



João Inácio Nogueira

Licenciado em Ciências da Engenharia e Gestão Industrial

Determinação de Parâmetros das Cartas $CUSUM-\ln(S^2)$ e $EWMA-\ln(S^2)$ e Desenvolvimento de *Software* de Apoio ao Controlo Estatístico do Processo

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em
Engenharia e Gestão Industrial

Orientador: Professor Doutor José Fernando Gomes Requeijo, Professor Auxiliar, FCT-UNL

Júri:

Presidente:

Prof^a Doutora Virgínia
Helena Machado

Vogais:

Prof^a Doutora Helena
Maria Pereira Pinto
Dourado e Alvelos

Prof. Doutor José
Fernando Gomes Requeijo

Setembro de 2018

Simulação de Parâmetros das Cartas $CUSUM-\ln(S^2)$ e $EWMA-\ln(S^2)$ para a Detecção de Desvios na Dispersão e Desenvolvimento de *Software* de Apoio ao Controlo Estatístico

Copyright © João Inácio Nogueira, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Nova de Lisboa

A Faculdade de Ciências e Tecnologia e a Universidade Nova de Lisboa tem o direito, perpétuo e sem limites geográficos, de arquivar e publicar esta dissertação através de exemplares impressos reproduzidos em papel ou de forma digital, ou por qualquer outro meio conhecido ou que venha a ser inventado, e de a divulgar através de repositórios científicos e de admitir a sua cópia e distribuição com objetivos educacionais ou de investigação, não comerciais, desde que seja dado crédito ao autor e editor.

Agradecimentos

Há muitas pessoas que são merecedoras dos meus mais sinceros agradecimentos.

Como deixei esta secção para o fim, já não tenho muita paciência para escrever, espero que ninguém leve a mal a minha preguiça. Assim sendo, menciono apenas as pessoas que de maneira direta tiveram influência no trabalho que se segue, não esquecendo todos os amigos que me apoiam incondicionalmente e pelos quais nutro a mais profunda amizade e admiração. Aos amigos de Massamá e malta da Faculdade!!

Muito obrigado aos colegas e amigos do laboratório - Hugo, Maria e Rita, que me aturaram durante 7 meses e que tornaram a dissertação muito mais agradável.

Muito obrigado ao André e ao Marques por me terem sugerido a linguagem de programação e a estrutura de *software* utilizados.

Um muito obrigado à professora Helena Carvalho, por me ter disponibilizado os computadores do laboratório 4.09, sem os quais esta dissertação não teria sido possível e por ter depositado em mim a confiança de não os estragar.

Um muito obrigado e grande abraço ao Professor José Gomes Requeijo, por me ter orientado neste labirinto e por confiar que eu estava à altura do desafio.

Por último e mais importante, à minha família, aos meus pais e ao Pedro Inácio Nogueira, cujo amor incondicional me transmitem todos os dias, sem hesitarem. Sem todo o apoio que me deram ao longo dos anos, nada do que fiz ou alcancei teria sido possível.

Resumo

No âmbito do Controlo Estatístico do Processo (*SPC*), são utilizadas diversas cartas de controlo para monitorizar tanto a média como a dispersão de um processo produtivo. As cartas de controlo baseadas nos princípios de Shewhart apresentam sensibilidade reduzida na deteção de pequenas ou moderadas alterações dos parâmetros do processo, média e dispersão. Para contornar esta falta de sensibilidade, são utilizadas as cartas *CUSUM* (Somas Acumuladas) ou *EWMA* (Média Móvel Exponencialmente Amortecida), que analisam o processo considerando toda a informação histórica disponível. A utilização eficaz destas cartas pressupõe a escolha correta dos seus parâmetros. Nesse sentido, foram desenvolvidas tabelas e ábacos para a consulta destes parâmetros para as cartas *EWMA*, *CUSUM*, *EWMA*– $\ln(S^2)$ e *CUSUM*– $\ln(S^2)$, por Crowder (1989), Gan (1991), Chang e Gan (1994) e Chang e Gan (1995), respetivamente, e ainda alguns trabalhos inseridos em dissertações de mestrado de alunos da FCT/UNL.

As tabelas e ábacos, embora bastante úteis, apresentam alguns inconvenientes, especialmente no que concerne a erros de leitura e à diversidade de cenários. Assim, este estudo apresenta um procedimento baseado nos desenvolvimentos dos autores mencionados anteriormente, em particular o dos mestrandos da FCT/UNL, que contempla uma gama mais abrangente de cenários, para estas cartas. O autor realizou simulações para as dimensões de amostra 7,15 e 20, para as cartas *EWMA*– $\ln(S^2)$ e 10, 15 e 20 para a carta *CUSUM*– $\ln(S^2)$, completando os estudos de Cardoso (2016) e Afonso (2012) para a carta *CUSUM*– $\ln(S^2)$ e de Nogueira (2015) para a carta *EWMA*– $\ln(S^2)$. Os parâmetros das cartas *EWMA* e *CUSUM*, referentes à média do processo, foram obtidos por Alves (2009) e Cardoso (2016).

Por fim, desenvolveu-se um *software* para a obtenção rápida dos parâmetros destas cartas, assim como para agilizar o controlo estatístico de processos, incluindo parâmetros para as cartas de *Shewhart*, nomeadamente para as cartas de controlo de variáveis, $\bar{X}/R$, $\bar{X}/S$ e X/MR contendo os parâmetros destas para a aplicação na Fase 1 e Fase 2 do *SPC*.

O trabalho de investigação realizado contempla uma mais-valia importante no âmbito das cartas de controlo *CUSUM* e *EWMA*, em virtude de agregar os desenvolvimentos em anos anteriores conseguidos com a investigação na FCT/UNL e completá-los com a presente investigação, assim como o desenvolvimento de um *software* que agiliza a obtenção dos parâmetros das cartas *CUSUM* e *EWMA*.

Palavras Chave: *SPC*, *CUSUM*, *EWMA*, *CUSUM*– $\ln(S^2)$, *EWMA*– $\ln(S^2)$, Simulação.

Abstract

Regarding Statistical Process Control (SPC), several control charts are used to monitor both the mean and the dispersion of a productive process. Charts based on the Shewhart principles have reduced sensitivity in detecting small or moderate changes in process parameters, mean and dispersion. To overcome this lack of sensitivity, the CUSUM and EWMA charts are used, which analyze the process considering all available historical information. The effective use of these cards implies the correct choice of their parameters. In this sense, tables and nomograms were developed to query these parameters for the EWMA, CUSUM, EWMA- $\ln(S^2)$ and CUSUM- $\ln(S^2)$ charts by Crowder (1989), Gan (1991), Chang and Gan (1994) and Chang and Gan (1995), respectively.

Although quite useful, tables and abacuses have some drawbacks, especially with regard to reading errors and the diversity of scenarios. Thus, this study presents a procedure based on the one followed by these authors, which contemplates a wider range of scenarios, for these charts. The author performed simulations for sample sizes 7, 15 and 20 for EWMA- $\ln(S^2)$ and 10, 15 and 20 for CUSUM- $\ln(S^2)$, completing the studies made in this institution by Cardoso (2016) and Afonso (2012) for the CUSUM- $\ln(S^2)$ chart and Nogueira (2015) for the EWMA- $\ln(S^2)$ chart. The parameters of the EWMA and CUSUM charts, referring to the mean of the process, were obtained by Alves (2009) and Cardoso (2016).

Finally, a software was developed to quickly obtain the parameters of these charts, as well as to streamline statistical process control, including parameters for Shewhart charts, namely $\bar{X}/R$, $\bar{X}/S$ and X/MR containing the parameters of these charts for Phase 1 and Phase 2 application.

The research work carried out contemplates an important added value within the CUSUM and EWMA control charts, by aggregating the developments in previous years achieved with the research in the FCT / UNL and completing them with the present investigation, as well as the development of software that makes it easier to obtain the parameters of the CUSUM and EWMA charts.

Key-words: SPC, CUSUM, EWMA, CUSUM- $\ln(S^2)$, EWMA- $\ln(S^2)$, Simulation.

