



**NOVA**

**IMS**

Information  
Management  
School

# MEGI

---

**Mestrado em Estatística e Gestão de Informação**  
Master Program in Statistics and Information Management

*Determinação da Probabilidade de Default de Empresas  
Portuguesas aplicando um Modelo Estrutural*

Filipa Isabel Gertrudes Rato

Dissertação apresentada como requisito parcial para  
obtenção do grau de Mestre em Estatística e Gestão de  
Informação

NOVA Information Management School  
Instituto Superior de Estatística e Gestão de Informação  
Universidade Nova de Lisboa





**NOVA Information Management School**  
**Instituto Superior de Estatística e Gestão de Informação**  
Universidade Nova de Lisboa

**DETERMINAÇÃO DA PROBABILIDADE DE DEFAULT DE EMPRESAS  
PORTUGUESAS APLICANDO UM MODELO ESTRUTURAL**

por

Filipa Isabel Gertrudes Rato

Dissertação apresentada como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre em Estatística e Gestão de Informação, Especialização em Análise e Gestão de Risco

**Orientador/Coorientador:** Prof. Doutor Jorge Bravo

Agosto 2017

## **RESUMO**

No presente artigo será medido e analisado o risco de crédito de empresas não financeiras pertencentes ao PSI20 durante os anos 2005 a 2015. Com recurso a um modelo tipo KMV, é obtida a Distance-to-Default e a probabilidade de default destas empresas ao longo do tempo. Posteriormente, através de um modelo de regressão linear múltipla, é testada a relação entre os valores obtidos para a Distance-to-Default e características fundamentais das empresas e variáveis macroeconómicas.

## **PALAVRAS-CHAVE**

Probabilidade de default; risco de crédito; Distance-to-Default

## **ABSTRACT**

In this article will be measured and analysed the credit risk of non financial companies belonging to PSI20 between the years 2005 and 2015. Using a KMV model, is calculated the Distance-to-Default and Probability of Default of these companies along the period of analysis. Then, through a multiple linear regression model, the relationship between the values obtained for the Distance-to-Default and fundamental characteristics of the companies and macroeconomic variables is tested and verified.

## **KEYWORDS**

Probability of default; credit risk; Distance-to-Default

# ÍNDICE

I. Introdução .....	1
II. Modelos de avaliação de risco de crédito .....	2
III. Metodologia .....	6
A. Modelo Teórico - KMV.....	6
B. Dados.....	8
C. Procedimentos.....	10
D. Validação .....	13
IV. Resultados .....	14
A. Gerais.....	14
B. Modelo para Distance-to-Default com características fundamentais da empresa e indicadores macroeconómicos .....	19
V. Conclusões Finais.....	27
VI. Bibliografia.....	28

## ÍNDICE DE FIGURAS

Gráfico 1 - PD's Sector Energia .....	17
Gráfico 2 - PD's Sector Telecomunicações .....	18
Gráfico 3 - PD's Sector Venda a Retalho .....	18
Gráfico 4 - PD's Sector Indústria de Papel e Derivados/Outros .....	18
Gráfico 5 - PD's Outros Sectores .....	19
Gráfico 6 - Distribuição das médias das variáveis por ano .....	21
Gráfico 7 - Análise de Resíduos .....	26

## ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 1 - Estatísticas PSI 20, 31-Março 2017 Fonte: 2016, Euronext N.V.....	9
Tabela 2 - PSI 20 – empresas não financeiras .....	10
Tabela 3 - Principais indicadores estatísticos das probabilidades de default.....	14
Tabela 4 - Distance-to-Default e probabilidades de default.....	15
Tabela 5 - Matriz de correlação.....	22
Tabela 6 - Modelos de Regressão .....	24

## LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

<b>BCE</b>	Banco Central Europeu
<b>DD</b>	Distância até Incumprimento (do inglês <i>Distance to Default</i> )
<b>EDF</b>	Frequência Esperada de Falência (do inglês <i>Expected Default Frequency</i> )
<b>FMI</b>	Fundo Monetário Internacional
<b>PD</b>	Probabilidade de Incumprimento (do inglês <i>Probability of Default</i> )

## I. INTRODUÇÃO

A crise financeira de 2008, que desencadeou um número significativo de eventos de crédito, e rápida expansão dos instrumentos derivados de crédito acentuou a necessidade de gerir de forma adequada o risco de crédito em instituições financeira e não financeiras. Num mundo em mudança acelerada, os tradicionais modelos de scoring e de rating revelaram-se incapazes de cumprir a missão de aferir correctamente o risco de incumprimento. A probabilidade de default (PD) de uma contraparte sempre existiu. No entanto, tem sido no passado recente que se têm desenvolvido mais modelos e técnicas que permitam quantificar essa probabilidade. Essa necessidade surge com o crescimento dos mercados financeiros, como o mercado Over-the-counter (OTC), por volta de 1999, e porque nas últimas décadas se tem observado um crescente número de empresas em incumprimento, ou mesmo falência.

Os investidores estão cada vez mais desportos para o problema do risco de crédito, apercebendo-se de que este é real e que precisa de ser quantificado e monitorizado. À medida que os sistemas de gestão de risco de mercado foram ficando cada vez mais sofisticados, as instituições financeiras aperceberam-se das lacunas presentes no cálculo da sua exposição ao risco de crédito. Tanto a necessidade de uma melhor gestão do risco, como a necessidade de entender melhor os novos instrumentos financeiros presentes nos mercados impulsionaram o desenvolvimento de boas teorias para medição do risco de crédito. (Cossin e Pirotte, 2001).

A necessidade de incorporar informação de mercado de capitais de modo a permitir uma mais rápida aferição dos riscos enfrentados e uma reacção atempada ao potencial incumprimento conduziram ao desenvolvimento de novos modelos inspirados na teoria financeira. Um dos modelos de previsão mais estudados é o modelo KMV, uma versão comercial do trabalho pioneiro de Merton (1974) onde se aplica a teoria de avaliação de opções à medição do risco de crédito.

Este trabalho assenta em dois principais objetivos. Primeiro, tentar entender, através da aplicação da metodologia de um modelo estrutural no mercado português, como algumas empresas reagiram durante a crise financeira sentida nos últimos anos, medindo a sua probabilidade de incumprimento durante o período de análise (2005 a 2015). Além disso, é também um dos principais objetivos entender de que forma se relacionam características fundamentais da empresa e indicadores macroeconómicos com a Distance-to-Default obtida através do modelo.

O trabalho também consistirá numa análise do modelo, como este emergiu e em que consistem as suas metodologias. Será feita também uma revisão histórica dos restantes modelos estruturais que terão servido como pioneiros para este modelo.

A relevância deste estudo prende-se com a importância que tem sido dada às contas portuguesas, principalmente desde a intervenção do Banco Central Europeu (BCE) e o Fundo Monetário Internacional (FMI). Em 2011, Portugal foi o terceiro país da zona Euro a requisitar ajuda financeira internacional e os anos anteriores a este foram de grande recessão económica. Após ter pedido ajuda internacional, Portugal teve que adotar linhas de orientação para conseguir atingir as metas de consolidação orçamental, resultando isso em grande austeridade.

Este trabalho está dividido em três secções. Primeiro é feita uma breve referência aos modelos de avaliação do risco de crédito. Segundo, é definido o modelo KMV que serve de base para a

metodologia aplicada para o cálculo das probabilidades de default, sendo esta metodologia também definida nesta secção. O algoritmo é aplicado às empresas não financeiras do PSI 20 para os anos de 2005 a 2015. É feita uma análise em particular a alguns dos casos que apresentaram probabilidades de default mais elevadas que as da restante amostra. Por último, tenta-se perceber de que forma determinantes da empresa, como a sua liquidez, e algumas variáveis macroeconómicas, estão relacionados com os valores obtidos de Distance-to-Default (DD).

## II. MODELOS DE AVALIAÇÃO DE RISCO DE CRÉDITO

Os modelos de avaliação de risco de crédito foram evoluindo ao longo do tempo. No passado, o foco era apenas se o cliente iria ou não efetuar os seus pagamentos, sendo esse julgamento feito com base no preenchimento de um formulário. Antes de 1970, as principais abordagens seguidas incluíam a Análise 5C, Análise 5P e o método LAPP. A análise 5C é uma abordagem que avalia o risco de crédito de acordo com algumas características da contraparte: Capacidade (refere-se à capacidade que a contraparte tem de cumprir com os pagamentos), Capital (quantidade de capital investido na empresa, indicando quanto está em risco em caso de falência), Colateral (muitas vezes obrigatório como forma de seguro), Condição (económica e política do país) e Carácter (medindo se a contraparte tem intenção de cumprir com as suas obrigações). Uma vez que não há forma precisa de medir o carácter, esta característica ficava muitas vezes à subjectividade do banco). Os *sub-scores* de cada característica são calculados com base na relação que os valores apresentados têm com o típico incumpridor, e os valores geralmente apresentados por este. As outras abordagens seguem a mesma linha de avaliação, baseando-se em características diferentes, mas semelhantes: Análise 5P (*People, Purpose, Payment, Protection, Prospective Plan*) e o Método LAPP (*Liquidity, Activity, Profitability, Potential*). (Abbadi,2013; Gestel e Baesens, 2009)

O *credit scoring* foi evoluindo, passando também a incluir a quantificação das perdas e exposição ao risco. Por volta dos anos de 1970 surgem então novos métodos como o *Altman Z- Score* em 1968. Este modelo tornou-se particularmente conhecido e utilizado na previsão da falência. Baseando-se em 66 empresas, é construído um modelo linear com cinco rácios financeiros ( $x_1$  = fundo de maneió / total activos,  $x_2$  = lucros acumulados / total activos,  $x_3$  = EBIT / total activos,  $x_4$  = valor de mercado das acções / valor contabilístico da dívida e  $x_5$  = vendas / total activos):

$$z = 0.012x_1 + 0.014x_2 + 0.033x_3 + 0.006x_4 + 0.999x_5$$

O valor do *z-score* obtido indica o nível de capacidade da empresa em cumprir os pagamentos. Por exemplo, um *z-score* inferior a 1.80 indica um mau nível financeiro.

Além do *Altman Z-Score* surgiram outros como o *Linear Probability Model, Logit Model, Probit Model, Model and ZETA Models* e *Multiple Discriminant Analysis*.

