



Maria Clara Nunes Gomes

Mestrado

Relatório de Estágio

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em
Ensino da Matemática no 3.º Ciclo do Ensino Básico e no Secundário

Orientadora: Prof. Doutora Helena Rocha (FCT/UNL)

Co-orientadora: Prof. Paula Maria Castro Amaro Santos Reis (ESPAV)

Júri:

Presidente: Prof. Doutora Maria Helena Coutinho Gomes de Almeida Santos

Arguente: Prof. Doutor Filipe José Gonçalves Pereira Marques

Vogal: Prof. Doutora Helena Rocha

Vogal: Prof. Paula Maria Castro Amaro Santos Reis

Relatório de estágio

e

Trabalho de investigação:

Evolução da aprendizagem do conceito de função quadrática, nas suas várias representações por alunos de 10.º ano de escolaridade

“Copyright” em nome de Maria Clara Nunes Gomes, da FCT/UNL e da UNL, “A Faculdade de Ciências e Tecnologia e a Universidade Nova de Lisboa têm o direito, perpétuo e sem limites geográficos, de arquivar e publicar esta dissertação através de exemplares impressos reproduzidos em papel ou de forma digital, ou por qualquer outro meio conhecido ou que venha a ser inventado, e de a divulgar através de repositórios científicos e de admitir a sua cópia e distribuição com objetivos educacionais ou de investigação, não comerciais, desde que seja dado crédito ao autor e editor”.

Aos meus filhos
À minha perseverança

Tendo por base o estágio pedagógico integrado no Mestrado em Ensino de Matemática, da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa, realizado na Escola Secundária Padre António Vieira, no decorrer do ano letivo 2013/2014, foi elaborado o presente relatório constituído por uma descrição analítica de todas as atividades desenvolvidas no âmbito do referido estágio.

O presente relatório é composto por duas partes distintas, a saber:

Parte I – Relatório de estágio;

Parte II – Trabalho de investigação.

A Parte I tem como principal objetivo descrever todo o trabalho desenvolvido no local de estágio, numa atitude de reflexão perante as situações vivenciadas. Dele faz parte a contextualização do local de estágio e intervenientes, as atividades, o trabalho desenvolvido e os planos de aula elaborados para as aulas lecionadas.

A Parte II teve como objetivo saber qual a informação adquiridos pelos alunos, durante e após a aprendizagem de conceitos da função quadrática, com especial incidência nas representações dessa função e na passagem entre essas representações. Outro objetivo da investigação foi saber de que forma o uso de técnicas e tarefas diversas no ensino da função quadrática proporciona aos alunos motivação para as aprendizagens e contribui para a sua compreensão e aplicação.

Foi aplicada uma metodologia de índole qualitativa, que envolveu a realização de estudos de caso sobre cinco alunos de uma turma de 10.º ano de escolaridade. Para tal, foram planeadas e concretizadas diferentes tipos de tarefas: cinco tarefas com questões relacionadas com o tema da investigação e com problemas em contexto de realidade, duas tarefas de modelação de dados (a bola que salta com recurso a sensores de movimento e construção de retângulos com um cordel de um metro de comprimento) e uma tarefa com questões elaboradas com base em duas folhas de papel com quatro representações da mesma função quadrática em cada uma delas.

As cinco tarefas referidas foram realizadas individualmente pelos alunos em sala de aula e a tarefa, a bola a saltar, também foi desenvolvida em sala de aula, mas em grupo. A tarefa construção de retângulos e a tarefa com base nas duas folhas de papel foram realizadas pelos alunos em momentos diferentes, fora da sala de aula, sob a forma de entrevista.

A análise dos dados obtidos na realização das tarefas e das entrevistas permitiu detetar as reais aprendizagens e dificuldades apresentadas pelos alunos. Concluiu-se que os alunos entendem a representação em linguagem natural da função quadrática, que conseguem interpretar e aplicar a informação inerente à representação algébrica e à representação gráfica da função, ocorrendo uma perda de informação na representação tabular. Também foi possível verificar que os alunos manifestam

preferência pela representação algébrica e revelam poucas dificuldades na passagem entre diferentes representações da função quadrática.

A realização de tarefas diversas permitiu aferir que motiva os alunos para as aprendizagens e estes resolvem com relativa facilidade situações em que é dada uma representação da função quadrática, revelando grandes dificuldades quando a tarefa não tem uma representação explícita, tendo que ser eles a encontrar uma que descreva a situação.

Palavras-chave: estágio pedagógico, reflexão, função quadrática, representação, passagem, tarefas diversas

This report consists in an analytical description of all activities carried out in the pedagogical training integrated in the Master's degree in Mathematics Teaching of *Faculdade de Ciências e Tecnologia* from *Universidade Nova de Lisboa*, held in the Secondary School *Padre António Vieira* in Lisbon, during the school year of 2013/2014.

This report is composed of two distinct parts, namely:

Part I – Training report;

Part II – Research work.

Part I has as main objective describing all the work carried out at the traineeship school, reflecting on experienced situations. An integral part of it is the contextualization of the school and its stakeholders, the activities, the work carried out and the lesson plans prepared for the classes taught.

Part II aimed to understand which information was acquired by students during and after learning the concepts of quadratic function, with particular emphasis on the representations of this function and the shift between these representations. Another aim of this research was to analyze how the use of different tasks while teaching the quadratic function motivates the students for learning and helps their comprehension and their application.

It was applied a methodology of qualitative nature, which involved conducting case studies on five students of a 10th school grade class.

To achieve this aim were planned and implemented different tasks: five tasks with questions related to the research theme and with problems concerning the reality; two data modelling tasks (the ball balance using motion sensors and the rectangles construction with a one meter length string) and a task with prepared questions in two sheets of paper with four representations of the same quadratic function in each of them.

The five tasks referred above were performed by the students in the classroom individually as well as the task ball balance, but this one in group work. The tasks rectangles construction and the one based on two sheets of paper were conducted with one student at a time and sound recorded.

The data analysis obtained while carrying out the tasks allowed us to detect the true learning and the difficulties shown by the students. We concluded that they understand the natural language representation of the quadratic function, they can apply and understand the information inherent to the algebraic and graphical representations, occurring a loss of information regarding the tabular representation. We also concluded they show preference for algebraic representation and show some difficulties with passage between representations of quadratic function.

Regarding the contribution of several tasks related to the quadratic function, it was possible to check that it motivates students for its learnings, that they solve easily situations in which is given an explicit representation and show some difficulties when the task doesn't have a representation and they must find one.

Keywords: pedagogical training, reflection, quadratic function, representation, shift, several tasks.

Ser professor é compreender os sentidos da instituição escolar, integrar-se numa profissão, aprender com os colegas mais experientes. É na escola e no diálogo com os outros professores que se aprende a profissão. O registo das práticas, a reflexão sobre o trabalho e o exercício da avaliação são elementos centrais para o aperfeiçoamento e a inovação.

António Nóvoa

Resumo	i
Abstract	iii
Índice geral	vii
Índice de Figuras	xiii
Índice de Quadros.....	xv
PARTE I – Relatório pedagógico.....	1
CAPÍTULO I – Introdução.....	3
CAPÍTULO II – Caracterização da escola e intervenientes	5
2.1. Enquadramento histórico e físico	5
2.1.1. O Patrono.....	6
2.1.2. Instalações e recursos	7
2.1.3. Oferta educativa.....	7
2.2. Caraterização da comunidade escolar.....	8
2.2.1. Pessoal discente	8
2.2.2. Pessoal docente.....	9
2.2.3. Pessoal não docente	9
2.3. Projeto Educativo e Plano Anual de Atividades.....	10
2.4. Grupo de estágio.....	10
2.5. A disciplina de Matemática A do 10.º ano do Ensino Secundário	11
2.6. A turma de estágio.....	12
2.6.1. Caracterização da turma	12
2.6.2. Aproveitamento da turma	13
CAPÍTULO III – Projetos	15
3.1. Visita à exposição – Matemática e a Terra.....	15
3.2. Frisos de Natal.....	17
3.3. Olimpíadas matemáticas.....	17
3.4. Jogos matemáticos.....	18

3.5. Problema quinzenal	19
3.6. Projeto 10 por 10 desenvolvido pela Gulbenkian.....	20
3.7. Trabalho de grupo com textos de Jorge Buesco	21
3.8. Trabalho de grupo de modelação de dados.....	21
CAPÍTULO IV – Prática Pedagógica.....	23
4.1. Aulas supervisionadas	23
4.1.1. Aulas supervisionadas pela orientadora pedagógica	23
4.1.1.1. Análise crítica e reflexiva	26
4.1.2. Aulas supervisionadas pelos professores científicos	26
4.1.2.1. Auto análise reflexiva e crítica da 1. ^a aula.....	28
4.1.2.2. Análise com os professores da 1. ^a aula.....	28
4.1.2.3. Auto análise reflexiva e crítica da 2. ^a e 3. ^a aula.....	28
4.1.2.4. Análise com os professores da 2. ^a e 3. ^a aula	29
4.1.2.5. Auto análise reflexiva e crítica da 4. ^a e 5. ^a aula.....	30
4.1.2.6. Análise com os professores da 4. ^a e 5. ^a aula	30
4.2. Aulas não supervisionadas.....	31
4.2.1. Auto análise reflexiva e crítica	32
4.3. Avaliação	33
4.4. Apoio	33
4.5. Direção de turma	34
4.6. Outros momentos.....	35
4.6.1. Ação de formação – Gestão de conflitos	35
4.6.2. Reunião Geral de Encarregados de Educação	35
CAPÍTULO V – Considerações finais	37
PARTE II – Trabalho de investigação.....	39
CAPÍTULO VI – Introdução	41
6.1. Objetivos da investigação.....	41
6.2. Questões da investigação.....	41
CAPÍTULO VII – Revisão de Literatura	43
7.1. Contextualização da função quadrática	43
7.1.1. Na história da matemática.	43

7.1.2. Nos programas de matemática.....	44
7.1.3. No manual	44
7.2. Os conceitos na função quadrática	45
7.2.1. O conceito em matemática	45
7.2.2. Objeto e suas representações	47
7.2.3. O Campo Conceitual	50
7.3. Tarefas de aprendizagem	52
7.3.1. Modelação no ensino da matemática.....	55
7.4. A calculadora gráfica.....	56
7.5. Tarefas e avaliação	57
7.6. Síntese.....	57
CAPÍTULO VIII - Metodologia.....	59
8.1. Investigação e estudos de caso em educação.....	59
8.2. Instrumentos de investigação utilizados	59
8.3. Espaço físico e humano da investigação	60
8.3.1. A escola	60
8.3.2. A turma.....	60
8.3.3. Participantes do estudos de caso.....	60
8.4. Planeamento da investigação.....	61
8.4.1. Fases da investigação.....	61
8.4.2. Calendarização da investigação.....	64
8.4.3. Ação desenvolvida no âmbito da investigação.....	65
8.5. Análise de dados.....	65
8.6. Síntese.....	66
CAPÍTULO IX - Análise de dados.....	69
9.1. Caso do Nuno	69
9.1.1. Representações da função quadrática	69
9.1.1.1. Tarefas realizadas durante a aprendizagem	69
9.1.1.2. Conhecimentos adquiridos após a aprendizagem	70
9.1.2. Passagem entre representações da função quadrática.....	75
9.1.2.1. Tarefas realizadas durante a aprendizagem	75
9.1.2.2. Conhecimentos adquiridos após a aprendizagem	75

9.1.3. Tarefas individuais com Problemas em contexto de realidade.....	77
9.1.4. Tarefa de modelação – a bola a saltar.....	78
9.1.5. Tarefa de modelação – construção de retângulos	79
9.1.6. Síntese acerca das aprendizagens do Nuno	80
9.2. Caso da Sara	80
9.2.1. Representações da função quadrática	81
9.2.1.1. Tarefas realizadas durante a aprendizagem	81
9.2.1.2. Conhecimentos adquiridos após a aprendizagem	81
9.2.2. Passagem entre representações da função quadrática.....	83
9.2.2.1. Tarefas realizadas durante a aprendizagem	83
9.2.2.2. Conhecimentos adquiridos após a aprendizagem	84
9.2.3. Tarefas individuais com Problemas em contexto de realidade.....	85
9.2.4. Tarefa de modelação – a bola a saltar.....	86
9.2.5. Tarefa de modelação – construção de retângulos	86
9.2.6. Síntese acerca das aprendizagens da Sara	88
9.3. Caso do Eduardo.....	88
9.3.1. Representações da função quadrática	88
9.3.1.1. Tarefas realizadas durante a aprendizagem	88
9.3.1.2. Conhecimentos adquiridos após a aprendizagem	89
9.3.2. Passagem entre representações da função quadrática.....	91
9.3.2.1. Tarefas realizadas durante a aprendizagem	91
9.3.2.2. Conhecimentos adquiridos após a aprendizagem	92
9.3.3. Tarefas individuais com Problemas em contexto de realidade.....	92
9.3.4. Tarefa de modelação – a bola a saltar.....	93
9.3.5. Tarefa de modelação – construção de retângulos	94
9.3.6. Síntese acerca das aprendizagens do Eduardo.....	95
9.4. Caso do Luísa	95
9.4.1. Representações da função quadrática	96
9.4.1.1. Tarefas realizadas durante a aprendizagem	96
9.4.1.2. Conhecimentos adquiridos após a aprendizagem	97
9.4.2. Passagem entre representações da função quadrática.....	99
9.4.2.1. Tarefas realizadas durante a aprendizagem	99
9.4.2.2. Conhecimentos adquiridos após a aprendizagem	100
9.4.3. Tarefas individuais com Problemas em contexto de realidade.....	101
9.4.4. Tarefa de modelação – a bola a saltar.....	101
9.4.5. Tarefa de modelação – construção de retângulos	102

9.4.6. Síntese acerca das aprendizagens da Luísa.....	103
9.5. Caso da Beatriz.....	103
9.5.1. Representações da função quadrática	103
9.5.1.1. Tarefas realizadas durante a aprendizagem	103
9.5.1.2. Conhecimentos adquiridos após a aprendizagem	104
9.5.2. Passagem entre representações da função quadrática.....	106
9.5.2.1. Tarefas realizadas durante a aprendizagem	106
9.5.2.2. Conhecimentos adquiridos após a aprendizagem	106
9.5.3. Tarefas individuais com Problemas em contexto de realidade.....	107
9.5.4. Tarefa de modelação – a bola a saltar.....	107
9.5.5. Tarefa de modelação – construção de retângulos	108
9.5.6. Síntese acerca das aprendizagens da Beatriz	109
CAPÍTULO X - Conclusões.....	111
10.1. Informação adquirida com cada uma das representações da função quadrática.....	111
10.2. Articulação na passagem entre representações da função quadrática.....	111
10.3. Contribuição de tarefas diversas para a compreensão da função quadrática	112
10.4. Conclusão global	113
REFERÊNCIAS	115
ANEXOS.....	117
Anexo 1 – Pedido de autorização da escola onde decorreu o estágio pedagógico	117
Anexo 2 – Pedido de autorização aos Encarregados de Educação.....	118
Anexo 3 – Guião de entrevista de caracterização do aluno de estudos de caso	120
Anexo 4 – Tarefas individuais.....	121
Anexo 5 – Tarefa de modelação – a bola a saltar	126
Anexo 6 – Primeira folha com as quatro representações de uma função quadrática.....	128
Anexo 7 – Segunda folha com as quatro representações de uma função quadrática.....	129
Anexo 8 – Guião da entrevista individual de investigação.....	130
Anexo 9 – Guião de entrevista das aprendizagens da função quadrática.	132
Anexo 10 – Guião da tarefa de modelação de construção de retângulos	133

PARTE I – Relatório pedagógico

Figura 2.1: Localização da Escola	5
Figura 2.2: Fotografia dos anos 60 da Escola Padre António Vieira	5
Figura 2.3: Entrada da Escola atualmente	6
Figura 2.4: Padre António Vieira	6
Figura 2.5: Espaços da Escola Padre António Vieira.....	7
Figura 2.6: Alunos e Turmas do 3.º Ciclo do Ensino Básico e do Ensino Vocacional.....	8
Figura 2.7: Alunos e Turmas do Ensino Secundário e do Ensino Profissional	9
Figura 2.8: Horário da turma de estágio.	13
Figura 3.1: Cartaz da exposição Matemática do Planeta Terra.....	15
Figura 3.2: Árvore de Natal realizada pelo 10.º CT1	17
Figura 3.3: Cartaz das Olimpíadas de Matemática.....	17
Figura 3.4: Afixação dos resultados das Olimpíadas matemáticas	18
Figura 3.5: Final dos Jogos Matemáticos na escola.....	18
Figura 3.6: Placard com um Problema Quinzenal	19
Figura 3.7: Caixa do Problema Quinzenal na Mediateca	19
Figura 3.8: Aula Pública de Português na Gulbenkian da turma de estágio	20
Figura 3.9: Trabalhos de grupo expostos no Placard	21
PARTE II – Trabalho de investigação	
Figura 7.1: O conceito segundo Vergnaud (1990).....	46
Figura 7.2: Estrutura da representação em função de conceitualização. (Duval, 1993).....	48
Figura 7.3: Mapa conceitual da teoria dos campos conceituais de Vergnaud (1990)	51
Figura 7.4: Ensino tradicional segundo Guzmán (1993).....	53
Figura 7.5: Esquema de um tópico de matemático baseado na resolução de problemas.	53
Figura 7.6: Relação entre tipos de tarefas, por grau de desafio e de abertura. (Ponte, 2005).....	54
Figura 8.1: Quatro representações de uma função quadrática	62
Figura 8.2: Quatro representações de uma outra função quadrática	63
Figura 9.1: Resposta apresentada na resolução da equação	71
Figura 9.2: Resposta do aluno no cálculo dos zeros da função.....	72
Figura 9.3: Justificação da concavidade da função	72
Figura 9.4: Definição de função quadrática	74
Figura 9.5: Eixo de simetria e representação gráfica a partir da representação algébrica.....	75
Figura 9.6: Resposta à questão 1.d) da tarefa 4.....	77
Figura 9.7: Questões elaboradas pelo grupo na tarefa de modelação	78
Figura 9.8: Esboço de um salto da bola da função quadrática da situação modelada	78

Figura 9.9: Forma como o aluno determinou uma expressão das áreas dos retângulos	79
Figura 9.10: Tentativas apresentadas pelo Nuno para encontrar uma expressão da função.....	79
Figura 9.11: Representações gráficas de famílias da função quadrática	84
Figura 9.12: Representação gráfica da função das áreas dos retângulos possíveis	87
Figura 9.13: Zeros indicados pelo aluno a partir da representação gráfica	89
Figura 9.14: Esquema realizado pelo Eduardo para representar o retângulo construído	94
Figura 9.15: Resolução realizada para determinar uma expressão da área dos retângulos.....	94
Figura 9.16: Determinação do vértice a partir da representação algébrica	97
Figura 9.17: Registo das medidas dos retângulos obtidos com o cordel	102
Figura 9.18: Retângulo desenhado pela Beatriz	108

PARTE I – Relatório Pedagógico

Quadro 4.1: Aulas assistidas pela Orientadora pedagógica	25
Quadro 4.2: Aula lecionada ao 8.º ano	25
Quadro 4.3: Aulas assistidas pelos Professores Orientadores Científicos	27
Quadro 4.4: Aulas não supervisionadas	32

PARTE I – Trabalho de Investigação

Quadro 7.1: Classificação dos registos que podem ser mobilizados (Duval, 1993)	48
Quadro 7.2: Relação entre as unidades simbólicas e visuais da função afim (Duval, 1993)	49
Quadro 7.3: Relação possível entre as unidades simbólicas e visuais da função quadrática	49
Quadro 8.1: Calendário das tarefas realizadas no âmbito da investigação	64
Quadro 8.2: Informação retirada das tarefas individuais	66

PARTE I – Relatório pedagógico

CAPÍTULO I – Introdução

O presente relatório é relativo ao estágio pedagógico do Mestrado de Ensino da Matemática, realizado pela estagiária Maria Clara Nunes Gomes, no ano letivo de 2013/2014, desde Setembro de 2013 a Junho de 2014, na Escola Secundária com 3.º Ciclo Padre António Vieira (ESPAV), situada no centro de Lisboa. O estágio pedagógico decorreu com a orientação pedagógica da Professora Paula Reis, numa turma de 10º ano do curso científico-humanístico de ciências e tecnologia, na disciplina de Matemática A.

O estágio pedagógico permite ao futuro professor um contacto real com os alunos, no meio escolar, como observador e interveniente no processo educativo, sob a orientação de um professor experiente, responsável pela turma. O ano de estágio é uma etapa aguardada com grande expectativa na formação profissional de um professor, por ser um ano de aprendizagem e de enriquecimento pessoal. A elaboração do relatório de estágio permite uma reflexão aprofundada e consciente da forma como decorreu todo o período de estágio pedagógico.

No presente relatório é apresentada uma análise e reflexão crítica relativa a todas as ações pedagógicas desenvolvidas dentro e fora da escola.

Para a apresentação do trabalho desenvolvido, o relatório de estágio divide-se em 5 capítulos.

Capítulo I. Introdução;

Capítulo II. Caracterização da escola e dos intervenientes;

Capítulo III. Projetos;

Capítulo III. Prática Pedagógica;

Capítulo IV. Considerações finais

CAPÍTULO II – Caracterização da escola e intervenientes

2.1. Enquadramento histórico e físico

O local de estágio decorreu na Escola Secundária com 3.º Ciclo Padre António Vieira, localizada na Grande Lisboa, como se observa na figura 2.1. Foi fundada em 1965 para servir uma população escolar residente num bairro com 10 anos de existência e em plena expansão demográfica.



Figura 2.1: Localização da Escola

A arquitetura do edifício (figura 2.2) é da autoria de Rui Athougua, uma personalidade associada à arquitetura moderna em Portugal sendo a escola considerada de grande qualidade arquitetónica.



Figura 2.2: Fotografia dos anos 60 da Escola Padre António Vieira

Até ao 25 de Abril de 1974, a escola era um Liceu masculino, que após a revolução, passou para Escola Secundária com 3.º Ciclo, com alunos provenientes de bairros vizinhos desta zona da cidade e das periferias, passando a ser constituída por uma população escolar essencialmente mista e heterogénea.

Em Maio de 2003, deu-se a fusão entre esta Escola e a Escola Secundária Cidade Universitária, tendo esta sido encerrada devido às condições precárias das suas instalações e em virtude da reorganização da rede escolar.

Com a inserção da escola no Parque Escolar em 2007, foram realizadas obras de restauro no edifício existente e obras de ampliação, com a construção de mais dois blocos nos anos de 2010 e 2011. Na zona exterior foram recuperados os espaços verdes e o espelho de água (figura 2.3). Foi também construída a cobertura de um dos campos de jogos.



Figura 2.3: Entrada da Escola atualmente

Atualmente a Escola Secundária Padre António Vieira é a Sede de Agrupamento de Escolas de Alvalade, integrando a Escola de Ensino Básico 2.º e 3.º Ciclo Almirante Gago Coutinho, a Escola de Ensino Básico 1.º Ciclo e Jardim de Infância Teixeira de Pascoais e Escola de Ensino Básico 1.º Ciclo São João Brito.

2.1.1. O Patrono

O nome da escola provém do religioso, Padre António Vieira (figura 2.4), ligado ao Colégio dos Jesuítas. Foi escritor e orador da Companhia de Jesus. Foi também pregador, missionário, cortesão e diplomata, o que fez dele, uma das personagens mais influentes do século XVII.

Nasceu a 6 de Fevereiro de 1608 em Lisboa e em 1614 foi viver para o Brasil. Regressou a Portugal após a restauração da independência, em 1640.

Realizou diversas viagens, a diversos locais do mundo, acabando por falecer num naufrágio, perto das ilhas dos Açores, no ano de 1697.



Figura 2.4: Padre António Vieira

Foi um homem dedicado a causas humanitárias, como a defesa dos direitos humanos dos indígenas e contra a escravatura.

Deixou uma vasta obra que exprime as suas convicções políticas, sob forma de sermões, como o sermão do bom ladrão e o sermão de Santo António aos peixes.

2.1.2. Instalações e recursos

É um espaço amplo, versátil e funcional, que está dividido em duas grandes zonas, o piso térreo onde se encontram todos os serviços disponibilizados pela escola e três blocos adjacentes, alguns deles com três pisos e que englobam a zona de aulas, como se pode ver na figura 2.5.



Figura 2.5: Espaços da Escola Padre António Vieira

É de salientar que existem dois campos de futebol de cinco, com relva sintética construídos em parceria com uma empresa privada em troca da possibilidade dessa empresa utilizar os campos de futebol, num horário pós laboral e aos fins-de-semana, o que mostra a importância das escolas trabalharem com o meio local.

2.1.3. Oferta educativa

Na Escola Secundária com 3.º Ciclo Padre António Vieira, para além do Ensino Regular tem ainda outras opções educativas para os seus alunos, tanto no 3.º Ciclo do Ensino Básico como no Ensino Secundário.

No 3.º Ciclo do Ensino Básico funciona o Ensino Regular e o Ensino Vocacional. No Ensino Vocacional os alunos têm como opção a área de Desporto, de Artes e de Informática.

No Ensino Secundário estão em funcionamento os Cursos Científico-Humanísticos:

- Curso de Ciências e Tecnologias;
- Curso de Artes;
- Curso de Ciências Socioeconómicas;

Curso de Línguas e Humanidades.

Para além destes cursos, os alunos também têm como opção o Ensino Profissional, permitindo aos alunos no final do curso obter o 12.º ano de escolaridade e uma Certificação Profissional de nível 4, nas áreas seguintes:

- Área da Saúde;
- Área de Gestão de Empresas;
- Área de Design e Equipamento.

2.2. Caracterização da comunidade escolar

A comunidade escolar é constituída por todos os intervenientes no Sistema Educativo.

Do sistema educativo fazem parte “alunos, professores, pessoal não docente, pais/Encarregados de Educação, parceiros e outros membros da comunidade que se pretende dinâmica e atuante”, como é referido no Regulamento Interno 2013/2017 do Agrupamento de Escolas de Alvalade.

2.2.1. Pessoal discente

A escola inicialmente foi construída para comportar 700 alunos, tendo este número aumentado de ano para ano, chegando a 2000 alunos nos anos 80/90. A partir dos finais da década de 90 o número de alunos inscritos na escola chegou a baixar para cerca de 500 alunos.

Atualmente são 1084 os alunos inscritos no início do ano escolar, constituindo um grupo homogéneo quanto ao género, formado por 538 alunos e 546 alunas.

Destes 1084 alunos, 393 alunos frequentam o 3.º Ciclo do Ensino Básico e o Ensino Vocacional e 641 alunos frequentam o Ensino Secundário e o Ensino Profissional, divididos por 43 turmas, sendo que cada turma tem uma média de 26 alunos. Os alunos da escola encontram-se distribuídos pelos anos de escolaridade e número de turmas, como se pode ver na figura 2.6 e na figura 2.7:

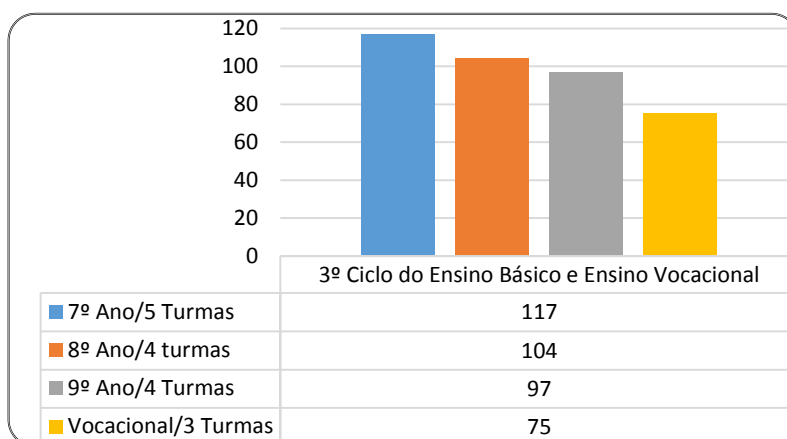


Figura 2.6: Alunos e Turmas do 3.º Ciclo do Ensino Básico e do Ensino Vocacional

Os alunos do 3.º Ciclo do ensino básico são maioritariamente do género masculino (56% rapazes e 46% raparigas). As médias de idades em cada turma são as normais para os anos escolares sendo de 12 anos no 7.º ano, 13 anos no 8.º ano e 14 anos no 9.º ano.

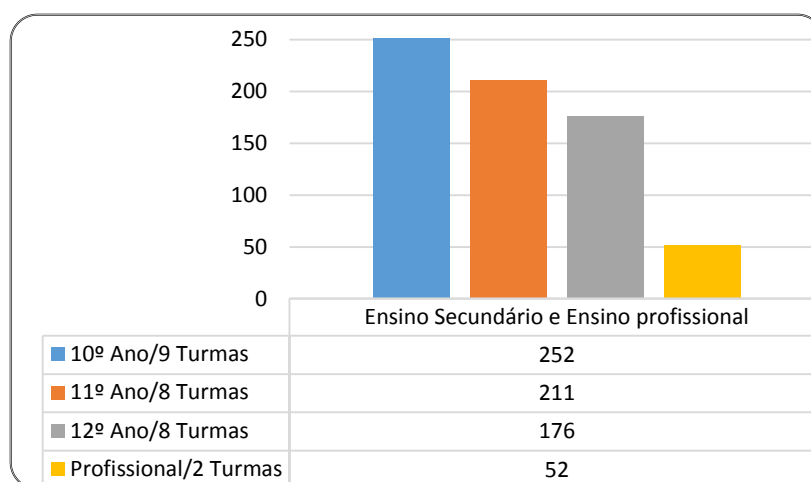


Figura 2.7: Alunos e Turmas do Ensino Secundário e do Ensino Profissional

Os alunos do Ensino Secundário são maioritariamente do género feminino (54% raparigas). As médias de idades em cada turma são as normais para os anos escolares que frequentam. É de salientar que os alunos das turmas do Curso de Artes do 10.º ano e do 11.º ano e da turma do Curso de Línguas e Humanidades do 11.º ano têm em média mais um ano de idade que os alunos das outras turmas que frequentam o mesmo ano de escolaridade.

2.2.2. Pessoal docente

O corpo docente da Escola Padre António Vieira tem sofrido alterações, especialmente devido ao facto de muitos docentes terem obtido a reforma.

Atualmente, de um total de 178 professores no Agrupamento de Escolas de Alvalade, 118 docentes são professores efetivos e 60 docentes são professores contratados.

Concretamente no Ensino Secundário o Grupo de professores de matemática da escola é formado por 10 professores que pertencem ao Quadro de Zona e 5 professores contratados, sendo de salientar que alguns professores do Ensino Secundário também lecionam no 3.º Ciclo do Ensino Básico.

As funções dos docentes dividem-se entre aulas, apoios pedagógicos, direções de turma, coordenadores de projetos e de grupos e alguns ainda com orientação de estágios pedagógicos.

2.2.3. Pessoal não docente

No Agrupamento de Escolas de Alvalade trabalham 69 funcionários não docentes, dos quais 57 são Assistentes Operacionais e 12 são Assistentes Técnicos.

Destes funcionários dois deles são Psicólogos a tempo parcial, que intervém diretamente com os alunos, com a escola e com os Encarregados de Educação.

2.3. Projeto Educativo e Plano Anual de Atividades

A escola tem definida a sua estratégia de ação em torno de três eixos prioritários, designadamente o controlo da indisciplina, a promoção do sucesso escolar e a comunicação e interação com a comunidade educativa.

Com a recente integração da Escola Secundaria Padre António Vieira no Agrupamento de Escolas de Alvalade o Projeto Educativo encontra-se em remodelação para ser adaptado e atualizado às escolas do Agrupamento.

Relativamente ao Plano Anual de Atividades são diversas as atividades planeadas e desenvolvidas ao longo do ano letivo, tendo por objetivo melhorar o processo de ensino e de aprendizagem e melhorar os resultados escolares.

Algumas dessas atividades realizadas pelo Departamento de Matemática e Ciências Experimentais do Grupo Disciplinar de Matemática foram elas:

- Olimpíadas Portuguesas de Matemática
- Canguru Matemático Sem Fronteiras
- Campeonato Nacional de Jogos Matemáticos
- O problema da quinzena
- Exposição de decorações de Natal
- Projeto 10X10 com a Fundação Calouste Gulbenkian
- Visita de Estudo a Exposição MATER na Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa
- Exposição de trabalhos dos alunos
- Ações de formação
- Realização de tarefas de modelação

O Grupo de estágio de matemática esteve sempre disponível contribuindo de forma ativa para a realização das atividades enunciadas.

2.4. Grupo de estágio

O Grupo de estágio é constituído por duas estagiárias do Mestrado de Ensino de Matemática e a professora orientadora de estágio.

Nos finais de Julho de 2013 os estagiários do Mestrado em Ensino de Matemática da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa ficaram a saber em que escola iriam realizar

o seu estágio pedagógico. Logo após essa tomada de conhecimento, as duas estagiárias afetas à escola Padre António Vieira, marcaram um encontro na escola, com a professora orientadora de estágio. Nesse momento de grande ansiedade e expectativa para as estagiárias, estas ficaram a conhecer a professora orientadora, alguns professores da escola, algum pessoal auxiliar, as instalações e o funcionamento da escola.

No início do presente ano letivo, foram atribuídas à professora orientadora duas turmas de 10.º ano da área de Ciências e Tecnologia à disciplina de Matemática.

Na primeira reunião realizada pelo Grupo de estágio foi feita uma síntese do que consistia o estágio pedagógico.

Ponderando a organização horária de cada uma das estagiárias, e com a aprovação da professora orientadora ficou decidido que a turma CT1 ficaria a ser a minha turma de estágio. Ficou também estabelecida uma hora para o grupo de estágio reunir semanalmente para além dos momentos pontuais que iriam acontecer diariamente entre as aulas.

Nestas reuniões semanais foi feito o planeamento e organização do trabalho a desenvolver na escola, discussão e orientação dos planos de aula, organização e discussão de trabalhos e projetos a desenvolver com as turmas do Grupo de estágio. Também aí foi organizado o dossiê de turma da disciplina de Matemática, onde foi colocado, a planta da sala de aulas, os nomes e fotos dos alunos de turma, os enunciados dos testes, a respetiva correção e critérios de correção, as grelhas de correção dos testes de avaliações, a grelha de notas ao longo do ano letivo, entre outros documentos. Todo este material encontra-se também no dossiê de estágio.

2.5. A disciplina de Matemática A do 10.º ano do Ensino Secundário

A disciplina de matemática A no curso de Ciências e Tecnologia é uma disciplina trienal com componente de formação específica.

Nesta escola a carga horária é de 5 horas semanais, lecionadas em aulas com a duração de uma hora, ao longo das 33 semanas letivas, divididas por 13 semanas no 1.º período, 13 semanas no 2.º período e 7 semanas no 3.º período.