Índice de Conteúdos

Capítulo 1 - Introdução	1
1.1 Enquadramento e Justificação do Tema	1
1.2 Objetivos da Investigação	1
1.3 Metodologia de Investigação	1
1.4 Estrutura da Dissertação	2
Capítulo 2 - Qualidade e Controlo Estatístico de Processos	5
2.1 Qualidade	5
2.2 Processo	5
2.3 Controlo do Processo	5
2.3.1 Controlo Estatístico do Processo	7
2.4 Cartas de Controlo de <i>Shewhart</i>	10
2.4.1 Tipos de Cartas de Controlo	11
2.4.2 Fases do Controlo Estatístico de Processos	11
2.5 Run Length e Average Run Length	12
2.5.1 Desempenho das Cartas de <i>Shewhart</i>	14
2.6 Cartas de Controlo Especiais	15
2.6.1 Carta <i>CUSUM</i>	15
2.6.2 Carta <i>CUSUM</i> Tradicional	15
2.6.3 Versão Tabular da Carta <i>CUSUM</i> para Controlo da Média	16
2.6.3.1 Parâmetros k e h	18
2.6.3.2 Implementação da Carta <i>CUSUM</i> para Alterações na Média	18
2.6.3.3 Estimação da Nova Média do Processo	19
2.6.3.4 ARL da Carta <i>CUSUM</i> para Alterações da Média	19
2.6.4 Carta <i>CUSUM</i> para Controlo da Dispersão	21
2.6.4.1 Dimensão da Amostra	22
2.6.4.2 Implementação da Carta <i>CUSUM</i> para Alterações na Dispersão	22
2.6.4.3 ARL da Carta <i>CUSUM</i> para Alterações na Dispersão	22
2.6.5 Outras Cartas <i>CUSUM</i>	23
2.6.6 Carta <i>EWMA</i> para Controlo da Média	23
2.6.6.1 Implementação de uma Carta <i>EWMA</i> para Controlo da Média	25
2.6.6.2 ARL da Carta <i>EWMA</i> para Controlo da Média	25
2.6.7 Carta <i>EWMA</i> para Controlo da Dispersão	25
2.6.7.1 ARL da Carta <i>EWMA</i> para Controlo da Dispersão	26
2.6.8 Outras Variantes da Carta <i>EWMA</i>	27

Capítulo 3 - Algoritmo	29
3.1 Carta CUSUM— $\ln(S^2)$	29
3.1.1 Fase 1.....	30
3.1.2 Fase 2.....	34
3.1.3 Fase 3.....	37
3.2 Carta EWMA— $\ln(S^2)$	39
3.2.1 Fase 1.....	40
3.2.2 Fase 2.....	40
3.2.3 Fase 3.....	40
Capítulo 4 - Resultados.....	41
4.1 Resultados das Simulações	41
4.1.1 CUSUM— $\ln(S^2)$ $n = 15$	41
4.1.1.1 Aumentos	41
4.1.1.2 Decréscimos	42
4.1.2 EWMA— $\ln(S^2)$, $n = 15$	45
4.1.2.1 Aumentos	45
4.1.2.2 Decréscimos	46
4.2 Aproximações aos Resultados Obtidos em Dissertações Anteriores.....	47
4.2.1 Cartas para o Controlo da Média	47
4.2.1.1 Carta CUSUM.....	47
4.2.1.2 Carta EWMA	48
4.2.2 Cartas para o Controlo da Dispersão	49
4.2.2.1 CUSUM— $\ln(S^2)$, $n = 8$	49
4.2.2.2 EWMA— $\ln(S^2)$, $n = 8$	51
4.3 Tabelas Resumo	53
4.3.1 Carta CUSUM— $\ln(S^2)$	54
4.3.1.1 Aumentos	54
4.3.1.2 Decréscimos	58
4.3.2 Carta EWMA— $\ln(S^2)$	62
4.3.2.1 Aumentos	62
4.3.2.2 Decréscimos	66
Capítulo 5 - <i>Software</i> de Apoio à Implementação de Cartas de Controlo	71
5.1 Funcionalidades.....	71
5.2 Estrutura do <i>Software</i>	72
5.2.1 Model View Controller (MVC)	72
5.2.2 Java	72

5.2.3 Programação Orientada por Objetos (POO) e Estrutura do Software	72
5.2.3.1 View	73
5.2.3.2 Controller	74
5.2.3.3 Model	75
5.2.4 Armazenamento e Recolha de Dados	75
5.3 Manual do Utilizador	76
5.3.1 Controlo da Média	76
5.3.1.1 Valores admissíveis de δ	78
5.3.2 Controlo da Dispersão	78
5.3.2.1 Valores admissíveis de δ	79
5.3.3 Cartas de Shewhart	79
5.3.4 Teste K-S	80
Capítulo 6 - Conclusões	83
Referências Bibliográficas	85
Anexo I - Resultados das Simulações	89
I.1 CUSUM- $\ln(S^2)$, $n = 10$	89
I.1.1 Aumentos	89
I.1.2 Decréscimos	90
I.2 CUSUM- $\ln(S^2)$, $n = 20$	91
I.2.1 Aumentos	91
I.2.2 Decréscimos	92
I.3 EWMA- $\ln(S^2)$, $n = 7$	92
I.3.1 Aumentos	93
I.3.2 Decréscimos	94
I.4 EWMA- $\ln(S^2)$, $n = 20$	94
I.4.1 Aumentos	95
I.4.2 Decréscimos	96
Anexo II - Aproximações aos Resultados Obtidos em Dissertações Anteriores..	97
II.1 CUSUM- $\ln(S^2)$, $n = 4$	97
II.1.1 Aumentos	97
II.1.2 Decréscimos	98
II.2 CUSUM- $\ln(S^2)$, $n = 5$	99
II.2.1 Aumentos	99
II.2.2 Decréscimos	100
II.3 CUSUM- $\ln(S^2)$, $n = 6$	101
II.3.1 Aumentos	101

II.3.2 Decréscimos	102
II.4 CUSUM— $\ln(S^2)$, $n = 7$	103
II.4.1 Aumentos	103
II.4.2 Decréscimos	104
II.5 EWMA— $\ln(S^2)$, $n = 4$	105
II.5.1 Aumentos	105
II.5.2 Decréscimos	106
II.6 EWMA— $\ln(S^2)$, $n = 5$	106
II.6.1 Aumentos	107
II.6.2 Decréscimos	108
II.7 EWMA— $\ln(S^2)$, $n = 6$	109
II.7.1 Aumentos	109
II.7.2 Decréscimos	110
II.8 EWMA— $\ln(S^2)$, $n = 10$	111
II.8.1 Aumentos	111
II.8.2 Decréscimos	112
Anexo III - Ábacos de Referência	113
III.1 Carta CUSUM	113
III.2 Carta CUSUM— $\ln(S^2)$	116
III.3 Carta EWMA	119
III.4 Carta EWMA— $\ln(S^2)$	121
Anexo IV - Coeficientes das Cartas Tradicionais de Variáveis	125
Anexo V - Tabelas para a Realização do Teste de <i>Kolmogorov-Smirnov</i>	127
V.1 Parâmetros Conhecidos	127
V.2 Parâmetros Estimados	128

Índice de Figuras

Figura 2.1 - Representação esquemática de um processo.	6
Figura 2.2 - Distribuição Normal e probabilidades de ocorrência de valores.	7
Figura 2.3 - Precisão e exatidão	8
Figura 2.4 -Tipos de Testes de Hipóteses e áreas de rejeição.	9
Figura 2.5 - Carta de Shewhart para o controlo de uma variável	10
Figura 2.6 - Dispositivo V-Mask	16
Figura 3.1 - Resumo concetual do Algoritmo utilizado.....	30
Figura 3.2 - Fluxograma da Fase 1, parte 1 de 2.....	32
Figura 3.3 - Fluxograma da Fase 1, parte 2 de 2.....	33
Figura 3.4 - Fluxograma da Fase 2, parte 1 de 2.....	34
Figura 3.5 - Fluxograma da Fase 2, parte 2 de 2.....	35
Figura 3.6 - Processo iterativo, para enquadrar h em função de k , para um dado ARL_{EC}	36
Figura 3.7 - Fluxograma da Fase 3, parte 1 de 2.....	38
Figura 3.8 - Fluxograma da Fase 3, parte 2 de 2.....	39
Figura 4.1 - Ábaco de $h_C(k_C)$ para ARL_{EC} e deteção de aumentos na dispersão, com $n=15$	42
Figura 4.2 - Ábaco de $k_C(\delta_C)$ para ARL_{EC} e deteção de aumentos na dispersão, com $n=15$	42
Figura 4.3 - Ábaco de $h_D(k_D)$ para ARL_{EC} e deteção de decréscimos na dispersão, com $n=15$	43
Figura 4.4 - Ábaco de $k_D(\delta_D)$ para ARL_{EC} e deteção de decréscimos na dispersão, com $n=15$	43
Figura 4.5 - Valores de ARL_{FC} provenientes da Fase 3, para $ARL_{EC}=1000$ e $n=15$, em função de k_D e δ_D	44
Figura 4.6-Contornos de ARL_{FC} provenientes da Fase 3, para $ARL_{EC}=1000$ e $n=15$, em função de k_D e δ_D	44
Figura 4.7 - Ábaco de $h_C(\lambda_C)$ para ARL_{EC} e deteção de aumentos na dispersão, com $n=15$	45
Figura 4.8 - Ábaco de $\lambda_C(\delta_C)$ para ARL_{EC} e deteção de aumentos na dispersão, com $n=15$	46
Figura 4.9 - Ábaco de $h_D(\lambda_D)$ para ARL_{EC} e deteção de decréscimos na dispersão, com $n=15$	46
Figura 4.10 - Ábaco de $\lambda_D(\delta_D)$ para ARL_{EC} e deteção de decréscimos na dispersão, com $n=15$	47
Figura 4.11 - Regressão realizada à carta CUSUM, para $ARL=370$	48
Figura 4.12 - Regressão realizada a $\lambda(\delta)$, para a carta EWMA.	48
Figura 4.13 - Regressão efetuada ao ábaco de $K(\lambda)$, para a carta EWMA.	49
Figura 4.14 - Ábaco de $h_C(k_C)$ para ARL_{EC} e deteção de aumentos na dispersão, com $n=8$	50
Figura 4.15 - Ábaco de $k_C(\delta_C)$ para ARL_{EC} e deteção de aumentos na dispersão, com $n=8$	50
Figura 4.16 - Ábaco de $h_D(k_D)$ para ARL_{EC} e deteção de decréscimos na dispersão, com $n=8$	51

