

Tiago Cláudio Vilarinho

ANÁLISE DE ROBUSTEZ DE ESTRUTURAS DE MADEIRA TRADICIONAIS

Lisboa

2009

ANÁLISE DE ROBUSTEZ DE ESTRUTURAS DE MADEIRA TRADICIONAIS

Tiago Cláudio Vilarinho

(Licenciado em Ciências de Engenharia Civil)

Dissertação para obtenção do Grau de
Mestre em Engenharia Civil – Estruturas e Geotecnia
pela Faculdade de Ciências e Tecnologia da
Universidade Nova de Lisboa,

Orientador: Doutor Luís Canhoto Neves

Júri

Presidente: Doutor Corneliu Cismasiu

Vogais: Doutor João Botelho Cardoso

 Doutor Luís Canhoto Neves

Fevereiro de 2009

RESUMO

A importância do estudo de asnas tradicionais de madeira não se prende apenas com a aquisição do conhecimento necessário para intervir sobre asnas existentes, mas também com a aquisição de saber, para o dimensionamento de novas estruturas deste tipo, face às necessidades da engenharia actual e à perda de conhecimento que teve lugar com o passar dos anos, em que a construção destas estruturas foi negligenciada.

O presente trabalho visa o estudo de coberturas de madeira tradicionais em Portugal, de um ponto de vista da sua segurança, dando particular relevância à robustez estrutural.

Os exemplos apresentados baseiam-se em duas tipologias correntes no nosso país, que foram analisadas probabilisticamente, recorrendo ao código modelo do JCSS, de modo a modelar as acções actuantes na estrutura e as resistências da madeira estrutural.

Em alguns dos exemplos estudados, foram estabelecidos paralelos entre a segurança calculada de um ponto de vista probabilístico e o método dos coeficientes parciais apresentado no Eurocódigo 5.

Foi ainda estudado o efeito da rigidez das ligações de carpintaria tradicional, face à solução comum de dimensionamento, que passa pelo pressuposto que as ligações seriam rótulas perfeitas.

O estudo recaiu, principalmente, sob a análise de robustez das tipologias estruturais analisadas, através da introdução localizada de defeitos. A robustez será aferida, através da comparação do índice de fiabilidade da estrutura original, com o da estrutura onde se introduziu determinado defeito.

O trabalho foi realizado, através da aplicação do método de simulação de Monte Carlo, como forma de determinar o índice de fiabilidade estrutural, dos vários exemplos considerados.

Palavras-chave: Análise Probabilística, Asnas Tradicionais, Estruturas de Madeira, Fiabilidade, Método de Monte Carlo e Robustez.

ABSTRACT

The importance of the study of traditional wood trusses is not only related to the acquisition of the necessary knowledge to intervene in existent trusses, but also to the design of new structures considering the needs of current engineering and the loss of knowledge that occurred during the last century, in which the construction of these structures was neglected.

The present work aims at studying Portuguese traditional wood trusses, from a safety point of view, with focus on structural robustness.

The examples presented are based on two different arrangements, common in Portugal, which were analyzed in a probabilistic framework, using the JCSS probabilistic model code, as guidance to define actions and resistances.

In some of the studied examples, parallel was established between the calculated safety from a probabilistic point of view and the method of the partial safety coefficients presented in Eurocode 5.

The effect of the stiffness of traditional carpentry connections was also studied and compared to the common model design, which assumes that the connections are pinned.

The study is centered on the analysis of the robustness of the considered structural arrangements, through the localized introduction of defects. The robustness will be verified, through the comparison of the original structure's reliability index, with the reliability index of the structure considering defects.

The work was carried out, using Monte Carlo simulation, as a way of calculating the reliability structural index of the several examples considered.

Keywords: Probabilistic Analysis, Traditional Trusses, Wood Structures, Reliability, Monte Carlo Method and Robustness.

AGRADECIMENTOS

A elaboração desta dissertação contou com a colaboração de algumas pessoas que, directa ou indirectamente, tornaram possível a sua concretização. Assim sendo, não é possível deixar de exprimir o meu agradecimento e reconhecimento aos autores dos contributos mais relevantes.

Em primeiro lugar gostaria de exprimir a minha gratidão ao meu orientador, Prof. Luís Neves, sem o qual este trabalho nunca teria sido possível, uma vez que foram os seus ensinamentos que fomentaram o meu interesse pelos temas tratados. Gostaria também de agradecer o tempo que despendeu com as minhas dúvidas e, fundamentalmente, o apoio constante ao longo de todo o trabalho.

Gostaria de agradecer ao Prof. Jorge Branco, pelo interesse demonstrado no meu trabalho e pela ajuda prestada.

Agradeço também aos membros do júri, pelo tempo que despenderam a analisar o meu trabalho e pelos seus reparos, que permitiram melhorar o trabalho desenvolvido.

A todos os meus amigos que acreditaram na conclusão do meu trabalho, exprimo o meu profundo reconhecimento, em particular ao José Miguel pelo interesse e apoio demonstrado que contribuiu determinantemente para a concretização deste trabalho.

Gostaria ainda de exprimir o mais profundo agradecimento à minha família, em particular aos meus pais e ao meu irmão, por todo o carinho e apoio que recebi.

Finalmente, concluo com um agradecimento especial à minha namorada Joana, apesar de não ter palavras suficientes para descrever toda a sua importância.

ÍNDICE GERAL

Resumo	<i>i</i>
Abstract.....	<i>iii</i>
Agradecimentos	<i>v</i>
Índice Geral	<i>vii</i>
Índice de Figuras	<i>ix</i>
Índice de Tabelas	<i>xi</i>
Capítulo 1 - Introdução	1
1.1 Aspectos Gerais	1
1.2 Objectivos e Estruturação.....	2
Capítulo 2 - Segurança Estrutural	5
2.1 Aspectos Gerais	5
2.2 Métodos de Análise de Segurança Estrutural.....	5
2.3 Análise Probabilística VS Análise Semi-probabilística	6
2.4 Incertezas na Análise Estrutural	7
2.5 Conceitos de Probabilidades.....	8
2.5.1 Caracterização de Variáveis Aleatórias	9
2.5.2 Medidas Descritivas	10
2.5.3 Distribuições Utilizadas	11
2.6 Estados Limites	12
2.7 Fiabilidade.....	14
2.7.1 Métodos de Fiabilidade do Segundo Momento	19
2.7.2 Métodos de Simulação	21
2.8 Robustez.....	24
2.8.1 Aspectos Gerais.....	24
2.8.2 Critérios de Dimensionamento.....	25
2.8.3 Quantificação da Robustez	28
2.8.4 Análise e Decisão da Robustez	29
Capítulo 3 - Estruturas de Madeira	33
3.1 Aspectos Gerais	33
3.2 Composição.....	34
3.3 Propriedades Físicas	36
3.3.1 Defeitos	37
3.4 Propriedades Mecânicas	38
3.5 Asna Tradicional	40
Capítulo 4 - Modelação das Acções e das Resistências	43
4.1 Aspectos Gerais	43
4.2 Modelação das Acções	43
4.3 Modelação das Resistências e Propriedades dos materiais	47
4.4 Modelação da Segurança Estrutural	50
4.4.1 Combinação de Esforços.....	53

4.5 Modelo da Segurança.....	55
Capítulo 5 - Exemplo	57
5.1 Aspectos Gerais.....	58
5.2 Caracterização e Modelação do Problema	58
5.2.1 Asna Simples	60
5.2.2 Asna Composta.....	62
5.3 Cálculo das Acções	62
5.3.1 Asna Simples	62
5.3.2 Asna Composta.....	66
5.4 Implementação do Método de Monte Carlo.....	68
5.5 Sistemas Estruturais Estudados.....	70
5.5.1 Asna Simples	71
5.5.2 Asna Composta.....	72
5.6 Segurança Através do Método dos coeficientes Parciais	73
5.7 Rigidez das ligações estruturais	77
5.8 Resultados.....	79
5.9 Análise de Resultados	82
5.9.1 Asna Simples	82
5.9.2 Asna Composta.....	84
Capítulo 6 - Conclusões	87
6.1 Motivações.....	87
6.2 Resultados e Limitações.....	88
Bibliografia	91
Anexo A - Esforços Determinísticos Para a Combinação de Estados Limites Últimos	97

ÍNDICE DE FIGURAS

2.1	Função de distribuição de probabilidade absoluta (I) e função de distribuição de probabilidade acumulada (II)	10
2.2	Zona de rotura resultante da sobreposição das funções de densidade de probabilidade das acções e das resistências	16
2.3	Representação genérica da função estado limite, da função de densidade de probabilidade conjunta das resistências e das acções, da zona de rotura e da zona de segurança (Caldeira, 2007)	17
2.4	Ilustração bidimensional do procedimento de aproximação FORM (Faber, 2007).....	20
3.1	Corte transversal das fibras de uma conífera	35
3.2	Asna simples	41
3.3	Asna composta	42
4.1	Combinações e coeficientes de forma a considerar (CEN, 2003b).....	46
4.2	Orientação dos eixos relativamente ao sentido preferencial das fibras (CEN, 2003b).....	50
5.1	Ligação pendural – linha com recurso a um pé de galinha (esquerda – a) e com recurso apenas a uma braçadeira (direita – b).....	59
5.2	Modelo estrutural adoptado para o caso da asna simples	60
5.3	Ligação pendural – linha com folga de dois centímetros.....	61
5.4	Modelo adoptado para a ligação linha – pendural (I) e modelo real para a mesma ligação (II)	61
5.5	Modelo estrutural adoptado para o caso da asna composta	62
5.6	Definição das distâncias de influência correspondentes a cada força (asna simples).....	65
5.7	Posição das cargas com origem ao nível da cobertura (asna simples).....	65
5.8	Definição das distâncias de influência correspondentes a cada força (asna composta).....	67
5.9	Posição das cargas com origem ao nível da cobertura (asna composta).....	68

5.10	Fluxograma do programa utilizado.....	69
5.11	Numeração dos elementos estruturais da asna simples	72
5.12	Numeração dos elementos estruturais da asna composta	73
5.13	Tirante reforçado com chapas metálicas.....	78
5.14	Ligação entre o tirante e a linha (I) e chapa de ligação entre o tirante e a perna (II).....	78
A.1	Definição dos elementos (e dos sentidos) da tipologia de asna simples.....	99
A.2	Definição dos elementos (e dos sentidos) da tipologia de asna composta	99

ÍNDICE DE TABELAS

2.1	Funções de distribuição de probabilidade utilizadas.....	12
2.2	Índice de fiabilidade mínimo para ELU, referentes a um período de um ano (JCSS, 2000)	18
3.1	Propriedades de alguns materiais estruturais (Köhler, 2007)	39
3.2	Tipos de roturas associados às diferentes solicitações (JCSS, 2006)	40
4.1	Classes de Duração das Acções (CEN, 2003b).....	44
4.2	Valores a adoptar para o coeficiente de exposição (CEN, 2003a).....	45
4.3	Valores adoptados pelo CEN (2003b) para o factor de modificação da resistência (k_{mod}).....	48
4.4	Funções densidade de probabilidade das propriedades mecânicas da madeira (JCSS, 2006)	49
4.5	Coeficiente de correlação entre as propriedades mecânicas da madeira (JCSS, 2006).....	49
4.6	Valores considerados para as propriedades fundamentais da madeira	50
5.1	Pesos por unidade de área ou volume dos elementos da cobertura	63
5.2	Pesos médios totais dos elementos que actuam sobre a asna em cada área de influência (asna simples).....	63
5.3	Distribuições adoptadas para as acções exercidas na asna simples	64
5.4	Pesos médios totais dos elementos que actuam sobre a asna em cada área de influência (asna composta).....	67
5.5	Distribuições adoptadas para as acções exercidas na asna composta	67
5.6	Síntese dos exemplos estudados para a tipologia de asna simples	72
5.7	Dimensões dos elementos estruturais da asna composta	73
5.8	Síntese dos exemplos estudados para a tipologia de asna composta	73
5.9	Verificações de segurança da asna simples (AS1).....	75
5.10	Verificações de segurança da asna simples (AS2).....	76
5.11	Verificações de segurança da asna simples (AS3).....	76

5.12	Verificações de segurança da asna simples (AS4)	76
5.13	Verificações de segurança da asna simples (AS5)	76
5.14	Verificações de segurança da asna composta (AC1)	77
5.15	Índices de fiabilidade das estruturas da tipologia de asna simples	80
5.16	Índices de fiabilidade das estruturas da tipologia de asna simples	81
5.17	Índices de fiabilidade das estruturas da tipologia de asna simples (efeito da rigidez).....	84
5.18	Índices de fiabilidade das estruturas da tipologia de asna composta (efeito da rigidez).....	85
5.19	Índices de redundância das estruturas da tipologia de asna composta	85
A.1	Esforços para a combinação de Estados Limites Últimos da estrutura AS1	100
A.2	Esforços para a combinação de Estados Limites Últimos da estrutura AS2	101
A.3	Esforços para a combinação de Estados Limites Últimos da estrutura AS3	102
A.4	Esforços para a combinação de Estados Limites Últimos da estrutura AS4	103
A.5	Esforços para a combinação de Estados Limites Últimos da estrutura AS5	104
A.6	Esforços para a combinação de Estados Limites Últimos da estrutura AS6	105
A.7	Esforços para a combinação de Estados Limites Últimos da estrutura AS7	106
A.8	Esforços para a combinação de Estados Limites Últimos da estrutura AS8	107
A.9	Esforços para a combinação de Estados Limites Últimos da estrutura AS9	108
A.10	Esforços para a combinação de Estados Limites Últimos da estrutura AS10	109
A.11	Esforços para a combinação de Estados Limites Últimos da estrutura AC1.....	110
A.12	Esforços para a combinação de Estados Limites Últimos da estrutura AC2.....	111
A.13	Esforços para a combinação de Estados Limites Últimos da estrutura AC3.....	112
A.14	Esforços para a combinação de Estados Limites Últimos da estrutura AC4.....	113
A.15	Esforços para a combinação de Estados Limites Últimos da estrutura AC5.....	114
A.16	Esforços para a combinação de Estados Limites Últimos da estrutura AC6.....	115
A.17	Esforços para a combinação de Estados Limites Últimos da estrutura AC7.....	116
A.18	Esforços para a combinação de Estados Limites Últimos da estrutura AC8.....	117

A.19	Esforços para a combinação de Estados Limites Últimos da estrutura AC9	118
A.20	Esforços para a combinação de Estados Limites Últimos da estrutura AC10.....	119
A.21	Esforços para a combinação de Estados Limites Últimos da estrutura AC11.....	120
A.22	Esforços para a combinação de Estados Limites Últimos da estrutura AC12.....	121

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

1.1 ASPECTOS GERAIS

Ao longo dos tempos foram construídas um elevado número de estruturas em madeira, com as mais diversas tipologias. Muitas destas estruturas foram construídas antes da existência de normas para o dimensionamento de estruturas. Com efeito, e fruto da época em que foram projectadas, existem estruturas cujo dimensionamento foi feito simplesmente com base na experiência de quem as executava. Como agravante, ocorreu, após a Revolução Industrial, uma perda de conhecimento no que respeita às estruturas de madeira. Consequentemente muitas estruturas construídas no final do século XIX e século XX apresentam uma qualidade deficiente, manifestada através de erros graves de concepção e/ou construção. Assim sendo, é impossível conhecer com exactidão a real margem de segurança estrutural oferecida por dada estrutura considerada histórica.

A segurança destas estruturas não pode ser analisada correctamente com base em metodologias tradicionais, como as definidas em regulamentos existentes (CEN, 2003a e RSA, 1983), já que estes não incluem, no seu âmbito, informação para a análise de estruturas existentes.

Torna-se então necessário escolher um método de análise estrutural capaz de corresponder às exigências proporcionadas pelas estruturas tradicionais de madeira. Desde logo, uma análise probabilística que recorra a métodos de simulação do tipo Monte Carlo e a técnicas estatísticas de tratamento de dados, parece ser uma solução apropriada pois:

- 1) Permite levar em conta, no âmbito do cálculo da segurança estrutural, a variabilidade real dos parâmetros;
- 2) Possibilita o cálculo do risco de colapso, fornecendo uma informação mais consistente e detalhada que a resultante de uma análise determinística;
- 3) Permite definir níveis de segurança adequados para cada situação, considerando, entre outros aspectos, o custo acrescido associado a decisão de aumentar o nível de segurança da estrutura;
- 4) Possibilita a avaliação da segurança estrutural em estruturas existentes, facilitando a tarefa de reabilitação de estruturas antigas e a manutenção dos mesmos sistemas construtivos, considerados por vezes, heranças

arquitectónicas cuja preservação ultrapassa o fim da própria estrutura, tornando-se um património histórico.

1.2 OBJECTIVOS E ESTRUTURAÇÃO

O presente trabalho propõe-se avaliar a segurança estrutural de asnas tradicionais de madeira, nomeadamente na óptica da robustez estrutural. Desta forma, o trabalho a realizar, pode ser escalonado em diversas etapas:

- 1) Estudar metodologias de análise de segurança estrutural, nomeadamente no que diz respeito ao conceito de fiabilidade estrutural, robustez e análise probabilística;
- 2) Modelar acções e propriedades dos materiais do modo mais exacto possível, recorrendo a elementos bibliográficos;
- 3) Utilizar um programa baseado no método dos elementos finitos, que permita a análise do sistema estrutural;
- 4) Aplicar métodos de avaliação da segurança estrutural baseados no conceito de fiabilidade à análise de segurança de asnas de madeira;
- 5) Estabelecer conclusões sobre para a análise da segurança e robustez de asnas tradicionais.

Inicialmente serão estudados os métodos de análise probabilística de segurança com particular ênfase para os métodos de simulação, bem como a teoria da robustez.

De seguida, será desenvolvido um estudo resumido da madeira, iniciando com uma pequena introdução ao nível da sua biologia, de modo, a ser mais perceptível, o estudo posterior das suas características a nível mecânico.

Segue-se a modelação das principais acções a que as asnas estão sujeitas, com especial destaque para a acção da neve e peso próprio dos materiais estruturais e outros inerentes à cobertura. As propriedades destas acções serão modeladas de acordo com estudos estatísticos descritos no código modelo do JCSS (2000). As propriedades dos materiais serão analisadas de modo semelhante.

Sucede-se a definição de um modelo que permita a análise do comportamento estrutural de asnas de madeira. Considerando o comportamento relativamente simples destas estruturas, o modelo a utilizar basear-se-á numa análise elástica linear de um modelo de barras. Este modelo será integrado num módulo de simulação de Monte Carlo. Assim será possível analisar o comportamento estrutural considerando não só as verificações de

robustez pretendidas, mas também a influência da consideração de ligações semi-rígidas, bem como o estudo de asnas idênticas com variações ao nível das secções.

De seguida, determina-se a segurança estrutural de asnas simples e compostas, sob diversas circunstâncias e analisam-se os valores obtidos à luz das teorias introduzidas previamente.

Finalmente, serão estabelecidas conclusões de carácter prático, que, expectavelmente, serão mais um elemento para o auxílio da reabilitação e dimensionamento do tipo de asnas em estudo.

CAPÍTULO 2

SEGURANÇA ESTRUTURAL

2.1 ASPECTOS GERAIS

A segurança de qualquer sistema estrutural é função de um grande conjunto de factores, sendo que, grande parte destes, podem apenas ser conjecturados, uma vez que é, de todo impossível, conhecê-los na totalidade, bem como, prever as características da sua actuação. Associada a esta noção, surgiu o conceito de fiabilidade estrutural que se define como a capacidade de uma estrutura, ou membro estrutural, verificar os requisitos especificados durante a sua vida útil (período de tempo em que uma estrutura é utilizada para a finalidade que foi projectada, sem existir necessidade de trabalhos que não sejam os de manutenção previstos pelo projectista) (Nowak e Collins, 2000).

A segurança de uma estrutura sob uma óptica probabilística pode ser traduzida pela probabilidade de rotura, ou seja, a probabilidade de um dos requisitos definidos não ser cumprido ao longo da vida útil.

Os projectos executados nos dias de hoje avaliam a segurança estrutural através da comparação entre valores de dimensionamento das resistências e dos efeitos das acções. Estes valores resultam, respectivamente, da divisão e da multiplicação dos valores característicos pelos coeficientes de segurança considerados adequados pelos regulamentos em vigor. Este tipo de método é expedito, na medida em que os coeficientes utilizados permitem considerar a dispersão das variáveis aleatórias de modo aproximado.

Contudo, o presente trabalho visa a análise da segurança estrutural de estruturas tradicionais, tratando-se, portanto, de estruturas existentes. Assim, nos casos de análise estrutural de estruturas existentes, será, em princípio, preferível a utilização de um método que permita incorporar o maior número possível de dados na análise estrutural, modelando as acções e as resistências como variáveis aleatórias, tendo por base várias observações de situações registadas e o código modelo do JCSS (2000). Deste modo, pretende-se que os resultados da análise sejam mais precisos com a utilização deste último método, que analisará a segurança estrutural de um ponto de vista probabilístico.

2.2 MÉTODOS DE ANÁLISE DE SEGURANÇA ESTRUTURAL

Os métodos de análise de segurança estrutural podem dividir-se em quatro níveis (Neves e Cruz, 2001):

- 1) Determinísticos – Este tipo de métodos inserem a incerteza no cálculo através de um coeficiente singular. Assim, este coeficiente global pretende representar simultaneamente a variabilidade das acções e das resistências. Obviamente que, este coeficiente deveria depender dessas mesmas grandezas, e o facto de isso não acontecer torna este tipo de método desajustado;
- 2) Semi-probabilísticos – Usam coeficientes parciais cujo valor advém da dispersão da respectiva variável aleatória. Estes coeficientes parciais afectam quer acções, quer resistências, que são representadas por valores nominais ou característicos;
- 3) Probabilísticos Simplificados – As variáveis são definidas através da sua média e desvio padrão, ao passo que as relações entre variáveis são medidas pela covariância. É definida uma função estado limite, sendo a segurança definida através da probabilidade de esta ser violada;
- 4) Probabilística – Considera-se uma distribuição conjunta de probabilidade de todas as variáveis. As variáveis aleatórias resultam de distribuições estatísticas conhecidas através da observação. A aplicação deste método torna-se de difícil implementação devido à informação necessária e à necessidade de recorrer a métodos computacionais pesados.

2.3 ANÁLISE PROBABILÍSTICA VS ANÁLISE SEMI-PROBABILÍSTICA

Os modelos semi-probabilísticos nascem da necessidade de se conceberem normas para o engenheiro projectar estruturas, de uma forma relativamente simples (sem necessitar de recolher grandes quantidades de informação), mas proporcionando, simultaneamente, uma análise com carácter real, visto que utiliza intrinsecamente valores e coeficientes que consideram as dispersões das variáveis aleatórias. Simplificando, pode dizer-se que o método majora o valor característico das acções e minora o valor característico das resistências, obtendo desta forma um valor de cálculo para as acções e outro para as resistências. Se o valor de cálculo das resistências (R_d) supera ou iguala o das acções (S_d), considera-se que a segurança está verificada com um nível de fiabilidade adequado definido pelo respectivo código.

$$R_d \geq S_d \quad (2.1)$$

Os métodos probabilísticos definem que uma estrutura deve resistir com segurança suficiente aos estados limites últimos, de utilização e acidentais, sendo que estão definidos valores de fiabilidade para cada estado limite de acordo com as consequências previstas para o seu não cumprimento.

Os métodos probabilísticos baseiam-se na caracterização real das respostas estruturais e das acções, utilizando, para tal, variáveis aleatórias. Assim que as respostas e as acções são calculadas (usando distribuições de probabilidades para cada parâmetro), procede-se então ao cálculo da probabilidade de rotura como medida final de segurança. Os valores aceitáveis para a probabilidade de rotura dependem da importância da estrutura, consequências da rotura e o custo de aumentar a segurança.

2.4 INCERTEZAS NA ANÁLISE ESTRUTURAL

É de todo impossível garantir a integridade total da segurança estrutural. Tal facto fica a dever-se à existência de diversas fontes de incerteza que condicionam uma avaliação global da segurança, incrementando os custos à medida que as incertezas associadas a determinado sistema estrutural aumentam. Pode catalogar-se a incerteza em vários grupos (Henriques, 1998):

- 1) Incerteza física – depende da variabilidade das propriedades dos materiais e das geometrias, entre outros. Pode ser reduzida recorrendo ao controlo de qualidade e a bases de dados de dimensões adequadas;
- 2) Incerteza estatística – resulta da restrição da quantidade de dados disponíveis que serão extrapolados probabilisticamente para estimar determinado parâmetro;
- 3) Incerteza do modelo – advém da aproximação teórica levada em conta pelo projectista, ao comportamento efectivo que a estrutura apresenta sob as diversas condições de carga. Pode ser contornada adicionando um parâmetro que represente a correspondência entre a situação real e a resposta calculada pelo modelo.
- 4) Incerteza humana – prevê, para além dos possíveis erros no projecto, a construção e o uso da estrutura, e ainda a incapacidade humana de realizar duas tarefas iguais com igual precisão. Devido à sua própria natureza, este tipo de incerteza é difícil de quantificar.

2.5 CONCEITOS DE PROBABILIDADES

Atendendo à interdisciplinaridade necessária para estimar de modo correcto a segurança estrutural, é bastante importante ter presentes alguns conceitos de teoria das probabilidades, essenciais ao desenvolvimento do presente trabalho.

Quando, no contexto da engenharia de estruturas, se fala de probabilidades, fala-se da definição de probabilidade da teoria de Bayes. Assim, a probabilidade de dado acontecimento suceder é o grau de confiança que o analista tem na ocorrência desse evento. Intrínseco ao conceito de grau de confiança vem a experiência e os conhecimentos que se possuem sobre o acontecimento em causa, tornando o conceito de probabilidade de Bayes dependente da pessoa que realiza o estudo, o que contraria, deste modo, a teoria frequentista das probabilidades. Esta teoria afirma que a probabilidade de dado acontecimento suceder é uma característica própria do acontecimento e, portanto, assumia apenas um valor, qualquer que fosse o indivíduo que a calculasse. Desta forma, no decorrer de uma análise probabilística de Bayes, qualquer parâmetro que assumia valores subjectivos deverá ser estimado com base em dados recolhidos em observações, que constituem os conhecimentos relevantes sobre o acontecimento em causa. Segundo Faber (2007), o conceito por detrás da teoria de probabilidades de Bayes é que a falta de conhecimento deverá ser tratada como uma variável probabilística, tal como outras incertezas, pois as decisões – a nível de engenharia de estruturas – têm de ser tomadas, apesar de uma possível falta de conhecimento sobre alguns parâmetros, sendo as ferramentas probabilísticas uma grande ajuda neste processo.

Existem algumas ferramentas probabilísticas indispensáveis no estudo da segurança estrutural, nomeadamente quando se trata de modelar acções e resistências, uma vez que estas, de modo a considerarem as incertezas enumeradas em 2.4, serão calculadas através de variáveis aleatórias. As incertezas consideradas relevantes serão, então, contabilizadas recorrendo a variáveis aleatórias, através de funções de distribuição de probabilidade, cujos parâmetros são calculados utilizando diversas observações (e por vezes também extrapolações), do fenómeno que se pretende representar.

Assim sendo, subsequentemente, serão explanados alguns dos conceitos probabilísticos fundamentais à modelação do presente trabalho.

2.5.1 CARACTERIZAÇÃO DE VARIÁVEIS ALEATÓRIAS

A modelação matemática de um problema de engenharia civil não dispensa a utilização de variáveis aleatórias, de modo a incluir no processo de decisão, de determinada solução, as incertezas associadas (Faber, 2007).

As variáveis contínuas são, por norma, mais familiares para o engenheiro civil, uma vez que grande parte das grandezas envolvidas nos problemas são de natureza contínua (por exemplo: tempo, forças, tensões, distâncias e dimensões de secções). Estes valores só podem ser considerados discretos, se se tiver em conta os erros de medição dos aparelhos que os quantificam.

Em cada evento (um estudo do problema em causa), cada uma das variáveis aleatórias toma um valor no seu espaço amostral (intervalo restrito de valores que cada variável aleatória pode tomar), ditado pela função de distribuição de probabilidade associada à variável aleatória, bem como os parâmetros da própria distribuição de probabilidade.

Existem dois tipos de funções de distribuição de frequência: as absolutas e as acumuladas.

A construção de uma distribuição de probabilidade absoluta ($F_X(x)$), de uma variável contínua, pode ser feita recorrendo à divisão do eixo das abcissas em vários intervalos infinitesimais (de extensão dx). Assim, a probabilidade do evento X estar num dado intervalo infinitesimal (dx) é dada pela área formada pelos limites do intervalo (x e $x+dx$), o eixo das abcissas e a própria função de distribuição. O cálculo pode ser efectuado através de:

$$P(x_1 \leq X \leq x_2) = \int_{x_1}^{x_2} f_X(x) dx \quad (2.2)$$

Em que x_1 e x_2 são os pontos que delimitam o intervalo infinitesimal. A expressão (2.2) garante ainda que a probabilidade de dado evento X ocorrer nunca será negativa, uma vez que a função de distribuição de probabilidade ($f_X(x)$) tem de ser sempre igual ou superior a zero. Ainda relativamente à expressão (2.2), torna-se dispensável restringi-la a valores inferiores à unidade, uma vez que outra das propriedades deste tipo de distribuição é impossibilitar valores superiores à unidade, qualquer que seja o intervalo de integração.

Uma função de distribuição acumulada ($F_X(x)$), é uma forma alternativa de representar uma variável aleatória. Assim, para uma variável contínua tem-se:

$$P(-\infty \leq X \leq x) = \int_{-\infty}^x f_X(x) dx \quad (2.3)$$

As propriedades desta função são:

- 1) Varia entre 0 e 1;
- 2) $F(-\infty) = 0$;
- 3) $F(+\infty) = 1$;
- 4) É monótona não-decrescente.

Através da derivada simples da função acumulada pode obter-se a absoluta.

A Figura 2.1 pretende ser uma ilustração genérica dos dois tipos de funções de distribuição abordados.

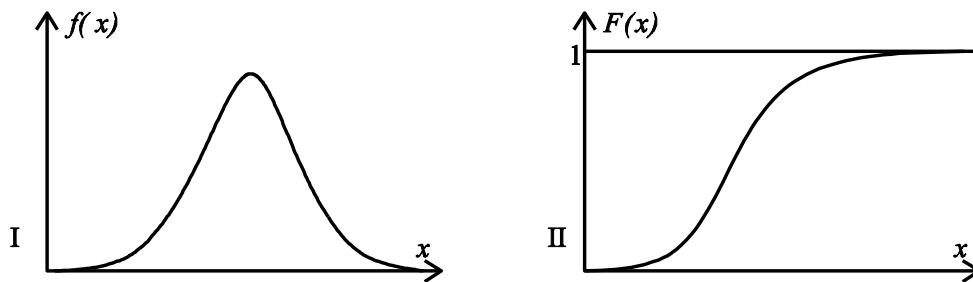


Figura 2.1 – Função de distribuição de probabilidade absoluta (I) e função de distribuição de probabilidade acumulada (II)

A utilização generalizada de variáveis aleatórias em problemas de engenharia deve-se ao facto de ser, provavelmente, a forma mais fácil de representar a maior parte dos acontecimentos presentes nos problemas, considerando as incertezas associadas em cada um (Cornell e Benjamin, 1970).

2.5.2 MEDIDAS DESCRITIVAS

Uma distribuição de probabilidade de dada variável aleatória pode ser definida através dos seus parâmetros, também designados de momentos (Faber, 2007).

Um momento (m_i), de ordem (i), de uma determinada variável aleatória contínua (X) pode ser definido através de:

$$m_i = \int_{-\infty}^{+\infty} x^i \cdot f_X(x) dx \quad (2.4)$$

Assim, a variável aleatória contínua X terá como média (μ_X), que também pode ser designada de valor esperado ($E[X]$), o valor resultante do cálculo do primeiro momento em torno da origem:

$$\mu_X = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f_X(x) dx \quad (2.5)$$

De modo análogo, o segundo momento central (ou seja, em torno da média) de uma variável aleatória contínua X em torno da origem, que corresponde à variância ($Var[X]$), pode ser definido como:

$$Var[X] = \sigma_X^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \mu_X)^2 \cdot f_X(x) dx \quad (2.6)$$

Sabendo que o desvio padrão (σ_X) é a raiz quadrada da variância, pode então calcular-se o coeficiente de variação (Cov), que é outra medida descritiva (de dispersão) bastante importante. Assim, ao quociente entre o desvio padrão (σ_X) e a média (μ_X) de uma variável aleatória X chama-se coeficiente de variação ($Cov[X]$):

$$Cov[X] = \frac{\sigma_X}{\mu_X} \quad (2.7)$$

Para além da importância estatística do coeficiente de variação (Cov) como medida descritiva da dispersão de dada variável aleatória, este parâmetro assume particular importância no presente trabalho, uma vez que, na generalidade dos casos, o coeficiente de variação (Cov) é constante para uma dada propriedade e independente do seu valor médio.

