
Mestrado em Estatística e Gestão de Informação
Master Program in Statistics and Information Management

**DIVERSIFICAÇÃO COM ALTERNATIVOS:
INTRODUÇÃO DE CRIPTOMOEDAS NUM
PORTFÓLIO GLOBAL**

Mário Rui Salgado dos Santos da Costa Ferreira

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Estatística e Gestão de Informação, especialização em Análise e Gestão de Risco.

LOMBADA MEGI

2021

Diversificação com Alternativos: Introdução de Criptomoedas num Portfólio Global

Mário Rui Salgado dos Santos da Costa
Ferreira

MEGI



NOVA Information Management School
Instituto Superior de Estatística e Gestão de Informação
Universidade Nova de Lisboa

DIVERSIFICAÇÃO COM ALTERNATIVOS: INTRODUÇÃO DE CRIPTOMOEDAS NUM PORTFÓLIO GLOBAL

por

Mário Rui Salgado dos Santos da Costa Ferreira

Dissertação apresentada como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre em Estatística e Gestão de Informação, especialização em Análise e Gestão de Risco.

Orientador: Professor Doutor Luís Oliveira, em Gestão pelo ISCTE-IUL.

Julho 2021

AGRADECIMENTOS

Um agradecimento ao meu orientador, Professor Doutor Luís Oliveira, pelo apoio, conhecimento transmitido e disponibilidade que sempre manifestou em relação a mim e que me permitiu concretizar este desafio.

Um agradecimento muito especial à minha família, Avós, Irmão e em particular à minha Mãe, pelo amor, carinho, incentivo e força que contribuíram para o meu desenvolvimento pessoal e académico.

Um especial obrigado ao meu Pai pela sua perseverança e paciência, e mostrar que posso sempre melhorar.

À Margarida, pela paciência, compreensão e cumplicidade que me transmite diariamente.

Aos meus amigos Filipe e Marques, pela amizade incondicional e ajuda nos bons e maus momentos.

Ao meu primo Mário João pelas aventuras, companheirismo e boa disposição na vida.

O meu muito obrigado.

RESUMO

A procura por parte dos investidores por maximização de rendibilidades leva cada vez mais à procura de investimentos alternativos que possibilitem alcançar as expectativas dos investidores. Neste estudo pretendemos analisar se as criptomoedas, como elemento de investimento alternativo, têm a capacidade de dar aos investidores os benefícios associados à diversificação de investimentos com a introdução de um índice de criptomoedas numa carteira de investimento tradicional composta por ações, obrigações e divisa. O estudo abrange o mercado europeu, durante o período compreendido entre Janeiro de 2014 e dezembro de 2019.

Num primeiro momento foram criados cinco portfólios de variância mínima de investimentos com ativos tradicionais. De seguida foi criado um índice representativo do mercado de criptomoedas, a partir de 6 criptomoedas pré-selecionadas, e introduzido este índice nos portfólios tradicionais, de forma a ser possível verificar se as criptomoedas são um bom ativo alternativo, que incorpora os efeitos positivos associados à diversificação de carteira defendida por Markowitz que é a teoria base do nosso estudo.

Os resultados obtidos, dentro das suas limitações e dos dados analisados não nos dão uma resposta clara se as criptomoedas são um bom ativo alternativo, existindo anos em que a sua introdução leva a uma grande melhoria dos resultados e outros anos em que isto não ocorre. O efeito da grande volatilidade característica deste tipo de ativos é visível nos resultados alcançados, onde existe sempre um aumento do risco dos portfólios em análise que não é compensado por níveis superiores de rendibilidade.

PALAVRAS-CHAVE

Diversificação; Criptomoedas; Investimento alternativo; Fronteira eficiente; Teoria de Markowitz

ABSTRACT

The demand by investors for maximizing returns increasingly leads to the search for alternative investments that make it possible to meet investors' expectations. In this study we aim to analyze whether cryptocurrencies as an alternative investment element has the ability to give investors the benefits associated with investment diversification by introducing a cryptocurrency index into a traditional investment portfolio consisting of stocks, bonds and currency. The period under study runs from January 2014 to December 2019.

In a first step, five minimum variance investment portfolios were created with traditional assets. Then, a representative index of the cryptocurrency market was created from 6 pre-selected cryptocurrencies, and this index was introduced in traditional portfolios, in order to verify if cryptocurrencies are a good alternative asset that incorporates the positive effects associated with portfolio diversification advocated by Markowitz, which is the basic theory of our study.

The results obtained, within their limitations and the data analyzed, do not give us a clear answer as to whether cryptocurrencies are a good alternative asset, there being years in which their introduction leads to a great improvement in results and other years in which this does not occur. The effects of the high volatility characteristic of this type of assets are visible in the results achieved, where there is always an increase in the risk of the portfolios under analysis.

KEYWORDS

Diversification; Cryptocurrencies; Alternative Investment; Efficient Frontier; Markowitz Theory

ÍNDICE

1. INTRODUÇÃO.....	13
2. IDENTIFICAÇÃO DA HIPÓTESE EM TESTE	14
2.1. Objetivo do Estudo	14
2.1.1. Objetivos Específicos	15
2.1.2. Importância e Relevância do Estudo	15
3. REVISÃO DA LITERATURA	17
3.1. Teoria da Carteira	17
3.2. Teoria de Carteira de Markowitz.....	17
3.2.1. A Relação Rendibilidade/Risco	19
3.2.2. Diversificação	19
3.2.3. Fronteira Eficiente	20
3.2.4. Ativos Alternativos	21
3.3. Criptomoedas	22
3.3.1. <i>Bitcoin</i> – a primeira criptomoeda.....	24
3.3.2. A Tecnologia <i>Blockchain</i>	25
3.3.3. Altcoins	27
3.4. Carteiras de investimento com Criptomoedas.....	29
4. BASE DE DADOS E METODOLOGIA.....	31
4.1. Base de Dados	31
4.2. Metodologia	34
4.2.1. Taxa de Rendibilidade e Variância	35
4.2.2. Construção dos Portfólios em Teste	37
4.2.3. Construção do Índice de Criptomoedas	38
4.2.4. Construção da Fronteira de Portfólios de Variância Mínima.....	40
5. RESULTADOS.....	43
6. CONCLUSÕES	46
7. BIBLIOGRAFIA	47
8. ANEXOS.....	50

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura I - Questão de Partida; (fonte: elaboração própria).....	16
Figura II – Primeira cadeia Blockchain produzida; (fonte: elaboração própria)	25
Figura III – Informação armazenada num bloco; (fonte: elaboração própria)	25
Figura IV – Bloco com o <i>hash</i> que o identifica univocamente; (fonte: elaboração própria) ...	26
Figura V – Cadeia de blocos; (fonte: elaboração própria)	26
Figura VI – Cadeia de blocos inválida; (fonte: elaboração própria)	27
Figura VII – Mecanismo de <i>proof-of-work</i> ; (fonte: elaboração própria)	27
Figura VIII – <i>Hard fork</i> do <i>bitcoin</i> em <i>bitcoin cash</i> ; (fonte: elaboração própria)	28

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela I – Valor de mercado das 10 principais moedas virtuais; (fonte: Coinmarketcap.com em 24/07/2021)	28
Tabela II – Europa, constituição das Carteiras UE1 e UE1C em estudo; (fonte: elaboração própria).....	31
Tabela III – Composição das carteiras UE1 e UE1C; (fonte: elaboração própria)	38
Tabela IV – Constituição do Índice de criptomoedas por ano; (fonte: elaboração própria) ...	38
Tabela V – Tabela da composição do Portfólio de Variância Mínima; (fonte: elaboração própria).....	41
Tabela VI - Tabela da composição do Portfólio de Máxima Rendibilidade/Risco; (fonte: elaboração própria).....	41
Tabela VII - Estatísticas Descritivas Anualizadas; (fonte: elaboração própria)	41
Tabela VIII – Correlações das taxas de rendibilidade; (fonte: elaboração própria).....	42
Tabela IX – Comparação da Rendibilidade/Risco das carteiras em análise com e sem criptomoedas; (fonte: elaboração própria)	43
Tabela X – Carteira UE1 e UE1C, dados estatísticos, ano 2014; (fonte: elaboração própria) .	50
Tabela XI – Carteira UE1 e UE1C, matriz de covariância, ano 2014; (fonte: elaboração própria)	50
Tabela XII – Carteira UE1 e UE1C, matriz de correlação, ano 2014; (fonte: elaboração própria)	50
Tabela XIII - Carteira UE1 e UE1C, dados estatísticos, ano 2015; (fonte: elaboração própria)	50
Tabela XIV – Carteira UE1 e UE1C, matriz de covariância, ano 2015; (fonte: elaboração própria).....	50
Tabela XV – Carteira UE1 e UE1C, matriz de correlação, ano 2015; (fonte: elaboração própria)	51
Tabela XVI - Carteira UE1 e UE1C, dados estatísticos, ano 2016; (fonte: elaboração própria)	51
Tabela XVII - Carteira UE1 e UE1C, matriz de covariância, ano 2016; (fonte: elaboração própria).....	51
Tabela XVIII - Carteira UE1 e UE1C, matriz de correlação, ano 2016; (fonte: elaboração própria).....	51
Tabela XIX - Carteira UE1 e UE1C, dados estatísticos, ano 2017; (fonte: elaboração própria)	51
Tabela XX - Carteira UE1 e UE1C, matriz de covariância, ano 2017; (fonte: elaboração própria).....	52
Tabela XXI - Carteira UE1 e UE1C, matriz de correlação, ano 2017; (fonte: elaboração própria).....	52

Tabela XXII - Carteira UE1 e UE1C, dados estatísticos, ano 2018; (fonte: elaboração própria)	52
.....	52
Tabela XXIII - Carteira UE1 e UE1C, matriz de covariância, ano 2018; (fonte: elaboração própria).....	52
Tabela XXIV - Carteira UE1 e UE1C, matriz de correlação, ano 2018; (fonte: elaboração própria).....	52
Tabela XXV - Carteira UE1 e UE1C, dados estatísticos, ano 2019; (fonte: elaboração própria)	53
.....	53
Tabela XXVI - Carteira UE1 e UE1C, matriz de covariância, ano 2019; (fonte: elaboração própria).....	53
Tabela XXVII - Carteira UE1 e UE1C, matriz de correlação, ano 2019; (fonte: elaboração própria).....	53
Tabela XXVIII - Carteira UE1 e UE1C, resultados, ano 2014; (fonte: elaboração própria).....	53
Tabela XXIX – Carteira UE1 e UE1C, resultados, ano 2015; (fonte: elaboração própria)	54
Tabela XXX - Carteira UE1 e UE1C, resultados, ano 2016; (fonte: elaboração própria)	54
Tabela XXXI - Carteira UE1 e UE1C, resultados, ano 2017; (fonte: elaboração própria)	54
Tabela XXXII - Carteira UE1 e UE1C, resultados, ano 2018; (fonte: elaboração própria)	55
Tabela XXXIII - Carteira UE1 e UE1C, resultados, ano 2019; (fonte: elaboração própria)	55

ÍNDICE DE GRÁFICOS

Gráfico I – Risco sistemático e não sistemático; (fonte: (Prates, 2016))	20
Gráfico II - Fronteira eficiente; (fonte: (Prates, 2016))	21
Gráfico III – Valor de mercado das moedas virtuais; (fonte: coinmarketcap.com em 23/07/2021)	29
Gráfico IV – Evolução do índice de variação do preço dos índices das ações (Base 100); (fonte: elaboração própria).....	32
Gráfico V – Evolução do índice de variação do preço das obrigações e da taxa de câmbio (Base 100); (fonte: elaboração própria).....	33
Gráfico VI - Evolução do índice de variação do preço do índice das Criptomoedas (Base 100); (fonte: elaboração própria).....	34
Gráfico VII – Impacto na rendibilidade/risco das carteiras P_i e $P_i c$, para o ano 2014; (fonte: elaboração própria).....	56
Gráfico VIII - Impacto na rendibilidade/risco das carteiras P_i e $P_i c$, para o ano 2015; (fonte: elaboração própria).....	56
Gráfico IX - Impacto na rendibilidade/risco das carteiras P_i e $P_i c$, para o ano 2016; (fonte: elaboração própria).....	57
Gráfico X - Impacto na rendibilidade/risco das carteiras P_i e $P_i c$, para o ano 2017; (fonte: elaboração própria).....	57
Gráfico XI - Impacto na rendibilidade/risco das carteiras P_i e $P_i c$, para o ano 2018; (fonte: elaboração própria).....	58
Gráfico XII - Impacto na rendibilidade/risco das carteiras P_i e $P_i c$, para o ano 2019; (fonte: elaboração própria).....	58
Gráfico XIII - Comparação entre as Fronteiras Eficientes das carteiras UE1 e UE1C e respectivos portfólios de Variância Mínima, PVM e PVMc, para o ano 2014; (fonte: elaboração própria).....	59
Gráfico XIV - Comparação entre as Fronteiras Eficientes das carteiras UE1 e UE1C e respectivos portfólios de Variância Mínima, PVM e PVMc, para o ano 2015; (fonte: elaboração própria).....	59
Gráfico XV - Comparação entre as Fronteiras Eficientes das carteiras UE1 e UE1C e respectivos portfólios de Variância Mínima, PVM e PVMc, para o ano 2016; (fonte: elaboração própria).....	60
Gráfico XVI - Comparação entre as Fronteiras Eficientes das carteiras UE1 e UE1C e respectivos portfólios de Variância Mínima, PVM e PVM, para o ano 2017; (fonte: elaboração própria).....	60

Gráfico XVII - Comparação entre as Fronteiras Eficientes das carteiras UE1 e UE1C e respectivos portfólios de Variância Mínima, PVM e PVM, para o ano 2018; (fonte: elaboração própria).....	61
Gráfico XVIII - Comparação entre as Fronteiras Eficientes das carteiras UE1 e UE1C e respectivos portfólios de Variância Mínima, PVM e PVMc, para o ano 2019; (fonte: elaboração própria).....	61

LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

BTC	Bitcoin
LTC	Litecoin
XRP	Ripple
BTCCash	Bitcoin Cash
ETH	Ethereum
FIAT	Moeda Fiduciária
BNB	Binance Coin
GER5Y	Obrigações Alemãs 5 anos
GER10Y	Obrigações Alemãs 10 anos
ICO	Initial Coin Offering
STOXXsc	STOXX small capitalization
STOXXmd	STOXX medium capitalization
STOXX50	STOXX large capitalization

1. INTRODUÇÃO

Hoje em dia, os investimentos em ativos alternativos têm ganho uma importância cada vez maior na construção de uma carteira de investimentos. A transformação digital que vivemos atualmente tem trazido novas oportunidades para a indústria financeira, o aparecimento de *fintech* e *insurtech* bem como novas classes de ativos são exemplo dessa transformação digital. Por seu turno, a integração de novas tecnologias, produtos e serviços representam novos desafios para as instituições.

O desenvolvimento tecnológico muito tem contribuído para a evolução dos ativos disponíveis para investimento, sendo as criptomoedas um produto desta evolução, que rapidamente ganhou preponderância nos mercados financeiros, onde os investidores estão em constante procura de possibilidades para melhorar o rácio rentabilidade/risco dos seus investimentos.

Os mercados financeiros estão em constantes mudança e evolução. A gestão de ativos e a seleção de carteiras é uma área que tem sido objeto de estudo há várias décadas e com o aparecimento de novos ativos alternativos, as oportunidades de investimento aumentaram substancialmente.

Neste estudo utilizamos como base de trabalho a teoria de carteira de Harry Markowitz, onde a relação que os ativos têm entre si é o principal fator para decisão de composição de uma carteira.

Pretendeu-se verificar se a introdução de criptomoedas num portfólio tradicional gera os efeitos de diversificação desejados e se é benéfica para a otimização do binómio rentabilidade/risco.

Analisaram-se cinco portfólios para além do portfólio de variância mínima e do portfólio que maximiza rentabilidade/risco. Criou-se um índice representativo do mercado das criptomoedas, através da composição de seis criptomoedas e introduziu-se este índice nas carteiras tradicionais. Desta forma, foi possível responder aos objetivos do estudo e deixar sugestões para estudos futuros.

A presente dissertação segue a seguinte estrutura: **no Capítulo 1** contextualizamos, sucintamente, o trabalho desenvolvido. Neste capítulo, é descrito o âmbito e a estrutura do trabalho. **No Capítulo 2**, expomos a hipótese que pretendemos testar, o objetivo genérico do estudo e os objetivos específicos. **O Capítulo 3** apresenta a principal literatura e respetivas contribuições, que permitem expor os fundamentos teóricos desta dissertação que irão sustentar as conclusões. **No Capítulo 4**, faz-se uma descrição dos dados recolhidos e da metodologia utilizada para a sua análise. **O Capítulo 5** descreve a análise e discussão dos principais resultados obtidos. **O Capítulo 6** apresenta as principais conclusões, expõe algumas limitações encontradas no decurso deste estudo e apresenta algumas sugestões para desenvolvimentos futuros desta temática.

2. IDENTIFICAÇÃO DA HIPÓTESE EM TESTE

A decisão racional de investimento numa determinada carteira de ativos financeiros, passa pelo objetivo de maximização das taxas de rentabilidade, sujeita a um determinado nível de risco que o investidor considera aceitável para si. Assim, é necessário encontrar a estratégia adequada para o nível de risco desejado e para que a rentabilidade não seja inferior ao esperado. A diversidade de ativos disponíveis para investimento, o número elevado de combinações possíveis e a impossibilidade de prever com exatidão a performance futura dos ativos, são alguns dos fatores que trazem uma dificuldade acrescida à gestão de carteiras de investimento.

A relação entre rentabilidade e risco varia bastante consoante a estratégia de alocação de ativos ao portfólio, isto é, o peso de cada ativo numa carteira constitui a variável instrumental com vista a desenvolver a estratégia de investimento, levando a que os investidores analisem com grande regularidade a composição das suas carteiras de investimento.

2.1. OBJETIVO DO ESTUDO

O objetivo deste trabalho é analisar o impacto que a introdução de um índice de criptomoedas tem numa carteira global composta por ativos tradicionais, de forma a verificarmos se as criptomoedas são um bom ativo de investimento alternativo que leva o investidor a ter uma melhoria no binómio rentabilidade/risco.

Para tal, o trabalho foi baseado na teoria de carteira de Markowitz. Foram selecionados e recolhidos dados para três classes de ativos, ações, obrigações e divisa para os anos de 2014 a 2019 bem como dados de seis criptomoedas para o mesmo período.

Numa primeira fase foram criadas cinco carteiras para cada ano e foi efetuado o cálculo da respetiva fronteira eficiente e os cálculos das rentabilidades e riscos de cada portfólio. De seguida foi criado o índice representativo das criptomoedas e introduzido o mesmo nas carteiras anteriormente criadas.

Desta forma, foi possível avaliar e analisar os efeitos da introdução de criptomoedas nas carteiras de investimento, e encontrar a melhor combinação de pesos de cada classe de ativos que resulta na maximização do binómio rentabilidade/risco.

Tendo em consideração os diferentes pesos dos ativos que compõem uma carteira, a aplicação do modelo de Markowitz permite identificar o seu comportamento em relação ao binómio rentabilidade/risco.

Sendo o modelo de Markowitz desenvolvido com base nos princípios intrínsecos aos ativos financeiros, este estudo tem como objetivo principal, analisar e discutir o impacto da introdução de um índice representativo de um portfólio de criptomoedas em carteiras mistas compostas por ações, obrigações e divisa, otimizando as carteiras de modo a obter a maior rentabilidade possível para um determinado nível de risco.

2.1.1. Objetivos Específicos

Como objetivos específicos definimos os seguintes:

- Avaliar os efeitos decorrentes da introdução de um portfólio de criptomoedas nas características da fronteira eficiente;
- Quantificar o efeito da introdução do portfólio de criptomoedas no desempenho de carteiras de investimento compostas por ativos tradicionais;
- Encontrar a melhor combinação de pesos de cada classe de ativos das carteiras de investimento tradicional em conjunto com o índice de criptomoedas que resulte na maximização do binómio rendibilidade/risco.

2.1.2. Importância e Relevância do Estudo

Como referido por (Jeyachitra, Selvam, & Jayapal, 2010) os investidores estão sempre à procura de atingir maiores taxas de rendibilidade para um dado nível de risco. O poder da diversificação da carteira é real, podendo o binómio rendibilidade/risco melhorar com a introdução de novas classes de ativos com elevada liquidez.

As criptomoedas são uma nova classe de ativos que podem ser utilizadas na diversificação dos investimentos, desde que permitam desenvolver estratégias mais eficientes. O presente estudo pretende testar se o impacto da inclusão de um novo ativo alternativo na carteira de investimento se concretizará, positivamente, numa melhoria do binómio rendibilidade/risco.