Figura 4.17 - Ábaco de k_D (δ_D) para ARL_{EC} e detecção de decréscimos na dispersão, com $n=8$	51
Figura 4.18 - Ábaco de h_C (λ_C) para ARL_{EC} e detecção de aumentos na dispersão, com $n=8$	52
Figura 4.19 - Ábaco de λ_C (δ_C) para ARL_{EC} e detecção de aumentos na dispersão, com $n=8$	52
Figura 4.20 - Ábaco de h_D (λ_D) para ARL_{EC} e detecção de decréscimos na dispersão, com $n=8$	53
Figura 4.21 - Ábaco de λ_D (δ_D) para ARL_{EC} e detecção de decréscimos na dispersão, com $n=8$	53
Figura 5.1 - Representação concetual do módulo K-S.	73
Figura 5.2 - Representação da informação por meio de uma janela.	74
Figura 5.3 - Menu.	76
Figura 5.4 - Módulo "Média".	77
Figura 5.5 - Outputs do módulo "Média".	78
Figura 5.6 - Outputs do módulo "Dispersão".	79
Figura 5.7 - Módulo "Cartas de Shewhart"	80
Figura 5.8 - Módulo "K-S".	81

Índice de Tabelas

Tabela 2.1 - Decisões num Teste de Hipóteses e respetivas probabilidades	9
Tabela 2.2 - Tipos de cartas de controlo tradicionais.	11
Tabela 2.3 - ARL Fora de controlo, para a carta da média, para diferentes alterações na média	14
Tabela 2.4 - Outras versões das cartas CUSUM para controlo da média e da dispersão	23
Tabela 2.5 - Estimativas de parâmetros para a carta EWMA quando se utilizam amostras ou observações individuais.	24
Tabela 4.1 - Tabela resumo de aumentos para $n=4$	54
Tabela 4.2 - Tabela resumo de aumentos para $n=5$	54
Tabela 4.3 - Tabela resumo de aumentos para $n=6$ e $n=7$	55
Tabela 4.4 - Tabela resumo de aumentos para $n=8$ e $n=10$	56
Tabela 4.5 - Tabela resumo de aumentos para $n=15$ e $n=20$	57
Tabela 4.6 - Tabela resumo de decréscimos para $n=4$ e $n=5$	58
Tabela 4.7 - Tabela resumo de decréscimos para $n=6$ e $n=7$	59
Tabela 4.8 - Tabela resumo de decréscimos para $n=8$ e $n=10$	60
Tabela 4.9 - Tabela resumo de decréscimos para $n=15$ e $n=20$	61
Tabela 4.10 - Tabela resumo de aumentos para $n=4$ e $n=5$	62
Tabela 4.11 - Tabela resumo de aumentos para $n=6$ e $n=7$	63
Tabela 4.12 - Tabela resumo de aumentos para $n=8$ e $n=10$	64
Tabela 4.13 - Tabela resumo de aumentos para $n=15$ e $n=20$	65
Tabela 4.14 - Tabela resumo de decréscimos para $n=4$ e $n=5$	66
Tabela 4.15 - Tabela resumo de decréscimos para $n=6$ e $n=7$	67
Tabela 4.16 - Tabela resumo de decréscimos para $n=8$ e $n=10$	68
Tabela 4.17 - Tabela resumo de decréscimos para $n=15$ e $n=20$	69

Lista de Abreviaturas (Siglas e Símbolos)

ARL – *Average Run Length*, número médio de observações até a carta sinalizar um ponto fora de controle.

ARL_0 – ARL em controle.

ARL_1 – ARL fora de controle.

ARL_{EC} – Número médio de observações até a carta sinalizar um ponto fora de controle, quando o processo está em controle (ou ARL_0).

ARL_{FC} – Número médio de observações até a carta sinalizar um ponto fora de controle, quando o processo já não está em controle (ou ARL_1).

ARL_{inf} – ARL simulado produzido, que limita inferiormente ARL_{EC} , no processo iterativo da na Fase 2 do Algoritmo.

$ARL_{simulado_{EC}}$ – ARL simulado resultante da Fase 1.

ARL_{sup} – ARL simulado produzido, que limita superiormente ARL_{EC} , no processo iterativo da na Fase 2 do Algoritmo.

$CUSUM$ – Carta *Cumulative Sums* (ou Somas Acumuladas), para o controle da média.

$CUSUM-\ln(S^2)$ – Carta $CUSUM$ para o controle da dispersão.

$EWMA$ – Carta *Exponentially Weighted Moving Average* (ou Média Móvel Exponencialmente Amortecida) para o controle da média.

$EWMA-\ln(S^2)$ – Carta $EWMA$ para o controle da dispersão.

$F(x)$ – Função cumulativa de probabilidade da variável x ou Função de Distribuição de x .

$f(x)$ – Função densidade de probabilidade da variável x .

h - Limite de controle das cartas $EWMA$ e $CUSUM$.

H_0 – Hipótese nula do teste de hipóteses.

H_1 – Hipótese alternativa do teste de hipóteses.

h_c – Limite de controle das cartas $EWMA$ e $CUSUM$ para a detecção de aumentos na dispersão.

h_d – Limite de controlo das cartas *EWMA* e *CUSUM* para a deteção de decréscimos na dispersão.

h_{inf} – h que produz ARL_{inf} .

h_{medio} – h utilizado para a nova iteração, resultante da média entre h_{sup} e h_{inf} .

h_{sup} – h que produz ARL_{sup} .

k – Parâmetro de referência das cartas *CUSUM*.

k_c – Parâmetro de referência das cartas *CUSUM* para a deteção de aumentos na dispersão.

k_d – Parâmetro de referência das cartas *CUSUM* para a deteção de decréscimos na dispersão.

K-S – Teste *Kolmogorov-Smirnov*.

MR – Amplitudes Móveis.

$P(x)$ – Probabilidade de ocorrência de x .

R – Amplitude.

RL – Número de pontos até a carta sinalizar um ponto fora de controlo.

S – Desvio padrão amostral.

S^2 – Variância amostral.

t – Tempo.

Y_t – Transformação logarítmica da variância.

α – Erro do tipo 1.

β – Erro do tipo 2.

δ – Alteração padronizada na média ou dispersão.

Δ – Alteração no valor nominal da média.

ε – Erro tolerável na Fase 2.

λ – Constante de alisamento exponencial.

λ_c – Constante de alisamento exponencial para a deteção de aumentos na dispersão.

λ_d – Constante de alisamento exponencial para a detecção de decréscimos na dispersão.

μ - Média da população.

σ – Desvio padrão da população.

σ^2 – Variância da população.

$\bar{X}$ – Média.

$\tilde{X}$ – Mediana.

Capítulo 1 - Introdução

1.1 Enquadramento e Justificação do Tema

Ao longo do século XX foram desenvolvidas técnicas e metodologias cuja aplicação prática provou o seu valor na melhoria contínua da Qualidade e da eficiência Operacional.

Entre elas encontram-se as técnicas de controlo estatístico de processos que permitem, quando devidamente aplicadas, não só a melhoria de produtos e processos como a redução de desperdícios e a antecipação de cenários operacionais desfavoráveis, melhorando a *performance* da organização.

