



Carlos André Araújo Sol Silva
Licenciado

Análise de Vibrações em Elementos Pré-Fabricados de Bancadas de Estádios

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre
em Engenharia Civil - Perfil Estruturas

Orientador: Doutora Ildi Cismasiu
Co-orientador: Doutor Valter Lúcio

Júri:

Presidente: Doutor Luís Neves
Arguente: Doutor Filipe Santos
Vogal: Doutora Ildi Cismasiu
Vogal: Doutor Valter Lúcio



FACULDADE DE
CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA

Junho de 2012

“Copyright” Carlos André Araújo Sol Silva, FCT/UNL e UNL

A Faculdade de Ciências e Tecnologia e a Universidade Nova de Lisboa têm o direito, perpétuo e sem limites geográficos, de arquivar e publicar esta dissertação através de exemplares impressos reproduzidos em papel ou de forma digital, ou por qualquer outro meio conhecido ou que venha a ser inventado, e de a divulgar através de repositórios científicos e de admitir a sua cópia e distribuição com objectivos educacionais ou de investigação, não comerciais, desde que seja dado crédito ao autor e editor.

Agradecimentos

Em primeiro lugar, gostaria de expressar o meu agradecimento à Doutora Ildi Cismasiu e ao Doutor Válder Lúcio, pela disponibilidade na orientação desta tese. Quero agradecer aos meus pais, Carlos Silva e Piedade Sol, e à minha tia Maria Sol, por apesar da distância me terem apoiado e financiado estes anos da minha vida.

Quero expressar a minha gratidão à instituição Sporting Clube de Portugal, ao Engenheiro Henrique Estrela e ao Engenheiro Luís Machado, pelo interesse demonstrado na minha dissertação.

Um enorme obrigado ao Doutor Corneliu Cismasiu e ao Doutor Filipe Santos, pela ajuda na realização dos ensaios, e a todos os meus colegas que participaram no ensaio de carga: André Sirgado, Daphne Rocha, Igor Or, Nilton Valentim, Nuno Felgueiras, Pedro Salvado, Pedro Sousa, Sílvia Matias e Sílvio Vieira.

Adicionalmente quero reconhecer os meus colegas, Guilherme Pena, João Sanches, Rodrigo Sol e Tiago Coelho, pelas sugestões que melhoraram este trabalho.

Finalizo agradecendo à Ana Sousa pela paciência e apoio, ao André Sirgado por ter assumido parte da minha responsabilidade profissional, e a todos os que conheci e estabeleci uma relação de amizade, facilitando estes anos fora de casa.

Desejo-vos a todos muita sorte.

Resumo

Com o intuito de estender as opções de uso e rentabilizar os estádios, hoje em dia estas estruturas são também usadas para eventos como espectáculos de música e acontecimentos públicos. Sabendo que estas situações são propícias à formação de multidões, e que os responsáveis e o próprio evento encorajam a participação activa dos espectadores, pode-se assistir a situações de sincronismo de acções que podem ser problemáticas.

Estas estruturas são geralmente constituídas por bancadas com grandes vãos, que permitem acomodar o maior número possível de espectadores com uma visão adequada. Como consequência, estas estruturas podem ter frequências naturais baixas, apresentar vibrações excessivas em situação de sincronismo de multidões, provocando desconforto nos espectadores ou levando a situações de pânico.

Esta tese visa mostrar como se podem modelar estas cargas rítmicas, aplicando-as num caso de estudo prático sobre um elemento pré-fabricado e pré-esforçado de uma bancada de um estádio, e analisando a sua resposta dinâmica. Apresentam-se ainda os resultados recolhidos dos ensaios realizados no estádio José Alvalade.

Com o objectivo de mitigar as vibrações excessivas, analisaram-se várias soluções de controlo, recorrendo ao uso de amortecedores de massa sintonizada, dimensionados pelos critérios óptimos de Janguid.

Palavras chave:

- Carregamento humano
- Vibrações em bancadas
- Controlo de vibrações
- Amortecedor de Massa Sintonizada

Abstract

In order to extend the usage options and increase the profitability of stadiums, these structures are also used for events such as music shows and public events. owing that these situations lead to the formation of crowds, and that the reponsibles for the event and the event itself encourages the active participation of spectators, the occurrence of synchronized actions may be problematic.

These structures usually consist of benches with large openings, accommodating the largest possible number of viewers with a proper vision. As a consequence, these structures may have low natural frequencies, present situation of excessive vibrations in synchronized crowds, causing discomfort to viewers or leading to panic situations.

This thesis shows how one can model these rhythmic loads, applying them to a practical case study of a pre-cast and pre-stressed element of a stadium stand, and analyzing its dynamic response.

In order to mitigate excessive vibrations, several control solutions were analyzed using tuned mass dampers, designed using the Janguid optimization criteria.

Keywords:

- Human Loading
- Grandstand vibrations
- Vibration control
- Tuned Mass Damper

Índice de matérias

Copyright	i
Agradecimentos	iii
Resumo	v
Abstract	vii
Índice de figuras	xiii
Índice de tabelas	xvii
Lista de abreviaturas	xix
1 Introdução	1
1.1 Motivação e enquadramento do tema	1
1.2 Objectivos	2
1.3 Estrutura do trabalho	2
1.4 Análise de acções dinâmicas induzidas por espectadores	3
1.5 Análises experimentais realizadas em estádios	5
1.6 Situações problemáticas em estádios	7
1.7 Sistemas de controlo de vibrações	8
1.7.1 Controlo passivo de vibrações	9
1.7.2 Controlo activo de vibrações	10
1.7.3 Controlo semi-activo de vibrações	10
1.7.4 Controlo híbrido de vibrações	11
1.8 Exemplos de aplicação de AMS em estádios	12
2 Acções dinâmicas induzidas por espectadores	15
2.1 Introdução	15
2.2 Coeficiente de contacto	17
2.3 Caracterização das acções dinâmicas	17
2.3.1 Carregamentos individuais segundo Bachmann <i>et al</i>	17
2.3.2 Carregamentos individuais segundo a norma britânica BS6399	18
2.3.3 Carregamentos de multidões segundo Ellis <i>et al</i>	19

2.4	Carregamento horizontal	19
2.5	Análise das funções de carga	20
3	Critérios de Conforto	23
3.1	Introdução	23
3.2	Documentos Normativos Portugueses	23
3.3	<i>National Building Code of Canada</i>	24
3.4	ISO2631	25
3.5	BRE Digest 426	26
4	Medições <i>in situ</i>	29
4.1	Introdução	29
4.2	Ensaio de Carga	30
4.2.1	Localização 1	31
4.2.2	Localização 2	31
4.3	Ensaio de Monitorização	37
5	Modelação da Bancada	43
5.1	Introdução	43
5.2	Descrição geral da estrutura	44
5.3	Modelação em elementos finitos	47
5.4	Características dinâmicas	48
5.5	Modelação das cargas dinâmicas	49
5.5.1	Caso 001	50
5.5.2	Caso 002	51
5.5.3	Caso 003	52
5.5.4	Caso 004	53
6	Controlo de vibrações	59
6.1	Introdução	59
6.2	Parâmetros óptimos para um AMS	61
6.3	Parâmetros óptimos para múltiplos AMS	63
6.4	Implementação dos AMS	66
6.4.1	1. ^a proposta de amortecimento	67
6.4.2	2. ^a proposta de amortecimento	68
6.4.3	3. ^a proposta de amortecimento	69
6.4.4	4. ^a proposta de amortecimento	70
6.4.5	5. ^a proposta de amortecimento	71
7	Considerações finais	75
	Bibliografia	79

A	Definição das funções de carga	85
A.1	Séries de Fourier	85
A.2	Função f	86
A.3	Função <i>export</i>	87
A.4	Exemplos de aplicação	88
B	Verificação analítica da frequência	91
B.1	Definição da função aproximada dos deslocamentos	91
B.2	Definição das constantes	91
B.3	Cálculo das grandezas modais e da frequência	92
C	Análises <i>time history</i>	93
C.1	Definição da função <i>time history</i>	93
C.2	Definição do <i>load pattern</i> e do <i>load case</i>	95
C.3	Resultados	98
D	Cálculo numérico da resposta	101
D.1	Introdução	101
D.2	Método de integração numérica	102
D.3	Método de Newmark	103
D.4	Formulação não iterativa do método de Newmark	104
D.5	Critério de estabilidade	105
D.6	Função de carga	106
D.7	Função newmark	106
D.8	Função resultados	108
E	Implementação dos AMS na modelação	111
E.1	Definição das propriedades do amortecedor	111
E.2	Definição a massa e ligação do amortecedor	112
F	Propriedades dinâmicas dos AMS	115

Índice de figuras

1.1	Acção dinâmica de movimentos súbitos de espectadores, representando a força em função do tempo [46]	4
1.2	Cargas de impacto devido aos espectadores se sentarem subitamente, representando a força em função do tempo [46]	5
1.3	Cargas de impacto devido aos espectadores se levantarem subitamente e saltando, representando a força em função do tempo [46]	6
1.4	Variação de carga devido ao salto de um espectador, representando a força em função do tempo [46]	7
1.5	Vibrações medidas por Salyards <i>et al</i> durante um evento desportivo, representando a amplitude de g em função do tempo [62]	8
1.6	Vibrações medidas por Salyards <i>et al</i> durante a passagem de uma música conhecida, representando a amplitude de g em função do tempo [62]	9
1.7	Acelerações medidas em função do tempo durante dois concertos dos <i>Red Hot Chili Peppers</i> [17]	10
1.8	Vista da Bancada Norte do Estádio de Twickenham [28]	11
1.9	Exemplos de Estádios onde ocorreram exemplos de elevado sincronismo.	11
1.10	Estádio Frankenstadion	12
1.11	Estádio Fonte Nova	12
1.12	Vista geral do estádio <i>Soldier Field</i> [68]	13
1.13	Vista noroeste da bancada oeste do estádio, onde foram aplicados os AMS [16]	13
1.14	Aspecto geral dos AMS usados no Estádio do Mineirão [42]	14
2.1	Força em função do tempo, para a acção salto alto a 2 Hz, considerando o uso de 3 harmónicos	20
2.2	Força em função do tempo para um modelo de carga com 3 harmónicos, e com 6 harmónicos, para a acção salto alto a 2 Hz	21
2.3	Força em função do tempo para um modelo de carga com 1 harmónico, e com 3 harmónicos, para a acção salto alto a 2 Hz	21

3.1	Curvas limite de aceleração em função da frequência e amortecimento da estrutura, segundo a norma Canadiana [53].	24
3.2	Curvas limite de aceleração, em função da duração da vibração e frequência da estrutura, segundo a norma ISO 2631 [34]	25
3.3	Curva limite de aceleração, para vibrações com duração de 1 minuto em função da frequência, segundo a norma ISO 2631 [34]	26
4.1	Equipamento de medição usado nos ensaios	29
4.2	Esquema de localização dos ensaios de carga realizados no 2º anel	30
4.3	Ensaio de identificação de frequência na localização 1	32
4.4	Ensaio de saltos sincronizados na localização 1 com todos os elementos	33
4.5	Ensaio de saltos sincronizados na localização 1 com apenas 3 elementos	34
4.6	Ensaio de identificação de frequência na localização 2	35
4.7	Ensaio na bancada da localização 2	36
4.8	Esquema de localização dos ensaios de monitorização realizados no 1º anel	38
4.9	Registo do sensor 1, durante a celebração do golo do Sporting . . .	39
4.10	Registo do sensor 2, durante a celebração do golo do Sporting . . .	40
4.11	Registo do sensor 1, enquanto os adeptos apoiavam o Sporting . . .	41
4.12	Registo do sensor 2, enquanto os adeptos apoiavam o Sporting . . .	42
5.1	Vigas dentadas usadas nos pórticos principais [66]	43
5.2	Colocação de bancadas nos pórticos principais [66]	44
5.3	Vista geral do Estádio José Alvalade [65]	45
5.4	Diferentes tipos de secção presentes na bancada	45
5.5	Pormenores de ligação da bancada aos pórticos	46
5.6	Vista final do modelo <i>shell</i> em 3D	47
5.7	Vista final do modelo <i>shell</i> de bancadas interconectadas em 3D . . .	48
5.8	Representação gráfica dos primeiros 4 modos de vibração obtidos do modelo <i>frame</i> para uma bancada	48
5.9	Representação gráfica do primeiro modo de vibração obtido do modelo <i>shell</i> de 34 bancadas interconectadas	49
5.10	Variação da força em função do tempo, segundo Bachman <i>et al</i> para uma pessoa	51
5.11	Resposta obtida pelo modelo <i>frame</i> para o caso 1, representando aceleração em função do tempo	52
5.12	Variação da força em função do tempo, segundo o documento BS6399 para uma pessoa	53
5.13	Resposta obtida pelo modelo <i>frame</i> para o caso 2, representando aceleração em função do tempo	54
5.14	Variação da força em função do tempo, segundo Ellis <i>et al</i> para uma pessoa inserida num grupo	55

5.15	Resposta obtida pelo modelo <i>frame</i> para o caso 3, representando aceleração em função do tempo	55
5.16	Resposta obtida pelo modelo <i>shell</i> para o caso 4, representando aceleração em função do tempo	56
6.1	Modelo teórico de um sistema estrutural com um AMS ligado	59
6.2	Factor de amplificação dinâmico da massa M_1 em função de r_1 , assumindo $\xi_1=0,01$, $\mu=0,2$, $f_{opt}=0,85$ e adoptando diferentes coeficientes de amortecimento do AMS ξ_2 para o AMS	61
6.3	Factor de amplificação dinâmico da massa M_1 em função de r_1 , assumindo $\xi_1=0,10$, $\mu=0,2$, $f_{opt}=0,85$ e adoptando diferentes coeficientes de amortecimento do AMS ξ_2 para o AMS	62
6.4	Variação da razão óptima de frequências f_{opt} , em função da razão de massa μ e o amortecimento estrutural ξ_1	63
6.5	Variação do amortecimento óptimo do AMS $\xi_{2,opt}$, em função da razão de massa μ	64
6.6	Ábacos para o cálculo de f_{opt} para múltiplos AMS [43]	65
6.7	Ábacos para o cálculo de ξ_2 para múltiplos AMS [43]	66
6.8	Ábacos para o cálculo de β_L para múltiplos AMS [43]	67
6.9	Esquema de aplicação do amortecedor da 1. ^a proposta de amortecimento	67
6.10	Representação da aceleração vertical do nó a meio vão, para a 1. ^a proposta de amortecimento e a situação sem amortecimento	68
6.11	Esquema de aplicação dos amortecedores da 2. ^a proposta de amortecimento	69
6.12	Representação da aceleração vertical do nó a meio vão, para a 2. ^a proposta de amortecimento e a situação sem amortecimento	70
6.13	Esquema de aplicação dos amortecedores da 3. ^a proposta de amortecimento	70
6.14	Representação da aceleração vertical do nó a meio vão, para a 3. ^a proposta de amortecimento e a situação sem amortecimento	71
6.15	Representação da aceleração vertical do nó a meio vão, para a 4. ^a proposta de amortecimento e a situação sem amortecimento	72
6.16	Esquema de aplicação de 3 amortecedores para a solução equivalente	73
6.17	Representação da aceleração vertical do nó a meio vão, para a 5. ^a proposta de amortecimento e a situação sem amortecimento	73
A.1	<i>Output</i> da função f , da força em função do tempo	89
C.1	Variação de carga de uma pessoa de 800 N ao longo do tempo	94
C.2	Variação dos multiplicadores de carga ao longo do tempo	94
C.3	Menu <i>Define Time History</i>	95
C.4	Menu <i>Time History Function Definition</i>	96

C.5	Menu <i>Define Load Pattern</i>	97
C.6	Menu <i>Define Load Cases</i>	97
C.7	Menu <i>Load Case Data - Linear Modal History</i>	98
C.8	Menu <i>Choose Tables for Display</i>	99
C.9	Menu <i>Plot Functions Trace Display Definition</i>	100
C.10	Exemplo de um gráfico de aceleração em função do tempo	100
D.1	Diferentes formas de considerar o andamento da aceleração no método de Newmark	103
E.1	Menu para criação de <i>Link/Support Properties</i>	112
E.2	Menu para a definição das propriedades dos <i>Link/Support Properties</i>	113
E.3	Menu para introdução da rigidez e amortecimento do amortecedor .	113

Índice de tabelas

2.1	Coeficientes de contacto para diferentes actividades segundo a norma britânica BS6399 [15].	17
2.2	Coeficiente de <i>Fourier</i> e ângulos de fase segundo Bachman [33].	18
2.3	Coeficientes de <i>Fourier</i> e ângulos de fase segundo a norma britânica BS6399 [15]	18
3.1	Limites máximos de aceleração segundo a Norma Canadiana [9]	25
3.2	Valores limites ISO2631 [19]	26
3.3	Acelerações limites para bancadas com frequências inferiores a 10 Hz [30] [62]	27
4.1	Resumo das acelerações verticais obtidas na localização 1	31
4.2	Resumo das acelerações verticais obtidas na localização 2	37
4.3	Resumo das acelerações durante o jogo Sporting - Manchester City	38
5.1	Propriedades das diferentes secções da bancada	45
5.2	Características do betão C40/50	46
5.3	Características do aço A500	46
5.4	Frequências para os primeiros 4 modos de vibração de ambos os modelos para uma bancada	48
5.5	Carga distribuída sobre a bancada para uma densidade de 0.5 <i>pessoas/m²</i>	50
5.6	Resumos das acelerações obtidas para o caso 1	51
5.7	Resumos das acelerações obtidas para o caso 2	52
5.8	Carga distribuída sobre a bancada para uma densidade de 1.18 <i>pessoas/m²</i>	53
5.9	Resumos das acelerações obtidas para o caso 3	54
5.10	Resumos das acelerações obtidas para o caso 4 nas bancadas próximas da zona em consola	54
5.11	Resumos das acelerações obtidas para o caso 4 nas bancadas centrais	57
6.1	Coeficientes para a expressão explícita de cálculo do f_{opt} do AMS	62
6.2	Propriedades do AMS, utilizado na 1ª proposta de amortecimento	68

6.3	Propriedades dos AMS, utilizados na 2 ^a proposta de amortecimento	69
6.4	Propriedades dos AMS, utilizados na 3 ^a proposta de amortecimento	69
6.5	Comparação das diferentes propostas de amortecimento, com pelo menos 5 amortecedores	71
6.6	Comparação das diferentes propostas de amortecimento para 1 AMS, com diferentes razões de massa μ	72
6.7	Massa modal e factores de participação equivalentes	73
6.8	Propriedades do AMS, utilizado na 7 ^a proposta de amortecimento .	73
A.1	Output da função <i>export</i> , dos multiplicadores de força em função do tempo	89
F.1	Propriedades dos AMS, utilizados na proposta 3.1	115
F.2	Propriedades dos AMS, utilizados na proposta 3.2	115
F.3	Propriedades dos AMS, utilizados na proposta 3.3	116
F.4	Propriedades do AMS, utilizado na proposta 4.1	116
F.5	Propriedades do AMS, utilizado na proposta 4.2	116
F.6	Propriedades do AMS, utilizado na proposta 4.3	116
F.7	Propriedades do AMS, utilizado na proposta 4.4	116

Lista de abreviaturas, siglas e símbolos

Abreviaturas

ALS Amortecedores de Coluna Líquida Sintonizada

AMS Amortecedores de Massa Sintonizada

FCT Faculdade de Ciências e Tecnologia

HMD *Hybrid Mass Damper*

RMS *Root Mean Square*

UNL Universidade Nova de Lisboa

VDV *Vibration Dose Values*

Símbolos

α coeficiente de contacto

α_i coeficiente do harmónico i

β_i coeficiente de participação dos AMS

Ω frequência da excitação

ω_n frequência natural

ω_T frequência média dos AMS

Φ ângulo fase

ϕ_i ângulo fase do harmónico i

μ razão entre a massa do AMS e a massa do sistema principal

ξ_{opt} coeficiente de amortecimento óptimo do AMS

- ν coeficiente de Poisson
- a_{pico} aceleração de pico
- F_{max} amplitude máxima da carga
- F_t função da variação da carga do espectador
- f_{opt} razão entre a frequência de AMS e a frequência inicial do sistema
- f_p frequência da actividade
- G peso de um espectador
- g aceleração gravítica
- I momento de inércia
- k_p coeficiente de impacto
- K_j rigidez de cada AMS j
- M massa equivalente de um oscilador simples
- M_j massa de cada AMS j
- M_1 massa do sistema principal
- p número de pessoas
- r_1 razão entre frequência de excitação e a frequência inicial do sistema
- t tempo
- t_p tempo de contacto da acção
- T_p período da acção
- u deslocamento
- u_0 deslocamento inicial
- \dot{u} velocidade
- \dot{u}_0 velocidade inicial
- \ddot{u} aceleração

Capítulo 1

Introdução

No dimensionamento de estruturas de grande porte como estádios, arenas ou salas de espectáculos, um dos factores condicionantes do projecto são os estados limites de serviço. Um dos problemas deste tipo de construções cinge-se ao controlo de vibrações, consequente das solicitações dinâmicas induzidas por pessoas.

A maior parte deste tipo de estruturas é constituída por enormes bancadas, que possibilitam acomodar o maior número possível de pessoas com uma visão adequada sobre o evento. O projecto destas estruturas por vezes resulta em estruturas flexíveis com frequências naturais muito baixas, encontrando-se no intervalo das frequências de excitação, que podem exhibir vibrações elevadas devido às cargas sincronizadas por parte dos espectadores.

Nos últimos anos, os investigadores têm vindo a reconhecer a importância destes fenómenos, pelo que tem-se assistido a um aumento da investigação nesta área.

1.1 Motivação e enquadramento do tema

Com a conjuntura económica actual, de forma a rentabilizar este género de estruturas em alturas de menor ocupação, têm sido criados vários eventos nestes espaços que não tinham sido previstos inicialmente, como por exemplo, acontecimentos públicos e espectáculos de música.

Tendo em conta que durante estes eventos os promotores encorajam uma atmosfera animada, poderão originar-se situações de sincronismo de acções no público. Consequentemente, estas situações poderão levar à amplificação das vibrações devido a fenómenos de ressonância, provocar estados de desconforto nos espectadores, e em casos extremos levar ao colapso da estrutura.

Podemos evidenciar à partida dois motivos principais para a ocorrência deste tipo de acções:

- Encorajamento e participação activa por partes das claques futebolísticas.
- Participação activa por parte dos espectadores em eventos musicais.

Kang *et al* [46], estabelece distinção entre dois tipos de carregamento que podem ocorrer nestas situações: cargas de impacto e cargas periódicas devido a movimentos repetitivos por parte dos espectadores.

Qualquer pessoa, mesmo sem ter frequentado um evento desportivo ou um concerto, consegue imaginar que nestes eventos as acções são bruscas devido ao entusiasmo causado por pequenas alterações no evento, como por exemplo um contra-ataque durante um jogo de futebol ou a alteração do plano de um concerto, ou periódicas devido à sincronização dos espectadores com entoações ou música presente.

Define-se assim as seguintes acções como determinantes no estudo de cargas de impacto:

- Movimentos súbitos.
- Pessoas a sentarem-se subitamente.
- Pessoas a levantarem-se e a saltar subitamente.

No âmbito das acções periódicas definem-se as seguintes acções como determinantes neste estudo:

- Batimento com os pés.
- Balanceamento do corpo.
- Saltos repetitivos no lugar, coordenados pela música ou encorajamento exterior.

1.2 Objectivos

O objectivo deste trabalho, é analisar o comportamento de um elemento pré-fabricado de bancada de um estádio, e verificar as suas condições de conforto, quando submetida a diferentes acções dinâmicas provocadas por espectadores. Procura-se usar diferentes propostas de modelação de cargas de diferentes autores, comparar os resultados obtidos das diferentes propostas, comparar os resultados obtidos com trabalho experimental e valores limites regulamentares. Nas situações em que os resultados obtidos ultrapassem os valores tabelados, propõem-se o dimensionamento e implementação de amortecedores de massa sintonizada (AMS), para o controlo e redução das vibrações excessivas.

1.3 Estrutura do trabalho

Este trabalho é constituído por um conjunto de sete capítulos.

No primeiro capítulo, apresenta-se na generalidade a problemática das vibrações causadas por acções induzidas por espectadores. Apresentam-se casos de

investigação experimental no levantamento das acções e os seus efeitos estruturais, situações problemáticas derivadas do sincronismo dos espectadores, e realiza-se uma revisão sobre as soluções de controlo e soluções implementadas actualmente.

No segundo capítulo, descrevem-se os conceitos básicos para o entendimento e modelação das acções dinâmicas provocadas por espectadores. Apresentam-se diferentes propostas de modelação, juntamente com os parâmetros envolvidos e pressupostos considerados.

No terceiro capítulo, comparam-se algumas normas e critérios de conforto encontrados na literatura, que podem ser transpostos e aplicados ao estudo em questão.

No quarto capítulo, descrevem-se os ensaios experimentais realizados em duas bancadas do Estádio do Sporting Clube de Portugal, com o objectivo de recolher informação sobre a resposta da estrutura quando sujeita a acções sincronizadas simuladas por um grupo controlado de pessoas, assim como o seu comportamento numa situação real de um jogo de futebol.

No quinto capítulo, apresentam-se as características geométricas da estrutura em estudo, e as diferentes hipóteses consideradas para a definição do modelo estrutural num programa de cálculo automático. Apresenta-se a análise modal do modelo, com as respectivas frequências obtidas e os seus modos de vibração, e as respostas obtidas para os vários cenários de carga modelados, comparando-os com os critérios de conforto estabelecidos.

No sexto capítulo, descreve-se a metodologia utilizada para o dimensionamento dos AMS. Implementou-se diferentes soluções de controlo, e analisou-se os resultados obtidos com os resultados iniciais e com os critérios de conforto considerados.

No sétimo capítulo, enumeram-se as principais conclusões obtidas neste estudo, fazendo sugestões para investigações futuras.

1.4 Análise de acções dinâmicas induzidas por espectadores

Nas últimas décadas tem havido uma crescente preocupação para perceber melhor os efeitos das acções sincronizadas nas estruturas, assim como estabelecer critérios de conforto humano para estas situações.

A bibliografia mostra que ao longo da história já ocorreram relatos de vários problemas relativos a vibrações excessivas, causados pelas acções humanas, em pontes pedonais, salões de dança, estádios, etc.

A existência de pouca informação, e de poucas metodologias simples e consensuais para a modelação deste problema, levou a que ao longo dos tempos fossem realizados vários ensaios experimentais, para perceber-se o andamento destas cargas, os efeitos nas estruturas, o efeito das pessoas no amortecimento, e a resposta estrutural.

Kang *et al* [46], realizaram um estudo onde mediram e analisaram as acções dinâmicas provocadas por espectadores, com o fim de obter informação que pudesse ajudar na modelação de cargas, para o estudo das vibrações em estádios. Os vários carregamentos dinâmicos induzidos por espectadores, foram medidos exclusivamente com o uso de uma célula de carga de 40 *cm* por 40 *cm*, que sempre que era carregada, gerava uma carga eléctrica linearmente proporcional à força exercida.

A figura 1.1 exemplifica o andamento de cargas de impacto induzidas por espectadores ao levantarem-se ou sentarem-se subitamente. Estes resultados foram obtidos colocando as células de carga por baixo da zona dos pés, e dos assentos dos espectadores.

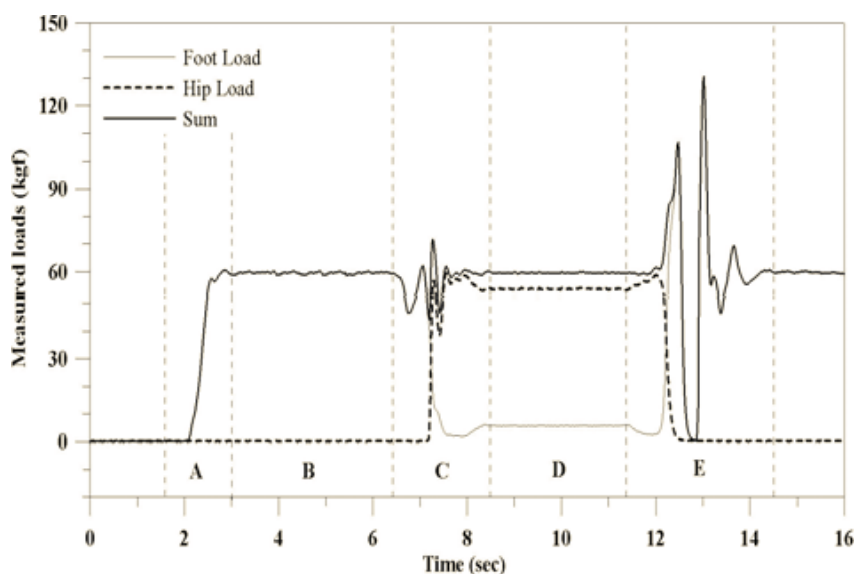


Figura 1.1: Acção dinâmica de movimentos súbitos de espectadores, representando a força em função do tempo [46]

Podemos observar na figura 1.1 diferentes patamares da carga, correspondentes a medições efectuadas em diferentes planos. Observa-se que a zona A, medida na zona dos pés, corresponde à acção do espectador a levantar-se, e o patamar C, corresponde à acção do espectador a sentar-se, havendo um incremento da carga no sensor das ancas (*hip load*). Por fim, o patamar E representa as variações de carga correspondentes a movimentos súbitos do espectador, levantando-se e saltando.

Na figura 1.2 e 1.3, observa-se as situações onde o espectador se senta, ou se levanta e salta subitamente. Com as células de carga calibradas antes da acção dinâmica, para o peso próprio do espectador, quanto este se senta subitamente, toda a carga é manifestada na zona das ancas como era esperado. Já na situação seguinte, observa-se dois picos de carga na zona dos pés, um correspondente ao espectador levantar-se, seguido de um decréscimo e aumento brusco da carga,

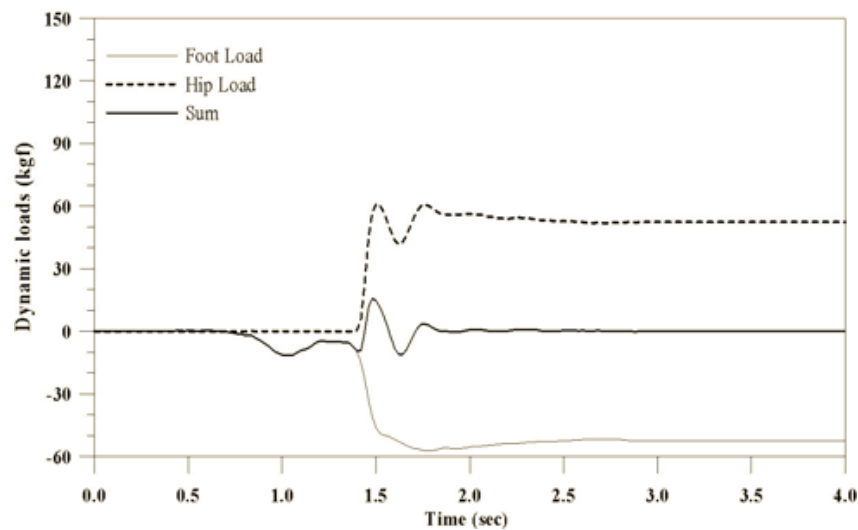


Figura 1.2: Cargas de impacto devido aos espectadores se sentarem subitamente, representando a força em função do tempo [46]

consequência do salto do espectador.

A figura 1.4 demonstra o carregamento dinâmico gerado devido a saltos repetitivos do espectador no mesmo lugar. Como era esperado, esta situação mostra-se como a mais gravosa, exibindo claramente uma maior variação de carga quando comparada com as outras situações descritas.

1.5 Análises experimentais realizadas em estádios

Actualmente existe um número considerável de referências bibliográficas acerca de experiências conduzidas em estádios, para o levantamento da resposta estrutural devido aos carregamentos causados por espectadores.

Salyards *et al* [62] conduziram uma série de experiências em várias localizações de um estádio, durante vários eventos de cariz desportivo e também de carácter musical, para investigar as vibrações causadas por acções sincronizadas. Nestes ensaios procurou-se estimular a participação e o sincronismo dos espectadores com recurso a músicas conhecidas. Podemos observar os resultados recolhidos nas figuras 1.5 e 1.6.

Conclui-se através da análise dos resultados recolhidos que foi possível observar vários intervalos que ultrapassaram os 5% de g, e uma situação que atingiu os 8% de g durante 12 s. Constatou-se que as vibrações recolhidas durante o evento desportivo, são menos severas que as recolhidas durante os eventos musicais, onde se observou que as reacções devido a uma jogada são momentâneas, enquanto que as do evento musical tendem a persistir [62].

Caprioli *et al* [17] [18] [19] [20] realizaram ensaios experimentais semelhantes, avaliando as condições de serviço durante vários eventos em diversos estádios.

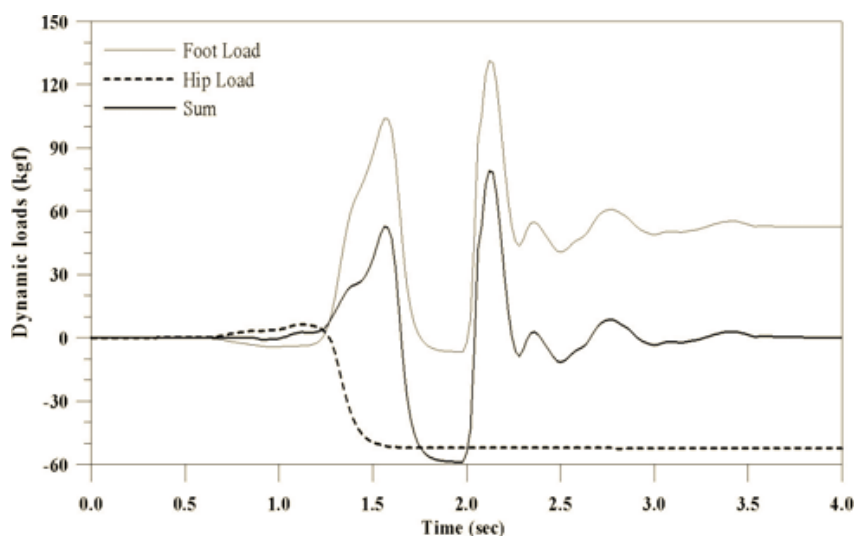


Figura 1.3: Cargas de impacto devido aos espectadores se levantarem subitamente e saltando, representando a força em função do tempo [46]

Durante os concertos avaliados, representados pela figura 1.7, observa-se que no concerto de Manchester a aceleração passou os 10% de g, embora não tenham sido registadas reclamações nem casos de pânico. Caprioli *et al* [18] acrescentam ainda que a excitação parece depender principalmente do tipo de evento salientando a importância da música na sincronização e participação dos espectadores.

Ellis *et al* [28] realizaram alguns ensaios para investigar as características dinâmicas da bancada Norte do estádio de Twickenham, assim como o seu comportamento quando sujeita a cargas dinâmicas geradas por espectadores, antes de ser construída a bancada Este deste recinto. Na figura 1.8 pode-se ver a bancada ensaiada.

Observou-se que a frequência da bancada com a multidão era diferente da frequência da bancada vazia, existindo um incremento significativo do amortecimento quando as pessoas estavam na bancada. Em vez de observar-se uma redução da frequência à medida que a multidão se aglomerava, a presença de espectadores parece ter resultado na mudança do sistema de um grau de liberdade, para um sistema de dois graus de liberdade, onde em vez dos espectadores actuarem apenas como um incremento na massa, actuavam como um sistema massa-mola-amortecedor na estrutura.

Experiências posteriores [28] realizadas numa viga simples onde simulou-se com um espectador várias acções, comprovaram que quando um espectador se encontra passivo age como um sistema massa-mola-amortecedor, e que quando se encontra activo as características da estrutura são iguais às da viga vazia. Os autores estudaram uma viga que tinha uma frequência 18.68 Hz quando se encontrava vazia, ou com o espectador a saltar ou a andar, e que tinha frequências

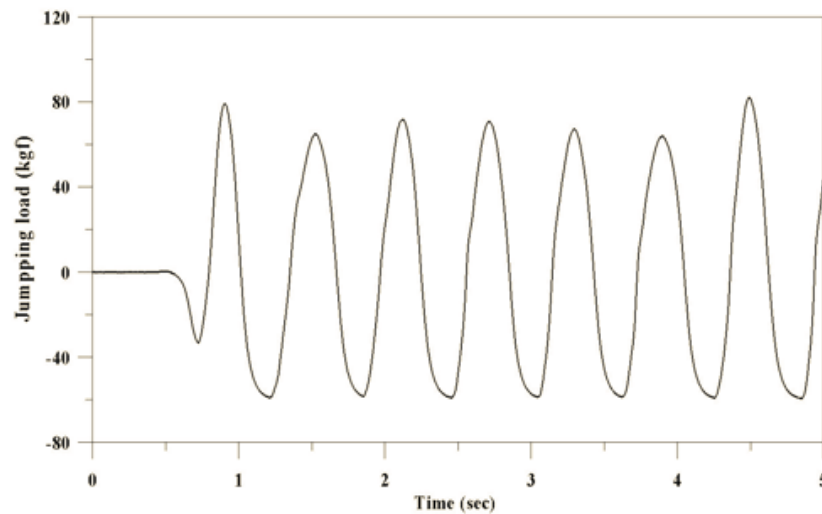


Figura 1.4: Variação de carga devido ao salto de um espectador, representando a força em função do tempo [46]

de 20.02 Hz e 19.04 Hz quando o espectador se encontrava passivo de pé ou sentado.