Tendo em consideração a possibilidade de diversificação da carteira, surgiu o ponto de partida para este estudo e a formulação da questão de partida, que a seguir se apresenta:

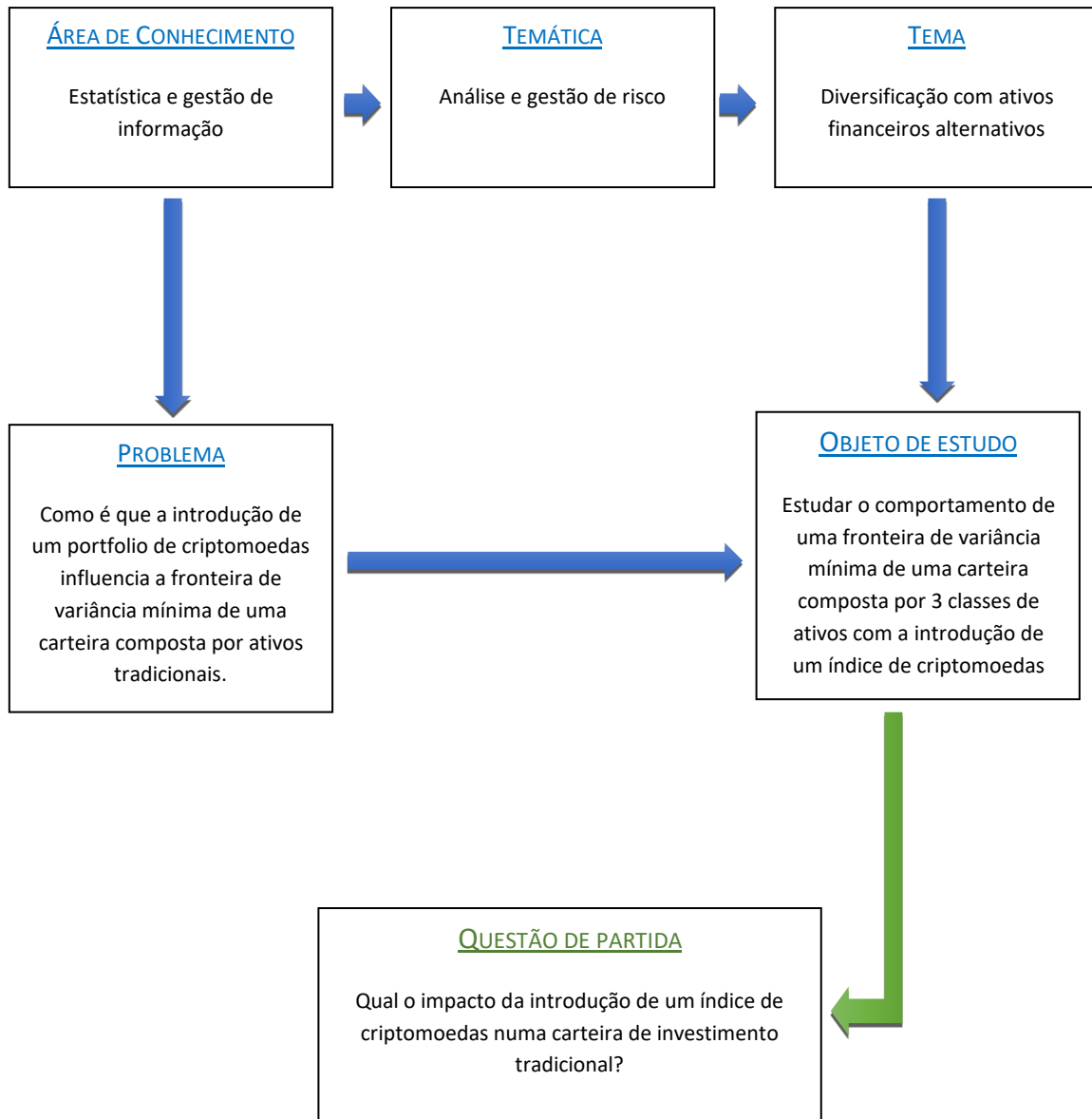


Figura I - Questão de Partida; (fonte: elaboração própria)

3. REVISÃO DA LITERATURA

A revisão da literatura realizada para este trabalho baseou-se em estudos publicados quer nos Estados Unidos da América, quer na Europa, sobre a Teoria de Carteira de Markowitz e a sua aplicabilidade no mercado financeiro, bem como em estudos sobre ativos alternativos e estudos sobre criptomoedas, visando o efeito da sua aplicabilidade em carteiras tradicionais com o objetivo de diversificação e otimização da rentabilidade do investimento.

3.1. TEORIA DA CARTEIRA

A gestão de carteiras está associada à gestão do risco, a relação que os ativos têm entre si e os efeitos de diversificação que esta relação pode gerar, bem como maiores rentabilidades associados à tomada de mais risco.

Muitas teorias foram apresentadas sobre gestão de carteira, como na dissertação “The Dividend Discount Model” de Williams (1937) Ph.D, onde este defendia que os investidores apenas se deviam focar nos ativos que tenham rentabilidades maiores.

Hauert, em 2011, na sua dissertação “*Developing a model for Determining an Optimal Asset Allocation*” (Hauwert, 2011) refere que Bernstein afirmou que poucos autores tinham feito referência ao binómio rentabilidade/risco na seleção de carteiras antes de Markowitz. Em 1907, Fisher (Fisher, 1907) apresentou um diagrama com semelhanças à teoria de Markowitz, focando-se no valor esperado de rendimentos no presente e afirmou que os rendimentos futuros e as taxas de rentabilidade futuras não podiam ser determinados com certeza.

Fisher, apesar de estabelecer a relação entre rentabilidade e risco, não analisou as ideias de diversificação e correlação entre os ativos, que posteriormente foram estudadas por Markowitz.

(Hicks, 1935) foi um dos primeiros a introduzir uma análise quantitativa do risco. “O fator risco afeta-nos de duas maneiras: afeta o período expectável do investimento e o retorno esperado do nosso investimento”. Contudo, Hicks não mencionou o desvio padrão como uma medida de risco.

Posteriormente à teoria de Carteira de Markowitz surgiram alguns trabalhos derivados desta ideia tal como o modelo de “*Capital Asset Pricing Model*” e algumas medidas de análise de risco como é o caso do rácio de Sharpe. Este rácio permitiu a Sharpe ganhar o prémio Nobel da Economia juntamente com Harry Markowitz e permite ao investidor escolher a carteira que, para o mesmo nível de risco, lhe permite obter a maior rentabilidade.

3.2. TEORIA DE CARTEIRA DE MARKOWITZ

A Teoria Moderna da Carteira de Markowitz foi amplamente utilizada ao longo dos anos para avaliação e seleção de carteiras de investimento. Os seus conceitos iniciais foram formulados e publicados por Harry Markowitz no seu artigo “*Portfolio Selection*” (Markowitz, 1952).

Markowitz demonstrou como os investidores podem utilizar o princípio da diversificação para obter melhorias na relação rentabilidade/risco das suas carteiras de investimento, contrariando o pensamento dominante da época de que a melhor opção para a composição da carteira consistia na concentração de investimentos em ativos, que ofereciam os maiores retornos.

Markowitz estabeleceu a sua Teoria de Carteira com base no princípio de que seria possível obter combinações mais eficientes de alocação de recursos, por meio da avaliação e compensação do risco dos ativos que compunham a carteira. A correlação entre os ativos é o fator que possibilita estas combinações mais eficientes.

O racional da teoria de Markowitz é que este considera que qualquer investidor só escolhe uma carteira com maior risco se este tiver um maior retorno, pois o investidor é avesso ao risco, e que entre carteiras que tenham o mesmo nível de risco, o investidor escolherá sempre o que tem maior rentabilidade, ou seja o investidor é racional (Abreu, Afonso, Escária, & Ferreira, 2012).

As hipóteses que sustentam o modelo de Markowitz são:

1. Os investidores têm um comportamento racional e avesso ao risco;
2. A diversificação é um fator de redução do risco, as aplicações financeiras com diferentes graus de risco podem ser agrupadas numa carteira, reduzindo o risco global;
3. Os investidores maximizam a utilidade da riqueza no final do período, mas como são avessos ao risco, não maximizam o retorno, havendo sempre um *trade-off* entre rentabilidade e risco;
4. Os investidores têm expectativas idênticas, ou seja, atribuem a mesma probabilidade às taxas de retorno esperadas dos títulos;
5. O mercado financeiro é perfeito. Por um lado, nenhum investidor isoladamente consegue influenciar as cotações e, por outro, a informação circula livremente e está refletida nas cotações;
6. Não são considerados os impostos e custos de transação;
7. Os títulos são infinitamente divisíveis.

Partindo desses pressupostos, (Markowitz, 1952), refere que as variáveis que interessam ao investidor na seleção de uma carteira de investimento são:

1. A taxa de rentabilidade esperada, representando a remuneração devida pelo investimento em qualquer ativo com risco;
2. A variância da taxa de rentabilidade esperada, identificada como variável próxima do risco dos investimentos;
3. A Correlação entre os vários ativos que compõem as carteiras de investimento.

Markowitz argumentou contra o raciocínio simplista, de que a mera escolha aleatória de ativos reduziria o risco de uma carteira. Segundo o autor, os investidores não devem selecionar carteiras de acordo com o desempenho individual dos ativos, mas sim levar em consideração o desempenho da carteira de forma agregada, isto é, não basta apenas diversificar, é necessário diversificar tendo em consideração a correlação entre os ativos da carteira.

Não bastaria apenas colocar os ativos em grupos distintos pois, dependendo da correlação existente entre estes, os diversos grupos poderiam comportar-se como um único grupo.

Segundo (Vince, 2007), Markowitz também propôs que a gestão de carteiras deve ser baseada na composição dos ativos e não numa seleção individual de lotes de ações ou ativos.

Segundo Markowitz, ao analisar-se um conjunto de ativos e as possíveis combinações em diferentes proporções, pode definir-se um conjunto limitado de carteiras de investimento que são preferíveis a todas as outras carteiras possíveis. Essas carteiras são chamadas de carteiras eficientes e no seu conjunto formam a fronteira eficiente.

É na fronteira eficiente que é possível encontrar as carteiras ótimas para um determinado nível de risco, (Abreu, Afonso, Escária, & Ferreira, 2012), onde cada carteira aqui presente tem:

1. Um menor risco do que as carteiras que têm a mesma taxa de rentabilidade ou
2. Um maior retorno em comparação com as carteiras que têm o mesmo risco.

3.2.1. A Relação Rendibilidade/Risco

Segundo Markowitz as decisões tomadas pelos investidores, relacionadas com a seleção de investimentos, são baseadas na relação rendibilidade/risco. Partindo do princípio de que os investidores são racionais e avessos ao risco, caso existam ativos com a mesma taxa de rendibilidade esperada, os investidores irão escolher o de menor risco possível. Ao invés, para níveis de risco similares os investidores preferirão ativos com a maior taxa de rendibilidade esperada. Por outras palavras, no modelo de Markowitz admite-se que os investidores irão sempre preferir posições de investimento traduzidas em carteiras ou ativos eficientes em termos de rendibilidade e risco.

Deste modo, os investidores tendem a adotar estratégias para maximizar o binómio rendibilidade/risco alocando os seus fundos disponíveis a carteiras de investimento que incorporem ativos com maior taxa de rendibilidade esperada e o menor risco, de modo a concretizar um determinado objetivo de rendibilidade e risco.

3.2.2. Diversificação

Segundo (Zanini & Figueiredo, 2005), uma das maiores contribuições dos estudos de Markowitz foi salientar a importância da diversificação. Para Markowitz, o risco de uma carteira pode ser minimizado por meio da diversificação, sendo importante que o coeficiente de correlação entre ativos seja inferior a 1 ou, sempre que possível, negativo de modo a reduzir esse risco. O conceito da diversificação resulta da constatação de que os preços dos ativos financeiros, não se movem de modo exatamente conjunto, isto é, eles têm uma correlação imperfeita. Nesta condição, a variância total de uma carteira é reduzida pelo facto da variação no preço individual de um ativo ser compensada por variações complementares dos outros ativos.

Deste modo, a diversificação proporcionará um efeito de compensação dos riscos, pois as possíveis perdas nuns ativos podem ser compensadas por ganhos obtidos noutros.

Importa salientar que, quando se fala de minimização de risco da carteira através do efeito de diversificação, se está a ter somente em consideração a componente específica do risco. Com efeito, podem ser identificados dois componentes do risco total dos ativos ou portfólios, o risco específico ou diversificável e o risco sistemático ou de mercado:

1. **Risco específico ou diversificável:** trata-se do risco próprio ou específico, intrínseco ao próprio ativo e ao subsistema no qual está inserido, não afetando os outros ativos;
2. **Risco sistemático ou de mercado:** é o risco sistémico ou conjuntural que decorre da conjuntura política, económica e social, resultantes de uma recessão, de uma crise política ou mesmo de uma mudança nas taxas de juro;

Como afirma (Fleuriet, 2004) acerca da possibilidade de minimização do risco de uma carteira por meio da diversificação: “não é possível eliminar o risco sistémico, mediante estratégias de diversificação, enquanto os não sistémicos podem ser amenizados através da diversificação”.

No gráfico seguinte é possível visualizar que a adição de ativos à carteira diminui o risco não sistemático, fazendo com que o risco da carteira (risco não sistémico) tenda para o risco sistemático.

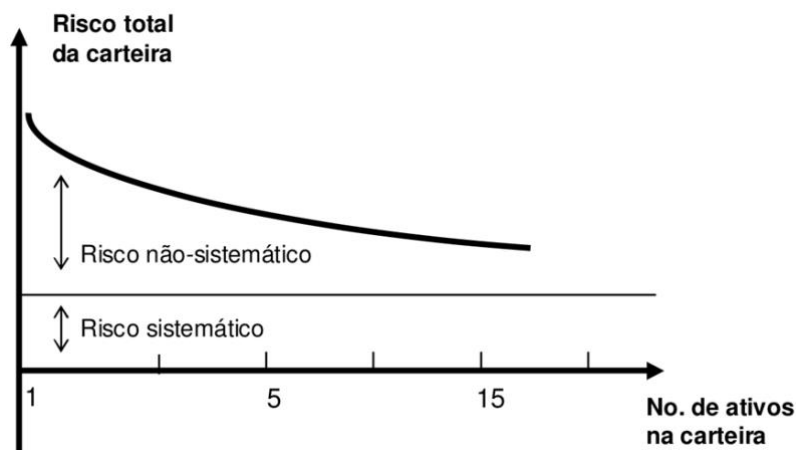


Gráfico I – Risco sistemático e não sistemático; (fonte: (Prates, 2016))

Outro ponto de vista (Brealey & Myers, 1998, p. 173), destaca que o risco de mercado “não é evitável, por mais que se diversifiquem os investimentos” e, por esse motivo, “os investidores estão expostos às incertezas do mercado, independentemente do número e ativos que possuem”.

3.2.3. Fronteira Eficiente

A fronteira eficiente de Markowitz é o conjunto de carteiras que apresentam, para cada nível de risco, a máxima rentabilidade possível e para cada nível de rentabilidade, o mínimo risco possível.

Segundo Markowitz, tendo em atenção a relação rentabilidade/risco, o investidor deverá sempre escolher uma das carteiras que compõem a fronteira eficiente.

Como se pode observar no gráfico seguinte, que representa uma hipotética fronteira eficiente, fica claro que na perspectiva de um investidor, a metade inferior da fronteira eficiente deverá ser descartada, visto que nela a rentabilidade será muito inferior à que seria possível obter na parte superior da fronteira para o mesmo nível de risco.

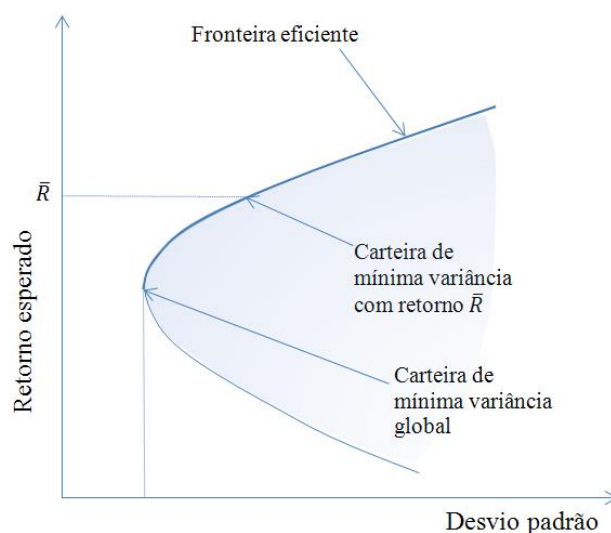


Gráfico II - Fronteira eficiente; (fonte: (Prates, 2016))

A fronteira eficiente é uma ferramenta de análise que por si só permite extrair um conjunto relevante de informação para o investidor. Segundo (Hudson-Wilson, 2000), quanto mais paralela for a fronteira eficiente em relação ao eixo horizontal, menos interessante é para o investidor assumir um maior risco.

Pelo contrário, quanto mais ascendente for a fronteira eficiente, mais interessante é para o investidor assumir um maior risco, visto este ser compensado pela rentabilidade obtida. Quanto maior for a amplitude da hipérbole, melhor é para o investidor que obtém maior rentabilidade para o mesmo risco.

Na fronteira eficiente estão posicionadas as chamadas carteiras eficientes ou ótimas. Para (Reilly, 1994) a carteira eficiente é: “o portfólio eficiente que apresenta a maior utilidade para o investidor” e “situa-se no ponto de tangência entre a fronteira eficiente e a curva de maior utilidade possível”.

3.2.4. Ativos Alternativos

Investimentos em classes de ativos alternativos têm ganho cada vez maior importância nos dias de hoje, pois têm a capacidade de aumentar as rentabilidades e diminuir o risco de uma carteira de investimento tradicional, composta por ativos como ações, obrigações e divisa estrangeira (*Cash e Cash equivalentes*).

Os ativos alternativos têm baixa correlação com ativos tradicionais, como ações, tendo, desta forma, a capacidade de efeito de diversificação e de redução do risco (Robert W. Baird & Co. Incorporated, 2013) e podem ser úteis para melhorar o rácio rentabilidade/risco de uma carteira, pois reduzem a sua volatilidade como consequência da baixa correlação que têm com ativos tradicionais. Conseguem também melhorar as rentabilidades devido a maior oferta de possíveis investimentos.

Os ativos alternativos têm ganho uma maior atenção por parte dos investidores que estão à procura de melhores rentabilidades e de ativos que tenham boas rentabilidades em virtude de nos tempos atuais continuarem as políticas de taxas de juro baixas por parte dos bancos centrais.

Estes ativos superaram bem a crise financeira e têm tido boas performances nos últimos anos, esperando-se que o seu crescimento continue num futuro próximo (McKinsey & Company Research, 2012). Segundo (Leitner, Mansour, & Naylor, 2007) a sua rendibilidade é mais elevada porque também têm maior risco, contudo melhoram o efeito de diversificação devido à baixa correlação com os ativos tradicionais.

Ativos alternativos são uma classe de ativos que não se enquadram nos investimentos convencionais. Normalmente são classificados como investimentos complexos com menor legislação dos que os ativos tradicionais. Exemplos de ativos alternativos poderão ser apontados como mais frequentemente utilizados:

- *Real estate;*
- *Private equity;*
- *Hedge funds;*
- *Derivatives;*
- *Commodities.*

De acordo com (Thesis Asset Management, 2016), e segundo a *Modern Portfolio Theory*, hoje em dia é amplamente aceite que a utilização de ativos alternativos com as suas dinâmicas de rendibilidade/risco e as suas correlações com ativos tradicionais podem melhorar a otimização de carteiras de investimento.

De acordo com (Holmberg & Oscar, 2013) os motivos pelos quais os investidores institucionais investem em ativos alternativos é a expectativa de maiores rendibilidades, diversificação das carteiras alternativas para os perfis de rendibilidade/risco. Assim, hoje em dia, é amplamente aceite que a utilização de ativos alternativos com as suas dinâmicas de rendibilidade/risco e as suas correlações com os ativos tradicionais podem melhorar a otimização de carteiras de investimento.

3.3. CRIPTOMOEDAS

Ao longo dos últimos anos temos assistido ao aparecimento de muitas definições de criptomoedas e da tecnologia que as suportam, o *Blockchain*. No entanto, a maior parte dessas definições assentam na mais famosa criptomoeda: o *bitcoin*, sem sequer tentar explorar o conceito geral de criptomoeda.

Deste modo, há que tentar definir de forma simples e esclarecedora, o que se entende pelo conceito de criptomoeda. Em poucas palavras podemos defini-las e/ou caracterizá-las da seguinte forma:

- Moeda virtual;
- Moeda digital;
- Ativo financeiro;
- Divisa virtual;
- Divisa digital;

que servem como:

- Meio de troca;
- Meio de pagamento;
- Sistema de pagamento;

A sua existência é apenas em formato digital, isto é, não existe em formato físico, como as moedas designadas por moedas FIAT, que é a moeda convencional que cada país possui regulada pelo governo.