Para além dos tempos letivos da disciplina, a escola proporciona ainda uma hora semanal de apoio, para os alunos com mais dificuldades de cariz facultativo e que requer autorização do Encarregado de Educação.

Na impossibilidade de o horário da professora de matemática da turma incluir esta hora no seu horário, por este se encontrar completamente preenchido, esta aula de apoio foi assegurada por mim, com o consentimento da Direção, do Conselho de Turma e dos Encarregados de Educação dos alunos.

2.6. A turma de estágio

O estágio pedagógico na escola decorre durante o ano letivo, num contacto direto com uma turma. Dele faz parte assistir às aulas lecionadas pela professora da turma, participando no processo de ensino e aprendizagem que decorre na sala de aula e fora dela.

Como já foi referido a turma de estágio é uma turma de 10.º ano de escolaridade. É um ano de grande responsabilidade para alunos, pais e professores, pois é o primeiro ano do Ensino Secundário, marcado por grandes alterações e expectativas para os alunos.

2.6.1. Caracterização da turma

No início do ano letivo a turma era constituída por 29 alunos. Um dos alunos no final do 1.º período pediu a transferência para outra escola, para uma escola profissional numa área que o aluno sentia mais interesse. Os outros 28 alunos mantiveram-se na turma até ao final do ano letivo.

Os alunos desta turma provêm quase todos de outra escola com 2.º e 3.º Ciclo, mas do mesmo agrupamento, com exceção de dois alunos que provêm de outros agrupamentos e oito alunos que já estavam nesta escola. Dos oito alunos que já frequentavam esta escola, encontram-se cinco alunos que estão a repetir o 10.º ano, havendo um deles inscrito apenas às disciplinas de Português e Matemática.

Dos alunos que frequentam o 10.º ano pela 1ª vez existem 4 alunos que no 9º ano obtiveram nível negativo, um outro aluno obteve nível 5, seis alunos obtiveram nível 4 e os restantes transitaram de ano com nível 3 à disciplina de matemática. É de salientar que nesta turma a disciplina de matemática é a disciplina que apresenta mais níveis negativos no ano anterior.

À exceção de um aluno que é de nacionalidade ucraniana todos os outros são de nacionalidade portuguesa. O aluno de nacionalidade ucraniana embora consiga manter um diálogo em português tem muita dificuldade de compreensão e interpretação.

A média de idades dos alunos da turma no início do ano letivo era de 15 anos. Os alunos tinham idades compreendidas entre os 14 e os 17 anos, havendo 7 alunos com 14 anos, 2 alunos com 17 anos, sendo que um deles foi o que saiu da turma.

É uma turma maioritariamente formada por rapazes, havendo inicialmente 10 raparigas e 19 rapazes, passando a 18 rapazes após a saída de um aluno, como já foi referido.

As disciplinas que os alunos apresentaram como sendo aquelas que sentem mais dificuldades, são as disciplinas de português e matemática. No entanto matemática surge também como uma disciplina preferida.

A turma em geral tem expectativas de prosseguir estudos a nível superior e conseguem indicar uma área na qual gostariam de vir a exercer funções.

A maioria dos alunos vive com o pai e/ou a mãe e com um irmão. É de notar que alguns alunos têm irmãos a frequentar a mesma escola, havendo mesmo um caso de gémeos, que estão os dois nesta turma.

A turma CT1 tem um horário compacto sem tempos mortos como se pode ver na figura 2.8, iniciando as aulas no 1.º tempo da manhã, às 8:15 horas, e terminando o dia na escola às 16:40 horas, com exceção da 6ª feira que inicia às 9:30 horas e termina às 15:25 ou às 17:55 para quem tem Educação Moral e Religiosa.

10º CT1		C. C.TECNOLOGIAS 1		DT- José Fernandes	
	Segunda	Terça	Quarta	Quinta	Sexta
8:15 9:15	BG A A.0.03	FQ A A.1.01	BG A-T1 B.2.02 FQ A-T2 B.1.04	PORT A.2.13	
9:30 10:30		BG A B.2.03 FQ A B.1.02		EF G5	PORT A.2.03
10:45 11:45	MATA A.2.02	BG A A.1.04	BG A-T2 B.2.02 FQ A-T1 B.1.04	ING A.1.04	ING A.2.06
12:00 13:00		MAT A A.1.07		FIL A.1.04	
13:10 14:10					FQ A B.1.04
14:25 15:25	ING. FIL A.2.14 A.0.04	PORT A.2.10	MAT A A.1.07	MAT A A.1.10	
15:40 16:40	EF G4	DT-ALU. EF A.2.05 NAT	FIL A.0.06	BG A B.2.03 FQ A B.2.03	EMRC. A.0.06
16:55 17:55					

Figura 2.8: Horário da turma de estágio.

É uma turma simpática, unida, sem conflitos entre eles ou com a comunidade escolar, onde todos se sentem integrados à exceção da aluna que está inscrita em apenas duas disciplinas. Tendo em conta a diferença do número de alunos por género e pelos factos já apresentados, estes contribuem para a prestação e comportamento da turma, pois é uma turma que funciona em grupo, com uma atitude positiva e tolerante para com a diversidade de personalidades que nela figuram.

2.6.2. Aproveitamento da turma

O aproveitamento global da turma no final do 1.º período foi considerado satisfatório, havendo no entanto 10 alunos com mais de 2 negativas.

Na disciplina de matemática a média das notas no 1.º período é de onze valores, havendo seis alunos com nível inferior a nove, três alunos com nível dezassete e um aluno com nível dezanove.

Relativamente ao aproveitamento global da turma, no final do 2.º período foi considerado também satisfatório, havendo alunos com mais de duas negativas que no caso de manterem esta situação não poderão transitar para o 11.º ano.

A média de notas na disciplina de matemática baixou ligeiramente no 2.º período em relação ao 1.º período.

Há também alunos com níveis inferiores a 8 na disciplina de matemática, que no caso de não subirem no mínimo para 8 valores não se poderão inscrever a matemática no 11.º ano na disciplina de matemática.

Ao longo do ano letivo, o Grupo de estágio desenvolveu algumas ações e colaborou na realização de outras. Logo na 1.^a reunião do Grupo de matemática, o Grupo de estágio fez questão de mostrar disponibilidade e vontade de participar em todas as ações que viessem a ser desenvolvidas.

3.1. Visita à exposição – Matemática e a Terra

Em Conselho de Grupo de Matemática, a professora coordenadora do Grupo de Matemática e orientadora de estágio, propôs a realização de uma visita de estudo à exposição “MATER” que iria decorrer na Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa, no âmbito do Ano Internacional da Matemática do Planeta Terra - 2013. Na figura 3.1 apresenta-se o cartaz da exposição referida. Esta visita de estudo era constituída por uma visita guiada à exposição e uma atividade, realizada por professores universitários a desenvolver com os alunos visitantes. Também iriam ver alguns planetas do nosso sistema solar construído à escala, sendo o sol representado com por uma esfera com um metro de diâmetro.

Ficou então estabelecido, que a visita seria realizada com 4 turmas do 10.º ano de escolaridade, no âmbito da disciplina de Matemática, entre as quais, as duas turmas do Grupo de estágio, no dia 11 de Dezembro no período da tarde. O Grupo de estágio ficou encarregue de proceder às diligências necessárias para a sua realização, sendo de realçar:

- Pedido de autorização à Direção da escola, com os objetivos da visita e número de participantes, (professores e alunos);
- Contactos com empresas de autocarros e sua contratação;
- Autorizações dos Encarregados de Educação, respetiva entrega e recolha;
- Recolha do valor a pagar pelos alunos e professores;
- Acompanhamento dos alunos na visita de estudo;

Na visita de estudo participaram 100 alunos e 8 professores, que foram transportados por dois autocarros até às instalações da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Lisboa, no Monte da Caparica.

Já no local da exposição, os alunos foram divididos por 4 grupos. A minha turma de estágio, a qual acompanhei, iniciou a visita de estudo, numa sala de aula, onde decorreu um jogo com os alunos,

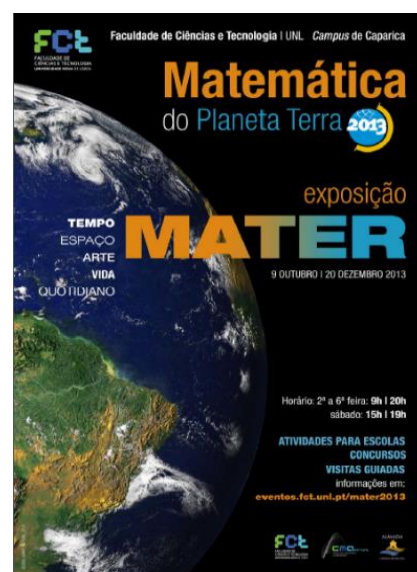


Figura 3.1: Cartaz da exposição Matemática do Planeta Terra

para estes compreenderem como se processa a propagação de doenças contagiosas. A atividade terminou com uma explicação teórica demonstrativa do possível desenvolvimento de uma doença contagiosa para a humanidade.

A 2.^a parte da visita de estudo decorreu na biblioteca da faculdade, com visita guiada por professores da faculdade, com visionamento de exposições subordinadas aos temas: Tempo; Espaço; Arte; Vida e Quotidiano.

No percurso da sala de aula onde decorreu a 1.^a parte da visita de estudo e a biblioteca, os alunos, acompanhados pelos professores deslocaram-se junto dos planetas construídos à escala que se encontravam no Campus Universitário, tendo a possibilidade de comparar tamanhos e distâncias entre os planetas. Os alunos mostraram grande interesse e curiosidade pelo tamanho dos planetas, em comparação com o tamanho do sol.

A visita de estudo decorreu com normalidade. Os alunos mostraram-se recetivos e interessados nos diversos assuntos tratados.

Comentaram ter achado interessante o jogo realizado e a justificação apresentada de como se propagam as doenças contagiosas. No entanto, consideraram a explicação teórica apresentada, bastante complexa e difícil de acompanhar.

Os alunos gostaram dos temas da exposição da biblioteca, especialmente do tema “um ano do planeta terra”, onde o tempo desde a formação do nosso sistema solar até aos nossos dias estava representado como um ano da terra.

A realização desta visita de estudo foi de grande aprendizagem para mim, sobretudo na organização e acompanhamento. Foram sentidas as dificuldades de obter respostas, autorizações e contribuições dos alunos dentro dos prazos e mesmo a existência de alunos que não tinham possibilidades de pagar a sua parte.

Em análise, foi a tomada de consciência de que a preparação de uma visita de estudo é um processo moroso, tendo que ser planeado com alguma antecedência.

Desta visita ficou a ideia de os alunos elaborarem um mapa com o nosso sistema solar à escala, sendo o Sol colocado no recinto da escola.

Este trabalho foi iniciado no 2.^o período, como trabalho de grupo, a partir do mapa da escola para determinar a localização dos planetas, ficando de ser concluído no decorrer do 3.^o período a concretização do trabalho de grupo.

3.2. Frisos de Natal

Na última semana de aulas do 1.º período, os alunos da turma de estágio construíram uma árvore de Natal, com os sete tipos de frisos existentes, a partir do esboço de uma Estrela de Natal.

Os alunos, recortaram várias tiras de papel produzindo frisos, tendo estes sido colocados em exposição, na vitrina da papelaria da escola, junto do Bar formando uma árvore de natal, como se pode observar na figura 3.2.



Figura 3.2: Árvore de Natal realizada pelo 10.º CT1

3.3. Olimpíadas matemáticas

No dia 13 de Novembro decorreu a 1.ª eliminatória das Olimpíadas de Matemática de 2013/2014, cujo cartaz se apresenta na figura 3.3.

Na organização da 1.ª eliminatória das Olimpíadas de Matemática procedeu-se à afixação de cartazes em diversos locais da escola. Foram elaborados e afixados pequenos cartazes. Foram também afixadas tabelas com o nome dos participantes, elaboradas a partir da recolha do nome dos alunos participantes, através de mails trocados com os professores de matemática relativamente às suas turmas

A vigilância da sala onde se realizou a 1.ª eliminatória ficou a cargo das estagiárias de matemática e do Professor Jorge, professor do Grupo de Matemática. Foram também enviados mails para os Diretores de Turma com os nomes dos alunos inscritos e que efetivamente participaram nas Olimpíadas, para justificação de faltas.

É de salientar que das turmas de estágio houve uma grande adesão, com a participação de 10 alunos de um total de 15 alunos do Ensino Secundário.



Figura 3.3: Cartaz das Olimpíadas de Matemática

No final o professor responsável pela realização das Olimpíadas na escola solicitou a minha participação na correção das provas, tendo eu procedido à correção das provas dos alunos do 3.º Ciclo e à elaboração e afixação da respetiva tabela de classificação, no Placard de Matemática, (figura 3.4).

XXXII OPM – Olimpíadas Portuguesas de Matemática
1ª eliminatória 13/11/2013 Categoria A - 3º ano

Grafica de classificação:

Aluno(a)	Nome	COTAÇÕES (Pontos por Quarta)				TOTAL
		Q1	Q2	Q3	Q4	
871	Barbosa Faria	11	1	1	1	20
	Madalena Martins	1	0	1	0	2
	Ricardo Pereira	0	0	0	0	0
872	Vitorio Amador	1	0	1	0	2
	Diogo	1	0	0	0	1
	Ricardo Filipe G. Branco	1	0	0	0	1
873	Carolina Filipa R. de	1	0	1	1	3
	Francisca	1	0	0	0	1
	Diogo Alexandre F.	0	0	0	0	0
	Luís André R. V. Soares	0	0	0	0	0
	Miguel Barreira	0	0	0	0	0
Diogo Sousa	1	0	0	0	1	

Figura 3.4: Afixação dos resultados das Olimpíadas matemáticas

Os problemas apresentavam um elevado nível de dificuldade, havendo alunos que optaram por não entregar a resolução dos problemas. Dos alunos que entregaram, houve um aluno do 3.º Ciclo e um aluno do Ensino Secundário que se destacaram, tendo sido selecionados para representar a escola na 2.ª eliminatória das Olimpíadas, que se realizaram noutra escola de Lisboa.

3.4. Jogos matemáticos

Também na reunião de Grupo de Matemática, foi referido que alguns alunos da escola pretendiam participar nos Jogos Matemáticos, tendo as estagiárias de matemático mostrado interesse em colaborar na sua realização.

Os Jogos Matemáticos desenvolvidos na escola decorreram com a participação de alunos do 3.º Ciclo do Ensino Básico e de alunos do Ensino Secundário.

Na figura 3.5 foi registado um momento do decorrer dos jogos matemáticos.

Os jogos matemáticos disponibilizados foram eles: Rastros, Hex, Produto e Avanço.



Figura 3.5: Final dos Jogos Matemáticos na escola

As estagiárias de matemática participaram na final de Jogos Matemáticos realizada na escola, que decorreu no dia 28 de Fevereiro, contribuindo para a organização das equipas, vigilância dos jogos e para a seleção dos alunos vencedores.

Nesta final dos Jogos Matemáticos na escola, ficaram apurados os alunos que iriam representar a escola na Final Nacional dos Jogos Matemáticos de 2014, que se realizaram no Fundão.

3.5. Problema quinzenal

No primeiro Conselho de Grupo de Matemática, ficou estabelecida a realização do Problema quinzenal, um para o 3.º Ciclo e outro para o Ensino Secundário, tendo por objetivo incentivar e sensibilizar os alunos para a participação em atividades escolares extra aula, assim como, incentivar os alunos na resolução de problemas de aplicação de conhecimentos adquiridos.

As estagiárias de matemática com a orientação da professora orientadora de estágio elaboraram as regras do Problema quinzenal. A cada duas semanas seriam afixados no Placard de Matemática e na vitrina junto da Biblioteca os Problemas quinzenais e as soluções da quinzena anterior. Todo este material elaborado encontra-se no dossiê de estágio. Na figura 3.6 apresenta-se uma fotografia do Placard com os problemas de uma quinzena e as soluções da quinzena anterior.

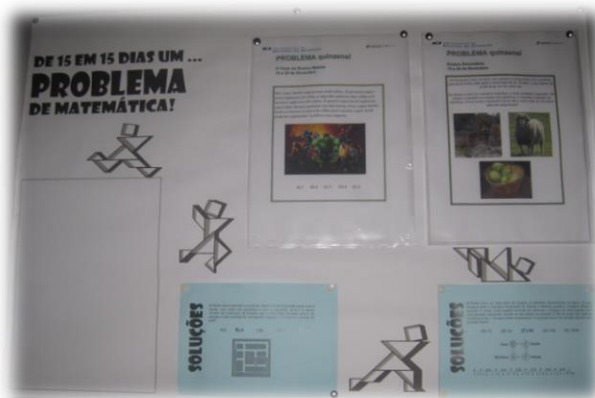


Figura 3.6: Placard com um Problema Quinzenal



Figura 3.7: Caixa do Problema Quinzenal na Mediateca

No âmbito do Problema quinzenal foi também elaborada uma caixa que foi colocada na Biblioteca, para que os alunos deixassem as suas respostas, como se pode ver na figura 3.7.

No entanto o Problema quinzenal não reuniu grande adesão, por parte dos alunos, sendo de realçar que os alunos mostravam curiosidade em ler os novos problemas, sendo frequente haver alunos que na Biblioteca pediam à Dona Paula uma fotocópia do novo problema para resolverem em casa com os pais.

Apesar da participação no Problema quinzenal, por parte dos alunos, ter diminuído ao longo do ano

letivo, foi certamente uma atividade desenvolvida na escola, que atraiu a atenção dos alunos e permitiu sentirem a presença da matemática, sobretudo na Biblioteca.

3.6. Projeto 10 por 10 desenvolvido pela Gulbenkian

A Fundação Calouste Gulbenkian desenvolveu na escola de estágio, o projeto 10 por 10, com quatro artistas, que trabalharam cada um com uma turma em disciplinas diferentes, num total de quatro turmas de 10º ano de escolaridade, nas disciplinas de Português, Matemática, Biologia/Geologia e Filosofia.



Figura 3.8: Aula Pública de Português na Gulbenkian da turma de estágio

Na minha turma de estágio o projeto desenvolveu-se na disciplina de Português e na turma da colega estagiária do Grupo de estágio, desenvolveu-se na disciplina de Matemática, sendo a disciplina de Matemática lecionada pela mesma professora nas duas turmas, como já foi referido.

Assim sendo, foram diversas as ocasiões em que se desenvolveu, também com a minha turma de estágio, atividades que haviam sido planeadas para a outra turma, através do Projeto. Saliento que foram realizados com esta turma, alguns jogos didáticos em sala de aula, numa extensão do projeto desenvolvido na outra turma de estágio, tendo por finalidade ajudar os alunos a se conhecerem melhor, treinarem a concentração, terem noção do seu espaço e aprenderem a intervir dentro da sala de aula e fora dela, entre outras aprendizagens.

Outra atividade que também se realizou com a minha turma de estágio, foi o corte de bolos, para visualização de seções no cubo.

No final do projeto foi realizada uma aula pública num anfiteatro da Gulbenkian tendo eu participado nos ensaios gerais e na aula pública que se realizou num Domingo, dando apoio na projeção de imagens no decorrer da apresentação. Na figura 3.8 fica o registo de um momento da aula pública na Gulbenkian.

3.7. Trabalho de grupo com textos de Jorge Buesco

No 1.º período a professora orientadora propôs que a partir de textos publicados em revistas científicas, elaborássemos tarefas para um trabalho de grupo a realizar pelos alunos das duas turmas de estágio.

Fiquei então incumbida de elaborar uma tarefa a partir do texto de Jorge Buesco intitulado – Os Primos da Ira, que mostra e explica a construção de códigos secretos, a partir de números primos. A particularidade destes códigos consiste no facto de quem emite o código desconhecer a chave que o descodifica, assim como quem o recebe desconhecer a chave codificadora.

A colega estagiária ficou incumbida de realizar uma tarefa a partir do texto de Jorge Buesco intitulado – O mistério do número de controlo do BI.

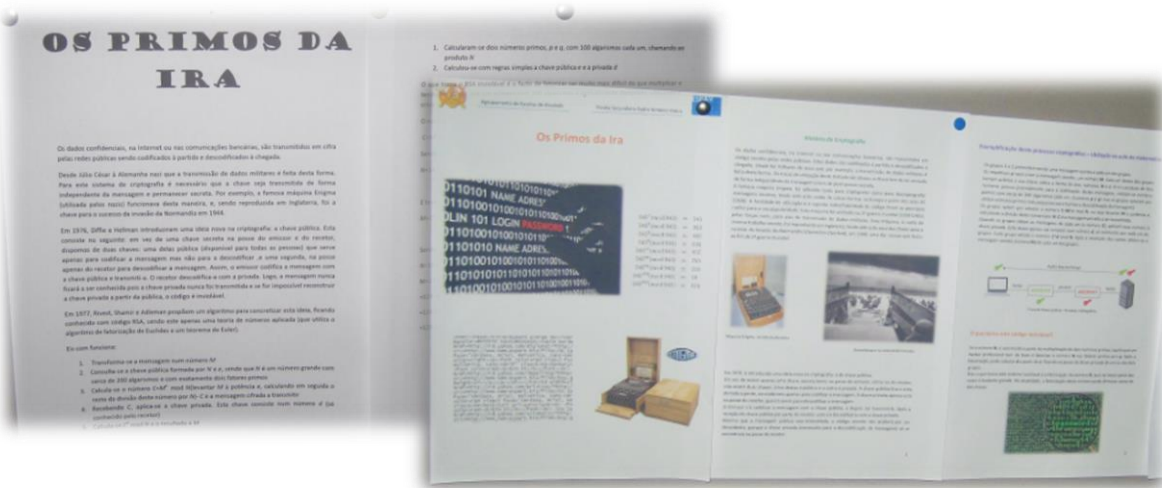


Figura 3.9: Trabalhos de grupo expostos no Placard

As tarefas foram elaboradas e melhoradas com discussão e análise pelo Grupo de estágio, de forma que os alunos em grupo de trabalho, analisassem os textos propostos, contruíssem os seus próprios códigos secretos, e procedessem à descodificação do código secreto de outro grupo de trabalho. A tarefa elaborada com o tema – Os primos da ira, encontra-se no dossiê de estágio.

O trabalho de grupo foi realizado pelos alunos das duas turmas de estágio, em grupos de 4 ou 5 alunos, com uma apresentação para a turma e afixação no Placard de matemática (figura 3.9).

3.8. Trabalho de grupo de modelação de dados

Na primeira reunião do Grupo de Matemática, aquando das estratégias a implementar pelo grupo para melhorar os níveis dos alunos na disciplina de matemática no âmbito do Plano Anual de Atividades do grupo, foi proposto que se elaborassem tarefas de modelação com sensores para motivar os alunos para a matemática e dar uma visão aos alunos da matemática aplicada à realidade.

Desde logo o Grupo de estágio se disponibilizou para contribuir, oferecendo os seus conhecimentos para manusear o equipamento que a escola possui e elaborar uma tarefa de modelação com sensores, para aplicar com alguns anos de escolaridade.

Foi elaborada uma tarefa de modelação da função quadrática com a experiência – a bola a saltar, e realizada nas duas turmas de estágio. Os materiais relativos à tarefa encontram-se no dossiê de estágio.

A tarefa ficou disponível nos materiais do Grupo de Matemática, podendo ser usada em turmas desde o 9º ano de escolaridade até ao 12.º ano de escolaridade.

Os alunos foram recetivos à realização da tarefa, tendo participado com interesse, mostrando curiosidade da forma como os sensores funcionavam e na recolha de dados.

Os alunos consideraram ter sido uma tarefa elucidativa e realista, contribuindo para a sua aprendizagem, dando uma visão e compreensão da matemática e da sua aplicação à realidade.

CAPÍTULO IV – Prática Pedagógica

Após um ano de intenso trabalho, no 1.º ano de mestrado, onde foram pesquisadas, analisadas e discutidas, teorias e formas possíveis de trabalhar com os alunos em sala de aula, chegou o ano da prática pedagógica. É o momento de por em prática o que se aprendeu e o momento de contacto direto entre alunos e professor, num contexto real de ensino aprendizagem.

O estágio supervisionado, sob a orientação diária da professora orientadora, uma professora com experiência e muita vivência do meio escolar foi muito importante para o meu desenvolvimento profissional e humano.

Na preparação dos planos de aula foram consultados diversos documentos (Ministério da Educação. 2002a, 2002b, 2007, 2012, 2014a, 2014b), para além do manual adotado (Costa, B. e Rodrigues, E. 2013)

4.1. Aulas supervisionadas

A prática pedagógica na escola começou com a integração na escola. Conhecer os espaços, a sua localização, reconhecer as salas pelos números, conhecer os professores da escola, sobretudo os professores do grupo de matemática. Reconheço que não foi fácil, fixar percursos e locais, quando estes estão sempre cheios de alunos com muita vida, que conversam e riem por todo o lado.

Na sala de aula, num ambiente bem mais calmo e acolhedor, o papel da estagiária era assistir às aulas dadas pela professora orientadora, intervindo nos momentos de trabalho por parte dos alunos. Nessa altura deslocava-me até eles para esclarecer dúvidas pontuais, relativamente às tarefas propostas pela professora ou de conceitos teóricos.

Na ânsia de ajudar os alunos, terei sido por vezes inoportuna na minha intervenção. Com o tempo aprendi a só corresponder à solicitação dos alunos, de forma a não interferir com os momentos de intervenção da professora da turma.

As aulas supervisionadas foram sempre combinadas com alguma antecedência, em reunião com a professora orientadora pedagógica, normalmente na hora semanal destinada para tal. Nessa altura era analisada a matéria a ser lecionada, as tarefas a desenvolver com os alunos e os planos de aula.

4.1.1. Aulas supervisionadas pela orientadora pedagógica

As aulas supervisionadas apenas pela professora orientadora formaram um total de doze aulas de uma hora. Estas aulas foram sempre antecedidas de reuniões com a orientadora pedagógica, onde se definiam estratégias, conteúdos, metodologias, tarefas e as linhas orientadoras do desenvolvimento da

aula. Eram depois apresentados os planos de aula, com análise conjunta de qual a melhor forma de trabalhar com os alunos em sala de aula.

Estes momentos foram sempre muito enriquecedores na partilha da experiência da professora orientadora, contribuindo para que as aulas decorressem numa sequência adequada e oportuna.

	Data	Conteúdos	Objetivos
1.º PERÍODO ESCOLAR	29 de Outubro Terça-feira	Distância entre dois pontos no plano. Lugares geométricos: Circunferência.	Deduzir e aplicar a fórmula da distância entre dois pontos no plano. Escrever uma condição de uma circunferência de centro C e raio r.
	30 de Outubro Quarta-feira	Lugares geométricos: Circunferência, círculo, coroa circular.	Resolver problemas envolvendo circunferências, círculos, retas paralelas aos eixos coordenados, semiplanos e bissetrizes dos quadrantes.
	25 de Novembro Segunda-feira	Vetores livres no plano e no espaço. Operações com vetores no plano e no espaço. Vetores colineares	Definir segmento orientado. Operar com vetores no plano e no espaço.
	26 de Novembro Terça-feira	Componentes e coordenadas de um vetor em um referencial ortonormado.	Determinar as componentes e as coordenadas de um vetor. Determinar a norma de um vetor.
	27 de Novembro Quarta-feira	Operações com vetores, Vetores colineares e Norma de um vetor recorrendo a coordenadas.	Determinar vetores colineares. Operar com vetores.
2.º PERÍODO ESCOLAR	11 de Março Quarta-feira	Função módulo. Função definida por ramos. Inequações com módulos.	Síntese da função modulo. Resolver inequações com módulos.
	22 de Abril Terça-feira	Inequações variadas. Condições em funções. Exercícios de aplicação.	Aprender a resolver inequações variadas.

	23 de Abril Quarta-feira	Transformações simples de funções: Módulo de uma função; Translação vertical e horizontal; Simetria em relação ao eixo das ordenadas e ao eixo das abcissas. Definição de função par.	Os alunos compreendam e saibam aplicar algumas transformações de funções.
	24 de Abril Quinta-feira	Transformações simples de funções: Dilatação/compressão na vertical; Dilatação/compressão na horizontal	Os alunos compreendam e saibam aplicar às funções, algumas transformações de funções.
	28 de Abril Segunda-feira	Factorização de polinómios. Decomposição de um polinómio em fatores.	Pretende-se que o aluno seja capaz de decompor um polinómio em fatores dadas as raízes do polinómio
	28 de Abril Segunda-feira	Ficha de trabalho: Factorização de Polinómios.	Pretende-se que o aluno seja capaz de determinar as raízes de um polinómio, e de decompor o polinómio em fatores.

Quadro 4.1: Aulas assistidas pela Orientadora pedagógica.

No quadro 4.1 apresenta-se sistematizado datas, conteúdos e objetivos das aulas dadas e assistidas pela professora orientadora de estágio. Os respetivos planos de aula encontram-se no dossiê de estágio.

Também foi lecionada uma aula a uma turma de 8.º ano da Escola Padre António Vieira. Como preparação para lecionar esta aula, para além da elaboração do plano de aula a lecionar sob o tema – resolução de sistemas de equações pelo método de substituição, fui assistir a quatro aulas lecionadas pela professora da turma e elaborei uma planificação do tema equações. O respetivo plano de aula que foi elaborado com a contribuição da professora orientadora de estágio e da professora dessa turma, a Professora Ana.

	Data	Conteúdos	Objetivos
2.º PERÍODO	14 de Fevereiro 8.º ano Sexta-feira	Resolução de sistemas de duas equações do 1º grau com duas incógnitas, pelo método de substituição. Classificação de sistemas	Resolver sistemas de equações pelo método de substituição. Interpretação da solução com vista a classificação do sistema. Traduzir linguagem corrente para linguagem matemática.

Quadro 4.2: Aula lecionada ao 8.º ano

No quadro 4.2 apresenta-se os conteúdos e os objetivos da aula referida. A planificação do tema e o plano da aula lecionada encontram-se também no dossiê de estágio.

4.1.1.1. Análise crítica e reflexiva

O primeiro momento de aulas supervisionadas pela Orientadora Pedagógica ocorreu no 1.º período, em Outubro. Embora já conhecesse a turma e os alunos já estivessem habituados à minha presença, foi uma aula onde não consegui controlar o nervosismo.

O entusiasmo de dar a aula, a ansiedade de ter uma reação positiva da parte dos alunos e da Orientadora Pedagógica, o querer cumprir o plano de aula que planeara, o receio dos imprevistos que acontecem numa sala de aula, tudo isto gerava em mim um grande nervosismo.

Depois de iniciada a aula, o envolvimento com os alunos e o que pretendia transmitir, foi de tal forma intenso, que passei para os alunos essa ansiedade, tendo havido comentários, tais como: “vê-se que a professora adora ensinar matemática” ou “a professora tem muito entusiasmo a dar a aula”. Aí percebi que teria de controlar o meu entusiasmo, para que não fosse esse um dos centros de atenção dos alunos, mas sim se centrassem na sua aprendizagem.

No final da aula ficou a sensação de que podia ter feito mais e melhor. É de salientar que esta sensação foi constante no final de cada aula, ao longo de todo o não letivo. Acredito que ao longo do meu futuro percurso como professora irei ter o mesmo sentimento, que podia ter feito mais e melhor.

O segundo momento de aulas supervisionadas pela professora orientadora deu-se nos finais de Novembro, na aula anterior à aula supervisionada, pela professora científica.

Em relação à primeira aula, a professora orientadora apontou alguns erros de linguagem e de notação científica, como por exemplo, ter colocado setas a mais nos eixos coordenados. Referiu ter uma postura adequada na sala de aula, mantendo um bom ritmo de trabalho, e que com o tempo iria conseguir controlar a ansiedade.

Neste contexto, as aulas supervisionadas pela professora orientadora, tinham como principal preocupação da minha parte, controlar a ansiedade, sentir o ritmo da turma, adaptar-me ao contexto de sala de aula, adquirir uma linguagem científica correta e permitir que os alunos se familiarizassem com a forma de ensinar da estagiária.

Com o decorrer do estágio os aspetos apontados foram melhorando ao longo do estágio conseguindo no final adquirir uma postura mais calma e controlada.

4.1.2. Aulas supervisionadas pelos professores científicos

No início do ano letivo o Grupo de estágio ficou a saber pela professora orientadora pedagógica que haveria quatro aulas assistidas pelos professores científicos da faculdade distribuídas pelos três períodos letivos, da seguinte forma: uma no 1.º período; duas no 2.º período; uma no 3.º período. Foi

salientado que os professores científicos poderiam assistir a mais uma aula no 3.º período, caso considerassem necessário. Como já foi referido as aulas nesta escola são de 60 minutos pelo que seriam dadas 4 aulas de 60 minutos ou 5 aulas de 60 minutos.

Após a 2.ª aula do 2.º período a professora científica da faculdade deslocou-se à escola onde decorria o estágio para uma reunião com o Grupo de estágio, propondo que fosse lecionada a 2.ª aula do 3.º período.

As cinco aulas supervisionadas encontram-se no quadro 4.3 a seguir apresentado:

	Data	Professores	Conteúdos	Objetivos
1.º PERÍODO	28 de Novembro Quinta-feira	Professora Helena Santos Professora Paula Reis	Equação vetorial de uma reta no plano. Equação vetorial de uma reta no espaço. Segmentos de reta e semirretas definidos por equações vetoriais.	Escrever uma equação vetorial de uma reta no plano dados um ponto e um vetor. Escrever uma equação vetorial de uma reta no espaço. Escrever uma equação vetorial, no plano ou no espaço, de uma semirreta ou de um segmento de reta.
2.º PERÍODO ESCOLAR	12 de Março Quarta-feira	Professora Helena Santos Professor Filipe Marques Professora Paula Reis	Polinómios. Operações com polinómios: Adição; Subtração; Multiplicação; Divisão inteira de polinómios. Método dos coeficientes indeterminados.	Usar a linguagem e a simbologia dos polinómios. Operar com polinómios. Determinar o quociente e o resto da divisão inteira de dois polinómios. Aplicar o método dos coeficientes determinados.
	13 de Março Quinta-feira	Professora Helena Santos Professor Filipe Marques Professora Paula Reis	Polinómios. Regra de Ruffini. Teorema do resto.	Usar a linguagem e a simbologia dos polinómios. Aplicar a regra de Ruffini. Aplicar o Teorema do resto.
3.º PERÍODO ESCOLAR	29 de Abril Terça-feira	Professora Helena Santos Professora Paula Reis	Definição de Função polinomial. Famílias da Função Cúbica. Função ímpar.	Caracterizar a função cúbica. Construir uma representação gráfica de uma função polinomial de grau superior a dois a partir dos zeros da função. Identificar uma Função ímpar.
	30 de Abril Quarta -feira	Professora Helena Santos Professora Paula Reis	Famílias da função cúbica. Ficha de trabalho de aplicação da matéria dada	Caracterizar funções cúbicas. Construção da representação gráfica de uma função polinomial de grau superior a dois a partir dos zeros da função.

