



Francisco Assunção Teixeira Melo Franco

Licenciado em Ciências de Engenharia Civil

Influência de forças de percolação na estabilidade de obras geotécnicas. Implementação e validação de modelo numérico.

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre
em Engenharia Civil - Perfil Geotécnia

Orientador: Armando Manuel Nunes Sequeira Antão
Co-orientador: Mário Vicente da Silva

Júri:

Presidente: Maria Teresa Teles Grilo Santana
Arguente: Pedro Fernandes e Mota Guedes de Melo
Vogal: Armando Manuel Nunes Sequeira Antão



FACULDADE DE
CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA

Novembro 2015

**Influência de forças de percolação na estabilidade de obras geotécnicas.
Implementação e validação de modelo numérico.**

Copyright © Francisco Assunção Teixeira Melo Franco, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Nova de Lisboa

A Faculdade de Ciências e Tecnologia e a Universidade Nova de Lisboa tem o direito, perpétuo e sem limites geográficos, de arquivar e publicar esta dissertação através de exemplares impressos reproduzidos em papel ou de forma digital, ou por qualquer outro meio conhecido ou que venha a ser inventado, e de a divulgar através de repositórios científicos e de admitir a sua cópia e distribuição com objetivos educacionais ou de investigação, não comerciais, desde que seja dado crédito ao autor e editor.

Agradecimentos

Chegado o momento final, fica o sincero reconhecimento por todo o esforço daqueles que me acompanharam, guiaram e tornaram possível a realização deste trabalho. Foi com enorme gosto que desenvolvi cada fase deste projecto desde a ideia, à aprendizagem da programação até à sua apresentação escrita. Foi um encadear de conhecimentos e novos dados que me seduziram e que fui percorrendo com uma enorme motivação.

Em primeiro lugar agradeço redobradamente ao meu orientador, Professor Armando Manuel Nunes Sequeira Antão, pela sua incondicional disponibilidade no apoio e partilha de conhecimento, pela sua paciência e flexibilidade, pelo gosto e motivação que me transmitiu ao longo da realização deste trabalho. Foi um privilégio e um prazer trabalhar sob a sua orientação. Também ao meu co-orientador, Professor Mário Vicente da Silva, agradeço pelo imprescindível e estreito acompanhamento na aprendizagem, desenvolvimento e implementação do cálculo numérico.

Ao Professor Nuno Manuel da Costa Guerra pelo seu contributo no esclarecimento de dúvidas e discussão dos mais diversos assuntos. Ao aluno de doutoramento, Nuno Deusdado, pelo incansável apoio na implementação do cálculo numérico. A todos os Professores de Engenharia Civil de Faculdade de Ciências e Tecnologia que neste importante percurso académico me transmitiram os seus conhecimentos e que, para além de me prepararam para abraçar uma carreira profissional, contribuíram ainda para o meu enriquecimento como pessoa.

À minha família, muito especialmente ao meu pai, mãe e irmã, pelo estímulo que me acompanhou ao longo de mais uma etapa.

Aos colegas de curso, Luis Viotty, Diogo Pinto, Frederico Oliveira, David Costa, David Henriques, Joana Chaves, Joana Teixeira, Gustavo Sá Moreira, Rita Vieira, Tomás Rantanen, Tiago Costa, Alexandra Amaro, Ana Carolina Monteiro. E aos bons amigos, Bernardo Ávila, Sebastião Almeida, Rodrigo Ruiz, Sebastião Marques, Manuel Coutinho, Guilherme Canteiro, Rafael Biacotti e João Campilho, sempre disponíveis para me apoiar.

Resumo

A percolação da água nos solos impõe-lhe forças, designadas por forças de percolação, que alteram a distribuição das forças de massa e, portanto, das tensões efectivas no maciço. Neste trabalho desenvolve-se, implementa-se e valida-se um programa numérico de análise de escoamentos capaz de caracterizar eficazmente o comportamento da água nos solos em regime permanente. O programa detalha as pressões de água, as cargas hidráulicas, as velocidades e as forças de percolação. Em seguida, para avaliar a influência do escoamento de água na estabilidade das mais variadas obras geotécnicas recorre-se a um programa de elementos finitos que implementa numericamente o teorema cinemático da análise limite. Os exemplos de aplicação realizados para validação demonstram que o cálculo implementado conduz a resultados muito semelhantes, por vezes melhores, aos obtidos por outros autores, tanto a nível analítico como numérico. Conclui-se o trabalho com o estudo da influência de escoamentos com componente maioritariamente vertical na capacidade resistente de fundações superficiais. No caso de um escoamento estritamente vertical é necessária a condição de permeabilidade de fundação. A impermeabilidade da fundação altera o regime de escoamento, e, portanto, a distribuição das forças de percolação e das tensões efectivas. Este estudo tem como objectivo avaliar preliminarmente a influência desta alteração na capacidade resistente de fundações superficiais.

Palavras chave:

- Forças de percolação
- Método dos elementos finitos
- Teorema cinemático
- Fundação superficial impermeável
- Capacidade resistente

Abstract

The flow of groundwater induces seepage forces in the soil and will change the distribution of mass forces and, along with that, the effective stress. This master thesis concerns the development, implementation and validation of a flow analysis numerical program which is capable of characterizing the behaviour of groundwater flow. This numerical program features the calculation of water pressure, hydraulic head, speed and seepage forces. To evaluate the leverage of the groundwater flow on geotechnical structures stability it was applied a finite element program which implements the upper bound limit analysis. The examples presented in this work show that the proposed flow analysis program leads to results which are very similar, if not better, to those obtained by other authors, analytically or numerically. This work is concluded with a study of the bearing capacity of shallow foundation influenced by strictly vertical seepage which is applied to a very permeable foundation. In an impervious foundation, the flow net will be changed and so seepage forces and effective stress. The major objective of this study is to preliminarily evaluate the influence of this permeability change in the shallow foundation bearing capacity.

Keywords:

- Seepage forces
- Finite element method
- Upper bound theory
- Impervious shallow foundation
- Bearing capacity

Conteúdo

Conteúdo	vii
Lista de Figuras	ix
Lista de Tabelas	xi
1 Introdução	1
1.1 Motivação	1
1.2 Objetivos	2
1.3 Organização do trabalho	3
1.4 Publicações	4
2 Definição do Problema	5
2.1 Generalidades	5
2.2 Carga hidráulica, gradiente hidráulico e lei de Darcy	6
2.3 Permeabilidade do solo	7
2.4 Lei de Darcy generalizada	8
2.5 Escoamento em condições tridimensionais	9
2.6 Forças de percolação	11
2.7 Gradiente hidráulico crítico	12
3 Ferramenta Implementada	15
3.1 Introdução	15
3.2 Aplicação do MEF ao estudo dos escoamentos - <i>FLOW</i>	17
3.2.1 Formulação geral	17
3.2.2 Princípio variacional - Aproximação exacta	18
3.2.3 Discretização dos elementos finitos	18
3.2.4 Determinação das cargas hidráulicas	20
3.2.5 Determinação de velocidades	21
3.2.6 Determinação de forças de percolação	22
3.3 Análise limite - <i>Mechpy</i>	23
3.3.1 Introdução	23
3.3.2 Teorema cinemático	24

3.3.3	Teorema estático	24
3.3.4	Implementação do teorema cinemático	24
3.4	Conclusão	25
4	Validação da Programação Implementada	27
4.1	Validação da componente de cálculo de escoamento	27
4.1.1	Exemplo 1 - Solo com paramento vertical e nível freático à superfície	27
4.1.2	Exemplo 2 - Cortina em meio anisotrópico com eixos principais coincidentes com os eixos do referencial	30
4.1.3	Exemplo 3 - Cortina em meio anisotrópico com eixos principais não coincidentes com os eixos do referencial	32
4.1.4	Exemplo 4 - Cortina em meio anisotrópico com eixos principais não coincidentes com os eixos do referencial (tridimensional)	34
4.2	Validação da componente de cálculo de forças	36
4.2.1	Exemplo 5 - Determinação de gradiente hidráulico crítico	37
4.2.2	Exemplo 6 - Impulso activo de solo sujeito a percolação	40
4.2.3	Conclusão	43
5	Caso de Estudo	45
5.1	Fundações superficiais	45
5.2	Modelo de estudo	48
5.3	Cálculos realizados	49
5.4	Sapata permeável: resultados	51
5.5	Sapata impermeável: resultados	54
5.6	Comparação de resultados	57
6	Conclusão e Desenvolvimentos Futuros	61
6.1	Conclusões	61
6.2	Desenvolvimentos futuros	62
	Bibliografia	65

Lista de Figuras

2.1	Representação esquemática de condições para determinação do gradiente crítico	13
3.1	Estrutura de funcionamento do Mechpy	16
3.2	Esquema ilustrativo do limite entre soluções obtidas pelo teorema estático e teorema cinemático	24
4.1	Representação do modelo de contenção utilizado com os pontos A, B, C e D utilizados para comparação de resultados	28
4.2	Representação esquemática da malha utilizada para o cálculo de cargas hidráulicas utilizando o <i>FLOW</i>	29
4.3	Representação da distribuição de carga hidráulica no solo	29
4.4	Representação ilustrativa dos modelos de cortina impermeável e suas malhas	31
4.5	Representação da distribuição de carga hidráulica dos modelos de cortina impermeável	32
4.6	Representação esquemática do modelo de cortina impermeável com rotação de 30° em relação ao referencial xOy	33
4.7	Representação da distribuição da carga hidráulica no modelo de cortina impermeável com rotação de 30° com o plano xOy	34
4.8	Representação esquemática do modelo de cortina impermeável tridimensional	35
4.9	Representação da distribuição da carga hidráulica no modelo de cortina impermeável tridimensional	36
4.10	Representação esquemática do modelo utilizado para verificação das forças de percolação na determinação do gradiente hidráulico crítico	37
4.11	Representação esquemática das forças aplicadas no solo	38
4.12	Representação esquemática das cargas hidráulicas aplicadas no modelo . . .	39
4.13	Representação esquemática da malha utilizada no cálculo das forças de percolação que provocam o colapso hidráulico	39
4.14	Representação da distribuição da carga hidráulica e das forças de percolação no modelo para validação do gradiente crítico	40
4.15	Esquema do impulso activo com superfície de rotura	41
4.16	Representação gráfica dos coeficientes de impulso activo com percolação para os diferentes ângulos de resistência ao corte e ângulos de atrito	42

4.17	Representação de deformações plásticas para os ϕ' de 20°, 30° e 40° e para os δ de 0°, $\phi'/2$ e ϕ'	43
5.1	Mecanismo de colapso de uma fundação superficial corrida proposto por Terzaghi (1943)	47
5.2	Representação esquemática dos casos analisados	48
5.3	Representação demonstrativa da malha utilizada para o cálculo da capacidade de carga das sapatas	50
5.4	Representação gráfica dos resultados obtidos para diferentes dimensões dos elementos	50
5.5	Capacidades resistentes adimensionalizadas obtidas dos cálculos realizadas para ϕ' de 20°	51
5.6	Capacidades resistentes adimensionalizadas obtidas dos cálculos realizadas para ϕ' de 30°	52
5.7	Capacidades resistentes adimensionalizadas obtidas dos cálculos realizadas para ϕ' de 40°	53
5.8	Cenário de sapata permeável: representação para o ϕ' de 30° de deformações plásticas, cargas hidráulicas e forças de percolação para os casos de $h/b=4,5$ e $i/i_{cr} = \pm 0,5$	54
5.9	Cenário de sapata impermeável para $\phi'=20^\circ$: representação de deformações plásticas, cargas hidráulicas e forças de percolação para os casos $h/b=4,5$ e i/i_{cr} de -0,75 a +0,75	55
5.10	Cenário de sapata impermeável para $\phi'=30^\circ$: representação de deformações plásticas, cargas hidráulicas e forças de percolação para os casos $h/b=4,5$ e i/i_{cr} de -0,75 a +0,75	56
5.11	Cenário de sapata impermeável para $\phi'=40^\circ$: representação de deformações plásticas, cargas hidráulicas e forças de percolação para os casos $h/b=4,5$ e i/i_{cr} de -0,75 a +0,75	57
5.12	Representação gráfica da razão entre os valores da capacidade de carga, de cada ϕ' , obtidos com o N_γ respectivo	58

Lista de Tabelas

4.1	Valores de H calculados pelo módulo <i>FLOW</i> e pelo método analítico de Barros (2006)	29
4.2	Valores de carga hidráulica nos pontos A, B, C e D dos modelos de cortina impermeável calculado analiticamente e com recurso ao <i>FLOW</i>	32
4.3	Valores de carga hidráulica nos pontos A, B, C e D do modelo de cortina impermeável com rotação de 30° com o plano xOy	33
4.4	Valores de carga hidráulica nos pontos A, B, C e D do modelo de cortina impermeável tridimensional	35
5.1	Valores de N_γ	48

Lista de Abreviaturas, Siglas e Símbolos

Abreviaturas

TRS Teorema da região superior ou cinemático

MEF Método dos elementos finitos

Letras Latinas Maiúsculas

A Área

B Largura de uma fundação superficial

D Profundidade da base de uma fundação superficial

H Função carga hidráulica

I Impulso hidroestático

I_a Impulso activo

I_{as} Impulso activo com forças de percolação

K Matriz de condutividade hidráulica

L Distância entre dois pontos

N Funções de forma de um elemento

N_γ Factor adimensional da capacidade resistente de uma fundação superficial associado ao peso do solo

N_q Factor adimensional da capacidade resistente de uma fundação superficial associado à sobrecarga

N_c Factor adimensional da capacidade resistente de uma fundação superficial associado à coesão

P Peso do solo

- Q Caudal
- Q_{ult} Carga de colapso de uma fundação superficial
- R_n Número de Reynolds associado ao escoamento em meios porosos
- S Grau de Saturação ou área de uma secção
- V Volume

Letras Latinas Minúsculas

- b Metade do valor da largura de uma fundação superficial
- c Coesão
- c' Coesão aparente
- c_u Resistência ao corte não drenada
- d Diâmetro médio das partículas sólidas
- f Matriz de sollicitação (vector fluxo)
- f_p Forças de percolação
- g Aceleração gravítica
- h Altura
- i Gradiente hidráulico
- i_{cr} Gradiente hidráulico crítico
- k Coeficiente de permeabilidade do solo
- n Porosidade
- v Velocidade aparente
- v_r Velocidade real
- q_r Capacidade resistente de uma fundação
- q_{rp} Capacidade resistente de uma fundação permeável
- q_{ri} Capacidade resistente de uma fundação impermeável
- q' Sobrecarga numa fundação superficial
- u Pressão da água
- z Cota de um ponto

Letras Gregas

α Coeficiente de transferência

γ Peso volúmico do solo

γ_{sat} Peso volúmico saturado do solo

γ_w Peso volúmico da água

γ' Peso volúmico submerso do solo

δ Ângulo de atrito solo-estrutura

λ Multiplicador do programa numérico *Mechpy*

μ Coeficiente de viscosidade

ρ Massa volúmica do solo

σ Tensão total do solo

σ' Tensão efectiva do solo

τ Tensão de corte do solo

ϕ Função equipotencial

ϕ' Ângulo de resistência ao corte

ψ Função de corrente

Γ Fronteira

Π Função potência que rege o princípio variacional

Ω Domínio

Capítulo 1

Introdução

1.1 Motivação

A problemática da análise dos escoamentos de água nos solos é uma questão essencial na área da geotecnia, uma vez que a existência de obras em zonas com nível freático pode criar ou alterar o regime de percolação, modificando o comportamento da mesma.

Na ocorrência de diferentes níveis de carga hidráulica no solo, naturalmente ou por ação do homem, verifica-se o deslocamento da água através do solo, designada por percolação. A percolação tem desafiado a comunidade científica pela sua complexidade e importância no dimensionamento de obras geotécnicas. Dependendo também de outros fatores, na existência de escoamento as estruturas podem ficar sujeitas a levantamentos hidráulicos, erosão e assentamentos, situações que se não forem controladas poderão ter consequências muito graves.

Newton foi o primeiro a definir a viscosidade mas foi Poiseuille, no séc. XIX o primeiro a medi-la. As leis do escoamento de fluidos são nomeadas após Navier e Stokes com grande contributo também de Poisson e Saint-Venant. No campo da mecânica dos solos, Darcy (1856) e Dupuit (1863) iniciam observações de escoamento de água em solos arenosos e permeáveis o que desencadeou o início das teorias de percolação. Desde então milhares de artigos têm sido publicados em áreas como a agricultura, a hidrogeologia, a geologia e engenharia (hidráulica, civil, química, mecânica, etc.). A geotecnia acompanhou também esta corrente e muitos métodos empíricos e analíticos foram desenvolvidos principalmente na época antecedente à chegada dos programas de cálculo automático.

Com o progressivo avanço tecnológico, nomeadamente ao nível informático, aumentou igualmente o poder de cálculo. Assim, surgiram no mercado programas capazes de im-

plementar esses métodos que, até então, por exigirem um enorme esforço de cálculo eram menos utilizados, apesar de serem mais rigorosos. Condicionalmente, o desenvolvimento do Método dos Elementos Finitos tornou possível uma nova abordagem aos problemas de estabilidade, para além de uma modelação mais realista dos aspectos com a obra em si. Este novo recurso realiza o cálculo com base nas relações tensão-deformação dos materiais, viabilizando a especificação da lei de comportamento dos mesmos. Ainda que este tipo de análise exija um maior esforço computacional e a introdução de uma maior quantidade de dados, geralmente oferece resultados mais próximos da realidade.

1.2 Objectivos

Tendo em conta o que foi referido anteriormente, o objectivo principal deste trabalho será o de desenvolver, implementar e validar um programa numérico capaz de caracterizar eficazmente o comportamento de percolação de água nos solos em regime permanente.

O programa foi desenvolvido dentro de um outro programa de elementos finitos, em linguagem "Python" e é designado por *FLOW*. Com recurso ao método dos elementos finitos o *FLOW* possibilita calcular diferentes características de um escoamento de água no solo e mostrar visualmente os resultados obtidos. Em particular, pretende-se que para qualquer tipo de solo, estrutura geotécnica, em condições bidimensionais ou tridimensionais se contabilizem os efeitos de:

1. Pressões de água
2. Cargas hidráulicas
3. Velocidades
4. Forças de percolação

Foi de seguida efectuado todo o trabalho de validação para o qual foram realizados vários cálculos, utilizando seis diferentes tipos de problemas, cujas soluções são conhecidas e permitem a comparação de resultados.

Esta dissertação tem ainda como objectivo o estudo da capacidade resistente de fundações superficiais em solos arenosos e influenciadas pela passagem de um fluxo de água vertical, evidenciando a importância de certos parâmetros, como o gradiente hidráulico do escoamento e a resistência do solo em condições bidimensionais. Tendo em conta os aspectos descritos, esta investigação permite uma melhor compreensão da distribuição das respectivas forças de percolação e da sua influência sobre a capacidade de carga.

1.3 Organização do trabalho

A dissertação estende-se ao longo de seis capítulos, o primeiro dos quais é a presente introdução onde se expõem algumas considerações gerais e também os objetivos fundamentais deste trabalho.

No capítulo 2 apresenta-se uma revisão bibliográfica e abordam-se os aspectos principais do comportamento da água no solo, para um melhor entendimento deste trabalho.

O capítulo 3 corresponde a desenvolvimentos originais. Inicia-se por descrever os métodos utilizados para a implementação do programa *FLOW* e discutir algumas das suas particularidades. Ainda neste capítulo é feita uma breve explicação acerca do programa de análise limite e da implantação do teorema cinemático.

De seguida, no capítulo 4 são apresentados seis exemplos de validação em que os quatro primeiros se referem exclusivamente à validação do cálculo de escoamento e os dois últimos à validação das forças calculadas. No primeiro exemplo estuda-se a distribuição das cargas hidráulicas numa escavação com drenagem ao longo da interface solo-estrutura. O segundo e terceiro exemplo pretendem mostrar a precisão do programa no cálculo de escoamentos com diferentes permeabilidades em diferentes direcções seja qual for o referencial, com recurso ao modelo de uma rede de percolação de uma cortina impermeável. No quarto estudo aplica-se um modelo semelhante ao dos dois exemplos anteriores mas num meio tridimensional em que entram as componentes de um terceiro eixo principal. Por fim, os últimos dois exemplos focam-se no estudo das forças de percolação. No penúltimo e quinto exemplo leva-se à rotura um solo com um gradiente hidráulico crítico conhecido e, finalmente, o sexto e último exemplo concentra-se no efeito das forças de percolação no impulso de uma parede vertical.