No que diz respeito às criptomoedas, é importante reconhecer que estas são um ativo complexo e que possuem características únicas. Estas funcionam com uma tecnologia designada por *Blockchain* em que não existe intervenção de instituições financeiras tradicionais. Segundo (Antonopoulos, 2017) todas as transações efetuadas neste sistema são registadas numa sequência de blocos criptografados e armazenados num *ledger* público que é visível para todos os utilizadores do sistema. (Bystrom & Krygier, 2018) lembram que as moedas digitais apresentam um risco elevado em virtude da sua extrema volatilidade o que pode ser considerado um problema relevante para a tomada de decisão dos investidores, que são muito avessos ao risco.

Segundo (Farell, 2015), as criptomoedas podem funcionar como ativo que substitui as moedas tradicionais permitindo, por exemplo, aos seus utilizadores efetuarem transações de bens e serviços através de pagamentos virtuais. No entanto, a ausência de intermediação, controlo e regulação de uma autoridade monetária central pode ser problemático, sobretudo no que respeita a posições de investimento. Com efeito, a segurança das criptomoedas é baseada num ambiente de encriptação assimétrica conhecido por *destrributed ledge technology* e que está na base de uma das principais mudanças que as criptomoedas nos trouxeram, ou seja, não existir a necessidade de uma entidade central nem um intermediário para validar estas transações, pois são realizadas automática e autonomamente através de algoritmos de verificação (Bashir, 2018).

O mercado das criptomoedas é um tema cada vez mais debatido e gerador de polémicas, quer por boas quer por más razões. Não basta avaliar o ativo digital como bom ou mau, há que avaliar os seus prós e contras.

1. Vantagens das Criptomoedas:

- Privacidade e proteção de dados graças ao *blockchain* e à sua forte criptografia;
- Disponibilidade 24 x 7 x 365;
- Maior segurança que o dinheiro convencional;
- Descentralização por ausência de uma instituição de controlo centralizado;
- Taxas de transação perto de 0% ou mesmo 0%;
- Ausência de burocracia e de intermediários;
- Inexistência do conceito de “troco”.

2. Desvantagens

- Alta volatilidade, com mudanças de valor de forma rápida e imprevisível;
- Uso ilegal por falta de regulamentação. A combinação de descentralização, anonimato e criptografia forte, torna muito difícil para qualquer Governo efetuar a rastreabilidade da sua utilização;
- Ausência de política de reembolso. Qualquer transação realizada por engano, não garante a sua devolução;

- Produto com um grau de complexidade elevado na sua utilização pelo cidadão comum.

No entanto, como as criptomoedas possuem um número limitado de moedas, elas têm um comportamento deflacionário, isto é, limitam o risco da inflação o que leva à sua valorização quando há escassez desse ativo, situação contrária às crises financeiras tradicionais. Em tese, esta característica traz valor para uma carteira.

3.3.1. *Bitcoin* – a primeira criptomoeda

Foi em 2008 que o mundo das criptomoedas surgiu através do aparecimento do *Bitcoin* com duas datas marcantes:

- Em 18 de agosto de 2008, foi registado o domínio *bitcoin.org*, apesar de não ter sido tornado público de imediato;
- Em 31 de outubro de 2008, foi publicado um *paper* na internet, "*Bitcoin: A peer-to-peer Electronic Cash System*", por uma entidade autointitulada "*Satoshi Nakamoto*", no qual era explicado o funcionamento do que nesse artigo se designava por *Bitcoin*.

No entanto, apesar deste artigo ser o responsável por esta nova revolução tecnológica, já anteriormente tinha sido referida a possibilidade do surgimento de dinheiro virtual e descentralizado na internet. Timothy C. May, em 1988, no seu artigo "*The Crypto Anarchist Manifest*", refere que com a utilização de criptografia irá criar-se uma moeda privada digital, bem como contratos inteligentes e autenticação descentralizada (May, 1988).

Também o economista Milton Friedman, no final dos anos 90, numa entrevista dada na NTU Talks a 1 de março de 1999, previa que o desenvolvimento da internet poderia levar ao surgimento de uma moeda digital descentralizada.

A primeira proposta de criação de uma moeda digital, da forma como atualmente a conhecemos, surge com um artigo de (Dai, 1998) intitulado "*b-money*", onde é explicado o funcionamento básico de uma moeda através de criptografia. No entanto, este artigo não apresentava uma solução clara para o problema do duplo gasto, isto é, a possibilidade de se efetuar múltiplo uso da mesma moeda, o que obrigava à existência de uma entidade central, para validar e certificar as transferências de modo a evitar esta dupla utilização.

A resolução para este problema surgiu com o mecanismo descrito no artigo "*Bit Gold*" (Szabo, 2005) em que se apresentava uma estrutura de blocos para se processar e verificar o histórico de transações e um sistema de *proof of work* para validar as transferências. Estas seriam processadas em bloco com um espaçamento de tempo entre eles e no caso de uma moeda ser transferida para duas pessoas em simultâneo, no final do bloco só uma transferência seria realizada.

Nick Szabo é apontado como um dos possíveis criadores do *Bitcoin*, utilizando o pseudónimo de *Satoshi Nakamoto*, o qual sempre negou, afirmando apenas que o *Bitcoin* veio tornar real a sua visão descrita em "*Bit Gold*".

3.3.2. A Tecnologia *Blockchain*

Nos últimos anos assistimos a grandes avanços na tecnologia computacional, nomeadamente na criptografia e em sistemas distribuídos. Segundo (Antonopoulos, 2017), as principais inovações são: uma rede *peer-to-peer* descentralizada; um registo de transações público; uma emissão de moeda matematicamente descentralizada e um sistema de verificação de transações descentralizado.

(Nakamoto, Bitcoin: A peer-to-peer electronic cash system, 2008), com o agrupar destas inovações, desenvolveu um novo protocolo: o *Bitcoin*, que incorpora um sistema de verificação descentralizado, com registo de transações público e com espaçamento temporal no processamento de informação. Deste modo, eliminou-se o problema da existência de duplicação de registos, não existindo a necessidade da presença de uma entidade centralizada que valide as transações, tornando o *Bitcoin* um sistema de pagamento autónomo e independente.

O registo de transações público é a tecnologia por trás do *Bitcoin: Blockchain*. Esta tecnologia pode ser definida como uma cadeia de blocos que contém informação ficando o primeiro bloco gerado na primeira cadeia blockchain produzida, designado por bloco *Genesis*.

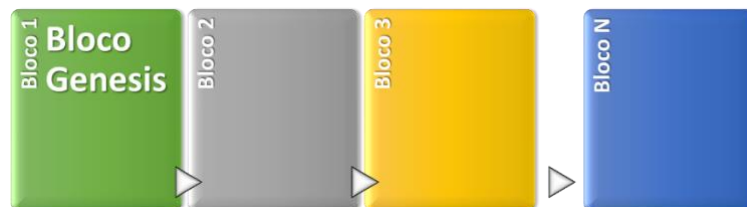


Figura II – Primeira cadeia Blockchain produzida; (fonte: elaboração própria)

A informação que é armazenada dentro de um bloco depende do tipo de *blockchain*. Por exemplo, um bloco de *bitcoins* contém informações sobre o emissor, o recetor e o número de *bitcoins* a serem transferidos.



Figura III – Informação armazenada num bloco; (fonte: elaboração própria)

Cada bloco possui um *hash*, que pode ser interpretado como uma impressão digital para cada bloco. Ele identifica um bloco e todo o seu conteúdo, que é sempre único. Assim, uma vez que um bloco é criado, qualquer mudança dentro dele fará com que o *hash* se altere. Cada novo bloco da cadeia está

sempre vinculado ao bloco anterior. Deste modo, é muito profícua para se detetar alterações nos blocos.



Figura IV – Bloco com o *hash* que o identifica univocamente; (fonte: elaboração própria)

Cada bloco contém:

- Dados;
- Hash do próprio bloco;
- Hash do bloco anterior;

Por exemplo, numa cadeia de n blocos, o primeiro bloco não tem antecessor, logo não contém bloco anterior. O segundo bloco contém um *hash* do bloco um, enquanto o bloco três contém um *hash* do bloco dois e assim sucessivamente até n .

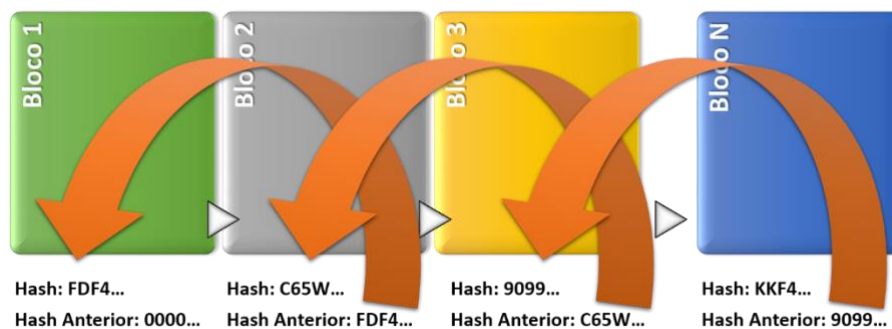


Figura V – Cadeia de blocos; (fonte: elaboração própria)

Portanto, todos os blocos contêm *hashes* de blocos anteriores o que torna esta tecnologia excepcionalmente segura. Suponha que um intruso é capaz de alterar os dados presentes no Bloco dois, como referido anteriormente, o *hash* deste Bloco também muda. No entanto, o Bloco três ainda contém o antigo *hash* do Bloco dois o que invalida o Bloco três e todos os blocos posteriores em virtude de não possuírem o *hash* correto do bloco anterior.

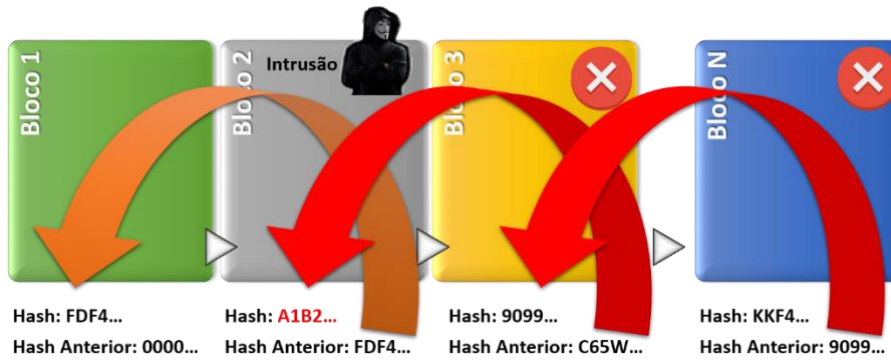


Figura VI – Cadeia de blocos inválida; (fonte: elaboração própria)

Os *hashes* são um excelente mecanismo para evitar a adulteração dos blocos, mas com a capacidade de processamento dos atuais computadores que calculam milhares de *hashes* por segundo, é possível num curto espaço de tempo adulterar um bloco e de seguida recalculando todos os *hashes* dos blocos seguintes, tornando o *blockchain* novamente válido. Para evitar este problema, o *blockchain* utiliza o conceito de *proof-of-work*, que é um mecanismo que atrasa a criação dos novos blocos.

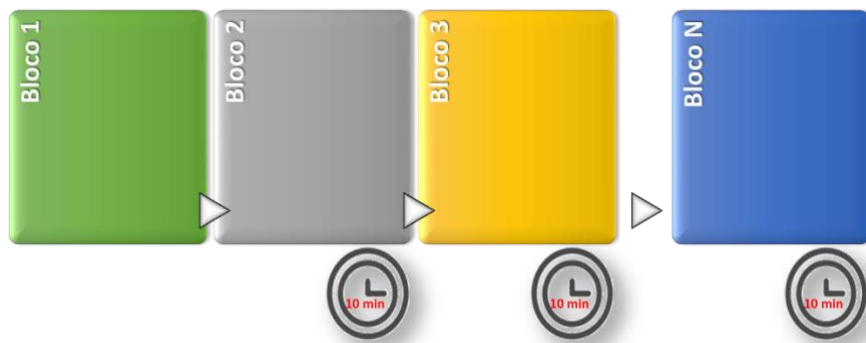


Figura VII – Mecanismo de *proof-of-work*; (fonte: elaboração própria)

O *proof-of-work* é o processo de segurança utilizado pelo protocolo *Bitcoin*, em que é solicitado a cada participante a solução de um difícil problema computacional, mas que após a sua resolução é fácil confirmar se o resultado obtido está correto. Este mecanismo de segurança protege o sistema de criação de falsos utilizadores (Bohme, Christin, Edelman, & Moore, 2015) e uma vez uma transferência seja inserida num bloco, a mesma não pode ser revertida como acontece no sistema bancário tradicional.

3.3.3. Altcoins

Altcoin designa todas as moedas virtuais ou protocolos existentes diferentes e posteriores ao *Bitcoin*.

À data da realização deste trabalho, as dez maiores moedas virtuais em valor de mercado representam cerca de 82,56% do mercado de criptomoedas, como se observa na Tabela I:

#	Moeda	Preço	Valor de Mercado	Moeda Emitida *	% de Mercado
BTC	Bitcoin	\$34 256,69	\$643 144 714 846	18 765 493,00	45,97%
ETH	Ethereum	\$2 172,71	\$253 600 367 087	116 825 344,87	18,13%
USDT	Tether	\$1,00	\$61 851 553 630	64 469 737 785,68	4,41%
BNB	Binance Coin	\$302,45	\$50 872 178 759	168 137 036,00	3,64%
ADA	Cardano	\$1,23	\$39 469 298 400	32 844 877 815,04	2,81%
XRP	XRP	\$0,6106	\$28 240 226 981	99 990 338 186,00	2,02%
USDC	USD Coin	\$1,00	\$26 991 716 960	26 986 218 622,83	1,93%
DOGE	Dogecoin	\$0,1989	\$25 970 026 724	130 571 507 161,61	1,85%
DOT	Polkadot	\$13,80	\$13 520 354 668	1 093 778 705,65	0,97%
BUSD	Binance USD	\$1,00	\$11 716 920 400	11 712 914 531,41	0,84%

* Na respetiva unidade monetária de cada moeda

Tabela I – Valor de mercado das 10 principais moedas virtuais; (fonte: [Coinmarketcap.com](https://coinmarketcap.com) em 24/07/2021)

As *Altcoins*, na sua maioria, são construídas sobre uma estrutura básica, fornecida pelo *Bitcoin* e procuram explorar e melhorar algumas das limitações técnicas do *Bitcoin*, nomeadamente a escalabilidade e a velocidade de transação originando tecnologias mais avançadas e com maior vantagem competitiva.

Esta divisão da moeda inicial em duas diferentes e independentes uma da outra designa-se por *hard fork*.

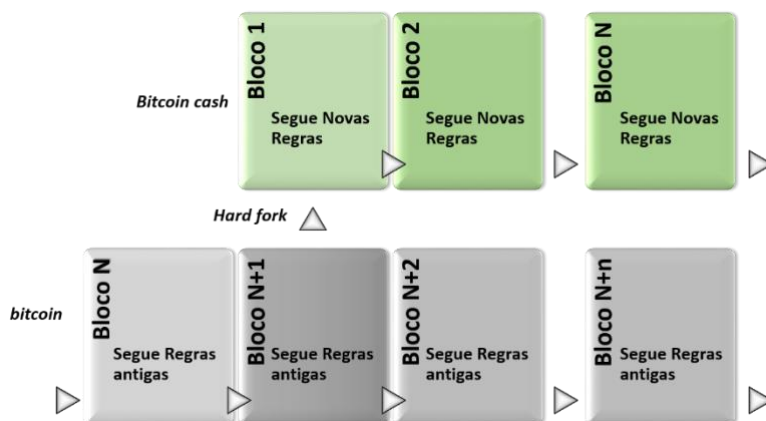


Figura VIII – *Hard fork* do *bitcoin* em *bitcoin cash*; (fonte: elaboração própria)

É o caso que aconteceu com o *bitcoin* e *bitcoin cash* em agosto de 2017. A circulação da nova moeda virtual gerou alguma incerteza levando o domínio do *bitcoin* a descer abaixo dos 40% do total do mercado. Esta fase de controvérsia foi ultrapassada e o *bitcoin* atingiu um novo máximo em dezembro de 2017, acima dos 60%. Após esse período, e na sequência de correção de mercado, voltou a descer para valores na ordem dos 32%, em meados de janeiro de 2018. Este ajustamento foi sobretudo devido ao aumento do número e do valor de novas moedas virtuais, isto é, um grande volume de *Initial Coin Offering*.

A partir desse mínimo, o *bitcoin* voltou a evoluir positivamente no mercado de moedas virtuais, atingindo valores na ordem dos 70% em setembro de 2019. Essa evolução pode ser observada no gráfico III:

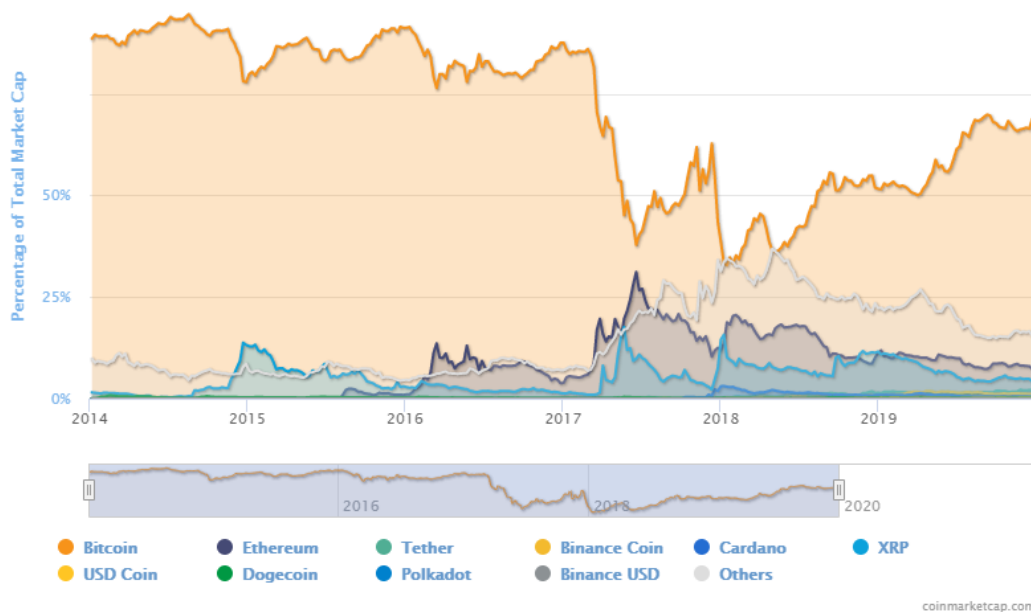


Gráfico III – Valor de mercado das moedas virtuais; (fonte: coinmarketcap.com em 23/07/2021)

Duas das principais *Altcoins* concorrentes do *Bitcoin* são o *Ethereum* e o *Ripple* atualmente com um valor de mercado de 253 e 28 mil milhões USD¹, respetivamente. O *Ethereum*, focado na criação de *smart contracts*, em se paga um determinado *fee* por cada transação e o *Ripple* que é um sistema de liquidação bruta em tempo real das mais eficientes, nomeadamente na opção de liquidação para fluxos interbancários, sendo atualmente utilizado por grandes instituições financeiras como o *Santander* e o *American Express*.

3.4. CARTEIRAS DE INVESTIMENTO COM CRIPTOMOEDAS

Recentemente, as criptomoedas começaram a ser vistas, não só como um meio de pagamento, mas também como uma nova classe de ativos de investimento servindo de alternativa aos ativos de investimento tradicionais, tais como ações, obrigações e *commodities* (Baur, Hong, & Lee, 2017).

De acordo com (Andrianto & Diputra, 2017) os investidores devem ter consciência que ao investir em criptomoedas, devido aos seus riscos, devem adicionar pequenas quantidades às suas carteiras. No seu estudo analisou o comportamento dos investidores ao investir em *Bitcoin* e concluiu que utilizam análise técnica para tomarem as suas decisões de compra e venda. (Andrianto & Diputra, 2017) calcularam ainda a correlação entre a *Bitcoin* e o *S&P500*, ouro, obrigações americanas, imobiliário nos EUA, petróleo, e divisa de mercados emergentes, concluindo que, dada a sua baixa correlação com os restantes ativos, a *Bitcoin* vai continuar a crescer e ser um ativo diferenciador.

(Baur, Hong, & Lee, 2017) analisou as rendibilidades e correlações da *Bitcoin* com outros dezasseis ativos de diferentes classes, nomeadamente, ações, obrigações, energia, metais preciosos e taxa de câmbio. Noutro estudo (Eisl, Gasser, & Weinmayer, 2015) concluíram que a introdução de *Bitcoin*

¹ <https://coinmarketcap.com/> em 24/07/2021 20:37PM.

numa carteira tende a ter um impacto positivo na mesma, ao introduzirem *Bitcoin* numa carteira composta por ações, obrigações, mercado monetário, imobiliário e *commodities*, verificaram que o peso ótimo da *Bitcoin* seria de 7,6%.