1.6 Situações problemáticas em estádios

Embora existam cada vez mais estudos sobre os efeitos das ações sincronizadas neste tipo de estruturas, ainda podemos encontrar na comunicação social vários exemplos de situações problemáticas. Nos Estados Unidos da América, o Estádio *Bright House Networks* da *University of Central Florida* é conhecido como *o trampolim*, porque mesmo que um espectador esteja parado, os saltos sincronizados por parte dos outros adeptos, fazem com que qualquer pessoa salte como se estivesse num trampolim. A claque dos *Glasgow Rangers* é conhecida pelo seu "*the bouncy*", comemoração festiva durante os jogos onde todos os adeptos são incentivados a saltar no estádio. Salienta-se ainda o caso do estádio *Ali Sami Yen* em Instambul, pertencente à equipa Galatasaray, onde os adeptos mostram elevado sincronismo. Na imagem 1.9 exibe-se a vista geral do estádio '*The Trampoline*', e a participação dos espectadores do Galatasaray no Estádio *Ali Sami Yen*.

Um outro exemplo na Europa, trata-se do estádio Frankenstadion do Nuremberga, que começou a exibir deslocamentos notáveis nas bancadas do anel superior, devido aos saltos repetidos de inúmeros fãs. O incidente foi registado por vários fãs e com o destaque mediático desta situação, os responsáveis vieram afirmar que era uma situação esperada, não colocando em risco a segurança pública.

Na imagem 1.10 exibe-se a vista geral do estádio do Nuremberga, e a vista inferior

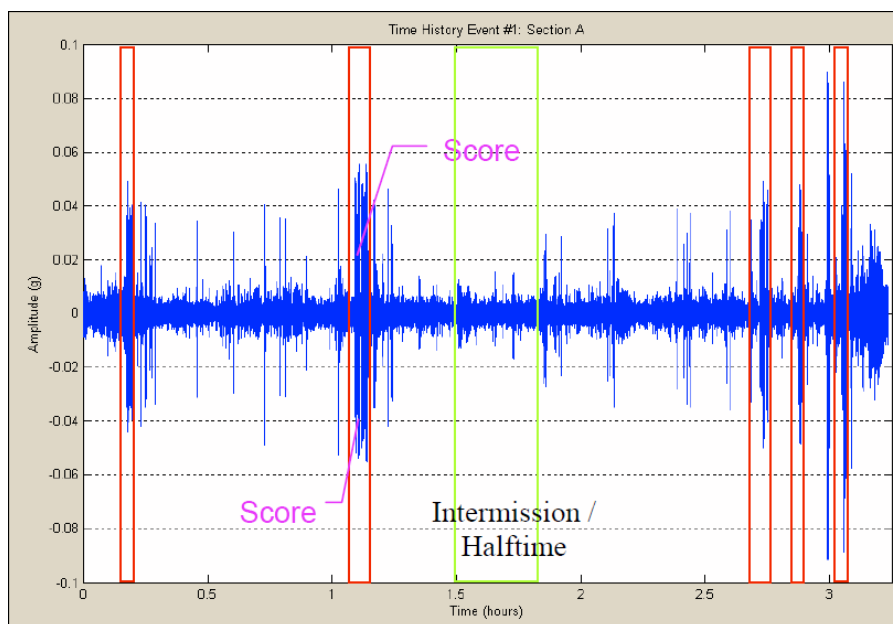


Figura 1.5: Vibrações medidas por Salyards *et al* durante um evento desportivo, representando a amplitude de g em função do tempo [62]

das bancadas, onde se pode observar o deslocamento excessivo entre blocos de bancada.

Algumas situações, porém, são bastante mais preocupantes e dramáticas, como o caso do estádio Octávio Mangabeira, também conhecido como estádio Fonte Nova, situado no estado da Bahia no Brasil. Na noite de 25 de Novembro de 2007, aos quarenta e três minutos da segunda parte de um jogo entre Bahia e o Vila Nova, com os festejos dos espectadores que comemoravam a subida de divisão da equipa, uma das bancadas centrais do anel superior não resistiu às cargas sincronizadas dos adeptos a saltar e cedeu. O colapso da bancada levou à queda de vários espectadores, provocando sete mortos e mais de quarenta feridos. Após o sinistro, o estádio foi encerrado ao público e foi alvo de uma avaliação por parte do Comité de Arquitectura e Engenharia, que determinou a sua destruição para dar lugar à Arena Fonte Nova, que será a sede dos jogos do Fifa Mundial 2014 Brasil.

Na imagem 1.11 exhibe-se a vista geral do estádio, e o resultado do acidente provocado no dia 25 de Novembro.

1.7 Sistemas de controlo de vibrações

Visto que as acções descritas anteriormente podem ser problemáticas, para mitigarmos as vibrações excessivas nas estruturas, além das soluções convencionais de reforço estrutural que modificam a rigidez, a massa, ou a

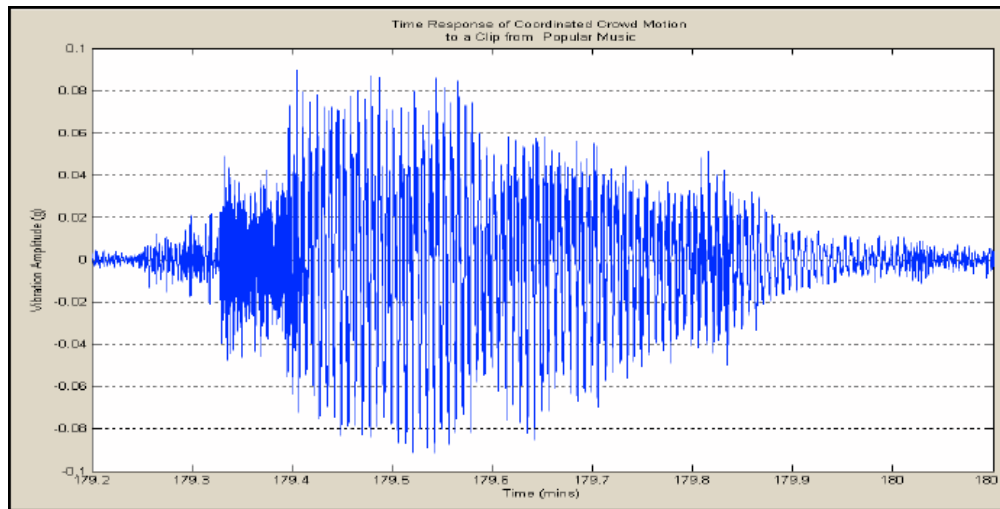


Figura 1.6: Vibrações medidas por Salyards *et al* durante a passagem de uma música conhecida, representando a amplitude de g em função do tempo [62]

disposição da estrutura, têm sido utilizadas também técnicas de controlo com recurso a aparelhos de apoio dotados de um sistema de amortecedor.

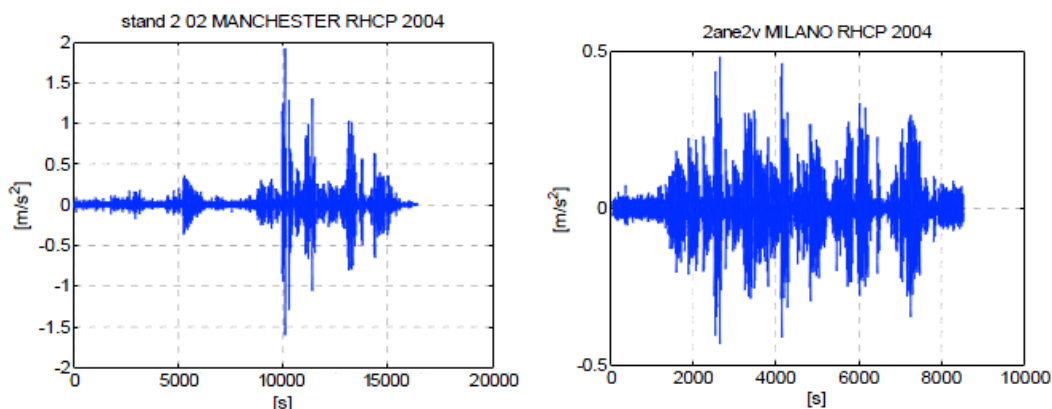
Os sistemas de controlo estrutural podem ser classificados em quatro grupos: passivo, activo, semi-activo e híbrido.

1.7.1 Controlo passivo de vibrações

O controlo passivo de vibrações tem como principal característica a atenuação da resposta estrutural, através da alteração da rigidez ou do amortecimento da estrutura, sem a utilização de fontes de energia externa [51] [63] [48].

Dentro deste tipo de soluções, destacam-se o uso de amortecedores adicionais, amortecedores de massa sintonizada (AMS), isolamento base ou amortecedores de coluna líquida sintonizada (ALS).

Os AMS são dispositivos constituídos por uma massa adicional, ligada à estrutura por meio de uma mola e de um amortecedor dispostos em paralelo. Ao sintonizar a sua frequência para um valor ligeiramente inferior à frequência da estrutura, são produzidas reacções que contrariam o movimento do sistema principal. Apesar destas soluções serem eficazes no controlo de vibrações causadas pelo vento, acções sísmicas ou acções harmónicas em pontes pedonais, lajes e outras estruturas, estes dispositivos apresentam como principal desvantagem, o facto de serem sintonizados para uma única frequência, pelo que a estimativa errada da frequência natural da estrutura, ou a alteração das propriedades da estrutura, reduz a sua eficácia.



(a) Acelerações medidas no concerto de Manchester (b) Acelerações medidas no concerto de Milão

Figura 1.7: Acelerações medidas em função do tempo durante dois concertos dos *Red Hot Chili Peppers* [17]

1.7.2 Controlo activo de vibrações

A principal característica distinta das soluções de controlo activo é a necessidade de energia externa para a implementação das forças de controlo [51] [63].

Embora as técnicas de controlo activo tenham sido desenvolvidas especialmente para estruturas sujeitas à acção sísmica, têm sido propostas algumas aplicações para controlar vibrações excessivas causadas pela actividade humana [51].

Os sistemas de actuação mais comuns para este tipo de controlo, baseiam-se na utilização de amortecedores de massa activa, cabos activos, diagonais activas e actuadores piezoeléctricos [51] [48]. Estes sistemas apresentam como principais vantagens, a capacidade de controlar estruturas flexíveis, que apresentem uma dinâmica onde vários modos de vibração contribuem para a resposta estrutural, ou quando os parâmetros modais do sistema variam substancialmente ao longo do tempo. No entanto, como principais desvantagens apresentam a sua dependência de energia externa e os seus custos consideráveis de instalação, manutenção e funcionamento [48] [63].

1.7.3 Controlo semi-activo de vibrações

Os controladores semi-activos são dispositivos de rigidez ou amortecimento variável, capazes de se adaptar às solicitações existentes.

Os sistemas de actuação mais comuns são os amortecedores de atrito variável, amortecedores viscosos de orifício variável, amortecedores de viscosidade variável e electrorreológicos / magnetoreológicos [48] [63]. Apresentam como principais vantagens a capacidade de produzir forças de grande amplitude, com um recurso bastante reduzido de energia, que em situação de emergência pode ser alimentado por baterias.

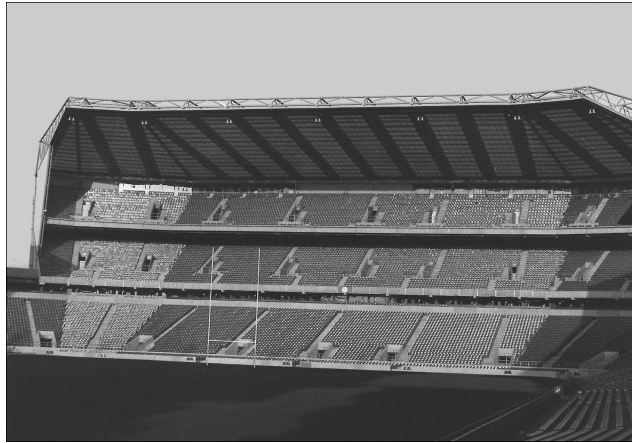


Figura 1.8: Vista da Bancada Norte do Estádio de Twickenham [28]



(a) Vista geral do Estádio Bright House Networks [5]



(b) Vista geral da claque do Galatasaray [3]

Figura 1.9: Exemplos de Estádios onde ocorreram exemplos de elevado sincronismo.

1.7.4 Controlo híbrido de vibrações

Os sistemas de controlo híbrido são sistemas que reúnem propriedades das soluções de controlo activo e passivo na mesma solução.

Como exemplos de sistemas de actuação, temos os HMD (*hybrid mass damper*), que resultam da combinação de um AMS ou um ALS com um sistema de controlo activo, ou a aplicação de actuadores em sistemas de isolamento base [63]. Este tipo de soluções apresenta como principais vantagens, a necessidade de menos energia do que um sistema puramente activo [63], a versatilidade do controlo activo ampliando a gama de frequências controladas, e a fiabilidade do controlo passivo na ausência de uma fonte de energia externa.



(a) Vista geral da claque do Nuremberga [7]



(b) Vista inferior da bancada superior, onde se notam os deslocamentos excessivos [6]

Figura 1.10: Estádio Frankenstadion



(a) Vista geral do Estádio Fonte Nova [4]



(b) Vista superior da bancada colapsada [2]

Figura 1.11: Estádio Fonte Nova

1.8 Exemplos de aplicação de AMS em estádios

A reutilização do antigo estádio histórico *Soldier Field* de Chicago, com a introdução de 61500 lugares na antiga estrutura, contou com a implementação de soluções complexas a nível de geometria e engenharia. Na figura 1.12 apresenta-se a vista geral do estádio.

As bancadas pré-fabricadas com vãos de 12 m, são suportadas por uma estrutura metálica com uma zona suspensa de vão máximo de 18 m, onde se previu que ocorreriam problemas de conforto, quando fosse solicitada por acções sincronizadas. Como esta localização não permitia a introdução de novos pilares, devido à existência de um edifício histórico pertencente à antiga estrutura, foram introduzidos na zona superior da bancada, 21 AMS com aproximadamente 20 ton cada, de modo a controlar as acelerações aos limites estabelecidos [16]. Na figura 1.13 exhibe-se a zona de implementação dos AMS.

Outro exemplo notório de engenharia com recurso ao uso de AMS, é o Estádio Mineirão em Belo Horizonte, que desde a sua construção sempre apresentou



Figura 1.12: Vista geral do estádio *Soldier Field* [68]

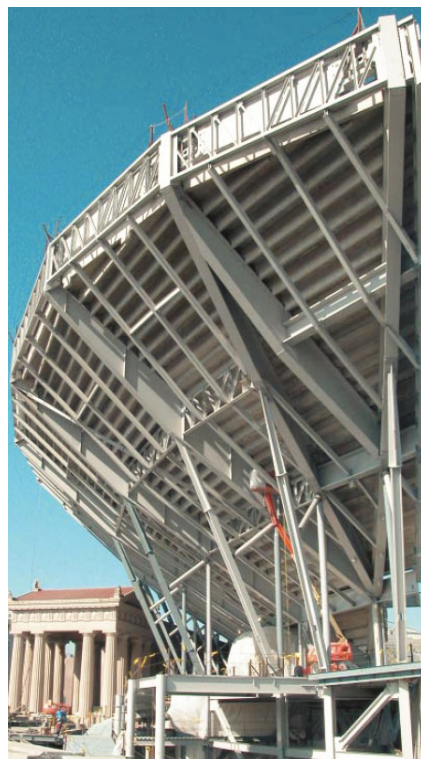


Figura 1.13: Vista noroeste da bancada oeste do estádio, onde foram aplicados os AMS [16]

problemas de vibração com os saltos de festejo dos espectadores.

Para contornar o deslocamento de excessivo 16 mm na ponta das bancadas, foram instalados em Dezembro de 2011, 176 amortecedores com as dimensões 96 cm x 52 cm x 50 cm e uma massa de 0.63 ton, representativos de 2% da massa da estrutura. Na figura 1.14 observa-se o aspecto geral dos AMS usados. Com a



Figura 1.14: Aspecto geral dos AMS usados no Estádio do Mineirão [42]

solução implementada espera-se controlar o deslocamento a um máximo de 6 mm a 7 mm para os jogos do Mundial de 2014, oferecendo maior conforto a todos os espectadores [40].

Capítulo 2

Acções dinâmicas induzidas por espectadores

O presente capítulo visa explicar os conceitos básicos e as formulações existentes na quantificação de acções dinâmicas induzidas por espectadores. Serão apresentadas várias propostas dentro do mesmo modelo generalizado das séries de Fourier, gráficos, para uma melhor compreensão dos fenómenos, e comparações das diferentes propostas.

No Anexo A, apresentam-se os algoritmos criados para a implementação das cargas.

2.1 Introdução

A temática de acções dinâmicas induzidas por espectadores ainda é um assunto pouco abordado na bibliografia, e ausente nas normas portuguesas. Apesar de haver uma noção crescente da existência do problema, com extrema importância para estruturas que suportem actividades rítmicas, ainda existe a necessidade de uma maior compreensão e aprofundamento dos fenómenos. As cargas induzidas por espectadores são complexas e difíceis de quantificar, visto serem dependentes da massa, altura ou da forma como os espectadores interagem entre si ou com a estrutura.

Até 1960, as cargas consideradas para efeitos de projecto representativas deste tipo de acções, eram obtidas através da multiplicação de coeficientes dinâmicos pela carga estática, ficando ao critério e experiência do projectista [41]. Actualmente destacam-se na bibliografia a importância de acções como dançar e saltar, tendo maior relevo para estádios, a situação onde se assiste a saltos repetitivos sincronizados por uma multidão à frequência da bancada, ou a um divisor inteiro da mesma, o que provoca uma maior transmissão de energia ao sistema, provocando uma resposta excessiva por parte da estrutura [41].

Bachmann *et al* [33] afirmam que actividades rítmicas realizadas por humanos, que durem 20 segundos ou mais, são quase equivalentes a forças dinâmicas

periódicas. Tendo em conta que estas actividades acontecem geralmente na presença de música e de várias pessoas, é comum assistir-se a situações de sincronismo, havendo um aumento quase linear da força com o número de participantes [33]. Investigação realizada nesta área demonstrou que grupos de 90 pessoas, conseguiam aumentar a sua carga em 50%, enquanto que estudos realizados para um indivíduo único, conseguiam apresentar incrementos de 171% em condições bastante específicas [41].

Embora não tenham sido os primeiros modelos de carga, o trabalho de Bachman *et al* serve como um ponto de partida para este assunto. O autor optou por expressar estas acções como funções sinusoidais, com um tempo de actuação dependente do coeficiente de contacto. Os carregamentos para saltos eram expressos pela equação 2.1.

$$\begin{cases} k_p G \sin\left(\frac{\pi t}{t_p}\right), & 0 \leq t \leq t_p \\ 0, & t_p \leq t \leq T_p \end{cases} \quad (2.1)$$

onde G representa o peso estático do espectador, k_p o coeficiente de impacto definido por F_{max}/G e F_{max} o pico de carga da acção, t_p representa o tempo de contacto, e T_p o período do salto.

Bachmann observou a partir de vários testes, a existência de uma relação entre o coeficiente de impacto k_p , e o coeficiente de contacto α . Assumindo a conservação do momento, o impulso tem de igualar o peso do espectador vezes o período de actividade, como é demonstrado em 2.2

$$\int_0^{t_p} k_p G \sin\left(\frac{\pi t}{t_p}\right) dt = GT_p \quad (2.2)$$

permitindo obter o coeficiente de impacto, a partir da equação 2.3.

$$k_p = \frac{\pi}{2\alpha} \quad (2.3)$$

Trabalhar com funções deste género implica que o problema seja abordado unicamente no domínio do tempo, o que pode tornar-se muito trabalhoso e pouco eficiente, pelo que é preferível o uso de modelos de carga que também sejam descritos no domínio da frequência [41]. A norma britânica, BS 6399 Parte 1 [15], sugere que em análises dinâmicas é conveniente expressar o carregamento de pessoas a saltar ou a dançar como uma série de Fourier, representando a variação do carregamento no tempo, como a soma de um conjunto de funções sinusoidais a um carregamento constante.

Embora esta abordagem possibilite o recurso a um vasto número de harmónicos, assume-se que os termos superiores dos harmónicos, têm maior importância à medida que a participação dos espectadores aumenta. Geralmente considera-se [67]:

- Evento com espectadores, sem música: o primeiro harmónico é dominante.

- Evento com canto mas sem acompanhamento musical: alguma influência do segundo harmónico.
- Evento com alguma participação activa do público, com canto e acompanhamento musical movimento dos espectadores: o primeiro e o segundo harmónico são dominantes.
- Concerto de música Pop ou Rock, com participação activa do público: o primeiro e o segundo harmónico são dominantes, com alguma influência do terceiro harmónico, se o público exibir coordenação.

2.2 Coeficiente de contacto

Alguns casos de carregamento, como dança e saltos, podem ser descritos como uma carga de impacto durante um período de contacto t_p , seguidos de um período de força nula quando não existe contacto com a estrutura, é importante definir para cada uma destas acções um coeficiente de contacto.

Sabendo que o tempo de contacto t_p , pode variar de 0 ao período total da acção T_p , podemos definir α como o coeficiente de contacto, expresso na equação 2.4

$$\alpha = \frac{t_p}{T_p} \leq 1 \quad (2.4)$$

Para a modelação das cargas neste trabalho, adoptou-se os valores sugeridos na norma britânica BS6399 [15], expressos na tabela 2.1.

Actividade	α
Movimentos de espectadores e actividades de baixo ritmo	2/3
Exercícios rítmicos e actividades de ritmo elevado	1/2
Salto normal	1/3
Salto alto	1/4

Tabela 2.1: Coeficientes de contacto para diferentes actividades segundo a norma britânica BS6399 [15].

2.3 Caracterização das acções dinâmicas

2.3.1 Carregamentos individuais segundo Bachmann *et al*

Bachmann *et al* [33] sugerem que a função da força representativa do movimento do corpo de uma pessoa pode ser matematicamente expressa pela equação 2.5.

$$F(t) = G + \sum_{i=1}^n G\alpha_i \sin(2\pi i f_p t - \phi_i) \quad (2.5)$$

Onde G representa o peso estático da pessoa, α_i o coeficiente *Fourier* do harmónico i , $G\alpha_i$ a amplitude da força do harmónico i , f_p a frequência da actividade, ϕ_i o ângulo fase do harmónico i , e n o número total de harmónicos considerado.

Considerou-se os coeficientes de *Fourier* das acções mais pertinentes para este estudo, expressos na tabela 2.2.

Actividade	f_p [Hz]	α_1	α_2	ϕ_2	α_3	ϕ_3	Pessoas/ m^2
Salto normal	2	1.8	1.3	*	0.7	*	0.5
Salto normal	3	1.7	1.1	*	0.5	*	0.5
Salto alto	2	1.9	1.6	*	1.1	*	0.5
Salto alto	3	1.8	1.3	*	0.8	*	0.5

Tabela 2.2: Coeficiente de *Fourier* e ângulos de fase segundo Bachman [33].

Os ângulos de fase representados por * na tabela 2.2, são dependentes dos coeficientes de contacto e podem ser representados pela equação 2.6.

$$\phi_2 = \phi_3 = \pi(1 - f_p t_p) = \pi(1 - \alpha) \tag{2.6}$$

2.3.2 Carregamentos individuais segundo a norma britânica BS6399

A norma britânica [15] sugere que as cargas dinâmicas sejam expressas pela equação 2.7 em qualquer instante t .

$$F(t) = G \left[1 + \sum_{n=1}^{\infty} r_n \sin \left(\frac{2n\pi}{T_p} t + \varphi_n \right) \right] \tag{2.7}$$

Onde G representa o peso estático da pessoa, T_p o período da acção, n o número de harmónicos considerados, r_n o factor dinâmico do carregamento do harmónico n e φ o ângulo fase do harmónico n .

A norma não faz referência aos coeficientes de *Fourier* que devem ser usados, mas remete para o trabalho de Ellis e Ji [37] [38]. Os valores sugeridos para os coeficientes de *Fourier* pertinentes a este estudo, são expressos na tabela 2.3.

Actividade		$n = 1$	$n = 2$	$n = 3$	$n = 4$	$n = 5$	$n = 6$
Salto normal	r_n	1.8	1.28571	0.66667	0.16364	0.09890	0.01333
	ϕ_n	$\pi/6$	$-\pi/6$	$-\pi/2$	$\pi/6$	$-\pi/6$	$-\pi/2$
Salto alto	r_n	1.88562	1.57080	1.13137	0.66667	0.26937	0
	ϕ_n	$\pi/4$	0	$-\pi/4$	$-\pi/2$	$\pi/4$	0

Tabela 2.3: Coeficientes de *Fourier* e ângulos de fase segundo a norma britânica BS6399 [15]

Para o cálculo de esforços e deslocamentos de carregamentos verticais, a norma sugere que se considere apenas os primeiros três harmónicos, visto que a resposta estrutural a valores superiores não é significativa [15].

É sugerido o intervalo de frequências de 1.5 Hz a 2.8 Hz , como a frequência de excitação para pessoas a saltar. Para frequências superiores, podemos minorar o carregamento com um factor de 0.67, visto ser extremamente difícil obter sincronismo nestas frequências.

Não são sugeridas densidades para este modelo de carga, pelo que adoptou-se os valores recomendados no modelo anterior.

Analisando as equações 2.5 e 2.7, apercebemos-nos que são iguais, com a única diferença que são considerados ângulos fase com sinais contrários.

2.3.3 Carregamentos de multidões segundo Ellis *et al*

Tendo em conta que a coordenação de um grupo de pessoas nunca é perfeita, Ellis *et al* realizaram experiências entre 1997 e 2001, para estudar a influência do tamanho do grupo de pessoas na variação da carga dinâmica de saltos sincronizados. Realizaram-se ensaios em dois pisos, com grupos com diferentes números de pessoas, sincronizando-os ao som de música e medindo as acelerações e deslocamentos no centro dos pisos [29] [30].

Os resultados obtidos permitiram obter coeficientes de Fourier, expressos pelas equações 2.8, 2.9 e 2.10.

$$r_{1p} = 1.61p^{-0.082} \quad (2.8)$$

$$r_{2p} = 0.94p^{-0.24} \quad (2.9)$$

$$r_{3p} = 0.44p^{-0.31} \quad (2.10)$$

onde p representa o valor do grupo de pessoas em estudo. Nas experiências conduzidas, assumiram-se os mesmos ângulos de fase e coeficientes de contacto considerados na secção 2.3.2 [30].

Nas experiências realizadas verificou-se uma densidade de 1.18 pessoas por m^2 [30].

2.4 Carregamento horizontal

Vários autores salientam a importância de considerar-se componentes horizontais de carga, seja de forma directa devido a acções como balançar o corpo, ou de forma indirecta devido a acções verticais como saltar e dançar que também produzem componentes horizontais. Geralmente as acções horizontais na direcção frente-trás devido aos carregamentos verticais, apresentam uma ordem de grandeza bastante superior quando comparadas com as acções horizontais laterais [41].

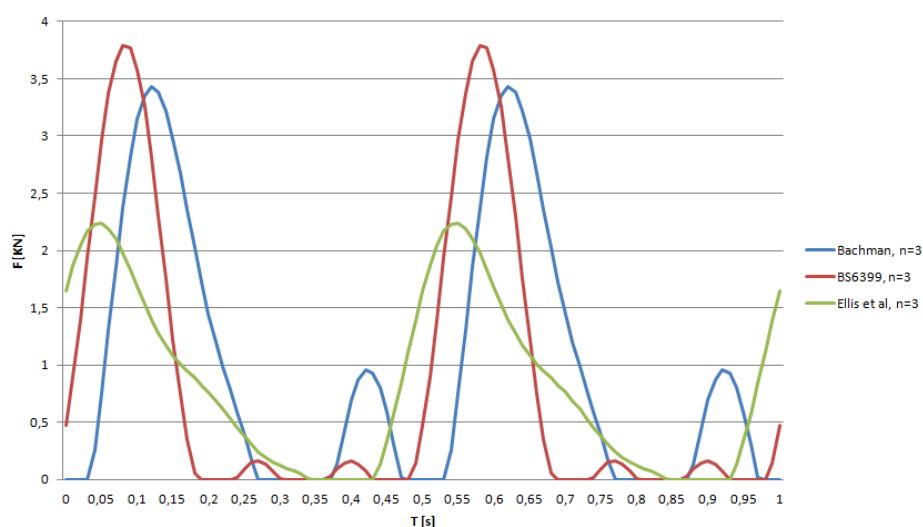


Figura 2.1: Força em função do tempo, para a acção salto alto a 2 Hz, considerando o uso de 3 harmónicos

Ji *et al* estudaram este assunto, concluindo que o aspecto mais importante para estes fenómenos é a forma da estrutura, tendo maior importância para estruturas desmontáveis / provisórias, que são particularmente sensíveis a acções horizontais laterais [41] [39]. A norma britânica BS6399 [15] adverte que os carregamentos propostos podem gerar forças horizontais, sugerindo que se considere um carregamento horizontal no valor de 10% do carregamento vertical. Optou-se por não considerar esta parcela, visto que embora estas acções sejam significativas para algumas estruturas, o aperfeiçoamento das normas, contemplando carregamentos devido a sismos e ao vento, tende a produzir estruturas mais robustas, capazes de suportar estas acções horizontais [41].

2.5 Análise das funções de carga

Na figura 2.1 apresenta-se a comparação dos 3 modelos de carga, para a acção de salto alto a 2 Hz, considerando para todos os casos o uso de 3 harmónicos. Constata-se que o modelo sugerido pela norma britânica BS6399 é o mais conservativo, e que o proposto por Ellis no Digest 426 [30] é o que apresenta menor amplitude de carga. Os modelos de carregamento individual sugeridos, apresentam uma amplitude máxima 66% superior à amplitude máxima obtida para uma pessoa num conjunto de 10 pessoas. Embora os resultados exibam uma menor amplitude para o carregamento de uma multidão, apresentam incrementos maiores que os sugeridos anteriormente.

Para determinar o número de harmónicos a considerar nas análises, obteve-se o gráfico para a mesma acção e mesma frequência, variando apenas o número de

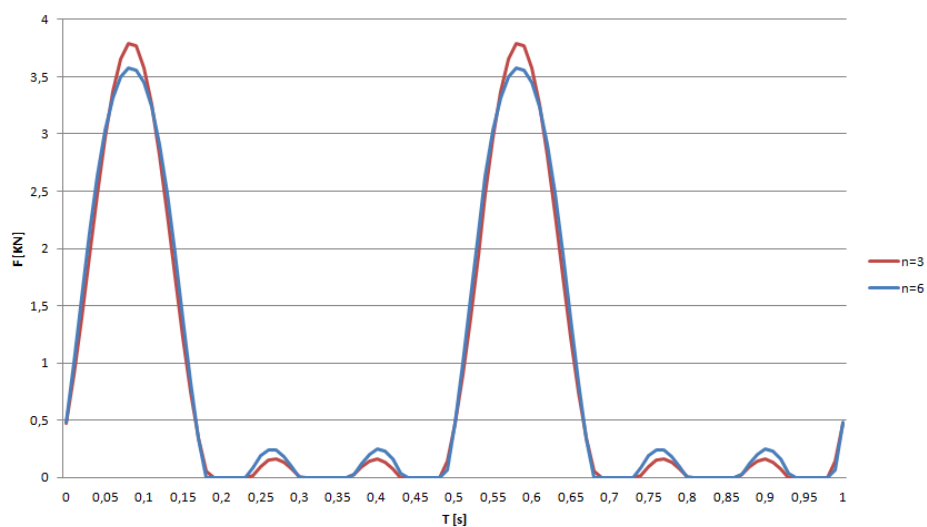


Figura 2.2: Força em função do tempo para um modelo de carga com 3 harmônicos, e com 6 harmônicos, para a acção salto alto a 2 Hz

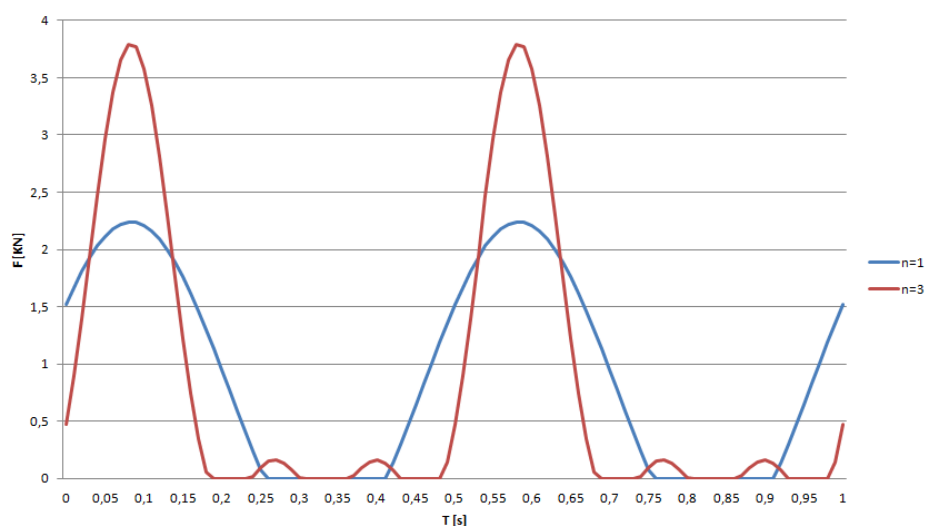


Figura 2.3: Força em função do tempo para um modelo de carga com 1 harmônico, e com 3 harmônicos, para a acção salto alto a 2 Hz

harmônicos considerados, como mostra a figura 2.2.

Como se pode observar, o incremento de precisão de uma função considerando 6 harmônicos, para uma função considerando apenas 3 harmônicos, é pouco significativo, como já tinha sido explicado por Ji *et al* [37].

Se realizarmos a mesma experiência, comparando uma função com apenas 1 harmônico e outra considerando 3 harmônicos, como se exemplifica na

figura 2.3, observamos que existe uma diferença bastante significativa dos resultados obtidos, na ordem dos 65%.

Face aos resultados demonstrados, considerou-se a modelação das cargas propostas com pelo menos 3 harmónicos.

Capítulo 3

Critérios de Conforto

O presente capítulo pretende elaborar uma revisão da bibliografia existente, no que diz respeito aos critérios de conforto humano, e estipular os limites adoptados na realização deste trabalho.

3.1 Introdução

Em 1932, a *American Standards Agency* começou a investigar e documentar as oscilações causados pelo balançar dos espectadores em estádios, e embora não tenha sido abordado profundamente o assunto das acções humanas, definiu as primeiras orientações a ter em conta na realização de projecto. Os avanços mais significativos ocorreram quando a *Canadian Standards Association* começou a incluir informação complementar, sobre as acções criadas por pessoas a andar, a correr e a saltar. Em 1996, foi publicada a primeira versão da norma britânica BS6399-1 [15], que continha modelos de carregamento individual que podiam ser usados para a verificação da resposta dinâmica de estruturas. Mais tarde foi publicado o BRE Digest 426 [30], visando esclarecer o modelo apresentado na norma britânica, e acrescentar modelos de carga que contemplam o efeito de multidões, em vez de tratarem da situação individualmente. Em 1997, o guia de segurança para eventos desportivos Green Guide [26], passou a sugerir recomendações mínimas para a frequência natural das estruturas, no entanto, versões mais recentes não incluem estas indicações, sugerindo a leitura do Interim Guidance on Assessment and Design [67], guia que contém os requisitos para bancadas sujeitas a acções sincronizadas.

3.2 Documentos Normativos Portugueses

Em Portugal não existem normas regulamentares ou critérios de conforto estabelecidos especificamente, para o dimensionamento de estruturas de betão armado sujeitas a actividades rítmicas [48]. As únicas indicações por parte do

LNEC, focam-se apenas em limites de velocidade efectiva para edifícios de cariz comercial ou residencial, pelo que não têm valor para o caso prático em estudo. O Anexo A1 do Eurocódigo 0, EN-1990 [1], faz referência à importância dos aspectos de serviço em relação às vibrações, no entanto, não é muito claro, indicando apenas que estes aspectos devem ser tidos em conta no projecto. O Anexo A2 do Eurocódigo 0, EN-1990 [1], oferece algumas indicações relativas a aspectos de conforto em pontes pedonais, limitando as acelerações verticais a 0.7 m/s^2 , para estruturas com frequências verticais abaixo dos 5 Hz, no entanto não oferece nenhuma referência para estruturas com bancadas ou mais especificamente para estádios.

