



Projecto de Filtros Integrados g_m -C para Aplicações sem Fios

Arito Lima Melo

Dissertação para obtenção do grau de Mestre em Engenharia Electrotécnica e de Computadores.

Orientador: Professora Doutora Maria Helena Fino

Júri:

Presidente: Professor Doutor Adolfo Steiger Garção

Vogais: Professor Doutor Luís A. B. de Oliveira e Professora Doutora Maria Helena Fino



Novembro 2011

Projecto de Filtros Integrados gm-C para Aplicações sem Fios

“CopyRight” Arito Lima Melo, FCT/UNL e UNL

A Faculdade de Ciências e Tecnologias e a Universidade Nova de Lisboa tem o direito, perpétuo e sem limitações geográficas, de arquivar e divulgar esta dissertação através de exemplares impressos reproduzidos em papel ou de forma digital, ou por qualquer outro meio conhecido ou que venha a ser inventado, e de a divulgar através de repositores científicos e de admitir a sua cópia e distribuição com objectivos educacionais ou de investigação, não comerciais, desde que seja dado crédito ao autor e editor.

Dedicatória

A elaboração deste trabalho foi possível porque existem pessoas que acreditaram nas minhas capacidades e deram-me todo o apoio possível e muitas vezes o “impossível”. A essas, dedico esta tese e espero continuar a fazer por merecer a confiança e o apoio delas.

Assim, esta tese é dedicada aos meus pais, Eloisa Maria Lima Melo e Rui Benjamim de Melo, à minha querida amiga e tia Mirandolina Lima Brito e à memória do meu saudoso amigo e primo Emanuel Correia Ferrer.

Agradecimentos

Aproveito este espaço para agradecer a todas as pessoas que fizeram parte da minha vida durante este período em que estive a desenvolver este trabalho e também aqueles que fizeram parte dos anos de licenciatura.

Um especial agradecimento à professora Maria Helena Fino pela sua disponibilidade e apoio constante durante a elaboração deste trabalho.

Agradeço aos meus amigos Ildeberto Carvalho, Victor Fernandes, Sandro Veiga, aos amigos do Núcleo de Estudantes Africanos, à equipa de futebol 11 da FCT, ao professor e amigo Pedro Pereira, e ao meu grupo de amigos do curso pela troca de conhecimentos e pelos momentos de lazer vivenciados.

Aos meus familiares e em particular aos meus avós e irmãos um especial agradecimento pela importância que possuem na minha vida, lamentando o facto de muitas vezes ter estado ausente e com alguma falta de paciência que agora avante espero poder vir a recuperar.

Para finalizar, agradeço todo o apoio, compreensão, conselho e amizade recebidos da minha querida *PRINCESA*.

Resumo

Esta Dissertação descreve o trabalho na área de síntese de filtros. A necessidade de implementar filtros em altas frequências, torna aconselhável a utilização de filtros implementados com amplificadores de transcondutância (OTAs) e condensadores, vulgarmente denominados de filtros G_{m-C} .

Neste trabalho são descritas as diversas fases que constituem o projecto de filtros analógicos. Sendo posteriormente feita uma descrição das metodologias adoptadas na implementação de um ambiente desenvolvido para o projecto automático de filtros G_{m-C} . Este ambiente foi desenvolvido em Matlab e permite, uma vez fornecidas as especificações de um filtro passa baixo, obter o diagrama de blocos de um filtro G_{m-C} . De referir que se optou por implementar os filtros com base em protótipos passivos em escada, por forma a usufruir da baixa sensibilidade à variação de componentes deste tipo de filtros.

A preocupação de obter filtros para altas frequências levou à utilização de uma metodologia baseada em equações de estado, que permite a determinação de um grafo de fluxo de sinal, cujo mapeamento para os blocos G_{m-C} é imediato.

Palavras-chave: Alta Frequência, Amplificadores de Transcondutância, Filtros Analógico, Filtros passivos, Grafo de Fluxo de Sinal, Projecto Automático

Abstract

The work described in this thesis concerns the synthesis of high frequency filters. In this case filters employing transconductance amplifiers and capacitors (GM-C) are usually chosen.

In this work the several phases in the filter design are described. Then the methodologies chosen for the development of a tool dedicated to the automatic design of Gm-C filters are presented. This tool was implemented in Matlab, and gives the user the possibility for, once given the filter specifications, to obtain a block diagram of a Gm-C filter. The filter is obtained from a ladder passive prototype, to guarantee the low sensitivity to the variability of the components.

Since high frequency filters were envisaged, a methodology based on state-equations and then generation of a signal flow graph for direct mapping of the Gm-C filter, was chosen

Keywords: Analog filters, Auto Project, High Frequency, Passive filters, signal flow graph
Transconductance Amplifiers

Abreviaturas

AC	Corrente Alternada
A_{max}	Máxima variação permitida para a atenuação na banda de passagem
A_{min}	Atenuação mínima na banda de corte
AMPOP	Amplificador Operacional
AP	Passa Tudo (All Pass)
APD	Aplicação Desenvolvida
BP	Passa Banda (Band-Pass)
BR	Rejeita Banda (Band Reject)
Cauer I	Método de Cauer para Impedâncias
Cauer I	Método de Cauer para Admitâncias
EE	Espaço de Estados
Foster I	Método de Foster para Impedâncias
Foster II	Método de Foster para Admiâncias
f_p	frequência de passagem (pass) [rad/s] (ω_p)
f_s	Frequência de corte ou canto (stop) [rad/s] (ω_s)
g_{m-c}	Amplificadores Operacionais de Transcondutancia
HP	Passa Alto (High Pass)
LC-Ladder	Circuitos em forma de escada como Bobinas e Condensadores
LP	Passa Baixo (Law Pass)
OTA	Amplificadore Operacionai de Transcondutancia (Operacional Transconductance Amplifier)
SFG	Grafico de Fluxo de Sinal (Signal Flow Graph)
SS	Espaço de Estados (State Space)
UHF	Muito Altas Freqências (Ulifra High Frequencies)
VHF	Altas Freqencias (High Frequencies)
Z_{11}	Impedância de entrada do Circuito em Forma de Escada

Índice de Matérias

Dedicatória	III
Agradecimentos	V
Resumo.....	VII
Abstract	IX
Índice de Matérias	XIII
Índice de Figuras	XVII
Índice de Tabelas.....	XIX
Capítulo 1 Introdução.....	21
1.1 Motivação	21
1.2 Organização da Dissertação	22
1.3 Contribuição.....	23
Capítulo 2 Fundamentos do Projecto de Filtros	25
2.1 Introdução.....	25
2.2 Definição das Especificações e Características.....	26
2.3 Aproximação.....	28
2.4 Realização	29
2.4.1 Filtros através de Acoplamento <i>Biquadrática</i>	30
2.4.1.1 Vantagem	30
2.4.1.2 Filtros através da estrutura em escada (<i>LC-Ladder</i>).....	31
2.5 Implementação	32
2.6 Conclusão.....	33
Capítulo 3 Síntese de Protótipos em Escada	35
3.1 Introdução.....	35
3.2 Conceito de circuitos com dois portos (<i>Diporto</i>).....	36
3.2.1 Análise do circuito <i>Diporto</i>	36
3.2.2 <i>Ladder</i> com terminação dupla	38
3.2.3 Máxima transferência de potência.....	38

3.3	Síntese de Filtros.....	39
3.3.1	Síntese pelo método de <i>Foster</i>	40
3.3.1.1	Expansão de <i>Foster</i> para Impedância – <i>Foster I</i>	41
3.3.1.2	Expansão de <i>Foster</i> para Admitância – <i>Foster II</i>	43
3.3.1.3	Exemplo de Aplicação da expansão de <i>Foster</i>	45
3.3.2	Síntese pelo método de <i>Cauer</i>	49
3.3.2.1	Método de <i>Cauer</i> para Impedância - <i>Cauer I</i>	49
3.3.2.2	Método de <i>Cauer</i> para Admitância - <i>Cauer II</i>	50
3.3.2.3	Exemplo de Aplicação do método de <i>Cauer</i>	51
3.3.3	Remoção Parcial de um Pólo, deslocação do zero “ <i>Zero shifting</i> ”.....	54
3.4	Conclusão.....	58
Capítulo 4 Amplificadores Operacionais de Transcondutância (OTAs).....		59
4.1	Introdução.....	59
4.2	Amplificador Operacional de Transcondutância.....	60
4.3	Implementações de blocos com <i>OTA</i>	61
4.3.1	Amplificador não Inversor.....	61
4.3.2	Amplificador Inversor.....	62
4.3.3	Somador.....	62
4.3.4	Conversores com <i>OTA</i>	64
4.3.5	Integradores com <i>OTA</i>	68
4.4	Conclusão [10].....	70
Capítulo 5 Aplicação Desenvolvida.....		71
5.1	Introdução.....	71
5.2	Especificação.....	72
5.3	Aproximação.....	72
5.4	Impedância de Entrada.....	73
5.5	Síntese de <i>Ladder</i> Duplamente Terminada.....	76
5.5.1	Mapeamento do circuito obtido.....	76
5.5.2	Implementação da técnica de <i>shifting</i>	79
5.5.3	Síntese de <i>Cauer</i>	80
5.6	Determinação da Representação por Equações de Estados.....	83
5.6.1	Geração da matriz de admitância.....	84
5.7	Obtenção das Equações de Estados (EE).....	87
5.8	Conversão do espaço de estado para um circuito gm-C.....	92
5.9	Exemplo de Aplicação.....	94
5.10	Conclusão.....	102

Capítulo 6 Considerações Finais e Trabalhos Futuros	103
Referência Bibliográfica	104

Índice de Figuras

Figura 2.1 – Fases do projecto de um filtro.....	25
Figura 2.2 – Resposta em frequência do filtro [1]	27
Figura 2.3 – Resposta na frequência de um filtro passa baixo	28
Figura 2.4 – Processo de realização de uma Função de Transferência	29
Figura 2.5 – Circuito típico de um Ladder	31
Figura 2.6 – Técnicas de implementação de filtros activos	32
Figura 3.1 – Exemplo de um Diporto Eléctrico.....	36
Figura 3.2 – Circuito do Diporto duplamente terminado	38
Figura 3.3 – Funcionamento do método Foster	41
Figura 3.4 – Resume do funcionamento do metodo Foster I.....	41
Figura 3.5 – Remoção parcial do pólo na Origem, Foster I.....	42
Figura 3.6 – Remoção de pólo no infinito, Foster I	42
Figura 3.7 – Remoção de Par de pólos conjugados, Foster I.....	43
Figura 3.8 – Resume do funcionamento do metodo Foster II.....	43
Figura 3.9 – Remoção de pólo na origem, Foster II.....	44
Figura 3.10 – Remoção de pólo no infinito, Foster II	44
Figura 3.11 – Remoção de par de pólos conjugado, Foster II	45
Figura 3.12 – Realização da função do exemplo I como impedância	47
Figura 3.13 – Realização da função do exemplo II como admitância	48
Figura 3.14 – Resume de funcionamento do Cauer I	50
Figura 3.15 – Resume de funcionamento do Cauer II	51
Figura 3.16 – Síntese da função (3.22) através do método Cauer I.....	52
Figura 3.17 – Síntese da função através do método Cauer II	54
Figura 3.18 – Sequencia para determinar Z_{11}	55
Figura 3.19 – Síntese da função de transmissão (3.23)	58
Figura 4.1 – Amplificador Operacional de Transcondutância – OTA.....	60
Figura 4.2 – OTA com Corrente de Polarização (Bias Current).....	61
Figura 4.3 – Amplificador não Inversora	61
Figura 4.4 – Amplificador Inversor	62
Figura 4.5 – Somador implementado com OTAs.....	63
Figura 4.6 – Representação de uma Resistência Activa, usando OTA.....	64
Figura 4.7 – Resistência Flutuante Activa com OTAs.....	65

Figura 4.8 – Conversor de Impedância, usando OTA.....	66
Figura 4.9 – Esquema da impedância flutuante.....	67
Figura 4.10 – Circuito Equivalente da Impedância flutuante.....	67
Figura 4.11 – Integrador ideal com OTA.....	68
Figura 4.12 – Integrador com perdas.....	69
Figura 5.1 – Estrutura geral da Aplicação Desenvolvida.....	71
Figura 5.2 – Legenda das principais especificações de um Filtro.....	72
Figura 5.3 – Exemplo de um Script aplicando a aproximação Butterworth e respectivo resultado.....	73
Figura 5.4 – Implementação do cálculo do coeficiente reflexao e Z11.....	75
Figura 5.5 – Implementação da Estrutura de incidências.....	76
Figura 5.6 – Excerto da implementação da funça “make_Ladder”.....	77
Figura 5.7 – Exemplo de uma estrutura e o circuito equivalente.....	78
Figura 5.8 – Exemplo do resultado da síntese Ladder de um filtro de 3ª ordem.....	78
Figura 5.9 –Implementação da rotina remZero.....	79
Figura 5.10 – Implementação da técnica de deslocação do zero.....	79
Figura 5.11 – Resultado da aplicação da função make_Ladder.....	80
Figura 5.12 – Implementação da função “get_val”.....	81
Figura 5.13 – Implementação do controlo da Entrada (Z ou Y).....	82
Figura 5.14 – Script de implementação do mapeamento do circuito Ladder.....	82
Figura 5.15 – Matriz de Admitância (Análise do Circuito Ladder).....	83
Figura 5.16 – Circuito Exemplo.....	83
Figura 5.17 – Script de preenchimento da diagonal.....	84
Figura 5.18 – Implementação da matriz de admitâncias sem Bobina.....	85
Figura 5.19 – Excerto do script que introduz a contribuição da bobina.....	87
Figura 5.20 – Script de Implementação da Regra CRAMER/ determinação de iF.....	88
Figura 5.21 – Script da função “make_F”, baseada no método dos Residuos.....	89
Figura 5.22 – Implementação/Determinação das matrizes de Estado.....	90
Figura 5.23 – Integrador gm-C.....	92
Figura 5.24 – Conversão da equação de estado em SFG.....	93
Figura 5.25 – Conversão SFG para gm-c.....	93
Figura 5.26 – Sequência de procedimentos.....	95
Figura 5.27 – Circuito Ladder obtido.....	95
Figura 5.28 – Diagrama de modulos.....	98
Figura 5.29 – Diagrama Fase.....	98
Figura 5.30 – Diagrama de fluxo de sinal do exemplo IV.....	100
Figura 5.31 – Conversão do Filtro passivo para Filtro Activo gm-C.....	100

Índice de Tabelas

Tabela 2.1 – Resume das características das aproximações.....	29
Tabela 2.2 – Função de Filtragem de uma função Bi-quadrática	30
Tabela 3.1 – Resumo da característica de um Diporto	37
Tabela 5.1 – Escolha do parâmetro a sintetizar	73
Tabela 5.2 – Dados de entrada	74
Tabela 5.3 – Resultado da aplicação “get_Z11”	74
Tabela 5.4 – Legenda da Estrutura de Incidências.....	76
Tabela 5.5 – Entrada para função “make_Ladder”	80
Tabela 5.6 – Dados de entrada e saída da função “get_val”	81
Tabela 5.7 – Legenda usada na representação do SFG	99

Capítulo 1

Introdução

1.1 Motivação

Nos dias de hoje, a evolução tecnológica está normalmente associada à rápida ascensão da tecnologia digital, o que poderá levar a pensar que o estudo da tecnologia analógica já não se justifique. Entretanto a natureza foi e continua a ser analógica, daí a necessidade da continuação dos estudos das tecnologias analógicas até aos dias de hoje, pois são elas o suporte da tecnologia digital.

Os filtros de sinal são elementos fundamentais nos receptores “wireless”. A necessidade de integração dos vários blocos constituintes de um receptor num único circuito, fez com que os filtros g_m -C se tornassem extremamente populares para este tipo de aplicações.

Esta Dissertação tem como objectivo o estudo de diversas topologias de elementos g_m -C propostas na literatura, bem como o desenvolvimento de uma aplicação para o projecto automático deste tipo de filtros de sinal.

No que respeita o estudo de filtros de sinal é importante desassociar o estudo dos filtros para aplicações para *Altas e Muito altas* frequências (aplicadas em comunicações por satélite e rádio frequência em VHF e UHF) dos filtros para baixa frequências (instrumentação e áudio), pois não se consegue uma unificação das suas características para todas as aplicações.

Por este facto, neste trabalho restringe-se ao estudo aos filtros analógicos para bandas *VHF e UHF*, utilizando amplificadores de transcondutância e condensadores, frequentemente designados por filtros g_m -C.

Vários estudos relacionados com os métodos de síntese de filtros, tais como *Cascata Biquadrática, Espaço de Estados, Gyrator, Grafos de fluxo de sinal (SFG-Signal Flow Graph)*, veêm sendo publicados. Porém, nem todos são aplicáveis à implementação de filtros para *Alta e Muito Alta* frequência.

A principal motivação do trabalho desenvolvido é o estudo das soluções possíveis de implementar filtros analógicos que possam ser totalmente integradas juntamente com sistemas digitais para aplicações em alta frequência. E para tal, desenvolveu-se uma aplicação, que dadas as especificações do filtro permite proceder à síntese de um filtro activo g_m -C.

.O caso em estudo pode ser descrito como “Filtros analógicos para alta frequência”, e devido as suas características, a sintetização será obtida através de métodos que permitam obter circuitos em forma de escada, que nada mais são do que *dipostos* eléctricos duplamente terminados. Assim sendo após a obtenção da função de transferência, determina-se a função que para além de estar relacionada com a função de transferência, possui também as características de máxima transferência de potência da entrada para saída. Essa impedância é designada por impedância de entrada do *diposto* (Z_{11}) e a sua determinação constitui o segundo passo efectuado pela aplicação desenvolvida.

Determinado a impedância Z_{11} , o passo seguinte destina-se à obtenção do circuito em forma de escada (*Ladder*) duplamente terminada. Assim sendo obtém-se o circuito do filtro passivo.

Com vista à obtenção do filtro activo constituído por amplificadores de transcondutância e condensadores, aplicam-se métodos que permitirão obter de uma forma simples o mapeamento do circuito passivo para o circuito activo, e assim obter o filtro g_m -C.

1.2 Organização da Dissertação

Esta dissertação é constituída por seis capítulos. No primeiro capítulo é fornecida uma introdução do trabalho realizado, a motivação, a estrutura da dissertação e, por último, a sua contribuição científica.

O segundo capítulo descreve os fundamentos teóricos associados ao estudo dos filtros, desde as funções de filtragem, às técnicas de aproximação e à implementação de filtros com base em filtros em escada.

O terceiro capítulo aborda de forma detalhada as fases de implementação com vista à determinação do protótipo em forma de escada.

O quarto capítulo descreve de forma sintetizada os filtros g_m -C para altas frequências. Começando pela teoria dos amplificadores de transcondutância (*OTAs*), passando pela análise dos blocos constituídos por *OTAs* e terminando com as vantagens da sua utilização em alta frequência.

O capítulo quinto aborda todos os passos do desenvolvimento da aplicação. Neste capítulo descrevem-se as explicações e razões de cada método utilizado e as suas implementações utilizando o *MATLAB*. E para finalizar encontra-se um exemplo de um filtro activo obtido através da aplicação desenvolvida.

No sexto e último capítulo desta dissertação, encontram-se as conclusões e trabalhos futuros que podem ser desenvolvidos no seguimento deste.

1.3 Contribuição

A aplicação desenvolvida constitui uma ferramenta computacional que permite a obtenção de filtros analógicos activos a partir das especificações pretendidas.

A contribuição deste trabalho consiste no desenvolvimento de um ambiente para projecto automático de filtros analógicos.

Neste ambiente considera-se o projecto de filtros activos tendo por base um filtro eléctrico de estrutura em escada.

Na presente aplicação foi desenvolvida um módulo que permite fazer o mapeamento automático do protótipo passivo em escada num filtro g_m -C. Nesta aplicação o mapeamento é feito tendo por base a obtenção das equações de estado.

Deste modo a aplicação pode ser facilmente adaptada a outro tipo de filtro activo, bastando para tal, desenvolver as rotinas que façam o mapeamento das funções intermédias para a metodologia desejada.

Capítulo 2

Fundamentos do Projecto de Filtros

2.1 Introdução

A teoria dos filtros abrange uma série de conceitos teóricos e matemáticos que não poderão ser tratadas no contexto deste trabalho, sendo apenas abordados alguns tópicos introdutórios e essenciais no sentido de oferecer alguma base teórica de sustentação ao desenvolvimento deste projecto.

Este capítulo abordará as questões relacionadas com as fases que integram o projecto de filtros. Estas fases estão ilustradas na Figura 2.1. A primeira etapa designada “Aproximação” consiste em transformar as especificações do filtro numa função de transferência. Tendo a função de transferências existem várias formas de a sintetizar, que será o resultado do bloco designado de “Realização”. Finalmente, na fase de implementação, será obtido o circuito cujo funcionamento obedece às especificações dadas.

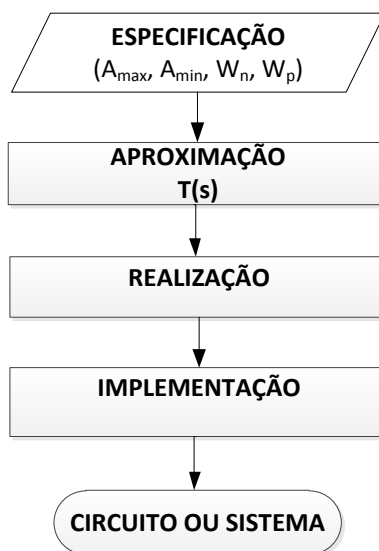


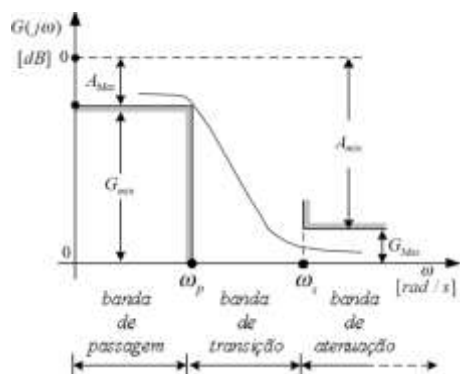
Figura 2.1 – Fases do projecto de um filtro

Neste capítulo encontrar-se-á uma primeira secção introdutória de suporte à teoria dos filtros em geral, sendo posteriormente abordadas as várias formas de aproximação. Na secção 3 considerar-se-á a fase e implementação, as suas características assim como as vantagens e desvantagens de cada uma das opções.

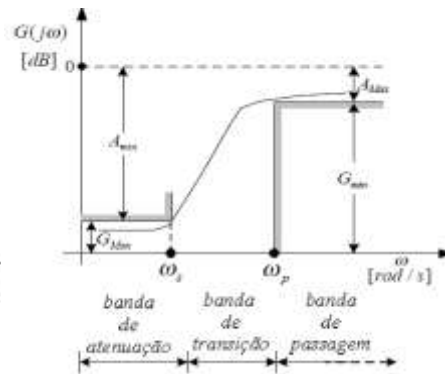
2.2 Definição das Especificações e Características

A definição das especificações de um filtro depende fundamentalmente da função de filtragem que se pretende obter. De acordo com a função de filtragem podemos classificar os filtros como, Passa Baixo (*Low Pass - LP*), Passa Alto (*High Pass - HP*), Rejeita Banda (*Band Reject - BR*), Passa Tudo (*All Pass - AP*), Passa Banda (*Band-Pass - BP*). Podemos observar a resposta em frequência de cada função de filtragem, na Figura 2.2. Nesta figura representa-se à esquerda o diagrama referente ao comportamento do ganho e à direita o comportamento da fase.