O estudo de (Ciaian, Rajcaniova, & Kancs, 2016) mostra que o preço da *Bitcoin* é baseado em três fatores: oferta e procura; atratividade para os investidores e condições financeiras e macroeconómicas.

Em 2016, (Carpenter, 2016, pp. 1-27) realizou um estudo em que analisou o resultado da introdução de *Bitcoin* numa carteira composta por diversas classes de ativos, tais como ações, obrigações, *real estate*, *commodities* e mercado cambial. Para otimizar a carteira, o autor usou o modelo de Markowitz, tendo verificado que a introdução desta criptomoeda melhorou a sua performance. Também (Andrianto & Diputra, 2017) realizaram um estudo onde introduziram criptomoedas em carteiras compostas por divisa, *commodities* e *ETF's* e concluíram que a introdução deste ativos melhorou a performance destas carteiras.

(Klabbers, 2017) fez a avaliação de carteiras de três áreas geográficas, Europa, EUA e Ásia, utilizando os dados históricos entre 2010 e 2016 a que aplicou a simulação de Monte Carlo para obter novas distribuições que lhe permitissem aplicar o modelo de Markowitz. Na sua análise concluiu que a inclusão de *Bitcoin* nestas carteiras se traduziu numa melhoria das taxas de rendibilidade, mas não na redução do risco. Por seu turno, (Brauneis & Mestel, 2019) analisaram carteiras apenas compostas por criptomoedas através do modelo de Markowitz e concluíram que, com a combinação de algumas dessas criptomoedas, haveria a redução do risco dessas carteiras.

(Chuen, Guo, & Wang, 2017) analisaram o potencial que as criptomoedas podem ter como uma nova classe de ativos, através da análise dos riscos e rendibilidades destas carteiras. Concluíram que as criptomoedas têm baixa correlação com ativos de investimento clássicos como: ações e obrigações e a sua introdução nestas carteiras de investimento, melhora o binómio rendibilidade/risco.

(Borri, 2018), refere que a inclusão de criptomoedas nas carteiras do investidor não só pode proporcionar taxas de rendibilidade mais atrativas, como pode desempenhar um importante papel como mecanismo de *hedging*. Já (Stensas, Nygaard, Kyaw, & Treepongkaruna, 2019) vai mais longe referindo que as criptomoedas até podem funcionar como um excelente instrumento numa estratégia de diversificação ou ativo de refúgio.

4. BASE DE DADOS E METODOLOGIA

Neste capítulo apresenta-se os dados e a metodologia usados na aplicação empírica do Modelo de Markowitz para verificar e analisar o efeito da introdução de um índice de criptomoedas na diversificação das carteiras e respetiva vantagem financeira para os investidores.

4.1. BASE DE DADOS

Para a composição das carteiras objeto deste estudo escolheram-se três classes: ações, obrigações e divisa e elaborou-se também um índice, baseado num conjunto de seis criptomoedas (*Bitcoin; Litecoin; Ethereum; Ripple; Binance Coin; Bitcoin Cash*).

Os índices escolhidos do mercado europeu foram os seguintes:

- Ações: *Euro STOXX small cap, Euro STOXX mid cap e Euro STOXX50*;
- Obrigações: *Yields* das obrigações de cupão zero do Tesouro Alemão com maturidades a 5 e a 10 anos;
- Divisa: taxa de câmbio EUR/USD;
- Criptomoedas (BTC; LTC; ETH; XRP; BNB e BTC Cash);

Os dados dos índices do mercado europeu, entre 31/12/2013 e 31/12/2019, foram obtidos na plataforma investing.com² e os dados referentes às seis criptomoedas para o mesmo intervalo de tempo foram obtidos através da plataforma CoinMarketCap.com³.

Carteira	Tipo	Ativos
Carteira UE1	Ações	<i>Euro STOXX Small Cap, Euro STOXX Mid Cap e Euro STOXX50</i>
	Obrigações	Obrigações do Tesouro Alemão (a 5 e 10 anos)
	Divisa	EURUSD
Carteira UE1C	Ações	<i>Euro STOXX Small Cap, Euro STOXX Mid Cap e Euro STOXX50</i>
	Obrigações	Obrigações do Tesouro Alemão (a 5 e 10 anos)
	Divisa	EURUSD
	Cripto	Índice de criptomoedas (BTC; LTC; XRP; ETH; BTC Cash e BNB)

Tabela II – Europa, constituição das Carteiras UE1 e UE1C em estudo; (fonte: elaboração própria)

² Plataforma criada em 2007. É uma plataforma de mercados financeiros que fornece em tempo real, notícias, análises de diversos ativos financeiros referentes a bolsas de valores de todo o mundo.

³ Plataforma criada por Brandon Chez em 2013. É o site de monitorização de preços de criptomoedas de maior referência mundial. Tem como missão tornar as criptomoedas globalmente acessíveis e eficientes, capacitando os utilizadores com informação precisa, relevante e imparcial. É frequentemente mencionada por grandes mídias como a CNBC e a Bloomberg.

Para não mostrarmos apenas um índice de ações decidimos construir as nossas carteiras com índices representativos da zona euro com a evolução de 3 tipos de estilo de investimento, *small*, *medium* e *large* capitalizações. Os índices *Euro STOXX* são subconjuntos do índice *STOXX Europe 600 Index*. As atribuições de dimensão dadas aos subconjuntos são baseadas na capitalização de mercado das empresas que constituem o *Euro STOXX 600*. O *EuroSTOXX Small cap* é constituído por empresas com valor de mercado até 2 mil milhões de dólares. O *EuroSTOXX mid cap* é constituído por empresas com valor de mercado até 10 mil milhões de dólares. O *Euro STOXX50* é composto pelas 50 maiores empresas, de diferentes setores, em termos de valor de mercado da Europa.

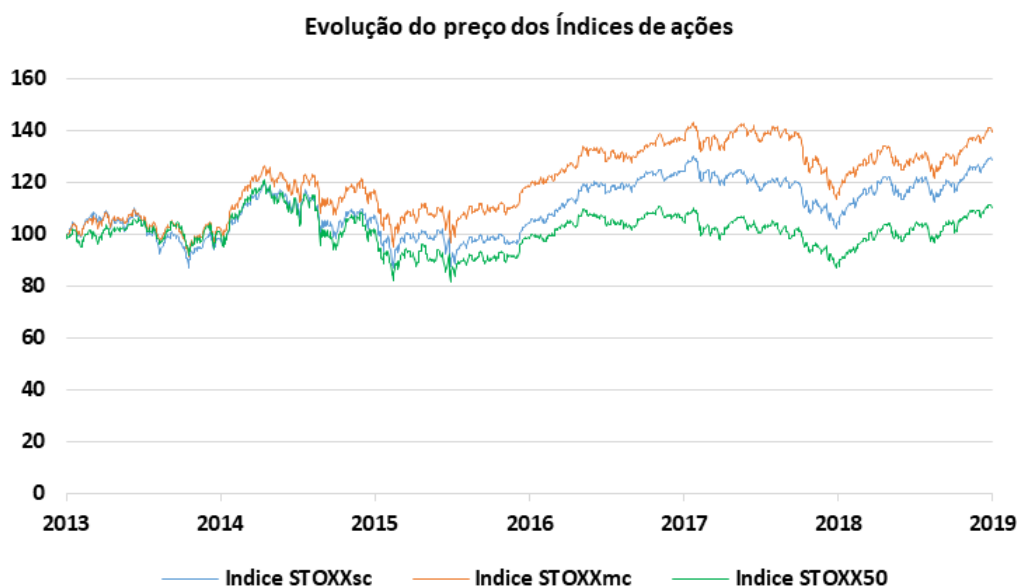


Gráfico IV – Evolução do índice de variação do preço dos índices das ações (Base 100); (fonte: elaboração própria)

As obrigações escolhidas, para além de serem duas maturidades muito representadas nos portfólios dos fundos de obrigações, refletem o comportamento de carteiras teóricas de obrigações de cupão zero e representativas do *benchmark* euro. Foram extraídas as *Yields* divulgadas através do índice representativo calculado e divulgado pelo investing.com², e a partir destas, calculou-se o respetivo preço de equilíbrio implícito naquela taxa de rentabilidade aplicando a seguinte expressão:

$$P = 1 / [1 + (y/100)]^n \times 100 \quad (1)$$

em que:

P = Preço da obrigação;

y = yield to maturity a 5 e a 10 anos, respectivamente;

n = Prazo da taxa, 5 ou 10 anos;

A taxa de câmbio EUR/USD foi a escolhida para o ativo divisa pois são as duas moedas mais importantes e valorizadas no mundo. O dólar é a principal divisa de reserva de valor e a mais utilizada para trocas comerciais a nível mundial e o euro é a moeda do bloco económico mais importante a nível mundial. O par EUR/USD representa o custo necessário em dólares para obter um euro. No gráfico V pode ser observada a evolução do índice de preços das obrigações com maturidade a 5 e 10 anos e do par EUR/USD:

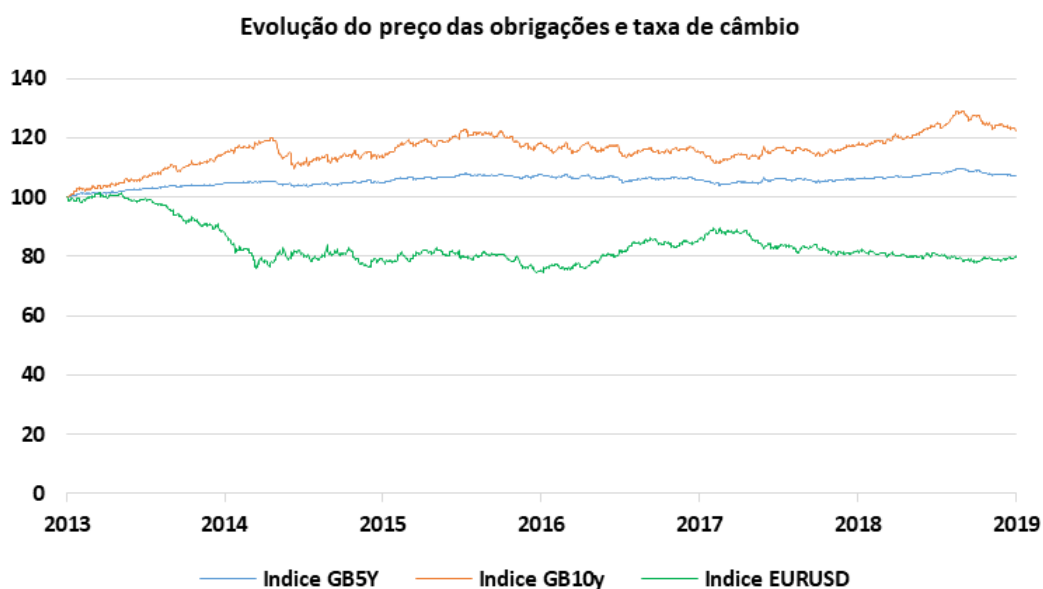


Gráfico V – Evolução do índice de variação do preço das obrigações e da taxa de câmbio (Base 100);
(fonte: elaboração própria)

A recolha dos preços das criptomoedas foi feita no *site*: coinmarketcap.com. Foram selecionadas seis criptomoedas, tendo em conta a sua popularidade e o seu valor de mercado.

Bitcoin (BTC) foi a primeira criptomoeda a ser criada, servindo de base para as restantes. Tem a maior capitalização de mercado e é a mais conhecida e aceite, foi descrita pela primeira vez em 2008 por Satoshi Nakamoto.

A *Litecoin* (LTC) surgiu em 2011 e é uma moeda desenvolvida através da alteração e melhoria do código da BTC, sendo mais rápida a fazer transações.

Ethereum (ETH) é uma plataforma de *blockchain* onde os seus utilizadores podem monetizar, criar e utilizar aplicações da plataforma, utilizando a criptomoeda da plataforma como meio de pagamento. É a segunda criptomoeda com maior valor de mercado

A *Binance Coin* (BNB) é moeda utilizada pela maior *Exchange* de criptomoedas do mundo. Foi inicialmente desenvolvida através do código da *Ethereum*, mas desde então evoluiu para a sua própria plataforma.

Bitcoin Cash (BTC Cash) é uma criptomoeda que surgiu através da alteração do código da *Bitcoin*, com o intuito de acrescentar o tamanho dos blocos de código de forma a permitir mais transações e tornar a *bitcoin cash* mais competitiva para uso como meio de pagamento.

A *Ripple* (XRP) foi desenvolvida em 2012, é uma ferramenta digital para transações financeiras e utiliza a sua moeda XRP como meio de intermediação.

No gráfico VI pode ser observada a evolução do índice de preços das criptomoedas:



Gráfico VI - Evolução do índice de variação do preço do índice das Criptomoedas (Base 100); (fonte: elaboração própria)

É importante fazer referência ao *Survivor Bias* das criptomoedas onde os investidores tendem a focar-se nas criptomoedas mais conhecidas e com maior potencial de sobrevivência, não tendo em conta as criptomoedas que não sobreviveram o que leva a uma sobre valorização de performances históricas e a uma inflação dos retornos.

4.2. METODOLOGIA

A metodologia utilizada no desenvolvimento deste trabalho baseou-se num estudo desenvolvido pela *BlackRock*, no qual foram dados diferentes pesos a diferentes ativos para observar a rentabilidade/risco de cada carteira.

Para o desenvolvimento do trabalho, é necessário ter em atenção os princípios e métodos que constituem a Teoria da Carteira de Markowitz, utilizados neste estudo para a análise da hipótese em teste. Assim, apresentam-se os conceitos de Rentabilidade, Risco e Coeficiente de Correlação e as fórmulas utilizadas.

O tratamento e análise dos dados foi realizado em quatro fases:

1. Criação de cinco portfólios compostos por ativos tradicionais;
2. Criação de um índice de moedas digitais, representativo do mercado de criptomoedas;
3. Criação das fronteiras de portfólios de variância mínima nos cinco portfólios iniciais;
4. Incorporação do índice de criptomoedas nos portfólios iniciais e análise do seu impacto nas fronteiras de portfólios de variância mínima.

É importante referir que neste estudo não foram considerados custos de transação, nem custos associados a investimentos nos ativos em estudo.

4.2.1. Taxa de Rendibilidade e Variância

4.2.1.1. Rendibilidade de um ativo

A Rendibilidade de cada um dos ativos foi obtida através do cálculo das diferenças logarítmicas diárias, através da aplicação da seguinte fórmula:

$$r_t = \ln\left(\frac{C_t}{C_{t-1}}\right) \quad (2)$$

em que:

r_t = Rendibilidade diária de um ativo;

\ln = Logaritmo natural;

C_t = Preço no momento t ;

C_{t-1} = Preço no momento $t - 1$.

4.2.1.2. Rendibilidade de um Portfólio

A rendibilidade de uma carteira de investimentos, é obtida através da média ponderada das rendibilidades esperadas dos ativos que a compõem. Deste modo, basta calcular a média aritmética das rendibilidades esperadas dos ativos ponderados pelas suas proporções, através da seguinte fórmula matemática:

$$\overline{R}_p = \sum_{i=1}^n \overline{R}_i w_i \quad (3)$$

em que:

\overline{R}_p = Rendibilidade esperada da carteira;

\overline{R}_i = Rendibilidade média histórica do ativo i ;

n = Número de ativos na carteira;

w_i = Peso do ativo i na composição da carteira.

4.2.1.3. Risco de um ativo

A quantificação do risco obtém-se através das medidas de segunda ordem de dispersão estatística: variância/desvio padrão.

A variância, usando a informação diária histórica foi estimada através da fórmula:

$$\sigma_i^2 = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n [r_{it} - \bar{R}_i]^2 \quad (4)$$

em que:

r_{it} = Ocorrência que se analisa;

σ_i^2 = Variância;

\bar{R}_i = Média histórica das ocorrências;

n = Número total de ocorrências.

O desvio-padrão, obtido através da raiz quadrada da variância, representa, segundo Markowitz, a expectativa de risco que se tem sobre a rentabilidade de um determinado ativo.

4.2.1.1. Risco de um portfólio

Para a quantificação do risco de uma carteira, para além do cálculo dos riscos individuais ponderados pela participação de cada ativo na carteira, é necessário estimar a correlação existente entre eles.

A variância de um portfólio é obtida através da fórmula:

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^m [w_i^2 \cdot \sigma_i^2] + \sum_{i=1}^m \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^m w_i w_j \sigma_{ij} \quad (5)$$

em que:

w_i = Peso do ativo i na carteira;

w_j = Peso do ativo j na carteira;

m = número total de ativos considerados na carteira p ;

σ_i^2 = Risco associado ao ativo i medido pela variância;

σ_{ij} = Covariância entre as taxas de rentabilidade dos ativos i e j .

4.2.1.2. Coeficiente de Correlação

O coeficiente de correlação entre ativos é uma medida estatística que indica o grau de dependência linear entre as taxas de rentabilidade desses ativos.

A covariância varia de -1 em que as rentabilidades dos ativos tendencialmente se movem em direções opostas até +1, em que se espera que as rentabilidades dos ativos se movam na mesma direção. Quando os ativos são independentes têm uma correlação de 0.

Como refere (Elton & al, 2012), a correlação é uma medida ilustrativa de como as rentabilidades dos ativos variam em conjunto. Quando apresentam desvios positivos e negativos nos mesmos momentos, a covariância é um número positivo elevado. Se os desvios positivos e negativos ocorrem em momentos distintos, a covariância é negativa. Se os desvios positivos e negativos não estiverem relacionados, ela tenderá para zero.

$$\rho_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{\sigma_i \sigma_j} \quad (6)$$

em que:

ρ_{ij} = Correlação entre os dois ativos i e j ;

σ_{ij} = Covariância entre os dois ativos i e j ;

σ_i = Risco (desvio padrão) associado ao ativo i ;

σ_j = Risco (desvio padrão) associado ao ativo j .

4.2.2. Construção dos Portfólios em Teste

Foram criadas cinco carteiras UE1, designadas por P1, P2, P3, P4 e P5 e cinco carteiras UE1C, designadas por P1c, P2c, P3c, P4c e P5c, com diferentes distribuições de pesos.

Esta distribuição de pesos em cada carteira é igual para todos os anos em análise. Na tabela III observa-se a sua composição e respetivos pesos:

	Ações			Obrigações		Moeda	Cripto	Total
	STOXXsc	STOXXmc	STOXX50	GB5y	GB10y	EURUSD		
P1	20,00%	20,00%	20,00%	15,00%	15,00%	10,00%		100%
P2	16,67%	16,67%	16,67%	20,00%	20,00%	10,00%		100%
P3	13,33%	13,33%	13,33%	25,00%	25,00%	10,00%		100%
P4	10,00%	10,00%	10,00%	30,00%	30,00%	10,00%		100%
P5	6,67%	6,67%	6,67%	35,00%	35,00%	10,00%		100%
	STOXXsc	STOXXmc	STOXX50	GB5y	GB10y	EURUSD	Cripto	Total
P1c	17,00%	17,00%	17,00%	12,75%	12,75%	8,50%	15,00%	100%
P2c	14,17%	14,17%	14,17%	17,00%	17,00%	8,50%	15,00%	100%
P3c	11,33%	11,33%	11,33%	21,25%	21,25%	8,50%	15,00%	100%
P4c	8,50%	8,50%	8,50%	25,50%	25,50%	8,50%	15,00%	100%
P5c	5,67%	5,67%	5,67%	29,75%	29,75%	8,50%	15,00%	100%

Tabela III – Composição das carteiras UE1 e UE1C; (fonte: elaboração própria)

A composição dos portfólios pretende dar uma maior amplitude de hipóteses de análise, pois o nível de risco é diferente de carteira para carteira.

A carteira P1 é a carteira com maior nível de risco pois é composta por 60% de ações e 30% de obrigações. A carteira P5 é a carteira de menor risco visto ter uma composição de 70% de obrigações e 20% de ações. A segunda carteira com mais risco é P2 composta por 50% de ações e 40% de obrigações. P3 e P4 tem um menor nível de risco que P1 e P2, por terem uma maior composição de obrigações. Para todas as Carteiras P_i e $P_i c$, a divisa tem um peso de 10%.

Com a introdução do índice de criptomoedas definimos um peso fixo de 15% para este índice e os restantes 85% para os ativos tradicionais, seguindo uma lógica de proporcionalidade para ser possível comparar “ P_i ” com “ $P_i c$ ”, sendo que a divisa tem um peso de 8.5% em todas as carteiras.

4.2.3. Construção do Índice de Criptomoedas

Para estudarmos a hipótese em teste, foi necessário criar um índice representativo do mercado das criptomoedas. Este índice foi calculado a partir das seis criptomoedas selecionadas, sendo os dados recolhidos numa base diária.

