

Maria de Fátima Pista Calado Mendes Gordo

A Visualização Espacial e a Aprendizagem da Matemática

Um estudo no 1º Ciclo do Ensino Básico

Lisboa, 1993

UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA
Faculdade de Ciências e Tecnologia
Secção Autónoma de Ciências Sociais Aplicadas
Ciências da Educação

A Visualização Espacial e a Aprendizagem da Matemática

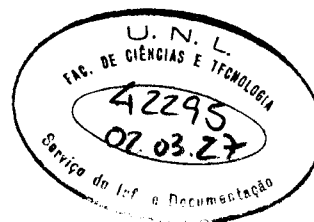
Um estudo no 1º Ciclo do Ensino Básico

Por

Maria de Fátima Pista Calado Mendes Gordo

Dissertação apresentada para obtenção do Grau de Mestre em Ciências da Educação - Educação e Desenvolvimento, pela Universidade Nova de Lisboa, Faculdade de Ciências e Tecnologia, sob a orientação conjunta da Professora Doutora Teresa Ambrósio e do Dr. José Manuel Matos.

Lisboa, 1993



SUMÁRIO

O presente estudo insere-se na área da Educação Matemática e decorreu numa turma do 3 ° Ano de Escolaridade do 1° Ciclo do Ensino Básico.

Pretendeu-se estudar a visualização espacial e a relação entre o desenvolvimento da visualização espacial e a construção de conceitos matemáticos nas crianças. Especificamente, a investigação teve como objectivos: a) produzir e implementar uma proposta de intervenção que desenvolvesse as capacidades de visualização espacial em alunos do 1° Ciclo do Ensino Básico; b) identificar e analisar os efeitos da implementação dessa proposta de intervenção na aprendizagem da Matemática.

Metodologicamente, foram usados vários instrumentos para recolha de dados de natureza qualitativa e quantitativa: registos escritos das sessões e das reuniões com a professora da turma, os testes e as fichas de trabalho resolvidas pelos alunos.

Para a análise dos resultados foram utilizados dois testes estatísticos, não paramétricos e a descrição do trabalho efectuado ao longo das sessões.

De uma forma geral, considerando os objectivos do estudo, pôde-se concluir que os alunos, através da resolução das diversas actividades que integravam a proposta de intervenção, desenvolveram a capacidade de visualização espacial. Em relação à Matemática, houve uma melhor aprendizagem dos conceitos feita pelos alunos envolvidos na experiência.

Palavras-chave: Matemática, ensino/aprendizagem da Matemática, visualização espacial, capacidades espaciais, efeitos de transferência, 1° Ciclo do Ensino Básico.

RÉSUMÉ

L'étude, ici présentée, est intégrée dans le domaine Education Mathématique et s'est déroulée dans une classe de 3^{ème} année de scolarité du 1^{er} Cycle de l'Enseignement Basique (Primaire).

Nous voulions étudier la visualisation de l'espace et le rapport entre le développement de cette visualisation et la construction de concepts de mathématique chez les enfants. La recherche a eu pour but: a) produire et mettre en pratique une proposition d'intervention qui puisse développer les capacités de visualisation de l'espace chez les élèves du 1^{er} Cycle de l'Enseignement Basique; b) identifier et analyser les effets de la mise en pratique de cette proposition d'intervention dans l'apprentissage des Mathématiques.

Nous avons, quant à la méthode, utilisé différents instruments pour rassembler, quantitativement et qualitativement, les données: des registres écrits des séances et des réunions avec l'institutrice de la classe, des tests et des exercices faits par les élèves.

Pour analyser les résultats nous avons employé deux tests statistiques, non paramétriques, et la description du travail effectué au cours des séances.

D'une manière générale, étant donné les objectifs de l'étude, nous avons conclu que les élèves, après avoir participé aux diverses activités proposées, ont élargi leur capacité de visualiser l'espace. En ce qui concerne les Mathématiques, il y a eu un meilleur apprentissage des concepts de la part des élèves qui ont participé à l'expérience.

Mots-clés: Mathématiques, enseignement/apprentissage des Mathématiques, visualisation de l'espace, capacités spatiales, effets de transfert, 1^{er} Cycle de l'Enseignement Basique.

ABSTRACT

This research focuses on Mathematics Education and took place in a 3rd year class of Primary School.

The aim is to study spatial visualisation and the relationship between its development and the construction of mathematical concepts by children. Specifically, the research had the following objectives: a) to produce and implement a proposition of intervention in order to develop skills in spatial visualisation in Primary School pupils; b) to identify and analyse the effects of the implementation of this proposition in the learning of Mathematics.

For the methodology, several instruments were used for data collection. These data are of qualitative and quantitative nature: written reports of work sessions with children and with the class teacher; tests and worksheets solved by the children.

For the data analysis two non-parametric statistic tests were used as well together with the description of the work done during the sessions.

Generally, considering the research aims I was able to conclude that the pupils developed spatial visualisation by solving the problems that integrated the proposition of intervention. The pupils involved in the experiment had achieved better learning of Mathematical concepts.

Key-words: Mathematics, teaching/learning of Mathematics, spatial visualisation, spatial ability, transfert effects, Primary School.

ÍNDICE

SUMÁRIO	2
RÉSUMÉ	3
ABSTRACT	4
ÍNDICE	5
ÍNDICE DE TABELAS	9
ÍNDICE DE QUADROS	11
CAPÍTULO I	
Formulação do Problema e Justificação do Estudo	13
Formulação do Problema	13
Contextualização da Problemática	13
A Educação Matemática nos Anos 90	14
A Educação Matemática no 1º Ciclo do Ensino Básico	16
Perspectivas Actuais do Ensino da Geometria	20
A Geometria no 1º Ciclo do Ensino Básico	22
Justificação do Estudo	25
Motivações para o Estudo do Tema	26
CAPÍTULO II	
Revisão da Literatura	28
As Capacidades Espaciais	28
As Capacidades Espaciais e a Educação Matemática	33

As Capacidades Espaciais e a Aprendizagem da Geometria	35
Terminologia Utilizada.....	38
CAPÍTULO III	
Metodologia	40
Participantes	40
Fases do Estudo	41
Duração da Experiência	43
Materiais.....	43
Actividades Propostas	43
Instrumentos	45
Testes de Avaliação de Conhecimentos de Matemática (TACM).....	45
Testes de Visualização Espacial (TVE).....	47
Limitações do Estudo.....	51
CAPÍTULO IV	
Elaboração e Aplicação das Actividades	52
Elaboração das Actividades	52
Descrição da Aplicação das Actividades	53
1ª Sessão.....	55
2ª Sessão.....	56
3ª Sessão.....	57
4ª Sessão.....	58

5ª Sessão.....	59
6ª Sessão.....	60
7ª Sessão.....	60
8ª Sessão.....	61
9ª Sessão.....	61
10ª Sessão.....	62
11ª Sessão.....	63
12ª Sessão.....	63
13ª Sessão.....	64
14ª Sessão.....	65
Apreciação Global das Sessões	66

CAPÍTULO V

Efeitos da Aplicação das Actividades	67
Desenvolvimento da Visualização Espacial.....	67
Análise dos Resultados na Capacidade Visual Motora.....	70
Análise dos Resultados na Percepção da Figura- Fundo.....	72
Análise dos Resultados na Constância Perceptual.....	74
Análise dos Resultados na Percepção da Posição no Espaço	76
Análise dos Resultados na Percepção das Relações Espaciais.....	78

Análise dos Resultados na Discriminação Visual.....	80
Análise dos Resultados na Memória Visual.....	82
Efeitos de Transferência na Aprendizagem da Matemática.....	83
CAPÍTULO VI	
Conclusões e Recomendações	89
Aplicação das Actividades.....	89
Desenvolvimento da Visualização Espacial.....	91
Efeitos de Transferência na Aprendizagem da Matemática.....	93
Recomendações.....	94
AGRADECIMENTOS.....	97
BIBLIOGRAFIA.....	98
ANEXOS.....	102
1. Fichas de Trabalho e de Apoio.....	103
2. Testes de Avaliação de Conhecimentos de Matemática.....	149
3. Testes de Visualização Espacial.....	158

ÍNDICE DE TABELAS

TABELA 1

Distribuição das Actividades Realizadas por Capacidades de Visualização Espacial	44
--	----

TABELA 2

Distribuição das Actividades Realizadas no 1º TVE por Capacidades de Visualização Espacial	49
--	----

TABELA 3

Distribuição das Actividades Realizadas no 2º TVE por Capacidades de Visualização Espacial	50
--	----

TABELA 4

Distribuição das Actividades Realizadas em cada Sessão por Capacidade de Visualização Espacial.....	54
---	----

TABELA 5

Nº de Alunos que Resolveram Satisfatoriamente cada uma das Actividades dos TVE	68
--	----

TABELA 6

Resultados dos Alunos Relativos à Capacidade Visual Motora nos Dois TVE	70
---	----

TABELA 7

Resultados dos Alunos Relativos à Percepção da Figura-Fundo nos Dois TVE	72
--	----

TABELA 8

Resultados dos Alunos Relativos à Constância Perceptual nos Dois TVE	74
---	----

TABELA 9

Resultados dos Alunos Relativos à Percepção da Posição no Espaço nos Dois TVE.....	76
---	----

TABELA 10

Resultados dos Alunos Relativos à Percepção das Relações Espaciais nos Dois TVE.....	78
---	----

TABELA 11

Resultados dos Alunos Relativos à Discriminação Visual nos Dois TVE	80
--	----

TABELA 12

Resultados dos Alunos Relativos à Memória Visual nos Dois TVE.....	82
---	----

TABELA 13

Resultados dos Pares no 2º TACM	86
---------------------------------------	----

ÍNDICE DE QUADROS

QUADRO 1

Resumo da Aplicação do Teste de Wilcoxon para a Capacidade Visual Motora.....	71
---	----

QUADRO 2

Resumo da Aplicação do Teste de Wilcoxon para a Percepção da Figura-Fundo.....	73
--	----

QUADRO 3

Resumo da Aplicação do Teste de Wilcoxon para a Constância Perceptual.....	75
--	----

QUADRO 4

Resumo da Aplicação do Teste de Wilcoxon para a Percepção da Posição no Espaço	77
--	----

QUADRO 5

Resumo da Aplicação do Teste de Wilcoxon para a Percepção das Relações Espaciais	79
--	----

QUADRO 6

Resumo da Aplicação do Teste de Wilcoxon para a Discriminação Visual.....	81
---	----

QUADRO 7

Resumo da Aplicação do Teste de Wilcoxon para a Memória Visual.....	83
---	----

QUADRO 8

Resumo da Aplicação do Teste de Mann-Witney para o 1º

TACM..... 84

QUADRO 9

Resumo da Aplicação do Teste de Wilcoxon para os

Resultados Obtidos pelos Pares no 2º TACM 87

CAPÍTULO I

Formulação do Problema e Justificação do Estudo

Formulação do Problema

Este trabalho insere-se na área da Educação Matemática, mais concretamente da aprendizagem da Matemática. Pretendeu-se estudar a relação entre o desenvolvimento da visualização espacial e a construção de conceitos matemáticos, em crianças do 1º Ciclo do Ensino Básico. Para isso, foi elaborado e implementado junto das crianças um conjunto de actividades que se considera que desenvolvem a visualização.

Especificamente este estudo tem os seguintes objectivos:

- produzir e implementar uma proposta de intervenção que desenvolva as capacidades de visualização espacial em alunos do 1º Ciclo do Ensino Básico;
- identificar e analisar os efeitos da implementação desta proposta de intervenção na aprendizagem da Matemática.

Contextualização da Problemática

Considerando que a investigação proposta se inclui na área da Educação Matemática, será relevante fazer a sua contextualização e justificação através de uma caracterização global da Educação Matemática, focando depois o caso do 1º Ciclo do Ensino Básico. Mais especificamente, serão abordadas as perspectivas actuais do ensino da Geometria em termos gerais, concretizando no 1º Ciclo do Ensino Básico.

Qualquer uma das vertentes mencionadas anteriormente, será abordada tanto a nível internacional como referindo o caso de Portugal.

É de notar que a denominação actual de Ensino Primário, em Portugal, é a de 1º Ciclo do Ensino Básico. Ao longo deste estudo serão utilizadas as duas terminologias.

A Educação Matemática nos Anos 90

Nas últimas décadas assistimos a profundas alterações na sociedade em que vivemos. Estas alterações vieram provocar uma necessidade de mudança também nos grandes objectivos da educação. Enquanto que há anos atrás aquilo que se considerava competências básicas deste nível de ensino eram ler, escrever e contar, no momento actual as exigências da nossa sociedade são muito mais complexas.

Assim, a sociedade tecnológica dos nossos dias, exige aos seus cidadãos competências básicas tais como a capacidade de constante adaptação aos novos desafios impostos pelo progresso, a capacidade de analisar criticamente esses desafios e também a capacidade de resolver os problemas diferentes que surgem a todo o momento.

Pensando na sociedade dos anos 90 em constante mutação, os grandes objectivos da Educação Matemática também se devem alterar. Num documento da Associação de Professores de Matemática (1988, p. 4), é referido que, em Portugal, "o panorama actual do ensino da Matemática nas nossas escolas é marcado por um domínio quase absoluto dos objectivos cognitivos de nível mais baixo (memorização de factos, algoritmos e técnicas de resolução de tipos pré-estabelecidos de exercícios)". Este panorama, refere ainda a mesma associação, é o mesmo em qualquer nível de ensino.

Durante décadas, a reflexão acerca do ensino da Matemática no nosso país, foi quase nenhuma. Desde Sebastião e Silva, dos seus textos e do movimento Matemática Moderna, no qual eles estavam inseridos, até aos anos oitenta não houve alterações no ensino desta disciplina. As preocupações inovadoras a nível pedagógico e metodológico reveladas por Sebastião e Silva foram, com o tempo, sendo adulteradas e delas só ficaram alguns dos seus aspectos menos positivos.

A partir da década de oitenta, considerando o insucesso na disciplina e ainda o aparecimento de novas correntes a nível internacional que preconizavam uma alteração no ensino da Matemática, também no nosso país surgiu a preocupação da renovação. Essa renovação implicava uma alteração nalguns tópicos curriculares, no papel do professor, no papel do aluno e a implementação de novas práticas de ensino. Também aquilo que era considerado essencial que os alunos aprendessem se modificou.

Enquanto que, anteriormente, o que se exigia aos alunos era o domínio de um conjunto de regras de cálculo, actualmente, tende a ser considerado outro tipo de competências. Um documento editado pelo National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 1989), conhecido sob o nome de Standards e reportando-se à realidade dos Estados Unidos, propõe cinco objectivos a atingir por todos os estudantes:

- aprender a dar valor à Matemática;
- tornar-se confiante nas próprias capacidades;
- tornar-se apto a resolver problemas de Matemática;
- aprender a comunicar matematicamente;
- aprender a raciocinar matematicamente.

Considerando os objectivos propostos anteriormente e a sua consecução, uma das hipóteses será alterar a dinâmica da sala de aula, em

todos os níveis de ensino. Concretizando, essa alteração far-se-á tanto ao nível das interacções e da distribuição de poder entre o professor e os alunos, como implica também uma mudança nas actividades desenvolvidas e nos métodos de ensino.

Em Portugal, actualmente está-se perante uma situação de reforma curricular de ensino. Apesar de algumas contradições e de não terem sido levadas em conta experiências anteriores (Conselho Nacional da Associação de Professores de Matemática, 1991), é importante fazer convergir esforços no sentido de a transformar numa verdadeira reforma, ao nível das práticas e dos papéis assumidos pelos seus actores.

É importante, assim, reflectir nos tipos de actividades pertinentes que impliquem uma alteração nas finalidades a atingir pela Educação Matemática.

A Educação Matemática no 1º Ciclo do Ensino Básico

No 1º Ciclo, como em qualquer outro nível de escolaridade, o ensino da disciplina de Matemática tem dado uma ênfase especial ao cálculo, deixando para trás outras áreas. Assim, tem-se procurado que, desde muito cedo, a criança execute actividades rotineiras, esquecendo o desenvolvimento do seu raciocínio e da sua intuição Matemática. Deste modo, logo no início da escolaridade, a criança toma contacto com uma perspectiva limitada da Matemática, que, de alguma maneira, lhe poderá vir a dificultar a sua relação futura com esta disciplina e até o seu desenvolvimento como ser pensante.

Foram feitas algumas tentativas no sentido de modificar o estado actual da Educação Matemática no 1º Ciclo, tanto a nível internacional como em Portugal. Uma delas é a efectuada nos Estados Unidos pelo NCTM (1989).

Esta organização considera que qualquer currículo para o Ensino Elementar (inclui um ano de ensino pré-escolar e seis anos de escolaridade), deve ser desenvolvido tendo em conta os conhecimentos intuitivos das crianças, o reconhecimento da importância da dimensão qualitativa da sua aprendizagem e a construção das suas concepções sobre o que é a Matemática, o que é saber e o que é fazer Matemática.

Outros documentos revelam a preocupação dos educadores matemáticos na mudança dos actuais currículos nos vários países. Reconhecendo a pertinência desta problemática, e sob o patrocínio da International Commission on Mathematical Instruction, reuniu-se no Kuwait em 1986 um grupo de educadores matemáticos com o objectivo de discutir os currículos de Matemática para os anos 90 (Howson & Wilson, 1986). Concluiu-se, neste seminário, que existe um conjunto de variáveis que é necessário ter em conta quando se pensa no desenvolvimento curricular da Educação Matemática: o seu estatuto, a sua integração com outros aspectos da experiência das crianças, a relação entre conteúdos e processos e ainda a amplitude do que deve ser obrigatório para todos. As variáveis mencionadas devem ser estudadas no contexto e na cultura própria de cada país.

No ICME 6 (Colomb, 1988), o grupo referente ao Ensino Elementar, partiu do pressuposto que os conceitos matemáticos devem ser construídos pelos próprios alunos em variadas situações e considerou três tópicos essenciais para serem discutidos. O primeiro deles, relaciona-se com o processo de aprendizagem a longo termo, no qual o mundo real funciona como fonte de aprendizagem e domínio de aplicação da mesma. É essencial ter em conta as construções feitas pelas próprias crianças e ainda desenvolver algumas ferramentas necessárias no processo de ensino/aprendizagem. Outro tópico considerado foi a resolução de problemas e os erros cometidos durante o processo de aprendizagem. O

papel da resolução de problemas e o desenvolvimento de atitudes positivas através dos erros cometidos pelos alunos foram objecto de discussão. Por último, foi discutido o papel das novas tecnologias no currículo. É necessário repensar o currículo, introduzindo novos tópicos, alterando a ênfase dada a alguns deles e repensar também a formação profissional dos professores no uso das novas tecnologias no ensino.

Também em Portugal estamos em tempo de mudança. Nos novos programas de Matemática para o 1º Ciclo do Ensino Básico (Ministério da Educação, 1990), preconiza-se uma alteração ao nível das grandes finalidades da Educação Matemática e da ênfase dada a alguns conteúdos.

Em termos de finalidades, são de realçar o desenvolvimento das capacidades de raciocínio, de comunicação e de resolver problemas. É interessante referir que, na perspectiva dos autores, uma das tarefas mais importantes dos professores do 1º Ciclo do Ensino Básico é fomentar nas crianças o gosto pela Matemática e por fazer Matemática.

Todo o programa é desenvolvido a partir de uma actividade considerada fundamental, a resolução de problemas. Pretende-se que, através da resolução de problemas, o aluno assuma uma atitude activa na sua aprendizagem, construindo noções como resposta a interrogações surgidas e ainda utilizando as aquisições feitas, testando a sua eficácia. A aprendizagem é um processo construtivo a partir de experiências vivenciadas que, por sua vez, vão alterar os conhecimentos já construídos e interiorizados anteriormente. Mas é importante realçar que as experiências que facilitam a aprendizagem têm que ser pessoais e variadas, com um significado próprio (APM, 1988).

Será importante e necessário reflectir sobre as alterações provocadas por esta perspectiva diferente de construção do conhecimento matemático,

ao nível da sala de aula. É preciso, também, não esquecer que essa reflexão deverá contemplar, equilibradamente, os vários domínios cognitivo, afectivo e social.

Os novos programas contém como objectivos gerais o gosto e a curiosidade em resolver problemas do dia-a-dia, o desenvolvimento de estratégias pessoais na resolução de problemas, o assumir uma atitude crítica perante os resultados obtidos, a recolha e organização de dados, efectuar medições, fazer e utilizar estimativas e ainda o desenvolvimento da capacidade de comunicação das crianças.

Os conteúdos do novos programas de Matemática do 1º Ciclo do Ensino Básico sugerem uma abordagem em torno da resolução de problemas, como foi referido anteriormente. Com esta opção, os seus autores pretendem dar ênfase a essa actividade, considerando-a fundamental na área da Matemática. Assim, ela deve estar presente no desenvolvimento e construção de todos os conteúdos, pois, "só há aprendizagem quando a criança reage dinamicamente a uma questão que suscite o seu interesse e responda à sua curiosidade" (p. 128).

Considerando que a resolução de problemas é uma actividade essencialmente criativa, não pode ser construída a partir de métodos de ensino que se baseiam em actividades rotineiras, receitas ou fórmulas. Assim se justifica a alteração na ênfase dada a alguns conteúdos nos novos programa de Matemática para o 1º Ciclo do Ensino Básico, estando subjacente também uma alteração nos métodos de ensino.

Utilizando uma metodologia centrada na resolução de problemas no 1º Ciclo pretende-se proporcionar às crianças um ambiente de aprendizagem facilitador do desenvolvimento do raciocínio, das capacidades de comunicação e argumentação e também do espírito crítico. Nesse ambiente,

as crianças devem ser encorajadas a questionar, experimentar, estimar, explorar e sugerir explicações (NCTM, 1985).

É preciso ressaltar, no entanto, que as alterações propostas por decreto nem sempre se traduzem em alterações efectivas. Para isso, é necessário todo um acompanhamento ao nível da formação contínua, de modo a que estes se sintam realmente agentes activos de mudança e inovação.

Perspectivas Actuais do Ensino da Geometria

Nem sempre foi do consenso geral que a Geometria devia estar incluída no currículo do 1º Ciclo do Ensino Básico. Também não tem sido unânime a maneira de integrar esta disciplina nos currículos dos outros níveis de ensino (Howson e Wilson, 1986).

O ensino da Geometria tem sido efectuado internacionalmente de uma forma limitada, estanque, sem se ter a preocupação de relacionar os conceitos abordados com o mundo que nos rodeia e com outros domínios da Matemática. De facto, a Geometria pode ajudar-nos a descrever e interpretar a realidade à nossa volta. Além disso, uma das particularidades de alguns tópicos geométricos é a possibilidade de se relacionarem com outros conceitos, não necessariamente geométricos e de contribuírem até na construção dos mesmos. Por exemplo, os conhecimentos de Geometria contribuem para o desenvolvimento dos conceitos de número e de medida (Bishop, 1989; NCTM, 1989).

Actualmente existem perspectivas diferentes acerca da implementação da Geometria no currículo. Estas perspectivas relacionam-se com questões do tipo: o que é saber Geometria e como se constrói o conhecimento geométrico?

Lampert (1988), tenta responder à questão anterior considerando três epistemologias diferentes sobre o conhecimento geométrico: a dedutiva, a doutrinal e a indutiva.

Segundo a mesma autora, na epistemologia dedutiva saber Geometria é uma maneira de utilizar o pensamento dedutivo. A Geometria é unicamente um exemplo de uma estrutura matemática. Esta perspectiva implica o conhecimento de um conjunto de regras pré-estabelecidas (axiomas), a partir dos quais se conseguem deduzir logicamente outro conjunto de afirmações (teoremas ou proposições).

Numa epistemologia doutrinal, saber Geometria relaciona-se com o conhecimento que se adquire ouvindo e acreditando no que diz o professor e os livros de texto. Como num acto de fé, aprendem-se sem questionar, um conjunto de regras e de truques que serão necessários mais tarde para resolver uma determinada espécie de exercícios.

O conhecimento geométrico constrói-se pela experiência, se considerarmos uma epistemologia indutiva. O ensino e a aprendizagem da Geometria incluirão desta forma, um conjunto de processos tais como construir, comparar, medir, desenhar. E é através dessas experiências diversificadas que o aluno vai tirando as suas próprias conclusões e construindo o seu próprio conhecimento.

Estas três epistemologias implicam "diferentes pedagogias e diferentes espécies de relações entre o que os professores fazem, os alunos aprendem, o que é provado matematicamente, e o que se considera 'sabido'" (Lampert, 1988, p. 1).

Outra perspectiva diferente da de Lampert (1988) é a preconizada por Howson e Wilson (1986). Segundo estes autores existem três alternativas

diferentes relacionadas com a implementação da Geometria nos currículos dos anos 90 em uso em diversos países.

A primeira dessas alternativas considera a Geometria e o Espaço como fontes para excelentes temas que poderão ser abordados utilizando actividades diversas e a vários níveis. Como consequência, os alunos terão um maior êxito nas metas a atingir e tornar-se-ão mais confiantes nas suas próprias capacidades.

Uma outra alternativa, ainda segundo Howson e Wilson (1986), é considerar a Geometria como um sistema axiomático ou pseudo-axiomático, baseado ou na axiomática de Euclides ou na Geometria das transformações. As consequências desta perspectiva relacionam-se com o facto de muito poucos alunos conseguirem entrar neste jogo e perceberem o seu significado.

A terceira opção é encarar a Geometria como sendo só para alguns. Assim, serão apresentadas "ilhas" de Geometria, incluídas no currículo geral, como exemplos de sistemas dedutivos. Tenta-se desta maneira preservar o espírito antigo da disciplina, considerada como um conjunto de exemplos através dos quais se pode treinar a demonstração e o raciocínio dedutivo.

Após a explicitação das perspectivas de Lampert e de Howson e Wilson sobre a implementação da Geometria nos currículos importa agora referir o caso concreto do 1º Ciclo do Ensino Básico.

A Geometria no 1º Ciclo do Ensino Básico

A Geometria tem sido considerada por muitos professores como uma área menor da Matemática, quando comparada com a Aritmética, por exemplo. Por outro lado, a Geometria é encarada pelas crianças como uma

disciplina difícil. Essa dificuldade é consequência de múltiplos factores: a ênfase dada à definição e reconhecimento de figuras geométricas e aos aspectos dedutivos da disciplina e ainda a incapacidade de representar a generalização de alguns conceitos geométricos (Bishop, 1983).

Têm sido também negligenciadas "as capacidades espaciais subjacentes, adquiridas através de actividades manipulativas, que são pré-requisitos para a compreensão e conhecimento profundo dos conceitos geométricos" (Del Grande, 1990, p. 19).

No entanto, a tendência actual é a de contemplar a perspectiva indutiva na implementação da Geometria ao nível do Ensino Primário. Esta tendência relaciona-se com o estágio de desenvolvimento em que as crianças se encontram.

Hoffer (1977), identifica algumas razões para a inclusão da Geometria "informal" na escola elementar:

- as crianças têm um interesse e uma curiosidade naturais por ideias geométricas;
- a Geometria está intimamente relacionada com o mundo das crianças;
- as ideias geométricas podem ser aplicadas em muitas áreas da Ciência e da Tecnologia;
- a Geometria é um tema unificador da Matemática;
- a Geometria envolve as crianças na pesquisa activa, em pensamento criativo, na descoberta de relações, na testagem de conjecturas e em raciocínios crítico-analíticos;
- a Geometria informal funciona como pano de fundo para a Geometria formal.

Outros autores corroboram Hoffer. Por exemplo, Del Grande (1987), recomenda uma abordagem inicial da Geometria de uma forma intuitiva e visual.

Nos Standards, já anteriormente mencionados (NCTM, 1989), é reforçada a ideia de que a aprendizagem da Geometria nos primeiros anos da escolaridade deve ser feita através de investigações, experiências e explorações de objectos do dia a dia e outros materiais físicos. A mesma fonte refere que, apesar da linguagem geométrica ser importante, não deve ser o objectivo principal do ensino da Geometria nestes anos de escolaridade.

Tendo como base os pressupostos anteriores, no Ensino Elementar, "as crianças devem ter muitas oportunidades para explorar a Geometria a duas e a três dimensões, para desenvolver o seu sentido do espaço e das relações espaciais e para resolver problemas que envolvam a geometria e as suas aplicações a outros tópicos da Matemática ou de outros domínios" (NCTM, 1989, p. 62).

Em Portugal também este movimento tem vindo a ser acompanhado. Os novos programas de Matemática para o 1º Ciclo do Ensino Básico (Ministério da Educação, 1990), realçam na área da iniciação à Geometria o facto de que a escola deve proporcionar à criança oportunidades para se dedicar a actividades lúdicas que contribuam para o desenvolvimento das suas noções geométricas. As capacidades desenvolvidas e os conhecimentos adquiridos antes do início da escolaridade, em interacção com o meio, deverão ser alargados utilizando actividades dinâmicas. Será, então, relevante reflectir no tipo de actividades que promovam o desenvolvimento dos conceitos geométricos nas crianças. Essas tarefas deverão incluir a manipulação e exploração de objectos, a observação e a utilização de diversos materiais.

Segundo a opinião de muitos investigadores e educadores matemáticos, as actividades que envolvem de alguma maneira as capacidades espaciais da

criança são susceptíveis de facilitar a aprendizagem da Geometria, dada a natureza específica desta disciplina (Bishop, 1983; Del Grande, 1990; Rowan, 1990).

Justificação do Estudo

Pretende-se defender o interesse e a pertinência do estudo realizado, tendo como suporte alguns documentos relacionados com investigações na área da Educação Matemática.

Numa síntese da investigação apresentada no âmbito do Internacional Group for the Psychology of Mathematics Education, Hershkowitz (1990) analisa alguns aspectos psicológicos da aprendizagem da Geometria, mencionando investigações recentes nesta área. Na discussão final é apontada a necessidade de estudar as crianças do Ensino Primário no que diz respeito à aprendizagem da Matemática. É também referida pela autora a necessidade "de investir esforços na investigação da evolução dos conceitos geométricos, do pensamento geométrico e no desenvolvimento das capacidades visuais" (p. 93).

Bishop (1989) faz uma revisão da literatura sobre a visualização na Educação Matemática, na qual considera três aspectos diferentes da visualização, distinguindo entre o objecto de visualização e a acção de visualizar. O primeiro aspecto diz respeito ao objecto que é visualizado e às correspondentes imagens visuais. Um segundo aspecto relaciona-se com a actividade de visualizar, tem a ver com processos e capacidades. Como consequência destes dois aspectos, aparece um terceiro que engloba uma perspectiva educativa, interligado com o ensino específico de procedimentos, com o papel dos materiais e do ambiente social e ainda com a interacção do indivíduo com esse ambiente.

O autor mencionado afirma que, apesar de ter havido progressos na investigação sobre visualização nos seus três aspectos, são necessários mais estudos sobre a visualização na sala de aula. É ainda reforçada a ideia de que se deve dar ênfase à representação visual, em todos os momentos da aula de Matemática.

Outros educadores matemáticos referem que o papel da visualização na aprendizagem da Matemática não está claramente definido, o que implica mais investigação sobre as várias vertentes desta problemática (Fennema e Behr, 1980).

Considerando que o estudo proposto se insere na problemática do desenvolvimento das capacidades de visualização e da sua relação com a aprendizagem da Matemática no 1º Ciclo do Ensino torna-se pertinente esta investigação. Pretende-se, assim, contribuir para um maior conhecimento deste processo complexo que é a visualização e também analisar a sua relação com os conceitos matemáticos.

Motivações para o Estudo do Tema

Além do gosto pessoal pela Geometria e pela sua aprendizagem, é importante referir alguns aspectos da minha vida profissional que, de certa maneira, influenciaram a escolha do tema.

A minha formação académica é em Ensino da Matemática. Fui inicialmente professora do Ensino Secundário, onde tive oportunidade de me aperceber das dificuldades dos alunos na compreensão de alguns conceitos matemáticos e especialmente geométricos. Essas dificuldades relacionavam-se, muitas vezes, com a capacidade de visualização espacial desses alunos.

Actualmente, sou professora de Matemática na formação inicial de professores do 1º e 2º Ciclos do Ensino Básico. Apesar do nível etário ser diferente, a dificuldade na aprendizagem da Geometria e da Matemática em geral mantém-se. O mesmo acontecia com muitos dos professores do 1º Ciclo do Ensino Básico, com os quais me reunia periodicamente no âmbito do projecto de formação contínua da ESE de Setúbal.

Partindo do pressuposto de que a Matemática nos pode ajudar a compreender o mundo que nos rodeia, uma parte dessa compreensão é de natureza espacial. Além disso, ainda utilizamos noções espaciais nas representações do mundo real. Daí a importância de proporcionar ambientes de aprendizagem facilitadores do desenvolvimento das capacidades espaciais no indivíduo e, nomeadamente, na criança.

Apesar da "natureza altamente individual e pessoal dos processos de visualização espacial" (Bishop, 1989, p. 14), neste estudo procurou-se reflectir em questões que relacionem, de alguma maneira, estas capacidades e a aprendizagem da Matemática no 1º Ciclo do Ensino Básico.

Escolhi o 1º Ciclo porque as aprendizagens aqui efectuadas são muito significativas e se reflectem, não só pelo percurso escolar do aluno, como na sua vida futura. Além disso, nos primeiros anos de escolaridade não tem sido dada muita atenção a questões relacionadas com as capacidades espaciais. Tradicionalmente, a preocupação dos professores do 1º Ciclo no que respeita à disciplina de Matemática, é ensinar as crianças a contar e a efectuar cálculos.

Assim, pretende-se que este estudo contribua para chamar a atenção para outros aspectos da aprendizagem da Matemática, igualmente importantes na formação do indivíduo.

CAPÍTULO II

Revisão da Literatura

Este capítulo tem dois objectivos. O primeiro é reflectir sobre o debate em torno dos conceitos de visualização e de capacidades espaciais, procurando a clarificação dos conceitos em questão. Seguidamente, far-se-á referência a algumas teorias e estudos de investigação que, de alguma maneira, se relacionam ou influenciaram a problemática estudada.

É de notar que haveriam outras áreas relacionadas com o tema, tanto ou mais interessantes que as escolhidas mas o âmbito do estudo é limitado à visualização espacial.

As Capacidades Espaciais

Tanto na Matemática como em Psicologia são utilizados diversos termos para referir as capacidades espaciais, ou seja, as capacidades de nos apercebermos e interpretarmos o mundo que nos rodeia.