É a partir de 1990 que começam a surgir os métodos para quantificar o risco de crédito, como o *VaR-based, KMV Model, CreditMetrics Model* e *Credit Portfolio Views*. Com a imposição dos requisitos de capital, no Acordo de Basileia 1998, a maioria dos bancos desenvolve modelos internos que têm em conta os diferentes tipos de risco para que lhes seja possível aferir correctamente a sua exposição. Em 1999 surgem novas linhas de orientação a ser utilizadas na supervisão bancária, como

consequência do crescimento da utilização destes modelos pelos bancos como forma de gestão interna.

Há quatro principais metodologias referidas pela *Task Force: CreditMetrics™*, Modelo KMV, *CreditRisk+™* e *CreditPortfolioView™*. *CreditMetrics™* (Crouhy, 2000) foi desenvolvido por JP Morgan em 1997 com a colaboração do *Bank of America*, BZW, *Deutsche Morgan Grenfell*, *KMV Corporation* e o antigo *Swiss Bank Corporation and Union Bank Switzerland*. Este é baseado na probabilidade de migração de categoria de risco de crédito. Modelo KMV, como o próprio nome indica, foi produzido pela *KMV Corporation*, que desenvolveu um modelo e uma extensa base de dados para calcular a probabilidade de *default*. No ano de 1997, surge uma outra abordagem, *CreditRisk+™*, desenvolvido pelo *Credit Suisse Financial Products (CSFP)*. É um modelo actuarial, que assume que o incumprimento / falência segue uma distribuição de Poisson. O *CreditPortfolioView™*, desenvolvido por Tom Wilson (da consultora McKinsey), corresponde a um modelo econométrico. Este modelo precisa de dados disponíveis e frequentes, o que por vezes pode apresentar limitações na implementação do modelo. (Crouhy,2000; David e Etheridge, 2006).

Todos estes modelos têm como problemas comuns o facto de não integrarem o risco de mercado nem permitirem o uso de instrumentos não lineares na modelação. Apesar disso, estes modelos permitiram um avanço na modelação do risco de crédito, principalmente por providenciarem novas distribuições dos retornos e perdas.

Os modelos de avaliação de risco de crédito podem ser divididos em subconjuntos que tenham em conta as técnicas utilizadas e os tipos de dados utilizados. Essa divisão realiza-se em três grandes classes: modelos financeiros, modelos empíricos e modelos técnicos (Gestel e Baensens, 2009). Por sua vez, estas classes podem ser divididas em subclasses. Os modelos estruturais, onde se enquadra a metodologia utilizada, são uma subclasse dos modelos financeiros.

Os modelos financeiros utilizam teoria financeira, tais como a análise de *cash-flow* e preços de mercado, para a modelação do risco. Os modelos desta classe têm a vantagem de não precisarem de uma grande quantidade de dados. Estes modelos podem ser implementados apenas com o conhecimento das teorias utilizadas. No entanto, como desvantagem pode apontar-se o facto do enquadramento teórico nem sempre corresponder às observações empíricas.

Os modelos empíricos baseiam-se nos dados históricos para inferir os parâmetros de risco. Usa para isso várias técnicas, de diversos campos, tais como a estatística aplicada. A grande vantagem destes modelos é terem em conta o histórico e realizarem a sua aprendizagem através dos dados passados. Uma das principais limitações destes modelos é não poderem ser aplicados a situações novas em que não hajam dados anteriores para inferir.

Por fim, os modelos técnicos são bastante semelhantes aos modelos empíricos, uma vez que utilizam também dados históricos. No entanto, o cálculo dos parâmetros de risco é efectuado por um especialista financeiro e não através de um procedimento estatístico. Como vantagem deste tipo de método temos o facto de poder ser utilizado mesmo quando há poucos dados disponíveis, ao contrário do que acontece com os modelos empíricos. Apesar disso, a grande fraqueza destes, é o facto de estar à mercê do julgamento humano.

Os modelos estruturais enquadram-se nos modelos financeiros e terão começado com Merton em 1974 quando este apresentou na publicação do seu artigo, uma teoria para o risco de crédito que surgiu através de uma aplicação do *pricing* de opções financeiras. Esta abordagem de Merton foi a primeira “abordagem estrutural”, e é assim chamada uma vez que está relacionada com a divisão do valor dos activos da empresa. O seu método passou então a permitir medir o impacto que a volatilidade dos activos, mudanças na volatilidade das taxas de juro e dívidas com maturidades diferentes têm no risco de crédito. Este modelo assume que o valor do capital próprio corresponde ao valor de uma *Call Option* sobre os activos da empresa.

Para garantir a consistência da aplicação do *pricing standart* de opções ao risco de crédito empresarial é necessário que estejam garantidas algumas premissas. A metodologia de Merton baseia-se no cumprimento dessas premissas, sendo que muitas delas aparecem diretamente da teoria de Black and Scholes (1973). Estas premissas são: P1 – não há custos de transações; P2 – cada investidor pode comprar e vender a quantidade de activos que quiser ao preço de mercado; P3 – a taxa de juro recebida por emprestar dinheiro é igual à taxa de juro paga por requisitar um empréstimo; P4 – são permitidas vendas a descoberto (*short-sale*); P5 – o tempo é contínuo; P6 – o valor de uma empresa é independente da sua estrutura de capitais (teorema de Modigliani-Miller) e P7– a estrutura da taxa de juro é contínua e completamente conhecida.

Desde a sua apresentação, o modelo de Merton (1974) tem sido largamente explorado por outros autores. Seja no sentido de perceber e validar as mais valias e desvantagens do modelo, ou tentar alargá-lo para outras aplicações.

Leland (2002) examina a diferença nos valores obtidos através de modelos estruturais exógenos (Black e Scholes, 1973; Merton, 1974; Longstaff e Schwartz, 1995) e endógenos (Black e Cox, 1976; Leland, 1994; Leland e Toft, 1996). A diferença entre estes dois grupos de modelos está na determinação do limite de falência.

De acordo com Sundaram (2001) existem dois problemas principais na implementação e uso da metodologia estrutural de Merton (1974). Um deles corresponde à determinação do valor da empresa e sua volatilidade, que são inobserváveis. O segundo refere-se ao pressuposto irrealista de que a estrutura de capital da dívida é simples (uma vez que é assumido apenas um único título de dívida).

Huang e Huang (2002) tentam alargar o modelo de Merton (1974) ao calibrá-lo com dados históricos. Estes autores conseguiram mostrar que quando bem calibrados, os modelos estruturais conseguem prever de forma consistente o *credit spread* de uma obrigação. Com resultados opostos, Jones, Mason e Rosenfeld (1984) afirmam que os *credit spreads* obtidos através do modelo de Merton (1974) estão bastantes distantes dos observados empiricamente.

Vassalou e Xing (2004) afirmam que a grande vantagem do modelo de Merton (1974) perante os modelos estatísticos / contabilísticos é a sua visão do presente para prever o futuro. Apresentando estes o grande problema de não terem em conta a volatilidade do valor dos activos na previsão do risco de *default*. Por outro lado, Jarrow (2011), conduziu um estudo com o objectivo de perceber a diferença entre os modelos do tipo *reduced-form* e os modelos estruturais no que diz respeito ao tratamento de informação assimétrica. O autor concluiu que os modelos estruturais não são úteis para o *pricing* e *hedging*, pelo que não deverão ser utilizados para gestão de risco.

Tal como Jarrow (2011), outros autores como Bharath e Shumway (2008) e Patel e Pereira (2007) concluíram que o modelo estrutural não tem uma boa performance na previsão das falências. Apesar destes estudos, o modelo de Merton (1974) tem sido amplamente explorado e alargado.

Black e Cox (1976) incorporam outros tipos de obrigações na estrutura de capitais, como obrigações subordinadas, e exploram as restrições no pagamento de dividendos. Estes autores foram ainda os pioneiros na incorporação de um limite no valor dos activos a partir do qual se considera *default* (limite de falência).

Longstaff e Schwartz (1995) apresentam uma extensão do modelo que incorpora risco de *default* e risco de taxas de juro. Jones (1984) inclui no modelo o uso de dívida com pagamento de cupões, que mais tarde foi melhorado pelos autores Kim, Ramaswamy e Sundaresan (1993). Estes também estudaram o uso de uma estrutura temporal estocástica.

Outros autores como Leland (1994), Mella-Barral e Perraudin (1997), Andreson e Sundaresan (1996) focaram-se ainda no uso de um ponto de falência endógeno, que depende de factores como o custo de falência.

Sundaram (2001) considera o Modelo KMV a extensão do modelo de Merton (1974) mais bem sucedida. Este foi elaborado por Oldrich Vasicek e Stephen Kealhofer baseando-se na metodologia Black-Scholes-Merton, ficando conhecido como o Modelo Vasicek-Kealhofer. Este modelo considera o valor do capital próprio como uma *call* sobre o valor dos activos da empresa, e que esta entra em incumprimento quando o valor dos activos atinge determinado limite. A KMV implementou esse modelo para o cálculo da métrica EDF (*Expected Default Frequency*) (Crosbie e Bohn 2003).

A KMV foi adquirida pela Moody's Analytics em 2002. Para o cálculo da métrica EDF, a Moody's Analytics utiliza a sua extensa base de dados com cerca de 60000 empresas públicas e 2,8 milhões de empresas privadas, entre as quais se registaram 6000 e 220000 eventos de incumprimento, respectivamente.

Uma vez que a medida de risco obtida com este modelo é derivada a partir do valor do capital próprio, muitos podem chegar a pensar que basta "olhar" para as variações no capital próprio para prever o incumprimento de uma empresa. Isso foi negado no estudo de Sun (2010) sobre o retorno dos capitais próprios como preditor de *default*. Em 97% das empresas analisadas, o retorno dos capitais próprios teve pior performance preditiva de *default* (utilizando uma amostra de 6016 empresas com 714 *defaults*) do que uma métrica do tipo EDF.

Alguns autores compararam a estabilidade de modelos do tipo KMV e CreditMetrics™ na presença de erros de *inputs*, tais como a correlação e as taxas de recuperação. O Modelo KMV mostrou ser menos sensível a erros nas taxas de recuperação, mas mais sensível a erros de correlação. Mostrou-se ainda que nestes modelos, o intervalo de confiança para a PD pode ser bastante aberto, o que pode levar a sobreposição de classes de *ratings* diferentes. (Cossin e Pirotte, 2001).

