



**Micael Manuel Gonçalves Inácio**

Mestre em Engenharia Civil

## **Comportamento ao Punçoamento de Lajes Fungiformes em Betão de Elevada Resistência**

Dissertação para obtenção do Grau de Doutor em  
Engenharia Civil, Especialidade de Estruturas

Orientador: António Manuel Pinho Ramos,  
Professor Auxiliar, FCT/UNL

Coorientador: Válder José da Guia Lúcio,  
Professor Associado, FCT/UNL

Júri:

Presidente: Prof. Doutor Jorge Joaquim Pamiés Teixeira  
Arguentes: Prof. Doutor João Carlos de Oliveira Fernandes de Almeida  
Prof. Doutor Rui Pedro César Marreiros

Vogais: Prof. Doutor Eduardo Nuno Brito Santos Júlio  
Prof.<sup>a</sup>. Doutora Sandra Conceição Barbosa Nunes  
Prof. Doutor António Manuel Pinho Ramos  
Prof.<sup>a</sup>. Doutora Carla Alexandra da Cruz Marchão



**Outubro 2016**



*Copyright* Micael Manuel Gonçalves Inácio, FCT/UNL e UNL

A Faculdade de Ciências e Tecnologia e a Universidade Nova de Lisboa têm o direito, perpétuo e sem limites geográficos, de arquivar e publicar esta dissertação através de exemplares impressos reproduzidos em papel ou de forma digital, ou por qualquer outro meio conhecido ou que venha a ser inventado, e de a divulgar através de repositórios científicos e de admitir a sua cópia e distribuição com objetivos educacionais ou de investigação, não comerciais, desde que seja dado crédito ao autor e editor.



*À minha família*



## AGRADECIMENTOS

Esta tese foi financiada pelo Ministério da Ciência, Tecnologia e Ensino Superior - Fundação para a Ciência e a Tecnologia através da Bolsa de Doutoramento SFRH/BD/76242/2011. Os trabalhos realizados no âmbito desta tese foram desenvolvidos no Departamento de Engenharia Civil da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade NOVA de Lisboa, onde foram realizados os ensaios experimentais e a generalidade dos ensaios de caracterização dos materiais. Foram ainda realizados ensaios de caracterização do aço na Escola Superior de Tecnologia do Barreiro e ensaios de caracterização do betão no laboratório da Betão Liz S.A. em Alfragide. Os modelos ensaiados sob ações horizontais cíclicas foram produzidos na Concremat S.A.. O cimento utilizado na produção do betão de elevada resistência foi fornecido pela Cimpor através do Centro de Produção de Alhandra. A Sika, a VSL, a Lena Agregados S.A., a Hilti Portugal e a Mota-Engil forneceram materiais ou equipamentos utilizados na realização dos ensaios. A todas as instituições e entidades referidas agradeço os meios colocados à minha disposição.

Ao meu orientador científico, Professor António Pinho Ramos, expresso a minha gratidão pela disponibilidade e incentivo, acompanhamento permanente e conhecimentos transmitidos durante a realização deste trabalho.

Ao Professor Válder Lúcio, meu coorientador científico, gostaria de exprimir o meu agradecimento pela sua disponibilidade para acompanhar este trabalho, os seus ensinamentos e sugestões.

Ao Doutor Duarte Faria agradeço pelo interesse demonstrado neste estudo, pelos seus comentários, sugestões e pelo incentivo.

Agradeço à Doutora Ana Brás pela disponibilidade demonstrada em colaborar no desenvolvimento do betão de elevada resistência.

Agradeço a todos os professores do Departamento de Engenharia Civil que, de uma ou outra forma, deram a sua contribuição para a realização deste trabalho.

Aos colegas André Almeida, André Oliveira, Hugo Fernandes, Noel Franco, Nuno Dinarte e Nuno Mamede, deixo aqui um agradecimento especial pela sua importante colaboração nos trabalhos relacionados com a produção e ensaio dos modelos experimentais. Um agradecimento particular ao André Almeida pelo apoio e companheirismo que partilhámos ao longo dos últimos anos. Agradeço também ao Nuno Mamede pelo apoio com o ATENA na modelação numérica dos modelos. Agradeço ainda a todos os colegas que de alguma forma contribuíram para este trabalho.

Agradeço ao Vítor Silva pela amizade demonstrada, pela ajuda valiosa na preparação de alguns ensaios, na reparação e manutenção de equipamentos de laboratório e pelas sugestões. Ao Dr. Jorge Silvério e Sr. José Gaspar agradeço por todo o apoio nos trabalhos de laboratório.

À D.<sup>a</sup> Maria da Luz e Carla Figueiredo, o meu agradecimento pelo acolhimento, carinho e colaboração prestada no trabalho de secretariado.

Quero agradecer, de forma mais especial e carinhosa, à minha família e aos meus amigos pelo apoio e incentivo que sempre me dispensaram ao longo destes anos.

Por último, agradeço à Ana Filipa, pelo apoio, incentivo e compreensão demonstrados e pelo pouco tempo que lhe dediquei nos últimos tempos.

# COMPORTAMENTO AO PUNÇAMENTO DE LAJES FUNGIFORMES EM BETÃO DE ELEVADA RESISTÊNCIA

## RESUMO

O presente trabalho tem como objetivo avaliar o comportamento ao punçamento de lajes fungiformes em betão de elevada resistência (BER). O estudo baseia-se essencialmente em ensaios experimentais de modelos em BER ou parcialmente em BER. Foram ensaiados nove modelos sujeitos a ações verticais monotónicas que simulam a área de laje junto a um pilar interior, delimitada pela linha de momentos nulos. Foram também produzidos quatro modelos que simulam a laje de um edifício delimitada na direção longitudinal pelo meio vão e na direção transversal pela linha de momentos nulos, ensaiados sob ações verticais combinadas com ações horizontais cíclicas.

A composição do BER utilizado nos ensaios foi desenvolvida no âmbito deste trabalho e atingiu valores médios de tensão de rotura à compressão de cerca de 130MPa em provetes cilíndricos. Os efeitos na resistência ao punçamento da utilização de BER e da variação da percentagem de armadura longitudinal de tração em lajes de BER são apresentados e discutidos. As cargas de rotura dos ensaios realizados neste trabalho e de outros ensaios da bibliografia são comparadas com os valores previstos pelo EC2, pelo ACI 318-14 e pelo MC2010.

É apresentada uma técnica de utilização racional de BER em lajes fungiformes sujeita a carregamento apenas vertical e centrado, conseguindo-se um incremento da resistência até 38% em relação à da laje de referência em betão normal. Os resultados dos ensaios são complementados com os resultados obtidos através de uma análise paramétrica, com o objetivo de perceber qual a solução de utilização parcial de BER mais económica. É apresentada uma metodologia de cálculo da resistência ao punçamento de lajes fungiformes com utilização parcial de BER e os resultados são comparados com os experimentais e os resultantes da modelação numérica.

São estudadas várias hipóteses de utilização parcial de BER com ensaios de lajes sujeitas em simultâneo a ações verticais constantes e horizontais cíclicas. Os resultados são comparados em termos de deslocamentos, capacidade de dissipação de energia, capacidade resistente às forças horizontais e dos valores de drift admitidos. Os modelos com utilização parcial de BER atingiram forças e deslocamentos horizontais muito superiores às do modelo de referência.



# **PUNCHING SHEAR BEHAVIOUR OF HIGH STENGTH CONCRETE FLAT SLABS**

## **ABSTRACT**

This work aims to evaluate the punching behaviour of high strength concrete (HSC) flat slabs. The study is based mainly on experimental tests of HSC specimens or partially in HSC. Nine specimens simulating the area near a column of an interior slab panel up to the zero moment's line were subject to a monotonic vertical load. Four specimens that represent a flat slab truncated at midspan in the longitudinal direction and up to the zero moment's line in the transversal direction were tested under combined constant vertical and cyclic horizontal loading.

The HSC used in the experimental tests was developed in this work and reached compressive cylinder strength of about 130 MPa. The compressive strength and longitudinal reinforcement ratio effects are presented. The experimental failure loads obtained in this set of experimental tests and others collected from the literature were compared with code provisions by EC2, ACI 318-11 and MC2010.

A technique of rational use of HSC in flat slabs subjected to vertical loading is presented, affording a strength increase up to 38% in relation to the slab made of normal concrete. In order to study which solution of partial use of HSC is more economical, the tests results are complemented with the numerical results obtained using a parametric analysis. A punching resistance design methodology of flat slabs with partial use of HSC is presented and the computed values are compared with the experimental and numerical results.

Several hypotheses of partial use of HSC are studied on tests under combined constant vertical and cyclic horizontal loading. The results in terms of displacements, energy dissipation capacity, horizontal load capacity and the achieved horizontal drift are compared. Specimens with partial use of HCS reached higher horizontal forces and displacements than the reference slabs made of normal concrete.



## **PALAVRAS – CHAVE**

- Punçãoamento
- Betão de elevada resistência
- Análise experimental
- Laje fungiforme
- Ação horizontal
- Comportamento histerético



## KEYWORDS

- Punching
- High strength concrete
- Experimental analysis
- Flat slab
- Horizontal load
- Histeretic behaviour



## ÍNDICE DE MATÉRIAS

<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>1</b>
1.1 ASPETOS GERAIS .....	1
1.2 MOTIVAÇÃO E OBJETIVOS .....	2
1.3 ORGANIZAÇÃO DA TESE .....	3
<b>ESTADO DA ARTE .....</b>	<b>7</b>
2.1 INTRODUÇÃO .....	7
2.2 ENSAIOS EXPERIMENTAIS .....	8
2.2.1 <i>Ensaio de Marzouk e Hussein (1991)</i> .....	8
2.2.2 <i>Ensaio de Ramdane e Regan et al (1993)</i> .....	11
2.2.3 <i>Ensaio de Tomaszewicz (1993)</i> .....	13
2.2.4 <i>Ensaio de Hallgren (1996)</i> .....	14
2.2.5 <i>Ensaio de Ghannoum (1998)</i> .....	18
2.2.6 <i>Ensaio de Marzouk, Emam e Hilal (1998)</i> .....	21
2.2.7 <i>Ensaio de Ozden, Ersoy e Ozturan (2006)</i> .....	24
2.2.8 <i>Ensaio de Smadi e Yasin (2008)</i> .....	27
2.3 NORMAS .....	30
2.3.1 <i>Eurocódigo 2 (NP EN 1992-1-1)</i> .....	30
2.3.2 <i>ACI 318-14</i> .....	32
2.3.3 <i>Model Code 2010</i> .....	33
2.4 COMENTÁRIOS FINAIS .....	37
<b>BETÃO DE ELEVADA RESISTÊNCIA .....</b>	<b>39</b>
3.1 INTRODUÇÃO .....	39
3.2 EVOLUÇÃO HISTÓRICA .....	41
3.2.1 <i>O betão</i> .....	41
3.2.2 <i>O betão de elevada resistência</i> .....	42
3.3 DEFINIÇÃO DE BETÃO DE ELEVADA RESISTÊNCIA .....	44
3.4 VANTAGENS E LIMITAÇÕES DOS BERS .....	45
3.5 UTILIZAÇÃO DE BER NA CONSTRUÇÃO .....	46
3.6 COMPOSIÇÃO DE BETÕES .....	50
3.6.1 <i>Conceitos gerais</i> .....	50
3.6.1.1 <i>Expressão fundamental da composição do betão</i> .....	50
3.6.1.2 <i>Máxima dimensão dos agregados</i> .....	51
3.6.1.3 <i>Efeito de parede e efeito de peneiração</i> .....	52
3.6.1.4 <i>Trabalhabilidade ou consistência</i> .....	54
3.6.2 <i>Materiais constituintes</i> .....	54
3.6.2.1 <i>Cimento</i> .....	55

3.6.2.2	Adições.....	57
3.6.2.3	Agregados .....	58
3.6.2.4	Água .....	61
3.6.2.5	Adjuvantes .....	61
3.6.3	<i>Formulação</i> .....	62
3.6.3.1	Compacidade .....	62
3.6.3.2	Quantificação da pasta ligante.....	64
3.6.3.3	Quantificação dos agregados .....	65
3.6.3.4	Formulação de BER .....	69
3.7	ESTUDO DA COMPOSIÇÃO DE UM BETÃO DE ELEVADA RESISTÊNCIA.....	70
3.7.1	<i>Materiais selecionados</i> .....	70
3.7.2	<i>Composições estudadas</i> .....	74
3.8	COMENTÁRIOS FINAIS .....	78
<b>PUNÇOAMENTO CENTRADO EM LAJES DE BETÃO DE ELEVADA RESISTÊNCIA.....</b>		<b>81</b>
4.1	INTRODUÇÃO .....	81
4.2	DESCRIÇÃO DOS MODELOS .....	82
4.3	SISTEMA DE ENSAIO .....	84
4.4	MATERIAIS .....	86
4.5	INSTRUMENTAÇÃO .....	88
4.6	ANÁLISE DE RESULTADOS .....	89
4.6.1	<i>Deslocamentos verticais</i> .....	90
4.6.2	<i>Extensão das armaduras longitudinais</i> .....	94
4.6.3	<i>Capacidade de carga e comportamento na rotura</i> .....	97
4.6.4	<i>Superfície de rotura</i> .....	99
4.7	COMPARAÇÃO ENTRE AS CARGAS DE ROTURA EXPERIMENTAIS E OS VALORES PREVISTOS PELO EC2, MC2010 E ACI 318-14. ....	101
4.7.1	<i>Expressões de cálculo</i> .....	101
4.7.2	<i>Comparação entre as cargas de rotura experimentais e previstas</i> .....	103
4.8	COMENTÁRIOS FINAIS .....	108
<b>PUNÇOAMENTO CENTRADO EM LAJES COM UTILIZAÇÃO RACIONAL DE BETÃO DE ELEVADA RESISTÊNCIA .....</b>		<b>111</b>
5.1	INTRODUÇÃO .....	111
5.2	DESCRIÇÃO DOS MODELOS EXPERIMENTAIS .....	114
5.3	SISTEMA DE ENSAIO, MATERIAIS E INSTRUMENTAÇÃO .....	116
5.4	ANÁLISE DOS RESULTADOS EXPERIMENTAIS .....	119
5.4.1	<i>Deslocamentos verticais</i> .....	119
5.4.2	<i>Extensão das armaduras longitudinais</i> .....	123
5.4.3	<i>Capacidade de carga e comportamento na rotura</i> .....	126

5.4.4	<i>Superfície de rotura</i> .....	130
5.5	MODELAÇÃO NUMÉRICA.....	132
5.5.1	<i>PROGRAMA DE CÁLCULO ATENA 3D</i> .....	133
5.5.1.1	Modelação do betão.....	133
5.5.1.1.1	Modelos de fendilhação.....	133
5.5.1.1.2	Relações tensão-extensão.....	135
5.5.1.1.3	Comportamento em tração.....	136
5.5.1.1.4	Comportamento em compressão.....	138
5.5.1.1.5	Rotura biaxial do betão.....	140
5.5.1.1.6	Resistência à compressão do betão fendilhado.....	141
5.5.1.2	Aço.....	141
5.5.1.2.1	Relações tensão-deformação do aço.....	142
5.5.1.2.2	Modelos de aderência.....	142
5.5.1.3	Tipos de elementos.....	143
5.5.2	<i>MODELAÇÃO DOS MODELOS EXPERIMENTAIS</i> .....	144
5.5.2.1	Geometria.....	144
5.5.2.2	Condições de carregamento e monitorização.....	145
5.5.2.3	Materiais.....	146
5.5.2.4	Comparação de resultados.....	148
5.6	ANÁLISE PARAMÉTRICA.....	152
5.6.1	<i>Modelos</i> .....	152
5.6.2	<i>Apresentação e análise de resultados</i> .....	153
5.7	COMENTÁRIOS FINAIS.....	157

**PROPOSTA DE MODELO PARA AVALIAÇÃO DA RESISTÊNCIA AO PUNÇOAMENTO DE LAJES COM UTILIZAÇÃO RACIONAL DE BETÃO DE ELEVADA RESISTÊNCIA ..... 159**

6.1	INTRODUÇÃO.....	159
6.2	CRITÉRIO DE ROTURA.....	160
6.3	COMPORTAMENTO CARGA-ROTAÇÃO DE LAJES COM UTILIZAÇÃO PARCIAL DE BER.....	163
6.3.1	<i>Formulação quadrilinear</i> .....	163
6.3.2	<i>Formulação simplificada</i> .....	170
6.3.3	<i>Comparação de resultados</i> .....	171
6.4	COMENTÁRIOS FINAIS.....	173

**PUNÇOAMENTO EM LAJES SUJEITAS A AÇÕES HORIZONTAIS CÍCLICAS ..... 175**

7.1	INTRODUÇÃO.....	175
7.2	DESCRIÇÃO DOS MODELOS.....	176
7.3	SISTEMA DE ENSAIO.....	180
7.4	MATERIAIS.....	184
7.5	INSTRUMENTAÇÃO.....	185

7.6	PROTOCOLO DE ENSAIO.....	188
7.7	RESULTADOS EXPERIMENTAIS .....	189
7.7.1	<i>Deslocamentos verticais.....</i>	189
7.7.2	<i>Extensão nas armaduras longitudinais.....</i>	196
7.7.3	<i>Comportamento histerético.....</i>	200
7.7.3.1	Diagramas histeréticos.....	200
7.7.3.2	Ductilidade lateral .....	206
7.7.3.3	Índice de deformação residual e rigidez lateral efetiva .....	207
7.7.3.4	Amortecimento .....	210
7.7.4	<i>Padrão de fendilhação e comportamento na rotura .....</i>	213
7.8	COMPARAÇÃO DAS CARGAS EXPERIMENTAIS COM AS PREVISTAS PELO MODELO PROPOSTO 219	
7.9	COMENTÁRIOS FINAIS .....	221
	<b>CONCLUSÕES FINAIS E DESENVOLVIMENTOS FUTUROS .....</b>	<b>223</b>
8.1	CONCLUSÕES .....	223
8.1.1	<i>O betão de elevada resistência .....</i>	223
8.1.2	<i>Punçoamento de lajes em BER.....</i>	225
8.1.3	<i>Punçoamento em lajes com utilização parcial de BER.....</i>	226
8.1.4	<i>Proposta de modelo para avaliação da resistência ao punçoamento de lajes com utilização racional de BER.....</i>	227
8.1.5	<i>Punçoamento em lajes sujeitas a ações horizontais cíclicas.....</i>	228
8.2	RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS .....	229
	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....</b>	<b>231</b>

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1 – Evolução do deslocamento no centro dos modelos das séries I e III [12].	10
Figura 2.2 – Evolução do deslocamento no centro dos modelos das séries II e IV [12].	11
Figura 2.3 - Sistema de ensaio usado no trabalho experimental realizado por Ramdane [13] e Regan [14].	12
Figura 2.4 - Esquema da secção transversal do modelo N/HSC8 (adaptado de [16]).	15
Figura 2.5 - Posicionamento dos pontos de medição da extensão do betão comprimido no modelo HSC1 (adaptado de [16]).	15
Figura 2.6 - Dispositivo usado para medir as extensões dentro do betão do modelo HSC1 [16].	15
Figura 2.7 - Esquema do sistema de ensaio usado por Hallgren (adaptado de [16]).	16
Figura 2.8 - Relação entre a carga vertical e a rotação dos modelos ensaiados por Hallgren [16].	17
Figura 2.9 - Extensão radial do betão medida a diferentes profundidades da face comprimida do modelo HSC 1 [16].	18
Figura 2.10 - Geometria dos modelos e sistema de ensaio usado (adaptado de [17]).	19
Figura 2.11 - Distribuição uniforme (a) e distribuição em banda (b) (adaptado de [17]).	19
Figura 2.12 - Comportamento força-deformação para os modelos com a armadura superior colocada em banda sobre o pilar e distribuída de forma uniforme [17].	20
Figura 2.13 - Representação esquemática dos modelos de ensaio (a) e posicionamento dos defletómetros e dos extensómetros (b) (adaptado de [18]).	21
Figura 2.14 – Evolução dos deslocamentos nos modelos 1 e 2 (a) e 3 a 6 (b) [18].	23
Figura 2.15 - Evolução da relação entre o momento fletor e a rotação dos modelos 3 a 6 [18].	23
Figura 2.16 - Vista inferior do modelo 4 após rotura [18].	24
Figura 2.17 – Dimensões dos modelos ensaiados por Ozden <i>et al.</i> (adaptado de [19]).	24
Figura 2.18 – Esquema de ensaio e instrumentação usados por Ozden <i>et al.</i> [19].	25
Figura 2.19 – Padrão de fendilhação característico dos modelos ensaiados [19].	26
Figura 2.20 - Padrão de fendilhação obtido em alguns modelos ensaiados [19].	27
Figura 2.21 – Secção transversal dos modelos da ligação pilar–laje ensaiados por Smadi e Yasin [20].	28
Figura 2.22 – Sistema de ensaio usado por Smadi e Yasin [20].	29
Figura 2.23 – Gráfico força-deslocamento para os modelos N1 e H1 [20].	29
Figura 2.24 - Gráfico momento-rotação para os modelos N2 e H2 [20].	30
Figura 2.25 - Perímetro de controlo definido no EC2 [1].	32
Figura 2.26 - Perímetro de controlo definido no ACI 318-14 [2].	32
Figura 2.27 - Perímetro de controlo definido no MC2010 [3].	34
Figura 3.1 – O barco de Lambot de 1848 [36].	42
Figura 3.2 – Mid-Continental Plaza (a) e Water Tower Place (b) são exemplos de edifícios construídos com BER.	43
Figura 3.3 – Edifício T&C em Taiwan, considerado o mais alto da cidade, em 1997 [54].	47
Figura 3.4 – <i>Trump Tower</i> em Chicago, com 423 m de altura [55].	48

Figura 3.5 – Burj Khalifa no Dubai é considerado edifício em betão armado mais alto do mundo [56].	48
Figura 3.6 – Ponte Vasco da Gama [53].	49
Figura 3.7 – Edifício do Centro de Coordenação e Controlo de Tráfego do Porto de Lisboa	49
Figura 3.8 – Cuvas granulométricas dos agregados grossos de basalto de Rio Maior (a) e Vialonga (b).	74
Figura 3.9 – Curvas granulométricas dos agregados grossos de granodiorito (a) e das areias (b).	74
Figura 3.10 – Agregados introduzidos (a) e após mistura dos agregados (b).	76
Figura 3.11 – Após introdução do superplastificante (a) e aspeto final do betão (b).	76
Figura 3.12 – Curvas granulométricas das composições C1 (a) e C2 (b).	77
Figura 3.13 – Curvas granulométricas da composição C3.	77
Figura 3.14 – Equipamento utilizado na lavagem dos agregados grossos (a) e agregados de basalto depois de lavados e secos (b).	78
Figura 4.1 – Relação do modelo de ensaio com o diagrama de momentos flectores de uma laje fungiforme.	82
Figura 4.2 – Esquema das armaduras longitudinais dos vários modelos (dimensões em mm).	83
Figura 4.3 – Vista geral do molde e armadura (a) e betonagem (b).	84
Figura 4.4 – Laje após betonagem, coberta com manta de serapilheira humedecida.	84
Figura 4.5 – Sistema de ensaio utilizado (dimensões em mm).	85
Figura 4.6 – Sistema de ensaio: vista inferior (a) e vista geral (b).	85
Figura 4.7 – Ensaio de tração do betão por compressão diametral (a), módulo de elasticidade do betão por compressão (b) e tração das armaduras (c).	87
Figura 4.8 – Sistema de aquisição de dados (a) e posicionamento dos defletómetros e células de carga (b).	88
Figura 4.9 – Posicionamento dos defletómetros verticais nas faces superior (a) e inferior (b) (dimensões em mm).	89
Figura 4.10 – Posicionamento dos extensómetros (a) e detalhe de extensómetro colado (b).	89
Figura 4.11 – Evolução dos deslocamentos verticais com o carregamento.	90
Figura 4.12 – Comparação dos deslocamentos verticais medidos nas faces superior e inferior do modelo SNSC4.	92
Figura 4.13 - Deformada dos modelos para alguns patamares de carga, nas direcções Este-Oeste (a) e Norte-Sul (b).	93
Figura 4.14 – Evolução da extensão na armadura superior dos modelos SHSC1, SHSC2, SHSC3 e SNSC 4.	95
Figura 4.15 – Distribuição transversal de extensões.	96
Figura 4.16 - Comparação da capacidade de carga dos modelos.	97
Figura 4.17 – Vista superior dos modelos depois de ensaiados.	98
Figura 4.18 – Modelo SHSC2: (a) vista superior imediatamente antes da rotura; (b) vista inferior após rotura.	99
Figura 4.19 – Esquema do levantamento geométrico da inclinação da superfície de rotura.	99
Figura 4.20 – Vista da superfície de rotura dos modelos na direcção Norte-Sul.	100

Figura 4.21 – Vista da superfície de rotura dos modelos na direção Este-Oeste .....	100
Figura 4.22 – Relação $V_{exp}/V_R$ em função da resistência à compressão do betão para (a) EC2, (b) ACI 318-14, (c) MC2010 ( $d_g$ real) e MC2010 ( $d_g = 0$ ). .....	106
Figura 4.23 – Comparação entre o critério de rotura do MC2010 e os resultados experimentais. ....	107
Figura 4.24 – Provetes de cilindros em (a) betão convencional e (b) betão de elevada resistência. ....	107
Figura 4.25 – Definição esquemática dos parâmetros $R_t$ e $R_a$ de uma superfície. ....	108
Figura 5.1 - Esquema da secção transversal do modelo com utilização parcial de BER (adaptado de [16]). .....	112
Figura 5.2 – Geometria dos modelos ensaiados por Zohrevand <i>et al.</i> [114]. ....	112
Figura 5.3 – Esquema dos modelos ensaiados por Bastien-Masse e Brühwiler [115]. ....	113
Figura 5.4 – Geometria dos modelos com utilização parcial de BER. ....	115
Figura 5.5 – Esquema das armaduras longitudinais (dimensões em mm). ....	115
Figura 5.6 – Rede hexagonal usada como molde da zona em BER (a) e betonagem localizada de BER (b). .....	116
Figura 5.7 – Vista geral após betonagem da zona em BER (a) e durante a betonagem com betão normal (b). ....	116
Figura 5.8 – Vista inferior do modelo SHSC7 sobre o macaco hidráulico. ....	117
Figura 5.9 – Posição dos extensómetros na armadura longitudinal superior dos modelos. ....	119
Figura 5.10 – Evolução dos deslocamentos verticais com o carregamento dos modelos 4 a 9. ....	120
Figura 5.11 – Deformada para alguns patamares de carga dos modelos sem utilização de BER, nas direções Este-Oeste (a) e Norte-Sul (b). ....	122
Figura 5.12 – Deformada para alguns patamares de carga dos modelos SHSC5 e SHSC9, nas direções Este-Oeste (a) e Norte-Sul (b). ....	122
Figura 5.13 – Deformada para alguns patamares de carga dos modelos SHSC7 e SHSC8, nas direções Este-Oeste (a) e Norte-Sul (b). ....	123
Figura 5.14 – Evolução da extensão na armadura superior dos modelos de referência e dos modelos com utilização parcial de BER. ....	124
Figura 5.15 – Distribuição transversal da extensão nos modelos de referência e nos modelos com utilização parcial de BER. ....	125
Figura 5.16 – Carga de rotura dos modelos com utilização parcial de BER e dos modelos de referência. .	127
Figura 5.17 – (a) Vista superior do modelo SNSC6 antes da rotura; (b) vista inferior do modelo SHSC7 após a rotura. ....	128
Figura 5.18 – Modelo SHSC8: (a) vista superior imediatamente antes da rotura; (b) vista superior após a rotura. ....	128
Figura 5.19 – Vista superior dos modelos 4 a 9 depois de ensaiados. ....	129
Figura 5.20 – Vista pormenorizada da superfície de rotura do modelo SHSC8. ....	130
Figura 5.21 – Detalhes da superfície de rotura do modelo SHSC5. ....	130
Figura 5.22 - Vista da superfície de rotura dos modelos na direção Norte-Sul. ....	131

Figura 5.23 - Vista da superfície de rotura dos modelos na direção Este-Oeste.....	131
Figura 5.24 – Distribuição discreta e contínua da fendilhação (adaptado de [125]). .....	133
Figura 5.25 – Estado de tensão e deformação do modelo de fendilhação fixo (adaptado de [124]). .....	134
Figura 5.26 - Estado de tensão e deformação do modelo de fendilhação rotativo (adaptado de [124]). ..	135
Figura 5.27 – Diagrama uniaxial equivalente tensão-extensão (adaptado de [124]). .....	136
Figura 5.28 – Lei exponencial tensão-abertura de fenda, desenvolvida por Hordijk [127]. .....	137
Figura 5.29 – Processo de fendilhação do betão no diagrama tensão-abertura de fenda (adaptado de [129]).....	137
Figura 5.30 – Diagrama tensão-extensão à compressão do betão adotado no ATENA (adaptado de [124]). .....	138
Figura 5.31 – Envolvente de rotura biaxial (adaptado de [124]). .....	140
Figura 5.32 – Fator de redução da resistência à compressão do betão fendilhado (adaptado de [124]). ..	141
Figura 5.33 – Esquema dos modelos de armaduras (adaptado de [120]). .....	142
Figura 5.34 – Representação esquemática dos modelos de aderência implementados no ATENA (adaptado de [120]).....	143
Figura 5.35 – Geometria dos elementos finitos implementados no ATENA. a) tetraedros; b) hexaedros e c) <i>wedge</i> de 5 faces (adaptado de [124]). .....	144
Figura 5.36 – Modelo numérico da laje SHSC7: (a) discretização da malha e (b) armadura longitudinal superior.....	145
Figura 5.37 – Modelo numérico da laje SHSC7: (a) apoios e (b) pontos de monitorização.....	146
Figura 5.38 – Modelo SHSC5: comparação dos deslocamentos verticais experimentais e da análise numérica. ....	149
Figura 5.39 - Modelo SHSC7: comparação dos deslocamentos verticais experimentais e da análise numérica. ....	149
Figura 5.40 - Modelo SHSC8: comparação dos deslocamentos verticais experimentais e da análise numérica. ....	150
Figura 5.41 - Modelo SHSC9: comparação dos deslocamentos verticais experimentais e da análise numérica. ....	150
Figura 5.42 – Evolução da fendilhação do modelo SHSC8: (a) 78 kN, (b) 136 kN, (c) 216 kN e (d) 424 kN. ....	151
Figura 5.43 – Evolução da fendilhação do modelo SHSC9: (a) 82 kN, (b) 142 kN, (c) 216 kN e (d) 426 kN. ....	152
Figura 5.44 – Representação esquemática da variação da geometria da zona em BER: (a) em planta e (b) em espessura. ....	153
Figura 5.45 – Efeito da variação em planta e em espessura da zona em BER para um betão normal com resistência à compressão de: (a) 25 MPa, (b) 35 MPa, (c) 45 MPa e (d) 55 MPa. ....	154
Figura 5.46 – Efeito da variação da resistência à compressão do betão normal considerando a largura da zona de BER para cada lado do pilar de (a) 1,5h, (b) 2h e (c) 3h. ....	155
Figura 5.47 – Relação do aumento de resistência com o volume de BER utilizado. ....	156

Figura 6.1 – Desenvolvimento da fenda crítica de punçoamento numa laje com utilização racional de BER.	161
Figura 6.2 – Comparação dos resultados experimentais com a proposta para as formulações média e característica do critério de rotura.	162
Figura 6.3 – Definição geométrica dos parâmetros envolvidos.	163
Figura 6.4 – Segmento radial de laje: (a) forças no betão e na armadura longitudinal; (b) forças e momentos resultantes (adaptado de [24]).	164
Figura 6.5 – Relação quadrilinear momento-curvatura ( $m-\chi$ ): (a) secção com betão normal; (b) secção com utilização parcial de BER (adaptado de [24]).	165
Figura 6.6 – Curvas $V-\psi$ : experimental, formulação quadrilinear e formulação simplificada.	172
Figura 7.1 – Geometria em planta e em alçado dos modelos ensaiados ao punçoamento cíclico (dimensões em mm).	177
Figura 7.2 – Geometria da zona em BER nos modelos sujeitos ao punçoamento cíclico.	178
Figura 7.3 – Armaduras longitudinais dos modelos ensaiados ao punçoamento com ação cíclica horizontal (dimensões em mm).	179
Figura 7.4 – Fotos da betonagem do modelo CHSC1.	180
Figura 7.5 – Fotos da betonagem do modelo CSHC2.	180
Figura 7.6 – Sistema de aplicação das cargas verticais e da ação horizontal (dimensões em mm).	181
Figura 7.7 – Sistema de compatibilização das rotações e momentos fletores: a) indeformado; b) carga gravítica e c) ação horizontal.	182
Figura 7.8 - Sistema de compatibilização dos deslocamentos verticais e esforço transversal: a) indeformado; b) carga gravítica e c) ação horizontal.	183
Figura 7.9 – Vista geral do sistema de ensaio.	184
Figura 7.10 – Planta com pontos de aplicação das forças verticais e distribuição dos defletómetros (dimensões em mm).	186
Figura 7.11 – Posição dos extensómetros usados na armadura superior.	186
Figura 7.12 – Equipamento de monitorização e de aquisição de dados.	187
Figura 7.13 – Vista geral do equipamento do modelo e equipamento de monitorização.	187
Figura 7.14 – Vista da ligação do pilar à face inferior da laje CHSC1.	187
Figura 7.15 – Protocolo de aplicação da ação horizontal cíclica.	188
Figura 7.16 - Modelo C-50: perfis longitudinais para os primeiros e terceiros ciclos dos diferentes níveis de <i>drift</i> – efeito isolado da carga horizontal no topo do pilar.	190
Figura 7.17 – Modelo C-50: perfis longitudinais para os primeiros e terceiros ciclos dos diferentes níveis de <i>drift</i> – efeito total.	190
Figura 7.18- Modelo CHSC1: perfis longitudinais para os primeiros e terceiros ciclos dos diferentes níveis de <i>drift</i> – efeito isolado da carga horizontal no topo do pilar.	191
Figura 7.19 - – Modelo CHSC1: perfis longitudinais para os primeiros e terceiros ciclos dos diferentes níveis de <i>drift</i> – efeito total.	191

Figura 7.20 - Modelo CHSC2: perfis longitudinais para os primeiros e terceiros ciclos dos diferentes níveis de <i>drift</i> – efeito isolado da carga horizontal no topo do pilar. ....	192
Figura 7.21 – Modelo CHSC2: perfis longitudinais para os primeiros e terceiros ciclos dos diferentes níveis de <i>drift</i> – efeito total.....	192
Figura 7.22 - Modelo CHSC3: perfis longitudinais para os primeiros e terceiros ciclos dos diferentes níveis de <i>drift</i> – efeito isolado da carga horizontal no topo do pilar. ....	193
Figura 7.23 - Modelo CHSC3: perfis longitudinais para os primeiros e terceiros ciclos dos diferentes níveis de <i>drift</i> – efeito total.....	193
Figura 7.24 – Vista lateral do modelo CHSC1 durante o ensaio. ....	194
Figura 7.25 – C-50: posição do ponto de inflexão ao longo do ensaio. ....	195
Figura 7.26 – CHSC1: posição do ponto de inflexão ao longo do ensaio.....	195
Figura 7.27 – CHSC2: posição do ponto de inflexão ao longo do ensaio.....	196
Figura 7.28 – CHS3: posição do ponto de inflexão ao longo do ensaio. ....	196
Figura 7.29 – Modelo C-50 - Extensões na armadura longitudinal superior para diferentes <i>drifts</i> : (a) sentido Norte-Sul e (b) sentido Sul-Norte. ....	197
Figura 7.30 - Modelo CHSC1 - Extensões na armadura longitudinal superior para diferentes <i>drifts</i> : (a) sentido Norte-Sul e (b) sentido Sul-Norte. ....	198
Figura 7.31 - Modelo CHSC 2 - Extensões na armadura longitudinal superior para diferentes <i>drifts</i> : (a) sentido Norte-Sul e (b) sentido Sul-Norte. ....	199
Figura 7.32 - Modelo CHSC 3 - Extensões na armadura longitudinal superior para diferentes <i>drifts</i> : (a) sentido Norte-Sul e (b) sentido Sul-Norte. ....	200
Figura 7.33 – Modelo C-50 – diagrama histerético. ....	201
Figura 7.34 – Modelo CHSC1 – diagrama histerético. ....	202
Figura 7.35 – Modelo CHSC2 – diagrama histerético. ....	202
Figura 7.36 – Modelo CHSC3 – diagrama histerético. ....	203
Figura 7.37 – Envoltórios dos gráficos histeréticos. ....	204
Figura 7.38 – Força máxima horizontal para os ciclos no sentido Sul. ....	205
Figura 7.39 - Força máxima horizontal para os ciclos no sentido Norte.....	205
Figura 7.40 – Adaptação bilinear da curva de envolvente do diagrama histerético. ....	207
Figura 7.41 – Diagrama histerético típico para uma ação cíclica (extraído de [151]). ....	208
Figura 7.42 – Índice de deformação residual dos modelos ensaiados (RDI). ....	209
Figura 7.43 – Rigidez lateral efetiva para os ciclos no sentido Sul. ....	210
Figura 7.44 – Rigidez lateral efetiva para os ciclos Norte. ....	210
Figura 7.45 – Modelo C50 – Coeficiente de amortecimento viscoso para cada ciclo completo. ....	211
Figura 7.46 – Modelo CHSC1 – Coeficiente de amortecimento viscoso para cada ciclo completo.....	212
Figura 7.47 – Modelo CHSC2 – Coeficiente de amortecimento viscoso para cada ciclo completo.....	212
Figura 7.48 – Modelo CHSC3 – Coeficiente de amortecimento viscoso para cada ciclo completo.....	213
Figura 7.49 – Fendas de flexão na face superior do modelo CHSC3 após aplicação da carga vertical.....	214

Figura 7.50 – Fendilhação das faces inferior e superior do modelo CHCS2 após atingir os 2,0% de <i>drift</i> . .	214
Figura 7.51 – Fendilhação das faces inferior e superior do modelo CHSC2 após atingir os 3,0% de <i>drift</i> . .	215
Figura 7.52 - Vista superior dos modelos: (a) CHSC2 para 2,5% de <i>drift</i> para Sul e (b) CHSC3 para 3,0% de <i>drift</i> para Norte.....	216
Figura 7.53 – (a) Modelo CHSC 3 – Fenda tangencial na face superior para 3,0% de drift. (b) Modelo CHSC2 após ensaio mas ainda sujeito à carga vertical. ....	216
Figura 7.54 – Modelo CHSC3: (a) Esmagamento do betão no perímetro do pilar, na face inferior e (b) vista inferior após rotura.....	216
Figura 7.55 - Vista geral e detalhada da superfície de rotura dos modelos no sentido longitudinal. ....	217
Figura 7.56 - Vista da face superior dos modelos, na zona do pilar. ....	218



## ÍNDICE DE QUADROS

Quadro 2.1 – Detalhes dos modelos ensaiados por Marzouk e Hussein .....	9
Quadro 2.2 – Resumo dos resultados dos ensaios de Marzouk e Hussein .....	10
Quadro 2.3 - Características das lajes ensaiadas por Ramdane e Regan <i>et al</i> .....	12
Quadro 2.4 - Características das lajes ensaiadas por Tomaszewicz. ....	13
Quadro 2.5 - Características dos modelos ensaiados por Hallgren .....	16
Quadro 2.6 - Características dos modelos ensaiados por Ghannoum .....	20
Quadro 2.7 – Resistência à compressão do betão e principais resultados dos ensaios de <i>Marzouk et al.</i> ...	22
Quadro 2.8 - Características dos modelos ensaiados por Ozden, Ersoy e Ozturan.....	26
Quadro 2.9 – Caraterísticas dos modelos ensaiados por Smadi e Yasin. ....	28
Quadro 3.1 – Características dos componentes do clínquer Portland de acordo com a E378. ....	55
Quadro 3.2 – Valores de K para a utilização da expressão do índice de vazios .....	64
Quadro 3.3 – Valores de K' para a utilização da expressão do índice de vazios .....	64
Quadro 3.4 – Volume de vazios do betão compactado em função da dimensão máxima dos agregados ..	65
Quadro 3.5 – Parâmetro A da curva granulométrica de Faury .....	67
Quadro 3.6 – Parâmetro B da curva granulométrica de Faury.....	67
Quadro 3.7 – Características químicas, físicas e mecânicas do cimento utilizado. ....	71
Quadro 3.8 – Principais características da sílica de fumo Sikacrete HD. ....	72
Quadro 3.9 – Principais características do superplastificante Sika ViscoCrete 20 HE. ....	72
Quadro 3.10 – Propriedades físicas dos agregados selecionados. ....	73
Quadro 3.11 – Análise granulométrica dos agregados selecionados (% de passados). ....	73
Quadro 3.12 – Composições experimentais estudadas. ....	75
Quadro 4.1 – Altura útil média e percentagem geométrica dos modelos ensaiados. ....	83
Quadro 4.2 – Composições dos betões utilizados ( $\text{kg}/\text{m}^3$ ). ....	86
Quadro 4.3 – Propriedades mecânicas dos materiais (MPa). ....	87
Quadro 4.4 – Rigidez fendilhada, deformação na rotura e energia de deformação dos modelos. ....	91
Quadro 4.5 – Deformação e carga correspondente à cedência das armaduras e ductilidade. ....	97
Quadro 4.6 – Inclinação média da superfície de rotura dos modelos. ....	100
Quadro 4.7 – Comparação entre as cargas de rotura experimentais e os calculados pelas normas. ....	104
Quadro 4.8 – Resumo da comparação entre os resultados experimentais e previstos pelas normas.....	105
Quadro 5.1 – Altura útil média e percentagem geométrica dos modelos ensaiados. ....	116
Quadro 5.2 – Composições dos betões utilizados ( $\text{kg}/\text{m}^3$ ). ....	117
Quadro 5.3 – Propriedades mecânicas dos betões utilizados (MPa). ....	118
Quadro 5.4 – Propriedades mecânicas do aço das armaduras longitudinais (MPa). ....	118
Quadro 5.5 – Rigidez fendilhada, deformação na rotura e energia de deformação dos modelos. ....	121
Quadro 5.6 – Deformação e carga correspondente à cedência das armaduras e ductilidade. ....	126
Quadro 5.7 – Inclinação média da superfície de rotura dos modelos de referência e com utilização racional de BER. ....	131

Quadro 5.8 – Efeito da máxima dimensão do agregado no valor base da energia de fratura (MPa) .....	148
Quadro 5.9 – Propriedades mecânicas dos betões utilizados. ....	148
Quadro 5.10 – Comparação entre os deslocamentos e as cargas de rotura dos ensaios e da análise numérica. ....	150
Quadro 5.11 – Propriedades mecânicas dos betões utilizados na análise paramétrica. ....	153
Quadro 6.1 – Cargas de rotura previstas pelas formulações propostas, considerando a formulação média. ....	173
Quadro 7.1 – Altura útil média e geometria da zona em BER dos modelos ensaiados. ....	178
Quadro 7.2 – Propriedades mecânicas médias dos betões utilizados nos modelos com carga horizontal (MPa). ....	185
Quadro 7.3 – Propriedades mecânicas médias do aço das armaduras longitudinais. ....	185
Quadro 7.4 – Carga vertical aplicada a cada modelo. ....	188
Quadro 7.5 – Resumo dos principais resultados dos ensaios cíclicos. ....	203
Quadro 7.6 – Ductilidade lateral.....	207
Quadro 7.7 – Comparação das cargas experimentais com as previstas pelo modelo proposto. ....	220

## SIMBOLOGIA E NOTAÇÕES

### Minúsculas

$a$	volume de água
$adj$	volume de adjuvante
$a_m$ e $b_m$	dimensões da malha de retangular armadura
$b_s$	valor da largura da banda de laje considerado no cálculo de $m_{sd}$ e $m_{Rd}$
$c$	dimensão do pilar
$ci$	volume absoluto de cimento
$d$	altura útil média da laje
$d1$	maior abertura do peneiro onde ficam retidos agregados
$d2$	abertura do peneiro de dimensão inferior a $d1$ na série de peneiros usada
$d_g$	máxima dimensão dos agregados
$d_{g,eq}$	valor equivalente da máxima dimensão dos agregados
$d_y$	deslocamento equivalente à plastificação idealizada do modelo
$d_{y1}$	deslocamento equivalente à plastificação idealizada do modelo no sentido positivo
$d_{y2}$	deslocamento equivalente à plastificação idealizada do modelo no sentido negativo
$e$	excentricidade da carga aplicada
$f_c$	valor médio da tensão de rotura do betão à compressão em cilindros 150x300 mm
$f_{c,BER}$	valor médio da tensão de rotura do BER à compressão em cilindros 150x300 mm
$f_{c,eq}$	valor equivalente da tensão de rotura do betão à compressão
$f_{c,j}$	valor da tensão de rotura à compressão da pasta ligante, em MPa, $j$ dias após a amassadura;
$f_{cc}$	valor médio da tensão de rotura do betão à compressão em cubos 150x150x150 mm
$f_{cc,100}$	valor médio da tensão de rotura do betão à compressão em cubos 100x100x100 mm
$f_{ck}$	valor característico da tensão de rotura do betão à compressão aos 28 dias em provetes cilíndricos 150x300 mm
$f_{ct}$	valor médio da tensão de rotura do betão à tração
$f_{ct,BER}$	valor médio da tensão de rotura do BER à tração

$f_{sp}$	valor médio da tensão de rotura à tração do betão determinada através do ensaio de compressão diametral
$f_t$	valor médio da tensão de rotura à tração do aço
$f_y$	valor médio da tensão de cedência à tração do aço
$f_{yd}$	valor de cálculo da tensão de cedência à tração do aço
$h$	espessura da laje
$h_{BER}$	espessura da zona em BER
$k$	fator de escala
$k_{l,j}$	parâmetro empírico, caracterizador da mistura ligante
$k_{dg}$	parâmetro que tem em conta a máxima dimensão dos agregados
$k_f$	rigidez fendilhada da laje
$k_g$	parâmetro que depende do tipo de agregados
$k_\psi$	parâmetro que depende da rotação da laje
$l$	comprimento da zona de medição da rugosidade
$m_{cr}$	valor médio do momento fletor correspondente à fendilhação da laje
$m_{cr,BER}$	valor médio do momento fletor correspondente à fendilhação da secção de laje com utilização parcial de BER
$mf_i$	volume absoluto dos agregados de classes granulométricas finas
$mg_i$	volume absoluto dos agregados de classes granulométricas grossas
$m_i$	volume absoluto dos agregados
$m_r$	momento fletor raial por unidade de comprimento
$m_R$	valor médio do momento fletor resistente por unidade de comprimento
$m_{R,BER}$	valor médio do momento fletor resistente por unidade de comprimento de secção de laje com utilização parcial de BER
$m_{Rd}$	valor de cálculo do momento fletor resistente
$m_{sd}$	valor de cálculo do momento fletor atuante
$m_t$	momento fletor tangencial por unidade de comprimento
$n$	número de pontos de medição da rugosidade
$r$	raio desde o centro do pilar

$r_0$	raio da superfície de rotura por punçoamento
$r_1$	raio da zona em que a fendilhação se encontra estabilizada
$r_{1,BER}$	raio da zona em que a fendilhação se encontra estabilizada, em secção com utilização parcial de BER
$r_{BER}$	raio da zona em BER
$r_c$	fator de redução da resistência à compressão do betão fendilhado
$r_{c,eq}$	raio do pilar circular equivalente
$r_{cr}$	raio da zona fendilhada
$r_{cr,BER}$	raio da zona fendilhada, em secção com utilização de BER
$r_{cc}$	fator de redução da resistência à compressão do betão na direção principal II devido à tensão de tração na direção principal I
$r_{et}$	fator de redução da resistência à tração do betão na direção principal I devido à presença de compressões na direção principal II
$r_s$	distância desde o centro do pilar ao ponto em que o momento fletor é nulo
$r_{s,eq}$	raio da laje circular equivalente
$r_{s,x}$	distância na direção x desde o centro do pilar ao ponto em que o momento fletor é nulo
$r_{s,y}$	distância na direção y desde o centro do pilar ao ponto em que o momento fletor é nulo
$r_y$	raio da zona em que a armadura de flexão se encontra em cedência
$r_{y,BER}$	raio da zona em que a armadura de flexão se encontra em cedência, em secção com utilização de BER
$s$	volume absoluto de adição
$u$	perímetro de controlo de punçoamento
$va$	volume absoluto da argamassa
$vl$	volume absoluto do ligante
$vpf$	volume absoluto dos constituintes fluidos do betão
$vpl$	volume absoluto da pasta ligante
$vps$	volume dos constituintes sólidos do betão

vv	volume de ar
w	abertura de fenda
w <sub>c</sub>	abertura de fenda quando a tensão efetiva de resistência à tração é nula
x	percentagem em peso de agregados retidos em d1
x	profundidade da secção em compressão
x <sub>BER</sub>	profundidade da secção com utilização parcial de BER em compressão
y	percentagem em peso dos agregados que passaram em d1 e ficaram retidos em d2
y <sub>i</sub>	valor do desvio do perfil da superfície para a linha média, num ponto <i>i</i>

### **Maiúsculas**

A	coeficiente que depende da natureza dos agregados do betão
A/C	relação água/cimento em massa por unidade de volume de betão
B	coeficiente que depende da potência de compactação do betão
B <sub>1</sub>	dimensão em planta de laje quadrada
Drift <sub>rotura</sub>	<i>drift</i> no topo do pilar correspondente à rotura do modelo
E <sub>0</sub>	módulo de elasticidade inicial do betão
E <sub>c</sub>	valor médio do módulo de elasticidade secante do betão
E <sub>d1</sub>	energia dissipada para os ciclos positivos
E <sub>d2</sub>	energia dissipada para os ciclos negativos
E <sub>s</sub>	valor médio do módulo de elasticidade do aço
E <sub>s1</sub>	energia elástica para os ciclos positivos
E <sub>s2</sub>	energia elástica para os ciclos negativos
F <sub>max</sub>	força máxima horizontal no topo do pilar
G <sub>F</sub>	energia de fratura do betão
G <sub>F,BER</sub>	energia de fratura do BER
G <sub>F0</sub>	valor base de energia de fratura que depende do valor da máxima dimensão do agregado
I	índice de vazios

$I_0$	inércia não fendilhada
$I_{0,BER}$	inércia não fendilhada de secção com utilização parcial de BER
$K$	parâmetro que depende da consistência do betão
$K'$	parâmetro que depende da potência de compactação do betão
$L$	dimensão do modelo
$L_{min}$	menor vão da laje
$M_u$	momento fletor na rotura
$M_y$	momento fletor correspondente à cedência do primeiro varão da armadura longitudinal
$P_{re}$	capacidade de carga após a rotura
$R$	quociente entre o volume a encher e a superfície das faces do molde e das armaduras nele contido
$R_a$	rugosidade média
$R_c$	resistência do cimento aos 28 dias
$R_t$	rugosidade total
$S/C$	relação de sílica de fumo/cimento em massa por unidade de volume de betão
$U$	energia de deformação
$V_{cr}$	carga para a qual se verificou a abertura da primeira fenda
$V_{Ed}$	valor de cálculo da força transmitida da laje ao pilar
$V_{exp}$	carga de rotura da laje
$V_{exp,c}$	carga vertical aplicada
$V_{flex}$	carga correspondente à rotura por flexão da laje
$V_{flex,BER}$	carga correspondente à rotura por flexão de laje com utilização parcial de BER
$V_{min}$	menor dos valores entre $V_R$ e $V_{flex}$
$V_{NUM}$	valor da carga de rotura obtido através da análise numérica
$V_R$	resistência ao punçoamento
$V_{R,ACI}$	resistência ao punçoamento segundo o ACI 318-14
$V_{R,EC2}$	resistência ao punçoamento segundo o EC2

$V_{R,eq}$	valor médio da resistência ao punçoamento de laje com utilização parcial de BER
$V_{R,MC,eq}$	valor característico da resistência ao punçoamento de laje com utilização parcial de BER
$V_{R,MC2010}$	resistência ao punçoamento segundo o MC2010
$V_y$	carga correspondente à cedência do primeiro varão das armaduras longitudinais

## **Gregas**

$\alpha_{médio}$	inclinação média da superfície de rotura
$\alpha_s$	parâmetro que tem em conta a posição do pilar
$\beta_c$	quociente entre o lado maior e lado menor de um pilar
$\gamma_c$	coeficiente parcial de segurança relativo ao betão
$\Delta_{cr}$	deformação da laje correspondente à abertura da primeira fenda
$\Delta_{exp}$	deformação da laje correspondente à carga de rotura experimental
$\Delta_{Fmax}$	deslocamento correspondente à força máxima registada no topo do pilar
$\Delta_{NUM}$	deformação da laje correspondente à carga de rotura da análise numérica
$\Delta_{r1}$	deslocamento residual após os ciclos com deslocamentos positivos
$\Delta_{r2}$	deslocamento residual após os ciclos com deslocamentos negativos
$\Delta_u$	deformação da laje correspondente à carga de rotura
$\Delta_y$	deformação da laje correspondente à cedência do primeiro varão da armadura longitudinal
$\epsilon_{cI}$ e $\epsilon_{cII}$	extensões segundo os eixos principais
$\epsilon_y$	extensão de cedência do aço
$\theta_u$	rotação da laje correspondente à carga de rotura
$\theta_y$	rotação da laje correspondente à cedência do primeiro varão da armadura longitudinal
$\mu_{\Delta}$	ductilidade lateral
$\rho$	percentagem geométrica média de armadura longitudinal
$\rho_{ly}$	percentagem geométrica média da armadura longitudinal de tração na direção y, situada numa distância igual à largura do pilar acrescida de 3d para cada lado do pilar

$\rho_{lz}$	percentagem geométrica média da armadura longitudinal de tração na direção z, situada numa distância igual à largura do pilar acrescida de 3d para cada lado do pilar
$\rho_m$	raio médio de uma malha de armadura
$\sigma$	tensão normal
$\sigma$	compacidade do betão
$\sigma_{cI}$ e $\sigma_{cII}$	tensões segundo os eixos principais
$\chi$	curvatura
$\chi_I$	curvatura correspondente à estabilização da fendilhação na laje
$\chi_{I,BER}$	curvatura correspondente à estabilização da fendilhação na laje com utilização parcial de BER
$\chi_{cr}$	curvatura correspondente à fendilhação da laje
$\chi_{cr,BER}$	curvatura correspondente à fendilhação da laje com utilização parcial de BER
$\chi_{TS}$	decrécimo da curvatura da laje devido ao efeito “tension stiffening”
$\chi_{TS,BER}$	decrécimo da curvatura da laje com utilização parcial de BER, devido ao efeito “tension stiffening”
$\chi_y$	curvatura correspondente à cedência das armaduras de flexão da laje
$\chi_{y,BER}$	curvatura correspondente à cedência das armaduras de flexão da laje com utilização de BER
$\psi$	rotação da laje
$\Psi_u$	rotação da laje correspondente à carga de rotura

### Abreviações

ACI	American Concrete Institute
APEB	Associação Portuguesa das Empresas de Betão Pronto
ASCE	American Society of Civil Engineers
ASTM	American Society for Testing and Materials
ATENA	Advanced Tool for Engineering Nonlinear Analysis

BER	Betão de elevada resistência
CoV	Coefficiente de variação
CSCT	Critical Shear Crack Theory
EC2	Eurocódigo 2
<i>fib</i>	Fédération Internationale du Béton
HSC	High strength concrete
MC2010	Model Code 2010
RDI	Índice de deformação residual
UHPC	Betão de desempenho muito elevado ( <i>Ultra high performance concrete</i> )
UHPFRC	Betão de desempenho muito elevado reforçado com fibras ( <i>Ultra high performance fibre reinforced concrete</i> )

# CAPÍTULO 1

## INTRODUÇÃO

### 1.1 ASPETOS GERAIS

No início da utilização do betão armado, em Portugal, as lajes dos edifícios eram construídas maioritariamente apoiadas em vigas de betão armado, que por sua vez apoiavam em pilares com distribuição no espaço mais ou menos regular. Hoje em dia, são adotadas com frequência opções arquitetónicas que inviabilizam a distribuição regular da malha dos pilares, obrigando assim, à adoção de lajes apoiadas diretamente nos pilares, constituindo lajes comumente designadas por fungiformes.

A construção com lajes fungiformes é muito comum em estruturas para edifícios habitacionais, comerciais e de escritórios. Este sistema estrutural está associado a muitas vantagens, tais como: a redução dos trabalhos de cofragem e a sua menor complexidade; maior facilidade e economia na instalação das infraestruturas elétricas e mecânicas, devido a não haver necessidade de contornar as vigas interiores que existem em outros sistemas estruturais; a redução da altura dos pisos, devido à ausência de vigas interiores; a versatilidade e flexibilidade na compartimentação dos espaços e a maior rapidez de construção. As vantagens apresentadas fazem com que o sistema estrutural em laje fungiforme seja o preferido, sendo considerado eficiente e económico.

As estruturas em laje fungiforme exibem um complexo sistema de comportamento resistente aos esforços de flexão e corte na zona de ligação laje-pilar. A transferência de forças e momentos entre a laje e o pilar provocam elevadas tensões junto a este, dando origem a um processo de fendilhação que pode conduzir à rotura da laje por punçoamento.

A rotura por punçoamento é caracterizada por ser frágil e apesar de ser um fenómeno localizado, a sua ocorrência leva à perda de um ponto de apoio da laje e conseqüentemente ao aumento dos esforços nos apoios mais próximos. A redistribuição de esforços para os apoios vizinhos pode induzir à sua rotura por punçoamento e ao colapso progressivo da laje, ou mesmo de toda a estrutura. A resistência ao punçoamento assume um papel preponderante e é um fator condicionante no dimensionamento de lajes fungiformes, nomeadamente para a escolha da sua espessura.

O problema do punçoamento nas lajes fungiformes é mais gravoso quando ocorre a ação combinada de carga gravítica e de solicitações horizontais, como é o caso da ocorrência de um sismo. Na ocorrência de um sismo, e mesmo que não sejam consideradas no sistema primário resistente, as lajes fungiformes estão sujeitas ao mesmo deslocamento relativo entre pisos que os restantes elementos, devendo-se garantir que as ligações laje-pilar mantêm a capacidade de suportar as cargas gravíticas durante e após a sua ocorrência.

A resistência ao punçoamento pode ser melhorada através, entre outros, do aumento da espessura da laje, do aumento da secção do pilar, do aumento da quantidade da armadura longitudinal da laje, da utilização de betão com maior resistência, da utilização de armaduras específicas de punçoamento, da utilização de pré-esforço, da adição de fibras ao betão ou pela colocação de um capitel. Em termos de soluções de reforço, são várias as técnicas que podem ser aplicadas, tais como, a utilização de armadura específica pós-instalada, a utilização de pré-esforço exterior, a colocação de um capitel metálico ou a construção de um capitel de betão, a adição de uma camada suplementar de betão na face superior ou a utilização de materiais compósitos.

## **1.2 MOTIVAÇÃO E OBJETIVOS**

Os resultados de ensaios experimentais ao punçoamento em lajes fungiformes são relativamente abundantes. No caso específico de lajes em betão de elevada resistência (BER), a maioria dos ensaios foi realizada em modelos de laje com betões com resistência à compressão inferior a 90 MPa.

A evolução da tecnologia de produção de betão, associada ao desenvolvimento de novos adjuvantes por parte da indústria química permite hoje em dia a produção de betões com resistência à compressão bastante mais elevada. Uma das motivações para este estudo surgiu da necessidade de averiguar experimentalmente o efeito no comportamento ao punçoamento da utilização de BER com resistência mais elevada à dos ensaios existentes na bibliografia. Definiu-se como objetivo uma resistência à compressão em provetes cilíndricos na ordem dos 130 MPa.

A maioria dos ensaios existentes neste âmbito foi realizada com a aplicação de carregamento vertical. Existe ainda um número reduzido de modelos sujeitos à ação de uma carga vertical excêntrica. A necessidade de investigar o comportamento ao punçoamento de lajes sujeitas a ações horizontais cíclicas em simultâneo com o carregamento gravítico foi outra das motivações deste trabalho.

O BER tem associado um custo de produção mais elevado do que o betão convencional. Este facto está relacionado com a seleção criteriosa dos materiais, que devem apresentar características específicas, e com alguns procedimentos particulares necessários na produção deste material de propriedades melhoradas. É igualmente um dos objetivos deste trabalho o estudo de uma técnica de utilização parcial do BER usufruindo das suas características melhoradas na zona ou zonas da estrutura onde são mais importantes, minimizando a quantidade de material utilizado. Desta forma, a utilização do BER constitui uma solução economicamente mais apeteável.

### **1.3 ORGANIZAÇÃO DA TESE**

Apresenta-se em seguida a organização desta tese, que é constituída por oito capítulos, incluindo a introdução e as conclusões finais.

No Capítulo 2 apresenta-se o estado de conhecimento atual do problema do punçoamento em lajes de BER. São abordados os ensaios experimentais realizados por outros autores para o estudo do punçoamento em lajes de BER, fazendo-se referência às principais características dos modelos utilizados, aos sistemas de ensaio, aos tipos de carregamento impostos e às principais conclusões. Neste Capítulo são ainda apresentadas as formulações de cálculo da resistência ao punçoamento preconizadas no EC2 [1], no ACI 318-14 [2] e no MC2010 [3].

O BER utilizado na produção dos modelos ensaiados foi desenvolvido no âmbito desta tese. No Capítulo 3 é efetuado o estudo do material BER. É apresentada uma abordagem histórica da evolução do BER, descritas algumas das suas vantagens e limitações e são apresentados exemplos da sua utilização. Os conceitos mais importantes utilizados no desenvolvimento do BER são apresentados assim como os critérios a considerar na seleção dos materiais. Por fim, são apresentados os estudos das amassaduras que levaram à obtenção da composição do BER utilizado.

No Capítulo 4 inicia-se o estudo do comportamento ao punçoamento de lajes fungiformes em BER. Neste Capítulo são apresentados os resultados dos ensaios de quatro modelos de laje fungiforme, dos quais três foram produzidos integralmente em BER e um foi fabricado com betão de resistência normal que serviu de modelo de referência. Nos modelos em BER fez-se variar a

quantidade de armadura longitudinal superior. Os ensaios foram realizados com a aplicação de uma carga vertical centrada monotónica.

Os resultados experimentais são comparados em termos de deformação, extensão das armaduras longitudinais, capacidade de carga e modo de rotura. A resistência ao punçoamento obtida nos ensaios é comparada com os valores calculados pelas expressões do EC2 [1], do ACI 318-14 [2] e do MC2010 [3].

No Capítulo 5 são apresentados os resultados dos modelos com utilização racional de BER. Os modelos ensaiados são constituídos por BER na zona junto ao pilar, na face inferior da laje, e betão convencional na restante zona. As dimensões em planta da zona em BER variaram entre os modelos, assim como a resistência do betão convencional utilizado. Os resultados dos modelos com utilização parcial de BER são comparados com os totalmente em betão de resistência normal e com os modelos totalmente em BER apresentados no Capítulo 4.

Em função dos resultados obtidos nos ensaios, surgiu a necessidade de realizar um estudo paramétrico com a variação de algumas variáveis que não foram consideradas nos ensaios experimentais. Com esse objetivo foi utilizado o programa ATENA 3D para realizar uma análise não linear dos modelos apresentados comparando-se os resultados dos modelos numéricos com os dos experimentais. Posteriormente foi realizado um estudo paramétrico, em que se fez variar a geometria da zona em BER em planta e em espessura e a resistência do betão convencional, de forma a estudar a influência destes parâmetros na resistência ao punçoamento.

O Capítulo 6 vem no seguimento dos trabalhos apresentados no Capítulo 5, uma vez que visa apresentar um método de cálculo que permita estimar a resistência ao punçoamento de lajes com utilização racional de BER. É apresentada uma proposta de extensão de aplicabilidade da formulação do MC2010 [3] a lajes com utilização parcial de BER. Propõe-se um novo critério de rotura que tem em conta a existência de dois betões de propriedades diferentes.

O comportamento carga-rotação ( $V-\psi$ ) é definido segundo uma formulação quadrilinear baseada no método físico denominado de CSCT (*Critical Shear Crack Theory*) [4] e através de um método simplificado que agiliza o processo de cálculo da resistência ao punçoamento de lajes com utilização racional de BER. Os pontos de intersecção da curva que define o critério de rotura com as curvas  $V-\psi$  correspondem à rotura.

No Capítulo 7 são apresentados os ensaios realizados para o estudo do comportamento ao punçoamento de lajes sujeitas à ação combinada da carga gravítica e deslocamentos horizontais cíclicos alternados. Foram ensaiados quatro modelos com 4150 mm de comprimento, 1850 mm de largura, 150 mm de espessura que pretendem representar a laje de um edifício delimitada na

direção longitudinal pelo meio vão e na direção transversal pela linha de momentos nulos. Um dos modelos foi produzido totalmente em betão convencional e nos restantes foi utilizado BER na laje na zona junto ao pilar, com diferentes geometrias em planta e em espessura.

O sistema de ensaio utilizado foi desenvolvido na Universidade NOVA de Lisboa de forma a impor as condições de fronteira existentes numa estrutura real. O sistema concebido por Almeida *et al* ([5], [6]) apresenta ainda a particularidade de possibilitar a aplicação da carga gravítica sem limitações. Os resultados dos ensaios são apresentados e analisados em termos de deformação das lajes, extensão das armaduras longitudinais superiores, comportamento histerético e padrão de fendilhação e comportamento na rotura.

No Capítulo 8 são apresentadas as conclusões obtidas no trabalho e as sugestões para trabalhos a serem desenvolvidos futuramente.



# CAPÍTULO 2

## ESTADO DA ARTE

### 2.1 INTRODUÇÃO

Entre os primeiros ensaios para o estudo e compreensão do problema do punçoamento de que há registo, constam os realizados por Talbot em 1913 [7]. Tratou-se do ensaio de 197 modelos de elementos de fundação de muros e pilares, com diferentes formas de pormenorização de armaduras, levados à rotura pela aplicação de punçoamento centrado. Em 1948, Richart [8], [9] realizou uma campanha experimental de modelos submetidos a um carregamento centrado, onde evidenciou a fissuração que se gera em torno do pilar e o elevado nível de tensão nas armaduras de flexão. A partir dos anos 50 do século XX, muitos autores utilizaram modelos à escala reduzida para estudar o comportamento ao punçoamento.

Com a evolução da tecnologia da indústria do betão foi possível aumentar a sua resistência e surge a necessidade de estudar a influência da variação da resistência do betão no fenómeno do punçoamento. Em 1956, Elstner *et al.* [10], realizam aquele que é considerado o primeiro estudo experimental realizado com o objetivo de analisar o efeito da resistência do betão no comportamento ao punçoamento. No estudo levado a cabo por Elstner *et al.* [10] foram ensaiados 24 modelos de laje fungiforme com betões de resistência à compressão entre os 13,7 MPa e os 50,5 MPa. Para a época em questão, o betão de maior resistência utilizado era evidentemente considerado um betão de elevada resistência (BER) [11].

Neste Capítulo são apresentados os trabalhos experimentais desenvolvidos para estudar o fenómeno do punçoamento em lajes fungiformes produzidas com BER. Apenas são referenciados os trabalhos em que a resistência à compressão do betão utilizado seja igual ou superior a 60 MPa.

Serão ainda abordadas as metodologias de cálculo da resistência ao punçamento de algumas normas.

## 2.2 ENSAIOS EXPERIMENTAIS

Apresentam-se nesta secção os trabalhos experimentais encontrados na pesquisa bibliográfica que estudam o comportamento ao punçamento de lajes fungiformes de BER. São apresentados seguindo a ordem cronológica os estudos experimentais realizados por Marzouk e Hussein [12]; Ramdane e Regan [13], [14]; Tomaszewicz [15]; Hallgren [16]; Ghannoum [17]; Marzouk, Emam e Hilal [18]; Ozden, Ersoy e Ozturan [19] e Smadi e Yasin [20].

### 2.2.1 Ensaios de Marzouk e Hussein (1991)

Marzouk e Hussein [12] estudaram o comportamento ao punçamento de lajes fungiformes em betão de elevada resistência (BER), através de uma campanha experimental em que ensaiaram 17 modelos de laje fungiforme. Os modelos eram quadrados com 1700 mm de lado e pretendiam representar a região de momentos fletores negativos junto a um pilar interior. Dois dos modelos foram betonados com betão normal para servirem como modelos de referência.

No centro dos modelos existia um troço de pilar de secção quadrada, onde foi aplicado o carregamento e cujas dimensões variaram entre os vários modelos. A armadura longitudinal foi distribuída de forma uniforme em toda a laje, no entanto fez-se variar a percentagem geométrica de armadura entre os vários modelos, assim como a espessura.

As características dos vários modelos ensaiados são apresentadas no Quadro 2.1. Nos modelos HS1, HS5 e HS11 a armadura longitudinal foi dimensionada para se obter a rotura da laje por flexão, enquanto nos restantes esta foi dimensionada para uma rotura por punçamento.

No ensaio, os modelos de laje fungiforme foram simplesmente apoiados ao longo dos quatro bordos, permitindo-se o levantamento dos cantos. O carregamento foi realizado por incrementos de 10 kN e foi aplicado no troço de pilar existente no centro dos modelos através de um macaco hidráulico com capacidade máxima de 670 kN.

Nas Figuras 2.1 e 2.2 são apresentados os gráficos com a evolução dos deslocamentos no centro dos modelos em função do carregamento aplicado. Uma circunferência com preenchimento sólido assinala o momento em que se verificou a cedência do primeiro varão da armadura longitudinal inferior, enquanto que a rotura é assinalada com uma seta com sentido descendente. Através destes gráficos é possível classificar o modo de rotura dos modelos, que pode ser de três tipos: rotura por flexão, rotura por punçamento ou rotura por punçamento condicionada por flexão. Os autores definem como rotura por flexão quando grande parte da armadura longitudinal

entra em cedência e existem grandes deformações antes da rotura e rotura por punçoamento quando a laje apresenta pequena deformação e a armadura longitudinal de tração entra em cedência somente junto ao pilar. O terceiro tipo de rotura é a transição entre os casos de rotura por flexão e punçoamento.

**Quadro 2.1** – Detalhes dos modelos ensaiados por Marzouk e Hussein [12].

Série	Modelo	$f_c$ (MPa)	d (mm)	$\rho$ (%)	c (mm)	h (mm)
I	NS1	42	95,0	1,473	150	120
	HS1	67	95,0	0,491	150	120
	HS2	70	95,0	0,842	150	120
	HS7	74	95,0	1,193	150	120
	HS3	69	95,0	1,473	150	120
	HS4	66	90,0	2,370	150	120
II	NS2	30	120,0	0,944	150	150
	HS5	68	125,0	0,640	150	150
	HS6	70	120,0	0,944	150	150
	HS8	69	120,0	1,111	150	150
	HS9	74	120,0	1,611	150	150
	HS10	80	120,0	2,333	150	150
III	HS11	70	70,0	0,952	150	90
	HS12	75	70,0	1,524	150	90
	HS13	68	70,0	2,000	150	90
IV	HS14	72	95,0	1,473	220	120
	HS15	71	95,0	1,473	300	120

$f_c$  - valor médio da tensão de rotura do betão à compressão em cilindros 150x300 mm, calculado como  $0,8f_{cc}$ ;  
d - altura útil da armadura superior;  $\rho$  - percentagem geométrica média de armadura longitudinal superior;  
c - dimensão do pilar quadrado; h - espessura da laje.

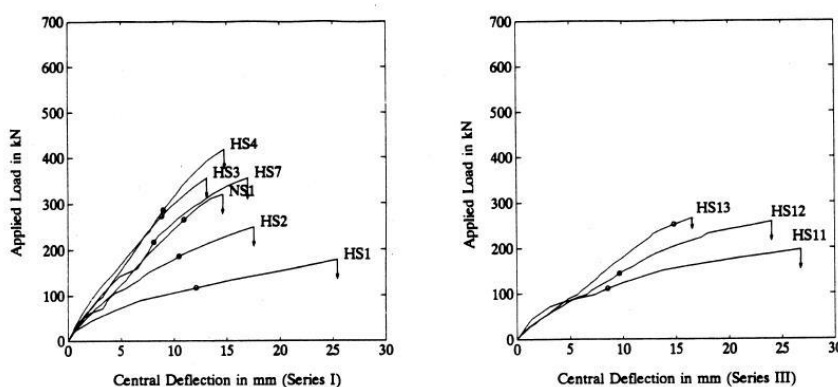
Nos modelos HS1 e HS11 observou-se uma rotura por flexão, sem nunca se verificar no entanto o estado de incremento de deformação para carga aplicada constante, que é comportamento comum numa rotura por flexão. Nos modelos HS3, HS4, HS9, HS10 e HS13 a rotura foi por punçoamento. Verificou-se que o aumento da percentagem da armadura longitudinal assim como o aumento da secção do pilar levam ao aumento da rigidez da laje.

O Quadro 2.2 apresenta os valores da carga aplicada e da deformação para os quais se formou a primeira fenda, a armadura entrou em cedência e ocorreu a rotura da laje. A ductilidade pode ser definida como a razão entre a deformação para a carga de rotura da laje e a deformação para a carga em que se verifica a entrada em cedência de um varão da armadura longitudinal.

**Quadro 2.2** – Resumo dos resultados dos ensaios de Marzouk e Hussein [12].

Série	Laje	$V_{cr}$ (kN)	$\Delta_{cr}$ (mm)	$V_y$ (kN)	$\Delta_y$ (mm)	$V_{exp}$ (kN)	$\Delta_u$ (mm)	$\Delta_u / \Delta_y$
I	NS1	45	1,47	265,1	10,93	320	14,60	1,34
	HS1	45	2,23	132,5	-	178	25,45	-
	HS2	54	1,58	185,6	10,47	249	17,56	1,68
	HS7	54	1,45	216,9	8,09	356	17,00	2,10
	HS3	63	1,38	272,7	8,84	356	13,10	1,48
	HS4	-	-	286,6	8,99	418	14,74	1,64
II	NS2	54	1,20	266,9	7,20	396	13,07	1,82
	HS5	-	-	260,5	8,04	365	16,90	2,10
	HS6	63	1,10	355,8	8,40	489	14,90	1,77
	HS8	63	1,03	279,3	6,69	436	13,10	1,96
	HS9	63	1,09	402,7	7,88	543	10,80	1,37
	HS10	80	1,06	606,4	9,40	645	9,86	1,05
III	HS11	-	-	110,9	8,57	196	27,00	3,15
	HS12	36	2,22	144,2	9,65	258	26,30	2,73
	HS13	45	2,21	251,4	14,82	267	16,15	1,09
IV	HS14	72	1,53	292,4	8,27	498	17,80	2,15
	HS15	-	-	359,6	8,69	560	20,80	2,39

$V_{cr}$  – carga correspondente à abertura da primeira fenda;  $\Delta_{cr}$  – deformação da laje correspondente à abertura da primeira fenda;  $V_y$  – carga correspondente à cedência das armaduras longitudinais;  $\Delta_y$  – deformação da laje correspondente à abertura da primeira fenda;  $V_{exp}$  – carga de rotura da laje;  $\Delta_u$  – deformação da laje correspondente à carga de rotura.


**Figura 2.1** – Evolução do deslocamento no centro dos modelos das séries I e III [12].

Nos ensaios realizados, os autores verificaram que com o aumento da quantidade de armadura longitudinal ou da espessura, a ductilidade da laje diminui. O aumento da resistência à compressão do betão proporciona o aumento da capacidade resistente e da rigidez. O aumento da secção do pilar levou ao aumento da resistência ao punçamento, da rigidez e da ductilidade. Os

autores observaram ainda que a inclinação da superfície de rotura dos modelos em BER foi entre os 32° e 38°.

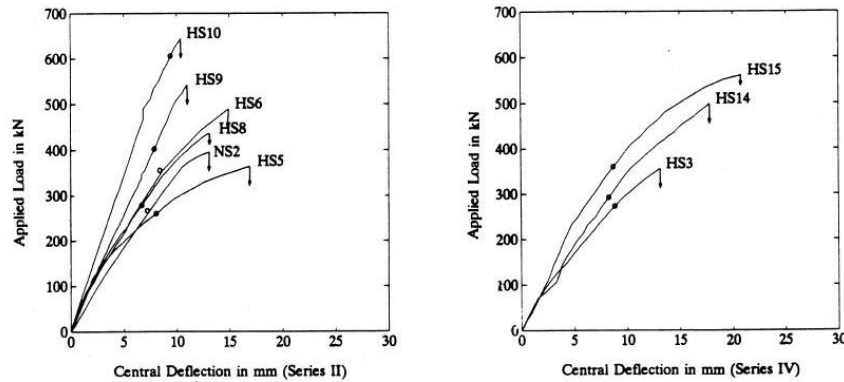


Figura 2.2 – Evolução do deslocamento no centro dos modelos das séries II e IV [12].

### 2.2.2 Ensaios de Ramdane e Regan *et al* (1993)

Ramdane [13] e Regan *et al* [14] ensaiaram 18 lajes circulares com 125 mm de espessura e 1700 mm de diâmetro sujeitas a punçoamento centrado monotónico para estudar o efeito da resistência à compressão do betão na capacidade de carga ao punçoamento. Para o efeito deste estudo apenas são apresentadas as lajes com betão de resistência superior a 60 MPa e as respetivas lajes de referência em betão convencional.

Os modelos experimentais tinham percentagens de armadura longitudinal de 0,58% ou 1,28% e com a resistência à compressão do betão determinada em provetes cúbicos a variar entre 33,6 MPa e 127,0 MPa. Todos os modelos tinham armaduras iguais nas duas direções e nenhum tinha armadura específica de punçoamento. As lajes foram apoiadas ao longo do bordo através de 12 barras igualmente espaçadas numa circunferência com 1372 mm de diâmetro e carregadas no centro através de uma chapa de aço circular com 150 mm de diâmetro. O sistema de ensaio utilizado está representado na Figura 2.3. Na produção dos modelos foram usados dois tipos de agregados diferentes: calcário e seixo.

Os deslocamentos verticais foram medidos na face superior das lajes através de 5 defletómetros analógicos colocados ao longo do seu diâmetro, conforme representado na Figura 2.3. O Quadro 2.3 mostra as principais características dos modelos ensaiados por Ramdane [13] e Regan *et al* [14] e os principais resultados.

Em todas as lajes a primeira fenda surgiu junto à área carregada para uma carga vertical aplicada entre 30% a 40% da registada na rotura, no entanto, nos modelos em BER as fendas desenvolveram-se para uma carga vertical mais elevada, devido à maior resistência à tração do betão. As lajes em BER com menor percentagem de armadura longitudinal, registaram um modo

de rotura por flexão ou por punçoamento mas muito condicionadas pela resistência à flexão, devido ao incremento de resistência ao punçoamento conseguido pelo uso de BER.

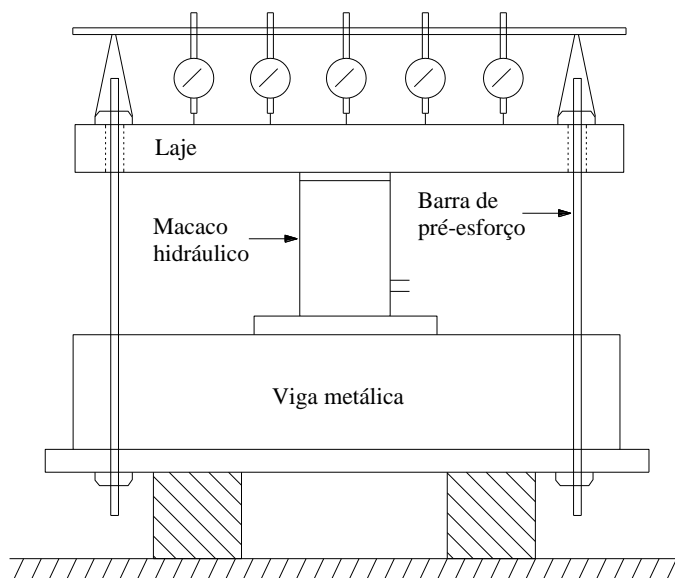


Figura 2.3 - Sistema de ensaio usado no trabalho experimental realizado por Ramdane [13] e Regan [14].

Quadro 2.3 - Características das lajes ensaiadas por Ramdane [13] e Regan *et al* [14].

Modelo	Tipo de Agregado e $d_g$ (mm)	$d$ (mm)	$\rho$ (%)	$f_c$ (MPa)	$f_y$ (MPa)	$V_{exp}$ (kN)	$\Delta_u$ (mm)	$\Psi_u$ ( $\times 10^3$ )	$V_{exp}/V_{flex}$
1	Calcário (10)	98	0,58	88,2	550	224	15,63	22,78	1,08
3	Calcário (10)	98	0,58	26,9	550	169	8,19	11,94	0,86
6	Calcário (10)	98	0,58	101,6	550	233	12,78	18,63	1,14
12	Calcário (10)	98	1,28	60,4	550	319	6,74	9,83	0,74
13	Calcário (10)	98	1,28	43,6	550	297	6,34	9,24	0,71
14	Seixo (10)	98	1,28	60,8	550	341	9,81	14,30	0,79
16	Calcário (10)	98	1,28	99,2	550	362	7,46	10,87	0,81
21	Seixo (20)	98	1,28	41,9	650	286	5,21	7,59	0,59
22	Seixo (20)	98	1,28	84,2	650	405	8,27	12,05	0,78

$d_g$  – máxima dimensão dos agregados;  $d$  – altura útil média da laje;  $\rho$  – percentagem geométrica média da armadura longitudinal;  $f_c$  - valor médio da tensão de rotura do betão à compressão em cilindros 150x300 mm, calculado como  $0,8f_{cc}$ ;  $f_{cc}$  - valor médio da tensão de rotura do betão à compressão em cubos 150x150x150 mm;  $f_y$  - tensão de cedência à tração do aço das amaduras longitudinais;  $V_{exp}$  – carga de rotura da laje;  $\Delta_u$  – deformação da laje correspondente à carga de rotura;  $\Psi_u$  - rotação da laje correspondente à carga de rotura;  $V_{flex}$  - carga correspondente à rotura por flexão da laje.

Os autores observaram que a deformação ocorre essencialmente junto à zona carregada verificando-se comportamento de corpo rígido fora do perímetro da formação da fenda de punçoamento. A deformação e a rotação na rotura diminuíram com o incremento da percentagem de armadura longitudinal para valores idênticos de resistência à compressão do betão e o mesmo

tipo de agregados, conforme pode ser observado nos resultados apresentados no Quadro 2.3. Contudo, a deformação e a rotação das lajes na rotura aumentou com o incremento da resistência do betão, associado a um valor superior de carga aplicada.

### 2.2.3 Ensaio de Tomaszewicz (1993)

Tomaszewicz [15] estudou o comportamento ao punçoamento centrado da ligação laje-pilar em BER. Foram ensaiados 13 modelos quadrados de lajes fungiformes divididos em três séries, em função das suas dimensões em planta e espessura, mantendo sempre a esbelteza ( $L/h$ ) próximo de 20. Os parâmetros que variaram entre os vários modelos foram a resistência à compressão do betão (entre 64 e 119 MPa), a quantidade de armadura longitudinal (entre 1,49% e 2,62%) e a existência ou não de armadura longitudinal na face comprimida. Durante o ensaio os modelos foram apoiados ao longo dos quatro bordos.

As principais características dos modelos são apresentadas no Quadro 2.4 juntamente com a carga correspondente à formação da primeira fenda e a carga de colapso. Os modelos cuja denominação inclui “D” tinham armadura longitudinal nas duas faces. O modelo ND95-2-3D+ corresponde à repetição do modelo ND95-2-3D devido à vibração insatisfatória do betão.

**Quadro 2.4** - Características das lajes ensaiadas por Tomaszewicz [15].

Laje	L (mm)	h (mm)	c (mm)	d (mm)	$\rho$ (%)	$f_c$ (MPa)	$f_{sp}$ (MPa)	$V_{cr}$ (kN)	$V_{exp}$ (kN)
ND65-1-1	3000	320	200	275	1,49	64,3	4,26	450	2050
ND65-2-1	2600	240	150	200	1,75	70,2	4,33	400	1200
ND95-1-1	3000	320	200	275	1,49	83,7	5,20	600	2250
ND95-1-3	3000	320	200	275	2,55	89,9	5,00	600	2400
ND95-2-1	2600	240	150	200	1,75	88,2	5,16	200	1100
ND95-2-1D	2600	240	150	200	1,75	86,7	5,04	300	1300
ND95-2-3	2600	240	150	200	2,62	89,5	5,19	300	1450
ND95-2-3D	2600	240	150	200	2,62	80,3	4,68	300	1250
ND95-2-3D+	2600	240	150	200	2,62	98,0	5,37	300	1450
ND95-3-1	1500	120	100	88	1,84	85,1	4,99	45	330
ND115-1-1	3000	320	200	275	1,49	112,0	5,85	600	2450
ND115-2-1	2600	240	150	200	1,75	119,0	5,81	300	1400
ND115-2-3	2600	240	150	200	2,62	108,1	5,81	300	1550

L – dimensão do modelo; h – espessura da laje; c – dimensão da área carregada; d – altura útil média da laje;  $\rho$  - percentagem geométrica média de armadura longitudinal superior;  $f_c$  - valor médio da tensão de rotura do betão à compressão em cilindros 150x300 mm;  $f_{sp}$  – valor médio da tensão de rotura à tração do betão determinada através do ensaio de compressão diametral em cilindros 150x300 mm;  $V_{cr}$  – carga correspondente à abertura da primeira fenda;  $V_{exp}$  – carga de rotura da laje.

As extensões na armadura longitudinal foram medidas no varão central de cada direção através da colagem de 2 extensómetros elétricos no centro de cada varão e em posição diametralmente oposta. Os deslocamentos verticais foram medidos ao longo de dois bordos perpendiculares através de defletómetros elétricos.

Os resultados não mostraram uma tendência quanto à contribuição da armadura inferior para o aumento da capacidade resistente ao punçoamento. Observando os resultados apresentados no Quadro 2.4 ressalta o facto dos modelos ND95-2-1 e ND65-2-1 serem idênticos mas com maior resistência à compressão do betão usado no modelo ND95-2-1, e tanto a carga para a qual surge a primeira fenda, como a carga de colapso são inferiores às obtidas no modelo ND65-2-1, cujo betão apresenta menos 18 MPa de resistência à compressão. Comparando os modelos ND65-2-1 e ND115-2-1 verifica-se que o modelo com menor resistência à tração do betão é o que apresenta maior valor de  $V_{cr}$ , contrariamente ao que seria esperado.

Segundo os resultados apresentados, a utilização de BER levou ao incremento da capacidade de carga dos modelos ensaiados até 27%. O aumento da percentagem de armadura de 1,75% para 2,62% nos modelos em BER promoveu o aumento da capacidade resistente ao punçoamento em cerca de 32%.

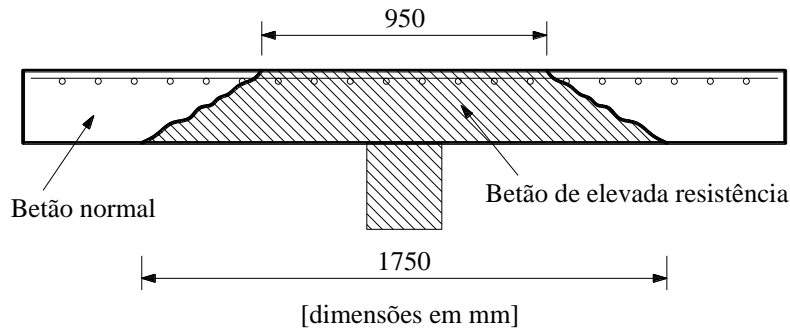
#### **2.2.4 Ensaios de Hallgren (1996)**

Hallgren [16] realizou uma campanha experimental onde ensaiou 10 modelos de laje fungiforme maciça em BER, para estudar o seu comportamento ao punçoamento sob cargas gravíticas. As características que alteraram entre os vários modelos foram a percentagem de armadura longitudinal, a resistência do betão e a existência de armadura específica de punçoamento. Os resultados dos modelos com armadura específica de punçoamento não serão abordados aqui por não se enquadrarem no âmbito do objeto de estudo deste trabalho.

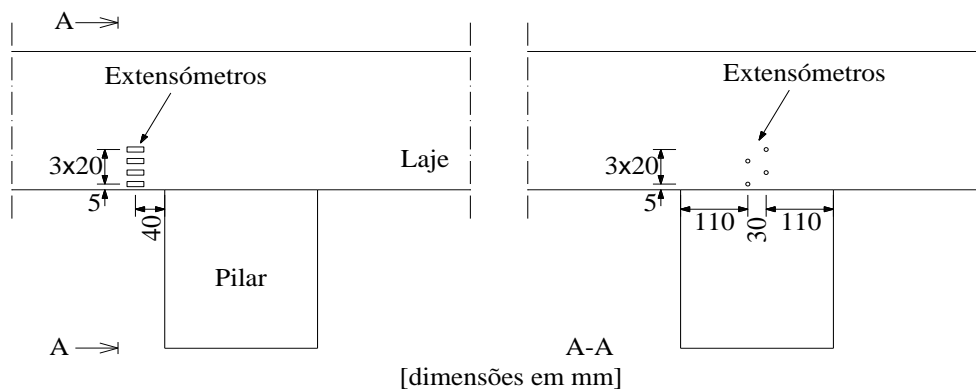
Os modelos eram circulares, com 240 mm de espessura e 2540 mm de diâmetro, e foram carregados uniformemente ao longo de um círculo com 2400 mm de diâmetro, correspondendo à zona de momentos negativos existente na laje de uma estrutura real. O pilar central era circular com 250 mm diâmetro. Os resultados obtidos nos modelos de BER foram comparados com os resultados de modelos idênticos fabricados em betão de resistência normal ensaiados por Tolf [21]. O autor optou ainda por fazer um modelo em que usou BER na zona localizada sobre o pilar e betão de resistência normal na remanescente, em que a sua secção transversal é ilustrada na Figura 2.4.

A evolução dos deslocamentos e do carregamento aplicado foram monitorizados durante o ensaio. Os deslocamentos verticais foram medidos por nove defletómetros elétricos espaçados de

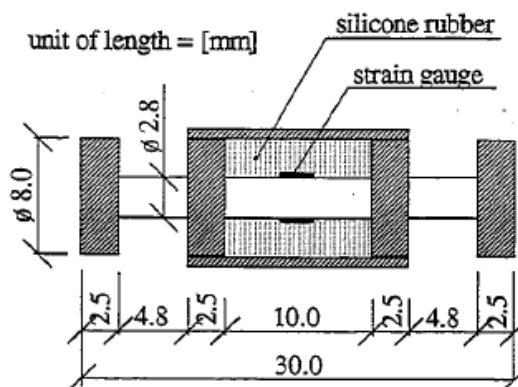
300 mm e colocados na face superior da laje, ao longo do seu diâmetro. No modelo HSC1, as extensões de compressão do betão próximo do pilar foram medidas a várias profundidades, conforme indicado na Figura 2.5, através da utilização de um dispositivo representado na Figura 2.6.