3.3 National Building Code of Canada

A norma Canadiana [10] [11] prevê que se podem estimar os limites de aceleração pelo ábaco apresentado na figura 3.1, para estruturas sujeitas a pessoas a andar, desde que se saiba a frequência e o coeficiente de amortecimento da estrutura.

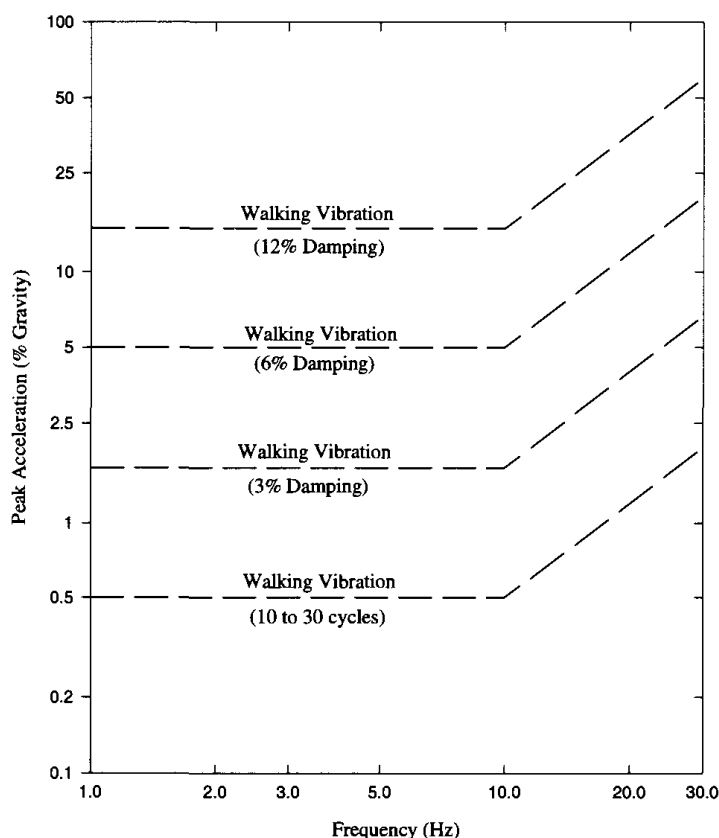


Figura 3.1: Curvas limite de aceleração em função da frequência e amortecimento da estrutura, segundo a norma Canadiana [53].

A versão da norma de 1990 [9] apresenta uma tabela final, com a síntese dos valores limites a considerar, que podem ser consultados na tabela 3.1.

Localização ou situação	Limite de aceleração a_o/g [%]
Escritórios e zonas residenciais	0.4 a 0.7
Jantar ou transporte de cargas	1.5 a 2.5
Actividades rítmicas	4 a 7

Tabela 3.1: Limites máximos de aceleração segundo a Norma Canadiana [9]

3.4 ISO2631

A norma ISO 2631 [34] de 1978 sugere os limites de aceleração sobre a forma de RMS, em função da duração da vibração e da frequência da estrutura. Apresentam-se as curvas limites de aceleração na figura 3.2 [34].

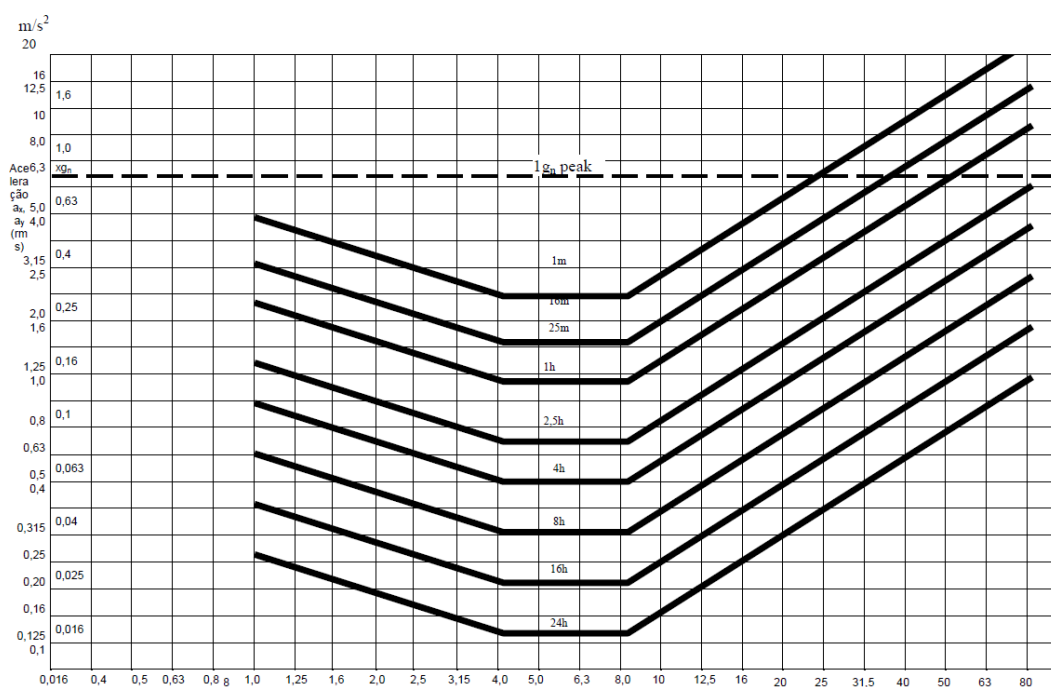


Figura 3.2: Curvas limite de aceleração, em função da duração da vibração e frequência da estrutura, segundo a norma ISO 2631 [34]

Cada curva representa uma situação ou localização diferente, tendo em conta a intensidade, frequência, direcção e duração da vibração. Embora não sejam definidos limites para estádios, alguns autores adoptam o limite definido para a duração de 1 minuto, como critério limite para actividades rítmicas [53].

Considerando o limite definido para a duração de 1 minuto, apresenta-se a curva de conforto reduzido [34] na figura 3.3.

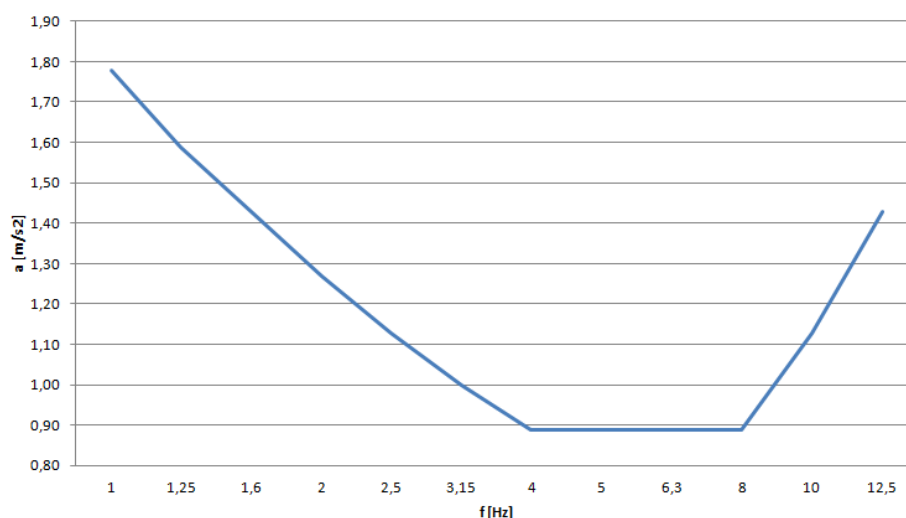


Figura 3.3: Curva limite de aceleração, para vibrações com duração de 1 minuto em função da frequência, segundo a norma ISO 2631 [34]

Observa-se que para frequências inferiores a 4 Hz o limite máximo atinge o valor de $1,77 \text{ m/s}^2$, entre 4 Hz e 8 Hz obtém-se um limite constante de $0,89 \text{ m/s}^2$, e para frequências superiores até 16 Hz obtém-se limites de $1,70 \text{ m/s}^2$.

Outros autores como Caprioli e Vanali [19] adoptaram os valores definidos na tabela 3.2 como índices de medição de conforto nas experiências que realizaram em estádios.

Valor RMS [m/s^2]	Situação Correspondente
<0.315	não desconfortável
0.315 - 0.63	um pouco desconfortável
0.5 - 1	desconfortável
1.25 - 2.5	muito desconfortável
>2	extremamente desconfortável

Tabela 3.2: Valores limites ISO2631 [19]

3.5 BRE Digest 426

Com a ausência de informação na norma Britânica [15] em relação aos limites de aceleração, e devido à necessidade de clarificação dos modelos de carga e condições de serviço, documentos posteriores como o Digest 426 [30] e o Interim

Guidance on Assessment and Design [67], contemplam limites recomendáveis de aceleração, baseados na observação de vários eventos em estádios.

Na tabela 3.3 apresentam-se os limites sugeridos para a aceleração de pico.

Situação	Limite de aceleração a_o/g [%]
Limite razoável para pessoas passivas	5
Perturbador	18
Inaceitável	< 35
Provavelmente causando pânico	> 35

Tabela 3.3: Acelerações limites para bancadas com frequências inferiores a 10 Hz [30] [62]

Embora 35% de g seja definido como o limite para estados de pânico, quaisquer vibrações que se encontrem nos limites anteriores da tabela 3.3 serão sentidos pelos espectadores que se encontrem passivos.

Capítulo 4

Medições *in situ*

O presente capítulo pretende apresentar os ensaios de carga e de monitorização, realizados no Estádio José Alvalade XXI, para recolher informações sobre as respectivas bancadas do estádio.

4.1 Introdução

Embora a situação que propõe-se modelar neste trabalho seja distinta da solução implementada no estádio, que promoveu o funcionamento conjunto das bancadas, procurou-se obter informações sobre o comportamento real da estrutura para termo de comparação.



Figura 4.1: Equipamento de medição usado nos ensaios

Os ensaios experimentais foram realizados com recurso ao equipamento MR2002 da Syscom, propriedade do Departamento de Engenharia Civil da Faculdade de Ciências e Tecnologia. O equipamento é constituído por um sensor de velocidades

e um sistema de gravação de dados. Na figura 4.1 exibe-se o equipamento utilizado nos ensaios.

São definidos na unidade de gravação, o valor de *trigger*, correspondente ao valor mínimo necessário para se efectuar um registo, o *pre-event time*, correspondente a um intervalo de tempo antecedente à passagem do limite definido, e o *post-event time*, correspondente a um intervalo de tempo máximo, onde se não ocorrer novamente a passagem do limite definido, o aparelho termina o registo de velocidades. A duração total de cada registo é contabilizada pela soma do *pre-event time*, o tempo de registo de valores acima do *trigger* e o *post-event time*.

4.2 Ensaio de Carga

No dia 1 de Março de 2012 no estádio José Alvalade XXI, procedeu-se a um ensaio de carga, de forma a simular e obter a resposta de uma bancada, quando sujeita a um carregamento sincronizado de salto colectivo, de um grupo misto de espectadores constituído por 15 pessoas.

Os parâmetros definidos no aparelho foram, 4 mm/s para o *trigger*, 1 s para o *pre-event time*, 12 s para o *post-event time* e 400 Hz para a frequência de amostragem.

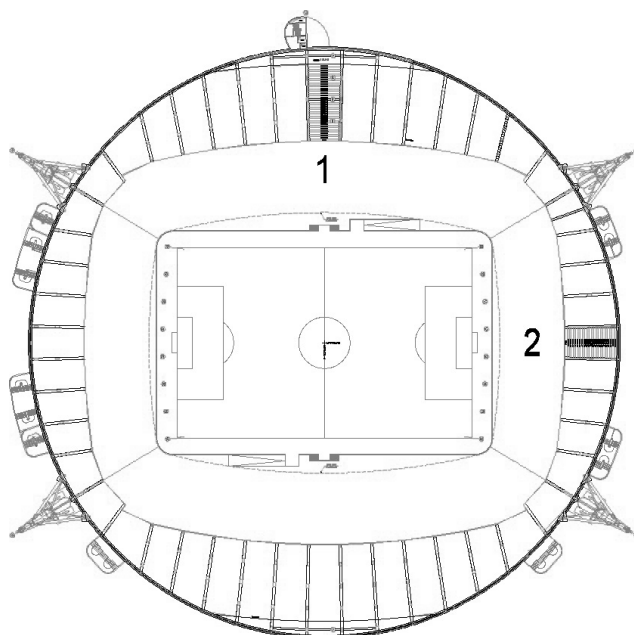


Figura 4.2: Esquema de localização dos ensaios de carga realizados no 2º anel

Todas os ensaios foram realizados no 2º anel, em dois blocos distintos das bancadas, nomeadamente o bloco F e bloco H, correspondentes à posição 1 e 2. Na figura 4.2 apresenta-se um esquema de localização dos ensaios no estádio.

	a_{pico} [m/s ²]	RMS [m/s ²]
Evento 1	0.67	0.07
Evento 2	0.78	0.14
Evento 3	0.53	0.1

Tabela 4.1: Resumo das acelerações verticais obtidas na localização 1

4.2.1 Localização 1

Inicialmente procedeu-se à realização de ensaios na zona inferior do 2º anel, localizando os sensores em 3 posições distintas, na 1ª bancada, na 4ª bancada e na 7ª bancada.

Na figura 4.8 apresentam-se os resultados obtidos para a primeira medição efectuada, correspondente a um salto em conjunto para poder identificar a frequência da bancada.

Observa-se na figura 4.8 que não é possível identificar com clareza a frequência da bancada, existindo três frequências que se destacam, 8.60 Hz, 8.67 Hz e 9.77 Hz. Como não foi possível identificar com clareza a frequência da bancada, em todos os outros ensaios procedeu-se a uma análise da densidade espectral de modo a tentar observar a repetição de algum dos valores obtidos.

Na figura 4.4 e 4.5 apresentam-se os resultados obtidos para a segunda e a terceira medição efectuada, correspondentes a saltos sincronizados a 2 Hz, com todos os elementos distribuídos em duas bancadas, e com apenas 3 elementos distribuídos na primeira bancada.

Observa-se na figura 4.4, a presença de três frequências distintas, duas delas correspondentes ao salto de 2.15 Hz e 4.32 Hz, e uma terceira de 8.67 Hz. Na figura 4.5, identificam-se novamente três frequências distintas, duas delas correspondentes ao salto, 2.15 Hz e 4.30 Hz e uma terceira de 8.67 Hz.

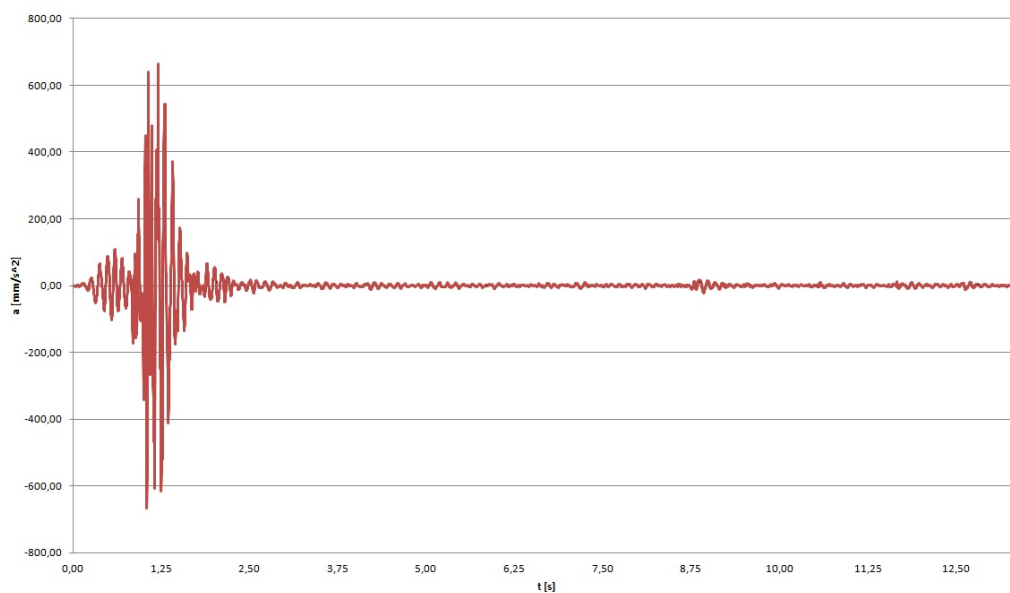
Observa-se que a frequência de 8.67 Hz repete-se ao longo de vários ensaios, pelo que conclui-se que a frequência da bancada aproxima-se deste valor.

Na tabela 4.1 apresenta-se o resumo dos resultados recolhidos em termos de aceleração vertical, onde podemos concluir que os eventos registados verificam todos os critérios de conforto considerados anteriormente.

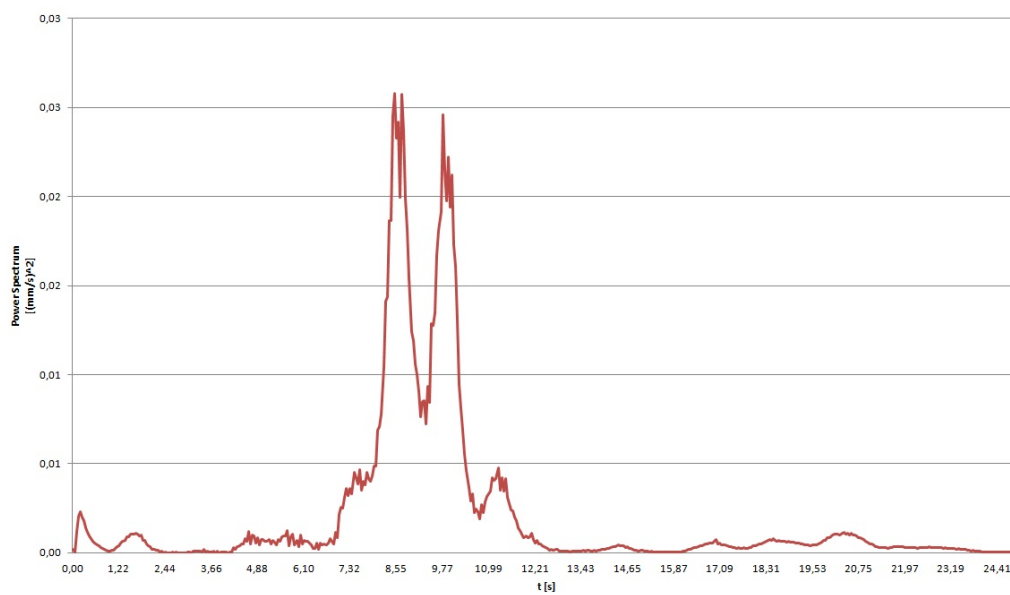
4.2.2 Localização 2

Para concluir os ensaios de carga, procedeu-se à realização de ensaios semelhantes na zona mais elevada do 2º anel, colocando apenas 2 sensores em posições distintas, um adjacente à bancada ensaiada e junto à escadaria da zona central.

Na figura 4.6 apresentam-se os resultados obtidos para o quinto registo, correspondente a um salto alto em conjunto para poder identificar a frequência da bancada.

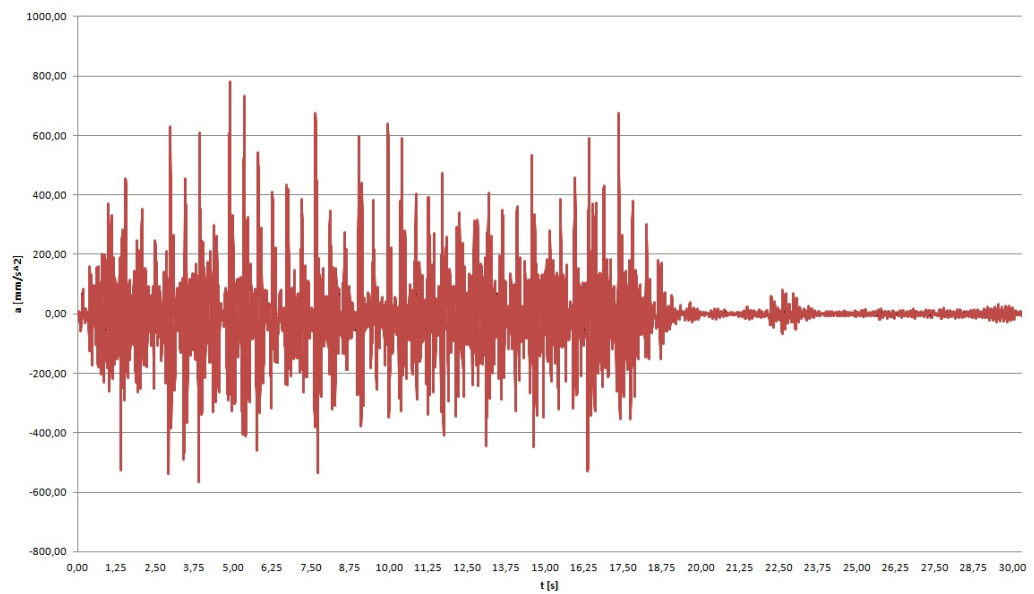


(a) Sensor 1, evento 1, aceleração vertical em função do tempo

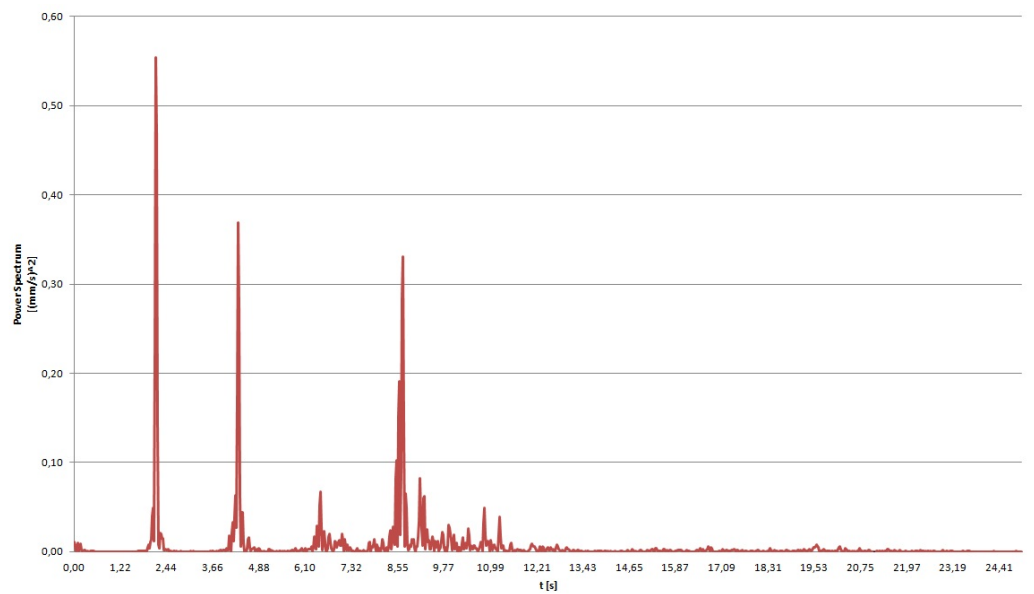


(b) Sensor 1, evento 1, densidade espectral em função da frequência

Figura 4.3: Ensaio de identificação de frequência na localização 1

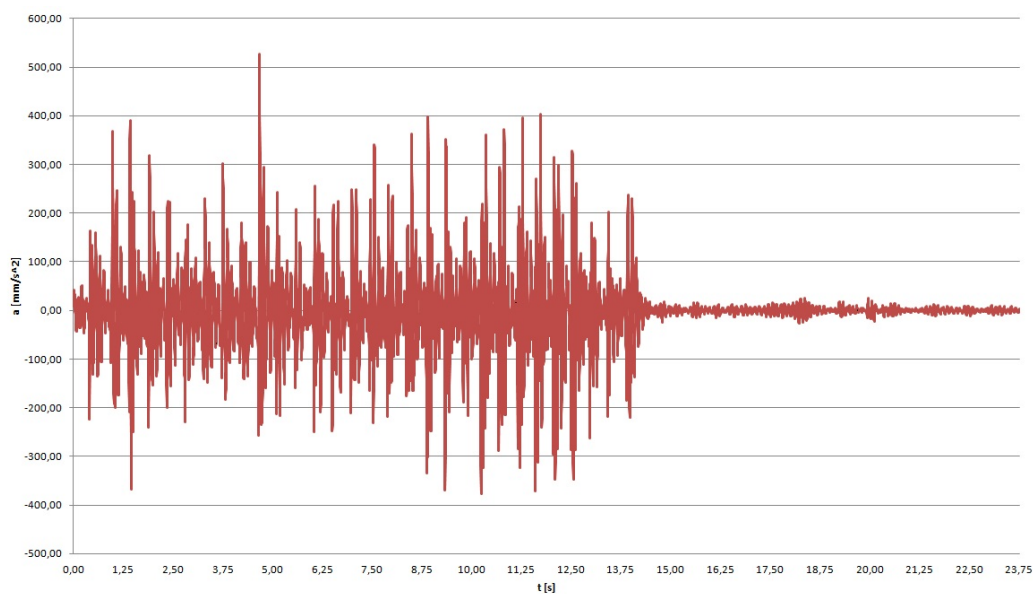


(a) Sensor 1, evento 2, aceleração vertical em função do tempo

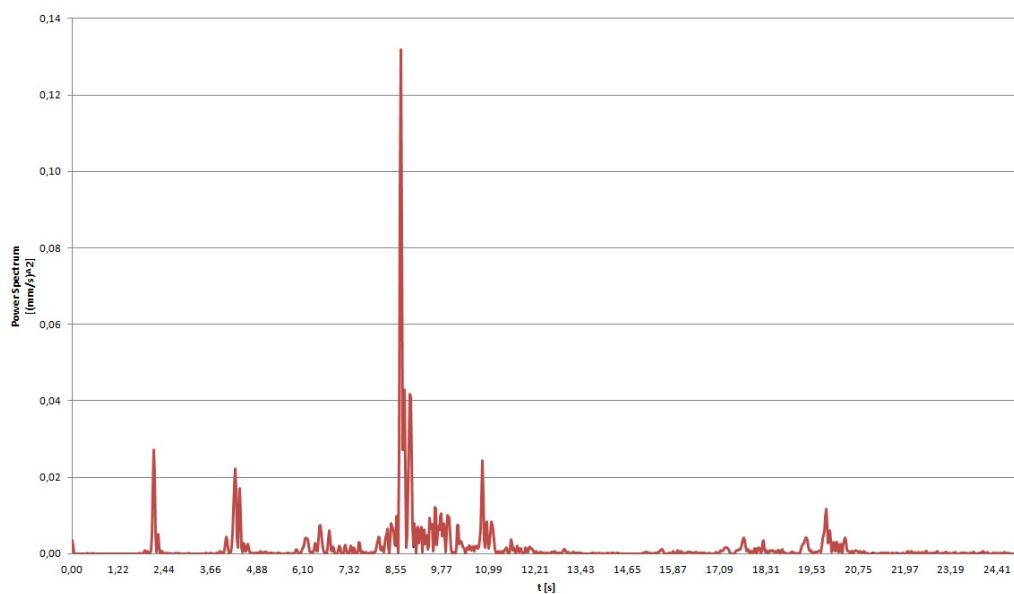


(b) Sensor 1, evento 2, densidade espectral em função da frequência

Figura 4.4: Ensaios de saltos sincronizados na localização 1 com todos os elementos

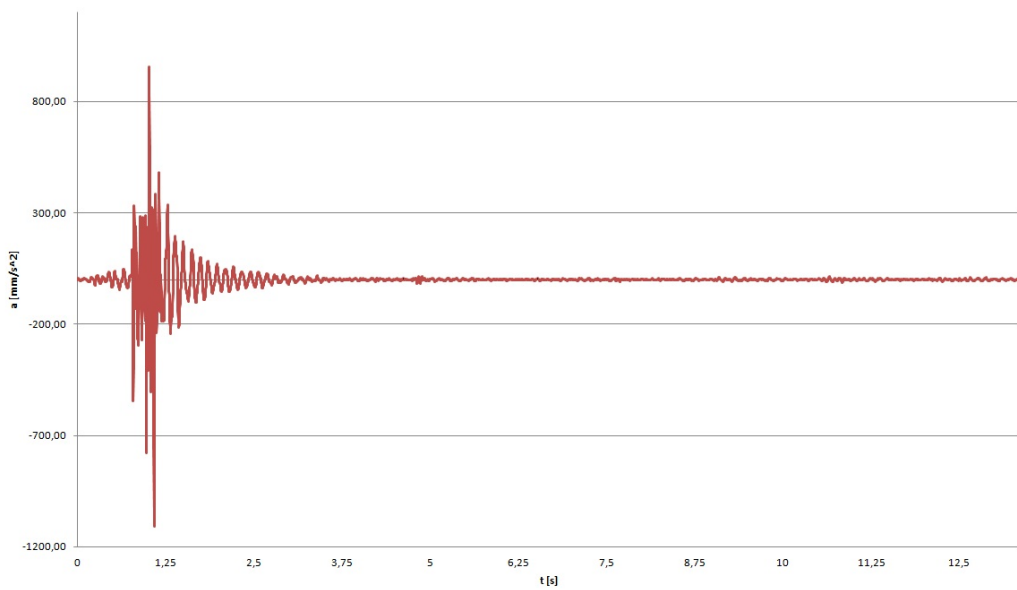


(a) Sensor 1, evento 3, aceleração em função do tempo

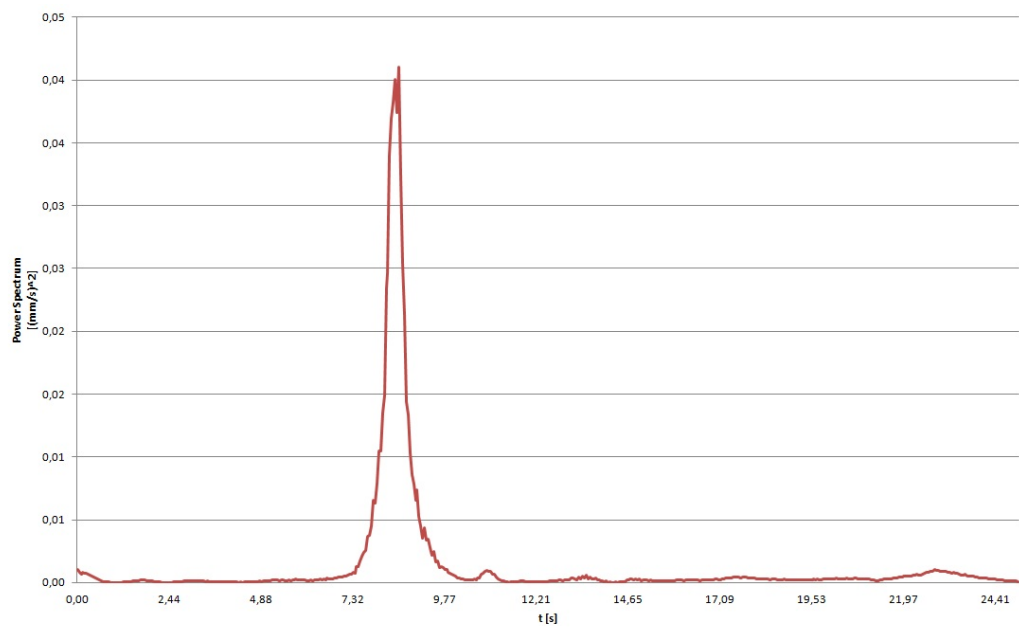


(b) Sensor 1, evento 3, densidade espectral em função da frequência

Figura 4.5: Ensaios de saltos sincronizados na localização 1 com apenas 3 elementos

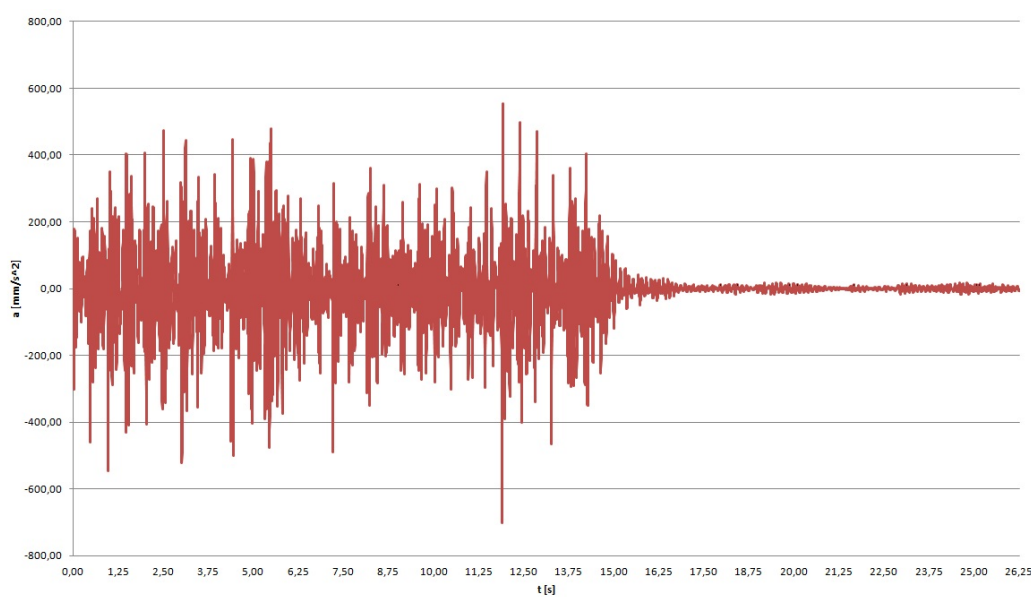


(a) Sensor 1, evento 5, aceleração vertical em função do tempo

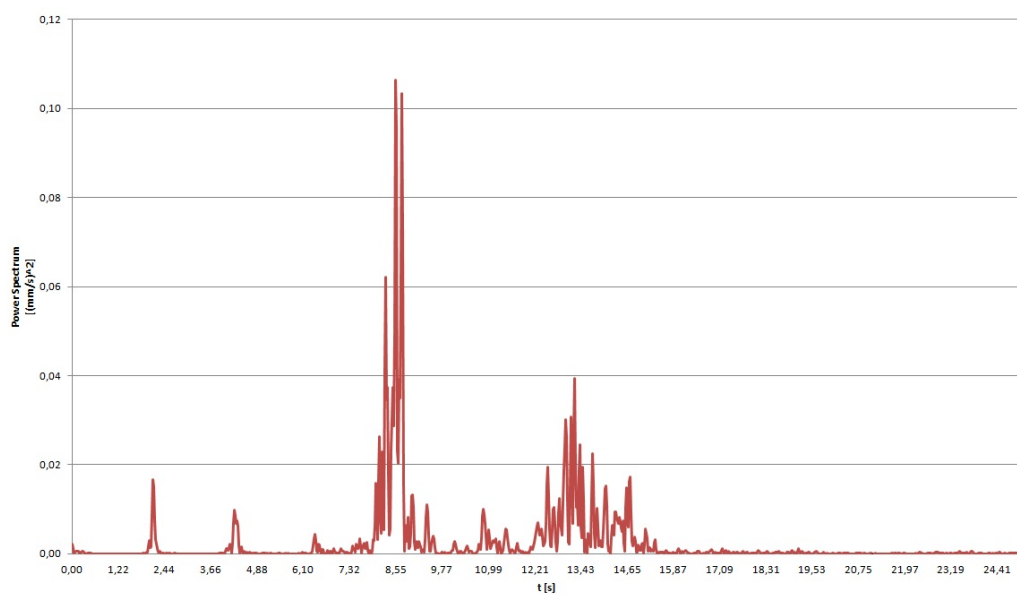


(b) Sensor 1, evento 5, densidade espectral em função da frequência

Figura 4.6: Ensaio de identificação de frequência na localização 2



(a) Sensor 1, evento 4, aceleração vertical em função do tempo



(b) Sensor 1, evento 4, densidade espectral em função da frequência

Figura 4.7: Ensaio na bancada da localização 2

Observa-se na figura 4.6 que é possível identificar com clareza a frequência 8.54 Hz.

Na figura 4.7 apresentam-se os resultados obtidos para o quarto registro, correspondentes a saltos sincronizados a 2 Hz com todos os participantes.

	a_{pico} [m/s ²]	RMS [m/s ²]
Evento 4	0.7	0.13
Evento 5	1.11	0.07

Tabela 4.2: Resumo das acelerações verticais obtidas na localização 2

Observa-se na figura 4.7 a presença de três frequências distintas, duas delas correspondentes ao salto de 2.12 Hz e 4.27 Hz, e uma terceira de 8.52 Hz.

Observa-se que a frequência de 8.52 Hz encontra-se muito próxima do valor recolhido no ensaio de identificação de 8.54 Hz, pelo que conclui-se que a frequência da bancada encontra-se neste intervalo de valores.