As cartas *CUSUM* e *EWMA* para o controlo da dispersão são ferramentas poderosas na deteção de desvios num processo sob controlo estatístico. Quanto maior a dimensão da amostra considerada, mais célere será a deteção de desvios na dispersão, especialmente quando estes são reduzidos.

Torna-se então pertinente estudar quais os parâmetros destas cartas que permitem a deteção mais atempada de desvios, para que estes possam ser utilizados em contextos industriais, educativos e de investigação.

1.2 Objetivos da Investigação

A presente dissertação tem como objetivo a determinação, através de metodologias de simulação *Monte Carlo*, dos parâmetros ótimos das cartas $CUSUM-\ln(S^2)$ e $EWMA-\ln(S^2)$ para dimensões da amostra ainda não consideradas e para desvios contemplados por autores anteriores. Os resultados das simulações realizadas nesta dissertação serão, em conjunto com os resultados provenientes de Alves (2009), Afonso (2012), Nogueira (2015) e Cardoso (2016), concatenados num *software* desenvolvido pelo autor, com o intuito de agilizar a aplicação das cartas tratadas por todos estes autores, assim como, aumentar o número de cenários possíveis utilizando técnicas de regressão aos trabalhos dos mesmos.

1.3 Metodologia de Investigação

A presente dissertação é composta por quatro momentos distintos e complementares:

- 1º. Revisão bibliográfica;
- 2º. Simulação e determinação de parâmetros das cartas $CUSUM-\ln(S^2)$ e $EWMA-\ln(S^2)$ para as dimensões da amostra selecionadas;

-
- 3º. Identificação, registo e tratamento dos resultados referentes aos melhores valores dos parâmetros das cartas *CUSUM* e *EWMA*, tanto para o controlo da média como da dispersão, obtidos em investigações anteriores (Alves, 2009; Afonso, 2012; Nogueira, 2015; Cardoso, 2016).
 - 4º. Elaboração de um *software* que contém os resultados práticos desta dissertação e de dissertações anteriores, de forma a agilizar a obtenção dos valores ótimos dos parâmetros das cartas de controlo *CUSUM* e *EWMA*, tanto para o controlo da dispersão como da média.

O primeiro momento consiste na recolha, análise e sintetização da literatura disponível sobre Qualidade, no geral, e em particular sobre as cartas de controlo abordadas neste estudo, os seus parâmetros e as diferentes metodologias de cálculo dos mesmos.

No segundo, é aplicada uma ferramenta computacional que permite a obtenção dos parâmetros das cartas. Esta ferramenta é composta por três fases e consiste numa simulação *Monte Carlo*, realizando-se aos *outputs* finais uma análise de sensibilidade.

O terceiro momento consiste na realização de simulações aos trabalhos de Afonso (2012) e Cardoso (2016), para que os cenários contemplados fossem os mesmos que os de Nogueira (2015). Consiste ainda na realização de regressões, para a obtenção das expressões dos ábacos apresentados por todos os autores mencionados.

No quarto momento é desenvolvido um *software* que serve de repositório à informação obtida na presente dissertação, assim como em anteriores. Este *software* compreende 4 módulos:

- 1) Parâmetros das cartas *CUSUM* e *EWMA* para controlo da média do processo;
- 2) Parâmetros das cartas *CUSUM*- $\ln(S^2)$ e *EWMA*- $\ln(S^2)$ para controlo da dispersão do processo;
- 3) Coeficientes para implementação das cartas de controlo tradicionais de variáveis;
- 4) Valores críticos da estatística de *Kolmogorov-Smirnov* para distribuições com parâmetros conhecidos e parâmetros estimados.

1.4 Estrutura da Dissertação

A presente dissertação encontra-se dividida em seis capítulos:

1. Introdução, onde se aborda o contexto, a relevância e as questões da investigação que motivaram este trabalho;
2. Qualidade e Controlo Estatístico de Processos, de suporte à investigação, reportando-se a trabalhos anteriormente desenvolvidos nesta área. Inicia-se com uma análise ao conceito de Qualidade, tal como é entendida no presente, focando-se na área de controlo

e melhoria de processos; nesta temática, apresentam-se os conceitos e ferramentas dos quais o controlo estatístico de processos se serve a fim de cumprir os seus objetivos, com um foco especial nas cartas de controlo de *Shewhart* e nas cartas que em alternativa são aplicadas na deteção de pequenas ou moderadas alterações nos parâmetros (média e dispersão) do processo. De seguida, dá-se ênfase às cartas *CUSUM* e *EWMA*, sendo discutida a sua mecânica, para a média e dispersão, a razão dos seus parâmetros e técnicas alternativas às da presente dissertação para o cálculo dos mesmos.

3. Algoritmo, em que se expõe a lógica do algoritmo utilizado para o cálculo dos parâmetros das cartas, os parâmetros que serviram de *input* ao mesmo, os resultados esperados e as tabelas resultantes das diferentes fases;
4. Resultados, em que se apresentam os resultados obtidos através das simulações, assim como os retirados das dissertações dos autores mencionados, e as regressões aplicadas, para que figurem no *software* desenvolvido;
5. Software de Apoio à Implementação de Cartas de Controlo, onde se descrevem as funcionalidades do *software* desenvolvido, em que pressupostos de desenvolvimento de *software* assenta e a lógica que utiliza. O capítulo conclui com um manual do utilizador, onde é demonstrado para cada módulo, a correta inserção de parâmetros, assim como a gama de valores que são admitidos.
6. Conclusões. Neste capítulo é discutido o trabalho realizado, assim como os resultados mais relevantes. São ainda propostos trabalhos futuros e recomendações para os mesmos.

Capítulo 2 - Qualidade e Controlo Estatístico de Processos

2.1 Qualidade

Qualidade é um conceito abrangente que todos entendem e cuja definição varia de autor para autor. Para Crosby (1979) é a “conformidade com especificações”, para Juran e Godfrey (1998) é a “aptidão para a utilização”, por sua vez, Deming (1986) entende a qualidade como um conceito subjetivo que é, no entanto, fundamental para a boa performance de uma organização.

O estudo e maturação da Qualidade começa nos anos 20 e 30 do século passado, com trabalhos pioneiros de natureza estatística, que visam controlar a produção, de modo a obter o maior número de produto conforme e da maneira mais económica. Nas décadas seguintes, os quadros superiores das empresas demonstraram interesse neste tipo de técnicas, com vista a aumentar e manter a Qualidade de um produto ou serviço. Com este novo paradigma, surgem autores de relevo na aplicação de metodologias da Qualidade em contexto empresarial e, mais tarde, as séries de normas ISO 9000 que visam uniformizar a abordagem à Qualidade numa organização, dando relevo ao envolvimento de todos os processos e seu estudo, sejam eles produtivos ou organizacionais, para a criação de valor, melhoria de desempenho operacional e satisfação dos clientes internos e externos de uma organização.

Torna-se assim essencial garantir as expectativas dos clientes, através do planeamento e implementação sistemática de atividades que proporcionem confiança nos sistemas em questão.

2.2 Processo

Um processo (Figura 2.1) é um sistema que opera transformação de entradas em determinadas saídas. Esta transformação é possível devido a variáveis controláveis, que condicionam as entradas, transformando-as nas saídas desejadas. No entanto, este encontra-se sujeito a fontes de variação, ou variáveis não controláveis, que podem desestabilizar a capacidade de produzir produto conforme.

Existem diversos fatores causadores de variação no processo, podendo ser agrupados em seis categorias (Pereira & Requeijo, 2012): equipamento; matéria-prima; mão-de-obra; meio ambiente; métodos e metrologia.

2.3 Controlo do Processo

O bom funcionamento de um processo começa na sua conceção. É nesta fase que todos os aspetos do mesmo devem ser bem definidos, de modo a evitar perdas desnecessárias (tempo, dinheiro, produtividade, etc.) cuja resolução pode ser complexa e morosa. No entanto, até um

processo bem concebido e implementado, está sujeito a deterioração e a todas as perdas que daí resultam.

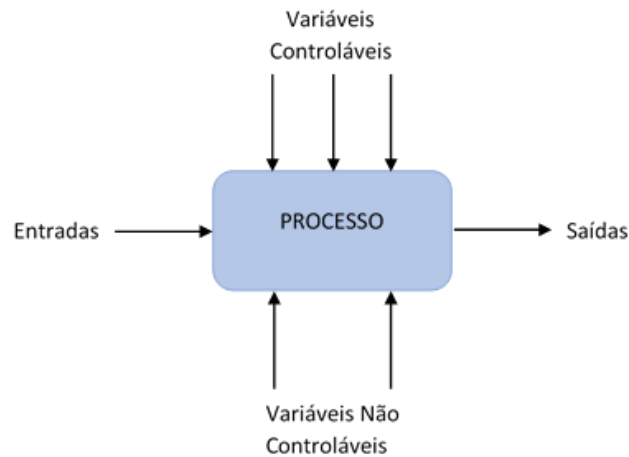


Figura 2.1 - Representação esquemática de um processo.