Quadro 4.3: Aulas assistidas também pelos professores científicos

4.1.2.1. Auto análise reflexiva e crítica da 1.^a aula

A planificação desta aula teve como principal preocupação, conseguir transmitir os conceitos em linguagem científica correta e motivar os alunos para aprendizagem.

Na primeira aula foi dada a definição de distância entre dois pontos e feita a dedução da equação vetorial da reta no plano e a equação vetorial da reta no espaço.

Esta aula ocorreu após ter lecionado três aulas que foram assistidas pela professora orientadora. Inicialmente estava um pouco ansiosa, o que foi ultrapassado pouco depois de dar início à aula.

No decorrer da aula, houve um momento em que hesitei em continuar as tarefas planeadas ou lecionar o resto da teórica planeada, pois estas tarefas eram constituídas por diversas alíneas, que ocuparam mais tempo do que o esperado.

Pela forma como a aula estava a decorrer tomei a decisão de fazer as tarefas pela ordem planeada, resolvendo no quadro com a participação dos alunos ou solicitando a um aluno que viesse ao quadro. Assim, apenas foi trabalhado a equação vetorial da reta no plano, tendo ficado o resto da matéria para a aula seguinte.

4.1.2.2. Análise com os professores da 1.^a aula

Na reunião que se efetuou logo após a aula, a professora científica começou por perguntar como achava que a aula tinha decorrido. Referi o nervosismo inicial, e o facto de não ter dado tudo o que estava no plano de aula. A professora científica considerou ser mais proveitoso para os alunos ter feito as tarefas, visto que os alunos estavam interessados e a trabalhar a um bom ritmo, tendo participado de forma positiva e disponibilizando-se para ir ao quadro resolver as tarefas propostas.

Referiu o facto de ter respondido às questões levantadas pelos alunos. Salientou algumas imperfeições na linguagem científica e um erro de notação que um aluno escreveu no quadro e que não foi corrigido por mim. O aluno escreveu o símbolo de = em vez do símbolo \Leftrightarrow na resolução de um sistema. Noutra ocasião não foi por mim colocado o símbolo de vetor ($\vec{\mu}$).

Graças a esta aula percebi a importância de ter muita atenção, com o que escrevia no quadro, tal como em relação ao que os alunos escreviam no quadro e no caderno.

4.1.2.3. Auto análise reflexiva e crítica da 2.^a e 3.^a aula

A aula lecionada no dia 12 de Março apresentou desde logo diversas dificuldades ao nível teórico. Exigiu muita pesquisa e consulta de diversos manuais e materiais para encontrar uma forma teórica correta de a lecionar.

No início da aula, era notória a minha ansiedade. Optei por iniciar a aula, recorrendo à participação dos alunos, para recordarem matéria lecionada no 8.º ano, dando grande enfoque aos termos

e conceitos envolvidos, para que os alunos se familiarizassem com a linguagem científica e compreendessem o seu significado.

Na apresentação da definição de polinómio, alguns alunos sentiram imensas dificuldades em compreender a notação utilizada. As dificuldades manifestadas predem-se principalmente com um aluno, que já é habitual chegar a meio da aula e dizer que não compreendeu nada do que foi feito e uma outra aluna, que quando solicitei que escrevessem a expressão algébrica de um polinómio de grau 4, tendo em conta a definição, dizia obter dois coeficientes a_0 .

Relativamente à intervenção do aluno, optei por fazer uma revisão para toda a turma, dos conceitos abordados na aula.

Relativamente à intervenção da aluna, inicialmente não compreendi qual era a sua dificuldade, tendo a aluna vindo ao quadro para mostrar onde estava o problema. Então percebi que a dificuldade estava em fazer a substituição dos índices pelos valores correspondentes.

Em parte devido às situações expostas não foi possível cumprir o plano de aula, pelo que, a 2.^a aula iniciou onde havia ficado na 1.^a aula, optando por não lecionar todo o planeamento da 2.^a aula.

A 2.^a aula decorreu de forma bem mais pacífica, tendo começado a aula logo com uma postura bem mais confiante, que penso ter contribuído para que os alunos participassem de forma mais positiva.

4.1.2.4. Análise com os professores da 2.^a e 3.^a aula

No final da aula do dia 12 de Março, quando questionada, como decorreria a aula, apenas consegui dizer que tinha acabado de passar por uma prova de fogo, pois terminei a aula com uma forte sensação do quanto as situações e dificuldades apresentadas pelos alunos podem ser imprevisíveis.

Os professores científicos apontaram as dificuldades levantadas com a notação utilizada na definição, compreendendo que tivesse optado por manter a notação utilizada no livro. No entanto referiram que devia ter arranjado forma de contornar melhor a situação.

Referiram que toda a informação do plano de aula estava correta mas que na aula não referira tudo o que lá constava. Apontaram o facto de ter mantido um bom ritmo de aula e conseguir manter a atenção dos alunos no decorrer da aula.

No final da 2.^a aula, os professores científicos voltaram a questionar como decorreria a aula, ao que respondi que achava que tinha decorrido razoavelmente bem, e que conseguira dar a aula com ritmo e sem constrangimentos.

Os professores científicos consideraram que a aula decorreria melhor que a anterior, havendo a salientar que faltara fazer a ligação entre métodos utilizados na divisão de polinómios para que os alunos compreendessem as vantagens e desvantagens na aplicação de cada um dos métodos em detrimento de outro. Salientaram que isso deveria ser feito nas aulas seguintes para consolidar toda a matéria dada nestas duas aulas.

4.1.2.5. Auto análise reflexiva e crítica da 4.^a e 5.^a aula

Para a primeira aula do 3.º período havia planeado recorrer ao GeoGebra para que os alunos visualizassem características de gráficos correspondentes a cada uma das famílias da função cúbica apresentadas. Tal não foi possível pois o Projetor da sala de aula não se encontrava a funcionar.

Assim, em vez de projetar os gráficos que havia preparado, fui construindo no quadro esses gráficos conforme ia dando a matéria. Isso fez com que se torna-se mais longo do que esperado a explanação das características de cada uma das famílias da função quadrática trabalhadas.

Para a segunda aula, reformulei o plano de aula, de forma a conseguir incluir a matéria não dada na 1.^a aula e a matéria que pretendia lecionar na 2.^a aula.

Na segunda aula, a aula iniciou um pouco fora da hora, por se estarem a realizar à mesma hora os exames de inglês de 9.º ano, tendo havido alteração das salas de aula. Na sala de aula estipulada, foi possível ligar o projetor e já com o recurso ao GeoGebra a aula decorreu da forma planeada, tendo conseguido dar toda a matéria teórica que me propusera dar nessa aula.

Pretendia fazer uma ficha de trabalho com os alunos como síntese da matéria dada e para aplicação dos conceitos lecionados nas duas aulas, mas tal não foi possível, tendo optado por deixar a ficha de trabalho para a aula seguinte, em vez de a entregar aos alunos e ficar para trabalho de casa.

4.1.2.6. Análise com os professores da 4.^a e 5.^a aula

A professora científica no início da reunião no final da aula lecionada questionou o que achava da aula dada por mim. Referi o facto de ter demorado mais tempo do que esperado com cada uma das famílias da função cúbica não tendo novamente cumprido o plano de aula por mim proposto.

A professora científica salientou que em relação ao comportamento do gráfico e no caso dos limites, quando x tende para $-\infty$ e quando x tende para $+\infty$, devia afirmar que o gráfico da função cubica tem esse comportamento conforme as situações apontadas, não podendo justificar com bases matemáticas pois os alunos ainda não tem conhecimentos matemáticos para lhes fazer prova do comportamento da função cúbica.

Também referiu o facto de pedir aos alunos para darem exemplos de funções cubicas mediante certas condições ao longo da aula, em vez de ser eu a apresentar os exemplos, sendo um fator de quebra de ritmo de aula.

Na segunda aula a professora científica referiu que não tinha explorado tanto as famílias de função quadrática dadas nessa aula em comparação com a aula anterior. Também observou que ao dar em duas aulas as famílias da função cúbica tinha havido um desfasamento na continuidade da matéria, não contribuindo de forma favorável para a aprendizagem dos alunos.

4.2. Aulas não supervisionadas

Por razões laborais a professora orientadora da Turma no 2.º período teve que se ausentar do país durante alguns curtos períodos de tempo. Perante a situação, essas aulas foram lecionadas pela estagiária, com o conhecimento da Direção. No total foram lecionadas 14 aulas ao longo do 1.º período e do 2.º período. A calendarização destas aulas com os respetivos conteúdos e objetivo encontra-se no quadro 4.4 a seguir:

	Data	Conteúdos	Objetivos
1.º PERÍODO ESCOLAR	6 De Janeiro 2ª Feira	Correção do teste parte A. Revisões.	Rever conceitos e aplicações da equação vetorial da reta e da equação reduzida da reta.
	6 De Janeiro 2ª Feira	Plano mediador de um segmento de reta. Equação vetorial de uma reta no espaço.	Escrever uma equação do plano. Escrever uma equação vetorial de uma reta no espaço.
	13 De Janeiro 2ª Feira	Tarefa 22 do manual. Investigar se um dado quadrilátero é um trapézio. Determinar pontos de interseção de duas retas no plano.	Aplicar a matéria dada na resolução de problemas. Consolidar conceitos teóricos. Investigar, analisar e verbalizar o raciocínio.
	13 de Janeiro 2ª Feira	Propostas 28 e 34 do manual. No plano: Pontos Colineares; Ponto médio de um segmento de reta. No espaço: Interseção de uma esfera com um plano	Aplicar a matéria dada na resolução de problemas. Consolidar conceitos teóricos. Investigar, analisar e verbalizar o raciocínio
	14 De Janeiro 3ª Feira	Proposta 38 e 39 do manual. Pontos, retas e planos no espaço. Interseção de planos com cilindros e esferas.	Aplicar a matéria dada na resolução de problemas. Consolidar conceitos teóricos. Investigar, analisar e verbalizar o raciocínio.
	15 De Janeiro 4ª Feira	Proposta 42, 43 e 49 do manual. Família de retas. Definir domínios planos por condições.	Aplicar a matéria dada na resolução de problemas. Consolidar conceitos teóricos. Investigar, analisar e verbalizar o raciocínio
	16 De Janeiro 5ª Feira	Ficha individual de avaliação.	Aplicar a matéria dada na resolução de problemas da ficha de avaliação.
2.º PERÍODO ESCOLAR	5 De Fevereiro 4ª Feira	Teste de avaliação. Função quadrática e características da função quadrática.	Avaliação de conhecimentos
	6 De Fevereiro 5ª Feira	Dia da Escola. Acompanhamento dos alunos ao ginásio.	A turma assistiu ao jogo de Andebol dos colegas de turma acompanhada pela estagiária.
	10 De Fevereiro 2ª Feira	Estudo de funções com recurso a calculadora gráfica.	Aprender a usar a calculadora gráfica para fazer o estudo de uma função.
	10 De Fevereiro 2ª Feira	Resolução de problemas com recurso a calculadora gráfica.	Aprender a usar a calculadora gráfica para ajudar a analisar situações em contexto de problemas.

26 De Fevereiro 4ª Feira	Correção das tarefas 2-6. Tarefa 7. Função quadrática: Representação gráfica e algébrica.	Preparação para o teste.
27 De Fevereiro 5ª Feira	Trabalho de grupo: Tarefa de Modelação com sensores de movimento.	Motivar os alunos para a matemática e proporcionar uma experiência da matemática aplicada à realidade.

Quadro 4.4: Aulas não supervisionadas

4.2.1. Auto análise reflexiva e crítica

As aulas não supervisionadas eram antecedidas com expectativa diferente das aulas supervisionadas pelos orientadores. Por um lado a responsabilidade de ensinar sem ter a quem recorrer em caso de algum imprevisto ou dúvida durante a aula, por outro lado, o receio de os alunos ou os Encarregados de Educação, não aceitarem de bom grado o facto de terem aula sem a professora da turma.

Felizmente todas as aulas decorreram sem incidentes, e quando surgiam algumas situações de hesitação da minha parte de qual a opção mais adequada a seguir, aprendi a recorrer à turma para analisarmos em conjunto a situação. Estes momentos foram muito interessantes e didáticos, contribuindo para uma maior cumplicidade e concentração entre todos os intervenientes.

Estas aulas eram preparadas com alguma antecedência, com análise e discussão dos planos de aula com a professora orientadora. Estas aulas foram lecionadas geralmente tendo por base a realização de tarefas do manual, de final de capítulo. As aulas decorreram conforme os alunos iam resolvendo as propostas individualmente ou a pares. Mediante a sua colaboração, iam ao quadro resolver, sendo depois corrigido em conjunto com a turma.

Em situações pontuais lecionei alguns conceitos teóricos, como por exemplo, a distância entre dois pontos no espaço e plano mediador.

Em uma das aulas, que coincidiu com o dia da escola, a 6 de Fevereiro, por haver grande parte da turma que participava do torneio de Andebol e também devido ao facto da turma ter uma apresentação no anfiteatro para a escola, no âmbito da disciplina de Português e do projeto 10 por 10, não foi possível dar a aula em sala de aula que estava planeada. Recorri a professores do Grupo de Matemática para me ajudarem a tomar a decisão de acompanhar os alunos da turma nas atividades da escola programadas para essa hora em vez de dar a aula planeada.

As aulas não supervisionadas decorreram num ambiente tranquilo e descontraído.

Estas aulas foram de grande importância na minha aprendizagem como futura professora, permitindo ganhar alguma autonomia na orientação e gestão do tempo de aula e sentir a responsabilidade de dentro da sala de aula resolver situações imprevistas que surgem no dia-a-dia de uma sala de aula

4.3. Avaliação

Os testes e fichas de avaliação do 1.º e 2.º período foram geralmente elaboradas pelo Grupo de estágio. A contribuição para a elaboração de materiais de avaliação consistia em sugerir exercícios e problemas para incluir nos testes, construir ou melhorar gráficos e figuras, em alguns casos, elaborar o enunciado do teste em suporte informático e imprimir os enunciados.

Quanto à correção dos testes, elaborei os critérios de correção após análise com a professora orientadora, corriji testes de avaliação e fiz a correção do teste em suporte informático que foi disponibilizada aos alunos.

No âmbito da investigação da Cadeira de Investigação da Prática Pedagógica I e II, do Mestrado que frequentei, elaborei e corriji 7 tarefas de avaliação de 10 a 15 minutos de duração, no 2.º período, sob a orientação da professora orientadora pedagógica e do professor orientador da cadeira. Destas sete tarefas, a média das 6 tarefas em que os alunos obtiveram melhores notas perfizeram um teste de avaliação.

As notas atribuídas aos alunos no final do 1.º e 2.º período foram também analisadas em conjunto pela professora orientadora e por mim.

Participei do Conselho de Turma de Avaliação Intercalar do 1.º período e no Conselho de Turma de Avaliação Final do 1.º período. Estes momentos foram de grande aprendizagem, pois permitiu conhecer e ouvir a opinião de outros professores da turma, acerca das problemáticas dos alunos da turma e em geral e do ambiente escolar atual.

4.4. Apoio

A aula de apoio no início do no letivo não obteve muita adesão por parte dos alunos. Uma das razões a apresentar advém do facto de este apoio ser dado na hora destinada para almoço dos alunos e não ter cariz de frequência obrigatória por não ser uma hora atribuída ao horário da professora orientadora nem a nenhum outro professor.

Com frequência regular tinha um aluno e uma aluna. Os dois apresentavam grandes dificuldades de aprendizagem e de compreensão dos conceitos lecionados na disciplina de matemática. Relativamente ao aluno, contribuía para tal, o facto de a língua portuguesa não ser a sua língua materna. Relativamente à aluna era uma aluna repetente, a frequentar apenas duas disciplinas, português e matemática. Nas vésperas de testes a aula de apoio era frequentada por cerca de um terço da turma.

No início do 2.º período passei a contar com a presença de outros dois alunos. Um dos alunos apresentava grandes dificuldades de organização de raciocínio, na resolução das tarefas. O outro aluno, um dos melhores alunos da turma, frequentava o apoio com o intuito de dedicar uma hora à resolução de problemas.

Perante a diferença de níveis de conhecimentos e de notas dos alunos no apoio, as aulas de apoio decorriam de forma diversificada. Enquanto o aluno com bons conhecimentos e com bom ritmo de trabalho trabalhava problemas e exercícios com um grau de dificuldade elevado, os outros alunos trabalhavam exercícios de cálculo e de aplicação direta da matéria lecionada, conforme as suas dúvidas e solicitações.

No esclarecimento de dúvidas e de resolução das tarefas propostas, sempre que considera-se de importância para os dois grupos de alunos, colocava a questão no quadro e com a colaboração dos alunos resolvia a questão explicando o raciocínio envolvido e técnicas a utilizar.

As aulas de apoio tinham como principal objetivo, colmatar lacunas básicas de cálculo, consolidar conceitos teóricos ministrados na aula e esclarecer dúvidas apresentadas pelos alunos.

As aulas de apoio constituíram para mim, futura professora, uma oportunidade para aprofundar conceitos teóricos com os alunos e manter um ritmo de prática letiva.

Para os alunos constituiu um espaço onde podiam esclarecer dúvidas de forma individual, sem receios de expor os seus reais conhecimentos e dificuldades.

4.5. Direção de turma

A Direção de turma da turma de estágio foi atribuída ao professor da disciplina de Educação Física da turma. Acompanhar e participar do trabalho do Diretor de turma, constitui um dos itens para a realização do estágio pedagógico. Assim a professora orientadora procedeu a diligências e pedidos dentro da escola para que fosse possível cumprir este parâmetro, o que foi conseguido no início do mês de Outubro.

Após a professora orientadora fazer a apresentação da estagiária ao Diretor de turma, o Professor José Fernandes, foi combinada uma reunião para ficar a par do trabalho e das funções de um Diretor de turma. Foi-me exposto e explicado em que consistia o trabalho e as responsabilidades de um Diretor de Turma. Na plataforma Moodle aprendi como aceder ao Livro de Ponto da turma, para retirar faltas justificadas e outras utilidades relevantes para as funções de um Diretor de Turma. Ao longo do ano letivo, colaborei na organização do dossiê de turma com o Diretor de turma.

Assisti e participei às aulas de Direção de Turma lecionadas pelo Diretor de Turma. Dos diversos temas abordados nessas aulas participei da organização de estratégias para a eleição do Delegado e do subdelegado de turma, tendo elaborado a respetiva ata para constar do dossiê de turma. Em conjunto com o Grupo de estágio de Educação Física foram elaboradas apresentações em Power Point acerca dos direitos e deveres do aluno.

Colaborei na organização das reuniões do Diretor de Turma com os Encarregados de Educação, nas quais também participei, intervim e elaborei a ata de 2.^a reunião de Encarregados de Educação.

Participei de uma reunião com o Encarregado de Educação do aluno que pediu transferência para outra escola, onde foram abordados assuntos pessoais relativos à situação escolar do aluno.

Colaborei com o Diretor de turma, na organização de Conselhos de turma, tais como o Conselho de Turma de avaliação intercalar do 1.º período e o Conselho de turma de avaliação do 1.º período, tendo também assistido a essas reuniões.

Todo o material elaborado para estes fins encontra-se no dossiê de estágio.

4.6. Outros momentos

Sempre que me foi possível participei ou assisti a ações desenvolvidas pela escola. Estes momentos foram muito enriquecedores, principalmente no contacto com os professores de todos os grupos disciplinares e com os alunos da escola.

4.6.1. Ação de formação – Gestão de conflitos

A escola proporcionou a todos os professores uma ação de formação com duração de 3 horas subordinada ao tema Gestão de conflitos, tendo sido abordados temas e situações para as quais não tinha ainda tomado consciência. Foi essencialmente focado que por vezes o professor não vê para além do óbvio e que por vezes os conflitos são gerados não por uma situação pontual mas por um acumular de pequenos incidentes.

Os professores foram alertados para a vantagens de atuar ou alertar o gabinete de apoio à indisciplina ou o psicólogo da escola numa fase inicial de conflito. Foi alertado, que uma forma de intervir na situação de conflito, é ouvir todas as partes envolvidas, pois cada uma das partes tem as suas razões e o seu ponto de vista, sendo que, com os adolescentes, por vezes, nem os próprios identificam ou compreendem as razões do conflito. Todos estes pontos focados durante a ação de formação foram de grande utilidade já no decorrer do estágio.

4.6.2. Reunião Geral de Encarregados de Educação

Assisti à reunião de início do ano letivo, realizada pela Direção no anfiteatro da escola para os Encarregados de Educação dos alunos que iriam frequentar a escola pela 1.ª vez.

Esta reunião foi muito útil, tendo tomado conhecimento do funcionamento e das regras da escola, do projeto educativo para o presente ano letivo. Permitiu também conhecer mais alguns elementos da Direção da escola, perceber a população escolar em geral, especialmente os novos alunos e encarregados de educação.

CAPÍTULO V – Considerações finais

Para a elaboração do presente relatório de estágio foi efetuada uma profunda reflexão acerca de todo o caminho percorrido durante o período de estágio. Esta reflexão para além de me permitir relembrar todo o trabalho desenvolvido durante o estágio, permitiu também que da sua análise pudesse interiorizar todas as vivências e aprendizagens que daí resultaram.

O decorrer do estágio pedagógico com a Professora Paula Reis e com os alunos da turma de estágio constituiu para mim, momentos oportunos para sentir o pulsar da vida dentro da sala de aula. Permitiu-me conhecer e aprender formas diversas de abordagem da matéria a lecionar, e acima de tudo assimilar a experiência da professora orientadora. Também me permitiu conhecer o ponto de vista dos alunos em relação às dificuldades e preferências que apresentam relativamente à disciplina de matemática e relativamente às suas vivências dentro e fora da escola.

Com a elaboração de diversos planos de aula para as aulas que lecionei permitiu tomar consciência das reais dificuldades que se apresentam na lecionação de conceitos por mais simples que sejam. As aulas assistidas com a posterior análise dos momentos bons e menos bons que ocorreram durante essas aulas, permitiram-me ter uma maior consciência do quanto é importante o professor usar uma linguagem científica correta e rigorosa.

No final deste percurso que experienciei com muito empenho e dedicação sei agora que o papel do professor é de constante inovação. A cada aula dada ficou a sensação que podia e devia ter feito melhor. Fica o consolo de saber que a cada ano se tem a oportunidade de aplicar novas ideias e diferentes estratégias numa constante procura da que melhor resulte para um maior envolvimento dos alunos na sua aprendizagem.

PARTE II – Trabalho de investigação

CAPÍTULO VI – Introdução

Com o presente trabalho de investigação pretende-se investigar acerca do processo que ocorre com o aluno no decorrer da aprendizagem de conceitos da função quadrática.

O registo escrito, tanto das vivências pessoais como das práticas profissionais, é essencial para que cada um adquira uma maior consciência do seu trabalho e da sua identidade como professor. A formação deve contribuir para criar nos futuros professores hábitos de reflexão e de autorreflexão que são essenciais numa profissão que não se esgota em matrizes científicas ou mesmo pedagógicas, e que se define, inevitavelmente, a partir de referências pessoais. (Nóvoa, 2009, p.40)

Para António Nóvoa, deve haver para todos os professores momentos de reflexão e de produção escrita acerca de como decorrem as suas aulas e qual a ação/reação aos conteúdos e à forma como estes são ensinados por si e apreendidos pelos alunos. Assim cada dia o professor ficará mais conhecedor de quais os métodos que melhor resultam e que mais entusiasmam os seus alunos.

6.1. Objetivos da investigação

Com este estudo pretende-se experimentar situações que permitam conhecer e compreender de que forma os alunos entendem os conceitos matemáticos relacionados com a função quadrática, as suas várias representações e como decorre a sua aprendizagem e a aplicação dos conceitos progressivamente apreendidos. Concretamente, como entendem os alunos o conceito de função quadrática, como a representam, como interpretam as suas propriedades e como efetuam a passagem de umas representações para outras.

Tendo em conta que para muitos é também o momento do primeiro contacto com a máquina de calcular gráfica e para quase todos a primeira experiência de modelação, com ou sem tecnologias, pretende-se investigar, como contribuem a realização de tarefas diversas, com ou sem recurso a tecnologias, para a aprendizagem e entendimento da função quadrática por parte dos alunos.

6.2. Questões da investigação

As questões de investigação para as quais se pretende obter informação e também algum esclarecimento acerca do processo ensino-aprendizagem são:

1. Qual o conhecimento dos alunos relativamente à informação adquirida com cada uma das representações da função quadrática, na representação em linguagem natural, na representação tabular, na representação gráfica, e na representação algébrica?

2. Como é que os alunos articulam a passagem entre as representações, durante a resolução de uma tarefa?
 - Que preferências apresentam na passagem entre representações?
 - Que dificuldades sentem ao efetuar essa passagem?
 - Que vantagens e desvantagens encontram em efetuar essa passagem?
 - A passagem de uma representação para outra contribui para que o aluno retire mais informação acerca da função quadrática?

3. Será que o uso de técnicas e tarefas diversas no ensino da função quadrática proporciona aos alunos motivação para as aprendizagens e contribui para a sua compreensão e aplicação?

CAPÍTULO VII – Revisão de Literatura

No âmbito do tema do presente trabalho foram realizadas pesquisas para a Revisão de Literatura. Nestas pesquisas pretendeu-se obter informação acerca de teorias e práticas para fundamentar a investigação realizada. Os temas pesquisados concerniam a função quadrática, o conceito de função quadrática, suas representações e passagem entre representações da função quadrática.

Também foram efetuadas pesquisas do tipo de tarefas e recursos a desenvolver com os alunos no decorrer do processo de ensino-aprendizagem e mais concretamente em relação à função quadrática.

7.1. Contextualização da função quadrática

7.1.1. Na história da matemática.

O conceito de função na história da matemática começa por surgir com o cálculo infinitesimal, em meados do século XVII.

Segundo Ponte (1990), com Newton (1642-1727) aparecem os termos *relatia quantia* para designar variável dependente, *genita* para designar um valor obtido a partir de outro através das quatro operações aritméticas. Os termos fluentes e fluxões surgiam de forma confusa nos primórdios do cálculo infinitesimal. No entanto é Leibnitz (1646-1716) o primeiro a usar o termo de função em 1673 no manuscrito “Methodus tangentium inversa, seu de functionibus”, introduzindo a terminologia de constante, variável e parâmetro.

Ainda segundo o mesmo autor Ponte (1990), com a evolução da matemática, tornou-se indispensável um termo que representasse quantidades dependentes de alguma variável por meio de uma expressão analítica. Em 1718 Johann Bernoulli publicou um artigo, de grande divulgação, que continha uma definição de função de uma certa variável como sendo uma quantidade que é composta de qualquer forma dessa variável e por constantes. Anos mais tarde, em 1748, é Euler (1707-1783), um antigo aluno de Bernoulli, que substituiu o termo de quantidade por expressão analítica, introduzindo também a notação $f(x)$.

Com a evolução do estudo das funções surgiram diversas aplicações da matemática a outras ciências, pois as funções são o modelo matemático que permite explicar a relação entre as variáveis, possibilitando formalizar situações que se pretende investigar.

O termo função é utilizado atualmente de forma intuitiva em várias situações do dia-a-dia, não estando muito distante do seu significado matemático.

7.1.2. Nos programas de matemática

No Programa de Matemática do Ensino Básico (ME, 2007), o conceito de função surge no ensino básico com expressões do tipo $y = kx, k \in R$ que representam situações de proporcionalidade direta, e expressões do tipo $y = \frac{x}{k}, x \in R$ e $k \neq 0$ que representam situações de proporcionalidade inversa.

No Programa e Metas Curriculares de Matemática A do Ensino Secundário (ME, 2014a) e no Programa do Ensino Secundário (ME, 2002b) em vigor para no 10.º ano de escolaridade é dedicado todo um capítulo ao estudo das funções. Dele faz parte a função polinomial, sendo iniciado o estudo das funções com a função linear, seguido da função quadrática, sem haver referência à função polinomial. Por fim surge a função polinomial de grau superior a dois, com especial atenção para a função cúbica.

O estudo de funções é aprofundado fazendo o estudo de características de famílias destas funções como por exemplo o domínio, o conjunto de chegada, os extremos, a monotonia, o sinal da função, transformações de funções, com recurso à representação gráfica,

Faz parte do Programa e Metas Curriculares (ME, 2014a) e do Programa do Ensino Secundário (ME, 2002b), como objetivo transversal a todo o programa que os alunos trabalhem exercícios, problemas e situações de realidade, com recurso à máquina gráfica no estudo das funções. No entanto no Programa e Metas Curriculares (ME, 2014a), é ressalvado que o uso da máquina gráfica não se deve sobrepor à resolução algébrica que é essencial para efetuar as transformações e conversões de uma representação para outra.

7.1.3. No manual

As escolas adotam um manual para cada disciplina, o qual os alunos devem adquirir, sendo possível adquirir o manual escolar de forma gratuita em certas condições. É por isso natural que o professor siga a organização e orientação apresentada no manual adotada pelas escolas.

No manual adotado no 10.º ano de escolaridade na escola em que decorreu a investigação, Costa, (2013), o estudo de funções é apresentado num capítulo. Inicialmente no referido manual é feita a exploração do conceito de função contínua, na sua representação gráfica, em referenciais cartesianos e ortogonais, com especial atenção às variáveis, ao domínio, ao conjunto de chegada, ao sinal, ao sentido de variação, à monotonia e aos extremos da função. Em simultâneo são apresentadas diversas representações de uma função: representação em diagrama; representação tabular; representação algébrica; representação gráfica e representação em linguagem natural.

É nesta fase que o aluno aprende a trabalhar com a calculadora gráfica, pois até ao 9º ano de escolaridade apenas é exigido ao aluno que possua uma máquina de calcular. Esta fase inicial é uma fase de descoberta das capacidades da calculadora gráfica por parte do aluno.

A função afim é a primeira função polinomial cujo estudo é aprofundado. As propriedades desta função são visualizadas através da representação gráfica e confirmadas através da representação algébrica da função, de forma a dar-lhe rigor.

No seguimento do estudo da função afim é feito o mesmo estudo da função quadrática quanto às suas propriedades e parâmetros, reforçando a importância da definição e valorizando o rigor matemático.

No estudo da função quadrática é apreendido o domínio, o contradomínio, a paridade, a ausência de injetividade da função, o eixo de simetria, o sentido da concavidade, a interseção com os eixos coordenados, o vértice da função quadrática, entre outras características.

O ensino da função quadrática é feito em consonância com a representação em linguagem natural, a representação gráfica e a representação algébrica. Também é apreendida a passagem de umas representações para outras.

No ensino-aprendizagem de funções no 10.º ano, o estudo das funções polinomiais é finalizado com especial atenção para a função cúbica, sendo aqui introduzidos outros conceitos como a factorização de polinómios e a regra de Ruffini.

7.2. Os conceitos na função quadrática

7.2.1. O conceito em matemática

A palavra Matemática provém do grego de *máthēma*, que significa: ciência; conhecimento; aprendizagem. Provém também de *mathēmatikós*, que significa, apreciador do conhecimento. Esta é uma ciência de raciocínio lógico e abstrato, em que a aprendizagem do conhecimento se dá através da aquisição de conceitos.

A palavra conceito provém do latim de *conseptus*, do verbo *concipere*, que significa conter completamente e formar dentro de si. Pode ser definido como aquilo que a mente concebe ou entende: uma ideia ou uma noção; um símbolo mental; um significado; uma representação geral e abstrata de uma realidade; uma unidade de conhecimento.

Por exemplo, o conceito de número advém de um pensamento abstrato e intuitivo, sendo este um conceito de difícil definição e concretização.

Vergnaud (1990) define conceito, como sendo um trio de conjuntos cujo esquema se apresenta na figura 7.1: o conjunto de Situações, que dão sentido ao conceito (a referência do conceito); o conjunto Invariante, constituído pelos objetos, propriedades e relações das operacionalidades dos esquemas (o significado do conceito); o conjunto de Representações simbólicas (linguagem natural, gráficos, etc.) que podem ser usadas para representar esses invariantes, e por consequência representar as situações e os procedimentos (o significante do conceito).

A situação é aqui considerada como a tarefa a realizar pelo aluno, “assim, um único conceito não se refere a um só tipo de situação e uma única situação não pode ser analisada com um só conceito.” Vergnaud (1990, p.145).

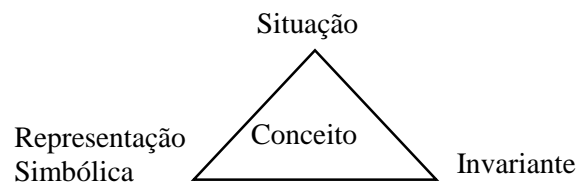


Figura 7.1: O conceito segundo Vergnaud (1990)

É através da situação (tarefa) para resolver que um conceito adquire sentido para o aluno. Vergnaud (1990) distingue dois tipos de situações:

- Quando o aluno dispõe de competências necessárias ao tratamento imediato da situação, tem uma atitude automatizada, podendo ser necessário apenas um esquema;
- Quando o aluno não dispõe de todas as competências necessárias, obrigando-o à reflexão e à exploração, que o conduzira, talvez ao êxito, podendo ser necessário usar sucessivamente vários esquemas.

Para Vergnaud (1990) um esquema é a organização invariante do comportamento para uma dada classe de situações. Neste sentido as competências são sustentadas por esquemas organizadores da ação.

Ao conhecimento contido nestes esquemas, Vergnaud (1990) denomina de “conceito em ação” e de “teorema em ação”, podendo estes serem denominados de invariantes operatórios.

No entanto, segundo Vergnaud (1990), esta linguagem e conhecimento matemático não é adquirido num momento específico, mas sim, na continuação das suas aprendizagens, cada vez que o aluno se vê perante uma nova situação para resolver, dando uso aos conhecimentos já adquiridos.

Através de situações e problemas para resolver, o conceito vai adquirindo sentido para o aluno. Vergnaud (1990) considera que perante a situação ou problema, o aluno dispõe de competências necessárias para a resolver de imediato, procedendo às transformações e conversões necessárias (conduta automatizada), ou o aluno não dispõe de todas as competências necessárias, obrigando-o a um tempo de reflexão e de exploração que o levará, talvez a uma solução. Segundo o autor citado, as competências são sustentadas por esquemas organizadores.

Um gráfico, uma expressão ou uma tabela, são formas de representar uma função formando o conceito de função, sendo possível a partir dessas representações realizar transformações e passagens entre as representações com base no mesmo conceito matemático.

O aluno associa o nome do conceito matemático com uma visualização/representação que advém das suas experiências/aprendizagens. Essa visualização/representação pode estar ligada a uma linguagem verbal, explicativa dessa representação, de forma que o aluno consiga ligar o conceito representado ao conceito função.