2.5.3 DISTRIBUIÇÕES UTILIZADAS

Existem algumas distribuições de probabilidade largamente exploradas pela teoria das probabilidades, cuja forma se assemelha à forma de algumas das variáveis aleatórias que serão utilizadas, subsequentemente, neste trabalho.

Apesar de cada parâmetro a modelar ser único, na maioria dos casos é possível simular os valores que cada um pode tomar através de distribuições de probabilidade conhecidas. Assim, é necessário que, para a modelação presente neste trabalho, se conheçam as seguintes funções de distribuição de probabilidade (Faber, 2007):

Tabela 2.1 – Funções de distribuição de probabilidade utilizadas

Tipo de Distribuição	Parâmetros	Momentos
Normal	μ $\sigma > 0$	μ σ
Lognormal, $x > 0$	λ $\zeta > 0$	$\sigma = \exp\left(\lambda + \frac{\zeta^2}{2}\right) \sqrt{\exp(\zeta^2) - 1}$ $\mu = \exp\left(\lambda + \frac{\zeta^2}{2}\right)$
Gama, $x \geq 0$	$a > 0$ $b > 0$	$\mu = ab$ $\sigma = \sqrt{ab}$

Nota: $\Gamma()$ representa a função matemática padrão conhecida por gama.

2.6 ESTADOS LIMITES

A segurança estrutural visa dois aspectos fundamentais: minimizar o risco de colapso estrutural e oferecer aos utilizadores um funcionamento adequado ao longo da vida útil, com o mínimo custo possível.

Pode definir-se estado limite como uma situação que divide situações desejáveis de indesejáveis, para as estruturas, pela redução da sua capacidade de satisfazer as funções para as quais foi concebida, ou mesmo, causar o seu colapso. Tradicionalmente, são definidos dois tipos de estados limites: últimos e de utilização.

Os estados limites últimos (ELU) são condições, a partir das quais, se considera que a estrutura atinge o colapso (total ou parcial). Estão associados a perdas humanas ou materiais de alguma dimensão. Podem suceder associados a diferentes mecanismos: perda de equilíbrio estático, rotura da fundação e rotura de elementos estruturais devido a deformações exageradas ou fadiga dos materiais. Como exemplo, tem-se a rotura à flexão de uma viga, o punçoamento de uma laje fungiforme ou a rotura à fadiga de uma ligação metálica (Faber, 2007).

Apesar de o CEN (2001) permitir a utilização de diferentes níveis de segurança para a análise dos estados limites últimos, consoante o caso em questão, não apresenta

qualquer método semi-probabilístico que quantifique estes diferentes níveis de fiabilidade. O código modelo do JCSS (2000) permite essa utilização mediante o cálculo de dois parâmetros fundamentais: as consequências da rotura (ρ) e os custos relacionados com o aumento de segurança.

As consequências da rotura (ρ) podem ser calculadas através do quociente entre os custos totais (custos da construção somados aos custos de uma eventual rotura) e os custos da construção. Assim, segundo o código modelo do JCSS (2000), é possível estabelecer as seguintes classes:

- 1) Consequências reduzidas ($\rho < 2$) – as perdas humanas e materiais são consideradas pequenas ou com pouca expressão, como sejam estruturas de carácter agrícola;
- 2) Consequências moderadas ($2 < \rho < 5$) – as perdas humanas associadas à rotura são médias e as perdas materiais consideráveis. Como exemplo, pode considerar-se os edifícios de habitação, escritórios e indústrias;
- 3) Consequências graves ($\rho > 5$) – as perdas humanas e materiais que derivam da rotura são elevadas. Como exemplo, pode considerar-se os hospitais, grandes pontes e salas de espectáculos.

Para uma estrutura com ρ superior a 10 (como por exemplo barragens ou centrais nucleares), o regulamento recomenda a execução de uma análise custo-benefício cuidada, pois trata-se de consequências de rotura extremas que, em última análise, podem, inclusive, conduzir à opção de não se construir tal estrutura.

O outro parâmetro necessário para a escolha de um índice de fiabilidade é o custo associado ao aumento da segurança. Este parâmetro é directamente influenciado por factores como as incertezas envolvidas no cálculo das variáveis básicas (materializadas pelo coeficiente de variação), o controlo de qualidade (para estruturas construídas de raiz) ou as inspecções (para estruturas existentes) e a vida útil para a qual a estrutura foi projectada. Assim, segundo o código modelo do JCSS (2000), os custos associados ao aumento da segurança nas estruturas estão divididos em: custos elevados, médios e reduzidos. A única classe que se encontra perfeitamente definida no regulamento é a de custos médios, sendo caracterizada por coeficientes de variação de valor intermédio (compreendidos entre 0,1 e 0,3) e períodos comuns de vida útil das estruturas (50 anos). Caso estes parâmetros apresentem valores inferiores ou superiores aos intervalos apresentados, deve ser alterada a classe relativa ao custo associado; o regulamento, contudo, não quantifica valores para os parâmetros.

O índice de fiabilidade pode ainda ser ajustado de acordo com o tipo de rotura da estrutura. É espectável que, para uma rotura dúctil, o índice de fiabilidade seja menos elevado do que para uma rotura frágil, devido à impossibilidade de evacuar o local. Assim, através do código modelo do JCSS (2000) é possível influenciar as consequências da rotura (ρ) com o tipo de rotura, apesar de não serem apresentados métodos para quantificar esse aspecto.

Os estados limites de utilização (ELS) são associados a danos estruturais pequenos, que reduzem a capacidade de a estrutura desempenhar a sua função, provocam desconforto aos utilizadores e tornam a estrutura esteticamente desagradável ou conduzem a uma redução da durabilidade estrutural. Não implicam perdas humanas, mas, de um modo geral, resultam em perdas económicas. Como exemplo, podem apontar-se as vibrações em alguns passadiços que, embora estruturalmente possam não causar danos de grande importância para o utilizador, provocam desconforto durante o atravessamento.

Relativamente aos ELS, o nível de segurança aceitável depende apenas do custo associado a um aumento de segurança.

Existem ainda, em bibliografia mais recente, outros estados limites que, no Eurocódigo 0 (CEN, 2001), surgem como casos particulares de ELU e ELS. Assim, como ELU tem-se ainda: perda de equilíbrio parcial ou total da estrutura, rotura total ou parcial por deformação excessiva e roturas originadas por fadiga ou outros fenómenos dependentes do tempo. Como particularidades de ELS o CEN (2001) considera relevantes as deformações, vibrações e danos em geral que conduzam a situações de: degradação da aparência, diminuição do conforto dos utilizadores, alteração do normal funcionamento da estrutura (ou dos equipamentos que esta contém) e redução da durabilidade da estrutura.

2.7 FIABILIDADE

O conceito de fiabilidade pode ser entendido como uma medida da capacidade de uma estrutura cumprir os objectivos para que foi projectada, ao longo da sua vida útil, traduzida por uma probabilidade. Essa probabilidade pretende ilustrar a possibilidade de violação de dado estado limite. O uso da teoria da fiabilidade requer uma forte interdisciplinaridade, na medida em que é necessário possuir conhecimentos de diversas áreas, como a análise de estruturas, a resistência dos materiais, probabilidades, estatística e programação (Caldeira, 2007).

A aplicabilidade desta teoria requer, inicialmente, o estudo das possíveis formas de rotura das estruturas, para um dado carregamento considerado. Como rotura estrutural

entende-se que dada peça deixa de desempenhar a função para a qual foi projectada, sendo esse tipo de acontecimento inaceitável para qualquer estrutura durante a sua vida útil.

A fiabilidade é uma qualidade intrínseca a uma estrutura, que tem de ser levada em conta no projecto, mas também na construção, armazenamento de materiais e utilização ao longo da vida útil.

O uso da fiabilidade obriga, necessariamente, à consideração das incertezas associadas às variáveis intervenientes, através das suas distribuições de probabilidade. Podem, segundo a teoria da fiabilidade, ser adoptados diferentes níveis de fiabilidade para a resistência e utilização de uma estrutura. A decisão por detrás da escolha dos níveis de fiabilidade prende-se com factores de ordem económica e social, tendo em conta as suas implicações na rotura (ou outro tipo de defeito) e os custos associados às reconstruções ou reparações. O Eurocódigo 0 (CEN, 2001) propõe que se considerem os seguintes factores na escolha dos níveis mínimos de fiabilidade estrutural: frequência de utilização da estrutura, causas e/ou modo como atinge a rotura, consequências da rotura (económicas e sociais), exigências políticas e consequências da rotura na opinião pública e os custos associados à redução do risco de colapso.

De modo simples, pode dizer-se que a aplicação da teoria da fiabilidade pode ser traduzida no traçado de duas funções de densidade de probabilidade, sendo que uma delas representa as resistências (R) e a outra o efeito das acções (S). A intercepção das duas funções denomina-se zona de rotura (Caldeira, 2007). O traçado destas funções está intimamente ligado a três parâmetros essenciais:

- 1) Tipo de distribuição probabilística – este factor interfere na forma que as curvas tomam;
- 2) Valor médio – influencia a distância relativa entre as duas curvas, podendo, deste modo, aumentar ou diminuir a zona de rotura;
- 3) Desvio padrão – actua sobre a dispersão em torno do valor médio, influenciando também a dimensão da zona de rotura.

Na figura que se segue, pode identificar-se uma zona de rotura, materializada pela sobreposição da função de densidade de probabilidade das acções (curva S) e a das resistências (curva R).

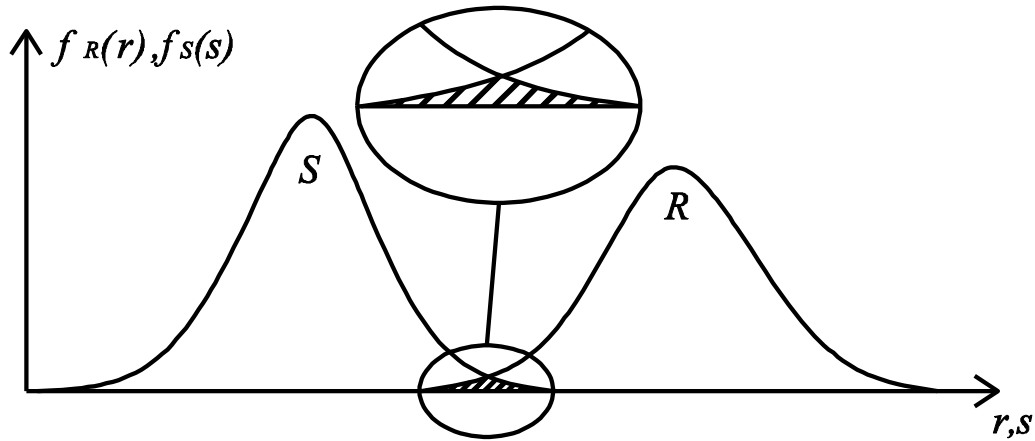


Figura 2.2 – Zona de rotura resultante da sobreposição das funções de densidade de probabilidade das acções e das resistências

A quantificação da probabilidade de rotura (P_f) resultante da aplicação da teoria da fiabilidade pode ser formulada através de:

$$P_f = P(R \leq S) \quad (2.8)$$

$$P_f = P(R - S \leq 0) \quad (2.9)$$

em que R caracteriza as resistências e S o efeito das acções. A diferença entre estas duas grandezas é denominada margem de segurança (Z):

$$Z = R - S \quad (2.10)$$

As roturas ocorrem quando a margem de segurança (Z) assume valores iguais ou inferiores a zero. Contudo, devido à complexidade de algumas situações, nem sempre se pode resumir a determinação da probabilidade de rotura através das expressões (2.8) e (2.9).

De modo a transformar o conceito de fiabilidade estrutural em algo tangível, quando existem várias variáveis aleatórias envolvidas na análise, é indispensável recorrer ao conceito de função estado limite. Esta função deve incorporar as características das resistências e das acções, combinando-as de certa forma, que permita interpretar se determinada estrutura verifica ou não a segurança (normalmente, define-se, que os valores negativos estão associados a roturas, e os positivos a situações de segurança). É usual denominar-se zona de segurança à região onde a função estado limite assume valores positivos, ao passo que, a região onde a função estado limite apresenta valores negativos é designado de zona de rotura.

Assim, a probabilidade de rotura pode ser definida como a probabilidade da função estado limite assumir valores iguais ou inferiores a zero:

$$P_f = P(g(x) \leq 0) = \int_{g(x) \leq 0} f_x(x) dx \quad (2.11)$$

em que $f_x(x)$ é a função densidade de probabilidade conjunta para o vector X , $g(X)$ é a função estado limite (cujos valores relevantes para determinar a probabilidade de rotura são apenas os negativos, portanto situações que violam a segurança) e o conjunto de valores X representa as variáveis primárias (i.e., propriedades dos materiais e o valor das acções). A Figura 2.2 pretende representar tridimensionalmente uma situação genérica que envolve os conceitos supracitados, tais como: zona de rotura, zona de segurança, função estado limite e função de densidade de probabilidade conjunta das acções e das resistências.

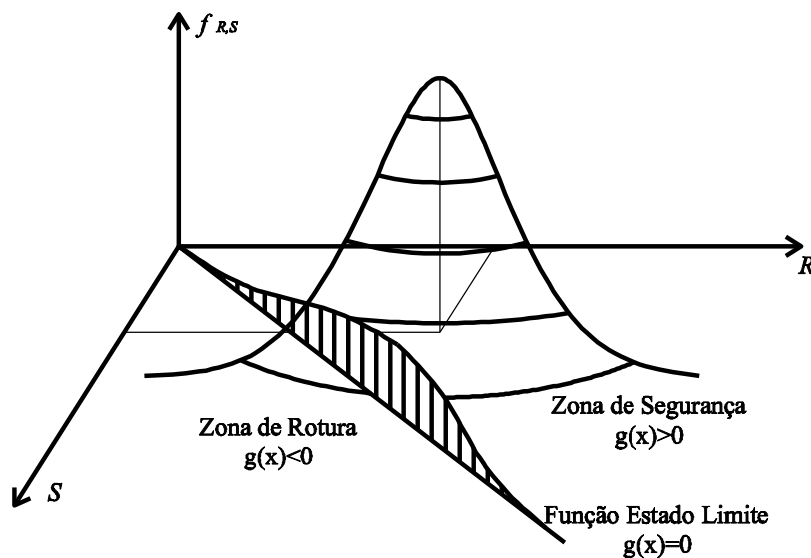


Figura 2.3 – Representação genérica da função estado limite, da função de densidade de probabilidade conjunta das resistências e das acções, da zona de rotura e da zona de segurança (Caldeira, 2007)

O modo de quantificar o conceito de fiabilidade foi materializado através de um índice denominado índice de fiabilidade (β). Este índice é dado pela probabilidade de rotura (P_f), afectada pela função inversa de distribuição normal.

$$\beta = -\Phi^{-1}(P_f) \quad (2.12)$$

Na Tabela 2.2 são quantificados os índices de fiabilidade mínimos indicados no regulamento em função das consequências da rotura (ρ) e os custos relacionados com o aumento de segurança (abordados na secção 2.6).

Tabela 2.2 – Índice de fiabilidade mínimo para ELU, referentes a um período de um ano (JCSS, 2000)

Custo da Segurança	Consequências reduzidas	Consequências moderadas	Consequências graves
Elevado	$\beta=3,1$	$\beta=3,3$	$\beta=3,7$
Médio	$\beta=3,7$	$\beta=4,2$	$\beta=4,4$
Reduzido	$\beta=4,2$	$\beta=4,4$	$\beta=4,7$

A probabilidade de rotura não representa forçosamente a percentagem de roturas que ocorrem, e é determinada a partir das funções de densidade de probabilidade conjunta das acções e das resistências. Tanto a probabilidade de rotura como o índice de fiabilidade devem ser considerados como valores comparativos e não como taxas absolutas, uma vez que grande parte das roturas se devem a erros humanos, difíceis de quantificar probabilisticamente.

De modo sintético, podem resumir-se os métodos de cálculo da probabilidade de rotura em:

- 1) Integração analítica exacta – apenas possível em problemas muito simples;
- 2) Integração por métodos numéricos – pode ser utilizada com eficácia quando o número de variáveis de base é pequeno, geralmente até cinco variáveis (Caldeira, 2007);
- 3) Métodos do segundo momento – podem ser do tipo FORM (First Order Reliability Method) ou SORM (Second Order Reliability Method);
- 4) Métodos de simulação – determinam o resultado do integral (2.11) de modo aproximado, recorrendo a sucessivas reproduções do problema em causa.

Enquanto que, através da integração analítica exacta, o cálculo da probabilidade de rotura (P_f) é feito pela resolução matemática exacta do integral (2.11), a integração por métodos numéricos, utilizada na impossibilidade de se fazer uma integração analítica exacta, permite calcular o mesmo integral com uma solução aproximada. Assim, pode determinar-se a integração de uma expressão numérica relativamente complexa, cuja expressão directa para a sua primitiva seja desconhecida, através de alguns métodos correntes na análise numérica, tais como o método de Simpson ou a integração por rectângulos. Contudo, estes dois métodos têm uma aplicação muito limitada, uma vez que

uma análise da segurança estrutural implica, geralmente, a consideração de uma vasta quantidade de variáveis aleatórias que tornam estes métodos ineficientes.

2.7.1 MÉTODOS DE FIABILIDADE DO SEGUNDO MOMENTO

Considere-se o caso simples de uma estrutura com uma resistência R sujeita apenas a uma acção S . Ambas as variáveis são estatisticamente independentes, com funções de distribuição normais (Tabela 2.1) e função estado limite ($g(X)$) linear.

Sabendo os valores médios (μ) e os desvios padrão (σ) das duas variáveis independentes, pode calcular-se, através das propriedades da distribuição normal, o valor médio (μ_g) e o desvio padrão (σ_g) da função estado limite.

$$\mu_g = \mu_R - \mu_S \quad (2.13)$$

$$\sigma_g = \sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2} \quad (2.14)$$

A probabilidade de rotura de um problema deste tipo será então dada pela resolução do integral (2.11), considerando como limites de integração, infinito e zero, sendo que, a função densidade de probabilidade conjunta é uma distribuição normal com valor médio μ_g e desvio padrão σ_g . Simplificando, a probabilidade de rotura será simplesmente dada por:

$$P_f = \Phi\left(-\frac{\mu_g}{\sigma_g}\right) \quad (2.15)$$

sendo o índice de fiabilidade (β) a razão entre o valor de μ_g e σ_g .

Contudo, devido à complexidade dos problemas que surgem na engenharia de estruturas, é comum que as variáveis básicas não tenham todas, distribuições de probabilidade normal (ou lognormal), nem que estas sejam independentes entre si. Existe ainda um outro impedimento fundamental para a generalização do método básico apresentado, que se prende com o facto de, na maioria dos casos, as funções estado limite não apresentarem um comportamento linear. Surgem, então, os métodos de fiabilidade de primeira e segunda ordem (FORM E SORM, respectivamente), como aproximações para a resolução de problemas mais complexos do que o apresentado.

O procedimento comum, característico das formulações FORM baseia-se numa formulação sugerida por Hasofer e Lind (1974), cujo objectivo passa pela linearização da

função estado limite, de modo a obter uma superfície de rotura linear que passa pelo ponto de dimensionamento u^* . Esta representação deverá surgir no seio das variáveis aleatórias transformadas em distribuições normais reduzidas. A Figura 2.3 pretende representar, de modo genérico, a proposta de Hasofer e Lind (1974), ilustrando que o índice de fiabilidade (β) será a menor distância entre a origem dos eixos das variáveis aleatórias normalizadas e a função estado limite linearizada ($g'(u)$). Este procedimento define o ponto de dimensionamento (u^*) (Faber, 2007).

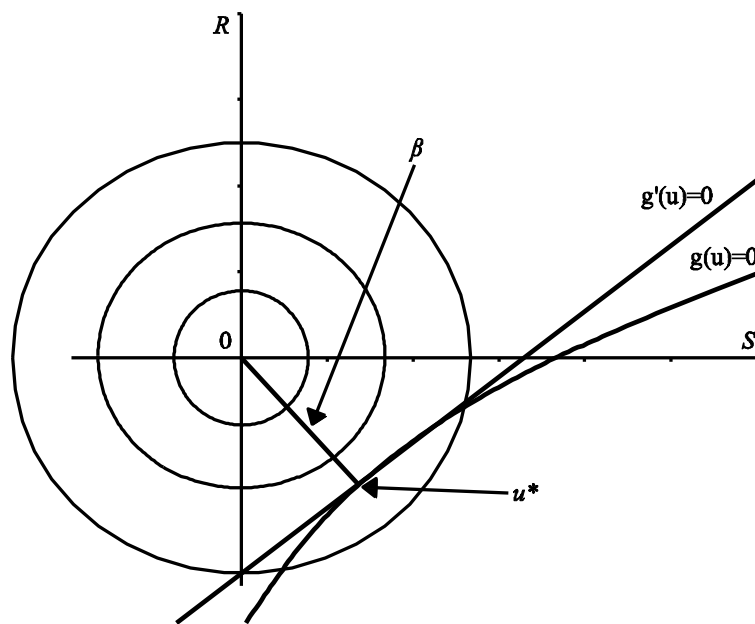


Figura 2.4 – Ilustração bidimensional do procedimento de aproximação FORM (Faber, 2007)

A primeira dificuldade desta aproximação passa pela determinação do ponto de dimensionamento (u^*), uma vez que, devido ao facto da função estado limite ($g(u)$) não ser linear, a determinação deste ponto não é imediata. Assim, o ponto de dimensionamento (u^*) será determinado através da optimização da expressão:

$$\beta = \min_{u \in g(u)=0} \sqrt{\sum_{i=1}^n u_i^2} \quad (2.16)$$

Segundo Faber (2007), esta determinação iterativa do índice de fiabilidade (β) pode ser executada de várias formas, sendo que, se a função estado limite for diferenciável, o problema pode ser resolvido através de:

$$\alpha_i = \frac{-\frac{\partial g}{\partial u_i} \cdot (\beta \cdot \alpha)}{\left[\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial g}{\partial u_i} \cdot (\beta \cdot \alpha) \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}}, i = 1, 2, \dots, n \quad (2.17)$$

$$g(\beta \cdot \alpha_1, \beta \cdot \alpha_2, \dots, \beta \cdot \alpha_n) = 0 \quad (2.18)$$

em que α representa um vector perpendicular à função estado limite no ponto de dimensionamento (u^*).

O procedimento iterativo passa, inicialmente, por se arbitrar um ponto de dimensionamento (u^*), inserindo o seu valor na equação (2.17). Ao executar este procedimento, está a arbitrar-se um índice de fiabilidade (β), que será calibrado durante as iteradas seguintes. Calculado o vector α , insere-se o seu valor na equação (2.18), de modo a determinar o índice de fiabilidade (β), correspondente à segunda iterada. Este procedimento deverá ser repetido até se verificar a convergência do índice de fiabilidade (β).

Em alguns casos, nomeadamente, nos que a função estado limite apresenta uma curvatura acentuada, a linearização da função estado limite pode ser uma aproximação demasiado grosseira, originando erros excessivos. O mesmo pode acontecer se a função estado limite for linear quando representada pelas variáveis aleatórias com distribuição original, mas durante o processo em que se transforma as distribuições originais das variáveis aleatórias em distribuições normais reduzidas pode ser produzida uma superfície de segurança não linear. Nestes casos, pode ser mais acertado proceder-se a uma aproximação não linear da função estado limite, melhorando os resultados em relação ao método FORM. Esta aproximação designa-se de SORM (Second Order Reliability Method). Existem várias propostas para superfícies de aproximação, sendo que as mais utilizadas são as parabolóides e as esféricas (Laranja e Brito, 2003).

2.7.2 MÉTODOS DE SIMULAÇÃO

A probabilidade de rotura de dado sistema estrutural, pode ser calculada, para além dos métodos anteriormente mencionados, através de métodos de simulação. Dentro deste tipo

de métodos, a simulação de Monte Carlo é aquela que, correntemente, se usa quando se trata de problemas de engenharia civil.

O método de Monte Carlo, que está na origem dos métodos de simulação tradicionalmente usados na análise estrutural, pode ser definido como uma ferramenta matemática que permite a repetição sucessiva de várias análises, de cariz determinístico, de dado acontecimento, produzindo diversos resultados ao nível das variáveis de saída que, após tratamento estatístico, constituirão a resolução do problema, com algum grau de erro.

As variáveis de saída são produzidas com base num modelo computacional previamente implementado, que combina as variáveis de base geradas a partir de distribuições de probabilidade conhecidas. Assim, cada ciclo do método gera novos valores para as variáveis de base e introduz esses mesmos valores no modelo computacional, que calcula o valor da função estado limite. Um tratamento estatístico posterior permite saber a probabilidade de ser excedido dado limite, previamente estabelecido, através da função estado limite, como valor representativo de um estado de segurança. Será também possível, à posteriori, através de análises estatísticas, avaliar a contribuição individual de cada variável considerada para as roturas estruturais.

Pode, de modo esquemático, reduzir-se a utilização deste método em seis passos fundamentais (Haldar e Mehadevan, 2000):

- 1) Definir o problema a estudar e as variáveis que serão consideradas com cariz aleatório;
- 2) Quantificar as características probabilísticas das variáveis aleatórias, nomeadamente, em termos de funções de densidade de probabilidade e seus respectivos parâmetros;
- 3) Gerar os valores aleatórios para cada variável aleatória;
- 4) Avaliar o problema deterministicamente para cada ciclo de análises;
- 5) Determinar resultados, em forma de probabilidade, a partir das N simulações realizadas;
- 6) Proceder a uma análise do grau de confiança do resultado.

A utilização desta técnica na fiabilidade estrutural, segundo Haldar e Mehadevan (2000), prende-se principalmente com:

- 1) A legitimação das análises FORM e SORM
- 2) Possibilidade de se poder estimar resultados em problemas nos quais as técnicas FORM e SORM não apresentem convergência nas aproximações iterativas;

- 3) A resolução de modo aproximado de problemas de grandes dimensões, cujo grau de complexidade torna os métodos analíticos de difícil implementação.

Através do método de Monte Carlo, a probabilidade de rotura (P_f) pode ser estimada através de:

$$P_f = \frac{n_f}{N} \quad (2.19)$$

sendo que n_f representa o número de simulações em que a função estado limite foi violada, ao passo que N será o total de simulações realizadas.

Através da expressão (2.19) é fácil de entender que, no caso limite de se realizar um número infinito de simulações, a tendência será para a determinação de uma probabilidade de rotura exacta. Contudo, o incremento desmedido de simulações não é possível por, na maior parte das situações, acarretar um grande esforço computacional.

As técnicas de simulação pura não são mais do que uma repetição sucessiva de simulações, sem qualquer tipo de refinamento dos critérios de análise, que culmina no cálculo da expressão (2.19). Tal processo pode representar um problema, na medida em que, quando se trata da verificação de estados limites últimos, o seu não cumprimento – a rotura – pode ser uma ocorrência relativamente rara, gerando uma probabilidade de rotura (P_f) muito baixa, o que quer dizer que a grande maioria das simulações ocorre na zona de segurança. Assim, se não for executado o número devido de simulações, os resultados podem ser enganadores, evidenciando valores de fiabilidade superiores aos reais.

Torna-se, então, imperativo definir o número de simulações que é necessário levar a cabo, de modo a serem obtidos resultados válidos. Segundo Faber (2007) para situações onde se pretende estimar uma probabilidade de rotura na ordem de 10^{-6} , serão necessárias aproximadamente 10^8 simulações (utilizando coeficientes de variação na ordem dos 10%). Broding (1964) propôs que o número de simulações (N) seja estimado através de (Laranja e Brito, 2003):

$$N > \frac{-\ln(1-c)}{P_f} \quad (2.20)$$

em que c é o nível de confiança da estimativa da probabilidade de rotura. Existe ainda bibliografia que aponta um valor do número de simulações (N) entre $1/P_f$ e $10/P_f$ (Laranja e Brito, 2003).

Existem ainda outros autores que propõem formas de estimar o erro, como o caso de Shooman, que propõe uma expressão para obter a probabilidade de rotura (P_f) com um intervalo de confiança de 95%, utilizando uma função que relaciona a probabilidade de rotura com o número total de simulações (Haldar e Mehadevan, 2000):

$$erro(\%) = 200 \times \sqrt{\frac{1 - P_f}{N \times P_f}} \quad (2.21)$$

Em suma, podem ser apontadas algumas virtudes relevantes na metodologia de Monte Carlo, que estiveram na origem da escolha do método para o trabalho realizado (Henriques, 1998):

- 1) Generalidade de aplicações – o facto de poder ser adaptado a quase todos os tipos de acontecimentos;
- 2) Simplicidade – trata-se de um método que apenas reproduz, ao nível teórico, um número relativamente vasto de vezes, um dado acontecimento de desfecho valioso;
- 3) Precisão – este método converge, no limite, para um resultado exacto, apesar de, por vezes, a dimensão computacional exigida para os dados, não permitir que se chegue a tal resultado. É ainda possível controlar o erro do resultado com precisão;
- 4) Informação produzida – a amostra de cada simulação é gerada aleatoriamente, sendo que se pode analisar cada variável separadamente e a contribuição de cada uma para a segurança estrutural.

Relativamente aos inconvenientes deste método, é de salientar, que o número de simulações necessárias, depende da grandeza da probabilidade de rotura, aumentando bastante quando a probabilidade de rotura diminui significativamente. O número de simulações cresce também quando a função estado limite assume uma configuração irregular, ou quando os coeficientes de variação das variáveis básicas são muito elevados.

2.8 ROBUSTEZ

2.8.1 ASPECTOS GERAIS

A segurança estrutural deve, além das verificações referidas anteriormente, ser avaliada no que respeita à robustez. A robustez define a capacidade da estrutura em sustentar danos

localizados, sem consequências desproporcionadas (Faber, 2007). Apesar de esta ideia estar patente na generalidade dos regulamentos estruturais modernos, existe ainda um grande desconhecimento no que diz respeito aos métodos que permitem a quantificação deste fenómeno, bem como, à definição de um estado aceitável de robustez.

Entendem-se por consequências desproporcionadas as situações em que as consequências causadas por determinado dano estrutural são muito mais graves que o dano em si (normalmente localizado num componente estrutural). O exemplo cabal de consequências desproporcionadas são as situações de colapso estrutural progressivo, tradicionalmente conhecido como “efeito dominó”, em que uma falha localizada acaba por se propagar na estrutura, originando o seu colapso.

O colapso progressivo das estruturas tem sido uma preocupação para os engenheiros de estruturas, particularmente após o colapso do edifício Ronan Point em Londres (1968). Este edifício sofreu uma situação de colapso parcial devido à explosão de uma conduta de gás. Esta preocupação mantém-se até aos dias de hoje, sendo que, provavelmente, o caso mais mediático de colapso progressivo será o do World Trade Center (2001), devido ao facto de ter causado um número de mortos e uma devastação sem precedentes.

2.8.2 CRITÉRIOS DE DIMENSIONAMENTO

É conveniente clarificar que robustez não é o mesmo que resistência a cargas acidentais, apesar de, em algumas situações, as verificações de ambas as situações poderem ser idênticas. Um projecto de qualidade contempla uma boa robustez estrutural independentemente da susceptibilidade que a estrutura terá para sofrer acções de acidente, uma vez que a robustez é uma característica inerente à estrutura, independente das acções a que a estrutura se encontra sujeita.

Recentemente, tem-se assistido a um crescente interesse no estudo da robustez das estruturas. Tal interesse é fruto da constatação de que as razões correntes para colapsos estruturais são (Canisius *et al.*, 2007):

- 1) Cargas inesperadas – podem ser causadas por situações de acidente, mudança de utilização das estruturas, entre outras;
- 2) Erros de projecto – que podem resultar de simples distrações (por exemplo ao nível da passagem dos cálculos aos pormenores) ou até mesmo, de negligência do projectista;

- 3) Erros de execução – interpretações deficientes dos projectos, que podem ser, ao nível dos materiais ou das dimensões, entre outras;
- 4) Deterioração inesperada – que resulta da desadequação dos materiais ao ambiente em que estão envolvidos ou até de deficiências ao nível da sua protecção anti-corrosiva;
- 5) Falta de manutenção – inexistência de manutenção capaz de detectar possíveis situações de risco ou negligência na sua realização.