É, pois, essencial que o processo seja alvo de monitorização e avaliação constante, de modo a determinar atempadamente não conformidades nos *outputs* que produz, antecipando a ocorrência de problemas, agilizando a sua resolução e determinando as suas causas.

São várias as ferramentas da qualidade que são um bom auxílio na deteção de falhas e da determinação das respetivas causas. Enumeram-se algumas dessas ferramentas:

- Fluxograma;
- Folha de Registo e Verificação;
- Histograma;
- Diagrama de Dispersão;
- Diagrama de Causa-e-Efeito;
- Diagrama de *Pareto*;
- AMFE;
- Cartas de Controlo;
- Desenho de Experiências.

No âmbito desta dissertação, será apenas analisada a ferramenta “Cartas de Controlo”, discutir-se-ão os tipos e lógica da mesma. Para uma abordagem detalhada sobre as restantes ferramentas, recomenda-se a consulta de Pereira e Requeijo (2012). As cartas de controlo carecem de contexto, acerca de pressupostos e procedimentos necessários à sua implementação. Estes pressupostos e procedimentos são agrupados no que é comumente denominado por Controlo Estatístico do Processo (*SPC – Statistical Process Control*).

2.3.1 Controlo Estatístico do Processo

Entende-se por Controlo Estatístico do Processo, o conjunto de técnicas estatísticas que auxiliam a descrição e análise do processo. A vantagem deste tipo de controlo de processo prende-se com o facto de utilizar técnicas estatísticas para fazer inferências acerca do processo, reduzindo custos, especialmente se se considerar o controlo permanente do processo, dos seus *inputs* e *outputs*.

Como referido, as cartas de controlo é a ferramenta mais importante na concretização desta metodologia. Uma carta de controlo apresenta a evolução de uma determinada estatística ao longo do tempo. Esta estatística é determinada com base em amostras homogéneas retiradas da produção. Caso a característica da qualidade seja uma variável contínua, recorrer-se a um processo de amostragem, com dimensão de amostras igual ou superior a 4 unidades, apresenta a grande vantagem da distribuição de médias de amostras ser aproximadamente Normal (teorema do limite central).

Considera-se como amostra, um conjunto de dados de dimensão n , recolhidos de uma população (processo) de forma aleatória e em intervalos de tempo regulares. Uma boa técnica de amostragem deve pautar por diminuir a diferença dentro da amostra e aumentar a diferença entre amostras, para uma deteção mais célere de anomalias no processo (Jones-Farmer et al. (2014)).

Tipicamente, através dos dados recolhidos, ajusta-se uma distribuição estatística ao processo e estimam-se os parâmetros da mesma. É nesta base que assenta todo o *SPC*. No âmbito desta dissertação, será considerada apenas a distribuição Normal.

A distribuição Normal (Figura 2.2) é contínua (não tem limite de valores) e é definida por dois parâmetros: parâmetro de localização como a média (μ) e parâmetro de dispersão como a variância (σ^2).

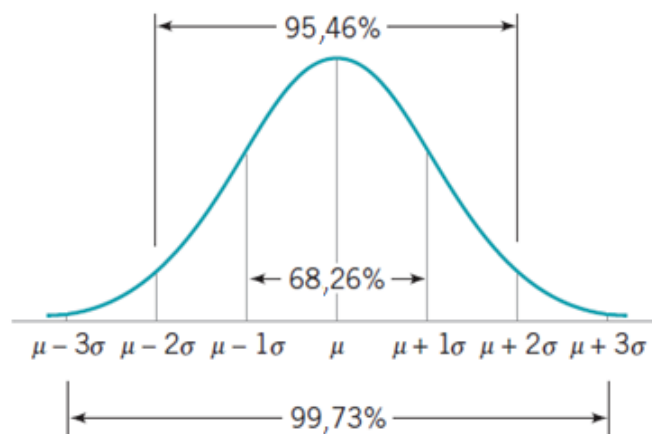


Figura 2.2 - Distribuição Normal e probabilidades de ocorrência de valores (adaptado de Montgomery, 2009).

Para que um processo seja estável e capaz de produzir de acordo com as especificações para o qual foi projetado, espera-se que μ da população seja igual ao valor nominal (*target*) imposto pelo cliente e que a dispersão seja a menor possível, para que os *outputs* deficitários (que saem da especificação do cliente) sejam na menor quantidade possível.

Na Figura 2.3 apresentam-se quatro processos diferentes analisados à luz das especificações do cliente. O diâmetro do círculo representa a tolerância imposta, o círculo central o *target* pretendido e os pontos pretos os *outputs* de cada processo. De maneira intuitiva, o quarto processo será o melhor, pois apresenta uma nuvem de valores de resposta estreita, menos distanciada do valor *target*.

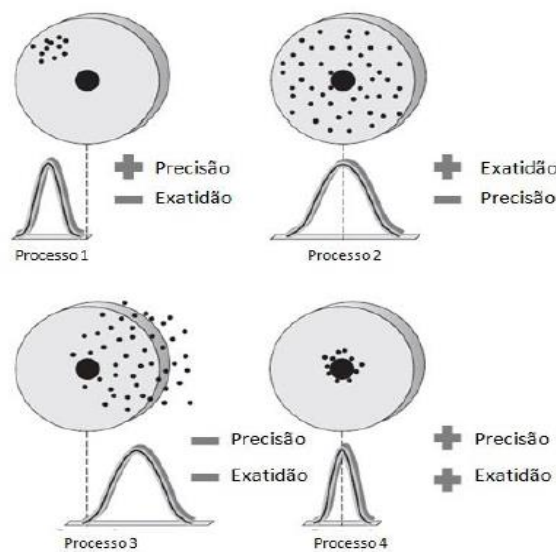


Figura 2.3 - Precisão e exatidão (adaptado de Oakland, 2008)

É então essencial, de modo a ir de encontro à expectativa do cliente, controlar os *outputs* do processo, através do controlo da média e da dispersão.

Dependendo do grau em que têm impacto no valor nominal de μ e σ^2 do processo, as causas de variação podem dividir-se em causas comuns e causas especiais:

- Causas comuns - referem-se à variabilidade natural de um processo, os valores dos outputs são aleatórios, mas coerentes (seguem uma determinada distribuição – identicamente distribuídos);
- Causas especiais - são provenientes de alguma perturbação no decurso do processo, ou na recolha de informação sobre o mesmo, que não se inserem na distribuição seguida pelo mesmo.

À luz destes dois tipos de causas, o objetivo do *SPC* consiste na deteção de causas especiais de variação o mais atempadamente possível, recorrendo a modelos desenhados com base nas causas comuns de variação e nos *outputs* expectáveis considerando as mesmas.

Para estabelecer inferências estatísticas acerca dos parâmetros do processo com recurso a estatísticas amostrais, é comum utilizar testes de hipóteses. Estes permitem rejeitar ou não rejeitar hipóteses, tendo em conta a estatística a utilizar e a sua distribuição.

Chama-se hipótese nula à hipótese que se pretende testar e hipótese alternativa a hipótese que se pretende não rejeitar, no caso da hipótese nula ser rejeitada.

Está-se sujeito a dois tipos de erros estatísticos (Tabela 2.1) ao efetuar um teste de hipóteses (Figura 2.4): Erro Tipo 1 associado à probabilidade α – rejeitar a hipótese nula quando esta é verdadeira; Erro Tipo 2 associado à probabilidade β – não rejeitar a hipótese nula quando esta é falsa. A redução simultânea destes dois tipos de erros é impossível, sendo que, ao diminuir um, aumenta-se o outro. O risco de cometer o Erro Tipo 1 é também denominado de nível de significância.