Por exemplo na função afim o gráfico faz associar esta função a uma reta, com uma linguagem explicativa traduzida no declive, que passa na ordenada na origem (gráfico e expressão/fórmula). Ao associar o conceito de função afim a uma operação, os alunos associam uma função a uma fórmula.

No Programa de Matemática do Ensino Básico (ME, 2007) é reforçada a ideia de se poder, implementar uma aprendizagem por um método de descoberta e investigação por parte do aluno. Para tal, deve ser feita a ligação dos conhecimentos já adquiridos por parte do aluno em anos anteriores, em termos de procedimento, mas não em relação ao conceito em si, pois com a progressão dos alunos ao longo do seu percurso escolar, os conceitos terão uma definição mais elaborada e completa implicando uma aprendizagem do conceito com maior rigor.

7.2.2. Objeto e suas representações

A distinção entre um objeto e a sua representação é essencial para a compreensão da matemática. Uma escrita, uma notação, um símbolo, uma figura, um círculo, segundo Duval (1993, p.268) representam um objeto matemático, e o objeto matemático não deve ser confundido com a representação que dele se faz.

Duval (1993, p.269) denomina esta situação de paradoxo cognitivo, questionando, “como podemos não confundir um objeto e sua representação se não temos acesso a esse objeto, a não ser por meio de sua representação?”.

Para Duval (1993, p.270), “o recurso a diferentes representações é uma condição necessária, para que o objeto possa ser reconhecido em cada uma de suas representações e também, para que o objeto matemático não seja confundido com as suas representações”. É nestas duas condições que uma representação funciona como representação, dando acesso ao objeto representado.

O Programa de Ensino Básico vai de encontro a esta ideia, como se referencia:

Os alunos têm de compreender que existe uma variedade de representações para as ideias matemáticas, e a capacidade de passar informação de uma forma de representação para outra é tão importante como saber reconhecer as convenções inerentes a cada tipo de representação e interpretar a informação apresentada. (ME, 2007, p.9).

Segundo Duval (1993, p.271), “a compreensão do objeto ocorre quando o aluno é capaz de mobilizar mais do que uma representação” através da formação de uma representação identificável, através de transformações e através de conversões.

	Representação discursiva	Representação não discursiva
Representação multifuncional Os tratamentos não são algoritmos.	<u>Língua natural</u> Associações verbais (conceituais). Formas de raciocinar: • Argumentação a partir de observações, de crenças;	<u>Representações geométricas</u> Planas ou em perspetiva: • Apreensão operatória e não somente perceptiva;

	<ul style="list-style-type: none"> • Dedução válida a partir de definição ou de teoremas. 	<ul style="list-style-type: none"> • Construção com instrumentos.
<p>Representação monofuncional</p> <p>Os tratamentos são principalmente algoritmos.</p>	<p><u>Sistemas de escrita</u></p> <ul style="list-style-type: none"> • Numéricos (binária, decimal, fracionária) • Algébrico; • Simbólicos (línguas formais); <p>Cálculo.</p>	<p><u>Gráficos cartesianos</u></p> <ul style="list-style-type: none"> • Mudanças de sistemas de coordenadas; • Interpolação, extrapolação.

Quadro 7.1: Classificação dos registos que podem ser mobilizados (Duval, 1993)

No quadro 7.1 Duval (1993) apresenta uma classificação dos registos que podem ser mobilizados. Na formação de uma representação, como um texto, um gráfico, uma expressão, isso implica por parte do aluno, uma análise e interpretação de relações e de dados, mediante regras que asseguram as condições de identificação e de reconhecimento da representação.

O autor considera como representações, as figuras geométricas, as notações algébricas e formais, os gráficos e a linguagem corrente.

Duval (1993) refere que, por exemplo, na resolução de problemas, uma representação pode dominar o processo de resolução, porém deve haver sempre a possibilidade de passar de uma representação para outra. Como característica relevante, destaca a mobilização simultânea de pelo menos duas representações diferentes ou a possibilidade de mudar de uma representação para outra, em qualquer momento.

As transformações na forma de representar um objeto podem ser de dois tipos, segundo Duval (1993): por tratamento e por conversão.

O tratamento de uma representação, são as mudanças que se efetuam numa representação, mantendo o mesmo registo, como por exemplo $y + 3 = x \Leftrightarrow y = x - 3$.

A conversão é uma mudança de registo, conservando a referência ao mesmo objeto.

Na conversão deve ocorrer congruência da representação de que se parte para a representação que se obtém. Se a representação de que se parte, apresenta mais dificuldades de visualização e de compreensão que a representação obtida, segundo Duval (1993), dá-se uma não-congruência.

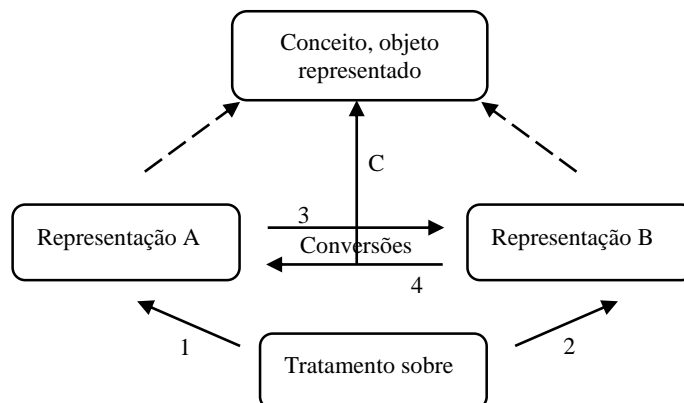


Figura 7.2: Estrutura da representação em função de conceitualização. (Duval, 1993)

Efetuar tratamentos e conversões de representações é uma condição necessária para a apreensão do objeto matemático. Na figura 7.2 é apresentado um esquema de Duval (1993), de uma hipótese de aprendizagem:

Neste esquema, as setas 1, 2, 3 e 4 correspondem a transformações operadas em representações diferentes do mesmo conceito, a seta C corresponde à compreensão integral do conceito por coordenação de duas representações. As setas distintas marcam a distinção entre representante do objeto e objeto representado.




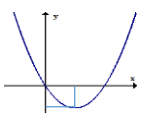
No estudo da função afim, Duval (1998a) apresenta o seguinte quadro de possíveis relações entre unidades simbólicas e unidades visuais dessa função:

Variáveis visuais	Valores	Unidades simbólicas correspondentes	
Sentido da inclinação	Ascendente Descendente	Coefficiente > 0 Coefficiente < 0	Ausência de sinal Presença de sinal –
Ângulo com os eixos	Partição simétrica Ângulo menor Ângulo maior	Coeffic. Variável =1 Coeffic. Variável <1 Coeffic. Variável >1	Não há coefic. escrito Há coefic. escrito Há coefic. escrito
Posição sobre os eixos	Corta acima Corta abaixo Corta na origem	Acresc. Constante subtrai constante sem correção aditiva	Sinal + Sinal – Ausência de sinal

Quadro 7.2: Relação entre as unidades simbólicas e visuais da função afim (Duval, 1998a)

Para Duval (1998a), a leitura das representações, requer que os alunos sejam capazes de discriminar as diferentes representações visuais das representações gráficas e respetivas alterações nas representações algébricas.

Tendo por base o quadro apresentado por Duval (1998a), relativo às unidades simbólicas e visuais da função afim, podemos alargá-lo à função quadrática, construindo unidades simbólicas, visuais e de linguagem. Apresenta-se no quadro seguinte, uma possível relação entre unidades simbólicas, unidades visuais e unidades de linguagem, da função quadrática:

Unidades em linguagem natural:	Unidades visuais do gráfico:	Unidades simbólicas correspondentes:
Parábola com eixo de simetria vertical		$f(x) = ax^2 + bx + c$
Parábola com concavidade voltada para cima		$a > 0$
Parábola com concavidade voltada para baixo		$a < 0$
Parábola com vértice no ponto (h, k)		$f(x) = a(x - h)^2 + k$

Quadro 7.3: Relação possível entre as unidades simbólicas e visuais da função quadrática

Perante uma representação da função quadrática, o aluno no final da unidade de ensino, deve identificar as unidades visuais e as unidades simbólicas correspondentes, perceber unidades simbólicas e visuais efetuando transformações de forma a torna-las perceptíveis e dando-lhes significado.

Num estudo de caso realizado por Duval (1998b), tendo por base os resultados obtidos por alunos ao nível do 10.º ano do Ensino Secundário, após o ensino de função quadrática, Duval (1998b) fundamenta o facto de os alunos não conseguirem distinguir as variáveis visuais significativas nos gráficos, nem conseguirem articular estas variáveis com as expressões algébricas correspondentes.

7.2.3. O Campo Conceitual

Para Vergnaud (1990), o conhecimento está organizado em campos conceituais, cujo domínio, por parte do sujeito, ocorre ao longo de um largo período de tempo, através de experiência, maturidade e aprendizagem. Um conceito nunca aparece isolado, a simples adição de números envolve diversos conceitos, que foram sendo adquiridos pelo aluno.

Um campo conceitual, segundo Vergnaud (1990, p.40), é “um conjunto informal e heterogéneo de problemas, situações, conceitos, relações, estruturas, conteúdos e operações de pensamento, conectados uns aos outros e provavelmente entrelaçados durante o processo de aquisição”. Outra definição também apresentada por Vergnaud de campo conceitual é, tratar-se de “um conjunto de situações, cujo domínio progressivo exige uma variedade de conceitos, de procedimentos, de esquemas e de representações simbólicas, em estreita conexão” (Vergnaud, 1990). A primeira definição apresentada por Vergnaud é mais alargada, sendo o campo conceitual um conjunto diverso, formado por problemas, situações, conceitos, relações, entre outros, enquanto na segunda definição surge campo conceitual apenas como um conjunto de situações. Em ambas as definições o campo conceitual vai sendo construído ao longo da aprendizagem.

Três argumentos principais levaram Vergnaud ao conceito de campo conceitual:

- 1) Um conceito não se forma dentro de um só tipo de situações;
- 2) Uma situação não se analisa com um só conceito;
- 3) A construção e apropriação de todas as propriedades de um conceito ou todos os aspetos de uma situação é um processo que se estende ao longo do tempo, com analogias e mal-entendidos entre situações, entre conexões, entre procedimentos e entre significantes.

Para Vergnaud (1990) conforme o aluno vai dominando um campo conceitual, os “Teoremas em ação”, vão-se aproximando de “Teoremas científicos”, e, conforme adquire mais conhecimento científico, os seus modelos mentais vão-se também aproximando dos modelos científicos.

Na figura seguinte é apresentado um esquema de Vergnaud onde se pode observar a complexidade da teoria dos campos conceituais de Vergnaud.

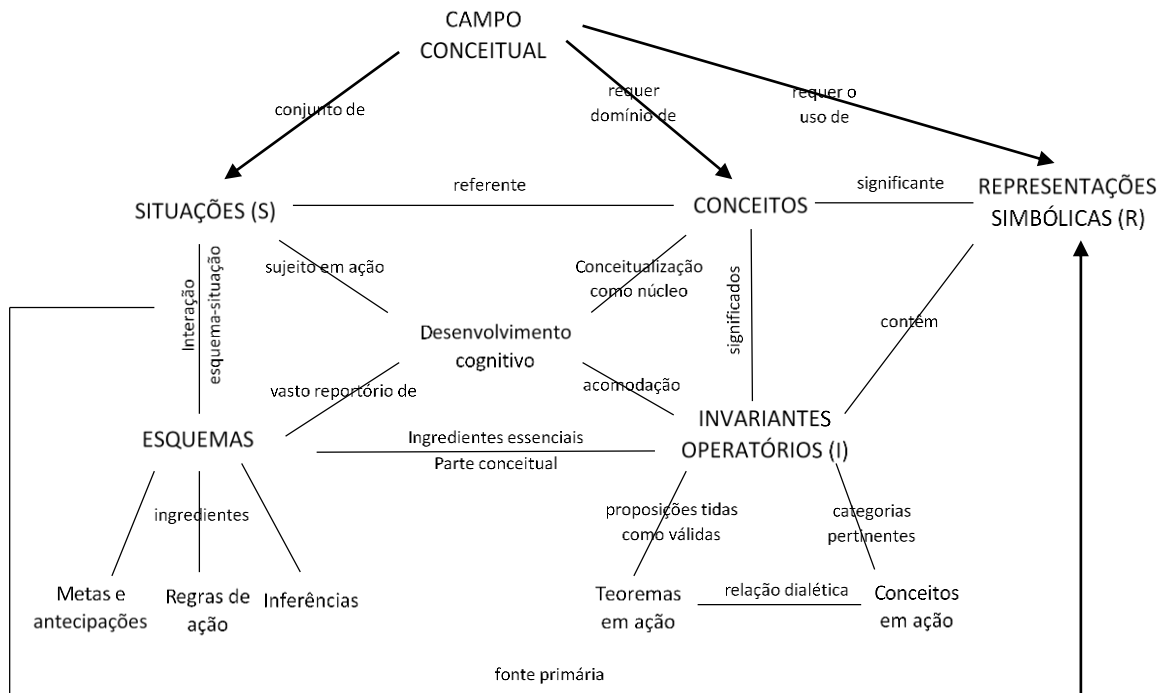


Figura 7.3: Mapa conceitual da teoria dos campos conceituais de Vergnaud (1990)

Relativamente à linguagem, Vergnaud (1990) refere que a sua função é dar ajuda ao raciocínio, na designação e na identificação dos invariantes, dos objetos, das propriedades, das relações, dos teoremas e por último, ajudando na antecipação dos objetos, dos efeitos dos objetos, no planeamento e no controlo da ação.

Ainda segundo o autor referido:

A construção do próprio conhecimento, por parte do aluno não é um processo linear, facilmente identificável. Pelo contrário, é complexo, tortuoso, demorado, com avanços e retrocessos, continuidades e ruturas. O conhecimento prévio é determinante no progressivo domínio de um campo conceitual, mas pode também, em alguns casos, ser impeditivo. Pode haver continuidade e rutura. A Álgebra, por exemplo, apoia-se na Aritmética, mas, ainda assim, para aprendê-la é necessário romper com a Aritmética. (Vergnaud, 1990, p.83),

Um campo conceitual é construído pelo aluno ao longo do tempo e depende da diversidade de situações com que se foi deparando e progressivamente foi dominando. A diversidade de situações vão dando sentido aos conceitos e procedimentos que se pretende ensinar ao aluno.

Relativamente às representações, Vergnaud (1990) considera essencial compreender-se porque uma certa representação simbólica, em particular, pode ser útil e sob que condições pode ser substituída por outra mais abstrata e geral.

O conceito de função, no ensino da matemática, é iniciado com o Diagrama de Venn, no Programa de Matemática do Ensino Básico (ME, 2007), introduzindo-se progressivamente outras

representações da função, como a representação através de tabela, a representação gráfica e a representação algébrica, com formas simples, contruindo um campo conceitual do aluno. Conforme o aluno vai tendo contacto com outras situações vai também dominando esse campo conceitual. Por exemplo, o Diagrama de Venn vai-se tornando obsoleto, na continuação do estudo da função, assim como a representação por tabela, sendo preteridos pelas representações gráfica e algébrica, mais gerais e abstratas, que exigem um maior conhecimento científico, por parte do aluno.

7.3. Tarefas de aprendizagem

No Programa de Matemática do Ensino Básico (ME, 2007) é assumida a necessidade de desenvolver capacidades transversais a toda a aprendizagem da Matemática, que são elas: a resolução de problemas, o raciocínio matemático e a comunicação matemática. Para tal deve haver ao longo do ensino e aprendizagem tarefas variadas e diversificadas. Ponte (2003) faz a distinção entre quatro tipos: exercícios, problemas, exploração e investigação.

Há uma característica comum aos exercícios e problemas – em ambos os casos o enunciado indica claramente o que é dado e o que é pedido, sem quaisquer ambiguidades. O professor sabe de antemão a solução e a resposta apresentada pelo aluno ou está certa ou está errada.

Numa investigação é diferente. O ponto de partida é uma situação aberta, ou seja, a questão não está completamente definida, cabendo a quem investiga um papel fundamental na sua concretização. Sendo possível concretizar de vários modos os pontos de partida, os pontos de chegada, naturalmente são também diferentes. Ao requerer a participação ativa do aluno na própria formulação das questões a estudar, favorecemos o seu envolvimento na aprendizagem. Ponte (2003, p.9)

Paulo Freire (1987), grande educador e pensador, com o seu método de alfabetização de jovens e adultos defende que os textos trabalhados tem que ter significado e ser representativos das suas vivências, para que façam sentido para quem aprende, promovendo uma melhor aprendizagem.

Também Silva (1973) defendia esta ideia, no ensino de matemática, tecendo grandes críticas à resolução de exercícios repetitivos e fastidiosos sem interesse para quem os aprende, referindo que é preciso evitar certos exercícios artificiosos ou complicados, especialmente em assuntos simples, considerando ser mais importante refletir sobre o mesmo exercício que tenha interesse.

Refere ainda que um dos problemas do ensino-aprendizagem através da resolução de exercícios é enfatizar os processos de pensamento e os processos de aprendizagem, acabando por desvalorizar o conteúdo matemático e o seu significado.

Ainda segundo Silva (1973), na aprendizagem dos conceitos de matemática, não deve ser posto como prioritária a realização das operações, privilegiando-as na resolução de tarefa. Deve antes ser feito, com estratégias de desenvolvimento de forma a não ter que se repetir sistematicamente o mesmo procedimento e o mesmo tipo de raciocínio.

Como refere Guzmán (1993), um ensino baseado na exposição de conteúdos, seguido de

exemplos e exercícios simples, havendo depois lugar a exercícios mais complicados, onde por vezes não se chegam a trabalhar problemas, não prepara os alunos para que desenvolvam capacidades de raciocínio necessárias para a formação do ser na sociedade. A situação descrita é apresentada na figura 7.4 em forma de esquema:

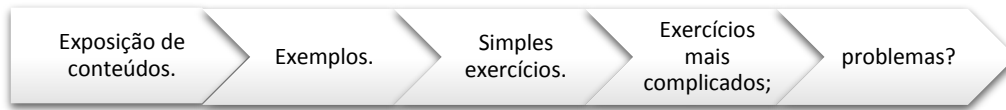


Figura 7.4: Ensino tradicional segundo Guzmán (1993)

Segundo Guzmán (1993), o aluno deve manipular objetos matemáticos para ativar a sua própria capacidade mental, exercer a sua criatividade e refletir sobre o seu próprio processo de pensamento e melhorá-lo. O autor salienta ainda que o aluno deve transferir essas atividades, para outros aspetos do seu trabalho mental, de forma a adquirir autoconfiança, a se divertir com a sua própria atividade mental, preparando-se para os novos desafios dos tempos modernos, como o das tecnologias e o das ciências.

Guzmán (1993) defende ainda que as vantagens e razões para um ensino desafiante são o melhor que se pode oferecer aos jovens, para que tenham autonomia na resolução de problemas, adquiram processos eficazes para se adaptar às mudanças, de forma a não ficarem obsoletos nos seus conhecimentos, desenvolvendo uma aprendizagem criativa, cativante e bem-sucedida.

As dificuldades sentidas pelos alunos em apreenderem e aplicarem conceitos matemáticos tem sido um dos grandes motores na pesquisa de novas formas de ensinar, novas formas de apresentar conceitos e na procura de recursos para melhorar o ensino.

Guzmán (1993) propõe que a apresentação de um tópico matemático, baseado no espírito de resolução de problemas, deve processar-se mais ou menos da forma como se mostra na figura seguinte com um esquema:

Apresentação de um tópico matemático, baseado no espírito de resolução de problemas	Proposta de uma situação (com base no histórico, aplicações, modelos, jogos, ...)
	Familiaridade com a situação e suas dificuldades
	Desenvolvimento de estratégias possíveis
	Vários ensaios de estudantes
	Ferramentas elaboradas ao longo da história (conteúdo motivacional)
	Escolha de estratégias
	Atacar e resolver problemas
	Caminho crítico (reflexão sobre o processo)
	Fortalecer a formalização (se for o caso)
	Possíveis transferências de métodos e ideias

Figura 7.5: Esquema de um tópico de matemático baseado na resolução de problemas.

Guzmán (1993) conclui esta ideia dizendo que, “ao longo do processo de aprendizagem, o foco principal deve ser a atividade dirigida pelo professor colocando sabiamente o aluno em condições de participar sem aniquilar o prazer de descobrir por si mesmo o que grandes matemáticos têm conseguido.” Defende ainda que neste processo temos o dualismo da atividade contra a passividade, a motivação contra o tédio, os processos de aquisição contra rotinas rígidas que desmotivam e onde os conhecimentos são perdidos no esquecimento.

No seguimento desta ideia o professor tem que ter em atenção e conhecer como se processa o raciocínio e a compreensão do aluno na aquisição de novos conhecimentos matemáticos. Neste processo o aluno deve ser levado a descobrir de forma, que as aprendizagens tenham sentido para si, podendo assim desenvolver a capacidade de relacionar e aplicar os conhecimentos adquiridos.

Ponte (2005) apresenta vários tipos de tarefas, resumidas na forma de esquema (figura 7.6). o autor mencionado considera as tarefas como sendo fechadas, caso seja explícito o que é dado e o que é pedido, ou abertas, caso seja implícito o que é dado e o que é pedido.

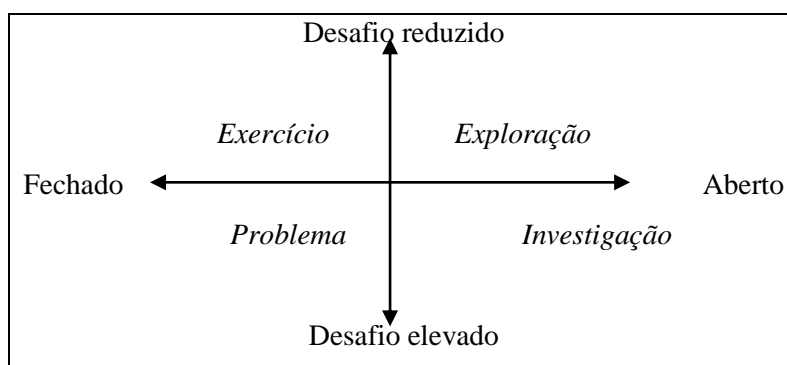


Figura 7.6: Relação entre tipos de tarefas, por grau de desafio e de abertura. (Ponte, 2005)

Segundo Ponte (2003), a diferença entre tarefa de exploração e tarefa de investigação está no grau de desafio apresentado nas tarefas ser respetivamente menor ou maior. Já a diferença entre tarefa de exploração e exercício centra-se nos conhecimentos prévios do aluno e se a tarefa constitui novidade para ele. Quando a tarefa deixa de ser novidade passa de tarefa exploratória para exercício.

Ainda segundo Ponte (2003), o que existe de semelhante entre exercício e problema é em ambos os casos serem conhecidas as respostas pela parte do professor e ao aluno ser-lhe fornecido os dados para a resolução com indicações claras do que se pretende. A grande diferença entre exercício e problema é que um exercício é resolvido seguindo um método ou algoritmo já conhecido e na resolução de um problema, o aluno não tem um método para a sua resolução, necessitando de alguma capacidade de análise para aplicar a novas situações os conceitos apreendidos.

Segundo Matos (1995) que também faz a distinção entre exercício e problema, denota uma grande preocupação em processar o ensino-aprendizagem de forma que os alunos reflitam e investiguem, não se limitando estes a executar procedimentos de cálculo.

No Programa de Matemática do Ensino Básico (ME, 2007), é considerado que ao resolver problemas particulares de diferentes formas e representações e com linguagens diversas, cria-se novas oportunidades para manter o envolvimento dos alunos com o conceito.

Numa tarefa de investigação é proposto ao aluno uma situação não totalmente definida, permitindo que ele próprio se interrogue na procura de soluções, pois segundo Ponte (2003), investigar não significa obrigatoriamente trabalhar com problemas difíceis. Segundo o mesmo autor, significa acima de tudo trabalhar com questões a partir das quais os alunos se interrogam e que se apresentam no início de modo confuso, procurando clarificar e estudar de modo organizado.

Uma das problemáticas levantadas, segundo Ponte (2003) relativamente a propor tarefas de investigação aos alunos, está relacionada com a questão de poder investigar sem ter aprendido conceitos e procedimentos básicos. O autor responde a esta questão, referindo que ao promover no aluno a curiosidade e o gosto por aprender associado a uma certa diversão mental, tanto o aluno como o professor só terão a ganhar perante o desafio de investigar durante o processo de ensino-aprendizagem fazendo a descoberta de novos saberes.

Em Peritos (2007), é referido que a educação científica com base na investigação provou ser eficaz aos níveis do básico e do secundário, quando se trata de aumentar os níveis de interesse e sucesso dos estudantes.

7.3.1. Modelação no ensino da matemática

Um modelo é uma descrição simplificada duma situação, real ou imaginária, que Ponte (1992) considera particularmente importantes, os modelos matemáticos que utilizam como base a linguagem e os conceitos da matemática.

Ponte (2005) define tarefas de modelação como tarefas que se apresentam num contexto de realidade, de natureza problemática e desafiante, constituindo problemas ou investigações.

As principais razões apresentadas pelo autor em termos gerais para trabalhar situações reais, são elas: preparar os alunos para uma melhor inserção na sociedade; constituir uma forma de motivar os alunos na escola; ajudar a evitar aprendizagens incorretas; identificar estruturas matemáticas distinguindo o que é fundamental do que é supérfluo; tratar-se de uma herança cultural, pois considera que desde sempre se tentou quantificar o meio que nos rodeia, procurando formas de descrever fenómenos do mundo real.

No programa do Ensino Básico é referido:

A Matemática não é uma ciência sobre o mundo, natural ou social, no sentido em que o são algumas das outras ciências, mas sim uma ciência que lida com objetos e relações abstratas. É, para além disso, uma linguagem que nos permite elaborar uma compreensão e representação desse mundo, e um instrumento que proporciona formas de agir sobre ele para resolver problemas que se nos deparam e de prever e controlar os resultados da ação que realizarmos. (ME, 2007, p.2).

No Programa do Ensino Secundário (ME, 2002b) é largamente referida a importância de modelação matemática no ensino-aprendizagem. É de salientar que nos Temas Transversais do mesmo Programa é considerado, que o papel da matemática como instrumento de modelação da realidade é incontornável, pois o modelo matemático é uma descrição do mundo real.

Em consonância com esta ideia, também na Brochura Didática, (ME, 2002a) é salientado que o estudo global duma situação, percorrendo todo o ciclo do processo de modelação, é fundamental para que os alunos se apercebam da interligação entre os vários domínios da matemática e do poder e limitações de cada um deles. Considera também que esta atividade é também essencial para que os alunos ganhem sensibilidade para os aspetos mais globais do processo de modelação, nomeadamente a conceção geral, a avaliação e a análise crítica dos modelos.

7.4. A calculadora gráfica

A quando da obrigatoriedade do uso da calculadora gráfica na disciplina de Matemática do Ensino Secundário, segundo Rocha (2011) considerava-se também que, a calculadora gráfica iria permitir trabalhar com dados concretos facultando o envolvimento do aluno em situações reais. Segundo a autora anteriormente citada considerava-se que a partir da possibilidade de aceder a muitos e diversos gráficos, isso iria refletir-se numa melhor compreensão e aprofundamento de conceitos.

A calculadora gráfica permitia de trabalhar em simultâneo com diferentes representações, articulando o numérico, o gráfico e o analítico na construção de um conhecimento global que se apoiaria em cada uma destas representações para construir a compreensão sobre aspetos que o recurso apenas a determinada representação não permitiria. (Rocha, 2011, p.41).

Realmente esta facilidade e rapidez em representar qualquer expressão algébrica de qualquer função é um grande motor facilitador à compreensão e entendimento do significado de vários conceitos lecionados aquando do estudo das funções. Com o recurso à calculadora gráfica é também possível obter a representação gráfica de varias funções em simultâneo, de forma rápida, permitindo não se tornar repetitiva a construção do gráfico de funções em papel, que pode ser um processo bastante demorado.

No entanto a realidade nas escolas, segundo Rocha (2011) referindo diversos autores (Simmt, 1997; Cavanagh e Mitchlmore, 2003; Doerr e Zangor, 2000) que acompanharam o trabalho de professores, é que a calculadora gráfica está a ser usada de forma bem diferente do que se projetava, observando ainda que:

Se apenas a utilizarmos para confirmar resultados, resolver inequações e traçar gráficos para deles extrairmos determinadas informações, então não deve surpreender-nos que os prognósticos de termos alunos envolvidos na resolução de problemas, em atividades de modelação e habituados a encarar a matemática com uma perspetiva inquiridora e reflexiva não se estejam a concretizar. (Rocha, 2011, p.42).

7.5. Tarefas e avaliação

Em Portugal a questão da avaliação está sempre presente para os intervenientes no sistema da educação. No ensino básico é a preocupação de os alunos conseguirem obter resultados positivos e que obtenham boas bases para estarem preparados para realizarem o ensino secundário com sucesso.

Ao nível do secundário esta questão torna-se ainda mais presente e urgente pois os alunos, os pais e os professores sentem uma grande pressão com a questão das médias para os alunos poderem prosseguir os estudos ao nível do Ensino Superior. Os alunos estão assim induzidos a trabalharem mediante a compensação na avaliação. Então, segundo a Brochura Didática, (ME, 2002a) para que o aluno se sinta predisposto a encarar tarefas e se sinta compensado, estas podem e devem ter peso na avaliação final do período e consequentemente na avaliação de final de ano, podendo ser inseridas como trabalho de grupo ou trabalho individual com classificação conforme o empenho e desenvolvimento do trabalho realizado.

7.6. Síntese

Na história da humanidade a matemática sempre foi um grande motor de evolução e progressão. E já há largos séculos que o Homem sentiu necessidade de quantificar e de dar significado matemático a situações reais, sendo as funções uma forma de representar e de prever o mundo real. Assim é natural que a matemática seja uma das disciplinas mais importantes no ensino.

Do campo conceitual da função quadrática fazem parte diversos conceitos que podem ser observáveis a partir das diversas representações da função quadrática. Também da passagem e transformação entre representações é necessário conhecer os conceitos associados à função quadrática para que se compreenda o processo.

O percurso de aprendizagem da função quadrática permite o desenvolvimento de tarefas variadas em contexto de exercício, problema, exploração e investigação.

A calculadora gráfica e a modelação de dados permitem realizar tarefas colocando os alunos numa perspetiva inquiridora e reflexiva, investigando e explorando situações diversas da vida real.

CAPÍTULO VIII - Metodologia

Para a realização da presente investigação dispunha de uma turma de 10º ano de escolaridade do Ensino Secundário.

Tendo acesso e participação ativa a todas as aulas e atividades desenvolvidas com a turma na disciplina de matemática e com um tema de investigação em mente, procedeu-se à pesquisa de qual a metodologia a aplicar e quais os instrumentos de investigação adequados para levar a cabo a investigação.

8.1. Investigação e estudos de caso em educação

Segundo Ponte (1994), um estudo de caso pode ser considerado um estudo de uma entidade bem definida, visando conhecer os seus “porquês” e os seus “como”.

O autor citado refere também que um estudo de caso é uma investigação que se assume como particularística e que se debruça sobre uma situação específica, procurando descobrir o que há nela de mais essencial e característico e, desse modo, contribuir para a compreensão global do fenómeno de interesse. Considera que os estudos de caso podem ser exploratórios no caso de se pretender obter informação preliminar sobre o objeto de estudo ou descritivos quando o objetivo principal é descrever o fenómeno ou ainda analíticos quando se pretende problematizar o seu objetivo, construir ou desenvolver uma nova teoria.

Ainda segundo este autor um estudo de caso é um tipo de pesquisa bastante descritivo, em que “o investigador não pretende modificar a situação mas sim compreendê-la”. Por outro lado, segundo Ponte (1994) um estudo de caso não é experimental pois não existe controlo sobre os acontecimentos e não é possível manipular as causas do comportamento dos participantes. O investigador deve estar envolvido dentro da situação, mas a sua reflexão deve ser feita como estando fora da investigação. Tendo em conta esta classificação e pontos de vista apresentados por Ponte (1994), o presente estudo pode ser enquadrado em estudos de caso, essencialmente descritivo, numa perspetiva interpretativa, que procura compreender como é o “mundo” do ponto de vista dos participantes.

Citando Bogdan e Biklen (1994) “o objetivo principal do investigador é o de construir conhecimento e não o de dar opiniões sobre determinado contexto. A utilidade de determinado estudo é a capacidade que tem de gerar teoria, descrição ou compreensão.” (Bogdan e Biklen, 1994, p. 67)

8.2. Instrumentos de investigação utilizados

Para concretizar a investigação foram idealizadas e elaboradas tarefas diversas. Destas tarefas foi elaborada uma tarefa de grupos de quatro a seis alunos com sensores de movimento com toda a

turma, tarefas individuais na forma de fichas de avaliação para concretizar na sala de aula com toda a turma e tarefas com entrevista gravada pelo investigador, para concretizar com os alunos do estudos de caso, um de cada vez. Das tarefas realizadas pelos alunos participantes foram recolhidas as respostas e anotações feitas por eles.

8.3. Espaço físico e humano da investigação

8.3.1. A escola

A escola é formada por um edifício central e dois blocos adjacentes. As aulas decorrem em um dos edifícios adjacentes, em salas diferentes, todos os dias da semana, no primeiro e segundo piso do Bloco A. As salas para além do equipamento para os alunos que é constituído por mesas individuais e cadeiras, tem também dois quadros brancos e um computador que se encontra na secretária do professor que está ligado em rede e a um projetor. No mesmo bloco situa-se a sala de matemática onde se encontram diversos materiais didáticos como sólidos geométricos, jogos matemáticos, tangram, calculadoras gráficas, livros e manuais escolares, que os professores podem usar nas suas atividades.

8.3.2. A turma

A turma com a qual se desenvolve a investigação é constituída por 28 alunos do 10.º ano de escolaridade do curso científico-humanístico.

Destes 28 são rapazes e 10 são raparigas, com idades compreendidas entre os 14 e os 17 anos. Cinco alunos estão a repetir o ano sendo que um deles está matriculado apenas a Português e a Matemática. Apenas quatro alunos dos que não são repetentes tiveram nível negativo a matemática no ano letivo anterior. Desses quatro, apenas um obteve positiva no 1.º período no presente ano letivo.

Em geral é uma turma trabalhadora e aplicada, sem maus comportamentos na disciplina de matemática. Grande parte dos alunos provêm de uma outra escola, tendo feito o 3.º Ciclo juntos nessa escola.

Relativamente ao aproveitamento na disciplina de matemática no ano letivo em que decorreu este estudo, este pode ser considerado médio alto, havendo apenas seis alunos com nível inferior a nove valores e cinco alunos com nível superior a dezasseis, no final do 2.º período.