Na tabela 4.2 apresentam-se o resumo dos resultados recolhidos em termos de aceleração, onde podemos concluir que os eventos registados verificam os critérios considerados pela norma ISO2631, no entanto, o segundo registo apresenta uma aceleração de pico superior à aceitável pela Norma Canadiana. Apesar deste resultado ser uma excepção, não se encontra na categoria de valores inaceitáveis definidos por Ellis *et al.*

4.3 Ensaio de Monitorização

No dia 8 de Março de 2012 no estádio José Alvalade XXI, durante o jogo do Sporting - Manchester City para a *UEFA Europa League*, procedeu-se a um ensaio de monitorização com o intuito de recolher informação sobre as características dinâmicas da bancada numa situação real.

Os parâmetros definidos nos aparelhos foram, 4 mm/s para o *trigger* do sensor 1 e 3 mm/s para o *trigger* do sensor 2, 1 s para o *pre-event time*, 12 s para o *post-event time* e 400 Hz para a frequência de amostragem.

O estádio teve uma lotação superior a 34 mil espectadores, e os sensores foram colocados na zona da torcida do Sporting, que pode ser identificada pela zona verde na figura 4.8. Colocou-se um sensor na última bancada ocupada pela torcida, e outro no meio da torcida. Observou-se durante o evento que a maior parte dos adeptos saltava nos assentos, o que terá condicionado todos os resultados obtidos.

Nas figuras 4.9 e 4.10 apresentam-se os resultados obtidos para o registo efectuado durante a celebração do golo do Sporting, aos 21 minutos da segunda parte.

Não é possível tirar conclusões objectivas a partir da densidade espectral obtida, nem para o sensor 1 nem para o sensor 2.

Na figura 4.11 e 4.12 apresentam-se os resultados obtidos enquanto os adeptos saltavam e apoiavam a equipa, aos 28 minutos da segunda parte.

Analisando as figuras 4.11 e 4.12, identifica-se em ambos os sensores uma gama de frequências comuns correspondentes aos saltos, que oscilam entre os 2.5 Hz e os 4.5 Hz.

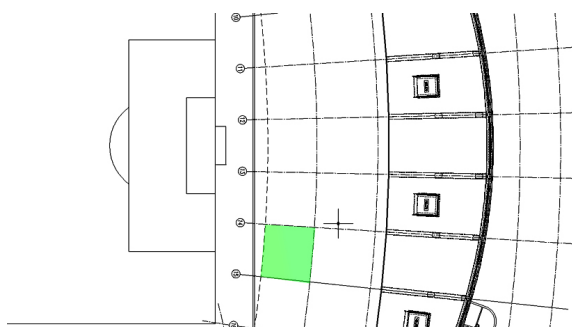
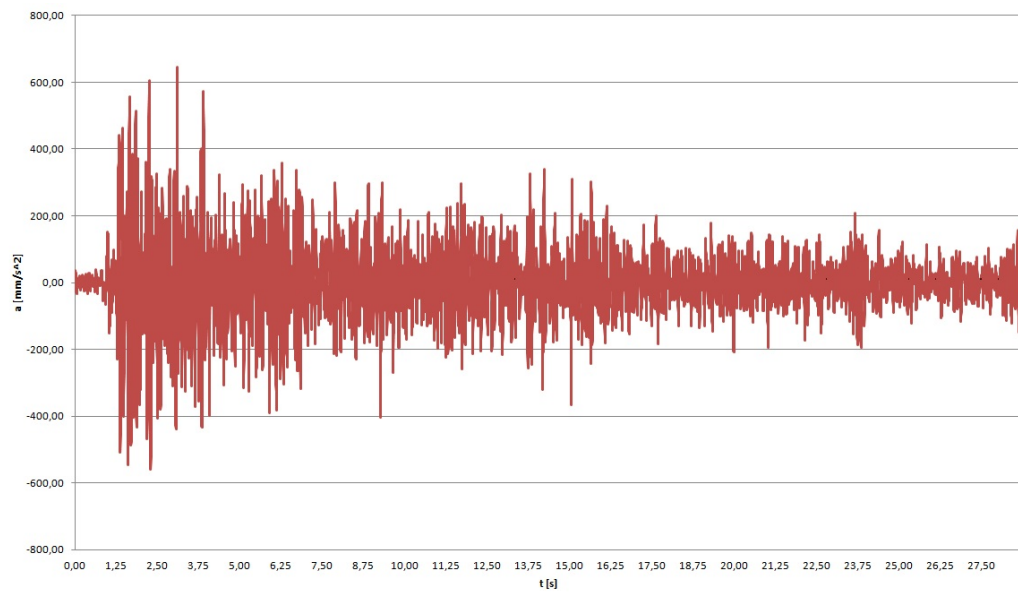


Figura 4.8: Esquema de localização dos ensaios de monitorização realizados no 1º anel

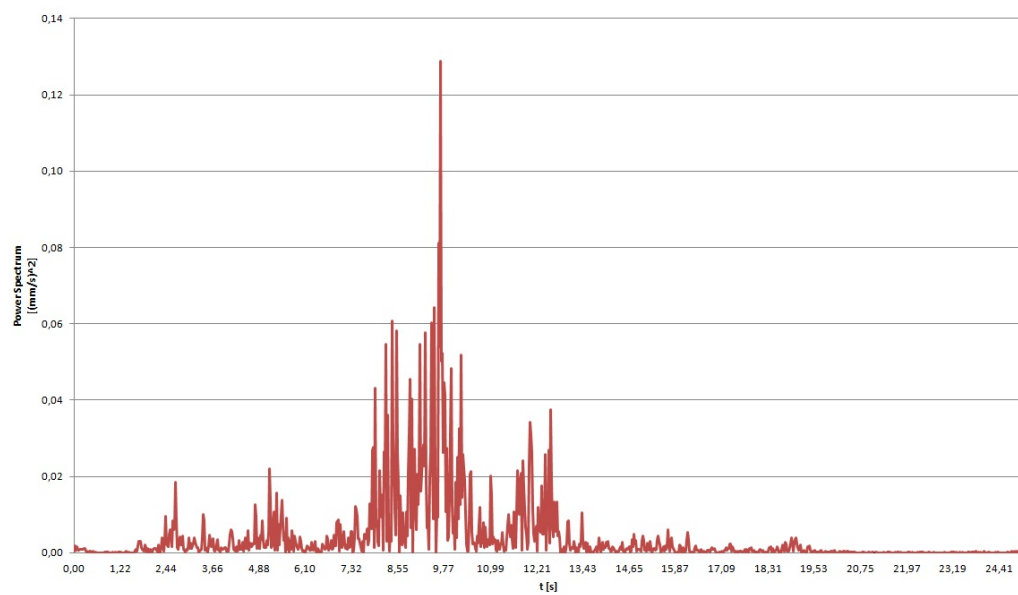
Situação	Sensor	a_{pico} [m/s ²]	RMS [m/s ²]
Celebração do golo	1	0.64	0.12
	2	0.71	0.14
Apoio dos adeptos	1	0.25	0.07
	2	0.50	0.08

Tabela 4.3: Resumo das acelerações durante o jogo Sporting - Manchester City

Na tabela 4.3 apresenta-se o resumo dos resultados recolhidos em termos de aceleração, onde podemos concluir que todos os eventos registados verificam os critérios de conforto considerados anteriormente.

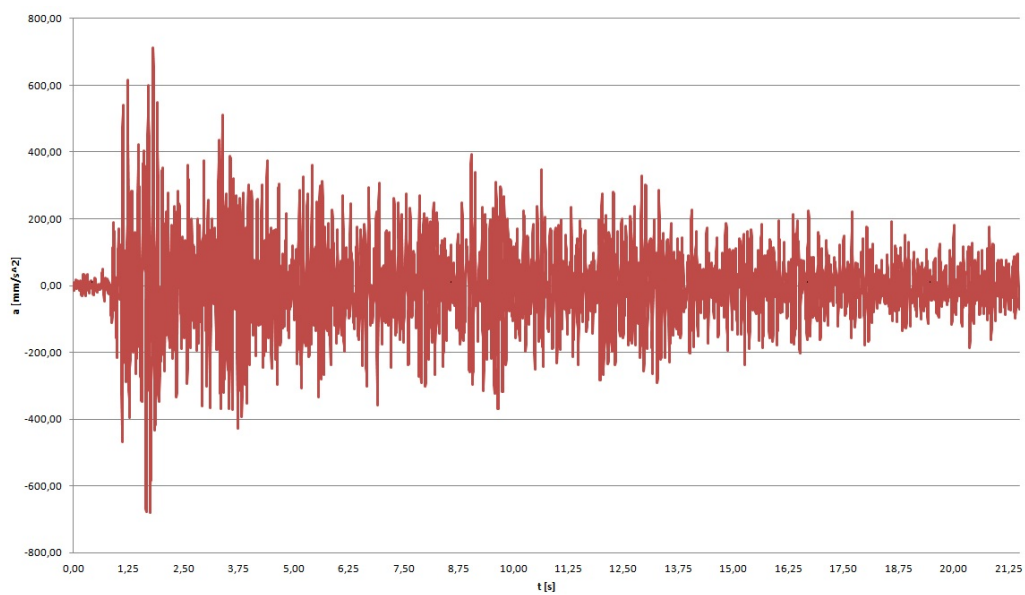


(a) Sensor 1, aceleração vertical em função do tempo

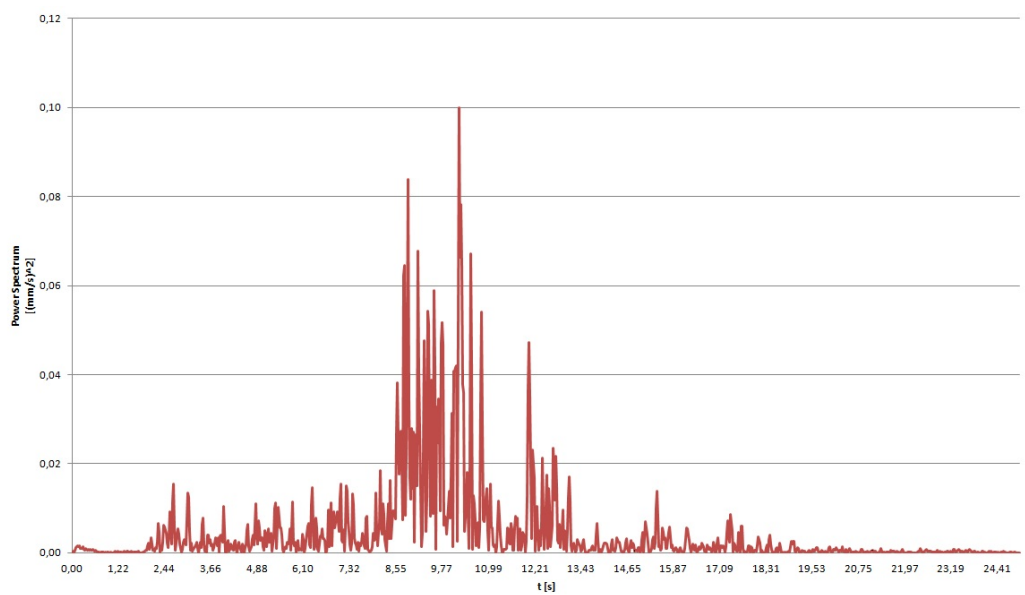


(b) Sensor 1, densidade espectral em função da frequência

Figura 4.9: Registo do sensor 1, durante a celebração do golo do Sporting

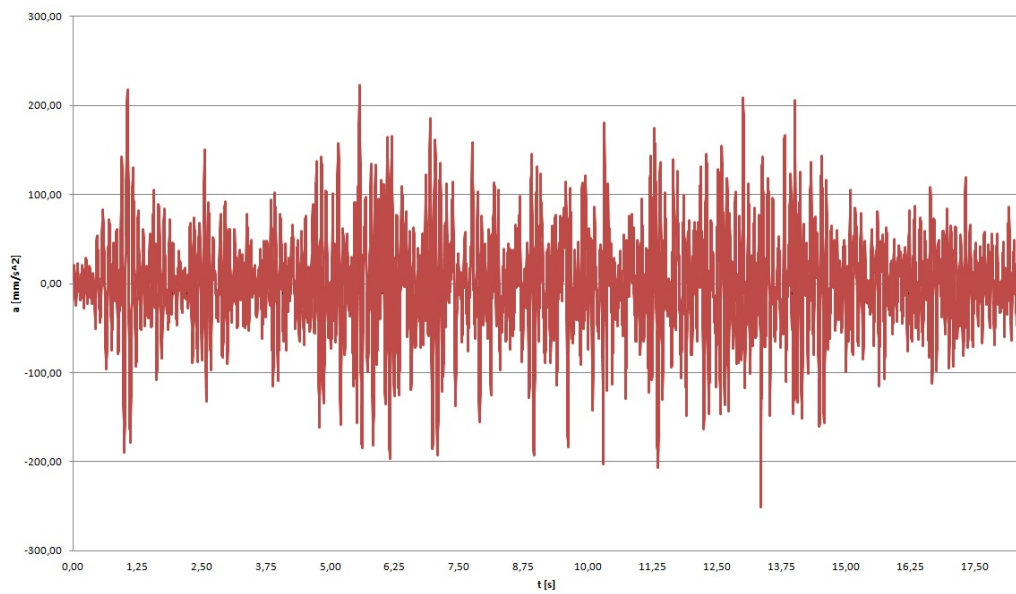


(a) Sensor 2, aceleração vertical em função do tempo

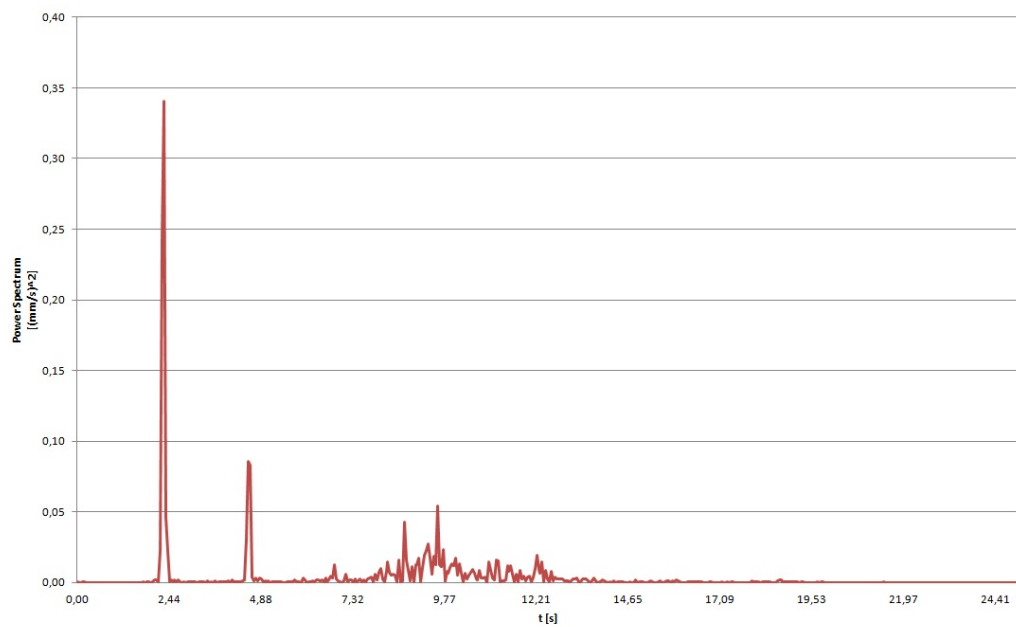


(b) Sensor 2, densidade espectral em função da frequência

Figura 4.10: Registo do sensor 2, durante a celebração do golo do Sporting

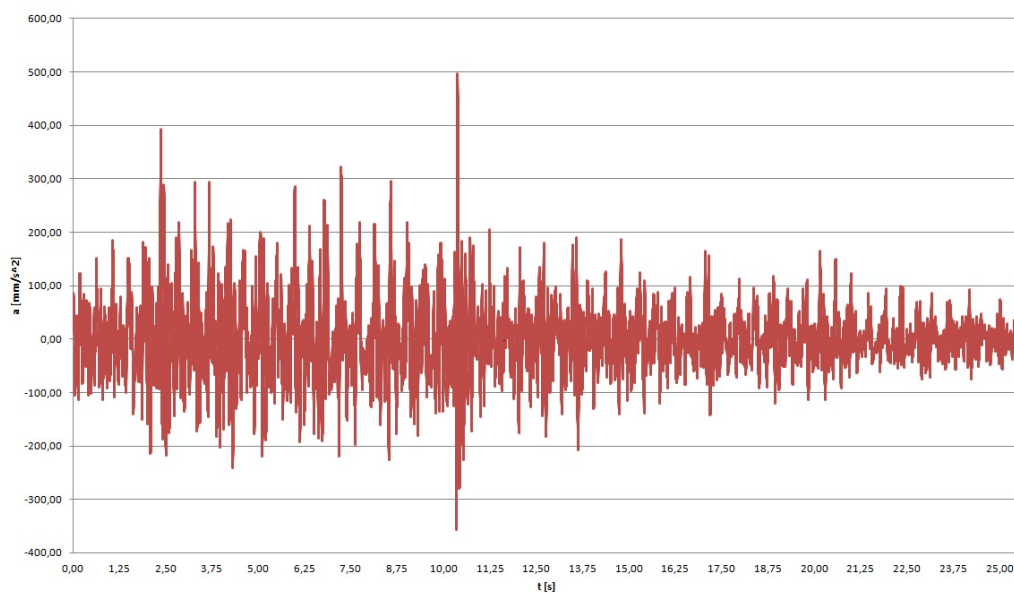


(a) Sensor 1, aceleração vertical em função do tempo

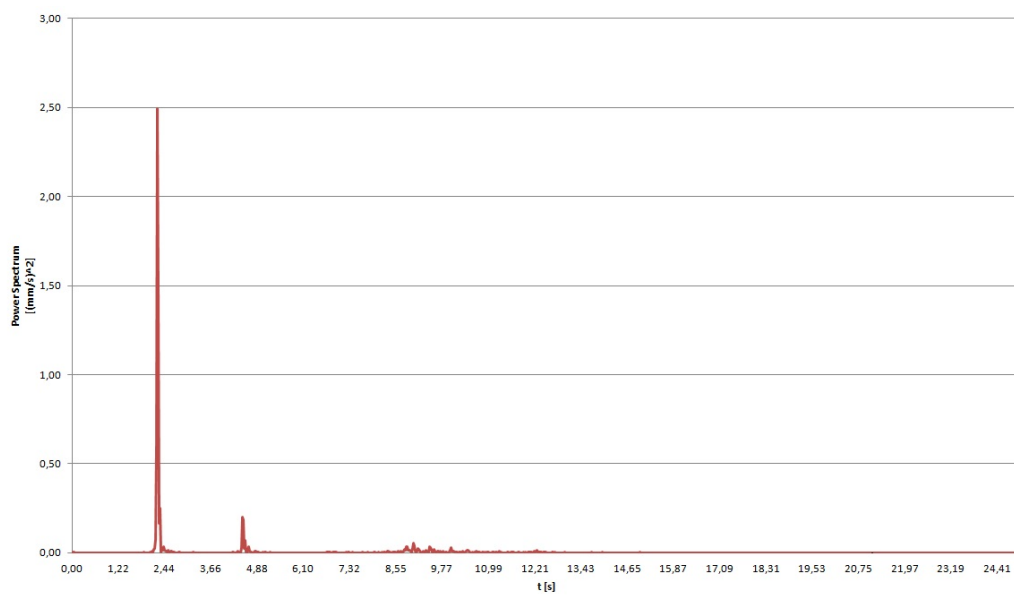


(b) Sensor 1, densidade espectral em função da frequência

Figura 4.11: Registo do sensor 1, enquanto os adeptos apoiavam o Sporting



(a) Sensor 2, aceleração vertical em função do tempo



(b) Sensor 2, densidade espectral em função da frequência

Figura 4.12: Registo do sensor 2, enquanto os adeptos apoiavam o Sporting

Capítulo 5

Modelação da Bancada

O presente capítulo pretende explicar o processo de modelação do elemento de bancada e os pressupostos considerados, assim como estudar a resposta da estrutura quando submetida a uma série de carregamentos sincronizados.

No Anexo B apresenta-se a verificação analítica da frequência para uma bancada. Apresentam-se ainda no Anexo C os passos necessários para a realização de análises *time history* no programa de cálculo automático, e no Anexo D os algoritmos criados para o cálculo da resposta pelo método de Newmark.

5.1 Introdução

Segundo a história, os primeiros estádios gregos foram construídos no século VIII AC. Apesar de estarmos em constante evolução e termos assistido a mudanças relacionadas com a natureza dos eventos, noções de segurança e conforto, a concepção geométrica continua a obedecer aos mesmos princípios básicos.



Figura 5.1: Vigas dentadas usadas nos pórticos principais [66]

Os estádios são geralmente constituídos por um conjunto de pórticos principais, formados por pilares e um conjunto de vigas dentadas, usadas para a colocação

das bancadas. Estes pórticos são geralmente dispostos em forma radial, servindo também para a delimitação do volume da estrutura. Na figura 5.1 exemplificam-se os pórticos constituídos por vigas dentadas, usados para a colocação das bancadas.



Figura 5.2: Colocação de bancadas nos pórticos principais [66]

As bancadas são geralmente vigas pré-fabricadas e pré-esforçadas, com uma forma semelhante a um degrau. Estas peças tomam várias formas, como degraus em L, degraus em T, degrau duplo, degrau U, etc. As vigas são colocadas entre dois pórticos principais, sendo comum existirem em todas elas pequenos encaixes que possibilitam a sua justaposição. Na figura 5.2 mostra-se a colocação das bancadas nos pórticos.

5.2 Descrição geral da estrutura

A estádio do Sporting Clube de Portugal localizado em Lisboa, exibido na figura 5.3, foi construído em 2003 para acolher os eventos desportivos do Euro 2004. Com uma lotação de 50 000 lugares sentados e 1600 lugares de estacionamento, contém ainda um centro comercial com salas de cinema, um complexo multidesportivo, ginásio, clínica e edifício de sede.

O estádio é dividido em 8 blocos estruturais que funcionam de forma independente, constituídos por um conjunto total de 48 pórticos principais dispostos radialmente, com afastamentos variáveis de 10.50 m na parte interior a 12.5 m na parte exterior.

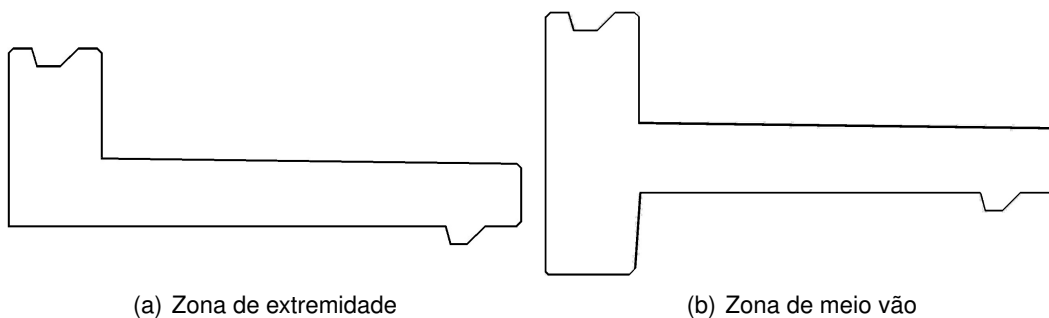
Neste trabalho focaremos-nos no estudo de um dos elementos de bancada usado na construção do estádio. Os elementos de bancada são constituídos por peças pré-fabricadas de betão armado pré-tensionado, que são apoiados sobre as vigas dentadas inclinadas dos pórticos. Estas peças são relativamente esbeltas atingindo comprimentos máximos de 12 m.

Considerou-se uma secção pré-fabricada e pré-esforçada de secção variável, com uma zona central vulgarmente referida como degrau T, e zonas de extremidade



Figura 5.3: Vista geral do Estádio José Alvalade [65]

usadas para fixação nas vigas de apoio, definidas como degrau L. Podemos observar as diferentes secções existentes, na figura 5.4.



(a) Zona de extremidade

(b) Zona de meio vão

Figura 5.4: Diferentes tipos de secção presentes na bancada

A zona central possui um vão de de 9.47 m e as duas zonas de extremidade um comprimento de 0.515 m. Nas zonas de extremidade é colocada uma fixação a 0.321 m da extremidade, para unir a bancada aos pórticos principais melhorando o seu comportamento estrutural, como se exibe na figura 5.5.

Na tabela 5.1 apresentam-se as propriedades das secções distintas da bancada.

	Área [m^2]	Inércia [m^4]
Degrau L	0.1755	0.0013012
Degrau T	0.2	0.002355

Tabela 5.1: Propriedades das diferentes secções da bancada

Para a modelação desta peça, considerou-se o betão C40/50 com as características descritas na tabela 5.2. Apesar de ser considerado um

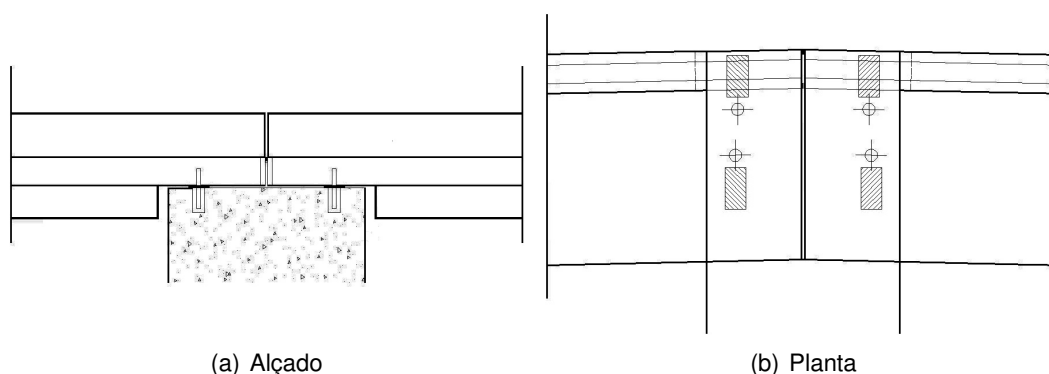


Figura 5.5: Pormenores de ligação da bancada aos pórticos

betão C40/50 que teria um módulo de elasticidade de 35 GPa, os estudos realizados por Proença *et al* [55] neste tipo de peças, mostraram que o módulo de elasticidade do betão usado era de 38 GPa.

Peso volúmico [kN/m^3]	25
Módulo de elasticidade [GPa]	38
Coefficiente de Poisson	0.2
Coefficiente de expansão térmica [$/^{\circ}C$]	1×10^{-5}

Tabela 5.2: Características do betão C40/50

Para a modelação do ferrolho usado na ligação das bancadas, considerou-se o aço A500 com as características descritas na tabela 5.3.

Peso volúmico [kN/m^3]	76.97
Módulo de elasticidade [GPa]	200
Coefficiente de Poisson	0.3
Coefficiente de expansão térmica [$/^{\circ}C$]	1.17×10^{-5}

Tabela 5.3: Características do aço A500

Geralmente os elementos de degrau não são condicionantes ao desempenho dinâmico da estrutura, conseguindo-se afastar as frequências da exposição a efeitos de ressonância [66]. Inicialmente a frequência natural prevista para este elemento andava na ordem dos 5 Hz aos 6 Hz, valores inferiores aos previstos pelas normas europeias, para evitar a verificação dos efeitos de acções sincronizadas por multidões [54].

Com os testes levados a cabo por Proença *et al* [55], determinou-se que a frequência da bancada se situava em torno de 6.75 Hz, com um coeficiente de amortecimento viscoso de 1.79% [55] [54].

Com o objectivo de aumentar a rigidez da estrutura foi proposta uma solução de ligação de cada duas bancadas, através da colocação de um ferrolho de aço a

meio vão e injectando *grout* nas ligações. Testes realizados posteriormente nas bancadas ligadas aos pórticos, mostraram que a solução proposta contribuiu para o melhor funcionamento da estrutura, obtendo-se uma frequência de 10.8 Hz e um amortecimento viscoso de 2.4% [54].

5.3 Modelação em elementos finitos

A modelação do elemento de bancada foi realizada através do programa de elementos finitos Sap2000 [25] [24].

Modelou-se a bancada através de um elemento *frame* e realizou-se uma segunda modelação recorrendo a elementos *shell*. Optou-se por realizar um segundo modelo com elementos *shell*, por ser mais fácil replicar cada elemento, e estudar a influência da ligação das bancadas a meio vão através de ferrolhos.

Para efeitos de modelação, no modelo *frame* introduziram-se as propriedades da bancada calculadas com o auxílio do programa Autocad, e para o modelo *shell* definiu-se a estrutura pelos alinhamentos médios, considerando uma espessura média para cada alinhamento. A sobreposição de alinhamentos no modelo *shell* causava um aumento de massa significativo, pelo que para contornar esta situação calculou-se o incremento de massa existente, e reduziu-se o peso volúmico na mesma proporção.

No modelo das bancadas interconectadas, a título de simplificação não se modelaram as vigas dentadas e considerou-se o mesmo comprimento para todos os elemento de bancada. Replicou-se o elemento inicial 34 vezes à semelhança do que existe no estádio, e modelou-se um ferrolho M16 através de uma *frame section*, posicionando-o a meio vão e efectuando a ligação entre cada duas bancadas. Nas zonas dos pórticos onde existiam pilares colocou-se apoios rígidos nas extremidades.

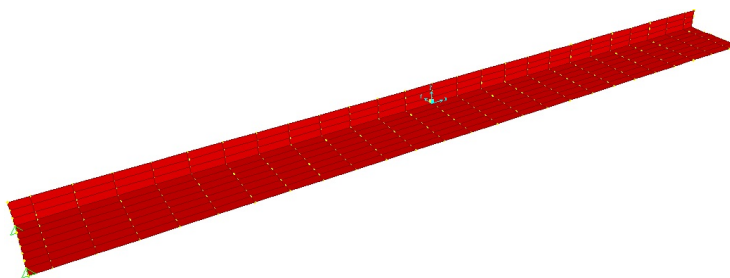


Figura 5.6: Vista final do modelo *shell* em 3D

Nas figuras 5.6 e 5.7 observa-se uma vista geral dos modelos *shell* criados. Para efeitos de modelação desprezou-se a carga permanente dos assentos, por não contribuir para a resistência estrutural e ter um impacto pouco significativo na massa total do elemento.

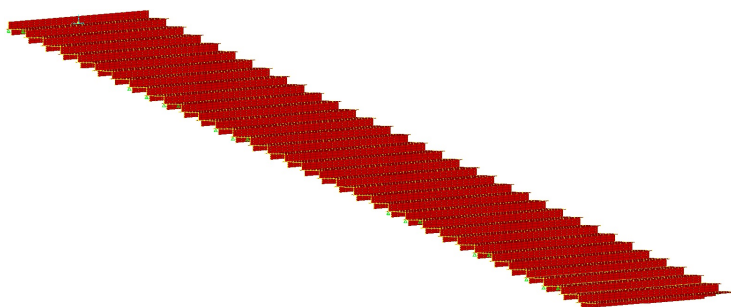


Figura 5.7: Vista final do modelo *shell* de bancadas interconectadas em 3D

5.4 Características dinâmicas

Os cálculos das características dinâmicas do elemento foram realizados pelo programa Sap2000 [25] [24]. Na tabela 5.4 apresentam-se os resultados obtidos para os primeiros 4 modos de vibração da direcção vertical de uma bancada.

Modo	$\omega_{n,frame}$ [Hz]	$\omega_{n,shell}$ [Hz]
1	6.74	6.77
2	26.92	26.68
3	60.37	59.13
4	106.85	102.66

Tabela 5.4: Frequências para os primeiros 4 modos de vibração de ambos os modelos para uma bancada

Na figura 5.8 demonstra-se a representação gráfica dos modos calculados.

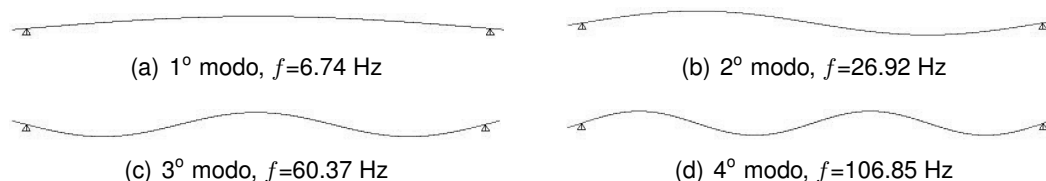


Figura 5.8: Representação gráfica dos primeiros 4 modos de vibração obtidos do modelo *frame* para uma bancada

Observando os dados recolhidos, concluí-se que o primeiro modo de vibração será o mais relevante, visto que o segundo modo já se encontra bastante distante da gama de frequências de excitação.

Para verificar os resultados recolhidos, verificou-se a frequência da bancada efectuando o cálculo simplificado para um grau de liberdade com o método de Rayleigh, onde se obteve uma frequência de 6.80 Hz.

Tratando-se de uma viga, podemos afirmar que o ponto condicionante a nível de deslocamentos, velocidades e acelerações, será o nó correspondente ao meio

vão, pelo que todos os resultados serão recolhidos neste ponto.

Relativamente ao modelo *shell* simplificado de 34 bancadas ligadas, obteve-se para o primeiro modo de vibração, correspondente à direcção vertical, uma frequência de 10.09 Hz. Na figura 5.9 apresenta-se a representação gráfica do modo de vibração obtido.

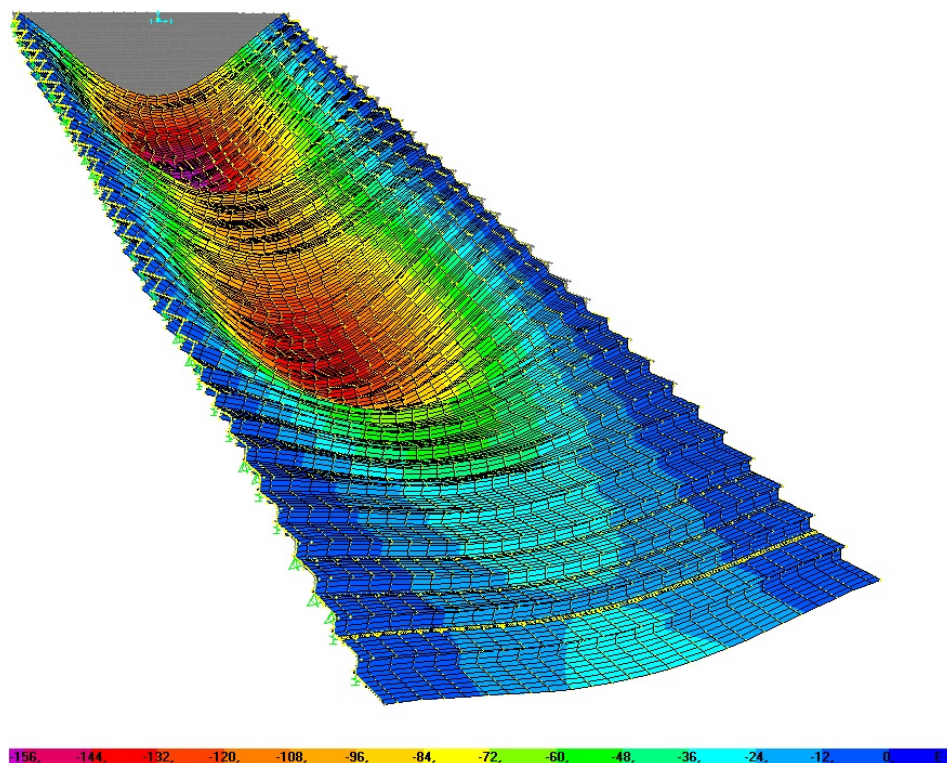


Figura 5.9: Representação gráfica do primeiro modo de vibração obtido do modelo *shell* de 34 bancadas interconectadas

5.5 Modelação das cargas dinâmicas

Ellis *et al* sugerem que para pisos de dança devem ser estudados situações em que todos os participantes estão a saltar, mas que esta situação não deve ser contemplada para estruturas com bancadas, nem mesmo em eventos musicais [29]. Baseando-se na observação, a norma ISO10137:2007 sugere uma densidade máxima de 6 pessoas/ m^2 para estruturas sem assentos, e de 2 a 3 pessoas/ m^2 para estruturas com assentos [41]. A divergência existente nas densidades sugeridas deve-se ao facto de públicos de diferentes países comportarem-se de formas diferente [41].

Tendo em conta o que foi observado durante a realização dos ensaios no jogo Sporting - Manchester City, não foi possível identificar situações de

grande sincronismo, pelo que se considerássemos o valor mínimo sugerido de 2 pessoas/m², corresponderia à situação de uma bancada cheia de pessoas a saltar de forma sincronizada. Como não foi possível observar situações tão pouco semelhantes, adoptou-se os valores recomendados pelos autores, que traduzem 25% e 60% da lotação bancada a saltar de forma sincronizada.