Sundaram (2001,2011) apresentou como principais vantagens deste modelo o uso de informação de mercado e engenharia financeira, a existência de variáveis observáveis e analisáveis e o seu bom poder preditivo. Este autor considera como desvantagens o facto de ser computacionalmente exigente, a sua difícil aplicação a outros mercados como o de derivados financeiros, difícil aplicação a empresas privadas e ser baseado em pressupostos que na prática não são cumpridos.

### III. METODOLOGIA

Nesta secção começa-se por descrever o Modelo KMV que foi a base teórica para a metodologia aplicada. Posteriormente, é identificada a amostra utilizada na estimação, seguindo-se a apresentação dos procedimentos para a mesma.

#### A. MODELO TEÓRICO - KMV

Crouhy (2000) e Crosbie e Bohn (2003) apresentam uma descrição deste modelo. Segundo os autores, existem 3 principais etapas na determinação da probabilidade de *default*:

1. Estimativa do valor dos activos ( $V_A$ ) e volatilidade do retorno dos activos ( $\sigma_A$ );
2. Cálculo da *Distance-to-Default*;
3. Mapeamento da *Distance-to-Default* em probabilidade de *default* com recurso a uma base de dados.

#### **Estimativa do valor dos activos ( $V_A$ ) e volatilidade do retorno dos activos ( $\sigma_A$ ):**

Nesta etapa são tidas em conta duas suposições. A primeira, de que o valor de mercado dos activos da empresa segue uma distribuição *log-normal*. Ou seja, o log dos activos segue uma distribuição normal. Esta suposição tem forte suporte nos estudos empíricos executados pela própria KMV. A segunda, de que a volatilidade do retorno dos activos permanece relativamente constante no tempo.

Se todo o passivo da empresa for transaccionável, então, o valor dos activos da mesma será a soma de todos os valores de mercado desse passivo. Quanto à volatilidade do retorno dos activos, esta será derivada de uma série temporal do valor dos activos.

No entanto, apenas para empresas públicas (cotadas) o preço do capital próprio é directamente observável e, em alguns casos, parte da dívida é activamente transaccionável. É necessário recorrer à abordagem de Merton (1974), assumindo que o valor do capital próprio, corresponde ao valor de uma *Call Option* sobre os activos da empresa.

Para manter o modelo “tratável”, KMV assume que a estrutura de capitais da empresa é apenas constituída por capital próprio, dívida de curto prazo (considerada equivalente a *cash*), dívida de longo prazo e acções convertíveis.

Com estes pressupostos, é então possível escrever os valores do capital próprio ( $V_E$ ) e a sua volatilidade ( $\sigma_E$ ) através das seguintes equações:

$$V_E = f(V_A, \sigma_A, K, c, r) \quad (1)$$

$$\sigma_E = g(V_A, \sigma_A, K, c, r) \quad (2)$$

Onde:

$K$  – índice de alavancagem na estrutura de capitais;

$c$  – média de cupão pago na dívida a longo prazo;

$r$  – taxa de juro sem risco.

Como  $\sigma_E$  não é directamente observável a partir dos dados de mercado mas  $V_E$  sim, então, utilizando o sistema de equações anterior, é possível escrever  $V_A$  como função do capital próprio e volatilidade do retorno dos ativos:

$$V_A = h(V_E, \sigma_A, K, c, r) \quad (3)$$

O modelo é calibrado através de uma técnica iterativa para o valor de  $\sigma_A$ . Na iteração 1, obtém-se o valor de  $V_A$  usando a primeira equação do sistema e a partir de uma "guess estimate" para  $\sigma_A$ , e o valor de  $V_E$  extraído da informação de mercado. O resultado para  $V_A$  é introduzido na segunda equação, juntamente com  $\sigma_E$  (de dados de mercado) para inferir  $\sigma_A$ . Na iteração 2, o valor de  $\sigma_A$  é reintroduzido na equação 1 para obter novamente o valor de  $V_A$  e o processo repete-se novamente. Haverá tantas iterações quanto as necessárias para conseguir a convergência dos valores de  $V_A$  e  $\sigma_A$ .

### Cálculo de DD

*Default* corresponde ao momento em que a empresa falha o pagamento de um cupão ou o pagamento do principal na maturidade da dívida.

De uma amostra de centenas de companhias, a KMV percebeu que as empresas entram em incumprimento quando o valor dos seus ativos atinge um determinado valor, entre o valor total do seu passivo e o valor da dívida a curto prazo. Como tal, a cauda da distribuição do valor dos activos que se encontra abaixo do valor total da dívida poderá não ser uma medida precisa. Por isso, a KMV tem uma etapa intermédia antes do cálculo da probabilidade de *default*, que corresponde ao cálculo da *Distance-to-Default* (DD). Esta medida corresponde ao número de desvios-padrão entre a média da distribuição do valor dos ativos e o *default point* (DPT). Este ponto é o valor nominal do passivo, incluindo dívida a curto prazo (STD) cuja maturidade esteja no horizonte temporal, mais metade da dívida a longo prazo (LTD).

Assim, DD será a distância entre o valor esperado dos activos num ano,  $E(V_1)$ , e o *default point*, expresso em desvios-padrão do valor do retorno dos activos futuro:

$$DD = \frac{E(V_1) - DPT}{\sigma_1} \quad (4)$$

Assim, a DD é o cálculo do valor normalizado da diferença entre  $V_1$  e um determinado limite DPT. Este limite é o valor a partir do qual se assume que se  $V$  atingir esse valor então a empresa estará em default.

Em que o *default point* é dado por:

$$DPT = STD + \frac{LTD}{2} \quad (5)$$

Uma vez que foi assumida uma distribuição *log-normal* para o valor dos activos, a DD, expressa em desvios-padrão do retorno dos activos, com horizonte temporal T, será:

$$DD = \frac{\ln\left(\frac{V_0}{DPT_T}\right) + \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}} \quad (6)$$

Com:

$V_0$  – Valor de mercado actual dos activos;

$DPT_T$  – *Default point* com horizonte temporal T;

$\sigma$  – valor anualizado da volatilidade dos activos.

De onde se retira que a área abaixo do *default point* é dada por  $\Phi(-DD)$ .

### Mapeamento da PD a partir da DD

A PD obtida através da DD, para determinado horizonte temporal é denominada pela KMV por *Expected Default Frequencies* (EDF).

Este mapeamento é obtido a partir de uma grande base de dados com histórico de empresas com taxas de *default*. A partir desses dados consegue-se estimar, para dado horizonte temporal, a proporção de empresas que faliram com determinado valor de DD. Essa proporção é o valor EDF.

### B. DADOS

A amostra usada neste estudo será constituída pelas empresas integrantes do *Portuguese Stock Index* (PSI 20) à data de 31 de Dezembro de 2015. O período de análise inclui os anos de 2005 a 2015, com um total de 136 observações. Uma vez que este índice agrega as maiores empresas portuguesas cotadas em bolsa, consideramos que constituirá uma boa amostra para o estudo do risco de incumprimento nas principais empresas cotadas e na economia portuguesa num período temporal bastante rico que inclui o pico da crise financeira europeia (ano de 2008) e período pós-crise.

A participação de uma empresa no PSI 20 depende de uma selecção feita com base em regras determinadas pela *Euronext* indicadas no “*Index Rule Book*”. A última versão disponível é a 16-01 com efeito desde 1 de Junho de 2016. As empresas elegíveis para o PSI 20 são as cotadas na *Euronext Lisbon*. Estas são classificadas e ordenadas de acordo com o valor de capitalização de mercado ajustada por *free float* à data do *Review Cut-Off*. O *Free Float* é definido como o capital *outstanding* menos as participações que excedem 5%. O *Regulated Trading Volume* destas empresas deverá corresponder a pelo menos 25% do número de shares disponíveis para *trading* por *Free Float*.

São feitas quatro revisões de averiguação ao longo do ano (Março, Junho, Setembro e Dezembro).

No entanto, as seguintes empresas estão automaticamente excluídas do índice:



- *Number of Shares* – obtido o último valor do número de acções *outstanding*, através do *Google Finance*.
- *Yield curve* da zona euro (*rating* AAA) – utilizado para o valor da taxa de juro sem risco, informação disponível no *site* do BCE.

<i>Company</i>	<i>Indústria</i>	<i>Empregados</i>	<i>Acções Outstanding</i>	<i>Cotação Acções (31/12/2015)</i>
<i>ALTRI SGPS</i>	Papel e Energia	666	205.13	4.77
<i>CORTICEIRA AMORIM</i>	Cortiça	3537	133	5.948
<i>CTT CORREIOS PORT</i>	Correios	12057	149.4	8.854
<i>EDP</i>	Energia	12084	3630	3.321
<i>EDP RENOVAVEIS</i>	Energia	1072	872.31	7.25
<i>GALP ENERGIA-NOM</i>	Energia	6792	771.17	6.94
<i>J.MARTINS,SGPS</i>	Venda a retalho	89027	628.43	11.995
<i>MOTA ENGIL</i>	Construção	29283	233.87	1.925
<i>NOS, SGPS</i>	Telecomunicações	2543	512.13	7.246
<i>PHAROL</i>	Telecomunicações	12729	865.65	0.271
<i>REN</i>	Energia	676	530.12	2.782
<i>SEMAPA</i>	Papel, Cimento e derivados	5621	80.68	12.695
<i>SONAE</i>	Venda a retalho	40738	2000	1.048
<i>SONAE CAPITAL</i>	Turismo e outros serviços	1250	244.48	0.51

Tabela 2 - PSI 20 – empresas não financeiras

Como se pode observar na Tabela 2, as empresas do PSI 20 actuam nas mais diversas indústrias, pelo que representam uma boa “fotografia” da economia no país.

Foram excluídas desta análise as empresas do sector financeiro, Banco Comercial Português, Banco BPI e o Montepio. Uma vez que para estas empresas é mais difícil determinar o valor da dívida a curto e longo prazo, o algoritmo utilizado não se aplica a este tipo de indústria. Para o cálculo do ponto de falência, a Moody’s Analytics utiliza uma percentagem do total da dívida, sendo essa percentagem variável de caso para caso. Além disso, foi ainda excluída a *The Navigator Comp*, uma vez que esta empresa integrou o PSI 20 apenas em 18/05/2016.

### C. PROCEDIMENTOS

A metodologia aplicada teve como base a última versão apresentada pela Moody’s Analytics para a métrica EDF (Zhao, Munves & Hamilton, 2012), que tem origem no modelo KMV (Crosbie and Bohn, 2003) descrito na secção anterior. No entanto, foi necessário fazer algumas adaptações, uma vez que

não temos acesso à extensa base de dados da agência Moody's Analytics para as aplicações empíricas.

