



**Filipe Daniel Rita Ledo Inácio**

Licenciado em Engenharia Civil

## **Análise de Fatores de Concentrações de Tensões em Ligações Tubulares**

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em  
Engenharia Civil, perfil de Estruturas

Orientador:

Eng. Carlos Ferreira, CSI Portugal

Co-orientador: Professor Doutor Corneliu  
Cismasiu, Professor Associado, FCT-UNL

Presidente: Prof. Doutora Maria Teresa Santana

Arguente: Prof. Doutor Rodrigo Gonçalves

Vogal: Eng. Carlos Ferreira



FACULDADE DE  
CIÊNCIAS E TECNOLOGIA  
UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA

**Março de 2014**



“Copyright” Filipe Daniel Rita Ledo Inácio, FCT/UNL e UNL

A Faculdade de Ciências e Tecnologia e a Universidade Nova de Lisboa têm o direito, perpétuo e sem limites geográficos, de arquivar e publicar esta dissertação através de exemplares impressos reproduzidos em papel ou de forma digital, ou por qualquer outro meio conhecido ou que venha a ser inventado, e de a divulgar através de repositórios científicos e de admitir a sua cópia e distribuição com objetivos educacionais ou de investigação, não comerciais, desde que seja dado crédito ao autor e editor.



# Agradecimentos

---

Este trabalho vem fechar um ciclo no meu percurso académico. Agradeço ao Professor Corneliu Cismasiu por ter aceitado orientar-me neste trabalho, mostrando sempre disponibilidade, paciência e uma admirável sabedoria, que pude comprovar ao longo dos anos.

Ao meu co-orientador Engenheiro Carlos Ferreira da empresa CSI Portugal e à sua equipa em especial ao Doutor Nuno Silva, pela oportunidade que foi dada para desenvolver este trabalho num ambiente empresarial.

A título pessoal agradeço a todos os amigos que fiz na FCT, que sempre me apoiaram e tornaram este percurso mais divertido. Dedico este trabalho aos meus pais, Jorge e Salomé, aos dois agradeço os sacrifícios, ensinamentos e dificuldades que passaram para que tudo isto fosse possível. Espero um dia poder retribuir o que fizeram por mim. Ao Pedro, meu irmão, pela sua atitude protetora e por ser desde cedo um exemplo para mim. Dedico este trabalho à Inês, por todo o seu amor e apoio incondicional, este trabalho também é seu.



# Resumo

---

Nesta dissertação analisa-se a concentração de tensões em ligações metálicas tubulares de secção circular, dando-se particular relevo às ligações do tipo T e K sujeitas a cargas axiais. Esta análise foi feita com o objectivo de verificar a adequabilidade dos documentos de referência e compreender a evolução dos fatores de concentração de tensões em ligações tubulares de secção circular.

As ligações são modeladas em elementos finitos de casca fina de acordo com as recomendações da DNV (2010), sendo utilizado o programa *SAP2000* (v.15). O estudo é dividido em duas fases distintas, sendo que numa primeira fase, é feito um estudo de convergência das malhas de elementos finitos para cada ligação, na qual é variado o número de graus de liberdade na interface da corda e o Braço. Numa segunda fase, é realizada uma comparação entre o FCT convergido e as metodologias de referência e um caso de estudo.

Os resultados obtidos permitem concluir que diferentes extrapolações lineares para obter a tensão no *hot spot* não influenciam o resultado final dos FCT. Contudo, a utilização de elementos finitos de casca fina promovem divergências significativas de FCT em comparação com elementos finitos de matriz tridimensional.

Estas conclusões promovem a abertura de desenvolvimentos futuros, sendo que a análise pode ser alargada à modelação por elementos finitos com elementos tridimensionais, através da modelação da soldadura. Por outro lado, seria interessante realizar um estudo análogo para ligações de secção retangular. Adicionalmente, seria proveitoso obter um consenso entre metodologias de forma a encontrar um FCT ideal para cada tipo de ligação.

## **Palavras-chave:**

Fator de concentração de tensões;

Ligação tubular de secção circular;

SAP 2000.



# Abstract

---

In this master thesis we analyse the stress concentration in metallic tubular joints of circular section, with a specific focus on T-joints and K-joints under the action of axial stress. This analysis was made with the objective of verifying the adequacy of the reference documents and understanding the evolution of the stress concentration factors in tubular joints of circular section.

The joints are modelled in thin shell finite elements, according to the recommendations of DNV (2010), and the software used was *SAP 2000* (v.15). The study is divided in two distinct stages: in a first stage, a study of convergence of the mesh of finite elements was done, in which the number of degrees of freedom are varied in the interface of chord and brace; in a second stage, a comparison is done between the converged stress concentration factors and the reference methodologies and a case-study.

The results obtained allowed us to conclude that different linear extrapolations to obtain the stress in the hot spot do not influence the final results of the stress concentration factors. However, the utilization of thin shell finite elements promotes significant divergences of stress concentration factors in comparison with finite elements of tri-dimensional matrix.

These conclusions promote future developments, as the analysis can be widened to the modelling of finite elements with tri-dimensional elements, through the modelling of the weld. On the other hand, it would be interesting to do an analogous study for joints of rectangular section. Additionally, it would be fruitful to obtain a consensus of methodologies in order to find an ideal stress concentration factors to each type of joint.

## **Key-words:**

Stress concentration factor;

Tubular joint of circular section;

SAP 2000.



# Índice

---

1.	Introdução.....	1
1.1	Contextualização do Tema.....	1
1.2	Motivação Pessoal.....	1
1.3	Objetivos da Dissertação.....	2
1.4	Organização da Dissertação.....	2
2.	Concentração de tensões em estruturas metálicas.....	5
2.1	Concentração de tensões.....	5
2.2	Hot Spots.....	6
2.3	Variação de Tensões.....	7
3.	Características Ligações Tubulares.....	11
3.1	Tipos de Ligações.....	11
3.2	Definição dos carregamentos.....	12
3.3	Parâmetros Geométricos.....	13
4.	Fatores de Concentração de Tensões.....	15
4.1	Métodos de cálculo de FCT.....	15
4.1.1	Método de Kuang.....	16
4.1.2	Método de Wordsworth e Smedley.....	16
4.1.3	Método de Efthymiou.....	17
4.1.4	Método de Smedley e Fischer.....	18
4.1.5	Metodologia Lloyd's Register.....	18
4.2	Modelação com Elementos Finitos.....	18
5.	Modelação de ligação T e K.....	21
5.1	Introdução ao caso de estudo.....	21
5.2	Ligação tubular de secção circular em T.....	21
5.3	Ligação tubular de secção circular em K.....	23
6.	Resultados e discussão.....	27
6.1	Ligação tubular de secção circular em T.....	27
6.1.1	Estudo da Convergência dos FCT.....	27
6.1.2	Comparação entre as várias metodologias no cálculo de FCT.....	34
6.1.3	Comparação da extrapolação linear para obter a tensão no <i>hot spot</i> .....	41
6.2	Ligação tubular de secção circular em K.....	45
6.2.1	Estudo da Convergência dos FCT.....	45
6.2.2	Comparação da extrapolação linear para obter a tensão no <i>hot spot</i> .....	54

6.2.3	Distribuição de esforços .....	57
7.	Conclusão .....	61
8.	Referências Bibliográficas .....	65
A.	Anexos .....	67
AI.	Anexo I - Estudo da Convergência .....	67
AII.	Anexo II - Cálculo dos FCT .....	86

# Índice de Figuras

---

Figura 2-1 a) Exemplo de estrutura metálica b) Estrutura de contraventamento em estrutura metálica tubular de secção circular aplicada na Torre Vasco da Gama. ....	5
Figura 2-2 Picos de tensão na zona dos entalhes (Wægter, 2009). ....	6
Figura 2-3 Distribuição da tensão devida ao esforço axial numa ligação X (Zhao, 2001). ....	7
Figura 2-4 Ligação tubular em Y/T (Wægter, 2009). ....	8
Figura 2-5 Sobreposição de efeitos (DNV, 2010). ....	8
Figura 3-1 Ligação tubular em X (DNV, 2010). ....	11
Figura 3-2 Ligação tubular em K (DNV, 2010). ....	12
Figura 3-3 Ligação tubular em KT (DNV, 2010). ....	12
Figura 3-4 Relações geométricas (DNV, 2010). ....	13
Figura 4-1 Placa com orifício circular submetida a uma tensão de tração nominal (imagem adaptada de DNV, 2010). ....	15
Figura 4-2 Extrapolação linear que define o valor da tensão no <i>hot spot</i> (DNV, 2010). ....	19
Figura 4-3 Extrapolação linear de tensão em elemento de casca fina tridimensional (DNV, 2010). ....	20
Figura 5-1 Esquema da geometria da ligação de secção tubular em T (adaptado de Pirali & Haghpanahi, 2006) ....	22
Figura 5-2 Esquema de divisões do perímetro do Braço e Chord. ....	22
Figura 5-3 Esquema da geometria da ligação de secção tubular em K (adaptado de Lee, 1999). ....	24
Figura 5-4 Modelação da soldadura em elementos de volume (Lee, 1999). ....	24
Figura 6-1 Malha de elementos finitos da ligação tubular de secção circular em T na 4ª iteração. a) Detalhe da malha de elementos finitos na interseção braço-corda; b) distribuição da malha num plano tridimensional (Figura gerada no suporte informático <i>SAP 2000 versão 15</i> ). 28	
Figura 6-2 Distribuição de tensões equivalentes de <i>Von Mises</i> no plano tridimensional na 4ª iteração. A tensão é dada em kN/m <sup>2</sup> (imagem gerada no suporte informático <i>SAP 2000 versão 15</i> ). ....	29

Figura 6-3 Detalhe da distribuição de tensões de <i>Von Mises</i> na linha de interseção entre o Braço-corda na 4ª iteração. A tensão é dada em $\text{kN/m}^2$ (imagem gerada no suporte informático <i>SAP 2000 versão 15</i> ).....	30
Figura 6-4 Convergência dos FCT em função do aumento dos graus de liberdade na interseção Braço-corda, .....	32
Figura 6-5 Convergência dos FCT em função do aumento dos graus de liberdade na interseção Braço-corda, para a posição Braço-Coroa.....	32
Figura 6-6 Convergência dos FCT em função do aumento dos graus de liberdade na interseção Braço-corda, para a posição corda-Sela. ....	33
Figura 6-7 Convergência dos FCT em função do aumento dos graus de liberdade na interseção Braço-corda, para a posição corda-Coroa. ....	34
Figura 6-8 Comparação entre MEF e outras metodologias para a posição Braço-Saddle. ....	36
Figura 6-9 Comparação entre MEF e outras metodologias para a posição Braço-Coroa. ....	37
Figura 6-10 Comparação entre MEF e outras metodologias para a posição Corda-Sela. ....	39
Figura 6-11 Comparação entre MEF e outras metodologias para a posição Corda-Sela. ....	41
Figura 6-12 Malha de elementos finitos da ligação tubular de secção circular em K na 4ª iteração (imagem gerada no suporte informático <i>SAP 2000 versão 15</i> ). ....	46
Figura 6-13 Distribuição da malha num plano tridimensional (imagem gerada no suporte informático <i>SAP 2000 versão 15</i> ). ....	46
Figura 6-14 Distribuição de tensões de <i>Von Mises</i> no plano tridimensional na 4ª iteração. A tensão é dada em $\text{kN/m}^2$ (imagem gerada no suporte informático <i>SAP 2000 versão 15</i> ). ....	47
Figura 6-15 Detalhe da distribuição de <i>Von Mises</i> na linha de interseção entre o Braço-corda na 4ª iteração. a tensão é dada em $\text{kN/m}^2$ (imagem gerada no suporte informático <i>SAP 2000 versão 15</i> ). ....	47
Figura 6-16 Convergência do FCT em função do aumento de número de GDL na interseção Braço-Coroa para o lado do Braço. ....	49
Figura 6-17 Convergência do FCT em função do aumento de número de GDL na interseção Braço-Coroa para o lado do corda. ....	50
Figura 6-18 Comparação entre MEF e outras metodologias para o Braço .....	51
Figura 6-19 Comparação entre MEF e outras metodologias para o Corda. ....	53
Figura 6-20 Esquema da extrapolação linear admitido no modelo de Lee (1999).....	54
Figura 6-21 Extrapolação linear do <i>hot spot</i> de MEF para o Braço. ....	56

Figura 6-22 Extrapolação linear do hot spot de MEF para o corda. ....	57
Figura 6-23 Distribuição de esforços de acordo com a proposta da DNV (2010). ....	58
Figura 6-24 Comparação entre a tensão em a) e b) + c) no Braço. ....	59
Figura 6-25 Comparação entre a tensão em a) e b) + c) no corda.....	59



# Índice de Tabelas

---

Tabela 5-1 Número de Graus de liberdade por iteração nas zonas distintas.....	22
Tabela 5-2 Número de graus de liberdade nas zonas distintas.....	25
Tabela 6-1 Análise dos FCT para as várias iterações.....	31
Tabela 6-2 Comparação do MEF com as várias metodologias para a posição Braço-Sela .....	34
Tabela 6-3 Comparação do MEF com as várias metodologias para a posição Braço-Coroa. ....	36
Tabela 6-4 Comparação do MEF com as várias metodologias para a posição Chord-Saddle.....	38
Tabela 6-5 Comparação do MEF com as várias metodologias para a posição Chord-Crown.....	40
Tabela 6-6 Extrapolação linear usada por Pirali e Haghpanahi (2006) aplicada em MEF e respetiva comparação para a posição Braço Sela.....	42
Tabela 6-7 Extrapolação linear usada por Pirali e Haghpanahi (2006) aplicada em MEF e respetiva comparação para a posição Braço Coroa.....	43
Tabela 6-8 Extrapolação linear usada por Pirali e Haghpanahi (2006) aplicada em MEF e respetiva comparação para a posição Corda Sela.....	44
Tabela 6-9 Extrapolação linear usada por Pirali e Haghpanahi (2006) aplicada em MEF e respetiva comparação para a posição Corda Coroa.....	44
Tabela 6-10 Análise dos FCT para as várias iterações relativamente ao Braço.....	48
Tabela 6-11 Análise dos FCT para as várias iterações relativamente ao Corda. ....	49
Tabela 6-12 Comparação do MEF com as várias metodologias para o lado do Braço.....	51
Tabela 6-13 Comparação do MEF com as várias metodologias para o lado do Corda .....	53
Tabela 6-14 Comparação entre o modelo de Lee (1999) e através de MEF com a mesma extrapolação linear para o Braço.....	55
Tabela 6-15 Comparação entre o modelo de (Lee, 1999) e MEF com a mesma extrapolação linear para o corda.....	56



# Lista de Abreviaturas, Siglas e Símbolos

---

## *Siglas*

API	American Petroleum Institute
DNV	Det Norske Veritas
LRS	Lloyd's Register of Shipping

## *Abreviaturas*

AX	<i>Axial Loading</i> (Esforço Axial)
$F_1$	Fator corretivo do comprimento do Corda considerando as condições de apoio como encastramentos perfeitos
$F_2$	Fator corretivo do comprimento do Corda considerando que os apoios não são encastramentos perfeitos
g	Distância entre os Braços
GDL	Graus de Liberdade
MEF	Modelação/Modelo por Elementos Finitos
MIP	<i>In Plane Bending Moment</i> (Momento Fletor no Plano)
MOP	<i>Out of Plane Bending Moment</i> (Momento Fletor fora do Plano)
$R_B$	Raio do Braço
$R_C$	Raio do Corda
FCT	<i>Stress Concentration Factor(s)</i> (Factor(es) de Concentração de Tensões)
$FCT_{AC}$	FCT para esforço axial na posição Coroa
$FCT_{AS}$	FCT para esforço axial na posição Sela
$FCT_{\text{Braço-Crown}}$	FCT para esforço axial na posição Braço-Coróa
$FCT_{\text{Braço-Saddle}}$	FCT para esforço axial na posição Braço-Sela
$FCT_{\text{Chord-Crown}}$	FCT para esforço axial na posição Corda-Coróa
$FCT_{\text{Chord-Saddle}}$	FCT para esforço axial na posição Corda-Sela
$FCT_{\text{MEF-BC}}$	FCT para a modelação por elementos finitos na posição Braço-Coróa
$FCT_{\text{MEF-BS}}$	FCT para a modelação por elementos finitos na posição Braço-Sela
$FCT_{\text{MEF-CC}}$	FCT para a modelação por elementos finitos na posição Corda-Coróa
$FCT_{\text{MEF-CS}}$	FCT para a modelação por elementos finitos na posição Corda-Sela
$FCT_{\text{MIP}}$	FCT para um momento no plano aplicado no Braço
$FCT_{\text{MOP}}$	FCT para um momento aplicado fora do plano no Braço
$T_B$	Espessura do Braço

$T_C$  Espessura do Corda

### ***Símbolos***

$\alpha$  Quociente entre o comprimento e o diâmetro do Corda

$\beta$  Relação de diâmetro entre Braço e Corda

$\gamma$  Relação entre o comprimento e a espessura do Corda

$\theta$  Ângulo que o Braço faz com o Corda

$\tau$  Relação entre as espessuras dos Braços e o Corda

$\xi$  Parâmetro que define a distância entre os Braços e o diâmetro do Corda

$\xi_{ij}$  Representa o espaçamento entre Braços





# 1. Introdução

---

## 1.1 Contextualização do Tema

Ao longo dos tempos a Engenharia conquistou um papel fundamental na sociedade civil, sendo nela depositada muita confiança na resolução de problemas. A sociedade espera soluções seguras e previsíveis, pelo que para o Engenheiro é de crucial relevância o controlo de todas as variáveis possíveis. No que toca a estruturas metálicas, não basta que estas sejam esteticamente agradáveis e seguras a estados limites de utilização. As ações estáticas e dinâmicas a que as estruturas estão muitas vezes sujeitas não podem ser negligenciadas, pois potenciam fenómenos de fadiga ou propagação de fendas no material.

Um dos denominadores comuns de acidentes relacionados com a fadiga ou propagação de fendas é a elevada concentração de tensões nas variações bruscas de secção. É portanto fundamental conhecer e controlar essas concentrações de tensões, de modo a que possam ser incluídas no dimensionamento. O Fator de Concentração de Tensões (FCT – *Stress Concentration Factor*) proporciona um efeito maximizante das tensões para que o dimensionamento contemple ações realistas.

A indústria metalomecânica tem oferecido um contributo fundamental para o conhecimento dos FCT. A base desses trabalhos compila-se essencialmente em fundamentos teóricas e práticas, sendo que as instituições que mais se destacaram foram a API (American Petroleum Institute), a DNV (Det Norske Veritas) e a Lloyd's Register of Shipping (LRS), entre outras.

O tema desta dissertação concentra-se fundamentalmente no estudo dos FCT. Este trabalho visa a compreensão, cálculo e interpretação dos conceitos que envolvem a temática dos FCT para ligações metálicas tubulares de secção circular no domínio uniplanar. Neste trabalho são modeladas duas ligações metálicas de secção circular do tipo K e T. A escolha destas ligações uniplanares deve-se ao facto serem as mais utilizadas na indústria e que servem de base de investigação para ligações tridimensionais mais complexas.

## 1.2 Motivação Pessoal

Uma das doutrinas essenciais da Engenharia Civil é inequivocamente a elaboração de estruturas eficientes e seguras para ocupantes, assim como para o meio envolvente. As ligações tubulares de secção circular são muitas vezes utilizadas em estruturas, pelo que a variação brusca da sua geometria, pode potenciar gerações de tensões elevadas. A não consideração deste detalhe pode ter como consequência uma rotura precoce da estrutura.

O conhecimento e domínio detalhado dos fatores de concentração de tensões representam um contributo bastante significativo na otimização da modelação à fadiga e rotura por propagação de fendas. Neste contexto, a procura pela melhoria da modelação, dimensionamento de estruturas metálicas mais eficientes e seguras, motivaram o meu interesse pelo tema.

### **1.3 Objetivos da Dissertação**

Este trabalho pretende responder a duas questões essenciais, que são:

- Como é que evoluem os fatores de concentração de tensões na zona da soldadura de estruturas metálicas de secção tubular de tipo K e T quando aplicada uma força axial?
- Será que as metodologias sugeridas pelos documentos de recomendação são adequadas para este problema?

A resposta a estas questões é construída através de:

- Modelação das ligações tubulares de secção circular com recurso a um programa de elementos finitos e procura da malha de elementos finitos ideal para dar resposta ao problema.
- Comparação dos fatores de concentração de tensões propostos por várias metodologias e a uma modelação por elementos finitos (MEF).
- Compreensão da real localização dos fatores de concentração de tensões na ligação.

### **1.4 Organização da Dissertação**

A estrutura da dissertação está dividida em duas grandes partes, a primeira diz respeito ao levantamento da revisão bibliográfica necessária para a realização deste trabalho. Já a segunda parte destina-se à aplicação prática de metodologias e conhecimentos obtidos na revisão bibliográfica. O texto subdivide-se em sete capítulos. O primeiro capítulo diz respeito à contextualização, objetivos, organização e motivações pessoais para a realização deste trabalho.

No segundo capítulo é apresentada a contextualização do problema referente à concentração de tensões em ligações tubulares de secção circular. É apresentado o surgimento das tensões na vizinhança da ligação e descrita a forma como devem ser tratadas.

No terceiro capítulo descrevem-se as ligações metálicas tubulares de secção circular de acordo com os critérios dos documentos de referência. São apresentados os tipos de ligação uniplanares mais utilizados, os parâmetros geométricos que definem a ligação e a caracterização dos esforços a que a ligação está sujeita.

No quarto capítulo é definido o conceito de fator de concentração de tensões, sendo também apresentada uma evolução histórica das metodologias inerentes ao cálculo dos mesmos. É igualmente apresentado o princípio do cálculo dos FCT referente à modelação por MEF seguindo os propósitos dos documentos de referência. Com este capítulo fica concluída a parte do trabalho referente à revisão bibliográfica.

O capítulo cinco inaugura a parte do texto destinada à aplicação prática dos conceitos introduzidos nas secções anteriores. Neste capítulo é apresentada a metodologia utilizada e o estudo que será levado a cabo nas secções seguintes.

No capítulo seis são apresentados os resultados de dois estudos aplicados ao MEF para a obtenção de FCT. Para cada ligação são apresentados quatro iterações com grau crescente de discretização de malhas. O primeiro estudo diz respeito ao estudo da convergência das malhas de forma a aferir a malha que melhor se aplica ao modelo. O segundo estudo refere-se à

comparação dos FCT obtidos pela MEF com dois documentos de recomendação e um caso de estudo já publicado.

No sétimo e último capítulo são apresentadas as conclusões finais, apontando-se possíveis desenvolvimentos futuros a partir das mesmas.



## 2. Concentração de tensões em estruturas metálicas

---

Neste capítulo é explorado e contextualizado o problema da concentração de tensões para estruturas metálicas, dando-se o ênfase às ligações tubulares de secção circular. Serve esta secção para definir genericamente conceitos que serão abordados no decorrer do texto.

### 2.1 Concentração de tensões

Atualmente, as estruturas metálicas que recorrem a ligações tubulares de secção circular estão cada vez mais enquadradas nas cidades, sendo a título de exemplo apresentadas as Figuras 2-1 a) e b). A sua utilização é aplicada por motivos estéticos, mas sobretudo por motivos económicos e técnicos, uma vez que a secção circular distribui de forma eficiente, por exemplo, as ações dinâmicas do vento.



a)



b)

**Figura 2-1** a) Exemplo de estrutura metálica b) Estrutura de contraventamento em estrutura metálica tubular de secção circular aplicada na Torre Vasco da Gama (Lisboa, Portugal).

Existem diversas vantagens para a utilização deste tipo de soluções. No entanto, nas estruturas metálicas de secção tubular, a variação brusca de secção produz concentrações elevadas de tensões, que geralmente ocorrem na ligação entre barras. De forma a tornar a estrutura eficiente e duradoura, é imperativo que essas tensões sejam levadas em conta na fase de dimensionamento. De acordo com o CEN (2005), esta concentração de tensões potenciam fenómenos de fadiga do material.

Do ponto de vista da segurança, o ideal é conceber estruturas que apresentam características dúcteis, ou seja, que aceitam alguma deformação antes da rotura face a uma solicitação. A generalidade das ligas metálicas conserva essa propriedade (Puchi-Cabrera et al., 2011). No entanto, cada metal tem um limite de fadiga, abaixo do qual suporta um número infinito de ciclos de carga sem romper. Contudo, a fadiga pode acarretar consequências devastadoras para a

estrutura, uma vez que o aço pode atingir a rotura devido à fadiga muito antes de atingir a tensão de cedência (Murakami & Miller, 2005).

## 2.2 Hot Spots

Numa ligação metálica, a soldadura apresenta grande vulnerabilidade dado que é a zona onde se geram as maiores tensões. O ponto da ligação onde se inicia a fratura devido ao efeito dos esforços junto à geometria da soldadura denomina-se *hot spot*. Na vizinhança da soldadura as tensões estão longe de serem constantes, uma vez que é o local da ligação onde se geram os picos de tensões não lineares. A essa zona é dado o nome de entalhe, como mostra a Figura 2-2 e a Figura 2-3. Portanto, esta seria idealmente a zona de referência para o período de vida da estrutura à fadiga. Contudo, segundo Romeijn (1994), os picos de tensões não lineares no entalhe são devidos a irregularidades na soldadura que, por serem de difícil quantificação, a indústria considera então os *hot spots*. As irregularidades geométricas são contabilizadas nas curvas S-N.

As tensões nos *hot spots* são calculadas por extrapolação linear das tensões através de pontos localizados fora da zona de alcance dos entalhes. A sua definição tem em conta apenas a definição geométrica da ligação, sendo que é desprezado o efeito de descontinuidade de tensões produzido no entalhe (DNV, 2010).

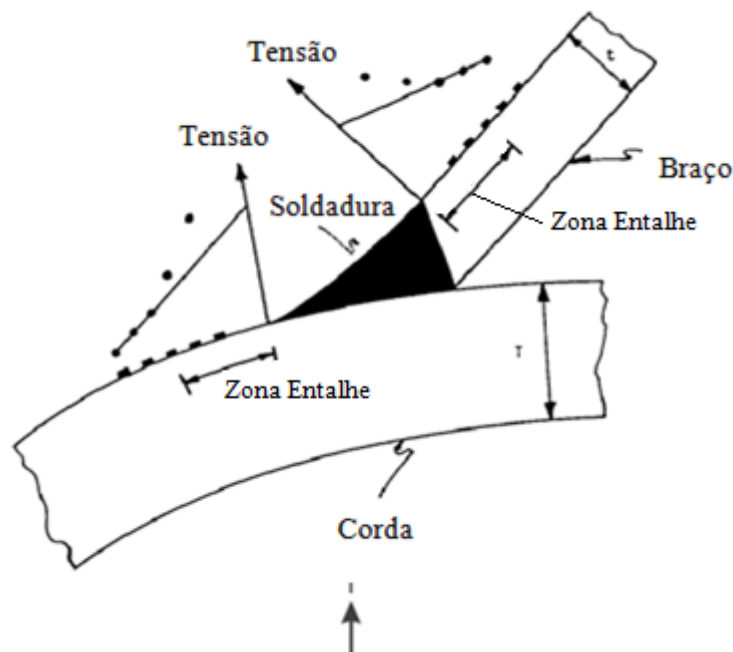
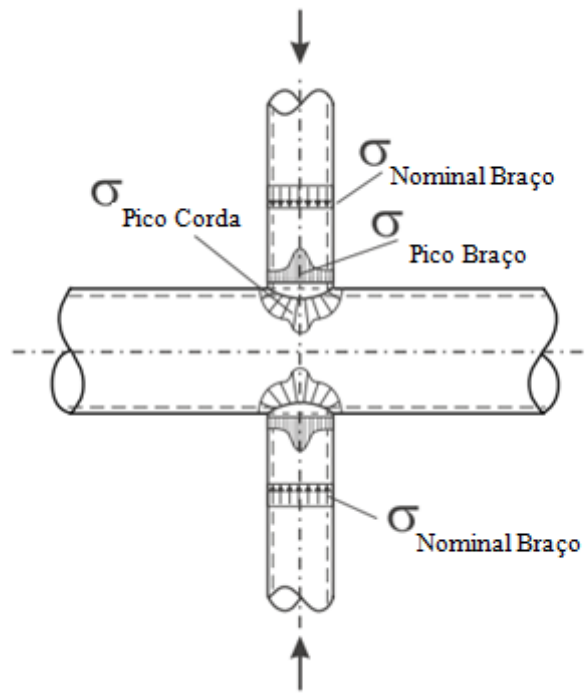


Figura 2-2 Picos de tensão na zona dos entalhes (Wægter, 2009).



**Figura 2-3** Distribuição da tensão devida ao esforço axial numa ligação X (Zhao, 2001)

Para ligações metálicas que recorram a secções tubulares, a tensão no *hot spot* é definida como o maior valor da extrapolação da distribuição de tensões fora da região que é afetada pelos efeitos geométricos da soldadura. A tensão no *hot spot* resulta de uma majoração da tensão nominal utilizando um fator de concentração de tensões (FCT), tal como indica a equação [1].

$$\sigma_{Hot\ spot} = SCF \times \sigma_{nominal} \quad (1)$$

## 2.3 Variação de Tensões

As ligações de secção tubular são constituídas por conjuntos de barras que se ligam e respeitam um código de hierarquia, na qual a barra principal é denominada por corda e esta tem geralmente um maior diâmetro e espessura, ao passo que as barras que a esta se ligam são designadas por Braços. Como foi referido anteriormente, a soldadura é uma zona de particular importância numa ligação metálica, pelo que as atenções viram-se para duas zonas distintas da intersecção do Braço com a corda. As tensões são calculadas tendo em conta duas posições de referência, a posição Sela e a posição Coroa tal como ilustra a Figura 2-4 (Wægter, 2009).

Na planificação da ligação, a intersecção entre o corda e o Braço será descrita por uma circunferência para o caso do Braço ser perpendicular, e uma elipse para situações em que o Braço é inclinado, onde estão inscritos oito pontos. Nesses pontos é calculada a tensão nos *hot spots* da ligação, e são obtidos a partir da sobreposição de efeitos, através de carregamentos aplicados no Braço. A ordem de colocação dos pontos deve respeitar o sentido descrito na Figura 2-5.

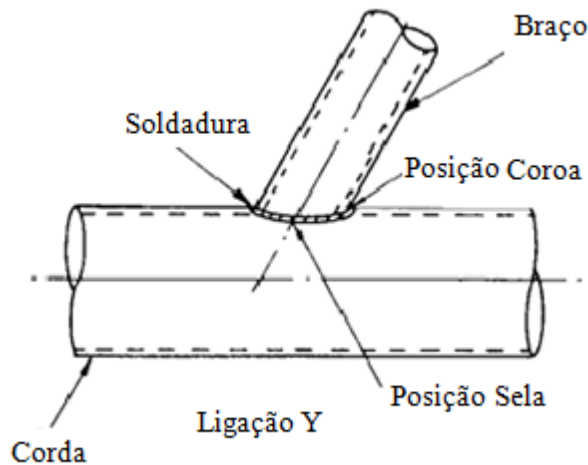


Figura 2-4 Ligação tubular em Y/T (Wægter, 2009).

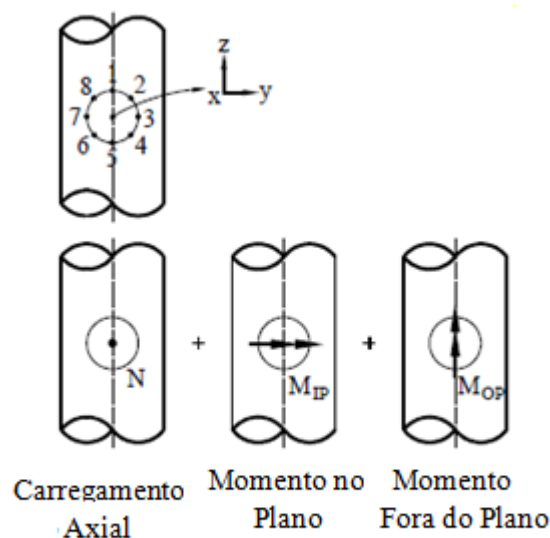


Figura 2-5 Sobreposição de efeitos (DNV, 2010).

Nestes pontos, a tensão dos hot spots corresponde à interpolação linear da tensão em flexão composta que relaciona o esforço axial e os momentos fletores, nas duas direções para as posições saddle e crown. A equação (2) define, deste modo, as tensões rebatidas nos eixos coordenados dos hot spots tomando  $\sigma_x$ ,  $\sigma_{my}$  e  $\sigma_{mz}$  como as tensões nominais máximos do esforço axial, momento no plano e fora dele, respectivamente. A nomenclatura usada pela DNV (2010) para  $SCF_{AC}$  e  $SCF_{AS}$  diz respeito ao fator de concentração de tensões para o esforço axial na posição crown e na posição saddle, respectivamente. O  $SCF_{MIP}$  é o fator de concentração de tensões para um momento no plano aplicado no braço, enquanto que o  $SCF_{MOP}$  define o fator de concentrações de tensões para um momento aplicado fora do plano.

$$\left\{ \begin{array}{l}
\sigma_1 = SCF_{AC}\sigma_x + SCF_{MIP}\sigma_{my} \\
\sigma_2 = \frac{1}{2}(SCF_{AC} + SCF_{AS})\sigma_x + \frac{1}{2}\sqrt{2}SCF_{MIP}\sigma_{my} - \frac{1}{2}\sqrt{2}SCF_{MOP}\sigma_{mz} \\
\sigma_3 = SCF_{AS}\sigma_x - SCF_{MOP}\sigma_{mz} \\
\sigma_4 = \frac{1}{2}(SCF_{AC} + SCF_{AS})\sigma_x - \frac{1}{2}\sqrt{2}SCF_{MIP}\sigma_{my} - \frac{1}{2}\sqrt{2}SCF_{MOP}\sigma_{mz} \\
\sigma_5 = SCF_{AC}\sigma_x - SCF_{MIP}\sigma_{my} \\
\sigma_6 = \frac{1}{2}(SCF_{AC} + SCF_{AS})\sigma_x - \frac{1}{2}\sqrt{2}SCF_{MIP}\sigma_{my} + \frac{1}{2}\sqrt{2}SCF_{MOP}\sigma_{mz} \\
\sigma_7 = SCF_{AS}\sigma_x + SCF_{MOP}\sigma_{mz} \\
\sigma_8 = \frac{1}{2}(SCF_{AC} + SCF_{AS})\sigma_x + \frac{1}{2}\sqrt{2}SCF_{MIP}\sigma_{my} + \frac{1}{2}\sqrt{2}SCF_{MOP}\sigma_{mz}
\end{array} \right. \quad (2)$$



## 3. Características Ligações Tubulares

As estruturas tubulares de secção circular soldadas permitem uma distribuição eficiente das tensões e apresentam elevada resistência à flexão e à torção. A indústria recorre frequentemente a esta solução devido a aspetos estéticos mas sobretudo a aspetos técnicos, uma vez que a secção circular é particularmente adequada para a distribuição de tensões de estruturas sujeitas a ações dinâmicas tais como o vento ou ondas (Lesani, Bahaari, & Shokrieh, 2013).

### 3.1 Tipos de Ligações

Segundo a DNV (2010) e a API (2007), a classificação das ligações tubulares entre barras de secção circular é feita tendo em atenção o carregamento e condicionalismo geométrico, sendo que as ligações podem possuir diversas configurações geométricas e em vários planos. Deste modo, consideram-se quatro grupos de ligações de barras que visam cobrir o maior número possíveis de ligações. As barras que constituem a ligação seguem uma linha de hierarquia, pelo que os grupos de ligações são definidos em função do número de Braços que se acoplam ao corda. As ligações no domínio uniplanar podem ser divididas em tipo Y/T (Figura 2-4), tipo X (Figura 3-1), tipo K (Figura 3-2) e finalmente em tipo KT (Figura 3-3). Estes grupos de ligações servem de base para o estudo de ligações em planos tridimensionais.