**Figura 2.4** - Esquema da secção transversal do modelo N/HSC8 (adaptado de [16]).



**Figura 2.5** - Posicionamento dos pontos de medição da extensão do betão comprimido no modelo HSC1 (adaptado de [16]).



**Figura 2.6** - Dispositivo usado para medir as extensões dentro do betão do modelo HSC1 [16].

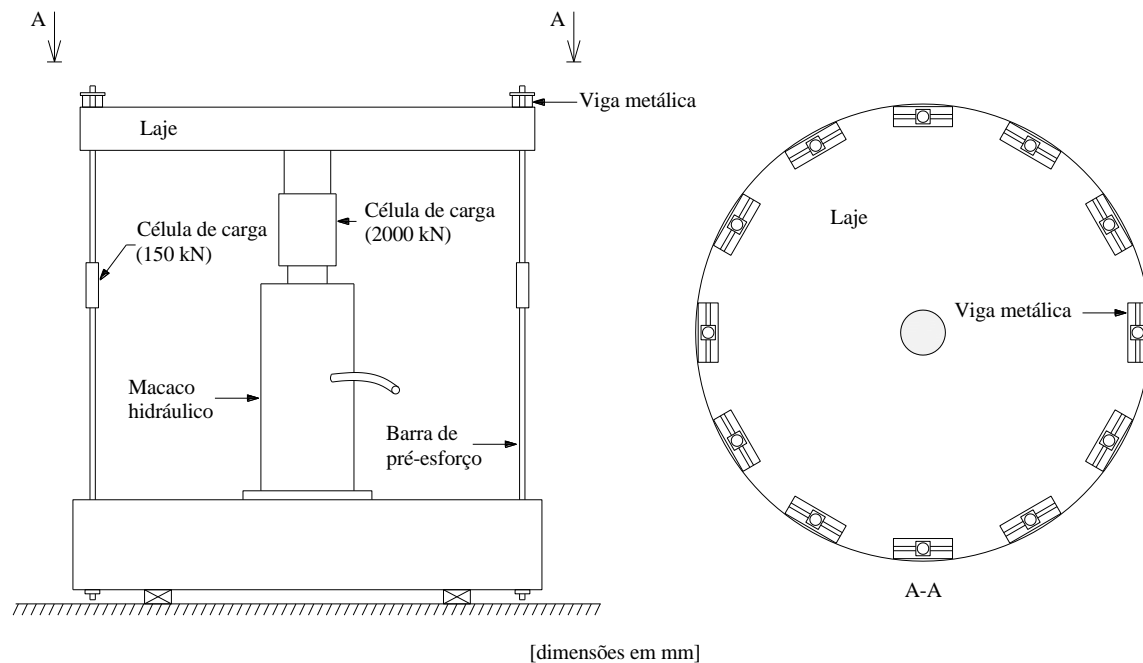
O sistema de ensaio adotado está representado na Figura 2.7. O carregamento vertical foi aplicado em patamares de 80 kN, através de um macaco hidráulico no centro dos modelos e o

bordo dos modelos foi fixo através da utilização de 12 vigas metálicas e 12 tirantes. Após atingirem a rotura os modelos continuaram a ser carregados de modo a obter o comportamento pós-rotura. As principais características dos modelos ensaiados e as cargas de rotura experimentais são apresentadas no Quadro 2.5.

**Quadro 2.5** - Características dos modelos ensaiados por Hallgren [16].

Laje	h (mm)	d (mm)	$f_c$ (MPa)	$f_{sp}$ (MPa)	$f_y$ (kNm)	$\rho$ (%)	$V_{exp}$ (kN)	$V_{flex}$ (kN)
HSC0	240	200	90,3	4,5	643	0,8	965	1404
HSC1	245	200	91,3	6,9	627	0,8	1021	1369
HSC2	240	194	85,7	5,7	620	0,82	889	1302
HSC4	240	200	91,6	6,6	596	1,19	1041	1913
HSC6	239	201	108,8	7,6	633	0,6	960	1064
N/HSC8	242	198	29,0/94,9	3,2/6,9	631	0,8	944	1379
HSC9	239	202	84,1	6,7	634	0,33	565	597

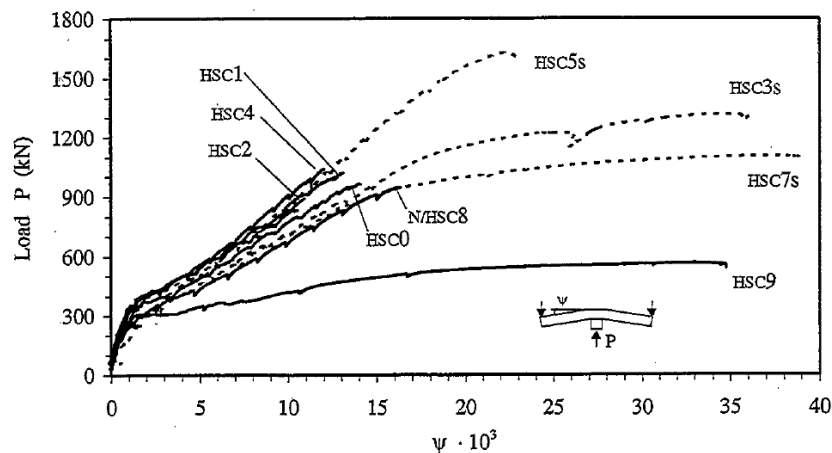
h – espessura da laje; d – altura útil média da armadura longitudinal superior;  $f_c$  – valor médio da tensão de rotura do betão à compressão em cilindros 150x300 mm;  $f_{sp}$  – valor médio da tensão de rotura à tração do betão determinada através do ensaio de compressão diametral em cilindros 150x300 mm;  $f_y$  – tensão de cedência à tração do aço das amaduras longitudinais;  $\rho$  - percentagem geométrica média da armadura longitudinal;  $V_{exp}$  – carga de rotura da laje;  $V_{flex}$  – carga correspondente à rotura por flexão da laje.



**Figura 2.7** - Esquema do sistema de ensaio usado por Hallgren (adaptado de [16]).

Em todos os modelos a rotura foi por punçamento, no entanto o modelo com menor percentagem de armadura longitudinal (HSC9) exibiu um comportamento mais dúctil e

condicionado pela capacidade resistente da laje à flexão, sendo a carga na rotura muito próxima do valor teórico da capacidade resistente por flexão. A Figura 2.8 apresenta a evolução da rotação das lajes ao longo do carregamento vertical, calculada utilizando os deslocamentos medidos fora da zona onde se formou a superfície de rotura. A curva carga-rotação da laje HSC9 traduz o comportamento descrito, sendo evidente um patamar em que a carga aplicada se mantém aproximadamente constante até à rotura. Em todos os modelos existe uma diminuição da rigidez quando a carga vertical atinge valores na ordem dos 300 a 400 kN, correspondente ao início da fendilhação.



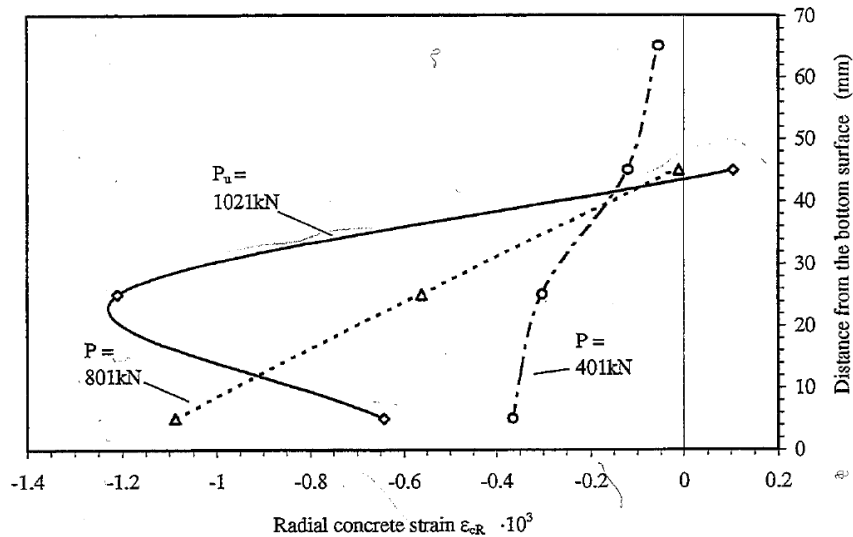
**Figura 2.8** - Relação entre a carga vertical e a rotação dos modelos ensaiados por Hallgren [16].

A Figura 2.9 apresenta os resultados obtidos através do dispositivo ilustrado na Figura 2.6, para medir as extensões a várias profundidades do betão. As extensões medidas pelos dispositivos colocados dentro do betão da laje HSC1 indicam resultados coerentes com os medidos à face do betão comprimido. Na Figura 2.9 é visível a descompressão do betão a 5 mm de profundidade desde a face comprimida, para cargas próximas da rotura. Pela distribuição de extensão radial medida no betão conclui-se que a profundidade em que se verificam compressões no betão na direção radial é de aproximadamente 44 mm, medido desde a face comprimida.

O autor observou que a fenda que originou a superfície de rotura não contornou os agregados de maiores dimensões, como é normal nas lajes fabricadas com betão de resistência normal, originando uma superfície de rotura mais lisa. As inclinações das superfícies de rotura variaram entre 30° e 40°.

Comparando os resultados obtidos nos modelos em BER com os dos modelos em betão de resistência normal, com cerca de 25 MPa de resistência à compressão, verifica-se que existe um ganho significativo da capacidade de carga com a utilização do BER. Os modelos com maior percentagem de armadura longitudinal registaram um incremento superior na capacidade de carga

devido à utilização de BER do que os modelos com menor percentagem de armadura longitudinal, o que indica que a eficiência da armadura longitudinal é superior quando se utiliza betão de elevada resistência. Foram ainda registadas maiores deformações na rotura nos modelos em BER. A capacidade de carga dos modelos após atingirem a rotura foi de cerca de 25% da carga última.



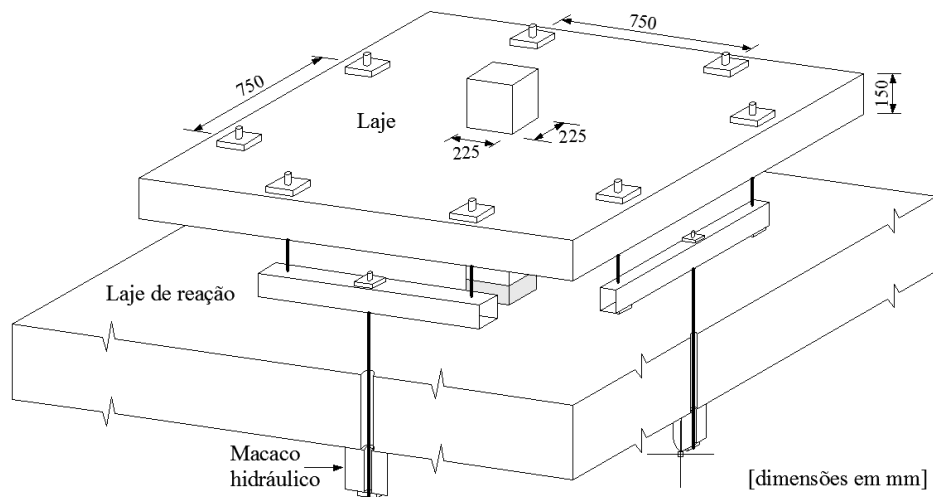
**Figura 2.9** - Extensão radial do betão medida a diferentes profundidades da face comprimida do modelo HSC 1 [16].

Em relação ao modelo fabricado com BER na zona sobre o pilar e betão de resistência normal na zona remanescente, verificou-se o mesmo comportamento que os dos modelos construídos completamente em BER. A capacidade de carga foi aproximadamente igual à dos modelos idênticos fabricados totalmente em BER, registando-se um acréscimo de cerca de 60% em relação aos modelos com características idênticas mas em betão de resistência normal. A rigidez deste modelo foi ligeiramente inferior à dos modelos idênticos integralmente em BER, levando a que a deformação na rotura fosse superior à registada nos modelos idênticos totalmente em BER.

### 2.2.5 Ensaios de Ghannoum (1998)

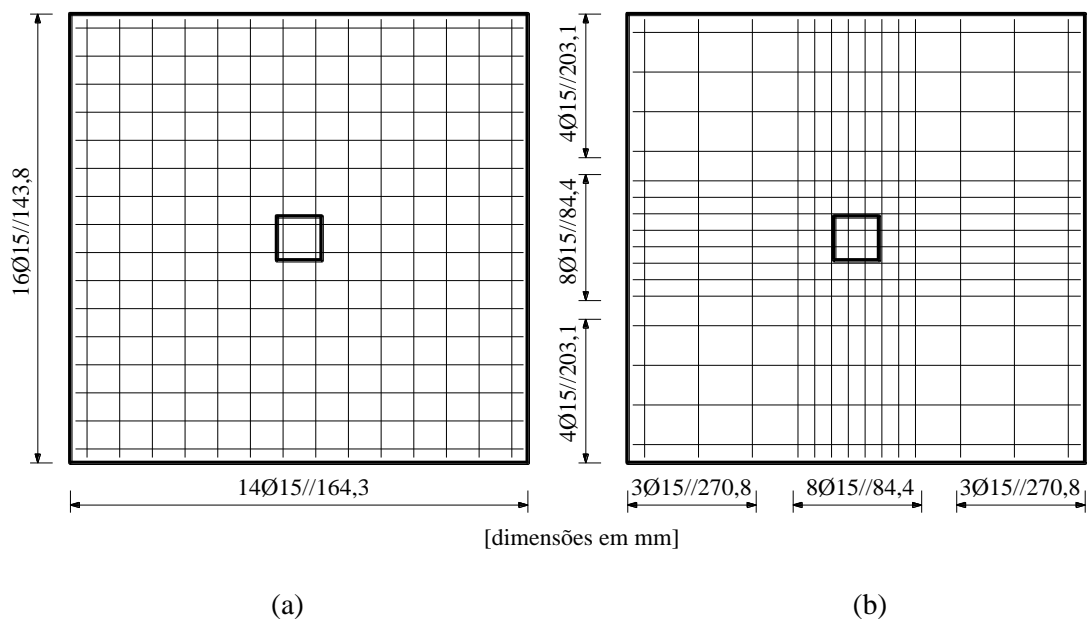
Gannoum [17] ensaiou 4 modelos da ligação laje-pilar (Figura 2.10) para estudar os efeitos da concentração da armadura longitudinal na zona próxima do pilar e da utilização de BER no comportamento ao punçamento.

Os modelos pretendiam representar a ligação laje-pilar central de uma laje com 4 vãos de 4,75 m em cada direção. Os modelos eram quadrados com 2300 mm de lado, 150 mm de espessura e 25 mm de recobrimento da armadura longitudinal. Um pilar quadrado com 225 mm de lado e 300 mm de comprimento para cada lado da laje foi construído no centro dos modelos. A geometria dos modelos e do sistema de ensaio são apresentados na Figura 2.10.



**Figura 2.10** - Geometria dos modelos e sistema de ensaio usado (adaptado de [17]).

O autor dividiu os modelos em duas séries em função da resistência do betão e em cada série ensaiou um modelo com a armadura distribuída de forma uniforme e um modelo com a armadura mais concentrada na zona próxima do pilar, mas ambas as séries apresentavam a mesma quantidade total de armadura longitudinal superior, como mostra a Figura 2.11.



**Figura 2.11** - Distribuição uniforme (a) e distribuição em banda (b) (adaptado de [17]).

Os modelos foram instrumentados com quatro células de carga, uma por cada macaco hidráulico, para medir a carga vertical aplicada. Foram usados defletômetros elétricos para medir os deslocamentos verticais. O carregamento foi aplicado de forma monotónica até à rotura. No

Quadro 2.6 são apresentados a percentagem de armadura longitudinal e a resistência à compressão do betão usado nos modelos, assim como alguns dos principais resultados experimentais.

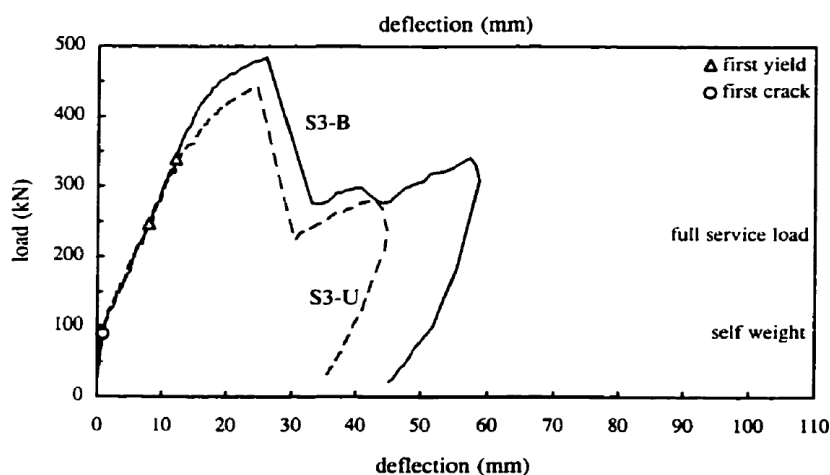
Os resultados experimentais levaram a concluir que a concentração de armadura de flexão junto ao pilar leva ao aumento da capacidade de carga ao punçoamento, ao aumento da rigidez da laje após fendilhação e à menor abertura de fendas. O incremento da capacidade de carga ao punçoamento das lajes em BER devido à concentração da armadura longitudinal superior na zona do pilar foi de cerca de 9%.

**Quadro 2.6** - Características dos modelos ensaiados por Ghannoum [17].

Série	Laje	$\rho$ (%)	$f_c$ (MPa)	$V_{cr}$ (kN)	$\Delta_{cr}$ (mm)	$V_y$ (kN)	$\Delta_y$ (mm)	$V_{exp}$ (kN)	$\Delta_u$ (mm)
1	S1-U	0,96	37,2	56	0,75	203	9,82	301	16,95
	S1-B	1,92	37,2	58	0,80	211	8,93	317	15,44
3	S3-U	0,96	67,1	89	0,80	247	7,97	443	24,75
	S3-B	1,92	67,1	90	0,85	339	12,11	485	26,05

$\rho$  – percentagem geométrica média de armadura longitudinal;  $f_c$  – valor médio da tensão de rotura do betão à compressão em cilindros 150x300 mm;  $V_{cr}$  – carga correspondente à abertura da primeira fenda;  $\Delta_{cr}$  – deformação da laje correspondente à abertura da primeira fenda;  $V_y$  – carga correspondente à cedência do primeiro varão da armadura longitudinal;  $\Delta_y$  – deformação da laje correspondente à entrada em cedência do primeiro varão da armadura longitudinal;  $V_{exp}$  – carga de rotura da laje;  $\Delta_u$  – deformação da laje correspondente à carga de rotura.

A Figura 2.12 compara a evolução da deformação dos modelos fabricados em BER com a armadura colocada mais concentrada na zona próxima do pilar e de forma uniforme em toda a largura da laje. Neste caso particular, a laje com a armadura superior colocada em banda foi a que registou maior capacidade de deformação em pós-colapso.



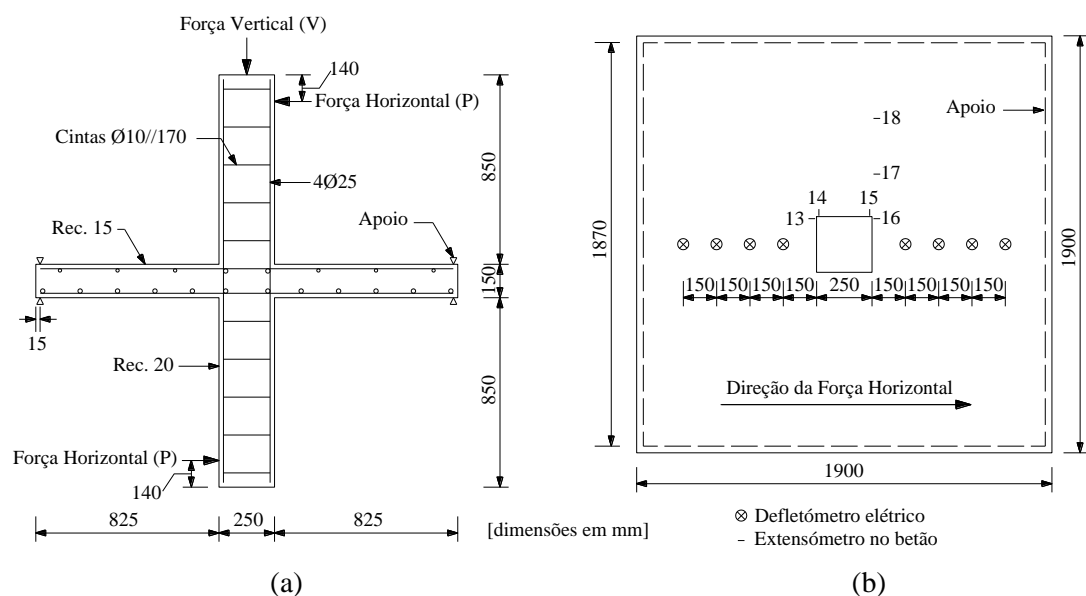
**Figura 2.12** - Comportamento força-deformação para os modelos com a armadura superior colocada em banda sobre o pilar e distribuída de forma uniforme [17].

Nos modelos com a armadura superior em banda, as primeiras fendas surgiram junto aos bordos das lajes, onde a percentagem de armadura era inferior, enquanto nos modelos com armadura distribuída uniformemente as primeiras fendas desenvolveram-se junto aos cantos do pilar, devido à elevada concentração de tensões.

Segundo o autor, a utilização de betão com maior resistência à compressão resultou no aumento da capacidade de carga ao punçoamento e na melhoria do seu comportamento, nomeadamente, o incremento da rigidez após fendilhação, o aumento da ductilidade e a diminuição da abertura de fendas. O incremento médio da capacidade de carga nos modelos em BER foi de 47% e 53%, nos casos em que a armadura longitudinal superior foi distribuída uniformemente ou foi concentrada na zona do pilar, respetivamente, comparando com os valores obtidos nos modelos idênticos fabricados com betão convencional.

### 2.2.6 Ensaios de Marzouk, Emam e Hilal (1998)

Marzouk *et al.* [18], para estudar o comportamento ao punçoamento da ligação laje-pilar, ensaiaram 6 modelos de laje fungiforme. Os modelos eram quadrados com 1900 mm de lado, 150 mm de espessura e representavam a zona junto a um pilar interior delimitada pela linha de momentos fletores nulos. No centro dos modelos existia um troço de pilar com 850 mm de comprimento para ambos os lados (Figura 2.13). Os modelos 1,2,5 e 6 tinham 1,0% de armadura longitudinal superior e os restantes tinham apenas 0,5%.



**Figura 2.13** - Representação esquemática dos modelos de ensaio (a) e posicionamento dos defletómetros e dos extensómetros (b) (adaptado de [18]).

Os modelos eram apoiados no perímetro da laje e foi permitida a translação das extremidades dos pilares na direção perpendicular às lajes. Foram utilizados três macacos hidráulicos: um com o objetivo de aplicar na extremidade do pilar superior uma força correspondente às ações permanentes (força V na Figura 2.13) e os restantes dois eram laterais e estavam colocados próximos da extremidade dos pilares com a função de aplicar o carregamento lateral (forças P na Figura 2.13).

No fabrico dos modelos foram utilizados dois tipos de betão: BER e betão de resistência normal. Foram utilizados agregados graníticos com máxima dimensão de 19 mm. A tensão média de rotura à compressão do betão em provetes cilíndricos é apresentada no Quadro 2.7. O aço das armaduras dos modelos tinha uma tensão de cedência de 460 MPa e uma extensão de cedência de 2,25%.

**Quadro 2.7** – Resistência à compressão do betão e principais resultados dos ensaios de *Marzouk et al* [18].

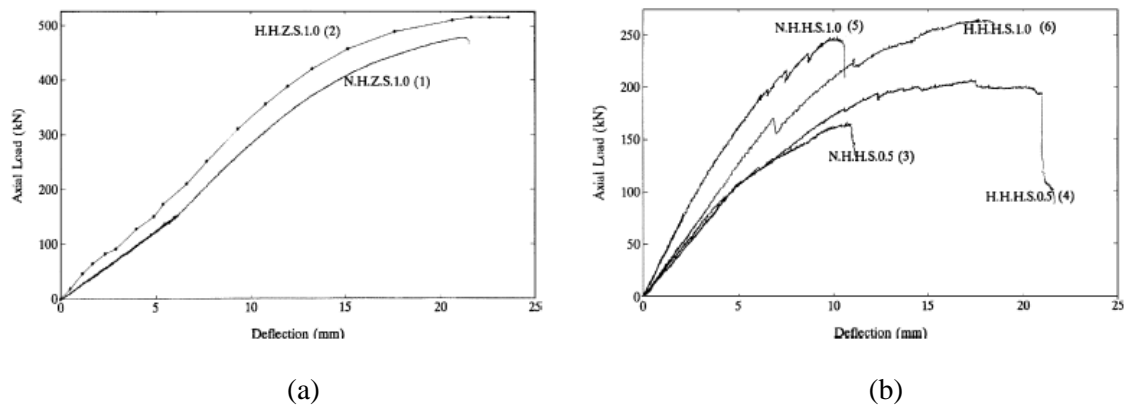
Modelo	$f_c$ (MPa)			$V_{exp}$ (kN)	$M_u$ (kN.m)
	Laje	Pilar inferior	Pilar superior		
1 N.H.Z.S.1,0	32,2	-	80,2	475,5	-
2 H.H.Z.S.1,0	67,2	-	65,3	511,5	-
3 N.H.H.S.0,5	34,0	80,2	81,2	164,3	97,8
4 H.H.H.S.0,5	74,0	78,2	77,2	200,2	118,0
5 N.H.H.S.1,0	35,3	77,0	81,7	250,3	116,1
6 H.H.H.S.1,0	73,8	78,1	78,6	262,4	132,6

$f_c$  – valor médio da tensão de rotura do betão à compressão em cilindros 150x300 mm;  $V_{exp}$  – carga de rotura da laje;  $M_u$  – momento fletor na rotura.

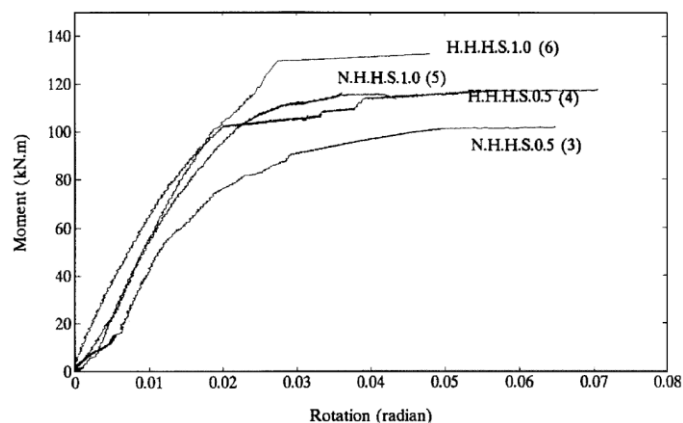
Os modelos 1 e 2 foram levados à rotura com a aplicação de um carregamento monotónico centrado. O ensaio dos restantes modelos foi realizado através da aplicação de um momento fletor constante e com a aplicação no pilar de um carregamento monotónico até à rotura, que pretendia simular as ações gravíticas.

A evolução dos deslocamentos dos modelos durante o ensaio é apresentada na Figura 2.14. Comparando os modelos 1 e 2, verifica-se que a carga e deslocamento na rotura obtiveram um incremento de 8% no modelo 2, em que foi utilizado BER. A carga vertical na rotura dos modelos 4 e 6 obteve um acréscimo de 22% e 5%, quando comparado com os modelos 3 e 5, respetivamente. Além disso, o momento fletor na rotura dos modelos 4 e 6 foi superior em 20% e 14% ao dos modelos 3 e 5, respetivamente. Nos modelos 3 a 6, o aumento da percentagem de armadura longitudinal provocou o aumento da carga de rotura e a diminuição da deformação respetiva.

A relação entre a rotação e o momento fletor observada nos modelos 3 a 6 é apresentada na Figura 2.15. A rotação na rotura dos modelos fabricados com BER (modelos 4 e 6) foi superior em 14% à dos modelos 3 e 5, que foram construídos com betão de resistência normal. Nos modelos 4 a 6, com o aumento da percentagem de armadura longitudinal a rotação na rotura diminuiu enquanto o momento fletor último aumentou.



**Figura 2.14** – Evolução dos deslocamentos nos modelos 1 e 2 (a) e 3 a 6 (b) [18].



**Figura 2.15** - Evolução da relação entre o momento fletor e a rotação dos modelos 3 a 6 [18].

O padrão de fendilhação de um modelo fabricado com BER sujeito a momento fletor e carregamento gravítico é apresentado na Figura 2.16. Segundo os autores, os modelos levados à rotura sem aplicação de momento fletor apresentaram um padrão de fendilhação idêntico, no entanto, o modelo 2 construído com BER apresenta menor número de fendas e com menor abertura. Nos modelos 4 e 6, formaram-se poucas fendas e de pequena abertura até cargas próximas da rotura, existindo algum destacamento do betão de recobrimento das armaduras no momento da rotura. Embora este comportamento frágil seja considerado indesejável do ponto de vista estrutural, devido ao colapso repentino sem abertura significativa de fendas visíveis, a

elevada deformação permitida por esta ligação em BER irá danificar os elementos não estruturais na sua envolvente antes de entrar em ruína, alertando para o problema estrutural.

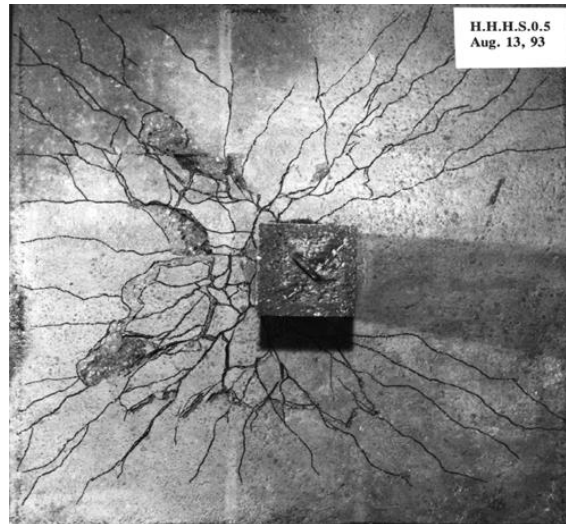


Figura 2.16 - Vista inferior do modelo 4 após rotura [18].

### 2.2.7 Ensaios de Ozden, Ersoy e Ozturan (2006)

Ozden *et al.* [19], [22], ensaiaram ao punçamento 8 modelos de laje fungiforme sujeitos a um carregamento monotónico. Os modelos ensaiados eram circulares com 1500 mm de diâmetro e 120 mm de espessura, com um pilar quadrado de 200 mm de lado no centro. A Figura 2.17 representa os modelos de laje fungiforme utilizados neste estudo.

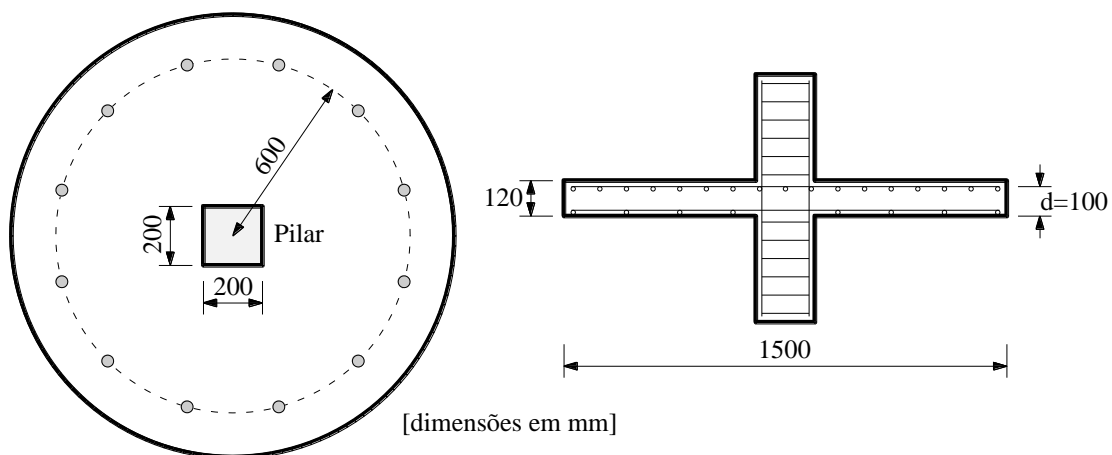
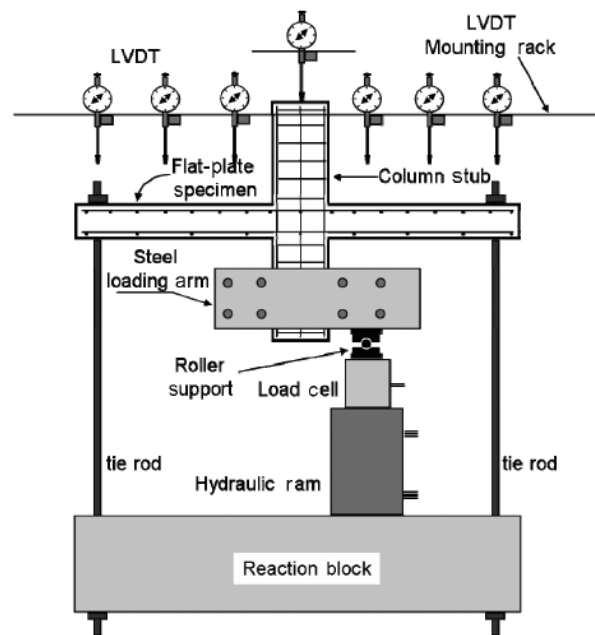


Figura 2.17 – Dimensões dos modelos ensaiados por Ozden *et al.* (adaptado de [19]).

Os parâmetros que variaram entre os vários modelos foram a resistência à compressão do betão, a percentagem de armadura longitudinal e a excentricidade da carga vertical aplicada. Foram usados betões com resistência à compressão entre os 63,7 MPa e 75 MPa. A percentagem

de armadura longitudinal variou entre 1,50 e 2,25%. A carga vertical foi aplicada em alguns modelos sem excentricidade e noutros com excentricidades de 100 mm ou 200 mm, através de um perfil metálico na extremidade do troço inferior do pilar.

No ensaio, os modelos foram fixos através de 12 tirantes uniformemente espaçados ao longo do seu perímetro. A monitorização dos deslocamentos verticais foi realizada através de sete defletómetros e a força vertical aplicada foi medida através de uma célula de carga colocada sobre o macaco hidráulico. A Figura 2.18 representa o sistema de ensaio adotado.



**Figura 2.18** – Esquema de ensaio e instrumentação usados por Ozden *et al.* [19].

No decorrer do ensaio foi observado o padrão de fendilhação e identificaram-se fendas na face tracionada que podem classificar-se, segundo os autores, em quatro tipos diferentes: *F, P, Q* e *R*, que estão ilustradas na Figura 2.19. As fendas *F* desenvolvem-se junto às faces do pilar e paralelamente a estas, quando a tensão de tração do betão em flexão é atingida. Os autores registaram a carga aplicada e o deslocamento observado no momento da formação destas fendas, que são apresentados no Quadro 2.8 como  $V_{cr}$  e  $\Delta_{cr}$ , respetivamente. Nos modelos com carregamento centrado estas fendas desenvolveram-se junto de todas as faces do pilar, enquanto nos modelos com carregamento excêntrico apenas foram observadas junto das faces tracionadas do pilar. Em ambos os casos de carregamento, as fendas *F* foram observadas à distância de aproximadamente 5 mm a 10 mm do limite da zona carregada.

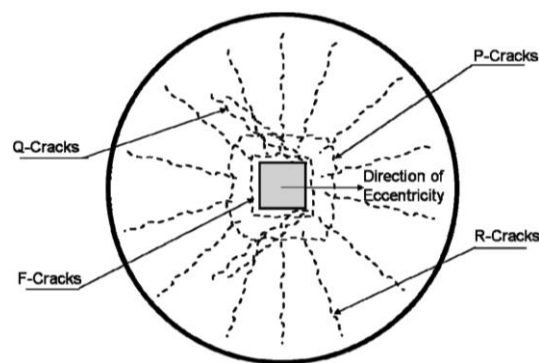


Figura 2.19 – Padrão de fendilhação característico dos modelos ensaiados [19].

Quadro 2.8 - Características dos modelos ensaiados por Ozden, Ersoy e Ozturan [19].

Laje	$f_c$ (MPa)	$f_{sp}$ (MPa)	$\rho$ (%)	$e$ (mm)	$V_{cr}$ (kN)	$\Delta_{cr}$ (mm)	$V_{exp}$ (kN)	$\Delta_u$ (mm)	$P_{re}$ (kN)
HR1E0F0	74,0	4,58	1,50	0	107	0,47	331	5,75	136
HR1E0F0r	75,0	4,93	1,50	0	136	0,64	371	5,43	159
HR1E1F0	75,0	4,93	1,50	100	127	0,47	357	5,18	146
HR1E2F0	75,0	4,93	1,50	200	105	0,46	262	4,49	118
HR2E0F0	63,7	4,12	2,25	0	120	0,25	405	3,82	175
HR2E0F0r	74,7	4,81	2,25	0	126	0,58	489	6,42	177
HR2E1F0	74,7	4,81	2,25	100	120	0,42	396	4,48	162
HR2E2F0	74,7	4,81	2,25	200	88	0,31	327	3,86	164

$f_c$  – valor médio da tensão de rotura do betão à compressão em cilindros 150x300 mm;  $f_{sp}$  – valor médio da tensão de rotura à tração do betão determinada através do ensaio de compressão diametral em cilindros 150x300 mm;  $\rho$  - percentagem geométrica da armadura longitudinal;  $e$  – excentricidade da carga aplicada;  $V_{cr}$  – carga correspondente à abertura da primeira fenda;  $\Delta_{cr}$  – deformação da laje correspondente à abertura da primeira fenda;  $V_{exp}$  - carga de rotura da laje;  $\Delta_u$  - deformação da laje correspondente à carga de rotura;  $P_{re}$  - capacidade de carga após a rotura.

Após a formação das fendas F (Figura 2.19), observou-se a formação das fendas radiais R, que se formam junto aos cantos do pilar e desenvolvem até ao limite da laje, com o aumento da carga vertical aplicada. Para valores de carga mais elevados surgiram novas fendas tangenciais cuja distância ao pilar foi aproximadamente igual à altura útil da armadura longitudinal tracionada (100 mm). Estas fendas denominadas pelos autores como P, deram origem à formação do cone truncocónico de punçoamento, sendo observadas em todo o perímetro do pilar no caso do carregamento centrado e apenas na direção da excentricidade, no caso dos modelos com carregamento excêntrico. Nos modelos com carregamento excêntrico foram ainda observadas fendas denominadas pelos autores como Q, que tem origem junto aos lados do pilar e se propagam na direção oposta à excentricidade, formando um ângulo com os mesmos.

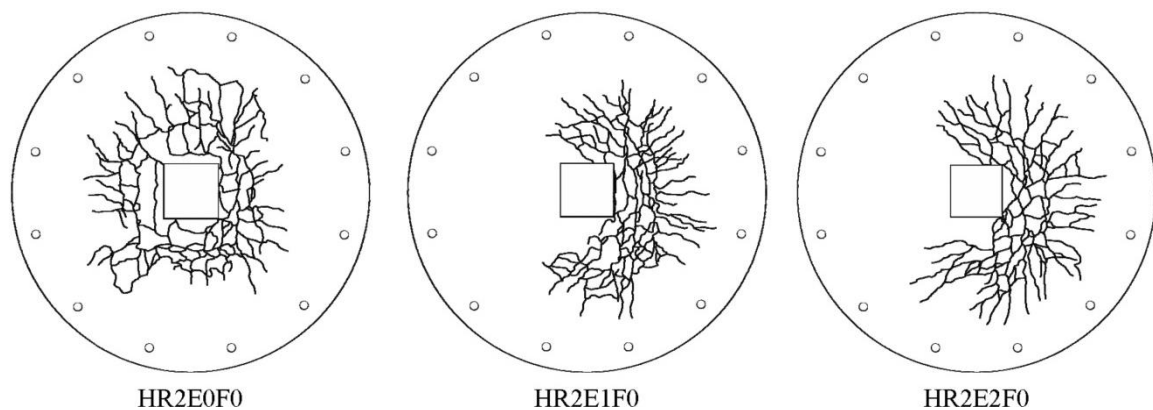
Na Figura 2.20 são representados os padrões de fendilhação obtidos para algumas lajes ensaiadas. Os resultados experimentais confirmaram que o espaçamento entre fendas está diretamente relacionado com o espaçamento dos varões da armadura longitudinal.

No Quadro 2.8 são apresentadas a caracterização do betão, a percentagem de armadura, a excentricidade da carga aplicada, a carga e deslocamento correspondente à formação da primeira fenda, a carga e deslocamento na rotura e a capacidade de carga pós-rotura dos modelos.

Os autores observaram em todos os modelos que o incremento da excentricidade da carga aplicada levou à diminuição dos deslocamentos na rotura, independentemente de armadura longitudinal. Este comportamento foi atribuído pelos autores à menor carga de rotura dos modelos com carregamento excêntrico, comparando com os modelos com carregamento centrado.

Após atingir a rotura, a carga vertical desce para um nível para o qual o deslocamento vai aumentando e o carregamento mantém-se constante. Os resultados mostraram que o comportamento pós-rotura é muito influenciado pelos parâmetros que foram variados entre os vários modelos ensaiados. De uma forma geral a capacidade de carga após a rotura decresceu com o incremento da excentricidade de aplicação da carga.

A quantidade de armadura longitudinal e consequentemente a capacidade de carga dos modelos à flexão influenciaram a carga de rotura e a rigidez dos modelos após fendilhação. O troço carga-deslocamento dos gráficos carga-deslocamento é mais inclinado nos modelos com maior percentagem de armadura longitudinal.



**Figura 2.20** - Padrão de fendilhação obtido em alguns modelos ensaiados [19].

### 2.2.8 Ensaios de Smadi e Yasin (2008)

Smadi e Yasin [20] estudaram o comportamento da ligação laje-pilar sujeita a ações gravíticas e laterais, através do ensaio de 4 modelos de laje fungiforme. As características que variaram

entre os modelos foi a resistência do betão e a relação entre o momento fletor e a carga vertical aplicada.

Os modelos eram quadrados com 1500 mm de lado, 150 mm de espessura e com um pilar centrado quadrado de 250 mm de lado e 650 mm de comprimento para cada lado da laje (Figura 2.21). A configuração dos modelos foi baseada no pressuposto que sobre ações laterais, os pontos de momento fletor nulo numa estrutura de vários pisos se situam a meia altura dos pilares e a meio vão das lajes. As características dos modelos ensaiados são apresentadas no Quadro 2.9.

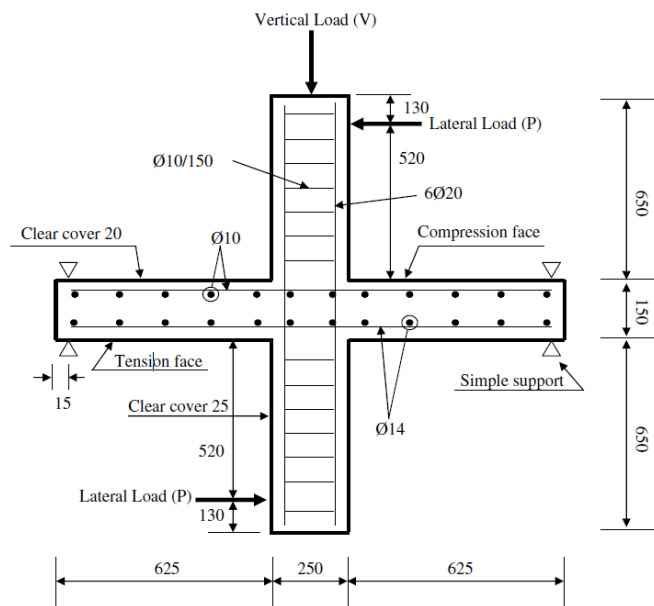


Figura 2.21 – Seção transversal dos modelos da ligação pilar–laje ensaiados por Smadi e Yasin [20].

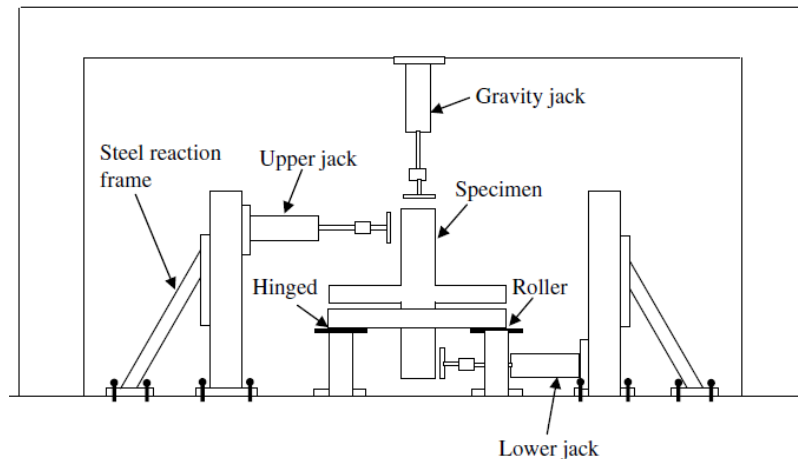
Quadro 2.9 – Características dos modelos ensaiados por Smadi e Yasin [20].

Laje	$f_{sp}$ (MPa)	$f_c$ (MPa)	$V_y$ (kN)	$M_y$ (kNm)	$\Delta_y$ (mm)	$\theta_y$ (rad)	$V_{exp}$ (kN)	$M_u$ (kNm)	$\Delta_u$ (mm)	$\theta_u$ (rad)
N1	2,55	35,6	252,0	-	7,84	-	416,0	-	14,5	-
N2	2,49	35,0	83,4	48,35	0,34	0,055	83,4	143,36	1,3	0,293
H1	5,51	72,6	283,0	-	8,10	-	468,0	-	16,6	-
H2	5,84	74,0	94,6	80,04	0,74	0,04	94,6	172,25	3,7	0,475

$f_c$  – valor médio da tensão de rotura do betão à compressão em cilindros 150x300 mm;  $f_{sp}$  – valor médio da tensão de rotura à tração do betão determinada através do ensaio de compressão diametral em cilindros 150x300 mm;  $V_y$  – carga correspondente à cedência do primeiro varão da armadura longitudinal;  $M_y$  – momento fletor correspondente à cedência do primeiro varão da armadura longitudinal;  $\Delta_y$  – deformação da laje correspondente à cedência do primeiro varão da armadura longitudinal;  $\theta_y$  – rotação da laje correspondente à cedência do primeiro varão da armadura longitudinal;  $V_{exp}$  – carga de rotura da laje;  $M_u$  – momento fletor na rotura da laje;  $\Delta_u$  – deformação da laje correspondente à carga de rotura;  $\theta_u$  – rotação da laje correspondente à carga de rotura.

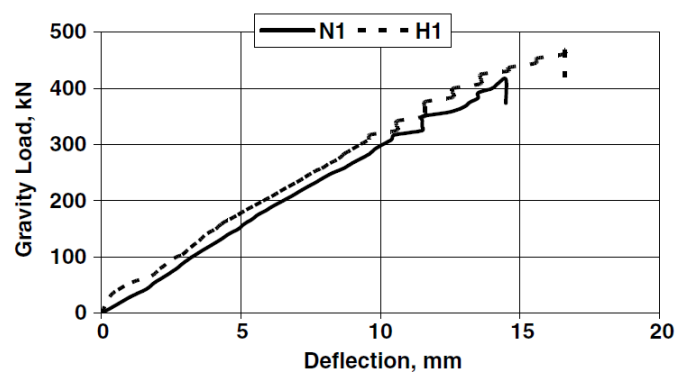
No ensaio, os modelos foram simplesmente apoiados no perímetro e o deslocamento do pilar nas extremidades foi permitido. No topo do troço do pilar superior foi colocado um macaco hidráulico vertical que pretendia simular a carga gravítica. O carregamento lateral foi introduzido através de dois macacos hidráulicos localizados nas extremidades do pilar. Dois modelos foram

apenas sujeitos a um carregamento vertical monotônico até à rotura e nos outros dois manteve-se a carga vertical constante com cerca de 20% da carga de rotura obtida no modelo com carregamento centrado monotônico e aumentou-se o carregamento horizontal até à rotura. O sistema de ensaio usado está representado na Figura 2.22.



**Figura 2.22** – Sistema de ensaio usado por Smadi e Yasin [20].

O deslocamento vertical no centro da laje e o deslocamento horizontal do pilar superior foram registados ao longo dos ensaios através de defletómetros eléctricos. A Figura 2.23 mostra a evolução força-deslocamento dos modelos N1 e H1, que foram apenas carregados verticalmente. Os autores concluíram que a utilização de betão de elevada resistência levou ao incremento da capacidade de carga e deformação em 13% e 14%, respetivamente.



**Figura 2.23** – Gráfico força-deslocamento para os modelos N1 e H1 [20].

A Figura 2.24 mostra a relação momento fletor-rotação para as lajes sujeitas aos carregamentos gravíticos e horizontal. A rotação na rotura do modelo fabricado em BER, H2, foi superior em cerca de 62% à rotação do modelo N2, fabricado em betão normal. No entanto, também o momento fletor do modelo H2 na rotura foi 20% superior ao do modelo N2. Segundo

os autores, os modelos H1 e H2 apresentaram maior energia de deformação atingindo valores de 48% e 150% superiores aos modelos N1 e N2, respetivamente.

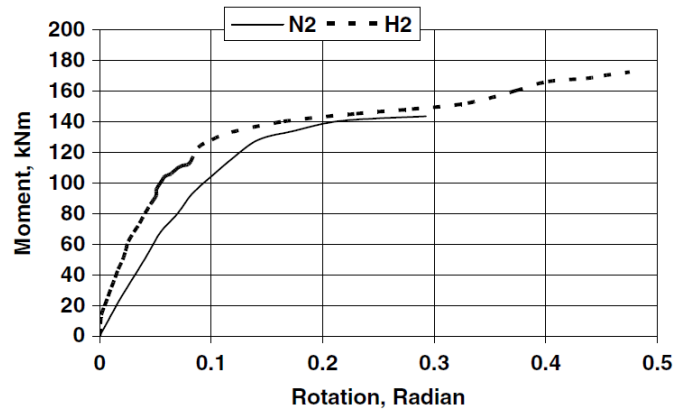


Figura 2.24 - Gráfico momento-rotação para os modelos N2 e H2 [20].

## 2.3 NORMAS

Nesta secção são apresentadas as disposições de cálculo da capacidade resistente ao punçoamento preconizadas nas normas europeia e norte-americana em vigor, EC2 [1] e ACI 318-14 [2], respetivamente. É também apresentada a metodologia de cálculo proposta pelo código modelo publicado recentemente pela Federação Internacional do Betão (MC2010 [3]). Apenas são apresentadas as disposições de cálculo relativas a lajes sem armadura específica de punçoamento, uma vez que é o âmbito deste trabalho.

O EC2 [1] e o ACI 318-14 [2] tratam o problema da resistência ao punçoamento usando expressões empíricas que limitam a tensão nominal de corte num perímetro de referência, definido a uma determinada distância do perímetro do pilar ou da área carregada. O MC2010 [3] apresenta um modelo físico baseado no comportamento carga-rotação da laje para prever a sua capacidade resistente ao punçoamento.

### 2.3.1 Eurocódigo 2 (NP EN 1992-1-1)

A metodologia de cálculo preconizada na versão atual do EC2 [1] foi adotada da formulação apresentada pelo CEB-FIP Model Code 90 (MC90) [23]. O valor de cálculo da resistência ao punçoamento sem armaduras específicas e sem pré-esforço segundo EC2 [1] ( $V_{R,EC2}$ ) é dado pela seguinte expressão:

$$V_{R,EC2} = \frac{C_{Rd,c}}{\gamma_c} \cdot k \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_{ck})^{1/3} \cdot u \cdot d \geq 0,035 \cdot k^{3/2} \cdot f_{ck}^{1/2} \cdot u \cdot d \quad (2.1)$$

Em que:

- $C_{Rd,c} = 0,18 / \gamma_c$ ;
- $\gamma_c$  é o coeficiente parcial de segurança relativo ao betão;
- $k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2,0$  (com  $d$  em mm);
- $\rho = \sqrt{\rho_{ly} \cdot \rho_{lz}} \leq 0,02$ , onde  $\rho$  é a percentagem geométrica de armadura longitudinal, e  $\rho_{ly} \cdot \rho_{lz}$  são as percentagens geométricas das armaduras longitudinais de tração da laje segundo  $y$  e  $z$ , respetivamente. Os valores de  $\rho_{ly}$  e  $\rho_{lz}$  devem ser calculados como valores médios numa largura de laje igual à do pilar acrescida de  $3d$  para cada lado;
- $f_{ck}$  é o valor característico da tensão de rotura do betão à compressão aos 28 dias em provetes cilíndricos com 150x300 mm (MPa). O âmbito de aplicação do EC2 [1] é limitado a betões com  $f_{ck}$  igual ou inferior a 90 MPa;
- $u$  representa o perímetro de controlo definido conforme esquematizado na Figura 2.25 para um pilar interior;
- $d$  é o valor médio da altura útil média das armaduras longitudinais superiores, na duas direções ortogonais  $y$  e  $z$  ( $d = (d_y + d_z) / 2$ ).

O EC2 [1] limita a resistência ao punçoamento ao valor calculado na vizinhança do pilar dado por:

$$V_{R \max, EC2} = 0,5 \cdot 0,6 \cdot \left( 1 - \frac{f_{ck}}{250} \right) \cdot f_{cd} \cdot u_0 \cdot d \quad (2.2)$$

Em que:

- $f_{cd}$  é o valor de cálculo da tensão de rotura do betão à compressão em provetes cilíndricos com 150x300 mm<sup>2</sup>;
- $u_0$  é o perímetro do pilar no caso de um pilar interior.

O perímetro de controlo no EC2[1] é definido a uma distância  $2d$  do pilar ou da área carregada, e o seu traçado deve corresponder a um comprimento que seja o mínimo, de acordo com o representado na Figura 2.25, para o caso de um pilar interior.

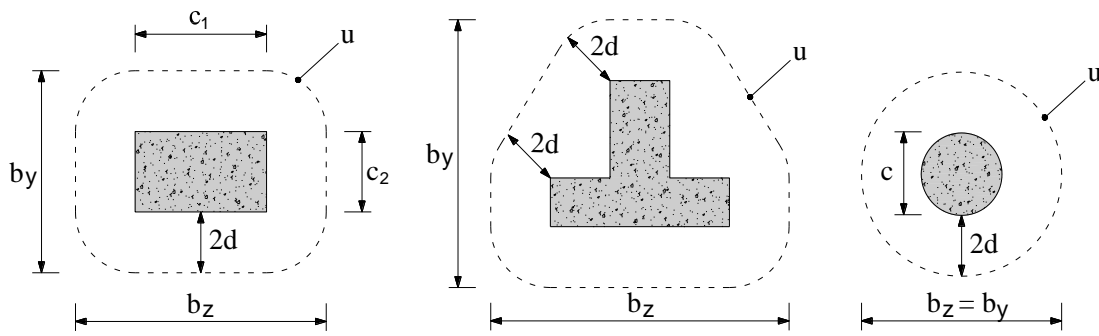


Figura 2.25 - Perímetro de controlo definido no EC2 [1].

### 2.3.2 ACI 318-14

A capacidade resistente ao punçamento deve ser verificada, de acordo com o ACI 318-14 [2], num perímetro de controlo à distância de  $d/2$  do pilar ou da área carregada. Para pilares ou áreas carregadas interiores, com geometria quadrada ou retangular, o perímetro de controlo pode ser calculado com base em quatro lados retos, como representado na Figura 2.26.

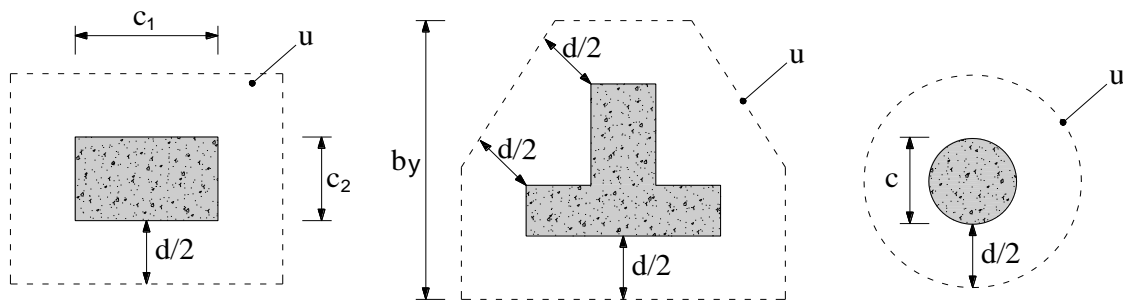


Figura 2.26 - Perímetro de controlo definido no ACI 318-14 [2].

A capacidade resistente ao punçamento de lajes fungiformes não pré-esforçadas e sem armadura específica ( $V_{R,ACI}$ ) é definida pelo ACI 318-14 [2] como o menor dos valores resultantes da aplicação das três expressões que se apresentam de seguida:

$$V_{R,ACI} = \left(1 + \frac{2}{\beta_c}\right) \cdot \frac{\sqrt{f_{ck}} \cdot u \cdot d}{6} \cdot \gamma_c \quad (2.3)$$

$$V_{R,ACI} = \left(\frac{\alpha_s \cdot d}{u} + 2\right) \cdot \frac{\sqrt{f_{ck}} \cdot u \cdot d}{12} \cdot \gamma_c \quad (2.4)$$

$$V_{R,ACI} = \sqrt{f_{ck}} \cdot \frac{u \cdot d}{3} \cdot \gamma_c \quad (2.5)$$

Em que:

- $\beta_c$  é o quociente entre o lado maior e lado menor do pilar;
- $f_{ck}$  é o valor característico da tensão de rotura do betão à compressão aos 28 dias em provetes cilíndricos com 150x300 mm (MPa);
- $d$  é o valor médio da altura útil média das armaduras longitudinais superiores, na duas direções ortogonais  $y$  e  $z$  ( $d=(d_y+d_z)/2$ ).
- $u$  representa o perímetro de controlo definido conforme esquematizado na Figura 2.26 para um pilar interior;
- $\gamma_c$  é o coeficiente de segurança relativo ao betão;
- $\alpha_s = \begin{cases} 40 & \text{para pilares interiores} \\ 30 & \text{para pilares de bordo} \\ 20 & \text{para pilares de canto} \end{cases}$ .

De acordo com o ACI 318-14 [2], devido ao número limitado de ensaios de lajes em BER com resistência à compressão superior a 70 MPa, o valor de  $f_{ck}$  a usar nas expressões (2.3), (2.4) e (2.5) deve ser limitado ao máximo de 70 MPa.

### 2.3.3 Model Code 2010

As formulações de cálculo da resistência ao punçoamento apresentados pelo EC2 [1] e pelo ACI 318-14 [2] foram definidas empiricamente, baseadas na informação resultante dos ensaios experimentais realizados. O Model Code 2010 (MC2010) [3] da *fib* introduz uma nova formulação para o cálculo da resistência ao punçoamento baseada num modelo físico denominado de CSCT – *Critical Shear Crack Theory* [4]. O critério de rotura definido pelo CSCT é baseado na suposição de que a resistência ao corte de elementos sem armadura específica é condicionada pela abertura e rugosidade da fenda de corte que vai dar origem à superfície de rotura da laje ([4], [24]) e segundo Muttoni [4] desta advêm resultados próximos dos observados nos ensaios experimentais realizados com lajes sujeitas ao punçoamento.

No MC2010 [3] a verificação da capacidade resistente ao punçoamento deve ser feita num perímetro de controlo a uma distância de  $d/2$  da área carregada, definido de forma a minimizar o seu comprimento, de acordo com a Figura 2.27.

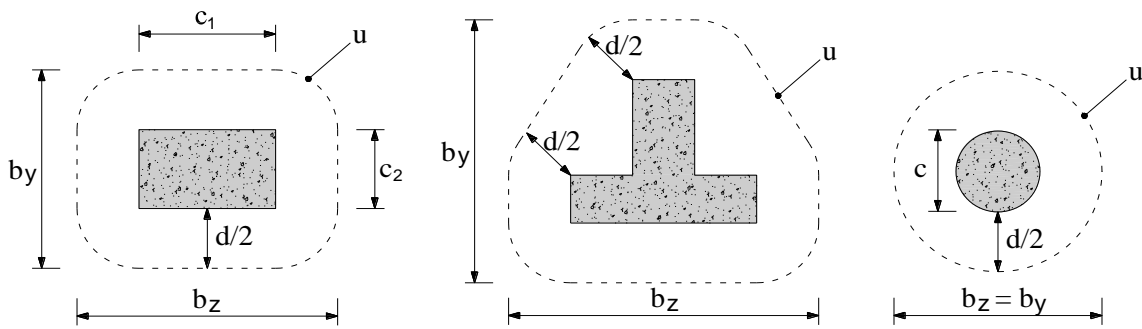


Figura 2.27 - Perímetro de controlo definido no MC2010 [3].

A resistência ao punçamento de pilares centrados em lajes fungiformes sem armadura específica é dada pela Eq. (2.6):

$$V_{R,MC2010} = k_{\psi} \cdot \frac{\sqrt{f_{ck}}}{\gamma_c} \cdot u \cdot d \quad (2.6)$$

$$k_{\psi} = \frac{1}{1.5 + 0.9 \cdot k_{dg} \cdot \psi \cdot d} \leq 0.6 \quad (2.7)$$

$$k_{dg} = \frac{32}{16 + d_g} \geq 0.75 \quad (2.8)$$

Em que:

- $k_{\psi}$  é um parâmetro dependente da rotação da laje, dado pela Eq. (2.7);
- $f_{ck}$  é o valor característico da tensão de rotura do betão à compressão aos 28 dias em provetes cilíndricos com  $150 \times 300 \text{ mm}^2$  (MPa), que não deve ser superior a 120 MPa;
- $d$  é o valor médio da altura útil média das armaduras longitudinais superiores, nas duas direções ortogonais  $y$  e  $z$  ( $d = (d_y + d_z)/2$ ) (mm);
- $u$  representa o perímetro de controlo definido conforme esquematizado na Figura 2.27, para o caso particular de um pilar interior;
- $\gamma_c$  é o coeficiente de segurança relativo ao betão;
- $k_{dg}$  é um parâmetro que tem em conta a máxima dimensão dos agregados usados no fabrico do betão;
- $\psi$  é a rotação da laje no momento imediatamente antes da rotura;

-  $d_g$  é a máxima dimensão dos agregados do betão.

O MC2010 [3] afirma que é evidente a influência da máxima dimensão dos agregados do betão na resistência ao punçoamento e introduz o parâmetro  $k_{dg}$  para ter em conta esse efeito. Segundo este código, no caso de lajes em BER ou betão de agregados leves, os agregados poderão partir dando origem a uma superfície mais lisa, resultando na redução da contribuição do efeito do interbloqueamento dos agregados para a resistência ao punçoamento. Por esse motivo o MC2010 [3] recomenda que se assuma o valor de  $d_g=0$  no caso de lajes em BERs ou em betões de agregados leves.

O MC2010 [3] define quatro níveis de aproximação para o cálculo da rotação da laje, em função da estrutura e da precisão de cálculo que se pretende [25]. O uso do nível de aproximação I é recomendado para efeitos de pré-dimensionamento e para lajes de geometria regular admitindo análise elástica linear e sem redistribuição significativa de esforços, sobrestimando-se a rotação da laje através da Eq. (2.9):

$$\psi = 1,5 \cdot \frac{r_s}{d} \cdot \frac{f_{yd}}{E_s} \quad (2.9)$$

Em que:

- $r_s$  é a distância desde o centro do pilar ao ponto em que o momento fletor é nulo e pode ser considerado de forma aproximada como 22% do vão, desde que a relação entre vãos não seja superior a 2,0 nem inferior a 0,5;
- $f_{yd}$  é o valor de cálculo da tensão de cedência à tração do aço das armaduras longitudinais superiores;
- $E_s$  é o valor do módulo de elasticidade do aço das armaduras longitudinais superiores.

O nível de aproximação II é indicado para os casos em que se admite redistribuição significativa de esforços no dimensionamento da armadura de flexão com a rotação da laje a ser calculada pela Eq. (2.10). O valor de  $\psi$  deve ser calculado para as duas direções principais, adotando-se o maior para o cálculo da resistência ao punçoamento.

$$\psi = 1,5 \cdot \frac{r_s}{d} \cdot \frac{f_{yd}}{E_s} \cdot \left( \frac{m_{sd}}{m_{Rd}} \right)^{1,5} \quad (2.10)$$

Em que:

- $m_{sd}$  é o valor do momento fletor médio por unidade de comprimento calculado numa banda de laje correspondente ao apoio de largura  $b_s$  usado para o cálculo da armadura de flexão. Para o caso de punçamento sem ação excêntrica o valor de  $m_{sd}$  pode ser estimado como  $V_{Ed}/8$ , em que  $V_{Ed}$  é o valor da força transmitida da laje ao pilar;
- $m_{Rd}$  é o valor do momento fletor médio resistente por unidade de comprimento calculado na largura da banda  $b_s$ ;
- $r_s$  é a distância desde o centro do pilar ao ponto em que o momento fletor é nulo e pode ser calculado da mesma forma que o nível de aproximação I.

A largura da banda ( $b_s$ ) na qual se deve calcular os valores de  $m_{sd}$  e  $m_{Rd}$  é calculada para o caso de um pilar interior através da Eq. (2.11).

$$b_s = 1,5 \cdot \sqrt{r_{s,x} \cdot r_{s,y}} \leq L_{\min} \quad (2.11)$$

Em que:

- $r_{s,x}$  e  $r_{s,y}$  representam as distâncias desde o pilar ao ponto em que o momento fletor é zero nas direções x e y, respetivamente. Estes valores podem ser tomados como aproximadamente 22% do vão respetivo;
- $L_{\min}$  é o valor do menor vão.

Para um cálculo com mais detalhe e/ou para lajes irregulares ou lajes em que a relação entre os vãos não seja entre 0,5 e 2,0, o MC2010 [3] apresenta o nível de aproximação III, em que recomenda a substituição do coeficiente 1,5 da Eq. (2.10) por 1,2. Contudo, esta substituição só pode ser concretizada se o valor de  $r_s$  for determinado usando um modelo elástico linear e se  $m_{sd}$  for calculado a partir do mesmo modelo elástico linear, obtido como um valor médio dos momentos fletores na banda de apoio de largura  $b_s$ . O valor de  $b_s$  pode ser calculado de forma análoga à apresentada para o nível de aproximação II (Eq. (2.11)).

O nível de aproximação IV apresentado pelo MC2010 [3] recomenda que em casos de estruturas complexas em que seja necessária uma avaliação rigorosa do seu comportamento, se determine o valor de  $\Psi$  com base numa análise não linear, considerando a fendilhação, os efeitos “tension-stiffening”, a cedência das armaduras e outros efeitos não lineares relevantes.

## 2.4 COMENTÁRIOS FINAIS

Na primeira parte deste Capítulo foram apresentados os trabalhos encontrados na pesquisa bibliográfica sobre o fenômeno do punçamento em lajes fungiformes de BER. A maioria dos trabalhos experimentais foi realizada na década de 90, motivados pelo aparecimento de betões com resistências mais elevadas e a sua aplicação na construção de edifícios para os mais variados fins.

A quantidade de ensaios experimentais existentes para o estudo do comportamento ao punçamento em lajes de BER é considerável. Contudo, na maioria dos ensaios foram usados BERs com resistência à compressão inferior a 90 MPa. Na pesquisa bibliográfica realizada constam somente 10 ensaios com resistência à compressão superior a 90 MPa e desses em apenas 5 foi usado um BER com resistência superior a 100MPa, sendo o seu valor máximo de 119 MPa.



# CAPÍTULO 3

## BETÃO DE ELEVADA RESISTÊNCIA

### 3.1 INTRODUÇÃO

O betão pode ser definido como um material compósito, constituído por uma mistura proporcionada de agregados, com um ligante hidráulico, água e, eventualmente, adjuvantes e/ou adições, de forma a conferir as características nos estados fresco e endurecido que lhe permita servir como material de construção [26].

Este material é amplamente usado em todo o mundo para a construção de estruturas com os mais variados fins, desde edifícios residenciais, comerciais ou de serviços, a obras de arte, reservatórios e vias de comunicação. Estima-se que anualmente sejam produzidos cerca de 25 mil milhões de toneladas de betão mundialmente. A quantidade utilizada deste material na construção civil representa mais do dobro da quantidade de todos os outros materiais, incluindo a madeira, o aço, o plástico e o alumínio [27].

A extensa utilização de betão está relacionada com algumas das suas características, que se consideram mais vantajosas, comparativamente às dos outros materiais de construção. O custo de produção de betão é menor do que o dos outros materiais usados na construção. O facto dos seus três maiores componentes, que são a água, os agregados e o cimento, se encontrarem disponíveis em praticamente qualquer parte do mundo, faz do betão um material que pode ser produzido em qualquer lugar, com menores custos de transporte associados, resultando num material mais barato quando comparado ao aço e aos polímeros [28].

A facilidade de fabricar peças com diferentes formas e dimensões, associada à sua compatibilidade com o aço, devido aos coeficientes de dilatação térmica do betão e do aço serem

similares (aproximadamente  $1,0 \times 10^{-5}/^{\circ}\text{C}$  no betão e  $1,2 \times 10^{-5}/^{\circ}\text{C}$  no aço), concede ao betão a versatilidade indispensável para a construção de estruturas destinadas a diferentes fins [28]. Além disso, devido à sua natureza alcalina, o aço envolvido por este material encontra-se protegido da corrosão. A elevada alcalinidade do betão promove a formação de uma camada passivante de óxidos de  $\text{Fe}_2\text{O}_3$  sobre a superfície da armadura, fazendo com que o aço preserve as suas propriedades originais indefinidamente, desde que o betão mantenha as suas características físicas e químicas inalteradas [29].

São associadas à utilização de betão outras características vantajosas, tais como: a excelente resistência à água, a boa resistência ao fogo, a baixa necessidade de trabalhos de manutenção e o baixo consumo energético do processo de fabrico deste material [30]–[33]. O valor estimado para o consumo energético imputado à produção de betão simples é de cerca de 1,4 GJ/ton e de 2,5 GJ/ton no caso do betão armado, valores bastante inferiores ao consumo energético atribuído à produção do aço estrutural que é de cerca de 30 GJ/ton [34], [35].

A utilização de betão como material estrutural tem, contudo, algumas limitações, descrevendo-se de seguida as principais [28], [30], [31], [33]:

- o betão é um material frágil, com baixa resistência à tração, na ordem dos 10% da sua resistência à compressão, levando à necessidade de introduzir armaduras para resistir aos esforços de tração e aumentar a ductilidade;
- a necessidade de utilizar cofragens para moldar o betão e escoramentos para o suportar até este ganhar resistência suficiente para suportar o seu peso próprio. O custo das cofragens pode ser relativamente elevado, sendo que em Portugal o custo da cofragem e dos trabalhos associados é de 25% a 35% do custo final da estrutura em betão armado;
- a baixa resistência por unidade de peso e volume contribuem para estruturas mais pesadas e volumosas. Estes fatores são mais importantes em estruturas de grande vão e/ou grande altura, onde o peso próprio tem uma grande contribuição para os esforços;
- as propriedades do betão podem variar muito em função da sua composição e técnicas de amassadura. Além disso, o controlo de qualidade das operações de fabrico, de colocação e de cura do betão é de difícil realização.

## 3.2 EVOLUÇÃO HISTÓRICA

### 3.2.1 O betão

De acordo com Sousa Coutinho [26], a utilização mais antiga de betão data de 5600 a.C. e trata-se de um pavimento térreo de uma habitação nas margens do rio Danúbio, em Lepenski Vir, na Jugoslávia, em que foi usada cal parda como ligante.

O uso deste material constituído pela mistura de pedras, areia, cal e água estendeu-se a toda a zona mediterrânica, de tal forma que os romanos o empregaram com mestria na construção de grandes obras públicas, como aquedutos, pontes, cais, molhes, templos, grandes edifícios e outras grandes obras maciças que eram, geralmente, revestidas por alvenaria de tijolo ou de pedra [26]. Muitas das grandes obras construídas pelos romanos chegaram aos nossos dias, tais como o Panteão de Roma, o Aqueduto da Pont du Gard em Nimes, a Ponte de Vila Formosa na N369 e a Ponte de Trajano sobre o rio Tâmega em Chaves [36]. A cúpula do Panteão de Roma, cuja construção terminou em 127 d.C., tem um vão de 50 m, valor que não foi excedido até ao século XIX. Na parte mais baixa da cúpula foram usados tijolos partidos como agregado grosso enquanto na parte superior usaram pedra-pomes como agregado grosso de forma a baixar o peso próprio do betão e consequentemente os esforços de compressão devido às cargas permanentes [31].

Segundo Sousa Coutinho [26], Louis Vicat deu um grande contributo para a tecnologia da produção do cimento, quando iniciou em 1812 o estudo da hidraulicidade das cais. Cinco anos mais tarde, publicou um trabalho onde mostrou que a cozedura conjunta de calcário e argila conduzia à obtenção de cimento. Em 1824, foi concedida a patente de fabricação do cimento artificial por um processo semelhante ao de Louis Vicat, mas com emprego de temperatura de cozedura mais elevada, o que permitiria a obtenção do silicato tricálcico e consequentemente resistências mais elevadas [26], [30], [35], [36]. A atribuição do nome Portland deveu-se à sua semelhança com as rochas da Ilha de Portland, no Sul de Inglaterra.

O uso do cimento Portland cresceu rapidamente por toda a Europa e América do Norte devido sobretudo a William Aspdin [35]. No entanto, o impulso decisivo para a expansão do betão foi dado em 1848 por Joseph-Louis Lambot, ao construir um barco com a introdução de uma malha de armadura ortogonal, reconhecido como a obra mais antiga em betão armado ainda existente. Este barco foi posto a navegar em 1849 e apresentado na Exposição Universal de Paris de 1855 (Figura 3.1) [36]. Em 1855, Lambot submeteu uma patente que incluía a utilização de varões de aço na construção de vigas e pilares [35].

Em 1890, o betão armado iniciou uma enorme expansão impulsionada pelo surgimento das primeiras leis da resistência do betão armado, estabelecidas por Coignet, Considère, Rabut e

Mesnager depois dos seus estudos experimentais e teóricos [26], [36]. A primeira disciplina de betão armado foi criada em 1897 na ENPC – École National des Ponts et Chaussées, Paris [36].

Segundo Coutinho [26], a produção de cimento Portland em Portugal iniciou-se em 1894, na fábrica de cimento situada em Alhandra. As primeiras obras de betão armado em Portugal têm início em 1896, com a reconstrução da antiga Fábrica de Moagem de Trigo, no Caramujo. Em 1898 iniciou-se a construção do pavimento da sala dos atos da Escola Médica de Lisboa [26], [36].



**Figura 3.1** – O barco de Lambot de 1848 [36].

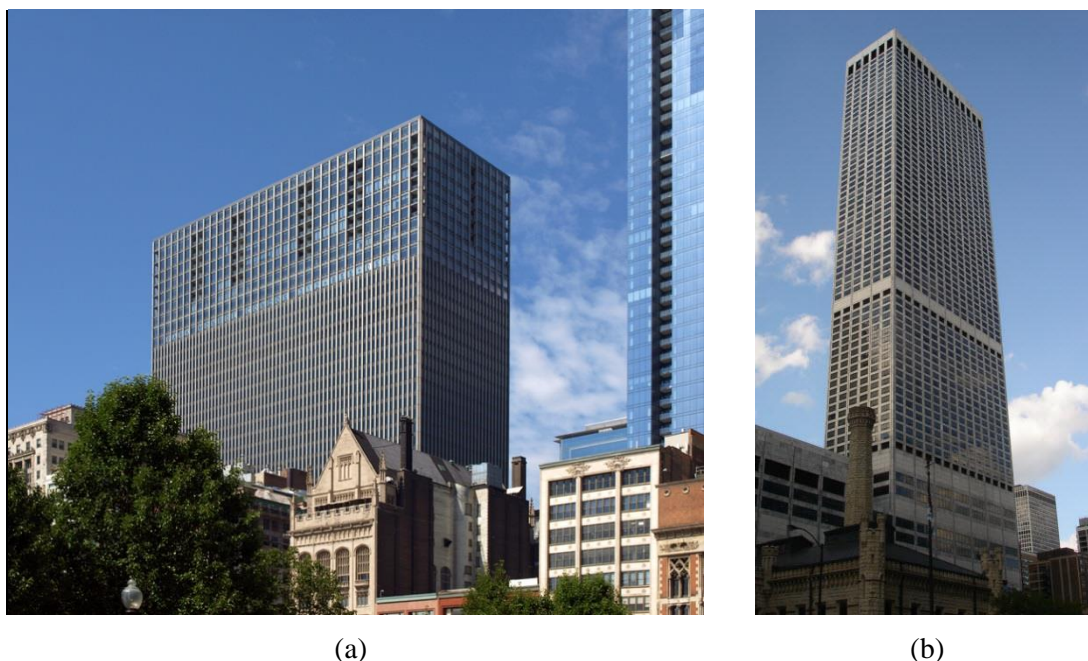
### 3.2.2 O betão de elevada resistência

O interesse no estudo de betões de resistência à compressão mais elevada surge nos anos 60 do século XX, devido à necessidade de construir em altura, originada principalmente pela elevada ocupação e respetiva valorização de espaços para construir nas grandes cidades. O aumento da altura dos edifícios e conseqüente aumento das cargas aplicadas aos pilares, levou à necessidade de aumentar a resistência à compressão dos mesmos. Até então as estruturas eram dimensionadas considerando um betão com resistência à compressão na ordem dos 15 a 20 MPa, sendo na altura considerado um material económico, seguro e bem conhecido [37], [38].

Foi em Chicago que se deu um importante impulso para o estudo de betões de resistência mais elevada, com vista à aplicação em edifícios altos, quando um engenheiro de estruturas e uma empresa de fabricação de betão começaram a trabalhar juntos. A ideia passou por pedir autorização aos proprietários de edifícios altos que viessem a ser construídos, para aplicar um betão experimental de resistência à compressão mais elevada em 1 ou 2 pilares, sem quaisquer custos adicionais para o proprietário. Usando este estratagema, foram incluídos pilares em vários

edifícios com betão de resistência à compressão mais elevada do que estava prescrito em projeto, até chegar a betões com resistência à compressão superior em 20 a 30 MPa ao valor previsto.

Em cerca de 10 anos, a resistência à compressão do betão usado na construção de edifícios altos em Chicago passou de 15 a 20 MPa para 45 a 60 MPa, o que significa que num curto período se passaram a usar betões com o triplo da resistência à compressão [37]. O Mid-Continental Plaza e o Water Tower Place (Figura 3.2), construídos em 1972 e 1974, respetivamente, são exemplos de edifícios em BER. O primeiro caso é um edifício de 49 pisos em que foi usado um betão de 52 MPa e o segundo caso foi um edifício com 74 pisos, considerado naquele tempo o edifício mais alto construído em betão armado, em que foi usado betão com 62 MPa de resistência à compressão.



**Figura 3.2** – Mid-Continental Plaza (a) e Water Tower Place (b) são exemplos de edifícios construídos com BER.

A aplicação dos BERs não se limitou a edifícios altos ou à zona de Chicago. Em 1960, o Departamento de Estradas do Estado do Washington prescreveu um betão com resistência à compressão de 41 MPa para umas vigas pré-esforçadas, conseguindo fazê-las com as menores dimensões de sempre até então. Em 1961, as vigas da linha do comboio de Seattle foram dimensionadas considerando um betão com 48 MPa de resistência à compressão e as estacas da fundação do porto de Seattle foram realizadas com um betão de 55 MPa [38].

A evolução da tecnologia de produção de betão, associada ao uso de adjuvantes redutores de água (plastificantes) e adições minerais, possibilitou a obtenção de betões com resistência à

compressão máxima na ordem dos 60 MPa [38], através da redução da razão A/L. Contudo, os plastificantes existentes não permitiam obter betões com resistência à compressão além dos 60 MPa, com a trabalhabilidade necessária para a sua correta aplicação em obra. Para isso, era essencial baixar a razão A/L para valores inferiores a 0,4, o que só viria a ser possível com a introdução dos superplastificantes [37].

Segundo Aïtcin [37], as primeiras utilizações de superplastificantes no betão remontam aos anos 60, quando foram usados quase simultaneamente no Japão e na Alemanha para melhorar a trabalhabilidade do betão sem risco de segregação ou de perda de resistência devido à adição de água antes da aplicação em obra. Até aos anos 80, a dosagem de superplastificante recomendada pelos fabricantes foi sendo aumentada, começando estes a serem vistos como uma gama de elevados redutores de água, que permitiam que fosse atingida uma razão A/L inferior a 0,3 [37], [39].

### **3.3 DEFINIÇÃO DE BETÃO DE ELEVADA RESISTÊNCIA**

Definir um BER de uma forma universal em função de um valor mínimo de resistência à compressão não é de todo possível. O termo “elevada resistência” é um termo relativo que é dependente de um conjunto de variáveis, tais como, a qualidade dos materiais disponíveis a usar no fabrico do betão e da tecnologia usada no seu fabrico [38]. Além disso, este tipo de classificação presume que seja definido um valor padrão de referência, que vai sendo atualizado ao longo do tempo [11], [40].

A definição para BER varia também em função da localização geográfica. Por exemplo, em regiões onde se produzem correntemente betões com resistência à compressão de 60 MPa não se pode considerar de elevada resistência um betão com menos de 70 a 80 MPa de resistência à compressão. Seguindo o mesmo raciocínio, em regiões onde estão comercialmente disponíveis betões com 30 MPa de resistência à compressão poderão ser considerados de elevada resistência os betões com resistência à compressão igual ou superior a 40 MPa [38].

Ao longo dos anos, com o aumento da capacidade de produzir betões com resistências superiores, o limite mínimo da resistência à compressão do betão para a qual se considerava como sendo um BER foi sendo aumentado. Nos anos 50 do século passado, um betão com resistência à compressão de 34 MPa ou superior era considerado pelo American Concrete Institute (ACI) um BER [11]. Neville [41] em 1973 definiu como 40 MPa o valor mínimo da resistência característica à compressão determinada em provetes cúbicos com 150 mm de aresta, para um betão ser considerado de elevada resistência. Mais tarde, em 1984, a resistência mínima de um betão para ser considerado um BER foi definido pelo ACI como 41 MPa, valor que se manteve

até 1997 [42]. Desde então até ao presente, o ACI define como 55 MPa o valor mínimo da resistência à compressão para ser considerado um BER [11], [38], mas ressalva que este valor pode ser considerado diferente em função da região. Atualmente o MC2010 e o EC2 consideram que são de elevada resistência os betões cuja resistência característica à compressão ( $f_{ck}$ ) seja maior ou igual a 50 MPa [1], [3]. Outros limites poderão ser encontrados na bibliografia [38], [43]–[45].

### 3.4 VANTAGENS E LIMITAÇÕES DOS BERS

A utilização de BERS oferece uma grande diversidade de vantagens em relação ao uso do betão convencional [27], [38], [46]–[51], que são descritas em seguida:

- a elevada resistência à compressão do betão pode ser usada em elementos estruturais em que os esforços são maioritariamente de compressão, como pilares ou estacas, podendo estes ter secções mais reduzidas. Desta forma, pode-se conseguir um significativo aumento da área útil disponível em edifícios, o que pode representar uma economia considerável, especialmente em zonas metropolitanas onde a área edificada é mais onerosa;
- a redução de secções conseguida através do uso de um betão com resistência superior resulta na redução das cargas permanentes sobre a estrutura e fundações. Além disso, no caso de aplicação de BER em pontes, a redução da secção do tabuleiro e consequentemente do seu peso próprio, permite o aumento dos vãos;
- a produção de BER poderá ser considerada mais ecológica, na medida em que são utilizadas adições que são subprodutos industriais, que de outra forma seriam colocados em depósitos, acarretando potenciais riscos de poluição do solo, da água e/ou do ar, para além das despesas de armazenamento associadas. Por outro lado, a possibilidade de fazer estruturas mais esbeltas leva ao menor consumo de betão e consequentemente a menores emissões de CO<sub>2</sub> originadas, quer pela sua produção e transporte, quer pela exploração e transporte dos materiais necessários à produção de betão, resultando num menor impacto ambiental;
- o maior módulo de elasticidade favorece a redução de vibrações das estruturas e da deformação instantânea;
- para além da maior resistência à compressão estes betões apresentam outras características melhoradas. A maior resistência à tração e à abrasão, assim como, a reduzida permeabilidade e durabilidade substancialmente melhorada, fazem deste material uma opção mais vantajosa em algumas situações;

- a elevada resistência em idades iniciais fazem dos BERs um material aliciante para a indústria da pré-fabricação, pois torna possível uma produção em série mais económica. Também na aplicação direta em obra, a utilização de BER permite ganho de tempo no prazo de execução e economia nas cofragens, uma vez que possibilita maior reutilização das mesmas.

No entanto, a utilização de BER tem associados um conjunto de fatores que podem ser vistos como limitações ou desvantagens, que se descrevem de seguida [38], [46]–[51]:

- a produção de BER pode ou não requerer a utilização de materiais especiais, mas exige que sejam selecionados materiais de boa qualidade, para evitar pôr em causa a qualidade final do betão. Os materiais de melhor qualidade, em geral, têm um custo mais elevado e podem não se encontrar com tanta abundância. A seleção dos agregados deve ser feita cuidadosamente, uma vez que não se consegue um BER usando agregados ordinários;
- a utilização de adições, tais como a sílica de fumo ou as cinzas volantes, podem encarecer a produção do BER, pois o seu custo varia em função das quantidades disponíveis no mercado. Apesar da sílica de fumo ser um subproduto resultante da indústria, o seu transporte e armazenamento pode ser uma tarefa onerosa, devido à sua finura. Estima-se que o seu custo pode ser de até 10 vezes maior que o do cimento ou das cinzas volantes, principalmente devido aos custos de transporte e armazenamento;
- uma vez que as propriedades do BER podem variar significativamente em função de pequenas variações na quantidade dos seus constituintes, o fabrico de um BER implica custos iniciais elevados, devido ao investimento das empresas de produção de betão a otimizar o processo produtivo e sobretudo ao maior controlo de qualidade necessário;
- uma das limitações à maior utilização de BER é a reduzida informação sobre o comportamento estrutural deste material em alguns casos particulares, como por exemplo no punçoamento. Além disso, o uso deste material com propriedades melhoradas não é amplamente abordado nos regulamentos.

### 3.5 UTILIZAÇÃO DE BER NA CONSTRUÇÃO

Em todo o mundo existem casos de edifícios, pontes ou outras obras especiais em que foi utilizado um BER [37], [39], [43], [46], [51]–[53]. No entanto, devido às características dos BERs, a aplicação deste material em edifícios é mais comum em cidades onde se constrói em altura.

Em Taiwan foi construído em 1997 o maior edifício da cidade (*T&C Tower*) com mais de 347 m de altura e 85 pisos acima do nível do solo (Figura 3.3). Este foi o segundo edifício da cidade em que foi usado um BER, mas neste caso com resistência à compressão superior, na ordem dos 55 MPa. A estrutura utilizada é essencialmente metálica. No entanto, para aumentar a rigidez da estrutura e reduzir a quantidade de aço necessária, optou-se por usar uma secção oca em aço que seria preenchida por um BER, para os níveis abaixo do piso 60. Segundo a bibliografia [54], a utilização de BER diminuiu o período fundamental da estrutura e o deslocamento máximo no topo do edifício baixou de 1,30 m para 0,95 m. Com a utilização de BER conseguiu-se uma redução de 18% na quantidade de aço, o que representa cerca de 8000 toneladas em todo o edifício e uma diminuição muito significativa no custo final da estrutura.



**Figura 3.3** – Edifício T&C em Taiwan, considerado o mais alto da cidade, em 1997 [54].

O *Trump Tower* é um edifício residencial com 423 m de altura e 98 pisos, localizado em Chicago, construído em 2009 e que nessa data foi considerado o edifício residencial mais alto dos Estados Unidos da América (Figura 3.4). O betão foi o material estrutural escolhido para a construção da estrutura do edifício devido à sua capacidade de formar uma estrutura rígida e com elevado amortecimento. Além disso, foi possível fazer lajes fungiformes e usufruir das vantagens que estão associadas a este sistema estrutural, com 230 mm de espessura de laje para um vão máximo de 9,1 metros, o que permitiu ter um maior pé direito. Nas fundações do edifício foi usado um BER com 69 MPa de resistência à compressão e na restante estrutura a resistência máxima foi de 110 MPa. Na totalidade foram produzidos 137 620 m<sup>3</sup> de betão para a construção deste edifício, que se prolongou por cerca de 4 anos [55].



**Figura 3.4** – *Trump Tower* em Chicago, com 423 m de altura [55].

Atualmente, o Burj Khalifa no Dubai é considerado o edifício em betão armado mais alto do mundo, com mais 828 metros de altura e de 160 pisos (Figura 3.5). Segundo a página oficial do edifício [56], na sua construção foram empregues mais de 45 000 m<sup>3</sup> de betão, sendo a sua resistência máxima à compressão de 80 MPa.



**Figura 3.5** – Burj Khalifa no Dubai é considerado edifício em betão armado mais alto do mundo [56].

Em Portugal, os exemplos mais conhecidos de utilização de BER são a ponte Vasco da Gama (Figura 3.6) e o edifício do Centro de Coordenação e Controlo de Tráfego do Porto de Lisboa

(Figura 3.7). A ponte Vasco da Gama é considerada a segunda maior ponte da Europa e uma das maiores do Mundo, com uma extensão total de 17,2 km e com 420 m de vão principal. Na construção desta ponte foi usado um betão com resistência média à compressão aos 28 dias entre os 61,9 e 77,3 MPa, com o valor máximo a atingir 112 MPa [51], [53]. O edifício destinado ao Centro de Coordenação e Controlo de Tráfego de Porto de Lisboa tem uma altura de 36 m acima do coroamento do molhe e desenvolve-se em altura com uma inclinação de um para quatro, o que representa um avanço de 9 metros do topo em relação à base. A construção deste edifício, localizado em ambiente marítimo, sujeito particularmente à ação dos cloretos, exigiu um betão de qualidade superior. A resistência média à compressão do betão utilizado foi de 89 MPa [53], [57].



**Figura 3.6** – Ponte Vasco da Gama [53].



**Figura 3.7** – Edifício do Centro de Coordenação e Controlo de Tráfego do Porto de Lisboa

### 3.6 COMPOSIÇÃO DE BETÕES

Como muito cedo se compreendeu que a mistura dos agregados não podia ser arbitrária para que o betão apresentasse a maior compacidade e trabalhabilidade possível, foram definidas regras empíricas, independentes da natureza dos componentes, que asseguravam uma compacidade elevada, embora com utilização excessiva de ligante [58].