No capítulo 5 é apresentado detalhadamente o caso de estudo visando o conhecimento da capacidade resistente de fundações superficiais impermeáveis sob influência de um fluxo de água. Acrescente-se que no caso das fundações superficiais permeáveis os resultados já são conhecidos, o que permite para além do estabelecimento de um termo de comparação para o caso de fundação impermeável, também efectuar mais uma validação do cálculo numérico implementado.

Finalmente, no capítulo 6 expõe-se as principais conclusões deste trabalho e sugerem-se alguns pontos para investigação futura.

1.4 Publicações

Este trabalho deu, entretanto, origem ao artigo Franco et al. (2015) com o título "Influência de escoamento vertical na capacidade resistente de fundações superficiais impermeáveis", que foi apresentado e publicado no "Congresso de Métodos Numéricos em Engenharia" em Lisboa, que teve lugar entre 29 de Junho a 2 de Julho de 2015.

Capítulo 2

Definição do Problema

Tal como foi referido, neste trabalho propõe-se conhecer de que forma a presença de escoamento de água pode afectar a estabilidade de uma obra geotécnica. Assim, para permitir um melhor acesso e compreensão do tema em discussão, apresenta-se neste capítulo uma breve revisão de noções fundamentais acerca do escoamento de água no solo.

2.1 Generalidades

No estudo do escoamento da percolação de água no solo admite-se, geralmente, que o solo é um meio contínuo e de natureza trifásica. A natureza trifásica do solo está associada ao facto deste ser constituído por materiais em estado sólido (partículas), em estado líquido (água) e em estado gasoso (ar). A água e o ar ocupam os vazios ou poros do solo. Caso estes estejam completamente preenchidos por ar diz-se que o solo está seco, caso estejam ocupados totalmente por água diz-se saturado, que será o caso considerado no presente estudo. Tendo em conta a variabilidade de cada constituinte do solo pode torna-se portanto imprescindível referir alguns dos parâmetros que os caracterizam.

A este conceito de solo trifásico está implícito o conceito do solo como meio poroso, cujo esqueleto sólido envolve os poros e permite a constituição de uma rede de escoamento pela qual circula a água. Este movimento da água no solo chama-se percolação.

A velocidade que caracteriza o fluxo, no estudo da percolação, é a velocidade aparente, uma vez que para o seu cálculo tem-se em conta o volume de água que atravessa uma unidade de área do solo normal à direcção de escoamento por unidade de tempo, enquanto que na realidade esse volume de água só pode percorrer pelos vazios do solo. Essa velocidade real,

v_r pode ser dada por:

$$v_r = \frac{v}{n} \quad (2.1)$$

onde v é a velocidade de percolação e n a porosidade do solo. Esta simplificação em pouco altera a validade do estudo, dado que a contribuição da energia cinética para a energia total do escoamento é desprezável na maioria dos casos.

2.2 Carga hidráulica, gradiente hidráulico e lei de Darcy

A energia mecânica total da água por unidade de peso dum escoamento ou carga hidráulica, H , pode ser dada por:

$$H = z + \frac{u}{\gamma_w} + \frac{v^2}{2g} \quad (2.2)$$

Esta equação 2.2 está dividida em 3 parcelas: z que designa a cota em relação a um plano de referência (energia potencial); $\frac{u}{\gamma_w}$ que representa a pressão hidrostática, onde u é o valor de pressão da água e γ_w é o peso volúmico da água; $\frac{v^2}{2g}$ caracteriza a energia cinética, onde g é a aceleração gravítica. Esta última parcela, face à normalmente reduzida velocidade das partículas da água no solo, é desprezada na maior parte dos problemas, ficando a expressão da carga hidráulica na forma:

$$H = z + \frac{u}{\gamma_w} \quad (2.3)$$

Num estado hidroestático, H é constante e a pressão diminui com o aumento de z :

$$\frac{u}{\gamma_w} = H - z \quad (2.4)$$

Por outro lado, constata-se que a existência de escoamento acontece quando existe uma diferença de cargas hidráulicas entre dois pontos - 1 e 2 - separados por uma distância L , atendendo a que há uma perda de carga, ΔH , positiva no sentido do escoamento. Esta perda de carga deve-se ao atrito entre a água e as partículas de solo durante o escoamento. Tem-se então:

$$\Delta H = H_1 - H_2 \quad (2.5)$$

A perda média de carga ao longo de um comprimento L da linha de fluxo é designado por gradiente hidráulico, i , e é representada por:

$$i = \frac{\Delta H}{L} \quad (2.6)$$

2.3 Permeabilidade do solo

Em 1856 Darcy publicou um trabalho sobre as fontes da cidade de Dijon, onde propôs que o caudal percolado Q é, por um lado, directamente proporcional à perda de carga entre 2 pontos e à área de secção S e, por outro, inversamente proporcional ao comprimento L entre os mesmos. Esta conclusão é conhecida como a lei de Darcy e é representada pela expressão:

$$Q = k \frac{H_1 - H_2}{L} S = k \frac{\Delta H}{L} S = k i S \quad (2.7)$$

Dividindo ambos os lados da equação 2.7 pela secção S obtêm-se:

$$v = \frac{Q}{S} = k i \quad (2.8)$$

que estabelece a proporcionalidade entre a velocidade aparente e o gradiente hidráulico. A constante de proporcionalidade k é designada por coeficiente de permeabilidade do solo. A permeabilidade varia com as características do solo (porosidade, tipo de solo), do fluido (viscosidade, densidade) e ainda da temperatura.

É importante referir que a lei de Darcy é válida apenas para casos em que o escoamento é laminar. Em solos finos esta condição é verificada, no entanto, em solos constituídos por areias grossas e seixos é importante conhecer se o regime não se encontra em transição entre regime laminar e turbulento ou mesmo em regime turbulento. Num escoamento em regime não laminar a velocidade passa a ser calculada por uma função não linear do gradiente hidráulico. Para verificar esta alteração de regime utiliza-se o número de Reynolds em meios porosos, R_n :

$$R_n = \frac{v d \gamma}{\mu g} \quad (2.9)$$

onde v é a velocidade, d é o diâmetro, μ o coeficiente de viscosidade do fluido e g a aceleração gravítica.

Se o valor $R_n \ll 1$ garante-se, segundo alguns trabalhos experimentais, que o escoamento se encontra em regime laminar (Matos Fernandes (2006)).

2.3 Permeabilidade do solo

Na generalidade dos casos de escoamento através do solo o meio é anisotrópico e a permeabilidade num determinado ponto referida a um sistema ortogonal de eixos (x,y,z) é definida pela matriz de permeabilidade:

$$[k] = \begin{bmatrix} k_{xx} & k_{xy} & k_{xz} \\ k_{xy} & k_{yy} & k_{yz} \\ k_{xz} & k_{yz} & k_{zz} \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

Se se tratar de um meio poroso homogéneo a matriz $[k]$ terá o mesmo valor em todos os pontos. Por outro lado, se o meio for heterogéneo o seu valor irá variar ao longo desse mesmo meio.

Caso as direcções principais de permeabilidade do meio coincidam com as direcções do referencial, a matriz $[k]$ pode ser escrita da seguinte forma:

$$[k] = \begin{bmatrix} k_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & k_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & k_{zz} \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

e ainda, se o meio for isotrópico tem-se $k_{xx} = k_{yy} = k_{zz} = k$, e a matriz será:

$$[k] = \begin{bmatrix} k & 0 & 0 \\ 0 & k & 0 \\ 0 & 0 & k \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

2.4 Lei de Darcy generalizada

Considerando um escoamento num meio poroso tridimensional em que a carga hidráulica varia em todas as direcções, torna-se importante determinar o gradiente hidráulico nas respectivas componentes i_x , i_y e i_z através:

$$\begin{aligned} i_x &= -\frac{\partial H}{\partial x} \\ i_y &= -\frac{\partial H}{\partial y} \\ i_z &= -\frac{\partial H}{\partial z} \end{aligned} \quad (2.13)$$

A generalização da lei de Darcy para um escoamento num meio poroso homogéneo e anisotrópico caracterizado pela matriz 2.10, fica:

$$\vec{v} = -[k] \overrightarrow{\text{grad}}(H) \quad (2.14)$$

2.5 Escoamento em condições tridimensionais

ou, em forma matricial:

$$\begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} k_{xx} & k_{xy} & k_{xz} \\ k_{xy} & k_{yy} & k_{yz} \\ k_{xz} & k_{yz} & k_{zz} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} -\frac{\partial H}{\partial x} \\ -\frac{\partial H}{\partial y} \\ -\frac{\partial H}{\partial z} \end{pmatrix} \quad (2.15)$$

onde o sinal menos no vector de taxa de variação de carga hidráulica é incluído, visto que a velocidade do escoamento dá-se no sentido dessa mesma perda de carga.

Caso as direcções principais de permeabilidade do meio coincidam com as direcções do referencial, os valores não diagonais da matriz $[k]$ anulam-se (equação 2.11) e a expressão 2.15 pode ser escrita da seguinte forma:

$$\begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} k_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & k_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & k_{zz} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} -\frac{\partial H}{\partial x} \\ -\frac{\partial H}{\partial y} \\ -\frac{\partial H}{\partial z} \end{pmatrix} \quad (2.16)$$

ou na forma:

$$\begin{aligned} v_x &= -k_x \frac{\partial H}{\partial x} \\ v_y &= -k_y \frac{\partial H}{\partial y} \\ v_z &= -k_z \frac{\partial H}{\partial z} \end{aligned} \quad (2.17)$$

Por último, se o meio poroso for homogéneo e isotrópico a matriz de permeabilidade terá um valor único $k = k_x = k_y = k_z$ reduzindo a equação 2.15 apenas a:

$$\begin{aligned} v_x &= -k \frac{\partial H}{\partial x} \\ v_y &= -k \frac{\partial H}{\partial y} \\ v_z &= -k \frac{\partial H}{\partial z} \end{aligned} \quad (2.18)$$

2.5 Escoamento em condições tridimensionais

Partindo da equação da conservação de massa representada por:

$$\text{div}(\rho v) = -\frac{\partial}{\partial t}(\rho S_r n) \quad (2.19)$$

onde ρ é a massa volúmica, S_r o grau de saturação do solo e n a porosidade. No alinhamento deste trabalho, considerando que para um solo completamente saturado, em regime permanente e com variação da densidade da água nula (incompressível), a equação 2.19 da conservação da massa, num meio tridimensional, pode ser escrita como:

$$\frac{\partial}{\partial x}v_x + \frac{\partial}{\partial y}v_y + \frac{\partial}{\partial z}v_z = 0 \quad (2.20)$$

Substituindo as velocidades pela equação 2.16 da lei de Darcy generalizada, considerando um meio poroso homogéneo anisotrópico, obtêm-se:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x} \left(k_{xx} \frac{\partial H}{\partial x} + k_{xy} \frac{\partial H}{\partial y} + k_{xz} \frac{\partial H}{\partial z} \right) + \\ & \frac{\partial}{\partial y} \left(k_{xy} \frac{\partial H}{\partial x} + k_{yy} \frac{\partial H}{\partial y} + k_{yz} \frac{\partial H}{\partial z} \right) + \\ & \frac{\partial}{\partial z} \left(k_{xz} \frac{\partial H}{\partial x} + k_{yz} \frac{\partial H}{\partial y} + k_{zz} \frac{\partial H}{\partial z} \right) = 0 \end{aligned} \quad (2.21)$$

que no caso de meio homogéneo se escreve:

$$\begin{aligned} & \left(k_{xx} \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + k_{xy} \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} + k_{xz} \frac{\partial^2 H}{\partial z^2} \right) + \\ & \left(k_{xy} \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + k_{yy} \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} + k_{yz} \frac{\partial^2 H}{\partial z^2} \right) + \\ & \left(k_{xz} \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + k_{yz} \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} + k_{zz} \frac{\partial^2 H}{\partial z^2} \right) = 0 \end{aligned} \quad (2.22)$$

Caso as direcções das permeabilidades principais sejam coincidentes com as do referencial:

$$k_x \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + k_y \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} + k_z \frac{\partial^2 H}{\partial z^2} = 0 \quad (2.23)$$

Finalmente, caso o meio seja poroso, homogéneo e isotrópico com $k_x = k_y = k_z = k$, a equação anterior pode ser escrita como:

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial z^2} = 0 \quad (2.24)$$

ou, simplificando:

$$\nabla^2 H = 0 \quad (2.25)$$

Esta equação, chamada de equação de Laplace, é assim a equação que rege o escoamento

2.6 Forças de percolação

da água em regime permanente através de um solo saturado, homogéneo e isotrópico. A obtenção da equação 2.25 é um processo usual e descrito em muitas obras de referência (ver, por exemplo, Craig (2004)).

2.6 Forças de percolação

Durante o movimento da água vão-se gerar tensões de natureza atrítica na estrutura sólida do meio poroso que, em seguida, vão ser equilibradas por forças resistentes mobilizadas no mesmo meio. Assim, tendo em conta o princípio de igualdade do par acção-reacção, poderá dizer-se que estas forças resistentes, associadas à reacção do meio sobre o escoamento, equilibram forças iguais e directamente opostas que reflectem a acção do movimento da água sobre o meio. Estas forças são as forças de percolação (Matos Fernandes (2006)).

Considere-se um caso onde se verifica fluxo de água de um ponto 0 para um ponto 1. Como a distribuição de pressões não é hidroestática:

$$u_1 - u_0 = \int_{u_0}^{u_1} du \quad (2.26)$$

Sabendo que:

$$du = \frac{\partial u}{\partial x} dx + \frac{\partial u}{\partial y} dy = \overrightarrow{grad}(u) \cdot d\vec{s} \quad (2.27)$$

obtêm-se:

$$u_1 - u_0 = \int_{u_0}^{u_1} \overrightarrow{grad}(u) \cdot d\vec{s} \quad (2.28)$$

Também se sabe que:

$$H = z + \frac{u}{\gamma_w} \Leftrightarrow u = \gamma_w (H - z) \quad (2.29)$$

e

$$\overrightarrow{grad}(u) = \gamma_w \left(\overrightarrow{grad}(H) - \overrightarrow{grad}(z) \right) \quad (2.30)$$

então:

$$u_1 - u_0 = \int_{u_0}^{u_1} \gamma_w \overrightarrow{grad}(H) \cdot d\vec{s} - \int_{u_0}^{u_1} \gamma_w \overrightarrow{grad}(z) \cdot d\vec{s} \quad (2.31)$$

ou considerando relações idênticas à equação 2.27:

$$u_1 - u_0 = \gamma_w \int_{H_0}^{H_1} dH - \gamma_w \int_{z_0}^{z_1} dz = \gamma_w(H_1 - H_0) - \gamma_w(z_1 - z_0) \quad (2.32)$$

Da equação 2.32 é possível observar que a segunda parcela simboliza a pressão de natureza hidroestática e que a primeira representa a pressão de natureza hidrodinâmica, segundo Figueiredo (1990) citado por Marado (1993). Caso não ocorresse escoamento de 0 para 1, a distribuição de pressões seria apenas de natureza hidrostática e a equação 2.32 seria:

$$u_1 - u_0 = -\gamma_w(z_1 - z_0) = \gamma_w(z_0 - z_1) = \gamma_w L \quad (2.33)$$

onde L é a diferença de cotas entre os dois pontos.

Assim, a parcela da equação 2.31 que corresponde à variação de pressão de natureza hidrodinâmica está directamente relacionada com as forças de percolação por unidade de volume que se geram durante o escoamento. Admite-se que:

$$\vec{f}_p = -\gamma_w \overrightarrow{\text{grad}}(H) = -\gamma_w \vec{i} \quad (2.34)$$

Integrando a equação anterior na área permite determinar a força de percolação actuando no domínio como:

$$\vec{F}_p = -\gamma_w \int \int \overrightarrow{\nabla H} dx dy \quad (2.35)$$

Para o caso tridimensional fica:

$$\vec{F}_p = -\gamma_w \int \int \int \overrightarrow{\nabla H} dx dy dz \quad (2.36)$$

2.7 Gradiente hidráulico crítico

Pelo facto de se aplicarem forças ao solo, devido ao fluxo de água, as tensões efectivas no maciço são alteradas. Quando o sentido das forças de percolação é contrário ao do peso, as tensões efectivas tendem a reduzir-se, caso contrário, a aumentar. Se essas forças forem elevadas ao ponto de anularem as tensões efectivas, então ocorre o colapso hidráulico.

A figura 2.1 apresenta uma situação de escoamento vertical ascendente impondo a existência de forças de percolação com esse mesmo sentido e direcção. No lado direito desta figura é possível observar a distribuição de pressões em redor de uma área de solo (pressões

2.7 Gradiente hidráulico crítico

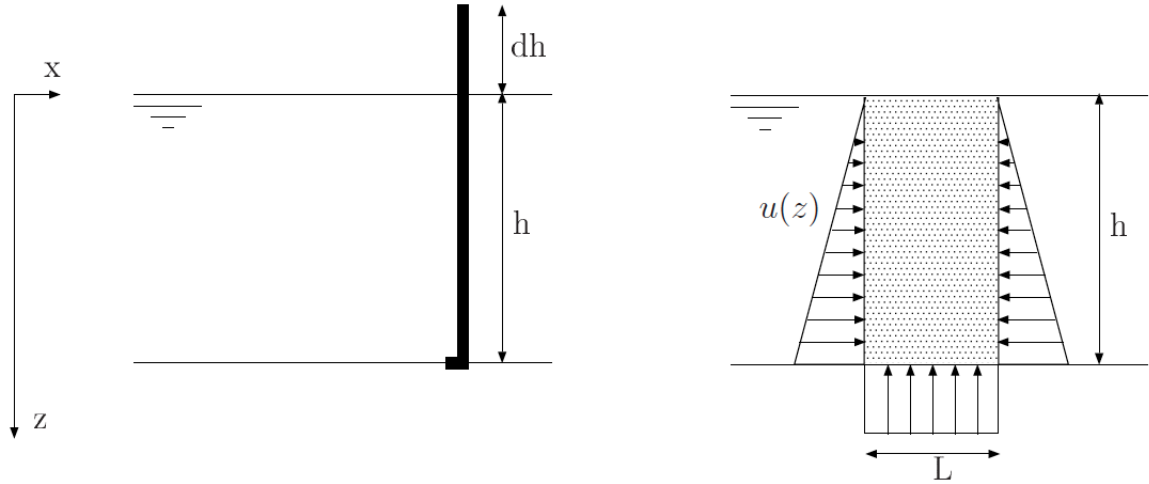


Figura 2.1: Representação esquemática de condições para determinação do gradiente crítico

horizontais anulam-se), as forças do peso e a resultante das forças de pressão. Estas forças de peso, pressão de água e forças de percolação podem ser representadas respectivamente, por:

$$\begin{aligned}\vec{P} &= \gamma_{sat} h L \vec{e}_z \\ \vec{I} &= -\gamma_w h L \vec{e}_z \\ \vec{f}_p &= -\gamma_w h L i \vec{e}_z\end{aligned}\quad (2.37)$$

O equilíbrio destas forças leva a que, segundo o eixo z :

$$R = -\gamma_{sat} h L + \gamma_w h L + \gamma_w h L i \quad (2.38)$$

No caso da resultante R ser nula, o solo terá tensão efectiva nula e deixará de aplicar força sobre o solo subjacente. Simplificando a equação anterior, obtêm-se o valor do gradiente hidráulico correspondente à anulação de R , que se designa pelo i_{cr} :

$$i_{cr} = \frac{\gamma_{sat} - \gamma_w}{\gamma_w} = \frac{\gamma'}{\gamma_w} \quad (2.39)$$

O valor específico deste i_{cr} é chamado de gradiente hidráulico crítico.

Nesta dissertação consideram-se sempre os solos com γ_{sat} de 20 kN/m^3 . Sendo o $\gamma_w = 10 \text{ kN/m}^3$, o peso volúmico submerso γ' é igual a 10 kN/m^3 e por conseguinte i_{cr} igual a 1.