A composição do índice de criptomoedas não é igual em todos os anos, na tabela seguinte podemos observar a composição do índice para cada período em análise:

Índice	Criptomoeda	Ano					
		2014	2015	2016	2017	2018	2019
C - Cripto	BTC	X	X	X	X	X	X
	LTC	X	X	X	X	X	X
	XRP	X	X	X	X	X	X
	ETH			X	X	X	X
	BTC-Cash					X	X
	BNB					X	X

Tabela IV – Constituição do Índice de criptomoedas por ano; (fonte: elaboração própria)

Após a recolha dos preços de fecho diários das criptomoedas foi calculado o preço diário do índice, através de um índice de *Laspeyres*, com base nas variações diárias dos preços de capitalização de mercado de cada criptomoeda, através do somatório do preço de cada umas das moedas, através da fórmula:

$$P_c = \sum_{i=1}^m P_i \quad (7)$$

em que:

P_c = Preço do índice de criptomoedas;

P_i = Preço de cada criptomoeda;

m = Número de ativos na carteira.

De seguida foram calculados os retornos diários de cada criptomoeda através da aplicação da equação (2).

Tendo já as rendibilidades diárias de cada criptomoeda, os preços individuais bem como o preço do índice, procedemos ao cálculo do peso que cada criptomoeda tem no índice, através da seguinte expressão:

$$w_i = P_i / P_c \quad (8)$$

em que:

w_i = Peso do ativo no índice de criptomoedas;

P_c = Preço do índice de criptomoedas;

P_i = Preço do ativo i .

O cálculo do retorno diário do índice teve como base a ponderação dos pesos que cada criptomoeda tem neste. Para obter o retorno diário do índice foram efetuados os seguintes cálculos:

$$\overline{R_p} = \sum_{i=1}^m \overline{R_i} w_i \quad (9)$$

em que:

$\overline{R_p}$ = Taxa de rendibilidade histórica da carteira;

$\overline{R_i}$ = Taxa média de rendibilidade histórica do ativo i ;

m = Número de ativos na carteira;

w_i = Peso do ativo i na composição da carteira.

Após estes cálculos, obtivemos o índice representativo do mercado das criptomoedas para cada ano.

4.2.4. Construção da Fronteira de Portfólios de Variância Mínima

A construção da fronteira de portfólios de variância mínima é feita a partir da minimização da variância. A variância do portfólio é obtida através da fórmula (5).

Os dados recolhidos têm uma base diária e para efeito de cálculo da fronteira de portfólios de variância mínima os valores foram anualizados.

Utilizamos o Solver (Excel) para minimizar as variâncias subjacentes às taxas de rendibilidade, o que nos permitiu estimar uma equação da variância que descreve todos os portfólios para cada taxa de rendibilidade arbitrariamente admitida.

Esta minimização está sujeita a duas restrições:

- a) Taxa de rendibilidade igual ao *target*;
- b) O somatório dos pesos dos ativos igual a 1;

Neste estudo são permitidas operações de vendas a descoberto. Assim, apenas é necessário que o somatório dos pesos dos ativos seja igual a 1. A equação (10) apresenta a expressão analítica correspondente à solução do problema de minimização atrás referido:

$$\text{Min } \sigma_p^2 = CE(r_p)^2 - AE(r_p) + B \quad (10)$$

em que:

Os parâmetros A , B , C e E descrevem a parábola no espaço taxa de rendibilidade/variância, minimizando a variância para cada uma das taxas de rendibilidade.

que nos permitiu determinar a variância mínima associada a cada nível *target* de taxa de rendibilidade.

Para efeitos de apuramento dos resultados da nossa análise é útil recolher para cada fronteira de portfólios de variância mínima (FPVM) que foi estimada para cada um dos anos de 2014 a 2019, utilizar dois *benchmarks*, a carteira de variância mínima (PVM) e a carteira que maximiza o binómio rendibilidade/risco (MaxRtR). Nas tabelas que a seguir se apresentam, estão representadas as composições dos dois *benchmarks* analisados, Tabela V e VI, a Tabela VII, com as Estatísticas Descritivas Anualizada, e a Tabela VIII, de Correlações das taxas de rendibilidade.

Composição do Portfólio de Variância Mínima						
Anos	2014	2015	2016	2017	2018	2019
Painel A: Sem Criptomoeda (PVM)						
Ações	2,724%	1,267%	0,081%	6,764%	3,660%	1,587%
Obrigações	87,309%	94,470%	94,160%	82,828%	87,276%	87,352%
Divisa	9,966%	4,263%	5,758%	10,408%	9,064%	11,061%
Painel B: Com Criptomoeda (PVMc)						
Ações	2,715%	1,232%	0,040%	6,776%	3,647%	1,554%
Obrigações	87,358%	94,343%	94,414%	83,023%	87,275%	87,380%
Divisa	9,945%	4,251%	5,744%	10,371%	9,033%	11,121%
Cripto	-0,018%	0,174%	-0,197%	-0,170%	0,045%	-0,056%

Tabela V – Tabela da composição do Portfólio de Variância Mínima; (fonte: elaboração própria)

Composição do Portfólio de Máxima Rendibilidade/Risco						
Anos	2014	2015	2016	2017	2018	2019
Painel A: Sem Criptomoeda (MaxRtR)						
Ações	5,189%	4,511%	0,185%	12,729%	-11,798%	9,401%
Obrigações	97,503%	94,020%	96,949%	69,593%	114,190%	79,957%
Divisa	-2,692%	1,469%	2,866%	17,678%	-2,392%	10,641%
Painel B: Com Criptomoeda (cMaxRtR)						
Ações	4,967%	4,349%	0,457%	7,425%	-8,562%	8,848%
Obrigações	98,426%	93,765%	94,175%	79,310%	109,343%	80,516%
Divisa	-3,002%	1,519%	3,924%	11,694%	0,707%	9,796%
Cripto	-0,390%	0,367%	1,444%	1,571%	-1,489%	0,840%

Tabela VI - Tabela da composição do Portfólio de Máxima Rendibilidade/Risco; (fonte: elaboração própria)

Estatísticas Descritivas Anualizadas	STOXXsc	STOXXmc	STOXX50	GB5y	GB10y	EURUSD	Cripto
Média	7,4347%	9,6175%	4,4330%	1,6392%	5,1284%	-4,6675%	66,1959%
Desvio Padrão	0,15011308	0,15143587	0,17056190	0,02048347	0,05393693	0,07979766	0,71990085
Variância	0,02253394	0,02293282	0,02909136	0,00041957	0,00290919	0,00636767	0,51825724
Mediana	18,7792%	15,6790%	12,4383%	1,8690%	7,4592%	-2,2103%	42,2390%
Kurtosis	4,12501045	3,82881827	4,90934021	3,50804706	3,01922821	2,75593825	4,80447331
Skewness	-0,60537309	-0,58105541	-0,55987596	-0,65904809	-0,56561333	0,10777349	-0,22421590
Mínimo	-7,2511%	-7,1139%	-9,0110%	-0,8811%	-1,9986%	-2,4173%	-24,4406%
Máximo	4,2280%	3,7450%	4,5982%	0,5477%	1,5096%	3,0249%	21,8817%
Nº Observações	1532	1532	1532	1532	1532	1532	1532

Tabela VII - Estatísticas Descritivas Anualizadas; (fonte: elaboração própria)

Correlações	STOXXsc	STOXXmc	STOXX50	GB5y	GB10y	EURUSD	Cripto
STOXXsc	1						
STOXXmc	0,962232412	1					
STOXX50	0,909971187	0,940159034	1				
GB5y	-0,207668944	-0,206432216	-0,201576791	1			
GB10y	-0,272487126	-0,270588008	-0,273869277	0,857633692	1		
EURUSD	-0,170672182	-0,182811821	-0,208872275	-0,225646096	-0,156649117	1	
Cripto	-0,013606466	-0,002721471	0,004890501	0,01699974	-0,001341574	0,004026236	1

Tabela VIII – Correlações das taxas de rendibilidade; (fonte: elaboração própria)

É possível observar que os ativos tradicionalmente mais arriscados como as ações, têm uma maior média de rendibilidades histórica, do que ativos com menos risco, como as obrigações. Todos os ativos à exceção da divisa têm uma rendibilidade média anual positiva, ou seja, de 2014 a 2019 a divisa foi o único ativo a perder valor. As Criptomoedas têm valores médios de rendibilidades muito superiores aos ativos tradicionais, algo esperado para estes ativos e associado ao crescimento da importância que estes têm ganho nos últimos anos.

Em relação ao desvio padrão, as obrigações e divisa são os ativos que apresentam mais homogeneidade, sendo que os ativos com mais risco (ações) têm maior volatilidade e, por esse facto, uma maior dispersão. As criptomoedas apresentam uma grande volatilidade nas suas rendibilidades históricas, como se pode concluir pela análise do desvio padrão, algo característico neste tipo de ativos.

Analisando o valor máximo e mínimo podemos observar novamente que os ativos que tradicionalmente têm mais risco, têm valores mais altos e mais baixos de máximo e mínimo respetivamente, do que as obrigações que são ativos tradicionalmente de menor risco.

Em relação à *Kurtosis* dos ativos, todos apresentam uma distribuição mais afunilada e concentrada que a distribuição normal, tendo caudas pesadas. Analisando a *Skewness*, todos os ativos à exceção da divisa têm cauda esquerda mais pesada, ou seja, existem mais valores abaixo da média.

Em relação às correlações, como era de esperar, as ações e obrigações são negativamente correlacionadas, ou seja, quando as rendibilidades históricas das ações subiram as rendibilidades históricas das ações tenderam a diminuir e vice-versa. As criptomoedas tem uma correlação muito próxima de zero com todos os ativos tradicionais, ou seja, não existe uma relação entre as rendibilidades das criptomoedas com as rendibilidades dos restantes ativos.

5. RESULTADOS

Sobre os dados recolhidos para este estudo, e para cada uma das carteiras de ativos consideradas, obtiveram-se os seguintes resultados:

	2014		2015		2016		2017		2018		2019	
	Rp	σ p	Rp	σ p	Rp	σ p	Rp	σ p	Rp	σ p	Rp	σ p
Painel A: Carteiras que apenas incluem ativos tradicionais												
P1	3,374%	8,612%	7,529%	11,140%	2,126%	11,793%	12,514%	5,264%	-12,000%	7,408%	21,281%	7,073%
P2	4,646%	7,061%	5,971%	9,130%	2,423%	9,745%	10,357%	4,335%	-9,835%	6,093%	18,256%	5,824%
P3	5,918%	5,555%	4,412%	7,198%	2,720%	7,743%	8,199%	3,491%	-7,671%	4,832%	15,230%	4,628%
P4	7,190%	4,146%	2,854%	5,425%	3,017%	5,832%	6,042%	2,814%	-5,506%	3,682%	12,205%	3,540%
P5	8,462%	2,975%	1,296%	4,030%	3,314%	4,140%	3,884%	2,444%	-3,341%	2,782%	9,180%	2,693%
MVP	0,126%	1,508%	0,653%	1,233%	2,180%	1,077%	1,712%	1,406%	-1,890%	1,269%	-0,127%	1,086%
MaxRtR	9,400%	2,113%	5,000%	1,644%	3,200%	1,286%	7,800%	1,801%	2,900%	2,976%	4,400%	1,553%
Painel B: Carteiras que incluem ativos tradicionais e Criptomoeda												
P1c	-7,788%	12,629%	14,391%	14,359%	34,009%	11,947%	730,695%	14,036%	-23,397%	13,846%	39,723%	11,284%
P2c	-6,706%	12,008%	13,066%	13,186%	34,261%	10,626%	728,861%	13,808%	-21,557%	13,308%	37,152%	10,834%
P3c	-5,625%	11,522%	11,742%	12,173%	34,513%	9,468%	727,027%	13,639%	-19,717%	12,861%	34,580%	10,490%
P4c	-4,544%	11,188%	10,417%	11,364%	34,766%	8,539%	725,193%	13,530%	-17,877%	12,512%	32,009%	10,262%
P5c	-3,463%	11,020%	9,092%	10,805%	35,018%	7,922%	723,359%	13,483%	-16,037%	12,271%	29,438%	10,158%
MVPc	0,141%	1,508%	0,709%	1,227%	1,780%	1,171%	-6,529%	1,398%	-1,926%	1,268%	-0,220%	1,085%
MaxRtR	9,600%	2,117%	5,000%	1,625%	5,800%	1,449%	78,500%	2,065%	3,200%	2,821%	5,200%	1,566%

Tabela IX – Comparação da Rendibilidade/Risco das carteiras em análise com e sem criptomoedas; (fonte: elaboração própria)

Analisamos os resultados por 2 vertentes, primeiro uma análise por anos e segundo uma análise aos efeitos da introdução das criptomoedas, tendo em conta as composições dos portfólios.

Analisando a tabela podemos concluir que nos anos de 2014 e 2018 a introdução de criptomoedas nos portfólios apresentou um efeito nocivo para os investidores, pois os portfólios com criptomoeda têm uma rentabilidade negativa, ou ainda mais negativa no caso de 2018, o que não acontecia nos portfólios sem criptomoedas, isto é explicado pelo gráfico VI onde é possível observar que durante o ano de 2014 e 2018 a evolução do preço do índice de criptomoedas diminui levando, desta forma, a uma pior prestação dos portfólios que têm as criptomoedas, especialmente no ano de 2018 onde o valor do índice de criptomoedas perdeu todo o ganho conseguido em 2017.

A queda do preço das criptomoedas em 2014 pode ser explicado pelos rumores da proibição de transações de Bitcoin na China, sendo que nesta altura as maiores *Exchanges* de criptomoedas eram chinesas e mais de metade das negociações de criptomoedas eram feitas na China, a falência da maior *Exchange*, (MtGox) também contribui para a desconfiança dos investidores e, com isto, uma queda dos preços deste ativos. A queda dos preços das criptomoedas em 2018 deve-se a três possíveis fatores, o facto de após a grande valorização de 2017 os investidores começarem a vender algumas criptomoedas para efetuarem lucro, o facto de alguns projetos que estavam planeados não se terem concretizado, levando a uma desconfiança por parte dos investidores e, por último, um efeito de bola de neve onde os investidores, ao verem o preço das criptomoedas descer, começaram a exercer posições de venda levando os preços a descerem ainda mais, pois existiam mais vendedores do que compradores no mercado.

Nos anos de 2015, 2016, 2017 e 2019 a introdução das criptomoedas nos portfólios trouxe melhorias na rentabilidade/risco destes. As subidas dos preços das criptomoedas, em 2016, podem ser explicadas pelo facto de neste ano ter havido um corte de recompensa em 50% pela mineração de cada bitcoin, o que levou os investidores a pensar que havendo este corte existe menos oferta levando o preço da bitcoin a subir influenciado todo o mercado de criptomoedas. Em 2019, o ganho de popularidade da tecnologia Blockchain bem como o aparecimento de notícias mais frequentemente na comunicação social e por parte de instituições financeiras mundialmente conhecidas levou a uma maior procura por parte dos investidores por estes ativos.

Em 2017 foi o ano em que a introdução do índice de criptomoedas trouxe melhores resultados para a rentabilidade/risco dos portfólios. Como é possível observar no gráfico VI, 2017 foi o ano de maior crescimento das criptomoedas e, desta forma, a introdução das criptomoedas levou a um grande aumento da rentabilidade/risco dos portfólios. Tendo um retorno anualizado de 4 800%, ver Tabela XIX, era expectável que este resultado acontecesse. O ano de 2017 teve uma grande valorização dos preços das criptomoedas devido à aceitação da bolsa de Chicago iniciar a negociação de contratos de futuros de *Bitcoin* e o facto de em abril desse ano o Japão ter legalizado as criptomoedas como meio de pagamento.

Em 2015 os portfólios com melhor rentabilidade/risco foram P1c e P2c, ou seja, nos portfólios onde as ações têm um maior peso. Contrariamente, em 2016, os portfólios que têm uma melhor rentabilidade/risco são os portfólios que têm maior peso de obrigações, pois o baixo risco das obrigações compensa a volatilidade do índice de criptomoedas. Em 2019, os portfólios onde as obrigações têm um maior peso, p4c e p5c, existe uma melhoria da rentabilidade/risco em comparação com portfólios que não têm criptomoedas.

Para o ano de 2014 e 2015, a introdução das criptomoedas traduz-se num aumento da rentabilidade e uma diminuição do desvio padrão, na carteira de variância mínima e numa ligeira deslocação da fronteira eficiente para a esquerda, gráficos VII e VIII, em anexo.

No ano de 2016 e 2019, a carteira de variância mínima com a introdução do índice de criptomoedas tem uma rentabilidade menor e um desvio padrão superior, apesar da rentabilidade anualizada do índice de criptomoeda ser de 214.68% em 2016 e de 144.23% em 2019, tabela XVI e XXV. Contudo, concluímos que a introdução deste índice na carteira global se traduz numa melhoria das oportunidades de investimento eficientes, pois a fronteira eficiente fica mais aberta, traduzindo-se em maiores rentabilidades para o mesmo nível de risco.

No ano de 2018, com a introdução do índice de criptomoedas, a carteira de variância mínima tem uma rentabilidade e um risco menor.

Pela observação das tabelas em anexo podemos concluir que o índice de criptomoedas apresenta valores de volatilidade muito elevadas. As suas rentabilidades e desvios padrões também apresentam valores muito díspares em relação aos ativos tradicionais.

Podemos também observar que a introdução das criptomoedas aumenta sempre os níveis de risco dos portfólios em estudo, isto pode ser explicado pela alta volatilidade característica destes ativos, sendo esta uma crítica geralmente apontada a estes ativos. A grande volatilidade é especialmente visível em épocas de grande expressão do mercado tanto positivamente como negativamente.

Os portfólios PVM e MaxRtR com e sem criptomoedas estão sempre muito próximos à exceção do ano 2016, como se observa nos gráficos em anexo.

Os resultados obtidos neste estudo vão ao encontro dos estudos desenvolvidos por (Carpenter, 2016) e (Andrianto & Diputra, 2017) onde também concluíram que a introdução das criptomoedas melhorou a performance das carteiras, e está em linha com os resultados do nosso estudo para os anos de 2015, 2016, 2017 e 2019.

Concluimos também que a correlação com os ativos tradicionais também é baixa, como se observa nas Tabelas XII, XV, XVIII, XXI, XXIV e XXVII, o que vai ao encontro dos resultados obtidos por (Baur, Hong, & Lee, 2017).

6. CONCLUSÕES

Concluimos que as criptomoedas, no período em estudo e nos pressupostos da presente dissertação, nem sempre se apresentaram como um bom ativo no que respeita à diversificação e a sua introdução em portfólios tradicionais nem sempre traz vantagens para o investidor em termos do binómio de rendibilidade/risco. O facto de as criptomoedas terem uma grande volatilidade e apresentarem anos de rendibilidades muito elevadas e anos onde perdem grande parte do seu valor trazem um aumento do risco para qualquer portfólio de investimento. Contudo, as fronteiras de portfólio de variância mínima apresentam quase sempre uma melhoria das oportunidades de investimento mais eficientes com a introdução das criptomoedas.

A análise simplista feita com base em dados históricos tem algumas limitações nomeadamente no que respeita à distribuição de valores esperados futuros. Com efeito, uma alternativa possível seria modelizar as volatilidades históricas e a estrutura de covariâncias (modelos GARCH e ARCH).

Aplicar este estudo a outras geografias poderia também constituir uma boa pista de desenvolvimento desta temática no sentido de tentar perceber o quão sensível seria, por exemplo, o nível de desenvolvimento informacional dos mercados aos impactos decorrentes da utilização das criptomoedas como ativo de investimento ou a comparação dos resultados com e sem introdução do índice de criptomoedas no mercado europeu, no mercado americano ou nos mercados emergentes. Com esse estudo, poderíamos concluir em que mercado a introdução das criptomoedas traria melhorias no binómio rendibilidade/risco e no efeito de diversificação.

Outra pista para o desenvolvimento de trabalhos futuros seria o estudo da introdução do índice de criptomoedas em carteiras de investimentos com mais classes de ativos, inclusive outros ativos alternativos como imobiliário, ouro e derivados financeiros.