Nas modelações realizadas considerou-se a frequência de excitação de 2 Hz, e o peso próprio por pessoa de 0.8 kN. Embora os autores considerados sugiram intervalos superiores que ascendem até os 2.8 Hz, constatou-se nos ensaios de carga realizados, que a coordenação dos saltos do grupo a 2 Hz já exibia falhas severas de sincronismo. Tendo em conta que o limite definido encontra-se próximo de 2.25 Hz, divisor inteiro da frequência da bancada, é expectável obter-se uma resposta estrutural de valor elevada. Tendo em conta que a resposta da bancada é influenciada pela massa e rigidez da estrutura, no modelo da solução implementada de ligação das 34 bancadas com ferrolhos, espera-se obter valores de resposta bastante reduzidos.

Embora as normas avaliem resultados em termos de acelerações limite ou em RMS, será igualmente importante analisar a zona de resposta estacionária, visto representar a situação que se prolonga pelo tempo.

Em todas as modelações assumiu-se um amortecimento modal de 2%, consistente com o que foi recolhido por via experimental. Apesar de estar documentado que a presença de espectadores passivos contribui para o aumento de amortecimento [31] [32], não existe forma numérica de quantificar este incremento, pelo que a adopção deste valor tende a ser uma abordagem conservativa.

5.5.1 Caso 001

No primeiro caso, procurou-se calcular a resposta de um elemento de bancada sujeito ao carregamento dinâmico proposto por Bachman *et al* [33], descrito na secção 2.3.1.

Considerando a densidade proposta pelo autor para a carga de salto alto, obtém-se o carregamento descrito na tabela 5.5.

Densidade [pessoas/m ²]	P_{total} [kN]	P/l [kN/m]
0.5	4.2	0.4

Tabela 5.5: Carga distribuída sobre a bancada para uma densidade de 0.5 pessoas/m²

Na figura 5.10 exhibe-se a variação de carga de uma pessoa segundo este modelo. Na tabela 5.6 exibem-se os resultados obtidos pelos diferentes modelos, *frame*, *shell* e método de Newmark.

Na figura 5.11 exhibe-se a resposta obtida para o modelo *frame*.

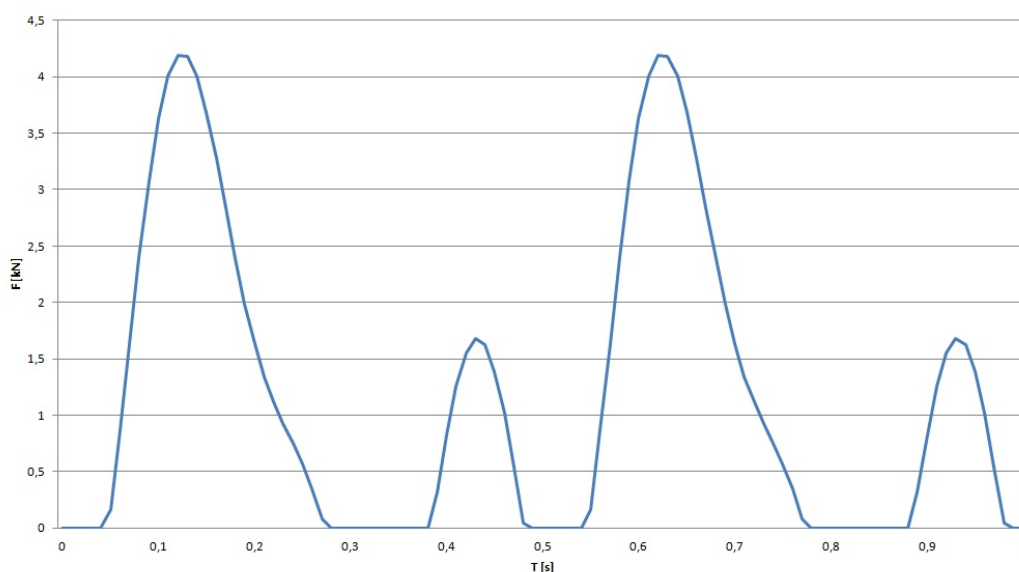


Figura 5.10: Variação da força em função do tempo, segundo Bachman *et al* para uma pessoa

$a_{frame} [m/s^2]$	$a_{shell} [m/s^2]$	$a_{newmark} [m/s^2]$
3.8	3.86	3.86

Tabela 5.6: Resumos das acelerações obtidas para o caso 1

Observa-se uma aceleração de pico na ordem dos 3.8 m/s^2 e um valor em RMS na ordem de 1.3 m/s^2 . Na zona estacionária observa-se um pico de 2.47 m/s^2 , correspondente a 65% do pico máximo. Os valores não respeitam as normas consideradas, e em relação aos limites sugeridos por Ellis *et al* situam-se nas duas classificações mais graves. Observa-se que as modelações apresentam diferenças entre si na ordem dos 2%.

5.5.2 Caso 002

No segundo caso, procurou-se calcular a resposta de um elemento de bancada sujeito ao carregamento dinâmico proposto pelo documento BS6399 [15], descrito na secção 2.3.2.

Como a densidade considerada é a mesma que foi usada no caso anterior, o carregamento considerado encontra-se descrito na tabela 5.5.

Na figura 5.12 exhibe-se a variação de carga de uma pessoa segundo este modelo. Na tabela 5.7 exibem-se os resultados obtidos pelos diferentes modelos, *frame*, *shell* e método de Newmark.

Na figura 5.13 exhibe-se a resposta obtida para o modelo *frame*.

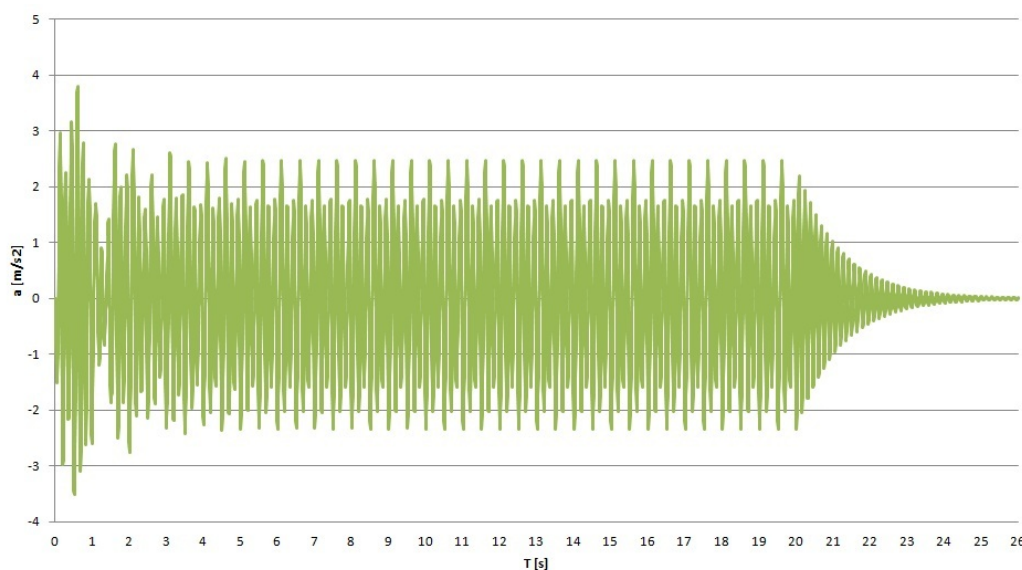


Figura 5.11: Resposta obtida pelo modelo *frame* para o caso 1, representando aceleração em função do tempo

$a_{frame} [m/s^2]$	$a_{shell} [m/s^2]$	$a_{newmark} [m/s^2]$
4.14	4.25	4.21

Tabela 5.7: Resumos das acelerações obtidas para o caso 2

Observa-se uma aceleração de pico na ordem dos 4.14 m/s^2 e um valor em RMS na ordem de 1.58 m/s^2 . Na zona estacionária observa-se um pico de 2.95 m/s^2 , correspondente a 71% do pico máximo. Os valores não respeitam as normas consideradas, e em relação aos limites sugeridos por Ellis *et al* situam-se nas duas classificações mais gravosas. Observa-se que as modelações apresentam diferenças entre si na ordem dos 2.7%.

5.5.3 Caso 003

No terceiro caso, procurou-se calcular a resposta de um elemento de bancada sujeito ao carregamento dinâmico de multidões proposto por Ellis *et al* [29] [30], descrito na secção 2.3.3.

Considerando a densidade proposta pelo autor, obtém-se o carregamento descrito na tabela 5.8.

Na figura 5.14 exhibe-se a variação de carga de uma pessoa segundo este modelo. Na tabela 5.9 exibem-se os resultados obtidos pelos diferentes modelos, *frame*, *shell* e método de Newmark.

Na figura 5.15 exhibe-se a resposta obtida para o modelo *frame*.

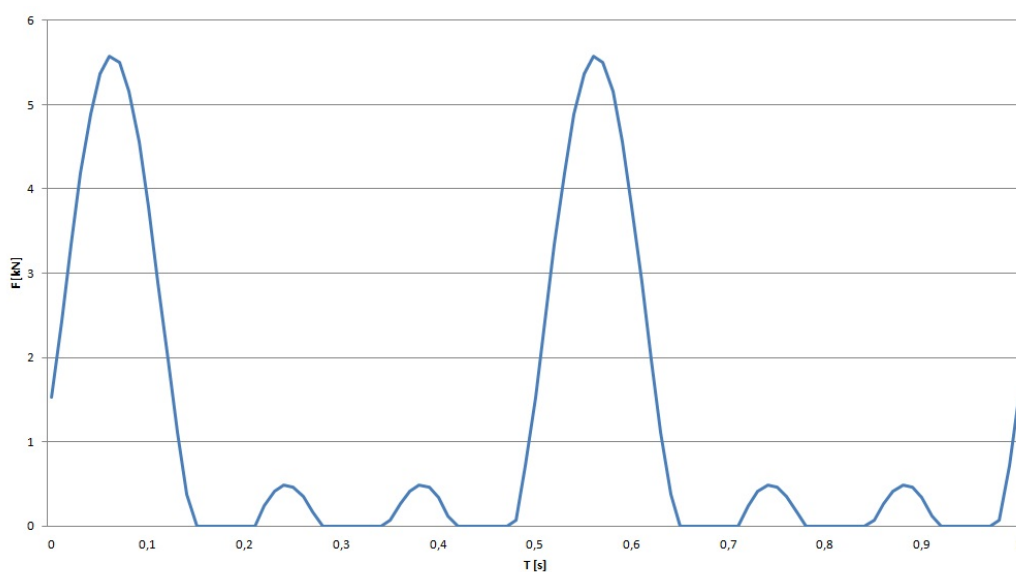


Figura 5.12: Variação da força em função do tempo, segundo o documento BS6399 para uma pessoa

Densidade [<i>pessoas/m²</i>]	P_{total} [<i>kN</i>]	P/I [<i>kN/m</i>]
1.18	12.4	0.94

Tabela 5.8: Carga distribuída sobre a bancada para uma densidade de 1.18 *pessoas/m²*

Observa-se uma aceleração de pico na ordem dos 3.44 m/s^2 e um valor em RMS na ordem de 1.23 m/s^2 . Na zona estacionária observa-se um pico de 2.60 m/s^2 , correspondente a 76% do pico máximo. Os valores não respeitam as normas consideradas, e em relação aos limites sugeridos por Ellis *et al* situam-se nas duas classificações mais gravosas. Observa-se que as modelações apresentam diferenças entre si na ordem dos 5.8%.

5.5.4 Caso 004

No último caso, procurou-se calcular a resposta da solução de 34 bancadas ligadas por ferrolhos, quando sujeitas ao carregamento dinâmico proposto por Ellis *et al* [29] [30], descrito na secção 2.3.3.

O carregamento considerado, já foi descrito na tabela 5.8 e exemplificado na figura 5.14.

Optou-se por modelar a carga nas zonas de maior deslocamento devido ao peso próprio da estrutura, respectivamente nas bancadas adjacentes à zona em consola e na zona central da estrutura, entre as bancadas 15 e 19. Em cada zona

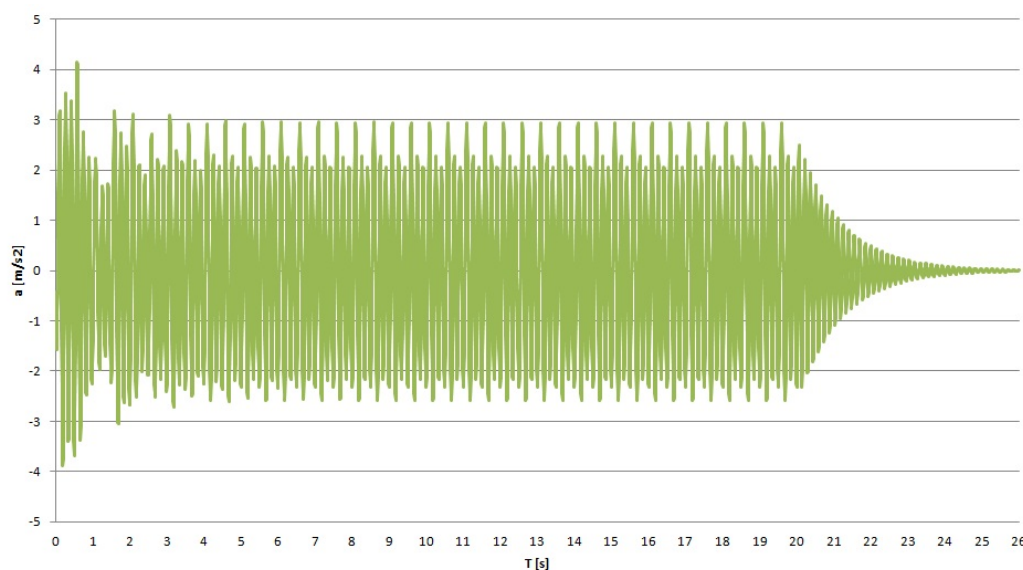


Figura 5.13: Resposta obtida pelo modelo *frame* para o caso 2, representando aceleração em função do tempo

$a_{frame} [m/s^2]$	$a_{shell} [m/s^2]$	$a_{newmark} [m/s^2]$
3.44	3.46	3.64

Tabela 5.9: Resumos das acelerações obtidas para o caso 3

modelaram-se várias situações variando o número de bancadas excitadas, tendo como critério a proximidade das bancadas às zonas críticas.

Na tabela 5.10 e 5.11 exibem-se os resultados obtidos pelo modelo *shell* para as diferentes zonas de estudo.

N. bancadas excitadas	$a_{max} [m/s^2]$	RMS $[m/s^2]$
1	0.55	0.11
2	0.9	0.19
3	1.1	0.25
4	1.18	0.29

Tabela 5.10: Resumos das acelerações obtidas para o caso 4 nas bancadas próximas da zona em consola

Na figura 5.16 exibe-se a resposta obtida para o modelo *shell*.

No caso de carregamento em uma única bancada, observa-se uma aceleração de pico na ordem dos $0.55 m/s^2$ e $0.29 m/s^2$, respectivamente para a zona inicial e central da bancada. Do ponto de vista do valor de RMS, obteve-se valores na ordem de $0.11 m/s^2$ e $0.07 m/s^2$.

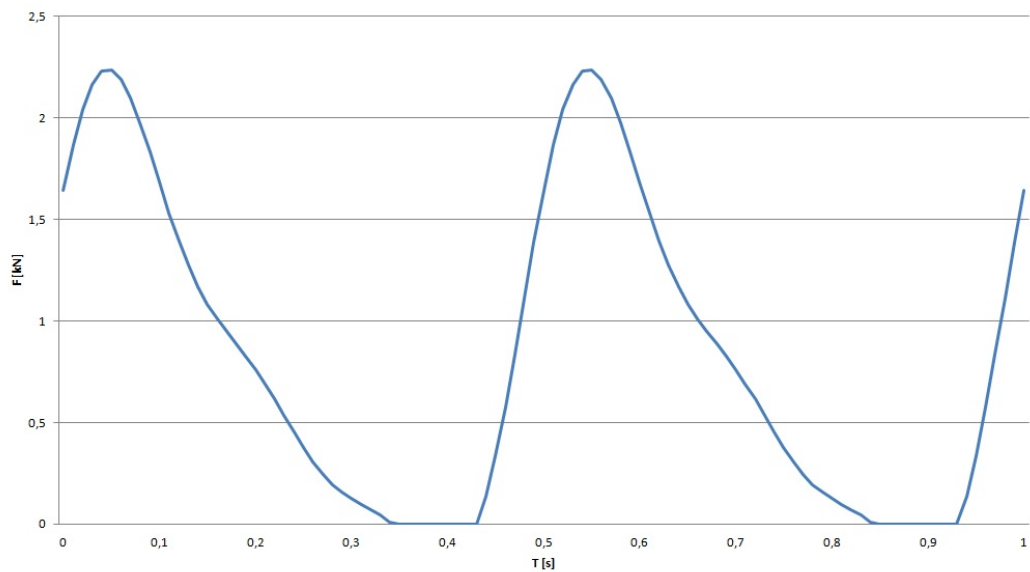


Figura 5.14: Variação da força em função do tempo, segundo Ellis *et al* para uma pessoa inserida num grupo

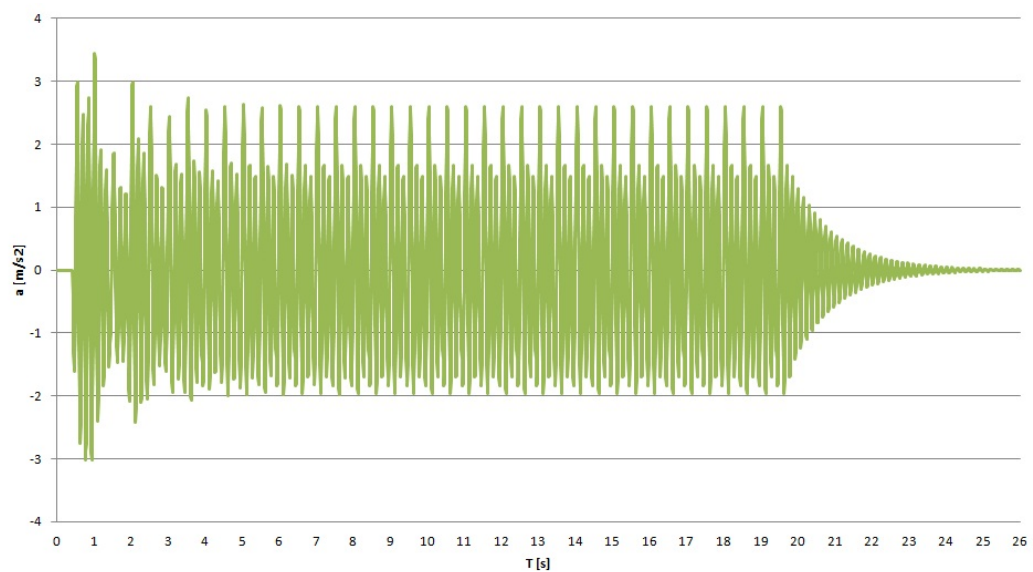
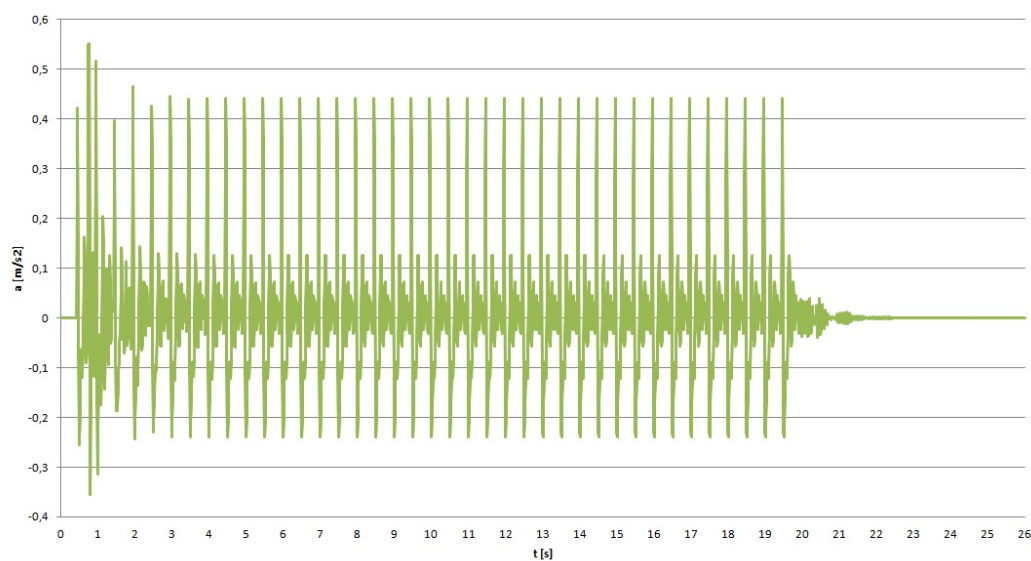
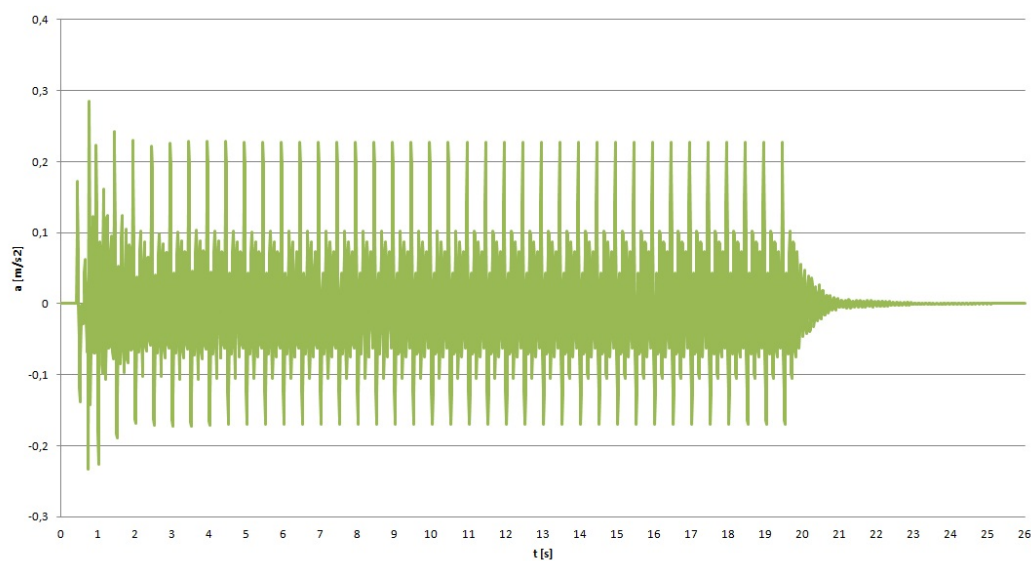


Figura 5.15: Resposta obtida pelo modelo *frame* para o caso 3, representando aceleração em função do tempo

Na zona das bancadas iniciais, é possível respeitar a aceleração de pico apenas na primeira situação modelada, no entanto, na zona das bancadas centrais é possível respeitar em todas as situações modeladas. Em relação aos critérios estabelecidos pela norma ISO2631, observa-se que são respeitados os limites



(a) Bancadas na zona em consola



(b) Bancadas centrais

Figura 5.16: Resposta obtida pelo modelo *shell* para o caso 4, representando aceleração em função do tempo

N. bancadas excitadas	a_{max} [m/s^2]	RMS [m/s^2]
1	0.29	0.07
2	0.55	0.14
3	0.75	0.21
4	0.9	0.27

Tabela 5.11: Resumos das acelerações obtidas para o caso 4 nas bancadas centrais

em todas as situações.

Capítulo 6

Controlo de vibrações

O presente capítulo pretende mostrar os princípios base para o dimensionamento de AMS, os critérios e teorias adoptadas no desenvolvimento deste trabalho, e as propostas de amortecimento modeladas.

No Anexo E são apresentados os passos necessários para a implementação de AMS no programa de cálculo automático, e no Anexo F apresentam-se as propriedades dos AMS usados nos estudos paramétricos.

6.1 Introdução

Todas as estruturas de engenharia civil possuem amortecimento próprio, pelo que a não consideração dessa parcela pode ser uma opção inviável e irrealista. O modelo teórico de funcionamento de um AMS numa estrutura com amortecimento é constituído por, uma massa M_1 , ligada ao exterior por uma mola de rigidez K_1 e um amortecedor constante C_1 , ao qual está ligado uma massa M_2 , através de uma mola de rigidez K_2 e um amortecedor constante C_2 , como é exibido esquematicamente na figura 6.1.

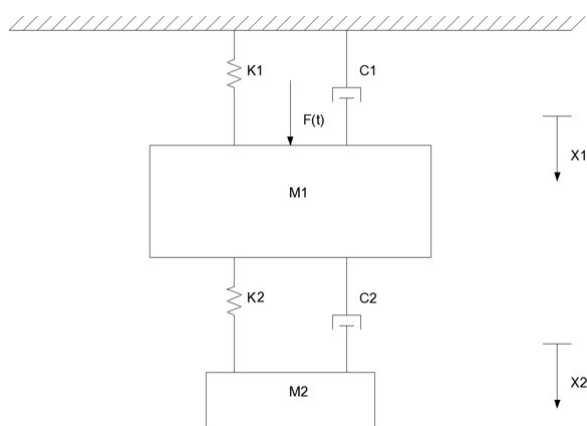


Figura 6.1: Modelo teórico de um sistema estrutural com um AMS ligado

A equação de movimento do sistema, sujeito a uma acção dinâmica externa $F(t)$, é dado pelo conjunto de equações 6.1.

$$\begin{cases} M_1 \ddot{X}_1 + C_1 \dot{X}_1 + K_1 X_1 = F(t) + C_2 \dot{X}_2 + K_2 X_2 \\ M_2 \ddot{X}_2 + C_2 \dot{X}_2 + K_2 X_2 = -M_2 \ddot{X}_1 \end{cases} \quad (6.1)$$

O factor de amplificação dinâmico da massa principal M_1 , quando sujeito a uma acção sinusoidal é dado pela equação 6.2, onde r_1 representa a razão entre a frequência da excitação e a frequência inicial do sistema, expresso pela equação 6.6, ξ_2 representa o coeficiente de amortecimento do AMS, f representa a razão entre a frequência do AMS e a frequência inicial do sistema, expresso pela equação 6.7, e μ representa a razão entre a massa do AMS e a massa inicial do sistema principal, expresso pela equação 6.8.

$$\frac{X_1}{X_{1,Est}} = \sqrt{\frac{A}{B+C}} \quad (6.2)$$

$$A = (2r_1 \xi_2)^2 + (r_1^2 - f^2)^2 \quad (6.3)$$

$$B = (2r_1^2) [\xi_2 (r_1^2(1 + \mu) - 1) + \xi_1 (r_1^2 - f^2)^2]^2 \quad (6.4)$$

$$C = [\mu f^2 r_1^2 - (r_1^2 - 1)(r_1^2 - f^2) + (2r_1)^2 \xi_1 \xi_2]^2 \quad (6.5)$$

$$r_1 = \frac{\omega}{\omega_{11}} \quad (6.6)$$

$$f = \frac{\omega_{22}}{\omega_{11}} \quad (6.7)$$

$$\mu = \frac{M_2}{M_1} \quad (6.8)$$

Analisando a equação 6.2, constatamos que para dimensionar o AMS, é necessário calcular a razão de frequência óptima f e o respectivo coeficiente de amortecimento óptimo ξ_2 . A frequência óptima obtém-se, fazendo com que os dois máximos da função amplitude do movimento tenham valores iguais, e o coeficiente de amortecimento óptimo obtém-se, fazendo com que os dois pontos fixos sejam máximos dessa função.

Analisando a figura 6.2 é possível identificar facilmente os pontos fixos pelos quais passam todas as curvas, porém para valores superiores de amortecimento, como é exibido na figura 6.3, já não é possível identificar estes pontos, tornando o processo de dimensionamento do AMS mais complicado.

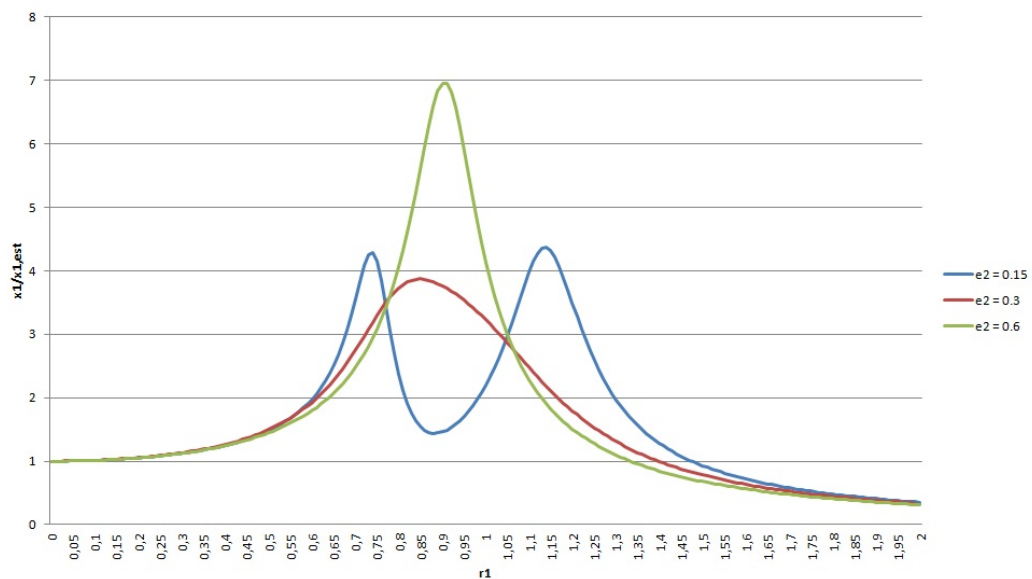


Figura 6.2: Factor de amplificação dinâmica da massa M_1 em função de r_1 , assumindo $\xi_1=0,01$, $\mu=0,2$, $f_{opt}=0,85$ e adoptando diferentes coeficientes de amortecimento do AMS ξ_2 para o AMS

6.2 Parâmetros óptimos para um AMS

Embora seja conhecida a solução para a determinação dos parâmetros óptimos de AMS sobre uma ampla gama de frequências, para sistemas principais não amortecidos sujeitos a carregamentos harmónicos, expressões explícitas para a determinação dos parâmetros óptimos para sistemas principais amortecidos, só eram conhecidas para certos casos de carregamento.

Bakre e Jangid [13] desenvolveram fórmulas explícitas para a determinação de parâmetros óptimos de AMS, em sistemas principais amortecidos sujeitos a vários tipos de carregamento, com o objectivo de minimizar a resposta do sistema principal. Através de processos iterativos, determinaram-se os coeficientes de amortecimento óptimo ξ_{opt} e a razão óptima de frequências f_{opt} , e posteriormente usando vários métodos de ajuste de curvas, obteve-se as funções explícitas adequadas a cada carregamento.

Considerando o caso definido por Bakre e Jangid [13], caracterizado pela aplicação de uma força externa $F(t)$ ao sistema principal, tendo como objectivo a minimização dos deslocamentos do sistema principal, o amortecimento óptimo do amortecedor $\xi_{2,opt}$, pode ser determinado pela equação 6.9, e a razão óptima de frequências f_{opt} , pode ser determinada pela equação 6.10. Na tabela 6.1 apresentam-se os coeficientes necessários para a determinação de f_{opt} , pela equação 6.10.

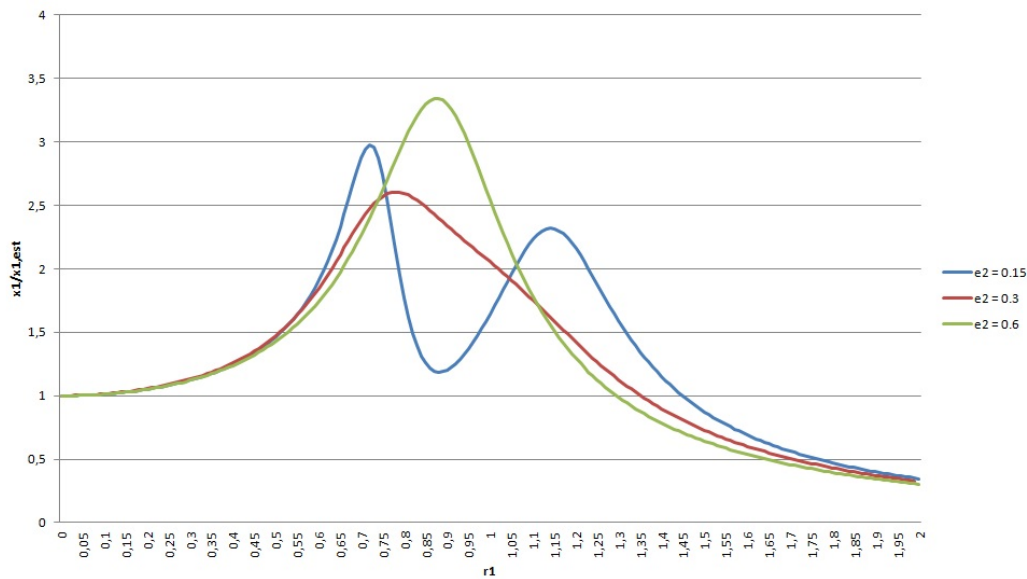


Figura 6.3: Factor de amplificação dinâmico da massa M_1 em função de r_1 , assumindo $\xi_1=0,10$, $\mu=0,2$, $f_{opt}=0,85$ e adoptando diferentes coeficientes de amortecimento do AMS ξ_2 para o AMS

$$\xi_{2,opt} = \sqrt{\frac{\mu(1 + 3\mu/4)}{4(1 + \mu)(1 + \mu/2)}} \quad (6.9)$$

$$f_{opt} = \frac{\sqrt{1 + (\mu/2)}}{1 + \mu} + (a_1 + a_2\sqrt{\mu} + a_3\mu)\sqrt{\mu}\xi_1 + (a_4 + a_5\sqrt{\mu} + a_6\mu)\sqrt{\mu}\xi_1^2 \quad (6.10)$$

a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6
-0.50720	0.11169	0.52223	-0.01518	0.31876	0.23187

Tabela 6.1: Coeficientes para a expressão explícita de cálculo do f_{opt} do AMS

Utilizando a equação 6.9 e a equação 6.10, é possível visualizar graficamente a variação dos coeficientes f_{opt} e $\xi_{2,opt}$, nas figuras 6.4 e 6.5.

Como a expressão proposta para $\xi_{2,opt}$ não depende de ξ_1 , o ábaco possui apenas uma curva, que exibe um aumento gradual do amortecimento à medida que a razão de massa μ aumenta. Constata-se também um decrescimento linear nos valores de f_{opt} , à medida que aumentamos ξ_1 ou μ .

Para proceder ao dimensionamento de um AMS, conhecendo o amortecimento estrutural ξ_1 , devemos arbitrar um valor de μ e proceder ao cálculo de f_{opt} e $\xi_{2,opt}$, através das expressões 6.9 e 6.10, ou dos figuras 6.4 e 6.5. Com os parâmetros

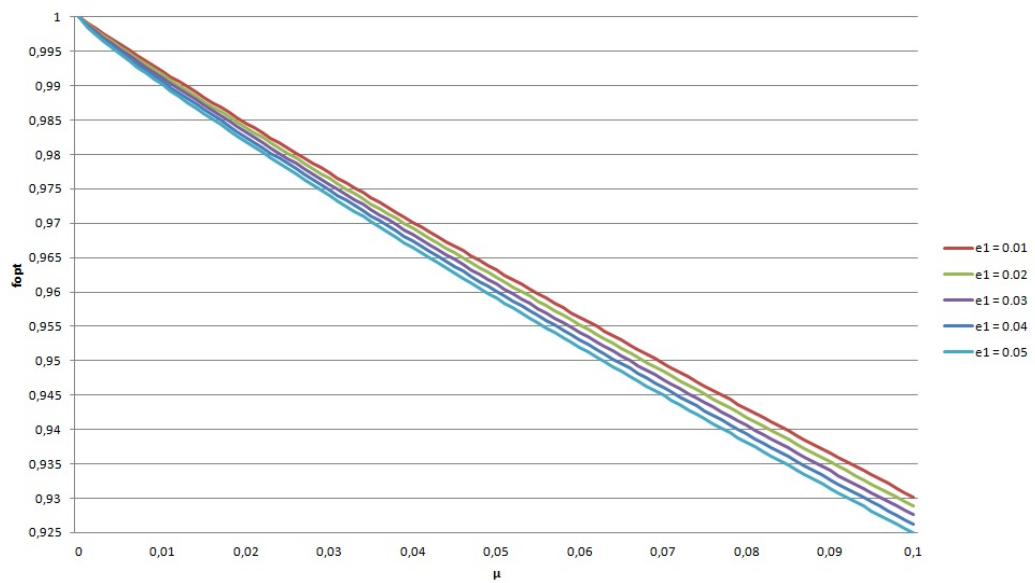


Figura 6.4: Variação da razão ótima de frequências f_{opt} , em função da razão de massa μ e o amortecimento estrutural ξ_1

definidos, pode-se calcular as propriedades do AMS, frequência ω_{22} , massa M_2 , rigidez K_2 e amortecimento C_2 , pelas equações 6.11, 6.12, 6.13 e 6.14.

$$\omega_{22} = f_{opt}\omega_{11} \quad (6.11)$$

$$M_2 = \mu M_1 \quad (6.12)$$

$$K_2 = \omega_{22}^2 M_2 \quad (6.13)$$

$$C_2 = 2M_2\xi_{2,opt}\omega_{22} \quad (6.14)$$

6.3 Parâmetros ótimos para múltiplos AMS

Embora o uso de um único AMS possa melhorar a resposta de uma estrutura, a sua principal desvantagem é a alta sensibilidade aos erros da frequência natural da estrutura ou do amortecimento do AMS, que afectam a sua eficácia, no entanto, o uso de múltiplos AMS apresenta maior eficácia na redução de resposta, e uma maior tolerância aos erros associados com a estimativa da frequência da estrutura, ou com as mudanças de frequência que possam acontecer [43].