Um modo expedito e rápido de verificar a robustez, é considerar que dado elemento estrutural foi removido. Assim, se a estrutura verificar os ELU, na ausência do elemento removido, durante um período de tempo suficiente que permita o restauro da estrutura, com uma margem de segurança considerada como aceitável, a verificação foi realizada com sucesso. Este tipo de verificação permite considerar, durante a fase de projecto, a ocorrência de situações inesperadas, contudo, não é um método generalizável a qualquer sistema estrutural.

O método de dimensionamento utilizado nos regulamentos em vigor, método dos coeficientes parciais, potencia o dimensionamento de cada elemento estrutural individualmente, garantindo, deste modo, a segurança local de todos os elementos estruturais, negligenciando o comportamento da estrutura de um modo global (Starossek e Wolff, 2005). Assim, torna-se necessário um estudo mais aprofundado, ao nível estrutural, sobre os acontecimentos que poderão ocorrer aquando da existência de uma rotura localizada. No passado, tais reflexões encontravam-se restritas a algumas estruturas especiais, como sejam pontes de grande vão ou edifícios propensos a ataques (como, por exemplo, embaixadas).

Uma estrutura pode ser considerada robusta quando os elementos essenciais à segurança estrutural tenham capacidade de resistir a carregamentos e defeitos inesperados, ou quando não ocorre colapso progressivo após o colapso localizado de uma parte do sistema estrutural (Sørensen e Christensen, 2006). Os elementos essenciais à segurança estrutural (normalmente designados por elementos chave) são, por definição, aqueles cuja rotura conduz a um colapso estrutural total ou parcial muito significativo.

Ao nível do dimensionamento de qualquer estrutura, tendo em vista a consideração da robustez, é importante existir, à priori, a definição de alguns critérios (Starossek e Wolff, 2005):

- 1) Quantificação da necessidade de resistir ao colapso;
- 2) Objectivos funcionais da estrutura;

- 3) Medidas que melhorem a robustez estrutural;
- 4) Processos de verificação.

Em primeiro lugar é necessário quantificar a resistência necessária ao colapso, utilizando preferencialmente índices probabilísticos, tendo em conta critérios como: os danos materiais e humanos associados ao colapso, a importância da estrutura em si ou até mesmo, a exposição a danos localizados (que podem ser da mais diversa ordem desde ataques, sabotagens ou catástrofes naturais).

De seguida, se se considerar que a resistência ao colapso é necessária, é preciso definir a extensão dos danos estruturais que são passíveis de suceder, pois, só a partir dessa definição, é que as medidas adequadas para o controlo do colapso progressivo podem ser tomadas, podendo ser de ordem diversa (Starossek e Wolff, 2005):

- 1) Limitar as acções que actuam na estrutura;
- 2) Projectar os elementos estruturais mais importantes de modo a que possam absorver acréscimos de carga ou eventuais diminuições de resistência (por exemplo, projectar os elementos chave com um coeficiente extra de segurança na ordem de 1,2);
- 3) Proporcionar caminhos alternativos para a redistribuição das cargas dentro do sistema estrutural, oferecendo redundância e ductilidade;
- 4) Dimensionar a estrutura de modo a que os colapsos de elementos localizados resultem em pequenos colapsos parciais, em locais previamente definidos. Esta solução pode ser alcançada através da colocação de rótulas (ou de outro tipo de libertações) em locais estratégicos, que, apesar de diminuírem a estadia da estrutura, limitam o colapso progressivo.

Apesar de, em alguns casos, ser recomendável a existência de caminhos alternativos para a dissipação das cargas no interior dos sistemas estruturais, é preciso ter em conta que essas mesmas ligações, particularmente nos casos em que sejam muito fortes, podem levar a danos estruturais desproporcionados, nomeadamente transformando colapsos parciais em colapsos progressivos e totais. Assim, é necessário estudar cada estrutura de modo a poder optar entre uma solução mais rígida e contínua (em que existem caminhos estruturais alternativos para transmitir as cargas), ou uma solução que transforme o colapso dos elementos estruturais em colapsos localizados previamente determinados. Uma destas estratégias terá de ser utilizada, tendo em vista a robustez estrutural, uma vez que é de todo impossível garantir a segurança absoluta ao colapso localizado de elementos estruturais (Starossek e Wolff, 2005).

Finalmente, seria bastante importante, para verificação do dimensionamento de estruturas (na óptica da robustez), que existisse um método regulamentado que pudesse garantir o sucesso do dimensionamento.

2.8.3 QUANTIFICAÇÃO DA ROBUSTEZ

A quantificação da robustez pode, para além do método expedito acima apontado, ser feita através de métodos de fiabilidade. A adopção deste tipo de abordagem permite introduções probabilísticas das incertezas no estudo da robustez, culminando num processo de decisão semelhante ao da análise dos ELU, ponderando os riscos da falta de robustez com os custos do aumento da mesma. Para além disso, a robustez será medida através de um índice, em vez de algumas verificações pontuais que não conseguem traduzir numericamente o conceito de robustez.

Uma das propostas de Frangopol e Curley (1987) para quantificar a robustez é a determinação do seguinte factor de redundância, uma vez que acreditavam que esta significava, necessariamente, robustez estrutural (Canisius *et al.*, 2007):

$$\beta_r = \frac{\beta_i}{\beta_i - \beta_d} \quad (2.22)$$

em que β_i é o índice de fiabilidade do sistema intacto e β_d é o índice de fiabilidade do sistema estrutural que sofreu determinado tipo de dano. O factor β_r pode variar de zero, cujo significado é um sistema estrutural desprovido de robustez, a infinito, que significa grande robustez estrutural.

Outra das propostas para quantificar a robustez partiu de Lind (Canisius *et al.*, 2007), que decidiu designar o seu índice de vulnerabilidade (V):

$$V = \frac{P(r_d, S)}{P(r_0, S)} \quad (2.23)$$

Este parâmetro traduz a perda de fiabilidade estrutural devido aos danos estruturais. $P()$ representa probabilidade de rotura, r_0 é a resistência da estrutura intacta, r_d representa a resistência da estrutura danificada e S será a carga que se espera que actue na estrutura.

Existe ainda uma outra forma de quantificar a robustez, proposta por Baker e Faber (2006). Este índice tem em conta alguns conceitos que necessitam de clarificação prévia:

- 1) Ocorrência – qualquer acontecimento que provoque susceptibilidade de dano estrutural, que pode ir desde um impacto accidental numa parte da estrutura até à ocorrência de eventos climatéricos severos (nevões, por exemplo) ou deterioração de alguns elementos estruturais;
- 2) Consequências directas – são as consequências associadas a roturas localizadas dos elementos afectados;
- 3) Consequências indirectas – são roturas parciais ou globais causadas pelas consequências directas.

Assim, o índice de robustez (I_R) proposto por Baker *et al.* (2006) pode ser calculado através de:

$$I_R = \frac{R_{Dir}}{R_{Dir} + R_{Ind}} \quad (2.24)$$

em que R_{Dir} é o risco directo e R_{Ind} é o indirecto. O índice de robustez (I_R) pode variar entre os valores de zero e um, sendo que a unidade representa o valor máximo de robustez.

O índice de robustez (I_R) é provavelmente uma das formas mais correctas para a quantificação da robustez. No entanto o seu cálculo não é elementar devido ao conceito de risco. O risco (R) em segurança estrutural pode ser definido como a probabilidade de dado evento ocorrer (P) multiplicada pelas consequências dessa mesma ocorrência (C).

$$R = P \cdot C \quad (2.25)$$

Quanto às virtudes do índice de robustez (I_R), pode ser apontado o facto de incluir na análise as consequências da rotura, que é um dos factores essenciais para uma análise de robustez, juntamente com a redundância, ductilidade, redistribuição de cargas e detecção de danos do sistema estrutural. O índice de robustez (I_R) pode ainda ser utilizado em situações de inspecção no âmbito de manutenções, ou até considerar situações mais complexas de múltiplas ocorrências.

2.8.4 ANÁLISE E DECISÃO DA ROBUSTEZ

De modo a poder tomar decisões que limitem a robustez estrutural é necessário saber como se define a probabilidade de colapso estrutural $P(C)$, na óptica de uma análise de robustez:

$$P(C) = \sum_i \sum_j P(C | E_i \cap D_j) \cdot P(D_j | E_i) \cdot P(E_i) \quad (2.26)$$

em que i e j são índices correspondentes a diferentes ocorrências, $P(E)$ será a probabilidade de exposição a dada ocorrência e $P(D)$ probabilidade de existir danos para dada ocorrência.

Visto que os acontecimentos presentes na expressão (2.26) são independentes, a probabilidade de colapso estrutural $P(C)$ é igual ao produto dos seguintes acontecimentos: a probabilidade de exposição a dada ocorrência $P(E_i)$, a probabilidade de ocorrência de danos de determinada ordem quando a exposição é de ordem distinta $P(D_j/E_i)$ e a probabilidade de colapso quando existem exposições e danos derivados a ocorrências distintas $P(C/E_i \cap D_j)$.

A probabilidade de exposição ($P(E)$) de uma estrutura é independente do dimensionamento da mesma, fugindo um pouco do âmbito da engenharia de estruturas. Pode depender de factores tão diversos como a localização do edifício, as pessoas que têm autorização para aceder ao edifício ou até o tipo de actividade desenvolvida no interior do mesmo. Os restantes factores da expressão (2.26) são do domínio da engenharia estrutural (pelo dimensionamento efectuado) e da arquitectura (devido à organização interna do edifício).

Posto isto, existem uma série de medidas que podem ser tomadas para diminuir a probabilidade de colapso $P(C)$ (Kirkegard e Sørensen, 2008):

- 1) Reduzir as probabilidades de exposição a uma ou mais ocorrências $P(E_i)$, $P(E_j), \dots$;
- 2) Reduzir uma ou mais probabilidades de ocorrência de danos $P(D_i/E_i)$, $P(D_j/E_j), \dots$ ou reduzir a extensão desse danos. Tal pode ser conseguido reforçando localizadamente alguns elementos estruturais;
- 3) Reduzir uma ou mais probabilidades de colapso $P(C/E_i \cap D_i)$, $P(C/E_j \cap D_j), \dots$. Tal pode ser conseguido aumentando a redundância da estrutura.

Em suma, pode dizer-se que o fenómeno da robustez, apesar de ser estudado há vários anos, não se encontra completamente compreendido pelos projectistas. Existe a necessidade de criar um código sólido que aborde questões como: o controlo das situações de colapso progressivo, a quantificação da robustez (não apenas na fase de projecto, mas também ao longo da vida útil das estruturas, considerando a deterioração dos materiais, as acções de manutenção ou possíveis mudanças de carregamentos) e o desenvolvimento de um método (de cariz probabilístico) que permita a tomada de decisões na procura pelo

sistema estrutural mais robusto. Assim sendo, um dimensionamento adequado tem de ir para além dos regulamentos em vigor, bem como das suas verificações tradicionais, procurando soluções inovadoras, criativas e eficientes em termos de custo.

CAPÍTULO 3

ESTRUTURAS DE MADEIRA

3.1 ASPECTOS GERAIS

Neste capítulo pretende-se abordar a madeira enquanto material estrutural. Para tal, e antes de abordar propriamente as propriedades mecânicas do material, é necessário analisar, sucintamente, a composição do material do ponto de vista da sua morfologia. Finalmente, serão abordadas algumas estruturas tradicionais de coberturas.

A utilização tradicional de madeira em Portugal está associada ao reforço de paredes de alvenaria e à construção de pavimentos e coberturas (Branco *et al.*, 2006).

Apesar das propriedades únicas da madeira, esta tem vindo a ser substituída pelo betão armado e pelo aço em aplicações nas quais poderia ser bastante competitiva quando comparada com estes materiais. As razões para tal, no nosso país, não são imediatas, no entanto, podem ser apontados alguns factores como causas prováveis (Branco, 2005):

- 1) O facto de não abundar mão-de-obra especializada na montagem deste tipo de estruturas, nomeadamente no domínio total dos aspectos construtivos essenciais à boa execução de estruturas de madeira;
- 2) Anteriormente ao Eurocódigo 5 (CEN, 2003b), não existia no nosso país qualquer regulamento que permitisse um dimensionamento seguro, cumprindo todos os requisitos fundamentais de segurança;
- 3) Carência ao nível de formação dos técnicos, pois a generalidade das universidades portuguesas não oferece disciplinas sobre o dimensionamento de estruturas de madeira;
- 4) Falta de madeira de qualidade para aplicações estruturais.

A madeira, sendo um recurso natural de alta disponibilidade em grande parte do globo, tem condições para assumir um papel relevante na engenharia estrutural, particularmente com as exigências ambientais dos nossos dias, uma vez que é um material que requer pouca energia de transformação desde a sua recolha como matéria-prima até à sua aplicação em obra. Deste modo, a utilização de madeira estrutural pode representar uma diminuição dos consumos energéticos, estando em conformidade com a generalidade das mais recentes políticas ambientais do mundo ocidental que, cada vez mais se enquadram com o conceito de sustentabilidade.

Ao nível arquitectónico, a madeira é bastante apreciada, não só em termos estruturais, mas também no que diz respeito aos acabamentos. Ao nível estético, a madeira pode criar ambientes confortáveis e diferenciados (dado que existem muitas espécies com características diferentes).

Outro ponto de interesse na aplicação estrutural deste material é a sua elevada durabilidade, quando se proporciona um ambiente seco e ventilado à estrutura. Tal, pode ser comprovado recorrendo a várias estruturas de cariz histórico existentes no nosso país, cujo tempo útil de vida foi largamente ultrapassado sem recorrer a grandes manutenções. A durabilidade da madeira pode ser posta em causa aquando da presença de fungos e insectos xilófagos, uma vez que a natureza do material propicia o ataque dos mesmos.

De um modo geral, a madeira pode ser descrita como um material barato, abundante, fácil de trabalhar e detentor de propriedades mecânicas que a tornam ideal para a sua aplicação em diversos casos (Branco, 2005). Pode mesmo ser considerada um recurso inesgotável, caso seja feita uma gestão adequada e hábil das florestas. A referência à facilidade em trabalhar este material, diz respeito à sua preparação desde a matéria-prima até às aplicações correntes em obra. Certas técnicas tradicionais, nomeadamente ligações com recurso a entalhes, estão dependentes de mão-de-obra especializada.

3.2 COMPOSIÇÃO

A tipologia apresentada por uma árvore assemelha-se, de certo modo, a uma consola com carregamento do vão na sua direcção transversal. Deste modo, o próprio tronco da árvore (local de onde se extrai a madeira estrutural), está “projectado” para resistir, principalmente, aos esforços de flexão. A madeira pode ser classificada como sendo um material natural, anisotrópico e com uma estrutura celular composta em grande parte por celulose (Köhler, 2007).

Tradicionalmente o tronco de uma árvore assume as funções de transporte e armazenamento de seiva, sendo que a madeira do tronco pode ser classificada em duas categorias, de acordo com a sua origem:

- 1) Originária de árvores folhosas que, geralmente, têm folhas largas (com tendência a cair no Outono), crescimento lento e pertencem à ordem das angiospérmicas (plantas com flor);
- 2) Originária de árvores coníferas ou resinosas que, geralmente, são verdes durante todo o ano, têm um crescimento rápido, folhas em forma de agulha e pertencem à ordem das gimnospérmicas (plantas com sementes desprotegidas).

Sem entrar em grande detalhe na estrutura celular da madeira, pode dizer-se que ao nível submicroscópico a madeira é constituída por vários tipos de células, cujo principal composto orgânico é a celulose, inseridas num sistema tipo matriz em que as paredes celulares são constituídas por várias membranas. Ao nível microscópico, no que diz respeito às coníferas, estas apresentam fibras cujo comprimento longitudinal é bastante superior ao transversal, de secção rectangular e com orientação no mesmo sentido que o eixo da árvore. Apesar de também existirem fibras no sentido radial, em relação à secção do tronco da árvore, estas são em número muito inferior (Rodrigues, 2004).

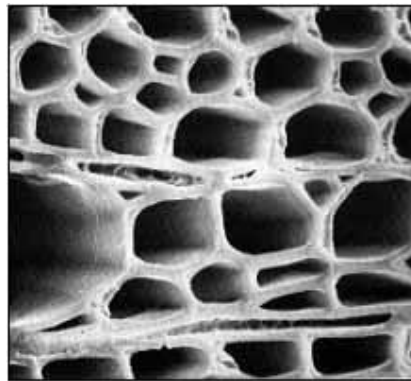


Figura 3.1 – Corte transversal das fibras de uma conífera

Macroscopicamente, ao nível da secção transversal, as fibras organizam-se em anéis que correspondem aos ciclos anuais de crescimento. A produção destes anéis concêntricos em torno do eixo da árvore deve-se à diferença de características das células, produzidas de acordo com a estação do ano, sendo que, a estrutura descrita, é, subsequentemente, válida para árvores em climas que apresentam diferenças entre as estações, excluindo, deste modo, as árvores de origem tropical, cuja produção de células é praticamente constante durante o ano. As coníferas, tendencialmente, produzem madeira de Primavera (período entre a Primavera e o início do Verão) com densidade inferior à madeira de Verão (período entre o Verão e o Outono). Tal diferença advém da circunstância da madeira de Primavera ser constituída por células maiores e de parede mais fina (Breyer, 2003)

Ainda ao nível da secção, num tronco de uma árvore, podem identificar-se as seguintes partes (Rodrigues, 2004):

- 1) Casca – reveste o tronco em todo o seu perímetro. É constituída por células mortas, sendo que a sua camada mais interior (líber – tecido celular vivo) desempenha um papel importante no transporte de seiva. A sua resistência

mecânica é irrelevante uma vez que a casca é retirada para aplicações estruturais da madeira;

- 2) Borne – é a camada imediatamente anterior à casca, cuja principal função é o transporte de seiva. No borne os anéis são mais claros, a madeira tem resistências mecânicas menores e maior susceptibilidade de ser atacada por fungos;
- 3) Cerne – é a camada que preenche o interior do borne. É constituída por células mortas e minerais. A densidade, bem como a resistência aos ataques de fungos é superior à do borne, sendo que, a sua cor mais escura. Nas espécies coníferas o cerne apresenta, normalmente, locais impregnados de resina;
- 4) Medula – núcleo central da árvore.

3.3 PROPRIEDADES FÍSICAS

Uma das principais propriedades físicas da madeira é o facto de que, sendo um material permeável e higroscópico (pode absorver ou libertar água de acordo com a humidade relativa e a temperatura do ambiente), as suas propriedades mecânicas variam de acordo com o grau de humidade. Assim, e excluindo a água que participa na constituição da madeira, as paredes celulares têm a capacidade de absorver água até um ponto de saturação (aproximadamente 28%). À medida que as paredes celulares vão absorvendo água, as propriedades mecânicas vão diminuindo gradualmente, sendo possível eliminar a água ao nível das paredes celulares através de uma secagem em estufa (Köhler, 2007).

Outra das propriedades únicas da madeira é o facto de, ter uma capacidade resistente dependente da duração das acções. Tal propriedade torna as estruturas de madeira propícias para resistir a acções acidentais ou de curta duração, tais como impactos, sismos ou cargas devido a neve (Breyer, 2003).

Ao nível dimensional a madeira é um material estável, desde que o seu teor de humidade seja superior ao ponto de saturação das fibras. Com o aumento de humidade a madeira aumenta as suas dimensões, enquanto que com a diminuição da humidade as suas dimensões sofrem uma redução. Devido à própria tipologia das fibras, os aumentos e as reduções das dimensões dão-se principalmente na direcção tangencial (em relação ao crescimento dos anéis), seguidamente na direcção radial (cerca de metade), sendo que, na direcção longitudinal as alterações dimensionais são praticamente inexistentes. Caso este fenómeno ocorra com a madeira já aplicada ao nível estrutural, podem surgir diversos

problemas desde simples folgas e desajustes, fendas que propiciem o ataque de fungos ou até indução de tensões ao nível da estrutura, particularmente nas ligações.

A densidade (ρ) é uma das características físicas mais importantes da madeira, podendo ser calculada através do quociente entre a massa (m) e o volume (v) da madeira.

$$\rho = \frac{m}{v} \quad (3.1)$$

Em geral, usa-se a densidade calculada com um grau de humidade de 0 ou de 12%. Estruturalmente é preferível a utilização de madeira de baixa densidade quando comparada com a sua resistência mecânica e com o módulo de elasticidade.

3.3.1 DEFEITOS

Um defeito pode ser qualquer deficiência na normal estrutura da madeira, cuja origem pode resultar da própria génese da árvore ou do ataque de agentes biológicos (animais ou plantas). Apesar de alguns defeitos, nomeadamente os nós e as diferenças de ângulo entre o fio da madeira e o fio da peça, poderem ser prejudiciais para as estruturas, é preciso salientar que estes derivam de adaptações realizadas pelas árvores no seu meio ambiente, que lhe permitem suportar cargas e aperfeiçoar as ligações entre os ramos e o tronco.

Os nós são as ligações dos ramos que se encontram embebidas no tronco da árvore. Quanto à sua forma podem ser classificados em: circulares (aparência circular), elípticos (tomam a forma de uma elipse) e deitados (tomam a forma de elipses distorcidas, com uma dimensão muito superior à outra). Apesar de, visualmente, os nós deitados serem os mais vistosos, aqueles que causam maior fragilidade estrutural são os circulares, uma vez que indicam que o eixo nodular seja, aproximadamente, perpendicular à face da peça, indicando maior presença de nó na secção transversal. Estes afectam mais a resistência à tracção do que à compressão, uma vez que o nó não é mais que uma mudança de direcção do fio e, ao nível mecânico, a madeira possui uma fraca resistência a tracções perpendiculares ao fio (como se verificará na secção 3.4) (Mateus, 1962).

Outro dos defeitos importantes que afecta a madeira estrutural é a distorção do fio. Este fenómeno pode resultar dos planos de serragem escolhidos, quando estes não são paralelos ao veio da madeira (fio diagonal), ou ainda do próprio desenvolvimento natural da árvore (fio torcido), sendo que neste caso, é bastante difícil de identificar. A principal consequência que advém da presença deste defeito é o ângulo formado pelo fio da madeira e pelo eixo dos elementos estruturais, diminuindo a resistência das mesmas tanto mais

quanto maior for o ângulo, uma vez que os elementos estruturais são calculados para susterem os esforços sob direcções preferenciais, alteradas pela distorção do fio (Mateus, 1962)

As fendas, à semelhança dos nós, são um defeito muito frequente nas peças de madeira, sobretudo na direcção radial, resultantes da secagem da madeira. A análise dos efeitos provocados pelas fendas na resistência mecânica têm de ser analisados caso a caso, respeitando a orientação da fenda em causa.

Nas coníferas, outro dos defeitos possíveis, é a existência de bolsas de resina, que devido à sua ocorrência localizada e em pequena escala, normalmente, não têm grande influência na resistência dos elementos estruturais (Mateus, 1962).

O descaio é um defeito que se traduz pela arredondamento de um canto da secção transversal de um elemento estrutural, sendo que, longitudinalmente, o mesmo canto não apresenta aresta. Para além de, visualmente, não ser agradável, o efeito do descaio é mais notado ao nível das ligações, não provocando diminuição das resistências da peça, salvo nos casos em que apresente uma grande extensão.

Uma vez que a generalidade das madeiras é serrada antes de perder a água presente nas paredes celulares, é importante atender aos desvios dimensionais, neste caso retracções, serrando elementos com dimensões ligeiramente superiores às pretendidas para determinada peça.

Resta abordar os ataques de fungos e insectos que, em estruturas de madeira, são uma ocorrência que pode causar danos graves. Este tipo de defeito tem a desvantagem de ser difícil de quantificar através de uma inspecção visual e de existir, constantemente, uma susceptibilidade de ocorrência, mesmo que se tomem medidas de protecção adequadas. O aparecimento deste tipo de defeito será tão gravoso, quanto menores forem as secções dos elementos estruturais (ou quanto menor for a margem de segurança utilizada no dimensionamento). Existem vários tipos de fungos e insectos, com características e modos diferentes de causar danos estruturais, que podem ser estudados em bibliografia da especialidade, como seja Mateus (1962).

3.4 PROPRIEDADES MECÂNICAS

A madeira é um material que, devido à sua origem orgânica, é constituído por fibras paralelas ao eixo da árvore, sendo que na direcção transversal a existência destas fibras é escassa. Assim, a madeira tem propriedades mecânicas distintas para solicitações em diferentes direcções (anisotropia), que podem ser no sentido das fibras ou no sentido

perpendicular. Este capítulo descreverá, sucintamente, o comportamento da madeira aquando solicitada nas diversas direcções, sendo que este tema poderá ser aprofundado em Branco (2006).

Quando uma peça é traccionada na direcção das fibras apresenta um comportamento elástico linear até à rotura que será frágil. É possível que anomalias existentes na madeira provoquem alterações no comportamento linear desta rotura.

Se a tracção for na direcção perpendicular às fibras, a resistência é muito diminuta porque existem muito menos fibras nesta direcção para resistir a este esforço. Sendo uma resistência muito baixa evita-se introduzir este tipo de tensões.

A compressão no sentido das fibras é de rotura dúctil, apresentando um comportamento próximo do linear até ao máximo da resistência.

Quando a compressão é perpendicular às fibras, a resistência varia bastante consoante seja toda a peça a ser comprimida, ou se a zona de compressão for de menor dimensão. Esta última situação é a mais favorável no que respeita à resistência estrutural.

A utilização de elementos esbeltos em madeira conduz à possibilidade de ocorrência de fenómenos de instabilidade. A encurvadura resulta em deformações dos elementos no seu próprio plano, aquando da compressão do elemento, assemelhando-se deste modo a uma instabilidade por flexão. Os factores que influenciam directamente a resistência ao fenómeno de encurvadura são: o módulo de elasticidade (E) e a esbelteza do elemento traduzida por uma relação entre a inércia de secção (I), a área da secção (A) e o comprimento total (L) da peça.

A madeira oferece uma elevada resistência à flexão, com uma relação resistência à flexão – peso elevada, como se apresenta na Tabela 3.1.

Tabela 3.1 – Propriedades de alguns materiais estruturais (Köhler, 2007)

Material	Densidade [Kg/m ³]	Tensão [MPa]	Tensão/Densidade 10 ⁻³ [MPa.m ³ /Kg]
Aço estrutural	7800	400-1000	50-30
Alumínio	2700	100-300	40-110
Betão (compressão)	2300	30-120	13-50
Madeira de conífera (sem defeitos) traccionada na direcção das fibras	400-600	40-200	100-300
Madeira de conífera (sem defeitos) comprimida na direcção das fibras	400-600	30-90	70-150
Madeira de conífera (sem defeitos) traccionada na direcção transversal às fibras	400-600	2-8	5-10

Associada à flexão está o fenómeno de bambeamento. Este fenómeno consiste na instabilidade de vigas esbeltas que, enquanto sofrem flexão no plano de inércia máxima,

sofrem rotação em torno do seu eixo. A limitação deste fenómeno pode ser atingida tomando decisões idênticas às que limitariam a encurvadura, tais como: reduzir os comprimentos de encurvadura, alterar as condições de apoio e aumentar a rigidez.

O esforço de corte pode dar-se, uma vez mais, na direcção das fibras (provocando deslizamento entre fibras) ou na direcção perpendicular às fibras (provocando rotura das fibras). Apesar das resistências a este esforço não serem muito elevadas, este tipo de rotura apenas é condicionante em situações muito específicas.

É importante, para uma análise de robustez, ter presente o tipo de rotura que a madeira apresenta face às diferentes solicitações (Tabela 3.2).

Tabela 3.2 – Tipos de roturas associados às diferentes solicitações (JCSS, 2006)

Tipo de Solicitação	Tipo de Rotura
Flexão	Dúctil (Poderá ser frágil em madeira de fraca resistência)
Tracção (na direcção das fibras)	Frágil
Tracção (na direcção transversal às fibras)	Frágil
Compressão (na direcção das fibras)	Dúctil
Compressão (na direcção transversal às fibras)	Dúctil
Corte	Frágil

3.5 ASNA TRADICIONAL

Tendo em conta que o trabalho desenvolvido irá focar-se no caso específico de asnas tradicionais, importa, desde já, perceber a tipologia deste tipo de estrutura.

Uma asna pode ser descrita como um conjunto de peças esbeltas de madeira (tipo vigas), dispostas de uma determinada forma, de modo a suportarem a cobertura de um edifício, bem como todas as cargas a que ela será sujeita. Este tipo de estruturas é muito comum ao longo do tempo, derivando presumivelmente da época do Renascimento. De modo a manter a simplicidade estrutural, as ligações entre elementos são dimensionadas considerando que não transmitem momentos.

A típica cobertura em Portugal pode ser descrita como uma asna simples, com duas águas, cujas pendentes assumem valores entre 20 e 30 graus, cobertas de telha cerâmica, apoiada em varas espaçadas de 40 a 50 cm. As varas estão apoiadas sobre diversos elementos estruturais: fileira, madre e frechal. Estas estruturas são, normalmente, executadas para vencer vãos que variam entre os 5 e os 8 metros (Costa, 1955).

Uma asna simples (ou de Palladio) é composta por uma linha na posição horizontal, duas pernas (que determinam a pendente), um pendural e duas escoras que ligam as pernas ao pendural, dividindo as pernas em duas partes iguais (Figura 3.2). O pendural não deve assentar sobre a linha, uma vez que isso provocaria esforços de flexão na linha passíveis de causar graves problemas estruturais (pois a linha será dimensionada para resistir a esforços de tracção, sendo ideal que a única flexão neste elemento seja proveniente do peso próprio do elemento).

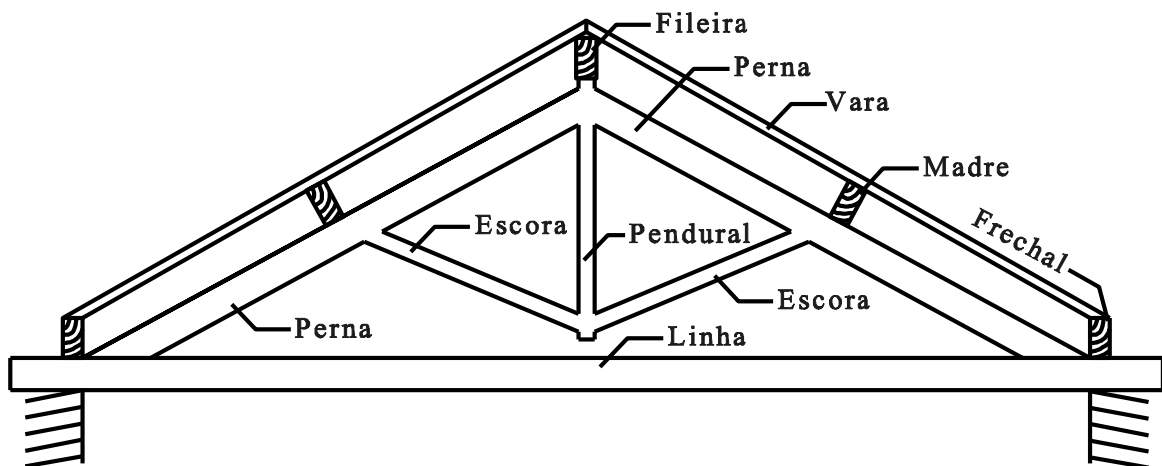


Figura 3.2 – Asna simples

Tradicionalmente, as ligações são executadas através de entalhes, podendo estas ser reforçadas por peças metálicas, mais eficientes na transmissão de esforços, mas mais susceptíveis ao fogo.

No que diz respeito ao cálculo deste tipo de estruturas, no nosso país nunca existiu nenhum regulamento específico para o cálculo de estruturas de madeira, para além de algumas publicações do Laboratório Nacional de Engenharia Civil, que não foram criadas com o propósito de orientar o dimensionamento (Branco, 2005). Provavelmente, a publicação mais antiga com normas para dimensionamento de asnas de madeira será a Enciclopédia Prática da Construção Civil (Costa, 1955). Apesar de esta publicação alertar para a necessidade de dimensionar cada cobertura de acordo com as cargas actuantes, são sugeridas tabelas de cálculo para situações descritas como “comuns” que, subsequentemente, serão abordadas e modeladas.

As espécies mais utilizadas em Portugal, neste tipo de estruturas, são: Pinho Bravo (*Pinus Pinaster*), Eucalipto (*Eucalyptus Globulus*) e Castanho (*Castanea Sativa*). Contudo, para garantir a qualidade das estruturas, não basta o uso do tipo de madeira adequado, é

necessário que qualquer madeira esteja seca, desempenada e convenientemente revestida com um acabamento que garanta a sua conservação.

Tradicionalmente, para vãos a partir dos 9 metros, a tipologia das asnas tradicionais utilizadas no nosso país sofre algumas alterações, denominando-se esta nova tipologia de asnas compostas.

