



Ana Rita Ribeiro Carmona

Licenciada em Ciências de Engenharia e Gestão Industrial

Aplicação do Controlo Estatístico do Processo numa Indústria Automóvel

Dissertação para obtenção do grau de Mestre em
Engenharia e Gestão Industrial

Orientador: José Fernando Gomes Requeijo,
Professor Doutor, Faculdade de Ciências e Tecnologia,
Universidade Nova de Lisboa

Júri:

Presidente: Professora Doutora Maria Celeste Rodrigues Jacinto
Arguente: Professor Doutor Izunildo Fernandes Cabral
Vogal: Professor Doutor José Fernando Gomes Requeijo



FACULDADE DE
CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA

Março de 2017

Ana Rita Ribeiro Carmona

Licenciada em Ciências de Engenharia e Gestão Industrial

**Aplicação do Controlo Estatístico do
Processo numa Indústria Automóvel**

Dissertação para obtenção do grau de Mestre em
Engenharia e Gestão Industrial

Orientador: José Fernando Gomes Requeijo,
Professor Doutor, Faculdade de Ciências e Tecnologia,
Universidade Nova de Lisboa

Júri:

Presidente: Professora Doutora Maria Celeste Rodrigues Jacinto

Arguente: Professor Doutor Izunildo Fernandes Cabral

Vogal: Professor Doutor José Fernando Gomes Requeijo

Março de 2017

Aplicação do Controlo Estatístico do Processo numa Indústria Automóvel.

Copyright © 2017 Ana Rita Ribeiro Carmona, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Nova de Lisboa

A Faculdade de Ciências e Tecnologia e a Universidade Nova de Lisboa têm o direito, perpétuo e sem limites geográficos, de arquivar e publicar esta dissertação através de exemplares impressos reproduzidos em papel ou de forma digital, ou por qualquer outro meio conhecido ou que venha a ser inventado, e de a divulgar através de repositórios científicos e de admitir a sua cópia e distribuição com objetivos educacionais ou de investigação, não comerciais, desde que seja dado crédito ao autor e editor.

*It is good to have an end to journey toward,
but it is the journey that matters, in the end.*

Ursula K. Le Guin

Agradecimentos

A realização da presente dissertação só foi possível graças à contribuição de diversas pessoas, relativamente aos quais gostaria de deixar aqui os meus mais sinceros agradecimentos:

Ao meu orientador, Professor Doutor José Gomes Requeijo, cuja orientação científica e ajuda foram fundamentais no desenvolvimento deste trabalho. Gostaria de agradecer também por toda a motivação e força que me deu ao longo destes meses.

Ao Diretor da Área de Prensas da Volkswagen Autoeuropa, Engenheiro Francisco Fialho, pela autorização da realização do presente estudo. Ao Engenheiro Pedro Lourenço, responsável pela Área de Produção, pelo constante apoio, disponibilidade e motivação demonstrados. Ao Engenheiro Paulo Rocha, orientador responsável na Área de Prensas, pelas sugestões partilhadas e a toda a equipa de Engenharia do Processo pelos ensinamentos e ajuda prestada.

Os meus sinceros agradecimentos a todos os colaboradores da Área das Prensas pela valiosa transmissão de conhecimentos, em particular à Leontina Reis e a toda a Área de Planeamento, pelo acolhimento, amizade, apoio incondicional e valiosos conselhos e sugestões.

Gostaria de agradecer à minha equipa da Galp, pela disponibilidade e compreensão prestadas. Se assim não fosse, a conclusão deste trabalho teria se tornado inexecutável.

Quero também agradecer a todos os meus amigos que me acompanham ao longo dos anos, são a minha segunda família. Não podia deixar de referir, Miguel, Diogo Inácio, Carlos, Diogo Murteira, Diogo Soares, Rita, Filipa e Ana, o meu obrigado pelo vosso apoio incondicional. Aos meus irmãos emprestados, João e Daniel, pela amizade, pelo incentivo, não só durante o estágio, mas em todos os momentos da minha vida. À Andreia, Mafalda e Sara pelo apoio, interajuda e companheirismo ao longo destes anos de vida académica. À minha colega Raquel pela disponibilidade demonstrada.

Quero ainda agradecer à Cristina, ao José, à Anabela e ao Sérgio por me terem acolhido como filha/sobrinha e estarem presentes em todas as etapas deste processo.

Um agradecimento muito especial à minha família, pelo carinho e pelo suporte incondicional manifestado ao longo da elaboração desta dissertação. Quero agradecer aos meus pais, aos meus avós e aos meus tios por todos os ensinamentos que me deram ao longo da vida e por serem sempre a minha referência. Quero agradecer do fundo do meu coração à minha mãe e à minha irmã, pela força transmitida e por acreditarem sempre em mim.

Ao Bruno, por todo o apoio, paciência, incentivo e motivação transmitida nos momentos mais difíceis deste percurso.

Resumo

A Qualidade auxilia na compreensão da variabilidade dos processos, permitindo a tomada de decisão ponderada com base em dados factuais. Em diversos processos industriais, os dados não seguem os pressupostos de aplicabilidade das cartas de controlo, nomeadamente a independência e a Normalidade, e caso sejam aplicadas as cartas de controlo tradicionais, o número de falsos alarmes irá sofrer um aumento drástico conduzindo a conclusões erróneas sobre o processo.

A presente dissertação tem como principal objetivo a melhoria do desempenho do processo da produção, fazendo uso do Controlo Estatístico do Processo. Para alcançar o objetivo proposto foi necessário, em primeiro lugar, verificar os pressupostos de aplicabilidade das cartas de controlo. Caso o pressuposto de independência não se verifique, isto é, os dados apresentem auto-correlação significativa, a metodologia proposta sugere ajustar os processos através do modelo ARIMA mais adequado e extrair os resíduos independentes para aplicação das cartas de controlo baseadas nos resíduos e erros de previsão. Caso o pressuposto da Normalidade não se verifique, isto é, os dados não sigam uma distribuição Normal, a metodologia proposta sugere a sua transformação através da Transformação Box-Cox e aplicação das cartas de controlo baseadas nos dados transformados. Posteriormente, caso se verifique a necessidade de estudar simultaneamente diversas características da qualidade de um determinado produto, sugere-se a aplicação do estudo multivariado.

A metodologia proposta foi validada através de um caso de estudo desenvolvido na Volkswagen Autoeuropa. Os resultados da aplicação da metodologia proposta sugerem que de facto, a modelação dos dados auto-correlacionados através do modelo ARIMA e a transformação dos dados não-normais através da Transformação Box-Cox funcionam efetivamente para garantir os pressupostos da independência e Normalidade respetivamente, e permitem a correta aplicação das cartas de controlo e consequente identificação das causas especiais responsáveis pelo aumento da variabilidade do processo.

Palavras-chave: Variabilidade, Controlo Estatístico do Processo. Cartas de Controlo, Independência, Normalidade, Estudo Multivariado.

Abstract

Quality assists in the understanding of process variability, allowing weighted decision-making based on factual data. In several industrial processes, data do not follow the applicability assumptions of the control charts, namely Independence and Normality, and if traditional control charts are applied, the number of false alarms will increase dramatically leading to erroneous conclusions about the process.

The main objective of this dissertation is to improve the performance of the production process, using of Statistical Process Control. In order to achieve the proposed objective, it was first necessary to check the assumptions for the applicability of the control charts. If the assumption of independence does not occur, the data show significant self-correlation and the proposed methodology suggests adjusting the processes using the most appropriate ARIMA's model and to extract the independent residuals for the application of the residual and forecast errors based control charts. If the assumption of Normality does not occur, the data does not follow a Normal distribution and the proposed methodology suggests its transition through the Box-Cox Transformation and application of control charts based on processed data. Subsequently, if it's necessary to study simultaneously several quality characteristics of a particular product, is suggested the multivariate study.

The proposed methodology was validated through a case study developed at Volkswagen Autoeuropa. The results of the application of the proposed methodology suggest that the modeling of the self-correlated data through the ARIMA's model and the transformation of non-normal data through the Box-Cox Transformation works effectively to guarantee the assumptions of independence and Normality respectively, and allow the correct application of control charts and consequent identification of the special causes responsible for the increased variability of the process.

Keywords: *Variability, Statistical Process Control, Control Charts, Independence, Normality, Multivariate Study.*

Índice

Capítulo 1	1
1 Introdução	1
1.1 Enquadramento do Tema.....	1
1.2 Objetivos da Dissertação	2
1.3 Estrutura da Dissertação	2
Capítulo 2	5
2 Controlo Estatístico do Processo	5
2.1 Conceito de Qualidade e Evolução Histórica	5
2.2 Controlo Estatístico Univariado do Processo	6
2.3 Cartas de Controlo de Shewhart	7
2.3.1 Erros Associados às Cartas de Controlo.....	9
2.3.2 Fases de Implementação das Cartas de Controlo	11
2.3.3 Regras para a Detecção de Causas Especiais	11
2.3.4 Recolha de Dados	12
2.3.5 Tipos de Cartas de Controlo.....	14
2.3.6 Cartas de Controlo de Variáveis.....	15
2.4 Cartas de Controlo Especiais	19
2.4.1 Carta CUSUM para Controlo da Média	20
2.4.2 Carta EWMA para Controlo da Média	21
2.4.3 Carta H81-CUSUM para Controlo da Dispersão.....	22
2.4.4 Carta EWMS para Controlo da Dispersão.....	23
2.5 Condições para Aplicação de Cartas de Controlo	24
2.5.1 Aleatoriedade dos Dados	24

2.5.2 Normalidade dos Dados	25
2.5.3 Independência dos Dados	32
2.6 Controlo Estatístico para Dados Auto-Correlacionados.....	38
2.6.1 Cartas de Shewhart para Controlo de Resíduos.....	38
2.6.2 Cartas de Shewhart para Controlo de Erros de Previsão	40
2.6.3 Cartas Especiais para Controlo de Resíduos e Erros de Previsão.....	42
2.7 Capacidade Univariada do Processo	43
2.7.1 Índices de Capacidade para Dados Normais	43
2.7.2 Índices de Capacidade para Dados não Normais	46
2.8 Controlo Estatístico Multivariado do Processo.....	47
2.8.1 Cartas T^2 para Médias de Amostras.....	48
2.8.2 Cartas T^2 para Observações Individuais	50
2.8.3 Interpretação das Cartas T^2	52
2.8.4 Capacidade Multivariada do Processo	53
Capítulo 3	57
3 Caracterização da Empresa.....	57
3.1 Introdução.....	57
3.2 Volkswagen	57
3.3 Volkswagen Autoeuropa	58
3.4 Estrutura	59
3.5 Áreas de Produção.....	60
3.5.1 Área das Prensas	61
3.6 Áreas de Não-Produção.....	63
3.6.1 Área da Qualidade.....	63
Capítulo 4	67

4 Caso de Estudo.....	67
4.1 Metodologia	67
4.2 Produtos e Características em Estudo.....	71
4.3 Recolha de Dados	71
4.4 Produto A.....	72
4.4.1 Verificação da Independência dos Dados	73
4.4.2 Fase I: Estudo Univariado	76
4.4.3 Fase II: Estudo Univariado	81
4.5 Produto B.....	87
4.5.1 Verificação da Independência dos Dados	87
4.5.2 Fase I: Estudo Univariado	89
4.5.3 Fase II: Estudo Univariado	92
4.6 Produto C	97
4.6.1 Verificação da Independência dos Dados	98
4.6.2 Fase I: Estudo Univariado	101
4.6.3 Fase II: Estudo Univariado	105
4.6.4 Fase I: Estudo Multivariado	110
4.6.5 Fase II: Estudo Multivariado	114
Capítulo 5	115
5 Conclusões e Sugestões para Trabalho Futuro	115
5.1 Conclusões.....	115
5.2 Sugestões para Trabalho Futuro.....	118
Bibliografia.....	119
Anexos	125
Anexo A. - Tabelas e Gráficos das constantes	125

Anexo B. – Tabelas com dados em estudo.....	128
Anexo C. – Estudo Preliminar: Verificação da Independência.....	138
Anexo D. – Estudo Univariado: Fase I	144
Anexo E. – Estudo Univariado: Fase II (Cartas de Shewhart)	159
Anexo F. – Estudo Univariado: Fase II (Cartas Especiais)	163
Anexo G. – Estudo Multivariado: Fase I.....	172

Índice de Figuras

Figura 2.1 Representação de uma carta de controlo tradicional	8
Figura 2.2 Definição das zonas de uma carta de Shewhart com distribuição Normal	12
Figura 2.3 Cartas de Controlo Tradicionais.....	14
Figura 2.4 Representação de processos com diferentes índices C_p	43
Figura 2.5 Região modificado do processo para $p = 2$	54
Figura 3.1 Organograma da Volkswagen Autoeuropa	60
Figura 3.2 Áreas de Produção	60
Figura 3.3 Fluxo do Processo Produtivo da Área das Prensas	62
Figura 4.1 Fluxograma da metodologia aplicada na Fase I do SPC	68
Figura 4.2 Fluxograma da metodologia aplicada na Fase I do SPC (continuação).....	69
Figura 4.3 Fluxograma da metodologia aplicada na Fase II do SPC	70
Figura 4.4 FACE referente à Característica 1 do Produto A.....	73
Figura 4.5 FACPE referente à Característica 1 do Produto A	74
Figura 4.6 FACE dos resíduos referentes à Característica 1 do Produto A	75
Figura 4.7 FACPE dos resíduos referentes à Característica 1 do Produto A.....	75
Figura 4.8 Carta de controlo $e - MR$ dos resíduos para a Característica 1 do Produto A	77
Figura 4.9 Verificação da Normalidade dos resíduos da Característica 1 – Produto A.....	78
Figura 4.10 Carta de controlo $e - MR$ dos dados transformados para a Característica 1 do Produto A	79
Figura 4.11 Verificação da Normalidade dos dados transformados da Característica 1 – Produto A..	80
Figura 4.12 Carta de controlo $e - MR$ dos erros de previsão para a Característica 1 do Produto A ...	83
Figura 4.13 Carta CUSUM dos erros de previsão para uma alteração da média de $0,5\sigma$, para a Característica 1 do Produto A	84

Figura 4.14 Carta H81-CUSUM dos erros de previsão para uma alteração de 25% do desvio padrão da Característica 1 do Produto A	85
Figura 4.15 Carta CUSUM dos erros de previsão para uma alteração da média de 1σ , para Característica 1 do Produto A	85
Figura 4.16 Carta H81-CUSUM dos erros de previsão para uma alteração de 50% do desvio padrão da Característica 1 do Produto A	86
Figura 4.17 FACPE referente à Característica 1 do Produto B	88
Figura 4.18 FACPE referente à Característica 1 do Produto B	88
Figura 4.19 Carta de controlo $\bar{X} - MR$ para a Característica 1 do Produto B.....	89
Figura 4.20 Carta de controlo $\bar{X} - MR$ para a Característica 1 do Produto B.....	90
Figura 4.21 Verificação da Normalidade dos dados revistos para a Característica 1 do Produto B	91
Figura 4.22 Carta de controlo $\bar{X} - MR$ para a Característica 1 do Produto B para a Fase II	94
Figura 4.23 Carta CUSUM para uma alteração da média de $0,5\sigma$, para a Característica 1 do Produto B	95
Figura 4.24 Carta H81-CUSUM para uma alteração de 25% do desvio padrão da Característica 1 do Produto B.....	95
Figura 4.25 Carta H81-CUSUM para uma alteração de 50% do desvio padrão da Característica 1 do Produto B.....	96
Figura 4.26 Carta CUSUM para uma alteração da média de 1σ , para a Característica 1 do Produto B	96
Figura 4.27 FACE referente à Característica 1 do Produto C.....	98
Figura 4.28 FACPE referente à Característica 1 do Produto C	99
Figura 4.29 FACE dos resíduos referentes à Característica 1 do Produto C	100
Figura 4.30 FACPE dos resíduos referentes à Característica 1 do Produto C.....	100
Figura 4.31 Carta de controlo $e - MR$ dos resíduos para a Característica 1 do Produto C	102
Figura 4.32 Carta de controlo $e - MR$ dos resíduos revista para a Característica 1 do Produto C....	103
Figura 4.33 Verificação da Normalidade dos resíduos revistos da Característica 1 – Produto C	104
Figura 4.34 Carta de controlo $e - MR$ dos erros de previsão para a Característica 1 do Produto C .	107

Figura 4.35 Carta CUSUM para uma alteração da média de $0,5\sigma$, para a Característica 1 do Produto C	108
Figura 4.36 Carta H81-CUSUM para uma alteração de 25% do desvio padrão da Característica 1 do Produto C.....	108
Figura 4.37 Carta CUSUM para uma alteração da média de 1σ , para a Característica 1 do Produto C	109
Figura 4.38 Carta H81-CUSUM para uma alteração de 50% do desvio padrão da Característica 1 do Produto C.....	109
Figura 4.39 Carta multivariada (Fase I) do Produto C	111
Figura 4.40 Carta multivariada (Fase I) do Produto C após revisão final	113
Figura 4.41 Região definida pelo processo e pelas especificações técnicas para o Produto C	113
Figura 4.42 Carta multivariada (Fase II) do Produto C	114
Figura 5.1 Diagrama de Ishikawa para controlo da Variação Dimensional	116
Figura A.1 Combinação de k e h da Carta CUSUM, com $C_0 = 0$ e $T_0 = 0$, para diferentes valores de AR_{LEC}	126
Figura A.2 Combinação de k e h da Carta CUSUM, com $C_0 = 0$ e $T_0 = 0$, para diferentes valores de AR_{LEC}	126
Figura A.3 Valor λ da carta EWMA, para diferentes valores de AR_{LEC}	127
Figura A.4 Valor K em função de λ da carta EWMA, para diferentes valores de AR_{LEC}	127
Figura C.1 FACE e FACPE referentes à Característica 2 do Produto A	138
Figura C.2 FACE e FACPE dos resíduos referentes à Característica 2 do Produto A.....	138
Figura C.3 FACE e FACPE referentes à Característica 3 do Produto A	139
Figura C.4 FACE e FACPE dos resíduos referentes à Característica 3 do Produto A.....	139
Figura C.5 FACE e FACPE referentes à Característica 2 do Produto B	140
Figura C.6 FACE e FACPE dos resíduos referentes à Característica 2 do Produto B.....	140
Figura C.7 FACE e FACPE referentes à Característica 3 do Produto B	141
Figura C.8 FACE e FACPE referentes à Característica 2 do Produto C	141

Figura C.9 FACE e FACPE dos resíduos referentes à Característica 2 do Produto C	142
Figura C.10 FACE e FACPE referentes à Característica 3 do Produto C	142
Figura C.11 FACE e FACPE dos resíduos referentes à Característica 3 do Produto C	143
Figura D.1 Carta de Controlo e-MR dos resíduos para a Característica 2 do Produto A	144
Figura D.2 Verificação da Normalidade dos resíduos da Característica 2 do Produto A	144
Figura D.3 Carta de Controlo e-MR dos resíduos transformados para a Característica 2 do Produto A	145
Figura D.4 Verificação da Normalidade dos resíduos transformados da Característica 2 do Produto A	145
Figura D.5 Carta de Controlo e-MR dos resíduos para a Característica 3 do Produto A	146
Figura D.6 FACE e FACPE referentes à Característica 3 do Produto A após revisão.....	146
Figura D.7 FACE e FACPE dos resíduos referentes à Característica 3 do Produto A após revisão .	147
Figura D.8 Carta de Controlo e-MR dos resíduos para a Característica 3 do Produto A após revisão	148
Figura D.9 Verificação da Normalidade dos resíduos da Característica 3 do Produto A após revisão	148
Figura D.10 Carta de Controlo e-MR dos resíduos para a Característica 2 do Produto B.....	149
Figura D.11 FACE e FACPE referentes à Característica 2 do Produto B após revisão.....	149
Figura D.12 FACE e FACPE dos resíduos referentes à Característica 2 do Produto B após revisão	150
Figura D.13 Carta de Controlo e-MR dos resíduos para a Característica 2 do Produto B após revisão	151
Figura D.14 Verificação da Normalidade dos resíduos da Característica 2 do Produto B após revisão	151
Figura D.15 Carta de Controlo X-MR para a Característica 3 do Produto B	152
Figura D.16 Verificação da Normalidade da Característica 3 do Produto B.....	152
Figura D.17 Carta de Controlo e-MR dos resíduos para a Característica 2 do Produto C.....	153
Figura D.18 FACE e FACPE referentes à Característica 2 do Produto C após revisão.....	153

Figura D.19 FACE e FACPE dos resíduos referentes à Característica 2 do Produto C após revisão	154
Figura D.20 Carta de Controlo e-MR dos resíduos para a Característica 2 do Produto C após revisão	155
Figura D.21 Verificação da Normalidade da Característica 2 do Produto C.....	155
Figura D.22 Carta de Controlo e-MR dos resíduos para a Característica 3 do Produto C.....	156
Figura D.23 FACE e FACPE referentes à Característica 3 do Produto C após revisão.....	156
Figura D.24 FACE e FACPE dos resíduos referentes à Característica 3 do Produto C após revisão	157
Figura D.25 Carta de Controlo e-MR dos resíduos para a Característica 3 do Produto C após revisão	158
Figura D.26 Verificação da Normalidade da Característica 3 do Produto C após revisão	158
Figura E.1 Carta de controlo $e - MR$ dos erros de previsão para a Característica 2 do Produto A ...	159
Figura E.2 Carta de controlo $e - MR$ dos erros de previsão para a Característica 3 do Produto A ...	160
Figura E.3 Carta de controlo $e - MR$ dos erros de previsão para a Característica 2 do Produto B ...	160
Figura E.4 Carta de controlo $X - MR$ para a Característica 3 do Produto B para a Fase II	161
Figura E.5 Carta de controlo $e - MR$ dos erros de previsão para a Característica 2 do Produto C ...	162
Figura E.6 Carta de controlo $e - MR$ dos erros de previsão para a Característica 2 do Produto C ...	162
Figura F.1 Carta CUSUM para uma alteração da média de $0,5\sigma$, para a Característica 2 do Produto A	163
Figura F.2 Carta CUSUM para uma alteração da média de 1σ , para a Característica 2 do Produto A	163
Figura F.3 Carta H81-CUSUM para uma alteração de 25% do desvio padrão da Característica 2 do Produto A.....	164
Figura F.4 Carta H81-CUSUM para uma alteração de 50% do desvio padrão da Característica 2 do Produto A.....	164
Figura F.5 Carta CUSUM para uma alteração da média de $0,5\sigma$, para a Característica 3 do Produto A	164
Figura F.6 Carta CUSUM para uma alteração da média de 1σ , para a Característica 3 do Produto A	165

Figura F.7 Carta H81-CUSUM para uma alteração de 25% do desvio padrão da Característica 3 do Produto A.....	165
Figura F.8 Carta H81-CUSUM para uma alteração de 25% do desvio padrão da Característica 3 do Produto A.....	165
Figura F.9 Carta CUSUM para uma alteração da média de $0,5\sigma$, para a Característica 2 do Produto B	166
Figura F.10 Carta CUSUM para uma alteração da média de 1σ , para a Característica 2 do Produto B	166
Figura F.11 Carta H81-CUSUM para uma alteração de 25% do desvio padrão da Característica 2 do Produto B.....	167
Figura F.12 Carta H81-CUSUM para uma alteração de 50% do desvio padrão da Característica 2 do Produto B.....	167
Figura F.13 Carta CUSUM para uma alteração da média de $0,5\sigma$, para a Característica 3 do Produto B	167
Figura F.14 Carta CUSUM para uma alteração da média de 1σ , para a Característica 3 do Produto B	168
Figura F.15 Carta H81-CUSUM para uma alteração de 25% do desvio padrão da Característica 3 do Produto B.....	168
Figura F.16 Carta H81-CUSUM para uma alteração de 50% do desvio padrão da Característica 3 do Produto B.....	168
Figura F.17 Carta CUSUM para uma alteração da média de $0,5\sigma$, para a Característica 2 do Produto C	169
Figura F.18 Carta CUSUM para uma alteração da média de 1σ , para a Característica 2 do Produto C	169
Figura F.19 Carta H81-CUSUM para uma alteração de 25% do desvio padrão da Característica 2 do Produto C.....	170
Figura F.20 Carta H81-CUSUM para uma alteração de 50% do desvio padrão da Característica 2 do Produto C.....	170
Figura F.21 Carta CUSUM para uma alteração da média de $0,5\sigma$, para a Característica 3 do Produto C	170

Figura F.22 Carta CUSUM para uma alteração da média de 1σ , para a Característica 3 do Produto C	171
Figura F.23 Carta H81-CUSUM para uma alteração de 25% do desvio padrão da Característica 3 do Produto C.....	171
Figura F.24 Carta H81-CUSUM para uma alteração de 50% do desvio padrão da Característica 3 do Produto C.....	171
Figura G.1 Carta multivariada (Fase I) do Produto C (revisão 1)	172
Figura G. 2 Carta multivariada (Fase I) do Produto C (revisão 2)	173

Índice de Tabelas

Tabela 2-1 Estimadores dos parâmetros do processo para Cartas de Controlo de Variáveis... 18	18
Tabela 2-2 Limites para Cartas de Controlo de Variáveis com parâmetros do processo conhecidos	19
Tabela 2-3 Determinação de λ para um decréscimo δ da dispersão do processo.....	24
Tabela 2-4 Sistema de Distribuições de Johnson.....	29
Tabela 2-5 Caracterização das <i>FAC</i> e <i>FACP</i> dos vários modelos	36
Tabela 2-6 Limites de controlo para Cartas Tradicionais de Resíduos	40
Tabela 2-7 Limites de controlo para Cartas Tradicionais dos Erros de Previsão	42
Tabela 2-8 Valores dos índices de capacidade para diferentes processos e características, consoante o tipo de especificação	45
Tabela 3-1 História da Volkswagen Autoeuropa.....	59
Tabela 4-1 Valores das especificações para o Produto A, Produto B e Produto C.....	71
Tabela 4-2 Número de observações provenientes de histórico e observações recolhidas durante o estágio	72
Tabela 4-3 Parâmetros do modelo AR(1) referentes à Característica 1 do Produto A.	74
Tabela 4-4 Resumo da verificação da independência das Características 2 e 3 do Produto A. 76	76
Tabela 4-5 Resumo do estudo da Normalidade do Produto A	78
Tabela 4-6 Resultados obtidos pela transformação Box-Cox para as características do Produto A	79
Tabela 4-7 Parâmetros estimados referentes à Característica 1 do Produto A	80
Tabela 4-8 Percentis e Índices de Capacidade para a Característica 1 do Produto A.....	81
Tabela 4-9 Percentis e Índices de Capacidade para a Característica 2 do Produto A.....	81
Tabela 4-10 Parâmetros e Índices de Capacidade para a Característica 3 do Produto A.....	81
Tabela 4-11 Estatísticas e Limites de Controlo para as cartas <i>e-MR</i> baseados nos erros de previsão	82

Tabela 4-12 Valores das constantes para a construção da carta CUSUM para um ARL_{EC} de 370	84
Tabela 4-13 Valores das constantes para a construção da carta H81-CUSUM para um ARL_{EC} de 370.....	84
Tabela 4-14 Resumo do estudo da Normalidade do Produto B	91
Tabela 4-15 Parâmetros estimados referentes às características do Produto B	92
Tabela 4-16 Índices de Capacidade para as características do Produto B.....	92
Tabela 4-17 Limites para Cartas de Controlo $X-MR$ com parâmetros do processo conhecidos	93
Tabela 4-18 Parâmetros do modelo AR(3) referentes à Característica 1 do Produto C.	99
Tabela 4-19 Resumo da verificação da independência das Características 2 e 3 do Produto C	101
Tabela 4-20 Resumo da verificação da independência após revisão das características do Produto C	103
Tabela 4-21 Resumo do estudo da Normalidade do Produto C	104
Tabela 4-22 Parâmetros estimados referentes às características do Produto C	105
Tabela 4-23 Índices de Capacidade para as características do Produto C.....	105
Tabela 4-24 Estatísticas e Limites de Controlo para as cartas e-MR baseados nos erros de previsão	106
Tabela 4-25 Elementos do vetor média, \bar{X} , do Produto C.....	110
Tabela 4-26 Elementos da matriz das covariâncias, \mathbf{S} , do Produto C.....	111
Tabela 4-27 Variáveis para o método aplicado à estatística d	111
Tabela 4-28 Método aplicado à estatística d	112
Tabela 4-29 Elementos do vetor média, \bar{X} , do Produto C após revisão final	112
Tabela 4-30 Elementos da matriz das covariâncias, \mathbf{S} , do Produto C após revisão final	112
Tabela 4-31 Índices de capacidade multivariados para o Produto C	113
Tabela A.1 Fatores para construção de cartas de controlo de variáveis.....	125
Tabela A.2 Valores da constante \tilde{A}_2	127

Tabela B.1 Dados em bruto para o Produto A (Fase I).....	128
Tabela B.2 Dados em bruto para o Produto B (Fase I).....	130
Tabela B.3 Dados em bruto para o Produto C (Fase I)	133
Tabela B.4 Dados em bruto para o Produto A (Fase II)	136
Tabela B.5 Dados em bruto para o Produto B (Fase II)	136
Tabela B.6 Dados em bruto para o Produto C (Fase II)	137
Tabela C.1 Parâmetros do modelo AR(1) referentes à Característica 2 do Produto A	138
Tabela C.2 Parâmetros do modelo AR(1) referentes à Característica 3 do Produto A	139
Tabela C.3 Parâmetros do modelo AR(3) referentes à Característica 2 do Produto B	140
Tabela C.4 Parâmetros do modelo AR(1) referentes à Característica 2 do Produto C	142
Tabela C.5 Parâmetros do modelo AR(2) referentes à Característica 3 do Produto C	143
Tabela D.1 Estudo da Capacidade para a Característica 2 do Produto A	145
Tabela D. 2 Parâmetros do modelo AR(1) referentes à Característica 3 do Produto A após revisão	147
Tabela D.3 Estudo da Capacidade para a Característica 3 do Produto A	148
Tabela D.4 Parâmetros do modelo AR(3) referentes à Característica 2 do Produto B após revisão	150
Tabela D.5 Estudo da Capacidade para a Característica 2 do Produto B	151
Tabela D.6 Estudo da Capacidade para a Característica 3 do Produto B	152
Tabela D.7 Parâmetros do modelo AR(1) referentes à Característica 2 do Produto C após revisão	154
Tabela D.8 Estudo da Capacidade para a Característica 2 do Produto C	155
Tabela D.9 Parâmetros do modelo AR(1) referentes à Característica 3 do Produto C após revisão	157
Tabela D.10 Estudo da Capacidade para a Característica 3 do Produto C	158
Tabela G.1 Elementos do vetor média, \mathbf{X} , do Produto C (revisão 1).....	172
Tabela G.2 Elementos da matriz das covariâncias, \mathbf{S} , do Produto C (revisão 1).....	172

Tabela G.3 Variáveis para o método aplicado à estatística d (revisão 1).....	172
Tabela G.4 Método aplicado à estatística d (revisão 1).....	172
Tabela G.5 Elementos do vetor média, \mathbf{X} , do Produto C (revisão 2).....	173
Tabela G.6 Elementos da matriz das covariâncias, \mathbf{S} , do Produto C (revisão 2).....	173
Tabela G.7 Variáveis para o método aplicado à estatística d (revisão 2).....	173
Tabela G.8 Método aplicado à estatística d (revisão 2).....	173

Lista de Abreviaturas e Siglas

<i>ARIMA</i>	<i>Autoregressive Integrated Moving Average</i>
<i>ARL</i>	<i>Average Run Length</i>
<i>ARL_{Em Controlo}</i>	ARL quando o processo está sob controlo estatístico
<i>ARL_{Fora de Controlo}</i>	ARL quando o processo não está sob controlo estatístico
<i>CQC</i>	<i>China Quality Certification Center</i>
<i>CUSUM</i>	<i>Cumulative Sum</i> (Sommas acumuladas)
<i>EWMA</i>	<i>Exponentially Weighted Moving Average</i> (Média móvel exponencialmente amortecida)
<i>EWMS</i>	<i>Exponentially Weighted Mean Square</i> (Quadrado médio exponencialmente amortecido)
<i>FAC</i>	Função de Auto-Correlação
<i>FACE</i>	Função de Auto-Correlação Estimada
<i>FACP</i>	Função de Auto-Correlação Parcial
<i>FACPE</i>	Função de Auto-Correlação Parcial Estimada
<i>ISO</i>	<i>International Organization for Standardization</i>
<i>LC</i>	Linha Central
<i>LIC, LSC</i>	Limite Inferior e Superior de Controlo
<i>LIE, LSE</i>	Limite Inferior e Superior de Especificação
<i>LIP, LSP</i>	Limite Inferior e Superior do Processo
<i>MLIT</i>	<i>Ministry of Land Infrastructure and Transport</i>
<i>MPV</i>	<i>Multi-purpose vehicle</i>
<i>MR</i>	<i>Moving Range</i> (Amplitude Móvel)
<i>PIB</i>	Produto Interno Bruto
<i>QR</i>	<i>Quantile Ratio</i>
<i>R</i>	<i>Range</i> (Amplitude amostral)
<i>RPS</i>	<i>Reference Point System</i>
<i>S</i>	<i>Standard Deviation</i> (Desvio padrão amostral)
<i>SPC</i>	<i>Statistical Process Control</i> (Controlo Estatístico do Processo)
<i>SDJ</i>	Sistema de Distribuições de Johnson
<i>Var</i>	Variância

Lista de Símbolos

A, A_2, A_3	Fatores para construção das cartas de controlo de variáveis
\tilde{A}_2	Fator para construção das cartas de controlo de variáveis
$AR_{(p)}$	Modelo auto-regressivo de ordem p
$ARMA_{(p,q)}$	Modelo misto, auto-regressivo e de médias móveis
B	Operador de defasamentos
B_3, B_4, B_5, B_6	Fatores para a construção das cartas de controlo de variáveis
c_4	Fator para a construção das cartas de controlo de variáveis
$Cov(X_t, X_{t+k})$	Covariância das observações desfasadas de k instantes
C_p	Índice de capacidade potencial do processo
C_{pk}	Índice de capacidade do processo
$(C_{pk})_I, (C_{pk})_S$	Índice de capacidade inferior ou superior
C_{pm}	Índice de capacidade potencial corrigido pelo desvio da média em relação ao valor nominal
C_{pmk}	Índice de capacidade corrigido pelo desvio da média em relação ao valor nominal
C_{pM}	Índice de capacidade potencial multivariado
D_1, D_2, D_3, D_4	Fatores para construção das cartas de controlo de variáveis
d	Ordem de diferenciação de um modelo <i>ARIMA</i> ; Estatística de teste de Kolmogorov-Smirnov
d_2, d_3	Fatores para construção das cartas de controlo de variáveis
d_i	Estatística para determinar qual a variável i é responsável pela situação de fora de controlo da carta T^2
$D_{Crítico}$	Valor crítico para o teste Kolmogorov-Smirnov
e_t	Resíduo para o instante t ; Erro de previsão no instante t
$e_\tau(T)$	Erro de previsão para o instante $T + \tau$
E_t	Média móvel exponencialmente amortecida no instante t
$F_{1,v}$	Função da distribuição de Fisher com 1 e v graus de liberdade
$F_{\alpha;p,mn-m-p+1}$	Percentil à direita da distribuição de Fisher para uma probabilidade α , com parâmetros p e $mn - m - p + 1$
$F_{\alpha;p,m-p}$	Percentil à direita da distribuição de Fisher para uma probabilidade α , com parâmetros p e $m - p$
h	Parâmetro de controlo da carta <i>CUSUM</i>
H_0	Hipótese Nula

H_1	Hipótese Alternativa
k	Número de classes segundo a Regra de Sturges; Parâmetro de controlo da carta <i>CUSUM</i>
K	Fator de Construção das Cartas <i>EWMA</i>
L	Distância dos limites de controlo à Linha Central
LI	Índice de capacidade multivariado
L_p	Percentil de 0,135% da distribuição de X
\tilde{M}	Mediana do Processo
$MA(q)$	Modelo de média móveis de ordem q
m	Número de amostras
N	Número de dados
$N(\mu, \sigma^2)$	Distribuição Normal com média μ e variância σ
$N_p(\mu, \Sigma)$	Distribuição Normal multivariada com vetor média μ e matriz das covariâncias Σ
n	Dimensão da amostra
np	Número de unidades não conformes
PV	Índice de capacidade multivariado
p	Proporção de unidades não conformes; Número de características da qualidade em estudo no controlo estatístico multivariado
S	Matriz das covariâncias amostrais
S⁻¹	Matriz inversa das covariâncias amostrais
S^2	Variância amostral
S_B, S_L, S_U	Família de distribuições de Johnson
T	Vetor dos valores nominais das p características da qualidade
T^2	Estatística multivariada de <i>Hotteling</i>
T_i^2	Estatística multivariada de <i>Hotteling</i> para todas as variáveis do processo à exceção da variável i
U_p	Percentil de 99,865% da distribuição de X
u	Número de defeitos por unidade
X	Característica da Qualidade
X	Vetor constituído pelas p variáveis
\bar{X}	Média amostral
\tilde{X}	Mediana amostral
$\bar{\bar{X}}$	Média das médias
$\overline{\bar{X}}$	Média das medianas

\bar{X}	Vetor média amostral
$X_{T+\tau}$	Valor de X para o período $T + \tau$
$X_{T+\tau}(T)$	Previsão realizada no instante T para o período $T + \tau$
X_t	Valor da característica X no instante t
Z	Variável Normal reduzida
α	Nível de significância; Risco do produtor
β	Risco do consumidor
$\beta_{\alpha;p/2,(m-p-1)/2}$	Percentil à direita da distribuição Beta, para uma probabilidade α e parâmetros $p/2$ e $(m - p - 1)/2$
χ^2	Estatística do Qui-Quadrado
$\chi^2_{\alpha;p}$	Percentil à direita da distribuição Qui-Quadrado, para uma probabilidade α e parâmetro p
$\chi^2_{\alpha;v}$	Percentil à direita da distribuição Qui-Quadrado, para uma probabilidade α e parâmetro v
ε	Ruído Branco ($\varepsilon \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2)$)
$\phi_p(B)$	Polinómio auto-regressivo de ordem p
ϕ_j	Parâmetro da componente auto-regressiva
ϕ_{kk}	Coefficiente de auto-correlação parcial de ordem k
$\gamma, \eta, \lambda, \varepsilon$	Parâmetros do Sistema de Distribuições de Johnson
λ	Parâmetro de transformação de Box-Cox; Constante amortecida
μ	Média do processo
$\boldsymbol{\mu}$	Vetor média do processo
$\hat{\mu}$	Média do processo estimada
μ_ω	Média de uma carta de controlo
v	Graus de liberdade
θ_j	Parâmetro da componente média móvel
$\theta_q(B)$	Polinómio de médias móveis de ordem q
$\boldsymbol{\Sigma}$	Matriz das covariâncias para as p características
ρ_k	Coefficiente de correlação de desfasamentos k ("lag k ")
σ	Desvio padrão do processo
σ^2	Variância do processo
$\hat{\sigma}$	Valor estimado do desvio padrão do processo
σ_ε^2	Variância do ruído branco
σ_ω	Desvio padrão de uma carta de controlo
ω	Estatística de uma carta de controlo

ξ	Termo independente do modelo $AR(p)$ que permite determinar a média do processo
Ψ_j	Coefficiente do polinómio $\Psi(B)$
∇	Operador de diferenças
Δ	Alteração no parâmetro do processo

Capítulo 1

1 Introdução

1.1 Enquadramento do Tema

Atualmente, devido ao aumento das exigências do consumidor e à intensificação da competitividade entre as organizações industriais, a procura pela melhoria contínua de desempenho contribuiu para o desenvolvimento de novas metodologias, que possibilitem a otimização dos processos, maximizando os recursos da organização e minimizando os custos associados. Deste modo, os métodos estatísticos assumem um papel essencial pois permitem a tomada de decisão ponderada com base em dados factuais.

O controlo do processo com base em métodos estatísticos, designado por Controlo Estatístico do Processo (*SPC*) tem vindo a ganhar relevo na gestão das organizações industriais pois desempenham um papel fundamental na avaliação da Qualidade. Estas metodologias permitem avaliar o processo, verificar a sua estabilidade, estimar os seus parâmetros, analisar a capacidade do mesmo face à especificação técnica e monitorizá-lo em tempo real, contribuindo para uma rápida deteção, e melhor compreensão, das causas e consequências da variabilidade do processo.

O presente trabalho está associado ao estágio desenvolvido na Fábrica Volkswagen Autoeuropa. Aqui são produzidos três modelos do grupo Volkswagen, a *Sharan*, a *Alhambra* e o *Scirocco*. Trata-se de uma indústria do sector automóvel cuja filosofia de Qualidade se baseia em exceder as expectativas dos clientes. Nesta perspetiva surge o lema fazer bem à primeira (*right-first-time*), isto é, a Qualidade passa a ser da responsabilidade de todos e por isso deve começar logo na fase de conceção e desenvolvimento do produto e/ou processo.

Estando a Qualidade dos veículos produzidos fortemente dependente do processo de estampagem, o problema que despoletou o estudo realizado, foi a variabilidade verificada nas

medições das peças durante o processo produtivo. No sentido de responder adequadamente ao desafio proposto pela Volkswagen Autoeuropa, procedeu-se à aplicação das técnicas mais apropriadas ao processo que permitissem, não só, aumentar a garantia de qualidade, como também, diminuir o custo associado.

1.2 Objetivos da Dissertação

Este trabalho tem como objetivo principal melhorar o desempenho global do processo de produção fazendo uso do Controlo Estatístico do Processo para facilitar a deteção antecipada de desvios nas peças produzidas, nomeadamente falhas, sujidades ou mossas. Assim, este estudo pretende abordar as técnicas que melhor se adequem ao processo em questão e tem como propósito o desenvolvimento das mesmas, como é o caso das cartas de controlo. São ainda alvo de análise, os pressupostos para a aplicação do Controlo Estatístico do Processo como a Normalidade e a independência dos dados.

Em primeiro lugar será desenvolvida uma exaustiva pesquisa de conteúdos que suporte a aplicação do controlo estatístico do processo na Volkswagen Autoeuropa. De seguida, o *SPC* será aplicado em duas fases distintas do processo produtivo.

Numa primeira fase, o controlo estatístico será aplicado na Área de Prensas através das cartas de controlo de Shewhart e das cartas de controlo especiais. Pretende-se averiguar se existe auto-correlação na série de observações e em caso afirmativo extrair os resíduos independentes. De seguida analisar se a série de observações, ou os resíduos, são identicamente distribuídos e, caso não sejam, ajustá-los a uma distribuição Normal. Posteriormente pretende-se averiguar a estabilidade do processo e estimar os seus parâmetros de modo a verificar se o processo é ou não capaz e, por fim, monitorizar o processo em tempo real de forma a identificar possíveis causas especiais e proceder à sua eliminação.

Numa segunda fase, o controlo estatístico será aplicado na Área da Qualidade através das cartas de controlo de Shewhart, das cartas de controlo especiais e do controlo estatístico multivariado. O estudo nesta fase será mais aprofundado uma vez tratar-se do produto final, isto é, após todo o fluxo produtivo estar terminado nomeadamente a montagem e a pintura. Aqui será aplicada a metodologia mencionada anteriormente, mas também o controlo estatístico multivariado que responde à necessidade de controlo de várias características da qualidade em simultâneo.

1.3 Estrutura da Dissertação

Este trabalho foi organizado e estruturado em cinco capítulos, sendo que os Anexos se encontram disponíveis no final da presente dissertação.

No Capítulo 1, no qual se insere este texto, é feita a introdução à dissertação, nomeadamente através do enquadramento do tema, apresentação dos objetivos e estrutura da dissertação.

O Capítulo 2 contempla uma extensa revisão da literatura onde são apresentadas algumas noções teóricas relativamente ao Controlo Estatístico do Processo. Inicia-se este capítulo com a definição do conceito de qualidade e a importância do *SPC*, e, de seguida, apresentam-se os tipos de cartas de controlo e os pressupostos para a sua aplicação (aleatoriedade, independência e Normalidade), expondo os métodos para o controlo estatístico quando estes não se verificam. Posteriormente são apresentados os índices para a análise de capacidade, de forma a concluir se o processo é capaz de produzir de acordo com os requisitos pré-estabelecidos. Por fim, é apresentado o controlo multivariado do processo, que surge da necessidade de controlar várias características da qualidade em simultâneo, mais especificamente para processos com dados auto-correlacionadas, e ainda a análise de capacidade do processo para o estudo multivariado.

No Capítulo 3 é realizada uma breve apresentação da empresa onde foi realizado o presente estudo, a Volkswagen Autoeuropa, destacando a sua estrutura organizacional, o fluxo produtivo, a Área de Prensas e a Área da Qualidade.

O Capítulo 4 contempla a metodologia aplicada nas diversas situações práticas do presente caso de estudo, que será apresentada através de um fluxograma. Neste capítulo estão contemplados os resultados experimentais do trabalho elaborado, tendo como base a metodologia mais adequada e apresentada detalhadamente no Capítulo 2.

Por fim, no Capítulo 5, são apresentadas algumas considerações sobre os resultados obtidos no Capítulo 4 e as conclusões finais do estudo realizado, assim como, sugestões para trabalhos futuros no âmbito da temática apresentada.

Capítulo 2

2 Controle Estatístico do Processo

Este capítulo tem como objetivo apresentar os conceitos teóricos sobre o Controle Estatístico do Processo desde a sua evolução histórica à sua relevância no contexto atual.

Serão ainda apresentadas as metodologias empregues na resolução do presente caso de estudo.

2.1 Conceito de Qualidade e Evolução Histórica

Para Montgomery (2009) o conceito Qualidade sempre esteve intrínseco à evolução humana, mais que não seja na forma como se deseja um produto ou serviço. Segundo Correia (2014), após a Revolução Industrial nos séculos XVIII e XIX, surgiram na Europa inúmeras alterações ao nível da produção. Até à data os processos produtivos eram desenvolvidos manualmente, mas foram substituídos por métodos automatizados compostos por linhas de fabrico e de montagem, que permitiram a produção em massa e consequentemente a colocação de produtos a preços cada vez mais baixos no mercado.

Pereira & Requeijo (2012) afirmam que o sistema de Taylor, ao separar o planeamento da execução, conduziu efetivamente a um aumento da produtividade, mas teve consequências negativas na qualidade dos produtos. De modo a colmatar esta deficiência, começaram a ser criados departamentos autónomos de inspeção, gerando assim a crença de que a falta de qualidade não era da responsabilidade da produção, mas sim da inspeção, não se atribuindo qualquer importância à investigação das causas que originavam as falhas.

Quesenberry (1997) menciona que no fim do século XIX e início do século XX, surgem diversos desenvolvimentos estatísticos associados à produção industrial. No âmbito da investigação da origem das falhas, Shewhart, em 1924, elaborou um estudo científico em que

foram desenvolvidas as cartas de controlo como ferramenta diferenciadora entre causas comuns e causas especiais de variação. Ainda durante os anos 20, Harold F. Dodge e Harry G. Romig estabeleceram a amostragem de aceitação em detrimento da inspeção da totalidade de produtos, que era demasiado dispendiosa, demorada e, muitas vezes, inviável. Com a amostragem de aceitação, a inspeção passou a ser efetuada através de uma amostra de unidades selecionadas aleatoriamente de um lote.

Segundo Mast (2008), as falhas ocorridas em equipamento militar deram origem a variados estudos que tinham como objetivo determinar a sua origem. Uma das causas detetadas foi a falta de cumprimento das especificações, o que correspondia a equipamentos inutilizáveis. Mais tarde, durante a II Guerra Mundial (1939-1945), a necessidade de segurança e uniformidade nos equipamentos militares originou a adoção de novas formas de gestão da produção com base na normalização e elaboração de especificações técnicas.

Baseado nas filosofias de Deming e Juran, o conceito de Gestão pela Qualidade Total é definido como uma filosofia de gestão extensível a todos os processos da organização, com o envolvimento de todos os seus intervenientes, por forma não só a assegurar, como também exceder as expectativas dos clientes, colaboradores e sociedade em geral (Pereira & Requeijo, 2012).

Gomes (2004) mencionou que Ishikawa também teve um papel fundamental para a evolução do conceito de qualidade. Ao desenvolver ferramentas como o diagrama de causa-efeito considera que a gestão da qualidade consiste no desenvolvimento, produção e serviço de um produto de forma económica, útil e satisfatória para o consumidor.

Posteriormente ao longo do século XX foram desenvolvidas diversas ferramentas designadas pelas 14 Ferramentas da Qualidade que, embora simples, contribuem decisivamente para a resolução dos mais variados problemas, permitindo desta forma uma melhoria contínua do desempenho das empresas (Pereira & Requeijo, 2012).

2.2 Controlo Estatístico Univariado do Processo

Segundo Montgomery (2009), o Controlo Estatístico do Processo, *SPC* (*Statistical Process Control*), é definido por um conjunto de métodos estatísticos utilizados para monitorizar o comportamento do processo ao longo do tempo e, através da redução a variabilidade, melhorar a capacidade do mesmo.

O Controlo Estatístico do Processo é suportado por um conjunto de ferramentas para o controlo da qualidade, habitualmente designadas por sete ferramentas básicas da qualidade (Montgomery, 2009; Pereira & Requeijo, 2012):

- Fluxograma
- Folhas de Registo e Verificação
- Histograma
- Diagrama de Pareto
- Diagrama de Ishikawa
- Gráfico de Dispersão
- Cartas de Controlo

Das ferramentas anunciadas anteriormente, as cartas de controlo são consideradas a técnica com maior relevo para o *SPC*, uma vez que permitem uma monitorização do processo em tempo real e podem ser utilizadas para estimar os parâmetros do processo e, conseqüentemente, averiguar se este é capaz de produzir de acordo com as especificações técnicas. As cartas de controlo são determinantes na redução da variabilidade do processo (Montgomery, 2009).

Esta variabilidade deve-se a inúmeras fontes, sendo as principais, a mão-de-obra, o meio ambiente, as matérias-primas, os equipamentos, os métodos e a metrologia. Estas fontes de variação são causadas por dois tipos de causas, que Shewhart classifica como causas comuns e causas especiais. As causas especiais provocam um padrão de variações de forma imprevisível ao longo do tempo, enquanto que as causas comuns produzem uma variação controlada com um padrão estável e consistente ao longo do tempo (Wheeler, 1995). Isto é, as causas comuns de variação produzem uma variabilidade natural ao processo e provêm do efeito cumulativo de um conjunto de pequenas fontes de variação inevitáveis que individualmente não são significativas. Por outro lado, as causas especiais provocam uma alteração da distribuição do processo, tornando-o instável e imprevisível e quando estas estão presentes diz-se que o processo está fora de controlo estatístico.

Segundo Taguchi, a variabilidade deve ser reduzida até que se torne economicamente desvantajoso a sua redução (Woodall, 2000). Assim, o principal objetivo do Controlo Estatístico do Processo é a rápida deteção de causas especiais de variação, de forma a serem tomadas as ações corretivas necessárias e adequadas para minimizar a variabilidade do processo.

2.3 Cartas de Controlo de Shewhart

As cartas de controlo tradicionais foram desenvolvidas por Shewhart durante o seu trabalho na *Bell Telephone Laboratories*. O seu principal objetivo consistia em criar uma ferramenta de fácil utilização e que, através de uma visão gráfica do comportamento do processo, fosse possível retirar conclusões acerca da estabilidade do mesmo.

Montgomery (2009) define cartas de controlo como um instrumento que fornece informações úteis sobre o processo, e que tem como objetivo final minimizar tanto quanto

possível a variabilidade do processo. Se a característica em análise apresentar uma distribuição de probabilidade que se mantém constante ao longo do tempo, o processo está sob controlo estatístico, pelo contrário, se a distribuição variar ao longo do tempo, o processo encontra-se fora de controlo.

Uma carta de controlo tradicional representa graficamente a evolução da estatística (ω) ao longo do processo, em função do tempo ou do número de observações. Na Figura 2.1 apresenta-se uma carta de controlo tradicional.

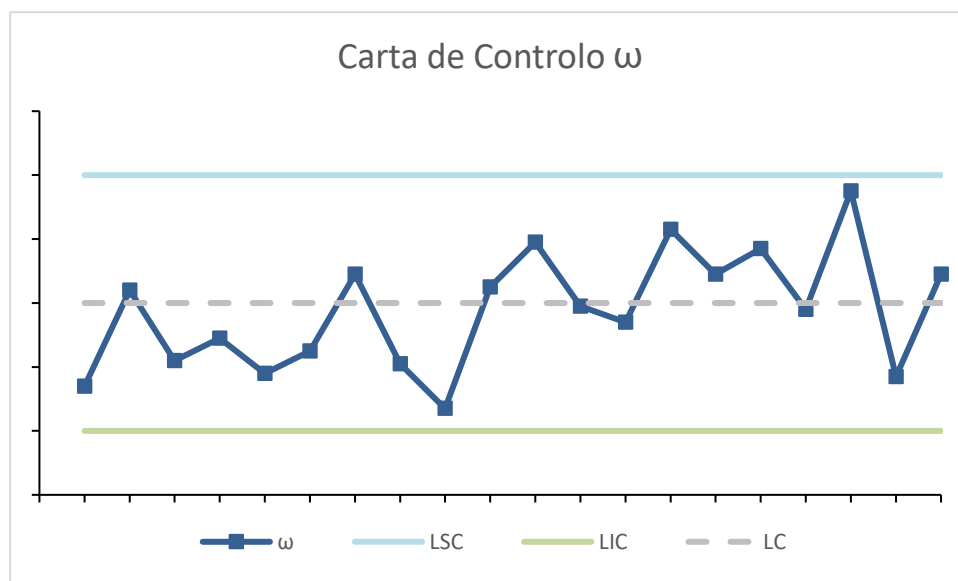


Figura 2.1 Representação de uma carta de controlo tradicional

A carta de controlo possui uma linha central (LC) que corresponde ao valor esperado do processo, isto é, representa o valor médio da estatística (ω) e ainda duas linhas simetricamente colocadas, acima e abaixo da linha central, que representam, respetivamente, o limite superior de controlo (LSC) e o limite inferior de controlo (LIC) e definem a variabilidade esperada de uma série de observações. Segundo Montgomery e Runger (2006), a linha central e os limites superior e inferior de controlo calculam-se mediante as seguintes equações:

$$\begin{aligned}
 LSC_{\omega} &= \mu_{\omega} + L\sigma_{\omega} \\
 LC_{\omega} &= \mu_{\omega} \\
 LIC_{\omega} &= \mu_{\omega} - L\sigma_{\omega}
 \end{aligned}
 \tag{2.1}$$

Onde, μ_{ω} representa a média da estatística ω e σ_{ω} o desvio padrão de ω . L representa a distância dos limites de controlo à linha central e, para uma carta de controlo tradicional, o valor considerado normalmente é $L = 3$ para $\alpha = 0,27\%$. Considerando que as observações seguem uma distribuição Normal, a probabilidade de qualquer ponto se encontrar dentro dos limites de

controlo é de 99,73% e, por sua vez, a probabilidade de existir um ponto fora dos limites de controlo, quando o processo está sob controlo estatístico, é de 0,27%. Segundo este princípio existirá, em média, um falso alarme de 370 em 370 pontos, pois supõe-se erradamente que o valor de ω não pertence à distribuição que se está a considerar. (Pereira & Requeijo, 2012).

O valor 370 é designado por *ARL*, *Average Run Length*, e é definido como sendo o número médio de pontos representados numa carta de controlo antes de um ponto indicar uma situação de fora de controlo. Quando o processo está sob controlo estatístico, o valor de *ARL* é obtido pela Equação 2.2. Logo, quando $\alpha = 0,27\%$ espera-se, em média um valor fora dos limites de controlo a cada 370 observações. (Pereira & Requeijo, 2012).

$$ARL_{Em\ Controlo} = ARL_{EC} = \frac{1}{\alpha} \quad 2.2$$

Quando uma situação fora de controlo é identificada é possível determinar o valor de *ARL_{Fora de Controlo}* através da Equação 2.3.

$$ARL_{Fora\ de\ Controlo} = ARL_{FC} = \frac{1}{1 - \beta} \quad 2.3$$

Segundo Pereira & Requeijo (2012) quando o processo se encontra sob controlo estatístico, é desejável que o valor do *ARL_{Em Controlo}* seja o maior possível visto minimizar o número de falsos alarmes. Por outro lado, quando o processo não se encontra sob controlo estatístico, é desejável que o valor do *ARL_{Fora de Controlo}* seja o menor possível visto permitir uma maior rapidez na deteção de alterações nos parâmetros do processo. Assim para uma determinada situação, a carta que apresente simultaneamente o maior valor de *ARL_{Em Controlo}* e o menor valor de *ARL_{Fora de Controlo}* deve ser selecionada como a mais indicada para o caso de estudo.

2.3.1 Erros Associados às Cartas de Controlo

Para uma melhor compreensão sobre o conceito de risco associado a cartas de controlo é necessário ter em conta algumas noções sobre testes de hipóteses. O Teste de Hipóteses é um método de inferência estatística que permite verificar se uma determinada hipótese, assumida como verdadeira, deve ou não ser rejeitada. Esta hipótese denomina-se Hipótese Nula (H_0) e é verdadeira até que haja uma evidência estatística que permita rejeitá-la. A Hipótese Alternativa (H_1) estabelece a alternativa à Hipótese Nula. Quando se faz um Teste de Hipóteses existe a possibilidade de se cometerem dois tipos de erros:

- Erro do Tipo I: rejeitar a Hipótese Nula quando esta é verdadeira.

- Erro do Tipo II: não rejeitar a Hipótese Nula quando esta é falsa.

A probabilidade de se cometer um Erro do Tipo I, também designado como risco do produtor ou de 1ª espécie, é denotado por α . Por outro lado, a probabilidade de se cometer um Erro do Tipo II, também designado como risco do consumidor ou de 2ª espécie, é denotado por β .

$$\alpha = P\{\text{Erro Tipo I}\} = P\{\text{Rejeitar } H_0 | H_0 \text{ é verdadeiro}\} \quad 2.4$$

$$\beta = P\{\text{Erro Tipo II}\} = P\{\text{Não Rejeitar } H_0 | H_0 \text{ é falsa}\} \quad 2.5$$

Segundo Montgomery (2009), uma carta de controlo pode ser encarada como um Teste de Hipóteses. A Hipótese Nula (H_0), que se assume como verdadeira e que se pretende testar, é se o processo se encontra sob controlo estatístico, isto é, verificar se cada observação presente na carta de controlo está dentro ou fora dos limites de controlo. Deste modo, se uma observação se encontrar dentro dos limites de controlo, não se rejeita a hipótese de que o processo está sob controlo estatístico. No caso contrário, esta hipótese é rejeitada e considera-se que o processo não está sob controlo estatístico.

Do mesmo modo que existem erros associados aos testes de hipóteses, estes também existem quando se procede à análise de uma carta de controlo. Existe o risco de ocorrer um Erro de Tipo I quando se considera, erradamente, que o processo não está sob controlo estatístico quando, na verdade, está. Por outro lado, existe o risco de ocorrer um Erro de Tipo II quando se assume que o processo está sob controlo estatístico, quando na realidade, não está. (Woodall, 2000).

A definição dos limites de controlo consiste numa decisão crítica que deve ser ponderada no planeamento das cartas de controlo. Ao afastar os limites de controlo da linha central, o risco de um ponto exceder os limites de controlo, indicando uma condição fora de controlo quando nenhuma causa especial está presente (Erro de Tipo I), diminui, uma vez que, como a área entre os limites de controlo é superior, a probabilidade das observações estarem contidas na mesma aumenta. Contudo, quanto maior for a distância dos limites de controlo à linha central, a probabilidade de ocorrer um Erro de Tipo II aumenta, o que equivale a considerar que o processo está sob controlo estatístico, quando na verdade, não está. De forma análoga, se aproximarmos os limites de controlo, verifica-se o efeito oposto, ou seja, a probabilidade de ocorrer um Erro do Tipo I aumenta, enquanto a probabilidade de ocorrer um Erro do Tipo II diminui. Pereira & Requeijo (2012) referem que deve existir um compromisso entre os dois tipos de erro, visto não ser possível diminuir simultaneamente as probabilidades de ocorrência dos Erros do Tipo I e II. Desta forma é usual justificar-se a aplicação de três desvios padrão no valor dos limites de controlo, uma vez que os resultados obtidos nestas condições são favoráveis.

2.3.2 Fases de Implementação das Cartas de Controle

Autores como Quesenberry (1997) e Pereira & Requeijo (2012) consideram que o procedimento para a construção de cartas de controle é um processo iterativo composto por duas fases distintas, a Fase I, na qual ainda se desconhecem os parâmetros do processo, e a Fase II, na qual os parâmetros do processo já foram estimados. Na primeira Fase, que corresponde a um controle retrospectivo do processo, procede-se à recolha dos dados e tem como principal objetivo a verificação da estabilidade do processo e a estimação dos parâmetros do processo. Na segunda Fase, que corresponde a uma monitorização do processo em tempo real, é possível verificar se há existência do processo apresentar causas especiais de variação. De salientar que a Fase II só deve ser iniciada quando, na Fase I, o processo se encontra estatisticamente controlado.

Como constituem duas fases distintas, os procedimentos são diferentes quanto à ocorrência de uma causa especial de variação. Na Fase I, quando é detetada uma causa especial, o ponto por ela responsável deve ser eliminado e procede-se à construção de uma carta de controle revista. De notar que caso se detetem vários pontos fora de controle, é necessário investigar o motivo da sua presença e estabelecer as correspondentes ações corretivas. Ainda na Fase I, quando o processo se encontra sob controle estatístico e apenas sujeito a causas comuns de variação, estimam-se os parâmetros do processo, média (μ) e desvio padrão (σ), e procede-se à análise da capacidade do mesmo. Concluída a Fase I, e verificada a capacidade do processo, segue-se para a Fase II onde os parâmetros do processo já são conhecidos. Neste caso, quando detetada a ocorrência de uma causa especial, deve ser investigada a razão da sua ocorrência e implementadas as medidas corretivas necessárias para a eliminar.

2.3.3 Regras para a Detecção de Causas Especiais

Numa carta de controle quando um conjunto de observações apresenta um comportamento sistemático ou não aleatório, é provável que uma causa especial de variação esteja a desencadear esse padrão. Existe um conjunto de regras, sugeridas por diferentes autores, que permitem reconhecer padrões não aleatórios e que, desta forma, se destinam à deteção de causas especiais de variação nas cartas de controle de Shewhart.

Segundo Oakland (2003), para se aplicarem as regras de deteção de causas especiais, há que ter em consideração que uma carta de controle está dividida em três zonas iguais, simetricamente distribuídas em relação à linha central, a zona C, ou zona estável, que está localizada junto à linha central, a zona B, ou zona de aviso, e a zona A, ou zona de ação, que está localizada junto aos limites de controle, como se observa na Figura 2.2. Esta divisão é estabelecida em função dos limites de controle, definidos por $\mu_{\omega} \pm 3\sigma_{\omega}$, ou seja, cada zona apresenta uma largura equivalente a $1\sigma_{\omega}$ (Baldassarre *et al.*, 2010).



Figura 2.2 Definição das zonas de uma carta de Shewhart com distribuição Normal

A obra *Western Electric Handbook* (1956) proporciona algumas regras, que permitem detetar mais rapidamente alterações no processo em relação à utilização singular de apenas uma das regras, ou de mais observações se encontrarem fora dos limites de controlo. As regras estabelecidas pela norma ISO 7870-2:2013, antiga ISO 8258:1991, indicam que existe uma causa especial de variação quando:

- **Regra 1:** Um qualquer ponto fora dos limites de ação.
- **Regra 2:** Nove pontos consecutivos na zona C, ou além desta zona, do mesmo lado da linha central.
- **Regra 3:** Seis pontos consecutivos no sentido ascendente ou descendente.
- **Regra 4:** Catorze pontos consecutivos crescendo e decrescendo alternadamente.
- **Regra 5:** Dois de três pontos consecutivos na zona A, ou além desta zona, do mesmo lado da linha central.
- **Regra 6:** Quatro de cinco pontos consecutivos na zona B ou A, ou além destas zonas, do mesmo lado da linha central.
- **Regra 7:** Quinze pontos consecutivos na zona C acima e abaixo da linha central.
- **Regra 8:** Oito pontos consecutivos de ambos os lados da linha central, sem nenhum na zona C.

Estas regras têm como objetivo principal aumentar a sensibilidade das cartas de Shewhart de forma a detetar as causas especiais de variação. No entanto, Nelson (1984), refere que a aplicação simultânea de diversas regras pode aumentar o número de falsos alarmes. Do mesmo modo, Pereira & Requeijo (2012) desaconselham o uso frequente destas regras quando as alterações a detetar são pequenas.

2.3.4 Recolha de Dados

O processo de recolha de dados é fulcral na implementação do Controlo Estatístico do Processo. As conclusões resultantes da aplicação das cartas de controlo podem estar

completamente erradas, caso o processo de recolha de dados não seja realizado da forma correta (Pereira e Requeijo, 2012).

Montgomery (2009) afirma que para a construção de uma carta de controlo adequada é necessário selecionar subgrupos ou amostras de tal modo que, na presença de uma causa especial de variação, a probabilidade de se detetar diferenças entre os subgrupos seja maximizada e a probabilidade de se detetar diferenças dentro dos subgrupos seja minimizada. Este princípio, designado por princípio dos subgrupos racionais, foi introduzido por Shewhart e pressupõe que as amostras são homogéneas, retiradas em intervalos de tempo regulares e produzidas de forma análoga, de forma a atribuir a variação dentro das amostras a causas aleatórias e a variação entre amostras a causas especiais (Pereira e Requeijo, 2012). Segundo Ryan (2011), os dados escolhidos para cada subgrupo devem pertencer à mesma população pois ao incluir dados de diferentes equipamentos, operadores ou métodos corre-se o risco da análise realizada estar errada e indicar situações que na realidade não estão a ocorrer. No entanto, em algumas circunstâncias, caso tenham sido efetuados estudos preliminares (como análise de variância ou testes de hipóteses) sobre os parâmetros da característica da qualidade em estudo, pode-se utilizar a mesma carta de controlo para diferentes equipamentos, por exemplo.

Devido à especificidade de alguns processos, nem sempre é possível obter subgrupos racionais e por isso a análise terá de ser baseada em observações individuais. Esta condição torna o controlo da dispersão do processo impraticável pelo método tradicional e nesse sentido é necessário determinar uma medida de dispersão, designada por amplitude móvel, através da diferença entre a observação recolhida no instante t e no instante $t-1$.

Definidos os subgrupos racionais, torna-se imprescindível definir o número de amostras (m) a ser recolhidas e consequentemente a dimensão das mesmas (n) e a frequência com que estas são recolhidas. Este passo é fulcral pois, para que as observações sejam representativas do processo, é necessário recolher um número suficiente de amostras. Diversos autores defendem que devem ser recolhidas, no mínimo, 100 observações individuais. Quesenberry (1997) defende que o critério acima referido não é suficiente e estabelece uma relação entre o número de amostras e a dimensão da amostra, apresentada na Equação 2.6. O mesmo autor refere ainda, que para utilizar observações individuais, o número de dados a recolher deverá ser, no mínimo, 300 observações.

$$m \geq \frac{400}{(n - 1)} \quad 2.6$$

Montgomery (2009) defende que a situação ideal, relativamente à frequência de amostragem, seria a recolha de amostras de grande dimensão muito frequentemente, de modo a aumentar a sensibilidade das cartas e consequentemente facilitar a deteção de alterações no

processo. No entanto, este método torna-se inoportável economicamente e/ou operacionalmente. Segundo Pereira & Requeijo (2012), a dimensão da amostra deve ser a maior possível e a recolha de amostras deve ocorrer no número suficiente de vezes, e em intervalos adequados, para que sejam representativas do processo. Contudo, alertam para a possibilidade de existir auto-correlação dos dados provocada pelo aumento excessivo da frequência de amostragem. Desta forma, os mesmos autores recomendam a diminuição da frequência de amostragem quando o processo se encontra estabilizado.

2.3.5 Tipos de Cartas de Controlo

As cartas de controlo podem ser classificadas em dois tipos: cartas de controlo de variáveis, quando as características da qualidade podem ser medidas e expressas numa escala continua de medições, e cartas de controlo de atributos, quando as características assumem apenas valores discretos. No que diz respeito às cartas de controlo de variáveis, devem ser construídas duas cartas, uma para controlo da média e outra para controlo da dispersão. Relativamente às cartas de controlo de atributos, só é construída uma carta de controlo, onde apenas se avalia se as unidades de produto obedecem a um determinado requisito pré-definido.

As cartas tradicionais de controlo subdividem-se em diferentes tipos de cartas, consoante a característica que se pretende estudar e são apresentadas na Figura 2.3.

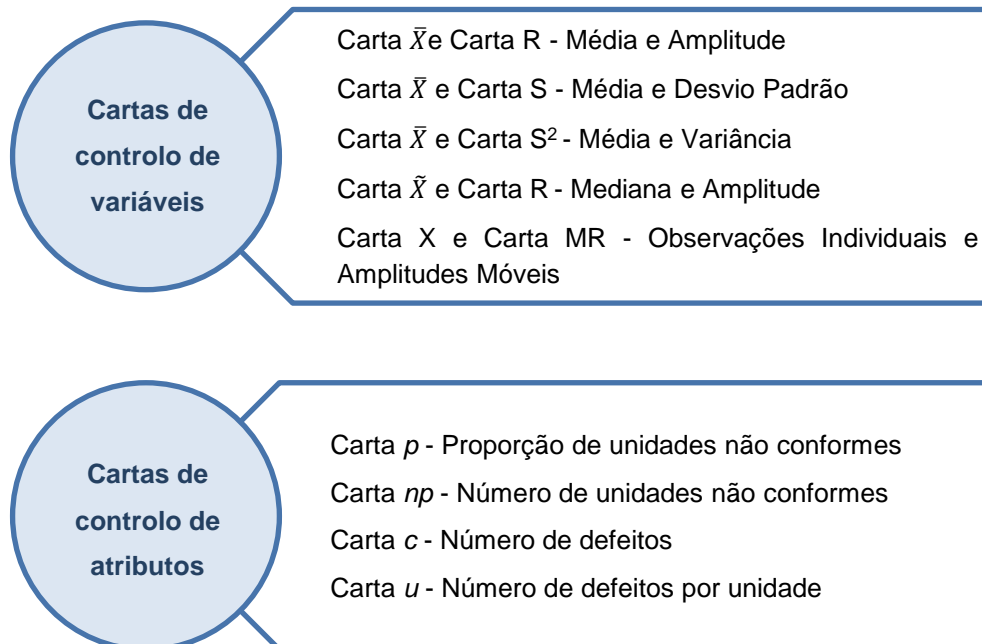


Figura 2.3 Cartas de Controlo Tradicionais

Na presente dissertação, só serão abordadas as cartas de controlo de variáveis para dimensões de amostra constante, pois a sua aplicação foi a mais adequada para o estudo de caso em questão.