8.3.3. Participantes dos estudos de caso

Ao estar presente na sala de aula permitiu observar toda a turma, para fazer um levantamento de características dos alunos da turma, e posterior seleção dos alunos para os estudos de caso.

Como critério para a escolha dos alunos participantes neste estudo, foi tido em conta a sua disponibilidade, serem alunos diferentes na forma como trabalham, como aprendem e como participam nas aulas.

Para a realização da investigação com os alunos dos estudos de caso foi pedida autorização da escola (anexo 1) e dos Encarregados de educação dos alunos aos quais foram realizadas entrevistas individuais (anexo 2).

8.4. Planeamento da investigação

Durante o 1.º período e o 2.º período escolar e início do 3.º período foi pensada, idealizada e levada a cabo a investigação que pretendia realizar.

Foi uma fase de muitas dúvidas e indecisões que foram sendo ultrapassadas através de pesquisas, da elaboração da revisão de literatura, da elaboração de tarefas e no decorrer da realização dessas tarefas pelos alunos, com o constante surgimento de novas dúvidas e indecisões, num processo de procura de qual o caminho a tomar.

8.4.1. Fases da investigação

A investigação realizada decorreu em quatro fases distintas:

Primeira fase – foram lecionados os conceitos de função quadrática no mês de fevereiro e em simultâneo foram realizadas e corrigidas sete tarefas individuais com toda a turma de aplicação da matéria dada, entre os dias 18 e 26 de Fevereiro.

As tarefas individuais decorreram em sete aulas, perfazendo um teste de avaliação a partir das seis melhores notas obtidas por cada aluno nas tarefas individuais. As sete tarefas realizadas são compostas por exercícios e problemas de aplicação da matéria dada no decorrer das aulas lecionadas.

Para a presente investigação foram posteriormente analisadas as respostas dadas pelos alunos, em cinco das sete tarefas, (anexo 4), relativamente aos conhecimentos demonstrados e aos erros cometidos na realização dessas tarefas individuais. Foram analisadas apenas cinco tarefas por estas estarem focadas nas aprendizagens da função quadrática, na representação gráfica, na representação algébrica e na passagem entre estas representações. As duas tarefas excluídas eram relativas à resolução de equações e inequações que ficaram fora do âmbito da investigação.

Segunda fase – foi realizada uma tarefa de modelação com recurso a sensores de movimento e à calculadora gráfica, a bola a saltar, no dia 28 de Fevereiro dela constando um guião orientador da tarefa a realizar com questões relacionadas com a função quadrática (anexo 5).

Na concretização desta tarefa, numa primeira etapa os alunos recolheram na calculadora gráfica os dados de uma bola a saltar com o sensor de movimento. Numa segunda etapa os alunos selecionaram e reproduziram o gráfico de um salto da bola, analisaram e interpretaram a situação obtida, apresentaram

questões possíveis acerca da situação e elaboraram as respetivas respostas, na modelação desse salto a uma função quadrática.

Do trabalho desenvolvido pelos alunos durante a tarefa foi recolhida a folha de respostas elaboradas por cada grupo e observado o desempenho de cada um dos alunos dos estudos de caso, para posterior análise.

Terceira fase – foi realizada uma entrevista individual com cada um dos alunos participantes nos estudos de caso, entre 22 e 24 de Abril e entre 2 e 5 de Maio a qual foi gravada para posterior transcrição. Nesta entrevista individual foi proposto uma tarefa onde foi pedido ao aluno que observasse uma folha de papel com quatro representações de uma função quadrática (figura 8.1), sendo elas: representação em linguagem natural; representação tabular; representação algébrica; representação gráfica. (anexo 6).

Na representação tabular da função são dados cinco pontos da função, entre os quais o vértice e quatro outros pontos. Na representação em linguagem natural é dado o vértice e um ponto da função. Na representação gráfica, para além da parábola, está marcado o vértice e um outro ponto. Na representação algébrica, é dada a expressão $f(x) = -2x^2 + 8x - 9$.

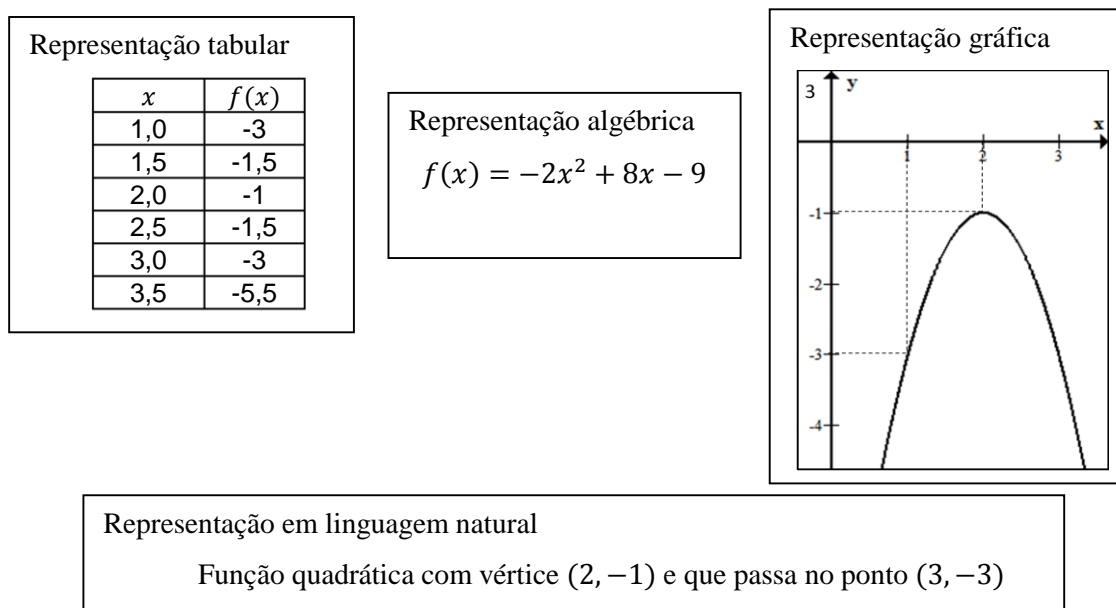


Figura 8.1: Quatro representações de uma função quadrática

Dessas quatro representações da mesma função foi pedido ao aluno que escolhesse uma representação para a partir dela indicar o vértice da função quadrática.

Em seguida foi pedido a cada um dos alunos que indicasse mais informações que conseguisse retirar dessa representação escolhida.

Estes pedidos foram sucessivamente repetidos até todas as representações terem sido escolhidas.

Posteriormente foi também apresentada uma outra folha de papel, com quatro representações de uma outra função quadrática e colocadas novamente as mesmas questões.

Nesta segunda folha (anexo 7) com as quatro representações de uma função quadrática (figura 8.2), em nenhuma delas estão explícitas as coordenadas do vértice da parábola. Na representação em linguagem natural, são dados três pontos da função. Na representação tabular são dados seis pontos,

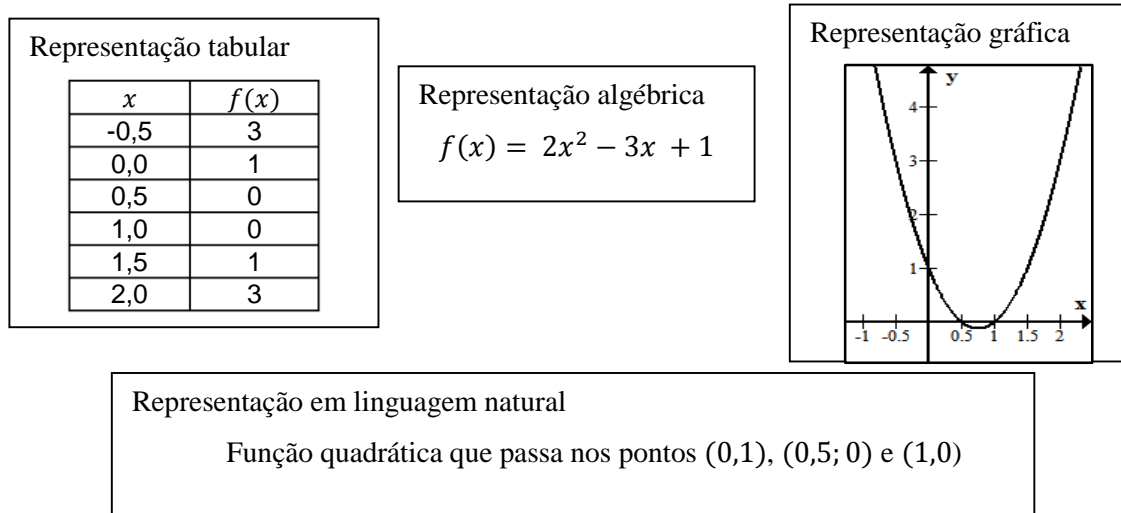


Figura 8.2: Quatro representações de uma outra função quadrática

simétricos dois a dois em relação ao eixo de simetria da função quadrática apresentada, entre os quais, os dois zeros da função. Na representação gráfica, para além da parábola, estão marcados os dois zeros e o ponto de intercessão com o eixo das ordenadas. Na representação algébrica é dada a expressão $f(x) = 2x^2 - 3x + 1$.

Por último, foi pedido ao aluno que observasse novamente a primeira folha e escolhesse uma representação da função quadrática para fazer a passagem para uma outra representação, à sua escolha.

Com estas tarefas pretende-se perceber que conhecimentos estão adquiridos relativamente a cada uma das representações e quais as preferências e as dificuldades do aluno na obtenção da informação possível de retirar de cada uma das representações assim como da passagem entre representações da mesma função quadrática.

Para orientar a concretização destas tarefas foi elaborado um guião de entrevista (anexo 8 e anexo 9).

Na mesma entrevista referida foi proposto ao aluno, uma tarefa de modelação para o aluno investigar e explorar a partir de um cordel com um metro de comprimento.

Nesta tarefa foi pedido ao aluno que construísse alguns retângulos com um cordel, encontrasse uma representação (que podia ser uma representação gráfica, uma representação algébrica ou uma representação tabular), das áreas dos retângulos possíveis de construir com o cordel. Seguidamente era pedido que encontrasse o retângulo de área máxima possível de construir com o cordel. Para a concretização desta tarefa foi elaborado um guião de entrevista (anexo 10).

8.4.2. Calendarização da investigação

As tarefas foram realizadas entre os dias 18 de Fevereiro e 5 de Maio ao longo do 2.º período e início do 3.º período de aulas.

Na tabela a seguir estão expostas as datas e as tarefas realizadas:

Datas	Tarefas	Aplicação
18 de Fevereiro de 2014	Tarefa 1 de cinco: exercícios envolvendo famílias da função quadrática	Resolução individual em sala de aula
19 de Fevereiro de 2014	Tarefa 2 de cinco: exercícios com representação algébrica e representação gráfica da função quadrática.	Resolução individual em sala de aula
20 de Fevereiro de 2014	Tarefa 3 de cinco: exercícios com representação algébrica e representação gráfica da função quadrática.	Resolução individual em sala de aula
25 de Fevereiro de 2014	Tarefa 4 de cinco: problema do lançamento de um balão meteorológico.	Resolução individual em sala de aula
26 de Fevereiro de 2014	Tarefa 5 de cinco: problema da vedação de um terreno e problema do arco suportado por dois pilares de uma ponte.	Resolução individual em sala de aula
27 de Fevereiro de 2014	Tarefa de modelação com sensores de movimento a bola a saltar.	Realizada em grupo em sala de aula.
Entre 1 e 3 e Abril de 2014	Caracterização dos alunos dos estudos de caso.	Entrevista individual de cerca de 20 minutos com cada um dos 5 alunos dos estudos de caso
Entre 22 e 24 de Abril de 2014 e entre 2 e 5 de Maio de 2014	Tarefa com duas folhas de papel com quatro representações de uma função quadrática em cada folha. Tarefa de modelação de construção de retângulos com um cordel de um metro de comprimento.	Entrevista individual de cerca de uma hora e meia, com cada um dos 5 alunos dos estudos de caso

Quadro 8.1: Calendário das tarefas realizadas no âmbito da investigação

8.4.3. Ação desenvolvida no âmbito da investigação

As tarefas desenvolvidas para a investigação, integram um conjunto de experiências e de aprendizagem muito diversificadas.

Nas tarefas individuais o papel do investigador foi proceder à elaboração das tarefas realizadas. Antes da realização da tarefa seguinte foi feita uma análise dos resultados obtidos pelos alunos, com a professora orientadora, acerca das dificuldades e aprendizagens demonstradas pelos alunos na resolução das tarefas. Esta análise tinha como objetivo detetar dificuldades demonstradas pelos alunos de toda a turma para uma intervenção em aula da professora orientadora, no sentido de as colmatar.

Na tarefa de modelação com os sensores de movimento o papel do investigador foi realizar o guião para a realização da tarefa e as questões da experiência constantes da tarefa. A aula de modelação com os sensores de movimento foi executada com a colaboração de outra estagiária de matemática, da mesma professora orientadora.

É de salientar que a tarefa de modelação com os sensores de movimento foi realizada primeiro em outra turma de 10.º ano, o que permitiu fazer alguns ajustes na tarefa apresentada aos alunos no contexto da investigação. Por exemplo, na outra turma foi pedido que elaborassem um gráfico que representasse todos os saltos, o que se tornou muito moroso, não tendo os alunos tempo para terminar a tarefa. Assim, nesta turma optou-se por pedir aos alunos que a partir do gráfico obtido na calculadora gráfica apenas apresentassem um salto da bola.

As entrevistas individuais com cada um dos alunos com duração de cerca de 80 minutos, foram realizadas no seu tempo de almoço, por não haver disponibilidade para a sua realização por parte dos alunos em qualquer outro horário.

8.5. Análise de dados

Depois de realizadas as tarefas constantes da presente investigação, passou-se à fase de análise e reflexão das respostas apresentadas por cada um dos alunos dos estudos de caso, dividindo as tarefas da forma seguinte:

Na análise dos dados obtidos das três primeiras tarefas individuais foi tido em conta serem tarefas realizadas durante o ensino-aprendizagem da função quadrática. Assim nestas tarefas tendo por base as representações da função quadrática e a passagem entre representações da função quadrática, foram analisadas as dificuldades apresentadas por cada aluno dos estudos de caso, relativamente a conceitos da função quadrática e a conceitos relacionados com a função quadrática e que foram apreendidos em anos anteriores. No quadro a seguir encontra-se sistematizado os dados analisados nestas tarefas:

Tarefa		Representação:	Informação pedida:	Passagem para:
Primeira tarefa	Questão um:	$f(x) = ax^2$ para $a < 0$ e $a > 0$.	Domínio, contradomínio, zeros, sinal, monotonia, eixo de simetria e vértice.	Representação gráfica
	Questão dois:	$f(x) = x^2 + k$ para $k < 0$ e $k > 0$.		
Segunda tarefa	Questão um:	Gráfico da função	—	Representação algébrica
	Questão dois:	$g(x) = 3x^2 + 12x + 13$	Domínio, vértice, contradomínio, eixo de simetria.	Representação gráfica
Terceira tarefa	Questão um:	Gráfico da função	Domínio, vértice, $f(x) = 0$, ordenada em $x = 0$, $f(0)$, monotonia,	Representação algébrica
	Questão dois:	Gráfico da função	Contradomínio, zeros, vértice, eixo de simetria, sinal.	Representação algébrica

Quadro 8.2: Informação retirada das tarefas individuais

As tarefas individuais quatro e cinco foram tratadas e analisadas no âmbito da aplicação de conhecimentos da função quadrática com problemas em contexto de realidade: um problema do balão meteorológico, um problema de vedação de um terreno e um problema do arco do cabo suportado pelos pilares de uma ponte.

As tarefas realizadas com as duas folhas de papel contendo quatro representações de uma função quadrática, foram tratadas e analisadas, tendo por base investigar quais os conhecimentos adquiridos após a aprendizagem com as representações da função quadrática e passagem entre as representações da função quadrática.

As tarefas de modelação a bola a saltar e a construção de retângulos com um cordel, foram tratadas e analisadas no âmbito de tarefas de investigação e exploração.

8.6. Síntese

A metodologia adotada na presente investigação é uma metodologia qualitativa por observação direta.

Esta observação decorreu inicialmente em sala de aula com toda a turma de forma a contribuir para um melhor conhecimento das características de cada aluno o que permitiu selecionar os alunos a participar dos estudos de caso da presente investigação.

Com cada um dos alunos dos estudos de caso foram realizadas cinco tarefas individuais em sala de aula. Uma tarefa de modelação em sala de aula realizada em grupo. Uma entrevista individual para a caracterização dos alunos dos estudos de caso e uma entrevista também individual com a realização de

duas tarefas distintas: uma a partir de duas folhas com quatro representações de uma função quadrática questionando qual a informação que cada um dos alunos participantes do estudo conseguia retirar de cada uma delas e para efetuar a passagem entre representações.

Foram recolhidas as respostas dadas por cada um dos alunos participantes do estudo nas tarefas individuais em sala de aula, nas tarefas de modelação a bola a saltar e construção de retângulos com um cordel, e nas entrevistas individuais para serem analisadas e retirar conclusões.

Com base em todas as tarefas desenvolvidas com os alunos dos estudos de caso, foi feita uma análise aprofundada de cada resolução apresentada por eles.

CAPÍTULO IX - Análise de dados

Com todo o material recolhido foi então possível proceder ao estudo de cada um dos casos investigados para tentar dar resposta às questões que motivaram a presente investigação.

Em seguida é apresentada a informação recolhida da análise de cada um dos cinco casos de estudo, que são eles: O Nuno; o Eduardo; a Sara, a Luísa, a Sara e a Beatriz (nomes fictícios).

9.1. Caso do Nuno

O Nuno tem 15 anos, vive com os pais e um irmão que frequenta o 8.º ano na mesma escola. Transitou para o 10.º ano com nível 4 no 9.º ano.

É muito aplicado e trabalhador, tanto na sala de aula como em casa. É um aluno que impôs a si próprio expectativas muito altas, levando-o a situações de grande ansiedade quando não consegue resolver alguma questão ou falha alguma coisa nos testes. É muito apoiado pelos pais e pela turma, que mostram preocupação com a sua ansiedade e dedicação.

É um aluno que no 1.º período teve 19 valores e trabalhou para os 20 valores no 2.º período. Apesar do grande esforço do aluno no 2.º período o aluno baixou o nível da nota para 18 valores. É de referir que esta atitude em relação às notas, não é por uma questão de médias para a faculdade pois pretende seguir informática.

9.1.1. Representações da função quadrática

9.1.1.1. Tarefas realizadas durante a aprendizagem

Nas tarefas individuais realizadas no decorrer da aprendizagem, é de salientar, um dos erros que o aluno comete nas duas primeiras tarefas individuais, ao indicar o eixo de simetria da função quadrática.

Na primeira tarefa o aluno, na questão da família da função quadrática, representada pela expressão algébrica, $f(x) = ax^2$, com $a \neq 0$, com eixo de simetria Oy , o aluno indica Ox para eixo de simetria. Quando questionado quanto à razão para a sua resposta, refere que a sua confusão vem do facto de a condição que define o eixo de simetria da função $f(x) = ax^2$ ser $x = 0$, e por isso escreveu Ox , reconhecendo o seu erro.

Na segunda tarefa individual o aluno determina corretamente o vértice $V(-2,1)$ da função representada pela expressão $f(x) = 3x^2 + 12x + 13$, indicando a condição $x = 0$, para eixo de simetria da função. A condição $x = 0$ está errada, pois a condição que define o eixo de simetria, neste caso, é $x = -2$. Quando questionado em relação a esta situação, o aluno explica-a dizendo que se está

a referir ao eixo de simetria da função $f(x) = ax^2$, $a \neq 0$, em que a condição do eixo de simetria é $x = 0$, pensando que seria sempre este o eixo de simetria de uma função quadrática.

Das situações apresentadas e analisadas percebe-se que o aluno não compreendeu inicialmente o conceito de simetria da função quadrática.

Relativamente às restantes questões das duas primeiras tarefas individuais, o aluno consegue responder sem apresentar dificuldades.

Na terceira tarefa individual o aluno consegue indicar e determinar corretamente o que lhe é pedido: domínio, contradomínio, sinal da função, monotonia, extremos, vértice a partir da representação algébrica e da representação gráfica de uma função quadrática.

Com base nas respostas dadas pelo aluno nas três tarefas individuais realizadas e considerando as situações acima apresentadas, o aluno mostra haver alguma confusão com o conceito de simetria de uma função quadrática.

Nas tarefas individuais realizadas no decorrer do ensino e aprendizagem, o Nuno mostra conseguir identificar a informação presente na representação algébrica e na representação gráfica da função quadrática, compreender os termos utilizados na linguagem natural, assim como, aplicar fórmulas, como por exemplo, determinar o vértice da parábola a partir da representação algébrica.

9.1.1.2. Conhecimentos adquiridos após a aprendizagem

Quando questionado, em relação à função apresentada na primeira folha, acerca de qual a representação que o aluno escolhe para indicar o vértice da parábola da função quadrática, o aluno escolhe a representação gráfica, dizendo logo:

Aluno: A representação gráfica. O vértice é $(2, -1)$.

Quando questionado que mais informação consegue retirar da representação gráfica da função o aluno responde:

Aluno: Sim. Sei que a concavidade esta voltada para baixo, por isso o a é negativo. Sei que a função não tem zeros. Sei que passa nos pontos $(1, -3)$ e $(3, -3)$.

É de salientar que na representação gráfica só está assinalado o ponto $(1, -3)$ para além do vértice da função. Para indicar o ponto $(3, -3)$, o aluno teve que concluir usando os seus conhecimentos que a função também passa nesse ponto, aplicando o conceito de simetria da função quadrática com o qual apresentara dificuldades na resolução das tarefas individuais.

Continuando as questões em relação às representações da função quadrática, de qual a 2.^a representação escolhida para indicar o vértice da função, o Nuno escolhe a representação em linguagem natural, estando indicado nessa representação o vértice e um ponto da função dizendo:

Aluno: Era esta. Esta indica logo o vértice.

Investigador: Porquê ...

Aluno: Simplesmente diz, função quadrática com vértice $(2, -1)$.

Automaticamente sei qual é o vértice.

Quando questionado que outra informação consegue retirar da representação em linguagem natural o aluno responde:

Aluno: Além do que está aqui ...sei que não tem só um zero, por causa do vértice ... não se pode tirar muita informação daqui.

No entanto ao afirmar que a função não tem só um zero, pôs em evidência conhecimentos adquiridos: não sendo o vértice um ponto do eixo Ox , a função ou não tem zeros ou tem dois zeros.

Ainda com base na questão de indicar o vértice da função quadrática, o aluno indica a representação algébrica como terceira escolha:

Aluno: A representação algébrica.

Investigador: E aí, consegues indicar o vértice?

Aluno: Assim como está não. Teria que efetuar cálculos primeiro.

O aluno efetua os cálculos aplicando a fórmula para determinar o vértice, $V\left(-\frac{b}{2a}, f\left(-\frac{b}{2a}\right)\right)$, sem hesitações. Ao que questiono:

Investigador: Que fazes?

Aluno: Estou a determinar o vértice. É $-b$ sobre $2a$ para calcular o x do vértice. E a partir daqui, estou a substituir o 2 na função de x .

Investigador: para quê?

Aluno: para encontrar o y do vértice.

E obtém o vértice de coordenadas $(2, -1)$.

Perante a questão de que mais informação retira dessa representação, o aluno diz conseguir saber se tem zeros ou não, a monotonia da função, sabe que é negativa em \mathbb{R} e sabe que não é injetiva. Ao que é questionado:

Investigador: Como farias para retirar toda essa informação?

Aluno: Para saber os zeros, resolvia a equação, simplesmente usando a fórmula resolvente.

O aluno resolve então a equação $-x^2 + 8x - 9 = 0$ e no final indica (figura 9.1):

$x = \emptyset \quad CS: \{ \}$

Figura 9.1: Resposta apresentada na resolução da equação

Investigador: Porque dizes que x é igual a vazio?

Aluno: É vazio porque vai dar um número negativo na raiz, concluo que não existem zeros.

Peço então ao aluno que escreva o que está a dizer (figura 9.2):

R: \emptyset O conjunto -soluções é um conjunto vazio porque a raiz que dá é o negativo, ou seja não existem zeros na função. (15)

Figura 9.2: Resposta do aluno no cálculo dos zeros da função

O aluno evidencia ter como principal preocupação, resolver a equação e encontrar a solução. Por sua própria iniciativa, não teria apresentado conclusões, considerando que ao indicar o conjunto vazio, já está a responder à questão. Por outro lado o raciocínio parece estar correto, no entanto escreve, $x = \emptyset$, apresentando falta de rigor na escrita em linguagem matemática.

Relativamente à concavidade da função, o aluno escreve o que se pode ver na figura 9.3:

$a < 0$
 $-2x^2 = a$
 A concavidade é voltada para baixo

Figura 9.3: Justificação da concavidade da função

Esta observação demonstra conhecer a informação possível de retirar do parâmetro a da função quadrática.

Relativamente ao contradomínio, refere que a partir do momento que sabe que a concavidade está voltada para baixo e conhece o vértice, consegue tirar a informação relativamente ao contradomínio e até em relação ao sinal e à monotonia da função.

Como última opção o aluno fica com a representação tabular para indicar o vértice. Perante a questão do investigador:

Investigador: Agora sobra a representação tabular. Consegues indicar o vértice?

Aluno: Eu acho que não.

Investigador: Não?

Aluno: Eu acho que só a partir daqui não é possível. Há não. É sim. É porque se tem f de x . Sabe-se que vai ser igual. 1.5 dá -1.5 , 2.5 dá -1.5 . A partir daí, represento graficamente e via o vértice.

O aluno através da tabela não consegue retirar as coordenadas do vértice, necessitando de recorrer a outra representação da função para continuar. Quando questionado se conseguia retirar mais informação da representação tabular, o aluno responde:

Aluno: Se eu não pudesse passar para a representação gráfica, acho que não. Só a partir da representação gráfica é que consigo descobrir, por exemplo, o contradomínio. Aliás não. Uma pessoa consegue descobrir que o contradomínio é de $-\infty$ até -1 .

Percebe-se que conhece os conceitos envolvidos na função quadrática, mas perante uma representação que não é usual, o aluno não conseguiu encontrar logo referências, que lhe permitissem chegar às coordenadas do vértice da função. No entanto após uma observação mais atenta consegue retirar mais informação da representação tabular.

Na segunda função apresentada ao aluno, este opta pela representação algébrica como primeira escolha para indicar o vértice da função, alegando:

Aluno: Escolho esta. O polinómio de 2º grau.

Investigador: Porquê?

Aluno: Acho que é mais fácil neste caso, porque nesta, (aponta a representação gráfica), não tem exatamente o vértice. Por isso, podia fazer uma conta. De certa forma, ía ser mais fácil.

Neste caso, não foi pedido que determinasse o vértice, nem que outra informação retirava desta representação da função, pois seria exatamente o mesmo raciocínio e os mesmos cálculos efetuados na primeira função, apresentada ao aluno.

Continuando a observação das representações para escolher outra representação para indicar o vértice da função, com muita hesitação o aluno opta pela representação gráfica.

Investigador: Consegues indicar o vértice?

Aluno: Sim. Há uma maneira, sabendo que tem zeros. Pode-se somar os dois zeros e fazer a média aritmética e isso dá o valor do x do vértice. E depois, a partir daí... pois o problema é calcular o y do vértice. Acho que não é possível calcular o y , só o x .

Investigador: E o y ?

Aluno: Não sei. Se calhar há alguma coisa que me está a faltar. Só mesmo substituindo na expressão algébrica.

Perante a questão de que outra informação consegue retirar da representação gráfica o aluno refere:

Aluno: Tendo em conta que não consigo calcular o y do vértice, não consigo encontrar o contradomínio, nem a monotonia. Consigo indicar o sinal (da função) a partir dos zeros.

O aluno evidencia não conseguir indicar o vértice da função quadrática a partir da representação.

Perante a representação tabular e a representação em linguagem natural, o aluno diz ser-lhe indiferente escolher entre elas pois, nas duas tem os zeros da função e não tem o vértice indicado. No entanto, vê alguma vantagem na representação tabular, por esta indicar mais pontos, o que tornaria mais fácil construir a representação gráfica, segundo o aluno.

Repetindo a questão para indicar o vértice nestas representações, o aluno reforça o que já havia dito:

Aluno: Era como na gráfica. Descobria o x mas não descobria o y .

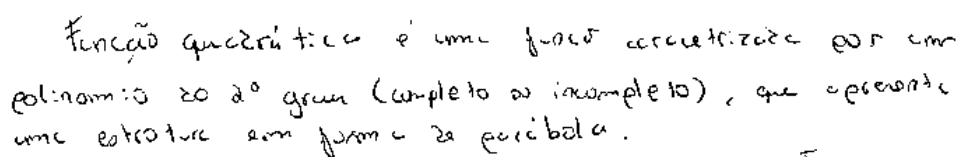
Investigador: para analisar os dados da tabela, o que optavas por fazer?

Aluno: Neste caso não optava por fazer uma representação gráfica. Bastava olhar para os dois zeros e calcular o x , fazendo a média aritmética. Fazia exatamente o que fiz com a representação gráfica.

O aluno vê-se perante a situação de a partir das representações gráfica, tabular e em linguagem natural, só conseguir determinar a ordenada do vértice o que o deixa bastante confuso, perante essa constatação.

Falta-lhe a informação, do processo para determinar o vértice quando são conhecidos os zeros da função através da expressão algébrica na forma $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$.

Quando lhe foi pedido que definisse função quadrática, o Nuno apresenta o seguinte:



Função quadrática é uma função caracterizada por um polinómio do 2º grau (completo ou incompleto), que apresenta uma estrutura em forma de parábola.

Figura 9.4: Definição de função quadrática

O aluno associa a função quadrática com polinómios de 2º grau, como se pode ver na figura 9.4, mas não consegue fazer essa ligação.

É de salientar que o aluno não conhece esta expressão no contexto de funções, mas conhece no contexto de polinómios. Como esta expressão não faz parte do campo conceitual que o aluno tem da função quadrática, este não conseguiu estabelecer ligação com a expressão dos polinómios.

Questionando o aluno, relativamente aos extremos da função, por exemplo, este responde dizendo que só consegue indicar o mínimo a partir da representação algébrica, a única representação a partir da qual, consegue determinar o vértice. Assim não consegue determinar o mínimo da função a partir das outras representações.

Quando questionado sobre quais as maiores dificuldades que sentiu na aprendizagem das diversas representações da função quadrática, o aluno diz:

Aluno: Eu não senti bem dificuldades. Mas tendo em conta que estas duas não foram muito utilizadas (aponta a representação tabular e representação em linguagem natural), creio que tenha sido mais fácil a representação algébrica.

Investigador: E funcionalidade?

Aluno: Talvez a representação gráfica.

Investigador: Então resumindo, com qual das representações preferes trabalhar?

Aluno: Com a representação algébrica.

O aluno na primeira função apresentada, optou pela representação gráfica como primeira escolha e na segunda função optou pela representação algébrica, o que mostra que o aluno pondera qual a representação mais adequada, perante a situação que se lhe apresenta, embora mostre preferência pela representação algébrica.

9.1.2. Passagem entre representações da função quadrática

9.1.2.1. Tarefas realizadas durante a aprendizagem

O Nuno na primeira tarefa individual representa graficamente a função quadrática a partir da expressão algébrica.

Na segunda tarefa individual realizada apresentou dificuldades na determinação do parâmetro a , ao fazer a passagem da representação gráfica para a representação algébrica. Determina o parâmetro a recorrendo ao ponto $(-2,3)$, que não está assinalado no gráfico, e que obtém traçando linhas a partir dos eixos coordenados. Apresenta também várias correções nos cálculos realizados. O aluno mostra preocupação em apresentar resultados exatos pois para confirmar o valor obtido, recorre a outro ponto $(-3,6)$, que também não está assinalado no gráfico.

Na terceira tarefa o aluno mostra já conseguir efetuar os cálculos para determinar o parâmetro a , sem apresentar dificuldades.

Reforçando o que já foi referido anteriormente, na mesma questão, na alínea anterior indica como eixo de simetria a condição $x = 0$, sendo bem visível na representação gráfica apresentada pelo aluno não ser esse o eixo de simetria, como se pode ver na figura seguinte:

e) Escreve uma equação do eixo de simetria da função.

$$x = 0$$

f) Representa graficamente a função g .

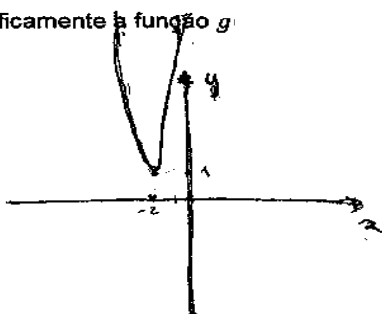


Figura 9.5: Eixo de simetria e representação gráfica a partir da representação algébrica

Por análise das tarefas realizadas pelo aluno, deteta-se alguma confusão na articulação da informação na passagem de umas representações para outras, pois o aluno traça corretamente o gráfico onde é visível o eixo de simetria mas não o sabe identificar, por não ter havido ainda interiorização do conceito de simetria em relação à função quadrática.

9.1.2.2. Conhecimentos adquiridos após a aprendizagem

Para investigar quais as preferências e dificuldades que o aluno sente na passagem de uma representação da função quadrática para outra representação, foi novamente mostrado ao aluno, a primeira folha com as quatro representações da função quadrática.

Perante a situação de escolher uma representação e fazer a passagem para outra representação, a partir da primeira função apresentada, o aluno escolheu passar a representação tabular para a representação gráfica, justificando:

Aluno: Como já está a dizer os pontos na tabular, faço a passagem para a gráfica.

Começando logo a construir o gráfico da função apresentada.

O aluno efetuou a passagem de uma representação para outra, sem hesitar, mostrando compreender o conceito de coordenadas de um ponto da tabela, para pontos nos eixos coordenados na construção do gráfico da função.

Ao pedir ao aluno para escolher mais duas representações, para efetuar a passagem entre elas, o aluno diz:

Aluno: Basicamente era passar todas para a representação gráfica.

Investigador: Porquê?

Aluno: Porque em todas elas tenho pontos para construir o gráfico.

O Nuno quando questionado sobre as dificuldades sentidas na passagem de uma representação para outra, afirma não sentir dificuldades, acrescentando que a mais demorada é a passagem de qualquer representação para a representação algébrica.

É-lhe então pedido que faça essa passagem, da representação gráfica para a representação algébrica. O aluno começa por escrever a expressão $f(x) = -a(x - 2)^2 - 1$, colocando $-a$ em vez de a , por ter observado na representação gráfica, que o a é negativo.