Capítulo 3

Ferramenta Implementada

3.1 Introdução

O desenvolvimento de um programa capaz de caracterizar o escoamento num solo exige uma apreciação cuidada e minuciosa de todos os fatores relevantes para a sua realização. Torna-se importante distinguir as diferentes fases do processo e estudar as instruções mais eficazes para a concretização de cada passo.

Para caracterizar o escoamento de água num solo procedeu-se ao desenvolvimento do módulo *FLOW*, complemento de um programa de cálculo numérico concebido nos últimos anos no Departamento de Engenharia Civil da Faculdade de Ciências e Tecnologia da UNL, chamado *Mechpy*. Este programa implementa numericamente a solução de problemas de: elasticidade, elasto-plasticidade, os teoremas cinemático e estático da análise limite e outros, recorrendo aos princípios do método dos elementos finitos (MEF). No contexto deste trabalho será utilizado o teorema cinemático para cálculo de cargas de colapso. A sua descrição pode ser vista em Vicente da Silva e Antão (2008) e em Antão et al. (2012).

A utilização do *Mechpy* requer uma geração de malhas de elementos finitos. A criação destas malhas passa por duas fases distintas. Numa primeira fase, utiliza-se o software *GMSH* que, depois de concebida a geometria pretendida através de pontos, linhas e superfícies gera uma malha. Estas malhas são depois convertidas para o formato de entrada de dados do *Mechpy* (“input1”), onde se impõem as condições limites em deslocamento, em forças e em cargas. Nesta conversão é possível efetuar a divisão de quadrados em 4 triângulos (2D) e de hexaedros em 24 tetraedros (3D). De seguida, com o modelo já definido torna-se possível ao utilizador, caso exista percolação no problema, correr o módulo *FLOW*. Quando o cálculo numérico é finalizado são obtidos os valores das cargas hidráu-

licas, pressões da água no solo, velocidades e forças de percolação, assim como um outro ficheiro de dados (“input2”). Este último ficheiro é semelhante ao referido anteriormente tendo incluído, adicionalmente, as forças de percolação introduzidas como cargas nodais. Finalmente, será calculada uma carga de colapso, por análise limite, com ou sem percolação dependendo da utilização do “input1” ou “input2”. Na figura 3.1 é possível observar um esquema desta metodologia.

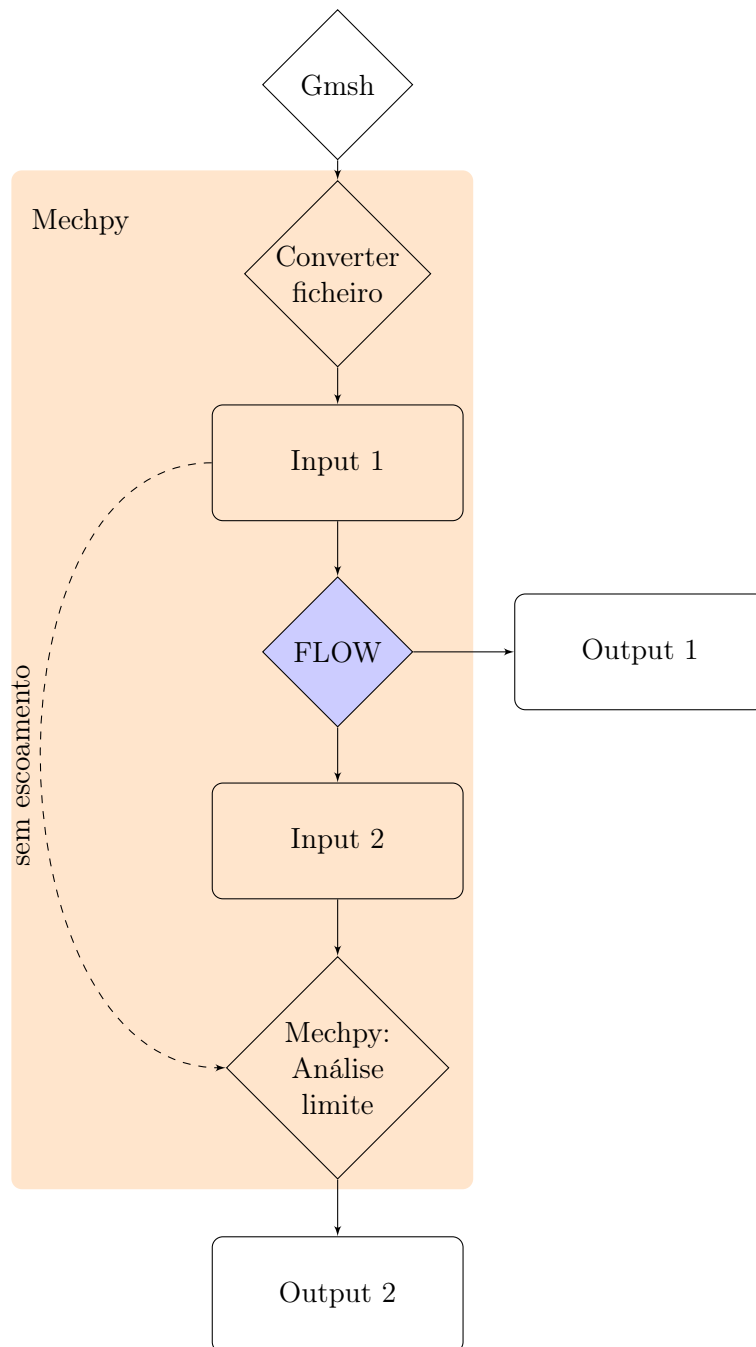


Figura 3.1: Estrutura de funcionamento do Mechpy

3.2 Aplicação do MEF ao estudo dos escoamentos - *FLOW*

3.2.1 Formulação geral

A base do MEF é a discretização do domínio e a assunção de funções nesse domínio, que procuram aproximar a solução a partir dos valores das grandezas em estudo de alguns dos pontos desse domínio. A discretização consiste na divisão do domínio em elementos de tamanhos inferiores, chamados de “elementos finitos”. Como incógnitas, diga-se, existem as incógnitas primárias, que se calculam nos pontos nodais (deslocamentos, potenciais), e as incógnitas secundárias, que derivam das primárias (tensões, deformações). Depois de formuladas n equações para cada elemento, que esquematizam o problema como um todo, podem ser reunidas na forma matricial e calculadas. A resolução do problema de escoamento utilizando o método dos elementos finitos é um processo descrito em várias obras de referência (ver, por exemplo, Zienkiewicz (1977)).

A rotina denominada de *FLOW* tem como funções calcular: pressões de água, cargas hidráulicas, velocidades e forças de percolação num meio poroso, anisotrópico e em regime permanente. Apresentam-se de seguida os principais aspectos da formulação, em condições bidimensionais para facilidade de explanação.

Retomando a equação geral da continuidade vista no capítulo anterior (equação 2.35) :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k_{xx} \frac{\partial H}{\partial x} + k_{xy} \frac{\partial H}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k_{xy} \frac{\partial H}{\partial x} + k_{yy} \frac{\partial H}{\partial y} \right) = 0 \quad (3.1)$$

ou, de forma mais simplificada:

$$-\nabla^T \mathbf{k} \nabla H = 0 \quad (3.2)$$

cujas condições fronteira associadas são:

1. Condições fronteira essenciais, em Γ_H

$$H = \bar{H} \quad (3.3)$$

2. Condições de fronteira naturais, em Γ_v , onde a componente normal da velocidade $v_n = \bar{v} + \alpha H$

Na condição 2 α é o coeficiente de transferência. Neste trabalho serão apenas incluídas imposições de velocidades normais à fronteira, v_n , nulas.

Com as equações 3.2 e 3.3 ficam estabelecidas as equações que governam o escoamento e as condições de fronteira associadas.

No seguimento deste capítulo, a referida equação vai ser objecto de tratamento pelo MEF para possibilitar o cálculo de todos os parâmetros indicados acima.

3.2.2 Princípio variacional - Aproximação exacta

Por forma a obter uma solução numérica exacta sujeita às condições fronteira associadas aplica-se o princípio variacional:

$$\Pi = \int_{\Omega} F \left(w, \frac{\partial w}{\partial x}, \dots \right) d\Omega + \int_{\Gamma} E \left(w, \frac{\partial w}{\partial x}, \dots \right) d\Gamma \quad (3.4)$$

onde w é a função desconhecida e F e E operadores diferenciais. A solução para o problema contínuo é a função w que mantenha Π numa condição estacionária para qualquer δw . Para garantir essa condição, $\delta\Pi = 0$ para qualquer δw .

Sabendo que equação 3.2 está dentro das condições do princípio variacional pode-se imediatamente estabelecer uma aproximação numérica para o método dos elementos finitos que dá origem ao potencial:

$$\Pi = \frac{1}{2} \int_{\Omega} (\nabla H)^T k \nabla H d\Omega + \int_{\Gamma_v} H \bar{v} d\Gamma_v \quad (3.5)$$

As manipulações algébricas realizadas estão explicadas, por exemplo, em Zienkiewicz (1977).

3.2.3 Discretização dos elementos finitos

Introduzindo a aproximação da carga hidráulica num elemento genérico, que é dada por:

$$H = \sum_{i=1}^n N_i H_i = N H_{nodal} \quad (3.6)$$

onde $i = 1, \dots, n$, em que n é o número de nós do elemento e N a matriz das funções de forma desse mesmo elemento dada por:

$$N = \begin{bmatrix} N_1 & N_2 & \dots & N_n \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

3.2 Aplicação do MEF ao estudo dos escoamentos - *FLOW*

Ainda na equação 3.6, H_{nodal} representa o valor de carga hidráulica em cada nó de um elemento, dado por:

$$H_{nodal} = \begin{bmatrix} H_1 & H_2 & \cdots & H_n \end{bmatrix}^T \quad (3.8)$$

Incluindo a aproximação promovida por 3.6 na expressão 3.5, a sua minimização conduz a:

$$\left(\int_{\Omega} (\nabla N)^T k \nabla N \, d\Omega + \right) \cdot H_{nodal} + \int_{\Gamma_v} N \bar{v} \, d\Gamma_v = 0 \quad (3.9)$$

É possível observar que a partir desta última equação se pode gerar um sistema global de m equações e m incógnitas na forma:

$$[K_{global}] \{H_{nodal}\} = \{f_{global}\} \quad (3.10)$$

Para se chegar ao sistema 3.10 numericamente começa-se por definir a matriz $[K_{global}]$ e $\{f_{global}\}$ a um nível local, onde a matriz $\{f_{local}\}$ é dada por:

$$\{f_{local}\} = - \int_{\Gamma_v} N \bar{v} \, d\Gamma_v \quad (3.11)$$

e a matriz de condutividade hidráulica $[K_{local}]$, escrevendo com a estrutura da equação 3.1 é:

$$K_{ij}^{local} = \int_{\Omega_E} \left[\left(k_{xx} \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial x} + k_{xy} \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial y} \right) + \left(k_{xy} \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial N_j}{\partial x} + k_{yy} \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial N_j}{\partial y} \right) \right] \cdot d\Omega_E \quad (3.12)$$

ou, ainda recorrendo a uma notação mais prática:

$$[K_{local}] = \int_{\Omega_E} [\nabla N]^T [k] [\nabla N] \cdot d\Omega_E \quad (3.13)$$

em que:

$$[\nabla] = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \end{bmatrix}$$

$$[\nabla N] = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial x} & \frac{\partial N_2}{\partial x} & \cdots & \frac{\partial N_n}{\partial x} \\ \frac{\partial N_1}{\partial y} & \frac{\partial N_2}{\partial y} & \cdots & \frac{\partial N_n}{\partial y} \end{bmatrix}$$

$$[k] = \begin{bmatrix} k_{xx} & k_{xy} \\ k_{xy} & k_{yy} \end{bmatrix}$$

Finalmente, para se obter o sistema de equações 3.10 tem que se considerar as contribuições de todos os elementos que, através de métodos de montagem/espalhamento tradicional no MEF torna possível a formação das matrizes $[K_{global}]$ e da matriz $[f_{global}]$. Para resolver os integrais da matriz de condutividade hidráulica global recorreu-se à integração numérica (método do Gauss-Legendre) utilizando os pontos de integração e os respectivos factores de peso para triângulos quadráticos recolhidos em Cowper (1973) e para tetraedros quadráticos em Zienkiewicz (1977). Na selecção dos pontos e pesos de Gauss foram tidas em conta, segundo Felippa (2003), as regras de:

1. Simetria, para que, independentemente da numeração dos elementos e dos nós, o resultado seja o mesmo,
2. Positividade, onde todos os pesos têm de ser positivos.

3.2.4 Determinação das cargas hidráulicas

Para obter o valor das cargas hidráulicas em todos os nós do modelo é necessário resolver o sistema de equações 3.10:

$$[K] \{H_{nodal}\} = \{f\} \quad (3.14)$$

Para isso, dividiu-se internamente as matrizes por valores conhecidos e por incógnitas da seguinte forma:

$$\left[\begin{array}{c|c} K_{11} & K_{12} \\ \hline K_{12} & K_{22} \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} \bar{H} \\ H^* \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c} 0 \\ f^* \end{array} \right] \quad (3.15)$$

de onde se infere que:

$$K_{11} \bar{H} + K_{12} H^* = 0 \quad (3.16)$$

Nesta expressão \bar{H} representa a matriz que contem o valor de carga hidráulica dos nós com carga hidráulica conhecida e H^* a matriz que identifica os nós com carga hidráulica desconhecida. Com este rearranjo a matriz f acaba por se dividir numa matriz nula (condição fronteira, v_n igual a zero) e em f^* que contem os nós com valores desconhecidos de v_n .

Resolvendo a equação 3.16 em ordem a H^* obtêm-se as cargas hidráulicas de todos os nós. Para um caso de elementos triangulares de 6 nós, as cargas hidráulicas nos nós são dadas

3.2 Aplicação do MEF ao estudo dos escoamentos - *FLOW*

por:

$$H^{elem}(x, y) = \begin{bmatrix} N_1 & N_2 & N_3 & N_4 & N_5 & N_6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \\ H_3 \\ H_4 \\ H_5 \\ H_6 \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

3.2.5 Determinação de velocidades

Recorrendo à generalização da lei de Darcy (equação 2.15) apresentada na secção 2.4, mas num meio bidimensional:

$$\begin{Bmatrix} v_x \\ v_y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{xx} & k_{xy} \\ k_{xy} & k_{yy} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} -\frac{\partial H}{\partial x} \\ -\frac{\partial H}{\partial y} \end{Bmatrix} \quad (3.18)$$

e utilizando a aproximação obtêm-se:

$$\begin{Bmatrix} v_x \\ v_y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{xx} & k_{xy} \\ k_{xy} & k_{yy} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} -\sum_{i=1}^n H_i \frac{\partial N_i}{\partial x} \\ -\sum_{i=1}^n H_i \frac{\partial N_i}{\partial y} \end{Bmatrix} \quad (3.19)$$

Concluindo, o vector de velocidade num dado ponto é calculado por:

$$\begin{Bmatrix} v_x \\ v_y \end{Bmatrix} = [k] \sum_{i=1}^n [\nabla] [N_i] H_i \quad (3.20)$$

onde n é o número de nós do elemento.

3.2.6 Determinação de forças de percolação

Para calcular as forças de percolação nodais equivalentes de forças de “massa”, sabe-se que sendo essas forças definidas pela sua densidade, b_x e b_y , se tem:

$$\underline{f}^{nodal} = \int_{\Omega} \begin{bmatrix} N_1 & 0 & N_2 & 0 & \cdots & N_n & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & N_2 & \cdots & 0 & N_n \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} b_x \\ b_y \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

No presente caso, relembando a equação 2.35 do capítulo 2.6 e introduzindo a aproximação de carga hidráulica da equação 3.6, tem se que:

$$\begin{bmatrix} b_x \\ b_y \end{bmatrix} = -\gamma_w \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N_1 & N_2 & \cdots & N_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \\ \vdots \\ H_n \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

Logo, as forças nodais motivadas pelas forças de percolação podem ser escritas da seguinte forma:

$$\vec{f}_p(x, y) = \int_{\Omega} -\gamma_w \begin{bmatrix} N_1 & 0 \\ 0 & N_1 \\ N_2 & 0 \\ 0 & N_2 \\ \vdots & \vdots \\ N_n & 0 \\ 0 & N_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N_1 & N_2 & \cdots & N_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \\ \vdots \\ H_n \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

ou, de forma mais sintética:

$$\vec{f}_p(x, y) = -\gamma_w \int \int [N^*]^T [\nabla] [N] [H] dx dy \quad (3.24)$$

O cálculo destes integrais foi feito recorrendo, como anteriormente para obter a matriz de condutividade hidráulica global, à integração numérica do método de Gauss-Legendre. Nos problemas de duas dimensões são aplicados os pontos de integração e os respectivos factores de peso recolhidos em Cowper (1973) e nos problemas tridimensionais em Zienkiewicz (1977).

3.3 Análise limite - *Mechpy*

Quando finalizado o cálculo das forças nodais motivadas pela distribuição das forças de percolação dá-se por concluído o trabalho realizado pelo módulo *FLOW* sendo possível observar todos os resultados graficamente através de um software externo. Pode-se analisar a distribuição de carga hidráulica, pressões de água e velocidades e, em forma de vectores, as velocidades e as forças de percolação.

O *FLOW* antes de terminar cria ainda um ficheiro de dados, semelhante ao que foi utilizado para o seu funcionamento, que inclui as forças nodais devido às forças de percolação. Este ficheiro pode depois ser aplicado no programa de cálculo que recorre à análise limite para determinação de cargas de colapso. Desta forma, torna-se possível estudar a influência do escoamento de água no solo na estabilidade do próprio solo e/ou das diferentes estruturas geotécnicas.

3.3 Análise limite - *Mechpy*

Por forma a obter valores que caracterizem a estabilidade de obras geotécnicas podem-se utilizar diversas metodologias. De todas as metodologias possíveis, foi aplicada neste trabalho a análise limite. Neste capítulo apresenta-se uma breve descrição da análise limite focada no teorema cinemático e na sua implementação numérica.

3.3.1 Introdução

A análise limite tem sido largamente utilizada desde há várias décadas, tendo os seus conceitos sido consolidados com os trabalhos de Chen (1975). Na mecânica dos sólidos deformáveis, segundo Chen e Liu (1990), três condições têm de ser satisfeitas para que seja alcançada uma solução: as equações de equilíbrio de tensões, as equações constitutivas (tensão-deformação) e as equações de compatibilidade (deformação-deslocamento). A análise limite segue estes conceitos considerando o solo como rígido perfeitamente plástico e com lei de fluxo associada, isto é, um aumento da tensão geralmente implica um aumento da deformação plástica normal à envolvente de rotura. Assim pode-se estabelecer os teoremas de região inferior (estático ou LB do inglês “Lower Bound”), que ignora as condições de compatibilidade; e região superior (cinemático ou UB do inglês “Upper Bound”) que ignora as condições de equilíbrio. Estes teoremas permitem alcançar um limite inferior e um limite superior de cargas de colapso, indicando que a solução exacta se encontra entre eles. Caso as soluções de ambos os teoremas sejam iguais está-se perante a solução exacta do problema (figura 3.2).

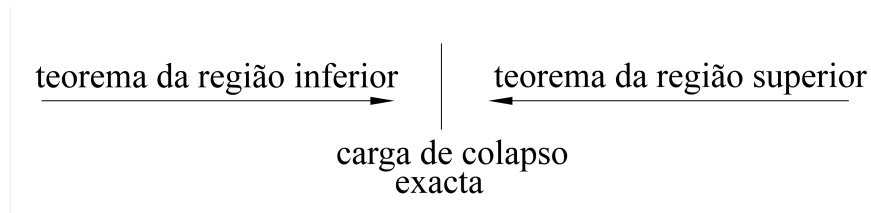


Figura 3.2: Esquema ilustrativo do limite entre soluções obtidas pelo teorema estático e teorema cinemático

3.3.2 Teorema cinemático

O teorema cinemático ou da região superior preconiza que, se para um dado mecanismo virtual compatível, a taxa de trabalho das forças externas for igual ou superior à taxa de trabalho das tensões internas, então neste caso as forças externas aplicadas causam o colapso.