2.3.6 Cartas de Controlo de Variáveis

As cartas de controlo tradicionais ou de Shewhart, nomeadamente as de variáveis, baseiam-se no princípio de que as observações, em momentos distintos, são independentes e Normalmente distribuídas. Caso os pressupostos referidos se verifiquem, aplicam-se as técnicas desenvolvidas neste capítulo, caso contrário existem outros métodos para controlar dados não Normais e/ou auto-correlacionados, abordados na secção 2.5.2 e 2.5.3, respetivamente.

De seguida, serão apresentados os procedimentos de construção destas cartas, nas Fases I e Fase II do *SPC*, quando os dados são independentes e Normalmente distribuídos.

Fase I – Parâmetros do Processo não Conhecidos

❖ Cartas de Controlo da Média e da Amplitude

Para a construção da carta da média (\bar{X}) e da amplitude (R) determinam-se os valores da média e da amplitude para cada amostra i , que são dados, respetivamente, através das seguintes equações:

$$\bar{X}_i = \frac{\sum_{j=1}^n X_{ij}}{n} \quad 2.7$$

$$R_i = X_{m\acute{a}x} - X_{m\acute{i}n} \quad 2.8$$

Nesta fase do *SPC* os parâmetros não são conhecidos e por isso os limites são calculados com base nos dados recolhidos. A linha central e os limites de controlo da carta da média são calculados recorrendo à Equação 2.9. Para a carta da amplitude a linha central e os limites de controlo são calculados através da Equação 2.10. Os valores de A_2 , D_3 e D_4 dependem apenas da dimensão da amostra e são obtidos através da Tabela A.1 do Anexo A.

$$\begin{aligned} LSC_{\bar{X}} &= \bar{\bar{X}} + A_2 \bar{R} \\ LC_{\bar{X}} &= \bar{\bar{X}} = \frac{\sum_{i=1}^m \bar{X}_i}{m} \\ LIC_{\bar{X}} &= \bar{\bar{X}} - A_2 \bar{R} \end{aligned} \quad 2.9$$

$$\begin{aligned}
LSC_R &= D_4 \bar{R} \\
LSC_R = \bar{R} &= \frac{\sum_{i=1}^m R_i}{m} \\
LIC_R &= D_3 \bar{R}
\end{aligned}
\tag{2.10}$$

❖ Cartas de Controle da Média e do Desvio Padrão

Para a construção da carta da média (\bar{X}) determina-se a média de cada amostra através da Equação 2.7. Para a carta do desvio padrão (S), calcula-se o desvio padrão de cada amostra i como apresentado na equação seguinte.

$$S_i = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^n (X_j - \bar{X}_i)^2}{n - 1}}
\tag{2.11}$$

A linha central e os limites de controle para a carta da média são calculados através da Equação 2.12. Para o cálculo dos limites de controle e da linha central da carta do desvio padrão recorre-se à Equação 2.13. As constantes A_3 , B_3 e B_4 dependem apenas da dimensão da amostra e são obtidos através da Tabela A.1 do Anexo A.

$$\begin{aligned}
LSC_{\bar{X}} &= \bar{\bar{X}} + A_3 \bar{S} \\
LC_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} &= \frac{\sum_{i=1}^m \bar{X}_i}{m} \\
LIC_{\bar{X}} &= \bar{\bar{X}} - A_3 \bar{S}
\end{aligned}
\tag{2.12}$$

$$\begin{aligned}
LSC_S &= B_4 \bar{S} \\
LSC_S = \bar{S} &= \frac{\sum_{i=1}^m S_i}{m} \\
LIC_S &= B_3 \bar{S}
\end{aligned}
\tag{2.13}$$

❖ Carta de Controle da Média e Variância

A carta da média (\bar{X}) controla para cada amostra i , a estatística calculada através da Equação 2.7. A carta da variância (S^2) controla a variância de cada uma das amostras recorrendo à seguinte equação para o seu cálculo.

$$S_i^2 = \frac{\sum_{j=1}^n (X_j - \bar{X}_i)^2}{n - 1}
\tag{2.14}$$

Os limites de controlo e a linhas centrais para a carta da média e da variância são calculados através das Equações 2.15 e 2.16, respetivamente. Os valores de $\chi^2_{\alpha/2;n-1}$ e $\chi^2_{(1-\alpha/2);n-1}$ representam, para um nível de significância de α , os valores críticos superior e inferior da distribuição χ^2 , com $(n-1)$ graus de liberdade.

$$\begin{aligned} LSC_{\bar{X}} &= \bar{\bar{X}} + 3 \sqrt{\frac{\bar{S}^2}{n}} \\ LC_{\bar{X}} &= \bar{\bar{X}} = \frac{\sum_{i=1}^m \bar{S}_i}{m} \\ LIC_{\bar{X}} &= \bar{\bar{X}} - 3 \sqrt{\frac{\bar{S}^2}{n}} \end{aligned} \quad 2.15$$

$$\begin{aligned} LSC_{S^2} &= \frac{\bar{S}^2}{n-1} \chi^2_{\alpha/2;n-1} \\ LSC_{S^2} &= \bar{S}^2 = \left(\frac{\sum_{i=1}^m S_i^2}{m} \right) \\ LSC_{S^2} &= \frac{\bar{S}^2}{n-1} \chi^2_{(1-\alpha/2);n-1} \end{aligned} \quad 2.16$$

❖ Cartas de Controlo da Mediana e da Amplitude

Para a construção da carta da mediana (\bar{X}) representam-se os valores das observações individuais e a mediana de cada amostra é assinalada. Para facilitar esta metodologia utilizam-se amostras de número ímpar ($n = 3, 5, 7, 9$). A carta da amplitude (R) controla para cada amostra i , a estatística calculada através da Equação 2.8.

A linha central e os limites de controlo da carta da mediana são calculados recorrendo à Equação 2.17. Para a carta da amplitude, a linha central e os limites de controlo são calculados através da Equação 2.10. Os valores de \tilde{A}_2 são apresentados na Tabela A.2 do Anexo A.

$$\begin{aligned} LSC_{\bar{X}} &= \bar{\bar{X}} + \tilde{A}_2 \bar{R} \\ LC_{\bar{X}} &= \bar{\bar{X}} = \frac{\sum_{i=1}^m \bar{X}_i}{m} \\ LIC_{\bar{X}} &= \bar{\bar{X}} - \tilde{A}_2 \bar{R} \end{aligned} \quad 2.17$$

❖ Cartas de Controlo de Observações Individuais e Amplitudes Móveis

A carta de observações individuais e amplitudes móveis é aplicada quando é impraticável recolher amostras, deste modo, a carta de observações individuais (X) é composta pela observação verificada nesse instante. Para a construção da carta de amplitudes móveis utiliza-

se a diferença entre duas observações consecutivas como medida de dispersão. Este cálculo é realizado recorrendo à seguinte equação.

$$MR_i = |X_i - X_{i-1}| \quad 2.18$$

A linha central e os limites de controlo para a carta de observações individuais e amplitudes móveis recorre-se às Equações 2.19 e 2.20, respetivamente. As constantes d_2 , D_3 e D_4 dependem do número de observações utilizadas para calcular a amplitude móvel e são obtidas através da Tabela A.1 do Anexo A. Na presente dissertação utiliza-se duas observações, logo recorre-se aos valores destas constantes para $n = 2$.

$$\begin{aligned} LSC_X &= \bar{X} + 3 \frac{\overline{MR}}{d_2} \\ LC_X &= \bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^m X_i}{m} \\ LIC_X &= \bar{X} - 3 \frac{\overline{MR}}{d_2} \end{aligned} \quad 2.19$$

$$\begin{aligned} LSC_{MR} &= D_4 \overline{MR} \\ LC_{MR} &= \overline{MR} = \frac{\sum_{i=2}^{m-1} MR_i}{m-1} \\ LIC_{MR} &= D_3 \overline{MR} \end{aligned} \quad 2.20$$

Estimação dos Parâmetros do Processo

Depois do processo estar sob controlo estatístico procede-se à estimação dos parâmetros do processo, a média (μ) e o desvio padrão (σ). Na Tabela 2-1 apresentam-se discriminados os estimadores dos parâmetros para cada uma das cartas referidas anteriormente.

Tabela 2-1 Estimadores dos parâmetros do processo para Cartas de Controlo de Variáveis

Média e Amplitude	Média e Desvio Padrão	Média e Variância	Mediana e Amplitude	Observações Individuais e Amplitudes Móveis
$\hat{\mu} = \bar{X}$	$\hat{\mu} = \bar{X}$	$\hat{\mu} = \bar{X}$	$\hat{\mu} = \bar{X}$	$\hat{\mu} = \bar{X}$
$\hat{\sigma} = \frac{\bar{R}}{d_2}$	$\hat{\sigma} = \frac{\bar{S}}{c_4}$	$\hat{\sigma} = \bar{S}^2$	$\hat{\sigma} = \frac{\bar{R}}{d_2}$	$\hat{\sigma} = \frac{\overline{MR}}{d_2}$

Fase II – Parâmetros do Processo Conhecidos

Estimados os parâmetros do processo, inicia-se a Fase II do *SPC*, a fase de monitorização do processo. Os limites de controlo e a linha central das cartas de controlo da Fase II são determinados através dos parâmetros estimados na Fase I, recorrendo às equações presentes na Tabela 2-2.

Tabela 2-2 Limites para Cartas de Controlo de Variáveis com parâmetros do processo conhecidos

	Média e Amplitude		Média e Desvio Padrão		Média e Variância		Mediana e Amplitude		Observações Individuais e Amplitudes Móveis	
	\bar{X}	R	\bar{X}	S	\bar{X}	S ²	\tilde{X}	R	X	MR
LSC	$\mu + A\sigma$	$D_2\sigma$	$\mu + A\sigma$	$B_6\sigma$	$\mu + A\sigma$	$\frac{\sigma^2}{n-1} \chi_{\alpha/2; n-1}^2$	$\mu + A\sigma$	$D_2\sigma$	$\mu + 3\sigma$	$D_2\sigma$
LC	μ	$d_2\sigma$	μ	$c_4\sigma$	μ	σ^2	μ	$d_2\sigma$	μ	$d_2\sigma$
LIC	$\mu - A\sigma$	$D_1\sigma$	$\mu - A\sigma$	$B_5\sigma$	$\mu - A\sigma$	$\frac{\sigma^2}{n-1} \chi_{(1-\alpha/2); n-1}^2$	$\mu - A\sigma$	$D_1\sigma$	$\mu - 3\sigma$	$D_1\sigma$

Os valores das constantes A, B₅, B₆, D₁ e D₂ só dependem da dimensão da amostra e são obtidos através da Tabela A.1 do Anexo A.

2.4 Cartas de Controlo Especiais

Pereira & Requeijo (2012) defendem que as cartas de Shewhart consideram apenas as últimas informações acerca do processo. Esta limitação faz com que estas cartas sejam pouco sensíveis a pequenas e moderadas alterações dos parâmetros do processo, mais concretamente, inferiores ou iguais a 1,5σ (Montgomery, 2009). Desta forma, para aumentar a sensibilidade na deteção de desvios na média e variância do processo, sem aumentar os custos de qualidade, recorre-se a cartas de controlo especiais. Existem dois tipos cartas de controlo especiais, a Carta de Somas Acumuladas (*CUSUM*) e a Carta da Média Móvel Exponencialmente Amortecida (*EWMA*).

Segundo Montgomery (2009), o desempenho das cartas de controlo especiais é bastante similar e nenhuma das cartas expõe uma vantagem clara relativamente à outra. Hawkins & Wu (2014) defendem que para monitorizar o processo apenas é necessário a implementação de uma das cartas. Apesar de terem a mesma finalidade e apresentarem resultados idênticos, a principal

diferença entre as cartas de controlo *CUSUM* e *EWMA* é a atribuição de ponderações distintas a cada instante de tempo. A *CUSUM* atribui uma ponderação constante a cada observação enquanto que a *EWMA* engloba informações de todas as observações precedentes, atribuindo uma ponderação mais elevada às observações mais recentes.

Na presente dissertação serão apenas abordadas as cartas de controlo especiais para observações individuais, sendo a aplicação das mesmas a mais adequada para o estudo de caso.

2.4.1 Carta *CUSUM* para Controlo da Média

Para o controlo da média do processo, na carta *CUSUM*, definem-se duas variáveis, T e C , que são utilizadas para a construção de duas semi-cartas. A variável T possibilita a deteção de um decréscimo da média, enquanto que a variável C permite detetar um aumento da média do processo. Estas variáveis dependem, não só dos dados recolhidos, como também dos parâmetros da carta (k e h) e de ARL.

$$T_t = \min(0, T_{t-1} + (Z_t + k)), \quad \text{com } T_0 = 0 \quad 2.21$$

$$C_t = \max(0, C_{t-1} + (Z_t - k)), \quad \text{com } C_0 = 0 \quad 2.22$$

Onde a variável Z_t representa a variável Normal reduzida e calcula-se segundo a Equação 2.23 e, para dados independentes, o melhor valor de k é dado pela razão $\delta/2$, sendo δ calculado através da Equação 2.24 (Pereira & Requeijo, 2012).

$$Z_t = \frac{X_t - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \quad 2.23$$

$$\delta = \frac{\Delta\sqrt{n}}{\sigma} \quad 2.24$$

O valor de Δ corresponde à alteração da média que se pretende detetar rapidamente. O processo é considerado fora de controlo quando se verifica uma das seguintes condições:

$$T_t < -h \quad 2.25$$

$$C_t > h \quad 2.26$$

Para um dado valor de k e de $ARL_{Em\ Controlo}$, o valor do parâmetro h é obtido através dos ábacos desenvolvidos por Gan apresentados na Figura A.1 e Figura A.2 do Anexo A.

2.4.2 Carta *EWMA* para Controlo da Média

Para o estudo da média do processo, na carta *EWMA* define-se a variável exponencialmente amortecida, E . Esta variável é determinada com base na estatística Y , obtida a partir dos dados da amostra, assumindo-se que Y é normalmente distribuída, com média μ_y e variância σ_y^2 . A variável E_t , corresponde à média móvel exponencialmente amortecida para o instante t e calcula-se através da seguinte equação.

$$E_t = (1 - \lambda)E_{t-1} + \lambda Y_t \quad 2.27$$

Em que λ corresponde à constante de amortecimento e Y_t representa o valor da variável Y no instante t .

Para o cálculo dos limites de controlo da carta *EWMA* recorre-se à Equação 2.28, onde E_0 representa o valor inicial da variável E , sendo $E_0 = \mu_y$, K corresponde à constante que representa o nível de controlo desejado em função de um dado λ e $ARL_{Em\ Controlo}$ e σ_E representa o desvio padrão da variável E .

$$\begin{aligned} LSC_E &= E_0 + K\sigma_E \\ LC_E &= E_0 \\ LIC_E &= E_0 - K\sigma_E \end{aligned} \quad 2.28$$

A variância da variável E , σ_E^2 , é calculada em função da variância de Y , σ_Y^2 , e da constante de amortecimento e é dada por:

$$\sigma_E^2 = \sigma_Y^2 \left(\frac{\lambda}{2 - \lambda} \right) (1 - (1 - \lambda)^{2t}) \quad 2.29$$

A determinação dos melhores valores de λ e K é dada em função do $ARL_{Em\ Controlo}$ e da alteração à média que se pretende detetar. O valor destes parâmetros obtém-se recorrendo aos ábacos desenvolvidos por Crowder apresentados na Figura A.3 e Figura A.4 do Anexo A.

2.4.3 Carta H81-CUSUM para Controlo da Dispersão

Segundo Pereira & Requeijo (2012), a carta H81-CUSUM surge como alternativa à carta MR que apresenta, como um dos principais inconvenientes, a não independência de amplitude móveis consecutivas e a pouca sensibilidade em detetar pequenas ou moderadas alterações à dispersão do processo. Para a construção desta carta, transformam-se as observações individuais dos dados recolhidos, numa variável reduzida Z , determinada a partir de uma variável Y normalmente distribuída. São consideradas duas variáveis, T e C , que permitem detetar um decréscimo e um aumento na variância do processo, respetivamente, e calculam-se, para o instante t , através da Equação 2.30 e 2.31.

$$T_t = \min(0, T_{t-1} + (Z_t + k_D)), \quad \text{com } T_0 = 0 \quad 2.30$$

$$C_t = \max(0, C_{t-1} + (Z_t - k_C)), \quad \text{com } C_0 = 0 \quad 2.31$$

Onde a variável Z_t é determinada em função da variável Y_t , com os parâmetros $E(Y) = 0,82218$ e $Var(Y) = 0,34914^2$. Para o instante t , estas variáveis são calculadas através das Equações 2.32 e 2.33, em que μ_0 e σ_0 correspondem, respetivamente, à média e ao desvio padrão iniciais do processo.

$$Y_t = \frac{X_t - \mu_0}{\sigma_0} \quad 2.32$$

$$Z_t = \frac{X_t - E(Y)}{\sqrt{Var(Y)}} \quad 2.33$$

De referir que k_D corresponde ao valor de referência para detetar um decréscimo δ_D no desvio padrão, enquanto k_C representa o valor de referência para detetar um aumento δ_C no desvio padrão. Estes podem ser calculados através das Equações 2.34 e 2.35.

$$k_D = 1,178 \times (1 - \sqrt{\delta_D}) \quad 2.34$$

$$k_C = 1,178 \times (\sqrt{\delta_C} - 1) \quad 2.35$$

Deteta-se a presença de uma causa especial quando se verifica uma das seguintes equações:

$$T_t < -h_D \quad 2.36$$

$$C_t > h_C \quad 2.37$$

Onde h_D representa o limite de controlo para detetar um decréscimo δ_D no desvio padrão e h_C corresponde ao limite de controlo para detetar um aumento δ_C no desvio padrão. Os limites de controlo são determinados em função dos valores de k e de $ARL_{Em\ Controlo}$, com recurso aos ábacos desenvolvidos por Gan apresentados na Figura A.1 e Figura A.2 do Anexo A.

2.4.4 Carta EWMS para Controlo da Dispersão

Para o estudo da dispersão do processo, na carta EWMS define-se a variável exponencialmente amortecida, C^2 , que no instante t , é definida por:

$$C_t^2 = (1 - \lambda)C_{t-1}^2 + \lambda(X_t - \mu)^2, \quad \text{com } C_0^2 = \sigma_0^2 \quad 2.38$$

A variável C_t^2 é dada pela soma de variáveis χ^2 com pesos exponencialmente amortecidos seguindo uma distribuição χ_v^2/v , em que o número de graus de liberdade, v é definido em função da constante de amortecimento e pode ser calculado através da Equação 2.39.

$$v = \frac{2 - \lambda}{\lambda} \quad 2.39$$

Os limites de controlo da carta EWMS são dados por:

$$LSC = \frac{\chi_{(\alpha/2);v}^2}{v} \sigma_0^2 \quad 2.40$$

$$LIC = \frac{\chi_{(1-\alpha/2);v}^2}{v} \sigma_0^2$$

Segundo Pereira & Requeijo (2012), o valor da constante de amortecimento, λ , é definido de forma a minimizar o valor de $ARL_{Fora\ de\ Controlo}$ e varia consoante a alteração da dispersão que se pretende detetar. Quando se pretende detetar um aumento da dispersão do processo, deve-se considerar o valor de $\lambda = 0,35$. Caso se deseje detetar uma diminuição da dispersão do processo, o valor de λ é dado em função da alteração que se pretende verificar, δ , e do valor de $ARL_{Em\ Controlo}$, como é possível verificar na Tabela 2-3.

Tabela 2-3 Determinação de λ para um decréscimo δ da dispersão do processo (adaptado de Pereira & Requeijo, 2012)

		<i>ARL_{Em Controlo}</i>					
		1000	500	370	250	200	100
δ	0,9	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,04
	0,8	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,04
	0,7	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04	0,08
	0,6	0,04	0,06	0,06	0,06	0,08	0,12
	0,5	0,08	0,08	0,12	0,12	0,12	0,12

2.5 Condições para Aplicação de Cartas de Controlo

Para a aplicação das cartas descritas na Secção 2.3 e 2.4, pressupõe-se que os dados relativos à característica em estudo sejam independentes, não apresentem um comportamento sistemático, e sigam uma distribuição Normal com média μ e variância σ^2 .

De seguida serão identificados os métodos que permitem verificar a veracidade dos pressupostos intrínsecos à construção de cartas de controlo nomeadamente, a aleatoriedade, a independência e a Normalidade dos dados.

2.5.1 Aleatoriedade dos Dados

A aleatoriedade dos dados verifica-se quando estes não apresentam um comportamento sistemático, isto é, não é possível prever o desenvolvimento dos dados futuros ao longo do tempo pois não descrevem um padrão determinístico.

Segundo Pereira & Requeijo (2012), a não aleatoriedade pode ser causada por diversos fatores, como por exemplo, a mistura de populações diferentes ou a existência de correlação entre observações consecutivas ou desfasadas no tempo. Os autores apresentam vários métodos que permitem verificar a aleatoriedade dos dados, nomeadamente, o Teste de Sequência, o Teste de Sequências Ascendentes e Descendentes e o Teste Modificado do Quadrado Médio das Diferenças Significativas.

2.5.2 Normalidade dos Dados

Como referido anteriormente, os dados da característica da qualidade em estudo devem ser identicamente distribuídos segundo uma distribuição Normal.

Lipson & Sheth (1973) afirmam que na falta de evidências contrárias, os dados podem ser considerados Normalmente distribuídos. Por outro lado, Montgomery (2009) defende que se o pressuposto da Normalidade não é satisfeito, a aplicação de cartas de controlo pode levar a conclusões erróneas acerca do comportamento do processo. Desta forma torna-se fundamental verificar a Normalidade dos dados.

Segundo Wise & Fair (1998) existem algumas ferramentas estatísticas que permitem ordenar os dados tornando mais simples a determinação da sua natureza. Os mesmos autores sugerem o uso do histograma por ser uma ferramenta visual que ordena os dados de acordo com a frequência de ocorrência e permite verificar qual a distribuição que melhor se ajusta. Para a sua construção, agrupam-se os dados em classes, com igual amplitude, sendo que o número de classes (k) varia em função do número total de observações (N). Uma das regras mais utilizadas para determinar o número de classes é a Regra de Sturges apresentada na Equação 2.414.

$$k = 1 + 3,322 \times \log(N) \quad 2.41$$

Esta ferramenta, em conjunto com os testes de ajustamento como o teste do Qui-Quadrado e o teste de Kolmogorov-Smirnov, permite verificar se uma dada amostra pode ser considerada proveniente de uma população com uma determinada distribuição.

Pereira & Requeijo (2012) defendem que o Teste de Kolmogorov-Smirnov apresenta algumas vantagens em relação ao Teste Qui-Quadrado. Pode-se nomear como principal vantagem, o facto do Teste Kolmogorov-Smirnov ser, usualmente, mais potente e robusto do que o Teste do Qui-Quadrado. Outra vantagem prende-se com o facto de a definição da distribuição de teste ser feita de forma mais rigorosa, para uma distribuição contínua da população com parâmetros e forma conhecidos, enquanto que o Teste do Qui-Quadrado apresenta uma distribuição aproximada. Por outro lado, a utilização do Teste do Qui-Quadrado não implica que as distribuições populacionais sejam contínuas e completamente especificadas, ao contrário do Teste Kolmogorov-Smirnov.

❖ Teste do Qui-Quadrado

O Teste do Qui-Quadrado permite avaliar a aderência entre uma distribuição teórica e uma distribuição de frequências associada a uma amostra de dimensão n . Na presente dissertação, será abordado o caso particular da avaliação da aderência da distribuição dos dados amostrais

à distribuição Normal, e para tal, é requerido a aleatoriedade da amostra com uma dimensão mínima de, pelo menos, 30 observações. Para a aplicação deste teste estabelece-se, em primeiro lugar, o seguinte Teste de Hipóteses:

- H_0 : A população possui uma distribuição Normal
- H_1 : A população não possui uma distribuição Normal

A metodologia para a aplicação do teste consiste em retirar uma amostra aleatória constituída por n elementos, agrupá-los em m classes, mutuamente exclusivas, e determinar a frequência absoluta (ou frequência observada) e a frequência relativa esperada para cada classe. De salientar que na aplicação deste teste deve-se ter particular atenção às frequências absolutas esperadas para cada classe, pois caso alguma das frequências seja inferior a 5, devem agregar-se classes contíguas de forma a obter novas categorias garantindo que nenhuma tem frequência absoluta inferior a 5.

A estatística de teste, χ_0^2 , baseia-se na diferença entre a frequência absoluta de cada classe, n_j , e a frequência absoluta esperada para cada classe, e_j , e é definida pela Equação 2.42.

$$\chi_0^2 = \sum_{j=1}^m \frac{(n_j - e_j)^2}{e_j} \quad 2.42$$

Após a definição do nível de significância α , compara-se o valor da estatística de teste com o respetivo valor crítico, $\chi_{\alpha,v}^2$, sendo a relação apresentada pela Equação 2.43, o critério de decisão de rejeição ou não-rejeição da Hipótese Nula.

$$\chi_0^2 > \chi_{\alpha,v}^2 \quad 2.43$$

Em que, v é o número de graus de liberdade, que depende do número de classes e é dado por:

$$v = (m - 1) - r = (m - 1) - 2 \quad 2.44$$

Onde r representa o número de parâmetros desconhecidos da distribuição teórica estimados a partir da amostra. No caso particular da distribuição Normal, $r = 2$, visto estimarem-se os parâmetros média e variância da população.

Se a condição dada pela Equação 2.43 se verificar, rejeita-se a Hipótese Nula, para um nível de significância α , e os dados amostrais não seguem uma distribuição Normal. Caso

contrário, não se rejeita a Hipótese Nula e, conseqüentemente, admite-se que a distribuição é aproximadamente Normal (Pereira & Requeijo, 2012).

❖ Teste de Kolmogorov-Smirnov

Para uma dada variável aleatória X , o Teste de Kolmogorov-Smirnov (K-S) permite avaliar o ajustamento da função de distribuição amostral, $S(x)$, definida por $S(x) = P(X \leq x)$, à função de distribuição da população $F_0(x)$. À semelhança do teste anterior, estabelece-se em primeiro lugar, o seguinte Teste de Hipóteses:

- $H_0: F(x) = F_0(x)$ para todos os valores de X
- $H_1: F(x) \neq F_0(x)$ para algum valor de X

Posteriormente, retira-se uma amostra aleatória constituída por n elementos e determina-se a estatística de teste definida por:

$$D = \sup_x |S(x) - F_0(x)| \quad 2.45$$

Após a definição do nível de significância α , compara-se o valor da estatística de teste D com o respetivo valor crítico, $D_{crítico}$. A Hipótese Nula é rejeitada caso a condição 2.46 se verifique e os dados amostrais não seguem uma distribuição Normal. Caso contrário, não se rejeita a Hipótese Nula e, por conseguinte, admite-se que a distribuição é aproximadamente Normal.

$$D > D_{crítico} \quad 2.46$$

De notar que se os parâmetros da população forem conhecidos, o valor crítico obtém-se a partir da tabela da Distribuição da Estatística D . Contrariamente, quando os parâmetros são estimados a partir da amostra, o valor crítico obtém-se a partir da tabela da Distribuição da Estatística D de Lilliefors, quando a distribuição populacional é Normal ou Exponencialmente Negativa (Pereira & Requeijo, 2012).

Transformação dos Dados

Quando, após efetuados os testes mencionados, a Normalidade dos dados não é verificada, Pereira & Requeijo (2012) propõem uma das seguintes metodologias para que seja possível tratar os dados não Normais:

- Método da Variância Ponderada para distribuições assimétricas;
- Caracterização da distribuição da característica da qualidade;

- Transformação dos dados, através da Transformação de Box-Cox ou da Transformação pelo Sistema de Distribuições de Johnson.

Na presente dissertação, apenas será abordada a metodologia de transformação dos dados, uma vez que foi este o método aplicado quando não se verificava a Normalidade dos dados.

❖ Transformação de Box-Cox

A Transformação Box-Cox permite, de forma muito precisa, a transformação dos dados originais em dados Normalmente distribuídos, assegurando a homogeneidade da variância. Considerando X_i a série dos dados originais positivos, a Transformação de Box-Cox permite determinar uma estimativa de λ tal que os dados transformados, Z_i , se aproximem de uma distribuição Normal. Esta transformação é dada pela Equação 2.47.

$$Z_i = \begin{cases} \frac{X_i^\lambda - 1}{\lambda} & \text{se } \lambda \neq 0 \\ \ln X_i & \text{se } \lambda = 0 \end{cases} \quad 2.47$$

Em que, λ corresponde ao parâmetro de transformação. Depois de arbitrados diversos valores de λ , a sua melhor estimativa corresponde ao valor que permite minimizar a variação residual.

Atualmente existem diversos softwares, que tornam a aplicação da Transformação de Box-Cox mais acessível. Na parte prática da presente dissertação será utilizado o *Action Stat*, um software estatístico que trabalha de forma integrada com o *Microsoft Office Excel*.

❖ Transformação segundo o Sistema de Distribuições de Johnson

Outra metodologia para a transformação dos dados é Transformação segundo o Sistema de Distribuições de Johnson (*SDJ*). Este sistema de distribuições resulta de transformações específicas sobre uma determinada variável X , de modo a obter uma variável normal reduzida Z através da Equação 2.48.

$$Z = \gamma + \eta k_i(X; \lambda, \varepsilon) \quad 2.48$$

Em que, $\gamma, \eta, \lambda, \varepsilon$ representam os parâmetros do *SDJ*.

O *SDJ* é constituído por três famílias de distribuições S_B, S_L e S_U cujos índices significam, relativamente à variável X , limitada, limitada à esquerda e não limitada, respetivamente. As funções para cada uma das três famílias, estão representadas nas equações seguintes:

$$S_B \quad k_1(X; \lambda, \varepsilon) = \ln\left(\frac{X - \varepsilon}{\lambda + \varepsilon - X}\right) \quad 2.49$$

$$S_L \quad k_2(X; \lambda, \varepsilon) = \ln\left(\frac{X - \varepsilon}{\lambda}\right) \quad 2.50$$

$$S_U \quad k_3(X; \lambda, \varepsilon) = \sinh^{-1}\left(\frac{X - \varepsilon}{\lambda}\right) \quad 2.51$$

Existem algumas condições em relação aos parâmetros das distribuições e ao domínio da variável original X , apresentadas na Tabela 2-4.

Tabela 2-4 Sistema de Distribuições de Johnson (Pereira & Requeijo, 2012)

Distribuição de Johnson	Transformação	Condições para os parâmetros	Domínio de X
S_B	$Z = \gamma + \eta \ln\left(\frac{X - \varepsilon}{\lambda + \varepsilon - X}\right)$	$\eta, \lambda > 0$ $-\infty < \gamma < \infty$ $-\infty < \varepsilon < \infty$	$\varepsilon < X < \varepsilon + \lambda$
S_L	$Z = \gamma + \eta \ln\left(\frac{X - \varepsilon}{\lambda}\right)$	$\eta > 0$ $-\infty < \gamma < \infty$ $-\infty < \varepsilon < \infty$	$X > \varepsilon$
S_U	$Z = \gamma + \eta \sinh^{-1}\left(\frac{X - \varepsilon}{\lambda}\right)$	$\eta, \lambda > 0$ $-\infty < \gamma < \infty$ $-\infty < \varepsilon < \infty$	$-\infty < X < \infty$

Slifker & Shapiro (1980) e Choi *et al.* (1998) devolveram vários estudos neste âmbito e propõe o seguinte procedimento para transformar uma determinada variável X :

- Determinar qual das três famílias se ajusta melhor à distribuição da variável X ;
- Determinar os parâmetros $\gamma, \eta, \lambda, \varepsilon$ da distribuição;
- Transformar os dados através da equação correspondente

A estimação dos parâmetros do *SDJ* pode ser feita através de um dos seguintes métodos: Método dos Momentos (muito trabalhoso e moroso), Método da Máxima Verosimilhança (de difícil aplicação) e Método dos Percentis. Este último utiliza um conjunto de percentis relativos à amostra da população em estudo (quantis), permitindo a identificação da família de distribuições de Johnson e a determinação dos parâmetros (Pereira & Requeijo, 2012). De seguida apresenta-se o procedimento para a aplicação do Método dos Percentis.

a) Determinar os percentis e as áreas da distribuição Normal reduzida

As áreas da distribuição Normal reduzida em relação aos percentis considerados são determinadas através de $q_1 = \phi(-sz)$, $q_2 = \phi(-z)$, $q_3 = \phi(z)$ e $q_4 = \phi(sz)$. Slifker & Shapiro (1980) propõem a utilização de $s = 3$ e $z = 0,524$ que corresponde ao percentil de 70% da distribuição Normal reduzida, sendo $3z = 1,572$ o percentil de 94,2%.

b) Determinar o percentil da distribuição de X e o índice QR (*Quantile Ratio*)

De seguida é determinado o valor de X_i que corresponde à observação i dos dados originais, onde i é obtido através da Equação 2.52. Determinados os valores de X_i correspondentes a cada probabilidade q_i , para $i = 1, 2, 3, 4$, calcula-se o índice QR recorrendo à Equação 2.53.

$$i = \frac{N \times q_i}{2} \quad 2.52$$

$$QR = \frac{(X_4 - X_3)(X_2 - X_1)}{(X_3 - X_2)^2} \quad 2.53$$

Em que N , corresponde ao número total de observações da série de dados originais.

c) Determinar a família das distribuições de Johnson

A definição da família das distribuições de Johnson, que a distribuição dos dados pertence, é feita de acordo com o seguinte critério:

- X pertence à família S_B , se $QR < 1$
- X pertence à família S_L , se $QR = 1$
- X pertence à família S_U , se $QR > 1$

Sendo X_i uma variável aleatória, a probabilidade de $QR = 1$ é nula (Shayib, 1989). Assim, a aplicação da distribuição S_L ficaria comprometida, deste modo, deverá usar-se como critério base um intervalo, X pertence à família S_L quando $QR \in [0,9; 1,1]$.

d) Estimação dos parâmetros

Os parâmetros da distribuição são determinados consoante a família a que pertence a distribuição de X . Slifker & Shapiro (1980) desenvolveram um conjunto de equações que permitem determinar os parâmetros de cada família, considerando $m = (X_4 - X_3)$, $n = (X_2 - X_1)$ e $p = (X_3 - X_2)$.

- Família S_B

$$\eta = \frac{z}{\cosh^{-1} \left[\frac{1}{2} \left[\left(1 + \frac{p}{m}\right) \left(1 + \frac{p}{n}\right) \right]^{1/2} \right]} \quad (\eta > 0) \quad 2.54$$

$$\gamma = \eta \sinh^{-1} \left[\frac{\left(\frac{p}{n} - \frac{p}{m}\right) \left[\left(1 + \frac{p}{m}\right) \left(1 + \frac{p}{n}\right) - 4 \right]^{1/2}}{2 \left(\frac{p}{m} - 1\right)} \right] \quad 2.55$$

$$\lambda = \frac{p \left[\left(\left(1 + \frac{p}{m}\right) \left(1 + \frac{p}{n}\right) - 2 \right)^2 - 4 \right]^{1/2}}{\left(\frac{p}{m} - 1\right)} \quad (\lambda > 0) \quad 2.56$$

$$\varepsilon = \frac{X_2 + X_3}{2} - \frac{\lambda}{2} + \frac{p \left(\frac{p}{n} + \frac{p}{m}\right)}{2 \left(\frac{p}{m} + \frac{p}{n} + 1\right)} \quad 2.57$$

- Família S_L

$$\eta = \frac{2z}{\ln \left(\frac{m}{p} \right)} \quad 2.58$$

$$\gamma = \eta \ln \left[\frac{\frac{m}{p} - 1}{p \left(\frac{m}{p}\right)^{1/2}} \right] \quad 2.59$$

$$\varepsilon = \frac{X_2 + X_3}{2} - \frac{p}{2} \left(\frac{\frac{m}{p} + 1}{\frac{m}{p} - 1} \right) \quad 2.60$$

- Família S_U

$$\eta = \frac{2z}{\cosh^{-1} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{m}{p} + \frac{n}{p} \right) \right]} \quad (\eta > 0) \quad 2.61$$

$$\gamma = \eta \sinh^{-1} \left[\frac{\frac{n}{p} - \frac{m}{p}}{2 \left(\frac{m}{p} \frac{n}{p} - 1 \right)^{1/2}} \right] \quad 2.62$$

$$\lambda = \frac{2p \left(\frac{m}{p} \frac{n}{p} - 1 \right)^{1/2}}{\left(\frac{m}{p} + \frac{n}{p} - 2 \right) \left(\frac{m}{p} + \frac{n}{p} + 2 \right)^2} \quad (\lambda > 0) \quad 2.63$$

$$\varepsilon = \frac{X_2 + X_3}{2} + \frac{p \left(\frac{n}{p} - \frac{m}{p} \right)}{2 \left(\frac{m}{p} + \frac{n}{p} - 2 \right)} \quad 2.64$$

2.5.3 Independência dos Dados

A independência dos dados é um pressuposto fundamental para a aplicação do controlo estatístico do processo. A não independência dos dados significa que existe auto-correlação entre os mesmos, isto é, o valor da observação que uma variável toma num determinado instante depende do seu valor no instante anterior ou dos valores dos instantes anteriores desfasados de forma constante.

Se se considerar erroneamente que os dados são independentes, os limites das cartas de controlo e os parâmetros do processo serão estimados de forma incorreta pois as cartas de controlo tradicionais não são as ferramentas adequadas para estas situações. Segundo Alwan & Roberts (1988), mesmo com a presença de níveis baixos de auto-correlação, observam-se desvios significativos nas propriedades das cartas de controlo, o que conduz a um aumento drástico de falsos alarmes. Os mesmos autores defendem que a existência sistemática de padrões não aleatórios, causados pela auto-correlação do processo, impossibilita a distinção entre causas comuns e causas especiais de variação, dificultando a identificação do estado inicial do processo e dos desvios existentes.

A verificação do pressuposto da independência dos dados de uma determinada característica da qualidade, pode ser feita através da aplicação da Função de Auto-Correlação (FAC) e da Função de Auto-Correlação Parcial (FACP) (Pereira & Requeijo, 2012).

Função de Auto-Correlação

A existência de dados auto-correlacionados manifesta-se através da correlação entre observações, e pode ser identificada caso exista correlação entre a série de valores da variável

X_t e a série de valores desfasados de k períodos, X_{t+k} , para $k = 0, 1, 2, \dots$. Designa-se por Função de Auto-Correlação (FAC) ao conjunto de coeficientes de auto-correlação ρ_k , e obtém-se através da Equação 2.65, onde $Cov(X_t, X_{t+k})$ representa a covariância das observações desfasadas de k períodos e $Var(X)$ corresponde à variância de X .

$$\rho_k = \frac{Cov(X_t, X_{t+k})}{Var(X)} \quad 2.65$$

Como não se conhece a função de auto-correlação, é necessário estimar o seu valor utilizando como base os valores da variável $X(X_1, X_2, \dots, X_k, \dots, X_N)$. Ao conjunto de coeficientes de correlação estimados, r_k , com distribuição aproximadamente Normal, dá-se o nome de Função de Auto-Correlação Estimada (FACE) e determina-se através da seguinte equação.

$$r_k = \hat{\rho}_k = \frac{\sum_{t=1}^{N-k} (X_t - \bar{X})(X_{t+k} - \bar{X})}{\sum_{t=1}^N (X_t - \bar{X})^2} \quad 2.66$$

O valor do coeficiente de correlação está compreendido entre -1 e 1, e quanto maior for o seu valor em absoluto, maior é a correlação entre os dados. Para verificar se existe auto-correlação dos dados de determinada variável, constrói-se o gráfico da FACE em função de k e verifica-se se os valores r_k pertencem a um determinado intervalo de confiança, definido pela Equação 2.67.

$$-Z_{\alpha/2}\sqrt{\hat{v}} \leq r_k \leq Z_{\alpha/2}\sqrt{\hat{v}} \quad 2.67$$

Este intervalo de confiança é calculado em função do valor esperado $E(r_k) \cong 0$ e da variância de r_k , obtida através da Equação 2.68, em que a $Var(r_k)$ pode ser estimada através do estimador, \hat{v} , recorrendo à Equação 2.69.

$$Var(r_k) \approx \frac{1}{N} \sum_{v=-\infty}^{+\infty} (\rho_v^2 + \rho_{v+k} - 4\rho_k\rho_v\rho_{v-k} + 2\rho_v^2\rho_k^2) \quad 2.68$$

$$\hat{v} = Var(\hat{r}_k) \approx \frac{1}{N} \left(1 + 2 \sum_{v=1}^{k-1} r_v^2 \right) \quad 2.69$$

Função de Auto-Correlação Parcial

Segundo Murteira *et al.* (1993), a Função de Auto-Correlação Parcial (FACP) permite avaliar a correlação parcial entre as observações X_t e X_{t+k} , depois de ser eliminado o efeito

produzido pelas observações intermédias $X_{t+1}, X_{t+2}, \dots, X_{t+k-1}$. A *FACP* permite a escolha do modelo *ARIMA* (*Autoregressive Integrated Moving Average*) que melhor se adequa aos dados do processo (Box *et al.* 2008). Para a apresentação da metodologia de aplicação da função de auto-correlação parcial, considera-se um dos modelos *ARIMA*, o modelo auto-regressivo de ordem, *AR*(p). Estes modelos vão ser apresentados de forma detalhada na secção seguinte.

A Função de Auto-Correlação Parcial define-se pelo conjunto de coeficientes de correlação parcial ϕ_{kk} , e calcula-se através das equações de Yule-Walker:

$$\begin{bmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 & \dots & \rho_{k-1} \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 & \dots & \rho_{k-2} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \rho_{k-1} & \rho_{k-2} & \rho_{k-3} & \dots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_{k1} \\ \phi_{k2} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \phi_{kk} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \rho_k \end{bmatrix} \quad 2.70$$

Equivalente a,

$$\phi_k = P_k^{-1} \rho_k \quad 2.71$$

Os coeficientes ϕ_{kk} não são conhecidos e podem ser estimados substituindo na Equação 2.70, os valores de ρ_k pelos valores estimados r_k mas este cálculo pode se tornar exaustivo. Segundo Box *et al.* (2008), os coeficientes de auto-correlação parcial são Normalmente distribuídos e podem ser estimados através da Equação 2.72.

$$\hat{\Phi}_{kk} = \frac{\hat{\rho}_k - \sum_{j=1}^{k-1} \hat{\Phi}_{k-1,j} \hat{\rho}_{k-j}}{1 - \sum_{j=1}^{k-1} \hat{\Phi}_{k-1,j} \hat{\rho}_j} \quad 2.72$$

Ao conjunto formado pelos coeficientes de auto-correlação parciais estimados, $\hat{\phi}_{kk}$, denomina-se de Função de Auto-Correlação Parcial Estimada (*FACPE*) (Murteira *et al.* 1993). A verificação da existência de auto-correlação parcial deve ser realizada através do gráfico da *FACPE*, deste modo, se todos os valores ϕ_{kk} pertencerem a um determinado intervalo de confiança, calculado através da Equação 2.73, significa que os dados não são auto-correlacionados.

$$-Z_{\alpha/2} \sqrt{Var(\hat{\Phi}_{kk})} \leq \hat{\Phi}_{kk} \leq Z_{\alpha/2} \sqrt{Var(\hat{\Phi}_{kk})} \quad 2.73$$

O intervalo de confiança é calculado em função do valor esperado $E(r_k) \cong 0$ e da variância de $\hat{\phi}_{kk}$ dada pela Equação 2.74, em que N corresponde ao número total de observações.

$$\text{Var}(\hat{\Phi}_{kk}) \approx \frac{1}{N}, k > p \quad 2.74$$

Modelos *ARIMA*

Os modelos *ARIMA* foram desenvolvidos por Box *et al.* (2008) e surgem da necessidade de modelar um processo cujos dados apresentam auto-correlação. Um modelo *ARIMA* pode definir-se através da Equação 2.75, onde B representa o operador de defasamentos, ∇ o operador de diferenças, X_t a observação no instante t , ε_t representa o ruído branco no instante t ($\varepsilon_t \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2)$), $\phi_p(B)$ o polinómio auto-regressivo de ordem p e $\theta_q(B)$ o polinómio de médias móveis de ordem q .

$$\phi_p(B)\nabla^d X_t = \theta_q(B)\varepsilon_t \quad 2.75$$

Em que,

$$\phi_p(B) = (1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p) \quad 2.76$$

$$\theta_q(B) = (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q) \quad 2.77$$

$$B = \frac{X_{t-1}}{X_t} \quad 2.78$$

$$\nabla = \frac{X_t - X_{t-1}}{X_t} = 1 - B \quad 2.79$$

Os modelos *ARIMA* permitem que os valores futuros de uma série sejam previstos com base em valores históricos e podem possuir até três componentes:

- $AR(p)$ – componente auto-regressiva de ordem p ;
- $MA(q)$ – componente de médias móveis de ordem q ;
- $I(d)$ – componente integrativa com grau de diferenciação d .

Estas componentes podem estar, simultaneamente, presentes numa sucessão cronológica, ou apenas um subconjunto delas, resultando várias alternativas de modelos de análise do processo. Quando o processo é estacionário, o ajuste da série temporal é realizado através de um modelo $ARMA(p,q)$ mas caso o processo não seja estacionário é necessário fazer a diferenciação em d vezes para torná-lo estacionário e assim ajustar o modelo $ARIMA(p,d,q)$ a um modelo $ARMA(p,q)$. Esta diferenciação é realizada através do operador de diferenças, com

o objetivo de transformar a variável original X numa variável estacionária Y diferenciada no instante t através de $Y_t = \nabla^d X_t$.

Desta forma, os processos estacionários podem dividir-se em três grandes grupos, os modelos $AR(p)$, $MA(q)$ e $ARMA(p,q)$. Estes apresentam características distintas na análise da FAC e $FACP$ de um processo, como se pode verificar na Tabela 2-5.

Tabela 2-5 Caracterização das FAC e $FACP$ dos vários modelos

Modelo	FAC	$FACP$
$AR(p)$	Decréscimo exponencial a partir de determinada ordem sem nunca atingir o valor zero	Picos significativos através de defasamentos $lag(p)$
$MA(q)$	Picos significativos através de defasamentos $lag(q)$	Decréscimo exponencial a partir de determinada ordem sem nunca atingir o valor zero
$ARMA(p, q)$	Decréscimo exponencial a partir de determinada ordem, positivo ou negativo ou alternadamente, sem nunca atingir o valor zero	

❖ Modelo Auto-Regressivo $AR(p)$

No modelo auto-regressivo, o valor de X_t é expresso pela média ponderada das p observações anteriores à variável, e calcula-se através da Equação 2.80. Neste modelo a média, $E(X_t)$, e a variância, $Var(X_t)$, são dadas pelas Equações 2.81 e 2.82, respetivamente.

$$X_t = \xi + \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} + \dots + \phi_p X_{t-p} + \varepsilon_t \quad 2.80$$

$$E(X_t) = \mu = \frac{\xi}{1 - \sum_{j=1}^p \phi_j} \quad 2.81$$

$$Var(X_t) = \gamma_0 = \frac{\sigma_\varepsilon^2}{1 - \sum_{j=1}^p \rho_j \phi_j} \quad 2.82$$

Em que, ξ representa o parâmetro que determina a média do processo, ϕ_j o parâmetro da componente auto-regressiva para $j = 1, 2, \dots, p$, X_{t-p} o valor da variável X no instante $t - p$, σ_ε^2 a variância do erro ε e ε_t o resíduo ou erro de previsão no instante t ($\varepsilon_t \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2)$).

❖ Modelo de Médias Móveis $MA(q)$

No modelo das médias móveis, o valor de X_t não se obtém através dos valores do processo nos instantes anteriores, mas da combinação linear de um número finito (q) de componentes aleatórias ε_t , e calcula-se através da Equação 2.83. Neste modelo a média, $E(X_t)$, e a variância, $Var(X_t)$, são dadas pelas Equações 2.84 e 2.85, respetivamente.

$$X_t = \mu + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \theta_2 \varepsilon_{t-2} - \dots - \theta_p \varepsilon_{t-q} \quad 2.83$$

$$E(X_t) = \mu \quad 2.84$$

$$Var(X_t) = \gamma_0 = \sigma_\varepsilon^2 \sum_{j=0}^q \theta_j^2 \quad ; \theta_0 = 1 \quad 2.85$$

Em que, θ_j representa o parâmetro da componente média móvel para $j = 1, 2, \dots, q$ e ε_{t-q} o resíduo ou erro de previsão para o instante $t - q$.

❖ Modelo Misto Auto-Regressivo de Médias Móveis $ARMA(p, q)$

O modelo auto-regressivo de médias móveis resulta da combinação dos modelos $AR(p)$ e $MA(q)$ e permite melhorar o nível de ajustamento do modelo às séries temporais de dados em determinadas situações. Este modelo é definido pela Equação 2.86, a média, $E(X_t)$ pela Equação 2.87 e a variância, $Var(X_t)$ pela Equação 2.88.

$$X_t = \xi + \phi_1 X_{t-1} + \dots + \phi_p X_{t-p} + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \dots - \theta_p \varepsilon_{t-p} \quad 2.86$$

$$E(X_t) = \mu = \frac{\xi}{1 - \sum_{j=1}^p \phi_j} \quad 2.87$$

$$Var(X_t) = \gamma_0 = \sum_{j=1}^p \phi_j \gamma_j - \theta_1 \gamma_{X_\varepsilon}(-1) - \dots - \theta_q \gamma_{X_\varepsilon}(-q) + \sigma_\varepsilon^2 \quad 2.88$$

2.6 Controlo Estatístico para Dados Auto-Correlacionados

A aplicação de cartas de controlo tradicionais baseia-se no pressuposto da independência estatística dos dados do processo. Devido a inúmeros fatores, muitos processos apresentam auto-correlação e, deste modo, foram desenvolvidos diversos estudos com o objetivo de colmatar esta adversidade. Estes estudos dividem-se em duas vertentes distintas:

- Aplicação das cartas de controlo tradicionais de Shewhart, *CUSUM* e *EWMA* com limites de controlo modificados;
- Aplicação das cartas de controlo de Shewhart, *CUSUM* e *EWMA* aos resíduos e erros de previsão.

Autores como Vasilopoulos & Stamboulis (1978), Yashchin (1983), Zhang (1998), entre outros, defendem a primeira abordagem pois justificam que não é necessário ajustar o processo através de um modelo matemático. No que diz respeito à segunda abordagem, está subjacente a aplicação de um modelo matemático que melhor se ajuste ao processo. Relativamente a esta abordagem, um dos contributos mais marcantes foi o de Alwan & Roberts (1988).

Na presente dissertação, a metodologia adotada para a realização do controlo estatístico de dados auto-correlacionados é a aplicação de cartas de controlo de resíduos e erros de previsão. Este método permite definir duas fases do *SPC*, em que os resíduos são controlados na Fase I, e podem ser calculados para cada instante t através da Equação 2.89, e os erros de previsão são monitorizados na Fase II.

$$e_t = X_t - \hat{X}_t \quad 2.89$$

2.6.1 Cartas de Shewhart para Controlo de Resíduos

Numa situação de dados auto-correlacionados é necessário, em primeiro lugar, identificar o modelo *ARIMA* que melhor se ajusta ao processo. Após a modelação do processo é possível determinar os resíduos e caso se verifique a independência dos mesmos, dá-se início à Fase I do *SPC*.

A metodologia aplicada é apresentada na secção 2.3, em que os resíduos substituem os dados originais. De salientar, que todas as considerações feitas para as cartas de Shewhart são válidas para as cartas de controlo dos resíduos, à exceção da medida corretiva. Isto é, quando se verifica uma causa especial de variação, esta não deve ser eliminada, mas sim substituída pelo valor esperado nesse instante. De seguida, o modelo deve ser novamente ajustado e, após determinar-se os novos resíduos, constrói-se a carta de controlo de resíduos revista.

Segundo Pereira & Requeijo (2012), a natureza dos resíduos é equivalente à dos dados originais. Quando os resíduos provêm de amostras, constrói-se as cartas da média (\bar{e}), da amplitude (R), ou do desvio padrão (S). As estatísticas para estas cartas são calculadas, para o instante t , recorrendo às Equações 2.90, 2.91 e 2.92, em que n representa a dimensão da amostra. Se os resíduos forem observações individuais, as cartas a utilizar são a carta dos próprios resíduos (e), para controlo da média, e a carta das amplitudes móveis (MR), para controlo da dispersão. Para a construção da carta MR recorre-se à Equação 2.93.

$$\bar{e}_t = \frac{\sum_{i=1}^n e_{t_i}}{n} \quad 2.90$$

$$R_t = \max(e_{t_1}, e_{t_2}, \dots, e_{t_n}) - \min(e_{t_1}, e_{t_2}, \dots, e_{t_n}) \quad 2.91$$

$$S_t = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (e_{t_i} - \bar{e}_t)^2}{n - 1}} \quad 2.92$$

$$MR_t = |e_t - e_{t-1}| \quad 2.93$$

Considerando m amostras com dimensão n ou N observações individuais, podemos determinar os valores médios \bar{R} , \bar{S} e \overline{MR} , através das seguintes equações.

$$\bar{R} = \frac{\sum_{i=1}^m R_t}{m} \quad 2.94$$

$$\bar{S} = \frac{\sum_{i=1}^m S_t}{m} \quad 2.95$$

$$\overline{MR} = \frac{\sum_{i=2}^N MR_t}{N - 1} \quad 2.96$$

Os limites de controlo para as cartas referidas neste ponto são apresentados na Tabela 2-6, em que os valores das constantes A_2 , A_3 , B_3 , B_4 , D_1 , d_2 e D_2 só dependem da dimensão da amostra e são obtidos através da Tabela A.1 do Anexo A.

Tabela 2-6 Limites de controlo para Cartas Tradicionais de Resíduos

	Média e Amplitude		Média e Desvio Padrão		Erros de Previsão e Amplitudes Móveis	
	\bar{e}	R	\bar{e}	S	e	MR
LSC	$A_2\bar{R}$	$D_4\bar{R}$	$A_3\bar{S}$	$B_4\bar{S}$	$3\overline{MR}/d_2$	$D_4\overline{MR}$
LC	0	\bar{R}	0	\bar{S}	0	\overline{MR}
LIC	$-A_2\bar{R}$	$D_3\bar{R}$	$-A_3\bar{S}$	$B_3\bar{S}$	$-3\overline{MR}/d_2$	$D_3\overline{MR}$

Com o processo sob controlo estatístico, é possível estimar a média e a dispersão. A estimação dos parâmetros do processo depende do modelo *ARIMA* aplicado. Para um modelo *AR(p)* recorre-se às Equações 2.81 e 2.82, se for *MA(q)* utiliza-se as Equações 2.84 e 2.85 e para um modelo *ARMA(p,q)* aplica-se as Equações 2.87 e 2.88. O desvio padrão dos resíduos, σ_ε , é calculado de acordo com a carta utilizada e pode ser estimado através das seguintes equações (Pereira & Requeijo, 2012).

$$\hat{\sigma}_\varepsilon = \frac{\bar{R}}{d_2} \quad 2.97$$

$$\hat{\sigma}_\varepsilon = \frac{\bar{S}}{c_4} \quad 2.98$$

$$\hat{\sigma}_\varepsilon = \frac{\overline{MR}}{d_2} \quad 2.99$$

2.6.2 Cartas de Shewhart para Controlo de Erros de Previsão

Quando os dados são auto-correlacionados aplicam-se as cartas de Shewhart aos erros de previsão, na Fase II do *SPC*. A partir do modelo estimado, é possível efetuar uma previsão dos valores futuros da característica em estudo e de seguida determinar os erros de previsão. O erro de previsão, $e_\tau(T)$, é dado pela Equação 2.100 e a variância do erro de previsão, $Var(e_\tau(T))$ é calculada através da Equação 2.101, onde T representa o período atual, ou seja, o último valor da série de dados.

$$e_{\tau}(T) = X_{T+\tau} - \hat{X}_{T+\tau}(T) \quad 2.100$$

$$Var(e_{\tau}(T)) = \sigma_{\varepsilon}^2 \left(1 + \sum_{j=1}^{\tau-1} \psi_j^2 \right) \quad 2.101$$

Onde,

$$\sigma_{\varepsilon}^2 = \frac{SS(\hat{\Phi}, \hat{\theta})}{r - M} \quad 2.102$$

Nas equações anteriores, considera-se:

$X_{T+\tau}$ – valor de X para o período $T + \tau$

$\hat{X}_{T+\tau}(T)$ – previsão realizada no período T para o período $T + \tau$

σ_{ε}^2 – variância dos resíduos para o período $T + \tau$

ψ_j – coeficientes do polinómio $\Psi(B) = \Psi_0 + \Psi_1 B + \Psi_2 B^2 + \dots$

$SS(\hat{\Phi}, \hat{\theta})$ – soma dos quadrados dos resíduos

r – número de resíduos

M – número de parâmetro estimados

Pereira & Requeijo (2012) defendem que a estimação da variância dos resíduos, σ_{ε}^2 , deve ser baseada nas cartas de controlo de Shewhart aplicadas aos resíduos, sempre que possível.

De salientar que os coeficientes ψ_j são calculados de forma distinta dependendo do modelo aplicado, como se apresenta de seguida, em que $\psi_0 = 1$

- $AR(1): \psi_j = \phi_1^j$
- $AR(p): \psi_j = \phi_1 \psi_{j-1} + \phi_2 \psi_{j-2} + \dots + \phi_p \psi_{j-p}$

2.103

- $MA(1): \psi_j = \theta_1^j$
- $MA(q): \psi_j = \theta_1 \psi_{j-1} + \theta_2 \psi_{j-2} + \dots + \theta_q \psi_{j-q}$

2.104

Para a monitorização dos erros de previsão de amostras aplicam-se as cartas da média, \bar{e} , da amplitude, R , e do desvio padrão, S . Para a monitorização dos erros de previsão de observações individuais aplicam-se as cartas dos erros de previsão, e , e das amplitudes móveis, MR . Para tal, recorre-se às estatísticas calculadas através das Equações 2.90, 2.91, 2.92 e 2.93.

Os limites de controlo para as cartas referidas anteriormente são apresentados na Tabela 2-7, em que σ_{ep} representa o desvio padrão dos erros de previsão e calcula-se através da Equação 2.105.

$$\sigma_{ep} = \sqrt{\text{Var}(e_\tau(T))} = \sigma_\varepsilon \sqrt{\left(1 + \sum_{j=1}^{\tau-1} \psi_j^2\right)} \quad 2.105$$

Tabela 2-7 Limites de controlo para Cartas Tradicionais dos Erros de Previsão

		Média e Amplitude		Média e Desvio Padrão		Erros de Previsão e Amplitudes Móveis	
		\bar{e}	R	\bar{e}	S	e	MR
LSC		$A\sigma_{ep}$	$D_2\sigma_{ep}$	$A\sigma_{ep}$	$B_6\sigma_{ep}$	$3\sigma_{ep}$	$D_2\sigma_{ep}$
LC		0	$d_2\sigma_{ep}$	0	$c_4\sigma_{ep}$	0	$d_2\sigma_{ep}$
LIC		$-A\sigma_{ep}$	$D_1\sigma_{ep}$	$-A\sigma_{ep}$	$B_5\sigma_{ep}$	$-3\sigma_{ep}$	$D_1\sigma_{ep}$

Os valores das constantes A, B₅, B₆, D₁, d₂ e D₂ só dependem da dimensão da amostra e são obtidos através da Tabela A.1 do Anexo A.

2.6.3 Cartas Especiais para Controlo de Resíduos e Erros de Previsão

Na presença de auto-correlação, as cartas de controlo *CUSUM* e *EWMA* continuam a ser as mais adequadas para as situações em que se pretende detetar pequenas e/ou moderadas alterações dos parâmetros do processo. Assim quando os dados são auto-correlacionados, estas cartas baseiam-se nos resíduos ou nos erros de previsão, em vez dos valores da característica da qualidade *X* (Pereira & Requeijo, 2012).

Para o controlo da média, as cartas *CUSUM* e *EWMA* para o controlo de resíduos e erros de previsão são construídas com base nas estatísticas *T*, *C* e *E*, cujos valores são determinados, para o instante *t*, através das Equações 2.21, 2.22 e 2.27. Relativamente ao controlo da dispersão, as cartas *H81-CUSUM* e *EWMS* para o controlo de resíduos e erros de previsão são construídas com base nas estatísticas *T*, *C* e *C*², cujos valores são determinados, para o instante *t*, através das Equações 2.30, 2.31 e 2.38.

De notar que, em ambos os casos, será necessário substituir X_t por e_t (em que e_t representa o resíduo ou o erro de previsão no instante *t*) e ainda substituir σ por σ_ε ou σ_{ep} (em

que σ_ε representa o desvio padrão dos resíduos e σ_{ep} representa o desvio padrão dos erros de previsão).

Todas as considerações feitas na secção 2.4, nomeadamente a determinação dos parâmetros, são válidas uma vez que os resíduos e os erros de previsão são independentes e Normalmente distribuídos com média zero e variâncias σ_ε^2 e σ_{ep}^2 , respetivamente (Pereira & Requeijo, 2012).

2.7 Capacidade Univariada do Processo

Verificada a estabilidade dos processos através das cartas de controlo, é necessário analisar se o processo tem aptidão de produzir de acordo com as especificações técnicas, isto é, comparar a variabilidade do processo com a amplitude de especificação.

Existem diversos métodos que permitem analisar a capacidade do processo. Montgomery (2009) sugere a aplicação de histogramas, gráficos de probabilidade, desenho de experiências e cartas de controlo. No presente caso de estudo a capacidade será apenas analisada através das cartas de controlo, com recurso aos índices de capacidade uma vez que estes permitem obter uma grande quantidade de informação sobre o processo apenas num só valor.

2.7.1 Índices de Capacidade para Dados Normais

Para averiguar se o processo é potencialmente capaz, utiliza-se o índice sugerido por Juran (1999) denominado de índice de capacidade potencial, C_p , que relaciona a amplitude da especificação com a amplitude natural do processo. O índice C_p demonstra o potencial do processo produzir dentro do intervalo especificado, mas não considera a localização da média do processo e, deste modo, mesmo para um valor aceitável de C_p , pode existir uma percentagem de observações fora de especificação caso a média não se situe centrada no valor nominal, como é possível verificar através da Figura 2.4.

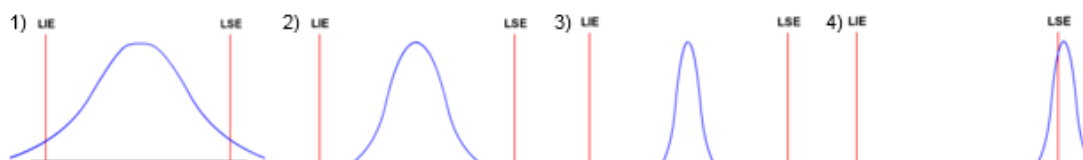


Figura 2.4 Representação de processos com diferentes índices C_p

Como é possível verificar através da figura anterior, o processo pode apresentar o índice C_p baixo e não demonstrar capacidade para produzir segundo as especificações técnicas (existem dados do processo que se encontram fora do intervalo definido pelos limites de controlo) representado no ponto número 1, pode-se ter o caso do ponto 2 em que o processo apresenta capacidade para produzir segundo as especificações técnicas, e ainda, no caso do ponto 3 e 4, o valor do índice C_p revelar que o processo demonstra elevada capacidade de produzir segundo os requisitos técnicos mas na situação do ponto 4, o processo não se encontra centrado o que conduz a que a maioria da produção se encontra fora de especificação, mesmo apresentando um valor elevado do índice C_p . Assim, torna-se fundamental verificar não só a capacidade do processo, mas também, se este se encontra centrado através do índice C_{pk} .

O índice C_p só é aplicado a processos bilaterais e calcula-se recorrendo à Equação 2.106 em que LSE representa o limite superior de especificação, LIE corresponde ao limite inferior de especificação e 6σ considera-se a variação aceitável do processo pois inclui pelo menos 99% dos valores (Pereira & Requeijo, 2012).

$$C_p = \frac{LSE - LIE}{6\sigma} \quad 2.106$$

Para colmatar as restrições apresentadas por este índice, surgiram outros índices de capacidade nomeadamente o C_{pk} proposto por Kane (1986) que, para além de ser válido para processos unilaterais, também tem em consideração a localização da média do processo aos limites de especificação. O valor do índice C_{pk} é determinado através da seguinte equação:

$$C_{pk} = \min \left((C_{pk})_S, (C_{pk})_I \right) \quad 2.107$$

Sendo que,

$$(C_{pk})_S = \frac{LSE - \mu}{3\sigma} \quad 2.108$$

$$(C_{pk})_I = \frac{\mu - LIE}{3\sigma} \quad 2.109$$

Quando $(C_{pk})_S = (C_{pk})_I$ diz-se que o processo está centrado, isto é, a média coincide com o valor nominal da especificação. Quando $(C_{pk})_S \neq (C_{pk})_I$ diz-se que o processo não está centrado.

O índice C_{pm} , desenvolvido por Hsiang & Taguchi (1985) considera ainda a distância da média ao valor nominal de especificação, T , e pode ser obtido através da Equação 2.110.

$$C_{pm} = \frac{LSE - LIE}{6\sqrt{\sigma^2 + (\mu - T)^2}} \quad 2.110$$

Pela definição do índice C_{pm} , um aumento na variabilidade do processo resulta num aumento do denominador e conseqüentemente numa diminuição do valor do índice. Da mesma forma, quanto maior a distância do processo em relação ao valor nominal, maior o denominador e menor o valor do índice (González & Werner, 2009).

Pearn *et al.* (1992) propõe outro índice, o C_{pmk} , que pode ser calculado recorrendo à Equação 2.111.

$$C_{pmk} = \min((C_{pmk})_S, (C_{pmk})_I) \quad 2.111$$

Sendo que,

$$(C_{pmk})_S = \frac{LSE - \mu}{3\sqrt{\sigma^2 + (\mu - T)^2}} \quad 2.112$$

$$(C_{pmk})_I = \frac{\mu - LIE}{3\sqrt{\sigma^2 + (\mu - T)^2}} \quad 2.113$$

Após apresentados os diversos índices de capacidade, é necessário definir o critério segundo o qual se pode apurar se o processo apresenta ou não capacidade. Montgomery (2009) sugere os valores mínimos dos índices de capacidade apresentados na Tabela 2-8.

Tabela 2-8 Valores dos índices de capacidade para diferentes processos e características, consoante o tipo de especificação (adaptado Montgomery,2009)

	Característica	Especificação Bilateral	Especificação Unilateral
Processos existentes	Comum	1,33	1,25
	Crítica, de resistência ou de segurança	1,50	1,45
Novos processos	Comum	1,50	1,45
	Crítica, de resistência ou de segurança	1,67	1,60

Na presente dissertação, estabeleceu-se que para o estudo da capacidade, o valor mínimo aceitável dos índices de capacidade é de 1,33 uma vez que os processos em estudo já existem e apresentam especificações bilaterais.

2.7.2 Índices de Capacidade para Dados não Normais

Para uma correta análise de capacidade do processo para dados não normais é necessário a devida atenção, uma vez que a aplicação dos índices abordados anteriormente, pode induzir conclusões erradas nesta situação.

Variados são os autores que desenvolvem esta temática, citam-se Wu *et al.* (1999), Clements (1989), Pearn & Kotz (1994), Pearn & Chen (1997), Chen & Ding (2001), Gonçalves & Werner (2009), Pereira & Requeijo (2012), entre outros. No presente caso de estudo apenas será abordado o método sugerido por Clements (1989) onde são desenvolvidos os índices estimados através das Equações 2.114, 2.115, 2.116 e 2.117.

$$C'_p = \frac{LSE - LIE}{U_p - L_p} \quad 2.114$$

$$C'_{pk} = \min\left(\frac{LSE - \tilde{M}}{U_p - \tilde{M}}, \frac{\tilde{M} - LIE}{\tilde{M} - L_p}\right) \quad 2.115$$

$$C'_{pm} = \frac{LSE - LIE}{6 \sqrt{\left(\frac{U_p - L_p}{6}\right)^2 + (\tilde{M} - T)^2}} \quad 2.116$$

$$C'_{pmk} = \frac{LSE - \tilde{M}}{3 \sqrt{\left(\frac{U_p - \tilde{M}}{3}\right)^2 + (\tilde{M} - T)^2}}, \frac{\tilde{M} - LIE}{3 \sqrt{\left(\frac{\tilde{M} - L_p}{3}\right)^2 + (\tilde{M} - T)^2}} \quad 2.117$$

Em que, LSE representa o limite superior de especificação, LIE o limite inferior de especificação, U_p o percentil de 99,865% da distribuição X , L_p o percentil de 0,135% da distribuição X , \tilde{M} a mediana do processo e T o valor nominal da especificação.

Na parte prática da presente dissertação será utilizado o *Action Stat*, um software estatístico que permite o cálculo destes índices de capacidade de forma rápida e precisa.

2.8 Controlo Estatístico Multivariado do Processo

No meio industrial verifica-se, frequentemente, a necessidade de estudar simultaneamente várias características da qualidade de um determinado produto. Apesar de ser possível a aplicação de cartas de controlo univariadas a cada característica individualmente, a sua interpretação isolada pode conduzir a conclusões erradas, provocada pela correlação entre as diferentes características.

A primeira abordagem multivariada foi proposta por Hotelling em 1947 e apresenta um conjunto de técnicas que permite o estudo de diversas variáveis em simultâneo. A carta T^2 de *Hotelling*, sugerida por Alt (1985), pode ser aplicada quando os dados estão agrupados em amostras ou quando os dados são observações individuais, e apesar de ambas serem apresentadas de seguida, na parte prática da presente dissertação recorreu-se à carta T^2 para observações individuais sendo a sua aplicação a mais adequada para o presente estudo de caso.