Quando obtém $a=2$, o aluno responde:

Aluno: Isto deu-me qualquer coisa mal... já sei o que fiz mal. É o $-a$. Não é $-a$, tinha que pôr a . Aqui subtrai-se. Isto é $a = -2$. Pronto.

Ao escrever a expressão $f(x) = -2(x - 2)^2 - 1$, refere que ainda pode fazer cálculos para colocar a expressão na forma $f(x) = -2x^2 + 8x - 9$. Ao simplificar a expressão engana-se a fazer os cálculos ao aplicar a fórmula resolvente, que depois corrige, por comparação com o que pretende obter.

O aluno mostra que é capaz de relacionar as coordenadas de pontos da função com a construção do gráfico da função, independentemente da representação utilizada.

Percebe-se também que o Nuno tem a preocupação de verificar se os resultados obtidos fazem sentido, comparando nas duas representações, conceitos da função quadrática, como o sentido da concavidade e o sinal do parâmetro a . Daqui percebe-se que o Nuno consegue reconhecer conceitos apreendidos, ao efetuar a passagem entre representações.

9.1.3. Tarefas individuais com Problemas em contexto de realidade

No âmbito da investigação, das aprendizagens dos alunos na resolução de problemas em contexto real ou semirreal, foram elaboradas as tarefas 4 e 5. A tarefa 4 é constituída por um problema, de lançamento de um balão meteorológico, sendo dada a expressão algébrica. A tarefa 5 é apresentado um problema de áreas relativamente a um terreno e um problema com base em cabos que suportam uma ponte a partir de dois pilares.

O Nuno na realização da tarefa 4 conseguiu responder às questões dos problemas propostos de forma correta sem mostrar dificuldades

Na alínea d) da questão da tarefa 4 referida, o Nuno descreve o movimento do balão por observação do gráfico que a representa, da seguinte forma:

A: O balão, ~~em~~ foi lançado a uma altitude de 0, que corresponde ao nível do nível do mar. Este chegou à sua altura máxima, após aproximadamente 5 horas de voo, onde chegou aos 300 ~~metros~~ metros de altitude, e aproximadamente. Este balão, desde o seu lançamento, até ao 'c sua aterragem, demorou cerca de 10 horas, aproximadamente.

Figura 9.6: Resposta à questão 1.d) da tarefa 4

O Nuno evidencia conseguir associar e relacionar os conceitos da função quadrática, em contexto de problemas da vida real. O aluno não resolveu a tarefa 5, justificando, que como contava as 6 melhores notas das sete tarefas, optou por não a resolver, pois já tinha boas notas nas tarefas anteriores, reconhecendo no entanto, que esta tarefa apresentava mais dificuldades.

Quando questionado em relação à compreensão e resolução de problemas o Nuno começa logo por afirmar que consegue resolver problemas em contexto real, identificando algumas situações, dizendo:

Aluno: Por exemplo existem situações de função quadrática nas antenas parabólicas, em pontes dependendo da estrutura ser igual a uma parábola.

Investigador: Lembras-te de mais alguma?

Aluno: Lembro. Demos nas aulas, o trajeto de um balão de ar quente, ou o trajeto de uma bola. O trajeto é em forma de parábola e tinha que se calcular quanto tempo é que demoram a chegar ao chão, com que altura é que partiu, qual foi a altura máxima e mínima.

Investigador: Em relação a esses problemas consegues interpretar e entender o que é pedido?

Aluno: Sim.

Assim, o Nuno em relação a problemas nos quais é possível identificar uma trajetória parabólica, não demonstra apresentar dificuldades. Relativamente a problemas com áreas reconhece serem de um

grau de dificuldade acrescido para ele, o que é reforçado com o facto de o aluno não ter resolvido a tarefa 5 que envolvia áreas.

9.1.4. Tarefa de modelação – a bola a saltar

O Nuno, relativamente à tarefa de modelação com sensores de movimento, teve uma atitude de expectativa, mostrando interesse na realização de toda a tarefa. Participou da recolha de dados, manuseando a calculadora gráfica, para a obtenção dos dados e do gráfico. Foi o aluno do seu grupo que mais participou, tendo também orientado o grupo na resolução das questões da tarefa.

Na questão em que era pedido para indicar três questões relativas à situação, apresentaram as seguintes questões, às quais responderam:

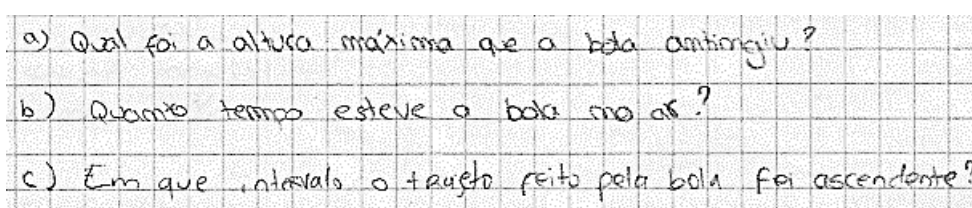


Figura 9.7: Questões elaboradas pelo grupo na tarefa de modelação

Estas questões surgiram a partir do gráfico obtido na calculadora gráfica, que os alunos transcreveram para o papel, (figura 9.8), tendo a calculadora gráfica também sido usada para determinar pontos que consideraram relevantes, tais como o máximo e os mínimos do salto da bola registado:

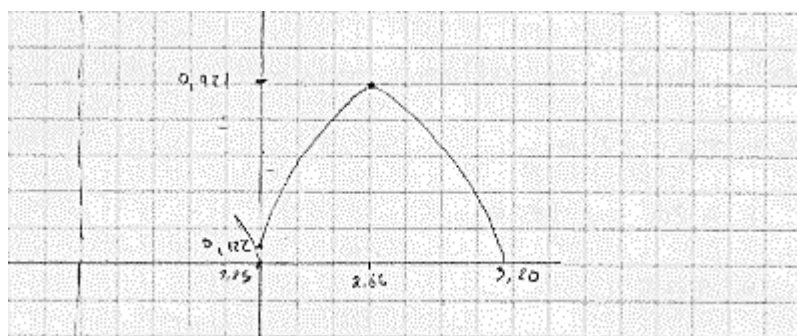


Figura 9.8: Esboço de um salto da bola da função quadrática da situação modelada

Quando questionado, sobre o que achou da tarefa de modelação com sensores de movimento, o aluno responde com entusiasmo que a tarefa contribuiu para adquirir conhecimentos, dizendo ainda:

Aluno: E aprendi a trabalhar com a calculadora de outra forma. Tendo em conta que tem acessórios que se calhar no futuro acabarei por utilizar algo semelhante, assim já terei feito anteriormente.

Investigador: E a experiência ajudou a conhecer melhor a função quadrática?

Aluno: Sim. Porque as pessoas acabam por se empenhar mais em fazer esse tipo de tarefas e acabam por compreender melhor o conceito de função quadrática.

Investigador: Contribuiu mais na forma de pensar, ou mais para resolver exercícios e problemas?

Aluno: Foi mais em ver como funciona e na forma de pensar. Eu já sabia resolver problemas. Foi mais para ajudar na compreensão da estrutura da função quadrática. Como pode ser usada e interpretada no dia-a-dia.

O Nuno considera de grande importância a experiência realizada com sensores, principalmente pelo facto de usar acessórios e de desenvolver outras atividades com a calculadora gráfica, considerando ser útil para a sua vida futura.

9.1.5. Tarefa de modelação – construção de retângulos

Quanto à tarefa de construção de retângulos a partir de um cordel de um metro de comprimento, o Nuno construiu dois retângulos com facilidade, anotando as medidas.

Em seguida é perguntado ao aluno se consegue encontrar uma expressão ou uma representação de todos os retângulos possíveis de construir com o cordel.

O aluno começa por representar um retângulo no papel indicando c para comprimento e l para a largura do retângulo. Escreve a igualdade $2c + 2l = 100$ dizendo que vem da fórmula do perímetro. Escreve a igualdade $A = cl$ dizendo que vem da fórmula da área. Escreve a expressão $c+l = 50$ dizendo que o comprimento mais a largura é metade do comprimento do cordel.

A partir destas igualdades o Nuno relaciona-as escrevendo:

$$\begin{aligned} l &= 50 - c & c(50 - c) &= A & c \\ & & c & 50c - c^2 &= A & c \\ & & & 50c - c^2 - A &= 0 \end{aligned}$$

Figura 9.9: Forma como o aluno determinou uma expressão das áreas dos retângulos

Aluno: Já tenho uma fórmula para a área em função do comprimento dos retângulos.

Investigador: Consegues escrever essa igualdade na forma de uma expressão de uma função?

O aluno faz várias tentativas para determinar uma expressão que represente a função que permite calcular a área de qualquer retângulo na situação do problema, apresentado dificuldade em encontrar a variável da função, como se pode observar na figura a seguir:

O Nuno evidencia dificuldade em escrever uma igualdade com duas variáveis como uma função em função de uma das variáveis, como se observa na figura 9.10:

$$f(A) = 50c - c^2, \quad f(A) = -A^2 + 50A, \quad f(x) = -x^2 + 50x$$

Figura 9.10: Tentativas apresentadas pelo Nuno para encontrar uma expressão da função

De seguida é pedido para determinar o retângulo de área máxima que é possível de construir no contexto da situação proposta. O Nuno diz ter que determinar o vértice a partir da função que encontrou.

Para tal determina o vértice usando fórmulas da seguinte forma: $x_v = -\frac{50}{-2} = 25$ e $f(25) = -625 + 1250 = 625$. Após observar os dados obtidos diz:

Aluno: A área máxima é 6,25 m².

Investigador: Achas que o retângulo de área máxima pode ter mais de 6 metros quadrados de área?

Aluno: Tenho que fazer um gráfico.

O Nuno constrói um gráfico, representado nele uma parábola e só a partir daí consegue dizer que a área é afinal 625 cm², tendo o retângulo 25 cm de comprimento e 25 cm de largura.

O Nuno a partir da expressão teve dificuldade em interpretar os resultados obtidos, tendo que recorrer à construção de um esboço do gráfico da função, na forma de esquema, para conseguir perceber a situação e indicar a área máxima do retângulo.

9.1.6. Síntese acerca das aprendizagens do Nuno

O aluno mostra conhecer o objeto de estudo, através de conceitos conseguindo relacionar e articular esses conceitos.

No entanto, na segunda folha com representações da função quadrática, este não conseguiu associar a função quadrática com a expressão do polinómio $P(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$, para determinar o parâmetro a da função quadrática, sendo possível fazer-lo a partir dos dois zeros e um ponto da função quadrática.

Em relação aos problemas em contexto de realidade o aluno não evidencia dificuldades em interpretar e resolver as questões propostas.

Quanto às tarefas de investigação e exploração o aluno mostra interesse na sua realização, tendo sentido algumas dificuldades em escrever a igualdade encontrada como expressão de uma função na tarefa de construção de retângulos.

9.2. Caso da Sara

A Sara tem 16 anos, vive com a mãe nos arredores da grande Lisboa, tendo que todos os dias efetuar um percurso de cerca de 45 minutos em transportes públicos para se deslocar de casa à escola.

Transitou para o 10.º ano com nível 4 no 9.º ano. Diz ter sentido grandes dificuldades a matemática no início do 3.º Ciclo, tendo procurado ajuda de um explicador que só manteve até ao final do 3.º Ciclo, por considerar que já conseguiria acompanhar a matéria sem esse apoio.

Não parece ter uma aptidão natural para a matemática no entanto no 1.º período obteve 17 valores tendo no 2.º período baixado para nível 14.

9.2.1. Representações da função quadrática

9.2.1.1. Tarefas realizadas durante a aprendizagem

Na primeira tarefa a aluna não consegue indicar os zeros, o eixo de simetria, os extremos e o vértice das famílias da função quadrática $f(x) = ax^2$ e $f(x) = x^2 + k$. Pela resolução apresentada nas tarefas, mostra também ter dificuldades em indicar o contradomínio e em determinar o sinal de uma função quadrática.

Nas tarefas dois e três mostra já conseguir retirar informação do comportamento da função quadrática a partir da representação algébrica.

Em relação à representação gráfica a Sara não apresenta dificuldades em retirar informação acerca da função quadrática a partir dessa representação, resolvendo todas as questões propostas.

É de salientar que na terceira tarefa a aluna comete um erro frequente entre os alunos, indicando o contradomínio da função, $CD_f = [2; -\infty[$, a partir da representação gráfica.

A Sara na primeira ficha mostra dificuldades em compreender a representação em linguagem natural e em identificar os conceitos associados à função quadrática. Em consequência disso não consegue resolver as questões propostas. A partir da segunda tarefa percebe-se que a aluna evoluiu na aprendizagem, tendo já constituído o campo conceitual da função quadrática.

9.2.1.2. Conhecimentos adquiridos após a aprendizagem

Perante a questão de qual a representação da função que a Sara escolhe para indicar o vértice da função e porquê, a Sara escolhe a representação gráfica, dizendo que já estão marcadas as coordenadas do vértice da função.

Quando questionada que outra informação consegue retirar desta representação a Sara diz:

Aluna: Tem mais um ponto que faz parte da parábola. Dá para saber outro ponto, (aponta para o ponto simétrico em relação ao eixo de simetria da função).

Por exemplo, a expressão pode ser negativa porque a concavidade está voltada para baixo.

Investigador: A expressão?

Aluna: Sim. A concavidade é virada para baixo, logo a expressão começa com o sinal negativo. O a é negativo.

Investigador: Sabes mais alguma coisa?

Aluna: O domínio já sabemos que é \mathbb{R} . O contradomínio vai de -1 até $-\infty$. O eixo de simetria é $x = 2$.

A aluna ao verbalizar vários conceitos da função quadrática e que consegue identificar e relacionar a partir da representação gráfica da função, evidencia conhecer os conceitos associados à função quadrática e relacionar a informação inerente. É de notar que novamente indica o contradomínio trocando a posição dos valores.

Perante a questão de indicar uma segunda escolha de entre as restantes representações da função, a aluna escolhe a representação algébrica, justificando:

Aluna: Porque a partir da expressão $x = -\frac{b}{2a}$ tirava os valores de a e de b , e determinava o x . Depois substituía o que me deu no x , na expressão e descobria o y .

Investigador: Que mais informação consegues retirar?

Aluna: Como o a é negativo, a concavidade está voltada para baixo.

Investigador: que mais?

Aluna: A partir do y do vértice e como a concavidade está voltada para baixo o contradomínio era de -1 até $-\infty$.

Para achar os zeros substituía o $f(x)$ por zero.

A aluna resolve a equação sem dificuldade, dizendo em conclusão:

Aluna: Vai dar impossível porque dá raiz de -8 .

Assim a Sara continua dizendo que pode achar pontos da função a partir da representação algébrica. Relativamente ao ponto de interseção com o eixo das ordenadas a Sara, diz:

Aluna: Se eu pusesse o $x = 0$ podia chegar a alguma conclusão, se havia algum ponto que intersetasse o y .

A aluna hesita pois na representação gráfica não é visível o ponto de interseção com o eixo das ordenadas. A pedido do investigador a aluna efetua os cálculos para determinar o ponto de interseção referido.

Aluna: A parábola interseta o eixo Oy no ponto -9 .

Investigador: -9 é um ponto?

Aluna: Não. No ponto $(0, -9)$.

A aluna mostra ter um raciocínio bastante rápido e eficaz, embora cometa alguns erros na referência aos conceitos.

Perante as duas representações restantes a aluna opta pela representação em linguagem natural em detrimento da representação tabular, justificando a sua escolha pelo facto de o vértice estar indicado nesta representação.

Quando questionada acerca da informação que consegue retirar desta representação, a aluna diz:

Aluna: Como o vértice é um ponto mais acima do que o ponto $(3, -3)$ a parábola vai para baixo.

Relativamente á representação tabular a Sara diz:

Aluna: Eu dali começava logo a fazer um desenho.

Investigador: E sem o apoio do gráfico, consegues tirar alguma informação?

Aluna: Não sei.

Investigador: Tens as coordenadas de pontos.

Aluna: Sim, por isso é que passava logo para a representação gráfica. Assim não sabia o que fazer. Passava logo para o gráfico senão nunca mais saia daqui. A partir daí tirava as minhas conclusões.

Em relação à segunda função apresentada, a Sara escolhe logo a representação algébrica, justificando:

Aluna: Porque na representação gráfica não está bem marcado o vértice. Na representação em linguagem natural só dá pontos. Na tabela passava para a representação gráfica, como no caso anterior, e não encontrava os pontos que me apetecesse.

Investigador: E que informação consegues retirar?

Aluna: Os zeros, a interseção com o y , a concavidade e essas coisas.

Foi também perguntado à aluna, com qual das representações da função quadrática sentiu mais dificuldade e quais as suas preferências, a aluna responde:

Aluna: Se estiver lá o vértice bem definido prefiro a representação gráfica. Caso contrário prefiro a representação algébrica pois consigo tirar os dados todos de que preciso. Relativamente à representação tabular iria sempre construir o gráfico a partir dela.

A Sara consegue expressar-se com bastante facilidade, sem se mostrar preocupada com a linguagem utilizada. É uma aluna que mostra segurança e confiança nos seus conhecimentos. Não apresenta dificuldades em realizar cálculo e em aplicar fórmulas. Mostra que compreende os conceitos associados à função quadrática.

A aluna mostra ter facilidade em retirar informação da função quadrática e em relacionar os conceitos a partir da representação gráfica e da representação algébrica.

Relativamente à representação tabular a aluna não retira qualquer informação para além dos pontos optando por traçar o gráfico sem fazer qualquer análise da tabela.

9.2.2. Passagem entre representações da função quadrática

9.2.2.1. Tarefas realizadas durante a aprendizagem

Na primeira tarefa a Sara apresenta dificuldades na passagem da representação algébrica para a representação gráfica, em relação à família da função quadrática $f(x) = ax^2$ e $f(x) = ax^2 + k$, apresentando os seguintes gráficos:

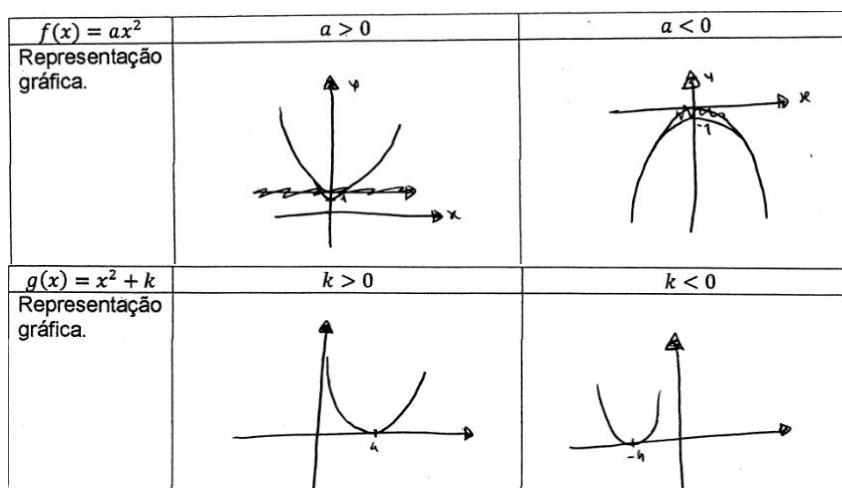


Figura 9.11: Representações gráficas de famílias da função quadrática

Nas tarefas dois e três a aluna mostra que consegue fazer a passagem da representação gráfica para a representação algébrica e vice-versa. Estas observações vêm reforçar a ideia de no início da aprendizagem a aluna ter tido dificuldades em compreender os conceitos associados à função quadrática. Nas restantes tarefas individuais a Sara não apresentou mais dificuldades, mostrando ter progredido de forma positiva a partir da segunda tarefa realizada.

9.2.2.2. Conhecimentos adquiridos após a aprendizagem

Perante a questão de quais as representações da função da primeira folha que tem preferência para fazer a passagem de uma representação para outra, a Sara escolhe passar da representação tabular ou da representação em linguagem natural para a representação gráfica, alegando ser a mais fácil, pois já tem os pontos para marcar no gráfico.

Depois refere a representação algébrica para passar para a representação gráfica como sendo simples, bastando determinar o vértice e um ponto a partir da representação algébrica para construir o gráfico.

Refere então que parece mais complicado passar da representação gráfica para a representação algébrica.

Aluna: Só se for a partir daquela expressão, $f(x) = a(x - h)^2 + k$, tenho um ponto, tenho o vértice e descobria o a .

A aluna resolve a equação $-3 = a(1 - 2)^2 - 1 \Leftrightarrow a = -2$. Percebe-se que a aluna não se recorda como chegar à expressão $f(x) = -2x^2 + 8x - 9$ e tenta encontrar uma forma:

Aluna: Só se usar aquela fórmula $x = -\frac{b}{2a}$, tenho o x do vértice que é 2 e o a que é -2 , descobria o b .

A Sara resolve a equação $2 = -\frac{b}{2(-2)} \Leftrightarrow b = 8$ e escreve a expressão $f(x) = -2x^2 + 8x - c$

Aluna: Eu sabia o y do vértice. Substituo o y por -1 e o x por 2 , pois sei que é um ponto...

E determina o valor de c fazendo $-1 = -2 \times 2^2 + 8 \times 2 - c \Leftrightarrow c = 9$. Obtendo a expressão da função quadrática $f(x) = -2x^2 + 8x - 9$.

A Sara mostra-se muito entusiasmada com o que conseguiu fazer, consciente de que descobriu uma forma diferente de resolver a questão.

Entretanto diz que também consegue passar da representação gráfica para a representação tabular e para a representação em linguagem natural. Em relação a representação tabular questiono:

Investigador: Fazias uma tabela com que pontos?

Aluna: Com menos pontos, arranjava só três pontos.

Em relação à segunda folha da função quadrática com quatro representações da mesma função quadrática, diz que faz a passagem entre a representação gráfica, representação tabular e a representação em linguagem natural pois apenas necessita de pontos.

Relativamente a outras passagens entre representações diz saber fazer a passagem da representação algébrica, para qualquer uma das outras representações, mas não no sentido contrário, pois não tendo o vértice nas outras representações não consegue fazer a passagem para a representação algébrica.

Quando questionada acerca das dificuldades sentidas na passagem entre representações a Sara afirma ter sentido mais dificuldade na passagem da representação gráfica para a representação algébrica, da função quadrática, para além de ser mais trabalhosa.

Assim a aluna perante a representação tabular e a representação em linguagem natural opta por fazer a passagem de cada uma delas, para a representação gráfica. Também opta pela passagem da representação algébrica para a representação gráfica, aplicando a fórmula para determinar o vértice e determinando o ponto de interseção com os eixos das ordenadas.

Na passagem da representação gráfica para a representação algébrica, perante a situação de não se recordar como fazia habitualmente descobre uma forma de resolver ficando muito orgulhosa com o seu trabalho.

9.2.3. Tarefas individuais com Problemas em contexto de realidade

Na resolução do problema proposto na tarefa 4 a Sara consegue responder às questões relacionadas com o percurso de um balão meteorológico. Consegue fazer a descrição do percurso de outro balão indicando as características desse movimento a partir de uma representação gráfica.

Relativamente à tarefa 5, a Sara consegue escrever a expressão algébrica no problema da vedação do terreno mas não resolve o problema do arco que suporta a ponte.

Questionando a aluna acerca da dificuldade sentidas na resolução de problemas da vida real, a aluna refere:

Aluna: Não gosto de problemas. Via-me um bocado aflita com os problemas. É mesmo um problema. Os problemas de áreas eram horríveis.

A aluna na resolução de problemas em que a situação descreve uma parábola não apresenta sentir dificuldades. Em relação a problemas onde não consegue visualizar a parábola, considera serem de grande dificuldade.

9.2.4. Tarefa de modelação – a bola a saltar

No decorrer da tarefa de modelação com sensores de movimento, a Sara não mostrou entusiasmo, tendo uma atitude indiferente e reservada.

A Sara na tarefa de modelação estava no grupo do Nuno, que também faz parte dos estudos de caso desta investigação, que por sua vez, foi a aluna que tomou sempre a iniciativa na concretização da tarefa. Este facto terá inibido a Sara, não tendo esta uma atitude mais interveniente.

No entanto quando questionada acerca da tarefa a aluna refere:

Aluna: Foi ver como o salto de uma bola pode dar uma função, porque associa o movimento da bola à função.

Investigador: Achas que contribuiu para a tua aprendizagem?

Aluna: Não sei. Pelo menos deu para perceber o movimento da bola.

A aluna não mostrou interesse na tarefa de modelação, e quando questionada mostrou alguma indiferença, como se fosse apenas mais um problema semelhante a outros.

9.2.5. Tarefa de modelação – construção de retângulos

Na construção de retângulos a partir de um cordel com um metro de comprimento, a aluna não mostrou dificuldades em conseguir tirar as medidas dos retângulos construídos. Para registar os dados desenha retângulos onde vai anotando as medidas.

Quando questionada de quantos retângulos diferentes consegue construir, a Sara diz:

Aluna: Não sei. Aí se calhar fazia uma tabela.

A aluna constrói a tabela onde anota as medidas dos retângulos que construiu e acrescenta alguns retângulos com as medidas corretas., sem medições.

Investigador: Vais continuar essa tabela?

Aluna: Sim. Vai dar muitos. Ia chegar a um que tivesse lados iguais. Já era um quadrado e parava. Acho que ia dar muitos retângulos.

Quando foi pedido que determinasse uma expressão que representasse a área de todos os retângulos possíveis, e o retângulo de área máxima, a aluna diz logo que a área é o comprimento vezes a altura. Efetua o produto 19×31 com as medidas de um dos retângulos construídos obtendo 589. Como mostra pretender continuar a efetuar estes cálculos com as medidas que já encontrou, questiono se consegue dessa forma obter a área de todos os retângulos possíveis de construir com o cordel. Aí diz que não e depois de várias tentativas consegue chegar à relação $A = (50 - h) \times h$.

De seguida ao tentar escrever uma expressão da função que represente a área dos retângulos considerados, a aluna escreveu a expressão $f(x) = -x^2 + 50x$.

A partir do momento que encontra a expressão a aluna diz:

Aluna: Esta expressão representa a área. Se tiver um lado do retângulo, posso descobrir a área desse retângulo. Vou descobrir o vértice. Está virada para baixo e este ponto seria o máximo.

Enquanto fala faz a representação gráfica da função e determina o vértice da função por métodos algébricos. Terminando a dizer:

Aluna: 625 cm^2 . Esta é a área máxima.

Investigador: E o domínio da função?

Através do gráfico da função, a Sara identifica o domínio e corrige o gráfico que já tinha representado, como se observa na figura 9.12:

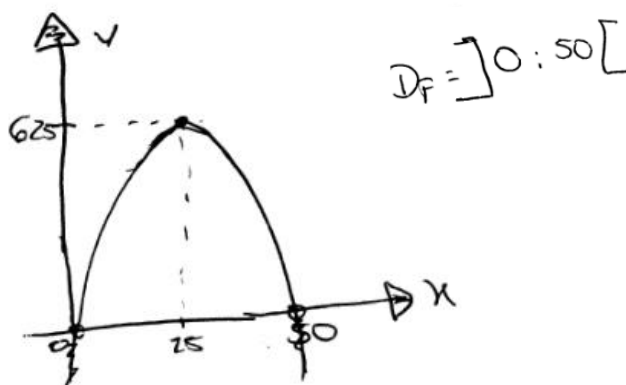


Figura 9.12: Representação gráfica da função das áreas dos retângulos possíveis

Quando questionada em relação às dificuldades sentidas no decorrer da tarefa a aluna refere:

Aluna: Eu olho para as coisas e não vejo uma função.

A aluna não teve dificuldade em organizar os dados da tarefa proposta, e em chegar à expressão da função. Depois de obter a expressão consegue manipular a expressão e relacionar os conceitos associados à função quadrática no contexto da tarefa.

A aluna mostrou entusiasmo e persistência no desenvolver da tarefa.

9.2.6. Síntese acerca das aprendizagens da Sara

A Sara no início da aprendizagem mostrou não entender alguns conceitos da função quadrática, não conseguindo responder a algumas questões propostas. Também não conseguiu inicialmente compreender a passagem entre representações da função quadrática.

Depois de compreendidos os conceitos da função quadrática a aluna poucas dificuldades apresentou.

É uma aluna que se entusiasma e sente prazer na resolução de tarefas que constituam um desafio para ela. É persistente para ultrapassar dificuldades que se lhe apresentem desde que se sinta motivada e interessada.

9.3. Caso do Eduardo

O Eduardo tem 15 anos e vive com os pais. Transitou para o 10.º ano com nível 5 no 9.º ano. É um aluno que todos os dias tem treinos de natação e tem participado em campeonatos de natação tendo ganho algumas medalhas. É um aluno atento que aproveita as aulas para trabalhar, pois fora da escola não tem tempo disponível para estudar.

É um aluno simpático e cordial, com uma boa relação com a turma e com boas capacidades de raciocínio, sendo frequentemente aquele que consegue responder quando a professora coloca uma questão à turma.

O aluno Eduardo no 1.º período teve 17 valores, que não conseguiu manter no 2.º período pelas razões apresentadas, baixando para nível 15.

9.3.1. Representações da função quadrática

9.3.1.1. Tarefas realizadas durante a aprendizagem

O Eduardo na primeira tarefa, indica os zeros da função quadrática, escrevendo $x = 0$ quando $y = 8$ ou $y = 16$. Nesta situação o aluno troca as abcissas por ordenadas e a ordenada por abcissa, tendo por base o gráfico seguinte:

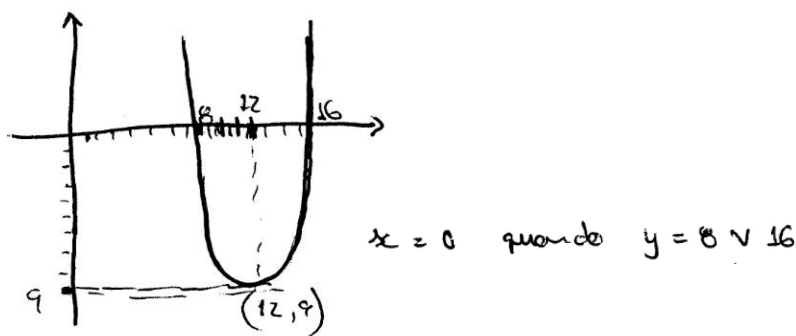


Figura 9.13: Zeros indicados pelo aluno a partir da representação gráfica

É de salientar que na mesma tarefa indicou de forma correta os zeros de outra função, com base na representação gráfica.

Esta situação demonstra distração ou a não aquisição dos conceitos por parte do aluno, uma vez que resolve duas situações idênticas uma de forma correta e outra trocando as abcissas com as ordenadas.

Relativamente às duas famílias da função quadrática em estudo, indica como eixo de simetria a condição $y = 0$, quando a condição que define o eixo de simetria em ambas as famílias é o eixo das ordenadas, o que corresponde à condição $x = 0$ e não $y = 0$. A partir da tarefa realizada o aluno já indica de forma correta o eixo de simetria da função quadrática.

Relativamente à informação assimilada pelo aluno, acerca do domínio, contradomínio, sinal, monotonia, extremos e vértice, indica-os corretamente a partir da representação gráfica e da representação algébrica. Perante as situações apresentadas o aluno mostra não ter interiorizado certos conceitos relacionados com a função quadrática no início da aprendizagem, como por exemplo, o eixo de simetria e os zeros da função.

9.3.1.2. Conhecimentos adquiridos após a aprendizagem

Perante as quatro representações da função quadrática o aluno escolhe a representação gráfica ou a representação em linguagem natural para indicar o vértice da função. Quando questionado, de entre essas duas representações qual escolheria em primeiro lugar o Eduardo responde:

Aluno: Só para indicar o vértice escolhia a representação em linguagem natural.

Investigador: Consegues dar mais informação da função a partir da representação em linguagem natural?

Aluno: Que passa no ponto (2,-1). Como tenho o vértice e um ponto faço uma parábola, através da expressão $f(x) = a(x - h)^2 + k$.

Investigador: Só a partir da representação em linguagem natural, consegues obter mais alguma informação?

Aluno: Não. Só fazendo a passagem.

O Eduardo, conhecendo um ponto e o vértice de uma função quadrática, não procura obter mais informação a partir daí, optando logo por outra representação para então tentar obter mais informação:

Aluno: A partir da representação gráfica consigo tirar o vértice, os pontos (3,-3) e (1,-3). Mas a representação mais completa é a representação algébrica, porque aí dá para descobrir tudo.

Investigador: Ainda na representação gráfica que mais consegues saber?

Aluno: Sei que o a é negativo, não tem mínimos, o domínio é \mathbb{R} , o contradomínio é do máximo até $-\infty$.

O aluno escreve $] -1, -\infty[$ para indicar o contradomínio da função. Questionando-o se está correto o que escreveu, o aluno corrige logo no papel e diz:

Aluno: Está ao contrário e no -1 o intervalo é fechado. O máximo é -1 e o maximizante é 2 .

Esta situação de escrever o intervalo não colocando os valores por ordem é um erro frequente entre os alunos. Aqui percebe-se que neste caso foi pura distração, não havendo falta de conhecimento em relação à forma correta de indicar um intervalo.

O aluno continuou dando mais informação a partir da representação gráfica da função:

Investigador: E em relação à monotonia e ao sinal?

Aluno: Neste caso a função é toda negativa, porque está abaixo do eixo das abcissas. Em relação à monotonia, como o a é negativo a função sobe até ao vértice e depois volta a descer.

Pela resposta dada pelo aluno percebe-se que consegue relacionar a informação inerente à função quadrática.

Quando questionado em relação à escolha da representação da função entre a representação algébrica e a representação tabular, o Eduardo escolhe a representação algébrica, dizendo:

Aluno: A representação algébrica, como já disse. Eu prefiro a representação algébrica pois se precisar de um ponto é mais fácil do que ir pelo gráfico.

Investigador: Que pontos podias querer tirar?

Aluno: O cruzamento entre a função e o eixo das ordenadas, $f(0) = -9$. Dá o ponto $(0, -9)$.

Sei que o a é 2 , comparando com $a = 1$ a parábola a abertura é menor. O sinal menos do a dá o sentido da parábola para baixo. Posso encontrar o vértice. Posso fazer?

O Eduardo determina o vértice efetuando uma transformação na expressão algébrica dada para $f(x) = a(x - h)^2 + k$ e vai dizendo todo os passos que efetua, e conclui:

Aluno: Agora consigo indicar, por exemplo, o contradomínio.

O Eduardo a partir do conhecimento do vértice e do parâmetro a da função quadrática consegue retirar a informação e os conceitos da função quadrática.

Quando questionado acerca da representação tabular, o Eduardo responde:

Aluno: Vejo que a função está a subir e depois volta a descer. O -1 é o único caso que só tem uma abcissa, por isso $(2, -1)$ é o vértice.