Como um sistema estrutural composto por múltiplos AMS é bastante complexo, torna-se complicado obter uma expressão analítica que permita o cálculo directo

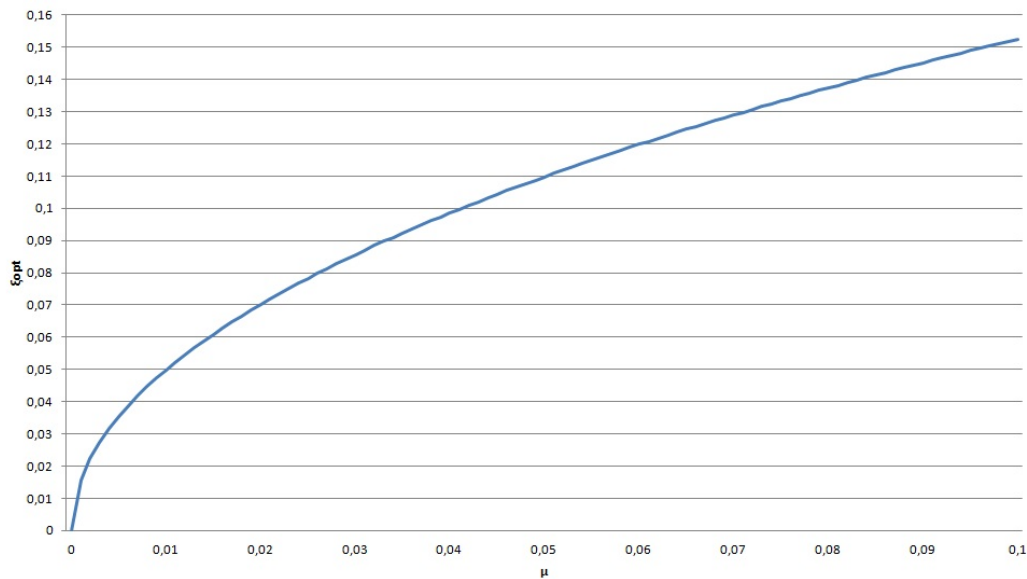


Figura 6.5: Variação do amortecimento ótimo do AMS $\xi_{2,opt}$, em função da razão de massa μ

dos parâmetros óptimos do amortecedor. Joshi e Jangid [43] propõe uma série de figuras como solução, obtidos através de técnicas de análise numérica, onde para um valor de amortecimento do sistema principal ξ_1 , razão de massas μ e um número n de AMS, os parâmetros do AMS, de relação de frequências médias $f_{T,opt}$, amortecimento médio dos AMS ξ_T e o espaçamento adimensional da frequência β_L , são alterados de modo que valor quadrático médio do deslocamento seja o mínimo.

As soluções gráficas propostas são apresentadas nas figuras 6.6, 6.7 e 6.8.

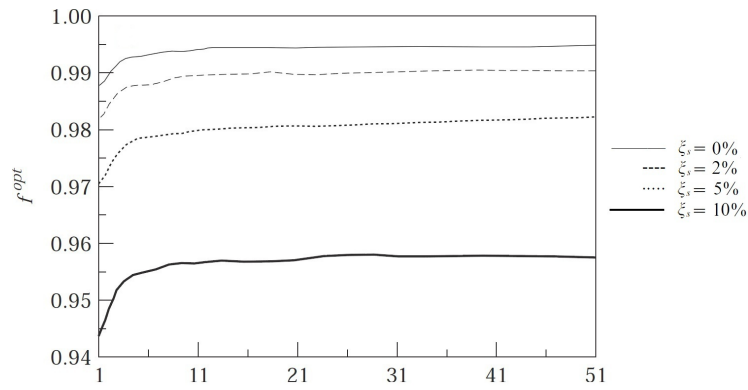
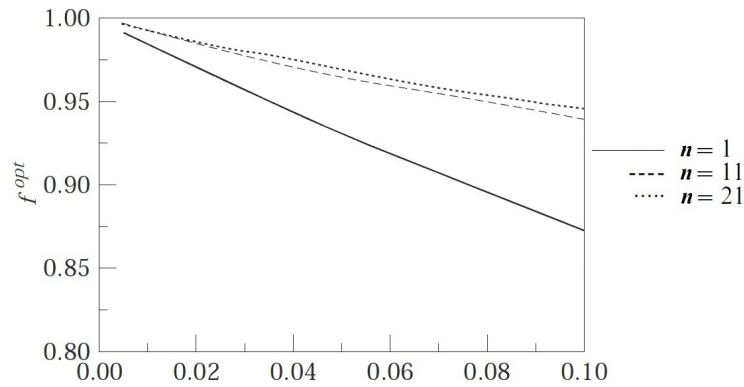
Para proceder ao dimensionamento de um conjunto de AMS, conhecendo o amortecimento estrutural ξ_1 , devemos arbitrar um valor de μ e proceder ao cálculo de $f_{T,opt}$ e $\xi_{T,opt}$ e β_L , através das figuras 6.6, 6.7 e 6.8.

Como o processo de fabrico é mais simples para um AMS com rigidez e amortecimento uniforme, vamos fixar estas propriedades de modo a que a massa seja a única característica variável do conjunto de AMS.

Com os parâmetros definidos, devemos calcular em primeiro lugar a frequência média dos amortecedores ω_T , pela equação 6.15.

$$\omega_T = f_{T,opt}\omega_n \quad (6.15)$$

Sabendo a frequência média dos amortecedores, podemos calcular a frequência de cada amortecedor ω_j , pela equação 6.16, com j a variar de 1 até n , sendo n o número total de AMS considerado.

(a) $f_{T,opt}$ em função do número de AMS, com $\mu = 1\%$ (b) $f_{T,opt}$ em função de μ , com $\xi_1 = 2\%$ Figura 6.6: Ábacos para o cálculo de f_{opt} para múltiplos AMS [43]

$$\omega_j = \omega_T \left[1 + \left(j - \frac{n+1}{2} \right) \left(\frac{\beta}{n-1} \right) \right] \quad (6.16)$$

Sabendo a frequência de todos os amortecedores, podemos calcular a rigidez K_2 e o amortecimento C_2 , comum a todos os AMS, pelas equações 6.17 e 6.18.

$$K_2 = \frac{\mu M_1}{\sum_{j=1}^n \frac{1}{\omega_j^2}} \quad (6.17)$$

$$C_2 = \frac{2\xi_{2,opt}\mu M_1}{\omega_T \sum_{j=1}^n \frac{1}{\omega_j^2}} \quad (6.18)$$

Com a frequência ω_j e a rigidez K_2 definidas, podemos calcular a massa de cada AMS pela equação 6.19.

$$M_j = \omega_j^2 K_2 \quad (6.19)$$

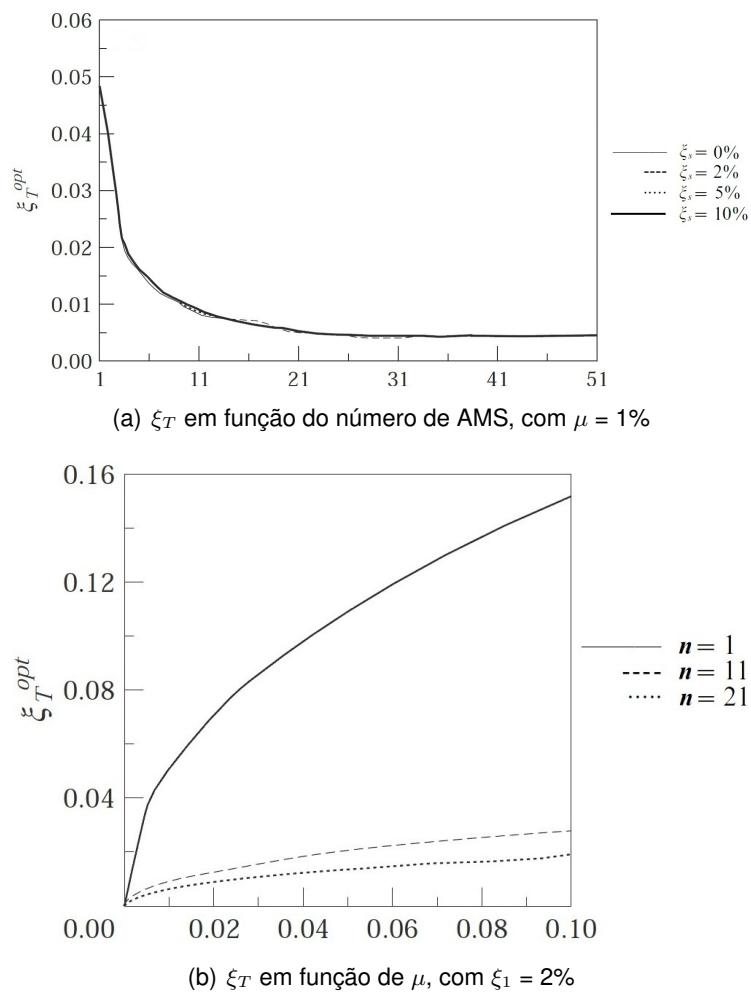


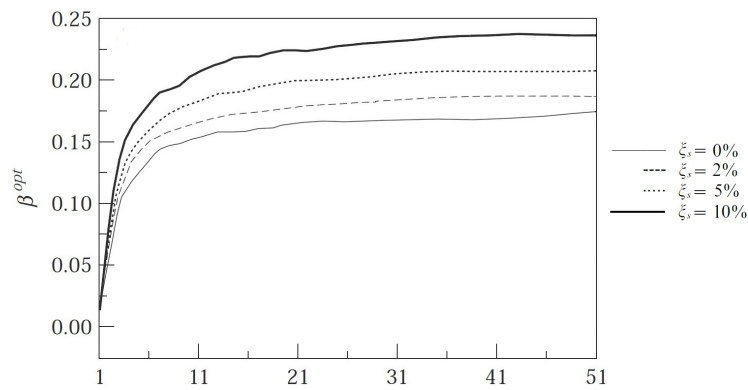
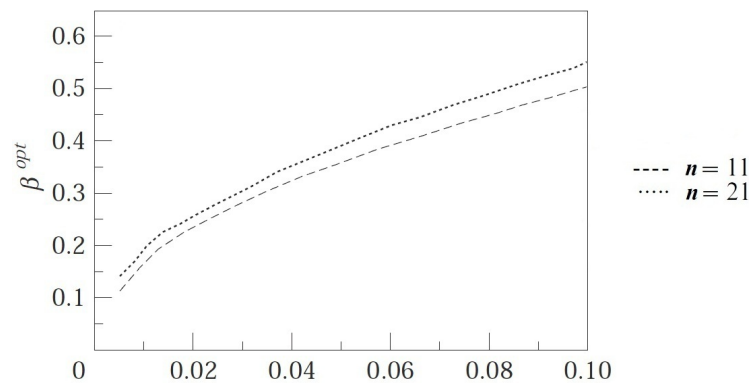
Figura 6.7: Ábacos para o cálculo de ξ_2 para múltiplos AMS [43]

6.4 Implementação dos AMS

As propriedades dos amortecedores foram obtidas pelo método de Jangid [43] [36], para um AMS num sistema principal amortecido, ou para vários AMS num sistema principal amortecido. As características foram calculadas para o primeiro modo de vibração, correspondente à direcção vertical, com uma frequência de $\omega_n = 42.25 \text{ rad/s}$.

Procurou-se amortecer a acção proposta no caso 3, que embora não seja a acção que exiba o pico de aceleração mais alto, é a acção definida através do estudo de grupos de pessoas sincronizadas a saltar [30].

Os dispositivos foram colocados nos nós correspondentes aos assentos da bancada. Como o nó condicionante situa-se a meio vão, colocaram-se os amortecedores o mais perto possível deste nó para aumentar a sua eficácia na

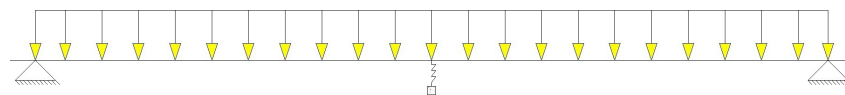
(a) β_L em função do número de AMS, com $\mu = 1\%$ (b) β_L em função de μ , com $\zeta_1 = 2\%$ Figura 6.8: Ábacos para o cálculo de β_L para múltiplos AMS [43]

redução da resposta.

As propriedades dinâmicas dos amortecedores considerados nos estudos paramétricos, podem ser consultadas no Anexo F.

6.4.1 1.^a proposta de amortecimento

Na primeira situação, optou-se pela colocação de um amortecedor na zona de meio vão, com uma razão de massa μ de 1%, como é exibido na figura 6.9.

Figura 6.9: Esquema de aplicação do amortecedor da 1.^a proposta de amortecimento

As propriedades do amortecedor são exibidas na tabela 6.3.

Na figura 6.10 é apresentada a comparação da resposta da estrutura não

	ω_T [Rad/s]	K [kN/m]	M [Kg]	C [Ns/m]
AMS_1	41.99	92.6	52.5	219.64

Tabela 6.2: Propriedades do AMS, utilizado na 1.^a proposta de amortecimento

amortecida e amortecida pela 1.^a proposta. Observa-se uma redução dos picos de resposta muito pouco significativa, na ordem dos 2.5%, com agravamento da zona estacionária de resposta.

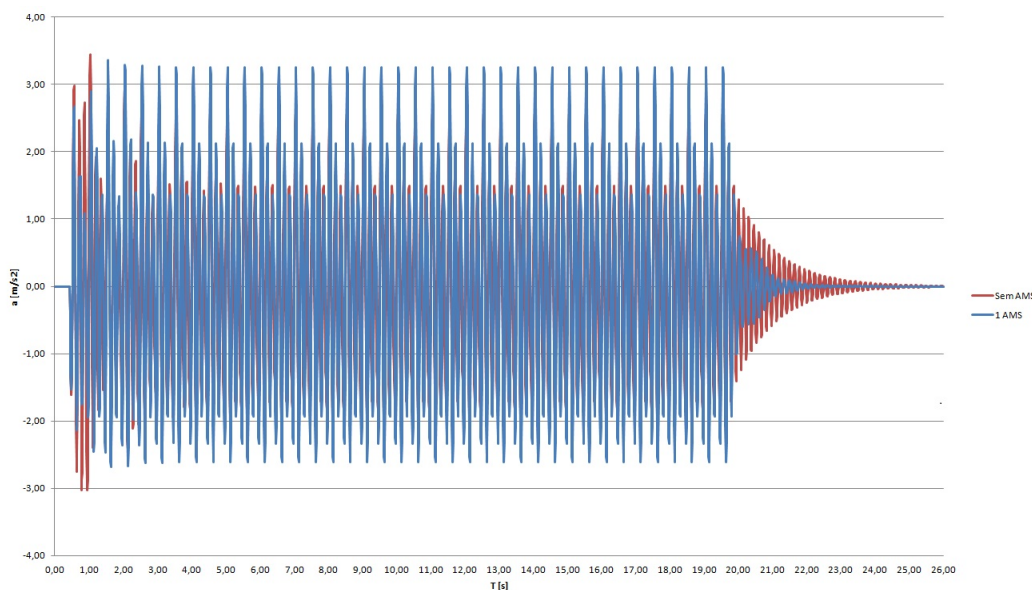


Figura 6.10: Representação da aceleração vertical do nó a meio vão, para a 1.^a proposta de amortecimento e a situação sem amortecimento

6.4.2 2.^a proposta de amortecimento

Apesar de termos verificado redução do pico de resposta com amortecimento, do ponto de vista global, os valores obtidos encontram-se distantes dos objectivos pretendidos.

Optou-se por aumentar o número de amortecedores e estudar a sua influência no comportamento da estrutura. Nesta proposta optou-se pela colocação de 3 amortecedores em torno da zona de meio vão, com uma razão de massa μ de 1%, como é exibido na figura 6.11.

As propriedades dos amortecedores são exibidas na tabela 6.3.

Na figura 6.12 é apresentada a comparação da resposta da estrutura não amortecida e amortecida pela 2.^a proposta. Observa-se uma redução do pico de resposta em 20.7%, havendo pouca interferência na zona estacionária. A redução global do valor quadrático médio é na ordem dos 7.7%.

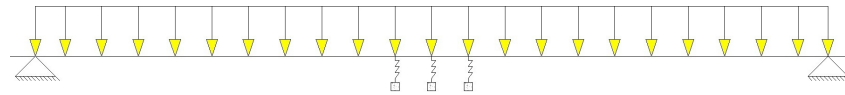


Figura 6.11: Esquema de aplicação dos amortecedores da 2.^a proposta de amortecimento

	ω_T [Rad/s ²]	K [kN/m]	M [Kg]	C [Ns/m]
AMS ₁	39.53	30.37	19.43	33.63
AMS ₂	41.78	30.37	17.40	33.63
AMS ₃	44.02	30.37	15.67	33.63

Tabela 6.3: Propriedades dos AMS, utilizados na 2.^a proposta de amortecimento

6.4.3 3.^a proposta de amortecimento

Optou-se por aumentar novamente o número de amortecedores e estudar a sua influência no comportamento da estrutura. Nesta proposta optou-se pela colocação de 5 amortecedores em torno da zona de meio vão, com uma razão de massa μ de 1%, como é exibido na figura 6.13.

As propriedades dos amortecedores são exibidas na tabela 6.4.

	ω_T [Rad/s ²]	K [kN/m]	M [Kg]	C [Ns/m]
AMS ₁	38.90	18.24	12.05	14.03
AMS ₂	40.37	18.24	11.19	14.03
AMS ₃	41.83	18.24	10.42	14.03
AMS ₄	43.30	18.24	9.73	14.03
AMS ₅	44.76	18.24	9.10	14.03

Tabela 6.4: Propriedades dos AMS, utilizados na 3.^a proposta de amortecimento

Na figura 6.14 é apresentada a comparação da resposta da estrutura não amortecida e amortecida pela 3.^a proposta. Observa-se uma redução do pico de resposta em 19.4%, e uma redução do valor quadrático médio de 5.7%.

Comparando com a proposta anterior, observa-se que os valores pioraram ligeiramente. Optou-se por realizar um estudo paramétrico, para observar se o aumento do número de AMS influenciava a resposta.

Na tabela 6.5 apresenta-se o resumo dos resultados recolhidos, onde se pode observar que o aumento do número de amortecedores, não contribui para a redução da resposta. Observando os resultados recolhidos, conclui-se que a razão de massa μ de 1% e o alargamento da gama de frequências abrangidas pelos AMS, é insuficiente para obter reduções significativas na resposta estrutural.

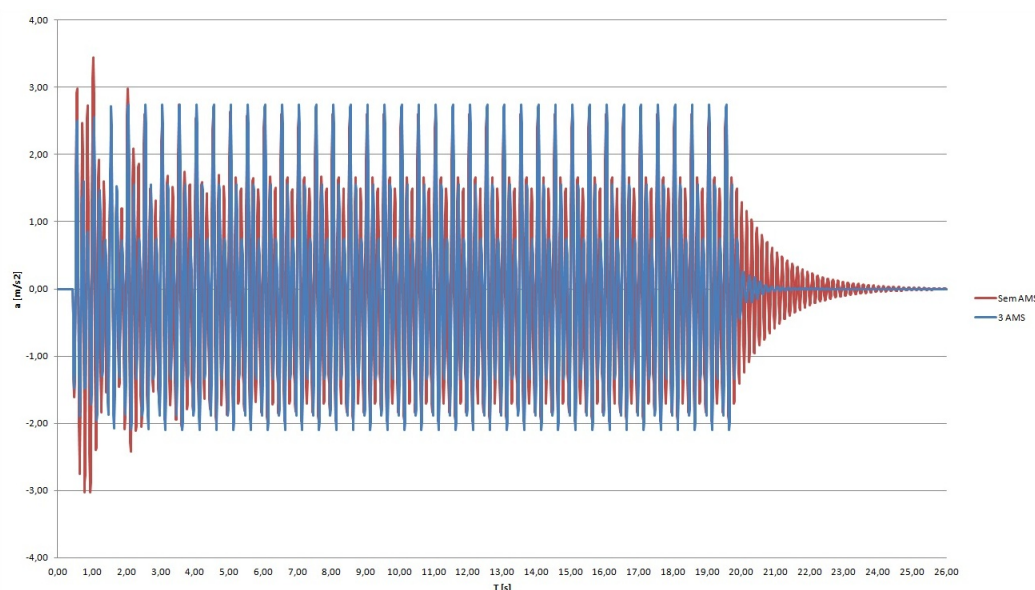


Figura 6.12: Representação da aceleração vertical do nó a meio vão, para a 2.^a proposta de amortecimento e a situação sem amortecimento

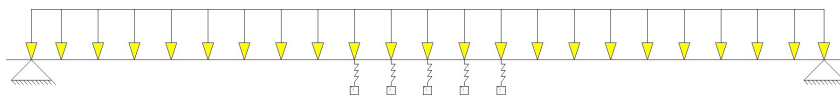


Figura 6.13: Esquema de aplicação dos amortecedores da 3.^a proposta de amortecimento

6.4.4 4.^a proposta de amortecimento

Apesar de observarmos uma redução na resposta, nenhuma das propostas anteriores foi capaz de apresentar uma redução significativa, que verificasse pelo menos uma das normas consideradas, no entanto, todas as propostas consideradas encontram-se dentro dos limites sugeridos por Ellis *et al* [30].

Visto que o aumento do número de AMS já não apresenta contribuição para a resposta, optou-se por realizar um estudo paramétrico, para observar a influência da variação da razão de massa μ na resposta da estrutura. Na tabela 6.6 apresenta-se o resumo dos resultados recolhidos, para a instalação de 1 AMS a meio vão, com diferentes razões de massa μ . Na figura 6.9 apresenta-se o esquema de instalação do AMS.

Observa-se que todas as propostas apresentadas não respeitam os valores de pico definidos na Norma Canadiana [9], mas a partir da proposta 4.3, é possível respeitar os valores definidos pela norma ISO2631 [53] [34] [35] [19], e aproximar-se do primeiro patamar definido por Ellis *et al* [30]

Na figura 6.15 é apresentada a comparação da resposta da estrutura não amortecida e amortecida por 1 AMS com μ de 10%, onde se pode observar uma

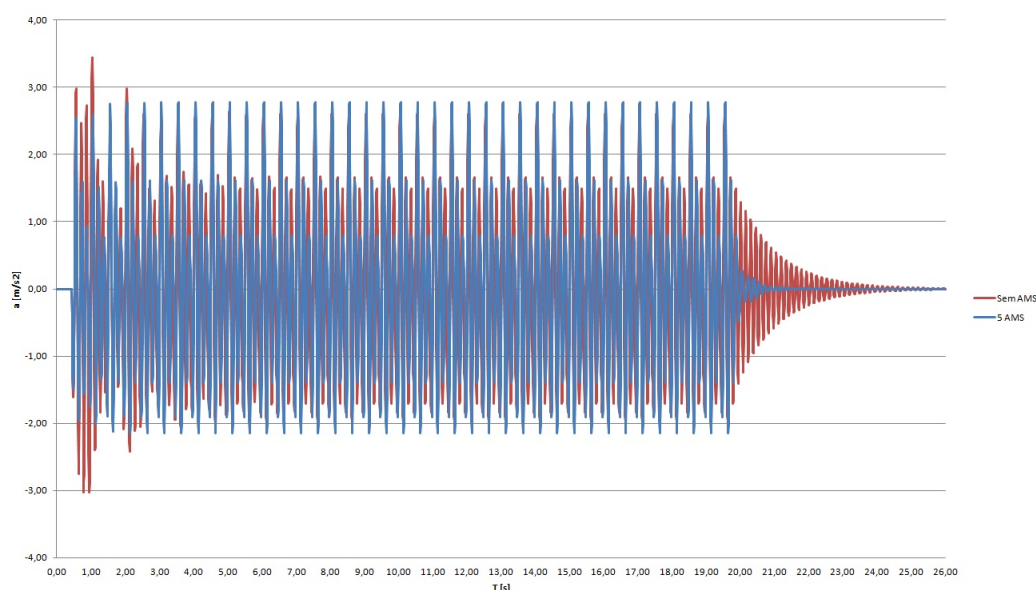


Figura 6.14: Representação da aceleração vertical do nó a meio vão, para a 3.^a proposta de amortecimento e a situação sem amortecimento

<i>Caso</i>	n. AMS	a_{pico} [m/s^2]	Δ_a [%]	RMS [m/s^2]
3.1	7	2.76	19.7	1.16
3.2	8	2.76	19.7	1.16
3.3	9	2.76	19.7	1.16

Tabela 6.5: Comparação das diferentes propostas de amortecimento, com pelo menos 5 amortecedores

redução de pico de resposta em 48.9%, e uma redução do valor quadrático médio de 54.9%, para um valor absoluto de $0.55 m/s^2$.

6.4.5 5.^a proposta de amortecimento

Na situação anterior, conclui-se que a proposta que exibiu melhores resultados foi a de 1 AMS com μ de 10%, no entanto, esta solução representa um valor de massa adicional na ordem de 0.525 ton, que causará um aumento significativo da flexão da bancada ao estar colocada a meio vão. Como o aumento do número AMS, sintonizados noutras frequências próximas não constitui uma solução favorável, decidiu-se distribuir a massa adicional por 3 AMS sintonizados na mesma frequência.

Adoptando os estudos desenvolvidos por Sanches [63], optou-se pela aplicação de um factor de participação β , que verifique a relação 6.20, de modo a obtermos um desempenho conjunto equivalente à solução inicial.

Caso	μ [%]	a_{pico} [m/s^2]	Δ_a [%]	RMS [m/s^2]
4.1	2.5	2.23	35.3	1.11
4.2	5	2.14	37.8	0.75
4.3	7.5	1.93	44	0.60
4.4	10	1.76	48.9	0.55

Tabela 6.6: Comparação das diferentes propostas de amortecimento para 1 AMS, com diferentes razões de massa μ

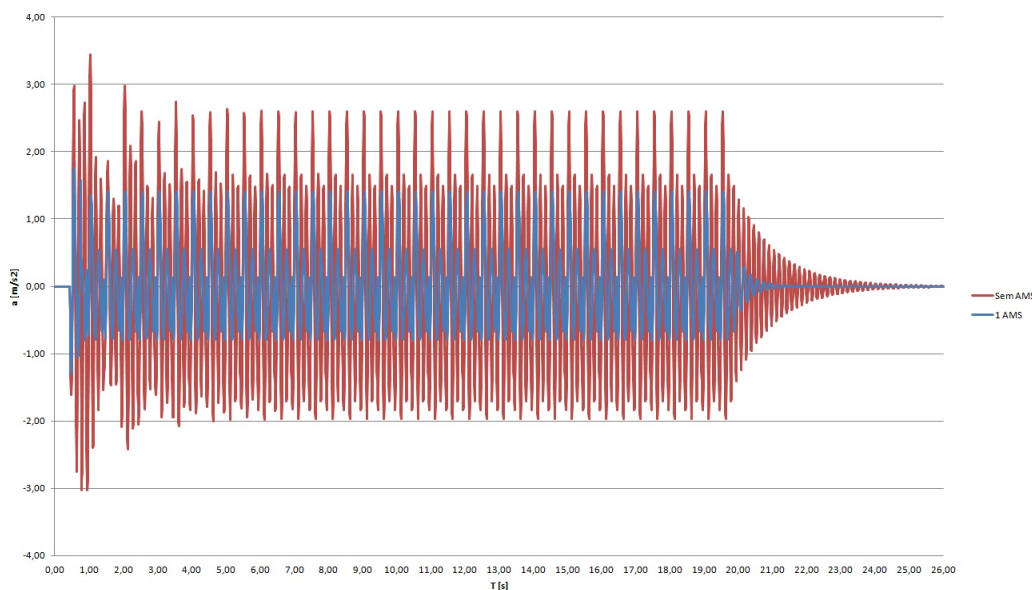


Figura 6.15: Representação da aceleração vertical do nó a meio vão, para a 4.5ª proposta de amortecimento e a situação sem amortecimento

$$\sum_{i=1}^n \beta_i = 1 \quad (6.20)$$

Considerando a instalação dos amortecedores em 3 posições diferentes, como é exibido na figura 6.16, e admitindo que as suas massas serão iguais, calculou-se o factor de participação ponderando as suas massas modais e o coeficiente μ adoptado anteriormente. A tabela 6.7 apresenta as massas modais consideradas e os factores β obtidos.

Sabendo os factores de participação, determinou-se as características dos amortecedores, apresentadas na tabela 6.8.

Na figura 6.17 é apresentada a comparação da resposta da estrutura não amortecida e amortecida pela 6.ª proposta, onde se pode observar a mesma contribuição apresentada na proposta 4.5, com uma redução de pico de resposta de 48.9%, e uma redução do valor quadrático médio de 54.9%, para um valor

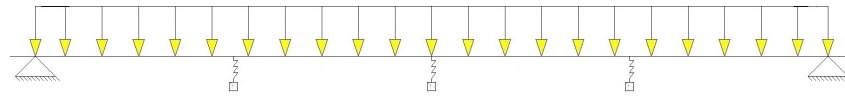


Figura 6.16: Esquema de aplicação de 3 amortecedores para a solução equivalente

$L [m]$	$\bar{m} [ton]$	$\beta [-]$
$L/2$	0.252	0.498
$L/4$	0.503	0.251
$L/4$	0.503	0.251

Tabela 6.7: Massa modal e factores de participação equivalentes

$\omega_T [Rad/s]$	$K [kN/m]$	$M [Kg]$	$C [Ns/m]$
39.36	405	261,45	3139.19

Tabela 6.8: Propriedades do AMS, utilizado na 7ª proposta de amortecimento

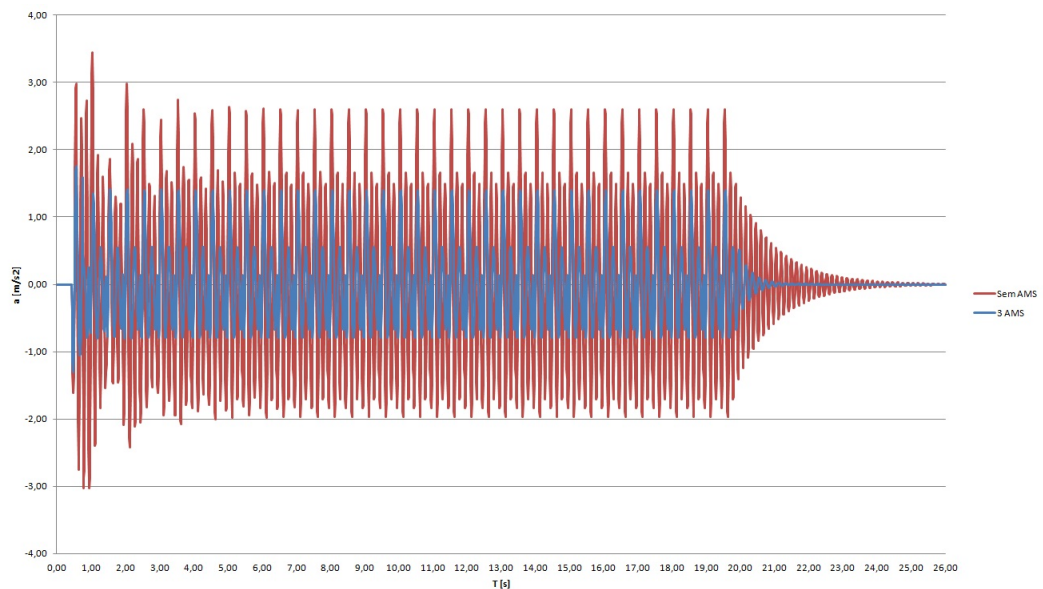


Figura 6.17: Representação da aceleração vertical do nó a meio vão, para a 5ª proposta de amortecimento e a situação sem amortecimento

absoluto de $0.55 m/s^2$.

Constata-se que apesar da 5ª proposta apresentar reduções na ordem dos 50%, a solução de 34 bancadas interconectadas consegue ser melhor.

Capítulo 7

Considerações finais

Nesta dissertação abordou-se a problemática das vibrações induzidas por actividades rítmicas, num elemento pré-fabricado usado em estádios. Tendo em conta que algumas destas estruturas são bastante flexíveis, podemos obter frequências naturais baixas, que em algumas circunstâncias podem encontrar-se próximas do intervalo de frequências das excitações humanas. Este tipo de situações pode resultar na amplificação dos deslocamentos devido a fenómenos de ressonância, levando ao desconforto dos espectadores, e em casos extremos ao colapso da estrutura.

Procurou-se estudar as vibrações presentes nestes elementos isolados, modelando uma bancada de um estádio, e simulando vários cenários de carga para um conjunto de espectadores a saltar de forma sincronizada. Desta forma, pretendeu-se estudar uma solução distinta da que foi implementada, que não promove o funcionamento conjunto das bancadas. A título de comparação, conduziram-se uma série de ensaios *in situ* no Estádio José Alvalade XXI, visando recolher informação sobre a solução actual. Optou-se por comparar os resultados obtidos, com os critérios de conforto definidos na *National Building Code of Canada* [10] [11], na norma internacional ISO 2631 [34], e com as indicações sugeridas no BRE Digest 426 [30].

Para descreverem-se os carregamentos dinâmicos, adoptaram-se diferentes modelos de carga, expressos com o auxílio de séries de Fourier. Consideraram-se dois modelos de carga individual e um modelo ajustado a multidões, tendo em conta em todos os casos a acção determinante de saltos altos sincronizados. Adoptaram-se os coeficientes de contacto sugeridos pela norma britânica BS6399 [15], e para efeitos de sincronismo considerou-se as densidades sugeridas pelos autores, representativas de um número equivalente de participantes. Dos modelos estudados, constatou-se que o modelo da norma britânica BS6399 [15] é o mais conservativo, e que o modelo sugerido por Ellis *et al* é o menos gravoso.

Relativamente aos ensaios realizados no Estádio José Alvalade XXI, não foi possível observar com clareza os gráficos de densidade espectral, pelo que não foi possível calcular o coeficiente de amortecimento pelo método da meia potência.

Foi possível recolher informações sobre as acelerações máximas verificadas em situações reais e em situações controladas, observando-se que o estádio encontra-se em segurança e respeita todos os critérios de conforto adoptados.

Nas situações modeladas para uma bancada simplesmente apoiada, observaram-se acelerações excessivas, com picos que ascendiam aos 4.1 m/s^2 . Comparando os valores recolhidos com os valores normativos, nenhuma das situações modeladas verificou todas as normas consideradas. Observou-se ainda que apesar do modelo sugerido por Ellis *et al*, apresentar uma densidade de participantes bastante superior, como apresenta menor variação dinâmica da carga, é o modelo estudado menos gravoso. Na situação simulada das bancadas interconectadas, observou-se um comportamento bastante distinto das situações iniciais, obtendo-se acelerações máximas da mesma ordem de grandeza das que foram recolhidas experimentalmente, verificando todos os critérios de conforto adoptados.

Embora não seja uma solução muito comum, procurou-se reduzir as acelerações máximas com recurso ao uso de AMS. Tendo em conta que a estrutura em estudo, apresenta um valor de amortecimento que não pode ser desprezado, a teoria de dimensionamento de AMS para estruturas não amortecidas deixa de ser válida. Visto que o dimensionamento de AMS para estruturas amortecidas, é bastante mais complexo devido à dificuldade de identificação dos pontos fixos, recorreu-se à formulação óptima de Janguid para calcular as propriedades dinâmicas dos dispositivos. Observou-se que o uso de amortecedores com uma massa muito reduzida, $\mu < 1\%$, ou que o alargamento da gama de frequências de amortecimento, não contribuiu de forma significativa para o melhoramento da resposta da bancada. O aumento do número de AMS sintonizados a diferentes frequências pode ser benéfico para estruturas com modos de vibração próximos ou para distribuir a massa dos amortecedores, mas no caso estudado esta situação não apresenta resultados vantajosos. Note-se que o amortecimento decresce à medida que se aumenta o número de AMS sintonizados a diferentes frequências, logo uma solução de um único AMS ou vários sintonizados à mesma frequência terá maior eficiência no caso estudado. Constatou-se que o aumento da massa dos dispositivos contribui de forma bastante significativa para a redução da resposta. No caso estudado foi necessária a aplicação de 3 AMS, com as mesmas propriedades dinâmicas e uma massa de 261 Kgs, para reduzir as acelerações de pico em 49% e as acelerações RMS em 54.9%.