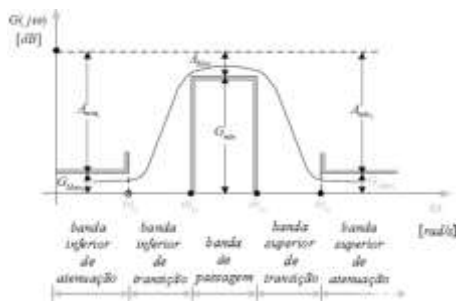
O projecto de filtros é normalmente efectuado com base num protótipo Passa Baixo normalizado, sendo posteriormente aplicadas transformações na frequência de modo a obter a função de filtragem desejada. Deste modo será dada particular atenção aos filtros Passa Baixo. A resposta em amplitude dos filtros passa baixo é caracterizada por três bandas de frequência, a saber: banda de passagem, transição e corte, como se ilustra na Figura 2.2 a). Na Banda de Passagem a amplitude do sinal de entrada praticamente não é alterada pelo filtro. Existe uma zona de transição, limitada pelo intervalo de frequências compreendidas entre a banda de passagem e a de corte, que idealmente deveria ser o mais estreita possível. A terceira zona é designada por zona de atenuação, identificada como a banda de frequência do sinal de entrada em que a amplitude o sinal é reduzido pelo filtro. Ainda na mesma figura pode se observar, as principais especificações de um filtro, a máxima variação permitida para a atenuação na banda de passagem (A_{max}), a atenuação mínima na banda de corte (A_{min}), a frequência de corte ou canto (stop) [rad/s] (ω_s) e frequência de passagem (pass) [rad/s] (ω_p).



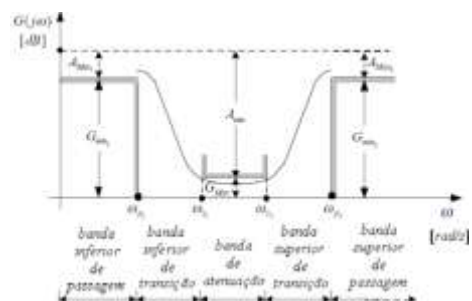
a) Filtro Passa Baixa



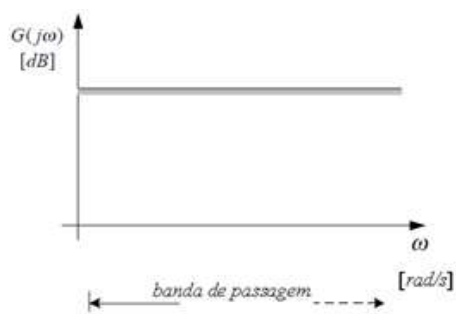
b) Filtro Passa Alto



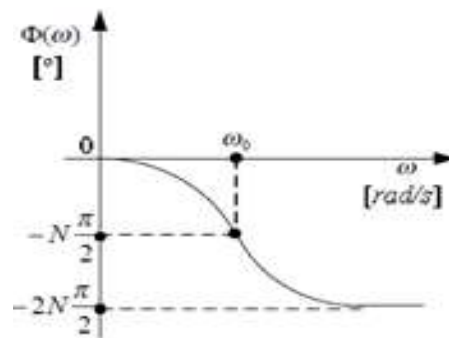
c) Filtro Passa Banda



d) Rejeita Banda



e) Filtro de Desvio de Fase



f) Filtro de Desvio de Fase

Figura 2.2 – Resposta em frequência do filtro [1]

2.3 Aproximação

Fornecidas as especificações pretendidas para o filtro a projectar a fase seguinte consiste em traduzir essas especificações numa expressão matemática que representará a função de transferência do filtro. Entretanto estas funções apresentam algumas limitações, tais como, atenuação na amplitude do sinal na zona de passagem (A_{max}), uma atenuação mínima (A_{min}) na zona de corte e ou uma constante atraso do sinal na zona de passagem. Para minimizar estas limitações, utilizam-se algumas técnicas de representar estas funções através das especificações pré-estabelecidas designadas por técnicas de aproximação. As funções mais utilizadas são as de *Butterworth*, *Chebyshev*, *Bessel* e *Elíptica*.

Na Figura 2.3 pode-se observar a resposta na frequência de um filtro Passa Baixo, usando as aproximações acima referidas [2].

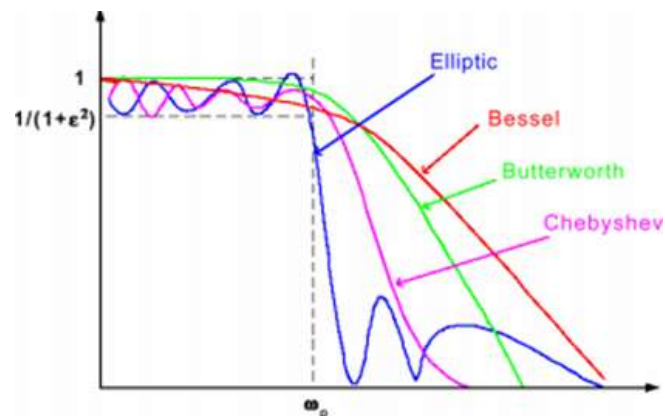


Figura 2.3 – Resposta na frequência de um filtro passa baixo[1]

A aproximação *Butterworth* é caracterizada pela simplicidade, restringindo assim a sua aplicação a situações em que as características de filtragem não sejam muito exigentes.

Na aproximação *Chebyshev*, a admissão de um erro na banda de passagem ou de corte, contribui para a diminuição da ordem do filtro, em comparação com a aproximação *Butterworth* para as mesmas especificações, tornando assim mais eficiente.

A aproximação Elíptica é aquela que apresenta uma ondulação constante nas bandas de passagem e de corte.

Em comparação com as duas primeiras aproximações a Elíptica é aquela que possui uma maior performance, tanto a nível espectral como transitório, principalmente na característica de corte que é efectuada mais abruptamente. Para além de a sua sintetização resultar em circuitos com menos componentes e conseqüentemente menor custo e ainda de se serem mais fáceis de sintonizar [3]. A escolha da aproximação a ser utilizada depende essencialmente da aplicação a que destina o filtro.

Resumidamente apresenta-se na Tabela 2.1 as diferenças entre as aproximações, tendo como base a banda de passagem, banda de corte, declive de transição/banda transição e a resposta ao degrau [4].

Tabela 2.1 – Resume das características das aproximações [4]

Tipo de Filtro	Banda de Passagem	Banda de Corte	Declive de Transição	Resposta ao Degrau
<i>Butterworth</i>	Plana	Não Ondulada	Bom	Boa
<i>Chebyshev</i>	Ondulada	Não Ondulada	Muito Bom	Má
<i>Chebyshev inverso</i>	Plana	Ondulada	Muito Bom	Boa
<i>Elíptica</i>	Ondulada	Ondulada	O Melhor	Má
<i>Bessel</i>	Plana	Não Ondulada	Mau	Melhor

2.4 Realização

De acordo com a Figura 2.1, a segunda fase de um projecto de filtros designa-se por “Realização”. A fase de realização tem como objectivo encontrar um circuito cuja função de transferência corresponde à que se obteve na fase de aproximação.

A realização de uma determinada função de transferência consiste, fundamentalmente na escolha de uma topologia de circuito capaz de implementar a função pretendida e subsequente dimensionamento do circuito. Como se verifica na Figura 2.4 existem, duas alternativas para a escolha da topologia, a saber, topologia em escada ou por acoplamento de secções de primeira ordem e ou de segunda ordem.

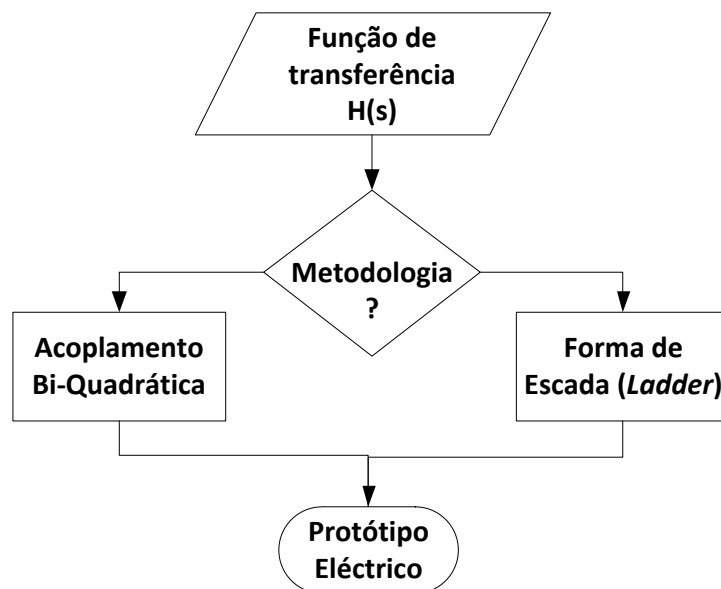


Figura 2.4 – Processo de realização de uma Função de Transferência

2.4.1 Filtros através de Acoplamento *Biquadrática*

É o método de realização de uma função de transferência acoplando dois ou mais blocos de primeira ou segunda ordem para obter filtros de maior ordem. Por blocos entende-se protótipos de filtros de primeira e ou segunda ordem. No caso particular em que a função de transferência possui apenas pólos reais o filtro pode ser implementado apenas por acoplamento de secções de primeira ordem. Por outro lado, se existirem pares de pólos complexos conjugados, torna-se necessária a utilização de secções de segunda ordem vulgarmente denominados de "Secções *Biquadráticas*" e, no caso de filtro de ordem ímpar mais uma secção de primeira ordem. Uma função *biquadrática* poderá ser implementada pela interligação de um integrador invertido com perdas e um integrador sem perdas. A equação que representa genericamente uma *biquadrática* é:

$$T(s) = \kappa \frac{a_2 s^2 + a_1 s + a_0}{s^2 + s \frac{\omega_0}{Q_p} + \omega_0^2} \quad (2.1)$$

Onde os responsáveis pela definição das funções do filtro são as constantes (a_0 , a_1 e a_2), como se verifica na Tabela 2.2.

Tabela 2.2 – Função de Filtragem de uma função Bi-quadrática

Constante	Função de Filtragem
$a_2 = a_1 = 0$	Passa-Baixo
$a_1 = a_0 = 0$	Passa-Alto
$a_2 = a_0 = 0$	Passa-Banda
$a_1 = 0$	Rejeita-Banda

2.4.1.1 Vantagem

A grande vantagem deste método é a simplicidade de implementação e também o facto de manter-se estável em alta frequência. Por outro lado a utilização de conexão entre blocos origina o efeito de carga de um bloco para outro. Pode-se minimizar este efeito, calculando a capacidade de entrada do próximo bloco e ter este valor em consideração durante a análise e ou dimensionamento do circuito. Apresenta, no entanto, a limitação de ser muito mais sensível à variação dos componentes, em comparação com a estrutura em escada [5].

2.4.1.2 Filtros através da estrutura em escada (*LC-Ladder*)

Uma das principais topologias usadas na síntese de filtros passivos é designada por topologia em forma de escada (*Ladder*). É definida como uma estrutura planar, pois é constituído por uma sequência de ramos serie/paralelo e ou paralelo/serie, como ilustra a Figura 2.5.

A vantagem na utilização dessa topologia é imensa, pois, é aquela que possui as melhores características para implementação de filtros analógicos para altas frequências e a sua total integração. Essas características são, elevado factor de qualidade e a baixa sensibilidade da função transferência relativamente à variação dos componentes. No caso das frequências elevadas estes tipos de filtros permitem atenuar os efeitos parasitas que surgem das ligações entre secções *biquadráticas*.

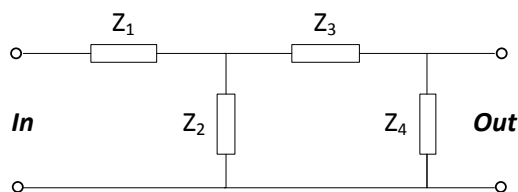


Figura 2.5 – Circuito típico de um *Ladder* [3]

Para obtenção do circuito *Ladder*, pode-se utilizar dois métodos de síntese, o *Foster* e ou o *Cauer*, que serão abordados no capítulo três. No capítulo cinco apresentam-se as rotinas desenvolvidas para obtenção desta topologia em *Matlab*. A estrutura *LC-Ladder* constitui a base deste projecto, pelo que será abordada nos próximos capítulos.

2.5 Implementação

A fase dos projectos de filtros que consistem em transformar os protótipos LC passivos em filtros Activos, designa-se por “Implementação”. Consiste, fundamentalmente, na substituição do circuito RLC por *AMPOPs-RC*, *G_m-C* e ou Condensadores comutados. As opções de implementação possíveis para a transformação dos filtros passivos em activos representam-se na Figura 2.6.

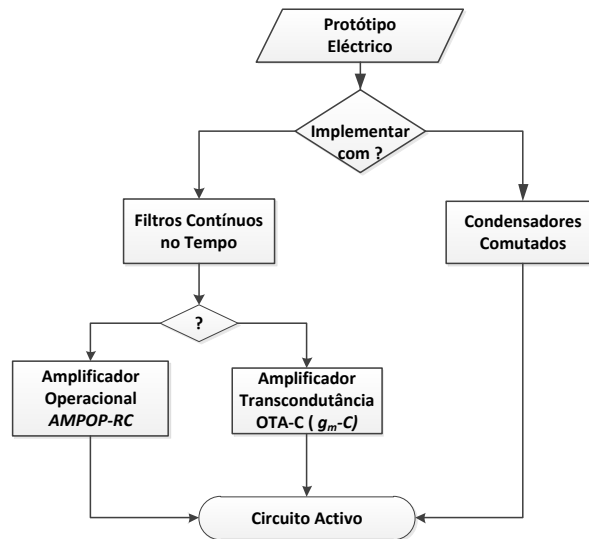


Figura 2.6 – Técnicas de implementação de filtros activos

Os filtros contínuos no tempo possuem vantagem relativamente aos outros, nas questões relacionadas com a velocidade e a dissipação de potência. Enquanto o maior inconveniente dos filtros de amostragem de dados, i.e. de condensadores comutados reside no controlo do tempo de amostragem, agravado em situações de alta frequência [2].

2.6 Conclusão

A complexidade na implementação do filtro aumenta com o aumento da ordem do mesmo, porém quando maior a ordem o filtro aproxima-se das características de um filtro real.

Neste capítulo fez-se uma breve descrição das técnicas de aproximação. Um estudo teórico mais aprofundado das técnicas de aproximação, vai muito além do objectivo deste projecto pelo que se deve consultar as bibliografias que tratam desse tema fulcral nos projectos de filtros.

Os circuitos recorrendo a amplificadores implementam qualquer uma das aproximações, porem dependente da aplicação, pode se usar os *Ampops* ou transdutores. No presente caso, usar-se-á a segunda opção pelo facto de ser aquela que melhor responde as características necessárias para sistemas em alta frequência. No mesmo sentido a topologia a ser utilizada será a topologia em escada em detrimento da cascata.

O método de cascata seja muito popular quando se trata de filtros de ordem elevada, devido a ser uma estrutura fácil de modular, de implementação simples e ainda fácil de sincronização, mas revela-se sensível às variações dos componentes.

Enquanto a topologia *Ladder* apresenta-se como sendo aquela que possui as melhores características para implementação de filtros analógicos para altas frequências e a total integração num circuito impresso. As principais características são, o seu elevado factor de qualidade, a baixa sensibilidade da função transferência relativamente à variação dos componentes. A transformação de filtros passivos em activos permite, a eliminação da bobina o que permite obter filtros de menores dimensões, filtros estáveis em circuito Integrados, maior largura banda, ganho em Potência e são mais fáceis de Sintonizar.

Neste trabalho são considerados filtros gm-C. Este tipo de filtros constitui uma boa solução comparada com os tradicionais filtros RC activos, uma vez que os *Ampops* apresentam limitações na largura de banda.

Neste trabalho a transformação do protótipo LC em escada duplamente terminada para filtros g_m -C será realizada por utilização de uma metodologia baseada em equações de estado. Esta metodologia será abordada no quinto capítulo.

Capítulo 3

Síntese de Protótipos em Escada

3.1 Introdução

De acordo com as fases do projecto referido no segundo capítulo, após a obtenção da função de transferência, através das características do filtro pretendido, o passo seguinte será escolher a melhor forma de a implementar, de modo a representá-la, isto é, desenhar o circuito eléctrico capaz de executar a função de transferência. Este passo é denominado por síntese.

Este capítulo consiste na descrição detalhada da fase de síntese com vista à determinação do filtro com a estrutura em escada (*Ladder*), demonstrando as técnicas existentes para encontrar um ou mais circuitos que implementam uma função de transferência. Serão apresentadas algumas técnicas de síntese, descrevendo-as e exemplificando os passos necessários à obtenção de um circuito.

Começa-se por enquadrar a necessidade em abordar o conceito e as características dos *Dipolos* eléctricos neste contexto. De seguida, aborda-se a teoria e a razão da escolha da topologia *Ladder*.

As técnicas de síntese a serem abordadas, designam-se por *Foster* e *Cauer* e são realizações canónicas, destinadas a encontrar um circuito com o mínimo de componentes que representam a função. O circuito encontrado não é o único possível de representar a função. Por essa razão serão apresentados alguns métodos e tópicos normalmente tidos em conta na escolha do circuito a ser implementado.

Algumas explicações serão acompanhadas de exemplos de forma a ajudar na sua compreensão.

Também, sempre que seja aplicável, após a demonstração dos conceitos será feita uma ponte entre estes e o projecto desenvolvido.

Finalmente será apresentado um exemplo, partindo da função de transferência e finalizando com o circuito em topologia *Ladder*.

Para uma análise detalhada sugere-se a leitura da tese referenciada como [3].

3.2 Conceito de circuitos com dois portos (*Diporto*)

Uma vez que a topologia a ser implementada neste projecto é a topologia *Ladder* duplamente terminada, torna-se necessário a abordagem do conceito de *Diporto*, para uma melhor compreensão da análise dos circuitos com esta topologia.

Diporto é um circuito eléctrico composto por quatro terminais, agrupados em par de dois situados em dois pontos de acesso designados por portos. Estes pontos de acesso constituem o elo de ligação do circuito com o exterior. A combinação das várias topologias, serie, paralelo, misto e ou cascata, permitem obter característica do *Diporto* através de matrizes e assim obter parâmetros, como ganho tensão e corrente e ainda impedância de entrada e saída.

Na Figura 3.1, apresenta-se o exemplo de um *Diporto*, sendo posteriormente apresentadas as suas características matriciais através de impedância e admitância. Porem é de salientar ainda a possibilidade de obter as características através de os parâmetros h e g assim como as matrizes de transmissão.

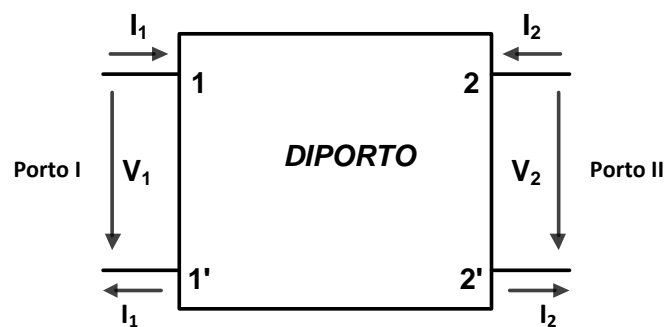


Figura 3.1 – Exemplo de um *Diporto* Eléctrico [3]

3.2.1 Análise do circuito *Diporto*

A seguir apresenta-se a relação entre os dois portos, através de quatro coeficientes disposta numa matriz que poderá ser observada na Tabela 3.1 – Resumo da característica de um *Diporto* O circuito é representado em forma de matriz, cujos elementos são variáveis dependentes e independentes nos portos. Para o projecto utilizaram-se os parâmetros Z, e em particular a impedância de entrada do *Diporto*, que será posteriormente analisada.

Considerando as correntes I_1 e I_2 como variáveis independentes do *Diporto*, definem-se os parâmetros Z e a matriz de impedância em circuito aberto, da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{12} & Z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

Em que:

$$Z_{11} = \frac{V_1}{I_1}; I_2 = 0 \quad (3.2)$$

$$Z_{12} = \frac{V_1}{I_2}; I_1 = 0 \quad (3.3)$$

$$Z_{21} = \frac{V_2}{I_1}; I_2 = 0 \quad (3.4)$$

$$Z_{22} = \frac{V_2}{I_2}; I_1 = 0 \quad (3.5)$$

A tabela seguinte apresenta o resumo das várias formas de caracterização do *Diporto*, identificando de forma separada a variável independente e dependente, o tipo de parâmetro e por fim a matriz característica.

Tabela 3.1 – Resumo da característica de um Diporto [3]

Tipo de Parâmetro	Variáveis		Matriz Característica
	Dependentes	Independentes	
Z	V_1, V_2	I_1, I_2	$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{12} & Z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$
Y	I_1, I_2	V_1, V_2	$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{12} & Y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$
Transmissão (T)	V_1, I_1	V_2, I_2	$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix}$

3.2.2 Ladder com terminação dupla

Os circuitos em escada duplamente terminados podem ser representados recorrendo ao conceito *Diporto* como se ilustra na Figura 3.2. Nesta figura o sub-circuito composto por V_s e R_s constituem o equivalente de *Thévenin* do circuito que liga ao porto 1 e a resistência R_L representa a carga, ou seja, a impedância de entrada do circuito que liga ao porto 2. Uma das características mais importantes dos filtros em topologia *Ladder*, advêm do facto de o desempenho do filtro ser avaliado tendo por base a relação entre a quantidade de energia fornecida à carga e a potência máxima gerada pela fonte.

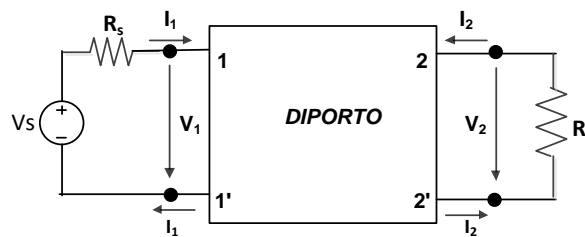


Figura 3.2 – Circuito do *Diporto* duplamente terminado [3]

3.2.3 Máxima transferência de potência

Para que a máxima potência possa ser entregue à carga, deve existir uma ligação entre a impedância de entrada e a de carga. Por exemplo, no caso das duas impedâncias serem representadas por resistências iguais, garante-se que a máxima potência é entregue à carga. Caso em que as resistências sejam diferentes, atinge-se o objectivo da potência máxima utilizando um transformador ideal [6].

a) Potência máxima gerada pela fonte

$$P_{max} = \frac{|V_s|^2}{4R_s} \quad (3.6)$$

b) Potência máxima enviada à carga

$$P_L = \frac{|V_2|^2}{R_2} \quad (3.7)$$

3.3 Síntese de Filtros

Normalmente pensa-se na função de transferência, a relação entre a saída e a entrada, porém em certos casos a sua sintetização é tão complexa, que exige muito conhecimento e alguns recursos matemáticos avançados e que não são de fácil implementação a nível de código.

Por isso, será abordado algumas técnicas de obter funções que com menos dados conseguem representar a função de transferência.

A equação seguinte representa o coeficiente de transmissão [6], utilizando as equações (3.6) e (3.7), obtém-se:

$$|t(s)|^2 = \frac{P_L}{P_{max}} = \frac{4R_s}{R_2} \left| \frac{V_2}{V_s} \right|^2 \quad (3.8)$$

Para que possa existir uma transmissão total de potência, o módulo de $t(s)$ terá de ser aproximadamente unitário. Isto é, nas zonas de passa banda e zero nas zonas de para banda.

Nesta fase introduz-se uma nova função, que será útil na determinação da impedância de entrada, denomina de coeficiente de reflexão.

A sua definição matemática é:

$$|\rho(s)|^2 = 1 - |t(s)|^2 \quad (3.9)$$

Por definição, a impedância de entrada é dada por:

$$Z_{11} = R_{11} + jX_{11} \quad (3.10)$$

Reescrevendo Z_{11} através do coeficiente de reflexão tem-se:

$$Z_{11} = R_1 \frac{1 \pm \rho(s)}{1 \mp \rho(s)} \quad (3.11)$$

Esta função permite relacionar o parâmetro Z_{11} do *Diporto* com a função de transferência do filtro que se pretende implementar.