A ligação tipo Y/T considera apenas um Braço a ligar-se ao corda, ao passo que a ligação K e KT consideram respetivamente dois e três Braços na ligação. Como o nome indica, a ligação do tipo X considera que as barras vão representar uma cruz, sendo que a barra de menor diâmetro é geralmente considerada Braço, enquanto que o corda é a secção tubular de maior diâmetro (DNV, 2010).

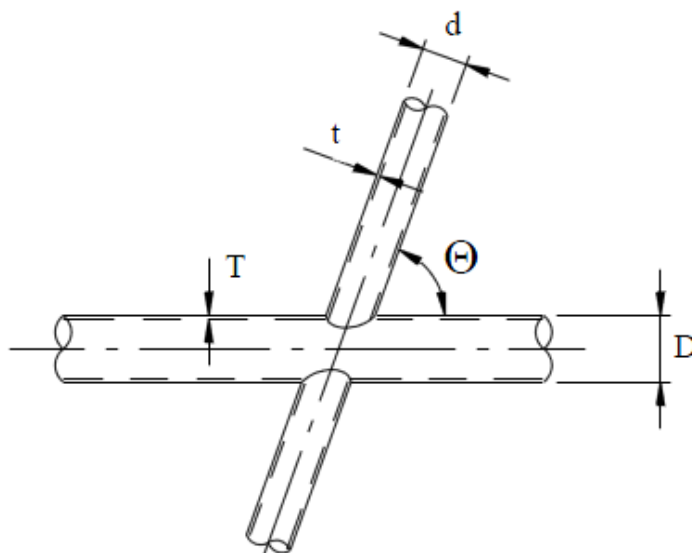


Figura 3-1 Ligação tubular em X (DNV, 2010)

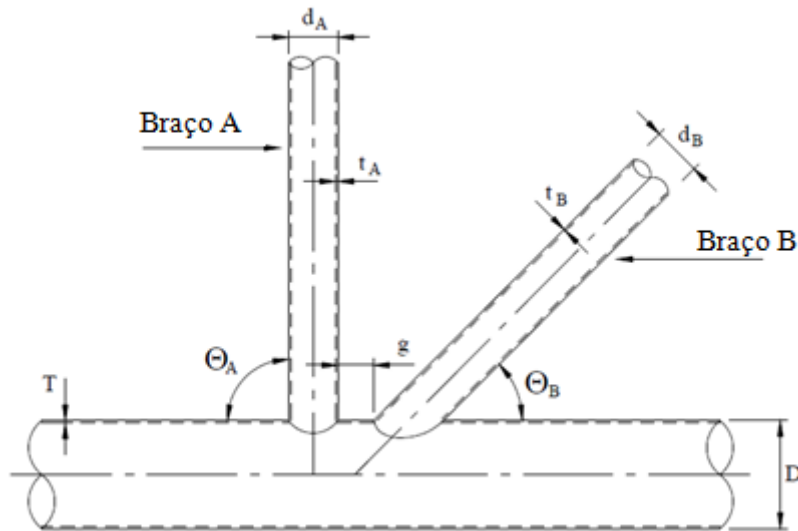


Figura 3-2 Ligação tubular em K (DNV, 2010).

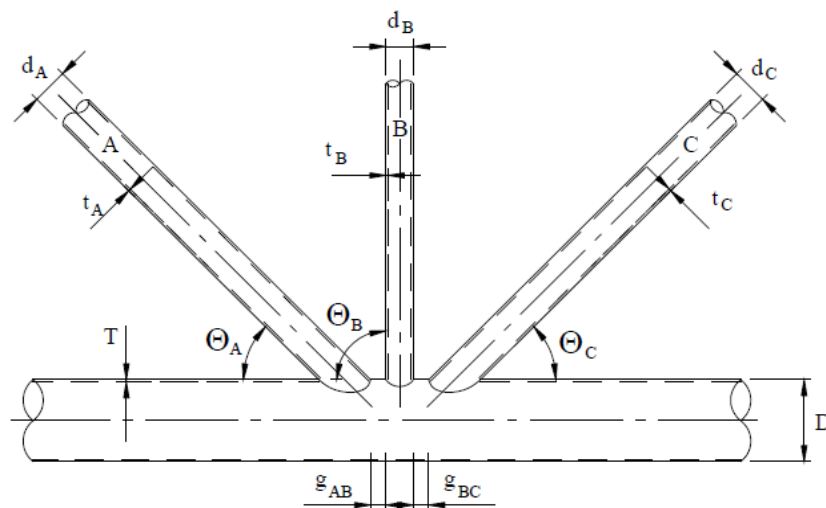


Figura 3-3 Ligação tubular em KT (DNV, 2010).

### 3.2 Definição dos carregamentos

As ligações tubulares com as geometrias apresentadas na secção anterior estão geralmente aplicadas em estruturas que sofrem ações de esforço axial, esforço transverso e momentos fletores. De acordo com a DNV (2010) e a API (2007), os carregamentos considerados para as ligações tubulares são aplicados nos Braços. Neste contexto, são assumidos três tipos de carregamento: i) esforço axial (AX - *Axial Loading*), ii) momento fletor no plano (MIP- *In Plane Bending Moment*) e iii) momento fletor fora do plano (MOP- *Out of Plane Bending Moment*) como ilustra a Figura2-5.

Para ligações mais complexas de múltiplos Braços, a DNV (2010) considera que os esforços aplicados num Braço devem ser distribuídos na ligação, com o intuito de tornar a distribuição mais realista. O procedimento proposto, visa distribuir os esforços subdividindo a ligação inicial em ligações de classificações mais simples. Por exemplo, para uma ligação simétrica

classificada como K com esforço axial equilibrado nos dois Braços, a DNV (2010) propõe que 50% da carga aplicada num Braço é equilibrada com a totalidade da carga aplicada no outro Braço. Os restantes 50% da carga aplicada no primeiro Braço são calculados como se de uma ligação em Y se tratasse. O procedimento pressupõe que a sobreposição de efeitos é válida. Este tema será abordado novamente na secção 6.2.

### 3.3 Parâmetros Geométricos

Os fatores de concentração de tensões aplicados a ligações tubulares de secção circular são dependentes de parâmetros de carácter geométrico. Os documentos de referência da DNV (2010), da API (2007) e da LRS (1997) impõem que os parâmetros geométricos sejam regidos pelas relações de diâmetros entre Braço e corda com o parâmetro  $\beta$ , a relação entre o diâmetro e o dobro da espessura do corda é dada por  $\gamma$ , o quociente entre o dobro do comprimento do corda e o seu diâmetro é definido por  $\alpha$  e a relação entre as espessuras dos Braços e corda são definidos pelo parâmetro  $\tau$ , o ângulo que o Braço faz com o corda é dado por  $\theta$ . Estes parâmetros são válidos para quaisquer ligações tubulares de secção circular. Contudo quando existe mais que um Braço é necessário considerar o parâmetro  $g$ , que define a distância entre os Braços. Para ligações com múltiplos Braços é exigida uma última relação dimensional que define a distância entre os Braços e o diâmetro do corda, dado por  $\zeta$ . A representação esquemática destes parâmetros é ilustrada na Figura 3-2.

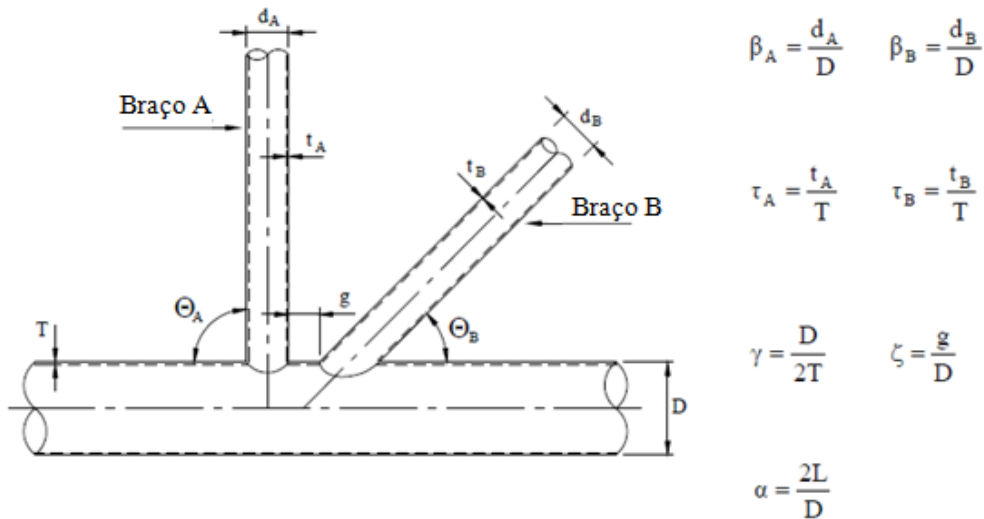


Figura 3-2 Relações geométricas (DNV, 2010)

Segundo a DNV (2010) e a API (2007), para que as suas equações sejam válidas é necessário que os parâmetros geométricos respeitem as condições definidas em (3).

$$\left\{ \begin{array}{l} 0.2 \leq \beta \leq 1.0 \\ 0.2 \leq \tau \leq 1.0 \\ 8 \leq \gamma \leq 32 \\ 4 \leq \alpha \leq 40 \\ 20^\circ \leq \theta \leq 90^\circ \\ \frac{-0.6\beta}{\text{sen}(\theta)} \leq \xi \leq 1.0 \end{array} \right. \quad (3)$$

## 4. Fatores de Concentração de Tensões

A presença de variações bruscas de geometria em peças metálicas potencia concentrações de tensões na vizinhança desses acidentes geométricos. Em condições de carga estática, a concentração de tensões é definida pelo fator de concentração de tensões (FCT), que define a razão entre a tensão máxima na região da descontinuidade geométrica (tensão no hot spot) e a tensão nominal (DNV, 2010). Os FCT podem ser obtidos recorrendo a métodos experimentais como a fotoelasticidade ou metodologias que recorram a MEF. Em peças com acidentes geométricos ou com variações bruscas de secção, é de fulcral interesse ter a indicação com rigor do FCT a utilizar na vizinhança da descontinuidade.

A título de exemplo, as placas com orifícios circulares são elementos estruturais que surgem com frequência na prática. A distribuição de tensões nos pontos existentes na vizinhança do orifício será alterada pela presença do mesmo. Contudo, pelo princípio de Saint Venant, a variação de tensões é desprezável a grandes distâncias do orifício, tal como é possível observar pela Figura 4-1.

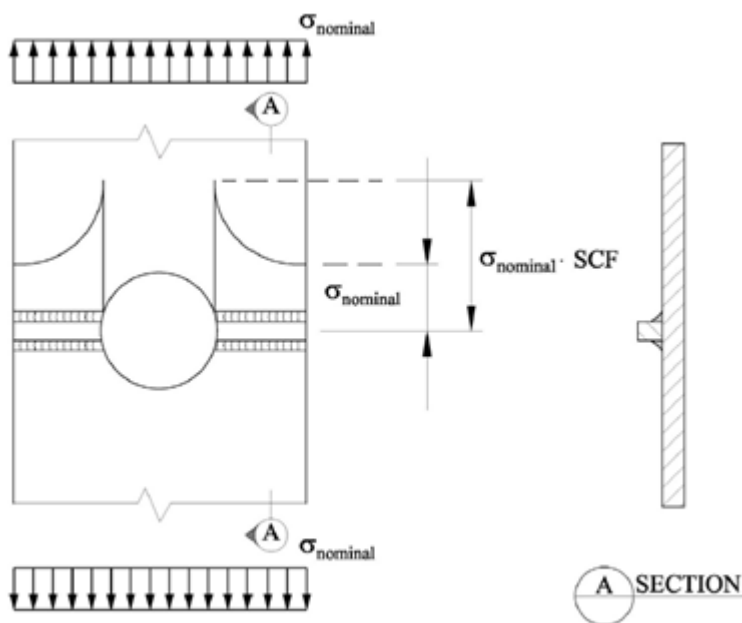


Figura 4-1 Placa com orifício circular submetida a uma tensão de tração nominal (imagem adaptada de DNV, 2010)

A tensão nominal é baseada nas propriedades geométricas da extremidade do braço, e o FCT é baseado igualmente em parâmetros geométricos da ligação e nos carregamentos a que está sujeita a ligação (API, 2007). Nesta secção serão evidenciadas e explicadas as metodologias de cálculo dos FCT mais importantes.

### 4.1 Métodos de cálculo de FCT

A década de 70 do século XX foi marcada por um avanço significativo no desenvolvimento de teorias acerca da estimativa do período de vida de uma estrutura sujeita à ação da fadiga. Foi

portanto, de primordial relevância o desenvolvimento de diversas metodologias de cálculo de FCT (LRS, 1997). As metodologias mais relevantes encontram-se apresentadas nesta secção.

#### 4.1.1 Método de Kuang

O trabalho desenvolvido por Kuang et al. (1977) é influenciado pelos preços elevados dos ensaios laboratoriais à escala real. Assim, este autor é o primeiro a implementar a análise de elementos finitos baseada em modelos de casca fina usando um programa de elementos finitos específico para a análise de ligações tubulares.

Segundo a LRS (1997), as equações de Kuang cobrem somente ligações de configuração Y/T, K e KT. A modelação das ligações metálicas de acordo com este método, não contempla a modelação de soldaduras, sendo a leitura de tensões relativamente grosseira. A metodologia apresentada por Kuang apresenta debilidades, uma vez que não é concebida para  $\beta > 0.8$ , não cobre a ligação X, assim como o momento fletor desequilibrado fora do plano para as ligações K e KT. Para ligações K, as equações de Kuang são geralmente conservativas para todos os valores de  $\beta$ . No entanto, para ligações K assimétricas, as equações de Kuang produzem FCT bastante diferentes do que é esperado, pelo que se conclui que estas equações são específicas para ligações de Braços simétricos de K e KT. Relativamente a ligações Y/T, para  $\beta$  superiores a 0.5, as equações de Kuang oferecem resultados insatisfatórios (LRS 1997).

A metodologia de Kuang, apenas dá relevância a duas posições da peça, o lado do corda e o lado *do* Braço, não havendo a preocupação de analisar o Sela e o Coroa. No entanto, as equações de Kuang ainda são utilizadas pela indústria em ligações de secção tubular. As equações de Kuang podem ser consultadas no Anexo II.

#### 4.1.2 Método de Wordsworth e Smedley

No seguimento do trabalho realizado por Kuang, Wordsworth e Smedley (1978) criaram modelos de ligações tubulares de secção circular em acrílico, não modelando a soldadura. Estes modelos tiram partido das semelhanças físicas entre o acrílico e o aço ( $\nu_{acrílico} = 0.36$  e  $\nu_{aço} = 0.3$ ), assim como aproveitam a boa representatividade de distribuição de tensões apresentadas pelo acrílico, com o intuito de fazer uma análise baseada na teoria da fotoelasticidade (Wordsworth & Smedley, 1978). A fotoelasticidade é uma técnica de análise ótica de tensões que se baseia em propriedades óticas de certos materiais sensíveis a variações de tensões. Materiais como o acrílico transparente têm um comportamento isotrópico. No entanto, torna-se anisotrópico quando solicitado com carregamento que produz tensões (Pandya & Parey, 2013). Esta característica provoca a capacidade do material exibir efeitos óticos que retratam níveis da mesma tensão quando submetidos a um carregamento e confrontado com luz direta.

Nesse trabalho, Wordsworth e Smedley (1978) concluíram que as maiores diferenças entre a medição dos FCT em modelos físicos e as equações paramétrica, ocorrem quando o diâmetro do Braço se aproxima da corda, ou seja, quando o coeficiente  $\beta$  se aproxima do valor unitário.

As equações de Wordsworth e Smedley (1978) afirmam que para ligações tubulares de secção circular que apresentem valores de  $\alpha$  compreendidos entre 13.5 e 40, o comprimento da corda não é um fator significativo para a posição Sela. No entanto, noutras metodologias posteriores, como por exemplo a de Efthymiou (1988), chega-se à mesma conclusão e define-se um fator

corretivo do comprimento do corda para interação com o Braço, mas para valores de  $\alpha$  inferiores a 12, podendo este fator ser consultado no Anexo II.

O trabalho de Wordsworth e Smedley revelou-se inovador, na medida em que foi pioneiro na sugestão de uma extrapolação linear de forma a obter uma leitura de tensões mais realista no *hot spot*, como será detalhadamente descrito na secção 4.2. Este procedimento foi aperfeiçoado por Efthymiou e a metodologia de extrapolação encontra-se presente em vários documentos de referência (LRS, 1997).

As equações paramétricas oriundas da metodologia de Wordsworth e Smedley são específicos para as zonas Sela e Coroa do Braço e corda. Na análise de resultados gerados por este procedimento, conclui-se que modelos com  $\beta$  superiores a 0.8, os FCT são ligeiramente inferiores a outras metodologias.

As equações de Wordsworth e Smedley (1978) para ligações tubulares de secção circular em K e T podem ser consultadas no Anexo II.

### 4.1.3 Método de Efthymiou

A metodologia de cálculo proposta por Efthymiou (1988) tem por base, a modelação por elementos finitos com elementos tridimensionais. De acordo com a API (2005), os FCT propostos por esta metodologia são ligeiramente conservativos. No entanto, os documentos recomendatórios de referência, nomeadamente os da ABS (2003), da DNV (2010), da API (2007), do EWI (1995), do CEN (2005), entre outros, reconhecem o contributo e relevância do trabalho de Efthymiou, recomendando-o e citando-o nos seus textos.

Segundo a LRS (1997), as equações apresentadas por Efthymiou foram pensadas para que o FCT no *hot spot* seja baseado na tensão máxima principal linearmente extrapolada na vizinhança da ligação entre o Braço e o corda, tal como será sucintamente descrito em 4.2. O seu trabalho visa cobrir todas as configurações possíveis num domínio uniplanar, nomeadamente Y/T, X, K e KT, assim como para todas as combinações de carregamento, axial, momento no plano e fora dele.

Para pequenos comprimentos de corda, o FCT proposto por Efthymiou (1988) para a posição Sela é reduzido. Este detalhe é devido à ovalização causada não só pelas condições de apoio, mas também pela rigidez do corda. As equações de Efthymiou (1988) incluem um fator corretivo para  $\alpha < 12$ , que se encontra incluído no Anexo II.

Para a ligação Y/T sujeita ao carregamento axial, Efthymiou (1988) propõe duas formulações, na qual o fator diferenciador entre as duas são as condições de apoio, pois pode ser perfeitamente encastrada ou não. Relativamente à ligação K, a previsão de FCT para o momento fora do plano é satisfatória. Contudo, para a ligação KT antissimétrica em relação ao ângulo  $\theta$ , o FCT é subestimado (LRS, 1997).

Na secção 5 e 6, é utilizada a metodologia de Efthymiou de acordo com a DNV (2010). As fórmulas que permitem calcular os FCT segundo Efthymiou encontram-se no Anexo II.

#### **4.1.4 Método de Smedley e Fischer**

O trabalho realizado por Smedley e Fischer (1991) segue os objetivos do trabalho de Kuang, na qual se procurava o desenvolvimento de equações paramétricas, mas neste caso com recurso a modelos físicos de aço e acrílico, tendo em consideração a modelação da soldadura. As equações obtidas fornecem valores para as duas posições de referência, sendo bastante aconselhadas para ligações planares dos tipos T, Y, X, K e KT (Karamanos, Romeijn, & Wardenier, 2000).

O estudo tinha igualmente como objetivo a definição de um valor mínimo de FCT a aplicar em ligações tubulares de secção circular. De acordo com Smedley e Fischer (1991), os FCT não devem ser inferiores a 1.5. Todavia, uma das críticas a este trabalho é a de que não é especificada a posição da ligação a que o limite inferior se aplica (Gho & Gao, 2004).

As equações de Smedley e Fisher (1991) para ligações tubulares de secção circular em K e T podem ser consultadas no Anexo II.

#### **4.1.5 Metodologia Lloyd's Register**

As equações apresentadas pela LRS (1997) resultam de um estudo financiado pela HSE (*Health and Safety Executive*) com o intuito de melhorar a performance de ligações metálicas quando sujeitas a ações propensas a fadiga. As suas equações são particularmente interessantes para ligações tubulares de secção circular em Y/T e X. Deste modo, o documento fornecido pela LRS é considerado de referência para a indústria, assim como a metodologia de Efthymiou (EWI, 1995).

Os FCT produzidos pela metodologia de Lloyd's Register derivam do estudo realizado por Smedley e Fisher (1991), que utiliza modelos de acrílico. Este estudo foi realizado com base em modelos experimentais de aço e modelos de acrílico, de forma a averiguar a compatibilidade entre os dois materiais, na análise de fatores de concentração de tensões. Foi considerado que os modelos de acrílico oferecem uma boa representatividade da distribuição de tensões, sendo estas equivalentes aos modelos em aço (LRS, 1997).

A metodologia de Lloyd's Register oferece FCT nas posições Sela e Coroa, à exceção de quando a ligação é solicitada com um momento no plano. No entanto, entre estas posições a solução apresentada subestima os FCT que se encontrem entre as mesmas. Relativamente à interação do corda de pequenas dimensões ( $\alpha < 12$ ), a equação de Lloyd's Register recorre a um fator corretivo definido por Efthymiou e documentado por DNV (2010).

Esta metodologia apresenta valores de FCT muitas vezes subestimados, uma vez que utiliza um fator de segurança muito reduzido. As equações que permitem calcular os FCT relativamente à ligação tubular de secção circular em T e K, através da metodologia de LRS (1997) encontram-se detalhadamente descritas no Anexo II.

## **4.2 Modelação com Elementos Finitos**

Os FCT são, de uma forma geral obtidos por via de dois caminhos, MEF ou através de equações empíricas obtidas experimentalmente utilizando modelos físicos experimentais (API, 2007).

Na obtenção dos FCT pela MEF é recomendado (API, 2007; DNV, 2010) o uso de elementos de volume, caso seja relevante a modelação da soldadura no modelo. Por outro lado, caso não seja preponderante a inclusão da soldadura no modelo, este pode ser modelado com elementos de casca fina. O uso de elementos de volume, sugere que se recorra à teoria de Reissner-Mindlin (Reissner-Mindlin 1951 *in*, Yu, Hodges, & Volovoi, 2002), na qual se considera o efeito da deformabilidade por esforço transversal. Contudo, se a modelação for realizada com recurso a elementos de casca, admite-se que é válida a teoria de Kirchhoff (Kirchhoff 1845 *in*, Meek, J. L., Tan, H. S. (1985)), que admite que a contribuição do esforço transversal para a deformação é nula.

Independentemente da opção de modelação escolhida, o cálculo do FCT visa a utilização da tensão gerada no *hot spot*, pelo que para evitar medir as tensões de pico, é necessário recorrer a uma extrapolação linear na direção perpendicular à vizinhança da ligação. De acordo com a API (2007) e a DNV (2010), é recomendado que a extrapolação linear seja realizada com os pontos de referência a distarem  $0,5t$  e  $1,5t$  do *hot spot* numa direção normal à ligação, sendo  $t$  a espessura da superfície a analisar. Este procedimento está descrito na Figura 4-2, onde é possível analisar a distância a que se encontram os pontos de referência, assim como a correção de leitura das tensões no *hot spot*. A Figura 4-3 representa a posição geométrica dos pontos de referência para a extrapolação linear das tensões no *hot spot* num plano tridimensional utilizando elementos de casca fina. O Plano vertical representa o Braço, enquanto que o plano horizontal o corda.

De acordo com a DNV (2010), a leitura das tensões no *hot spot* deve ser feita paralela e perpendicularmente à interface de ligação entre o Braço e o corda. No entanto, para efeitos de simplificação considera-se que as tensões no *hot spot* são obtidas pela tensão equivalente de *Von Mises*.

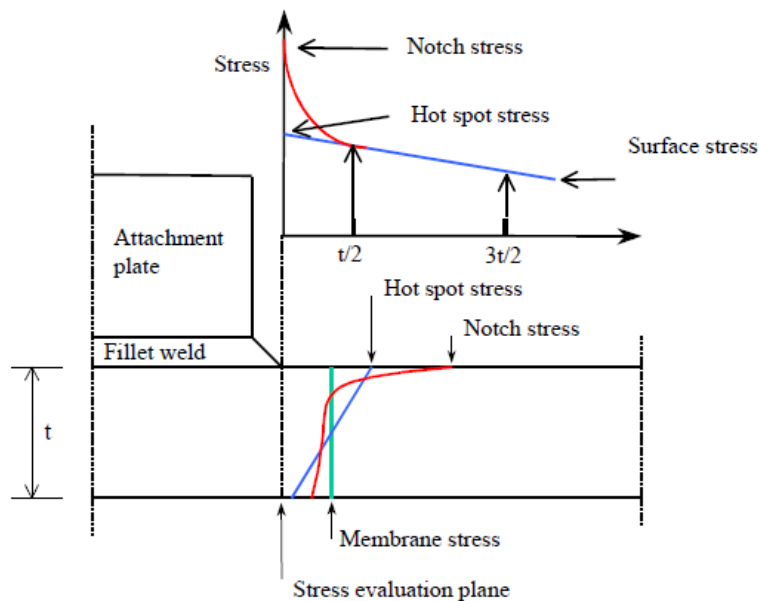
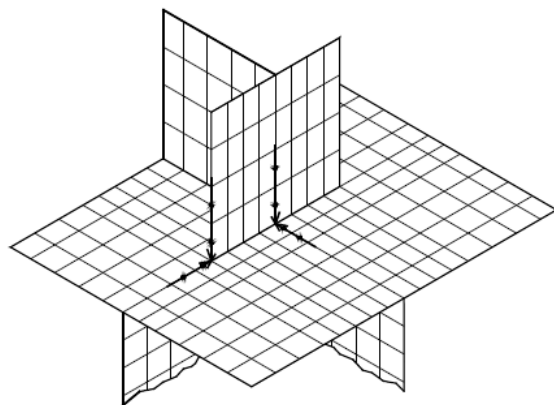


Figura 4-2 Extrapolação linear que define o valor da tensão no *hot spot* (DNV, 2010)



**Figura 4-3** Extrapolação linear de tensão em elemento de casca fina tridimensional (DNV, 2010)

## 5. Modelação de ligação T e K

---

### 5.1 Introdução ao caso de estudo

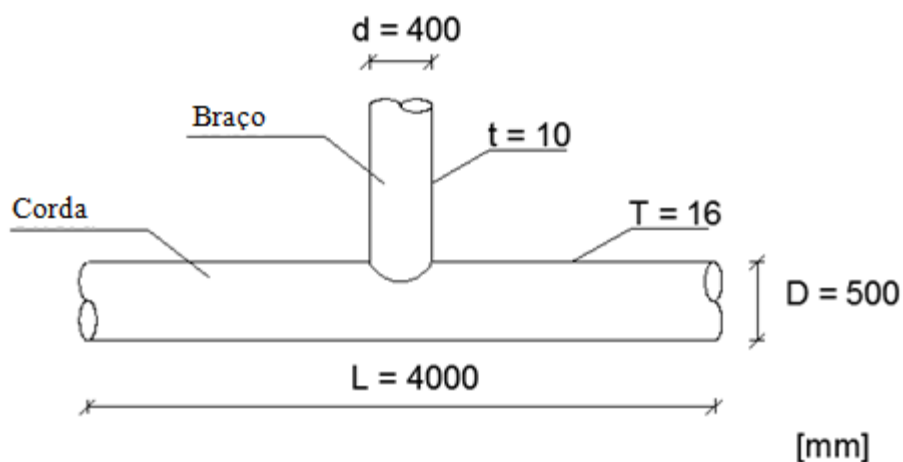
Para o estudo dos FCT são utilizadas duas ligações metálicas de secção tubular, uma em Y/T e outra em K. A escolha destas ligações uniplanares deve-se ao facto de estas serem das mais utilizadas na indústria e que servem de base de investigação para ligações mais complexas em planos tridimensionais. Para esta análise, são utilizados casos de estudo encontrados na literatura: Pirali & Haghpanahi (2006) para a ligação Y/T e Lee (1999) para a ligação K, que são comparados por sua vez com a MEF e duas metodologias. Para o caso da ligação em Y/T as metodologias utilizadas na comparação são a da DNV (2010) e a da LRS (1997). Por outro lado a ligação em K é comparada com as metodologias da DNV (2010) e de Kuang et al. (1977).

A escolha destes documentos de recomendação para efeitos de comparação foi feita devido ao documento de EWI (1995) aconselhar a utilização das equações da DNV (1994) e da LRS (1997) para o cálculo de FCT com a geometria de uma ligação em Y/T. Relativamente à ligação K, a escolha das metodologias deve-se ao facto de ambas estudarem as mesmas posições na ligação.

A MEF foi feita com recurso ao suporte informático *SAP 2000* (versão 15) que utiliza elementos casca com quatro nós, sendo que estes não são necessariamente planares. A formulação descrita pelo programa para esta modelação utiliza elementos homogéneos, cuja definição é por padrão isoparamétrica. Esta consideração é feita porque o cálculo dos elementos da matriz de rigidez e os seus termos independentes, são efetuados por intermédio de uma integração no domínio do elemento finito. Em termos práticos. Os elementos finitos podem estar inclinados em relação aos eixos coordenados, o que torna complexa a formalização do problema. A implementação da formulação isoparamétrica serve para mapear um sistema de coordenadas locais em função das coordenadas naturais, tornando o cálculo mais eficiente (Bathe, 1996). Neste contexto não se modela a soldadura pelo, que são sempre utilizados elementos de casca fina (*thin Shell*), que por padrão recorrem à formulação de Kirchhoff (CSI, 2007). Relativamente às propriedades físicas do material, utiliza-se o módulo de Young de  $E=200 \text{ kN/m}^2$  e um coeficiente de Poisson de  $\nu = 0.3$ . No processo de MEF foi utilizado um gerador de malhas que foi gentilmente cedido pelo Engenheiro Carlos Ferreira da CSI Portugal.

### 5.2 Ligação tubular de secção circular em T

A MEF da ligação de secção tubular em T é feita de acordo com as propriedades físicas e geométricas definidas no artigo publicado por Pirali e Haghpanahi (2006), como apresentado na Figura 5-1. No trabalho de Pirali e Haghpanahi (2006) a MEF é realizada no suporte informático ANSYS, com recurso a elementos de casca, não considerando a modelação da soldadura na ligação entre o Braço e a corda. Por ser essa a zona de interesse para este estudo, a ligação foi modelada com maior refinamento da malha de elementos finitos na interface da ligação entre a corda e o Braço.



**Figura 5-1** Esquema da geometria da ligação de secção tubular em T (adaptado de Pirali & Haghpanahi, 2006)

A análise relativa ao MEF é feita com base num estudo de convergência dos FCT nas posições braço-sela, braço-coroa, corda-sela e corda-coroa. O estudo de convergência, por sua vez é baseado em quatro iterações, em que é variado o número de graus de liberdade na interface da ligação entre o braço e a corda. As iterações foram feitas de acordo com os valores apresentados na Tabela 5-1. O perímetro do Braço e a corda é dividido em várias divisões, tal como demonstrado na Figura 5-2.

Relativamente a condições de fronteira cinemáticas, é considerado que as rotações e translações estão inibidas nas extremidades da corda, pelo que é apontado como um encastramento perfeito. No braço é aplicada uma tensão de compressão com o valor de  $\sigma_{nominal} = 816.18 \text{ kN/m}^2$ .

**Tabela 5-1** Número de Graus de liberdade por iteração nas zonas distintas

		Iteração			
		1 <sup>a</sup>	2 <sup>a</sup>	3 <sup>a</sup>	4 <sup>a</sup>
Nº de Divisões	Braço	16	16	16	16
	Corda	16	16	16	16
	Interseção Corda – Braço	120	180	270	405

Tal como foi referido anteriormente, para além da análise do trabalho de Pirali e Haghpanahi (2006) realiza-se um estudo com as duas recomendações: a da DNV (2010) e a da LRS (1997). Este estudo é realizado com a mesma geometria da Figura 5-1, de forma a compreender por um lado o que as distingue, mas por outro para balizar e ter termos de comparação com o MEF.

As malhas de elementos finitos que estão compiladas na Tabela 5-1 podem ser consultadas na secção 6 e Anexo I.

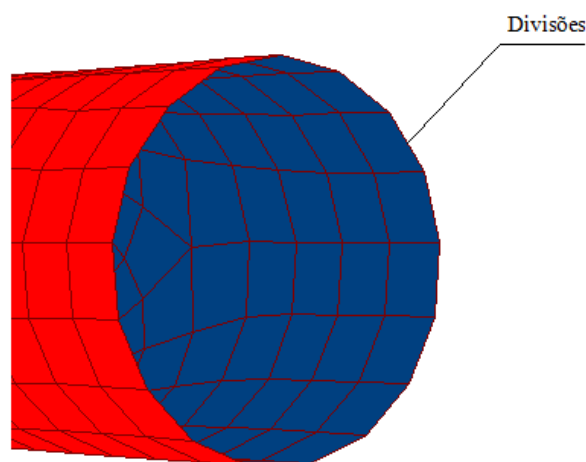


Figura 5-2 Esquema de divisões do perímetro do braço e corda.

### 5.3 Ligação tubular de secção circular em K

A ligação tubular de secção circular em K é modelada em elementos finitos tendo em conta a geometria definida por Lee (1999), sendo descrita na Figura 5-2. É utilizada a mesma geometria de Lee (1999) para que a comparação feita com a MEF seja a mais aproximada possível. No trabalho de Lee (1999), a ligação é modelada com recurso a uma combinação entre elementos de volume e elementos de casca. A zona da ligação entre os Braços e a corda requer que a malha de elementos finitos sofra um maior refinamento, como tal a soldadura é modelada com recurso a elementos de volume com vinte nós nos elementos adjacentes à interseção entre o braço e a corda. As extremidades da corda por sua vez, são as zonas que requerem menor refinamento, pelo que Lee (1999) utiliza elementos de casca fina de oito nós nessas zonas. O estudo levado a cabo por Lee (1999) recorre ao suporte informático *ANSYS*.

A modelação da soldadura é um processo complexo, uma vez que varia em função do ângulo local  $\psi$  (Lee, 1999), tal como ilustra a Figura 5-4. Por simplificação o MEF é modelado somente com elementos de casca fina, não considerando a contribuição da soldadura para o FCT.

Na zona da ligação entre os Braços e a corda é tido em conta uma maior densidade da malha de elementos finitos, comparativamente com as extremidades da corda e dos Braços. A análise relativa ao MEF é feita com base num estudo de convergência dos FCT no lado do Braço e da corda. Esse estudo é baseado em quatro iterações, na qual apenas varia o número GDL na interface entre o Braço e a corda. As iterações estão de acordo com a Tabela 5-2.

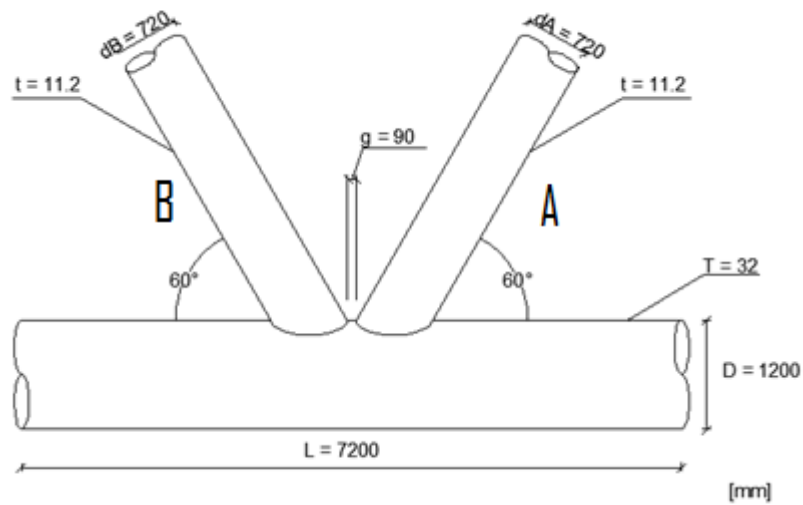


Figura 5-3 Esquema da geometria da ligação de seção tubular em K (adaptado de Lee, 1999).