De forma a determinar um limite superior é necessário calcular o trabalho realizado pelas tensões internas e pelas forças exteriores para um incremento de deslocamento virtual que garanta as condições de compatibilidade. A optimização do campo de deslocamentos virtuais conduz a uma carga que se aproxima superiormente da carga de colapso exacta.

3.3.3 Teorema estático

O teorema estático ou da região inferior diz que, se as forças exteriores estão em equilíbrio com um campo de tensões internas no interior do corpo e na fronteira que respeite, em qualquer ponto, a condição de rotura, as forças exteriores aplicadas não causam o colapso.

Para determinar o limite inferior é necessário definir um campo de tensões hipotético e estaticamente admissível que equilibre o conjunto das forças exteriores. Ajustando os esforços de forma a maximizar a carga no solo, sem nunca quebrar o critério de não cedência, é possível obter uma carga de valor inferior ao da carga de colapso.

3.3.4 Implementação do teorema cinemático

Com o método dos elementos finitos aplicado ao teorema cinemático é possível, aplicando os conceitos de deformação cinematicamente admissível e balanço energético, a obtenção de resultados estáveis. Com este objectivo o programa implementado com esta técnica

3.4 Conclusão

chama-se de *Mechpy* e tem sido desenvolvido na Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa. A sua descrição detalhada pode ser vista em Vicente da Silva e Antão (2008) e Antão et al. (2012). Ainda assim, apresentam-se de seguida aspectos básicos deste programa de cálculo.

No presente trabalho utilizou-se este programa para a determinação das aproximações superiores das cargas de colapso.

Do ponto de vista do utilizador, um cálculo recorrendo ao módulo que implementa o módulo do teorema cinemático no *Mechpy* implica a criação de malhas usuais de elementos finitos. Das forças aplicadas, um subconjunto é afectado por um multiplicador. O programa fornece um valor optimizado desse multiplicador ao utilizador, correspondente a um conjunto de forças conduzido ao colapso da estrutura.

3.4 Conclusão

O trabalho de programação, em linguagem “Python”, do módulo *FLOW* do programa de cálculo numérico *Mechpy* foi desenvolvido pelo autor ao longo de todo o percurso da Dissertação.

Foram desenvolvidas rotinas permitindo:

1. A criação e leitura de um ficheiro “input” com informação da geometria (nós e elementos), informação das condições fronteira de escoamento (carga hidráulica) e de informações do meio (permeabilidade).
2. O cálculo da matriz elementar $[K_{local}]$.
3. A montagem para determinação da matriz global $[K_{global}]$.
4. O cálculo das cargas hidráulicas H nos nós.
5. O cálculo das velocidades de percolação \vec{v} nodais.
6. O cálculo das forças de percolação \vec{f}_p nodais.
7. Criação de um ficheiro “output” com compatibilidade para ser utilizado num software independente para visualização gráfica das cargas hidráulicas, pressões, velocidades, e forças.
8. E criação de um outro ficheiro “output” que incorpora as forças nodais motivadas pelas forças de percolação para utilização, como “input”, no programa *Mechpy* para cálculo de cargas de colapso.

O módulo *FLOW* foi desenvolvido para funcionar em condições bidimensionais através da utilização de elementos triangulares lineares de 3 nós e quadráticos de 6 nós, e também em condições tridimensionais com recurso a elementos tetraédricos quadráticos de 10 nós.

Capítulo 4

Validação da Programação Implementada

Após implementação do módulo *FLOW* torna-se imprescindível verificar se o cálculo está a ser realizado correctamente. Para isso recorreu-se a exemplos de problemas com soluções conhecidas. As soluções utilizadas para validação e comparação são de natureza analítica e numérica.

4.1 Validação da componente de cálculo de escoamento

Neste subcapítulo propõe-se quatro exemplos de forma a evidenciar o bom funcionamento da programação da componente do cálculo de escoamentos.

4.1.1 Exemplo 1 - Solo com paramento vertical e nível freático à superfície

Este primeiro exemplo pretende demonstrar a precisão do programa *FLOW* na determinação das cargas hidráulicas em qualquer ponto de um problema com permeabilidade isotrópica. Para isso foi modelada uma contenção de um paramento vertical com sistema de drenagem ao longo da interface solo-estrutura. O solo é considerado completamente saturado até à superfície e a sua permeabilidade, k , homogénea e isotrópica. A figura 4.1 mostra a geometria da secção e as suas condições fronteira (cargas hidráulicas e restrições) num domínio definido por $x \geq 0$ e $0 \leq z \leq h$. Mostra também os pontos escolhidos (A, B, C e D) para comparação dos resultados.

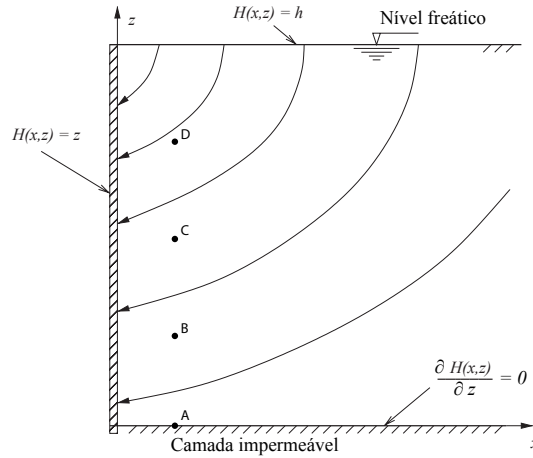


Figura 4.1: Representação do modelo de contenção utilizado com os pontos A, B, C e D utilizados para comparação de resultados. Imagem adaptada de Barros (2006)

Para efeitos de validação, os resultados obtidos com o *FLOW* são comparados com os apresentados em Barros (2006), onde o autor desenvolveu analiticamente uma solução do problema de escoamento traduzida por uma fórmula que permite calcular cargas hidráulicas em qualquer coordenada, nas condições descritas anteriormente. A solução de Barros é:

$$H(x, z) = h \left(1 - \sum_{m=0}^{\infty} \frac{2}{M^2} e^{-\frac{Mx}{h}} \cos \frac{Mz}{h} \right) \quad (4.1)$$

onde H é a altura da contenção e:

$$M = \frac{(2m + 1)\pi}{2} \quad (4.2)$$

Para o cálculo das cargas hidráulicas com recurso à equação 4.1 foram substituídas as coordenadas dos pontos referidos e utilizados os primeiros 101 termos M onde $m = 0, 1, \dots, 100$. Barros refere que quando são utilizados pelo menos 100 termos o erro desta expressão é reduzido para menos de 0,2% do valor de H .

No cálculo numérico foi utilizada uma malha triangular quadrática de 6 nós onde a largura do elemento é igual à altura da cortina dividida 70 vezes. A malha utilizada apresenta um aspecto semelhante ao da figura 4.2 mas bastante mais refinado.

Em relação ao comprimento do modelo, sabe-se que o valor de ΔH tende para zero com o aumento da distância à contenção. Foi assim escolhido um valor para a largura suficientemente grande para permitir uma boa aproximação à realidade, garantindo que o aumento dessa largura não evocasse variação de carga nos pontos escolhidos.

4.1 Validação da componente de cálculo de escoamento

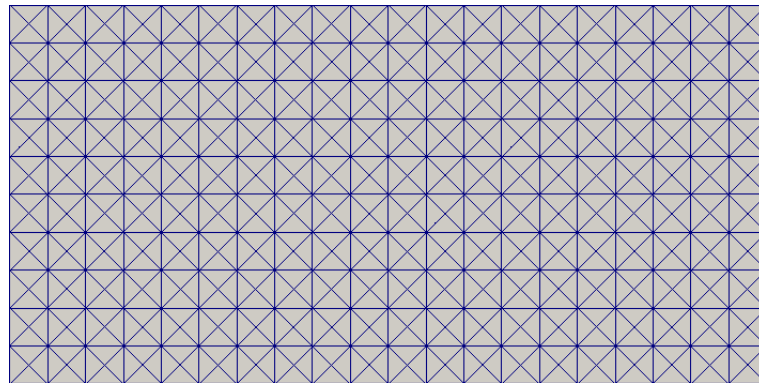


Figura 4.2: Representação esquemática da malha utilizada para o cálculo de cargas hidráulicas utilizando o *FLOW*

A tabela 4.1 permite comparar as cargas hidráulicas calculadas nos pontos A, B, C e D por via numérica e analítica. Conforme se pode constatar, em todos os pontos os valores são exactos até à quinta casa decimal. Na figura 4.3 é possível observar a distribuição das cargas hidráulicas. As linhas de fluxo apresentadas são apenas ilustrativas e não representam a real rede de percolação.

Tabela 4.1: Valores de H calculados pelo módulo *FLOW* e pelo método analítico de Barros (2006)

Pontos	<i>FLOW</i>	Barros (2006)	Erro relativo
A	0,2256712	0,2256709	1,41E-04%
B	0,3512313	0,3512313	1,14E-05%
C	0,5557447	0,5557446	6,29E-06%
D	0,7755520	0,7755520	2,44E-06%

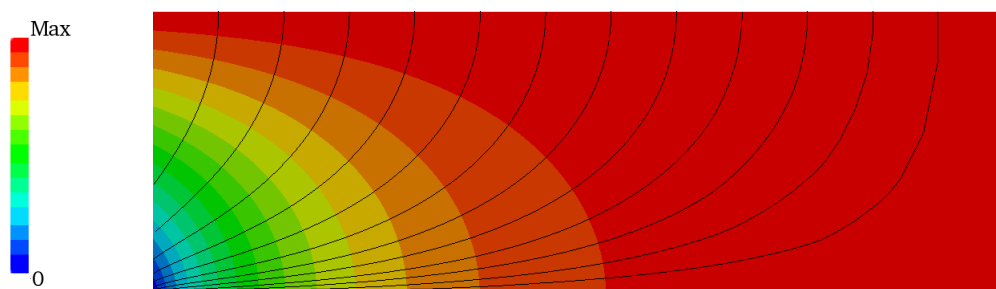


Figura 4.3: Representação da distribuição de carga hidráulica no solo

4.1.2 Exemplo 2 - Cortina em meio anisotrópico com eixos principais coincidentes com os eixos do referencial

Neste segundo estudo procura-se validar o programa no cálculo de escoamentos em maciços com permeabilidade anisotrópica, mas com as direcções principais de permeabilidade coincidentes com os eixos do referencial como na equação 2.10 do capítulo 2.3, em condições bidimensionais:

$$[k] = \begin{bmatrix} k_{xx} & 0 \\ 0 & k_{yy} \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

onde $k_{xx} \neq k_{yy}$.

O modelo utilizado baseia-se numa solução analítica para um meio semi-infinito, com inclusão de uma cortina impermeável na profundidade d . Sendo a solução analítica disponibilizada em Harr (1962) válida para meio semi-infinito, decidiu-se criar um modelo numérico em que a fronteira inferior do escoamento é definida por uma linha de corrente do modelo analítico. A solução de Harr (1962) para as linhas de corrente é:

$$\frac{y^2}{d^2 \cosh^2(\pi\psi)} + \frac{x^2}{d^2 \sinh^2(\pi\psi)} = 1 \quad (4.4)$$

Utilizando ψ igual a 0,4595 definiu-se a linha limite do modelo da figura 4.4 (a), designado de modelo 1. Este procedimento permite que a solução analítica de Harr seja válida no modelo definido, quando considerada uma permeabilidade isotrópica.

Para verificação dos resultados dos cálculos com permeabilidade anisotrópica tomou-se um solo com $k_y = 16 k_x$. Como é sabido esta relação implica que os cálculos devam ser realizados em isotropia com:

$$x' = \sqrt{\frac{k_y}{k_x}} \cdot x \Leftrightarrow x' = 4x \quad (4.5)$$

Assim a solução analítica de Harr calculada com solo isotrópico é a que corresponde a este eixo transformado, x' . Inversamente, a solução calculada num solo anisotrópico é a que corresponde ao modelo definido pela variável $x = \frac{x'}{4}$, apresentado na figura 4.4 (b), designado por modelo 2. A formulação da equação 4.5 está descrita em vários textos (por exemplo, Matos Fernandes (2006)).

Nas figuras 4.4 (c) e (d) apresentam-se malhas ilustrativas dos modelos 1 e 2, respectivamente. Os cálculos cujos resultados são apresentados foram realizados com malhas em que o número de elementos é proporcional ao das malhas apresentadas mas considerando 80

4.1 Validação da componente de cálculo de escoamento

divisões da altura da cortina.

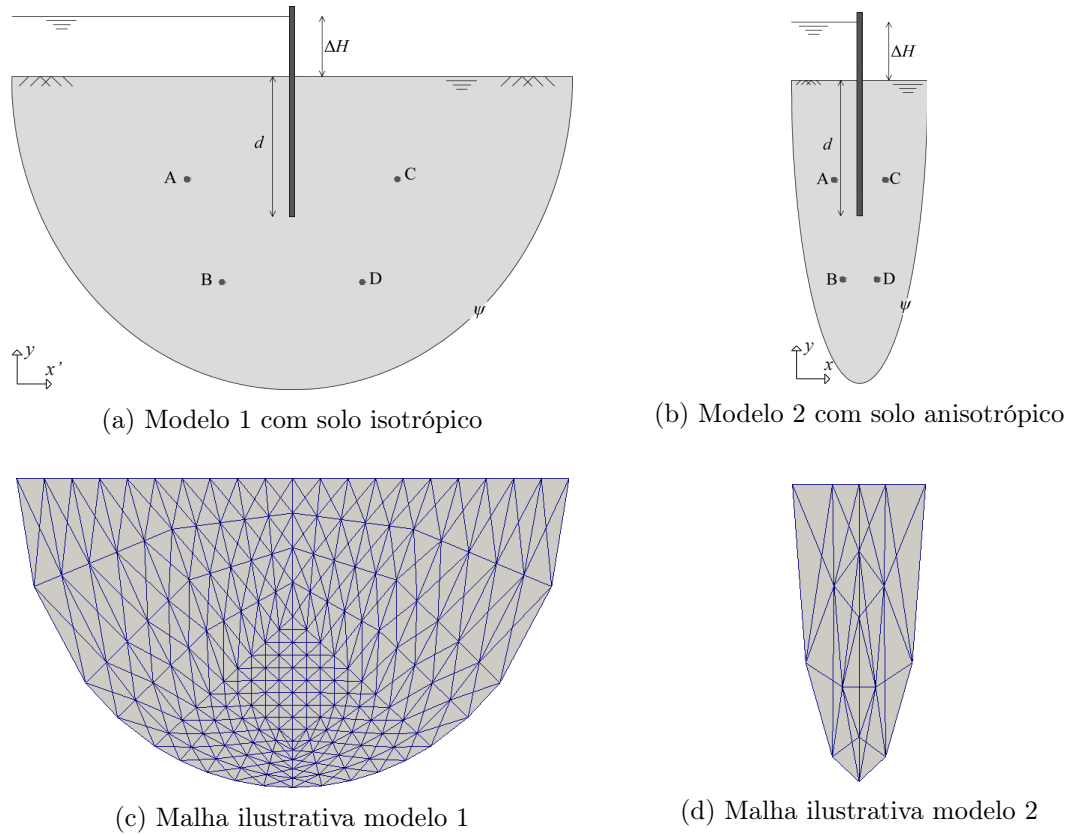


Figura 4.4: Representação ilustrativa dos modelos de cortina impermeável e suas malhas

Em ambos os modelos o solo apresenta-se saturado até à superfície e, seguindo o exercício de Harr, o valor da carga hidráulica na superfície à esquerda da cortina é de $+\pi/2$ e à direita é de $-\pi/2$, fazendo do valor de ΔH igual a π . Estão também representados quatro pontos (A, B, C e D) com coordenadas conhecidas para o estudo das cargas hidráulicas.

De forma a resolver analiticamente o modelo com permeabilidade isotrópica (figura 4.4 (a)) recorre-se à expressão da função equipotencial de Harr (1962):

$$\frac{y^2}{d^2 \cos^2(\pi\phi)} - \frac{x^2}{d^2 \sin^2(\pi\phi)} = 1 \quad (4.6)$$

Na tabela 4.2 estão representados os resultados do cálculo analítico das cargas hidráulicas do modelo isotrópico e do cálculo numérico do modelo 2 anisotrópico com $k_y = 16k_x$. Decidiu-se também calcular numericamente o modelo isotrópico (1) como forma de obter mais uma validação ao cálculo das cargas hidráulicas para meios isotrópicos. Conforme se pode observar, os valores calculados numericamente pelo *FLOW* nos modelos 1 e 2 são

praticamente idênticos. A solução analítica obtida para o modelo 1 é considerada excelente com um erro relativo máximo de 0,03% obtido nos resultados dos pontos A e C.

Tabela 4.2: Valores de carga hidráulica nos pontos A, B, C e D dos modelos de cortina impermeável calculado analiticamente e com recurso ao *FLOW*

Pontos	Modelo 1 - res. analítico	Modelo 2 - <i>FLOW</i>	Modelo 1 - <i>FLOW</i>
A	0,411048	0,410906	0,410906
B	0,992200	0,991980	0,991979
C	-0,411048	-0,410906	-0,410906
D	-0,992200	-0,991980	-0,991979

Na figura 4.5 são apresentadas as distribuições de carga hidráulica de ambos os modelos estudados. Como seria de esperar, os resultados correspondem a um mapeamento obtido à custa da deformação horizontal dos modelos.

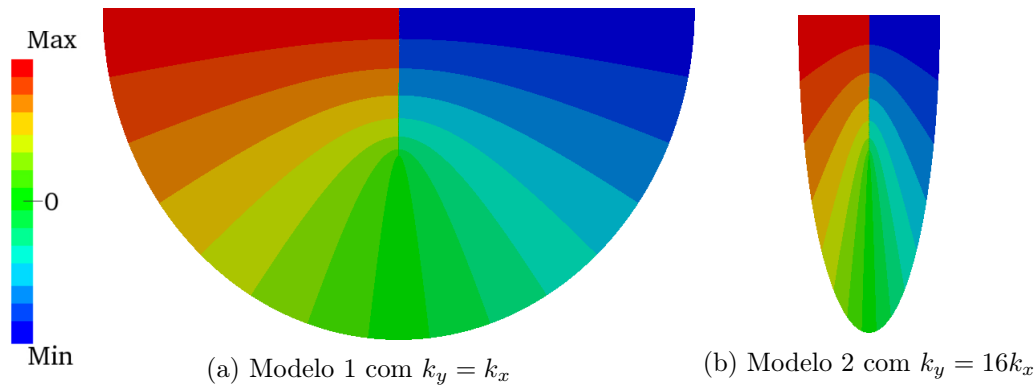


Figura 4.5: Representação da distribuição de carga hidráulica dos modelos de cortina impermeável

4.1.3 Exemplo 3 - Cortina em meio anisotrópico com eixos principais não coincidentes com os eixos do referencial

Este exemplo tem como objectivo verificar se o cálculo numérico está a funcionar correctamente para casos em que as direcções principais da permeabilidade não coincidam com o referencial utilizado, ficando definida a matriz de permeabilidade como:

$$[k] = \begin{bmatrix} k_{xx} & k_{xy} \\ k_{xy} & k_{yy} \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

onde $k_{xy} \neq 0$.

Para o efeito, recorreu-se ao modelo 2 da cortina impermeável do exemplo anterior e

4.1 Validação da componente de cálculo de escoamento

aplicou-se-lhe uma rotação de 30° em relação ao referencial xOy . Utilizando a mesma geometria e condições fronteira obteve-se o modelo da figura 4.6, designado por modelo 3. De acordo com as regras algébricas de rotação de matrizes e sabendo que $k_y = 16k_x$ calcularam-se os novos valores de k_{xx} , k_{yy} e k_{xy} .