Segundo Montgomery (2009), quando se controla duas variáveis em simultâneo, a probabilidade de um ponto pertencer a esse intervalo é de $(0,9973) \times (0,9973) = 0,99460729$. Se o número de variáveis em controlo aumentar, a diferença entre o controlo univariado e o multivariado evidencia-se. Assim, para p características (independentes e Normalmente distribuídas), o risco de tipo I, α , é calculado recorrendo à Equação 2.118 e a probabilidade de todos os pontos estarem contidos entre os limites de controlo é dada pela Equação 2.119.

$$\alpha = 1 - \prod_{j=1}^p (1 - \alpha_j) \quad 2.118$$

$$P(\text{todos os pontos entre os limites de controlo}) = \prod_{j=1}^p (1 - \alpha_j) \quad 2.119$$

Na implementação de cartas de controlo multivariadas é necessário analisar se os pressupostos da aleatoriedade, independência e Normalidade se verificam. Esta análise pode ser feita através das metodologias propostas no estudo univariado ou através de metodologias específicas para processos multivariados. Esta temática não será objetivo de estudo, uma vez que no presente caso prático verificou-se a existência de auto-correlação das variáveis e por isso as cartas de controlo multivariadas foram elaboradas com base nos resíduos, e os pressupostos de aplicação das cartas de controlo foram confirmadas na análise precedente dos resíduos.

Considere-se p características que seguem uma distribuição Normal multivariada $N_p(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma})$, com o vetor média $\boldsymbol{\mu}^T = (\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_p)$ e a matriz das covariâncias $\boldsymbol{\Sigma}$.

2.8.1 Cartas T² para Médias de Amostras

Na Fase I, para o controlo estatístico multivariado de p características, com m amostras de dimensão n , é necessário recolher as observações X_{ijk} ($i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, p; k = 1, 2, \dots, m$) para calcular as médias, \bar{X}_{jk} , as covariâncias, S_{jk}^2 , e as covariâncias amostrais, S_{jhk} , através das seguintes equações:

$$\bar{X}_{jk} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_{ijk}) \quad 2.120$$

$$S_{jk}^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_{ijk} - \bar{X}_{jk})^2 \quad 2.121$$

$$S_{jhk} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_{ijk} - \bar{X}_{jk}) - (X_{ihk} - \bar{X}_{hk}), \quad j \neq h \quad 2.122$$

Em que, X_{ijk} e X_{ihk} correspondem à observação i da amostra k da característica da qualidade j e h , respetivamente, e, \bar{X}_{jk} e \bar{X}_{hk} representam a média da característica da qualidade j e h , respetivamente, da amostra k .

De seguida, recorrendo à Equação 2.123, é possível calcular as médias amostrais, $\bar{\bar{X}}_j$, que constituem o vetor média, $\bar{\bar{\mathbf{X}}}$. As variâncias de cada uma das características, S_{jj} , e as covariâncias entre duas características, S_{jh} , compõem a matriz das covariâncias \mathbf{S} e são dadas pelas Equações 2.124 e 2.125. As médias das p características referentes à amostra k formam o vetor $\bar{\mathbf{X}}_k$.

$$\bar{\bar{X}}_j = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m \bar{X}_{jk} \quad 2.123$$

$$S_{jj} = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m S_{jk}^2 \quad 2.124$$

$$S_{jh} = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m S_{jhk} \quad ; \quad j \neq h \quad 2.125$$

$$\bar{\bar{\mathbf{X}}} = (\bar{\bar{X}}_{1k}, \bar{\bar{X}}_{2k}, \dots, \bar{\bar{X}}_{pk})^T \quad 2.126$$

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & \dots & S_{1p} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & \dots & S_{2p} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ S_{p1} & S_{p2} & S_{p3} & \dots & S_{pp} \end{bmatrix} \quad 2.127$$

$$\bar{\mathbf{X}}_k = (\bar{X}_{1k}, \bar{X}_{2k}, \dots, \bar{X}_{pk})^T \quad 2.128$$

Pereira & Requeijo (2012) recomendam o uso mínimo de 100 observações da cada característica da qualidade para o controlo da média, na Fase I, através da carta T^2 . A estatística que permite este controlo é obtida através da Equação 2.129 e os limites da carta de controlo T^2 são calculados recorrendo à Equação 2.130.

$$(T^2)_k = n(\bar{\mathbf{X}}_k - \bar{\bar{\mathbf{X}}})^T \mathbf{S}^{-1}(\bar{\mathbf{X}}_k - \bar{\bar{\mathbf{X}}}) \quad 2.129$$

$$LSC_{T^2} = \frac{p(m-1)(n-1)}{mn-m-p+1} F_{\alpha;p,mn-m-p+1} \quad 2.130$$

$$LIC_{T^2} = 0$$

Deteta-se uma causa de especial de variação quando $(T^2)_k > LSC_{T^2}$ e, conseqüentemente, é necessário remover as amostras responsáveis pelos pontos fora de controlo e recalculas as estatísticas dadas pelas Equações 2.123, 2.124 e 2.125 e determinar o novo vetor média e a nova matriz das covariâncias de forma a reiniciar o estudo.

À semelhança do *SPC* univariado, o controlo estatístico multivariado também se divide em duas fases distintas. Neste ponto já foi apresentado a Fase I, onde é verificada a estabilidade do processo e de seguida será apresentada a Fase II que se distingue por ser constituída por dois momentos distintos. Imediatamente após a conclusão da Fase I, é aplicada a carta T^2 e posteriormente, quando o processo já se encontra estatisticamente controlado há algum tempo e os parâmetros $\boldsymbol{\mu}$ e $\boldsymbol{\Sigma}$ são considerados estáveis, aplica-se a carta χ^2 . Para a Fase II, as estatísticas e os limites de controlo das cartas T^2 e χ^2 são obtidos através das seguintes equações:

$$(T^2)_k = n(\bar{\mathbf{X}}_k - \bar{\bar{\mathbf{X}}})^T \mathbf{S}^{-1}(\bar{\mathbf{X}}_k - \bar{\bar{\mathbf{X}}}) \quad 2.131$$

$$LSC_{T^2} = \frac{p(m+1)(n-1)}{mn-m-p+1} F_{\alpha;p,mn-m-p+1} \quad 2.132$$

$$LIC_{T^2} = 0$$

$$(\chi^2)_k = n(\bar{\mathbf{X}}_k - \boldsymbol{\mu})^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1} (\bar{\mathbf{X}}_k - \boldsymbol{\mu}) \quad 2.133$$

$$LSC_{\chi^2} = \chi_{\alpha;p}^2 \quad 2.134$$

$$LIC_{\chi^2} = 0$$

De igual forma, deteta-se uma causa especial quando $(T^2)_k > LSC_{T^2}$ ou quando $(\chi^2)_k > LSC_{\chi^2}$. Perante estas situações, a variável ou variáveis responsáveis por esta situação devem ser identificadas e tomadas as medidas corretivas necessárias.

2.8.2 Cartas T^2 para Observações Individuais

Na Fase I, para o controlo estatístico multivariado de p características, com m observações individuais, é necessário recolher as observações individuais X_{jk} ($j = 1, 2, \dots, p; k = 1, 2, \dots, m$) para calcular as médias, \bar{X}_j , as covariâncias, S_{jj} , e as covariâncias amostrais, S_{jh} , através das seguintes equações:

$$\bar{X}_j = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m X_{jk} \quad 2.135$$

$$S_{jj} = \frac{1}{m-1} \sum_{k=1}^m (X_{jk} - \bar{X}_j)^2 \quad 2.136$$

$$S_{jh} = \frac{1}{m-1} \sum_{k=1}^m (X_{jk} - \bar{X}_j)(X_{hk} - \bar{X}_h), \quad j \neq h \quad 2.137$$

Em que, X_{jk} e X_{hk} correspondem à observação k da característica da qualidade j e h , respetivamente, e, \bar{X}_j e \bar{X}_h representam a média das m observações da característica da qualidade j e h , respetivamente.

O vetor média, $\bar{\mathbf{X}}$, é obtido através das médias \bar{X}_j recorrendo à Equação 2.135 e a matriz das covariâncias amostrais, \mathbf{S} , é obtida através das Equações 2.136 e 2.137. As p características para o instante k formam o vetor \mathbf{X}_k , definido pela Equação 2.139.

$$\bar{\mathbf{X}} = (\bar{\mathbf{X}}_1, \bar{\mathbf{X}}_2, \dots, \bar{\mathbf{X}}_p)^T \quad 2.138$$

$$\mathbf{X}_k = (X_{1k}, X_{2k}, \dots, X_{pk})^T \quad 2.139$$

Para a construção da carta T^2 na Fase I é necessário determinar a estatística apresentada na Equação 2.140 e ainda os limites de controlo obtidos através da Equação 2.141.

$$(T^2)_k = (\mathbf{X}_k - \bar{\mathbf{X}})^T \mathbf{S}^{-1} (\mathbf{X}_k - \bar{\mathbf{X}}) \quad 2.140$$

$$LSC_{T^2} = \frac{(m-1)^2}{m} \beta_{\alpha; p/2, (m-p-1)/2} \quad 2.141$$

$$LIC_{T^2} = 0$$

Em que, $\beta_{\alpha; p/2, (m-p-1)/2}$ corresponde ao percentil à direita da distribuição Beta, para uma probabilidade α e parâmetros $p/2$ e $(m-p-1)/2$. A distribuição Beta e a distribuição de Fisher encontram-se relacionadas, pelo que, se não se tiver acesso a *software* que permita realizar os cálculos, pode determinar-se o valor de $\beta_{\alpha; p/2, (m-p-1)/2}$ em função da distribuição de Fisher do seguinte modo (Pereira & Requeijo, 2012):

$$\beta_{\alpha; p/2, (m-p-1)/2} = \frac{\frac{p}{m-p-1} F_{\alpha; p, (m-p-1)}}{1 + \frac{p}{m-p-1} F_{\alpha; p, (m-p-1)}} \quad 2.142$$

Deteta-se uma causa de especial de variação quando $(T^2)_k > LSC_{T^2}$ e, por conseguinte, são removidas as observações responsáveis e reinicia-se o estudo.

De modo análogo à Fase II para controlo de amostras, para observações individuais também podem ser aplicadas as cartas T^2 e χ^2 , dependendo da validação dos parâmetros μ e Σ . Isto é, imediatamente após a Fase I aplica-se a carta T^2 e, posteriormente, verificando-se o controlo estatístico durante algum tempo, os parâmetros são validados e aplica-se a carta χ^2 . As estatísticas e os limites de controlo das cartas T^2 e χ^2 , para a Fase II, são calculados recorrendo às seguintes equações:

$$(T^2)_k = (\mathbf{X}_k - \bar{\mathbf{X}})^T \mathbf{S}^{-1} (\mathbf{X}_k - \bar{\mathbf{X}}) \quad 2.143$$

$$LSC_{T^2} = \frac{p(m+1)(m-1)}{m(m-p)} F_{\alpha;p,m-p} \quad 2.144$$

$$LIC_{T^2} = 0$$

$$(\chi^2)_k = (\mathbf{X}_k - \boldsymbol{\mu})^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1} (\mathbf{X}_k - \boldsymbol{\mu}) \quad 2.145$$

$$LSC_{\chi^2} = \chi_{\alpha;p}^2 \quad 2.146$$

$$LIC_{\chi^2} = 0$$

À semelhança do que se referiu no controlo para amostras, deteta-se uma causa especial quando $(T^2)_k > LSC_{T^2}$ ou quando $(\chi^2)_k > LSC_{\chi^2}$. Nessa situação, a variável, ou variáveis, responsáveis devem ser identificadas e tomadas as respetivas medidas corretivas.

2.8.3 Interpretação das Cartas T^2

No estudo multivariado, a presença de um ponto fora de controlo pode dever-se a uma ou mais variáveis ou ainda pela alteração da correlação entre duas ou mais variáveis. Assim torna-se fulcral identificar a variável, ou variáveis, responsáveis pela causa especial de forma a serem tomadas as ações corretivas adequadas à situação. Existem diversos métodos para a identificação dessas variáveis, Jackson (1985) propõe o Método de Decomposição de T^2 (ou χ^2) em Componentes Principais, Hayter & Tsui (1994) sugerem o Método do Ponto Crítico $C_{R;\alpha}$, Mason, Tracy & Young (1995) defendem o Método de Decomposição de T^2 (ou χ^2) em Componentes Ortogonais e Montgomery (2009) propõe o Método aplicado à Estatística d . Na presença dissertação será apenas abordado o Método aplicado à Estatística d devido à sua facilidade de aplicação.

❖ Método aplicado à Estatística d

Como referido anteriormente, este método tem como objetivo determinar a variável, ou variáveis, responsáveis pela causa especial de variação, através do cálculo da estatística d em função da variável j , do seguinte modo (Pereira & Requeijo, 2012):

$$d_j = T^2 - T_{(j)}^2, \quad j = 1, 2, \dots, p \quad 2.147$$

Em que, T^2 representa o valor da estatística calculado a partir das p variáveis e $T_{(j)}^2$ corresponde ao valor da estatística calculado a partir das p variáveis excetuando a variável j .

$$d_j > \chi_{\alpha;1}^2$$

2.148

Caso a condição imposta pela Equação 2.148 se verifique, conclui-se que a variável j é a responsável pela situação fora de controle.

2.8.4 Capacidade Multivariada do Processo

À semelhança do que acontece no *SPC* univariado, o estudo da capacidade multivariada do processo também analisa a capacidade do processo. Este tema tem sido, ao longo dos anos, alvo de estudo por diversos autores, nomeadamente, Shahriari *et al.* (1995) apresentam o vetor de capacidade multivariado, Wang & Chen (1998) propõem um conjunto de quatro índices MC_p , MC_{pk} , MC_{pm} e MC_{pmk} determinados a partir da decomposição em componentes principais, Xekalaki & Perakis (2002) desenvolvem novos índices de capacidade multivariados para processos com especificação unilateral, entre outros.

No estudo da capacidade multivariada para especificações bilaterais, o método adotado na presente dissertação, foi o vetor de capacidade multivariado composto por três índices, C_{pM} , PV , LI .

Índices de Capacidade Multivariada

O primeiro índice do vetor de capacidade é o C_{pM} que se comporta como um índice de capacidade potencial, semelhante ao índice C_p no controlo univariado. Este índice relaciona o volume da região referente à especificação com o do processo através da seguinte equação:

$$C_{pM} = \left(\frac{\text{Volume da região referente à especificação}}{\text{Volume modificado referente ao processo}} \right)^{\frac{1}{p}} \quad 2.149$$

Em que, para p características, o numerador representa a área ($p = 2$) ou o volume ($p \geq 3$) definidos pelos limites de especificação e o denominador é dado pela região modificada do processo. Para uma melhor compreensão desta definição, a Figura 2.5 representa a região modificada do processo para $p = 2$.

Assim, quando se controlo duas características da qualidade simultaneamente, a região definida pela especificação técnica é um retângulo, a região definida pelo processo é uma elipse e a região modificada do processo é o retângulo que contém essa elipse. No presente caso de estudo pretende-se controlar três características, deste modo, a região definida pela especificação técnica será um prisma, a região definida pelo processo corresponde a uma elipsoide e a região modificada do processo será o prisma que contém essa elipsoide.

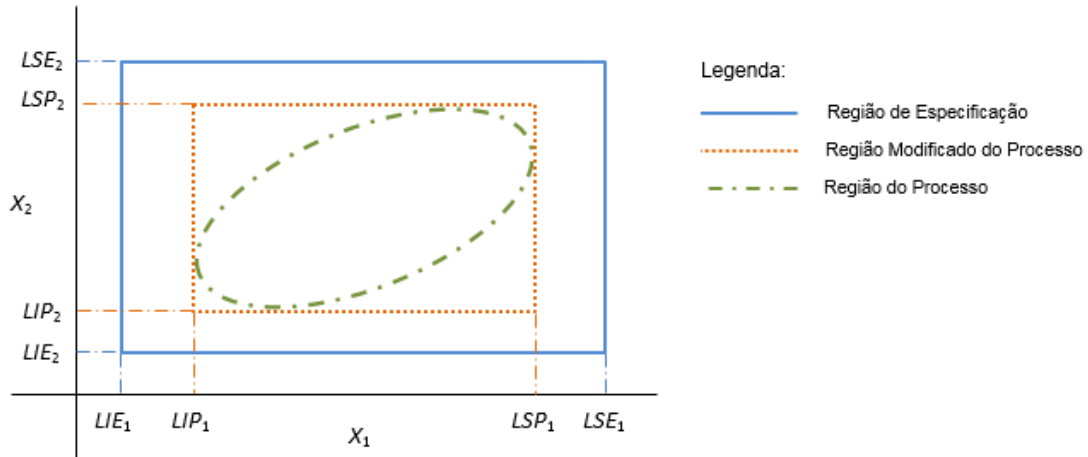


Figura 2.5 Região modificada do processo para $p = 2$ (Adaptado de Pereira & Requeijo (2012))

Segundo Wang, *et al.* (2000) o volume da região referente à especificação pode ser calculado através da Equação 2.150, em que LSE_i e LIE_i correspondem aos limites superior e inferior de especificação relativamente à característica i . Do mesmo modo, o cálculo do volume modificado referente ao processo é dado pela Equação 2.151, em que LSP_i e LIP_i correspondem aos limites superior e inferior do processo.

$$\prod_{i=1}^p (LSE_i - LIE_i); \quad i = 1, 2, \dots, p \quad 2.150$$

$$\prod_{i=1}^p (LSP_i - LIP_i); \quad i = 1, 2, \dots, p \quad 2.151$$

Sendo que,

$$LSP_i = \mu_i + \sqrt{\frac{\chi_{\alpha;p}^2 \det(\Sigma_i^{-1})}{\det(\Sigma^{-1})}}; \quad i = 1, 2, \dots, p \quad 2.152$$

$$LIP_i = \mu_i - \sqrt{\frac{\chi_{\alpha;p}^2 \det(\Sigma_i^{-1})}{\det(\Sigma^{-1})}}; \quad i = 1, 2, \dots, p \quad 2.153$$

Nas equações anteriores, Σ_i representa a matriz das covariâncias obtida quando se despreza a coluna i e a linha i da matriz das covariâncias (Σ), $\det(\Sigma_i^{-1})$ corresponde ao

determinante da matriz inversa de Σ_i e $\chi_{\alpha;p}^2$ representa o percentil à direita da distribuição χ^2 com p graus de liberdade, para uma probabilidade α .

O índice PV compara a localização do vetor média do processo com a localização do vetor dos valores nominais de especificação \mathbf{T} , onde $\mathbf{T} = (T_1, T_2, \dots, T_p)^T$. O cálculo deste índice, através da Equação 2.154, pressupõe que o centro da especificação técnica corresponde ao valor alvo do processo (Pereira & Requeijo, 2012).

$$PV = P(T^2 > \frac{p(N-1)}{N-p} \cdot F_{p,N-p}) \quad 2.154$$

Esta equação pressupõe a aplicação da distribuição de Fisher com p e $N-p$ graus de liberdade e o cálculo da estatística T^2 , dada pela Equação 2.155.

$$T^2 = n(\hat{\boldsymbol{\mu}} - \mathbf{T})^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1}(\hat{\boldsymbol{\mu}} - \mathbf{T}) = n(\bar{\mathbf{X}} - \mathbf{T})^T \mathbf{S}^{-1}(\bar{\mathbf{X}} - \mathbf{T}) \quad 2.155$$

Relativamente ao índice LI , este analisa se alguma parte da região definida pelo processo está ou não contida na região definida pela especificação. Este índice é definido por:

$$LI = \begin{cases} 1 & \text{se a região modificada do processo está} \\ & \text{contida na região da especificação} \\ 0 & \text{outra situação} \end{cases} \quad 2.156$$

Uma forma mais intuitiva de determinar o índice LI é comparar os intervalos de especificação e do processo para as p características da qualidade (Pereira & Requeijo, 2012). Atribui-se o valor de 1, caso $[LIP, LSP]_i \subset [LIE, LSE]_i$, isto é, se $LIP_i > LIE_i$ e $LSE_i > LSP_i$.

Segundo Pereira & Requeijo (2012) considera-se que um processo é capaz quando, simultaneamente, se verifica $C_{pM} \geq 1,33$, $PV \cong 1$ e $LI = 1$.

Capítulo 3

3 Caracterização da Empresa

“A Volkswagen oferece mais: mais carro, mais serviço, mais valor.”

3.1 Introdução

Ao longo deste capítulo iremos caracterizar a empresa onde se realizou este estudo, a Volkswagen Autoeuropa. Assim e em síntese, a Volkswagen Autoeuropa é uma das fábricas do Grupo Volkswagen responsável pela produção de três modelos e de inúmeras peças de exportação para outras marcas do Grupo. Esta unidade fabril está situada no concelho de Palmela, Portugal, e a sua construção implicou o maior investimento estrangeiro industrial no país, tornando-se assim numa empresa de elevado interesse financeiro para o mesmo.

A Área das Prensas, onde foi realizado o estudo para a presente dissertação, é uma das quatro unidades de produção da fábrica em conjunto com as Áreas de Carroçaria, Pintura e Montagem Final. Para além disso ainda existem diversas áreas de não produção, como é o exemplo da Área da Qualidade, que se apresentou fundamental para a elaboração deste trabalho.

De seguida será feita uma breve apresentação da empresa Volkswagen, nomeadamente à unidade fabril Volkswagen Autoeuropa, sendo abordado mais detalhadamente as áreas com maior participação na elaboração desta dissertação, a dizer, a Área das Prensas e a Área da Qualidade.

3.2 Volkswagen

A Volkswagen, ou o Grupo Volkswagen, é um dos maiores fabricantes de automóveis do mundo, cuja origem remonta a 1937 na Alemanha. Volkswagen significa “carro do povo” e foi

com esse intuito que Ferdinand Porsche desenvolveu um modelo, acessível para qualquer pessoa, que ficaria conhecido em Portugal como "Carocha".

Atualmente, o Grupo Volkswagen é constituído por 12 marcas provenientes de 7 países Europeus. Estas operam como entidades independentes no mercado e oferecem um leque variado de produtos desde motociclos a carros de baixo consumo ou ainda carros de luxo. As marcas constituintes do Grupo são a Volkswagen Passenger Cars, Audi, SEAT, ŠKODA, Bentley, Bugatti, Lamborghini, Porsche, Ducati, Volkswagen Commercial Vehicles, Scania e MAN.

O Grupo Volkswagen possui 119 fábricas que operam em 20 países europeus e ainda em 11 países distribuídos pela América do Norte, América do Sul, Ásia e África. Todos os dias úteis, 610.076 trabalhadores espalhados pelo mundo inteiro (incluído os trabalhadores das áreas de serviços e de outros negócios associados à produção dos veículos) produzem cerca de 42.000 veículos que serão vendidos em 153 países.

Dada à conjuntura económica atual, em 2015, o Grupo diminuiu o número de veículos entregues a clientes para 9.931 milhões, valor que corresponde a 12.3% do mercado mundial de ligeiros.

3.3 Volkswagen Autoeuropa

A Volkswagen Autoeuropa é uma fábrica de automóveis multiproduto e multimarca, fundada em 1991. Resultou de uma *Joint-Venture* entre a Ford e Volkswagen e foi necessário um investimento inicial foi de 1.970 milhões de euros para a sua construção. Na Tabela 3-1 apresenta-se resumidamente a história desta unidade fabril.

Neste momento a Volkswagen Autoeuropa é alimentada diariamente pelo Parque Industrial, composto por 12 fábricas que trabalham em exclusividade com a empresa e que produzem todos os componentes necessários não produzidas nas prensas. Estes componentes são entregues de acordo com a filosofia *Just-In-Time*, mas com uma particularidade, não só as peças são entregues apenas no momento em que são necessárias, como também na sequência pretendida.

A empresa emprega diretamente cerca de 3300 pessoas, às quais se acrescentam mais de 3000 colaboradores indiretos que trabalham, não só, no Parque Industrial, como também, em empresas prestadoras de serviços nas instalações.

Em 2015, o volume de produção foi de 102.158 veículos o que corresponde a um volume de vendas de aproximadamente 2.000.000€. Este valor tem um elevado impacto na economia nacional, não só no Produto Interno Bruto (representa aproximadamente 1% do PIB), como

também nas Exportações Nacionais visto que cerca de 98,8% da produção é realizada para exportação.

Tabela 3-1 História da Volkswagen Autoeuropa

1991	A Volkswagen e a Ford criaram a Autoeuropa que tem como objetivo produzir um novo veículo, o <i>MPV</i> (Multi-Purpose Vehicle).
1994	Primeira peça prensada em produção experimental.
1995	Inauguração oficial da fábrica e início da produção dos primeiros <i>MPV's Sharan</i> e <i>Galaxy</i> , seguidos pela <i>Alhambra</i> ; Certificação do sistema de Gestão de Qualidade de acordo com a norma ISO 9002.
1999	O Grupo Volkswagen assumiu 100% do capital social da empresa criando a Volkswagen Autoeuropa.
2003	Produção de 1.000.000 de veículos.
2004	Anúncio oficial da produção do <i>Eos</i> que seria iniciada em 2005.
2006	Término da produção do Ford <i>Galaxy</i> ; Anúncio oficial da produção do <i>Scirocco</i> que seria iniciada em 2008.
2009	Término da linha original do <i>MPV</i> e implementação do conceito de produção dos modelos em linha única.
2013	Produção de 10.000.000 de peças para exportação; Produção de 2.000.000 de veículos.
2015	Término da produção do <i>Eos</i> .
2016	Anúncio oficial da produção de um novo modelo que será iniciada em 2017.

3.4 Estrutura

A Volkswagen Autoeuropa é dirigida por um Conselho de Gerência, atualmente constituído pelo Diretor da Fábrica, Miguel Sanches, pelo Diretor de Recursos Humanos, Juergen Dorn e pelo Diretor de Finanças e Tecnologias de Informação, Steffen Schudt-Pialat.

Esta unidade fabril encontra-se dividida em duas áreas fundamentais: a Área de produção, na qual se encontra a Direção Geral de Produção, e a Área de não produção, na qual se

encontram todos os outros departamentos fulcrais para o funcionamento da fábrica. Na Figura 3.1 está representado o organograma da Volkswagen Autoeuropa.

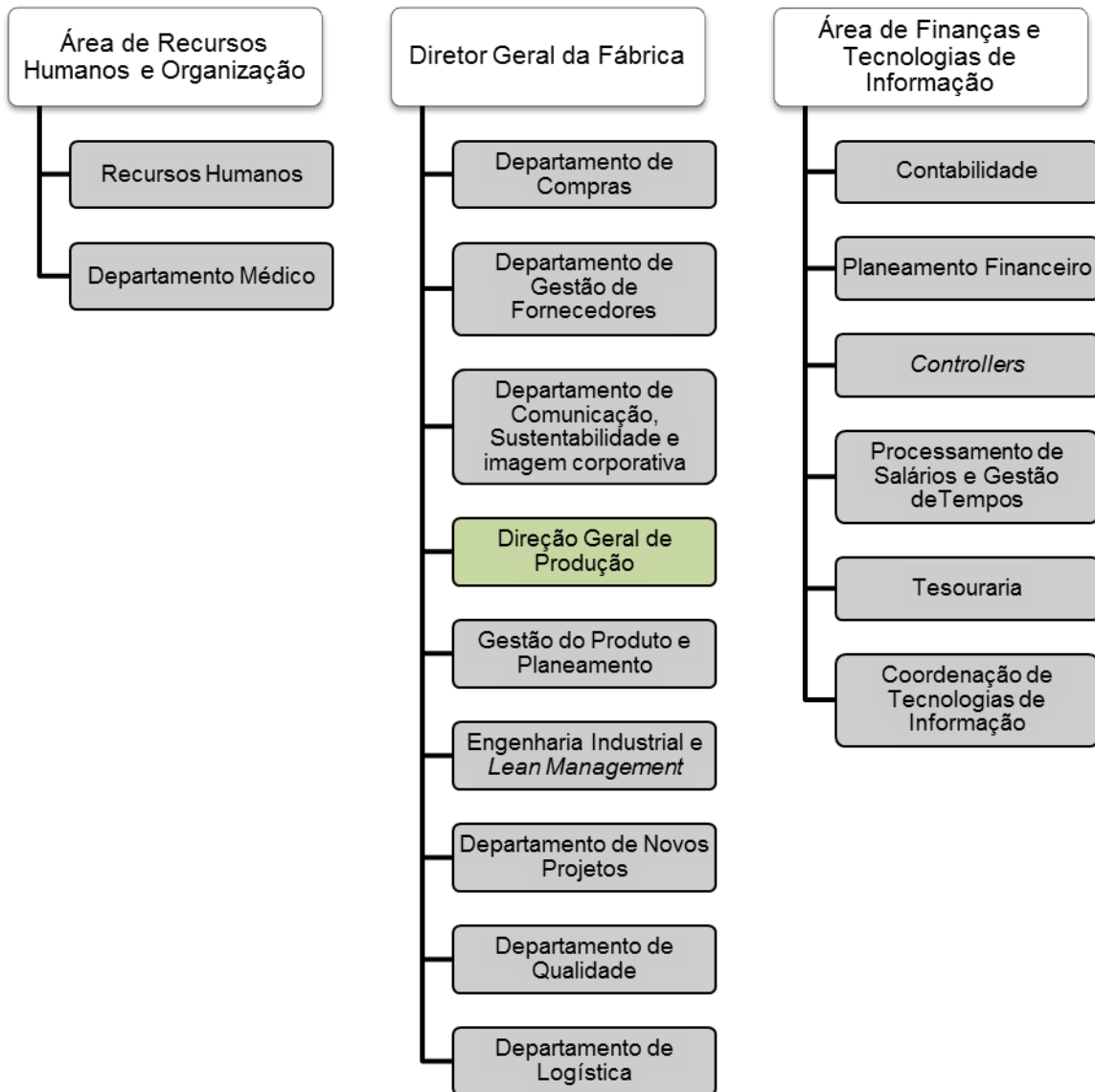


Figura 3.1 Organograma da Volkswagen Autoeuropa

3.5 Áreas de Produção

Na Figura 3.2 encontram-se representadas as quatro áreas responsáveis pela produção na Volkswagen Autoeuropa e que estão sob o encargo da Direção Geral de Produção.



Figura 3.2 Áreas de Produção

O processo de fabrico inicia-se na Área das Prensas onde as bobines de aço são cortadas consoante a medida da peça pretendida. Após este processo passam a ter a designação de platinas e são estampadas. Neste momento tornam-se nas *make-parts*, ou seja, peças fabricadas na Volkswagen Autoeuropa. De referir que todas as peças possuem um *part number* que é um conjunto único de números e letras que permite a identificação da peça, ou seja, cada *part number* está associado a uma só peça. A segunda fase do processo, que ocorre na Área das Carroçarias, consiste na união de todas as peças de chapa, que inclui não só as *make-parts* como também as *buy-parts*, através de pontos de soldadura formando a carroçaria. Pronta a carroçaria, esta segue para a Área da Pintura passando por uma fase de doze estágios designados por “banhos”, para retirar a oleosidade das peças, e ainda por um banho de fosfatação, que confere proteção de cariz anticorrosivo, com o objetivo de garantir a qualidade e longevidade do veículo. Na última fase do processo de produção, realizada na Área de Montagem Final, são instalados todos os equipamentos e componentes que provêm de diversos fornecedores e que são necessários para a finalização do veículo de acordo com as especificações feitas pelo cliente.

3.5.1 Área das Prensas

A Área das prensas, mais conhecida como *Press Shop*, é composta por seis linhas de prensagem e por duas linhas de corte. Para garantir a produção atual diária de 470 veículos são fabricados 178 *part numbers* na Área das Prensas, dos quais 108 são para o MPV (*Sharan* e *Alhambra*) e os outros 70 são para o *Scirocco*. Para além disso são produzidos 108 *part numbers* em peças de serviço para ambos os veículos e ainda para o modelo descontinuado *Eos* visto que é necessário garantir peças de serviço para qualquer modelo durante a sua produção e ainda nos 15 anos seguintes após ter sido suspensa a produção. A estes valores ainda se acrescentam 89 *part numbers* para exportação, onde já estão incluídos os *part numbers* necessários para peças de serviço.

No que diz respeito ao processo produtivo da *Press Shop*, este inicia-se no momento em que as bobinas chegam à Autoeuropa e só termina no momento em que as peças saem das linhas de prensagem em direção à Área de Carroçarias. Para que este processo seja estável e controlado é necessário fazer alguns testes e medições ao longo do mesmo, nomeadamente através da inspeção visual no final das linhas, da inspeção das peças por parte dos auditores de qualidade, das medições feitas na Área da Qualidade e dos diversos testes realizados ao material efetuados no Laboratório de Materiais. Na Figura 3.3 encontra-se representado o fluxo do processo produtivo da Área das Prensas.

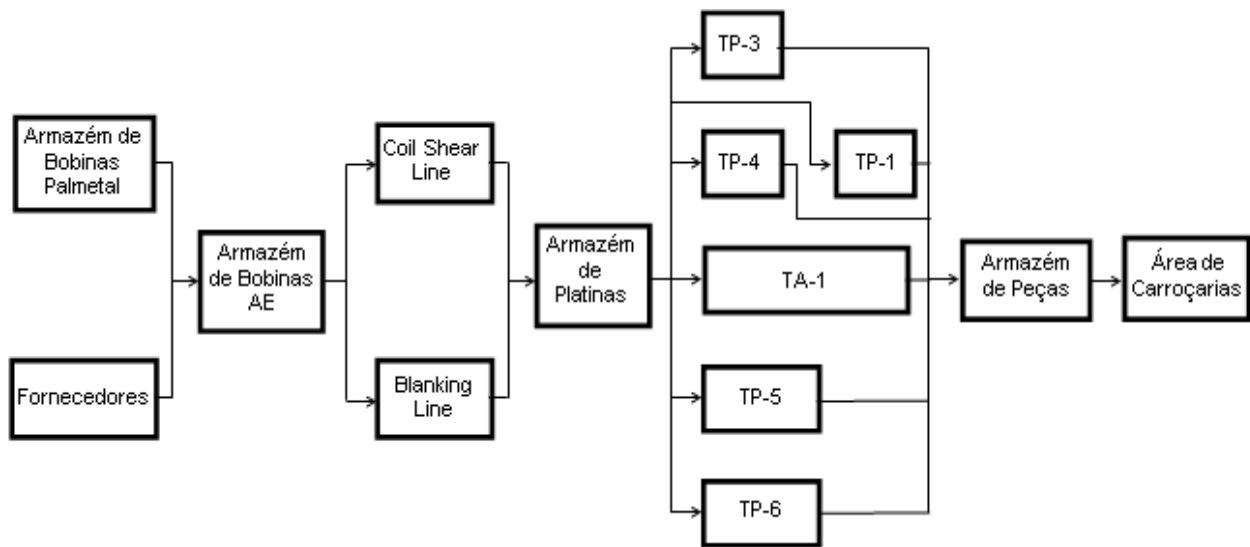


Figura 3.3 Fluxo do Processo Produtivo da Área das Prensas

De forma a garantir e a otimizar o fluxo do processo produtivo da Área das Prensas, existem diversos departamentos que trabalham em conjunto para esse objetivo, nomeadamente o Departamento da Produção, Manutenção, Cunhos e Cortantes e Planeamento de Novos Projetos.

- O Departamento de Produção encontra-se dividido em várias áreas, nomeadamente a Produção, Planeamento, Engenharia de Processo e Automação, que têm como objetivo alcançar a máxima produtividade, garantindo a quantidade necessária e mantendo os altos padrões de qualidade da Volkswagen. O Planeamento é responsável pela organização do plano de produção diário de peças, garantido a produção do *stock* necessário para alimentar a Área de Carroçarias. A Automação é responsável por todos os equipamentos necessários para o correto transporte das platinas dentro das prensas. A Engenharia de Processo é responsável por garantir a qualidade das peças produzidas na Área das Prensas. E a Produção, propriamente dita, é responsável pelo processo de fabrico das peças dentro dos objetivos pré-definidos.
- O Departamento de Manutenção tem como objetivo garantir o correto funcionamento de todas as prensas e outros equipamentos auxiliares de produção de forma a garantir as necessidades do Departamento de Produção.
- O Departamento de Cunhos e Cortantes tem como objetivo garantir que as ferramentas se encontram na condição pretendida para produzir de acordo com as especificações técnicas e de qualidade.

- O Departamento de Planejamento de Novos Projetos é responsável por obter o equipamento de produção em condições de produzir corretamente no prazo definido e em quantidade e qualidade pretendida, durante o período estimado de um lançamento.

3.6 Áreas de Não-Produção

Existem diversas áreas designadas por Áreas de não Produção que, tal como o nome indica, não são responsáveis pela produção na fábrica, mas são essenciais para que todo o processo de fabrico corra dentro do expectável. De seguida será feita uma breve apresentação do Departamento de Qualidade.

3.6.1 Área da Qualidade

O Departamento de Qualidade tem como objetivo primário, garantir que são mantidos os níveis de excelência dos produtos que a Volkswagen Autoeuropa fabrica. A garantia da qualidade passa por uma estratégia preventiva aplicada à estabilidade de processos e fiabilidade dos produtos garantida através de processos de produção bem estruturados. De seguida serão apresentados alguns dos métodos de aferição de qualidade utilizados na Volkswagen Autoeuropa.

❖ Qualidade Dimensional

A Qualidade Dimensional permite garantir que as peças produzidas estão ou não de acordo com a especificação pretendida.

Para efetuar as medições é necessário em primeiro lugar o alinhamento da peça a zero, isto é, os pontos de referência RPS (*Reference Point System*) são colocados a zero para garantir a correta medição dos pontos. Para isso é obrigatório travar a peça no mínimo através de 3 referenciais: o primeiro referencial é constituído por três pontos para definir o plano, o segundo referencial é constituído por dois pontos para definir a direção e o terceiro referencial é constituído por um ponto para definir a origem.

O processo de medição é efetuado em *fixtures*, dispositivos onde se colocam as peças para serem medidas e os equipamentos de medição utilizados podem ser máquinas de sistema tátil ou de sistema ótico. No que diz respeito às máquinas de sistema tátil, estas operam através de um dispositivo de medição por coordenadas, com apalpador, que oferece elevada mobilidade e extrema precisão. Relativamente às máquinas de sistema ótico por varrimento laser, estas utilizam a luz laser para determinar as coordenadas de uma grande quantidade de pontos de forma quase continua. De notar que todas as máquinas de medição da Volkswagen Autoeuropa apresentam uma resolução à décima de milímetro.

Existem diversas variáveis que podem ser analisadas através das medições nomeadamente a forma, o perímetro e o desvio da normal de cada peça, e, o número de pontos que cada peça depende do seu tamanho e da complexidade da mesma.

Depois das peças serem medidas individualmente, ainda vão ser comparadas com as restantes peças do carro (*make-parts* e *buy-parts*) e ainda com o desenho teórico do veículo através das ferramentas *Cubing* e *Masterbuck*.

A ferramenta *Masterbuck* permite melhorar a qualidade dos veículos produzidos através da análise de peças que são montadas na estrutura nominal numa escala 1:1. O objetivo é analisar o ajuste das peças exteriores do veículo posicionando-as pelo seu sistema RPS e comparando-as com a estrutura de alumínio, pois mesmo que a peça não tenha desvios relativamente a ela própria, pode ter desvios relativamente às restantes peças e que são desta forma detetados.

A ferramenta *Cubing* é semelhante ao *Materbuck*, mas tem como objetivo final a análise das *buy-parts*, isto é, das peças compradas. As peças são montadas num “ambiente zero”, ou seja, sem as variações normais do processo de construção da carroçaria ou de montagem, de modo a investigar de uma maneira rápida se a peça comprada tem problemas ou não.

De referir que as ferramentas de análise são sempre iniciadas através de uma minuciosa análise visual que posteriormente é suportada pela análise dimensional através da quantificação dos desvios detetados e se estes cumprem com as tolerâncias estabelecidas no desenho e acordadas com a Engenharia.

Por fim, estes valores são disponibilizados através de um programa exclusivo da Volkswagen, *QUIRL*, que permite a consulta dos valores de cada ponto nomeadamente aos diversos departamentos de Engenharia do Processo.

❖ Certificações

As certificações são um instrumento de medição de qualidade eficaz e indispensável ao desenvolvimento sustentável de uma empresa. Na Volkswagen AutoEuropa, a qualidade é assegurada através da certificação de sistemas de gestão da qualidade, seguindo a norma ISO 9001:2015. Adicionalmente possui a certificação 16949:2009, referência mundial no setor automóvel.

❖ Controlo de Qualidade para Mercados Especiais

Existe um controlo de qualidade específico para determinados mercados, nomeadamente o mercado chinês, russo e japonês. No caso do mercado chinês o controlo de qualidade é

atribuído pela CQC, *China Quality Certification Center*, de acordo com a norma CNCA_02C_023:2008. Relativamente ao mercado russo, o controlo de qualidade tem de estar conforme os requisitos do departamento GOST-R *System of Motor Vehicles and Trailers Certification*. No que diz respeito ao mercado japonês, o controlo de qualidade terá de seguir os requisitos do departamento MLIT, *Ministry of Land Infrastructure and Transport*.

Capítulo 4

4 Caso de Estudo

No presente capítulo são apresentadas as metodologias aplicadas no caso em estudo através de um fluxograma, tendo como base os conceitos teóricos explícitos no Capítulo 2. De seguida serão abordados pormenorizadamente os métodos estatísticos empregues a cada um dos produtos em estudo.

4.1 Metodologia

Nesta secção é apresentada uma representação esquemática da metodologia aplicada no presente caso de estudo através de fluxogramas. Tal como referido no Capítulo 2, o *SPC* está dividido em duas fases e, nesse sentido, será apresentado um fluxograma para cada uma dessas fases. De salientar que a metodologia representada de seguida, dará maior ênfase às situações verificadas no presente caso de estudo, mas também contempla outras situações que surgem como respetiva alternativa.

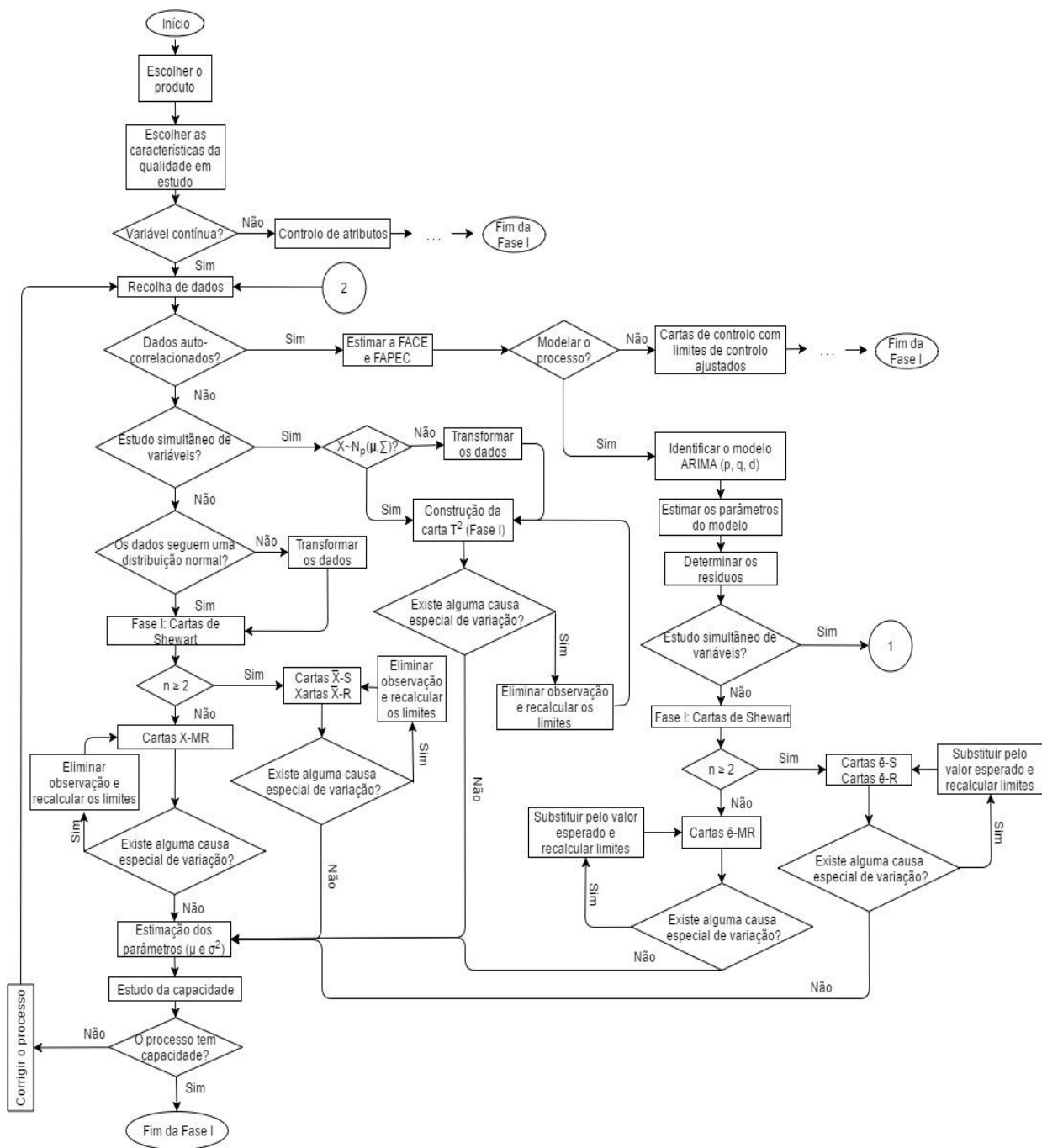


Figura 4.1 Fluxograma da metodologia aplicada na Fase I do SPC

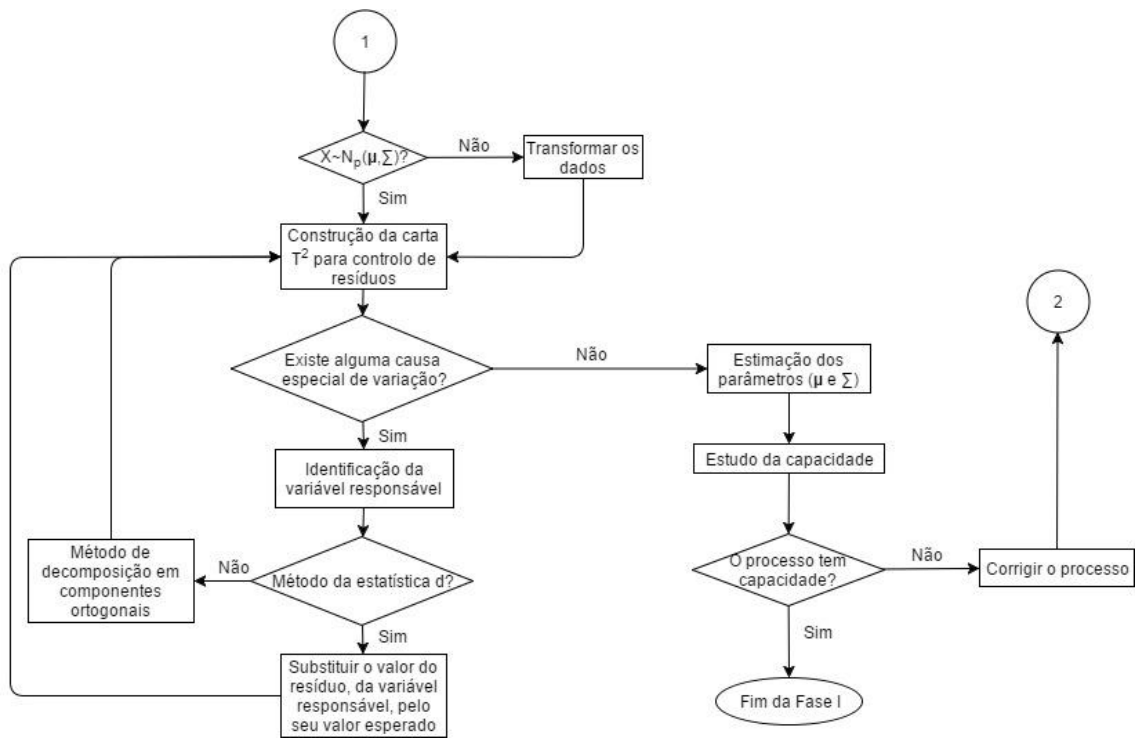


Figura 4.2 Fluxograma da metodologia aplicada na Fase I do SPC (continuação)

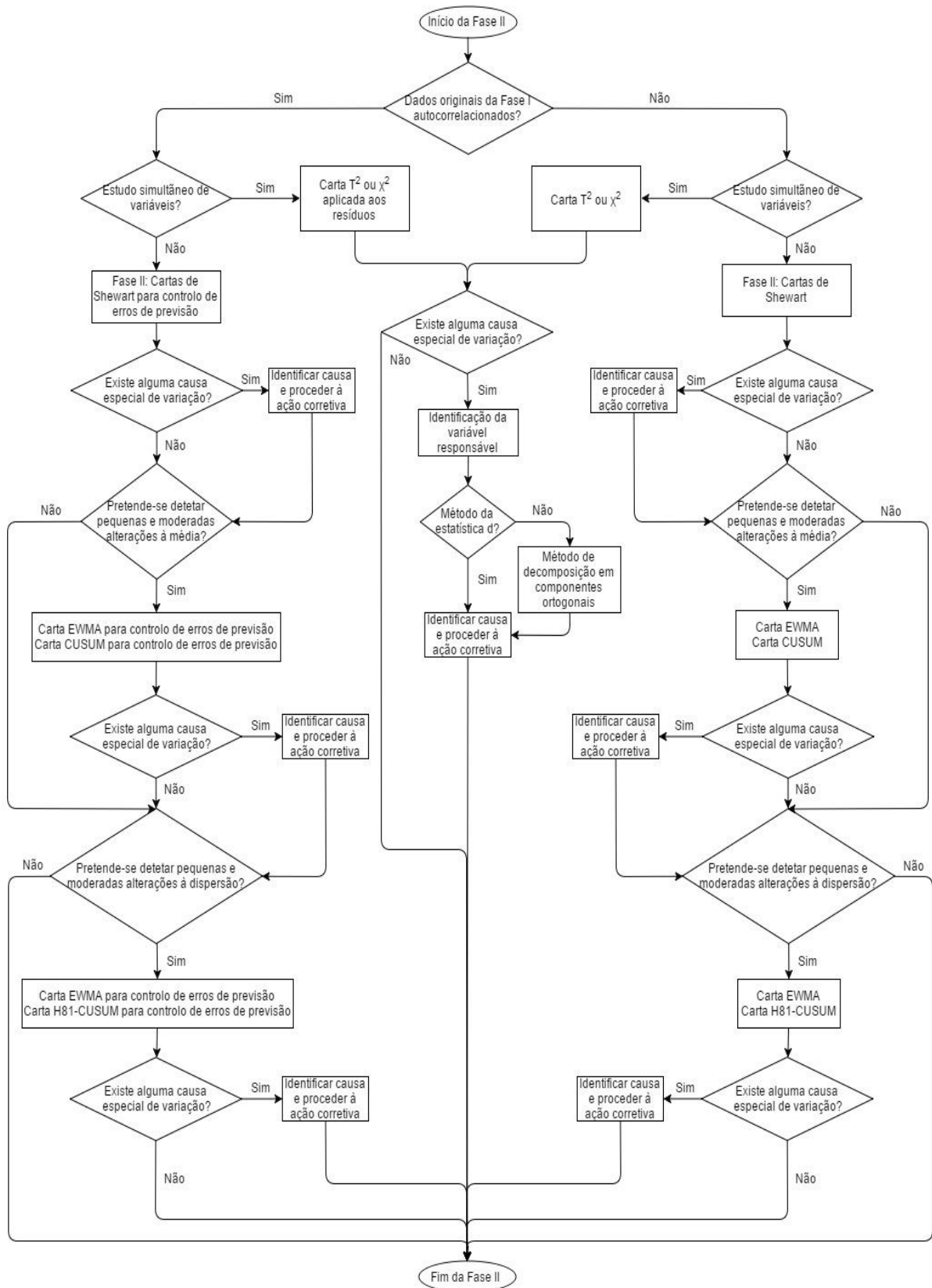


Figura 4.3 Fluxograma da metodologia aplicada na Fase II do SPC

4.2 Produtos e Características em Estudo

Como já foi mencionado, o estudo vai realizar-se em duas fases, na Área de Prensas e na Área da Qualidade. Em cada fase, foram selecionados os produtos com maior interesse por parte da Volkswagen Autoeuropa.

Assim, na primeira fase foram escolhidos dois produtos e realizou-se o controlo estatístico do processo através das cartas de Shewhart e das cartas especiais. Na segunda fase foi selecionado um produto final, e, para além da metodologia acima referida, foi aplicado o controlo estatístico multivariado.

Por questões de confidencialidade não serão indicados os nomes dos produtos nem quais as características em estudo. Deste modo, os produtos serão identificados com letras (A, B e C) e as características com números (1, 2 e 3). A Tabela 4-1 apresenta os valores das especificações técnicas para cada característica em estudo para os diferentes produtos.

Tabela 4-1 Valores das especificações para o Produto A, Produto B e Produto C

	Produto A		Produto B		Produto C	
	LSE	LIE	LSE	LIE	LSE	LIE
Característica 1	11,75	9,75	0,5	-0,5	0,3	-0,3
Característica 2	11,5	9,5	0,8	-0,8	0,3	-0,3
Característica 3	10,5	9,5	0,5	-0,5	0,3	-0,3

4.3 Recolha de Dados

Após a identificação dos produtos e características com maior interesse para a empresa, procedeu-se à recolha de dados.

O número de observações utilizadas na presente dissertação foi de 105 para cada produto e, para isso, foi necessário recorrer ao histórico de medições da empresa, já que atualmente, na produção de uma determinada peça apenas são retirados três exemplares para medição, um no início, outro no meio e outro no fim. Na Tabela 4-2 encontram-se representadas o número de observações obtidas através do histórico e recolhidas durante estágio que decorreu no primeiro semestre de 2016. De salientar que a produção não foi contínua, visto o planeamento de produção das peças ser elaborado de acordo com as encomendas realizadas.

Tabela 4-2 Número de observações provenientes de histórico e observações recolhidas durante o estágio

Observações provenientes de histórico	Observações recolhidas
51	54
42	63
36	69

Os dados relativos à Área de Prensas foram recolhidos pelos operadores das linhas de prensagem. A análise foi realizada no departamento de qualidade onde é verificada a conformidade das peças. Os dados relativos ao produto final são obtidos na Área da Qualidade através das ferramentas referidas no Capítulo 3, nomeadamente, Qualidade Dimensional, *Masterbuck* e *Cubing*.

De referir que os dados constituem amostras de dimensão $n = 1$, ou seja, observações individuais.

4.4 Produto A

Para o Produto A foram analisados 51 dados históricos provenientes dos anos 2014 e 2015 e 54 dados recolhidos durante o estágio no ano 2016, perfazendo um total de 105 observações individuais – Anexo B.

Com base nos conceitos e metodologias definidos na Capítulo 2 da presente dissertação, o procedimento a seguir para o Produto A está dividido em duas fases. Em primeiro lugar é realizado um estudo preliminar do processo e seguidamente será aplicado o estudo univariado através do seguinte procedimento:

- **Estudo Preliminar**

- Verificar se os dados são auto-correlacionados através da *FACE* e *FACPE*;
- Modelar os dados auto-correlacionados através do modelo *ARIMA*.

- **Estudo Univariado**

- ❖ Fase 1

- Elaborar cartas de controlo $e - MR$ aplicadas aos resíduos para as diferentes características do produto A;

- Analisar se o processo encontra-se sob controlo estatístico;
- Analisar se os dados seguem uma distribuição Normal (se este pressuposto não se verificar, proceder à transformação dos dados recorrendo ao software *Action Stat* através da Transformação Box-Cox);
- Estimar os parâmetros do processo;
- Analisar a capacidade do processo.

❖ Fase 2

- Elaborar cartas de controlo $e - MR$ aplicadas aos erros de previsão para dados auto-correlacionados;
- Construir cartas de controlo especiais (carta *CUSUM* e *H81-CUSUM*), aplicadas aos erros de previsão para dados auto-correlacionados;
- Monitorizar o processo.

Este procedimento será apresentado para a Característica 1 do Produto A e nos Anexos pode ser consultado o mesmo procedimento para a Característica 2 e 3 do Produto A.

4.4.1 Verificação da Independência dos Dados

Para verificar a existência de auto-correlação dos dados recorreu-se ao software *Statistica* que elabora a *FACE* e a *FACPE* dos 105 dados das distintas características. Na Figura 4.4 e Figura 4.5 encontra-se representado a *FACE* e a *FACPE*, respetivamente, referentes à Característica 1 do Produto A.

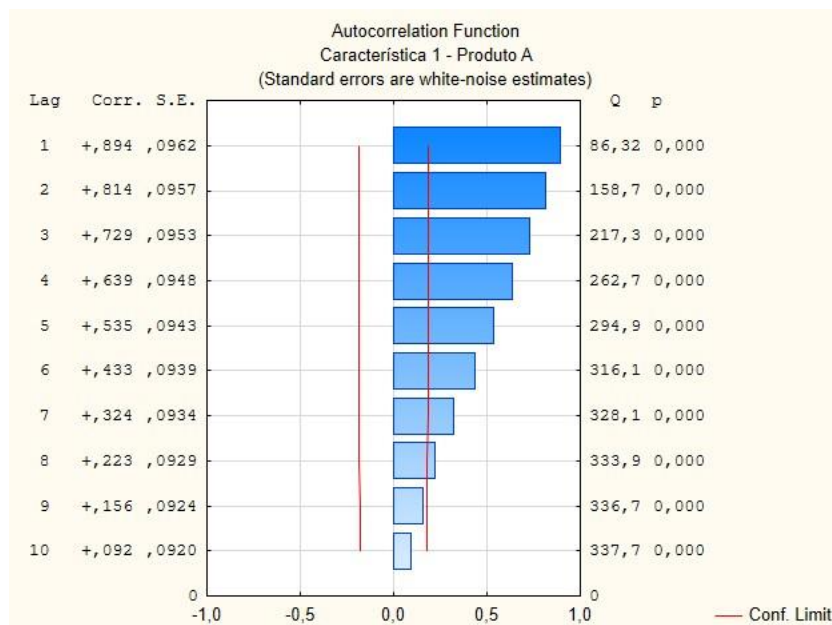


Figura 4.4 *FACE* referente à Característica 1 do Produto A

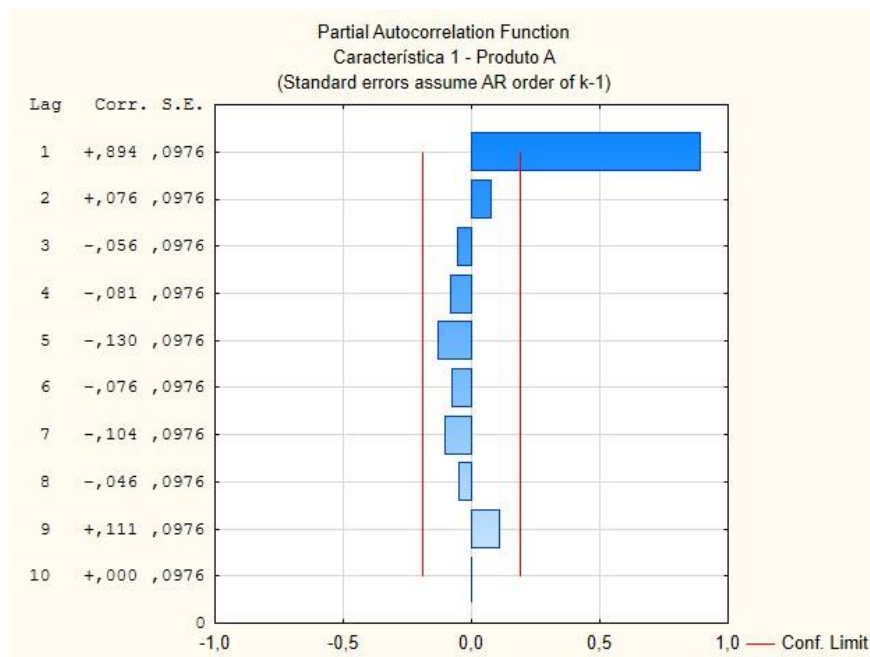


Figura 4.5 FACPE referente à Característica 1 do Produto A

Analisando a *FACE* e a *FACPE* é possível constatar que existe auto-correlação significativa dos dados, visto que na *FACE* ocorre um decréscimo exponencial sem nunca atingir o valor zero e na *FACPE*, o coeficiente de auto-correlação estimado para o lag 1 ($\hat{\rho} = 0,894$), não pertence ao respetivo intervalo de confiança.

Através da comparação do perfil da *FACE* e da *FACPE* da característica em estudo, com a *FAC* e a *FACP* descritas na Tabela 2-5, verifica-se que o processo pode ser modelado através de um modelo *AR(1)*.

Para a determinação dos parâmetros do modelo, apresentados na Tabela 4-3 recorreu-se ao software *Statistica*.

Tabela 4-3 Parâmetros do modelo *AR(1)* referentes à Característica 1 do Produto A.

Característica 1 – Produto A						
Transformação: Não						
Modelo: (1,0,0) MS Residual = 0,0366						
	Parâmetro	Desvio Padrão	t_0	p	$\alpha = 5\%$	
					Limite inferior	Limite superior
Constante	10,8840	0,2151	50,6086	0,00	10,4574	11,3105
ϕ_1	0,9697	0,0419	23,1600	0,00	0,8866	1,0527

Após a modelação do processo é necessário verificar a independência dos resíduos e, de modo análogo, procede-se à análise da *FACE* e *FACPE* dos resíduos, representadas na Figura 4.6 e Figura 4.7, respetivamente.

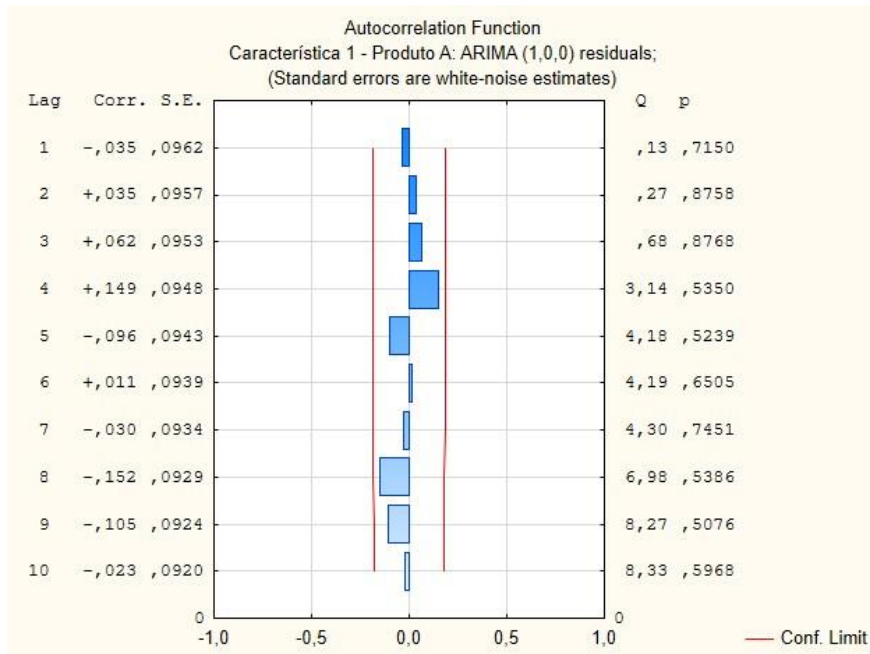


Figura 4.6 *FACE* dos resíduos referentes à Característica 1 do Produto A

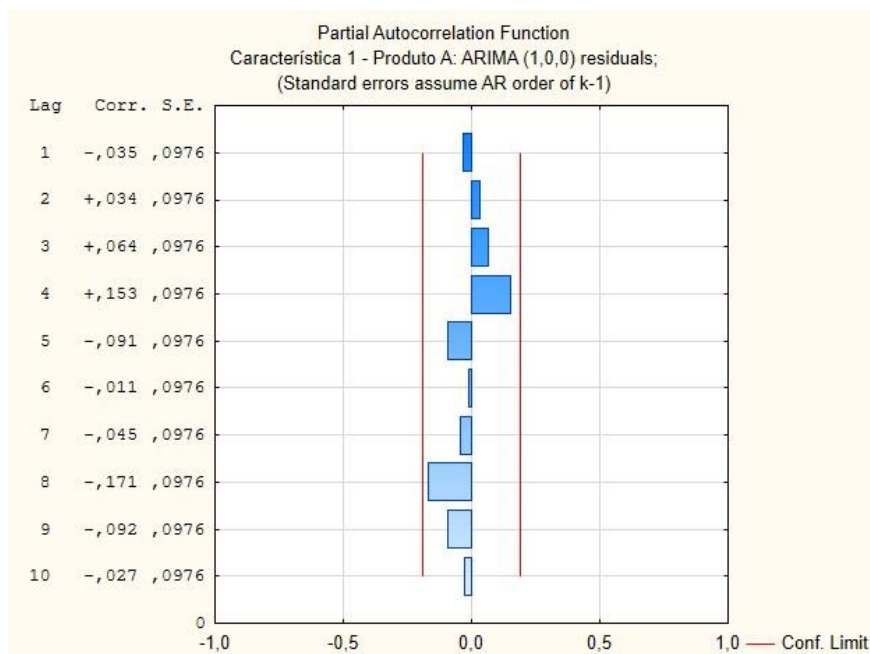


Figura 4.7 *FACPE* dos resíduos referentes à Característica 1 do Produto A

Através da análise da *FACE* e *FACPE* dos resíduos da Característica 1 do Produto A, verifica-se que os resíduos não apresentam auto-correlação, visto que todos os valores dos coeficientes de auto-correlação estimados dos *lag's*, pertencem ao intervalo de confiança.

Após a realização do mesmo procedimento para a Característica 2 e 3 do Produto A, apresentada no Anexo C, obtiveram-se os resultados apresentados resumidamente na Tabela 4-4.

Tabela 4-4 Resumo da verificação da independência das Características 2 e 3 do Produto A

	Modelo	Coefficiente de Correlação de desfasamento estimado	Parâmetros do Modelo
Característica 2	$AR(1)$	$\hat{\rho}_1 = 0,890$	$\phi_1 = 0,9608$
Característica 3	$AR(1)$	$\hat{\rho}_1 = 0,309$	$\phi_1 = 0,3096$

4.4.2 Fase I: Estudo Univariado

Concluído o estudo preliminar e verificada a auto-correlação dos dados, ajustou-se os dados através do modelo *ARIMA* mais adequado e, desta forma, eliminou-se a auto-correlação obtendo-se os resíduos independentes. De seguida pode dar-se início à Fase I do *SPC*.

Nesta fase elaboram-se as cartas de controlo *e - MR* aplicadas aos resíduos pois todas as características apresentam auto-correlação. Posteriormente é realizado o procedimento referido na Secção 4.4. Em primeiro lugar é analisada a estabilidade e caso se verifiquem pontos fora do intervalo definido pelos limites de controlo, estes não podem ser simplesmente eliminados, mas sim, substituídos pelos valores esperados para esses instantes. De seguida é estudada a Normalidade dos resíduos, estimados os parâmetros e analisada a capacidade do processo através dos índices C_p e C_{pk} .

O procedimento anteriormente descrito será, de seguida, apresentado para a Característica 1 do Produto A e, pode ser consultado no Anexo D para as restantes características do Produto A.

Analisando as cartas de controlo, apresentadas na Figura 4.8, verifica-se que não existem pontos fora dos limites de controlo, nem padrões não aleatórios, logo o processo está sob controlo estatístico.