O algoritmo foi desenvolvido em R, com recurso a diversos *packages* e funções como *TimeSeries* e *Gdata*.

O cálculo da probabilidade de *default* pode ser resumido nos seguintes passos:

1. Capital próprio - valor e volatilidade

O valor aproximado do capital próprio (E) é obtido através do produto entre o preço das acções para o dia t com o número de shares *outstanding*.

Para cada dia t é calculado o valor do respectivo retorno ( $r_t$ ). Com este vector de retornos, é então calculada a volatilidade anualizada ( $\sigma_E$ ).

$$E_t = Price_t \times Volume_t \quad (7)$$

$$r_t = \log(r_t) - \log(r_{t-1}) \quad (8)$$

$$\sigma_E = r_t \times \sqrt{250} \quad (9)$$

2. Activos – valor e volatilidade

Conforme referido anteriormente na secção III, o modelo utilizado como base segue a abordagem Black-Scholes (1973) e Merton (1974). Ou seja, o valor do capital próprio, pode ser visto como uma *call option* sobre o valor dos ativos. Como tal, temos a seguinte relação:

$$E = A_0 \phi(d_1) - e^{-rT} X \phi(d_2) \quad (10)$$

Onde:

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{A_0}{X}\right) + (r + \sigma_A^2)T}{\sigma_A \sqrt{T}} \quad (11)$$

$$d_2 = d_1 - \sigma_A \sqrt{T} \quad (12)$$

De forma a calcular estas duas variáveis, foi efetuado o seguinte processo iterativo:

- a. Obter uma série temporal para os activos usando a equação anterior e com um valor inicial para a volatilidade ( $\sigma_1$ );
- b. Obter a volatilidade dos activos inerente à série temporal anterior ( $\sigma_2$ );
- c. Verificar se a diferença entre as volatilidades  $\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{\sigma_2} \leq \Delta$ . Sendo  $\Delta$  o nível de tolerância especificado;
- d. Se o ponto anterior não se verificar, então a nova volatilidade  $\sigma_2$  será utilizada para produzir uma nova série temporal;
- e. O processo iterativo continuará até a volatilidade convergir.

### 3. *Distance-to-Default*

Neste trabalho é considerado como “ponto de falência” a 1 ano, tal como descrito no artigo de Zhao, S., Munves, D., & Hamilton, D. (2012), a dívida a curto prazo mais metade da dívida a longo prazo. Estes autores mantêm a versão do modelo original descrito em Crosbie and Bohn, 2003.

Uma vez que as empresas do PSI 20 apresentam relatórios de contas anuais que são públicos, estes valores são retirados diretamente da demonstração de resultados das mesmas. A soma dos dois valores anteriores corresponderá ao *default point* ( $X$ ). *Distance-to-Default* corresponde à distância normalizada entre o valor dos activos e o *default point*.

$$DD = \frac{\ln A_0 - \ln X}{\sigma_A} \quad (13)$$

### 4. Probabilidade de *Default*

O próximo passo será obter a probabilidade de incumprimento através da distância até incumprimento. Para isso o modelo utiliza um mapeamento baseado na relação empírica entre a probabilidade de incumprimento e a distância até ao incumprimento. Essa relação empírica é construída utilizando uma grande base de dados de empresas que tenham efectivamente estado em incumprimento.

Na impossibilidade da obtenção de um número elevado de empresas para a realização deste passo, será necessário utilizar uma função de distribuição genérica, a distribuição normal. Ou seja,

$$PD = \phi(-DD) \quad (14)$$

Onde:

$E$ - Capital próprio;

$A_0$ - Valor dos activos;

$\Phi$ - Função cumulativa da distribuição Normal;

$r$ - Taxa de juro sem risco;

$T$ - Tempo até à maturidade;

$X$ - Valor de mercado dos activos no instante zero;

$\sigma_A^2$ - Volatilidade instantânea dos activos no intervalo de tempo  $T$ .

#### D. VALIDAÇÃO

Como forma de validação dos resultados obtidos, foram calculadas as estimativas para o valor dos activos e sua volatilidade recorrendo a mais duas técnicas. Os dois métodos utilizados são algoritmos bastante estudados e aplicados no mundo académico para resolução de sistemas de equações não lineares: o Método de Newton e o Método de Broyden Secant (Dennis e Schanabel, 1996).

O sistema de equações a resolver é constituído pela equação 10, em função do valor dos activos. E a segunda equação, que relaciona capital próprio e volatilidade da empresa:

$$\sigma_E = \frac{V_A}{V_E} N(d_1) \sigma_A \quad (15)$$

Esta equação surge como resultado de um processo estocástico, conhecido como *Ito's lemma*:

$$\sigma_E = \frac{V_A}{V_E} \left( \frac{\partial V_E}{\partial V_A} \right) \sigma_A \quad (16)$$

E um dos resultados obtidos do Modelo Black-Scholes-Merton:

$$\frac{\partial V_E}{\partial V_A} = N(d_1) \quad (17)$$

Para a utilização destes métodos recorreu-se a um *package* do *R Studio*, o *nleqslv*. Os parâmetros para a utilização do *package* foram:

- $X$  – Vector de duas dimensões com: valor do capital próprio como estimativa do valor dos activos, e volatilidade do capital próprio como previsão da volatilidade dos activos;
- Função de  $X$  com retorno de um vetor da mesma dimensão de  $X$  – função definida com o sistema de equações constituído pelas equações 10 e 15;
- *Method* – “Broyden” ou “Newton”;
- Tolerância – a tolerância definida foi igual à utilizada no método iterativo: 0.001.

Com estes dois métodos foi resolvido o sistema não linear a duas incógnitas, para se obter os valores para os ativos e para a volatilidade dos mesmos. Estes valores serão confrontados com os obtidos através do método iterativo. O objetivo é assegurar que o resultado das estimativas não varia consoante o método utilizado.

#### IV. RESULTADOS

Nesta secção apresentam-se os resultados da aplicação da metodologia anterior. São discriminados os valores da PD e DD para cada ano e empresa. Os resultados obtidos são explicados através da análise dos relatórios e contas. Posteriormente, modela-se a DD com variáveis micro e macroeconómicas.

##### A. GERAIS

Tendo em conta os dados e a metodologia acima descrita, foram obtidas as probabilidades de *default* e a *Distance-to-Default* para cada empresa em cada um dos anos do período analisado. Os valores obtidos encontram-se discriminados na *Tabela 5 – Distance-to-Default e probabilidades de default*. Tendo em conta os valores obtidos, para cada ano, foi calculada a média e o desvio das probabilidades obtidas, apresentando-se estes resultados na *Tabela 4 - principais indicadores estatísticos das probabilidades de default*. As probabilidades de *default* foram mais elevadas no período de 2005 a 2009, indicando um maior conservadorismo por parte das empresas na contração de dívida no período pós crise.

O método iterativo mostrou ser consistente no cálculo da estimativa para valor dos activos e sua volatilidade. A média e desvio-padrão do valor absoluto das diferenças entre este método e o método de Newton foi de 0.029090818 e 0.161256554 para o valor dos activos e de 0.007121295 e 0.011334476 para a sua volatilidade. Para o Método Broyden Secant estas estatísticas foram de 8.8723295 e 109.7394768 para o valor dos activos e de 0.007121295 e 0.011334476 para a volatilidade dos mesmos.

Ano	Média PD's	Desvio-Padrão
2015	0.00000318	0.00000778
2014	0.00102962	0.00276975
2013	0.01777838	0.05507138
2012	0.00382603	0.01162850
2011	0.26845838	0.42080654
2010	0.03439612	0.10755407
2009	0.28599650	0.42406583
2008	0.21138014	0.35481460
2007	0.14950800	0.32033393
2006	0.16374829	0.32920785
2005	0.26600883	0.42410481

Tabela 3 - Principais indicadores estatísticos das probabilidades de default

	2015		2014		2013		2012		2011		2010		2009		2008		2007		2006		2005	
	DD	PD	DD	PD	DD	PD	DD	PD	DD	PD	DD	PD	DD	PD	DD	PD	DD	PD	DD	PD	DD	PD
<i>ALTRI SGPS</i>	4.05	2.55E-05	4.17	1.54E-05	3.35	4.01E-04	4.08	2.26E-05	1.03	1.51E-01	2.66	3.92E-03	0.75	2.26E-01	1.46	7.27E-02	1.51	6.62E-02	0.06	4.76E-01	0.67	2.51E-01
<i>Corticeira Amorim</i>	7.84	2.31E-15	5.74	4.67E-09	4.76	9.56E-07	5.51	1.82E-08	2.36	9.14E-03	1.98	2.39E-02	1.50	6.72E-02	0.93	1.77E-01	2.40	8.18E-03	1.14	1.27E-01	0.00	1.00E+00
<i>CTT</i>	18.63	9.38E-78	19.25	7.60E-83	21.59	1.02E-103																
<i>EDP</i>	7.33	1.16E-13	5.02	2.55E-07	5.88	2.11E-09	5.02	2.56E-07	1.22	1.11E-01	3.73	9.62E-05	2.31	1.05E-02	1.35	8.81E-02	3.42	3.13E-04	2.95	1.61E-03	3.01	1.29E-03
<i>EDP Renováveis</i>	7.23	2.40E-13	5.91	1.75E-09	6.82	4.50E-12	5.22	8.72E-08	3.38	3.59E-04	5.58	1.18E-08	4.75	1.03E-06	3.65	1.30E-04						
<i>GALP Energia</i>	21.50	7.12E-103	35.53	8.23E-277	45.34	0.00E+00	26.62	1.99E-156	24.46	2.14E-132	29.19	1.35E-187	28.34	6.13E-177	15.36	1.62E-53	23.78	2.93E-125	57.93	0.00E+00		
<i>Jerónimo Martins</i>	8.32	4.29E-17	9.89	2.28E-23	11.35	3.77E-30	13.54	4.71E-42	8.05	4.03E-16	7.28	1.70E-13	5.23	8.48E-08	2.99	1.41E-03	2.01	2.21E-02	20.37	1.48E-92	18.99	1.04E-80
<i>Mota Engil</i>	4.56	2.54E-06	2.60	4.70E-03	1.71	4.33E-02	2.44	7.40E-03	0.00	1.00E+00	2.59	4.73E-03	0.00	1.00E+00	0.00	1.00E+00	0.32	3.76E-01	3.14	8.44E-04	1.85	3.24E-02
<i>NOS SGPS</i>	8.48	1.10E-17	7.18	3.48E-13	5.32	5.16E-08	5.02	2.63E-07	3.33	4.32E-04	5.78	3.73E-09	5.52	1.65E-08	4.66	1.62E-06	14.18	6.05E-46	28.38	1.98E-177	6.50	4.13E-11
<i>Pharol</i>	12.56	1.79E-36	19.83	8.36E-88	3.79	7.47E-05	4.33	7.54E-06	1.52	6.47E-02	3.45	2.76E-04	2.52	5.79E-03	1.38	8.33E-02	4.17	1.51E-05	3.64	1.39E-04	2.94	1.66E-03
<i>REN</i>	8.95	1.77E-19	6.34	1.13E-10	6.86	3.34E-12	7.48	3.74E-14	2.70	3.51E-03	4.69	1.34E-06	2.99	1.41E-03	1.37	8.59E-02						
<i>SEMAPA</i>	5.68	6.78E-09	3.76	8.37E-05	3.51	2.26E-04	3.40	3.32E-04	0.00	1.00E+00	0.28	3.92E-01	0.00	1.00E+00	0.00	1.00E+00	0.00	1.00E+00	0.00	1.00E+00	0.00	1.00E+00
<i>Sonae</i>	6.20	2.91E-10	4.78	8.91E-07	4.79	8.49E-07	3.89	4.95E-05	1.04	1.50E-01	2.45	7.16E-03	0.00	1.00E+00	1.45	7.37E-02	2.02	2.19E-02	1.85	3.23E-02	1.24	1.07E-01
<i>Sonae Capital</i>	4.15	1.64E-05	2.34	9.62E-03	0.82	2.05E-01	1.73	4.19E-02	-0.06	1.00E+00	2.16	1.55E-02	0.24	4.07E-01	0.97	1.66E-01						