Tabela 2.1 - Decisões num Teste de Hipóteses e respetivas probabilidades

Decisão:	H_0 é:	
	Verdadeira	Falsa
Rejeitar H_0	Erro Tipo 1: α	Potência do teste: $(1 - \beta)$
Não Rejeitar H_0	Significância do teste: $(1 - \alpha)$	Erro Tipo 2: β

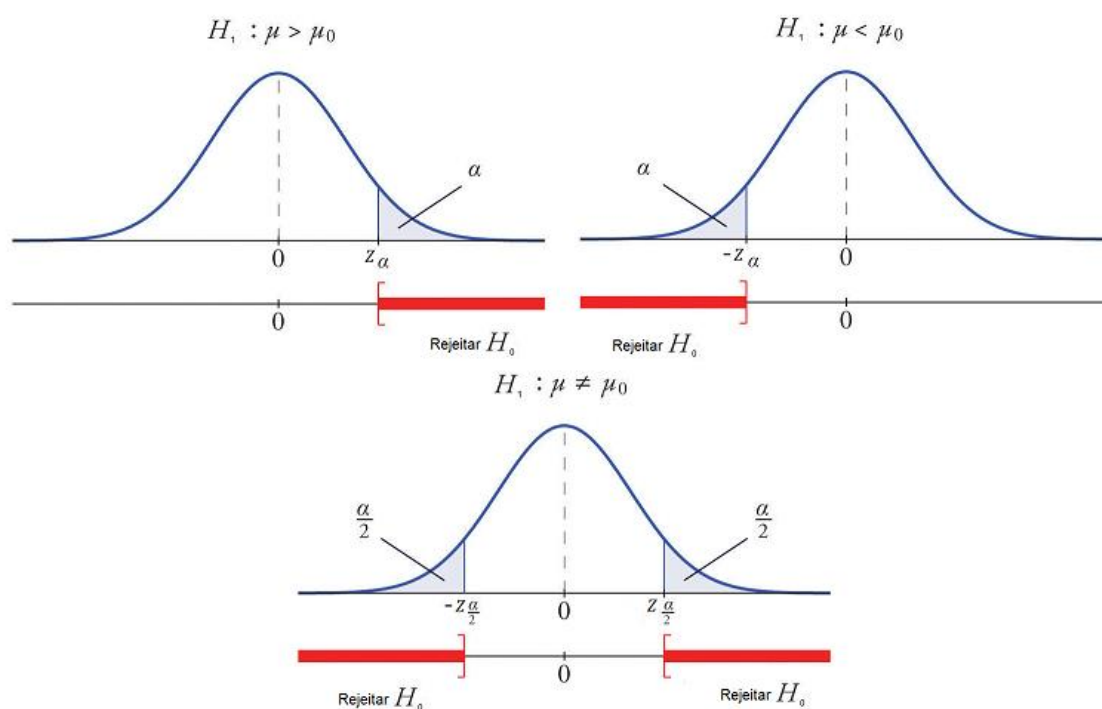


Figura 2.4 - Tipos de Testes de Hipóteses e áreas de rejeição.

2.4 Cartas de Controlo de Shewhart

No âmbito do controlo estatístico de processos, Crathorne e Shewhart (1931) propõe uma técnica de controlo de processo, baseada na representação gráfica de testes de hipóteses sucessivos à característica a controlar.

Assumindo que o processo em análise segue uma distribuição conhecida, com parâmetros conhecidos, importa controlar se o valor dos parâmetros se mantém inalterado ao longo do tempo. Para tal pode realizar-se um teste de hipóteses, escolhendo um nível aceitável de significância, sendo a hipótese nula o pressuposto que os parâmetros se mantêm inalterados e a hipótese alternativa o pressuposto que estes se alteram. A hipótese nula será rejeitada ou não rejeitada, consoante a localização do valor obtido em relação ao valor crítico do teste (obtido através da significância), na distribuição pertinente ao teste.

Realizando este teste de hipóteses sucessivamente, com observações de igual dimensão recolhidas em períodos de tempo regulares, obtém-se um conjunto de pontos que podem ser ordenados de maneira a obter uma sequência de valores de teste *versus* o tempo em que foram recolhidos. Pode-se então desenhar duas linhas correspondentes à localização do valor crítico, obtendo um gráfico (Figura 2.5) que permite identificar se o valor do parâmetro sofreu alguma alteração.

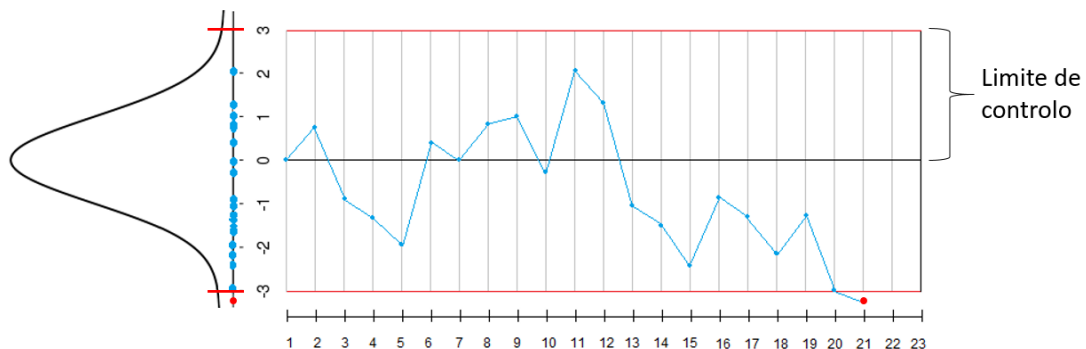


Figura 2.5 - Carta de Shewhart para o controlo de uma variável

Habitualmente, a localização dos limites de controlo é a $\pm 3\sigma$ do valor médio do processo (Figura 2.5). Utilizando esta amplitude, tem-se uma probabilidade de incorrer num Erro do Tipo 1 de $\alpha = 0,27\%$. Este Erro traduz a probabilidade de ocorrência de um falso alarme - aceitar que um ponto fora dos limites de controlo indica que o processo está fora de controlo, quando, na realidade, não está. Em termos estatísticos, define-se como a probabilidade de rejeitar a hipótese nula (processo em controlo), quando a hipótese nula é verdadeira.

Não obstante, todos os pontos que se situam no intervalo $\pm 3\sigma$ são tidos como pontos em controlo, cujo valor depende de causas comuns de variação. Todos os pontos que se situem fora destes limites são assumidos como pontos anómalos, fruto de causas especiais de variação, sendo necessária inspeção ao processo para determinar qual a causa dos mesmos.

2.4.1 Tipos de Cartas de Controlo

Para a aplicação do Controlo Estatístico do Processo, são utilizados dois tipos de cartas de Shewhart:

Variáveis – Utilizadas para monitorizar o comportamento do processo quando as variáveis são contínuas; são necessárias duas cartas de controlo, uma para controlar o parâmetro de localização e outra para controlar o parâmetro de dispersão;

Atributos – Utilizadas para monitorizar o comportamento do processo quando as variáveis são discretas; necessário construir apenas uma carta de controlo, visto que a dispersão é função da média e da dimensão da amostra (Pereira & Requeijo, 2012).

As cartas de controlo tradicionais mais utilizadas são as indicadas na Tabela 2.2.

Tabela 2.2 - Tipos de cartas de controlo tradicionais.

VARIÁVEIS	ATRIBUTOS
Média e amplitude Carta $\bar{X}$ e carta R	Proporção de unidades não conformes Carta p
Média e desvio padrão Carta $\bar{X}$ e carta S	Número de unidades não conformes Carta np
Média e variância Carta $\bar{X}$ e carta S^2	Número de defeitos Carta c
Mediana e amplitude Carta $\tilde{X}$ e carta R	Número de defeitos por unidade Carta u
Observações individuais e amplitudes móveis Carta X e carta MR	

A utilização das cartas de variáveis é recomendada face às de atributos, pois é possível extrair mais informação acerca do processo, mesmo que a recolha de informação seja mais dispendiosa nas primeiras do que nas segundas.

2.4.2 Fases do Controlo Estatístico de Processos

A aplicação destas cartas realiza-se em dois momentos, denominados por Fase 1 e Fase 2 (Pereira e Requeijo (2012), Jones-Farmer et al. (2014)).

A Fase 1 centra-se na estimação de parâmetros do processo e averiguação da estabilidade do mesmo. É efetuada de maneira retroativa e pressupõe a aplicação de técnicas de amostragem que, como dito anteriormente, tenham em conta as características do processo e das variáveis em análise, assim como reduzam a variação dentro de amostras e a aumente entre amostras.

A Fase 1 inicia com a deteção de *outliers* no conjunto de amostras recolhidas, para que estes não sejam incorporados na estimação de parâmetros. Para tal, realizam-se as cartas pertinentes e verifica-se a ocorrência de pontos fora dos limites de controlo ou a presença de padrões não aleatórios. Se houver pontos nestas condições deverão ser retirados da análise e recalculados os limites e estimativas de parâmetros. No limite, no caso de haver evidência da existência de demasiadas causas especiais, os dados recolhidos não devem ser considerados e deve-se atuar no processo produtivo através de ações corretivas adequadas; após correção do processo, deve-se recolher novos dados e reiniciar a Fase 1 do SPC.