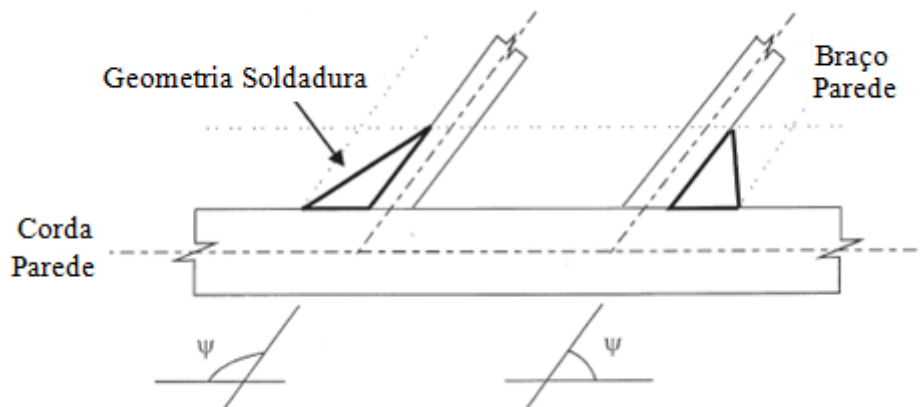


Figura 5-4 Modelação da soldadura em elementos de volume (Lee, 1999).

As extremidades da corda são consideradas como encastramentos perfeitos, uma vez que todas as rotações e translações são nulas. Relativamente às extremidades dos Braços, estas encontram-se livres, pelo que é aplicada uma tensão de compressão num Braço e uma tensão de tração no outro com o valor de  $\sigma_{nominal} = 400.97 \text{ kN/m}^2$ . Este caso de carga denomina-se como axial equilibrado.

Comparativamente com a MEF e o trabalho realizado por Lee (1999), realiza-se um estudo com o documento de recomendação da DNV (2010) e as equações de Kuang et al. (1977) com a mesma geometria da Figura 5-2. A escolha da utilização do trabalho destes autores deve-se ao facto destas duas metodologias se restringirem-se ao cálculo dos FCT's nas mesmas zonas,

tanto do lado do Braço como do lado da corda, contrariamente a outras metodologias, como a da LRS (1997), que realiza o cálculo para outras posições.

**Tabela 5-2** Número de graus de liberdade nas zonas distintas

		Iteração			
		1 <sup>a</sup>	2 <sup>a</sup>	3 <sup>a</sup>	4 <sup>a</sup>
Nº de Divisões	Braço	16	16	16	16
	Corda	16	16	16	16
	Interseção Corda - Braço	120	180	270	405



## 6. Resultados e discussão

---

Nesta secção são apresentados os resultados e a respetiva análise descrita no capítulo anterior para as ligações tubulares em K e T de secção circular. Numa fase inicial da secção são apresentados os resultados do estudo de convergência dos FCT em MEF de acordo com o número de GDL (Tabela 5-1). Na segunda parte, é feita a comparação entre o MEF convergido e as metodologias descritas na secção 5.

### 6.1 Ligação tubular de secção circular em T

O estudo realizado nesta secção segue os propósitos mencionados na secção 5.2 relativos ao cálculo dos FCT em ligações tubulares em T de secção circular.

#### 6.1.1 Estudo da Convergência dos FCT

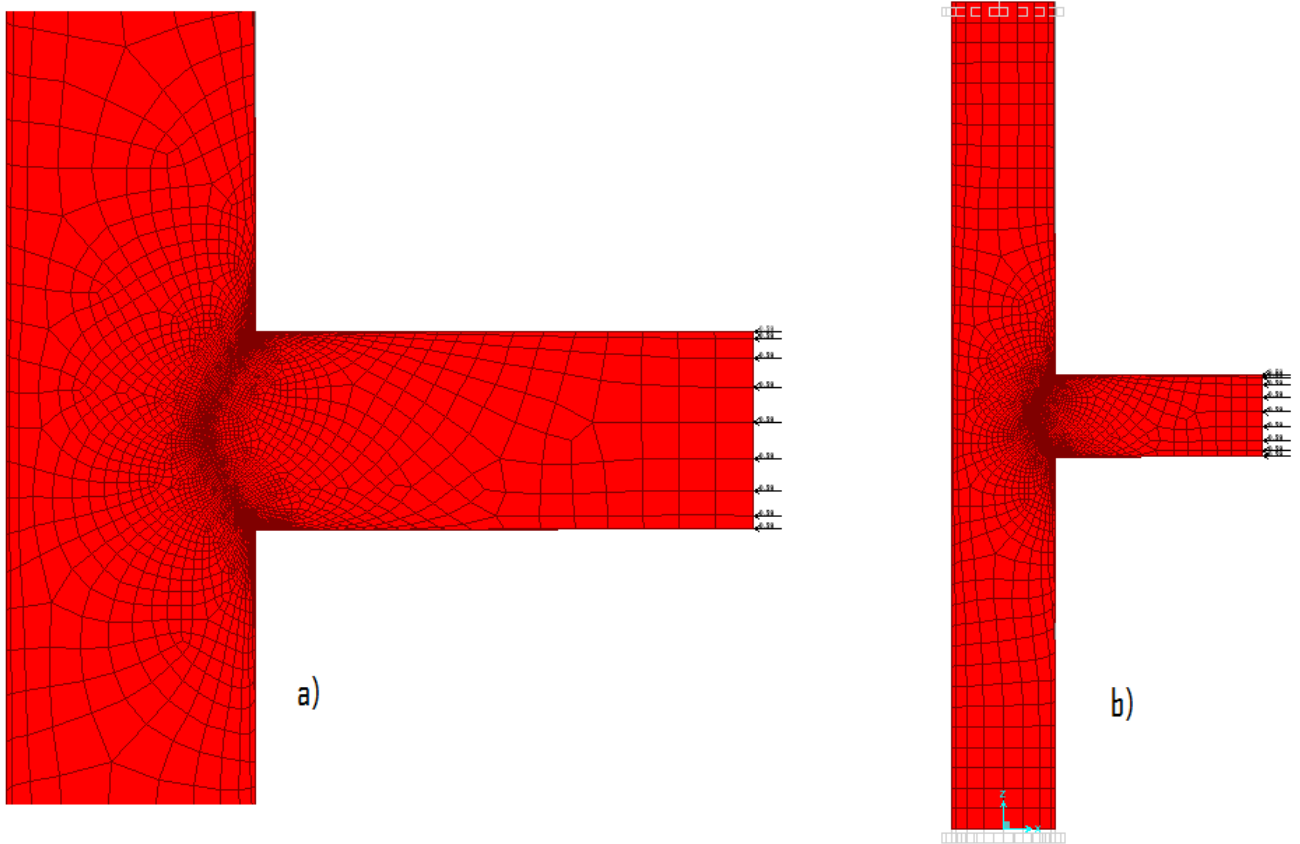
O estudo da convergência é feito de acordo com as quatro iterações apresentadas nas Tabelas 5-1 e 5-2, às quais é aplicada uma tensão de compressão  $\sigma_{nominal} = 816.18 \text{ kN/m}^2$  no Braço.

A análise dos FCT é feita para as posições de referência (braço-sela, braço-coroa, corda-sela e corda-coroa), pelo que a 4ª iteração oferece resultados convergidos estáveis. A malha de elementos finitos desta iteração está ilustrada na Figura 6-1 e é constituída por 405 GDL na interface de ligação entre o Braço e a corda.

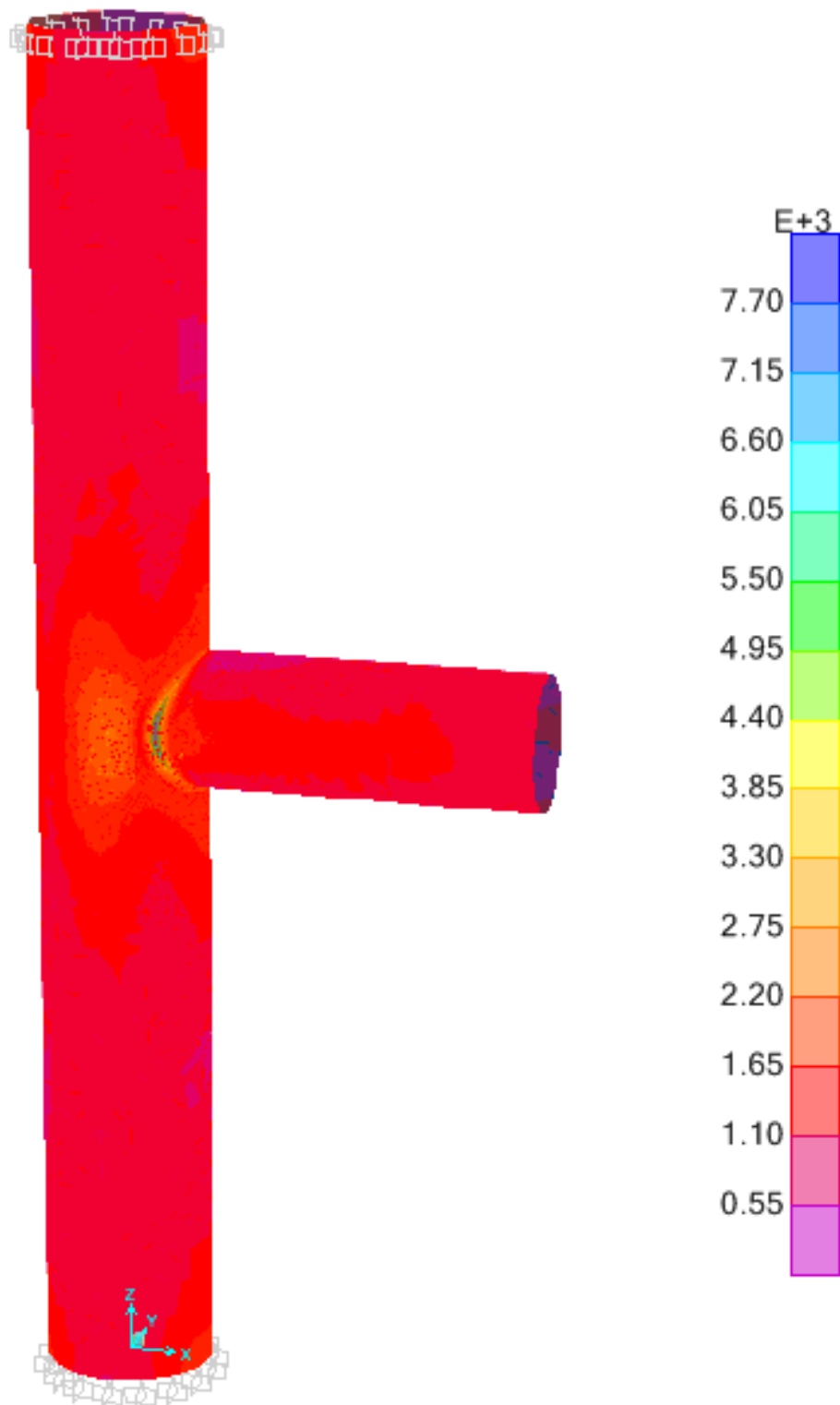
A distribuição de tensões da 4ª iteração apresentada nas Figuras 6-2 e 6-3 é obtida tendo em conta a tensão equivalente de *Von Mises*. É desde logo notório nas figuras que a malha utilizada distribui as tensões de uma forma simétrica. A tensão apresentada resulta da aplicação de uma carga distribuída na extremidade do Braço, sendo esta simulada por várias cargas pontuais. Pela observação das figuras é notório que o princípio de *Saint Venant* é respeitado, na medida em que a uma “grande” distância do ponto de aplicação da carga o diagrama de tensões apresenta-se perfeitamente homogéneo (Barretta & Diaco, 2013). Esta simetria revela que para esta tipologia de ligação, as maiores tensões e consequentemente os maiores FCT localizam-se a 90° admitindo que a zona do Coroa se encontra a 0°. Sob a pena de tornar o texto excessivamente repetitivo, as restantes iterações foram remetidas para o Anexo I, pelo que o seu resultado consta na Tabela 6-1.

Os dados relativos à tensão equivalente de *Von Mises* para as diferentes posições da ligação são obtidos através de extrapolações lineares como é recomendado e referido em 4.2.

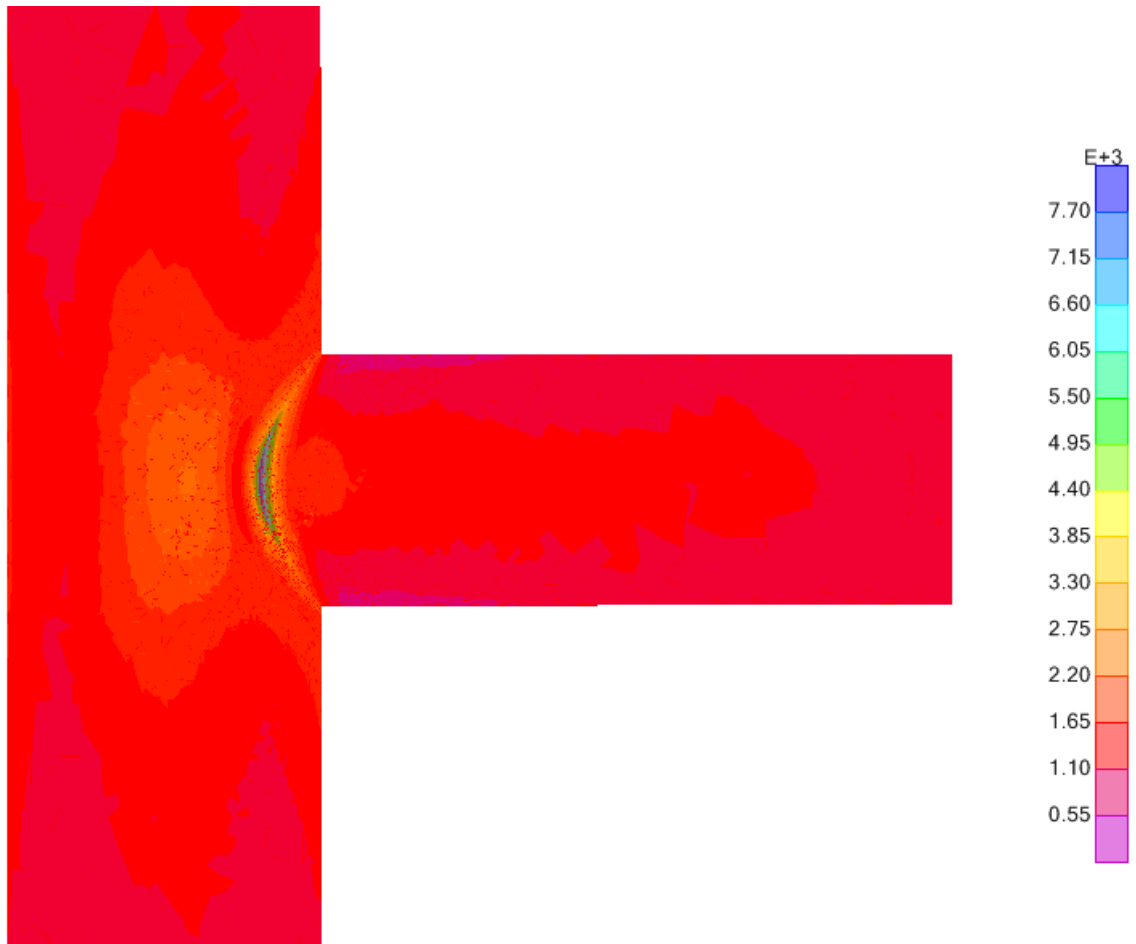
Ao analisar a Tabela 6-1, observa-se que ao aplicar uma tensão axial é na zona do Sela onde se geram as maiores tensões, tanto do lado do Braço, como da corda. Este facto vem de encontro com o que afirmam Pirali e Haghpanahi (2006), de que regra geral, para ligações de secção tubular em T, a secção crítica, ou seja, a que gera maiores tensões, está sempre localizada na zona do Sela.



**Figura 6-1** Malha de elementos finitos da ligação tubular de secção circular em T na 4ª iteração. a) Detalhe da malha de elementos finitos na interseção Braço-corda; b) distribuição da malha num plano tridimensional (Figura gerada no suporte informático *SAP 2000 versão 15*).



**Figura 6-2** Distribuição de tensões equivalentes de *Von Mises* no plano tridimensional na 4ª iteração. A tensão é dada em  $\text{kN/m}^2$  (imagem gerada no suporte informático *SAP 2000 versão 15*).



**Figura 6-3** Detalhe da distribuição de tensões de *Von Mises* na linha de interseção entre o Braço-corda na 4ª iteração. A tensão é dada em  $\text{kN/m}^2$  (imagem gerada no suporte informático *SAP 2000 versão 15*)

**Tabela 6-1** Análise dos FCT para as várias iterações.

		Iteração			
		1 <sup>a</sup>	2 <sup>a</sup>	3 <sup>a</sup>	4 <sup>a</sup>
Nº de Divisões	Braço	16	16	16	16
	Corda	16	16	16	16
	Interceção Corda – Braço	120	180	270	405
	GDL Braço	4972	7724	11868	18088
	GDL Corda	11168	16924	25864	38352
BRAÇO	Tensão MEF Sela [kN/m <sup>2</sup> ]	7693.956	7702.160	7707.264	7708.990
	Tensão MEF Coroa [kN/m <sup>2</sup> ]	1628.377	1601.097	1594.588	1592.540
	Tensão nominal [kN/m <sup>2</sup> ]	816.179	816.179	816.179	816.179
	FCT (SELA)	9.427	9.437	9.443	9.445
	FCT (COROA)	1.995	1.962	1.954	1.951
CORDA	Tensão MEF Sela [kN/m <sup>2</sup> ]	5853.894	5836.330	5818.456	5817.055
	Tensão MEF Coroa [kN/m <sup>2</sup> ]	2503.791	2496.995	2493.511	2492.257
	Tensão nominal [kN/m <sup>2</sup> ]	816.179	816.179	816.179	816.179
	FCT (SELA)	7.172	7.151	7.129	7.127
	FCT (Coroa)	3.068	3.059	3.055	3.054

#### 6.1.1.1 FCT na zona Braço - Sela

Como já foi referido, a zona do Sela é a zona mais crítica da ligação, gerando-se aí as maiores tensões. Na Tabela 6-1 pode observar-se que é nessa zona que se ocorrem os maiores FCT. Nesta posição a tensão aumenta em função do número de GDL que o modelo apresenta, sendo que a 4<sup>a</sup> iteração indica um valor de FCT perfeitamente convergido, visto que da 3<sup>a</sup> para a 4<sup>a</sup> iteração o FCT varia somente na terceira casa decimal. A Figura 6-4 refere-se ao gráfico que relaciona o estudo do FCT com o aumento de GDL na interseção braço-corda para a posição braço-sela. Como é possível observar, a curva apresenta-se aproximadamente horizontal,

confirmando graficamente a teoria de convergência. O valor de FCT para a MEF na posição Braço-Sela admitido é portanto  $FCT_{MEF-BS} = 9.445$ .

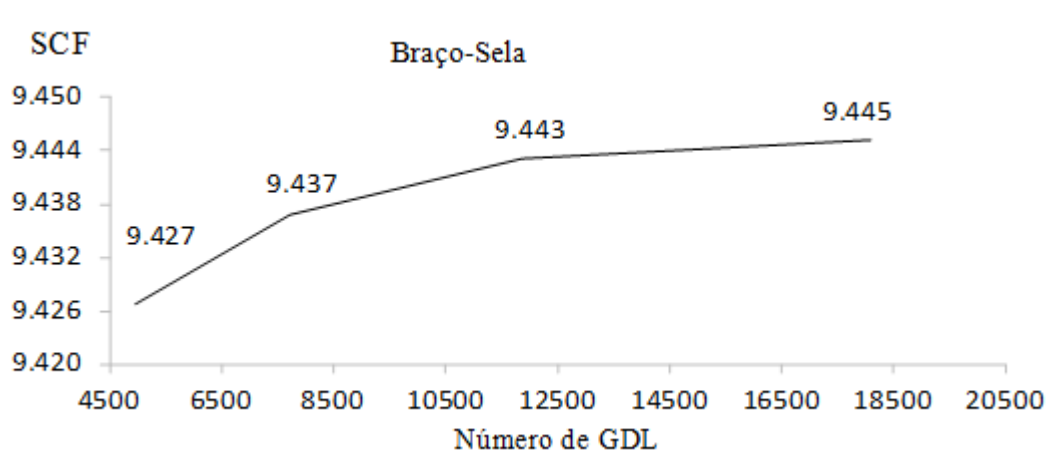


Figura 6-4 Convergência dos FCT em função do aumento dos graus de liberdade, para a posição Braço-Sela

### 6.1.1.2 FCT na zona Braço - Coroa

A zona do Braço-Coroa, como era expectável admite tensões mais pequenas, pelo que apresenta um FCT significativamente menor comparativamente com o FCT na zona Braço-Sela. A Figura 6-5 descreve o gráfico relativo à variação de GDL na intersecção do braço-corda em função do FCT gerado. Ao analisar a Figura 6-5, é perceptível que da 2ª para a 4ª iteração a curva de mantém aproximadamente horizontal, apresentando uma variação de aproximadamente 4% revelando que a solução é convergente. Para efeitos de comparação com outras metodologias, considera-se que o valor do FCT para a MEF, corresponde à 4ª iteração sendo de  $FCT_{MEF-BC} = 1.951$ .

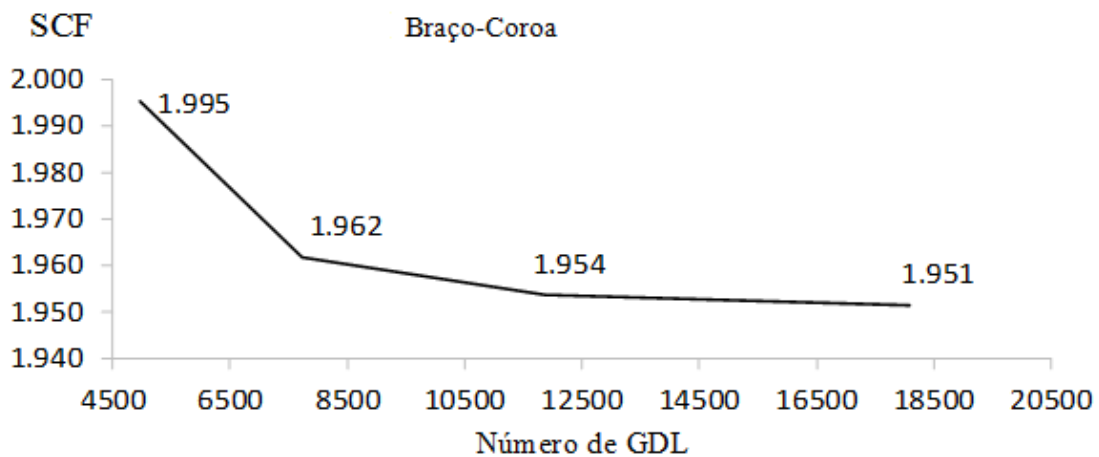


Figura 6-5 Convergência dos FCT em função do aumento dos graus de liberdade, na posição Braço-Coroa.

### 6.1.1.3 FCT na zona Corda - Sela

Na zona corda-sela, tal como esperado e citado por Pirali e Haghpanahi (2006), a zona da sela oferece as maiores tensões e conseqüentemente os FCT mais elevados, em concordância com a zona braço-sela. A Figura 6-6 representa o gráfico que relaciona o número de GDL na interseção entre a corda-sela com o FCT.

Analisando a Figura 6-6, torna-se evidente que a curva converge de forma estável, uma vez que da 3ª para a 4ª iteração, o valor do FCT varia apenas na terceira casa decimal. Neste troço, a curva apresenta-se aproximadamente horizontal, que revela que a solução já convergiu. Deste modo, a comparação com outras metodologias é feito com o valor do FCT para a MEF correspondente à 4ª iteração, apresentando o valor de  $FCT_{MEF-CS} = 7.127$ .

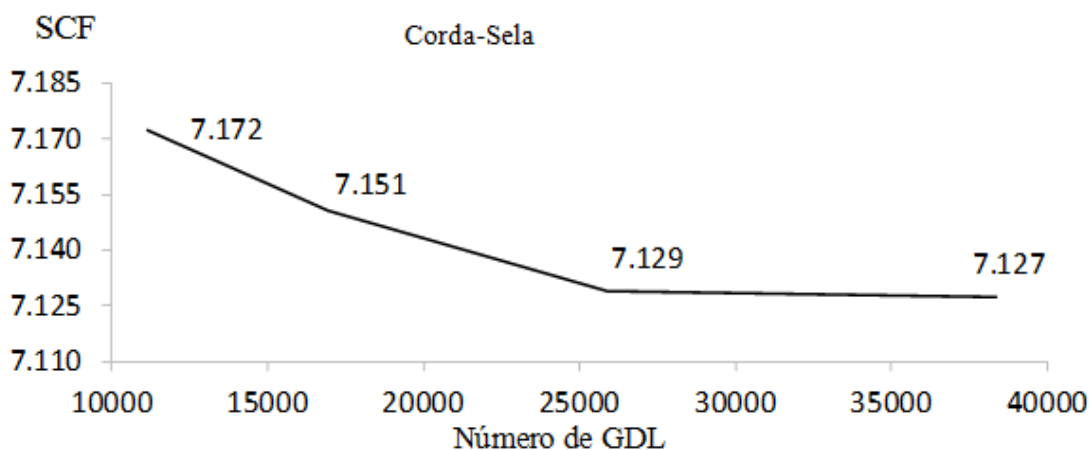
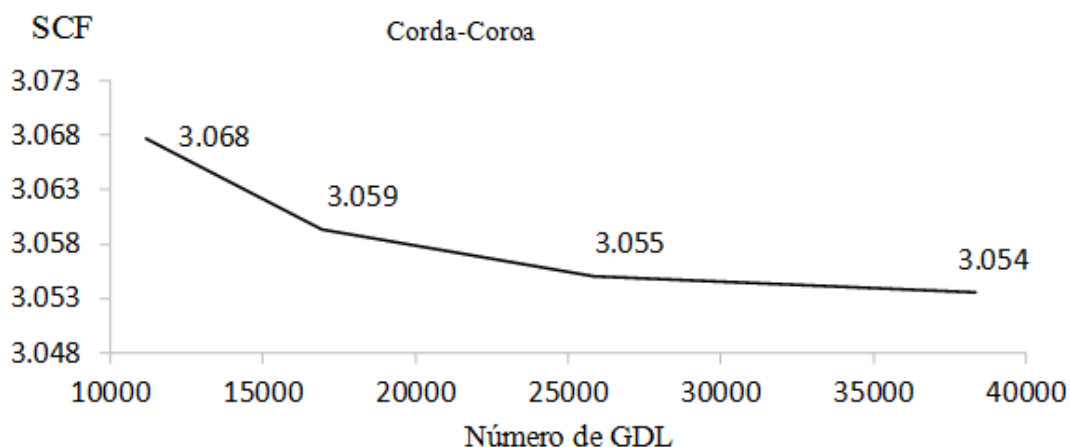


Figura 6-6 Convergência dos FCT em função do aumento dos graus de liberdade, na posição corda-Sela.

### 6.1.1.4 FCT na zona Corda - Coroa

Em conformidade com o que é apresentado na posição braço-coroa, a zona corda-coroa exhibe FCT inferiores aos registados no Sela. A Figura 6-7 apresenta o gráfico que relaciona o FCT com o número de GDL na interseção do braço-corda, para a posição corda-coroa. Ao analisar a Figura, conclui-se que a curva se apresenta aproximadamente horizontal, sendo que os valores dos FCT variam apenas na terceira casa decimal da 2ª para a 4ª iteração, admitindo assim a convergência da solução. Com o intuito da comparação com as metodologias anteriormente mencionadas, o FCT de referência da MEF é dado por  $FCT_{MEF-CC} = 3.054$ .



**Figura 6-7** Convergência dos FCT em função do aumento dos graus de liberdade, na posição corda-Coroa.

## 6.1.2 Comparação entre as várias metodologias no cálculo de FCT

Nesta secção é feita a comparação entre os resultados obtidos pela MEF para a ligação tubular em T de secção circular, com duas metodologias descritas anteriormente, a DNV (2010) e LRS (1997). Para além disso, é feita a comparação com o artigo de Pirali e Haghpanahi (2006), que realiza igualmente um estudo com MEF com as mesmas considerações geométricas.

### 6.1.2.1 Comparação na zona Braço-Sela

Tal como referido em 6.1, a zona do Sela é propensa ao surgimento de tensões mais elevadas e consequentemente a maiores FCT. A Tabela 6-2 compila os valores de FCT's para a posição Braço-Sela e faz a comparação em percentagem para as restantes metodologias. O cálculo dos FCT segundo a DNV (2010) e a LRS (1997) seguem as equações presentes no Anexo II. Para esta posição, Pirali e Haghpanahi (2006) apresentam um FCT de 8.31.

**Tabela 6-2** Comparação do MEF com as várias metodologias para a posição Braço-Sela

Metodologias		FCT
BRAÇO SELA	FCT (SELA MEF)	9.445
	FCT (SELA DNV)	6.850
	Diferença %(valor DNV)	-38%
	FCT (SELA M. Haghpanahi and H. Pirali)	8.310
	Diferença %(M.H. and H. P.)	-14%
	FCT (SELA Loyd's Register)	5.300
	Diferença %(valor LR)	-78%

Para que seja feita uma melhor análise à Tabela 6-2 é apresentada a representação gráfica dos seus valores na Figura 6-8. Esta Figura representa o gráfico que compara os resultados obtidos pela MEF já discutida na secção 6.1 com as outras metodologias.

Ao analisar a Figura 6-8, há duas observações que podem ser feitas logo à partida: i) o FCT obtido por MEF para esta posição apresenta-se bastante distante dos valores de FCT gerado pelas equações da DNV (2010) e sobretudo pelas equações da LRS (1997); ii) o FCT gerado pela formulação apresentada por Pirali e Haghpanahi (2006) apresenta-se relativamente próximo do valor obtido por MEF.

A metodologia proposta pela DNV (2010) para esta posição calcula um FCT 38% inferior ao valor obtido por MEF. As tensões apresentadas por MEF baseiam-se na extrapolação linear definida pela DNV (2010) como referido em 4.2, pelo que a diferença registada entre os dois valores deve-se ao documento não aconselhar a utilização de elementos de casca fina na zona onde se geram as maiores tensões. A utilização de elementos de casca fina em MEF corresponde a uma simplificação, que embora seja admitida pela DNV (2010), incute um erro no cálculo do FCT.

A análise mais detalhada da Figura 6-8 demonstra uma diferença entre os resultados propostos por Pirali e Haghpanahi (2006) e MEF de cerca de 14%. Não era esperada uma diferença tão pronunciada, uma vez que ambas as metodologias se referem a MEF. No entanto, a MEF utiliza a tensão equivalente de *Von Mises*, enquanto que Pirali e Haghpanahi (2006) lê as tensões paralela e perpendicularmente à intersecção do braço com a corda. Relativamente à extrapolação utilizada, Pirali e Haghpanahi (2006) analisam as tensões dos seus modelos por meio de uma extrapolação linear que não respeita as sugestões da DNV (2010) (secção 4.2), adotando para a extrapolação a distância de referência  $0.2\sqrt{R_B T_B}$  e  $0.65\sqrt{R_B T_B}$ , primeiro e segundo ponto respetivamente. Neste procedimento  $R_B$  representa o raio do Braço, enquanto que  $T_B$  a espessura do Braço. Como foi referido anteriormente na secção 4.2, a distância de referência recomendada pela DNV (2010) é de  $0.5T_B$  e  $1.5T_B$ .

Como foi descrito na secção 4, a morfologia da LRS (1997) segue um procedimento de carácter experimental com modelos físicos produzidos em acrílico de forma a explorar as propriedades fotoelásticas do material. Deste modo, para esta posição a comparação de um modelo físico não parece ser ajustável ao modelo apresentado por MEF. Por outro lado, uma das características das equações da LRS (1997) é utilizar um fator de segurança relativamente baixo, o que leva a que a sua proposta de FCT seja menos conservativa para algumas posições. A extrapolação utilizada pela LRS (1997) é a mesma que utilizada por Pirali e Haghpanahi (2006). Este tema será detalhadamente abordado no decorrer desta secção.

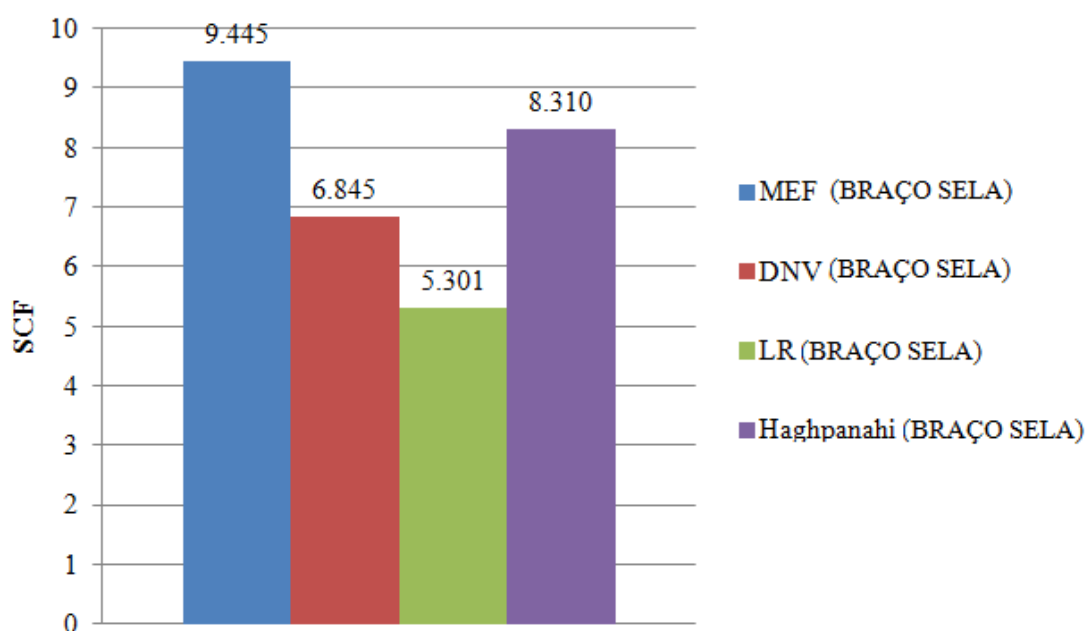


Figura 6-8 Comparação entre MEF e outras metodologias para a posição Braço-Sela.

### 6.1.2.2 Comparação na zona Braço-Coroa

Para a análise dos FCT na posição Braço-Coroa apresenta-se a Tabela 6-3 que reúne os valores dos FCT's das várias metodologias e compara-o em valor percentualmente. Com o objetivo de fornecer uma leitura mais limpa dos resultados, apresenta-se a Figura 6-9, que apresenta uma representação gráfica das metodologias comparadas.

Uma primeira observação rápida da Figura 6-9 permite tirar duas conclusões, i) como era de esperar, nesta posição do modelo geram-se tensões mais baixas pelo que não é de estranhar que se obtenham FCT inferiores aos registados na posição Sela; ii) a metodologia apresentada pela DNV (2010) demonstra ser consideravelmente conservadora face às outras metodologias visto que se obteve um FCT superior.