As asnas compostas caracterizam-se por possuir quatro ou mais escoras, dependendo do tamanho do vão, travadas com recurso a tirantes. Nesta tipologia é comum dividirem-se as pernas em três partes iguais (ao invés das duas da asna tradicional), uma vez que cada água do telhado suportará duas madres. O ângulo formado pela pendente do telhado costuma variar entre 26 e 32 graus. As escoras partem do local da perna onde se situam as madres, sendo que, em cada pendente, existe uma escora que liga a perna ao pendural e uma ou mais escoras (dependendo do vão) que ligam a perna à linha.

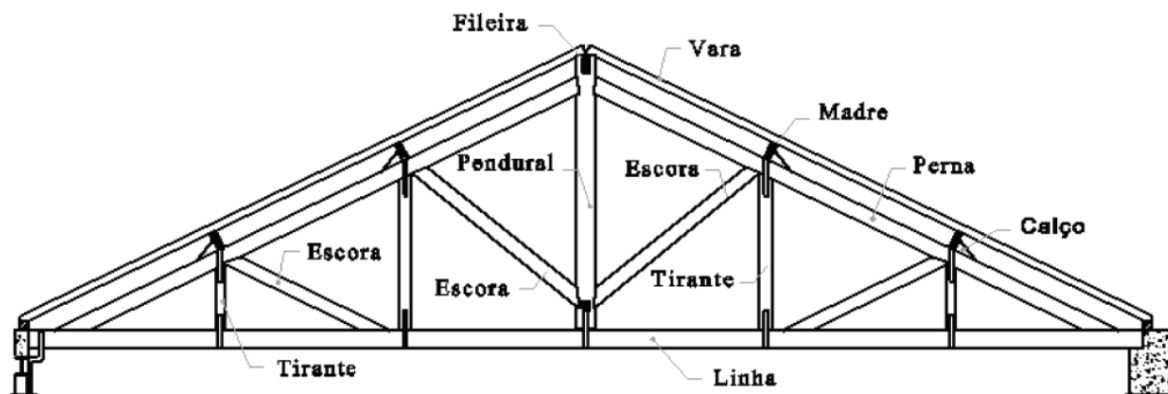


Figura 3.3 – Asna composta

Nestas asnas é comum que algumas ou todas as ligações sejam reforçadas com ferragens apropriadas, que garantam uma ligação adequada dos elementos.

As ligações de carpintaria tradicional (entalhes), apesar de muitas vezes serem modeladas recorrendo a rótulas perfeitas, na realidade não o são. Apresentam um comportamento semi-rígido, muito difícil de quantificar e, conseqüentemente, de modelar com exactidão.

Sabe-se ainda que a rigidez das ligações é particularmente necessária aquando da modelação de asnas carregadas de modo não simétrico. Nestes casos, a negligência da rigidez das ligações, pode conduzir a dimensionamentos imprecisos de alguns elementos (Branco *et al.*, 2005).

CAPÍTULO 4

MODELAÇÃO DAS ACCÇÕES E DAS RESISTÊNCIAS

4.1 ASPECTOS GERAIS

A adopção de um modelo estrutural adequado, bem como uma correcta modelação das acções e das resistências, são determinantes no êxito de uma análise estrutural, uma vez que os resultados obtidos derivam directamente da modelação utilizada.

Este capítulo tem como finalidade estudar a modelação das acções nas coberturas tradicionais, bem como a resposta estrutural da madeira às solicitações e ainda o modo como se determinará a segurança.

Como foi anteriormente referido, os valores das acções e das resistências serão modelados com base em distribuições de probabilidade (no âmbito da análise de carácter probabilístico), sendo que estas distribuições de variáveis podem ser definidas através de leis teóricas ou de registos de valores experimentais sucessivos. Ao passo que, as primeiras podem ser directamente introduzidas num programa, os registos de valores experimentais necessitam de tratamento estatístico, de modo a poderem ser aproximados à distribuição de probabilidade que melhor os represente. Depois de encontrar uma aproximação satisfatória, basta calcular os parâmetros dessa mesma distribuição, passando o problema a ser resolvido de modo análogo ao primeiro caso, cujas leis teóricas estão definidas.

4.2 MODELAÇÃO DAS ACCÇÕES

As acções podem ser classificadas quanto à sua magnitude em:

- 1) Permanentes (G) – Apresentam valores quase constantes ao longo da vida útil da estrutura. Qualquer variação é, em geral, de pequena ordem. O peso próprio de uma estrutura é o exemplo mais comum deste tipo de acção;
- 2) Variáveis – Apresentam valores cuja variação pode ser significativa relativamente ao valor médio. O vento e a neve são exemplos deste tipo de acção;
- 3) Acidentais – Como o próprio nome indica, este tipo de acção tem uma probabilidade de ocorrência bastante diminuta, mas grande intensidade. Um exemplo comumente apresentado é a ocorrência de explosões ou embates violentos nas estruturas.

Existe ainda uma outra classificação das acções, com particular relevância para as estruturas de madeira denominada de classe de duração das acções. A classe de duração das acções prende-se, essencialmente, com o tempo a que a estrutura se encontra sujeita a dada acção. Relativamente aos casos em que a acção actuante sob uma estrutura resulta da combinação de acções de diferentes proveniências, segundo o ponto 3.1.3.(2) do Eurocódigo 5 (CEN, 2003b) deve escolher-se a classe de duração correspondente à carga com a menor duração.

Tabela 4.1 – Classes de Duração das Acções (CEN, 2003b)

Classe de Duração	Duração da Carga Característica
Permanente	mais de 10 anos
Longo Prazo	6 meses - 10 anos
Médio Prazo	1 semana - 6 meses
Curto Prazo	menos de 1 semana
Instantânea	

As acções de carácter permanente que actuam no tipo de estruturas em estudo derivam, essencialmente, do peso próprio dos elementos que constituem a cobertura inclinada. Contudo, apesar de apresentarem valores de ordem inferior, não se deve desprezar o contributo dos elementos estruturais de madeira para a parcela das acções permanentes. A variabilidade associada a este tipo de acção deriva, em grande parte, das variações dimensionais (ou até de densidade) entre elementos do mesmo tipo.

A acção variável considerada mais condicionante para a análise dos Estados Limites Últimos foi a neve. Tal escolha advém do facto de não só se estar a tratar de estruturas na zona da Guarda, mas também por serem coberturas que, pela sua topologia, não permitem a fácil circulação de pessoas (denominadas comumente de coberturas ordinárias). Assim sendo, existem duas acções importantes no cálculo dos Estados Limites Últimos – a sobrecarga e a neve – sendo que o valor da neve, em virtude da localização da estrutura e do tipo de cobertura, será bastante superior ao da sobrecarga.

A contemplação da neve como acção variável mais condicionante implica, numa análise probabilística ao nível dos Estados Limites Últimos, a não consideração de uma sobrecarga ao nível da cobertura, por ser desajustada a sua ocorrência em simultâneo com um nevão.

Os carregamentos de natureza dinâmica, como o sismo ou o vento, não se encontram no âmbito da análise por não serem considerados condicionantes, quer pela localização escolhida, quer pela natureza da própria estrutura.

A modelação das cargas associadas à ocorrência de neve foi executada recorrendo à formulação proposta pelo Eurocódigo 1 (CEN, 2003a), considerando que o peso da neve ao nível do solo era definido por uma variável aleatória.

Genericamente pode afirmar-se que a carga de neve ao nível dos telhados depende da (CEN, 2003a):

- 1) Forma e geometria dos telhados;
- 2) Propriedades térmicas dos telhados;
- 3) Rugosidade da superfície dos telhados;
- 4) Calor proveniente do interior do edifício;
- 5) Proximidade a outros edifícios;
- 6) Topografia dos terrenos circundantes;
- 7) Características meteorológicas do local (velocidade do vento, variações de temperatura e tendência para precipitação e neve).

A neve foi considerada como acção variável, tendo o seu valor característico ao nível da cobertura ($S_{c,k}$) sido estimada da seguinte forma:

$$S_{c,k} = \mu_i \times C_e \times C_t \times S_k \quad (4.1)$$

em que μ_i é o coeficiente de forma para a neve, C_e é o coeficiente de exposição, C_t é o coeficiente térmico e S_k é o valor do peso da neve ao nível do solo.

Assume-se que a carga da neve é uma acção distribuída, com orientação vertical actuante ao nível da cobertura, ao longo da projecção horizontal do telhado.

A escolha do coeficiente de exposição (C_e) deve ter em consideração não só as condições actuais de exposição, mas também as possíveis condições futuras que possam ser previstas, tendo em conta o possível desenvolvimento do local.

Tabela 4.2 – Valores a adoptar para o coeficiente de exposição (CEN, 2003a)

Topografia	C_e
Vento arrastado	0,8
Normal	1,0
Protegido	1,3

A situação de vento arrastado corresponde a um local desprotegido, onde se considera que a acção do vento pode remover neve dos telhados, a situação normal considera que não é removida qualquer carga de neve devido à acção do vento, sendo que a situação protegida considera um aumento de carga de neve, devido à acção de elementos exteriores (sejam eles topográfico, vegetação ou até outros edifícios).

O coeficiente térmico modela uma redução da carga correspondente à acção da neve, no caso dos telhados serem revestidos por materiais com elevada transmissibilidade térmica. Em casos de revestimentos comuns, adopta-se um valor unitário para este coeficiente.

Seguem-se os coeficientes de forma (μ_i) dos telhados, sendo que se considerou uma análise em que a neve foi movida pela acção do vento, resultando numa análise mais completa, uma vez que contempla combinações de cargas não simétricas (Figura 4.1), potencialmente mais gravosas para a segurança estrutural.

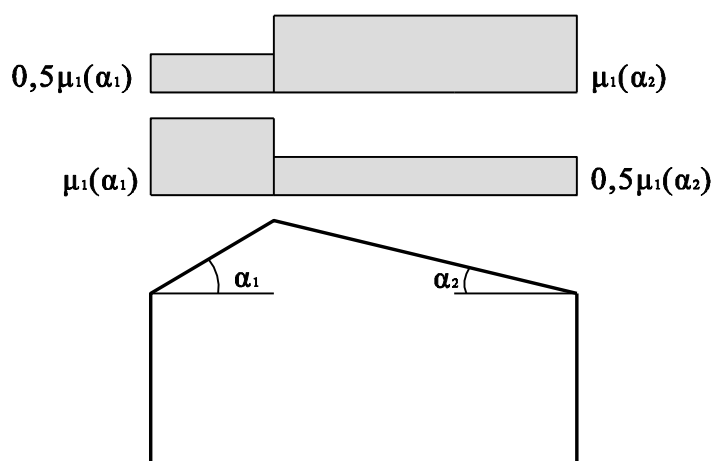


Figura 4.1 - Combinações e coeficientes de forma a considerar (CEN, 2003a)

Nas coberturas de duas águas, o coeficiente μ_i , toma o valor de 0,8 para coberturas com inclinações iguais ou inferiores a 30° .

Resta então calcular o valor característico da neve no solo (S_k) que pode ser definido como o valor associado à probabilidade de ser excedido anualmente de 0,05 (não considerando situações de catástrofe). Assim, respeitando o anexo C do CEN (2003a), o valor característico da neve no solo (S_k) para a região em causa, pode ser calculado do seguinte modo:

$$S_k = (0,190Z - 0,095) \times \left[1 + \left(\frac{A}{524} \right)^2 \right] \quad (4.2)$$

O parâmetro Z é representativo da zona onde se localiza a estrutura, ao passo que o parâmetro A toma o valor da altitude acima do nível do mar do local onde se situa a cobertura.

Posteriormente, terá de ser modelada uma distribuição, de acordo com os regulamentos probabilísticos, que descreva o comportamento da neve no local considerado, respeitando o valor característico calculado.

4.3 MODELAÇÃO DAS RESISTÊNCIAS E PROPRIEDADES DOS MATERIAIS

As propriedades da madeira são bastante variáveis, tal como foi abordado no capítulo 3, essencialmente devido à sua complexidade ao nível da composição. Estas variam não só com a duração dos carregamentos, mas também conforme a direcção em que as peças sejam solicitadas e o grau de humidade apresentado.

A classe de serviço caracteriza a estrutura relativamente a uma combinação de dois factores: temperatura e humidade relativa do ambiente em que a estrutura se insere. A utilização desta distinção de classes prende-se, fundamentalmente, com o facto das propriedades mecânicas da madeira variarem consoante as condições do ambiente em que se encontram, sendo particularmente importante no cálculo das deformações, bem como das próprias propriedades mecânicas. Assim, quanto à classe de serviço, CEN (2003b) propõe as seguintes:

- 1) Classe de serviço 1 – Apresenta um teor de água ao nível dos materiais, tal que o teor de água apresentado pelo ambiente envolvente seja caracterizado por uma temperatura de 20 °C e uma humidade relativa que excede o valor de 65% apenas em algumas semanas por ano;
- 2) Classe de serviço 2 – Apresenta um teor de água ao nível dos materiais, tal que o teor de água apresentado pelo ambiente envolvente seja caracterizado por uma temperatura de 20 °C e uma humidade relativa que excede o valor de 85% apenas em algumas semanas por ano;
- 3) Classe de serviço 3 – Apresenta um teor em água ao nível dos materiais superior aos verificados na classe de serviço 2.

Esta particularidade específica da madeira obrigou à introdução de um parâmetro, denominado de factor de modificação da resistência (K_{mod}), cuja finalidade é precisamente quantificar a correcção que será feita a dada propriedade mecânica da madeira, de acordo com a classe de serviço adequada a cada caso.

O valor do factor de modificação da resistência (k_{mod}), é apresentado na Tabela 4.3 (CEN, 2003b), válido para peças de madeira natural:

Tabela 4.3 – Valores adoptados pelo CEN (2003b) para o factor de modificação da resistência (k_{mod})

Classe de Duração	Classe de Serviço		
	1	2	3
Permanente	0,60	0,6	0,50
Longo Prazo	0,70	0,70	0,55
Curto Prazo	0,80	0,80	0,65
Médio Prazo	0,90	0,90	0,70
Instantânea	1,10	1,10	0,90

As propriedades de cálculo (X_d) de dado elemento estrutural de madeira podem, segundo o CEN (2003b), ser calculadas através de:

$$X_d = k_{mod} \cdot \frac{X_k}{\gamma_M} \quad (4.3)$$

em que k_{mod} é o factor de modificação da resistência, X_k é o valor característico da propriedade em questão e γ_M é o coeficiente parcial de segurança do material em questão, cujo valor é de 1,3 por se tratar de madeira natural.

No caso de uma análise probabilística, os valores de X_k e X_d serão substituídos por variáveis aleatórias, sendo que o coeficiente de segurança γ_M deixa de fazer sentido, uma vez que as propriedades dos materiais serão modeladas através de variáveis aleatórias. Quanto ao factor de modificação da resistência (k_{mod}) a sua utilização continuaria imprescindível.

A modelação probabilística das propriedades da madeira será realizada tendo como base o código modelo do JCSS (2006). O método proposto baseia-se na definição de três propriedades fundamentais da madeira, cuja determinação deverá ser efectuada através de ensaios, sendo estas denominadas de propriedades de referência: Tensão de rotura à flexão (f_m), Modulo de Elasticidade à flexão (E_m) e ainda a densidade média (ρ_m). As restantes variáveis representativas das propriedades resistentes da madeira são calculadas através de

relações preestabelecidas, com base em diversos ensaios. A Tabela 4.4 indica as funções densidade de probabilidade das propriedades mecânicas da madeira.

Tabela 4.4 – Funções densidade de probabilidade das propriedades mecânicas da madeira (JCSS, 2006)

Propriedade X	Distribuição	E[X]	COV[X]
Tensão de rotura à flexão (f_m)	Lognormal	$E[f_m]$	0,25
Módulo de elasticidade à flexão (E_m)	Lognormal	$E[E_m]$	0,13
Densidade Média (ρ_m)	Normal	$E[\rho_m]$	0,1
Tensão de rotura à tracção paralela ao fio ($f_{t,0}$)	Lognormal	$0,6E[f_m]$	$1,2COV[f_m]$
Tensão de rotura à tracção perpendicular ao fio ($f_{t,90}$)	Weibull	$0,015E[\rho_m]$	$2,5COV[\rho_m]$
Módulo de elasticidade à tracção paralela ao fio ($E_{t,0}$)	Lognormal	$E[E_m]$	$COV[E_m]$
Módulo de elasticidade à tracção perpendicular ao fio ($E_{t,90}$)	Lognormal	$E[E_m]/30$	$COV[E_m]$
Tensão de rotura à compressão paralela ao fio ($f_{c,0}$)	Lognormal	$5E[f_m]^{0,45}$	$0,8COV[f_m]$
Tensão de rotura à compressão perpendicular ao fio ($f_{c,90}$)	Normal	$0,008E[\rho_m]$	$COV[\rho_m]$
Módulo de distorção (G_v)	Lognormal	$E[E_m]/16$	$COV[E_m]$
Tensão de rotura ao corte (f_v)	Lognormal	$0,2E[f_m]^{0,8}$	$COV[f_m]$

Está ainda previsto no código modelo do JCSS (2006) que cada propriedade está relacionada com as outras, sendo essa relação quantificada através de coeficientes de correlação que tomam os valores de: 0,8; 0,6; 0,4 e 0,2. Estes valores indicam, respectivamente: elevada correlação, média correlação, baixa correlação e muito baixa correlação. A Tabela 4.5 quantifica a relação entre as propriedades mecânicas dos elementos estruturais de madeira:

Tabela 4.5 – Coeficiente de correlação entre as propriedades mecânicas da madeira (JCSS, 2006)

	f_m	E_m	ρ_m	$f_{t,0}$	$f_{t,90}$	$E_{t,0}$	$E_{t,90}$	$f_{c,0}$	$f_{c,90}$	G_v	f_v
f_m	1	0,8	0,6	0,8	0,4	0,6	0,6	0,8	0,6	0,4	0,4
E_m	-	1	0,6	0,6	0,4	0,8	0,4	0,6	0,4	0,6	0,4
ρ_m	-	-	1	0,4	0,4	0,6	0,6	0,8	0,8	0,6	0,6
$f_{t,0}$	-	-	-	1	0,2	0,8	0,2	0,5	0,4	0,4	0,6
$f_{t,90}$	-	-	-	-	1	0,4	0,4	0,2	0,4	0,4	0,6
$E_{t,0}$	-	-	-	-	-	1	0,4	0,4	0,4	0,6	0,4
$E_{t,90}$	-	-	-	-	-	-	1	0,6	0,2	0,6	0,6
$f_{c,0}$	-	-	-	-	-	-	-	1	0,6	0,4	0,4
$f_{c,90}$	-	-	-	-	-	-	-	-	1	0,4	0,4
G_v	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1	0,6

É imperativo que a geração aleatória das propriedades dos materiais, através do programa desenvolvido para quantificar a segurança, incorpore na sua geração estas relações de modo a serem obtidos resultados realistas.

Os valores assumidos para as propriedades mecânicas da madeira foram calculados com base nas relações empíricas apontadas na Tabela 4.4. O valor das propriedades

fundamentais foi retirado de estudos anteriores de asnas de madeira tradicional (Brites *et al.*, 2008).

Tabela 4.6 – Valores considerados para as propriedades fundamentais da madeira

Propriedade X	Distribuição	E[X]	COV[X]
Tensão de rotura à flexão (f_m) [MPa]	Lognormal	18	0,25
Módulo de elasticidade à flexão (E_m) [GPa]	Lognormal	12	0,13
Densidade Média (ρ_m) [kg/m ³]	Determinística	600	-
Coefficiente de Poisson (ν)	Determinística	0,30	-

Tanto o peso próprio como o coeficiente de Poisson foram assumidos como valores de carácter determinístico.

4.4 MODELAÇÃO DA SEGURANÇA ESTRUTURAL

É desde já importante definir eixos orientadores das várias direcções a utilizar, principalmente devido à natureza anisotrópica do material, materializada pela existência de fibras preferencialmente paralelas ao eixo da árvore (representado na Figura 4.2 pelo número 1). Assim, definiram-se, tal como no CEN (2003b), os seguintes eixos:

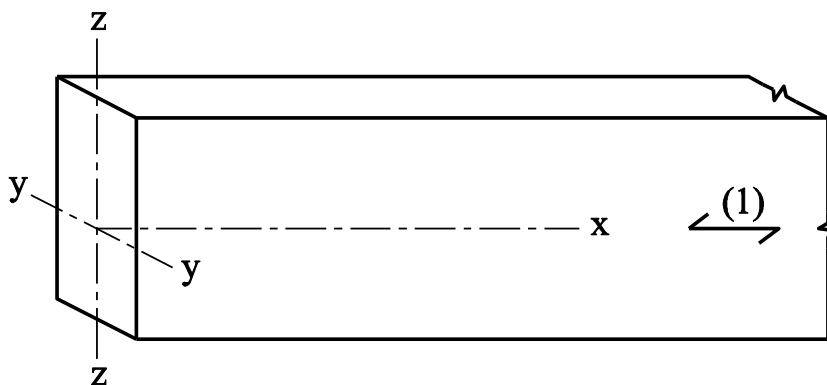


Figura 4.2 – Orientação dos eixos relativamente ao sentido preferencial das fibras (CEN, 2003b)

Justamente devido à existência de fibras e da sua existência ao longo de uma direcção preferencial, é ainda possível estabelecer dois esforços diferentes ao nível dos esforços de compressão e de tracção. Assim, as verificações existentes no CEN (2003b) contemplam as verificações deste tipo de esforços ao longo de duas direcções: a direcção paralela às fibras e a direcção perpendicular às fibras.

Devido ao corte dos elementos ser semelhante ao evidenciado na Figura 4.2, a aplicação das verificações que envolvam esforços perpendiculares às fibras é de utilização limitada, uma vez que a sua ocorrência não é comum.

Relativamente à tracção perpendicular às fibras é uma situação que ocorre somente em peças de directriz curva e em ligações entre vigas principais e secundárias mal executadas (Branco, 2006).

Quanto à compressão perpendicular às fibras, é comum que ocorra em zonas de apoios, quando estes são executados também em madeira.

Assim sendo, são de ocorrência habitual os esforços de compressão e de tracção ao longo das fibras das peças de madeira. A tensão actuante nestes casos é:

$$\sigma_{c,0} = \frac{N_c}{A} \quad (4.4)$$

$$\sigma_{t,0} = \frac{N_t}{A} \quad (4.5)$$

em que $\sigma_{c,0}$ é a tensão de compressão na direcção paralela às fibras, N_c é o valor do esforço de compressão no elemento, A é a área da secção do elemento, $\sigma_{t,0}$ é a tensão de tracção na direcção paralela às fibras e N_t é o valor do esforço de tracção no elemento.

Outro dos esforços que apresenta uma grande importância, no cálculo da segurança do tipo de estruturas em causa, é a flexão. Assim a tensão de flexão σ_m será:

$$\sigma_m = \frac{M_r}{I} \cdot z \quad (4.6)$$

onde M_r é o valor do momento flector a que o elemento se encontra sujeito, I é o momento de inércia referente ao eixo do momento aplicado e z é a distância entre esse eixo e a fibra mais distante.

O esforço de corte, não será analisado, uma vez que a estrutura e os carregamentos envolvidos no problema originam valores deste tipo de esforço bastante reduzidos, incapazes de provocar colapso. O esforço de torção também não faz sentido ser contemplado, uma vez que se trata de uma estrutura que se desenvolve ao nível do plano, sendo os carregamentos segundo esse mesmo plano.

A verificação da segurança será feita individualmente para cada esforço e, posteriormente, para algumas combinações possíveis de esforços.

Quanto à flexão, numa análise probabilística, considera-se que a segurança está verificada quando:

$$\sigma_m \leq f_m^* \quad (4.7)$$

em que o valor da tensão resistente (f_m^*) pode ser calculado através de:

$$f_m^* = k_{\text{mod}} \cdot f_m \quad (4.8)$$

Tradicionalmente, o cálculo de uma tensão resistente de dimensionamento à flexão ($f_{m,d}$), ou seja uma grandeza característica do método dos coeficientes parciais utilizado pelo CEN (2003b), deve considerar a influência do factor de escala. Assim, a tensão resistente de dimensionamento à flexão ($f_{m,d}$), segundo o CEN (2003b), pode ser calculada através de:

$$f_{m,d} = k_h \cdot \frac{k_{\text{mod}} \cdot f_{m,k}}{\gamma_M} \quad (4.9)$$

sendo k_{mod} o factor de correcção que leva em consideração a resistência da madeira para diferentes ambientes e durações de acções, γ_M é o coeficiente parcial de segurança do material em questão, $f_{m,k}$ é o valor característico da tensão resistente da madeira à flexão e k_h é o coeficiente que tem em conta o efeito de volume. Este coeficiente pode, para madeiras naturais, ser calculado através de:

$$k_h = \min \left\{ \left(\frac{150}{h} \right)^{0,2} ; 1,3 \right\} \quad (4.10)$$

em que h é a altura em flexão quantificada em milímetros. Este factor k_h pode ainda ser utilizado para o cálculo de $f_{t,0,d}$ (valor de cálculo da tensão resistente da madeira à tracção paralela às fibras), sendo que, nesse caso, h seria a largura em tracção.

Os esforços simples de compressão e flexão (na direcção paralela às fibras), no âmbito de uma análise probabilística, serão verificados através das seguintes expressões, respectivamente:

$$\sigma_{c,0} \leq k_{\text{mod}} \cdot f_{c,0} \quad (4.11)$$

$$\sigma_{t,0} \leq k_{\text{mod}} \cdot f_{t,0} \quad (4.12)$$

4.4.1 COMBINAÇÃO DE ESFORÇOS

A verificação da segurança será ainda realizada tendo em conta os casos de combinação de esforços. Assim, para cada elemento estrutural será executada uma verificação de segurança a esforços de compressão combinados com flexão (caso o elemento se encontre comprimido) ou, uma verificação de segurança a esforços combinados de tracção e flexão (caso o elemento se encontre traccionado). Nos casos em que se apresentem esforços de compressão, é essencial ter em conta o fenómeno de encurvadura, que se encontra contemplado nas verificações utilizadas, cuja formulação se pode encontrar no CEN (2003b).

Para os casos onde seja necessária uma verificação aos estados limites de encurvadura, é fundamental determinar a esbelteza (λ), associada à flexão sob cada um dos eixos: yy e zz, dada por:

$$\lambda = \frac{L_{cr}}{i} \quad (4.13)$$

em que L_{cr} é o comprimento de encurvadura que, de acordo com CEN (2003b), é igual ao comprimento do elemento considerado, para o caso específico de asnas triangulares. O raio de giração (i) é a raiz quadrada do quociente entre a inércia e a área da secção do elemento.

O passo seguinte será o cálculo de uma esbelteza relativa (λ_{rel}), que combina o parâmetro calculado em (4.13), com a resistência à compressão e o módulo de elasticidade do material. Este valor terá, uma vez mais, que ser calculado para ambos os eixos, consoante a flexão se dê em torno de yy ou de zz.

$$\lambda_{rel} = \frac{\lambda}{\pi} \times \sqrt{\frac{f_{c,0}}{E}} \quad (4.14)$$

Quando a esbelteza relativa (λ_{rel}) é inferior a 0,3 (em ambos os eixos), o CEN (2003b) considera que o elemento não é susceptível a encurvar, sendo que a sua verificação aos esforços combinados de compressão e flexão deverá ser cumprida através das expressões (4.15) e (4.16).

$$\left(\frac{\sigma_{c,0}}{f_{c,0}} \right)^2 + \frac{\sigma_{m,y}}{f_{m,y}} + k_m \cdot \frac{\sigma_{m,z}}{f_{m,z}} \leq 1 \quad (4.15)$$

$$\left(\frac{\sigma_{c,0}}{f_{c,0}}\right)^2 + k_m \cdot \frac{\sigma_{m,y}}{f_{m,y}} + \frac{\sigma_{m,z}}{f_{m,z}} \leq 1 \quad (4.16)$$

O factor k_m pretende considerar no cálculo a redistribuição de esforços de flexão, bem como o efeito da não homogeneidade da madeira ao nível da secção.

Caso o elemento esteja sujeito a encurvar, as expressões a utilizar deverão ser as seguintes:

$$\frac{\sigma_{c,0}}{k_{c,y} \times f_{c,0}} + \frac{\sigma_{m,y}}{f_{m,y}} + k_m \times \frac{\sigma_{m,z}}{f_{m,z}} \leq 1 \quad (4.17)$$

$$\frac{\sigma_{c,0}}{k_{c,z} \times f_{c,0}} + k_m \times \frac{\sigma_{m,y}}{f_{m,y}} + \frac{\sigma_{m,z}}{f_{m,z}} \leq 1 \quad (4.18)$$

É ainda necessário o cálculo de uma série de parâmetros, tendo em vista a verificação final. Assim, parte-se para o cálculo de dois coeficientes de redução (k_c), um para cada eixo considerado. Previamente ter-se-á de calcular um outro factor de redução (correspondente ao eixo em causa), cuja única função se prende com o cálculo de k_c .

$$k_y = 0,5 \times \left(1 + \beta_c \times (\lambda_{rel,y} - 0,3) + \lambda_{rel,y}^2\right) \quad (4.19)$$

$$k_z = 0,5 \times \left(1 + \beta_c \times (\lambda_{rel,z} - 0,3) + \lambda_{rel,z}^2\right) \quad (4.20)$$

$$k_{c,y} = \frac{1}{k_y + \sqrt{k_y^2 - \lambda_{rel,y}^2}} \quad (4.21)$$

$$k_{c,z} = \frac{1}{k_z + \sqrt{k_z^2 - \lambda_{rel,z}^2}} \quad (4.22)$$

Importa referir que o factor denominado de β_c permite, de acordo com o CEN (2003b), ter em consideração a perda de rectidão das peças estruturais.

Nos casos em que se verificam combinação de esforços de tracção e flexão, as verificações a realizar são bastante mais simples, uma vez que o fenómeno de encurvadura não é susceptível de ocorrer. Assim, apenas se torna necessário a seguinte verificação:

$$\frac{\sigma_{t,0}}{f_{t,0}} + \frac{\sigma_{m,y}}{f_{m,y}} + k_m \times \frac{\sigma_{m,z}}{f_{m,z}} \leq 1 \quad (4.23)$$

$$\frac{\sigma_{t,0}}{f_{t,0}} + k_m \times \frac{\sigma_{m,y}}{f_{m,y}} + \frac{\sigma_{m,z}}{f_{m,z}} \leq 1 \quad (4.24)$$

Para esta combinação dos esforços de tracção e flexão, passam a ser estas as funções estado limite, considerando que a verificação da segurança corresponde ao respeitar das equações (4.23) e (4.24).

4.5 MODELO DA SEGURANÇA

A segurança será quantificada através da probabilidade de rotura da estrutura, respeitando os fundamentos do CEN (2003b), do qual foram retiradas os princípios fundamentais que levaram à construção das funções estado limite.

Apenas foram consideradas as verificações relativas aos Estados Limites Últimos, visto que correspondem às situações de maior gravidade. Deste modo, não será utilizado o modelo tradicional de segurança, característico dos regulamentos que assentam em métodos semi-probabilísticos:

$$\frac{R_k}{\gamma_r} \geq S_k \cdot \gamma_s \quad (4.25)$$

em que R_k representa o valor característico das resistências, S_k o valor característico das acções, γ_r é o coeficiente parcial de minoração das resistências e γ_s é o coeficiente de majoração das acções.

O modelo da segurança, será então, apenas uma verificação simples entre o índice de fiabilidade calculado através da simulação de Monte Carlo (β) e um índice de fiabilidade de referência (β_0) definido no código modelo do JCSS (2000) em função do custo de segurança e das respectivas consequências de rotura (Tabela 2.2).

Outro dos valores, de fiabilidade de referência (β_0), que pode ser utilizado na análise comparativa, é o valor que, segundo o CEN (2001), é atingido no mínimo, para

todos os dimensionamentos executados através do método dos coeficientes parciais, utilizando qualquer uma das normas produzidas pelo CEN (Comité Européen de Normalisation), desde a EN 1991 até à EN 1999. Assim, para um período de referência de cinquenta anos, as normas supracitadas devem conduzir a um valor de fiabilidade superior a 3,8.

CAPÍTULO 5

EXEMPLO

5.1 ASPECTOS GERAIS

O presente capítulo visa apresentar as coberturas tradicionais estudadas, no âmbito da análise probabilística da segurança e do estudo de robustez, proposto no primeiro capítulo.

Quanto às coberturas analisadas, a escolha recaiu sobre uma asna simples (ou de Palladio) – de aproximadamente seis metros de vão – e uma asna composta – com, aproximadamente, treze metros de vão. Estas tipologias são tradicionais no nosso país, devido ao seu uso generalizado ao longo dos tempos.