Não existe um acordo sobre os termos mais correctos, que variam consoante os contextos. Como refere Bishop (1983, p. 181), "é claro, pelo menos para o educador matemático, que não pode haver uma 'verdadeira' definição de capacidade espacial: nós devemos procurar definições e descrições de capacidades e processos que nos ajudem a resolver os nossos próprios problemas particulares".

Para Tartre (1990, p. 216), capacidades espaciais são "as capacidades mentais relacionadas com a compreensão, manipulação, reconhecimento ou

interpretação de relações visualmente". Esta definição é coerente com a de muitos outros investigadores, apesar dos termos utilizados não serem necessariamente os mesmos. Por exemplo, Del Grande (1987, p. 126) usa o termo percepção espacial referindo-se à "capacidade para reconhecer e discriminar estímulos no e do espaço e para interpretar esses estímulos, associando-os com experiências anteriores".

Vários autores (Hershkowitz, 1990), sugerem que as capacidades espaciais não são capacidades mentais simples, envolvem processos mentais complexos e, como tal, existem várias tentativas de as agrupar segundo características específicas.

Uma das primeiras categorizações é a de Frostig e Horne que, depois de inúmeros estudos e produção de materiais, identificaram cinco capacidades espaciais diferentes (referido em Del Grande, 1987):

- coordenação visual motora
- percepção figura-fundo
- constância perceptual
- percepção do posição no espaço
- percepção das relações espaciais.

Passa-se a especificar cada uma destas categorias, tentando dar um exemplo de um comportamento que as evidencia.

A coordenação visual motora é a "capacidade para coordenar a visão com os movimentos do corpo" (Del Grande, 1990, p. 14). Nos primeiros anos de vida, uma criança precisa de fazer um grande esforço mental e motor para controlar os seus movimentos quando, por exemplo, tenta construir uma torre com peças de encaixar. Ela não consegue ainda coordenar facilmente os movimentos das mãos com a visão. Esta dificuldade

de controlo vai sendo ultrapassada à medida que a criança se desenvolve. Se persiste, ir-se-á reflectir noutros comportamentos, visto que a criança não consegue libertar totalmente a sua atenção.

A percepção figura-fundo é o "acto visual de identificar uma figura específica (o foco) num pano de fundo, numa gravura" (Del Grande, 1987, p. 128). Por exemplo, ao focarmos a nossa atenção numa figura temos de ser capazes de a individualizar, apesar de, eventualmente, outros estímulos irrelevantes nos possam distrair a atenção.

Vurpillot analisou a capacidade de decompor unidades perceptuais e de as tornar a reunir sob novas formas, em crianças com idades compreendidas entre os quatro e os sete anos. O mesmo autor, cita investigações que demonstraram que 70% das crianças de quatro anos estudadas foram capazes de identificar figuras encaixadas em diagramas simples (referido em Del Grande, 1987).

A constância perceptual é a "capacidade de reconhecer figuras geométricas apresentadas numa variedade de tamanhos, tonalidades, texturas e posições no espaço e de discriminar figuras geométricas semelhantes" (Del Grande, 1990, p. 15). Por outras palavras, é a capacidade de reconhecer um objecto fora do seu contexto original ou segundo um ponto de vista diferente (Hoffer, 1977). Por exemplo, uma criança com constância perceptual consegue reconhecer um triângulo rectângulo, independentemente da posição que este ocupa no plano; ou então identificar um cubo, mesmo que o olhe segundo um ângulo de visão não usual.

A percepção da posição no espaço é a "capacidade para relacionar um objecto do espaço consigo próprio" (Del Grande, 1990, p. 17). A criança começa por ser o centro do seu próprio mundo e, assim, relaciona a posição dos objectos consigo própria. Quando uma criança não tem a percepção da

posição no espaço pode fazer inversões na escrita de palavras ou de números.

A percepção das relações espaciais é a "capacidade para ver dois ou mais objectos em relação consigo próprio ou com cada um deles" (Del Grande, 1990, p. 17). Por exemplo, esta capacidade é evidenciada quando uma criança reconhece que dois quadrados são geometricamente iguais se um deles é a imagem do outro através de uma translação.

Aos cinco tipos de capacidades espaciais acima descritas, Hoffer (1977) acrescentou mais duas: a discriminação visual e a memória visual. Ao conjunto destas sete capacidades deu o nome de capacidades de percepção visual.

A discriminação visual é a "capacidade para identificar semelhanças e diferenças entre objectos" (Hoffer, 1977, p. 88). Quando uma criança classifica um conjunto de objectos segundo um certo atributo, cor, forma, tamanho, por exemplo, está a utilizar a sua discriminação visual.

A memória visual é a "capacidade para evocar, de maneira precisa, um objecto que deixa de estar visível e relatar as suas semelhanças e diferenças com outros objectos que estão ou não à vista" (Hoffer, 1977, p. 89). A maior parte das pessoas consegue reter entre cinco a sete itens sobre um objecto, durante um curto período de tempo. O mesmo investigador refere que, para conseguirmos reter uma maior quantidade de itens, teremos de os armazenar na nossa memória sob a forma de pensamento simbólico.

Outra categorização diferente para as capacidades espaciais é a que considera dois tipos de capacidades: a visualização e a orientação espaciais (McGee, Connor e Serbin citados por Tartre, 1990).

A visualização espacial envolve a capacidade de imaginar como se apresentará um objecto representado numa gravura se for rodado, torcido, invertido, dobrado ou desdobrado (McGee referido em Tartre, 1990).

A orientação espacial envolve a capacidade para detectar combinações de objectos segundo um padrão e a capacidade para manter precisas as percepções, face à mudança de orientação (Bishop, 1983).

A diferença fundamental entre visualização e orientação espaciais relaciona-se com o facto de que a visualização envolve sempre movimento ou alteração mental de um objecto, enquanto que, na orientação espacial, o que se altera é a perspectiva perceptual do observador (Tartre, 1990).

Uma última categorização digna de interesse é a proposta por Bishop (1980), com o objectivo de eliminar a confusão sobre o que são e quais são as capacidades espaciais. Esta distinção está intimamente relacionada com a última mencionada mas, segundo o mesmo autor, é mais extensiva e refinada. Os dois tipos de capacidades são a capacidade de interpretar informação figurativa e a capacidade de processamento visual.

A capacidade de interpretar informação figurativa "envolve a compreensão de representações visuais e de vocabulário espacial usados no trabalho geométrico, em gráficos, cartas e diagramas de todos os tipos" (Bishop, 1980, p. 184). Esta capacidade relaciona-se com a forma do material que funciona como estímulo.

A capacidade de processamento visual "envolve a visualização e a translação de relações abstractas e informação não figurativa para termos visuais. Inclui também a manipulação e transformação de representações e imagens visuais" (Bishop, 1980, p. 184). Esta capacidade relaciona-se, não com a forma, mas com o processo.

As Capacidades Espaciais e a Educação Matemática

A actividade matemática é um processo construtivo que necessita de um ambiente que proporcione aos alunos oportunidades para desenvolver, entre outras, as suas capacidades cognitivas. Desde há muito tempo que os educadores se interessam em estudar que factores podem contribuir para o desenvolvimento e construção dos conceitos matemáticos. Alguns desses factores são os que estão relacionados com as imagens visuais que têm como vantagens o seu poder integrativo e a sua utilidade para a concretização de ideias abstractas (Bishop, 1989).

O estudo das capacidades espaciais tem sido o alvo de numerosas investigações feitas tanto por psicólogos como por educadores matemáticos. Estes últimos preocupam-se sobretudo em investigar se existe interacção entre essas capacidades e as várias áreas da Educação Matemática e, se tal acontece, qual a sua natureza. Como refere Bishop (1989), as capacidades espaciais são importantes por causa do tipo de processos mentais envolvidos e que podem ser transferidos para outras áreas da Matemática.

Os resultados das investigações efectuadas são bastante diversificados, sendo também as mais variadas áreas da Matemática estudadas.

Considerando a Matemática em termos globais, vários investigadores tentaram mostrar através dos seus trabalhos que as capacidades espaciais se relacionam positivamente com o sucesso em Matemática (Battista, Wheatley e Talsma, 1982, e também Connor e Serbin referido por Tartre, 1990). Fennema e Tartre (1985) concretizam essa correlação no intervalo .3 a .6 através de resultados de testes realizados.

Fennema e Behr (1980, p. 329) põem a hipótese de que "a visualização espacial é bastante importante na aprendizagem da Matemática nos

primeiros anos de escolaridade, por causa da ênfase dada à concretização e às representações icônicas, que têm componentes espaciais".

Outras investigações procuraram estabelecer relações entre as capacidades espaciais e a aprendizagem de áreas específicas da Matemática. Assim, os estudos levados a cabo por De Guire, referidos por Chaim, Lappan e Hershkowitz (1988), não são conclusivos quanto à relação entre a visualização e as capacidades algébricas ou aritméticas, mas mencionam, apesar disso, que existe uma forte relação com o sucesso em Geometria.

São mencionados alguns efeitos negativos da visualização em situações de aprendizagem dos números racionais, descobertos por Behr e Post e referidos por Chaim, Lappan e Hershkowitz (1988). A informação visual pode, assim, funcionar como distractor no pensamento logico-matemático de algumas crianças. Esta opinião é corroborada por Hershkowitz (1990), que refere o facto dos distractores visuais actuarem da mesma maneira em indivíduos com características diferentes.

Outro tipo de estudos aborda a questão das diferenças sexuais nas capacidades espaciais e são referidos por Battista, Wheatley e Talsma (1982). Concretamente, o estudo longitudinal efectuado por Fennema e Tarte (1985) investigou de que maneira rapazes e raparigas com discrepâncias entre os resultados de testes espaciais e verbais utilizavam as suas capacidades de visualização na resolução de problemas. Apesar das diferenças apontadas elas não se verificaram em termos das capacidades de encontrar a solução correcta de problema. No entanto, os jovens que tinham as capacidades de visualização espacial muito desenvolvidas, usaram mais vezes essas capacidades na resolução de problemas do que aqueles que tinham baixa capacidade de visualização. As raparigas tinham mais tendência para fazerem figuras ao resolverem as actividades propostas que

os rapazes, mas isso não significa que tenham sido mais capazes de encontrar soluções correctas.

As Capacidades Espaciais e a Aprendizagem da Geometria

Muitos investigadores partem do pressuposto de que existe uma relação entre a aprendizagem da Geometria e as capacidades espaciais do indivíduo. No entanto, é difícil de averiguar qual a natureza dessa relação, visto que "elementos perceptuais visuais fazem parte integrante dos conceitos e não podem ser separados" (Chaim, Lappan e Hershkowitz, 1988, p.5).

É necessário explicitar, antes de se passar às referências dos diversos estudos sobre o assunto, qual o conceito de Geometria que serve de pano de fundo a essas investigações. A Geometria é considerada como a ciência do espaço e, também, de certa maneira, como um exemplo de uma estrutura logico-matemática. Existe o consenso de que "estes dois aspectos estão relacionados, porque alguns dos níveis da Geometria encarada como ciência do espaço são necessários para a aprendizagem da Geometria como uma estrutura lógica" (Hershkowitz, 1990, p. 70).

Consideramos ainda que a aprendizagem da Geometria é um processo de desenvolvimento que passa por diferentes fases, começando por se dar mais ênfase à ciência do espaço passando gradualmente para a compreensão da construção dos conceitos e as relações existentes entre eles.

Tendo como suporte a categorização das capacidades espaciais já referida por Bishop, que as separa em dois tipos, a capacidade de interpretar informação figurativa (IFI) e a capacidade de processamento visual (VP), vamos tentar agrupar as investigações que estudam o mesmo tipo de capacidades espaciais e a sua relação com a aprendizagem da Geometria.

Bishop (1983, p. 185) refere que a capacidade denominada por IFI é "provavelmente responsável por muitas das relações entre as capacidades espaciais e as geométricas encontradas na literatura", e que aparenta ser mais fácil de treinar e desenvolver que a VP.

Um estudo que pretendia desenvolver algumas capacidades espaciais relacionadas com IFI foi o efectuado por Gaulin (1985), com professores do Ensino Elementar. Este estudo, sob a forma de um curso, deu especial ênfase a materiais que facilitassem tanto o desenvolvimento da visualização espacial como da intuição geométrica, explorando também vários tipos de representações gráficas (a duas dimensões) de sólidos policúbicos. O mesmo autor refere que o conhecimento e a experiência com diferentes tipos de representações de formas tridimensionais favorece o desenvolvimento da IFI e, eventualmente, alguns aspectos da VP.

Existem muitas investigações que, tal como a mencionada anteriormente, se preocuparam com a relação entre objectos a três dimensões (3D) e suas representações a duas dimensões (2D). A transformação 3D-2D é uma capacidade muito necessária na aprendizagem da Geometria e suas aplicações, atraindo muitos investigadores. Em termos globais, nos estudos sobre este assunto, foram encontradas muitas dificuldades, tanto na transformação de objectos a 3D para a sua representação a 2D, como na operação inversa, independentemente de se ter trabalhado com crianças, adolescentes ou professores do ensino primário (Hershkowitz, 1990).

Foram feitas algumas tentativas para desenvolver as capacidades espaciais implícitas nas transformações 3D-2D através de experiências adequadas. São relevantes as efectuadas, nomeadamente, na Holanda, em cujo currículo existe uma nova unidade visual (Herskowitz, 1990).

Outra experiência relevante que tem por objectivos o treino e o desenvolvimento sistemáticos das capacidades espaciais, integrando actividades organizadas num currículo, é a levada a cabo pelo "Agam Program" com crianças dos três aos sete anos. Este programa é diferente de quase todos os outros por ser de natureza preventiva, enquanto que a maior parte dos estudos relacionados com o desenvolvimento de capacidades de pensamento visual são de natureza correctiva (Razel & Eylon, 1990). Além dos resultados obtidos no desenvolvimento das capacidades espaciais os efeitos do programa foram transferidos para outras áreas do domínio cognitivo, nas quais não tinha sido feito nenhum treino específico. A avaliação feita a este projecto mostra que tem havido "um aumento significativo, tanto nas capacidades espaciais como no conhecimento geométrico" (Hershkowitz, 1990, p. 80).

Considerando novamente a categorização feita por Bishop das capacidades espaciais, é importante referir também alguns estudos sobre a capacidade de processamento visual (VP). Este autor sugere que tal capacidade inclui a visualização mas é mais ampla.

As investigações efectuadas dizem respeito especialmente à visualização, considerando a definição de McGee já referida anteriormente (Tartre, 1990).

Estudos realizados por Battista (1990), com o objectivo de investigar o papel da visualização espacial nas diferenças de resultados obtidos em Geometria na escola secundária, sugeriram que os rapazes e as raparigas diferem na visualização espacial. No entanto, essa diferença não se verificou nem nas capacidades de raciocinar logicamente nem na utilização de estratégias de resolução de problemas geométricos. No entanto, o mesmo autor conclui que a visualização espacial é um factor importante na

aprendizagem da Geometria, apesar de contribuir de maneira diferente nos resultados obtidos pelos rapazes e pelas raparigas.

Uma outra investigação, que tem alguns pontos em comum com a anterior, foi efectuada por Battista, Wheatley e Talsma (1982), tendo como questão fundamental a importância da visualização espacial e do desenvolvimento cognitivo na aprendizagem da Geometria em futuros professores do ensino elementar. Este estudo teve a forma de um curso, pretendendo-se também saber até que ponto a abordagem da Geometria daquela forma promove o desenvolvimento das capacidades espaciais de futuros professores do ensino elementar. Quanto aos resultados da investigação efectuada, eles não são conclusivos, visto que um conjunto de factores, como por exemplo o facto dos participantes serem, na sua maioria mulheres, pode ter reduzido a correlação entre as capacidades de visualização espacial e a aprendizagem da Geometria.

Terminologia Utilizada

Nesta investigação são usados alguns conceitos e é necessário explicitar qual a sua definição. Assim, utiliza-se o termo capacidade de visualização espacial para definir o que Frostig define por capacidade de percepção visual, ou seja, "a capacidade para reconhecer e discriminar estímulos visuais; e para interpretar esses estímulos associando-os com experiências anteriores" (referido por Hoffer, 1977, p. 86). Hoffer, acrescenta mais duas capacidades à categorização efectuada por Frostig e Horne, ficando assim sete capacidades.

São essas sete capacidades que são utilizadas neste estudo e cuja definição corresponde à foi feita neste capítulo, na secção denominada por "As Capacidades Espaciais".

Del Grande (1990), a partir da categorização já referida e a que deu o nome de percepção espacial, identificou diversas actividades que desenvolvem cada uma das capacidades. Tomando como base as sugestões do artigo de Del Grande foram construídas as actividades que serviram de suporte a esta investigação.

CAPÍTULO III

Metodologia

O presente estudo baseia-se na proposta de um conjunto de actividades que se pressupõe desenvolverem as capacidades de visualização espacial em crianças do 1º Ciclo do Ensino Básico. Pretendeu-se caracterizar essa proposta e a sua implementação junto dos alunos, analisando ainda os seus efeitos de transferência na aprendizagem da Matemática.

Este capítulo descreve a metodologia utilizada na investigação em curso, referindo nomeadamente, os seus participantes, as diferentes fases e sua duração, os materiais e os instrumentos.

Participantes

Para a concretização do estudo trabalhou-se com crianças do 3º ano de escolaridade do 1º Ciclo do Ensino Básico. A escolha deste nível de ensino teve a ver com a idade das crianças e o seu estágio de desenvolvimento. Foi também tido em consideração o facto das crianças deste ano de escolaridade já saberem ler, visto ser necessário que a maior parte das actividades fossem propostas através de um texto escrito.

Foram convidados a participar alguns professores do concelho do Seixal, distrito de Setúbal, que leccionassem o 3º ano de escolaridade do 1º Ciclo do Ensino Básico, tendo-se disponibilizado duas professoras efectivas, com mais de doze anos de ensino, de duas escolas primárias diferentes.

O meio em que estão inseridas as escolas faz parte da zona suburbana de Lisboa. Estas funcionam em dois turnos, o da manhã e o da tarde.

As turmas envolvidas eram heterogéneas, incluindo maioritariamente alunos de estratos sociais baixos, localizando-se as profissões dos pais no sector de serviços ou no operariado. Há ainda alguns cujos pais não trabalham e que vivem com os avós.

Em relação ao aproveitamento em Matemática, existem alunos bons, médios e fracos, segundo as professoras; sendo as turmas consideradas normais.

Fases do Estudo

O estudo compreendeu quatro fases. Na primeira fase foi elaborado pela investigadora o conjunto de actividades que pretenderam desenvolver as capacidades de visualização espacial nas crianças. As actividades propostas foram baseadas numa categorização das capacidades espaciais referida por Del Grande (1990). Todas as tarefas aplicadas no estudo foram previamente validadas por um investigador em Educação Matemática, que tem vindo a desenvolver trabalhos numa área similar.

Ainda nesta fase, foram preparados os vários instrumentos necessários à investigação. Os testes de avaliação de conhecimentos de Matemática (TACM), que os alunos resolveram antes e depois da implementação da proposta de intervenção, foram elaborados nesta altura. As professoras, em conjunto com a investigadora, identificaram quais os conteúdos que constariam nesses testes de maneira a avaliar os conhecimentos de Matemática dos alunos em duas alturas diferentes do estudo.

Numa segunda fase, e ainda em conjunto com a professora da turma onde foi implementado este estudo, foi planificada uma intervenção na sala de aula, tendo em conta os condicionalismos de várias ordens por parte da professora e da escola em questão.

Foi aplicado o teste prévio de conhecimentos de Matemática (1º TACM), a todos os alunos das duas turmas. Como se esperava que as turmas não fossem comparáveis, este teste teve como objectivo o emparelhamento dos alunos das duas turmas segundo a classificação nele obtida em conjunto com o sexo. Os elementos de cada par, integrados nas suas turmas, formaram dois grupos, sendo assim, numa das fases do estudo, um grupo experimental e outro de controlo.

As crianças da turma envolvida na experiência, fizeram um teste de visualização espacial (1º TVE), tendo como objectivo analisar o seu grau de desenvolvimento relativamente às mesmas capacidades antes da implementação do estudo propriamente dito. Tendo em conta a extensão deste teste a sua resolução ocupou duas sessões.

Numa terceira fase, a turma a que pertencia o grupo experimental realizou as actividades, com vista a serem alcançados os objectivos definidos previamente. A professora funcionou algumas vezes como proponente das actividades, em conjunto com a investigadora, que simultaneamente foi observadora e recurso.

Numa quarta fase, ambas as turmas efectuaram o segundo teste de avaliação de conhecimentos de Matemática (2º TACM), cuja finalidade foi avaliar os efeitos de transferência de conhecimentos nesta disciplina, depois da experiência realizada. Além deste teste as crianças envolvidas na proposta pedagógica realizaram novo conjunto de actividades que envolviam a visualização espacial (2º TVE), desta vez para analisar o seu grau de

desenvolvimento relativamente às mesmas capacidades, depois da intervenção a que foram sujeitas. À semelhança do que tinha acontecido no 1º TVE, a resolução deste teste demorou duas sessões.

Após terminado o trabalho com os alunos foi iniciada a análise dos resultados.

Duração da Experiência

O estudo mencionado realizou-se no 1º e 2º períodos do ano lectivo de 92-93. No início, as sessões tiveram lugar quase todos os dias, passando depois para duas ou três vezes por semana, com a duração de duas horas e ao longo dos meses de Novembro, Dezembro e Janeiro. No total, foram efectuadas 14 sessões, realizando aproximadamente 28 horas de actividades. Incluindo as sessões destinadas às actividades que constituíam os dois TVE, os alunos tiveram 18 sessões.

Materiais

Actividades Propostas

O conjunto de actividades propostas às crianças (Anexo 1), é bastante diversificado e, como foi já mencionado, está relacionado com o conjunto de capacidades incluídas na visualização espacial. Algumas assumiram a forma de fichas de trabalho e outras foram propostas oralmente, havendo uma ficha de apoio.

É importante referir que, em quase todas as actividades, pela sua especificidade, estão subjacentes várias capacidades, apesar de haver uma que predomina. Adoptamos assim o critério de referir unicamente a capacidade predominante e de não as repetir. A Tabela 1 apresenta a

distribuição das actividades realizadas por capacidades de visualização espacial.

O número de actividades por sessão foi bastante variável. Tendo em conta o nível etário das crianças e desconhecendo de início o ritmo de trabalho dos alunos que, aliás, nem sempre era o mesmo, foi difícil, à partida, programar o trabalho de cada sessão. Muitas vezes foi importante

Tabela 1

Distribuição das actividades realizadas por capacidades de visualização espacial

<u>Capacidade</u>	<u>Actividade</u>
coordenação visual motora	• CVM 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16
percepção da figura-fundo	• PFF 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11
constância perceptual	• CP 1, 2, 3, 4
percepção da posição no espaço	• PPE 1, 2, 3
percepção das relações espaciais	• PRE 1, 2, 3, 4, 5
discriminação visual	• DV 1, 2, 3, 4
memória visual	• MV 1, 2

fazer alguns esclarecimentos oralmente e também propor outras actividades, no seguimento de dúvidas e questões postas pelas crianças.

Foram utilizados materiais diversos na resolução das várias propostas de trabalho, sendo alguns deles construídos pelos próprios alunos como, por exemplo, o geoplano.

Instrumentos

Testes de Avaliação de Conhecimentos de Matemática (TACM)

Os alunos das duas turmas envolvidas na experiência fizeram dois testes de avaliação de conhecimentos de Matemática (Anexo 2). O teste inicial (1º TACM), feito no começo do estudo, teve como objectivo possibilitar o emparelhamento dos alunos das duas turmas, segundo a classificação obtida nele em conjunto com a variável sexo. Formou-se assim um grupo experimental e um grupo de controlo.

No sentido de analisar os efeitos do conjunto de actividades na aprendizagem da Matemática, detectando possíveis diferenças entre os grupos de controlo e experimental foi elaborado outro teste (2º TACM).

Para a construção dos testes a investigadora teve a colaboração das professoras envolvidas no presente estudo. Foram inicialmente identificados quais os conteúdos programáticos mais relevantes e que serviriam para a verificação dos objectivos do estudo.

Os grandes temas seleccionados foram "Números e numeração" e ainda "Estruturação do espaço e elementos fundamentais de Geometria", de acordo com os programas em vigor.

Os grupos A, B e E do 1º TACM tinham como objectivo avaliar a competência das crianças em relação aos números e às várias operações aritméticas, em diferentes situações.

Os grupos C e D eram compostos por problemas que envolviam duas operações e que poderiam eventualmente ser resolvidos utilizando estratégias diferentes, testando assim, a capacidade das crianças para resolver problemas.

O grupo F pretendia analisar os conhecimentos das crianças sobre figuras geométricas, através dos lados e dos ângulos de figuras irregulares.

O grupo G dizia respeito às simetrias e o aluno tinha de desenhar em papel quadriculado os simétricos de duas figuras em relação a um determinado eixo.

No 2º TACM foi mantida a mesma estrutura do teste inicial, para maior facilidade de classificação. Como no espaço de tempo entre eles as crianças já tinham trabalhado a operação divisão e o algoritmo correspondente, além de terem iniciado o estudo dos números decimais, foram introduzidos estes novos tópicos no último teste. Assim, nos grupos relativos às operações aritméticas houve uma maior incidência na operação divisão e nos números decimais.

No que diz respeito à Geometria a matéria trabalhada pelas crianças era essencialmente a mesma, havendo um aprofundamento da noção de ângulo e das características das várias figuras geométricas, tópicos que foram contemplados no 2º TACM.

Apesar destes dois testes serem semelhantes neste estudo não é efectuada nenhuma comparação entre os resultados do 1º e 2º TACM, por não ser essa a finalidade da investigação. O 1º TACM teve como objectivo permitir o emparelhamento dos alunos das duas turmas enquanto que o 2º TACM analisa os efeitos de transferência de conhecimentos.

Antes de serem concebidos estes testes na sua forma final foi feito um teste piloto com alunos do mesmo ano de escolaridade numa escola diferente das envolvidas, no sentido de analisar a sua fiabilidade e também o tipo de linguagem utilizada.

Com o objectivo de estudar a fiabilidade deste primeiro teste realizado, considerando que foi construído pela investigadora em conjunto com as duas professoras envolvidas no estudo, foi utilizado o software "CSS Statistica". Foram utilizados os resultados obtidos por todos os alunos das duas turmas, num total de 44 crianças. O coeficiente de Cronbach calculado foi $\alpha=0.70$.

Posteriormente foi efectuado o mesmo procedimento para o 2º TACM, utilizando igualmente os resultados obtidos pela totalidade das crianças que o realizaram. O coeficiente de fiabilidade de Cronbach determinado foi de $\alpha=0.79$.

No sentido de averiguar da validade dos dois testes referidos foram consultadas as professoras das turmas e também um investigador em Educação Matemática familiarizado com o estudo.

Testes de Visualização Espacial (TVE)

Além dos testes já mencionados (TACM), as crianças da turma que incluía o grupo experimental foram submetidas a dois testes, 1º TVE e 2º TVE, que consistiram num conjunto de actividades que envolviam a visualização espacial (Anexo 3). Com estes testes pretendeu-se analisar os efeitos da experiência sobre o desenvolvimento das capacidades de visualização espacial dos alunos nela envolvidos.

Para a elaboração destes testes foram identificados tipos de actividades que mais directamente estariam relacionados com a categorização utilizada para a visualização espacial (Del Grande, 1990). Em seguida, foram escolhidas uma ou duas actividades para os alunos resolverem e que diziam respeito a cada uma das capacidades descritas por esse autor.

Antes da aplicação dos testes na turma da experiência foi feito um teste piloto com alunos de uma escola não envolvida na experiência, no sentido

de detectar possíveis dificuldades na linguagem utilizada e ainda para se ter uma noção do tempo necessário à sua resolução.

No sentido de averiguar da sua validade foi consultado um investigador em educação matemática que tem estudado questões relacionadas com as capacidades espaciais.

A Tabela 2 discrimina as actividades propostas no 1º TVE indicando as capacidades mais directamente relacionadas com as mesmas.

No que diz respeito ao 2º TVE (Anexo 3), manteve-se a mesma estrutura do 1º TVE, com actividades do mesmo tipo, mas não iguais. Por exemplo, em relação à memória visual, as crianças tiveram de recordar novamente sete objectos, depois de os ter observado, mas os objectos eram diferentes dos utilizados da 1ª vez.

A Tabela 3 indica a distribuição das actividades deste último teste pelas diversas capacidades de visualização espacial.

Tabela 2

Distribuição das actividades realizadas no 1º TVE por capacidades de visualização espacial

<u>Capacidade</u>	<u>Actividade</u>
coordenação visual motora	<ul style="list-style-type: none"> • resolver um labirinto
percepção da figura-fundo	<ul style="list-style-type: none"> • descobrir quais os pormenores que pertencem a uma figura • fazer um quadrado com três peças do Tangram
constância perceptual	<ul style="list-style-type: none"> • procurar rectângulos na sala de aula • reconhecer um campo de futebol em perspectiva
percepção da posição no espaço	<ul style="list-style-type: none"> • construir o simétrico de uma figura • pintar as figuras que estão na mesma posição
percepção das relações espaciais	<ul style="list-style-type: none"> • continuar uma sequência • reproduzir uma construção com cubos, a partir do seu desenho
discriminação visual	<ul style="list-style-type: none"> • descobrir diferenças entre duas figuras • descobrir duas figuras iguais num conjunto
memória visual	<ul style="list-style-type: none"> • recordar sete objectos depois de os observar • copiar três figuras depois de as ter visto

Tabela 3

Distribuição das actividades realizadas no 2º TVE por capacidades de visualização espacial

<u>Capacidade</u>	<u>Actividade</u>
coordenação visual motora	<ul style="list-style-type: none"> • resolver um labirinto
percepção da figura-fundo	<ul style="list-style-type: none"> • descobrir quais os pormenores que pertencem a uma figura • fazer um triângulo com três peças do Tangram
constância perceptual	<ul style="list-style-type: none"> • procurar paralelepípedos na sala de aula • reconhecer uma piscina em perspectiva
percepção da posição no espaço	<ul style="list-style-type: none"> • construir o simétrico de uma figura • pintar as figuras que estão na mesma posição
percepção das relações espaciais	<ul style="list-style-type: none"> • continuar uma sequência • reproduzir uma construção com cubos, a partir do seu desenho
discriminação visual	<ul style="list-style-type: none"> • descobrir diferenças entre duas figuras • descobrir duas figuras iguais num conjunto
memória visual	<ul style="list-style-type: none"> • recordar sete objectos depois de os observar • copiar três figuras depois de as ter visto

Limitações do Estudo

Existem algumas limitações à validação do estudo efectuado. Passamos a enunciar as que consideramos mais pertinentes.

As turmas, os professores e os alunos envolvidos no estudo não foram seleccionados aleatoriamente. A sua escolha relacionou-se com a disponibilidade oferecida por duas professoras perante um convite feito pela investigadora a um conjunto de professores do concelho do Seixal que lecionavam o 3º ano de escolaridade. Deste modo, os resultados obtidos no estudo efectuado não são generalizáveis, apesar de constituírem uma contribuição para o aprofundamento de questões relativas à visualização e à aprendizagem da Matemática.

Não houve controlo sobre os conteúdos e as metodologias do ensino, não objecto de estudo, a que cada uma das turmas esteve exposta durante o tempo da experiência. Pode ter havido, assim, factores que de algum modo, tenham contribuído para os resultados verificados nos efeitos de transferência dos conhecimentos de Matemática.

Considerando que os sujeitos da investigação são crianças é necessário também ter em conta os efeitos de maturação (Jesuino, 1986).

A investigadora funcionou ainda como observadora e proponente das actividades junto das crianças, não havendo, deste modo, distanciamento entre os múltiplos papéis assumidos pela mesma.

CAPÍTULO IV

Elaboração e Aplicação das Actividades

Este capítulo descreve a maneira como foram elaboradas as actividades propostas aos alunos, as fontes utilizadas, a sua testagem com uma turma piloto e, ainda, a aplicação das mesmas junto das crianças.

Elaboração das Actividades

Numa primeira fase foram elaboradas as actividades. Com base na categorização das capacidades de visualização espacial preconizada por Bishop (1990), foi feito um levantamento do tipo de actividades que se poderiam incluir em cada uma delas. Para isso foram também importantes as contribuições de Hoffer (1977) e "The Agam Project" (1990).

As tarefas que iriam ser propostas aos alunos no decurso da investigação foram depois validadas junto de um educador matemático interessado e que tem vindo a realizar alguns trabalhos sobre o assunto em estudo.

Com o objectivo de testar as actividades, foi feito um estudo piloto com uma turma do 3º ano de escolaridade de uma escola não envolvida neste estudo. Assim, a investigadora teve oportunidade de se aperceber se a linguagem utilizada era adequada ao nível etário das crianças, do tempo aproximado necessário à resolução das tarefas e de outras questões que não teriam sido detectadas antes do decurso da investigação propriamente dita.

Descrição da Aplicação das Actividades

As sessões da experiência realizaram-se sempre no início do período de aulas, indo geralmente até ao intervalo. A professora desta turma colaborou regularmente, tanto nas actividades como na observação dos alunos. No final das sessões houve uma troca de impressões entre a investigadora e a professora, tanto sobre as actividades em si como sobre a aderência das crianças às mesmas. Ao longo do tempo que durou o estudo foi sendo elaborado um diário de registos que serviu de apoio a esta descrição.

Ao longo de toda a intervenção a professora da turma, no horário normal, trabalhou os conteúdos previstos no programa, não havendo qualquer alteração provocada pela investigação em curso.

Por vezes, foi preciso propor aos alunos actividades de construção dos materiais necessários para as actividades, o que foi feito pelos alunos com o maior agrado, como aconteceu, aliás, com quase todas as propostas.

A execução das actividades pelos alunos não obedeceu a nenhuma ordem. Pretendeu-se que, em cada sessão, as crianças realizassem tarefas diversificadas, não correspondendo necessariamente cada uma delas ao desenvolvimento da mesma capacidade de visualização espacial.

A Tabela 4 mostra-nos a distribuição das actividades realizadas em cada sessão por capacidade de visualização espacial predominante. As capacidades estão referenciadas pelas suas iniciais e os números em cada uma delas dizem respeito ao nome de código que consta no Anexo 1.