7. BIBLIOGRAFIA

- Thesis Asset Management. (2016). *Thesis approach to alternative assets*. Chichester, Condado de West Sussex, Inglaterra.
- Abreu, M., Afonso, A., Escária, V., & Ferreira, C. (2012). *Economia Monetária e Financeira*. Escolar Editora.
- Andrianto, Y., & Diputra, Y. (2017). The effect of cryptocurrency on investment portfolio effectiveness. *Journal of Finance and accounting*, 5(6), 229-238. doi:10.11648/j.jfa.20170506.14
- Antonopoulos, A. (2017). *Mastering Bitcoin - Programming the open blockchain* (2nd Ed. ed.). Sebastopol: CA: O'Reilly.
- Bashir, I. (2018). *Mastering Blockchain* (2nd Ed. ed.). Birmingham: UK: Packt Publishing Ltd.
- Baur, G. D., Hong, K., & Lee, D. A. (2017). Bitcoin: Medium of exchange or speculative assets? *Journal of International Financial Markets, Institutions and Money*, 54, 177-189.
- Bekkers, N., Doeswijk, Q. R., & Lam, T. (2009). *Strategic Asset Allocation: Determining the Optimal Portfolio with Ten Asset Classes*. Obtido de <https://doi.org/10.2139/ssrn.1368689>
- Bohme, R., Christin, N., Edelman, B., & Moore, T. (2015). Bitcoin: Economics, Technology and Governance. *Journal of Economic Perspectives*, 29(2), 213-238. Obtido de <https://doi.org/10.1257/jep.29.2.213>
- Borri, N. (2018). Obtido de SSRN: https://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=3162038
- Brauneis, A., & Mestel, R. (2019). Cryptocurrency-portfolios in a mean-variance framework. *Finance Research Letters*, 28. doi:10.1016/j.frl.2018.05.008
- Brealey, R. A., & Myers, S. C. (1998). *Princípios de Finanças Empresariais* (5 ed ed.). (M. F. CARMO, Trad.) Lisboa: MC Graw-Hill.
- Bystrom, H., & Krygier, D. (2018). What Drives Bitcoin Volatility? (F. Lundtofte, The Knut Wicksell Centre for Financial Studies, Lund University, & School of Economics and Management, Edits.) Suécia.
- Carpenter, A. (2016). Portfolio diversification with Bitcoin. *Journal of Undergraduate in France*, 6.
- Chuen, D. L., Guo, L., & Wang, Y. (2017). Cryptocurrency: A new investment opportunity? *The Journal of Alternative Investments*, 20(3), 16-40. doi:10.3905/jai.2018.20.3.016
- Ciaian, P., Rajcaniova, M., & Kancs, d. (2016). The economics of BitCoin price formation. *Applied Economics*, 48(19), 1799-1815. doi:10.1080/00036846.2015.1109038
- Dai, W. (1998). *literature/b-money/*. Obtido em 15 de 03 de 2021, de nakamotoinstituto.org: <https://nakamotoinstituto.org/literature/b-money/>

- Eisl, A., Gasser, S., & Weinmayer, K. (2015). *Caveat Emptor: Does Bitcoin Improve Portfolio Diversification?*
- Elton, E. J., & al, e. (2012). *Moderna Teoria de Carteiras e Análise de Investimentos*. Elsevier.
- Farell, R. (2015). *An analysis of the cryptocurrency industry*. Obtido de Wharton Research Scholars: http://repository.upenn.edu/wharton_research_scholars/130
- Fisher, I. (1907). The Rate of Interest. 3.
- Fleuriet, M. (2004). *A arte e as ciências das finanças: uma introdução ao mercado financeiro*. Rio de Janeiro: Elsevier.
- Goetzmann, W. N. (1997). *An Introduction to Investment Theory*. Obtido de <http://viking.som.yale.edu/will/finman540/classnotes>
- Hauwert, E. (12 de 2011). *Developing a Model for Determining an Optimal Asset Allocation*(Master Financial Economics Thesis). Erasmus University of Rotterdam.
- Hicks, J. R. (1935). A Suggestion for Simplifying the Theory of Money. *Economica*, 1-19.
- Holmberg, J., & Oscar, L. (2013). Allocation to alternative asset vehicles. Investment performance, decision factors and motives. Dinamarca: Copenhagen Business School.
- Hudson-Wilson, S. (2000). *Modern Real State Portfolio Management*. New Hope: FJF.
- Jeyachitra, A., Selvam, M., & Jayapal, G. (2010). Portfolio Risk and Return relationship - An Empirical Study. *Asia Pacific Business Review*, 6, pp. 53-63.
doi:<https://doi.org/10.1177/097324701000600406>
- Klabbers, S. (2017). Bitcoin as an investment asset: The added value of bitcoin in a global market portfolio (Master dissertation). Radboud Universiteit Nijmegen,. Netherlands. Obtido de http://theses.uibn.ru.nl/bitstream/handle/123456789/4434/MTHEC_RU_Sjoerd_Klabbers_s4384458.pdf?sequence=1.
- Leitner, C., Mansour, A., & Naylor, S. (2007). *Alternative Investments in Perspective*. Deutsche Bank Group, RREEF Research.
- Markowitz, H. (mar de 1952). Portfolio selection. *Journal of Finance*, 7(1), 77-91.
doi:10.2307/2975974
- May, T. C. (1988). *crypto-anarchist-manifesto*. Obtido em 23 de 05 de 2021, de nakamotoinstitute.org: <https://nakamotoinstitute.org/crypto-anarchist-manifesto/>
- McKinsey & Company Research. (2012). *The Mainstreaming of Alternative Investments – Fueling the Next Wave of Growth in Asset Management*.
- Nakamoto, S. (2008). Obtido em 03 de 06 de 2021, de bitcoin.org: <https://bitcoin.org/en>
- Nakamoto, S. (2008). *Bitcoin: A peer-to-peer electronic cash system*. Obtido de <https://bitcoin.org>

- Prates, W. R. (02 de 11 de 2016). *teoria-de-markowitz-teoria-da-carteira-e-a-fronteira-eficiente*.
Obtido em 25 de 07 de 2021, de cienciaenegocios.com: <https://cienciaenegocios.com/teoria-de-markowitz-teoria-da-carteira-e-a-fronteira-eficiente/>
- Reilly, F. K. (1994). *Investment Analysis and Portfolio Management* (4 ed. ed.). Fort Worth: Harcourt Brace.
- Robert W. Baird & Co. Incorporated. (2013). *www.bairdfinancialadvisor.com*. Obtido em 23 de 05 de 2021, de Baird Private Wealth Management:
http://www.bairdfinancialadvisor.com/schmidtvanderleestwenzelgroup/mediahandler/media/163794/The_role_of_alternative_invst.pdf
- Securato, J. R. (2007). *Decisões Financeiras em Condições de Risco* (2 ed. ed.). Saint Paul Editora.
- Securato, J. R. (2008). *Cálculo Financeiro das Tesourarias* (4 ed. ed.). Saint Paul Editora.
- Sharpe, W., Alexander, G. J., & Bailey, J. V. (1995). *Investments* (5 Ed. ed.). (P. Hall, Ed.) New Jersey.
- Stensas, A., Nygaard, M. F., Kyaw, K., & Treepongkaruna, S. (2019). can bitcoin be a diversifier, hedge or safe haven tool? *Cogent Economics & Finance*, 7(1). doi:10.1080/23322039.2019.1593072
- Szabo, N. (2005). *bit-gold.html*. Obtido em 03 de 06 de 2021, de unenumerated.blogspot.com:
<http://unenumerated.blogspot.com/2005/12/bit-gold.html>
- Vince, R. (2007). *The Handbook of Portfolio Mathematics: Formulas of Optimal Allocation & Leverage*. Wiley Tradind.
- Yermack, D. (2013). *Is Bitcoin a Real currency?*
- Zanini, F. A., & Figueiredo, A. C. (2005). As teorias de carteira de Markowitz e de Sharpe: uma aplicação no mercado de ações entre julho / 1995 e junho / 2000. *Revista de Administração MACKENZIE*, 6(2).

8. ANEXOS

2014	STOXXsc	STOXXmc	STOXX50	GB5y	GB10y	EURUSD	Cripto
Média	-0,0051%	0,0113%	0,0047%	0,0177%	0,0542%	-0,0501%	-0,3436%
Média Anualizada	-1,8275%	4,1510%	1,7038%	6,5719%	21,5523%	-16,5012%	-71,0369%
Variância	0,00008961	0,00008624	0,00011430	0,00000153	0,00000779	0,00001504	0,00210412
Variância Anualizada	0,02240157	0,02156111	0,02857564	0,00038322	0,00194833	0,00375948	0,52602972
Devio Padrão	0,00946606	0,00928679	0,01069124	0,00123810	0,00279165	0,00387788	0,04587068
Devio Padrão Anualizado	0,14967153	0,14683703	0,16904332	0,01957607	0,04413991	0,06131460	0,72527907

Tabela X – Carteira UE1 e UE1C, dados estatísticos, ano 2014; (fonte: elaboração própria)

Covariâncias anualizadas (2014)	STOXXsc	STOXXmc	STOXX50	GB5y	GB10y	EURUSD	Cripto
STOXXsc	0,0224015658	0,0208244946	0,0217686174	-0,0006474809	-0,0023664575	-0,0022969729	-0,0062668930
STOXXmc	0,0208244946	0,0215611143	0,0229094980	-0,0006712649	-0,0022444252	-0,0021553479	-0,0081130659
STOXX50	0,0217686174	0,0229094980	0,0285756425	-0,0006988489	-0,0025954449	-0,0030488963	-0,0097299392
PriceGB5y	-0,0006474809	-0,0006712649	-0,0006988489	0,0003832226	0,0006959026	-0,0000187137	0,0009972619
PriceGB10y	-0,0023664575	-0,0022444252	-0,0025954449	0,0006959026	0,0019483313	0,0002615790	0,0008788147
EURUSD	-0,0022969729	-0,0021553479	-0,0030488963	-0,0000187137	0,0002615790	0,0037594807	-0,0034726284
Cripto	-0,0062668930	-0,0081130659	-0,0097299392	0,0009972619	0,0008788147	-0,0034726284	0,5260297243

Tabela XI – Carteira UE1 e UE1C, matriz de covariância, ano 2014; (fonte: elaboração própria)

Correlação (2014)	STOXXsc	STOXXmc	STOXX50	GB5y	GB10y	EURUSD	Cripto
STOXXsc	1						
STOXXmc	0,9475446446	1					
STOXX50	0,8603866395	0,9229580646	1				
PriceGB5y	-0,2209846894	-0,2335246734	-0,2111833620	1			
PriceGB10y	-0,3582020966	-0,3462885428	-0,3478423089	0,8053626248	1		
EURUSD	-0,2502953300	-0,2393965250	-0,2941580373	-0,0155908621	0,0966512625	1	
Cripto	-0,0577308497	-0,0761805775	-0,0793609724	0,0702390325	0,0274511657	-0,0780888875	1

Tabela XII – Carteira UE1 e UE1C, matriz de correlação, ano 2014; (fonte: elaboração própria)

2015	STOXXsc	STOXXmc	STOXX50	GB5y	GB10y	EURUSD	Cripto
Média	0,0421%	0,0587%	0,0148%	0,0011%	-0,0037%	-0,0423%	0,1187%
Média Anualizada	16,3743%	23,5397%	5,4755%	0,4032%	-1,3107%	-14,1276%	53,2740%
Variância	0,00013666	0,00013838	0,00021295	0,00000202	0,00002296	0,00005912	0,00183140
Variância Anualizada	0,03416623	0,03459489	0,05323763	0,00050546	0,00574064	0,01477949	0,45785119
Devio Padrão	0,01169038	0,01176348	0,01459282	0,00142191	0,00479193	0,00768882	0,04279492
Devio Padrão Anualizado	0,18484110	0,18599703	0,23073281	0,02248235	0,07576700	0,12157095	0,67664702

Tabela XIII - Carteira UE1 e UE1C, dados estatísticos, ano 2015; (fonte: elaboração própria)

Covariâncias anualizadas (2015)	STOXXsc	STOXXmc	STOXX50	GB5y	GB10y	EURUSD	Cripto
STOXXsc	0,0341662312	0,0333763286	0,0399899870	-0,0007189027	-0,0037492381	-0,0080954295	0,0053932468
STOXXmc	0,0333763286	0,0345948935	0,0411761177	-0,0006130991	-0,0034359212	-0,0084468533	0,0110148369
STOXX50	0,0399899870	0,0411761177	0,0532376302	-0,0007834396	-0,0044437863	-0,0101721483	0,0133849366
PriceGB5y	-0,0007189027	-0,0006130991	-0,0007834396	0,0005054560	0,0015293507	-0,0008636882	-0,0008214034
PriceGB10y	-0,0037492381	-0,0034359212	-0,0044437863	0,0015293507	0,0057406384	-0,0023647947	-0,0018773265
EURUSD	-0,0080954295	-0,0084468533	-0,0101721483	-0,0008636882	-0,0023647947	0,0147794948	-0,0026074610
Cripto	0,0053932468	0,0110148369	0,0133849366	-0,0008214034	-0,0018773265	-0,0026074610	0,4578511945

Tabela XIV – Carteira UE1 e UE1C, matriz de covariância, ano 2015; (fonte: elaboração própria)

Correlação (2015)	STOXXsc	STOXXmc	STOXX50	GB5y	GB10y	EURUSD	Cripto
STOXXsc	1						
STOXXmc	0,9708095204	1					
STOXX50	0,9376556334	0,9594669965	1				
PriceGB5y	-0,1729935532	-0,1466165472	-0,1510269666	1			
PriceGB10y	-0,2677098750	-0,2438131395	-0,2541930739	0,8978118370	1		
EURUSD	-0,3602562839	-0,3735589608	-0,3626381848	-0,3159988825	-0,2567340937	1	
Cripto	0,0431210749	0,0875205213	0,0857323609	-0,0539948867	-0,0366182464	-0,0316975614	1

Tabela XV – Carteira UE1 e UE1C, matriz de correlação, ano 2015; (fonte: elaboração própria)

2016	STOXXsc	STOXXmc	STOXX50	GB5y	GB10y	EURUSD	Cripto
Média	-0,0025%	0,0148%	0,0027%	0,0096%	0,0165%	-0,0126%	0,3189%
Média Anualizada	-0,8825%	5,4856%	0,9874%	3,5307%	6,1367%	-4,4213%	214,6757%
Variância	0,00015158	0,00016109	0,00018881	0,00000143	0,00001297	0,00002668	0,00091742
Variância Anualizada	0,03789520	0,04027247	0,04720190	0,00035667	0,00324275	0,00666957	0,22935614
Devio Padrão	0,01231181	0,01269212	0,01374073	0,00119444	0,00360153	0,00516510	0,03028902
Devio Padrão Anualizado	0,19466688	0,20068002	0,21725998	0,01888579	0,05694515	0,08166743	0,47891141

Tabela XVI - Carteira UE1 e UE1C, dados estatísticos, ano 2016; (fonte: elaboração própria)

Covariâncias anualizadas (2016)	STOXXsc	STOXXmc	STOXX50	GB5y	GB10y	EURUSD	Cripto
STOXXsc	0,0378951960	0,0379842196	0,0394376642	-0,0005444716	-0,0025433921	-0,0005666540	-0,0079019564
STOXXmc	0,0379842196	0,0402724708	0,0417372406	-0,0006441420	-0,0029323543	-0,0006055621	-0,0058414321
STOXX50	0,0394376642	0,0417372406	0,0472019003	-0,0007750434	-0,0033281959	-0,0014016552	-0,0070108877
PriceGB5y	-0,0005444716	-0,0006441420	-0,0007750434	0,0003566731	0,0009362166	-0,0002485643	0,0008031048
PriceGB10y	-0,0025433921	-0,0029323543	-0,0033281959	0,0009362166	0,0032427504	-0,0002663802	0,0012680858
EURUSD	-0,0005666540	-0,0006055621	-0,0014016552	-0,0002485643	-0,0002663802	0,0066695699	-0,0001127856
Cripto	-0,0079019564	-0,0058414321	-0,0070108877	0,0008031048	0,0012680858	-0,0001127856	0,2293561410

Tabela XVII - Carteira UE1 e UE1C, matriz de covariância, ano 2016; (fonte: elaboração própria)

Correlação (2016)	STOXXsc	STOXXmc	STOXX50	GB5y	GB10y	EURUSD	Cripto2
STOXXsc	1						
STOXXmc	0,9723150123	1					
STOXX50	0,9324796546	0,9572819143	1				
PriceGB5y	-0,1480975745	-0,1699582519	-0,1888909299	1			
PriceGB10y	-0,2294375450	-0,2565993501	-0,2690124538	0,8705313032	1		
EURUSD	-0,0356432211	-0,0369492503	-0,0789973506	-0,1611590079	-0,0572791145	1	
Cripto2	-0,0847593007	-0,0607799037	-0,0673810974	0,0887936369	0,0464982576	-0,0028836959	1

Tabela XVIII - Carteira UE1 e UE1C, matriz de correlação, ano 2016; (fonte: elaboração própria)

2017	STOXXsc	STOXXmc	STOXX50	GB5y	GB10y	EURUSD	Cripto
Média	0,0663%	0,0525%	0,0225%	-0,0068%	-0,0093%	0,0538%	1,0869%
Média Anualizada	26,9347%	20,7977%	8,4319%	-2,4287%	-3,2807%	21,3794%	4800,3837%
Variância	0,00003467	0,00003503	0,00004117	0,00000188	0,00000918	0,00002120	0,00305923
Variância Anualizada	0,00866833	0,00875793	0,01029325	0,00046939	0,00229380	0,00530032	0,76480748
Devio Padrão	0,00588841	0,00591876	0,00641662	0,00137024	0,00302906	0,00460448	0,05531031
Devio Padrão Anualizada	0,09310389	0,09358383	0,10145568	0,02166537	0,04789367	0,07280327	0,87453272

Tabela XIX - Carteira UE1 e UE1C, dados estatísticos, ano 2017; (fonte: elaboração própria)

Covariâncias anualizadas (2017)	STOXXsc	STOXXmc	STOXX50	GB5y	GB10y	EURUSD	Cripto
STOXXsc	0,0086683348	0,0081897107	0,0082760756	-0,0005057580	-0,0011094980	-0,0010599403	0,0006296610
STOXXmc	0,0081897107	0,0087579328	0,0086447619	-0,0005684024	-0,0012864367	-0,0012395344	0,0013187774
STOXX50	0,0082760756	0,0086447619	0,0102932546	-0,0006112518	-0,0014651482	-0,0013899690	0,0042509899
PriceGB5y	-0,0005057580	-0,0005684024	-0,0006112518	0,0004693881	0,0008798157	-0,0003312567	0,0020707134
PriceGB10y	-0,0011094980	-0,0012864367	-0,0014651482	0,0008798157	0,0022938036	-0,0003533668	0,0030166098
EURUSD	-0,0010599403	-0,0012395344	-0,0013899690	-0,0003312567	-0,0003533668	0,0053003163	-0,0008290885
Cripto	0,0006296610	0,0013187774	0,0042509899	0,0020707134	0,0030166098	-0,0008290885	0,7648074825

Tabela XX - Carteira UE1 e UE1C, matriz de covariância, ano 2017; (fonte: elaboração própria)

Correlação (2017)	STOXXsc	STOXXmc	STOXX50	GB5y	GB10y	EURUSD	Cripto
STOXXsc	1						
STOXXmc	0,9399395372	1					
STOXX50	0,8761536015	0,9104914562	1				
PriceGB5y	-0,2507314796	-0,2803425970	-0,2780851184	1			
PriceGB10y	-0,2488173037	-0,2870182369	-0,3015276078	0,8479057583	1		
EURUSD	-0,1563733227	-0,1819310794	-0,1881819040	-0,2100137869	-0,1013436963	1	
Cripto	0,0077332648	0,0161136762	0,0479112660	0,1092893646	0,0720219626	-0,0130218875	1

Tabela XXI - Carteira UE1 e UE1C, matriz de correlação, ano 2017; (fonte: elaboração própria)

2018	STOXXsc	STOXXmc	STOXX50	GB5y	GB10y	EURUSD	Cripto
Média	-0,0647%	-0,0596%	-0,0594%	0,0016%	0,0086%	-0,0197%	-0,5867%
Média Anualizada	-20,7877%	-19,3181%	-19,2568%	0,5913%	3,1266%	-6,8521%	-87,9782%
Variância	0,00006408	0,00006853	0,00007330	0,00000185	0,00000808	0,00002031	0,00255836
Variância Anualizada	0,01601998	0,01713366	0,01832570	0,00046240	0,00202062	0,00507823	0,63959074
Devio Padrão	0,00800499	0,00827857	0,00856171	0,00136000	0,00284297	0,00450699	0,05058026
Devio Padrão Anualizada	0,12657006	0,13089562	0,13537246	0,02150352	0,04495126	0,07126173	0,79974417

Tabela XXII - Carteira UE1 e UE1C, dados estatísticos, ano 2018; (fonte: elaboração própria)

Covariâncias anualizadas (2018)	STOXXsc	STOXXmc	STOXX50	GB5y	GB10y	EURUSD	Cripto
STOXXsc	0,0160199810	0,0157372949	0,0154919557	-0,0008251677	-0,0015888604	-0,0001312308	0,0039756926
STOXXmc	0,0157372949	0,0171336638	0,0163546628	-0,0008547156	-0,0017030376	-0,0003323170	0,0055809496
STOXX50	0,0154919557	0,0163546628	0,0183257025	-0,0008952126	-0,0017448360	-0,0003660419	0,0070309622
PriceGB5y	-0,0008251677	-0,0008547156	-0,0008952126	0,0004624015	0,0008725930	-0,0004495141	-0,0010287296
PriceGB10y	-0,0015888604	-0,0017030376	-0,0017448360	0,0008725930	0,0020206156	-0,0006957177	-0,0017570161
EURUSD	-0,0001312308	-0,0003323170	-0,0003660419	-0,0004495141	-0,0006957177	0,0050782345	0,0029430264
Cripto	0,0039756926	0,0055809496	0,0070309622	-0,0010287296	-0,0017570161	0,0029430264	0,6395907397