O primeiro método de cálculo da composição de betão e argamassa foi apresentado em 1881 por Préau. Em 1888, Paul Alexandre introduz o conceito da água de molhagem dos agregados e definiu coeficientes para o seu cálculo em função da granulometria dos agregados. A descoberta que marcou o início do estudo da composição racional do betão foi feita em 1892 por Feret, que relacionou a resistência à compressão da argamassa e a sua compacidade, como a razão entre o volume de cimento e a soma dos volumes de água e vazios. Em 1901, William Fuller fez um estudo experimental e conseguiu definir as curvas granulométricas da mistura de agregados que conduzia aos valores máximos da compacidade. Mais tarde, em 1907, num trabalho conjunto com Thompson, introduziram o cimento e propuseram uma curva granulométrica ótima da mistura dos agregados. Em 1925, Bolomey aperfeiçoou a curva granulométrica ótima proposta por Fuller e Thompson, através da introdução do conceito de módulo de finura e trabalhabilidade definido por Abrams em 1918. Em 1937 Caquot estabelece o conceito do efeito de parede, que foi introduzido por Faury em 1941 na curva granulométrica de Bolomey, obtendo assim uma curva granulométrica de referência que tem em conta a trabalhabilidade do betão e o efeito parede [58].

#### 3.6.1 Conceitos gerais

O estudo da composição granulométrica dos agregados destinados à fabricação de betão engloba um conjunto de conceitos e definições que devem ser conhecidos e que são apresentados nas secções seguintes.

##### 3.6.1.1 Expressão fundamental da composição do betão

Todas as formulações tomam como princípio a expressão fundamental da composição de betões, também designada por expressão dos volumes absolutos, onde se reconhece o volume de cada um dos seus constituintes e cuja soma resulta no volume aparente unitário de betão Eq. (3.1) [59]:

$$c_i + s + adj + \sum_{i=1}^n m_i + a + vv = 1 \quad (3.1)$$

Em que, por unidade de volume aparente de betão:

- $c_i$  é o volume absoluto de cimento;
- $s$  é o volume absoluto da adição;
- $adj$  é o volume de adjuvante;
- $\sum m_i$  é a soma dos volumes absolutos dos agregados de classes granulométrica finas  $\sum mf_i$  ( $d \leq 4,76$  mm, areias) e das classes granulométrica grossas  $\sum mg_i$  ( $d > 4,76$  mm, britas ou godos);
- $a$  é o volume de água;
- $vv$  é o volume de ar, designado correntemente por volume de vazios.

Poderão ainda ser definidas outras expressões complementares [59]:

$$vps = c + s + adj + \sum_{i=1}^n m_i \quad (3.2)$$

$$vpf = a + adj + vv \quad (3.3)$$

$$vpl = c + s + adj + a + vv \quad (3.4)$$

$$va = c + s + adj + \sum_{i=1}^n mf_i + a + vv \quad (3.5)$$

Em que:

- $vps$  é o volume dos constituintes sólidos do betão;
- $vpf$  é o volume absoluto dos constituintes fluidos do betão;
- $vpl$  é o volume absoluto da pasta ligante;
- $va$  é o volume absoluto da argamassa.

### 3.6.1.2 Máxima dimensão dos agregados

O conhecimento da dimensão máxima dos agregados é fundamental para a definição da sua curva granulométrica. O valor máximo da dimensão máxima dos agregados a usar num determinado betão deve ser definido em função das dimensões da peça a betonar e da densidade

de armaduras [60], [61]. O ACI recomenda que a máxima dimensão dos agregados não deverá exceder 1/5 da menor dimensão da peça a betonar, 1/3 da espessura de lajes e 3/4 da distância entre varões de armadura [62]. A APEB recomenda que para assegurar uma adequada colocação e compactação do betão, a máxima dimensão do agregado não deverá exceder 1/4 da menor dimensão do elementos estrutural a betonar, a distância entre varões diminuída de 5 mm e o recobrimento mínimo das armaduras [63].

A definição de máxima dimensão de agregado mais conhecida e utilizada comercialmente para caracterizar os agregados é a proposta pelas normas ASTM, que define a máxima dimensão de um agregado como a menor abertura do peneiro da série utilizada, através do qual passam pelo menos 90% da massa do agregado [26], [58], [61]. Em 1958, Faury propôs um critério empírico para definir a máxima dimensão do agregado, a partir das variações das percentagens de passados dos dois primeiros peneiros onde ficam material retido [58], [64]. Assim, a máxima dimensão dos agregados pode ser calculada, segundo Faury, pela Eq. (3.6):

$$d_g = d_1 + (d_1 - d_2) \cdot \frac{x}{y} \quad (3.6)$$

Em que:

- $d_1$  é a maior abertura do peneiro onde ficam retidos agregados;
- $d_2$  é a abertura do peneiro de dimensão inferior a  $d_1$  na série de peneiros usada;
- $x$  é a percentagem em peso de agregados retidos em  $d_1$ ;
- $y$  é a percentagem em peso dos agregados que passaram em  $d_1$  e ficaram retidos em  $d_2$ .

### 3.6.1.3 Efeito de parede e efeito de peneiração

O efeito de parede, evidenciado por Caquot em 1937, caracteriza o fenómeno de alteração da compacidade do betão e consequente diminuição da resistência mecânica, devido à migração das partículas mais finas (argamassa) para ocupar os espaços vazios entre as partículas maiores do agregado e as armaduras ou face dos moldes. Assim, de forma a permitir o preenchimento do espaço entre as partículas maiores dos agregados e a superfície dos moldes ou armaduras, pode ser necessária a utilização de um betão mais rico em finos. Esta necessidade de aumentar o volume de argamassa no betão é tanto maior quanto maior for a relação entre a superfície da peça e o seu volume [58].

O volume de espaços a preencher, provocado pelo efeito de parede, pode ser expresso em função da área da superfície em contacto com o betão e da dimensão máxima do agregado. A área da superfície em contacto com o betão pode ser representada pelo raio médio do molde ou raio hidráulico,  $R$ , que se define pelo quociente entre o volume a encher e a superfície das faces do molde e das armaduras nele contido [58]. Faury estabeleceu um limite máximo para dimensão máxima dos agregados do betão de forma a evitar o efeito de parede, de acordo com a expressão seguinte [64]:

$$d_g < \frac{4}{3} \cdot R \quad (3.7)$$

O conceito de efeito de peneiração refere-se à existência de malhas de armaduras, que por serem tão apertadas causam impedimento ao livre escoamento do betão e conseqüentemente perda de homogeneidade pela sua segregação. O efeito de peneiração do betão é tanto maior quanto maiores forem a máxima dimensão do agregado, a percentagem de agregado grosso, a consistência e o atrito interno das partículas de maiores dimensões, e quanto menos potentes forem os meios de compactação. As características geométricas de uma malha de armadura podem ser representadas pelo seu raio médio,  $\rho_m$ , que se define como o quociente entre a área aberta à penetração do betão e o perímetro respetivo. Desta forma, o raio médio de uma malha retangular é dado por [58]:

$$\rho_m = \frac{a_m \cdot b_m}{2 \cdot (a_m + b_m)} \quad (3.8)$$

Em que:

-  $a_m$  e  $b_m$  são as dimensões da malha.

A possibilidade de ocorrer o efeito de peneiração varia em função da relação  $D_{max}/\rho$ , e Faury propôs um valor máximo para essa relação de forma a garantir que não há segregação (Eqs. (3.9) e (3.10)) [64]. Dreux afirma que as relações propostas por Faury são demasiado limitadoras e que estas podem ir até 2 [58], [59].

$$d_g < 1,4 \cdot \rho_m \quad \text{para agregados rolados;} \quad (3.9)$$

$$d_g < 1,2 \cdot \rho_m \quad \text{para agregados britados.} \quad (3.10)$$

#### 3.6.1.4 *Trabalhabilidade ou consistência*

A resistência à compressão do betão endurecido está fortemente relacionado com o seu grau de compactação, no entanto, tem de ser garantido que não existe segregação da mistura. A definição de trabalhabilidade ou consistência de um betão está associada à facilidade e homogeneidade que este apresenta, em estado fresco, ao ser misturado, colocado nos moldes, compactado e acabado. O termo consistência é habitualmente usado em normas. A noção de trabalhabilidade é bastante vaga e está relacionada com um grande número de propriedades físicas [41], [48], [58].

A NP EN 206-1 [65], que define os aspetos relacionados com a especificação, desempenho, produção e conformidade do betão, recomenda quatro métodos para a determinação da consistência do betão: ensaio de abaixamento (NP EN 12350-2 [66]), ensaio VêBê (NP EN 12350-3 [67]), grau de compactabilidade (NP EN 12350-4 [68]) e ensaio da mesa de espalhamento (NP EN 12350-5 [69]). A amostragem deve ser feita de acordo com a NP EN 12350-1 [70].

O ensaio de abaixamento, também conhecido por ensaio do cone de Abrams, é o mais generalizado devido à sua simplicidade de execução e do equipamento necessário. Este ensaio é muito útil em obra para verificar se houve alguma variação accidental da composição da mistura. Apesar de este ensaio ser muito popular, alguns estudos experimentais mostraram que os resultados obtidos apresentam grande dispersão [58].

#### **3.6.2 Materiais constituintes**

As características dos materiais constituintes do betão têm grande influência nas suas propriedades. Desta forma, a seleção dos materiais a usar na composição de um betão deve ser criteriosa, com base nas propriedades de cada constituinte e da sua contribuição para as propriedades do betão, quer em estado fresco quer endurecido. Outros fatores deverão também ser tidos em conta, tais como, a disponibilidade, o custo, a conformidade com as normas e a conformidade de acordo com a especificação do betão pretendido (por exemplo, a máxima dimensão do agregado ou a dosagem mínima de cimento).

A produção de um BER não exige, na maioria dos casos, a utilização de materiais ou de técnicas de fabrico especiais, mas serão necessários materiais com propriedades mais específicas do que os utilizados para a produção de betão convencional. Quanto maior for o valor da resistência requerida para o BER, maior é o efeito da variabilidade das características dos materiais e processos utilizados.

No caso de betões com resistência à compressão superior a 80 MPa, a seleção dos materiais terá de ser mais criteriosa, sendo necessário a utilização de agregados com maior resistência mecânica, adições com características pozolânicas e superplastificantes de 3ª geração, de forma a conseguir betões com a consistência adequada para a sua aplicação [60].

### 3.6.2.1 Cimento

O cimento é um ligante hidráulico artificial que resulta da mistura do clínquer com sulfato de cálcio ( $\text{CaSO}_4$ ), que tem como principal objetivo controlar o tempo de presa do material, para que este possa ser utilizado durante um intervalo de tempo sem perda de trabalhabilidade. O clínquer é obtido pela moagem e posterior cozedura, a uma temperatura da ordem de  $1450^\circ\text{C}$ , de carbonato de cálcio (calcário), silicatos de alumínio e ferro (argila ou xisto argiloso) e outros materiais que contêm sílica, alumina ou ferro [37]–[39], [48], [60], [71], [72].

Os principais componentes do clínquer e consequentemente do cimento Portland, apresentados na sua designação abreviada, são o silicato tricálcico ( $\text{C}_3\text{S}$ ), o silicato bicálcico ( $\text{C}_2\text{S}$ ), o aluminato tricálcico ( $\text{C}_3\text{A}$ ) e o aluminoferrato tetracálcico ( $\text{C}_4\text{AF}$ ). A variação do teor de cada um destes principais componentes afeta o desenvolvimento da resistência. O silicato tricálcico hidrata e endurece rapidamente e é o maior responsável pela resistência do cimento em idades muito jovens, o silicato bicálcico hidrata e endurece lentamente, contribuindo muito para o incremento da resistência para idades superiores a uma semana, o aluminato tricálcico tem um ligeiro contributo para a resistência nos primeiros dias de endurecimento e o aluminoferrato tetracálcico tem pouca influência no desenvolvimento de resistência [26], [38]. As proporções médias dos principais componentes do clínquer Portland e as suas principais características são indicadas pelo LNEC através da E378 [73] e são apresentadas no Quadro 3.1 [39].

**Quadro 3.1** – Características dos componentes do clínquer Portland de acordo com a E378 [73].

Componentes do clínquer		$\text{C}_3\text{S}$	$\text{C}_2\text{S}$	$\text{C}_3\text{A}$	$\text{C}_4\text{AF}$
Proporções médias		60 %	20 %	8 %	12 %
Velocidade de hidratação		Elevada	Moderada	Muito elevada	Elevada
Calor de hidratação	Quantidade	Elevada	Pequena	Muito elevada	Moderada
	Desenvolvimento	Rápido	Lento	Rápido	Lento
Desenvolvimento da resistência mecânica		Rápido e prolongado	Lento e muito prolongado	Muito rápido e curto	Lento e pouco significativo
Resistência a ataque químico		Pequena	Moderada	Muito Pequena	Grande

$\text{C}_3\text{S}$  – Silicato tricálcico;  $\text{C}_2\text{S}$  – Silicato bicálcico;  $\text{C}_3\text{A}$  – Aluminato tricálcico;  $\text{C}_4\text{AF}$  – Aluminoferrato tetracálcico.

A avaliação da conformidade dos cimentos em Portugal é feita de acordo com as normas NP EN 197-1 [74] e NP EN 196 [75]. A primeira indica a composição, especificações e critérios de conformidade para cimentos correntes, enquanto a segunda define os métodos de ensaios a usar na caracterização dos vários cimentos.

A importância da seleção do cimento para a produção de um BER é evidenciada por vários autores da bibliografia ([37], [39], [40], [48], [60], [72], [76]), sendo a sua composição química e a finura das partículas as principais características. Newman e Choo [48], Aitcin [37], Mehta e Monteiro [72] afirmam que utilizando um cimento correntemente disponível no mercado, é possível obter um betão com resistência à compressão entre 50 MPa a 75 MPa.

Para a produção de BER são indicados os cimentos que apresentem simultaneamente elevados teores de  $C_2S$  e  $C_3S$ , e reduzidas percentagens de  $C_3A$ , pois estas características químicas conduzem à obtenção de resistências elevadas. O requisito de baixo teor em  $C_3A$  está relacionado com o aumento da trabalhabilidade e com a adequada compatibilidade entre o cimento e os superplastificantes [37]–[39], [48], [72], [76]. De acordo com o ACI 363-R10 [11], de forma a manter a uniformidade da resistência à compressão, o teor de  $C_3S$  não deve variar mais do que 4%.

No que diz respeito à finura ideal do cimento para utilização em BER, não existe um valor ótimo. Do ponto de vista da resistência, quanto mais pequenas forem as partículas melhor, pois a sua maior superfície específica aumenta a velocidade do processo de hidratação e maior será a resistência inicial. No entanto, a maior finura do cimento pode resultar no aparecimento de problemas reológicos, nomeadamente à rápida perda de trabalhabilidade, devido à aceleração das reações químicas nas idades iniciais [72].

Gutiérrez e Cánovas [76] indicam que os cimentos mais indicados para a produção de BER são os do tipo I e classe 42,5 ou 52,5. Através de um estudo experimental, onde realizaram 69 amassaduras, estes autores concluíram que a utilização de cimento da classe 52,5 permite um incremento de resistência do betão na ordem de 10% a 15%, em relação à utilização de cimento da classe 42,5. Este ganho de resistência, segundo os autores, é devido, principalmente, à maior finura do cimento de classe 52,5. Em termos de consistência, verificou-se que as misturas com cimento da classe 52,5 apresentaram menor abaixamento. A maior superfície específica do cimento da classe 52,5 leva à perda de eficácia do superplastificante, uma vez que este envolve as partículas do cimento, sendo necessário, no caso de utilização deste tipo de cimento, aumentar a dosagem de adjuvante.

Outros fatores, segundo Azevedo [39], podem condicionar a escolha do cimento entre as classes 42,5 e 52,5. Para além dos fatores referidos, há que ter em conta a sua disponibilidade e a

resistência à compressão do betão que se pretende produzir. O cimento de classe 52,5, devido à sua utilização para fins especiais, não tem produção em contínuo e geralmente é mais difícil de obter. A resistência do betão pode condicionar a escolha do cimento uma vez que, para resistências mais elevadas pode ser necessária a utilização de sílica de fumo e usando um cimento de classe de resistência mais baixa pode significar um aumento da quantidade necessária deste material, que é bastante dispendioso, sendo o custo final superior à solução com a adoção de um cimento de maior resistência e menor quantidade de sílica de fumo.

### 3.6.2.2 Adições

As adições são definidas pela NP EN 206-1 [65] como materiais inorgânicos finamente divididos, que podem ser utilizados no betão com a finalidade de melhorar certas propriedades ou adquirir propriedades especiais. As adições são divididas em dois tipos (tipo I e tipo II) em função das suas propriedades pozolânicas. As adições quase inertes são designadas de tipo I e as adições pozolânicas ou hidráulicas latentes, de tipo II. O fíler calcário é um exemplo de adição do tipo I e a cinza volante, a sílica de fumo e as escórias granuladas de alto forno são exemplos de adições do tipo II.

A utilização de adições na produção do betão, para além de melhorar as propriedades do material, leva a benefícios de ordem económica, de consumo de energia, de proteção ambiental e de conservação dos recursos naturais, visto que a grande maioria das adições são subprodutos industriais, que se não forem utilizados são depositados em aterros [39].

A produção de betões com resistência à compressão até cerca de 100 MPa pode ser conseguida utilizando apenas o cimento como ligante [37], [38], [51], [77]. No entanto, segundo Aïtcin [37], do ponto de vista económico e do comportamento reológico do betão, a utilização de cinzas volantes ou escórias de alto-forno deve ser seriamente considerada. Estas adições têm um custo de produção muito mais baixo que o cimento e a sua utilização leva, geralmente, à redução da quantidade de superplastificante necessária.

Para a produção de um BER com resistências acima de 100 MPa é quase indispensável a utilização de adições, sendo a sílica de fumo considerada a mais apropriada e por isso a mais utilizada [11], [37], [38], [60], [78]. Esta poderá ainda ser usada em conjunto com outras adições de forma a melhorar determinadas características. Ding e Li [79] afirmam que a utilização de metacaulino em conjunto com sílica de fumo reduz a retração do betão, sem decréscimo das suas características mecânicas.

A sílica de fumo resulta, segundo a NP EN 197-1 [74], da redução de quartzo de alta pureza com carvão em fornos de arco elétrico, durante a produção de ligas de silício e de ferro-silício, a temperaturas da ordem dos 2000°C. As reações químicas originam a formação de pequenas esferas de sílica amorfa que são arrastadas nos gases de escape e capturadas em filtros, evitando-se a sua saída para a atmosfera. A sílica de fumo é constituída fundamentalmente por uma elevada percentagem de partículas esféricas de sílica, óxidos de ferro, cálcio, magnésio, sódio e potássio. As partículas de sílica de fumo são cerca de 100 vezes inferiores às do cimento Portland, variando o seu diâmetro entre 0,01 µm e 0,5 µm, com diâmetro médio de 0,1 µm [26], [39], [60]. As partículas de sílica de fumo preenchem os espaços vazios entre as partículas dos agregados e do cimento, contribuindo para uma mistura mais densa [80]. Os requisitos e critérios de conformidade para a utilização de sílica de fumo no betão estão regulamentados pelas NP EN 13263-1 [81] e NP EN 13263-2 [82].

A dosagem recomendada de sílica de fumo para a produção de BER varia em função das propriedades que se pretendem. Aitcin [37] refere que há casos pontuais em que se fabricou BER com dosagem de sílica de fumo na ordem dos 25% a 30% do peso do cimento, mas nestes casos existe uma grande necessidade de superplastificante. Este autor refere ainda que existe um aumento significativo de resistência do betão quando aumenta a dosagem de sílica de fumo de 5% para 10%, mas os incrementos de resistência não são proporcionais para dosagens desta adição em quantidades superiores a 10%. Como com o aumento da percentagem de sílica de fumo existe necessidade de aumentar a dosagem de superplastificante, geralmente não é economicamente viável a utilização de dosagens de sílica de fumo superiores a 10%.

O ACI 363R-97 [40] recomenda dosagens de sílica de fumo entre os 5% e os 10% do peso do cimento. Ismeik [83] fez um estudo experimental onde variou a quantidade de sílica de fumo e obteve a maior resistência à compressão para uma dosagem de 10% do peso do cimento.

### 3.6.2.3 Agregados

Os agregados são definidos pela NP EN 12620 [84] como materiais granulares que podem ser classificados como naturais, artificiais ou reciclados. Os agregados naturais e artificiais são de origem mineral, com a diferença que os naturais são sujeitos apenas a processamento mecânico enquanto os artificiais resultam de um processo industrial, que pode incluir modificações térmicas ou outras. Os agregados reciclados artificiais advêm do processamento de materiais inorgânicos anteriormente utilizados na construção.

Anteriormente, os agregados eram comumente designados por inertes devido ao facto destes não contribuírem significativamente nas reações químicas de endurecimento do betão. No entanto,

percebeu-se mais tarde que alguns agregados apresentam reatividade química, que podem levar à deterioração do betão, como é o caso da reação álcalis-sílica, levando ao desuso da designação de inertes.

Os agregados ocupam 70% a 90% do volume do betão e por isso é compreensível que as suas características afetem profundamente as propriedades do betão, quer em estado fresco quer em endurecido [26], [35], [38], [77], [85].

Coutinho [26] considera que as principais propriedades dos agregados são:

- forma e dimensões;
- resistência mecânica;
- propriedades térmicas;
- propriedades químicas;
- isenção de substâncias prejudiciais.

Os agregados podem ser classificados, em função das suas dimensões, como areias ou agregados grossos. Os agregados com máxima dimensão inferior a 5 mm são geralmente designados como areias, podendo ser roladas quando são de origem sedimentar, ou britadas se forem obtidas por fratura artificial. Os agregados grossos, com dimensões superiores a 5mm, designam-se por godos quando são de origem sedimentar e por britas quando são obtidos por fratura artificial [26], [86].

A geometria e a textura da superfície dos agregados afetam as características do betão, consideravelmente mais em estado fresco do que endurecido. A utilização de agregados lisos e arredondados contribui para aumentar a trabalhabilidade do betão em relação ao uso de agregados angulares ou achatados. Os agregados britados tendem a aumentar a resistência à tração do betão devido à melhoria das condições de aderência entre os agregados e a pasta ligante [41]. Coutinho [26] indica que a regra mais simples de definir uma geometria adequada para os agregados é impor uma quantidade de partículas alongadas e achatadas inferior a 50%. Este autor define partículas achatadas como as que apresentem uma relação entre a espessura e largura menor que 0,5 e partículas alongadas as quais em que a relação entre comprimento e largura é superior a 1,5.

A resistência mecânica dos agregados a utilizar em betões correntes não costuma ser condicionante, uma vez que a resistência à compressão das rochas habitualmente utilizadas como agregados é superior a valores da ordem dos 60 MPa a 70 MPa. A verificar-se esta condição, a resistência do betão depende da resistência da pasta ligante.

O coeficiente de dilatação térmica dos agregados pode condicionar a sua adequabilidade para o fabrico de betão. Não deverão ser usados agregados obtidos a partir de rochas com coeficiente de dilatação térmica inferior a  $5 \times 10^{-6} / ^\circ\text{C}$  [26].

Do ponto de vista petrográfico, as rochas metamórficas xistosas não são adequadas para a produção de agregados devido à sua heterogeneidade. As propriedades químicas dos agregados estão relacionadas com os minerais presentes na rocha originária. As rochas que sejam predominantemente constituídas por calcite, minerais siliciosos não alterados, calcário, dolomites, ortose e quartzo são geralmente adequadas para a produção de betão [26], [48], [60].

As matérias prejudiciais que se podem encontrar nos agregados e interferem química e fisicamente nas propriedades do betão classificam-se como: partículas que dão origem a reações químicas com o cimento; impurezas de origem orgânica; impurezas de origem mineral; partículas muito pequenas que interferem na estrutura da pasta ligante; partículas com baixa resistência e partículas suscetíveis de mudança de volume devido à alteração das condições de humidade [26].

Para a produção de BER, para além do rigoroso cumprimento das características apresentadas para o betão convencional, é necessário ter em conta um conjunto de características, de forma a atingir resistências superiores a cerca de 80 MPa [37], [38], [40], [48], [76], [77], [85], [87], [88].

Os agregados mais adequados para o fabrico de BER são os finos rolados, com forma o mais próxima possível da esférica, e os grossos britados com forma o mais cúbica possível, pois conduzem à maior compacidade da mistura. A rocha originária dos agregados grossos deve ter resistência máxima à compressão entre os 150 MPa e 200 MPa. O índice de desgaste do ensaio de Los Angeles deve ser inferior a 15%, o que indica a elevada resistência mecânica dos agregados. No entanto a elevada resistência dos agregados pode não ser condição suficiente para conseguir um BER, pois a ligação agregado-pasta ligante pode comprometer o comportamento do betão. Para melhorar a ligação agregado-pasta ligante, pode ser necessário proceder à lavagem dos agregados.

No que diz respeito à granulometria dos agregados, o valor máximo recomendado para a maior dimensão do agregado é de 14 mm. Apesar da quantidade de água necessária aumentar com a diminuição da máxima dimensão dos agregados usados, devido ao aumento da superfície específica, os agregados grossos devem ser tanto mais pequenos quanto maior for o valor de resistência pretendido. Quanto maior for a máxima dimensão dos agregados, maior será a quantidade permitida de agregados grossos. Da mesma forma, quanto maior for o módulo de finura dos agregados finos, menor será a quantidade permitida de agregados grossos. O valor recomendado para o módulo de finura dos agregados finos é próximo de 3, favorecendo o aumento da trabalhabilidade e da resistência do BER.

A superfície dos agregados grossos deve apresentar alguma rugosidade, favorecendo o desenvolvimento de um mecanismo de aderência com a superfície angular, o que contribui para o aumento da resistência do betão. É de evitar a utilização de agregados muito irregulares porque provoca a redução da trabalhabilidade obrigando ao aumento da quantidade de água. Também são de evitar os agregados grossos com coeficiente de absorção superior a 1%.

#### 3.6.2.4 Água

A água de amassadura do betão tem como principal função promover as reações de hidratação do ligante, que lhe vão conferir a resistência em estado endurecido. São ainda atribuídas à água de amassadura do betão as funções de molhagem dos agregados, favorecer a mistura homogênea dos constituintes e fornecer as propriedades reológicas necessárias à sua aplicação.

A qualidade da água de amassadura influi nas propriedades do betão e deve assegurar-se que a água utilizada não contém matérias prejudiciais. Para que a água seja adequada ao fabrico de betão, esta não deve apresentar sabor ou cheiro, substâncias dissolvidas ou em suspensão. As substâncias dissolvidas podem afetar a resistência mecânica e química do betão e das armaduras, enquanto as substâncias em suspensão podem prejudicar a ligação da pasta ligante aos agregados [26]. Os procedimentos para ensaio e avaliação da qualidade da água a usar na produção de betões são definidos pela norma NP EN 1008 [89].

A água a utilizar na produção de BER não apresenta requisitos de qualidade adicionais, uma vez que qualquer água considerada própria para consumo é apropriada para o fabrico de BER [40]. No entanto, Fernandes [60] refere que os critérios de conformidade da NP EN1008 [89] devem ser rigorosamente respeitados e não recomenda a utilização de águas provenientes de processos de lavagem de centrais de betonagem.

#### 3.6.2.5 Adjuvantes

Os adjuvantes são definidos pelas NP EN 934-2 [90] e NP EN 206-1 [65] como materiais adicionados, durante o processo de mistura do betão, em pequenas quantidades em relação à massa de cimento, para modificar as propriedades do betão em estado fresco e endurecido. Coutinho [26] define o valor de 5% da massa do cimento como o máximo de adjuvante que pode ser adicionado ao betão para que este seja designado como tal. A norma NP EN 934-2 [90] define os requisitos e critérios de conformidade dos adjuvantes a utilizar na composição de betões.

A utilização de adjuvantes tem como principais objetivos reduzir os custos de produção do betão, fornecer propriedades específicas ao betão em função da sua utilização e contribuir para a

qualidade do betão desde a fase de produção até à cura. Os adjuvantes são classificados, geralmente, de acordo com a função principal que lhes é atribuída, embora existam adjuvantes que possam melhorar em simultâneo mais do que uma característica do betão. Desta forma os principais adjuvantes existentes são:

- plastificantes e superplastificantes;
- redutores de água;
- introdutores de ar;
- aceleradores ou retardadores de presa;
- inibidores de corrosão;
- agentes expansivos;
- hidrófugos.

A seleção do adjuvante deve ser feita em função da propriedade que se pretende melhorar e das características técnicas apresentadas pelos fabricantes. O comportamento dos adjuvantes é muito influenciado pela sua dosagem e características químicas e físicas, devendo ser avaliada a sua compatibilidade com o cimento.

A utilização de um adjuvante, nomeadamente de um superplastificante, é requisito obrigatório para se conseguir produzir um BER, devido principalmente à baixa relação água/ligante que está associada à formulação destes betões. São muitos os estudos e as considerações existentes sobre a utilização de superplastificantes e a sua influência nas propriedades do betão [38], [60], [76], [77], [85], [91]–[93]. Os superplastificantes que parecem ser os mais apropriados para a produção de BER são os vulgarmente designados de terceira geração, pois são os que permitem maior redução da água, podendo atingir valores da ordem dos 40%.

### **3.6.3 Formulação**

A formulação do betão baseia-se principalmente num conjunto de conceitos e de procedimentos empíricos, ajustados em função de trabalhos experimentais. Deste modo, após definir teoricamente a composição do betão pretendido é necessário verificar se as suas propriedades correspondem às desejadas, através da realização de amassaduras experimentais.

#### **3.6.3.1 Compacidade**

A compacidade ( $\sigma$ ) de um betão varia em função da máxima dimensão dos agregados, da consistência do betão e dos meios de compactação utilizados. Esta grandeza é definida por

Lourenço *et al.* [59] como o volume total dos seus componentes sólidos por unidade de volume aparente de betão:

$$\sigma = \frac{vps}{1} \quad (3.11)$$

O índice de vazios ( $I$ ) relaciona o volume total dos constituintes fluidos por unidade de volume aparente de betão:

$$I = \frac{vpl}{1} \quad (3.12)$$

A compacidade e o índice de vazios são complementares para o volume unitário, vindo que:

$$\sigma + I = 1 \quad (3.13)$$

Faury propôs uma expressão geral para o índice de vazios do betão:

$$I = \frac{K}{\sqrt[5]{d_g}} + \frac{K'}{\frac{R}{d_g} - 0,75} \quad (3.14)$$

Em que:

-  $K$  é um parâmetro que depende da consistência do betão pretendido, da natureza dos agregados e da utilização de adjuvantes que alterem a reologia do betão em estado fresco (Quadro 3.2);

-  $d_g$  é a máxima dimensão dos agregados;

-  $R$  é o raio médio do molde;

-  $K'$  é um parâmetro que depende da potência de compactação (Quadro 3.3).

**Quadro 3.2** – Valores de K para a utilização da expressão do índice de vazios [59].

Meios de compactação	Betão sem adjuvante	Betão com dosagem intermédia de plastificante	Betão com dosagem intermédia de superplastificante	Betão com forte dosagem de superplastificante
Meios especiais de compactação	0,280	0,260	0,250	0,240
Vibração potente	0,310	0,290	0,270	0,245
Vibração corrente	0,340	0,320	0,290	0,270
Vibração fraca	0,370	0,345	0,310	0,295
Sem compactação	0,400	0,375	0,340	0,315

**Quadro 3.3** – Valores de K' para a utilização da expressão do índice de vazios [59].

Meios de compactação	Vibração muito potente	Vibração corrente	Sem vibração
Coefficiente K'	0,002	0,003	0,004

### 3.6.3.2 Quantificação da pasta ligante

A compacidade da pasta ligante ( $\gamma$ ) pode ser definida por:

$$\gamma = \frac{vl}{vpl} = \frac{ci + s}{ci + s + a + adj + vv} \quad (3.15)$$

Em que:

- vl é o volume absoluto do ligante;
- vpl é o volume absoluto da pasta ligante;
- ci é o volume absoluto de cimento;
- s é o volume absoluto da adição;
- a é o volume de água;
- adj é o volume de adjuvante;
- vv é o volume vazios.

A compacidade da pasta ligante ( $\gamma$ ) foi relacionada por Feret com a resistência à compressão [59] através da expressão (3.16), a partir da qual é possível determinar a dosagem de ligante por unidade de volume aparente de betão, usando a expressão (3.17).

$$f_{c,j} = k_{l,j} \times \gamma^2 \quad (3.16)$$

$$vl = \frac{\gamma \times I}{1 - \gamma} \quad (3.17)$$

Em que:

- $f_{c,j}$  é o valor da tensão de rotura à compressão, em MPa, j dias após a amassadura;
- $k_{l,j}$  é um parâmetro empírico, caracterizador da mistura ligante.

Na bibliografia [59], [94] podem ser encontrados valores de  $k_{l,j}$  para diferentes classes de cimentos e de adições. Mechling *et al.* [95] apresentam uma expressão similar à de Feret que permite estimar a dosagem de cimento para vários tipos de cimento, aplicando-a nomeadamente a cimentos produzidos em diferentes países.

Para quantificar totalmente os constituintes da pasta ligante, falta conhecer a quantidade de água. Esta pode ser estimada em função do volume de vazios e da quantidade de adjuvante, de acordo com a seguinte expressão:

$$a = I - adj - vv \quad (3.18)$$

Em que:

- $vv$  é o volume de vazios, que pode ser estimado segundo os valores médios apresentados no Quadro 3.4.

**Quadro 3.4** – Volume de vazios do betão compactado em função da dimensão máxima dos agregados [58].

Máxima dimensão dos agregados (mm)	9,5	12,7	19,1	25,4
Volume de vazios ( $l/m^3$ )	30	25	20	15

### 3.6.3.3 Quantificação dos agregados

A quantificação dos agregados é a fase em que se pretende definir o volume de cada agregado de forma que a mistura conduza à máxima compacidade, garantindo a sua trabalhabilidade. O

volume destinado aos agregados pode ser calculado substituindo (3.4) em (3.1), e é dado pela seguinte expressão:

$$\sum_{i=1}^n m_i = 1 - v_{pl} \quad (3.19)$$

Em que:

- $\sum m_i$  é a soma dos volumes absolutos dos agregados;
- $v_{pl}$  é o volume absoluto da pasta ligante.

Os procedimentos mais comuns para definir a composição granulométrica do betão podem ser agrupados em três fundamentais [58]:

- determinação experimental dos componentes, partindo dos materiais disponíveis, de modo a obter um betão que satisfaça os requisitos pretendidos. O método de Vallete é um exemplo deste processo;
- utilização de curvas de referência estabelecidas experimentalmente. Este método consiste no ajuste das curvas da mistura real dos agregados e cimento com a curva granulométrica de referência. As curvas granulométricas de referência mais importantes são as de Faury, Bolomey e de Joisel, sendo a de Faury a mais utilizada;
- utilização de composições pré-estabelecidas. Esta metodologia só é aplicável em países em que os agregados se encontram normalizados em classes de granulometria.

O método mais utilizado é o das curvas de referência, adotando a curva de Faury. A curva granulométrica de Faury, apresentada em 1941, é constituída por dois segmentos de reta. As ordenadas, que representam a percentagem de material que passa num determinado ponto, têm uma escala linear. As abcissas, que correspondem à abertura da malha dos peneiros, têm uma escala proporcional à raiz quinta das dimensões das partículas. O primeiro segmento diz respeito ao conjunto constituído por elementos granulares finos (com cimento e eventualmente adições) e médios, cujas dimensões estão entre 0,0065 mm e  $d_g/2$ , com uma percentagem em volume absoluto dada por:

$$y = A + 17 \times \sqrt[5]{d_g} + \frac{B}{\frac{R}{d_g} - 0,75} \quad (3.20)$$

Em que:

- A e B são coeficientes que dependem da natureza dos agregados e da potência de compactação, sendo apresentados no Quadro 3.5 e Quadro 3.6.

**Quadro 3.5** – Parâmetro A da curva granulométrica de Faury [59].

Areia roladas e agregados grossos britados	Areias e agregados grossos rolados
20 + valor do abaixamento pretendido, em cm	18 + valor do abaixamento pretendido, em cm

**Quadro 3.6** – Parâmetro B da curva granulométrica de Faury [59].

Compactação potente	Compactação média	Compactação fraca
1,0	1,5	2,0

A lei granulométrica de referência de Faury pode ser definida no intervalo de 0,0065 mm a  $d_g/2$  como:

$$p(d) = y \times \frac{\sqrt[5]{0,0065} - \sqrt[5]{d}}{\sqrt[5]{0,0065} - \sqrt[5]{d_g / 2}} \quad (3.21)$$

O segundo segmento, correspondente ao conjunto de agregados granulares grossos, pertencente ao domínio das dimensões entre  $d_g/2$  e  $d_g$ , é definido pela função:

$$p(d) = \frac{(100 - y) \times \sqrt[5]{d} + y \times \sqrt[5]{d_g} - 100 \times \sqrt[5]{d_g / 2}}{\sqrt[5]{d_g} - \sqrt[5]{d_g / 2}} \quad (3.22)$$

Para mais fácil aplicação e uma vez que se conhecem as dosagens de cimento e eventuais adições, uma curva granulométrica pode ser transformada através da expressão (3.23) numa curva que considera apenas os agregados. Fazendo a transformação à curva granulométrica de Faury, o primeiro e segundo segmentos são definidos pelas equações (3.24) e (3.25), respetivamente [26], [59], [60].

$$p'(d) = (p(d) - p_{c+s}) \times \frac{100}{100 - p_{c+s}} \quad (3.23)$$

$$p'(d) = \left\{ \left[ y \times \frac{\sqrt[5]{0,0065} - \sqrt[5]{d}}{\sqrt[5]{0,0065} - \sqrt[5]{d_g / 2}} \right] - p_{c+s} \right\} \times \frac{100}{100 - p_{c+s}} \quad (3.24)$$

$$p'(d) = \left\{ \left[ \frac{(100 - y) \times \sqrt[5]{d} + y \times \sqrt[5]{d_g} - 100 \times \sqrt[5]{d_g/2}}{\sqrt[5]{d_g} - \sqrt[5]{d_g/2}} \right] - p_{c+s} \right\} \times \frac{100}{100 - p_{c+s}} \quad (3.25)$$

Em que:

- $p'(d)$  é a percentagem de passados no peneiro de malha e abertura  $d$ , em volume absoluto do conjunto de agregados;
- $p_{c+s}$  é a percentagem em volume absoluto de ligante em relação à totalidade do material sólido. Pode calcular-se pela expressão:

$$p_{c+s} = \frac{c_i + s}{1 - I} \times 100 \quad (3.26)$$

A curva granulométrica de uma mistura é definida, em função da série de peneiros utilizada, pela expressão:

$$p_{\text{mistura}}(d_j) = \sum_{i=1}^n p_i \times p_i(d_j) \quad (3.27)$$

Em que:

- $p_{\text{mistura}}(d_j)$  é a percentagem da mistura, das  $n$  classes de agregados utilizados, que passa através do peneiro e malha  $d_j$ ;
- $p_i$  é a proporção, em volume absoluto, com que o agregado  $i$  entra na mistura;
- $p_i(d_j)$  é a percentagem do agregado da classe  $i$  que passa através do peneiro de malha  $d_j$ .

As curvas granulométricas da mistura e de referência devem ser ajustadas de forma a minimizar o erro  $\Delta_j$ , para todos os valores de  $d_j$ , definido como:

$$\Delta_j = p_{\text{mistura}}(d_j) - p'(d) \quad (3.28)$$

O ajustamento das curvas granulométricas da mistura e de referência pode ser realizado utilizando um método gráfico ou um método analítico [58], [59].

### 3.6.3.4 Formulação de BER

A complexidade da formulação de BER levou ao desenvolvimento de vários métodos onde são apresentadas expressões e metodologias para definir uma apropriada combinação de constituintes de forma a garantir as propriedades requeridas para o BER [37], [40], [76], [96]–[99]. A composição obtida através dos métodos existentes deve ser comprovada através da realização de amassaduras experimentais e ensaios de caracterização.

O ACI 363R-97 [40] apresenta um método de formular BER com um conjunto de procedimentos e valores tabelados para os vários parâmetros envolvidos. Mehta e Aïtcin [37] propuseram um método simplificado, onde são apresentadas as quantidades recomendadas dos vários constituintes e as etapas a seguir, para a formulação de betões com valores de resistência à compressão até 120 MPa.

De Larrard [37] apresentou uma expressão, aplicável para BER que tenham sílica de fumo como adição baseada na fórmula de Feret, que relaciona a resistência à compressão do betão aos 28 dias com a constituição da pasta ligante e o tipo de agregados (3.29). Outra expressão, que relaciona os mesmos parâmetros, foi sugerida por Gutiérrez e Cánovas [76]. Fernandes [60] validou a expressão de De Larrard no seu trabalho experimental e refere que os resultados obtidos pela expressão sugerida por Gutiérrez e Cánovas não se mostraram tão adequados.

$$f_c = \left[ \frac{k_g \times R_c}{1 + \frac{3,1 \times A / C}{1,4 - 0,4 \exp(-11 \times S / C)}} \right] \quad (3.29)$$

Em que:

- $f_c$  é a resistência à compressão do betão em cilindros, aos 28 dias;
- $A/C$  é a relação água/cimento em massa, por unidade de volume de betão;
- $S/C$  é a relação sílica de fumo/cimento em massa, por unidade de volume de betão;
- $k_g$  é um parâmetro que depende do tipo de agregados;
- $R_c$  é a resistência do cimento aos 28 dias.

No que respeita ao método a usar para quantificar as proporções dos agregados para fabricar um BER, Fernandes [60] afirma que não existe consenso, existindo trabalhos onde foram usadas diferentes leis granulométricas de referência, alguns procedimentos experimentais empíricos ou a adoção de composições experimentais anteriormente validadas.

### **3.7 ESTUDO DA COMPOSIÇÃO DE UM BETÃO DE ELEVADA RESISTÊNCIA**

Nesta secção são apresentados os materiais seleccionados e os procedimentos realizados para o desenvolvimento de um BER destinado à execução de modelos de laje fungiforme, para posterior ensaio ao punçoamento.

Pretende-se produzir um betão com resistência à compressão na ordem dos 130 MPa e classe de abaixamento S4 ou superior, de acordo com a NP EN 206-1 [65] e com a recomendação do Guia para a utilização da NP EN 206-1 [63].

#### **3.7.1 Materiais seleccionados**

A seleção dos materiais foi realizada considerando apenas os correntemente disponibilizados no mercado, de forma a evitar o aumento do custo de produção do betão devido à inclusão de um material de comercialização reduzida.

O cimento seleccionado para o estudo de um BER foi o Portland do tipo I e da classe 52,5R, fabricado pela Cimpor – Cimentos de Portugal, S.A. no seu Centro de Produção de Alhandra. O cimento foi fornecido a granel e foi armazenado em recipientes estanques com capacidade de cerca 60 litros. A quantidade total de cimento utilizada em toda a campanha experimental foi recolhida do mesmo lote de produção.

Os ensaios de caracterização da composição química e das propriedades físicas e mecânicas do lote de cimento usado neste estudo foram realizados no Laboratório de Controlo de Qualidade do Grupo Cimpor (Quadro 3.7).

Como adição foi usado um produto à base de sílica de fumo com a designação Sikacrete HD fornecido pela Sika Portugal S.A.. A ficha técnica do produto, fornecida pelo fabricante, indica a produção de BER como uma das utilizações recomendadas para este material, sendo as principais características apresentadas no Quadro 3.8.

Como foi referido na secção 3.6.2.5, a seleção do superplastificante a utilizar tem de ser feita de forma criteriosa, tendo em atenção a sua compatibilidade com os restantes materiais constituintes da pasta ligante. Fernandes [60] estudou a influência de cinco superplastificantes, existentes no mercado em Portugal, na resistência à compressão do betão e no seu comportamento em estado fresco. Os resultados obtidos com o superplastificante Sika ViscoCrete 20 HE mostram a sua compatibilidade com o cimento e adição seleccionados, assim como a contribuição para a elevada resistência à compressão e consistência adequada. Deste modo, foi seleccionado o superplastificante Sika ViscoCrete 20 HE, cujas principais características são apresentadas no

Quadro 3.9. A dosagem recomendada pelo fabricante varia entre 0,2% e 2,0% do peso do cimento.

**Quadro 3.7** – Características químicas, físicas e mecânicas do cimento utilizado.

	Parâmetro analisado	Resultado
Ensaio químicos	Perda ao fogo (%)	1,46
	Óxido de silício – SiO <sub>2</sub> (%)	19,36
	Óxido de alumínio – Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> (%)	5,68
	Óxido de ferro – Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub> (%)	3,70
	Óxido de cálcio total – CaO (%)	63,32
	Óxido de magnésio – MgO (%)	1,89
	Sulfatos – SO <sub>3</sub> (%)	2,99
	Óxido de potássio – K <sub>2</sub> O (%)	1,01
	Óxido de sódio – Na <sub>2</sub> O (%)	0,13
	Cloretos – Cl <sup>-</sup> (%)	0,02
	Cal livre (%)	1,12
	Resíduo insolúvel (%)	1,03
	Ensaio físicos	Massa volúmica (kg/dm <sup>3</sup> )
Superfície de Blaine (cm <sup>2</sup> /g)		4070
Resíduos ≤ 45 µm (%)		5,9
Água de pasta (%)		31,0
Início de presa (min.)		120
Fim presa (min.)		170
Ensaio mecânicos	Expansibilidade (mm)	0,5
	Resistência à compressão – 2 dias (MPa)	40,6
	Resistência à compressão – 7 dias (MPa)	52,3
	Resistência à compressão – 28 dias (MPa)	62,2

Devido à elevada importância atribuída às características dos agregados para o sucesso na produção de um BER, numa fase inicial do estudo foram selecionados agregados grossos provenientes de diferentes centros de produção e com diferentes origens pétreas. Foram analisadas as principais características de agregados grossos de basalto originários do centro de produção de Rio Maior da Lena Agregados S.A. e do centro de produção de Vialonga da Alves Ribeiro, S.A. e agregados grossos de granodiorito do centro de produção de Montemor-o-Novo da Mota-Engil, Engenharia e Construção S.A.. Foram selecionadas duas areias da região, lavadas e de boa qualidade, usadas correntemente na produção de betão convencional.

**Quadro 3.8** – Principais características da sílica de fumo Sikacrete HD.

	Parâmetro analisado	Resultado
Ensaio químicos	Óxido de silício – SiO <sub>2</sub> (%)	93,2
	Óxido de alumínio – Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> (%)	0,17
	Óxido de ferro – Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub> (%)	0,15
	Óxido de cálcio total – CaO (%)	0,41
	Óxido de magnésio – MgO (%)	0,12
	Sulfatos – SO <sub>3</sub> (%)	0,18
	Óxido de potássio – K <sub>2</sub> O (%)	0,25
	Óxido de sódio – Na <sub>2</sub> O (%)	0,07
	Cloretos – Cl <sup>-</sup> (%)	0,007
	Carbono – C (%)	3,5
Análise granulométrica	<0,2 µm (%)	30,62
	0,2 – 0,5 µm (%)	35,93
	0,5 – 1,0 µm (%)	13,41
	1,0 – 2,0 µm (%)	4,05
	2,0 – 5,0 µm (%)	5,95
	5,0 – 10,0 µm (%)	5,24
	10,0 – 20,0 µm (%)	3,94
	20,0 - 1000 µm (%)	0,86

**Quadro 3.9** – Principais características do superplastificante Sika ViscoCrete 20 HE.

Parâmetro analisado	Resultado
Aspetto	Líquido castanho claro (turvo)
Base química	Base aquosa de polímeros acrílicos modificados
Massa volúmica (kg/dm <sup>3</sup> )	1,08 ± 0,02
pH	4,3 ± 1,0
Teor de sólidos (%)	40,0 ± 2,0
Teor em cloretos (%)	≤ 0,1

As principais características físicas e a análise granulométrica dos agregados selecionados são apresentados nos Quadros 3.10 e 3.11, respetivamente. As curvas granulométricas dos agregados selecionados são apresentadas na Figura 3.8 e Figura 3.9. A caracterização dos agregados foi realizada de acordo com os métodos e procedimentos apresentados nas NP EN 12620 [84], NP EN 1097 [100] e NP EN 933 [101].

**Quadro 3.10** – Propriedades físicas dos agregados selecionados.

Parâmetro	Brita Basalto Rio Maior		Brita Basalto Vialonga		Brita Granodiorito Montemor-o-Novo		Areia lavada da região	
	8/12,5	10/16	4/12	10/16	4/6	6/14	0/2	0/4
Máxima dimensão do agregado (mm)	12,8	13,9	12,9	16,6	5,2	13,3	-	-
Módulo de finura	5,95	6,99	6,39	6,99	5,10	6,53	1,75	3,56
Massa volúmica (kg/dm <sup>3</sup> )	2,94	2,97	3,02	3,01	2,82	2,79	2,61	2,62
Índice de forma	SI <sub>15</sub>	SI <sub>15</sub>	-	-	SI <sub>30</sub>	SI <sub>30</sub>	-	-
Índice de achatamento	FI <sub>15</sub>	FI <sub>15</sub>	FI <sub>30</sub>	FI <sub>15</sub>	FI <sub>20</sub>	FI <sub>20</sub>	-	-
Absorção de água (%)	1,1	0,9	1,0	0,8	0,7	0,7	-	-
Coefficiente de Los Angeles	LA <sub>15</sub>	LA <sub>15</sub>	LA <sub>15</sub>	LA <sub>15</sub>	LA <sub>25</sub>	LA <sub>25</sub>	-	-

O valor da máxima dimensão dos agregados é inferior ao valor máximo recomendado de 14 mm, com exceção dos agregados 10/16 de basalto de Vialonga. Os valores dos índices de forma e de achatamento indicam que os agregados de Vialonga e os agregados 10/16 de Vialonga têm forma mais próxima da cúbica, contribuindo para o aumento da compacidade da mistura. O coeficiente de desgaste do ensaio de Los Angeles dos agregados de basalto, que pode ser relacionado com a sua resistência mecânica, cumpre os requisitos apresentados na secção 3.6.2.3, sugerindo que a rocha originária apresenta características mecânicas adequadas para a utilização em BER. Em termos de absorção de água, os agregados de granodiorito são os de melhor qualidade, pois apresentam menores coeficientes de absorção, o que favorece o aumento da trabalhabilidade do betão.

**Quadro 3.11** – Análise granulométrica dos agregados selecionados (% de passados).

Dimensão dos peneiros (mm)	Brita Basalto Rio Maior		Brita Basalto Vialonga		Brita Granodiorito Montemor-o-Novo		Areia lavada	
	8/12,5	10/16	4/12	10/16	4/6	6/14	0/2	0/4
19,1	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0
12,7	100,0	72,8	97,4	45,8	100,0	91,34	100,0	100,0
9,51	80,0	1,35	55,2	1,3	100,0	44,75	100,0	100,0
4,76	23,0	0,0	5,1	0,1	85,2	1,51	100,0	98,9
2,38	1,5	0,0	0,2	0,0	3,72	0,0	100,0	87,9
1,19	0,2	0,0	0,0	0,0	0,5	0,0	99,6	39,9
0,595	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	87,0	11,5
0,297	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	37,1	4,2
0,149	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	1,0	1,2

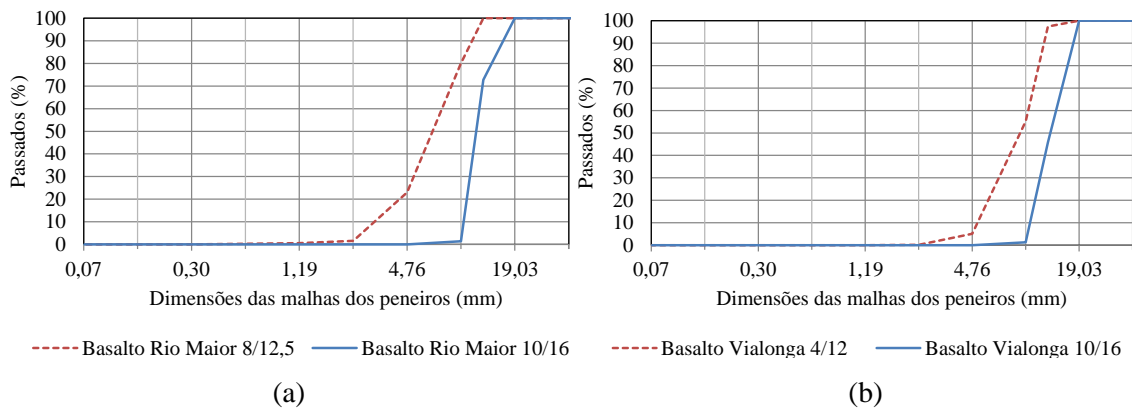


Figura 3.8 – Curvas granulométricas dos agregados grossos de basalto de Rio Maior (a) e Vialonga (b).

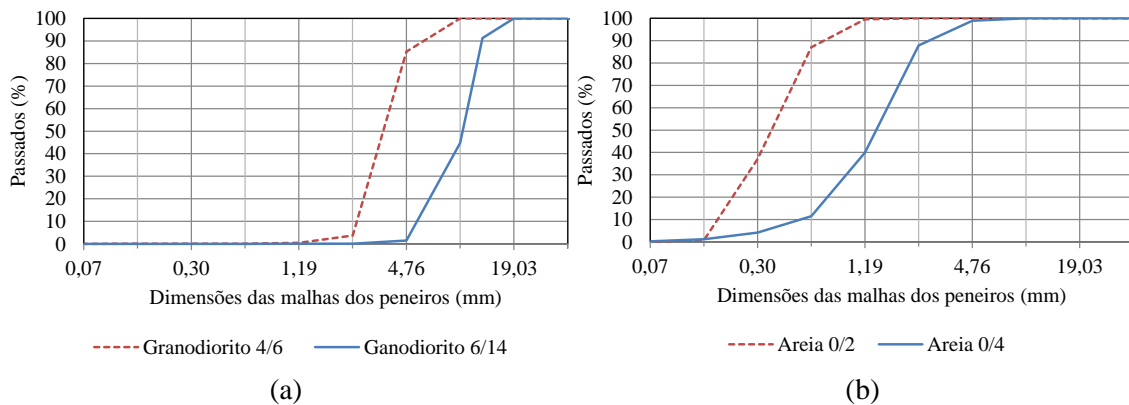


Figura 3.9 – Curvas granulométricas dos agregados grossos de granodiorito (a) e das areias (b).

### 3.7.2 Composições estudadas

Selecionados e caracterizados os materiais a usar no estudo da composição de um BER foi necessário estudar as quantidades que conferem à mistura as propriedades pretendidas. Para todas as composições foi adotada uma dosagem de cimento de  $500 \text{ kg/m}^3$  e uma dosagem de sílica de fumo de 10% do peso do cimento, de acordo com os estudos apresentados em 3.6.2.2. Adotou-se a dosagem máxima de adjuvante recomendada pelo fabricante que é igual a 2% do peso do cimento e da sílica de fumo. A gradação dos agregados foi realizada utilizando a curva granulométrica de referência de Faury, com os parâmetros  $A_F=36$  e  $B_F=1,5$ , de acordo com o Quadro 3.5 e Quadro 3.6, respetivamente.

Foram realizadas várias amassaduras experimentais, cujas principais características são apresentadas no Quadro 3.12. De cada amassadura experimental foram produzidos seis cubos com 150 mm de lado e 12 cubos com 100 mm de lado, com exceção da composição C1, em que apenas se fizeram os cubos com 150 mm de lado. Os moldes foram cobertos com uma manta de serapilheira durante as primeiras 24 horas e foram de seguida colocados num tanque, de acordo

com as condições prescritas pela NP EN 12390-2 [102]. Os provetes foram mantidos em cura húmida até ao dia anterior dos ensaios, que foram realizados aos 7 e 28 dias no caso dos provetes cúbicos com 150 mm de lado e 7, 28 e 60 dias nos provetes cúbicos de 100 mm de lado, de acordo com a NP EN 12390-3 [103].

**Quadro 3.12** – Composições experimentais estudadas.

Material	Composição							
	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	
Cimento (kg/m <sup>3</sup> )	500							
Sílica de fumo (kg/m <sup>3</sup> )	50							
Superplastificante (kg/m <sup>3</sup> )	11,02	11,02	11,02	11,02	11,02	11,02	8,43	
Água (l/m <sup>3</sup> )	146,4	144,7	147,9	146,4	147,9	139,1	139,1	
Relação Água/Cimento	0,293	0,289	0,296	0,293	0,296	0,278	0,278	
Relação Água/(Cimento + Adição)	0,27	0,26	0,27	0,27	0,27	0,25	0,25	
Basalto Rio Maior (kg/m <sup>3</sup> )	8/12,5	829	-	-	830	-	837	839
	10/16	246	-	-	250	-	248	249
Basalto Vialonga (kg/m <sup>3</sup> )	4/12	-	899	-	-	-	-	-
	10/16	-	114	-	-	-	-	-
Granodiorito (kg/m <sup>3</sup> )	4/6	-	-	302	-	302	-	-
	6/14	-	-	731	-	731	-	-
Areia (kg/m <sup>3</sup> )	0/2	235	198	255	238	255	243	245
	0/4	486	607	454	486	454	489	489
$\Delta_{total}$ (Equação (3.28))	0,686	2,172	1,367	0,686	1,367	0,675	0,673	
Abaixamento (cm)	23	22	24	24	24	22	19	
$f_{cc}$ (MPa)	7 dias	101,2	92,7	97,4	108,2	100,7	111,8	113,6
	28 dias	113,7	105,4	111,8	119,6	113,9	125,6	133,3*
$f_{cc,100}$ (MPa)	7 dias	-	94,0	95,6	106,2	102,1	109,2	115,0
	28 dias	-	107,6	109,0	116,7	110,3	123,1	131,7
	60 dias	-	109,0	110,5	118,2	113,8	127,3	135,2

$f_{cc}$  - valor médio da tensão de rotura do betão à compressão em cubos 150x150x150 mm;  $f_{cc,100}$  - valor médio da tensão de rotura do betão à compressão em cubos 100x100x100 mm; \* os provetes não atingiram a rotura por falta de capacidade da prensa de ensaio.

Os procedimentos tomados nas amassaduras foram os seguintes:

- Introdução dos agregados (Figura 3.10 (a));
- Mistura dos agregados (Figura 3.10 (b));
- Introdução do cimento e da sílica de fumo;
- Mistura dos componentes já introduzidos;
- Introdução da água;
- Mistura durante 1 minuto;

- Introdução do superplastificante (Figura 3.11 (a));
- Mistura durante 5 minutos (Figura 3.11, (b)).



(a)

(b)

**Figura 3.10** – Agregados introduzidos (a) e após mistura dos agregados (b).



(a)

(b)

**Figura 3.11** – Após introdução do superplastificante (a) e aspeto final do betão (b).

Inicialmente foram definidas três composições (C1, C2 e C3) utilizando os vários agregados selecionados, tendo o cuidado de alterar os parâmetros que variam em função da máxima dimensão dos agregados. As curvas granulométricas das composições C1, C2 e C3 estão representadas na Figura 3.12 e Figura 3.13. Verifica-se que das três composições inicialmente estudadas, a composição C1, em que foram usados agregados de basalto de Rio Maior, é a que melhor ajusta a curva da mistura com a curva de referência utilizada. A composição C2, com agregados de basalto de Vialonga, é a que apresenta maior afastamento entre as curvas de referência e real. Os resultados dos ensaios à compressão dos cubos da composição C2 obtiveram valores ligeiramente inferiores optando-se por excluir os agregados de Vialonga do estudo para

obter a composição final de BER. A consistência das várias composições foi da mesma ordem de grandeza, dentro dos requisitos pretendidos.

De forma a melhorar a ligação agregado-pasta ligante, e conseqüentemente a resistência à compressão da mistura, optou-se por proceder à lavagem dos agregados, conforme referido em 3.6.2.3. A Figura 3.14 apresenta o equipamento utilizado na lavagem dos agregados grossos e aspeto dos agregados de basalto de Rio Maior depois de lavados e secos. As composições C4 e C5, cujos agregados foram lavados, são semelhantes às C1 e C3, respetivamente.

Os resultados das composições C4 e C5 mostram que a utilização de agregados grossos lavados levou ao aumento da resistência à compressão do betão, no entanto no caso da composição com agregados de granodiorito o incremento de resistência foi insignificante. Em termos de consistência ambas as composições apresentaram valores semelhantes. Como a resistência do betão obtido com a composição C4 é ligeiramente superior à da composição C5, optou-se por tentar otimizar a composição C4 de forma a conseguir um BER com os requisitos propostos.

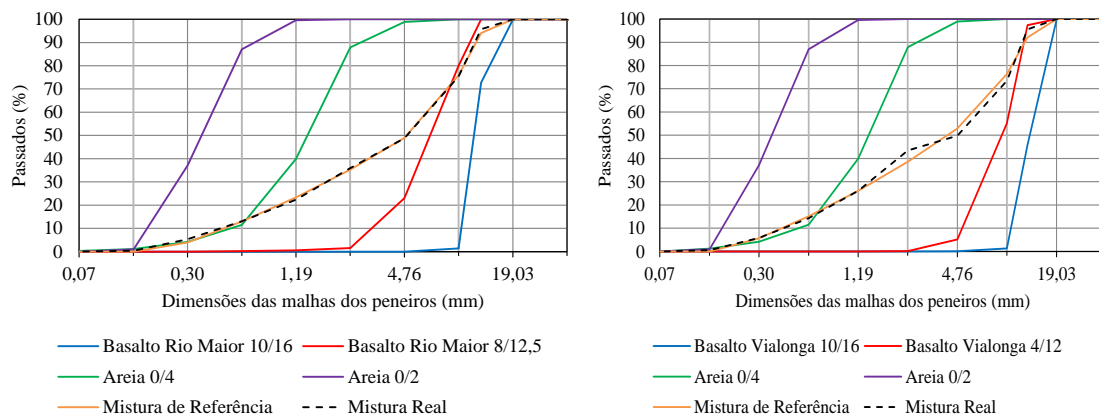


Figura 3.12 – Curvas granulométricas das composições C1 (a) e C2 (b).

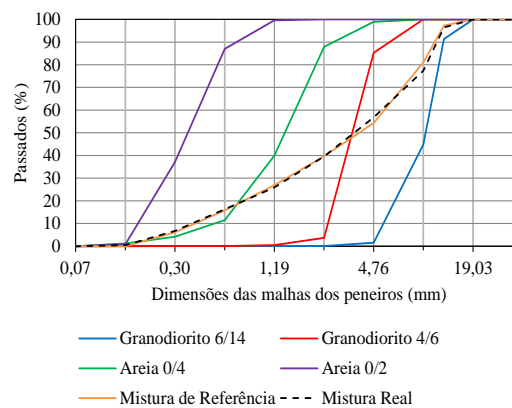


Figura 3.13 – Curvas granulométricas da composição C3.

De forma otimizar a composição C4 reduziu-se a relação água/cimento para 0,28 na composição C6 e na composição C7 reduziu-se ainda a dosagem de superplastificante para 1,5 % do peso do cimento e da sílica de fumo. Uma vez que as quantidades de agregados não alteram significativamente, conforme se pode observar pelo Quadro 3.12, as curvas granulométricas das composições C6 e C7 são muito semelhantes às da composição C1, representada na Figura 3.12, pelo que se considera desnecessária a sua apresentação.

A composição C6 apresentou 22 cm de abaixamento, sendo enquadrada na classe de consistência S5. A resistência à compressão do BER obtida pela composição C6, com relação água/cimento de 0,278, foi de 125,6 MPa aos 28 dias em provetes cúbicos com 150 mm de aresta, registando um aumento em cerca de 10% em relação à composição C5 em que a relação água/cimento era de 0,293.



**Figura 3.14** – Equipamento utilizado na lavagem dos agregados grossos (a) e agregados de basalto depois de lavados e secos (b).

Os resultados dos ensaios à compressão dos provetes da composição C7, em que se manteve a relação água/cimento da composição C6 e se baixou a dosagem de superplastificante para 1,5 % dos pesos do cimento e da sílica de fumo, foram ligeiramente superiores aos da composição C6. Não foi possível levar à rotura os provetes cúbicos com 150 mm de aresta da composição C7 devido à capacidade da prensa de ensaio estar limitada a 3000 kN, correspondendo a uma tensão de 133,3 MPa. Os cubos com 100 mm de aresta registaram uma tensão média à compressão de 135,2 MPa. A redução da dosagem e superplastificante levou à redução do abaixamento para 19 cm, continuando a cumprir o requisito desejado da classe de consistência S4 ou superior.

### 3.8 COMENTÁRIOS FINAIS

No estudo de uma composição de BER com resistência à compressão da ordem de 130 MPa e classe de consistência S4 ou superior, foram inicialmente selecionados agregados grossos de

basalto e granodiorito, provenientes de três centros de produção. Foram também selecionadas duas areias lavadas e de boa qualidade. Os constituintes da pasta ligante foram, para além da água da rede de abastecimento público, o cimento CEM I 52,5R da Cimpor, uma adição à base de sílica de fumo designada de Sikacrete HD e um adjuvante de terceira geração em base aquosa de polímeros acrílicos modificados designado de Sika ViscoCrete 20 HE.

Para fazer a quantificação dos agregados de forma garantir a maior compacidade possível da mistura, foi usada a curva granulométrica de referência de Faury que mostrou ser apropriada para a composição de BER. Os agregados de basalto de Rio Maior mostraram ser os mais adequados para a produção de um BER, devido às suas propriedades mecânicas e principalmente à distribuição granulométrica das suas partículas que favorece a compacidade da mistura. A lavagem dos agregados grossos revelou-se um fator importante para conseguir obter valores mais elevados de resistência à compressão do betão.

A composição do BER que atingiu as características propostas para este estudo obteve aos 28 dias uma tensão de rotura à compressão, em provetes cúbicos com 150 mm de aresta, superior a 133,3 MPa, não sendo possível determinar o valor máximo devido a ter sido atingida a capacidade de carga da prensa de ensaio. Nos cubos com 100 mm de aresta, a tensão média do betão à compressão foi de 135,2 MPa. A relação água/cimento da composição final é de 0,278 com uma dosagem de 10% de sílica de fumo e 1,5% de superplastificante.



## CAPÍTULO 4

### PUNÇAMENTO CENTRADO EM LAJES DE BETÃO DE ELEVADA RESISTÊNCIA

#### 4.1 INTRODUÇÃO

No Capítulo 2 foram apresentados alguns trabalhos desenvolvidos para o estudo do comportamento ao punçamento de lajes fungiformes em BER. Na maioria dos ensaios foram utilizados modelos fabricados com BERs com resistência à compressão inferior a 90 MPa.

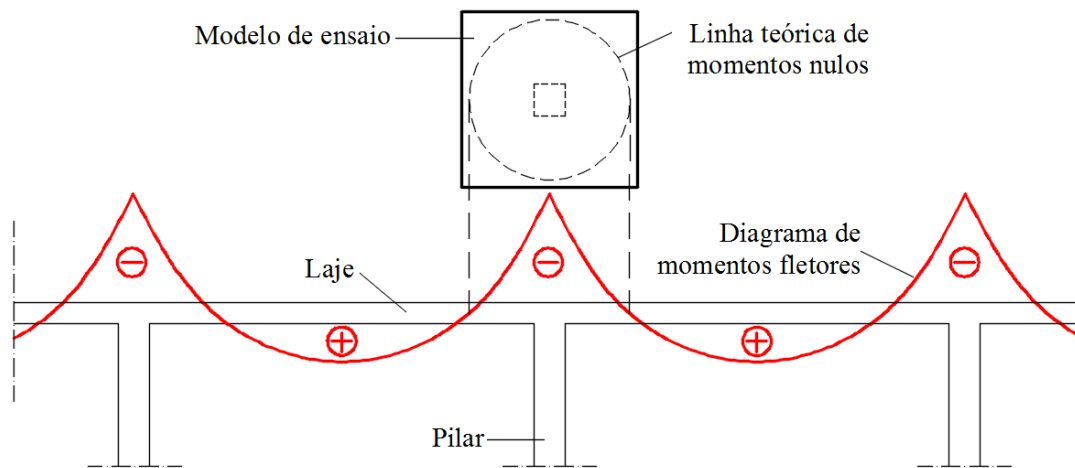
O presente Capítulo tem como objetivo apresentar e analisar os resultados obtidos em ensaios experimentais realizados em modelos de laje fungiforme produzidos com BER com resistência à compressão na ordem dos 130 MPa. Com estes ensaios pretende-se estudar o efeito da resistência do betão e da percentagem da armadura longitudinal superior na resistência de lajes ao punçamento.

Os modelos usados foram produzidos e ensaiados no Laboratório de Estruturas Pesadas do DEC da FCT-UNL. Para além dos modelos em BER foi ainda ensaiado um modelo em betão convencional, que serviu como referência. A percentagem de armadura longitudinal superior dos modelos variou entre os 0,94 e 1,48%.

Durante os ensaios foram monitorizados os deslocamentos verticais, a força aplicada e a extensão de alguns varões da armadura longitudinal superior. Após os ensaios os modelos foram cortados, permitindo a observação da inclinação das superfícies de rotura. As cargas de roturas obtidas experimentalmente são comparadas com os valores obtidos pelas expressões preconizadas pelo EC2 [1], MC2010 [3] e ACI 318-14 [2].

## 4.2 DESCRIÇÃO DOS MODELOS

Os modelos utilizados consistiram em painéis quadrados de laje em betão armado. Estes tinham 1650 mm de lado, 125 mm de espessura e pretendiam simular a zona de laje delimitada pela linha de momentos nulos, junto a um pilar interior de uma estrutura em laje fungiforme com aproximadamente 3,5 m de vão (Figura 4.1). A esbelteza ( $l/h$ ) dos modelos utilizados foi de cerca de 28, o que se enquadra na ordem dos valores habitualmente recomendados para o dimensionamento deste tipo de estruturas.



**Figura 4.1** – Relação do modelo de ensaio com o diagrama de momentos fletores de uma laje fungiforme.

Como se pretendia avaliar o efeito da armadura longitudinal superior foram adotadas três malhas ortogonais diferentes, de acordo com a Figura 4.2. A armadura longitudinal inferior era constituída por uma malha de 8 varões  $\phi 8$ . Os dois varões da armadura inferior mais próximos do pilar foram afastados de forma a reduzir a sua eventual influência nos resultados.

O recobrimento da armadura longitudinal inferior e superior foi de aproximadamente 20 e 12 mm, respetivamente. Antes da betonagem dos modelos, procedeu-se à medição da altura útil das armaduras sendo o seu valor médio apresentado na Quadro 4.1, assim como a percentagem geométrica de armadura longitudinal superior. A armadura superior com maior altura útil foi colocada na direção E-O. A Figura 4.3 mostra o molde utilizado já com a armadura colocada no seu interior e a vibração do betão durante o processo de betonagem de um modelo.

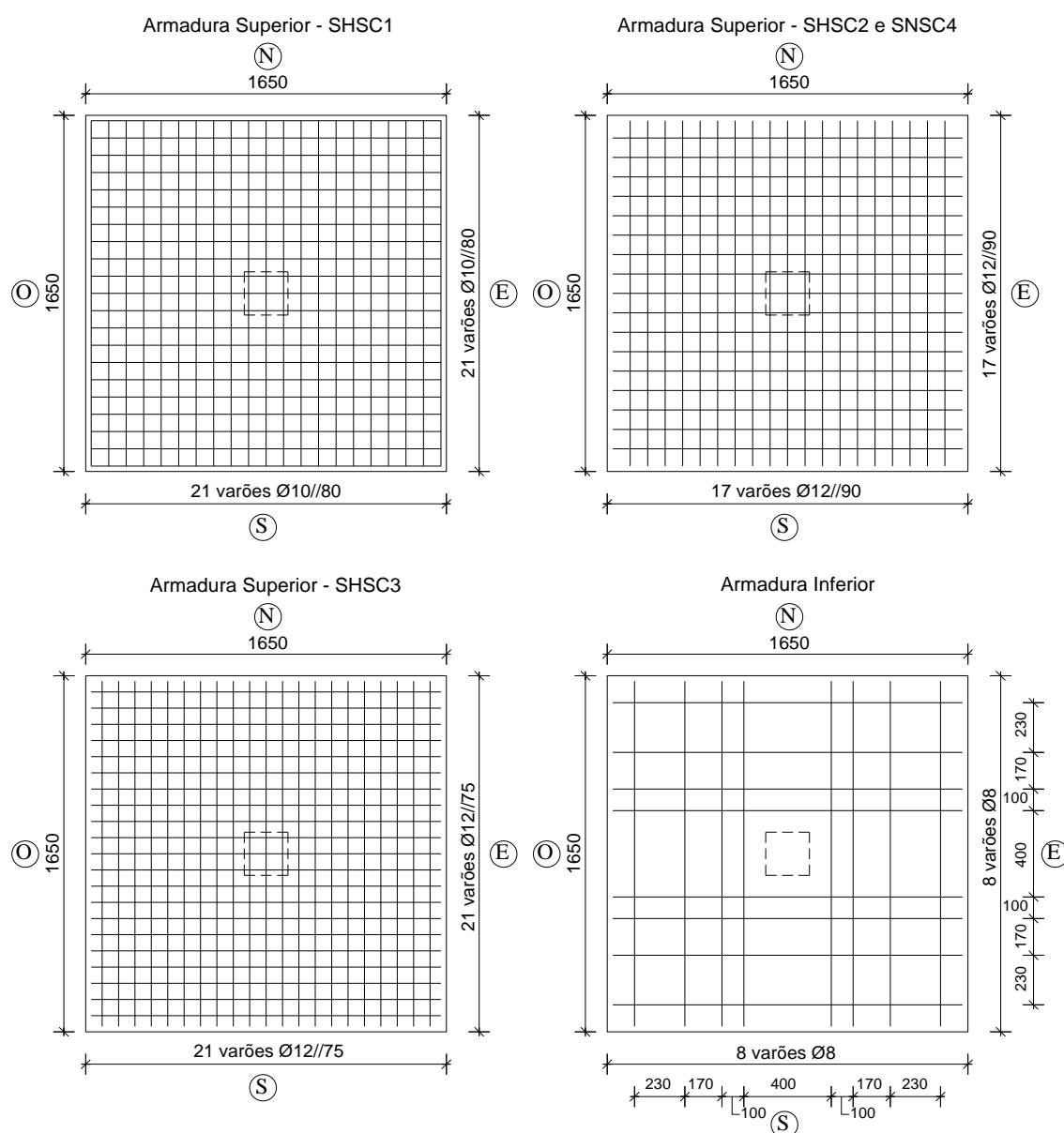
As lajes foram cobertas durante as 24 horas seguintes à betonagem por uma manta de serapilheira humedecida (Figura 4.4). Após as 24 horas de cura, as lajes foram desmoldadas e armazenadas, permanecendo cobertas por uma manta de serapilheira molhada periodicamente, através da instalação de um sistema de rega automático. Sobre a serapilheira foi colocada uma

membrana de polietileno. Com a implementação deste sistema pretendeu-se que as condições de cura das lajes fossem próximas das condições de cura dos provetes de caracterização do betão.

**Quadro 4.1** – Altura útil média e percentagem geométrica dos modelos ensaiados.

Modelo	Tipo de betão	d (mm)	$\rho$ (%)
SHSC1	BER	104,2	0,94
SHSC2	BER	101,6	1,24
SHSC3	BER	101,7	1,48
SNSC4	normal	100,7	1,25

d – altura útil média da armadura superior;  $\rho$  – percentagem geométrica média da armadura longitudinal superior.



**Figura 4.2** – Esquema das armaduras longitudinais dos vários modelos (dimensões em mm).



**Figura 4.3** – Vista geral do molde e armadura (a) e betonagem (b).

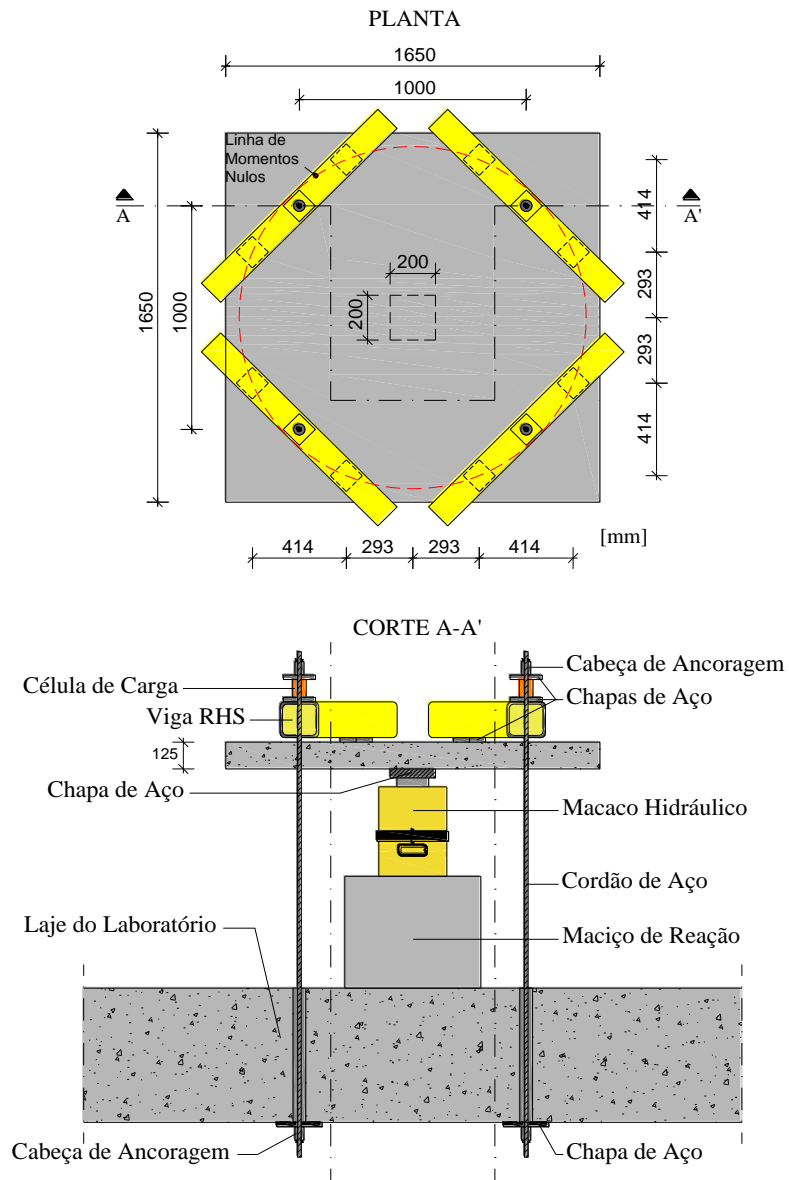


**Figura 4.4** – Laje após betonagem, coberta com manta de serapilheira humedecida.

### 4.3 SISTEMA DE ENSAIO

O sistema de ensaio utilizado está esquematizado na Figura 4.5. O carregamento vertical e centrado foi aplicado através de um macaco hidráulico com 1000 kN de capacidade colocado sob os modelos (Figura 4.6 (a)). A utilização de uma unidade de controlo de pressão hidráulica garantiu a aplicação da força a uma velocidade de carga de 0,25kN/s.

O pilar foi simulado usando uma chapa quadrada metálica com 50 mm de espessura e 200 mm de lado, colocado sobre o macaco. O modelo foi fixado à laje de reação do laboratório por quatro perfis metálicos RHS 150x150x10 mm apoiados na sua face superior através de oito chapas de aço dispostas ao longo da linha de momentos nulos. As vigas metálicas foram ancoradas à laje de reação do laboratório através de quatro cordões de aço de alta resistência com 0,6'' de diâmetro (Figura 4.5 e 4.6 (b)).



**Figura 4.5** – Sistema de ensaio utilizado (dimensões em mm).



**Figura 4.6** – Sistema de ensaio: vista inferior (a) e vista geral (b).

#### 4.4 MATERIAIS

Nesta secção apresentam-se os resultados dos ensaios de caracterização das propriedades mecânicas de cada betão utilizado, assim como do aço das armaduras longitudinais utilizadas na fabricação dos modelos.

O BER utilizado foi produzido com agregados grossos de basalto e duas areias lavadas de granulometria diferente. O estudo da composição do BER utilizado na produção dos modelos foi já apresentado na secção 3.7 do presente documento. O betão convencional utilizado no modelo SNSC4 foi produzido com agregados grossos de calcário e duas areias lavadas. A máxima dimensão dos agregados utilizados foi de 13,2 mm e 13,9 mm, no betão convencional e no BER, respetivamente. As composições dos betões utilizados são apresentadas no Quadro 4.2.

**Quadro 4.2** – Composições dos betões utilizados (kg/m<sup>3</sup>).

	BER	Betão convencional
Cimento	500 CEM I 52,5R	320 CEM II/B-L 32,5 N
Sílica de fumo	50	-
Brita basalto (10/16)	249	-
Brita basalto (8/12,5)	839	-
Brita calcário (6/12,5)	-	906
Areia (0/4)	489	626
Areia (0/2)	245	286
Superplastificante	8,43	-
Água	139,1	184,3

Por cada modelo de BER ensaiado foram produzidos 12 provetes cilíndricos com 300 mm de altura e 150 mm de diâmetro e 6 provetes cúbicos de 100 mm de lado. Optou-se pela utilização de provetes cúbicos de 100 mm de lado em detrimento de provetes com 150 mm de lado, usados frequentemente para os ensaios de compressão do betão, devido à capacidade de carga da prensa utilizada ser de 3000 kN. Foram também produzidos 12 provetes cilíndricos com 300 mm de altura e 150 mm de diâmetro e 6 provetes cúbicos de 150 mm de aresta com o betão convencional usado no modelo de referência, SNSC4.

A resistência à compressão foi caracterizada pelos ensaios à compressão dos provetes cúbicos e de seis cilindros, de acordo com a NP EN 12390-3 [103]. A resistência à tração por compressão diametral foi obtida por ensaio dos restantes cilindros, de acordo com a NP EN 12390-6 [104] (Figura 4.7 (a)). Os betões foram ainda caracterizados em termos de módulo de elasticidade através de ensaios de compressão em cilindro, de acordo com a especificação E-397 do LNEC

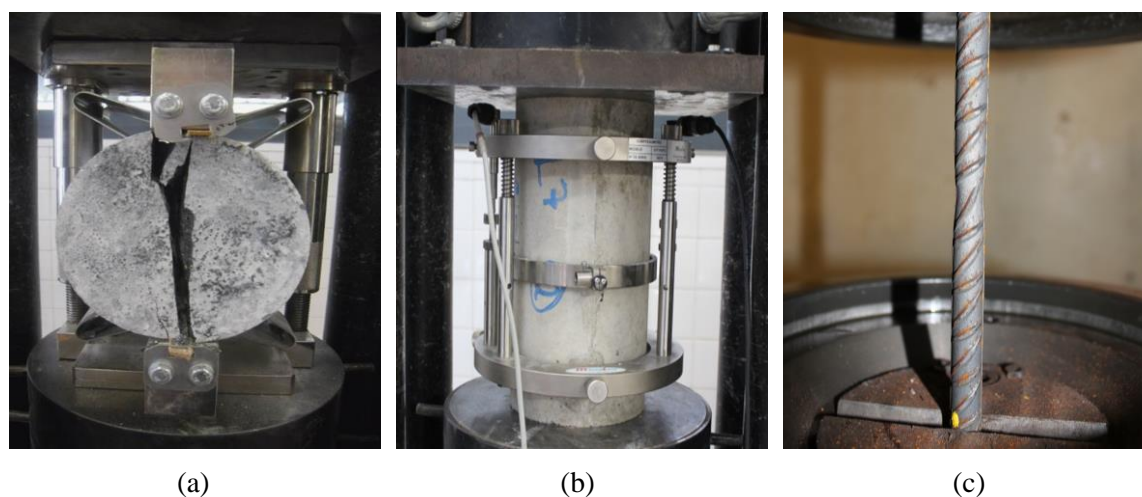
[105] (Figura 4.7 (b)). Os cilindros, com exceção dos utilizados para o ensaio de tração por compressão diametral, foram sujeitos ao tratamento das faces de forma a garantir a planeza das superfícies. Os ensaios de caracterização do betão foram realizados no mesmo dia do ensaio do modelo respetivo.

A caracterização do aço das armaduras longitudinais foi feita através de ensaios de tração a três provetes por cada tipo de varão utilizado, de acordo com a EN 10002-1 [106] (Figura 4.7 (c)). Os resultados obtidos nos ensaios de caracterização dos materiais são apresentados no Quadro 4.3.

**Quadro 4.3** – Propriedades mecânicas dos materiais (MPa).

Modelo	Betão					Armadura Superior		Armadura Inferior	
	$f_c$	$f_{cc}$	$f_{cc,100}$	$f_{ct,sp}$	$E_c$	$f_y$	$f_t$	$f_y$	$f_t$
SHSC1	125,6	-	124,1	7,7	54400	511,8	643,9		
SHSC2	130,1	-	129,7	8,4	55500	523,4	671,4	549,7	697,3
SHSC3	129,6	-	129,2	8,3	54400	523,4	671,4		
SNSC4	35,9	34,2	-	2,6	32600	532,3	642,6		

$f_c$  - valor médio da tensão de rotura do betão à compressão em cilindros 150x300 mm;  $f_{cc}$  - valor médio da tensão de rotura do betão à compressão em cubos 150x150x150 mm;  $f_{cc,100}$  - valor médio da tensão de rotura do betão à compressão em cubos 100x100x100 mm;  $f_{ct,sp}$  - valor médio da tensão de rotura à tração do betão determinada através do ensaio de compressão diametral em cilindros 150x300 mm;  $E_c$  - módulo de elasticidade do betão;  $f_y$  - tensão de cedência à tração do aço;  $f_t$  - tensão de rotura à tração do aço.



**Figura 4.7** – Ensaios de tração do betão por compressão diametral (a), módulo de elasticidade do betão por compressão (b) e tração das armaduras (c).

Nos resultados apresentados no Quadro 4.3, a relação entre os valores da tensão de rotura à compressão do betão determinada em provetes cilíndricos e em cúbicos toma valores próximos de 1,0, o que é diferente do valor frequentemente apresentado na literatura ([41], [107]) e nas normas ([1], [3]). No entanto, são vários os resultados na literatura em que a tensão de rotura do betão à

compressão obtida em cilindros e cubos toma valor idênticos, quer seja em betões normais ou de elevada resistência ([108], [109], [110], [111]).

#### 4.5 INSTRUMENTAÇÃO

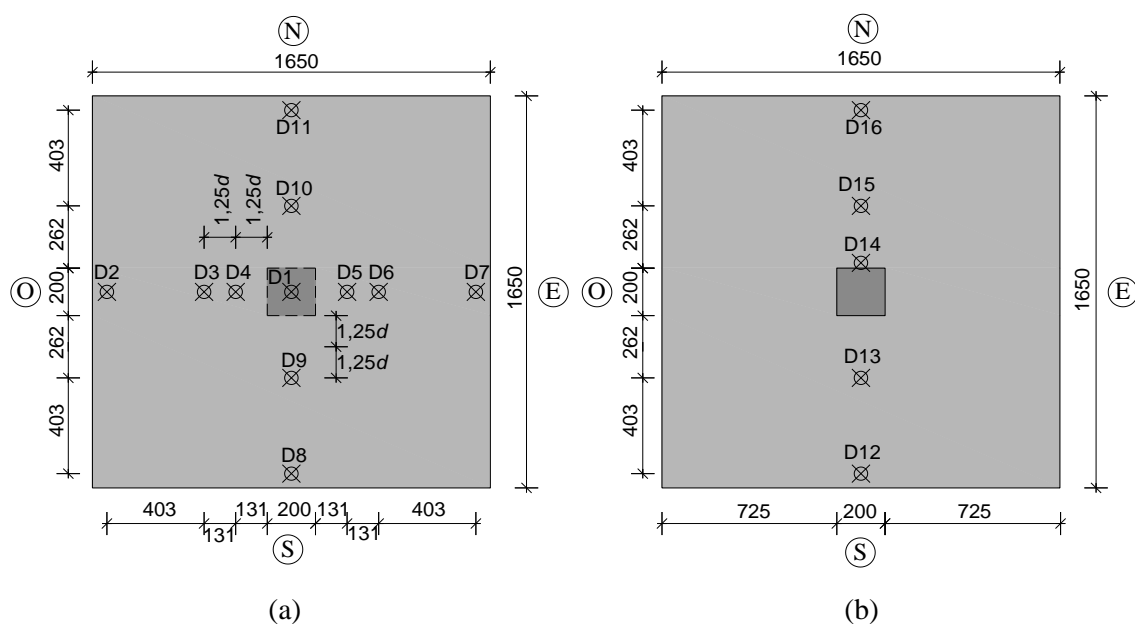
Durante os ensaios das lajes foram monitorizados os deslocamentos verticais, as forças aplicadas e a extensão em alguns varões da armadura longitudinal superior. O equipamento de medida ou de monitorização foi ligado a quatro unidades de aquisição de dados em série (Figura 4.8 (a)).



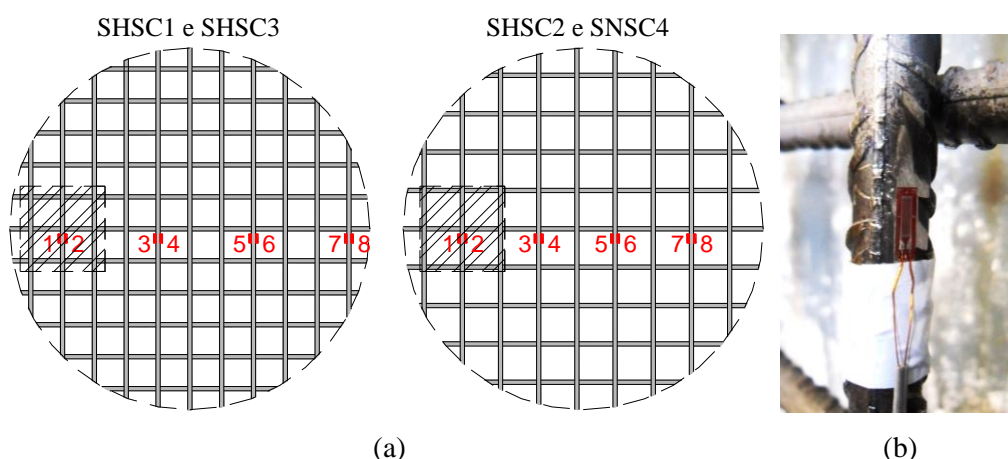
**Figura 4.8** – Sistema de aquisição de dados (a) e posicionamento dos defletómetros e células de carga (b).

Os deslocamentos verticais na face superior das lajes foram medidos através da utilização de 11 defletómetros elétricos, posicionados em dois alinhamentos ortogonais, conforme esquematizado na Figura 4.9 (a). No modelo SNSC4 optou-se por monitorizar também os deslocamentos verticais na sua face inferior (Figura 4.9 (b)), na direção Norte-Sul. A Figura 4.8 (b) mostra a distribuição dos defletómetros elétricos na face superior de um modelo.