Tabela 4 - Distance-to-Default e probabilidades de default

Nos gráficos 1 a 5 distribuem-se as probabilidades de *default* obtidas por sectores das empresas em estudo. Pode-se concluir que as probabilidades são bastante próximas de zero para a maioria dos anos para os quais foram calculadas. No entanto, existem alguns casos para os quais esta probabilidade está bastante elevada. Esta probabilidade indica que o valor dos activos já está abaixo do ponto de falência utilizado para o cálculo da *Distance-to-Default*. Seguidamente vamos analisar três dos casos para os quais isto acontece.

O grupo SEMAPA, actualmente centraliza a sua atividade em três áreas de *core-business*: papel e pasta de papel, cimentos e derivados, e ambiente. No entanto, nem sempre assim foi, tendo o grupo experienciado um período de reestruturação.

O período 2005 a 2011, foi particularmente difícil para a economia portuguesa, apresentando crescimento económico praticamente nulo em alguns destes anos. Devido ao défice excessivo Portugal passa por duas fases de consolidação orçamental, 2002-2004 e 2006-2008. Contribuíram para isso, o aumento do preço do petróleo e a exigência de contenção nas despesas públicas uma vez que a administração pública foi um dos alvos da reforma. Estas condições económicas acabam por afectar as contas de empresas que vendem quase exclusivamente para o mercado português, como a área dos cimentos no início do período analisado.

Além disso, Portugal atravessa algumas dificuldades em adaptar-se ao novo regime monetário, como a concorrência de novos países integrados no mercado europeu. Este enquadramento macroeconómico acaba por ter impacto ao nível das empresas cujo destino é maioritariamente a exportação, como a Portucel/Soporcel.

Para além da conjuntura económica vivida, o grupo inicia uma reorganização, com a venda em Dezembro de 2005 da totalidade da participação social que detinha da Enersis II – Sociedade Gestora de Participações Sociais, SA. Assim, o grupo SEMAPA centraliza a sua atividade nas áreas do cimento e do papel.

O grupo ETSA será integrado em 2008, expandindo assim a SEMAPA para mais uma área, o Ambiente.

Os valores obtidos para a probabilidade de *default* dever-se-ão principalmente aos valores de dívida elevados como resultado da reestruturação do grupo que exigiu elevado investimento por parte deste. Em 2008, a dívida líquida era de 1086 milhões de euros. E em 2009, de 1143 milhões de euros, atingindo um máximo registado neste período.

Probabilidades de *default* elevadas sem a existência de falência poderão acontecer. Isto porque, de acordo com outros autores, tais como Huang and Huang (2002), as empresas continuam em actividade mesmo sem obterem lucro, sendo a decisão de falência tomada pelos gestores que tentam maximizar o valor do capital próprio.

Outro caso de PD elevada, é o observado para a Sonae no ano de 2009. A Sonae é uma das maiores empresas não financeiras em Portugal. Em 2009, faziam parte da empresa 39372 colaboradores, e apresentava um volume de negócios de 5.7 mil milhões de euros.

Analisando o relatório e contas, percebe-se que o final de 2008 e o ano de 2009 foram de uma exigência acentuada para a empresa no contexto da crise financeira atravessado pelo país. Esta crise levou a empresa a procurar soluções de melhoria, tendo resultado numa redefinição estratégica.

Em 2009, a Sonae acelera a sua expansão internacional, com enfoque no mercado espanhol. Além disso, implementa várias alterações organizacionais, sendo a reorganização do negócio de retalho um exemplo.

Na demonstração de resultados é evidente um retorno dos capitais próprios bastante inferior ao apresentado noutros anos. A diferença relativamente a 2007 é de -13.1%. O mesmo acontece com o resultado líquido por acção, que em 2007 era de 0.18 e em 2008 e 2009 baixou para 0.02 e 0.04, respectivamente.

Em 2005, a Corticeira Amorim apresentou também uma PD superior ao normal. Esta empresa está estruturada em 6 unidades de negócio: Matérias-Primas, Rolhas, Revestimentos, Aglomerados Técnicos, Cortiça com Borracha e Isolamentos.

Na origem do valor observado para a PD poderá estar a diminuição da quantidade de matéria-prima (cortiça) no primeiro semestre de 2005, devido à seca que atingiu a Península Ibérica. Neste semestre, houve um desvio de -3.1% de vendas comparativamente a 2004. A dívida permaneceu sensivelmente igual ao ano transacto, no entanto existiu a necessidade de reestruturação da mesma. Essa reestruturação ocorreu principalmente ao nível dos valores da maturidade, passando o peso da dívida a médio e longo prazo de 35% para 54%. Uma dívida de curto prazo elevada, potência um resultado de PD elevado, tendo em conta as equações 13 e 14.

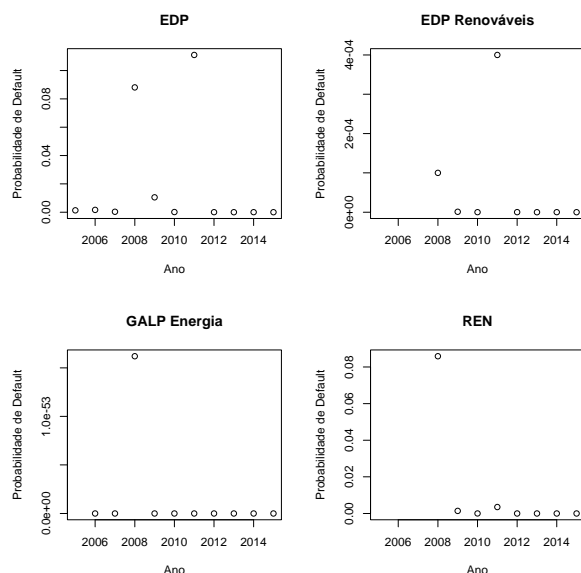


Gráfico 1 - PD's Sector Energia

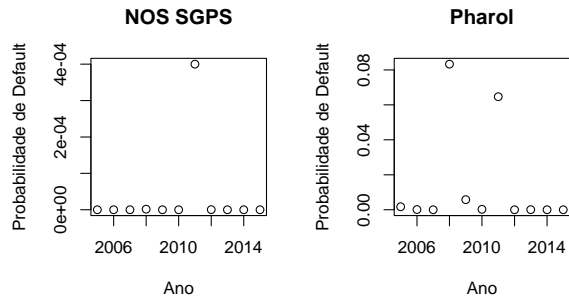


Gráfico 2 - PD's Sector Telecomunicações

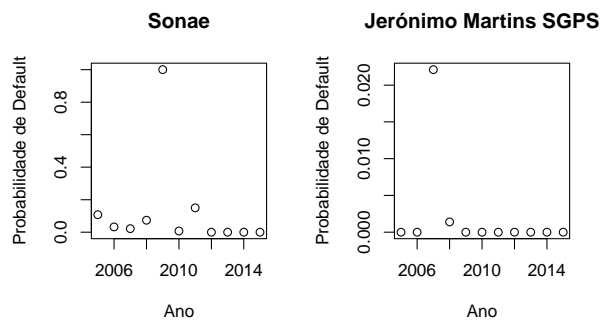


Gráfico 3 - PD's Sector Venda a Retalho

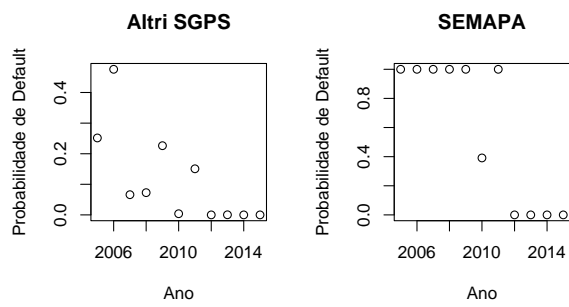


Gráfico 4 - PD's Sector Indústria de Papel e Derivados/Outros

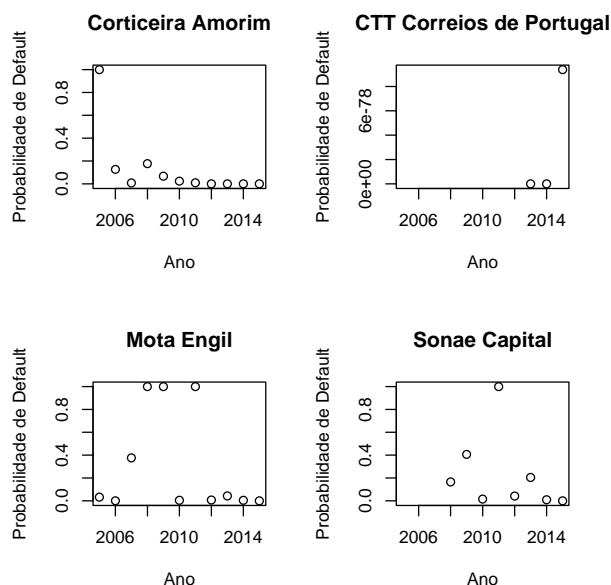


Gráfico 5 - PD's Outros Sectores

## B. MODELO PARA DISTANCE-TO-DEFAULT COM CARACTERÍSTICAS FUNDAMENTAIS DA EMPRESA E INDICADORES MACROECONÓMICOS

Nesta fase do trabalho pretende-se compreender a relação entre indicadores financeiros das empresas e a *Distance-to-Default* apresentada. O modelo obtido será também enriquecido com variáveis macroeconómicas.