Tabela XXIII - Carteira UE1 e UE1C, matriz de covariância, ano 2018; (fonte: elaboração própria)

Correlação (2018)	STOXXsc	STOXXmc	STOXX50	GB5y	GB10y	EURUSD	Cripto
STOXXsc	1						
STOXXmc	0,9498914192	1					
STOXX50	0,9041592539	0,9229669646	1				
PriceGB5y	-0,3031807426	-0,3036595206	-0,3075291274	1			
PriceGB10y	-0,2792626639	-0,2894391434	-0,2867361439	0,9027349275	1		
EURUSD	-0,0145495082	-0,0356263309	-0,0379440909	-0,2933441078	-0,2171874889	1	
Cripto	0,0392763136	0,0533128496	0,0649431518	-0,0598191883	-0,0488745545	0,0516400558	1

Tabela XXIV - Carteira UE1 e UE1C, matriz de correlação, ano 2018; (fonte: elaboração própria)

2019	STOXXsc	STOXXmc	STOXX50	GB5y	GB10y	EURUSD	Cripto
Média	0,0830%	0,0749%	0,0865%	0,0038%	0,0169%	-0,0089%	0,2483%
Média Anualizada	34,8186%	30,9166%	36,5029%	1,3785%	6,2758%	-3,1488%	144,2301%
Variância	0,00006224	0,00005942	0,00006603	0,00000133	0,00000857	0,00000983	0,00180952
Variância Anualizada	0,01556098	0,01485453	0,01650654	0,00033258	0,00214302	0,00245776	0,45237915
Devio Padrão	0,00788948	0,00770831	0,00812565	0,00115339	0,00292781	0,00313545	0,04253841
Devio Padrão Anualizada	0,12474367	0,12187915	0,12847779	0,01823668	0,04629271	0,04957582	0,67259137

Tabela XXV - Carteira UE1 e UE1C, dados estatísticos, ano 2019; (fonte: elaboração própria)

Covariâncias anualizadas (2019)	STOXXsc	STOXXmc	STOXX50	GB5y	GB10y	EURUSD	Cripto
STOXXsc	0,0155609837	0,0146872455	0,0144124950	-0,0005700174	-0,0018290443	-0,0002323372	-0,0075471027
STOXXmc	0,0146872455	0,0148545273	0,0144913350	-0,0004805309	-0,0016232297	-0,0005401265	-0,0080627445
STOXX50	0,0144124950	0,0144913350	0,0165065425	-0,0004598184	-0,0015338170	-0,0007299963	-0,0060002688
PriceGB5y	-0,0005700174	-0,0004805309	-0,0004598184	0,0003325764	0,0007498462	-0,0002746393	-0,0001718479
PriceGB10y	-0,0018290443	-0,0016232297	-0,0015338170	0,0007498462	0,0021430152	-0,0005683692	-0,0009454816
EURUSD	-0,0002323372	-0,0005401265	-0,0007299963	-0,0002746393	-0,0005683692	0,0024577616	0,0032871582
Cripto	-0,0075471027	-0,0080627445	-0,0060002688	-0,0001718479	-0,0009454816	0,0032871582	0,4523791544

Tabela XXVI - Carteira UE1 e UE1C, matriz de covariância, ano 2019; (fonte: elaboração própria)

Correlação (2019)	STOXXsc	STOXXmc	STOXX50	GB5y	GB10y	EURUSD	Cripto
STOXXsc	1						
STOXXmc	0,9660339983	1					
STOXX50	0,8992751386	0,9254456578	1				
PriceGB5y	-0,2505670147	-0,2161952693	-0,1962513401	1			
PriceGB10y	-0,3167328220	-0,2876987310	-0,2578890323	0,8882063792	1		
EURUSD	-0,0375690694	-0,0893914936	-0,1146100499	-0,3037716075	-0,2476555396	1	
Cripto	-0,0899519207	-0,0983563015	-0,0694370652	-0,0140102954	-0,0303661094	0,0985824121	1

Tabela XXVII - Carteira UE1 e UE1C, matriz de correlação, ano 2019; (fonte: elaboração própria)

2014	Ações			Obrigações		Moeda	Cripto	E(Rp)	Desvio Padrão	Desvio Padrão Variância Mínima
	STOXXsc	STOXXmc	STOXX50	GB5y	GB10y	EURUSD				
E(Rp)a	-1,83%	4,15%	1,70%	6,57%	21,55%	-16,50%	-71,04%			
P1	20,00%	20,00%	20,00%	15,00%	15,00%	10,00%		3,374%	8,612%	1,594%
P1c	17,00%	17,00%	17,00%	12,75%	12,75%	8,50%	15,00%	-7,788%	12,629%	1,956%
P2	16,67%	16,67%	16,67%	20,00%	20,00%	10,00%		4,646%	7,061%	1,671%
P2c	14,17%	14,17%	14,17%	17,00%	17,00%	8,50%	15,00%	-6,706%	12,008%	1,852%
P3	13,33%	13,33%	13,33%	25,00%	25,00%	10,00%		5,918%	5,555%	1,769%
P3c	11,33%	11,33%	11,33%	21,25%	21,25%	8,50%	15,00%	-5,625%	11,522%	1,759%
P4	10,00%	10,00%	10,00%	30,00%	30,00%	10,00%		7,190%	4,146%	1,883%
P4c	8,50%	8,50%	8,50%	25,50%	25,50%	8,50%	15,00%	-4,544%	11,188%	1,678%
P5	6,67%	6,67%	6,67%	35,00%	35,00%	10,00%		8,462%	2,975%	2,011%
P5c	5,67%	5,67%	5,67%	29,75%	29,75%	8,50%	15,00%	-3,463%	11,020%	1,610%
MVP	-1,25%	4,40%	-0,43%	115,11%	-27,80%	9,97%		0,126%	1,50771%	
MVPc	-1,24%	4,40%	-0,44%	115,19%	-27,83%	9,94%	-0,02%	0,141%	1,50765%	

Tabela XXVIII - Carteira UE1 e UE1C, resultados, ano 2014; (fonte: elaboração própria)

2015	Ações			Obrigações		Moeda	Cripto	E(Rp)	Desvio Padrão	Desvio Padrão Variância Mínima
	STOXXsc	STOXXmc	STOXX50	GB5y	GB10y	EURUSD				
E(Rp)a	16,37%	23,54%	5,48%	0,40%	-1,31%	-14,13%	53,27%			
P1	20,00%	20,00%	20,00%	15,00%	15,00%	10,00%		7,529%	11,140%	2,116%
P1c	17,00%	17,00%	17,00%	12,75%	12,75%	8,50%	15,00%	14,391%	14,359%	3,612%
P2	16,67%	16,67%	16,67%	20,00%	20,00%	10,00%		5,971%	9,130%	1,813%
P2c	14,17%	14,17%	14,17%	17,00%	17,00%	8,50%	15,00%	13,066%	13,186%	3,305%
P3	13,33%	13,33%	13,33%	25,00%	25,00%	10,00%		4,412%	7,198%	1,550%
P3c	11,33%	11,33%	11,33%	21,25%	21,25%	8,50%	15,00%	11,742%	12,173%	3,002%
P4	10,00%	10,00%	10,00%	30,00%	30,00%	10,00%		2,854%	5,425%	1,350%
P4c	8,50%	8,50%	8,50%	25,50%	25,50%	8,50%	15,00%	10,417%	11,364%	2,705%
P5	6,67%	6,67%	6,67%	35,00%	35,00%	10,00%		1,296%	4,030%	1,519%
P5c	5,67%	5,67%	5,67%	29,75%	29,75%	8,50%	15,00%	9,092%	10,805%	2,417%
MVP	2,19%	0,53%	-1,45%	121,93%	-27,46%	4,26%		0,653%	1,233%	
MVPc	2,66%	0,06%	-1,48%	121,72%	-27,37%	4,25%	0,17%	0,709%	1,227%	

Tabela XXIX – Carteira UE1 e UE1C, resultados, ano 2015; (fonte: elaboração própria)

2016	Ações			Obrigações		Moeda	Cripto	E(Rp)	Desvio Padrão	Desvio Padrão Variância Mínima
	STOXXsc	STOXXmc	STOXX50	GB5y	GB10y	EURUSD				
E(Rp)a	-0,8825%	5,4856%	0,9874%	3,5307%	6,1367%	-4,4213%	214,6757%			
P1	20,00%	20,00%	20,00%	15,00%	15,00%	10,00%		2,126%	11,793%	1,175%
P1c	17,00%	17,00%	17,00%	12,75%	12,75%	8,50%	15,00%	34,009%	11,947%	6,937%
P2	16,67%	16,67%	16,67%	20,00%	20,00%	10,00%		2,423%	9,745%	1,181%
P2c	14,17%	14,17%	14,17%	17,00%	17,00%	8,50%	15,00%	34,261%	10,626%	6,990%
P3	13,33%	13,33%	13,33%	25,00%	25,00%	10,00%		2,720%	7,743%	1,207%
P3c	11,33%	11,33%	11,33%	21,25%	21,25%	8,50%	15,00%	34,513%	9,468%	7,043%
P4	10,00%	10,00%	10,00%	30,00%	30,00%	10,00%		3,017%	5,832%	1,251%
P4c	8,50%	8,50%	8,50%	25,50%	25,50%	8,50%	15,00%	34,766%	8,539%	7,096%
P5	6,67%	6,67%	6,67%	35,00%	35,00%	10,00%		3,314%	4,140%	1,311%
P5c	5,67%	5,67%	5,67%	29,75%	29,75%	8,50%	15,00%	35,018%	7,922%	7,149%
MVP	-0,19%	-1,87%	2,14%	125,23%	-31,07%	5,76%		2,180%	1,08%	
MVPc	-0,42%	-1,64%	2,10%	125,54%	-31,13%	5,74%	-0,20%	1,780%	1,17%	

Tabela XXX - Carteira UE1 e UE1C, resultados, ano 2016; (fonte: elaboração própria)

2017	Ações			Obrigações		Moeda	Cripto	E(Rp)	Desvio Padrão	Desvio Padrão Variância Mínima
	STOXXsc	STOXXmc	STOXX50	GB5y	GB10y	EURUSD				
E(Rp)a	26,93%	20,80%	8,43%	-2,43%	-3,28%	21,38%	4800,38%			
P1	20,00%	20,00%	20,00%	15,00%	15,00%	10,00%		12,514%	5,264%	2,443%
P1c	17,00%	17,00%	17,00%	12,75%	12,75%	8,50%	15,00%	730,695%	14,036%	13,245%
P2	16,67%	16,67%	16,67%	20,00%	20,00%	10,00%		10,357%	4,335%	2,129%
P2c	14,17%	14,17%	14,17%	17,00%	17,00%	8,50%	15,00%	728,861%	13,808%	13,212%
P3	13,33%	13,33%	13,33%	25,00%	25,00%	10,00%		8,199%	3,491%	1,848%
P3c	11,33%	11,33%	11,33%	21,25%	21,25%	8,50%	15,00%	727,027%	13,639%	13,180%
P4	10,00%	10,00%	10,00%	30,00%	30,00%	10,00%		6,042%	2,814%	1,618%
P4c	8,50%	8,50%	8,50%	25,50%	25,50%	8,50%	15,00%	725,193%	13,530%	13,147%
P5	6,67%	6,67%	6,67%	35,00%	35,00%	10,00%		3,884%	2,444%	1,462%
P5c	5,67%	5,67%	5,67%	29,75%	29,75%	8,50%	15,00%	723,359%	13,483%	13,115%
MVP	-0,16%	5,78%	1,15%	111,46%	-28,63%	10,41%		1,712%	1,406%	
MVPc	-0,35%	5,66%	1,47%	111,50%	-28,48%	10,37%	-0,17%	-6,529%	1,398%	

Tabela XXXI - Carteira UE1 e UE1C, resultados, ano 2017; (fonte: elaboração própria)

2018	Ações			Obrigações		Moeda	Cripto	E(Rp)	Desvio Padrão	Desvio Padrão Variância Mínima
	STOXXsc	STOXXmc	STOXX50	GB5y	GB10y	EURUSD				
E(Rp)a	-20,79%	-19,32%	-19,26%	0,59%	3,13%	-6,85%	-87,98%			
P1	20,00%	20,00%	20,00%	15,00%	15,00%	10,00%		-12,000%	7,408%	5,822%
P1c	17,00%	17,00%	17,00%	12,75%	12,75%	8,50%	15,00%	-23,397%	13,846%	10,633%
P2	16,67%	16,67%	16,67%	20,00%	20,00%	10,00%		-9,835%	6,093%	4,642%
P2c	14,17%	14,17%	14,17%	17,00%	17,00%	8,50%	15,00%	-21,557%	13,308%	9,735%
P3	13,33%	13,33%	13,33%	25,00%	25,00%	10,00%		-7,671%	4,832%	3,488%
P3c	11,33%	11,33%	11,33%	21,25%	21,25%	8,50%	15,00%	-19,717%	12,861%	8,839%
P4	10,00%	10,00%	10,00%	30,00%	30,00%	10,00%		-5,506%	3,682%	2,396%
P4c	8,50%	8,50%	8,50%	25,50%	25,50%	8,50%	15,00%	-17,877%	12,512%	7,945%
P5	6,67%	6,67%	6,67%	35,00%	35,00%	10,00%		-3,341%	2,782%	1,509%
P5c	5,67%	5,67%	5,67%	29,75%	29,75%	8,50%	15,00%	-16,037%	12,271%	7,053%
MVP	1,86%	-0,25%	2,05%	128,77%	-41,50%	9,06%		-1,890%	1,269%	
MVPc	1,91%	-0,28%	2,02%	128,76%	-41,48%	9,03%	0,05%	-1,926%	1,268%	

Tabela XXXII - Carteira UE1 e UE1C, resultados, ano 2018; (fonte: elaboração própria)

2019	Ações			Obrigações		Moeda	Cripto	E(Rp)	Desvio Padrão	Desvio Padrão Variância Mínima
	STOXXsc	STOXXmc	STOXX50	GB5y	GB10y	EURUSD				
E(Rp)a	34,82%	30,92%	36,50%	1,38%	6,28%	-3,15%	144,23%			
P1	20,00%	20,00%	20,00%	15,00%	15,00%	10,00%		21,281%	7,073%	5,360%
P1c	17,00%	17,00%	17,00%	12,75%	12,75%	8,50%	15,00%	39,723%	11,284%	8,394%
P2	16,67%	16,67%	16,67%	20,00%	20,00%	10,00%		18,256%	5,824%	4,636%
P2c	14,17%	14,17%	14,17%	17,00%	17,00%	8,50%	15,00%	37,152%	10,834%	7,863%
P3	13,33%	13,33%	13,33%	25,00%	25,00%	10,00%		15,230%	4,628%	3,918%
P3c	11,33%	11,33%	11,33%	21,25%	21,25%	8,50%	15,00%	34,580%	10,490%	7,333%
P4	10,00%	10,00%	10,00%	30,00%	30,00%	10,00%		12,205%	3,540%	3,212%
P4c	8,50%	8,50%	8,50%	25,50%	25,50%	8,50%	15,00%	32,009%	10,262%	6,803%
P5	6,67%	6,67%	6,67%	35,00%	35,00%	10,00%		9,180%	2,693%	2,527%
P5c	5,67%	5,67%	5,67%	29,75%	29,75%	8,50%	15,00%	29,438%	10,158%	6,275%
MVP	0,79%	-0,47%	1,26%	119,51%	-32,15%	11,06%		-0,127%	1,086%	
MVPc	0,79%	-0,55%	1,31%	119,62%	-32,24%	11,12%	-0,06%	-0,220%	1,085%	

Tabela XXXIII - Carteira UE1 e UE1C, resultados, ano 2019; (fonte: elaboração própria)

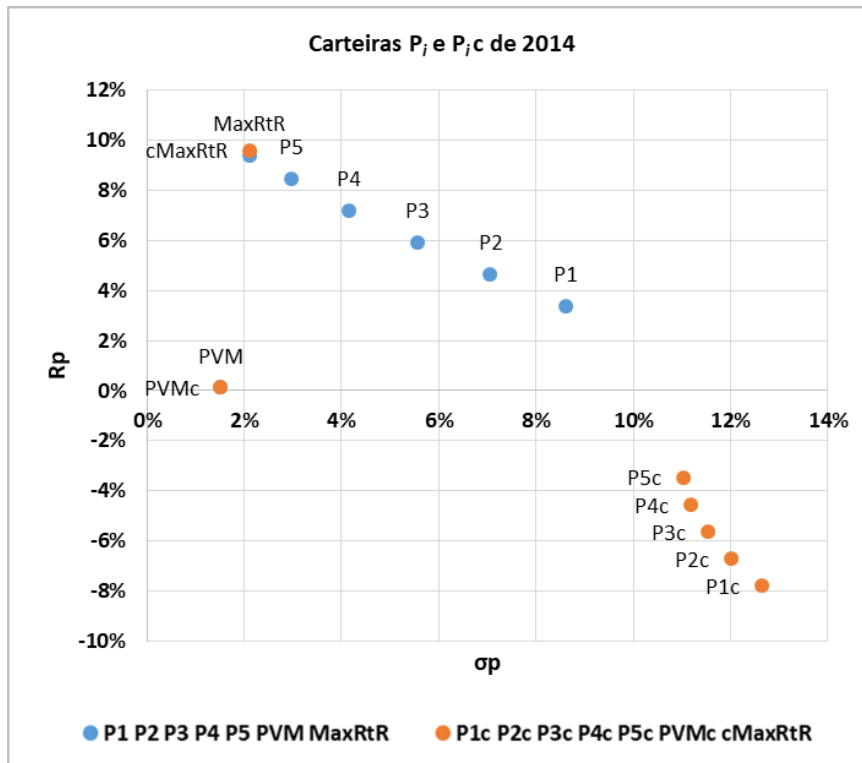


Gráfico VII – Impacto na rentabilidade/risco das carteiras P_i e $P_i c$, para o ano 2014; (fonte: elaboração própria)

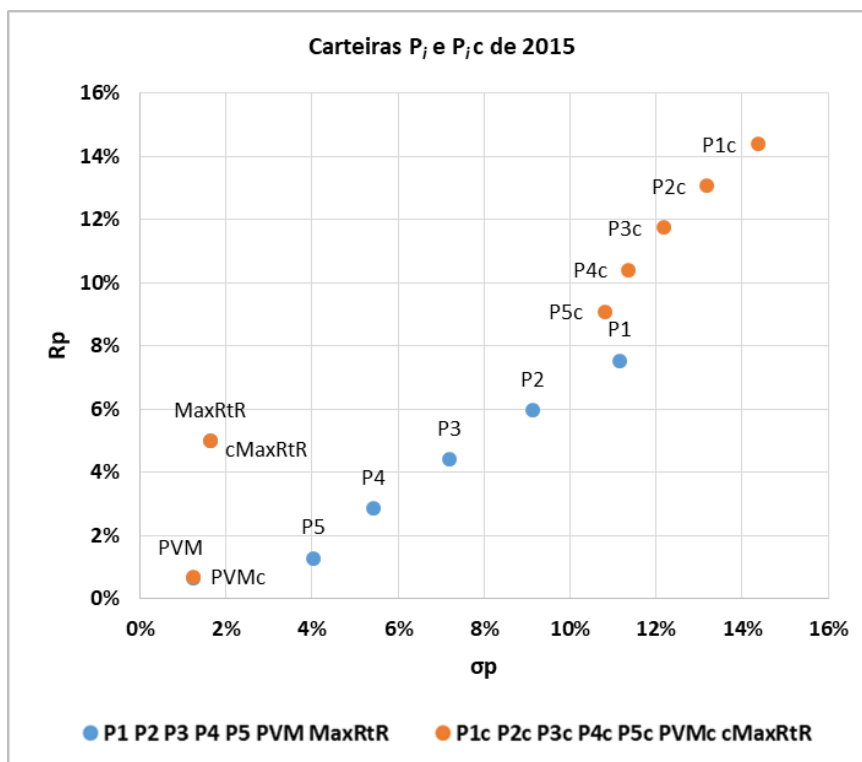


Gráfico VIII - Impacto na rentabilidade/risco das carteiras P_i e $P_i c$, para o ano 2015; (fonte: elaboração própria)