Para cada tipologia foram estudados vários casos distintos. Inicialmente admitiram-se as ligações como sendo rótulas perfeitas, fazendo variar a secção dos elementos estruturais, estudando a fiabilidade estrutural de asnas com dimensões correntes, até asnas dimensionadas pelos critérios do Eurocódigo 5 (CEN, 2003b). Posteriormente, introduziu-se rigidez das ligações e executaram-se verificações de robustez.

Os carregamentos considerados, para as verificações aos Estados Limites Últimos, foram o peso próprio e a neve (fruto da localização escolhida), sendo que ambas as acções foram estudadas como variáveis aleatórias. Consideraram-se os carregamentos aplicados de modo estático.

O material estrutural considerado foi a madeira de pinho bravo (*Pinus Pinaster*), sendo que as suas resistências mecânicas e o módulo de elasticidade foram considerados, na análise estrutural, através de variáveis aleatórias. A densidade não influenciou, nesta análise, o valor das resistências mecânicas, como tal, e uma vez que o seu valor servirá apenas para calcular o peso próprio dos elementos estruturais, optou-se por considerar o seu valor de natureza determinística, uma vez que a sua variabilidade traria alterações praticamente insignificantes à análise.

O cálculo da fiabilidade estrutural foi realizado através do método de Monte Carlo, aplicado a sucessivas análises elásticas lineares. Para tal, foi desenvolvido um programa no MATLAB®, cujo teor será abordado subsequentemente neste capítulo.

5.2 CARACTERIZAÇÃO E MODELAÇÃO DO PROBLEMA

É importante que, previamente ao estudo em si, se caracterizem as coberturas tradicionais que serão estudadas, quer ao nível dos elementos que constituem a cobertura, quer ao nível dos elementos estruturais em si e a sua modelação.

A modelação do sistema estrutural é um passo determinante, uma vez que será esta a formulação que irá ser introduzida no programa, sendo posteriormente submetida a uma análise através do método dos elementos finitos.

5.2.1 ASNA SIMPLES

A primeira cobertura estudada foi uma asna simples de 6,24 metros de vão, cuja tipologia se encontra coerente com o apresentado no terceiro capítulo (Figura 3.2). Tal como apresentado no terceiro capítulo, as cargas serão transmitidas, da cobertura para o sistema estrutural, através de uma fileira, dois frechais e duas madres (admitiu-se uma secção de 220x80 milímetros para todos estes elementos).

Considerou-se que as águas da cobertura teriam uma pendente de 30° que, naturalmente, também será o ângulo formado entre a perna e a linha. As ligações entre os elementos estruturais da asna foram realizadas, unicamente, recorrendo a entalhes entre os elementos.

Ao nível da cobertura considerou-se a existência de telha do tipo ½ cana (por se tratar do tipo de telha tradicionalmente utilizado no nosso país), e varas (de 70x70 milímetros de secção) afastadas de 50 centímetros entre si. Considerou-se ainda a possibilidade de existência de sub-telha que, apesar de, provavelmente, não fazer parte da composição original de uma cobertura tradicional, é frequente em intervenções posteriores neste tipo de cobertura.

A distância entre asnas contíguas foi considerada igual a 4 metros.

Todos os elementos de madeira, quer os que constituem a asna, quer os existentes ao nível da cobertura (fileira, madres, frechais e varas), foram considerados como sendo de madeira de pinho bravo (*Pinus Pinaster*).

Quanto à modelação, a estrutura é constituída na sua totalidade por elementos esbeltos, cuja modelação será feita por elementos do tipo “barra”. As ligações desses elementos, numa análise inicial, serão executadas com recurso a rótulas perfeitas, ignorando por completo a rigidez das ligações de carpintaria tradicional.

O pormenor de maior relevância na modelação desta estrutura prende-se com o facto de não existir ligação, através de um elemento de madeira, entre o pendural e a linha.

É, contudo, frequente em asnas tradicionais, a existência de um elemento metálico que reforça as ligações entre a parte inferior do pendural e as escoras, cuja denominação corrente é *pé de galinha dobrado* (Figura 5.1a). O *pé-de-galinha dobrado*, normalmente, é aplicado em conjunto com uma braçadeira (que une a linha ao pendural), permitindo a transmissão dos esforços de flexão na linha (devidos ao peso próprio) para o pendural (e conseqüentemente para a parte superior da asna), resultando numa redução de flechas devidas às cargas permanentes. Contudo, a existência de uma pequena folga nesta ligação (tal como representado na Figura 5.1) permite que o pendural sofra deslocamentos sem provocar momentos na linha, quando as cargas na cobertura são significativas.

Outra opção de uso tradicional passa pelo uso isolado de uma braçadeira. Neste caso, a braçadeira passa justa por baixo da linha e é aparafusada no pendural, não existindo qualquer reforço ao nível das ligações entre as escoras e o pendural (Figura 5.1b).

No modelo utilizado optou-se pela não introdução quer de um *pé-de-galinha dobrado* (uma vez que o reforço das ligações com recurso a elementos metálicos está fora do âmbito deste exemplo), quer de uma simples braçadeira, pois pretende-se analisar o comportamento estrutural aos estados limites últimos para a acção conjunta da neve e do peso próprio. Nesta situação, a presença de uma braçadeira seria indiferente, uma vez que esta estaria sujeito a esforços de compressão que, devido à folga existente, não são transmitidos para a linha. Assim, desde que o dimensionamento da folga seja adequado, para o carregamento considerado, faz sentido que o modelo não contemple a braçadeira, existindo simplesmente uma folga. Como resultado da utilização deste tipo de ligações, a linha está sujeita a momentos flectores de baixa intensidade, associados exclusivamente ao seu peso próprio.



Figura 5.1 – Ligação pendural – linha com recurso a um pé de galinha (esquerda – a) e com recurso apenas a uma braçadeira (direita – b)

O modelo estrutural adoptado para o caso da asna simples está representado na Figura 5.2.

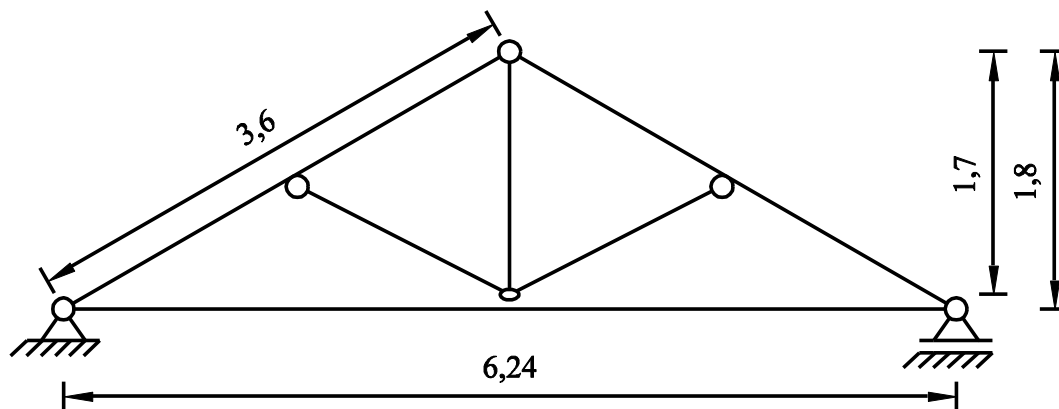


Figura 5.2 – Modelo estrutural adoptado para o caso da asna simples

5.2.2 ASNA COMPOSTA

A segunda cobertura estudada é uma asna composta com 12,7 metros de vão, cuja tipologia respeita o modelo apresentado no terceiro capítulo (Figura 3.3).

Para esta análise, a asna utilizada foi adoptada a partir de um exemplo retirado de uma inspecção a um edifício.

A cobertura apresenta uma pendente de, aproximadamente 28° . As cargas serão, uma vez mais, transmitidas da cobertura para a asna, através de uma Fileira (com uma secção de 220x95 milímetros), dois frechais e quatro madres (com uma secção de 220x70). O afastamento entre estes elementos não é uniforme, cumprindo as distâncias recolhidas a partir da inspecção da estrutura.

Ao nível da cobertura considerou-se a existência de telha do tipo $\frac{1}{2}$ cana (por se tratar do tipo de telha tradicionalmente utilizado no nosso país), varas (de 90x45 milímetros de secção) afastadas de 50 centímetros entre si, sub-telha e um forro em madeira (com espessura de 12 milímetros).

O espaçamento considerado para a distância entre asnas contíguas foi de 2,5 metros. À semelhança do exemplo anterior, todos os elementos de madeira (estruturais ou não), foram considerados como sendo de pinho bravo (*Pinus Pinaster*).

As ligações são, à semelhança do modelo anterior, entalhes, com excepção da ligação entre os tirantes (elementos verticais) e a linha (ou a perna), em que existem reforços obtidos através de chapas metálicas. Contudo, numa primeira análise, a modelação será feita, uma vez mais, admitindo as ligações como rótulas perfeitas.

Relativamente à modelação, esta foi feita de modo semelhante à cobertura anterior, com a excepção da ligação linha – pendural. Uma vez que a folga existente entre o pendural e a linha (no levantamento estrutural), era de apenas dois centímetros (Figura 5.3) e, como se estão a considerar carregamentos para Estados Limites Últimos, partiu-se do princípio que o contacto entre estes elementos seria frequente (para as condições de carregamento). Deste modo, a modelação terá de reflectir a continuidade proporcionada pela existência de contacto. Assim, e apesar da situação real poder ser representada por um encastramento em cima (devido ao pendural ser uma peça contínua) e um apoio simples em baixo (de modo a existir apenas transmissão de esforços na direcção vertical), o elemento que modelará a ligação linha – pendural para a situação de Estados Limites Últimos será um elemento bi-articulado, uma vez que, para o carregamento em causa (carregamento vertical no nó superior), os esforços são iguais em ambas as configurações (Figura 5.4).



Figura 5.3 – Ligação pendural – linha com folga de dois centímetros

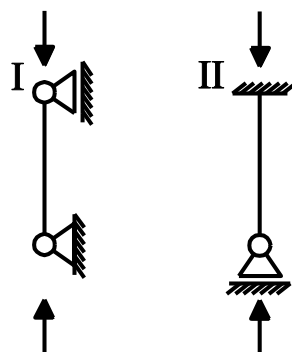


Figura 5.4 – Modelo adoptado para a ligação linha – pendural (I) e modelo real para a mesma ligação (II)

O modelo estrutural adoptado para o caso da asna composta está representado na Figura 5.5.

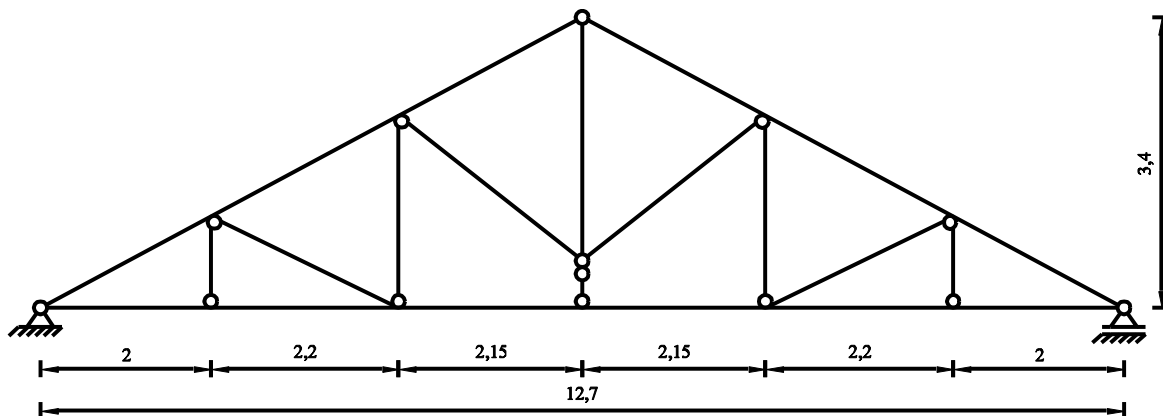


Figura 5.5 – Modelo estrutural adoptado para o caso da asna composta

5.3 CÁLCULO DAS ACÇÕES

Uma vez que este estudo se propõe analisar diferentes tipologias estruturais e coberturas, torna-se necessário quantificar, para cada caso, as acções a considerar para os estados limites últimos, bem como a forma como estas são aplicadas nos sistemas estruturais.

As cargas permanentes, foram calculadas tendo por base os valores documentados em Farinha e Reis (1993). A sua modelação probabilística foi feita segundo o código modelo do JCSS (2001a).

A única carga variável considerada foi a acção da neve, como abordado no capítulo da modelação. O seu valor médio foi calculado respeitando o CEN (2003a), ao passo que a modelação probabilística foi executada recorrendo ao coeficiente de variação (CoV) proposto por Toratti *et al.* (2006) e à função de distribuição proposta pelo código modelo do JCSS (2001b).

5.3.1 ASNA SIMPLES

Os pesos próprios dos materiais serão resumidos na Tabela 5.1, tendo em conta os elementos presentes no caso em estudo.

Tabela 5.1 – Pesos por unidade de área ou volume dos elementos da cobertura

Elemento	Peso por unidade de área ou volume
Madeira de Pinho Bravo	6 kN/m ³
Telha ½ Cana	0,70 kN/m ²
Sub-Telha	0,03 kN/m ²

Tendo presente a constituição da cobertura (parágrafo 5.2.1), e sabendo que a distância entre asnas é de 4 metros, pode-se calcular as cargas permanentes actuantes numa asna interior (Tabela 5.2).

Tabela 5.2 – Pesos médios totais dos elementos que actuam sobre a asna em cada área de influência (asna simples)

Elemento	Peso na área de influência considerada [kN]
Fileira, Madres e Frechais	2,11
Varas	1,69
Telha	20,16
Sub-Telha	0,86
TOTAL	24,82

Sendo o peso próprio uma carga distribuída uniformemente ao longo da cobertura, chega-se a um valor médio, para a distribuição Normal que irá gerar este valor, de 3,978 kN/m (para uma asna interior).

O valor do coeficiente de variação, correspondente ao valor médio do peso próprio, deve ser calculado tendo em conta a diferente natureza dos elementos que lhe dão origem (madeira e cerâmicos). Apesar de serem os elementos cerâmicos os que mais contribuem para o peso próprio, optou-se por utilizar o coeficiente de variação proposto pelo código modelo do JCSS (2001a) para madeira de pinho bravo (0,10). Optou-se desta forma pois, apesar do coeficiente de variação referente aos pesos dos elementos cerâmicos ser menor, a análise foi feita tendo em mente estruturas de cariz tradicional, aumentando deste modo a probabilidade de existir um controlo de qualidade inferior, que se poderá traduzir em aumentos pontuais do peso dos elementos.

Quanto à acção da neve, o seu valor característico ao nível do solo foi calculado tendo em conta a expressão (4.2), particularizando para o caso da zona da Guarda (zona 2), assumindo uma altitude padrão de 1000 metros acima do nível do mar. Posteriormente, o valor da neve ao nível da cobertura será calculado através da expressão (4.1), considerando condições de exposição normais e revestimento comum.

$$S_k = (0,190 \cdot 2 - 0,095) \times \left[1 + \left(\frac{1000}{524} \right)^2 \right] = 1,323 \text{ kN/m}^2 \quad (5.1)$$

Este valor característico, estará na origem da determinação de uma distribuição de probabilidade que, simulará a ocorrência de neve. Sabe-se, através do código modelo do JCSS (2001b), que esta distribuição será do tipo Gamma, e terá com um coeficiente de variação de 0,4 (Toratti *et al.*, 2006). Sabe-se também, através da Tabela 2.1, que a distribuição Gamma pode ser caracterizada pelos parâmetros a e b , cujo relação com a média (μ) e o desvio padrão (σ) é:

$$\mu = ab \quad (5.2)$$

$$\sigma = \sqrt{ab} \quad (5.3)$$

Recorrendo ao conceito de coeficiente de variação pode-se facilmente calcular o valor do parâmetro a :

$$Cov = \frac{\sigma}{\mu} \Leftrightarrow 0,4 = \frac{\sqrt{ab}}{a \cdot b} \Leftrightarrow 0,4 = \frac{1}{\sqrt{a}} \Rightarrow a = 6,25$$

Resta então, apenas, determinar o parâmetro b . Para tal parte-se do pressuposto que o valor de 1,323 kN/m² corresponde ao valor do percentil de 95% da distribuição acumulada, sendo que o valor de a já é conhecido, resolvendo posteriormente a equação, recorrendo ao método da bissecção.

$$F_S(S_{0,95}) = 0,95 \Leftrightarrow F_S(1,323) = 0,95 \Rightarrow b = 0,12196$$

Estão, neste momento, definidos, todos os parâmetros necessários à caracterização das distribuições de probabilidade, associadas às variáveis aleatórias presentes neste problema. A Tabela 5.3 sintetiza as distribuições utilizadas.

Tabela 5.3 – Distribuições adoptadas para as acções exercidas na asna simples

Distribuição	Acção Associada	Parâmetros	
Normal	Peso Próprio	$\mu=3,978$	$\sigma=0,3978$
Gama	Neve	$a=6,25$	$b=0,12196$

Definidas as distribuições de probabilidade associadas a cada acção, resta apenas definir o modo como as acções serão aplicadas na estrutura. Sabendo que as cargas são transmitidas da cobertura para a asna através da fileira, das madres e dos frechais, os pontos de aplicação das forças são conhecidos, sendo que, para cada força, pode ser calculada uma “distância de influência” (D) ao nível do plano da asna, sendo a sua definição baseada apenas em critérios geométricos (Figura 5.6). Esta “distância de influência”, juntamente com a distância entre asnas contíguas, será calculada em metros e terá um papel determinante para o cálculo das forças aplicadas.

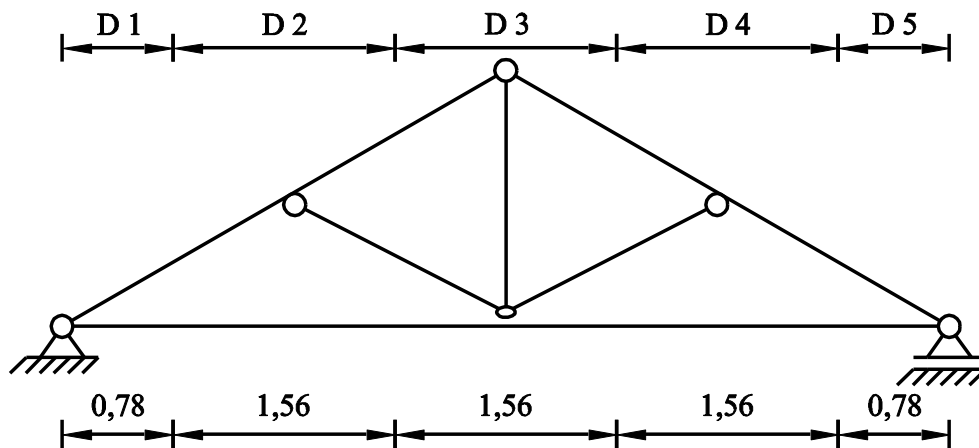


Figura 5.6 – Definição das distâncias de influência correspondentes a cada força (asna simples)

As forças serão aplicadas, precisamente, no local onde se encontram as madres, os frechais e a fileira (Figura 5.7).

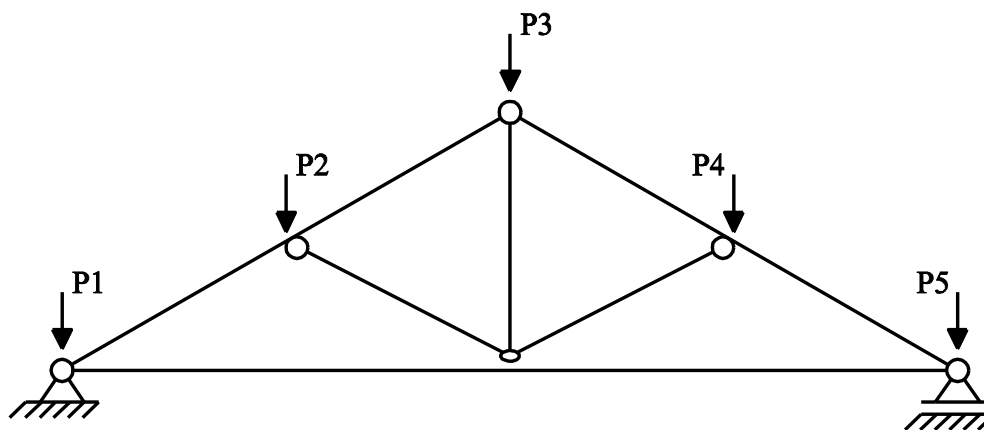


Figura 5.7 – Posição das cargas com origem ao nível da cobertura (asna simples)

As cargas com denominação P1 e P5, obviamente não implicam esforços ao nível dos elementos estruturais uma vez que são directamente transferidas para os apoios (normalmente paredes resistentes).

As restantes forças, serão calculadas, resultando da soma das componentes que advêm do peso da neve e do peso próprio. Assim sendo, em cada simulação, os valores das forças serão diferentes, contudo, subsequentemente, procede-se ao cálculo com os valores médios das respectivas distribuições de probabilidade (considerando o maior peso da neve do lado esquerdo, de acordo com o segundo caso contemplado na Figura 4.1).

$$P_2 = 3,978 \cdot 1,56 + 0,7622 \cdot 1,56 \cdot 4 \cdot 0,8 = 10,01 \text{ kN}$$

$$P_3 = 3,978 \cdot 1,56 + 0,7622 \cdot 1,56 \cdot 4 \cdot 0,8 \cdot 0,75 = 9,06 \text{ kN}$$

$$P_4 = 3,978 \cdot 1,56 + 0,7622 \cdot 1,56 \cdot 4 \cdot 0,8 \cdot 0,50 = 8,11 \text{ kN}$$

Resta apenas contabilizar o peso próprio dos elementos estruturais da asna. Esta parcela, por ser de ordem praticamente desprezável, quando comparada com as restantes cargas permanentes, foi considerada deterministicamente, como uma carga distribuída sobre cada elemento estrutural, calculada tendo por base um peso volúmico para a madeira de pinho bravo de 6 kN/m^3 .

5.3.2 ASNA COMPOSTA

Para este exemplo, a contribuição do peso próprio é calculada da mesma forma que no exemplo anterior, com a diferença que, nesta cobertura, se considerou a presença de um forro de pinho bravo. Existe ainda uma outra diferença, considerada desprezável, que é a diferença de secção entre a fileira e as madres e os frechais. A principal alteração, em relação ao procedimento efectuado para a asna anterior, é o facto de as “distâncias de influência” não serem todas iguais, fruto da geometria considerada.

Tendo presente a constituição da cobertura (parágrafo 5.2.2), sabendo que a distância entre asnas é de 2,5 metros e considerando os pesos presentes na Tabela 5.1, pode calcular-se as cargas permanentes actantes numa asna interior (Tabela 5.4).

Tabela 5.4 – Pesos médios totais dos elementos que actuam sobre a asna em cada área de influência (asna composta)

Elemento	Peso na área de influência considerada [kN]
Fileira, Madres e Frechais	1,70
Varas	1,75
Forro (e=12mm)	2,59
Telha	25,21
Sub-Telha	1,08
TOTAL	32,33

Sendo o peso próprio uma carga distribuída uniformemente ao longo da cobertura, chega-se a um valor médio, para a distribuição Normal que irá gerar este valor, de 2,546 kN/m. O valor do coeficiente de variação considerado será, à semelhança do exemplo anterior, 0,10.

A acção da neve, devido ao facto de depender apenas do local considerado e de algumas características da cobertura (pendente, condições de exposição e de revestimento), será considerada com o mesmo valor definido no exemplo anterior.

Estão, neste momento, definidos, todos os parâmetros necessários à caracterização das distribuições de probabilidade, associadas às variáveis aleatórias presentes neste problema. A Tabela 5.5 sintetiza as distribuições utilizadas.

Tabela 5.5 – Distribuições adoptadas para as acções exercidas na asna composta

Distribuição	Acção Associada	Parâmetros	
Normal	Peso Próprio	$\mu = 2,546$	$\sigma = 0,2546$
Gama	Neve	$a = 6,25$	$b = 0,12196$

Agora, tal como no exemplo anterior, é necessário determinar as distâncias de influência (em metros), baseadas puramente na geometria da estrutura (Figura 5.8). A Figura 5.9 representará o local de aplicação das forças que posteriormente são determinadas, para os valores médios das respectivas distribuições de probabilidade.

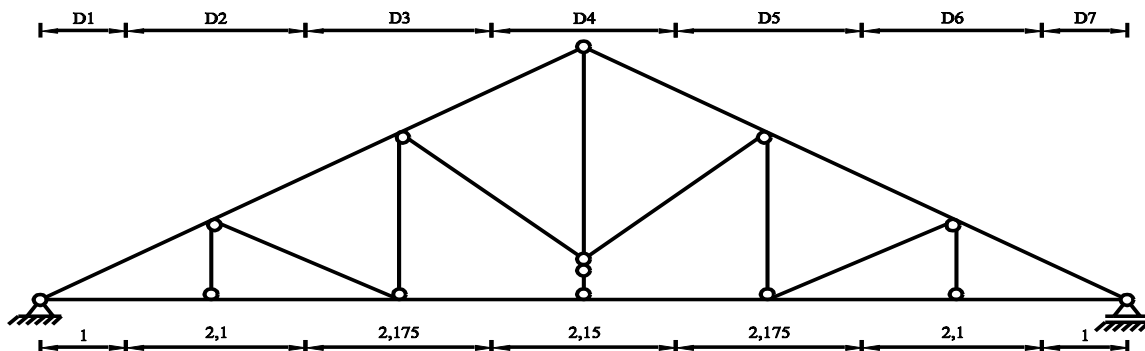


Figura 5.8 – Definição das distâncias de influência correspondentes a cada força (asna composta)

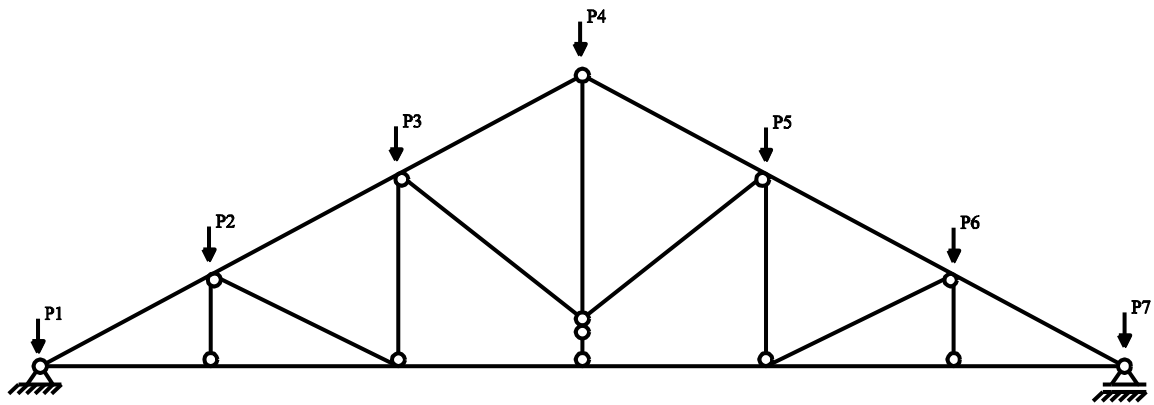


Figura 5.9 – Posição das cargas com origem ao nível da cobertura (asna composta)

As cargas com denominação P1 e P7, obviamente não implicam esforços ao nível dos elementos estruturais uma vez que são directamente transferidas para os apoios. As restantes forças podem ser calculadas recorrendo aos valores médios das distribuições de probabilidade.

$$P_2 = 2,546 \cdot 2,1 + 0,7622 \cdot 2,1 \cdot 2,5 \cdot 0,8 = 8,55 \text{ kN}$$

$$P_3 = 2,546 \cdot 2,175 + 0,7622 \cdot 2,175 \cdot 2,5 \cdot 0,8 = 8,85 \text{ kN}$$

$$P_4 = 2,546 \cdot 2,15 + 0,7622 \cdot 2,15 \cdot 2,5 \cdot 0,8 \cdot 0,75 = 7,93 \text{ kN}$$

$$P_5 = 2,546 \cdot 2,175 + 0,7622 \cdot 2,175 \cdot 2,5 \cdot 0,8 \cdot 0,5 = 7,20 \text{ kN}$$

$$P_6 = 2,546 \cdot 2,1 + 0,7622 \cdot 2,1 \cdot 2,5 \cdot 0,8 \cdot 0,5 = 6,95 \text{ kN}$$

À semelhança do exemplo anterior, os pesos próprios dos elementos estruturais, foram considerados de modo determinístico, como uma carga distribuída sobre cada elemento.

5.4 IMPLEMENTAÇÃO DO MÉTODO DE MONTE CARLO

A implementação do método de Monte Carlo foi, devido à impossibilidade de executar todos os ciclos necessários à resolução dos problemas com margens de erro aceitáveis, realizada através de um programa informático criado para o efeito.

O programa foi implementado numa plataforma informática em MATLAB®, sendo que, para tal foram utilizados comandos relativamente banais descritos em Hanselman e Littlefield (1997).

O programa utilizado foi uma adaptação do programa criado por Neves (2001).

A estrutura do programa foi mantida, sendo que, a única rotina que foi aproveitada na sua totalidade, foi o cálculo dos esforços estruturais, utilizando a formulação de elementos finitos do método dos deslocamentos. O cálculo dos esforços foi feito através de uma análise elástica linear.

Todas as restantes rotinas sofreram modificações, não só devido às vicissitudes da mudança do material em causa, mas também devido às diferenças ao nível de acções, funções estado limite, e até mesmo ao nível da leitura de dados. O programa pode ser descrito de forma simples através do fluxograma da Figura 5.10.

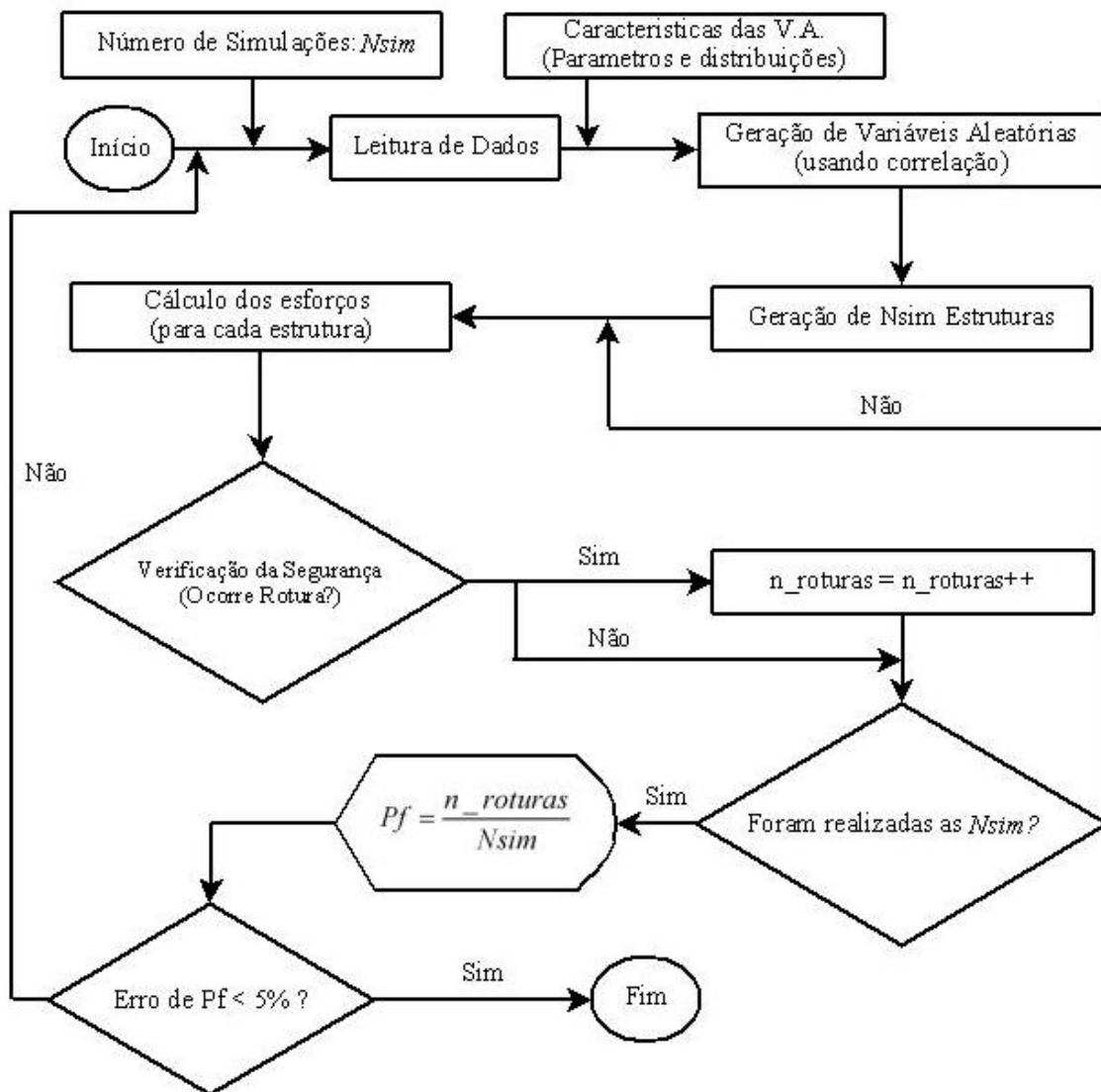


Figura 5.10 – Fluxograma do programa utilizado

O programa utilizado trabalha a partir de uma rotina inicial, cujo principal propósito se prende com a definição e criação de todos os ficheiros, vectores e matrizes que serão usados ao longo do programa e definir o número de repetições (ciclos) que se

pretende que sejam efectuados. Para além disso, esta rotina inicial serve apenas como plataforma para chamar as rotinas subsequentes.