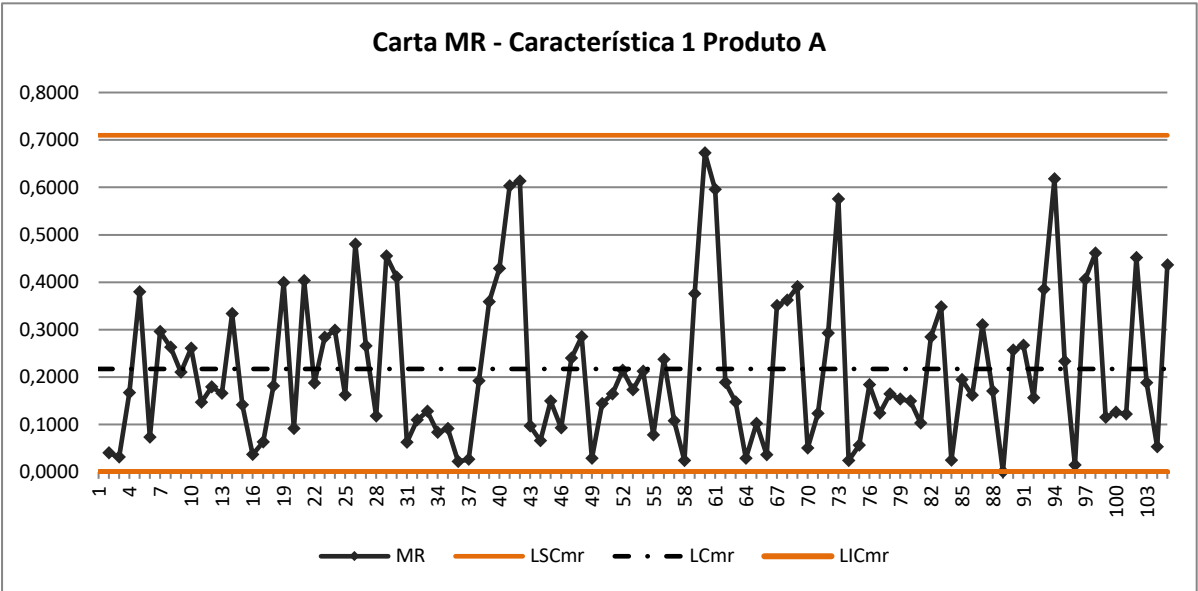
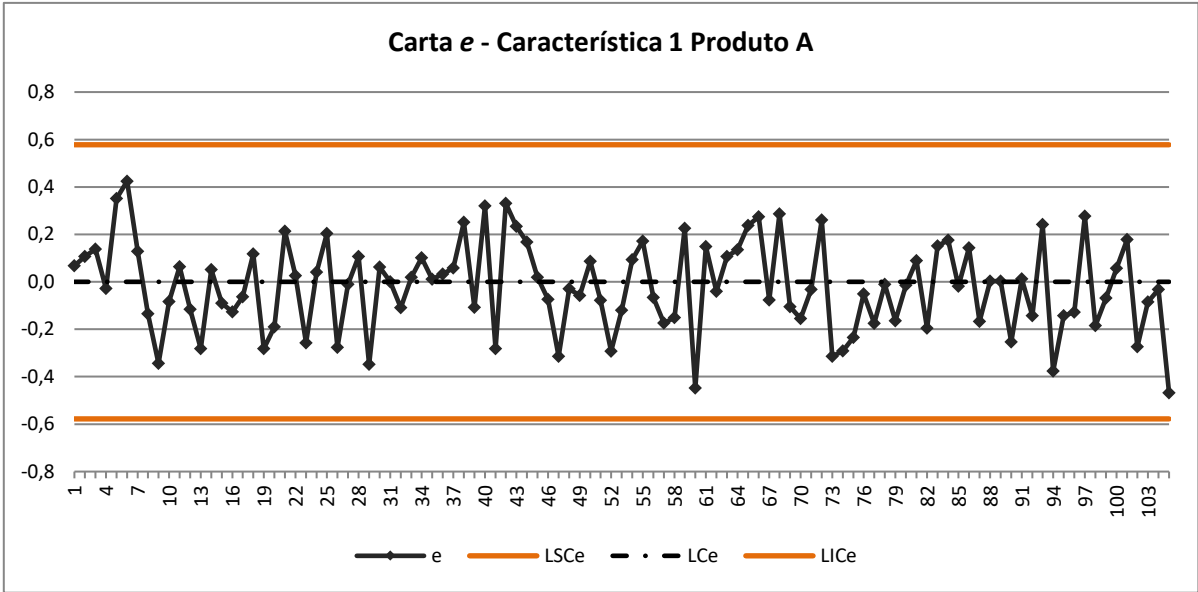


Figura 4.8 Carta de controle *e* – *MR* dos resíduos para a Característica 1 do Produto A

De seguida é realizado o estudo da Normalidade dos resíduos pois caso este pressuposto não se verifique as conclusões do *SPC* podem ser erróneas. Assim para o estudo da Normalidade aplicou-se o teste de Kolmogorov-Smirnov e recorreu-se à Regra de Sturges, através da Equação 4.1, para a determinação do número de classes (*k*) presentes no histograma representado na Figura 4.9.

$$k = 1 + 3,322 \times \log(105) = 7,714 \cong 8 \tag{4.1}$$

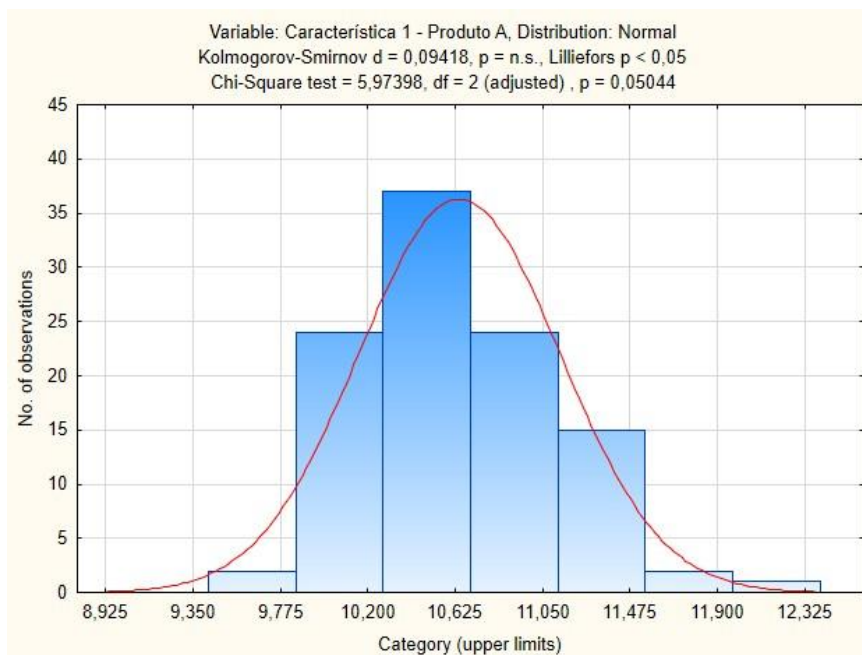


Figura 4.9 Verificação da Normalidade dos resíduos da Característica 1 – Produto A

Através do teste de Kolmogorov-Smirnov verificou-se que a Característica 1 do Produto A não segue uma distribuição Normal uma vez que, para $\alpha = 5\%$, $d > D_{crítico}$ (onde $D_{crítico} = 0,886/\sqrt{N}$). Na Tabela 4-5 apresenta-se o resumo do estudo da Normalidade para as características do Produto A.

Tabela 4-5 Resumo do estudo da Normalidade do Produto A

	<i>N</i>	<i>K</i>	<i>D_{crítico}</i>	<i>d</i>	Conclusão
Característica 1	105	7,714	0,0865	0,0942	Não Normal
Característica 2	105	7,714	0,0865	0,0881	Não Normal
Característica 3	105	7,714	0,0865	0,0616	Normal

Sendo a Normalidade uma condição fundamental para a aplicação do *SPC*, é necessário proceder à transformação dos dados. Para a transformação dos dados recorreu-se ao software *Action Stat* e optou-se pela Transformação de Box-Cox. Este tipo de transformação garante, por si só, o cumprimento do requisito da Normalidade dos dados (pelo teste de Anderson-Darling), pois para o cálculo dos dados transformados é determinado em valor de λ (parâmetro de transformação) para o qual a variação residual é mínima. Na Tabela 4-6 apresentam-se os resultados obtidos para as características não-Normais do Produto A.

Tabela 4-6 Resultados obtidos pela transformação Box-Cox para as características do Produto A

	λ	P-valor (Anderson-Darling)
Característica 1	-2,2474	0,3776
Característica 2	-2,5	0,6340
Característica 3	-	-

Estimado o parâmetro de transformação e verificada a condição de transformação (p-valor associado ao teste de Anderson-Darling é maior que 0,05) pode-se transformar os dados e construir as cartas $e - MR$ com os resíduos transformados.

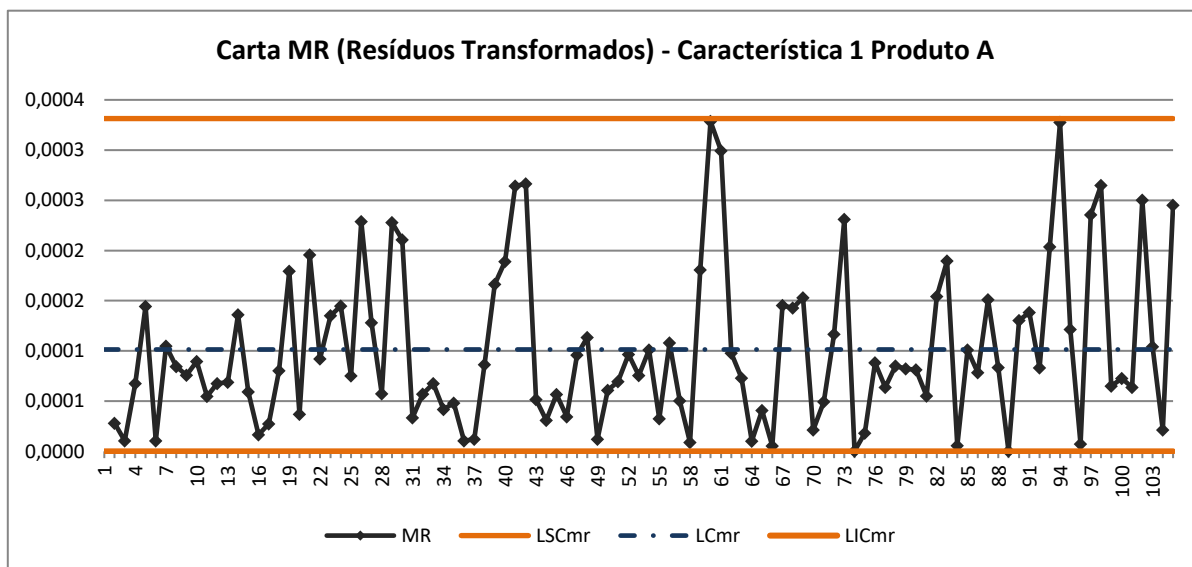
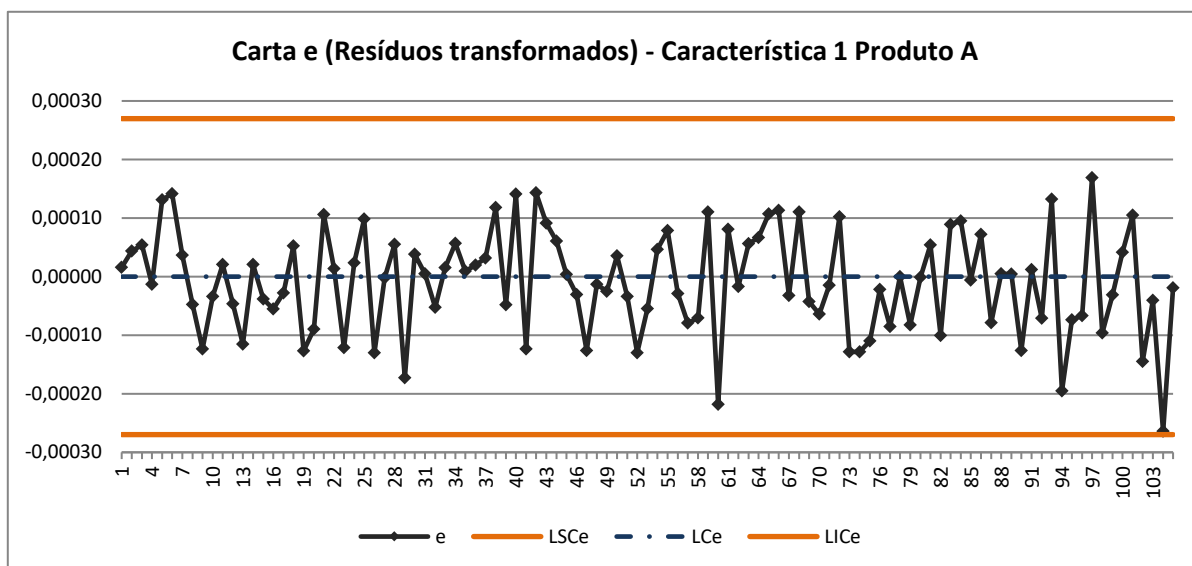


Figura 4.10 Carta de controle $e - MR$ dos resíduos transformados para a Característica 1 do Produto A

De salientar que os limites de especificação também sofreram transformação de acordo com a mesma equação.

Analisando a Figura 4.10 verifica-se que não existem pontos fora do limite de controlo e recorrendo novamente ao teste de Kolmogorov-Smirnov, verifica-se que $d < D_{critico}$ ($d = 0,0731$ e $D_{critico} = 0,0865$), confirmando que os resíduos transformados seguem agora uma distribuição Normal.

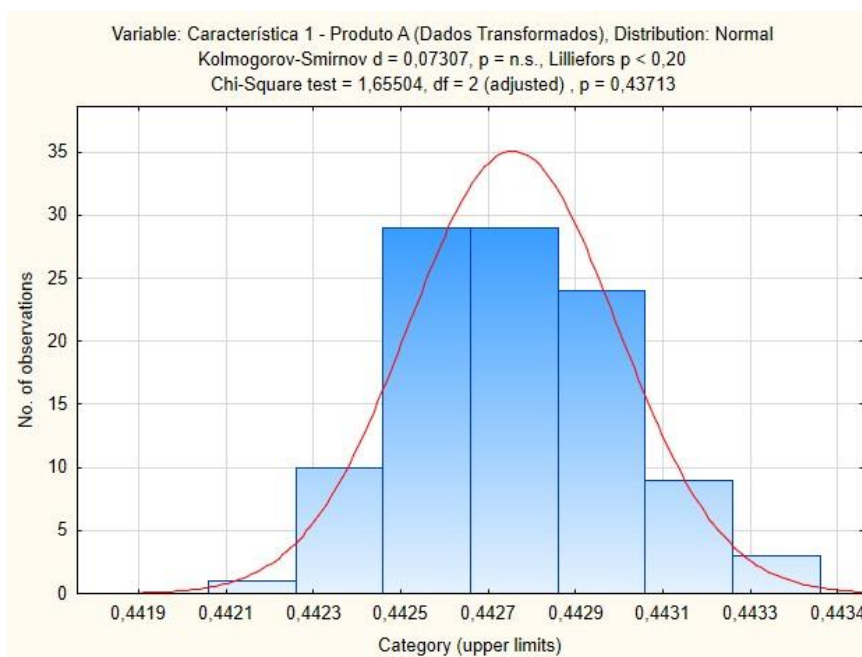


Figura 4.11 Verificação da Normalidade dos resíduos transformados da Característica 1 – Produto A

Verificada a estabilidade do processo e as condições de aplicação das cartas de controlo, é possível proceder à estimação dos parâmetros do processo. Na Tabela 4-7 apresenta-se os parâmetros do processo referentes à Característica 1 do Produto A e no Anexo D apresenta-se para as restantes características.

Tabela 4-7 Parâmetros estimados referentes à Característica 1 do Produto A

	$\hat{\mu}$	$\hat{\sigma}$
Característica 1	0,4429	0,0001

Como referido na Secção 2.7, para o estudo da capacidade há que abordar duas situações distintas, nomeadamente, características cujos dados seguem uma distribuição Normal e as características onde os dados não seguem uma distribuição Normal.

De seguida será apresentado o estudo da capacidade referente à Característica 1 do Produto A, onde os dados seguem uma distribuição não-Normal. Recorreu-se ao software *Statística* para o cálculo dos percentis e dos índices de capacidade, apresentados na Tabela 4-8, uma vez que este realiza o cálculo de forma mais precisa e rigorosa.

Tabela 4-8 Percentis e Índices de Capacidade para a Característica 1 do Produto A

	$P_{0,135}$	\tilde{M}	$P_{99,865}$	C'_p	C'_{pk}	$(C'_{pk})_I$	$(C'_{pk})_S$
Característica 1	0,44256	0,44274	0,44293	2,493	2,455	2,531	2,455

Através dos resultados obtidos pode-se concluir que o processo demonstra capacidade para produzir segundo as especificações técnicas visto que nenhum dos índices é inferior a 1,33.

Os resultados para as restantes características do Produto A estão apresentados na Tabela 4-9 e na Tabela 4-10 para a Característica 2 e 3, respetivamente. À semelhança da Característica 1, ambas apresentam capacidade de produzir segundo as especificações técnicas e, deste modo, o estudo pode prosseguir para a Fase II.

Tabela 4-9 Percentis e Índices de Capacidade para a Característica 2 do Produto A

	$P_{0,135}$	\tilde{M}	$P_{99,865}$	C'_p	C'_{pk}	$(C'_{pk})_I$	$(C'_{pk})_S$
Característica 2	0,39883	0,39892	0,39904	2,572	1,566	3,878	1,566

Tabela 4-10 Parâmetros e Índices de Capacidade para a Característica 3 do Produto A

	$\hat{\mu}$	$\hat{\sigma}$	C_p	C_{pk}	$(C_{pk})_I$	$(C_{pk})_S$
Característica 3	10,038	0,0296	5,558	5,137	5,978	5,137

4.4.3 Fase II: Estudo Univariado

Concluída a Fase I e verificada a estabilidade do processo pode iniciar-se a Fase II. Esta fase tem como objetivo a monitorização do processo em tempo real e, neste caso concreto, como foi verificada a auto-correlação dos dados, serão aplicadas as cartas de Shewhart baseadas nos erros de previsão.

À semelhança da Fase I, apresenta-se de seguida o procedimento da Fase II para a Característica 1 do Produto A e no Anexo E encontram-se os resultados da Fase II para as restantes características.

Como referido na Secção 2.6, as estatísticas utilizadas para a construção das cartas de controlo da média e da amplitude móvel para os erros de previsão são e_τ e MR_t que estão representadas na Tabela 4-11, assim como os limites de controlo.

Tabela 4-11 Estatísticas e Limites de Controlo para as cartas e - MR baseados nos erros de previsão

Carta	Estatística	LIC	LC	LSC
Média	$e_\tau(T) = X_{T+\tau} - \hat{X}_{T+\tau}(T)$	$-3\sigma_{ep}$	0	$3\sigma_{ep}$
Amplitude Móvel	$MR_t = e_t - e_{t-1} $	$D_1\sigma_{ep}$	$d_2\sigma_{ep}$	$D_2\sigma_{ep}$

onde para um modelo $AR(1)$,

$$\hat{X}_{T+\tau} = \xi + \phi_1 \cdot X_{t-1} \quad 4.2$$

$$\psi_j = \phi_1^j \quad 4.3$$

$$\xi = \frac{\mu}{1 - \phi_1} \quad 4.4$$

$$\hat{\sigma}_\varepsilon = \frac{\overline{MR}}{d_2} \quad 4.5$$

$$\sigma_{ep} = \sqrt{\text{Var}(e_\tau(T))} = \sigma_\varepsilon \sqrt{\left(1 + \sum_{j=1}^{\tau-1} \psi_j^2\right)} \quad 4.6$$

Na Figura 4.12 apresentam-se as cartas da média e das Amplitude Móveis baseadas nos erros de previsão para a Característica 1 do Produto A. Analisando as cartas de controlo verifica-se que não ocorre nenhuma causa especial de variação relativamente à Característica 1 do Produto A.

De modo a validar os resultados obtidos, foram aplicadas cartas de controlo especiais adequadas à deteção de pequenas e moderadas alterações à média e à dispersão das características em estudo.

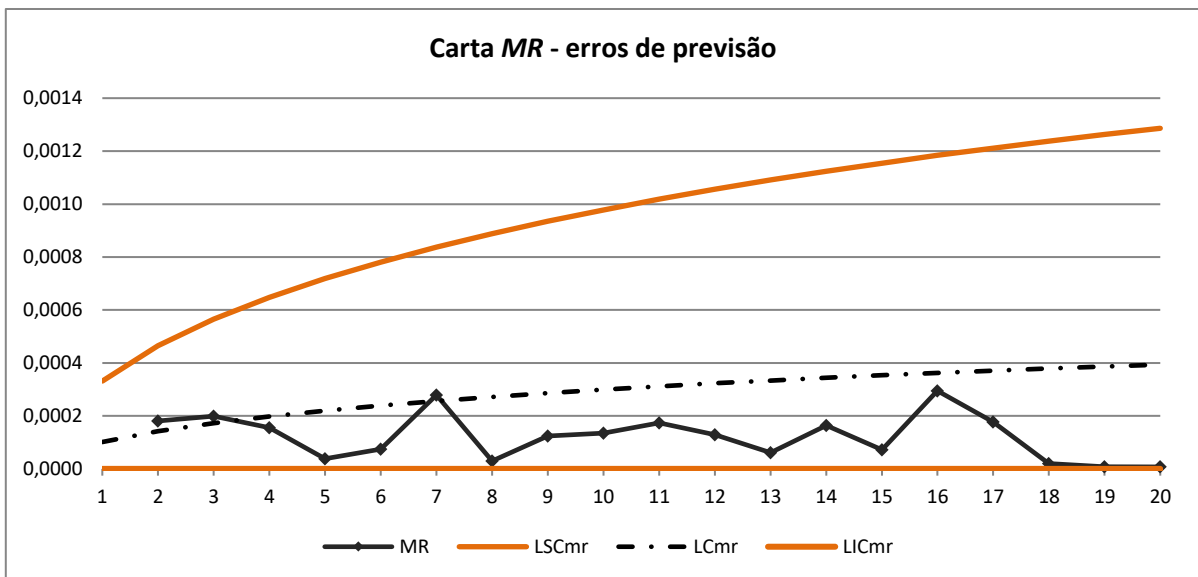
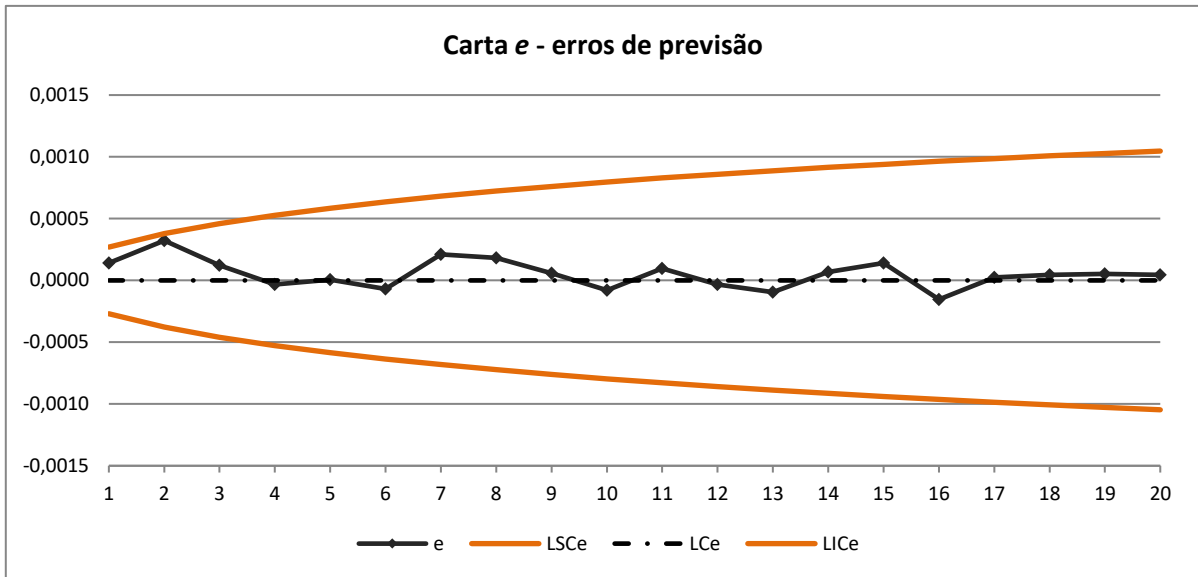


Figura 4.12 Carta de controlo $e - MR$ dos erros de previsão para a Característica 1 do Produto A

Como referido na Secção 2.4, existem dois tipos de cartas especiais, as cartas *CUSUM* e *EWMA* para controlo da média e as cartas *H81-CUSUM* e *EWMS* para controlo da dispersão. Pereira & Requeijo (2012) defendem que os resultados obtidos pelos dois tipos de carta são semelhantes e por isso, na prática, pode-se optar apenas por uma das cartas. Deste modo, seleccionou-se a carta *CUSUM* dos erros de previsão para controlo da média e a carta *H81-CUSUM* dos erros de previsão para controlo da dispersão. Para a construção destas duas cartas é necessário primeiramente recorrer aos ábacos presentes na Figura A.1 e Figura A.2 do Anexo A para se determinarem os valores das constantes. Na Tabela 4-12 e Tabela 4-13 apresentam-se os valores das constantes para um ARL_{EC} de 370, para a carta *CUSUM* e *H81-CUSUM*, respetivamente.

Tabela 4-12 Valores das constantes para a construção da carta *CUSUM* para um ARL_{EC} de 370

Alteração da média (δ)	Valor de referência (k)	Limite de controlo (h)
0,5	0,25	7,70
1,0	0,50	4,75

Tabela 4-13 Valores das constantes para a construção da carta *H81-CUSUM* para um ARL_{EC} de 370

		Alteração do desvio-padrão (δ)	Valor de referência (k)	Limite de controlo (h)
Aumento	25%	1,25	0,14	11,40
Decréscimo		0,75	0,16	10,60
Aumento	50%	1,50	0,26	7,80
Decréscimo		0,50	0,35	6,30

Na Figura 4.13 e Figura 4.15 apresentam-se as cartas *CUSUM* (para uma alteração da média de $0,5\sigma$) e *H81-CUSUM* (para uma alteração de 25% do desvio padrão), para a Característica 1 do Produto A, considerando um ARL_{EC} de 370. Para a mesma característica, na Figura 4.14 e Figura 4.16 encontram-se as cartas *CUSUM* (para uma alteração da média de 1σ) e *H81-CUSUM* (para uma alteração de 50% do desvio padrão), considerando um ARL_{EC} de 370. No Anexo F encontram-se as cartas especiais desenvolvidas para as restantes características do Produto A.

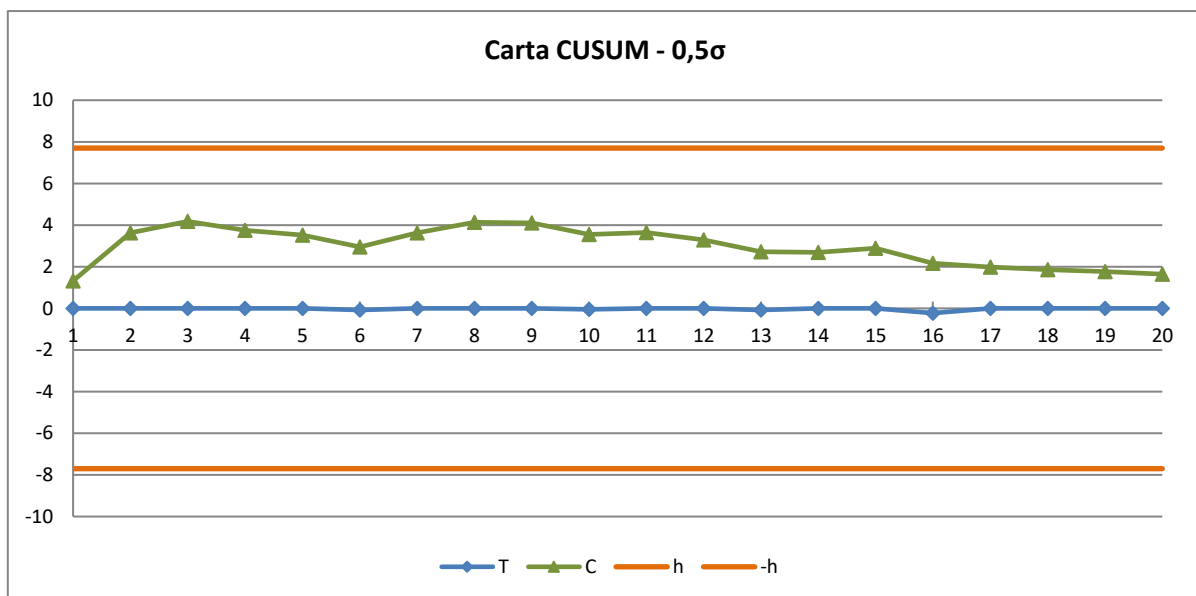


Figura 4.13 Carta *CUSUM* dos erros de previsão para uma alteração da média de $0,5\sigma$, para a Característica 1 do Produto A

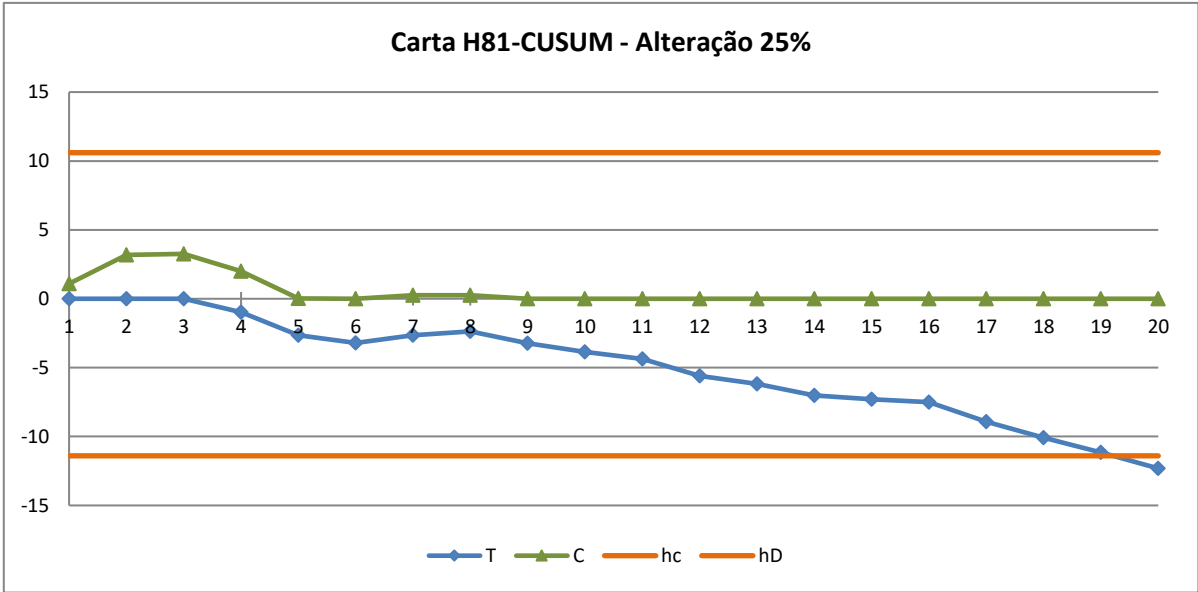


Figura 4.14 Carta *H81-CUSUM* dos erros de previsão para uma alteração de 25% do desvio padrão da Característica 1 do Produto A

No que diz respeito à carta *CUSUM* dos erros de previsão, não se detetaram alterações de $0,5\sigma$ da média do processo, validando os resultados obtidos através da carta de controlo *e - MR* dos erros de previsão. Relativamente à carta *H81-CUSUM* dos erros de previsão, esta permitiu detetar, na observação nº 20, uma diminuição de 25% do desvio padrão do processo.

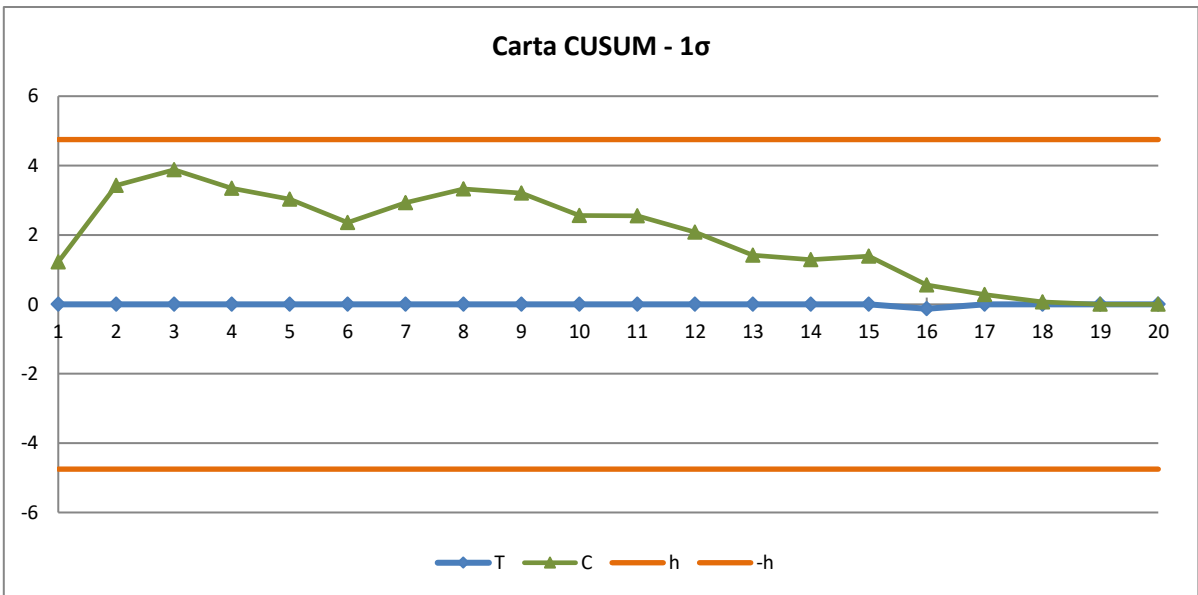


Figura 4.15 Carta *CUSUM* dos erros de previsão para uma alteração da média de 1σ , para Característica 1 do Produto A

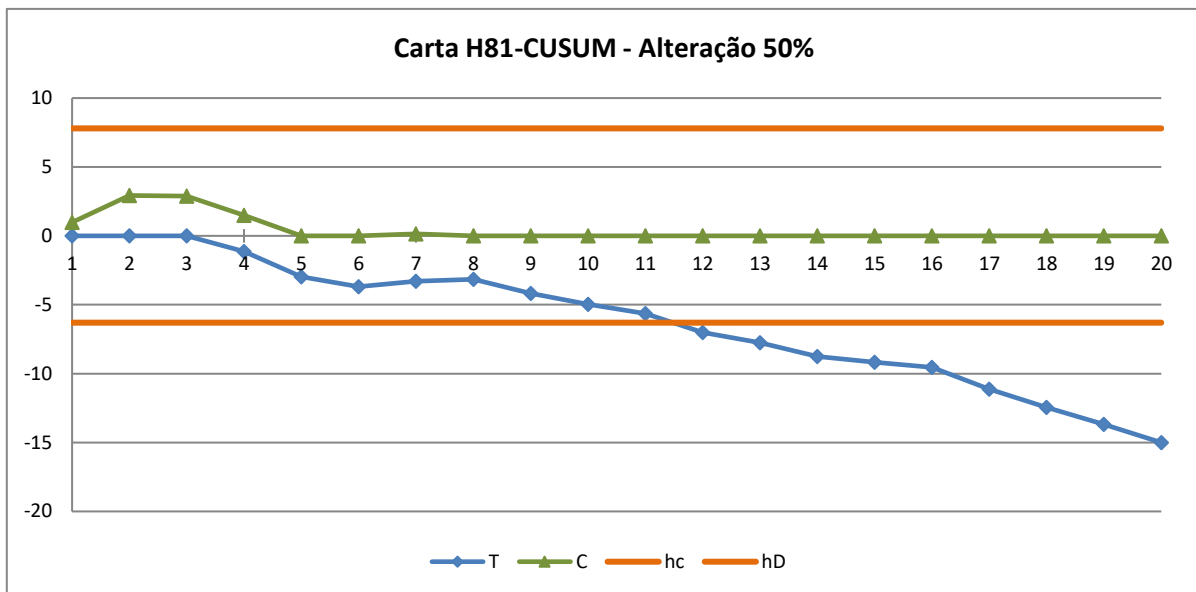


Figura 4.16 Carta *H81-CUSUM* dos erros de previsão para uma alteração de 50% do desvio padrão da Característica 1 do Produto A

Através da análise da carta *CUSUM* dos erros de previsão, verifica-se que não se detetaram alterações de 1σ da média do processo. No entanto, no que diz respeito à carta *H81-CUSUM* dos erros de previsão, detetou-se na observação nº 12 uma diminuição de 50% do desvio padrão do processo e esta situação mantém-se nos pontos subsequentes.

Assim, para o Produto A, o estudo baseou-se na abordagem tradicional do *SPC*, com a realização da Fase I e início da Fase II inerentes à construção das cartas de controlo. No que diz respeito à Fase I, abordou-se o controlo estatístico para dados auto-correlacionados visto que nenhuma característica cumpria o pressuposto da independência. A aplicação das cartas de controlo de Shewhart baseadas nos resíduos revelaram-se adequadas, verificando-se a estabilidade estatística do processo após a modelação dos dados originais através do modelo *ARIMA* mais adequado. De seguida foi verificado o pressuposto da Normalidade dos dados, e transformados os dados das características que não verificavam esse pressuposto através da Transformação Box-Cox. Após estimação dos parâmetros, realizou-se o estudo de capacidade que nos permitiu concluir que todas as características exibem capacidade para produzir segundo a especificação técnica. Na Fase II foi efetuado a monitorização do processo em tempo real através das cartas tradicionais e das cartas especiais baseadas nos erros de previsão. Nesta fase não foi detetada nas cartas de Shewhart a ocorrência de nenhuma causa especial de variação, mas para a Característica 1 detetou-se uma alteração de 25% do desvio padrão através das cartas de controlo especiais.

4.5 Produto B

Para o Produto B foram analisados 42 dados históricos provenientes dos anos 2014 e 2015 e 63 dados recolhidos durante o estágio no ano 2016, perfazendo um total de 105 observações individuais – Anexo B.

À semelhança do Produto A, será em primeiro lugar realizado um estudo preliminar do processo e seguidamente será aplicado o estudo univariado através do seguinte procedimento:

- **Estudo Preliminar**

- Verificar se os dados são auto-correlacionados através da *FACE* e *FACPE*;

- **Estudo Univariado**

- ❖ Fase 1

- Elaborar cartas de controlo $X - MR$ para as características do produto B que não apresentam auto-correlação e cartas de controlo $e - MR$, aplicadas aos resíduos, para as características do produto B que apresentem auto-correlação;
- Analisar se o processo de encontra sob controlo estatístico;
- Analisar se os dados seguem uma distribuição Normal;
- Estimar os parâmetros do processo;
- Analisar a capacidade do processo.

- ❖ Fase 2

- Elaborar cartas de controlo $X - MR$ para as características do produto B que não apresentam auto-correlação e cartas de controlo $e - MR$, aplicadas aos resíduos, para as características do produto B que apresentem auto-correlação;
- Construir cartas de controlo especiais (cartas *CUSUM* e *H81-CUSUM*);
- Monitorizar o processo.

Este procedimento será apresentado para a Característica 1 do Produto B e no Anexos pode ser consultado o procedimento para a Característica 2 e 3 do Produto B. De salientar que para a Característica 2 do Produto B, como apresentava auto-correlação, seguiu-se a metodologia aplicada no Produto A.

4.5.1 Verificação da Independência dos Dados

Para verificar o pressuposto da independência dos dados recorreu-se ao software *Statistica* que elabora a *FACE* e a *FACPE* dos 105 dados das diferentes características.

Na Figura 4.17 e Figura 4.18 encontra-se representado a *FACE* e a *FACPE*, respetivamente, referentes à Característica 1 do Produto B, onde é possível constatar que não existe auto-correlação significativa dos dados, visto que os coeficientes de auto-correlação estimados pertencem ao respetivo intervalo de confiança.

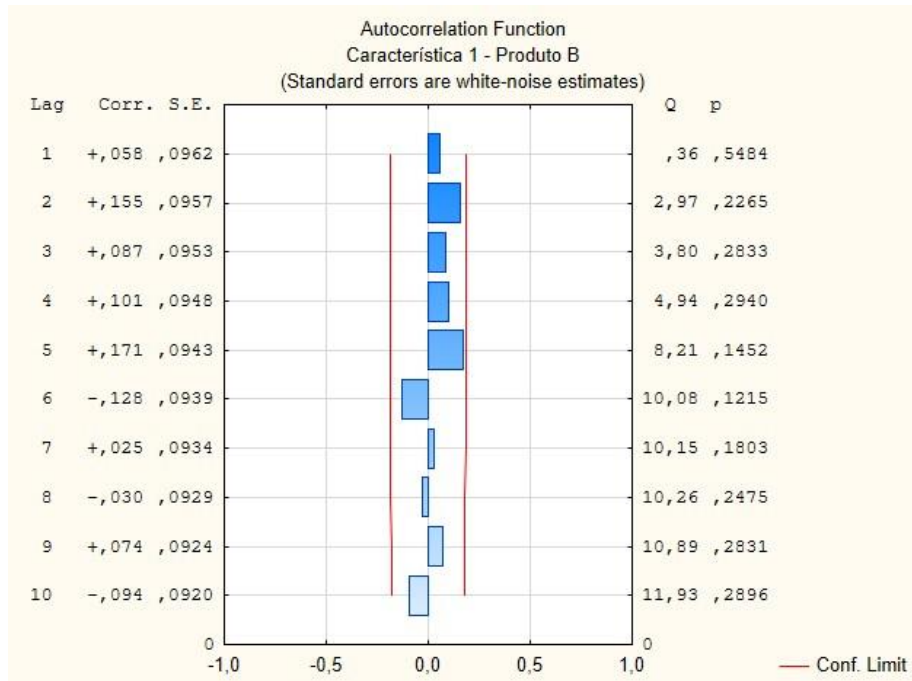


Figura 4.17 *FACPE* referente à Característica 1 do Produto B

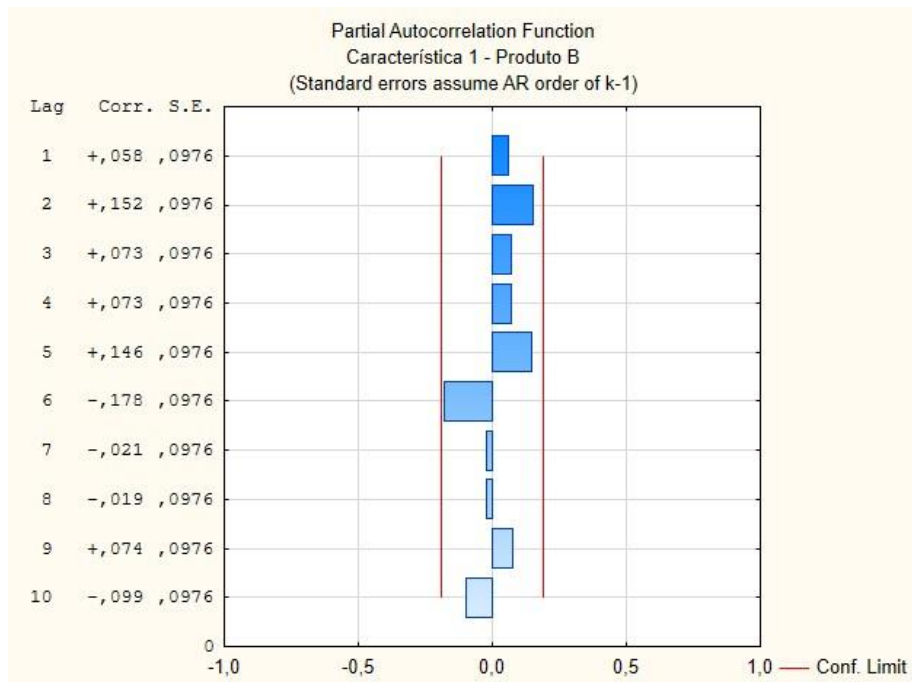


Figura 4.18 *FACPE* referente à Característica 1 do Produto B

4.5.2 Fase I: Estudo Univariado

Concluído o estudo preliminar e verificado o pressuposto de independência dos dados, pode dar-se início à Fase I do controlo estatístico do processo.

Nesta fase elaboram-se as cartas de controlo $X - MR$ e, posteriormente, é analisada a estabilidade e a Normalidade dos dados, estimados os parâmetros e analisada a capacidade do processo através dos índices C_p e C_{pk} . Este procedimento será, de seguida, apresentado para a Característica 1 do Produto B e, pode ser consultado no Anexo D para as restantes características do Produto B.

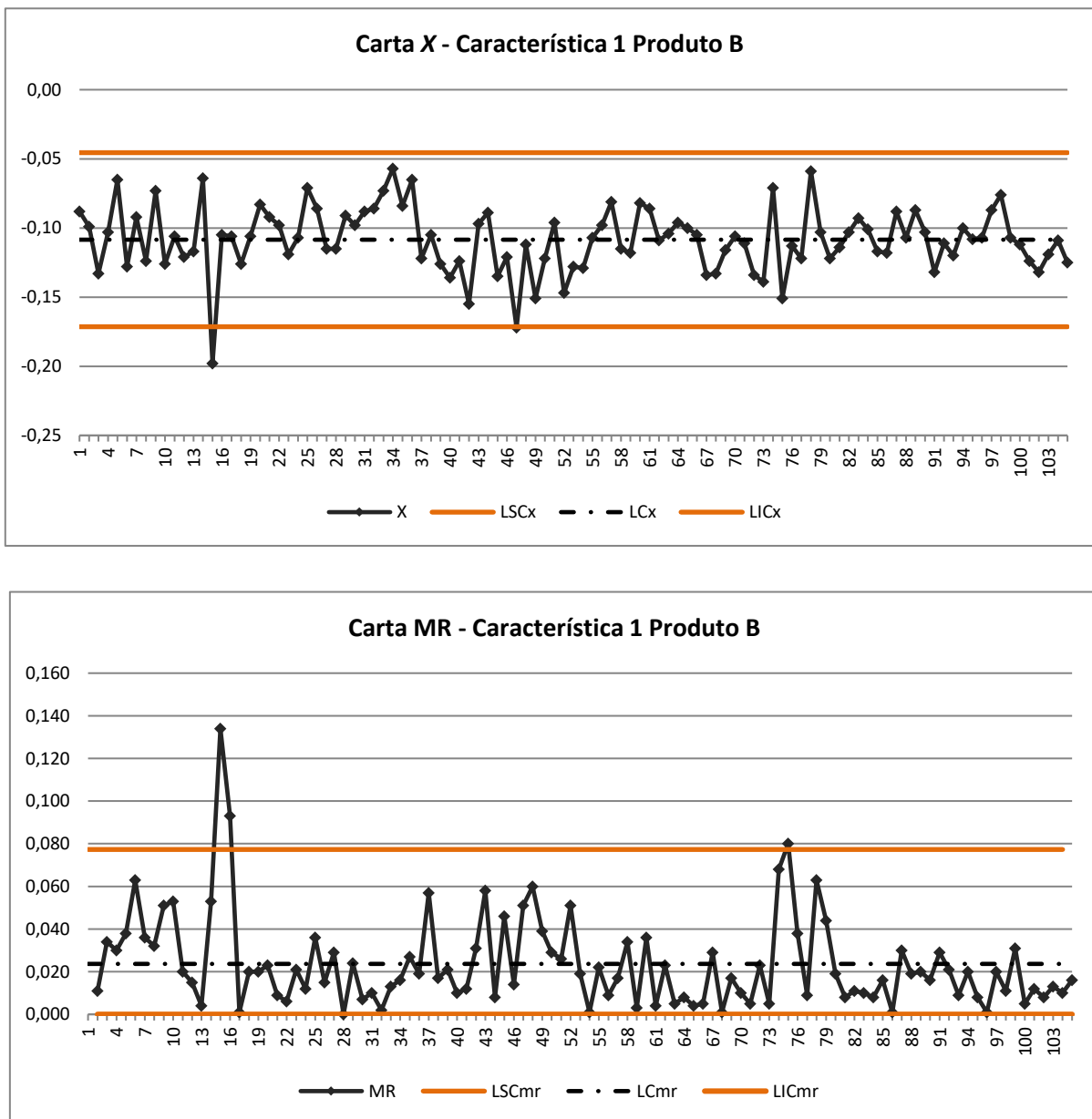


Figura 4.19 Carta de controlo $X - MR$ para a Característica 1 do Produto B

Analisando as cartas de controlo presentes na Figura 4.19, verifica-se a ocorrência de pontos fora do intervalo definido pelos limites de controlo tanto na média (observação nº15 e nº47) como na dispersão (observação nº15, nº16 e nº75). Existindo pontos que indiquem causas especiais de variação estes devem ser eliminados nas cartas $X - MR$. De salientar que a observação nº 16 não foi eliminada pois apesar do seu valor ultrapassar o limite de controlo da carta MR , este estava a ser influenciado pelo valor da observação nº15, visto que a amplitude móvel depende do valor da observação anterior e, assim, no momento em que a observação nº15 for eliminada, a amplitude móvel será calculada entre a observação nº16 e nº14 apresentando um valor sob controlo.

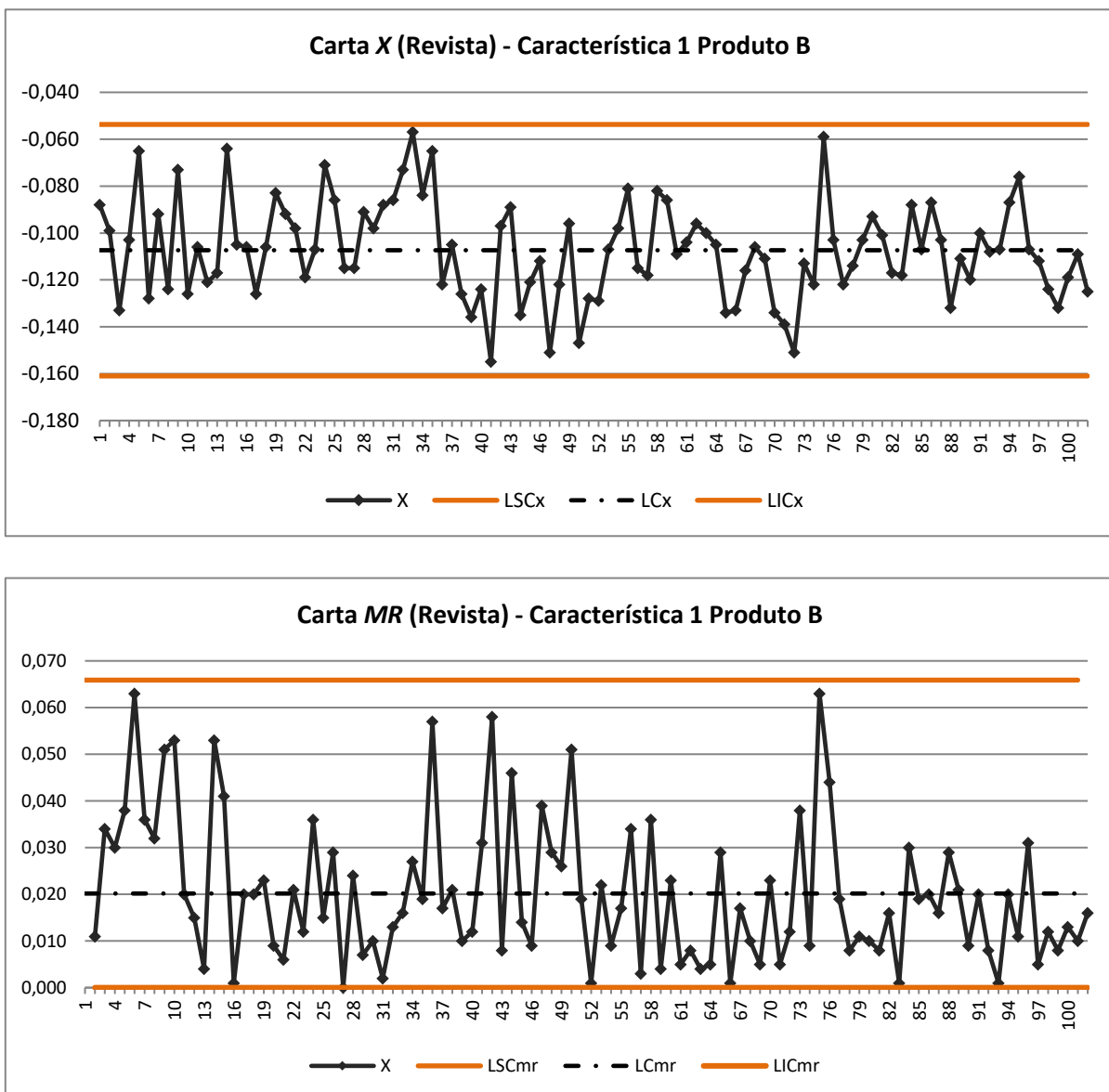


Figura 4.20 Carta de controlo $X - MR$ para a Característica 1 do Produto B

Analisando as cartas de controlo $X - MR$ revistas, presentes na Figura 4.20, verifica-se que não existem pontos fora dos limites de controlo. No entanto, é importante salientar que as regras

5 e 6 enumeradas na Secção 2.3.3, não foram consideradas no estudo, visto avaliarem a instabilidade no processo. No presente caso de estudo, estas regras não são aplicáveis uma vez que se trata de um processo não contínuo, isto é, as observações têm origem em meses diferentes e, no caso deste produto específico, é produzido em prensas diferentes.

De seguida é realizado o estudo da Normalidade aplicando-se o teste de Kolmogorov-Smirnov e recorrendo-se à Regra de Sturges, através da Equação 4.7, para a determinação do número de classes (k). Na Figura 4.21 apresenta-se o histograma através do qual se pode verificar que a Característica 1 do Produto B segue uma distribuição Normal, uma vez que, para $\alpha = 5\%$, $d > D_{critico}$ (onde $D_{critico} = 0,886/\sqrt{N}$). Posteriormente apresenta-se o resumo do estudo da Normalidade para as características do Produto B, na Tabela 4-14.

$$k = 1 + 3,322 \times \log(102) = 7,672 \cong 8 \quad 4.7$$

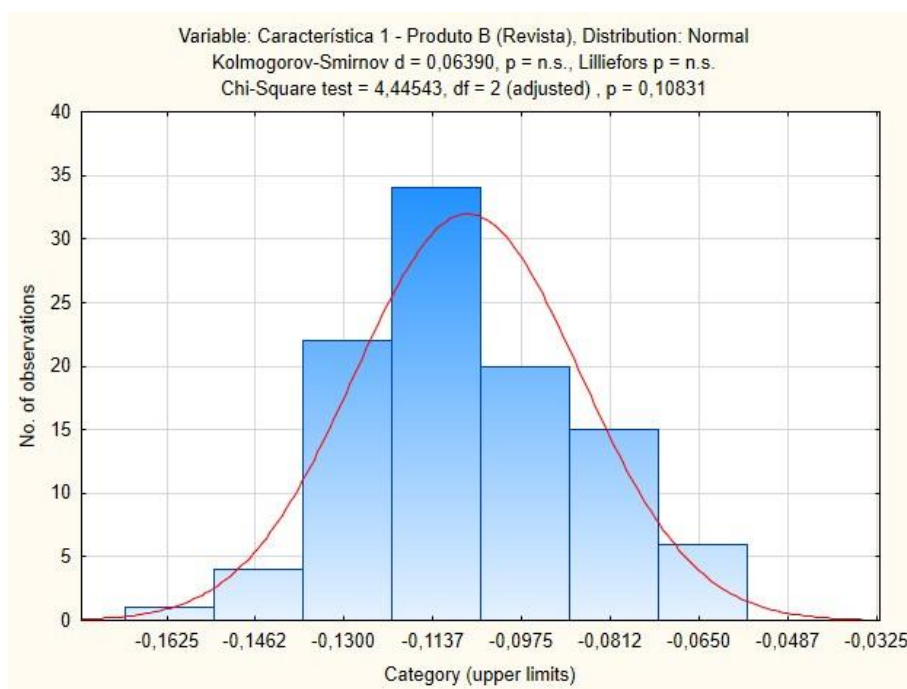


Figura 4.21 Verificação da Normalidade dos dados revistos para a Característica 1 do Produto B

Tabela 4-14 Resumo do estudo da Normalidade do Produto B

	N	k	$D_{critico}$	d	Conclusão
Característica 1	102	7,672	0,0877	0,0639	Normal
Característica 2	105	7,714	0,0865	0,0504	Normal
Característica 3	105	7,714	0,0865	0,0793	Normal

Verificada a estabilidade do processo e as condições de aplicação das cartas de controlo, é possível proceder à estimação dos parâmetros do processo. Na Tabela 4-15 apresenta-se os parâmetros do processo referentes às diversas características do Produto B.

Tabela 4-15 Parâmetros estimados referentes às características do Produto B

	$\hat{\mu}$	$\hat{\sigma}$
Característica 1	-0,1073	0,0179
Característica 2	-0,0212	0,0528
Característica 3	0,0454	0,0168

Uma vez que as características do Produto B apresentam dados identicamente distribuídos, serão apresentados, na Tabela 4-16, os índices de capacidade para dados que seguem uma distribuição Normal. De salientar que para o cálculo destes índices recorreu-se ao software *Statistica*.

Tabela 4-16 Índices de Capacidade para as características do Produto B

	C_p	C_{pk}	$(C_{pk})_I$	$(C_{pk})_S$
Característica 1	9,325	7,323	7,323	11,327
Característica 2	5,051	5,034	5,034	5,068
Característica 3	9,933	9,031	10,836	9,031

Através dos resultados obtidos pode-se concluir que, para todas as características do Produto B, o processo demonstra capacidade para produzir segundo as especificações técnicas pois todos os índices são bastante superiores a 1,33, e, deste modo, o estudo pode prosseguir para a Fase II.

4.5.3 Fase II: Estudo Univariado

Concluída a Fase I e verificada a estabilidade do processo pode iniciar-se a Fase II do SPC. Esta fase tem como objetivo a monitorização do processo em tempo real e, serão aplicadas as cartas de Shewhart e as cartas especiais para validação dos resultados.

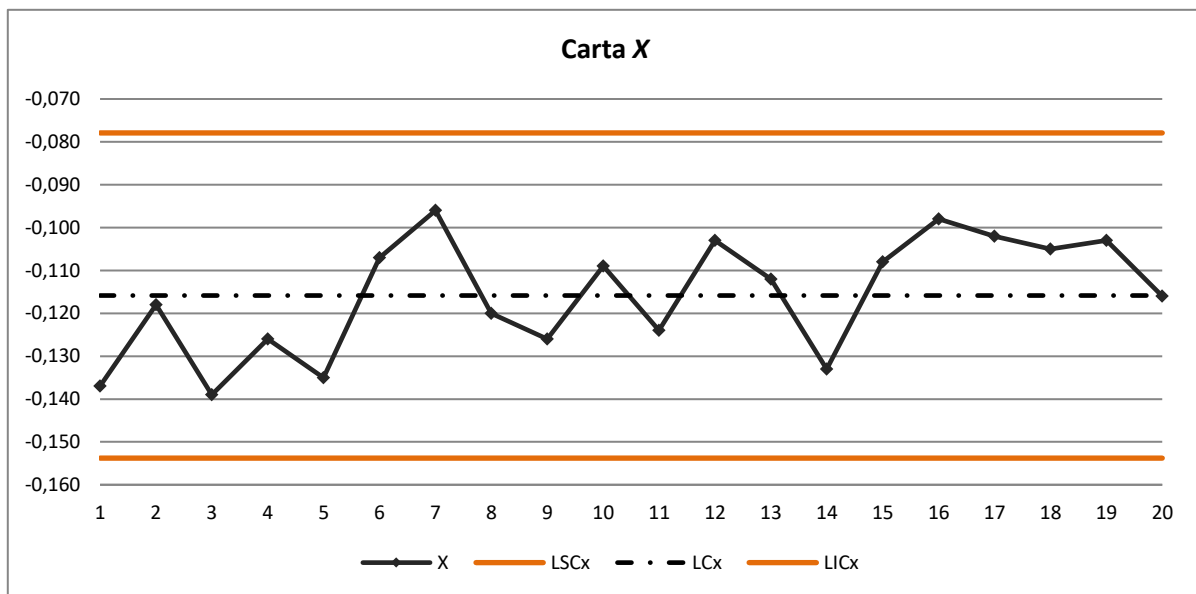
Na Tabela 4-17 apresentam-se os limites para cartas de controlo *X-MR* quando os parâmetros são conhecidos.

Tabela 4-17 Limites para Cartas de Controlo *X-MR* com parâmetros do processo conhecidos

Observações Individuais e Amplitudes Móveis		
	X	MR
LSC	$\mu + 3\sigma$	$D_2\sigma$
LC	μ	$d_2\sigma$
LIC	$\mu - 3\sigma$	$D_1\sigma$

Como referido na Secção 2.3, os valores das constantes, D_1 , d_2 e D_2 só dependem da dimensão da amostra e são obtidos através da Tabela A.1 do Anexo A.

De modo análogo à Fase I, apresenta-se de seguida o procedimento da Fase II para a Característica 1 do Produto B e no Anexo E encontram-se os resultados da Fase II para as restantes características.



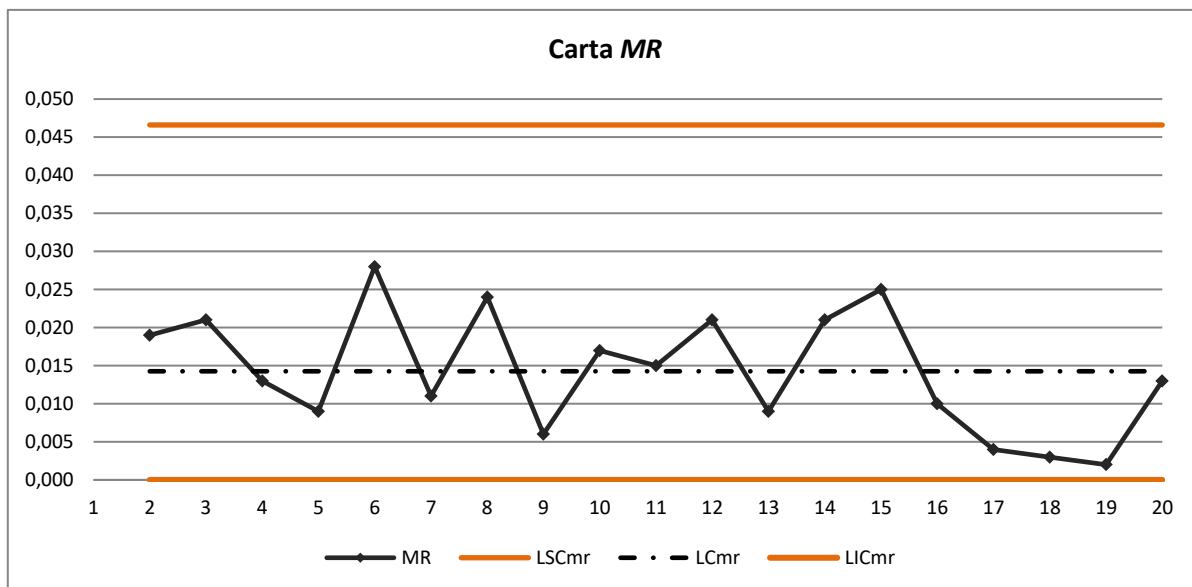


Figura 4.22 Carta de controlo $X - MR$ para a Característica 1 do Produto B para a Fase II

Por observação das cartas de controlo da Figura 4.22 verifica-se que não ocorre nenhuma causa especial de variação. Para validar os resultados obtidos, foram aplicadas cartas de controlo especiais adequadas à deteção de pequenas e moderadas alterações à média e à dispersão das características em estudo. Deste modo, seleccionou-se a carta *CUSUM* para controlo da média e a carta *H81-CUSUM* para controlo da dispersão. Como referido anteriormente, para a construção destas cartas, é necessário primeiramente recorrer aos ábacos presentes na Figura A.1 e Figura A.2 do Anexo A para se determinarem os valores das constantes. Na Tabela 4-12 e Tabela 4-13 apresentam-se os valores das constantes para um ARL_{EC} de 370, para a carta *CUSUM* e *H81-CUSUM*, respetivamente.

Na Figura 4.24 e Figura 4.23 apresentam-se as cartas *CUSUM* (para uma alteração da média de $0,5\sigma$) e *H81-CUSUM* (para uma alteração de 25% do desvio padrão), para a Característica 1 do Produto B, considerando um ARL_{EC} de 370. Para a mesma característica, na Figura 4.25 e Figura 4.26 encontram-se as cartas *CUSUM* (para uma alteração da média de 1σ) e *H81-CUSUM* (para uma alteração de 50% do desvio padrão), considerando um ARL_{EC} de 370. No Anexo F encontram-se as cartas especiais desenvolvidas para as restantes características do Produto B.

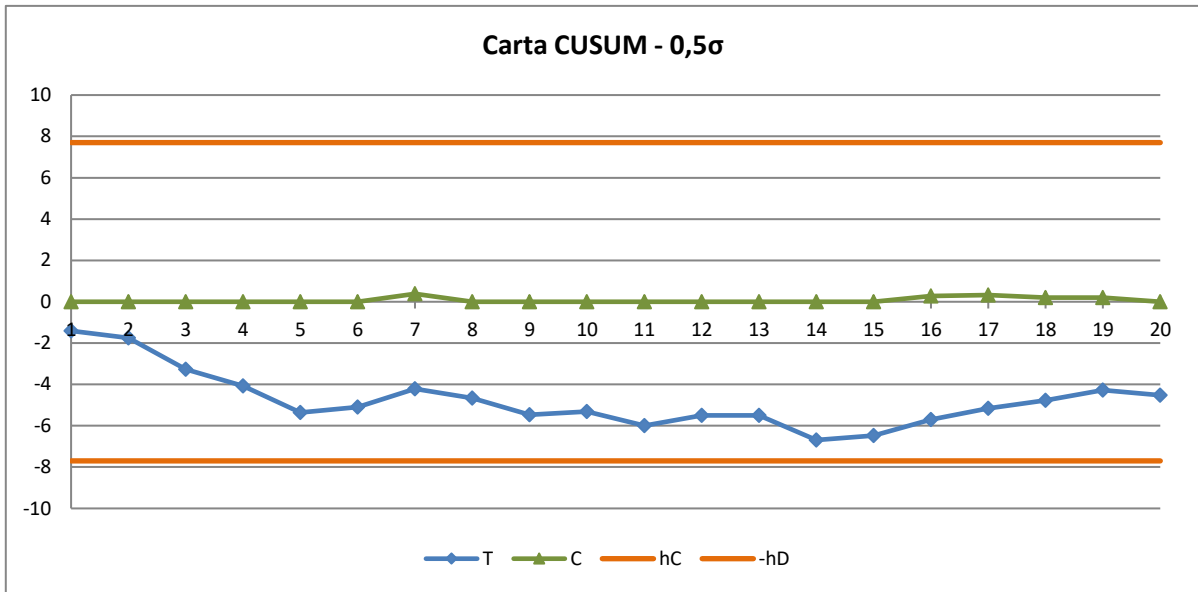


Figura 4.23 Carta *CUSUM* para uma alteração da média de $0,5\sigma$, para a Característica 1 do Produto B

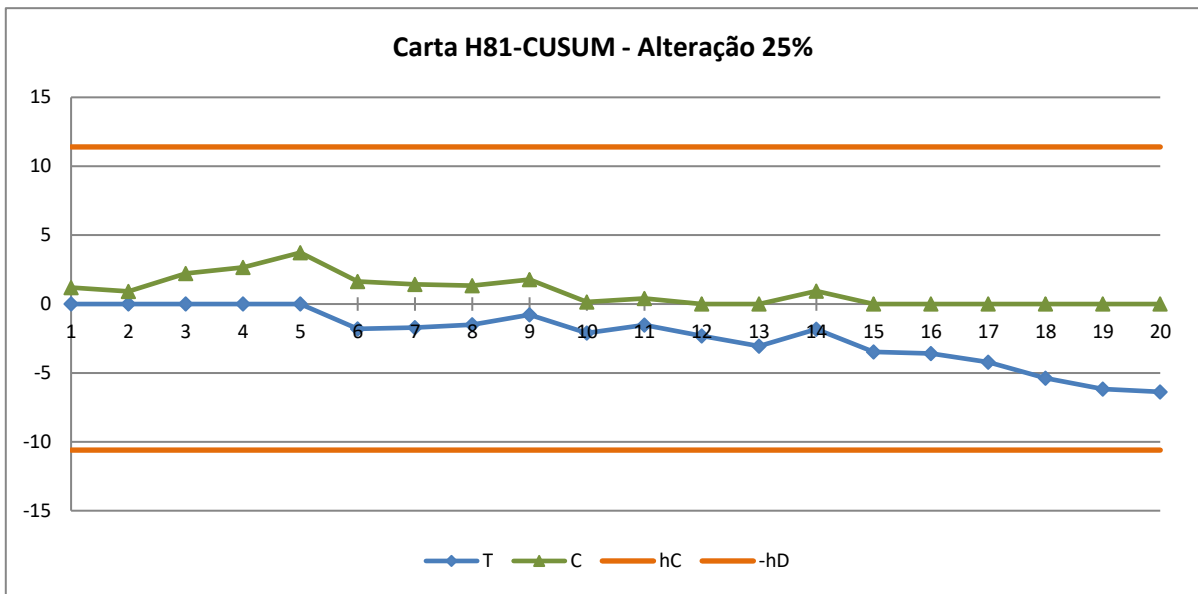


Figura 4.24 Carta *H81-CUSUM* para uma alteração de 25% do desvio padrão da Característica 1 do Produto B

Por observação das cartas anteriores verifica-se que tanto a carta *CUSUM* como a carta *H81-CUSUM* não detetaram pequenas ou moderadas alterações da média e do desvio padrão do processo, validando os resultados obtidos através da carta de controlo $\bar{X} - MR$ para a Fase II. No entanto, é possível verificar um padrão decrescente na carta *H81-CUSUM*, para um decréscimo de 25% do desvio padrão, a partir da observação nº14. Este padrão pode ser justificado pela proximidade dos valores da Característica 1 do Produto B, que consequentemente diminui o desvio padrão do processo.

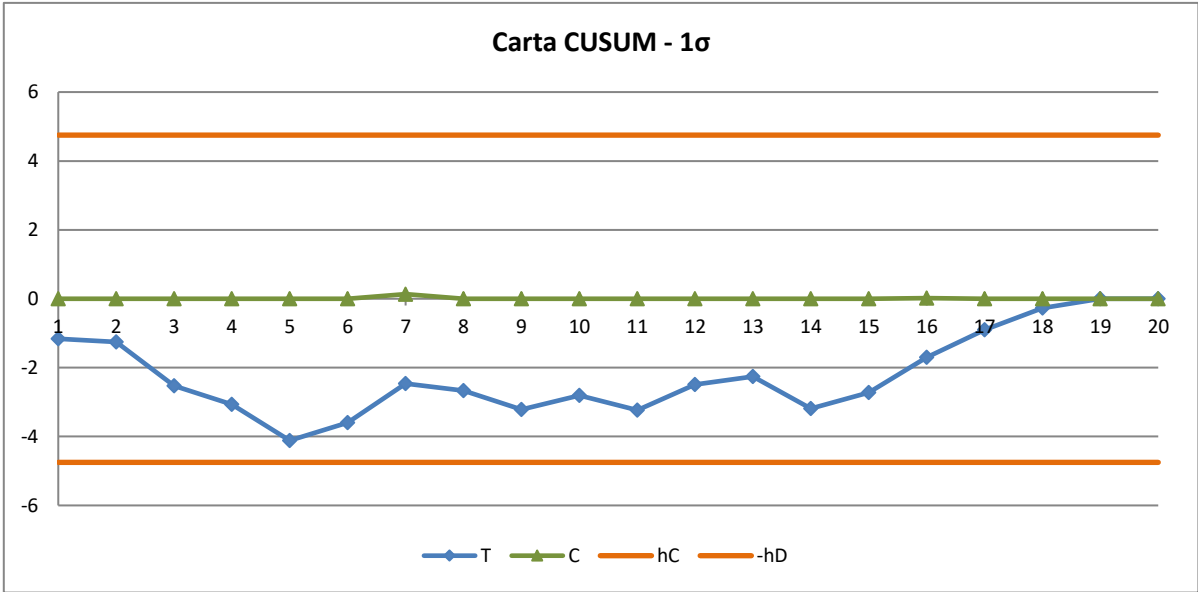


Figura 4.26 Carta *CUSUM* para uma alteração da média de 1σ , para a Característica 1 do Produto B

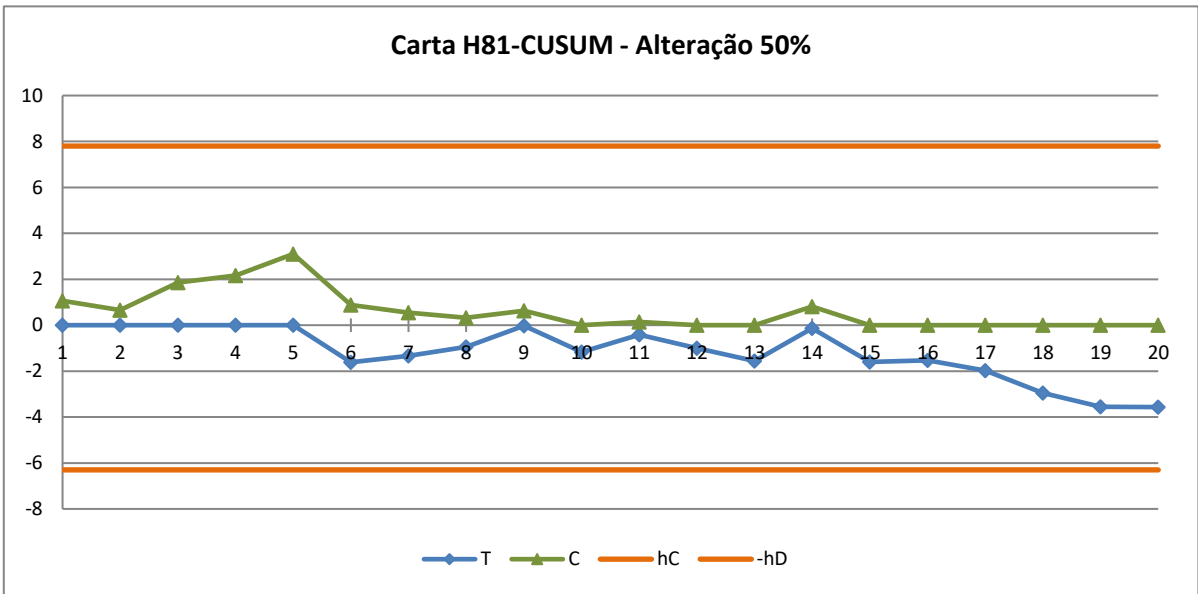


Figura 4.25 Carta *H81-CUSUM* para uma alteração de 50% do desvio padrão da Característica 1 do Produto B

A análise realizada das cartas anteriores, para uma alteração de 1σ da média e de 50% do desvio padrão, não originou resultados diferentes das obtidas para uma alteração de $0,5\sigma$ da média e de 25% do desvio padrão, e deste modo, pode-se concluir que o processo se manteve sob controlo estatístico na fase de monitorização.