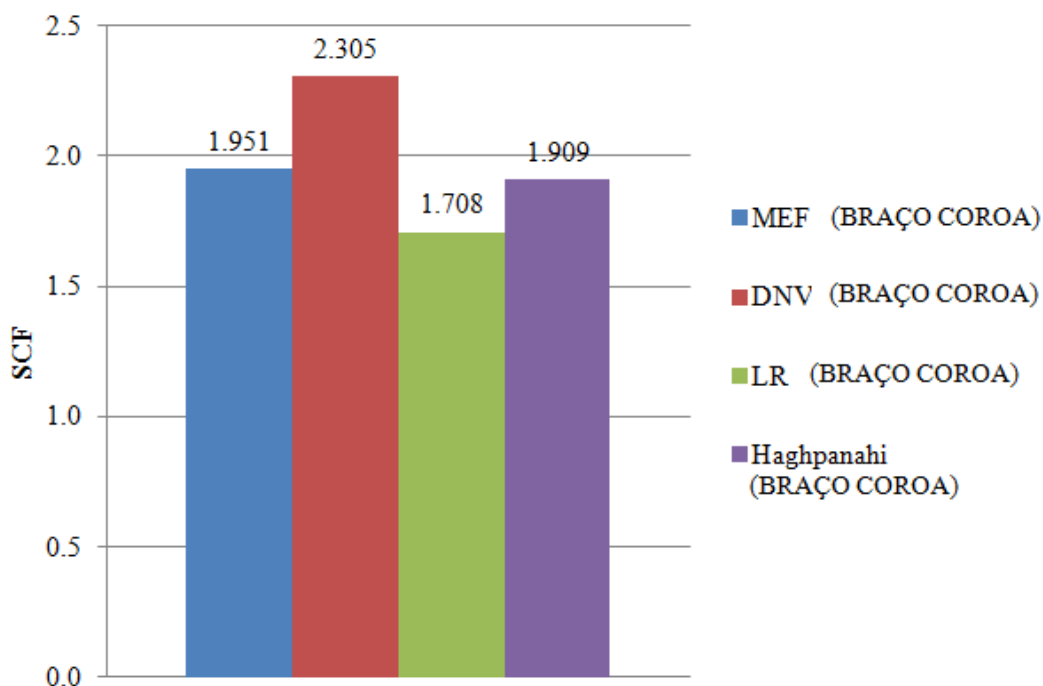
Tabela 6-3 Comparação do MEF com as várias metodologias para a posição Braço-Coroa.

Metodologias	FCT
FCT (COROA MEF)	1.951
FCT (COROA DNV)	2.300
Diferença %(valor DNV)	15%
FCT (COROA M. Haghpanahi and H. Pirali)	1.910
Diferença %(M.H. and H. P.)	-2%
FCT (COROA Loyd's Register)	1.708
Diferença %(valor LR)	-14%

Analisando em separado todas as metodologias com a MEF, constata-se que a da DNV (2010) embora apresente um diferencial percentual de 15%, tem uma diferença consideravelmente menor relativamente à diferença apresentada na posição Braço Sela, o que pode revelar que a utilização de elementos de casca fina em MEF possa não ser tão influente para esta posição. Para esta posição o FCT apresentado pela DNV (2010) é superior a todas as metodologias. Este facto vem de encontro com o que foi dito anteriormente às equações de Efthymiou (1988) presentes na DNV (2010), na qual é referido que para algumas posições da ligação o FCT proposto é conservador.

Analogamente ao que ocorre com a metodologia da DNV (2010), o FCT proposto pela LRS (1997) aproxima-se mais do FCT calculado em MEF nesta posição, comparativamente com a posição Braço-Sela. Neste caso, o FCT proposto pela LRS (1997) é 14% inferior ao de MEF, sendo que as diferenças apontadas na posição Braço-Sela relativamente a esta metodologia são válidas e equivalentes para esta posição.

A Figura 6-9 mostra que para esta posição o FCT calculado por MEF é muito próximo do FCT proposto por Pirali e Haghpanahi (2006), distando apenas em 2%. Nesta posição a extrapolação usada para obter a tensão no *hot spot*, não parece ser uma fator decisivo para a diferença apresentada. A diferença de metodologia entre Pirali e Haghpanahi (2006) e MEF, relativamente à extrapolação usada, será um tema abordado no decorrer desta secção.



**Figura 6-9** Comparação entre MEF e outras metodologias para a posição Braço-Coroa.

### 6.1.2.3 Comparação na zona Corda-Sela

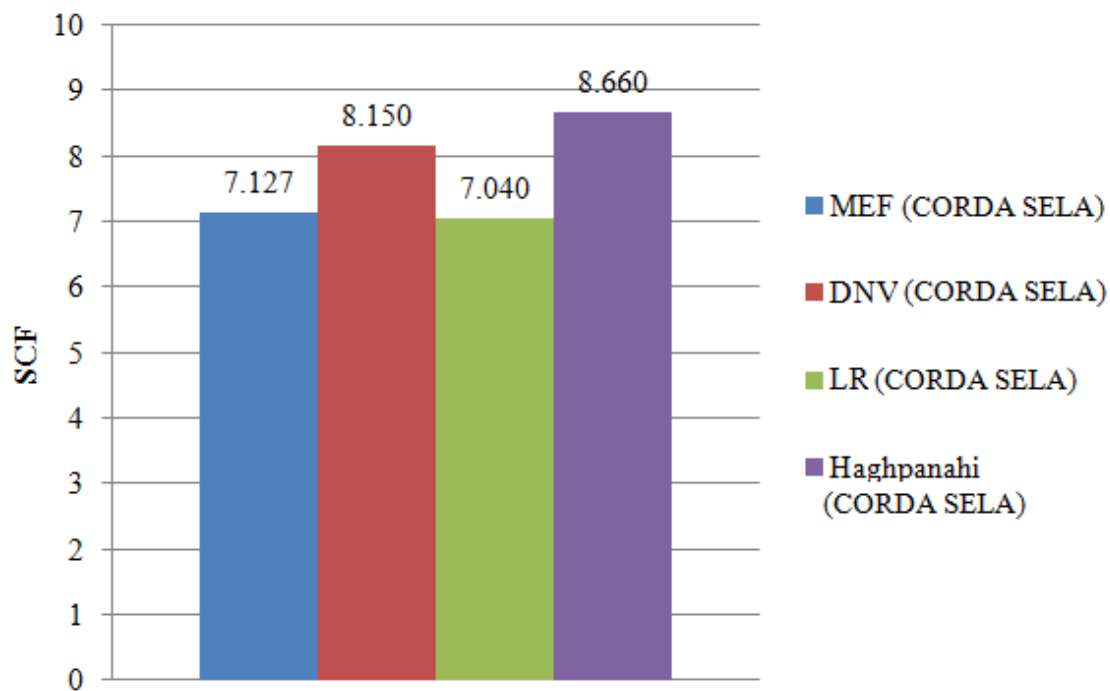
Tal como referido anteriormente, nesta zona são esperadas maiores tensões e FCT. A Tabela 6-4 compila os valores de FCT para as diferentes metodologias e a sua comparação com a MEF. Ao analisar a Tabela 6-4 é possível concluir que nesta zona as tensões e os FCT são maiores comparativamente com a posição Coroa.

A Figura 6-10 demonstra a representação gráfica das metodologias adotadas para este estudo. Mais uma vez, o FCT determinado através da metodologia da DNV (2010) apresenta-se mais conservativo face à MEF e ao procedimento defendido pela LRS (1997). O FCT produzido pela DNV (2010) é 13% maior que o homólogo obtido pela MEF, sendo que a diferença se deve às diferenças anteriormente referidas. Relativamente ao FCT determinado pela metodologia da LRS (1997) este dista 1% do FCT determinado pela MEF. Pode afirmar-se que esta diferença é aceitável e determina que a MEF é adequada para esta posição, pelos padrões da LRS (1997).

Pela análise da Tabela 6-4 e Figura 6-10 constata-se que o FCT apresentado por Pirali e Haghpanahi (2006) dista 18% do FCT proposto por MEF. A diferença apresentada vem de encontro com as diferenças apresentadas nas outras posições. Neste caso, a extrapolação linear aplicada por Pirali e Haghpanahi (2006) para a obtenção de tensões utiliza os pontos de referência que se encontram à distância medida perpendicularmente à interseção entre o Braço e a corda. As coordenadas dos pontos são  $0.2\sqrt{R_B T_B} = 0.0089m$  e  $0.4(R_B T_B R_C T_C)^{0.25} = 0.0213m$ . Neste procedimento,  $R_B$  e  $R_C$  representam o raio do braço e da corda respetivamente, da mesma forma que  $T_B$  e  $T_C$  a espessura do Braço e da corda. Tal como referido na secção 4.2, a extrapolação linear usada em MEF é feita de acordo com a DNV (2010).

**Tabela 6-4** Comparação do MEF com as várias metodologias para a posição Chord-Saddle

Metodologias		FCT
CORDA SELA	FCT (SELA MEF)	7.127
	FCT (SELA DNV)	8.150
	Diferença %(valor DNV)	13%
	FCT (SELA M. Haghpanahi and H. Pirali)	8.660
	Diferença %(M.H. and H. P.)	18%
	FCT (SELA Loyd's Register)	7.040
	Diferença %(valor LR)	-1%



**Figura 6-10** Comparação entre MEF e outras metodologias para a posição Corda-Sela.

#### 6.1.2.4 Comparação na zona Corda-Coroa

Analogamente ao que sucedeu na posição Braço Coroa, esta posição apresenta igualmente valores de FCT inferiores à posição Sela. A Tabela 6-5 compila os valores de FCT relativos às diferentes metodologias e a sua comparação em percentagem com o MEF. Para uma leitura mais elucidativa da Tabela 6-5, surge a Figura 6-11 como representação gráfica da mesma.

Uma análise rápida da Tabela 6-5 e da Figura 6-11 permite constatar que nesta posição o FCT da MEF é, tal como na posição corda-sela, 13% menor que o FCT proposto pela DNV (2010) revelando que para o lado da corda esta diferença é consistente. Esta desigualdade é justificada devido a DNV (2010) desaconselhar a utilização de elementos finitos de casca fina na zona onde se geram as maiores tensões, tal como MEF foi definido.

A metodologia apresentada pela LRS (1997) nesta posição revela-se como a metodologia mais conservativa. Comparativamente com a MEF, o FCT apresentado pela LRS (1997) é 21% mais conservativo. As razões para as diferenças registadas, devem-se ao facto de esta metodologia recorrer ao estudo experimental com elementos físicos e à extrapolação linear usada para a obtenção das tensões no *hot spot* também ser diferente da MEF, como referido anteriormente.

**Tabela 6-5** Comparação do MEF com as várias metodologias para a posição Chord-Crown

		Metodologias	FCT
		CORDA COROA	
	FCT (COROA DNV)		3.492
	Diferença %(valor DNV)		13%
	FCT (COROA M. Haghpanahi and H. Pirali)		2.450
	Diferença %(M.H. and H. P.)		-25%
	FCT (COROA Loyd's Register)		3.860
	Diferença %(valor LR)		21%

O modelo apresentado por Pirali e Haghpanahi (2006) produz um valor de FCT significativamente inferior aos demais. Comparativamente com a MEF, esta metodologia apresenta um FCT 25% inferior admitindo um valor de 2.45. A diferença apresentada revela que os resultados obtidos por Pirali e Haghpanahi (2006) para esta posição não são de boa qualidade, na medida em que se distanciam em demasia da DNV (2010) e da LRS (1997). Embora o modelo apresentado por Pirali e Haghpanahi (2006) seja de MEF, tal como a natureza das equações propostas na DNV (2010), o que separa as duas metodologias é a extrapolação linear para a obtenção das tensões no *hot spot*. Os pontos de referência para a extrapolação linear utilizados pelo procedimento de Pirali e Haghpanahi (2006), encontram-se à distância medida perpendicularmente à interseção entre o Braço e a corda. As coordenadas dos pontos são  $0.2\sqrt{R_B T_B}$  e  $0.4(R_B T_B R_C T_C)^{0.25}$ . Neste contexto  $R_B$  e  $R_C$  representam o raio do Braço e da corda respetivamente. Da mesma forma,  $T_B$  e  $T_C$  representam a espessura do Braço e da corda. A tensão no *hot spot* através desta extrapolação linear produz tensões inferiores às tensões induzidas pela extrapolação linear proposta pela DNV (2010). Este tema será abordado seguidamente nesta secção.

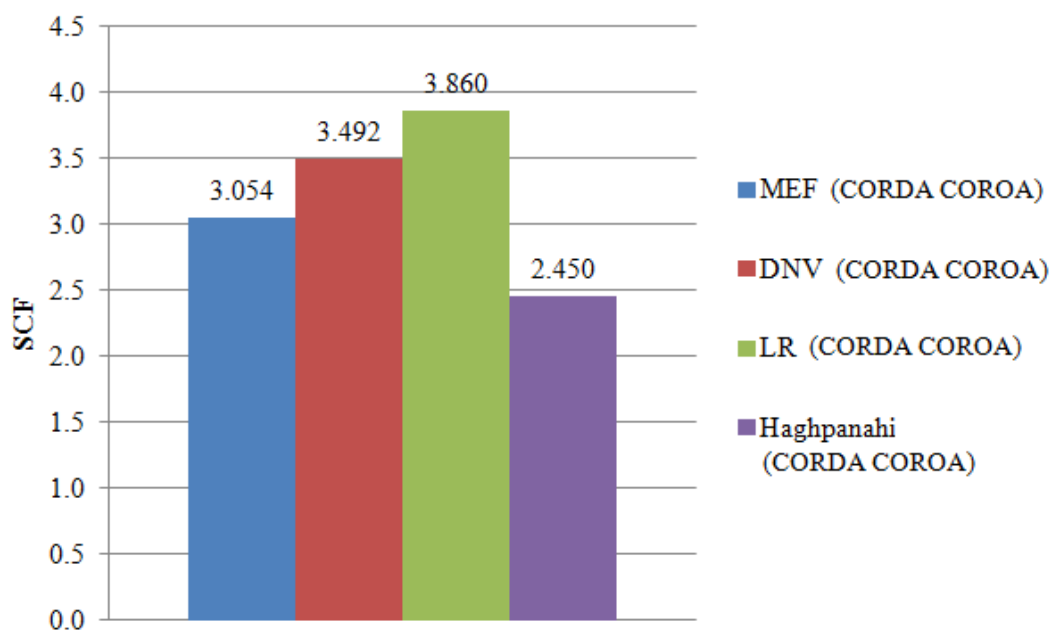


Figura 6-11 Comparação entre MEF e outras metodologias para a posição Corda-Sela.

### 6.1.3 Comparação da extrapolação linear para obter a tensão no *hot spot*

A forma como a tensão no *hot spot* é obtida pode ter interferência no resultado final do FCT. Tal como referido nesta secção, um dos fatores diferenciadores entre as metodologias estudadas foi a extrapolação linear utilizada. A MEF, recorre à extrapolação proposta pela DNV (2010), na qual são utilizados dois pontos de referência medidos na direção perpendicular à ligação entre o Braço e a corda. Os dois pontos medem-se à distância de  $0.5T_B$  e  $1.5 T_B$  para o lado do Braço e analogamente com  $T_C$  para o lado da corda. Do ponto de vista geométrico, estes pontos encontram-se à distância de 0.005 m e 0.015 m para o lado do Braço, visto que a espessura do Braço é de 0.01 m. Relativamente à corda, os pontos encontram-se à distância de 0.008 m e 0.024 m, dado que a espessura da corda é de 0.016 m.

O modelo apresentado por Pirali e Haghpanahi (2006) usa a extrapolação linear utilizando os pontos de referência que são medidos à distância de  $0.2\sqrt{R_B T_B}$  e  $0.65\sqrt{R_B T_B}$ . Geometricamente estes pontos situam-se à distância de 0.0089 m e 0.0291 m, primeiro e segundo ponto respetivamente, para o raio do Braço de 0.2m. Relativamente à corda, a extrapolação utilizada recorre aos pontos de referência de  $0.2\sqrt{R_B T_B}$  e  $0.4(R_B T_B R_C T_C)^{0.25}$ . Estes pontos encontram-se à distância de 0.0089 m e 0.0213 m, primeiro e segundo ponto respetivamente de acordo com um raio da corda de 0.25 m.

Com estes resultados é expectável que a tensão registada em MEF do lado do Braço seja preferencialmente mais elevada que o modelo defendido por Pirali e Haghpanahi (2006). Os seus pontos de referência para a extrapolação linear das tensões são medidos mais perto da ligação entre o Braço e a corda, nomeadamente 0.005m e 0.015m, comparativamente com 0.0089m e 0.0291m da modelação de Pirali e Haghpanahi (2006). Relativamente à corda, o resultado anterior inverte-se, na medida em que os pontos medidos por MEF são ligeiramente

mais distantes que os pontos medidos por Pirali e Haghpanahi (2006), esperando-se que a tensão medida por MEF seja ligeiramente inferior.

Dada a diferença entre as extrapolações lineares utilizadas para a obtenção da tensão no *hot spot*, é interessante para este tema estudar a validade da extrapolação linear utilizada. Deste modo, nesta secção é aplicada a extrapolação linear utilizada por Pirali e Haghpanahi (2006) MEF para a 4ª iteração.

### 6.1.3.1 Posição Braço Sela

Ao aplicar a extrapolação linear usada por Pirali e Haghpanahi (2006) na MEF para esta posição, espera-se reverter a diferença de 14% registada entre estes dois modelos, como é possível consultar na Tabela 6-2. Neste sentido, surge a Tabela 6-6 que compila a tensão no *hot spot* e o respetivo FCT registado com MEF com recurso à extrapolação linear usada por Pirali e Haghpanahi (2006).

**Tabela 6-6** Extrapolação linear usada por Pirali e Haghpanahi (2006) aplicada em MEF e respetiva comparação para a posição Braço Sela

BRAÇO SELA	
Tensão nominal [kN/m <sup>2</sup> ]	816.180
Tensão MEF (extrapolado) [kN/m <sup>2</sup> ]	7446.220
FCT (MEF)	9.123
M. Haghpanahi and H. Pirali FCT	8.310
Diferença %(M.H. and H. P.)	-10%

Examinando a Tabela 6-6 constata-se que a MEF apresenta um FCT 10% superior ao proposto por Pirali e Haghpanahi (2006). A diferença entre as metodologias é neste caso menor, pelo que se conclui que a extrapolação linear produz resultados aceitáveis, sendo que a utilização de elementos de casca fina em MEF é responsável por esta diferença.

### 6.1.3.2 Posição Braço Coroa

Nesta posição o FCT produzido pela MEF encontra-se muito próximo do FCT produzido pelo modelo de Pirali e Haghpanahi (2006), registando-se uma diferença de apenas 2 %, tal como é possível verificar pela Tabela 6-3. A Tabela 6-7 compõe a tensão registada no *hot spot* e o respetivo FCT obtido em MEF de acordo com a extrapolação linear usada por Pirali e Haghpanahi (2006).

**Tabela 6-7** Extrapolação linear usada por Pirali e Haghpanahi (2006) aplicada em MEF e respetiva comparação para a posição Braço Coroa

BRAÇO COROA	
Tensão nominal [kN/m <sup>2</sup> ]	816.180
Tensão MEF (extrapolado) [kN/m <sup>2</sup> ]	1507.505
FCT (MEF)	1.847
M. Haghpanahi and H. Pirali FCT	1.910
Diferença %(M.H. and H. P.)	3%

Pela análise da Tabela 6-7 é possível concluir que a extrapolação nesta posição não é um fator condicionante, na medida em que a diferença entre os dois modelos revelou ser aproximadamente a mesma para ambas a metodologias.

### 6.1.3.3 Posição Corda Sela

Na posição corda-sela é registada uma diferença entre metodologias significativamente mais pronunciada. O valor de FCT obtido pela formulação da MEF é 18% inferior ao valor registado pelo modelo de Pirali e Haghpanahi (2006). Aplicando a extrapolação linear sugerida no trabalho de Pirali e Haghpanahi (2006) em MEF obtém-se a Tabela 6-8 que compila as novas tensões e os respetivo FCT.

Pela observação da Tabela, conclui-se que a diferença entre o FCT obtido por MEF com a nova extrapolação linear e o modelo de Pirali e Haghpanahi (2006) mantém-se nos 18%. Este exercício demonstra que a extrapolação sugerida por Pirali e Haghpanahi (2006) é ajustável à extrapolação linear proposta pela DNV (2010) para esta posição. A diferença registada entre as duas metodologias deve-se ao facto de não terem sido usados elementos finitos da mesma natureza para ambos os modelos.

**Tabela 6-8** Extrapolação linear usada por Pirali e Haghpanahi (2006) aplicada em MEF e respetiva comparação para a posição corda-sela.

CORDA SELA	
Tensão nominal [kN/m <sup>2</sup> ]	816.180
Tensão MEF (extrapolado) [kN/m <sup>2</sup> ]	5815.329
FCT (MEF)	7.125
M. Haghpanahi and H. Pirali FCT	8.660
Diferença %(M.H. and H. P.)	18%

#### 6.1.3.4 Posição Corda Coroa

A consulta da Tabela 6-5 revela que o MEF produz um valor de FCT 25% superior ao indicado pela metodologia defendida por Pirali e Haghpanahi (2006). Aplicando a extrapolação linear usada por Pirali e Haghpanahi (2006) em MEF obtém-se a Tabela 6-9, que agrega os valores de tensão no *hot spot* e respetivo FCT proposto pela extrapolação linear defendida por Pirali e Haghpanahi (2006).

Pela análise da Tabela 6-9, conclui-se que o FCT proposto por MEF com a nova extrapolação linear mantém-se 25% superior ao FCT proposto por Pirali e Haghpanahi (2006). Este detalhe indica que para esta posição a extrapolação linear proposta no trabalho de Pirali e Haghpanahi (2006) é ajustável com a extrapolação linear prescrita pela DNV (2010).

**Tabela 6-9** Extrapolação linear usada por Pirali e Haghpanahi (2006) aplicada em MEF e respetiva comparação para a posição corda-coroa.

CORDA COROA	
Tensão nominal [kN/m <sup>2</sup> ]	816.180
Tensão MEF (extrapolado) [kN/m <sup>2</sup> ]	2490.847
FCT (MEF)	3.052
M. Haghpanahi and H. Pirali FCT	2.450
Diferença %(M.H. and H. P.)	-25%

Com este estudo, conclui-se que a extrapolação adotada por Pirali e Haghpanahi (2006) e pela DNV (2010) são equivalentes. A diferença registada entre as duas metodologias prende-se ao facto de não serem usados elementos finitos do mesmo tipo.

## 6.2 Ligação tubular de secção circular em K

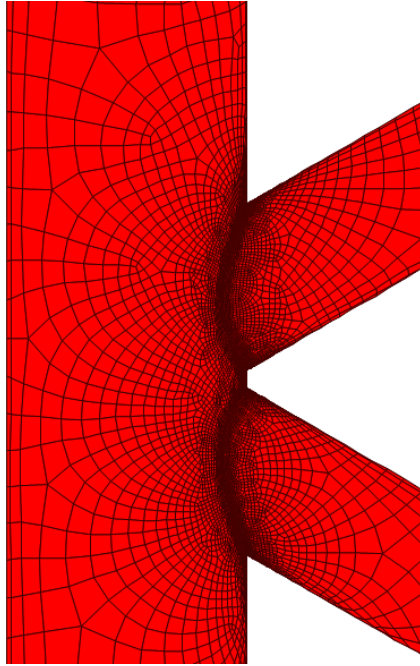
Nesta secção são estudados os FCT de uma ligação tubular em K, seguindo os pressupostos descritos no capítulo 5.3.

### 6.2.1 Estudo da Convergência dos FCT

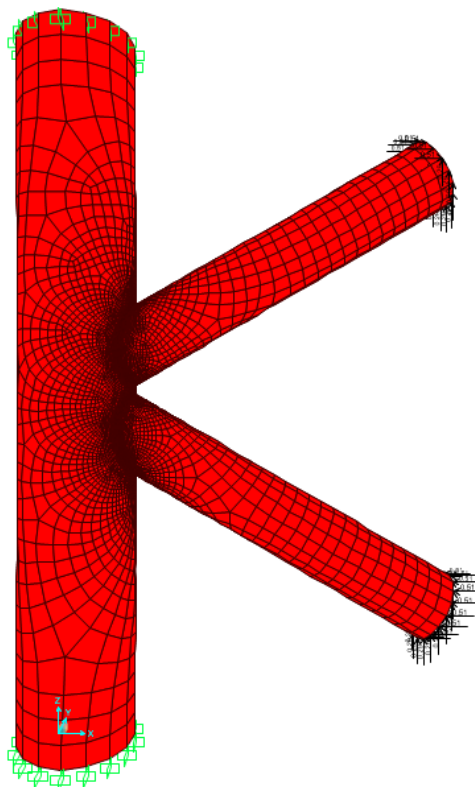
A convergência é estudada de acordo com as quatro iterações apresentadas na Tabela 5-2, sendo o modelo carregado com uma tensão de compressão  $\sigma_{nominal} = 400.97 \text{ kN/m}^2$  no Braço A e  $\sigma_{nominal} = 400.97 \text{ kN/m}^2$  de tração no Braço B.

Ao contrário da ligação Y/T, para a ligação K são analisadas somente duas posições de referência (lado do Braço e lado da corda), sendo que a 4ª iteração apresenta resultados convergidos. A malha de elementos finitos correspondentes a esta iteração está representada na Figura 6-12 e Figura 6-13. A malha apresentada para a 4ª iteração é constituída por 405 GDL na interface da ligação entre cada Braço e a corda.

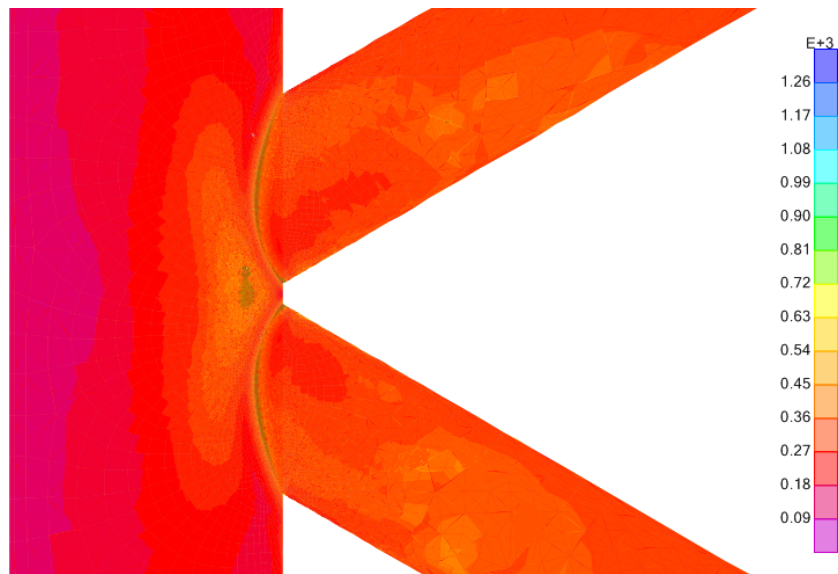
A solicitação aplicada é analisada tendo em conta a tensão equivalente de *Von Mises*, pelo que a distribuição de tensões da 4ª iteração é apresentada na Figura 6-14 e Figura 6-15. Analisando as Figuras conclui-se que as tensões equivalentes de *Von Mises* se encontram distribuídas de forma simétrica ao longo da peça, tal como era de esperar. Embora não seja totalmente evidente pela observação das Figuras 6-14 e 6-15, as tensões máximas geram-se entre os Braços na posição Coroa, pelo que é essa a zona que serve de referência para o cálculo dos FCT. Para ir de encontro com o foi dito na secção 5.3, o cálculo dos FCT é realizado somente na zona do Coroa do lado do Braço e da corda. De forma a não tornar o texto excessivamente repetitivo, as malhas e diagramas de tensões das restantes iterações foram remetidos para o Anexo I, pelo que a os resultados obtidos estão compilados na Tabela 6-10 e Tabela 6-11. Estas Tabelas compilam apenas os resultados obtidos no Braço comprimido, uma vez que por simetria geométrica e equilíbrio estático, o resultado é homólogo para o Braço tracionado. As tensões apresentadas estão devidamente extrapoladas de acordo com os propósitos descritos pela DNV (2010) tal como foi referido em 4.2.



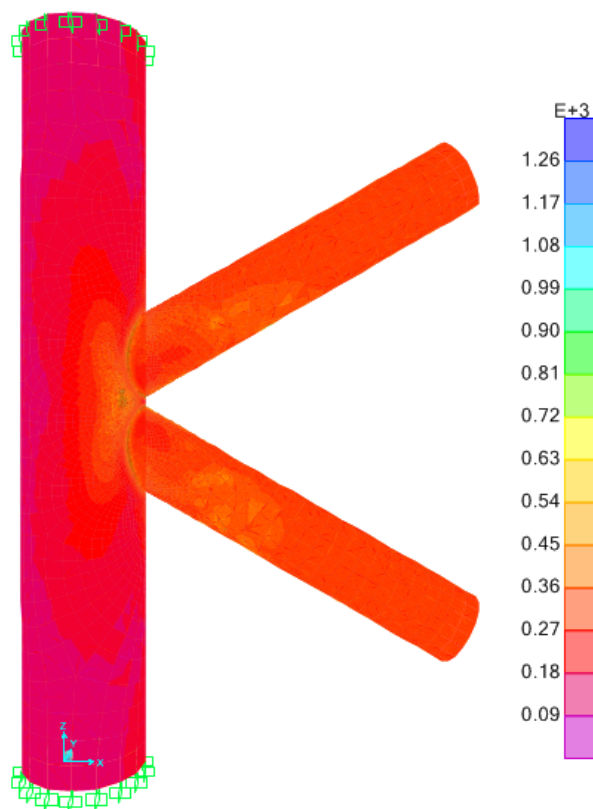
**Figura 6-12** Malha de elementos finitos da ligação tubular de secção circular em K na 4ª iteração (imagem gerada no suporte informático *SAP 2000 versão 15*).



**Figura 6-13** Distribuição da malha num plano tridimensional (imagem gerada no suporte informático *SAP 2000 versão 15*).



**Figura 6-14** Detalhe da distribuição de *Von Mises* na linha de interseção entre o Braço-corda na 4ª iteração. a tensão é dada em  $\text{kN/m}^2$  (imagem gerada no suporte informático *SAP 2000 v. 15*).



**Figura 6-15** Distribuição de tensões de *Von Mises* no plano tridimensional na 4ª iteração. A tensão é dada em  $\text{kN/m}^2$  (imagem gerada no suporte informático *SAP 2000 v. 15*).

### 6.2.1.1 FCT no Braço

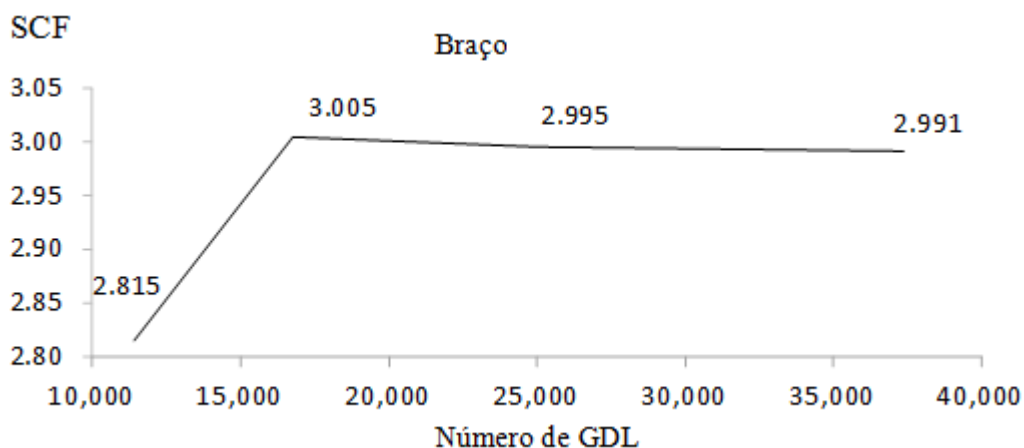
Como referido anteriormente, o cálculo do FCT relativo ao Braço e à corda é obtido para a maior tensão, que ocorre entre os Braços na zona Coroa. A Tabela 6-10 compila as tensões e o respetivo FCT para as quatro iterações para o lado do Braço.

Ao analisar a Tabela 6-10 constata-se que as tensões obtidas apresentam-se convergidas na última iteração. Iguais conclusões podem ser tiradas ao analisar o FCT, uma vez que da 3ª para a 4ª iteração o valor apenas varia na terceira casa decimal.

Na Figura 6-16 apresenta-se o gráfico que relaciona o aumento de número de GDL na interseção do Braço-Coroa em função do FCT gerado. Analisando a Figura 6-16 a convergência é visualmente comprovada, uma vez que o gráfico apresenta-se perfeitamente horizontal da 3ª para a 4ª iteração. Para o lado do Braço o FCT de referência para a MEF corresponde a  $FCT_{MEF-Brace} = 2.991$ .

**Tabela 6-10** Análise dos FCT para as várias iterações relativamente ao Braço.

		Iteração			
		1ª	2ª	3ª	4ª
Nº de Divisões	Braço	16	16	16	16
	Corda	16	16	16	16
	Interceção Corda - Braço	120	180	270	405
GDL		11384	16764	25000	37364
BRAÇO	Tensão MEF [kN/m <sup>2</sup> ]	1128.91	1204.90	1200.94	1199.25
	Tensão Nominal [kN/m <sup>2</sup> ]	400.97	400.97	400.97	400.97
	FCT MEF (BRAÇO)	2.815	3.005	2.995	2.991



**Figura 6-16** Convergência do FCT em função do aumento de número de GDL na interseção Braço-Coroa para o lado do Braço.

### FCT no Corda

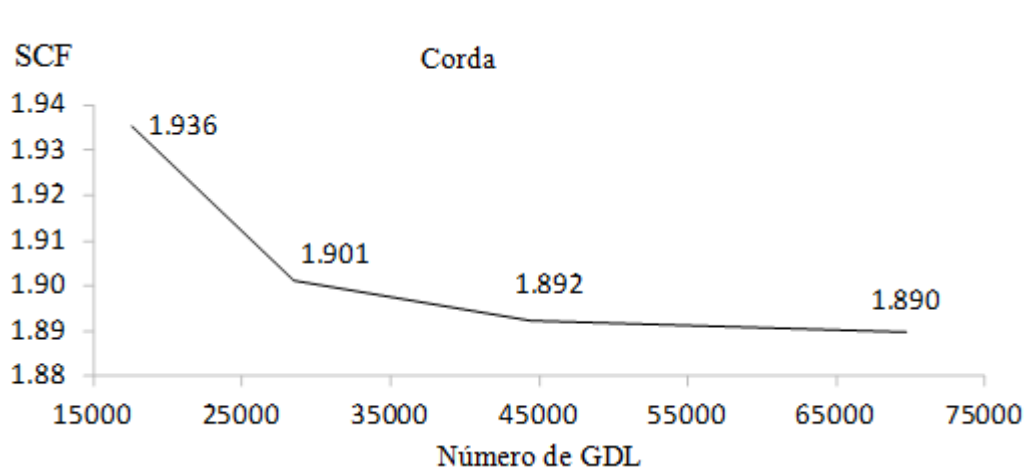
As tensões máximas ocorrem no lado da corda no espaçamento entre os dois Braços. A Tabela 6-11 agrega as tensões extrapoladas para as quatro iterações, variando o número de GDL na corda.

**Tabela 6-11** Análise dos FCT's para as várias iterações relativamente à corda.

		Iteração	1 <sup>a</sup>	2 <sup>a</sup>	3 <sup>a</sup>	4 <sup>a</sup>
Nº de Divisões	Braço		16	16	16	16
	Corda		16	16	16	16
	Interceção Corda – Braço		120	180	270	405
GDL			17616	28436	44444	69664
CORDA	Tensão MEF [kN/m <sup>2</sup> ]		776.07	762.30	758.72	757.66
	Tensão Nominal [kN/m <sup>2</sup> ]		400.97	400.97	400.97	400.97
	FCT MEF (CORDA)		1.936	1.901	1.892	1.890

Algumas ilações podem ser imediatamente observadas com a consulta da Tabela 6-11. Uma delas é que a tensão obtida no lado da corda é 37% menor que a tensão medida do lado do Braço. Esta constatação também se revela na análise do FCT que é proporcionalmente inferior no lado da corda. Outra conclusão que pode ser retirada é que a tensão apresenta-se convergida na última iteração, pelo que o FCT também está convergido uma vez que da 3<sup>a</sup> para a 4<sup>a</sup> iteração o seu valor apenas varia na terceira casa decimal.

A Figura 6-17 corresponde à representação gráfica da evolução do FCT na corda ao longo das quatro iterações com o aumento do número de GDL na interseção entre o Braço e a corda. Ao analisar a Figura 6-17 é possível constatar que a convergência foi conseguida, na medida em que a curva já se apresenta aproximadamente horizontal, uma vez que o FCT varia apenas na terceira casa decimal da 3ª para a 4ª iteração. O valor de FCT de referência para a MEF na corda é portanto  $FCT_{MEF-Brace} = 1.890$ .