Nas subsecções seguintes descrevem-se duas metodologias (método de *Foster* e *Cauer*) de implementação da função Z_{11} . Por questão de simplicidade, a função a implementar será genericamente representada por $F(s)$. A síntese de *Foster* e ou *Cauer* usam funções positivas e sem perdas. Estas propriedades serão tomadas garantido em todos os procedimentos futuros.

3.3.1 Síntese pelo método de Foster

Esta técnica é utilizada para encontrar um circuito eléctrico que executa uma função, expandindo esta função em fracções parciais, isto é, removendo parcialmente cada pólo na origem, no infinito e ou pares pólos finitos complexos conjugados. O circuito obtido, será composto por bobinas e condensadores, designado por circuito LC. Na Figura 3.3, apresenta-se o diagrama demonstrativo do funcionamento do método.

Uma função sem perdas pode ser descrita como na equação (3.12), de salientar que $F(s)$ pode ser uma impedância ou uma admitância (*Imitância*):

$$F(s) = \frac{K_o}{s} + K_\infty s + \sum_i \left[\frac{c_i}{s + j\omega_i} + \frac{c_i}{s - j\omega_i} \right] \quad (3.12)$$

em que K_o/s representa o pólo na origem enquanto k_∞ representa o pólo no infinito caso exista. Cada par do somatório representa o par finito de pólos finitos fora da origem [6].

Daí resulta a função designada por *Foster*, tal que:

$$F(s) = \frac{K_o}{s} + K_\infty s + \sum_i \frac{k_i s}{s^2 + \omega_i^2} \quad (3.13)$$

Onde $K_i = 2ci$,

$$K_o = sF(s); s \rightarrow 0 \quad (3.14)$$

e

$$K_\infty = \frac{F(s)}{s}; s \rightarrow \infty \quad (3.15)$$

Para tratar-se dos pólos finitos, que vêm em pares de pólos conjugado, determina-se o valor K_i , da seguinte forma:

$$K_i = \frac{s^2 + \omega_i^2}{s} F(s); s^2 \rightarrow -\omega_i^2 \quad (3.16)$$

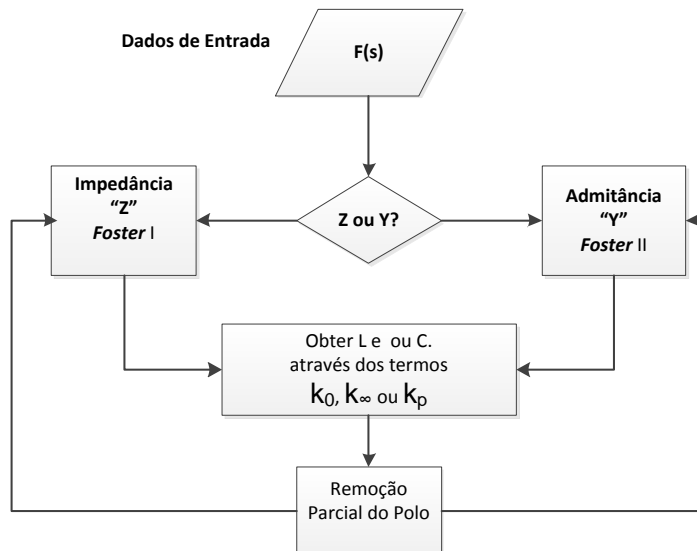


Figura 3.3 – Funcionamento do método *Foster*

3.3.1.1 Expansão de *Foster* para Impedância – *Foster I*

Consiste em remover parcialmente cada pólo, obtendo assim um circuito que descreve a função de *Foster* que neste caso é uma impedância. O circuito será formado por componentes L e ou C em série, para pólo no infinito e na origem respectivamente e ainda LC paralelo em serie com o resto da impedância por remover, para os casos de par de pólos finitos diferentes de zero.

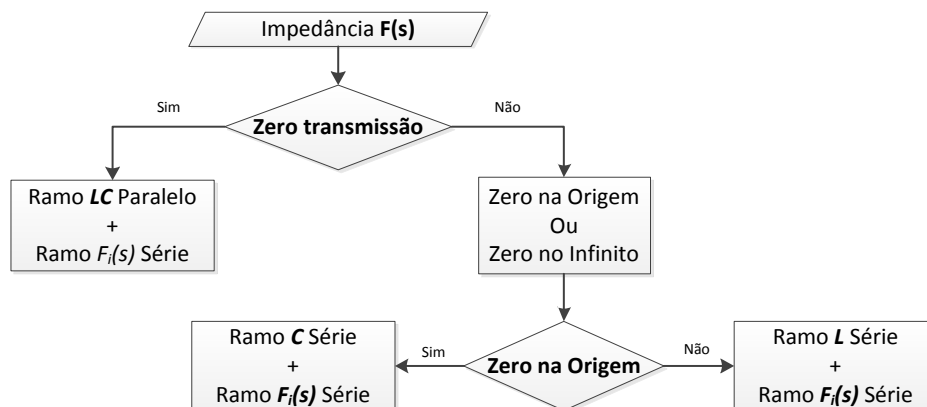


Figura 3.4 – Resume do funcionamento do metodo *Foster I*

De seguida apresenta-se a forma de obter o circuito para os três casos acima referidos, assim como a identificação dos termos utilizados.

a) Remoção de pólo na Origem

Quando se trata de uma impedância, o termo k_0/s , refere-se ao pólo na origem, e a capacidade vale $1/k_0$ (Faraday), resultando num circuito composto por um condensador em serie com a impedância resultante da remoção parcial do pólo, conforme a Figura 3.5, ilustrando como determinar o valor do termo K_0 , a remoção parcial do pólo e consequentemente a impedância restante, o valor da capacidade do condensador e por fim o circuito resultante.

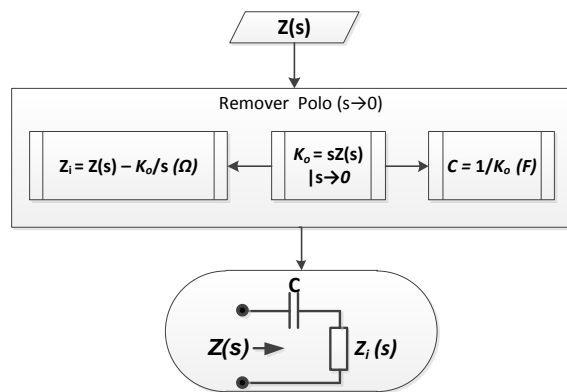


Figura 3.5 – Remoção parcial do pólo na Origem, *Foster I*

b) Remoção de pólo no Infinito

Neste caso, pretende-se remover o pólo associado ao termo em s , que corresponde a uma impedância, tal que $L = K_\infty$. O circuito obtido é composto por uma bobina em serie com a impedância resultante da remoção parcial do pólo. A Figura 3.6 ilustra os passos acima referidos, da figura pode-se observar a fórmula utilizada para determinar o termo K_∞ , a remoção do pólo e a impedância restante, o cálculo da indutância L e o ultimo bloco mostra o circuito obtido com essa técnica.

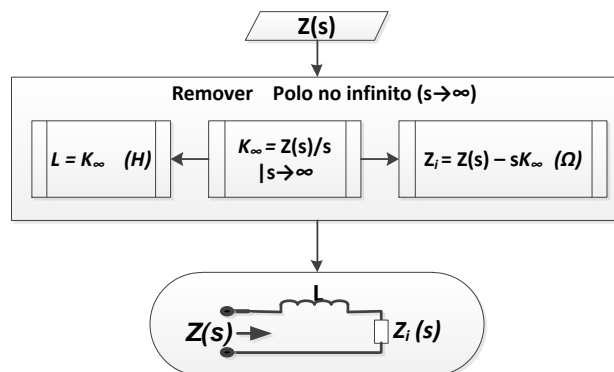


Figura 3.6 – Remoção de pólo no infinito, *Foster I*

c) Remoção de par de pólos finito

Neste caso a equação (3.12) possui um par de pólos finitos conjugados, isto é par de pólos em $j\omega_p$ e $-j\omega_p$, dando origem a um circuito LC paralelo em série com a impedância Z_i , podendo ser observado na Figura 3.7.

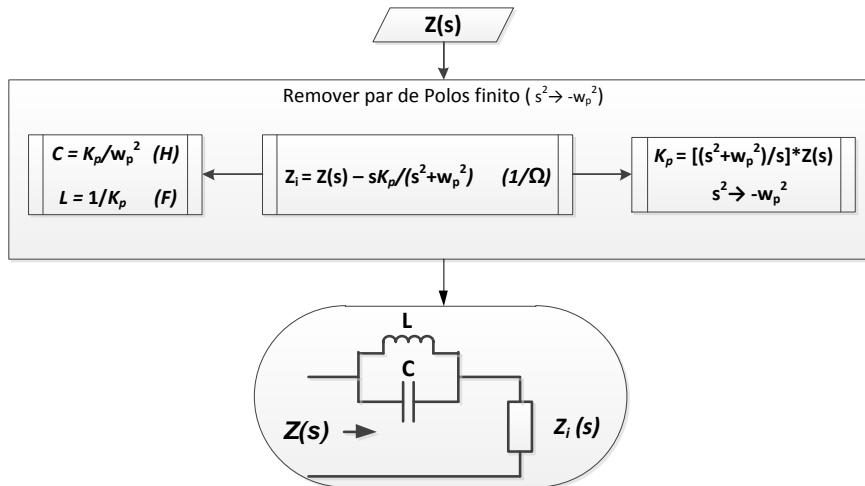


Figura 3.7 – Remoção de Par de pólos conjugados, *Foster I*

3.3.1.2 Expansão de *Foster* para Admitância – *Foster II*

Caso a função de *Foster* seja uma admitância, também poderá ser sintetizada, utilizando o método de *Foster* denominada por *Foster II*. Este método e o anterior (*Foster I*) constituem um dual de realização [3]. O resultado da aplicação desta técnica é uma bobina e ou condensador em paralelo com o resto da admitância após remoção do pólo.

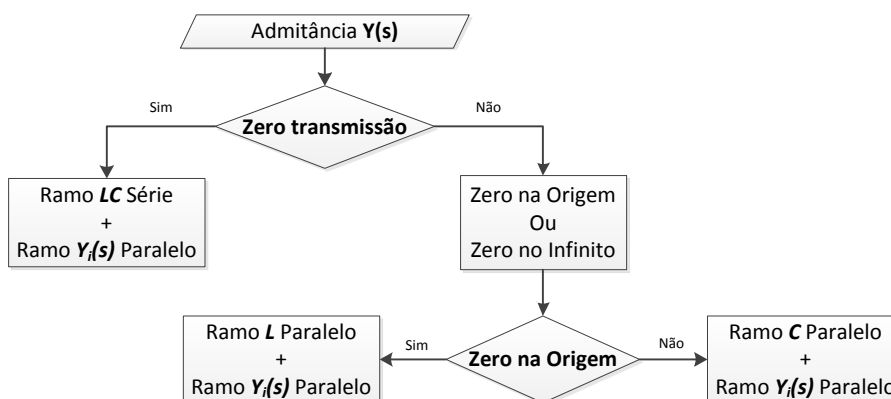


Figura 3.8 – Resume do funcionamento do metodo *Foster II*

A seguir apresenta-se o esquema com a ilustração dos passos necessários para obter as formas de sintetização.

a) Remoção de pólo na Origem

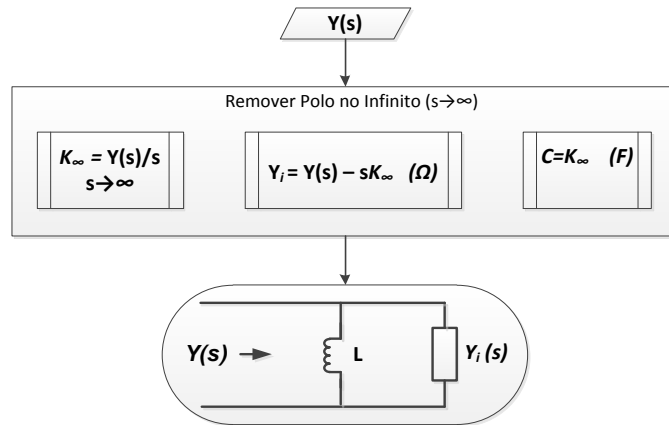


Figura 3.9 – Remoção de pólo na origem, *Foster II*

b) Remoção de pólo no Infinito

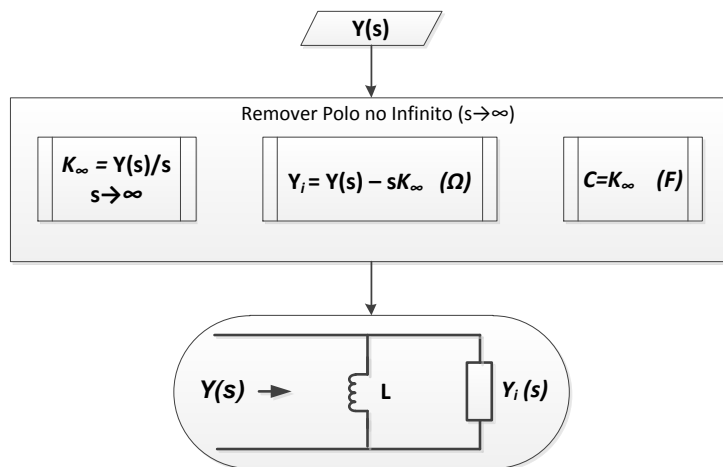


Figura 3.10 – Remoção de pólo no infinito, *Foster II*

c) Remoção de par de pólos finito

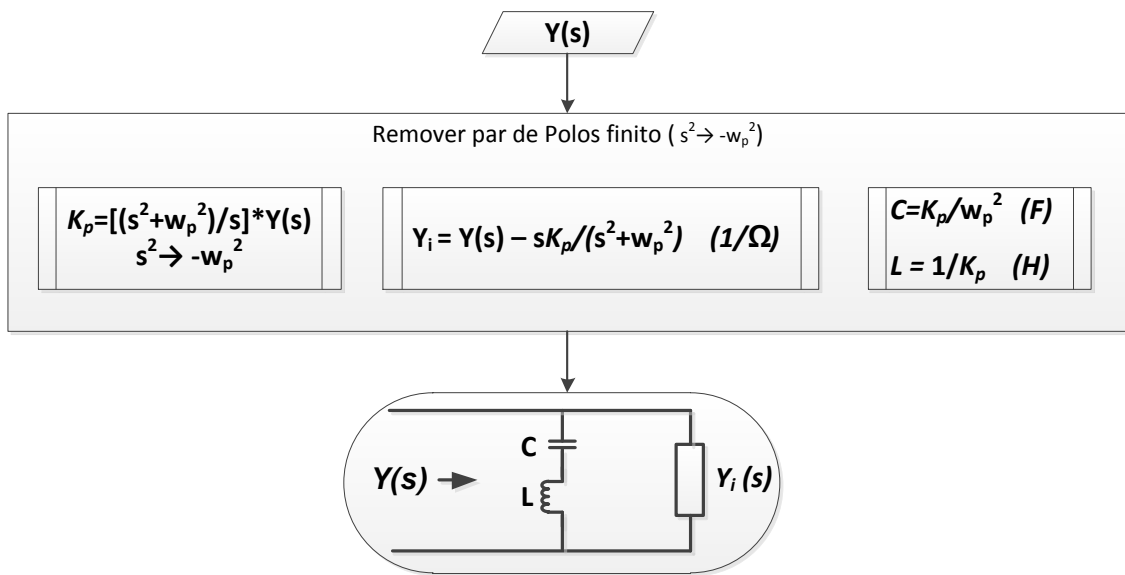


Figura 3.11 – Remoção de par de pólos conjugado, *Foster II*

3.3.1.3 Exemplo de Aplicação da expansão de *Foster*

Após a apresentação da forma de obter os coeficientes que constituem a função de *Foster*, apresenta-se um exemplo da aplicação da técnica de síntese com o mesmo nome. O exemplo que se segue, consiste na síntese de uma função sem perdas, de sexta ordem, logo a síntese terá no máximo seis componentes entre: resistências, bobinas e ou condensadores. Este exemplo pode ser encontrado na referência [6].

a) Exemplo I - Função *Foster* como Impedância (*Foster II*)

$$F(s) = \frac{s^6 + 26s^4 + 125s^2 + 100}{s^5 + 12s^3 + 20s} = Z(s) \tag{3.17}$$

➤ **Determinar K_o**

Cálculo do termo K_o , isto é, zero na origem, aplicando a expressão 3.14 à função $Z(s)$, tem-se que:

$$K_o = sF(s)|_{s \rightarrow 0} = s \frac{(s^2 + 1)(s^2 + 5)(s^2 + 20)}{s(s^2 + 2)(s^2 + 10)} \Big|_{s \rightarrow 0} = \frac{1 * 5 * 20}{2 * 10} = 5$$

representando a impedância do condensador em que, $Z_C = 5 * F(s)/s$ e como se sabe, por definição $Z_C(s) = F(s)/sC$, então tem-se que: $C = 1/5 (F)$.

➤ **Determinar K_∞**

Cálculo do termo K_∞ , isto é, zero no infinito. De (3.15), obtêm-se,

$$K_\infty = \frac{F(s)}{s} \Big|_{s \rightarrow \infty} = \frac{(s^2 + 1)(s^2 + 5)(s^2 + 20)}{s^2 (s^2 + 2)(s^2 + 10)} \Big|_{s \rightarrow \infty} = 1$$

Daqui, tira-se que $F(s) = s$, que por definição é a impedância de uma bobina com indutância $L = 1 (H)$.

➤ **Determinar K_p**

Cálculo do termo K_p , isto é, zero finitos, par de pólos conjugado, neste caso temos dois par de pólos conjugado em $s^2 = -2$ e $s^2 = -10$, recorrendo à equação (3.16), tem-se:

Para $s = \pm 2$

$$K_{p1} = \frac{s^2 + 2}{s} F(s) = (s^2 + 2) \frac{(s^2 + 1)(s^2 + 5)(s^2 + 20)}{s^2 (s^2 + 2)(s^2 + 10)} \Big|_{s^2 \rightarrow -2}$$

$$\Leftrightarrow K_{p1} = \frac{(-2 + 1)(-2 + 5)(-2 + 20)}{-2(-2 + 10)} = \frac{27}{8}$$

$$\Rightarrow Z(s) = \frac{27}{8} \frac{s}{s^2 + 2}$$

Daqui resulta um circuito LC paralelo, em que $C = 1/K_{p1} = 8/27 (F)$ e

$$L = K_{p1}/\omega_p^2 = 27/16 (H).$$

Para $s = \pm 10$

$$K_{p2} = \frac{s^2 + 10}{s} F(s) = (s^2 + 10) \frac{(s^2 + 1)(s^2 + 5)(s^2 + 20)}{s^2 (s^2 + 2)(s^2 + 10)} \Big|_{s^2 \rightarrow -10}$$

Neste caso $L = 9/16 (H)$ e $C = 8/45 (F)$

Como anteriormente referido, assumindo a função *Foster* como uma impedância, a realização da função resulta num circuito em que cada termo representa uma impedância e estas são interconectadas em serie, como se pode verificar na Figura 3.12:

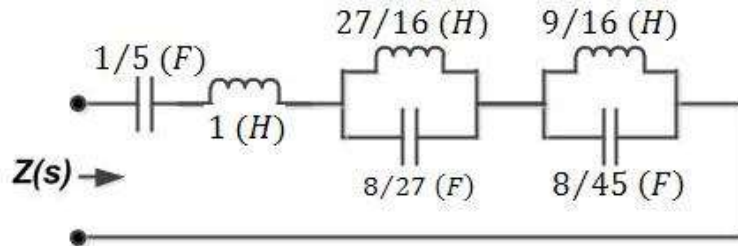


Figura 3.12 – Realização da função do exemplo I como impedância

b) Exemplo II – Função *Foster* como Admitância (*Foster II*)

Fazendo $Y(s) = 1/F(s)$, em que

$$Y(s) = \frac{s(s^2 + 2)(s^2 + 10)}{(s^2 + 1)(s^2 + 5)(s^2 + 20)}$$

Trata-se de uma função com três pólos finitos, nenhum pólo na origem e no infinito, isto é, $K_0 = K_\infty = 0$, como podemos verificar nos cálculos que se seguem.

➤ Determinar K_0

Caso em que há zero na origem, recorrendo à expressão (3.14).

$$K_0 = sY(s)|_{s \rightarrow 0} = s \frac{s(s^2 + 2)(s^2 + 10)}{(s^2 + 1)(s^2 + 5)(s^2 + 20)} \Big|_{s \rightarrow 0} = 0$$

$K_0=0$, significa a ausência de zero de transmissão.

➤ Determinar K_∞

Calculando k_∞ , isto é, zero no infinito, da equação 3.15, obtêm-se,

$$K_\infty = \frac{Y(s)}{s} \Big|_{s \rightarrow \infty} = \frac{s(s^2 + 2)(s^2 + 10)}{s(s^2 + 1)(s^2 + 5)(s^2 + 20)} \Big|_{s \rightarrow \infty} = 0$$

$K_\infty=0$, significa, ausência de transmissão de pólos no infinito.

➤ **Determinar K_p**

Neste caso existe zeros finitos diferentes de zero, par de pólos conjugado, neste caso temos três par de pólos conjugado em: $s^2 = -1$, $s^2 = -5$ e $s^2 = -20$, recorrendo à função (3.16), tem-se:

Para $s = \pm 1$

$$K_{p1} = \frac{s^2 + 1}{s} Y(s) = (s^2 + 1) \frac{s (s^2 + 2) (s^2 + 10)}{s (s^2 + 1) (s^2 + 5) (s^2 + 20)} \Big|_{s^2 \rightarrow -1} = \frac{9}{76}$$

Daqui resulta um circuito LC serie, em que,

$$L = 1/K_{p1} = \frac{1}{(9/76)} = \frac{76}{9} (H)$$

$$C = K_{p1}/\omega_p^2 = \frac{(9/76)}{1} = \frac{9}{76} (F).$$

Para $s = \pm 5$

$$K_{p2} = \frac{s^2 + 20}{s} Y(s) = \frac{s^2 + 5}{s} * \frac{s (s^2 + 2) (s^2 + 10)}{(s^2 + 1) (s^2 + 5) (s^2 + 20)} \Big|_{s^2 \rightarrow -5} = \frac{15}{60} \stackrel{:15}{\Leftrightarrow} \frac{1}{4}$$

neste caso $L = 1/K_{p2} = 4 (H)$ e $C = K_{p2}/\omega_p^2 = \frac{(1/4)}{5} = \frac{1}{20} (F)$

Para $s = \pm 20$

$$K_{p3} = \frac{s^2 + 20}{s} Y(s) = \frac{s^2 + 20}{s} * \frac{s (s^2 + 2) (s^2 + 10)}{(s^2 + 1) (s^2 + 5) (s^2 + 20)} \Big|_{s^2 \rightarrow -20} = \frac{180}{285} \stackrel{:5}{\Leftrightarrow} \frac{36}{57}$$

neste caso $L = 1/K_{p3} = \frac{57}{36}$ e $C = K_{p3}/\omega_p^2 = \frac{(36/57)}{20} = \frac{36}{1140} \stackrel{:12}{\Leftrightarrow} \frac{3}{95} (F)$

Neste caso obtém-se um circuito composto por três serieis LC em paralelo

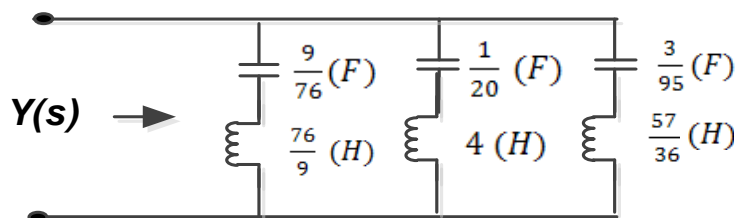


Figura 3.13 – Realização da função do exemplo II como admitância

3.3.2 Síntese pelo método de *Cauer*

Anteriormente foi apresentado o método de remoção parcial do pólo, isto é, expansão em fracções parciais. Neste caso vai se apresentar um método de remoção total do pólo, que consiste na expansão contínua em fracções. Este método pode ser dividido em dois, o *Cauer I* e o *Cauer II*. A sintetização resultando deste método será um circuito LC em topologia *Ladder*.