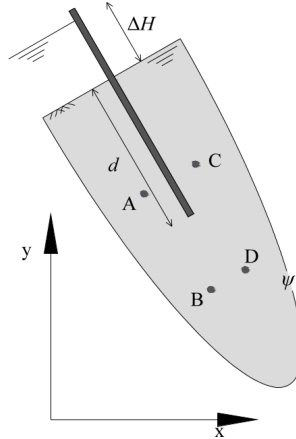


Figura 4.6: Representação esquemática do modelo de cortina impermeável com rotação de 30° em relação ao referencial xOy

Como termo de comparação utilizam-se os valores de carga hidráulica calculados analiticamente nos pontos A, B, C e D do modelo 1 do exemplo anterior. Os resultados do cálculo numérico deste novo modelo são apresentados na tabela 4.3:

Tabela 4.3: Valores de carga hidráulica nos pontos A, B, C e D do modelo de cortina impermeável com rotação de 30° com o plano xOy

Pontos	Modelo 1 - res. analítico	Modelo 2 - <i>FLOW</i>	Modelo 3 - <i>FLOW</i>
A	0,411048	0,410906	0,410906
B	0,992200	0,991980	0,991980
C	-0,411048	-0,410906	-0,410906
D	-0,992200	-0,991980	-0,991980

Concluí-se que, devido à aproximação dos valores obtidos analiticamente e ao modelo 2, o módulo *FLOW* está a calcular correctamente o escoamento para permeabilidades na forma da equação 4.7.

Para além dos valores obtidos nos pontos A, B, C e D, a figura 4.7 prova a semelhança entre a distribuição das cargas hidráulicas deste modelo e o da figura 4.5 do estudo anterior.

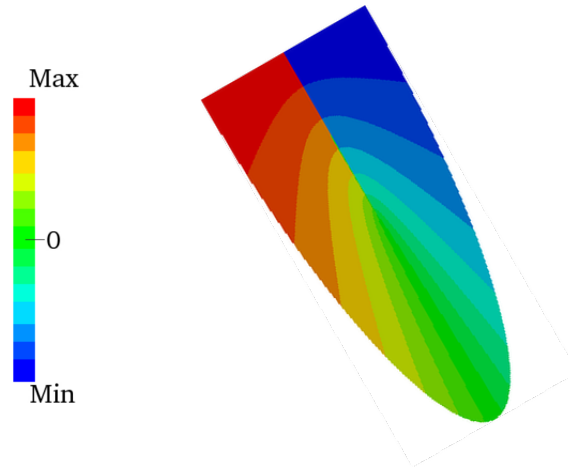


Figura 4.7: Representação da distribuição da carga hidráulica no modelo de cortina impermeável com rotação de 30° com o plano xOy

4.1.4 Exemplo 4 - Cortina em meio anisotrópico com eixos principais não coincidentes com os eixos do referencial (tridimensional)

Neste quarto exemplo pretende-se estudar a eficácia do *FLOW* em condições tridimensionais onde as direcções principais das permeabilidades não coincidem com nenhum eixo de referência, isto é, lembrando a matriz de permeabilidade definida por:

$$[k] = \begin{bmatrix} k_{xx} & k_{xy} & k_{xz} \\ k_{xy} & k_{yy} & k_{yz} \\ k_{xz} & k_{yz} & k_{zz} \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

Admite-se que todos os termos da matriz de permeabilidade podem ser diferentes de zero.

Para realizar este cálculo criou-se um modelo semelhante ao da aplicação anterior (ver figura 4.6) com a diferença de que é introduzida uma espessura L na direcção do eixo principal z e aplicada uma rotação de 20° no plano xOz . Este novo modelo tridimensional é denominado de modelo 4. O nível freático encontra-se à superfície do terreno e a carga hidráulica na fronteira superior à esquerda da cortina tem o valor de $+\pi/2$ e à direita de $-\pi/2$, totalizando um ΔH igual a π .

De acordo com as regras algébricas de rotação de matrizes e sabendo que $k_y = k_z = 16k_x$ calcularam-se o valores de k_{xy} , k_{yz} e k_{xz} .

Para geometria da malha foram usados elementos tetraédricos quadráticos de 10 nós. Na figura 4.8 é apresentada uma malha equivalente à utilizada para este cálculo mas 4 vezes

4.1 Validação da componente de cálculo de escoamento

menos refinada.

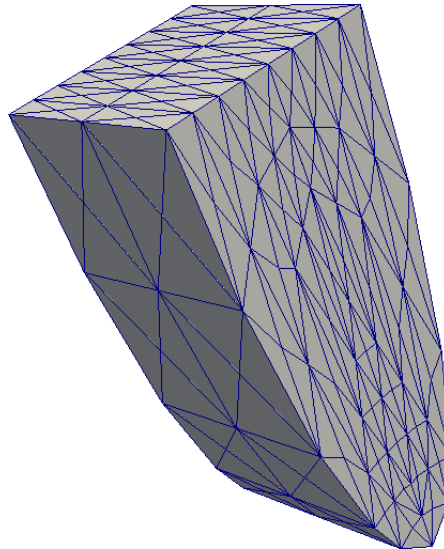


Figura 4.8: Representação esquemática do modelo de cortina impermeável tridimensional

Como termo de comparação utilizam-se os valores de carga hidráulica calculados analiticamente nos pontos A, B, C e D do modelo 1 e, também, dos modelos 2 calculados numericamente. Os resultados deste exercício tridimensional estão apresentados na tabela 4.4 onde se pode observar que o erro relativo não ultrapassa os 0,2%. Apesar de ser de uma ordem superior ao registado no caso bidimensional é ainda de excelente qualidade.

Tabela 4.4: Valores de carga hidráulica nos pontos A, B, C e D do modelo de cortina impermeável tridimensional

Pontos	Modelo 1 - analiticamente	Modelo 2 - <i>FLOW</i>	Modelo 4 - <i>FLOW</i>
A	0,411048	0,410906	0,411256
B	0,992200	0,991980	0,992120
C	-0,411048	-0,410906	-0,410279
D	-0,992200	-0,991980	-0,991364

Na figura 4.9 pode-se observar a distribuição de carga hidráulica no modelo e concluir que, pela semelhança aos estudos anteriores, a aplicação de uma rotação no modelo juntamente com a rotação da matriz de permeabilidade não afecta a eficácia do programa numérico *FLOW* no cálculo do escoamento em condições tridimensionais.

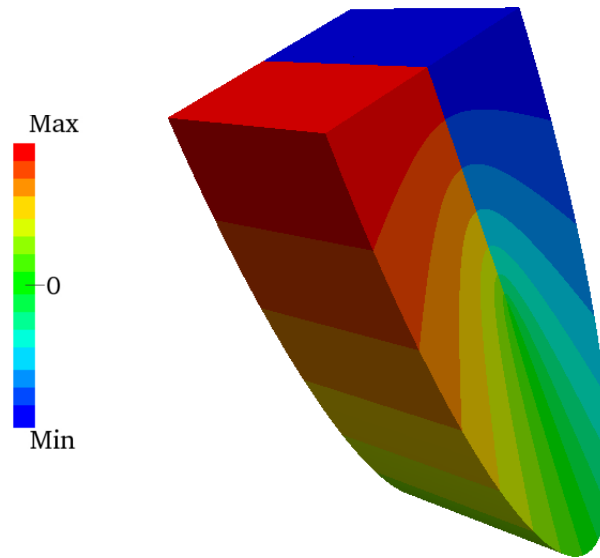


Figura 4.9: Representação da distribuição da carga hidráulica no modelo de cortina impermeável tridimensional

4.2 Validação da componente de cálculo de forças

Nesta secção é validado o cálculo das forças de percolação obtidas através do *FLOW*. Para tal, é necessário recorrer ao programa de análise limite que tem a capacidade de calcular cargas de colapso através dos teoremas cinemático e estático.

De uma forma mais simplificada, a utilização do *Mechpy* implica a introdução de forças, pressões ou cargas pontuais às quais é dada a qualidade de constante ou variável. Aos parâmetros com a qualidade de constante não é permitida a sua alteração durante o cálculo numérico, por outro lado, aos parâmetros variáveis é introduzido um multiplicador λ . Durante o processo do *Mechpy* este multiplicador é otimizado de forma a fornecer o mais baixo valor de deslocamentos que conduzam ao colapso.

Nestes estudos todos os cálculos foram realizados em solos arenosos onde a condição que caracteriza a passagem de um estado elástico para um escoamento perfeitamente plástico é a tensão de corte, τ , ao atingir um dado valor em qualquer faceta. Este valor vai depender linearmente da tensão normal σ' :

$$\tau \leq \sigma' \tan \phi' \quad (4.9)$$

O ângulo de resistência ao corte caracteriza assim a resistência do solo. Esta equação foi, numa forma mais geral, sugerida em 1773 por Coulomb, tendo este critério de cedência o nome de critério de Mohr-Coulomb.

4.2 Validação da componente de cálculo de forças

4.2.1 Exemplo 5 - Determinação de gradiente hidráulico crítico

Este estudo tem como objectivo verificar se o *FLOW* está a calcular correctamente as forças de percolação num exemplo em que é conhecido o gradiente hidráulico que conduz à rotura, designado por gradiente hidráulico crítico. Com este objetivo criou-se o modelo apresentado na figura 4.10 em que o solo é isotrópico, de peso volúmico γ_{sat} e ângulo de resistência ao corte ϕ' , a espessura do terreno é dada por h e o nível freático situa-se à superfície do terreno. Este modelo está limitado inferiormente por um estrato rígido permeável.

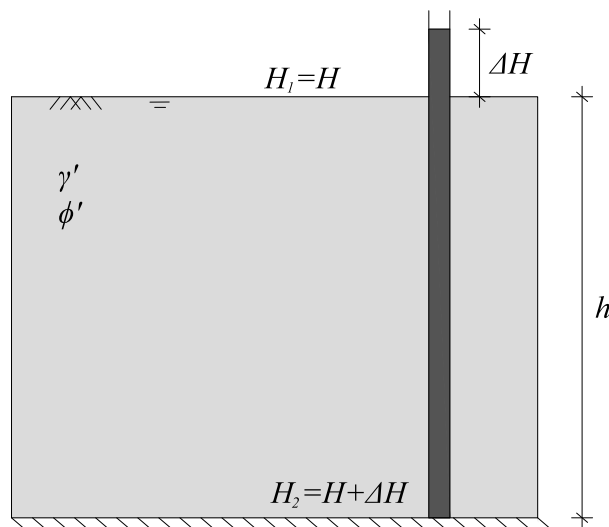


Figura 4.10: Representação esquemática do modelo utilizado para verificação das forças de percolação na determinação do gradiente hidráulico crítico

Considerando um peso volúmico submerso, γ' , igual a 10kN/m^3 é possível afirmar que o gradiente hidráulico crítico deste solo é:

$$i_{cr} = \frac{\gamma'}{\gamma_w} = \frac{10}{10} = 1 \quad (4.10)$$

De acordo com a figura 4.11 sendo o peso do elemento de solo, \vec{P} , igual a $V \times 20\text{kN/m}^3$ e o valor da pressão da água em condições hidroestáticas, \vec{I} , igual a $V \times 10\text{kN/m}^3$ será necessária uma força ascendente de $V \times 10\text{kN/m}^3$ para que a resultante se anule. De forma a ocorrer o colapso hidráulico as forças de percolação têm que atingir então esse valor. Para que ocorra este fenómeno calcularam-se as forças de percolação com o *FLOW* para um

$\Delta H/h$ igual a 0,1 o que originou uma densidade de:

$$f_p = \gamma_w \cdot \frac{\Delta H}{h} = 10 \cdot 0,1 = 1 \quad (4.11)$$

Depois de realizado o cálculo numérico, no momento do colapso do solo as forças de percolação resultaram no valor de 9,99999. Este valor corresponde ao que foi dito anteriormente e valida o *FLOW* na determinação de tais forças.

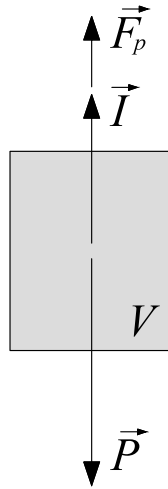


Figura 4.11: Representação esquemática das forças aplicadas no solo

Para atingir este resultado de forma numérica aplicaram-se dois valores de carga hidráulica (como apresentado na figura 4.12): uma constante, tanto no limite superior e inferior do modelo, e uma variável onde no limite superior é zero e no limite inferior é dado pelo produto entre o multiplicador λ e um valor unitário de carga hidráulica. Assumindo ainda que a altura h do modelo é igual a H , fica-se com:

$$i = \frac{\Delta H}{h} = \frac{H + \lambda - H}{H} \quad (4.12)$$

Desta forma o programa vai incrementar o valor da carga hidráulica no limite inferior do modelo que, conseqüentemente, aumentará a magnitude das forças de percolação até ao momento em que se dê o colapso. Para esta análise recorreu-se a uma malha semelhante à representada na figura 4.13 mas com uma densidade duas vezes superior.

4.2 Validação da componente de cálculo de forças

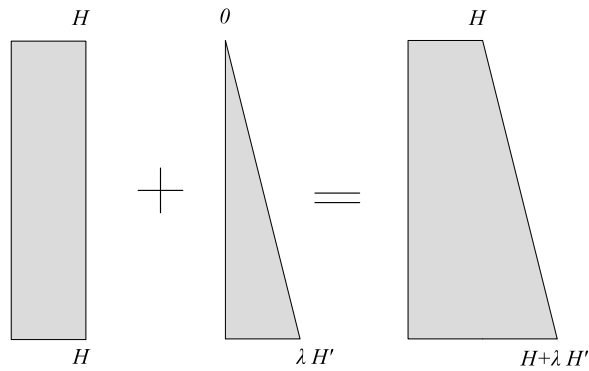


Figura 4.12: Representação esquemática das cargas hidráulicas aplicadas no modelo

Finalizados os cálculos, o valor de $(\lambda H')$ obtido foi o dobro do valor da carga hidráulica inicial H , logo:

$$i = \frac{\lambda H' - H}{H} = 1 \quad (4.13)$$

Implicando que as forças de percolação atinjam o valor de:

$$f_p = \gamma_w \cdot i = 10 \cdot 1 = 10 \text{KN/m}^3 \quad (4.14)$$

Desta forma, é possível admitir que o programa *FLOW* está a calcular correctamente as forças de percolação para escoamentos com direcções estritamente rectilíneas.

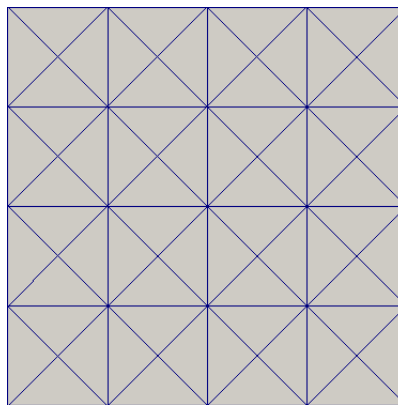


Figura 4.13: Representação esquemática da malha utilizada no cálculo das forças de percolação que provocam o colapso hidráulico

Finalizando, na figura 4.14 é apresentado um esquema com a distribuição de carga hidráulica e com as forças de percolação no momento do colapso. Facilmente se observa que

a distribuição de carga hidráulica é linear pois as suas isolinhas são horizontais e que as forças de percolação têm todas a mesma direcção, sentido e magnitude.

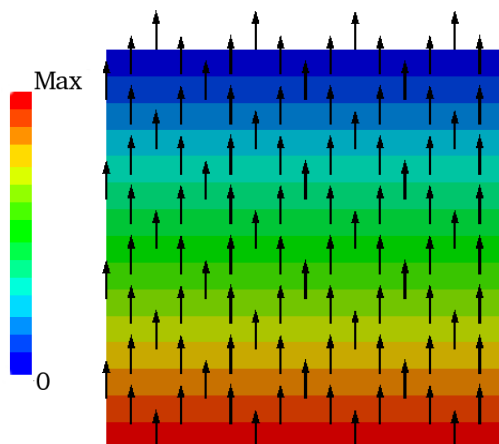


Figura 4.14: Representação da distribuição da carga hidráulica e das forças de percolação no modelo para validação do gradiente crítico

4.2.2 Exemplo 6 - Impulso activo de solo sujeito a percolação

Neste exemplo estuda-se a eficiência do programa proposto na determinação de forças de percolação numa contenção com condições semelhantes em 4.1.1, com um sistema de drenagem implantado ao longo da interface solo-estrutura, solo saturado até à superfície, sem coesão e isotrópico. A figura 4.15 apresenta a geometria do problema e as suas restrições.

Para verificar este cálculo utilizam-se os valores de coeficientes de impulso activo com percolação, K_{as} , obtidos em Barros (2006). Barros calculou estes coeficientes analiticamente considerando um mecanismo com a superfície planar (figura 4.15) e um $\gamma_w/\gamma_{sat} = 0.5$. Por forma a obter numericamente o K_{as} , primeiro são calculadas as forças de percolação com o módulo *FLOW*. Depois, com recurso ao programa de análise limite obtém-se o impulso activo aplicado na parede com percolação, I_{as} , dado por:

$$I_{as} = \frac{1}{2} \gamma_{sat} K_{as} h^2. \quad (4.15)$$

Aplicando uma pequena transformação, a solução para coeficiente de impulso activo com percolação pode ser dada por:

$$K_{as} = \frac{I_a}{\gamma_{sat} h^2}. \quad (4.16)$$

4.2 Validação da componente de cálculo de forças

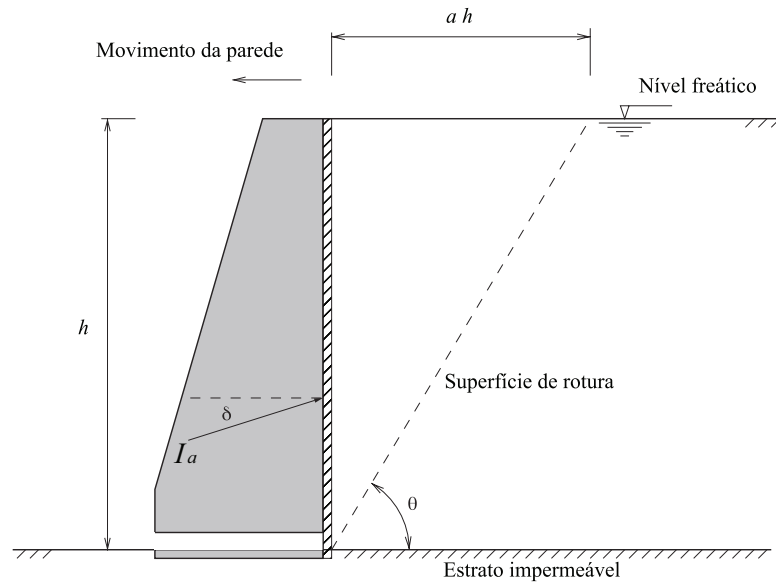


Figura 4.15: Esquema do impulso activo com superfície de rotura adaptada de Barros (2006)

Por forma a validar o programa mais detalhadamente foram realizados cálculos para diferentes ângulos de resistência ao corte (20° , 30° e 40°) e diferentes ângulos de atrito solo-estrutura ($\delta = 0^\circ$; $\delta = \frac{1}{3}\phi'$; $\delta = \frac{1}{2}\phi'$; $\delta = \frac{2}{3}\phi'$; $\delta = \phi'$).

Na figura 4.16 é possível observar os valores de K_{as} obtidos no presente trabalho comparados com os do trabalho de Barros (2006). Para os cinco ângulos de atrito constata-se que para valores mais baixos de δ a concordância entre os valores obtidos recorrendo à presente metodologia e os de Barros é muito grande.

Ainda na figura 4.16 observa-se que com o aumento do valor do ângulo de atrito solo-estrutura há uma tendência para que os valores do presente trabalho se afastem dos resultados anteriores, verificando-se que os valores obtidos são superiores aos anteriormente conhecidos. Convém notar que, do ponto de vista da aplicação do TRS ao cálculo de impulsos activos, quanto maior for um resultado tanto mais próximo estará da solução exacta. Assim, os resultados do cálculos efectuados melhoram, em geral, os resultados anteriores, sendo esta melhoria tendencialmente mais notada para os casos de ângulos δ mais elevados.