**Figura 6-17** Convergência do FCT em função do aumento de número de GDL na interseção Braço-Corda para o lado da corda.

### 6.2.1.2 Comparação entre as várias metodologias no cálculo de FCT

Nesta secção realiza-se uma comparação entre os FCT gerados por MEF da ligação tubular em K de secção circular, com duas metodologias distintas, a da DNV (2010) e a de Kuang et al. (1977). Paralelamente realiza-se a comparação com o caso de estudo descrito por Lee (1999).

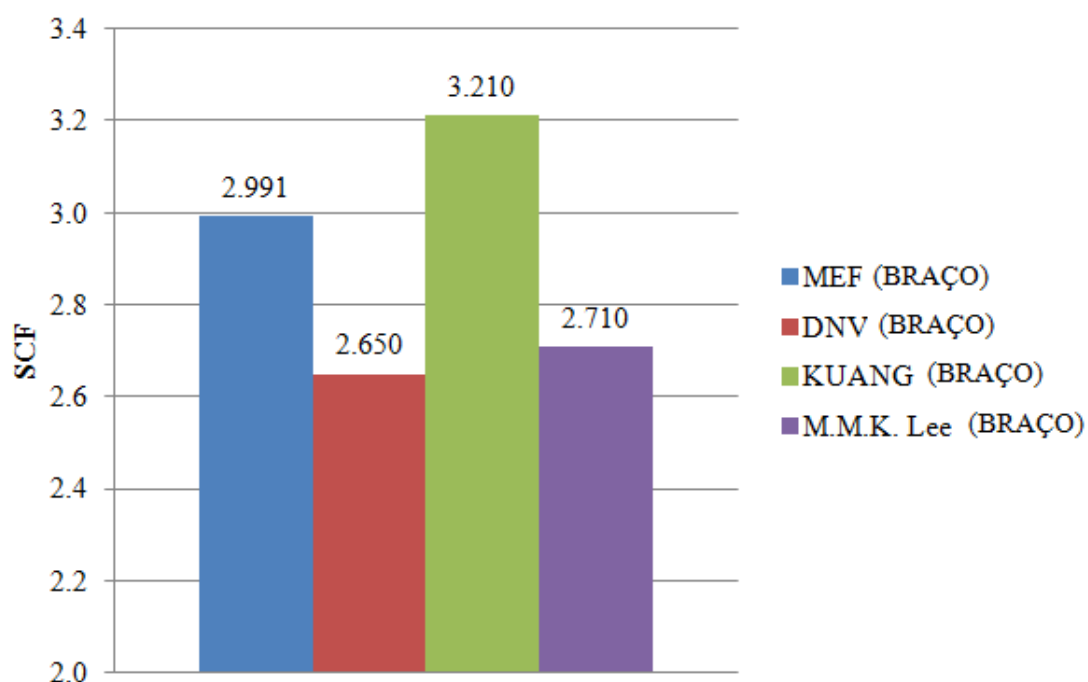
### 6.2.1.3 Comparação no Braço

Como referido em 6.2.1.2 a zona do Braço agrega tensões mais elevadas que a zona da corda, a consequência direta deste resultado obriga a que se registem também maiores FCT nesta posição. A Tabela 6-12 compila os valores de FCT para o Braço e faz a comparação a nível percentual para as diferentes metodologias. O cálculo do FCT relativo à metodologia da DNV (2010) e de Kuang et al. (1977) estão de acordo com as equações presentes no Anexo II. Os seus valores de FCT são 2.65 e 3.21 respetivamente. Nesta posição, Lee (1999) apresenta um FCT de 2.71.

**Tabela 6-12** Comparação do MEF com as várias metodologias para o lado do Braço.

Metodologias		FCT
BRAÇO	FCT MEF (BRAÇO)	2.991
	FCT (BRAÇO DNV)	2.650
	Diferença %(DNV)	-13%
	M.M.K. Lee (BRAÇO)	2.710
	Diferença %(M.M.K. Lee)	-10%
	KUANG (BRAÇO)	3.210
	Diferença %(KUANG)	7%

Para que a análise da Tabela 6-12 seja mais visual, é apresentada a representação gráfica dos FCT na Figura 6-18. Esta Figura representa o gráfico que compara os resultados obtidos com MEF com as outras metodologias.



**Figura 6-18** Comparação entre MEF e outras metodologias para o Braço

Pela análise da Figura 6-18 pode constatar-se que o valor obtido por MEF apresenta-se balizado pelos valores oferecidos pelas metodologias de DNV (2010) e de Kuang et al. (1977). Relativamente à primeira, MEF é cerca de 13% superior e aproximadamente 7% inferior ao FCT registado pelas equações de Kuang et al. (1977). Embora estas duas metodologias de

comparação sejam, tal como MEF, realizadas com elementos de casca fina, as fórmulas empíricas dão relevância a detalhes diferentes, sendo essa a razão para que a diferença seja tão pronunciada. De acordo com a LRS (1997), a metodologia de Kuang et al. (1977) para todos os valores de  $\beta$  apresenta bons resultados, embora sejam considerados conservativos, sendo essa a razão para o facto do FCT produzido por esta metodologia ser superior às outras analisadas.

As tensões apresentadas por MEF baseiam-se na extrapolação linear descrita pelos propósitos da DNV (2010), como referido na secção 4.2. No entanto, a diferença de 13% entre os dois valores, deve-se ao facto de ser desaconselhado o uso de elementos de casca fina sempre que a tensão máxima ocorra na vizinhança dos elementos entre a ligação do Braço com a corda (DNV, 2010), pelo que o uso destes elementos não promove uma simplificação consensual.

O FCT obtido por Lee (1999) é aproximadamente 10% inferior ao registado por MEF. Esta diferença deve-se essencialmente a duas razões. A primeira razão é relativa ao modelo descrito por Lee (1999), que modela a soldadura usando elementos de volume nessa zona, conferindo uma abordagem mais realista e que é aconselhável pela DNV (2010). Esta razão contrasta com o MEF, onde não é modelada a soldadura e são utilizados elementos de casca para a mesma zona.

A segunda diferença que afasta os dois modelos é a extrapolação utilizada. O modelo proposto por Lee (1999) utiliza a extrapolação linear proposta por HSE (1995), na qual o polinómio que descreve a distribuição de tensões na proximidade da interface entre o Braço e a corda é aproximado a uma regressão linear, sendo essa a via pela qual é obtida a tensão no *hot spot*. Este tema será detalhadamente abordado no decorrer desta secção.

#### **6.2.1.4 Comparação no Corda**

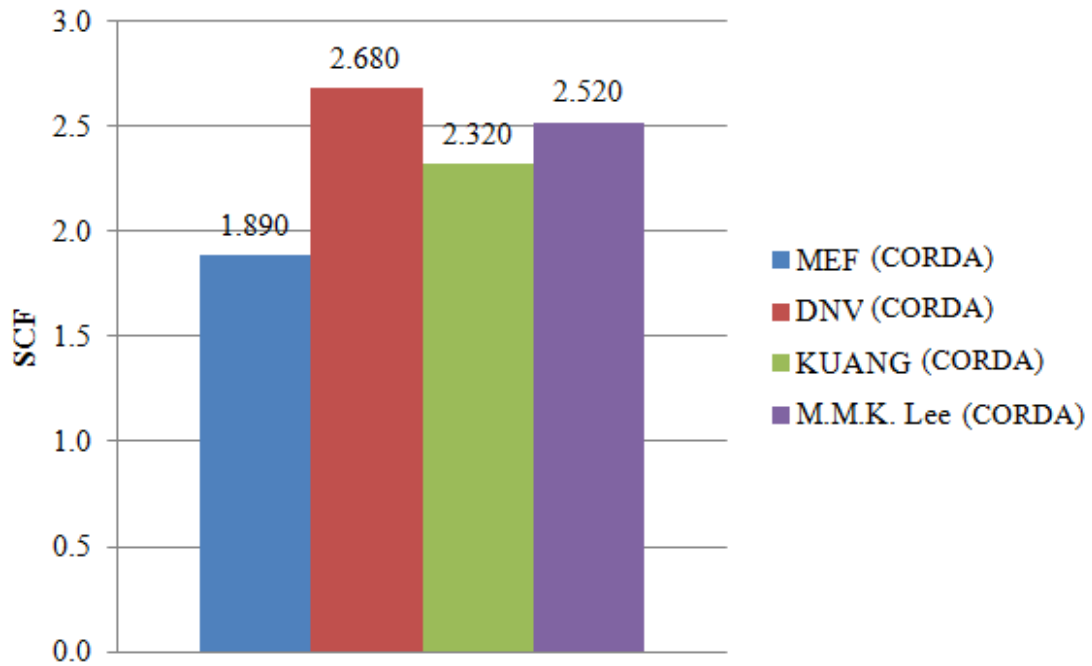
Nesta secção é feita a comparação do valor do FCT do MEF com as várias metodologias para a corda. A Tabela 6-13 compila os FCT obtidos para as diferentes metodologias e faz a respetiva comparação percentual. Uma vez mais, os valores de FCT obtidos para as metodologias da DNV (2010) e Kuang et al. (1977) são calculados de acordo com as equações presentes no Anexo II. Os FCT obtidos para estas metodologias são 2.68 e 2.32 respetivamente. O modelo apresentado por Lee (1999) para esta posição descreve um valor de FCT de 2.52. Por sua vez, o FCT do modelo MEF é igual a 1.890.

Com o objetivo de promover uma análise mais clara da Tabela 6-13 é apresentada a Figura 6-19. Esta Figura representa o gráfico que compara os resultados obtidos com MEF com as outras metodologias.

Pela análise da Figura 6-19 é possível concluir que o FCT obtido pelo MEF apresenta-se como o menor valor comparativamente com as restantes metodologias. Relativamente ao FCT descrito pela DNV (2010), este apresenta um valor 29% superior ao calculado em MEF. De acordo com a API (2007), as equações descritas pela DNV (2010) são frequentemente conservativas, uma vez que utilizam as fórmulas empíricas de Efthymiou (1988). Esta é a razão pela qual a DNV (2010) propõe um FCT superior às outras metodologias.

**Tabela 6-13** Comparação do MEF com as várias metodologias para o lado da corda

Metodologias		FCT
CORDA	FCT MEF (CORDA)	1.890
	FCT (CORDA DNV)	2.680
	Diferença %(DNV)	29%
	M.M.K. Lee	2.520
	Diferença %(M.M.K. Lee)	25%
	KUANG (CORDA)	2.320
	Diferença %(KUANG)	19%



**Figura 6-19** Comparação entre MEF e outras metodologias para o Corda.

O FCT proposto por Kuang et al. (1977) apresenta-se 19% superior ao MEF. A razão para este facto é análoga ao que foi descrito para o lado do Braço. Todavia, o seu FCT para esta posição não parece desajustado, apresentando-se mais coerente e na ordem de grandeza das restantes metodologias.

Contrariamente ao que aconteceu para o Braço, nesta posição o FCT proposto por Lee (1999) é 25% superior ao homólogo calculado em MEF, pelo que as razões para tal discrepância mantêm-se equivalentes às descritas anteriormente.

### 6.2.2 Comparação da extrapolação linear para obter a tensão no *hot spot*

Tal como foi referido nesta secção, uma das variáveis independentes inerentes à comparação entre o modelo apresentado por Lee (1999) e MEF é a forma como é obtida a tensão no *hot spot*. O modelo proposto por Lee (1999) rege-se pela extrapolação definida por HSE (1995), na qual a distribuição de tensões registada na vizinhança perpendicular à interseção entre o Braço e a corda, é apresentada como uma função polinomial. A tensão no *hot spot* é obtida admitindo um ajuste da função polinomial por meio de uma regressão linear. Este método é válido para o cálculo da tensão no *hot spot* tanto do lado do Braço como do lado da corda. A Figura 6-20 representa o esquema da extrapolação linear considerada no estudo de Lee (1999).

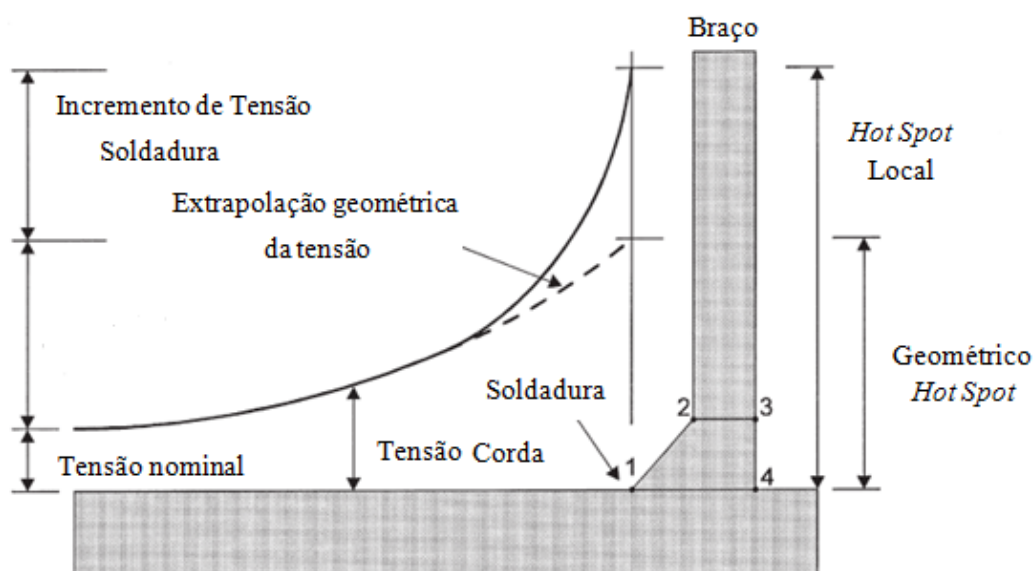


Figura 6-20 Esquema da extrapolação linear admitido no modelo de Lee (1999).

Como foi igualmente referido em 4.2, a MEF utiliza a extrapolação linear definida pela DNV (2010), na qual utiliza dois pontos de referência que distam perpendicularmente  $0.5T_B$  e  $1.5T_B$  da interface da ligação entre o Braço e a corda, sendo  $T_B$  a espessura do Braço caso seja essa a zona a analisar ou analogamente  $T_C$  a espessura da corda.

Assim, é interessante averiguar se a extrapolação linear adotada é condicionante na análise da tensão no *hot spot* e as suas consequências para o valor do FCT. Deste modo, nesta secção é aplicada a extrapolação linear usada por Lee (1999) no MEF.

Consultando a Tabela 6-12 conclui-se que o FCT produzido por MEF é 10% superior à metodologia proposta por Lee (1999). A tensão obtida perpendicularmente à interface de ligação entre o Braço e a corda de MEF para o lado do Braço, é extrapolada linearmente com a

metodologia usada por Lee (1999). A Tabela 6-14 compila os FCT obtido por MEF e por Lee (1999) para a zona do Braço. A tensão extrapolada de MEF presente na Tabela 6-14 é compreendida com a consulta da Figura 6-21.

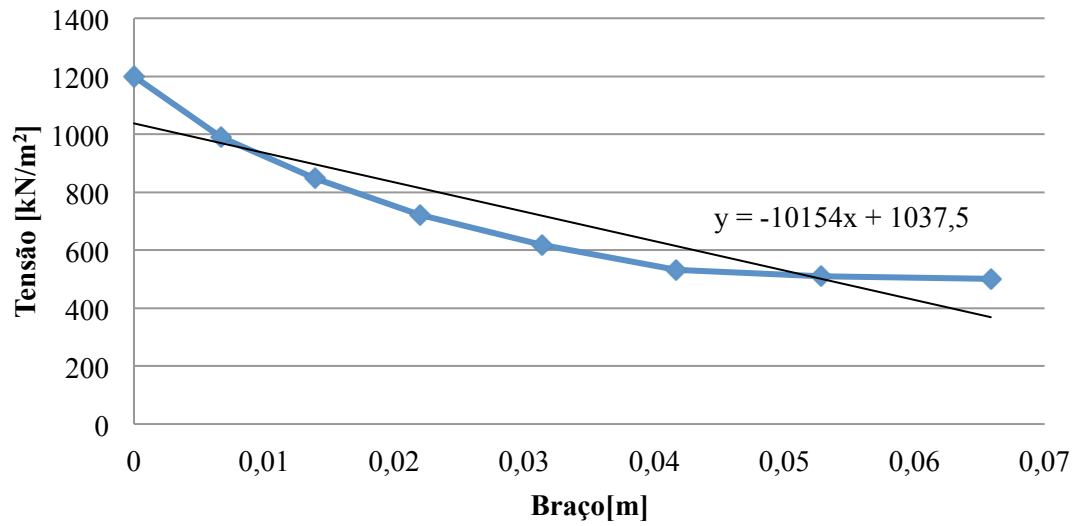
**Tabela 6-14** Comparação entre o modelo de Lee (1999) e através de MEF com a mesma extrapolação linear para o Braço.

BRAÇO	
Tensão Nominal [kN/m <sup>2</sup> ]	400.970
Tensão MEF (extrapolado) [kN/m <sup>2</sup> ]	1037.500
FCT (MEF)	2.587
FCT M.M.K. Lee	2.710
Diferença %(M.M.K. Lee)	-5%

A Figura 6-21 representa a tensão obtida do lado do Braço ajustada por uma regressão linear. A tensão medida no *hot spot* corresponde à ordenada na origem da regressão linear, perfazendo esta o valor de 1037.5 kN/m<sup>2</sup>.

Analisando a Tabela 6-14 é possível concluir que o FCT produzido pelo modelo de Lee (1999) é 5% superior ao FCT derivado da MEF. A diferença é aceitável, pelo que o resultado permite concluir que a extrapolação linear definida por Lee (1999) é ajustável com a extrapolação proposta pela DNV (2010).

Relativamente à corda, de acordo com a Tabela 6-13, o FCT proposto por Lee (1999) é 25% superior ao FCT calculado por MEF. Analogamente, a Tabela 6-15 compila a tensão obtida na MEF para o lado da corda extrapolada linearmente com a metodologia usada por Lee (1999) e realiza a comparação entre os dois métodos.



**Figura 6-21** Extrapolação linear do *hot spot* de MEF para o Braço.

**Tabela 6-15** Comparação entre o modelo de (Lee, 1999) e MEF com a mesma extrapolação linear para a corda.

CORDA	
Tensão Nominal [kN/m <sup>2</sup> ]	400.970
Tensão MEF (extrapolado) [kN/m <sup>2</sup> ]	768.190
FCT (MEF)	1.916
FCT M.M.K. Lee	2.520
Diferença %(M.M.K. Lee)	24%

A Figura 6-22 representa a tensão obtida do lado da corda ajustada por uma regressão linear. A tensão de MEF medida no *hot spot* corresponde à ordenada na origem da regressão linear, apresentando o valor de 768.19 kN/m<sup>2</sup>.

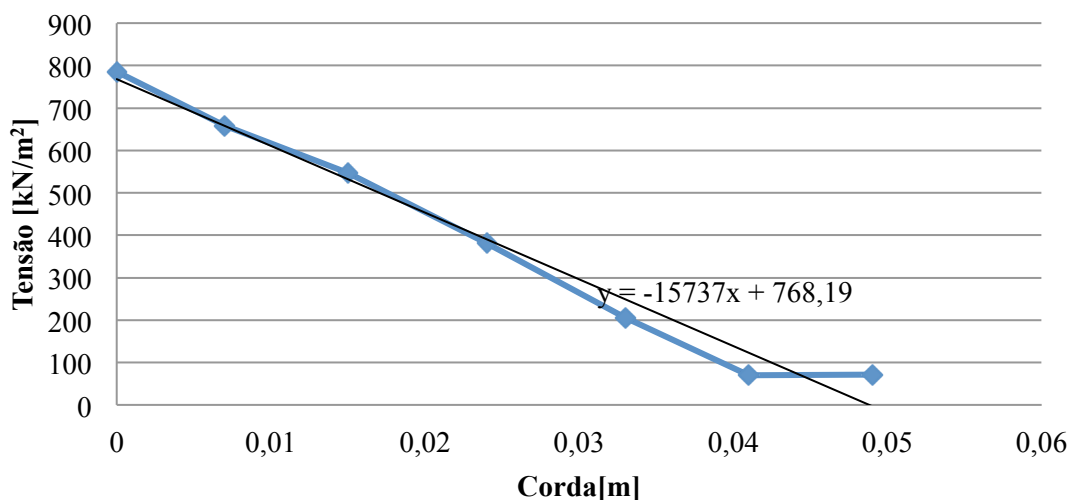


Figura 6-22 Extrapolação linear do hot spot de MEF para o corda.

Ao analisar a Tabela 6-15, conclui-se que o FCT obtido no modelo de Lee (1999) é cerca de 24% superior ao FCT produzido pela MEF, ou seja, uma diferença aproximadamente igual á registada anteriormente. Deste modo, conclui-se que a extrapolação linear utilizada por Lee (1999) é bem ajustada pela extrapolação definida pela DNV (2010).

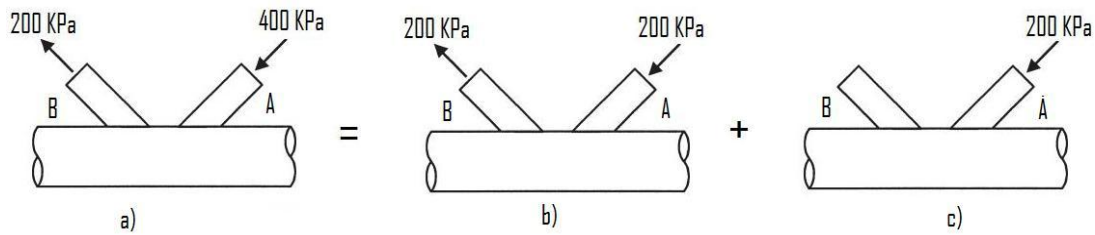
Com este estudo, conclui-se que a extrapolação linear adotada por Lee (1999) e pela DNV (2010) são equivalentes. A diferença registada entre as duas metodologias prende-se ao facto de não serem usados elementos finitos do mesmo tipo.

### 6.2.3 Distribuição de esforços

O caso de estudo apresentado nas secções anteriores prevê que o carregamento aplicado seja equilibrado somente pela ação aplicada nos Braços, numa ligação tipo K de secção circular. No entanto, essa situação nem sempre é possível, uma vez que a ligação pode não ser equilibrada pelos Braços, necessitando da contribuição da corda para equilibrar o sistema. Uma vez que a DNV (2010) não prevê um caso de carregamento axial não equilibrado nas equações empíricas dos FCT, propõe uma resolução alternativa.

De acordo com a DNV (2010), em ligações com múltiplos Braços os carregamentos são distribuídos de acordo com a subdivisão da ligação inicial em ligações de menor complexidade. Para o caso da ligação em K com esforço axial desequilibrado nos Braços, a DNV (2010) aconselha que 50% da carga aplicada num Braço seja equilibrada com a totalidade da carga no outro Braço. Os restantes 50% da carga aplicada no primeiro Braço são considerados como se de uma ligação em Y se tratasse. O procedimento pressupõe que a sobreposição de efeitos é

válida. A Figura 6-23 representa a esquematização da distribuição de esforços proposta pela DNV (2010).



**Figura 6-23** Distribuição de esforços de acordo com a proposta da DNV (2010).

De acordo com esta proposta, as tensões no *hot spot* devem ser obtidas de acordo com a formulação fornecida pelas equações (4).

$$\sigma_a = FCT_K \times \sigma_b + FCT_Y \times \sigma_c \quad (4)$$

A equação (4) diz respeito à decomposição de esforços da Figura 6-23. A primeira parte da equação refere-se à tensão no *hot spot* originado pela aplicação de uma tensão de compressão no valor de 400 kPa no Braço A e uma carga de tração de 200 kPa no Braço B, Figura 6-23 a). O segundo termo da equação refere-se à soma de um carregamento equilibrado de 200 kPa em ambos os Braços e cuja tensão nominal é majorada com o FCT correspondente a uma ligação em K (Figura 6-23 b)), com uma tensão de compressão de 200 kPa no Braço A, sendo a tensão nominal majorada com um FCT de uma ligação em Y (Figura c)).

Nesta secção é estudada a validade deste procedimento. Para a mesma geometria da ligação tubular em K de secção circular utilizada anteriormente, são modelados três modelos em elementos finitos de acordo com a Figura 6-23. Para este estudo é feita a comparação entre a  $\sigma_a$  e a soma entre  $\sigma_b$  e  $\sigma_c$ , tanto para o lado da corda como do braço.

O estudo é feito na zona da coroa entre os braços, por ser aí que as maiores tensões são geradas. As tensões de comparação para o braço são lidas no braço A, perpendicularmente à intersecção entre o Braço e a corda. Admitindo a sobreposição de efeitos obtém-se a Figura 6-24 e Figura 6-25. A Figura 6-24 relaciona as tensões no lado do Braço oriundas do modelo de elemento finito a) com as tensões obtidas com a soma dos modelos de elementos finitos b) e c). Pela análise da Figura é possível constatar que as tensões do modelo a) são coincidentes com a soma das tensões dos modelos b) e c). Deste modo é possível concluir que para o lado do Braço é válido o princípio da sobreposição de efeitos, assim como o procedimento proposto pela DNV (2010).

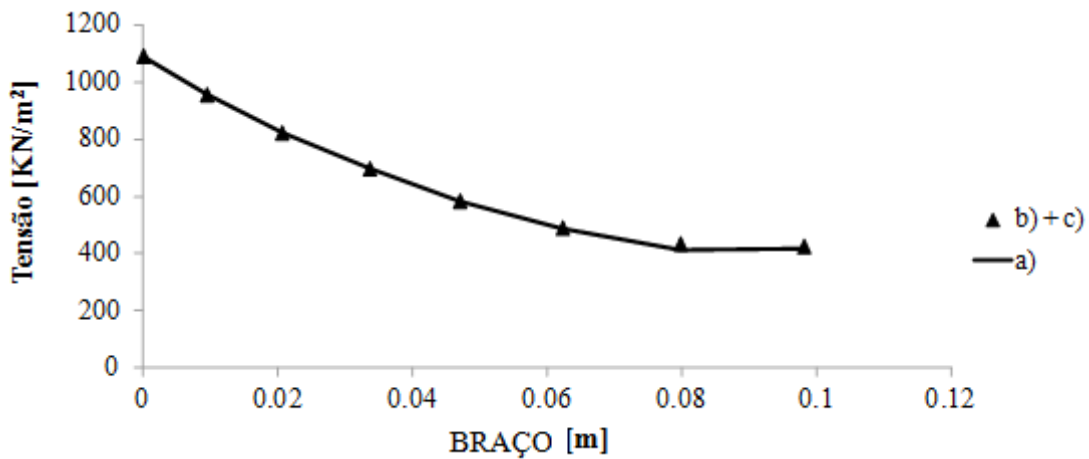


Figura 6-24 Comparação entre a tensão em a) e b) + c) no Braço.

Relativamente à corda, a análise é análoga, sendo que as tensões são lidas na vizinhança do Braço A, perpendicularmente à interseção entre o Braço e a corda. A Figura 6-25 relaciona as tensões no lado da corda oriundas do modelo de elemento finito a) com as tensões obtidas com a soma dos modelos de elementos finitos b) e c). Pela análise da Figura é possível constatar que as tensões do modelo a) são coincidentes com a soma das tensões dos modelos b) e c). Com este resultado é possível concluir que para o lado da corda é válido o princípio da sobreposição de efeitos, assim como o procedimento proposto pela DNV (2010).

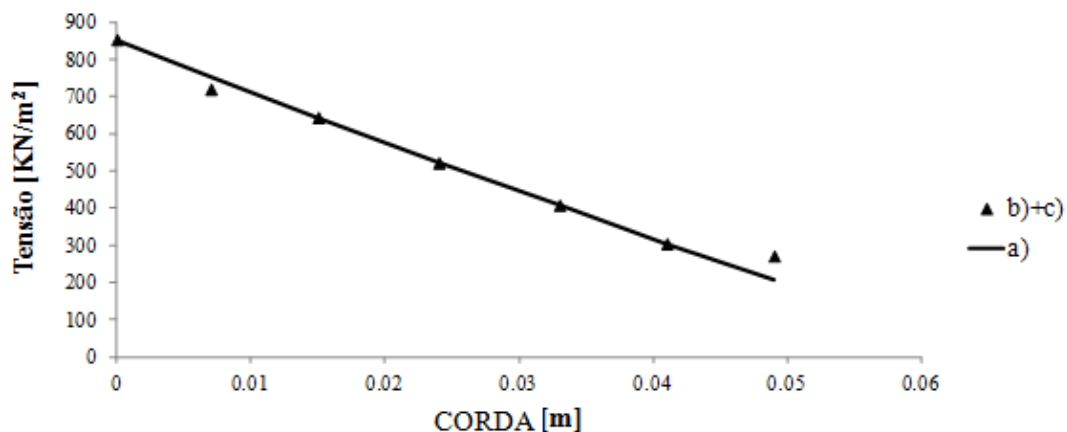


Figura 6-25 Comparação entre a tensão em a) e b) + c) na corda.



## 7. Conclusão

---

Esta dissertação centrou-se no estudo dos Fatores de Concentração de Tensões (FCT) para as ligações metálicas tubulares de secção circular no domínio uniplanar. Um dos objetivos deste trabalho foi comparar a adaptabilidade dos documentos de referência. Por outro lado, procurou-se averiguar qual a posição onde se geram as maiores tensões e respetivos FCT.

O trabalho desenvolvido debruçou-se sobre a análise dos FCT em duas ligações metálicas tubulares de secção circular uniplanares do tipo T e K sob a ação do esforço axial. Esta análise foi conseguida com a comparação de diferentes metodologias de cálculo e recurso à modelação por elementos finitos. Com o intuito de validar a análise, o MEF é modelado de acordo com a geometria descrita num caso de estudo presente na literatura. A modelação por elementos finitos das ligações tubulares de secção circular foi realizada pelo programa *SAP2000* (v.15), com recurso a elementos de casca fina com quatro nós, não sendo considerada a soldadura nos modelos. Com o intuito de conceber a malha de elementos finitos que melhor descrevesse o modelo, foi realizado um estudo de convergência dos FCT com quatro iterações, nas quais se variou de forma crescente o número de graus de liberdade que constituem a malha de elementos finitos na ligação entre o/os braços com a corda.

Neste procedimento, foi utilizada a tensão equivalente de *Von Mises* para efeitos de simplificação. A leitura mais correta deve avaliar as tensões paralela e perpendicularmente à interface de ligação entre o braço e a corda. A leitura das tensões no *hot spot* em MEF é feita de acordo com a extrapolação linear definida pela DNV (2010). No entanto, a extrapolação linear utilizada pelos casos de estudo que servem de comparação utilizam outra metodologia para a obtenção de tensões no *hot spot*. Neste sentido, foi aplicada ao MEF a extrapolação linear proposta pelos casos de estudo, com o intuito de compreender a validade e as diferenças entre as várias formas de obter as tensões no *hot spot*.

Relativamente à ligação do tipo T, o estudo da convergência indica que para todas as posições (braço-sela, braço-coroa, corda-coroa e corda-sela), os modelos de elementos finitos encontram-se convergidos na 4ª iteração, onde se regista o maior número de graus de liberdade na ligação entre o Braço e a corda. Os FCT obtidos na 4ª iteração servem de termo de comparação para as metodologias de referência (DNV, 2010; LRS, 1997) e o caso de estudo proposto por Pirali e Haghpanahi (2006). Para a ligação do tipo T conclui-se que as tensões obtidas são geralmente maiores na zona do Sela, quer do lado do Braço como da corda, corroborando assim os resultados de Lie et al. (2001). Este resultado permite constatar que é também preferencialmente nessa zona onde se geram os maiores FCT. Este padrão é aceitável dadas as propriedades geométricas da ligação, visto que os maiores FCT se encontram a 90°, admitindo que a zona de referência é o ponto Coroa.

Para a posição Braço-Sela, o FCT obtido por MEF foi de 38% e 78% superior ao FCT proposto pela DNV (2010) e pela LRS (1997), respetivamente. Na metodologia proposta pela DNV (2010) é possível, embora desaconselhável, a utilização de elementos de casca fina, tendo sido esta escolha responsável pela discrepância entre os valores. Relativamente à modelação defendida pela LRS (1997), é de notar que esta tem por base um carácter de modelação experimental em modelos físicos de acrílico e que utiliza fatores de segurança relativamente

baixos. Deste modo, a comparação com o modelo MEF para esta posição revelou-se desajustada.

O caso de estudo proposto por Pirali e Haghpanahi (2006) para a posição Braço-Sela apresenta um valor de FCT 14% inferior ao valor produzido por MEF. A principal diferença entre os modelos é a utilização da tensão de *Von Mises* por parte de MEF, contrastando com o modelo Pirali e Haghpanahi (2006), que lê as tensões paralela e perpendicularmente à interceção entre o braço e a corda. Esta é mais uma vez a razão responsável pela diferença de valores resultante. Adicionalmente, a modelação de Pirali e Haghpanahi (2006) utiliza uma extrapolação linear para a obtenção das tensões no *hot spot* que é diferente da utilizada na MEF.

A posição Braço-Coroa, apresenta resultados de tensões e valores de FCT inferiores aos registados na posição Braço-Sela, tal como era esperado. A diferença entre as metodologias de referência (DNV, 2010; LRS, 1997) e a MEF é menos pronunciada que a observada na posição Braço-Sela. O valor de FCT proposto pela DNV (2010) para esta posição é o mais conservativo, sendo 15% superior que na MEF. Esta metodologia utiliza as equações de Efthymiou (1988), que geralmente produzem valores de FCT conservadores em relação às outras metodologias em estudo. Analogamente, a diferença observada é justificada pela mesma razão do caso anterior. Nesta posição, o FCT proposto pela LRS (1997) é 14% inferior ao proposto no caso da MEF, sendo que as razões para esta diferença são as mesmas apontadas para a posição Braço-Sela. Comparativamente com o modelo proposto por Pirali & Haghpanahi (2006), a diferença observada em relação à MEF é de 2%, concluindo-se que a forma como as tensões são avaliadas, não é particularmente relevantes.

A análise da posição corda-sela demonstra dois padrões. Por um lado, a metodologia proposta pela DNV (2010) produz um FCT mais conservativo que a da LRS (1997). Por outro lado, a tensão extrapolada no *hot spot* é novamente mais elevada que na posição Coroa. A metodologia apresentada pela LRS (1997) propõe um valor de FCT de aproximadamente 1% inferior ao observado com a MEF, revelando que para esta posição as diferenças anteriormente apontadas não são significativas. Nesta posição, a maior diferença registada diz respeito ao modelo de Pirali e Haghpanahi (2006), que se apresenta um valor de FCT 18% superior ao observado com a MEF. A origem desta diferença é suportada pelas divergências metodológicas anteriormente apontadas entre os dois modelos.

Relativamente à posição corda-coroa, o FCT proposto pela DNV (2010) é novamente 13% superior ao modelo de MEF, tal como na posição corda-Sela. Este valor demonstra consistência de resultados no lado da corda. Nesta posição, o FCT defendido pela LRS (1997) demonstra ser a proposta mais conservativa, na medida em que é 21% superior ao na MEF. As razões para esta diferença são, mais uma vez, as questões metodológicas por detrás destes modelos. O FCT proposto por Pirali e Haghpanahi (2006) é 25% inferior ao do modelo de MEF. Tanto as divergências na extrapolação linear como a tipologia de modelação adotada, apontam para que estas podem ser as razões para que esta diferença seja observada.

De modo a reduzir as variáveis independentes do problema, foi aplicada ao modelo de MEF a extrapolação linear sugerida no trabalho de Pirali e Haghpanahi (2006). Para as quatro posições em estudo, conclui-se que a alteração da extrapolação linear não produz variações significativas, pelo que as diferenças de valores de FCT entre os dois modelos são as mesmas. Este resultado permite-nos concluir que a escolha da extrapolação linear usada para obter a tensão no *hot spot*

não é significativa. Assim, a utilização da tensão equivalente de *Von Mises* por parte de MEF é a principal responsável pelas discrepâncias nos resultados.