Tabela 4

Distribuição das actividades realizadas em cada sessão por capacidade de visualização espacial

Sessão	CVM	PFF	CP	PPE	PRÉ	DV	MV
1	4	3,4,7,9					
2	9	1		1,3			
3	2,16	8					
4							
5	11,12		1				
6	1		1				1
7					1		
8	7,10						
9		10	3				
10	6	6			5	1,4	
11	3	2,11			2		
12			2	2	4	2	
13	13,14,15	5			3		
14	5,8					3	2

A maior parte das tarefas foi individual, apesar de ter havido também algumas em que os alunos se agruparam.

A descrição apresentada a seguir baseia-se no diário de registos das sessões da investigadora, nas conversas da mesma com a professora da turma no fim de cada sessão e ainda num comentário que foi feito pelos alunos no fim do estudo.

No relato do que se passou nas diversas sessões, quando se referem as fichas de trabalho ou as fichas de apoio, é mencionado o seu nome de código (Anexo 1).

1ª Sessão

Nesta sessão os alunos estavam muito entusiasmados e desejosos de começar. O trabalho foi iniciado com um labirinto (CVM 4), que eles gostaram muito de fazer. Quase todos conseguiram chegar ao fim mas o traço de muitos era bastante incerto, não conseguindo desenhar a linha de forma contínua.

Em seguida foi-lhes proposto descobrirem triângulos numa gravura de um jardim (PFF 7). Como não tinham feito ainda nenhuma actividade do género, as crianças julgaram que o objectivo era descobrir alguns triângulos no menor tempo possível, ou seja, que quem acabasse primeiro era o vencedor. Foi necessário fazê-las compreender que o importante era encontrarem muitos triângulos, conseguir "olhar" para a gravura de uma maneira diferente da habitual. Aprender a "ver", foi, a partir daqui, uma constante no seu trabalho.

Um aspecto negativo que se evidenciou logo nesta 1ª sessão e que foi sendo notado ao longo de todas as outras foi a grande componente competitiva presente na turma da experiência. Foi preciso uma intervenção constante da investigadora para os fazer perceber que o que estava em jogo não era vencer, não era ser o primeiro a acabar. O principal não era o tempo que demoravam mas sim tirar o maior partido de cada uma das tarefas.

Para completar as figuras desenhadas em papel quadriculado, de maneira a ficarem iguais a outras aí desenhadas também (PFF 9), vários alunos utilizaram régua, apesar disso não lhes ter sido exigido. Tiveram algumas dificuldades na construção de todas as linhas, ignorando as mais curtas.

A actividade de descobrir, num conjunto de pequenas figuras, quais as que são pormenores que pertencem a uma dada gravura (PFF 4), assim como a de descobrir determinadas palavras num fundo cheio de letras (PFF 3), ambas com o objectivo principal de desenvolver a percepção da figura-fundo, foram resolvidas sem grandes dificuldades e, dado o seu aspecto lúdico, com o maior agrado.

De uma maneira geral a motivação e o interesse das crianças foram bastante grandes, o que contribuiu para um bom ambiente de trabalho.

2ª Sessão

Esta sessão iniciou-se com a tarefa de pintar espaços marcados com pontinhos, de modo a destacar-se uma figura de um emaranhado de linhas (CVM 9). Houve logo várias reacções de rejeição, não gostavam de pintar, disseram. Notou-se também que, talvez porque não gostavam, não tinham cuidado nenhum ao pintar, ficando o trabalho bastante imperfeito. Uma das finalidades deste tipo de actividades é permitir às crianças o desenvolvimento da coordenação dos movimentos do seu corpo, neste caso da sua mão, com a sua visão.

Descobrir as âncoras iguais a uma dada, mas em posições diferentes (PPE 3), foi uma actividade que entusiasmou os alunos mas na qual tiveram alguma dificuldade. Não conseguiram aperceber-se de pequenos pormenores que distinguem algumas das figuras, além das posições.

É curioso referir que não se notam diferenças de motivação entre os alunos. Os considerados mais fracos têm tanto ou mais entusiasmo que os outros, talvez porque acham que tudo isto não tem relação com o que tradicionalmente se aprende na escola.

Desenhar figuras simétricas a outras segundo um eixo de simetria dado e sobre um fundo pontado (PPE 1), é um trabalho frustrante para alguns alunos que não conseguem descobrir a diferença entre duas figuras iguais ou duas figuras simétricas. O conceito de simetria foi abordado por eles no 2º ano de escolaridade mas permanece confuso. Foi necessária uma intervenção oral da investigadora, para toda a turma, no sentido de esclarecer através de exemplos concretos próximos dos alunos, o que se entendia por figuras simétricas.

Descobrir o nome de animais do jardim zoológico numa grelha de letras (PFF 1), não ofereceu qualquer dificuldade à generalidade dos alunos, à excepção de dois alunos que não conseguiram descobrir as palavras dispostas na vertical.

3ª Sessão

Nesta altura os alunos parecem cativados pelas actividades que têm vindo a realizar e esperam ansiosamente os dias das sessões. Para as crianças, os momentos utilizados nestas sessões são momentos de evasão das tarefas do dia a dia, muitas delas rotineiras e pouco motivadoras. Ficou-se com a sensação de que não se apercebem do contributo das actividades para o desenvolvimento de determinadas capacidades, nem tão pouco da sua ligação com a aprendizagem da Matemática.

Os alunos não têm dificuldades nos labirintos mas gostam imenso de os percorrer. Notou-se uma pequena diferença no seu traçado, menos incerto, quando resolveram a actividade CVM 2.

O papel pontado é muito útil para diversas tarefas que se realizam na escola. É curioso que a maior parte dos professores, sem falar já dos alunos, desconhece completamente este tipo de papel com tantas potencialidades.

Depois de realizarem a tarefa proposta em papel ponteadado, que era desenharem figuras iguais a outras já construídas (CVM 16), algumas crianças aproveitaram o espaço de papel que sobrou para fazerem os seus próprios desenhos.

A actividade mais criativa e interessante desta sessão foi aquela em que se pediu aos alunos que descobrissem diversas figuras numa pavimentação (PFF 8). Eles tiveram oportunidade de dar largas à sua imaginação e à sua capacidade de ver mais além. Surgiram as mais variadas formas, regulares e irregulares.

Somente uma criança aproveitou o fundo pavimentado na folha de papel que foi dada para desenhar figuras que davam a noção de volume. Desenhou alguns sólidos conhecidos e também outras formas mais complexas.

4ª Sessão

O trabalho deste dia foi diferente do habitual. Devido às suas potencialidades, o geoplano foi um dos materiais a ser utilizado em diversas actividades. Apesar do seu uso estar a ser vulgarizado, sendo até recomendado nos novos programas de Matemática do 1º Ciclo, a turma nunca tinha trabalhado com ele. Foi necessário, inclusivamente fazer os geoplanos, tarefa muito do agrado de todos.

As crianças marcaram em papel quadriculado os pontos correspondentes aos pregos, os quais foram martelados depois. Ao executarem este trabalho estavam desenvolvendo a sua capacidade visual motora.

O tempo que restou desta sessão foi ocupado na exploração do novo material pelos alunos.

5ª Sessão

Durante esta sessão trabalhou-se sempre com o geoplano. Os alunos começaram por construir figuras livremente, comparando o que tinham feito com o que fizeram os seus colegas.

Foi-lhes proposto descobrirem quadrados diferentes no geoplano, depois uma busca exaustiva de todos os quadrados diferentes (CP 1). Foram mostradas as descobertas de uns e de outros, apercebendo-se os alunos de alguns quadrados que não o "pareciam". Foi difícil para certas crianças aceitarem que aquelas figuras eram quadrados, por não estarem nas posições habituais.

Surgiu nesta altura o papel ponteadado como apoio às actividades realizadas no geoplano. Antes de realizarem a actividade CVM 11, onde era pedido aos alunos que passassem para o geoplano as figuras desenhadas no papel, foi-lhes proposto fazerem o mesmo com formas muito simples. Houve, de início, alguma dificuldade na transposição de figuras do geoplano para o papel ponteadado e vice-versa. Algumas das crianças construíam formas "aproximadas", sem se preocuparem com o rigor e precisão da transposição de um material para o outro.

A tarefa CVM 12, na qual as crianças tinham de fazer um desenho à sua escolha no geoplano e posteriormente passá-lo para o papel ponteadado, ofereceu alguns problemas porque a generalidade dos alunos fez desenhos bastante complicados no geoplano (barcos, casas, bonecos), não os conseguindo depois "copiar" para o papel.

6ª Sessão

Foi proposto às crianças que encontrassem triângulos no geoplano (CP 1). Ainda lembrados da actividade semelhante feita com quadrados, os alunos procuraram entusiasmados triângulos "esquisitos". A partir desta tarefa e com mais alguns triângulos construídos no papel, seguiu-se um jogo, feito em grupo, para tentar descobrir semelhanças e diferenças entre conjuntos dessas figuras, com o objectivo de desenvolver a capacidade de discriminação visual.

Para exercitar a memória visual os alunos observaram durante alguns segundos (entre 5 a 10) uma figura construída no papel ponteadado e depois, sem a tornar a ver, tentaram construí-la no geoplano (MV 1).

Para terminar a sessão foi feito mais um labirinto (CVM 1). É curioso referir que vários alunos pediram para pintar as figuras dessa folha, quando nas primeiras sessões essa actividade era sempre acolhida com desagrado.

7ª Sessão

Neste dia as tarefas foram executadas utilizando pequenos cubos de encaixar. Inicialmente construíram livremente, seguindo-se a execução da ficha proposta (PRE 1), na qual eram pedidas várias construções diversas. Os alunos agruparam-se segundo as suas preferências para o trabalho deste dia.

Esta foi mais uma das alturas em que pudémos observar como os alunos são criativos, como a sua imaginação é fértil. Das mesmas propostas surgiram construções muito diferentes e foi importante depois o momento em que cada grupo mostrou o que tinha feito aos colegas, expondo as suas razões.

8ª Sessão

Voltou-se a recorrer ao geoplano, agora para trabalhar as simetrias. Optou-se por utilizar papel quadriculado em vez do papel pontado, mas surgiram muitas dificuldades. Quando as figuras se complicaram houve algumas alunas que não conseguiram fazer as simetrias, nem depois de terem sido apoiadas.

A tarefa de ligar pontos, seguindo a sequência dos números de forma a surgir um desenho (CVM 10), foi resolvida facilmente. Algumas crianças pintaram depois a figura. Aliás, a partir das primeiras sessões foi-lhes dito que, sempre que quisessem poderiam pintar os desenhos que apareciam nas fichas.

Fizeram posteriormente a actividade de descobrir, num emaranhado de fios, qual o novelo utilizado pela Margarida (CVM 7).

9ª Sessão

Foi introduzido um material novo para eles, o Tangram. Tinham-no utilizado unicamente no pré-teste de visualização espacial (1º TVE).

O trabalho com o puzzle revelou-se algo difícil, principalmente quando lhes era pedido que fizessem uma determinada figura geométrica, por exemplo um quadrado, com algumas peças (PFF 10). Esta tarefa foi executada em grupos de dois.

Utilizando vários materiais, arame, lã, papel, tesoura, etc., as crianças fizeram rectângulos (CP 3). A partir das diversas construções, algumas imperfeitas, quer devido à especificidade do material quer por falta de rigor das crianças, surgiu uma discussão sobre o que era um rectângulo, sobre as propriedades que caracterizam esta quadrilátero.

Foi curioso observar que a maior parte delas tinha uma ideia do que era um rectângulo mas não conseguia discernir quais as características que distinguem esta figura das outras que elas conhecem.

10ª Sessão

A tarefa de descobrir a partir de uma planificação quais as imagens do cubo que lhe correspondem (PRE 5), originou alguma discussão, com os alunos argumentando as razões da sua escolha. Recortaram em seguida e montaram o cubo. Tiveram oportunidade de o posicionar de maneira a poderem compará-lo com as vistas desenhadas na ficha de trabalho.

Encontrar uma definição de tolossauro, ou seja, descobrir quais as figuras que poderiam ser chamadas de tolossauros num conjunto de estranhas criaturas foi uma actividade que entusiasmou bastante os alunos (DV 4). Apesar disso não foi fácil para as crianças resolverem esse problema. Arranjavam uma definição e não conseguiam ver os contra-exemplos que existiam para essa definição.

"Quem segura o papagaio?", ou seja, descobrir num emaranhado de linhas a que pertence a um papagaio de papel (CVM 6), foi uma tarefa que foi executada pelos alunos sem oferecer dificuldades. Quase todos já descobriram que há, neste tipo de actividades, uma maneira mais fácil e rápida de as resolver, neste caso, começar a traçar a linha a partir do papagaio.

A actividade de descobrir todos os quadrados que existem numa figura constituída por um quadrado com outros quadrados "dentro" dele (PFF 6), revelou-se confusa para algumas crianças que não conseguiram visualizar os quadrados inclusos noutros. Só com a "desmontagem" da figura é que a solução se tornou clara para elas.

Também a tarefa de encontrar as diferenças entre duas figuras (DV 1) não foi muito do agrado dos alunos. Começaram com entusiasmo a tentar descobrir o que era diferente mas alguns desistiram, talvez porque o desenho era muito minucioso, tornando-se difícil detectar as diferenças.

11ª Sessão

Utilizando os blocos lógicos que existem em todas as escolas iniciou-se uma sequência que os alunos continuaram, tentando também encontrar qual o critério da sua construção (PRE 2). Esta tarefa suscitou muito interesse por parte das crianças que tomaram a iniciativa de construir elas próprias as suas sequências, pedindo aos colegas para as continuarem e descobrirem o critério utilizado.

O labirinto CVM 3 e a tarefa de descobrir os nomes de sete cores num fundo cheio de letras (PFF 2), foram actividades que não levantaram grandes dificuldades, apesar de ainda haver alunos que demoram algum tempo a resolvê-las.

O Tangram voltou a aparecer, desta vez para a ficha PFF 11. Nem todos os alunos conseguiram formar as várias figuras. De facto, algumas são complicadas e exigem um treino neste tipo de actividades que eles não têm. Demoraram imenso tempo e a frustração de não conseguir invadiu diversos alunos. Pelo contrário, aqueles que iam construindo as figuras pedidas ficaram entusiasmados e até vitoriosos por terem conseguido fazer enquanto que os colegas não.

12ª Sessão

As crianças foram convidadas a descobrir o que existia de comum entre um conjunto de objectos conhecidos (PRE 4). Esta actividade foi repetida

várias vezes utilizando objectos diferentes e, posteriormente elas agruparam também objectos segundo características comuns. Procedeu-se ainda a uma tarefa parecida, mas em vez de se descobrirem as semelhanças procuravam-se as diferenças.

Em seguida os alunos tentaram encontrar as diferenças existentes entre duas gravuras (DV 2). Alguns alunos não conseguiram descobri-las todas.

Com a ajuda do Mira os alunos viram quantos eixos de simetria tinham algumas letras do alfabeto (PPE 2). Depois fizeram a verificação através de um pequeno espelho. Todas estas actividades suscitaram bastante interesse.

Começa-se a tornar claro que as crianças gostam imenso de trabalhar com materiais, desde que o aspecto lúdico esteja presente e, ao mesmo tempo, eles percebem a utilidade imediata dos mesmos.

A actividade CP 2, em que os alunos tinham de procurar triângulos, quadrados e paralelogramos numa figura, foi resolvida facilmente no que diz respeito aos quadrados e triângulos mas o mesmo não aconteceu com os paralelogramos. Esta é uma figura que eles não conheciam, pelo menos não sabiam o seu nome. Procurou-se, através de diversos exemplos, que eles ficassem com uma ideia das propriedades que caracterizam cada uma dessas figuras.

13ª Sessão

Esta sessão foi iniciada com algumas actividades no geoplano. Fizeram-se as fichas de trabalho CVM 13, 14 e 15 nas quais os alunos tinham de copiar para o geoplano figuras desenhadas em papel quadriculado, um objecto qualquer da sala de aula ou ainda construir uma figura obedecendo a determinados requisitos. Não houve grandes dificuldades, todos as resolveram satisfatoriamente.

Através da ficha PFF 5, onde as crianças tinham de descobrir triângulos num desenho de uma estrela e contá-los, pudémos aperceber-nos de como o olhar das crianças é diferente do das primeiras sessões. Conseguem "ver mais" ou seja, olham de outra maneira, com outra profundidade.

Outra actividade proposta foi a de continuar uma sequência numa folha (PRE 3). Apesar de parecer uma tarefa simples os alunos tiveram alguma dificuldade a fazerem os elementos da sequência, cansando-se depressa. A actividade era realmente longa demais, tornando-se monótona.

A seguir, no pátio da escola, discutiram-se as perspectivas e o facto de que o que se vê depende muitas vezes do ângulo de visão. Aproveitou-se como exemplo o pátio que é bastante grande e tem a forma de um rectângulo. Os alunos posicionaram-se num dos lados e pareceu-lhes que o lado oposto seria mais pequeno. Com uma fita métrica puderam constatar que os lados opostos eram iguais. Usou-se igual procedimento colocando-se os alunos no princípio da rua da escola e olhando para o fim da mesma.

14ª Sessão

Nesta dia as crianças treinaram a sua memória visual fazendo a actividade MV 2. A proposta era observar figuras geométricas desenhadas em papel ponteadado e memorizá-las para as reproduzir. Seguidamente, fizeram uma outra actividade com os mesmos objectivos, mas dessa vez eram objectos concretos que era necessário memorizar.

Também com a mesma finalidade eram a ficha CVM 5, resolver um labirinto, e a ficha CVM 8, descobrir os objectos correspondentes utilizando um emaranhado de linhas. São actividades que os alunos resolvem correctamente e muito depressa, mas que têm sempre prazer em fazer e até pintar.

Para finalizar, resolveram a actividade DV 3, agrupando figuras com uma característica comum. Algumas crianças não conseguiram descobrir facilmente os critérios de emparelhamento.

Foi esta a última sessão propriamente dita. Depois dela os alunos fizeram as actividades do 2º TVE e as do 2ºTACM.

Apreciação global das sessões

Compete-nos agora fazer um balanço sobre o que se passou ao longo de todas as sessões. De um modo geral foram atingidos os objectivos do estudo, tendo os alunos correspondido bastante bem ao que lhes foi proposto. As actividades suscitaram bastante adesão e entusiasmo por parte dos alunos, apesar de ter havido algumas que menos lhes interessaram, quer por dificuldade excessiva, quer pela sua especificidade.

No capítulo VI retomaremos as questões relacionadas com as actividades propostas nas várias sessões de trabalho, especificando alguns aspectos considerados pertinentes.

CAPÍTULO V

Efeitos da Aplicação das Actividades

A investigação efectuada pretendeu construir e aplicar um conjunto de actividades que desenvolvem a capacidade de visualização espacial, além de analisar os efeitos desse conjunto de actividades na aprendizagem da Matemática de alunos no 3º ano de escolaridade.

Em capítulos anteriores analisámos o processo de construção e aplicação das actividades que constituem a proposta de intervenção. Neste capítulo analisaremos os efeitos dessas actividades, tanto no desenvolvimento da visualização como na aprendizagem da Matemática. Assim, são incluídas aqui duas vertentes distintas da análise dos resultados:

- o desenvolvimento da visualização espacial;
- os efeitos de transferência na aprendizagem da Matemática.

Desenvolvimento da Visualização Espacial

Para testar o desenvolvimento das capacidades de visualização espacial nas crianças da turma experimental foram feitos dois testes, 1º TVE (antes do início da intervenção) e 2º TVE (depois de concluída a experiência).

A turma de alunos em que foram implementadas as actividades tinha 21 alunos mas três crianças faltaram bastante, inclusivamente nos dias dos testes, de modo que não foram consideradas. Sendo assim, os resultados apresentados são relativos a 18 alunos.

A Tabela 5 discrimina o número de alunos que resolveram satisfatoriamente cada uma das actividades contidas nos dois TVE.

Tabela 5

Nº de alunos que resolveram satisfatoriamente cada uma das actividades dos TVE

Capacidades	1º TVE	2º TVE
coordenação visual motora		
Actividade 1	12	18
percepção figura-fundo		
Actividade 2	16	17
Actividade 3	0	8
constância perceptual		
Actividade 4	16	16
Actividade 5	3	14
percepção posição espaço		
Actividade 6	3	12
Actividade 7	15	17
percepção relações espaciais		
Actividade 8	8	11
Actividade 9	16	17
discriminação visual		
Actividade 10	1	15
Actividade 11	6	13
memória visual		
Actividade 12	3	8
Actividade 13	8	14

Nº total de alunos considerados = 18

Com o objectivo de proporcionar uma visão de conjunto da pontuação obtida por capacidade, procedeu-se ainda ao agrupamento dos resultados das actividades que diziam respeito à mesma capacidade.

Uma análise informal da Tabela 5 revela-nos que os alunos obtiveram melhores resultados no segundo TVE. Embora as actividades 2, 4, 7 e 9 fossem satisfatoriamente executadas por quase todas as crianças em ambos os testes, constata-se que houve um maior número de alunos que as resolveu de maneira correcta no 2º TVE.

Procedeu-se seguidamente a uma análise inferencial com o objectivo de testar se as diferenças dos resultados obtidos em cada uma das capacidades, nos dois testes, são estatisticamente significativas.

Não havendo garantia que a população tivesse uma distribuição normal, utilizou-se o teste de Wilcoxon, equivalente não paramétrico do t-teste para amostras dependentes (Huck, Cormier e Bounds, 1974).

Postulou-se como Hipótese Nula a não existência de diferenças significativas entre as classificações obtidas pelo mesmo aluno nos dois testes, relativas a cada uma das capacidades em estudo.

As actividades foram classificadas utilizando os valores 1 ou 0, consoante estavam ou não satisfatoriamente executadas.

Análise dos Resultados na Capacidade Visual Motora

A Tabela 6 mostra-nos a distribuição dos resultados na capacidade visual motora, pelos alunos nos dois TVE.

Tabela 6

Resultados dos alunos relativos à capacidade visual motora nos dois TVE

Aluno	1ºTVE	2ºTVE
1	1	1
2	0	1
3	0	1
4	1	1
5	1	1
6	0	1
7	1	1
8	1	1
9	0	1
10	1	1
11	1	1
12	1	1
13	0	1
14	1	1
15	1	1
16	0	1
17	1	1
18	1	1

Para a aplicação do teste de Wilcoxon considerou-se que os alunos que obtiveram a mesma classificação nos dois testes são excluídos da análise, sendo a variável N o número total de pares menos o número de pares cuja

diferença entre as duas classificações é zero (Siegel, 1981). Sendo assim, neste caso $N=6$.

O Quadro 1 dá-nos um resumo da aplicação do teste de Wilcoxon à capacidade de coordenação visual motora.

Através da análise da tabela respectiva, para $N=6$ e com $T=0$, pode-se rejeitar a Hipótese Nula, que afirmava que não existiam diferenças entre os resultados das actividades referentes à capacidade de coordenação visual motora, obtidos nos dois TVE. Podemos concluir, com uma probabilidade superior a 95%, que as diferenças não se devem somente ao acaso.

Quadro 1

Resumo da aplicação do teste de Wilcoxon para a capacidade visual motora

Nº Postos +	6
Nº Postos -	0
Σ Postos +	21
Σ Postos -	0

Níveis de significância para $N=6$

P=0.05	P=0.02	P=0.01
0	-	-

Análise dos Resultados na Percepção da Figura-Fundo

A Tabela 7 mostra-nos a distribuição dos resultados relativos à percepção da figura-fundo, obtidos pelos alunos nos dois TVE.

Tabela 7

Resultados dos alunos relativos à percepção da figura-fundo nos dois TVE

Aluno	1ºTVE	2ºTVE
1	0	2
2	1	2
3	1	1
4	1	2
5	1	1
6	1	1
7	1	1
8	1	1
9	1	1
10	0	0
11	1	1
12	1	2
13	1	2
14	1	1
15	1	2
16	1	2
17	1	1
18	1	2

O Quadro 2 dá-nos um resumo da aplicação do teste de Wilcoxon à capacidade de percepção da figura-fundo.

Considerando que os alunos que obtiveram a mesma classificação nos dois testes são excluídos da análise, a variável N, neste caso, é N=8.

Através da análise da tabela respectiva, para N=8 e com T=0, pode-se rejeitar a Hipótese Nula, que afirmava que não existiam diferenças entre os resultados das actividades referentes à capacidade de percepção da figura-fundo. Podemos concluir, com uma probabilidade superior a 99%, que as

Quadro 2

Resumo da aplicação do teste de Wilcoxon para a percepção da figura-fundo

Nº Postos +	8
Nº Postos -	0
Σ Postos +	28
Σ Postos -	0

Níveis de significância para N=8

P=0.05	P=0.02	P=0.01
4	2	0

diferenças dos resultados relativos a esta capacidade, não se devem somente ao acaso.

Análise dos Resultados na Constância Perceptual

A Tabela 8 é relativa aos resultados obtidos na capacidade de constância perceptual, pelos alunos nos dois TVE.

Tabela 8

Resultados dos alunos relativos à constância perceptual nos dois TVE

Aluno	1ºTVE	2ºTVE
1	1	2
2	1	2
3	0	1
4	1	2
5	1	2
6	1	1
7	1	2
8	2	2
9	2	2
10	1	2
11	1	0
12	1	2
13	2	2
14	1	1
15	1	2
16	0	2
17	1	1
18	1	1

O Quadro 3 dá-nos um resumo da aplicação do teste de Wilcoxon à capacidade de constância perceptual.

Através da análise da tabela respectiva, para $N=11$ e com $T=5.5$, pode-se rejeitar a Hipótese Nula, que afirmava que não existiam diferenças entre os resultados das actividades referentes à capacidade de constância perceptual. Podemos concluir, com uma probabilidade superior a 98%, que as diferenças não se devem somente ao acaso.

Quadro 3

Resumo da aplicação do teste de Wilcoxon para a constância perceptual

Nº Postos +	10
Nº Postos -	1
Σ Postos +	60.5
Σ Postos -	5.5

Níveis de significância para $N=11$

P=0.05	P=0.02	P=0.01
11	7	5

Análise dos Resultados na Percepção da Posição no Espaço

A Tabela 9 é relativa aos resultados obtidos na capacidade de posição no espaço, pelos alunos nos dois testes realizados.

Tabela 9

Resultados dos alunos relativos à percepção da posição no espaço nos dois TVE

Aluno	1ºTVE	2ºTVE
1	1	2
2	1	1
3	1	2
4	1	2
5	1	1
6	2	1
7	1	2
8	1	2
9	0	1
10	1	2
11	2	2
12	2	2
13	1	2
14	0	1
15	1	1
16	1	2
17	1	1
18	0	2

O Quadro 4 dá-nos um resumo da aplicação do teste de Wilcoxon à capacidade de percepção da posição no espaço.

Quadro 4

Resumo da aplicação do teste de Wilcoxon para a percepção da posição no espaço

Nº Postos +	11
Nº Postos -	1
Σ Postos +	72
Σ Postos -	6

Níveis de significância para N=12

P=0.05	P=0.02	P=0.01
14	10	7

Através da análise da tabela respectiva, para N=12 e com T=6, pode-se rejeitar a Hipótese Nula, que afirmava que não existiam diferenças entre os resultados das actividades referentes à capacidade de percepção da posição no espaço. Podemos concluir, com uma probabilidade superior a 99%, que as diferenças não se devem somente ao acaso.

Análise dos Resultados na Percepção das Relações Espaciais

Tabela 10

Resultados dos alunos relativos à percepção das relações espaciais nos dois TVE

Aluno	1ºTVE	2ºTVE
1	1	1
2	2	2
3	2	1
4	2	2
5	1	2
6	2	2
7	1	1
8	1	2
9	0	2
10	2	1
11	1	1
12	1	2
13	1	1
14	1	2
15	1	1
16	2	2
17	1	1
18	2	2

A Tabela 10 é a que diz respeito à percepção das relações espaciais.

O Quadro 5 resume a aplicação do teste já referido para a capacidade que estamos a estudar.

Da análise da tabela, para $N=7$ e $T=7$, não se pode rejeitar a Hipótese Nula, que afirmava que não existiam diferenças entre os resultados das

actividades referentes à capacidade de percepção das relações espaciais. Podemos concluir que as diferenças existentes entre os resultados obtidos nos dois testes não são estatisticamente significativas.

Quadro 5

Resumo da aplicação do teste de Wilcoxon para a percepção das relações espaciais

Nº Postos +	5
Nº Postos -	2
Σ Postos +	21
Σ Postos -	7

Níveis de significância para N=7

P=0.05	P=0.02	P=0.01
2	0	-

Análise dos Resultados na Discriminação Visual

Segue-se a Tabela 11 referente aos resultados dos alunos obtidos nos dois TVE, relativamente à discriminação visual.

Tabela 11

Resultados dos alunos relativos à discriminação visual nos dois TVE

Aluno	1ºTVE	2ºTVE
1	0	2
2	0	2
3	0	1
4	1	2
5	0	2
6	0	1
7	0	1
8	1	2
9	0	2
10	0	1
11	1	2
12	1	2
13	1	0
14	0	1
15	1	2
16	1	2
17	0	1
18	0	2

O Quadro 6 dá-nos um resumo da aplicação do teste de Wilcoxon para a capacidade já referida.

Quadro 6

Resumo da aplicação do teste de Wilcoxon para a discriminação visual

Nº Postos +	17
Nº Postos -	1
Σ Postos +	146
Σ Postos -	7

Níveis de significância para N=18

P=0.05	P=0.02	P=0.01
40	33	28

Da análise da tabela, para N=18 e com T=7, pode-se rejeitar a Hipótese Nula, que afirmava que não existiam diferenças entre os resultados das actividades referentes à capacidade de discriminação visual. Podemos concluir, com uma probabilidade superior a 99%, que as diferenças não se devem somente ao acaso.

Análise dos Resultados na Memória Visual

Para a capacidade de memória visual vamos proceder à aplicação do mesmo teste, com o objectivo já referido. A Tabela 12 indica-nos a distribuição dos resultados dos alunos, relativos à memória visual.

Tabela 12

Resultados dos alunos relativos à
memória visual nos dois TVE

Aluno	1ºTVE	2ºTVE
1	0	1
2	1	1
3	0	2
4	2	2
5	1	0
6	1	1
7	1	1
8	1	1
9	0	2
10	0	0
11	1	2
12	1	1
13	0	1
14	1	2
15	0	1
16	0	2
17	0	2
18	2	2

O Quadro 7 resume a aplicação do teste de Wilcoxon à capacidade de memória visual.

Quadro 7

Resumo da aplicação do teste de Wilcoxon para a memória visual

Nº Postos +	9
Nº Postos -	1
Σ Postos +	51.5
Σ Postos -	3.5

Níveis de significância para N=10

P=0.05	P=0.02	P=0.01
8	5	3

Da análise do quadro, para N=10 e com T=3.5, pode-se rejeitar a Hipótese Nula, que afirmava que não existiam diferenças entre os resultados das actividades referentes à capacidade de memória visual. Podemos concluir, com uma probabilidade superior a 98%, que as diferenças não se devem somente ao acaso.

Efeitos de Transferência na Aprendizagem da Matemática

Como se suspeitava que as turmas não eram comparáveis em termos dos resultados do 1º TACM, utilizou-se um teste estatístico para confirmar, ou não, essa suspeita. Assim, e desconhecendo-se se a população donde foram extraídas as turmas tinha uma distribuição normal optou-se por um teste não paramétrico. Como o que se pretendia era verificar se as duas turmas poderiam ser consideradas provenientes da mesma população, e dado que os dois grupos eram independentes, de tamanhos diferentes e que os dados pressupunham uma escala, pelo menos ordinal, usou-se o teste de

Mann-Whitney (Levin, 1987). Sendo $n_1=21$ o número de alunos da turma experimental e $n_2=23$ o número de alunos da turma de controlo, e como o tamanho do maior grupo é superior a 20, a distribuição de U tende rapidamente para a distribuição normal (Siegel, 1981).

Considerou-se como Hipótese Nula que as duas turmas tinham a mesma distribuição, em relação aos resultados obtidos pelas mesmas no 1º TACM; ou seja que, apesar de serem independentes, provêm da mesma população.

O Quadro 8 resume a aplicação do teste de Mann-Whitney relativo às classificações dos alunos das duas turmas, no 1º TACM.

Quadro 8

Resumo da aplicação do teste de Mann-Whitney para o 1º TACM

	Nº de casos	Σ Postos	Valor U
T. controlo	23	413	346
T. experimental	21	577	137

Para $R_1=577$ e $R_2=413$ foi calculado o valor de U. Através do valor encontrado obteve-se $z_0=8.13$. Analisando a tabela da distribuição normal, relativamente ao valor de z_0 calculado, podemos rejeitar a Hipótese Nula que afirmava que as duas turmas poderiam ser consideradas como extraídas da mesma população.

Assim, as duas turmas não são comparáveis em função dos resultados do 1º TACM e optou-se pelo emparelhamento dos alunos.

O emparelhamento dos elementos das duas turmas foi feito segundo a nota obtida no 1º TACM em conjunto com a variável sexo. Apesar de uma das turmas ter 23 alunos e a outra 21 só foi possível agrupar 13 pares, equiparáveis nas variáveis "nota no 1º TACM" e "sexo". Cada par era constituído por um elemento de cada uma das turmas.

Para testar os efeitos de transferência dos conhecimentos de Matemática foi aplicado um teste (2º TACM, Anexo 2) às duas turmas envolvidas no estudo e tratados os resultados relativos aos pares de alunos (grupo experimental e grupo de controlo).

A Tabela 13 indica os resultados obtidos pelos elementos de cada par no 2º teste de avaliação de conhecimentos de Matemática.

O teste foi classificado com uma cotação máxima de dezassete pontos. Houve um único aluno, dos que tinham sido seleccionados previamente, que respondeu correctamente a todas as perguntas formuladas no teste. O resultado mínimo foi de 8 pontos, sendo atingido por duas das crianças emparelhadas.

No sentido de verificar se as diferenças nas classificações obtidas pelos dois grupos, experimental e de controlo, eram significativas recorreu-se a uma análise estatística dos dados. Pretendia-se descobrir se as diferenças nos resultados se deviam a tratamentos distintos nos dois grupos, ou se, pelo contrário, se poderia supor que ambos pertenciam à mesma população.