3.3.2.1 Método de *Cauer* para Impedância - *Cauer I*

Este método destina-se a remover unicamente e totalmente os pólos no infinito. No diagrama da Figura 2.1, encontra-se um resumo do funcionamento deste método. Parte-se do princípio que a função de entrada é uma impedância, de seguida é avaliada no sentido de certificar se existe ou não pólo no infinito. Caso não exista, inverte-se a função ficando assim com uma admitância garantindo-se o pólo no infinito. A segunda parte é o cálculo do termo relativo ao pólo no infinito, isto é, determinar k_∞ e remover o pólo com uma das seguintes equações:

$$Z_i = Z(s) - sK_\infty \quad (3.18)$$

$$Y_i = Y(s) - sK_\infty \quad (3.19)$$

Os passos são repetidos até obter um Z_i ou Y_i , equivalente a uma reactância indutiva ou capacitiva. O circuito obtido será uma sequência de bobinas em ramos serie e condensadores em paralelo, devido a uma sucessiva inversão entre impedância e admitância, isto é, quando a entrada com pólo no infinito for impedância na próxima entrada ter-se-á sempre uma admitância e vice-versa, isso garante sempre a existência de pólo no infinito. Resume do funcionamento deste método *Cauer I*:

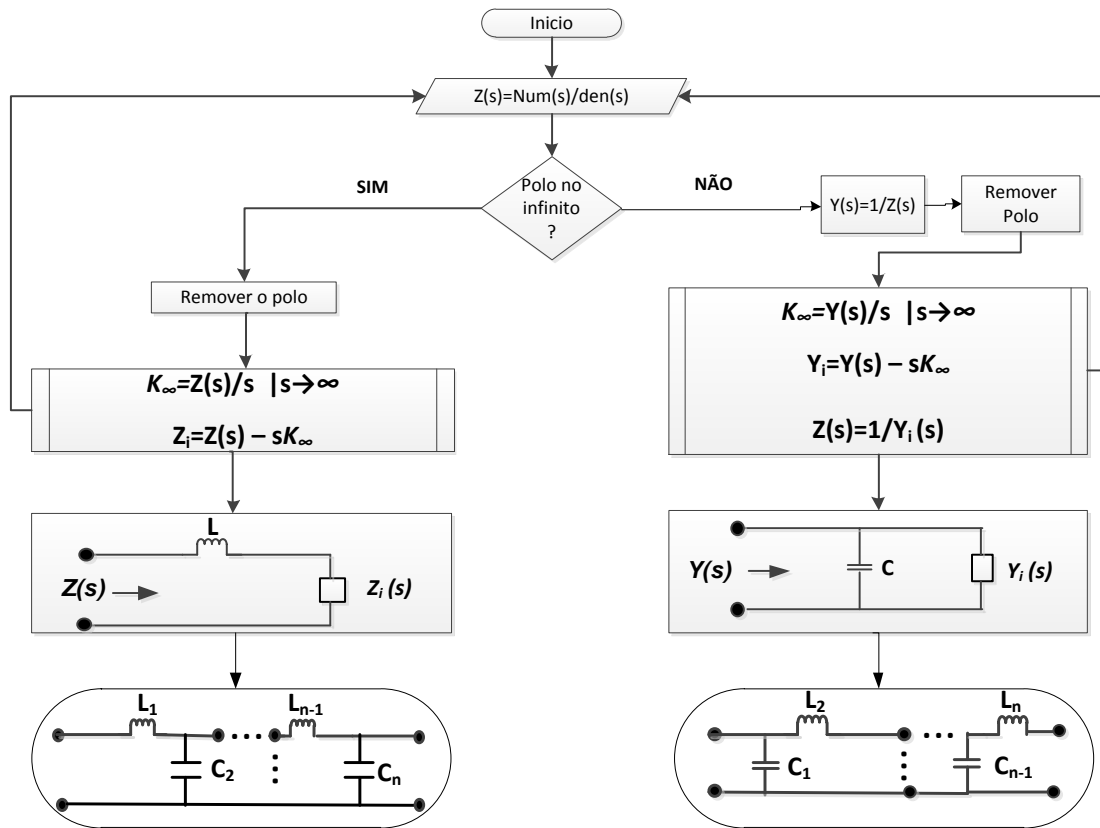


Figura 3.14 – Resume de funcionamento do *Cauer I*

3.3.2.2 Método de *Cauer* para Admitância - *Cauer II*

Destina-se a remover unicamente e totalmente os pólos na origem. Esta técnica é semelhante à anterior, porém a condição de validação, é a existência de pólo na origem. Após a validação da função de entrada, determina-se o termo relativo ao pólo na origem, isto é, K_0 . E de seguida remove-se o pólo, usando as seguintes expressões:

$$Z_i = Z(s) - \frac{K_0}{s} \quad (3.20)$$

$$Y_i = Y(s) - \frac{K_0}{s} \quad (3.21)$$

Com esta técnica obtêm-se uma sequência de condensadores em ramos serie e bobinas em paralelo, devido a uma sucessiva inversão entre impedância e admitância, ilustrado na Figura 3.15.

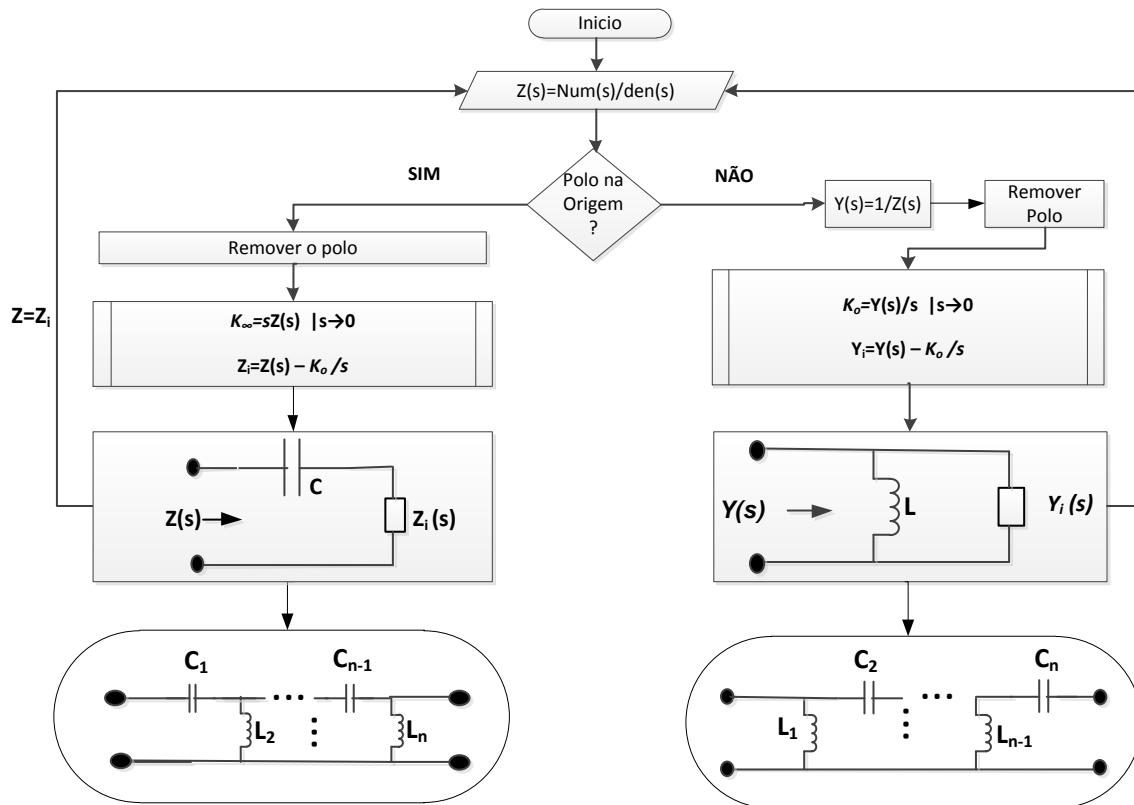


Figura 3.15 – Resume de funcionamento do *Cauer II*

3.3.2.3 Exemplo de Aplicação do método de *Cauer*

Nesta fase vai se sintetizar a função seguinte, utilizando os dois métodos de *Cauer*.

$$Z(s) = \frac{s^4 + 20s^2 + 64}{s^3 + 9s} \quad (3.22)$$

a) Exemplo do método de *Cauer I*

Passo I

Avalia-se se existe ou não pólo no infinito. Determinando o termo: $K_\infty = \frac{F(s)}{s} \Big|_{s \rightarrow \infty} = 1$,

de seguida remove-se o pólo:

$$Z_1(s) = Z(s) - sK_\infty = \frac{2s^2 + 3}{s^3 + 2s}$$

como se trata de uma impedância: $Z(s) = Z_1(s) + sK_\infty$, do termo refere-se à reactância de uma bobina com indutância $L = 1(H)$.

Passo II

A partir de $Z_1(s) = \frac{2s^2 + 3}{s^3 + 2s}$, que não possui pólo no infinito, então inverte-se a função para, $Y(s) = 1/Z_1(s) = \frac{s^3 + 2s}{2s^2 + 3}$, ficando assim com um pólo no infinito, com $K_\infty = \frac{Y(s)}{s} \Big|_{s \rightarrow \infty} = 1/2$, tratando-se de uma admitância, o termo “ $sK_\infty = 1/2 s$ ” representa uma reactância capacitiva com a capacidade $C = 1/2$ (F).

Removendo o pólo, tem-se: $Y_1(s) = Y(s) - sK_\infty = \frac{1/2s}{2s^2 + 3}$.

Passo III

Existe uma admitância sem pólo no infinito, logo, é necessário inverte-lo para que possa aparecer o pólo no infinito, fazendo: $Z_2(s) = 1/Y_1(s) = \frac{2s^3 + 3}{1/2s}$

Em que, $sK_\infty = 4$, isto é, tem-se uma bobina com $L = 4$ (H).

Removendo o pólo fica-se com: $Z_3(s) = Z_2(s) - 4s = \frac{6}{s}$

Passo IV

Analisando a expressão da impedância $Z_3(s)$, verifica-se que equivale a uma reactância capacitiva com $C = 1/6$ (F).

A seguir representa-se o circuito que executa a função (3.22)

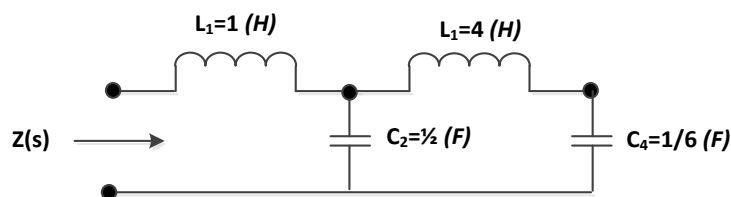


Figura 3.16 – Síntese da função (3.22) através do método *Cauer I*

b) Exemplo do método de *Cauer II*

Utilizando a função (3.22) apresenta-se a sua sintetização aplicando o método de *Cauer II*.

Agora é preciso garantir que a função tenha pólo na origem ao invés do pólo no infinito como seria no caso de *Cauer I*.

Passo I

Neste caso a função $Z(s)$ possui um pólo na origem, isto é, $K_o = sZ(s)|_{s \rightarrow 0} = 3/2$, sendo uma impedância, o termo " $K_o/s = 3/(2s)$ " representa uma reactância capacitiva com a capacidade

$C = 2/3 (F)$. Removendo o pólo, tem-se $Z_1(s) = Z(s) - K_o/s = \frac{s^3+5s/2}{s^2+2}$

Passo II

Com $Z_1(s) = \frac{s^3+5s/2}{s^2+2}$, ausência de pólo na origem, por isso é necessário inverter a função tal que,

$Y(s) = \frac{s^2+2}{s^3+5s/2}$, então $K_o = s \frac{s^2+2}{s^3+5s/2} |_{s \rightarrow 0} = 4/5$, a remoção total deste pólo consiste em

$$Y_1(s) = \frac{s^2+2}{s^3+5s/2} - \frac{4/5}{s} = \frac{s/5}{s^2+5/2}, \text{ do termo } "K_o/s = 4/(5s)"$$

Relembrando que $Y(s) = Y_1(s) + K_o/s$, tal que " K_o/s " representa a reactância de uma bobina com indutância $L = 5/4 (H)$.

Passo III

Fazendo $Z_2(s) = \frac{1}{Y_1(s)} = \frac{s^2+5/2}{s/5}$, $K_o = 25/2$, ao termo " $25/2s$ " que equivale a um condensador com $C = 2/25 (F)$.

Remoção do polo, $Z_3(s) = Z_2(s) - 25/2s = 5s$

Passo IV

De $Z_3(s) = 5s$, verifica-se que corresponde a uma bobina com $L = 5(H)$. A Figura 3.17 representa o circuito que realiza a função (3.22) utilizando o método de *Cauer II*, ou seja remoção total dos pólos na origem.

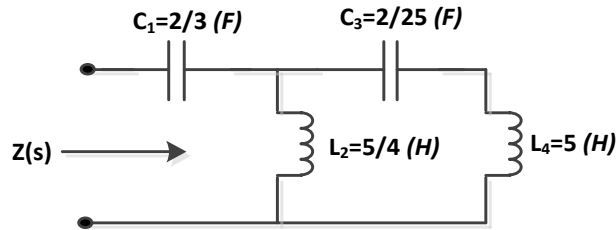


Figura 3.17 – Síntese da função através do método *Cauer II*

3.3.3 Remoção Parcial de um Pólo, deslocação do zero “Zero shifting”

Quando existe uma função com zero de transmissão, isto é, zeros finitos diferentes zero, significa que a essa frequência não há transmissão da entrada para saída. Nestes casos, não se pode utilizar as técnicas anteriormente demonstradas. Para que se faça a síntese de funções nestas condições, utiliza-se o método de deslocação do zero “Zero shifting”, e assim encontrar o circuito que a realiza. A seguir apresenta-se a forma matemática de remover um pólo parcialmente:

Considerando a expressão da função de transferência de um filtro elíptico de terceira ordem [6], tem-se:

$$t(s) = \frac{0.215619(s^2 + 2.80601)}{(s + 0.591015)(s^2 + 0.375396s + 1.02371)} \quad (3.23)$$

$$\Leftrightarrow t(s) = \frac{0.215619s^2 + 0.6050}{(s + 0.591015)(s^2 + 0.375396s + 1.02371)}$$

Pretende-se obter o circuito do filtro na forma de escada duplamente terminada com $R_1 = R_2 = 1 \text{ } (\Omega)$, para que se possa garantir a máxima transferência de potência.

Com o propósito de obter o protótipo em escada duplamente terminada é necessário desenvolver os seguintes passos:

a) Determinar a Impedância de entrada Z_{11}

Neste caso, em vez da admitância, conhece-se a função de transmissão do filtro. Por isso é necessário determinar a admitância a ser sintetizada. Em particular para este projecto interessa determinar a impedância Z_{11} . A Figura 3.18 ilustra os passos necessários para determinar Z_{11} .

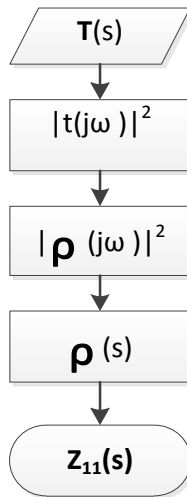


Figura 3.18 – Sequencia para determinar Z_{11}

Seguindo os passos ilustrados na Figura 3.18, determina-se:

$$|t(j\omega)|^2 = \frac{0.0464916 \omega^4 - 0.260912 \omega^2 + 0.366062}{\omega^6 - 1.55721 \omega^4 + 0.382050 \omega^2 + 0.366062}$$

Reescrevendo a equação (3.9) fazendo $s=j\omega$, em que:

$$|\rho(j\omega)|^2 = 1 - |t(j\omega)|^2 = \frac{\omega^6 - 1.60370 \omega^4 + 0.642962 \omega^2}{\omega^6 - 1.55721 \omega^4 + 0.382050 \omega^2 + 0.366062}$$

Como:

$$|\rho(s)|^2 = \rho(s)\rho(-s)$$

Obtém-se que:

$$|\rho(s)|^2 = \rho(s)\rho(-s) = \frac{-s^6 - 1.60370 s^4 - 0.642962 s^2}{-s^6 - 1.55721 s^4 - 0.382050 s^2 + 0.366062}$$

$$\Leftrightarrow |\rho(s)|^2 = \frac{s^6 + 1.60370 s^4 + 0.642962 s^2}{s^6 + 1.55721 s^4 + 0.382050 s^2 - 0.366062}$$

Daí,

$$\Rightarrow \rho(s) = \frac{s (s^2 + 0.801849)}{(s + 0.591015)(s^2 + 0.375396 s + 1.02371)}$$

Utilizando a equação (3.11), lembrando que $R_1=1\Omega$, tem-se:

$$Z_{11} = \frac{0.966411 s^2 + 0.44373 s + 0.605031}{2s^3 + 0.966411 s^2 + 2.04743 s + 0.605031}$$

b) Síntese da função Z_{11}

Passo I

O primeiro passo é a análise da função de transmissão representada na equação (3.23). E da análise verifica-se que existe um par de zeros finito diferente de zero, ou seja, existe zero de transmissão, o que quer dizer que não haverá transmissão de entrada para saída a essa frequência.

Facilmente apercebe-se que não é possível utilizar a síntese através do método de *Cauer*, pois este apenas remove pólos no infinito e ou na origem.

Para casos em que haja zeros transmissão a técnica a ser utilizada designa-se por “*zero shifting*”. Esta técnica consiste em deslocar o zero na direcção do pólo. Se o pólo estiver no infinito, então o zero será deslocado para frequências superiores [3], daí a designação de *deslocamento de zeros*.

Passo II

O par de zeros encontra-se à frequência, $s = \pm j\sqrt{(2.80601)}$, o que implica remover parte do pólo no infinito da admitância $1/Z_{11}$ para o produzir.

Este processo de remoção parcial do pólo, faz-se deslocando o zero na sua direcção e invertendo de seguida a admitância.

Assim sendo, tem-se:

$$Y_1 = \frac{1}{Z_{11}} = \frac{2s^3 + 0.966411 s^2 + 2.04743 s + 0.605031}{0.966411 s^2 + 0.44373 s + 0.605031}$$

Removendo parte do pólo no infinito:

$$Y_1 - C_1 s = 0 ; s = j\sqrt{(2.80601)}$$

$$\Leftrightarrow C_1 = 1.692 (F)$$

Após remoção do pólo tem-se:

$$Y_2 = Y_1 - C_1 s = \frac{s^3 + 0.591015 s^2 + 2.80601 s + 1.65840}{2.64895 s^2 + 1.21627 s + 1.65840}$$

Passo III

É necessário que Y_2 tenha um termo $(s^2+2.80601)$, isso implica que $Z_2=1/Y_2$ tenha um par de pólos em $\pm j\sqrt{2.80601}$:

$$Z_2 = \frac{2.64895 s^2 + 1.21627 s + 1.65840}{s^3 + 0.591015 s^2 + 2.80601 s + 1.65840}$$

as raízes do denominador são: $(\pm j1.6751)$ e (-0.591053) , daí:

$$\Leftrightarrow Z_2 = \frac{2.64895 s^2 + 1.21627 s + 1.65840}{(s^2 + 2.805601) * (s + 0.591053)}$$

Desta forma garante-se o par de pólos desejados para remover o par de zeros da função da transmissão.

Recordando a expressão (3.16) em que:

$$K_i = \frac{s^2 + \omega_i^2}{s} F(s); s^2 \rightarrow -\omega_i^2$$

Em particular para o par de pólos em $s^2=-2.805601$, tem-se que:

$$K_1 = 2.05793$$

Daqui tira-se o valor dos componentes que constitui o paralelo LC:

$$L_2 = \frac{k_1}{\omega^2} = \frac{2.05793}{2.805601} = 0.33351 \text{ (H)}$$

$$C_3 = \frac{1}{k_1} = 0.48593 \text{ (F)}$$

Calculando o resto:

$$Z_3 = Z_2 - \frac{2.05793 s}{s^2 + 2.805601} = \frac{0.591015}{s + 0.591015}$$

Invertendo Z_3 obtém-se uma admitância:

$$Y_3 = \frac{1}{Z_3} = 1.69200 s + 1$$

Da admitância é fácil concluir que trata-se de um condensador com $C=1.69200$ (F).

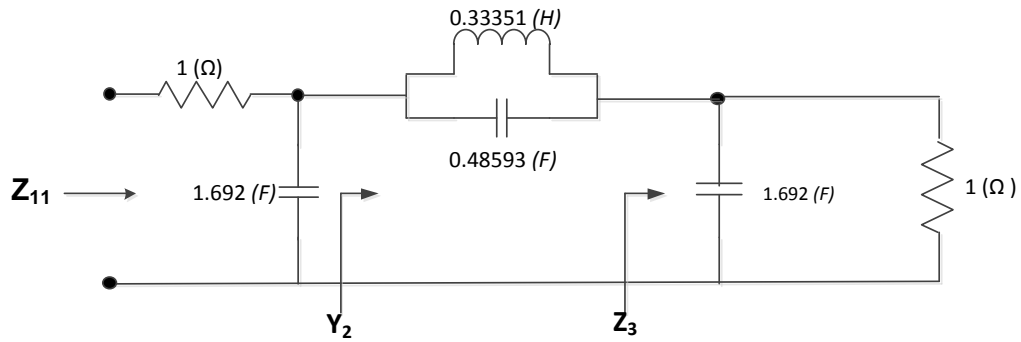


Figura 3.19 – Síntese da função de transmissão (3.23)

3.4 Conclusão

Para uma função $F(s)$ de ordem n , a sua sintetização consiste num circuito composto por n componentes L e ou C , sendo esta o número mínimo de componentes capazes de executar a função. Neste projecto utilizar-se o caso em que a resistência de entrada e de carga são iguais a um Ohm , garantindo assim as condições de máxima transmissão de potência.

O método de *Foster* remove parcialmente os pólos enquanto o método de *Cauer*, remove os na sua totalidade.

O método implementado foi o *Cauer I*, entre outras razões por exigir menos complexidade a nível de código, mas principalmente por originar um circuito em topologia *Ladder*.

Capítulo 4

Amplificadores Operacionais de Transcondutância (OTAs)

4.1 Introdução

Normalmente usa-se filtros activos RC com amplificadores operacionais (*AMPOPs*) para aplicações em baixa frequência, nomeadamente nas áreas de redes de telecomunicações, circuitos de processamento de sinais, controlo, instrumentação e sistema de comunicação. Se para baixas frequência o uso de *Ampops* tem sido amplamente utilizado o mesmo não acontece para aplicações em muito alta frequência (*Very High Frequency - VHF*).

Em *VHF*, os filtros com *AMPOP* não funcionam (acima 200 *Khz*) [7], devido à sua limitação relativamente à largura de banda e não são estáveis para uma integração total (parte analógica+parte digital num único *chip*). Para além disso, não são electronicamente ajustáveis e normalmente possui uma estrutura complexa.

Varias alternativas já foram estudadas no sentido de ultrapassar as limitações dos filtros com *AMPOP* [8]-[9].

A aproximação que se mostrou fiel as características exigidas por estes filtros para substituir os *Ampops* nos filtros activos RC têm sido a utilização de amplificadores operacionais de transcondutância (*Operational Transconductance Amplifier - OTA*). Vários estudos vêm sendo efectuados nos últimos anos, para a aplicação de *OTAs* em circuitos integrados.