Para a ligação K a abordagem é semelhante ao que foi feito para a ligação T. Neste caso, o estudo é feito somente para duas zonas de referência: o lado da corda e do Braço. Analogamente ao que sucedeu com a ligação T, a ligação K também apresenta uma solução de FCT convergida na 4ª iteração, quer no lado do Braço, como no lado da corda.

O FCT convergido é comparado com duas metodologias de cálculo, nomeadamente a da DNV (2010) e a de Kuang (1977). Estas duas metodologias são escolhidas pois analisam as mesmas posições da ligação. A geometria usada para esta ligação tem por base o caso de estudo de Lee (1999), que serve igualmente de termo de comparação com a MEF.

No lado do Braço, as diferenças entre as metodologias não são muito discrepantes. Relativamente ao FCT proposto pela DNV (2010), este é 13% mais baixo do que o FCT calculado com a MEF, sendo as razões equivalentes às já referidas para a ligação T. No entanto, o FCT proposto por Kuang et al. (1977) é o mais conservativo, sendo 7% superior ao homólogo proposto pela MEF. Embora Kuang et al. (1977) defendam um modelo definido por elementos finitos de casca fina, segundo a LRS (1997), esta metodologia apresenta resultados conservativos para todos os valores de  $\beta$  quando aplicado à ligação K, sendo esta a razão para que o FCT proposto por esta metodologia seja superior às outras analisadas.

O FCT proposto por Lee (1999) no lado do Braço é 10% inferior ao FCT calculado com a MEF. Esta diferença ocorre por dois motivos distintos. O primeiro diz respeito à modelação utilizada por Lee (1999) que, contrariamente ao que ocorre com a MEF, utiliza elementos finitos de volume na zona da ligação entre os Braços e a corda, e adicionalmente modela a soldadura. O segundo motivo prende-se com a extrapolação linear usada para obter as tensões no *hot spot*, que não é a mesma usada na MEF.

Em relação ao lado da corda, as diferenças entre metodologias são mais preponderantes, relativamente ao que foi registado para o lado do Braço. O FCT proposto por DNV (2010) revelou-se o mais elevado de todas as metodologias em estudo, apresentando um valor 29% superior ao homólogo obtido pela MEF. Esta diferença deve-se ao carácter conservador proposto pelas equações de Efthymiou (1988), na qual a DNV (2010) se baseia. O FCT calculado pelas equações de Kuang (1977) é 19% superior ao proposto pela MEF, sendo que as razões para tal discrepância são as mesmas já mencionadas para o lado do Braço. Relativamente ao modelo proposto por Lee (1999), o FCT é 25% superior ao calculado na MEF. A diferença observada deve-se às razões já apresentadas anteriormente para o lado do Braço.

Analogamente ao estudo realizado para a ligação T, relativamente à extrapolação linear a utilizar para obter as tensões no *hot spot*, o mesmo foi feito para a ligação K. Tanto Lee (1999) como Pirali e Haghpanahi (2006) utilizam extrapolações lineares diferentes, pelo que é interessante aplicar o modelo de MEF da ligação K a esta metodologia, com o intuito de compreender a sua validade. Este estudo permite concluir que a extrapolação linear proposta por Lee (1999) e pela DNV (2010) são equivalentes, pelo que a escolha de extrapolação linear adotada não interfere com o resultado final. As diferenças registadas entre as metodologias prendem-se com o facto de não terem sido usados elementos finitos do mesmo tipo.

A ligação tubular de secção circular do tipo K foi estudada admitindo que o carregamento é equilibrado somente pelas cargas aplicadas nos Braços. No entanto, essa situação nem sempre

se verifica, na medida em que pode ser necessária a contribuição da corda para equilibrar o sistema. Neste sentido, a DNV (2010) propõe uma simplificação para a distribuição de esforços em ligações do tipo K simétricas, sujeitas a carregamentos desequilibrados aplicados nos Braços. Deste modo, esta metodologia foi testada para o modelo de MEF, na qual se conclui que a simplificação apresenta resultados fiáveis quer do lado da corda como do lado do Braço.

Os resultados obtidos revelam que a MEF de ligações tubulares de secção circular com recurso a elementos de casca fina condicionam os resultados finais. Assim, para desenvolvimentos futuros, propõe-se que a MEF recorra a elementos tridimensionais onde seja modelada a soldadura. Futuramente, o estudo poderia também ser alargado a ligações secções retangulares. Adicionalmente, seria interessante obter um consenso entre metodologias de forma a encontrar um valor de FCT ideal para cada tipo de ligação.

## 8. Referências Bibliográficas

---

- ABS. (2003). *Guide for the Fatigue Assessment of Offshore Structures*. Houston, TX: American Bureau of Shipping.
- API. (2005). The New API RP 2A - 22nd Edition Tubular Joint Design Practice. Technology Offshore Conference.
- API. (2007). Recommended Practice for Planning, Designing and Constructing Fixed Offshore Platforms—Working Stress Design. Recommended Practice 2A-WSD.
- Barretta, R., & Diaco, M. (2013). On the shear centre in Saint-Venant beam theory. *Mechanics Research Communications*, 52, 52–56.
- Bathe, K. J. (1996). *Finite Element Procedures*, Prentice-Hall, Inc
- CEN. (2005). *Eurocode 3: Design of Steel Structures – Part 1.9: Fatigue* (European Prestandard prEN 1993-1-9). European Committee for Standardisation.
- CSI. (2007). *CSI Analysis Reference Manual - For SAP2000®, ETABS®, and SAFE™*. Berkeley, California: Computers and Structures, Inc.
- DNV. (1994). *Fatigue Design of Offshore Steel Structures. Recommended Practice DNV-RP-C203*. Det Norske Veritas.
- DNV. (2010). *Fatigue Design of Offshore Steel Structures. Recommended Practice DNV-RP-C203*. Det Norske Veritas.
- Efthymiou, M. (1988). Development of FCT Formulae and Generalised Influence Functions for use in Fatigue Analysis. *Recent Developments in Tubular Joint Technology, OTJ'88*.
- EWI. (1995). *Stress Concentration Factors for Tubular Connections*. Edison Welding Institute.
- Gho, W.-M., & Gao, F. (2004). Parametric equations for stress concentration factors in completely overlapped tubular K(N)-joints. *Journal of Constructional Steel Research*, 60(12), 1761–1782.
- HSE. (1995). *Background to new fatigue design guidance for steel joints and connections in offshore structures*. Health and Safety Executive.
- Karamanos, S. A., Romeijn, A., & Wardenier, J. (2000). Stress concentrations in tubular gap K-joints: mechanics and fatigue design. *Engineering Structures*, 22(1), 4–14.
- Kuang, J. G., Potvin, A. B., Leick, R. D., & Kahlick, J. L. (1977). Stress concentration in tubular joints. *Society of Petroleum Engineers Journal*.
- Lee, M. M. K. (1999). Estimation of stress concentrations in single-sided welds in offshore tubular joints. *International Journal of Fatigue*, 21(9), 895–908.
- Lesani, M., Bahaari, M. R., & Shokrieh, M. M. (2013). Detail investigation on un-stiffened T/Y tubular joints behavior under axial compressive loads. *Journal of Constructional Steel Research*, 80, 91–99.

- Lie, S. T., Lee, C. K., & Wong, S. M. (2001). Modelling and mesh generation of weld profile in tubular Y-joint. *Journal of Constructional Steel Research*, 57(5), 547–567. doi:10.1016/S0143-974X(00)00031-6
- LRS. (1997). *Stress concentration factors for simple tubular joints - Assessment of existing and development of new parametric formulae* (Lloyd's Register of Shipping.). London, UK: HSE BOOKS.
- Meek, J. L., Tan, H. S. (1985), A discrete Kirchoff plate bending element with loof nodes. *Computers & Structures*, Vol.21, pages 1197-1212
- Murakami, Y., & Miller, K. J. (2005). What is fatigue damage? A view point from the observation of low cycle fatigue process. *International Journal of Fatigue*, 27(8), 991–1005.
- Pandya, Y., & Parey, A. (2013). Experimental investigation of spur gear tooth mesh stiffness in the presence of crack using photoelasticity technique. *Engineering Failure Analysis*, 34, 488–500.
- Pirali, H., & Haghpanahi, M. (2006). Hot Spot Stress Determination for a Tubular T-Joint under Combined Axial and Bending Loading. *IUST International Journal of Engineering Science*, Vol. 17(No.3-4), 21–28.
- Puchi-Cabrera, E. S., Staia, M. H., Ochoa-Pérez, E., La Barbera-Sosa, J. G., Villalobos-Gutierrez, C., & Brenlla-Caires, A. (2011). Flow stress and ductility of AA7075-T6 aluminum alloy at low deformation temperatures. *Materials Science and Engineering: A*, 528(3), 895–905.
- Romeijn, A. (1994). *Stress and Strain Concentration Factors of Welded Multiplanar Tubular Joints*. Delft University Press.
- Smedley, S., & Fischer, P. (1991). Stress Concentration Factors for Simple Tubular Joints. Em *Proceedings 1st International Offshore and Polar Engineering Conference*. Edinburgh, UK.
- Wægter, J. (2009). *Stress range histories and Rain Flow counting*. Aalborg, DE: Aalborg University.
- Wang, Y., Ku, L., Suo, S., Dang, Y., Ge, Z., Yan, Z., & Zhou, Q. (2013). Finite element analysis on von Mises stress distributions of Si DSP. *Materials Science in Semiconductor Processing*, 16(1), 165–170. doi:10.1016/j.mssp.2012.05.005
- Wordsworth, A. C., & Smedley, G. P. (1978). Stress concentrations at unstiffened tubular joints. *European offshore steels research seminar*.
- Yu, W., Hodges, D. H., & Volovoi, V. V. (2002). Asymptotic generalization of Reissner–Mindlin theory: accurate three-dimensional recovery for composite shells. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 191(44), 5087–5109.
- Zhao, X.-L. (2001). *Design Guide for Circular and Rectangular Hollow Section Welded Joints Under Fatigue Loading*. Verlag TUV Rheinland.

## **A. Anexos**

### **A.I. Anexo I - Estudo da Convergência**

---

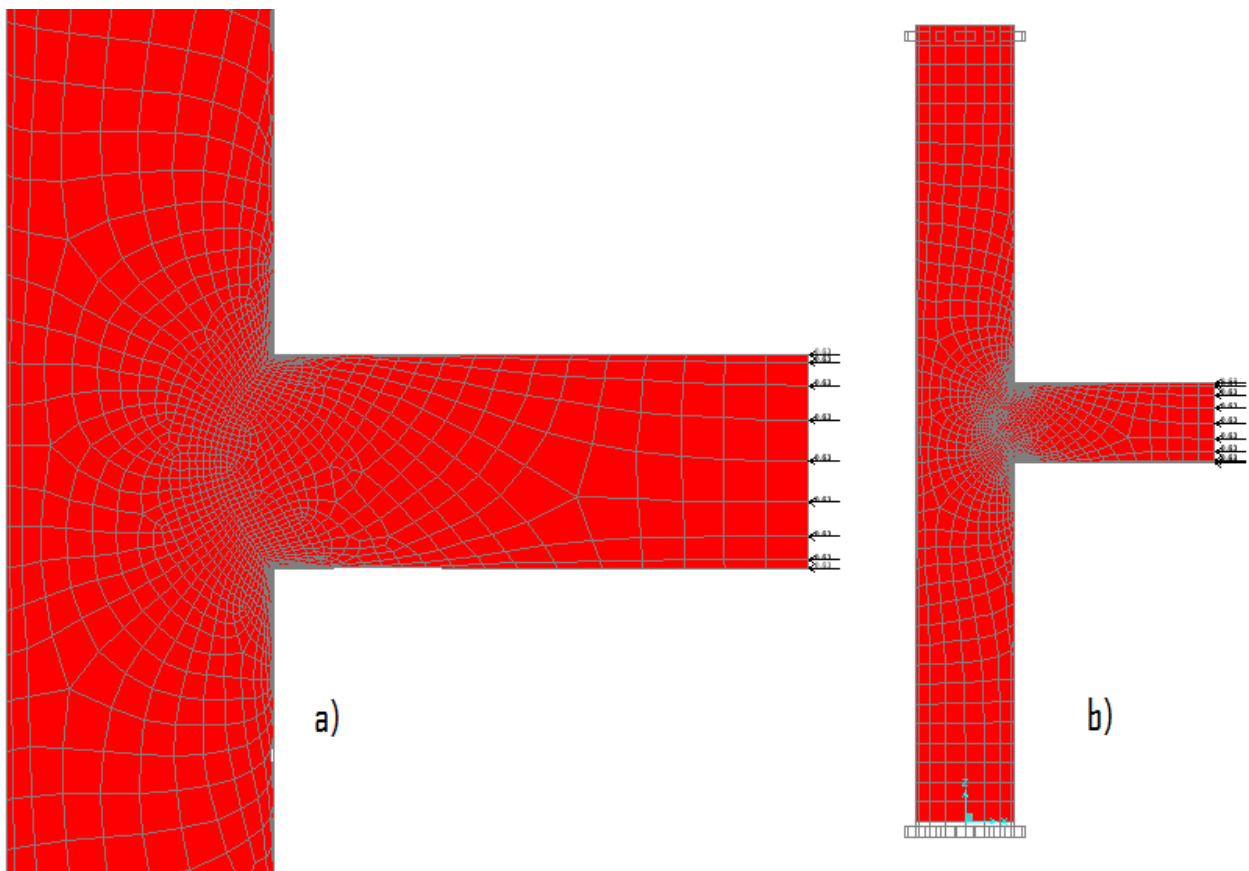
Esta secção visa complementar o texto da secção 6, relativo ao estudo da convergência dos FCT's em ligações tubulares em T e K de secção circular. Nos subcapítulos seguintes são compiladas todas as iterações e respetivos cálculos intermédios que por uma razão de organização foram remetidas para anexo.

#### **A.I.1 Estudo da Convergência dos FCT na ligação em T**

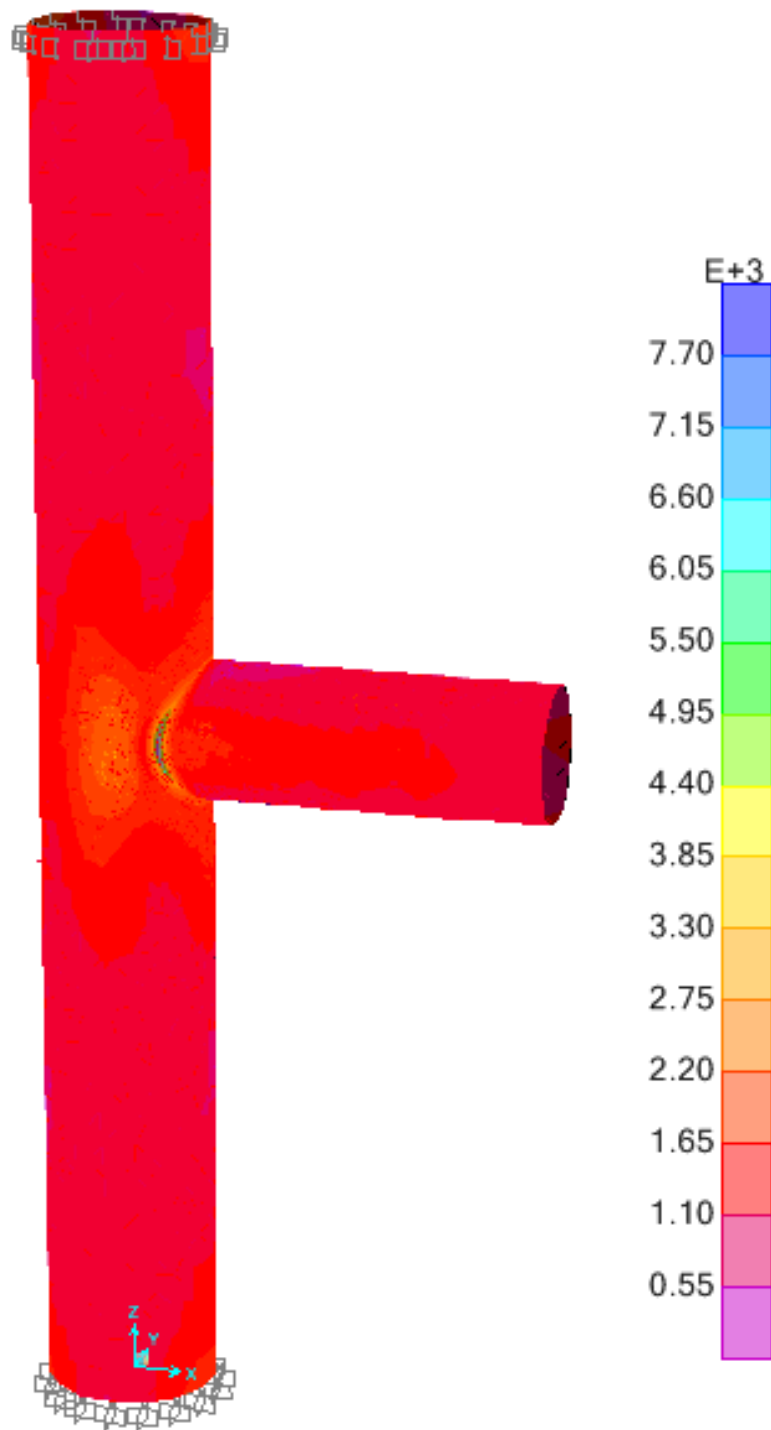
Para a ligação tubular T de secção circular é apresentada a malha escolhida e os diagramas de tensões equivalentes de *Von Mises*, para as três primeiras iterações.

##### **A.I.1.1. 1ª Iteração**

A primeira iteração da ligação tubular em T de secção circular analisada apresenta 120 graus de liberdade na ligação entre o braço e a corda. É aplicada uma tensão de compressão de 816,18 KN/m<sup>2</sup> braço e admitido que as extremidades da corda são encastramentos perfeitos.



**Figura A.I-1** Malha de elementos finitos da ligação tubular de secção circular em T na 1ª iteração. a) Detalhe da malha de elementos finitos na interseção braço-corda; b) distribuição da malha num plano tridimensional (imagem gerada no suporte informático SAP 2000 v. 15).



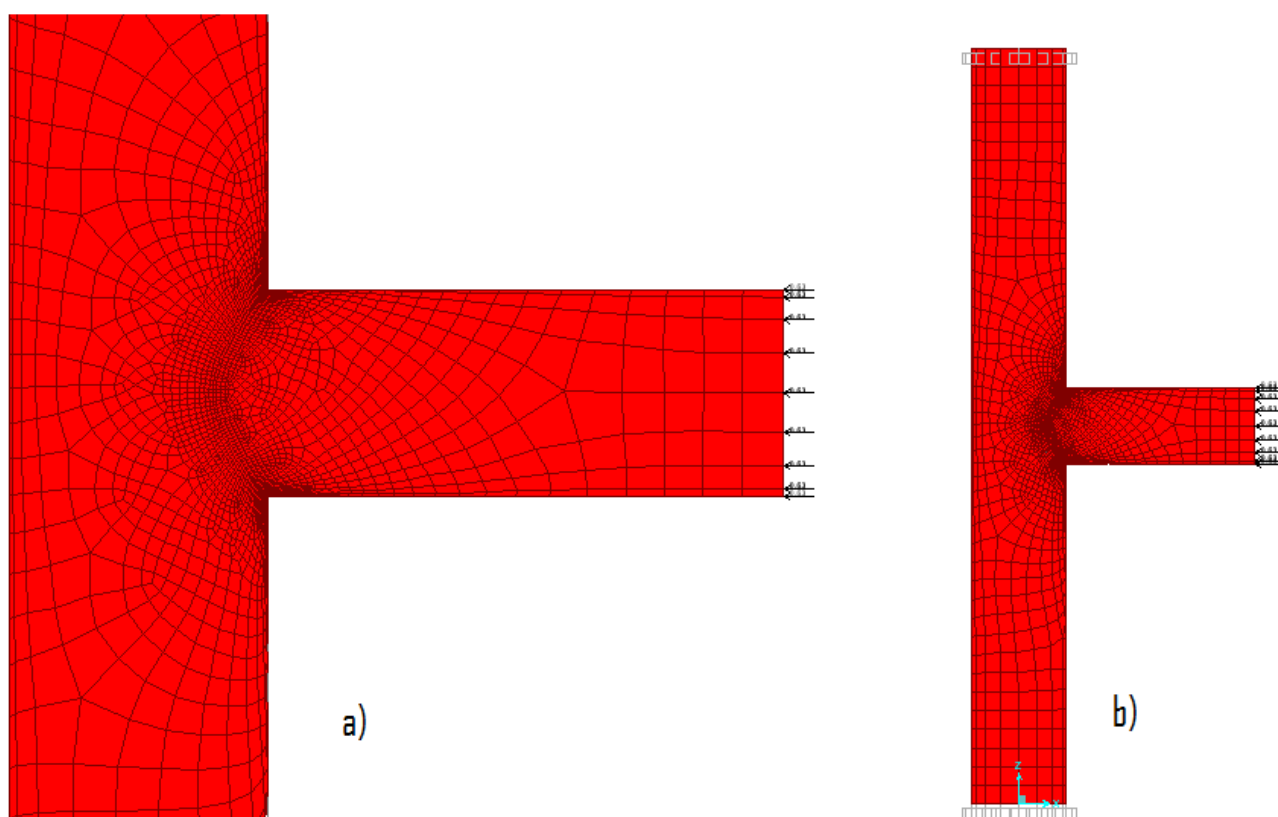
**Figura A.I-2** Distribuição de tensões equivalentes de Von Mises no plano tridimensional na 1ª iteração. A tensão é dada em KN/m<sup>2</sup> (imagem gerada no suporte informático SAP 2000 v. 15).



**Figura A.I-3** Detalhe da distribuição de tensões equivalentes de Von Mises na linha de interseção entre o braço-corda na 1ª iteração. A tensão é dada em  $\text{KN/m}^2$  (imagem gerada no suporte informático SAP 2000 v. 15).

### A.I.1.2. 2ª Iteração

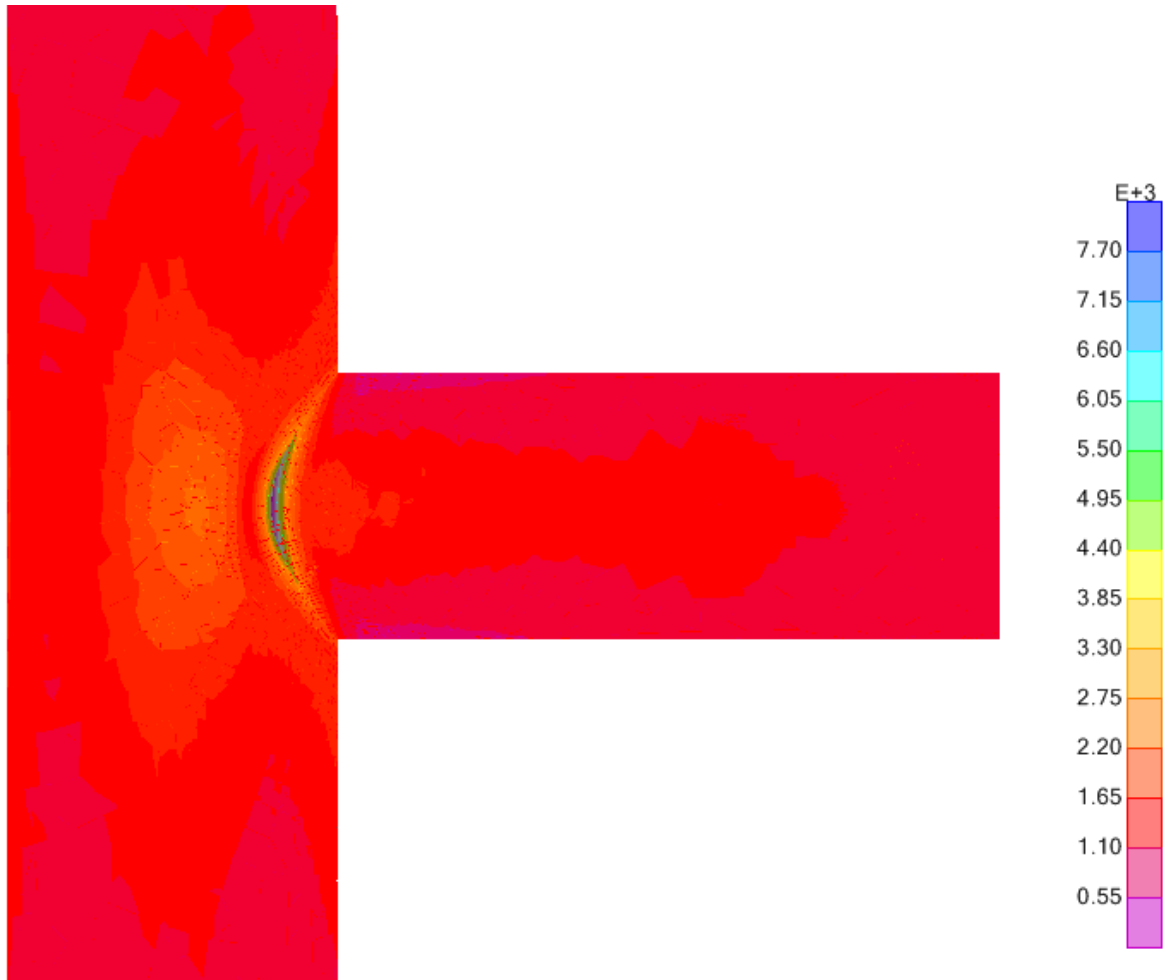
A segunda iteração da ligação tubular em T de secção circular analisada apresenta 180 graus de liberdade na ligação entre o braço e a corda. É aplicada uma tensão de compressão de 816,18 KN/m<sup>2</sup> braço e admitido que as extremidades da corda são encastramentos perfeitos.



**Figura A.I-4** Malha de elementos finitos da ligação tubular de secção circular em T na 2ª iteração. a) Detalhe da malha de elementos finitos na interseção braço - corda;b) distribuição da malha num plano tridimensional (imagem gerada no suporte informático SAP 2000 v.15).



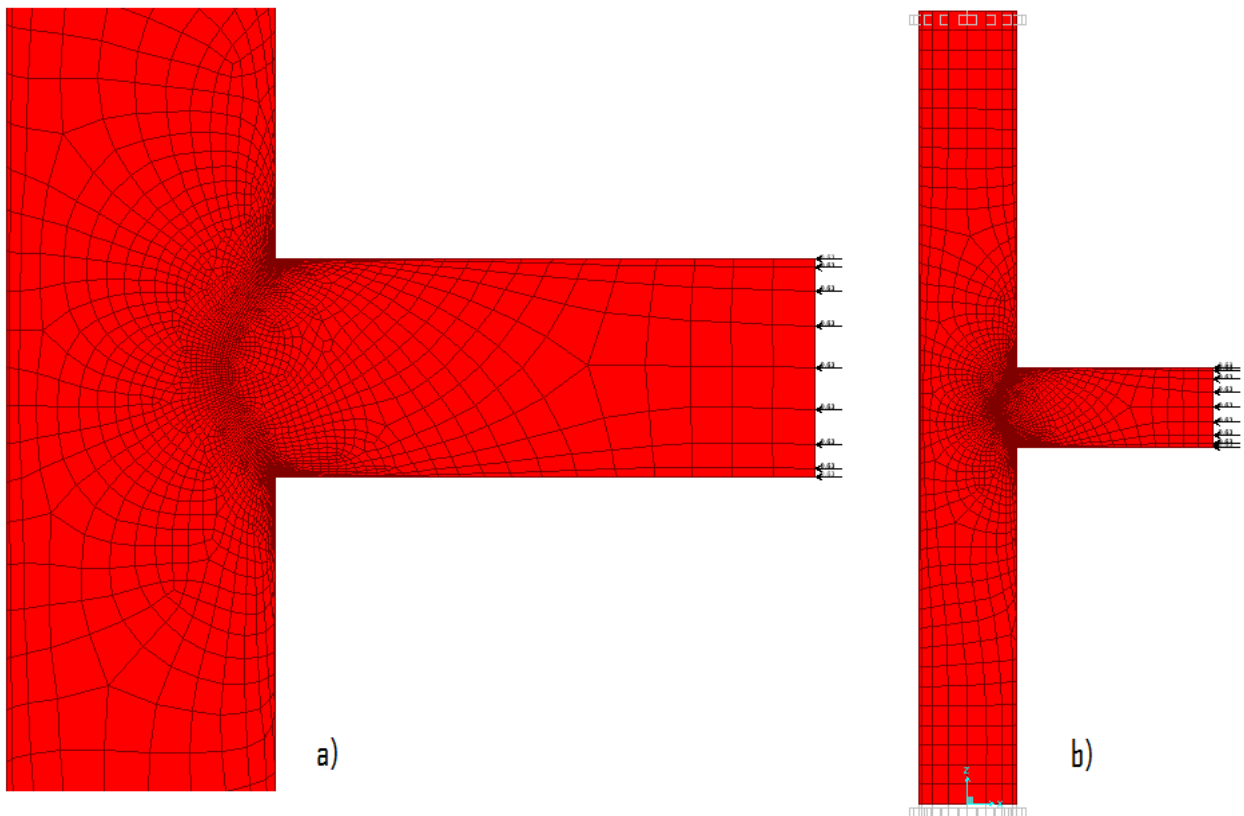
**Figura A.I-5** Distribuição de tensões equivalentes de Von Mises no plano tridimensional na 2ª iteração. A tensão é dada em KN/m<sup>2</sup> (imagem gerada no suporte informático SAP 2000 v. 15).



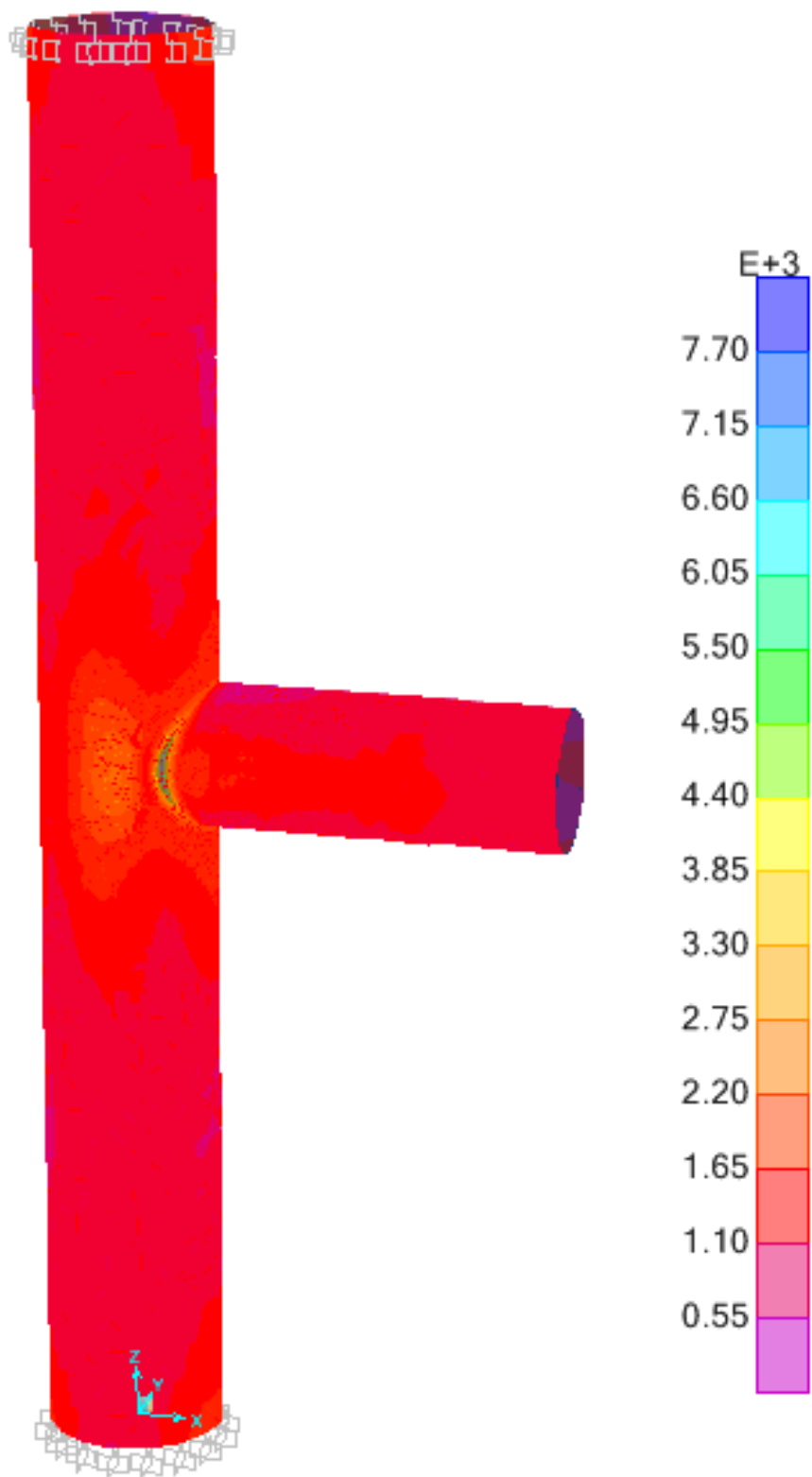
**Figura A.I-6** Detalhe da distribuição de tensões equivalentes de Von Mises na linha de interseção entre o braço-corda na 2ª iteração. A tensão é dada em kN/m<sup>2</sup> (imagem gerada no suporte informático SAP 2000 v. 15).

### A.I.1.3. 3ª Iteração

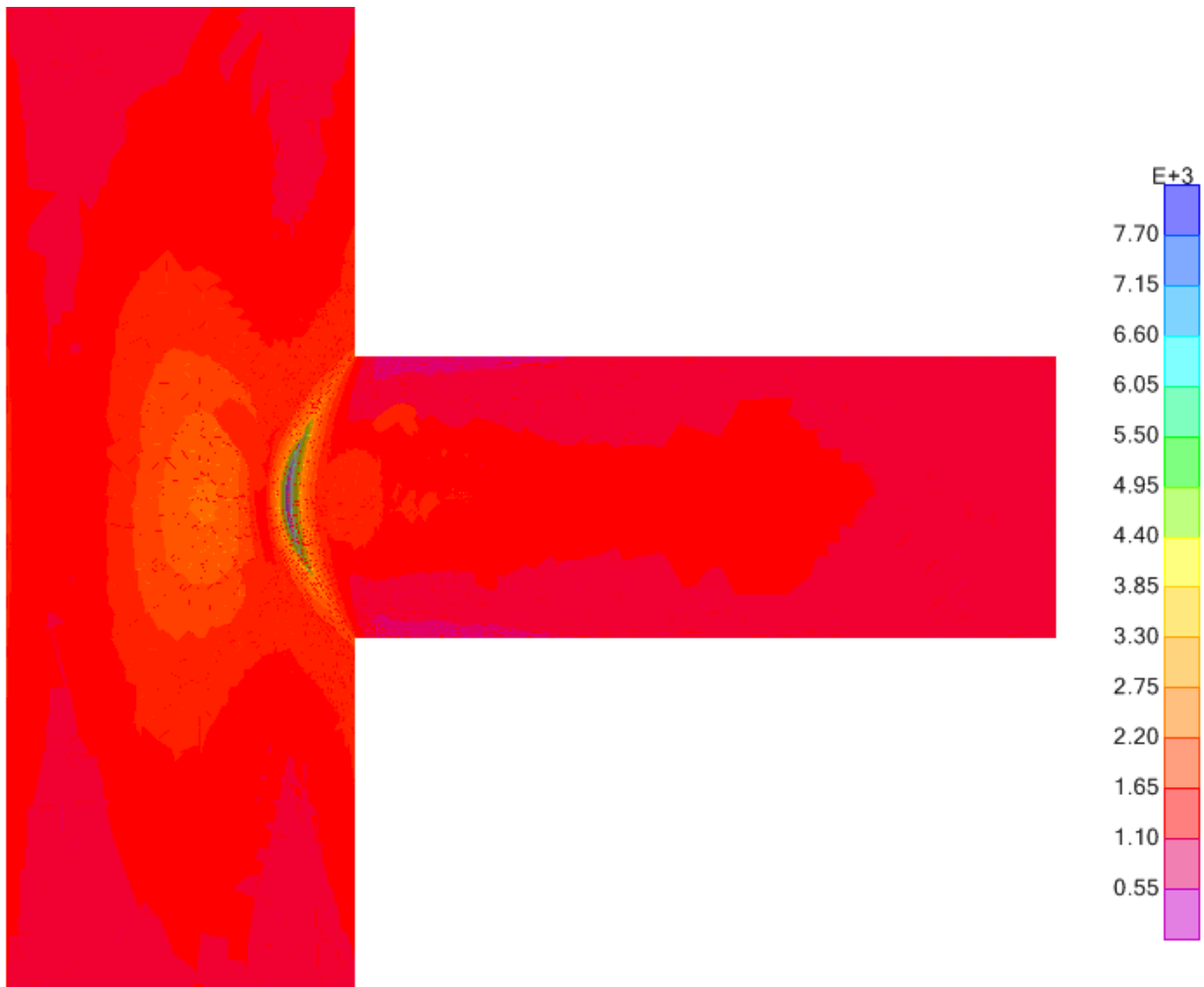
A terceira iteração da ligação tubular em T de secção circular analisada apresenta 270 graus de liberdade na ligação entre o braço e a corda. É aplicada uma tensão de compressão de 816,18 kN/m<sup>2</sup> braço e admitido que as extremidades da corda são encastramentos perfeitos.