O próximo passo prende-se com a execução de uma rotina que lê um ficheiro, previamente definido para cada configuração estrutural que se pretende testar. É neste ficheiro que o programa encontra todas as informações da estrutura que vai, de seguida, ser analisada. Essas informações passam pela localização dos nós considerados, dos elementos, dos materiais e das secções associadas a cada elemento, da existência de molas, das ligações estruturais ao exterior e dos locais de aplicação das cargas.

Seguidamente será executada a rotina que trata da geração aleatória das variáveis. Esta geração inclui as acções consideradas (peso próprio e neve), mas também as resistências de cada elemento estrutural, afectadas pelas respectivas correlações regulamentares (Tabela 4.5).

Calculadas as acções e as resistências, o passo seguinte será o cálculo dos esforços elásticos lineares que, seguidamente, serão introduzidos nas funções estado limite, juntamente com as resistências previamente calculadas, de modo a determinar se existe rotura dos elementos estruturais. As probabilidades de rotura da estrutura, bem como as de cada elemento, são contabilizadas num ficheiro criado pelo programa.

Este programa foi utilizado para todas as configurações estruturais utilizadas. Em qualquer um dos casos, repetiu-se sucessivamente a utilização do programa, até os resultados obtidos apresentarem uma margem de erro, segundo Shooman (Expressão 2.21) inferior a 5%. Utilizou-se este critério uma vez que, se verificou, que seria o mais rigoroso dos critérios apresentados no parágrafo 2.7.2.

5.5 SISTEMAS ESTRUTURAIS ESTUDADOS

Os sistemas estruturais estudados tiveram como base duas tipologias diferentes, como tal, serão abordados separadamente.

Para a tipologia correspondente a uma asna simples procurou-se aferir os diferentes níveis de fiabilidade deste tipo de estrutura, variando a dimensão de algumas secções. Para além disso, procurou-se perceber que efeito tem a consideração da rigidez das ligações tradicionais na segurança estrutural, uma vez que o dimensionamento deste tipo de estruturas é, frequentemente executado, ignorando a rigidez das ligações. Posteriormente foram executadas algumas verificações de robustez.

No que respeita à asna composta, a análise centrou-se essencialmente no estudo da segurança estrutural de uma asna específica, verificando as alterações que a rigidez das ligações proporciona a este tipo de estrutura. Foram ainda realizadas, tal como na estrutura anterior, verificações de robustez mas, desta feita, devido à maior complexidade estrutural, existe maior margem para aprofundar este tipo de análise.

5.5.1 ASNA SIMPLES

Inicialmente, a análise desta tipologia, aludiu a quatro asnas diferentes, com as ligações rotuladas (tal como o dimensionamento sugerido pelo CEN (2003b) para ligações pouco rígidas). De seguida, procedeu-se à modelação de uma asna, cujo dimensionamento seria bastante próximo do mínimo requerido pelo método dos coeficientes parciais indicado no CEN (2003b), com rigidez ao nível das ligações de carpintaria tradicional.

Por fim, neste último sistema estrutural, procederam-se a algumas verificações de robustez, materializadas pela introdução de um defeito no sistema estrutural. O tipo de defeito considerado foi a rotura localizada de algumas secções, materializada no modelo através da remoção do elemento estrutural em que se consideraria a rotura, e ainda, a perda de rigidez (rotacional) no ponto de aplicação das forças provenientes das madres, simulando, um esmagamento localizado da perna.

Optou-se, então, por iniciar o estudo com um exemplo que não verificaria, de modo claro, os requisitos de dimensionamento do CEN (2003b), designado de AS1. Para um segundo exemplo (AS2), procurou-se um dimensionamento que fosse o mais próximo possível dos requisitos mínimos de segurança do CEN (2003b), nomeadamente ao nível das pernas, que são os elementos mais esforçados neste tipo de coberturas. Neste exemplo, pretende-se aferir o nível de fiabilidade proporcionado através de um dimensionamento pelo método dos coeficientes parciais, proposto pelo CEN (2003b).

Os dois exemplos seguintes visam a obtenção dos índices de fiabilidade de uma estrutura com dimensões típicas de uma cobertura simples, localizada na cidade da Guarda (AS3), e de um dimensionamento proposto pela Enciclopédia Prática da Construção Civil (AS4), através de uma tabela de cálculo, sendo, provavelmente, uma das publicações mais antigas que dispõe de tabelas de dimensionamento, para estruturas deste tipo.

O quinto exemplo considerado, pretende estudar o efeito que a introdução da rigidez das ligações de carpintaria tradicional, trará à fiabilidade do sistema estrutural (AS5).

Os exemplos subsequentes são verificações de robustez, que consideram a hipótese de ocorrer uma rotura localizada (AS6, AS7 e AS10), em dada secção de um elemento estrutural, ou o esmagamento localizado do local onde as madres assentam na perna (AS8 e AS9).

A Tabela 5.6 pretende sintetizar todas os exemplos considerados, sendo que, a numeração dos elementos e das forças respeitará a Figura 5.11. Os elementos estruturais assinalados com * foram retirados, no exemplo em causa.

Tabela 5.6 – Síntese dos exemplos estudados para a tipologia de asna simples

Exemplo	Dimensões da Secção [mm x mm]				Ligações	Observações
	Pernas	Linha	Escoras	Pendural		
AS1	170x70	170x70	70x70	70x70	Rotuladas	-
AS2	210x70	210x70	70x70	70x70	Rotuladas	-
AS3	200x80	200x80	80x80	80x80	Rotuladas	-
AS4	160x100	140x100	120x100	100x100	Rotuladas	-
AS5	210x70	210x70	70x70	70x70	Semi-rígidas	-
AS6	210x70	210x70	70x70 *	70x70	Semi-rígidas	Retirado - 6
AS7	210x70	210x70	70x70 *	70x70	Semi-rígidas	Retirado - 5
AS8	210x70	210x70	70x70	70x70	Semi-rígidas	Rotulado P2
AS9	210x70	210x70	70x70	70x70	Semi-rígidas	Rotulado P4
AS10	210x70	210x70	70x70	*	Semi-rígidas	Retirado - 7

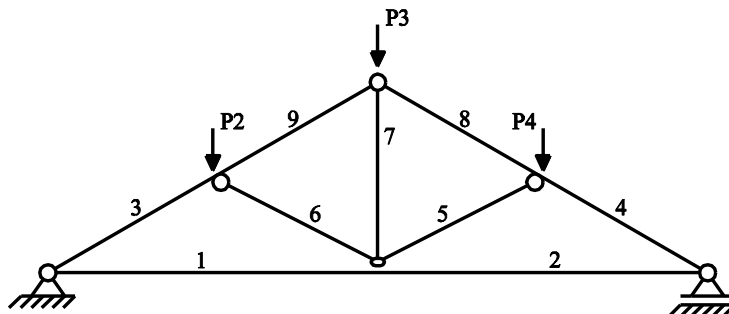


Figura 5.11 – Numeração dos elementos estruturais da asna simples

5.5.2 ASNA COMPOSTA

O estudo da tipologia de asna composta recaiu, essencialmente, sobre a robustez da estrutura, mas também, sobre a influência da consideração da rigidez das ligações na análise dos esforços estruturais.

O estudo teve por base o dimensionamento de uma asna específica, sendo que, o afastamento entre asnas foi modificado com o fim de, através do dimensionamento proposto pelo Eurocódigo 5 (CEN, 2003b), não se verificar um grau muito elevado de segurança, com o propósito de limitar o esforço computacional subsequente, aumentando o

número de roturas. Esta modelação, baseada num exemplo real, apresenta os seus elementos dimensionados com níveis de segurança bastante distintos, como se poderá comprovar na Tabela 5.14.

O primeiro exemplo de estudo, considerou todas as ligações como rótulas perfeitas (AC1). O exemplo seguinte (AC2) introduziu a rigidez correspondente às ligações de carpintaria tradicional e também às reforçadas com chapas metálicas, tal como descrito na caracterização da estrutura do problema no parágrafo 5.2.2.

Todos os exemplos subsequentes pretendem aferir a robustez estrutural, sendo que em cada exemplo foi simulada a rotura localizada de um elemento.

A Tabela 5.7 compila as dimensões dos elementos estruturais da asna composta, constantes ao longo de todos os exemplos. A Tabela 5.8 sintetiza todos os exemplos considerados. Ambas as tabelas respeitam a numeração definida na Figura 5.12.

Tabela 5.7 – Dimensões dos elementos estruturais da asna composta

Dimensões da Secção [mm x mm]				
Pernas	Linha	Pendural	Tipo I	Tipo II
180x95	220x95	220x95	180x95	150x95

Tabela 5.8 – Síntese dos exemplos estudados para a tipologia de asna composta

Exemplo	Ligações	Observações
AC1	Rotuladas	-
AC2	Semi-rígidas	-
AC3	Semi-rígidas	Retirado - 13
AC4	Semi-rígidas	Retirado - 14
AC5	Semi-rígidas	Retirado - 15
AC6	Semi-rígidas	Retirado - 16
AC7	Semi-rígidas	Retirado - 17
AC8	Semi-rígidas	Retirado - 19
AC9	Semi-rígidas	Retirado - 20
AC10	Semi-rígidas	Retirado - 21
AC11	Semi-rígidas	Retirado - 22
AC12	Semi-rígidas	Retirado - 18

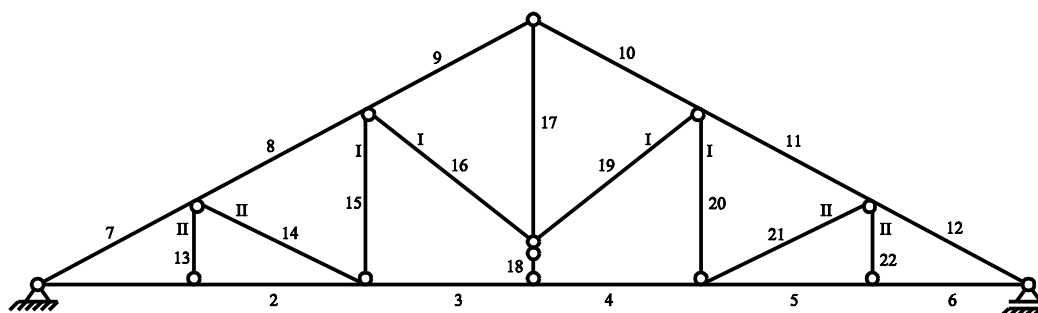


Figura 5.12 – Numeração dos elementos estruturais da asna composta

5.6 SEGURANÇA ATRAVÉS DO MÉTODO DOS COEFICIENTES PARCIAIS

Os exemplos de asnas, simulados no programa criado, foram, previamente, testados, em termos da sua segurança, através do método dos coeficientes parciais, proposto no CEN (2003b). Esta análise será, posteriormente, comparada com os níveis de fiabilidade atingidos probabilisticamente.

A combinação de acções, para a análise dos Estados Limites Últimos, tem como acção variável base a neve:

$$1,35 \cdot G_k + 1,5 \cdot S_k \quad (5.4)$$

Deste modo, as cargas consideradas para a tipologia de asna simples são:

$$P_2 = 1,35 \cdot 3,978 \cdot 1,56 + 1,5 \cdot 1,323 \cdot 1,56 \cdot 4 \cdot 0,8 = 18,28 \text{ kN}$$

$$P_3 = 1,35 \cdot 3,978 \cdot 1,56 + 1,5 \cdot 1,323 \cdot 1,56 \cdot 4 \cdot 0,8 \cdot 0,75 = 15,81 \text{ kN}$$

$$P_4 = 1,35 \cdot 3,978 \cdot 1,56 + 1,5 \cdot 1,323 \cdot 1,56 \cdot 4 \cdot 0,8 \cdot 0,50 = 13,33 \text{ kN}$$

Para a tipologia de asna composta tem-se:

$$P_2 = 1,35 \cdot 2,546 \cdot 2,1 + 1,5 \cdot 1,323 \cdot 2,1 \cdot 2,5 \cdot 0,8 = 15,55 \text{ kN}$$

$$P_3 = 1,35 \cdot 2,546 \cdot 2,175 + 1,5 \cdot 1,323 \cdot 2,175 \cdot 2,5 \cdot 0,8 = 16,11 \text{ kN}$$

$$P_4 = 1,35 \cdot 2,546 \cdot 2,15 + 1,5 \cdot 1,323 \cdot 2,15 \cdot 2,5 \cdot 0,8 \cdot 0,75 = 13,79 \text{ kN}$$

$$P_5 = 1,35 \cdot 2,546 \cdot 2,175 + 1,5 \cdot 1,323 \cdot 2,175 \cdot 2,5 \cdot 0,8 \cdot 0,5 = 11,79 \text{ kN}$$

$$P_6 = 1,35 \cdot 2,546 \cdot 2,1 + 1,5 \cdot 1,323 \cdot 2,1 \cdot 2,5 \cdot 0,8 \cdot 0,5 = 11,39 \text{ kN}$$

Os valores característicos das propriedades dos materiais, nomeadamente a resistência à flexão ($f_{m,k}$) e o módulo de elasticidade (E_k), foram determinados a partir das respectivas distribuições utilizadas na modelação probabilística, particularizando para o percentil de 5%. Desse modo, obteve-se:

$$E_k = 9,708 \text{ MPa}$$

$$f_{m,k} = 11,648 \text{ MPa}$$

Os restantes valores característicos das propriedades dos materiais foram determinados com base nas relações empíricas descritas na Tabela 4.4.

Os valores de dimensionamento, das propriedades dos materiais, foram calculados, aplicando os valores característicos calculados na expressão (4.9), para cada exemplo estrutural. Uma vez que se trata de secções de madeira maciça, o coeficiente parcial de

segurança do material (γ_M) utilizado foi 1,3. Tratando-se de uma estrutura interior e sujeita a acções de curta duração, o factor que atende ao efeito de duração das acções e do teor de água (k_{mod}) assume o valor de 0,9. O coeficiente que tem em conta o efeito de volume (k_h) foi calculado caso a caso, de acordo com a secção e o esforço estudado.

A segurança foi verificada em todos os elementos que, dentro do mesmo tipo, verificassem esforços mais elevados, sendo que a verificação varia com tipo de esforços presentes em dado elemento. Assim, para compressão simples usou-se a expressão (4.11), enquanto que, para tracção simples se usou a expressão (4.12), substituindo os valores das propriedades dos materiais, pelos respectivos valores de dimensionamento. A possibilidade de ocorrência de encurvadura foi verificada recorrendo à condição (4.14), sendo os valores das propriedades dos materiais valores característicos.

Os esforços combinados de compressão e flexão foram verificados através das expressões (4.15) e (4.16), quando não existia risco de encurvadura, e pelas expressões (4.17) e (4.18) quando a condição (4.14) indicava risco de dado elemento encurvar (valor superior a 0,3). Quanto aos esforços combinados de tracção e flexão, estes foram verificados através das expressões (4.23) e (4.24). Os valores de k_m e β_c tomaram, respectivamente, os valores de 0,7 e 0,2. Todos os valores das propriedades dos materiais foram inseridos, recorrendo aos respectivos valores de dimensionamento, nas expressões correspondentes.

Os esforços estruturais foram calculados através do SAP2000®, sendo que os seus valores para a combinação utilizada, constituem o Anexo A.

Para cada um dos exemplos estruturais utilizados foi calculada a segurança, através do método dos coeficientes parciais proposto pelo CEN (2003b). As verificações de robustez não foram incluídas na análise. As tabelas que se seguem visam compilar os principais esforços a que cada estrutura está sujeita, juntamente com as respectivas verificações relevantes.

Tabela 5.9 – Verificações de segurança da asna simples (AS1)

Elemento	Esforços		Verificações		
	N [kN]	M [kNm]	Tracção (e Flexão)	λ_{rel}	Compressão (e Flexão)
Linha	40,79	0,34	0,83	-	-
Pendural	14,28	0	0,52	-	-
Escora	-15,55	0,01		y - 1,09	0,71
				z - 1,09	0,7
Perna	-47,9	2,63		y - 0,46	1,37
				z - 1,12	1,32

Tabela 5.10 – Verificações de segurança da asna simples (AS2)

Elemento	Esforços			Verificações	
	N [kN]	M [kNm]	Tracção (e Flexão)	λ_{rel}	Compressão (e Flexão)
Linha	40,38	0,43	0,67	-	-
Pendural	13,78	0	0,50	-	-
Escora	-15	0,01	-	y - 1,09	0,69
				z - 1,09	0,69
Perna	-47,56	3,07	-	y - 0,37	1,05
				z - 1,12	1,04

Tabela 5.11 – Verificações de segurança da asna simples (AS3)

Elemento	Esforços			Verificações	
	N [kN]	M [kNm]	Tracção (e Flexão)	λ_{rel}	Compressão (e Flexão)
Linha	40,65	0,46	0,63	-	-
Pendural	14,04	0	0,40	-	-
Escora	-15,25	0,01	-	y - 0,96	0,46
				z - 0,96	0,46
Perna	-47,81	2,9	-	y - 0,39	0,97
				z - 0,98	0,88

Tabela 5.12 – Verificações de segurança da asna simples (AS4)

Elemento	Esforços			Verificações	
	N [kN]	M [kNm]	Tracção (e Flexão)	λ_{rel}	Compressão (e Flexão)
Linha	41,24	0,41	0,75	-	-
Pendural	14,65	0	0,28	-	-
Escora	-15,83	0,02	-	y - 0,63	0,17
				z - 0,76	0,17
Perna	-48,36	2,49	-	y - 0,49	1,03
				z - 0,79	0,85

Tabela 5.13 – Verificações de segurança da asna simples (AS5)

Elemento	Esforços			Verificações	
	N [kN]	M [kNm]	Tracção (e Flexão)	λ_{rel}	Compressão (e Flexão)
Linha	40,18	0,63	0,72	-	-
Pendural	13,56	0,04	0,57	-	-
Escora	-14,73	0,07	-	y - 1,09	0,81
				z - 1,09	0,77
Perna	-47,45	2,94	-	y - 0,37	1,02
				z - 1,12	1,01

Tabela 5.14 – Verificações de segurança da asna composta (AC1)

Elemento	Esforços			Verificações	
	N [kN]	M [kNm]	Tracção (e Flexão)	λ_{rel}	Compressão (e Flexão)
Linha	71,40	3,05	1,20	-	-
Pendural	21,72	0	0,21	-	-
Tipo II	0,94	0	0,01		
Perna	-62,17	1,47	-	y - 0,50	0,54
				z - 1,15	0,66
Tipo I	-20,57	0,08	-	y - 0,69	0,15
				z - 1,31	0,25
Tipo II	-18,73	0,06	-	y - 0,71	0,17
				z - 1,13	0,23

5.7 RIGIDEZ DAS LIGAÇÕES ESTRUTURAIS

O comportamento das estruturas de madeira, particularmente quando os carregamentos não são simétricos ou são extremos, é geralmente ditado pelas ligações estruturais (Branco, 2008).

Nas estruturas de madeira, quer as dimensionadas de raiz, quer nos estudos realizado em estruturas existentes, é frequente assumir-se as ligações estruturais como rótulas perfeitas ou ligações totalmente rígidas. Contudo, tais pressupostos são, na maioria dos casos, incorrectos, podendo introduzir erros graves na análise estrutural.

As ligações de carpintaria tradicional apresentam, normalmente, um comportamento semi-rígido, que deve ser modelado adequadamente. Tal análise está fora do âmbito do presente trabalho, uma vez que se reveste de grande complexidade. Ainda assim e, tentando tornar o mais fidedigna possível a análise realizada, considerar-se-ão as ligações com comportamento semi-rígido.

De modo a alcançar valores fidedignos de rigidez de ligações de carpintaria tradicional, foi consultado um trabalho da especialidade realizado por Branco (2008), cujo âmbito é bastante superior ao pretendido para este trabalho. Assim, para ligações com ângulo de aproximadamente 30° admitiu-se a rigidez de 300 kN.m, ao passo que, para ângulos próximos de 60° foi utilizada uma rigidez de 210 kN.m. Estes valores foram introduzidos no programa criado através de elementos do tipo mola, sendo que os valores foram admitidos como determinísticos.

Numa das tipologias estudadas, as ligações de determinados elementos estruturais (tirantes), encontravam-se reforçadas com chapas metálicas. A parte superior desses elementos faz uma ligação com a perna da asna num ângulo de 60°. A parte inferior liga à linha a 90°. A Figura 5.13 apresenta um dos tirantes da asna composta.

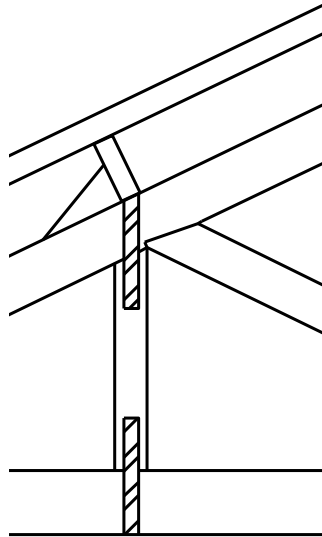


Figura 5.13 – Tirante reforçado com chapas metálicas

Neste caso de reforço com chapas metálicas, calculou-se a rigidez conferida à ligação pelos elementos metálicos, e utilizou-se essa mesma rigidez no programa, como valor determinístico, sempre que se pretendia utilizar rigidez nas ligações da tipologia de asna composta. A Figura 5.14 pretende esquematizar as ligações supracitadas, sendo que a figura se encontra sem escala, de modo a ser mais perceptível.

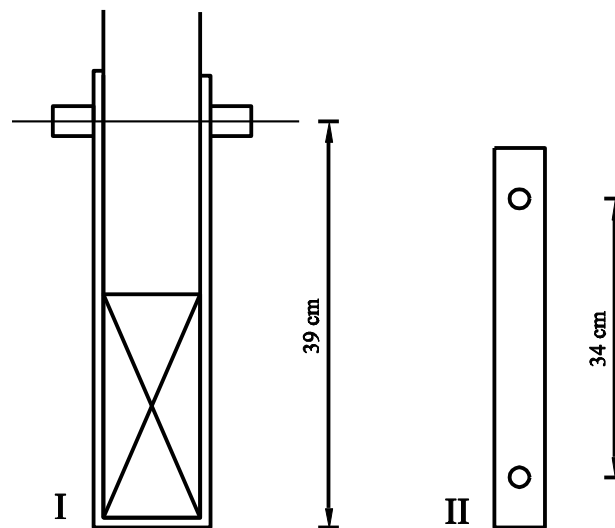


Figura 5.14 – Ligação entre o tirante e a linha (I) e chapa de ligação entre o tirante e a perna (II)

Atendendo a que a espessura da chapa é de 0,5 cm, a largura é de 5 cm e que o aço tem um módulo de elasticidade de 210 GPa, a rigidez conferida à ligação através da chapa I, pode ser calculada através de:

$$I = \frac{2 \cdot 0,005 \cdot 0,05^3}{12} = 1,041667 \times 10^{-7} m^4$$

$$k = \frac{4EI}{L} = \frac{4 \cdot 210 \cdot 10^6 \cdot 1,041667 \times 10^{-7}}{0,39} = 224,36 kNm$$

A ligação entre o tirante e a perna é feita através de duas chapas (do tipo II), uma em cada lado da asna. Esta é uma opção tradicional, face à dificuldade de executar uma dobra sobre a diagonal, por cima da perna. Assim, e uma vez que as características da chapas são semelhantes ao considerado anteriormente, tem-se:

$$k = \frac{4EI}{L} = \frac{4 \cdot 210 \cdot 10^6 \cdot 1,041667 \times 10^{-7}}{0,34} = 257,35 kNm$$

5.8 RESULTADOS

As análises probabilísticas das estruturas apresentadas na secção 5.5, realizadas através do programa desenvolvido, foram executadas considerando a acção da neve como o segundo caso da Figura 4.1, não sendo necessária alternância, uma vez que as estruturas são simétricas, podendo apresentar-se os resultados através do índice de fiabilidade global da estrutura ou particularizando para cada elemento. Considerou-se a rotura quando um dos elementos não verifica a segurança. Os elementos que não apresentam qualquer valor de índice de fiabilidade, indicam que não ocorreu qualquer rotura durante as simulações realizadas. Todos os índices de fiabilidade (globais) apresentados, apresentam um erro inferior a 5%, segundo o critério de Shooman, sendo que, no caso mais extremo (em que se detectou um maior índice de fiabilidade), foram necessárias mais de onze milhões de ciclos, até se conseguir um resultado que concorde com o parâmetro apresentado.

Seguir-se-ão duas tabelas que visam compilar os índices de fiabilidade (β) alcançados, uma para cada tipologia. As estruturas assinaladas com * apresentam probabilidades de rotura de tal maneira baixas, que o cálculo do índice de fiabilidade deixa de fazer sentido, por ser um número inferior a zero

Tabela 5.15 – Índices de fiabilidade das estruturas da tipologia de asna simples

Estrutura	Global	Elemento								
		1	2	3	4	5	6	7	8	9
AS1	2,76	4,31	4,31	2,81	4,19	-	-	-	4,61	3,32
AS2	3,63	-	-	3,66	-	-	-	5,09	-	4,14
AS3	4,08	5,35	5,35	4,11	-	-	-	-	-	4,51
AS4	3,98	4,62	4,62	4,03	5,12	-	-	-	5,35	4,42
AS5	3,75	4,82	5,31	3,77	-	-	-	5,05	-	4,36
AS6	*	4,61	4,61	0,05	0,76	-	retirado	-	0,97	0,18
AS7	*	4,53	4,61	0,04	0,76	retirado	-	-	0,89	0,26
AS8	3,52	4,68	4,69	-	3,55	4,91	-	4,48	4,10	5,18
AS9	3,39	4,86	5,08	3,42	-	-	-	-	-	3,92
AS10	*	4,61	4,61	0,37	1,19	3,52	3,69	retirado	1,13	0,38

5.9 ANÁLISE DE RESULTADOS

A análise dos resultados será dividida entre as tipologias estudadas, sendo que, em cada uma delas, existem três pontos fundamentais em análise. Assim, esta secção visa tecer considerações sobre:

- 1) A comparação entre a fiabilidade estrutural de estruturas com a mesma tipologia, mas com dimensões diferentes ao nível dos elementos. Comparando os índices de fiabilidade obtidos com os índices de fiabilidade que deveriam ser obtidos, regulamentarmente;
- 2) O efeito da consideração da rigidez ao nível das ligações, versus a comum solução de dimensionamento, que passa por considerar as ligações como rótulas perfeitas;
- 3) A robustez estrutural de cada tipologia.

5.9.1 ASNA SIMPLES

Quanto a esta tipologia, relativamente à comparação entre os índices de fiabilidade regulamentares e a segurança obtida a partir do método dos coeficientes parciais, é de salientar que os resultados obtidos foram bastante favoráveis, uma vez que os vários exemplos estudados, apresentam resultados bastante próximos do pretendido pelos regulamentos produzidos pelo CEN.

Sabe-se, consultando o anexo do Eurocódigo 0 (CEN, 2001) que, através de um dimensionamento pelo método dos coeficientes parciais que use este regulamento, em associação com qualquer uma das normas compreendidas entre a EN 1991 e a EN 1999, a estrutura deveria atingir um valor para o índice de fiabilidade (β) superior a 3,8 (para um período de referencia de cinquenta anos).

Através do dimensionamento executado na secção 5.6, verifica-se que estamos perante três estruturas (AS2, AS4 e AS5), cujo dimensionamento é muito próximo do limite mínimo pretendido pelos regulamentos supracitados, nomeadamente ao nível dos elementos mais esforçados – Pernas. Assim, é importante verificar que, mesmo violando ligeiramente as condições de segurança nos elementos mais esforçados, em duas das três estruturas os valores do índice de fiabilidade (β) superaram os 3,8. Apesar de tudo, na estrutura AS2, esse limite não foi verificado, ainda assim, e tendo em conta que os resultados podem estar afectados de erros na ordem de 5%, esta pequena margem de erro seria suficiente para se atingir a barreira dos 3,8.

A estrutura AS1, dimensionada abaixo dos requisitos mínimos do método dos coeficientes parciais, cumpriu a sua função, atingindo um índice de fiabilidade (β) de 2,76. Este valor encontra-se, claramente, abaixo da fronteira traçada nos 3,8.

Apesar da estrutura AS4, proveniente de uma tabela de cálculo da enciclopédia prática da engenharia civil, verificar um índice de fiabilidade bastante aceitável – 3,98 – é de notar que, existe um claro sobredimensionamento ao nível das escoras e do pendural, traduzido por uma ausência de roturas. É ainda de salientar que esta estrutura, nomeadamente ao nível das pernas, apresenta, claramente, secções com área superior a outras soluções (equivalentes em segurança). Assim, verifica-se que se consome uma quantidade maior de madeira, para atingir níveis de fiabilidade parecidos, por se optar por secções de menor altura (e maior largura), aproveitando menos o factor inércia, para resistir aos momentos flectores aplicados.

A estrutura AS4 é aquela que atinge índices de fiabilidade mais elevados – 4,08 – tal como seria de esperar, através do dimensionamento pelo método dos coeficientes parciais, contudo é de verificar que apresenta um claro sobredimensionamento ao nível das escoras e do pendural, traduzido pela inexistência de roturas.

Em todos estes exemplos estudados, é de notar o elevado índice de fiabilidade da linha, possivelmente devido à prática corrente da montagem estrutural deste tipo de coberturas, que, geralmente, se procede com operários apoiados neste elemento, tendo em vista a montagem dos elementos subsequentes.

No que respeita a consideração da rigidez nas ligações, foram executados dois exemplos, iguais ao nível dos elementos estruturais, variando as ligações de rotuladas para semi-rígidas (AS2 e AS5, respectivamente).

No geral, notou-se um aumento do índice de fiabilidade global das estruturas, aquando da consideração de ligações semi-rígidas, sendo que, esse aumento não foi generalizado, quando analisando elemento a elemento. Em alguns dos elementos que não são dimensionados considerando os momentos flectores, nomeadamente o pendural e a linha, ocorreram diminuições de pouca expressão no índice de fiabilidade, que, no geral, se encontram abaixo do erro de 5% considerado ao nível dos resultados.

A consideração de rigidez nas ligações, permitiu, ao nível dos momentos flectores, uma ligeira “subida” dos diagramas de esforços, reduzindo os valores máximos dos momentos flectores. Este fenómeno aliado à capacidade que as secções rectangulares de madeira possuem de, ao contrário de alguns materiais, suportar de igual modo momentos positivos e negativos, conduziu a ligeiros aumentos do índice de fiabilidade global.

A Tabela 5.17 traduz o fenómeno estudado, onde se verificou um aumento do índice global de fiabilidade na ordem dos 3%.

Tabela 5.17 – Índices de fiabilidade das estruturas da tipologia de asna simples (efeito da rigidez)

Estrutura	Global	Elemento								
		1	2	3	4	5	6	7	8	9
AS2	3,63	-	-	3,66	-	-	-	5,09	-	4,14
AS5	3,75	4,82	5,31	3,77	-	-	-	5,05	-	4,36

As verificações de robustez foram executadas, simulando a rotura localizada dos elementos que não foram considerados como elementos chave: escoras e pendural. Além disso, na tipologia de asna simples, simulou-se o esmagamento localizado das pernas através das madres.

As verificações que conduziam a uma rotura quer de uma das escoras, quer do pendural, foram um completo fracasso, na medida em que, qualquer uma destas situações conduziu a valores de índice de fiabilidade negativos, o que significa uma probabilidade de rotura superior a 50%. Qualquer uma destas verificações provocou um aumento desmedido dos momentos ao nível das pernas, originando roturas ao nível dos critérios estabelecidos para os Estados Limites Últimos. Assim sendo, verifica-se que todos os elementos constituintes da asna são, ao nível da teoria da robustez, elementos chave.