Para as empresas em estudo foram obtidas da base de dados *DataStream* os dados enumerados abaixo. A existência pública destes dados deve-se à obrigatoriedade das empresas pertencentes ao PSI 20 terem que apresentar os seus Relatórios e Contas.

- *Capitalização de Mercado*, ( $N^{\circ}$  Shares  $\times$  Closed Price no final de cada período);
- *Momentum* (Closed Price Final – Closed Price Inicial);
- Taxa de Cobertura de Juros ( $Interest\ Coverage\ Ratio = EBIT / Interest\ Expense$ );
- *Current Ratio* (directamente do Relatório de Contas);
- Responsabilidades / Capitalização de Mercado ( $Liability / Market\ Capitalization$ );
- Total Dívida / Total Activos ( $Total\ Debt / Total\ Assets$ );
- Fundo de Maneio / Total Activos ( $Working\ Capital / Total\ Assets$ );
- $EBIT / Total\ Activos$  ( $EBIT / Total\ Assets$ );
- Total Receitas / Número de Empregados ( $Net\ Sales\ Or\ Revenue / Size$ );

Numa segunda fase, foram adicionadas as seguintes variáveis macroeconómicas ao modelo de Regressão Linear Múltipla:

- Capacidade / necessidade líquida de financiamento (% do PIB);
- Índice PSI 20;
- Valor do PIB.

Os dados da capacidade / necessidade líquida de financiamento em percentagem do PIB e os valores absolutos do PIB foram extraídos do Instituto Nacional de Estatística. Enquanto os dados históricos para o índice do PSI 20 foram retirados do *site* da bolsa de lisboa.

O objetivo é relacionar o valor da DD calculado através do algoritmo com diversas características fundamentais da empresa. Pretende-se entender que características influenciam a DD e relacionar os valores obtidos com alguma informação que de certa forma pudesse contribuir para o risco de mercado dessas empresas, nomeadamente:

- **Alavancagem (Leverage):** Como medidas da alavancagem foram considerados os rácios Responsabilidades / Capitalização de Mercado e Total Dívida / Total Activos;
- **Taxa de Cobertura de Juros (Interest Coverage Ratio):** Este rácio mede a capacidade da empresa cobrir os juros decorrentes de dívidas;
- **Liquidez (Liquidity):** Utilizadas duas medidas para medir a liquidez da empresa: Rácio Fundo de Maneio sobre os Activos e o *Current Ratio*;
- **Rentabilidade (Profitability):** Medida através do rácio EBIT / Total Activos;
- **Dimensão (Size):** Como indicador do tamanho da empresa, tomou-se como medida a capitalização de mercado (*Market Capitalization*);
- **Momentum:** Variação do valor das acções ao longo do ano;
- **Produtividade (Productivity):** Como *proxy* para o índice da produtividade utiliza-se o rácio do total das receitas (*total revenue*) pelo nº de empregados.

Os *box plots* com a distribuição dos valores das características (Gráfico 6) permite-nos ter uma percepção sobre os atributos do conjunto de dados, nomeadamente: localização, dispersão, assimetria e *outliers*. Algumas características apresentam distribuição um pouco assimétrica e com alguns *outliers*. No entanto, como as empresas representadas apresentam diferenças significativas (dimensão, sector, performance) considera-se normal a existência de valores mais discrepantes.

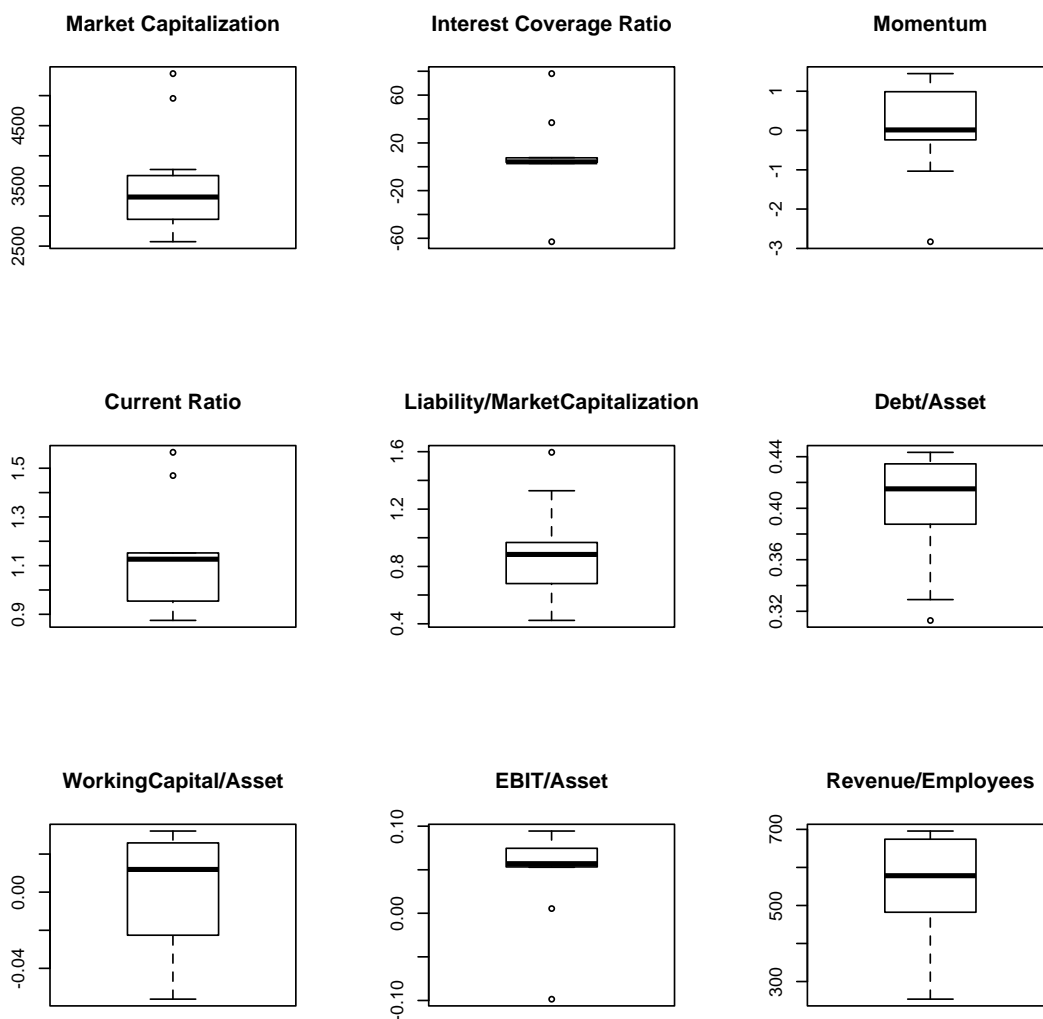


Gráfico 6 - Distribuição das médias das variáveis por ano

Na Tabela 6 apresenta-se a matriz de correlação entre as variáveis. É de salientar a elevada correlação entre os pares de variáveis: Índice PSI 20 e Capacidade de endividamento, *Dividends* e *Market Capitalization*, *Current Ratio* e *Working Capital / Asset*. Era expectável a existência de correlação entre algumas variáveis uma vez que se tratam de características da empresa que reflectem a sua saúde financeira.

	DD	Market Capitalization	Interest Coverage Ratio	Momentum	Current Ratio	Liability / MarketCapitalization	Debt / Asset	WorkingCapital / Asset	EBIT / Asset	Productivity	Dividends	Capacidade de Endividamento	PSI20	PIB
DD	1.00	0.43	0.23	0.14	0.11	-0.27	-0.44	0.08	0.26	0.66	0.10	0.18	-0.17	-0.05
Market Capitalization	0.43	1.00	-0.08	0.17	-0.18	-0.34	-0.25	-0.24	0.20	0.51	0.60	-0.07	0.04	0.01
Interest Coverage Ratio	0.23	-0.08	1.00	0.07	0.09	-0.08	-0.40	0.18	0.21	-0.12	-0.06	0.16	-0.13	0.06
Momentum	0.14	0.17	0.07	1.00	0.05	-0.17	-0.13	0.08	0.33	0.02	-0.13	0.16	-0.31	-0.16
Current Ratio	0.11	-0.18	0.09	0.05	1.00	-0.02	-0.12	0.92	-0.01	0.04	-0.01	0.02	0.00	-0.07
Liability / MarketCapitalization	-0.27	-0.34	-0.08	-0.17	-0.02	1.00	0.04	0.01	-0.23	-0.28	-0.13	0.07	-0.03	0.08
Debt / Asset	-0.44	-0.25	-0.40	-0.13	-0.12	0.04	1.00	-0.08	-0.28	-0.02	0.03	-0.18	0.14	0.00
WorkingCapital / Asset	0.08	-0.24	0.18	0.08	0.92	0.01	-0.08	1.00	-0.03	0.06	-0.03	0.03	-0.02	-0.08
EBIT / Asset	0.26	0.20	0.21	0.33	-0.01	-0.23	-0.28	-0.03	1.00	-0.04	0.08	-0.21	0.13	-0.15
Productivity	0.66	0.51	-0.12	0.02	0.04	-0.28	-0.02	0.06	-0.04	1.00	0.24	0.15	-0.09	0.10
Dividends	0.10	0.60	-0.06	-0.13	-0.01	-0.13	0.03	-0.03	0.08	0.24	1.00	-0.08	0.07	0.01
Capacidade de Endividamento	0.18	-0.07	0.16	0.16	0.02	0.07	-0.18	0.03	-0.21	0.15	-0.08	1.00	-0.88	-0.05
PSI20	-0.17	0.04	-0.13	-0.31	0.00	-0.03	0.14	-0.02	0.13	-0.09	0.07	-0.88	1.00	0.20
PIB	-0.05	0.01	0.06	-0.16	-0.07	0.08	0.00	-0.08	-0.15	0.10	0.01	-0.05	0.20	1.00

Tabela 5 - Matriz de correlação

Foi utilizado o modelo de regressão linear múltipla com toda a *pool* de dados (136 observações), em que 7 das 136 observações foram eliminadas por falta de dados nas variáveis explicativas. Foi seguido um método de selecção regressiva para a escolha das variáveis que devem incorporar o modelo final. Começou-se com todas as variáveis microeconómicas, retirando as que não apresentassem valor *t* significativo. Existindo um modelo em que estas variáveis são todas significativas (modelo 2), enriquece-se o mesmo com variáveis macroeconómicas. O objectivo é termos um modelo final apenas com características da empresa e outro com factores externos incorporados. Os resultados obtidos em cada iteração apresentam-se na tabela 7 – Modelos de Regressão.