A força de reação nos cordões de fixação do modelo à laje de reação foi medida por quatro células de carga com 200 kN de capacidade (Figura 4.8 (b)). As extensões da armadura longitudinal superior foram medidas em quatro varões de cada modelo ensaiado, através de extensómetros elétricos com 5 mm de comprimento e 120 ohms de resistência nominal (modelo FLA-5-11-5L da TML). A meio de cada varão foram colados dois extensómetros em posições diametralmente opostas. Foram escolhidos os varões orientados na direção E-O por apresentarem maior altura útil. A Figura 4.10 mostra a posição dos extensómetros nos vários modelos e um extensómetro após colagem.



**Figura 4.9** – Posicionamento dos defletómetros verticais nas faces superior (a) e inferior (b) (dimensões em mm).



**Figura 4.10** – Posicionamento dos extensómetros (a) e detalhe de extensómetro colado (b).

## 4.6 ANÁLISE DE RESULTADOS

Nas seguintes secções são apresentados os resultados obtidos nos ensaios experimentais. Os modelos são comparados em termos de deformações, solicitação das armaduras superiores, capacidade de carga, modo de rotura e inclinação da superfície de rotura.

As cargas referidas ao longo desta secção resultam da soma das forças medidas nas quatro células de carga utilizadas no sistema de ensaio, do peso próprio dos elementos do sistema de ensaio e monitorização colocados sobre a laje e do peso próprio da laje. O peso próprio dos elementos que constituem o sistema de ensaio e da laje é de 12,8 kN.

#### 4.6.1 Deslocamentos verticais

A Figura 4.11 mostra a evolução dos deslocamentos verticais relativos ao centro do pilar em função da força vertical aplicada. As curvas apresentadas foram obtidas calculando para cada direção o valor médio dos defletômetros colocados à mesma distância do centro da laje. O valor inicial da força aplicada corresponde à soma do peso próprio do sistema de ensaio e da laje. O Quadro 4.4 apresenta para as lajes abordadas neste Capítulo a rigidez fendilhada ( $k_f$ ), a deformação para a carga de rotura ( $\Delta_u$ ), a carga de rotura ( $V_{exp}$ ) e a energia de deformação ( $U$ ). A rigidez fendilhada dos modelos ( $k_f$ ) foi calculada através dos deslocamentos medidos pelos defletômetros D8-D11, considerando o diagrama força-deslocamento após a perda de rigidez devido à fendilhação até 80% da carga de rotura. A energia de deformação ( $U$ ) apresentada corresponde à área abaixo do diagrama força-deslocamento obtido pelos defletômetros D8-D11.

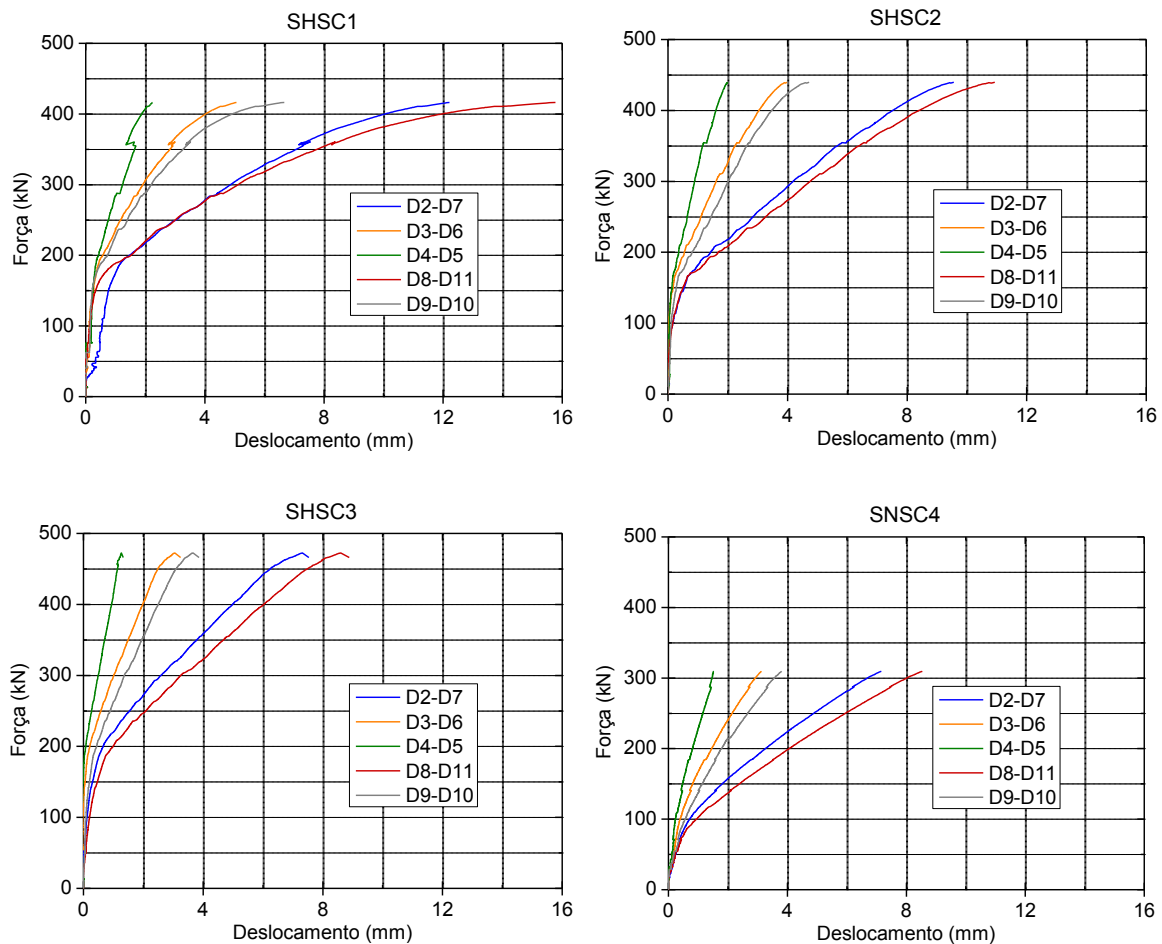


Figura 4.11 – Evolução dos deslocamentos verticais com o carregamento.

**Quadro 4.4** – Rigidez fendilhada, deformação na rotura e energia de deformação dos modelos.

Parâmetro	Modelo			
	SHSC1	SHSC2	SHSC3	SNSC4
$k_f$ (kN/mm)	26,6	32,2	39,5	29,1
$\Delta_u$ (mm)	15,8	10,9	8,9	8,5
$V_{exp}$ (kN)	416	439	472	310
U (kN·mm)	5189	3389	2817	1695

$k_f$  – rigidez fendilhada da laje;  $\Delta_u$  - deformação correspondente à carga de rotura da laje;  $V_{exp}$  - carga de rotura da laje; U – energia de deformação.

Pela observação dos diagramas de deslocamento vertical versus força aplicada verifica-se que em todos os modelos os pares de defletómetros D8-D11 e D9-D10, posicionados ao longo da direção Norte-Sul, apresentam deslocamentos ligeiramente superiores que os homólogos, D2-D7 e D3-D6, posicionados na direção Este-Oeste. Este comportamento é devido à menor altura útil da armadura longitudinal superior na direção Norte-Sul, levando a uma menor rigidez dos modelos nesta direção.

Nos gráficos da Figura 4.11 podem ser identificadas três fases distintas do comportamento dos modelos. Numa primeira fase do carregamento o betão encontra-se não fendilhado e verifica-se um comportamento aproximadamente elástico e linear das lajes. A segunda fase do comportamento inicia-se quando a resistência à tração do betão é atingida, surgindo as primeiras fendas por flexão, originando a diminuição gradual da rigidez dos modelos. As primeiras fendas desenvolvem-se tangencialmente e junto às faces do pilar. A terceira e última fase ocorrem quando já não há formação de novas fendas e a abertura das fendas existentes vai aumentando, mantendo-se a rigidez dos modelos aproximadamente constante até atingir a rotura por punçamento ou as armaduras superiores atingirem a tensão de cedência do aço.

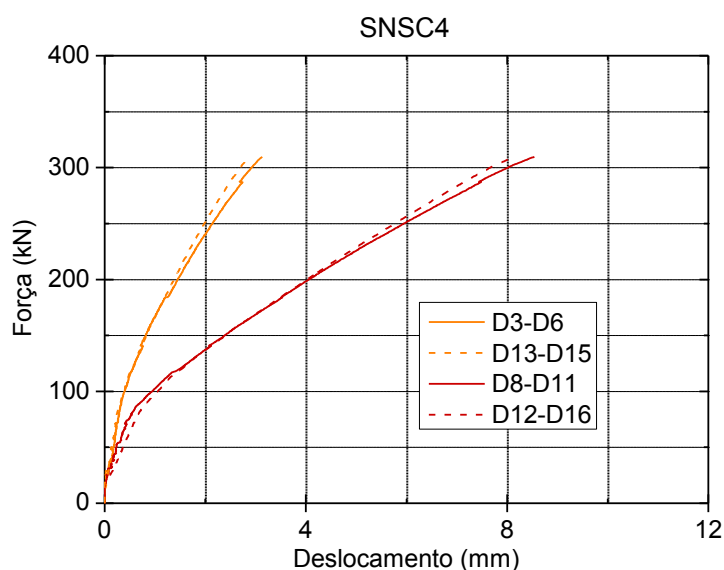
Nos modelos SHSC1, SHSC2 e SHSC3, produzidos em BER, verifica-se o início da fendilhação, e conseqüentemente o início da segunda fase do comportamento descrito, para valores de carregamento vertical entre os 150 a 200 kN. No modelo SNSC4 as primeiras fendas surgem quando a força vertical aplicada é de cerca de 60 kN, valor inferior ao observado nos modelos em BER. O comportamento observado é o esperado pois na fase inicial do carregamento as características dos betões utilizados são preponderantes e a resistência à tração do BER é significativamente superior à do betão normal (Quadro 4.3). A utilização de BER levou, como seria de esperar, ao aumento da rigidez dos modelos até ao aparecimento das primeiras fendas, devido ao maior módulo de elasticidade do BER.

Comparando os parâmetros apresentados no Quadro 4.4 dos modelos produzidos com BER e diferentes quantidades de armadura longitudinal superior, verifica-se que o incremento da área de armadura originou um aumento da rigidez fendilhada das lajes e conseqüentemente menores deslocamentos na rotura. O modelo SHSC3, com 1,48% de armadura longitudinal superior obteve deslocamentos na rotura de cerca de 56 % dos obtidos no modelo SHSC1, com 0,94% de armadura superior. Nos modelos em BER a energia de deformação diminuiu muito com o incremento da percentagem de armadura longitudinal, devido ao conseqüente aumento da rigidez fendilhada dos modelos.

O deslocamento máximo observado no modelo de referência, fabricado com betão normal, é cerca de 69% superior ao obtido no modelo idêntico em BER, SHSC2, para o mesmo nível de carga aplicada. Um dos fatores que justifica este comportamento é a rigidez fendilhada dos modelos, verificando-se que o modelo em BER, SHSC2, apresenta uma rigidez fendilhada cerca de 11% superior à do modelo SNSC4.

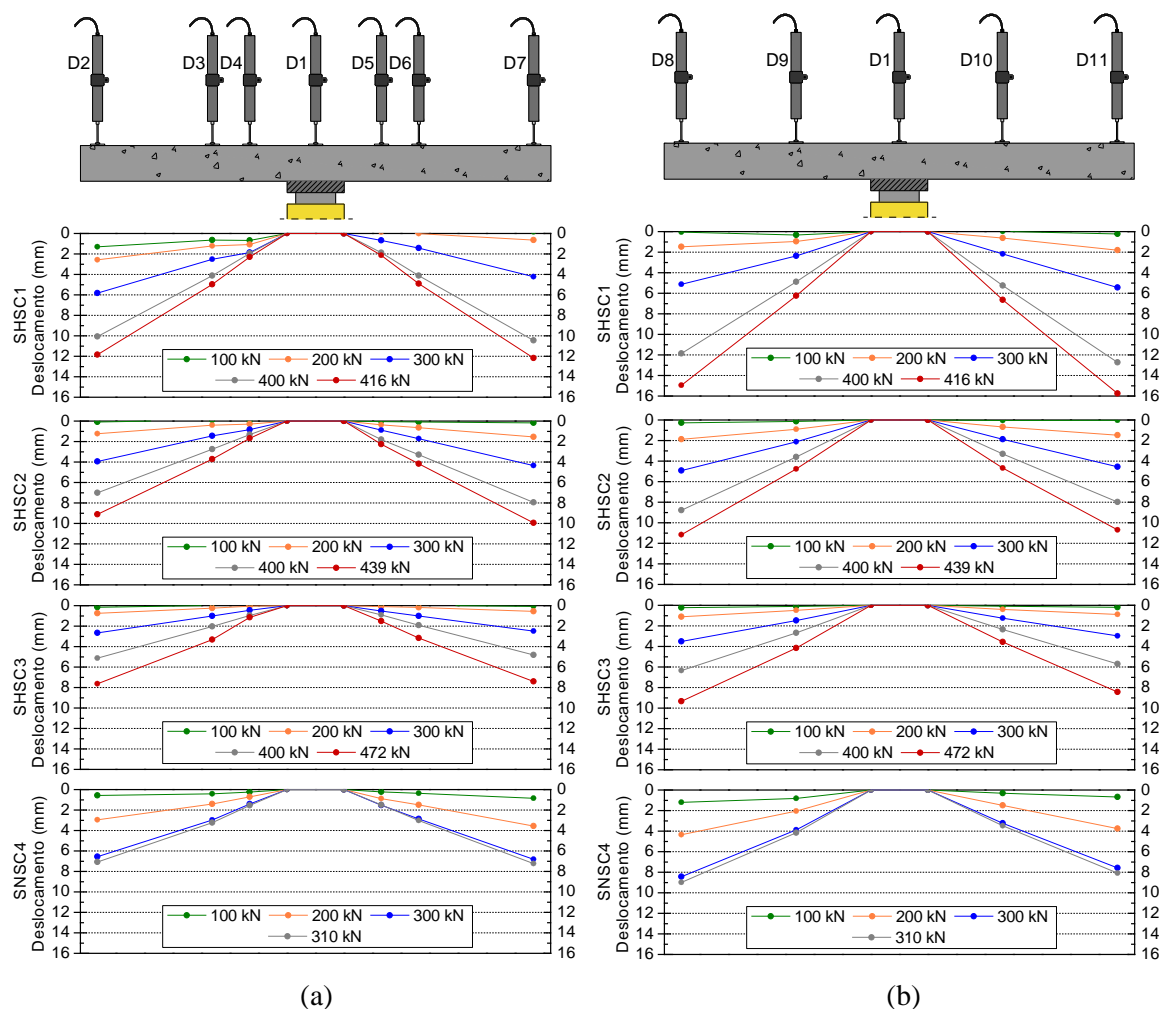
Para valores de carga aplicada próximos da rotura, o diagrama deslocamento-força do modelo SHSC1 exibe um comportamento que sugere que a sua capacidade de carga à flexão poderá estar próxima de ser atingida. A análise das extensões dos varões instrumentados pode ajudar a tirar ilações mais fundamentadas.

No modelo SNSC4 foram também medidos os deslocamentos verticais na face inferior na direção Norte-Sul. A Figura 4.12 faz a comparação dos deslocamentos medidos na face inferior (traço interrompido) e na face superior (traço contínuo), a 765 mm e 362 mm do centro da laje.



**Figura 4.12** – Comparação dos deslocamentos verticais medidos nas faces superior e inferior do modelo SNSC4.

A Figura 4.13 apresenta a posição deformada dos modelos para alguns patamares de carga em ambas as direções. A configuração deformada dos modelos é semelhante em ambas as direções, com a direção Norte-Sul a apresentar maiores deslocamentos verticais devido à menor altura útil da armadura superior orientada nessa direção.



**Figura 4.13** - Deformada dos modelos para alguns patamares de carga, nas direções Este-Oeste (a) e Norte-Sul (b).

Os resultados obtidos na medição dos deslocamentos nas faces superior e inferior são ligeiramente diferentes, sendo os deslocamentos medidos na face inferior um pouco inferiores. A principal razão para esta discrepância está relacionada com a medição do deslocamento no centro dos modelos. Na face superior a medição foi realizada no centro da área carregada enquanto na face inferior a medição foi junto ao perímetro da chapa que simula o pilar (Figura 4.9 (b)). Quando solicitados, os modelos têm tendência a descolar do centro da chapa que aplica o carregamento fazendo com que o deslocamento vertical medido na face superior seja maior. Pode haver ainda algum fenômeno relacionado com a degradação do betão na face tracionada que

contribua para o aumento dos deslocamentos aí medidos. Além disso, na face inferior, os deslocamentos medidos junto ao pilar são ainda influenciados pela deformação por corte.

As deformadas são praticamente lineares, com rotações que se concentram essencialmente na periferia da área carregada, dando origem a deformações plásticas causadas pelo elevado nível de fendilhação aí existente e podem ser interpretadas como se tratasse da rotação de dois corpos rígidos, em torno de um eixo que passa sensivelmente no centro da laje.

#### 4.6.2 Extensão das armaduras longitudinais

Em cada modelo produzido foram usados oito extensómetros que permitiram avaliar a evolução das extensões em quatro varões da armadura longitudinal superior orientados na direção da maior altura útil (E-O). Foi colado um par de extensómetros a meio de cada varão instrumentado. Como os modelos tinham diferentes quantidades de armadura superior a posição dos varões monitorizados não é coincidente entre eles. O posicionamento dos varões que tinham extensómetros pode ser observado na Figura 4.10 (a).

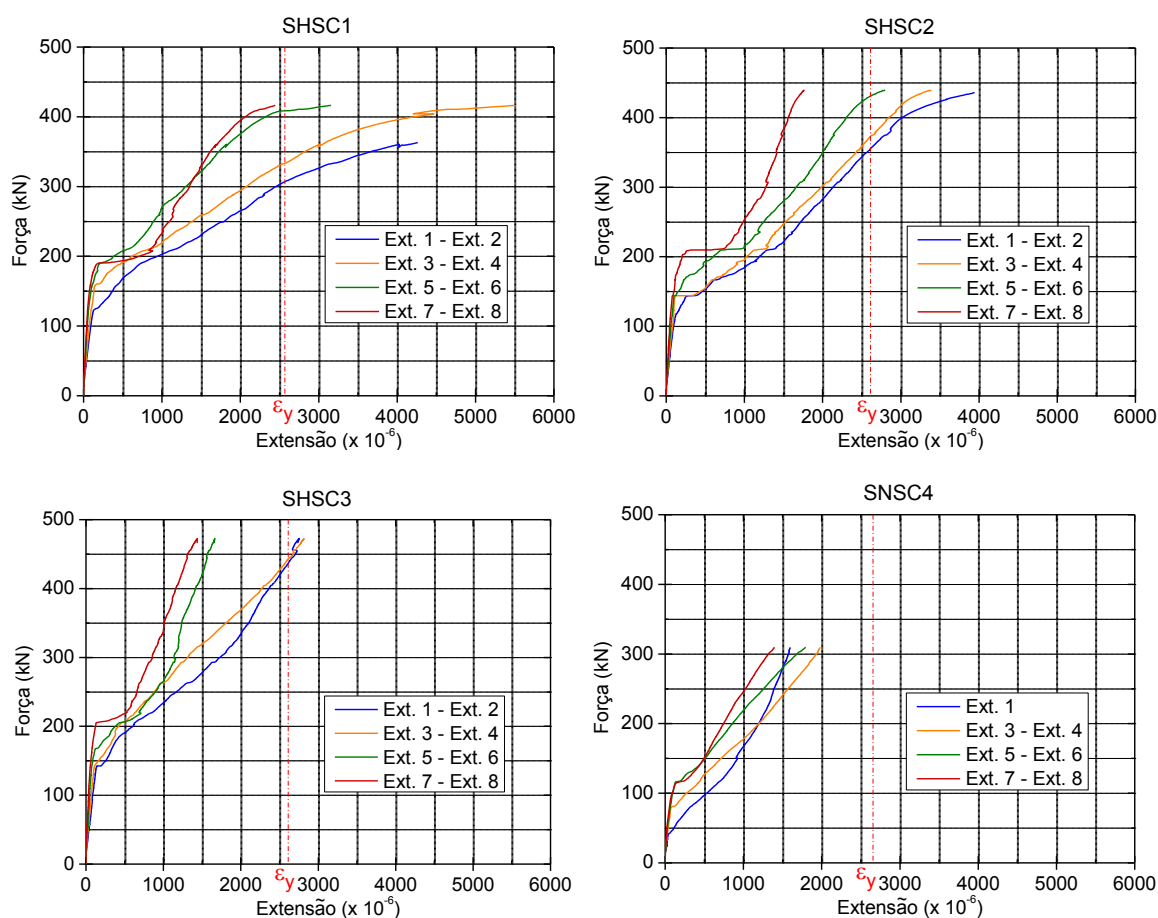
Com os dados recolhidos foram elaborados, para todos os modelos ensaiados, gráficos com a evolução das extensões nos varões superiores instrumentados em função da carga vertical, sendo estes apresentados na Figura 4.14. A Figura 4.15 apresenta a distribuição transversal de extensões para alguns patamares de carga.

Para facilitar a análise de resultados foi marcado nos gráficos, através de uma linha vermelha vertical a traço interrompido, o valor correspondente à extensão de cedência das armaduras superiores de cada modelo. A extensão de cedência foi calculada com os valores da tensão de cedência do aço provenientes dos ensaios de caracterização e considerando um valor de 200 GPa para o módulo de elasticidade do aço. A extensão de cedência das armaduras dos modelos em BER e do modelo SNSC4 são da ordem de 2,6 ‰ e 2,7 ‰, respetivamente.

O valor de força inicial corresponde à soma do peso próprio dos modelos e do sistema de ensaio sobre os modelos. Os valores de extensão que deram origem aos gráficos apresentados correspondem à média das extensões obtidas no par de extensómetros usado em cada varão, com exceção dos casos em que se verificaram avarias nos extensómetros. No modelo SHSC1 os extensómetros do varão posicionado no centro ficaram danificados quando a força aplicada era de cerca de 360 kN.

À semelhança dos gráficos de evolução dos deslocamentos verticais com a força aplicada, também nos gráficos da evolução da extensão podem ser identificadas três fases distintas do comportamento dos modelos: resposta em regime elástico e linear, fase em que surgem as

primeiras fendas de flexão e fase em que a abertura das fendas aumenta e a extensão das armaduras aumenta de forma mais ou menos linear.



**Figura 4.14** – Evolução da extensão na armadura superior dos modelos SHSC1, SHSC2, SHSC3 e SNSC 4.

Os diagramas apresentados na Figura 4.14 permitem observar que alguns dos varões instrumentados dos modelos em BER mostram um incremento abrupto de extensão quando a força aplicada corresponde aproximadamente ao início da fendilhação por flexão. Este comportamento é provocado pela transferência de tensões elevadas entre o betão tracionado e a armadura longitudinal que ocorre quando surgem as primeiras fendas de flexão. Este fenómeno também é observável no modelo em betão convencional, embora de forma não tão aparente.

Considerando os valores da extensão de cedência do aço mencionados, verifica-se que nos modelos SHSC1 e SHSC2, três dos quatro varões instrumentados entraram em cedência enquanto no modelo SHSC3 apenas dois dos varões instrumentados atingiram a extensão de cedência. No entanto, numa análise mais detalhada aos gráficos da Figura 4.15, verifica-se que nos modelos SHSC1 e SHSC2 os varões instrumentados mais afastados do centro se encontram a 105 mm e 285 mm dos bordos, respetivamente. Admitindo que as armaduras superiores são solicitadas de

forma aproximadamente simétrica, no modelo SHSC1 cerca de 81% da armadura longitudinal superior com maior altura útil atingiu a cedência enquanto no modelo SHSC2 apenas cerca de 53% dessa armadura atingiu o referido patamar. Assim pode-se concluir que a laje SHSC1 esteve próxima de atingir a sua capacidade de carga à flexão, embora não tenha sido desenvolvida uma linha completa de cedência.

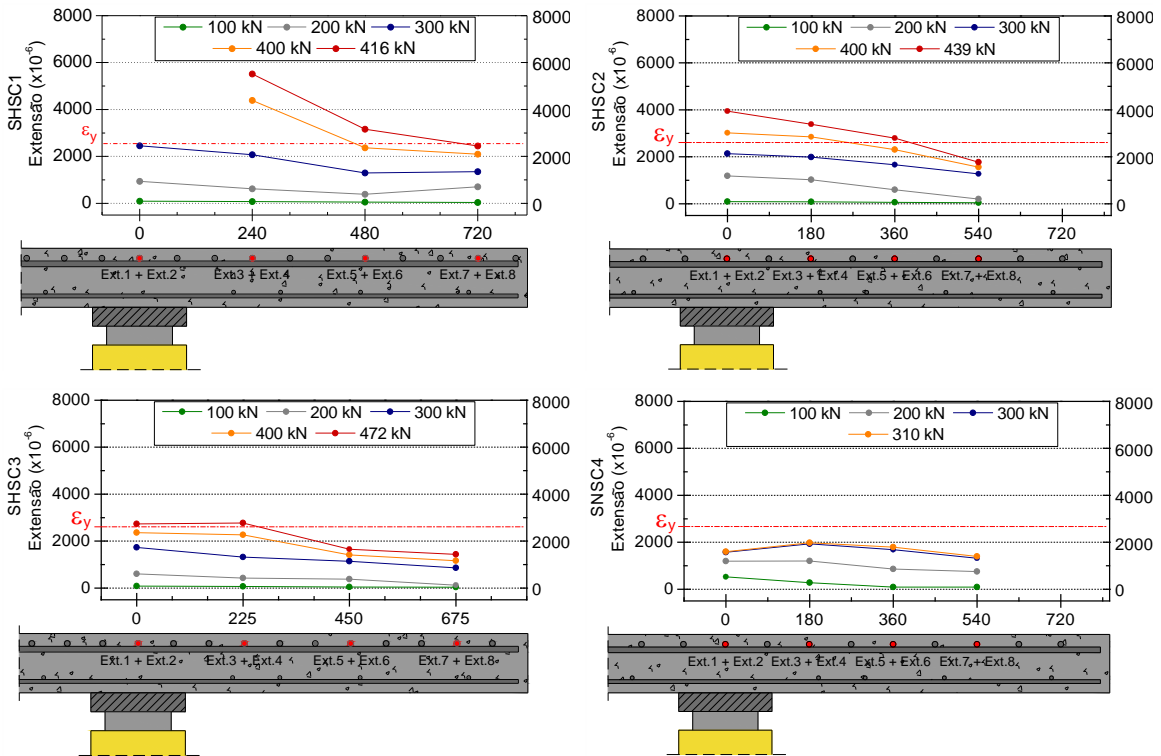


Figura 4.15 – Distribuição transversal de extensões.

No Quadro 4.5 são apresentados os valores da força aplicada na laje ( $V_y$ ) e do deslocamento ( $\Delta_y$ ) no momento em que se verifica a entrada em cedência do primeiro varão. É ainda apresentada a ductilidade dos modelos, calculada como a relação  $\Delta_u / \Delta_y$ . No modelo SHSC4 não se verificou a cedência de nenhum varão pelo que não foi possível calcular os parâmetros do referido quadro. O parâmetro  $\Delta_u / \Delta_y$  usado para definir a ductilidade do comportamento dos modelos ensaiados mostra que o modelo em BER com menor percentagem geométrica de armadura longitudinal superior apresentou maior ductilidade. Como seria de esperar, a carga para a qual se verifica a cedência do primeiro varão é tanto maior quanto maior é a quantidade de armadura superior.

Na distribuição transversal das extensões, para a generalidade dos modelos, as extensões máximas registam-se nos varões mais próximos do pilar, decrescendo à medida que se afastam deste. No modelo SHSC4 observa-se um ligeiro decréscimo da extensão do varão sobre o pilar

para cargas próximas da rotura, eventualmente originado pelo elevado nível de fendilhação e degradação da laje nessa zona.

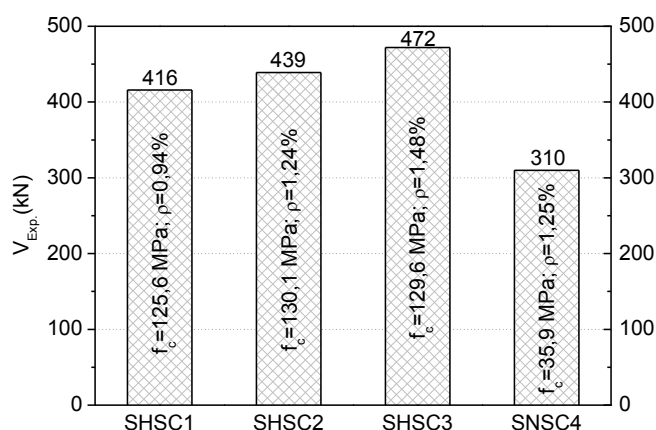
**Quadro 4.5** – Deformação e carga correspondente à cedência das armaduras e ductilidade.

Parâmetro	Modelo		
	SHSC1	SHSC2	SHSC3
$\Delta_y$ (mm)	5,4	6,7	7,1
$V_y$ (kN)	306	357	438
Ductilidade ( $\Delta_u/\Delta_y$ )	2,95	1,64	1,25

$\Delta_y$  – Deformada para a carga correspondente à cedência do primeiro varão;  
 $V_y$  - Carga correspondente à cedência do primeiro varão;  $\Delta_u$  - Deformada correspondente à carga de rotura da laje.

### 4.6.3 Capacidade de carga e comportamento na rotura

Em todos os modelos a rotura ocorreu por punçamento, sendo esta caracterizada pela formação repentina de um tronco de pirâmide invertido que se destaca parcialmente da restante parte da laje. A Figura 4.16 mostra a carga de rotura dos modelos ensaiados ( $V_{exp}$ ) incluindo o peso próprio da laje e sistema de ensaio.

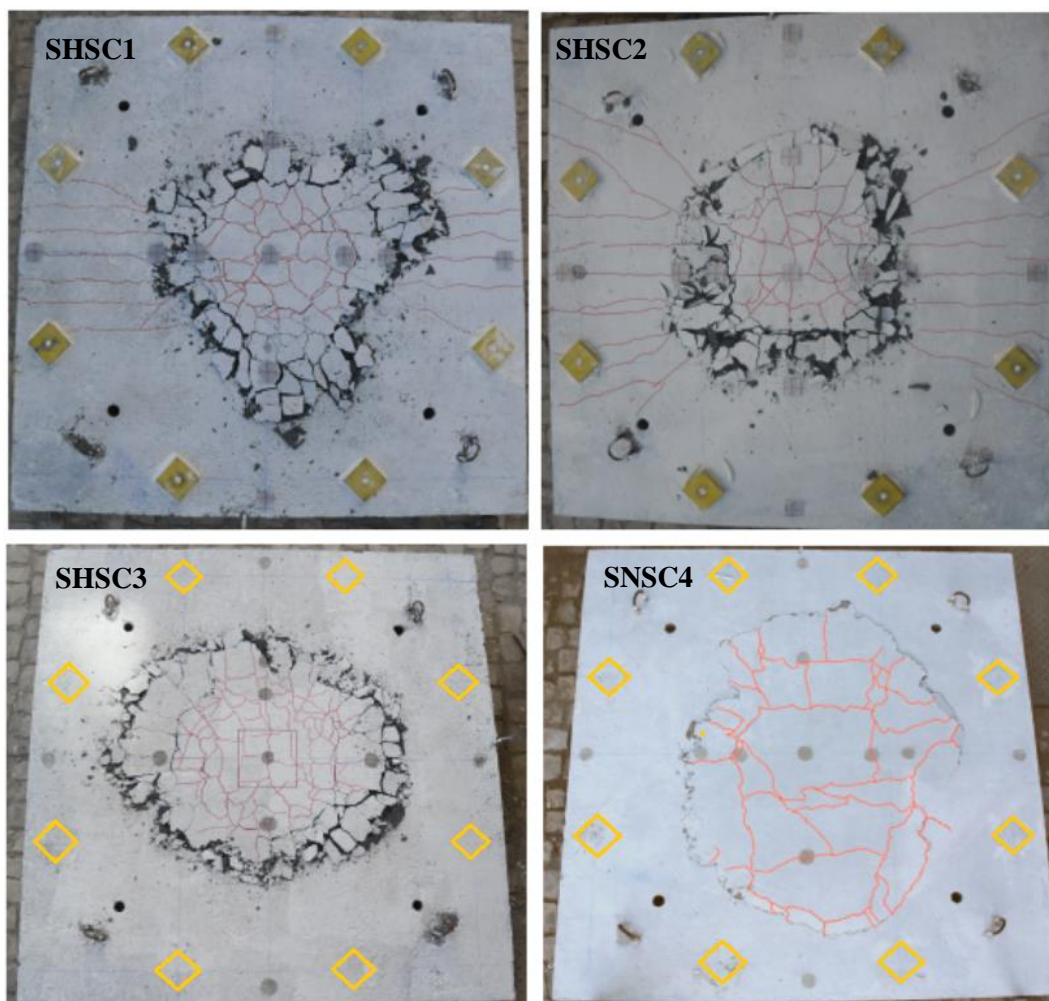


**Figura 4.16** - Comparação da capacidade de carga dos modelos.

Comparando os resultados experimentais dos modelos SHSC2 e SNSC4, produzidos em BER e betão convencional, respetivamente, verifica-se que a utilização de BER levou ao acréscimo da resistência ao punçamento em cerca de 42%. No que diz respeito ao efeito da variação da quantidade de armadura na resistência ao punçamento, a carga de rotura do modelo SHSC3, com 1,48% de armadura longitudinal superior, foi superior à do modelo SHSC1 em aproximadamente 13%, que foi produzido com 0,94% armadura.

O padrão de fendilhação foi idêntico em todos os modelos: primeiro surgiram fendas tangenciais junto às faces da área carregada; de seguida formaram-se fendas radiais junto ao

contorno do pilar que se desenvolveram até aos bordos da laje e por fim surgiram fendas tangenciais, afastadas dos limites do pilar, que deram origem à formação da superfície de rotura por punçoamento. A Figura 4.17 mostra a face superior dos modelos ensaiados onde foram assinaladas as fendas que surgiram durante o ensaio. A Figura 4.18 mostra as faces superior e inferior do modelo SHSC2 momentos antes da rotura e após a rotura, respetivamente.



**Figura 4.17** – Vista superior dos modelos depois de ensaiados.

Após a rotura, nos modelos em BER a quantidade de fendas observadas foi superior às do modelo SNSC4. Os modelos SHSC1 e SHSC2, com 0,94% e 1,24% de armadura longitudinal superior, apresentaram fendas de flexão bastantes evidentes na direção perpendicular à armadura com menor altura útil, que se propagaram até aos bordos dos modelos embora com menor abertura junto a estes. No entanto, de acordo com os resultados das extensões da armadura superior, nenhum dos modelos atingiu a capacidade resistente à flexão, apesar de no modelo SHSC1 cerca de 81% da armadura ter atingido a cedência.



(a)

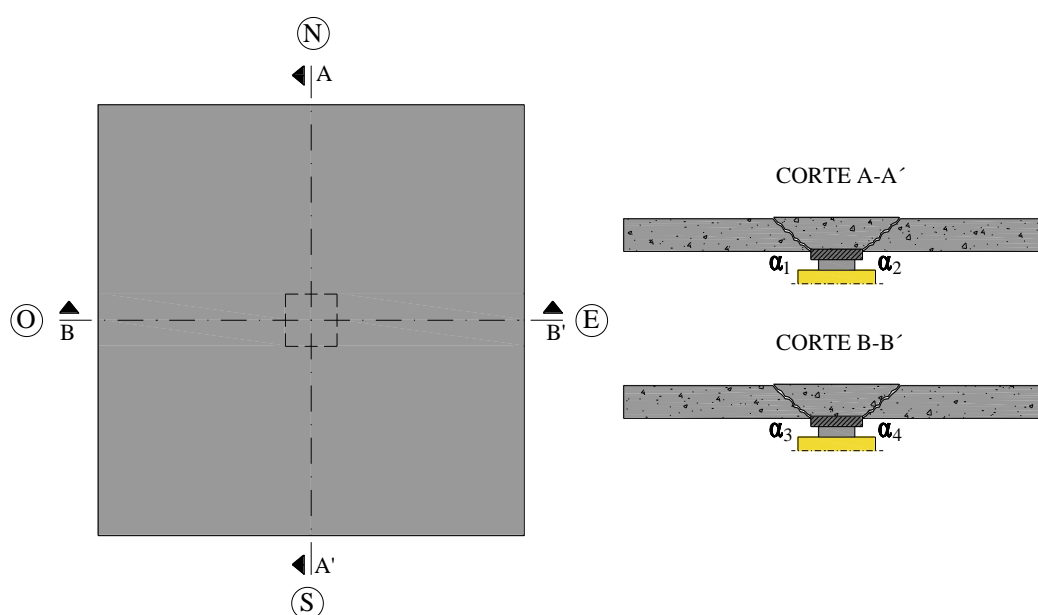
(b)

**Figura 4.18** – Modelo SHSC2: (a) vista superior imediatamente antes da rotura; (b) vista inferior após rotura.

Os modelos produzidos com BER apresentaram destacamento de betão e mais danos na zona da interseção da superfície de rotura com a face superior, o que poderá estar associado a um comportamento na rotura por punçoamento mais frágil do que no modelo com betão convencional.

#### 4.6.4 Superfície de rotura

Após ensaiados, procedeu-se ao corte transversal dos modelos nas duas direções ortogonais, conforme esquematizado na Figura 4.19. Os cortes foram ligeiramente desviados do centro dos modelos de forma a evitar que estes coincidissem com o varão da armadura longitudinal superior colocado ao centro.



**Figura 4.19** – Esquema do levantamento geométrico da inclinação da superfície de rotura.

Os cortes na direção Norte-Sul, apresentados na Figura 4.20, são perpendiculares à armadura superior com maior altura útil. A Figura 4.21 mostra a vista em corte dos modelos na direção Este-Oeste. Foi realizado o levantamento geométrico das inclinações da superfície de rotura com o plano da laje sendo os resultados médios apresentados no Quadro 4.6.

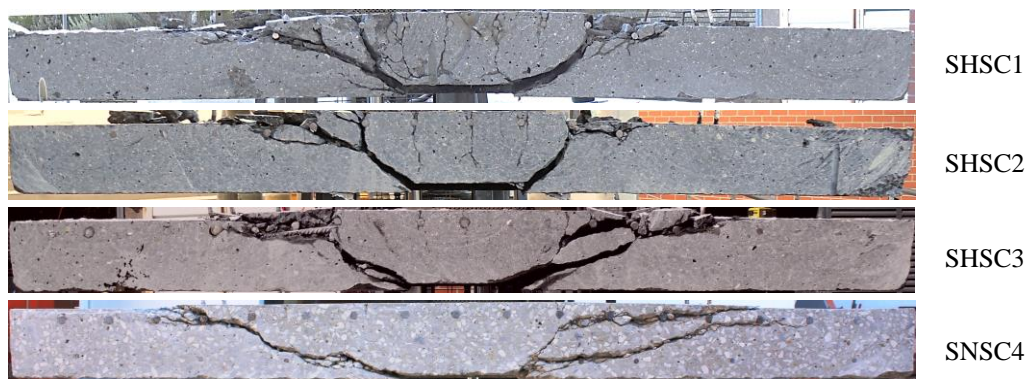


Figura 4.20 – Vista da superfície de rotura dos modelos na direção Norte-Sul.

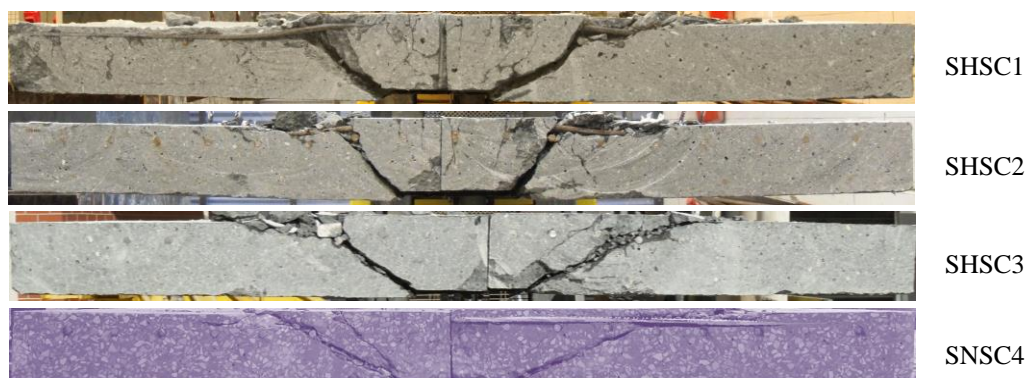


Figura 4.21 – Vista da superfície de rotura dos modelos na direção Este-Oeste.

Quadro 4.6 – Inclinação média da superfície de rotura dos modelos.

Modelo	SHSC1	SHSC2	SHSC3	SNSC4
$\alpha_{\text{médio}} (^{\circ})$	29°	41°	29°	25°

A inclinação média da superfície de rotura dos modelos em BER é superior à do modelo de referência, SNSC4. O modelo em BER que tinha o valor intermédio da percentagem de armadura longitudinal foi o que apresentou a superfície de rotura mais inclinada. Não foi encontrado nenhum motivo que justificasse este comportamento. Nos ensaios experimentais encontrados na pesquisa bibliográfica a maioria dos autores não faz a análise do efeito do uso de BER na inclinação da superfície de rotura, no entanto, Hallgren [16] refere que a inclinação dos modelos

ensaiados variou entre os 30° e 40°, valores próximos dos obtidos nos ensaios experimentais realizados no âmbito deste estudo.

#### 4.7 COMPARAÇÃO ENTRE AS CARGAS DE ROTURA EXPERIMENTAIS E OS VALORES PREVISTOS PELO EC2, MC2010 E ACI 318-14.

Na seção 2.3 do Capítulo 2 foram apresentadas as metodologias de cálculo da resistência ao punçoamento para o dimensionamento segundo o EC2 [1], MC2010 [3] e ACI 318-14 [2]. Os referidos documentos limitam a utilização das expressões por si apresentadas a betões com valores de resistência à compressão inferiores a 90 MPa, 120 MPa e 70 MPa, respetivamente. Tendo presente esta limitação, que não será aplicada neste trabalho, pretende-se nesta secção comparar os valores da carga de rotura obtidos nos ensaios experimentais com os valores estimados pelas expressões do EC2 [1], MC2010 [3] e do ACI 318-14 [2].

##### 4.7.1 Expressões de cálculo

Os valores previstos da resistência ao punçoamento foram calculados considerando os valores médios das características dos materiais e sem considerar os coeficientes parciais de segurança. Assim, os valores da resistência ao punçoamento pelo EC2 [1] foram calculados pela expressão (4.1).

$$V_{R,EC2} = 0,18 \cdot k \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_c)^{1/3} \cdot u \cdot d \quad (4.1)$$

Em que:

- $\rho = \sqrt{\rho_{ly} \cdot \rho_{lz}} \leq 0,02$ , onde  $\rho$  é a taxa geométrica de armadura longitudinal, e  $\rho_{ly}, \rho_{lz}$  são as taxas geométricas das armaduras longitudinais de tração da laje segundo y e z, respetivamente. Os valores de  $\rho_{ly}$  e  $\rho_{lz}$  devem ser calculados como valores médios numa largura de laje igual à do pilar acrescida de  $3d$  para cada lado;
- $f_c$  é o valor médio da tensão de rotura do betão à compressão em provetes cilíndricos com 150x300 mm [em MPa];
- $u$  é o perímetro de controlo definido a uma distância de  $2d$  do perímetro do pilar, calculado para as lajes ensaiadas como  $u=4c+4\pi d$ , onde  $c$  é a largura da zona carregada;
- $d$  é o valor médio da altura útil da armadura longitudinal superior;
- $k$  é um fator de escala cujo valor é calculado pela expressão (4.2).

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2,0 \text{ (com } d \text{ em mm)} \quad (4.2)$$

Os valores de resistência ao punçoamento calculados pelo MC2010 [3] foram obtidos considerando o nível de aproximação III, através da equação (4.3).

$$V_{R,MC2010} = \frac{\sqrt{f_c} \cdot u \cdot d}{1,5 + 28,8 \cdot \frac{\psi \cdot d}{16 + d_g}} \quad (4.3)$$

Em que:

- $f_c$  é o valor médio da tensão de rotura do betão à compressão em provetes cilíndricos com 150x300 mm [em MPa];
- $u$  é o perímetro de controlo de referência definido a uma distância de  $0,5d$  do perímetro do pilar, calculado para as lajes ensaiadas como  $u=4c+\pi d$ , onde  $c$  é a largura da zona carregada;
- $d_g$  é o valor da máxima dimensão do agregado [em mm]. Para o caso de lajes em BER o MC2010 [3] recomenda que o valor de  $d_g$  deve ser assumido igual a zero, porque considera que as partículas dos agregados rompem ao longo da superfície de rotura, resultando numa redução da contribuição do efeito do interbloqueamento dos agregados na resistência ao punçoamento;
- $\psi$  é a rotação da laje, calculada para o nível III de aproximação através da equação (4.4).

$$\psi = 1,2 \cdot \frac{r_s}{d} \cdot \frac{f_y}{E_s} \left( \frac{V}{V_{flex}} \right)^{1,5} \quad (4.4)$$

Em que:

- $r_s$  é a distância desde o centro do pilar ao ponto em que o momento fletor é nulo;
- $f_y$  é o valor médio da tensão de cedência à tração do aço das armaduras longitudinais superiores;
- $E_s$  é o valor médio do módulo de elasticidade do aço das armaduras longitudinais superiores, considerado igual a 200 GPa;
- $V$  é o valor da carga vertical aplicada que provoca punçoamento;
- $V_{flex}$  é o valor da carga vertical que provoca a rotura da laje por flexão, calculada neste estudo através da expressão proposta por Guandalini *et al* [112].

Aplicando as expressões (4.3) e (4.4) de forma iterativa, atribuindo na primeira iteração um valor arbitrário de  $V$  na equação (4.4) e nas iterações seguintes considerando  $V$  igual ao valor de  $V_{R,MC2010}$  obtido na iteração anterior, obtém-se a resistência ao punçoamento pelo MC2010 [3].

O valor da resistência ao punçoamento pelo ACI 318-14 [2] foi calculado pela equação (4.5).

$$V_{R,ACI} = \frac{\sqrt{f_c} \cdot u \cdot d}{3} \quad (4.5)$$

Em que:

-  $u$  é o perímetro de controlo, com forma retangular, definido a uma distância de  $0,5d$  do pilar, calculado para as lajes ensaiadas como  $u=4(c+d)$ , onde  $c$  é a largura da zona carregada.

#### 4.7.2 Comparação entre as cargas de rotura experimentais e previstas

Para fazer um estudo mais abrangente, para além dos modelos apresentados neste Capítulo serão usados os resultados de ensaios experimentais apresentados no Capítulo 2. Em alguns trabalhos não foi possível reunir toda a informação necessária para a realização dos cálculos. Assim, foram considerados os dados de 40 modelos experimentais ensaiados por Marzouk e Hussein [12], Tomaszewicz [15], Hallgren [16] e Ramdane [13], além dos apresentados neste Capítulo.

No Quadro 4.7 são apresentadas as características resumidas dos modelos considerados na comparação com as cargas previstas pelas normas, assim como as cargas de rotura experimentais ( $V_{exp}$ ), as cargas de rotura por flexão ( $V_{flex}$ ) calculadas através do método das linhas de rotura e a relação entre os valores experimentais e os calculados pelas normas.

Para o procedimento de cálculo preconizado no MC2010 [3], para além de se estimar a resistência ao punçoamento considerando o valor da máxima dimensão dos agregados ( $d_g$ ) igual a zero, conforme recomendado na norma, optou-se por calcular também considerando o valor real de  $d_g$ . No Quadro 4.8 são apresentados o valor médio, o coeficiente de variação e o percentil 5% da relação entre os valores experimentais e previstos dos modelos em que a capacidade de carga por flexão é superior à resistência por punçoamento. Na Figura 4.22 são apresentados, para os modelos em que  $V_R < V_{flex}$ , gráficos com a relação  $V_{exp}/V_R$  para o EC2 [1], ACI 318-14 [2] e o MC2010 [3], considerando neste último ambos os cenários, para o valor real de  $d_g$  e para  $d_g$  nulo. Em cada um dos gráficos é ainda apresentada uma linha de tendência linear a traço interrompido e a vermelho.

**Quadro 4.7** – Comparação entre as cargas de rotura experimentais e os calculados pelas normas.

Modelo	$f_c$ (MPa)	$d_g$ (mm)	$d$ (mm)	$\rho$ (%)	$V_{exp}$ (kN)	$V_{flex}$ (kN)	$V_{exp}/V_{min}^{(1)}$				
							EC2	MC2010 ( $d_g = 0$ )	MC2010 ( $d_g$ real)	ACI 318-14	
SHSC2	125,6	13,9	104,2	0,94	416	411,0	1,07	1,32	1,09	1,01	
SHSC2	130,1	13,9	101,6	1,24	439	530,9	1,06	1,26	1,04	0,94	
SHSC3	129,6	13,9	101,7	1,48	472	637,9	1,08	1,25	1,04	1,01	
SNSC4	35,9	13,2	100,7	1,25	310	507,8	1,16	-	1,13	1,28	
Marzouk and Hussein [12]	HS1	67	20	95	0,49	178	185,5	0,96*	1,15	0,96*	0,96*
	HS2	70	20	95	0,84	249	314,3	1,04	1,23	0,97	0,96
	HS3	69	20	95	1,47	356	537,0	1,24	1,40	1,14	1,38
	HS4	66	20	90	2,37	418	746,2	1,38	1,54	1,30	1,79
	HS5	68	20	125	0,64	365	416,4	1,06	1,31	1,03	0,97
	HS6	70	20	120	0,94	489	560,2	1,33	1,57	1,26	1,35
	HS7	74	20	95	1,19	356	440,8	1,30	1,49	1,20	1,33
	HS8	69	20	120	1,11	436	655,0	1,13	1,31	1,06	1,22
	HS9	74	20	120	1,61	543	936,0	1,21	1,38	1,14	1,46
	HS10	80	20	120	2,33	645	1329,5	1,24	1,41	1,20	1,67
	HS11	70	20	70	0,95	196	192,2	1,30	1,50	1,18	1,14
	HS12	75	20	70	1,52	258	302,4	1,43	1,58	1,27	1,45
	HS13	68	20	70	2,00	267	387,6	1,39	1,52	1,25	1,58
	HS14	72	20	95	1,47	498	572,3	1,48	1,60	1,29	1,47
	HS15	71	20	95	1,47	560	615,6	1,45	1,53	1,22	1,33
Tomaszewicz [16]	nd65-1-1	64,3	16	275	1,49	2050	5248,2	1,15	1,43	1,22	1,47
	nd95-1-1	83,7	16	275	1,49	2250	5330,8	1,15	1,44	1,21	1,41
	nd95-1-3	89,9	16	275	2,55	2400	8858,6	1,00	1,25	1,09	1,45
	nd115-1-1	112	16	275	1,49	2450	5400,0	1,14	1,43	1,20	1,33
	nd65-2-1	70,2	16	200	1,75	1200	3137,3	1,08	1,40	1,20	1,53
	nd95-2-1	88,2	16	200	1,75	1100	3184,3	0,92	1,18	1,01	1,25
	nd95-2-3	89,5	16	200	2,62	1450	4645,0	1,05	1,36	1,20	1,64
	nd95-2-	86,7	16	200	1,75	1300	3181,1	1,09	1,41	1,20	1,50
	nd95-2-	80,3	16	200	2,62	1250	4598,5	0,94	1,22	1,08	1,49
	nd95-2-	98	16	200	2,62	1450	4680,3	1,02	1,32	1,15	1,57
	nd115-2-1	119	16	200	1,75	1400	3231,7	1,05	1,37	1,16	1,38
	nd115-2-3	108,1	16	200	2,62	1550	4714,9	1,05	1,36	1,19	1,60
	nd95-3-1	85,1	16	88	1,84	330	781,5	1,28	1,34	1,17	1,62
Hallgren [4]	HSC0	90,3	18	200	0,80	965	1402,1	0,98	1,48	1,17	1,08
	HSC1	91,3	18	200	0,80	1021	1368,6	1,03	1,57	1,24	1,13
	HSC2	85,7	18	194	0,82	889	1302,2	0,96	1,45	1,15	1,06
	HSC4	91,6	18	200	1,19	1041	1912,8	0,92	1,34	1,08	1,15
	HSC6	108,8	18	201	0,60	960	1057,4	1,00	1,61	1,25	0,97
HSC9	84,1	18	202	0,33	565	591,3	0,96	1,36	1,05	0,96*	
Ramdane [13]	1	88,2	10	98	0,60	224	271,8	0,99	1,20	1,03	0,94
	6	101,6	10	98	0,60	233	272,5	0,99	1,20	1,03	0,91
	12	60,4	10	98	1,30	319	564,7	1,24	1,38	1,23	1,61
	14	60,8	10	98	1,30	341	564,9	1,32	1,47	1,31	1,72
	16	98,4	10	98	1,30	362	578,4	1,20	1,34	1,18	1,43
22	84,2	20	98	1,30	405	673,8	1,41	1,54	1,27	1,73	

(1)  $V_{min} = \min(V_{flex}; V_R)$ ; \* valor calculado usando o  $V_{flex}$  porque  $V_R > V_{flex}$ ;  $f_c$  - valor médio da tensão de rotura do betão à compressão em cilindros 150x300 mm;  $d_g$  - máxima dimensão dos agregados;  $d$  - altura útil média da armadura superior;  $\rho$  - percentagem geométrica média da armadura longitudinal superior;  $V_{exp}$  - carga de rotura experimental;  $V_{flex}$  - carga de rotura por flexão.

A partir dos resultados apresentados nos Quadros 4.7 e 4.8 pode ser observado que o EC2 [1] e o MC2010 [3] considerando o valor real de  $d_g$  conduzem a valores previstos próximos dos obtidos nos ensaios, com um valor médio da relação  $V_{exp}/V_{min}$  de 1,15 e 1,16 respetivamente. A média da relação entre os valores experimentais e previstos pelo MC2010 [3], considerando o valor de  $d_g$  igual a zero, e pelo ACI 318-14 [2] são relativamente elevados. A dispersão de resultados é maior para o caso do ACI 318-14 [2] e menor para o MC2010 [3], considerando o valor real de  $d_g$ . Em termos de percentil 5% verifica-se pelos resultados apresentados no Quadro 4.8 que o EC2 [1] e o ACI 318-14 [2] conduzem a valores da relação  $V_{exp}/V_{min}$  ligeiramente inferiores a 1,0, significando que as previsões são ligeiramente contra a segurança. O MC2010 [3] apresenta estimativas conservativas nos dois cenários de cálculo considerados.

Analisando os diagramas da Figura 4.22 observa-se que todas as normas consideradas apresentam uma tendência para sobrestimar a resistência ao punçoamento com o incremento da resistência à compressão do betão, sendo esta tendência mais evidente no caso do ACI 318-14 [2].

**Quadro 4.8** – Resumo da comparação entre os resultados experimentais e previstos pelas normas.

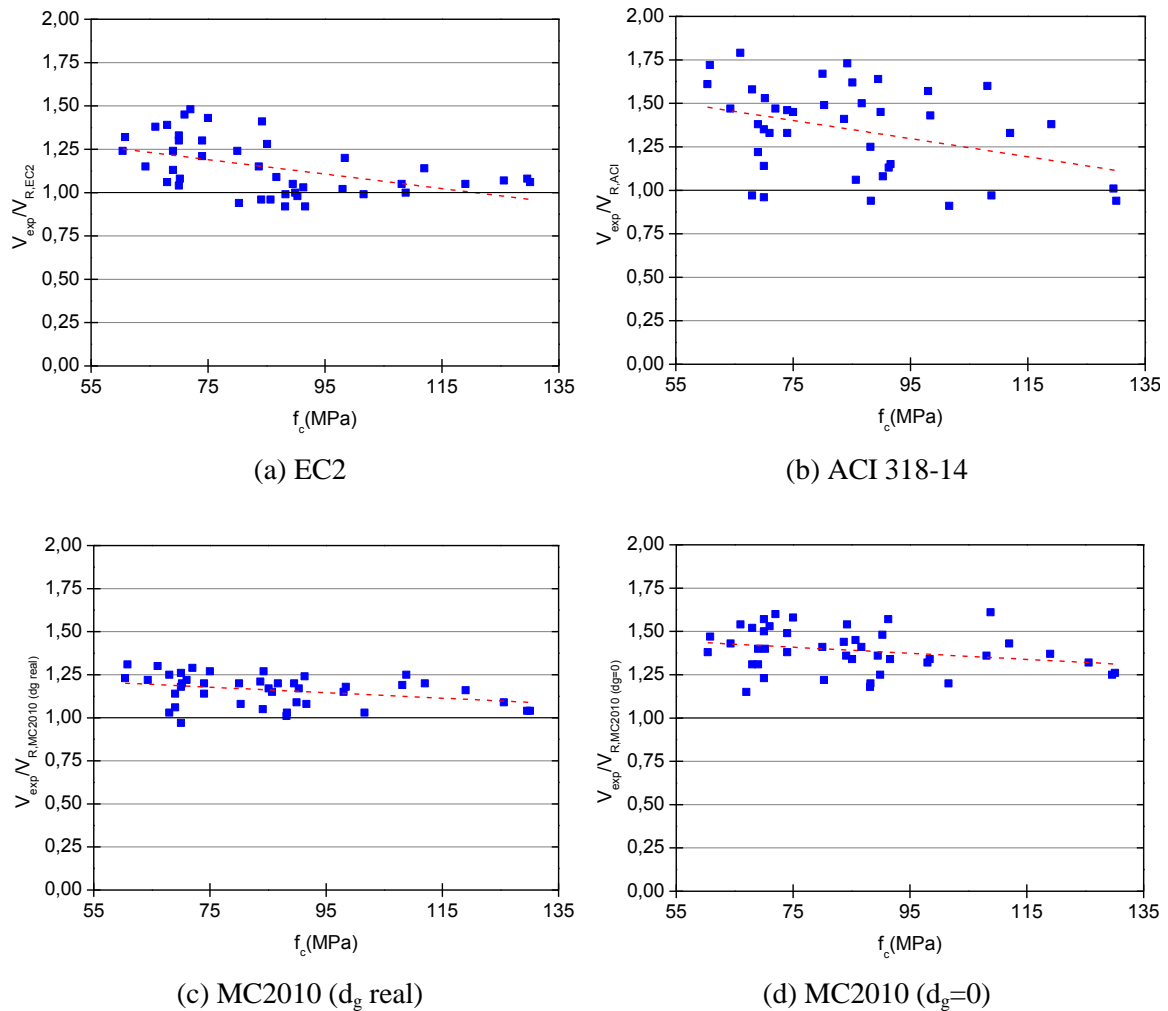
	EC2	MC2010		ACI 318-14
		$d_g = 0$	$d_g$ real	
$(V_{exp}/V_{min})_{médio}$	1,15	1,39	1,16	1,35
CoV	0,14	0,09	0,08	0,19
Percentil 5%	0,94	1,20	1,03	0,94

$V_{exp}$  – carga de rotura experimental;  $V_{min} = \min(V_{flex} ; V_R)$ ;  $V_{flex}$  – carga de rotura por flexão;  $V_R$  – resistência ao punçoamento prevista pelos códigos; CoV – coeficiente de variação.

Os valores de resistência ao punçoamento calculados através da metodologia apresentada pelo MC2010 [3] mostraram que considerando o valor real de  $d_g$  na equação (4.3), em vez de considerar o valor de  $d_g$  igual a zero, obtém-se uma melhor estimativa da resistência ao punçoamento, mais próxima dos valores de rotura obtidos experimentalmente e com percentil 5% de 1,03.

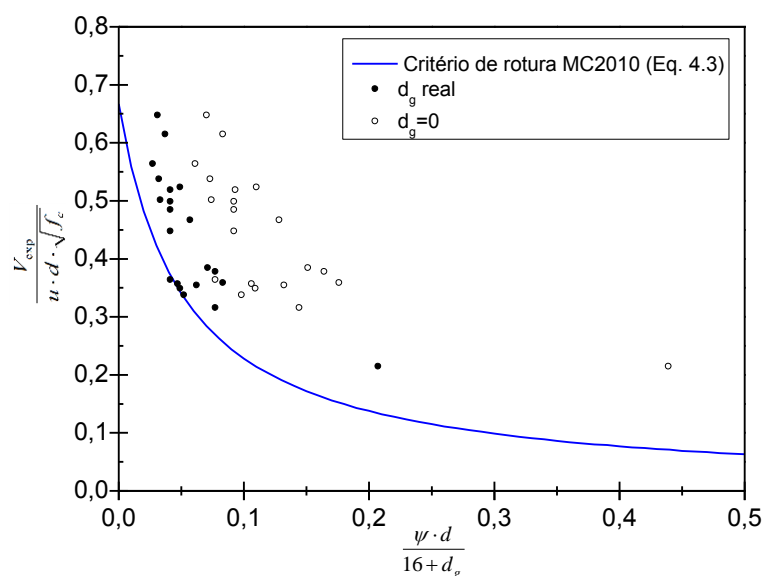
Na Figura 4.23 é apresentada a comparação entre os resultados experimentais e o critério de rotura do MC2010 [3] dado pela equação (4.3), em que a resistência ao punçoamento é definida em função da abertura da fenda que dá origem à formação da superfície de rotura por punçoamento. Os modelos ensaiados por Tomaszewicz [15] e Ramdane [13] não são apresentados porque não se encontra disponível a informação relativa à rotação experimental imediatamente antes da rotura. Também os modelos HSC6 de Hallgren [16] e HS1 e HS11 de Marzouk e Hussein [12] não são considerados pela falta de informação dos ensaios experimentais. Os resultados experimentais obtidos considerando o valor real de  $d_g$  são apresentados com pontos preenchidos enquanto os pontos sem preenchimento representam os resultados considerando o

valor de  $d_g$  nulo. Os resultados apresentados na Figura 4.23 mostram, claramente, que a utilização do valor real de  $d_g$  leva a uma melhor aproximação com o critério de rotura definido pelo MC2010 [3].



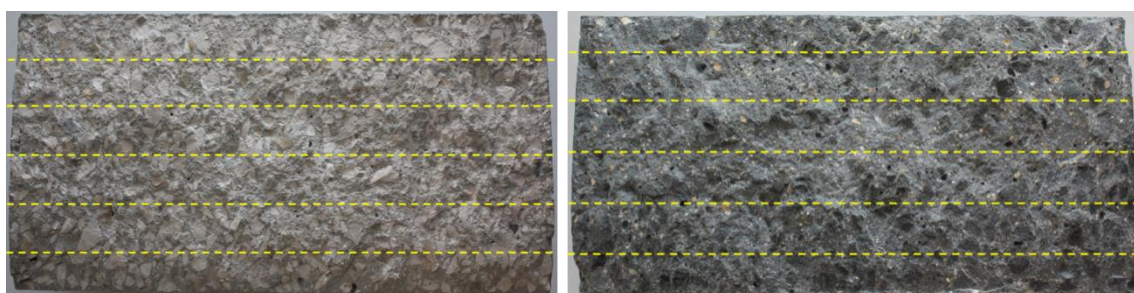
**Figura 4.22** – Relação  $V_{exp}/V_R$  em função da resistência à compressão do betão para (a) EC2, (b) ACI 318-14, (c) MC2010 ( $d_g$  real) e MC2010 ( $d_g=0$ ).

Segundo o MC2010 [3], a resistência ao corte transferida através da fenda que dá origem à formação da superfície de rotura depende da rugosidade das superfícies de betão que definem a fenda. Esta rugosidade é influenciada pela máxima dimensão do agregado [4], [24], [113]. A recomendação do MC2010 [3] em considerar o valor de  $d_g$  igual a zero resulta da suposição de que a superfície de rotura é menos rugosa em lajes com BER, o que não é o caso dos ensaios realizados neste trabalho.



**Figura 4.23** – Comparação entre o critério de rotura do MC2010 e os resultados experimentais.

A rugosidade da superfície de rotura do betão utilizado nos modelos ensaiados no âmbito deste trabalho foi medida nas metades de provetes cilíndricos resultantes do ensaio de compressão diametral. Foi utilizado um equipamento laser de medição de deslocamentos com uma resolução de 0,05 mm. Para cada metade de cilindro foi feito o levantamento do perfil longitudinal da rugosidade em 5 alinhamentos espaçados de 25 mm. A Figura 4.24 mostra a superfície de rotura de uma metade de cilindro em betão convencional e BER após o ensaio de compressão diametral, onde a localização dos perfis longitudinais considerados estão assinalados com linha a traço interrompido.



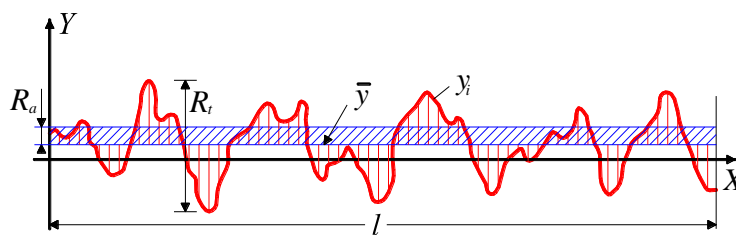
(a) Betão convencional

(b) Betão de elevada resistência

**Figura 4.24** – Provetes de cilindros em (a) betão convencional e (b) betão de elevada resistência.

Os parâmetros usualmente utilizados para caracterizar uma superfície em termos de rugosidade são a altura total do perfil de rugosidade ( $R_t$ ) e a rugosidade média ( $R_a$ ) que representa o desvio médio do perfil à linha média ( $\bar{y}$ ), de acordo com o esquematizado na Figura 4.25, e pode ser calculado pela expressão (4.6). Os valores médios obtidos para  $R_t$  e  $R_a$  foram 9,31 mm e

2,02 mm para o BER, enquanto no betão convencional foram de 7,19 mm e 0,86 mm, respetivamente. Os valores apresentados para os parâmetros que caracterizam a rugosidade mostram que a superfície de rotura do BER usado na fabricação dos modelos ensaiados é ligeiramente mais rugoso do que o betão convencional usado no modelo de referência, SNSC4. Desta forma, a justificação apresentada pelo MC2010 [3] para considerar o valor de  $d_g$  igual a zero no caso de BER parece não se verificar. As conclusões apresentadas são válidas para o tipo de agregados selecionados para a produção do BER usado nesta campanha experimental, podendo porventura não se verificarem para todos os BER, nomeadamente os produzidos com agregados com menor resistência do que o basalto.



**Figura 4.25** – Definição esquemática dos parâmetros  $R_t$  e  $R_a$  de uma superfície.

$$R_a = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |y_i - \bar{y}| \quad (4.6)$$

Em que:

- $n$  é o número total de pontos de medição ao longo do comprimento  $l$ ;
- $y_i$  é o valor do desvio do perfil da superfície para a linha média, num ponto  $i$ .

#### 4.8 COMENTÁRIOS FINAIS

Neste Capítulo foram apresentados os ensaios experimentais em modelos de laje fungiforme produzidos em BER com resistência à compressão na ordem de 130 MPa. Foram ensaiados três modelos em BER com diferentes percentagens de armadura longitudinal superior e um em betão normal que serve como modelo de referência.

A utilização de BER levou ao aumento da capacidade de carga em cerca de 42% e o aumento da armadura longitudinal de 0,94% para 1,48% levou ao aumento da resistência ao punçoamento em aproximadamente 13%. A utilização de BER originou o aumento da rigidez dos modelos. O deslocamento na rotura do modelo SNSC4 é muito superior ao deslocamento observado no modelo SHSC2 para o mesmo nível de carga. Os modelos em BER apresentaram um

comportamento na rotura por punçoamento mais frágil, tendo, no entanto, atingido maiores deformações por flexão devido às deformações das armaduras longitudinais.

Os valores da resistência ao punçoamento calculados pelo MC2010 [3] considerando o valor real de  $d_g$  são mais próximos dos experimentais do que considerando o valor de  $d_g$  nulo, conforme recomendado pela referida norma. A rugosidade média medida na superfície de rotura de metades de provetes cilíndricos resultantes de ensaios de compressão diametral foi ligeiramente superior no BER do que no betão convencional.

Todas as normas consideradas apresentam uma tendência potencial para sobrestimar a resistência ao punçoamento com o incremento da resistência à compressão do betão, sendo este efeito mais evidente no caso do ACI 318-14 [2]. Ressalva-se o facto das expressões apresentadas nas normas terem um âmbito de aplicação limitado a valores máximos de resistência à compressão do betão definidos em cada uma das normas e alguns dos modelos considerados no estudo serem em betão com resistência fora do âmbito de aplicação destas. O ACI 318-14 [2] é o que apresenta valores com maior dispersão de resultados.

Em relação ao percentil 5% da relação entre os valores previstos pelas normas e os obtidos nos ensaios, o EC2 [1] e o ACI 318-14 [2] apresentam valores inferiores a 1,0, o que significa que estão ligeiramente contra a segurança. Pelo MC2010 [3] o percentil 5% é, em ambos os cenários de cálculo, conservativo.



## CAPÍTULO 5

### **PUNÇOAMENTO CENTRADO EM LAJES COM UTILIZAÇÃO RACIONAL DE BETÃO DE ELEVADA RESISTÊNCIA**

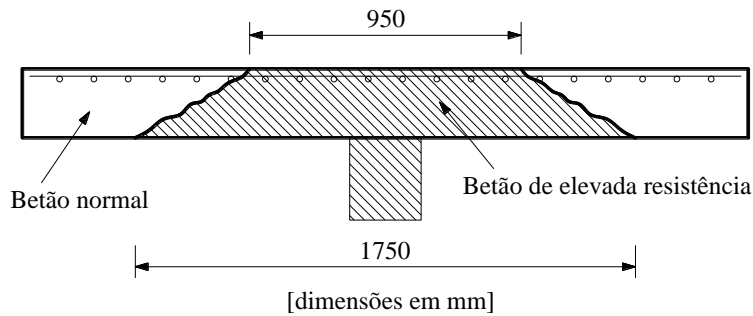
#### **5.1 INTRODUÇÃO**

Os ensaios experimentais apresentados no Capítulo 4 mostraram que a utilização de betão de elevada resistência (BER) em lajes fungiformes melhora o seu comportamento ao punçoamento. A capacidade de carga dos modelos produzidos em BER foi 42% superior ao valor obtido no modelo de referência, produzido com um betão convencional. Além do incremento da resistência ao punçoamento, o BER levou ao aumento da rigidez dos modelos, registando-se para o mesmo nível de carga aplicada, deslocamentos muito inferiores no modelo em que foi usado BER, quando comparados com os valores análogos do modelo em betão convencional.

Apesar da produção de BER não requerer necessariamente a utilização de materiais ou de técnicas de fabrico especiais, a sua produção está associada à seleção de materiais com características específicas e requer alguns procedimentos particulares, o que inevitavelmente leva a que este material de características melhoradas tenha um custo de produção significativamente maior do que o do betão convencional. Por este motivo faz sentido que se procure uma forma de utilização parcial de BER de maneira a usufruir das suas características na zona ou zonas da estrutura onde são mais importantes, minimizando a quantidade de material e constituindo assim uma solução técnica e economicamente mais vantajosa.

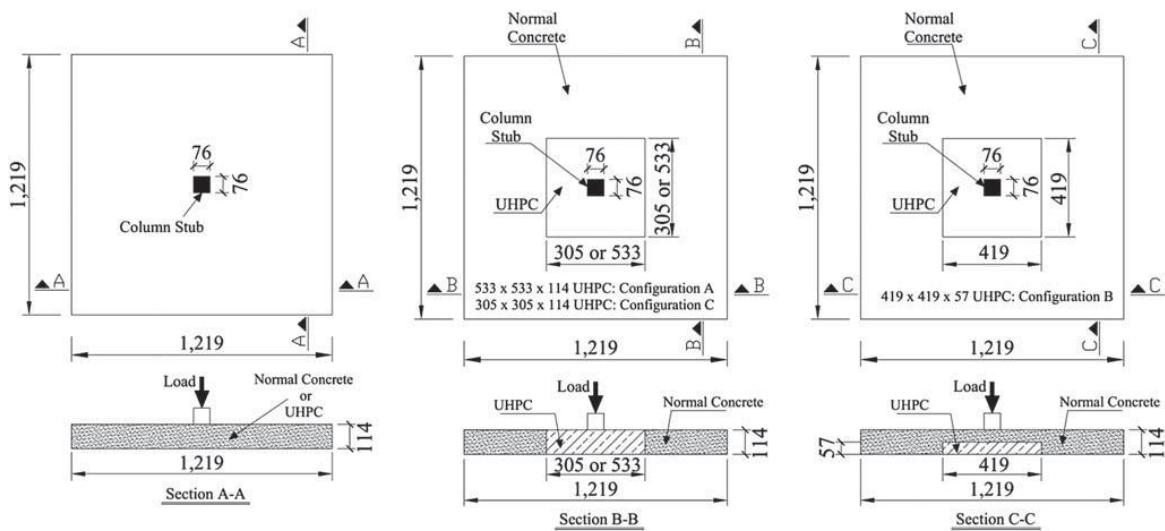
O número de trabalhos na literatura com o objetivo de estudar o comportamento ao punçoamento de lajes fungiformes com utilização parcial de betões com características melhoradas é muito reduzido. Hallgren [16] ensaiou um modelo em que utilizou BER na zona localizada sobre o pilar e betão normal na parte remanescente, de acordo com a Figura 5.1. O

resultado experimental da laje com utilização parcial de BER foi comparado com os resultados de lajes fabricadas totalmente em BER, tendo sido observado um comportamento semelhante. A capacidade de carga foi idêntica à dos modelos análogos totalmente em BER e cerca de 60% superior à dos modelos em betão de resistência normal. A utilização parcial de BER levou no entanto a maiores deformações em comparação com os modelos produzidos apenas com BER.



**Figura 5.1** - Esquema da secção transversal do modelo com utilização parcial de BER (adaptado de [16]).

Zohrevand *et al.* [114] ensaiaram dez modelos de laje fungiforme para estudar a utilização parcial de betão de desempenho muito elevado (UHPC), com valores de resistência à compressão a variar entre 129 MPa e 151 MPa e a resistência à tração a variar entre 6 e 10 MPa. As variáveis foram a percentagem de armadura longitudinal, a área de utilização de UHPC e a espessura da camada de UHPC, tendo sido ensaiados modelos com UHPC somente junto à face tracionada. Foram ensaiados dois modelos em betão de resistência normal, dois modelos em UHPC e seis modelos com utilização parcial de UHPC. A geometria dos modelos com utilização parcial de UHPC é apresentada na Figura 5.2.



**Figura 5.2** – Geometria dos modelos ensaiados por Zohrevand *et al.* [114].

Os resultados experimentais obtidos mostraram que a utilização de uma camada de UHPC na face tracionada e com espessura igual a metade da espessura da laje resultou num aumento pouco significativo da capacidade de carga ao punçoamento. Comparando com os modelos de referência, o aumento da carga de rotura conseguido com a utilização parcial de UHPC foi de 4% e 11%, nos modelos com 0,6% e 1,8% de armadura longitudinal, respetivamente. No entanto, os modelos com a utilização de UHPC na zona da aplicação da carga e em toda a espessura da laje registaram um acréscimo da capacidade de carga até 71% e 65%, no caso dos modelos com 1,8% e 0,6% de armadura longitudinal superior, respetivamente.

Bastien-Masse e Brühwiler [115] ensaiaram 6 modelos de laje fungiforme para estudar uma técnica de reforço com utilização parcial de betão de desempenho muito elevado com adição de fibras de aço (UHPFRC). A resistência à tração do betão utilizado variou entre 7,5 e 13,3 MPa. Na face tracionada dos modelos foi adicionada uma camada de UHPFRC com espessuras de 25 mm e 50 mm. A Figura 5.3 mostra a geometria dos modelos e os pontos de aplicação das cargas.

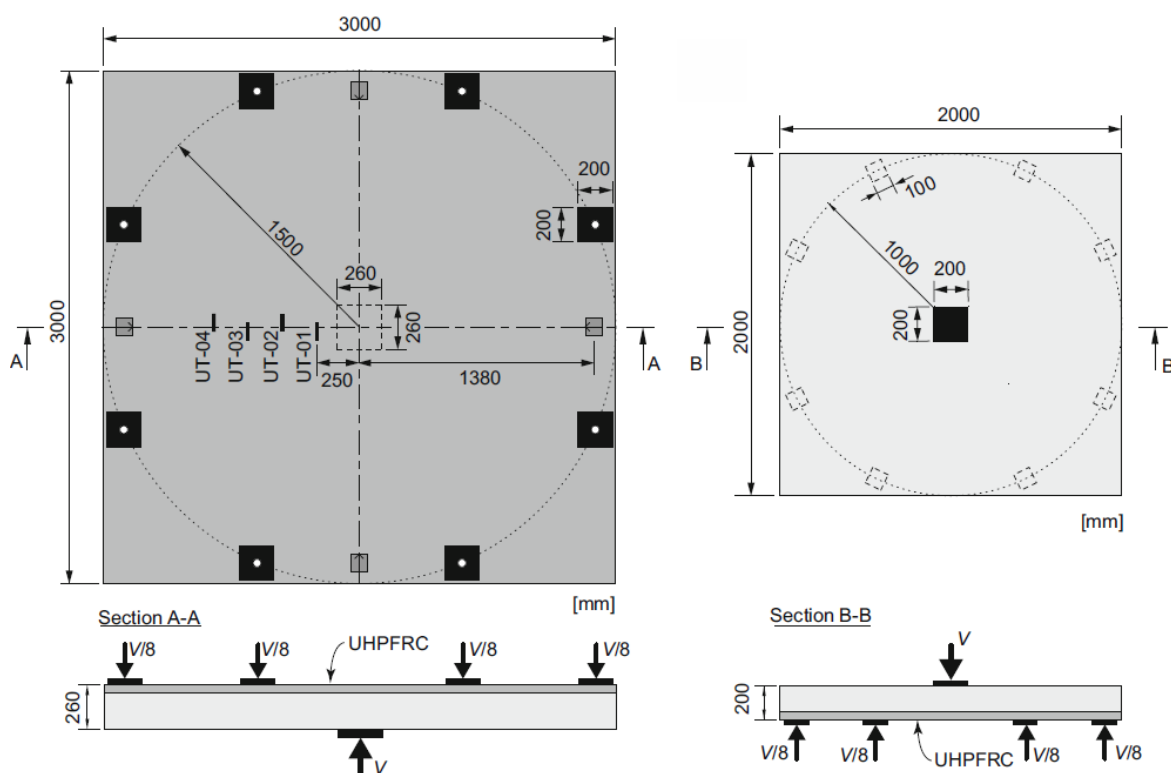


Figura 5.3 – Esquema dos modelos ensaiados por Bastien-Masse e Brühwiler [115].

A colocação de uma camada de UHPFRC de 25 mm e 50 mm na face tracionada levou ao incremento da capacidade de carga de rotura em 31% e 75%, respetivamente, em comparação aos valores normalizados de modelos com características idênticas, totalmente em betão normal.

Estudos anteriores realizados pela equipa de investigação em que este trabalho se insere [116], revelaram que alterando-se de forma independente as propriedades do betão, a resistência à compressão tinha um papel determinante na resistência ao punçoamento. Desta forma, foi pensada uma solução em que o uso do BER se limitasse à zona em que as compressões são mais elevadas, ou seja, junto ao pilar e à face inferior da laje.

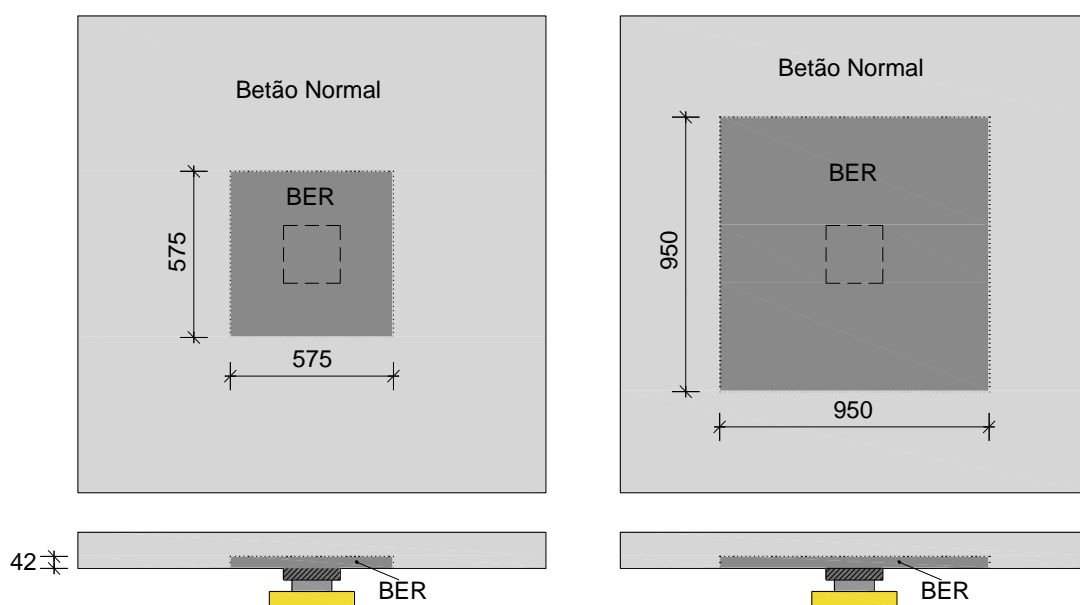
Neste Capítulo são apresentados e analisados os resultados de uma campanha experimental realizada para o estudo da utilização parcial de BER. São também analisados os resultados de um estudo paramétrico realizado com recurso a um programa de modelação numérica não linear.

## 5.2 DESCRIÇÃO DOS MODELOS EXPERIMENTAIS

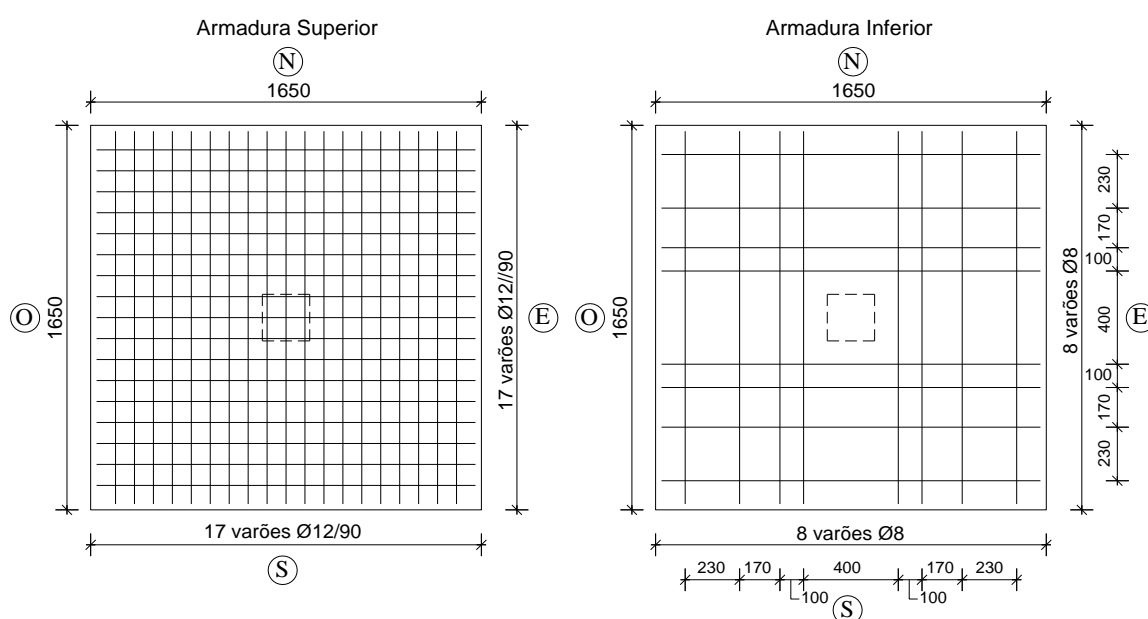
A geometria dos modelos utilizados para estudar a utilização parcial de BER foi igual à dos modelos totalmente em BER apresentados no Capítulo 4. Foram ensaiados cinco painéis quadrados de laje fungiforme com 1650 mm de lado e 125 mm de espessura que pretendiam simular a zona de laje junto ao pilar, delimitada pela linha de momentos nulos, de acordo com a Figura 4.1. Em quatro destes modelos foi utilizado BER na zona junto ao pilar e um foi totalmente fabricado com betão de resistência normal para, juntamente com o modelo SNSC4, servirem de comparação.

Nos modelos com utilização parcial de BER, a zona em BER era quadrada, com espessura igual a um terço da espessura das lajes e com diferentes geometrias em planta. Em duas lajes foi utilizada uma camada de BER com dimensões em planta iguais a uma vez e meia a espessura da laje para cada lado do pilar. Nas outras duas foi adotada uma camada de BER com maiores dimensões em planta, correspondendo a três vezes a espessura da laje para cada lado do pilar. A Figura 5.4 apresenta as duas geometrias utilizadas da zona com utilização de BER. O Quadro 5.1 apresenta as dimensões da zona em BER adotada para cada laje.

A armadura longitudinal adotada foi igual à do modelo totalmente em BER com percentagem intermédia de armadura. A Figura 5.5 apresenta as armaduras longitudinais superior e inferior. O recobrimento da armadura superior foi de 12 mm. A altura útil da armadura longitudinal superior foi registada antes da betonagem e o seu valor médio é apresentado no Quadro 5.1. A armadura superior orientada na direção E-O é a que tem maior altura útil. A cura dos modelos apresentados neste Capítulo foi realizada da mesma forma que a cura dos modelos apresentados no Capítulo 4, descrita detalhadamente na secção 4.2.



**Figura 5.4** – Geometria dos modelos com utilização parcial de BER.



**Figura 5.5** – Esquema das armaduras longitudinais (dimensões em mm).

Os modelos com utilização parcial de BER foram produzidos em diversas fases. Inicialmente foi colocada a armadura longitudinal inferior e instalada uma rede hexagonal galvanizada que serviu de molde ao BER a colocar na zona central dos modelos (Figura 5.6 (a)). Na Figura 5.6 (b) é ilustrada a colocação e vibração do BER. Após a betonagem com BER procedeu-se à colocação da armadura longitudinal superior e à medição da sua altura útil (Figura 5.7 (a)). Finalmente foi realizada a betonagem da zona remanescente do molde com betão normal (Figura 5.7 (b)).

**Quadro 5.1** – Altura útil média e percentagem geométrica dos modelos ensaiados.

Modelo	Geometria da zona em BER (mm)	d (mm)	$\rho$ (%)
SHSC5	950x950x42	100,6	1,25
SNSC6	-	100,2	1,25
SHSC7	575x575x42	100,0	1,26
SHSC8	575x575x42	100,8	1,25
SHSC9	950x950x42	100,9	1,25

d – altura útil média da armadura superior;  $\rho$  – percentagem geométrica média da armadura longitudinal superior.



**Figura 5.6** – Rede hexagonal usada como molde da zona em BER (a) e betonagem localizada de BER (b).



**Figura 5.7** – Vista geral após betonagem da zona em BER (a) e durante a betonagem com betão normal (b).

### 5.3 SISTEMA DE ENSAIO, MATERIAIS E INSTRUMENTAÇÃO

O sistema de ensaio utilizado nas lajes apresentadas neste Capítulo foi o usado nos ensaios dos modelos totalmente em BER, apresentado na Figura 4.5 do Capítulo 4. A Figura 5.8 mostra a

vista inferior de um modelo com utilização parcial de BER colocado sobre o macaco hidráulico que aplicou a carga durante o ensaio.

O BER utilizado nas lajes apresentadas neste Capítulo é idêntico ao descrito na secção 3.7. As composições dos betões utilizados são apresentadas no Quadro 5.2.



**Figura 5.8** – Vista inferior do modelo SHSC7 sobre o macaco hidráulico.

**Quadro 5.2** – Composições dos betões utilizados (kg/m<sup>3</sup>).

	BER	Betão Normal		
		SHSC5	SNSC6 e SHSC7	SHSC8 e SHSC9
Cimento	500 CEM I 52,5R	450 CEM II/B-L 32,5 N	280 CEM II/B-L 32,5 N	320 CEM II/B-L 32,5 N
Sílica de fumo	50	-	-	-
Brita basalto (10/16)	249	-	-	-
Brita basalto (8/12,5)	839	-	-	-
Brita calcário (6/12,5)	-	871	880	906
Areia (0/4)	489	655	597	626
Areia (0/2)	245	117	311	286
Superplastificante	8,43	-	-	-
Água	139,1	208,2	163,4	184,3

Nos modelos com utilização parcial de BER foram moldados provetes para caracterização dos dois betões. Com o BER foram produzidos nove provetes cilíndricos com 300 mm de altura e 150 mm de diâmetro e 6 provetes cúbicos de 100 mm de aresta para caraterização do BER. A utilização de provetes cúbicos com 100 mm de aresta, em vez dos tradicionais provetes com 150 mm de aresta, justifica-se por limitações na capacidade de carga da prensa para ensaiar à compressão os cubos com 150 mm de aresta. Para caracterização do betão normal foram produzidos nove provetes cilíndricos com 300 mm de altura e 150 mm de diâmetro e seis provetes cúbicos de 150 mm de lado.

Os ensaios à compressão dos provetes foram realizados de acordo com a NP EN 12390-3 [103] e a resistência à tração por compressão diametral foi obtida por ensaio de cilindros de acordo com a NP EN 12390-6 [104]. O módulo de elasticidade dos betões foi determinado através de ensaios de compressão em cilindros, de acordo com a especificação E-397 do LNEC [105]. Os cilindros, com exceção dos utilizados para o ensaio de tração por compressão diametral, foram sujeitos à preparação das bases, garantindo que ficam planas e perpendiculares ao eixo do cilindro.

Todos os ensaios de caracterização do betão foram realizados no mesmo dia do ensaio do modelo respetivo. A caracterização do aço das armaduras longitudinais foi feita através de ensaios de tração a três provetes por cada tipo de varão utilizado, de acordo com a EN 10002-1 [106] (Figura 4.7 (c)). Os resultados obtidos nos ensaios de caracterização dos materiais são apresentados no Quadro 5.3.