Os *OTAs* possuem duas excelentes características que os tornam uma boa escolha neste tipo de aplicação, a saber, a sua transcondutância (g_m) é facilmente controlável do exterior através da corrente e ou tensão de polarização, conhecido como corrente/tensão de *bias* e pode trabalhar de forma estável em altas frequências. Para além tornar a estrutura do filtro activo muito simples comparando com a complexidade no caso dos *AMPOPs*, possuem uma baixa sensibilidade relativamente a capacidades parasitas. Mesmo assim existe uma preocupação de minimização de

sensibilidade a elementos parasitas que será abordado no decorrer deste capítulo, num tópico intitulado restrições para alta frequência.

Neste capítulo começa-se por abordar a estrutura base dos blocos construídos por *OTAs*, mostrando os circuitos, a função de transferência, vantagem, desvantagem e aplicação de cada um. Numa segunda fase trata-se das questões relacionadas com a implementação construção de filtros activos com *OTAs* para alta frequência (*filtros g_m -C*).

4.2 Amplificador Operacional de Transcondutância

Os Amplificadores Operacionais de Transcondutância são basicamente definidos como amplificadores de corrente controlado por uma tensão aplicada aos seus terminais, com cargas activas. Os *OTAs* são normalmente implementados com tecnologia CMOS, BiCMOS ou GaAS. A sua representação gráfica é mostrada na Figura 4.1. Onde R_i e R_o são aproximadamente infinitos, isto é, ausência de corrente. Normalmente estas resistências omitidas.

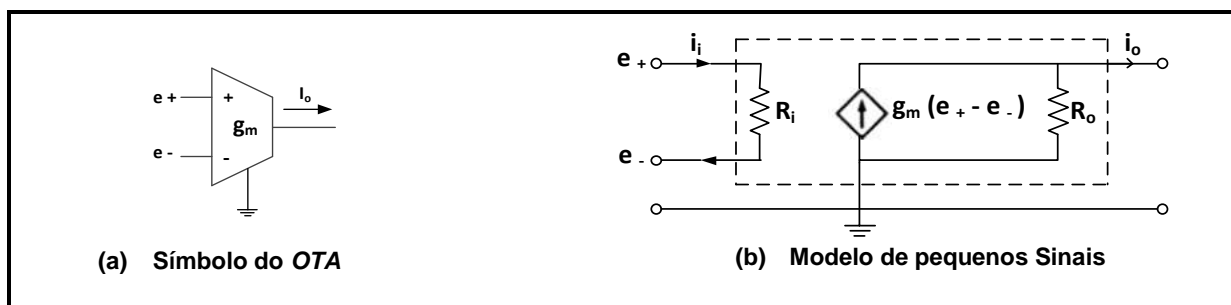


Figura 4.1 – Amplificador Operacional de Transcondutância – *OTA* [10]

No caso de um *OTA* ideal, isto é, R_i e R_o são considerados infinitos pelo que se obtém:

$$I_o = (e_+ - e_-) g_m \quad (4.1)$$

O *OTA* possui uma corrente de polarização (I_p – do inglês, **Bias current**), em alguns artigos e livros técnicos representado por I_{ABC} . Este facto permite ajustar o ganho de transcondutância, através do ajusto da corrente I_p , ilustrada na equação seguinte:

$$g_m = h I_p \quad (4.2)$$

Normalmente o ajusto g_m é realizado depois da implementação do filtro. A Figura 4.2, representa a simbologia do *OTA* com a corrente de polarização.

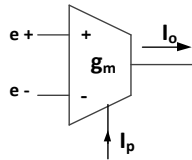


Figura 4.2 – OTA com Corrente de Polarização (*Bias Current*) [10]

4.3 Implementações de blocos com OTA

Nesta secção apresentam-se alguns dos principais blocos implementados com OTAs, bem como os respectivos modelos.

4.3.1 Amplificador não Inversor

Analisando o circuito da Figura 4.3, verifica-se que ao contrário dos AMPOPs não existe realimentação, isto é, os OTAs são circuito em malha aberta.

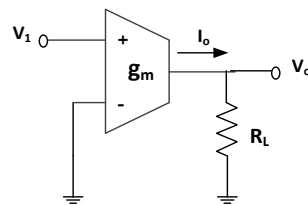


Figura 4.3 – Amplificador não Inversora [10]

Da análise obtêm-se:

$$I_o = g_m V_1 \quad (4.3)$$

Como,

$$V_o = R_L I_o \quad (4.4)$$

Substituindo a equação (4.3) em (4.4) resulta em,

$$V_o = R_L V_1 g_m \quad (4.5)$$

Ou seja:

$$\frac{V_o}{V_1} = R_L g_m \quad (4.6)$$

4.3.2 Amplificador Inversor

Com a entrada invertida, isto é, com a tensão V_1 ligado ao terminal negativo, resulta na no esquema da Figura 4.4.

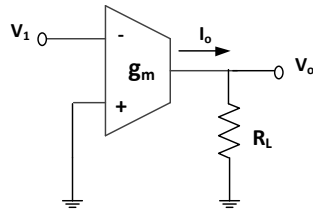


Figura 4.4 – Amplificador Inversor [10]

Do circuito, tira-se que:

$$I_o = -g_m V_1 \quad (4.7)$$

$$V_o = R_L I_o = -R_L V_1 g_m \quad (4.8)$$

A relação entre o sinal de saída e entrada do é:

$$\frac{V_o}{V_1} = -R_L g_m \quad (4.9)$$

4.3.3 Somador

O circuito da Figura 4.5, ilustra o circuito que simula um somador em que a soma da corrente de saída dos três primeiros O_tas será a corrente que circula pela resistência com admitância $1/g_m$.

A tensão de saída do circuito E_o é igual à soma ponderada das tensões de saída dos primeiros três O_tas , em que a ponderação será dada pelos diferentes valores das transcondutâncias (g_{m1} , g_{m2} e g_{m3})

Da análise do circuito obtém-se:

$$V_o = \frac{1}{g_m} I_o \quad (4.10)$$

Soma ponderada:

$$I_o = -(g_{m1}V_1 + g_{m2}V_2 + g_{m3}V_3)$$

Mas também pode-se reescrever I_o como sendo:

$$I_o = -g_m V_o \tag{4.11}$$

Substituindo a equação (4.10) em (4.11), obtém-se:

$$V_o = \frac{1}{g_m} (g_{m1}V_1 + g_{m2}V_2 + g_{m3}V_3) \tag{4.12}$$

O circuito abaixo é representada matematicamente pela equação (4.12),

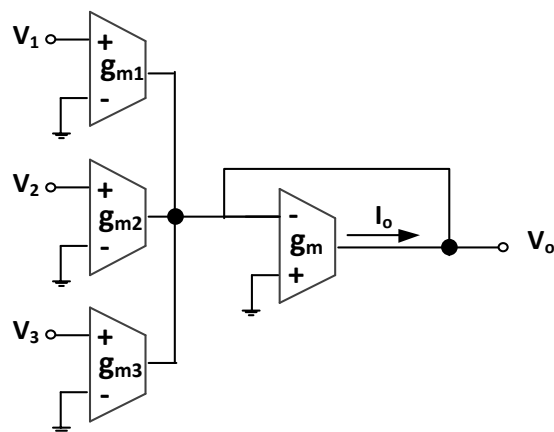


Figura 4.5 – Somador implementado com OTAs [10]

4.3.4 Conversores com OTA

A conjugação dos circuitos apresentados acima dá origem a circuitos cuja função de transferência representa uma resistência e ou impedância.

a) Conversor de resistência ligada à massa

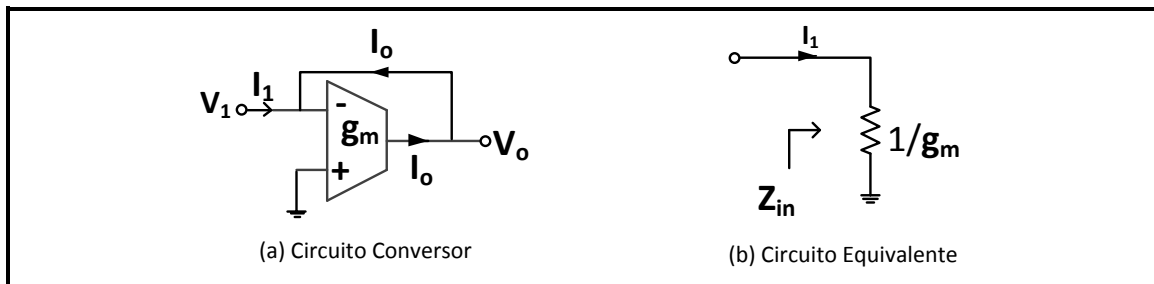


Figura 4.6 – Representação de uma Resistência Activa, usando OTA [10]

Analisando o circuito, tem-se:

$$I_o = -I_1 \quad (4.13)$$

Substituindo I_o na equação 4.7, obtêm-se:

$$g_m V_1 = I_1 \quad (4.14)$$

então,

$$Z_{in} = \frac{V_1}{I_1} = \frac{1}{g_m} \quad (4.15)$$

Relembrando que:

$$R = \frac{1}{g_m} \quad (4.16)$$

b) Conversor de resistência flutuante

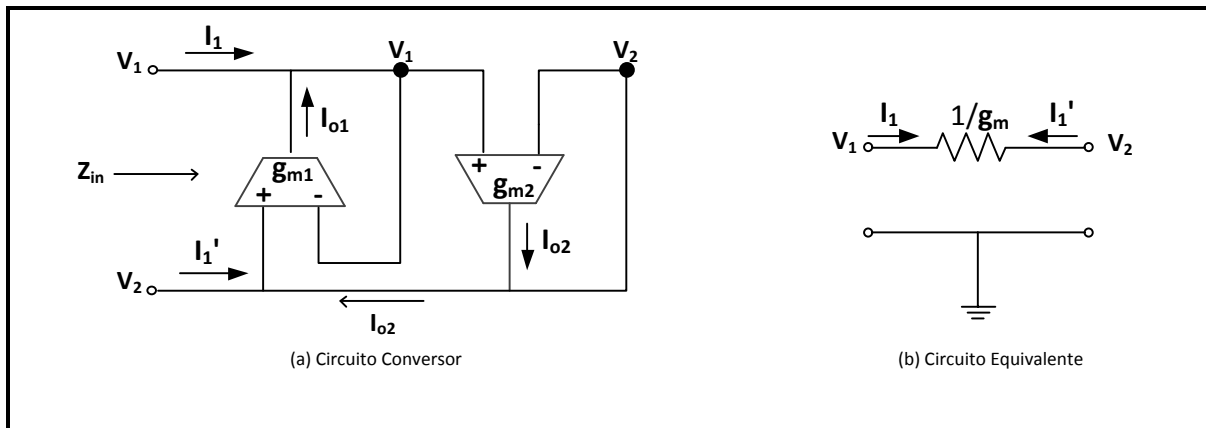


Figura 4.7 – Resistência Flutuante Activa com OTAs [10]

Da análise do circuito vem que:

$$I_{o1} = (V_2 - V_1) g_{m1} \quad (4.17)$$

e

$$I_{o2} = (V_1 - V_2) g_{m2} \quad (4.18)$$

Ainda tira-se que:

$$I_{o1} = -I_1 \quad (4.19)$$

Uma vez que:

$$Z_{in} = \frac{(V_1 - V_2)}{I_1} \quad (4.20)$$

então, como as correntes I_1 e I_1' devem ter o mesmo módulo, conclui-se que $g_{m1}=g_{m2}=g_m$, resultando em:

$$Z_{in} = \frac{(V_1 - V_2)}{(V_1 - V_2)g_{m1}} = \frac{1}{g_{m1}} = \frac{1}{g_m} \quad (4.21)$$

Logo tem-se:

$$R = \frac{1}{g_m}$$

c) **Conversor de Impedância ligado à terra**

O circuito que representa uma bobina activa é ilustrado na Figura 4.8 a) e o equivalente na figura b).

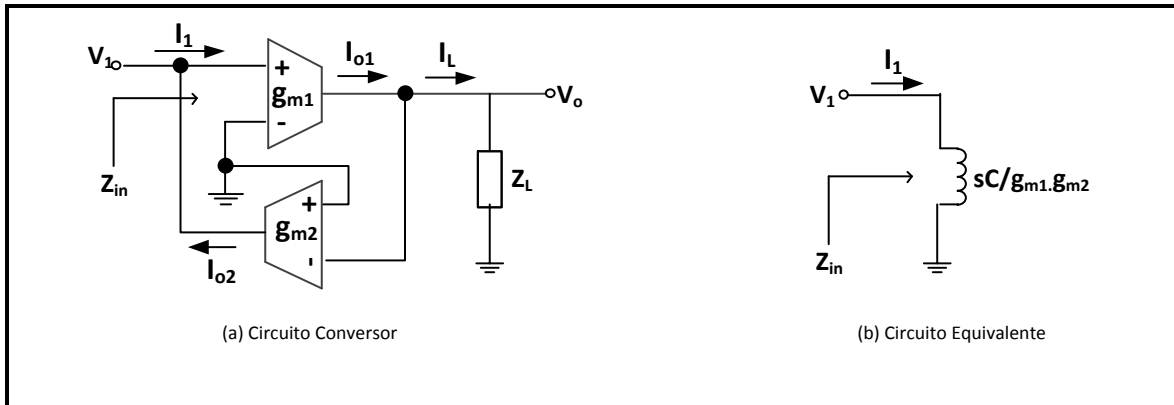


Figura 4.8 – Conversor de Impedância, usando OTA [10]

Do circuito tira-se:

$$I_{o1} = g_m V_1 = I_L \quad (4.22)$$

$$I_{o2} = -g_{m2} V_o \quad (4.23)$$

A tensão de saída é:

$$V_o = Z_L I_L \quad (4.24)$$

Substituindo (4.20) em (4.19), tem-se que:

$$I_{o2} = -g_{m2} Z_L I_L = -g_{m2} Z_L I_{o1} \quad (4.25)$$

Ainda,

$$I_1 = -I_{o2} = g_{m2} Z_L I_{o1} \quad (4.26)$$

Então, substituindo I_{o1} , por (4.18), obtém-se:

$$Z_{in} = \frac{V_1}{I_1} = \frac{V_1}{(g_{m2} Z_L) V_1 g_{m1}} = \frac{1}{g_{m2} Z_L g_{m1}} = \frac{1}{g_{m1} g_{m2} Z_L} \quad (4.27)$$

Assumindo Z_L como uma impedância capacitiva, tal que $Z_L=C$, a impedância de entrada (Z_{IN}) ilustrada na

Figura 4.8 em (a) e (b), é dada por:

$$Z_{in} = \frac{V_1}{I_1} = \frac{sC}{g_{m1}g_{m2}} \quad (4.28)$$

A impedância da equação corresponde a uma bobina com indutância $L = \frac{C}{g_{m1}g_{m2}}$

d) Conversor de Impedância flutuante

Neste caso o diferencial é realizado entre V_1 e V_2 .

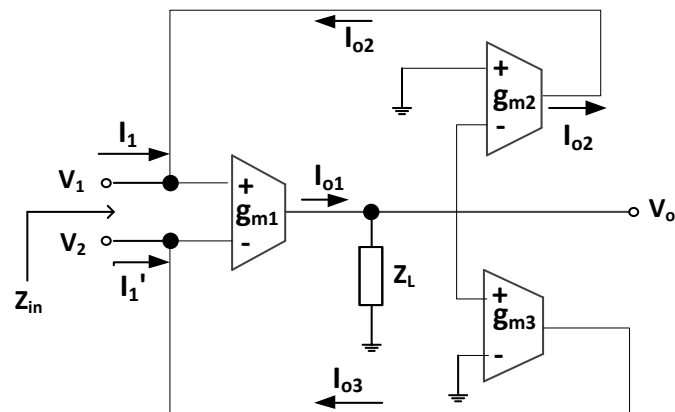


Figura 4.9 – Esquema da impedância flutuante [10]

Assumindo que o modulo de I_{o2} e I_{o3} sejam iguais, é necessário que $g_{m2}=g_{m3}=g_m$, resultando em:

$$Z_{in} = \frac{V_1 - V_2}{I_1} = \frac{sC}{g_{m1}g_{m2} Z_L} = \frac{sC}{g_{m1}g_m} : Z_L = C \quad (4.29)$$

O circuito equivalente é representado na Figura 4.10.

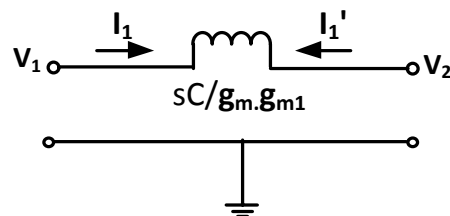


Figura 4.10 – Circuito Equivalente da Impedância flutuante [10]

4.3.5 Integradores com OTA

Ao introduzir um condensador à saída do OTA obtém-se um integrador, pois os OTAs são fontes de corrente. A seguir apresenta-se algumas das topologias.

a) Integrador Ideal

A Figura 4.11 apresenta o circuito que representa um integrador ideal constituído por um OTA. Da análise ao circuito ir-se-á concluir que o ganho é regulável e possui um pólo na origem.

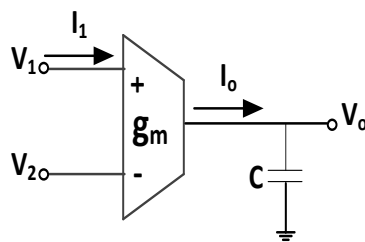


Figura 4.11 – Integrador ideal com OTA [10]

Da análise do circuito, tira-se que:

$$I_o = (V_1 - V_2)g_m = I_C = \frac{1}{g_m} \quad (4.30)$$

Por definição e pelo circuito a corrente que circula no condensador é dada por:

$$I_C = sCV_o \quad (4.31)$$

Então, substituindo (4.26) em (4.27):

$$(V_1 - V_2)g_m = sCV_o \quad (4.32)$$

Daí resulta que a relação entre saída e entrada é dada por:

$$\frac{V_o}{V_{in}} = \frac{V_o}{V_1 - V_2} = \frac{g_m}{sC} \quad (4.33)$$

b) Integrador com perdas

A figura que segue apresenta o circuito que simboliza o integrador com perdas (realimentação) e de seguida apresenta as conclusões da análise do mesmo circuito.

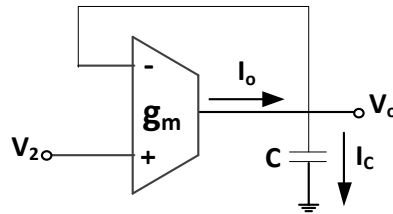


Figura 4.12 – Integrador com perdas [10]

Analisando o circuito vem que:

$$I_o = (V_{in} - V_o)g_m = I_c \quad (4.34)$$

e substituindo a equação (4.27) em (4.30),

$$(V_{in} - V_o)g_m = sCV_o \quad (4.35)$$

Dai resulta que,

$$V_o(sC + g_m) = g_m V_{in} \quad (4.36)$$

A relação entre os sinais de entrada e saída,

$$\frac{V_o}{V_{in}} = \frac{g_m}{sC + g_m} = \frac{1}{1 + \frac{sC}{g_m}} \quad (4.37)$$

4.4 Conclusão [10]

Com a utilização de *OTAs* não há limitação correspondente ao pólo dominante do amplificador operacional convencional, permitindo-se assim o uso dos *OTAs* em frequências nas quais não é possível usar o *Ampop* convencional.

Como o circuito do *OTA* não tem resistências, é possível integrar *OTAs*, em grande quantidade, no mesmo chip, principalmente considerando sua versão em *CMOS*.

Existe alguma limitação relativamente à sua grande não linearidade (principalmente usando *MOS*), permitindo apenas pequenas diferenças de potencial possam ser aplicadas na entrada diferencial do *OTA*. Após alguns estudos esta limitação veio a ser resolvida, através de blocos mais sofisticados permitindo assim *OTAs* em que V_d varre até 95% da tensão de alimentação ($V_{DD} + |V_{SS}|$) com baixa distorção.

No quinto capítulo será abordado a forma de transferir um filtro passivos *RLC* em filtros activos com *OTAs*.

Capítulo 5

Aplicação Desenvolvida

5.1 Introdução

Neste capítulo, são apresentadas todas as rotinas que compõem a Aplicação Desenvolvida (*ApD*), assim como as principais decisões tomadas. O diagrama da Figura 5.1 mostra as etapas implementadas e que serão abordadas ao longo deste capítulo.

A aplicação foi desenvolvida em *MATLAB (Matrix Laboratory)*, versão 7.7.0/2008b, por ser um programa ideal para este tipo de aplicações que lida com cálculos numéricos, matrizes, processamento de sinais, entre outras características, de uma forma rápida e eficaz.

Sempre que possível é apresentado um esquema resumindo os passos do programa. Apresenta-se também um exemplo de um filtro Passa-Baixo, utilizando aproximação *Butterworth*.

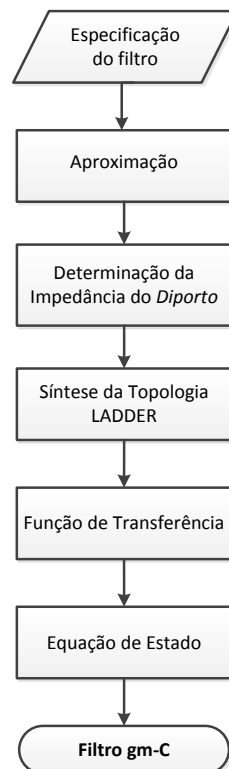


Figura 5.1 – Estrutura geral da Aplicação Desenvolvida

5.2 Especificação

A primeira etapa de um projecto de filtros consiste em determinar ou decidir quais são as especificações pretendidas para o filtro. As principais características para a especificação de um filtro são: frequência de corte (ω_p), frequência de atenuação (ω_s), atenuação máxima na banda de passagem (A_{max}) e atenuação mínima na banda proibida (A_{min}).

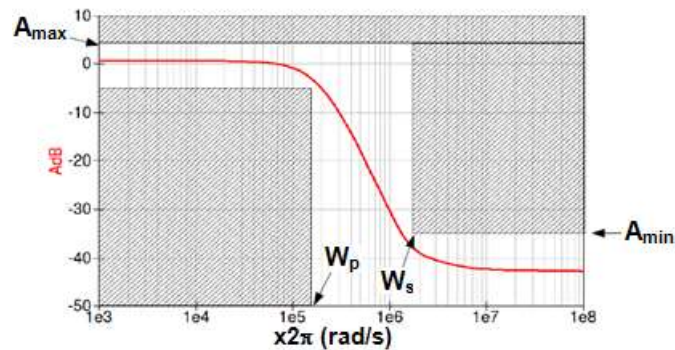


Figura 5.2 – Legenda das principais especificações de um Filtro [1]

5.3 Aproximação

Após receber as especificações, a ApD passa para a fase de aproximação, utilizando a aproximação de *Butterworth* que constitui o foco deste projecto. No entanto a adaptação a outro tipo de aproximação, como seja, *Chebyshev*, *Bessel* e *Elíptica* é de fácil implementação.

O *MATLAB* possui funções que, introduzidas as especificações, devolvem a função de transferência, dividida em duas matrizes, representando o numerador e o denominador respectivamente. Para tal, foram utilizadas as seguintes funções: *Buttord*, recebe como parâmetros de entrada as frequências w_p e w_s e as atenuações A_{max} e A_{min} respectivamente, devolvendo a ordem do filtro (n) e a frequência normalizada (ω_n) e o *Butter*, recebe a ordem do filtro (n), a frequência normalizada (w_n) e o tipo que poder ser (*high*, *low* ou *stop*), como resposta devolve a função de transferência dividida em duas, numerador e denominador respectivamente em forma de matriz.