Se todos os pontos utilizados para a estimação dos parâmetros se encontrarem dentro dos limites e não apresentarem padrões não aleatórios, *i.e.*, o processo está sujeito apenas a causas comuns de variação, podendo-se nestas circunstâncias analisar a capacidade do processo com a utilização de índices de capacidade. Estes índices servem como medida de desempenho, comparando a distribuição estimada do processo com o intervalo definido pela especificação técnica, determinando-se assim a habilidade do processo de produzir produto conforme.

Se os índices indicarem que o processo tem capacidade, é posta em prática a Fase 2. Esta consiste na análise em tempo real do comportamento do processo, recolhendo amostras em intervalos de tempo igualmente espaçados e representando os valores das variáveis na carta em utilização. A ocorrência de valores fora dos limites de controlo, ou de padrões não aleatórios pode indicar que o processo já não está de acordo com o estimado na Fase 1, *i.e.*, saiu de controlo estatístico, sendo necessário averiguar a causa de eventuais anomalias.

2.5 Run Length e Average Run Length

Aroian e Levene (1950) em “*The Effectiveness of Quality Control Charts*”, analisam e definem métricas de avaliação para as cartas de *Shewhart*, de modo a que a sua aplicação tenha o menor impacto económico possível, quando considerados os custos associados aos Erros do Tipo 1 e Tipo 2.

Em cada ponto da carta, num processo em controlo, existe uma probabilidade α da ocorrência de um Erro do Tipo 1. Assim sendo, em média, a cada $ARL_0 = \frac{1}{\alpha}$ pontos existirá uma “*paragem desnecessária na produção*” (ARL_0 – *In Control Average Run Length* ou duração média da corrida com os parâmetros em controlo, *i.e.*, o valor da característica não se alterou, mas há sinalização que alterou).

Analogamente, se for considerado o caso em que o processo sai de controlo estatístico, *i.e.*, o valor nominal da característica em controlo muda, existe uma probabilidade β (Erro do Tipo 2) do teste não sinalizar a mudança no valor nominal do parâmetro. Assim sendo, em média, a carta detetará uma alteração no valor da característica a cada $ARL_1 = \frac{1}{1-\beta}$.

A distribuição de RL (*Run Length*) é caracterizada por:

$$P(N = N_0) = f(N_0) = (1 - \alpha)^{N_0-1} \alpha \quad (2.1)$$

$$P(N \leq N_0) = F(N_0) = 1 - (1 - \alpha)^{N_0} \quad (2.2)$$

Com média:

$$E(N) = m_N = \frac{1}{\alpha} \quad (2.3)$$

E variância:

$$\sigma_N^2 = \frac{1-\alpha}{\alpha^2} \quad (2.4)$$

Para α obtém-se os parâmetros da distribuição do RL da situação em controlo. Este segue uma distribuição geométrica. Para a obtenção da situação fora de controlo, basta substituir α por $1 - \beta$. O cenário ideal seria a diminuição de α e β , permitindo falsos alarmes menos frequentes e a deteção mais expedita de desvios no parâmetro (média ou dispersão) em controlo, no entanto, tal é matematicamente impossível. De facto, uma diminuição em β leva ao aumento de α e vice-versa. Assim sendo, é necessário estipular um valor aceitável de cada uma destas probabilidades, tendo em conta as especificidades do processo.

Uma outra métrica de desempenho utilizada é a análise por quartis, que considera que é admissível, até um valor razoável de pontos, que a carta cometa erros do tipo 2 sucessivamente, assim sendo, considerando a distribuição de RL definida anteriormente, pode-se calcular N_ε , tal que:

$$P(N > N_\varepsilon) \leq \varepsilon \quad (2.5)$$

ou seja, o percentil ε da distribuição de RL . Dado por:

$$N_\varepsilon \geq \frac{\log \varepsilon}{\log(1-\alpha)} \quad (2.6)$$

Esta última métrica tem ganho cada vez mais importância na literatura da Qualidade. No entanto, devido à sua utilização generalizada, o ARL continua a ser a métrica mais utilizada.

2.5.1 Desempenho das Cartas de *Shewhart*

À luz desta medida de desempenho, é possível analisar a *performance* das cartas Tradicionais. Considera-se apenas o caso da deteção de alterações da média, sendo que, para alterações da dispersão, o processo de cálculo é equivalente.

A probabilidade da carta de controlo não detetar alterações é a mesma que a de um qualquer ponto da distribuição fora de controlo pertencer aos limites definidos para a distribuição em controlo. Esta probabilidade é a probabilidade de erro tipo 2 (não rejeitar uma hipótese falsa) e é dada por:

$$\beta = P(LIC \leq X_{\text{Fora de controlo}} \leq LSC) \quad (2.7)$$

Assim sendo, o *ARL* Fora de Controlo das cartas Tradicionais é $ARL_1 = \frac{1}{1-\beta}$. Quanto maior for a alteração δ (transformado para uma variável normal reduzida) no valor da média, menor serão β e ARL_1 . Na Tabela 2.3 é possível constatar a proporcionalidade inversa entre δ e ARL_1 . De notar que, para $\delta = 0,1$ o ARL_1 é bastante próximo de ARL_0 (370 pontos) na carta de controlo com limites a 3σ , tornando difícil a interpretação e respetivo controlo.

Tabela 2.3 - *ARL* Fora de controlo, para a carta da média, para diferentes alterações na média.

δ	β	ARL_1
0,1	0,997	352,9
0,25	0,996	281,2
0,5	0,994	155,2
1	0,977	43,9
1,5	0,933	15,0
2	0,841	6,3
3	0,500	2,0

Para contornar esta falta de sensibilidade a pequenos ($\delta < 0,5$) e médios ($0,5 \leq \delta \leq 2$) desvios são definidos limites de aviso, situados a 2σ , servindo de alertas para a possibilidade de ocorrência de desvios nos parâmetros da característica em controlo, uma vez que a probabilidade de um ponto se situar nesta zona é de 4,55%.

A aplicação de limites de aviso pode ser complementada com regras para a deteção de padrões não aleatórios no comportamento da carta (ISO 7870-2:2013).

A aplicação destas regras pode prejudicar o desempenho das cartas, produzindo falsos alarmes mais frequentemente. A deteção de pequenos e médias alterações, durante a Fase 2, deve ser efetuada com recurso a ferramentas mais especializadas, introduzidas na secção seguinte, permitindo assim manter o ARL_0 e reduzir o ARL_1 , *i.e.*, manter o número de falsos alarmes e

aumentar a capacidade de detetar muito mais rapidamente essas alterações dos parâmetros do processo em controlo.

2.6 Cartas de Controlo Especiais

As cartas *CUSUM* (*Cumulative Sums* ou Somas Acumuladas) e *EWMA* (Média Móvel Exponencialmente Amortecida) apresentadas de seguida são utilizadas na Fase 2 do Controlo Estatístico de Processos, devido à sua facilidade na deteção de alterações. Para o correto funcionamento das mesmas, é necessário que a Fase 1 tenha sido aplicada com sucesso, tendo em conta todas as especificidades do processo e a correta estimação dos seus parâmetros.

2.6.1 Carta *CUSUM*

Como já referido, as cartas de controlo tradicionais apresentam limitações na deteção de pequenas e médias alterações no valor dos parâmetros do processo. Com o intuito de agilizar a deteção de alterações no valor da média do processo, Page (1954) introduziu a carta *CUSUM*.

Esta tem por base um sistema de pontuação cumulativa, onde a informação (pontuação) das últimas $n - 1$ observações é adicionada à pontuação atual. Assim, toda a informação disponível é tida em conta quando um ponto é adicionado, em oposição às cartas tradicionais, onde cada ponto é considerado individualmente.

Para que seja aplicada com sucesso, é essencial que o sistema de pontuação e o limite de controlo (intervalo de decisão) aplicados sejam os mais adequados para o desvio que se pretende detetar (Page, 1954).

Adicionalmente, considera-se que:

- Os valores das observações são independentes (os dados não apresentam autocorrelação significativa);
- A distribuição de médias de amostras é aproximadamente Normal.

Embora o conceito da carta *CUSUM* possa ser aplicado a dados que não respeitem as considerações acima, a sua análise não será considerada no âmbito desta dissertação. Redireciona-se o leitor para Hawkins e Olwell (1998) para uma análise detalhada desses procedimentos.