As verificações que introduziram um esmagamento na perna, ao nível do ponto de contacto com a madre, apresentaram resultados aceitáveis, na medida em que a diminuição do índice de fiabilidade foi de 6%, num dos casos (AS8), e 10% no outro (AS9).

5.9.2 ASNA COMPOSTA

Nesta tipologia, não foi feito nenhum tipo de estudo comparativo, entre os níveis de fiabilidade regulamentares e os obtidos, uma vez que a própria estrutura, tal como fora explorado no parágrafo 5.5.2, não cumpre os requisitos do Erocódigo 5 (CEN, 2003b), para a combinação de Estados Limites Últimos.

Relativamente à consideração de ligações semi-rígidas (AC2), versus o caso que contempla as ligações como rotuladas (AC1), as conclusões foram semelhantes ao que se aferiu na asna simples. Verificou-se um aumento do índice global de fiabilidade, na ordem de 6%, sendo que a maioria dos índices de fiabilidade individuais de cada elemento também aumentou, tal como pode ser verificado na Tabela 5.18. Verificou-se, de igual modo, uma diminuição dos momentos flectores máximos e o aparecimento de pequenos

momentos flectores onde anteriormente existiam rótulas, que deram lugar a ligações semi-rígidas, fruto de uma pequena translação sofrida pelos momentos flectores.

Tabela 5.18 – Índices de fiabilidade das estruturas da tipologia de asna composta (efeito da rigidez)

Estrutura	Global	Elemento								
		1	2	3	4	5	6	8	11	
AC1	3,48	4,33	3,92	4,22	4,14	4,13	4,37	5,09	4,87	
AC2	3,71	4,36	3,88	4,15	4,21	4,15	4,39	5,15	5,28	

De modo a quantificar melhor o sucesso de cada verificação de robustez, calculou-se o índice de redundância (β_r) proposto por Frangopol e Curley (Tabela 5.19). Para as verificações que originaram índices de fiabilidade negativos, não se calculou o índice de redundância.

Tabela 5.19 – Índices de redundância das estruturas da tipologia de asna composta

Estrutura	AC3	AC4	AC5	AC6	AC7	AC8	AC9	AC10	AC11	AC12
Índice de Redundância	*	1,657	2,501	-	-	-	3,995	2,914	74,12	*

As estruturas assinaladas com um * indicam que, o resultado foi um índice de fiabilidade superior ao índice da estrutura original. A verificação AC3 trata da rotura de um dos tirantes mais exteriores da asna e, o seu sucesso inesperado deve-se, somente, a uma particularidade da própria estrutura. Uma vez que é a linha o elemento dimensionado com menor margem de segurança, a rotura dos elementos mencionados, provoca uma redução da transferência de esforços da perna para a linha, diminuindo o número de roturas ao nível desta. A verificação AC12, visa o aparecimento de um qualquer defeito, ao nível da base do pendural, transformando a estrutura, aproximadamente, no que acontece ao nível do pendural na tipologia simples estudada. Esta solução apresentou resultados ao nível da solução original (AC1), contudo, é de referir que apenas se estudaram situações de Estados Limites Últimos, não se considerando assim, roturas por excessiva deformação.

Os resultados podem então ser sintetizados da seguinte forma:

- 1) A asna apresenta boa tolerância a defeitos nos tirantes exteriores e na parte inferior do pendural;
- 2) A asna apresenta um comportamento aceitável em defeitos que ocorram nas escoras exteriores e nos tirantes interiores;
- 3) A asna apresenta resultados desastrosos quando os defeitos considerados são nas escoras interiores ou no pendural. Assim, pode considera-se que estes elementos são chave, do ponto de vista da teoria da robustez.

CAPÍTULO 6

CONCLUSÕES

6.1 MOTIVAÇÕES

Nos últimos anos, tem-se assistido a um interesse crescente na utilização de soluções estruturais em madeira, particularmente, nos países do norte da Europa. Este acontecimento deve-se ao facto de, sobretudo em coberturas (de grandes vãos) e edifícios residenciais, a madeira se apresentar como uma boa escolha, quer a nível técnico, quer económico e até mesmo a nível arquitectónico, quando comparado com as soluções tradicionais em betão armado e aço. Para além disso, as recentes tendências das actuais sociedades ocidentais, apontam para um enfoque nas políticas ambientais, nomeadamente no conceito de sustentabilidade, onde a madeira apresenta claras vantagens, em relação aos materiais correntemente utilizados em estruturas.

Por tudo isto, é muito importante, que a comunidade técnica volte a considerar as soluções estruturais em madeira, apesar das deficiências que existem quer em aspectos de experiência de dimensionamento, quer em regulamentação técnica existente anterior ao CEN (2003b). Assim, o presente trabalho, surge com a pretensão de ser um pequena contribuição técnica, para o desenvolvimento do dimensionamento e reabilitação de estruturas de madeira, com enfoque particular na robustez de asnas de madeira tradicionais em Portugal.

Os desenvolvimentos dos meios informáticos, dos últimos anos, são um incentivo ao uso dos métodos de simulação, cuja aplicabilidade, no passado, estava condicionada pela falta de hardware compatível com as exigências de alguns problemas estruturais. Adicionalmente, o trabalho desenvolvido pelo código modelo do JCSS (2000) facilitou a possibilidade de se executarem estudos de cariz probabilístico, através de indicações específicas na modelação das acções actantes e também das resistências dos materiais.

A combinação entre a análise de estruturas de madeira e métodos de probabilísticos de avaliação da segurança é, seguramente, uma solução muito proveitosa para os técnicos, na medida em que, este tipo de métodos permite a consideração das incertezas e variabilidades das variáveis aleatórias. Assim, e sabendo que as propriedades da madeira apresentam níveis elevados de variabilidade, é espectável que esta associação seja proveitosa na avaliação da segurança estrutural, contribuindo de modo relevante para o desenvolvimento do estudo de estruturas de madeira.

6.2 RESULTADOS E LIMITAÇÕES

Os resultados obtidos, na análise de fiabilidade de estruturas, dimensionadas próximas do limite permitido pelo método dos coeficientes parciais implícito ao CEN (2003b), demonstraram que este regulamento, realmente, atinge os níveis de fiabilidade que se propõe.

A análise que teve em vista o estudo do efeito da consideração das ligações semi-rígidas, demonstrou, de um modo geral, que esta consideração diminui ligeiramente, o valor dos momentos flectores máximos, actuantes nos membros estruturais. Tal facto, permite conjecturar que, de um modo geral, o dimensionamento deste tipo de estruturas, considerando as ligações como rotulas perfeitas é, ligeiramente, conservativo. Assim, este tipo de simplificação, neste tipo de estruturas, não afectará negativamente o índice de fiabilidade global. Contudo, é importante referir, que não foram estudadas as deformações introduzidas pela consideração de ligações semi-rígidas.

Quanto à robustez, verificou-se, ao nível da tipologia de asna simples, que a introdução de um qualquer defeito, que leve à rotura de qualquer elemento (independentemente do tipo) é altamente prejudicial à segurança estrutural. O esmagamento localizado das pernas, através das madres, produziu resultados bastante aceitáveis, na óptica da segurança estrutural.

No caso da tipologia de asna composta, onde as possibilidades de verificações são maiores, na medida em que a estrutura é mais complexa e apresenta maior redundância, notou-se de modo claro, que os elementos interiores da asna mais centrais (pendural e escoras) são determinantes na óptica da robustez, uma vez que a sua rotura tem graves implicações na segurança estrutural. Os defeitos considerados ao nível das escoras exteriores e dos tirantes interiores apresentam, na óptica da robustez, resultados aceitáveis de fiabilidade estrutural, ao passo que, a remoção dos tirantes exteriores, não implicou qualquer redução da fiabilidade estrutural. Foi ainda demonstrado que, não considerando roturas por deformação excessiva da estrutura, a rotura da parte inferior do pendural, mantendo as ligações com as escoras, mas eliminado o contacto com a linha, é um defeito que não reduz o grau de segurança da estrutura.

Ainda na óptica da robustez, é importante ter presente que, as roturas estruturais em madeiras de baixas resistências, tal como fora abordado no terceiro capítulo, quer sejam por tracção, encurvadura ou flexão são frágeis. Assim sendo, a falta de robustez para algumas das verificações realizadas, torna-se ainda mais preocupante.

É ainda importante esclarecer que, apesar de, nos dimensionamentos através do método dos coeficientes parciais, se notar que existem elementos estruturais claramente sobredimensionados, o caso dos pendurais e das escoras, tal facto pode ser bastante benéfico, uma vez provado o comportamento ruinoso das estruturas estudadas, quando ocorre a rotura dos pendurais e das escoras centrais. Assim, provada a preponderância destes elementos e, apesar dos fracos esforços estruturais a que estes se encontram sujeitos, este sobredimensionamento pode ser entendido como medida preventiva de roturas estruturais por falta de robustez, tal como proposto por Starossek e Wolff (2005).

Finalmente, resta abordar as limitações da análise. As limitações prendem-se, essencialmente, com o facto de não terem sido consideradas roturas por excessiva deformação, assim como qualquer outro estado limite de utilização. Seria também interessante estender a análise a outro tipo de acções, como por exemplo, os sismos. Outra das limitações do trabalho é a consideração da rigidez das ligações como determinística, devido ao desconhecimento de modelos probabilístico que, se poderiam adaptar à modelação deste tipo de variável.

Ao nível de possíveis desenvolvimentos futuros, em análises deste tipo, podem apontar-se os seguintes:

- 1) Considerar roturas por deformação ao nível da função estado limite;
- 2) Modelar a rigidez das ligações como variável aleatória;
- 3) Alargar o estudo a outro tipo de acções;
- 4) Proceder a uma análise não linear;
- 5) Incluir, ao nível do modelo, informação sobre degradação e erros construtivos;
- 6) Criar um documento que seja um manual de inspecção de asnas tradicionais, incluindo critérios de robustez estrutural.

BIBLIOGRAFIA

- Baker, J., Straub, D., Kazuyoshi, N. e Faber, M. (2006). “On Assessment of Robustness I: A General Framework”. JCSS and IABSE Workshop on Robustness of Structures, Swiss Federal Institute of Technology, Zurich.
- Branco, J., Cruz, P., Varum, H. e Piazza, M. (2005). “Asnas Tradicionais de Madeira – Comportamento Estático e Dinâmico de Asnas Simples”. Escola de Engenharia da Universidade do Minho, Guimarães.
- Branco, J. (2005). “A madeira como material de estruturas”. Arte & Construção, Revista profissional da construção e dos novos materiais, Edição Especial Madeiras. Maio 2005, pp. 78-81.
- Branco, J., Cruz, P. e Piazza, M. (2006). “Asnas de madeira. A importância da rigidez das ligações”. 4^{as} Jornadas Portuguesas de Engenharia de Estruturas. LNEC, 13 a 16 de Dezembro de 2006, Lisboa.
- Branco, J.(2006). Apontamentos da disciplina de Estruturas de Madeira. 1^a Edição, Escola de Engenharia da Universidade do Minho, Guimarães.
- Branco, J. (2008). “Influence of the joints stiffness in the monotonic and cyclic behaviour of traditional timber trusses. Assessment of the efficacy of different strengthening techniques”. PhD thesis, University of Minho and University of Trento.
- Breyer, D.E. (1993). “Design of Wood Structures”. Third Edition, McGraw-Hill, New York.
- Brites, R.D., Neves L.C., Machado J.S. e Lourenço P.B. (2008). “Avaliação da Segurança de Cobertura Tradicional de Madeira Sujeita a Degradação Biológica”. CIMPAR 08.
- Caldeira, L. (2007). Apontamentos da disciplina de Segurança e Dimensionamento de Estruturas. Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa, Lisboa.
- Canisius, T. D. G., Sørensen, J. D. e Baker J.W. (2007). “Robustness of Structural systems – a New Focus For The Joint Committee on Structural Safety (JCSS)”. Applications of Statistics and Probability in Civil Engineering, Taylor & Francis Group, London.
- CEN (2001). ENV 1990 – “Eurocode 0 – Basis of Structural Design”. European Committee for Standardization (CEN), Brussels.
- CEN (2003a). ENV 1991-1-3 – “Eurocode 1 – Actions on structures – Part 1-3: General Actions – Snow Loads”. European Committee for Standardization (CEN), Brussels.
- CEN (2003b). ENV 1995-1-1 – “Eurocode 5 – Design of Timber Structures – Part 1-1: General – Common rules and rules for buildings”. European Committee for Standardization (CEN), Brussels.
- Cornell, C.A. e Benjamin, J.R. (1970). “Probability, Statistics, and Decision for Civil Engineers”. McGraw-Hill, New York.
- Costa, F. P. (1955). “Enciclopédia Prática da Construção Civil”. Edição do Autor, Depositária Portugália Editora, Lisboa
- Cruz, P.J.S. e Neves, L.A.C. (2001). “Introdução à Análise Probabilística Simplificada da Segurança Estrutural”. Revista Engenharia Civil nº 12, pp. 65-80..

- Faber, M.H. (2007). "Risk and Safety in Civil Engineering", Lecture Notes. Swiss Federal Institute of Technology Zurich, Zurich.
- Farinha, J. S. B. e Reis A. C. (1993). "Tabelas Técnicas". Edição P.O.B., Setúbal.
- Haldar, A. e Mehadevan, S. (2000). "Reliability Assessment Using Stochastic Finite Element Analysis". John Wiley & Sons, INC., New York.
- Hanselman, D. e Littlefield B. (1997). "The student edition of MATLAB : user's guide". Upper Saddle River, United States, Prentice Hall.
- Henriques, A.A.R. (1998). "Aplicação de Novos Conceitos de Segurança no Dimensionamento do Betão Estrutural". Dissertação para Doutoramento em Engenharia Civil, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto.
- Joint Committee on Structural Safety (JCSS, 2000). "Part 1: Basis of Design". Probabilistic Model Code, Internet Publication: www.jcss.ethz.ch.
- Joint Committee on Structural Safety (JCSS, 2001a). "Part 2: Load Models – 2.1 Self Weight". Probabilistic Model Code, Internet Publication: www.jcss.ethz.ch.
- Joint Committee on Structural Safety (JCSS, 2001b). "Part 2: Load Models – 2.12 Snow". Probabilistic Model Code, Internet Publication: www.jcss.ethz.ch.
- Joint Committee on Structural Safety (JCSS, 2006). "Part 3: Resistance Models – 3.5 Properties of Timber". Probabilistic Model Code, Internet Publication: www.jcss.ethz.ch.
- Kirkegaard, P. H. e Sørensen, J. D. (2008). "A Probabilistic Approach for Robustness Evaluation of Timber Structures". COST Action E55 "Modelling of the Performance of Timber Structures", Helsinki.
- Köhler, J. (2007). "Reliability of Timber Structures". PhD thesis, Institute of Structural Engineering, Swiss Federal Institute of Technology, Zurich.
- Laranja, R. e Brito, J. (2003). "Verificação Probabilística da Segurança das Estruturas". Engenharia Civil –UM Vol. 18, pp. 63-79.
- Mateus, T. J. (1962). "Bases Para o Dimensionamento de Estruturas de Madeira". Memória nº 179, LNEC, Lisboa.
- Neves, L.C. (2001). "Análise de fiabilidade de ligações metálicas." Prova de aptidão científica e capacidade pedagógica, Department of Civil Engineering, University of Minho, Guimarães.
- Nowak, A.S. e Collins, K.R. (2000). "Reliability of Structures". International Edition 2000, McGraw-Hill.
- Rodrigues, R. (2004). "Construções Antigas de Madeira: Experiência de Obra e Reforço Estrutural". Dissertação para obtenção de grau de Mestre em Engenharia Civil, Escola de Engenharia da Universidade do Minho, Guimarães.
- RSA (1983). "Regulamento de Segurança e Acções para Estruturas de Edifícios e Pontes", Dec.-Lei n.º235/83, 31 de Maio de 1983
- Sørensen, J. D. e Christensen, H. H. (2006). "Danish Requirements to Robustness of Structures – Background and Implementation". Structural Engineering International, pp. 172-177.

- Starossek, U. e Wolff, M. (2005). "Design of Collapse-Resistant Structures". JCSS and IABSE Workshop on Robustness of Structures.
- Toratti, T., Schnabl, S. e Turk, G. (2006). "Reliability Analysis of a Glulam Beam". VVT Technical Research Centre of Finland, Finland.

ANEXOS

ANEXO A

A.1 ESFORÇOS DETERMINÍSTICOS PARA A COMBINAÇÃO DE ESTADOS LÍMITES ÚLTIMOS

Neste anexo serão apresentados os valores determinísticos dos esforços estruturais, para os Estados Limites Últimos, calculados através do método dos coeficientes parciais proposto pelo CEN (2003b). A Figura A.1 estabelece a numeração dos elementos (e os sentidos), estabelecidos para a tipologia de asna simples, utilizada nas tabelas subsequentes. A Figura A.2 desempenha a mesma função para a tipologia de asna composta.

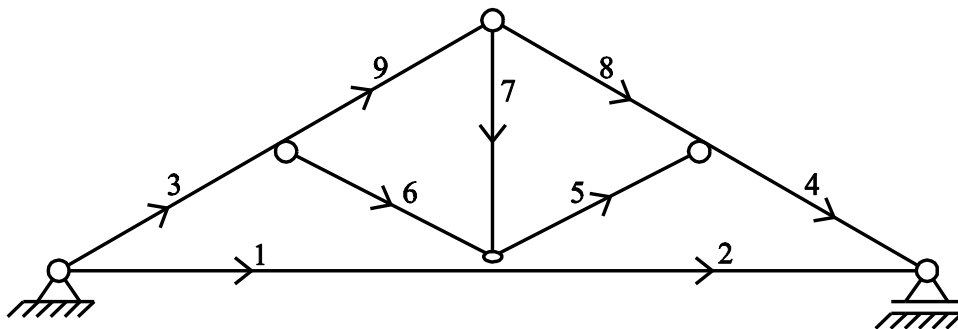


Figura A.1 – Definição dos elementos (e dos sentidos) da tipologia de asna simples

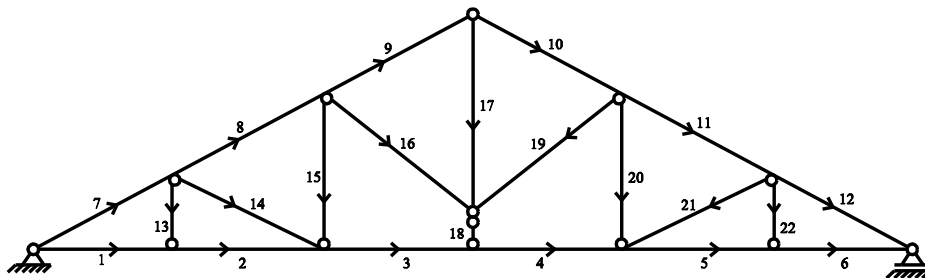


Figura A.2 – Definição dos elementos (e dos sentidos) da tipologia de asna composta

Seguem-se as tabelas com os valores dos esforços, uma para cada estrutura estudada, onde se podem encontrar os valores dos esforços no início e no fim de cada membro. Para o caso dos momentos flectores, onde, por vezes, o valor máximo não ocorre no início ou no fim do elemento, existe uma parte, nas tabelas, que contempla este facto, caso ocorra.

Tabela A.1 – Esforços para a combinação de Estados Limites Últimos da estrutura AS1

Elemento	Esforço	Local	Valor
1	N [kN]	Início	40,79
		Fim	40,79
	M [kNm]	Início	0
		Fim	0,34
		Máximo	-
2	N [kN]	Início	40,79
		Fim	40,79
	M [kNm]	Início	0,34
		Fim	0
		Máximo	-
3	N [kN]	Início	-47,97
		Fim	-47,90
	M [kNm]	Início	0
		Fim	2,63
		Máximo	-
4	N [kN]	Início	-46,66
		Fim	-46,73
	M [kNm]	Início	-1,23
		Fim	0
		Máximo	-
5	N [kN]	Início	-15,55
		Fim	-15,53
	M [kNm]	Início	0
		Fim	0
		Máximo	0,01
6	N [kN]	Início	-15,53
		Fim	-15,55
	M [kNm]	Início	0
		Fim	0
		Máximo	0,01
7	N [kN]	Início	14,23
		Fim	14,28
	M [kNm]	Início	0
		Fim	0
		Máximo	-
8	N [kN]	Início	-30,21
		Fim	-30,26
	M [kNm]	Início	2,63
		Fim	0
		Máximo	-
9	N [kN]	Início	-31,94
		Fim	-31,56
	M [kNm]	Início	0
		Fim	-1,23
		Máximo	-

Tabela A.2 – Esforços para a combinação de Estados Limites Últimos da estrutura AS2

Elemento	Esforço	Local	Valor
1	N [kN]	Início	40,38
		Fim	40,38
	M [kNm]	Início	0
		Fim	0,43
		Máximo	-
2	N [kN]	Início	40,38
		Fim	40,38
	M [kNm]	Início	0,43
		Fim	0
		Máximo	-
3	N [kN]	Início	-47,64
		Fim	-47,56
	M [kNm]	Início	0
		Fim	3,07
		Máximo	-
4	N [kN]	Início	-46,32
		Fim	-46,04
	M [kNm]	Início	-0,79
		Fim	0
		Máximo	-
5	N [kN]	Início	-15
		Fim	-14,98
	M [kNm]	Início	0
		Fim	0
		Máximo	0,01
6	N [kN]	Início	-14,98
		Fim	-15
	M [kNm]	Início	0
		Fim	0
		Máximo	0,01
7	N [kN]	Início	13,78
		Fim	13,73
	M [kNm]	Início	0
		Fim	0
		Máximo	-
8	N [kN]	Início	-30,28
		Fim	-30,20
	M [kNm]	Início	3,07
		Fim	0
		Máximo	-
9	N [kN]	Início	-31,44
		Fim	-31,52
	M [kNm]	Início	0
		Fim	-1,79
		Máximo	-

Tabela A.3 – Esforços para a combinação de Estados Limites Últimos da estrutura AS3

Elemento	Esforço	Local	Valor
1	N [kN]	Início	40,65
		Fim	40,65
	M [kNm]	Início	0
		Fim	0,46
		Máximo	-
2	N [kN]	Início	40,65
		Fim	40,65
	M [kNm]	Início	0,46
		Fim	0
		Máximo	-
3	N [kN]	Início	-47,90
		Fim	-47,81
	M [kNm]	Início	0
		Fim	2,90
		Máximo	-
4	N [kN]	Início	-46,57
		Fim	-46,66
	M [kNm]	Início	-0,96
		Fim	0
		Máximo	-
5	N [kN]	Início	-15,25
		Fim	-15,22
	M [kNm]	Início	0
		Fim	0
		Máximo	0,01
6	N [kN]	Início	-15,22
		Fim	-15,25
	M [kNm]	Início	0
		Fim	0
		Máximo	0,01
7	N [kN]	Início	14,04
		Fim	13,97
	M [kNm]	Início	0
		Fim	0
		Máximo	-
8	N [kN]	Início	-30,39
		Fim	-30,30
	M [kNm]	Início	2,90
		Fim	0
		Máximo	-
9	N [kN]	Início	-31,54
		Fim	-31,63
	M [kNm]	Início	0
		Fim	-0,96
		Máximo	-

Tabela A.4 – Esforços para a combinação de Estados Limites Últimos da estrutura AS4

Elemento	Esforço	Local	Valor
1	N [kN]	Início	41,24
		Fim	41,24
	M [kNm]	Início	0
		Fim	0,41
		Máximo	-
2	N [kN]	Início	41,24
		Fim	41,24
	M [kNm]	Início	0,41
		Fim	0
		Máximo	-
3	N [kN]	Início	-48,45
		Fim	-48,36
	M [kNm]	Início	0
		Fim	2,49
		Máximo	-
4	N [kN]	Início	-47,12
		Fim	-47,21
	M [kNm]	Início	-1,37
		Fim	0
		Máximo	-
5	N [kN]	Início	-15,83
		Fim	-15,78
	M [kNm]	Início	0
		Fim	0
		Máximo	0,02
6	N [kN]	Início	-15,78
		Fim	-15,83
	M [kNm]	Início	0
		Fim	0
		Máximo	0,02
7	N [kN]	Início	14,65
		Fim	13,55
	M [kNm]	Início	0
		Fim	0
		Máximo	-
8	N [kN]	Início	-30,61
		Fim	-30,57
	M [kNm]	Início	2,49
		Fim	0
		Máximo	-
9	N [kN]	Início	-31,77
		Fim	-31,85
	M [kNm]	Início	0
		Fim	-1,37
		Máximo	-

Tabela A.5 – Esforços para a combinação de Estados Limites Últimos da estrutura AS5

Elemento	Esforço	Local	Valor
1	N [kN]	Início	40,18
		Fim	40,18
	M [kNm]	Início	0,50
		Fim	0,54
		Máximo	0,63
2	N [kN]	Início	40,18
		Fim	40,18
	M [kNm]	Início	0,54
		Fim	-0,27
		Máximo	-
3	N [kN]	Início	-47,53
		Fim	-47,45
	M [kNm]	Início	-0,51
		Fim	2,94
		Máximo	-
4	N [kN]	Início	-46,09
		Fim	-46,17
	M [kNm]	Início	-0,53
		Fim	0,27
		Máximo	-
5	N [kN]	Início	-14,74
		Fim	-14,72
	M [kNm]	Início	0,01
		Fim	-0,05
		Máximo	-
6	N [kN]	Início	-14,71
		Fim	-14,73
	M [kNm]	Início	0,07
		Fim	-0,02
		Máximo	-
7	N [kN]	Início	13,56
		Fim	13,51
	M [kNm]	Início	-0,04
		Fim	0,03
		Máximo	-
8	N [kN]	Início	-30,36
		Fim	-30,28
	M [kNm]	Início	2,86
		Fim	-0,18
		Máximo	-
9	N [kN]	Início	-31,32
		Fim	-31,40
	M [kNm]	Início	-0,13
		Fim	-0,49
		Máximo	-

Tabela A.6 – Esforços para a combinação de Estados Limites Últimos da estrutura AS6

Elemento	Esforço	Local	Valor
1	N [kN]	Início	28,34
		Fim	28,34
	M [kNm]	Início	1,82
		Fim	1,85
		Máximo	1,95
2	N [kN]	Início	28,34
		Fim	28,34
	M [kNm]	Início	1,85
		Fim	1,03
		Máximo	-
3	N [kN]	Início	-37,26
		Fim	-37,18
	M [kNm]	Início	-1,82
		Fim	12,23
		Máximo	-
4	N [kN]	Início	-35,82
		Fim	-35,90
	M [kNm]	Início	8,78
		Fim	-1,03
		Máximo	-
5	N [kN]	Início	-0,30
		Fim	-0,33
	M [kNm]	Início	0,22
		Fim	0,03
		Máximo	-
6	N [kN]	Início	-
		Fim	-
	M [kNm]	Início	-
		Fim	-
		Máximo	-
7	N [kN]	Início	0,31
		Fim	0,26
	M [kNm]	Início	-0,36
		Fim	0,03
		Máximo	-
8	N [kN]	Início	-28,04
		Fim	-27,96
	M [kNm]	Início	12,23
		Fim	-2,48
		Máximo	-
9	N [kN]	Início	-28,99
		Fim	-29,07
	M [kNm]	Início	-2,12
		Fim	-8,57
		Máximo	-

Tabela A.7 – Esforços para a combinação de Estados Limites Últimos da estrutura AS7

Elemento	Esforço	Local	Valor
1	N [kN]	Início	28,31
		Fim	28,31
	M [kNm]	Início	1,82
		Fim	1,85
		Máximo	1,95
2	N [kN]	Início	28,31
		Fim	28,31
	M [kNm]	Início	1,85
		Fim	1,04
		Máximo	-
3	N [kN]	Início	-37,24
		Fim	-37,16
	M [kNm]	Início	-1,82
		Fim	12,27
		Máximo	-
4	N [kN]	Início	-35,79
		Fim	-35,87
	M [kNm]	Início	8,78
		Fim	-1,04
		Máximo	-
5	N [kN]	Início	-
		Fim	-
	M [kNm]	Início	-
		Fim	-
		Máximo	-
6	N [kN]	Início	-0,27
		Fim	-0,29
	M [kNm]	Início	0,34
		Fim	-0,02
		Máximo	-
7	N [kN]	Início	0,39
		Fim	0,34
	M [kNm]	Início	0,28
		Fim	0,02
		Máximo	-
8	N [kN]	Início	-28,03
		Fim	-27,95
	M [kNm]	Início	11,93
		Fim	-2,16
		Máximo	-
9	N [kN]	Início	-29,05
		Fim	-29,13
	M [kNm]	Início	-2,44
		Fim	-8,78
		Máximo	-

Tabela A.8 – Esforços para a combinação de Estados Limites Últimos da estrutura AS8

Elemento	Esforço	Local	Valor
1	N [kN]	Início	43,36
		Fim	43,36
	M [kNm]	Início	0,77
		Fim	0,42
		Máximo	-
2	N [kN]	Início	43,36
		Fim	43,36
	M [kNm]	Início	0,42
		Fim	-0,77
		Máximo	-
3	N [kN]	Início	-50,35
		Fim	-50,27
	M [kNm]	Início	-0,77
		Fim	0
		Máximo	-
4	N [kN]	Início	-48,78
		Fim	-48,86
	M [kNm]	Início	-3,09
		Fim	0,77
		Máximo	-
5	N [kN]	Início	-18,57
		Fim	-18,54
	M [kNm]	Início	0,05
		Fim	-0,14
		Máximo	-
6	N [kN]	Início	-18,54
		Fim	-18,57
	M [kNm]	Início	0
		Fim	0,01
		Máximo	-
7	N [kN]	Início	16,94
		Fim	16,89
	M [kNm]	Início	-0,04
		Fim	0,03
		Máximo	-
8	N [kN]	Início	-31,05
		Fim	-30,97
	M [kNm]	Início	0
		Fim	0,02
		Máximo	-
9	N [kN]	Início	-31,88
		Fim	-31,95
	M [kNm]	Início	-0,07
		Fim	-2,95
		Máximo	-

Tabela A.9 – Esforços para a combinação de Estados Limites Últimos da estrutura AS9

Elemento	Esforço	Local	Valor
1	N [kN]	Início	39,60
		Fim	39,60
	M [kNm]	Início	0,60
		Fim	0,56
		Máximo	0,69
2	N [kN]	Início	39,60
		Fim	39,60
	M [kNm]	Início	0,56
		Fim	-0,32
		Máximo	-
3	N [kN]	Início	-47,04
		Fim	-46,96
	M [kNm]	Início	-0,60
		Fim	3,40
		Máximo	-
4	N [kN]	Início	-45,57
		Fim	-45,65
	M [kNm]	Início	0
		Fim	0,32
		Máximo	-
5	N [kN]	Início	-14,05
		Fim	-13,98
	M [kNm]	Início	0,09
		Fim	-0,04
		Máximo	-
6	N [kN]	Início	-12,98
		Fim	-12,93
	M [kNm]	Início	-0,04
		Fim	0,03
		Máximo	-
7	N [kN]	Início	30,26
		Fim	30,18
	M [kNm]	Início	-0,04
		Fim	0,03
		Máximo	-
8	N [kN]	Início	-30,26
		Fim	-30,18
	M [kNm]	Início	3,30
		Fim	-0,21
		Máximo	-
9	N [kN]	Início	-31,21
		Fim	-31,29
	M [kNm]	Início	-0,17
		Fim	0
		Máximo	-

Tabela A.10 – Esforços para a combinação de Estados Limites Últimos da estrutura AS10

Elemento	Esforço	Local	Valor
1	N [kN]	Início	29,13
		Fim	29,13
	M [kNm]	Início	1,76
		Fim	1,79
		Máximo	1,88
2	N [kN]	Início	29,13
		Fim	29,13
	M [kNm]	Início	1,79
		Fim	0,97
		Máximo	-
3	N [kN]	Início	-37,95
		Fim	-37,87
	M [kNm]	Início	-1,76
		Fim	11,59
		Máximo	-
4	N [kN]	Início	-36,51
		Fim	-36,59
	M [kNm]	Início	8,12
		Fim	0,97
		Máximo	-
5	N [kN]	Início	-1,11
		Fim	-1,09
	M [kNm]	Início	0,53
		Fim	-0,58
		Máximo	-
6	N [kN]	Início	-1,12
		Fim	-1,14
	M [kNm]	Início	-0,47
		Fim	0,53
		Máximo	-
7	N [kN]	Início	-
		Fim	-
	M [kNm]	Início	-
		Fim	-
		Máximo	-
8	N [kN]	Início	-27,63
		Fim	-27,55
	M [kNm]	Início	12,06
		Fim	-2,25
		Máximo	-
9	N [kN]	Início	-28,63
		Fim	-28,71
	M [kNm]	Início	-2,25
		Fim	8,70
		Máximo	-