O estudo realizado para o Produto B foi semelhante ao Produto A. Nesta situação foram verificados os pressupostos de aplicação das cartas de controlo, nomeadamente a independência e a Normalidade, pelo que o estudo em questão se baseou nas cartas de controlo tradicionais.

4.6 Produto C

Para o Produto C foram analisados 36 dados históricos provenientes dos anos 2014 e 2015 e 69 dados recolhidos durante o estágio no ano 2016, perfazendo um total de 105 observações individuais – Anexo B.

Como referido anteriormente, o estudo para o produto C (produto final) será complementada pelo controlo multivariado do processo, uma vez que para a empresa seria bastante interessante poder analisar simultaneamente as características da qualidade referentes ao produto final. Assim, com base nos conceitos e metodologias definidos na Parte I da presente dissertação, a metodologia a seguir para o Produto C está dividida em três fases. Em primeiro lugar será realizado um estudo preliminar do processo, seguidamente será aplicado o estudo univariado e posteriormente será aplicado o estudo multivariado, através do seguinte procedimento:

- **Estudo Preliminar**

- Verificar se os dados são auto-correlacionados através da *FACE* e *FACPE*;
- Modelar os dados auto-correlacionados através do modelo *ARIMA*.

- **Estudo Univariado**

- ❖ Fase 1

- Elaborar cartas de controlo $e - MR$ aplicadas aos resíduos para dados auto-correlacionados, para as diferentes características do produto C;
- Analisar se o processo de encontra sob controlo estatístico;
- Analisar se os dados seguem uma distribuição Normal;
- Estimar os parâmetros do processo;
- Analisar a capacidade do processo.

- ❖ Fase 2

- Elaborar cartas de controlo $e - MR$ aplicadas aos erros de previsão para dados auto-correlacionados;
- Construir cartas de controlo especiais (carta *CUSUM* e *H81-CUSUM*), aplicadas aos erros de previsão para dados auto-correlacionados;
- Monitorizar o processo.

- **Estudo Multivariado**

- ❖ Fase 1

- Construir a carta T^2 aplicada aos resíduos para dados auto-correlacionados;
- Analisar se o processo de encontra sob controlo estatístico;
- Estimar os parâmetros do processo;
- Analisar a capacidade do processo.

❖ Fase 2

- Construir a carta T^2 aplicada aos erros de previsão para dados auto-correlacionados;
- Monitorizar o processo.

De seguida apresenta-se o procedimento referente ao estudo preliminar e ao estudo univariado para a Característica 1 do Produto C e no Anexos pode ser consultado o mesmo procedimento para a Característica 2 e 3 do Produto C. Relativamente ao estudo multivariado este englobará o estudo das três características do Produto C, simultaneamente.

4.6.1 Verificação da Independência dos Dados

Para verificar o pressuposto da independência dos dados recorreu-se ao software *Statistica* que elabora a *FACE* e a *FACPE* dos 105 dados das diferentes características.

Na Figura 4.27 e Figura 4.28 encontra-se representado a *FACE* e a *FACPE*, respetivamente, referentes à Característica 1 do Produto C, onde é possível constatar que existe auto-correlação significativa dos dados, visto que na *FACPE*, os coeficientes de auto-correlação estimados para o *lag* 1 ($\hat{\rho}_1 = 0,406$) e para o *lag* 3 ($\hat{\rho}_3 = 0,209$), não pertencem ao respetivo intervalo de confiança.

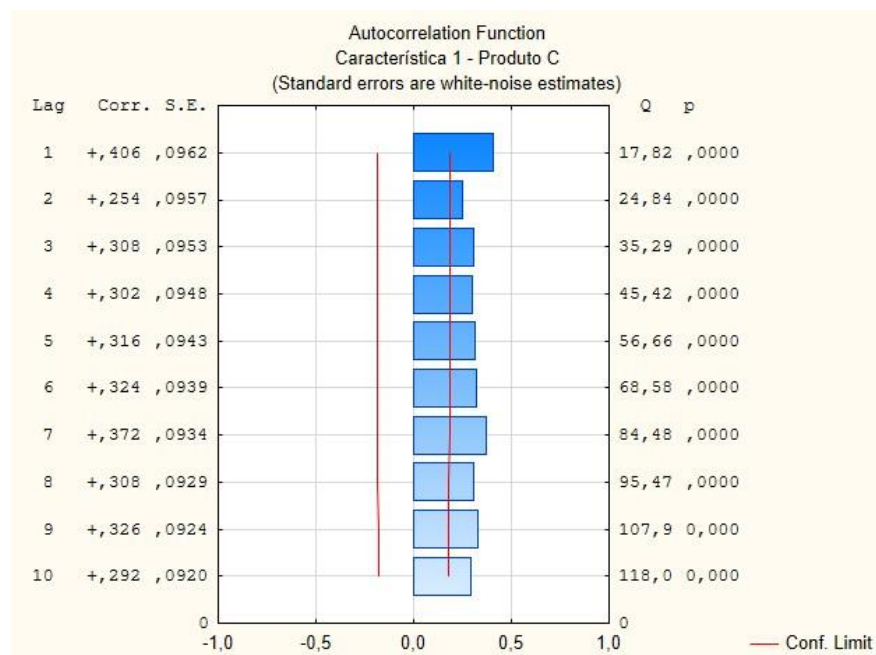


Figura 4.27 *FACE* referente à Característica 1 do Produto C

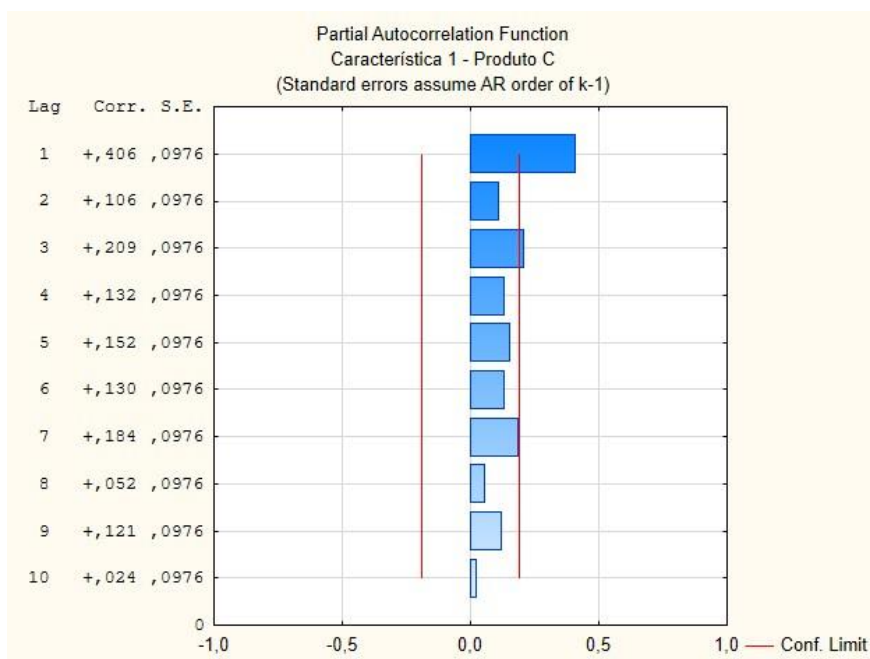


Figura 4.28 FACPE referente à Característica 1 do Produto C

Através da comparação do perfil da *FACE* e da *FACPE* da característica em estudo, com a *FAC* e a *FACP* descritas na Tabela 2-5, verifica-se que o processo pode ser modelado através de um modelo *AR(3)*. Recorreu-se ao software *Statistica* para a determinação dos parâmetros do modelo, apresentados na Tabela 4-18.

Tabela 4-18 Parâmetros do modelo *AR(3)* referentes à Característica 1 do Produto C.

Característica 1 – Produto C						
Transformação: Não						
Modelo: (3,0,0) MS Residual = 0,0011						
	Parâmetro	Desvio Padrão	t_0	p	$\alpha = 5\%$	
					Limite inferior	Limite superior
Constante	-0,0163	0,0076	-2,1506	0,0339	-0,0314	-0,0013
ϕ_1	0,3408	0,0982	3,4697	0,0008	0,1460	0,5357
ϕ_3	0,2113	0,0996	2,1212	0,0364	0,0137	0,4089

Após a modelação do processo é necessário verificar a independência dos resíduos e, de modo análogo, procede-se à análise da *FACE* e *FACPE* dos resíduos, representadas na Figura 4.29 e Figura 4.30, respetivamente.

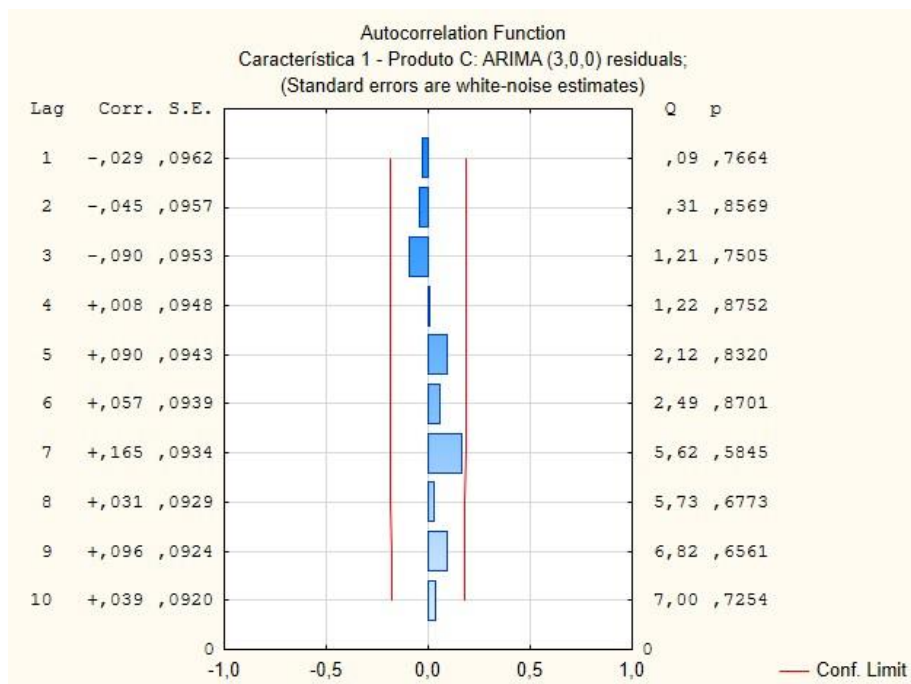


Figura 4.29 *FACE* dos resíduos referentes à Característica 1 do Produto C

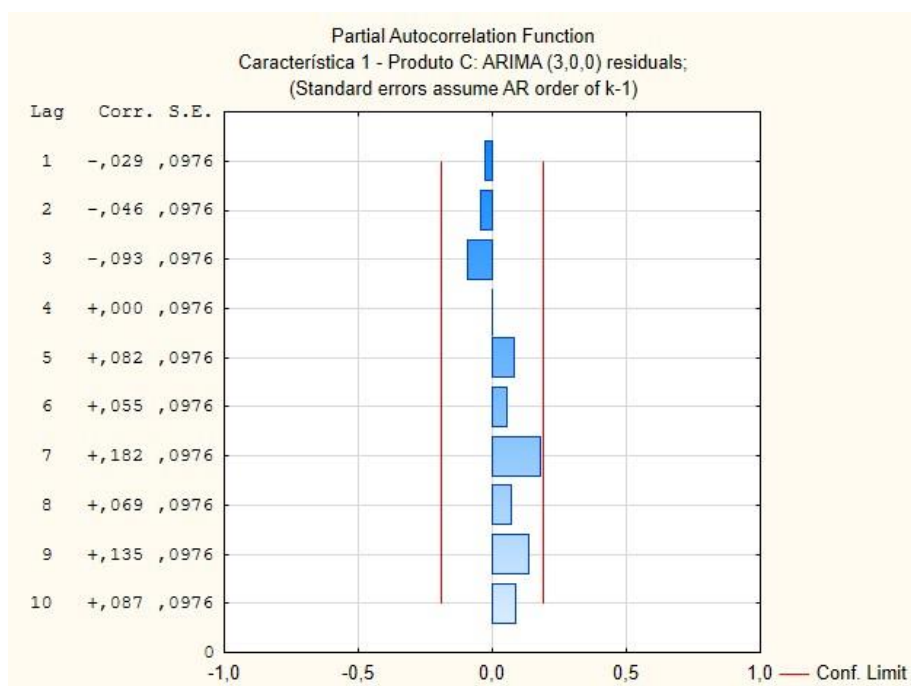


Figura 4.30 *FACPE* dos resíduos referentes à Característica 1 do Produto C

Através da análise da *FACE* e *FACPE* dos resíduos da Característica 1 do Produto C, verifica-se que os resíduos não apresentam auto-correlação, visto que todos os valores dos coeficientes de auto-correlação estimados dos diferentes *lag*'s, pertencem ao intervalo de confiança respetivo.

Após a realização do mesmo procedimento para a Característica 2 e 3 do Produto C, obtiveram-se os resultados apresentados resumidamente na Tabela 4-19.

Tabela 4-19 Resumo da verificação da independência das Características 2 e 3 do Produto C

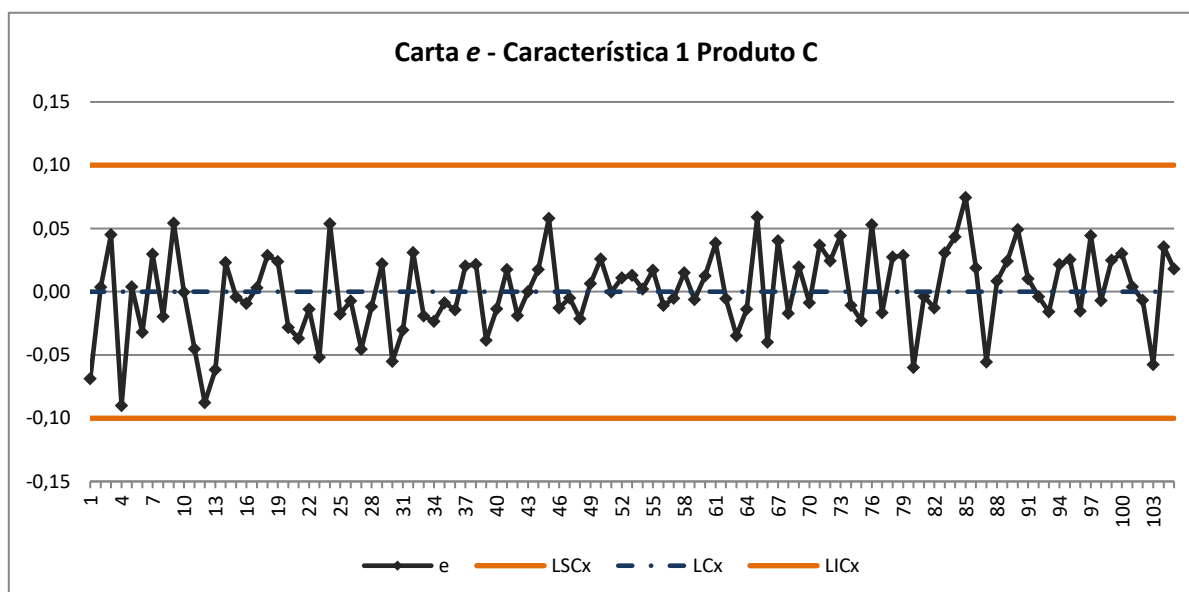
	Modelo	Coefficiente de Correlação de desfasamento estimado	Parâmetros do Modelo
Característica 2	AR(1)	$\hat{\rho}_1 = 0,298$	$\phi_1 = 0,2994$
Característica 3	AR(2)	$\hat{\rho}_1 = 0,369$	$\phi_1 = 0,2670$
		$\hat{\rho}_2 = 0,292$	$\phi_2 = 0,3101$

4.6.2 Fase I: Estudo Univariado

Concluído o estudo preliminar e verificada a não independência dos dados, ajustou-se os dados através do modelo *ARIMA* mais adequado e, desta forma, eliminou-se a auto-correlação obtendo-se os resíduos independentes. De seguida pode dar-se início à Fase I do *SPC*.

Nesta fase elaboram-se as cartas de controlo *e – MR* aplicadas aos resíduos para as três características uma vez que todas apresentam auto-correlação. Posteriormente é analisada a estabilidade do processo e caso se verifiquem pontos fora do intervalo definido pelos limites de controlo, estes não podem ser simplesmente eliminados, mas sim, substituídos pelos valores esperados para esses instantes. De seguida é estudada a Normalidade dos resíduos, estimados os parâmetros e analisada a capacidade do processo através dos índices C_p e C_{pk} .

O procedimento anteriormente descrito será, de seguida, apresentado para a Característica 1 do Produto C e, pode ser consultado no Anexo D para as restantes características do Produto C.



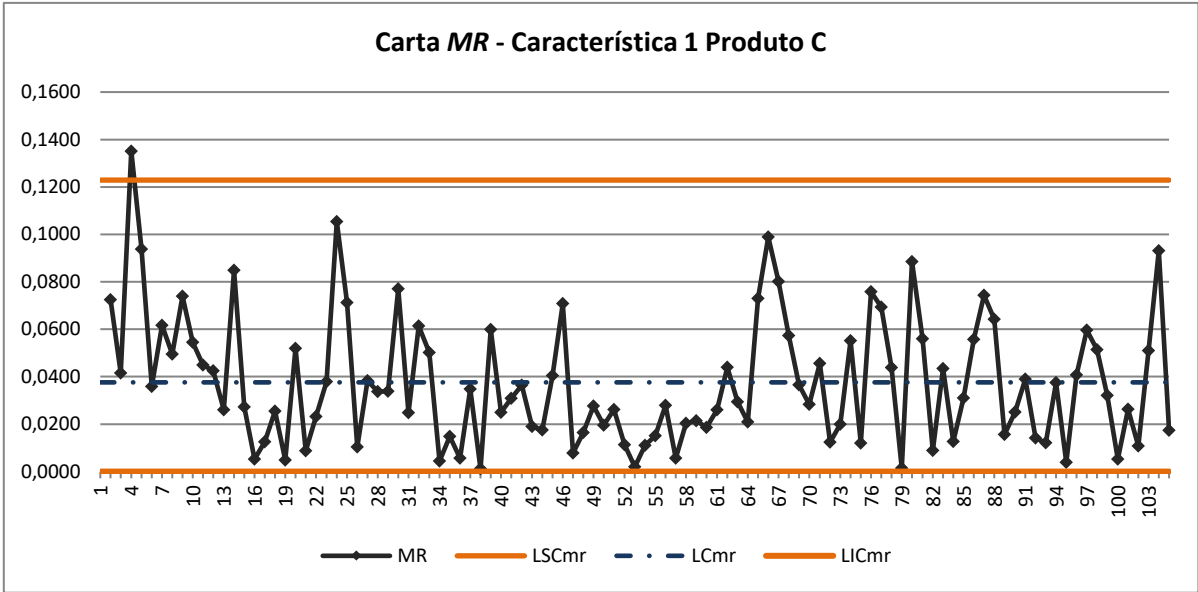


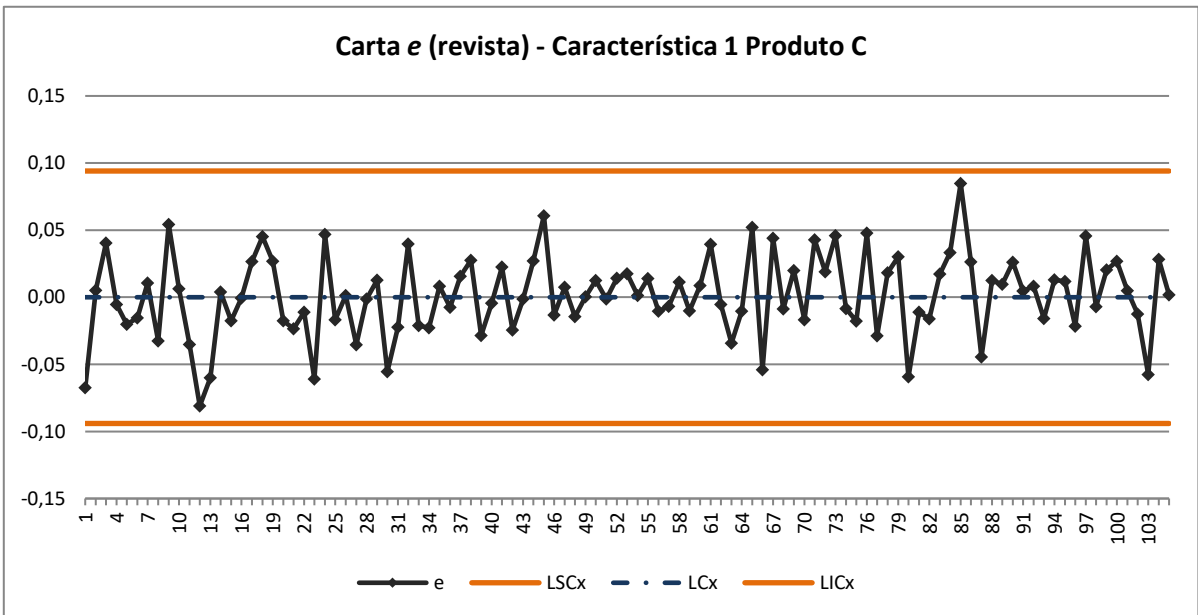
Figura 4.31 Carta de controle $e - MR$ dos resíduos para a Característica 1 do Produto C

Analisando as cartas de controle na Figura 4.31 verifica-se a presença de uma causa especial de variação na carta MR na observação nº4. Nesta situação, a observação nº4 não foi eliminada, mas sim substituída pelo seu valor esperado através da Equação 4.8.

$$\hat{X}_4 = \xi + X_3 \cdot \phi_1 + X_1 \cdot \phi_3 \quad 4.8$$

$$\xi = \frac{\mu}{1 - (\phi_1 + \phi_3)} \quad 4.9$$

De referir que não foi considerado ϕ_2 para os cálculos, visto que o seu valor não era significativo.



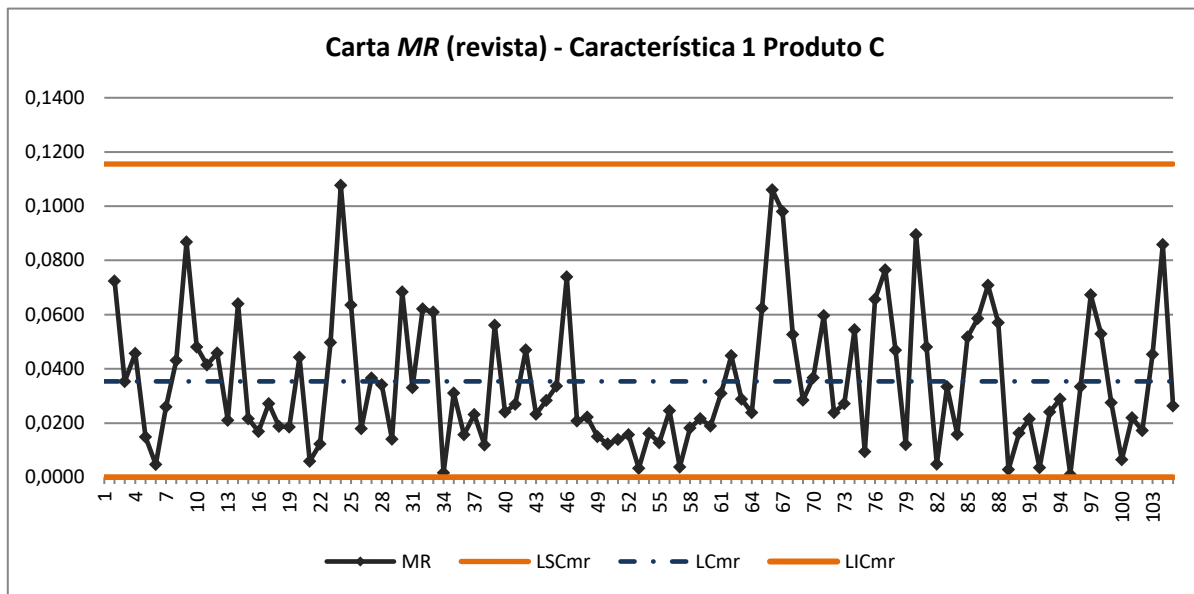


Figura 4.32 Carta de controle $e - MR$ dos resíduos revista para a Característica 1 do Produto C

Analisando as cartas de controle revistas verifica-se que não existem pontos fora dos limites de controle, nem padrões não aleatórios, logo o processo está sob controle estatístico. De seguida é necessário voltar a realizar o estudo preliminar uma vez que na revisão realizada, alterou-se a série de dados originais e por isso é necessário reajustar o modelo *ARIMA* e recalcular os parâmetros do modelo. De seguida apresenta-se na Tabela 4-20 o resumo da revisão do estudo preliminar e no Anexo D encontram-se as *FACE* e *FACPE* que comprovam as alterações verificadas.

Tabela 4-20 Resumo da verificação da independência após revisão das características do Produto C

	Modelo	Coefficiente de Correlação de desfasamento estimado	Parâmetros do Modelo
Característica 1	AR(5)	$\hat{\rho}_1 = 0,435$	$\phi_1 = 0,3478$
		$\hat{\rho}_5 = 0,212$	$\phi_5 = 0,2210$
Característica 2	AR(1)	$\hat{\rho}_1 = 0,367$	$\phi_1 = 0,3684$
Característica 3	AR(1)	$\hat{\rho}_1 = 0,448$	$\phi_1 = 0,4634$

De seguida é realizado o estudo da Normalidade aplicando-se o teste de Kolmogorov-Smirnov e recorrendo-se à Regra de Sturges, através da Equação 4.10, para a determinação do número de classes (k). Na Figura 4.33 apresenta-se o histograma através do qual se pode verificar

que a Característica 1 do Produto C segue uma distribuição Normal, uma vez que, para $\alpha = 5\%$, $d > D_{crítico}$ (onde $D_{crítico} = 0,886/\sqrt{N}$).

$$k = 1 + 3,322 \times \log(105) = 7,714 \cong 8 \quad 4.10$$

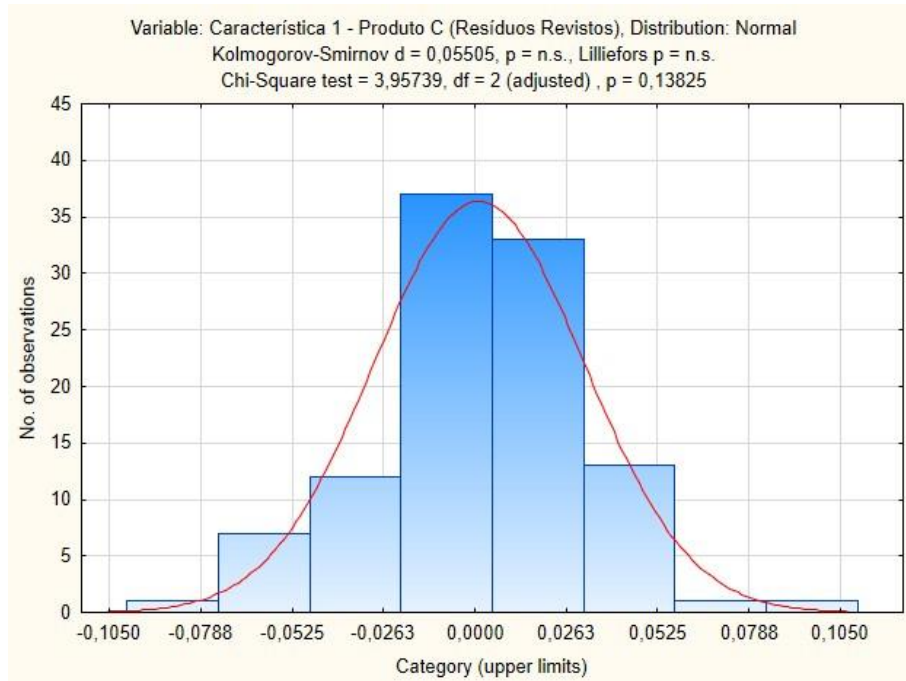


Figura 4.33 Verificação da Normalidade dos resíduos revistos da Característica 1 – Produto C

Na Tabela 4-21 apresenta-se o resumo do estudo da Normalidade para as características do Produto C.

Tabela 4-21 Resumo do estudo da Normalidade do Produto C

	<i>N</i>	<i>k</i>	<i>D_{crítico}</i>	<i>d</i>	Conclusão
Característica 1	105	7,714	0,0865	0,0551	Normal
Característica 2	105	7,714	0,0865	0,0738	Normal
Característica 3	105	7,714	0,0865	0,0419	Normal

Verificada a estabilidade do processo e as condições de aplicação das cartas de controlo, é possível proceder à estimação dos parâmetros do processo. Na Tabela 4-22 apresenta-se os parâmetros do processo referentes às características do Produto C.

Tabela 4-22 Parâmetros estimados referentes às características do Produto C

	$\hat{\mu}$	$\hat{\sigma}$
Característica 1	-0,0176	0,0314
Característica 2	0,0613	0,0669
Característica 3	0,0137	0,0165

Recorreu-se ao software *Statistica* para o cálculo dos índices de capacidade para as três características do Produto C, apresentado na Tabela 4-23.

Tabela 4-23 Índices de Capacidade para as características do Produto C

	C_p	C_{pk}	$(C_{pk})_I$	$(C_{pk})_S$
Característica 1	2,814	2,681	2,681	2,947
Característica 2	1,379	1,093	1,665	1,093
Característica 3	5,663	5,408	5,917	5,408

Através dos resultados obtidos pode-se concluir que, para todas as características do Produto C, o processo demonstra potencial para produzir segundo as especificações técnicas, visto que $C_p \geq 1,33$ para todas as características em estudo. Este estudo mostra também que, para a Característica 1 e Característica 3, o processo demonstra capacidade pois tanto C_p como C_{pk} são superiores a 1,33. No entanto, no caso da Característica 2, o processo encontra-se descentrado pois $C_{pk} \leq 1,33$ e, deste modo, não demonstra capacidade para produzir de acordo com as especificações técnicas. Contudo, o estudo irá prosseguir para a Fase II.

4.6.3 Fase II: Estudo Univariado

Concluída a Fase I e verificada a estabilidade do processo pode iniciar-se a Fase II do controlo estatístico do processo. Esta fase tem como objetivo a monitorização do processo em tempo real e, neste caso concreto, como foi verificada a auto-correlação dos dados, serão aplicadas as cartas de Shewhart baseadas nos erros de previsão. Como referido anteriormente, as estatísticas utilizadas para a construção das cartas de controlo da média e da amplitude móvel

para os erros de previsão são e_t e MR_t que estão representadas na Tabela 4-24, assim como os limites de controlo.

À semelhança da Fase I, apresenta-se de seguida o procedimento da Fase II para a Característica 1 do Produto C e no Anexo F encontram-se os resultados da Fase II para as restantes características.

Tabela 4-24 Estatísticas e Limites de Controlo para as cartas e - MR baseados nos erros de previsão

Carta	Estatística	LIC	LC	LSC
Média	$e_t(T) = X_{T+\tau} - \hat{X}_{T+\tau}(T)$	$-3\sigma_{ep}$	0	$3\sigma_{ep}$
Amplitude Móvel	$MR_t = e_t - e_{t-1} $	$D_1\sigma_{ep}$	$d_2\sigma_{ep}$	$D_2\sigma_{ep}$

onde para um modelo $AR(5)$,

$$\hat{X}_{T+\tau} = \xi + \phi_1 \cdot X_{t-1} + \phi_2 \cdot X_{t-2} + \phi_3 \cdot X_{t-3} + \phi_4 \cdot X_{t-4} + \phi_5 \cdot X_{t-5} \quad 4.11$$

$$\xi = \frac{\mu}{1 - (\phi_1 + \phi_2 + \phi_3 + \phi_4 + \phi_5)} \quad 4.12$$

$$\Psi_j = \phi_1 \cdot \Psi_{j-1} + \phi_2 \cdot \Psi_{j-2} + \phi_3 \cdot \Psi_{j-3} + \phi_4 \cdot \Psi_{j-4} + \phi_5 \cdot \Psi_{j-5} \quad 4.13$$

$$\hat{\sigma}_\varepsilon = \frac{\overline{MR}}{d_2} \quad 4.14$$

$$\sigma_{ep} = \sqrt{Var(e_\tau(T))} = \sigma_\varepsilon \sqrt{\left(1 + \sum_{j=1}^{\tau-1} \Psi_j^2\right)} \quad 4.15$$

No presente caso de estudo, como ϕ_2 , ϕ_3 e ϕ_4 não são significativos, então:

$$\hat{X}_{T+\tau} = \xi + \phi_1 \cdot X_{t-1} + \phi_5 \cdot X_{t-5} \quad 4.16$$

$$\xi = \frac{\mu}{1 - (\phi_1 + \phi_5)} \quad 4.17$$

$$\Psi_j = \phi_1 \cdot \Psi_{j-1} + \phi_5 \cdot \Psi_{j-5} \quad 4.18$$

Na Figura 4.34 apresentam-se as cartas da Média e das Amplitudes Móveis baseadas nos erros de previsão para a Característica 1 do Produto C.

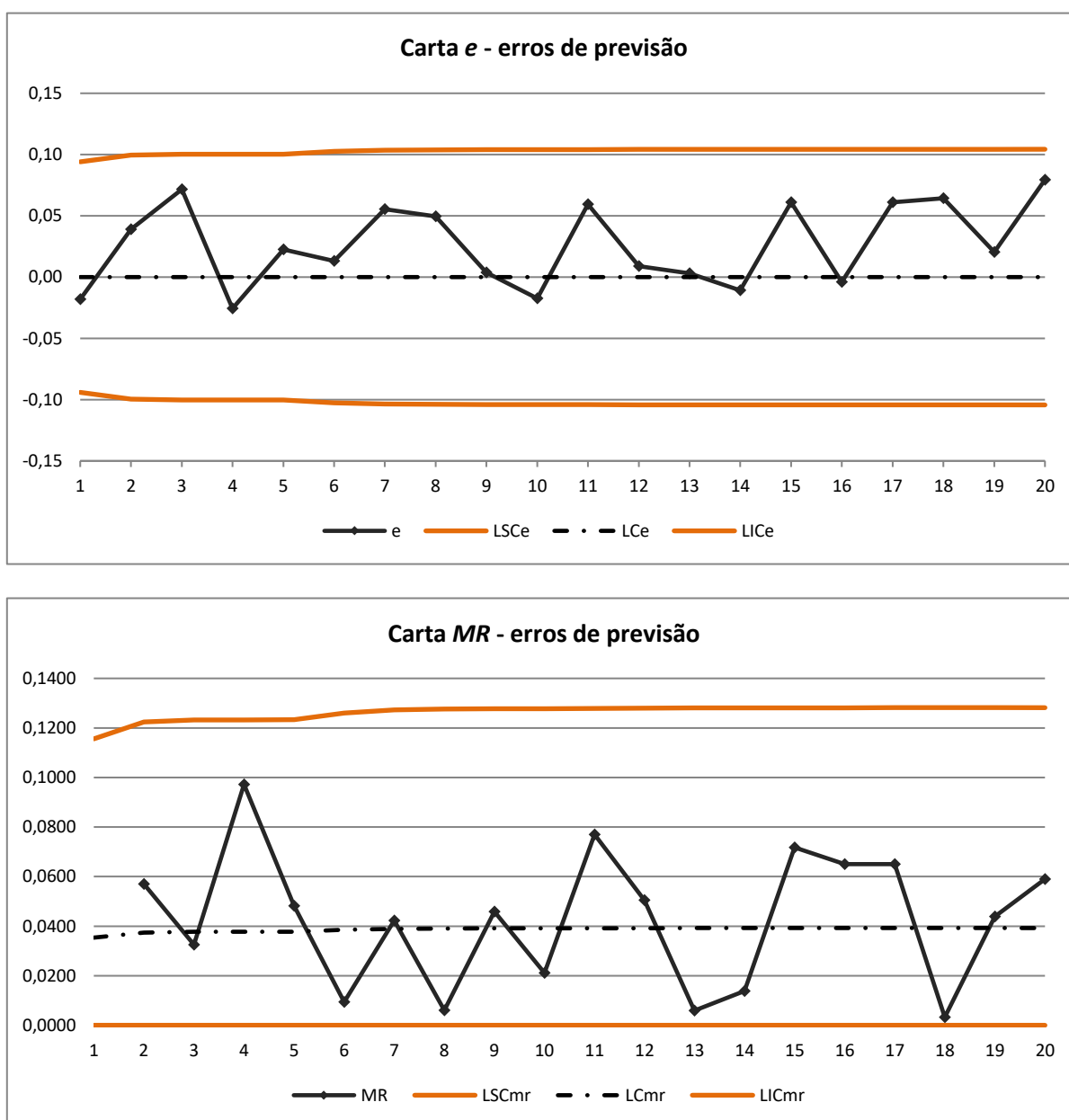


Figura 4.34 Carta de controlo $e - MR$ dos erros de previsão para a Característica 1 do Produto C

Analisando as cartas de controlo anteriores verifica-se que não ocorre nenhuma causa especial de variação. De modo a validar os resultados obtidos, foram aplicadas cartas de controlo especiais adequadas à deteção de pequenas e moderadas alterações à média e à dispersão das características em estudo. Deste modo, seleccionou-se a carta *CUSUM* dos erros de previsão para controlo da média e a carta *H81-CUSUM* dos erros de previsão para controlo da dispersão. Para a construção destas duas cartas é necessário primeiramente recorrer aos ábacos presentes na Figura A.1 e Figura A.2 do Anexo A para se determinarem os valores das constantes. Na

Tabela 4-12 e Tabela 4-13 apresentam-se os valores das constantes para um ARL_{EC} de 370, para a carta *CUSUM* e *H81-CUSUM*, respectivamente.

Na Figura 4.35 e Figura 4.36 apresentam-se as cartas *CUSUM* (para uma alteração da média de $0,5\sigma$) e *H81-CUSUM* (para uma alteração de 25% do desvio padrão), para a Característica 1 do Produto C, considerando um ARL_{EC} de 370. Para a mesma característica, na Figura 4.37 e Figura 4.38 encontram-se representadas as cartas *CUSUM* (para uma alteração da média de 1σ) e *H81-CUSUM* (para uma alteração de 50% do desvio padrão), considerando um ARL_{EC} de 370. No Anexo F encontram-se as cartas especiais desenvolvidas para as restantes características do Produto C.

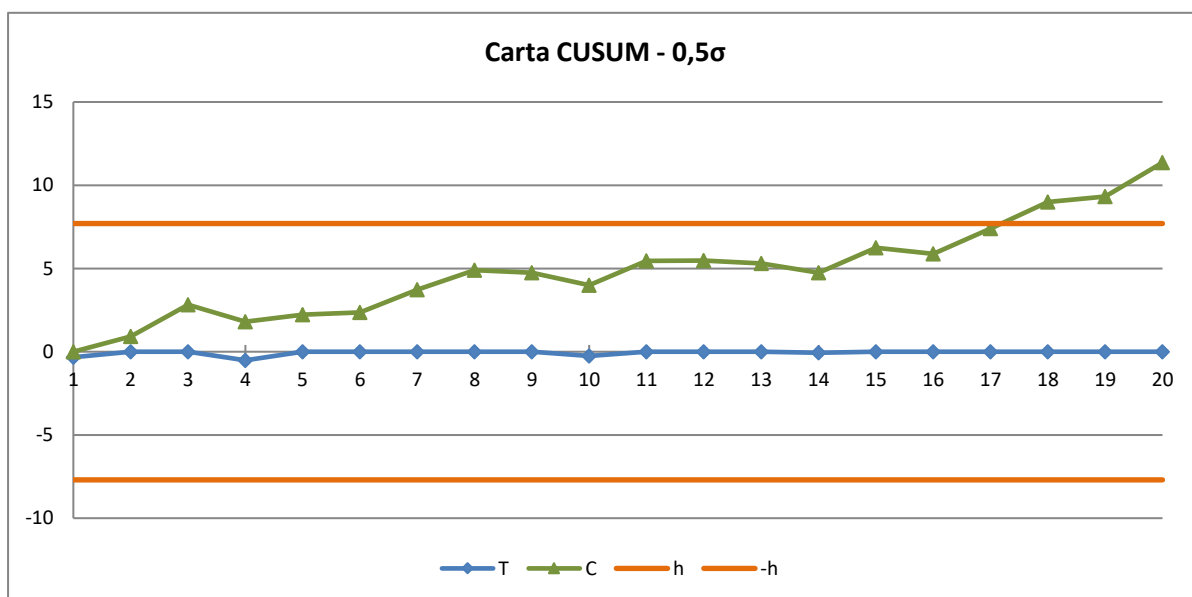


Figura 4.36 Carta *CUSUM* para uma alteração da média de $0,5\sigma$, para a Característica 1 do Produto C

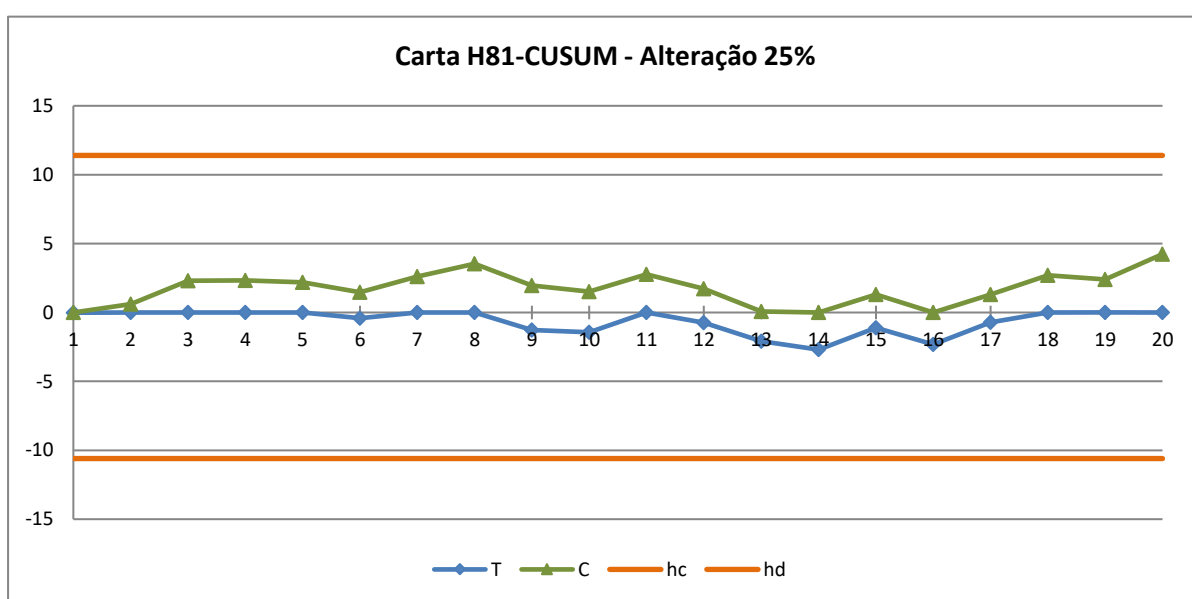


Figura 4.35 Carta *H81-CUSUM* para uma alteração de 25% do desvio padrão da Característica 1 do Produto C

No que diz respeito à carta *CUSUM* dos erros de previsão, esta permitiu detetar, na observação nº18, um aumento de $0,5\sigma$ da média do processo e esta situação mantém-se nos pontos subsequentes. Relativamente à carta *H81-CUSUM* dos erros de previsão, não se detetaram alterações de 25% do desvio padrão do processo.

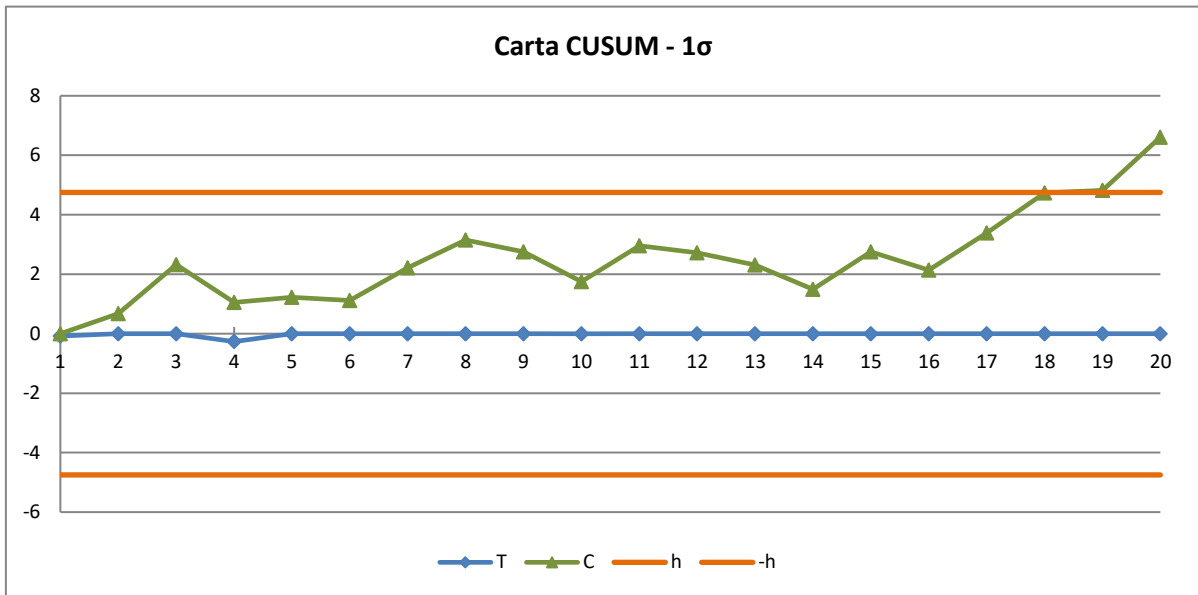


Figura 4.37 Carta *CUSUM* para uma alteração da média de 1σ , para a Característica 1 do Produto C

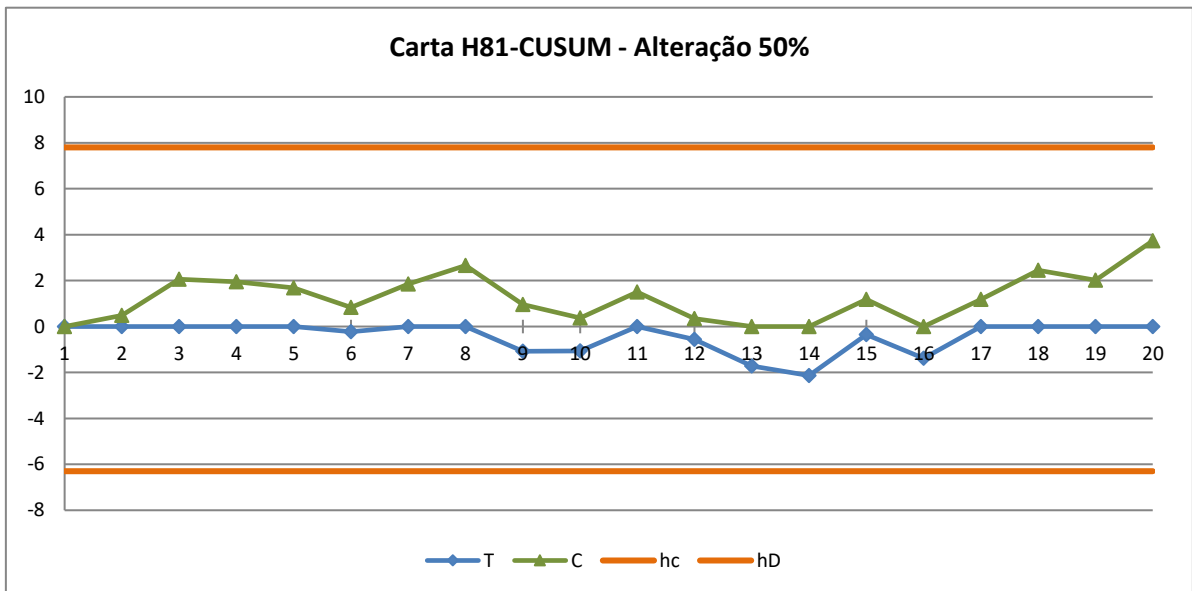


Figura 4.38 Carta *H81-CUSUM* para uma alteração de 50% do desvio padrão da Característica 1 do Produto C

Por observação das cartas anteriores, verifica-se que tanto para uma alteração de 1σ da média como para uma alteração de 50% do desvio padrão, não se obteve resultados diferentes daqueles obtidos para uma alteração de $0,5\sigma$ da média e de 25% do desvio padrão. Assim no que diz respeito à carta *CUSUM* dos erros de previsão, esta permitiu detetar, na observação

nº18, um aumento de 1σ da média do processo e esta situação mantém-se nos pontos subsequentes. Relativamente à carta *H81-CUSUM* dos erros de previsão, não se detetou alterações de 50% do desvio padrão do processo. De referir que quando é identificado uma causa especial de variação, o processo é corrigido.

4.6.4 Fase I: Estudo Multivariado

A principal vantagem do estudo multivariado consiste em identificar o verdadeiro impacto que as características têm no produto. No presente caso de estudo, como foi verificada a existência de auto-correlação para todas as características do Produto C e a Normalidade das mesmas, pode-se dar início ao estudo na Fase I do *SPC* multivariado com base nos resíduos calculados na Fase I do *SPC* univariado. Os limites para a carta de controlo T^2 calculam-se recorrendo à Equação 2.141, utilizando um nível de significância estimado $\alpha = 0,81\%$ calculado através da Equação 4.19, em que, $\alpha_i = 0,27\%$ e p corresponde ao número de características e neste caso $p = 3$.

$$\alpha = 1 - (1 - \alpha_i)^p \quad 4.19$$

Na carta de controlo T^2 baseada nos resíduos verifica-se uma causa especial de variação quando $T_k^2 > LSC$. Como referido anteriormente, o ponto não é eliminado e recorre-se ao Método da estatística d para identificar a característica, ou características, responsáveis pela causa especial de variação. De seguida é determinado o valor esperado para esse instante, ajusta-se novamente o modelo e recalcula-se os valores de T_k^2 . Posteriormente realiza-se a análise da capacidade através dos índices de capacidade multivariados, C_{pM} , PV e LI .

Em seguida será apresentada a Fase I do estudo multivariado para o Produto C. Para uma fácil identificação das características em análise definiu-se, X_1 para a Característica 1, X_2 para a Característica 2 e X_3 para a Característica 3. De referir que para o cálculo do vetor média, dos valores das variâncias e covariância recorreu-se ao software *Excel* e para o cálculo dos índices de capacidade recorreu-se ao software integrado *Action Stat*.

Na Tabela 4-25 e Tabela 4-26 apresentam-se os elementos do vetor média, \bar{X} , e os elementos da matriz das covariâncias, S , para o Produto C.

Tabela 4-25 Elementos do vetor média, \bar{X} , do Produto C

\bar{X}_1	\bar{X}_2	\bar{X}_3
0,0007	0,0003	-0,0004

Tabela 4-26 Elementos da matriz das covariâncias, **S**, do Produto C

S_{11}	S_{22}	S_{33}	S_{12}	S_{13}	S_{23}
0,00106	0,00527	0,00040	-0,00014	0,00001	-0,00018

De seguida procedeu-se à construção da carta de controlo T^2 , apresentada na Figura 4.39.

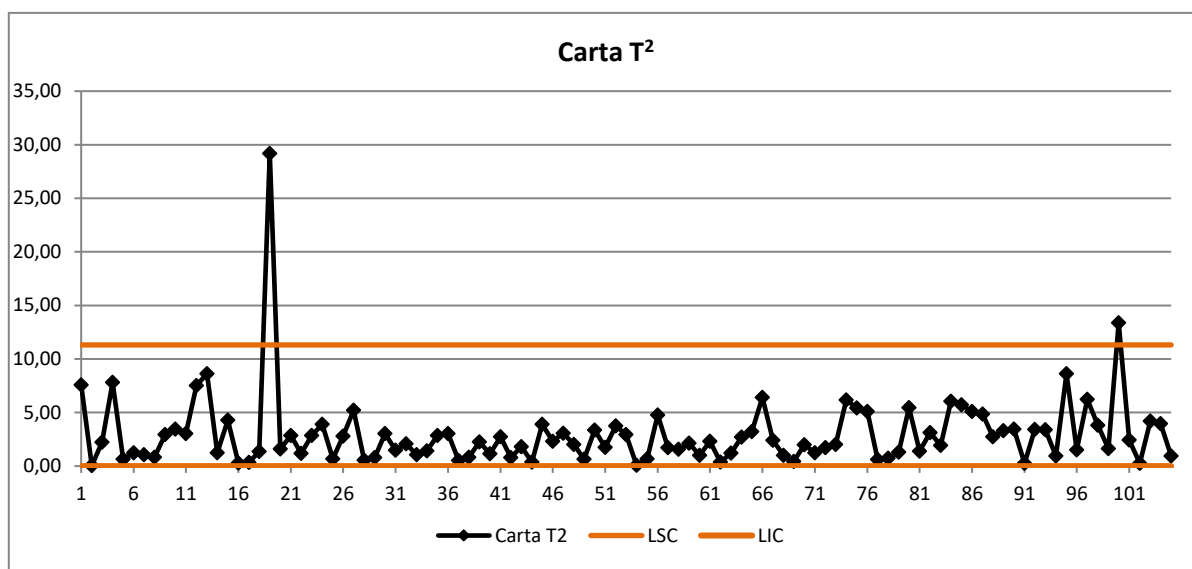


Figura 4.39 Carta multivariada (Fase I) do Produto C

Por observação da carta multivariada, verifica-se a ocorrência de dois pontos fora do intervalo definido pelos limites de controlo, nomeadamente, a observação nº 19 e a observação nº100. De seguida é necessário identificar qual a característica responsável pela ocorrência da causa especial de variação e, para isso, recorre-se ao método aplicado à estatística d , apresentado na Tabela 4-28, utilizando as variáveis presente na Tabela 4-27.

Tabela 4-27 Variáveis para o método aplicado à estatística d

Nº	\bar{X}_1	\bar{X}_2	\bar{X}_3	T^2	$T^2_{(1)}$	$T^2_{(2)}$	$T^2_{(3)}$
19	0,024	-0,012	0,107	29,172	28,74	28,89	0,52
100	0,030	-0,255	-0,006	13,369	12,86	0,91	12,87

Tabela 4-28 Método aplicado à estatística d

Nº	d_1	d_2	d_3	$\chi^2_{\alpha,1}$
19	0,43	0,28	28,65	7,02
100	0,51	12,46	0,50	7,02

Os resultados obtidos na tabela anterior permitem verificar que a característica responsável pela causa especial de variação na observação nº19 é a Característica 3 e a característica responsável pela causa especial de variação na observação nº100 é a Característica 2.

Assim, para a Característica 3, é estimado o valor esperado para o instante nº19 e, para a Característica 2, é estimado o valor esperado para o instante nº100. De seguida ajusta-se o modelo e obtêm-se os novos resíduos, com os quais é construída a carta de controlo multivariada revista. Este procedimento é realizado iterativamente até o processo apresentar evidência de se encontrar sob controlo estatístico. No presente estudo foram realizadas três revisões, apresentadas no Anexo G, e na Tabela 4-29 e Tabela 4-30 encontram-se o vetor média final e os elementos da matriz das covariâncias finais calculados com base nos resíduos revistos.

Tabela 4-29 Elementos do vetor média, \bar{X} , do Produto C após revisão final

\bar{X}_1	\bar{X}_2	\bar{X}_3
0,0007	0,0004	-0,0004

Tabela 4-30 Elementos da matriz das covariâncias, S , do Produto C após revisão final

S_{11}	S_{22}	S_{33}	S_{12}	S_{13}	S_{23}
0,00106	0,00455	0,00025	-0,00007	-0,00002	-0,00014

Na Figura 4.40 apresenta-se a carta multivariada após revisão final, através da qual se pode verificar que o processo se encontra sob controlo estatístico. Deste modo, é possível proceder à estimação dos parâmetros do processo. Os parâmetros, vetor da média e matriz das covariâncias, encontram-se definidos na Tabela 4-29 e Tabela 4-30, visto ambas corresponderem à última revisão da carta multivariada na Fase I.

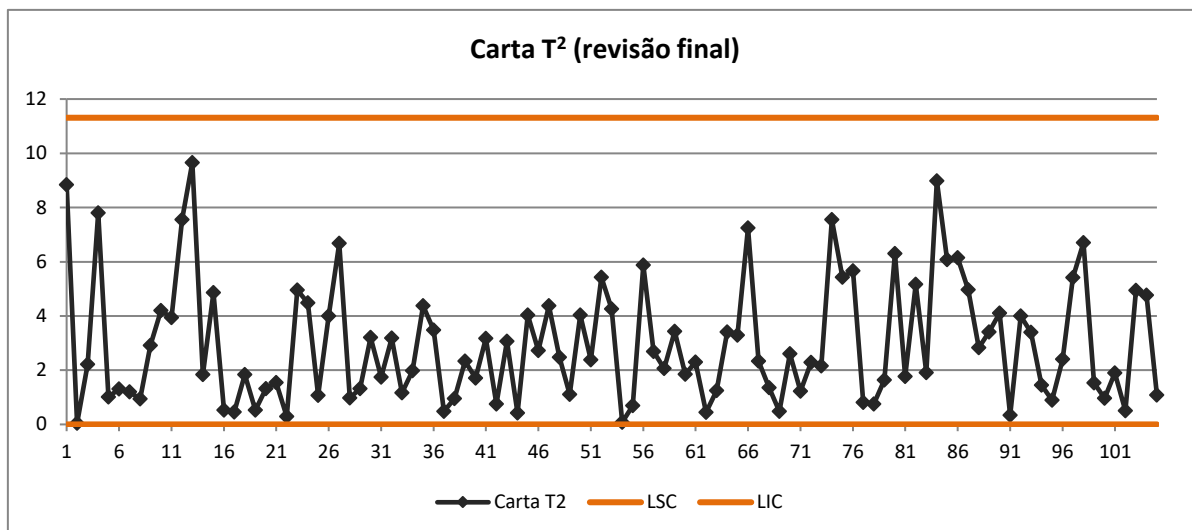


Figura 4.40 Carta multivariada (Fase I) do Produto C após revisão final

Posteriormente, segue-se o estudo da capacidade multivariada através dos índices, C_{pM} , PV e LI , calculados através das Equações 2.149, 2.154 e 2.156, e os valores obtidos apresentam-se na Tabela 4-31. Na Figura 4.41 está representada a região definida pelo processo e pelas especificações técnicas obtida através do software *Action Stat*.

Tabela 4-31 Índices de capacidade multivariados para o Produto C

C_{pM}	PV	LI
3,33638698	0,99999005	1

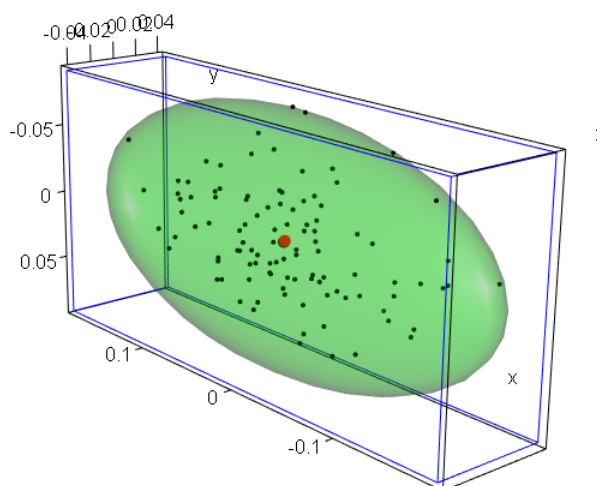


Figura 4.41 Região definida pelo processo e pelas especificações técnicas para o Produto C

A partir do estudo da capacidade multivariada conclui-se que o processo é capaz pois verifica-se, simultaneamente, $C_{pM} \geq 1,33$, $PV \cong 1$ e $LI = 1$.

4.6.5 Fase II: Estudo Multivariado

Concluída a Fase I do estudo e verificada a estabilidade do processo pode iniciar-se a Fase II do controlo estatístico multivariado do processo. Esta fase tem como objetivo a monitorização do processo em tempo real e, neste caso concreto, como foi verificada a auto-correlação dos dados, será aplicada a carta de controlo T^2 baseada nos erros de previsão. Quando $T_k^2 > LSC$ verifica-se uma causa especial de variação, e nesse caso, recorre-se ao Método da estatística d para identificar a característica, ou características, responsáveis pela causa especial de variação e são aplicadas as medidas corretivas necessárias para corrigir o processo. De salientar que a carta T^2 para a Fase II é construída a partir da estatística T_k^2 , determinada a partir dos erros de previsão através da Equação 2.143 e os limites de controlo são obtidos recorrendo à Equação 2.144.

Na Figura 4.42 apresenta-se a carta multivariada para a Fase II para o Produto C.

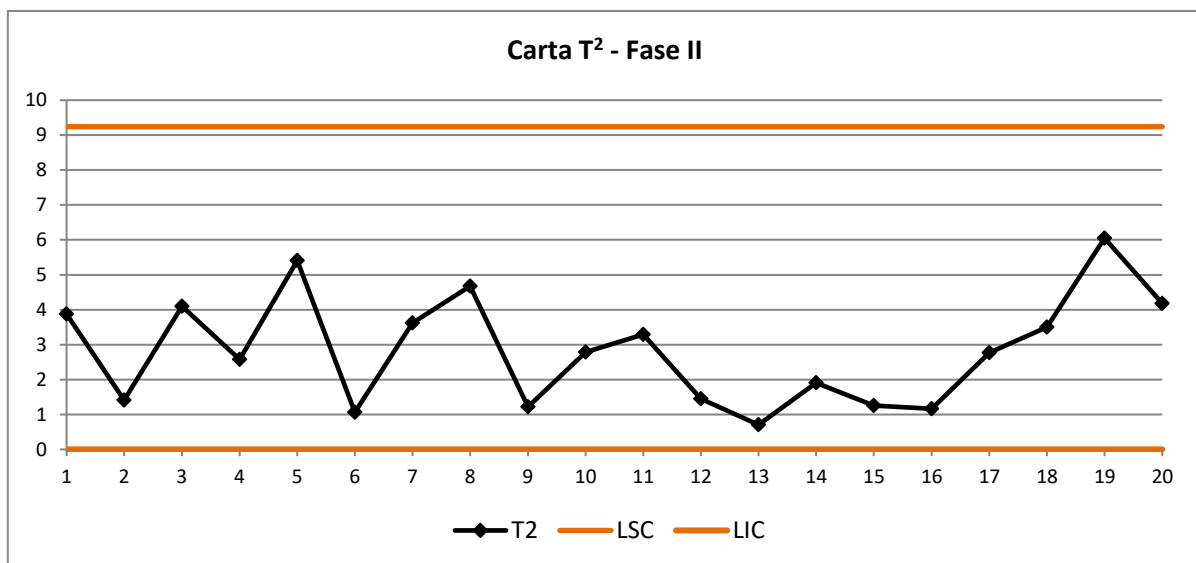


Figura 4.42 Carta multivariada (Fase II) do Produto C

À semelhança do verificado na Fase II do controlo estatístico univariado, não foi detetada nenhuma causa especial de variação na Fase II, pelo que se pode concluir que o processo se encontra sob controlo estatístico na fase de monitorização do Produto C. Neste caso verifica-se que os resultados obtidos no estudo tradicional univariado e no estudo multivariado não diferem. No entanto, de uma forma geral, quando o objetivo é controlar diversas características em simultâneo do mesmo produto, devem ser aplicadas técnicas multivariadas em detrimento das univariadas.

Capítulo 5

5 Conclusões e Sugestões para Trabalho Futuro

No último capítulo serão apresentadas as conclusões associadas ao estudo desenvolvido e aos resultados obtidos na aplicação, a um contexto real, do controlo estatístico do processo. São ainda propostos alguns trabalhos e estudos a desenvolver futuramente.

5.1 Conclusões

A metodologia de investigação apresentada na presente dissertação enquadra-se nas técnicas propostas da revisão do estado da arte. Para demonstrar a aplicabilidade destas técnicas estatísticas foi necessário realizar um estudo preliminar às características da qualidade, que permitisse identificar a forma como as mesmas devem ser estudadas estatisticamente. Assim, para cada característica em estudo seguiu-se a abordagem mais adequada para essa situação, nomeadamente, o controlo estatístico tradicional, o controlo estatístico para dados auto-correlacionados, o controlo estatístico com base em cartas especiais e o controlo estatístico multivariado do processo.

Primeiramente é necessário compreender o processo produtivo da Área de Prensas da Volkswagen Autoeuropa, de modo a identificar todas as causas que poderão originar valores fora da especificação. Para esta análise elaborou-se um Diagrama de Ishikawa, apresentado na Figura 5.1, no qual se identificaram quatro grupos de causas para a variação dimensional: matéria-prima, equipamentos, fator humano e meio ambiente.

Este diagrama tem como objetivo facilitar a identificação das potenciais causas que conduzem a um ponto fora de controlo estatístico e este deve ser atualizado sempre que se identifique uma nova fonte de variação do processo.

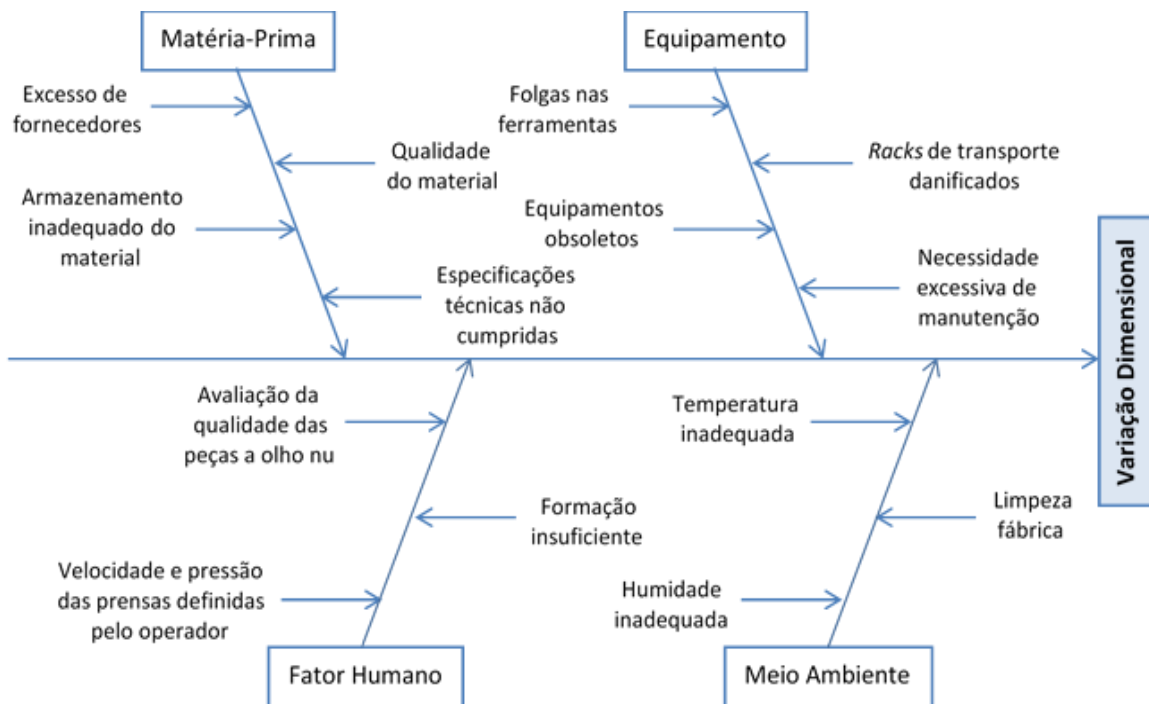


Figura 5.1 Diagrama de Ishikawa para controlo da Variação Dimensional

Como referido anteriormente, o estudo realizado para o Produto A permitiu detetar uma alteração de 25% do desvio padrão através das cartas de controlo especiais, para a Característica 1. Deste modo, aconselha-se que a empresa dê continuidade à monitorização do processo através da implementação da carta *CUSUM* para detetar uma alteração de $0,5\sigma$ da média e *H81-CUSUM* para uma alteração de 25% do desvio padrão do processo. Estas cartas permitem detetar pequenas e moderadas alterações à média e ao desvio-padrão, o que para uma empresa como a Volkswagen Autoeuropa tem todo o interesse. De referir que estas cartas foram escolhidas em detrimento das cartas *EWMA* pois apresentam algumas vantagens na sua construção, como o recurso a limites estáticos que já foram estabelecidos no presente estudo e ainda o facto de considerarem duas variáveis, T e C , que permitem identificar facilmente se houve um aumento ou uma diminuição da média e/ou do desvio padrão e, nesse sentido, facilitam a interpretação dos resultados.