**Quadro 5.3** – Propriedades mecânicas dos betões utilizados (MPa).

Modelo		$f_c$	$f_{cc}$	$f_{cc,100}$	$f_{ct,sp}$	$E_c (x10^3)$
SHSC5	BER	118,5	-	118,4	8,0	53,1
	Betão Normal	58,0	58,8	-	4,0	40,2
SNSC6	BER	-	-	-	-	-
	Betão Normal	23,0	25,1	-	2,5	31,5
SHSC7	BER	127,3	-	132,1	7,2	53,0
	Betão Normal	24,7	24,3	-	2,6	34,0
SHSC8	BER	125,2	-	124,0	7,5	53,8
	Betão Normal	38,9	36,0	-	3,1	35,7
SHSC9	BER	125,8	-	125,9	7,9	52,5
	Betão Normal	39,1	37,2	-	2,8	37,2

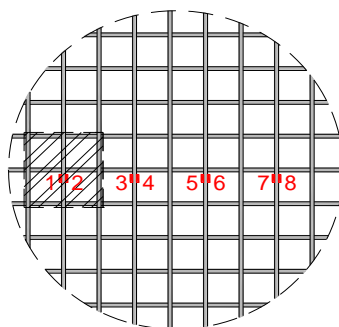
$f_c$  - valor médio da tensão de rotura do betão à compressão em cilindros 150x300 mm;  $f_{cc}$  - valor médio da tensão de rotura do betão à compressão em cubos 150x150x150 mm;  $f_{cc,100}$  - valor médio da tensão de rotura do betão à compressão em cubos 100x100x100 mm;  $f_{ct,sp}$  - valor médio da tensão de rotura à tração do betão determinada através do ensaio de compressão diametral em cilindros 150x300 mm;  $E_c$  - módulo de elasticidade do betão.

**Quadro 5.4** – Propriedades mecânicas do aço das armaduras longitudinais (MPa).

Modelo	Armadura Superior		Armadura Inferior	
	$f_y$	$f_t$	$f_y$	$f_t$
SHSC5	523,4	671,4		
SNSC6	523,4	671,4		
SHSC7	523,4	671,4	549,7	697,3
SHSC8	532,3	642,6		
SHSC9	532,3	642,6		

$f_y$  - tensão de cedência à tração do aço;  $f_t$  - tensão de rotura à tração do aço.

A monitorização dos deslocamentos verticais, da força aplicada e das extensões na armadura longitudinal superior foi realizada da mesma forma que nos modelos apresentados no capítulo anterior. A distribuição dos oito extensómetros eléctricos na armadura longitudinal superior foi realizada de acordo com o esquema da Figura 5.9.



**Figura 5.9** – Posição dos extensómetros na armadura longitudinal superior dos modelos.

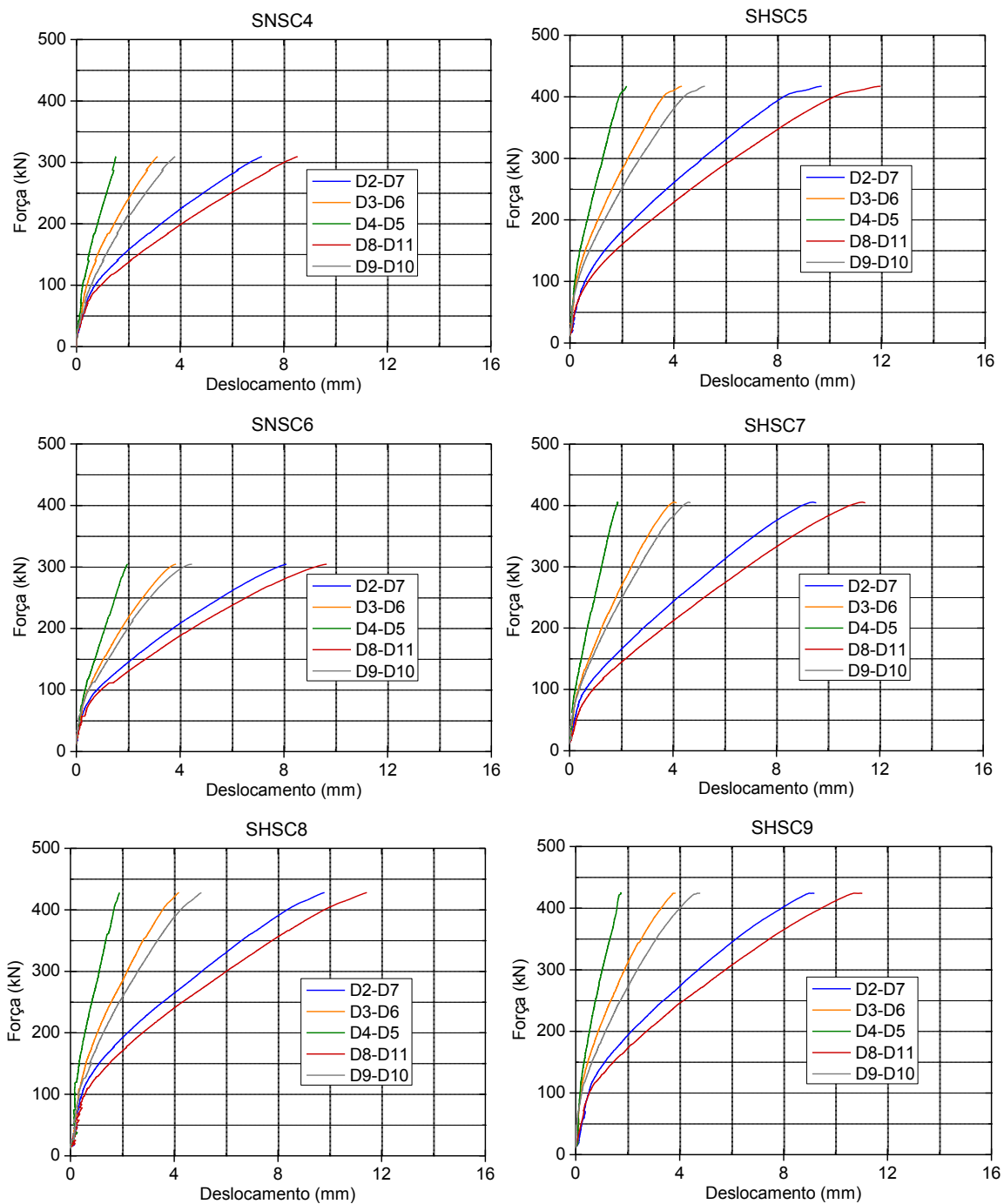
## 5.4 ANÁLISE DOS RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Nesta secção são apresentados os resultados dos ensaios experimentais dos modelos com utilização parcial de BER. Os deslocamentos verticais, a extensão da armadura longitudinal superior, a capacidade de carga, o modo de rotura e a inclinação da superfície de rotura são analisados e comparados com os modelos produzidos exclusivamente em betão convencional. A análise destes resultados irá permitir avaliar o desempenho ao punçoamento da solução apresentada de lajes fungiformes com utilização parcial de BER.

As cargas referidas ao longo desta secção correspondem à soma das forças medidas nas células de carga utilizadas no sistema de ensaio, do peso próprio dos elementos do sistema de ensaio e de monitorização colocados sobre a laje e do peso próprio da laje. O valor inicial de força apresentado nos vários gráficos corresponde ao peso próprio do sistema de ensaio e da laje, perfazendo um total de 12,8 kN.

### 5.4.1 Deslocamentos verticais

Na Figura 5.10 são apresentados diagramas com a evolução dos deslocamentos verticais relativos ao centro dos modelos em função da força aplicada. Para além dos modelos com utilização parcial de BER são apresentados os gráficos força-deslocamento para os modelos de comparação SNSC4 e SNSC6. A deformação dos modelos foi monitorizada através de 11 defletómetros eléctricos posicionados na face superior dos modelos, de acordo com a Figura 4.9 (a). Em cada direcção foi calculado o valor médio do deslocamento de cada par de defletómetros colocados à mesma distância do centro da laje.



**Figura 5.10** – Evolução dos deslocamentos verticais com o carregamento dos modelos 4 a 9.

À semelhança do comportamento observado nos modelos apresentados no capítulo anterior, a deformação medida na direção Norte-Sul é ligeiramente superior aos valores observados na direção E-O, devido à menor rigidez fendilhada das lajes na direção Norte-Sul, em consequência da armadura superior com menor altura útil estar orientada nessa direção. O Quadro 5.5 apresenta para as lajes abordadas neste Capítulo a rigidez fendilhada ( $k_f$ ), a deformada para a carga de rotura ( $\Delta_{iu}$ ), a carga de rotura ( $V_{exp}$ ) e a energia de deformação ( $U$ ), que corresponde à área do diagrama

força-deslocamento. São ainda apresentados os valores correspondentes ao modelo SHSC2, fabricado totalmente em BER, para servir de comparação.

O comportamento força-deslocamento é em geral semelhante em todos os modelos. Em todos os modelos são identificáveis as três fases distintas do comportamento referidas na secção 4.6.1.

Comparando os dois modelos produzidos inteiramente em betão normal, SNSC4 e SNSC6, verifica-se que a carga para a qual se inicia a fendilhação é ligeiramente inferior no modelo SNSC6. Além disso, o modelo SNSC6 apresenta um comportamento pós-fendilhação com menor rigidez e ligeiramente maior energia de deformação. As diferenças referidas no comportamento dos modelos de referência justificam-se pela maior resistência do betão usado no SNSC4. O efeito da variação da resistência à compressão do betão normal usado nos modelos com utilização parcial de BER pode ser analisado comparando a evolução dos gráficos carga-deslocamento e os parâmetros apresentados no Quadro 5.5 para os pares de modelos SHSC5-SHSC9 e SHSC7-SHSC8. Em termos de rigidez fendilhada não se verificam diferenças assinaláveis, mas quanto à energia de deformação, nos modelos em que o betão normal é mais resistente observa-se uma tendência para apresentarem uma quantidade ligeiramente superior de energia de deformação.

**Quadro 5.5** – Rigidez fendilhada, deformação na rotura e energia de deformação dos modelos.

Parâmetro	Modelo						
	SHSC2	SNSC4	SHSC5	SNSC6	SHC7	SHSC8	SHSC9
$k_f$ (kN/mm)	32,2	29,1	31,2	26,9	31,2	30,7	32,6
$\Delta_u$ (mm)	10,9	8,5	12,0	9,6	11,4	11,4	11,0
$V_{exp}$ (kN)	439	310	417	305	405	428	424
U (kN·mm)	3389	1695	3317	1938	2936	3202	3093

$k_f$  – rigidez fendilhada da laje;  $\Delta_u$  - deformada correspondente à carga de rotura da laje;  $V_{exp}$  - carga de rotura da laje; U – energia de deformação.

Comparando os resultados dos modelos SHSC8 e SHSC9, que apenas diferem na quantidade de BER utilizado, verifica-se que o modelo com maior volume de BER (SHSC9) apresenta um comportamento um pouco mais rígido na fase fendilhada. No entanto, o modelo SHSC9 apresentou uma energia de deformação ligeiramente inferior.

Os modelos com utilização parcial de BER apresentaram um aumento da rigidez fendilhada, em comparação com os modelos SNSC4 e SNSC6. A energia de deformação foi muito aumentada com a utilização racional de BER. No modelo SHSC7 verificou-se um aumento de 51%, em comparação com o modelo SNSC6, e nos modelos SHSC8 e SHSC9 registou-se um aumento médio de 86% em relação ao modelo de referência SNSC4. Os modelos com utilização parcial de

BER apresentam valores de rigidez fendilhada e de energia de deformação idênticos aos obtidos no modelo SHSC2, totalmente em BER.

A posição deformada para alguns níveis de carga é apresentada nas Figuras 5.11, 5.12 e 5.13, para ambas as direções.

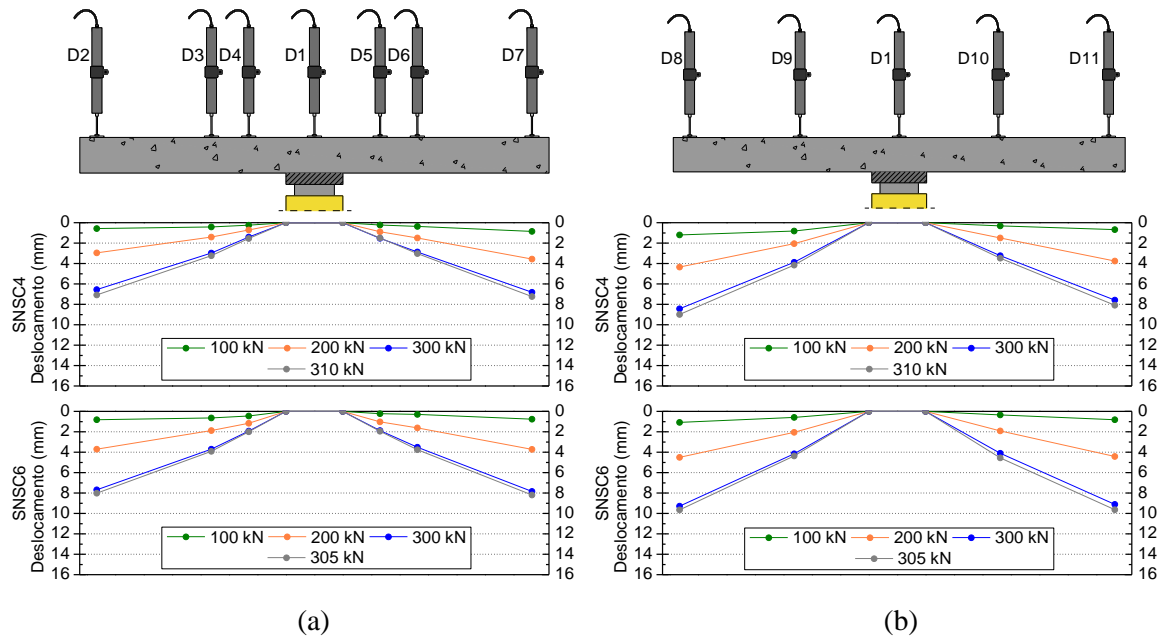


Figura 5.11 – Deformada para alguns patamares de carga dos modelos sem utilização de BER, nas direções Este-Oeste (a) e Norte-Sul (b).

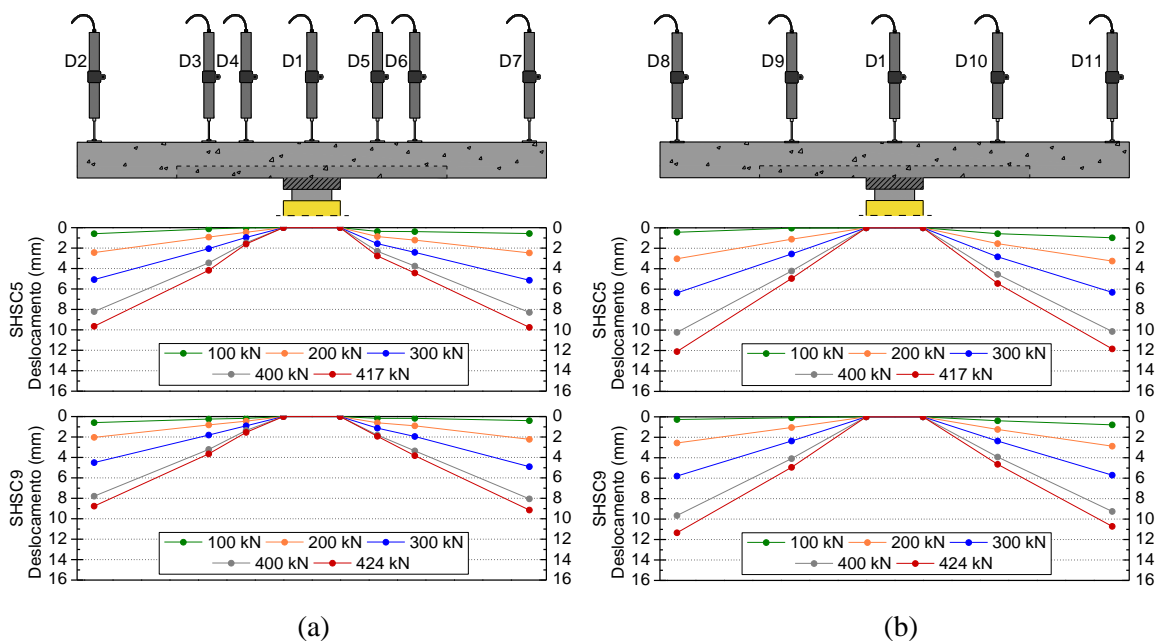
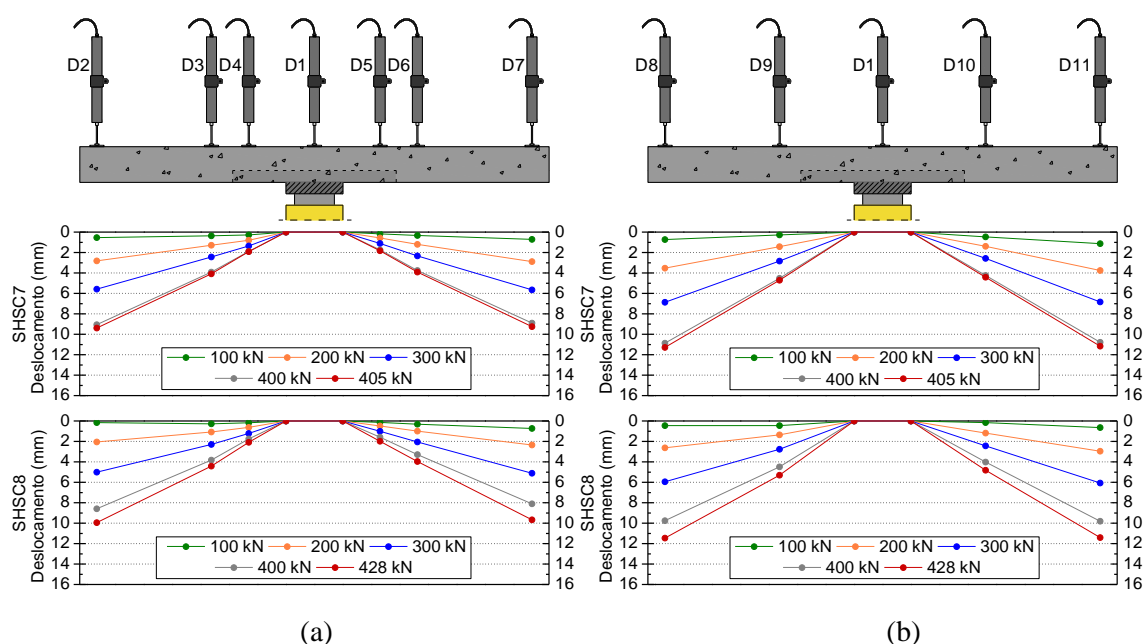


Figura 5.12 – Deformada para alguns patamares de carga dos modelos SHSC5 e SHSC9, nas direções Este-Oeste (a) e Norte-Sul (b).



**Figura 5.13** – Deformada para alguns patamares de carga dos modelos SHSC7 e SHSC8, nas direções Este-Oeste (a) e Norte-Sul (b).

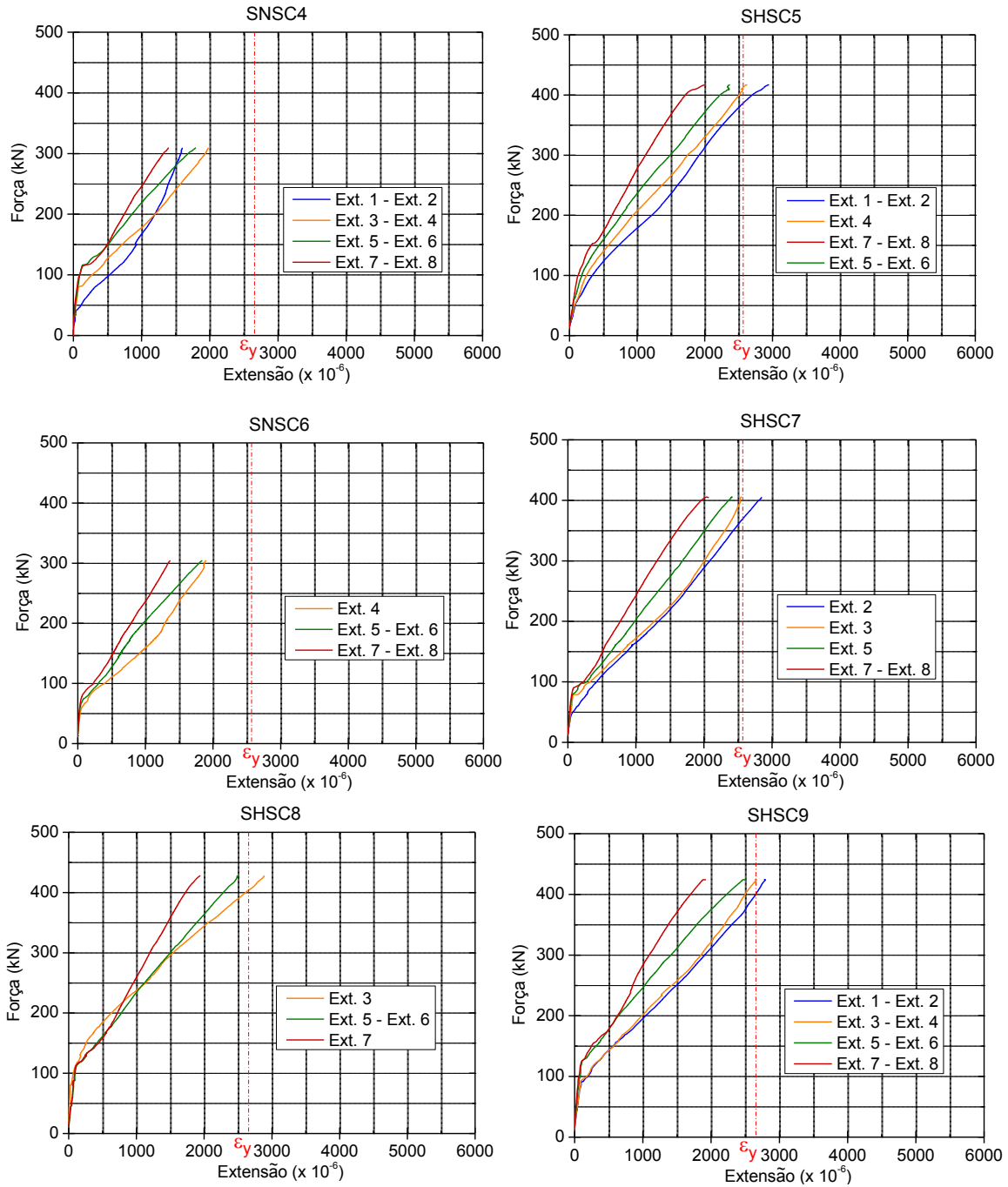
A deformada de todos os modelos apresenta uma configuração similar entre si, caracterizando-se pela sua linearidade e pela elevada rotação junto à periferia da área carregada. A utilização parcial de BER e a alteração da geometria da sua aplicação não originou alterações evidentes, para além da maior deformação atingida.

#### 5.4.2 Extensão das armaduras longitudinais

A extensão de alguns varões da armadura longitudinal superior foi monitorizada através da utilização de oito extensómetros eléctricos. Os extensómetros foram colados em pares, na armadura orientada na direção de maior altura útil (E-O), de acordo com o posicionamento esquematizado na Figura 5.9.

Foram elaborados gráficos com a evolução da extensão nos varões instrumentados em função da carga vertical aplicada nas lajes, que são apresentados na Figura 5.14. O valor inicial do carregamento corresponde ao peso próprio dos modelos e de todo o sistema de ensaio e de monitorização colocado sobre os modelos. Os valores de extensão apresentados correspondem à média dos valores medidos no par de extensómetros colados em cada secção de varão instrumentado. Alguns extensómetros avariaram e nesse caso usou-se o valor registado apenas no extensómetro funcional. Na Figura 5.15 são apresentados diagramas com a distribuição transversal de extensões para alguns patamares de carga.

Nos gráficos apresentados nas Figura 5.14 e Figura 5.15 foi marcada uma linha a traço interrompido para identificar os valores correspondentes à extensão de cedência das armaduras de cada modelo.



**Figura 5.14** – Evolução da extensão na armadura superior dos modelos de referência e dos modelos com utilização parcial de BER.

No Quadro 5.6 são apresentados os valores da força aplicada na laje ( $V_y$ ) e do deslocamento ( $\Delta_y$ ) no momento em que se verifica a entrada em cedência do primeiro varão. O valor de  $\Delta_y$  do

modelo SHSC8 corresponde à cedência do segundo varão instrumentado mais próximo do centro porque os extensômetros do varão mais próximo do centro avariaram. É ainda apresentada a ductilidade dos modelos, calculada como a relação  $\Delta_u / \Delta_y$ . Nos modelos SNSC4 e SNSC6 não se verificou a cedência de nenhum varão pelo que não foi possível calcular os parâmetros do referido quadro.

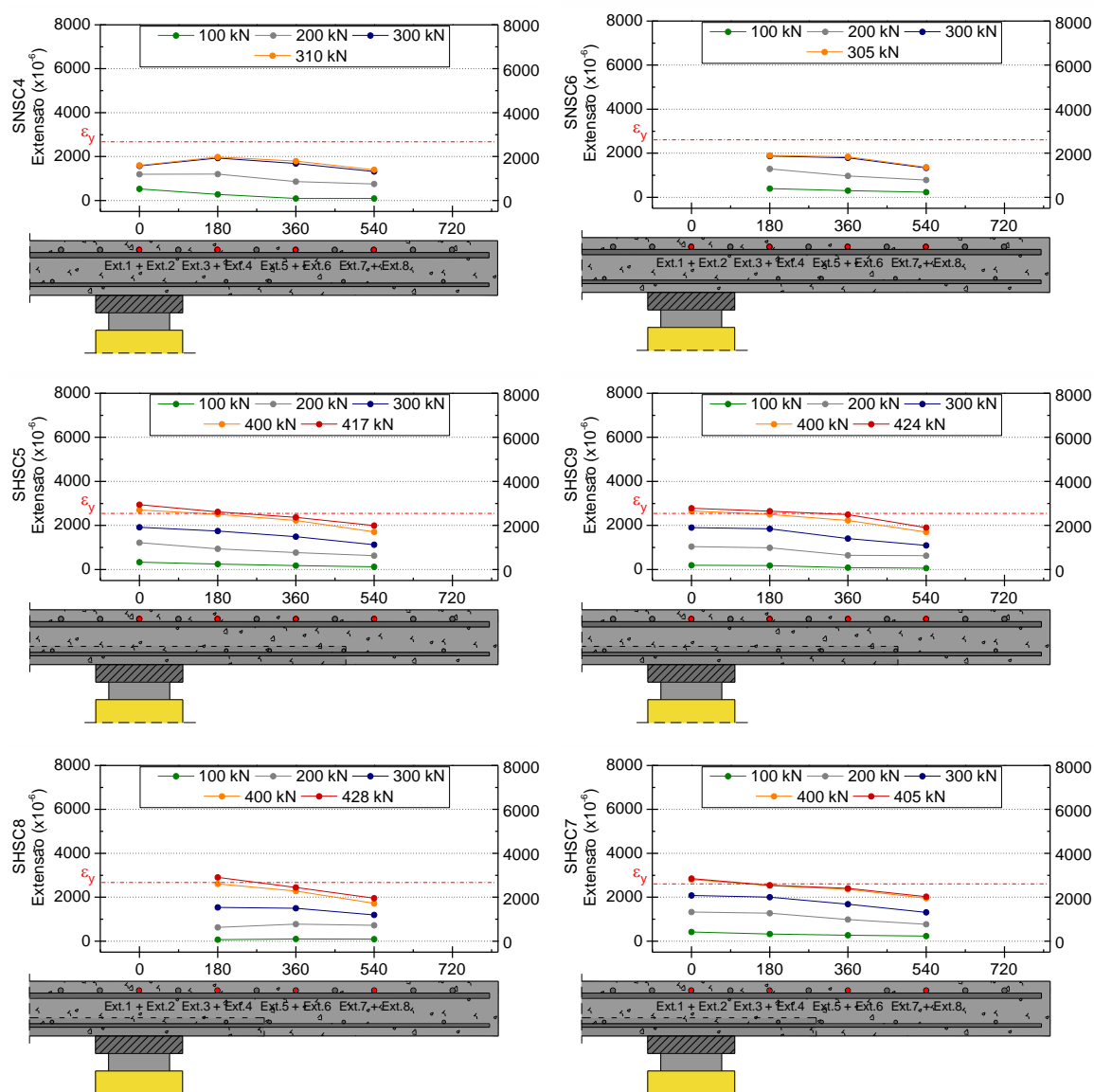


Figura 5.15 – Distribuição transversal da extensão nos modelos de referência e nos modelos com utilização parcial de BER.

Nos diagramas da evolução da extensão são visíveis as três fases distintas da resposta dos modelos: comportamento em regime elástico e linear, fase de transição em que surgem fendas de flexão e se verifica uma perda de rigidez e fase de resposta em regime fendilhado. Nestes diagramas, o incremento de extensão provocado pela transferência de forças do betão tracionado

para as armaduras, não é tão elevado como nos modelos totalmente em BER, pois a resistência à tração do betão na zona das armaduras é muito inferior.

**Quadro 5.6** – Deformação e carga correspondente à cedência das armaduras e ductilidade.

Parâmetro	Modelo				
	SHSC2	SHSC5	SHSC7	SHSC8	SHSC9
$\Delta_y$ (mm)	6,7	9,8	9,7	10,0*	9,5
$V_y$ (kN)	357	392	376	404*	402
Ductilidade ( $\Delta_u/\Delta_y$ )	1,64	1,22	1,18	1,14	1,16

$\Delta_y$  – deformada para a carga correspondente à cedência do primeiro varão;  $V_y$  - carga correspondente à cedência do primeiro varão; \* valor correspondente à cedência do segundo varão instrumentado mais próximo do centro (Ext. 3).

Nos modelos de referência, SNSC4 e SNSC6, produzidos em betão convencional nenhum varão atingiu a extensão de cedência. Comparando a evolução das extensões nos modelos de referência observa-se que no modelo SNSC6 o início da fendilhação ocorre para uma carga ligeiramente inferior, o que é justificado pela menor resistência do betão.

Em todos os modelos com utilização racional de BER verificou-se a entrada em cedência dos dois varões instrumentados mais próximos do centro dos modelos. No caso do modelo SHSC8 não foi possível obter as extensões no varão do centro do modelo devido a avaria dos extensómetros durante o ensaio, no entanto, admitindo a distribuição de extensões observada nos restantes modelos, conclui-se que este varão muito provavelmente atingiu a cedência.

A distribuição transversal da extensão da armadura longitudinal superior das lajes com utilização parcial de BER segue o comportamento observado nas lajes produzidas totalmente em betão convencional e em BER. Os varões mais próximos do centro dos modelos são os que apresentam maior valor de extensão, decrescendo esta à medida que o afastamento dos varões à área carregada aumenta.

Os modelos com utilização parcial de BER apresentam valores de ductilidade idênticos entre si, mas ligeiramente inferiores ao valor obtido para o modelo idêntico totalmente em BER. As cargas para as quais se verificou a cedência do primeiro varão são ligeiramente superiores à do modelo SHSC2.

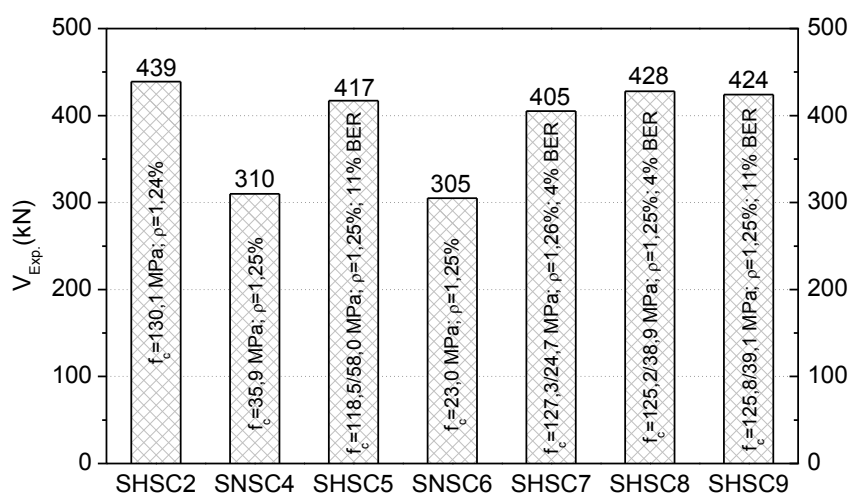
### 5.4.3 Capacidade de carga e comportamento na rotura

A Figura 5.16 mostra graficamente a carga de rotura dos vários modelos com utilização parcial de BER, dos modelos produzidos totalmente em betão normal e ainda do modelo idêntico totalmente em BER. Para facilitar a interpretação dos resultados, no gráfico de barras foi adicionada informação acerca das características de cada modelo, tais como a resistência à

compressão dos betões utilizados no seu fabrico e a percentagem de BER utilizado, no caso dos modelos com utilização parcial de BER.

Todos os modelos atingiram rotura por punção. Na Figura 5.17 são apresentadas fotografias da face superior do modelo SNSC6 imediatamente antes da rotura e da face inferior do modelo SHSC7 após atingir a carga a rotura.

Os resultados obtidos nos ensaios experimentais mostram que a utilização parcial de BER na zona do pilar conduziu ao aumento significativo da capacidade resistente ao punção dos modelos de laje fungiforme utilizados, com o incremento da capacidade de carga a atingir os 38%, em relação ao modelo produzido integralmente em betão convencional. Comparando os modelos com utilização parcial de BER com o modelo SHSC2, totalmente em BER, verifica-se um decréscimo médio da carga de rotura de 5% nos modelos com utilização parcial de BER.

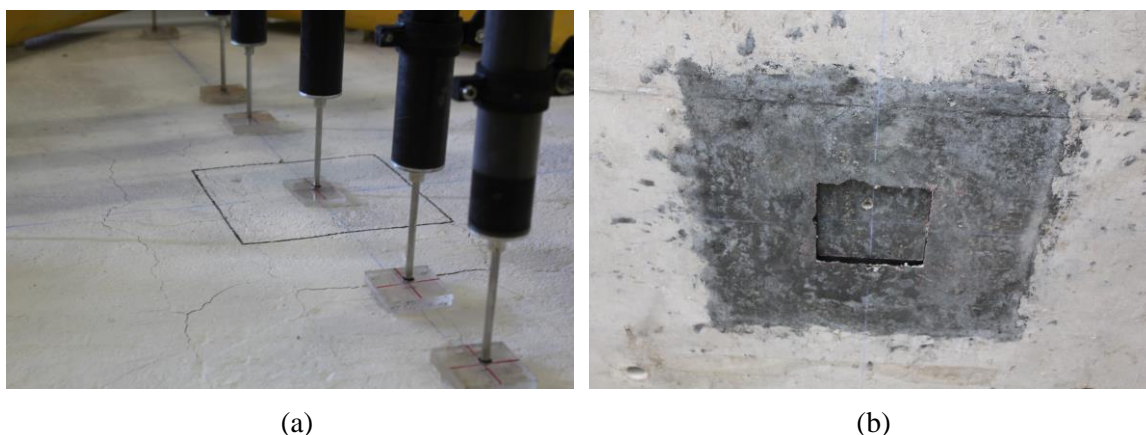


**Figura 5.16** – Carga de rotura dos modelos com utilização parcial de BER e dos modelos de referência.

Nos modelos com o betão convencional de resistência mais baixa (SNSC6 e SHSC7) foi registado o aumento da capacidade resistente em cerca de 33% com a utilização parcial de BER. No entanto, nos modelos similares onde foi utilizado betão convencional com resistência mais elevada (SNSC4 e SHSC8) verificou-se um aumento da carga de rotura em 38%. A qualidade do betão convencional utilizado na face tracionada dos modelos com utilização parcial de BER influenciou ligeiramente o desempenho das lajes ao punção. A capacidade de carga do modelo SHSC8, com utilização de um volume de 4% de BER, foi inferior em apenas 2,5% à do modelo SHSC2, totalmente em BER e apresentado em detalhe no Capítulo 4.

Quanto ao efeito da variação da geometria em planta da zona em BER, observa-se que os modelos SHSC8 e SHSC9 apresentaram comportamentos muito próximos, com o modelo com maior volume de BER a atingir a rotura para uma carga aplicada ligeiramente inferior (1%). Esta

diferença do valor da carga de rotura dos modelos referidos não é significativa, e pode ser justificada em parte pela dispersão associada à realização de ensaios laboratoriais desta natureza.



**Figura 5.17** – (a) Vista superior do modelo SNSC6 antes da rotura; (b) vista inferior do modelo SHSC7 após a rotura.

A comparação dos resultados dos modelos SHSC5 e SHSC9 evidenciam a importância da resistência à compressão do betão na face comprimida para o aumento da resistência das lajes ao punçamento. Apesar da resistência à compressão do betão convencional do modelo SHSC5 ser cerca de 48% superior à do modelo SHSC9, a sua carga de rotura foi inferior à do modelo SHSC9, condicionada pela utilização de BER com resistência à compressão ligeiramente inferior.

A Figura 5.18 mostra a face superior do modelo SHSC8 durante o ensaio, imediatamente antes e após a rotura. A Figura 5.19 mostra a face superior dos modelos com utilização racional de BER e dos modelos de referência, onde pode ser observado o padrão de fendilhação após a rotura.



**Figura 5.18** – Modelo SHSC8: (a) vista superior imediatamente antes da rotura; (b) vista superior após a rotura.

Durante o ensaio dos vários modelos foi observado um padrão de fendilhação similar, com as primeiras fendas a serem tangenciais e a surgirem junto às faces da zona carregada, desenvolvendo-se posteriormente fendas radiais junto ao contorno da zona carregada. Para valores de carga aplicada elevados surgiram fendas tangenciais ao contorno da área carregada que originaram a superfície de rotura por punçoamento.

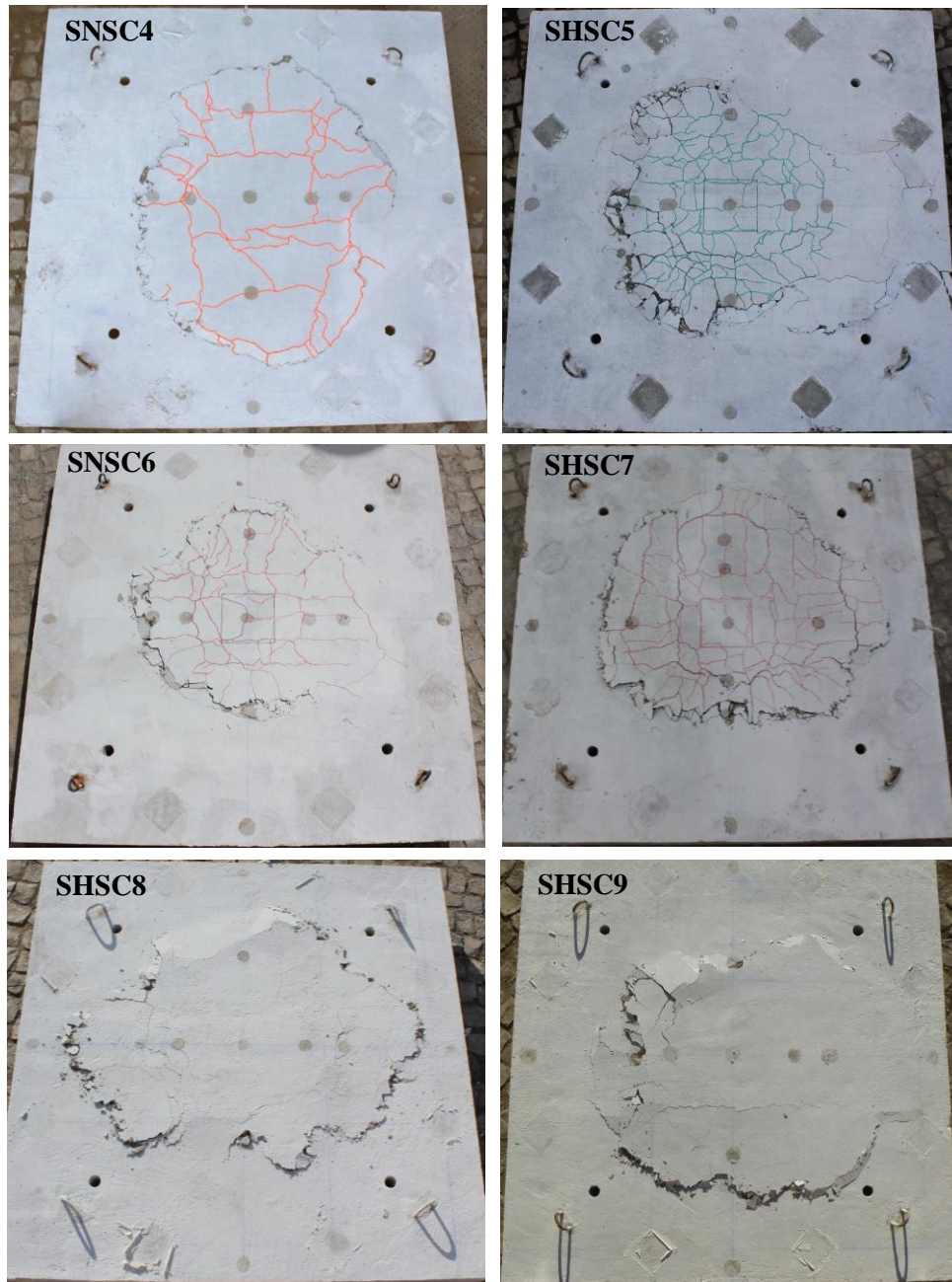


Figura 5.19 – Vista superior dos modelos 4 a 9 depois de ensaiados.

#### 5.4.4 Superfície de rotura

Após o ensaio dos modelos procedeu-se ao seu corte nas duas direções perpendiculares, conforme esquematizado na Figura 4.19. Para evitar que os cortes coincidissem com o varão colocado no centro dos modelos este foi realizado ligeiramente desviado do centro. Na Figura 5.20 são apresentadas fotografias da superfície de rotura do modelo SHSC8 onde se pode verificar a integridade da ligação entre o BER e o betão convencional utilizado.



**Figura 5.20** – Vista pormenorizada da superfície de rotura do modelo SHSC8.

Após o corte do modelo SHSC5, procedeu-se à demolição do betão em forma de tronco de pirâmide invertida que se formou no momento da rotura por punçoamento e a Figura 5.21 mostra a superfície de rotura em detalhe. Não se observam, por inspeção visual, alterações significativas na rugosidade ou inclinação das superfícies de rotura na transição entre o BER e o betão convencional.

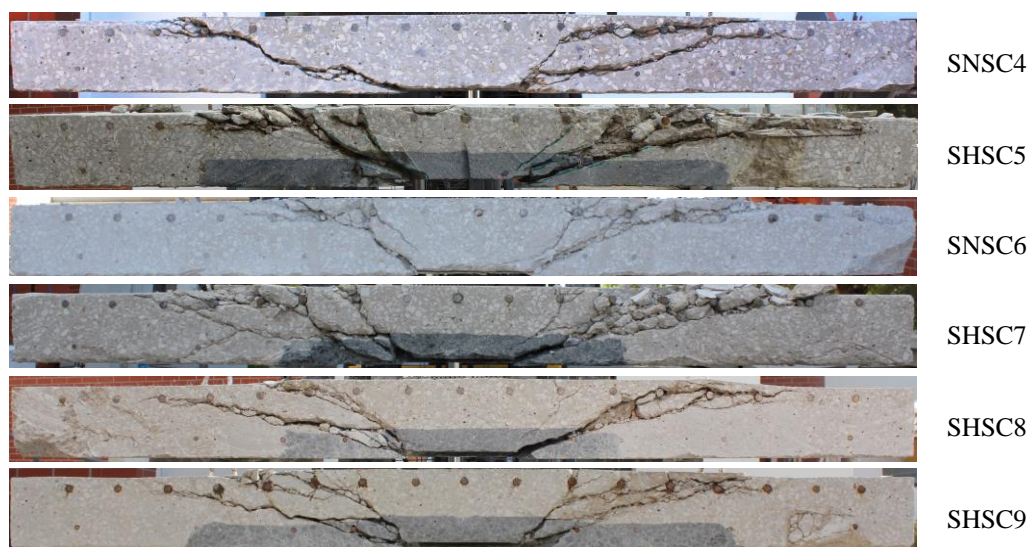


**Figura 5.21** – Detalhes da superfície de rotura do modelo SHSC5.

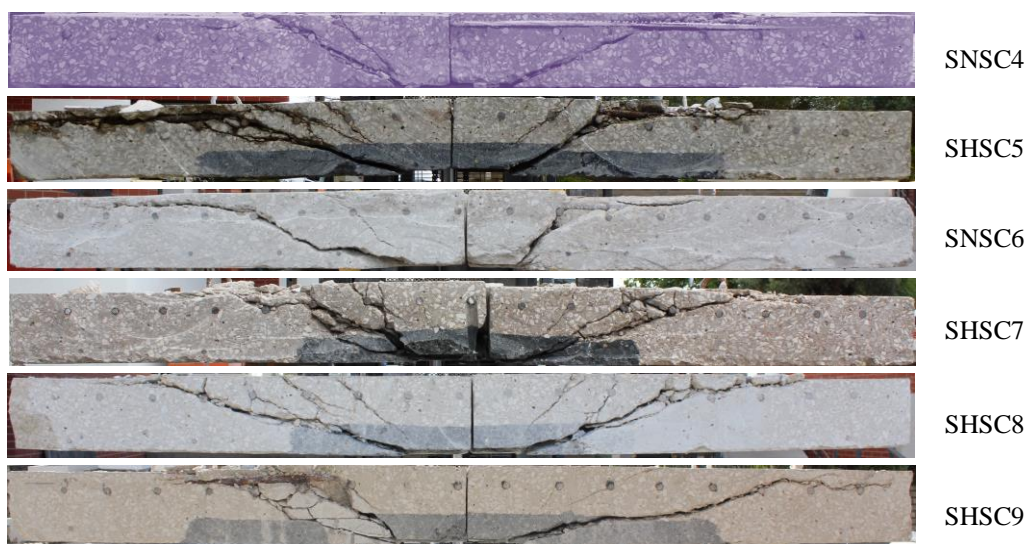
As Figuras 5.22 e 5.23 mostram a vista em corte dos modelos nas direções Norte-Sul e Este-Oeste, respetivamente. Foi realizada a medição da inclinação das superfícies de rotura com o plano da laje e os resultados médios são apresentados no Quadro 5.7.

**Quadro 5.7** – Inclinação média da superfície de rotura dos modelos de referência e com utilização racional de BER.

Modelo	SHSC2	SNSC4	SHSC5	SNSC6	SHSC7	SHSC8	SHSC8
$\alpha_{\text{médio}} (^{\circ})$	41°	25°	25°	32°	23°	23°	23°



**Figura 5.22** - Vista da superfície de rotura dos modelos na direção Norte-Sul.



**Figura 5.23** - Vista da superfície de rotura dos modelos na direção Este-Oeste.

A inclinação média da superfície de rotura dos modelos com utilização parcial de BER é da mesma ordem de grandeza dos valores obtidos nos modelos de referência, os quais foram produzidos totalmente em betão convencional. A inclinação média da superfície de rotura do modelo SHSC2, produzido totalmente em BER e com a mesma percentagem geométrica de armadura longitudinal superior, cujos resultados são apresentados no Capítulo 4, foi de 41°, substancialmente superior à inclinação registada nos modelos com utilização racional de BER. Neste aspeto, o modelo SHSC2 foi também uma exceção em relação aos outros apresentados no Capítulo 4.

## 5.5 MODELAÇÃO NUMÉRICA

A realização de ensaios experimentais requer muitas vezes um conjunto de condições que os tornam dispendiosos e morosos. Os resultados obtidos limitam-se aos pontos monitorizados e o número de pontos monitorizados está geralmente relacionado com o custo de produção do modelo. A modelação numérica, ao contrário dos ensaios em laboratório, permite fazer variar diversos parâmetros, conseguindo-se perceber os efeitos destes nos resultados, o que só se consegue em laboratório se forem realizadas grandes campanhas experimentais. Apesar dos resultados experimentais darem resultados reais, estes estão limitados a casos particulares, tais como as dimensões, a geometria e as condições de fronteira e de carregamento, ao contrário da análise numérica onde é fácil e económico variar estes parâmetros.

A simulação numérica é hoje em dia uma importante ferramenta da engenharia civil, sendo usada no dimensionamento de estruturas mais complexas, no diagnóstico de patologias estruturais e na investigação. No entanto, a fiabilidade dos resultados obtidos com a simulação computacional está muito dependente da correta modelação das leis constitutivas dos materiais. Estas foram desenvolvidas com base em resultados de ensaios experimentais e podem não ser capazes de simular o comportamento real, visto muitas vezes serem em número reduzido e em elementos que não reproduzem o campo de tensões e extensões que surgem em estruturas reais. Deste modo, os resultados obtidos através de modelação numérica devem ser calibrados com os resultados de ensaios em elementos de tamanho comparável ao dos elementos reais.

Pretende-se comparar os resultados obtidos nos ensaios experimentais apresentados com utilização parcial de BER com os resultados de uma análise não linear usando o programa ATENA 3D [117] (*Advanced Tool for Engineering Analysis*) desenvolvido pela *Cervenka Consulting Ltd.* Utilizando os modelos experimentais para calibrar o modelo numérico, será apresentado um estudo paramétrico com a variação de parâmetros que não foram realizados nos ensaios.

### 5.5.1 PROGRAMA DE CÁLCULO ATENA 3D

O ATENA 3D foi desenvolvido para a análise tridimensional não linear de estruturas de betão armado, sendo capaz de simular o comportamento de elementos com e sem armaduras. Pode ser usado fundamentalmente como ferramenta de investigação para análise e extrapolação de resultados obtidos experimentalmente. A fiabilidade do programa de cálculo foi demonstrada através da comparação de resultados com os obtidos em ensaios experimentais ([118]–[123]).

Nas secções seguintes apresenta-se uma breve descrição dos modelos considerados no ATENA 3D.

#### 5.5.1.1 Modelação do betão

##### 5.5.1.1.1 Modelos de fendilhação

O modelo de fratura implementado no ATENA 3D baseia-se na formulação clássica da distribuição contínua de fendas (*smearred crack model*) combinado com o método da banda fendilhada (*crack band method*). No modelo de distribuição contínua de fendas, a zona da rotura é distribuída numa determinada largura do elemento finito,  $h$ , assumindo-se um valor de extensão constante na referida largura de banda, conforme esquematizado na Figura 5.24 ([124], [125]). Neste tipo de abordagem as fendas são modeladas alterando as relações constitutivas na sua vizinhança. Este modelo apresenta as vantagens de reduzir o esforço computacional e de admitir as microfendas distribuídas e sinuosas no volume do material, em vez de retas e concentradas. No entanto, a qualidade dos resultados obtidos depende da dimensão da malha dos elementos finitos [126]. No modelo da distribuição contínua de fendas podem ser definidos ainda dois modelos de fendilhação: modelo fixo e modelo rotativo, no que diz respeito ao ângulo considerado para a fenda.

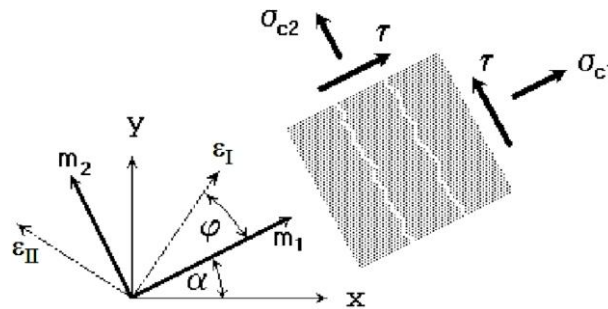


**Figura 5.24** – Distribuição discreta e contínua da fendilhação (adaptado de [125]).

No ATENA 3D a definição entre os dois modelos de fendilhação referidos faz-se através da introdução de um coeficiente que representa a relação entre o modelo fixo e o rotativo. O coeficiente de 1 representa o modelo de fendilhação com ângulo da fenda fixo. Para outros valores do coeficiente, a fendilhação inicia o processo seguindo a abordagem de fendilhação

rotativo e quando se atinge o valor correspondente ao produto da tensão de resistência à tração do betão com o coeficiente definido, o processo de fendilhação passa a ser regido pelo modelo de fendilhação fixo e a direção da fenda mantém-se a partir daí.

No modelo de fendilhação fixo a direção das fendas é dada pela direção das tensões principais no momento em que se inicia o processo de fendilhação. Pode haver aumento de carga e de deformação, mas a direção permanece fixa e representa o eixo do material ortotrópico. Os eixos das tensões e extensões principais coincidem antes de ocorrer a fendilhação, admitindo-se um comportamento isotrópico do material. Após a fendilhação do material este passa a um estado ortotrópico. O eixo normal à direção da fenda corresponde ao eixo no qual o comportamento é mais fraco ( $m_1$  na Figura 5.25) e o ortogonal corresponde à direção em que o material tem um comportamento mais forte ( $m_2$  na Figura 5.25).



**Figura 5.25** – Estado de tensão e deformação do modelo de fendilhação fixo (adaptado de [124]).

Em geral, os eixos de extensão principal ( $\epsilon_I$  e  $\epsilon_{II}$ ) rodam e não coincidem com os eixos de ortotropia  $m_1$  e  $m_2$  (Figura 5.25). Assim, são introduzidas nas faces da fenda tensões de corte ( $\tau$ ). As componentes de tensão  $\sigma_{c1}$  e  $\sigma_{c2}$  representadas na Figura 5.25 correspondem respetivamente, às tensões na direção perpendicular e paralela ao plano da fenda e não são às tensões principais, devido à existência de tensões de corte.

No modelo de fendilhação rotativo a direção das tensões principais coincidem com a direção das extensões principais do elemento finito. Este modelo não admite a formação de tensões de corte na face da fenda e as tensões principais são as únicas tensões que têm de ser definidas, de acordo com a Figura 5.26.

Se os eixos principais de deformação rodam com o incremento da solicitação, a orientação das fendas vai mudando também. De acordo com Červenka *et al.* [124], o ATENA 3D garante a coincidência dos eixos principais das extensões principais com os eixos de ortotropia do material, calculando o módulo de corte tangente ( $G_t$ ) de acordo com a expressão (5.1).

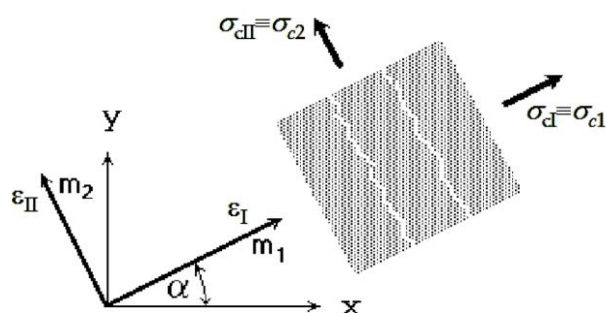


Figura 5.26 - Estado de tensão e deformação do modelo de fendilhação rotativo (adaptado de [124]).

$$G_t = \frac{\sigma_{cI} - \sigma_{cII}}{2(\varepsilon_I - \varepsilon_{II})} \quad (5.1)$$

Em que:

- $\sigma_{cI}$  e  $\sigma_{cII}$  são as tensões segundo os eixos principais;
- $\varepsilon_{cI}$  e  $\varepsilon_{cII}$  são as extensões segundo os eixos principais.

#### 5.5.1.1.2 Relações tensão-extensão

O comportamento não linear do betão num estado de tensão biaxial é definido pela tensão efetiva ( $\sigma_c^{ef}$ ) e pela extensão uniaxial equivalente ( $\varepsilon^{eq}$ ). A tensão efetiva é, na maioria dos casos, a tensão principal. A introdução de uma extensão uniaxial equivalente ( $\varepsilon^{eq}$ ) permitiu que a relação tensão-deformação fosse reduzida a um estado biaxial de tensões sem o efeito de Poisson. A extensão uniaxial equivalente ( $\varepsilon^{eq}$ ) pode ser definida como a extensão produzida pela tensão  $\sigma_{ci}$  num ensaio de compressão uniaxial com módulo de elasticidade  $E_{ci}$  associado à direção  $i$ , segundo a equação (5.2). O diagrama uniaxial equivalente tensão-extensão é apresentado na Figura 5.27 [124].

$$\varepsilon^{eq} = \frac{\sigma_{ci}}{E_{ci}} \quad (5.2)$$

O comportamento na descarga, quer seja em tração quer seja em compressão, é descrito através de uma função linear que vai desde o ponto onde se iniciou a descarga até à origem. Desta forma, a relação entre a tensão ( $\sigma_c^{ef}$ ) e a extensão ( $\varepsilon^{eq}$ ) não é única e depende exclusivamente do historial de carregamento do elemento sob tensão. Quando um elemento é carregado novamente, este toma o comportamento idêntico da descarga até atingir o diagrama, onde o material retoma o comportamento definido no diagrama uniaxial tensão-extensão. Os valores de tensão de pico em

compressão ( $f_c^{ef}$ ) e em tração ( $f_t^{ef}$ ) são calculados de acordo com o estado de tensão biaxial pelo que a lei uniaxial equivalente tensão-extensão reflete o estado biaxial de tensão.

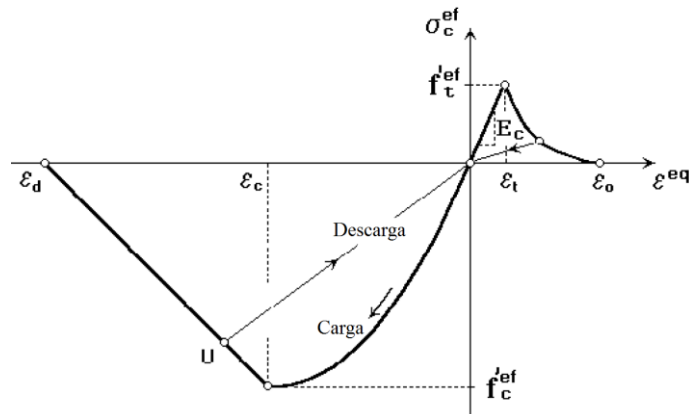


Figura 5.27 – Diagrama uniaxial equivalente tensão-extensão (adaptado de [124]).

### 5.5.1.1.3 Comportamento em tração

O betão em tração apresenta dois comportamentos distintos em função do seu estado fendilhado ou não fendilhado. Antes da abertura das fendas o comportamento do betão é assumido como elástico e linear, com o valor do módulo de elasticidade idêntico ao do estado de compressão. Este estado termina quando a tensão de tração instalada no material atinge o valor da tensão efetiva resistente à tração do betão,  $f_t^{ef}$ , de acordo com a equação (5.3).

$$\sigma_c^{ef} = E_c \varepsilon^{eq}, \quad 0 \leq \sigma_c \leq f_t^{ef} \quad (5.3)$$

Quando se dá a fendilhação do betão em tração, o seu comportamento é simulado através de um modelo de fenda fictícia. Este modelo baseia-se numa lei tensão-abertura de fenda. Segundo Červenka *et al.* [124] esta formulação é adequada para modelar a propagação da fendilhação no betão. Uma das leis tensão-abertura de fendas implementadas no ATENA 3D é a que Hordijk [127] desenvolveu através de resultados experimentais (Figura 5.28). Esta lei depende da energia de fratura ( $G_F$ ) e da tensão efetiva de resistência à tração do betão ( $f_t^{ef}$ ) de acordo com a expressão (5.4).

$$\frac{\sigma}{f_t^{ef}} = \left\{ 1 + \left( c_1 \frac{w}{w_c} \right)^3 \right\} \exp \left( -c_2 \frac{w}{w_c} \right) - \frac{w}{w_c} (1 + c_1^3) \exp(c_2) \quad (5.4)$$

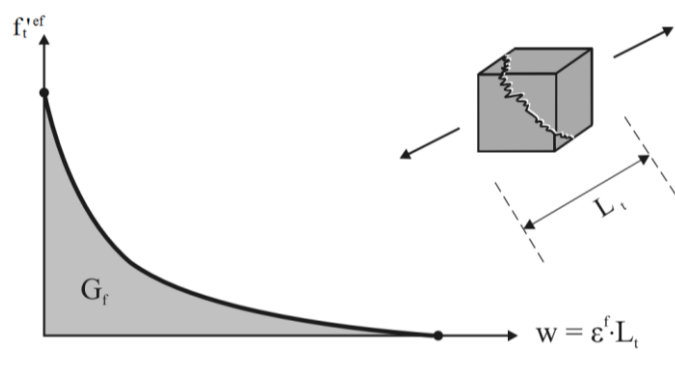
Em que:

-  $\sigma$  é a tensão normal;

- $w$  é a abertura de fenda;
- $c_1$  e  $c_2$  são constantes que tomam o valor de 3 e 6,39, respetivamente;
- $w_c$  é a abertura de fenda quando a tensão efetiva de resistência à tração é nula, calculada como:

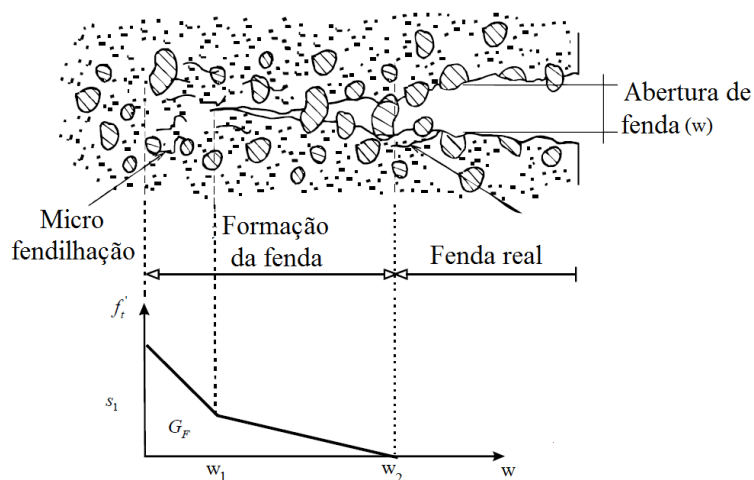
$$w_c = 5,14 \frac{G_F}{f_t^{ef}} \quad (5.5)$$

A energia de fratura do betão ( $G_F$ ) é definida como a quantidade de energia necessária para formar uma fissura com área unitária. Este parâmetro depende das características do betão, essencialmente da razão água/cimento, da máxima dimensão e tipo de agregado e da idade do betão [128].



**Figura 5.28** – Lei exponencial tensão-abertura de fenda, desenvolvida por Hordijk [127].

O processo de fendilhação do betão pode ser dividido em três estados: não fendilhado, formação da fenda e fendilhado, conforme esquematizado na Figura 5.29.

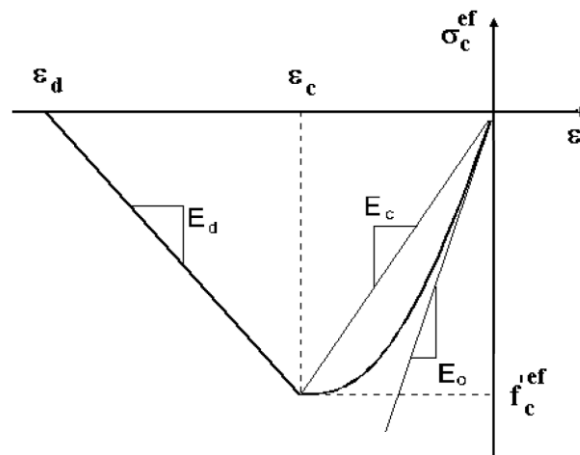


**Figura 5.29** – Processo de fendilhação do betão no diagrama tensão-abertura de fenda (adaptado de [129]).

O comportamento não fendilhado do betão verifica-se antes de atingir a tensão de resistência de tração do betão. Na segunda fase, inicia-se a fendilhação do material com a diminuição da resistência à tração com o aumento a abertura de fenda ( $w$ ). Nesta fase do desenvolvimento do processo de fendilhação é possível o fecho da fenda. Quando a tensão resistente à tração é nula é atingido o estado fendilhado, podendo aumentar a abertura de fenda embora esta tenha resistência nula [124].

#### 5.5.1.1.4 Comportamento em compressão

O ATENA 3D adotou a recomendação do Model Code 90 [23] para a fase ascendente da lei tensão-extensão do betão em compressão. Esta formulação permite a adoção de uma variada gama de funções, desde lineares a curvas e é adequada para betões normais e de elevada resistência. O diagrama tensão-extensão à compressão está representado na Figura 5.30 e a expressão (5.6) define o troço ascendente, pré-pico, do diagrama representado.



**Figura 5.30** – Diagrama tensão-extensão à compressão do betão adotado no ATENA (adaptado de [124]).

$$\sigma_c^{ef} = f_c^{ef} \frac{kx - x^2}{1 + (k-2)x}, x = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_c}, k = \frac{E_0}{E_c} \quad (5.6)$$

Em que:

- $\sigma_c^{ef}$  é a tensão à compressão do betão;
- $f_c^{ef}$  é a tensão efetiva de resistência à compressão do betão;
- $\varepsilon_c$  é a deformação na máxima tensão  $f_c^{ef}$ ;
- $E_0$  é o módulo de elasticidade inicial do betão;
- $E_c$  é o módulo de elasticidade secante para a máxima tensão  $f_c^{ef}$ .

Em virtude da abordagem assumida para o comportamento do material, os danos são considerados como distribuídos até atingir a valor de pico da tensão efetiva de resistência à compressão, após o qual os danos do betão passam a ser considerados localizados [124].

No comportamento em compressão pós-pico, a lei descendente definida pelo ATENA 3D é linear. Existem dois modelos que definem a diminuição da extensão sob compressão: um baseado na energia dissipada e outro na diminuição da extensão local. Červenka *et al.* [124] recomenda a utilização do primeiro modelo.

O modelo fictício de plano de compressão é baseado no pressuposto de que a rutura por compressão está situada num plano normal à direção da tensão principal de compressão. Além disso, as deformações pós-pico por compressão e a energia dissipada são localizadas nesse plano. É ainda assumido que as deformações por compressão são independentes da dimensão do elemento. Mier [130] validou estas hipóteses através de ensaios experimentais.

O ponto correspondente à tensão nula do troço descendente é definido por intermédio do deslocamento plástico ( $w_d$ ). O troço descendente do diagrama tensão-extensão representado na Figura 5.30 é definido pela tensão de pico correspondente à tensão efetiva de resistência à compressão máxima do betão e delimitado pela extensão limite por compressão do betão ( $\varepsilon_d$ ) correspondente à tensão nula. O valor de  $\varepsilon_d$  é calculado de acordo com a expressão (5.7).

$$\varepsilon_d = \varepsilon_c + \frac{w_d}{L_d} \quad (5.7)$$

O comprimento da banda em compressão ( $L_d$ ) é definido como a projeção das dimensões do elemento finito no plano paralelo ao da fenda. O valor de  $L'_d$  é o comprimento reduzido da banda em compressão calculado de acordo com as expressões (5.8) e (5.9).

$$L'_d = \gamma L_d \quad (5.8)$$

$$\gamma = 1 + (\gamma^{\max} - 1) \frac{\theta}{45}, \quad 0 \leq \theta \leq 45 \quad (5.9)$$

A expressão (5.9) é uma interpolação linear entre o fator  $\gamma=1$  verificado quando a fenda se propaga no plano paralelo ao dos lados do elemento finito e  $\gamma=\gamma^{\max}$ , para a direção inclinada a 45°. O ângulo  $\theta$  corresponde ao menor ângulo entre a direção normal ao plano da fendilhação com os lados do elemento finito. O valor recomendado para  $\gamma^{\max}$  é 1,5 [124]. A vantagem da formulação baseada no modelo do plano fictício de compressão é de se conseguir reduzir a dependência da geometria da malha de elementos finitos.

5.5.1.1.5 Rotura biaxial do betão

O comportamento biaxial do betão em compressão é descrito pela envolvente representada na Figura 5.31. O modelo apresentado considera os benefícios da compressão biaxial, levando ao ligeiro aumento da resistência em comparação com uma abordagem uniaxial. No estado compressão-compressão, a função de rutura é definida pela expressão (5.10).

$$f_c'^{ef} = \frac{1+3,65a}{(1+a)^2} f_c, a = \frac{\sigma_{cI}}{\sigma_{cII}} \quad (5.10)$$

Em que:

- $\sigma_{cI}$  e  $\sigma_{cII}$  são as tensões principais no betão;
- $f_c$  é a resistência à compressão do betão obtida no ensaio de compressão uniaxial de provetes cilíndricos.

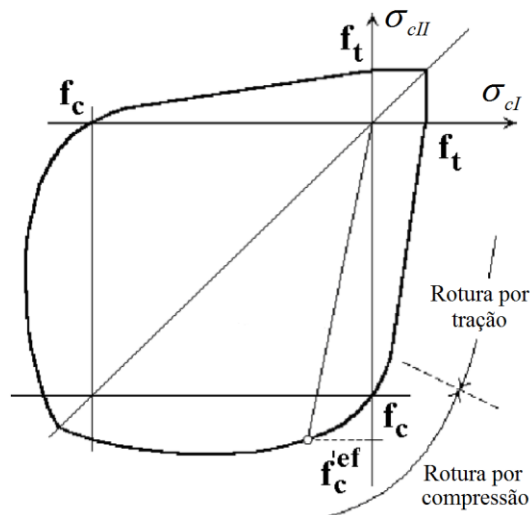


Figura 5.31 – Envolvente de rotura biaxial (adaptado de [124]).

No estado tração-compressão, o troço que define a envolvente de rotura biaxial é linear desde o ponto  $\sigma_{cI}=0$  até ao ponto  $\sigma_{cII}=f_c$ , com um decréscimo da resistência, definido pela expressão (5.11).

$$f_c'^{ef} = f_c \cdot r_{ec}, \quad r_{ec} = 1 + 5,3278 \frac{\sigma_{cI}}{f_c}, \quad 1,0 \geq r_{ec} \geq 0,9 \quad (5.11)$$

Em que:

- $r_{ec}$  é o fator de redução da resistência à compressão do betão na direção principal II devido à tensão de tração na direção principal I [124].

No estado tração-tração, a resistência é constante e igual à tensão uniaxial de rotura à tração  $f_t$ . No estado tração-compressão, a resistência à tração é dada pela expressão (5.12) sendo afetada por um fator de redução na direção principal I devido à presença de compressões na direção principal II. O fator de redução pode ser definido por uma função com decréscimo linear conforme apresentado na expressão (5.12) ou por uma função com decréscimo hiperbólico [124].

$$f_t^{ef} = f_t r_{et}, \quad r_{et} = 1 - 0,95 \frac{\sigma_{cII}}{f_c} \quad (5.12)$$

#### 5.5.1.1.6 Resistência à compressão do betão fendilhado

Após fendilhação, a resistência à compressão do betão é afetada. Para ter em conta o efeito da fendilhação é introduzido um fator de redução da resistência à compressão ( $r_c$ ) dado pela expressão (5.13) cujo diagrama é apresentado na Figura 5.32.

$$f_c^{ef} = f_c r_c, \quad r_c = c + (1 - c)e^{-(128\varepsilon)^2} \quad (5.13)$$

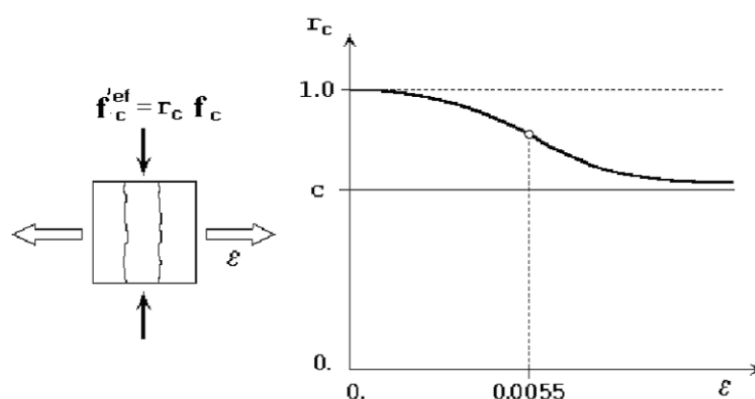


Figura 5.32 – Fator de redução da resistência à compressão do betão fendilhado (adaptado de [124]).

O valor da constante  $c$  representa o valor máximo do fator de redução. O fator de redução toma o valor unitário quando a extensão normal ao plano da fenda ( $\varepsilon$ ) é nula. O valor de  $c$  recomendado por Červenka *et al.* [124] é 0,80.

#### 5.5.1.2 Aço

As armaduras de aço que fazem parte do betão armado podem ser modeladas através de duas formas diferentes, considerando armadura distribuída ou discreta. A armadura distribuída é adicionada ao modelo como parte constituinte do material ou como uma camada de um material diferente. A armadura discreta é simulada com elementos unidimensionais e são adicionados

todos os elementos na posição correspondente, sendo definido o diâmetro de cada barra [117], [120]. Na Figura 5.33 são representados os dois modelos para simular as armaduras.

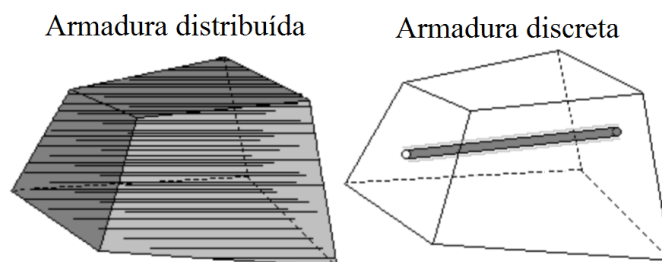


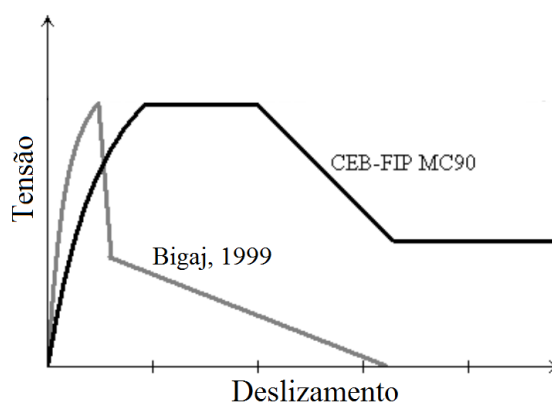
Figura 5.33 – Esquema dos modelos de armaduras (adaptado de [120]).

#### 5.5.1.2.1 Relações tensão-deformação do aço

O ATENA 3D tem implementado vários tipos de leis tensão-deformação. As leis disponíveis no programa de cálculo utilizado são a linear, a elasto-plástico perfeito, a bilinear com endurecimento e a multilinear. Enquanto na relação linear o módulo de elasticidade se mantém sempre constante, na bilinear esse parâmetro mantém-se constante apenas até atingir a tensão de cedência, a partir do qual se torna nulo. O modelo bilinear com endurecimento apresenta um comportamento semelhante ao bilinear mas com a particularidade de, após a cedência, o módulo de elasticidade passar para um valor mais reduzido até à rotura. O modelo multilinear é o adequado para quando se pretende criar um modelo que reproduza o comportamento obtido em ensaios do aço em laboratório.

#### 5.5.1.2.2 Modelos de aderência

Os modelos de aderência têm como objetivo simular o mecanismo de transferência de tensões das armaduras para o betão envolvente. O ATENA 3D permite a seleção de dois modelos que definem a relação entre a tensão de aderência atuante no varão e o escorregamento entre os dois materiais: o modelo preconizado pelo Model Code 90 [23] e o modelo desenvolvido em 1999 por Bigaj [131] (Figura 5.34). Estes modelos, pré-programados no ATENA 3D, têm em consideração fatores característicos dos materiais, tais como a resistência do betão à compressão, o diâmetro e o tipo das armaduras longitudinais. Existe ainda a possibilidade de considerar a aderência perfeita entre os varões e o betão.

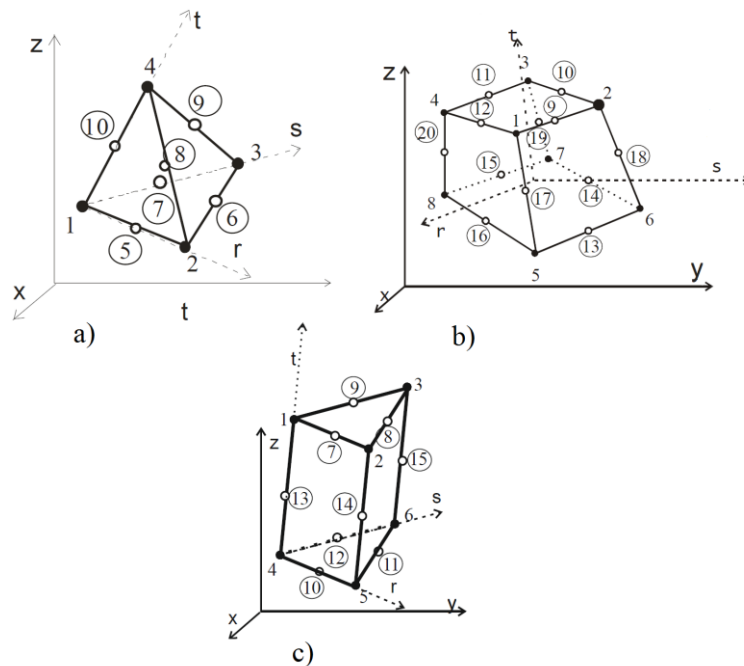


**Figura 5.34** – Representação esquemática dos modelos de aderência implementados no ATENA (adaptado de [120]).

### 5.5.1.3 Tipos de elementos

Na modelação computacional de estruturas de betão armado podem ser utilizados elementos finitos de duas ou três dimensões. O fenómeno do punçoamento começou por ser modelado com recurso a elementos de duas dimensões ([132]–[134]). O Bulletin nº12 [126] da *fib* afirma que a modelação 2D axi-simétrica não é indicada para casos com armaduras ortogonais e casos de punçoamento não simétrico. A evolução do poder de processamento computacional permitiu que os problemas de punçoamento fossem modelados com elementos tridimensionais, possibilitando a obtenção de resultados muito próximos dos experimentais em lajes com diferentes características, como por exemplo, com e sem armaduras específicas de punçoamento, betões com fibras e situações de reforço [123], [135]–[137].

O programa ATENA suporta vários tipos de elementos finitos tridimensionais, tetraedros, hexaedros e elementos *wedge* com 5 faces, que são representados na Figura 5.35. O número de nós de cada tipo de elemento depende se a função interpoladora é linear ou quadrática [124].



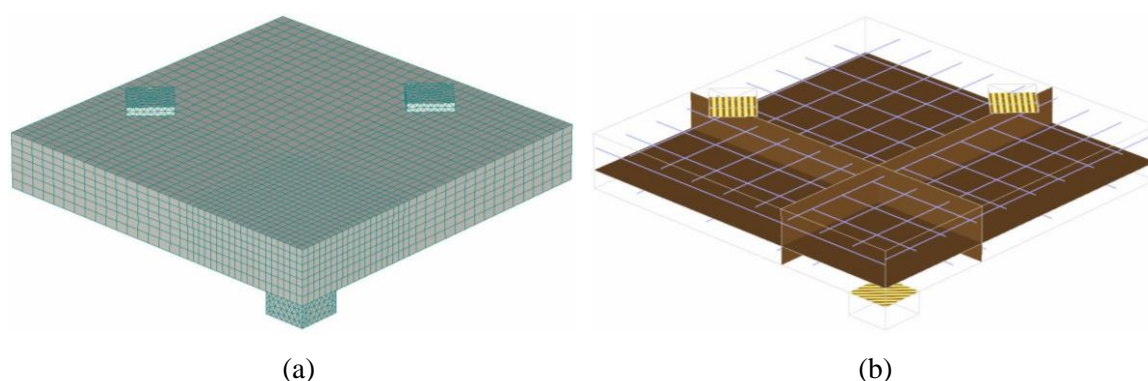
**Figura 5.35** – Geometria dos elementos finitos implementados no ATENA. a) tetraedros; b) hexaedros e c) wedge de 5 faces (adaptado de [124]).

## 5.5.2 MODELAÇÃO DOS MODELOS EXPERIMENTAIS

Os modelos experimentais de laje fungiforme com utilização parcial de BER, cujos resultados foram apresentados atrás neste Capítulo, foram usados como modelos de calibração dos modelos numéricos que serão usados para o estudo paramétrico.

### 5.5.2.1 Geometria

Os modelos experimentais são lajes quadradas e desse modo procedeu-se à simulação numérica de apenas  $\frac{1}{4}$  das mesmas, para maior facilidade e rapidez de cálculo, tirando partida das linhas de simetria. Como os modelos são constituídos por dois betões diferentes houve necessidade de adequar a geometria dos macroelementos à geometria da zona em BER. A placa metálica colocado sob a laje e que simula o pilar, assim como as duas placas metálicas onde apoiam as vigas de distribuição de carga, foram igualmente consideradas no modelo numérico. As armaduras longitudinais foram introduzidas no modelo como armaduras discretas, respeitando a direção da armadura com maior e menor altura útil. Aos varões posicionados nos planos de simetria da laje foi atribuída apenas metade da secção transversal. Na Figura 5.36 a) apresenta-se a discretização da malha para o modelo SHSC7 e na Figura 5.36 b) é apresentada a armadura longitudinal bem como os elementos de contacto entre os macroelementos.

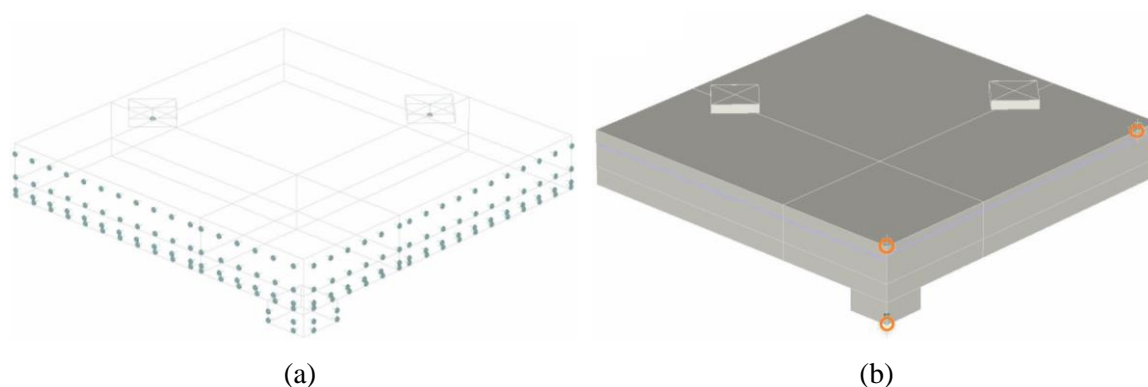


**Figura 5.36** – Modelo numérico da laje SHSC7: (a) discretização da malha e (b) armadura longitudinal superior.

Foram utilizados elementos finitos hexaedros, também designados de elementos *brick*, para simular as zonas em betão e elementos tetraedros para as placas de aço. O ATENA 3D tem implementado uma função em que é possível forçar a compatibilidade das malhas entre macroelementos. Por esse motivo, segundo Červenka *et al.* [117] é possível e aconselhável modelar o betão com elementos hexaedros e as placas de aço com tetraedros. Em cada modelo foram usados 4 macroelementos em planta e 2 na espessura, totalizando um total de 8 macroelementos. No macroelemento que corresponde ao volume em BER e no posicionado por cima deste, a malha foi discretizada em elementos com tamanho máximo de 15 mm. Nos restantes macroelementos que simulam o betão foram usados elementos finitos com dimensão máxima de 30 mm, visto que na zona mais afastada do pilar não é necessária uma discretização tão fina, devido à deformação se concentrar essencialmente junto a este. Estes tamanhos de malha considerados resultaram de um estudo de sensibilidade de malha previamente realizado. Foram ainda considerados os parâmetros assumidos por defeito pelo ATENA 3D na modelação das leis constitutivas dos materiais e considerou-se o modelo de fendilhação rotativo.

### 5.5.2.2 Condições de carregamento e monitorização

O carregamento foi feito por imposição de deslocamentos na chapa que simula o pilar com incrementos de 0,1 mm. Foi usado o método de Newton-Raphson para a determinação da solução. No centro das placas de aço colocadas na face superior dos modelos foi aplicada uma restrição do deslocamento vertical através de um apoio pontual, permitindo-se as rotações, pois estas placas coincidem com a linha de momentos fletores nulos. Nas faces correspondentes aos eixos de simetria não são permitidos translações no plano da laje nem rotações em torno da linha de simetria, resultando em encastramentos deslizantes que são simulados no ATENA 3D através de apoios contínuos (Figura 5.37 a)).



**Figura 5.37** – Modelo numérico da laje SHSC7: (a) apoios e (b) pontos de monitorização.

Para ser possível fazer a comparação dos valores obtidos na análise numérica com os resultados experimentais e respetiva calibração do modelo, foram introduzidos pontos de monitorização de força e deslocamento. Foi monitorizado o valor da reação necessária para a imposição dos vários incrementos de deslocamento vertical no pilar. Foi ainda introduzido um ponto de leitura de deslocamentos verticais nas coordenadas correspondentes aos defletómetros D1 e D7. Na Figura 5.37 b) estão representados os pontos de medição de deslocamentos verticais (na face superior do modelo) e o ponto de medição da força aplicada (na face inferior da placa de aço que simula o pilar).

### 5.5.2.3 *Materiais*

Os materiais que constituem os modelos de laje foram caracterizados através de ensaios e as propriedades do betão e do aço das armaduras são apresentados nos Quadros 5.3 e 5.4 do presente Capítulo, respetivamente. No entanto, como se pretende realizar uma análise paramétrica em que a resistência do betão é um dos parâmetros em estudo, optou-se por considerar o valor da resistência à compressão do betão em cilindros ( $f_c$ ) determinado experimentalmente e calcular as restantes propriedades através de expressões propostas na bibliografia. Desta forma, existe correlação entre as características dos materiais utilizados na modelação das lajes ensaiadas e as dos modelos utilizados no estudo paramétrico, o que faz todo o sentido, dado que se vão utilizar os modelos experimentais para calibração do modelo numérico.

O valor da resistência à tração do betão normal ( $f_{ct}$ ) foi calculado de acordo com a expressão (5.14), conforme recomendado pelo EC2 [1]. Existem na bibliografia várias propostas para o cálculo da resistência à tração de BER ([3], [23], [138]). Optou-se por utilizar a relação preconizada no EC2 [1] apresentada na expressão (5.15), por ser a que conduz aos resultados mais próximos dos determinados experimentalmente. O módulo de elasticidade do betão depende do módulo de elasticidade dos seus componentes, essencialmente dos agregados. O valor do módulo

de elasticidade foi calculado de acordo com o preconizado no EC2 [1], usando a expressão (5.16). Seguindo a recomendação do EC2 [1], no betão normal o valor obtido pela expressão (5.16) foi reduzido em 10% enquanto no caso do BER o valor obtido foi incrementado em 20%, devido aos seus agregados serem calcário e basalto, respetivamente.

$$f_{ct} = 0,3 \cdot (f_c - 8)^{(2/3)} \quad (5.14)$$

$$f_{ct,BER} = 2,12 \cdot \ln\left(1 + \frac{f_c}{10}\right) \quad (5.15)$$

$$E_c = 22 \cdot \left(\frac{f_c}{10}\right)^{0,3} \quad (5.16)$$

Em que:

- $f_{ct}$  é o valor médio da tensão de rotura à tração do betão normal;
- $f_{ct,BER}$  é o valor médio da tensão de rotura à tração do BER;
- $f_c$  é o valor médio da tensão de rotura do betão à compressão em MPa, obtida em ensaios de compressão em provetes cilíndricos com 150x300 mm.

De acordo com o MC2010 [3] a energia de fratura do betão de densidade e resistência normal depende fundamentalmente da relação água/cimento, da máxima dimensão do agregado e da idade do betão. As condições de cura e o tipo de agregado também afetam a energia de fratura do betão. No caso do BER, a energia de fratura depende dos mesmos fatores apresentados para o betão normal, mas o tipo de agregado assume maior relevância na energia de fratura e as condições de cura revelam-se menos importantes. Para o betão normal a energia de fratura ( $G_F$ ) foi calculada de acordo com o Bulletin 1 [128] da *fib*, através da expressão (5.17). No caso do BER utilizou-se a expressão (5.18) apresentada no Bulletin 42 [138] da *fib*.

$$G_F = G_{F0} \cdot \left(\frac{f_c}{10}\right)^{0,7} \quad (5.17)$$

$$G_{F,BER} = 0,18 \cdot \left(1 - 0,77 \cdot \frac{10}{f_c}\right) \quad (5.18)$$

Em que:

- $G_F$  é a energia de fratura do betão normal [N.mm/mm<sup>2</sup>];
- $G_{F0}$  valor base de energia de fratura que depende do valor da máxima dimensão do agregado, dado pelo Quadro 5.8;
- $G_{F,BER}$  é a energia de fratura do BER [N.mm/mm<sup>2</sup>].

**Quadro 5.8** – Efeito da máxima dimensão do agregado no valor base da energia de fratura (MPa) [138].

$d_g$ (mm)	8	16	32
$G_{F0}$ (N.mm/mm <sup>2</sup> )	0,025	0,030	0,058

$d_g$  – máxima dimensão do agregado.

No Quadro 5.9 são apresentadas todas as características dos betões utilizadas nos modelos numéricos das lajes ensaiadas. Para simular o comportamento do aço das armaduras foi adotada uma lei bilinear usando o critério de rotura de Von Mises. Foram considerados os valores da tensão de cedência do aço ( $f_y$ ) determinados em ensaio. O módulo de elasticidade do aço foi considerado igual a 200 GPa. A aderência entre os varões que constituem a armadura longitudinal e o betão foi assumida como aderência perfeita.

**Quadro 5.9** – Propriedades mecânicas dos betões utilizados.

Modelo	$f_c$ (MPa)	$f_{ct}$ (MPa)	$E_c$ (GPa)	$G_F$ (Nm/m <sup>2</sup> )	
SHSC5	BER	118,5	5,4	55,4	168,3
	Betão Normal	58,0	4,1	33,6	96,8
SHSC7	BER	127,3	5,6	56,6	169,1
	Betão Normal	24,7	2,0	26,0	53,3
SHSC8	BER	125,2	5,5	56,3	168,9
	Betão Normal	38,9	3,0	29,8	73,2
SHSC9	BER	125,8	5,5	56,4	169,0
	Betão Normal	39,1	3,0	29,8	73,5

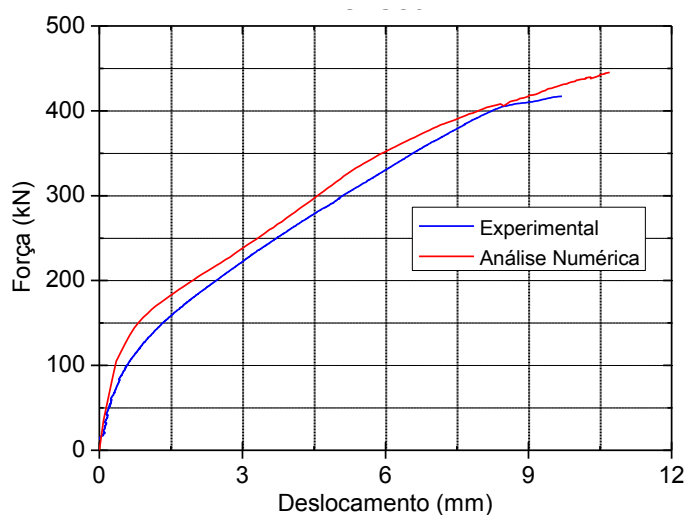
$f_c$  – valor médio da tensão de rotura do betão à compressão em MPa, obtida em ensaios de compressão em provetes cilíndricos com 150x300 mm;  $f_{ct}$  – valor médio da tensão de rotura do betão à tração;  $E_c$  – módulo de elasticidade secante do betão;  $G_F$  – energia de fratura.