Tabela 13

Resultados dos pares no 2º TACM

Pares	Grupo de Controlo	Grupo Experimental
A	8	9
B	8	13
C	14	16
D	11	15
E	13	17
F	14	10
G	12	14
H	13	14
I	13	15
J	11	16
L	16	16
M	11	14
N	13	15

Como se desconhecia se as populações donde foram extraídas as amostras tinham uma distribuição normal recorreu-se a um teste não paramétrico. Pretendendo-se analisar diferenças entre tratamentos distintos em dois grupos, cujos elementos estavam emparelhados e em que os dados são de natureza ordinal optou-se pelo teste de Wilcoxon (Huck, Cormier e Bounds, 1974). Este teste, segundo os mesmos autores, dá-nos não só a

amplitude da diferença entre cada par mas também o sentido dessa diferença.

Postulou-se como Hipótese Nula, a não existência de diferenças entre as classificações obtidas pelos dois grupos.

O Quadro 9 resume a aplicação do teste referido. Calcularam-se as diferenças das classificações em cada par, encontraram-se os postos respectivos e calculou-se a soma dos postos negativos e a dos postos positivos. Tomou-se a menor dessas somas, a que se chamou T. Comparando o valor T=9 encontrado com os valores da tabela respectiva quando N=13 (Peatman, 1963), rejeitou-se a hipótese nula H_0 ao nível de significância $p < 0.01$.

Quadro 9

Resumo da aplicação do teste de Wilcoxon para os resultados obtidos pelos pares no 2º TACM

Nº Postos +	12
Nº Postos -	1
Σ Postos +	52
Σ Postos -	9

Níveis de significância para N=13

P=0.05	P=0.02	P=0.01
17	13	10

Podemos afirmar, então, que existe uma probabilidade superior a 99% de que as diferenças observadas entre os dois grupos não sejam devidas simplesmente ao acaso.

Depois do tratamento efectuado somos levados a pensar que, o conjunto de actividades de visualização desenvolvidas pelos alunos do grupo experimental, teve influência nos resultados observados.

Se as diferenças obtidas fossem devidas somente à maturação natural dos alunos, à interiorização de alguns conceitos ou ainda devido ao facto da estrutura do 2º teste ser semelhante à do 1º teste elas verificar-se-iam da mesma maneira nos dois grupos.

CAPÍTULO VI

Conclusões e Recomendações

Este estudo, realizado no 1º Ciclo do Ensino Básico, numa turma do 3º ano de escolaridade, pretendeu desenvolver as capacidades de visualização espacial nos alunos através de um conjunto de actividades diversas elaboradas para o efeito. Além do objectivo referido esta investigação pretendeu ainda identificar e analisar os efeitos desse conjunto de actividades na aprendizagem da Matemática.

Neste capítulo apresentam-se as principais conclusões do estudo, colocam-se algumas questões que poderão ser tomadas em conta em futuras investigações e fazem-se algumas recomendações relativamente aos programas da disciplina de Matemática, à formação inicial e contínua de professores.

Aplicação das Actividades

Os registos efectuados pela investigadora decorrentes das observações das diversas sessões e ainda os trabalhos efectuados pelos alunos ao longo das mesmas, permitiram algumas conclusões que passamos a enunciar.

1. No desenvolvimento da proposta de trabalho ao longo das 14 sessões, verificou-se uma evolução positiva na resolução das actividades pelos alunos. No entanto, houve alunos que ainda evidenciavam dificuldades na execução de algumas propostas.

2. Os alunos revelaram um grande interesse pela execução das actividades sugeridas, havendo mesmo um grande entusiasmo quando a sua resolução implicava a utilização de materiais manipulativos, como por exemplo o geoplano e o tangram.

3. Os materiais manipulativos têm um papel fundamental na aprendizagem de alunos do 1º Ciclo.

4. Aprender a observar ou melhor, aprender a "ver" de maneira diferente da habitual foi uma constante deste trabalho, constituindo uma fonte de motivação. Os alunos habituaram-se a reparar nos aspectos subtis, secundários, embebidos em gravuras que foi necessário observar. O detalhe adquiriu importância para eles.

5. O carácter lúdico de que se revestiram as actividades foi essencial para a forte aderência às mesmas.

6. O ambiente competitivo que existia entre os alunos foi desmistificado com o tipo de trabalho proposto. Nalguns casos, os alunos que costumavam liderar o trabalho na sala de aula com a professora, não eram os que obtinham maior sucesso na resolução das actividades de visualização espacial, o que implicou uma redistribuição dos papéis assumidos pelas crianças na sala de aula.

7. Os alunos mais fracos tiveram oportunidade de se envolverem activamente no trabalho, havendo alturas em que eram estes alunos os primeiros a descobrir uma solução que melhor satisfazia as exigências do que lhes era pedido.

8. O trabalho em grupo teve uma evolução bastante favorável. Enquanto que, no início, as crianças tinham bastantes dificuldades em trabalhar em conjunto, não conseguindo discutir ideias entre si nem aceitar

as dos colegas, ao longo da experiência verificou-se uma alteração neste tipo de atitudes.

Uma questão se pode colocar: será que os resultados obtidos com esta experiência se poderiam estender a outros domínios da Matemática quando abordados de forma diferente? Até que ponto o carácter lúdico das actividades e o facto de os alunos as encararem como não fazendo parte do currículo obrigatório contribuíram para a eficácia da intervenção?

Dada a facilidade de resolução da maioria das actividades poder-se-á conjecturar sobre a aplicação deste conjunto de actividades a alunos mais novos, nomeadamente ao nível do 2º ano de escolaridade.

Será que o novo desafio proposto às crianças, "aprender a ver", a descobrir, lhes abriu novas perspectivas e novas maneiras de encarar, não só aquele tipo de actividades mas também a Matemática e a escola em geral?

Até que ponto a alteração dos papéis assumidos por algumas crianças no decurso das várias sessões lhes permitiu renovar o interesse pelos colegas, pelas aulas e até pela escola?

Desenvolvimento da Visualização Espacial

Tomando como base o tratamento estatístico dos resultados obtidos pelos alunos nos dois testes efectuados, um que antecedeu o trabalho (1º TVE) e outro que o precedeu (2º TVE), e ainda os registos feitos pela investigadora das observações de cada sessão, decorrem algumas conclusões.

1. Os alunos apresentaram diferenças estatisticamente significativas entre os resultados obtidos nos dois testes efectuados (1º e 2º TVE), no que diz respeito a quase todas as capacidades de visualização espacial

consideradas. Somente nas actividades relativas à capacidade de percepção das relações espaciais os resultados não foram significativos. Poderemos concluir que, em relação à capacidade referida, as actividades propostas não contribuíram para o seu desenvolvimento.

Considerando as restantes capacidades de visualização espacial, podemos afirmar que a proposta de intervenção possibilitou o seu desenvolvimento, tendo em conta que os alunos apresentaram melhores resultados no teste que realizaram no final.

2. É possível desenvolver as capacidades de visualização espacial das crianças através de um conjunto de actividades que favoreçam o seu desenvolvimento.

3. Foi evidenciada ao longo das sessões e também na comparação entre os dois TVE, uma progressão no desempenho dos alunos em relação à resolução das actividades propostas. Podemos afirmar que a aprendizagem é facilitadora do desenvolvimento da visualização espacial.

4. Relativamente à percepção das relações espaciais, considerando que é a capacidade para ver ou imaginar dois ou mais objectos em relação consigo próprios ou em relação connosco, poderemos questionar a sua não evolução. Talvez o nível etário dos alunos não lhes permitisse uma descentração do seu próprio corpo, de forma a resolverem eficazmente algumas das actividades. Por outro lado, quase todos os alunos, no início da experiência, conseguiram resolver uma das actividades incluída nesta capacidade, o que não se alterou no último teste realizado.

Torna-se importante reflectir em questões relacionadas com a aprendizagem em Matemática e com os aspectos visuais subjacentes a essa aprendizagem. Até que ponto a visualização espacial é desenvolvida se considerarmos as actividades privilegiadas nos currículos de Matemática?

Efeitos de Transferência na Aprendizagem da Matemática

Da análise dos resultados obtidos nos testes de avaliação de conhecimentos de Matemática (2º TACM) pelos alunos seleccionados das duas turmas e emparelhados; e ainda dos registos efectuados pela investigadora ao longo das várias sessões surgem algumas conclusões que passamos a enunciar.

1. Houve diferenças estatisticamente significativas nos resultados obtidos pelos dois grupos de alunos no 2º TACM. Os alunos da turma envolvida na experiência obtiveram melhores resultados no teste referido. Somos, assim, levados a concluir que o conjunto de actividades de visualização espacial implementado teve efeitos de transferência nos conhecimentos de Matemática.

2. A aquisição de alguns conceitos, nomeadamente os relacionados com a geometria, foi facilitada pelo tipo de actividades que as crianças tiveram oportunidade de executar.

Uma questão pode ser colocada: qual a natureza dos efeitos de transferência detectados? Será que eles são mais evidentes em determinados domínios da Matemática? Seria necessário analisar os dados recolhidos segundo outra perspectiva, no sentido de dar resposta a este tipo de questões e também alargar a duração da experiência. Foram feitas algumas investigações nesse sentido, considerando que a geometria é a área da Matemática que mais se relaciona com o desenvolvimento das capacidades espaciais, não sendo conclusiva a relação com a aritmética (Chaim, Lappan e Hershkowitz, 1988). Outra experiência com objectivos semelhantes mas num âmbito mais alargado, "Agam Program", concluiu que houve efeitos de

transferência para outras áreas da Matemática (Razel e Eylon, 1990), o que é corroborado nesta investigação agora levada a cabo.

O estudo efectuado vem reforçar a ideia de Fennema e Behr (1980) que justificam a importância das capacidades espaciais na Matemática, nos primeiros anos de escolaridade, tendo em conta a ênfase dada aos materiais manipulativos e às representações do tipo icónico.

Recomendações

Considerando que esta investigação contribuiu para a consciencialização de que as capacidades de visualização espacial podem ser desenvolvidas através de um conjunto de actividades que tem como suporte um determinado quadro teórico, torna-se pertinente sugerir a inclusão de temas relacionados nos programas de Matemática do 1º Ciclo.

Este estudo decorreu no contexto de uma experiência realizada na sala de aula com alunos do 3º ano de escolaridade do 1º Ciclo do Ensino Básico. Foi um estudo efectuado em horário escolar, num determinado período e com um número limitado de sessões. No entanto seria importante efectuar investigações semelhantes cujas intervenções estivessem espalhadas ao longo do ano lectivo, no sentido de averiguar os seus efeitos.

Será também pertinente recomendar que sejam feitos estudos com o objectivo de nos apercebermos mais concretamente dos efeitos de transferência das actividades propostas na aprendizagem da Matemática. Para isso, será necessário levar a cabo investigações de maior duração, de forma a analisar também a consistência dessas transferências efectuadas em termos da construção de conceitos matemáticos.

No estudo efectuado não foi analisada a influência da variável sexo, apesar de haver outras investigações que apontam para uma diferenciação

neste campo (Battista, Wheatley e Talsma, 1982). Seria interessante analisar estes factores na experiência efectuada, verificando a consistência das afirmações anteriores.

É importante recomendar a inclusão de temas a estudar relacionados com a visualização espacial e a aprendizagem da Matemática na formação de futuros professores do Ensino Básico, no sentido de uma maior contribuição no aprofundamento das questões anteriormente formuladas e na tomada de consciência de diversas formas de abordar diferentes domínios da Matemática com as crianças. Ainda com a mesma finalidade, deve-se estender a discussão destes temas relacionados com a visualização à formação contínua de professores.

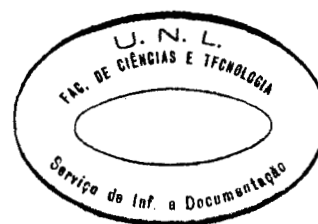
Também os autores de livros de texto de Matemática devem incluir actividades e sugerir a utilização de materiais que possam desenvolver as capacidades de visualização espacial dos alunos.

A visualização espacial encontra-se presente em muitas áreas da Matemática. É, por isso, importante investigar nessas áreas, de forma a tentar perceber qual a sua influência na aprendizagem específica de conceitos.

A Educação Matemática encontra-se perante um grande desafio. É essencial reflectir como poderão ser integradas as diferentes abordagens da disciplina de Matemática e as diversas formas de despertar o interesse dos alunos, contribuindo para o seu desenvolvimento, não só na Matemática mas como indivíduos em geral.

O trabalho com alunos do 1º Ciclo foi muito gratificante e importante para a investigadora. Permitiu-lhe conhecer aspectos essenciais da aprendizagem e do trabalho com crianças deste nível etário, que de outra forma eram difíceis de serem percebidos. Assim, recomenda-se que

responsáveis pela formação inicial de professores, efectuem investigações neste ciclo, no sentido de se aprofundarem conhecimentos sobre a sua realidade.



AGRADECIMENTOS

A realização deste trabalho não teria sido possível sem a conjugação de um conjunto de factores, nomeadamente sem o apoio de algumas pessoas. Assim, agradeço especialmente:

ao José Manuel Matos, pela orientação, sugestões e inteira disponibilidade com que sempre apoiou este trabalho;

aos alunos e professora Fernanda Carvalho, do 3º ano da escola nº 2 de Foros de Amora, pela colaboração imprescindível neste estudo;

às professoras da escola nº4 do Fogueteiro, pela ajuda numa parte desta investigação;

ao Conselho Científico da Escola Superior de Educação de Setúbal, pela dispensa de serviço lectivo por um semestre;

aos colegas da Escola Superior de Educação de Setúbal, pela amizade e incentivo;

ao Bernardo, à Rita e ao José Manuel, por tudo.

BIBLIOGRAFIA

Associação de Professores de Matemática. (1988). *Renovação do currículo de Matemática: documentos para discussão - I*. Lisboa: APM.

Battista, M. (1990). Spatial visualization and gender differences in high school geometry. *Journal for Research in Mathematics Education*, 21, 47-60.

Battista, M., Wheatley, G. & Talsma, G. (1982). The importance of spatial visualization and cognitive development for geometry learning in preservice elementary teachers. *Journal for Research in Mathematics Education*, 13, 332-340.

Bishop, A. (1980). Spatial abilities and mathematics education - a review. *Educational Studies in Mathematics*, 11, 257-269.

Bishop, A. (1983). Space and geometry. Em R. Lesh, & M. Landau (Eds), *Acquisition of mathematics concepts and processes* (pp. 175-203). New York: Academic Press.

Bishop, A. (1989). Review of research on visualization in mathematics education. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 11, 7-16.

Chaim, B., Lappan, G., & Hershkowitz, R. (1988). Spatial ability and visual factors - the many sided coin. *Geometry Working Group, XII PME Conference*, documento fotocopiado.

Colomb, J. (Org.). (1988). Action group 2: elementary school. *Proceedings of ICME 6* (pp. 117-131).

Conselho Nacional da Associação de Professores de Matemática. (1991). Posição do Conselho Nacional da Associação de Professores de Matemática, face ao desenvolvimento da reforma educativa. *Educação e Matemática*, 19/20, 39-39.

Del Grande, J. (1987). Spatial perception and primary geometry. Em M. Lindquist, & A. Shulte, (Eds.), *Learning and Teaching Geometry K-12*, (pp. 126-135). Reston: NCTM.

Del Grande, J. (1990). Spatial sense. *Arithmetic Teacher*, 37, 14-20.

Fennema, E., & Behr, M. (1980). Individual differences and the learning of mathematics. Em R. Shumway (Ed.), *Research in Mathematics Education*. (pp. 324-355). Reston: NCTM.

Fennema, E., & Tartre, L. (1985). The use of spatial visualization in mathematics by girls and boys. *Journal for Research in Mathematics Education*, 16, 184-206.

Gaulin, C. (1985). The need for emphasizing various graphical representations of 3-dimensional shapes and relations. Em L. Streefland (Ed.), *Proceedings of the Ninth International Conference for the Psychology of Mathematics Education*, 2. (pp. 53-71). Utrecht, The Netherlands: State University of Utrecht.

Hershkowitz, R. (1990). Psychological aspects of learning geometry. Em P. Nesher, & J. Kilpatrick (Eds.), *Mathematics and cognition: A research Synthesis by the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 70-95). Cambridge: Cambridge University Press.

Hoffer, A. (1977). *Geometry and visualization*. Mathematics Resource Project. Palo Alto: Creative Publications.

Howson, G., & Wilson, B (Eds.). (1986). *Las Matematicas en Primaria y Secundaria en la decada de los 90*. International Commission on Mathematical Instruction, Cambridge: Cambridge University Press.

Jesuino, J. (1986). O Método Experimental em Ciências Sociais. Em A. Silva & J. Pinto (Orgs.), *Metodologia das Ciências Sociais* (pp. 215-250). Porto: Edições Afrontamento.

Lampert, M. (1988). *Teachers' thinking about students' thinking about geometry: The effects of new teaching tools*. Technical Report. Cambridge. EUA: Gutman Library.

Levin, J. (1987). *Estatística aplicada a Ciências Humanas*. São Paulo: Editora Harbra.

Ministério da Educação. (1990). *Ensino Básico. Programa do 1º Ciclo do Ensino Básico*. Lisboa: Editorial do ME.

Ministério da Educação e Ciência. (1980). *Programas do Ensino Primário Elementar*. Lisboa: MEC.

National Council of Teachers of Mathematics, (1985). *Agenda para acção - Recomendações para o ensino da Matemática nos anos 80*. Lisboa: APM.

National Council of Teachers of Mathematics, (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston: NCTM.

Owens, D. (1990). Spatial Sense. *Arithmetic Teacher* 37, 48-51.

Piaget, J., & Inhelder, B. (1979). *A psicologia da criança*. Lisboa: Moraes Editores.

Razel, M., & Eylon, B. (1990). Development of visual cognition: Transfer effects of the Agam Program. *Journal of Applied Developmental Psychology*, 11, 459-485.

Rowan, T. (1990). The geometry standards in K-8 mathematics. *Arithmetic Teacher*, 37, 24-28.

Siegel, S. (1981). *Estatística não-paramétrica*. Recife: McGraw-Hill do Brasil.

Tartre, L. (1990). Spatial orientation skill and mathematical problem solving. *Journal for Research in Mathematics Education*, 21, 216-229.

ANEXOS

ANEXO 1

Fichas de Trabalho e de Apoio

Actividade - Labirinto 1

Código - CVM 1

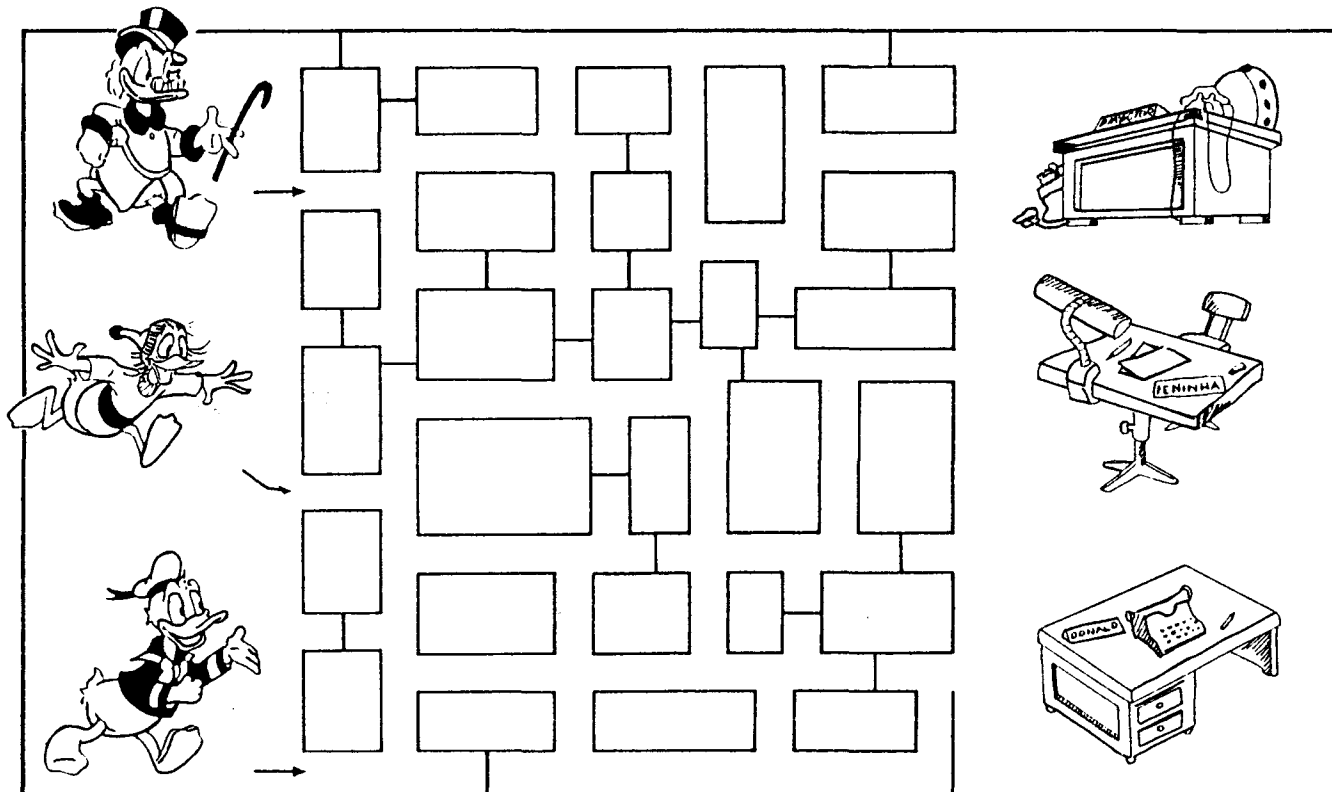
Duração Prevista - 3 min

Ficha de trabalho

Duração Real - 2 min

Vamos ao trabalho?

Leva cada personagem ao seu lugar.



Actividade - Labirinto 2

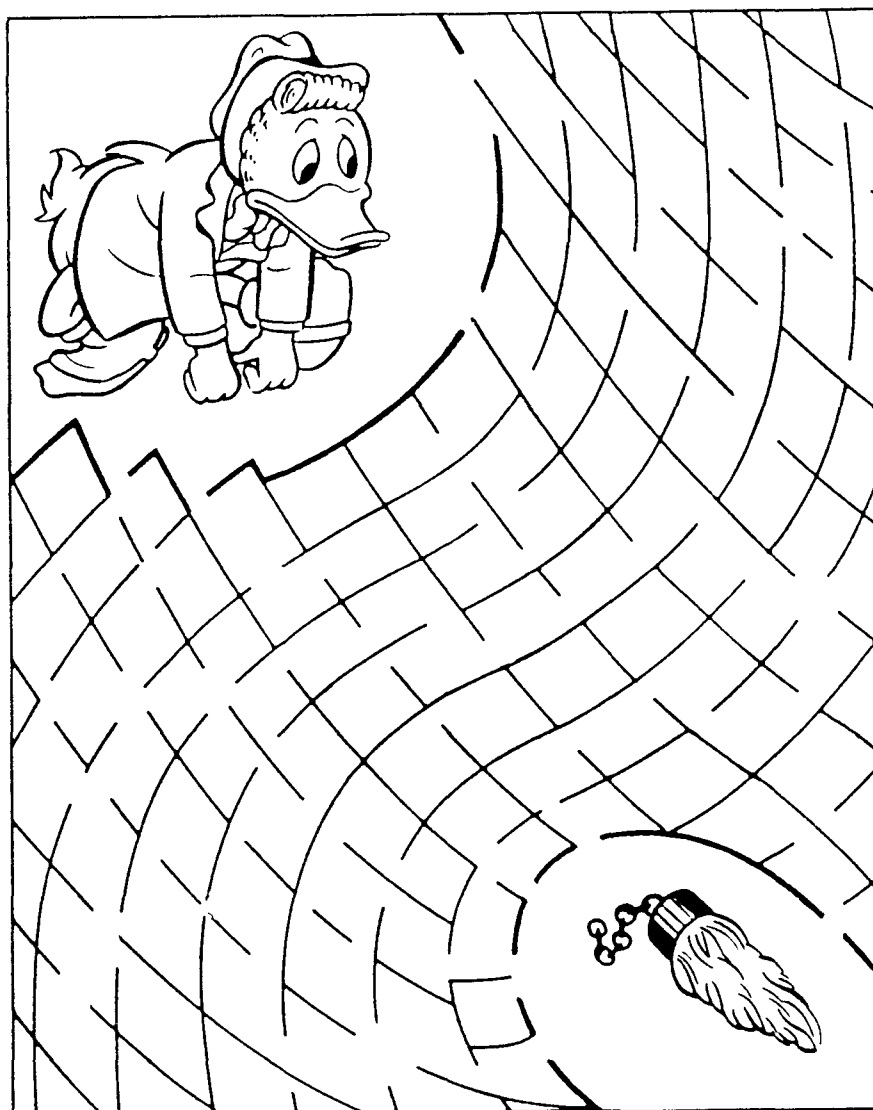
Código - CVM 2

Duração Prevista - 4 min

Ficha de trabalho

Duração Real - 4 min

Vamos ajudar o Gastão a encontrar a pata de coelho.



Actividade - Labirinto 3

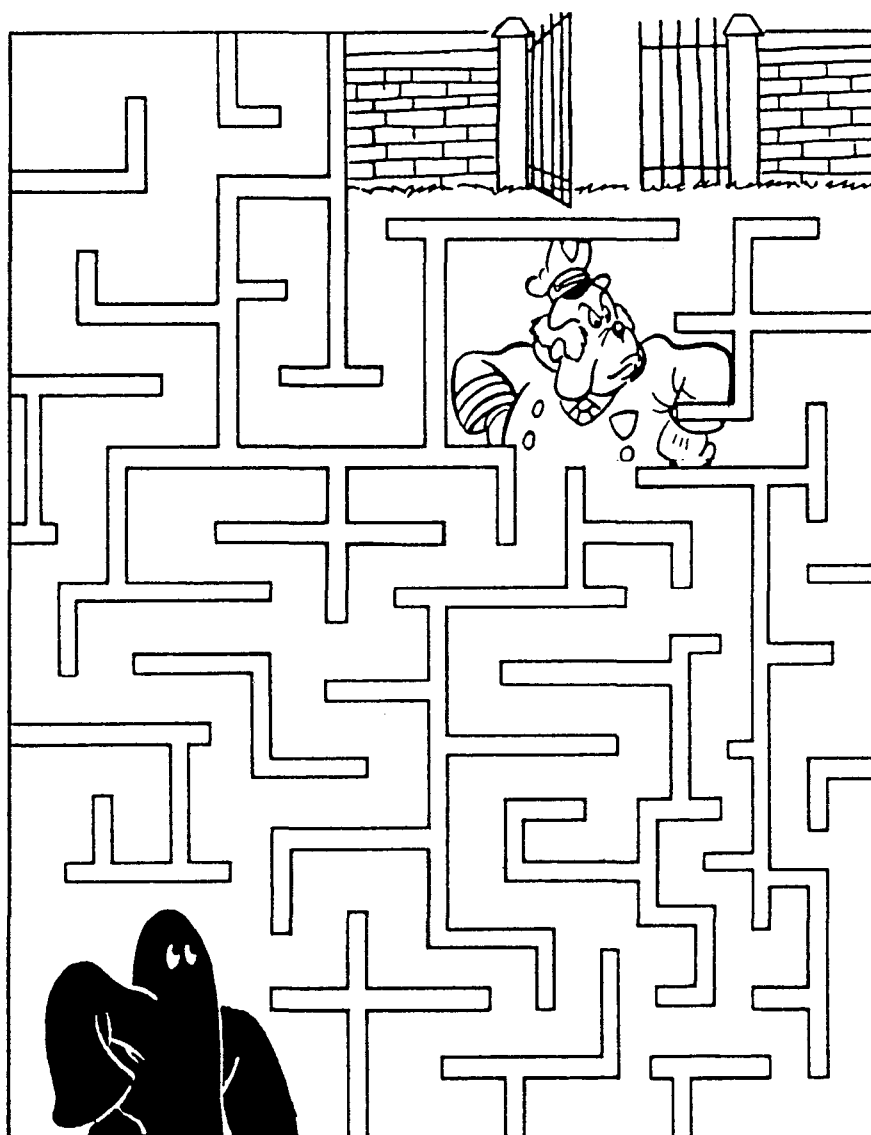
Código - CVM 3

Duração Prevista - 3 min

Ficha de trabalho

Duração Real - 2 min

Será que o Mancha Negra vai conseguir fugir?



Actividade - Labirinto 4

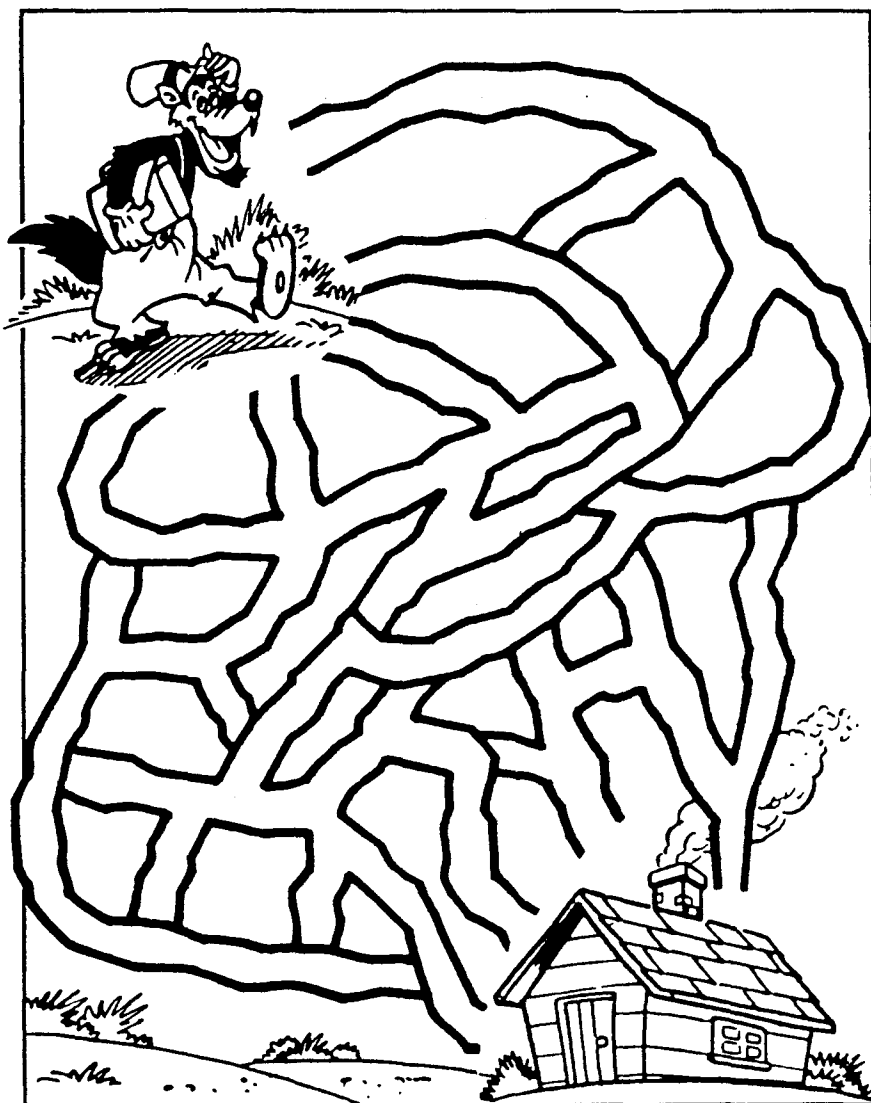
Código - CVM 4

Duração Prevista - 5 min

Ficha de trabalho

Duração Real - 3 min

Qual é o caminho para o Lobão regressar a casa ?



Actividade - Labirinto 5

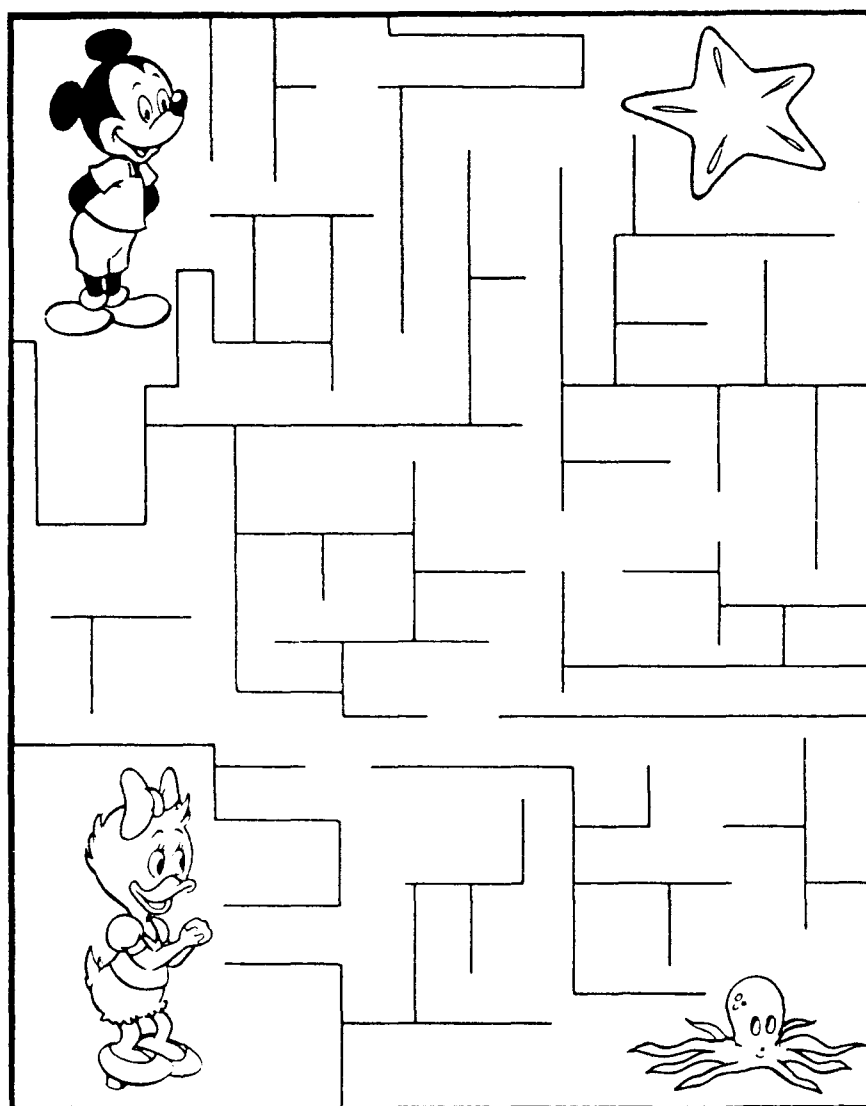
Código - CVM 5

Duração Prevista - 5 min

Ficha de trabalho

Duração Real - 4 min

Ajuda o Francisquinho a encontrar o polvo e a Lalá a encontrar a estrela do mar.