Em ambas as funções será necessário introduzir um último parâmetro de entrada "s", para especificar que o filtro pretendido é um filtro analógico. Com a utilização sequencial deste dois comandos, obtém-se a função de transferência, como ilustra a Figura 5.3.

```

function [] =butter_test()
%tipo de Filtro
ftype=['high','low','stop'];
%especificação do filtro pretendido
Wp=2*pi*2000;
Ws=2*pi*6000;
Amax=1;
Amin=30;

%determinando a ordem e a frequência normalizada
[order, Wn]=buttord(Wp, Ws, Amax, Amin, 's');
%determinando a função de transferência
[num_tf, den_tf] = butter(order,Wn,ftype(1), 's');

%print result
fprintf(1, 'Ordem do filtro, n= %d \n\n', order);
fprintf(1, 'Frequência Normalizada, Wn= %d \n\n', Wn);
fprintf(1, 'Função de Transferência:');
tf(num_tf, den_tf)
end

```

Resultado do Script:

```

Ordem do filtro
n= 4

Frequência Normalizada
Wn= 1.589957e+004

Função de Transferência:
-----
s^4
-----
s^4 + 4.155e004 s^3 + 8.631e008 s^2 + 1.05e013 s + 6.391e016

```

Figura 5.3 – Exemplo de um Script aplicando a aproximação *Butterworth* e respectivo resultado

5.4 Impedância de Entrada

Com a finalidade de se obter uma síntese cujo resultado seja a obtenção de um circuito *Ladder* duplamente terminada, torna-se necessário a análise das potências envolvidas. E partindo desta, a síntese em topologia *LC-Ladder* é determinada utilizando os parâmetros Z e ou Y . As razões desta escolha não serão abordados, porém podem ser encontradas na referência [3] (pp 139-153).

A seleção destes parâmetros é realizada de acordo com a ordem do filtro e com a relação entre a resistência de entrada R_1 e saída R_2 . Resumidamente, apresenta-se a tabela com a escolha do parâmetro a sintetizar [3].

Tabela 5.1 – Escolha do parâmetro a sintetizar [3]

H (s)	Ordem Par	Ordem Impar
$R_1 \geq R_2$	Z_{22} ou Y_{11}	Z_{11} ou Z_{22}
$R_1 < R_2$	Z_{11} ou Y_{22}	Y_{11} ou Y_{22}

Dadas as características dos filtros seleccionados neste projecto, escolheu-se o parâmetro Z_{11} , e implementaram-se rotinas com vista a determina-lo, de acordo com as expressões abordadas na secção “Síntese de Filtros” no capítulo três. O código referente à determinação de Z_{11} encontra-se na Figura 5.4.

Exemplo I

Tendo como parâmetro de entrada a função de transferência da equação (3.23) que pode ser escrita na forma:

$$t(s) = \frac{0.215619(s^2 + 2.80601)}{s^3 + 0.96641 s^2 + 1.2456 s + 0.60503}$$

Os dados de entrada serão os que se apresenta na Tabela 5.2.

Tabela 5.2 – Dados de entrada

Dados de entrada do Exemplo	
Ganho estático k	0.215619
Numerador da função de Transferência num_tf	Num_tf=[1 0 2.80601]
Denominador da função de Transferência den_tf	Den_tf=[1 0.96641 1.2456 0.60503]

O resultado da aplicação da função “get_Z11” é apresentado na tabela 5.3.

Tabela 5.3 – Resultado da aplicação “get_Z11”

Quadrado do Coeficiente de reflexão	num_rho2 = [-1.0000, 0, -1.6037, 0, -0.6430, 0, 0.0000] den_rho2 = [-1.0000, 0, -1.5573, 0, -0.3821, 0, 0.3661]
Coeficiente de reflexão	rho_num = [1.0000, 0.0063, 0.8019, 0.0011] rho_den = [1.0000, 0.9664, 1.2456, 0.6050]
Impedância de entrada do <i>Diporto</i>	num_Z11 = [0, 0.9601, 0.4437, 0.6040] den_Z11 = [2.0000, 0.9727, 2.0475, 0.6061]

```

function [num_Z11, den_Z11] = get_Z11(num_tf, den_tf)
    k=.215619;
    num=[1 0 2.80601];
    den=[1 0.96641 1.2456 0.60503];
    origin=[]; imaxis=[];
    tol=1e-10;

    z=roots(num);
    p=roots(den);

    N=real(poly(z))*k;
    D=real(poly(p));
    np=length(D); nz=length(N);

    tf(1,:)=[zeros(1,np-nz) N];%make dim num = dim den and copy num
    tf(2,:)=D;
    i=np-1:-1:0;i=[i;i];
    tf_ms=tf.*(-1).^i; %make tf(-s)

    for x=1:2, tf2(x,:)=conv(tf(x,:), tf_ms(x,:));end %make tf2=tf(s)*tf(-s)

    %% -----
    %get rho2 = 1 - T^2(s)
    tf2=round(tf2./tol).*tol;
    num_rho2=tf2(2,:)-tf2(1,:);
    den_rho2=tf2(2,:);
    r_rho2=roots(num_rho2);

    orig=r_rho2(find(abs(r_rho2)<tol));%look for absolute value < tol
    if length(orig)
        origin=zeros(length(orig)/2,1);
    end

    %% -----
    %get rho
    imax=(r_rho2(find(imag(r_rho2)>tol & abs(real(r_rho2))<tol))); %procurar imaginario
    imax=sort(imax);
    if length(imax)
        idx=1:2:length(imax);
        imaxis=j*imag(imax(idx));
        imaxis=cplxpair([imaxis; -imaxis]);
    end
    lefthp=r_rho2(find(real(r_rho2)<-tol));
    r=[origin; imaxis; lefthp];
    rho_num=real(poly(r)).* sqrt(abs(num_rho2(1)))
    rho_den=D

    %% -----
    % determinando Z11
    num_Z11=rho_den-rho_num
    den_Z11=rho_den+rho_num

end

```

Figura 5.4 – Implementação do cálculo do coeficiente reflexao e Z_{11}

5.5 Síntese de *Ladder* Duplamente Terminada

A implementação da topologia *Ladder* no *MATLAB* é apresentada de seguida, descrevendo as rotinas desenvolvidas. A principal função designa-se por “*makeLadder*”, recebendo como parâmetros de entrada o numerador da função de transferência e o numerador e denominador da impedância Z_{11} , devolvendo uma estrutura de dados que simboliza o circuito obtido. Será apresentado um exemplo, onde se pode ver o resultado da função “*makeLadder*”, principalmente a estrutura de dados que simboliza o circuito obtido. Na -Figura 5.6 apresenta-se um excerto do código da função referida.

5.5.1 Mapeamento do circuito obtido

A estrutura utilizada designa-se por “*incidence_struct*” e a sua legenda é apresentada na Tabela 5.4, onde pode-se verificar o significado de cada campo.

Tabela 5.4 – Legenda da Estrutura de Incidências

Label da Estrutura	Significado
<i>comp</i>	Tipo de Componente (<i>R</i> , <i>L</i> ou <i>C</i>)
<i>value</i>	Valor do componente, na sua unidade base
<i>Term1</i>	Terminal à esquerda ou parte superior do componente
<i>Term2</i>	Terminal à direita ou parte inferior do componente
<i>adm</i>	Admitância do componente

A sua implementação em *MATLAB* utiliza um recurso do próprio, designado por “*struct*”. A estrutura desenvolvida é composta por cinco campos, definidas da seguinte forma:

```
incidences_struct=struct(...  
    'comp',zeros(num_comp,1), 'value',zeros(num_comp,1),...  
    'term1',zeros(num_comp,1), 'term2',zeros(num_comp,1),...  
    'adm', zeros(num_comp,1) ...  
);
```

Figura 5.5 – Implementação da Estrutura de incidências

```

if isZero_trans
    wz=cplxpair(wz);%Sort wz into complex conjugate pairs, first lem is a-jb
    for i=2:2:nT_z%2 due to cplxpair sort cplx conjugate and first is a-jb
        zero=wz(i);
        %-----
        [comp,ny,dy]=remZero(num_Z11,den_Z11,zero); % enters z return y
        [kp,nz,dz]=shift(ny,dy,zero); % enters y return z
        inc=inc+1; terminal=terminal+1;
        incidences_struct(inc).comp='C'; incidences_struct(inc).value=comp;
        incidences_struct(inc).term1=terminal; incidences_struct(inc).term2=GROUND;
        incidences_struct(inc).adm=vpa(comp)*S;
        %-----
        %----- SHUNT LC -----
        L_shunt=kp/imag(zero)^2;
        C_shunt=1/kp;
        %-----
        inc=inc+1;
        incidences_struct(inc).comp='L'; incidences_struct(inc).value=L_shunt;
        incidences_struct(inc).term1=terminal; incidences_struct(inc).term2=terminal+1;
        aux=vpa(L_shunt);
        if aux==0
            incidences_struct(inc).adm=1/(100000*S);
        else incidences_struct(inc).adm=1/(aux*S);
        end
        %-----
        inc=inc+1;
        incidences_struct(inc).comp='C'; incidences_struct(inc).value=C_shunt;
        incidences_struct(inc).term1=terminal; incidences_struct(inc).term2=terminal+1;
        incidences_struct(inc).adm=vpa(C_shunt)*S;
        %-----
        % copy rmdr
        num_Z11=nz; den_Z11=dz;
        [comp,ny,dy]=remZero(num_Z11,den_Z11,zero); % enters z return y
        inc=inc+1;terminal=terminal+1;

        incidences_struct(inc).comp='C'; incidences_struct(inc).value=comp;
        incidences_struct(inc).term1=terminal; incidences_struct(inc).term2=GROUND;
        incidences_struct(inc).adm=vpa(comp)*S;
        %-----
        inc=inc+1;
    end
    incidences_struct(inc).comp='C'; incidences_struct(inc).value=comp;
    incidences_struct(inc).term1=terminal; incidences_struct(inc).term2=GROUND;
    incidences_struct(inc).adm=vpa(comp)*S;
    %-----
    inc=inc+1;
end

    incidences_struct(inc).comp='R'; incidences_struct(inc).value=RESISTOR;
    incidences_struct(inc).term1=terminal; incidences_struct(inc).term2=GROUND;
    incidences_struct(inc).adm=RESISTOR;
    %--- set output -----
    %>>> make_incidences(C_comp, LC_comp);
else
    fprintf(1,'=====');
    fprintf(1,'\nCall and used CAUER Function ==> Continued Removal Pole at Infinity(CAUER_1
    incidences_struct=cauer_synthesis(num_Z11, den_Z11);
end %is_zero_transmission
    out_incidences_struct=incidences_struct(:);
    show_incidences_struct(incidences_struct(:));

```

-Figura 5.6 – Excerto da implementação da função “make_Ladder”

- Exemplo II

A estrutura de dados será algo do tipo:

```
Incidence_struct = ('comp', {'R', 'L', 'C', 'C'}, 'Term1', {[1;2;2,4]}, 'Term2', {[2;3;4,3]});
```

Considerando a estrutura (neste caso omitiu-se os campos "value" e "adm" visto tratar apenas de um exemplo, estes campos não serão necessários), o circuito equivalente é:

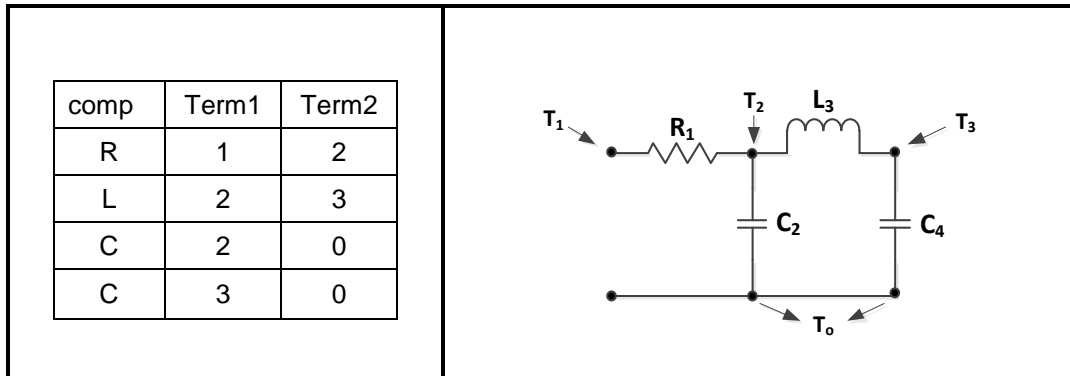


Figura 5.7 – Exemplo de uma estrutura e o circuito equivalente

Para obtenção da topologia desejada, para além da estrutura acima referida existem funções que serão analisadas de seguida.

A primeira acção a ser desenvolvida é a análise do denominador da função de transferência, para determinar se existem ou não zeros de transmissão. Caso haja zeros complexos conjugados, significa que o circuito final terá pelo menos um ramo *LC* paralelo. A Figura 5.8 apresenta um exemplo de dois filtros, um para o caso de não existência de zeros de transmissão e o caso de zeros de transmissão (facilmente reconhecido pela existência de um ramo *LC* paralelo) respectivamente.

De salientar, que ambas as técnicas a seguir apresentadas permitem que o circuito resultante tenha o mínimo de elementos possíveis para implementar a função de transferência.

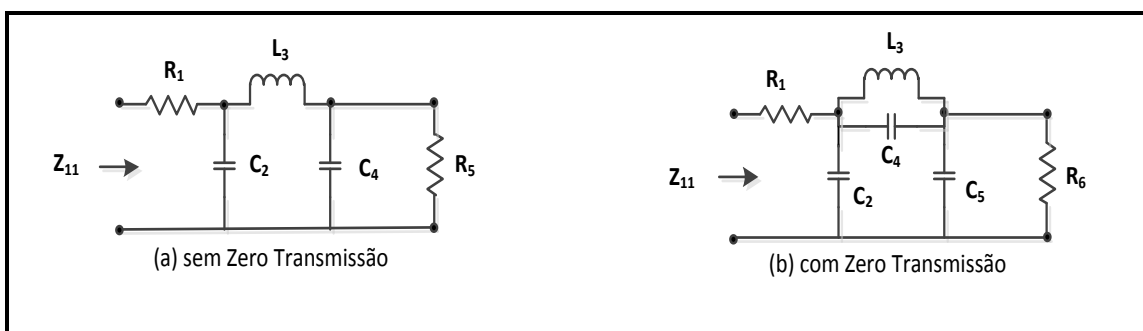


Figura 5.8 – Exemplo do resultado da síntese *Ladder* de um filtro de 3ª ordem

5.5.2 Implementação da técnica de *shifting*

As duas funções que se seguem foram abordados no terceiro capítulo, por isso apenas se apresenta o código de implementação.

– Função “*remZero*”

A função “*remZero*”, cujo script encontra-se apresentada na Figura 5.9, destinada a remoção parcial do par de pólos conjugados.

```
%remocao do polo wz1
function [kp,ny,dy]=remZero(nz11,dz11,wz1);
%recebe z11=nz11/dz11
d=nz11;
n=dz11; % Inverts function
ds=conv(d,[1,0]);%made denZ11*k*s
kp=real(polyval(n,wz1)/polyval(ds,wz1));
% retorna y2=1/z11-k*s
aux=conv([kp,0],d);
ny=n-aux;
dy=d;
alfa=ny(1);
ny=ny/alfa;
dy=dy/alfa;
end
```

Figura 5.9 – Implementação da rotina *remZero*

– Função “*shift*”

A função “*shift*”, representada no script da Figura 5.10 que implementa a técnica de deslocação do zero, designada por “*zero shifting*”.

```
%k is the component to make shunt
function [kp,no,do]=shift(num,den,wz1);
d=num;
n=den; % Inverts function
p2z=[1 0 wz1^2];
dx=deconv(d,p2z);
ds=conv([1 0],dx);%f1=f*s/(s^2+wz^2)
kp=real(polyval(n,wz1)/polyval(ds,wz1));
% must return f-k*s/(s^2+wz^2)
n2=n-conv([kp 0],dx);
no=deconv(n2,p2z);
do=dx;
alfa=no(1);
no=no/alfa;
do=do/alfa;
end
```

Figura 5.10 – Implementação da técnica de deslocação do zero

– Exemplo III

Caso de uma função de transferência com zero de transmissão. Os parâmetros de entrada são apresentados na Tabela 5.5.

Tabela 5.5 – Entrada para função “*make_Ladder*”

Dados de entrada do exemplo II	
Função de Transferência com zero de transmissão	num_tf = [1 0 2.80601]*.215619 den_tf = [1 0.96641 1.2456 0.60503]
Impedância de Entrada Z_{11}	num_Z11 = [0.966411 0.443730 0.605031] den_Z11 = [2 0.966411 2.04743 0.605031]

Com a chamada da função “*make_Ladder*” cujo excerto do código é apresentado na -Figura 5.6 o resultado final é uma estrutura que representa o circuito que simula a função de transferência dada como entrada, assim sendo, após a chamada desta função tem-se:

COMP .	TERM1	TERM2	COMPONENT VALUE	ADMITTANCE
R	1	2	1.000	1
C	2	0	1.700	1.692*s
L	2	3	0.740	1.36352/s
C	2	3	0.490	0.485927*s
C	3	0	1.700	1.69201*s
R	3	0	1.000	1

Figura 5.11 – Resultado da aplicação da função *make_Ladder*

5.5.3 Síntese de *Cauer*

Caso não haja zeros de transmissão usa-se a função “*cauer_synthesis*” que se destina à remoção única e completa de pólos em infinito. Esta técnica é designada por *Cauer I*. Também existe a técnica designada por *Cauer II*, que é a técnica de remoção única e completa de pólos na origem, que não foi implementada neste projecto.

Para a implementação efectuada, assumiu-se que a entrada é sempre uma impedância.

Esta implementação possui três áreas principais, a saber: Cálculo do valor dos componentes, Controlo da impedância ou admitância e armazenamento da representação do *Ladder* na estrutura de dados, representando o circuito *Ladder* em *MATLAB*.

– **Cálculo do valor dos componentes**

O valor dos componentes são determinados através da função “*get_val*”, apresentada na Figura 5.12. Esta função recebe como parâmetros de entrada o numerador e o denominador da impedância ou admitância em cada passo e devolve como parâmetros de saída o valor do componente e o novo vector representando o numerador.

```
function [value,NewNum]=get_val(num, den)
    den=remove_zero_initial(den);
    [q,c]=deconv(num,den);
    q=remove_zero_initial(q);
    value=q(1);
    NewNum=c;
end
```

Figura 5.12 – Implementação da função “*get_val*”

a) Exemplo IV

Considerando uma função representada genericamente por $F(s)$ com numerador e denominador, a função acima devolve o valor do componente em K_{oo} e o resto do denominador após a remoção do pólo no infinito, isto é, faz $F(s)-k_{oo}s$.

Tabela 5.6 – Dados de entrada e saída da função “*get_val*”

Dados de Entrada	Dados de Saída	
	F(s) -> Impedância	F(s) -> Admitância
num_F = [1 0 20 0 64]	$K_{oo} = L = 1$	$K_{oo} = 1/C = 1$
den_F = [1 0 9 0]	$F_1 = F(s) - K_{oo}s$	$F_1 = 1/F(s) - K_{oo}s$
	$F_1 = [0, 0, 11, 0, 64]$	$F_1 = [-1, -19, 0, -55, 0]$

– **Controlo de Entrada**

Avalia em cada passo se a admitância é uma impedância ou uma admitância e ainda se existe ou não pólo no infinito. Caso exista, isto é, o grau do numerador for maior do que o denominador, é preciso inverter a impedância para admitância ou esta para impedância. Como pré requisito, a função de entrada é sempre uma impedância. Estes passos são representados no script (que constitui apenas um excerto do código da função “*cauer_synthesis*”) apresentado na Figura 5.13, onde também usa-se uma função designada por “*get_order*”, função desenvolvida para determinar a ordem de uma matriz.

```

...
is_imp=1; %1=true, if impedance
is_adm=-1;%-1=false,not admittance
RESISTOR=1;%ohm

%for i=1 ==> assume first impedance is Resistor = 1ohm
for i=2:control+1
%case of numerator order is less than denominator
%control =1, first time, is mandatory impedance
if (order_num<order_den) % made Y=1/Z or Z=1/Y
aux=num; %tchange num=den and den =num
num=den; den=aux;
if (is_imp==1 && is_adm==-1) %made Y=1/Z
is_adm=1;
is_imp=-1;
elseif (is_imp==-1 && is_adm==1) %made Z=1/Y
is_adm=-1;
is_imp=1;
end
end
end
...

```

Figura 5.13 – Implementação do controlo da Entrada (Z ou Y)

– **Armazenamento na estrutura de dados** (*incidence_struct*)

Para o preenchimento da matriz de incidência, assume-se que a estrutura do filtro é duplamente terminada por resistências. O script apresentado na Figura 5.14 tem por objectivo o preenchimento relativo ao condensador e à bobina, numa lógica de condensador em paralelo e bobina em série.

```

%% save component
if (is_adm==1) %case of CAPACITOR
incidences_struct(i).comp='C';
incidences_struct(i).value=koo;
incidences_struct(i).adm=vpa(koo)*S;
incidences_struct(i).term2=ground;
incidences_struct(i).term1=terminal;
elseif (is_imp==1) %case of BOBINE
incidences_struct(i).comp='L';
incidences_struct(i).value=koo;
aux=round2(koo,6);
if aux==0 %caso em q impedance==0
incidences_struct(i).adm=vpa(1/(100000*S));
else
incidences_struct(i).adm=vpa(1/(aux*S));
end
incidences_struct(i).term1=terminal;
incidences_struct(i).term2=terminal+1;
terminal=terminal+1;
end %case of imp
order_num = get_order(num);
order_den = get_order(den);
end% whl

```

Figura 5.14 – Script de implementação do mapeamento do circuito *Ladder*

5.6 Determinação da Representação por Equações de Estados

Para a determinação da representação por equações de estado de um circuito, consideram-se como variáveis as tensões nos terminais dos condensadores e as correntes que circulam pelas bobinas.

Para a determinação automática da representação por equações de estados de um circuito *Ladder* adoptem-se a metodologia representada na Figura 5.15. Destacando três áreas, a saber: o preenchimento das diagonais, de seguida, as posições diferentes das diagonais e por fim, as posições adicionais, referentes a cada bobina que compõe o circuito em topologia *Ladder*.

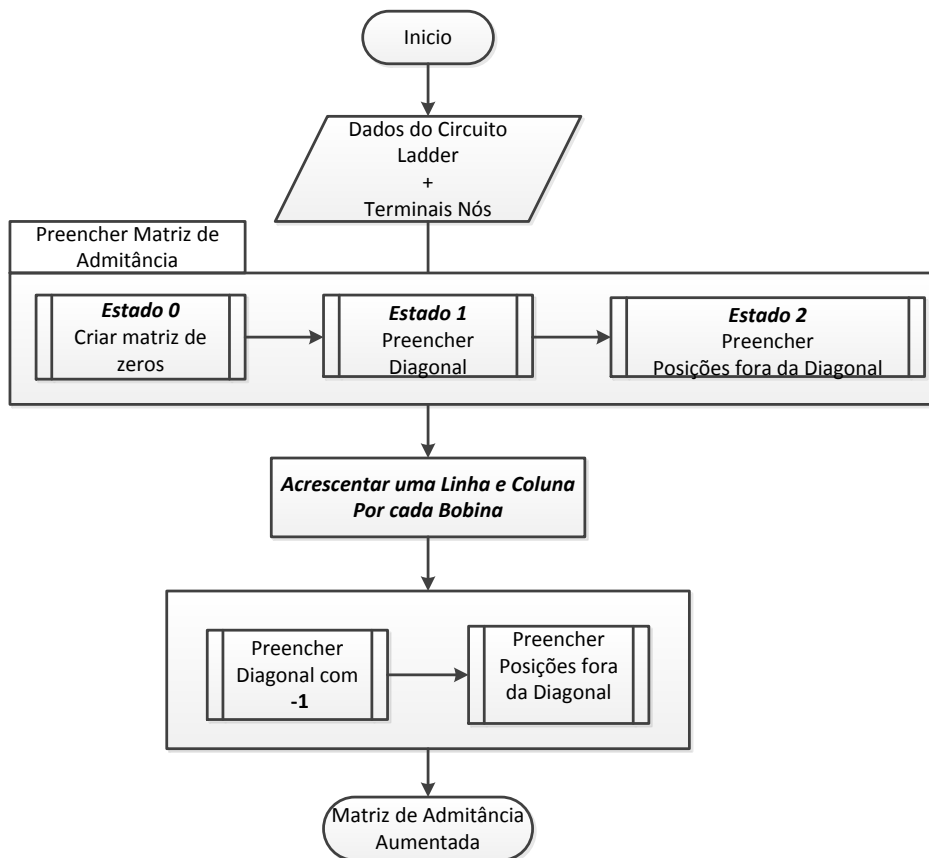


Figura 5.15 – Matriz de Admitância (Análise do Circuito *Ladder*)

Para uma melhor clarificação da metodologia recorreu-se ao exemplo representado na Figura 5.16.