Tabela A.11 – Esforços para a combinação de Estados Limites Últimos da estrutura AC1

Elemento	Esforço	Local	Valor	Elemento	Esforço	Local	Valor
1	N [kN]	Início	71,40	12	N [kN]	Início	-70,08
		Fim	71,40			Fim	-70,19
	M [kNm]	Início	0		M [kNm]	Início	0,98
		Fim	0,84			Fim	0
2	N [kN]	Início	71,40	13	N [kN]	Início	0,94
		Fim	71,40			Fim	0,85
	M [kNm]	Início	0,84		M [kNm]	Início	0
		Fim	3,05			Fim	0
3	N [kN]	Início	54,24	14	N [kN]	Início	-18,73
		Fim	54,24			Fim	-18,82
	M [kNm]	Início	3,05		M [kNm]	Início	0
		Fim	0,05			Fim	0
4	N [kN]	Início	54,24	15	N [kN]	Início	6,42
		Fim	54,24			Fim	6,18
	M [kNm]	Início	0,05		M [kNm]	Início	0
		Fim	-2,97			Fim	0
5	N [kN]	Início	61,64	16	N [kN]	Início	-20,38
		Fim	61,64			Fim	-20,57
	M [kNm]	Início	-2,97		M [kNm]	Início	0
		Fim	2,04			Fim	0
6	N [kN]	Início	61,64	17	N [kN]	Início	27,68
		Fim	61,64			Fim	27,31
	M [kNm]	Início	2,04		M [kNm]	Início	0
		Fim	0			Fim	0
7	N [kN]	Início	-81,12	18	N [kN]	Início	0,31
		Fim	-81,01			Fim	0,26
	M [kNm]	Início	0,00		M [kNm]	Início	0
		Fim	0,36			Fim	0
8	N [kN]	Início	-62,17	19	N [kN]	Início	-20,38
		Fim	-62,17			Fim	-20,57
	M [kNm]	Início	0,36		M [kNm]	Início	0
		Fim	1,47			Fim	0
9	N [kN]	Início	-43,97	20	N [kN]	Início	7,75
		Fim	-43,85			Fim	7,52
	M [kNm]	Início	1,47		M [kNm]	Início	0
		Fim	0			Fim	0
10	N [kN]	Início	-44,50	21	N [kN]	Início	-7,87
		Fim	-44,62			Fim	-7,96
	M [kNm]	Início	0,00		M [kNm]	Início	0
		Fim	-1,46			Fim	0
11	N [kN]	Início	-61,23	22	N [kN]	Início	-2,95
		Fim	-61,23			Fim	-3,04
	M [kNm]	Início	-1,46		M [kNm]	Início	0
		Fim	0,98			Fim	0

Tabela A.12 – Esforços para a combinação de Estados Limites Últimos da estrutura AC2

Elemento	Esforço	Local	Valor	Elemento	Esforço	Local	Valor
1	N [kN]	Início	70,96	12	N [kN]	Início	-70,21
		Fim	70,96			Fim	-70,32
	M [kNm]	Início	-0,03		M [kNm]	Início	0,94
		Fim	1,10			Fim	0,02
2	N [kN]	Início	71,19	13	N [kN]	Início	0,39
		Fim	71,19			Fim	0,30
	M [kNm]	Início	0,96		M [kNm]	Início	0,11
		Fim	2,28			Fim	-0,14
3	N [kN]	Início	54,51	14	N [kN]	Início	-18,07
		Fim	54,51			Fim	-18,16
	M [kNm]	Início	2,95		M [kNm]	Início	0,10
		Fim	0,02			Fim	0,31
4	N [kN]	Início	54,51	15	N [kN]	Início	6,49
		Fim	54,51			Fim	6,26
	M [kNm]	Início	0,02		M [kNm]	Início	-0,45
		Fim	-2,76			Fim	0,36
5	N [kN]	Início	61,69	16	N [kN]	Início	-20,33
		Fim	61,69			Fim	-20,52
	M [kNm]	Início	-2,31		M [kNm]	Início	0,25
		Fim	1,92			Fim	-0,03
6	N [kN]	Início	61,75	17	N [kN]	Início	27,62
		Fim	61,75			Fim	27,24
	M [kNm]	Início	1,90		M [kNm]	Início	-0,25
		Fim	-0,02			Fim	0,09
7	N [kN]	Início	-80,66	18	N [kN]	Início	0,40
		Fim	-80,55			Fim	0,35
	M [kNm]	Início	0,03		M [kNm]	Início	0
		Fim	0,52			Fim	0
8	N [kN]	Início	-62,49	19	N [kN]	Início	-20,27
		Fim	-62,37			Fim	-20,46
	M [kNm]	Início	0,32		M [kNm]	Início	-0,34
		Fim	1,23			Fim	0,06
9	N [kN]	Início	-44,04	20	N [kN]	Início	7,55
		Fim	-43,93			Fim	7,32
	M [kNm]	Início	1,43		M [kNm]	Início	-0,28
		Fim	-0,17			Fim	0,25
10	N [kN]	Início	-44,44	21	N [kN]	Início	-8,25
		Fim	-44,45			Fim	-8,35
	M [kNm]	Início	0,08		M [kNm]	Início	0,06
		Fim	-1,24			Fim	-0,19
11	N [kN]	Início	-61,02	22	N [kN]	Início	-2,53
		Fim	-61,14			Fim	-2,62
	M [kNm]	Início	-1,30		M [kNm]	Início	0,06
		Fim	0,94			Fim	-0,01

Tabela A.13 – Esforços para a combinação de Estados Limites Últimos da estrutura AC3

Elemento	Esforço	Local	Valor	Elemento	Esforço	Local	Valor
1	N [kN]	Início	70,74	12	N [kN]	Início	-70,17
		Fim	70,74			Fim	-70,28
	M [kNm]	Início	-0,08		M [kNm]	Início	0,94
		Fim	1,25			Fim	0,02
2	N [kN]	Início	70,74	13	N [kN]	Início	-
		Fim	70,74			Fim	-
	M [kNm]	Início	1,25		M [kNm]	Início	-
		Fim	2,12			Fim	-
3	N [kN]	Início	54,50	14	N [kN]	Início	-17,55
		Fim	54,50			Fim	-17,64
	M [kNm]	Início	2,83		M [kNm]	Início	0,10
		Fim	0,06			Fim	0,33
4	N [kN]	Início	54,50	15	N [kN]	Início	6,54
		Fim	54,50			Fim	6,31
	M [kNm]	Início	0,06		M [kNm]	Início	-0,46
		Fim	-2,79			Fim	0,38
5	N [kN]	Início	61,65	16	N [kN]	Início	-20,38
		Fim	61,65			Fim	-20,57
	M [kNm]	Início	-2,34		M [kNm]	Início	0,25
		Fim	1,92			Fim	-0,03
6	N [kN]	Início	61,72	17	N [kN]	Início	27,58
		Fim	61,72			Fim	27,20
	M [kNm]	Início	1,91		M [kNm]	Início	-0,25
		Fim	-0,02			Fim	0,09
7	N [kN]	Início	-80,38	18	N [kN]	Início	0,29
		Fim	-80,27			Fim	0,23
	M [kNm]	Início	0,08		M [kNm]	Início	0
		Fim	0,45			Fim	0
8	N [kN]	Início	-62,49	19	N [kN]	Início	-20,32
		Fim	-62,37			Fim	-20,51
	M [kNm]	Início	0,35		M [kNm]	Início	-0,34
		Fim	1,23			Fim	0,06
9	N [kN]	Início	-43,99	20	N [kN]	Início	7,59
		Fim	-43,88			Fim	7,35
	M [kNm]	Início	1,43		M [kNm]	Início	-0,28
		Fim	-0,17			Fim	0,25
10	N [kN]	Início	-44,39	21	N [kN]	Início	-8,22
		Fim	-44,51			Fim	-8,31
	M [kNm]	Início	0,07		M [kNm]	Início	0,06
		Fim	-1,25			Fim	-0,20
11	N [kN]	Início	-61,01	22	N [kN]	Início	-2,55
		Fim	-61,13			Fim	-2,64
	M [kNm]	Início	-1,31		M [kNm]	Início	0,06
		Fim	0,94			Fim	-0,01

Tabela A.14 – Esforços para a combinação de Estados Limites Últimos da estrutura AC4

Elemento	Esforço	Local	Valor	Elemento	Esforço	Local	Valor
1	N [kN]	Início	59,72	12	N [kN]	Início	-69,29
		Fim	59,72			Fim	-69,40
	M [kNm]	Início	-0,05		M [kNm]	Início	1,19
		Fim	9,15			Fim	0,02
2	N [kN]	Início	57,82	13	N [kN]	Início	-9,74
		Fim	57,82			Fim	-9,83
	M [kNm]	Início	10,12		M [kNm]	Início	-1,06
		Fim	4,18			Fim	0,97
3	N [kN]	Início	56,51	14	N [kN]	Início	-
		Fim	56,51			Fim	-
	M [kNm]	Início	-0,55		M [kNm]	Início	-
		Fim	1,63			Fim	-
4	N [kN]	Início	56,51	15	N [kN]	Início	7,02
		Fim	56,51			Fim	6,78
	M [kNm]	Início	1,63		M [kNm]	Início	-1,55
		Fim	-5,92			Fim	1,41
5	N [kN]	Início	60,68	16	N [kN]	Início	-24,16
		Fim	60,68			Fim	-24,35
	M [kNm]	Início	-4,87		M [kNm]	Início	-0,01
		Fim	2,57			Fim	0,01
6	N [kN]	Início	60,89	17	N [kN]	Início	27,88
		Fim	60,89			Fim	27,47
	M [kNm]	Início	2,48		M [kNm]	Início	-0,26
		Fim	-0,02			Fim	0,09
7	N [kN]	Início	-68,77	18	N [kN]	Início	-4,21
		Fim	-68,66			Fim	-4,26
	M [kNm]	Início	0,05		M [kNm]	Início	0
		Fim	4,18			Fim	0
8	N [kN]	Início	-64,25	19	N [kN]	Início	-24,10
		Fim	-64,13			Fim	-24,29
	M [kNm]	Início	5,24		M [kNm]	Início	-0,62
		Fim	-1,30			Fim	0,10
9	N [kN]	Início	-43,23	20	N [kN]	Início	10,02
		Fim	-43,11			Fim	9,79
	M [kNm]	Início	0,26		M [kNm]	Início	-0,62
		Fim	-0,04			Fim	0,58
10	N [kN]	Início	-43,64	21	N [kN]	Início	-5,28
		Fim	-43,76			Fim	-5,38
	M [kNm]	Início	0,22		M [kNm]	Início	0,05
		Fim	-2,51			Fim	-0,47
11	N [kN]	Início	-62,62	22	N [kN]	Início	-4,28
		Fim	-62,74			Fim	-4,37
	M [kNm]	Início	-2,51		M [kNm]	Início	0,14
		Fim	1,28			Fim	-0,09

Tabela A.15 – Esforços para a combinação de Estados Limites Últimos da estrutura AC5

Elemento	Esforço	Local	Valor	Elemento	Esforço	Local	Valor
1	N [kN]	Início	70,43	12	N [kN]	Início	-70,55
		Fim	70,43			Fim	-70,66
	M [kNm]	Início	0,20		M [kNm]	Início	0,85
		Fim	0,01			Fim	0,01
2	N [kN]	Início	70,43	13	N [kN]	Início	3,48
		Fim	70,43			Fim	3,39
	M [kNm]	Início	-0,22		M [kNm]	Início	-0,22
		Fim	6,44			Fim	-0,22
3	N [kN]	Início	53,17	14	N [kN]	Início	-18,94
		Fim	53,17			Fim	-19,03
	M [kNm]	Início	7,26		M [kNm]	Início	-0,22
		Fim	-4,09			Fim	0,82
4	N [kN]	Início	53,17	15	N [kN]	Início	-
		Fim	53,17			Fim	-
	M [kNm]	Início	-4,09		M [kNm]	Início	-
		Fim	-0,63			Fim	-
5	N [kN]	Início	62,08	16	N [kN]	Início	-16,71
		Fim	62,08			Fim	-16,90
	M [kNm]	Início	-0,58		M [kNm]	Início	-0,10
		Fim	1,47			Fim	0,03
6	N [kN]	Início	62,07	17	N [kN]	Início	29,67
		Fim	62,07			Fim	29,29
	M [kNm]	Início	1,51		M [kNm]	Início	-0,07
		Fim	-0,01			Fim	0,02
7	N [kN]	Início	-80,43	18	N [kN]	Início	7,21
		Fim	-80,07			Fim	7,16
	M [kNm]	Início	-0,20		M [kNm]	Início	0
		Fim	1,87			Fim	0
8	N [kN]	Início	-59,82	19	N [kN]	Início	-16,69
		Fim	-59,70			Fim	-16,88
	M [kNm]	Início	2,31		M [kNm]	Início	-0,24
		Fim	-0,27			Fim	0,05
9	N [kN]	Início	-45,92	20	N [kN]	Início	4,33
		Fim	-45,80			Fim	4,10
	M [kNm]	Início	-0,17		M [kNm]	Início	-0,14
		Fim	-0,01			Fim	0,04
10	N [kN]	Início	-45,92	21	N [kN]	Início	-9,97
		Fim	-46,04			Fim	-10,06
	M [kNm]	Início	0,05		M [kNm]	Início	0,05
		Fim	-0,78			Fim	0
11	N [kN]	Início	-59,79	22	N [kN]	Início	-1,34
		Fim	-59,91			Fim	-1,43
	M [kNm]	Início	-0,87		M [kNm]	Início	0,02
		Fim	0,83			Fim	0,04

Tabela A.16 – Esforços para a combinação de Estados Limites Últimos da estrutura AC6

Elemento	Esforço	Local	Valor	Elemento	Esforço	Local	Valor
1	N [kN]	Início	73,63	12	N [kN]	Início	-73,19
		Fim	73,63			Fim	-73,30
	M [kNm]	Início	0,01		M [kNm]	Início	0,13
		Fim	-1,32			Fim	-0,02
2	N [kN]	Início	74,41	13	N [kN]	Início	7,69
		Fim	74,41			Fim	7,60
	M [kNm]	Início	-1,78		M [kNm]	Início	0,37
		Fim	12,90			Fim	-0,46
3	N [kN]	Início	46,21	14	N [kN]	Início	-29,45
		Fim	46,21			Fim	-29,54
	M [kNm]	Início	16,04		M [kNm]	Início	0,08
		Fim	-16,24			Fim	1,47
4	N [kN]	Início	46,21	15	N [kN]	Início	-8,68
		Fim	46,21			Fim	-8,91
	M [kNm]	Início	-16,24		M [kNm]	Início	-1,56
		Fim	10,39			Fim	1,68
5	N [kN]	Início	65,04	16	N [kN]	Início	-
		Fim	65,04			Fim	-
	M [kNm]	Início	8,35		M [kNm]	Início	-
		Fim	-0,83			Fim	-
6	N [kN]	Início	64,54	17	N [kN]	Início	29,06
		Fim	64,54			Fim	28,69
	M [kNm]	Início	-0,51		M [kNm]	Início	-2,07
		Fim	0,02			Fim	0,10
7	N [kN]	Início	-83,51	18	N [kN]	Início	27,72
		Fim	-83,40			Fim	27,67
	M [kNm]	Início	-0,01		M [kNm]	Início	0
		Fim	-0,27			Fim	0
8	N [kN]	Início	-55,33	19	N [kN]	Início	-0,99
		Fim	-55,21			Fim	-1,18
	M [kNm]	Início	0,72		M [kNm]	Início	0,52
		Fim	4,98			Fim	0,10
9	N [kN]	Início	-50,43	20	N [kN]	Início	-7,62
		Fim	-50,31			Fim	-7,85
	M [kNm]	Início	6,54		M [kNm]	Início	0,86
		Fim	-2,75			Fim	-1,07
10	N [kN]	Início	-50,74	21	N [kN]	Início	-19,76
		Fim	-50,86			Fim	-19,85
	M [kNm]	Início	-0,68		M [kNm]	Início	0,04
		Fim	2,91			Fim	0,97
11	N [kN]	Início	-53,91	22	N [kN]	Início	4,79
		Fim	-54,03			Fim	4,70
	M [kNm]	Início	2,57		M [kNm]	Início	-0,22
		Fim	-0,13			Fim	0,32

Tabela A.17 – Esforços para a combinação de Estados Limites Últimos da estrutura AC7

Elemento	Esforço	Local	Valor	Elemento	Esforço	Local	Valor
1	N [kN]	Início	70,98	12	N [kN]	Início	-69,59
		Fim	70,98			Fim	-69,70
	M [kNm]	Início	-0,44		M [kNm]	Início	-1,37
		Fim	3,00			Fim	0,43
2	N [kN]	Início	71,59	13	N [kN]	Início	-4,97
		Fim	71,59			Fim	-5,06
	M [kNm]	Início	3,01		M [kNm]	Início	0,66
		Fim	-4,91			Fim	0,01
3	N [kN]	Início	52,01	14	N [kN]	Início	-20,55
		Fim	52,01			Fim	-20,64
	M [kNm]	Início	-5,61		M [kNm]	Início	0,65
		Fim	23,45			Fim	-0,57
4	N [kN]	Início	52,01	15	N [kN]	Início	27,22
		Fim	52,01			Fim	26,29
	M [kNm]	Início	23,54		M [kNm]	Início	-3,01
		Fim	-11,36			Fim	-0,12
5	N [kN]	Início	62,09	16	N [kN]	Início	-24,59
		Fim	62,09			Fim	-24,78
	M [kNm]	Início	-9,55		M [kNm]	Início	-2,59
		Fim	3,98			Fim	2,52
6	N [kN]	Início	61,77	17	N [kN]	Início	-
		Fim	61,77			Fim	-
	M [kNm]	Início	3,82		M [kNm]	Início	-
		Fim	-0,43			Fim	-
7	N [kN]	Início	-80,04	18	N [kN]	Início	29,47
		Fim	-79,93			Fim	29,52
	M [kNm]	Início	0,44		M [kNm]	Início	0
		Fim	-1,79			Fim	0
8	N [kN]	Início	-63,76	19	N [kN]	Início	-24,41
		Fim	-63,74			Fim	-24,60
	M [kNm]	Início	-3,09		M [kNm]	Início	-3,18
		Fim	12,05			Fim	2,52
9	N [kN]	Início	-31,40	20	N [kN]	Início	28,33
		Fim	-31,28			Fim	28,10
	M [kNm]	Início	17,65		M [kNm]	Início	2,30
		Fim	-5,54			Fim	0,74
10	N [kN]	Início	-31,86	21	N [kN]	Início	-10,73
		Fim	-31,98			Fim	-10,82
	M [kNm]	Início	-5,54		M [kNm]	Início	0,61
		Fim	15,04			Fim	-1,08
11	N [kN]	Início	-62,30	22	N [kN]	Início	-7,92
		Fim	-62,43			Fim	-8,01
	M [kNm]	Início	9,56		M [kNm]	Início	-0,50
		Fim	-2,48			Fim	-0,16

Tabela A.18 – Esforços para a combinação de Estados Limites Últimos da estrutura AC8

Elemento	Esforço	Local	Valor	Elemento	Esforço	Local	Valor
1	N [kN]	Início	73,78	12	N [kN]	Início	-73,07
		Fim	73,78			Fim	-73,18
	M [kNm]	Início	0,01		M [kNm]	Início	0,10
		Fim	-1,34			Fim	-0,01
2	N [kN]	Início	74,58	13	N [kN]	Início	7,78
		Fim	74,58			Fim	7,69
	M [kNm]	Início	-1,81		M [kNm]	Início	0,38
		Fim	13,04			Fim	-0,47
3	N [kN]	Início	46,13	14	N [kN]	Início	-29,69
		Fim	46,13			Fim	-29,68
	M [kNm]	Início	16,22		M [kNm]	Início	0,08
		Fim	-16,24			Fim	1,48
4	N [kN]	Início	46,13	15	N [kN]	Início	-8,74
		Fim	46,13			Fim	-8,98
	M [kNm]	Início	-16,24		M [kNm]	Início	-1,60
		Fim	10,23			Fim	1,70
5	N [kN]	Início	64,95	16	N [kN]	Início	-0,93
		Fim	64,95			Fim	-1,12
	M [kNm]	Início	-0,48		M [kNm]	Início	1,12
		Fim	0,01			Fim	0,01
6	N [kN]	Início	64,45	17	N [kN]	Início	29,22
		Fim	64,45			Fim	28,84
	M [kNm]	Início	-0,48		M [kNm]	Início	1,55
		Fim	0,01			Fim	0,01
7	N [kN]	Início	-83,68	18	N [kN]	Início	27,73
		Fim	-83,57			Fim	27,68
	M [kNm]	Início	-0,01		M [kNm]	Início	0
		Fim	-0,31			Fim	0
8	N [kN]	Início	-55,32	19	N [kN]	Início	-
		Fim	-55,20			Fim	-
	M [kNm]	Início	-0,77		M [kNm]	Início	-
		Fim	5,14			Fim	-
9	N [kN]	Início	-50,36	20	N [kN]	Início	-7,47
		Fim	-50,24			Fim	-7,70
	M [kNm]	Início	5,63		M [kNm]	Início	0,89
		Fim	-0,93			Fim	-1,06
10	N [kN]	Início	-50,94	21	N [kN]	Início	-19,74
		Fim	-51,05			Fim	-19,83
	M [kNm]	Início	-2,48		M [kNm]	Início	0,05
		Fim	3,57			Fim	0,95
11	N [kN]	Início	-53,86	22	N [kN]	Início	4,69
		Fim	-53,98			Fim	4,60
	M [kNm]	Início	2,68		M [kNm]	Início	-0,22
		Fim	-0,17			Fim	0,31

Tabela A.19 – Esforços para a combinação de Estados Limites Últimos da estrutura AC9

Elemento	Esforço	Local	Valor	Elemento	Esforço	Local	Valor
1	N [kN]	Início	71,40	12	N [kN]	Início	-69,80
		Fim	71,40			Fim	-69,91
	M [kNm]	Início	-0,02		M [kNm]	Início	2,59
		Fim	0,59			Fim	-0,26
2	N [kN]	Início	71,73	13	N [kN]	Início	1,90
		Fim	71,73			Fim	1,81
	M [kNm]	Início	0,39		M [kNm]	Início	0,15
		Fim	4,47			Fim	-0,21
3	N [kN]	Início	52,83	14	N [kN]	Início	-20,27
		Fim	52,83			Fim	-20,36
	M [kNm]	Início	5,64		M [kNm]	Início	0,09
		Fim	-4,79			Fim	0,55
4	N [kN]	Início	52,83	15	N [kN]	Início	2,62
		Fim	52,83			Fim	2,39
	M [kNm]	Início	-4,79		M [kNm]	Início	-0,63
		Fim	2,30			Fim	0,62
5	N [kN]	Início	60,62	16	N [kN]	Início	-15,94
		Fim	60,62			Fim	-16,13
	M [kNm]	Início	1,96		M [kNm]	Início	0,39
		Fim	0,70			Fim	-0,04
6	N [kN]	Início	60,99	17	N [kN]	Início	29,87
		Fim	60,99			Fim	29,50
	M [kNm]	Início	0,77		M [kNm]	Início	-0,46
		Fim	0,26			Fim	0,16
7	N [kN]	Início	-81,14	18	N [kN]	Início	8,47
		Fim	-81,03			Fim	8,42
	M [kNm]	Início	0,02		M [kNm]	Início	0
		Fim	0,39			Fim	0
8	N [kN]	Início	-60,97	19	N [kN]	Início	-15,83
		Fim	-60,85			Fim	-16,02
	M [kNm]	Início	0,16		M [kNm]	Início	-0,69
		Fim	1,81			Fim	0,12
9	N [kN]	Início	-45,81	20	N [kN]	Início	-
		Fim	-45,69			Fim	-
	M [kNm]	Início	2,06		M [kNm]	Início	-
		Fim	-0,22			Fim	-
10	N [kN]	Início	-46,63	21	N [kN]	Início	-8,49
		Fim	-46,74			Fim	-8,58
	M [kNm]	Início	0,24		M [kNm]	Início	-0,32
		Fim	-2,82			Fim	0,34
11	N [kN]	Início	-58,39	22	N [kN]	Início	0,67
		Fim	-58,51			Fim	0,58
	M [kNm]	Início	-3,50		M [kNm]	Início	0,46
		Fim	3,37			Fim	0,07

Tabela A.20 – Esforços para a combinação de Estados Limites Últimos da estrutura AC10

Elemento	Esforço	Local	Valor	Elemento	Esforço	Local	Valor
1	N [kN]	Início	70,54	12	N [kN]	Início	-64,63
		Fim	70,54			Fim	-64,74
	M [kNm]	Início	-0,03		M [kNm]	Início	2,59
		Fim	1,33			Fim	0,03
2	N [kN]	Início	70,71	13	N [kN]	Início	-0,34
		Fim	70,71			Fim	0,43
	M [kNm]	Início	1,23		M [kNm]	Início	0,07
		Fim	1,21			Fim	-0,11
3	N [kN]	Início	55,29	14	N [kN]	Início	-16,82
		Fim	55,29			Fim	-16,92
	M [kNm]	Início	1,63		M [kNm]	Início	0,09
		Fim	0,70			Fim	0,20
4	N [kN]	Início	55,29	15	N [kN]	Início	7,53
		Fim	55,29			Fim	7,30
	M [kNm]	Início	0,70		M [kNm]	Início	-0,30
		Fim	-4,29			Fim	0,22
5	N [kN]	Início	55,47	16	N [kN]	Início	-21,93
		Fim	55,47			Fim	-22,12
	M [kNm]	Início	-4,45		M [kNm]	Início	0,13
		Fim	6,19			Fim	-0,01
6	N [kN]	Início	56,49	17	N [kN]	Início	27,69
		Fim	56,49			Fim	27,32
	M [kNm]	Início	5,58		M [kNm]	Início	-0,25
		Fim	-0,03			Fim	0,09
7	N [kN]	Início	-80,21	18	N [kN]	Início	-1,56
		Fim	-80,10			Fim	-1,61
	M [kNm]	Início	0,03		M [kNm]	Início	0
		Fim	0,62			Fim	0
8	N [kN]	Início	-63,10	19	N [kN]	Início	-21,88
		Fim	-63,98			Fim	-22,07
	M [kNm]	Início	0,46		M [kNm]	Início	-0,46
		Fim	0,72			Fim	0,08
9	N [kN]	Início	-43,65	20	N [kN]	Início	7,61
		Fim	-43,53			Fim	7,37
	M [kNm]	Início	0,89		M [kNm]	Início	0,20
		Fim	-0,11			Fim	-0,19
10	N [kN]	Início	-44,05	21	N [kN]	Início	-
		Fim	-44,16			Fim	-
	M [kNm]	Início	0,14		M [kNm]	Início	-
		Fim	-1,80			Fim	-
11	N [kN]	Início	-61,65	22	N [kN]	Início	-7,25
		Fim	-61,77			Fim	-7,34
	M [kNm]	Início	-2,47		M [kNm]	Início	0,58
		Fim	3,17			Fim	-0,52

Tabela A.21 – Esforços para a combinação de Estados Limites Últimos da estrutura AC11

Elemento	Esforço	Local	Valor	Elemento	Esforço	Local	Valor
1	N [kN]	Início	71,04	12	N [kN]	Início	-72,07
		Fim	71,04			Fim	-72,18
	M [kNm]	Início	-0,03		M [kNm]	Início	1,15
		Fim	1,01			Fim	0,35
2	N [kN]	Início	71,29	13	N [kN]	Início	0,64
		Fim	71,29			Fim	0,55
	M [kNm]	Início	0,86		M [kNm]	Início	0,12
		Fim	2,64			Fim	-0,15
3	N [kN]	Início	54,19	14	N [kN]	Início	-18,48
		Fim	54,19			Fim	-18,57
	M [kNm]	Início	3,40		M [kNm]	Início	0,10
		Fim	-0,29			Fim	0,35
4	N [kN]	Início	54,19	15	N [kN]	Início	6,10
		Fim	54,19			Fim	5,87
	M [kNm]	Início	-0,29		M [kNm]	Início	-0,49
		Fim	-1,92			Fim	0,41
5	N [kN]	Início	63,27	16	N [kN]	Início	-19,76
		Fim	63,27			Fim	-19,95
	M [kNm]	Início	-1,14		M [kNm]	Início	0,28
		Fim	-0,08			Fim	-0,03
6	N [kN]	Início	63,27	17	N [kN]	Início	27,76
		Fim	63,27			Fim	27,38
	M [kNm]	Início	-0,08		M [kNm]	Início	-0,28
		Fim	0,35			Fim	0,10
7	N [kN]	Início	-80,74	18	N [kN]	Início	1,23
		Fim	-80,63			Fim	1,28
	M [kNm]	Início	0,03		M [kNm]	Início	0
		Fim	0,48			Fim	0
8	N [kN]	Início	-62,22	19	N [kN]	Início	-19,70
		Fim	-62,10			Fim	-19,89
	M [kNm]	Início	0,27		M [kNm]	Início	-0,38
		Fim	1,39			Fim	0,07
9	N [kN]	Início	-44,14	20	N [kN]	Início	6,64
		Fim	-44,02			Fim	6,41
	M [kNm]	Início	1,59		M [kNm]	Início	-0,33
		Fim	-0,19			Fim	0,42
10	N [kN]	Início	-44,60	21	N [kN]	Início	-10,52
		Fim	-44,72			Fim	-10,61
	M [kNm]	Início	0,10		M [kNm]	Início	0,09
		Fim	-1,44			Fim	-0,36
11	N [kN]	Início	-60,48	22	N [kN]	Início	-
		Fim	-60,60			Fim	-
	M [kNm]	Início	-1,49		M [kNm]	Início	-
		Fim	1,06			Fim	-

Tabela A.22 – Esforços para a combinação de Estados Limites Últimos da estrutura AC12

Elemento	Esforço	Local	Valor	Elemento	Esforço	Local	Valor
1	N [kN]	Início	70,89	12	N [kN]	Início	-70,13
		Fim	70,89			Fim	-70,24
	M [kNm]	Início	-0,04		M [kNm]	Início	0,94
		Fim	1,12			Fim	0,02
2	N [kN]	Início	71,11	13	N [kN]	Início	0,31
		Fim	71,11			Fim	0,22
	M [kNm]	Início	0,98		M [kNm]	Início	0,11
		Fim	2,16			Fim	-0,14
3	N [kN]	Início	54,53	14	N [kN]	Início	-17,97
		Fim	54,53			Fim	-18,06
	M [kNm]	Início	2,81		M [kNm]	Início	0,10
		Fim	0,24			Fim	0,30
4	N [kN]	Início	54,53	15	N [kN]	Início	6,69
		Fim	54,53			Fim	6,46
	M [kNm]	Início	0,24		M [kNm]	Início	-0,45
		Fim	-2,91			Fim	0,35
5	N [kN]	Início	61,61	16	N [kN]	Início	-20,52
		Fim	61,61			Fim	-20,71
	M [kNm]	Início	-2,44		M [kNm]	Início	0,25
		Fim	1,95			Fim	-0,03
6	N [kN]	Início	61,68	17	N [kN]	Início	27,48
		Fim	61,68			Fim	27,11
	M [kNm]	Início	1,93		M [kNm]	Início	-0,25
		Fim	-0,02			Fim	0,09
7	N [kN]	Início	-80,58	18	N [kN]	Início	-
		Fim	-80,47			Fim	-
	M [kNm]	Início	0,04		M [kNm]	Início	-
		Fim	0,51			Fim	-
8	N [kN]	Início	-62,51	19	N [kN]	Início	-20,47
		Fim	-62,39			Fim	-20,66
	M [kNm]	Início	0,31		M [kNm]	Início	-0,34
		Fim	1,23			Fim	0,06
9	N [kN]	Início	-43,90	20	N [kN]	Início	7,75
		Fim	-43,78			Fim	7,52
	M [kNm]	Início	1,43		M [kNm]	Início	-0,28
		Fim	-0,17			Fim	0,27
10	N [kN]	Início	-44,29	21	N [kN]	Início	-8,16
		Fim	-44,41			Fim	-8,25
	M [kNm]	Início	0,08		M [kNm]	Início	0,06
		Fim	-1,24			Fim	-0,21
11	N [kN]	Início	-61,04	22	N [kN]	Início	-2,62
		Fim	-61,16			Fim	-2,71
	M [kNm]	Início	-1,30		M [kNm]	Início	0,06
		Fim	1,94			Fim	-0,01