Actividade - Quem segura o papagaio?

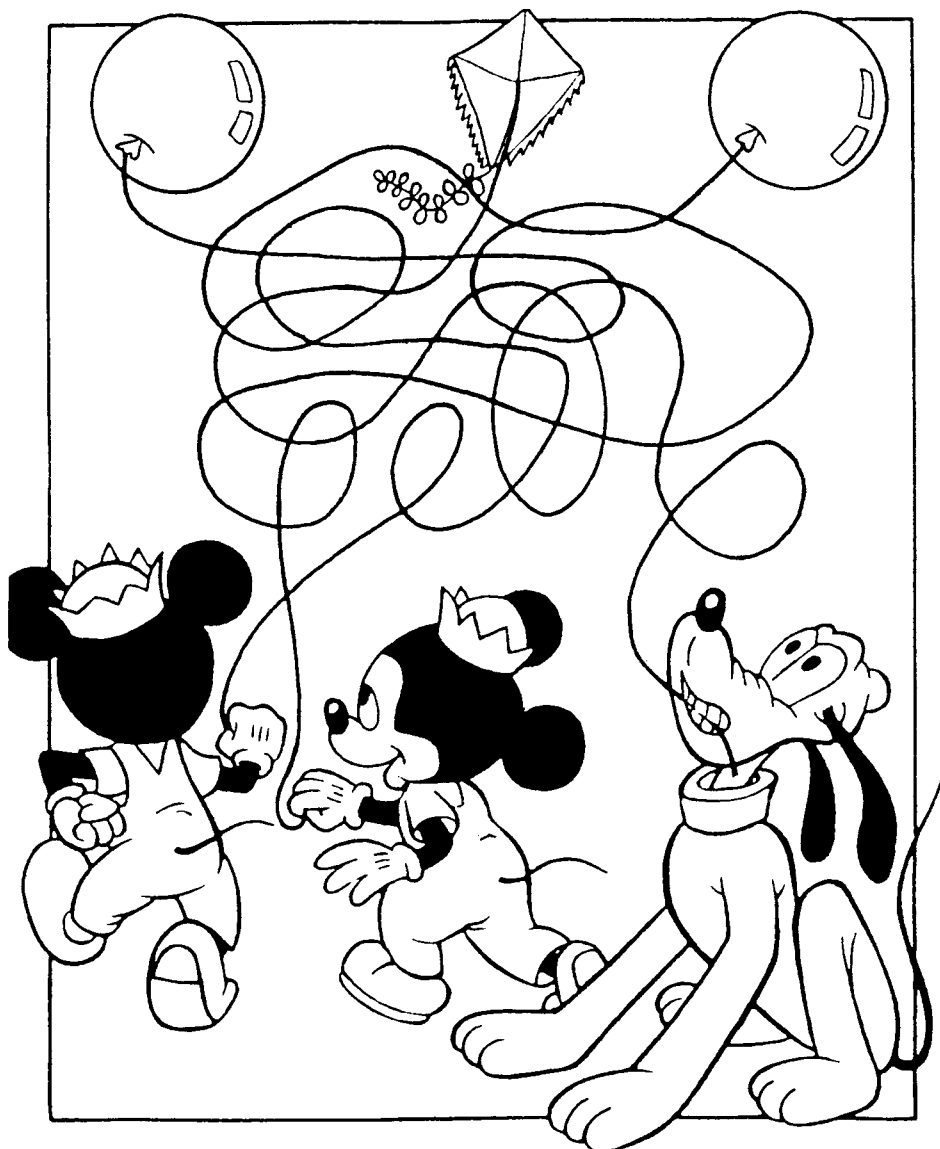
Código - CVM 6

Ficha de trabalho

Duração Prevista - 2 min

Duração Real - 3 min

Que confusão! Queres descobrir quem segura o papagaio de papel?



Actividade - Novelos emaranhados

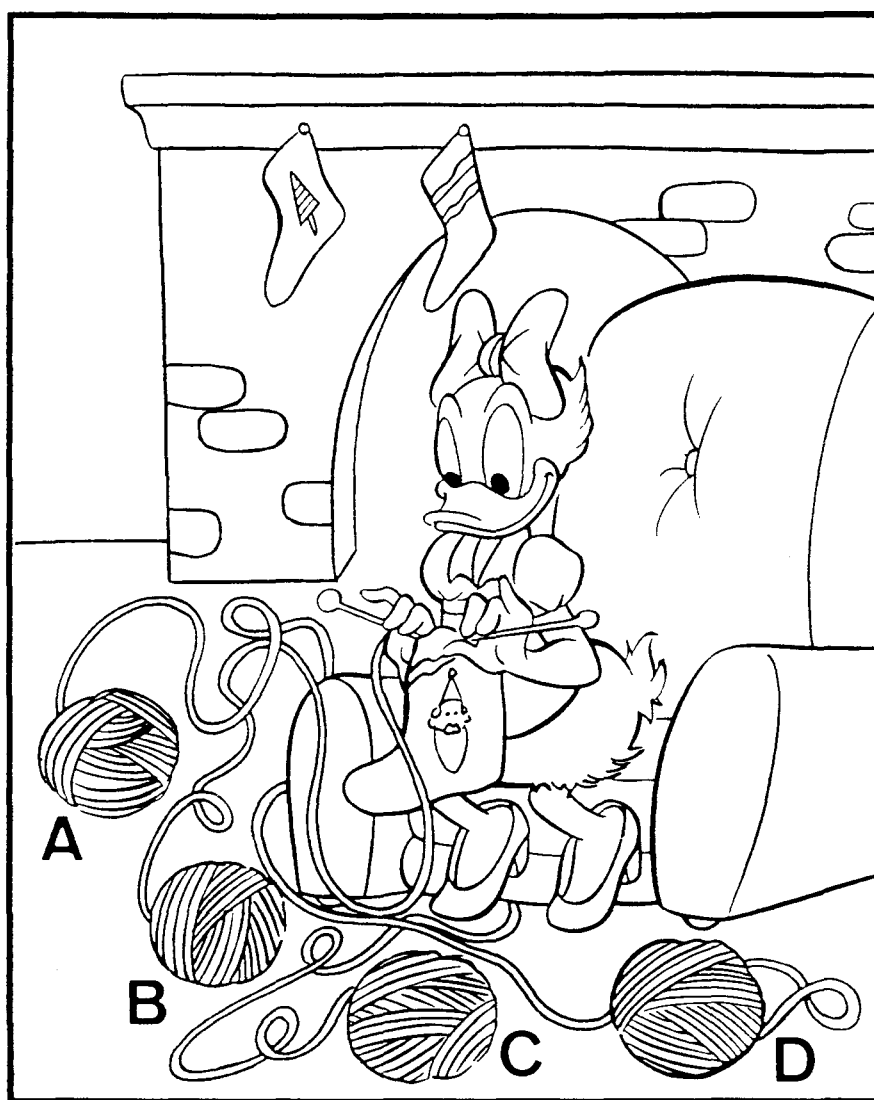
Código - CVM 7

Duração Prevista - 3 min

Ficha de trabalho

Duração Real - 3 min

Qual é o novelo que a Margarida está a usar?



Actividade - O roubo dos ladrões

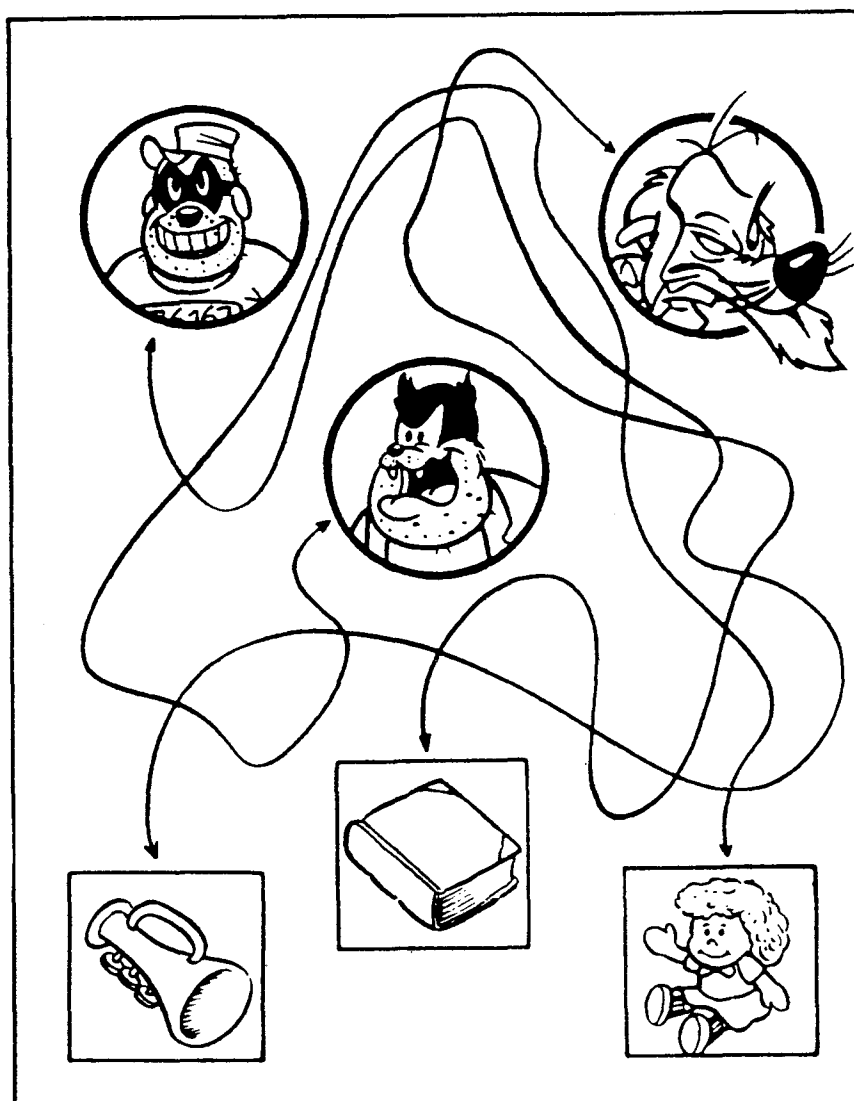
Código - CVM 8

Ficha de trabalho

Duração Prevista - 3 min

Duração Real - 2 min

Descobre o que cada um dos ladrões roubou.



Actividade - Colorir espaços

Código - CVM 9

Duração Prevista - 6 min

Ficha de trabalho

Duração Real - 4 min

Pinta todos os espaços marcados com pontinhos e vê quem aparece.



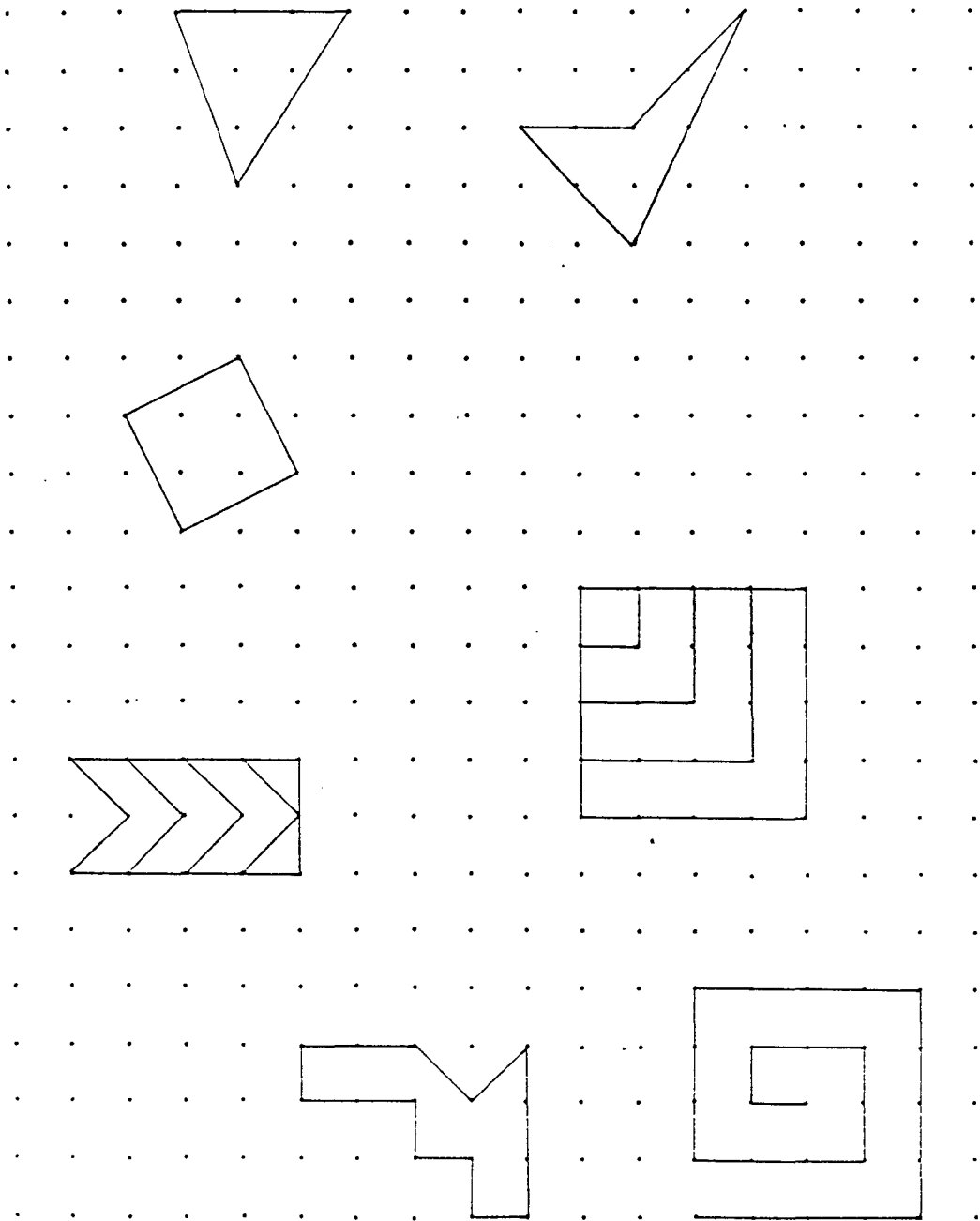
<i>Actividade</i> - Ligar pontos	
<i>Código</i> - CVM 10	<i>Ficha de trabalho</i>
<i>Duração Prevista</i> - 10 min	<i>Duração Real</i> - 6 min

Liga os pontos de 0 a 35.



<i>Actividade</i> - Desenhar no geoplano	
<i>Código</i> - CVM 11	<i>Ficha de trabalho</i>
<i>Duração Prevista</i> - 20 min	<i>Duração Real</i> - 25 min

Desenha no geoplano as figuras representadas a seguir.



Actividade - Desenhar no geoplano e no papel - 1

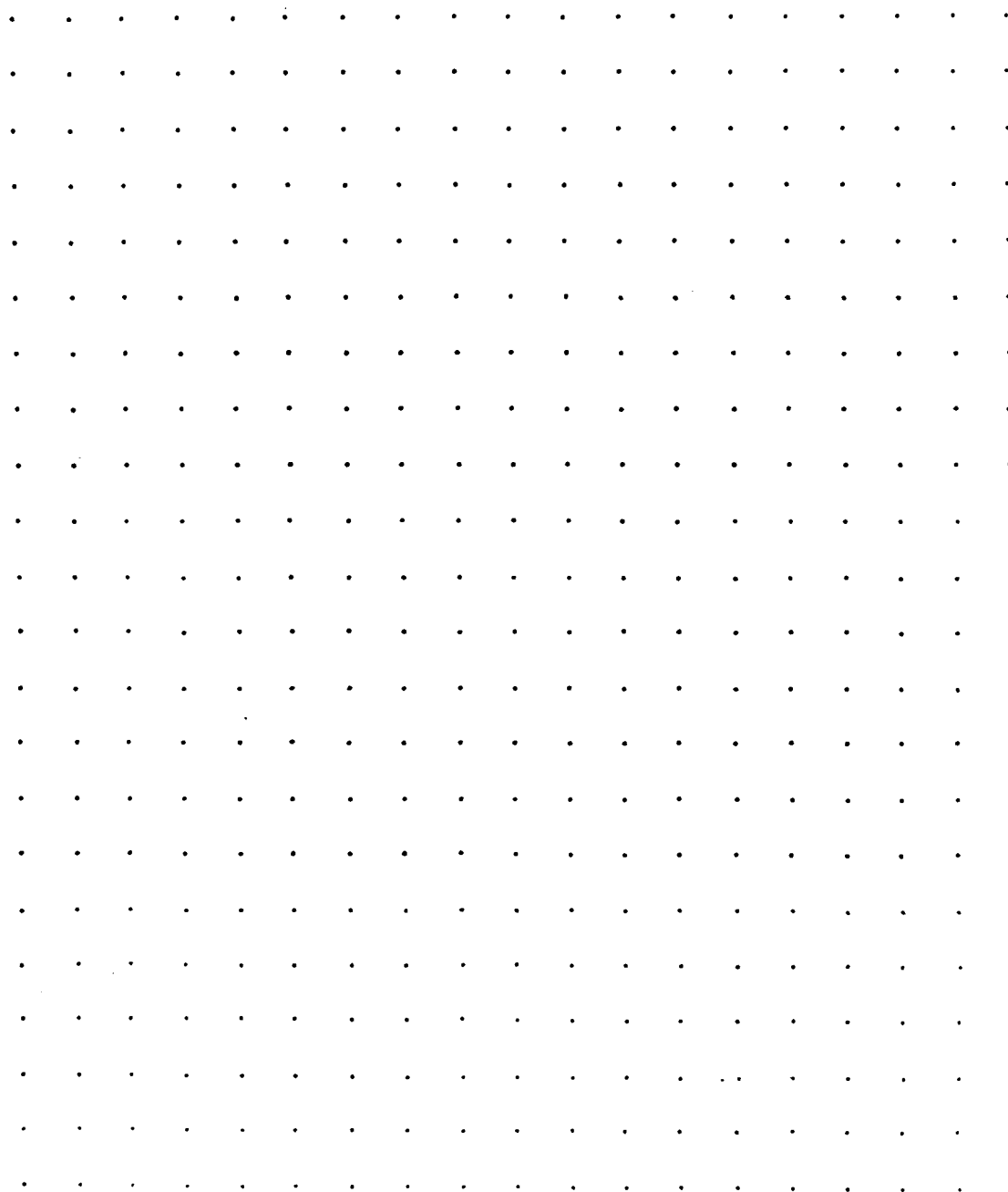
Código - CVM 12

Ficha de trabalho

Duração Prevista - 6 min

Duração Real - 10 min

Faz um desenho no geoplano e copia-o para papel pontado.



Actividade - Desenhar no geoplano e no papel - 2

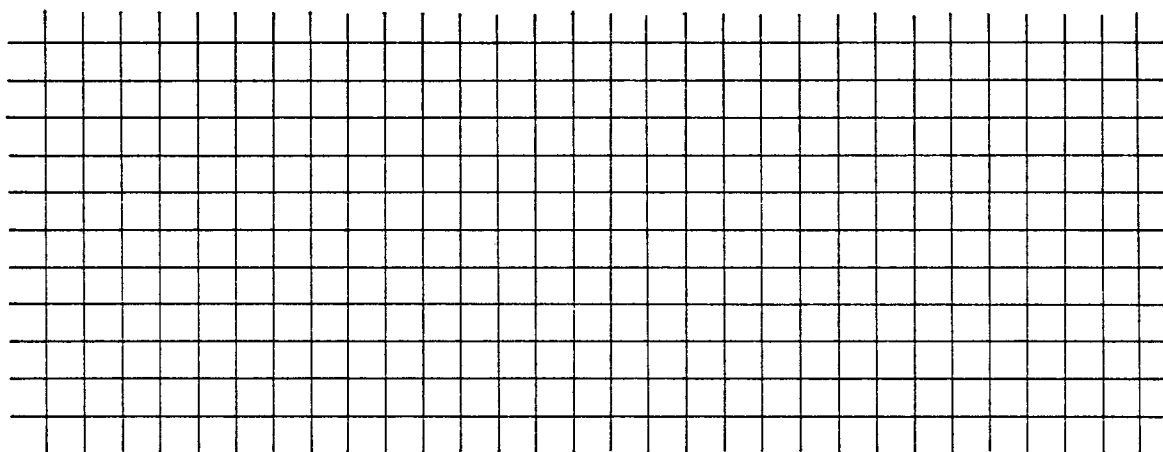
Código - CVM 13

Ficha de trabalho

Duração Prevista - 15 min

Duração Real - 20 min

Desenha no geoplano uma forma de maneira que o elástico toque apenas em três pregos. Copia-a para papel quadriculado.



Actividade - Desenhar no geoplano - 3

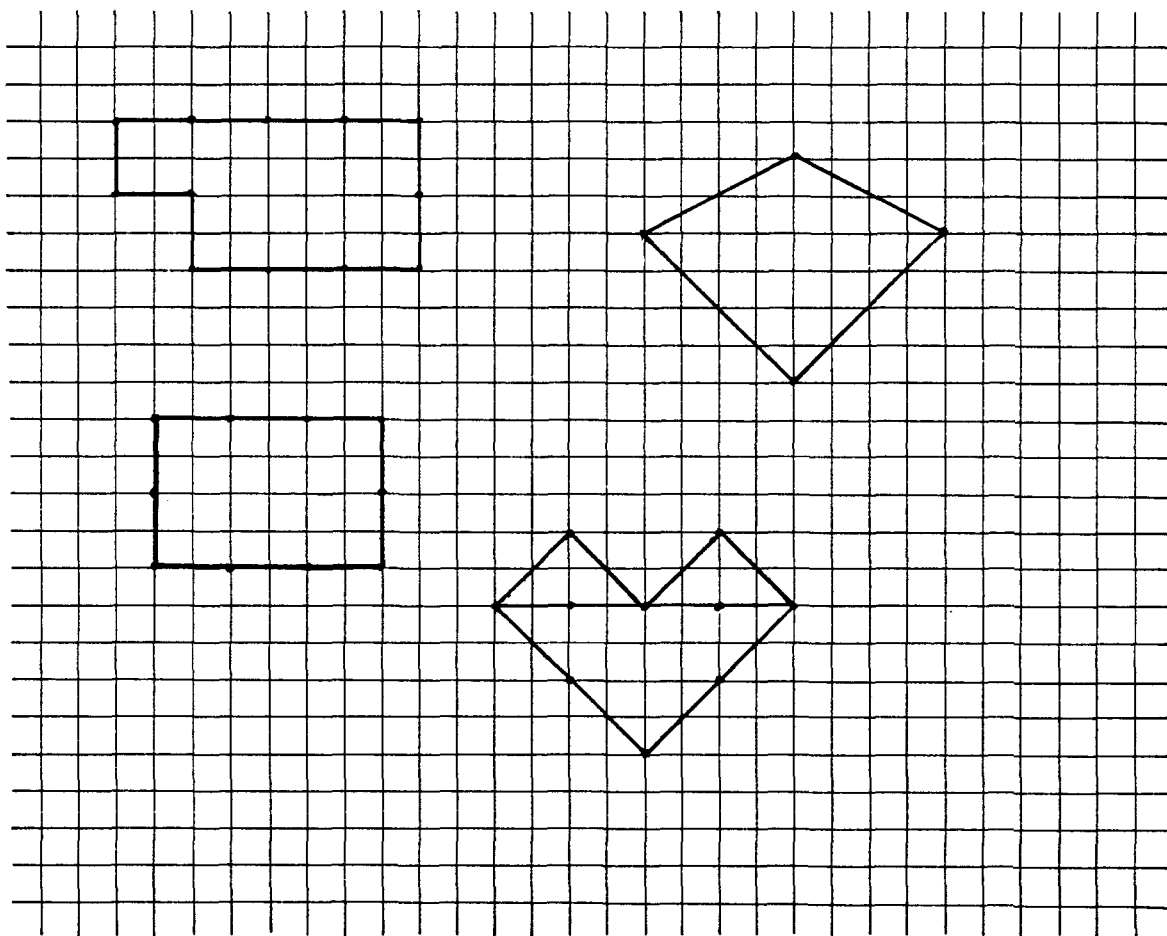
Código - CVM 14

Ficha de trabalho

Duração Prevista - 20 min

Duração Real - 15 min

Desenha no geoplano as figuras representadas a seguir.



Actividade - Desenhar um objecto

Código - CVM 15

Duração Prevista - 10 min

Ficha de trabalho

Duração Real - 10 min

Desenha no geoplano um objecto qualquer da tua sala de aula.

Actividade - Desenhar em papel pontado

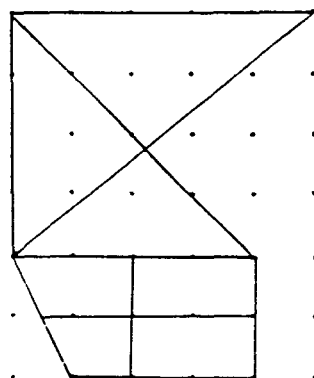
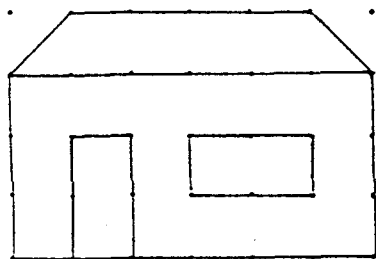
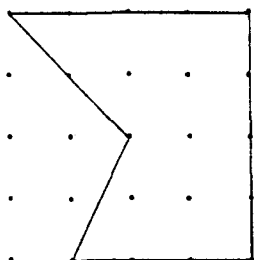
Código - CVM 16

Ficha de trabalho

Duração Prevista - 15 min

Duração Real - 12 min

Copia as figuras desenhadas no papel pontado.



Actividade - Descobrir palavras - 1

Código - PFF 1

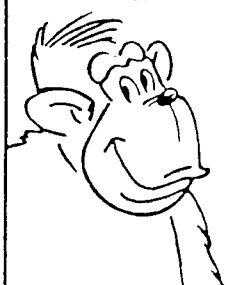
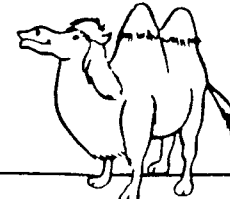
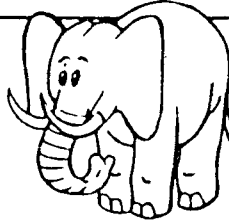
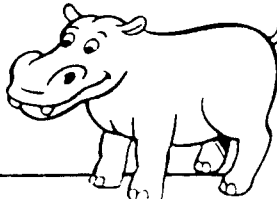
Ficha de trabalho

Duração Prevista - 5 min

Duração Real - 4 min

Um passeio ao Jardim Zoológico! Procura o nome destes animais no quadro abaixo.

H	H	T	G	O	R	I	L	A	R
I	H	H	F	A	N	T	E	L	I
P	I	I	E	C	R	I	L	A	L
O	P	P	L	A	G	O	R	G	A
P	O	E	E	M	T	N	A	F	E
O	P	E	L	E	F	A	N	T	E
T	O	L	P	L	E	N	T	E	E
A	M	E	O	O	L	E	C	H	P
M	O	F	T	E	L	L	A	I	O
O	T	A	A	M	O	E	M	P	T
M	A	N	T	E	H	I	P	O	O

Gorila  **Camelo**  **Elefante**  **Hipopótamo** 

Actividade - Descobrir palavras - 2

Código - PFF 2

Ficha de trabalho

Duração Prevista - 8 min

Duração Real - 6 min

Descobre o nome de sete cores nesta confusão de letras.

M	J	V	E	R	D	E	V	U
A	A	J	P	J	P	L	F	V
C	M	A	B	B	V	T	M	E
E	A	O	R	O	X	O	E	R
F	R	C	A	P	Q	U	X	M
S	E	Y	N	E	F	J	A	E
J	L	I	C	E	L	H	O	L
I	O	H	O	X	O	E	L	H
H	J	F	Z	P	R	E	T	O
L	A	R	A	N	J	A	I	Z

EU SÓ USO
PRETO!

Actividade - Descobrir palavras - 3

Código - PFF 3


Ficha de trabalho

Duração Prevista - 8 min

Duração Real - 8 min

Descobre, no quadro, as palavras escritas em baixo.

P	B	C	R	U	Z	A	R
L	D	F	G	H	L	M	N
A	G	A	R	R	A	R	J
N	O	T	H	G	J	P	R
E	P	L	P	F	P	A	R
A	J	R	E	A	C	M	C
R	R	F	G	R	D	A	C
R	A	R	A	C	T	R	N
P	N	R	R	P	H	R	B
X	C	C	L	M	N	A	C
Q	U	E	B	R	A	R	B



PLANEAR AGARRAR
AMARRAR CRUZAR
QUEBRAR PEGAR

Actividade - Descobrir pormenores

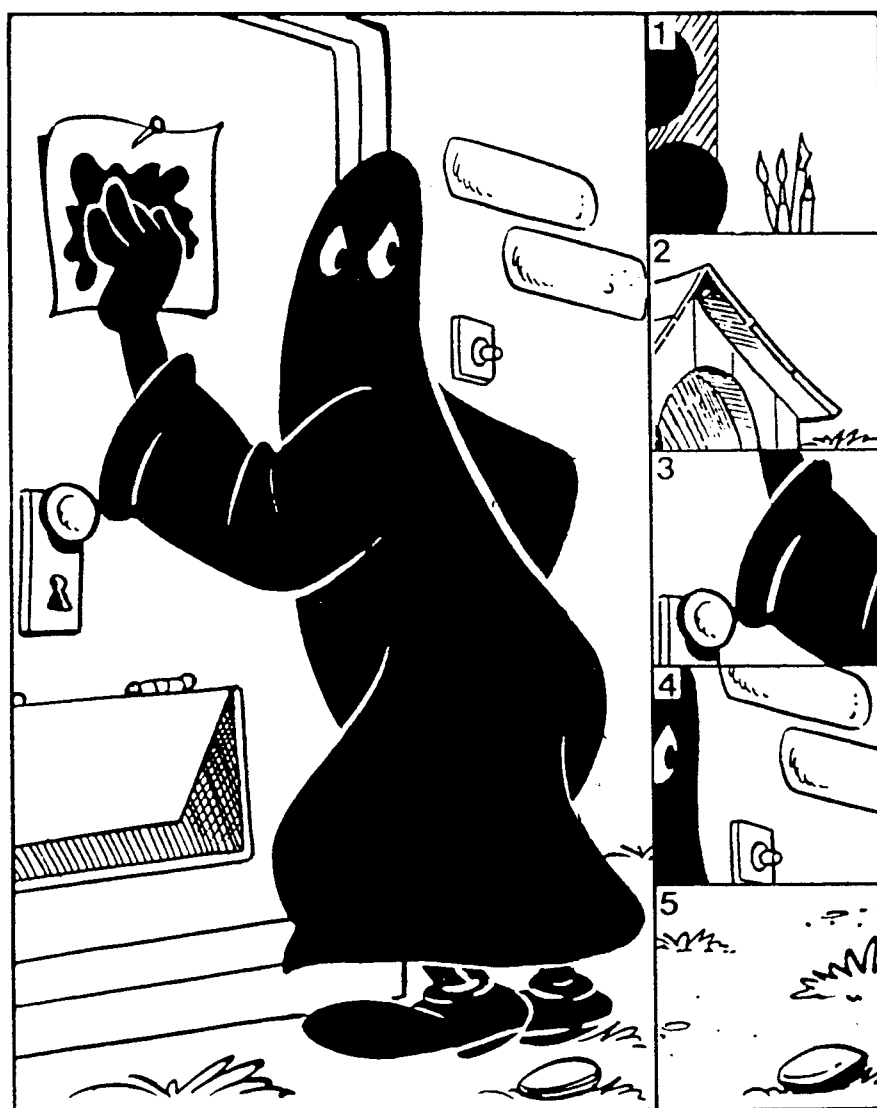
Código - PFF 4

Duração Prevista - 5 min

Ficha de trabalho

Duração Real - 4 min

Destes cinco pormenores só dois pertencem ao desenho. Descobre quais são.



Actividade - Descobrir triângulos - 1

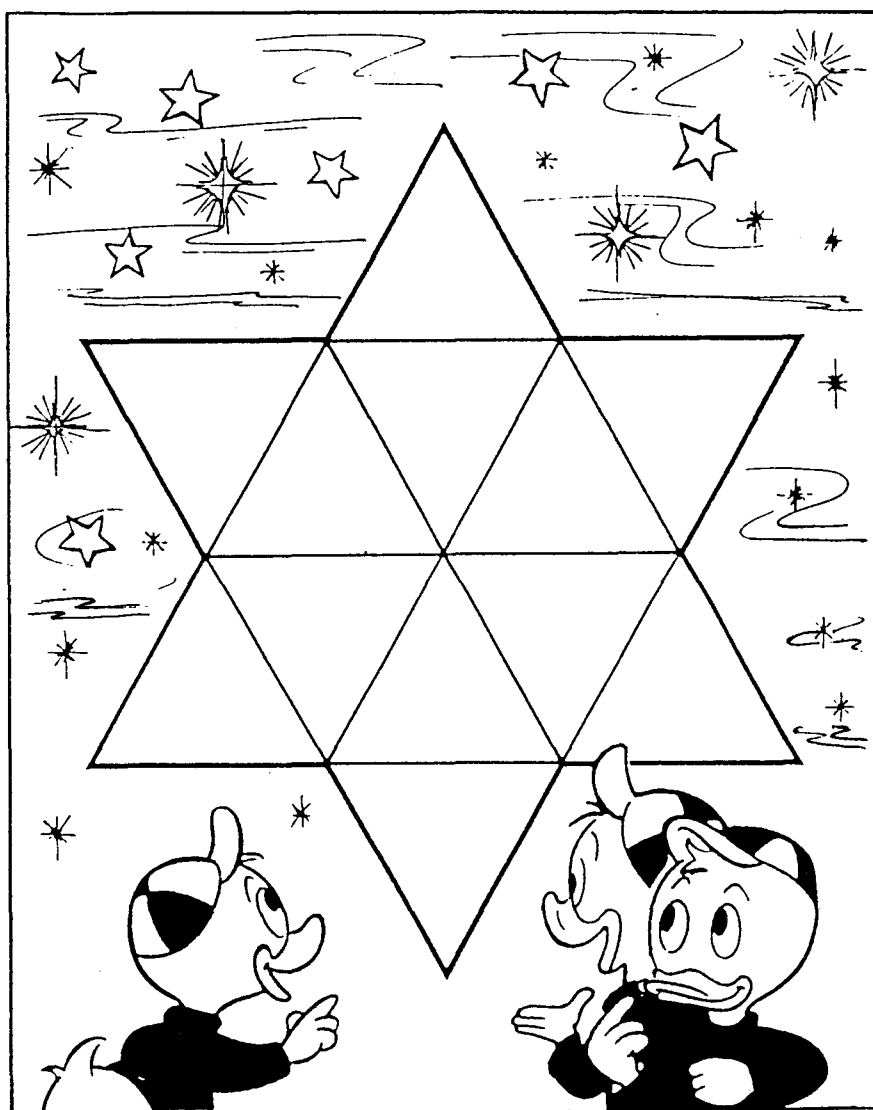
Código - PFF 5

Ficha de trabalho

Duração Prevista - 10 min

Duração Real - 15 min

Quantos triângulos vês nesta figura?