#### 5.5.2.4 Comparação de resultados

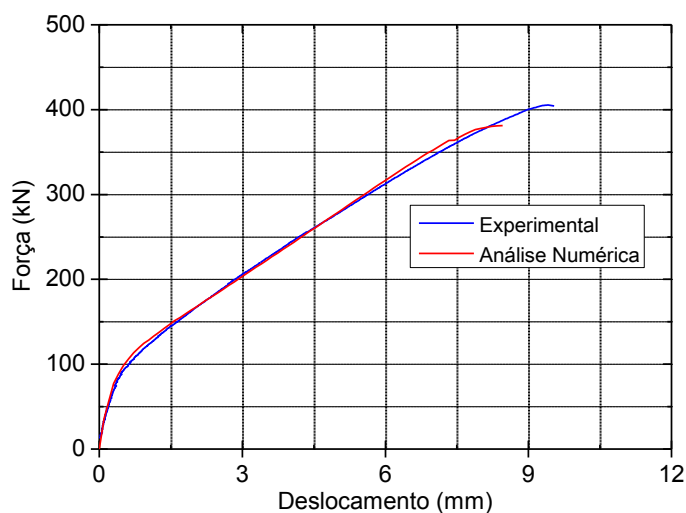
Nesta secção são apresentados para todos os modelos com utilização parcial de BER, os gráficos de comparação dos resultados experimentais com os da modelação numérica, em termos da evolução dos deslocamentos em função da carga vertical. Nas Figuras 5.38 a 5.41 são apresentados os valores médios dos deslocamentos nos pontos D2 e D7 apresentados na Figura 4.9 em relação ao centro dos modelos e comparados com deslocamentos correspondentes obtidos nos modelos numéricos. O Quadro 5.10 apresenta a relação entre os valores das cargas de rotura obtidas na análise numérica e experimentais, assim como, dos deslocamentos correspondentes.

Os gráficos de comparação da evolução dos deslocamentos mostram que, de um modo geral, existe uma boa aproximação dos resultados obtidos na análise numérica com os dos ensaios

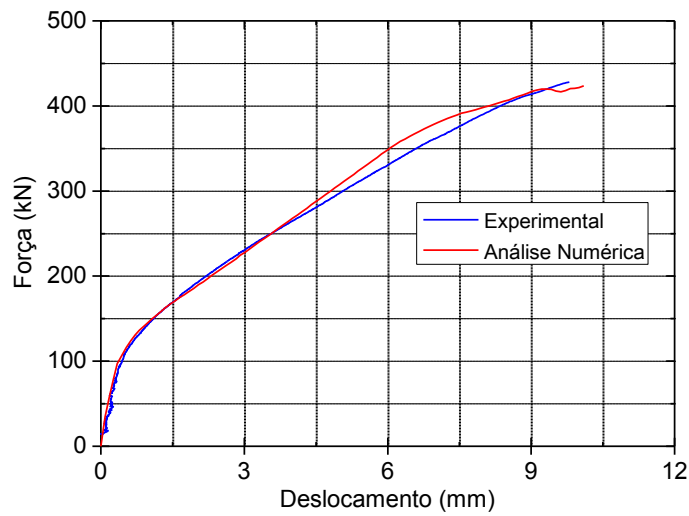
experimentais. O modelo SHSC5 é aquele cujo comportamento obtido na análise numérica, em termos de deslocamentos, apresenta maior desfasamento do comportamento do ensaio. A curva força-deslocamento obtida pela modelação numérica apresenta uma resposta em condições não fendilhadas mais longa do que a experimental. Após a perda de rigidez devido à fendilhação, ambos os gráficos apresentam rigidezes fendilhadas idênticas. Em geral, os resultados da análise numérica apresentam um comportamento ligeiramente mais rígido.



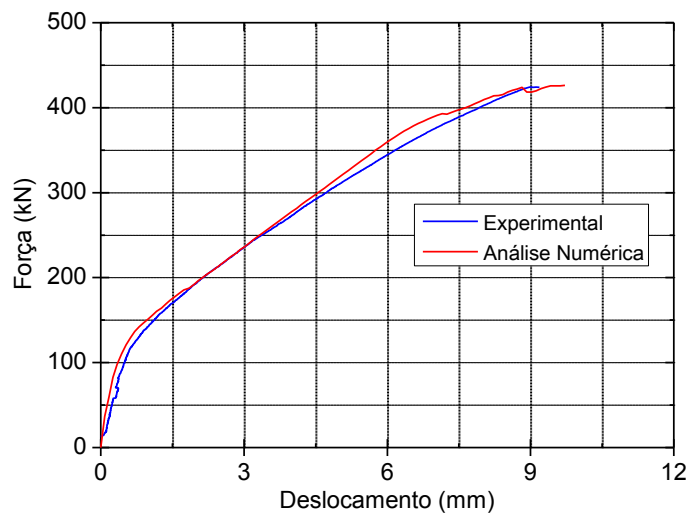
**Figura 5.38** – Modelo SHSC5: comparação dos deslocamentos verticais experimentais e da análise numérica.



**Figura 5.39** - Modelo SHSC7: comparação dos deslocamentos verticais experimentais e da análise numérica.



**Figura 5.40** - Modelo SHSC8: comparação dos deslocamentos verticais experimentais e da análise numérica.



**Figura 5.41** - Modelo SHSC9: comparação dos deslocamentos verticais experimentais e da análise numérica.

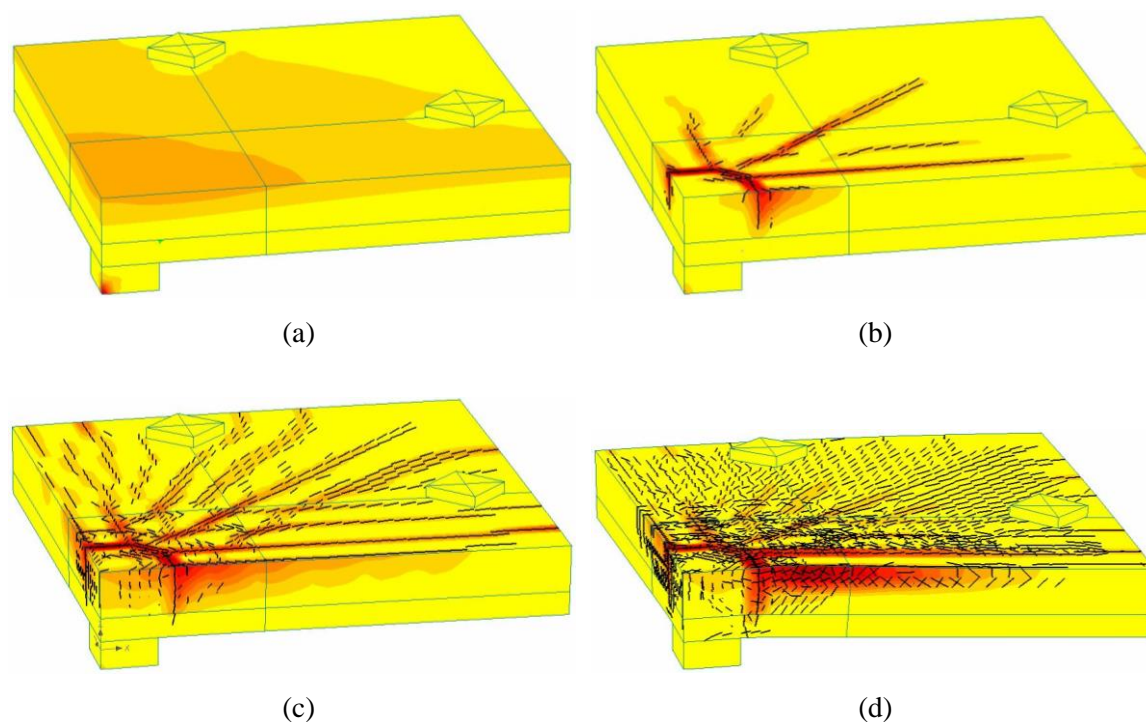
**Quadro 5.10** – Comparação entre os deslocamentos e as cargas de rotura dos ensaios e da análise numérica.

Modelo	$V_{NUM}$ (kN)	$V_{exp}$ (kN)	$\Delta_{NUM}$ (mm)	$\Delta_{exp}$ (mm)	$V_{NUM}/V_{exp}$	$\Delta_{NUM}/\Delta_{exp}$
SHSC5	445	417	10,7	9,7	1,07	1,10
SHSC7	381	405	8,5	9,5	0,94	0,89
SHSC8	424	428	10,1	9,8	0,99	1,03
SHSC9	426	424	9,7	9,2	1,01	1,06
				Média	1,00	1,02
				CoV	0,05	0,08

$V_{NUM}$  – valor da carga de rotura obtido através da análise numérica;  $V_{exp}$  – valor da carga de rotura experimental;  $\Delta_{NUM}$  – valor do deslocamento na rotura obtido através da análise numérica;  $\Delta_{exp}$  – valor experimental do deslocamento na rotura; CoV – coeficiente de variação.

Analisando os resultados apresentados no Quadro 5.10 observa-se que as cargas de rotura obtidas pela análise numérica são próximas das experimentais, com o valor médio da relação entre os valores numéricos e experimentais a ser igual a 1,0 e um coeficiente de variação relativamente baixo, de 0,05. Os modelos SHSC8 e SHSC9 são os que apresentam melhor concordância entre os resultados na rotura. Os deslocamentos correspondentes à carga de rotura dos modelos numéricos são ligeiramente mais afastados dos experimentais, com o valor médio da relação entre os valores numéricos e experimentais iguais a 1,02 e o coeficiente de variação de 0,08.

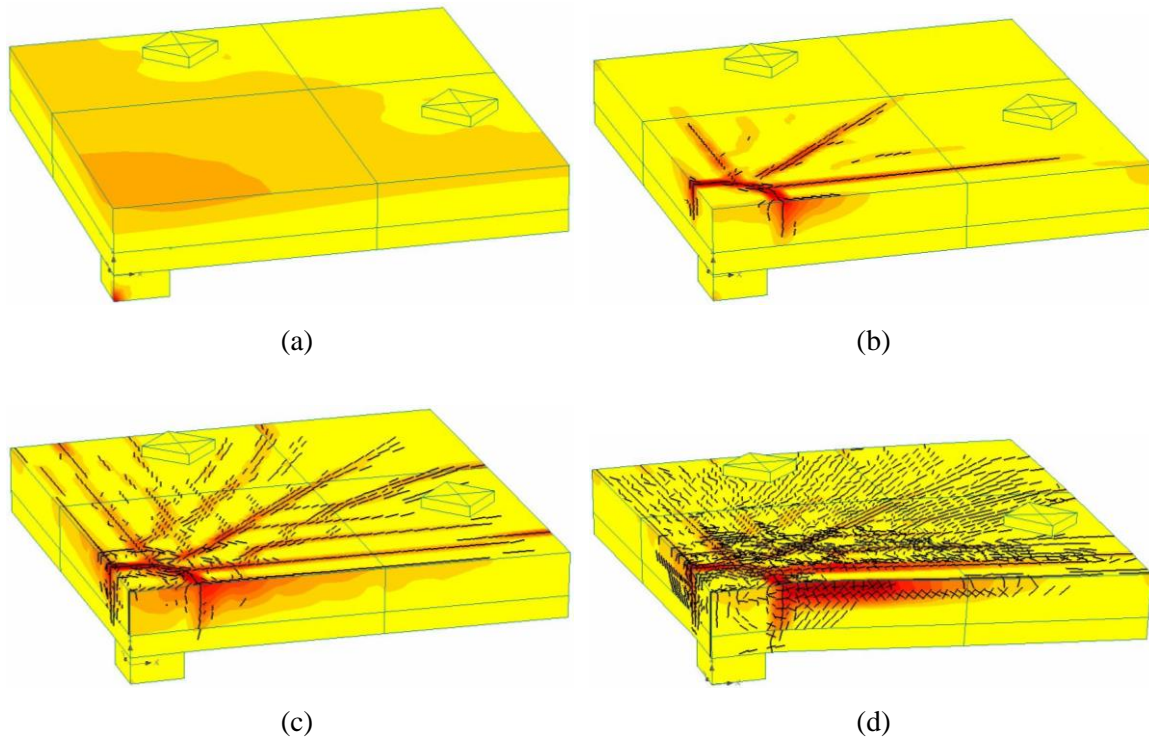
As Figuras 5.42 e 5.43 apresentam a evolução da fendilhação e da deformação nos modelos SHSC8 e SHSC9 para vários níveis de carga aplicada, uma vez que os restantes apresentam padrões de fendilhação semelhantes. A deformação foi ampliada 5x para que seja mais facilmente perceptível. Apesar da diferença da zona de aplicação de BER, o padrão de fendilhação dos modelos SHSC8 e SHSC9 não apresentam diferenças significativas entre si.



**Figura 5.42** – Evolução da fendilhação do modelo SHSC8: (a) 78 kN, (b) 136 kN, (c) 216 kN e (d) 424 kN.

No início do carregamento surge fendilhação tangencial na face superior da laje em torno do pilar, seguindo-se a formação de fendas radiais. Com o aumento da carga aplicada surgem novas fendas tangenciais, a fenda tangencial junto ao pilar aumenta a sua profundidade, surgem novas fendas radiais e as existentes propagam-se em direção aos limites da laje. Na fase de carregamento imediatamente antes da rotura observa-se um elevado nível de fendilhação radial e

as fendas tangenciais junto ao pilar tomam uma inclinação no sentido de interseção do pilar com a face inferior da laje, devido às elevadas tensões de corte.



**Figura 5.43** – Evolução da fendilhação do modelo SHSC9: (a) 82 kN, (b) 142 kN, (c) 216 kN e (d) 426 kN.

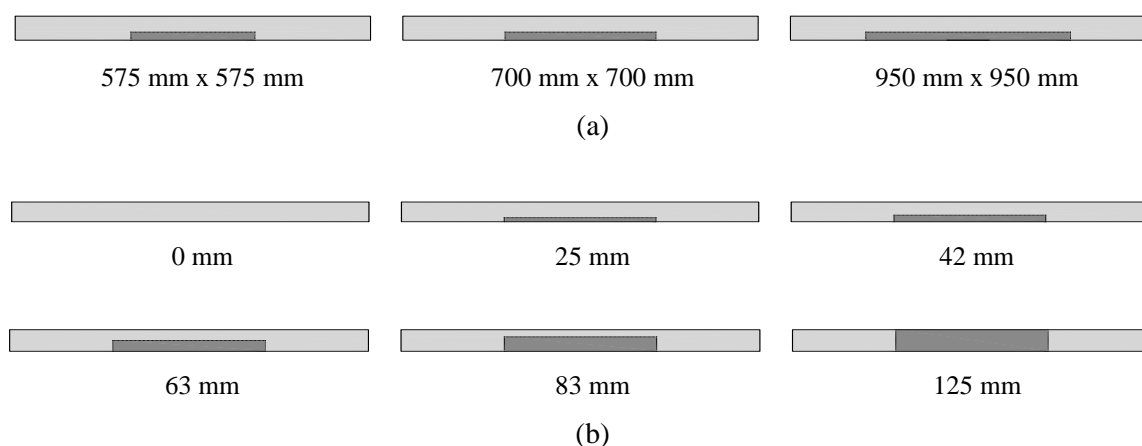
## 5.6 ANÁLISE PARAMÉTRICA

Os modelos numéricos conseguiram simular de forma muito aproximada o comportamento observado nos ensaios experimentais. Nesta secção, pretende-se estudar o efeito da variação de alguns parâmetros na resistência ao punçoamento utilizando as potencialidades da modelação numérica.

### 5.6.1 Modelos

Foram ensaiados modelos de laje fungiforme com utilização parcial de BER em diferentes quantidades. Este estudo paramétrico tem como objetivo analisar a influência da variação em planta e em espessura da zona em BER e o efeito da variação da resistência à compressão do betão normal. Para a zona em BER, foram consideradas as dimensões em planta de  $1,5h$ ,  $2h$  e  $3h$  para cada lado do pilar. Em relação à espessura da zona em BER foi considerado  $h/5$ ,  $h/3$ ,  $h/2$ ,  $2h/3$  e  $h$ , em que  $h$  é a espessura total da laje. Foi ainda considerada a não utilização de BER. Na Figura 5.44 são representadas esquematicamente as várias geometrias de utilização parcial de BER.

Foram considerados 4 betões normais diferentes e um BER com resistência à compressão idêntico ao valor médio dos BER utilizados nos ensaios experimentais. No Quadro 5.11 são apresentados os valores que caracterizam os vários betões de resistência normal utilizados.



**Figura 5.44** – Representação esquemática da variação da geometria da zona em BER: (a) em planta e (b) em espessura.

Admitiu-se que os agregados que constituem os betões considerados são da mesma origem e apresentam o mesmo valor da máxima dimensão do agregado dos betões utilizados na produção dos modelos experimentais, que são 13,2 mm e 13,9 mm no betão convencional e no BER, respetivamente. Para o aço das armaduras foram consideradas as características determinadas experimentalmente para os modelos SHSC8 e SHSC9, apresentadas no Quadro 5.4.

**Quadro 5.11** – Propriedades mecânicas dos betões utilizados na análise paramétrica.

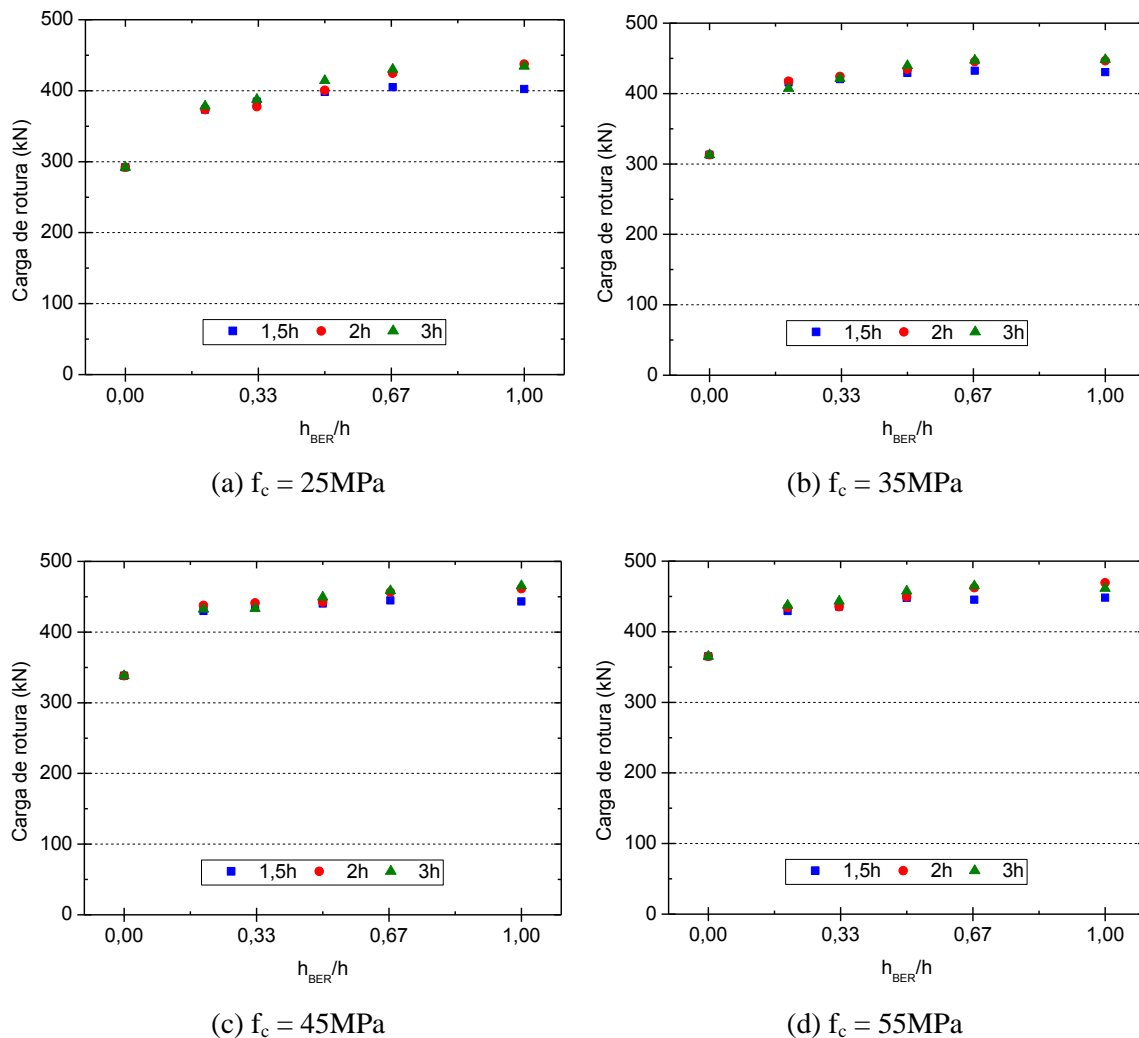
Tipo de betão	$f_c$ (MPa)	$f_{ct}$ (MPa)	$E_c$ (GPa)	$G_F$ (Nm/m <sup>2</sup> )
BER	125	5,5	56,3	169,9
	25	2,0	26,1	53,7
Betão de resistência normal	35	2,7	28,8	68,0
	45	3,3	31,1	81,1
	55	3,9	33,0	93,3

$f_c$  – valor médio da tensão de rotura do betão à compressão em MPa;  $f_{ct}$  – valor médio da tensão de rotura do betão à tração;  $E_c$  – módulo de elasticidade do betão;  $G_F$  - energia de fratura.

## 5.6.2 Apresentação e análise de resultados

Na Figura 5.45 é apresentado um gráfico para cada tipo de betão de resistência normal considerado no estudo, evidenciando-se o efeito da variação da geometria da zona em BER. Na Figura 5.46 é apresentado um gráfico para cada uma das geometrias em planta de BER consideradas, avaliando-se o efeito da variação da resistência à compressão do betão normal. Na Figura 5.47 é apresentada a relação entre o incremento de resistência ao punçoamento e o volume de BER utilizado. Nos gráficos referidos,  $h_{BER}$ ,  $h$ ,  $V_{NUM}$ ,  $V_{NUM,SEM BER}$  e  $Volume BER$  referem-se à

espessura da zona em BER, à espessura total da laje, à carga de rotura obtida na análise numérica, à carga de rotura obtida na análise numérica do modelo totalmente em betão normal e ao volume de BER utilizado, respetivamente.

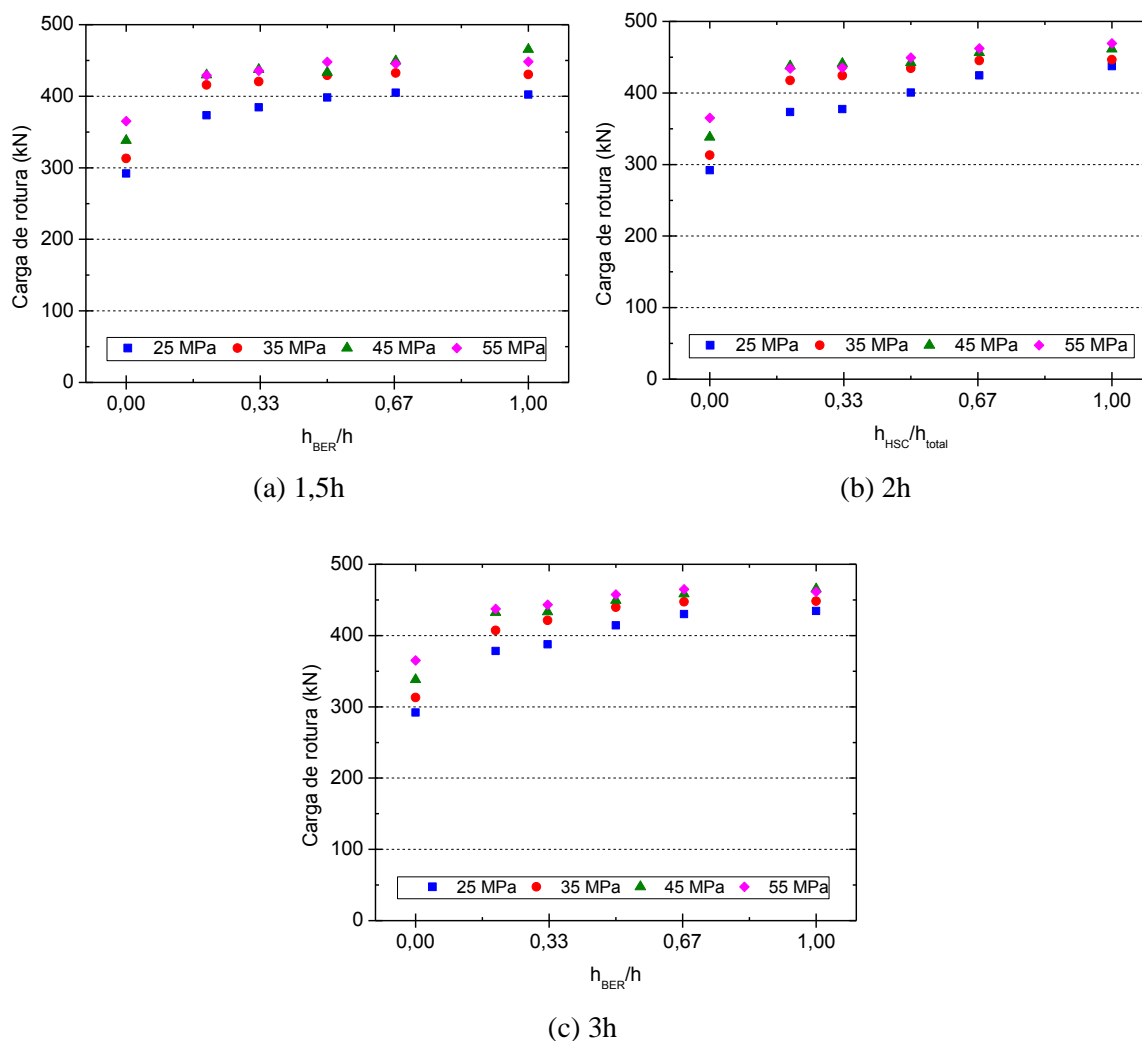


**Figura 5.45** – Efeito da variação em planta e em espessura da zona em BER para um betão normal com resistência à compressão de: (a) 25 MPa, (b) 35 MPa, (c) 45 MPa e (d) 55 MPa.

Os resultados apresentados na Figura 5.45 indicam que existe um ganho muito significativo de resistência ao punçamento quando se utiliza uma camada de BER com 1/5 da espessura total da laje, em relação às lajes totalmente em betão normal. Acréscimos adicionais na espessura da zona em BER levaram a incrementos menores na resistência ao punçamento. Este efeito é tanto maior quanto menor é a resistência à compressão do betão normal.

A utilização de BER em toda a espessura da laje não leva, em geral, a grandes incrementos na capacidade resistente das lajes, o que vem confirmar a opção utilizada para o estudo desta solução de uso parcial de BER, apresentada na campanha experimental do presente Capítulo. Isto

comprova igualmente que a resistência à compressão do betão desempenha um papel muito importante na capacidade resistente destas estruturas. Como em geral a espessura de betão comprimido em flexão em lajes é pequena, não são necessárias grandes espessuras de BER para melhorar substancialmente o comportamento deste tipo de lajes.



**Figura 5.46** – Efeito da variação da resistência à compressão do betão normal considerando a largura da zona de BER para cada lado do pilar de (a) 1,5h, (b) 2h e (c) 3h.

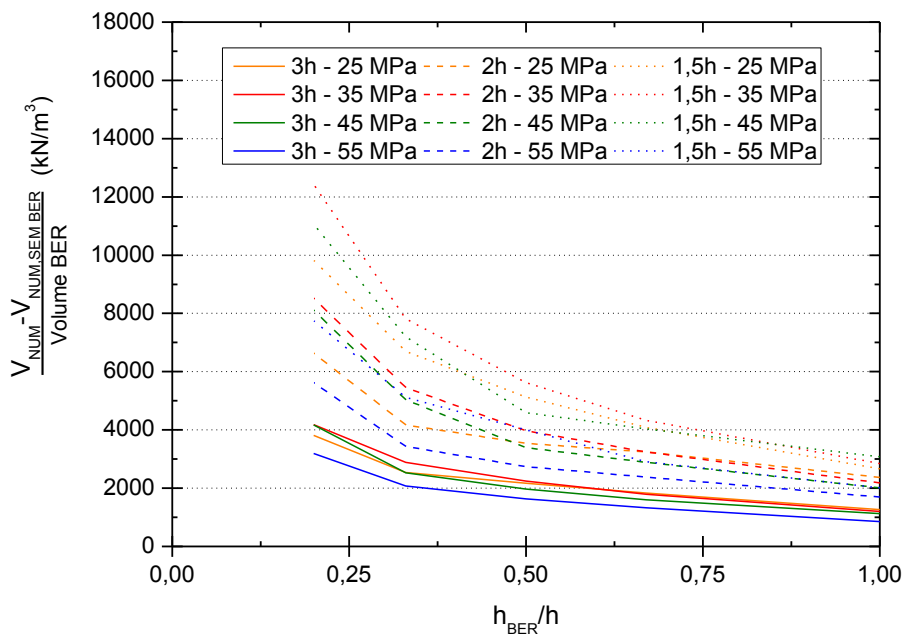
Em termos de área em planta da zona de BER, verifica-se que nos modelos com BER até 1,5h para cada lado do pilar, o acréscimo de resistência não existe ou é desprezável quando a espessura da zona em BER é superior ou igual a  $h/2$ . No entanto, nos modelos com 2h e 3h de BER para cada lado do pilar observa-se um ligeiro acréscimo de resistência com o aumento da espessura da zona em BER de  $h/2$  para  $2h/3$ . Este comportamento indica que, nos modelos com 1,5h de BER para cada lado do pilar, a partir de determinada espessura, a superfície de rotura desenvolve-se por fora do perímetro da zona em BER, pelo que aumentar a espessura da zona em BER não se traduz

no acréscimo de resistência. Os modelos com largura da zona em BER igual a 2h e 3h para cada lado do pilar apresentam valores de resistência muito próximos, pelo que não se justifica a utilização de BER para além de 2h dos lados do pilar.

Considerando todos os modelos com utilização parcial de BER, o incremento médio da resistência em relação aos modelos sem utilização parcial de BER foi de 37%, 38%, 31% e 23% nos modelos com betão normal de 25 MPa, 35 MPa, 45 MPa e 55 MPa, respetivamente. Considerando apenas os modelos com espessura da zona em BER igual a  $h/5$ , o incremento da resistência em relação aos modelos totalmente em betão normal é de 28%, 32%, 28% e 19%, nos modelos com betão normal de 25 MPa, 35 MPa, 45 MPa e 55 MPa, respetivamente. Os modelos com utilização parcial de BER e betão convencional de 35 MPa são os que apresentaram maior acréscimo da resistência ao punçoamento.

A solução que apresentou maior capacidade de carga foi a utilização de BER em toda a espessura da laje e numa largura igual a 2h, com o betão convencional com tensão média de rotura à compressão de 55 MPa.

O gráfico da Figura 5.47 indica que a solução mais económica, ou seja, em que se consegue o maior incremento de resistência com o menor volume de BER utilizado, corresponde à laje em que a zona em BER tem  $h/5$  de espessura e largura igual a 1,5h para cada lado do pilar.



**Figura 5.47** – Relação do aumento de resistência com o volume de BER utilizado.

## 5.7 COMENTÁRIOS FINAIS

As vantagens de utilização de BER no comportamento ao punçoamento de lajes fungiformes ficaram patentes nos resultados experimentais apresentados no Capítulo 4. Contudo, e apesar da produção do BER não requerer a utilização de materiais ou de técnicas de fabrico especiais, a sua produção exige a seleção de materiais com características específicas e alguns procedimentos particulares, o que origina um custo de produção deste material substancialmente superior ao de produção de um betão convencional.

No presente Capítulo estudou-se uma solução para a utilização do BER de uma forma racional para melhorar o comportamento ao punçoamento de lajes fungiformes. Foram ensaiados quatro modelos com utilização parcial de BER e os resultados foram comparados com modelos de referência, produzidos totalmente em betão normal. Foi ainda realizada uma análise paramétrica com recurso à modelação numérica.

Os resultados experimentais das lajes com utilização parcial de BER mostraram que a solução apresentada melhora significativamente o comportamento ao punçoamento de lajes fungiformes sujeitas a carregamento vertical e centrado. O incremento máximo da capacidade de carga ao punçoamento atingido nos modelos com utilização parcial de BER foi de 38%, apenas ligeiramente inferior ao incremento de resistência de 42% registado no modelo produzido totalmente em BER, apresentado em detalhe no Capítulo 4.

Os ensaios experimentais mostraram que a utilização parcial de BER leva ao acréscimo da capacidade de carga ao punçoamento. No entanto, o número de ensaios realizados não permite averiguar em plenitude a influência de alguns parâmetros no comportamento dos modelos com utilização racional de BER. A necessidade de estudar qual a geometria ótima da zona em BER de forma a conseguir o menor rácio custo/benefício levou à realização de uma análise paramétrica.

A realização de uma análise paramétrica pressupõe que os resultados dos modelos numéricos sejam validados através da sua comparação com resultados experimentais. Assim, foram modelados numericamente as lajes ensaiadas com utilização racional de BER e os resultados foram comparados com os experimentais, conseguindo-se uma boa aproximação no comportamento força-deslocamento e nos valores das cargas de rotura.

Na análise paramétrica fez-se variar a geometria da zona em BER em planta e em altura, assim como a resistência do betão convencional. Os resultados da análise paramétrica indicam que existe um acréscimo significativo da resistência ao punçoamento, em comparação com a da laje de betão convencional, quando se utiliza uma zona em BER com espessura igual a pelo menos 1/5 da espessura da laje. O aumento da capacidade de carga dos modelos variou entre os

23% e 38%, considerando betões convencionais com resistência à compressão de 55 MPa e 35 MPa, respetivamente. O volume ideal de BER de forma a atingir a melhor relação custo/benefício é o que corresponde a uma espessura de  $h/5$ , com dimensões em planta iguais a 1,5 vezes a espessura da laje para cada lado do pilar.

## CAPÍTULO 6

### PROPOSTA DE MODELO PARA AVALIAÇÃO DA RESISTÊNCIA AO PUNÇAMENTO DE LAJES COM UTILIZAÇÃO RACIONAL DE BETÃO DE ELEVADA RESISTÊNCIA

#### 6.1 INTRODUÇÃO

Os resultados apresentados no Capítulo 5 mostraram que a utilização parcial de betão de elevada resistência (BER) em lajes fungiformes permite melhorar o seu comportamento ao punçamento. A técnica estudada consistiu na utilização de uma camada de BER na face inferior da laje na zona de ligação laje-pilar. Nos modelos experimentais foram registados ganhos na resistência ao punçamento de até 38% com utilização de uma camada de BER com espessura de apenas 1/3 da espessura total da laje.

No Capítulo 4, para as lajes totalmente em BER, foram comparados os valores das cargas de rotura obtidos nos ensaios com os valores calculados pelo EC2 [1], ACI 318-14 [2] e o MC2010 [3]. Contudo, as metodologias de cálculo apresentadas pelas normas utilizadas não são indicadas para lajes produzidas com dois tipos de betão. Neste Capítulo pretende-se apresentar uma metodologia de cálculo da resistência ao punçamento de lajes fungiformes com utilização parcial de BER. Como a metodologia apresentada pelo MC2010 [3], baseada no modelo físico denominado de CSCT – *Critical Shear Crack Theory* [4], é a que melhor prevê as cargas de rotura para lajes de BER será proposta uma abordagem de cálculo com base no modelo CSCT. Por outro lado, sendo o CSCT baseado num modelo físico e não em expressões empíricas, é mais fácil proceder à sua adaptação para situações diferentes daquelas para o qual foi inicialmente criado. Exemplos dessa sua versatilidade são a sua adaptação a lajes reforçadas com lâminas de fibras

coladas [139], a lajes em betão com fibras de aço [140], [141] e a lajes com pré-esforço [142]–[144].

A determinação da carga de rotura utilizando o CSCT consiste na intersecção de duas curvas: uma relativa ao critério de rotura e outra referente à curva carga-rotação ( $V-\psi$ ) correspondente à laje em questão. Para se propor uma extensão do CSCT ao problema em estudo, existe a necessidade de atuar em simultâneo nas duas curvas.

## 6.2 CRITÉRIO DE ROTURA

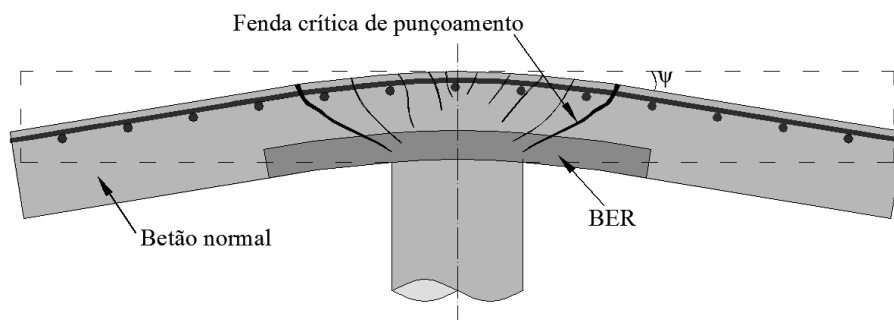
No critério de rotura definido pelo CSCT [24] a resistência ao punçoamento de lajes fungiformes depende essencialmente da abertura e da rugosidade da fenda que se desenvolve na zona da biela comprimida inclinada junto ao pilar (Figura 6.1). A abertura dessa fenda ( $w$ ) pode ser relacionada com a rotação da laje na proximidade da ligação laje-pilar ( $\psi$ ) e a altura útil efetiva da armadura de flexão superior ( $d$ ):  $w = \psi \cdot d$ . Baseado nessa hipótese e assumindo que a rugosidade da fenda que dá origem à superfície de rotura por punçoamento é ainda influenciada pela máxima dimensão dos agregados, surge o critério de rotura apresentado na equação (6.1).

$$\frac{V_R}{\sqrt{f_c} \cdot u \cdot d} = \frac{\frac{3}{4}}{1 + 15 \frac{\psi \cdot d}{16 + d_g}} \quad (6.1)$$

Em que:

- $f_c$  é o valor médio da tensão de rotura do betão à compressão em provetes cilíndricos com 150x300 mm [em MPa];
- $u$  é o perímetro de controlo de referência definido a uma distância de  $0,5d$  dos lados do pilar;
- $d_g$  é o valor da máxima dimensão do agregado [em mm];
- $\psi$  é a rotação da laje imediatamente antes da rotura.

Atendendo a que a fenda de corte terá de atravessar os dois tipos de betão, adotou-se uma metodologia de considerar uma resistência à compressão do betão equivalente ( $f_{c,eq}$ ) e um valor equivalente da máxima dimensão dos agregados ( $d_{g,eq}$ ). No caso de lajes com a utilização parcial de BER propõe-se para a equação (6.1) a substituição dos termos  $f_c$  e  $d$  por  $f_{c,eq}$  e  $d_{g,eq}$ , respetivamente, de forma a ter em conta os dois betões utilizados. Os valores de  $f_{c,eq}$  e  $d_{g,eq}$  são calculados de acordo com as equações (6.2) e (6.3).



**Figura 6.1** – Desenvolvimento da fenda crítica de punçoamento numa laje com utilização racional de BER.

$$f_{c,eq} = \frac{f_{c,BER} \cdot h_{BER} + f_c \cdot (h - h_{BER})}{h} \quad (6.2)$$

$$d_{g,eq} = \frac{d_{g,BER} \cdot h_{BER} + d_g \cdot (h - h_{BER})}{h} \quad (6.3)$$

Em que:

- $f_{c,BER}$  é o valor médio da tensão de rotura do BER à compressão em provetes cilíndricos [em MPa];
- $h_{BER}$  é a espessura da zona em BER;
- $f_c$  é o valor médio da tensão de rotura do betão convencional à compressão em provetes cilíndricos [em MPa];
- $h$  é a espessura total da laje;
- $d_{g,BER}$  é a máxima dimensão dos agregados do BER;
- $d_g$  é a máxima dimensão dos agregados do betão convencional.

Substituindo (6.2) e (6.3) em (6.1), a extensão do critério de rotura do CSCT proposto para lajes com utilização parcial de BER resulta na equação (6.4).

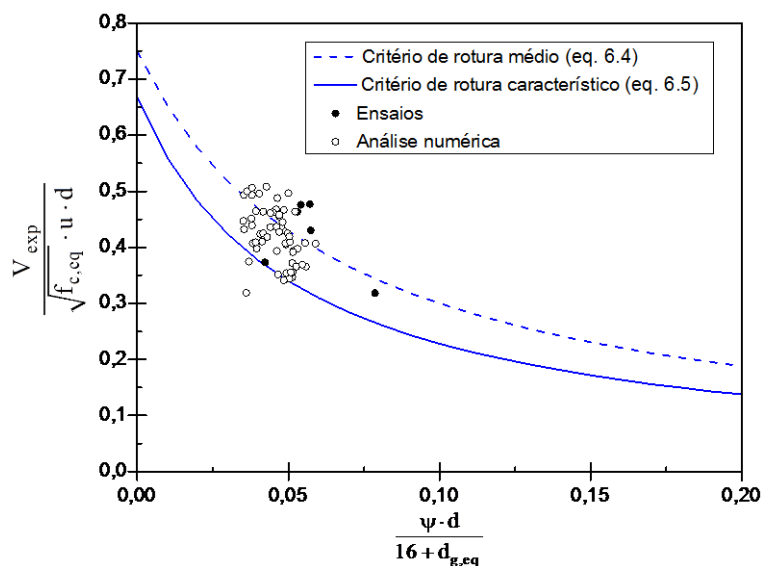
$$\frac{V_{R,eq}}{\sqrt{f_{c,eq}} \cdot u \cdot d} = \frac{\frac{3}{4}}{1 + 15 \frac{\psi \cdot d}{16 + d_{g,eq}}} \quad (6.4)$$

Importa referir que o critério de rotura do CSCT definido pela equação (6.4) diz respeito a uma formulação média, adequada para comparação com resultados de ensaios experimentais. No entanto, a formulação mais apropriada para fórmulas regulamentares é a característica,

significando que somente cerca de 5% dos resultados devem estar abaixo da curva que define o critério de rotura. Nesse sentido pode-se, de forma semelhante ao que se fez para o CSCT, propor uma extensão da formulação característica do critério de rotura apresentado no MC2010 [3], de acordo com a equação (6.5).

$$\frac{V_{R,MC,eq}}{\sqrt{f_{c,eq}} \cdot u \cdot d} = \frac{\frac{2}{3}}{1 + 19,2 \frac{\psi \cdot d}{16 + d_{g,eq}}} \quad (6.5)$$

Na Figura 6.2 os resultados experimentais obtidos nos modelos ensaiados com utilização parcial de BER e os resultados obtidos na modelação numérica, apresentados no Capítulo 5, são comparados com as formulações média e característica proposta pelas equação (6.4) e (6.5), respetivamente. Os pontos sem preenchimento correspondem resultados obtidos na modelação numérica e os pontos com preenchimento referem-se aos resultados experimentais. Os resultados apresentados na Figura 6.2 mostram que o critério de rotura característico proposto (equação 6.5) se adequa às lajes com utilização parcial de BER, pois a grande maioria dos pontos encontra-se acima da linha definida pela formulação característica do critério de rotura proposto. A linha de rotura correspondente ao critério de rotura médio (equação 6.4) apresenta igualmente um bom ajuste aos resultados experimentais e numéricos.



**Figura 6.2** – Comparação dos resultados experimentais com a proposta para as formulações média e característica do critério de rotura.

### 6.3 COMPORTAMENTO CARGA-ROTAÇÃO DE LAJES COM UTILIZAÇÃO PARCIAL DE BER

Para calcular a resistência ao punçoamento de lajes com utilização parcial de BER utilizando a equação (6.4) é necessário conhecer a relação carga-rotação ( $V-\psi$ ). Esta relação pode ser encontrada através, por exemplo, de uma simulação numérica não-linear da laje. No entanto, considerando algumas simplificações, pode ser obtida a relação carga-rotação das lajes de forma mais expedita.

#### 6.3.1 Formulação quadrilinear

Em lajes com geometria axissimétrica a relação carga-rotação pode ser obtida diretamente através do diagrama momento-curvatura ( $m-\chi$ ). A fendilhação tangencial e a curvatura radial concentram-se na vizinhança do pilar. Assume-se que a fenda crítica de punçoamento atinge a face superior da laje à distância  $d$  da face do pilar e que a rotação da laje se mantém constante na zona exterior à fenda crítica de punçoamento (Figura 6.3). Na região delimitada pelo perímetro definido pela fenda crítica de punçoamento considera-se que o momento radial é constante uma vez que as forças radiais também são constantes.

Na Figura 6.3 é esquematizado o raio da secção do pilar ( $r_c$ ), o raio da posição da fenda crítica ( $r_0=r_c+d$ ), o raio da posição da carga ( $r_q$ ), o raio do bordo da laje ( $r_s$ ), o raio do limite da zona em BER ( $r_{BER}$ ), a espessura da zona em BER ( $h_{BER}$ ), a altura útil da armadura de flexão ( $d$ ) e a rotação da laje fora do perímetro da fenda crítica de punçoamento ( $\psi$ ).

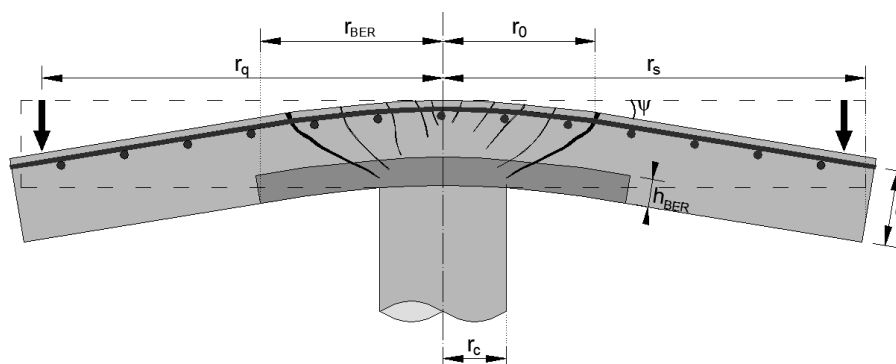
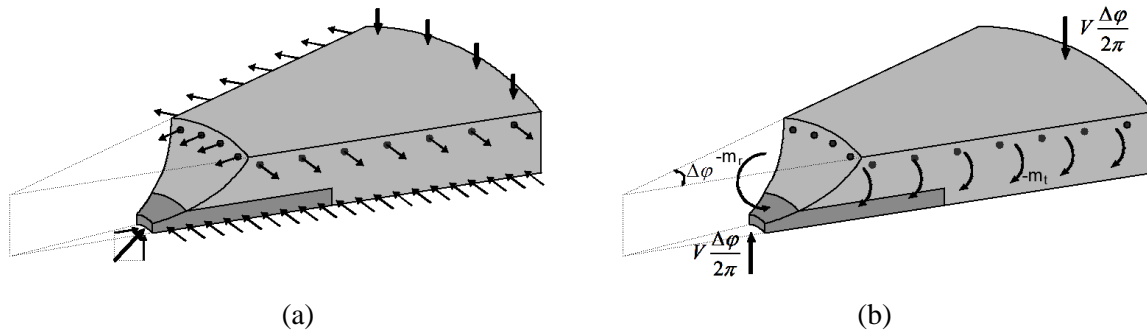


Figura 6.3 – Definição geométrica dos parâmetros envolvidos.

As forças que se desenvolvem no segmento radial de laje são apresentadas na Figura 6.4 (a). Os binários resultantes das forças das armaduras e do betão, nas direções radial e tangencial, são representados na Figura 6.4 (b) na forma dos momentos fletores  $m_r$  e  $m_t$ , na direção radial e

tangencial, respetivamente. O efeito de ferrolho é desprezado e com essa hipótese a componente de força vertical da armadura radial superior não é tida em conta.



**Figura 6.4** – Segmento radial de laje: (a) forças no betão e na armadura longitudinal; (b) forças e momentos resultantes (adaptado de [24]).

No caso de lajes quadradas com pilares quadrados, segundo Moraes Neto *et al* [141], estas podem ser convertidas para laje e pilar circulares equivalentes através das expressões (6.6) e (6.7). A equivalência geométrica do pilar ( $r_{c,eq}$ ) é feita de forma a garantir o mesmo perímetro e a equivalência quanto ao domínio da laje ( $r_{s,eq}$ ) é estabelecida admitindo a mesma capacidade de carga à flexão.

$$r_{c,eq} = \frac{2 \cdot c}{\pi} \quad (6.6)$$

$$r_{s,eq} = \frac{2}{\pi} \cdot \left[ 2 \cdot (\sqrt{2} - 1) \cdot (B_1 - c) + c \right] \quad (6.7)$$

Em que:

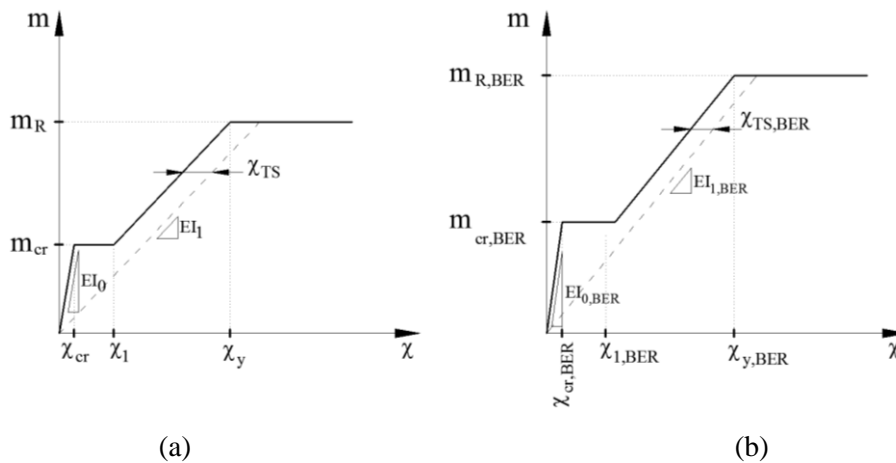
- $r_{c,eq}$  é o valor do raio do pilar circular equivalente;
- $c$  é a dimensão da secção transversal do pilar quadrado;
- $r_{s,eq}$  é o valor do raio da laje circular equivalente;
- $B_1$  é a dimensão em planta da laje quadrada.

A Figura 6.5 apresenta a relação quadrilinear  $m-\chi$  para cada um dos tipos de secção em análise: secção totalmente em betão normal e secção com utilização parcial de BER. As relações quadrilineares  $m-\chi$  apresentadas são definidas pelas equações (6.8) e (6.9) para a secção totalmente em betão normal e para a secção com utilização parcial de BER, respetivamente. As relações  $m-\chi$  são caracterizadas pelas rigidezes de flexão antes ( $EI_0$  e  $EI_{0,BER}$ ) e após a fendilhação

( $EI_1$  e  $EI_{1,BER}$ ), pelos momentos fletores para os quais ocorre o início da fendilhação ( $m_{cr}$  e  $m_{cr,BER}$ ), pelos momentos fletores resistentes ( $m_R$  e  $m_{R,BER}$ ) e pelos fatores que têm em conta o efeito *tension stiffening* ( $\chi_{TS}$  e  $\chi_{TS,BER}$ ) (Figura 6.5). Assumindo a relação apresentada na equação (6.10) faz-se a transformação das relações  $m-\chi$  em relações  $m-r$  apresentadas nas equações (6.11) e (6.12). O parâmetro  $\chi$  representa a curvatura da laje. Os parâmetros  $\chi_{cr}$ ,  $\chi_1$  e  $\chi_y$  representam a curvatura da laje correspondente à fendilhação da laje, à estabilização da fendilhação e à cedência das armaduras de flexão, respetivamente. O parâmetro  $r$  representa o raio desde o centro do pilar. Os parâmetros  $r_{cr}$ ,  $r_1$  e  $r_y$  representam as posições da laje desde o centro do pilar, referentes às curvaturas  $\chi_{cr}$ ,  $\chi_1$  e  $\chi_y$ , respetivamente, para a secção totalmente em betão normal. Para a secção com utilização parcial de BER a terminologia é idêntica mas é adicionada a sigla BER.

$$m(\psi) = \begin{cases} EI_0 \cdot \chi(\psi) & \text{se } \chi(\psi) \leq \chi_{cr} \\ m_{cr} & \text{se } \chi_{cr} < \chi(\psi) \leq \chi_1 \\ EI_1 \cdot [\chi(\psi) + \chi_{TS}] & \text{se } \chi_1 < \chi(\psi) \leq \chi_y \\ m_R & \text{se } \chi(\psi) > \chi_y \end{cases} \quad (6.8)$$

$$m_{BER}(\psi) = \begin{cases} EI_{0,BER} \cdot \chi(\psi) & \text{se } \chi(\psi) \leq \chi_{cr,BER} \\ m_{cr,BER} & \text{se } \chi_{cr,BER} < \chi(\psi) \leq \chi_{1,BER} \\ EI_{1,BER} \cdot [\chi(\psi) + \chi_{TS,BER}] & \text{se } \chi_{1,BER} < \chi(\psi) \leq \chi_{y,BER} \\ m_{R,BER} & \text{se } \chi(\psi) > \chi_{y,BER} \end{cases} \quad (6.9)$$



**Figura 6.5** – Relação quadrilinear momento-curvatura ( $m-\chi$ ): (a) secção com betão normal; (b) secção com utilização parcial de BER (adaptado de [24]).

$$\chi(\psi) = \frac{\psi}{r} \quad (6.10)$$

$$m(r) = \begin{cases} m_R & \text{se } r_0 < r \leq r_y \\ EI_1 \cdot [\psi/r + \chi_{TS}] & \text{se } r_y < r \leq r_1 \\ m_{cr} & \text{se } r_1 < r \leq r_{cr} \\ EI_0 \cdot \psi/r & \text{se } r_{cr} < r \leq r_s \end{cases} \quad (6.11)$$

$$m_{BER}(r) = \begin{cases} m_{R,BER} & \text{se } r_0 < r \leq r_y \\ EI_{1,BER} \cdot [\psi/r + \chi_{TS,BER}] & \text{se } r_y < r \leq r_1 \\ m_{cr,BER} & \text{se } r_1 < r \leq r_{cr} \\ EI_{0,BER} \cdot \psi/r & \text{se } r_{cr} < r \leq r_s \end{cases} \quad (6.12)$$

Fazendo o equilíbrio do segmento radial de laje apresentado na Figura 6.4 (b), resulta na equação (6.13) ([24]):

$$V(\psi) \cdot \frac{\Delta\varphi}{2\pi} \cdot (r_q - r_c) = m_r(\psi) \cdot \Delta\varphi \cdot r_0 + \Delta\varphi \cdot \int_{r_0}^{r_s} m_t(r) \cdot dr \quad (6.13)$$

Tendo em conta as equações (6.11) a (6.13) e as várias hipóteses da dimensão em planta da zona em BER ( $r_{BER}$ ) resultam as equações (6.14) a (6.25). Os parâmetros envolvidos nas equações que descrevem a relação  $V$ - $\psi$  são apresentados a seguir às equações (6.14) a (6.25). Nas equações seguintes, os valores de  $m_r(\psi)$  e  $m_{r,BER}(\psi)$  representam o momento fletor radial correspondente à rotação  $\psi$ , para as secções totalmente em betão normal e com utilização parcial de BER, respetivamente, de acordo com (6.8) e (6.9).

Se  $r_c \leq r_{BER} \leq r_0$ :

$$V(\psi) = \frac{2 \cdot \pi}{r_q - r_c} \left( \begin{aligned} & m_{r,BER}(\psi) \cdot r_0 + \int_{r_0}^{r_y} m_R \cdot dr + \int_{r_y}^{r_1} EI_1 \cdot \psi/r \cdot dr + \int_{r_y}^{r_1} EI_1 \cdot \chi_{TS} \cdot dr + \int_{r_1}^{r_{cr}} m_{cr} \cdot dr + \\ & + \int_{r_{cr}}^{r_s} EI_0 \cdot \psi/r \cdot dr \end{aligned} \right) \quad (6.14)$$

$$V(\psi) = \frac{2 \cdot \pi}{r_q - r_c} \left( \begin{aligned} & m_{r,BER}(\psi) \cdot r_0 + EI_0 \cdot \psi \cdot [\ln(r_s) - \ln(r_{cr}(\psi))] + m_{cr} \cdot [r_{cr}(\psi) - r_1(\psi)] + \\ & + EI_1 \cdot \psi \cdot [\ln(r_1(\psi)) - \ln(r_y(\psi))] + EI_1 \cdot \chi_{TS} \cdot [r_1(\psi) - r_y(\psi)] + \\ & m_R \cdot [r_y(\psi) - r_0] \end{aligned} \right) \quad (6.15)$$

Se  $r_0 \leq r_{BER} \leq r_y$ :

$$V(\psi) = \frac{2 \cdot \pi}{r_q - r_c} \left( \begin{aligned} & m_{r,BER}(\psi) \cdot r_0 + \int_{r_0}^{r_{BER}} m_{R,BER} \cdot dr + \int_{r_{BER}}^{r_y} m_R \cdot dr + \int_{r_y}^{r_1} EI_1 \cdot \psi / r \cdot dr + \\ & + \int_{r_y}^{r_1} EI_1 \cdot \chi_{TS} \cdot dr + \int_{r_1}^{r_{cr}} m_{cr} \cdot dr + \int_{r_{cr}}^{r_s} EI_0 \cdot \psi / r \cdot dr \end{aligned} \right) \quad (6.16)$$

$$V(\psi) = \frac{2 \cdot \pi}{r_q - r_c} \left( \begin{aligned} & m_{r,BER}(\psi) \cdot r_0 + EI_0 \cdot \psi \cdot [\ln(r_s) - \ln(r_{cr}(\psi))] + m_{cr} \cdot [r_{cr}(\psi) - r_1(\psi)] + \\ & + EI_1 \cdot \psi \cdot [\ln(r_1(\psi)) - \ln(r_y(\psi))] + EI_1 \cdot \chi_{TS} \cdot [r_1(\psi) - r_y(\psi)] + \\ & m_R \cdot [r_y(\psi) - r_{BER}] + m_{R,BER} \cdot [r_{BER} - r_0] \end{aligned} \right) \quad (6.17)$$

Se  $r_{y,BER} \leq r_{BER} \leq r_1$ :

$$V(\psi) = \frac{2 \cdot \pi}{r_q - r_c} \left( \begin{aligned} & m_{r,BER}(\psi) \cdot r_0 + \int_{r_0}^{r_{y,BER}} m_{R,BER} \cdot dr + \int_{r_{y,BER}}^{r_{BER}} EI_{1,BER} \cdot \psi / r \cdot dr + \\ & + \int_{r_{y,BER}}^{r_{BER}} EI_{1,BER} \cdot \chi_{TS,BER} \cdot dr + \int_{r_{BER}}^{r_1} EI_1 \cdot \psi / r \cdot dr + \int_{r_{BER}}^{r_1} EI_1 \cdot \chi_{TS} \cdot dr + \\ & + \int_{r_1}^{r_{cr}} m_{cr} \cdot dr + \int_{r_{cr}}^{r_s} EI_0 \cdot \psi / r \cdot dr \end{aligned} \right) \quad (6.18)$$

$$V(\psi) = \frac{2 \cdot \pi}{r_q - r_c} \left( \begin{aligned} & m_{r,BER}(\psi) \cdot r_0 + EI_0 \cdot \psi \cdot [\ln(r_s) - \ln(r_{cr}(\psi))] + m_{cr} \cdot [r_{cr}(\psi) - r_1(\psi)] + \\ & + EI_{1,BER} \cdot \psi \cdot [\ln(r_{BER}) - \ln(r_{y,BER}(\psi))] + EI_{1,BER} \cdot \chi_{TS,BER} \cdot [r_{BER} - r_{y,BER}(\psi)] + \\ & + EI_1 \cdot \psi \cdot [\ln(r_1(\psi)) - \ln(r_{BER})] + EI_1 \cdot \chi_{TS} \cdot [r_1(\psi) - r_{BER}] + \\ & + m_{R,BER} \cdot [r_{y,BER}(\psi) - r_0] \end{aligned} \right) \quad (6.19)$$

Se  $r_{1,BER} \leq r_{BER} \leq r_{cr}$ :

$$V(\psi) = \frac{2 \cdot \pi}{r_q - r_c} \left( \begin{aligned} & m_{r,BER}(\psi) \cdot r_0 + \int_{r_0}^{r_{y,BER}} m_{R,BER} \cdot dr + \int_{r_{y,BER}}^{r_{1,BER}} EI_{1,BER} \cdot \psi / r \cdot dr + \\ & + \int_{r_{y,BER}}^{r_{1,BER}} EI_{1,BER} \cdot \chi_{TS,BER} \cdot dr + \int_{r_{1,BER}}^{r_{BER}} m_{cr,BER} \cdot dr + \int_{r_{BER}}^{r_{cr}} m_{cr} \cdot dr + \int_{r_{cr}}^{r_s} EI_0 \cdot \psi / r \cdot dr \end{aligned} \right) \quad (6.20)$$

$$V(\psi) = \frac{2 \cdot \pi}{r_q - r_c} \left( \begin{aligned} & m_{r,BER}(\psi) \cdot r_0 + EI_0 \cdot \psi \cdot [\ln(r_s) - \ln(r_{cr}(\psi))] + m_{cr,BER} \cdot [r_{BER} - r_{1,BER}(\psi)] + \\ & + m_{cr} \cdot [r_{cr}(\psi) - r_{BER}] + EI_{1,BER} \cdot \psi \cdot [\ln(r_{1,BER}) - \ln(r_{y,BER}(\psi))] + \\ & + EI_{1,BER} \cdot \chi_{TS,BER} \cdot [r_{1,BER} - r_{y,BER}(\psi)] + m_{R,BER} \cdot [r_{y,BER}(\psi) - r_0] \end{aligned} \right) \quad (6.21)$$

Se  $r_{cr,BER} \leq r_{BER} \leq r_s$ :

$$V(\psi) = \frac{2 \cdot \pi}{r_q - r_c} \left( \begin{aligned} & m_{r,BER}(\psi) \cdot r_0 + \int_{r_0}^{r_{y,BER}} m_{R,BER} \cdot dr + \int_{r_{y,BER}}^{r_{1,BER}} EI_{1,BER} \cdot \psi / r \cdot dr + \\ & + \int_{r_{y,BER}}^{r_{1,BER}} EI_{1,BER} \cdot \chi_{TS,BER} \cdot dr + \int_{r_{1,BER}}^{r_{cr,BER}} m_{cr,BER} \cdot dr + \int_{r_{cr,BER}}^{r_{BER}} EI_{0,BER} \cdot \psi / r \cdot dr + \\ & + \int_{r_{BER}}^{r_s} EI_0 \cdot \psi / r \cdot dr \end{aligned} \right) \quad (6.22)$$

$$V(\psi) = \frac{2 \cdot \pi}{r_q - r_c} \left( \begin{aligned} & m_{r,BER}(\psi) \cdot r_0 + EI_{0,BER} \cdot \psi \cdot [\ln(r_{BER}) - \ln(r_{cr,BER}(\psi))] + \\ & EI_0 \cdot \psi \cdot [\ln(r_s) - \ln(r_{BER})] + m_{cr,BER} \cdot [r_{cr}(\psi) - r_{1,BER}(\psi)] + \\ & + EI_{1,BER} \cdot \psi \cdot [\ln(r_{1,BER}) - \ln(r_{y,BER}(\psi))] + \\ & + EI_{1,BER} \cdot \chi_{TS,BER} \cdot [r_{1,BER} - r_{y,BER}(\psi)] + m_{R,BER} \cdot [r_{y,BER}(\psi) - r_0] \end{aligned} \right) \quad (6.23)$$

Se  $r_{BER} = r_s$ :

$$V(\psi) = \frac{2 \cdot \pi}{r_q - r_c} \left( \begin{aligned} & m_{r,BER}(\psi) \cdot r_0 + \int_{r_0}^{r_{y,BER}} m_{R,BER} \cdot dr + \int_{r_{y,BER}}^{r_{1,BER}} EI_{1,BER} \cdot \psi / r \cdot dr + \\ & + \int_{r_{y,BER}}^{r_{1,BER}} EI_{1,BER} \cdot \chi_{TS,BER} \cdot dr + \int_{r_{1,BER}}^{r_{cr,BER}} m_{cr,BER} \cdot dr + \int_{r_{cr,BER}}^{r_s} EI_{0,BER} \cdot \psi / r \cdot dr \end{aligned} \right) \quad (6.24)$$

$$V(\psi) = \frac{2 \cdot \pi}{r_q - r_c} \left( \begin{aligned} & m_{r,BER}(\psi) \cdot r_0 + EI_{0,BER} \cdot \psi \cdot [\ln(r_s) - \ln(r_{cr,BER}(\psi))] + \\ & + m_{cr,BER} \cdot [r_{cr}(\psi) - r_{1,BER}(\psi)] + EI_{1,BER} \cdot \psi \cdot [\ln(r_{1,BER}) - \ln(r_{y,BER}(\psi))] + \\ & + EI_{1,BER} \cdot \chi_{TS,BER} \cdot [r_{1,BER} - r_{y,BER}(\psi)] + m_{R,BER} \cdot [r_{y,BER}(\psi) - r_0] \end{aligned} \right) \quad (6.25)$$

Os vários parâmetros envolvidos nas equações anteriores que descrevem a relação carga-rotação são apresentados de seguida. O fator  $\beta$  tem em conta a distribuição das armaduras e para o caso de armaduras ortogonais Muttoni [4] recomenda o valor de 0,6.

Os parâmetros relativos à secção totalmente em betão normal são:

$$m_{cr} = \frac{f_{ct} \cdot h^2}{6} \quad (6.26)$$

$$EI_0 = \frac{E_c \cdot h^3}{12} \quad (6.27)$$

$$EI_1 = \rho \cdot \beta \cdot E_s \cdot d^3 \cdot \left(1 - \frac{x}{d}\right) \cdot \left(1 - \frac{x}{3 \cdot d}\right) \quad (6.28)$$

$$x = \rho \cdot \beta \cdot \frac{E_s}{E_c} \cdot d \cdot \left(\sqrt{1 + \frac{2 \cdot E_c}{\rho \cdot \beta \cdot E_s}} - 1\right) \quad (6.29)$$

$$\chi_{cr} = \frac{m_{cr}}{EI_0} \quad \Rightarrow \quad r_{cr}(\psi) = \frac{\psi}{\chi_{cr}} \leq r_s \quad (6.30)$$

$$\chi_1 = \frac{m_{cr}}{EI_1} - \chi_{TS} \quad \Rightarrow \quad r_1(\psi) = \frac{\psi}{\chi_1} \leq r_s \quad (6.31)$$

$$\chi_y = \frac{m_R}{EI_1} - \chi_{TS} \quad \Rightarrow \quad r_y(\psi) = \frac{\psi}{\chi_y} \leq r_s \quad (6.32)$$

$$\chi_{TS} = \frac{f_{ct}}{\rho \cdot \beta \cdot E_s} \cdot \frac{1}{6 \cdot h} \cong 0,5 \cdot \frac{m_{cr}}{EI_1} \quad (6.33)$$

$$m_R = \rho \cdot f_y \cdot d^2 \cdot \left(1 - \frac{\rho \cdot f_y}{2 \cdot f_c}\right) \quad (6.34)$$

Os parâmetros relativos à secção com utilização parcial de BER são:

$$I_{o,BER} = \frac{\alpha \cdot h_{BER}^3}{12} + \alpha \cdot h_{BER} \cdot \left(y - \frac{h_{BER}}{2}\right)^2 + \frac{(h - h_{BER})^3}{12} + (h - h_{BER}) \cdot \left(h - y - \frac{h - h_{BER}}{2}\right)^2 \quad (6.35)$$

$$EI_{o,BER} = E_{c,BER} \cdot I_{o,BER} \quad (6.36)$$

$$y_{BER} = \frac{\alpha \cdot h_{BER} \cdot \frac{h_{BER}}{2} + (h - h_{BER}) \cdot \left(h_{BER} + \frac{h - h_{BER}}{2}\right)}{h - h_{BER} + \alpha \cdot h_{BER}} \quad (6.37)$$

$$\alpha = \frac{E_{c,BER}}{E_c} \quad (6.38)$$

Considerando que a fendilhação ocorre na camada de betão convencional com resistência à tração  $f_{ct}$ , vem:

$$m_{cr,BER} = \frac{f_{ct} \cdot I_{0,BER}}{h - y_{BER}} \quad (6.39)$$

Considerando que após a fendilhação o betão comprimido é apenas BER, resulta:

$$EI_{1,BER} = \rho \cdot \beta \cdot E_s \cdot d^3 \cdot \left(1 - \frac{x_{BER}}{d}\right) \cdot \left(1 - \frac{x_{BER}}{3 \cdot d}\right) \quad (6.40)$$

$$x_{BER} = \rho \cdot \beta \cdot \frac{E_s}{E_{c,BER}} \cdot d \cdot \left(\sqrt{1 + \frac{2 \cdot E_{c,BER}}{\rho \cdot \beta \cdot E_s}} - 1\right) \leq h_{BER} \quad (6.41)$$

$$\chi_{cr,BER} = \frac{m_{cr,BER}}{EI_{0,BER}} \quad \Rightarrow \quad r_{cr,BER}(\psi) = \frac{\psi}{\chi_{cr,BER}} \leq r_{BER} \quad (6.42)$$

$$\chi_{1,BER} = \frac{m_{cr,BER}}{EI_{1,BER}} - \chi_{TS,BER} \quad \Rightarrow \quad r_{1,BER}(\psi) = \frac{\psi}{\chi_{1,BER}} \leq r_{BER} \quad (6.43)$$

$$\chi_{y,BER} = \frac{m_{R,BER}}{EI_{1,BER}} - \chi_{TS,BER} \quad \Rightarrow \quad r_{y,BER}(\psi) = \frac{\psi}{\chi_{y,BER}} \leq r_{BER} \quad (6.44)$$

$$\chi_{TS} \cong 0,5 \cdot \frac{m_{cr,BER}}{EI_{1,BER}} \quad (6.45)$$

$$m_{R,BER} = \rho \cdot f_y \cdot d^2 \cdot \left(1 - \frac{\rho \cdot f_y}{2 \cdot f_{c,BER}}\right) \quad (6.46)$$

### 6.3.2 Formulação simplificada

O MC2010 [3] propõe uma formulação simplificada para definir a relação carga-rotação ( $V-\psi$ ) de forma mais expedita, que pode ser adaptada para o caso de lajes com utilização parcial de BER, de acordo com (6.47), correspondente a um nível de aproximação III.

$$\psi = 1,2 \cdot \frac{r_s}{d} \cdot \frac{f_y}{E_s} \left(\frac{V}{V_{flex,BER}}\right)^{1,5} \quad (6.47)$$

Em que:

- $r_s$  é a distância desde o centro do pilar ao ponto em que o momento fletor é nulo;
- $f_y$  é o valor da tensão de cedência à tração do aço das armaduras longitudinais superiores;

- $E_s$  é o valor médio do módulo de elasticidade do aço das armaduras longitudinais superiores, considerado igual a 200 GPa;
- $V$  é o valor da carga vertical aplicada que provoca punçoamento;
- $V_{\text{flex,BER}}$  é o valor da carga vertical que provoca a rotura da laje por flexão, calculada considerando a utilização parcial de BER através da equação (6.48).

$$V_{\text{flex,BER}} = \frac{2 \cdot \pi}{r_q - r_c} \cdot (m_{R,BER} \cdot r_{\text{BER}} + m_R \cdot (r_s - r_{\text{BER}})) \quad (6.48)$$

Em que:

- $r_q$  é a distância desde o centro do pilar ao ponto de aplicação de cargas;
- $r_c$  é o raio da seção circular do pilar ou o valor equivalente ( $r_{c,eq}$ );
- $m_{R,BER}$  é o momento fletor resistente da secção com utilização parcial de BER;
- $r_{\text{BER}}$  é o raio da zona em BER;
- $m_R$  é o momento fletor resistente da secção totalmente em betão normal;
- $r_s$  é o raio do modelo de ensaio circular ou o valor equivalente ( $r_{s,eq}$ ).

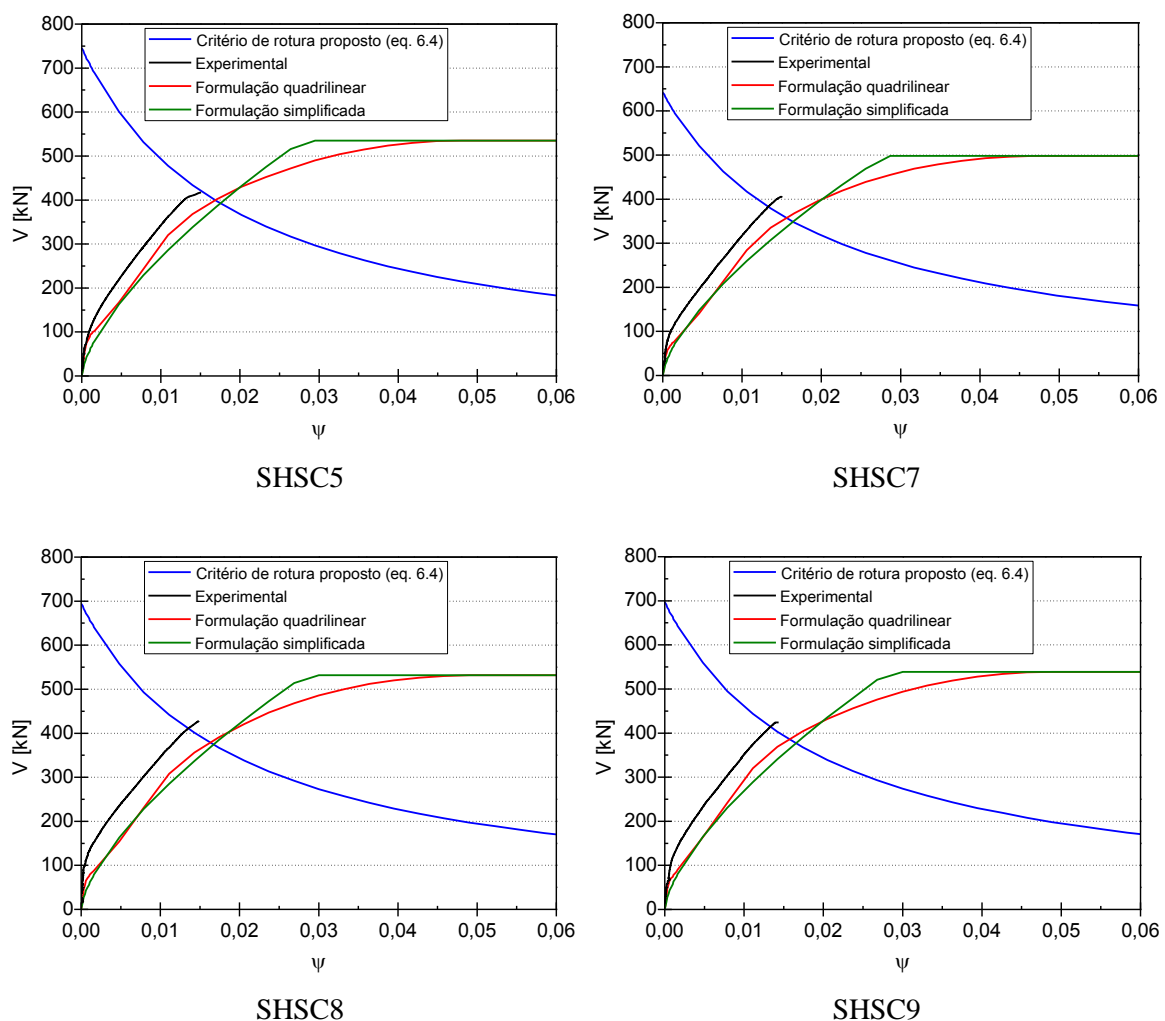
### 6.3.3 Comparação de resultados

Na Figura 6.6 são apresentadas as curvas  $V-\psi$  dos modelos ensaiados com utilização parcial de BER, utilizando os valores experimentais registados nos ensaios e as formulações apresentadas para a relação  $V-\psi$ : a quadrilinear e a simplificada. São também apresentadas as curvas relativas à formulação média do critério de rotura. Os valores de  $V$  e  $\psi$  previstos na rotura correspondem à intersecção das curvas  $V-\psi$  com a curva do critério de rotura proposto.

Os resultados apresentados na Figura 6.6 mostram que ambas as formulações utilizadas para a relação  $V-\psi$  definem curvas com andamento idêntico. As curvas obtidas pelas formulações apresentadas exibem uma perda de rigidez devido ao início da fendilhação para um carregamento inferior ao verificado nos ensaios, sendo esta a principal causa para as diferenças entre as curvas  $V-\psi$  experimentais e obtidas pelas formulações. Além disso, a rigidez fendilhada da curva obtida pela formulação simplificada é ligeiramente inferior à das curvas experimentais.

O critério de rotura proposto é adequado para as lajes ensaiadas com utilização parcial de BER, verificando-se a intersecção das curvas experimentais da relação  $V-\psi$  com a do critério de rotura na zona próxima da rotura dos ensaios experimentais.

No Quadro 6.1 são apresentadas as relações entre os valores experimentais dos modelos ensaiados e os calculados utilizando as duas formulações propostas para a relação  $V-\psi$ , considerando a formulação média. Os valores da carga de rotura dos modelos ensaiados calculados pela formulação média proposta são próximos dos experimentais, quer seja aplicada a formulação quadrilinear ou a simplificada. Ambas as formulações para a relação  $V-\psi$  conduzem a valores idênticos da resistência ao punçoamento, com o valor médio da relação entre as cargas experimentais e previstas de 1,10 e 1,12. Se forem considerados os modelos ensaiados e os modelados numericamente, o valor médio da relação entre as cargas experimentais e numéricas e as previstas usando a formulação simplificada é de 1,08.



**Figura 6.6** – Curvas  $V-\psi$ : experimental, formulação quadrilinear e formulação simplificada.

**Quadro 6.1** – Cargas de rotura previstas pelas formulações propostas, considerando a formulação média.

Modelo	$V_{exp}$	$V_{R,eq}$		$V_{exp}/V_{R,eq}$	
		V- $\psi$ Quad.	V- $\psi$ Simp.	V- $\psi$ Quad.	V- $\psi$ Simp.
SHSC5	417	399	393	1,05	1,06
SHSC7	405	357	350	1,13	1,16
SHSC8	428	378	374	1,13	1,14
SHSC9	424	386	377	1,10	1,12
		Média		1,10	1,12

$V_{exp}$  - valor da carga de rotura experimental;  
 $V_{R,eq}$  - valor da carga de rotura utilizando a formulação média.

A relação entre os resultados dos modelos ensaiados e dos modelos analisados numericamente com os valores da resistência calculada através da formulação característica proposta na equação (6.5) é de 1,24, com percentil 5% igual a 1,11, ligeiramente superior ao valor ótimo de 1,0 e portanto ligeiramente conservador. A dispersão de resultados é relativamente baixa com CoV de 0,06.

## 6.4 COMENTÁRIOS FINAIS

Este Capítulo tem como objetivo apresentar um método de avaliação da resistência ao punçamento de lajes com utilização parcial de BER. O método proposto utiliza uma abordagem de cálculo baseada no modelo físico CSCT [4], sendo assim definido por um critério de rotura e pela relação carga-rotação ( $V-\psi$ ).

O critério de rotura proposto pela CSCT para lajes fabricadas com apenas um tipo de betão foi modificado para ter em conta a utilização parcial de BER, sendo apresentadas propostas para as formulações média e característica. O comportamento  $V-\psi$  foi obtido através de uma formulação quadrilinear, que é mais complexa e de difícil aplicação, e através de uma formulação simplificada que agiliza e simplifica o cálculo da resistência ao punçamento. Os pontos de interseção das curvas que definem os critérios de rotura com as curvas  $V-\psi$  correspondem à rotura.

O critério de rotura proposto mostrou ser adequado ao conjunto dos resultados experimentais e da modelação numérica apresentados neste trabalho. As curvas  $V-\psi$  obtidas nos ensaios apresentam maior rigidez fendilhada que as obtidas pelas formulações propostas. Além disso, nas formulações propostas a redução da rigidez devido ao início da fendilhação dá-se para valores de carregamento ligeiramente inferiores. O comportamento  $V-\psi$  obtido pelas formulações quadrilinear e simplificada é semelhante, com ligeiras diferenças na rigidez.

As cargas de rotura obtidas pela expressão média do método de cálculo proposto são próximas dos valores dos modelos ensaiados, com a relação entre os valores experimentais e previstos a ser de 1,10 e 1,12, utilizando uma formulação quadrilinear ou simplificada para a curva  $V-\psi$ , respetivamente. A relação entre os valores experimentais e numéricos e os obtidos com a expressão característica proposta, que pode ser usada para fins de dimensionamento, é de 1,24, com percentil 5% de 1,11 e CoV de 0,06.

## CAPÍTULO 7

### PUNÇOAMENTO EM LAJES SUJEITAS A AÇÕES HORIZONTAIS CÍCLICAS

#### 7.1 INTRODUÇÃO

O problema do punçoamento nas estruturas em laje fungiforme é mais severo quando existe a ação combinada de carga gravítica e solicitações horizontais, como é o caso por exemplo, da ocorrência de um sismo. As lajes fungiformes apresentam um conjunto de características que as tornam mais vulneráveis às ações horizontais. Enquanto nas lajes vigadas a resposta às ações horizontais é garantida pelo sistema de pórtico pilar-viga, tendo as lajes que suportar somente as cargas verticais, nas lajes fungiformes as solicitações horizontais são resistidas pelos pilares e pelas lajes. Portanto, é fundamental que nas regiões assinaladas como de risco sísmico, as estruturas em laje fungiforme sejam dotadas de elementos resistentes primários, de forma a garantir um bom comportamento na presença de solicitação horizontal.

O EC8 [145] não exclui a possibilidade de utilização de estruturas de edifícios de betão com lajes fungiformes como elementos sísmicos primários, mas sugere prudência na sua utilização e ressalva que este tipo de estruturas não estão totalmente abrangidas pela referida norma. A norma mencionada refere que este sistema estrutural tem um comportamento sísmico ainda não totalmente esclarecido, considerando-se que as lajes fungiformes não têm grande capacidade de dissipação histerética de energia. Nesse contexto, o anexo nacional do EC8 [145] recomenda que estas lajes não sejam utilizadas como elementos sísmicos primários e que sejam associadas a outros elementos (paredes e/ou pórticos) para absorção das forças sísmicas.

O ACI 318-14 [2] não permite a utilização de estruturas em laje fungiforme em determinadas categorias de dimensionamento ao sismo, nos casos em que não existam elementos resistentes às

forças laterais. Segundo a referida norma, os sistemas resistentes às forças laterais devem ter rigidez suficiente para controlar os deslocamentos laterais da estrutura e mais especificamente o deslocamento relativo entre pisos (*drift*) para valores dentro dos limites impostos pela ASCE/SEI-10 [146].

No entanto, durante a ocorrência de um sismo, as lajes fungiformes vão estar sujeitas ao mesmo deslocamento relativo entre pisos que os elementos primários, devendo garantir-se que as ligações laje-pilar têm capacidade para suportar as cargas gravíticas durante e após a ocorrência de um sismo. O valor de *drift* que as lajes fungiformes devem suportar não é consensual entre a comunidade científica. Tem sido recomendado frequentemente que as estruturas em laje fungiforme devem resistir a um *drift* de pelo menos 1,5% (ACI 352.1R [147] ; Pan e Moehle [148]). No entanto, a ASCE/SEI-10 [146] impõe valores limite de *drift* que vão desde 0,7% até 2,5%, dependendo da categoria de dimensionamento ao sismo da estrutura. Alguns trabalhos desenvolvidos mostraram que as lajes fungiformes sem armadura específica de punçoamento conseguem atingir 1,5% e 2,5% de *drift* apenas quando a relação entre os esforços provocados pelas cargas gravíticas e a resistência total da laje ao corte é inferior a 0,4 e 0,2, respetivamente (ACI 421.2R [149] e Almeida *et al.* [6]).

Neste Capítulo são apresentados e analisados os resultados obtidos em ensaios de modelos de laje fungiforme com utilização parcial de BER na zona da ligação laje-pilar. Foram produzidos três modelos com utilização racional de BER e um modelo de referência, totalmente em betão convencional. Todos os modelos foram ensaiados com a aplicação de uma carga vertical constante distribuída na laje e com o carregamento horizontal cíclico de amplitude crescente.

Durante os ensaios foram monitorizados os deslocamentos verticais, o deslocamento horizontal no topo do pilar, a carga gravítica, a força horizontal aplicada no topo do pilar e a extensão de alguns varões da armadura longitudinal superior. Após os ensaios, procedeu-se ao corte longitudinal dos modelos para análise da sua superfície de rotura.

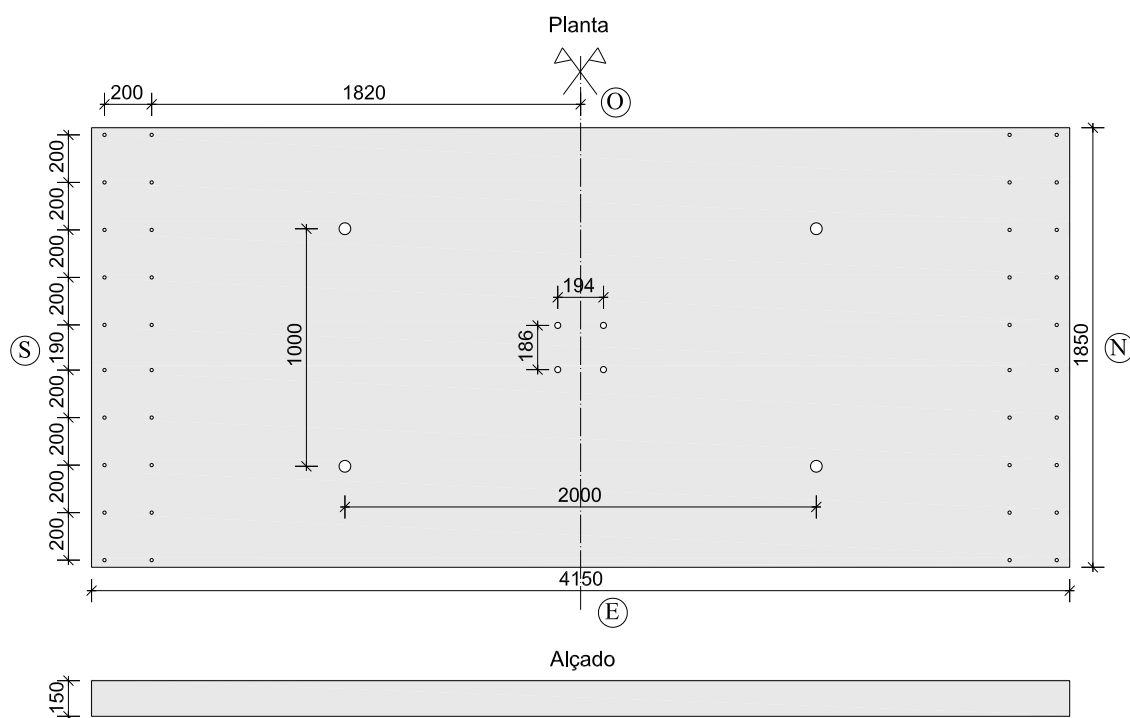
## 7.2 DESCRIÇÃO DOS MODELOS

Os modelos de laje são retangulares com 4150 mm de comprimento, 1850 mm de largura, 150 mm de espessura e pretendem representar a laje de um edifício de escritórios delimitada na direção longitudinal pelo meio vão dos painéis adjacentes a um pilar e na direção transversal pela linha de momentos nulos. A produção dos modelos foi realizada numa fábrica de pré-fabricação (Concremat, S.A.).

A ligação laje-pilar foi materializada através de dois troços de pilar metálico. A adoção desta solução deve-se essencialmente a condicionantes de produção, transporte e manuseamento dos

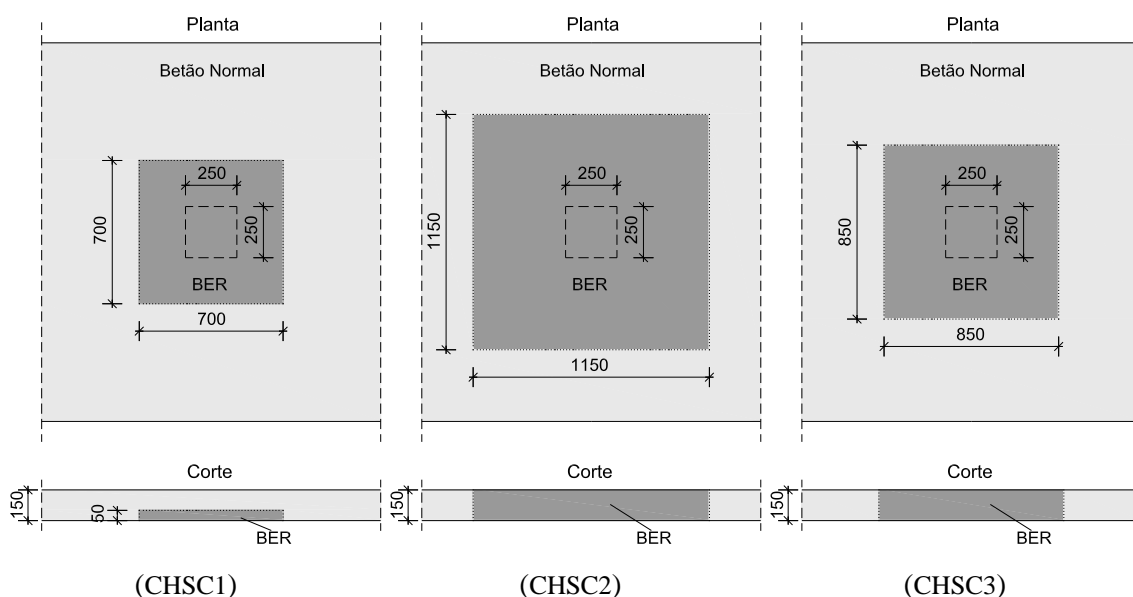
modelos. A Figura 7.1 mostra a geometria em planta e em alçado dos modelos produzidos. Foi necessário deixar negativos na laje para fixação dos troços do pilar, sistema de ensaio e passagem de monocordões de aço de alta resistência para aplicação da carga vertical.