Deste modo pode-se constatar que a metodologia adotada para o Produto A não revelou que este seja um processo problemático para a empresa, apresentando-se sob controlo estatístico e com capacidade. Contudo, dever-se-á ter em conta se a frequência de amostragem traduz a realidade do processo, pois a frequência de três peças por produção poderá não ser representativa para retirar as devidas e corretas ilações do processo em estudo. Nesse sentido, recomenda-se a definição de um plano de amostragem de teste, com uma frequência superior ao atual, para estabelecer, para cada tipo de peça, de quantas em quantas peças se deve retirar uma para controlo.

No que diz respeito ao Produto B, o estudo foi realizado de forma semelhante ao Produto A mas, neste caso, foram verificados os pressupostos de aplicação das cartas de controlo (excepto para a Característica 2), nomeadamente a independência e a Normalidade, pelo que o estudo se baseou nas cartas de controlo tradicionais para as Características 1 e 3 e, no caso da Característica 2 adotou-se a metodologia aplicada para o Produto A. Este processo demonstrou estabilidade estatística em que apenas a Característica 2 mostrou maior variabilidade e, desta forma, foi necessário realizar quatro revisões ao processo de modo a eliminar as causas especiais de variação presentes. A implementação do controlo estatístico na empresa não pressupõe a eliminação dos pontos fora de controlo e, nesse sentido, o cálculo de capacidade apresentava valores bastante inferiores aos obtidos através do presente estudo. Assim, para características que não apresentem auto-correlação, aconselha-se a eliminação das causas especiais de variação e para características que apresentem auto-correlação, aconselha-se a substituição do seu valor pelo esperado para esse instante, permitindo assim um correto estudo do processo. Nesta situação, em específico, o Produto B, identificado pela empresa como um dos mais problemáticos, apresenta uma elevada capacidade de produzir segundo as especificações técnicas, após eliminação das causas especiais de variação.

Relativamente ao Produto C, este foi o único produto final em estudo e, por isso, a metodologia aplicada envolveu, não só, a referida anteriormente para os restantes produtos, mas também, o controlo estatístico multivariado que permitiu o estudo simultâneo das três características. No que diz ao estudo univariado, constata-se que, para as diferentes características, o processo demonstra capacidade de produzir segundo a sua especificação técnica. No entanto, para a Característica 2, verifica-se que o processo não está centrado, isto é, os limites inferior e superior de especificação não se situam a distâncias equivalentes como era desejável. Nesse sentido, propõe-se a implementação da metodologia de Desenho de Experiências (*DOE*) pois permite um melhor conhecimento dos fatores que influenciam significativamente o processo, e possibilita a identificação dos melhores níveis dos fatores que conduzem a um comportamento do processo próximo do que se pretende atingir.

O estudo multivariado permitiu analisar as três características em estudo, simultaneamente, para o Produto C e as conclusões retiradas foram muito semelhantes às do estudo univariado. Na Fase I do *SPC* foram realizadas três revisões nas quais se identificou quatro causas especiais de variação. Depois de serem substituídas pelo valor esperado para esse instante, verificou-se a estabilidade do processo e realizou-se o estudo da capacidade multivariada. Este demonstrou que o processo apresenta capacidade para produzir segundo a especificação técnica exigida. Na Fase II não foi identificada nenhuma causa especial de variação. Todas as conclusões retiradas no estudo multivariado foram igualmente alcançadas através do estudo univariado. No entanto, devido à maior sensibilidade do estudo multivariado, quando o objetivo recai em estudar várias características do mesmo produto, sugere-se a aplicação de cartas de controlo multivariadas.

5.2 Sugestões para Trabalho Futuro

A presente investigação teve como principal objetivo a apresentação de metodologias baseadas no *SPC* e validação das mesmas no contexto real da Volkswagen Autoeuropa. Contudo, devido ao elevado número de peças produzidas nesta unidade fabril, foram analisados apenas três produtos, selecionados por apresentarem elevado interesse de estudo por parte da empresa. Neste sentido, uma vez que as ferramentas estatísticas proposta se revelaram adequadas, produzindo resultados fidedignos, considera-se do mais interesse dar continuidade à implementação destas ferramentas aos restantes produtos produzidos, e ainda alargar o estudo a outras características de qualidade.

Como referido anteriormente, caso sejam detetadas anomalias no processo produtivo através do Controlo Estatístico do Processo, recomenda-se a aplicação da metodologia de Desenho de Experiências de forma a identificar quais os fatores que influenciam significativamente o processo e possibilitando a identificação dos níveis desses fatores que conduzem a um comportamento mais semelhante do desejável.

De salientar que embora tenham sido desenvolvidos todos os esforços para a correta seleção e aplicação das metodologias mais adequadas, todos os métodos estatísticos apresentam a sua margem de erro, e de modo a minimizar esta margem, recomenda-se um aumento da frequência de amostragem, permitindo deste modo obter uma amostra mais representativa do processo produtivo

Por último, relativamente ao controlo estatístico multivariado, foram determinados os resíduos e erros de previsão das distintas características de qualidade em estudo na presença de dados auto-correlacionados. Deste modo, recomenda-se o desenvolvimento de métodos alternativos, como por exemplo, cartas de controlo multivariadas baseadas em *PCA* Dinâmica. Uma outra abordagem futura consiste na aplicação das cartas de controlo especiais ao controlo estatístico multivariado, permitindo detetar rapidamente pequenas e moderadas alterações dos parâmetros do processo, quando se analisa as diversas características do mesmo produto simultaneamente.

Bibliografia

- Agostinho, I. (2011). *Aplicação do Controlo Estatístico do Processo numa Indústria de Derivados de Tomate*. Dissertação de Mestrado, Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa, Caparica, Portugal.
- Alt, F. B. (1985). "Multivariate Quality Control". *Encyclopedia of Statistical Sciences*, Vol. 6, pp. 110-122.
- Alwan, L. C. & Roberts, H. V. (1988). "Time-Series Modeling for Statistical Process Control". *Journal of Business & Economic Statistics*, Vol. 6, pp. 87-95.
- Baldassarre, M. T., Boffoli, N., & Caivano, D. (2010). "Statistical Process Control for Software: Fill the Gap". *Quality Management and Six Sigma*, pp. 135-154.
- Box, G. E. & Cox, D. R. (1964). "An Analysis of Transformations". *Journal of the Royal Statistical Society*, Vol. 26, pp. 211-252.
- Box, G. E., Jenkins, G. M., & Reinsel, G. C. (2008). *Time Series Analysis – Forecasting and Control* (4th ed.). John Wiley & Sons, Inc., New York, USA.
- Chen, J. P. & Ding, C. G. (2001). "A new process capability index for non-normal distributions". *The International Journal of Quality & Reliability Management*, Vol. 18, pp. 762-770.
- Choi, Y. M., Polansky, A. M. & Mason, R. L. (1998). "Transforming Non-Normal Data to Normality in Statistical Process Control". *Journal of Quality Technology*, Vol. 30, pp. 133-141.
- Clements, J. A. (1989). "Process capability calculations for non-normal distributions". *Quality Progress*, Vol. 22, pp. 95-100.
- Cordeiro, J. (2010). *Implementação do Controlo Estatístico do Processo no Sector de Pintura de um Fabricante Automóvel*. Dissertação de Mestrado, Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa, Caparica, Portugal.
- Correia, A. (2014). *Quality of Process Modeling Using BPMN: A Model-Driven Approach*. Dissertação de Mestrado, Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa, Caparica, Portugal.
- Crosier, R. B. (1988). "Multivariate Generalizations of Cumulative Sum Quality-Control Schemes", *Technometrics*, Vol. 30, pp. 291-303.
- Deming, W. E. (1986). *Out of the Crisis*. Center for Advanced Engineering Study, Cambridge, MA: Massachusetts Institute of Technology, USA.

- Gomes, P. J. (2004). "A evolução do conceito de qualidade: dos bens manufacturados aos serviços de informação". *Associação Portuguesa de Bibliotecários, Arquivistas e Documentalistas*, N. 2, pp. 6-18.
- Gonçalez, P. U. & Werner, L. (2009). "Comparação dos índices de capacidade do processo para distribuições não-normais". *Gestão & Produção*, Vol. 16, pp. 121-132.
- Guimarães, R. C. & Cabral, J. A. (2007). *Estatística* (2ª ed.). McGraw-Hill, Lisboa, Portugal.
- Hayter, A. J. & Tsui, K. L. (1994). "Identification and quantification in multivariate quality control problems". *Journal of Quality Technology*, Vol. 26, pp. 197-208.
- Hawkins, D. M. & Wu, Q. (2014). "The CUSUM and the EWMA Head-to-Head". *Quality Engineering*, Vol. 26, pp. 215-222.
- Hsiang, T. C. & Taguchi, G. (1985). "Tutorial on Quality Control and Assurance – The Taguchi Methods". *Joint Meetings of the American Statistical Association*, p. 188.
- Ishikawa, K. (1982). *Guide to Quality Control*. McGraw-Hill, New York, USA.
- ISO 7870-1 (2014). Control charts – part 1: general guidelines. *International Organization for Standardization*, Genève, Switzerland.
- ISO 7870-2 (2013). Control charts – part 2: Shewhart control charts. *International Organization for Standardization*, Genève, Switzerland.
- ISO 7870-5 (2014). Control charts – part 5: Specialized control charts. *International Organization for Standardization*, Genève, Switzerland.
- ISO 7870-6 (2016). Control charts – part 6: EWMA control charts. *International Organization for Standardization*, Genève, Switzerland.
- Jackson, J. E. (1985). "Multivariate Quality Control". *Communications in Statistics, Theory and Methods*, Vol. 14, pp. 2657-2688.
- Juran, J. M. (1999). *Juran's Quality Handbook* (5th ed.). McGraw-Hill, New York, USA.
- Kane, V. E. (1986). "Process Capability Indices". *Journal of Quality Technology*, Vol. 18, pp. 41-52.
- Keats, J. B. & Montgomery, D. C. (1996). *Statistical Applications in Process Control*. Marcel Dekker, Inc., New York, USA.
- Lipson, C. & Sheth, N. J. (1973). *Statistical Design and Analysis of Engineering Experiments*. McGraw-Hill, New York, USA.

- Mason, R. L., Tracy, N. D., & Young, J. C. (1995). "Decomposition of T^2 for Multivariate Control Chart Interpretation". *Journal of Quality Technology*, Vol. 27, pp. 109-119.
- Mast, J. D. (2008). "A history of industrial statistics and quality and efficiency improvement". *Statistical Practice in Business and Industry*, pp. 15-27.
- Montgomery, D. C. (2009). *Introduction to Statistical Quality Control* (6th ed.). John Wiley & Sons, Inc., New York, USA.
- Montgomery, D. C. & Runger, G. C. (2006). *Applied Statistics and Probability for Engineers* (4th ed.). John Wiley & Sons, Inc., New York, USA.
- Murteira, B. J., Muller, D. A. & Turkman, K. F. (1993). *Análise de Sucessões Cronológicas*. McGraw-Hill, Lisboa, Portugal
- Nelson, L. S. (1984). "The Shewhart Control Charts – Tests for Special Causes". *Journal of Quality Technology*, Vol. 16, pp. 237-239.
- Oakland, J. S. (2003). *Statistical Process Control* (5th ed.). Butterworth-Heinemann, Oxford, UK.
- Pearn, W. L. & Chen, K. S. (1997). "Capability indices for non-normal distributions with an application in electrolytic capacitor manufacturing". *Microelectronics Reliability*, Vol. 37, pp. 1853-1858.
- Pearn, W. L. & Kotz, S. (1994). "Application of Clement's method for calculating second and third generation process capability indices for non-normal Pearsonian populations". *Quality Engineering*, Vol. 7, pp. 139-145.
- Pearn, W. L., Kotz, S. & Johnson, N. L. (1992). "Distributional and Inferential Properties of Process Capability Indices", *Journal of Quality Technology*, Vol. 24, pp. 216-231.
- Pereira, Z. L. & Requeijo, J. G. (2012). *Qualidade: Planeamento e Controlo Estatístico de Processos* (2^a ed.). FFCT – Fundação da Faculdade de Ciências e Tecnologia, Caparica, Portugal.
- Portal Action (s.d.). *Transformação de Box-Cox*. Consultado a 19 de Março de 2016. Retirado de: www.portalaction.com.br/analise-de-capacidade/411-transformacao-de-box-cox
- Portal Action (s.d.). *Análise de Capacidade do Processo Multivariado*. Consultado a 24 de Março de 2016. Retirado de: www.portalaction.com.br/analise-de-capacidade/61-indices-de-performance-do-processo
- Price, F. (1984). *Right First Time – Using quality control for profit*. Wildwood House, Aldershot, UK.

Quesenberry, C. P. (1997). *SPC methods for quality improvement*. John Wiley & Sons, Inc., New York, USA.

Ryan, J. P. (2011). *Statistical Methods for Quality Improvement* (3th ed.). John Wiley & Sons, Inc., New York, USA.

Shahriari, H., Hubele, N. F. & Lawrence, F. P. (1995). "A Multivariate Process Capability Vector". *Proceedings of the 4th Industrial Engineering Research Conference*, pp. 304-309.

Shayib, M. A. (1989). "The Procedure for Selection of Transformations from the Johnson". *Communication in Statistics – Simulation and Computation*, Vol. 25, pp. 1458-1464.

Slifker, J. F. & Shapiro, S. S. (1980). "The Johnson System: Selection and Parameter estimation". *Technometrics*, Vol. 22, pp. 239-246.

Vasilopoulos, A. V. & Stamboulis, A. P. (1978). "Modification of Control Chart Limits in the Presence of Data Correlation". *Journal of Quality Technology*, Vol. 10, pp. 20-30.

Volkswagen (s.d.). Palmela. Consultado a 31 de Maio de 2016. Retirado de: <http://navigator.volkswagenag.com/index.html#production/site/palmela/overview>

Volkswagen Autoeuropa (s.d.). Certificações. Consultado a 31 de Maio de 2016. Retirado de: <https://www.volkswagenautoeuropa.pt/sustentabilidade/certificacoes>

Volkswagen Autoeuropa (s.d.). Conselho de Gerência. Consultado a 31 de Maio de 2016. Retirado de: <https://www.volkswagenautoeuropa.pt/empresa/conselho-de-gerencia>

Volkswagen Autoeuropa (s.d.). Factos e Números. Consultado a 31 de Maio de 2016. Retirado de: <https://www.volkswagenautoeuropa.pt/empresa/factos-numeros/os-nossos-numeros>

Volkswagen Autoeuropa (s.d.). História do Grupo. Consultado a 31 de Maio de 2016. Retirado de: <https://www.volkswagenautoeuropa.pt/grupo-volkswagen/historia-do-grupo>

Volkswagen Autoeuropa (s.d.). Intranet. Consultado a 26 de Julho de 2016. Retirado de: <http://www.autoeuropa.emea.vwg>

Volkswagen Autoeuropa (s.d.). Política da Qualidade. Consultado a 31 de Maio de 2016. Retirado de: <https://www.volkswagenautoeuropa.pt/sustentabilidade/politica-da-qualidade>

Volkswagen Autoeuropa (s.d.). Press Releases. Consultado a 31 de Maio de 2016. Retirado de: <https://www.volkswagenautoeuropa.pt/comunicacao/relacoes-publicas/media-kit/press-releases>

Volkswagen Autoeuropa (s.d.). Quem Somos. Consultado a 31 de Maio de 2016. Retirado de: <https://www.volkswagenautoeuropa.pt/empresa/quem-somos>

Volkswagen Autoeuropa (s.d.). Visão e Missão. Consultado a 31 de Maio de 2016. Retirado de: <https://www.volkswagenautoeuropa.pt/empresa/visao-e-missao>

Wang, F. K. & Chen, J. C. (1998). "Capability index using principal components analysis". *Quality Engineering*, Vol. 11, pp. 21-27.

Wang, F. K., Hubele, N. F., Frederick, P. L., Miskulin, J., & Shahriari, H. (2000). "Comparison of Three Multivariate Process Capability Indices". *Journal of Quality Technology*, Vol. 32, pp. 263-275.

WesternElectric (1956). *Statistical Quality Control Handbook*. Western Electric Corporation, Indianapolis, USA.

Wheeler, D. J. (1995). *Advanced Topics in Statistical Process Control* (2th ed.). SPC Press, Tennessee, USA.

Wise, S. A. & Fair, D. C. (1998). *Innovative Control Charting – Practical SPC Solutions for Today's Manufacturing Environment*. American Society for Quality, Wisconsin, USA.

Woodall, W. H. (2000). "Controversies and Contradictions in Statistical Process Control". *Journal of Quality Technology*, Vol. 32, pp. 341-350.

Wu, H. H., Swain, J. J., Farrington, P.A. & Messimer, S. L. (1999). "A Weighted Variance Capability Index for General Non-Normal Process". *Quality and Reliability Engineering International*, Vol. 15, pp. 397-402.

Xekalaki, E., & Perakis, M. (2002). "The Use of Principal Components Analysis in the Assessment of Process Capability Indices". *Joint Statistical Meetings*, pp. 3819-3823.

Yashchin, E. (1983). "Performance of CUSUM Control Schemes for Serially Correlated Observations". *Technometrics*, Vol. 35, pp. 37-52.

Zhang, N. F. (1998). "A Statistical Control Chart for Stationary Process Data". *Technometrics*, Vol. 40, pp. 24-38.

Anexos

Anexo A. - Tabelas e Gráficos das constantes

Tabela A.1 Fatores para construção de cartas de controlo de variáveis (Retirado de Pereira & Requeijo, 2012)

Dimensão Amostra	Carta da Média						Carta do Desvios Padrão						Carta da Amplitude					
	Fatores Limites Controlo		Fatores Linha Central		Fatores para Limites de Controlo		Fatores para Limites de Controlo		Fatores para Limites de Controlo		Fatores para Limites de Controlo		Fatores para Limites de Controlo		Fatores para Limites de Controlo			
	A	A ₂	A ₃	d ₂	c ₄	B ₃	B ₄	B ₅	B ₆	d ₃	D ₁	D ₂	D ₃	D ₄				
2	2,121	1,881	2,659	1,128	0,7979	0	3,267	0	2,606	0,853	0	3,686	0	3,267				
3	1,732	1,023	1,954	1,693	0,8862	0	2,568	0	2,276	0,888	0	4,358	0	2,574				
4	1,500	0,729	1,628	2,059	0,9213	0	2,266	0	2,088	0,880	0	4,698	0	2,282				
5	1,342	0,577	1,427	2,326	0,9400	0	2,089	0	1,964	0,864	0	4,918	0	2,114				
6	1,225	0,483	1,287	2,534	0,9515	0,030	1,970	0,029	1,874	0,848	0	5,078	0	2,004				
7	1,134	0,419	1,182	2,704	0,9594	0,118	1,882	0,113	1,806	0,833	0,204	5,204	0,076	1,924				
8	1,061	0,373	1,099	2,847	0,9650	0,185	1,815	0,179	1,751	0,820	0,388	5,306	0,136	1,864				
9	1,000	0,337	1,032	2,970	0,9693	0,239	1,761	0,232	1,707	0,808	0,547	5,393	0,184	1,816				
10	0,949	0,308	0,975	3,078	0,9727	0,284	1,716	0,276	1,669	0,797	0,687	5,469	0,223	1,777				
11	0,905	0,285	0,927	3,173	0,9754	0,321	1,679	0,313	1,637	0,787	0,811	5,535	0,256	1,744				
12	0,866	0,266	0,886	3,258	0,9776	0,354	1,646	0,346	1,610	0,778	0,922	5,594	0,283	1,717				
13	0,832	0,249	0,850	3,336	0,9794	0,382	1,618	0,374	1,585	0,770	1,025	5,647	0,307	1,693				
14	0,802	0,235	0,817	3,407	0,9810	0,406	1,594	0,399	1,563	0,763	1,118	5,696	0,328	1,672				
15	0,775	0,223	0,789	3,472	0,9823	0,428	1,572	0,421	1,544	0,756	1,203	5,741	0,347	1,653				
16	0,750	0,212	0,763	3,532	0,9835	0,448	1,552	0,440	1,526	0,750	1,282	5,782	0,363	1,637				
17	0,728	0,203	0,739	3,588	0,9845	0,466	1,534	0,458	1,511	0,744	1,356	5,820	0,378	1,622				
18	0,707	0,194	0,718	3,640	0,9854	0,482	1,518	0,475	1,496	0,739	1,424	5,856	0,391	1,608				
19	0,688	0,187	0,698	3,689	0,9862	0,497	1,503	0,490	1,483	0,734	1,487	5,891	0,403	1,597				
20	0,671	0,180	0,680	3,735	0,9869	0,510	1,490	0,504	1,470	0,729	1,549	5,921	0,415	1,585				
21	0,655	0,173	0,663	3,778	0,9876	0,523	1,477	0,516	1,459	0,724	1,605	5,951	0,425	1,575				
22	0,640	0,167	0,647	3,819	0,9882	0,534	1,466	0,528	1,448	0,720	1,659	5,979	0,434	1,566				
23	0,626	0,162	0,633	3,858	0,9887	0,545	1,455	0,539	1,438	0,716	1,710	6,006	0,443	1,557				
24	0,612	0,157	0,619	3,895	0,9892	0,555	1,445	0,549	1,429	0,712	1,759	6,031	0,451	1,548				
25	0,600	0,153	0,606	3,931	0,9896	0,565	1,435	0,559	1,420	0,708	1,806	6,056	0,459	1,541				

Para $n > 25$

$$A = \frac{3}{\sqrt{n}} \quad A_3 = \frac{3}{c_4 \sqrt{n}} \quad c_4 = \frac{4(n-1)}{4n-3} \quad B_3 = 1 - \frac{3\sqrt{1-c_4^2}}{c_4} \quad B_4 = 1 + \frac{3\sqrt{1-c_4^2}}{c_4} \quad B_5 = c_4 - 3\sqrt{1-c_4^2} \quad B_6 = c_4 + 3\sqrt{1-c_4^2}$$

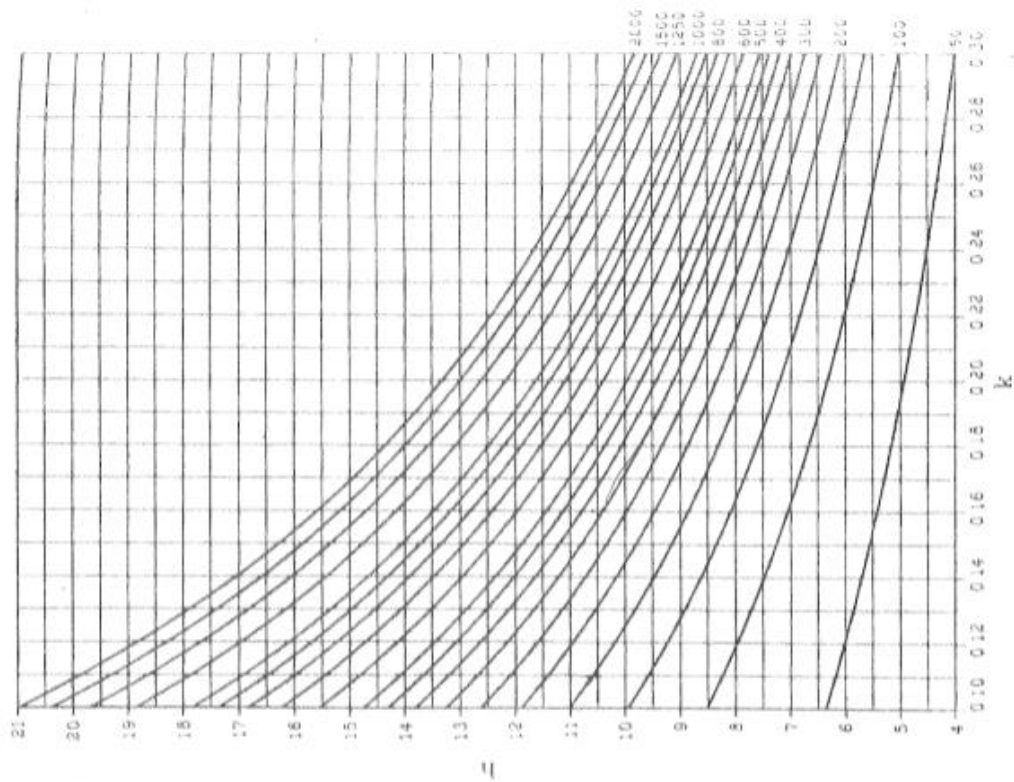


Figura A.1 Combinação de k e h da Carta CUSUM, com $C_0 = 0$ e $T_0 = 0$, para diferentes valores de ARL_{Ec} (Retirado de Pereira & Requeijo, 2012)

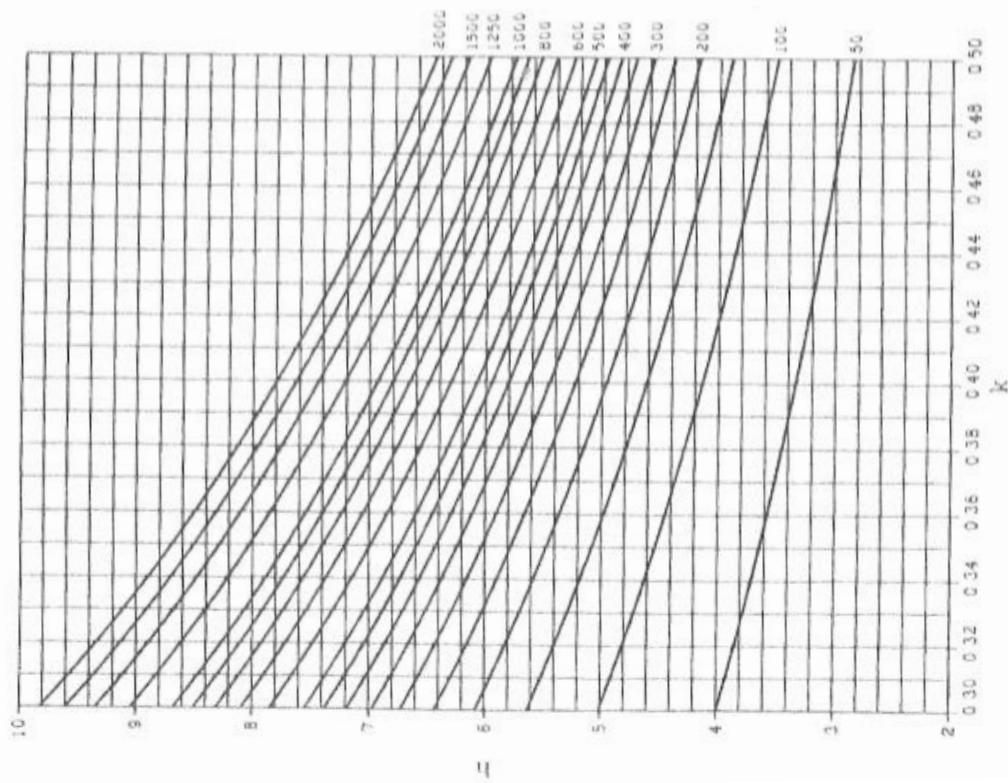


Figura A.2 Combinação de k e h da Carta CUSUM, com $C_0 = 0$ e $T_0 = 0$, para diferentes valores de ARL_{Ec} (Retirado de Pereira & Requeijo, 2012)

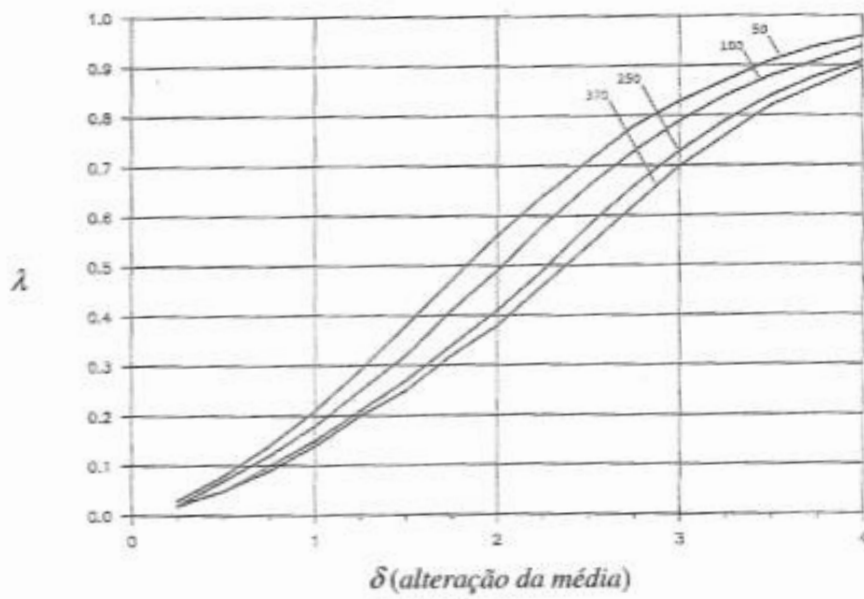


Figura A.3 Valor λ da carta EWMA, para diferentes valores de ARL_{EC} (Retirado de Pereira & Requeijo, 2012)

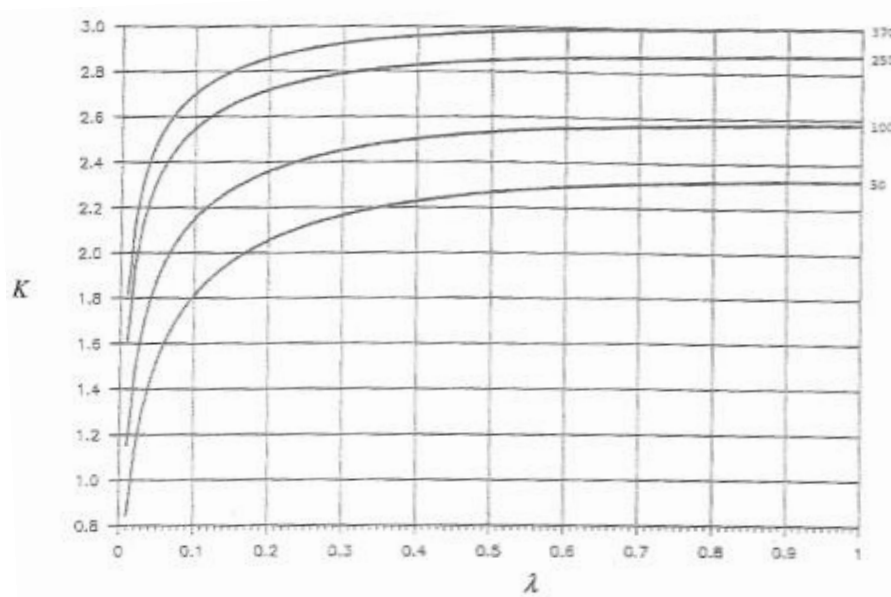


Figura A.4 Valor K em função de λ da carta EWMA, para diferentes valores de ARL_{EC} (Retirado de Pereira & Requeijo, 2012)

Tabela A.2 Valores da constante \tilde{A}_2

n	3	5	7	9
\tilde{A}_2	1,187	0,691	0,508	0,412

Anexo B.– Tabelas com dados em estudo

Tabela B.1 Dados em bruto para o Produto A (Fase I)

Data	Característica 1	Característica 2	Característica 3
07-2014	10,951	11,442	10,041
07-2014	11,056	11,488	10,026
07-2014	11,189	11,076	10,025
07-2014	11,151	10,981	10,103
07-2014	11,494	10,666	10,050
07-2014	11,900	10,849	9,990
07-2014	11,998	10,699	10,057
07-2014	11,830	10,366	9,989
07-2014	11,457	10,392	10,039
09-2014	11,356	10,105	10,040
09-2014	11,405	10,457	10,031
09-2014	11,273	10,842	10,048
09-2014	10,979	10,998	10,048
09-2014	11,028	11,026	10,069
09-2014	10,934	11,060	10,049
10-2014	10,806	11,251	9,955
10-2014	10,745	11,445	9,994
10-2014	10,867	11,707	10,023
11-2014	10,586	11,357	10,004
11-2014	10,405	11,013	10,049
11-2014	10,633	11,071	10,007
12-2014	10,667	10,732	10,027
12-2014	10,416	10,489	10,044
12-2014	10,471	10,664	10,028
12-2014	10,687	10,279	9,997
01-2015	10,416	10,173	10,013
01-2015	10,419	9,951	10,031
01-2015	10,540	10,162	9,981
03-2015	10,202	10,241	10,003
03-2015	10,285	10,261	10,057
03-2015	10,303	10,267	10,075
05-2015	10,211	10,135	10,077
05-2015	10,250	9,883	10,026
05-2015	10,371	10,235	10,029
05-2015	10,397	10,523	10,020

07-2015	10,444	10,503	9,969
07-2015	10,516	10,707	10,010
07-2015	10,778	11,059	9,989
09-2015	10,673	10,737	10,003
09-2015	11,000	10,533	10,046
09-2015	10,714	10,492	10,034
10-2015	11,050	10,518	10,009
10-2015	11,279	10,440	9,979
10-2015	11,435	10,309	10,017
10-2015	11,437	10,583	10,028
11-2015	11,346	10,103	10,011
11-2015	11,018	10,073	10,013
11-2015	10,985	9,825	10,061
12-2015	10,924	9,961	9,990
12-2015	11,009	9,973	10,089
12-2015	10,927	9,854	10,053
02-2016	10,633	9,801	9,995
02-2016	10,521	10,013	10,009
02-2016	10,625	10,140	9,989
02-2016	10,804	9,883	10,002
02-2016	10,740	9,956	10,026
02-2016	10,570	10,222	10,101
03-2016	10,429	10,270	10,052
03-2016	10,668	10,275	10,086
03-2016	10,227	10,590	10,040
03-2016	10,395	10,644	10,052
03-2016	10,369	10,301	10,048
03-2016	10,491	10,213	10,049
03-2016	10,638	10,295	10,088
04-2016	10,883	10,238	10,077
04-2016	11,157	10,712	10,045
04-2016	11,072	10,955	10,032
04-2016	11,352	11,197	10,067
04-2016	11,233	11,047	10,042
04-2016	11,067	10,830	10,054
04-2016	11,029	10,627	10,040
04-2016	11,285	10,806	10,030
04-2016	10,958	10,833	10,025
05-2016	10,665	10,839	10,048
05-2016	10,437	10,901	10,057
05-2016	10,400	11,294	10,010
05-2016	10,240	11,422	10,029

05-2016	10,249	11,620	10,083
05-2016	10,104	11,812	10,054
05-2016	10,113	12,122	10,036
05-2016	10,225	12,335	10,100
05-2016	10,049	11,800	10,061
05-2016	10,226	11,137	10,015
05-2016	10,422	11,172	10,076
05-2016	10,417	11,776	10,050
05-2016	10,574	11,929	10,080
05-2016	10,416	11,341	10,050
05-2016	10,433	11,312	10,037
06-2016	10,449	11,366	10,020
06-2016	10,208	11,178	10,055
06-2016	10,241	10,972	10,060
06-2016	10,117	10,652	10,091
06-2016	10,382	10,520	10,009
06-2016	10,021	10,546	10,048
06-2016	9,904	10,999	10,053
06-2016	9,805	10,644	10,012
06-2016	10,115	10,655	10,031
06-2016	9,954	10,523	10,054
06-2016	9,913	10,657	10,069
06-2016	9,999	10,718	10,034
07-2016	10,204	10,542	10,083
07-2016	9,951	10,520	10,069
07-2016	9,894	10,475	10,058
07-2016	9,892	10,352	10,041
07-2016	9,454	10,381	10,048

Tabela B.2 Dados em bruto para o Produto B (Fase I)

Data	Característica 1	Característica 2	Característica 3
09-2014	-0,088	-0,002	0,048
09-2014	-0,099	0,022	0,059
09-2014	-0,133	0,105	0,023
10-2014	-0,103	0,046	0,035
10-2014	-0,065	0,044	0,017
10-2014	-0,128	0,155	0,019
11-2014	-0,092	0,151	0,027
11-2014	-0,124	-0,008	0,030

11-2014	-0,073	-0,066	0,055
12-2014	-0,126	0,052	0,067
12-2014	-0,106	-0,099	0,040
12-2014	-0,121	0,054	0,036
01-2015	-0,117	0,059	0,073
01-2015	-0,064	-0,017	0,055
01-2015	-0,198	-0,042	0,042
02-2015	-0,105	-0,009	0,061
02-2015	-0,106	-0,043	0,062
02-2015	-0,126	-0,028	0,054
03-2015	-0,106	-0,040	0,037
03-2015	-0,083	0,003	0,070
03-2015	-0,092	0,058	0,073
04-2015	-0,098	-0,014	0,033
04-2015	-0,119	-0,020	0,017
04-2015	-0,107	0,004	0,049
05-2015	-0,071	-0,002	0,061
05-2015	-0,086	0,013	0,048
05-2015	-0,115	0,010	0,060
07-2015	-0,115	-0,070	0,021
07-2015	-0,091	0,000	0,039
07-2015	-0,098	0,043	0,064
09-2015	-0,088	-0,015	0,017
09-2015	-0,086	-0,018	0,032
09-2015	-0,073	0,040	0,037
10-2015	-0,057	0,078	0,030
10-2015	-0,084	-0,060	0,035
10-2015	-0,065	0,001	0,048
11-2015	-0,122	-0,008	0,070
11-2015	-0,105	-0,038	0,029
11-2015	-0,126	0,034	0,073
12-2015	-0,136	0,009	0,058
12-2015	-0,124	-0,007	0,016
12-2015	-0,155	0,002	0,044
02-2016	-0,097	-0,044	0,018
02-2016	-0,089	-0,028	0,021
02-2016	-0,135	-0,053	0,052
02-2016	-0,121	0,074	0,068
02-2016	-0,172	0,028	0,065
02-2016	-0,112	-0,032	0,046
02-2016	-0,151	0,016	0,071
02-2016	-0,122	-0,054	0,065

02-2016	-0,096	-0,073	0,022
03-2016	-0,147	-0,005	0,053
03-2016	-0,128	0,043	0,040
03-2016	-0,129	-0,039	0,052
03-2016	-0,107	-0,003	0,018
03-2016	-0,098	0,019	0,027
03-2016	-0,081	0,076	0,042
03-2016	-0,115	-0,044	0,035
04-2016	-0,118	-0,030	0,066
04-2016	-0,082	0,021	0,030
04-2016	-0,086	-0,069	0,027
04-2016	-0,109	-0,089	0,055
04-2016	-0,104	-0,065	0,041
04-2016	-0,096	-0,115	0,025
04-2016	-0,100	-0,105	0,041
04-2016	-0,105	-0,077	0,049
04-2016	-0,134	-0,049	0,028
05-2016	-0,133	-0,124	0,053
05-2016	-0,116	-0,360	0,048
05-2016	-0,106	-0,103	0,072
05-2016	-0,111	-0,152	0,043
05-2016	-0,134	-0,028	0,067
05-2016	-0,139	0,001	0,029
05-2016	-0,071	-0,120	0,063
05-2016	-0,151	-0,078	0,073
05-2016	-0,113	-0,055	0,061
05-2016	-0,122	-0,156	0,042
05-2016	-0,059	-0,006	0,025
05-2016	-0,103	-0,144	0,017
06-2016	-0,122	-0,126	0,022
06-2016	-0,114	-0,136	0,060
06-2016	-0,103	-0,033	0,054
06-2016	-0,093	-0,147	0,038
06-2016	-0,101	-0,088	0,072
06-2016	-0,117	-0,028	0,066
06-2016	-0,118	-0,072	0,048
06-2016	-0,088	-0,121	0,072
06-2016	-0,107	-0,106	0,063
06-2016	-0,087	-0,141	0,071
06-2016	-0,103	-0,183	0,041
06-2016	-0,132	-0,022	0,072
06-2016	-0,111	-0,147	0,018

06-2016	-0,120	-0,157	0,022
06-2016	-0,100	-0,144	0,020
07-2016	-0,108	-0,051	0,056
07-2016	-0,107	-0,030	0,067
07-2016	-0,087	-0,138	0,070
07-2016	-0,076	-0,095	0,037
07-2016	-0,107	-0,181	0,026
07-2016	-0,112	-0,133	0,056
07-2016	-0,124	-0,040	0,052
07-2016	-0,132	-0,002	0,035
07-2016	-0,119	0,063	0,031
07-2016	-0,109	-0,007	0,031
07-2016	-0,125	-0,025	0,057

Tabela B.3 Dados em bruto para o Produto C (Fase I)

Data	Característica 1	Característica 2	Característica 3
10-2014-	-0,085	-0,007	0,044
10-2014	-0,036	0,048	0,024
10-2014	0,020	0,072	0,015
11-2014-	-0,109	0,065	0,022
11-2014	-0,047	0,087	0,001
11-2014	-0,054	0,036	0,012
12-2014-	-0,020	0,016	0,016
12-2014	-0,045	0,014	0,006
12-2014	0,020	0,069	0,006
01-2015	-0,006	-0,070	0,020
01-2015	-0,063	0,073	-0,005
01-2015	-0,112	0,055	0,016
01-2015	-0,110	-0,087	-0,001
01-2015	-0,038	0,067	0,018
01-2015	-0,051	0,212	0,004
03-2015	-0,058	0,098	0,021
03-2015	-0,033	0,086	0,023
03-2015	-0,002	0,034	0,033
04-2015	0,003	0,040	0,129
04-2015	-0,041	0,069	0,032
04-2015	-0,058	0,036	0,078
05-2015	-0,041	0,045	0,017
05-2015	-0,083	0,093	0,039

05-2015	0,005	-0,008	0,013
05-2015	-0,034	0,043	0,033
05-2015	-0,043	0,104	0,047
05-2015	-0,067	0,069	0,064
10-2015	-0,050	0,058	0,025
10-2015	-0,013	0,036	0,044
10-2015	-0,082	0,079	0,020
11-2015	-0,076	0,057	0,010
11-2015	-0,007	0,050	0,037
11-2015	-0,048	0,105	0,028
12-2015	-0,063	0,080	0,043
12-2015	-0,040	0,141	-0,003
12-2015	-0,047	0,174	-0,008
01-2016	-0,017	0,120	0,004
01-2016	-0,001	0,102	0,014
01-2016	-0,056	0,143	0,010
01-2016	-0,043	0,045	-0,002
01-2016	-0,006	0,153	-0,010
01-2016	-0,041	0,137	0,003
01-2016	-0,030	0,060	-0,022
01-2016	-0,002	0,035	0,001
01-2016	0,041	0,104	0,005
02-2016	-0,012	0,166	0,019
02-2016	-0,015	-0,018	-0,001
02-2016	-0,025	0,128	0,003
02-2016	-0,012	0,070	0,022
02-2016	0,011	0,165	-0,007
02-2016	-0,009	0,018	-0,004
03-2016	-0,001	-0,051	0,033
03-2016	0,008	0,130	-0,007
03-2016	-0,004	0,072	0,009
03-2016	0,009	0,109	0,004
03-2016	-0,013	-0,075	0,003
03-2016	-0,017	0,061	-0,017
03-2016	0,004	0,051	-0,021
03-2016	-0,015	0,002	0,021
03-2016	-0,003	0,044	-0,014
03-2016	0,031	0,108	-0,005
04-2016	-0,005	0,110	-0,008
04-2016	-0,043	0,081	-0,002
04-2016	-0,029	0,158	0,019
04-2016	0,040	0,075	0,010

04-2016	-0,043	0,228	0,003
04-2016	0,014	0,168	0,016
05-2016	-0,012	0,041	0,021
05-2016	0,000	0,027	0,017
05-2016	-0,013	0,137	0,028
05-2016	0,023	0,087	0,018
05-2016	0,025	0,117	0,034
05-2016	0,044	0,072	0,030
05-2016	0,003	-0,106	0,044
05-2016	-0,022	-0,147	0,029
05-2016	0,048	-0,061	0,001
05-2016	-0,007	-0,003	0,024
05-2016	0,015	0,053	0,015
05-2016	0,037	0,009	0,027
06-2016	-0,055	0,097	0,041
06-2016	-0,025	0,122	0,042
06-2016	-0,022	0,088	-0,005
06-2016	0,004	0,139	0,012
06-2016	0,032	0,036	0,049
06-2016	0,074	0,017	0,038
06-2016	0,039	-0,093	0,014
06-2016	-0,040	-0,059	0,007
06-2016	0,005	-0,091	0,007
06-2016	0,026	-0,102	0,002
06-2016	0,043	0,081	0,014
06-2016	0,020	0,065	0,018
06-2016	0,003	0,189	0,022
06-2016	-0,012	0,227	0,019
06-2016	0,015	0,055	0,023
07-2016	0,024	0,095	-0,039
07-2016	-0,016	0,154	0,001
07-2016	0,036	-0,003	0,032
07-2016	0,003	0,082	-0,024
07-2016	0,017	0,129	-0,003
07-2016	0,037	-0,175	-0,008
07-2016	0,011	0,076	-0,020
07-2016	-0,005	0,059	0,007
07-2016	-0,058	0,025	-0,014
07-2016	0,011	-0,019	-0,022
07-2016	0,012	0,013	-0,019

Tabela B.4 Dados em bruto para o Produto A (Fase II)

Data	Característica 1	Característica 2	Característica 3
07-2016	10,159	10,206	10,035
07-2016	10,531	10,333	10,039
07-2016	10,154	10,715	10,065
07-2016	9,890	10,736	10,051
07-2016	9,970	11,014	10,059
07-2016	9,854	10,975	10,045
07-2016	10,379	10,756	10,052
07-2016	10,335	10,811	10,056
07-2016	10,112	10,662	10,039
07-2016	9,885	10,859	10,058
07-2016	10,210	10,559	10,066
07-2016	9,987	10,349	10,047
07-2016	9,892	10,113	10,062
07-2016	10,197	10,263	10,070
07-2016	10,349	10,332	10,056
07-2016	9,825	10,217	10,066
07-2016	10,149	10,978	10,043
07-2016	10,199	11,002	10,056
07-2016	10,226	10,809	10,048
07-2016	10,223	10,629	10,044

Tabela B.5 Dados em bruto para o Produto B (Fase II)

Data	Característica 1	Característica 2	Característica 3
07-2016	-0,137	-0,055	0,027
07-2016	-0,118	-0,105	0,073
07-2016	-0,139	0,017	0,057
07-2016	-0,126	-0,028	0,070
07-2016	-0,135	0,007	0,082
07-2016	-0,107	0,046	0,072
07-2016	-0,096	0,068	0,048
07-2016	-0,120	0,021	0,036
07-2016	-0,126	0,026	0,059
07-2016	-0,109	-0,018	0,068
07-2016	-0,124	-0,013	0,043
07-2016	-0,103	0,016	0,040
07-2016	-0,112	-0,074	0,061

07-2016	-0,133	-0,086	0,056
07-2016	-0,108	0,019	0,043
07-2016	-0,098	0,069	0,064
07-2016	-0,102	0,023	0,041
07-2016	-0,105	0,157	0,049
07-2016	-0,103	0,065	0,055
07-2016	-0,116	0,037	0,051

Tabela B.6 Dados em bruto para o Produto C (Fase II)

Data	Característica 1	Característica 2	Característica 3
07-2016	-0,019	-0,022	-0,001
07-2016	0,030	-0,040	0,009
07-2016	0,048	-0,030	0,017
07-2016	-0,039	-0,035	-0,002
07-2016	0,013	0,030	-0,016
07-2016	0,002	-0,010	-0,005
07-2016	0,042	0,012	-0,004
07-2016	0,032	0,043	0,000
07-2016	-0,013	-0,014	0,010
07-2016	-0,033	-0,009	-0,009
07-2016	0,044	-0,067	0,023
07-2016	-0,007	-0,050	0,014
07-2016	-0,014	-0,050	0,002
07-2016	-0,028	-0,057	0,007
07-2016	0,044	-0,039	0,005
07-2016	-0,021	-0,033	0,008
07-2016	0,044	-0,121	0,008
07-2016	0,047	-0,132	0,009
07-2016	0,003	-0,116	-0,010
07-2016	0,062	-0,130	0,009

Anexo C. – Estudo Preliminar: Verificação da Independência

1. Produto A

1.1. Característica 2

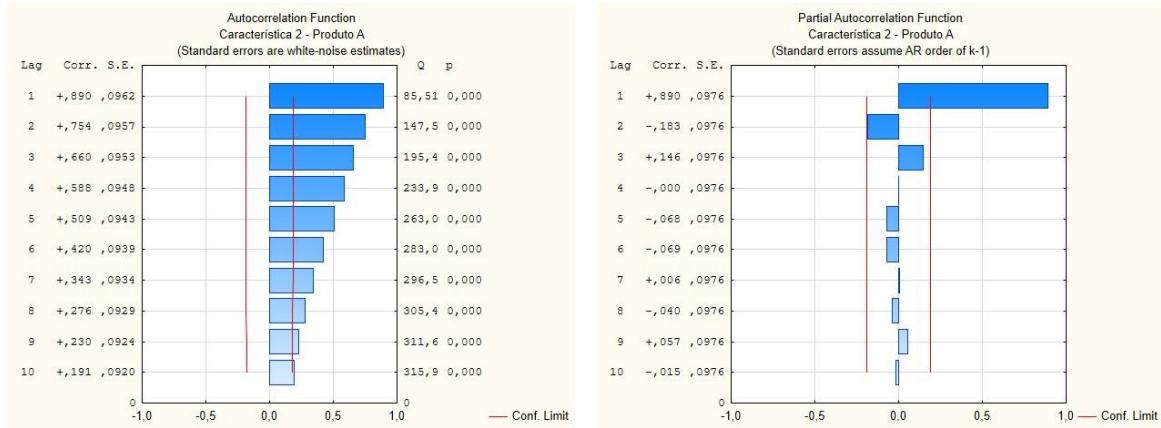


Figura C.1 FACE e FACPE referentes à Característica 2 do Produto A

Tabela C.1 Parâmetros do modelo $AR(1)$ referentes à Característica 2 do Produto A

Característica 2 – Produto A						
Transformação: Não						
Modelo: (1,0,0) MS Residual = 0,0585						
	Parâmetro	Desvio Padrão	t_0	p	$\alpha = 5\%$	
					Limite inferior	Limite superior
Constante	11,3053	0,3036	37,2377	0,00	10,7032	11,9075
ϕ_1	0,9608	0,0399	24,1015	0,00	0,8817	1,0399

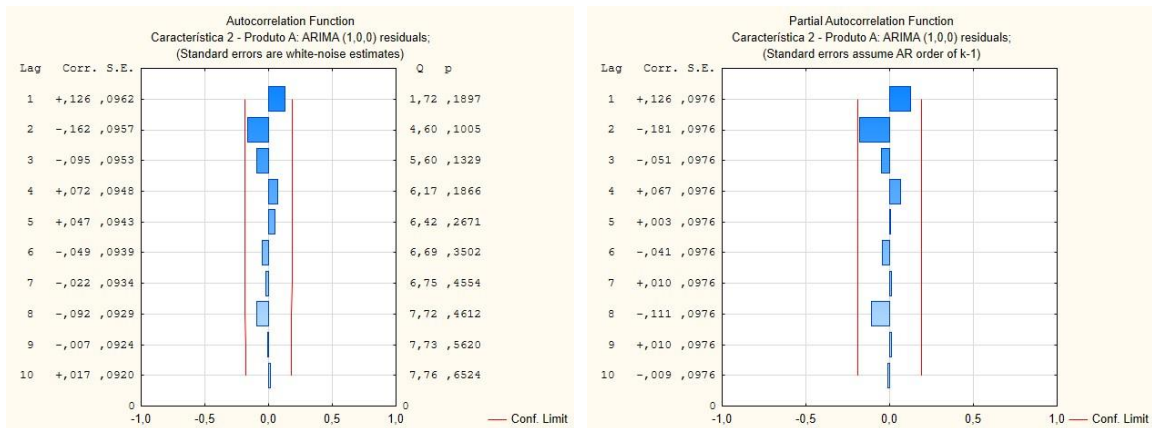


Figura C.2 FACE e FACPE dos resíduos referentes à Característica 2 do Produto A

1.2. Característica 3

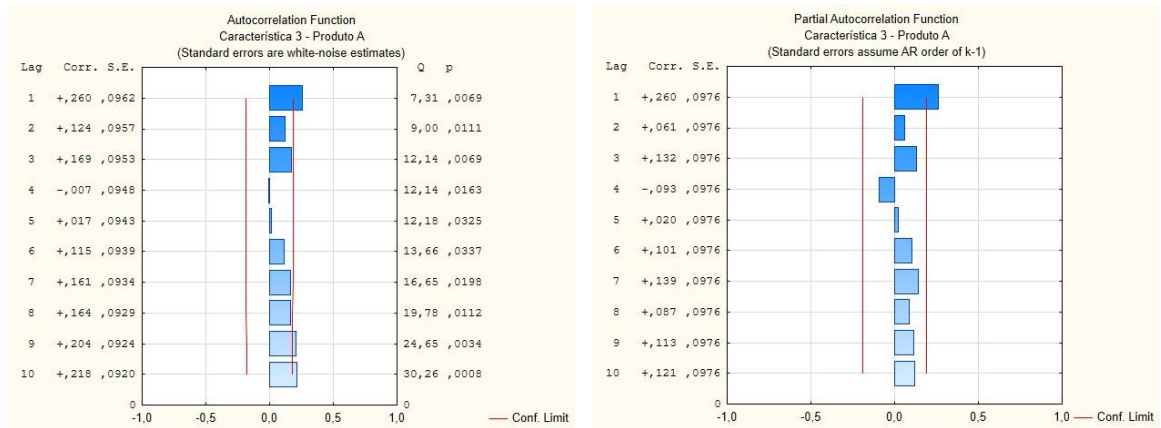


Figura C.3 FACE e FACPE referentes à Característica 3 do Produto A

Tabela C.2 Parâmetros do modelo AR(1) referentes à Característica 3 do Produto A

Característica 3 – Produto A						
Transformação: Não						
Modelo: (1,0,0) MS Residual = 0,0009						
	Parâmetro	Desvio Padrão	t_0	p	$\alpha = 5\%$	
					Limite inferior	Limite superior
Constante	10,0374	0,0039	2579,164	0,00	10,0296	10,0451
ϕ_1	0,2605	0,0957	2,721	0,0076	0,0706	0,4504

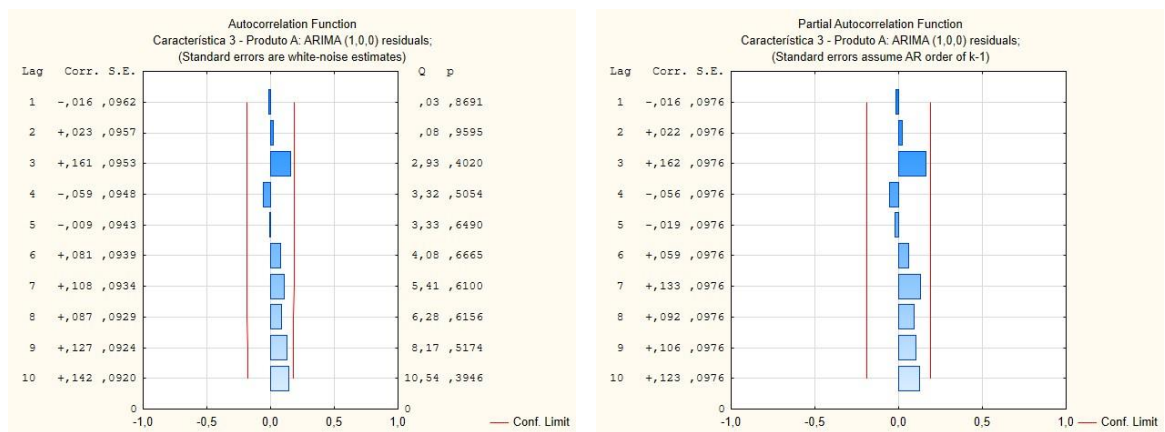


Figura C.4 FACE e FACPE dos resíduos referentes à Característica 3 do Produto A

2. Produto B

2.1. Característica 2

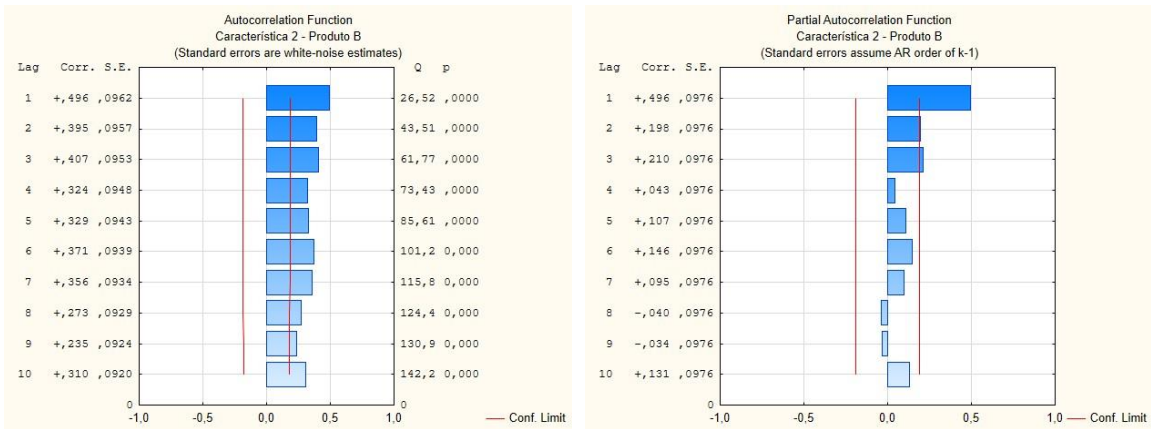


Figura C.5 FACE e FACPE referentes à Característica 2 do Produto B

Tabela C.3 Parâmetros do modelo AR(3) referentes à Característica 2 do Produto B

Característica 2 – Produto B						
Transformação: Não						
Modelo: (3,0,0) MS Residual = 0,0042						
	Parâmetro	Desvio Padrão	t_0	p	$\alpha = 5\%$	
					Limite inferior	Limite superior
Constante	-0,0306	0,0197	-1,5526	0,1237	-0,0698	0,0085
ϕ_1	0,3546	0,0977	3,6287	0,0004	0,1608	0,5485
ϕ_3	0,2207	0,9974	2,2126	0,0292	0,0228	0,4185

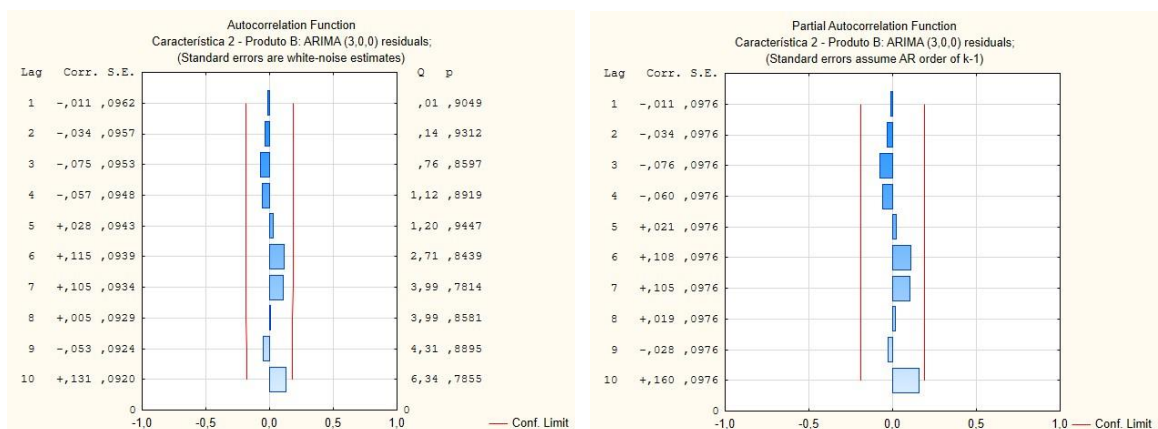


Figura C.6 FACE e FACPE dos resíduos referentes à Característica 2 do Produto B

2.2. Característica 3

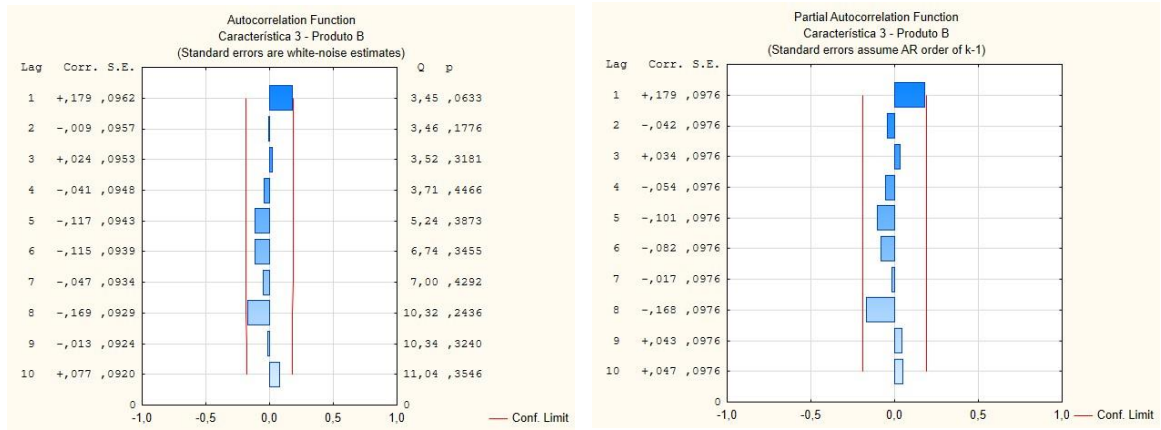


Figura C.7 FACE e FACPE referentes à Característica 3 do Produto B

A Característica 3 do Produto B não apresenta auto-correlação significativa.