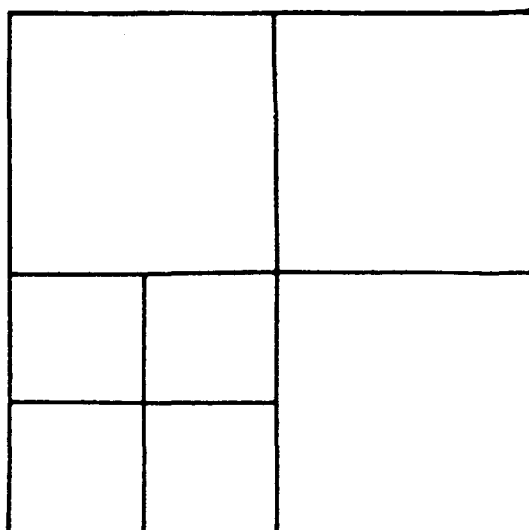
Actividade - Descobrir quadrados

Código - PFF 6

Duração Prevista - 10 min

Duração Real - 8 min

Quantos quadrados aparecem nesta figura?



Actividade - Descobrir triângulos - 2

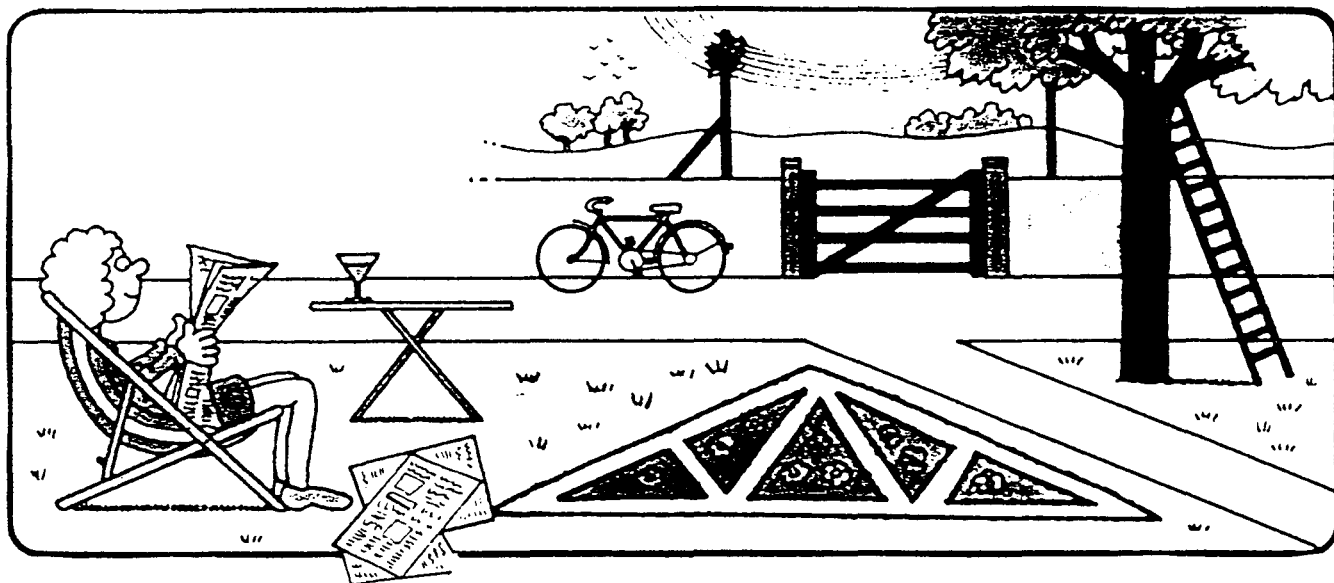
Código - PFF 7

Ficha de trabalho

Duração Prevista - 15 min

Duração Real - 20 min

Descobre, na figura abaixo, todos os triângulos.



Actividade - Procurar figuras em pavimentações

Código - PFF 8

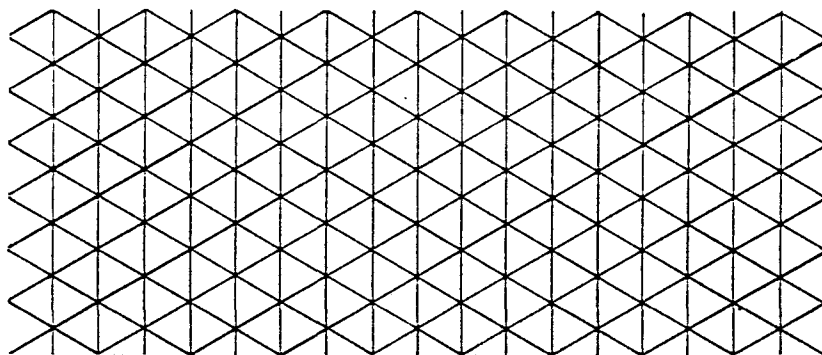
Ficha de trabalho

Duração Prevista - 20 min

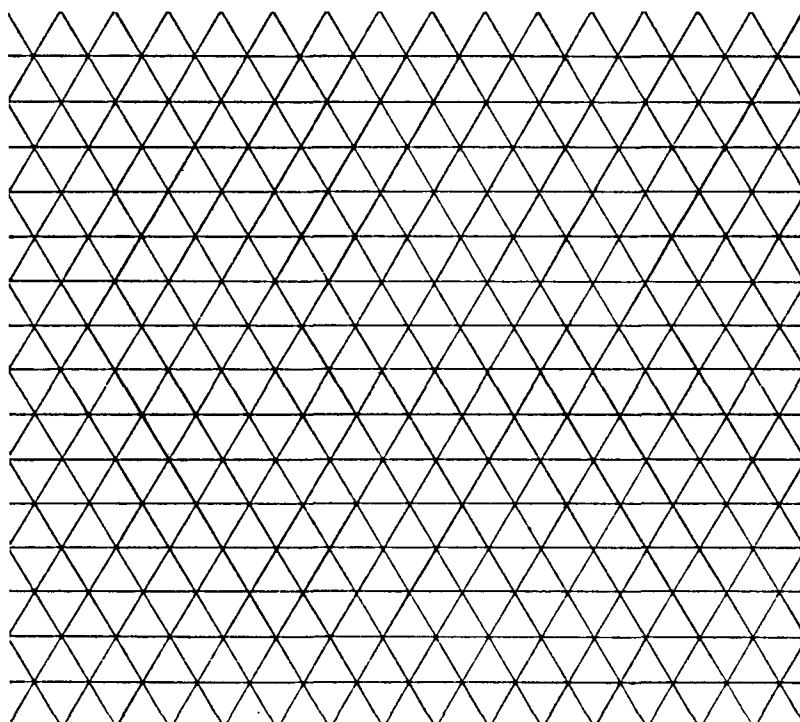
Duração Real - 30 min

Procura rectas paralelas.

Procura rectas que se intersectem.



Encontra triângulos, hexágonos e outras figuras que consigues.



Actividade - Completar figuras

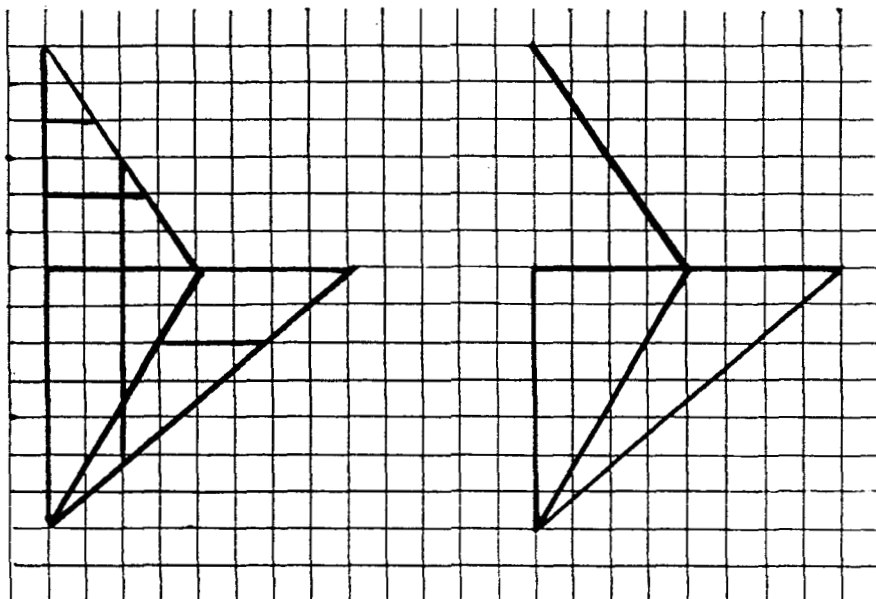
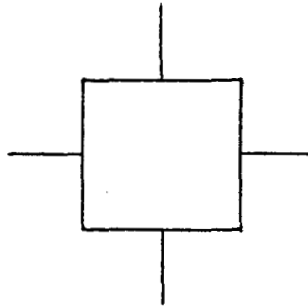
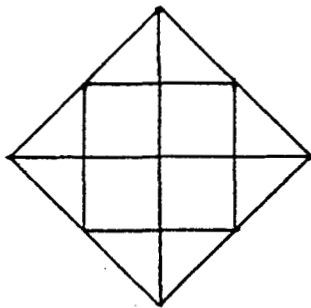
Código - PFF 9

Duração Prevista - 10 min

Ficha de trabalho

Duração Real - 8 min

Completa a figura da direita, de modo a ficar igual à figura da esquerda.



Actividade - Construir quadrados com o Tangram

Código - PFF 10

Ficha de apoio

Duração Prevista - 60 min

Duração Real - 60 min

Tentar construir com duas (3, 4, 5, 6 e 7) peças do Tangram um quadrado.

Actividade - Construir figuras com o Tangram

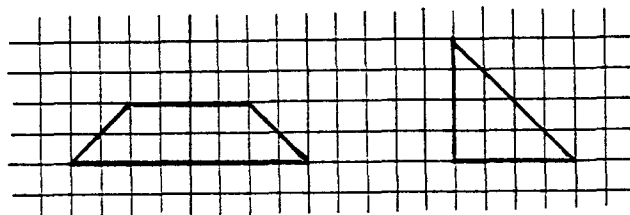
Código - PFF 11

Ficha de trabalho

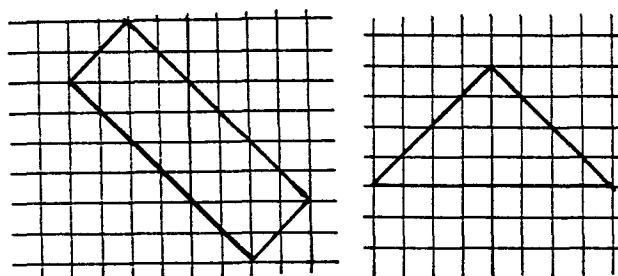
Duração Prevista - 60 min

Duração Real - 60 min

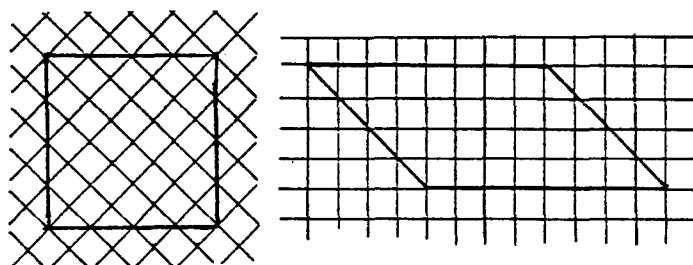
Faz as figuras abaixo com duas peças do Tangram.



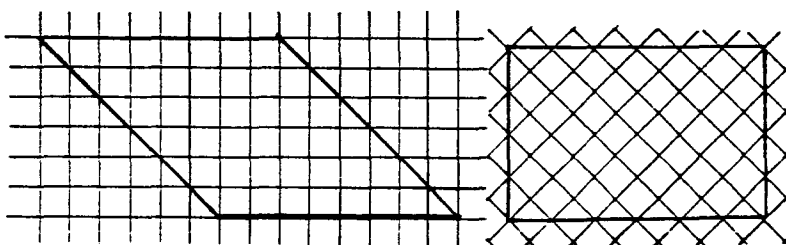
Faz as figuras abaixo com três peças do Tangram.



Faz as figuras abaixo com quatro peças do Tangram.



Faz as figuras abaixo com cinco peças do Tangram.



Actividade - Figuras geométricas

Código - CP 1

Duração Prevista - 60 min

Ficha de trabalho

Duração Real - 90 min

Desenha no geoplano todos os quadrados que consegues.

Desenha no geoplano todos os triângulos que consegues.

Desenha no geoplano todos os rectângulos que consegues.

Olha com atenção à tua volta e descobre triângulos, rectângulos, quadrados e círculos.

Actividade - Procurar figuras geométricas

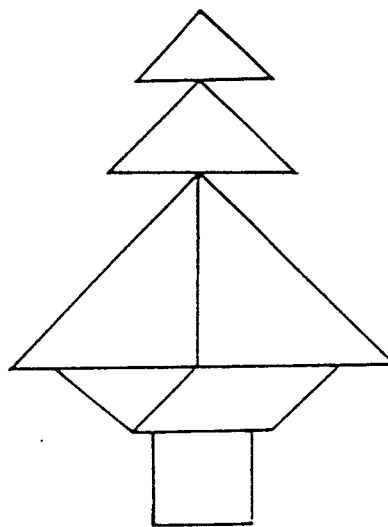
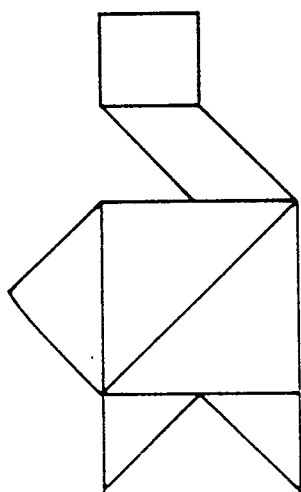
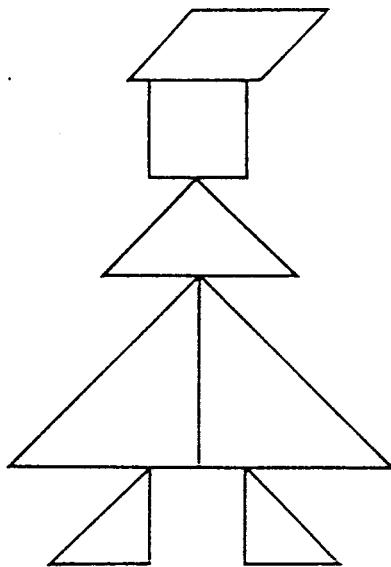
Código - CP 2

Ficha de trabalho

Duração Prevista - 15 min

Duração Real - 15 min

Procura triângulos nestas figuras.
Procura quadrados nas mesmas figuras.
Procura ainda paralelogramos.



Actividade - Construir rectângulos

Código - CP 3

Ficha de apoio

Duração Prevista - 60 min

Duração Real - 60 min

Fazer um rectângulo utilizando

- canetas de feltro;
- papel e tesoura;
- fios de lã;
- arame

Actividade - Pintar figuras geométricas

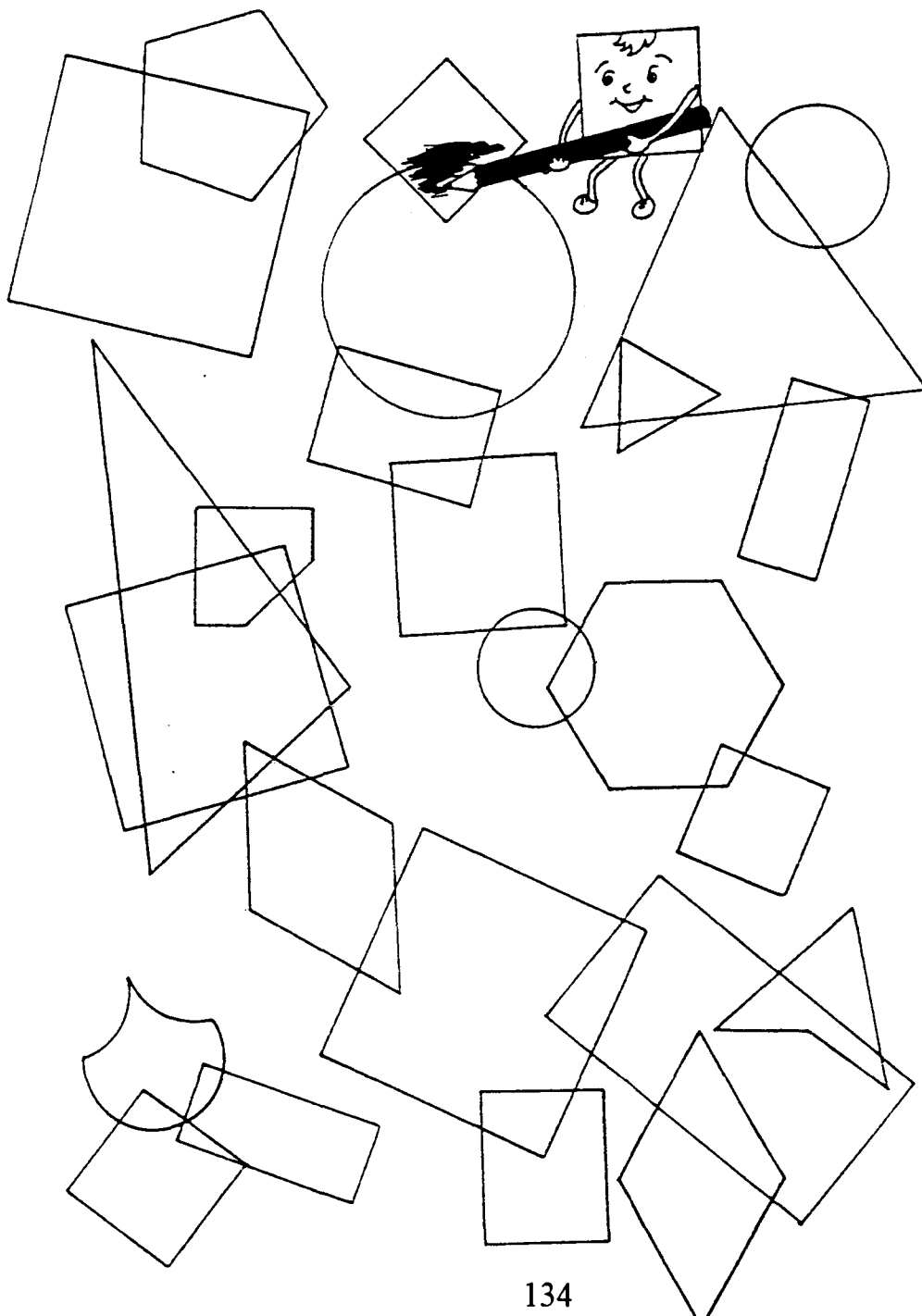
Código - CP 4

Duração Prevista - 15 min

Ficha de trabalho

Duração Real - 20min

Pinta da mesma cor todos os quadrados.
Com outra cor pinta todos os círculos.



<i>Actividade</i> - Desenhar figuras simétricas	
<i>Código</i> - PPE 1	<i>Ficha de trabalho</i>
<i>Duração Prevista</i> - 15 min	<i>Duração Real</i> - 15 min

Desenha figuras simétricas às dadas. O eixo de simetria está representado a tracejado.

The grid contains three pairs of shapes, each with a vertical dashed line representing an axis of symmetry:

- Top pair:** On the left of the dashed line is a pentagon with vertices at (2, 4), (2, 6), (3, 7), (4, 6), and (4, 4) on a coordinate system where (0,0) is the bottom-left corner. The right side of the grid is empty.
- Middle pair:** On the right of the dashed line is a right-angled triangle with vertices at (5, 5), (5, 7), and (7, 7). The left side of the grid is empty.
- Bottom pair:** On the left of the dashed line is a concave pentagon with vertices at (2, 5), (4, 5), (4, 3), (3, 2), and (2, 3). The right side of the grid is empty.

Actividade - Descobrir simetrias

Código - PPE 2

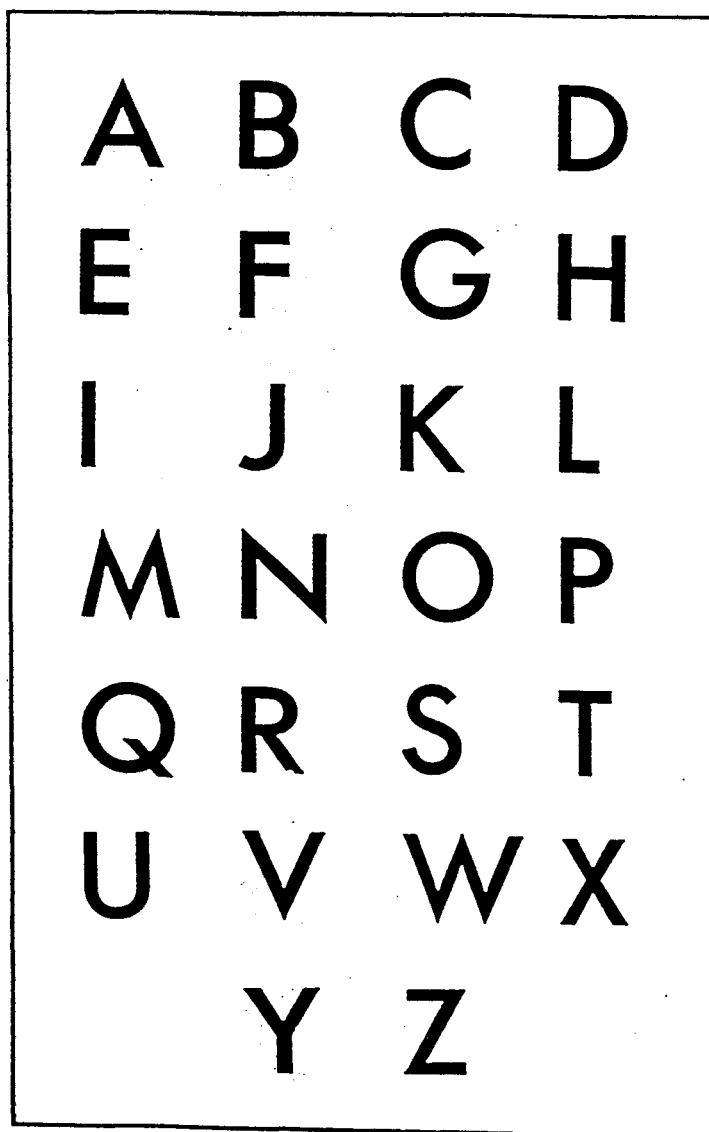
Ficha de trabalho

Duração Prevista - 60 min

Duração Real - 50 min

Usando o Mira, descobre quais as letras que são simétricas em relação a um eixo. Em caso afirmativo, desenha o eixo.

Utiliza agora o espelho para confirmares o que descobriste com o Mira.



Actividade - Pintar as âncoras iguais

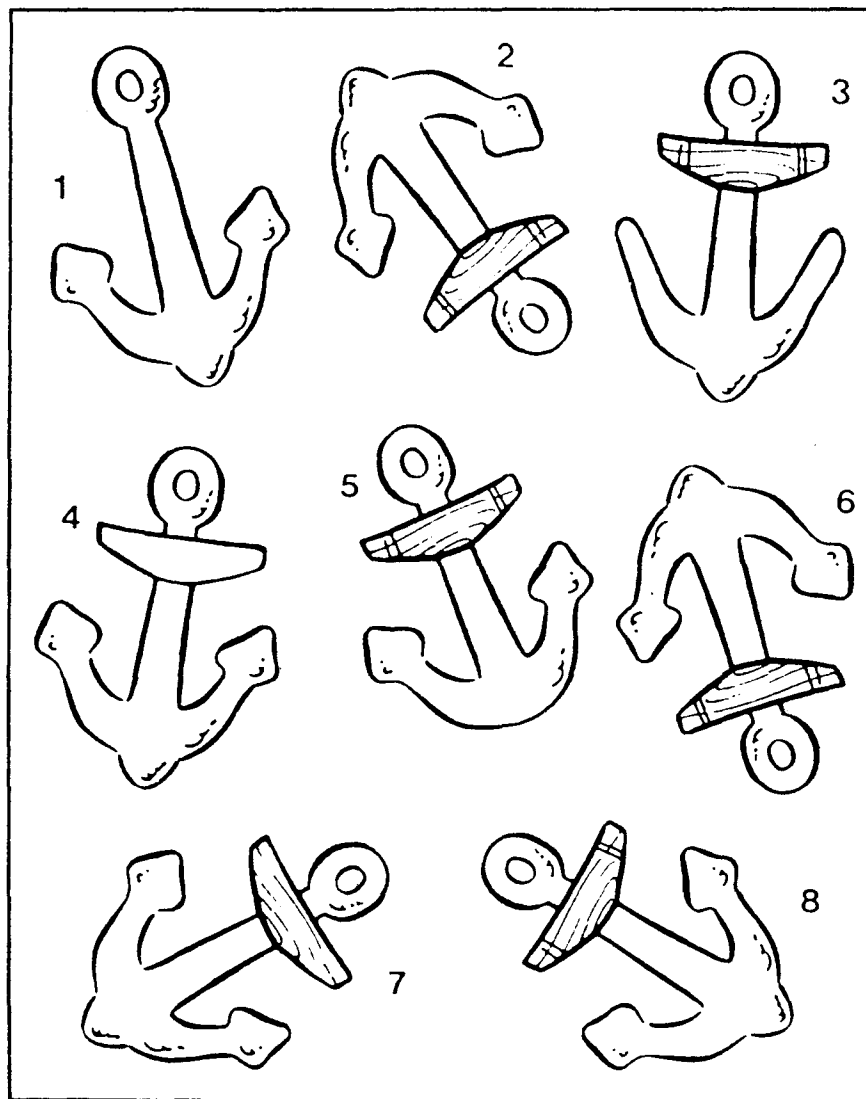
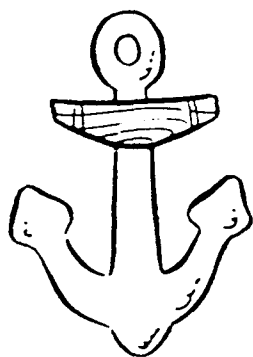
Código - PPE 3

Duração Prevista - 5 min

Ficha de trabalho

Duração Real - 8 min

Descobre as âncoras iguais a esta no quadro abaixo e pinta-as.



Actividade - Construir com cubos

Código - PRE 1

Duração Prevista - 90 min

Ficha de apoio

Duração Real - 120 min

Construir uma casa com cinco pequenos cubos. Dispor cada casa ao longo de ruas, de modo a formar uma povoação. Analisar as diferentes casas, notando as suas diferenças e semelhanças.

Construir casas utilizando pequenos cubos e que obedecem a um critério dado:

- uma casa alta
- uma casa baixa
- uma casa comprida
- uma casa com dois andares

Construir, com pequenos cubos, uma casa igual a outra previamente feita por um colega.

Descobrir com quantos cubos foi feita uma casa, sem a desfazer. Fazer depois a verificação através da contagem.

Actividade - Continuar uma sequência - 1

Código - PRE 2

Ficha de apoio

Duração Prevista - 10 min

Duração Real - 30 min

Continuar uma sequência feita com blocos lógicos.
Descobrir qual o critério de construção da mesma.

Actividade - Continuar uma sequência - 2

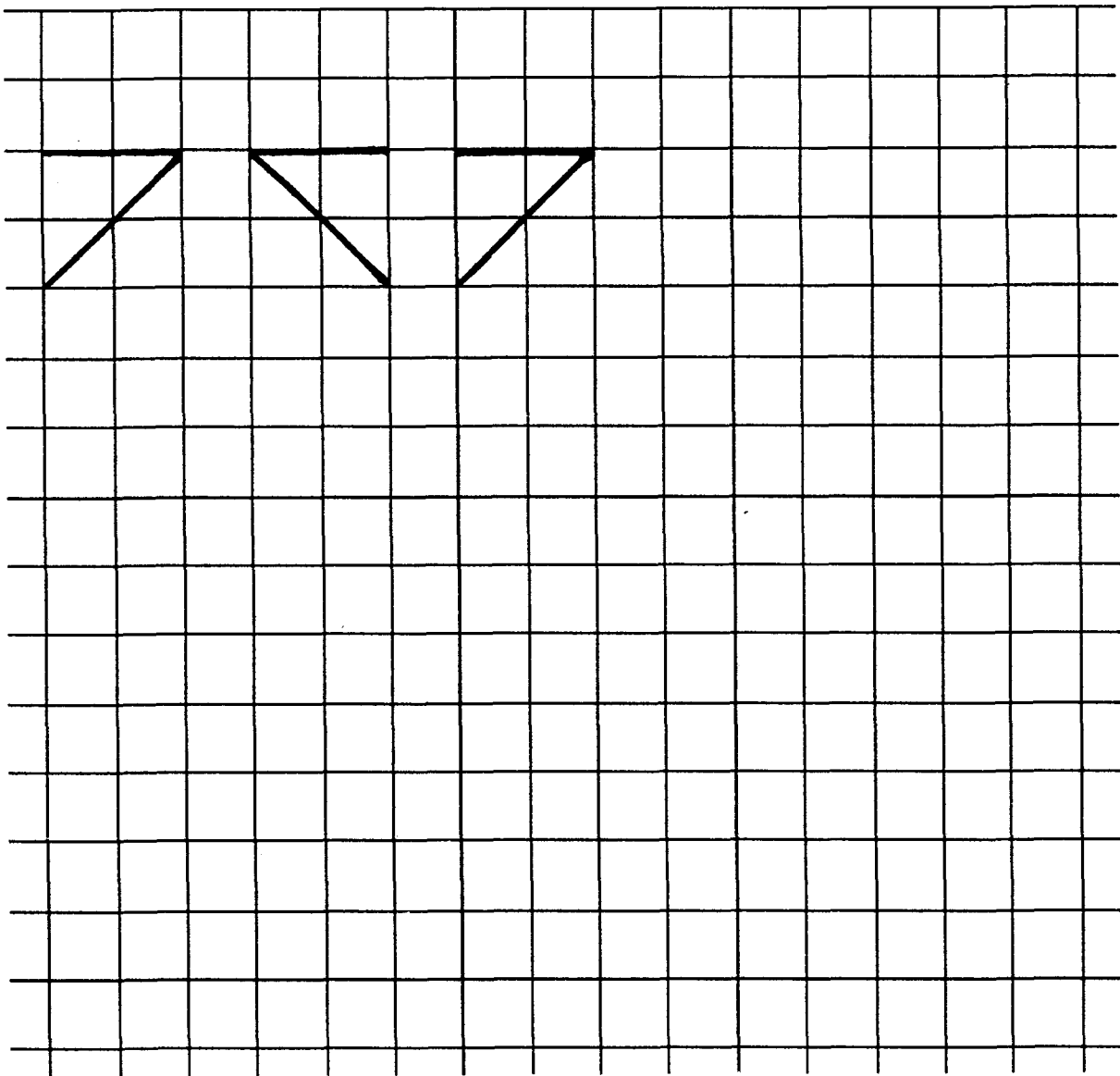
Código - PRE 3

Ficha de trabalho

Duração Prevista - 8 min

Duração Real - 5 min

Continuar esta sequência até ao fim da página.



Actividade - Descobrir o que existe de comum

Código - PRE 4

Ficha de apoio

Duração Prevista - 60 min

Duração Real - 60 min

Descobrir o que existe de comum num conjunto de objectos

- blocos lógicos
- embalagens de diversos produtos
- artigos escolares

Descobrir diferenças entre os objectos de um conjunto.

Actividade - Vistas de cubos

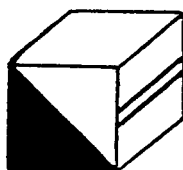
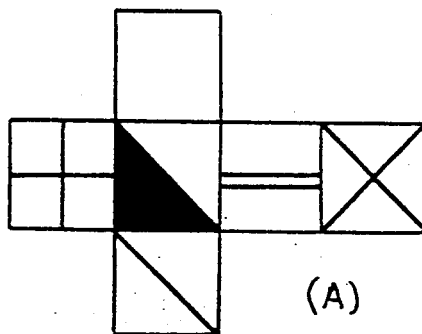
Código - PRE 5

Ficha de trabalho

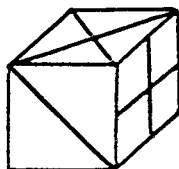
Duração Prevista - 20 min

Duração Real - 30 min

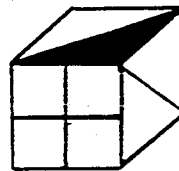
Quais dos seguintes cubos se podem construir a partir da planificação (A)? Recorta depois a planificação e monta-a para verificares o que disseste.