Apesar da solução proposta apresentar reduções significativas da resposta, constata-se que uma solução que promova o funcionamento conjunto das bancadas, apresenta um melhor comportamento com acelerações muito inferiores às que foram obtidas. Analisando o modelo simplificado de bancadas interconectadas, considerando uma situação onde 4 bancadas se encontram em perfeito sincronismo com as densidades propostas, obteve-se picos de aceleração de 1.18 m/s^2 , ainda inferiores aos da melhor solução amortecida.

Futuramente, seria interessante dar continuidade a estas modelações, estudando a influência do ferrolho na ligação das bancadas, e o efeito das vibrações

nas vigas dentadas dos pórticos. Relativamente aos ensaios desenvolvidos, é importante dar continuidade ao estudo iniciado, procedendo à identificação modal, ao cálculo dos coeficientes de amortecimento e das deformadas modais da solução implementada, proceder-se a uma análise paramétrica da resposta da estrutura em função da densidade de participantes, estudar até que ponto influencia a resposta o facto dos espectadores saltarem sobre as cadeiras, assim como proceder a mais ensaios que permitam estabelecer limites consensuais de conforto específicos para estas estruturas.

Bibliografia

- [1] *European Standard EN1990*, Abril 2002.
- [2] <http://aguileo.wordpress.com/2008/10/31/escolhida-proposta-de-reforma-da-fonte-nova/>, November 2011.
- [3] <http://footyforthesoul.com/2011/01/12/ali-sami-yen-stadium-extinguished/>, 2011.
- [4] <http://mavalem.sites.uol.com.br/ba/salvador1.htm>, November 2011.
- [5] <http://www.alumknightlive.com/limited-supply-of-bright-house-networks-stadium-panoramics-still-available/>, November 2011.
- [6] <http://www.youtube.com/watch?v=25uxr7sas1q>, 2011.
- [7] <http://www.youtube.com/watch?v=2ckku4lvnau>, 2011.
- [8] E. Abreu. Dimensionamento de sistemas de controlo de vibrações para pndres pedonais. Master's thesis, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 2007.
- [9] D. E. Allen. *Building Vibrations from Human Activities*. National Research Council Canada, June 1990.
- [10] D. E. Allen and J. H. Rainer. *Vibration For Long Span Floors*. National Research Council Of Canada, June 1976.
- [11] D. E. Allen, J. H. Rainer, and G. Pernica. *Vibration For Long Span Floors Concrete Floors*. National Research Council of Canada, October 1997.
- [12] F. S. Azevedo and J. Patrício. Vibrações ambientes: Critérios de danos e de incomodidade. actualidade e prespectivas futuras. *TecniAcustica*, 2001.
- [13] S. V. Bakre and R. S. Jangid. Optimum parameters of tuned mass damper for damped main system. *Structural Control and Health Monitoring*, 14:448–470, 2006.
- [14] A. Blakeborough and M. S. Williams. Human structure interaction in cantilever grandstands, September 2004.

- [15] British Standards Institute. *Loading for buildings Part 1*. British Standards Institute, 1986.
- [16] J. Burns and D. McLean. The adaptive reuse of soldier field. *Spotlight*, February:47–48, 2006.
- [17] A. Caprioli, P. Reynolds, and M. Vanali. Evaluation of serviceability assessment measures for different stadia structures and different live concert events.
- [18] A. Caprioli, P. Reynolds, M. Vanali, and E. Zappa. Comparison of the effects of a moving crowd on different grandstands during similar events.
- [19] A. Caprioli and M. Vanali. Comparison of different serviceability assessment measures for different events held in the g. meazza stadium in milano. Society for Experimental Mechanics, February 2009.
- [20] A. Caprioli, M. Vanali, and A. Cigada. One year of structural health monitoring of the meazza stadium in milan: analysis of the collected data. Society for Experimental Mechanics Inc, February 2009.
- [21] A. Chagas. Análise dinâmica de pontes pedonais: Caso de estudo: Calatrava - travessia gare do oriente, c.c.vasco da gama. Master's thesis, Instituto Superior Técnico da Universidade Técnica de Lisboa, 2007.
- [22] A. Chopra. *Dynamics Of Structures: Theory and Applications to Earthquake Engin*. Pearson Prentice Hall, 2007.
- [23] CSI Educational Services. Optimized modeling and design of concrete structures using etabs. 1995.
- [24] CSI Educational Services. *Integrated Finite Elements Analysis and Design of Structures*, 1998.
- [25] CSI Educational Services. *CSI Analysis Reference Manual: For SAP2000, ETABS, and SAFE*, October 2005.
- [26] Department for Culture, Media and Sport. *Guide to Safety at Sports Grounds*. 5th edition edition, 2008.
- [27] Marcos Daniel Souza dos Santos. Análise numérica do controle de vibrações em lajes de edifícios utilizando amortecedores de massa sintonizados. Master's thesis, Faculdade de Tecnologia da Universidade de Brasília, 2009.
- [28] B. R. Ellis and T. Ji. Human structure interaction in vertical vibrations. *Proceedings of the ICE - Structures and Buildings*, 122:1–9, 1997.
- [29] B. R. Ellis and T. Ji. Loads generated by jumping crowds: numerical modelling. *The Structural Engineer*, 7:35–40, September 2004.

- [30] B. R. Ellis and T. Ji. The response of structures to dynamic crowd loads. *Digest*, 426, 2004.
- [31] B. R. Ellis, T. Ji, and J. D. Littler. The response of grandstands to dynamic crowd loads. *Proceedings of the ICE - Structures and Buildings*, 140:355–365, 2000.
- [32] B. R. Ellis and J. D. Littler. Response of cantilever grandstands to crowd loads. part 2: load estimation. *Structures & Buildings* 157, SB5:297–307, October 2004.
- [33] Institut Fur Baustatik Und Konstruktion. *Vibration Problems in Structures*. Birkhauser Verlag, 1996.
- [34] International Organization for Standardization. *ISO 2631: Guide for evaluation of human exposure to whole-body vibration*, 1978.
- [35] International Organization for Standardization. *ISO 2631-2: Mechanical vibration and shock - Evaluation of human exposure to whole body vibration*, 2003.
- [36] R. S. Jangid. Optimum multiple tuned mass dampers for base-excited undamped system. *Earthquake Engineering And Structural Dynamics*, 28:1041–1049, 1999.
- [37] T. Ji and B. R. Ellis. Floor vibration induced by dance-type loads: theory. *The Structural Engineer*, 72:37–44, 1994.
- [38] T. Ji and B. R. Ellis. Floor vibration induced by dance-type loads: verification. *The Structural Engineer*, 72:45–50, 1994.
- [39] T. Ji, B. R. Ellis, and A. J. Bell. Horizontal movements of frame structures induced by vertical loads. *Structures & Buildings*, 156:141–150, 2003.
- [40] JN no Ar. <http://www.youtube.com/watch?v=y3ej8exqasu>, November 2011.
- [41] C. A. Jones, P. Reynolds, and A. Pavic. Vibration serviceability of stadia structures subjected to dynamic crowd loads: A literature review. *Journal of Sound and Vibration*, November:15311566, 2010.
- [42] Jornal das Cidades. <http://jornaldascidadesdf.com.br/portal/materia.php?tipo=2e4e612f6a6643424d35552d506f597246745476444c51&site=jornaldascidadedf>, November 2011.
- [43] A. S. Joshi and R. S. Jangid. Optimum parameters of multiple tuned mass dampers for base-excited damped system. *Journal of Sound and Vibration*, 202:657–667, 1996.

- [44] M. Juliani. Vibrações em estádios: Comportamento dinâmico de estruturas de arquibancadas e sua adequação Às regras da fifa.
- [45] A. J. Kappos, editor. *Dynamic Loading and Design of Structures*. SPON PRESS, 2004.
- [46] G. Kim, S. Lee, and J. Kang. Analysis of dynamic loads induced by spectator movements in stadium. *World Academy of Science, Engineering and Technology*, 59:146–149, 2009.
- [47] D. V. F. Lima. Controle de vibrações induzidas em uma laje de academia de ginástica com a utilização de amortecedores de massa sintonizados. Master's thesis, Faculdade de Tecnologia da Universidade de Brasília, 2007.
- [48] C. M. A. Martins. Vibrações induzidas pelas actividades humanas em ginásios e salões de dança. Master's thesis, Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa, 2011.
- [49] P. Mendes and S. Oliveira. *Análise dinâmica de estruturas. Utilização integrada de modelos de identificação modal e modelos de elementos finitos*. 2008.
- [50] P. Mohanty and P. Reynolds. Modeling of dynamic crowd-structure interactions in a grandstand during a football match.
- [51] C. M. R. Moutinho. Controlo passivo e activo de vibrações em pontes de peões. Master's thesis, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 1998.
- [52] J. F. Murphy. Transverse vibration of a simply supported beam with symmetric overhang of arbitrary length. *Journal of Testing and Evaluation*, 25:522–524, 1997.
- [53] T. M. Murray, D. E. Allen, and E. E. Ungar. *Steel Design Guide Series: Floor Vibrations Due to Human Activity*. American Institute of Construction, 1997.
- [54] J. M. Proença and F. Branco. Case studies of vibrations in structures. *Revue Européenne de Génie Civil*, 9:150–186, 2005.
- [55] J. M. Proença and V. J. G. Lúcio. Relatório de frequências soplacas. Dezembro 2001.
- [56] P. Reynolds and A. Pavic. Vibration performance of a large cantilever grandstand during an international football match. *Journal Of Performance Of Constructed Facilities*, pages 202–212, August 2006.
- [57] P. Reynolds, A. Pavic, and Z. Ibrahim. Changes of modal properties of a stadium structure occupied by a crowd.

- [58] J. F. S. Rodrigues. Investigação dos carregamentos de estádios. Master's thesis, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 1998.
- [59] J. F. S. Rodrigues and P. A. O. Almeida. Modeling of action induced by crowds on brazilian football stadium.
- [60] R. Sachse, A. Pavic, and P. Reynolds. Human-structure dynamic interaction in civil engineering dynamics: A literature review.
- [61] R. Sachse, A. Pavic, and P. Reynolds. Parametric study of modal properties of damped two-degree-of-freedom crowdstructure dynamic systems. *Journal Of Sound And Vibration*, 274:461–480, 2004.
- [62] K. A. Salyards and L. M. Hanagan. Analysis of coordinated crowd vibration levels in a stadium structure.
- [63] J. P. F. Sanches. Controlo de vibrações em pontes pedonais sujeitas a ações de multidões. Master's thesis, Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa, 2012.
- [64] J. H. H. Sim. *Human-Structure Interaction in Cantilever Grandstands*. PhD thesis, University of Oxford, 2006.
- [65] Sporting Clube Portugal. <http://www.sporting.pt/>, November 2011.
- [66] S. Stolovas. Arquibancadas de estádios: Análise e projeto estrutural com foco no desempenho funcional.
- [67] The Institution of Structural Engineers, The Department for Transport, Local Government and the Regions, and The Department for Culture, Media and Sport. *Dynamic performance requirements for permanent grandstands subject to crowd action*, November 2001.
- [68] Thornton Tomasetti. http://www.thorntontomasetti.com/projects/soldier_field, January 2012.
- [69] L. A. L. Valencia. Controle de vibrações em vigas metálicas com distintas configurações de apoio utilizando amortecedores de massa sintonizados. Master's thesis, Faculdade de Tecnologia da Universidade de Brasília, 2007.
- [70] Wolfram Mathematica. Wolfram mathematica 8 documentation center, April 2011.

Apêndice A

Definição das funções de carga

O presente apêndice mostra os algoritmos criados em *Wolfram Mathematica* 7 [70], para descreverem o andamento das cargas humanas num determinado espaço de tempo, recorrendo ao uso de séries de *Fourier*.

A.1 Séries de Fourier

Qualquer força $F(t)$ que seja periódica durante um intervalo T , pode ser decomposta numa parte constante e uma soma infinita de forças harmónicas [33], que quando sobrepostas resultam numa função que descreve uma variação ao longo do tempo.

Esta decomposição harmónica resulta numa série de *Fourier* para qualquer excitação periódica, como descrito na equação A.1.

$$F(t) = F_0 + \sum_{i=1}^{\infty} [a_i \cos(i\Omega t) + b_i \sin(i\Omega t)] \quad (\text{A.1})$$

Observa-se em A.1 que a função contém uma parcela constante F_0 , que pode representar por exemplo o peso de uma pessoa, e uma combinação de parcelas que podem representar uma variação em função do tempo.

A teoria mostra que [33]:

$$F_0 = \frac{1}{T} \int_0^T F(t) dt \quad (\text{A.2})$$

$$a_i = \frac{2}{T} \int_0^T F(t) \cos(i\Omega t) dt \quad (\text{A.3})$$

$$b_i = \frac{2}{T} \int_0^T F(t) \sin(i\Omega t) dt \quad (\text{A.4})$$

onde Ω é a frequência da excitação correspondente ao período T , e i é o número

de índice, respectivo ao harmónico em consideração.

Como alternativa, cada componente i do somatório harmónicas, pode ser expresso da seguinte forma:

$$F_i(t) = a_i \cos(i\Omega t) + b_i \sin(i\Omega t) = A_i \sin(i\Omega t - \Phi_i) \quad (\text{A.5})$$

onde A_i representa uma força e Φ_i o ângulo fase associado. Estes argumentos podem ser expressos por:

$$A_i(t) = \sqrt{a_i^2 + b_i^2} \quad (\text{A.6})$$

$$\Phi_i = -\arctan\left(\frac{a_i}{b_i}\right) \quad (\text{A.7})$$

Por razões práticas as séries de *Fourier* são expressas como:

$$F(t) = F_0 + \sum_{i=1}^n F_0 \alpha_i \sin(i\Omega t - \Phi_i) \quad (\text{A.8})$$

onde F_0 é o valor da amplitude e os coeficientes α_i representam a magnitude de cada harmónico.

A.2 Função f

Definiu-se um algoritmo que após receber as variáveis de entrada, gera a função proposta constituída por séries de *Fourier*, analisa-a e apenas emite os valores positivos de força. Como resultado final, o algoritmo gera o gráfico que expressa a acção em estudo para uma pessoa de peso G em função do tempo.

As variáveis de entrada são respectivamente:

n = número total de harmónicos em uso no estudo, representado por um número inteiro de 1 a 3.

f_p = frequência da acção em estudo, expressa em Hz.

$a1$ = coeficiente de *Fourier* do primeiro harmónico da acção em estudo.

$a2$ = coeficiente de *Fourier* do segundo harmónico da acção em estudo.

$a3$ = coeficiente de *Fourier* do terceiro harmónico da acção em estudo.

$\text{phi}2$ = ângulo fase do segundo harmónico relativamente ao primeiro harmónico.

$\text{phi}3$ = ângulo fase do terceiro harmónico relativamente ao primeiro harmónico.

Apesar do peso ser uma das variáveis determinantes, está alocada na variável G no interior do código, em vez de ser uma das variáveis de entrada do programa.

Optou-se por esta metodologia visto que todas as análises efectuadas partem de um pressuposto que as pessoas têm pesos semelhantes, e que estes não variam na concentração de pessoas em estudo. Caso o utilizador pretenda realizar análises com pesos diferentes, deve mudar o valor da variável G no interior do código para o valor desejado.

No interior do código é definida uma variável ϕ_1 com o valor 0. Usou-se este artifício para contornar o facto, que o uso de somatórios para a definição da função, faz com que o algoritmo crie uma variável inicial ϕ_1 . Tendo em conta que o autor define os ângulos fase, como a diferença relativa ao primeiro ângulo, obtém-se um valor nulo.

```
F[n_,fp_,a1_,a2_,a3_,phi2_,phi3_] :=
Module[{G},
G:=0.8;
Subscript[f, p]:=fp;
Subscript[\[Alpha],1]:=a1;
Subscript[\[Alpha],2]:=a2;
Subscript[\[Alpha],3]:=a3;
Subscript[\[Phi],1]:=0;
Subscript[\[Phi],2]:=phi2;
Subscript[\[Phi],3]:=phi3;
Plot[If[G+!\(\UnderoverscriptBox[\(\[Sum]\),\(\i = 1\),
\(\n\)]\)(G*\SubscriptBox[\(\[Alpha]\), \(\i\)]*Sin[2*\[Pi]*i*
\*SubscriptBox[\(f\), \(\p\)]*t -
\*SubscriptBox[\(\[Phi]\), \(\i\)]\)\)\>0,
G+!\(\UnderoverscriptBox[\(\[Sum]\), \(\i = 1\), \(\n\)]\)(G*
\*SubscriptBox[\(\[Alpha]\), \(\i\)]*Sin[2*\[Pi]*i*
\*SubscriptBox[\(f\), \(\p\)]*t -
\*SubscriptBox[\(\[Phi]\), \(\i\)]\)\)\),
0],
{t,0,2/fp},
AxesOrigin->{0,0}]]
```

A.3 Função *export*

Após a definição das funções de carga através do algoritmo f , foi necessário realizar a manipulação do código, de forma a que gerasse um resultado que pudesse ser interpretado pelo programas de cálculo automático. Tendo em conta que a maior parte destes programas está apto a ler listas de informação, manipulou-se o código de forma a que o resultado final fosse uma lista do tempo e a respectiva imagem da função nesse tempo.

O *output* da segunda coluna é a força normalizada, pelo que é uma grandeza adimensional.

Acrescentou-se uma variável de entrada definida pela letra h , que expressa o passo de análise do gráfico.

```

export[h_,n_,fp_,a1_,a2_,a3_,phi2_,phi3_] :=
Module[{G},
G:=0.8;
Subscript[f, p]:=fp;
Subscript[\[Alpha],1]:=a1;
Subscript[\[Alpha],2]:=a2;
Subscript[\[Alpha],3]:=a3;
Subscript[\[Phi],1]:=0;
Subscript[\[Phi],2]:=phi2;
Subscript[\[Phi],3]:=phi3;
MatrixForm[Table[If[j==1,
N[i],If[(G+!\(
\*UnderoverscriptBox[\(\[Sum]\), \((k = 1\), \((n\))\)(G*
\*SubscriptBox[\(\[Alpha]\), \((k\))]*Sin[2*\[Pi]*k*
\*SubscriptBox[\(f\), \((p\)])*i -
\*SubscriptBox[\(\[Phi]\), \((k\))]\)\)\)]/(G)>0,
(G+!\(
\*UnderoverscriptBox[\(\[Sum]\), \((k = 1\), \((n\))\)(G*
\*SubscriptBox[\(\[Alpha]\), \((k\))]*Sin[2*\[Pi]*k*
\*SubscriptBox[\(f\), \((p\)])*i -
\*SubscriptBox[\(\[Phi]\), \((k\))]\)\)\)]/(G),
0]],{i,0,10/fp,h},{j,2}]]]

```

A.4 Exemplos de aplicação

Considerando as seguintes variáveis de entrada para a acção *salto alto* a 2 Hz:

$$h = 0.05 \text{ s}$$

$$n = 3$$

$$f_p = 2 \text{ Hz}$$

$$a_1 = 1.9$$

$$a_2 = 1.6$$

$$a_3 = 1.1$$

$$\phi_2 = \pi * (1 - 2 * (1/4) * (1/2))$$

$$\phi_3 = \pi * (1 - 2 * (1/4) * (1/2))$$

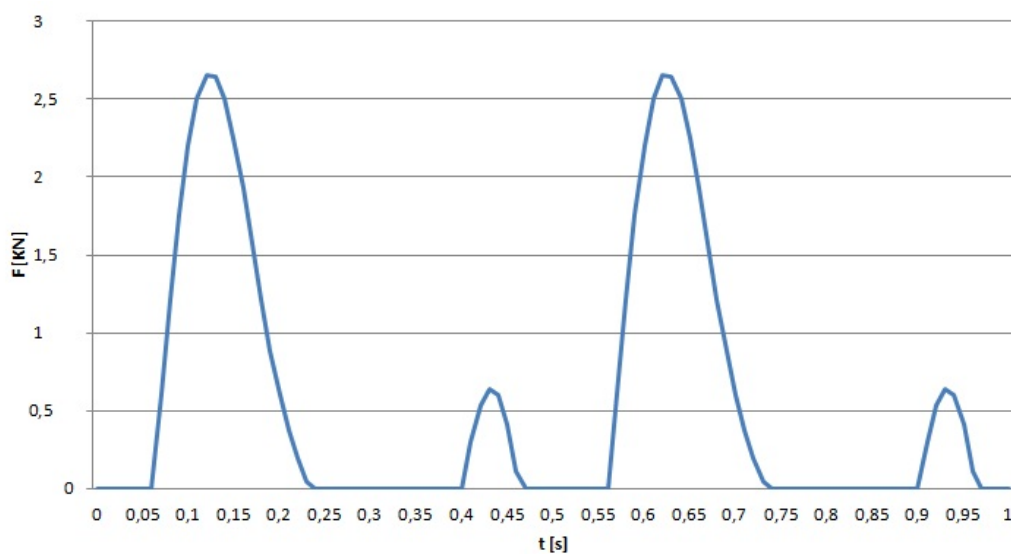


Figura A.1: *Output* da função f , da força em função do tempo

t [s]	$f_p[t]/g$ [-]
0	0
0.05	0.191792
0.1	4.14376
0.15	4.21523
0.2	1.86307
0.25	0.646447
0.3	0
0.35	0
0.4	0.945372
0.45	1.5897
0.5	0

Tabela A.1: *Output* da função *export*, dos multiplicadores de força em função do tempo

Obtém-se através da função f o gráfico A.1.

Na tabela A.1 apresenta-se o *output* da função *export*, para a duração um período e com o passo de análise de 0.05 s.

A arquitetura de código usada para os outros modelos de carga, é semelhante ao caso apresentado.

Apêndice B

Verificação analítica da frequência

O presente apêndice exhibe os cálculos efectuados com o método de Rayleigh, para verificar a frequência obtida com o programa de cálculo automático.

B.1 Definição da função aproximada dos deslocamentos

Definiu-se uma função $y(x)$, que representa os deslocamentos aproximados da viga em estudo.

$$y(x) = \sin\left(\pi\left(\frac{x - 0.321}{9.858}\right)\right) \quad (\text{B.1})$$

Recorreu-se ao uso de uma função sinusoidal por comportar-se melhor face aos outros tipos de funções. A função definida, respeita apenas as condições de fronteira de deslocamento nulo nas zonas de apoio.

B.2 Definição das constantes

Nos cálculos apresentados, usou-se as seguintes constantes:

$$E = 38 \text{ GPa}$$

$$I_1 = 0.001301 \text{ m}^4$$

$$I_2 = 0.002355 \text{ m}^4$$

$$m_1 = 0.44712 \text{ ton/m}$$

$$m_2 = 0.50528 \text{ ton/m}$$

$$\xi = 0.02\%$$

B.3 Cálculo das grandezas modais e da frequência

A rigidez modal é expressa pela equação B.2.

$$\bar{K} = EI_1 \int_0^{0.515} y''(x)^2 dx + EI_2 \int_{0.515}^{9.985} y''(x)^2 dx + EI_1 \int_{9.985}^{10.5} y''(x)^2 dx = 4550.58 \text{ kN/m} \quad (\text{B.2})$$

A massa modal é expressa pela equação B.3.

$$\bar{M} = m_1 \int_0^{0.515} y(x)^2 dx + m_2 \int_{0.515}^{9.985} y(x)^2 dx + m_1 \int_{9.985}^{10.5} y(x)^2 dx = 2.49 \text{ ton} \quad (\text{B.3})$$

O amortecimento modal é expresso na equação B.4.

$$\bar{C} = 2\xi\sqrt{\omega_n\bar{M}} = 5.3 \text{ kN/s} \quad (\text{B.4})$$

Calcula-se a frequência fundamental através das expressões B.5 e B.6.

$$\omega_n = \sqrt{\frac{\bar{K}}{\bar{M}}} = 42.73 \text{ rad/s}^2 \quad (\text{B.5})$$

$$f = \frac{\omega_n}{2\pi} = 6.80 \text{ Hz} \quad (\text{B.6})$$

Obteve-se uma diferença de 0.04 Hz do valor obtido no programa de cálculo automático, correspondente a uma variação de 0.58 %.

Apêndice C

Análises *time history*

O presente apêndice explica como se realizam análises *time history* no programa de cálculo automático, Sap2000 [25] [24].

Criou-se este anexo com o intuito de explicar de forma simples e sucinta, como se realizam este tipo de análises no programa, quais os aspectos importantes a considerar e para que servem as diferentes opções existentes no programa.

Para a elaboração deste texto, realizaram-se diferentes formas de modelação e investigou-se bibliografia especializada no assunto [23] [25] [24].

A realização de uma análise deste género, parte do pressuposto que existe uma estrutura modelada correctamente. Neste exemplo focaremos-nos apenas na aplicação da análise *time history* e não na modelação da estrutura.

C.1 Definição da função *time history*

Nos programas de cálculo automático da empresa CSI, nomeadamente o ETABS [23], SAFE [23] e o Sap2000 [25] [24], uma função *time history* representa como o próprio nome indica, a variação ao longo do tempo de uma determinada grandeza.

Nestes programas estas funções podem ser definidas como um conjunto de valores discretos no tempo, ou um conjunto de valores discretos em intervalos igualmente espaçados no tempo. Os valores que as funções podem tomar neste tipo de análises, são valores de aceleração, ou multiplicadores para grandezas que representem deslocamentos ou forças.

Tomando por exemplo a figura C.1, que representa o peso de uma pessoa de 800 N ao longo do tempo, para obtermos a função *Time History* a utilizar, só temos de dividir os valores discretos de carga pelo peso da pessoa, obtendo assim valores adimensionais que são os multiplicadores ao longo do tempo, representados pela figura C.2.

Embora o programa possua opções predefinidas para a representação de vários tipos de funções, periódicas ou não, este manuscrito visa explicar o caso das

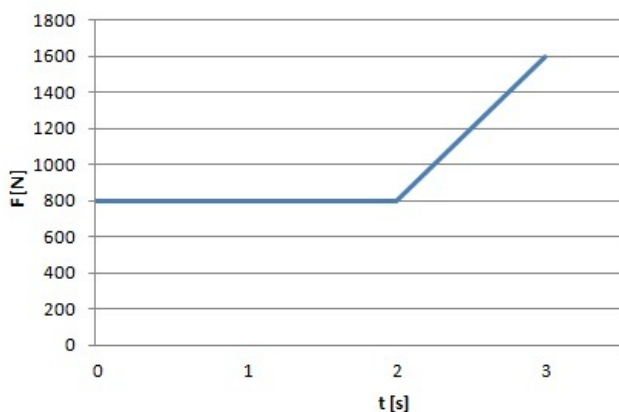


Figura C.1: Variação de carga de uma pessoa de 800 N ao longo do tempo

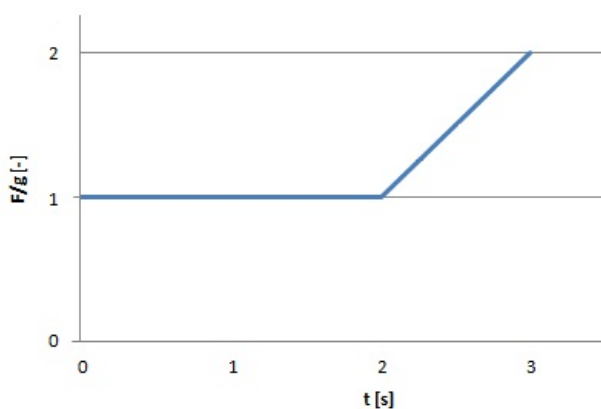


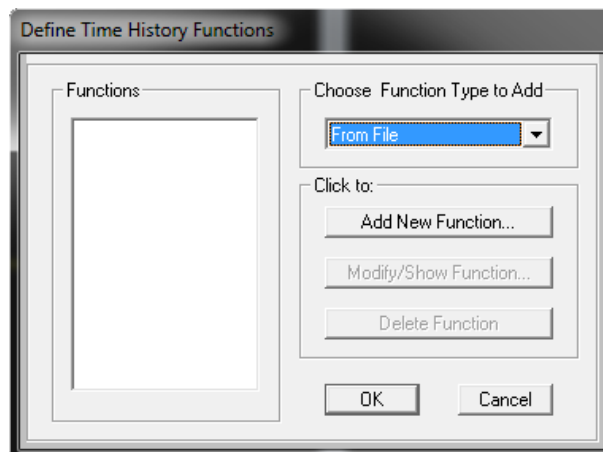
Figura C.2: Variação dos multiplicadores de carga ao longo do tempo

funções definidas arbitrariamente pelo utilizador, com recurso a ficheiros de texto que contenham todos os pontos da função.

Para definir uma função arbitrária no programa, deve-se fazer:

1. Aceder ao menu *Define*.
2. Aceder ao Menu *Functions*, seleccionando posteriormente a opção *Time History*.
3. Na nova janela, representada pela figura C.3, devemos escolher a opção *From file*.
4. Seleccionar a opção *Add new function*.

A introdução dos valores discretos da função e do tempo, geralmente é realizada através da criação e importação de um ficheiro de texto. A adopção desta

Figura C.3: Menu *Define Time History*

metodologia torna-se relativamente mais simples quando se usam algoritmos para exportar os valores calculados.

Na nova secção, representada pela imagem C.4, devemos realizar os seguintes passos:

1. Atribuir o nome da função em *Function name*.
2. Seleccionar *Time and Function Values* para intervalos de tempo arbitrários.
3. Seleccionar o ficheiro de dados criado previamente, seleccionando o botão *Browse*.

C.2 Definição do *load pattern* e do *load case*

Após termos definido a função, devemos definir o *Load Pattern*, que inclui a carga ou o conjuntos de cargas que serão excitados pela função definida anteriormente. Para definir um *load pattern* no programa, deve-se fazer:

1. Aceder ao menu *Define*.
2. Seleccionar a opção *Load Patterns*.
3. Na nova janela, representada pela figura C.5, devemos atribuir um nome e mudar o tipo para *Live*.

Neste tipo de análises devemos usar carregamento do tipo *Live*, para que não sejam contabilizados os coeficientes dos *Load Combinations* do programa de cálculo automático [23] [25] [24]. Com o *Load Pattern* definido, devemos introduzir as cargas concentradas ou distribuídas dentro do mesmo grupo.

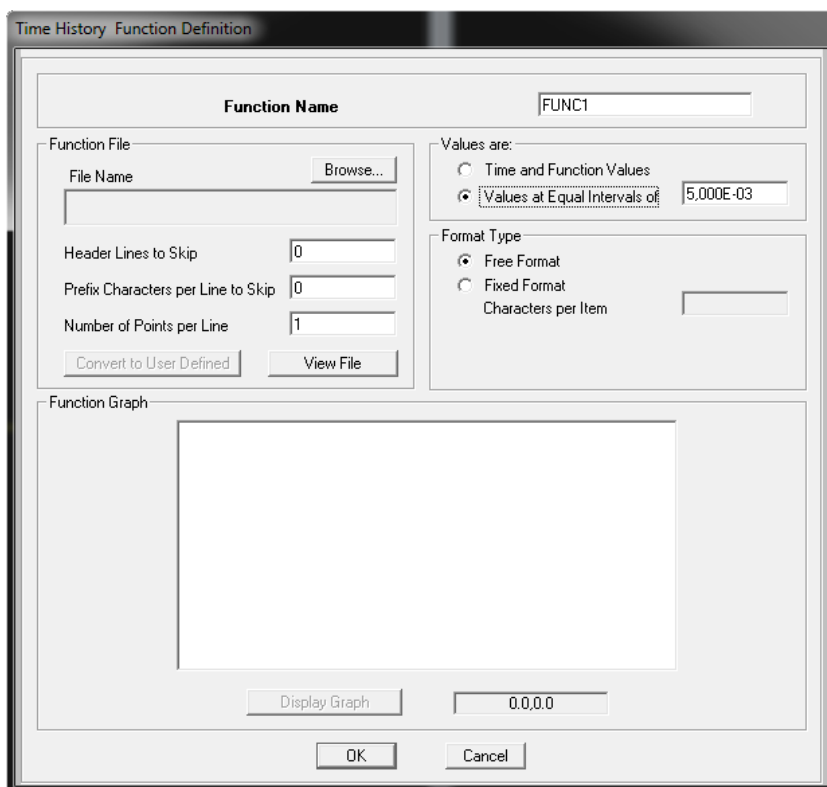


Figura C.4: Menu *Time History Function Definition*

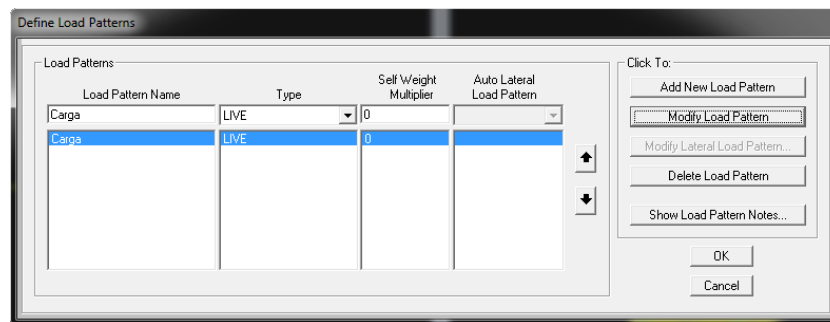
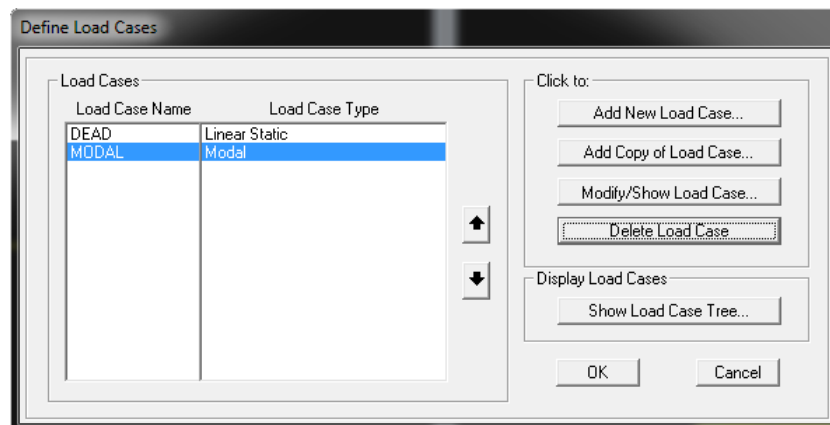
Com todos os parâmetros de carga definidos, resta-nos definir o tipo de análise a efectuar.

Para a definição de um *Load Case* ao longo do tempo, devemos:

1. Aceder ao menu *Define*.
2. Seleccionar a opção *Load Case*.
3. Na nova janela, representada pela figura C.6, devemos seleccionar a opção *Add new load case*.

Com a nova janela aberta, representada pela figura C.7, devemos:

1. Definir o nome da acção em estudo.
2. Mudar o *Load Case Type* para *Time History*.
3. Seleccionar *Linear* no tipo de análise, *Modal* no tipo de *Time History* e *Transient* no *Montion Type*.