O modelo 1 obteve um  $R^2=0,6414$  com um *p-value* inferior a  $2.2e-16$ . Estes resultados demonstram que a variabilidade de DD explicada pelo nosso modelo não é elevada. No entanto, este valor é aceitável uma vez que diversos outros factores económicos contribuem para a variabilidade da DD das empresas. Apesar disso, o *p-value* indica-nos que para qualquer um dos níveis de significância normalmente utilizados (5%, 2,5% e 0,5%) rejeitamos a hipótese de os coeficientes das variáveis independentes serem iguais a zero. Com isto, confirma-se a existência de relação entre a DD e as características das empresas utilizadas para a regressão.

Analisando o modelo final obtido na regressão linear múltipla, consegue-se perceber que não há evidência estatística na amostra para afirmar que os coeficientes das variáveis explicativas *Momentum*, *MarketCap* e *Liability/MarketCapitalization* são diferentes de zero (*p-values* de 0.3292, 0.4002 e 0.9690, respectivamente). As três variáveis incorporam informação do valor da cotação de mercado. A cotação de mercado poderá não reflectir a saúde financeira da empresa, não afectando assim o valor da *Distance-to-Default*.

Neste sentido, realizou-se uma nova regressão sem as três variáveis (modelo 2). O modelo de regressão linear múltipla obteve valores semelhantes para o  $R^2$  (0,6370).

Com um nível de significância de 5%, podemos afirmar a existência de uma relação entre os valores para *Distance-to-Default* e as características fundamentais da empresa presentes no nosso modelo. Além disso, a variabilidade de DD explicada pelo modelo é bastante satisfatória (63,7%).

Enriqueceu-se o modelo obtido com algumas variáveis macroeconómicas: Capacidade / necessidade líquida de financiamento em percentagem do PIB, o valor do PIB e valor do índice PSI 20. Os valores das primeiras duas variáveis foram obtidos do INE (Contas económicas anuais das sociedades não financeiras e Produto interno bruto a preços de mercado (preços correntes; anual), respectivamente). Os valores para o índice PSI 20 foram retirados do *site* da bolsa de Lisboa. Nos resultados obtidos (modelo 3) para esta amostra, verifica-se que apenas para o PIB poderá haver evidência estatística de relação com DD. Este modelo apresentou um  $R^2=0,6472$ .

Refinou-se o modelo retirando as variáveis sem significância estatística. Este modelo final (modelo 4) apresenta um  $R^2=0,6453$ , uma diferença pouco significativa relativamente ao  $R^2$  observado no modelo anterior. Podemos concluir que a remoção das variáveis Capacidade de Endividamento e PSI 20 não prejudicou a variabilidade explicada para a DD. O *p-value* obtido para este modelo foi inferior a  $2.2e-16$ . A probabilidade de os coeficientes das variáveis explicativas serem zero é muito próximo de zero, demonstrando a relação entre estas e os valores obtidos para a DD.

		Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3	Modelo 4
<b>Intercept</b>	Estivativa	-2.93	-3.11	19.48	22.21
	Std. Erro	3.765	3.534	15.9	15.45
	valor t	-0.778	-0.88	1.225	1.437
	p-value	0.4379	0.3805	0.223	0.1532
<b>Interest Coverage Ratio</b>	Estivativa	0.0155	0.0158	0.0168	0.0171
	Std. Erro	0.0054	0.0053	0.0054	0.0053
	valor t	2.89	3.011	3.1	3.244
	p-value	0.0046	0.0032	0.0024	0.0015
<b>Momentum</b>	Estivativa	0.1953			
	Std. Erro	0.1994			
	valor t	0.98			
	p-value	0.3292			
<b>Current Ratio</b>	Estivativa	5.791	5.437	5.874	5.728
	Std. Erro	2.605	2.566	2.589	2.553
	valor t	2.223	2.119	2.269	2.244
	p-value	0.0281	0.0362	0.0251	0.0267
<b>Market Capitalization</b>	Estivativa	-0.0002			
	Std. Erro	0.0002			
	valor t	-0.844			
	p-value	0.4002			
<b>Liability / Market Capital</b>	Estivativa	0.0185			
	Std. Erro	0.4752			
	valor t	0.039			
	p-value	0.969			
<b>Debt / Asset</b>	Estivativa	-15.13	-14.41	-14.15	-14.28
	Std. Erro	3.523	3.345	3.362	3.321
	valor t	-4.295	-4.308	-4.208	-4.302
	p-value	<2.00E-16	<2.00E-16	0.0001	<2.00E-16
<b>Working Capital / Asset</b>	Estivativa	-19.83	-17.43	-19.41	-19.01
	Std. Erro	8.863	8.558	8.65	8.545
	valor t	-2.238	-2.037	-2.244	-2.224
	p-value	0.0271	0.0438	0.0267	0.028
<b>EBIT / Asset</b>	Estivativa	60.1	60.32	55.23	53.65
	Std. Erro	16.45	15.53	16.7	15.92
	valor t	3.654	3.884	3.308	3.371
	p-value	0.0004	0.0002	0.0012	0.001
<b>Produtivity</b>	Estivativa	0.0099	0.0095	0.0096	0.0096
	Std. Erro	0.001	0.0008	0.0008	0.0008
	valor t	10.101	11.829	11.736	12.03
	p-value	<2.00E-16	<2.00E-16	<2.00E-16	<2.00E-16
<b>Capacidade de Endividamento</b>	Estivativa			-0.1077	
	Std. Erro			0.2772	
	valor t			-0.389	
	p-value			0.6983	
<b>PIB</b>	Estivativa			-0.0001	-0.0001
	Std. Erro			0.0001	0.0001
	valor t			-1.289	-1.683
	p-value			0.1999	0.095
<b>Índice PSI 20</b>	Estivativa			-0.0003	
	Std. Erro			0.0005	
	valor t			-0.68	
	p-value			0.4978	

Tabela 6 - Modelos de Regressão

O rácio total de dívida sobre o total de activos mede a alavancagem da empresa, com um rácio maior a empresa está a contrair mais dívida para financiar investimentos e crescimento da mesma. Uma maior alavancagem pode levar a grandes benefícios para o investidor, no entanto comporta um grande risco. Caso os investimentos feitos não sejam bem sucedidos, podem existir grandes perdas, fazendo com que o pagamento da dívida tenha grande peso nas contas da empresa, deteriorando o seu risco de crédito e aumentando o seu risco de falir. Com um valor negativo para o coeficiente desta variável (-14.28), temos uma menor *Distance-to-Default* com o aumento da alavancagem, logo uma maior probabilidade de *default*. Estas evidências estão de acordo com os estudos de outros autores (Molina, 2005; Harris e Ravid, 1990).

A taxa de cobertura de juros é uma medida do quão facilmente uma empresa conseguirá cumprir com os juros decorrentes da sua dívida. Um elevado valor desta taxa, indica-nos uma boa saúde financeira da empresa. Assim, uma maior taxa de cobertura de juros deverá produzir uma menor probabilidade de *default*, e por sua vez, uma maior *Distance-to-Default*, resultando na relação positiva entre estas duas variáveis (0.0171). Estas evidências entre a taxa de cobertura de juros e a estrutura e saúde financeira da empresa haviam sido verificadas pelos autores (Harris and Ravid, 1990; Erotis, 2007).

O fundo de maneio, calculado como a diferença entre os activos correntes e as dívidas correntes, indica se a empresa tem activos de curto prazo suficientes para fazer face às suas dívidas de curto prazo. Um fundo de maneio negativo, revela dificuldades para a empresa cumprir com as suas obrigações de curto prazo. Uma relação negativa (-19.01) entre o rácio fundo de maneio sobre os activos e DD, poderá parecer contraditória, no entanto, um valor elevado para o fundo de maneio nem sempre é sinal de algo positivo, pois poderá ser consequência de um deficiente funcionamento. Por exemplo, demasiado inventário ou falta de reinvestimento conduzirá a um elevado rácio.

Para além do fundo de maneio, uma outra medida da liquidez da empresa, é o *Current Ratio*. Este é calculado através da divisão dos activos correntes pelas responsabilidades, foi extraído directamente da base de dados para cada uma das empresas. Um rácio baixo mostrará mais dívidas que activos disponíveis, portanto uma empresa com boa saúde financeira deverá ter um rácio mais elevado, existindo uma relação positiva entre o *Current Ratio* e a *Distance-to-Default* (5.728).

O mesmo acontece com o rácio *EBIT/Asset*, denominado como '*Return On Assets*', indicador da rentabilidade da empresa. Esta rácio é uma medida de quão eficiente a empresa é na utilização dos seus activos. Quanto maior o rácio, maior a rentabilidade e menor a probabilidade de *default*, maior DD, produzindo uma relação positiva entre as duas variáveis (53.65).

A produtividade das empresas foi obtida através da divisão das receitas pelo número de empregados. Uma elevada produtividade resultará num elevado rácio e uma maior *Distance-to-Default*, sendo a relação entre este rácio e a DD positiva (0.0096).

O Produto Interno Bruto foi a única variável macroeconómica a demonstrar evidência estatística nesta amostra. A inexistência de relação entre DD e as variáveis Capacidade de Endividamento e índice PSI 20 vai contra o que seria expectável. A falta de evidência estatística poderá ser consequência da amostra utilizada. Além disso, a relação entre DD e estas variáveis poderá não ser linear, daí não ser captada pelo nosso modelo.