Investigador: Tens alguma garantia que esse é o vértice?

Aluno: Não. Só porque é o único sozinho.

Investigador: Tens como confirmar?

Aluno: Só se for por uma regra de três simples. Não dá, pois não é uma reta. Só indo pela expressão algébrica.

O Eduardo não consegue encontrar uma forma de confirmar que o ponto que indicou é realmente o vértice.

Relativamente à segunda função, com as quatro representações, quando é pedido ao aluno para indicar o vértice, este é rápido a responder:

Aluno: A representação algébrica. Mais nenhuma das outras dá o vértice, é só pontos.

Peço ao aluno para olhar com atenção para as outras três representações para ver se consegue indicar o vértice. Após alguns momentos o Eduardo conclui:

Aluno: Na gráfica dá para fazer uma ideia, mas o valor concreto do vértice não consigo indicar. Para o vértice encontro o x , é 0,75. Depois só sabendo a expressão algébrica. Em relação à representação tabular e à representação em linguagem natural é a mesma coisa. Consigo a abcissa do vértice mas não consigo a ordenada do vértice.

O Eduardo mostra preferência pela representação algébrica, alegando que a partir da representação algébrica consegue obter toda a informação inerente à função quadrática.

Na procura de informação da função quadrática a partir de uma representação, por diversas vezes optaria por fazer a passagem entre representações, em vez de explorar a representação com que está a trabalhar.

Quando questionado, com qual das representações sentiu mais dificuldade, o Eduardo refere a representação em linguagem natural, pois só sabe o que é indicado.

Em relação à representação tabular, o Eduardo diz sentir alguma dificuldade, conseguindo ainda assim retirar alguma informação.

9.3.2. Passagem entre representações da função quadrática

9.3.2.1. Tarefas realizadas durante a aprendizagem

Na resolução das tarefas individuais o Eduardo mostra conseguir fazer a passagem entre representações da função quadrática sem apresentar dificuldades.

Na terceira tarefa é de salientar que para indicar as coordenadas do ponto onde $f(x) = 0$, a partir da representação gráfica da função, estando esse ponto marcado no gráfico, o aluno opta por determinar uma expressão algébrica da função e a partir daí determinar o ponto pedido calculando $f(0)$.

Nesta resolução o aluno demonstra gostar de trabalhar com a representação algébrica. Esta situação também pode ser justificada com o facto de a partir da representação gráfica não haver cálculos

para fundamentar a resposta, podendo por isso, o aluno ter escolhido a representação algébrica para responder, pois assim a sua resposta estaria justificada.

9.3.2.2. Conhecimentos adquiridos após a aprendizagem

O Eduardo quando questionado sobre qual a sua preferência para fazer a passagem de uma representação para outra, a partir da primeira folha com as quatro representações da mesma função, escolhe a passagem da representação algébrica para a representação gráfica.

Aluno: Marcava o vértice e o ponto $(0, -9)$ que já determinei anteriormente pela expressão algébrica. Encontrava outro ponto para ser mais rigoroso.

Usando a expressão algébrica o aluno determina o ponto $(1, -3)$ e termina a representação gráfica, marcando também os pontos $(3, -3)$ e $(4, -9)$, dizendo:

Aluno: Já tenho metade do gráfico. Como é idêntico faço a outra metade.

Como segunda opção para fazer a passagem entre representações o aluno escolhe a representação tabular para a representação gráfica, dizendo que era só marcar pontos:

Aluno: Ia representar primeiro os pontos simétricos. Depois achava o x do vértice a partir do gráfico, fazendo a média de dois pontos simétricos. Descobria que a abcissa do vértice era 2. Depois via na tabela qual era o ponto com esta abcissa. E é $(2, -1)$.

Investigador: Que outras passagem optas por fazer?

Aluno: Da representação algébrica para a representação tabular.

O Eduardo constrói a tabela com três pontos: o vértice, o ponto $(1, -3)$ e o ponto $(0, -9)$ sem apresentar dificuldades.

Perante a questão da passagem entre representações em que o aluno sente mais dificuldades, o Eduardo refere a passagem das representações em linguagem natural e tabular para a representação algébrica, justificando o facto por ter que descobrir o a .

O Eduardo mostra conseguir realizar a passagem entre representações da função quadrática sem grandes dificuldades. As suas preferências vão para a passagem da representação algébrica para a representação gráfica.

9.3.3. Tarefas individuais com Problemas em contexto de realidade

Durante o processo de aprendizagem o aluno resolveu os problemas em contexto real sem apresentar dificuldades. Nos problemas relacionados com o movimento de um objeto num percurso parabólico, e do arco formado por um cabo suportado por dois pilares, o aluno consegue resolver as questões de interpretação propostas. Na tarefa 5 o aluno conseguiu encontrar a expressão que representa as áreas possíveis de um terreno e determina o domínio da função encontrada. No entanto na questão

em que é pedido para determinar as medidas do terreno de forma que a área do terreno seja a máxima possível, o aluno interpreta como sendo pedido o comprimento máximo do terreno.

Nesta situação o aluno mostra ter tido dificuldade em interpretar a questão no contexto do problema.

Assim, embora o aluno não mostre dificuldades em realizar os cálculos necessários para responder às questões, apresenta alguma dificuldade na interpretação das questões relacionadas com problemas em contexto real.

9.3.4. Tarefa de modelação – a bola a saltar

O Eduardo é geralmente um aluno bastante interessado e participativo. No entanto, na realização da tarefa de modelação, o Eduardo não interveio na recolha dos dados, por haver outros dois alunos do grupo que estavam muito entusiasmados com o equipamento tendo monopolizado todo o processo de recolha.

Na recolha dos dados, o grupo do Eduardo, obteve um gráfico apresentando parábolas sucessivas com a concavidade voltada para cima. Esta situação criou alguma confusão no grupo, pois os alunos referiram ser espectável que ficasse registado o movimento da bola com parábolas voltadas para baixo. Os alunos analisaram o gráfico e concluíram que o sensor estava a registar a distância do sensor à bola e não da bola ao chão. Depois disso conseguiram isolar um salto da bola e escrever uma expressão representativa desse salto.

O grupo não conseguiu responder a todas as questões da tarefa, devido ao tempo despendido na discussão entre os elementos do grupo, para compreender a situação que lhes surgiu.

Quando questionado acerca do que achou da tarefa de modelação, aluno refere este facto dizendo:

Aluno: Obtivemos só três saltos. O que me confundiu foi aquilo estar ao contrário. A distância no gráfico estava a subir quando a bola ia a descer.

Investigador: Que distância é que estava registado?

Aluno: A distância do sensor à bola. A concavidade estava voltada para cima.

Relativamente ao contributo que a tarefa possa ter trazido para as aprendizagens do aluno, este refere:

Aluno: Foi engraçado ver como funcionava a bola. Nunca tinha pensado no salto da bola dessa maneira. Nem tinha pensado que o percurso da bola podia ser uma parábola.

Para este aluno a experiência permitiu que visse a matemática associada à realidade de uma forma não espectável para si, tendo despertado a sua atenção e curiosidade.

9.3.5. Tarefa de modelação – construção de retângulos

Quando proposto ao Eduardo que construísse um retângulo com o cordel de um metro de comprimento, o aluno contruiu-o com agilidade, decidindo logo à partida o comprimento de um dos lados do retângulo e efetuando os cálculos mentalmente para determinar o outro lado do retângulo.

Quando fez a representação do retângulo no papel o aluno indicou uma fórmula de cálculo de um dos lados a partir do outro, como se pode ver na imagem a seguir:

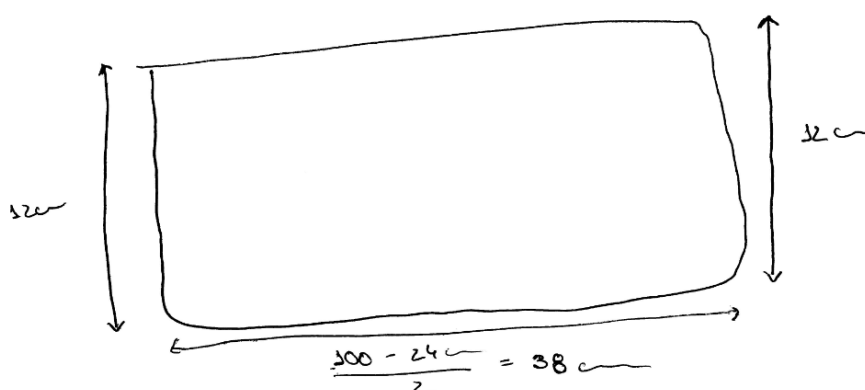


Figura 9.14: Esquema realizado pelo Eduardo para representar o retângulo construído

O aluno não mostrou dificuldade em construir alguns retângulos com o cordel. Para tal, efetuou cálculos mentais, atribuindo valores à altura do retângulo e aplicando a fórmula do perímetro para determinar o comprimento do retângulo.

Para encontrar uma expressão que representasse a área de todos os retângulos possíveis de construir com o cordel de um metro de comprimento, o Eduardo resolveu da forma seguinte:

$$\begin{aligned} \text{Área} &= \text{comprimento} \times \text{largura.} \quad \Leftrightarrow \quad L = \frac{\text{Área}}{\text{comprimento}} \\ P &= C + L + C + L \\ P &= 2\left(\frac{\text{Área}}{\text{comprimento}}\right) + 2C \\ \Leftrightarrow P &= \frac{2A}{C} + 2C \\ \Leftrightarrow 100 - 2C &= \frac{2A}{C} \\ \Leftrightarrow 2A &= 100C - 2C \times C \\ \Leftrightarrow A &= \frac{100C - 2C \times C}{2} \\ \Leftrightarrow A &= 50C - C^2 \end{aligned}$$

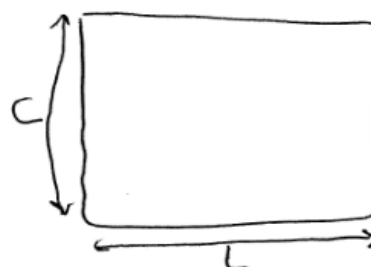


Figura 9.15: Resolução realizada para determinar uma expressão da área dos retângulos

Quando terminou os cálculos apresentados na figura 9.15, foi pedido ao aluno para escrever a igualdade na forma de uma expressão que representasse uma função. O aluno teve dificuldades em escrever a expressão na forma $f(x) = 50x - x^2$, por não associar a variável A com $f(x)$ e a variável x com a variável c .

O Eduardo evidencia dificuldade para escrever a igualdade encontrada para determinar a área dos retângulos, na forma de expressão representativa de uma função.

Para indicar o retângulo de área máxima, o Eduardo refere:

Aluno: É uma função quadrática. Como o termo $-x^2$ tem o sinal menos, tenho que achar o vértice para saber o máximo.

O Eduardo efetua os cálculos para determinar o máximo da função aplicando a fórmula $V\left(-\frac{b}{2a}, f\left(-\frac{b}{2a}\right)\right)$, obtendo a área máxima de 625 cm^2 .

Nesta fase da resolução da tarefa o Eduardo já não apresentou dificuldades.

9.3.6. Síntese acerca das aprendizagens do Eduardo

O Eduardo inicialmente apresentou alguma dificuldade na compreensão e aplicação de alguns conceitos da função quadrática e por distração cometeu alguns erros na apresentação de resultados.

Mostra preferência pela representação algébrica da função quadrática, pois a partir daí consegue sempre saber o vértice e o parâmetro a da função quadrática e conseqüentemente o resto da informação da função quadrática. Não apresenta dificuldades com a representação gráfica da função quadrática nem na obtenção de informação.

Apresentou dificuldades com a representação tabular em qualquer situação, não conseguindo retirar muita informação a partir desta representação. Não consegue determinar o vértice de uma função quadrática a partir dos zeros da função quadrática. Na passagem entre representações tem preferência pela passagem da representação algébrica para a representação gráfica da função quadrática. Não apresenta dificuldades em fazer a passagem da representação algébrica para qualquer outra representação da função quadrática.

Mostrou alguma dificuldade na interpretação das questões de problemas em contexto real, tendo apreciado as tarefas de modelação realizadas.

9.4. Caso do Luísa

A Luísa tem 15 anos e vive com os pais. Transitou para o 10.º ano com nível 4 no 9.º ano.

Para além do tempo passado na escola é uma aluna que pratica intensamente ginástica como federada 6 vezes por semana.

É uma aluna trabalhadora, muito discreta e muito calma, que só intervém quando solicitada a sua participação. Diz ter tido muitas dificuldades no 8.º ano de escolaridade, que conseguiu ultrapassar no 9.º ano de escolaridade. Atualmente diz preferir trabalhar a matemática num contexto de exercícios do que com problemas.

Teve 17 valores no 1.º período e no 2.º período subiu o nível da nota na disciplina de matemática para 18 valores.

9.4.1. Representações da função quadrática

9.4.1.1. Tarefas realizadas durante a aprendizagem

Nas tarefas realizadas no decorrer do ensino e aprendizagem, é de salientar algumas dificuldades apresentadas pela aluna.

Na primeira tarefa realizada, ao ser pedido o estudo das famílias da função quadrática, definidas por $f(x) = ax^2$, com $a \neq 0$ e por $f(x) = x^2 + k$, com $a \neq 0, k \in \mathbb{R}$, a Luísa atribui valores ao vértice da parábola de uma função destas famílias, para fazer o estudo desta família de funções.

Por exemplo, na família de funções $f(x) = x^2 + k$, com $k \in \mathbb{R}$, atribui ao vértice as coordenadas (0,2) e (0,-2), conforme o deslocamento vertical, apresentando todo o estudo da função com base neste caso concreto.

A aluna parece recorrer à estratégia, de pegar num caso concreto para analisar uma situação abstrata. É de salientar que esta estratégia também é usada pelos professores, principalmente para introduzir novos conceitos.

Também na mesma tarefa, observa-se que a Luísa indica o domínio e o contradomínio, como sendo ambos, o conjunto dos números reais.

O domínio de qualquer função quadrática é o conjunto dos números reais \mathbb{R} , o que a aluna indica corretamente.

Ora, o contradomínio da família da função quadrática, representadas pela expressão $f(x) = ax^2$, com $a \neq 0$, é definido pela condição $x \in [0, +\infty[$ se $a > 0$ e a pela condição $x \in]-\infty, 0]$ se $a < 0$. Na família da função quadrática, representadas pela expressão $f(x) = x^2 + k$, com $k \in \mathbb{R}$, é a condição $x \in [k, +\infty[$ que define o contradomínio.

Parece que a Luísa não consegue distinguir o conceito domínio do conceito contradomínio.

Nas tarefas seguintes, a Luísa já indica corretamente o contradomínio das funções representadas nas questões das tarefas.

Outra situação detetada é relativamente ao cálculo do parâmetro a da função quadrática.

Na segunda tarefa, a aluna indica o valor de a mas não apresenta cálculos da sua obtenção, a partir da representação gráfica.

Na terceira tarefa, consegue determinar o parâmetro a , a partir da função representada graficamente, no entanto, apresenta várias tentativas de cálculo, notando-se alguma indecisão. Assim, a aluna mostra alguma dificuldade em determinar o parâmetro a , a partir da representação gráfica da função.

9.4.1.2. Conhecimentos adquiridos após a aprendizagem

Perante a primeira função apresentada com as quatro representações da função, para indicar o vértice da função quadrática representada, a aluna escolhe a representação em linguagem natural, justificando:

Aluna: As coordenadas do vértice estão lá claramente $(2, -1)$.

Quando é pedido para indicar mais informação acerca da função representada, a aluna diz que também dá para indicar um ponto.

Questionando que mais dá para dizer acerca da função, a aluna não consegue dizer mais nada, como se o conhecimento do vértice e de um ponto não lhe trouxesse mais nenhuma informação.

Ao perguntar à aluna, que outra representação escolhe para indicar o vértice, a aluna indica a representação gráfica, fundamentando que as coordenadas do vértice $(2, -1)$ estão marcadas no gráfico.

Quando questionada sobre que mais informação consegue retirar desta representação, refere que conhecendo o vértice na representação gráfica, é fácil retirar informação do gráfico sobre a função quadrática representada. Consegue ver a interseção da função com o eixo das abcissas, a monotonia, o sinal, os extremos. Relativamente a concavidade e ao sinal da função, a aluna refere:

Aluna: Quer dizer, só dá o sinal do a . Só dá para ver se a concavidade é voltada para cima ou para baixo. Também dá para ver que a função é negativa.

A partir da representação gráfica a aluna consegue retirar bastante informação da função quadrática.

Quando questionada sobre as duas representações que falta referir, a representação algébrica e a representação tabular, a aluna escolhe a representação algébrica, dizendo que apenas tem que aplicar as formulas para determinar o vértice, o que faz sem dificuldade, como se observa na figura 9.16:

$$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{8}{-2 \times 2} = +2 \quad \text{vértice } (2, -1)$$

$$f(2) = -2 \times 2^2 + 8 \times 2 - 9 = -1$$

Figura 9.16: Determinação do vértice a partir da representação algébrica

Quando questionada relativamente a mais informação que consiga retirar da representação algébrica, refere o sentido da concavidade, a abertura da concavidade e a interseção com os eixos coordenados, sinal, extremos e monotonia.

Aluna: Consigo concluir que a concavidade está voltada para baixo e que o valor da abertura é 2. Quanto maior o a mais fechada é a concavidade.

Investigador: e que mais?

Aluna: Para achar a interseção com o eixo do x tinha que igualar a zero a expressão. E com a interseção do eixo do y tinha que fazer $f(0)$.

Após determinar o que referiu, acrescenta:

Aluna: Não existem zeros, por isso a função não toca no eixo das abcissas.

A aluna determina o que referiu, com agilidade e rapidez. Percebe-se que quando é necessário aplicar fórmulas e fazer cálculos a aluna se sente confiante e segura. Além disso, ao dizer que a função não toca no eixo das abcissas, está a relacionar o facto de a concavidade estar voltada para baixo e o vértice estar abaixo do eixo do Ox com a não existência de zeros da função.

Perante a tabela a aluna diz logo que não consegue retirar o vértice, alegando que não está habituada a trabalhar com tabelas.

No entanto a aluna, após observação da tabela consegue referir que as imagens se repetem antes e depois da imagem -1, dizendo que isso ajuda a perceber que é uma curva. Nessa altura diz então que o vértice é (2,-1). Quando questionada como chegou a essa conclusão, não refere a simetria da função quadrática em relação ao eixo de simetria, embora esteja subentendido na sua argumentação:

Aluna: Por exemplo, -3, -1.5 e depois voltamos a -1.5 e a -3. As coordenadas voltam a ser as mesmas no y . Ao -1 corresponde o 2, então (2, -1) é o vértice.

Investigador: Porque é que isso acontece?

Aluna: Pelo que já disse.

Investigador: Se em vez de (2, -1) estivesse outro ponto ias continuar a achar que era o vértice da parábola?

Aluna: Sim. Se os outros valores continuassem a ser iguais, ia achar que era o vértice. Se fosse necessário, fazia a representação gráfica dos pontos, para perceber.

Perante as representações da função quadrática apresentada à aluna na segunda folha, a Luísa escolhe a representação algébrica, dizendo que basta aplicar a fórmula para determinar o vértice da função. Refere ainda:

Aluna: Eu escolho sempre a representação algébrica porque é mais facil e dá para ver imensa informação da função.

Investigador: O que farias?

Aluna: Ia descobrir o vértice, depois a interseção com o eixo do y , depois com o eixo do x , os zeros, ... tudo.

Como segunda opção para indicar o vértice, a escolha da aluna, cai na representação gráfica, começando logo a determinar a abcissa do vértice.

Para determinar a abcissa do vértice, a aluna faz a média das abcissas dos dois zeros e depois acrescenta a distância da origem ao primeiro zero da função.

Aluna: Só encontrei o x . Não consigo encontrar o y .

Perante a situação de não descobrir o vértice a aluna mostrou-se confusa perante a dificuldade encontrada, não mostrando vontade de tentar arranjar alternativas.

Entre a representação tabular e a representação em linguagem natural, a aluna escolhe a representação tabular, dizendo:

Aluna: Não sei, esta é mais difícil, porque não há ... eu não gosto de tabelas.

A aluna não referiu mais nada sentindo-se incomodada e confusa com a situação, pelo que não foi questionado mais nada em relação à representação tabular.

Perante a representação em linguagem natural a aluna diz que teria que fazer a representação gráfica para conseguir visualizar alguma coisa, pois apenas tem 3 pontos da função.

Quando questionada qual a representação que sentiu mais dificuldade, a aluna refere a tabela, dizendo:

Aluna: Foi difícil para mim, trabalhar com tabelas. Já na linguagem natural eu consigo perceber os termos.

Daqui percebe-se que a aluna sente que tem dificuldades em fazer uma análise da informação contida numa tabela.

9.4.2. Passagem entre representações da função quadrática

9.4.2.1. Tarefas realizadas durante a aprendizagem

A Luísa, na primeira tarefa, não mostra dificuldade em interpretar o parâmetro a na passagem da representação algébrica para a representação gráfica, da família da função quadrática em estudo.

No entanto, na primeira questão da segunda e na terceira tarefas, a aluna mostra alguma dificuldade em determinar o parâmetro a , a partir da representação gráfica, como já foi referido anteriormente, sendo este passo necessário para fazer a passagem da representação gráfica para a representação algébrica.

Assim, durante o processo de aprendizagem a Luísa mostra conseguir efetuar as passagens entre as representações trabalhadas, notando-se alguma dificuldade em determinar o parâmetro a da função quadrática a partir da representação gráfica.

9.4.2.2. Conhecimentos adquiridos após a aprendizagem

Perante a questão de quais as representações da função da primeira folha que a aluna escolhe para efetuar a passagem entre representações, a aluna escolhe a representação algébrica, para passar para a representação gráfica.

Na construção do gráfico, utiliza o vértice que já havia calculado anteriormente, a partir da representação algébrica:

Investigador: Como decidiste a concavidade?

Aluna: Como tinha o valor de $a = 2$ na representação algébrica sabia que era um bocado mais fechada.

A aluna faz a comparação da função dada com a família da função quadrática $f(x) = ax^2$ com $a \neq 0$. Percebe-se que a aluna consegue articular a informação entre as representações e as famílias de funções da função quadrática.

Voltando a observar as representações da função a aluna observa que teria sido mais simples fazer logo a passagem da função da representação em linguagem natural para a representação gráfica, pois apenas tinha que representar os pontos já indicados, para obter o gráfico.

Por último escolhe a passagem da representação gráfica para a representação algébrica, e refere haver duas formas de apresentar a função na representação algébrica da função quadrática, continuando:

Aluna: Podia passar ... da representação gráfica é mais fácil tornar a função do tipo $f(x) = a(x - h)^2 + k$

A aluna faz a passagem e efetua os cálculos sem dificuldade.

Quando questionada acerca das dificuldades sentidas na passagem entre representações, a aluna diz:

Aluna: Talvez a passar da linguagem natural para a gráfica, pois aí não vemos o a .

Investigador: Para ti é essencial conhecer o a ?

Aluna: Sim.

A aluna gosta de fazer cálculos e aplicar fórmulas por isso prefere a passagem da representação gráfica para a representação algébrica e vice-versa, observando que a passagem da representação em linguagem natural para a gráfica seja muito simples de efetuar.

Embora a aluna refira a simplicidade da passagem da representação em linguagem natural para a representação gráfica, como não conhece o parâmetro a , em nenhuma dessas representações, sente isso como uma dificuldade, na análise da função quadrática.

9.4.3. Tarefas individuais com Problemas em contexto de realidade

Durante o processo de aprendizagem, a aluna consegue responder às questões dos problemas em contexto real propostos, em situações tais como o percurso de uma bola ou de um balão meteorológico.

Na tarefa 5, a aluna conseguiu determinar uma expressão que representa a área do terreno assim como uma expressão que representa o arco suportado por dois pilares.

Quando questionada de quais as dificuldades na resolução de problemas, a aluna responde:

Aluna: Quando é uma bola ou uma ponte é mais fácil de resolver. Eu não sei resolver problemas de áreas.

Investigador: Consegues explicar porquê?

Aluna: Acho que é mais fácil de visualizar o percurso da bola, do que áreas. Com a bola vejo logo uma parábola, nas áreas não consigo ver uma parábola.

A Luísa mostra ter facilidade em resolver problemas, quando se consegue visualizar uma parábola e mostra grande resistência em relação a problemas nos quais não consegue visualizar a situação graficamente, tendo dificuldade em compreender a situação em termos de funções.

9.4.4. Tarefa de modelação – a bola a saltar

Na realização da tarefa de modelação a Luísa estava num grupo de 6 alunos, sendo a única rapariga do grupo.

Para conseguirem obter os dados da experiência realizada, o grupo de trabalho da Luísa teve que repetir a experiência algumas vezes, pois o gráfico surgia com interferências.

A Luísa na recolha de dados ficou com a calculadora gráfica, tendo sido também ela a usá-la para determinar pontos relevantes. Na realização das questões da tarefa, a Luísa participou também com interesse e disponibilidade.

Perante a questão de como contribuiu a tarefa de modelação para a sua aprendizagem, a aluna refere:

Aluna: Acho que contribuiu para ver a aplicação da matemática à vida real, pois mesmo com os problemas, nós não estamos a aplicar à vida real. Com os sensores dava para ver a bola a saltar e ver no gráfico.

Investigador: O facto de recolheres os dados achaste importante?

Aluna: Acho os problemas muito impessoais por isso fazer a recolha de dados foi muito interessante.

Investigador: Pensas que contribuiu para a aprendizagem e compreensão da função quadrática?

Aluna: Acho que sim. Depois fizemos uma tarefa e passamos da representação gráfica para a algébrica.

A Luísa considera os problemas de situações reais impessoais, tendo a tarefa de modelação contribuído para visualizar a matemática no trajeto da bola.

9.4.5. Tarefa de modelação – construção de retângulos

Perante a proposta de construir um retângulo com um cordel de um metro de comprimento, unido pelas pontas, a aluna começa por tentar fazer um retângulo, e diz:

Aluna: Que horror. Saiu um círculo. É um bocado difícil.

Finalmente consegue contruir um retângulo e tirar as medidas.

A aluna tenta construir outro retângulo, e perante a corda esticada, com a forma de um retângulo achatado, questiono:

Investigador: Tens aí um retângulo?

Aluna: Não.

Após várias tentativas a aluna encontra outro retângulo e anota as medidas, (figura 9.17):

Comprimento = 37 cm
 largura = 19 cm

41 cm | 40 cm
 10 cm | 10 cm

Figura 9.17: Registo das medidas dos retângulos obtidos com o cordel

Investigador: Podíamos continuar a fazer mais retângulos?

Aluna: talvez. Acho que conseguia fazer infinitos retângulos.

Investigador: Achas que consegues arranjar uma representação da função que traduza as áreas dos retângulos que é possível construir?

Aluna: Tem que ser uma função quadrática. Foi a única função que demos para calcular áreas.

Após um longo silêncio questiono:

Investigador: Consegues encontrar a expressão dessa função?

Aluna: Acho que não. Eu de áreas nunca fui muito boa, por isso ...

A aluna mostra ter desistido de tentar resolver o problema proposto, pelo que não insisti mais.

A Luísa é uma aluna tímida e muito reservada e perante situações em que sente dificuldades, adota uma posição defensiva. Relativamente à tarefa do cordel, a Luísa tem a ideia preconcebida de que não compreende as situações que envolvam áreas, não mostrando vontade em tentar ultrapassar essa dificuldade.

9.4.6. Síntese acerca das aprendizagens da Luísa

No decorrer da aprendizagem a Luísa mostra ter necessidade de concretizar a família da função quadrática, com um exemplo de uma função dessa família, para conseguir fazer o estudo da família de funções.

A aluna mostra inicialmente ter algumas dificuldades, em identificar o contradomínio da função quadrática e em determinar o parâmetro a da função quadrática, a partir da representação gráfica da função.

A aluna mostra facilidade em aplicar fórmulas e em realizar cálculos, no contexto da função quadrática. A aluna manifesta preferência pela representação algébrica, tendo referido algumas vezes que passava para a representação algébrica qualquer outra representação da função, pois a partir daí conseguia saber tudo o que precisava.

Perante a tabela, a aluna perde informação sobre a função quadrática, não conseguindo fundamentar as observações com os conhecimentos que tem. A aluna parece não incluir a tabela no seu campo conceitual da função quadrática.

A Luísa consegue interpretar e resolver questões de problemas em contexto real embora os ache impessoais. Apresenta muitas dificuldades em resolver situações de investigação e exploração quando não é perceptível a função quadrática à partida, acabando por desistir.

9.5. Caso da Beatriz

A Beatriz tem 15 anos, vive com os pais e uma irmã. Transitou para o 10.º ano com nível 3 no 9.º ano. No 1.º período a aluna teve uma nota de 12 valores tendo subido para 13 valores no 2.º período.

A aluna no início do ano não se mostrava muito empenhada no trabalho desenvolvido em sala de aula, tendo a partir de meados do 2.º período mostrado mais interesse e uma maior participação nas aulas. A aluna mostra mais entusiasmo quando resolve atividades de cálculo, recorrendo com frequência à calculadora gráfica.

9.5.1. Representações da função quadrática

9.5.1.1. Tarefas realizadas durante a aprendizagem

A Beatriz na primeira tarefa realizada em relação à família da função quadrática $f(x) = ax^2$ indica o domínio da função, IR_0^+ e IR_0^- para $a > 0$ e $a < 0$ respetivamente, quando o domínio de qualquer função quadrática é sempre IR .

Em relação a família da função $f(x) = x^2 + k$, indica o domínio IR_0^+ e IR_0^- conforme $k > 0$ e $k < 0$ respetivamente, errando novamente. É de salientar que em todas estas situações a aluna indica corretamente o contradomínio das função quadrática consideradas.

A partir da segunda tarefa a aluna já indica o domínio de uma função quadrática corretamente.

Pelas situações apresentadas percebe-se que a Aluna reconhece o contradomínio, mas não consegue reconhecer o domínio de uma função quadrática.

Também na mesma questão do estudo da família da função quadrática $f(x) = x^2 + k$, para $k < 0$ a Beatriz escreve que esta família de funções não tem zeros e que a família da função em estudo tem sinal negativo, o que está correto. A partir da segunda tarefa a aluna mostra saber indicar os zeros, assim como fazer o estudo do sinal da função quadrática.

A aluna desde o início mostra saber determinar o vértice a partir da representação algébrica e saber indicar o vértice a partir da representação gráfica. Também consegue indicar coordenadas de pontos da função quadrática, intervalos de monotonia e extremos.

Outra dificuldade encontrada relacionasse com a determinação do parâmetro a . Na resolução das questões em que era necessário determinar este parâmetro, na segunda e terceira tarefas, a aluna indica valores errados e sem apresentar cálculos sem os quais não poderia determinar esse parâmetro.

Durante o processo de aprendizagem a aluna mostra ter tido dificuldades em construir o seu campo conceitual da função quadrática.

Não tendo apreendido logo alguns dos conceitos da função quadrática, conceitos esses essenciais para a sua compreensão, a aluna não conseguiu apreender nesta fase da aprendizagem, outros conceitos que estão relacionados entre si.

9.5.1.2. Conhecimentos adquiridos após a aprendizagem

Perante as quatro representações de uma função quadrática a aluna escolhe a representação em linguagem natural para indicar o vértice da função, dizendo:

Aluna: Escolho a representação em linguagem natural porque já lá está o vértice.

Investigador: Consegues tirar mais informação a partir desta representação?

Aluna: Dá um ponto. Por isso consigo escrever a expressão da função quadrática $f(x) = a(x - h)^2 + k$.

Como segunda escolha, a aluna opta pela representação gráfica, dizendo:

Aluna: Tenho o vértice $(2, -1)$, o ponto $(1, -3)$ e sei que o a é negativo pois a concavidade está voltada para baixo. Dá para descobrir a expressão como na anterior. Sei o domínio, o contradomínio, o sinal, a monotonia.

Como terceira escolha a aluna indica a representação algébrica, dizendo:

Aluna: A função passa no ponto (0,9), acho o x fazendo $-\frac{b}{2a}$ e a partir daí achava o y do vértice. Com o ponto e o vértice consigo saber tudo.

Investigador: E a partir da tabela?

Aluna: Acho que não. O vértice é o ponto mais alto. Olho para a tabela e não vejo nada. Ia fazer um gráfico.

Investigador: Com que pontos?

Aluna: Com todos. Não são muitos são só seis.

Perante a segunda folha com as representações de uma outra função quadrática a aluna escolhe a representação algébrica para indicar o vértice dizendo:

Aluna: Fazia a conta para determinar o vértice na representação algébrica. Na representação gráfica o ponto do vértice não está marcado.

A aluna determina o vértice a partir da expressão algébrica, com alguma atrapalhão nos cálculos. A partir do vértice e do valor de a , a aluna consegue dizer a informação relativa ao comportamento da função quadrática. Em relação aos zeros da função a aluna refere:

Aluna: Como o vértice é cá em baixo e está voltada para cima a função tem dois zeros.

Em simultâneo a aluna faz um esboço da função, com a concavidade voltada para cima e marcando os dois zeros no eixo Ox .

Perante a questão de qual a representação que escolhe para indicar o vértice, a aluna refere:

Aluna: O gráfico. se bem que era difícil, pois o ponto do vértice não está cá. Pelo eixo de simetria encontro o x .

A aluna determinou o valor da abcissa do vértice apresentando muitas dificuldades de cálculo para a determinar. A partir daqui não conseguiu fazer mais nada.

Em relação à representação em linguagem natural a aluna diz conseguir fazer apenas o que fez para a representação gráfica. Relativamente à representação tabular a aluna diz que optava por representar os pontos num gráfico.

Quando questionada qual a representação da função que prefere a aluna diz preferir trabalhar com a representação algébrica. Perante a questão em relação a qual das representações tem mais dificuldade, a aluna não indica específica nenhuma.

A aluna perante as representações opta por uma representação conforme a questão que lhe é colocada. No entanto a aluna mostra preferência pela representação algébrica a partir da qual consegue retirar toda a informação, apesar de apresentar dificuldade em realizar os cálculos necessários.

9.5.2. Passagem entre representações da função quadrática

9.5.2.1. Tarefas realizadas durante a aprendizagem

Na primeira tarefa tal como nas tarefas seguintes a aluna não mostra dificuldades na passagem da representação algébrica para a representação gráfica. Na passagem da representação gráfica para a representação algébrica, a aluna indica a expressão algébrica $f(x) = a(x - h)^2 + k$ mas não consegue determinar o parâmetro a , como já foi referido, não concluindo corretamente a passagem da representação gráfica para a representação algébrica

9.5.2.2. Conhecimentos adquiridos após a aprendizagem

Na passagem entre representações a Beatriz, através da observação das representações da função quadrática opta pela passagem da representação gráfica para a representação em linguagem natural, justificando que a representação gráfica dá a informação constante da representação em linguagem natural, o vértice e um ponto.