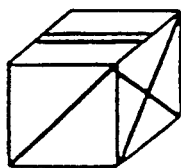
(1)



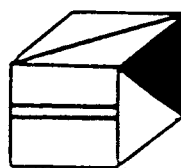
(2)



(3)



(4)



(5)

Actividade - Descobrir diferenças - 1

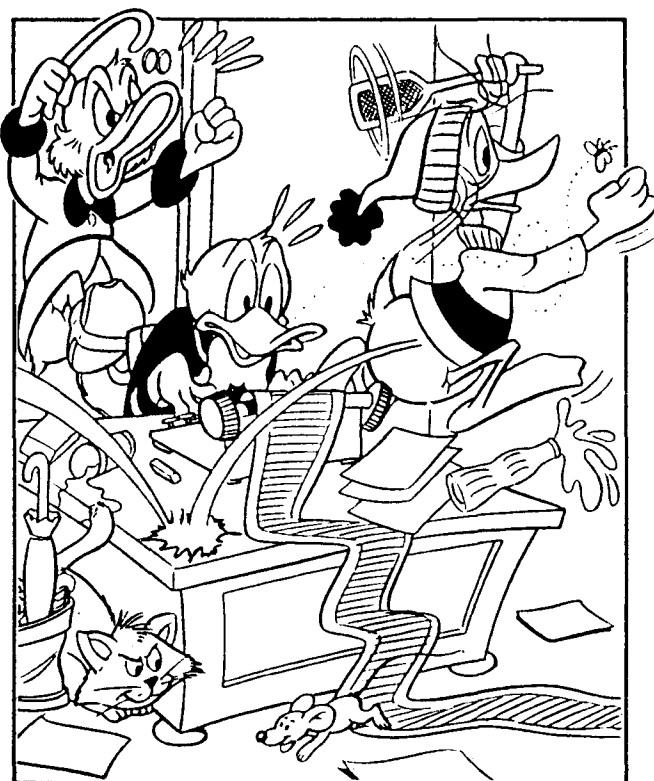
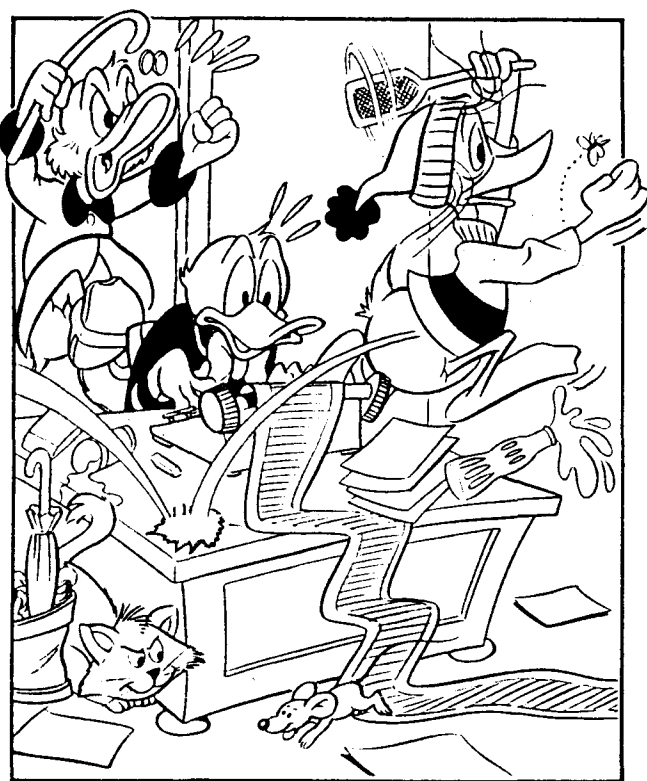
Código - DV 1

Duração Prevista - 15 min

Ficha de trabalho

Duração Real - 20 min

Descobre as sete diferenças que existem entre os dois desenhos.



Actividade - Descobrir diferenças - 2

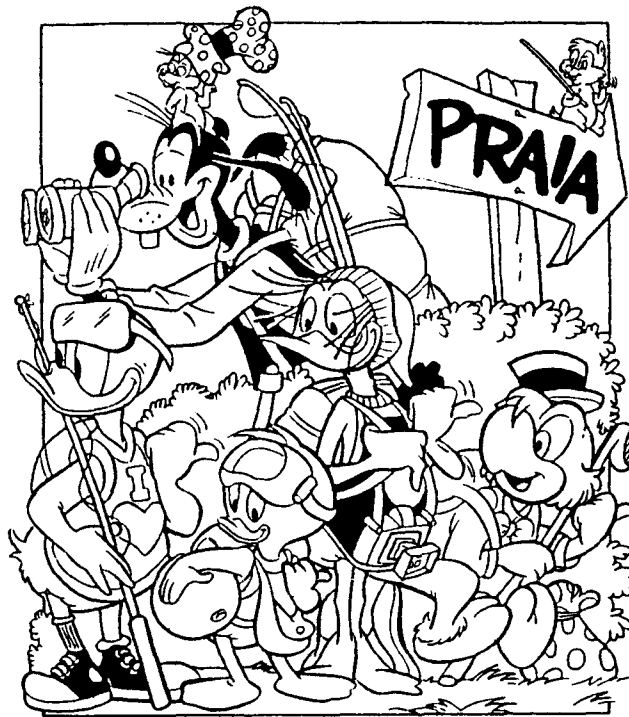
Código - DV 2

Duração Prevista - 15 min

Ficha de trabalho

Duração Real - 20 min

Descobre as oito diferenças entre as duas gravuras.



Actividade - Descobrir o que existe de comum

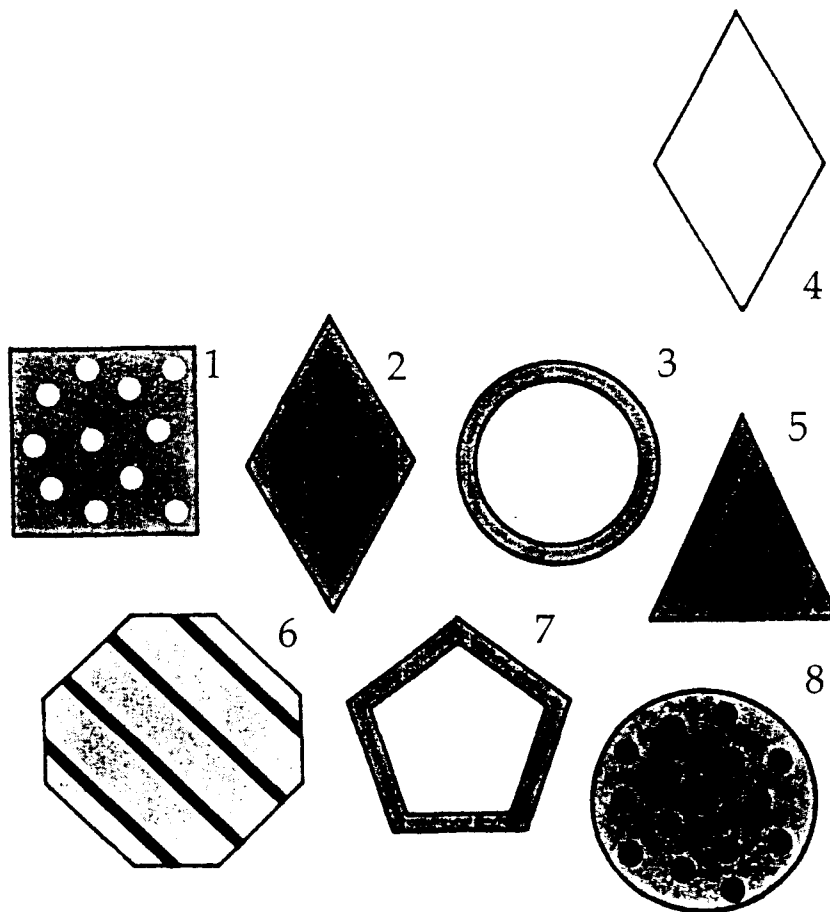
Código - DV 3

Ficha de apoio

Duração Prevista - 10 min

Duração Real - 5 min

Cada uma destas formas tem alguma coisa de especial em comum com outra. Agrupa-as duas a duas, descobrindo o que existe de comum em cada par.



Actividade - Tolossauros

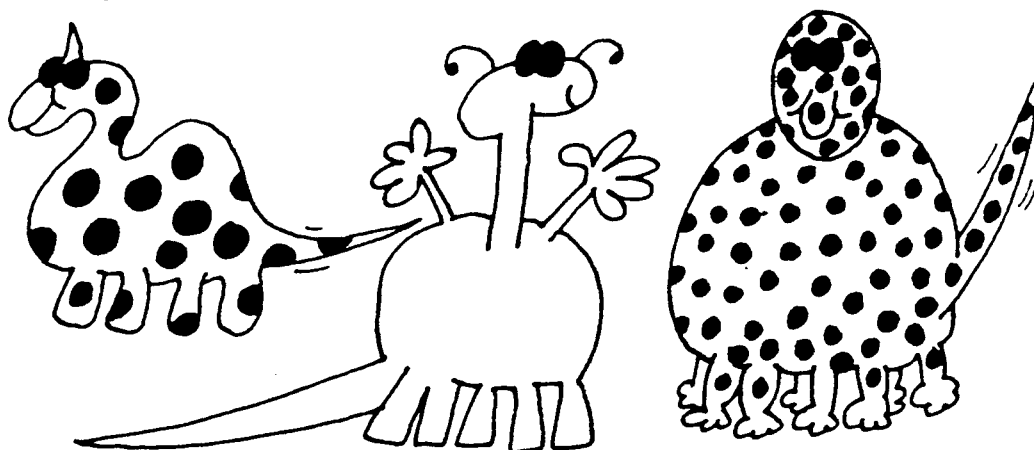
Código - DV 4

Duração Prevista - 10 min

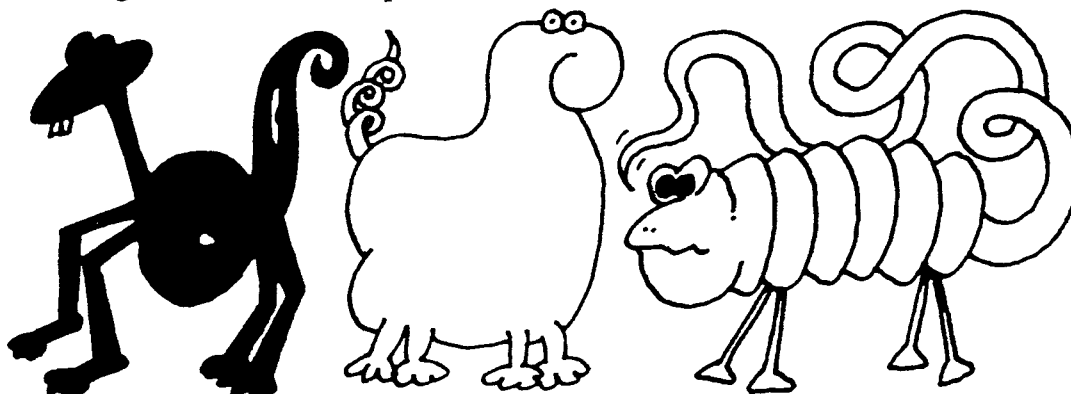
Ficha de trabalho

Duração Real - 25 min

Eis alguns tollosauros.



Eis algumas criaturas que não são tollosauros.



Quais destes animais são tollosauros?



Actividade - Construir de memória no geoplano

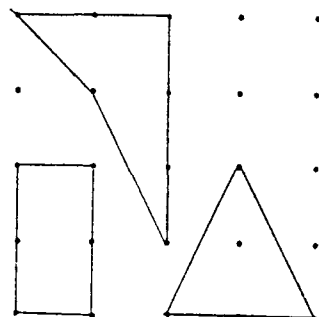
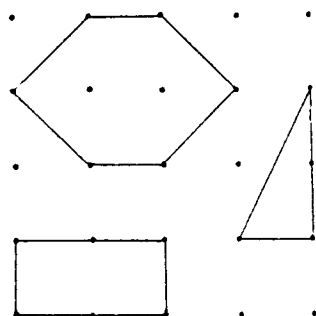
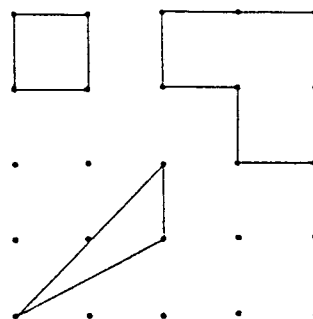
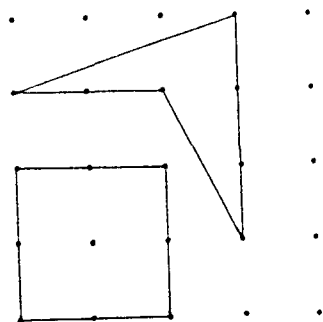
Código - MV 1

Ficha de trabalho

Duração Prevista - 40 min

Duração Real - 30 min

Observa estas figuras e depois copia-las para o geoplano, sem as voltares a observar.



Actividade - Desenhar de memória

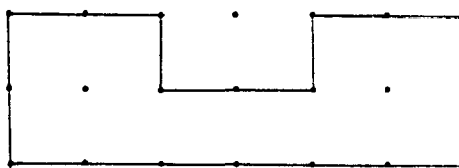
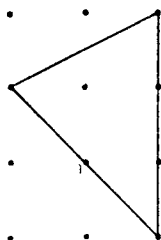
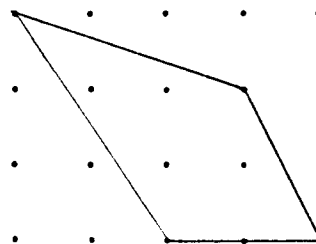
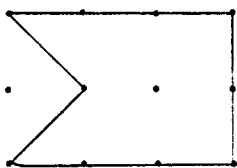
Código - MV 2

Ficha de trabalho

Duração Prevista - 10 min

Duração Real - 5 min

Observa estas figuras e depois desenha-as noutra folha, sem as voltares a observar.



ANEXO 2

Testes de Avaliação de Conhecimentos de Matemática

1º Teste de Avaliação de Conhecimentos de Matemática

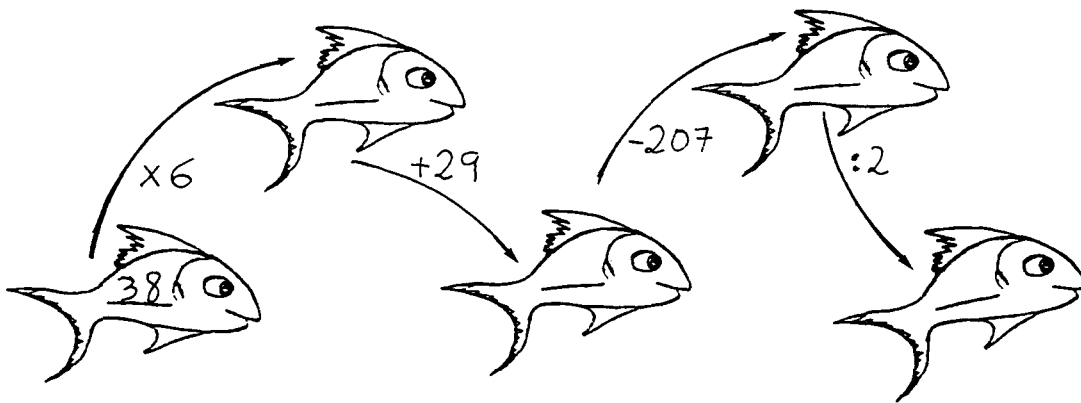
1º TACM

MATEMÁTICA
ALGUMAS
ATIVIDADES

Escola _____
Nome _____

Faz nesta folha todas as contas que precisares e não as apagues.

A- Completa a sequência dos saltos do peixinho.



B- Coloca o sinal de = só no lugar exacto.

$$21 + 124 + 30 \square 25 \times 7$$

$$58 - 16 \square 15 + 16 + 21$$

$$6 \times 14 \square 92 - 8$$

$$17 + 18 + 2 \square 13 + 6 + 15$$

C- Todos os dias as crianças de uma escola bebem três dúzias de pacotes de leite. Quantos pacotes se bebem numa semana?

D- A Ana e a mãe foram à mercearia comprar fruta para toda a família. Compraram 7 maçãs, 13 laranjas e 25 pêsegos. No caminho para casa encontraram a avó que ficou com 15 peças de fruta. Quantas peças de fruta levou a Ana para casa?

E- Completa a tábua conforme o exemplo:

X	4	6	7	8	9
6		36			
7					
9					

2º Teste de Avaliação de Conhecimentos de Matemática

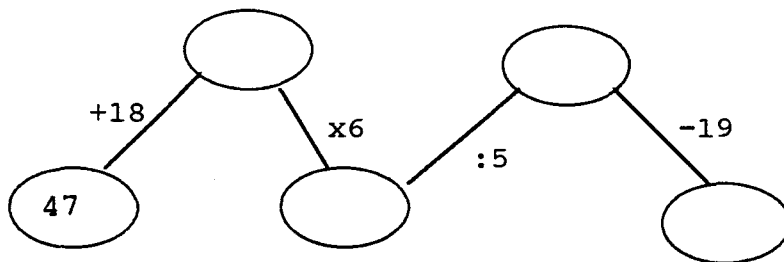
2º TACM

MATEMÁTICA
ALGUMAS
ATIVIDADES

Escola _____
Nome _____

Faz nesta folha todas as contas que precisares e não as apagues.

A- Completa a sequência.



B- Coloca os sinais de <, > e = nos lugares certos.

$$3,4 + 1,7 \square 14,3 - 6,5$$

$$125 + 45 + 13 \square 13 \times 12$$

$$56 : 4 \square 51 - 37$$

$$7 \times 12,3 \square 861 : 7$$

C- Numa festa havia 72 rebuçados de frutas e 36 rebuçados de chocolate. Como os meninos convidados eram 9 com quantos rebuçados ficou cada um?

D- O João coleciona calendários e já tinha 492. No dia de anos da irmã ofereceu-lhe a quarta parte dos seus calendários. Por quantos calendários é agora constituída a colecção do João?

E- Completa a tábua conforme o exemplo:

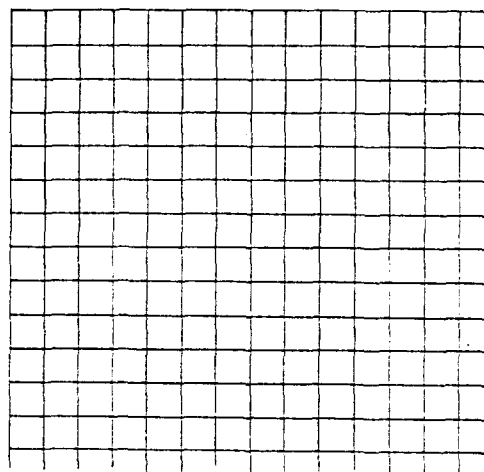
:	3	6	9
18	6		
36			
54			
72			

F1- Desenha um quadrado.

Como são os lados?

Quantos ângulos tem?

Como se chamam os ângulos?



F2- Para cada uma das frases escreve à frente se é verdadeira ou falsa.

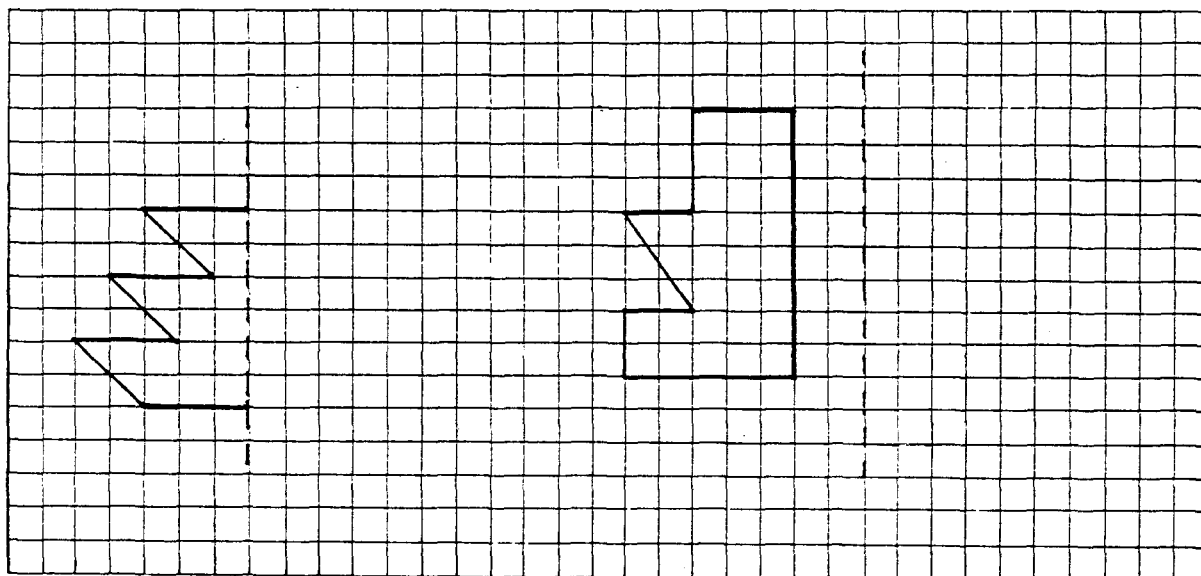
-Há rectângulos com ângulos agudos.

-Todos os triângulos têm os três lados iguais.

-Todos os rectângulos têm os lados iguais dois a dois.

-Há quadrados que não têm os ângulos todos rectos.

G- Observa as figuras e constrói os seus simétricos em relação aos eixos desenhados.

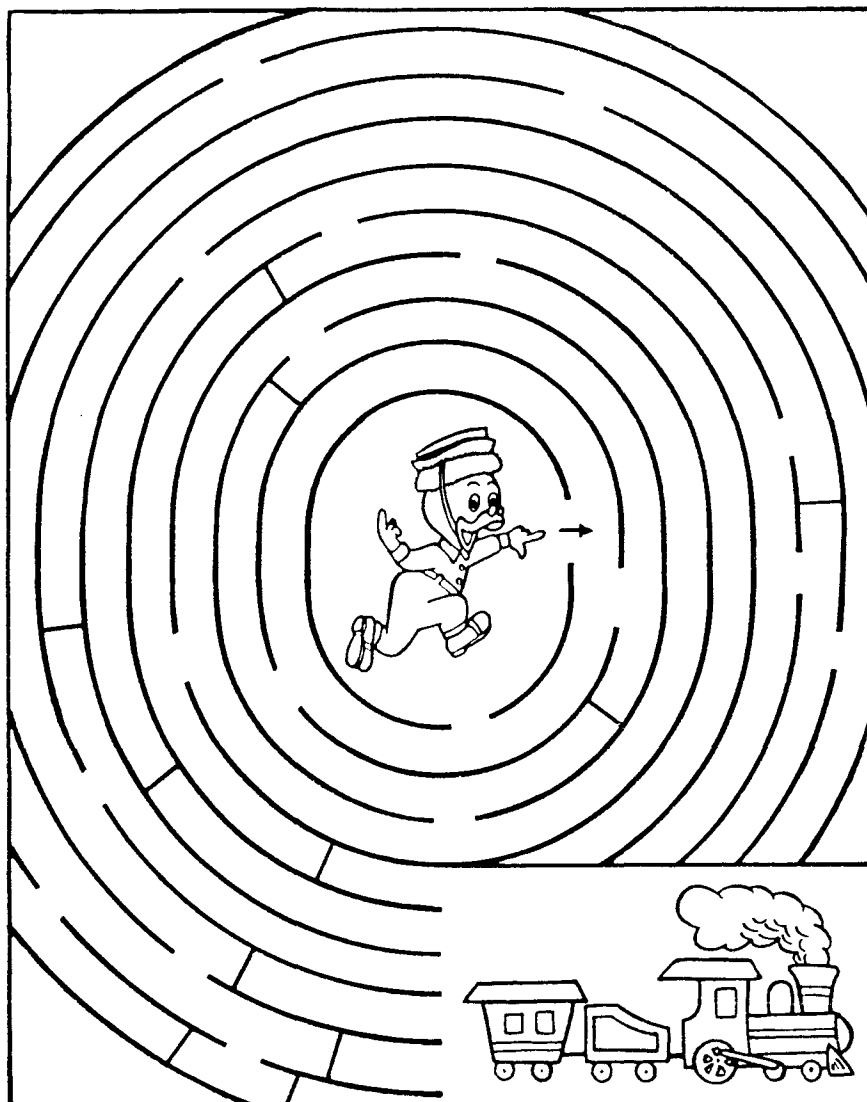


ANEXO 3

Testes de Visualização Espacial

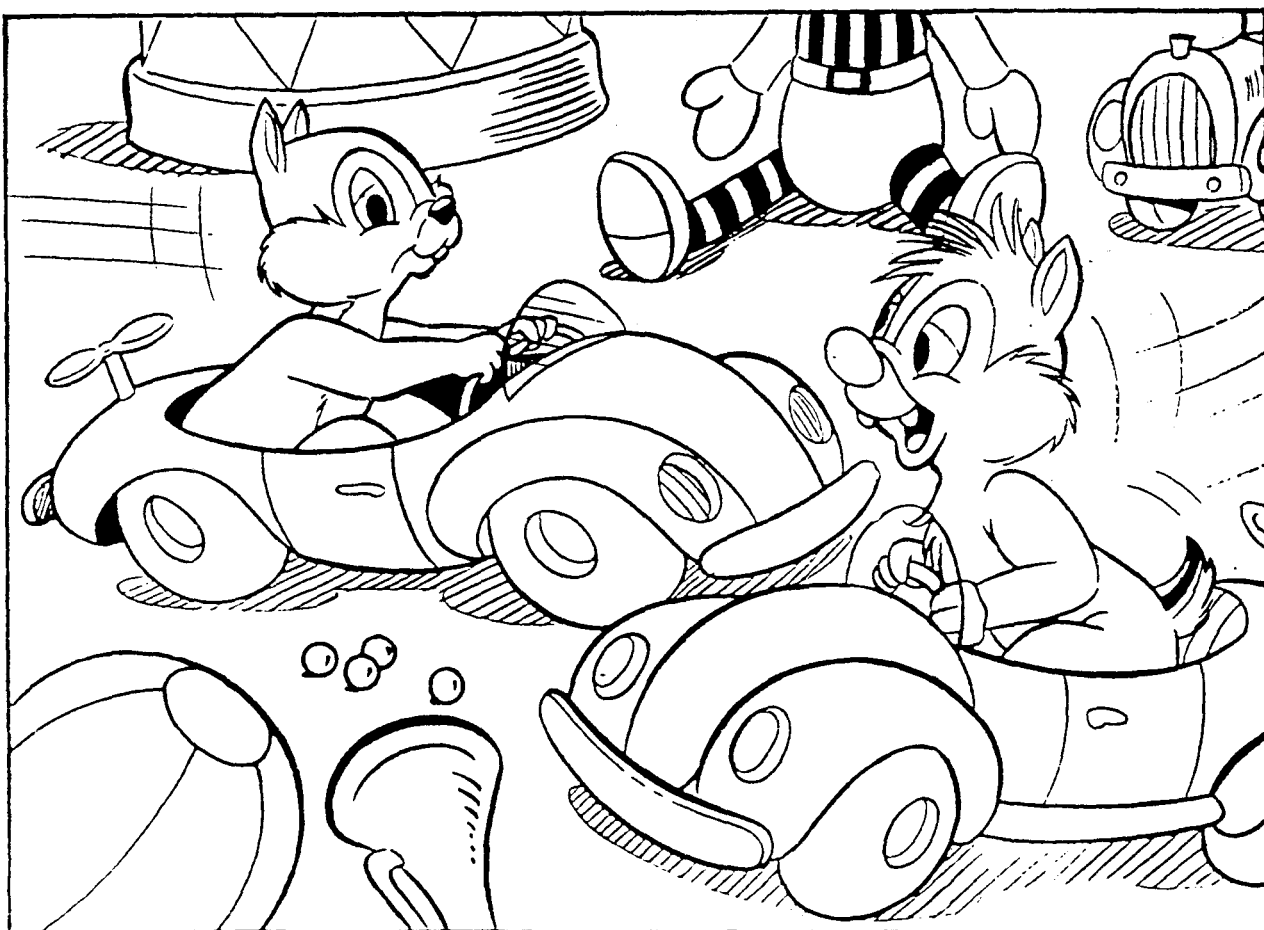
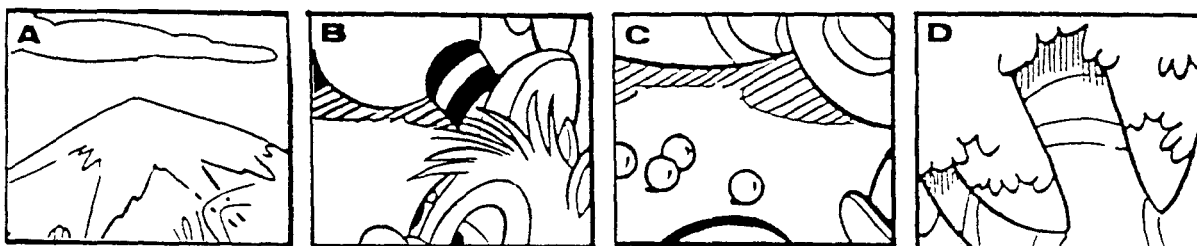
1º Teste de Visualização Espacial

O Pascoal quer sair do labirinto para ir brincar com o comboio. Queres auxiliá-lo?



Actividade 2

Identifica quais dos pormenores A, B, C e D pertencem ao desenho e assinala com um lápis a que parte do desenho pertencem.



Actividade 3

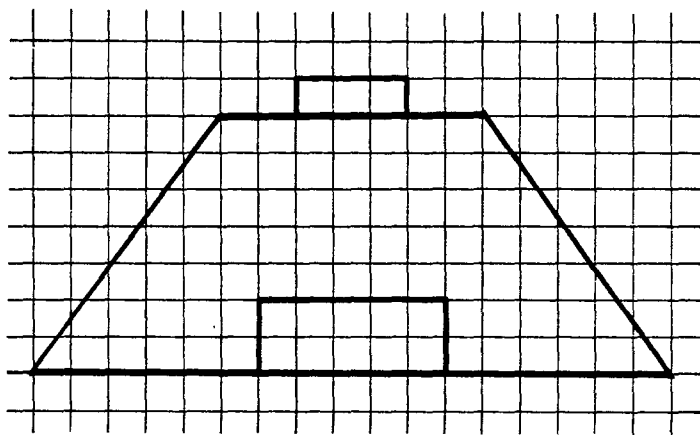
Faz todos os quadrados que quiseres mas só com três das peças do puzzle que te deram. Regista o que fizeste, contornando com um lápis as peças que utilizaste.

Actividade 4

Olha à tua volta e descobre na tua sala de aula todos os rectângulos que conseguires.

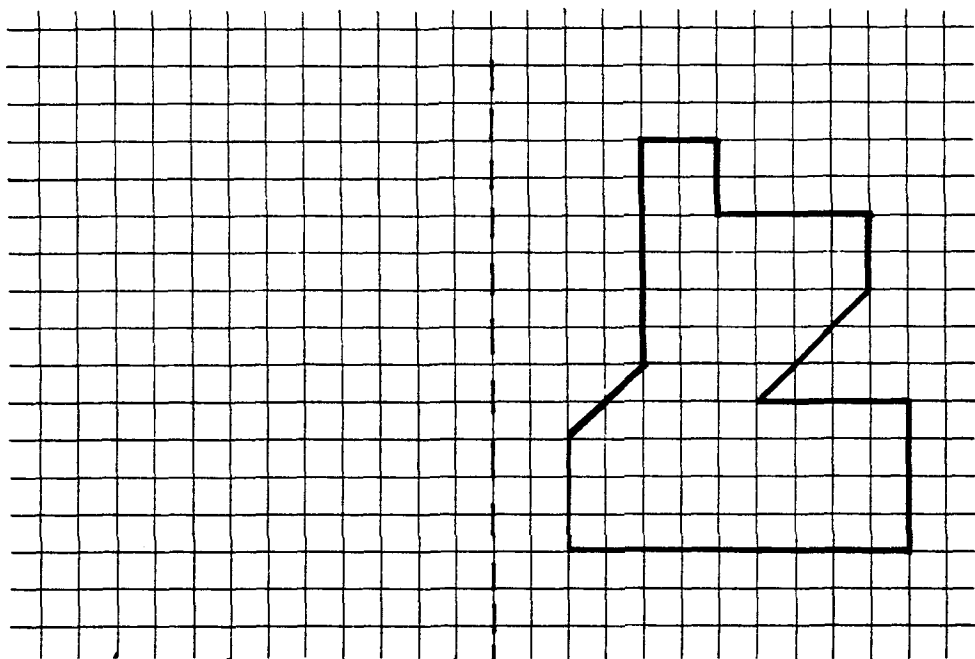
Actividade 5

Um aluno disse-me que um campo de futebol não é rectangular e fez o seguinte desenho. Concordas ou discordas com essa afirmação? Porquê?



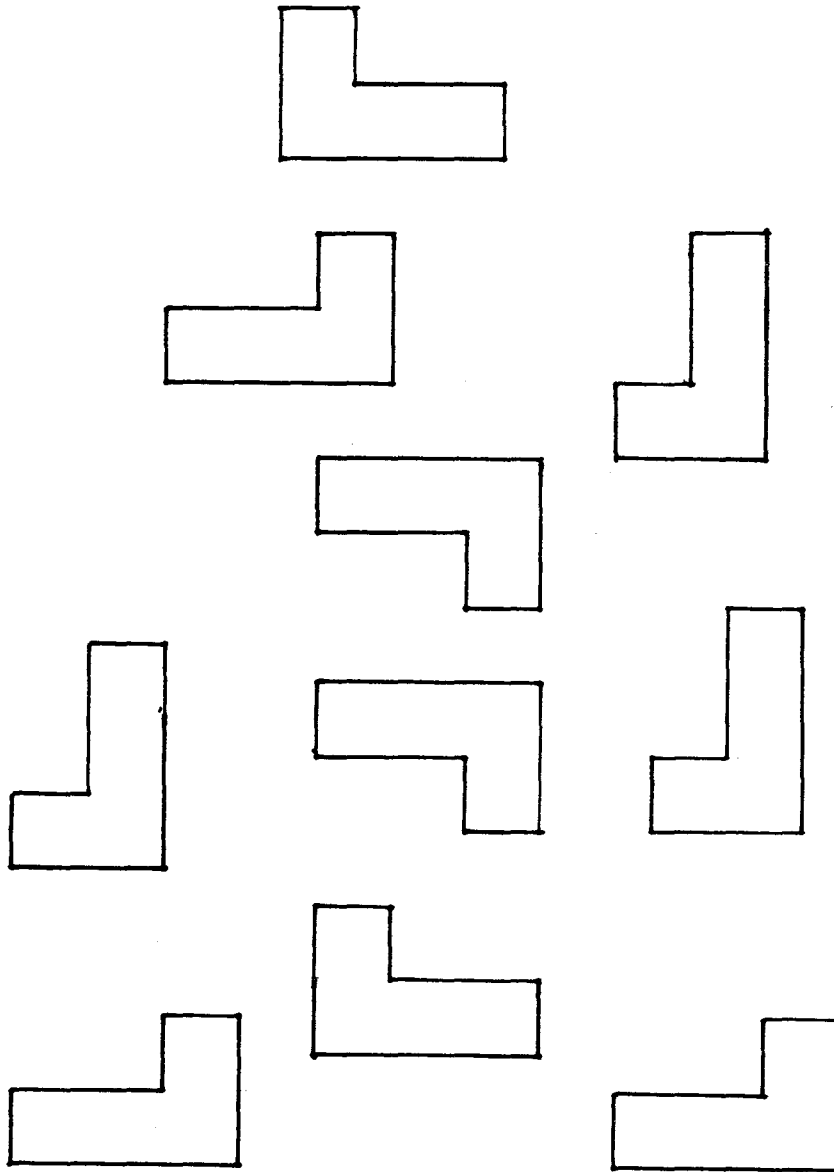
Actividade 6

Desenha uma figura simétrica à dada. O eixo de simetria está representado a tracejado.