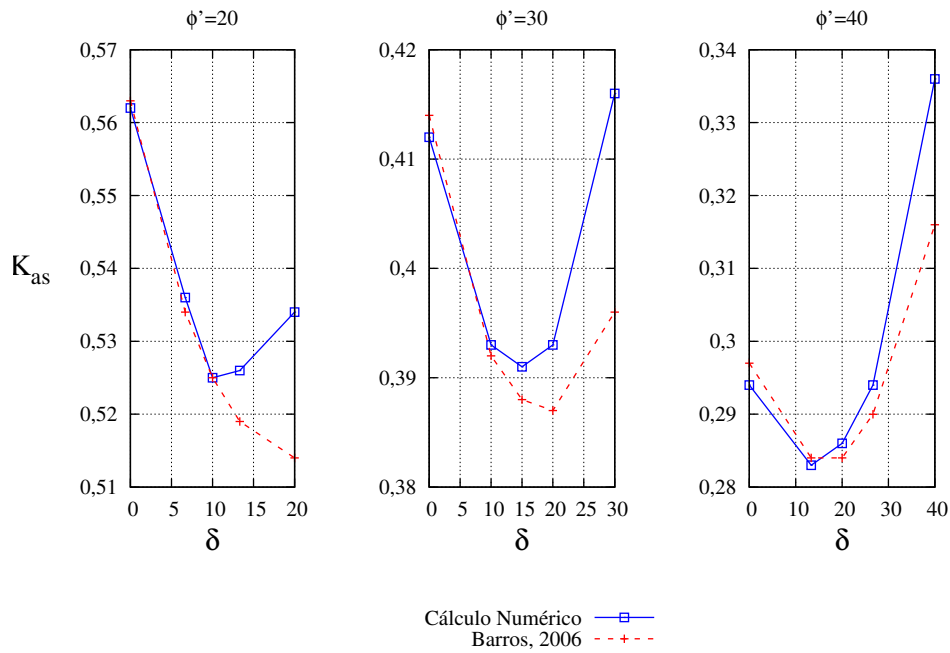


Figura 4.16: Representação gráfica dos coeficientes de impulso activo com percolação para os diferentes ângulos de resistência ao corte e ângulos de atrito

A tendência de melhoria dos resultados anteriores com o aumento de δ pode ser explicada pela observação dos mecanismos obtidos, dos quais se apresentam alguns na figura 4.17, através da distribuição das deformações plásticas e da deformada.

Constata-se que para os três ângulos de resistência ao corte apresentados, com o aumento do ângulo δ , o mecanismo deixa de ser delimitado por uma superfície planar para ser delimitado por uma superfície curva. Como o mecanismo de Barros (2006) é sempre delimitado por uma superfície planar, é natural que o programa utilizado tenha dificuldades em melhorar (ou no caso de $\phi' = 40^\circ$ e $\delta = 0^\circ$ de o alcançar) os resultados anteriores, que provavelmente já estariam perto de corresponder à solução exacta. Quando o mecanismo começa a ser curvo, regista-se a melhoria dos resultados existentes devido ao facto do mecanismo de Barros não se poder aproximar do mais realista obtido nos presentes cálculos.

4.2 Validação da componente de cálculo de forças

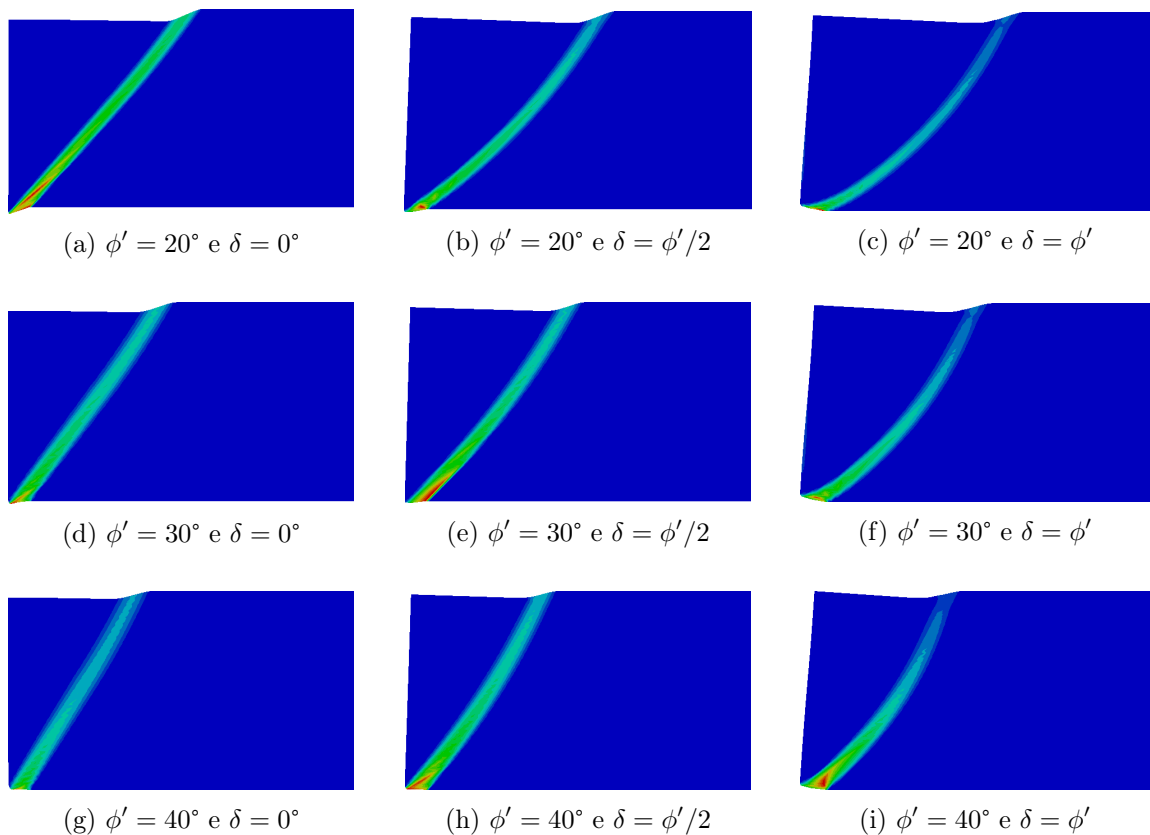


Figura 4.17: Representação de deformações plásticas para os ϕ' de 20° , 30° e 40° e para os δ de 0° , $\phi'/2$ e ϕ'

4.2.3 Conclusão

Foram realizados diversos cálculos para validação quer do cálculo do escoamento em solos em regime permanente, quer do cálculo das respectivas forças de percolação. Apesar de não se poder ser exaustivo na escolha dos exemplos, foram suficientemente diversificados nas suas características para que sejam adequados à validação da programação efectuada. Em todos os casos obtiveram-se resultados que, quando comparados às soluções analíticas ou semi-analíticas existentes, foram plenamente satisfatórios.

Capítulo 5

Caso de Estudo

5.1 Fundações superficiais

As fundações têm como principal função transmitir as cargas da superestrutura ao substrato do solo, de forma a que, entre outros aspectos, seja garantida a estabilidade com uma margem de segurança adequada para que esta não se encontre em risco de colapso. A escolha do tipo de fundação a projectar para uma estrutura varia essencialmente com o tipo da estrutura que vai suportar, magnitude das cargas e competência mecânica do solo. A simplicidade de execução e o baixo custo relativo fazem das fundações superficiais, sempre que o solo e as condições de carregamento o permitam, uma das formas mais utilizadas na engenharia civil. É habitual estas fundações terem a forma rectangular ou circular, podendo também assumir formas mais complexas. As sapatas podem ser:

- Isoladas - constituem a forma mais simples de fundação para transmissão de cargas dos pilares ao solo e são muito eficientes para cargas mais baixas e aplicadas na vertical.
- Contínuas - estas são realizadas quando os pilares são colocados no mesmo alinhamento com espaçamentos relativamente curtos, de forma a que caso fossem utilizadas sapatas isoladas, estas iriam aproximar-se ou mesmo sobrepôr-se.
- Agrupadas - tipo de sapatas que reúnem vários pilares muito próximo sem que estes estejam necessariamente em fila.
- Ensoleiramento geral - plataforma de fundação, em geral ocupa a área de implantação da obra, onde se ligam muitos dos elementos da superestrutura. Muito utilizada em terrenos com baixa competência mecânica ou quando os assentamentos diferenciais

devem ser mínimos. Também quando a área ocupada pela base das sapatas ultrapassa 50% da área total de implementação do edifício.

As dimensões e profundidade das sapatas são bastante variáveis dependendo de factores como a competência mecânica do solo e do tipo de carregamento associado (magnitude de cargas, centrado ou excêntrico, vertical ou inclinado). Para carregamentos mais simples e perante solos de maior resistência as fundações poderão ter menores áreas e estar menos embebidas no solo. Caso contrário soluções mais robustas têm de ser aplicadas e em maior profundidade.

Outros factores que variam a capacidade resistente da fundação são as condições de contacto fundação/solo, a inclinação da fundação e/ou solo e a influência do nível freático. Neste estudo são tratadas fundações corridas realizadas à superfície do terreno e sujeitas a carregamentos verticais e centrados com o nível freático sempre na superfície do solo.

A capacidade resistente das fundações superficiais em solos granulares tem sido extensivamente estudada desde os primeiros trabalhos de Terzaghi no princípio do século passado e, desde então muitas alterações foram apresentadas nos seus termos. No entanto a forma da expressão de Terzaghi (1943) para o cálculo da capacidade resistente, q_{ult} , mantém-se hoje em dia, tendo havido evolução no valor do factor de forma de capacidade resistente N_γ . A expressão pode ser escrita para sapatas corridas como:

$$q_{ult} = \frac{Q_{ult}}{B} = \frac{1}{2}\gamma'BN_\gamma + q'N_q + c'N_c \quad (5.1)$$

onde q é a tensão vertical devido ao peso do solo acima da base da sapata, c' é o intercepto da coesão efectiva do solo, B a largura da sapata e N_γ , N_q e N_c são os factores adimensionais que dependem apenas do ângulo de resistência ao corte, ϕ' , e traduzem a contribuição do peso próprio, sobrecarga e intercepto de coesão na capacidade de carga total. O γ' representa o peso volúmico submerso do solo subjacente à base da fundação, em tensões efectivas, e com o nível freático à superfície.

Para desenvolver a equação 5.1 foi usado o método do equilíbrio limite, método que assume que o colapso ocorre como resultado do escorregamento ao longo de determinadas superfícies, sendo a forma de mecanismo de rotura, composta por entidades geométricas simples, definidas por razões físicas. O equilíbrio é garantido a nível global, considerando cada parte do mecanismo como um corpo livre sujeito a forças, algumas das quais estão relacionadas com as propriedades de resistência do solo. Terzaghi assumiu uma superfície de rotura (figura 5.1) composta por três zonas distintas.

5.1 Fundações superficiais

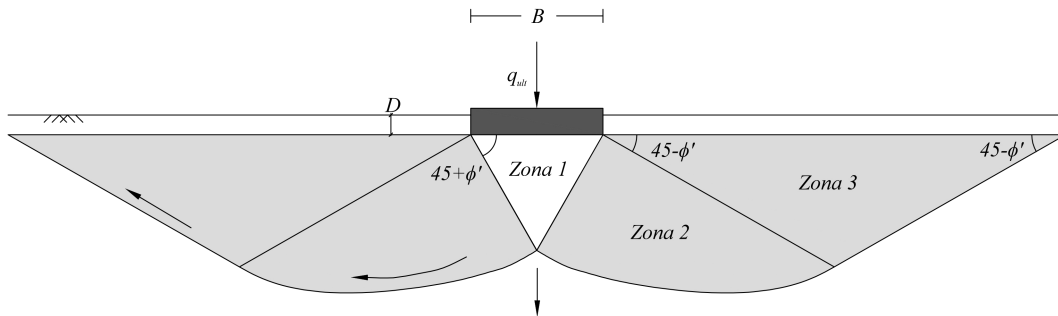


Figura 5.1: Mecanismo de colapso de uma fundação superficial corrida proposto por Terzaghi (1943)

Caso a sapata se encontre embebida no solo, D , considera-se a camada de solo acima da base da fundação como uma sobrecarga de valor q' . Neste estudo como são estudadas sapatas em que a sua base se encontra na superfície do solo não existem quaisquer sobrecargas e portanto a parcela de sobrecarga é nula, $q' = N_q = 0$. Considera-se também que o solo não tem coesão aparente ficando a equação 5.1 como:

$$q_{ult} = \frac{1}{2} \gamma' B N_\gamma \quad (5.2)$$

Sobra apenas a parcela da capacidade resistente relacionada com o peso do próprio solo. O factor N_γ tem sido alvo de vários estudos com diversas abordagens resultando em expressões como as de:

- Caquot e Kerisel (1953), $N_\gamma = 2(N_q + 1) \tan \phi'$, onde N_q é sugerido em Prandtl (1921);
- Meyerhof (1963) que propôs a expressão analítica, $N_\gamma = (N_q - 1) \cot(1,4\phi')$;
- Ou, mais recentemente, Salgado (2008) com $N_\gamma = (N_q - 1) \tan(1,32\phi')$.

Com a melhoria da capacidade computacional têm sido apresentados novos métodos mais rigorosos como o de Hjiatj et al. (2005) onde se implementaram os teoremas cinemático e estático no cálculo de N_γ . Este estudo revelou valores para a região superior e inferior criando um intervalo válido para o dito factor.

Os resultados obtidos em Martin (2005), pelo método das características, são considerados de elevada qualidade e encontram-se, maioritariamente, dentro do intervalo mencionado de Hjiatj et al. (2005). Para efeitos de comparação neste trabalho ficam registados os valores na tabela 5.1.

Tabela 5.1: Valores de N_γ obtidos por Martin (2005)

$\phi' [^\circ]$	N_γ
15	1,181
20	2,839
25	6,491
30	14,754
35	34,476
40	85,566

5.2 Modelo de estudo

No presente estudo pretende-se investigar o efeito do escoamento (predominantemente) vertical na capacidade resistente de fundações superficiais. Para tal, teve-se em conta dois cenários (figura 5.2), ambos correspondentes a uma sapata rígida e perfeitamente rugosa. Na figura é representada a largura $b = B/2$ da sapata, terreno com espessura h limitado por estrato rígido permeável, com nível de água à superfície do terreno. A carga hidráulica definida pela equação 2.3 tem uma variação entre a base do estrato rígido e a superfície do terreno de valor ΔH .

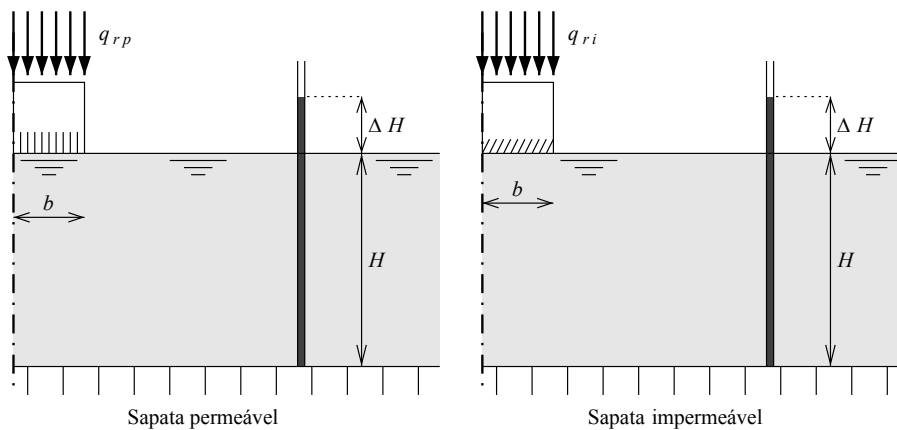


Figura 5.2: Representação esquemática dos casos analisados

Num primeiro cenário, a sapata é considerada permeável pelo que o escoamento tem direcção vertical em todo o domínio; no segundo cenário, a sapata é impermeável, o que afectará o escoamento nas suas imediações, fazendo com que a pressão de água nos poros na sua base seja nula.

O cenário da sapata permeável tem solução conhecida e foi calculada para funcionar como referência ao exemplo da sapata impermeável e, também, como mais uma validação extra

5.3 Cálculos realizados

ao modelo numérico implementado. A solução deste é obtida substituindo γ' na equação 5.2 por um peso volúmico que inclua as forças de percolação, γ^* , onde:

$$\gamma^* = \gamma' \left(1 - \frac{i}{i_{cr}}\right) \quad (5.3)$$

ficando a equação 5.2 igual a:

$$q_{ult} = \frac{1}{2} \gamma' \left(1 - \frac{i}{i_{cr}}\right) B N_{\gamma} \quad (5.4)$$

onde i é o gradiente hidráulico dado por:

$$i = \frac{\Delta H}{H} \quad (5.5)$$

e o gradiente hidráulico crítico:

$$i_{cr} = \frac{\gamma'}{\gamma_w} \quad (5.6)$$

O valor do gradiente varia consoante o ΔH e sentido do escoamento, isto é para movimentos de água ascendentes o valor de ΔH é positivo e conseqüentemente o i também, para escoamentos descendentes ΔH é negativo assim como será o gradiente hidráulico.

5.3 Cálculos realizados

Para os dois cenários da figura 5.2 foi considerado um peso volúmico submerso γ' de 10 kN/m³ para o solo, correspondente a um peso volúmico saturado de 20 kN/m³. Os cálculos foram realizados para ângulos de resistência ao corte de 20°, 30° e 40° e para relações h/b de 2 a 6. Para vários valores de gradiente hidráulico procedeu-se à determinação da capacidade resistente, q_r , para malhas com diferentes dimensão de elemento (exemplo demonstrativo na figura 5.3).

Verificou-se, conforme tem sido obtido noutras casos, (ver, por exemplo Simoes et al. (2014)), a existência de uma relação linear entre os resultados obtidos para q_r e a dimensão dos elementos. Os resultados obtidos neste estudo são os que resultam da extrapolação dos resultados obtidos para a dimensão nula dos elementos. Um exemplo dessa extrapolação é o da figura 5.4 que representa o valor da carga de colapso de um modelo com h/b de 3, ϕ' de 30° e um ΔH igual a -0,1 representativo de um escoamento descendente. Para diferentes cálculos com diferentes tamanhos de elemento considera-se que o valor da relação linear que intercepta o eixo das abcissas é um valor da carga de colapso mais próxima da exacta.

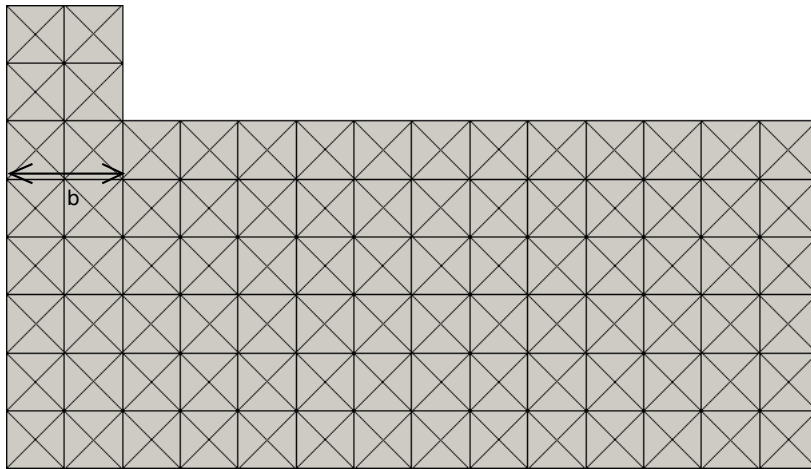


Figura 5.3: Representação demonstrativa da malha utilizada para o cálculo da capacidade de carga das sapatas

Os resultados da capacidade resistente q_r , adimensionalizada por $0,5\gamma'B$ e por $0,5\gamma^*B$, são apresentados nas figuras 5.5, 5.6 e 5.7, para os ângulos de resistência ao corte 20° , 30° e 40° respectivamente. Os gráficos (a) e (b) das figuras mencionadas referem-se ao cenário de sapata permeável e os gráficos (c) e (d) ao da sapata impermeável.