No seguimento dos resultados obtidos nos ensaios apresentados no Capítulo 5, produziu-se o modelo CHSC1, em que o BER é utilizado parcialmente e apenas numa espessura igual a 1/3 da espessura total da laje, conforme esquematizado na Figura 7.2. De acordo com os resultados apresentados mais à frente o comportamento do modelo CHSC1 não foi o desejado. Assim, foram produzidos mais dois modelos com utilização parcial de BER na zona da laje junto ao pilar, mas desta vez com espessura igual à espessura da laje, variando-se as dimensões em planta. Foi ainda ensaiado um modelo totalmente em betão normal que serve de referência



**Figura 7.1** – Geometria em planta e em alçado dos modelos ensaiados ao punçamento cíclico (dimensões em mm).

Na Figura 7.3 estão representadas as armaduras adotadas. O recobrimento das armaduras foi de 20 mm, resultando numa altura útil média de aproximadamente 118 mm e 120 mm, para a armadura superior e inferior, respetivamente. A percentagem de armadura longitudinal superior no apoio é de 0,96%. As armaduras longitudinais superiores e inferiores com maior altura útil foram orientadas na direção Norte-Sul. Imediatamente antes da betonagem procedeu-se à medição da altura útil das armaduras superiores no apoio e o seu valor médio é apresentado no Quadro 7.1.



**Figura 7.2** – Geometria da zona em BER nos modelos sujeitos ao punçamento cíclico.

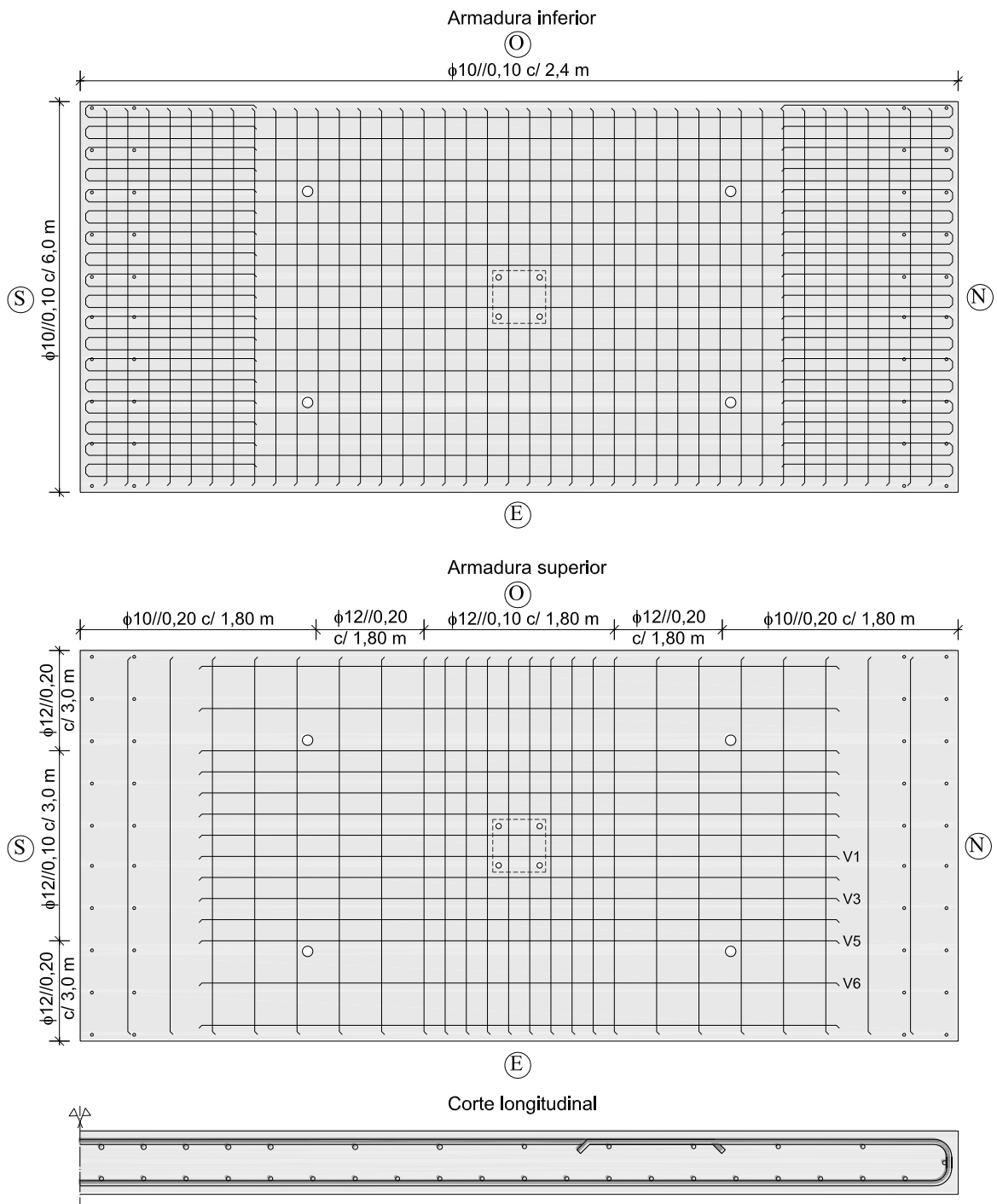
**Quadro 7.1** – Altura útil média e geometria da zona em BER dos modelos ensaiados.

Modelo	Geometria da zona em BER (mm)	d (mm)
C-50	-	118,4
CHSC1	700x700x50	118,1
CHSC2	1150x1150x150	117,5
CHSC3	850x850x150	118,4

d – altura útil da laje

Nos modelos com utilização parcial de BER foi usada uma rede hexagonal galvanizada que serviu de molde ao BER betonado na zona do apoio da laje. No modelo CHSC1 procedeu-se posteriormente à colocação da armadura longitudinal superior enquanto nos modelos CHSC2 e CHSC3 a armadura superior foi colocada antes da betonagem com BER. Após a betonagem da zona em BER foi aplicado o betão convencional. A compactação dos betões foi realizada através do sistema de vibração acoplado às mesas disponíveis na fábrica.

Após a betonagem as lajes permaneceram nos moldes durante cerca de 12 horas. Durante esse período a zona central dos modelos foi coberta por uma serapilheira humedecida. Após a desmoldagem as lajes foram armazenadas e a serapilheira foi molhada periodicamente durante os primeiros dias. Na Figura 7.4 e Figura 7.5 são apresentadas fotografias da fase de produção dos modelos CHSC1 e CHSC2.



**Figura 7.3** – Armaduras longitudinais dos modelos ensaiados ao punçoamento com ação cíclica horizontal (dimensões em mm).



**Figura 7.4** – Fotos da betonagem do modelo CHSC1.



**Figura 7.5** – Fotos da betonagem do modelo CSHC2.

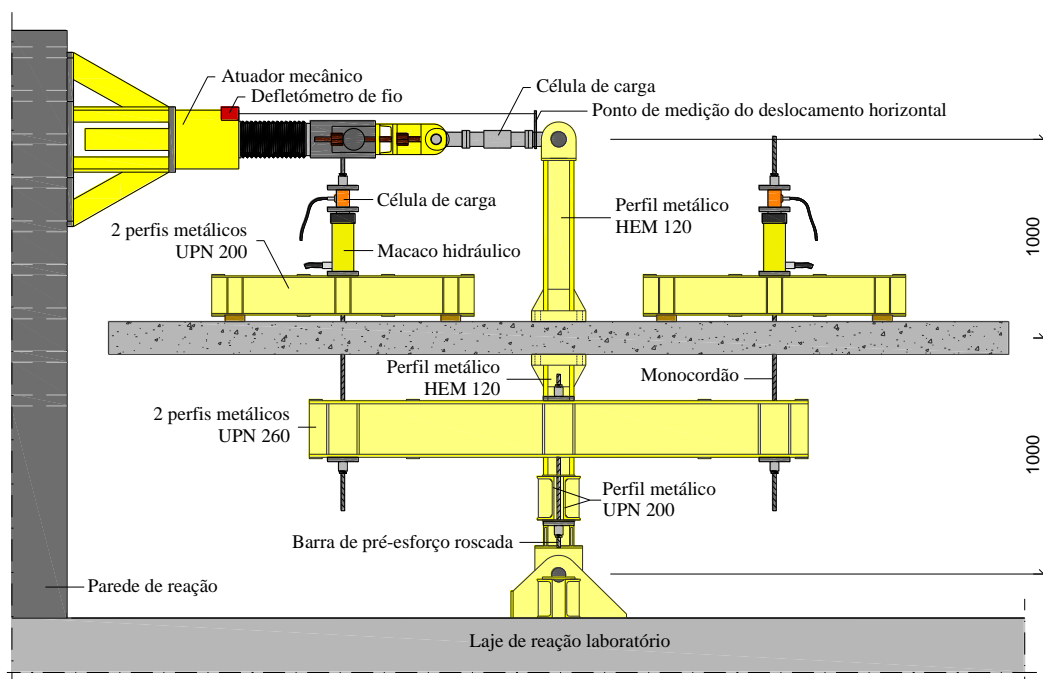
### 7.3 SISTEMA DE ENSAIO

A maioria dos ensaios experimentais realizados com carregamento vertical e horizontal combinados impuseram condições de fronteira simplificadas, tais como o deslocamento vertical dos bordos impedido e a permissão da rotação livre dos bordos, o que não reproduz o que se verifica na realidade. Nestas condições de ensaio, as linhas de momento nulo devido às cargas verticais e horizontais são coincidentes e mantêm a sua posição fixa, não existe a possibilidade de redistribuição do momento fletor do apoio para o vão e os elementos que impedem o

deslocamento vertical dos bordos recebem parte da carga gravítica aplicada aos modelos, condicionando a sua degradação.

Na Universidade NOVA de Lisboa, com o objetivo de aproximar o comportamento dos modelos ao de uma laje fungiforme inserida numa estrutura real, Almeida *et al.* ([5], [6]) conceberam um sistema de ensaio considerando as condições de fronteira impostas numa estrutura real. Para as cargas gravíticas, os bordos Norte e Sul do modelo (Figura 7.1), que representam as secções de meio vão dos painéis de laje adjacentes ao pilar, com momento fletor positivo, rotação e esforço transversal nulos, e com iguais deslocamentos verticais. Para as ações horizontais, os deslocamentos verticais e rotações nos bordos Norte e Sul devem ser iguais entre si, os momentos fletores são iguais e de sinal contrário e os esforços transversos assumem valor simétrico.

Para a aplicação das cargas gravíticas e para garantir que estas se mantiveram constantes durante o ensaio foi concebido um sistema equilibrado fechado, através do qual as cargas são encaminhadas para o troço inferior do pilar, em detrimento dos sistemas frequentemente utilizados de fixação à laje de reação do laboratório ou de suspensão de elementos pesados (Figura 7.6).



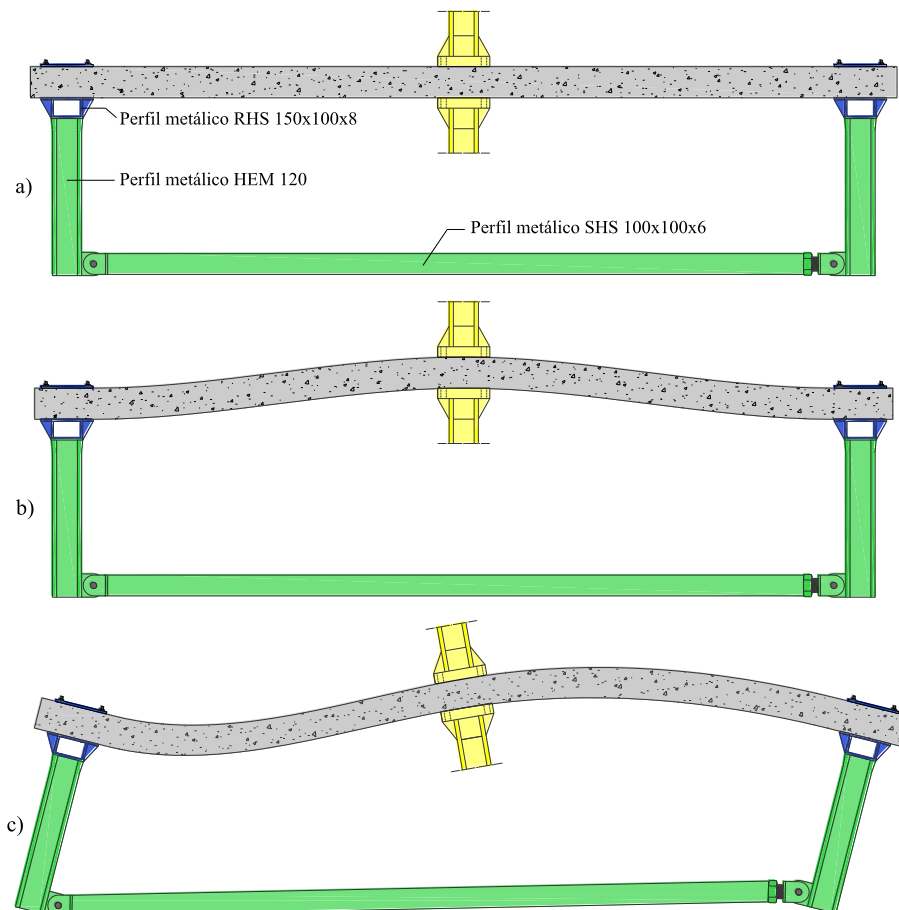
**Figura 7.6** – Sistema de aplicação das cargas verticais e da ação horizontal (dimensões em mm).

Foram utilizadas quatro vigas de distribuição, cada uma com dois pontos de aplicação de carga na face superior da laje, sobre as quais foram colocados macacos hidráulicos com 200 kN de capacidade. Os pontos de aplicação de carga vertical constituem uma malha quadrada

uniformemente espaçada de 1 m. A localização em planta dos pontos de aplicação de carga vertical está representada na Figura 7.10.

A utilização de uma unidade de pressão hidráulica configurada na função *Load Maintainer*, ligada em paralelo aos quatro macacos hidráulicos de características iguais, permite manter a carga vertical constante e igual nos quatro macacos ao longo do ensaio independentemente da rigidez da laje e da força horizontal aplicada no topo do pilar.

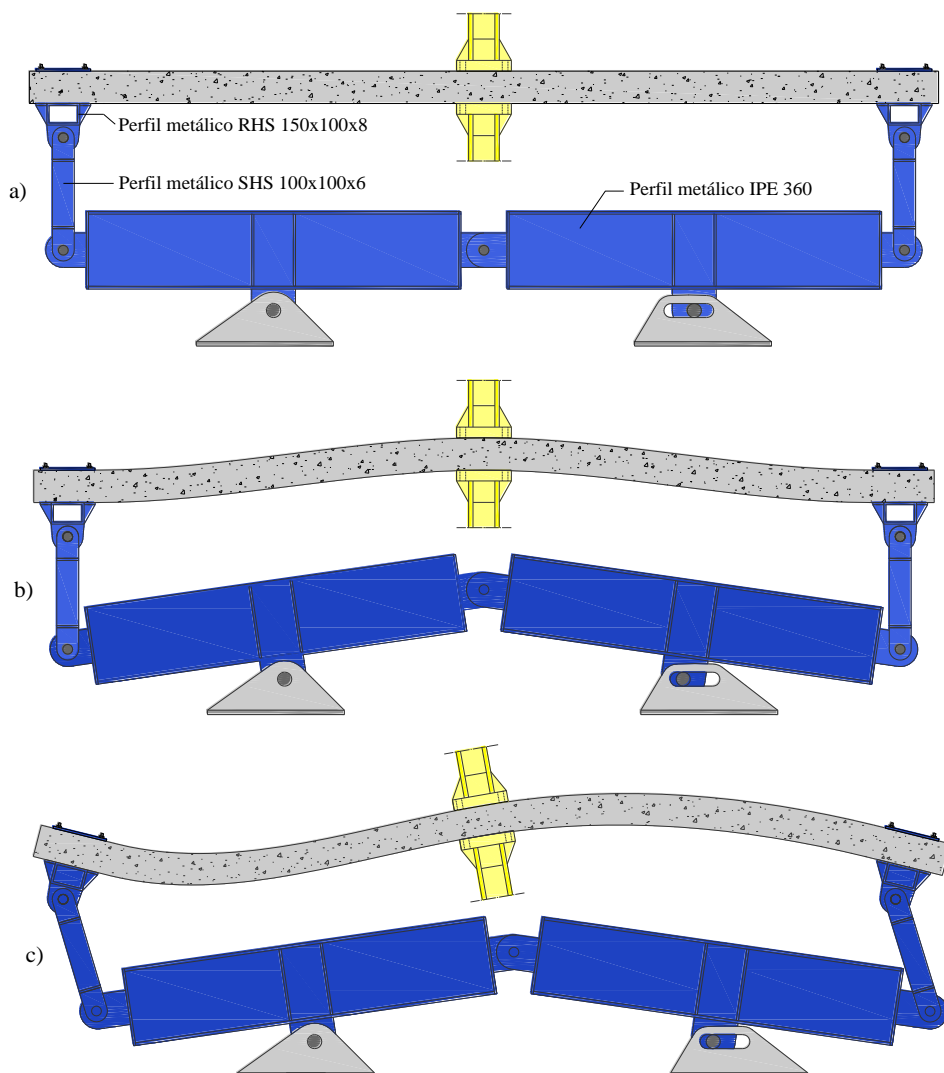
A compatibilização das rotações nos bordos Norte e Sul dos modelos é concretizada através da utilização de duas escoras bi-rotuladas ligadas a perfis metálicos verticais encastrados nos bordos da laje (Figura 7.7).



**Figura 7.7** – Sistema de compatibilização das rotações e momentos fletores: a) indeformado; b) carga gravítica e c) ação horizontal.

Para garantir a compatibilização das condições de fronteira relativas ao esforço transversal e aos deslocamentos verticais nos bordos Norte e Sul, foi desenvolvido um sistema mecânico passivo, conforme representado na Figura 7.8. Este sistema garante que, para as cargas verticais, o esforço transversal é nulo nos bordos da laje. Para a ação horizontal, este sistema impede a rotação de

corpo rígido da laje através da imposição de forças verticais nos bordos de igual valor mas de sinal oposto.



**Figura 7.8** - Sistema de compatibilização dos deslocamentos verticais e esforço transverso: a) indeformado; b) carga gravítica e c) ação horizontal.

O pilar foi concretizado através de dois troços de perfil metálico com chapas de aço quadradas, com 50 mm de espessura e 250 mm de lado, soldadas numa das extremidades de cada troço de pilar. Utilizaram-se quatro varões roscados M24 para ligar as duas partes do pilar à laje, aplicando-se uma força de pré-esforço de 240 kN em cada varão.

Os elementos metálicos que constituem o sistema de ensaio foram dimensionados para que a influência da sua deformabilidade nos resultados fosse minimizada. No caso do sistema de aplicação das cargas verticais não foi necessário ter esse aspeto em consideração uma vez que se trata de um sistema fechado equilibrado. A Figura 7.9 mostra a vista geral do sistema de ensaio.



Figura 7.9 – Vista geral do sistema de ensaio.

#### 7.4 MATERIAIS

As propriedades mecânicas dos materiais usados na produção dos modelos foram avaliadas através de ensaios experimentais. O betão de resistência normal usado foi um dos correntemente utilizados na unidade de pré-fabricação onde foram produzidos os modelos. O BER foi o estudado em 3.7.2., com agregados grossos de basalto e duas areias lavadas.

Por cada modelo betonado foram realizados nove provetes cilíndricos com 300 mm de altura e 150 mm de diâmetro com BER e betão normal. Foram ainda produzidos seis cubos de cada betão, sendo que para o BER foram usados moldes com 100 mm de aresta e para o betão convencional foram usados moldes com 150 mm de aresta. A opção pelos cubos mais pequenos para o BER foi devido à limitação da capacidade de carga da prensa hidráulica disponível para realizar os ensaios.

A resistência à compressão do betão em cilindros foi determinada de acordo com a NP EN 12390-3 [103] e os ensaios para a resistência à tração por compressão diametral foram realizados de acordo com o preconizado na NP EN 12390-6 [104]. O módulo de elasticidade dos betões foi determinado através de ensaios de compressão em cilindros de acordo com a especificação E-397 do LNEC [105]. Foi necessário tratar a superfície da base e do topo dos cilindros de forma a garantir a sua planeza para os ensaios de compressão e de determinação do módulo de elasticidade. Os provetes de betão foram ensaiados no mesmo dia do ensaio do modelo respetivo.

De cada tipo de varões de aço utilizados na fabricação das armaduras longitudinais dos modelos foram recolhidas e caracterizadas através de ensaios de tração três provetes, seguindo as indicações da EN 10002-1 [106]. O Quadro 7.2 mostra o valor médio dos resultados obtidos nos ensaios de caracterização do betão e o Quadro 7.3 apresenta os resultados para o aço das armaduras.

**Quadro 7.2** – Propriedades mecânicas médias dos betões utilizados nos modelos com carga horizontal (MPa).

Modelo		$f_c$	$f_{cc,150}$	$f_{cc,100}$	$f_{ct,sp}$	$E_c (x10^3)$
C-50	Betão Normal	52,4	-	-	2,9	-
	BER	115,2	-	120,1	4,1	53,7
CHSC1	Betão Normal	61,6	66,3	-	7,1	35,7
	BER	120,2	-	124,8	7,4	51,4
CHSC2	Betão Normal	45,9	46,5	-	3,5	37,3
	BER	123,6	-	127,2	8,2	52,8
CHSC3	Betão Normal	48,9	52,5	-	-	35,3

$f_c$  - valor médio da tensão de rotura do betão à compressão em cilindros 150x300 mm;  $f_{cc}$  - valor médio da tensão de rotura do betão à compressão em cubos 150x150x150 mm;  $f_{cc,100}$  - valor médio da tensão de rotura do betão à compressão em cubos 100x100x100 mm;  $f_{ct,sp}$  - valor médio da tensão de rotura à tração do betão determinada através do ensaio de compressão diametral em cilindros 150x300 mm;  $E_c$  - valor médio do módulo de elasticidade do betão.

**Quadro 7.3** – Propriedades mecânicas médias do aço das armaduras longitudinais.

$f_y$ (MPa)		$\epsilon_y$ (‰)		$E_s$ (GPa)	
Ø10	Ø12	Ø10	Ø12	Ø10	Ø12
534,9	525,8	2,7	2,6	198	200

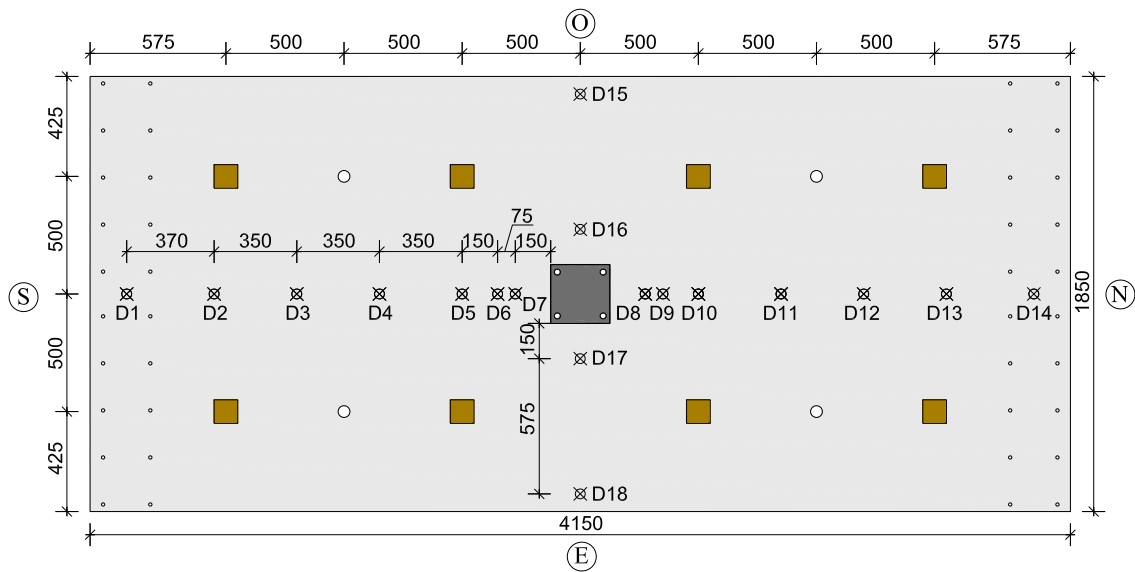
$f_y$  - valor médio da tensão de cedência à tração do aço;  $\epsilon_y$  - valor médio da extensão de cedência do aço;  $E_s$  - valor médio do módulo de elasticidade do aço.

## 7.5 INSTRUMENTAÇÃO

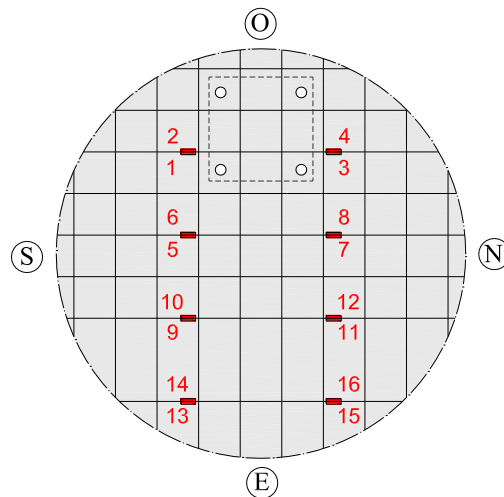
Para avaliar o desempenho das lajes foram usados vários equipamentos para medição de deslocamento, força e extensão. Foram usados 18 defletómetros elétricos para medir os deslocamentos verticais na face superior dos modelos, 14 dispostos na direção longitudinal e quatro na direção transversal, conforme esquematizado na Figura 7.10.

A carga vertical aplicada em oito pontos da laje (Figura 7.10), que simula o efeito da carga gravítica distribuída na sua superfície, foi medida por uma célula de carga em cada uma das quatro vigas de distribuição. A carga e o deslocamento horizontal aplicados no topo superior do pilar pelo atuador mecânico foram monitorizados através de uma célula de carga e de um defletómetro elétrico de fio, respetivamente, esquematizados na Figura 7.6.

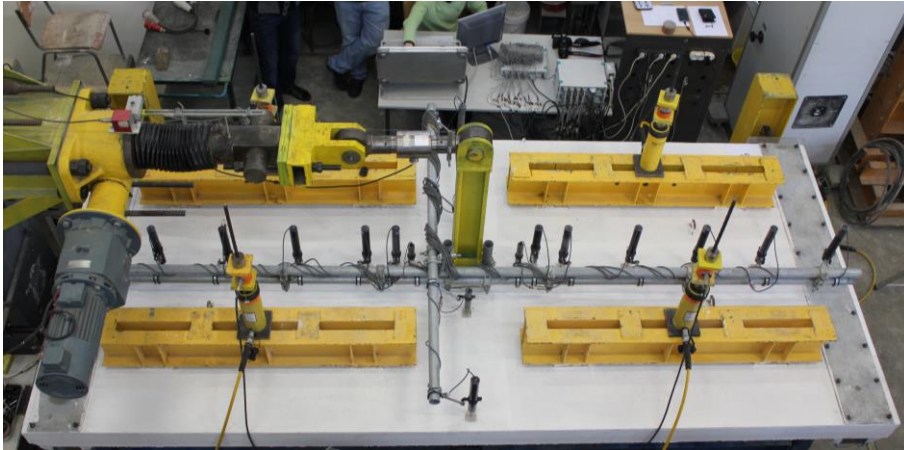
As extensões de alguns varões da armadura longitudinal superior foram monitorizadas através de 16 extensómetros elétricos, conforme representado na Figura 7.11. Em cada varão instrumentado foram colados dois pares de extensómetros, um em cada lado do pilar. Os extensómetros foram colados na lateral dos varões e em posição diametralmente oposta. Os pontos monitorizados encontram-se a 50 mm da face do pilar. As Figuras 7.12 e 7.13 mostram o modelo CHSC2 com todo o equipamento de monitorização montado. Na Figura 7.14 é apresentada a ligação do troço inferior do pilar à laje CHSC1.



**Figura 7.10** – Planta com pontos de aplicação das forças verticais e distribuição dos defletômetros (dimensões em mm).



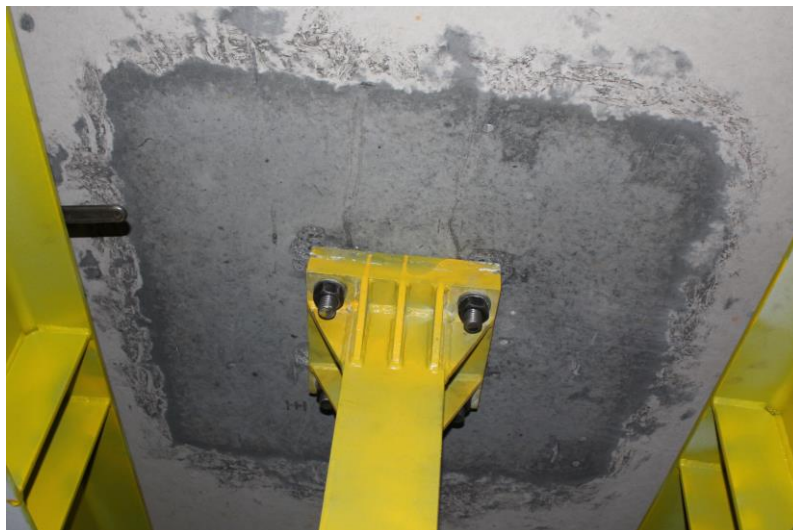
**Figura 7.11** – Posição dos extensômetros usados na armadura superior.



**Figura 7.12** – Equipamento de monitorização e de aquisição de dados.



**Figura 7.13** – Vista geral do equipamento do modelo e equipamento de monitorização.



**Figura 7.14** – Vista da ligação do pilar à face inferior da laje CHSC1.

## 7.6 PROTOCOLO DE ENSAIO

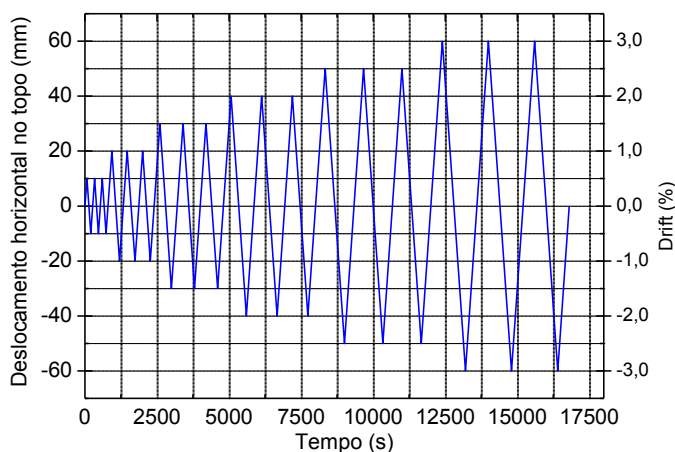
Os modelos ensaiados foram submetidos a uma carga vertical constante, distribuída por oito pontos da superfície superior da laje, de valor igual a 50% do valor da capacidade de carga ao punçamento estimada pelo EC2 [1]. A este valor foi subtraído a soma do peso próprio da laje e dos elementos do sistema de ensaio e de monitorização, que contribuem para a carga de punçamento dos modelos, num total de aproximadamente 39,4 kN.

Como se pretende estudar o efeito da utilização parcial de BER na melhoria do desempenho ao punçamento de lajes sujeitas a ações horizontais cíclicas, nos modelos com utilização parcial de BER foram usadas as características mecânicas do betão de resistência normal para o cálculo da carga de rotura ao punçamento. A carga vertical foi aplicada a uma taxa de 30 kN/min. O Quadro 7.4 apresenta o valor total da carga vertical aplicada a cada modelo, incluindo o peso próprio da laje e do sistema de ensaio. Após atingir o valor da carga gravítica definido para cada modelo foram aplicados deslocamentos cíclicos no topo do pilar para ambas as direções a uma taxa de 9 mm/min. O deslocamento horizontal cíclico imposto seguiu o protocolo apresentado na Figura 7.15.

**Quadro 7.4** – Carga vertical aplicada a cada modelo.

Modelo	C-50	CHSC1	CHSC2	CHSC3
$V_{exp,c}$	203,4	221,6	199,7	212,9

$V_{exp,c}$  – carga vertical aplicada.



**Figura 7.15** – Protocolo de aplicação da ação horizontal cíclica.

## 7.7 RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Nas secções seguintes são apresentados e analisados os resultados experimentais em termos de deformação, extensão das armaduras longitudinais, capacidade de *drift*, diagrama histerético e amortecimento viscoso.

### 7.7.1 Deslocamentos verticais

Foram utilizados 14 defletómetros elétricos distribuídos na direção longitudinal do modelo (Norte-Sul) que permitiram analisar a deformação dos mesmos ao longo do ensaio. Os deslocamentos verticais medidos no ensaio foram utilizados para traçar diagramas de deformação para o carregamento vertical e para o primeiro e o terceiro ciclos de cada patamar de *drift* imposto no sentido Norte-Sul. De forma a facilitar a interpretação de resultados, para cada modelo foram elaborados dois gráficos de deformação: um onde não foi considerada a deformação inicial devido à aplicação da carga gravítica da primeira fase de carregamento e outro com todos os efeitos sobrepostos.

Nas Figuras 7.16 a 7.23 são apresentados diagramas com a posição deformada para os vários patamares de deslocamento horizontal aplicado no topo do pilar. Nos perfis longitudinais apresentados podem ser observados pontos de inflexão no lado Sul (S) dos modelos que indicam a contribuição do sistema de compatibilização de rotações. Nos gráficos onde não foi considerada a deformação inicial devido à carga vertical aplicada é mais evidente o efeito da mobilidade da linha de momentos nulos em função da rigidez da laje.

O deslocamento vertical observado para o carregamento vertical inicialmente aplicado é idêntico em todos os modelos, com tendência a aumentar com o valor da carga vertical, independentemente da constituição dos modelos.

Em todos os modelos a deformação aumenta com o número de ciclos impostos dentro de um determinado patamar de *drift*, o que indica que apesar da principal causa da degradação da rigidez dos modelos ser o aumento da amplitude do deslocamento horizontal, existe degradação considerável entre ciclos de igual valor. A variação da quantidade de BER utilizado e a sua geometria não introduziu alterações significativas na deformação dos modelos, tanto em termos de magnitude como de formato.

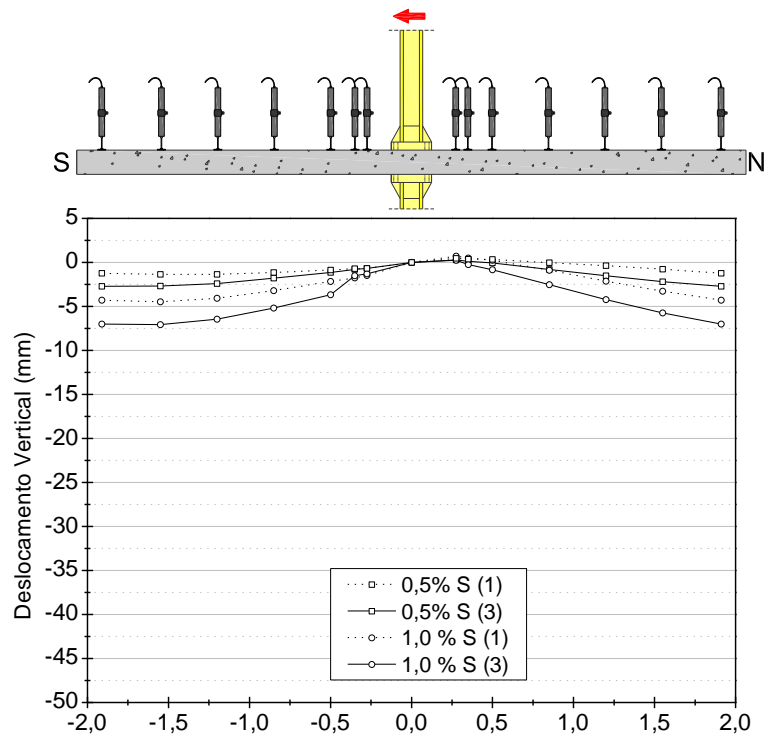


Figura 7.16 - Modelo C-50: perfis longitudinais para os primeiros e terceiros ciclos dos diferentes níveis de drift – efeito isolado da carga horizontal no topo do pilar.

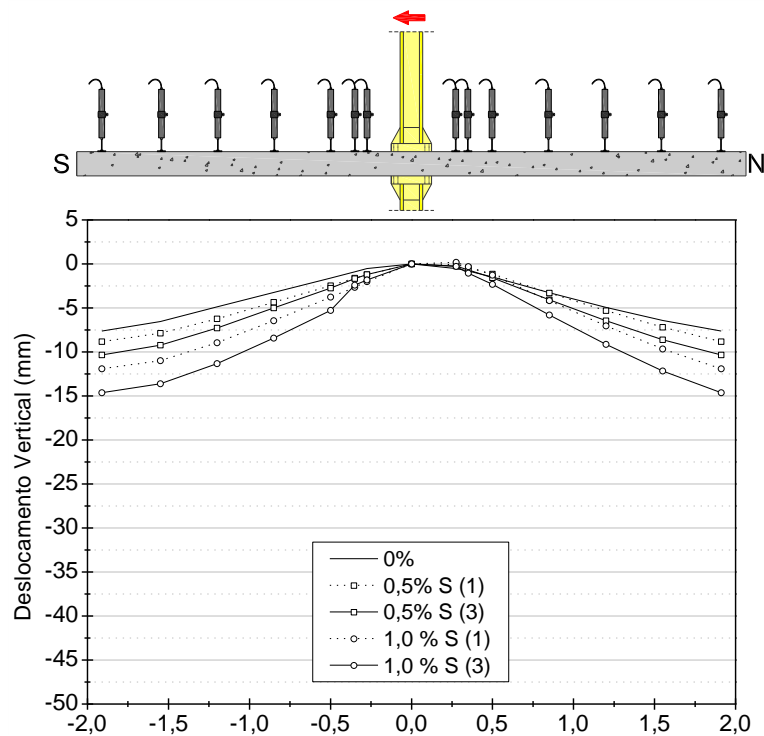
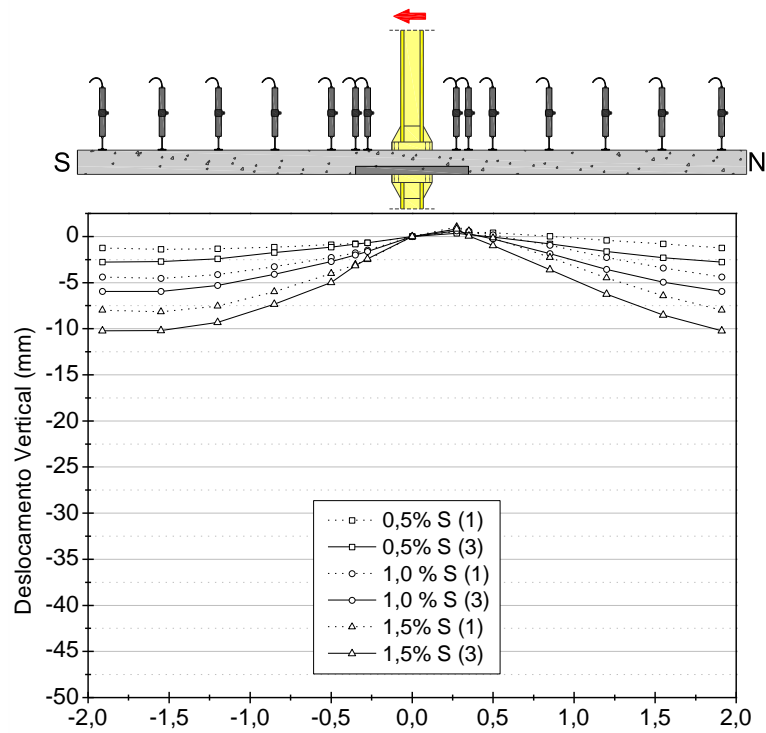
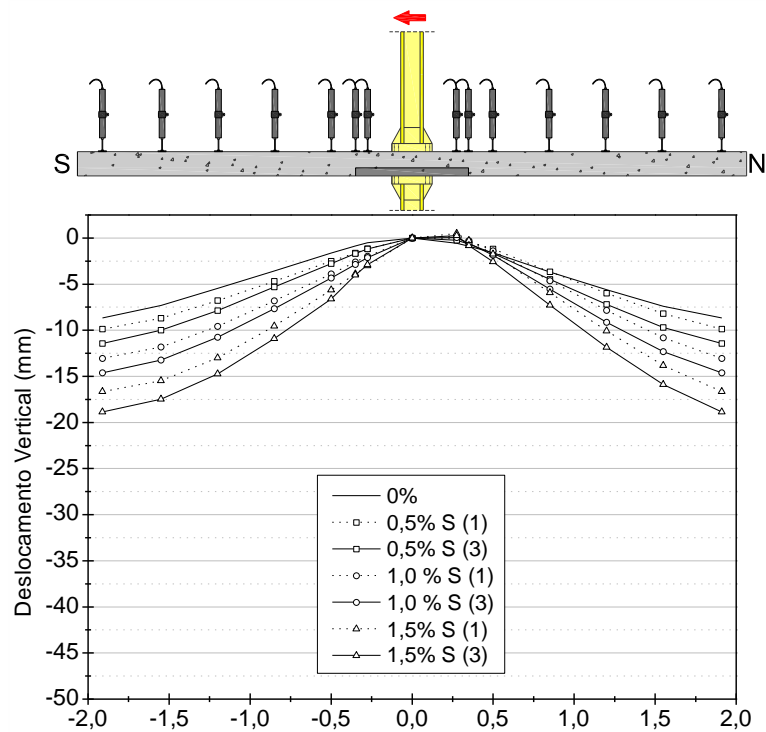


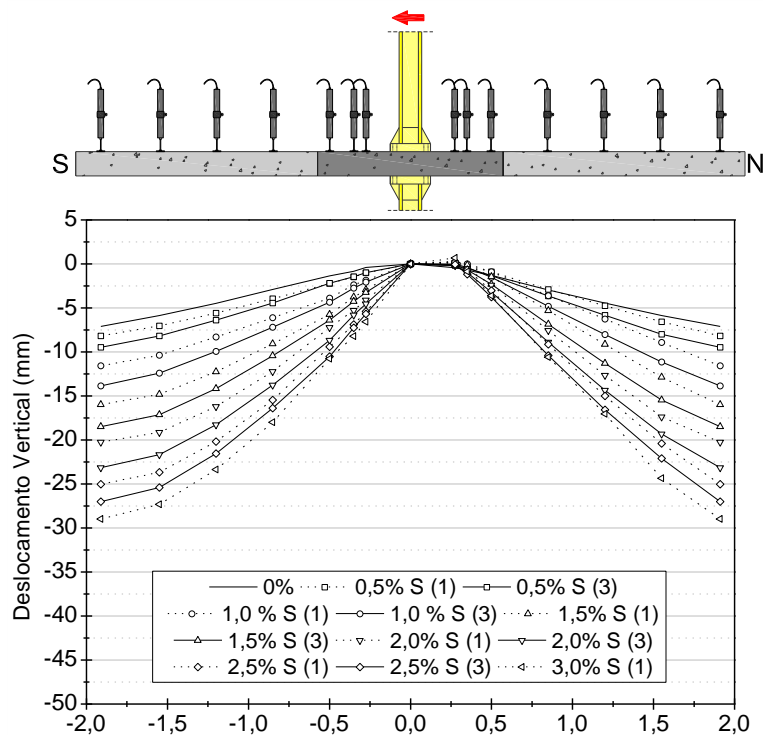
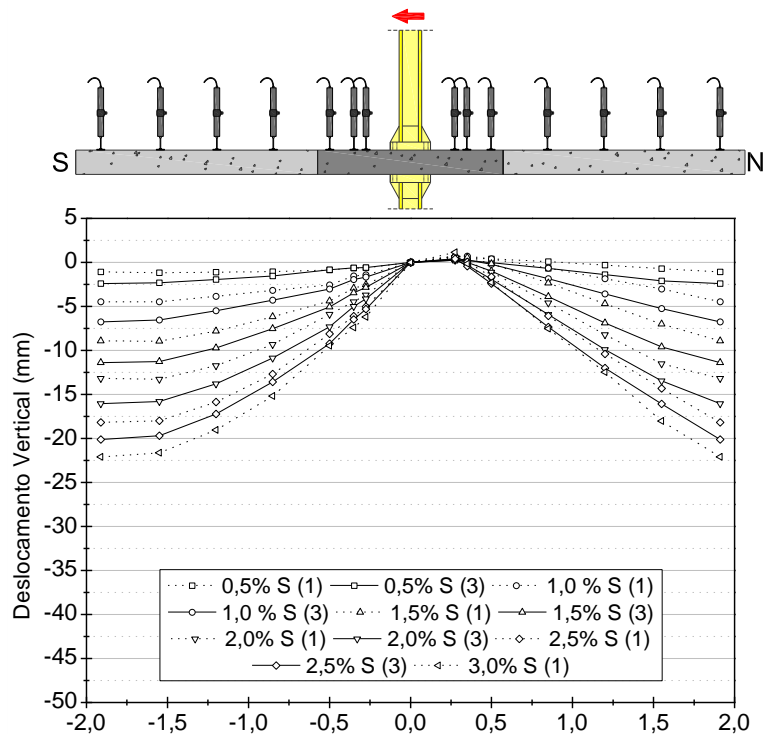
Figura 7.17 – Modelo C-50: perfis longitudinais para os primeiros e terceiros ciclos dos diferentes níveis de drift – efeito total.

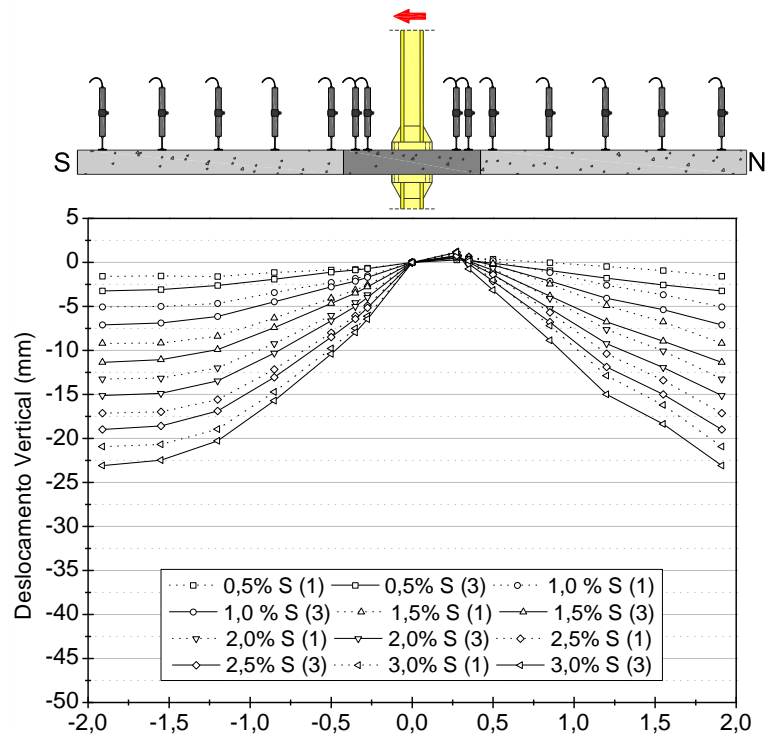


**Figura 7.18-** Modelo CHSC1: perfis longitudinais para os primeiros e terceiros ciclos dos diferentes níveis de *drift* – efeito isolado da carga horizontal no topo do pilar.

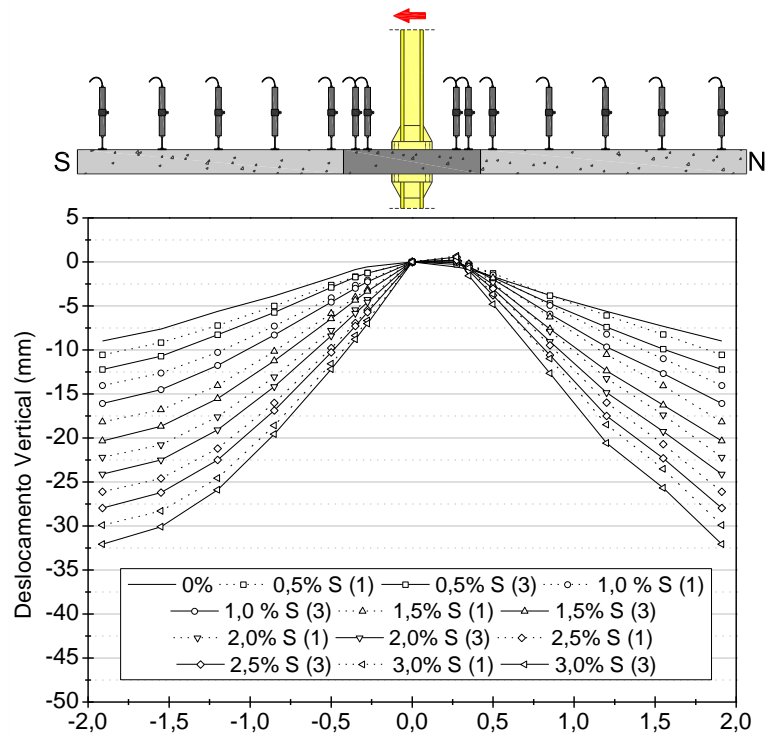


**Figura 7.19 - -** Modelo CHSC1: perfis longitudinais para os primeiros e terceiros ciclos dos diferentes níveis de *drift* – efeito total.





**Figura 7.22** - Modelo CHSC3: perfis longitudinais para os primeiros e terceiros ciclos dos diferentes níveis de *drift* – efeito isolado da carga horizontal no topo do pilar.



**Figura 7.23** - Modelo CHSC3: perfis longitudinais para os primeiros e terceiros ciclos dos diferentes níveis de *drift* – efeito total.

Para níveis mais elevados de deslocamento horizontal imposto no sentido Norte-Sul, o perfil longitudinal apresenta um ponto de descontinuidade próximo do pilar no lado Norte. O elevado nível de fendilhação nessa zona da laje leva à observação deste efeito no perfil deformado. Quando o deslocamento imposto toma o sentido Sul-Norte, verifica-se o comportamento inverso. Verifica-se ainda que os bordos são livres de deformar e apresentam deslocamentos verticais iguais entre si. A Figura 7.24 mostra a deformada da laje com o pilar na posição inicial e após a realização dos ciclos de 1,0% de *drift*, onde se consegue observar a variação da curvatura da laje em função do sinal do diagrama de esforços de flexão.



**Figura 7.24** – Vista lateral do modelo CHSC1 durante o ensaio.

Os valores medidos pelos defletômetros colocados ao longo do eixo no sentido longitudinal foram também usados para deduzir a equação aproximada da posição deformada dos modelos para cada lado do pilar, que foi usada para determinar a posição dos pontos de inflexão ao longo do carregamento. A evolução da posição do ponto de inflexão dos vários modelos é apresentada nas Figuras 7.25 a 7.28.

Quando os modelos foram sujeitos apenas ao carregamento vertical existem dois pontos de inflexão posicionados a cerca de 24% do vão, valor próximo da posição teórica do ponto de inflexão de 22% do vão. Quando o deslocamento horizontal é imposto para Sul, o ponto de inflexão do lado Sul move-se na direção do pilar enquanto o ponto de inflexão do lado Norte move-se na direção do meio vão. Comportamento simétrico é observado quando o deslocamento é imposto na direção Norte. O deslocamento dos pontos de inflexão na direção do meio vão é ligeiro, não indo além de 28% do vão, devido à perda de rigidez. Para valores de *drift* elevados o ponto de inflexão do lado para onde foi imposto o deslocamento atingiu o pilar dado o valor de momento fletor introduzido pela ação horizontal superar o valor provocado pela carga vertical.

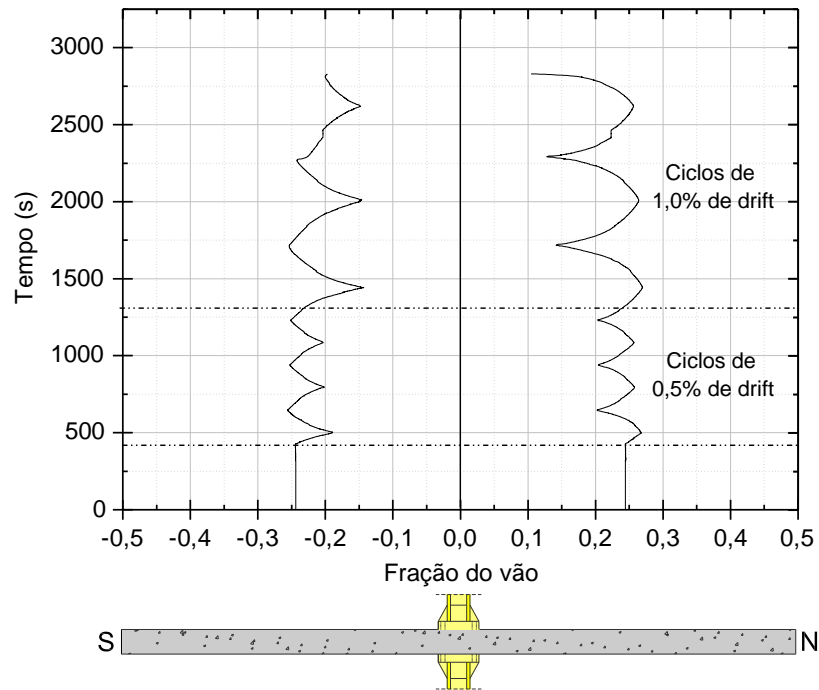


Figura 7.25 – C-50: posição do ponto de inflexão ao longo do ensaio.

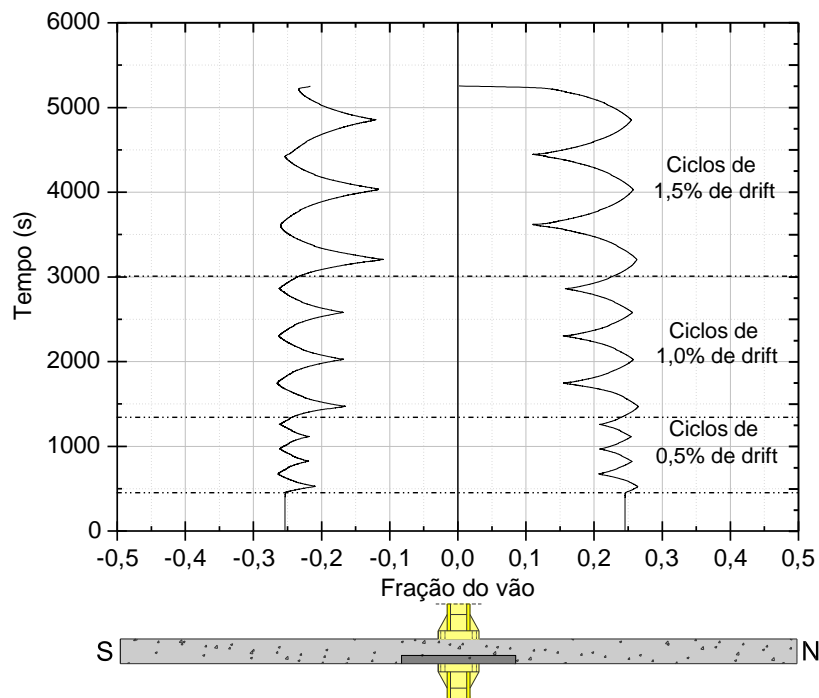


Figura 7.26 – CHSC1: posição do ponto de inflexão ao longo do ensaio.

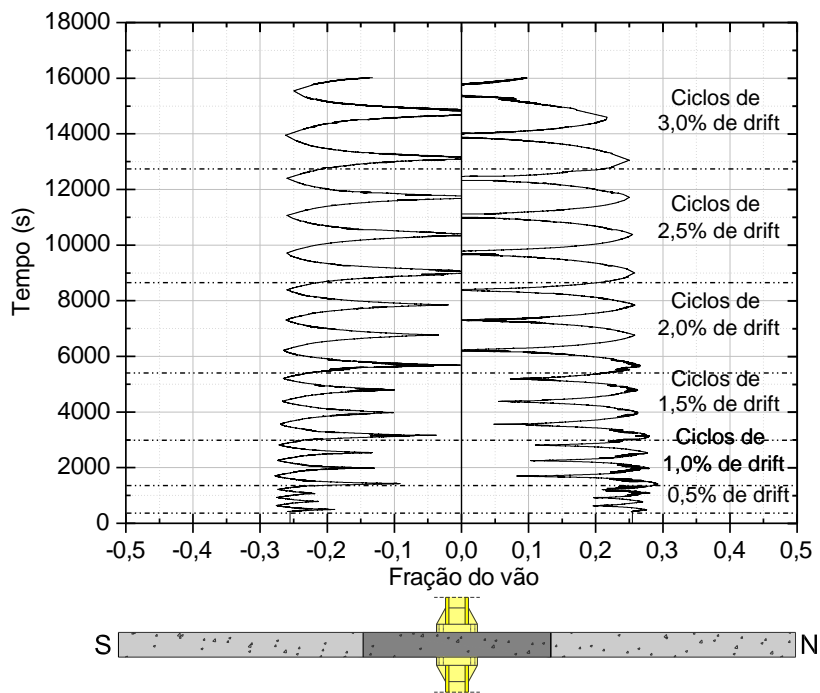


Figura 7.27 – CHSC2: posição do ponto de inflexão ao longo do ensaio.

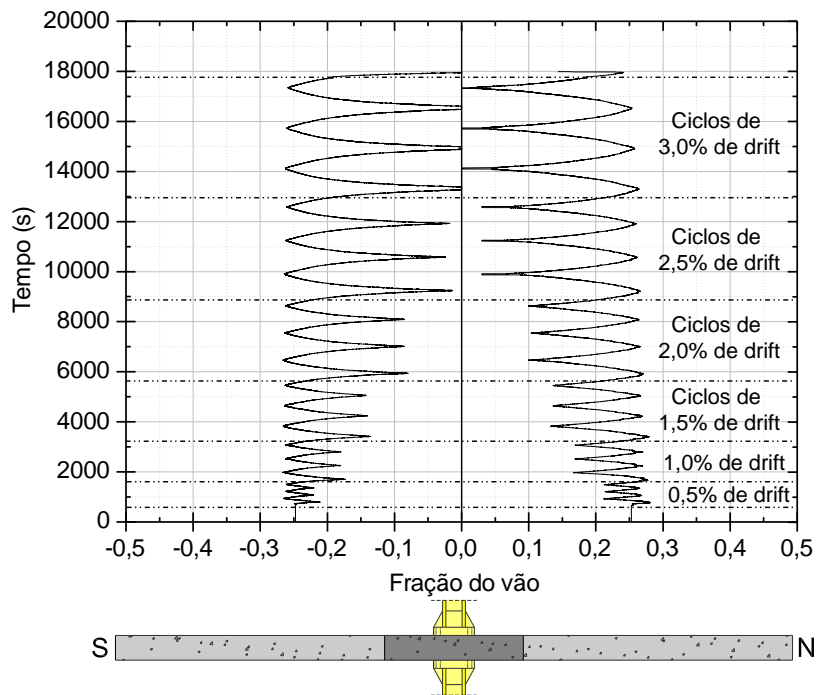


Figura 7.28 – CHS3: posição do ponto de inflexão ao longo do ensaio.

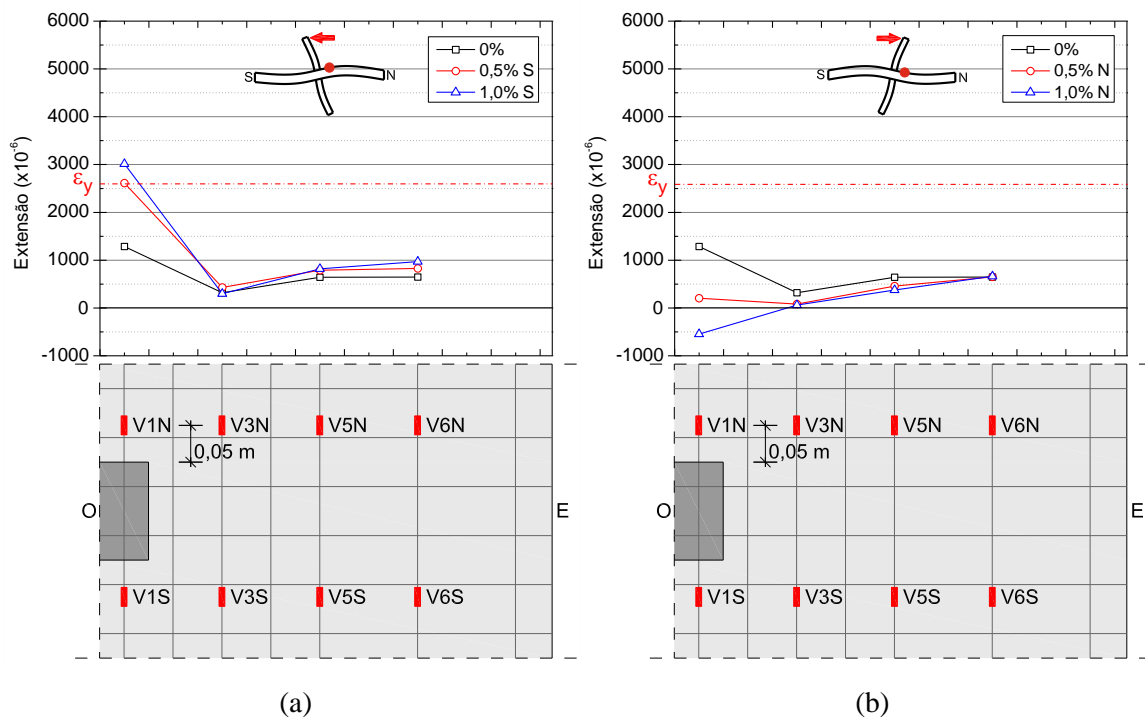
### 7.7.2 Extensão nas armaduras longitudinais

A deformação medidas com os extensómetros elétricos em alguns varões da armadura longitudinal superior permitiu traçar os diagramas das Figuras 7.29 a 7.32, onde é apresentada a

distribuição transversal da extensão dos lados Norte e Sul do pilar, para os vários patamares de deslocamento horizontal atingidos. Os valores apresentados referem-se ao primeiro ciclo de cada patamar de *drift* imposto. No modelo C-50 todos os extensómetros do lado Sul encontravam-se danificados pelo que não é possível apresentar resultados para esse lado.

Na primeira fase do ensaio, em que se aplicou o carregamento gravítico, nenhum dos varões instrumentados atingiu a cedência. A distribuição transversal toma uma tendência crescente à medida que os varões instrumentados se encontram mais próximos do pilar, como seria de esperar, uma vez que o momento fletor negativo é maior na zona circunjacente do pilar.

De uma forma geral, os valores da extensão registados no fim da aplicação da carga vertical são tanto maiores quanto mais elevado é o carregamento, independentemente da geometria em planta e em alçado da zona da laje em BER. Para o valor final da carga vertical, os extensómetros no lado Norte do varão mais próximo do centro do modelo CHSC3 apresentam valores de extensão muito próximos da extensão de cedência determinada nos ensaios de caracterização do aço das armaduras, representados nos gráficos através de uma linha vermelha a traço interrompido. A distribuição transversal de extensões de cada modelo para o carregamento gravítico é praticamente simétrico o que sugere a continuidade do diagrama de momentos na zona do pilar.



**Figura 7.29** – Modelo C-50 - Extensões na armadura longitudinal superior para diferentes *drifts*: (a) sentido Norte-Sul e (b) sentido Sul-Norte.

Na segunda fase do ensaio, que consistiu na imposição de deslocamentos horizontais cíclicos no topo do pilar, surge na laje um momento fletor desequilibrado na laje junto ao pilar, o que leva a uma descontinuidade no diagrama de momentos fletores resultantes das duas ações. Quando o deslocamento horizontal é aplicado no sentido Sul, o momento fletor negativo no lado Norte aumenta e no lado Sul diminui. O efeito contrário é observado quando a direção da ação horizontal toma o sentido oposto. A redução do momento fletor negativo traduz-se na redução da extensão das armaduras longitudinais superiores, podendo ser tão significativo ao ponto de inverter o sinal das extensões.

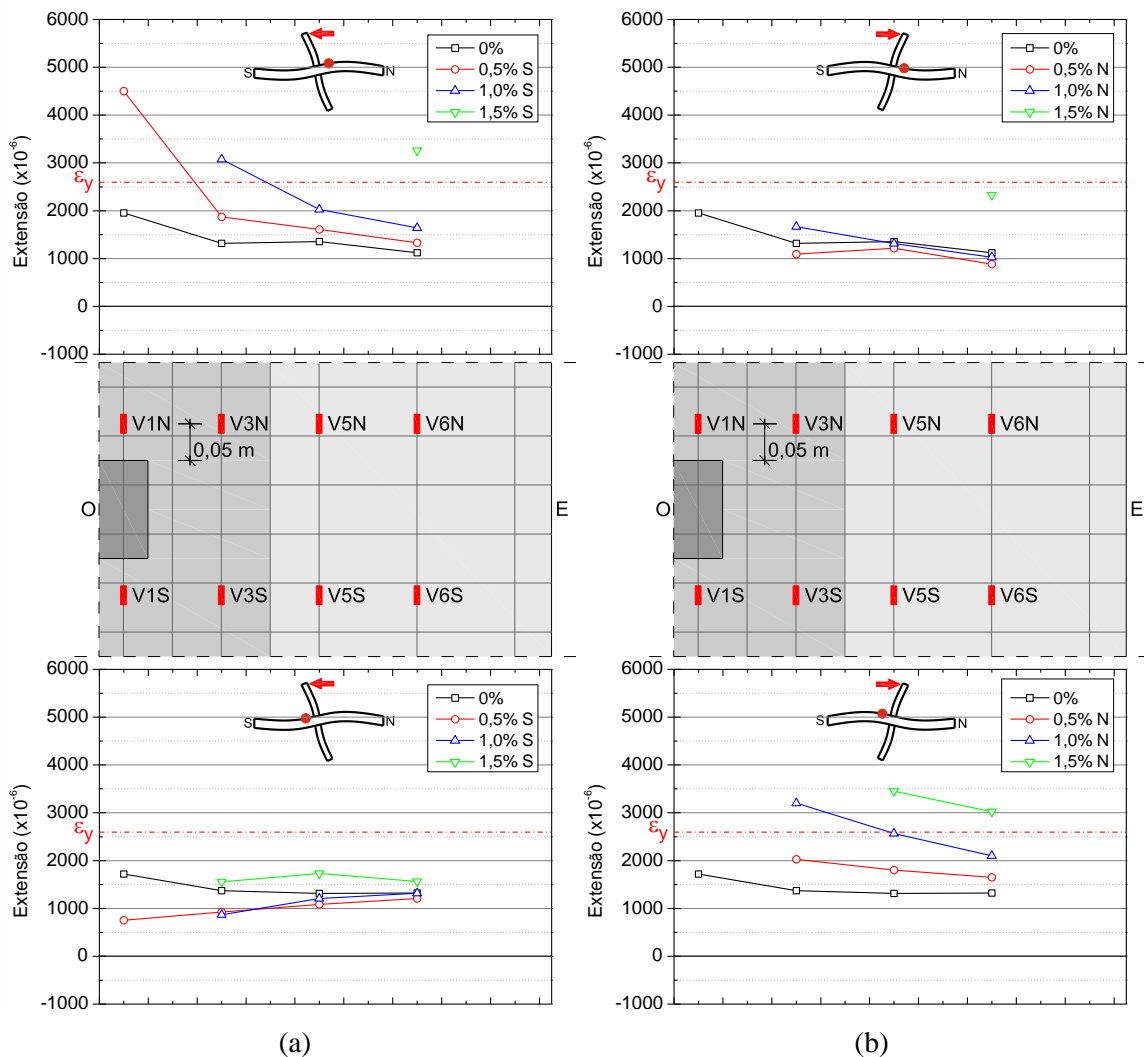
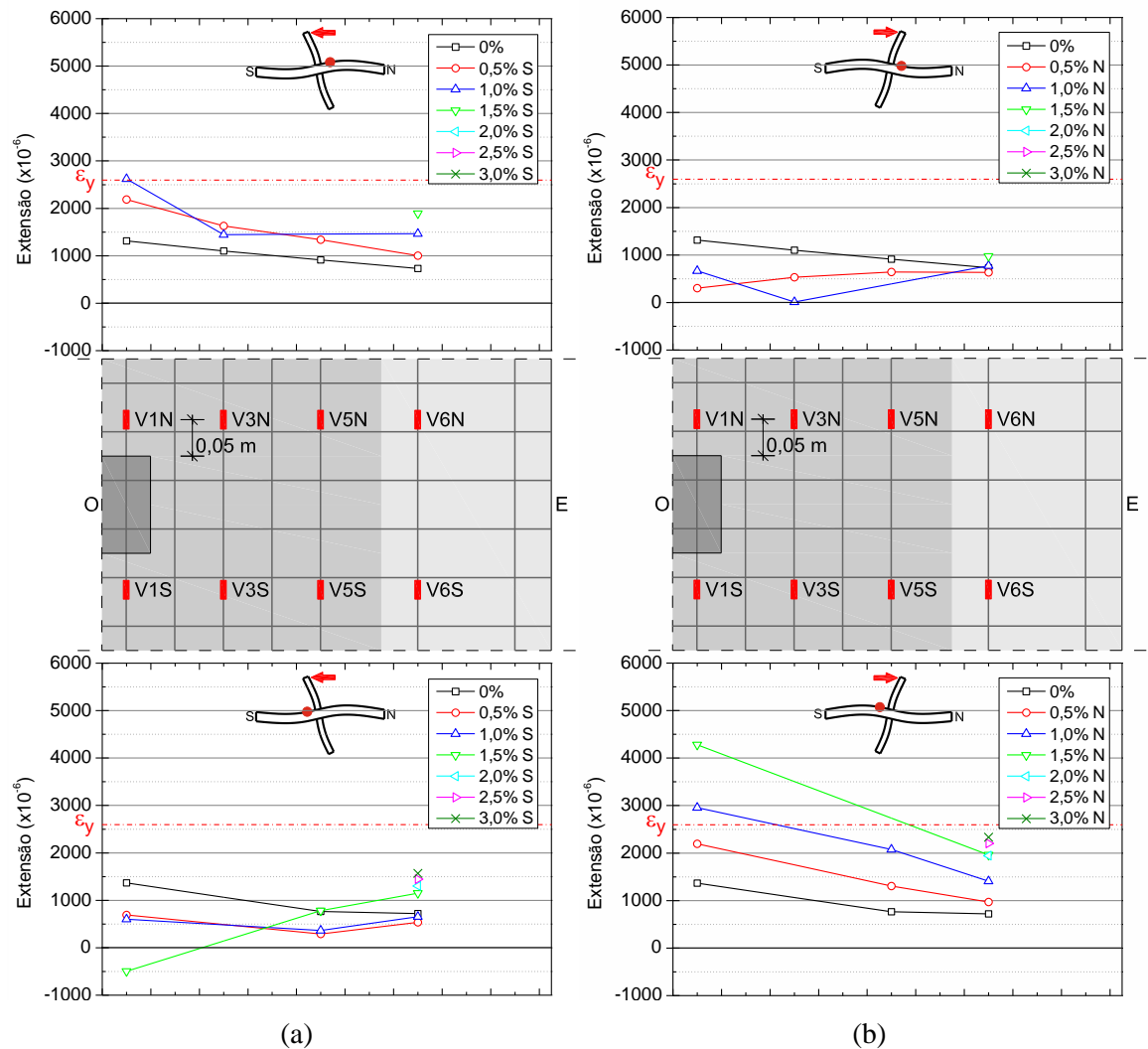


Figura 7.30 - Modelo CHSC1 - Extensões na armadura longitudinal superior para diferentes drifts: (a) sentido Norte-Sul e (b) sentido Sul-Norte.

Os gráficos da distribuição transversal de extensões medidas durante os ensaios mostram o efeito do momento desequilibrado. A variação de extensão devido à ação cíclica é bastante menor nos varões mais afastados do que nos varões mais próximos do pilar. No modelo C-50 o varão

instrumentado mais próximo do pilar entrou em cedência e nos modelos CHSC1 e CHSC3 a tendência da distribuição transversal indica que todos os varões instrumentados atingiram a cedência. No modelo CHSC2 o varão mais próximo do pilar atingiu a extensão de cedência, não sendo possível tirar ilações quanto aos restantes devido à avaria de extensómetros durante o ensaio.



**Figura 7.31** - Modelo CHSC 2 - Extensões na armadura longitudinal superior para diferentes drifts: (a) sentido Norte-Sul e (b) sentido Sul-Norte.

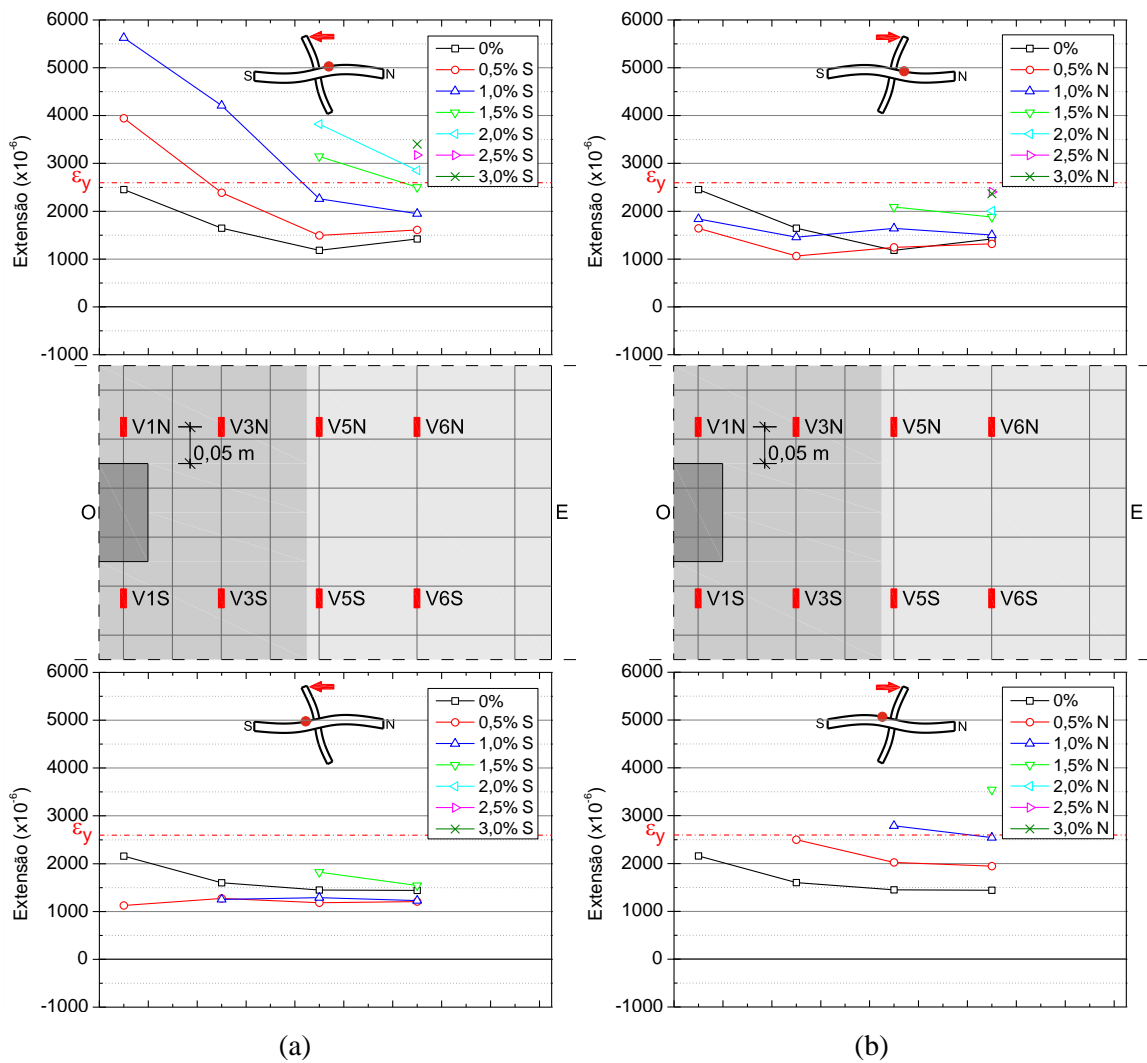


Figura 7.32 - Modelo CHSC 3 - Extensões na armadura longitudinal superior para diferentes drifts: (a) sentido Norte-Sul e (b) sentido Sul-Norte.

### 7.7.3 Comportamento histerético

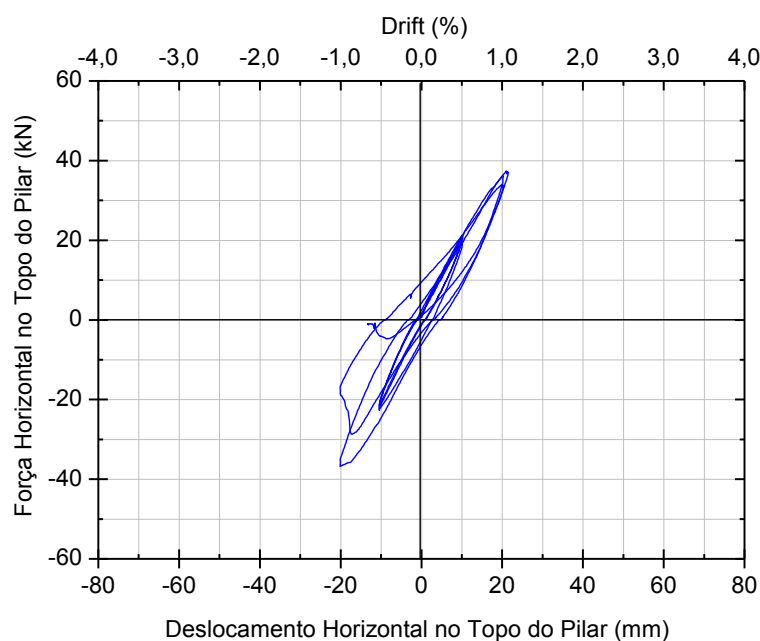
#### 7.7.3.1 Diagramas histeréticos

A observação de diagramas histeréticos permite avaliar de forma qualitativa a ductilidade de uma estrutura. A forma do gráfico histerético pode ser associada ao tipo de comportamento. Geralmente as estruturas que apresentam um comportamento frágil têm associado um decréscimo abrupto da força máxima enquanto as estruturas com comportamento dúctil conseguem atingir valores elevados de deformação após plastificação.

Nas Figuras 7.33 a 7.36 são apresentados os diagramas histeréticos dos vários modelos, onde a força horizontal e o deslocamento horizontal no topo do pilar tomam valores positivos quando

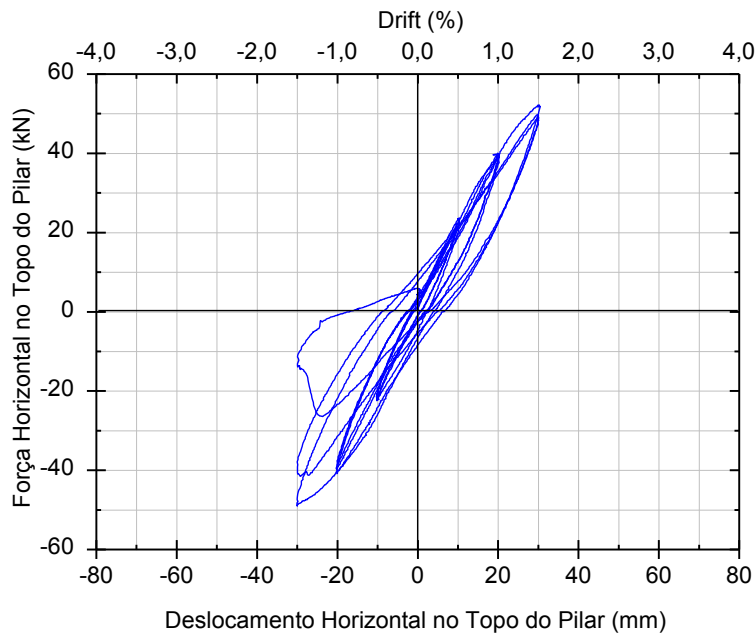
os ciclos são para Sul. Considerou-se que os modelos atingem a rotura quando a força horizontal decresce para 80% da força horizontal máxima atingida.

O modelo C-50 (Figura 7.33), usado como modelo de referência, apresenta uma quebra brusca de força horizontal durante o segundo ciclo de 1,0% de *drift* para Norte, no entanto, ainda completou sem perda significativa de força horizontal o terceiro ciclo de 1,0% de *drift* para Sul. O gráfico histerético deste modelo mostra um comportamento quase linear tanto na carga como na descarga. A perda de rigidez até à rotura é reduzida. A forma estreita do diagrama indica a baixa capacidade de dissipação de energia.

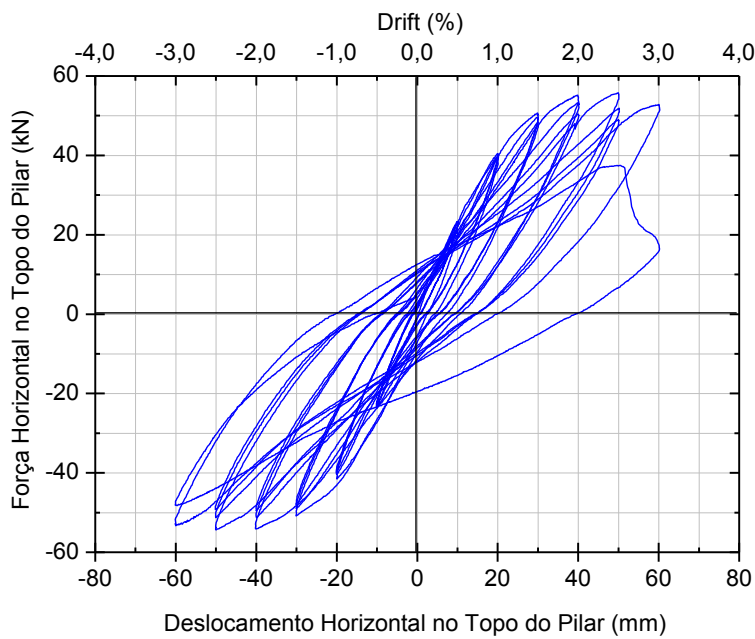


**Figura 7.33** – Modelo C-50 – diagrama histerético.

O modelo CHSC1 (Figura 7.34) perdeu capacidade de carga horizontal no terceiro ciclo de 1,5% de *drift* para Norte e não completou mais nenhum ciclo para Sul. O modelo CHSC2 (Figura 7.35) registou uma perda brusca de força horizontal no segundo ciclo de 3,0% de *drift* para Sul, completando o segundo ciclo de 3,0% de *drift* para Norte sem perda substancial da força. A rotura do modelo CHSC3 (Figura 7.36) registou-se na fase de transição entre os patamares de *drift* de 3,0% e 3,5%. O facto do primeiro ciclo de cada patamar de *drift* ser aplicado no sentido Norte-Sul parece não influenciar o modo de rotura dos modelos.



**Figura 7.34** – Modelo CHSC1 – diagrama histerético.



**Figura 7.35** – Modelo CHSC2 – diagrama histerético.

Em todos os modelos com BER observa-se uma resposta quase linear nos dois primeiros patamares de deslocamento horizontal cíclico. Nos ciclos de *drift* igual ou superior a 1,5% é evidente a perda de rigidez tanto entre ciclos do mesmo patamar como entre ciclos de patamares diferentes. A degradação dos modelos associada à plastificação das armaduras longitudinais justifica os comportamentos observados. Nos modelos CHSC2 e CHSC3 os diagramas

histeréticos são idênticos, mais largos e alongados em comparação com os dos modelos C-50 e CHSC1, e apresentam um patamar horizontal o que revela um comportamento mais dúctil.

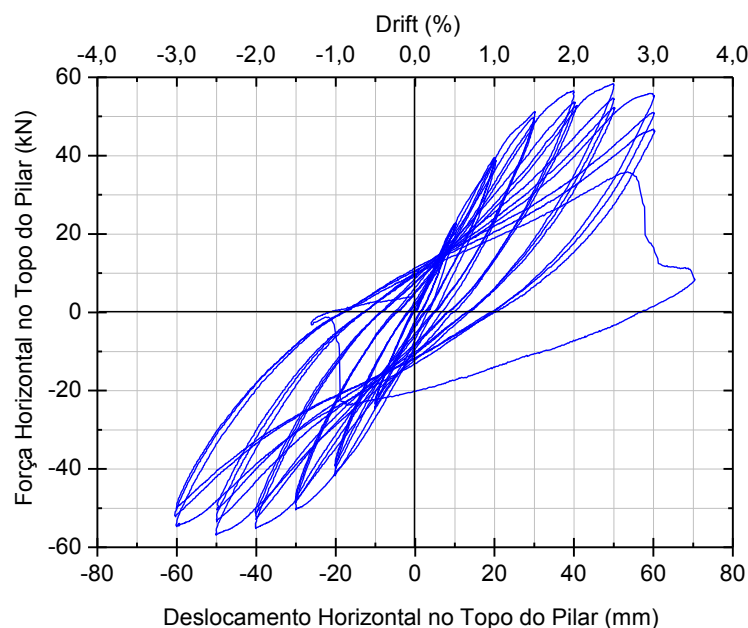


Figura 7.36 – Modelo CHSC3 – diagrama histerético.

No Quadro 7.5 são apresentados os principais resultados dos ensaios destes modelos. O modelo de referência, C-50, é o que apresenta menor capacidade de suportar a ação horizontal atingindo a rotura para um *drift* de 1,0%. Os modelos CHSC2 e CHSC3 apresentam um comportamento muito idêntico, com valores máximos de força e deslocamento da mesma ordem de grandeza.

Quadro 7.5 – Resumo dos principais resultados dos ensaios cíclicos.

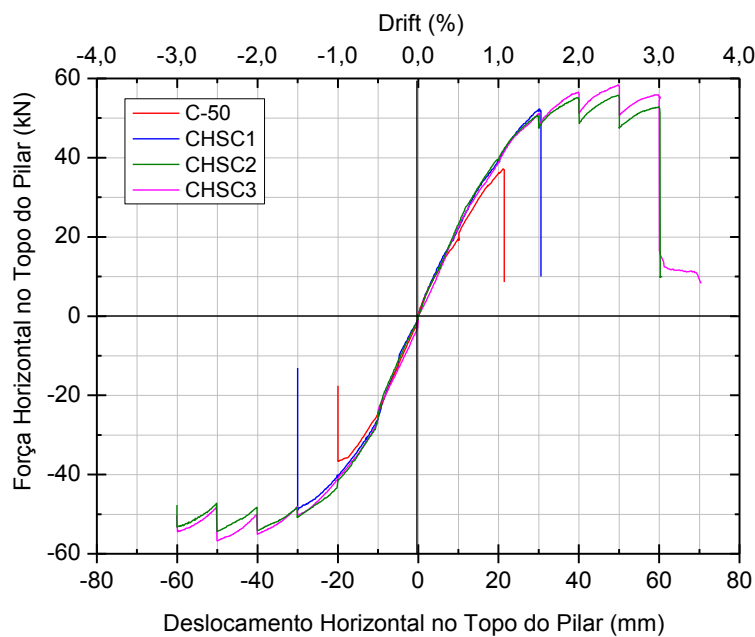
Modelo	$V_{exp,c}$	$F_{max}$ (kN)		$\Delta_{Fmax}$ (mm)		Drift <sub>rotura</sub>
		Sul	Norte	Sul	Norte	
C-50	203,4	37,4	-36,7	21,5	-20,0	1,0%
CHSC1	221,6	52,3	-49,0	30,3	-30,0	1,5%
CHSC2	199,7	55,8	-54,4	49,8	-50,0	3,0%*
CHSC3	212,9	58,4	-56,7	49,9	-50,1	3,0%

$V_{exp,c}$  – carga vertical;  $F_{max}$  – força máxima horizontal no topo do pilar;  $\Delta_{Fmax}$  – deslocamento correspondente à força máxima registada no topo do pilar; Drift<sub>rotura</sub> – *drift* correspondente à rotura do modelo; \*O modelo CHSC2 entrou em rotura no segundo ciclo de 3,0% de drift.

Na Figura 7.37 são apresentadas as envolventes dos diagramas histeréticos dos modelos ensaiados. Os diagramas apresentam uma evolução idêntica para todas as lajes. No entanto, a rigidez da ligação laje-pilar às ações horizontais aparenta ser ligeiramente inferior no modelo de referência C-50, no qual não foi usado BER, sendo mais evidente nos ciclos para Sul (valores

positivos de deslocamento). Entre os modelos com utilização parcial de BER não se verificam diferenças relevantes em termos de rigidez apesar da quantidade usada deste material com propriedades melhoradas variar bastante. O modelo CHSC3, com menor quantidade de BER em relação ao CHSC2 (menor dimensão em planta da zona em BER), atingiu forças máximas horizontais de valor ligeiramente superior às do modelo CHSC2. Esta diferença no comportamento atribui-se à dispersão associada à realização deste tipo de ensaios.

Nos modelos com utilização parcial de BER o comportamento em termos de rigidez foi semelhante, mas a utilização de BER em toda a espessura permitiu alcançar *drifts* muito superiores e forças horizontais ligeiramente superiores.



**Figura 7.37** – Envolventes dos gráficos histeréticos.

Apesar das lajes com utilização parcial de BER na sua espessura sujeitas apenas ao carregamento vertical terem revelado bons resultados, no caso das lajes sujeitas ao carregamento vertical e horizontal combinado, a solução com espessura reduzida da zona em BER não foi suficientemente eficiente, de acordo com os resultados do Quadro 7.5 e da Figura 7.37. Isto deve-se ao facto de neste tipo de ensaios haver inversão do sinal do momento fletor na ligação laje-pilar, com a presença cíclica de tensões de compressão na face superior da laje, fazendo com que a utilização de BER somente junto à face inferior não seja eficiente.

A utilização parcial de BER em toda a espessura da laje mostrou ser uma solução capaz de aumentar a capacidade resistente da laje para ações horizontais, suportando *drifts* elevados, associado ainda a um aumento da capacidade de dissipação de energia.

Para mais fácil análise da variação da força horizontal máxima atingida em cada ciclo do carregamento foram elaborados gráficos onde é apresentada a força atingida para cada ciclo de cada patamar de drift. Os valores registados nos ciclos no sentido Sul e Norte são apresentados na Figura 7.38 e Figura 7.39, respetivamente. Para facilitar a análise optou-se pela apresentação dos resultados referentes aos ciclos no sentido Norte em valor absoluto. Para cada patamar de *drift* o valor mais à esquerda corresponde ao primeiro ciclo de carregamento e assim sucessivamente.