**Figura A.I-7** Malha de elementos finitos da ligação tubular de secção circular em T na 3ª iteração. a) Detalhe da malha de elementos finitos na interseção braço-corda; b) distribuição da malha num plano tridimensional (imagem gerada no suporte informático SAP 2000 v. 15)



**Figura A.I-8** Distribuição de tensões equivalentes de Von Mises no plano tridimensional na 3ª iteração. A tensão é dada em kN/m<sup>2</sup> (imagem gerada no suporte informático SAP 2000 v. 15).



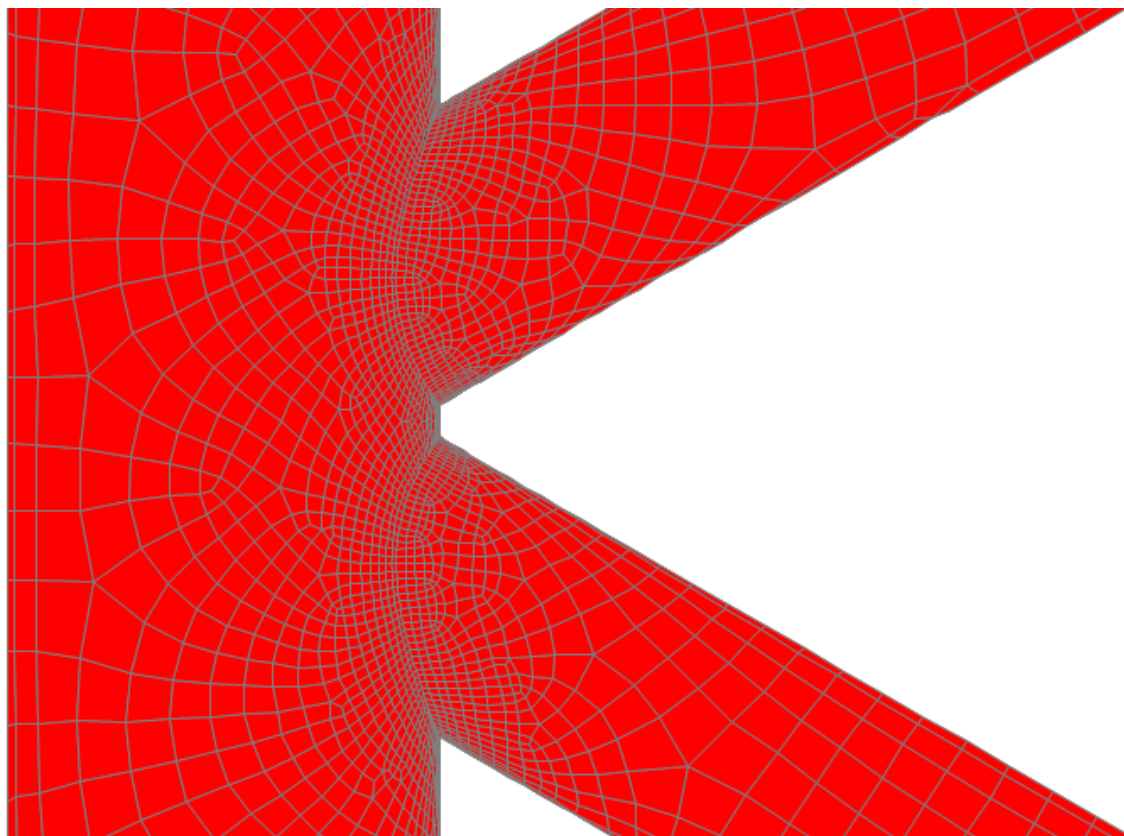
**Figura A.I-9** Detalhe da distribuição de tensões equivalentes de Von Mises na linha de interseção entre o braço-corda na 3ª iteração. A tensão é dada em  $\text{kN/m}^2$  (imagem gerada no suporte informático SAP 2000 v. 15).

## A.I.2 Estudo da Convergência dos FCT na ligação em K

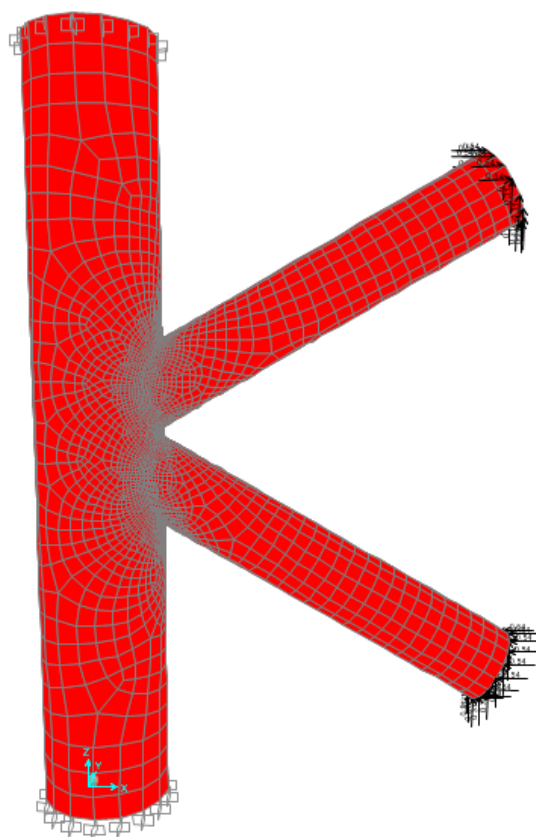
Para a ligação tubular K de secção circular é apresentada a malha escolhida e os diagramas de tensões equivalentes de *Von Mises*, para as três primeiras iterações.

### A.I.2.1. 1ª Iteração

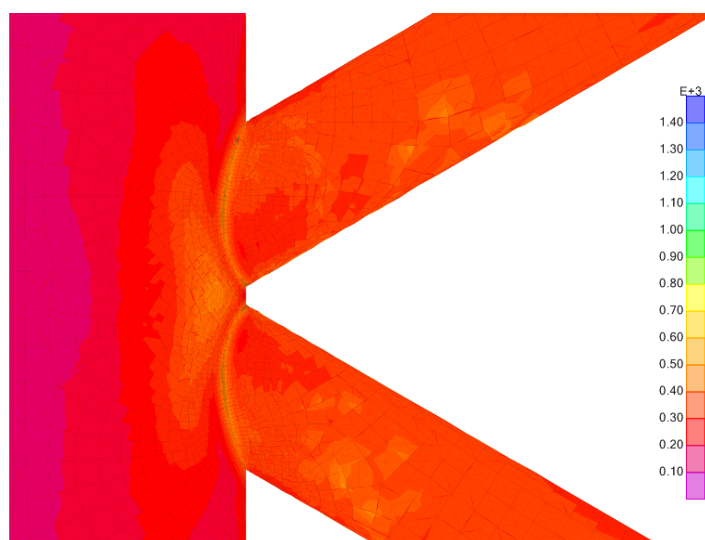
A primeira iteração da ligação tubular em K de secção circular analisada apresenta 120 graus de liberdade na ligação entre o braço e a corda. É aplicada uma tensão de compressão num braço e de tração no outro, com o valor de  $400.97 \text{ KN/m}^2$ . É admitido que as extremidades da corda são encastramentos perfeitos.



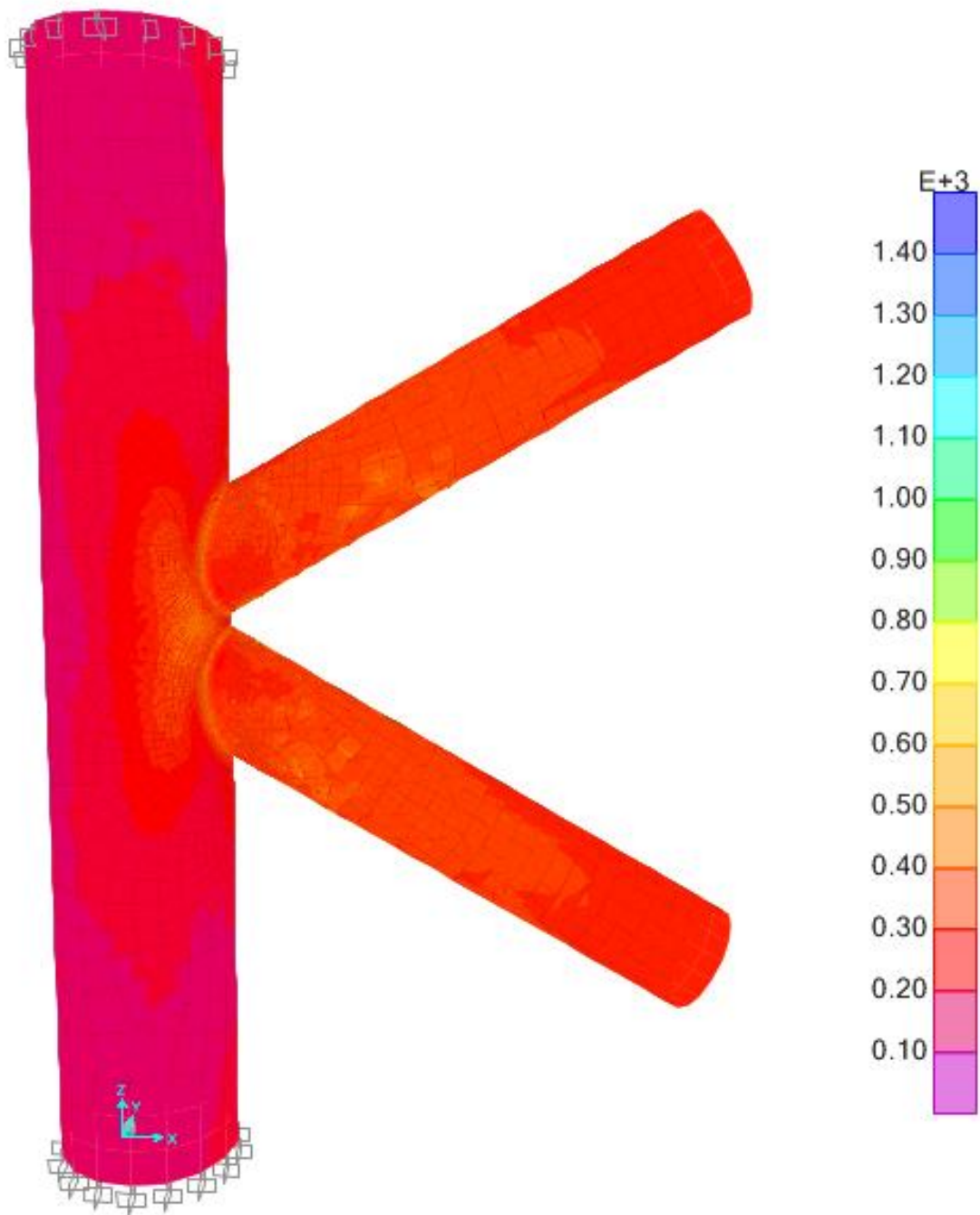
**Figura A.I-10** Malha de elementos finitos da ligação tubular de secção circular em K na 1ª iteração. (imagem gerada no suporte informático SAP 2000 v 15)



**Figura A.I-11** Distribuição da malha de elementos finitos da ligação tubular de secção circular em K na 1ª iteração num plano tridimensional (imagem gerada no suporte informático SAP 2000 v 15)



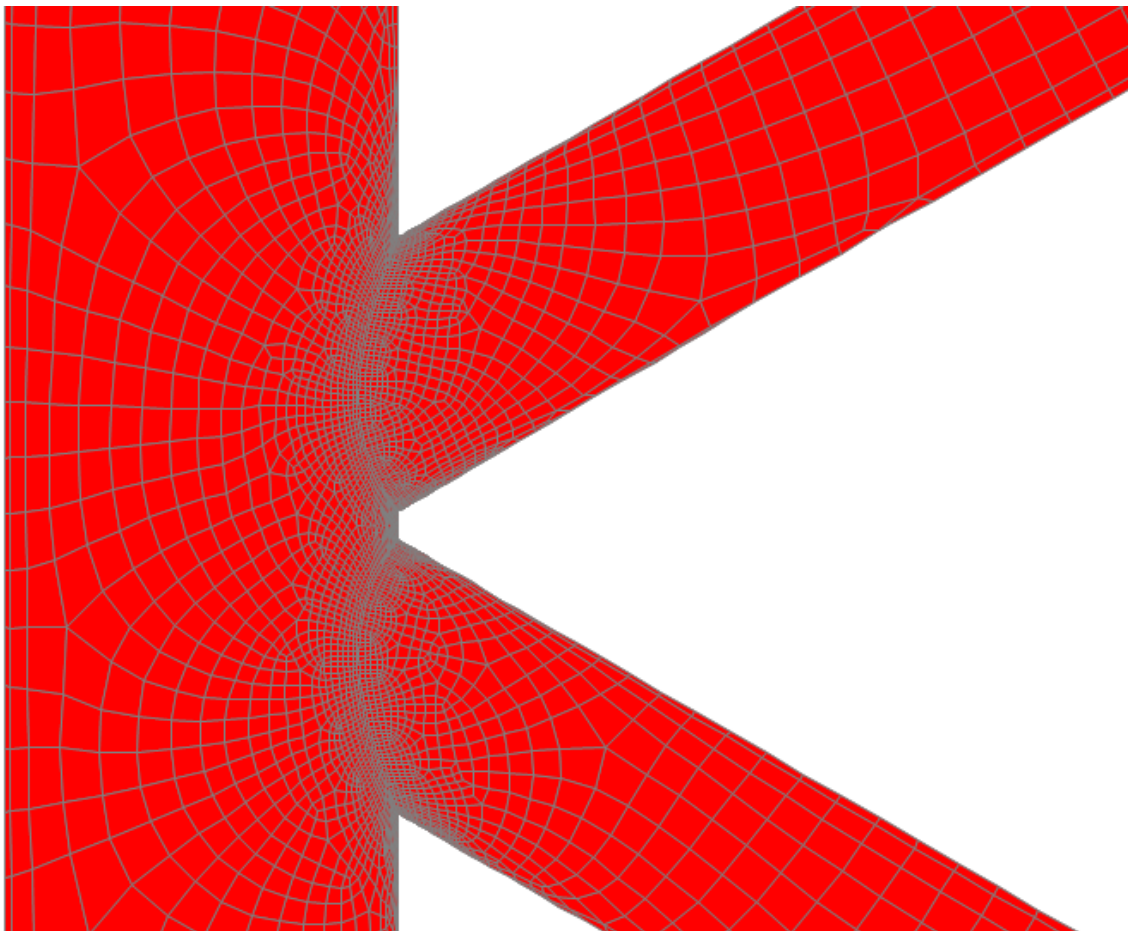
**Figura A.I-12** Detalhe da distribuição de tensões equivalentes de Von Mises na 1ª iteração. A tensão é dada em  $\text{kN/m}^2$  (imagem gerada no suporte informático SAP 2000 v. 15).



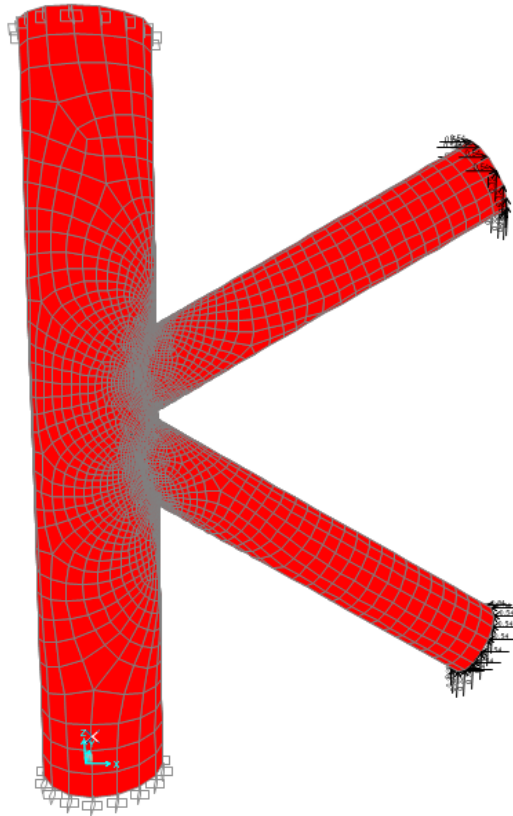
**Figura A.I-13** Distribuição de tensões equivalentes de Von Mises no plano tridimensional na 1ª iteração. A tensão é dada em  $\text{kN/m}^2$  (imagem gerada no suporte informático SAP 2000 v. 15).

### A.I.2.2. 2ª Iteração

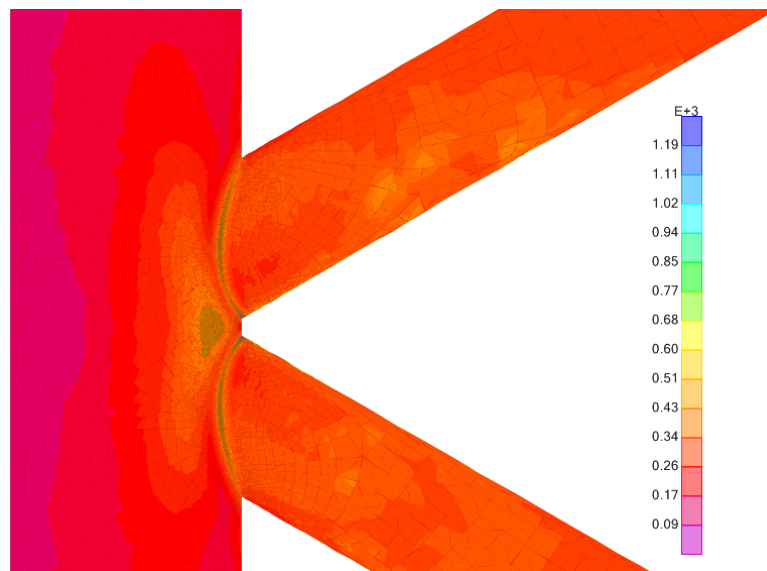
A segunda iteração da ligação tubular em K de secção circular analisada apresenta 180 graus de liberdade na ligação entre o braço e a corda. É aplicada uma tensão de compressão num braço e de tração no outro, com o valor de  $400.97 \text{ kN/m}^2$ . É admitido que as extremidades da corda são encastramentos perfeitos.



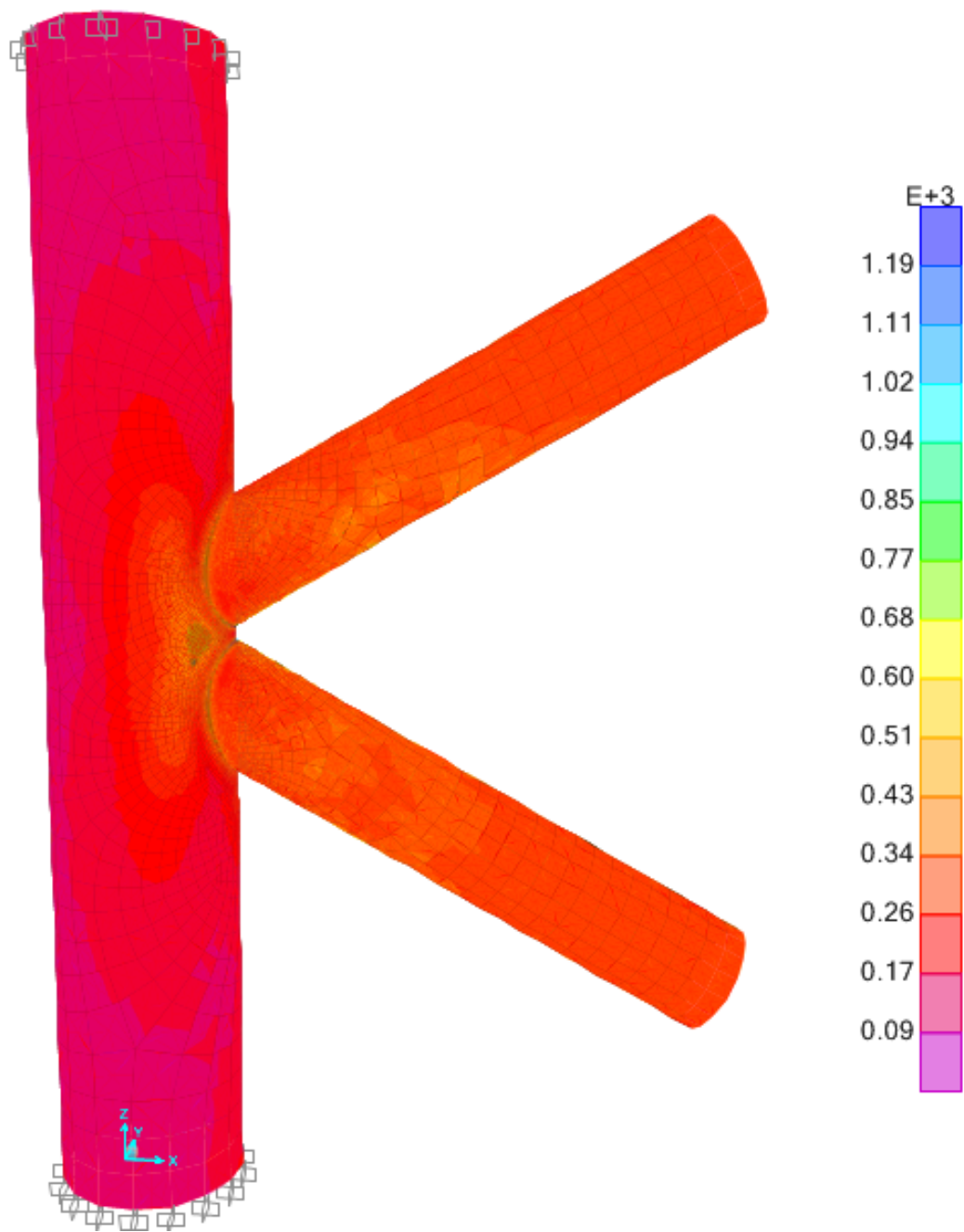
**Figura A.I-14** Malha de elementos finitos da ligação tubular de secção circular em K na 2ª iteração. (imagem gerada no suporte informático SAP 2000 v. 15)



**Figura A.I-16** Distribuição da malha de elementos finitos da ligação tubular de secção circular em K na 2ª iteração num plano tridimensional (imagem gerada no suporte informático SAP 2000 v. 15)



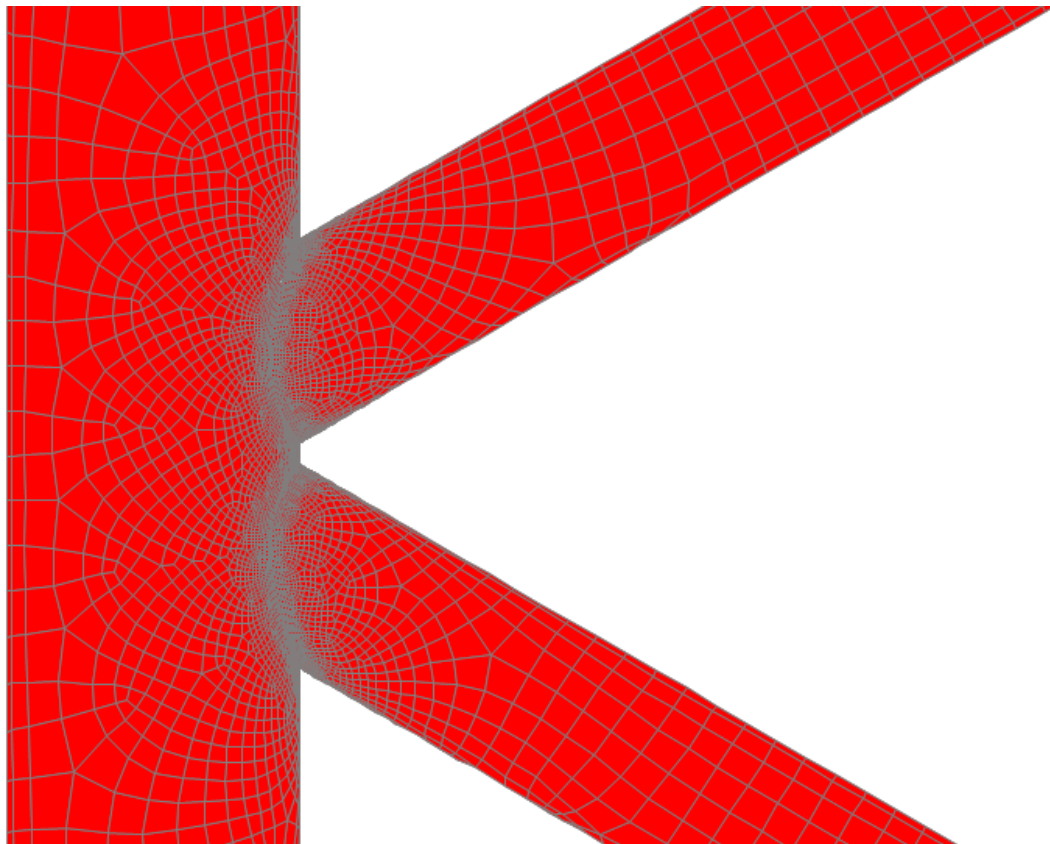
**Figura A.I-15** Detalhe da distribuição de tensões equivalentes de Von Mises na 2ª iteração. A tensão é dada em  $\text{kN/m}^2$  (imagem gerada no suporte informático SAP 2000 v. 15).



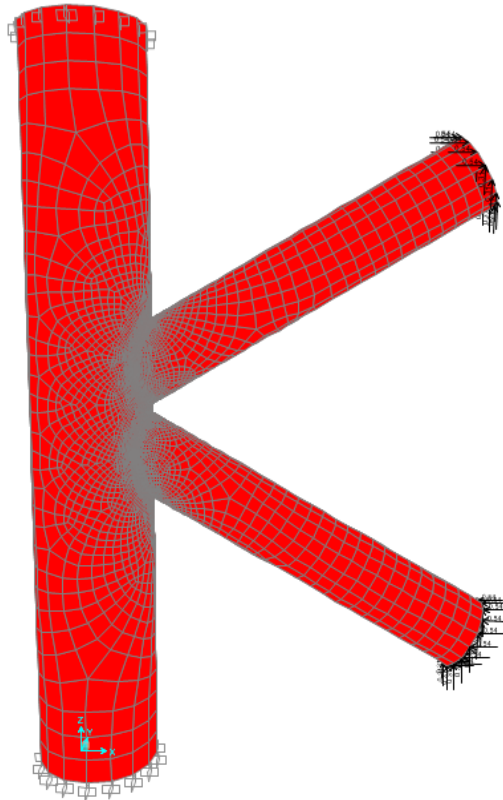
**Figura A.I-17** Distribuição de tensões equivalentes de Von Mises no plano tridimensional na 2ª iteração. A tensão é dada em  $\text{kN/m}^2$  (imagem gerada no suporte informático SAP 2000 v. 15).

### A.I.2.3. 3ª Iteração

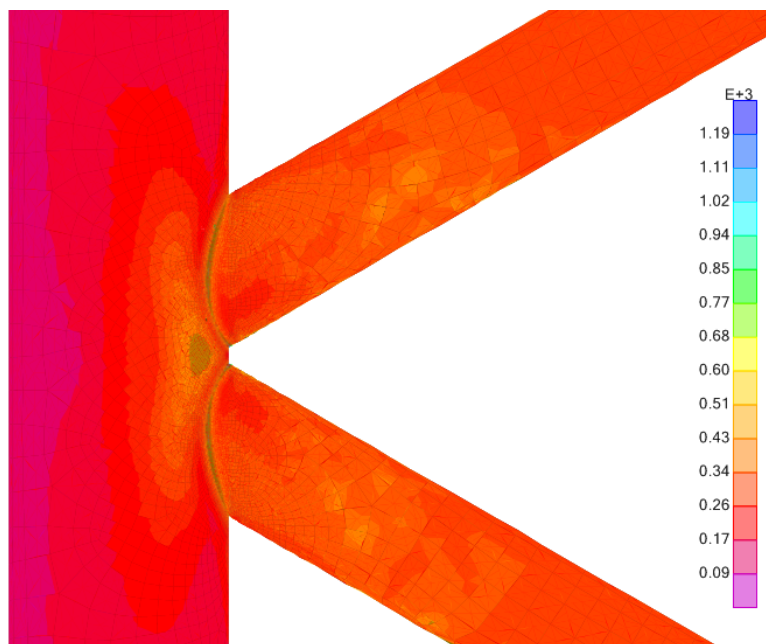
A terceira iteração da ligação tubular em K de secção circular analisada apresenta 180 graus de liberdade na ligação entre o braço e a corda. É aplicada uma tensão de compressão num braço e de tração no outro, com o valor de  $400.97 \text{ KN/m}^2$ . É admitido que as extremidades da corda são encastramentos perfeitos.



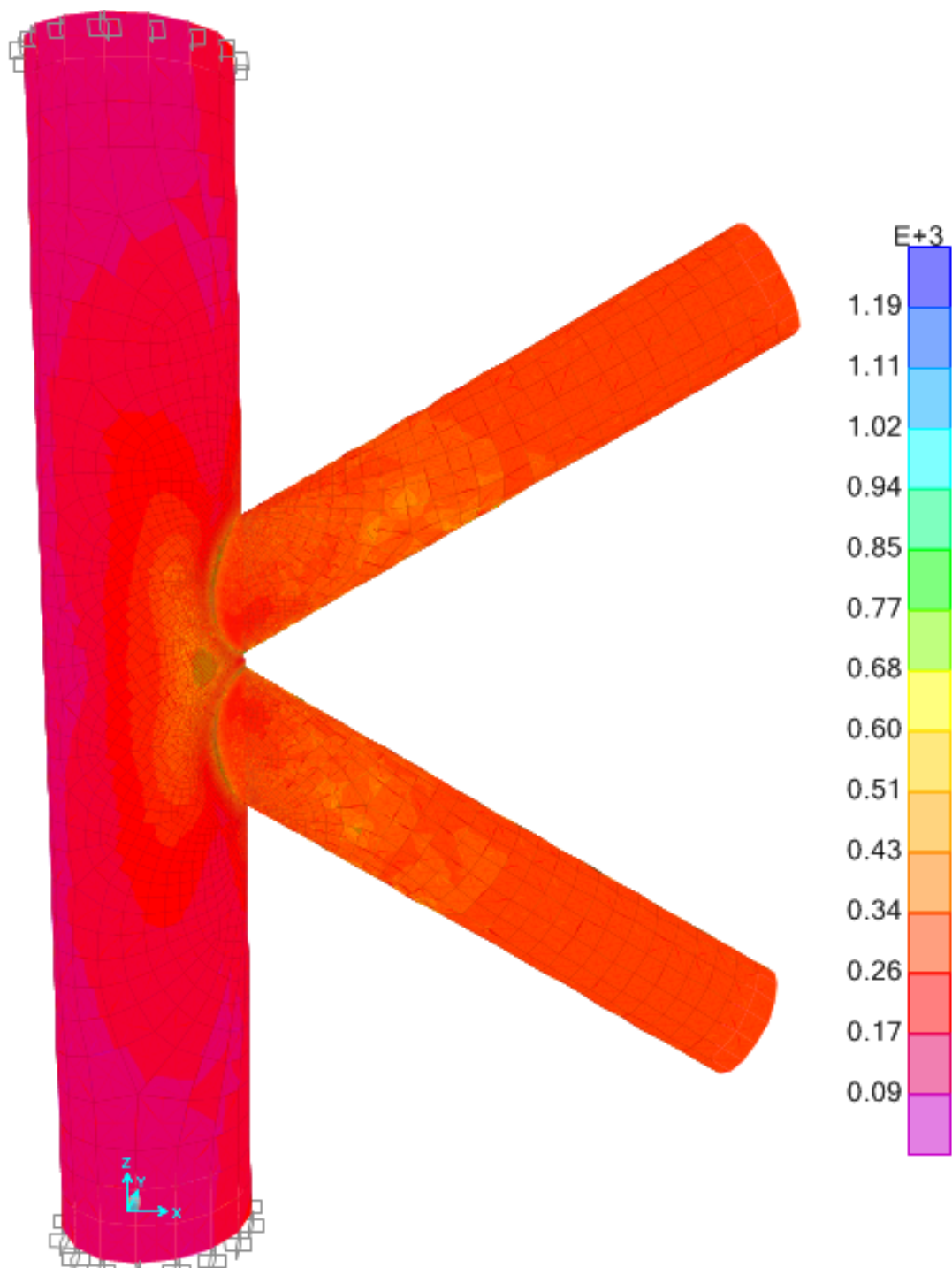
**Figura A.I-18** Malha de elementos finitos da ligação tubular de secção circular em K na 3ª iteração. (imagem gerada no suporte informático SAP 2000 v. 15)



**Figura A.I-19** Distribuição da malha de elementos finitos da ligação tubular de secção circular em K na 3ª iteração num plano tridimensional (imagem gerada no suporte informático SAP 2000 v. 15)



**Figura A.I-20** Detalhe da distribuição de tensões equivalentes de Von Mises na 3ª iteração. A tensão é dada em  $\text{kN/m}^2$  (imagem gerada no suporte informático SAP 2000 v. 15).



**Figura A.I-21** Distribuição de tensões equivalentes de Von Mises no plano tridimensional na 3ª iteração. A tensão é dada em  $\text{kN/m}^2$  (imagem gerada no suporte informático SAP 2000 v. 15).

## A.II. Anexo II - Cálculo dos FCT's

---

Nesta secção são apresentadas as equações que permitem calcular os FCT's para as ligações tubulares em T e K de secção circular de acordo com as secções 5 e 6. Paralelamente são apresentadas as equações que calculam os FCT's das metodologias que foram analisadas na secção 4.

### A.II.1 Equação dos FCT para a ligação em T

Nesta secção estão compiladas as equações que calculam os FCT's para a ligação tubular de secção circular em T das metodologias abordadas na secção 4,5 e 6.