### Avaliação do modelo:

O valor não muito elevado para o  $R^2$  final ( $R^2=0,6453$ ) poderá ser explicado pela teoria dos autores Jennie Bai e Liuren Wu (2016). De acordo com estes os coeficientes das variáveis independentes não são intemporais. Assim, estes aplicam os princípios do modelo Bayesiano combinados com uma *stacking regression* para adicionar estabilidade temporal, atribuindo um peso diferente ao coeficiente a cada ano. Uma regressão linear ponderada, possivelmente produziria melhores resultados de  $R^2$ .

A qualidade do modelo final poderá ainda ser entendida através de uma análise dos resíduos. Este tipo de análise permite-nos entender quão bem os dados são representados pelo modelo e se este cumpre as premissas da regressão linear: resíduos com valor médio igual a zero, variância homogênea, independentes e com distribuição normal. Podem retirar-se algumas conclusões através dos gráficos abaixo.

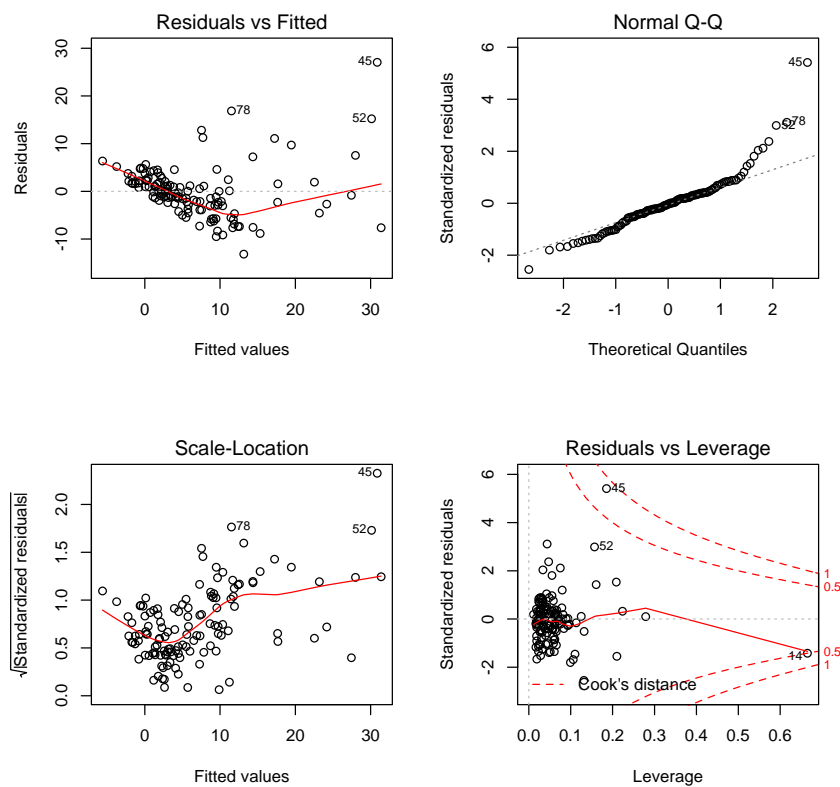


Gráfico 7 - Análise de Resíduos

O primeiro gráfico, *Residuals vs Fitted*, pode indicar-nos padrões não lineares uma vez que os resíduos não se encontram igualmente distribuídos em torno de uma linha horizontal. Com o segundo gráfico, *Normal Q-Q*, conclui-se a existência da normalidade dos resíduos, uma vez que estes seguem uma linha recta sem desvios significativos. Com o gráfico *Scale-Location* conseguimos avaliar a premissa de igual variância dos resíduos (homocedasticidade). A linha deverá ser horizontal, existindo neste caso um ligeiro desvio para valores entre 0 e 10.

Uma vez que não existem modelos perfeitos e na prática as premissas são difíceis de manter, consideramos que o modelo representa bem os dados.

Foi ainda incluído o gráfico *Residuals vs Leverage*, com a *Cook's Distance* na tentativa de encontrar *outliers* que influenciem o nosso modelo. A *Cook's Distance* mede o efeito de se excluir determinada observação. A observação número 14 parece ter influência no modelo de regressão. No entanto, a exclusão desta variável não implicou uma melhoria no  $R^2$  final nem na qualidade do modelo medida através da análise dos resíduos.

A estatística F teve um valor de 31.45 (7 gl no numerador e 121 no denominador) com  $p\text{-value} < 2.2e-16$ , indicando uma relação estatisticamente significativa entre as variáveis explicativas e a *Distance-to-Default*.

## V. CONCLUSÕES FINAIS

Implementou-se um modelo estrutural, de inspiração no modelo KMV, para cálculo da probabilidade de *default* das empresas não financeiras do PSI 20. Tendo em conta a análise dos relatórios e contas, encontraram-se evidências económicas para os resultados elevados obtidos em alguns casos. Pode-se então concluir uma boa aferição do risco de crédito com a utilização dos modelos estruturais no caso português.

Conseguiu-se ainda demonstrar evidência na amostra da existência de relação entre a *Distance-to-Default* (medida utilizada nos modelos estruturais para cálculo da probabilidade de *default*) e as características económicas das empresas, como a taxa de cobertura de juros e a produtividade. Mostrou-se ainda que há relação entre a DD e o valor do PIB.

Como objetivos para estudos seguintes, sugere-se uma amostra maior de empresas portuguesas no cálculo da DD. Assim, conseguir-se-ia a determinação de uma função empírica de distribuição dos retornos, sem ser necessário recorrer à distribuição Normal. Seria útil analisar o uso de uma *stacking regression* na modelização da DD.

## VI. BIBLIOGRAFIA

- Abbadi, S., & Karsh, S. (2013). Methods of Evaluating Credit Risk used by Commercial Banks in Palestine, *International Research Journal of Finance and Economics*, 111,
- Anderson, R., Sundaresan, S. (1996). Design and Valuation of Debt Contracts. *The Review of Financial Studies*, 9 (1), 37-68.
- Bai, J., & Wu, L. (2016). Anchoring Credit Default Swap Spreads to Firm Fundamentals. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 51 (5), 1521-1543.
- Bharath, S., Shumway, T. (2008). Forecasting Default with Merton Distance to Default Model. *The Review of Financial Studies*, 21 (3), 1339-1369.
- Black, F., Scholes, M. (1973). The Pricing of Options and Corporate Liabilities. *Journal of Political Economy*, 81 (3), 637-654.
- Black, F., Cox, J. (1976). Valuing Corporate Securities: Some Effects of Bond Indenture Provisions. *The Journal of Finance*, 31 (2), 351-367.
- Crosbie, P., Bohn, J. (2003). Modeling Default Risk. Moody's KMV Company.
- Cossin, D., Pirotte, H. (2001). *Advanced Credit Risk Analysis*. John Wiley & Sons, Ltd.
- Crouhy, M., Galai, D. & Mark, R. (2000). A comparative analysis of current credit risk models. *Journal of Banking & Finance*, 24, 59-117.
- Dennis, J. & Schanabel, R. (1996). *Numerical Methods for Unconstrained Optimization and Nonlinear Equations*. Siam.
- Erotis, N., Vasiliou, D., Ventoura-Neokosmidi, Z. (2007). How firm characteristics affect capital structure: an empirical study. *Managerial Finance*, 33 (5), 321-331.
- Euronext (2016). Index Rule Book PSI 20 Index. Retrieved from <https://www.euronext.com/pt-pt/products/indices/PTING0200002-XLIS/market-information>.
- Gestel, T. V., Baesens, B. (2009). *Credit Risk Management*. Estados Unidos: Oxford University Press.
- Harris, M., Raviv, A. (1990). Capital structure and the informational role of debt. *Journal of Finance*, 45, 321-49.
- Huang, J., Huang, M. (2002). *How Much of the Corporate-Treasury Yield Is Due to Credit Risk?*. Pennsylvania State University and Stanford University.
- Jarrow, R. (2011). Credit market equilibrium theory and evidence: Revisiting the structural versus reduced form credit risk model debate. *Finance Research Letters*, 8, 2-7.

- Jones, E. P., Mason, S. P. & Rosenfeld, E. (1984), Contingent Claims Analysis of Corporate Capital Structures: an Empirical Investigation. *The Journal of Finance*, 39 (3), 611–625. doi:10.1111/j.1540-6261.1984.tb03649.x
- Kim, I., Ramaswamy, K., Sundaresan, S. (1993), Does Default Risk in Coupons Affect the Valuation of Corporate Bonds?: A Contingent Claims Model. *Financial Management*, 117 -131.
- Leland H. (1994). Corporate Debt Value, Bond Covenants, and Optimal Capital Estructure. *Journal of Finance*, 49 (4), 1213-1252.
- Leland H. (2002). Predictions of Expected Default Frequencies in Structural Models of Debt. *University of California, Berkeley*.
- Leland, H., Toft, K. (1996). Optimal Capital Structure, Endogenous Bankruptcy, and the Term Structure of Credit Spreads. *Journal of Finance*, 51 (3), 987-1019.
- Longstaff, F., Schwartz, E. (1995). A Simple Approach to Valuing Risky Fixed and Floating Rate Debt. *The Journal of Finance*, 50 (3), 789-819.
- Mella-Barral, P., Perraudin, W. (1997). Strategic Debt Service. *The Journal of Finance*, 52 (2), 531-556.
- Merton, R. C. (1973). Theory of Rational Optional Pricing. *The Bell Journal of Economics and Management Science*, 4 (1), 141-183
- Merton, R. C. (1974). On the Pricing of Corporate Debt: The Risk Structure of Interest Rates. *Journal of Finance*, 29 (2), 449-470.
- Molina, C. (2005). Are Firms Underlevered? An Examination of the Effect of Leverage on Default Probabilities. *The Journal of Finance*.
- Patel, K., Pereira, R.(2007). Expected Default Probabilities in Structural Models: Empirical Evidence. *J Real Estate Finan Econ*, 34, 107-133.
- Sun, Z. (2010). An Empirical Examination of the Power of Equity Returns vs. EDFs for Corporate Default Prediction. Moody's Analytics.
- Sundaram, R. (2001). The Merton/KMV Approach to Pricing Credit Risk.
- Sundaram, R., Das, S. (2011). *Derivatives: Principles and Practice*. Mc-Graw-Hill Irwin.
- Vassalou, M., Xing, Y. (2004). Default Risk and Equity Returns. *Journal of Finance*, 59 (2), 831-868.
- Zhao, S., Munves, D., & Hamilton, D. (2012). Public Firm Expected Default Frequency (EDF™) Credit Measures: Methodology, Performance, and Model Extensions. Moody's Analytics.