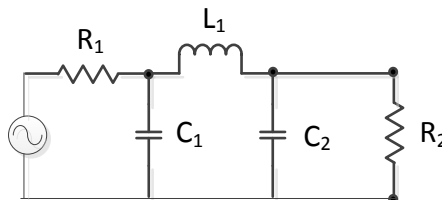


Figura 5.16 – Circuito Exemplo

5.6.1 Geração da matriz de admitância

Considera-se inicialmente uma matriz quadrada, de dimensão igual ao número de nós do circuito e preenche-se a matriz segundo as regras do método de “nós”.

De acordo com a Figura 5.15 será apresentado cada passo/estado ilustrando o efeito na matriz de admitância, cujos novos elementos estarão ilustrados a negrito para realçar a mudança efectuada a cada passo.

PASSO 0: Criação da Matriz de Admitância

Analisando o circuito da Figura 5.16, conclui-se que o circuito possui dois “nós”, ou seja, a matriz terá dimensão 2x2, sendo assim a matriz denominada por “Matriz de Admitância” é:

$$\text{Matriz de Admitância} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

PASSO I: Preenchimento das diagonais

Neste passo considera-se que a bobina possui admitância nula. Preenche-se a diagonal com o somatório das admitâncias dos componentes que ligam a um determinado terminal.

$$\text{Matriz de Admitância} = \begin{bmatrix} sC_1 + G_1 & 0 \\ 0 & sC_2 + G_2 \end{bmatrix}$$

A Figura 5.17 representa a implementação do preenchimento da diagonal da matriz de admitância sem a contribuição da bobina.

```
...  
%% -- fill diagonal with cell_adm of the node  
if(state==1)  
    for i=1:size_of_termNode  
        for j=1:size_of_termNode  
            if(i==j)  
                A(i,j) =vpa(cell_adm(i).I) ;  
            end  
        end  
    end  
    end%_end fill diag  
    state=2;  
end  
...
```

Figura 5.17 – Script de preenchimento da diagonal

PASSO II: Preenchimento da matriz nas posições em que $i \neq j$

Após o preenchimento das diagonais, passa-se para as posições em que i e j diferem, com o valor/expressão da admitância entre dois terminais, isto é, entre terminal t_i e t_j .

De acordo com o circuito de exemplo a matriz de admitância mantém-se inalterada, pois na posição $i=1$ e $j=2$ ou $i=2$ e $j=1$ encontra-se uma bobina, assim sendo considera-se a admitância nula e a matriz mantém-se.

$$\text{Matriz de Admitância} = \begin{bmatrix} sC_1 + G_1 & 0 \\ 0 & sC_2 + G_2 \end{bmatrix}$$

O script da Figura 5.18 demonstra como se resolveu a questão do sinal positivo ou negativo à frente da admitância. Isto é, se o conteúdo da variável t_i for maior do que t_j , significa que t_j é o terminal t_2 ; caso o valor da variável t_j seja igual ao número de nós (*size_of_termNode*), então o sinal é negativo ou, caso contrário, o sinal será positivo.

```
if state==2
    for i=1:size_of_termNode
        for j=1:size_of_termNode
            if(i~=j)
                t1=i;
                t2=j;
                if (t1>t2) %then t2 is the first terminal
                    if(t1 == size_of_termNode) %last node, signal negative
                        a_signal=-1;
                    elseif(t1 < size_of_termNode)
                        a_signal=1;
                    end
                    [adm_C_R,] = get_admittance_by_t1_t2( incidences_struct, t2+1,t1+1 );
                    A(i,j)= vpa(a_signal*adm_C_R);
                elseif(t1<t2)
                    if(t2 == size_of_termNode) %last node, signal negative
                        a_signal=-1;
                    elseif(t2 < size_of_termNode)
                        a_signal=1;
                    end
                    [adm_C_R,] = get_admittance_by_t1_t2( incidences_struct, t1+1,t2+1 );
                    A(i,j) =vpa(a_signal*adm_C_R);
                end%t1>t2
            end
        end
    end
```

Figura 5.18 – Implementação da matriz de admitâncias sem Bobina

PASSO III: Introdução das Bobinas

Nos dois itens anteriores, a admitância da bobina foi considerada nula. Neste terceiro item acrescentar-se-á por cada bobina, uma linha e uma coluna à matriz de admitâncias. Sendo nb contador de bobinas existentes, que se incrementa assim que exista uma nova bobina.

Assim sendo, a nossa matriz de admitância passa a ter dimensão 3x3, pois existe uma bobina no “circuito Exemplo”, isto é, vai-se acrescentar uma linha e uma bobina à matriz de admitâncias, passando a designá-la de “matriz de admitâncias alargada”, tal que:

$$\Leftrightarrow \text{Matriz de Admitância_alargada} = \begin{bmatrix} sC_1 + G_1 & 0 & \mathbf{0} \\ 0 & sC_2 + G_2 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix}$$

PASSO IV:

Para cada linha adicionada, na posição da coluna adicionada preenche-se com o valor 1, isto é, na posição (linha = nb e coluna = numero de colunas existente+1) é igual a 1.

$$\Leftrightarrow \text{Matriz de Admitância_alargada} = \begin{bmatrix} sC_1 + G_1 & 0 & \mathbf{+1} \\ 0 & sC_2 + G_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

PASSO V:

Nas novas diagonais preenche-se com o valor 1 precedido do sinal negativo, ou seja, (-1).

$$\Leftrightarrow \text{Matriz de Admitância_alargada} = \begin{bmatrix} sC_1 + G_1 & 0 & 1 \\ 0 & sC_2 + G_2 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{-1} \end{bmatrix}$$

PASSO VI:

Para cada linha adicionada na coluna nb, quando:

- a posição (linha = numero de linhas existente +1 e coluna = nb), preenche-se com a admitância da bobina.

$$\Leftrightarrow \text{Matriz de Admitancia_alargada} = \begin{bmatrix} sC_1 + G_1 & 0 & 1 \\ 0 & sC_2 + G_2 & 0 \\ \mathbf{1} & 0 & -1 \\ \mathbf{sL_1} & & \end{bmatrix}$$

- a posição (linha = numero de linhas existente e coluna = nb+1) preenche-se com o simétrico da admitância da bobina, ou seja, a sua admitância multiplicada por (-1).

$$\Leftrightarrow \text{Matriz de Admitancia_alargada} = \begin{bmatrix} sC_1 + G_1 & 0 & 1 \\ 0 & sC_2 + G_2 & 0 \\ 1 & \mathbf{1} & -1 \\ \mathbf{sL_1} & \mathbf{-sL_1} & \end{bmatrix}$$

PASSO VII:

Para cada linha adicionada, na coluna = coluna existente + nb, preenche-se com (-1)

$$\Leftrightarrow \text{Matriz de Admitancia_alargada} = \begin{bmatrix} sC_1 + G_1 & 0 & 1 \\ 0 & sC_2 + G_2 & -1 \\ \frac{1}{sL_1} & -\frac{1}{sL_1} & -1 \end{bmatrix}$$

A implementação da contribuição das bobinas encontra-se ilustrada na Figura 5.19.

```
% diagonal for additional line
for nb=1:number_of_bobine
    A(nb,n+nb)=1; % pos(row=1, coll add)=1
    A(n+nb,n+nb)=-1; % diag for add row/col=-1
    t1=term(nb).term1;
    t2=term(nb).term2;
% fill --- for row<>col and row>1
    A(n+nb,nb)=vpa(adm_L(nb).I);
    A(n+nb,nb+1)=vpa(-adm_L(nb).I);
    A(nb,n+nb)=1;
    A(nb+1,n+nb)=-1;
end % end_bobine
```

Figura 5.19 – Excerto do script que introduz a contribuição da bobina

5.7 Obtenção das Equações de Estados (EE)

É um dos métodos que descreve a estrutura interna de um filtro, através das suas variáveis de estado. O número de variáveis de estado é igual à ordem do filtro.

Para este projecto existe a particularidade de se usar uma função intermédia como entrada ao método de EE, isto é, utiliza-se uma técnica designada por “*Síntese de Função Intermédia*” (*Intermediate Function - IF*). Esta técnica baseia-se na utilização de um conjunto de funções intermédias obtidas a partir da descrição do circuito em escada e que permitem determinar o diagrama de fluxo de sinal do filtro a implementar. Nada mais é do que a aplicação da regra de *Cramer* à matriz de admitância alargada, no sentido de obter uma matriz que representa a função de transferência, simbolizada como matriz “F”. Para uma leitura aprofundada sugere-se a consulta da bibliografia referenciada como [11].

PASSO I: Determinação da matriz F

Aplicando o método de *Cramer* à matriz de admitância alargada obtém-se a matriz iF , cuja apresentação encontra-se representada na Figura 5.20.

```
function [iF]=iF_Cramer11(A,Y)
syms s
n1=length(Y);
n=size(A);
dA=det(A);
if n==n1
    for i = 1 : n
        Ax=A;
        for j=1 :n
            Ax(j,i)=Y(j);
        end%_j
        Dx=det(Ax);
        aux=(Dx/dA);
        iF(i)= aux;
    end%_i
else
    error('MISTAKE DATA, A square Matrix and Y col Matrix');
    iF=[];
    return;
end%_n==n1
end%_function
```

Figura 5.20 – Script de Implementação da Regra CRAMER/ determinação de iF

Passo II: Aplicação do método dos *RESIDUOS*

Desenvolveu-se uma rotina, que através da matriz iF , cria-se uma nova matriz, designada por F , contendo os resíduos da iF . A implementação foi denominada de “*make_F*” e está representada na Figura 5.21. A função iF pode ser descrita através dos parâmetros das matrizes A , B , C e do escalar D da seguinte forma

Considerando a função de transferência:

$$t(s) \triangleq y(s)/u(s) = C^t(sI - A)^{-1}B + D \triangleq \frac{p(s)}{e(s)} \quad (5.1)$$

Casos em que o circuito é composto por bobinas e condensadores, o resultado da análise são um conjunto de equações diferenciais de ordem n . Uma das formas mais utilizadas nestes casos é a forma matricial. O circuito será descrito por duas equações de estado, A saber:

$$s\mathbf{x}(s) = A\mathbf{x}(s) + B\mathbf{u}(s) \quad (5.2)$$

$$y(s) = C^t\mathbf{x}(s) + D\mathbf{u}(s) \quad (5.3)$$

Onde:

- \mathbf{x} é o vector de estados
- \mathbf{y} é o vector que representa a saída (variáveis de interesse) do circuito
- \mathbf{u} é o vector que representa as entradas, isto é, as fontes
- A, B, C, D matrizes resultante da análise do circuito

```

function [F, p_fi] = make_F_Vector(num_fi_aux, den_fi, n)
while(i<n)
    num_fi_aux12 = sym2poly(num_fi_aux(i));
    nn=length(num_fi_aux12);
    if nn==1
        num_fi_aux1 = zeros(1,n+1);%auxiliary to keep a poly of int. function
        num_fi_aux1(1,n+1) = num_fi_aux12;%keep at last position<=>s^0
    else
        num_fi_aux1 = zeros(1,n+1); %auxiliary to keep a poly of int. function
        if (nn<n+1)
            jj=n+1;
            ii=nn;
            while ii >= 1
                num_fi_aux1(jj) = num_fi_aux12(ii);
                jj=jj-1;
                ii=ii-1;
            end
        else % case of nn=n
            for ii = 1 : nn
                num_fi_aux1(ii) = num_fi_aux12(ii);
            end %for
        end %% end degree poly pf intermediate function < n
    end%end if numeric
    [r_fi_aux,p_fi_aux] = residue(num_fi_aux1,den_fi);
%% make F vector
    for k=1:n
        r_fi(j,k)=r_fi_aux(k,1);
        p_fi(j,k)=p_fi_aux(k,1);
        % Vector "F" containing the residues of the IF residue,
        % but, must be make a transpose
        F(j,k)=r_fi_aux(k,1) .';
    end
    i=i+1;
    j=j+1;
end %% end while
end% end_function

```

Figura 5.21 – Script da função “make_F”, baseada no método dos Resíduos

PASSO III: Determinação das matrizes de estado (A, B, C e D)

Para determinar os parâmetros das matrizes **A**, **B**, **C** e do escalar **D** usa-se as seguintes expressões:

$$\mathbf{A} = \mathbf{F}\mathbf{E}\mathbf{F}^{-1} \tag{5.4}$$

$$\mathbf{B} = \mathbf{F} * \mathbf{1} \tag{5.5}$$

$$\mathbf{c}^T = \mathbf{t}^T\mathbf{F}^{-1} \tag{5.6}$$

$$\mathbf{D} = \mathbf{t}_{n+1} \tag{5.7}$$

Onde:

- **t** é o vector dos **n** resíduos de **t(s)** nos pólos, normalmente são números complexos.
- **t_{n+1}** é o resíduo de **t(s)**, quando **s** → ∞
- **E** é uma matriz diagonal composta pelas raízes **e₁, e₂, e₃ .. e_n**
- **F** é a matriz composta pelos resíduos de **f**, normalmente são números complexos

Após obter os dois itens acima, aplica-se as definições das matrizes A, B, C e o escalar D com auxílio dos recursos disponibilizados pelo *MATLAB*, tais como:

- *diag* – preenche a diagonal de uma matriz;
- *real* – devolve a parte real de um numero complexo;
- *inv* – determina e devolve a matriz inversa,
- *one* – preenche e devolve uma matriz com todos os elementos unitários,
- *sym2poly* – converte uma representação simbólica num vector correspondente e
- *roots* – calcula as raízes de uma equação através do seu vector correspondente

A conjugação destes recursos permite obter as matrizes acima referidas, cuja implementação encontra-se na Figura 5.22:

```
function[A,b,c,d]=mySS(iF, number_terminal_node)
    n = length(iF);
    for i=1:n
        [num_iF(i), den_iF]=numden(iF(i));
    end
    e=(sym2poly(den_iF));
    re=roots(e);
    %% Intermediate function - iF, make a matrix mIf, den is the same
    [F,]=make_F(num_iF,e);
    %% vector E = diag(e1..en)
    E=diag(re);
    dF=det(F);
    %% Matrix "A" describe the interconection of the n integrator
    %invF=round_matrix(inv(F));
    invF=inv(F);
    %f=F, EE=E, INV_if=invF, pause
    A=(real(F*E*invF));
    %% Matrix "b" -- contains the coefficients that multiply the input signal
    % U(s) as it is applied to the input of n integrators, b = F*Unit,
    % unit matrix, define with dimension = n
    Unit=ones(n,1);
    %% Matrix C
    c=zeros(1,length(A)); %depend of the number of node,...,
    c(1,number_terminal_node)=1;%e.g. #node=2 then c(2)=1 and others is zero
    d=0;%ladder due to the circuit not be connected directly link input
end
```

Figura 5.22 – Implementação/Determinação das matrizes de Estado

Analisando o script acima verifica-se que não foi aplicado as equações (5.6) e (5.7) para o cálculo das matrizes C e D respectivamente, pois neste caso em particular onde se tem um circuito em forma de escada, a determinação destas matrizes é relativamente fácil, isto é:

– Determinação da Matriz C

É uma matriz de dimensão 1xn, em que “n” é a ordem do filtro e em particular para circuitos em forma de escada apenas o elemento da coluna igual ao número de nós é diferente de zero, isto é, apenas

existe uma única ligação directa entre o sistema e a saída. Em particular para o circuito do exemplo a matriz C é igual a $[0 \ 1 \ 0]$.

– Determinação da Matriz D

Para circuitos em forma de escada não existe uma conexão directa entre o sinal de entrada “U” e o sinal de saída “Y”, pelo que nestes casos o escalar D é nulo, como se observa na Figura 5.22.

5.8 Conversão do espaço de estado para um circuito gm-C

As equações de estado são manipuladas de forma a obter-se uma conversão directa para um circuito com amplificadores de transcondutância e condensadores (g_m -C). O resultado será um circuito activo com o condensador ligado ao *ground*, o que permite um maior controlo da sua variação.

Reescrevendo a equação (5.2) da seguinte forma:

$$\Rightarrow s \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ B_3 \end{bmatrix} U \quad (5.8)$$

$$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{a_{11}}{s} & \frac{a_{12}}{s} & \frac{a_{13}}{s} \\ \frac{a_{21}}{s} & \frac{a_{22}}{s} & \frac{a_{23}}{s} \\ \frac{a_{31}}{s} & \frac{a_{32}}{s} & \frac{a_{33}}{s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{B_1}{s} \\ \frac{B_2}{s} \\ \frac{B_3}{s} \end{bmatrix} U$$

Relembrando a alguns conceitos da análise de um g_m -C, temos que o circuito da Figura 5.23 é um integrador caracterizado por:

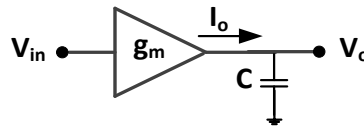


Figura 5.23 – Integrador g_m -C

Da análise do circuito sabe-se que:

$$\frac{V_o}{V_{in}} = \frac{g_m}{sC} \quad (5.9)$$

Da análise matricial (5.8) tira-se que:

$$X_1 = \frac{a_{11}}{s} X_1 + \frac{a_{12}}{s} X_2 + \frac{a_{13}}{s} X_3 \quad (5.10)$$

Em termos de diagrama de fluxo sinal (SFG) o processo é equivalente para todas as parcelas da equação (5.10), assim sendo a Figura 5.24 seguinte mostra como se representa a parcela:

$$X_1 = \frac{a_{11}}{s} X_1 \quad (5.11)$$

- Reescrevendo a equação tem-se que $X_1 = \frac{a_{11}}{s} X_1 \Leftrightarrow sX_1 = a_{11}X_1$

Em SFG corresponde a:

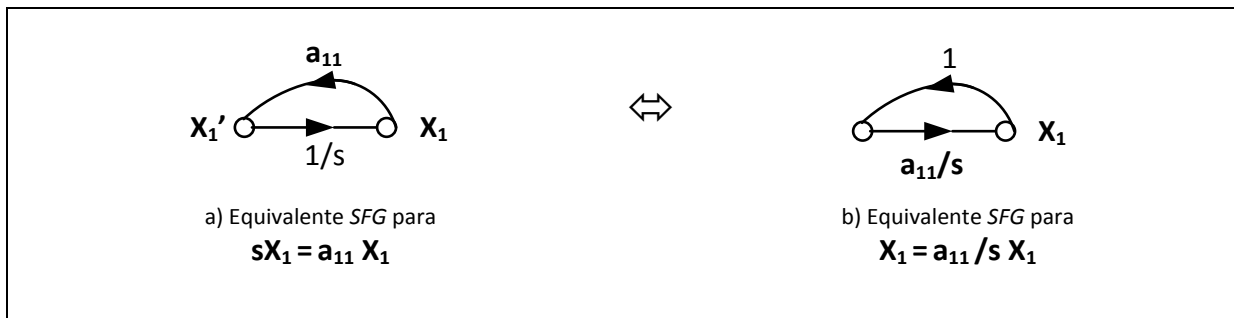


Figura 5.24 – Conversão da equação de estado em SFG

A representação do SFG num circuito g_m -C é representada na

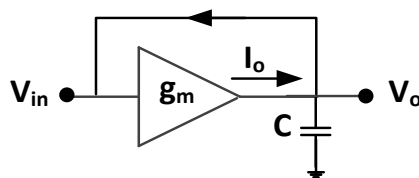


Figura 5.25 – Conversão SFG para g_m -c

A equação que obedece à análise do circuito da Figura 5.25 e do SFG da Figura 5.24 é:

$$g_m = a_{11} * C = g_{m11} \tag{5.12}$$

Genericamente pode reescrever a equação (5.12) em termos dos vectores A e B, da seguinte forma:

$$g_{m_{ij}} = a_{ij} * C_{xi} \tag{5.13}$$

$$g_{m_{ib}} = b_i * C_{xi} \tag{5.14}$$

A conversão do filtro passivo em topologia *Ladder* é facilmente obtida, tendo em conta que cada amplificador possui uma transcondutância $g_{m_{ij}}$ e $g_{m_{ib}}$ determinada através dos elementos dos vectores de estados A e B e cada integrador possui um condensador representado por C_{xi} como se pode observar na Figura 5.33 relativo ao exemplo de aplicação.

5.9 Exemplo de Aplicação

No exemplo da aplicação será apresentado o diagrama de fluxo de sinal e a conversão para filtro activo com amplificadores de transcondutância g_m -C.

Exemplo IV – Filtro de terceira ordem *Butterworth* para os modos *GSM* e *WCDMA* com frequência de corte a *2.5Mhz*

Apresenta-se um exemplo aplicando o programa desenvolvido, com os dados de entrada e as suas respectivas saídas. Inicialmente faz-se a aproximação *Butterworth* com uma frequência de 1Khz e a impedância normalizada e posteriormente faz-se o processo de escalonamento na frequência e na impedância para frequência de 2.5 MHz e impedância de 50Ω. Estes passos são ilustrados na

Figura 5.26.