3. Produto C

3.1. Característica 2

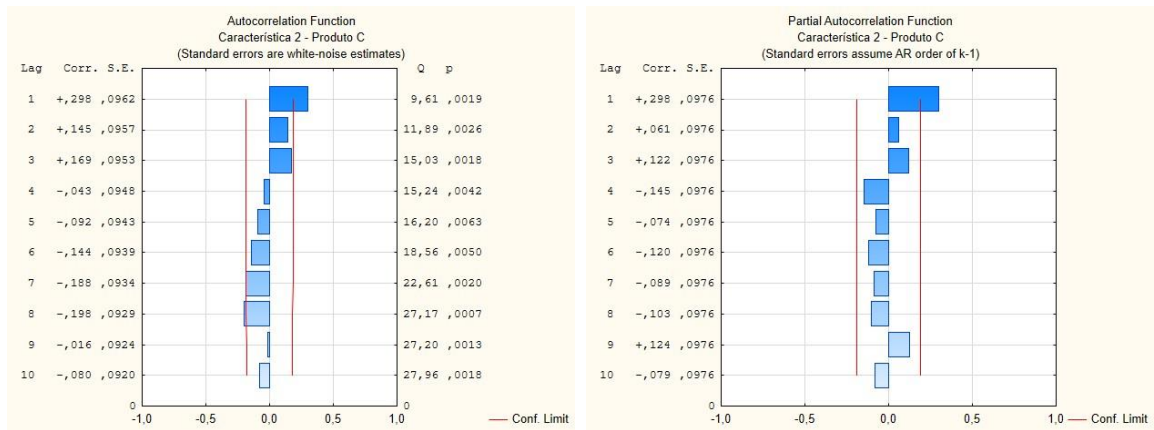


Figura C.8 FACE e FACPE referentes à Característica 2 do Produto C

Tabela C.4 Parâmetros do modelo $AR(1)$ referentes à Característica 2 do Produto C

Característica 2 – Produto C						
Transformação: Não						
Modelo: (1,0,0) MS Residual = 0,0053						
	Parâmetro	Desvio Padrão	t_0	ρ	$\alpha = 5\%$	
					Limite inferior	Limite superior
Constante	0,0592	0,0102	5,8170	0,00	0,0390	0,0793
ϕ_1	0,2994	0,0947	3,1616	0,0021	0,1116	0,4872

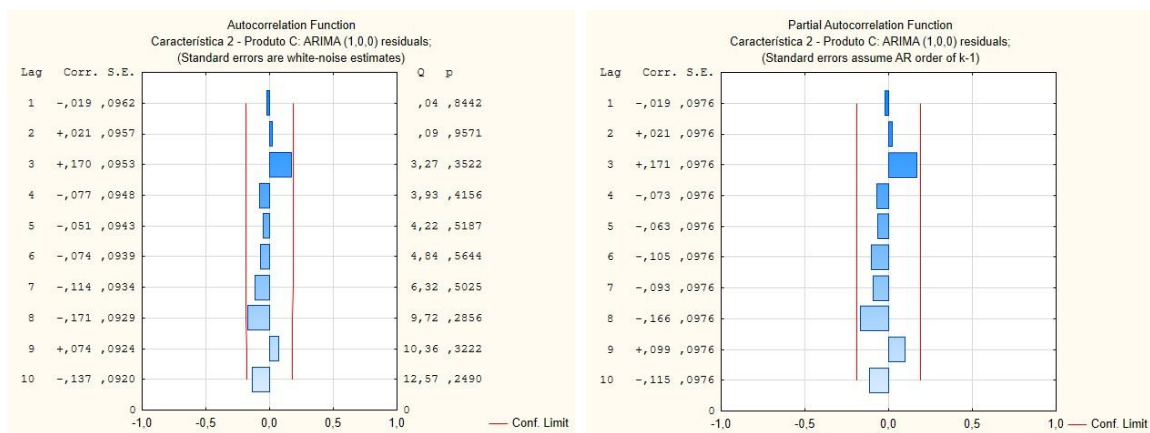


Figura C.9 FACE e FACPE dos resíduos referentes à Característica 2 do Produto C

3.2. Característica 3

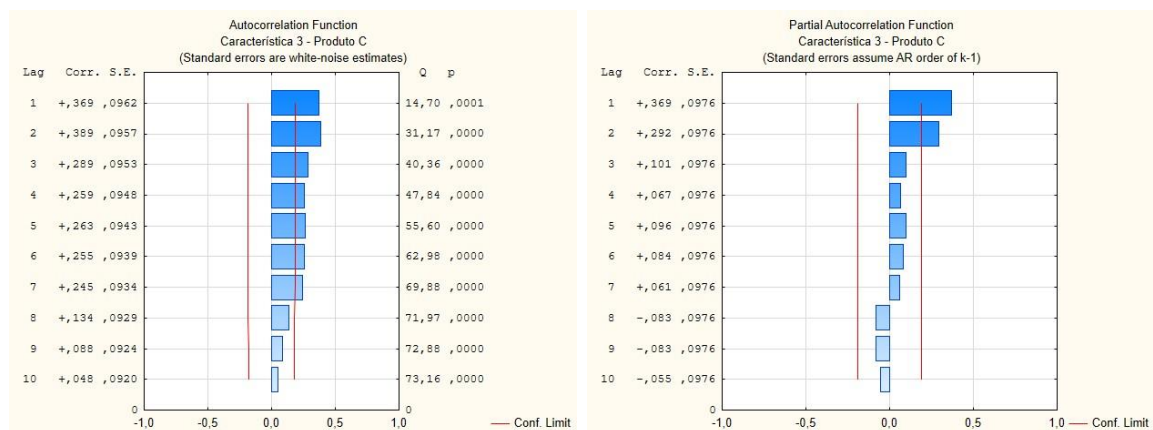


Figura C.10 FACE e FACPE referentes à Característica 3 do Produto C

Tabela C.5 Parâmetros do modelo AR(2) referentes à Característica 3 do Produto C

Característica 3 – Produto C						
Transformação: Não						
Modelo: (2,0,0) MS Residual = 0,0004						
	Parâmetro	Desvio Padrão	t_0	p	$\alpha = 5\%$	
					Limite inferior	Limite superior
Constante	0,0144	0,0046	3,1406	0,0022	0,0053	0,0235
ϕ_1	0,2670	0,0953	2,8034	0,0061	0,0781	0,4560
ϕ_2	0,3101	0,0965	3,2146	0,0018	0,1187	0,5014

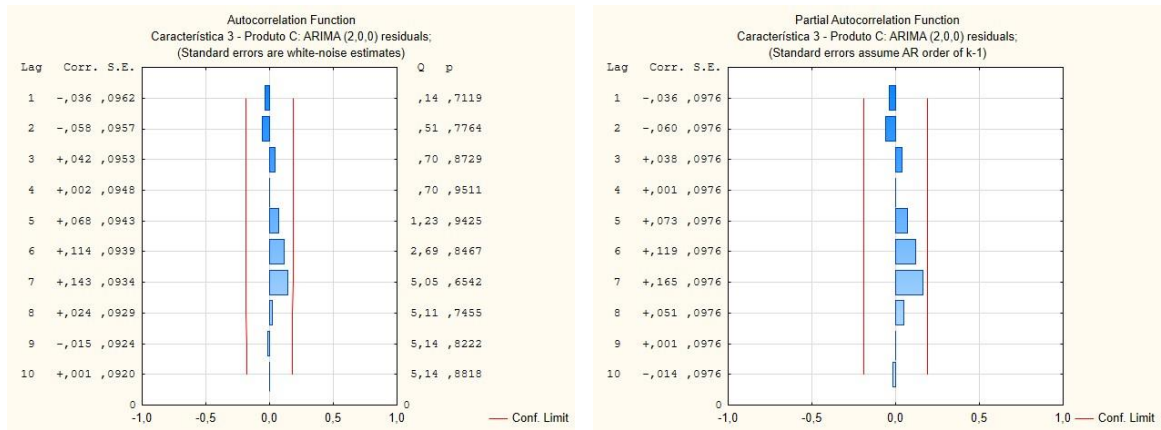


Figura C.11 FACE e FACPE dos resíduos referentes à Característica 3 do Produto C

Anexo D.– Estudo Univariado: Fase I

1. Produto A

1.1. Característica 2

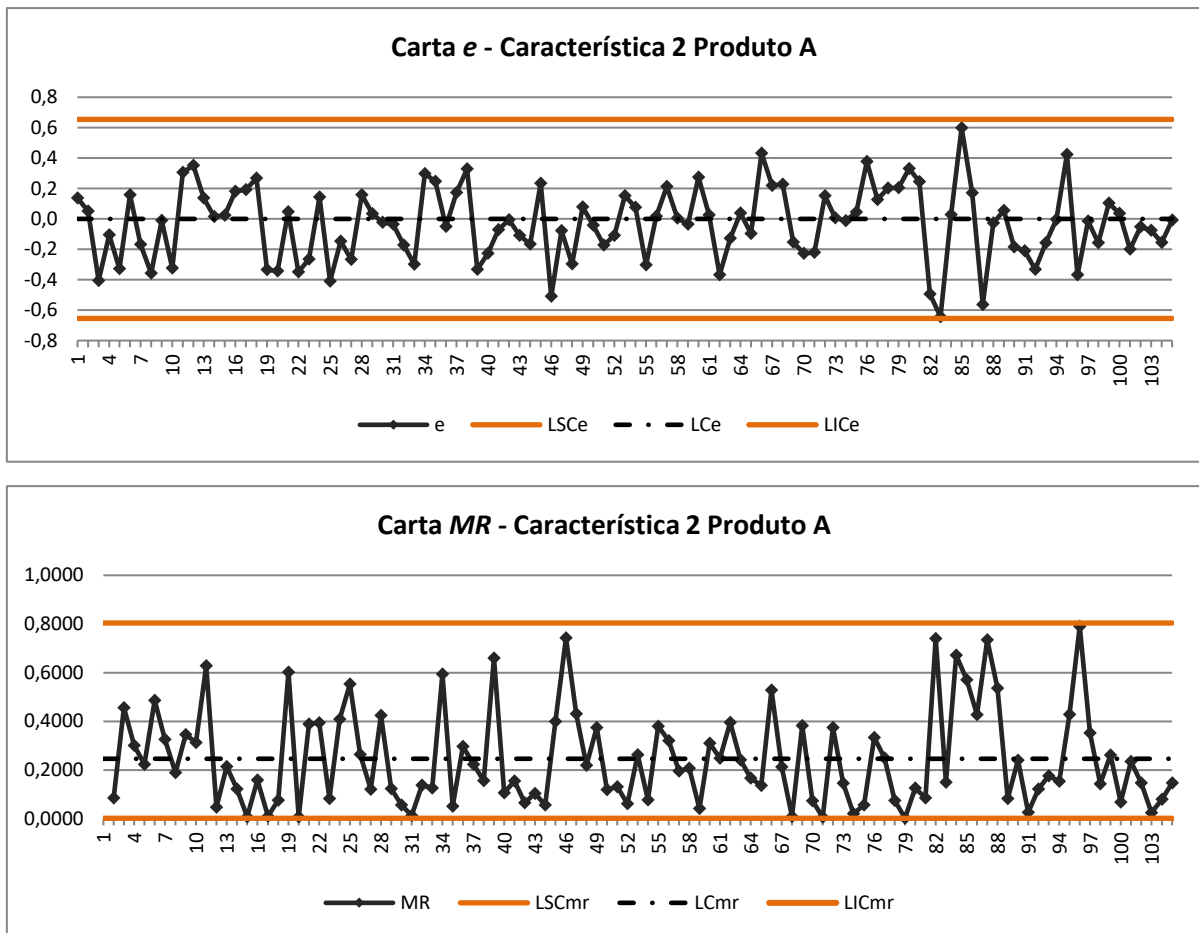


Figura D.1 Carta de Controle e-MR dos resíduos para a Característica 2 do Produto A

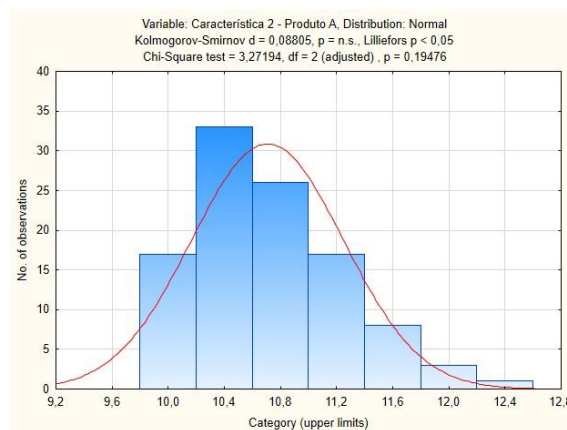


Figura D.2 Verificação da Normalidade dos resíduos da Característica 2 do Produto A

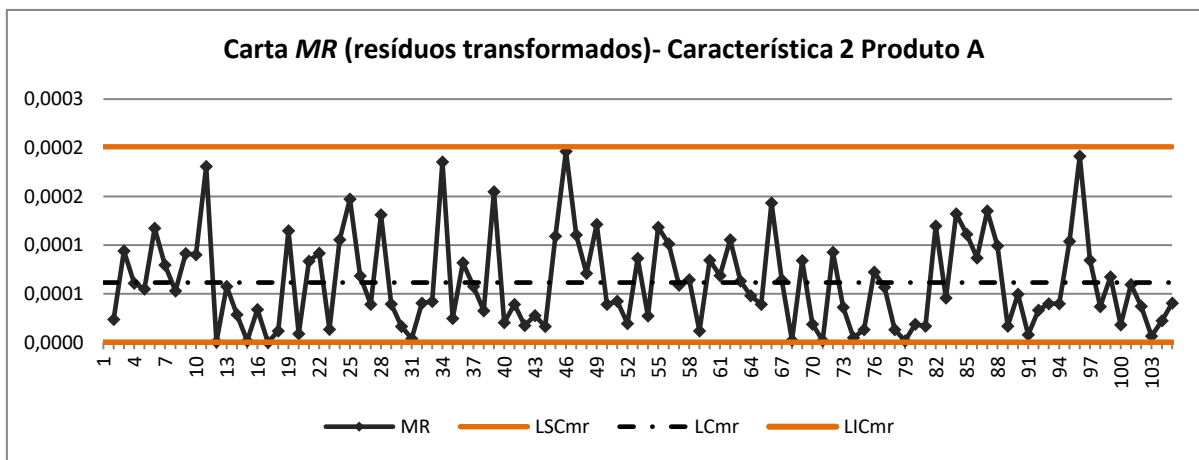
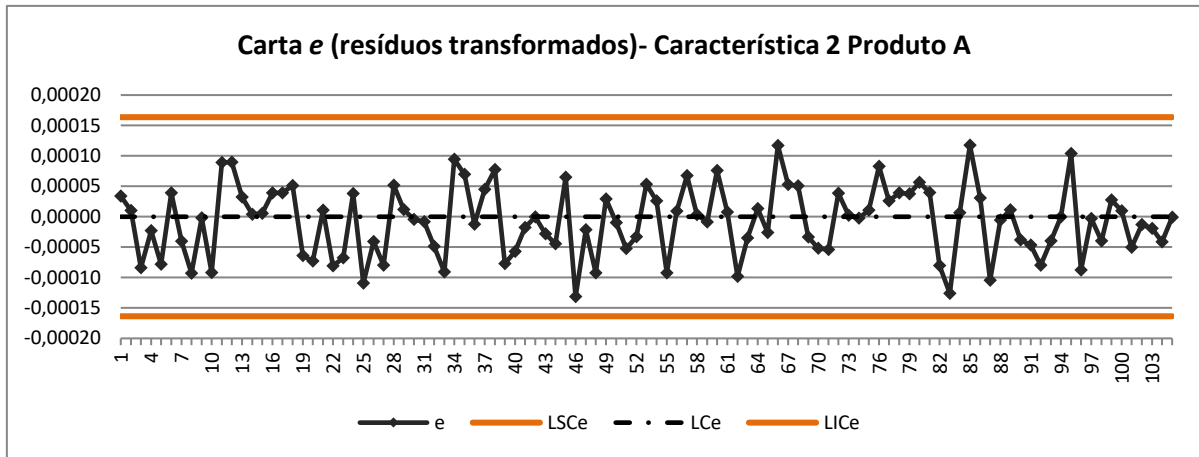


Figura D.3 Carta de Controle e-MR dos resíduos transformados para a Característica 2 do Produto A

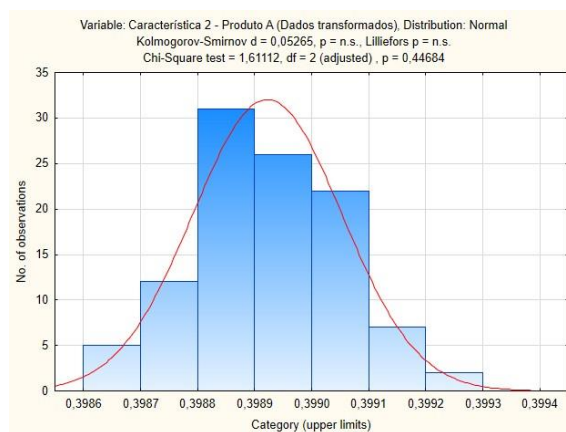


Figura D.4 Verificação da Normalidade dos resíduos transformados da Característica 2 do Produto A

Tabela D.1 Estudo da Capacidade para a Característica 2 do Produto A

	$P_{0,135}$	\bar{M}	$P_{99,865}$	C'_p	C'_{pk}	$(C'_{pk})_I$	$(C'_{pk})_S$
Característica 2	0,39883	0,39892	0,39904	2,572	1,566	3,878	1,566

1.2. Característica 3

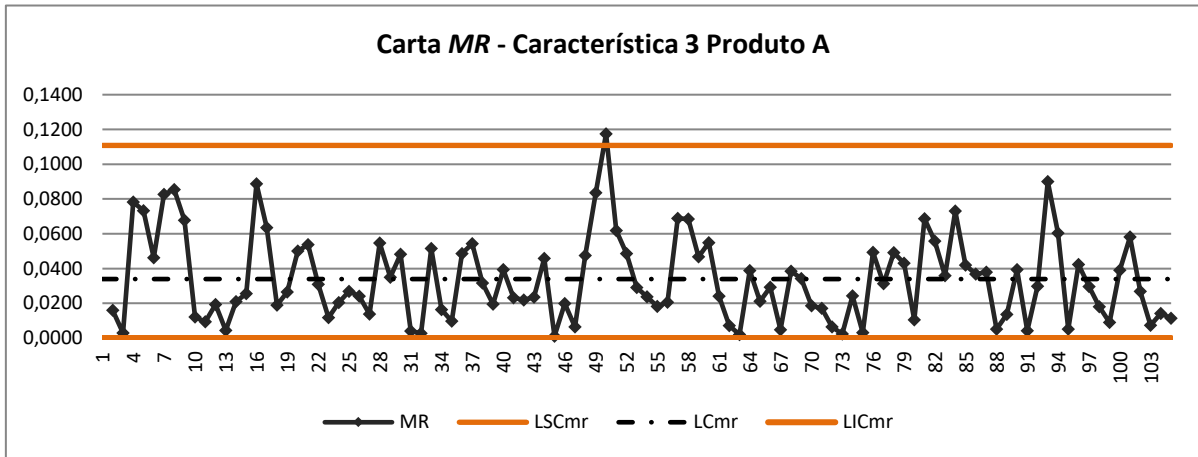
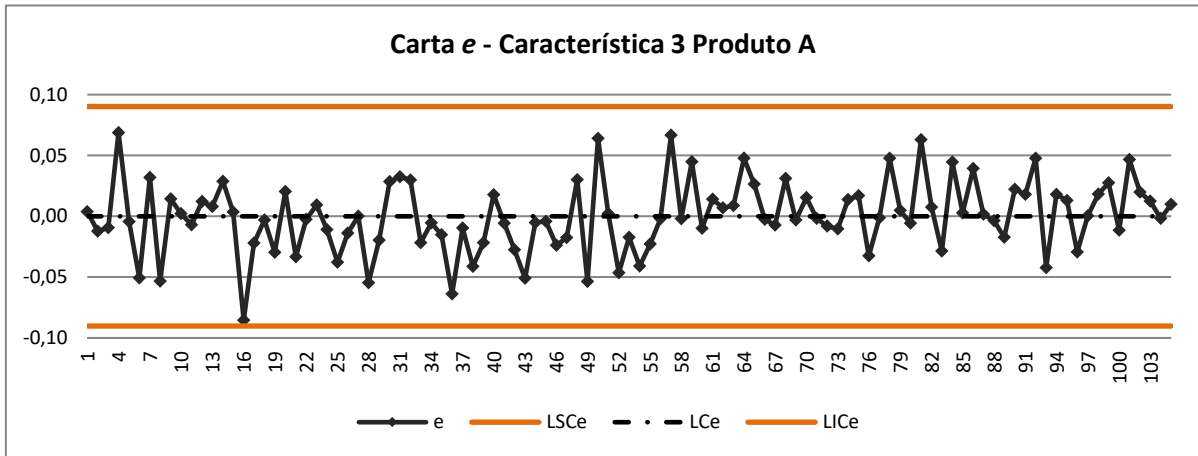


Figura D.5 Carta de Controlo e-MR dos resíduos para a Característica 3 do Produto A

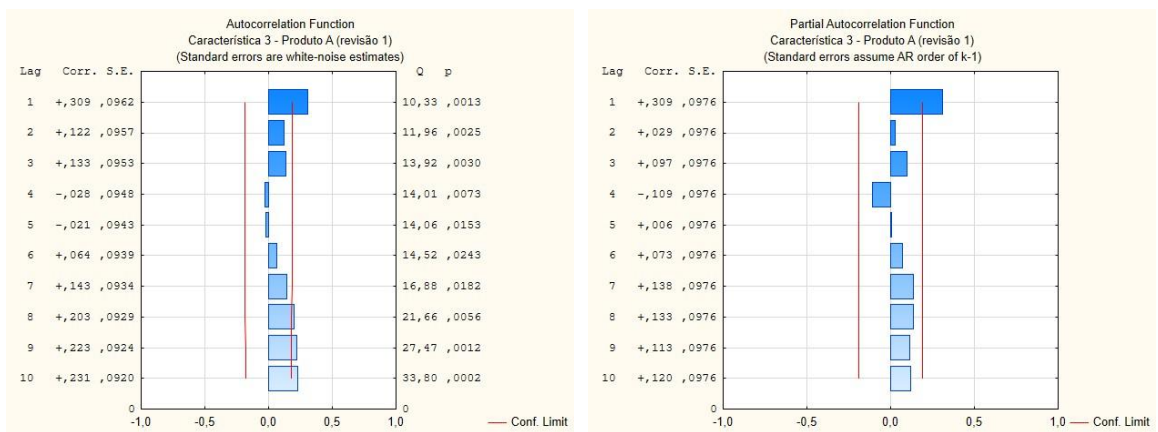


Figura D.6 FACE e FACPE referentes à Característica 3 do Produto A após revisão

Tabela D. 2 Parâmetros do modelo $AR(1)$ referentes à Característica 3 do Produto A após revisão

Característica 3 – Produto A						
Transformação: Não						
Modelo: (1,0,0) MS Residual = 0,0008						
	Parâmetro	Desvio Padrão	t_0	ρ	$\alpha = 5\%$	
					Limite inferior	Limite superior
Constante	10,0379	0,0041	2476,868	0,00	10,0298	10,0459
ϕ_1	0,3096	0,0943	3,284	0,0014	0,1227	0,4966

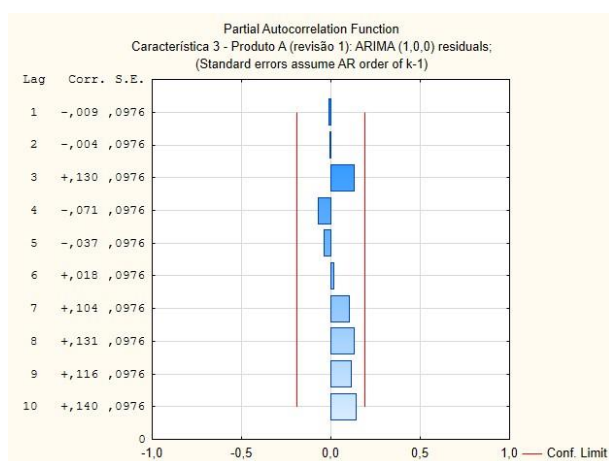
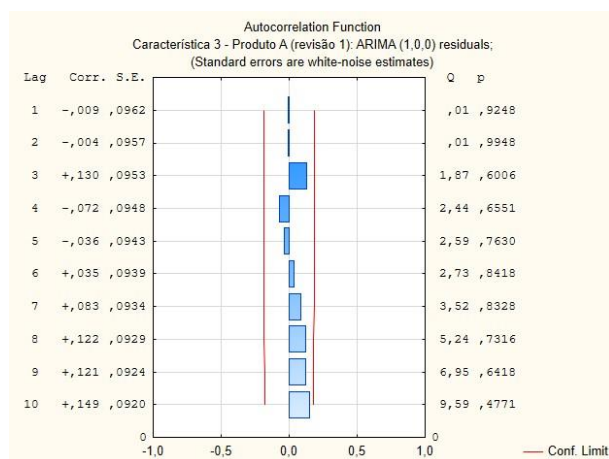


Figura D.7 FACE e FACPE dos resíduos referentes à Característica 3 do Produto A após revisão

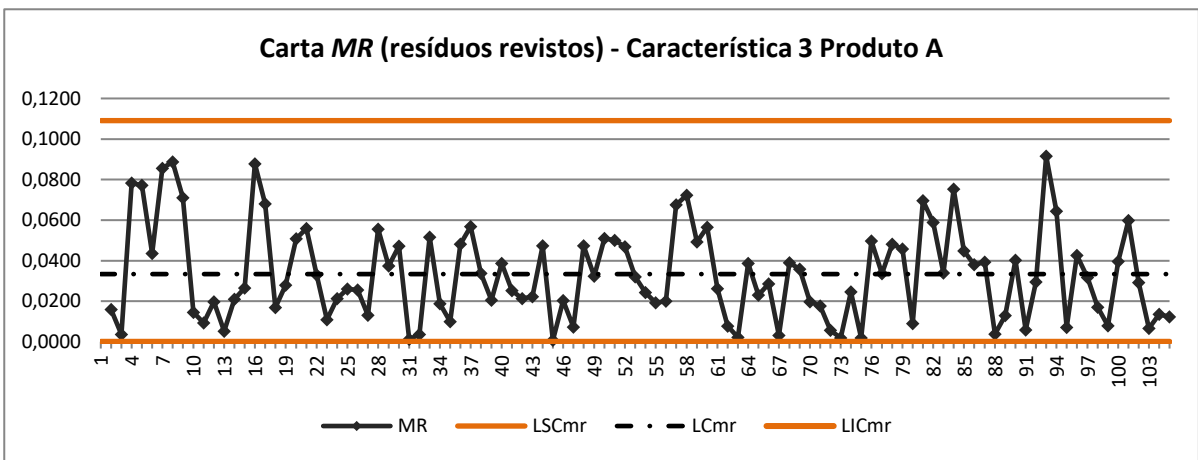
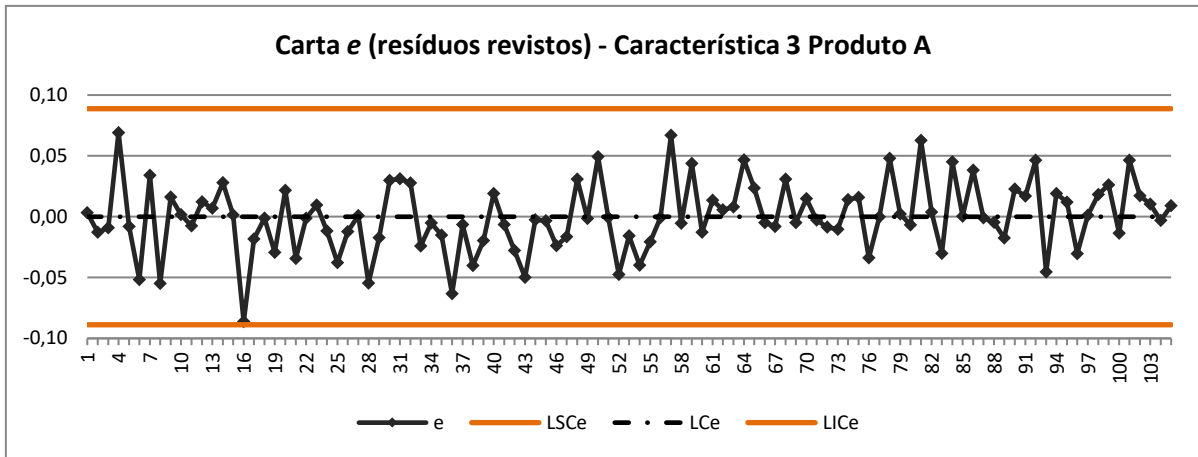


Figura D.8 Carta de Controle e-MR dos resíduos para a Característica 3 do Produto A após revisão

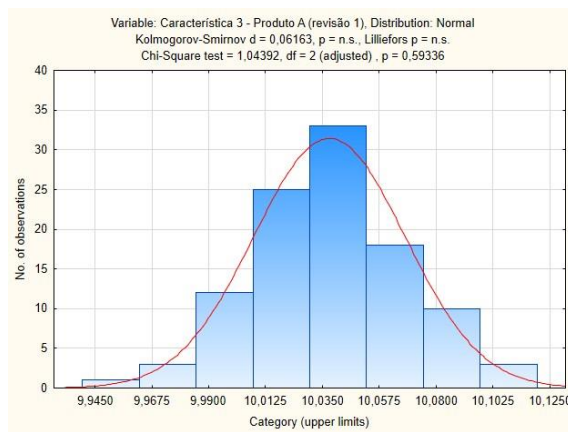


Figura D.9 Verificação da Normalidade dos resíduos da Característica 3 do Produto A após revisão

Tabela D.3 Estudo da Capacidade para a Característica 3 do Produto A

	$\hat{\mu}$	$\hat{\sigma}$	C_p	C_{pk}	$(C_{pk})_I$	$(C_{pk})_S$
Característica 3	10,038	0,0296	5,558	5,137	5,978	5,137

2. Produto B

2.1. Característica 2

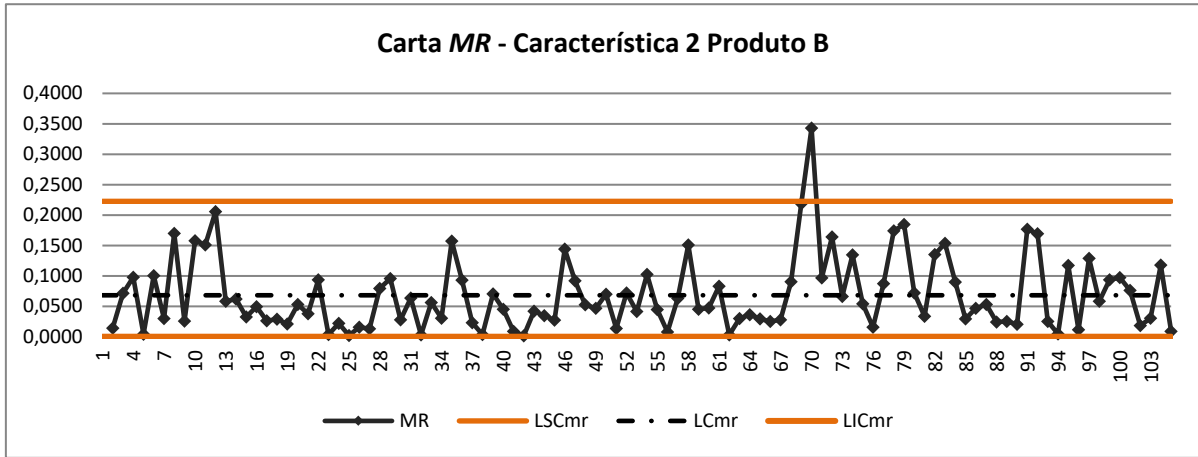
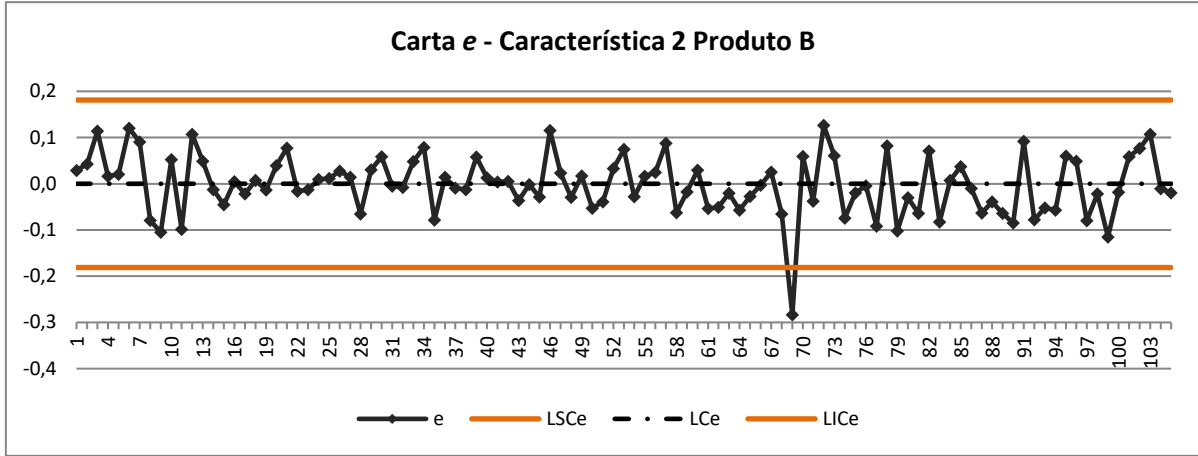


Figura D.10 Carta de Controle e-MR dos resíduos para a Característica 2 do Produto B

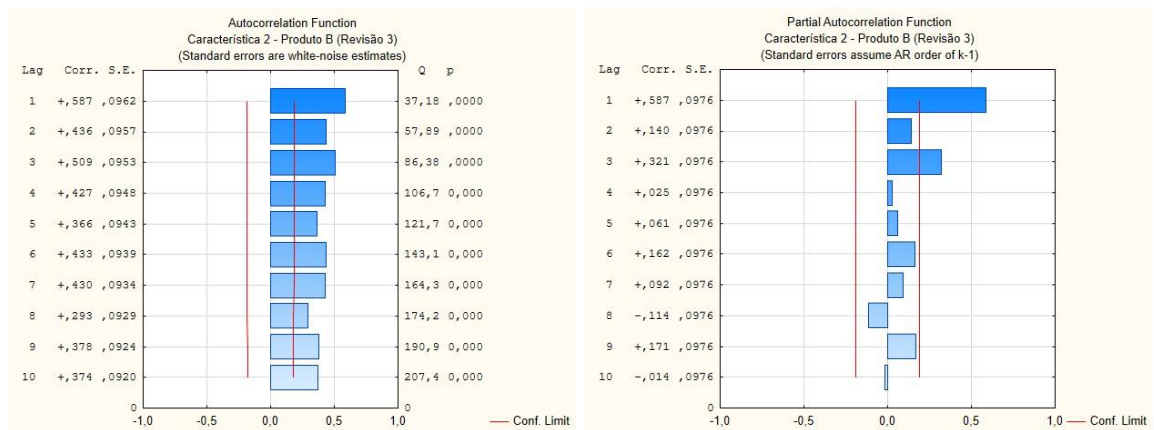


Figura D.11 FACE e FACPE referentes à Característica 2 do Produto B após revisão

Tabela D.4 Parâmetros do modelo AR(3) referentes à Característica 2 do Produto B após revisão

Característica 2 – Produto B						
Transformação: Não						
Modelo: (3,0,0) MS Residual = 0,0029						
	Parâmetro	Desvio Padrão	t_0	ρ	$\alpha = 5\%$	
					Limite inferior	Limite superior
Constante	-0,0212	0,0233	-0,9094	0,3653	-0,0674	0,0250
ϕ_1	0,4592	0,0947	4,8487	0,00	0,2713	0,6471
ϕ_3	0,3425	0,0985	3,4772	0,0007	0,1471	0,5379

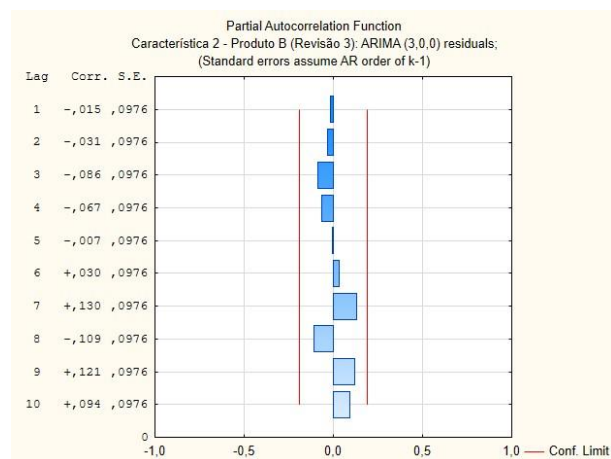
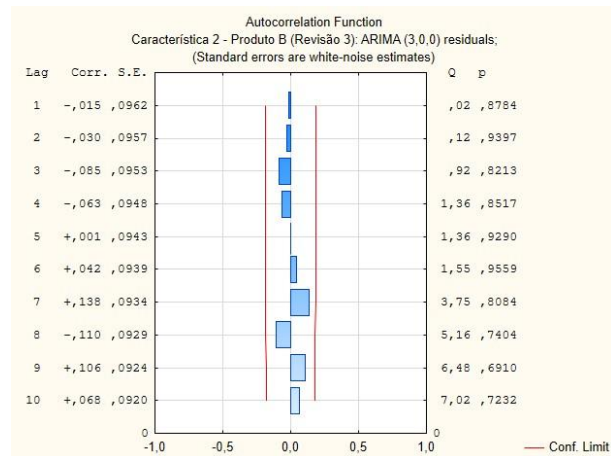


Figura D.12 FACE e FACPE dos resíduos referentes à Característica 2 do Produto B após revisão

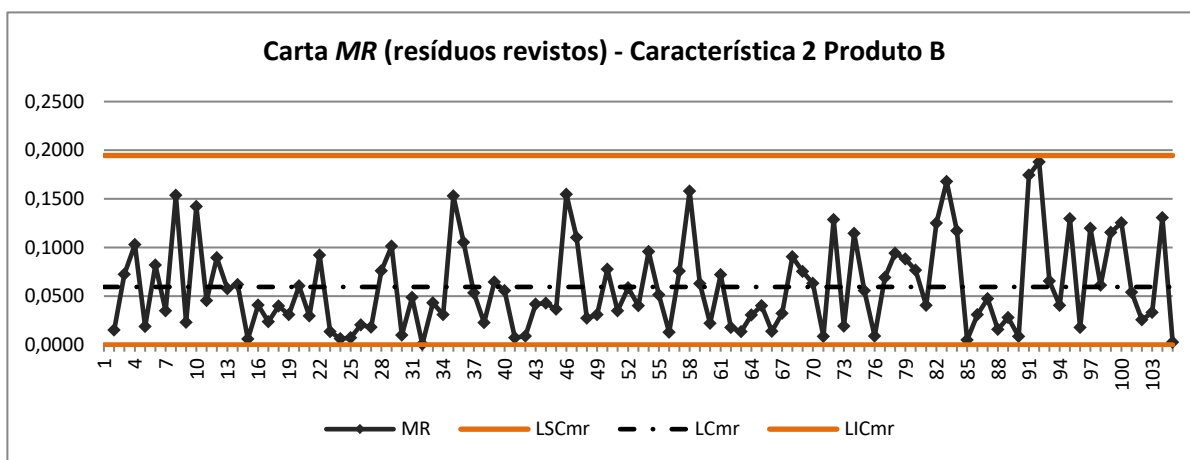
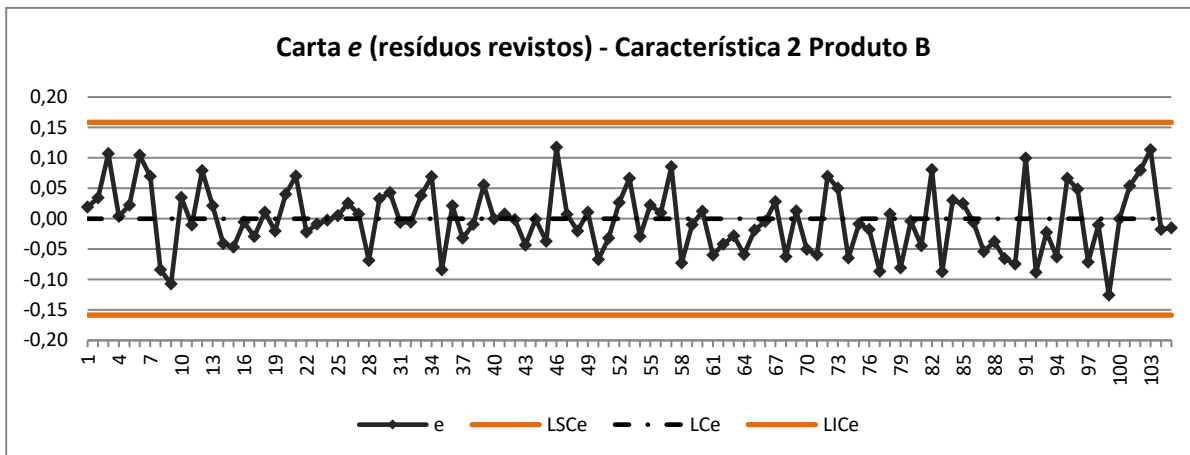


Figura D.13 Carta de Controle e-MR dos resíduos para a Característica 2 do Produto B após revisão

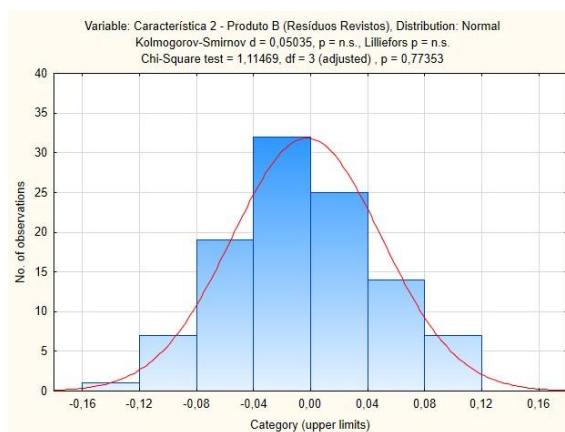


Figura D.14 Verificação da Normalidade dos resíduos da Característica 2 do Produto B após revisão

Tabela D.5 Estudo da Capacidade para a Característica 2 do Produto B

	$\hat{\mu}$	$\hat{\sigma}$	C_p	C_{pk}	$(C_{pk})_I$	$(C_{pk})_S$
Característica 2	-0,0212	0,0528	5,051	5,034	5,034	5,068

2.2. Característica 3

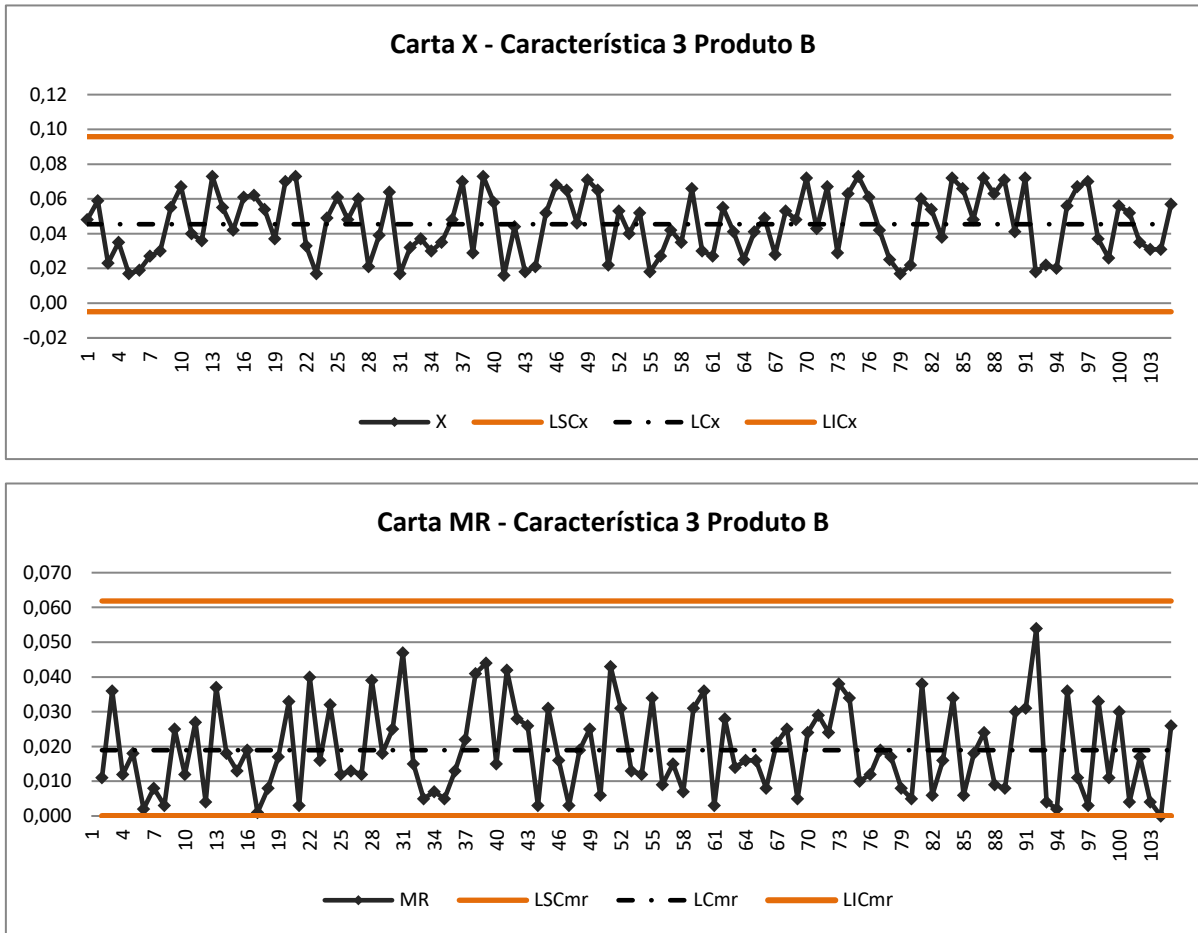


Figura D.15 Carta de Controlo X-MR para a Característica 3 do Produto B

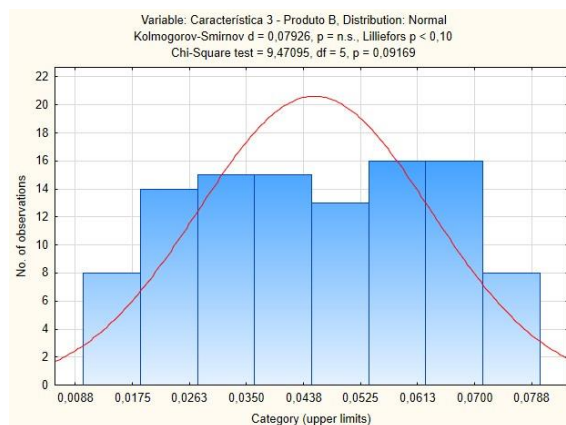


Figura D.16 Verificação da Normalidade da Característica 3 do Produto B

Tabela D.6 Estudo da Capacidade para a Característica 3 do Produto B

	$\hat{\mu}$	$\hat{\sigma}$	C_p	C_{pk}	$(C_{pk})_I$	$(C_{pk})_S$
Característica 3	0,0454	0,0168	9,933	9,031	10,836	9,031

3. Produto C

3.1. Característica 2

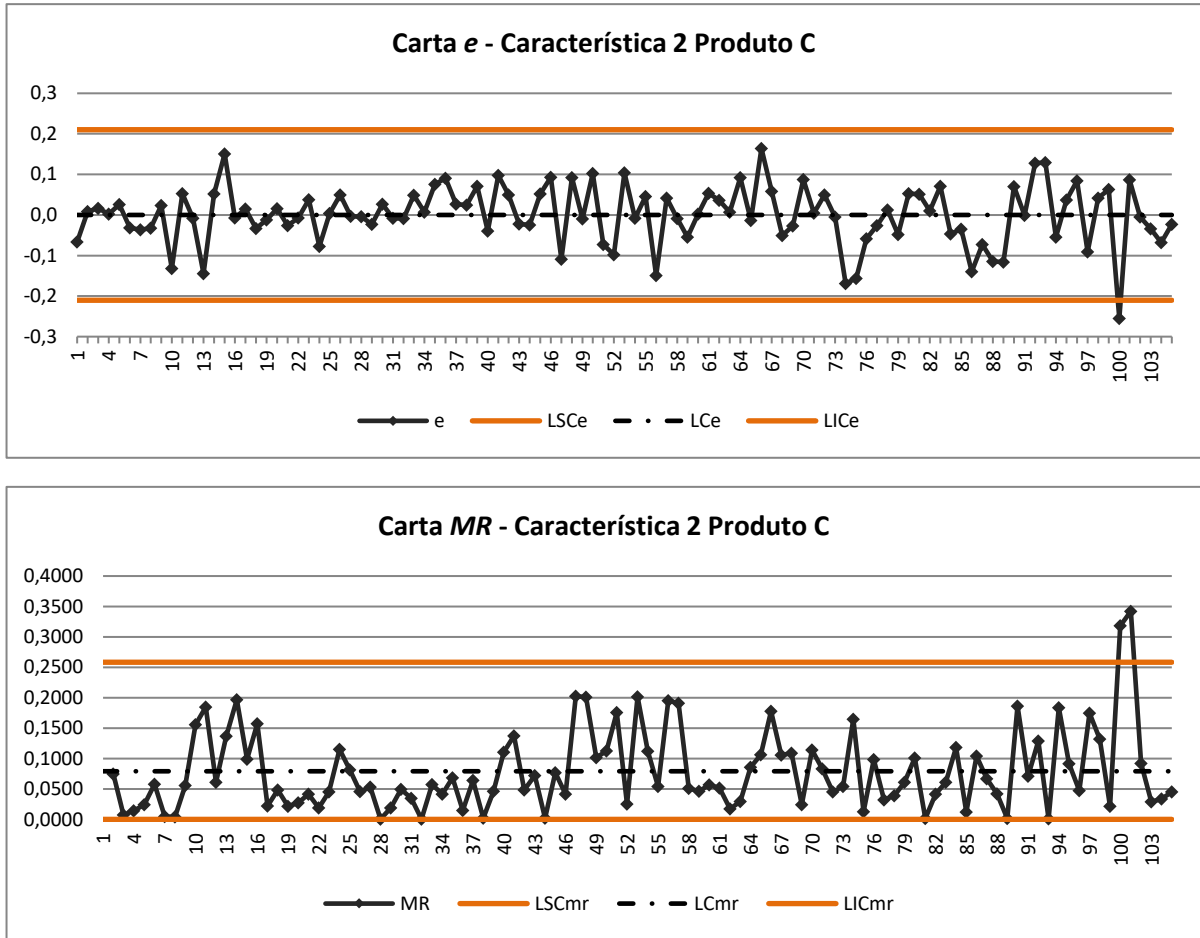


Figura D.17 Carta de Controllo e-MR dos resíduos para a Característica 2 do Produto C

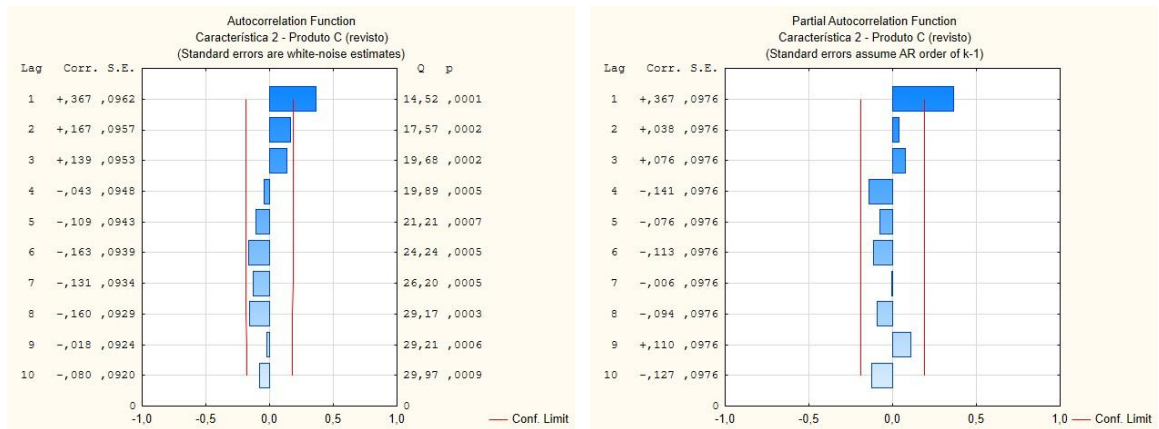


Figura D.18 FACE e FACPE referentes à Característica 2 do Produto C após revisão

Tabela D.7 Parâmetros do modelo $AR(1)$ referentes à Característica 2 do Produto C após revisão

Característica 2 – Produto C						
Transformação: Não						
Modelo: (1,0,0) MS Residual = 0,0046						
	Parâmetro	Desvio Padrão	t_0	ρ	$\alpha = 5\%$	
					Limite inferior	Limite superior
Constante	0,0613	0,0105	5,8604	0,00	0,0405	0,0820
ϕ_1	0,3684	0,0924	3,9895	0,0001	0,1853	0,5516

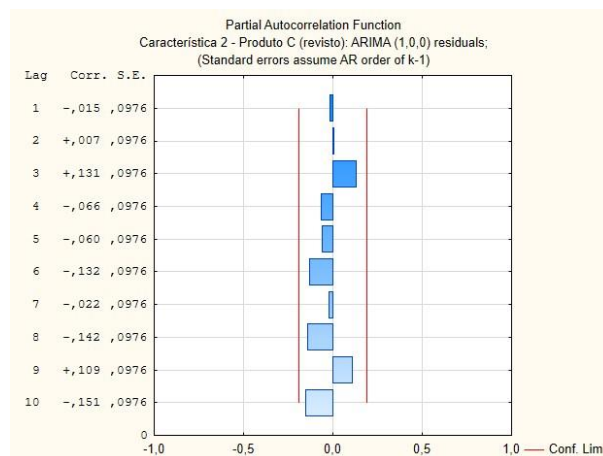
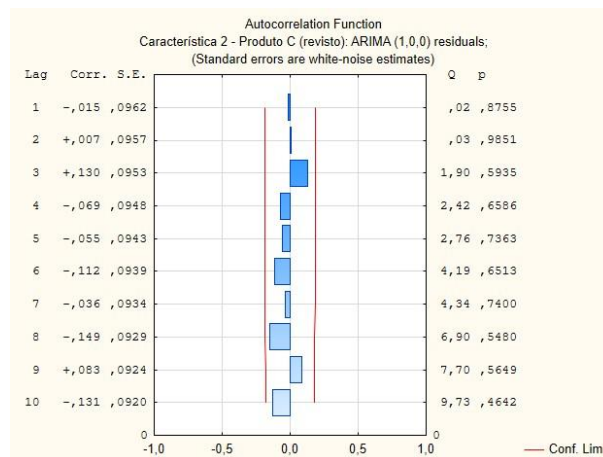


Figura D.19 $FACF$ e $FACPE$ dos resíduos referentes à Característica 2 do Produto C após revisão

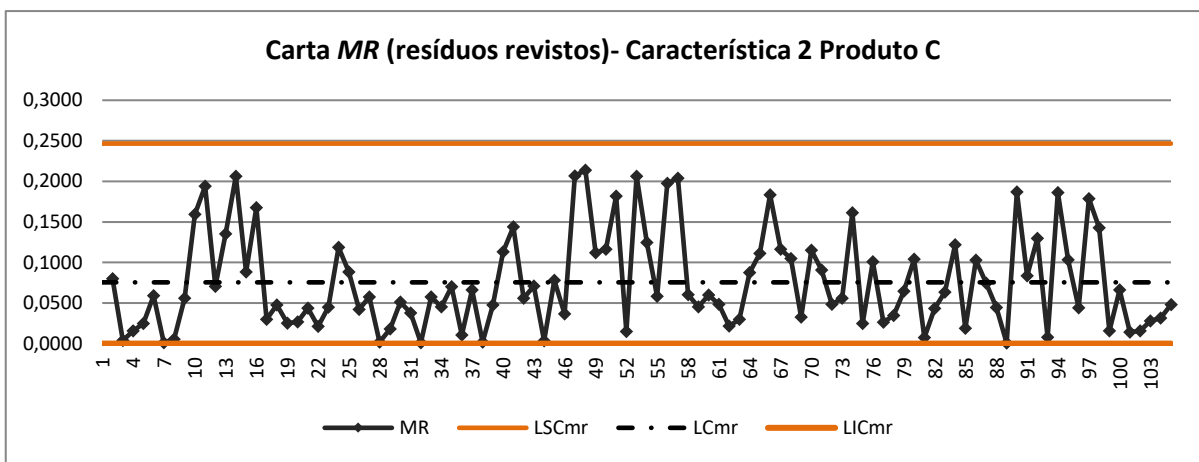
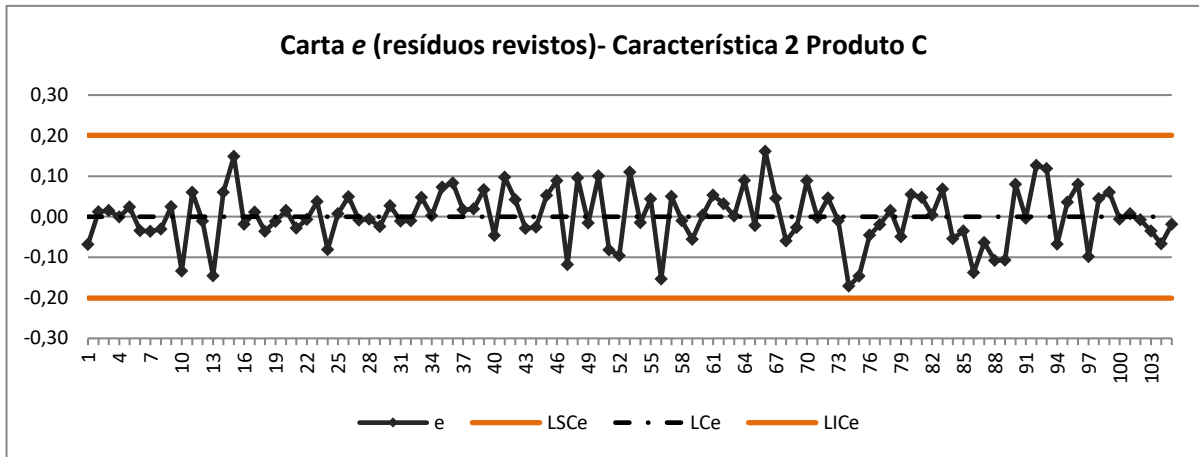


Figura D.20 Carta de Controle *e*-*MR* dos resíduos para a Característica 2 do Produto C após revisão

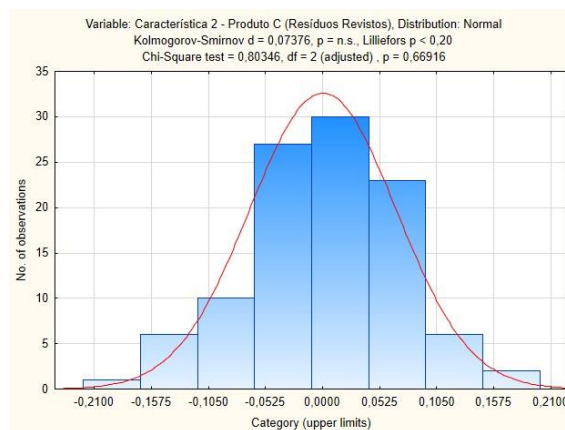


Figura D.21 Verificação da Normalidade da Característica 2 do Produto C

Tabela D.8 Estudo da Capacidade para a Característica 2 do Produto C

	$\hat{\mu}$	$\hat{\sigma}$	C_p	C_{pk}	$(C_{pk})_I$	$(C_{pk})_S$
Característica 2	0,0613	0,0669	1,379	1,093	1,665	1,093

3.2. Característica 3

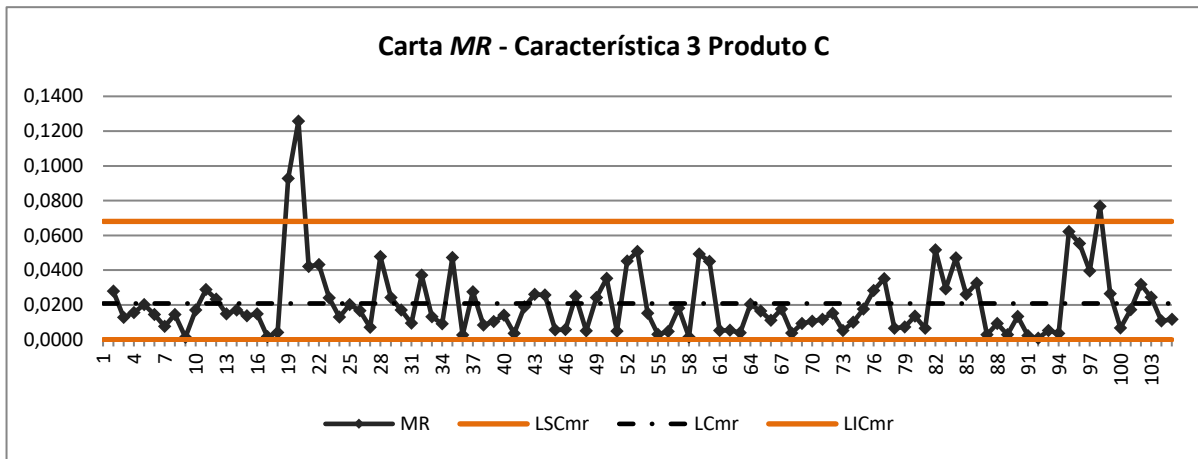
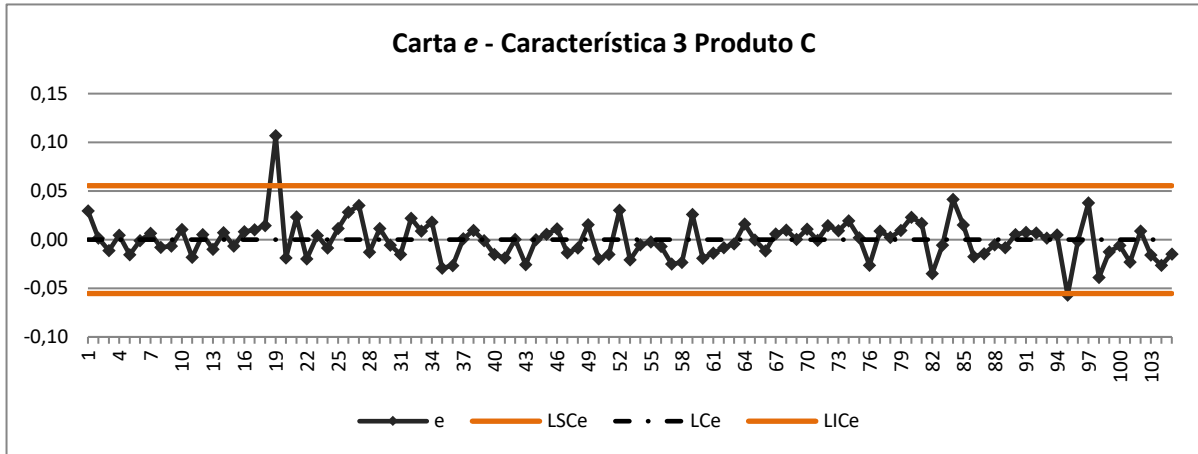


Figura D.22 Carta de Controle e-MR dos resíduos para a Característica 3 do Produto C

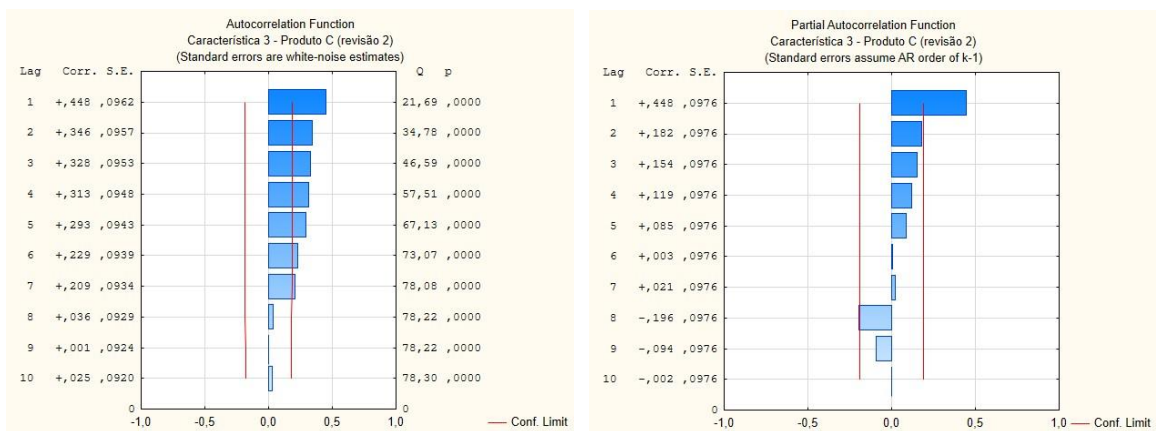


Figura D.23 FACE e FACPE referentes à Característica 3 do Produto C após revisão

Tabela D.9 Parâmetros do modelo $AR(1)$ referentes à Característica 3 do Produto C após revisão

Característica 3 – Produto C						
Transformação: Não						
Modelo: (1,0,0) MS Residual = 0,0003						
	Parâmetro	Desvio Padrão	t_0	ρ	$\alpha = 5\%$	
					Limite inferior	Limite superior
Constante	0,0137	0,0029	4,7926	0,00	0,0080	0,194
ϕ_1	0,4634	0,0897	5,1643	0,00	0,2855	0,6414

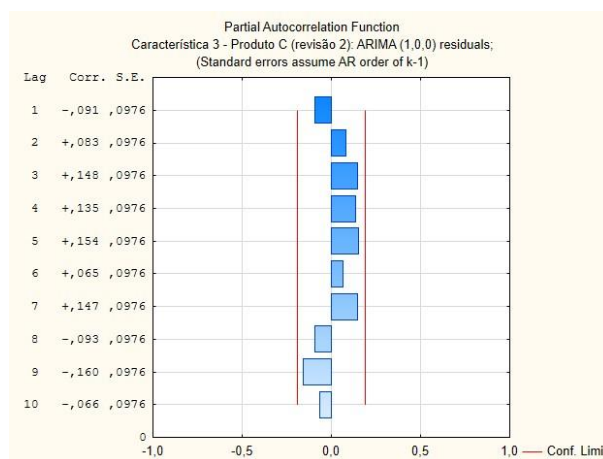
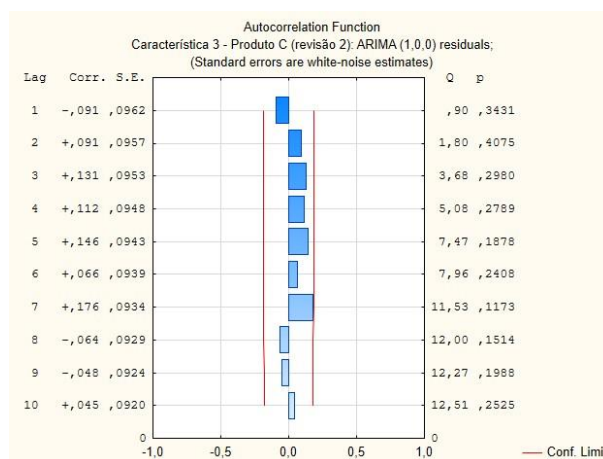


Figura D.24 FACE e FACPE dos resíduos referentes à Característica 3 do Produto C após revisão

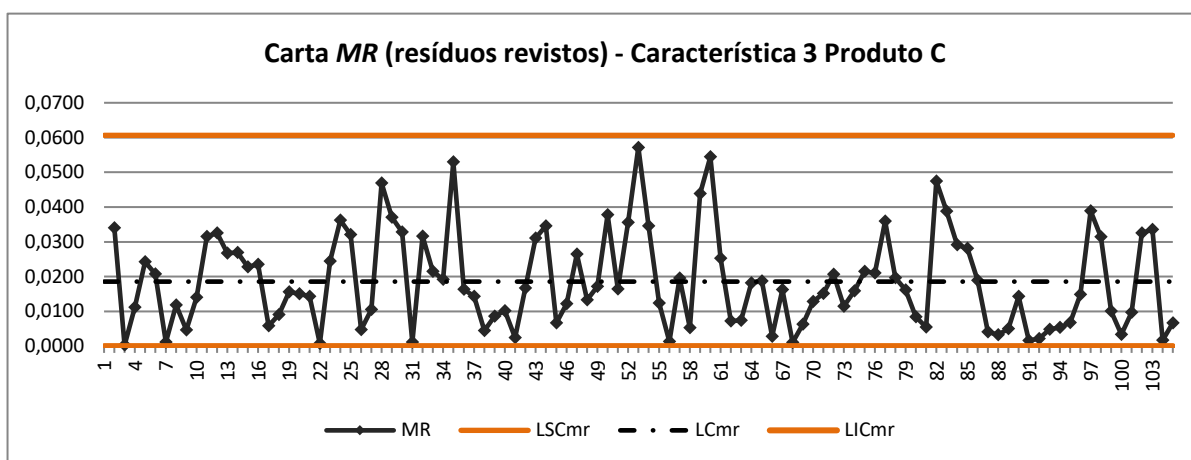
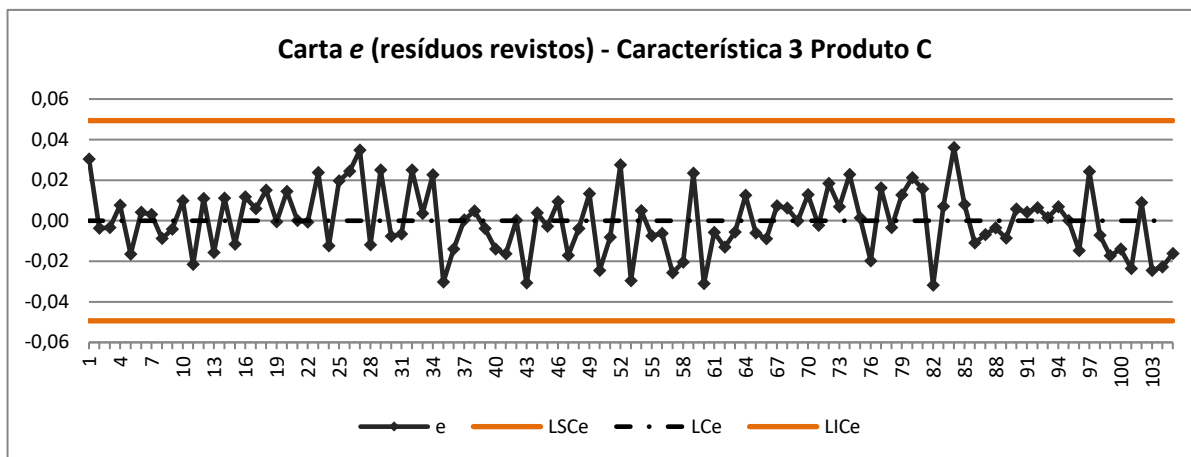


Figura D.25 Carta de Controle e-MR dos resíduos para a Característica 3 do Produto C após revisão

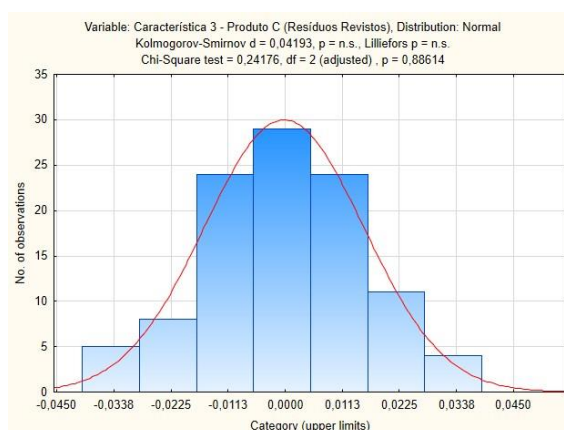


Figura D.26 Verificação da Normalidade da Característica 3 do Produto C após revisão

Tabela D.10 Estudo da Capacidade para a Característica 3 do Produto C

	$\hat{\mu}$	$\hat{\sigma}$	C_p	C_{pk}	$(C_{pk})_I$	$(C_{pk})_S$
Característica 3	0,0137	0,0165	5,663	5,408	5,917	5,408

Anexo E. – Estudo Univariado: Fase II (Cartas de Shewhart)

1. Produto A

1.1. Característica 2

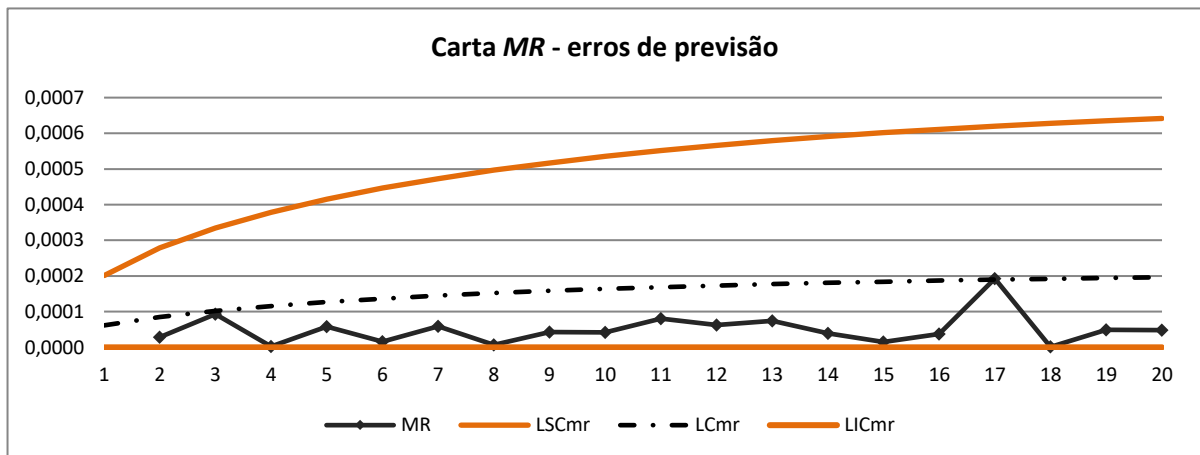
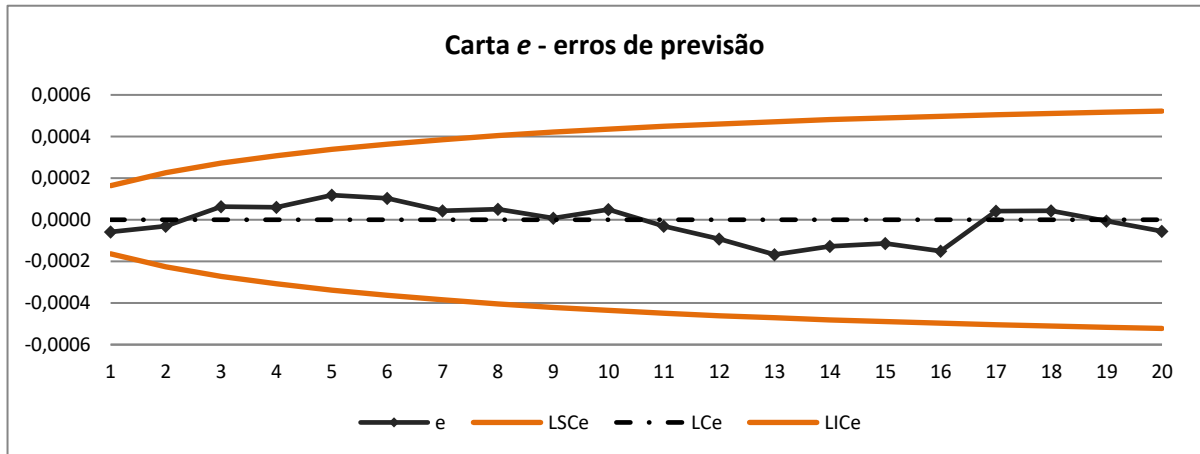
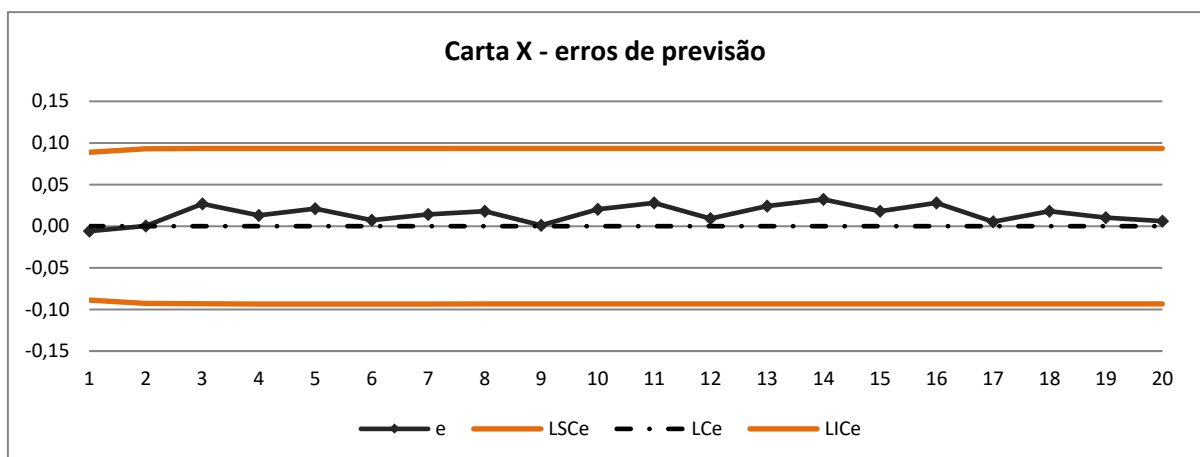


Figura E.1 Carta de controle *e* – *MR* dos erros de previsão para a Característica 2 do Produto A

1.2. Característica 3



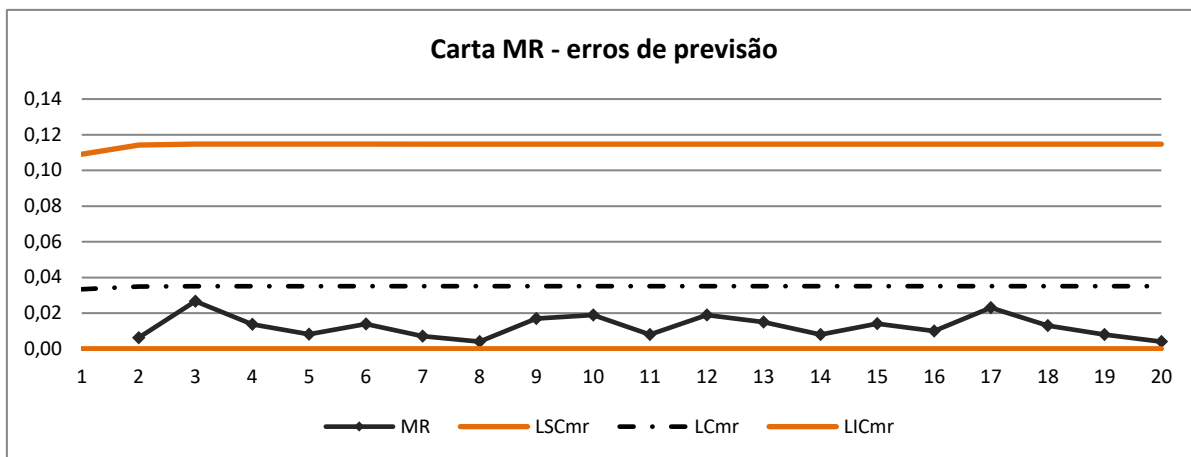


Figura E.2 Carta de controlo $e - MR$ dos erros de previsão para a Característica 3 do Produto A