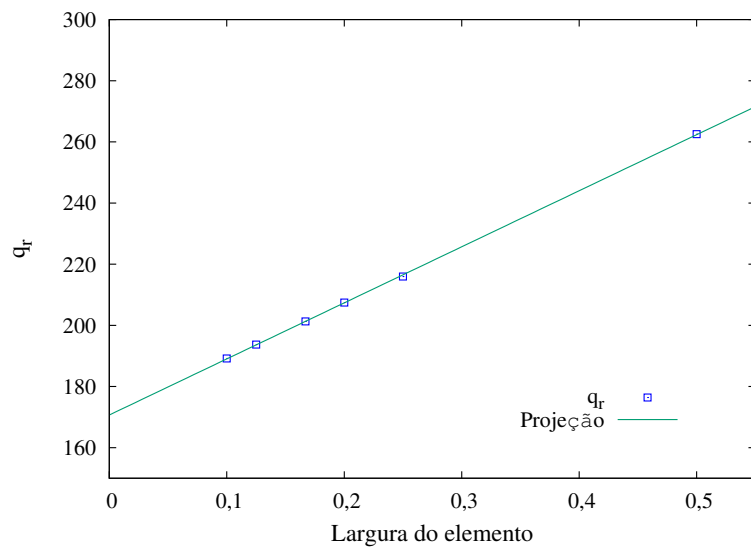


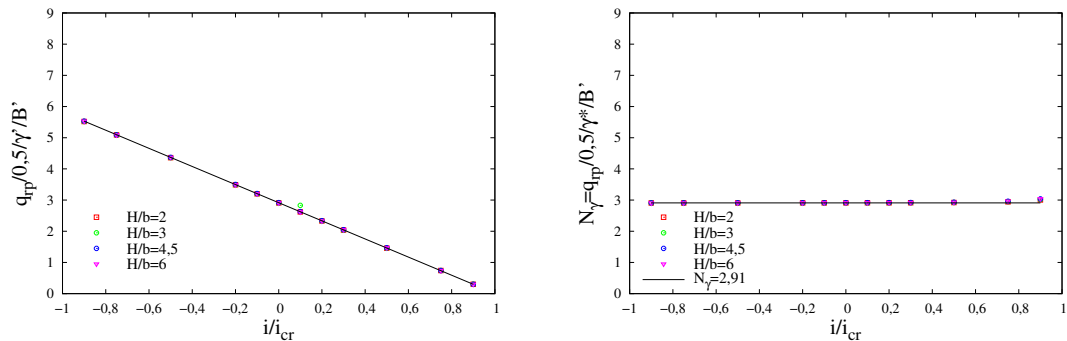
Figura 5.4: Representação gráfica dos resultados obtidos para diferentes dimensões dos elementos

5.4 Sapata permeável: resultados

5.4 Sapata permeável: resultados

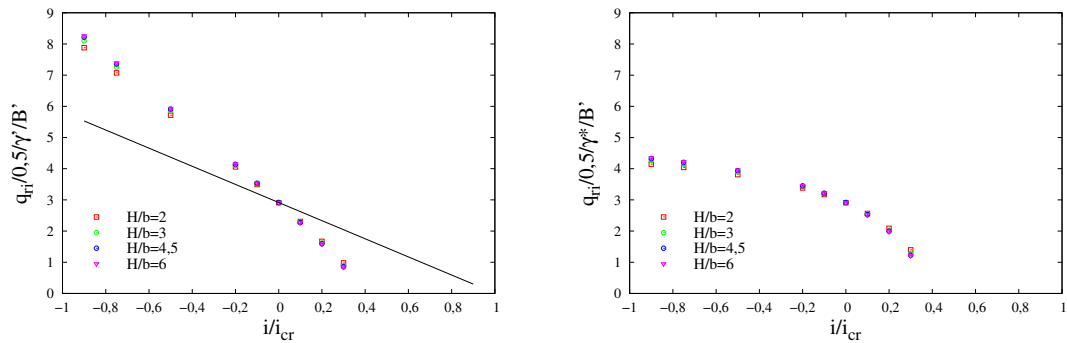
Os resultados obtidos de q_r para o cenário de sapata permeável mostram que, para qualquer um dos ângulos de resistência ao corte, a capacidade resistente adimensionalizada com γ' decresce linearmente com o aumento do gradiente hidráulico, numa relação traduzida pela recta representada na equação:

$$\frac{q_{rp}}{0,5 \gamma' B} = N_\gamma \left(1 - \frac{i}{i_{cr}}\right) \quad (5.7)$$



(a) Sapata perm.: adimensionalizada com γ'

(b) Sapata perm.: adimensionalizada com γ^*



(c) Sapata imperm.: adimensionalizada com γ'

(d) Sapata imperm.: adimensionalizada com γ^*

Figura 5.5: Capacidades resistentes adimensionalizadas obtidas dos cálculos realizadas para ϕ' de 20°

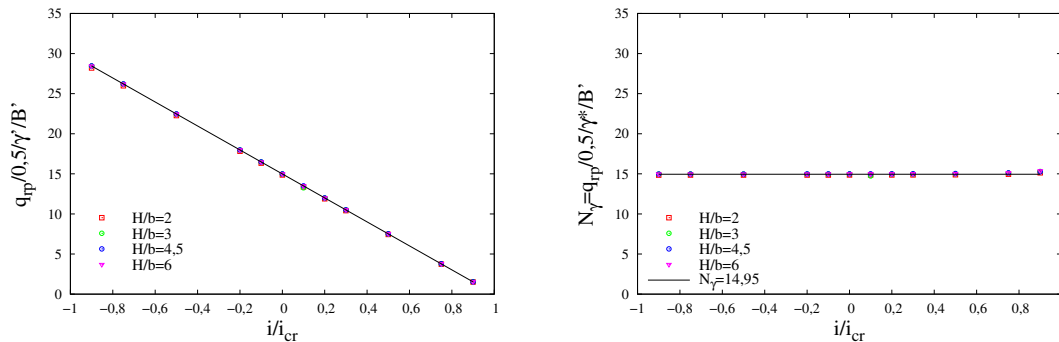
Este comportamento corresponde ao esperado e traduz-se num valor de capacidade resistente adimensionalizada com γ^* que assume um valor quase constante e que corresponde ao factor de capacidade resistente N_γ que, nos cálculos realizados correspondem aos valores de:

- 2,91 para $\phi' = 20^\circ$;

- 14,95 para $\phi' = 30^\circ$;
- 88,02 para $\phi' = 40^\circ$.

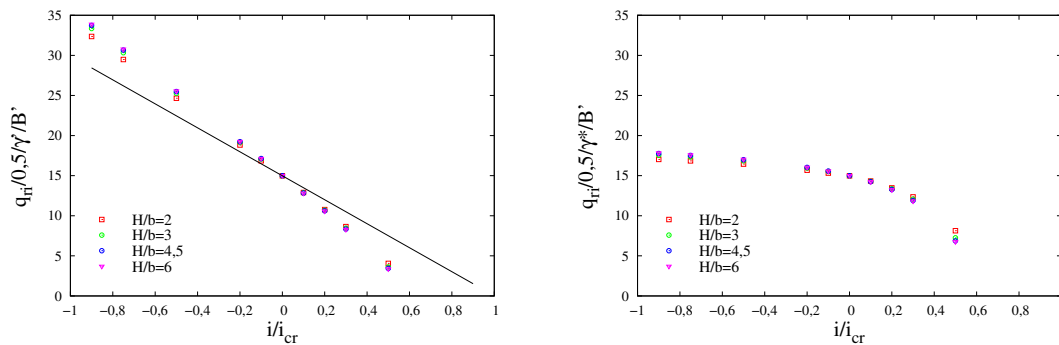
Os resultados obtidos em Martin (2005) para o mesmo caso estão expressos na tabela 5.1 e mostram uma boa aproximação dos resultados obtidos neste trabalho.

De acordo com os gráficos (b) das figuras 5.5, 5.6 e 5.7, para os gradientes hidráulicos mais elevados, os resultados obtidos mostram um afastamento ligeiro do comportamento geral, provavelmente justificado pelo facto de o maciço na zona próxima de corte da sapata estar perto do colapso sob o único efeito das forças de percolação.



(a) Sapata perm.: adimensionalizada com γ'

(b) Sapata perm.: adimensionalizada com γ^*



(c) Sapata imperm.: adimensionalizada com γ'

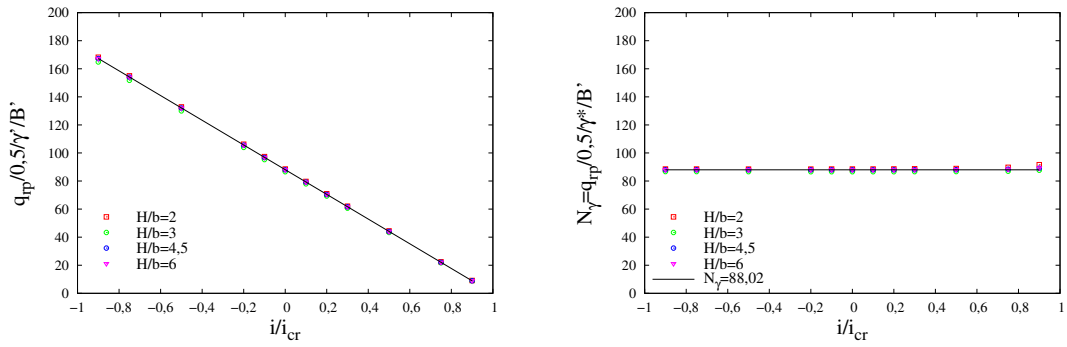
(d) Sapata imperm.: adimensionalizada com γ^*

Figura 5.6: Capacidades resistentes adimensionalizadas obtidas dos cálculos realizadas para ϕ' de 30°

A figura 5.8 apresenta, para o caso permeável, as deformações plásticas, a distribuição das cargas hidráulicas e as forças de percolação para o exemplo h/b de 4,5, ϕ' de 30° e para dois valores de i/i_{cr} , -0,5 e +0,5. Da análise desta figura conclui-se que os mecanismos de rotura são idênticos o que corrobora o facto de o valor de N_γ ser praticamente idêntico para os diferentes valores de i/i_{cr} . A distribuição de carga hidráulica não é afectada pela presença da estrutura, dado esta ser permeável, pelo que as linhas de igual carga hidráulica são

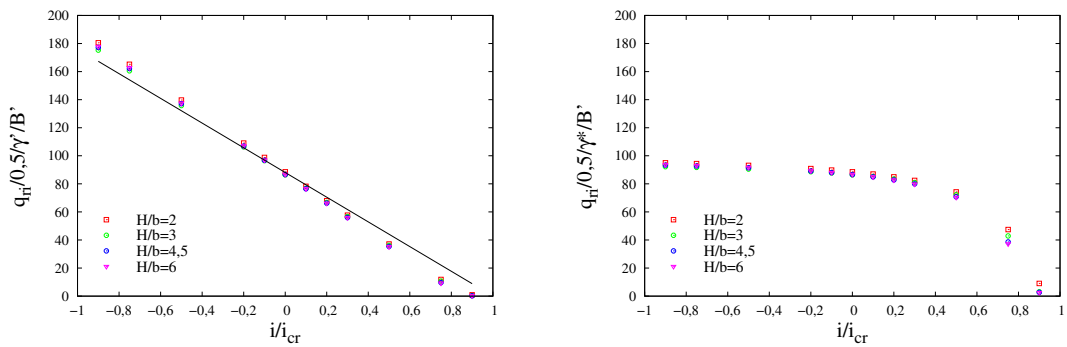
5.4 Sapata permeável: resultados

horizontais originado um gradiente um gradiente hidráulico constante. Em consequência, as forças de percolação representadas são iguais em todo o modelo e estritamente verticais. Para os casos dos ângulos de resistência ao corte de 20° e 40° os esquemas são semelhantes apenas com grandezas inferiores e superiores, respectivamente.



(a) Sapata perm.: adimensionalizada com γ'

(b) Sapata perm.: adimensionalizada com γ^*



(c) Sapata imperm.: adimensionalizada com γ'

(d) Sapata imperm.: adimensionalizada com γ^*

Figura 5.7: Capacidades resistentes adimensionalizadas obtidas dos cálculos realizadas para ϕ' de 40°

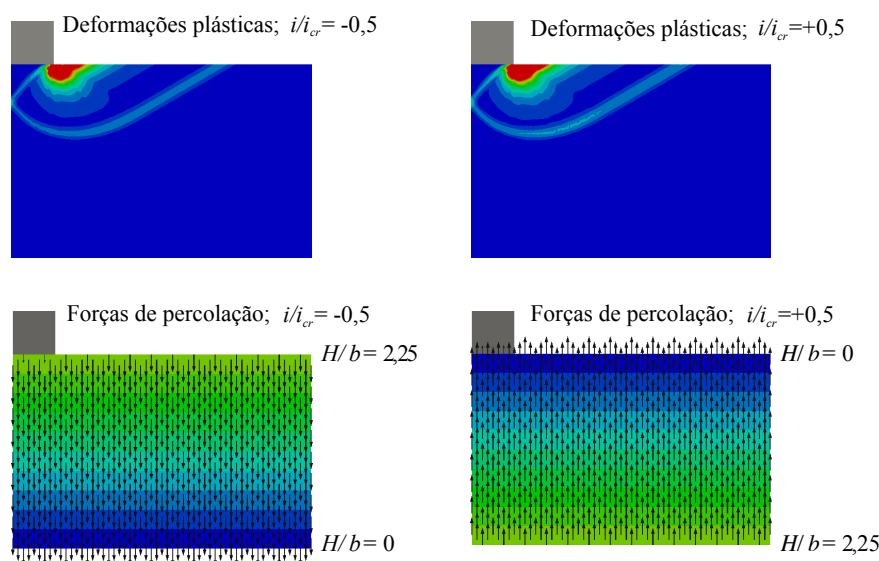


Figura 5.8: Cenário de sapata permeável: representação para o ϕ' de 30° de deformações plásticas, cargas hidráulicas e forças de percolação para os casos de $h/b=4,5$ e $i/i_{cr} = \pm 0,5$

5.5 Sapata impermeável: resultados

Para sapatas impermeáveis os resultados das capacidades de carga adimensionalizadas a γ' e γ^* são apresentados nos gráficos (c) e (d) das figuras 5.5, 5.6 e 5.7, para os ângulos de resistência ao corte 20° , 30° e 40° respectivamente.

Para todos os ângulos de resistência ao corte observa-se no gráfico (c) das referidas figuras, onde foi incluída para comparação a equação 5.7 com o respectivo factor de capacidade, que a presença da sapata impermeável aumenta a capacidade de carga para gradientes negativos (escoamento descendente) e que diminui essa capacidade de carga para gradientes positivos (escoamento ascendente). Estas variações são relativas à presença da sapata permeável. Nota-se também que este fenómeno é de maior dimensão para solos menos resistentes.

Nos gráficos (d), onde são apresentadas as capacidades adimensionalizadas com γ^* , não é possível, como no caso da sapata permeável, obter um valor constante da capacidade de carga resistente adimensionalizada o que mostra, desde já, a influência da impermeabilização da sapata. Nestes gráficos, assim como nos (c), os valores de capacidade de carga são praticamente nulos para os valores de i/i_{cr} mais altos, este comportamento sugere que o colapso passa a ocorrer devido somente às forças de percolação deixando, portanto, de ser um problema de capacidade resistente e sim de rotura hidráulica.

5.5 Sapata impermeável: resultados

As figuras 5.9, 5.10 e 5.11 apresentam as deformações plásticas, a distribuição de carga hidráulica e as forças de percolação para o exemplo de h/b de 4,5 e para valores de i/i_{cr} de -0,75 a + 0,75. É possível observar que os mecanismos de rotura que se inferem das distribuições de deformações plásticas para i/i_{cr} de -0,75 até um certo valor de gradiente positivo são do mesmo tipo, notando-se que à medida que i/i_{cr} aumenta a área envolvida nesses mecanismos diminui, sendo esse efeito mais notório nos gradientes positivos.

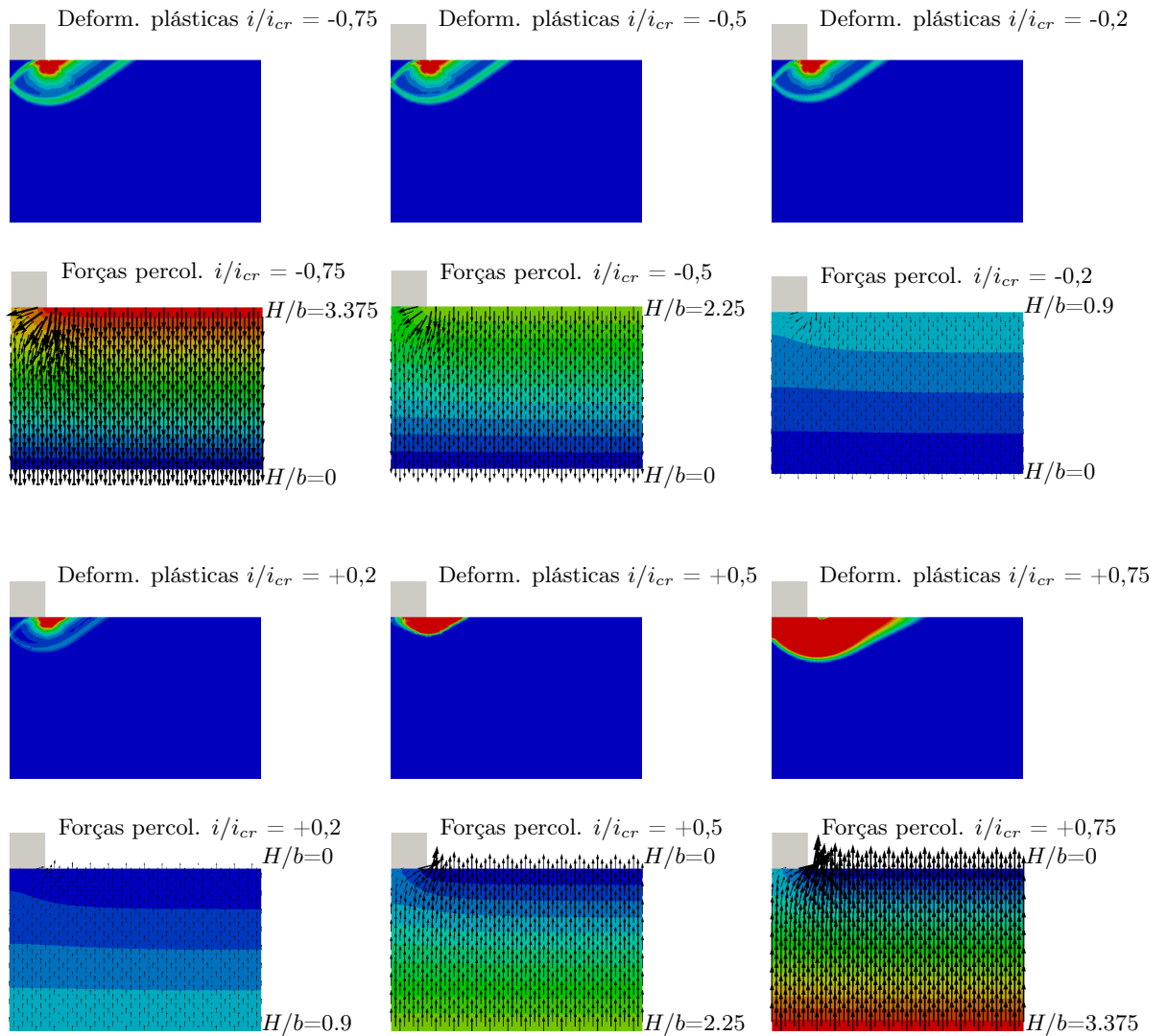


Figura 5.9: Cenário de sapata impermeável para $\phi' = 20^\circ$: representação de deformações plásticas, cargas hidráulicas e forças de percolação para os casos $h/b = 4,5$ e i/i_{cr} de -0,75 a +0,75

Nos casos em que i/i_{cr} é igual +0,75 e +0,5 para o ângulo de resistência ao corte de 20° e igual a +0,75 para os valores de ϕ' de 30° e 40° , os mecanismos de rotura são

diferentes, na medida em que o colapso ocorre praticamente sem carregamento da fundação. Quanto à distribuição de carga hidráulica, comparando com o observado no cenário de sapata permeável, constata-se que a impermeabilização influenciou significativamente o escoamento. As forças percolação nas imediações da sapata deixam de ser verticais e, devido aos maiores gradientes que se verificam nessa zona, também passam a ser mais significativas. Visto que estas alterações se processam dentro da zona onde se desenvolve o mecanismo permite afirmar que a alteração no escoamento influencia o próprio mecanismo e, portanto, a capacidade resistente da fundação.