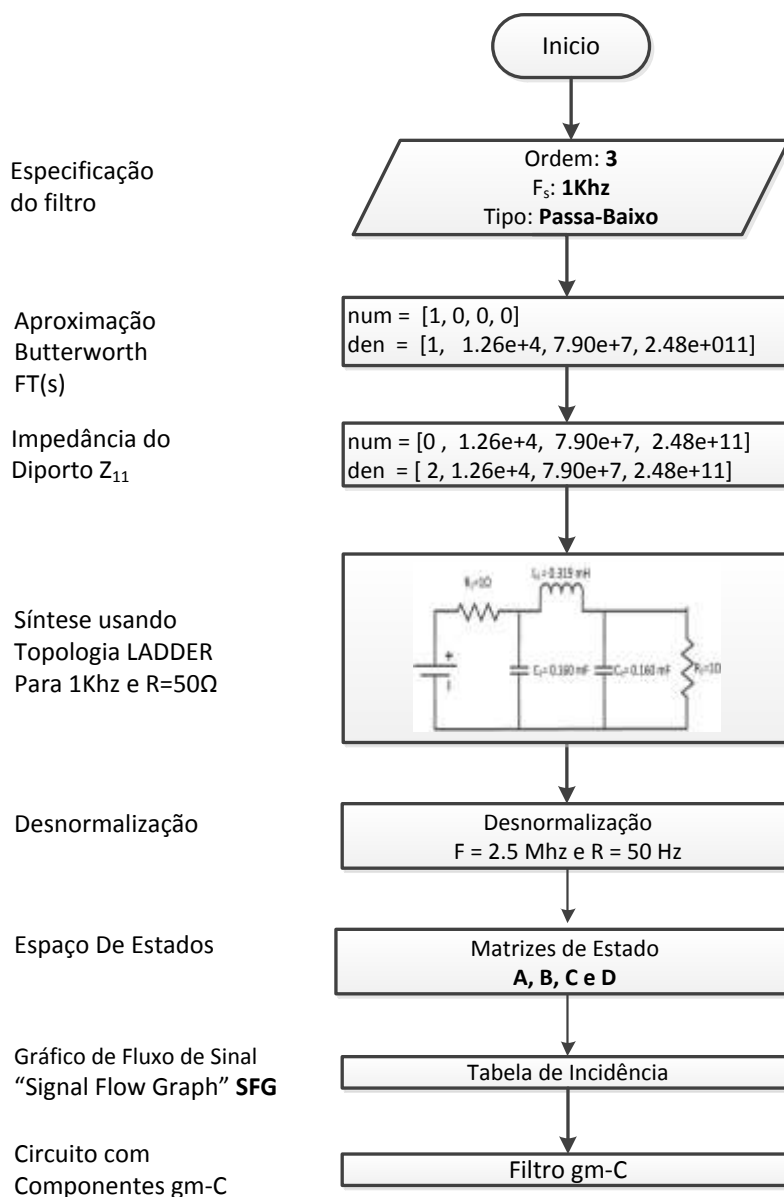


Figura 5.26 – Sequência de procedimentos

I- Dados de entrada – representado no esquema pelo bloco “Especificação do Filtro”:

- Ordem do filtro: 3
- Frequência: $f = 2.5 \text{ Mhz}$
- Tipo de Filtro: Passa-Baixo

II- Aproximação *Butterworth* – obtendo a função de transferência, dividida em numerador e denominador em forma de vector:

- num = [1, 0, 0, 0]
- den = [1, 1.26e+4, 7.90e+7, 2.48e+011]

III- Impedância de entrada Z_{11} :

- num = [0, 1.26e+4, 7.90e+7, 2.48e+11]
- den = [2, 1.26e+4, 7.90e+7, 2.48e+11]

IV- Síntese usando topologia de circuitos em escada – bloco “Síntese da Topologia *LADDER*”

a) **Circuito Gerado**, o circuito resultante é um filtro passivo em forma de escada:

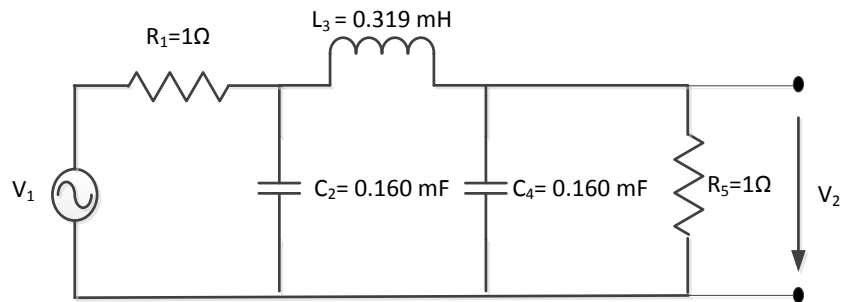


Figura 5.27 – Circuito *Ladder* obtido para $f=1\text{Khz}$

b) Escalonamento na frequência e na impedância (1 khz para 2.5 Mhz)

O Resultado deste escalonamento na frequência e na impedância resulta na tabela 5.7 e no circuito da Figura 5.28.

Tabela 5.7 – Escalonamento na frequência e impedancia

f = 1 (Khz)		f = 2.5 (Mhz)	
R ₁	1 (Ω)	R ₁	1 (Ω)
C ₂	0,16 (mF)	C ₂	64 (nF)
L ₃	0,319 (mH)	L ₃	0,1276 (μH)
C ₄	0,16 (mH)	C ₄	64 (nF)
R ₂	1 (Ω)	R ₂	1 (Ω)

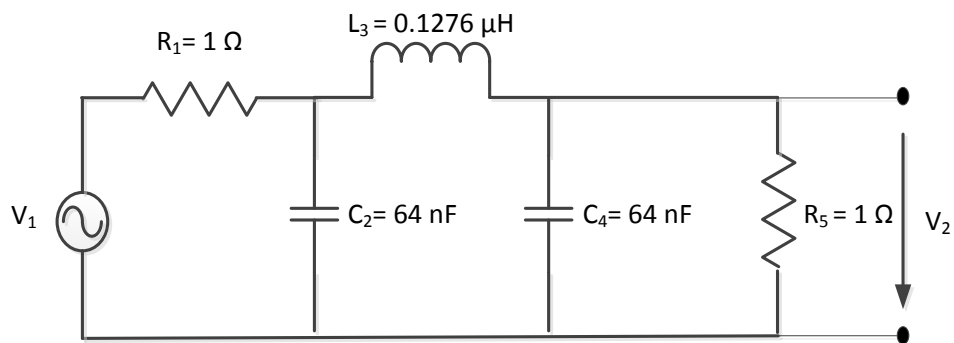


Figura 5.28 – Circuito *Ladder* equivalente para f=2.5 Mhz

c) Escalonamento da impedância (1 (Ω) para 50 (Ω))

A tabela seguinte apresenta os novos valores dos componentes após o escalonamento na impedância.

Tabela 5.8 – Escalonamento da impedância para $R = 50 \Omega$

Impedância Normalizada		Impedância Desnormalizada	
f = 2.5 (Mhz)		f = 2.5 (Mhz)	
R_1	1 (Ω)	R_1	50 (Ω)
C_2	64 (nF)	C_2	1.28 (nF)
L_3	0,1276 (μ H)	L_3	6,38 (μ H)
C_4	64 (nF)	C_4	1.28 (nF)
R_2	1 (Ω)	R_2	50 (Ω)

O circuito resultante do escalamento é apresentado na Figura 5.29.

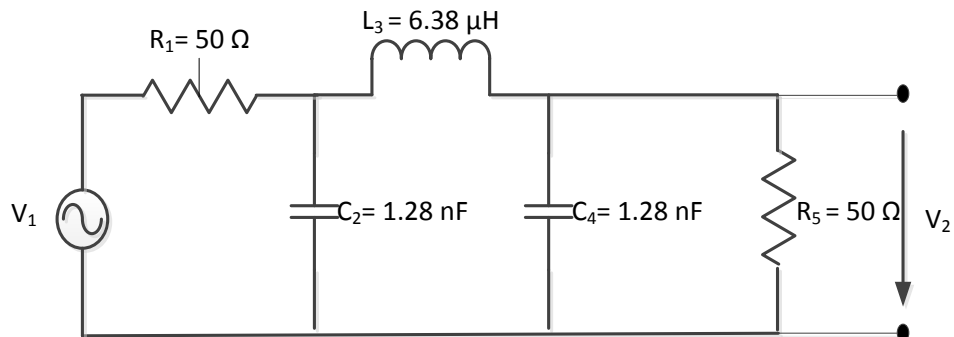


Figura 5.29 – Circuito resultante após escalamento para $R = 50 \Omega$

d) Validação do circuito

A validação do circuito gerado foi realizado com os resultados obtidos da análise em frequência do mesmo circuito simulado com *Hspice*. O resultado da análise em frequência encontra-se apresentado na Figura 5.30 e Figura 5.31, diagrama de amplitude e fase respectivamente.

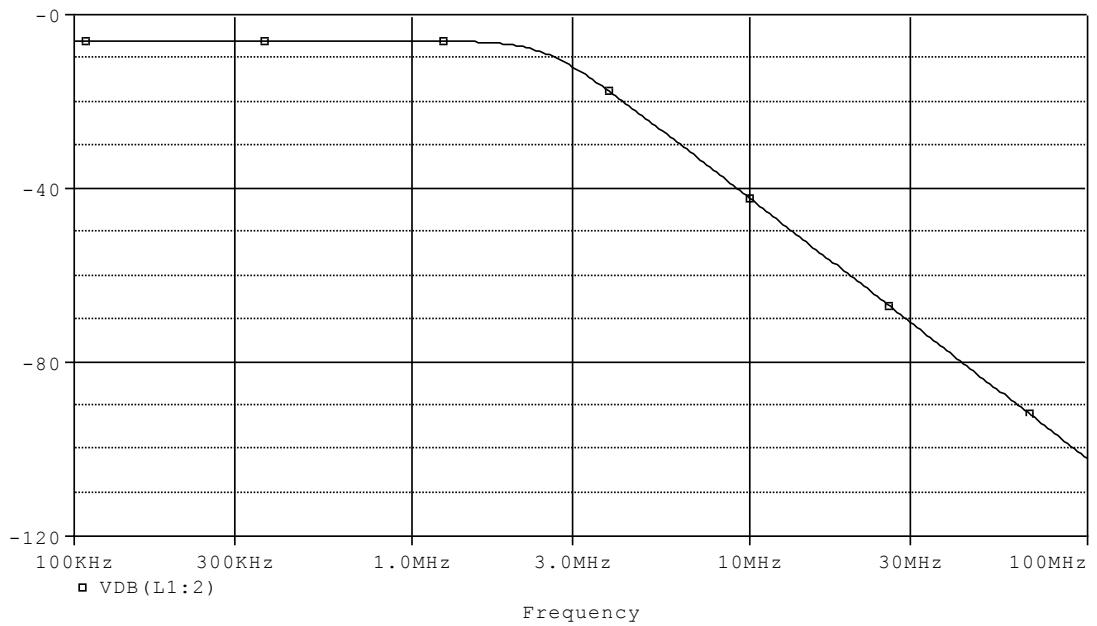


Figura 5.30 – Diagrama de módulo

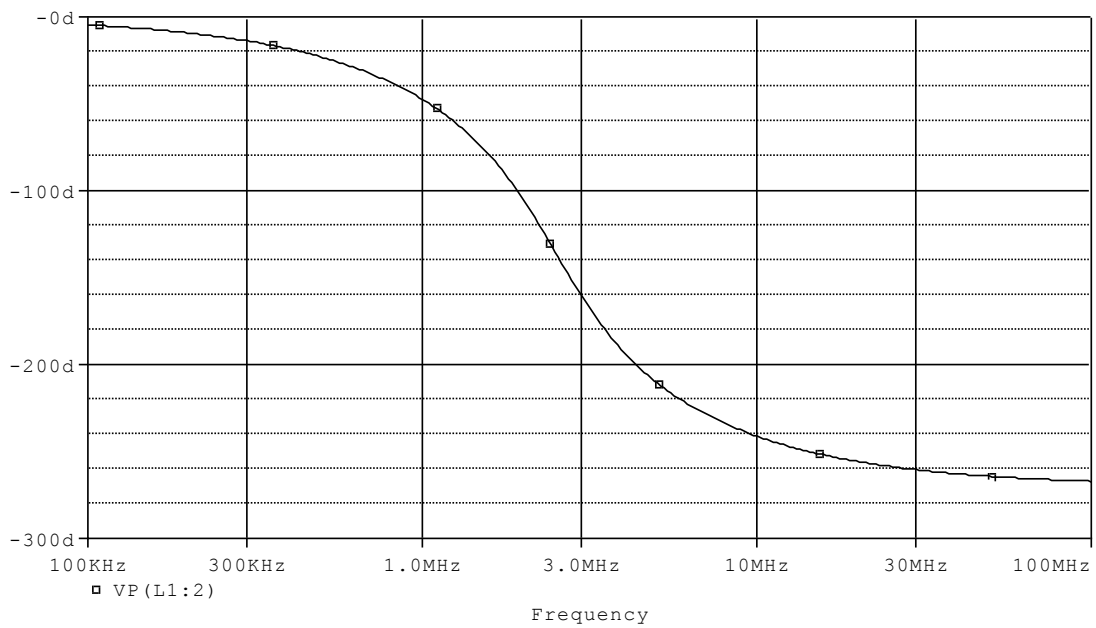


Figura 5.31 – Diagrama de Fase

V- Matrizes e Vetores de Estado – usando o bloco “Espaço de Estados”:

- **Matriz A**

$$A = \begin{bmatrix} -3.1239e+5, & -226.35, & -1.5615e+7 \\ -1.5248e-11, & -3.1249e+5, & 1.5627e+7 \\ 1.5679e+5, & -1.5678e+5, & -117.14 \end{bmatrix}$$

- **Matriz B**

$$B = [1.562e+7; 0; -1.3067e-11] \text{ e } B' = [1.562e+7; 0; 0]$$

- **Matriz C**

$$C = [0; 1; 0]$$

VI- Gráfico de Fluxo de Sinal - SFG.

Com base nas equações de estado (5.2) e (5.3), apresenta-se na Figura 5.32 o gráfico de fluxo de sinal.

A legenda utilizada para representar o gráfico de fluxo de sinal é apresentada na Tabela 5.9.

Tabela 5.9 – Legenda usada na representação do SFG

Variável de Estado	Representação em SFG
s x(s)	X'
x(s)	X
U(s)	U
Y(s)	Y

A representação em termos de diagrama de fluxo de sinal deverá ter em conta que cada **nó** representa um sinal (U/Y) e/ou variável de estado (X) e funciona como integrador. Cada ramo tem associada uma função de transferência.

O diagrama de fluxo de sinal correspondente apresenta-se na figura seguinte que nada mais é do que uma forma de representar a figura anterior.

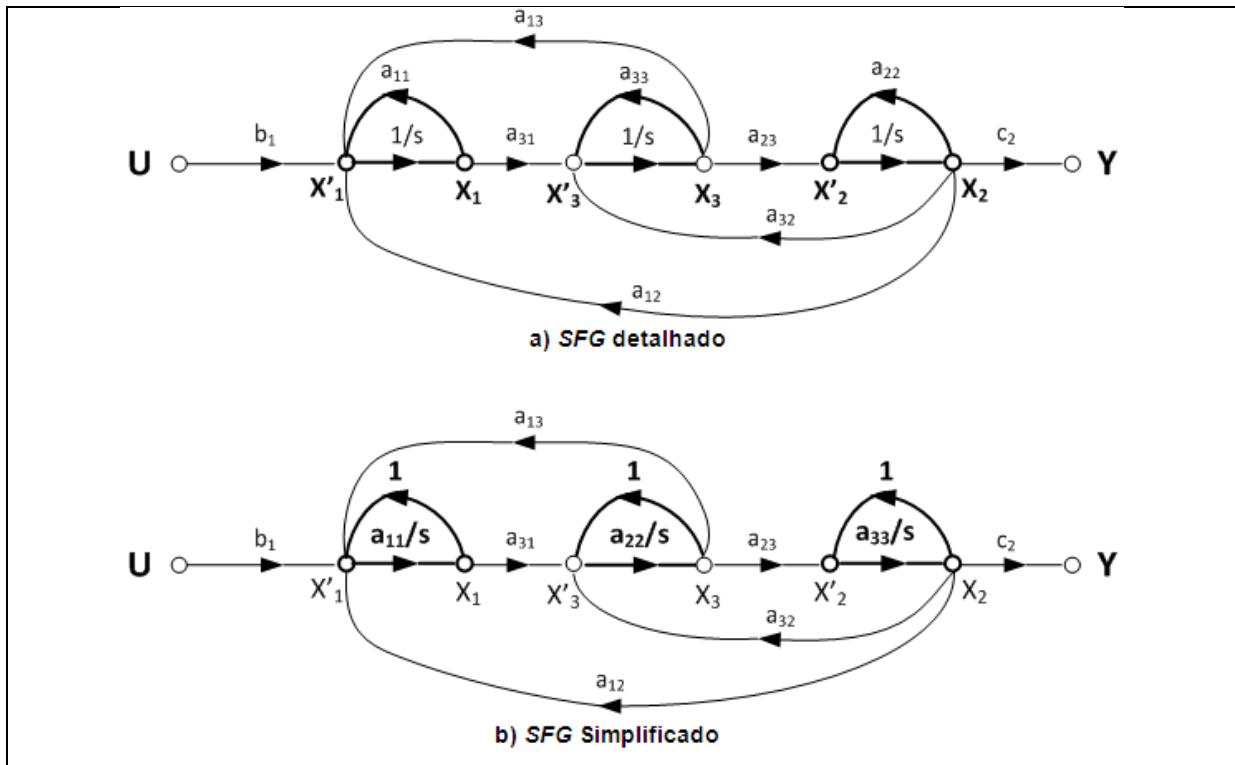


Figura 5.32 – Diagrama de fluxo de sinal do exemplo IV

VI – Conversão do Filtro Passivo com topologia *LADDER* num filtro Activo com *OTA*

Baseando na secção 5.8 deste capítulo facilmente se obtém o filtro activo com *OTAs*, denominado de **filtros g_m -C**.

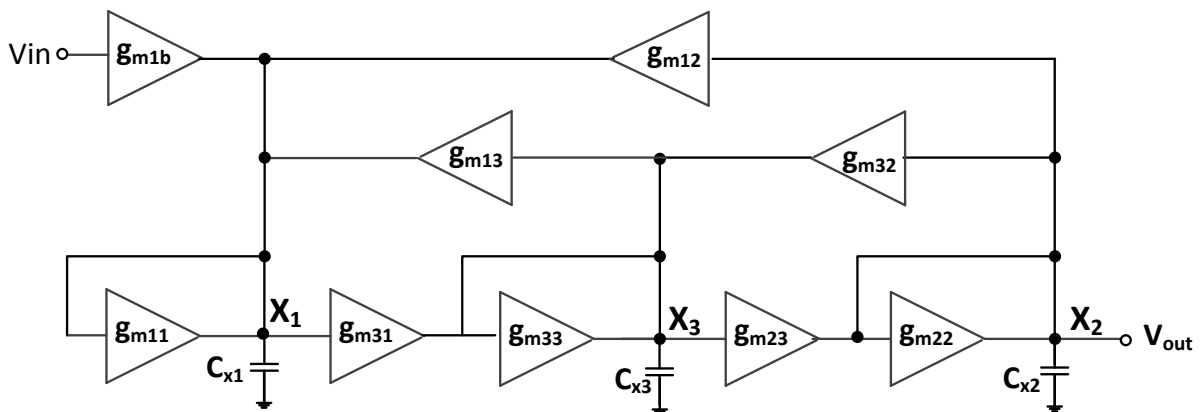


Figura 5.33 – Conversão do Filtro passivo para Filtro Activo g_m -C

Os valores da transcondutância de cada OTA são:

– Contribuição da matriz A:

$$g_{m_11} = a_{11} * C_{x1} = -3.1239e + 05 * C_{x1}$$

$$g_{m_12} = a_{12} * C_{x1} = -226.35 * C_{x1}$$

$$g_{m_13} = a_{13} * C_{x1} = -1.5615e + 7 * C_{x1}$$

$$g_{m_21} = a_{21} * C_{x2} = -1.5248e - 11 * C_{x2}$$

$$g_{m_22} = a_{22} * C_{x2} = -3.1249e + 5 * C_{x2}$$

$$g_{m_23} = a_{23} * C_{x2} = 1.5627e + 7 * C_{x2}$$

$$g_{m_31} = a_{31} * C_{x3} = 1.5679e + 5 * C_{x3}$$

$$g_{m_32} = a_{32} * C_{x3} = -1.5678e + 5 * C_{x3}$$

$$g_{m_33} = a_{33} * C_{x3} = -117.14 * C_{x3}$$

– Contribuição da matriz B:

$$g_{m_1b} = b_1 * C_{x1} = 1.562e + 7 * C_{x1}$$

– Contribuição da matriz C:

Como referido anteriormente esta matriz estabelece a conexão directa entre uma variável de estado e o sinal de saída, em particular para este caso liga a variável “X₂” com a saída “Y”.

5.10 Conclusão

Neste capítulo apresentaram-se todos os módulos que constituem a aplicação desenvolvida assim como a sua importância e o seu script desenvolvido em *Matlab*. Esta ferramenta automatiza os conceitos anteriormente tratados e assim obter uma ferramenta fácil de manuseamento e eficaz, capaz de automatizar o processo do desenho de filtros analógicos para altas frequências. Com esta ferramenta são garantidas as características de um protótipo eléctrico em forma de escada, e ainda, garante a transformação de um circuito passivo em activo, utilizando o método de diagrama de sinal para o mapeamento resultando num circuito com condensadores e amplificadores de transcondutância, denominados por filtros *gm-C*.

Como forma de testar a aplicação desenvolvida, apresentou-se um exemplo, cujo resultado foi satisfatório na medida em que à saída de todos os módulos o resultado foi o que se esperava.

Capítulo 6

Considerações Finais e Trabalhos Futuros

Este trabalho apresenta o desenvolvimento de um ambiente destinado aos projectos de filtros analógicos.

Com esta ferramenta, permite-se desenvolver projectos de filtros analógicos de forma simples e rápida, para tal, basta conhecer os parâmetros do filtro desejado. Como resultado obter-se-á um filtro activo, garantindo características que o permite funcionar em altas frequências.

O resultado final é uma sequência dos vários módulos, que garantem as propriedades de um circuito em forma de escada, as propriedades das equações de estado e permitem de uma forma simples e eficaz o mapeamento do circuito de um filtro passivo para um filtro activo com amplificadores de transcondutância, através da utilização de diagrama de fluxo de sinal.

Assim sendo, o exemplo do capítulo anterior, mostra detalhadamente cada módulo com a sua entrada e saída. Esta ferramenta permite de forma fácil a adaptação a qualquer tipo de filtro, o exemplo refere-se ao caso de um filtro *Butterworth*.

Projectos Futuros:

- A Simulação através de ferramentas *CAD (Computer Aided Design)*, a implementação e validação do circuito g_m -C para que se possa estabelecer uma comparação com os dados obtidos com a aplicação desenvolvida e o circuito a ser implementado.
- Para o enriquecimento da pesquisa e da aplicação desenvolvida, sugere-se o cálculo e análise quantitativa de sensibilidades do circuito g_m -C, relativamente a não idealidades dos amplificadores de transcondutância, pela sua importância em circuitos integrados.
- Implementação de uma Interface Gráfica para facilitar o manuseamento da ApD

Referência Bibliográfica

- [1] O. P. Dias, "Conceito de Filtros," ed. Escola Superior Tecnologia de Setúbal, 2004.
- [2] J. Jyoti, "Design and Analysis of Ota Based 5th," Master, Department of Electronics and Communication Engineering Thapar Institute of Engineering & Technology, Patiala, India, 2006.
- [3] A. G. M. **Cardoso**, "Síntese, Análise e Realização de Filtros Activos," Mestrado, Departamento de Engenharia Electrotécnica e de Computadores, Universidade do Porto, Porto, 1995.
- [4] C. A. R. d. Oliveira, "Filtros," in *Electrónica (ano lectivo 2006/2007)*, Material de apoio à disciplina de Electrónica da Faculdade de Engenharia da Universidade Lusíada, Vila Nova de Famalicão, 2006.
- [5] T.-Y. **Lo** and C.-C. **Hung**. *1V CMOS Gm-C Filters*.
- [6] K. **Su**. (2003). *Analog Filters (Second Edition ed.)*.
- [7] T. **Deliyannis**, Y. **Sun**, and J. K. **Fidler**. (1998). *Continuous Time Active Filter Design*.
- [8] L. Huelsman, *Active and Passive Analog Filter Design*. New York, 1993.
- [9] S. K. Mitra and C. F. Hurth, *Miniature and Integration filters*. New York, 1989.
- [10] M. S. Filho, "Implementação de Filtros Activos Usando Amplificadores Operacionais de Transcondutância," ed, 2008.
- [11] W. M. Snelgrove and A. S. Sedra. (2003, Synthesis and analysis of state-space active filters using intermediate transfer functions. 33(Março, 1986), 287 - 301.
- [12] S. A.S. and S. K.C., *Microelectronic Curcuits*, 2000.
- [13] Y. Moon, D. Kim, T. Hwang, Y. Park, and K. Won, "A CMOS Continuous-Time Gm-C Filter and Programmable Gain Amplifier for WPAN Receivers," *2008 Ieee Silicon Nanoelectronics Workshop*, pp. 173-174, 2008 2008.
- [14] B. **Nauta**, *Analog CMOS Filters For Very High Frequencies*: Kluwer Academic Publishers, 1993.
- [15] S. Yichuang, *Design of High Frequency Integrated Analogue Filters*, 2002.
- [16] T. Michel, "HIGH FREQUENCY FILTER DESIGN," ed, 2003.