2. Produto B

2.1. Característica 2

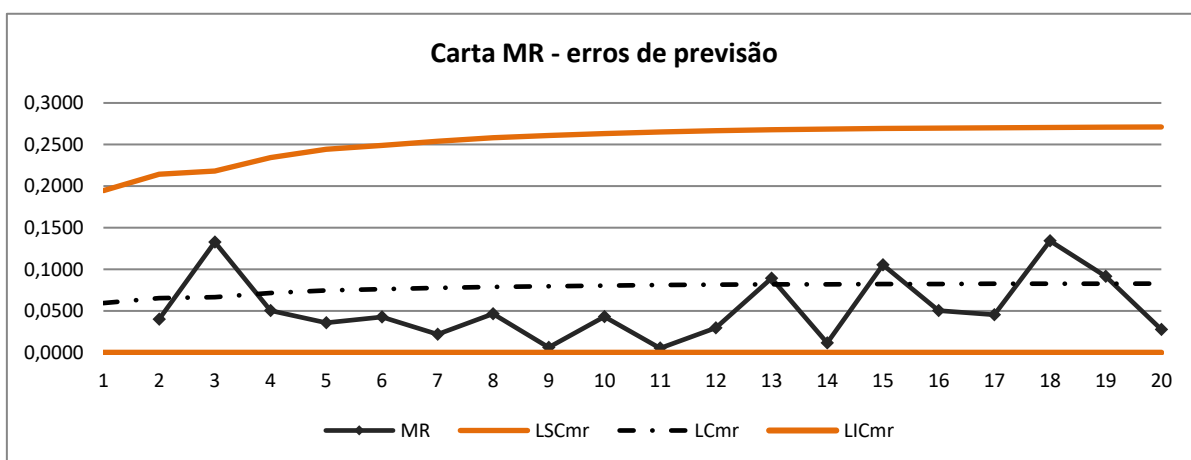
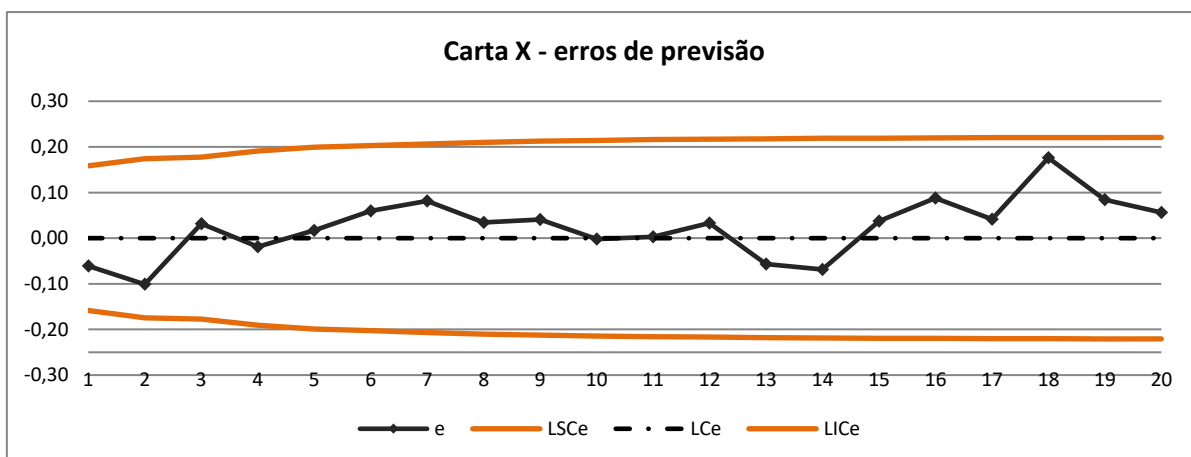


Figura E.3 Carta de controlo $e - MR$ dos erros de previsão para a Característica 2 do Produto B

2.2. Característica 3

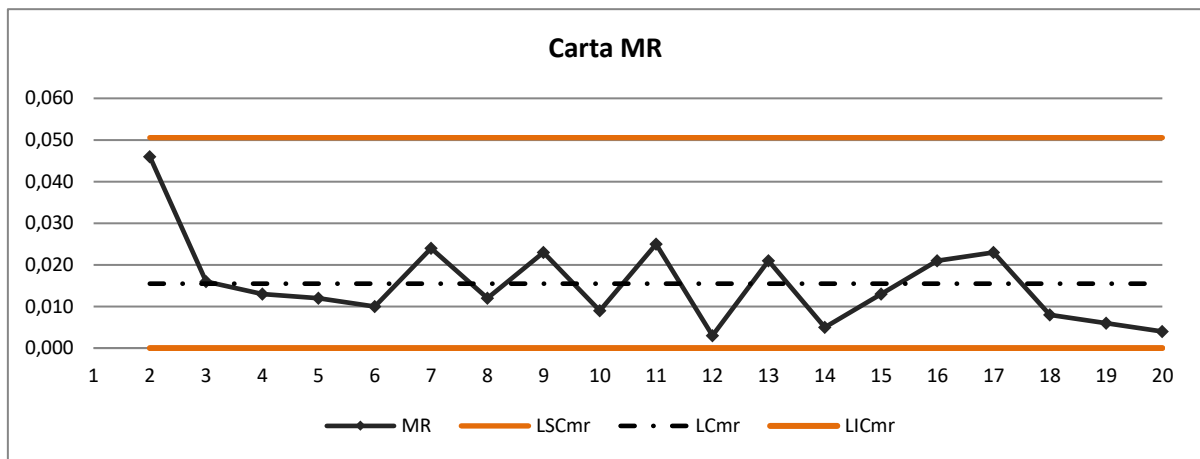
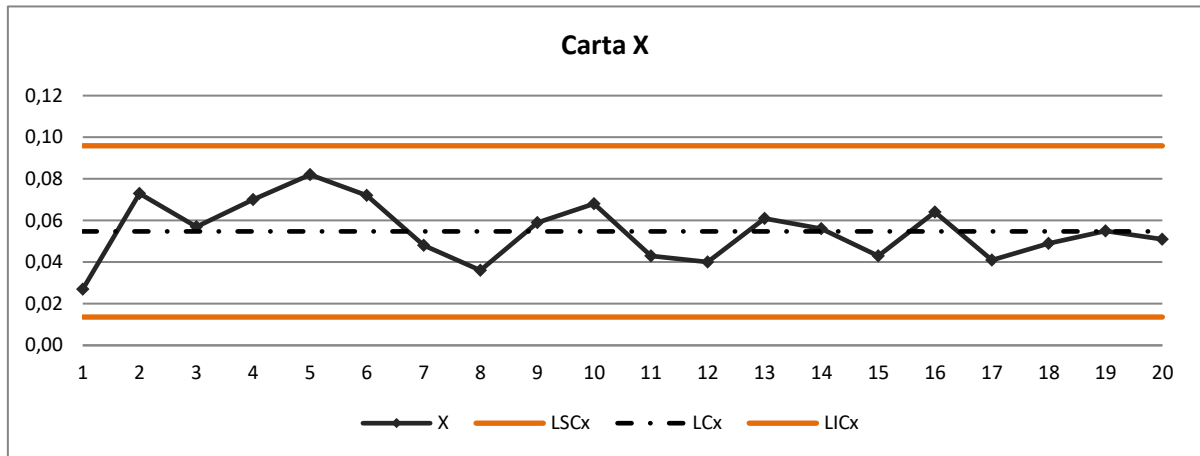
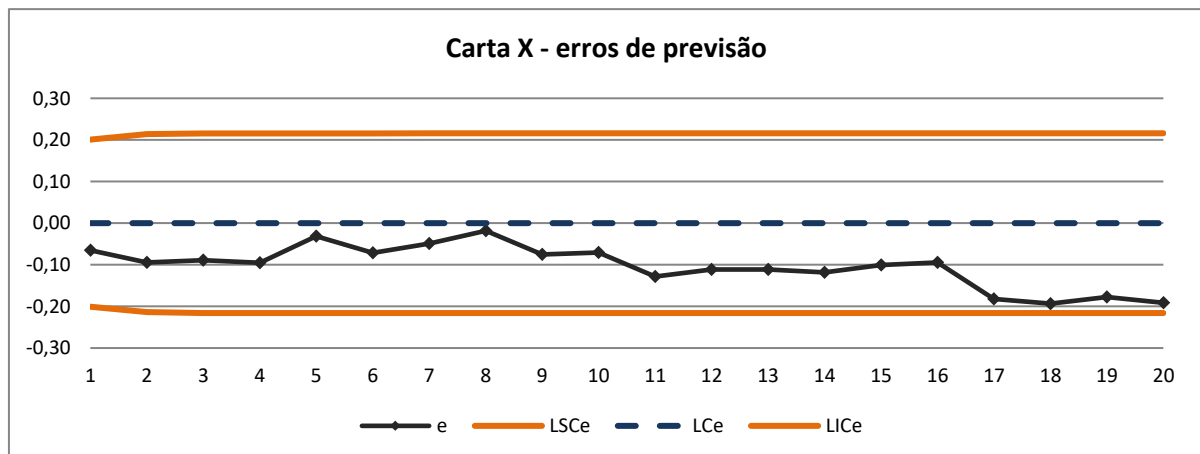


Figura E.4 Carta de controlo $X - MR$ para a Característica 3 do Produto B para a Fase II

3. Produto C

3.1. Característica 2



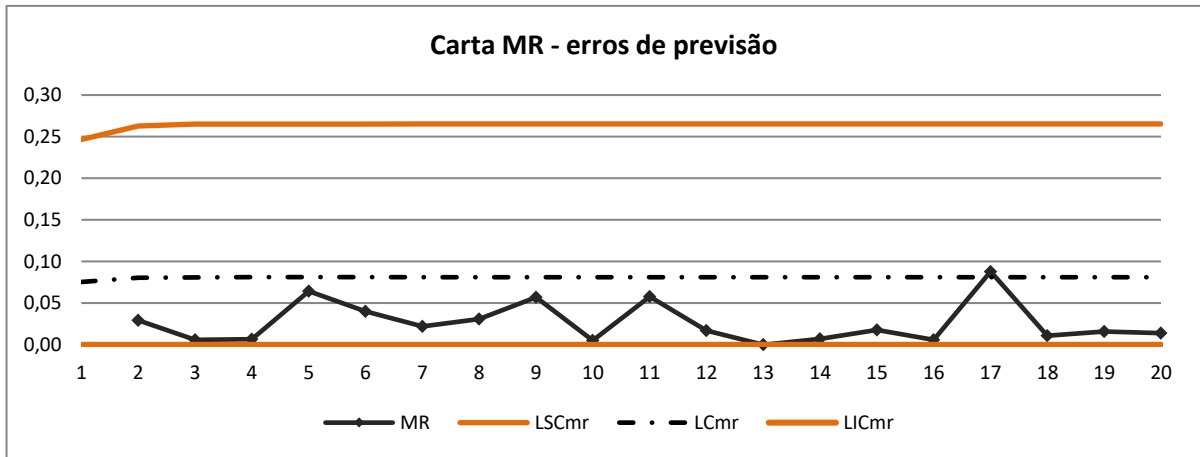


Figura E.5 Carta de controle $e - MR$ dos erros de previsão para a Característica 2 do Produto C

3.2. Característica 2

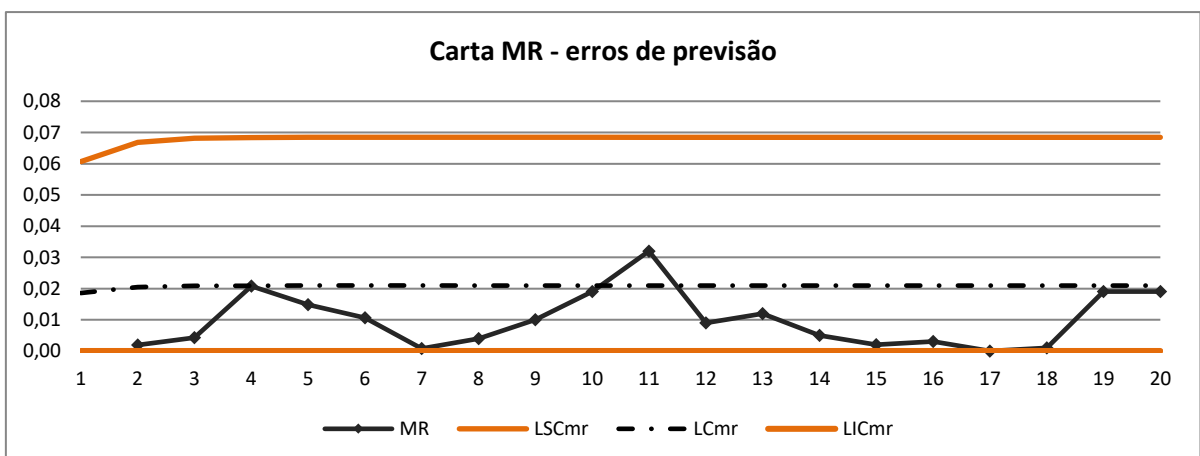
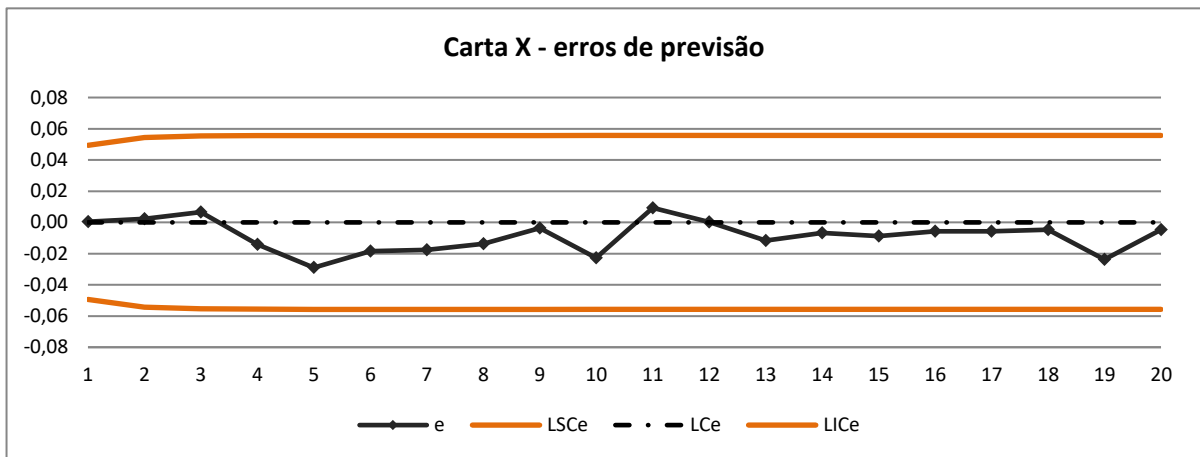


Figura E.6 Carta de controle $e - MR$ dos erros de previsão para a Característica 2 do Produto C

Anexo F.– Estudo Univariado: Fase II (Cartas Especiais)

1. Produto A

1.1. Característica 2

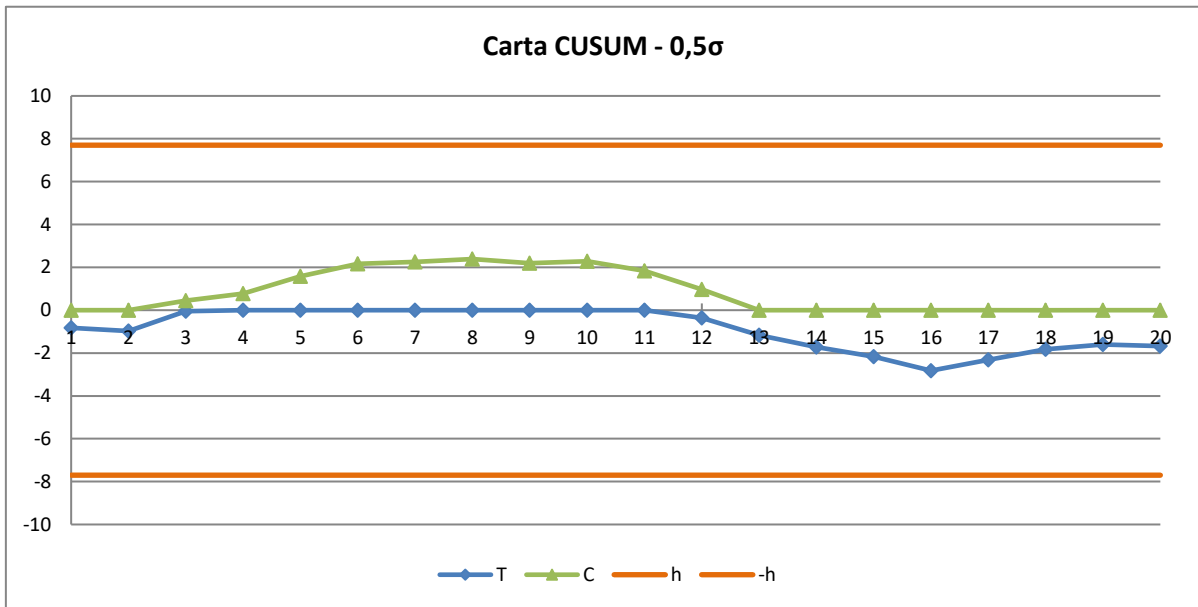


Figura F.1 Carta CUSUM para uma alteração da média de 0,5σ, para a Característica 2 do Produto A

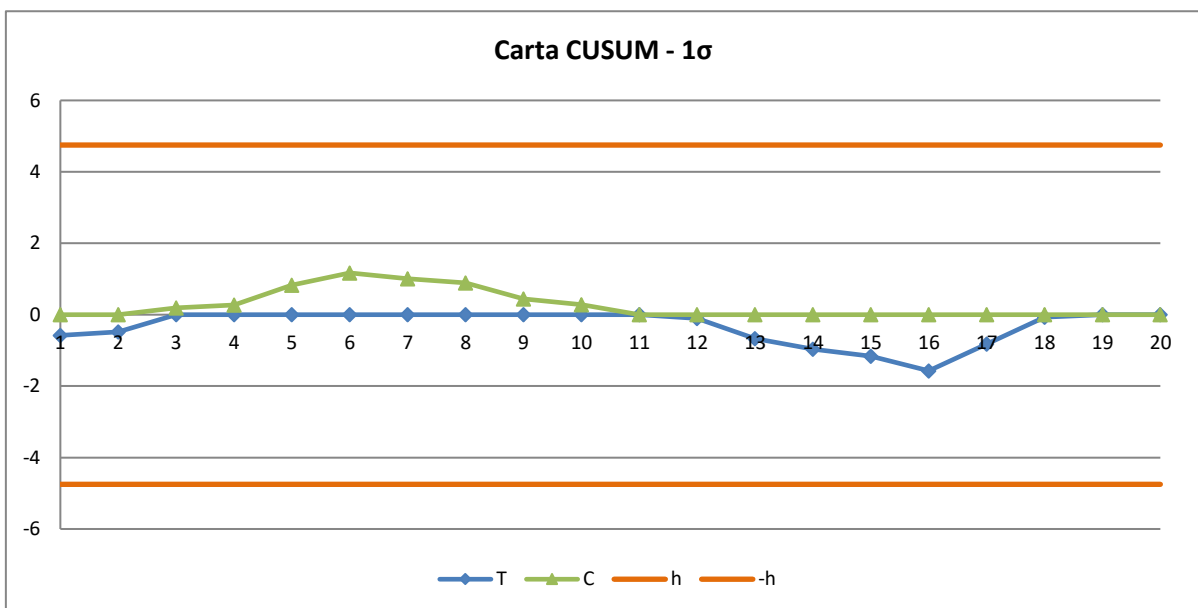


Figura F.2 Carta CUSUM para uma alteração da média de 1σ, para a Característica 2 do Produto A

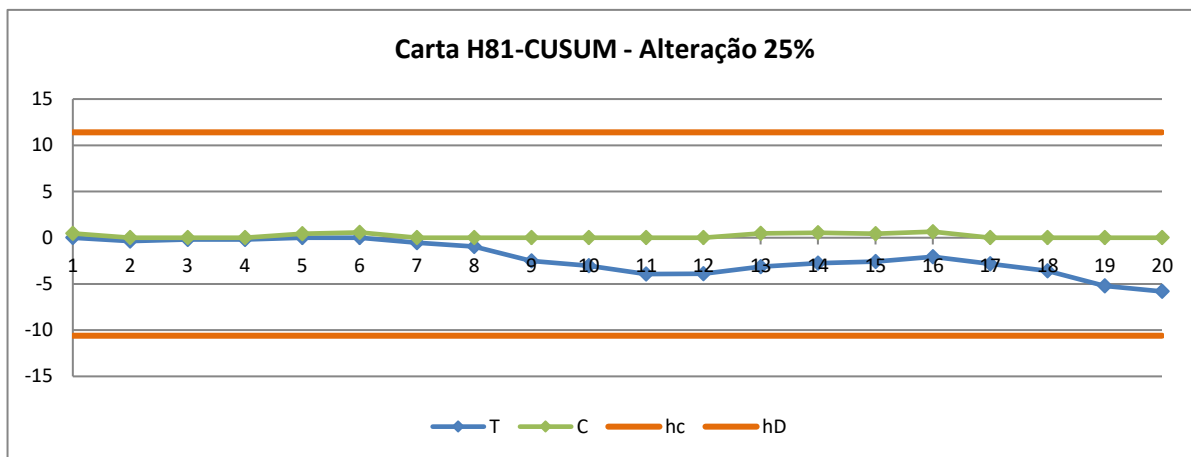


Figura F.3 Carta *H81-CUSUM* para uma alteração de 25% do desvio padrão da Característica 2 do Produto A

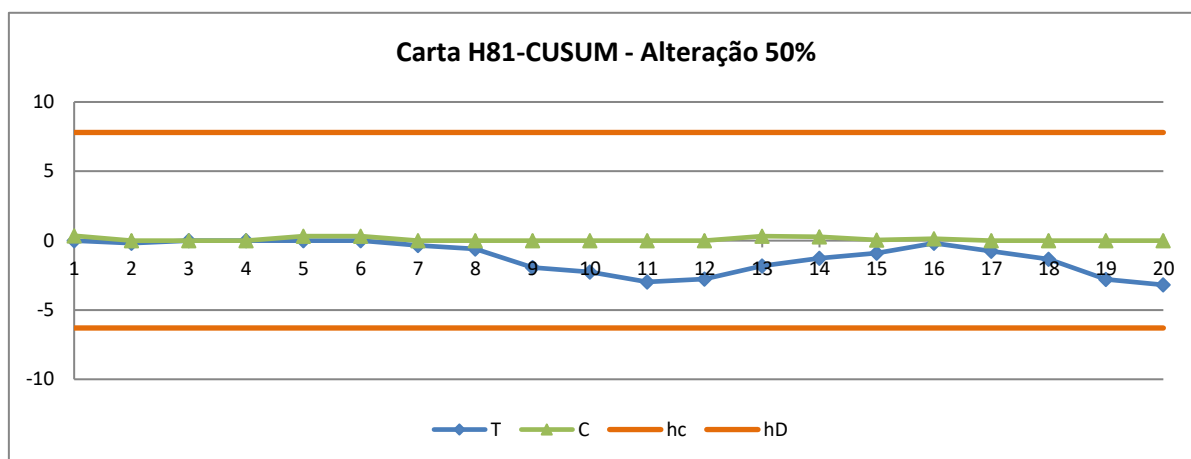


Figura F.4 Carta *H81-CUSUM* para uma alteração de 50% do desvio padrão da Característica 2 do Produto A

1.2. Característica 3

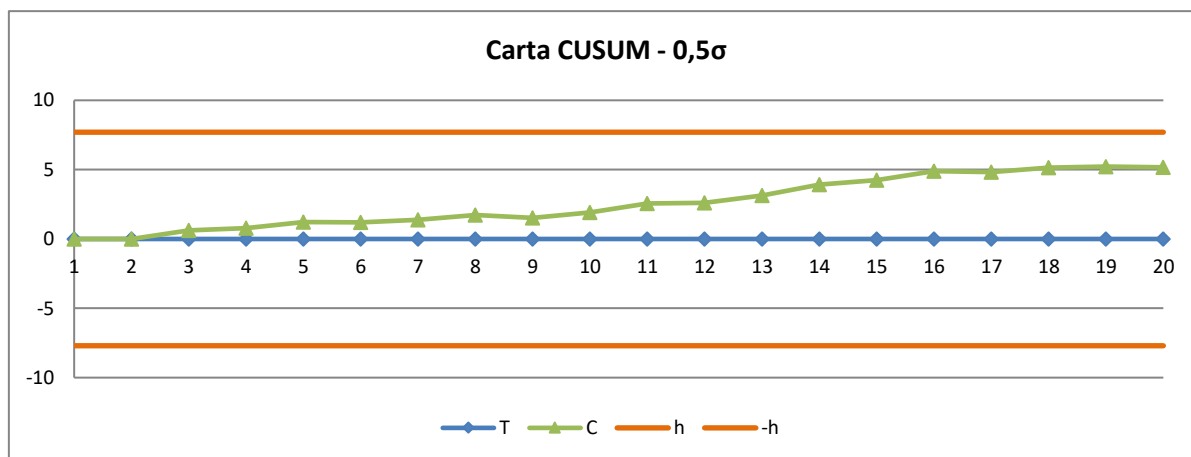


Figura F.5 Carta CUSUM para uma alteração da média de $0,5\sigma$, para a Característica 3 do Produto A

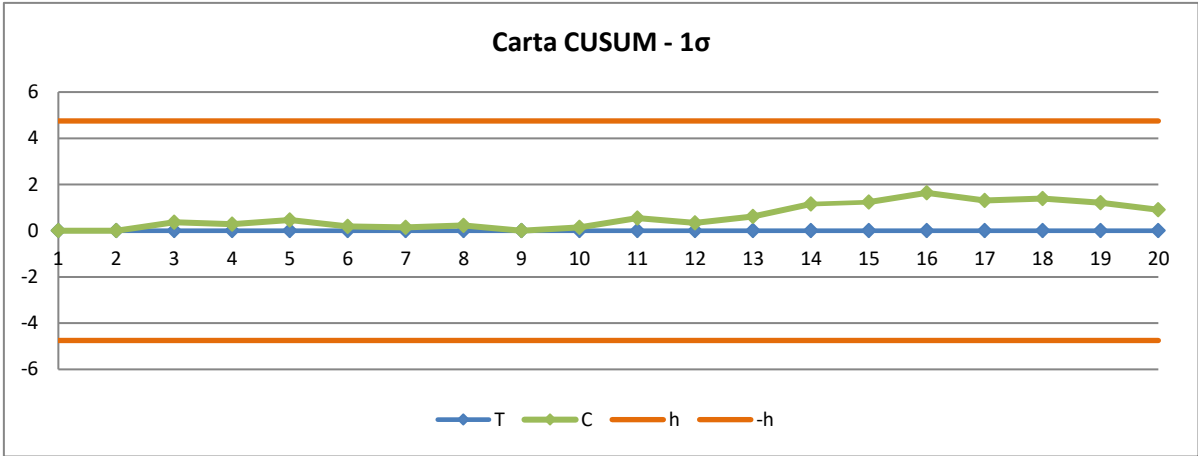


Figura F.6 Carta CUSUM para uma alteração da média de 1σ , para a Característica 3 do Produto A

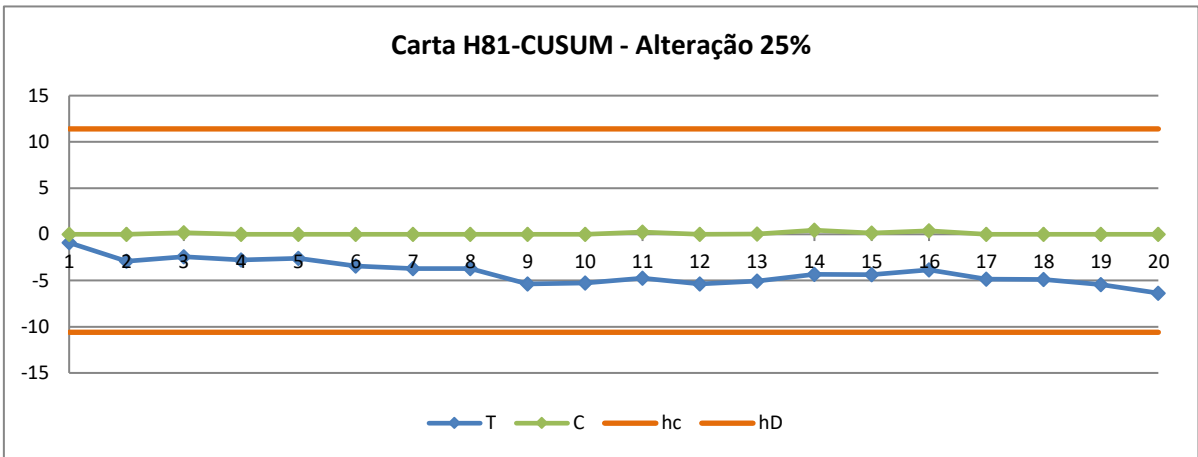


Figura F.7 Carta *H81-CUSUM* para uma alteração de 25% do desvio padrão da Característica 3 do Produto A

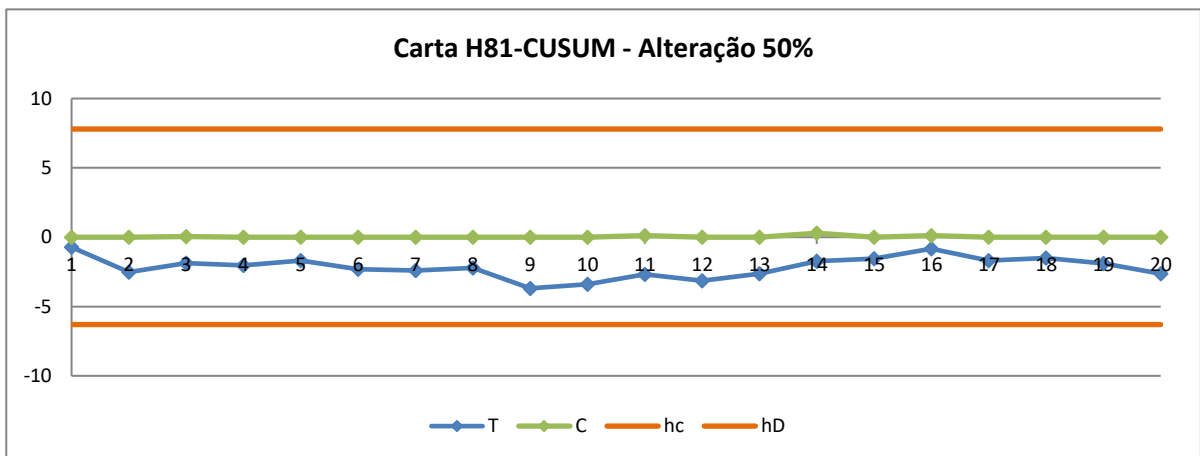


Figura F.8 Carta *H81-CUSUM* para uma alteração de 25% do desvio padrão da Característica 3 do Produto A

2. Produto B

2.1. Característica 2

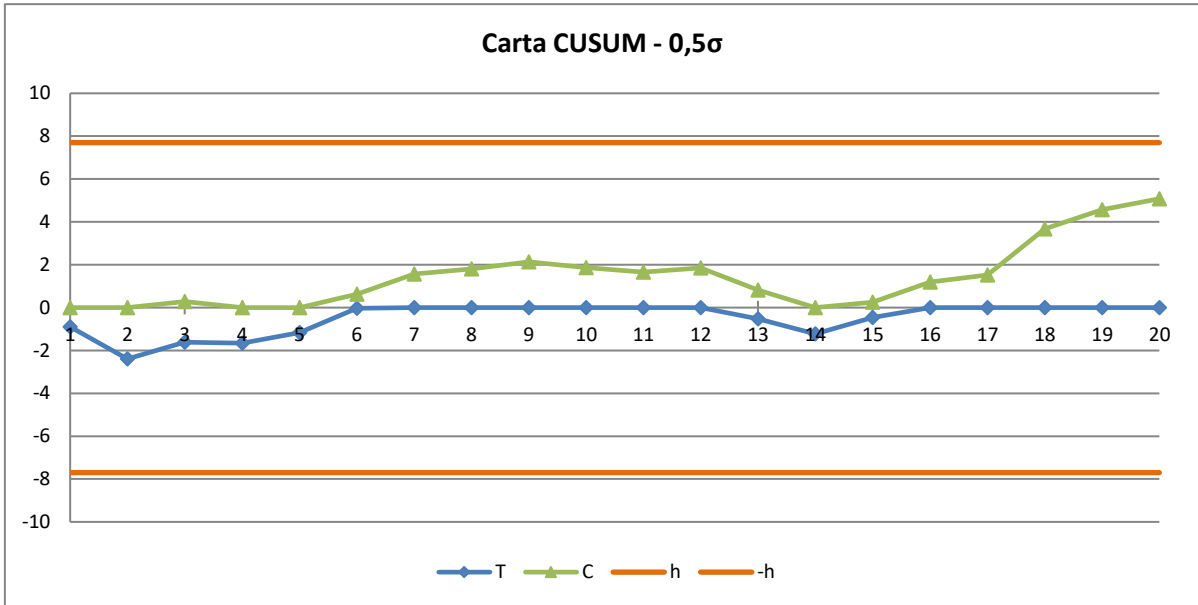


Figura F.9 Carta CUSUM para uma alteração da média de 0,5σ, para a Característica 2 do Produto B

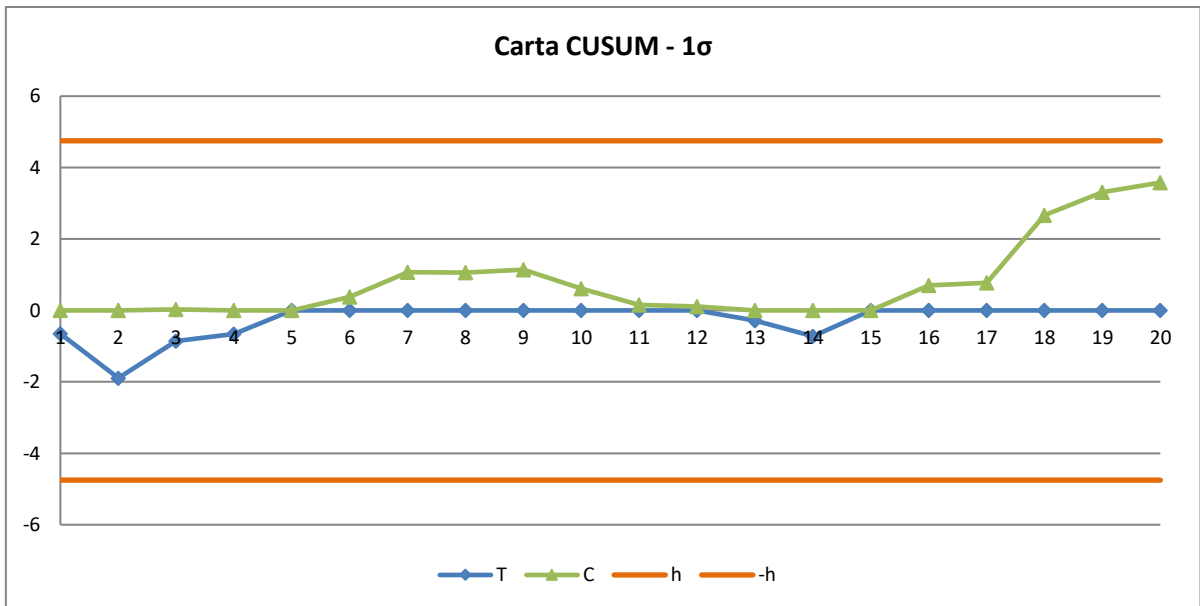


Figura F.10 Carta CUSUM para uma alteração da média de 1σ, para a Característica 2 do Produto B

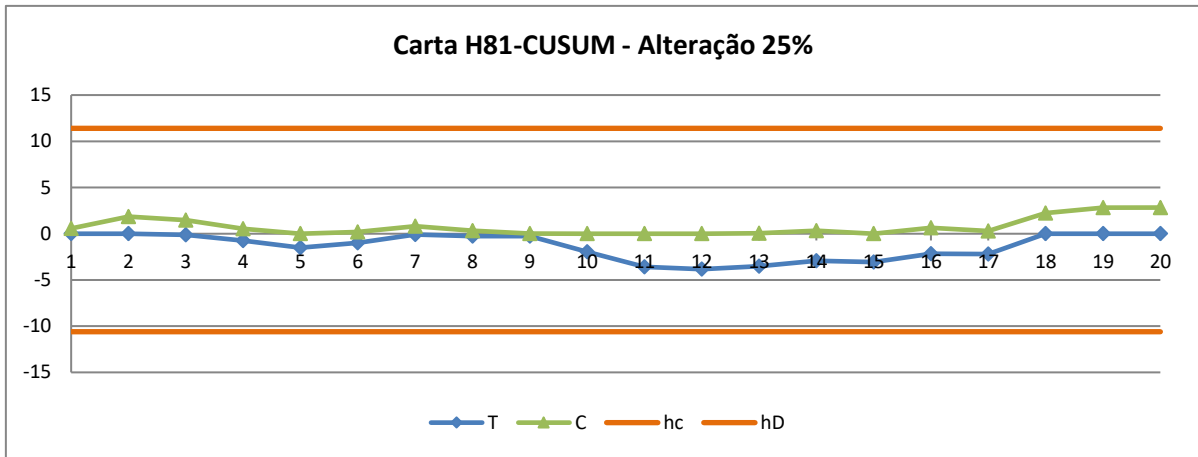


Figura F.11 Carta *H81-CUSUM* para uma alteração de 25% do desvio padrão da Característica 2 do Produto B

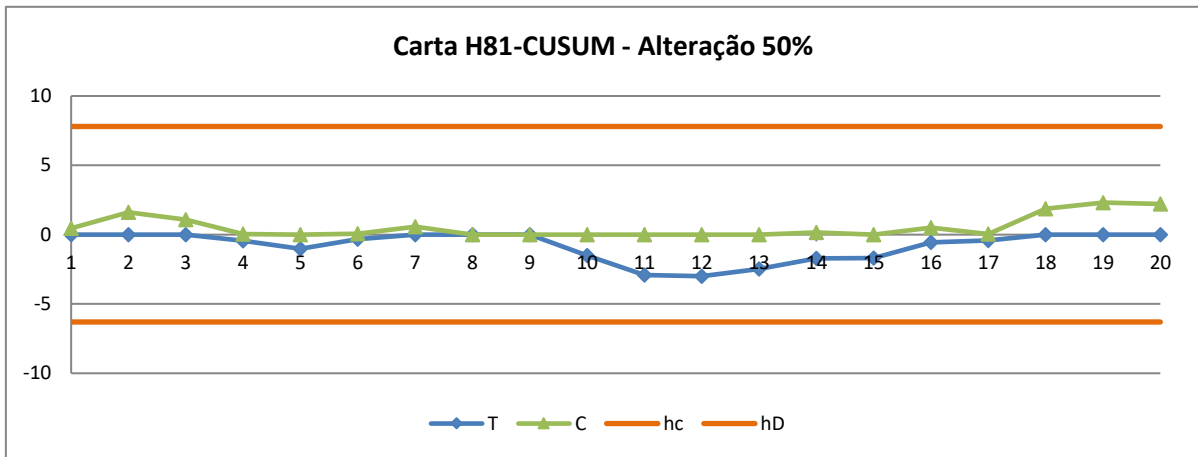


Figura F.12 Carta *H81-CUSUM* para uma alteração de 50% do desvio padrão da Característica 2 do Produto B

2.2. Característica 3

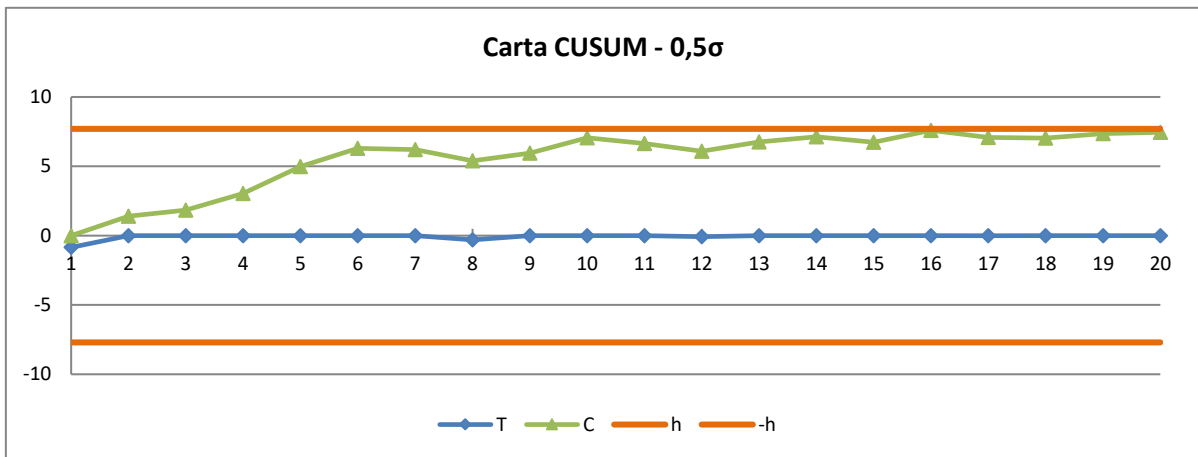


Figura F.13 Carta CUSUM para uma alteração da média de $0,5\sigma$, para a Característica 3 do Produto B

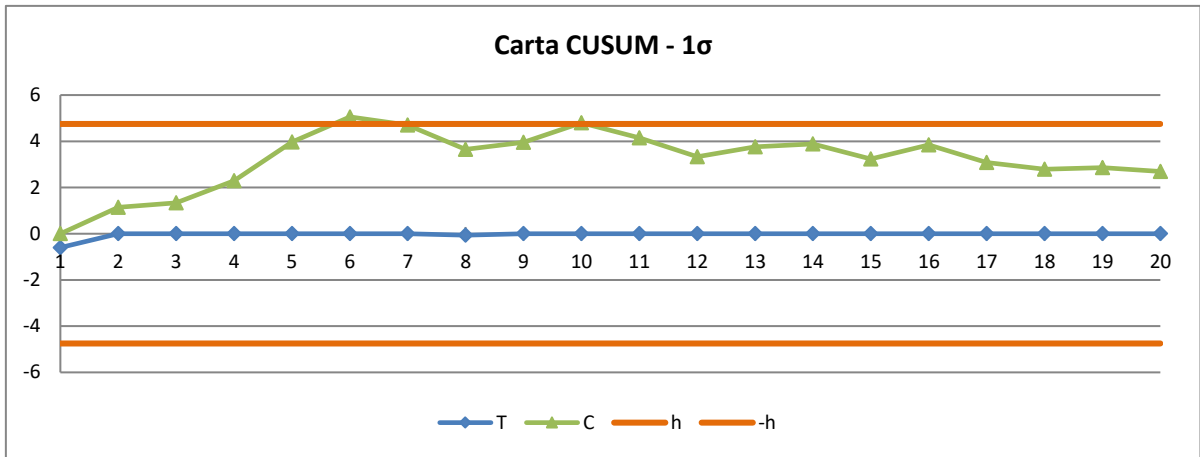


Figura F.14 Carta CUSUM para uma alteração da média de 1σ , para a Característica 3 do Produto B

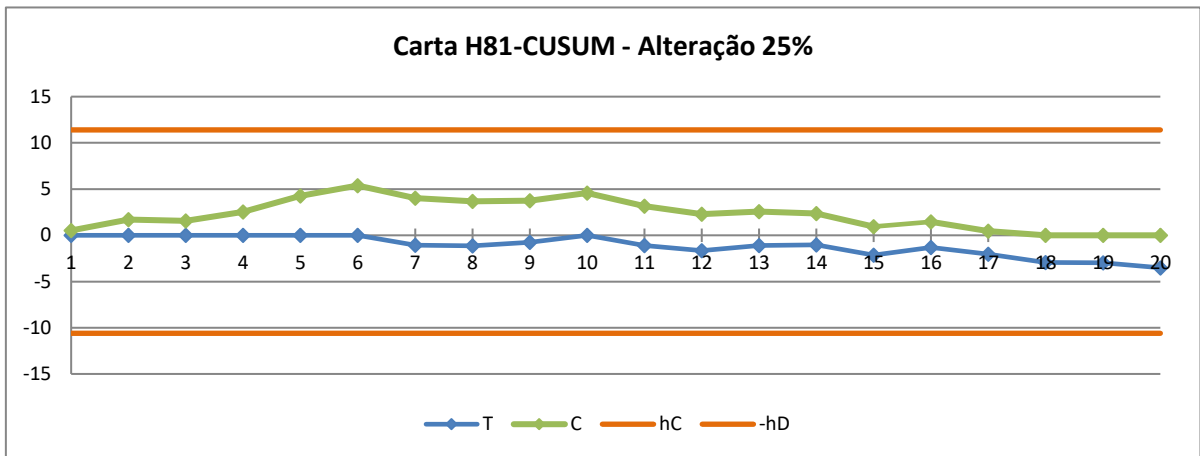


Figura F.15 Carta H81-CUSUM para uma alteração de 25% do desvio padrão da Característica 3 do Produto B

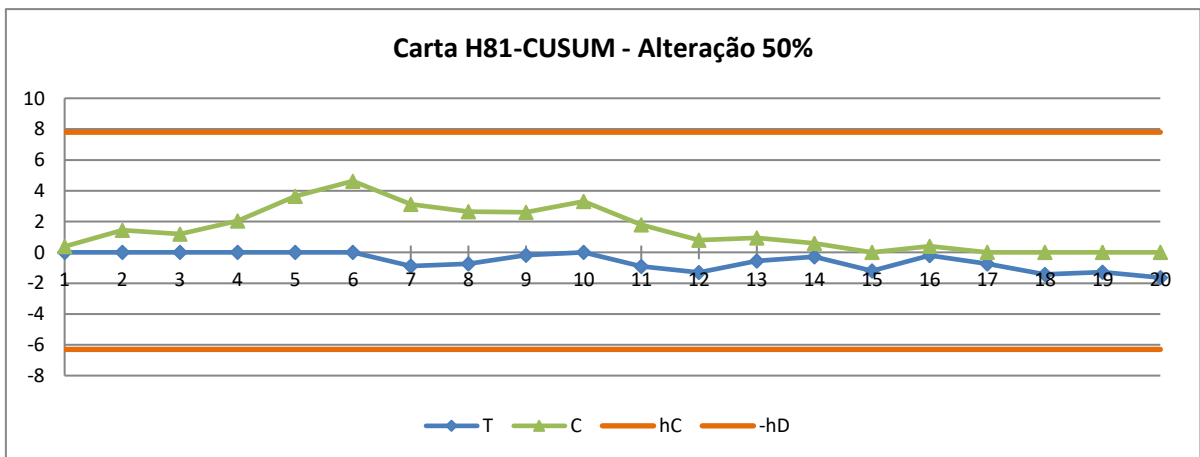


Figura F.16 Carta H81-CUSUM para uma alteração de 50% do desvio padrão da Característica 3 do Produto B

3. Produto C

3.1. Característica 2

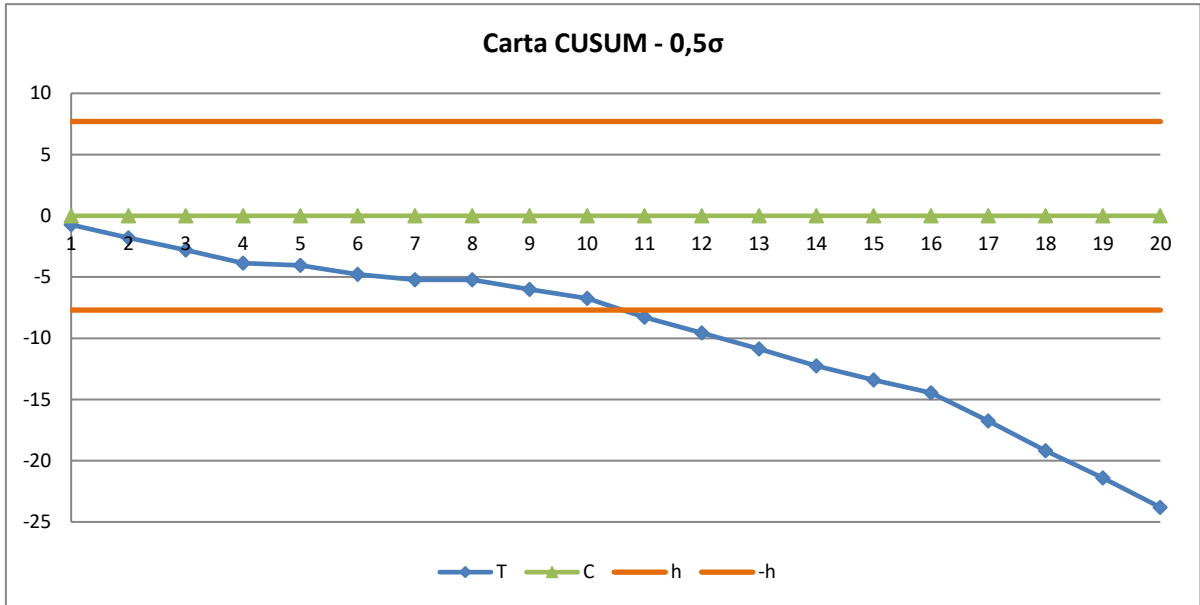


Figura F.17 Carta CUSUM para uma alteração da média de 0,5σ, para a Característica 2 do Produto C

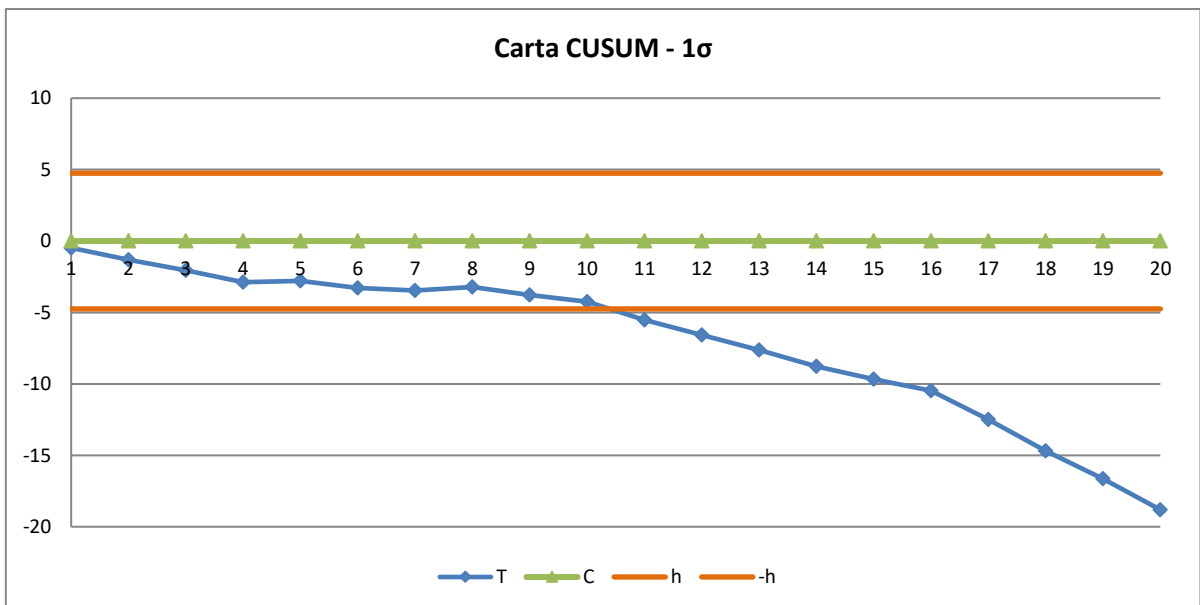


Figura F.18 Carta CUSUM para uma alteração da média de 1σ, para a Característica 2 do Produto C

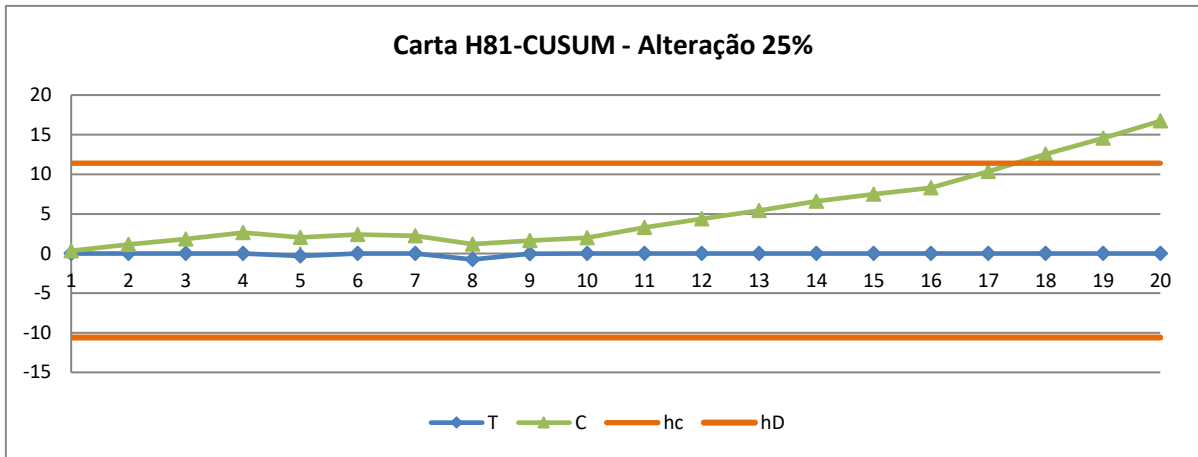


Figura F.19 Carta *H81-CUSUM* para uma alteração de 25% do desvio padrão da Característica 2 do Produto C

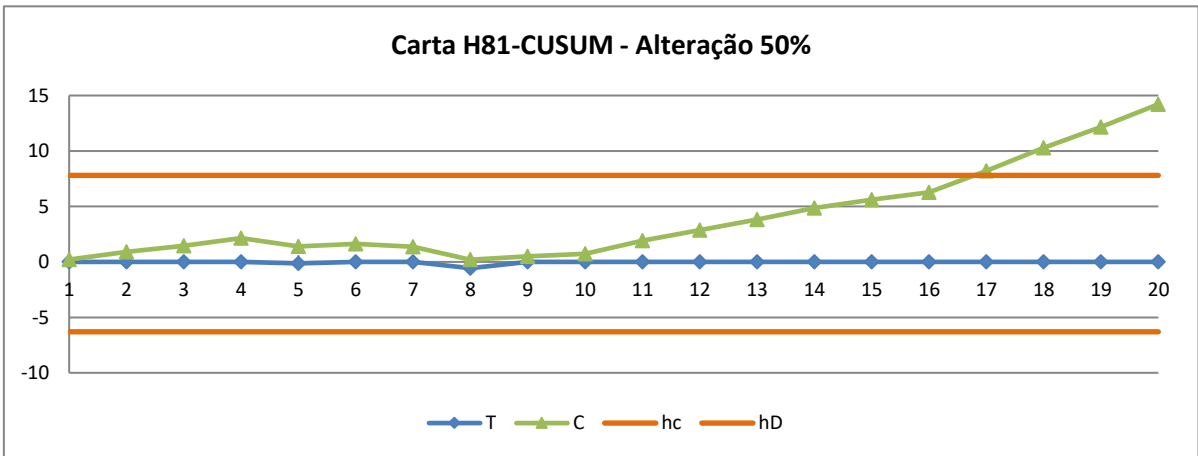


Figura F.20 Carta *H81-CUSUM* para uma alteração de 50% do desvio padrão da Característica 2 do Produto C

3.2. Característica 3

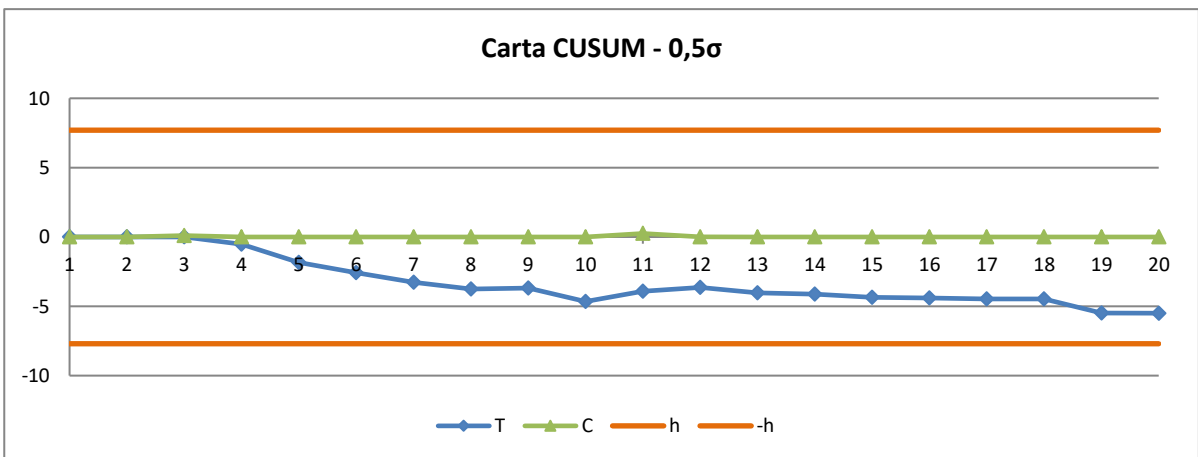


Figura F.21 Carta *CUSUM* para uma alteração da média de 0,5σ, para a Característica 3 do Produto C

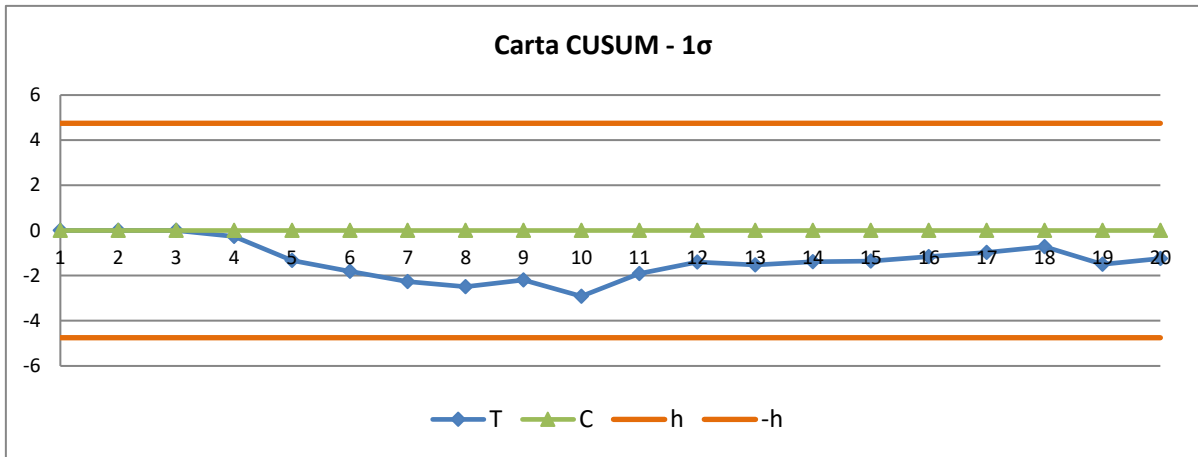


Figura F.22 Carta CUSUM para uma alteração da média de 1σ , para a Característica 3 do Produto C

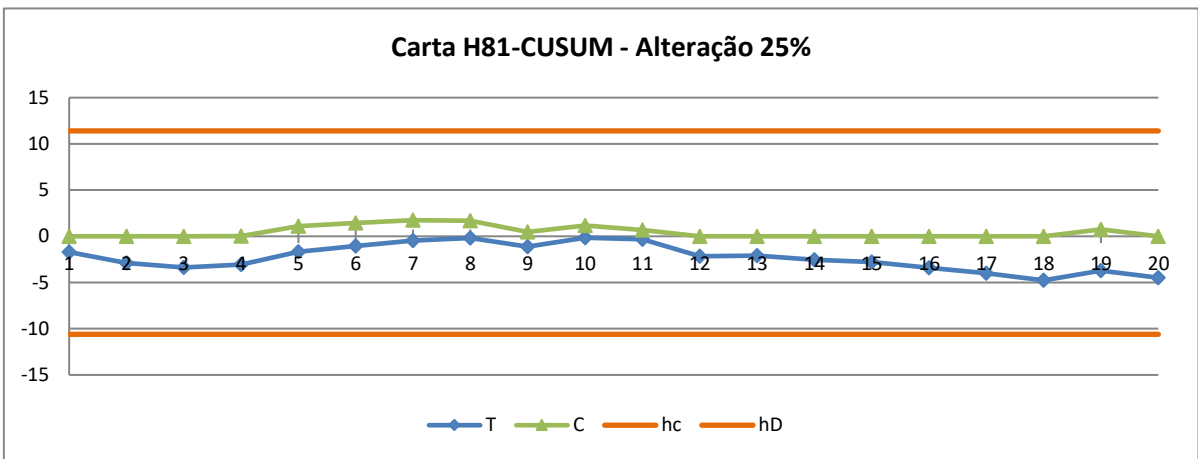


Figura F.23 Carta *H81-CUSUM* para uma alteração de 25% do desvio padrão da Característica 3 do Produto C

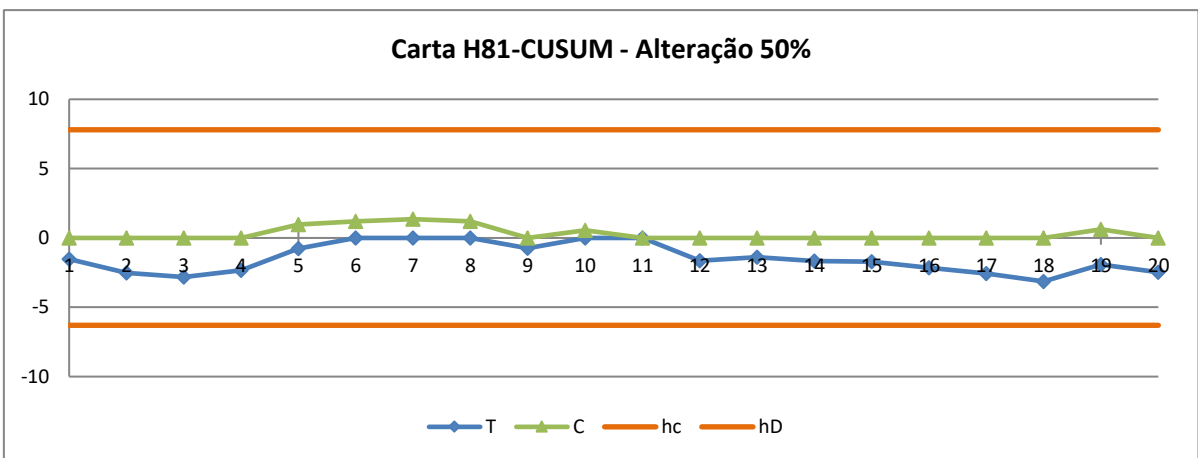


Figura F.24 Carta *H81-CUSUM* para uma alteração de 50% do desvio padrão da Característica 3 do Produto C

Anexo G.– Estudo Multivariado: Fase I

Tabela G.1 Elementos do vetor média, \bar{X} , do Produto C (revisão 1)

\bar{X}_1	\bar{X}_2	\bar{X}_3
0,0007	0,0004	-0,0006

Tabela G.2 Elementos da matriz das covariâncias, S , do Produto C (revisão 1)

S_{11}	S_{22}	S_{33}	S_{12}	S_{13}	S_{23}
0,00106	0,00455	0,00030	-0,00007	-0,00004	-0,00014

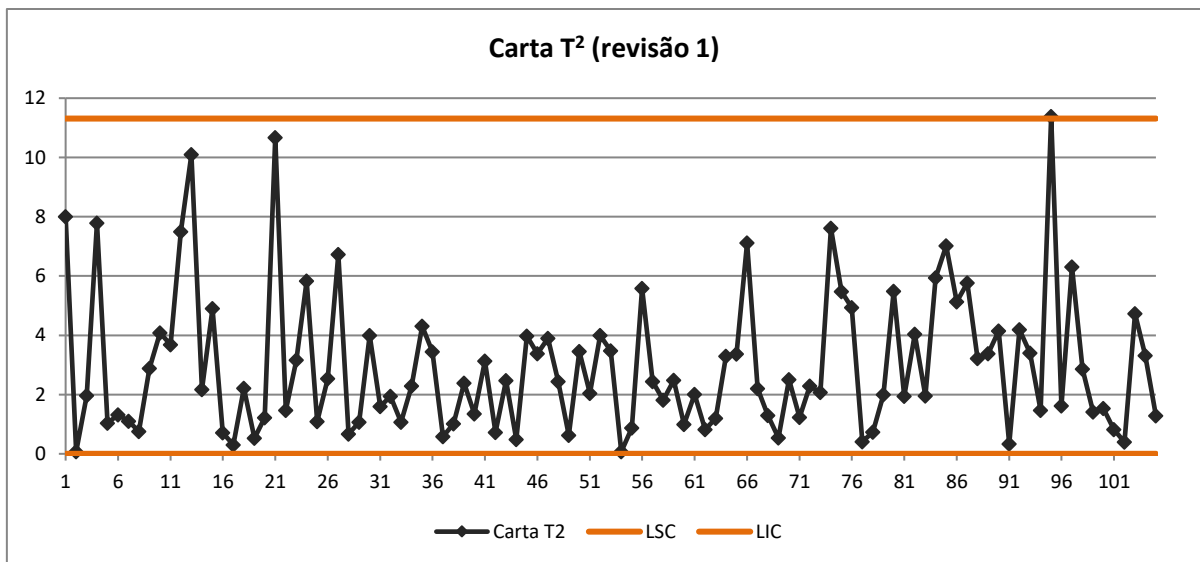


Figura G.1 Carta multivariada (Fase I) do Produto C (revisão 1)

Tabela G.3 Variáveis para o método aplicado à estatística d (revisão 1)

Nº	\bar{X}_1	\bar{X}_2	\bar{X}_3	T^2	$T^2_{(1)}$	$T^2_{(2)}$	$T^2_{(3)}$
95	0,025	0,036	-0,058	11,385	11,13	11,36	0,88

Tabela G.4 Método aplicado à estatística d (revisão 1)

Nº	d_1	d_2	d_3	$\chi^2_{\alpha;1}$
95	0,26	0,02	10,50	7,02

Tabela G.5 Elementos do vetor média, \bar{X} , do Produto C (revisão 2)

\bar{X}_1	\bar{X}_2	\bar{X}_3
0,0007	0,0004	-0,0004

Tabela G.6 Elementos da matriz das covariâncias, S , do Produto C (revisão 2)

S_{11}	S_{22}	S_{33}	S_{12}	S_{13}	S_{23}
0,00106	0,00455	0,00028	-0,00007	-0,00003	-0,00016

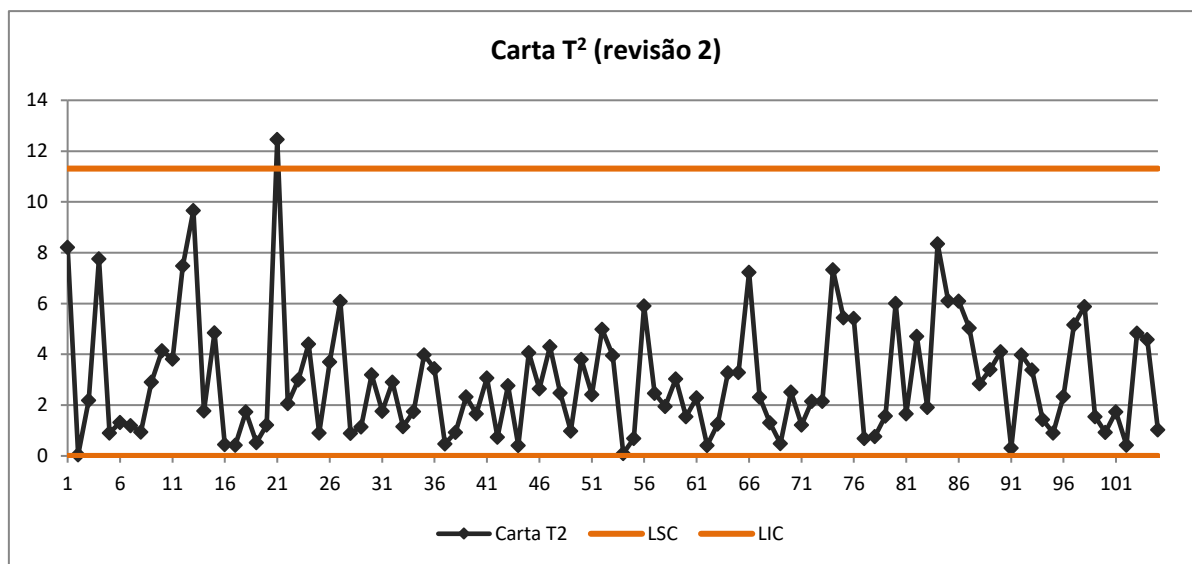


Figura G. 2 Carta multivariada (Fase I) do Produto C (revisão 2)

Tabela G.7 Variáveis para o método aplicado à estatística d (revisão 2)

Nº	\bar{X}_1	\bar{X}_2	\bar{X}_3	T^2	$T^2_{(1)}$	$T^2_{(2)}$	$T^2_{(3)}$
21	-0,037	-0,028	0,056	12,454	11,47	12,45	1,54

Tabela G.8 Método aplicado à estatística d (revisão 2)

Nº	d_1	d_2	d_3	$\chi^2_{\alpha;1}$
21	0,98	0,00	10,92	7,02