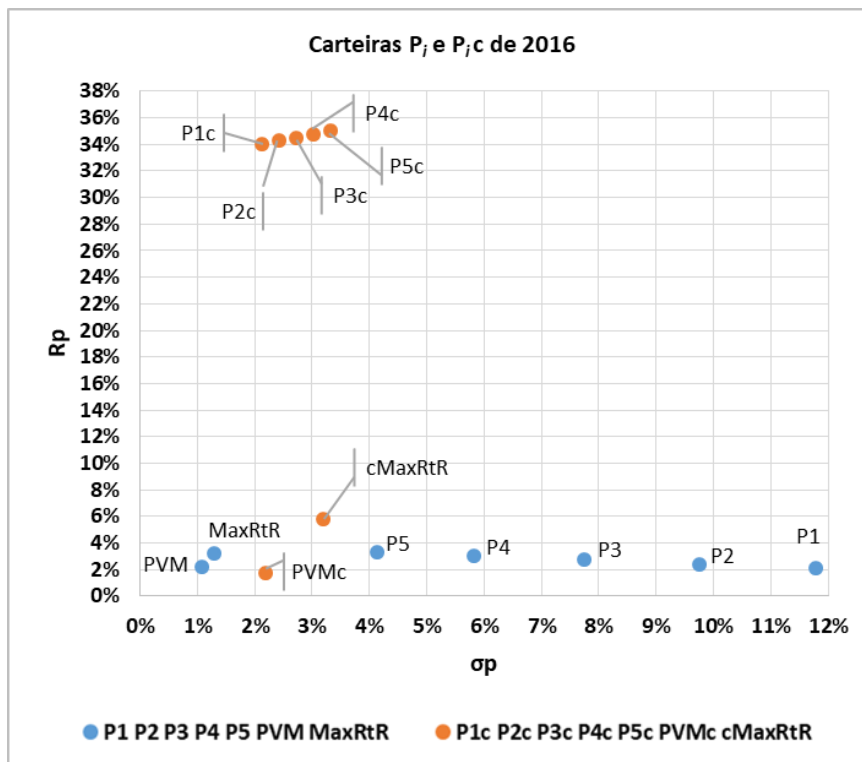


Gráfico IX - Impacto na rentabilidade/risco das carteiras P_i e $P_{i,c}$, para o ano 2016; (fonte: elaboração própria)

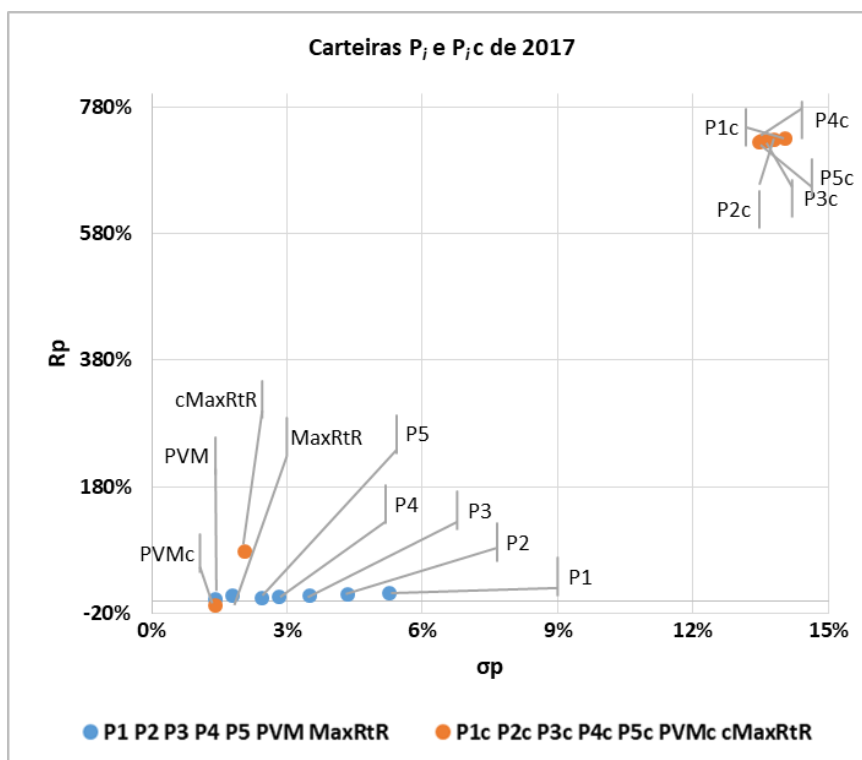


Gráfico X - Impacto na rentabilidade/risco das carteiras P_i e $P_{i,c}$, para o ano 2017; (fonte: elaboração própria)

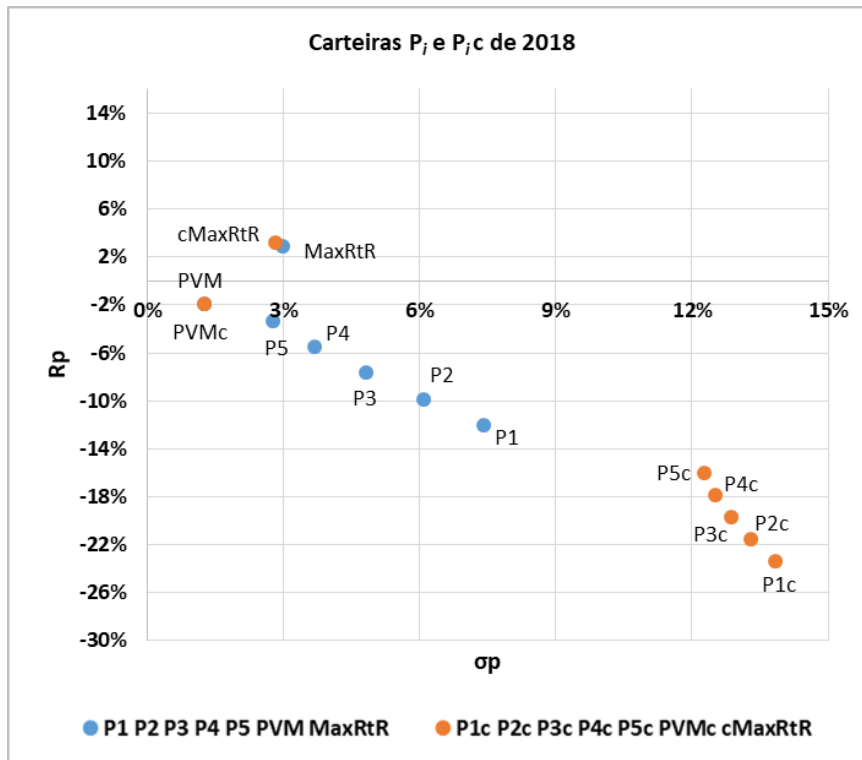


Gráfico XI - Impacto na rentabilidade/risco das carteiras P_i e $P_{i c}$, para o ano 2018; (fonte: elaboração própria)

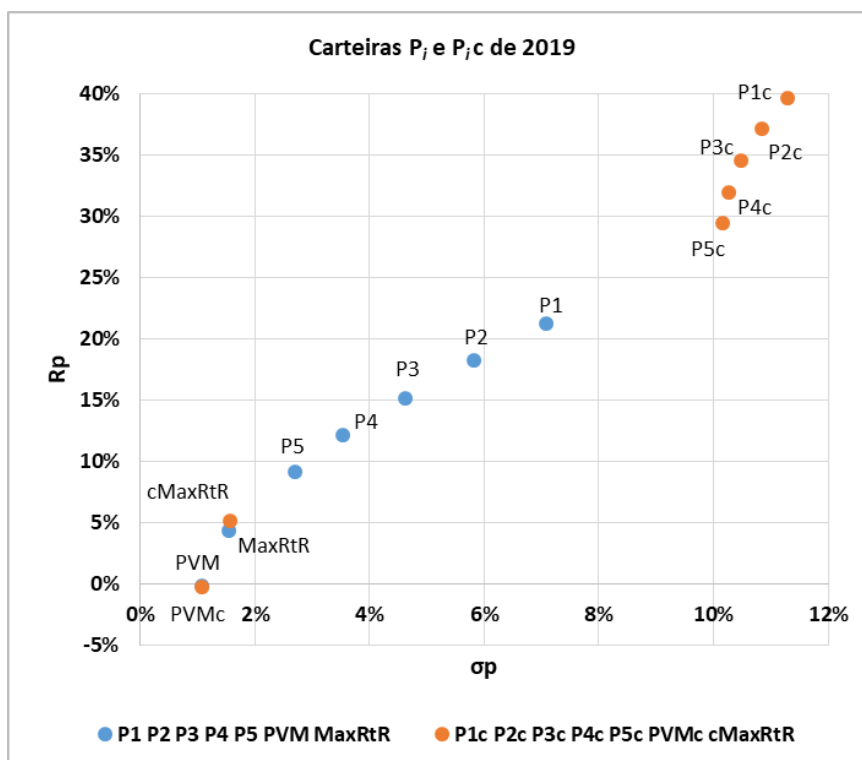


Gráfico XII - Impacto na rentabilidade/risco das carteiras P_i e $P_{i c}$, para o ano 2019; (fonte: elaboração própria)

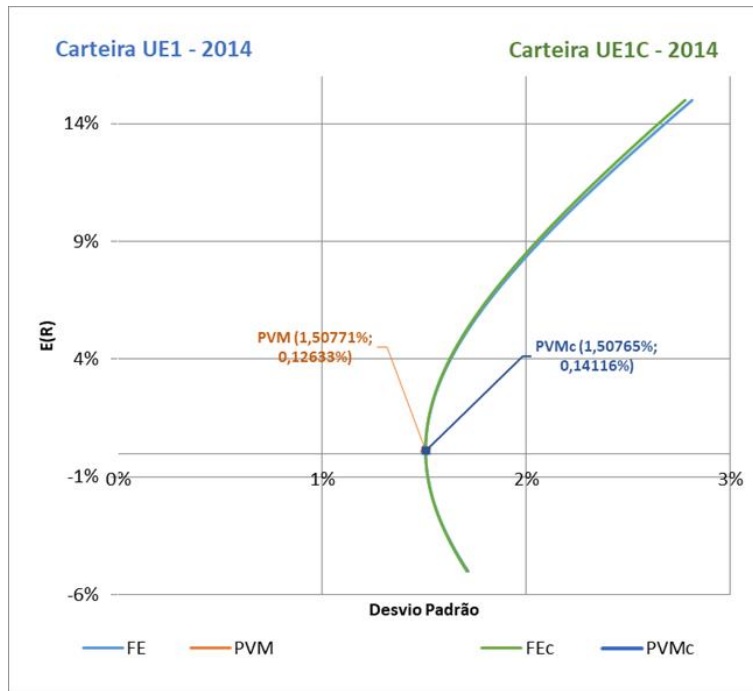


Gráfico XIII - Comparação entre as Fronteiras Eficientes das carteiras UE1 e UE1C e respectivos portfólios de Variância Mínima, PVM e PVMc, para o ano 2014; (fonte: elaboração própria)

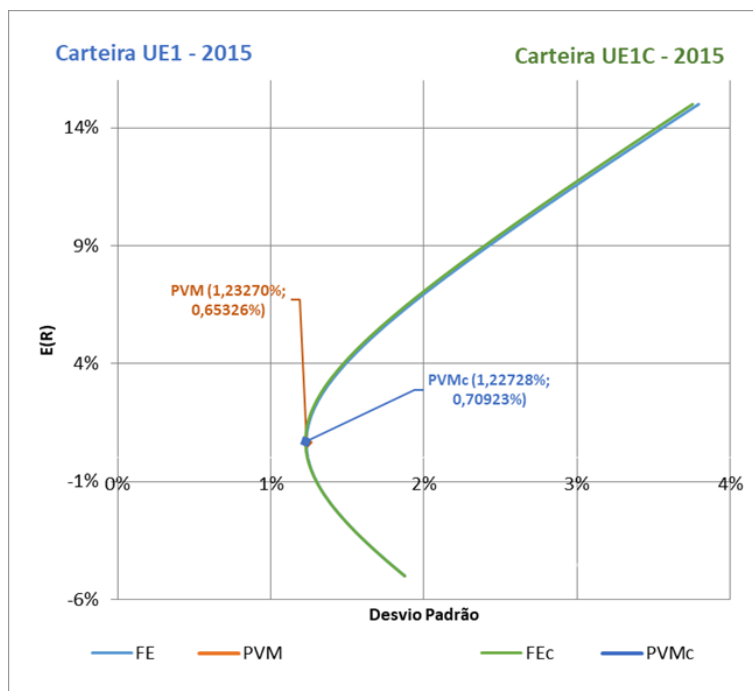


Gráfico XIV - Comparação entre as Fronteiras Eficientes das carteiras UE1 e UE1C e respectivos portfólios de Variância Mínima, PVM e PVMc, para o ano 2015; (fonte: elaboração própria)

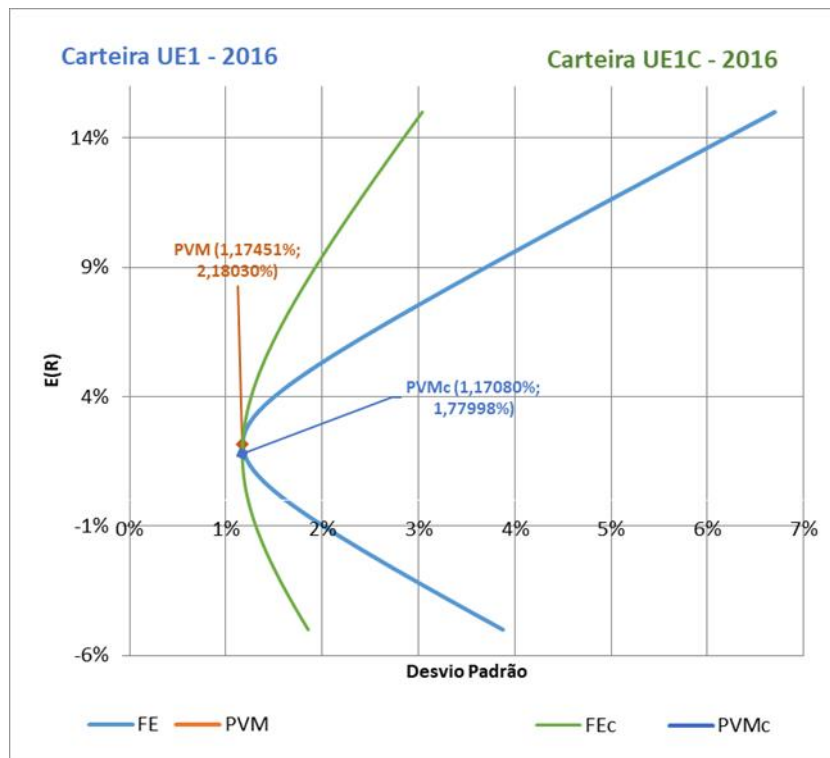


Gráfico XV - Comparação entre as Fronteiras Eficientes das carteiras UE1 e UE1C e respectivos portfólios de Variância Mínima, PVM e PVMc, para o ano 2016; (fonte: elaboração própria)

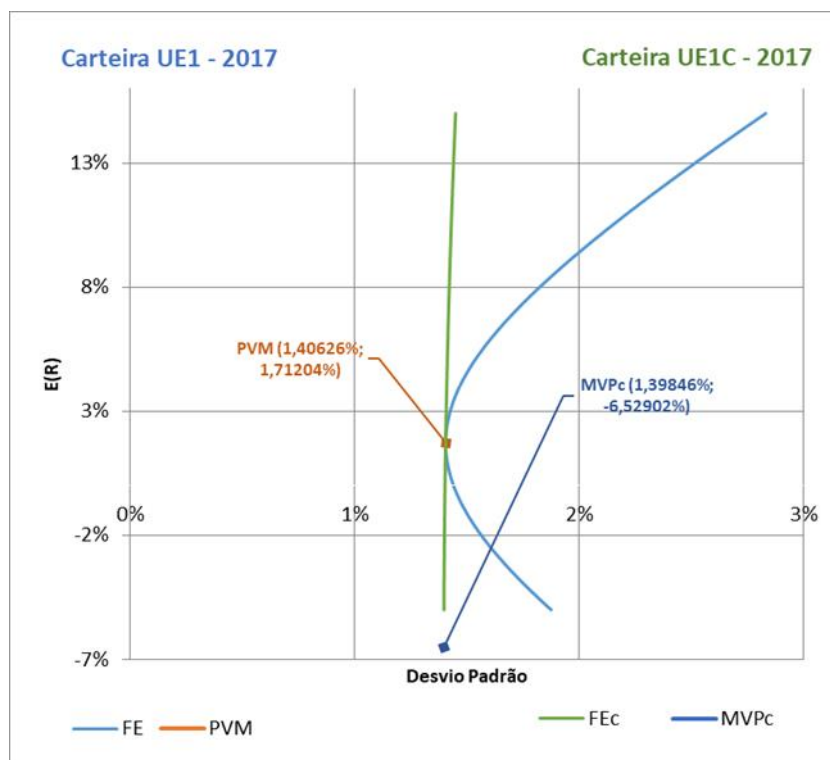


Gráfico XVI - Comparação entre as Fronteiras Eficientes das carteiras UE1 e UE1C e respectivos portfólios de Variância Mínima, PVM e PVMc, para o ano 2017; (fonte: elaboração própria)

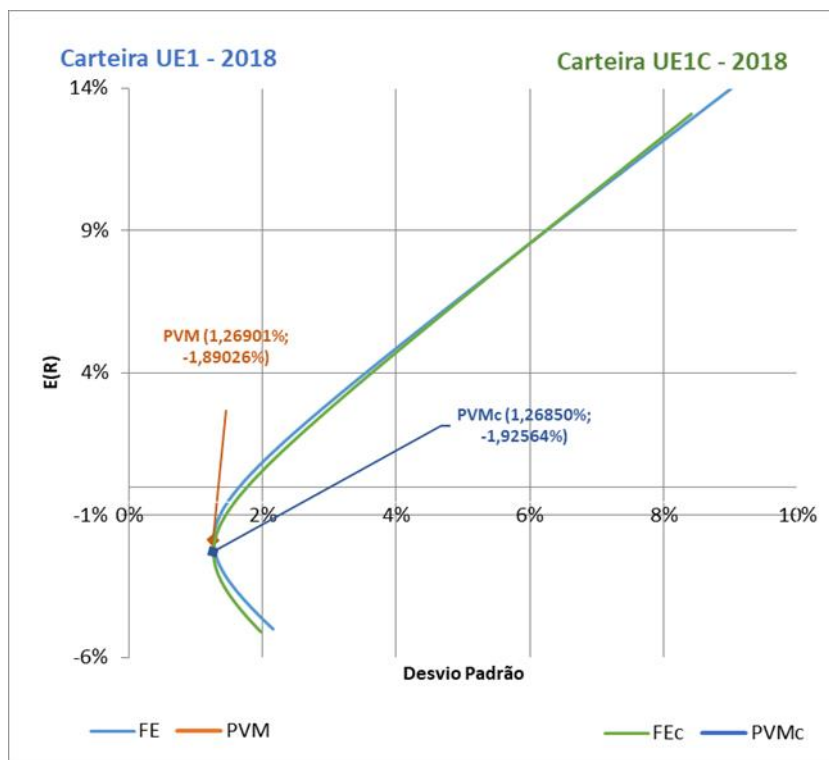


Gráfico XVII - Comparação entre as Fronteiras Eficientes das carteiras UE1 e UE1C e respectivos portfólios de Variância Mínima, PVM e PVMc, para o ano 2018; (fonte: elaboração própria)

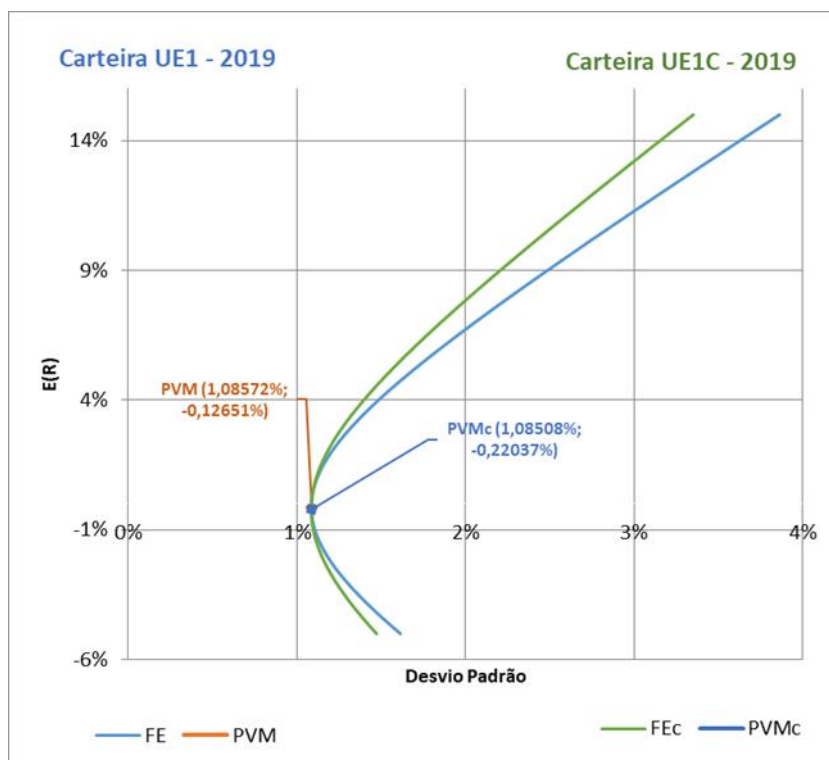


Gráfico XVIII - Comparação entre as Fronteiras Eficientes das carteiras UE1 e UE1C e respectivos portfólios de Variância Mínima, PVM e PVMc, para o ano 2019; (fonte: elaboração própria)