real	$d_1$	$d_2$	$d_3$	$d_4$
155	24,972	5,386	0,990	6,719
156	1,135	85,683	0,453	0,027
157	4,980	20,543	0,134	0,012
158	1,151	127,781	0,025	0,004
159	0,077	31,744	2,533	2,160
160	1,597	122,272	1,830	0,127
161	6,331	37,889	2,331	14,895
162	10,330	75,542	6,766	8,398
163	0,317	54,000	0,003	2,028
164	1,345	81,504	0,393	7,454
166	6,660	55,944	0,176	16,196
167	0,737	13,836	1,519	0,030
173	0,075	18,179	5,877	6,425
174	0,471	7,545	5,644	9,909
176	9,124	8,903	3,944	5,567
177	4,338	11,343	5,789	2,709
179	7,084	12,467	3,388	0,009
186	1,184	1,273	9,124	6,288
188	9,391	0,756	4,789	1,195
194	1,744	7,366	3,428	4,520
195	32,817	6,845	1,290	0,003
196	13,847	0,347	2,153	4,164
197	16,827	1,309	0,002	8,661
199	40,539	0,015	5,415	3,265
200	15,344	0,317	0,193	1,209
201	54,176	1,147	1,662	3,740
207	20,302	0,201	2,344	7,737
208	9,967	2,012	0,953	1,250
209	29,539	11,564	1,491	7,858
210	23,191	3,415	0,360	0,707
211	36,965	1,141	2,872	4,988
212	17,033	4,063	0,020	0,200
213	42,813	9,800	0,909	2,745
214	78,750	0,005	0,482	1,476
215	33,479	10,774	2,636	0,008
216	62,888	14,542	1,599	1,685
217	33,745	11,160	3,486	0,961
218	33,679	10,813	2,619	5,912
219	19,932	6,691	2,743	1,276
220	22,633	0,585	1,904	2,182
221	24,847	1,451	4,904	6,838

Nº amostra real	$d_1$	$d_2$	$d_3$	$d_4$
222	13,801	8,911	6,245	1,654
223	18,873	0,042	0,960	4,695
224	20,452	1,661	0,345	0,013
226	4,487	13,560	0,030	0,968
227	21,082	2,573	1,931	9,996
231	0,300	8,402	8,027	4,874
232	0,404	6,299	9,417	5,009
241	0,007	14,840	2,886	0,980
280	2,774	10,207	2,217	0,478
286	5,743	6,241	2,293	4,643
288	2,844	6,051	1,593	5,623
293	0,027	8,158	6,380	10,036
295	1,989	10,280	0,858	7,473
300	6,132	0,048	0,551	8,629
304	0,082	14,284	1,686	0,308

#### Anexo M.2: Produto C

Nº amostra real	$d_1$	$d_2$	$d_3$	$d_4$
30	8,543	3,324	4,626	5,333
38	13,711	4,559	17,009	2,508
45	8,386	0,594	9,012	1,430
55	6,510	1,271	0,008	15,727
57	5,949	0,007	19,007	6,570
58	8,178	1,212	5,344	0,814
59	3,713	0,022	9,869	4,985
60	10,447	8,312	9,174	2,109
62	2,480	0,190	9,993	8,780
64	2,723	2,097	14,836	2,132
82	3,465	9,688	9,791	1,425

#### Anexo M.3: Produto D

Nº amostra real	$d_1$	$d_2$	$d_3$	$d_5$
27	14,231	14,433	0,809	1,788
28	26,798	9,938	1,117	0,073
30	0,012	18,977	1,412	0,192
31	6,320	3,895	0,040	6,977
32	1,258	1,286	3,211	8,352
33	17,732	5,896	5,088	1,053
34	2,411	6,653	22,356	4,641

Nº amostra real	$d_1$	$d_2$	$d_3$	$d_5$
35	1,570	1,985	13,100	5,706
37	11,544	32,323	-0,066	3,687
38	11,967	113,817	6,421	4,699
40	0,368	26,989	6,410	6,064
41	10,093	3,634	0,895	4,206
42	0,045	25,646	7,772	2,537
43	8,214	0,096	4,608	2,610
44	4,709	27,649	11,914	8,231
45	5,832	5,539	3,883	6,829
46	1,770	13,631	7,187	5,659
48	5,747	3,749	10,507	7,496
50	0,235	7,327	11,234	10,137
53	26,036	5,671	3,571	1,203
54	11,876	24,028	3,564	19,152
55	4,723	48,960	2,667	-0,015
56	11,823	36,132	-0,042	0,757
57	4,588	30,374	0,315	0,388
61	8,558	4,690	0,452	1,423
62	9,440	3,146	1,141	2,374
64	19,662	-0,065	-0,080	0,032
65	0,597	33,131	0,016	0,925
66	0,007	22,142	0,058	7,643
69	2,641	30,294	0,590	-0,019
70	8,177	26,375	0,148	3,624
71	1,436	24,984	1,753	1,834
72	4,057	24,419	5,851	0,283
80	1,546	8,189	4,882	6,043
82	0,421	5,362	5,618	8,742
83	1,059	-0,002	0,062	15,256
85	14,007	0,121	1,093	21,194
86	5,830	21,055	0,256	1,819
87	2,752	10,702	13,433	7,269
88	8,129	0,248	3,587	5,250
89	16,309	4,627	1,806	5,116
90	2,527	8,954	4,858	7,506
91	0,993	20,460	4,819	0,248
92	0,918	44,099	0,001	2,751
94	16,935	8,179	1,950	6,845
100	0,030	5,187	8,347	8,068
101	17,783	0,003	3,428	5,532
102	1,434	14,465	4,900	0,077
109	0,308	-0,010	13,357	2,492
110	16,379	2,901	6,744	5,149
111	0,266	42,172	1,533	8,600
112	0,969	273,142	1,154	4,535

Nº amostra real	$d_1$	$d_2$	$d_3$	$d_5$
113	0,249	115,762	5,950	0,914
114	3,690	38,174	0,038	1,951
115	2,232	66,238	20,206	35,266
116	4,998	7,889	5,200	0,523
118	1,265	3,196	17,905	11,858
120	6,625	2,697	0,569	12,852
121	10,554	8,704	0,825	7,717
122	6,033	7,726	0,853	8,989
130	5,549	20,299	1,882	15,295