Figura C.5: Menu *Define Load Pattern*Figura C.6: Menu *Define Load Cases*

4. Seleccionar em *Load type*, *Load pattern* para multiplicadores de cargas e deslocamentos e *Accel* para acelerações. Devemos seleccionar no *Load Name*, o carregamento *Live* que definimos anteriormente, juntamente com a função definida inicialmente para o *Time History*.
5. O *Scale factor* deve ser unicamente utilizado, caso seja preciso escalar as grandezas em uso.
6. Devemos alterar o número de *Output time steps* e o *Time step size*. O *Time step size* representa o valor do incremento do tempo com que será calculada a resposta, com o intuito de obtermos soluções precisas, devemos fixar este valor entre os 0.02 s e os 0.01 s. Sabendo o *Time step size*, e tendo noção da duração total do ensaio que queremos fazer, podemos definir o número de *Output time steps*. Se o utilizador quisesse fazer um ensaio de 1 s, com incrementos de 0.01 s, deveria usar 100 como o número de *Output time steps*.
7. Seleccionar o botão *Modify/Show* em *Modal Damping* e inserir o valor do

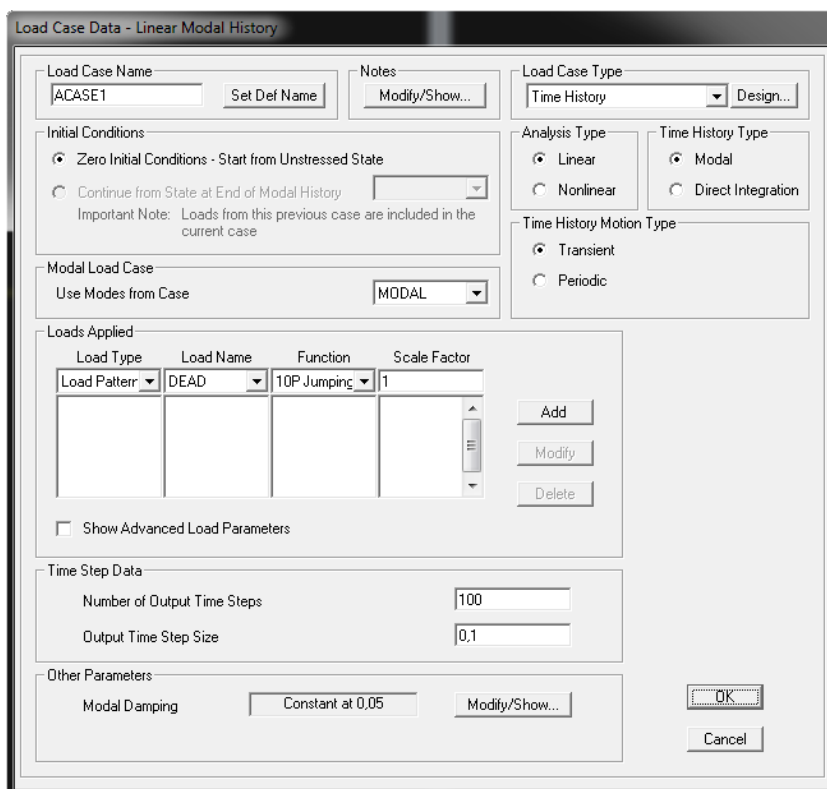


Figura C.7: Menu *Load Case Data - Linear Modal History*

amortecimento considerado para todos os modos de vibração sobre a forma percentual.

Com todos estes passos definidos, o utilizador deve correr o modelo e retirar os resultados.

C.3 Resultados

Para observar os resultados calculados, pode-se:

1. Aceder ao menu *Display*.
2. Seleccionar a opção *Show tables*.
3. Na nova janela, representada pela figura C.8, devemos seleccionar as opções *Joint Displacements*, *Joint Velocities* e *Joint Accelerations*.
4. Seleccionar o botão *Select Load Cases*, e garantir que estão seleccionados os casos que pretendemos estudar.

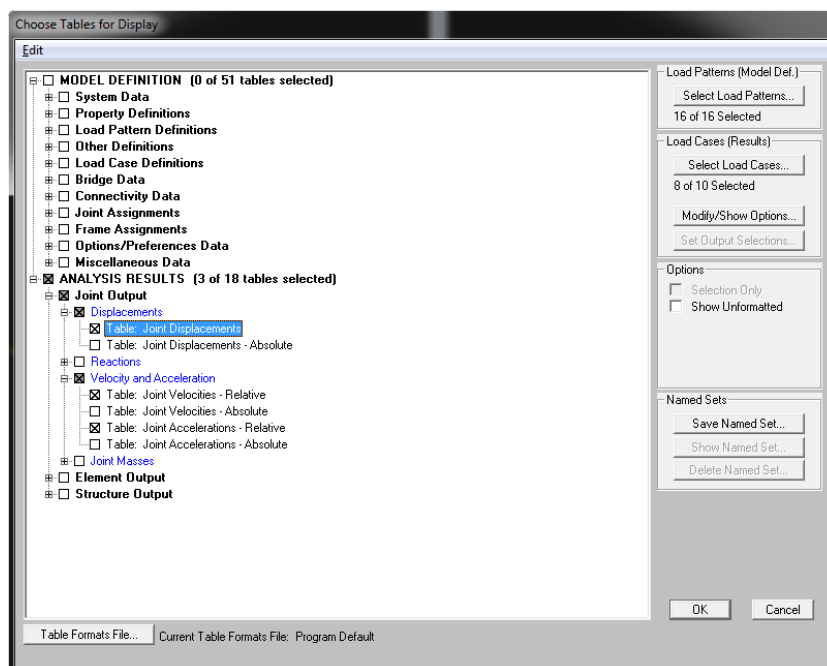


Figura C.8: Menu *Choose Tables for Display*

A observação das tabelas permite-nos ter uma visualização geral de todos os resultados em todos os nós. Devemos usar estas tabelas para comprovar se os valores obtidos coincidem com os valores esperados, ou para determinar em que nós cada ensaio é condicionante.

Determinando os pontos condicionantes, devemos obter os gráficos de resposta para observarmos o seu andamento ao longo do tempo.

Com o intuito de obter os gráficos de resposta, necessitamos de definir *Plot functions*. Para definir estas funções, o utilizador deve:

1. Aceder ao menu *Display*.
2. Seleccionar a opção *Show Plot Functions*.
3. Seleccionar a opção *Define Plot Functions*.
4. Mudar o tipo de função de *Add Load Function* para *Add Joint Disps/Forces*.
5. Escrever o número que identifica o nó pretendido, e escolher a grandeza e o eixo em estudo.

Com as funções definidas, o utilizador deve seleccionar uma função, um *Load Case* e carregar em *Display*, como exemplifica a figura C.9.

Na C.10 apresenta-se um gráfico a título de exemplo, da aceleração ao longo de um tempo num nó de uma estrutura, neste menu final, é possível exportar os resultados em ficheiro de texto.

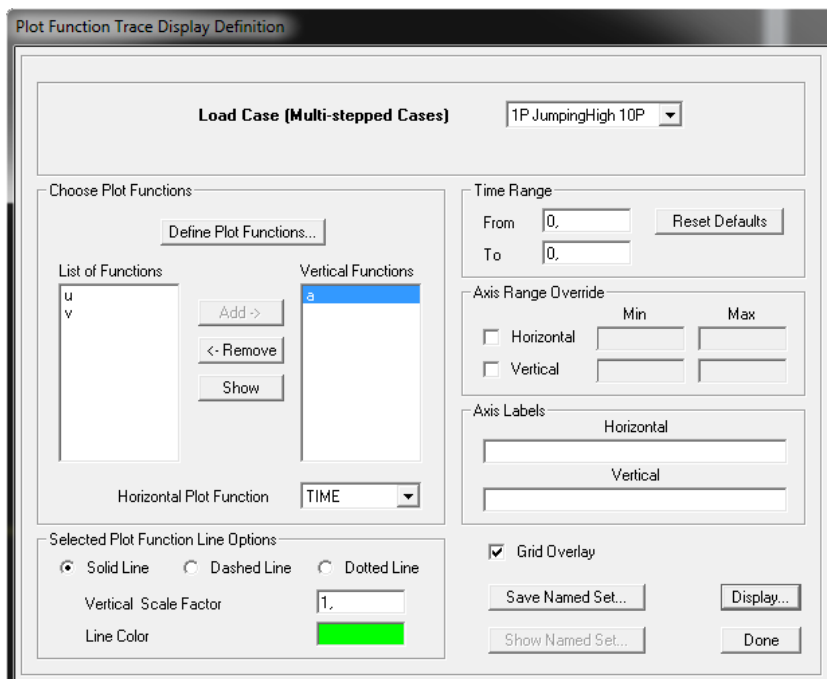


Figura C.9: Menu *Plot Functions Trace Display Definition*

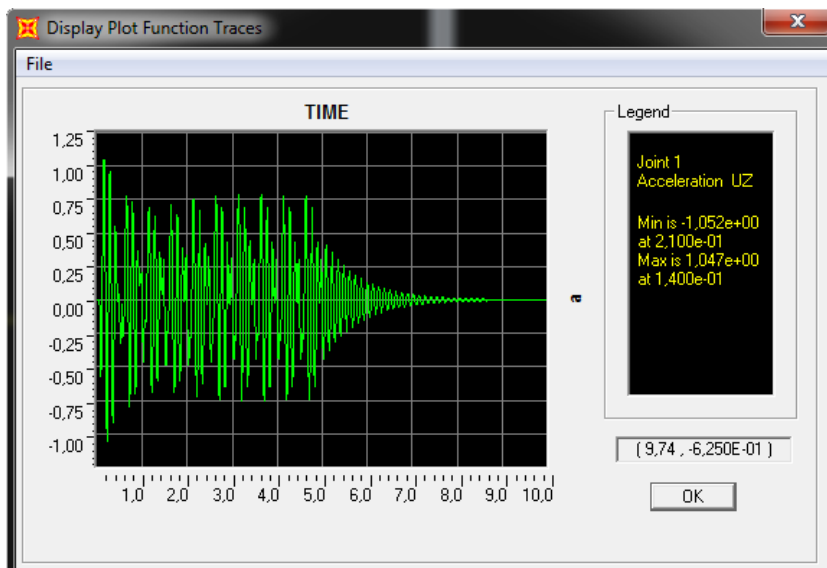


Figura C.10: Exemplo de um gráfico de aceleração em função do tempo

Apêndice D

Cálculo numérico da resposta

Neste apêndice pretende-se explicar os princípios básicos necessários, para o entendimento e implementação do Método de Newmark, usado na avaliação da resposta dinâmica da bancada.

D.1 Introdução

Geralmente não é possível obter soluções analíticas para a equação do movimento de sistemas de um grau de liberdade, quando a excitação varia de forma arbitrária com o tempo, ou quando o sistema não é linear. Estas situações podem ser contornadas pelo uso de métodos de integração numérica para equações diferenciais.

A abordagem geral para obter a solução de resposta dinâmica de sistemas estruturais, passa pela integração directa das equações de equilíbrio dinâmico, o que implica que depois de definirmos a solução para o instante inicial, tente-se satisfazer o equilíbrio dinâmico em pontos discretos ao longo do tempo.

Apesar de existirem vários tipos de abordagens, estas podem ser fundamentalmente classificadas como métodos de integração explícita ou implícita.

Os métodos explícitos não necessitam da solução exacta ao longo do tempo, estes métodos utilizam as equações diferenciais no tempo t , para prever a solução no instante $t + \Delta t$. Na generalidade dos problemas estudados em Engenharia Civil, como todas as estruturas reais contêm elementos rígidos, é necessário um passo de cálculo reduzido para obterem-se soluções estáveis e precisas, pelo que pode-se afirmar que todas as soluções explícitas são estáveis, desde que tenham um passo de cálculo apropriado.

Os métodos implícitos tentam satisfazer as equações diferenciais no instante t , após terem calculado a solução para o momento $t - \Delta t$. Estes métodos necessitam da solução exacta para um conjunto de equações lineares em cada instante, pelo que poderão ser usados passos de análise maiores, mas nem todas as soluções serão estáveis.

D.2 Método de integração numérica

Para um sistema elástico, a equação do movimento pode ser escrita como

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = p(t) \quad (\text{D.1})$$

sujeita às condições iniciais

$$u_0 = u(0) \quad (\text{D.2})$$

$$\dot{u}_0 = \dot{u}(0) \quad (\text{D.3})$$

Assume-se que o sistema tem amortecimento linear viscoso. Define-se a força aplicada $p(t)$, como um conjunto de valores discretos p_i , que pode ser expresso como

$$\Delta p_i = p(t_i) \quad (\text{D.4})$$

onde i varia de 0 a N .

O intervalo de tempo

$$\Delta t_i = t_{i+1} - t_i \quad (\text{D.5})$$

é geralmente constante, apesar de esta não ser necessariamente uma condição obrigatória.

A resposta é determinada nos instantes discretos t_i , calculando o deslocamento, a velocidade e a aceleração do sistema de um grau de liberdade, respectivamente u_i , \dot{u}_i , e \ddot{u}_i . Com estas grandezas determinadas, é possível satisfazer a equação D.1 no instante i :

$$m\ddot{u}_i + c\dot{u}_i + ku_i = p_i \quad (\text{D.6})$$

O uso de métodos de integração numérica possibilita a determinação das grandezas u_{i+1} , \dot{u}_{i+1} , e \ddot{u}_{i+1} nos instantes $i + 1$, que satisfazem a equação D.1 no instante $i + 1$:

$$m\ddot{u}_{i+1} + c\dot{u}_{i+1} + ku_{i+1} = p_{i+1} \quad (\text{D.7})$$

Conhecendo as condições iniciais, $u_0 = u(0)$ e $\dot{u}_0 = \dot{u}(0)$, necessárias para a inicialização dos cálculos, quando aplicado com sucesso para i a variar de 0 a N , estes métodos obtêm a resposta para todos os instantes i , em função do passo de análise adoptado.

O cálculo do instante i ao $i + 1$ não é um processo exacto, pelo que deve-se respeitar critérios de convergência, estabilidade e precisão.

D.3 Método de Newmark

Em 1959, Newmark apresentou um conjunto de métodos de integração numérica, para obter a solução da resposta dinâmica estrutural para cargas de impacto e acções sísmicas, baseando-se nas seguintes equações

$$\dot{u}_{i+1} = \dot{u}_i + [(1 - \gamma)\Delta t]\ddot{u}_i + (\gamma\Delta t)\ddot{u}_{i+1} \quad (\text{D.8})$$

$$u_{i+1} = u_i + (\Delta t)\dot{u}_i + [(0.5 - \beta)(\Delta t)^2]\ddot{u}_i + [\beta(\Delta t)^2]\ddot{u}_{i+1} \quad (\text{D.9})$$

Desde então, este método tem sido aplicado e modificado por vários investigadores, para a análise dinâmica de imensas estruturas correntes.

Os parâmetros β e γ definem a variação da aceleração ao longo do passo de análise escolhido, e determinam a estabilidade e precisão do método. Geralmente os valores adoptados para respeitar ambas as condições em todos os instantes, tomam γ como $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{4} < \beta < \frac{1}{2}$.

As equações D.8 e D.9, em conjunto com a equação de equilíbrio D.6, no fim de cada iteração fornecem as bases necessárias para calcular u_{i+1} , \dot{u}_{i+1} e \ddot{u}_{i+1} em qualquer instante $i + 1$, a partir das grandezas conhecidas u_i , \dot{u}_i e \ddot{u}_i no instante i .

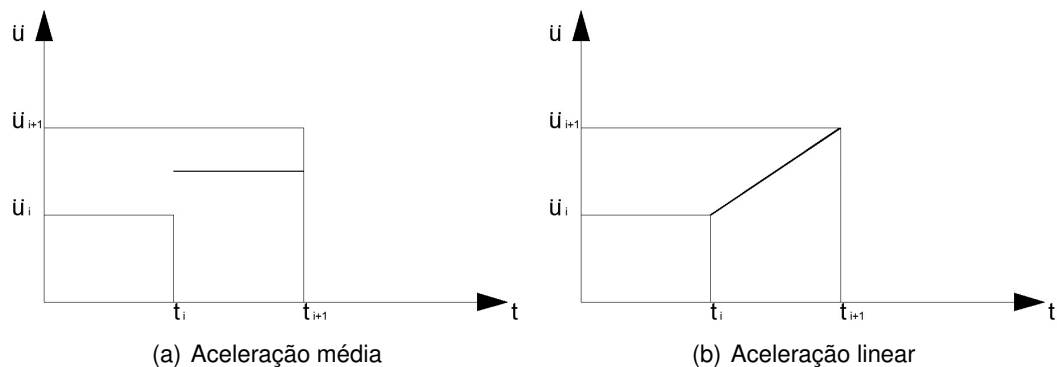


Figura D.1: Diferentes formas de considerar o andamento da aceleração no método de Newmark

A figura D.1, exemplifica as diferentes formas que podemos considerar a aceleração no método de Newmark, respectivamente, o método da aceleração média com $\gamma = \frac{1}{2}$ e $\beta = \frac{1}{4}$, e o método da aceleração linear com $\gamma = \frac{1}{2}$ e $\beta = \frac{1}{6}$.

Observa-se que ambos os métodos necessitariam de um processo iterativo, visto que a aceleração desconhecida \ddot{u}_{i+1} encontra-se em ambas as equações D.8 e D.9, no entanto, é possível adoptar uma formulação não iterativa para sistemas lineares.

D.4 Formulação não iterativa do método de Newmark

Considerando que as grandezas intervenientes podem ser descritas como quantidades incrementais, ou seja, o seu valor no instante i mais o incremento Δ no instante $i + 1$, define-se

$$\Delta u_i = u_{i+1} - u_i \quad (\text{D.10})$$

$$\Delta \dot{u}_i = \dot{u}_{i+1} - \dot{u}_i \quad (\text{D.11})$$

$$\Delta \ddot{u}_i = \ddot{u}_{i+1} - \ddot{u}_i \quad (\text{D.12})$$

$$\Delta p_i = p_{i+1} - p_i \quad (\text{D.13})$$

Desta forma é possível reescrever as equações D.8 e D.9, como

$$\Delta \dot{u}_i = (\Delta t)\ddot{u}_i + (\gamma\Delta t)\Delta \ddot{u}_i \quad (\text{D.14})$$

$$\Delta u_i = (\Delta t)\dot{u}_i + \frac{(\Delta t)^2}{2}\ddot{u}_i + \beta(\Delta t)^2\Delta \ddot{u}_i \quad (\text{D.15})$$

Através da equação D.15, podemos resolvê-la em ordem a $\Delta \ddot{u}_i$

$$\Delta \ddot{u}_i = \frac{1}{\beta(\Delta t)^2}\Delta u_i - \frac{1}{\beta\Delta t}\dot{u}_i - \frac{1}{2\beta}\ddot{u}_i \quad (\text{D.16})$$

Substituindo D.16 em D.14, obtêm-se

$$\Delta \dot{u}_i = \frac{\gamma}{\beta\Delta t}\Delta u_i - \frac{\gamma}{\beta}\dot{u}_i + \Delta t\left(1 - \frac{\gamma}{2\beta}\right)\ddot{u}_i \quad (\text{D.17})$$

De forma análoga ao que foi dito anteriormente, podemos afirmar que

$$(f_s)_i = k u_i \quad (\text{D.18})$$

$$(f_s)_{i+1} = k u_{i+1} \quad (\text{D.19})$$

Novamente, se subtraímos a equação D.7 por D.6, tendo em conta as equações D.18 e D.19 obtemos

$$m\Delta \ddot{u}_i + c\Delta \dot{u}_i + k\Delta u_i = \Delta p_i \quad (\text{D.20})$$

De onde podemos obter

$$\hat{k}\Delta u_i = \Delta \hat{p}_i \quad (\text{D.21})$$

Resumidamente concluímos que

$$\hat{k} = k + \frac{\gamma}{\beta\Delta t}c + \frac{1}{\beta(\Delta t)^2}m \quad (D.22)$$

e

$$\Delta\hat{p}_i = \Delta p_i + \left(\frac{1}{\beta\Delta t}m + \frac{\gamma}{\beta}c\right)\dot{u}_i + \left[\frac{1}{2\beta}m + \Delta t\left(\frac{\gamma}{2\beta} - 1\right)c\right]\ddot{u}_i \quad (D.23)$$

com \hat{k} e $\Delta\hat{p}_i$ conhecidos, sabendo as propriedades modais da estrutura, respectivamente a massa modal \bar{m} , a rigidez modal \bar{k} e o amortecimento modal \bar{c} , e inicializando o algoritmo com as condições iniciais conhecidas \dot{u}_0 , \ddot{u}_0 e os parâmetros γ e β , podemos calcular em cada instante i , o incremento de deslocamento

$$\Delta u_i = \frac{\Delta\hat{p}_i}{\hat{k}} \quad (D.24)$$

Com Δu_i calculado, podemos finalizar o ciclo de cálculos obtendo $\Delta\dot{u}_i$ e $\Delta\ddot{u}_i$ através das equações D.17 e D.16.

As constantes finais em cada instante i , serão obtidas a partir das equações D.10, D.11 e D.12.

D.5 Critério de estabilidade

O método de Newmark é estável se

$$\frac{\Delta t}{T_n} \leq \frac{1}{\pi\sqrt{2}} \frac{1}{\sqrt{\gamma - 2\beta}} \quad (D.25)$$

Em situações em que $\gamma=1/2$ e $\beta=1/4$, obtém-se a partir da equação D.25

$$\frac{\Delta t}{T_n} \leq \infty \quad (D.26)$$

A partir da equação D.26, podemos concluir que o método da aceleração média é estável para qualquer passo de análise Δt , independentemente do valor considerado.

Para o método de aceleração linear, em que $\gamma=1/2$ e $\beta=1/6$, obtém-se a partir da equação D.25

$$\frac{\Delta t}{T_n} \leq 0.551 \quad (D.27)$$

Nesta situação, observa-se que Δt seria condicionante, no entanto, tendo em conta que para sistemas de 1 grau de liberdade, quanto menor for o passo de análise Δt , maior será a precisão da resposta calculada, conclui-se que desde que se adotem passos de análise adequados, o critério de estabilidade será sempre verificado.

Usualmente a bibliografia [22] recomenda que se adopte $\Delta t/t_n < 0.1$ para definir-se uma resposta precisa, e em casos onde se analisem acções sísmicas, passos de análise da ordem de 0.01s a 0.02s para definir a aceleração $u_g(t)$.

D.6 Função de carga

Para o algoritmo funcionar, é necessário definir anteriormente uma função representativa da excitação em estudo. Esta função deve ser limitada pelo tempo de actuação pretendido.

Se modelarmos o conjunto de pessoas como um conjunto de cargas concentradas, a função de carga deve obedecer

$$\bar{F}(t) = \sum_i^n y(x_i)F(t) \quad (D.28)$$

onde $y(x)$ é a função de deslocamentos definida anteriormente no Anexo B, e x_i a posição de cada pessoa na bancada. Nesta metodologia, contabilizam-se apenas as posições e respectivas pessoas que estamos a assumir que estão em sincronismo.

Como metodologia alternativa, podemos modelar os espectadores em sincronismo como uma carga distribuída, desde que a função de carga obedeça

$$\bar{F}(t) = \int_0^l y(x)F(t)dx \quad (D.29)$$

D.7 Função newmark

Definiu-se um algoritmo em *Wolfram Mathematica 7* [70], que após receber as variáveis de entrada, aplica o método de Newmark pelo método da aceleração média ou da aceleração linear, para obter uma resposta dinâmica aproximada do comportamento da bancada. A função cria uma lista de resultados, incluindo todos os cálculos auxiliares e os deslocamentos, velocidades e acelerações em função do tempo.

As variáveis de entrada são respectivamente:

met = número representativo do tipo de aceleração a considerar no algoritmo, representado pelo número inteiro 1 ou 2.

h = passo de análise do intervalo em estudo, expresso em s .

tf = tempo final de análise, expresso em s .

m = massa modal, expressa em ton .

k = rigidez modal, expresso em kN/m .

c = amortecimento modal, expresso em kN/s .

u_0 = deslocamento inicial, expresso em m .

v_0 = velocidade inicial, expressa em m/s .

A variável de entrada met , toma o valor inteiro 1 para o método de aceleração média e o valor inteiro 2 para o método de aceleração linear. Optou-se por definir o algoritmo em função de um tempo de análise, visto que analisar a resposta dinâmica apenas durante o tempo da excitação não seria suficiente para observar o efeito do amortecimento na estrutura.

```
newmark[met_,h_,tf_,m_,k_,c_,u0_,v0_] :=
Module[
{lin,col,gama,beta,constAccel,constK,constA,constB,res,graphU,graphV,graphA},
lin=2;
col=4;
If[met==1,gama=(1/2),gama=(1/2)];
If[met==1,beta=(1/4),beta=(1/6)];
constAccel=((func[0]-c*v0-k*u0)/m);
constK=k+((gama*c)/(beta*h))+((m)/(beta*h*h));
constA=((m)/(beta*h))+((gama*c)/(beta));
constB=((m)/(2*beta))+h*((gama)/(2*beta))-1)*c;
res=Table[
If[i==1&&j==1,"Subscript[t, i]",
If[i==1&&j==2,"Subscript[p, i]",
If[i==1&&j==3,"\[CapitalDelta]P",
If[i==1&&j==4,"\[CapitalDelta]!\[OverscriptBox["p", "\^"]\)",
If[i==1&&j==5,"Subscript[\[CapitalDelta]u, i]",
If[i==1&&j==6,"Subscript[\[CapitalDelta]v, i]",
If[i==1&&j==7,"Subscript[\[CapitalDelta]v, i]",
If[i==1&&j==8,"Subscript[u, i]",
If[i==1&&j==9,"Subscript[v, i]",
If[i==1&&j==10,"Subscript[a, i]",
If[i==2&&j==8,u0,
If[i==2&&j==9,v0,
If[i==2&&j==10,constAccel,
If[i>1&&j==1,(i-2)*h,
If[i>1&&j==2,func[(i-2)*h],
If[i>1&&i<(tf/h)+2&&j==3,func[(i-1)*h]-func[(i-2)*h],
If[i==(tf/h)+2&&j>=3&&j<=7,"",0
]]]]]]]]]]]]],
{i,1,(tf/h)+2},
{j,1,10}
];
```

```

While[lin<(tf/h)+2,
While[col<=10,
If[col==4,
res[[lin,col]]=res[[lin,col-1]]+constA*res[[lin,col+5]]+
constB*res[[lin,col+6]],
If[col==5,
res[[lin,col]]=((res[[lin,col-1]])/(constK)),
If[col==6,
res[[lin,col]]=((gama*res[[lin,col-1]])/(beta*h))-
((gama*res[[lin,col+3]])/(beta))+
h*(1-((gama)/(2*beta)))*res[[lin,col+4]],
If[col==7,
res[[lin,col]]=((res[[lin,col-2]])/(beta*h*h))-
((res[[lin,col+2]])/(beta*h))-((res[[lin,col+3]])/(2*beta))
]]];
col=col+1;
];
If[lin<(tf/h)+2,
res[[lin+1,col-3]]=res[[lin,col-3]]+res[[lin,col-6]];
res[[lin+1,col-2]]=res[[lin,col-2]]+res[[lin,col-5]];
res[[lin+1,col-1]]=res[[lin,col-1]]+res[[lin,col-4]];
];
lin=lin+1;
col=4;
];
res]

```

D.8 Função resultados

Após a definição da função *newmark*, definiu-se a função *resultados* com o intuito de tratar os valores calculados anteriormente.

A função usa as mesmas variáveis de entrada que a anterior, com a adição da variável tipo, representada por um valor inteiro de 1 a 4. A variável toma o valor inteiro 1 para exibir a tabela total de resultados, o valor inteiro 2 para exibir o gráfico de deslocamentos, o valor inteiro 3 para exibir o gráfico das velocidades e o valor inteiro 4 para exibir o gráfico das acelerações.

```

resultados[met_,h_,tf_,m_,k_,c_,u0_,v0_,tipo_]:=
Module[{res3,graphU3,graphV3,graphA3},
res3=newmark[met,h,tf,m,k,c,u0,v0];
graphU3=Table[
If[j==1,h*(i-1),-res3[[i+1,8]]],
{i,1,(tf/h)+1},{j,1,2}];

```

```

graphV3=Table[
If[j==1,h*(i-1),-res3[[i+1,9]]],
{i 1,(tf/h)+1},{j,1,2}];
graphA3=Table[
If[j==1,h*(i-1),-res3[[i+1,10]]],
{i,1,(tf/h)+1},{j,1,2}];
If[tipo==1,MatrixForm[res3],
If[tipo==2,ListPlot[graphU3,Joined->True,PlotRange->Full,
AxesLabel->{"t [s]","u [m]"}],
If[tipo==3,ListPlot[graphV3,Joined->True,PlotRange->Full,
AxesLabel->{"t [s]","v [m/s]"}],
If[tipo==4,ListPlot[graphA3,Joined->True,PlotRange->Full,
AxesLabel->{"t [s]","a [m/\!\(\!*SuperscriptBox[\"s\", \"2\"]\)\}"]}]]]]]]

```

No interior do código trocou-se o sinal do vector de deslocamentos calculados, com o intuito de termos o mesmo referencial que o programa de cálculo automático.

Apêndice E

Implementação dos AMS na modelação

O presente apêndice explica como se introduzem AMS no programa de cálculo automático, Sap2000 [25] [24].

Para a elaboração deste texto, investigou-se bibliografia especializada no assunto [25] [24], e consultaram-se trabalhos que usaram abordagens semelhantes [63] [48].

A implementação de dispositivos deste género, parte do pressuposto que existe uma estrutura modelada correctamente. Neste exemplo focaremos-nos apenas na modelação dos dispositivos na estrutura.

Com as propriedades do amortecedor calculadas, a implementação do dispositivo no modelo é feita em duas fases, a definição das propriedades da mola do amortecedor e a definição e ligação da massa do amortecedor.

Depois de modelar o AMS na estrutura, o utilizador pode verificar o seu funcionamento consultando a representação gráfica dos modos de vibração, e a alteração das frequências da estrutura, com a introdução de uma frequência mais baixa e uma mais alta que o modo de vibração considerado inicialmente.

E.1 Definição das propriedades do amortecedor

O Sap200 [25] [24] permite-nos modelar AMS recorrendo ao uso de *Links*. Para definir as propriedades da mola, deve-se fazer:

1. Aceder ao menu *Define*.
2. Aceder ao Menu *Section Properties*, seleccionando posteriormente a opção *Link/Support Properties*.
3. Na nova janela, representada pela figura E.1, devemos escolher a opção *Add New Property*.

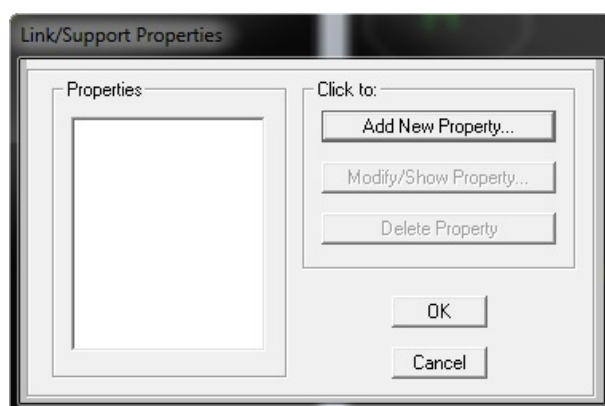


Figura E.1: Menu para criação de *Link/Support Properties*

Na nova secção, representada pela imagem E.2, devemos realizar os seguintes passos:

1. Alterar o *Support Type* para *Damper*.
2. Seleccionar a opção *Fix All* e depois libertar a opção *Fixed* da direcção U1. Libertamos a mola nesta direcção, visto ser a direcção de actuação do amortecedor.
3. Seleccionar a *Modify/Show for U1* e introduzir a rigidez e o amortecimento do amortecedor na nova janela, representada pela figura E.3.

E.2 Definição a massa e ligação do amortecedor

Com as propriedades do amortecedor definidas, é preciso realizar a sua ligação a uma massa e à estrutura. Para definir a massa e a respectiva ligação estrutural, deve-se fazer:

1. Aceder ao menu *Draw*.
2. Seleccionar a opção *Draw Special Joint*, considerando uma distância da estrutura, usando um *Offset Z* e clicar no ponto de aplicação do AMS.
3. Com o novo ponto criado, simulamos a ligação do amortecedor seleccionando *Draw 2 Joint Link* do menu *Draw*. Devemos seleccioner o *Link* criado e clicar no novo ponto, e no nó da estrutura a ligar.
4. Com a mola implementada, devemos aplicar a massa do AMS no novo nó criado, seleccionando *Masses* do menu *Assign > Joint*.

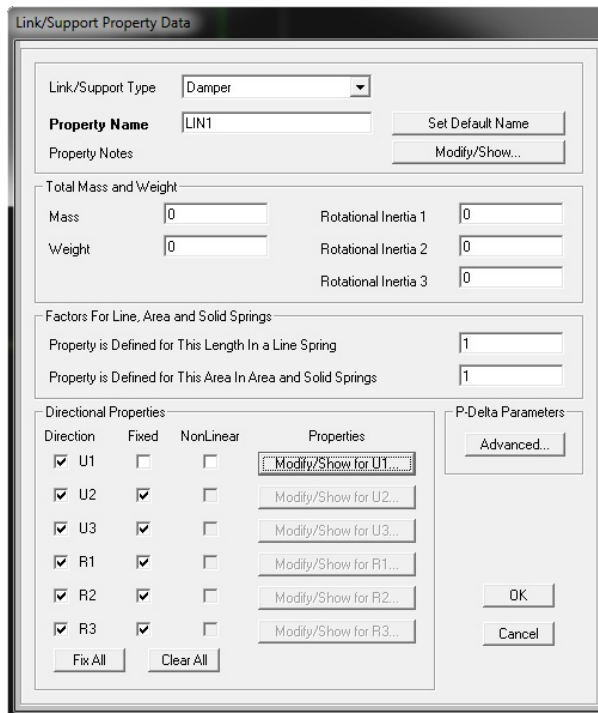
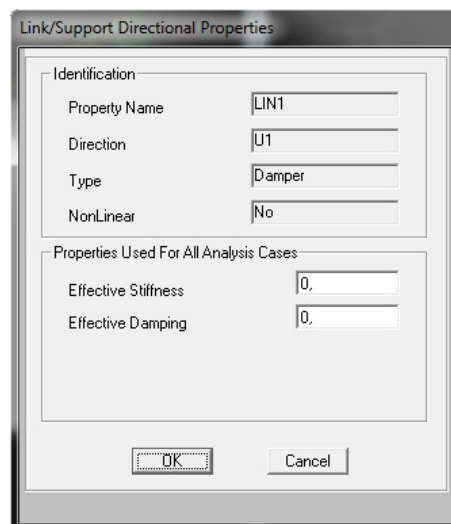
Figura E.2: Menu para a definição das propriedades dos *Link/Support Properties*

Figura E.3: Menu para introdução da rigidez e amortecimento do amortecedor

Apêndice F

Propriedades dinâmicas dos AMS

No presente apêndice exibem-se as propriedades de alguns AMS considerados nos estudos paramétricos desenvolvidos no capítulo 8, que não foram apresentadas ao longo do capítulo.

	ω_T [rad/s ²]	K [kN/m]	M [Kg]	C [Ns/m]
<i>AMS</i> ₁	38.62	13.03	8.74	7.71
<i>AMS</i> ₂	39.70	13.03	8.27	7.71
<i>AMS</i> ₃	40.77	13.03	7.84	7.71
<i>AMS</i> ₄	41.85	13.03	7.44	7.71
<i>AMS</i> ₅	42.92	13.03	7.07	7.71
<i>AMS</i> ₆	44.00	13.03	6.73	7.71
<i>AMS</i> ₇	45.07	13.03	6.41	7.71

Tabela F.1: Propriedades dos AMS, utilizados na proposta 3.1

	ω_T [rad/s ²]	K [kN/m]	M [Kg]	C [Ns/m]
<i>AMS</i> ₁	38.57	11.41	7.67	6.15
<i>AMS</i> ₂	39.51	11.41	7.31	6.15
<i>AMS</i> ₃	40.45	11.41	6.97	6.15
<i>AMS</i> ₄	41.40	11.41	6.66	6.15
<i>AMS</i> ₅	42.34	11.41	6.37	6.15
<i>AMS</i> ₆	43.28	11.41	6.09	6.15
<i>AMS</i> ₇	44.23	11.41	5.83	6.15
<i>AMS</i> ₈	45.17	11.41	5.59	6.15

Tabela F.2: Propriedades dos AMS, utilizados na proposta 3.2

	ω_T [rad/s ²]	K [kN/m]	M [Kg]	C [Ns/m]
<i>AMS</i> ₁	38.53	10.15	7.67	5.55
<i>AMS</i> ₂	39.37	10.15	7.31	5.55
<i>AMS</i> ₃	40.21	10.15	6.97	5.55
<i>AMS</i> ₄	41.05	10.15	6.66	5.55
<i>AMS</i> ₅	41.89	10.15	6.37	5.55
<i>AMS</i> ₆	42.73	10.15	6.09	5.55
<i>AMS</i> ₇	43.57	10.15	5.83	5.55
<i>AMS</i> ₈	44.41	10.15	5.59	5.55
<i>AMS</i> ₉	45.25	10.15	5.59	5.55

Tabela F.3: Propriedades dos AMS, utilizados na proposta 3.3

	ω_T [rad/s ²]	K [kN/m]	M [Kg]	C [Ns/m]
<i>AMS</i> ₁	41.53	226.4	131.25	853.88

Tabela F.4: Propriedades do AMS, utilizado na proposta 4.1

	ω_T [rad/s ²]	K [kN/m]	M [Kg]	C [Ns/m]
<i>AMS</i> ₁	40.77	436.2	262.5	2349.38

Tabela F.5: Propriedades do AMS, utilizado na proposta 4.2

	ω_T [rad/s ²]	K [kN/m]	M [Kg]	C [Ns/m]
<i>AMS</i> ₁	40.04	631.4	393.75	4202.16

Tabela F.6: Propriedades do AMS, utilizado na proposta 4.3

	ω_T [rad/s ²]	K [kN/m]	M [Kg]	C [Ns/m]
<i>AMS</i> ₁	39.36	813.2	525	6303.59

Tabela F.7: Propriedades do AMS, utilizado na proposta 4.4