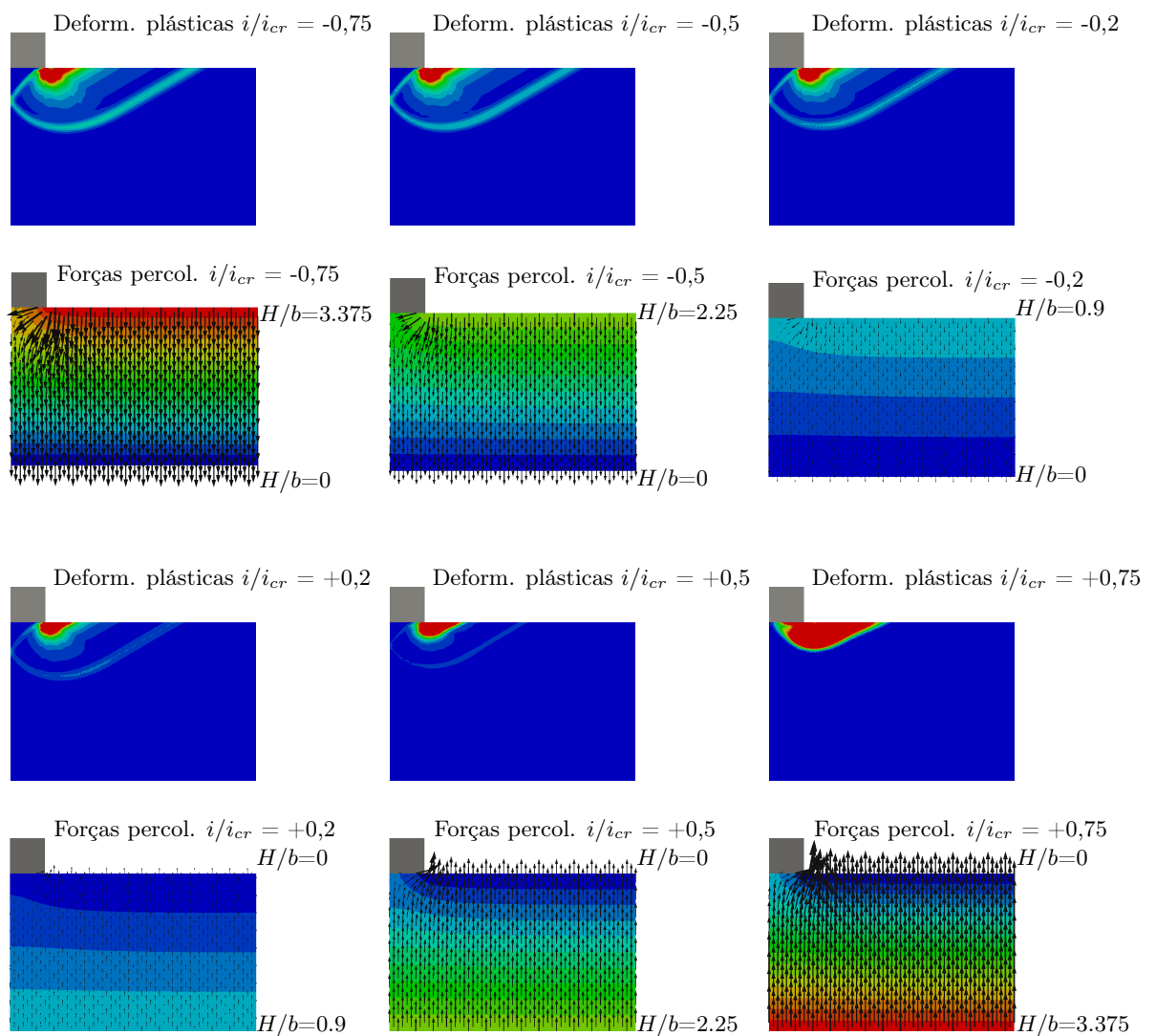


Figura 5.10: Cenário de sapata impermeável para $\phi' = 30^\circ$: representação de deformações plásticas, cargas hidráulicas e forças de percolação para os casos $h/b=4,5$ e i/i_{cr} de $-0,75$ a $+0,75$

5.6 Comparação de resultados

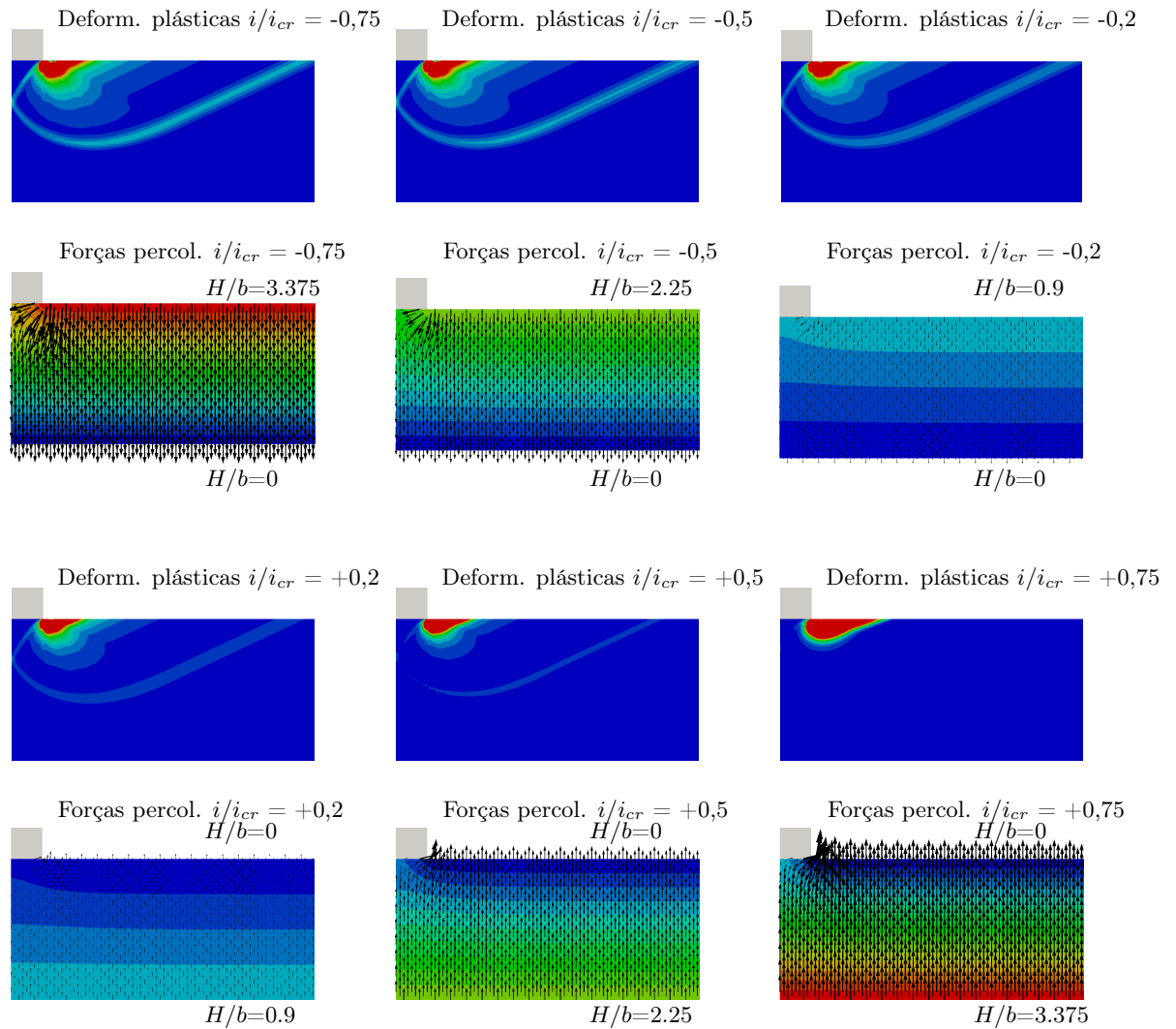


Figura 5.11: Cenário de sapata impermeável para $\phi' = 40^\circ$: representação de deformações plásticas, cargas hidráulicas e forças de percolação para os casos $h/b=4,5$ e i/i_{cr} de $-0,75$ a $+0,75$

5.6 Comparação de resultados

A figura 5.12 apresenta a relação entre as capacidades resistentes obtidas no cenário da sapata impermeável e o valor obtido (constante) no cenário com a sapata permeável para os ângulos de 20° , 30° e 40° .

Pode verificar-se que para gradientes negativos (escoamentos descendentes) as sapatas impermeáveis apresentam um aumento da capacidade resistente que pode atingir, no caso do ϕ' igual a 20° com um i/i_{cr} de $-0,9$ quase os 50%. Já no estudo em que o ϕ' é 40° para o

mesmo i/i_{cr} esse valor fica pelos 5%.

Para gradientes positivos (escoamentos ascendentes) ocorre o inverso, sendo possível verificar que a redução da capacidade de carga é até bastante significativa. Por exemplo, para o ϕ' de 30° onde o gradiente hidráulico é $+0,5$ o decréscimo é da ordem dos 50%, sendo esse valor aproximadamente o mesmo para um gradiente ainda mais pequeno no caso do ângulo de resistência ao corte de 20° .

De um modo geral, na presença de escoamento de água no solo com sentido descendente a capacidade resistente da sapata aumenta quanto pior for a resistência do solo e, vice-versa, para escoamentos ascendentes que diminuem a capacidade resistente consideravelmente.

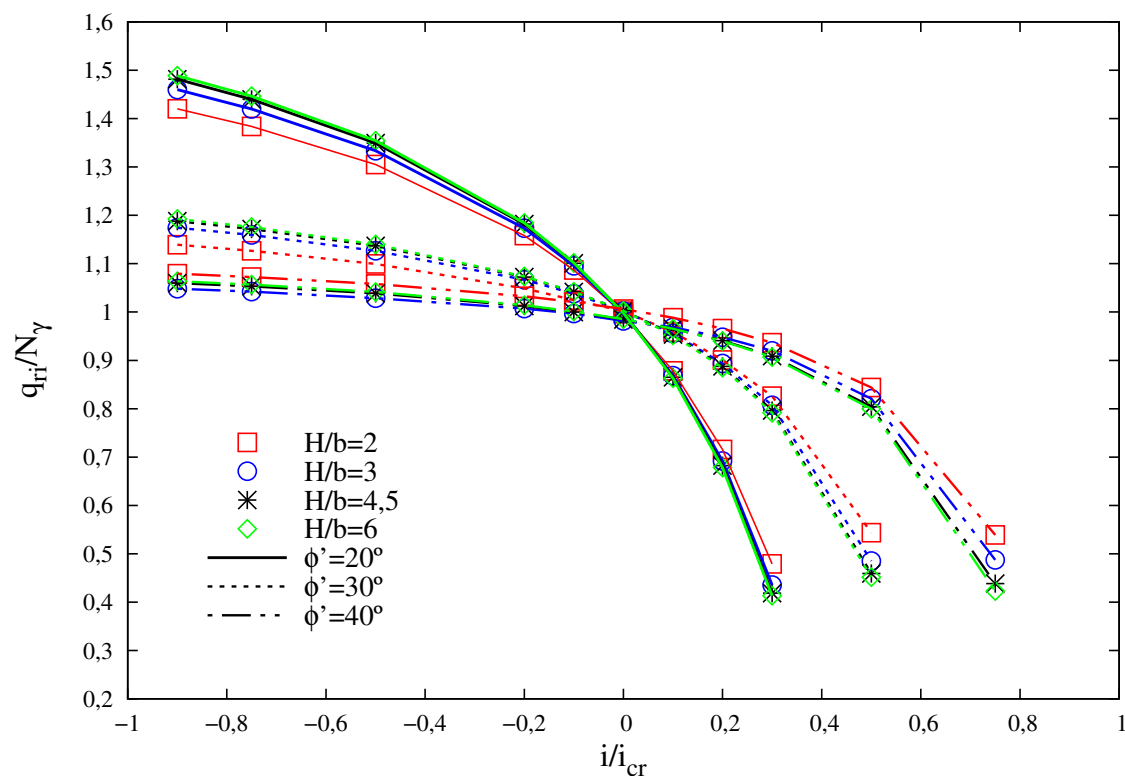


Figura 5.12: Representação gráfica da razão entre os valores da capacidade de carga, de cada ϕ' , obtidos com o N_γ respectivo

Para gradientes positivos mais elevados os valores das capacidades resistentes calculados não foram apresentados no gráfico uma vez que, como já referido anteriormente, o colapso deixa de ocorrer devido à existência do carregamento da sapata mas, possivelmente, por rotura hidráulica.

A relação existente entre a variação de capacidade resistente da sapata com a resistência

5.6 Comparação de resultados

do solo e a magnitude do escoamento de água denota um comportamento específico que sugere a criação de um novo factor de capacidade a introduzir na parcela do peso próprio do solo. Este factor seria dependente do ângulo de resistência ao corte e do gradiente hidráulico.

Capítulo 6

Conclusão e Desenvolvimentos Futuros

6.1 Conclusões

Neste trabalho foi desenvolvido e implementado um programa de cálculo capaz de analisar o escoamento de água nos solos, permitindo o cálculo de cargas hidráulicas, de pressões de água, de velocidades e forças de percolação. Durante o período desta dissertação foi desenvolvido o algoritmo que permite a caracterização desses parâmetros, sendo que as principais rotinas realizadas permitem:

1. A criação e leitura de um ficheiro "input" com informação da geometria (nós e elementos), informação das condições fronteira de escoamento (carga hidráulica) e de informações do meio (permeabilidade).
2. O cálculo da matriz elementar $[K_{local}]$.
3. A assemblagem para determinação da matriz global $[K_{global}]$.
4. O cálculo das velocidades de percolação \vec{v} .
5. O cálculo das forças de percolação \vec{f}_p .
6. Criação de um ficheiro "output" com compatibilidade para ser utilizado num software independente para visualização gráfica das cargas, pressões, velocidades, e forças.
7. E criação de um outro ficheiro "output" que incorpora as forças nodais motivadas pelas forças de percolação para utilização, como "input", no programa *Mechpy* para cálculo de cargas de colapso.

Os exemplos de aplicação apresentados mostram que o módulo *FLOW* proposto conduz a resultados de qualidade elevada. Em particular, permitem retirar as seguintes conclusões:

- a comparação entre a solução do escoamento obtida com o módulo *FLOW* para solos anisotrópicos e as soluções analíticas é excelente em condições bidimensionais;
- em condições tridimensionais, a comparação entre a solução fornecida pelo *FLOW* e pelas soluções analíticas é muito boa, sendo que a menor qualidade obtida é justificada, provavelmente, do facto de não se ter podido usar malhas mais refinadas;
- o cálculo das forças de percolação parece correcto, atendendo a que compara bem com soluções analíticas e permite, inclusive, melhorar soluções de estabilidade para o caso de taludes com percolação;
- a ferramenta numérica está apta a ser aplicada em problemas variados como foi feito para o estudo de capacidade resistente de fundação superficial.

6.2 Desenvolvimentos futuros

O trabalho concretizado constitui um passo no desenvolvimento e implementação de mais uma aplicação dentro do programa de cálculo numérico que, futuramente, pode incluir outras características como:

- a possibilidade de aplicar outros tipos de condições fronteira;
- a determinação da localização de superfícies livres de escoamento;
- a validação do cálculo de forças de percolação em condições tridimensionais.

Para além dos exemplos de aplicação trabalhados nesta dissertação, o programa *FLOW*, sendo um programa de cálculo de escoamentos, possibilita a investigação de muitos outros problemas relacionados com a estabilidade de estruturas geotécnicas sujeitas a movimentos de água no solo. De mencionar, por exemplo, problemas de rotura de fundo em estruturas de contenção, subpressões em barragens de gravidade e, ainda, estabilidade de taludes.

Em relação ao estudo efectuado sobre a capacidades de carga das fundações superficiais, apesar dos bons resultados obtidos, seria importante continuar com:

- a aplicação do teorema estático da análise limite por forma a conhecer a dimensão do intervalo de cargas de colapso calculadas;

6.2 Desenvolvimentos futuros

- cálculos para diferentes valores do ângulo de resistência ao corte;
- cálculos para diferentes valores de peso volúmico do solo;
- colocação da sapata a uma maior profundidade;
- alterar a verticalidade e excentricidade da carga;
- estratificação do solo;
- aplicação tridimensional.

Bibliografia

- Antão, A. N., Silva, M. Vicente da, Guerra, N. e Delgado, N. (2012). “An upper bound-based solution for the shape factors of bearing capacity of footings under drained conditions using a parallelized mixed fe formulation with quadratic velocity fields”. Em: *Computers and geotechnics* 41, pp. 23–35.
- Barros, P. L. A. (2006). “A Coulomb-type solution for active earth thrust with seepage”. Em: *Géotechnique* 56.(3), pp. 159–164.
- Caquot, A. e Kerisel, J. (1953). “Ultimate bearing capacity of a foundation lying on the surface of a cohesionless soil”. Em: *3rd International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Zürich*.
- Chen, W. F. (1975). *Limit analysis and soil plasticity, Development in Geotechnical Engineering*.
- Chen, Wai-Fah e Liu, X. L. (1990). *Limit analysis in soil mechanics*. Elsevier.
- Cowper, G. R. (1973). “Gaussian quadrature formulas for triangles”. Em: *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 7.(3), pp. 405–408.
- Craig, R.F. (2004). *Craig’s Soil Mechanics, Seventh Edition*, p. 464.
- Darcy, H. (1856). *Les fontaines publiques de la ville de Dijon: exposition et application*. Victor Dalmont.
- Dupuit, J. (1863). *Etudes theoriques et pratiques sur le mouvement des eaux dans les canaux decouverts et a travers les terrains permeables avec des considerations relatives au regime des grandes eaux, au debouche a leur donner et a la marche des alluvions dans les rivieres a fond mobile*. Dunod.
- Felippa, C. A. (2003). “Advanced finite element methods”. Em: URL: <http://www.colorado.edu/engineering/cas/courses.d/AFEM.d>.
- Figueiredo, M. M. P. (1990). “Escoamentos transitórios em meios porosos - Uma análise pelo método dos elementos finitos”. Em: *Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto*.
- Franco, F. M., Antão, A. N., Silva, M. Vicente da e Guerra, N. (2015). “Influência de escoamento vertical na capacidade resistente de fundações superficiais impermeáveis”. Em: *Congress on Numerical Methods in Engineering*.

- Harr, M. E. (1962). *Groundwater and Seepage*. McGraw-Hill, New York, p. 315.
- Hjiaj, M., Lyamin, A. V., Sloan, S. W. e Pao, M. (2005). “Numerical limit analysis solutions for the bearing capacity factor N_γ ”. Em: *International Journal of Solids and Structures* 42.(5), pp. 1681–1704.
- Marado, J. M. P. (1993). “Análise de problemas de percolação pelo método dos elementos finitos”. Em: *Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto*.
- Martin, C. M. (2005). “Exact bearing capacity calculations using the method of characteristics”. Em: *Proc. IACMAG. Turin*, pp. 441–450.
- Matos Fernandes, M. (2006). *Mecânica dos solos: conceitos e princípios fundamentais*. FEUP. ISBN: 9789727520862.
- Meyerhof, G. G. (1963). “Some recent research on the bearing capacity of foundations”. Em: *Canadian Geotechnical Journal* 1.(1), pp. 16–26.
- Prandtl, L. (1921). “Über die eindringungsfestigkeit (harte) plastischer baustoffe und die festigkeit von schneiden”. Em: *Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik* 1.(1), pp. 15–20.
- Salgado, R. (2008). *The engineering of foundations*. McGraw Hill New York.
- Simoes, J. T., Neves, L. C., Antão, A. N. e Guerra, N. M. C. (2014). “Probabilistic analysis of bearing capacity of shallow foundations using three-dimensional limit analyses”. Em: *International Journal of Computational Methods* 11.(02).
- Terzaghi, K. (1943). *Theoretical soil mechanics*. J. Wiley e Sons, inc.
- Vicente da Silva, M. e Antão, A. N. (2008). “Upper bound limit analysis with a parallel mixed finite element formulation”. Em: *International Journal of Solids and Structures* 45, pp. 5788–5804.
- Zienkiewicz, O. C. (1977). “The Finite Element Method”. Em: *3rd ed, McGraw-Hill* 1.