Em seguida opta pela representação tabular para passar para a representação gráfica, sem apresentar dificuldades na passagem.

Perante outra possível escolha a aluna diz:

Aluna: Acho mais fácil passar da representação algébrica para qualquer outra. Também é fácil das representação tabular para a representação gráfica.
Posso passar da representação gráfica para a representação algébrica, pois já temos o vértice, mas parece mais difícil.

A aluna faz a passagem da representação gráfica para a representação algébrica, mostrando novamente dificuldade em executar os cálculos, tornando-se um processo bastante moroso.

Quando questionada acerca das dificuldades sentidas na passagem entre representações, a Beatriz diz ter mais dificuldade na passagem da representação gráfica para a representação algébrica.

A aluna novamente apresenta dificuldades em efetuar os cálculos necessários para determinar o que se propõe fazer. Percebe-se que a aluna já esqueceu conceitos e métodos de resolução que chegou a saber fazer com mais agilidade.

A aluna não chegou a formar o campo conceitual da função quadrática com todas as conexões, havendo conhecimentos que depois não consegue relacionar entre si.

9.5.3. Tarefas individuais com Problemas em contexto de realidade

Na tarefa 4 a aluna consegue perceber as questões e efetuar os cálculos de acordo com o que é pedido. Em relação à tarefa 5 a aluna não a resolveu, dizendo que não conseguira resolver os problemas constantes da tarefa.

Quando questionada em relação às dificuldades sentidas na resolução de problemas, a aluna refere precisamente um dos problemas da tarefa 5:

Aluna: Por exemplo o problema do jardim para fazer a cerca, achei difícil. Aqueles para determinar a altura, o tempo que demorava a cair, achei mais fácil.

Investigador: Porquê?

Aluna: Porque tínhamos formas de descobrir. Por exemplo para determinar a altura máxima, achava o vértice. Para saber o tempo que demora a chegar ao solo, achava os zeros. Era mais fácil.

A Beatriz não aparenta sentir dificuldades na resolução de problemas em contexto real, desde que seja dada uma representação da função e as questões sejam diretas.

A aluna refere sentir dificuldades em problemas relacionados com áreas e perímetros, onde tem que encontrar uma expressão de uma função.

9.5.4. Tarefa de modelação – a bola a saltar

O grupo da Beatriz era formado por quatro alunos. Todos os alunos participaram da recolha de dados com o sensor de movimento, tendo havido alguma dificuldade na recolha de dados, não conseguindo obter o registo de uma sequência de saltos, tornando a recolha de dados mais demorada do que nos outros grupos que realizaram a mesma tarefa. Por este facto, o grupo não concluiu a resolução da tarefa, não respondendo a todas as questões por eles formuladas. A Beatriz na tarefa realizada assumiu o papel de anotar os dados e escrever as respostas da tarefa dadas pelo grupo.

Quando questionada acerca da sua opinião sobre a tarefa de modelação com sensores de movimento realizada a Beatriz responde:

Aluna: Contribui para a nossa aprendizagem. Fizemos um gráfico e vimos o que justificava aquele gráfico. Quando vemos no livro não sabemos o que está lá. Quando vemos no momento sabemos que era mesmo aquilo.

A Beatriz com a tarefa de modelação considera ter sido importante para a sua aprendizagem ver a formação do gráfico da função em simultâneo com a recolha de dados.

9.5.5. Tarefa de modelação – construção de retângulos

Perante a tarefa proposta, da construção de um retângulo a partir de um cordel com um metro de comprimento, a aluna constrói um retângulo e faz as medições. A aluna desenha um retângulo e anota nele as medidas encontradas. É perguntado à aluna se consegue confirmar que as medidas estão corretas tendo em conta o comprimento do cordel. A aluna confirma que as medidas estão corretas através da fórmula do perímetro, fazendo a soma dos quatro lados do retângulo e igualando a 100.

Quando questionada acerca de quantos retângulos consegue fazer com o cordel, a aluna responde:

Aluna: Consigo fazer apenas um.

Investigador: um?

Aluna: Posso pôr o retângulo na vertical ou se dobrar o cordel posso fazer outro.

Investigador: Tem que ser com o cordel de comprimento um metro.

Aluna: Há. Pode ser com uma altura maior ou mais pequena?

Esta parte vai ser sempre igual.

A aluna refere-se à base do retângulo.

Investigador: Se aumentar a altura do retângulo o que acontece à base do retângulo?

A aluna está a segurar o cordel pelos dois vértices da base do retângulo e quando puxo o cordel pelos dois vértices do topo do retângulo, o cordel soltasse da mão da aluna.

Investigador: Vez. O cordel saltou quando tentei aumentar o lado. Porquê?

Aluna: Pois.

Investigador: Queres tentar encontrar uma expressão que relacione o comprimento com a largura do retângulo?

Aluna: Podemos pôr x nos dois lados do retângulo. O perímetro é 100 cm.

A Beatriz representa um retângulo no papel colocando x na base e x na altura do retângulo, (figura 9.18):

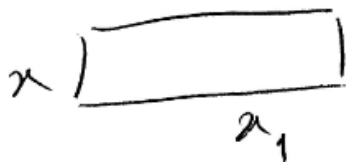


Figura 9.18: Retângulo desenhado pela Beatriz

Ao que questiono:

Investigador: A base e a altura são iguais?

Aluna: Não. Então ponho um deles como x_1 .

Investigador: Consegues encontrar uma expressão para as áreas dos retângulos possíveis de construir?

Aluna: a área é o comprimento vezes a largura.

Investigador: Encontras uma relação entre o comprimento e a largura?

Aluna: Não.

Perante as dificuldades da aluna em compreender a situação proposta, considerou-se não ser benéfico continuar com a tarefa.

A Beatriz tem muitas dificuldades em compreender situações abstratas quando tem que investigar e analisar as situações propostas. Consegue aplicar a matéria e os conceitos quando as questões são diretas, não conseguindo interpretar novas situações.

9.5.6. Síntese acerca das aprendizagens da Beatriz

No início da aprendizagem a Beatriz teve dificuldade em identificar o domínio da função quadrática, conseguindo desde logo identificar e relacionar os outros conceitos da função quadrática.

Mostra preferência pela representação algébrica. Perante a representação tabular opta por fazer a passagem para a representação gráfica.

A aluna realiza com facilidade a passagem da representação tabular ou em linguagem natural para a representação gráfica. Na passagem entre representações apresenta dificuldades em realizar os cálculos necessários para efetuar a passagem da representação algébrica para a representação gráfica, assim como a passagem da representação gráfica para a representação algébrica.

Consegue resolver problemas em contexto real desde que seja dada uma representação da situação. Mostrou muitas dificuldades em explorar a situação quando não é dada uma representação da função quadrática, não conseguindo resolver.

CAPÍTULO X - Conclusões

Após a análise dos dados recolhidos aquando da realização das tarefas e das entrevistas que fazem parte da investigação, apresenta-se algumas conclusões na tentativa de dar resposta às questões que motivaram o desenvolvimento da investigação e a elaboração do presente relatório.

10.1. Informação adquirida com cada uma das representações da função quadrática

Da reflexão e análise dos dados recolhidos com a realização das tarefas constantes da investigação, constata-se que os alunos sentem dificuldades iniciais em relação a alguns conceitos da função quadrática e em os relacionar na obtenção de informação inerente a esta função.

Algumas das dificuldades detetadas na compreensão e na relação de conceitos da função quadrática foram: domínio, contradomínio, eixo de simetria, determinação do parâmetro a .

Estes conceitos foram sendo assimilados ao longo do período de ensino e aprendizagem ultrapassando as dificuldades detetadas inicialmente, permitindo assim a construção do campo conceitual da função quadrática onde se engloba conceitos e informação da mesma.

Os alunos conhecem bastante bem a representação algébrica da função quadrática, conseguindo manipular a expressão que a define com relativa facilidade. Este conhecimento possibilita-lhes que determinem a partir dessa representação as coordenadas do vértice da função quadrática por métodos algébricos.

Com o conhecimento do vértice e do parâmetro a presente na representação algébrica, conseguem obter toda a informação da função quadrática.

Em geral os alunos conseguem identificar os conceitos da função quadrática a partir da representação gráfica. Desde que conheçam as coordenadas do seu vértice, conseguem determinar o parâmetro a da função e retirar toda a informação da função quadrática.

É de salientar que relativamente representação tabular da função quadrática os alunos não a reconhecem como tal, havendo perda de informação da função quadrática nesta representação.

10.2. Articulação na passagem entre representações da função quadrática

Os alunos dos estudos de caso, mostraram preferência pela passagem da representação algébrica para a representação gráfica da função quadrática, alegando que a partir da representação algébrica conseguem retirar toda a informação de que necessitam para fazer essa passagem.

Os alunos consideraram e mostraram ser simples de realizar a passagem entre a representação tabular, a representação gráfica e a representação em linguagem natural, por apenas necessitarem de conhecer alguns pontos da função quadrática para realizarem essas passagens.

A passagem que os alunos, em geral consideraram mais trabalhosa e não tanto por questões de dificuldade, foi a passagem da representação gráfica para a representação algébrica da função quadrática.

10.3. Contribuição de tarefas diversas para a compreensão da função quadrática

No âmbito de resolução de problemas, exploração e investigação por parte dos alunos, individualmente e em grupo, foram levadas a cabo diversas tarefas.

Foram realizadas tarefas individuais com problemas em contexto de realidade, um deles relativo ao percurso de um balão meteorológico, outro relativo à vedação de um terreno e um outro relativo ao arco formado por um cabo suportado pelos pilares de uma ponte. Os alunos em geral não apresentaram dificuldades em resolver o problema do percurso do balão meteorológico, considerando as questões de fácil interpretação e resolução. Isto deve-se ao facto de já terem trabalhado a função quadrática e as questões serem de aplicação direta dos conceitos do campo conceitual da função quadrática.

Relativamente ao problema da vedação do terreno, alguns alunos mostraram dificuldades em conseguir chegar a expressão dada no enunciado, relativa à área do terreno vedado.

Quanto ao problema da ponte também houve alguns alunos que mostraram dificuldades na interpretação do enunciado e conseqüentemente na resolução das questões propostas.

Foi realizada a tarefa a bola a saltar, em grupo no âmbito de exploração, com recurso a sensores de movimento para recolha de dados na calculadora gráfica TI-NSpire e posterior modelação de uma função quadrática aos dados recolhidos. Todos os alunos apreciaram visualizar a situação experimental assim como manusear os aparelhos. Mostraram-se também interessados e motivados em realizar a tarefa, referindo ter contribuído para uma melhor compreensão e interpretação da matemática aplicada à vida real.

Outra tarefa realizada no âmbito de exploração e investigação por parte do aluno foi a tarefa de construção de retângulos. Pretendia-se que fosse encontrada uma representação de uma função (quadrática) das áreas dos retângulos possíveis de construir com um cordel de um metro de comprimento e determinada a área máxima dos retângulos possíveis de construir.

Dois dos cinco alunos mostraram muitas dificuldades em conseguir construir retângulos com o cordel e em relacionar o comprimento com a largura do retângulo e que não terminaram a tarefa por não conseguirem encontrar uma relação representativa da situação descrita.

Os restantes alunos terminaram a tarefa, tendo no entanto apresentado dificuldades em chegar a uma relação entre o comprimento e a área dos retângulos e em escrever essa relação como expressão que definisse uma função (quadrática) representativa da situação aprestada na tarefa.

É de salientar o caso de uma aluna que recorreu da representação algébrica e da representação gráfica para determinar a área máxima dos retângulos possíveis de construir.

10.4. Conclusão global

Da análise e resultados obtidos da investigação é possível concluir que os alunos inicialmente podem sentir alguma dificuldade em conhecer e aplicar conceitos da função quadrática que com a continuação do trabalho com a função quadrática acabam por compreender os conceitos, por conseguir efetuar os cálculos associados à função quadrática e por concretizar a passagem entre representações.

As dificuldades que os alunos têm à disciplina de matemática denotaram-se com a realização de tarefas de investigação e exploração principalmente quando a função quadrática não está definida por uma sua representação. Como nestas situações os alunos não identificam a função quadrática então não conseguem resolver as questões propostas.

As tarefas realizadas contribuíram para que houvesse uma tomada de consciência das reais aprendizagens adquiridas pelos alunos. Para além disso permitiram perceberem que saber matemática não é só saber conceitos e aplicar fórmulas. Foi também possível auferir que os alunos precisam de desenvolver capacidades de análise e de compreensão de situações diversas para poderem aplicar os conhecimentos adquiridos a novas situações.

REFERÊNCIAS

- Bogdan, R., Biklen, S., (1994). *Investigação Qualitativa em Educação – uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto: Porto Editora.
- Costa, B. e Rodrigues, E. (2013). *Novo Espaço, Matemática A 10.º ano. Manual de Matemática A para o 10.º ano de escolaridade*. Porto: Porto Editora.
- Duval, R. (1993). *Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée*. Strasbourg: Annales de Didactique et de Sciences cognitives.
- Duval, R. (1998a). *Graphiques et équations: L'articulation de deux registres*. Strasbourg: Annales de Didactique et de Sciences Cognitives.
- Duval, R. (1998b). *A cognitive analysis of problems of comprehension. Learning of mathematics. Educational Studies*. Educational Studies in Mathematics, Netherlands.
- Freire, P. (1987). *Pedagogia do oprimido*. Rio de Janeiro: Paz e Terra.
- Guzmán, M. (1993). *Tendencias Innovadoras en Educación Matemática*. Madrid: Universidad Complutense de Madrid.
- Matos, J. F. (1995). *Modelação matemática*. Lisboa: Universidade Aberta.
- Ministério da Educação. (2002a). *Brochura Didática*. Lisboa: Ministério da Educação.
- Ministério da Educação. (2002b). *Programa do Ensino Secundário*. Lisboa: Ministério da Educação.
- Ministério da Educação. (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação.
- Ministério da Educação. (2012). *Caderno de apoio, 3.º Ciclo*. Lisboa: Ministério da Educação.
- Ministério da Educação. (2014a). *Programa e Metas Curriculares, Matemática A do Ensino Secundário*. Lisboa: Ministério da Educação.
- Ministério da Educação. (2014b). *Caderno de apoio, 10.º ano*. Lisboa: Ministério da Educação.
- Nóvoa, A. (2009). *Professores: imagens do futuro presente*. Lisboa: Educa.
- Peritos, G. D. E. (2007). *Educação da ciência agora: Uma Pedagogia Renovada para o Futuro da Europa*. Comunidade Europeia: Publicações Europa.
- Ponte, J.P. (1990). O conceito de função no currículo da matemática. *Educação e Matemática*, 15, 3-9.
- Ponte, J. P. (1992). A modelação no processo de aprendizagem. *Educação e Matemática*, 23, 15-19.
- Ponte, J. P. (1994). O estudo de caso na investigação em educação matemática. *Quadrante*, 3, 3-18.
- Ponte, J. P. (2003). Investigação sobre investigações matemáticas em Portugal. *Investigar em Educação*, 2, 93-169
- Ponte, J.P. (2005). Gestão curricular em Matemática. Em Grupo de Investigação, (Eds.). *O professor e o desenvolvimento curricular*. Lisboa: APM
- Rocha, H. (2011). A calculadora gráfica e a utilização que dela fazemos. *Educação e Matemática*, 112, 41-42.
- Silva, J.S. (1973) *Guia para a utilização do Compêndio de Matemática*. Lisboa: Ministério da Educação/OCDE.
- Vergnaud, G. (1990) *La théorie des champs conceptuels*. Grenoble: Recherche en Didactique des Mathématiques.

Anexo 1 – Pedido de autorização da escola onde decorreu o estágio pedagógico

Agrupamento de Escolas de Alvalade

Escola Secundária com 3.º Ciclo XXXXXXXXX

Ano letivo 2013/2014

Exma. Sra. Diretora

Assunto: Pedido de autorização

Eu, Maria Clara Nunes Gomes, professora estagiária de matemática, neste estabelecimento de ensino, venho por este meio pedir que me seja dada autorização para realizar algumas entrevistas áudio gravadas com alguns alunos do 10.º ano, da turma CT1, da Professora Paula Reis, no âmbito do projeto de investigação do mestrado, em tempo extra curricular.

A entrevista será baseada na realização de tarefas de natureza exploratória e investigadora, com o intuito de analisar, como as diferentes representações da função quadrática contribuem para a compreensão e aprendizagem da mesma.

Em caso de transcrição da entrevista, será sempre preservado o anonimato do aluno.

Para tal, solicito a Vossa autorização, bem como autorização para pedir aos Encarregados de Educação as respetivas autorizações para os seus educandos.

Com os melhores cumprimentos

Lisboa, 23 de Março de 2014

A professora estagiária

Maria Clara Nunes Gomes

Anexo 2 – Pedido de autorização aos Encarregados de Educação

Agrupamento de Escolas de Alvalade

Escola Secundária com 3.º Ciclo XXXXXXXX

Ano letivo 2013/2014

Exmo. Encarregado de Educação

do(a) aluno(a) _____,

do 10.º ano, da turma CT1, da Escola Secundária com 3.º Ciclo XXXXXXXX.

Eu, Maria Clara Nunes Gomes, como estagiária de Matemática na turma do seu educando e no âmbito do Projeto de Investigação do Mestrado em Ensino de Matemática que estou a realizar pela Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa, venho pedir autorização para realizar com o seu educando, uma entrevista áudio gravada com tarefas de matemática relacionadas com a aprendizagem de matemática.

Em caso de transcrição da entrevista, será sempre preservado o anonimato do seu educando.

Com os melhores cumprimentos,

Lisboa, 24 de Março de 2014

A professora estagiária de Matemática,

Clara Gomes

Eu, _____ Encarregado de Educação do(a)
aluno(a) _____, do 10.º ano, da turma CT1, da
Escola Secundária com 3.º Ciclo XXXXXXXX, tomei conhecimento do projeto de investigação no
âmbito do mestrado em Ensino da Matemática e autorizo/não autorizo (riscar o que não interessa)
que o meu educando participe.

Autorizo/não autorizo (riscar o que não interessa) que sejam feitas transcrições de entrevistas e de
tarefas que envolvam o meu educando, sendo sempre preservado o seu anonimato.

O Encarregado de Educação,

_____, ____ de Março de 2014

Anexo 3 – Guião de entrevista de caracterização do aluno de estudos de caso

Guião de entrevista

Apresentação do aluno:

1. Como te chamas? Que idade tens?
2. Para além das aulas fazes mais alguma atividade dentro ou fora da escola?
3. Achas interessante o que aprendes na disciplina de matemática? Divertes-te e entusiasmas-te a estudar matemática?
4. Que pensas da tua aprendizagem em matemática? Sentes dificuldades ou achas que tens facilidade em entender o que é ensinado?
5. Que dificuldades tens quando é dada matéria nova? Que dificuldades tens depois de dada a matéria e de a estudares, (cálculo, interpretação, aplicação)?
6. Estudas matemática com que regularidade?
7. Que materiais de suporte usas no teu estudo de matemática, (manual, caderno, fichas, máquina gráfica, livros, internet, ...)?
8. Quando tens dificuldades a que recorres, (que materiais, que pessoas, ...)?

Questões introdutórias:

1. Quando se fala de uma parábola, o que te ocorre?
2. Quando se fala de uma função quadrática, o que te ocorre?
3. Qual a diferença entre parábola e função quadrática?

Anexo 4 – Tarefas individuais

Tarefa 1

18/02/2014

1. Considere a família de funções reais de variável real, definida por, $f(x) = ax^2, a \neq 0$.

Faz o estudo da função $f(x)$.

$f(x) = ax^2$	$a > 0$	$a < 0$
Representação gráfica.		
Domínio:		
Contradomínio:		
Zeros:		
Sinal:		
Monotonia:		
Eixo de simetria:		
Extremos:		
Vértice:		

Qual o efeito na representação gráfica da função f , o parâmetro a ser maior que 1. ($a > 1$).

2. Considere a família de funções reais de variável real, definida por, $g(x) = x^2 + k$.

Faz o estudo da função $g(x)$.

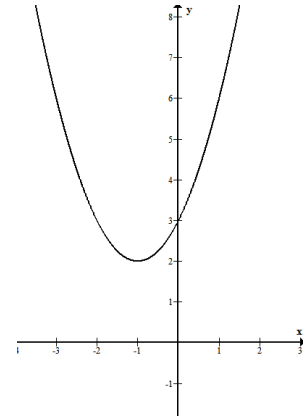
$g(x) = x^2 + k$	$k > 0$	$k < 0$
Representação gráfica.		
Domínio:		
Contradomínio:		
Zeros:		
Sinal:		
Monotonia:		
Eixo de simetria:		
Extremos:		
Vértice:		

Tarefa 2

19/02/2014

1. No referencial da figura está representada uma função f , real de variável real, da família de funções, $f(x) = a(x - h)^2 + k, a \neq 0$.

Atendendo aos dados da figura, determina uma expressão que defina a função f .



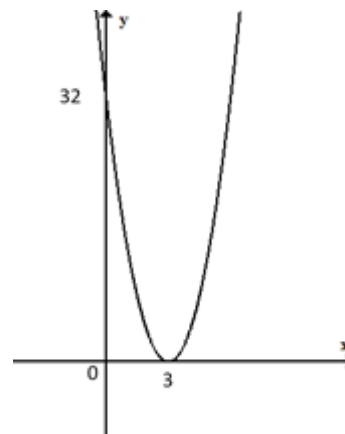
2. Considera a função quadrática, definida pela expressão: $g(x) = 3x^2 + 12x + 13$.
- Indica o domínio da função.
 - Determina as coordenadas do vértice da função.
 - Escreve a função na forma $g(x) = a(x - h)^2 + k$.
 - Indica o contradomínio da função.
 - Escreve uma equação do eixo de simetria da função.
 - Representa graficamente a função $g(x)$.

Tarefa 3

20/02/2014

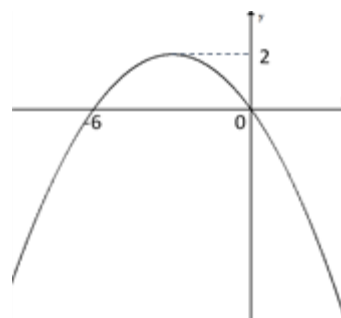
1. Considera a função f representada graficamente na figura.

- Indica o domínio da função.
- Indica as coordenadas do ponto onde $f(x) = 0$.
- Indica a ordenada da abscissa $x = 6$.
- Indica o ponto de interseção da função com o eixo Oy .
- Indica o intervalo em que a função é crescente.
- Escreve a função na forma $f(x) = a(x - h)^2 + k$.



2. Considera a função g representada graficamente na figura.

- Indica o contradomínio da função.
- Indica os zeros da função.
- Escreve uma equação do eixo de simetria.
- Indica o vértice da parábola.
- Indica sob a forma de intervalo os valores de x para os quais a função é negativa.
- Escreve na forma $g(x) = a(x - h)^2 + k$, a expressão da função representada no gráfico. Simplifica a expressão encontrada.

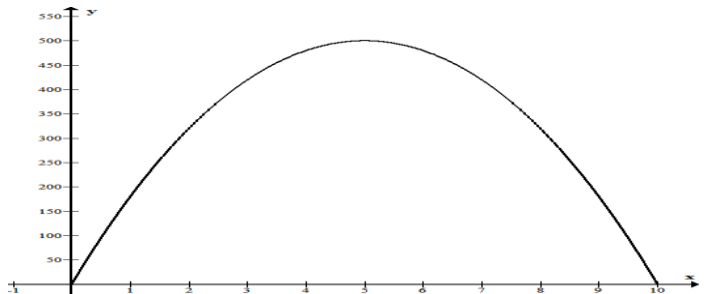


Tarefa 4

25/02/2014

Um balão meteorológico foi lançado do alto de uma montanha. A partir do momento do lançamento, a sua altitude a (em metros) evolui com o tempo (em horas), de acordo com a função: $A(t) = -20t^2 + 200t + 345$

- A que altitude estava o balão quando foi lançado.
- Qual foi a altitude máxima atingida pelo balão.
- Os técnicos estavam especialmente interessados nas informações obtidas no intervalo de tempo em que o balão esteve acima dos 45 metros. Que intervalo foi esse?
- Noutro lançamento do mesmo balão, o gráfico da função altitude obtido foi o da figura. Descreva as características desse lançamento?



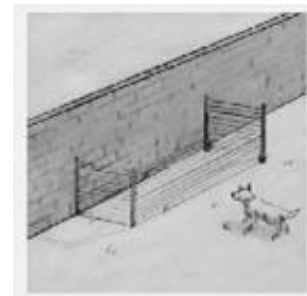
Tarefa 5

26/02/2014

1. Observa a figura seguinte:

O Sr. Joaquim tem 100 metros de rede e pretende utilizá-la para construir uma vedação com a forma retangular.

Um dos lados do retângulo dispensa a utilização de rede., uma vez que tem como suporte um muro como se mostra na figura.



- a) Mostra que a área, em m^2 , do terreno vedado é dada, em função de x , por:

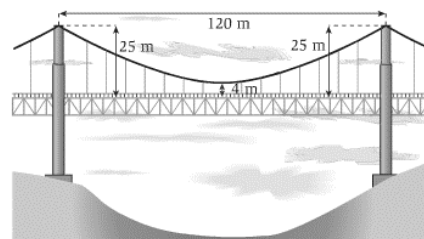
$$A(x) = -2x^2 + 100x$$

- b) Determina o domínio da função $A(x)$ no contexto do problema.
- c) Determina as dimensões do terreno vedado de forma que a sua área seja máxima. Determina essa área.

2. A figura ilustra um arco parabólico colocado sobre o tabuleiro de uma ponte.

O arco é suportado por dois pilares com 25 m de altura acima do tabuleiro, que distam 120 m um do outro.

O vértice do arco dista 4 m do tabuleiro da ponte.



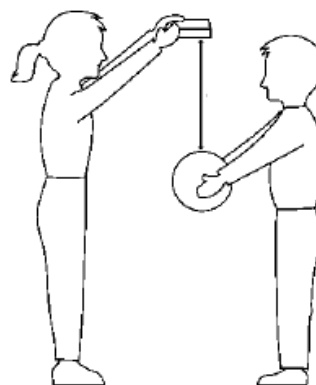
- a) Considerando um referencial adequado, escreve uma expressão analítica na forma, $f(x) = ax^2 + bx + c$, para a função cujo gráfico possa ser o arco representado na figura.
- b) Elabora uma representação gráfica da situação descrita, tendo em atenção o domínio e o contradomínio.

Anexo 5 – Tarefa de modelação – a bola a saltar

Matemática 10º Ano**Turma CT1 27/02/2014****Tarefa de modelação****Atividade - A bola a saltar****Objetivo:**

O objetivo desta atividade é complementar o estudo da representação gráfica de funções e as suas propriedades.

Com recurso a sensores de movimento, irão desenvolver e explorar uma situação real recolhendo dados reais, relativos à distância entre a bola a saltar e o solo.


**Equipamento necessário:**

Calculadora gráfica TI-NSpire com a aplicação CBL/CBR;
sensor CBR2; cabo de ligação; bola.


PARTE A - Recolha de dados.

Processo da recolha de dados na calculadora gráfica, com o sensor CBR2.

Passo 1: Ligar a calculadora TI-NSpire ao CBR2, através do cabo de ligação;

Passo 2: Premir a tecla  , seleccionar “experiência”, “configurar sensores” e “inverter”.

Passo 3: posicionar o sensor como mostra a figura.

Passo 4: Premir a  tecla novamente, seleccionar “experiência”, “configurar sensores” e “zero”.

Passo 5: Com o cursor premir no ícone “iniciar recolha” que se encontra no canto inferior esquerdo do ecrã e deixar cair a bola para a recolha de dados.

Passo 6: Guardar os dados num ficheiro premindo na palavra “ficheiro” que se encontra no topo do ecrã.

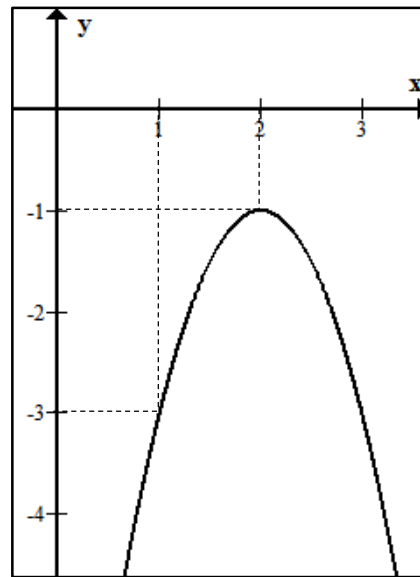
PARTE B – Exploração e modelação dos dados.

1. A partir do gráfico obtido, façam um esboço do gráfico e elaborem uma breve descrição do que representa, tendo em conta:
 - as variáveis , o domínio, o contradomínio, pontos relevantes, ...
2. Com recurso às potencialidades da calculadora obtenham na calculadora uma representação gráfica de um salto da bola.
3. Que tipo de função sugere a representação gráfica desse salto. Obtenham a expressão analítica da função obtida.
4. Formulem três questões acerca da experiência realizada.
5. Respondam às vossas questões por observação do gráfico e com recurso à calculadora.

Bom Trabalho.

Anexo 6 – Primeira folha com as quatro representações de uma função quadrática

x	$f(x)$
1,0	-3
1,5	-1,5
2,0	-1
2,5	-1,5
3,0	-3
3,5	-5,5

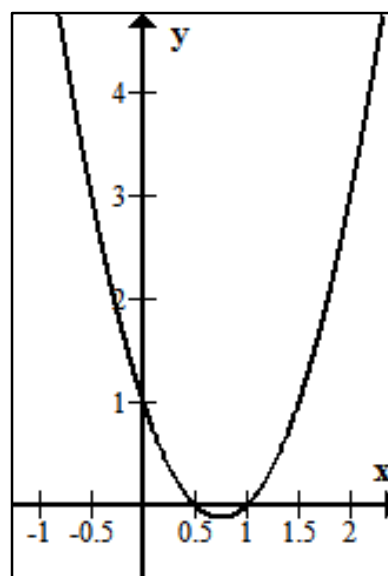


$$f(x) = -2x^2 + 8x - 9$$

Função
quadrática com vértice
(2, -1) e passa no
ponto (3, -3)

Anexo 7 – Segunda folha com as quatro representações de uma função quadrática

x	$f(x)$
-0,5	3
0	1
0,5	0
1,0	0
1,5	1
2,0	3



$$f(x) = 2x^2 - 3x + 1$$

Função quadrática que
passa nos pontos $(0,1)$,
 $(0,5; 0)$ e $(1,0)$

Anexo 8 – Guião da entrevista individual de investigação

Representações da função quadrática

Guião de entrevista

Objetivos:

Questionar e explorar os conhecimentos do aluno ao longo da tarefa das folhas de papel com quatro representações de uma função em cada uma delas, para obter informação acerca dos conhecimentos que o aluno assimilou em relação à função quadrática.

Material:

Duas folhas de papel com quatro representações diferentes da mesma função em cada uma das folhas.

Papel, lápis, máquina.

Metodologia:

Apresentar ao aluno uma folha com quatro representações da mesma função.

Pedir ao aluno para escolher uma representação da função e indicar o vértice da função.

Pedir ao aluno para dizer e justificar, conforme as respostas e dificuldades que o aluno vai apresentando, para indicar que outra informação consegue retirar dessa representação da função quadrática.

Repetir o processo com todas as representações da função quadrática presentes na folha de papel.

Fazer o mesmo processo com a segunda folha de papel com quatro representações de outra função quadrática.

A partir da primeira folha pedir ao aluno para escolher uma representação da função quadrática e fazer a passagem dessa representação da função quadrática para outra representação. Repetir o processo para outras passagens entre representações.

Questões orientadoras:

Acerca das representações da função quadrática.

- Começar pela primeira folha de papel com as quatro representações de uma função quadrática questionar:

1. Por observação de cada uma das representações da mesma função, qual a representação que escolhes para indicar o vértice da função? Justifica a tua resposta.

2. Que outra informação consegues retirar dessa representação que escolheste? Justifica a tua resposta.

A partir do vértice, explorar as respostas do aluno relativamente aos conhecimentos que tem de:

- Eixo de simetria;
 - Contra domínio;
 - Extremos;
 - Concavidade;
 - Monotonia;
 - Zeros;
 - Sinal.
- Repetir o processo para as outras representações da função quadrática presentes na primeira folha de papel.
 - Reiniciar com a segunda folha de papel todo o processo realizado com a primeira folha de papel.

Acerca da passagem entre representações da função quadrática.

- A partir da primeira folha de papel, questionar:
3. Escolhe uma representação da função e efetua a passagem dessa representação para outra representação. Justifica a tua escolha.
- Pedir várias passagens.
 - Observar e questionar quais as dificuldades encontradas.

Anexo 9 – Guião de entrevista das aprendizagens da função quadrática.

Guião de entrevista

Após as tarefas realizadas em aula, a tarefa de modelação e as tarefas de investigação.

1. Com que representação da função quadrática sentiste mais dificuldade em manipular e em compreender, no decurso da tua aprendizagem? (na representação em linguagem natural, na representação tabular, na representação algébrica, na representação gráfica).
Com qual das representações preferes trabalhar?
2. Com qual das passagens de uma representação para outra representação da função quadrática, sentiste ou sentes mais dificuldade? Com qual das passagens preferes trabalhar? Justifica.
3. Consegues resolver problemas em contexto real que consistam em aplicar a função quadrática? Com que tipo de problemas sentes mais dificuldade? Que tipo de problemas consegues compreender e resolver melhor?
4. O que achas da tarefa de modelação com sensores de movimento que realizas-te?
Achas que contribuiu para a tua aprendizagem? De que forma?
Sentes que contribuiu para a compreensão e a aplicabilidade da matemática a situações reais?

Anexo 10 – Guião da tarefa de modelação de construção de retângulos

Tarefa de Investigação

Tema: Problema matemático em contexto real e de exploração com a construção de retângulos a partir de um cordel de 1 metro de comprimento.

Objetivos: pretende-se que o aluno execute uma tarefa de exploração, propondo a resolução de um problema matemático em contexto real, com manipulação de objetos e consequente modelação de uma função quadrática.

Materiais: cordel, fita métrica, lápis, papel, máquina gráfica.

Metodologia: dar ao aluno um cordel com um metro de comprimento e pedir para responder às questões propostas na tarefa.

Questões a propor ao aluno:

1. Com um cordel, de 1 metro de comprimento, podes construir vários retângulos com medidas diferentes, sem sobrar cordel? Quantos achas que podes construir?

Justifica a tua resposta.

2. Constrói alguns retângulos com o cordel e anota os dados obtidos.
3. Determina uma representação da função que traduza as áreas dos retângulos que podes formar com o cordel?