#### A.II.1.1. Equação dos FCT para a ligação em T segundo Kuang

As equações de Kuang (1977) são válidas para os seguintes limites de parâmetros geométricos:

$$\left\{ \begin{array}{l} 0.2 \leq \beta \leq 1.0 \\ 0.2 \leq \tau \leq 0.8 \\ 8.333 \leq \gamma \leq 33.3 \\ 6.667 \leq \alpha \leq 40 \\ 0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ \end{array} \right.$$

As equações de Kuang fornecem valores para o lado do braço e para o lado da corda, não sendo especificada outra posição na ligação. As equações que definem os FCT's são dadas por:

Carregamento Axial:

$$FCT_{Lado\ Corda} = 1.981\gamma^{0.808}\tau^{1.333}e^{-1.2\beta^3}\alpha^{0.057}\sin^{1.694}\theta \quad (K1)$$

$$FCT_{Lado\ Braço} = 3.751\gamma^{0.55}\tau e^{-1.35\beta^3}\alpha^{0.12}\sin^{1.94}\theta \quad (K2)$$

Momento no Plano

$$FCT_{Lado\ Corda} = 0.702\gamma^{0.60}\tau^{0.86}\beta^{-0.04}\sin^{0.57}\theta \quad (K3)$$

$$FCT_{Lado\ Braço} = 1.301\gamma^{0.23}\tau^{0.38}\beta^{-0.38}\sin^{0.21}\theta \quad (K4)$$

Momento Fora do Plano

$$FCT_{Lado\ Corda} = 1.024\gamma^{1.014}\tau^{0.889}\beta^{0.787}\sin^{1.557}\theta \quad 0.3 \leq \beta \leq 0.55 \quad (K5)$$

$$FCT_{Lado\ Corda} = 0.462\gamma^{1.014}\tau^{0.889}\beta^{-0.619}\sin^{1.557}\theta \quad 0.55 \leq \beta \leq 0.75 \quad (K6)$$

$$FCT_{Lado\ Braço} = 1.522\gamma^{0.852}\tau^{0.543}\beta^{0.801}\sin^{2.033}\theta \quad 0.3 \leq \beta \leq 0.55 \quad (K7)$$

$$FCT_{Lado\ Corda} = 0.796\gamma^{0.852}\tau^{0.543}\beta^{-0.281}\sin^{2.033}\theta \quad 0.55 \leq \beta \leq 0.75 \quad (K8)$$

### A.II.1.2.Equação dos FCT para a ligação em T segundo Wordsworth e Smedley

As equações de Wordsworth e Smedley (1978) são válidas para os seguintes limites de parâmetros geométricos:

$$\left\{ \begin{array}{l} 0.13 \leq \beta \leq 1.0 \\ 0.25 \leq \tau \leq 1.0 \\ 12 \leq \gamma \leq 32 \\ 8 \leq \alpha \leq 40 \\ 30^\circ \leq \theta \leq 90^\circ \end{array} \right.$$

As equações de Wordsworth e Smedley fornecem valores de FCT's para e o lado da braço e da corda, sendo especificada a posição sela e coroa. As equações que definem os FCT's são dadas por:

Carregamento Axial:

$$FCT_{Corda-sela} = \gamma\tau\beta(6.78 - 6.42\beta^{0.5})\sin^{(1.7+0.7\beta^3)}\theta \quad (WS1)$$

$$FCT_{Corda-coroa} = K'_C + K_0 \times K''_C \quad (WS2)$$

Onde  $K'_C = [0.7 + 1.37\gamma^{0.5}\tau(1 - \beta)](2\sin^{0.5}\theta - \sin^3\theta)$

$$K_0 = \frac{\tau\left(\beta - \frac{\tau}{2\gamma}\right)\left(\frac{\alpha}{2} - \frac{\beta}{\sin\theta}\right)\sin\theta}{\left(1 - \frac{3}{2\gamma}\right)}$$

$$K_C'' = 1.05 + \frac{30\tau^{1.5}(1.2 - \beta)(\cos^4\theta + 0.15)}{\gamma}$$

$$FCT_{Braço-sela} = 1 + 0.63 \times WS1 \quad (WS3)$$

$$FCT_{Braço-Coroa} = 1 + 0.63 \times WS2 \quad (WS4)$$

Momento no Plano

$$FCT_{Corda-Coroa} = 0.75\gamma^{0.60}\tau^{0.80}(1.6\beta^{0.25} - 0.7\beta^2)\sin^{(1.5-1.6\beta)}\theta \quad (WS5)$$

$$FCT_{Braço-Coroa} = 1 + 0.63 \times WS3 \quad (WS6)$$

Momento Fora do Plano

$$FCT_{Corda-sela} = \gamma\tau\beta(1.6 - 1.15\beta^5)\sin^{(1.5-1.6\beta)}\theta \quad (WS7)$$

$$FCT_{Braço-sela} = 1 + 0.63 \times WS4 \quad (WS8)$$

### A.II.1.3. Equação dos FCT para a ligação em T segundo Smedley e Fisher

As equações de Smedley e Fischer (1991) são válidas para os seguintes limites de parâmetros geométricos:

$$\left\{ \begin{array}{l} 0.13 \leq \beta \leq 1.0 \\ 0.25 \leq \tau \leq 1.0 \\ 10 \leq \gamma \leq 35 \\ 4.0 \leq \alpha \\ 30^\circ \leq \theta \leq 90^\circ \\ 0 \leq \xi \leq 1.0 \end{array} \right.$$

As equações de Smedley e Fisher fornecem valores de FCT's para o lado do braço e da corda, sendo especificada a posição sela e coroa. As equações que definem os FCT's são dadas por:

Carregamento axial:

$$FCT_{Corda-sela} = \beta\gamma\tau(6.78 - 6.42\beta^{0.5})\text{sen}^{(1.7+0.7\beta^{0.3})}\theta \quad (\text{SF1})$$

$$FCT_{Corda-Coroa} = X'_C + X_0X''_C \quad (\text{SF2})$$

$$FCT_{Braço-sela} = 1 + 0.63 \times SCF_{Chord-saddle} \quad (\text{SF3})$$

$$FCT_{Braço-Coroa} = 1 + 0.63 \times SCF_{Chord-Crown} \quad (\text{SF4})$$

Onde:

$$X_0 = \frac{\left[ \tau(2\gamma\beta - \tau) \left( \frac{\alpha}{2} - \frac{\beta}{\text{sen}\theta} \right) \text{sen}\theta \right]}{[2\gamma - 3]}$$

$$X'_C = [0.7 + 1.37\gamma^{0.5}\tau(1 - \beta)][2\text{sen}^{0.5}\theta - \text{sen}^3\theta]$$

$$X''_C = 1.05 + \left( \frac{30\tau^{1.5}}{\tau} \right) (1.2 - \beta)(\text{cos}^4\theta + 0.15)$$

Momento fora do plano:

$$FCT_{Coroa-sela} = \beta\gamma\tau(1.6 - 1.15\beta^5) \times \text{sen}^{(1.35+\beta^2)}\theta \quad (\text{SF5})$$

$$FCT_{Braço-sela} = 1 + 0.63 \times FCT_{Corda-sela} \quad (\text{SF6})$$

Momento no plano:

$$FCT_{Corda-Coroa} = 0.75\gamma^{0.6}(1.6\beta^{0.25} - 0.7\beta^2)\text{sen}^{(1.5-1.6\beta)}\theta \quad (\text{SF7})$$

$$FCT_{Braço-Coroa} = 1 + 0.63 \times FCT_{Corda-Coroa} \quad (\text{SF8})$$

#### A.II.1.4.Equação dos FCT para a ligação em T segundo Efthymiou

A metodologia seguida pela DNV (2010) para o cálculo dos FCT's para ligação T de secção tubular, recorre às equações de Efthymiou (1988) que foram mencionadas na secção 4.

As equações de Efthymiou são válidas para os limites dos parâmetros geométricos seguintes:

$$\begin{cases} 0.2 \leq \beta \leq 1.0 \\ 0.2 \leq \tau \leq 1.0 \\ 8 \leq \gamma \leq 32 \\ 4 \leq \alpha \leq 40 \\ 20^\circ \leq \theta \leq 90^\circ \end{cases}$$

Para carregamento axial no braço e as extremidades do corda perfeitamente encastradas, as equações que definem os FCT's são dadas por:

Carregamento Axial considerando que o Corda tem encastramentos perfeitos:

$$FCT_{Corda Sela} = [\gamma\tau^{1.1}(1.11 - 3(\beta - 0.52)^2)(\sin\theta)^{1.6}] \times F_1 \quad (EF1)$$

$$FCT_{Corda Coroa} = \gamma^{0.2}\tau(2.65 + 5(\beta - 0.65)^2) + \tau\beta(0.25\alpha - 3)\sin\theta \quad (EF2)$$

$$\begin{aligned} FCT_{Brace Sela} & \quad (EF3) \\ & = [1.3 \\ & + \gamma\tau^{0.52}\alpha^{0.1}(0.187 - 1.25\beta^{1.1}(\beta - 0.96))(\sin\theta)^{(2.7-0.01\alpha)}] \\ & \times F_1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} FCT_{Brace Coroa} & \quad (EF4) \\ & = 3 + \gamma^{1.2}(0.12\exp(-4\beta) + 0.011\beta^2 - 0.045) \\ & + \beta\tau(0.1\alpha - 1.2) \end{aligned}$$

Carregamento Axial considerando que a corda não tem encastramentos perfeitos:

$$FCT_{Corda Sela} = (EF1) + C_1(0.8\alpha - 6)\tau\beta^2(1 - \beta^2)^{0.5}(\sin 2\theta)^2 \times F_2 \quad (EF5)$$

$$FCT_{Corda Coroa} = \gamma^{0.2}\tau(2.65 + 5(\beta - 0.65)^2) + \tau\beta(C_2\alpha - 3)\sin\theta \quad (EF6)$$

$$FCT_{Braço Sela} = EF3 \quad (EF7)$$

$$\begin{aligned} \text{FCT}_{\text{Braço Coroa}} &= 3 + \gamma^{1.2}(0.12\exp(-4\beta) + 0.011\beta^2 - 0.045) \\ &+ \beta\tau(C_3\alpha - 1.2) \end{aligned} \quad (\text{EF8})$$

Momento no plano:

$$\text{FCT}_{\text{Corda Coroa}} = 1.45\beta\tau^{0.85}\gamma^{(1-0.68\beta)}(\sin\theta)^{0.7} \quad (\text{EF9})$$

$$\text{FCT}_{\text{Brace Coroa}} = 1 + 0.65\beta\tau^{0.4}\gamma^{(1.09-0.77\beta)}(\sin\theta)^{(0.06\gamma-1.16)} \quad (\text{EF10})$$

Momento fora do plano:

$$\text{FCT}_{\text{Corda Sela}} = \gamma\tau\beta(1.7 - 1.05\beta^3)(\sin\theta)^{1.6} \quad (\text{EF11})$$

$$\text{FCT}_{\text{Brace Sela}} = \tau^{-0.54}\gamma^{-0.05}(0.99 - 0.47\beta + 0.08\beta^4) \times (\text{EF11}) \quad (\text{EF12})$$

Em casos em que  $\alpha < 12$ , ou seja, uma ocasião em que o comprimento do corda é bastante pequeno, é necessário utilizar o fator corretivo com comprimento do corda dado pelo fator F.

Fator F

$$F_1 = 1 - (0.83\beta - 0.56\beta^2 - 0.02)\gamma^{0.23}\exp(-0.21\gamma^{-1.16}\alpha^{2.5})$$

$$F_2 = 1 - (1.43\beta - 0.97\beta^2 - 0.03)\gamma^{0.04}\exp(-0.71\gamma^{-1.38}\alpha^{2.5})$$

$$F_3 = 1 - 0.55\beta^{1.8}\gamma^{0.16}\exp(-0.49\gamma^{-0.89}\alpha^{1.8})$$

Onde  $\exp(x) = e^x$

### A.II.1.5. Equação dos FCT para a ligação em T segundo Lloyd's Register of Shipping

As equações utilizadas pela LRS (1997), têm semelhanças com a metodologia adotada pela DNV (2010). No entanto, os limites geométricos para a qual a Lloyd's Register of Shipping é válida são menos ambiciosos e abrangentes que na DNV (2010), sendo este dados por:

$$\begin{cases} 0.13 \leq \beta \leq 1.0 \\ 0.25 \leq \tau \leq 1.0 \\ 10 \leq \gamma \leq 35 \\ 4 \leq \alpha \\ 30^\circ \leq \theta \leq 90^\circ \end{cases}$$

As equações propostas por LRS (1997), geram FCT's para as quatro posições de referência, braço-sela, braço-coroa, corda-sela e corda-coroa.

Para carregamento axial aplicado no braço as equações que definem os FCT's são dadas por:

$$FCT_{Corda Sela} = [\tau\gamma^{1.2}\beta(2.12 - 2\beta)\sin^2\theta] \times (F_1 \text{ ou } F_2) \quad (LR1)$$

$$\begin{aligned} FCT_{Corda Crown} &= \tau\gamma^{0.2}(3.5 - 2.4\beta)\sin^{0.3}\theta \\ &+ \left( \frac{C\tau\left(\beta - \frac{\tau}{2\gamma}\right)\left(\frac{\alpha}{2} - \frac{\beta}{\sin\theta}\right)\sin\theta}{\left(1 - \frac{3}{2\gamma}\right)} \right) \\ &\times \left( 1.05 + \frac{30\tau^{1.5}(1.2 - \beta)(\cos^4\theta + 0.15)}{\gamma} \right) \end{aligned} \quad (LR2)$$

$$FCT_{Braço Sela} = [1 + \tau^{0.6}\gamma^{1.3}\beta(0.76 - 0.7\beta)\sin^{2.2}\theta] \times (F_1 \text{ ou } F_2) \quad (LR3)$$

$$FCT_{Braço Coroa} = 2.6\beta^{0.65}\gamma^{(0.3-0.5\beta)} \quad (LR4)$$

Tal como foi referido para o caso da DNV (2010), quando o modelo em estudo apresenta um valor de  $\alpha < 12$ , ou seja, uma corda consideravelmente pequeno, é necessário recorrer ao fator corretivo  $F_1$  ou  $F_2$ . Estes fatores diferem com as condições de apoio, na medida em que se for considerado encastramento perfeito é utilizado o fator  $F_1$ , por antítese  $F_2$  é recomendado para circunstâncias em que as condições de fronteira cinemática não oferecem restrições LRS (1997).

$$F_1 = \begin{cases} 1 - (0.83\beta - 0.56\beta^2 - 0.02)\gamma^{0.23}\exp(-0.21\gamma^{(-1.16)}\alpha^{2.5}) & \alpha < 12 \\ 1.0 & \alpha \geq 12 \end{cases}$$

$$F_2 = \begin{cases} 1 - (1.43\beta - 0.97\beta^2 - 0.03)\gamma^{0.04} \exp(-0.71\gamma^{(-1.38)}\alpha^{2.5}) & \alpha < 12 \\ 1.0 & \alpha \geq 12 \end{cases}$$

## A.II.2 Equação dos FCT para a ligação em K

Nesta secção estão compiladas as equações que calculam os FCT's para a ligação tubular de secção circular em K das metodologias abordadas na secção 4, 5 e 6.

### A.II.2.1. Equação dos FCT para a ligação em K segundo Kuang

As equações de Kuang et al. (1977) são válidas para os limites dos parâmetros geométricos seguintes:

$$\begin{cases} 0.2 \leq \beta \leq 1.0 \\ 0.2 \leq \tau \leq 0.8 \\ 8.333 \leq \gamma \leq 33.3 \\ 6.667 \leq \alpha \leq 40 \\ 0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ \end{cases}$$

As equações de Kuang fornecem valores para o lado do braço e para o lado do corda, não sendo especificada outra posição na ligação. As equações que definem os FCT's são dadas por:

Carregamento Axial:

$$FCT_{Lado\ Corda} = 1.506\gamma^{0.666}\tau^{1.104}\beta^{-0.059}\left(\frac{g}{D}\right)^{0.067}\sin^{1.521}\theta \quad (K9)$$

$$FCT_{Lado\ Braço} = 0.92\gamma^{0.157}\tau^{0.56}\beta^{-0.441}\left(\frac{g}{D}\right)^{0.058}e^{1.448}\sin\theta \quad (K10)$$

Momento no Plano

$$FCT_{Lado\ Corda} = 1.822\gamma^{0.38}\tau^{0.94}\beta^{0.06}\sin^{0.9}\theta \quad (K11)$$

$$FCT_{Lado\ Braço} = 2.827\tau^{0.35}\beta^{-0.35}\sin^{0.5}\theta \quad (K12)$$

Momento Fora do Plano

$$FCT_{Lado\ Corda} = 1.024\gamma^{1.014}\tau^{0.889}\beta^{0.787}\sin^{1.557}\theta \quad 0.3 \leq \beta \leq 0.55 \quad (K13)$$

$$FCT_{Lado\ Corda} = 0.462\gamma^{1.014}\tau^{0.889}\beta^{-0.619}\sin^{1.557}\theta \quad 0.55 \leq \beta \leq 0.75 \quad (K14)$$

$$FCT_{Lado\ Braço} = 1.522\gamma^{0.852}\tau^{0.543}\beta^{0.801}\sin^{2.033}\theta \quad 0.3 \leq \beta \leq 0.55 \quad (K15)$$

$$FCT_{Lado\ Corda} = 0.796\gamma^{0.852}\tau^{0.543}\beta^{-0.281}\sin^{2.033}\theta \quad 0.55 \leq \beta \leq 0.75 \quad (K16)$$

### A.II.2.2.Equação dos FCT para a ligação em K segundo Wordsworth e Smedley

As equações de Wordsworth e Smedley (1978) são válidas para os seguintes limites de parâmetros geométricos:

$$\left\{ \begin{array}{l} 0.13 \leq \beta \leq 1.0 \\ 0.25 \leq \tau \leq 1.0 \\ 12 \leq \gamma \leq 32 \\ 8 \leq \alpha \leq 40 \\ 30^\circ \leq \theta \leq 90^\circ \end{array} \right.$$

As equações de Wordsworth e Smedley fornecem valores de FCT's para e o lado do braço e do corda, sendo especificada a posição sela e coroa. As equações que definem os FCT's são dadas por:

R representa o diâmetro do Corda

Carregamento Axial Equilibrado:

Quando  $\theta_A = \theta_B$

$$FCT_{Corda-sela} = [\gamma\tau\beta(6.78 - 6.42\beta^{0.5})\sin^{(1.7+0.7\beta^3)}\theta] \left[ 1 - (0.012\gamma)^{\left(0.4+\frac{g}{3R}\right)} \right] \quad (WS9)$$

Quando  $\theta_A > \theta_B$

(WS10)

$$\begin{aligned}
FCT_{Corda-Sela} &= [\gamma\tau\beta(6.78 - 6.42\beta^{0.5})] \left[ \sin^{(1.7+0.7\beta^3)}\theta_A \right. \\
&\quad \left. - (0.012\gamma)^{\left(0.4+\frac{g}{3R}\right)} \left(\frac{\sin\theta_A}{\sin\theta_B}\right)^{1.8} \sin^{(1.7+0.7\beta^3)}\theta_B \right]
\end{aligned}$$

Quando  $\theta_A \geq \theta_B$

$$FCT_{Corda-Coroa} = 1.1\gamma^{0.65}\tau \left(\frac{\sin\theta_A}{\sin^{0.5}\theta_B}\right) \left(\frac{g}{R}\right)^{\frac{0.05}{\beta}} (1.5\beta^{0.25} - \beta^2) \quad (WS11)$$

Momento no Plano

$$FCT_{Chorda-Coroa} = 0.75\gamma^{0.6}\tau^{0.8}(1.6\beta^{0.25} - 0.7\beta^2)\sin^{(1.5-1.6\beta)}\theta \quad (WS12)$$

$$FCT_{Braço-Coroa} = 1 + 0.63 \times WS8 \quad (WS13)$$

Momento Fora do Plano

$$\begin{aligned}
FCT_{Corda-Sela} &= [\gamma\tau_A\beta_A(1.6 - 1.15\beta_A^5)] \left[ \sin^{(1.35+\beta_A^2)}\theta_A \right. \\
&\quad \left. + (0.016\gamma\beta_B)^{\left(0.45+\frac{g}{D}\right)} \left(\frac{\theta_A}{\theta_B}\right)^{0.3} \sin^{(1.35+\beta_B^2)}\theta_B \right] \left[ 1 \right. \\
&\quad \left. - 0.1\left(1.0+\frac{2g}{R}\right) \right]
\end{aligned} \quad (WS14)$$

$$FCT_{Braço-Sela} = 1 + 0.63 \times WS9 \quad (WS15)$$

### A.II.2.3. Equação dos FCT para a ligação em K segundo Smedley e Fisher

As equações de Smedley e Fischer (1991) são válidas para os seguintes limites de parâmetros geométricos:

$$\left\{ \begin{array}{l} 0.13 \leq \beta \leq 1.0 \\ 0.25 \leq \tau \leq 1.0 \\ 10 \leq \gamma \leq 35 \\ 4.0 \leq \alpha \\ 30^\circ \leq \theta \leq 90^\circ \\ 0 \leq \xi \leq 1.0 \end{array} \right.$$

As equações de Smedley e Fisher fornecem valores de FCT's para o lado do braço e do corda, sendo especificada a posição sela e coroa. As equações que definem os FCT's são dadas por:

Carregamento axial equilibrado:

$$\begin{aligned} FCT_{Corda-Sela} &= [\beta\gamma\tau(6.78 - 6.42\beta^{0.5})] \\ &\times \left[ \begin{aligned} &sen^{(1.7-0.7\beta^3)}\theta_{BraçoA} \\ &- (sen^{(1.7+0.7\beta^3)}\theta_{BraçoB}) \end{aligned} \right] \\ &\times \left( 0.012\gamma^{\left(\frac{2\xi}{3}+0.4\right)} \times \left( \frac{sen\theta_{BraçoA}}{sen\theta_{BraçoB}} \right)^{1.8} \right) \end{aligned} \quad (SF9)$$

$$FCT_{Corda-Coroa} = 1.1\gamma^{0.65} \left( \tau \left( \frac{sen\theta_{BraçoA}}{sen\theta_{BraçoB}^{0.5}} \right) (2\xi)^{\left(\frac{0.05}{\beta}\right)} (1.5\beta^{0.25} - \beta^2) \right) \quad (SF10)$$

$$FCT_{Braço-Sela} = 1 + 0.63SCF_{Chorda-Sela} \quad (SF11)$$

$$FCT_{Braço-Coroa} = 1 + 0.63SCF_{Chorda-Coroa} \quad (SF12)$$

Momento no plano:

$$FCT_{Corda Coroa} = 0.75\gamma^{0.6}(1.6\beta^{0.25} - 0.7\beta^2) \times sen^{(1.5-1.6\beta)}\theta_{Braço} \quad (SF13)$$

$$FCT_{Braço Coroa} = 1 + 0.63SCF_{Corda-Coroa} \quad (SF14)$$

Momento fora do plano:

$$FCT_{Chorda Sela} \quad (SF15)$$

$$\begin{aligned} &= [\beta\gamma\tau(1.6 - 1.15\beta^5)] \left[ \begin{aligned} &sen^{(1.35+\beta^2)}\theta_{BraçoA} \\ &+ (sen^{(1.35+\beta^2)}\theta_{BraçoB}) \times (0.016\beta\gamma)^{(\xi+0.45)} \left( \frac{\theta_{BraçoA}}{\theta_{BraçoB}} \right)^{0.3} \end{aligned} \right] \end{aligned}$$

$$FCT_{Braço Sela} = 1 + 0.63SCF_{Corda-Sela} \quad (SF16)$$

#### A.II.2.4. Equação dos FCT para a ligação em K segundo Efthymiou

Nesta secção encontram-se as equações que permitem calcular os FCT's relativos à ligação em K segundo a DNV (2010) de acordo com Efthymiou (1988), descrito em 4.1.4.

Neste tipo de ligação para este carregamento em específico, a DNV (2010) oferece apenas FCT's para o corda e braço.

$$\left\{ \begin{array}{l} 0.2 \leq \beta \leq 1.0 \\ 0.2 \leq \tau \leq 1.0 \\ 8 \leq \gamma \leq 32 \\ 4 \leq \alpha \leq 40 \\ 20^\circ \leq \theta \leq 90^\circ \\ \frac{-0.6\beta}{\text{sen}(\theta)} \leq \xi \leq 1.0 \end{array} \right.$$

Para o carregamento axial equilibrado nos braços e as extremidades perfeitamente encastradas, as equações definidas por Efthymiou (1988a) oferecem apenas FCT's para o corda e braço. No entanto para os outros tipos de carregamento, as equações são definidas para as posições braço-sela, braço-coroa, corda-sela, corda-coroa.

Carregamento axial equilibrado:

$$FCT_{Corda} \tag{EF13}$$

$$= \tau^{0.9} \gamma^{0.5} (0.67 - \beta^2 + 1.16\beta) \sin\theta \left( \frac{\sin\theta_{\max}}{\sin\theta_{\min}} \right)^{0.30} \cdot \left( \frac{\beta_{\max}}{\beta_{\min}} \right)^{0.30} (1.64 + 0.29\beta^{-0.38} \text{ATAN}(8\xi))$$

$$\tag{EF14}$$

$$FCT_{Braço}$$

$$= 1 + (1.97 - 1.57\beta^{0.25}) \tau^{-0.14} (\sin\theta)^{0.7} \cdot \left( \tau^{0.9} \gamma^{0.5} (0.67 - \beta^2 + 1.16\beta) \sin\theta \left( \frac{\sin\theta_{\max}}{\sin\theta_{\min}} \right)^{0.30} \cdot \left( \frac{\beta_{\max}}{\beta_{\min}} \right)^{0.30} (1.64 + 0.29\beta^{-0.38} \text{ATAN}(8\xi)) \right) + \sin^{1.8}(\theta_{\max} + \theta_{\min}) \cdot (0.131 - 0.084 \text{ATAN}(14\xi + 4.2\beta)) \cdot C\beta^{1.5} \gamma^{0.5} \tau^{-1.22}$$

Onde:

ATAN representa o arco tangente

C=0.5 para encastramento nas condições de apoio

Momento no plano de equilíbrio:

$$FCT_{Corda\ Coroa} = (EF2) \quad (EF15)$$

$$FCT_{Braço\ Coroa} = (EF3) \quad (EF16)$$

Momento fora do plano de equilíbrio:

$$\begin{aligned} FCT_{Corda\ Sela(Braço\ A)} & \quad (EF17) \\ & = \left[ (EF11)_{Braço\ A} \left( 1 - 0.08(\beta_B\gamma)^{0.5} \exp(-0.8x) \right) \right. \\ & \quad + (EF11)_{Braço\ B} \left( 1 \right. \\ & \quad \left. \left. - 0.08(\beta_A\gamma)^{0.5} \exp(-0.8x) \right) \left( 2.05\beta_{max}^{0.5} \exp(-1.3x) \right) \right] \times F_4 \end{aligned}$$

Onde:

$$x = 1 + \frac{\xi \sin \theta_A}{\beta_A}$$

$$FCT_{Braço\ Sela(Braço\ A)} = \tau^{-0.54} \gamma^{-0.05} (0.99 - 0.47\beta + 0.08\beta^4) \times (EF17) \quad (EF18)$$

Carregamento axial em apenas um braço:

$$FCT_{Corda\ Sela} = (EF5) \times F_2 \quad (EF19)$$

$$FCT_{Corda\ Coroa} = (EF6) \quad (EF20)$$

$$FCT_{Braço\ Sela} = (EF3) \times F_1 \quad (EF21)$$

$$SCF_{Brace\ Crown} = (EF8) \quad (EF22)$$

Momento no plano aplicado em apenas um braço:

$$FCT_{Corda\ Coroa} = (EF9) \quad (EF23)$$

$$FCT_{Braço\ Coroa} = (EF10) \quad (EF24)$$

Momento fora do plano aplicado em apenas um brace:

$$FCT_{Corda Sela} = (EF11)_{BraçoA} \times (1 - 0.08(\beta_B \gamma)^{0.5}) \exp(-0.8x) \quad (EF25)$$

Onde:

$$x = 1 + \frac{\xi \sin \theta_A}{\beta_A}$$

$$FCT_{Braço Sela} = [\tau^{-0.54} \gamma^{-0.05} (0.99 - 0.47\beta + 0.08\beta^4) (EF25)] \times F_3 \quad (EF26)$$

Fator F

$$F_1 = 1 - (0.83\beta - 0.56\beta^2 - 0.02)\gamma^{0.23} \exp(-0.21\gamma^{-1.16}\alpha^{2.5})$$

$$F_2 = 1 - (1.43\beta - 0.97\beta^2 - 0.03)\gamma^{0.04} \exp(-0.71\gamma^{-1.38}\alpha^{2.5})$$

$$F_3 = 1 - 0.55\beta^{1.8}\gamma^{0.16} \exp(-0.49\gamma^{-0.89}\alpha^{1.8})$$

$$F_4 = 1 - 1.07\beta^{1.88} \exp(-0.16\gamma^{-1.06}\alpha^{2.4})$$

Onde  $\exp(x) = e^x$

### A.II.2.5. Equação dos FCT para a ligação em K segundo Lloyd's Register of Shipping

As equações que permitem calcular os FCT's de acordo com a metodologia de LRS (1997) são fornecidas nesta secção. Ao contrário de DNV (2010) e Kuang (1977) estas equações calculam FCT's para as quatro zonas de referência, chord-saddle, chord-crown, brace-saddle, brace-crown.

Carregamento axial equilibrado:

$$FCT_{Corda Sela} = [T1_A S1_{AB} - T1_B S1_{BA} IF1_{AB}] \times (F1_A \text{ ou } F2_A) \quad (LR5)$$

$$FCT_{Corda Coroa} = [T2_A S2_{AB} - T2_B S2_{BA} IF2_{AB}] + B0_A \times B1_A \quad (LR6)$$

$$FCT_{Braço Sela} = [T3_A S1_{AB} - T3_B S1_{BA} IF3_{AB}] \times (F1_A \text{ ou } F2_A) \quad (LR7)$$

$$FCT_{Braço-Coroa} = T4_A S2_{AB} - T4_B S2_{BA} IF4_{AB} \quad (LR8)$$

Carregamento axial em apenas em um braço:

$$FCT_{Corda-Sela} = T1_A S1_{AB} \times (F1_A \text{ ou } F2_A) \quad (LR9)$$

$$FCT_{Corda-Coroa} = T2_A S2_{AB} + B0_A \times B1_A \quad (LR10)$$

$$FCT_{Braço-Sela} = T3_A S1_{AB} \times (F1_A \text{ ou } F2_A) \quad (LR11)$$

$$SCF_{Braço-Coroa} = T4_A S2_{AB} \quad (LR12)$$

Momento flector fora do plano aplicado apenas em um braço:

$$FCT_{Corda-Sela} = T5_A S1_{AB} \times (F3_A) \quad (LR13)$$

$$FCT_{Braço-Sela} = T6_A S1_{AB} \times (F3_A) \quad (LR14)$$

Momento flector desequilibrado fora do plano:

$$FCT_{Corda-Sela} = (T5_A S1_{AB} + T5_B S1_{BA} \times IF5_{AB}) \times (F3_A) \quad (LR15)$$

$$FCT_{Braço-Sela} = (T6_A S1_{AB} + T6_B S1_{BA} \times IF6_{AB}) \times (F3_A) \quad (LR16)$$

Momento flector no plano aplicado apenas em um braço:

$$FCT_{Corda} = T7_A \quad (LR15)$$

$$FCT_{Braço} = T8_A \quad (LR16)$$

Momento flector equilibrado no plano:

$$FCT_{Corda} = (T7_A + T7_B IF7_{AB}) \quad (LR17)$$

$$FCT_{Braço} = T8_A + T8_B \times IF8_{AB} \quad (LR18)$$

Onde, os fatores T, S, B0, B1, F e IF são dados por:

Fator T:

$$T1 = \tau\gamma^{1.2}\beta(2.12 - 2\beta)\sin^2\theta$$

$$T2 = \tau\gamma^{0.2}(3.5 - 2.4\beta)\sin^{0.3}\theta$$

$$T3 = 1 + \tau^{0.6}\gamma^{1.3}\beta(0.76 - 0.7\beta)\sin^{2.2}\theta$$

$$T4 = 2.6\beta^{0.65}\gamma^{(0.3-0.5\beta)}$$

$$T5 = \tau\gamma\beta(1.4 - \beta^5)\sin^{1.7}\theta$$

$$T6 = 1 + \tau^{0.6}\gamma^{1.3}\beta(0.27 - 0.2\beta^5)\sin^{1.7}\theta$$

$$T7 = 1.22\tau^{0.8}\beta\gamma^{(1.068\beta)}\sin^{(1-\beta^3)}\theta$$

$$T8 = 1 + \tau^{0.2}\gamma\beta(0.26 - 0.21\beta)\sin^{1.5}\theta$$

Fator S:

$$S1_{ij} = \left[ 1 - 0.5 \times \exp \left( -30x_{ij}^2 \times \left( \frac{\beta_i}{\beta_j} \right)^2 \times \left( \frac{\sin \theta_i}{\gamma} \right) \right) \right]$$

$$S2_{ij} = \left[ 1 + \exp - \left( 2x_{ij}^2 \times \sin^{(-2)}(\theta_j \times \gamma^{(-0.5)}) \right) \right]$$

$$x_{ij} = 1 + \frac{\xi_{ij}\sin\theta_i}{\beta_i}$$

$\xi_{ij}$ , Representa o espaçamento entre os braços.

Fator IF:

$$IF1_{ij} = \beta_i(2.13 - 2\beta_i)\gamma^{0.2}\sin\theta_i \left(\frac{\sin\theta_i}{\sin\theta_j}\right)^p \exp(-0.3x_{ij}), \begin{cases} P = 1 \text{ se } \theta_i > \theta_j \\ P = 5 \text{ se } \theta_i < \theta_j \end{cases}$$

$$IF2_{ij} = [20 - 8(\beta_i + 1)^2]\exp(-3x_{ij})$$

$$IF3_{ij} = \beta_i(2 - 1.8\beta_i)\gamma^{0.2} \left(\frac{\beta_{min}}{\beta_{max}}\right) \left(\frac{\sin\theta_i}{\sin\theta_j}\right)^p \exp(-0.5x_{ij}), \begin{cases} P = 2 \text{ se } \theta_i > \theta_j \\ P = 4 \text{ se } \theta_i < \theta_j \end{cases}$$

$$IF5_{ij} = 0.6\gamma \left(\frac{\sin\theta_i}{\sin\theta_j}\right) \exp(-3x_{ij})$$

$$IF6_{ij} = 0.14\beta_i\gamma^{1.5} \left(\frac{\sin\theta_i}{\sin\theta_j}\right) \exp(-3x_{ij})$$

$$IF7_{ij} = 1.5\tau_i^{(-2)} \exp(-3x_{ij})$$

$$IF8_{ij} = [40(\beta_i - 0.75)^2 - 2.5]\exp(-3x_{ij})$$

Fator B:

$$B0 = \frac{C\tau\left(\beta - \frac{\tau}{2\gamma}\right)\left(\frac{\alpha}{2} - \frac{\beta}{\sin\theta}\right)\sin\theta}{\left(1 - \frac{3}{2\gamma}\right)}, \text{ Para esforço axial somente num braço}$$

$B0 = 0.00$ , Para esforço axial equilibrado

$$B1 = 1.05 + \frac{30\tau^{1.5}(1.2 - \beta)(\cos^4\theta + 0.15)}{\gamma}$$

O parâmetro C, define os efeitos das condições de apoio, estando compreendido no intervalo  $0.5 \leq C \leq 1.0$

$C = 0.5$ , Para encastramento perfeito nas extremidades da corda.

$C = 1.0$ , Para condições de apoio não consideradas encastramentos nas extremidades da corda.

Neste trabalho, foi considerado  $C=0.5$ .

Tal como foi referido para o caso da DNV (2010), quando o modelo em estudo apresenta um valor de  $\alpha < 12$ , ou seja, uma corda consideravelmente pequeno, é necessário recorrer ao fator corretivo  $F_1$  ou  $F_2$ . Estes fatores diferem com as condições de apoio, na medida em que se for

considerado encastramento perfeito é utilizado o fator  $F_1$ , por antítese  $F_2$  é recomendado para circunstâncias em que as condições de fronteira cinemática não oferecem restrições LRS (1997).

$$F_1 = \begin{cases} 1 - (0.83\beta - 0.56\beta^2 - 0.02)\gamma^{0.23} \exp(-0.21\gamma^{(-1.16)}\alpha^{2.5}) & \alpha < 12 \\ 1.0 & \alpha \geq 12 \end{cases}$$

$$F_2 = \begin{cases} 1 - (1.43\beta - 0.97\beta^2 - 0.03)\gamma^{0.04} \exp(-0.71\gamma^{(-1.38)}\alpha^{2.5}) & \alpha < 12 \\ 1.0 & \alpha \geq 12 \end{cases}$$