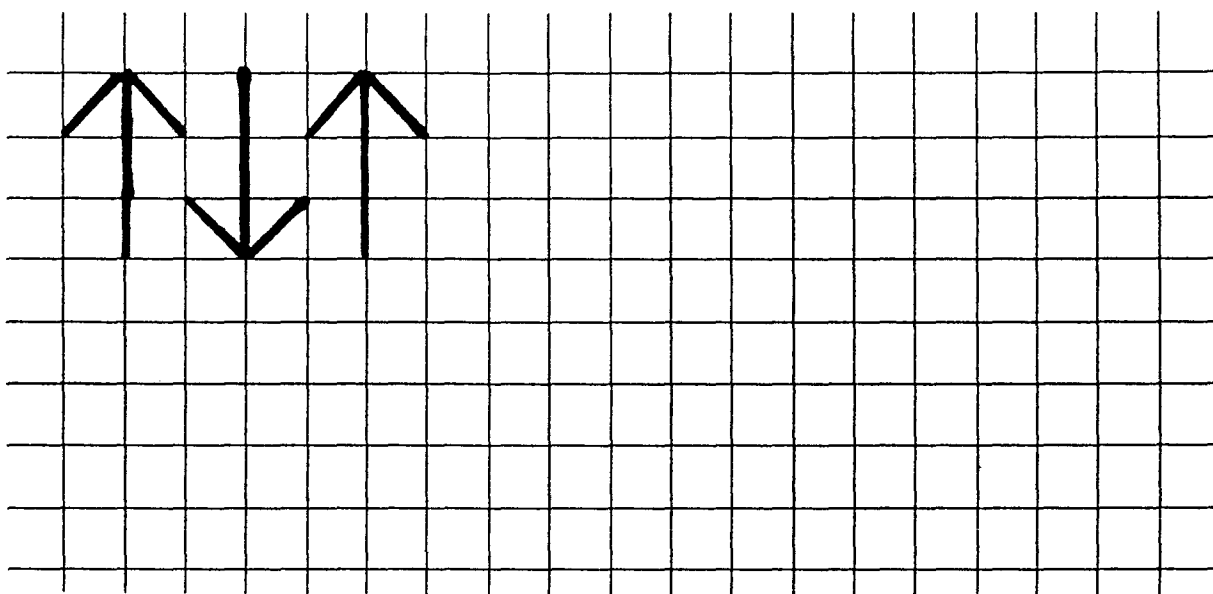
Actividade 7

Pinta da mesma cor as figuras que estão na mesma posição.



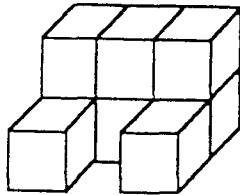
Actividade 8

Continuar esta sequência até ao fim da linha.



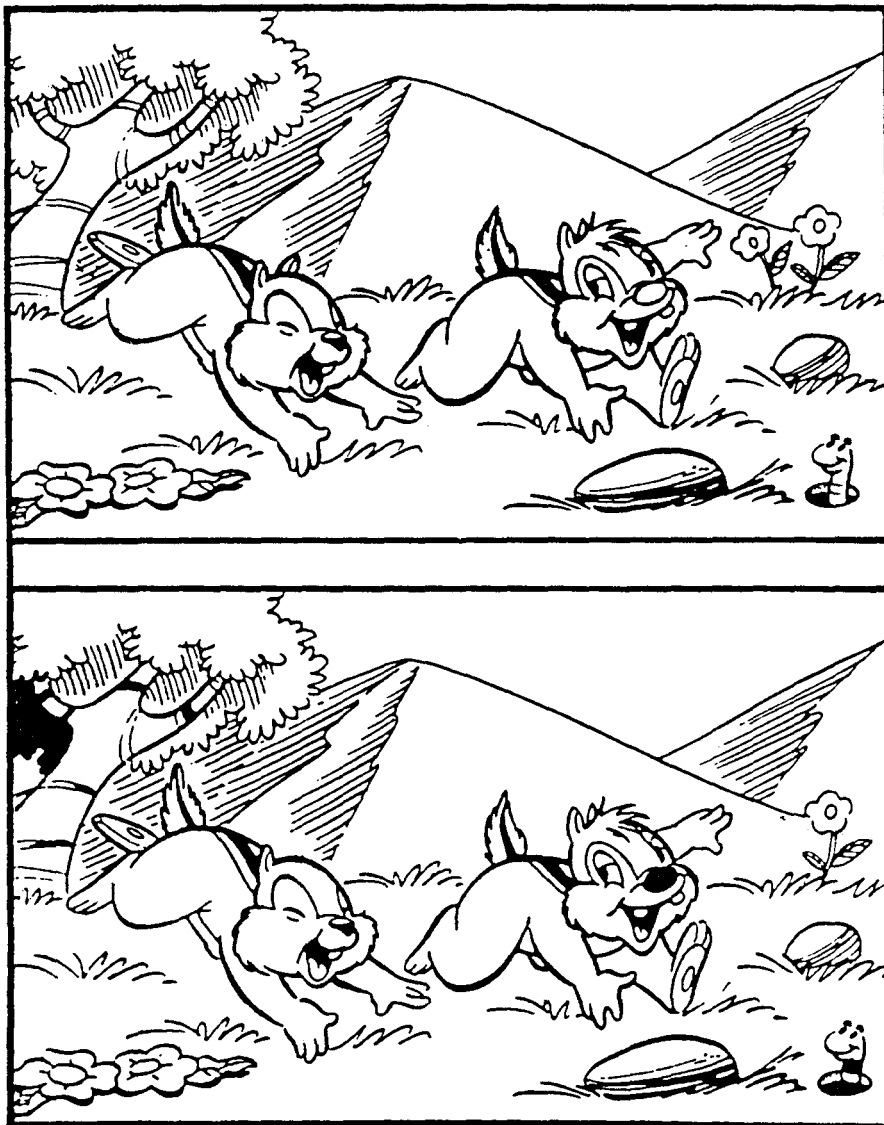
Actividade 9

Constrói com pequenos cubos a figura representada a seguir.



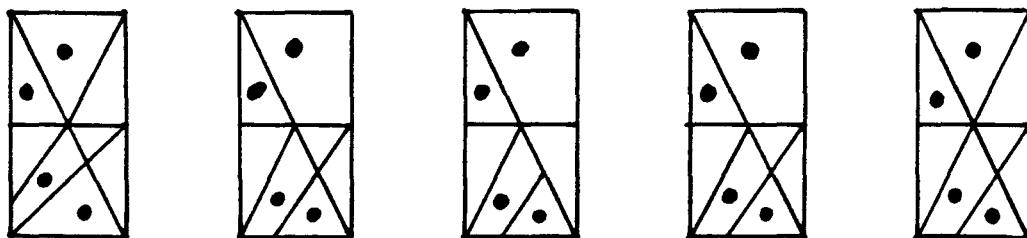
Actividade 10

Descobre as diferenças que existem entre os dois desenhos.



Actividade 11

Duas destas figuras são iguais. Descobre quais são e assinala-as com uma cruz.

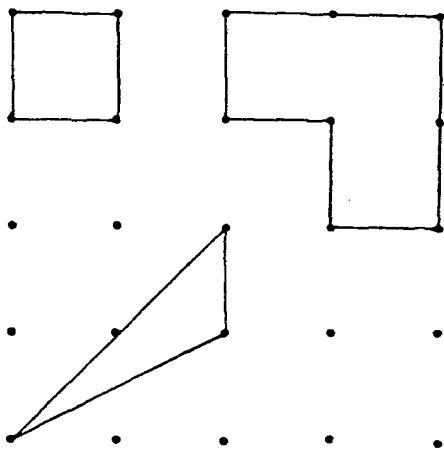


Actividade 12

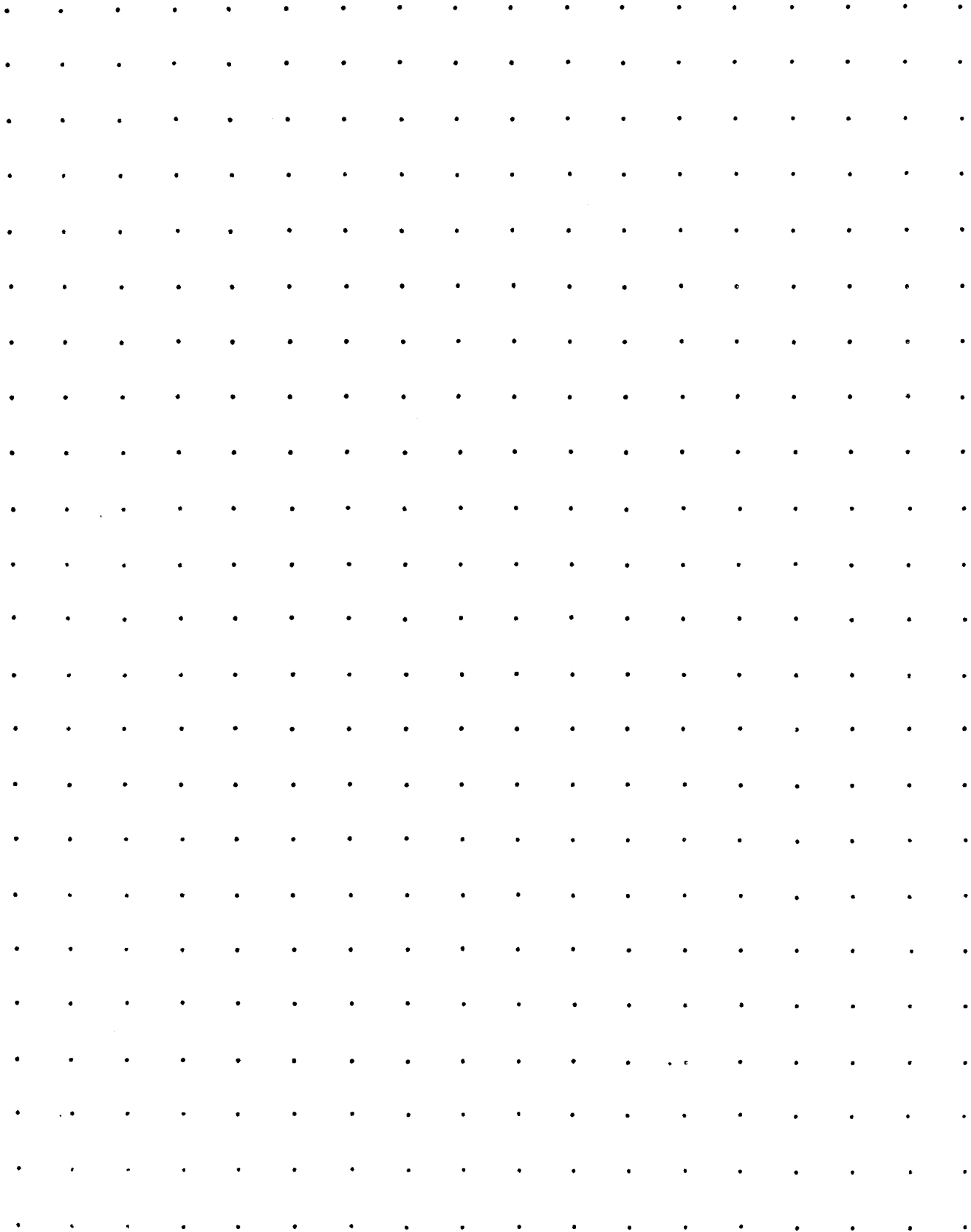
Observa com muita atenção os objectos que te vão mostrar. Ser os tornares a ver tenta recordá-los, escrevendo o seu nome nesta folha.

Actividade 13

Observa estas figuras, para depois as desenhares, sem as voltares a observar.

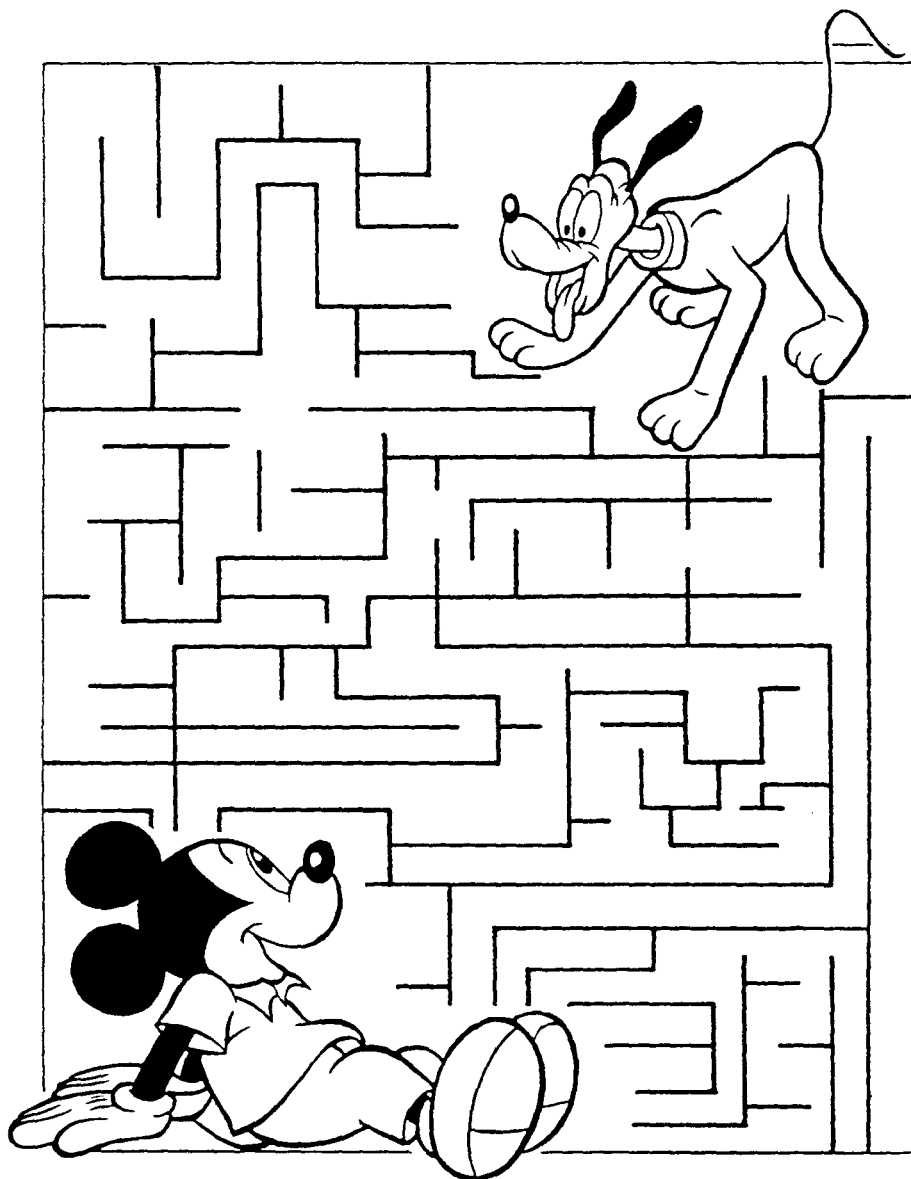


Desenha agora nesta folha as figuras que observaste.



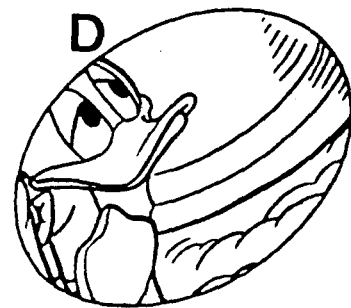
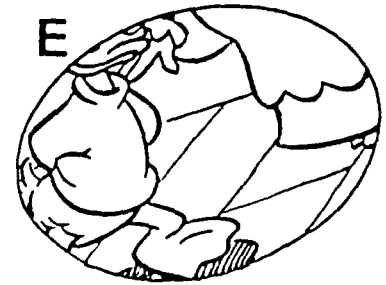
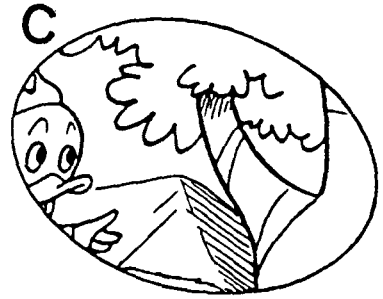
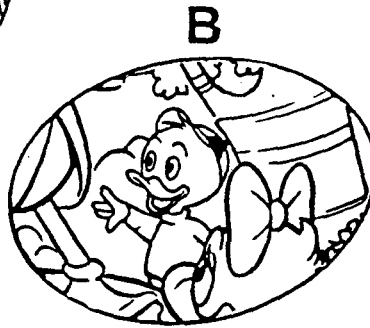
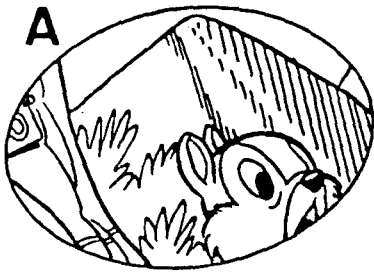
2º Teste de Visualização Espacial

Ajuda o Mickey a ir ao encontro do Pluto.



Actividade 2

Descobre os pormenores que não pertencem ao desenho.

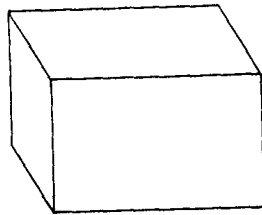


Actividade 3

Faz um triângulo com três peças do tangram.
Regista o que fizeste nesta folha.

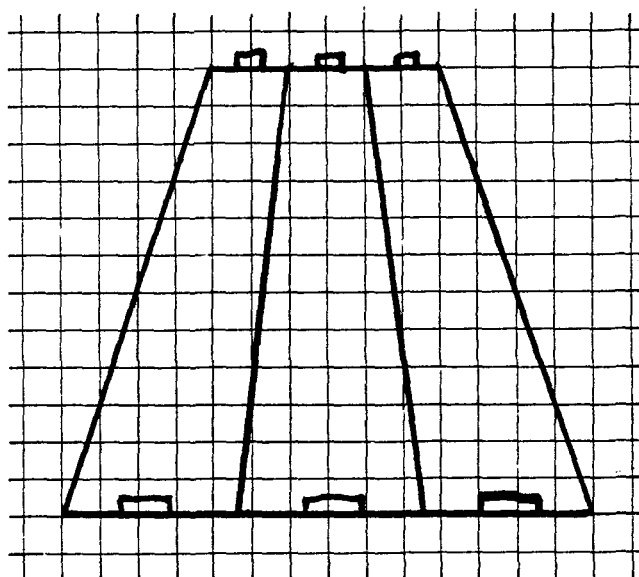
Actividade 4

Olha à tua volta e faz uma lista dos locais da sala de aula onde descobrires objectos com a mesma forma do objecto que te foi mostrado.



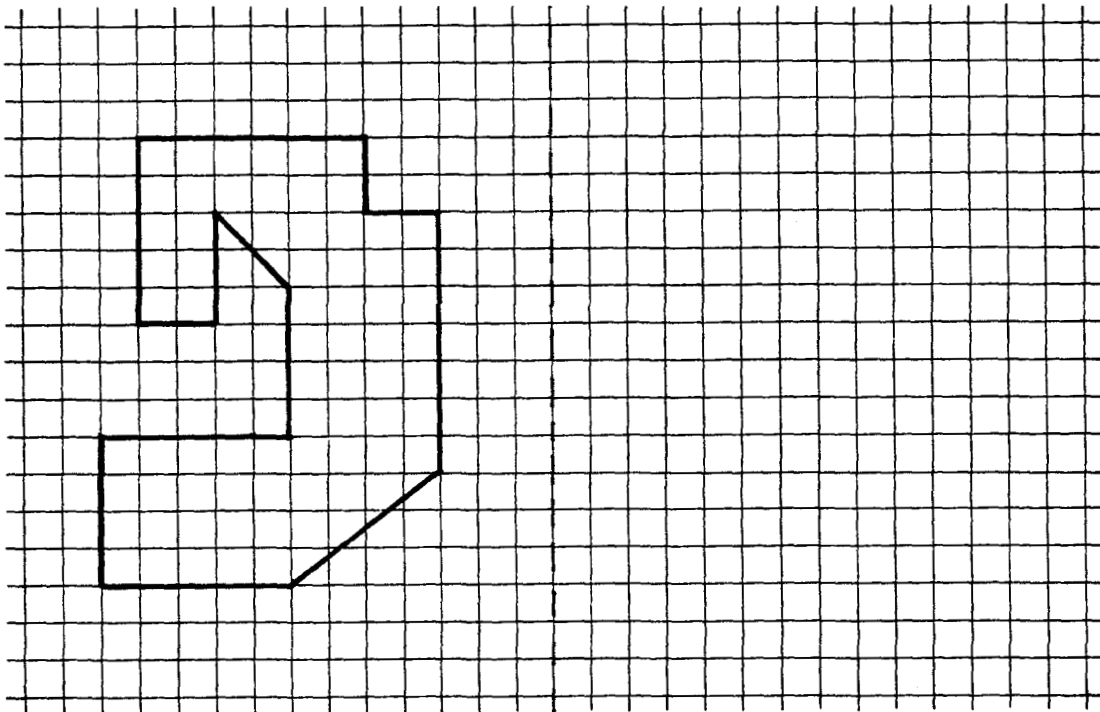
Actividade 5

Uma piscina olímpica tem forma rectangular mas um menino, quando fez o seu desenho não fez bem um rectângulo. Consegues explicar porquê?



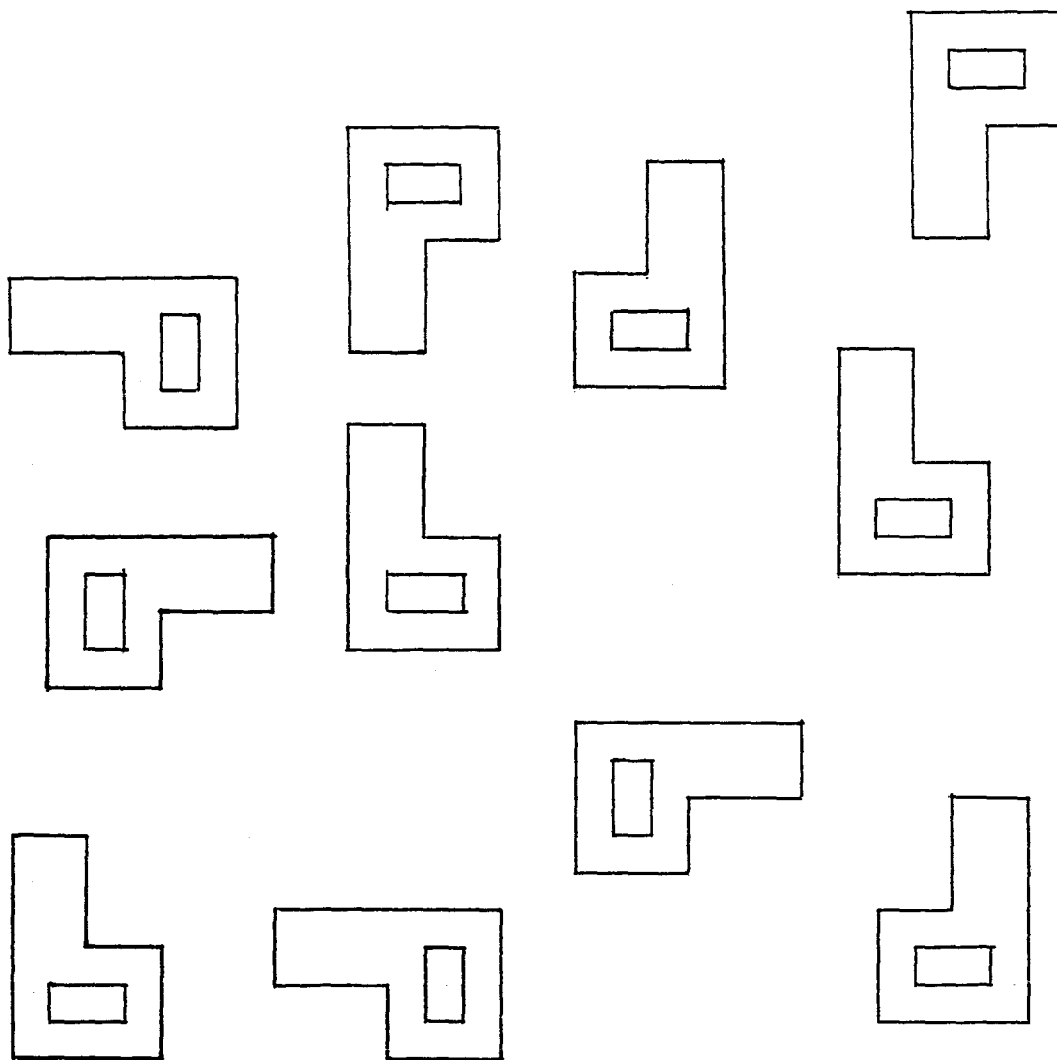
Actividade 6

Desenha uma figura simétrica à dada. O eixo de simetria está representado a tracejado.



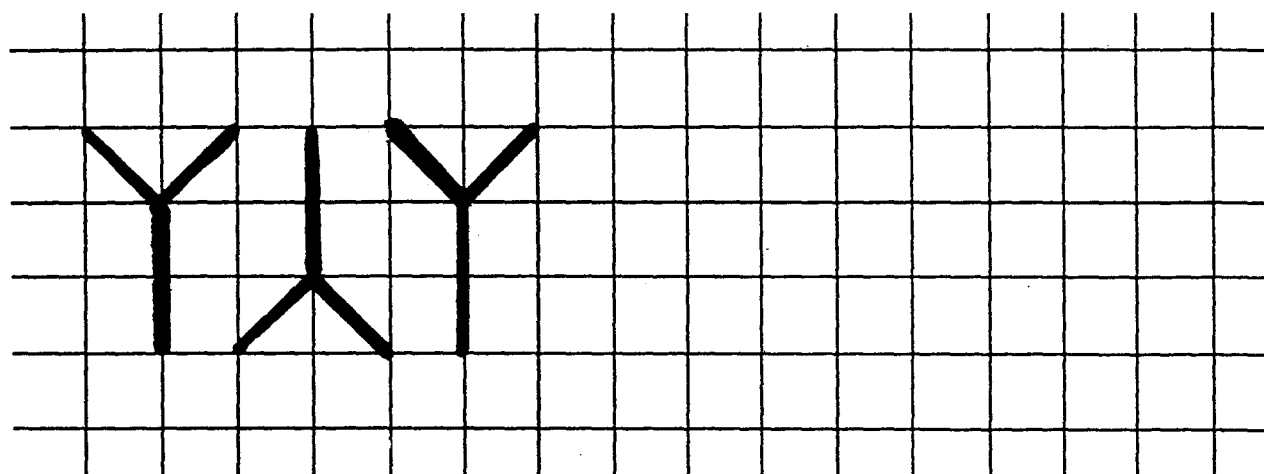
Actividade 7

Pinta da mesma cor as figuras que estão na mesma posição.



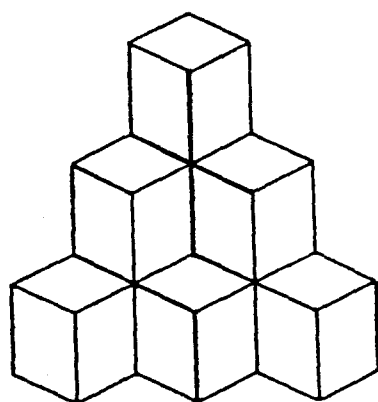
Actividade 8

Continuar esta sequência até ao fim da linha.



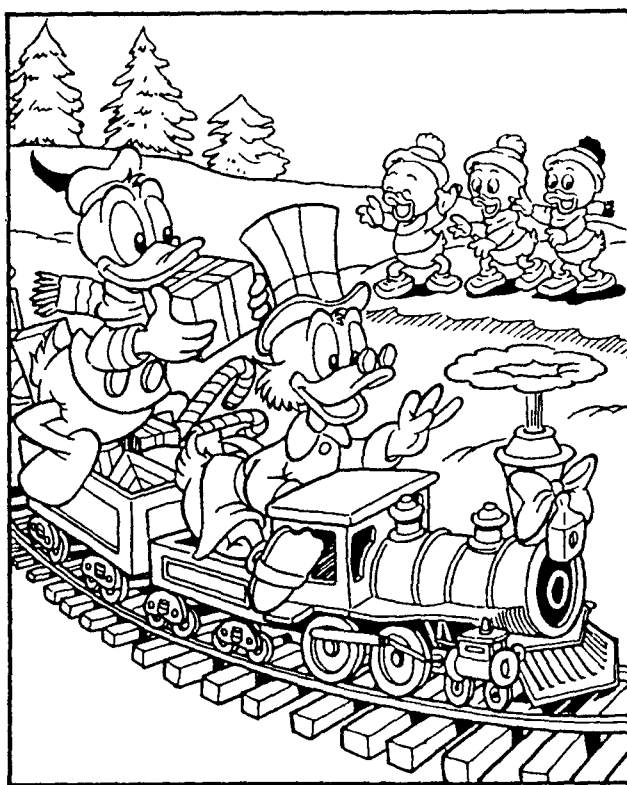
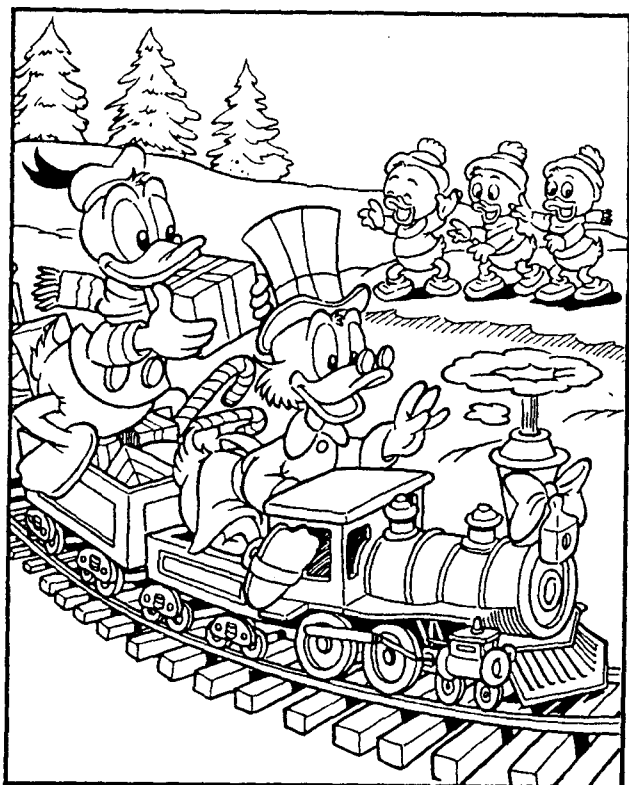
Actividade 9

Constrói com pequenos cubos a figura representada a seguir.



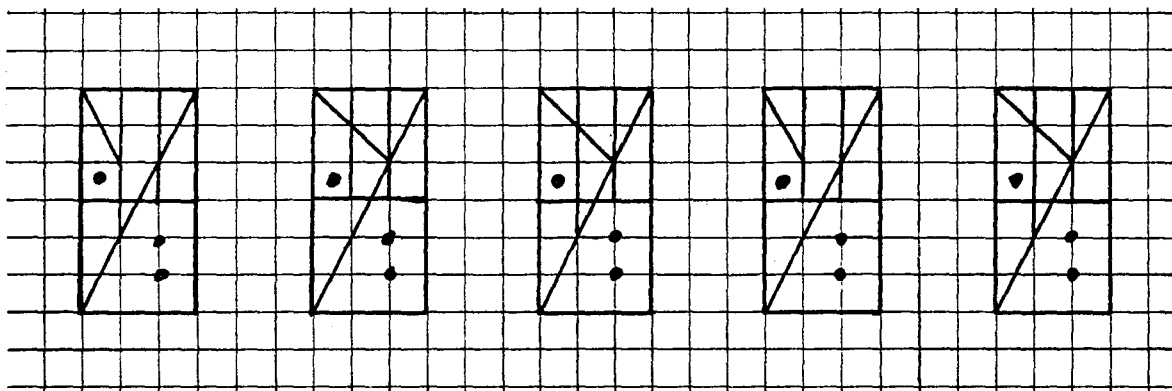
Actividade 10

Descobre as sete diferenças entre as duas gravuras.



Actividade 11

Duas destas figuras são iguais. Descobre quais são e assinala-as com uma cruz.

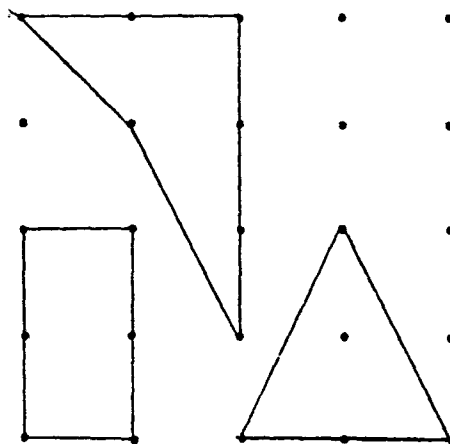


Actividade 12

Observa com muita atenção os objectos que te vão mostrar. Ser os tornares a ver tenta recordá-los, escrevendo o seu nome nesta folha.

Actividade 13

Observa estas figuras, para depois as desenhares, sem as voltares a observar.



Desenha agora nesta folha as figuras que observaste.