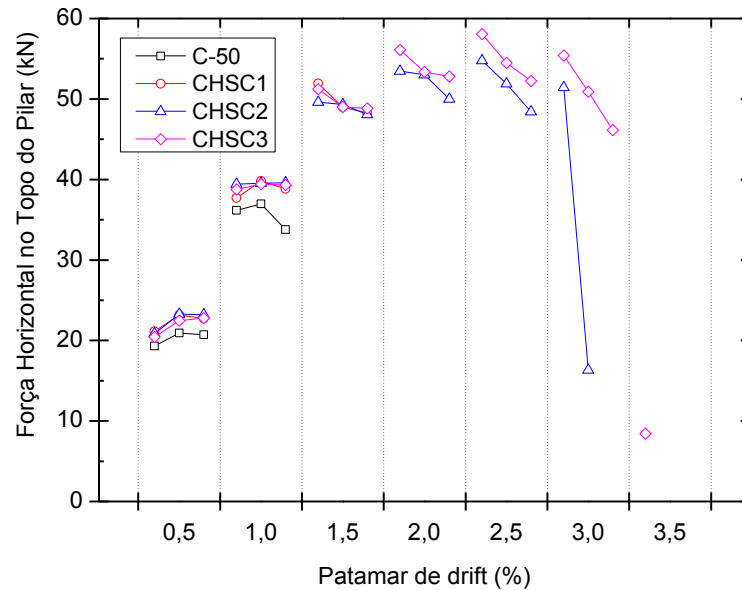


Figura 7.38 – Força máxima horizontal para os ciclos no sentido Sul.

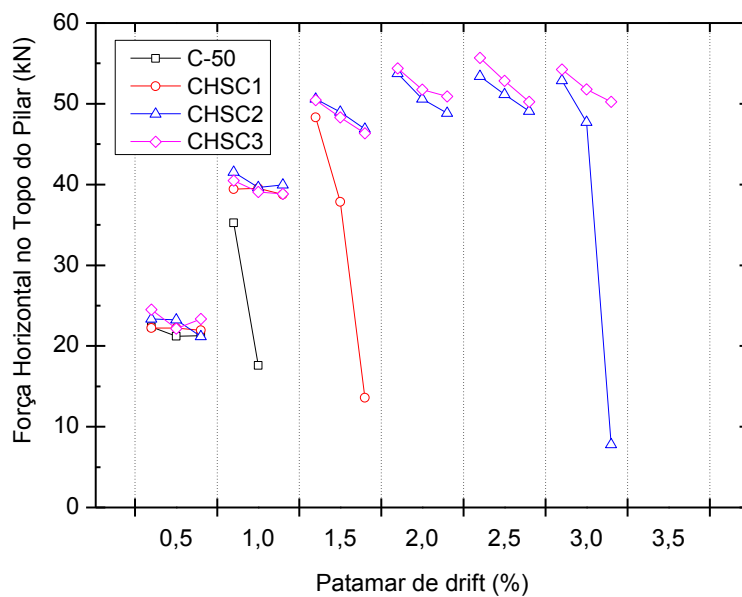


Figura 7.39 - Força máxima horizontal para os ciclos no sentido Norte.

Os diagramas com a evolução da força máxima horizontal para cada ciclo mostram que até aos 2,0% de *drift*, inclusive, a transição entre patamares de *drift* é caracterizada pelo aumento significativo da força horizontal máxima face à força registada no primeiro ciclo do patamar antecedente. Para os níveis de *drift* superiores, a força máxima mantém-se aproximadamente constante e decresce ligeiramente à medida que se aproxima da rotura, momento no qual se dá uma diminuição muito acentuada da força resistida.

No patamar de *drift* de 0,5% no sentido Sul existe um aumento da força máxima do primeiro para o segundo ciclo de carregamento. Quando o deslocamento é imposto no sentido Norte este efeito não se faz sentir. Este comportamento está relacionado com a inexistência de dano na laje quando é imposto o primeiro ciclo para Sul. Para patamares de *drift* iguais ou superiores a 1,5%, devido ao dano da laje, verifica-se um decréscimo da força máxima horizontal entre os vários ciclos do mesmo patamar de deslocamento imposto.

#### 7.7.3.2 Ductilidade lateral

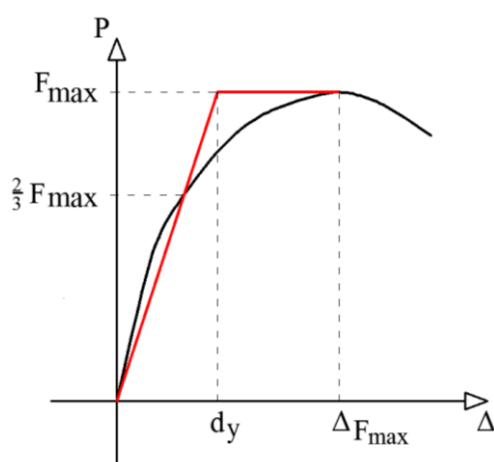
Segundo Hose e Seible [150] pode-se avaliar quantitativamente a ductilidade de uma estrutura através da relação entre o deslocamento correspondente à força horizontal máxima com o deslocamento equivalente à plastificação ideal da estrutura, de acordo com a seguinte expressão:

$$\mu_{\Delta} = \frac{\Delta_{F_{\max}}}{d_y} \quad (7.1)$$

Em que:

- $\Delta_{F_{\max}}$  é o deslocamento correspondente à força horizontal máxima;
- $d_y$  é o deslocamento equivalente à plastificação idealizada do modelo.

O valor do deslocamento equivalente à plastificação idealizada pode ser estimado através da adaptação da envolvente do diagrama histerético da estrutura. Assumindo um comportamento elasto-plástico bilinear, transforma-se a curva envolvente num diagrama composto por dois troços. O troço referente à fase elástica consiste num segmento de reta que parte da origem e intersesta a curva da envolvente quando a força é dois terços da força máxima. O troço referente à fase plástica é um segmento de reta horizontal que cruza a envolvente para um valor de força igual à máxima registada. A adaptação bilinear da curva envolvente do diagrama histerético é esquematizada na Figura 7.40.



**Figura 7.40** – Adaptação bilinear da curva de envolvente do diagrama histerético.

No Quadro 7.6 são apresentados os valores da ductilidade lateral ( $\mu_{\Delta}$ ) e do deslocamento equivalente à plastificação idealizada dos modelos ( $d_y$ ), para o carregamento para Sul e para Norte. Os resultados obtidos indicam que os modelos C-50 e CHSC1 apresentam níveis muito baixos de ductilidade. O modelo com utilização de BER em um terço da espessura apresenta um valor de ductilidade lateral ligeiramente superior ao do modelo de referência. Os modelos com maior quantidade de BER (CHSC2 e CHSC3) apresentam níveis de ductilidade bastante superiores. O modelo CHSC2 é o que apresenta maior ductilidade, visto que atingiu a sua capacidade máxima resistente para um deslocamento horizontal aproximadamente duas vezes superior ao que provoca a sua plastificação idealizada.

**Quadro 7.6** – Ductilidade lateral.

Modelo	$d_y$ (mm)		$\mu_{\Delta}$		
	Sul	Norte	Sul	Norte	Valor médio
C-50	18,1	-15,2	1,18	1,32	1,25
CHSC1	25,2	-21,2	1,20	1,42	1,31
CHSC2	26,8	-23,6	1,86	2,12	1,99
CHSC3	30,1	-26,3	1,66	1,90	1,78

$d_y$  – deslocamento equivalente à plastificação idealizada do modelo;  $\mu_{\Delta}$  – ductilidade lateral.

### 7.7.3.3 Índice de deformação residual e rigidez lateral efetiva

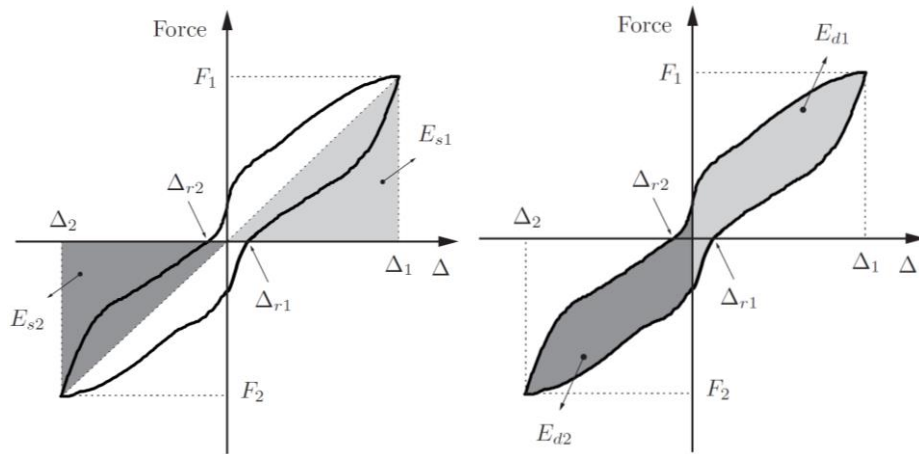
O índice de deformação residual (RDI) é função do comportamento inelástico da estrutura e pode ser usado como uma indicação para estimar o nível de dano após a aplicação de uma ação cíclica. Depois da estrutura ser sujeita a uma ação que leva à sua plastificação, quando a ação deixa de atuar a estrutura permanece com uma deformação residual. O RDI relaciona a deformação residual permanente após cada ciclo com a deformação equivalente à plastificação

ideal da estrutura. Para estruturas com comportamento assimétrico nas duas direções do carregamento cíclico, este índice é calculado de acordo com a expressão (7.2):

$$RDI = \frac{1}{2} \left( \frac{\Delta_{r1}}{d_{y1}} + \frac{\Delta_{r2}}{d_{y2}} \right) \quad (7.2)$$

Em que:

- $\Delta_{r1}$  é o deslocamento residual após os ciclos com deslocamentos positivos (Figura 7.41);
- $\Delta_{r2}$  é o deslocamento residual após os ciclos com deslocamentos negativos (Figura 7.41);
- $d_{y1}$  é o deslocamento equivalente à plastificação idealizada do modelo no sentido positivo;
- $d_{y2}$  é o deslocamento equivalente à plastificação idealizada do modelo no sentido negativo.



**Figura 7.41** – Diagrama histerético típico para uma ação cíclica (extraído de [151]).

Na Figura 7.42 são apresentados os índices de deformação residual para os modelos ensaiados considerando apenas os ciclos completos. Dado que este parâmetro está relacionado com o nível de dano sofrido, conclui-se que a ação cíclica aplicada provocou maior nível de dano na transição entre patamares de *drift* do que entre ciclos do mesmo patamar de *drift*. Todos os modelos apresentaram o maior nível de dano nos ciclos que antecedem a rotura. O modelo de referência, C-50, apresentou para o patamar de *drift* de 0,5% um nível de dano superior aos restantes modelos. O modelo CHSC1, em que foi utilizado BER em apenas um terço da espessura da laje, apresenta um nível de dano idêntico aos modelos com BER em toda a espessura, com exceção no patamar de *drift* de 1,5%. O modelo CHSC3 apresenta para *drifts* iguais ou superiores a 1,0% um nível de dano inferior ao do modelo CHSC2.

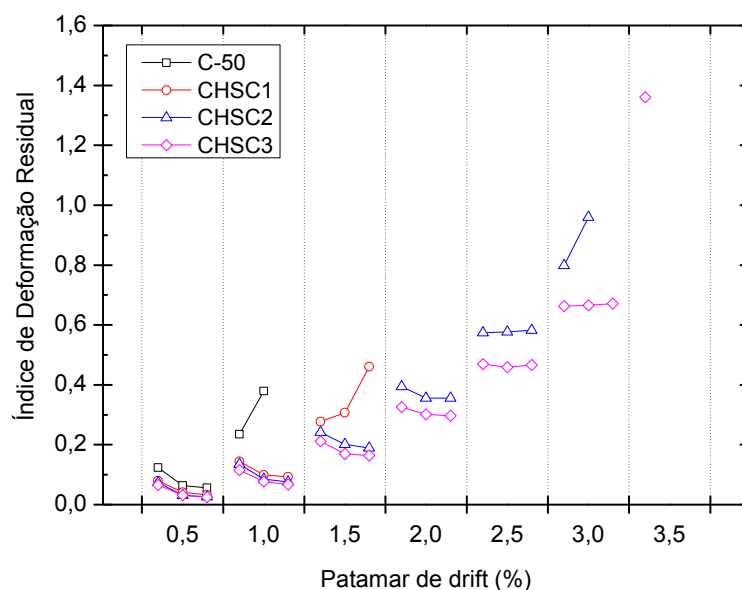


Figura 7.42 – Índice de deformação residual dos modelos ensaiados (RDI).

A rigidez lateral efetiva é definida como o declive do caminho de carga equivalente ao regime elástico linear de cada ciclo histerético e é calculado pelo quociente entre o valor da força registada no extremo de cada ciclo e o valor de deslocamento respetivo. Este parâmetro estima a rigidez de uma estrutura à aplicação de cargas horizontais, o que por sua vez está relacionado com integridade da ligação laje-pilar. Os valores da rigidez lateral efetiva para os ciclos no sentido Sul e Norte são apresentados nas Figuras 7.43 e 7.44, respetivamente.

A rigidez lateral dos modelos reduz bruscamente quando o carregamento imposto se aproxima do ciclo em que atinge a rotura. O modelo C-50 é o que apresenta menor rigidez, o que está em consonância com o índice de deformação residual calculado, pois é o modelo que apresenta maior nível de dano. Do primeiro para o segundo ciclo do patamar de 0,5% de *drift* para Sul existe um ganho de rigidez em todos os modelos. Este comportamento foi explicado na secção 7.7.3.1. Nos modelos com utilização parcial de BER, para além da rigidez do modelo CHSC3 ser ligeiramente superior, não há diferenças significativas a assinalar. No patamar de 1,5% de *drift* e nos seguintes observa-se a diminuição da rigidez lateral entre os ciclos da mesma amplitude.

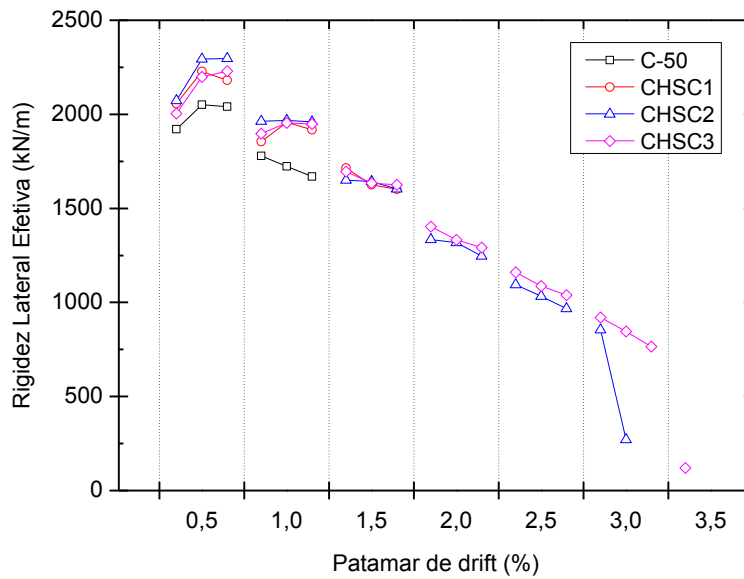


Figura 7.43 – Rigidez lateral efetiva para os ciclos no sentido Sul.

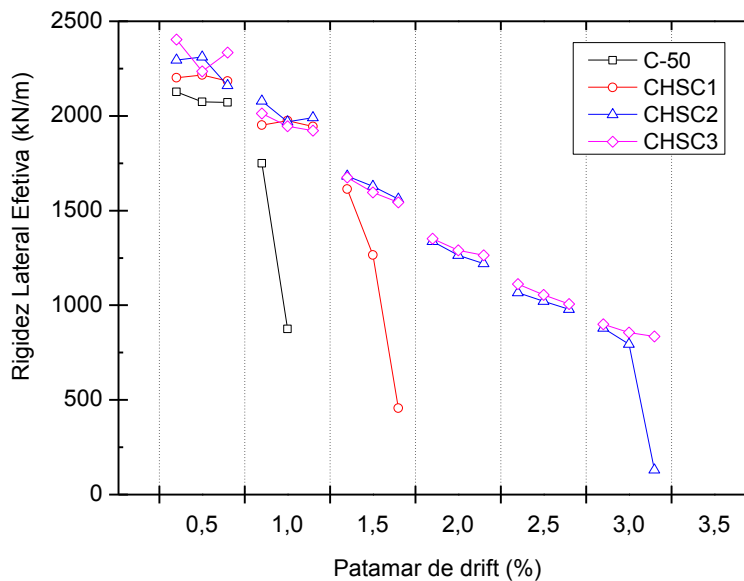


Figura 7.44 – Rigidez lateral efetiva para os ciclos Norte.

#### 7.7.3.4 Amortecimento

Para quantificar a capacidade de dissipação de energia foi calculado o coeficiente de amortecimento viscoso de acordo com Hose e Seible [150]. Este parâmetro relaciona a energia dissipada em cada ciclo com a necessária para atingir o pico de cada ciclo de forma linear. Segundo o autor, diferentes tipos de comportamentos podem ser associados com diferentes valores deste coeficiente. O coeficiente de amortecimento viscoso foi calculado usando a seguinte expressão (7.3):

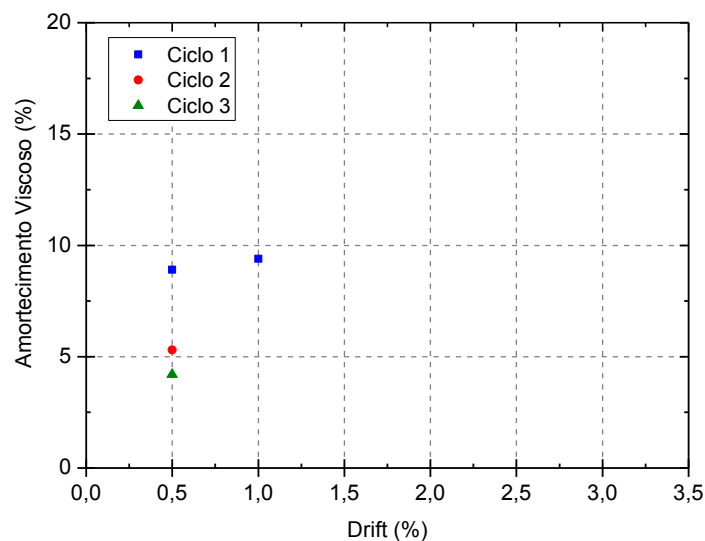
$$\xi_{\text{eq}} = \frac{1}{4\pi} \left( \frac{E_{d1}}{E_{S1}} + \frac{E_{d2}}{E_{S2}} \right) \quad (7.3)$$

Em que:

- $E_{d1}$  é a energia dissipada para os ciclos positivos;
- $E_{d2}$  é a energia dissipada para os ciclos negativos;
- $E_{S1}$  é a energia elástica para os ciclos positivos;
- $E_{S2}$  é a energia elástica para os ciclos negativos. Todas as grandezas referidas estão definidas graficamente na Figura 7.41.

Nas Figuras 7.45 a 7.48 são apresentados os valores do coeficiente de amortecimento para cada ciclo completo dos modelos. Os gráficos mostram uma tendência crescente no valor do coeficiente de amortecimento viscoso à medida que os drifts aumentam. Este fenómeno deve-se à dissipação de energia pela plastificação de alguns varões das armaduras longitudinais.

Em geral, o primeiro ciclo de cada patamar de deslocamento horizontal imposto é o que dissipa mais energia. Este fenómeno é explicado pelo facto de que a primeira vez que um novo patamar de drift é atingido, é provocado um dano considerável na laje, dissipando assim energia. Do ponto de vista de dissipação de energia, o baixo valor do coeficiente de amortecimento está associado à baixa capacidade de dissipação de energia. Comparando os vários modelos, no que respeita ao coeficiente de amortecimento dos ciclos realizados antes da rotura, não se observam diferenças relevantes.



**Figura 7.45** – Modelo C50 – Coeficiente de amortecimento viscoso para cada ciclo completo.

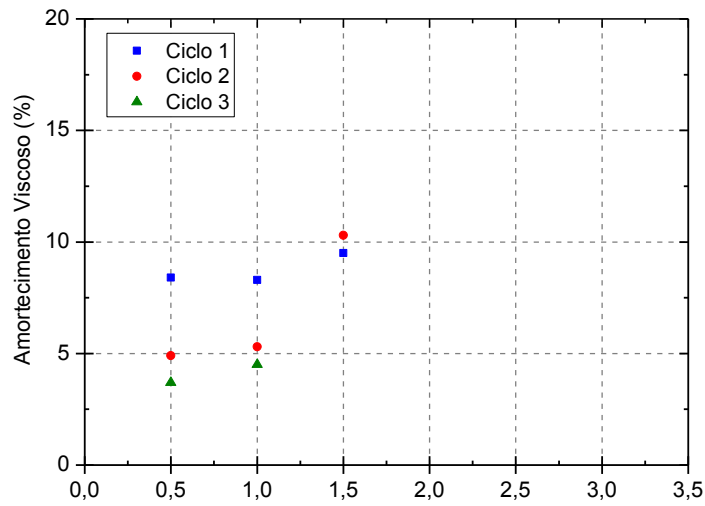


Figura 7.46 – Modelo CHSC1 – Coeficiente de amortecimento viscoso para cada ciclo completo.

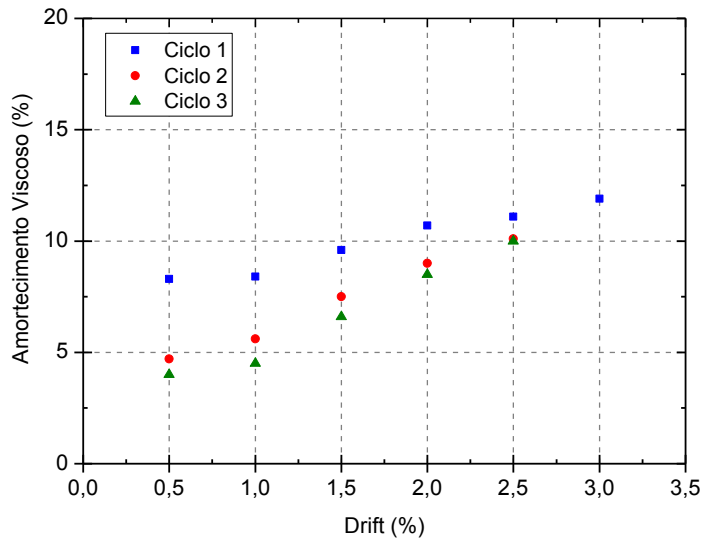


Figura 7.47 – Modelo CHSC2 – Coeficiente de amortecimento viscoso para cada ciclo completo.

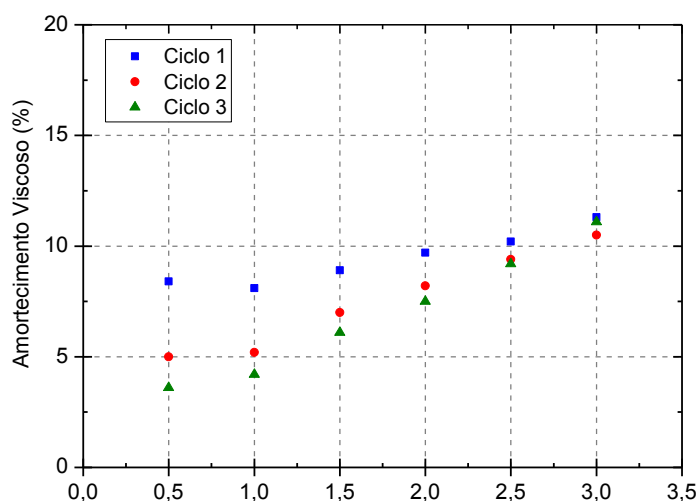


Figura 7.48 – Modelo CHSC3 – Coeficiente de amortecimento viscoso para cada ciclo completo.

#### 7.7.4 Padrão de fendilhação e comportamento na rotura

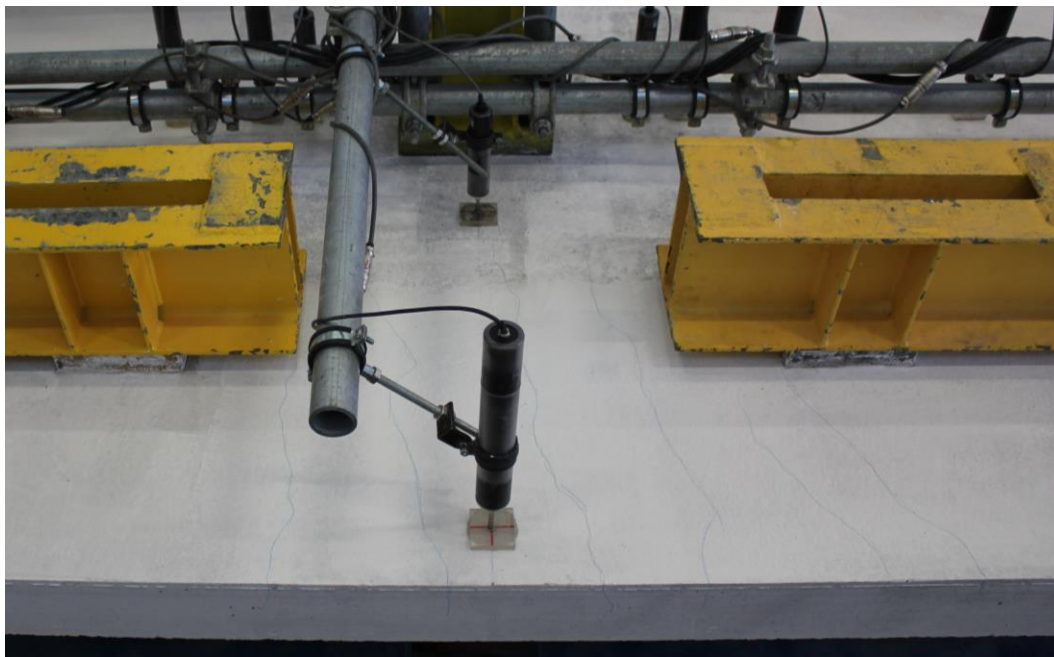
O protocolo de ensaio utilizado foi apresentado na secção 7.6 do presente documento e contempla a aplicação de um carregamento vertical numa primeira fase do ensaio e numa segunda fase a aplicação de deslocamentos horizontais cíclicos crescentes alternados no topo do pilar.

Na primeira fase do ensaio todos os modelos apresentaram comportamento idêntico. Para um nível de carga vertical ainda baixo surgiram na face superior as primeiras fendas tangenciais, próximas e paralelas ao perímetro da chapa de aço que simula o pilar. Com o aumento do valor da carga vertical aplicada surgem novas fendas tangenciais mais afastadas do perímetro do pilar e fendas radiais na direção de menor vão que se propagam desde o pilar até aos bordos Este e Oeste. A abertura de fendas após a aplicação do valor total da carga vertical é ainda reduzida e diminui à medida que as fendas se aproximam dos bordos. A fendilhação na face superior, nesta fase do carregamento, está limitada à faixa central dos modelos. Na face inferior, desenvolveram-se fendas de flexão junto aos bordos Norte e Sul, cuja abertura era muito reduzida. Estas fendas surgem em consequência dos esforços de flexão de sinal positivo que se observam no meio vão de uma laje de um caso real. A Figura 7.49 apresenta o padrão de fendilhação na face superior junto ao bordo Oeste da laje CHSC3 após a aplicação da carga gravítica.

Na segunda fase dos ensaios o padrão de fendilhação desenvolveu-se de forma idêntica em todas as lajes com a particularidade dos modelos CHSC2 e CHSC3 apresentarem fendas numa maior extensão. A aplicação do carregamento horizontal cíclico levou ao aumento da abertura das fendas existentes e à formação de fendas radiais que atingiam os bordos Este e Oeste das lajes cada vez mais distantes do centro à medida que eram impostos *drifts* mais elevados. Da mesma

forma, verificou-se o aparecimento de novas fendas na face inferior junto ao apoio que impõe as condições de fronteira de meio vão. A Figura 7.50 apresenta o padrão de fendilhação no bordo O do modelo CHSC2 depois de realizar os ciclos de 2,0% de *drift*. Nos modelos CHSC2 e CHSC3, dado o valor elevado de *drift* que atingiram, observou-se a propagação das fendas da face superior para os bordos Norte e Sul e das fendas da face inferior para a zona central do modelo, de tal modo que chegaram a ser coincidentes, apesar de nunca estarem abertas na face superior e inferior em simultâneo. A Figura 7.51 ilustra o padrão de fendilhação referido.

Dado o carácter alternado do protocolo de ensaio, observou-se a variação da abertura de fendas em função do sentido de aplicação da força horizontal no topo do pilar, o que está em consonância com os resultados observados nas extensões da armadura longitudinal. Quando o deslocamento foi imposto no sentido Norte-Sul as fendas na face superior abriam do lado Norte do pilar e fechavam do lado Sul e vice-versa (Figura 7.52).



**Figura 7.49** – Fendas de flexão na face superior do modelo CHSC3 após aplicação da carga vertical.



**Figura 7.50** – Fendilhação das faces inferior e superior do modelo CHCS2 após atingir os 2,0% de *drift*.



**Figura 7.51** – Fendilhação das faces inferior e superior do modelo CHSC2 após atingir os 3,0% de *drift*.

O modo de rotura em todos os modelos foi por punçamento. O critério assumido para a rotura dos modelos foi o decréscimo instantâneo da força horizontal no topo do pilar, acompanhado da formação parcial ou total do cone de punçamento. Foi observada a rotura típica repentina dos modelos, sem que se conseguisse identificar a formação da fenda de corte na face superior das lajes previamente à rotura por punçamento. Nos modelos CHSC2 e CHSC3 foi possível observar uma grande abertura da fenda tangencial junto à zona de ligação laje-pilar para os ciclos que antecederam a rotura, o que no caso do modelo CHSC3 foi de cerca de 3 mm para o ciclo de 3,0% de *drift*, conforme ilustra a Figura 7.53 (a).

Apesar do decréscimo acentuado da força horizontal aplicada nesta fase, e da clara rotura por punçamento, as lajes apresentavam ainda capacidade de suporte da carga gravítica aplicada, através da armadura longitudinal inferior que atravessava o pilar e funcionou como armadura de pós-colapso. A Figura 7.53 (b) apresenta a face superior do modelo CHSC2 sujeita ao carregamento vertical após o ensaio. Nos modelos CHSC2 e CHSC3, para *drifts* próximos da rotura, observou-se o esmagamento e destacamento do BER no perímetro da zona carregada da face inferior da laje (Figura 7.54).



(a)

(b)

**Figura 7.52** - Vista superior dos modelos: (a) CHSC2 para 2,5% de *drift* para Sul e (b) CHSC3 para 3,0% de *drift* para Norte.



(a)

(b)

**Figura 7.53** – (a) Modelo CHSC 3 – Fenda tangencial na face superior para 3,0% de drift. (b) Modelo CHSC2 após ensaio mas ainda sujeito à carga vertical.

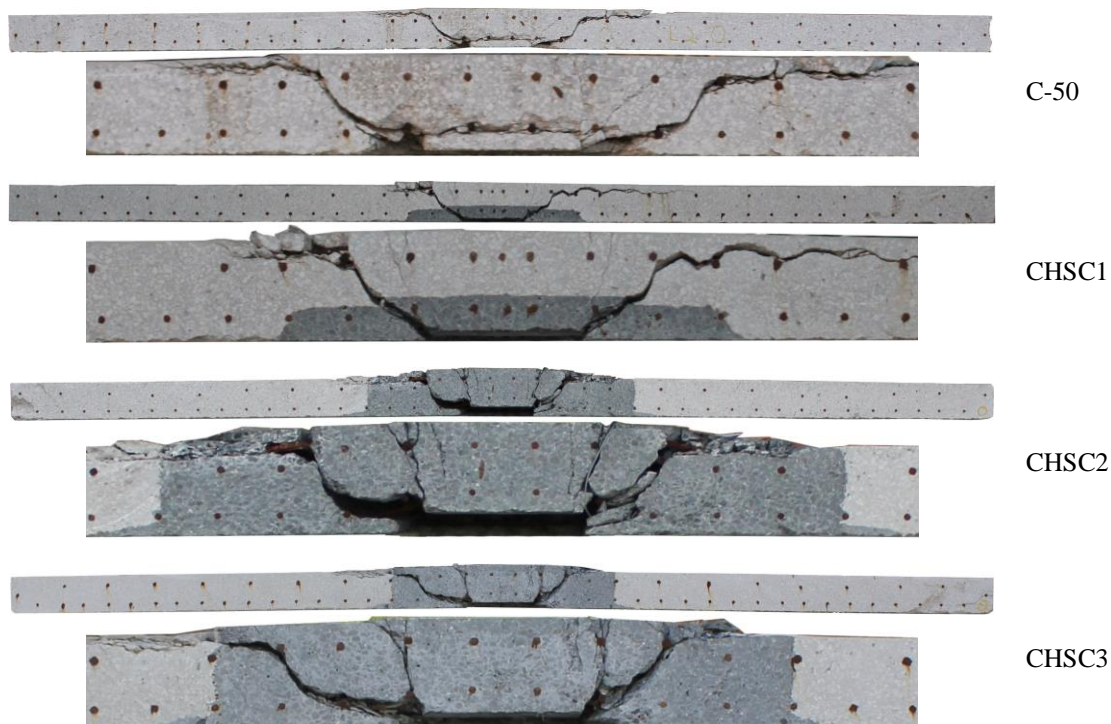


(a)

(b)

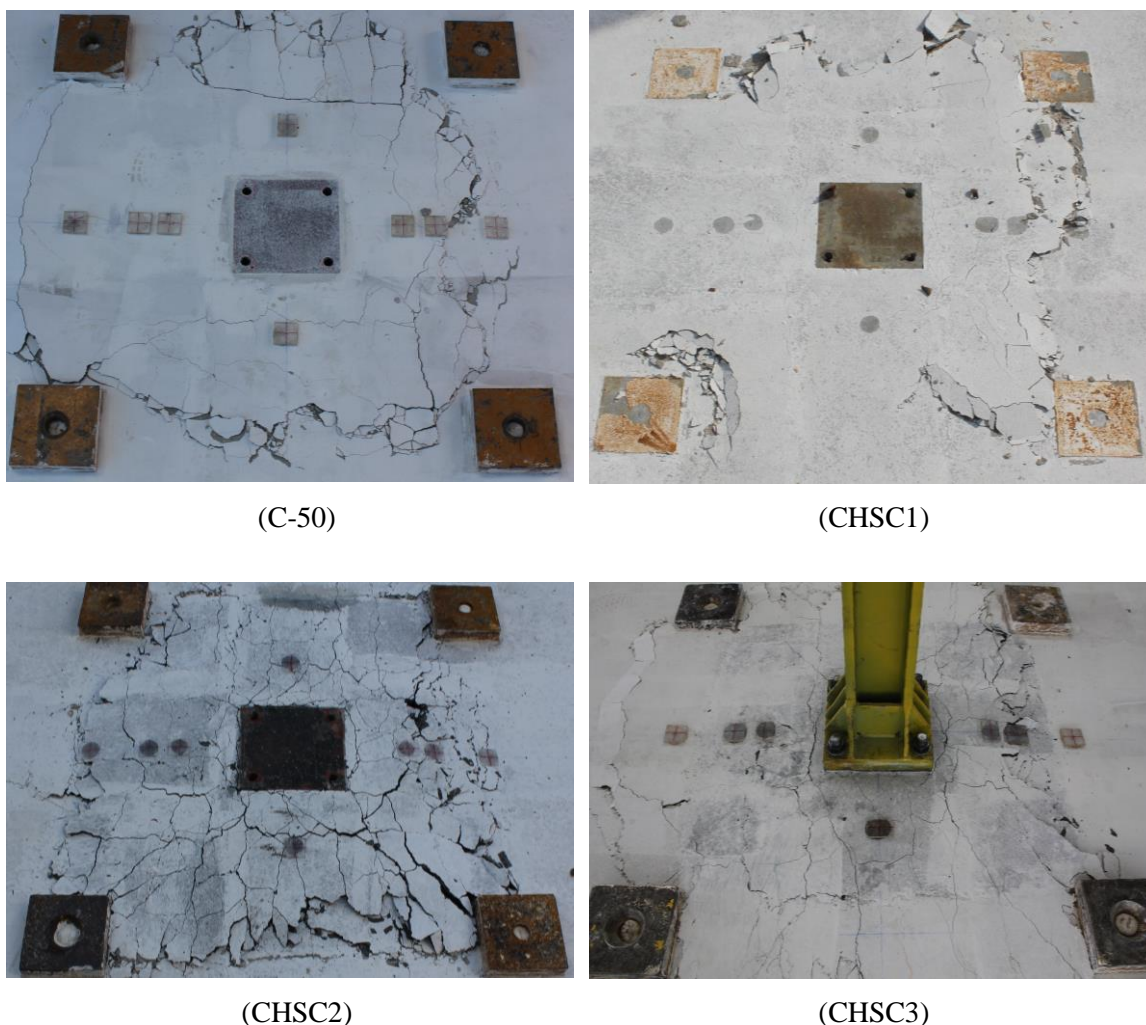
**Figura 7.54** – Modelo CHSC3: (a) Esmagamento do betão no perímetro do pilar, na face inferior e (b) vista inferior após rotura.

Após os ensaios, os modelos foram cortados na direção longitudinal (Norte-Sul) dividindo-os em duas metades: Este e Oeste. Desta forma é possível observar com maior pormenor a geometria da superfície de rotura, outras fendas e degradação da zona central das lajes. A Figura 7.55 apresenta a vista em corte da metade Oeste dos modelos após os ensaios. Assim, os lados Norte e Sul ficam à direita e à esquerda da imagem, respetivamente. Para cada modelo é apresentada uma visão geral de toda a laje (imagem superior) e imagem detalhada da zona central das lajes (imagem inferior). Na Figura 7.56 é apresentada a vista superior de todos os modelos após o ensaio.



**Figura 7.55** - Vista geral e detalhada da superfície de rotura dos modelos no sentido longitudinal.

As superfícies de rotura observadas nos cortes longitudinais confirmam o modo de rotura por punçoamento. No modelo C-50 verifica-se o destacamento do betão do cone troncocónico abaixo da armadura longitudinal inferior. Este destacamento não se deve ao ensaio, tendo ocorrido durante os trabalhos do corte do modelo e foi originado pela vibração introduzida pela operação de corte.



**Figura 7.56** - Vista da face superior dos modelos, na zona do pilar.

As superfícies de rotura não apresentam uma configuração simétrica e a sua geometria não parece estar relacionada com o facto do primeiro ciclo ser imposto para Sul, uma vez que não se verifica uma tendência nesse sentido. A configuração da superfície de rotura relaciona-se com o sentido da imposição do deslocamento horizontal no momento da rotura. A zona tracionada no momento da rotura apresenta uma superfície de rotura mais plana, enquanto na zona comprimida se verifica que esta é mais curva e prolongou-se no interface entre a armadura longitudinal superior e o betão de recobrimento. Esta tendência verifica-se nos modelos C-50 e CHSC1 que romperam quando o deslocamento era imposto para Norte e nos modelos CHSC2 e CHSC3 que romperam quando o deslocamento era imposto para Sul.

Os modelos com utilização de BER em toda a espessura da lajem (CHSC2 e CHSC3) apresentam um nível mais elevado de danos, o que se justifica pelo maior *drift* atingido. Também

nos referidos modelos são bem evidentes as fendas de flexão com orientação quase vertical a que se faz referência na Figura 7.53.

## 7.8 COMPARAÇÃO DAS CARGAS EXPERIMENTAIS COM AS PREVISTAS PELO MODELO PROPOSTO

No Capítulo 6 foi proposta uma extensão da formulação característica do critério de rotura apresentado no MC2010 [3] para avaliação da resistência ao punçoamento de lajes com utilização racional de BER (7.4).

$$\frac{V_{R,MC,eq}}{\sqrt{f_{c,eq}} \cdot u \cdot d} = \frac{\frac{2}{3}}{1 + 19,2 \frac{\psi \cdot d}{16 + d_{g,eq}}} \quad (7.4)$$

Em que:

- $f_{c,eq}$  é o valor equivalente da resistência à compressão do betão [em MPa], definido na equação (6.2);
- $u$  é o perímetro de controlo de referência definido a uma distância de  $0,5d$  dos lados do pilar;
- $d$  é a altura útil da laje;
- $d_{g,eq}$  é o valor equivalente da máxima dimensão do agregado [em mm], definido na equação (6.3);
- $\psi$  é a rotação da laje imediatamente antes da rotura.

Para o caso de lajes com punçoamento excêntrico, segundo o MC2010 [3], o perímetro de controlo de referência,  $u$ , deve ser multiplicado por um coeficiente de excentricidade,  $k_e$ , de forma a ter em conta a distribuição de tensões não uniforme. O coeficiente  $k_e$  é dado pela equação

$$k_e = \frac{1}{1 + e_u/b_u} \quad (7.5)$$

Em que:

- $e_u$  é a excentricidade da carga aplicada;
- $b_u$  é o diâmetro do círculo com a mesma área da região delimitada pelo perímetro de controlo de referência.

A rotação da laje pode ser calculada segundo o MC2010 [3] pela equação (7.6), para o nível de aproximação III.

$$\psi = 1,2 \cdot \frac{r_s}{d} \cdot \frac{f_y}{E_s} \left( \frac{V}{V_{flex}} \right)^{1,5} \quad (7.6)$$

Em que:

- $r_s$  é a distância desde o centro do pilar ao ponto em que o momento fletor é nulo;
- $f_y$  é o valor da tensão de cedência à tração do aço das armaduras longitudinais superiores;
- $E_s$  é o valor médio do módulo de elasticidade do aço das armaduras longitudinais superiores, considerado igual a 200 GPa;
- $V$  é o valor da carga vertical aplicada que provoca punçoamento;
- $V_{flex}$  é o valor da carga vertical que provoca a rotura por flexão da laje.

No caso dos modelos ensaiados e em função das condições de apoio impostas pelo sistema de ensaio utilizado, a rotura por flexão correspondente ao valor de  $V_{flex}$ , ocorre com a formação de linhas de rotura transversais na zona do pilar e junto aos bordos Este e Oeste.

No Quadro 7.7 é apresentada a comparação das cargas de rotura experimentais com os valores previstos pela extensão proposta para a formulação do MC2010 [3] para lajes com utilização parcial de BER, tendo em conta a excentricidade do carregamento. A formulação do MC2010 [3], modificada pela proposta para lajes com utilização parcial de BER, prevê com boa aproximação a capacidade resistente ao punçoamento de lajes sujeitas ao carregamento vertical e horizontal em simultâneo.

**Quadro 7.7** – Comparação das cargas experimentais com as previstas pelo modelo proposto.

Modelo	$V_{exp}$ (kN)	$V_{R,MC,eq}$ (kN)	$V_{exp}/V_{R,MC,eq}$
C-50	203,4	201,5	1,01
CHSC1	221,6	170,2	1,30
CHSC2	199,7	204,7	0,98
CHSC3	212,9	198,6	1,07
		Média	1,09
		CoV	0,12
		Percentil 5%	0,98

## 7.9 COMENTÁRIOS FINAIS

Neste trabalho foi estudada a utilização de BER para melhorar o comportamento de lajes fungiformes sobre a ação horizontal cíclica. A técnica usada consistiu na utilização parcial de BER na zona do pilar fazendo-se variar as dimensões da zona em BER em espessura e em planta.

Foi utilizado um sistema de ensaio inovador que pretende aproximar as condições de fronteira do ensaio às de uma estrutura real. O sistema de ensaio cumpriu os propósitos para os quais foi projetado. Os deslocamentos verticais foram adequadamente compatibilizados e o sistema responsável por garantir os momentos positivos nos bordos Norte e Sul do modelo cumpriram os objetivos propostos.

O modelo produzido com betão convencional apresentou baixa capacidade de resistir a um deslocamento horizontal imposto no topo do pilar, um comportamento frágil associado a pouca capacidade de dissipar energia. O modelo CHSC1, com BER apenas na espessura de 1/3 da espessura total da laje, apresentou ligeiramente melhor capacidade de resistir à imposição de um deslocamento no topo do pilar, mas manteve um comportamento com um nível de ductilidade muito reduzida.

Os resultados dos modelos com utilização parcial de BER em toda a sua espessura (CHSC2 e CHSC3) e diferentes áreas em planta mostraram que esta pode ser uma técnica adotada para melhorar o comportamento deste tipo de estruturas sob ações horizontais cíclicas. Ambos os modelos atingiram a rotura para um *drift* de 3,0% ao invés de 1,0% e 1,5% observados nos modelos C-50 e CHSC1, respetivamente. O aumento da capacidade resistente a forças horizontais, da capacidade de dissipação de energia e de admitir deslocamentos horizontais cíclicos mais elevados mostra que esta solução é adequada para aplicação em edifícios sujeitos a este tipo de ações.

Os valores da resistência ao punçoamento excêntrico, calculados através da formulação proposta são próximos dos obtidos nos ensaios experimentais realizados, com o valor médio da razão entre os valores experimentais e os calculados de 1,09 e o percentil 5% de 0,98.



# CAPÍTULO 8

## CONCLUSÕES FINAIS E DESENVOLVIMENTOS FUTUROS

### 8.1 CONCLUSÕES

Neste Capítulo apresenta-se uma síntese dos principais resultados obtidos nos trabalhos realizados para o estudo do comportamento ao punçoamento de lajes com betão de elevada resistência (BER). Esse estudo foi realizado por várias etapas, iniciando-se com o desenvolvimento de um betão de elevada resistência, que foi posteriormente utilizado na produção dos modelos de laje experimentais ensaiados.

A campanha de ensaios experimentais iniciou-se com modelos de laje sujeitos a punçoamento centrado, sendo alguns deles totalmente em BER e outros com utilização parcial deste material. A partir dos resultados dos modelos com utilização parcial de BER, foi realizada uma análise paramétrica para avaliar o efeito de algumas variáveis que não foram tidas em conta nos ensaios experimentais. Com os resultados obtidos nos ensaios e na análise paramétrica é proposto um modelo de cálculo da resistência ao punçoamento centrado de lajes com utilização parcial de BER baseado no CSCT.

O estudo culminou com ensaios de lajes com utilização parcial de BER sujeitas à ação simultânea de uma carga vertical, que simula a carga gravítica, e a imposição de um deslocamento horizontal cíclico.

#### 8.1.1 O betão de elevada resistência

Um dos objetivos deste trabalho foi o desenvolvimento de um betão com resistência à compressão na ordem dos 130 MPa e classe de consistência S4 ou superior. A seleção criteriosa

dos materiais mostrou ser um dos aspetos mais relevantes para a obtenção de um BER. Foram considerados apenas os materiais correntemente disponibilizados no mercado de forma a evitar o aumento do custo do betão.

As características mais importantes do cimento são a sua composição química e a finura das suas partículas. Os cimentos com elevados teores de silicato tricálcico ( $C_3S$ ) e silicato bicálcico ( $C_2S$ ), e reduzidas percentagens de aluminato tricálcico ( $C_3A$ ), contribuem para resistências elevadas. Quanto maior for o módulo de finura maior é a resistência inicial do cimento. Neste trabalho foi utilizado um cimento tipo I classe 52,5R fornecido pela Cimpor – Cimentos de Portugal, S.A. fabricado no seu Centro de Produção de Alhandra.

Em termos de agregados, são recomendados para o fabrico de BER os finos rolados, com a forma o mais esférica possível e os grossos britados com a forma o mais cúbica possível, pois conduzem à maior compacidade da mistura e conseqüentemente maior resistência à compressão. São indicados agregados com elevada resistência mecânica, elevada rugosidade, baixo coeficiente de absorção e com granulometria máxima de 14 mm.

Inicialmente foram selecionados agregados grossos de basalto e granodiorito, provenientes de três centros de produção, e duas areias lavadas e de boa qualidade. Dos agregados grossos inicialmente selecionados, os agregados de basalto do centro de produção de Rio Maior mostraram ser os mais adequados devido às suas características mecânicas e essencialmente à distribuição granulométrica das suas partículas que favorece a compacidade da mistura.

O método da curva granulométrica de referência de Faury mostrou ser adequado para quantificar os agregados para o BER, garantindo uma elevada compacidade. A lavagem dos agregados grossos mostrou ser um fator importante para conseguir atingir valores de resistência à compressão mais elevados, pois promove a melhoria da ligação agregado-pasta ligante.

A composição final resultante dos trabalhos para o desenvolvimento de um BER atingiu as características pretendidas. A tensão média de rotura à compressão obtida aos 28 dias foi de pelo menos 133,3 MPa em provetes cúbicos com 150 mm de aresta, não tendo sido possível determinar o valor exato devido ao limite da capacidade de carga do equipamento de ensaio utilizado. No entanto, em provetes cúbicos com 100 mm de aresta a tensão média de rotura à compressão foi de 135,2 MPa. O abaixamento medido no ensaio do cone de Abrams foi de 190 mm, valor enquadrado dentro da classe de consistência S4.

### 8.1.2 Punçoamento de lajes em BER

Foram ensaiados três modelos de laje fungiforme que simulam a área de laje delimitada pela linha de momentos nulos, junto a um pilar interior de uma estrutura com aproximadamente 3,5 m de vão. Os modelos consistiam em painéis de laje quadrados com 1650 mm de lado e 125 mm de espessura. Foi utilizado um modelo adicional em betão convencional para comparação dos resultados.

A percentagem geométrica da armadura longitudinal superior dos modelos em BER foi de 0,94%, 1,24% e 1,48% e do modelo de referência é 1,25%. Todos os modelos foram ensaiados através da aplicação de uma carga vertical centrada monotónica.

O modelo em BER com 1,24% de armadura longitudinal apresentou maior rigidez inicial, quando comparado com o modelo de referência, devido ao menor valor do módulo de elasticidade do betão convencional. A rigidez fendilhada dos modelos em BER aumentou com a quantidade de armadura superior e apesar de terem cargas de rotura superiores, os modelos com maior percentagem de armadura apresentaram deslocamentos na rotura inferiores. Para o mesmo nível de carregamento vertical, o modelo de referência apresentou deslocamentos verticais muito superiores aos do modelo de BER com idêntica percentagem de armadura. As deformadas dos modelos apresentam uma configuração linear, com rotações plásticas que se concentram essencialmente na periferia da área carregada. A ductilidade e a energia de deformação dos modelos em BER diminuíram com o aumento da armadura longitudinal superior.

A utilização de BER com 130 MPa de resistência à compressão levou ao acréscimo da capacidade resistente da laje em cerca de 42%, em comparação com o modelo em betão normal com 36 MPa de resistência à compressão. O incremento da percentagem geométrica de armadura longitudinal superior de 0,94% para 1,48% nos modelos em BER aumentou a capacidade de carga em 13%.

As cargas de rotura experimentais dos modelos em BER ensaiados no âmbito deste trabalho, assim como as de 40 modelos da bibliografia, foram comparadas com os valores obtidos utilizando as metodologias de cálculo do EC2 [1], MC2010 [3] e ACI 318-14 [2]. Importa referir que estas normas limitam a utilização das expressões por si apresentadas a betões com valores de resistência à compressão inferiores a 90 MPa, 120 MPa e 70 MPa, respetivamente. No entanto, nesta análise estas limitações não foram consideradas. No caso do MC2010 [3], para além de se estimar a resistência ao punçoamento considerando o valor da máxima dimensão dos agregados ( $d_g$ ) igual a zero, como é preconizado na referida norma modelo, também se calculou a resistência considerando o valor real da máxima dimensão dos agregados.

A melhor relação entre os resultados experimentais e os previstos são obtidos pelo EC2 [1] e pelo MC2010 [3] considerando o valor real de  $d_g$ , no entanto o percentil 5% dos resultados do EC2 [1] está ligeiramente contra a segurança, com um valor de 0,94 enquanto os resultados do MC2010 [3] conduzem a um percentil 5% de 1,03. A média da relação entre os valores experimentais e previstos pelo MC2010 [3], considerando o valor de  $d_g$  igual a zero, e pelo ACI 318-14 [2] são relativamente elevados, no entanto as estimativas dadas pelo ACI 318-14 [2] são ligeiramente contra a segurança devido ao valor do percentil 5% ser igual a 0,94.

### 8.1.3 Punçoamento em lajes com utilização parcial de BER

Em função dos resultados obtidos nos ensaios das lajes em BER e de um estudo realizado pela equipa de investigação em que se insere este trabalho, surgiu a ideia de utilizar parcialmente o BER em lajes fungiformes. Foram então fabricados e ensaiados quatro modelos de laje fungiforme com utilização parcial de BER na zona da laje junto ao pilar, com uma espessura inferior à espessura da laje e junto à face inferior desta. Os modelos ensaiados para estudar a utilização racional de BER tinham uma geometria idêntica à dos utilizados no estudo do punçoamento de lajes em BER. Entre os vários modelos variou-se a resistência do betão normal e a geometria em planta da zona em BER.

O comportamento carga-deformação dos modelos com utilização parcial de BER foi semelhante entre si, apesar das diferenças da geometria da zona em BER. Nos modelos com aplicação parcial de BER observou-se uma maior energia de deformação, comparados com os modelos de referência, totalmente em betão convencional.

Todos os modelos com utilização parcial de BER atingiram a rotura por punçoamento. A utilização parcial de BER num volume de cerca de 4% do volume da laje levou ao aumento da resistência ao punçoamento até 38% comparado com o modelo homólogo em betão normal. Além disso, este valor é apenas ligeiramente inferior ao incremento de resistência de 42% verificado no modelo correspondente totalmente em BER. A variação da geometria em planta da zona em BER não originou diferenças relevantes na capacidade resistente dos modelos.

Com os resultados dos ensaios com utilização racional de BER surgiu a necessidade de estudar qual o volume de aplicação de BER com menor relação custo/benefício. Com a utilização de um programa de análise não linear pretendeu-se analisar o efeito da variação em planta e em espessura da zona em BER na resistência ao punçoamento, assim como da variação da resistência do betão normal.

Numa primeira fase foram modeladas as lajes ensaiadas com utilização parcial de BER. O comportamento força-deslocamento obtido na análise numérica foi próximo do experimental. O

valor médio obtido para a relação entre as cargas de rotura da modelação e as experimentais foi de 1,0, com o coeficiente de variação a ser 0,05. A referida relação em termos de deslocamentos na rotura foi de 1,02 com o coeficiente de variação de 0,08.

Na segunda fase foi realizado um estudo paramétrico. As dimensões em planta consideradas para a zona em BER foram  $1,5h$ ,  $2h$  e  $3h$  para cada lado do perímetro do pilar. Foram consideradas espessuras de  $h/5$ ,  $h/3$ ,  $h/2$ ,  $2h/3$  e  $h$ , em que  $h$  é a espessura total da laje, assim como a não utilização de BER. Foi admitido um BER com 125 MPa de resistência à compressão e betões normais com resistência de 25 MPa, 35 MPa, 45 MPa e 55 MPa.

Os resultados da análise paramétrica mostraram que a utilização parcial de BER na face inferior da laje e junto ao pilar, com uma espessura igual a  $1/5$  da espessura total da laje e com largura de  $1,5h$  para cada lado do pilar, resulta num acréscimo da capacidade de carga até 32% em relação a uma laje em betão convencional. Esta foi a solução de utilização parcial de BER mais económica, conseguindo-se o maior incremento de resistência com o menor volume de BER. Os resultados também levam a concluir que não existem diferenças significativas entre utilizar BER com dimensões em planta de  $2h$  ou  $3h$ .

Os resultados evidenciaram que para espessuras da zona em BER superiores a  $h/2$ , a dimensão em planta deve ser de pelo menos  $2h$  para cada lado do perímetro do pilar, de forma a usufruir das características melhoradas do BER em toda a sua espessura. O maior incremento médio da resistência ao punçoamento foi registado para os modelos de betão normal com resistência à compressão de 35 MPa.

#### **8.1.4 Proposta de modelo para avaliação da resistência ao punçoamento de lajes com utilização racional de BER**

Foi apresentada uma metodologia, baseada no modelo físico CSCT, para o cálculo da resistência ao punçoamento de lajes com utilização racional de BER. A determinação da carga de rotura pela metodologia apresentada consiste na interseção de duas curvas: a do critério de rotura e a do comportamento  $V-\psi$ . Para o critério de rotura foram apresentadas a formulação média, usada para comparação de resultados experimentais, e a formulação característica, apropriada para fins de dimensionamento e inclusão em códigos. O comportamento  $V-\psi$  foi definido através de duas formulações: a quadrilinear e a simplificada.

Os comportamentos  $V-\psi$  obtidos pelas formulações utilizadas são idênticos, ligeiramente menos rígidos aos observados nos ensaios. O valor médio da relação entre as cargas experimentais dos ensaios e as obtidas pela formulação média da metodologia apresentada foi de 1,10 com a formulação quadrilinear e 1,12 com a simplificada. Em função destes resultados e dada a

formulação simplificada ser de fácil e expedita aplicação, conclui-se que para este conjunto de ensaios não se justifica a utilização da formulação quadrilinear.

A formulação característica proposta é adequada para o dimensionamento de estruturas, pois o valor da relação entre os resultados dos modelos ensaiados e dos numéricos com os valores da resistência calculada é de 1,24, com percentil 5% de 1,11. Assim, os resultados estão ligeiramente do lado da segurança.

### 8.1.5 Punçoamento em lajes sujeitas a ações horizontais cíclicas

Foi objetivo deste trabalho estudar o comportamento de lajes sujeitas a ações verticais combinadas com horizontais cíclicas. Os modelos eram retangulares com 4150 mm de comprimento, 1850 mm de largura e 150 mm de espessura, com um pilar metálico no centro. Na sequência dos ensaios monotônicos com carregamento vertical, foram ensaiados três modelos com utilização parcial de BER e um modelo de referência totalmente em betão convencional. Nos modelos com utilização parcial de BER fez-se variar em planta e em espessura a zona em BER. Os modelos foram sujeitos a um carregamento vertical constante, de valor igual a 50% da resistência ao punçoamento calculada pelo EC2 [1], e à aplicação no topo do pilar de deslocamentos cíclicos de sentido alternado.

O modelo de referência entrou em rotura para o ciclo de 1% de *drift*. No primeiro modelo ensaiado com utilização de BER, a zona em BER tinha em planta  $1,5h$  para cada lado do pilar e espessura igual a  $h/3$ , em que  $h$  representa a espessura total da laje. Este modelo entrou em rotura durante o segundo ciclo do patamar de 1,5% de *drift*, valor 50% superior ao do observado no modelo de referência. No entanto, este valor de *drift* é inferior ao recomendado na bibliografia para estruturas em zonas sísmicas, que pode atingir um valor máximo de 2,5%, dependendo da categoria de dimensionamento ao sismo [146].

Face aos resultados algo insatisfatórios do modelo com BER apenas em  $1/3$  da espessura da laje, foram produzidos e ensaiados dois modelos com BER em toda a espessura e com diferentes geometrias em planta:  $2h$  e  $3h$  para cada lado do pilar. Ambos os modelos entraram em rotura durante os ciclos com 3% de *drift*, o que representa três vezes o valor atingido na laje de referência e o dobro da laje com utilização de BER apenas em  $1/3$  da espessura total. O valor atingido leva a concluir que a utilização parcial de BER em toda a espessura da laje melhora o comportamento ao punçoamento de lajes sujeitas a ações cíclicas, tornando-as capazes de garantir o valor de 2,5% de *drift* recomendado para zonas sísmicas.

Associado ao valor mais elevado de *drift* atingido, os modelos com BER em toda a espessura, alcançaram forças horizontais ligeiramente superiores à do modelo com BER em

apenas 1/3 a espessura e consideravelmente superiores à verificada no modelo de referência. O modelo de referência e o modelo com BER em 1/3 da espessura registaram baixa ductilidade e baixa capacidade de dissipação de energia. Estes parâmetros foram significativamente melhorados nos modelos com BER em toda a espessura, o que torna esta solução adequada para aplicação em edifícios sujeitos a ações horizontais cíclicas.

O modelo proposto para avaliar a resistência ao punçoamento de lajes com utilização parcial de BER foi aplicado aos modelos ensaiados através da utilização do coeficiente de excentricidade proposto no MC2010 [3]. Os valores da resistência ao punçoamento excêntrico calculados são próximos dos obtidos nos ensaios, com o valor médio da razão entre os valores experimentais e os calculados de 1,09 e o percentil 5% de 0,98.

## 8.2 RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

O trabalho desenvolvido no âmbito desta tese deverá prosseguir, com a realização de mais ensaios e o desenvolvimento de melhores modelos analíticos, com o objetivo de dar resposta a algumas questões pendentes. Enunciam-se em seguida aspetos que seriam interessantes de desenvolver no futuro:

- *Efeito de escala.* Estudar o efeito de escala nos modelos com utilização parcial de BER através da realização de modelos com espessuras superiores às dos modelos ensaiados neste trabalho.
- *Efeito da percentagem geométrica de armadura.* Estudar o efeito da variação da quantidade da armadura superior nos modelos com utilização parcial de BER.
- *Efeito dinâmico das cargas horizontais.* Estudar o comportamento de lajes com utilização parcial de BER sob o efeito simultâneo de cargas verticais e horizontais dinâmicas.
- *Efeito da forma e dimensões do pilar.* Os modelos ensaiados foram sempre suportados por uma chapa de aço quadrada. É importante a realização de ensaios em modelos com utilização parcial de BER variando a geometria e as dimensões da zona de apoio, assim como a utilização de pilares em betão armado.
- *Pilares de bordo e de canto.* Seria interessante avaliar de que forma a técnica de utilização parcial de BER é eficiente em pilares de bordo e de canto.

- *Efeito do pré-esforço.* Avaliar através de ensaios de que forma o pré-esforço afeta a eficiência do método proposto para utilização parcial de BER.
- *Efeito da resistência à compressão do BER.* Os resultados dos ensaios demonstraram a importância da resistência à compressão do BER. Seria interessante verificar os ganhos na resistência ao punçamento com a utilização parcial de um BER com maior resistência à compressão do utilizado neste estudo.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] IPQ, “NP EN 1992-1-1 Eurocódigo 2: Projecto de Estruturas de Betão – Parte 1-1: Regras Gerais e Regras para Edifícios.” Instituto Português da Qualidade (IPQ), Caparica, Portugal, p. 259, 2010.
- [2] ACI Committee 318, “Building Code Requirements for Structural Concrete ( ACI 318M-14) and Commentary.” American Concrete Institute, Farmington Hills, Michigan, p. 524, 2015.
- [3] fib (Fédération International du Béton), “Model Code 2010. Final Draft.” Lausanne, Switzerland, p. 653, 2011.
- [4] Muttoni, A., “Punching Shear Strength of Reinforced Concrete Slabs without Transverse Reinforcement,” *ACI Structural Journal*, vol. 105, no. 4, pp. 440–450, 2008.
- [5] Almeida, A., Inácio, M., Lúcio, V., and Ramos, A., “Flat Slab Punching Behaviour under Cyclic Horizontal Loading,” in *Proceedings of fib symposium Copenhagen 2015, Concrete – Innovation and Design*.
- [6] Almeida, A., Inácio, M., Lúcio, V., and Ramos, A., “Punching behaviour of RC flat slabs under reversed horizontal cyclic loading,” *Engineering Structures*, vol. 117, pp. 204–219, 2016.
- [7] Talbot, A., “Reinforced concrete Wall Footings and Column Footings,” *Engineering Experiment Station*, vol. 67. University of Illinois, 1913.
- [8] Richart, F., “Reinforced Wall and Column Footings Part 2,” *ACI Journal Proceedings*, vol. 45, no. 11, 1948.
- [9] Richart, F. E., “Reinforced Wall and Column Footings Part 1,” *ACI Journal Proceedings*, vol. 45, no. 10, 1948.
- [10] Elstner, R. and Hognestad, E., “Shearing Strength of Reinforced Concrete Slabs,” *ACI Journal*, vol. 53, pp. 29–58, 1956.
- [11] ACI Committee 363, “Report on High-Strength Concrete (ACI 363R-10).” American Concrete Institute, Farmington Hills, Michigan, 2010.
- [12] Marzouk, H. and Hussein, A., “Experimental Investigation on the Behavior of High-Strength Concrete Slabs,” *ACI Structural Journal*, vol. 88, no. 6, 1991.
- [13] Ramdane, K., “Punching Shear of High Performance Concrete Slabs,” in *4th International Symposium on Utilization of High-Strength/High-Performance Concrete*, 1996, vol. 3, pp. 1015–1026.
- [14] Regan, P., Al-Hussaini, A., Ramdane, K., and Xue, H., “Behaviour of High Strength Concrete Slabs,” in *Concrete 2000. Proceedings of International Conference*, 1993, pp. 761–773.
- [15] Tomaszewicz, A., “Punching Shear Capacity of Reinforced Concrete Slabs. High Strength Concrete SP2 - Plates and Shells,” SINTEF Structures and Concrete, Trondheim, Norway, 1993.
- [16] Hallgren, M., “Punching Shear Capacity of Reinforced High Strength Concrete Slabs,” Department of Structural Engineering, Royal Institute of Technology, 1996.
- [17] Ghannoum, C., “Effect of High-Strength Concrete on the Performance of Slab-Column

- Specimens,” Department of Civil Engineering and Applied Mechanics, McGill University, 1998.
- [18] Marzouk, H., Emam, M., and Hilal, M., “Effect of High-Strength Concrete Slab on the Behavior of Slab-Column Connections,” *ACI Structural Journal*, vol. 95, no. 3, pp. 227–236, 1998.
- [19] Ozden, S., Ersoy, U., and Ozturan, T., “Punching Shear Tests of Normal and High-Strength Concrete Flat Plates,” *Canadian Journal of Civil Engineering*, vol. 33, no. 11, pp. 1389–1400, Nov. 2006.
- [20] Smadi, M. and Bani Yasin, I., “Behavior of High-Strength Fibrous Concrete Slab-Column Connections Under Gravity and Lateral Loads,” *Construction and Building Materials*, vol. 22, no. 8, pp. 1863–1873, Aug. 2008.
- [21] Tolf, P., “Plattjocklekens inverkan på betongplattors hållfasthet vid genomstansning. Försök med cikulära plattor,” Department of Structural Mechanics and Engineering, Royal Institute of Technology, 1988.
- [22] Ozden, S., “Punching Shear Behavior of Normal and High-Strength Concrete Flat-Plates,” Bogaziçi University, 1998.
- [23] Comité Euro-International du Béton, “CEB-FIP Model Code 90.” Lausanne, Switzerland, p. 437, 1993.
- [24] Muttoni, A. and Ruiz, M., “Shear strength of members without transverse reinforcement as function of critical shear crack width,” *ACI Structural Journal*, vol. 105, no. 2, pp. 163–172, 2008.
- [25] Muttoni, A. and Ruiz, M., “The levels-of-approximation approach in MC 2010: application to punching shear provisions,” *Structural Concrete*, vol. 13, no. 1, pp. 32–41, Mar. 2012.
- [26] Coutinho, S., *Fabrico e Propriedades do Betão (Volume 1)*, 3rd ed. Lisboa: Laboratório Nacional de Engenharia Civil, 1997.
- [27] World Business Council For Sustainable Development, “The Cement Sustainability Initiative. Recycling Concrete.” 2010.
- [28] McCromac, J. and Brown, R., *Design of Reinforced Concrete*, 9th ed. New Jersey: John Wiley & Sons, Inc., 2013.
- [29] ACI Committee 222, “Protection of Metals in Concrete Against Corrosion (ACI 222R-01).” American Concrete Institute, Farmington Hills, Michigan, p. 41.
- [30] Hassoun, M. and Al-Manaseer, A., *Structural Concrete: Theory and Design*, 4th ed. New Jersey: John Wiley & Sons, Inc., 2008.
- [31] Wight, J. and MacGregor, J., *Reinforced Concrete. Mechanics & Design*. New Jersey: Pearson Education, Inc., 2012.
- [32] Nawy, E., *Prestressed Concrete. A Fundamental Approach*, 5th ed. New Jersey: Pearson Education, Inc., 2010.
- [33] Ghoneim, M. and El-Mihilmy, M., *Design of Reinforced Concrete Structures. (Volume 1)*, 2nd ed. Cairo: Cairo University, 2008.
- [34] Penttala, V., “Concrete and Sustainable Development,” *ACI Materials Journal*, vol. 94, no. 5, pp. 409–416, 1998.
- [35] Sidney Mindess, Young, J., and Darwin, D., *Concrete*, Pearson Ed. New Jersey, 2003.

- [36] Appleton, J., *Estruturas de Betão (volume 1)*. Amadora: Edições Orion, 2013.
- [37] Aïtcin, P., *High Performance Concrete: modern concrete technology 5*. New York: Taylor&Francis, 2004.
- [38] Caldarone, M., *High-strength concrete: a practical guide*, 1st ed. New York: Taylor & Francis, 2008.
- [39] Azevedo, A., “Betões de elevado desempenho com incorporação de cinzas volantes,” Universidade do Minho, 2002.
- [40] ACI Committee 363, “State-of-the-Art Report on High-Strength Concrete (ACI 363R-97),” vol. 92, no. Reapproved. American Concrete Institute, Farmington Hills, Michigan, p. 55, 1997.
- [41] Neville, A., *Properties of concrete*, 2nd ed. New York: Wiley, 1994.
- [42] Ghosh, S., “High-Strength Concrete in U.S. Codes and Standards,” in *XIV Congresso Nacional de Ingeniería Estructural*, 2004, no. 847, pp. 1–16.
- [43] Kawai, T., “State-of-the-Art Report on High-Strength Concrete in Japan - Recent Developments and Applications,” in *Joint Seminar on Concrete Engineering in Vietnam and Workshop*, 2005, pp. 87–107.
- [44] Japan Society of Civil Engineers, “Standard Specifications for Concrete Structures - 2002, Materials and Construction.” 2002.
- [45] Laogan, B. and Elnashai, A., “Structural Performance and Economics of Tall High Strength RC Buildings in Seismic Regions,” *Struct. Design Tall Build*, vol. 204, no. November 1998, pp. 171–204, 1999.
- [46] Amaro, D. and Fernandes, F., “A aplicação estrutural de betões de elevado desempenho (HPC e UHPC),” Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa, 2011.
- [47] Commbier, L., “Diffusion of Innovation in the Construction Industry: High Strength Concretes,” Massachusetts Institute of Technology, 1993.
- [48] Newman, J. and Choo, B., *Advanced Concrete Technology: Processes*. Oxford: Butterworth-Heinemann, 2003.
- [49] Silva, R., “Um estudo sobre o concreto de alto desempenho,” Universidade Estadual de Feira de Santana, 2010.
- [50] Rashid, M. and Mansur, M., “Considerations in producing high strength concrete,” vol. 37, no. 1, pp. 53–63, 2009.
- [51] Teixeira, S., “Betões de Elevada Resistência,” Instituto Superior Técnico, 2007.
- [52] Concrete Bridge Development Group, *High Strength Concrete in Bridge Construction: A State-of-the-Art Report*. Camberley, 2005.
- [53] Azevedo, A., “Betões de Elevado Desempenho,” in *Inovação em Betões: Nova Normalização e Produção de Betões Especiais*, 2006, p. 112.
- [54] Guo, S. and Tsai, T., “Application of High Performance Concrete on a 85-story High Rise Building in Taiwan,” in *13th Symposium of International Association for Automation and Robotics in Construction*, 1997, pp. 933–940.
- [55] Baker, W., James, P., Tomlinson, R., and Weiss, A., “Case Study: Trump International Hotel & Tower,” *CTBUH Journal*, no. III, pp. 16–22, 2009.

- [56] “Burj Khalifa.” [Online]. Available: <http://www.burjkhalifa.ae/en/>.
- [57] Appleton, J., Travassos, N., and Appleton, J., “Edifício do Centro de Coordenação e Controlo de Tráfego do Porto de Lisboa,” in *Encontro nacional Betão Estrutural*, 2000, no. Figura 2, pp. 1–10.
- [58] Coutinho, S., *Fabrico e Propriedades do Betão (Volume 2)*, 3rd ed. Lisboa: Laboratório Nacional de Engenharia Civil, 1997.
- [59] Lourenço, J., Júlio, E., and Miranda, P., *Betões de Agregados Leves de Argila Expandida. Guia para a sua utilização*. Lisboa: APEB, 2004.
- [60] Fernandes, P., “Vigas de Grande Vão Prefabricadas em Betão de Alta Resistência Pré-Esforçado,” Universidade de Coimbra, 2005.
- [61] ASTM Committee C09, “C33-03 Standard Specification for Concrete Aggregates,” vol. 4. p. 11, 2003.
- [62] ACI Committee 211, “Standard Practice for Selecting Proportions for Normal , Heavyweight , and Mass Concrete ( ACI 211 . 1-91 ).” American Concrete Institute, Farmington Hills, Michigan, 2002.
- [63] APEB, *A Especificação do Betão. Guia para a utilização da norma NP EN 206-1*. Lisboa, 2008.
- [64] Faury, J., *Le Béton*. Dunod, Paris, 1958.
- [65] IPQ, “NP EN 206-1: Betão - Parte 1: Especificação, desempenho, produção e conformidade.” Instituto Português da Qualidade (IPQ), Caparica, Portugal, p. 84, 2007.
- [66] IPQ, “NP EN 12350-2: Ensaio do betão fresco - Parte 2: Ensaio de abaixamento.” Instituto Português da Qualidade (IPQ), Caparica, Portugal, p. 11, 2002.
- [67] IPQ, “NP EN 12350-3: Ensaio do betão fresco - Parte 3: Ensaio Vêbê.” Instituto Português da Qualidade (IPQ), Caparica, Portugal, p. 11, 2002.
- [68] IPQ, “NP EN 12350-4: Ensaio do betão fresco - Parte 4: Grau de compactabilidade.” Instituto Português da Qualidade (IPQ), Caparica, Portugal, p. 10, 2002.
- [69] IPQ, “NP EN 12350-5: Ensaio do betão fresco - Parte 5: Ensaio da mesa de espalhamento.” Instituto Português da Qualidade (IPQ), Caparica, Portugal, p. 12, 2002.
- [70] IPQ, “NP EN 12350-1: Ensaio do betão fresco - Parte 1: Amostragem.” Instituto Português da Qualidade (IPQ), Caparica, Portugal, p. 7, 2002.
- [71] Popovics, S., *Concrete Materials*, 2nd ed. New Jersey: Noyes Publications, 1992.
- [72] Mehta, P. and Monteiro, P., *Concrete. Microstructure, Properties and Materials*, 3rd ed. New York: McGraw-Hill, 2006.
- [73] LNEC, “E378: Betões - guia para a utilização de ligantes hidráulicos.” Laboratório Nacional de Engenharia Civil, Lisboa, p. 11, 1996.
- [74] IPQ, “NP EN 197-1: Composição, especificações e critérios de conformidade para cimentos correntes.” Instituto Português da Qualidade (IPQ), Caparica, Portugal, 2012.
- [75] IPQ, “NP EN 196: Métodos de ensaio de cimentos.” Instituto Português da Qualidade (IPQ), Caparica, Portugal, 2006.
- [76] Gutiérrez, A. and Cánovas, M., “High-Performance Concrete: Requirements for Constituent Materials and Mix Proportioning,” no. 93, 1996.

- [77] Fehling, E., Schmidt, M., Walraven, J., Teutbecher, T., and Fröhlich, S., *Ultra-High Performance Concrete UHPC: Fundamentals, Design, Examples*. Berlin: Ernest & Sohn, 2014.
- [78] Kwan, A., Chen, J., Fung, W., and Ng, P., “Effects of silica fume on heat generation of curing concrete,” *ACI Materials Journal*, vol. 108, no. 6, pp. 655–663, 2011.
- [79] Ding, J. and Li, Z., “Effects of metakaolin and silica fume on properties of concrete,” *ACI Materials Journal*, vol. 99, no. 4, pp. 393–398, 2002.
- [80] Magnusson, J., “Structural Concrete Elements Subjected to Air Blast Loading,” KTH Royal Institute of Technology, 2007.
- [81] IPQ, *NP EN 13263-1: Sílica de fumo para betão - Parte 1: Definições, requisitos e critérios de qualidade*. Caparica, Portugal: Instituto Português da Qualidade (IPQ), 2005.
- [82] IPQ, “NP EN 13263-2: Sílica de fumo para betão - Parte 2: Avaliação da conformidade.” Instituto Português da Qualidade (IPQ), Caparica, Portugal, 2005.
- [83] Ismeik, M., “Effect of Mineral Admixtures on Mechanical Properties of High Strength Concrete Made with Locally Available Materials,” *Jordan Journal of Civil Engineering*, vol. 3, no. 1, pp. 78–90, 2009.
- [84] IPQ, “NP EN 12620: Agregados para betão.” Instituto Português da Qualidade (IPQ), Caparica, Portugal, p. 61, 2010.
- [85] Xincheng, P., *Super-High-Strength High Performance Concrete*. Boca Raton: Taylor & Francis, 2013.
- [86] Costa, A. and Appleton, J., “Estruturas de Betão I: Parte 2 - Materiais.” Departamento de Engenharia Civil, Instituto Superior Técnico, Lisboa, p. 66, 2002.
- [87] Su, N. and Chang, T., “Estimation of Coarse Aggregate Strength in High-Strength,” *ACI Materials Journal*, vol. 93, no. 1, p. 9, 1996.
- [88] Aïtcin, P.-C. and Mehta, P. K., “Effect of coarse aggregate quality on the mechanical properties of high strength concrete,” *Construction and Building Materials*, vol. 87, no. 2, pp. 103–107, 1990.
- [89] IPQ, “NP EN 1008: Água de amassadura para betão. Especificações para amostragem, ensaio e avaliação da aptidão da água, incluindo água recuperada nos processos da indústria de betão, para o fabrico de betão.” Instituto Português da Qualidade (IPQ), Caparica, Portugal, 2003.
- [90] IPQ, “NP EN 934-2: Adjuvantes para betão, argamassa e caldas de injeção - Parte 2: Adjuvantes para betão. Definições, requisitos, conformidade, marcação e rotulagem.” Instituto Português da Qualidade (IPQ), Caparica, Portugal, 2009.
- [91] Baroninsh, J., Lagzdina, S., Krage, L., and Shahmenko, G., “Influence of the dosage of super plasticizer on properties of high performance concrete,” in *5th Batlic Conference on Silicate Materials - IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering*, 2011, vol. 25, p. 6.
- [92] Zeng, C., Gong, M., Gui, M., Guo, X., Liu, J., and Lin, T., “Influence of Superplasticizer on Anti-Carbonation Property of Concrete,” *Applied Mechanics and Materials*, vol. 204–208, no. 3, pp. 3790–3794, 2012.
- [93] Plank, J., Schroeﬂ, C., Gruber, M., Lesti, M., and Sieber, R., “Effectiveness of Polycarboxylate Superplasticizers in Ultra-High Strength Concrete: The Importance of PCE Compatibility with Silica Fume,” *Journal of Advanced Concrete Technology*, vol. 7,

- no. 1, pp. 5–12, 2009.
- [94] Júlio, E., Dias, N., Lourenço, J., and Silva, J., “Feret coefficients for white self-compacting concrete,” *Materials and Structures*, vol. 39, pp. 585–591, 2005.
- [95] Mechling, J., Lecomte, A., and Diliberto, C., “Relation between cement composition and compressive strength of pure pastes,” *Cement and Concrete Composites*, vol. 31, no. 4, pp. 255–262, 2009.
- [96] De Larrard, F. and Sedran, T., “Mixture-proportioning of high-performance concrete,” *Cement and Concrete Research*, vol. 32, pp. 1699–1704, 2002.
- [97] Sobolev, K., “The development of a new method for the proportioning of high-performance concrete mixtures,” *Cement and Concrete Composites*, vol. 26, pp. 901–907, 2004.
- [98] Alves, M., Cremonini, R., and Dal Molin, D., “A comparison of mix proportioning methods for high-strength concrete,” *Cement and Concrete Composites*, vol. 26, pp. 613–621, 2004.
- [99] Bharatkumar, B., Narayanan, R., Raghuprasad, B., and Ramachandramurthy, D., “Mix proportioning of high performance concrete,” *Cement and Concrete Composites*, vol. 23, pp. 71–80, 2001.
- [100] IPQ, “NP EN 1097 - Ensaio das propriedades mecânicas e físicas dos agregados.” Instituto Português da Qualidade (IPQ), Caparica, Portugal, p. 33, 2003.
- [101] IPQ, “NP EN 933 - Ensaio das propriedades geométricas dos agregados.” Instituto Português da Qualidade (IPQ), Caparica, Portugal, p. 16, 2000.
- [102] IPQ, “NP EN 12390-2: Ensaio do betão endurecido - Parte 2: Execução e cura dos provetes para ensaios de resistência mecânica.” Instituto Português da Qualidade (IPQ), Lisboa, p. 11, 2003.
- [103] IPQ, “NP EN 12390-3: Ensaio do betão endurecido - Parte 3: Resistência à compressão dos provetes de ensaio.” Instituto Português da Qualidade (IPQ), Caparica, Portugal, p. 21, 2003.
- [104] IPQ, “NP EN 12390-6: Ensaio do betão endurecido - Parte 6: Resistência à tração por compressão de provetes.” Instituto Português da Qualidade (IPQ), Caparica, Portugal, p. 14, 2003.
- [105] LNEC, “E397 - Determinação do módulo de elasticidade em compressão.” Laboratório Nacional de Engenharia Civil, Lisboa, p. 2, 1993.
- [106] IPQ, “NP EN 10002-1: Materiais metálicos. Ensaio de tração - Parte 1: Método de ensaio.” Instituto Português da Qualidade (IPQ), Caparica, Portugal, p. 35, 1990.
- [107] Malaikah, A. S., “Effect of Specimen Size and Shape on the Compressive Strength of High Strength Concrete,” *Pertanika Journal of Science & Technology*, vol. 13(1), pp. 83–96, 2005.
- [108] Imam, M., Vandewalle, L., and Mortelmans, F., “Are current concrete strength tests suitable for high strength concrete?,” *Materials and Structures*, vol. 28, pp. 384–391, 1995.
- [109] Yi, S. T., Yang, E. I., and Choi, J. C., “Effect of specimen sizes, specimen shapes, and placement directions on compressive strength of concrete,” *Nuclear Engineering and Design*, vol. 236, no. 2, pp. 115–127, 2006.

- 
- [110] Carrasquillo, P. M. and Carrasquillo, R. L., "Evaluation of the use of current concrete practice in the production of high strength concrete," *ACI Materials Journal*, vol. 85, no. 1, pp. 49–54, 1988.
- [111] Marchão, C. A. C., "Optimization and Design of Post-Tensioning Anchorage Corner Blister in Concrete Box Girder Bridges," Universidade Nova de Lisboa, Tese Doutoramento, 2015.
- [112] Guandalini, S., Burdet, O. L., and Muttoni, A., "Punching tests of slabs with low reinforcement ratios," *ACI Structural Journal*, vol. 106, no. 1, pp. 87–95, 2009.
- [113] Cavagnis, F., Ruiz, M., and Muttoni, A., "Shear failures in reinforced concrete members without transverse reinforcement: An analysis of the critical shear crack development on the basis of test results," *Engineering Structures*, vol. 103, pp. 157–173, 2015.
- [114] Zohrevand, P., Asce, M., Yang, X., Asce, M., Jiao, X., Asce, M., Mirmiran, A., and Asce, F., "Punching Shear Enhancement of Flat Slabs with Partial Use of Ultrahigh-Performance Concrete," pp. 1–10, 2004.
- [115] Bastien-Masse, M. and Brühwiler, E., "Experimental investigation on punching resistance of R-UHPFRC–RC composite slabs," *Materials and Structures*, 2015.
- [116] Faria, D., Biscaia, H., Lúcio, V., and Ramos, A., "Material and Geometrical Parameters Affecting Punching of Reinforced Concrete Flat Slabs with Orthogonal Reinforcement," in *fib Symposium PRAGUE 2011 - Concrete Engineering for Excellence and efficiency*, 2011, pp. 1–4.
- [117] J. Cervenka and Procházková, Z., "ATENA Program Documentation Part 4-2, Tutorial for program ATENA 3D." Cervenka Consulting Ltd, Prague, p. 94, 2015.
- [118] Cervenka, J. and Papanikolaou, V., "Three dimensional combined fracture-plastic material model for concrete," *International Journal of Plasticity*, vol. 24, no. 12, pp. 2192–2220, 2008.
- [119] Cervenka, V., "Computer simulation of failure of concrete structures for practice," *1st fib Congress*, pp. 289–304, 2002.
- [120] V. Cervenka, Cervenka, J., and Pukl, R., "ATENA - A Tool for Engineering Analysis of Fracture in Concrete," *Academy Proceedings in Engineering Sciences*, vol. 27, no. 4, pp. 485–492, 2002.
- [121] Cervenka, V., Cervenka, J., and Jendele, L., "Bond in Finite Element Modelling of Reinforced Concrete," in *Proceedings of International Conference on Computational Modelling of Concrete Structures (EURO-C 2003)*, 2003, pp. 189–194.
- [122] Cervenka, V., "Simulating a Response," *Concrete Engineering international*, vol. 4, no. 4, pp. 45–48, 2000.
- [123] Mamede, N., Ramos, A., and Faria, D., "Experimental and parametric 3D nonlinear finite element analysis on punching of flat slabs with orthogonal reinforcement," *Engineering Structures*, vol. 48, pp. 442–457, 2013.
- [124] V. Cervenka, Jendele, L., and J. Cervenka, "ATENA Program Documentation Part 1 - Theory." Cervenka Consulting Ltd, Prague, p. 304, 2016.
- [125] Cruz, J., Barros, J., and Azevedo, A., "Elasto-plastic multi-fixed smeared crack." Universidade do Minho - Universidade do Porto, p. 70, 2004.
- [126] fib (Fédération International du Béton), "Punching of structural concrete slabs - Bulletin 12." Lausanne, Switzerland, p. 307, 2001.
-

- [127] Hordijk, D., “Local approach to fatigue of concrete,” Delft University of Technology, Tese Doutorado, 1991.
- [128] fib (Fédération International du Béton), *Structural Concrete - Textbook on Behaviour, Design and Performance*, vol. 2. 1999.
- [129] Jendele, L., Cervenka, J., Saouma, V., and Pukl, R., “On the choice between discrete or smeared approach in practical structural FE analyses of concrete structures,” in *International Conference on Analysis of Discontinuous Deformation*, 4., 2001, p. 18.
- [130] Van Mier, J., “Strain-softening of Concrete under Multiaxial Loading Conditions,” Eindhoven University of Technology, Tese de Doutorado, 1984.
- [131] Bigaj, A., “Structural Dependence of Rotation Capacity of Plastic Hinges in RC Beams and Slabs,” Delft University of Technology, Tese de doutorado, 1999.
- [132] Vidosa, F., Kotsovos, M., and Pavlovic, M., “Symmetrical Punching of Reinforced Concrete Slabs: An Analytical Investigation Based on Nonlinear Finite Element Modeling,” *Structural Journal*, vol. 85, no. 3, pp. 241–250, 1988.
- [133] Menetrey, P., “Numerical Analysis of Punching Failure in Reinforced Concrete Structures.” École Polytechnique Fédérale de Lausanne, Tese de doutorado, Lausanne, Suíça, p. 156, 1994.
- [134] Andra, H., “Zum Tragverhalten des Auflagerbereichs von Flachdecken.” Universität Stuttgart, Tese de doutorado, Stuttgart, 1982.
- [135] Eder, M., Vollum, R., Elghazouli, A., and Abdel-Fattah, T., “Modelling and experimental assessment of punching shear in flat slabs with shearheads,” *Engineering Structures*, vol. 32, no. 12, pp. 3911–3924, 2010.
- [136] Teixeira, M., Barros, J., Cunha, V., Moraes-Neto, B., and Ventura-Gouveia, A., “Numerical simulation of the punching shear behaviour of self-compacting fibre reinforced flat slabs,” *Construction and Building Materials*, vol. 74, pp. 25–36, 2015.
- [137] Faria, D., Biscaia, H., Lúcio, V., and Ramos, A., “Punching of Reinforced Concrete Slabs Numerical and Experimental Analysis and Comparison With Codes,” in *Proceedings of IABSE - fib Codes in Structural Engineering - Developments and Needs for International Practice*, 2010, p. 8.
- [138] fib (Fédération International du Béton), “Constitutive modelling of high strength/high performance concrete - Bulletin 42.” Lausanne, Switzerland, p. 126, 2008.
- [139] Faria, D., Einpaul, J., Ramos, A., Fernández, M., and Muttoni, A., “On the efficiency of flat slabs strengthening against punching using externally bonded fibre reinforced polymers,” *Construction and Building Materials*, vol. 73, pp. 366–377, 2014.
- [140] Maya, L., Ruiz, M., Muttoni, A., and Foster, S., “Punching shear strength of steel fibre reinforced concrete slabs,” *Engineering Structures*, vol. 40, pp. 83–94, 2012.
- [141] Moraes, B. N., Barros, J. A. O., and Melo, G. S. S. A., “A model for the prediction of the punching resistance of steel fibre reinforced concrete slabs centrally loaded,” *Construction and Building Materials*, vol. 46, pp. 211–223, 2013.
- [142] Clément, T., Ramos, A. P., Ruiz, M. F., and Muttoni, A., “Design for punching of prestressed concrete slabs,” *Structural Concrete*, vol. 14, no. 2, pp. 157–167, 2013.
- [143] Clément, T., Ramos, A., Ruiz, M., and Muttoni, A., “Influence of prestressing on the punching strength of post-tensioned slabs,” *Engineering Structures*, vol. 72, pp. 56–69, 2014.

- 
- [144] Ramos, A. P., Lúcio, V. J. G., and Faria, D. M. V, “The effect of the vertical component of prestress forces on the punching strength of flat slabs,” *Engineering Structures*, vol. 76, pp. 90–98, 2014.
- [145] IPQ, “NP EN 1998-1 Eurocódigo 8: Projecto de Estruturas para Resistência aos Sismos – Parte 1: Regras Gerais, Acções Sísmicas e Regras para Edifícios.” Instituto Português da Qualidade (IPQ), Caparica, Portugal, p. 230, 2010.
- [146] ASCE, “Minimum Design Loads for Buildings and Other Structures (ASCE/SEI 7-10).” American Society of Civil Engineers (ASCE), Reston, Virginia, p. 608, 2010.
- [147] ACI-ASCE Committee 352, “Guide for design of slab column connections in monolithic concrete structures (ACI 352.1R).” p. 32, 2012.
- [148] Pan, A. and Moehle, J., “Lateral Displacement Ductility of Reinforced Concrete Flat Plates,” *ACI Structural Journal*, vol. 86, no. 3, pp. 250–258, 1989.
- [149] ACI-ASCE Committee 421, “Guide to Seismic Design of Punching Shear Reinforcement in Flat Plates (ACI 421.2R-10).” American Concrete Institute (ACI), Farmington Hills, Michigan, p. 30, 2010.
- [150] Hose, Y. and Seible, F., “Performance Evaluation Database for Concrete Bridge Components and Systems under Simulated Seismic Loads,” University of California, 1999.
- [151] Marreiros, R., “Precast Concrete Wall-Foundation Connection - Development of a seismic dissipative connection,” Universidade Nova de Lisboa, Tese Doutorado, 2014.