2.6.2 Carta *CUSUM* Tradicional

A estatística da carta *CUSUM* Tradicional é dada por:

$$S_i = \sum_{j=1}^i (\bar{X}_j - \mu) = (\bar{X}_i - \mu) + S_{i-1} \quad (2.8)$$

Para facilitar a interpretação, a sequência de pontos é representada graficamente num dispositivo denominado de *V-Mask* (Figura 2.6). Introduzido por Barnard (1959), este parte do pressuposto que a representação gráfica de S_i oscila em torno de uma linha horizontal, quando o valor de μ não sofre alterações, isto porque a estatística $\bar{X}_i - \mu$ é Normalmente distribuída e, portanto, simétrica. Uma boa maneira de detetar uma alteração no valor da média do processo é “cortar um V, em que as pernas fazem um ângulo θ com a horizontal, num pedaço de cartão e colocá-lo a uma distância d do último ponto” (Barnard, 1959). Naturalmente, a aplicação prática do dispositivo, é simples, contudo, a sua construção é um pouco mais complexa.

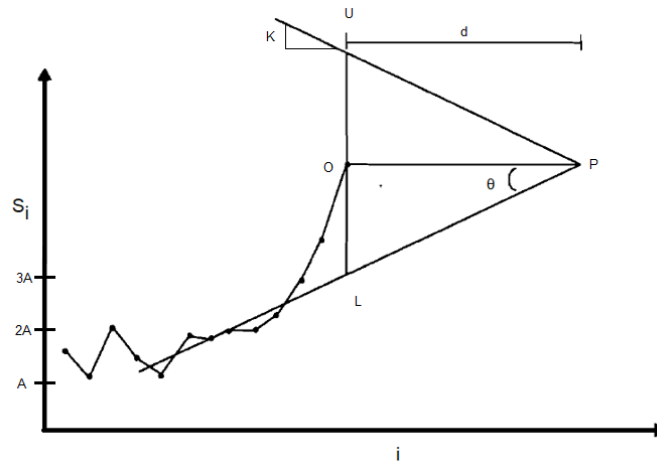


Figura 2.6 - Dispositivo V-Mask (adaptado de Pereira e Requeijo, 2012)

Os parâmetros de cálculo do dispositivo podem ser encontrados em Lucas (1976), Pereira e Requeijo (2012) e Wadsworth *et. al.* (1986). Esta variante da carta tem perdido popularidade ao longo dos anos, por um lado devido ao aumento de tabelas e ábacos que permitem um desenho rápido da carta *CUSUM* desejada e por outro devido a constrangimentos de execução que esta versão da carta apresenta. Segundo Woodall e Adams (1993) estes problemas são:

1. Dificuldade em calcular a extensão dos braços da carta, nalguns casos;
2. Aplicação do dispositivo a todos os pontos da carta, o que dificulta uma análise retrospectiva, especialmente quando considerado o problema do ponto 1.

Adicionalmente, Montgomery (2009) aponta que o dispositivo *FIR* (*Fast Initial Response*) não pode ser aplicado à *V-Mask*.

2.6.3 Versão Tabular da Carta *CUSUM* para Controlo da Média

Pela simplicidade de cálculo e de manipulação, a versão da carta *CUSUM* mais utilizada é a Tabular. Esta difere da carta *CUSUM* Tradicional no sistema de pontuação adotado, onde as somas do desvio ao *target* passam a uma variável Normal reduzida. Esta abordagem é vantajosa, pois, os limites de controlo são mais facilmente aplicáveis que os da carta tradicional *CUSUM* com o dispositivo *V-Mask*.

A aplicação da versão tabular consiste na construção de duas semi-cartas, uma para detetar aumentos de magnitude δ (semi-carta C_t) e outra, análoga, para detetar reduções δ na média do processo (semi-carta T_t).

$$T_t = \min(0, T_{t-1} + (Z_t + k)) \quad (2.9)$$

$$C_t = \max(0, C_{t-1} + (Z_t - k)) \quad (2.10)$$

Onde:

$$T_0 = 0 \quad (2.11)$$

$$C_0 = 0 \quad (2.12)$$

$$Z_t = \frac{\bar{X}_t - \mu}{\sigma_{\bar{X}}} = \frac{\bar{X}_t - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \quad (2.13)$$

$$\delta = \frac{\Delta}{\sigma_{\bar{X}}} = \frac{\Delta\sqrt{n}}{\sigma} \quad (2.14)$$

$$k = \frac{\delta}{2} \quad (2.15)$$

Nas equações anteriores considera-se:

t – Instante de amostragem

$\bar{X}_t$ – média da amostra t

μ – média do processo

σ – desvio padrão do processo

n – dimensão da amostra

Z_t – normalização da variável $\bar{X}_t$

k – valor de referência

Δ - valor da alteração da média

δ – valor da alteração da média em unidades do desvio padrão

O processo é assumido como fora de controlo, quando:

$$T_t < -h \quad (2.16)$$

ou

$$C_t > h \quad (2.17)$$

Onde h é o valor do limite de controlo da carta.

Em termos conceituais, a carta *CUSUM* deriva dos Testes Sequenciais, contudo, enquanto no Teste Sequencial é definida uma zona de aceitação, que permite a não rejeição da Hipótese Nula, a carta *CUSUM* partilha apenas o conceito de zona de rejeição, sendo que, sempre que a observação favoreça o controlo do processo, ou o teste reinicia-se a zero ou diminui o valor da soma acumulada, no entanto, nunca a Hipótese Nula é não rejeitada.

2.6.3.1 Parâmetros k e h

A escolha razoável dos parâmetros k e h permite que a deteção na alteração da média do processo seja expedita e que, ao mesmo tempo, retorne ARL_0 no caso do processo se manter em controlo estatístico. No entanto, um esquema (k, h) que seja ótimo a detetar uma alteração δ_1 no parâmetro em estudo não o será para uma variação diferente, δ_2 . Este procedimento é radicalmente diferente do das cartas de *Shewhart*, onde o limite é fixado a $\pm A\sigma$ e a análise concentra-se numa alteração de dimensão não especificada; nas cartas *CUSUM*, para cada alteração existe um par (k, h) que simultaneamente mantém $(0, ARL_0)$ e minimiza (δ, ARL_1) , tornando-as ideais para a deteção de uma alteração concreta.

A necessidade de k provém do sistema de pontuação escolhido. Isto é, considerar apenas a soma consecutiva de Z_t faria com que a carta respondesse excessivamente rápido a valores positivos (na semi-carta C_t) ou negativos (na semi-carta T_t). Assim sendo, afeta-se a variável Z_t ao valor de referência (k) também ele Normalizado através de (Equação 2.15), permitindo que a estatística “resista” caso não tenha ocorrido uma alteração. O valor de k é determinado exclusivamente pelo valor de α (Erro Tipo 1) e β (Erro Tipo 2) considerados. Hawkins e Olwell (1998) apresentam os fundamentos matemáticos para a escolha de k a metade do desvio a detetar (Equação 2.15), quando os dados são independentes.

Para um dado δ , o melhor intervalo de decisão, h , permite satisfazer ARL_0 e minimizar ARL_1 . O valor de h pode ser obtido de diferentes maneiras, tratadas em 2.6.3.5, no entanto, é de notar que a partir de k e h obtém-se ARL e que a partir de k e ARL obtém-se h .

2.6.3.2 Implementação da Carta *CUSUM* para Alterações na Média

A construção da melhor carta *CUSUM* obedece aos seguintes passos (Pereira e Requeijo, 2012):

1. Selecionar o valor aceitável de ARL_0 ;
2. Decidir qual o menor valor da alteração Δ da média do processo, que é importante detetar rapidamente;
3. Selecionar o valor do parâmetro k que conduz ao menor ARL_1 para o valor de Δ selecionado;
4. Determinar o valor do parâmetro h correspondente ao valor de ARL_0 definido em 1;

5. Proceder a uma análise de sensibilidade, comparando os valores de ARL_1 , quer para os parâmetros (k, h) determinados em 3 e 4 quer para outras combinações destes parâmetros;
6. Selecionar a carta *CUSUM* que apresentar o menor ARL_1 ; se ARL_1 , para o valor definido para δ , não for suficientemente pequeno, deve encarar-se a possibilidade de aumentar a dimensão da amostra;

Os passos 4 e 5 podem ser suprimidos recorrendo aos ábacos fornecidos por Gan (1991) (Anexo III.1), ou em alternativa, os presentes na secção 4.2.1.1, desenvolvidos por Cardoso, (2016).

2.6.3.3 Estimação da Nova Média do Processo

Após a sinalização da alteração de, pelo menos, Δ unidades no valor da média, é útil saber o novo valor aproximado da média do processo, para que possam ser desencadeadas as devidas ações corretivas. A média é dada por:

$$\mu_{novo} = \begin{cases} \mu + \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \left(k + \frac{C_t}{N_C} \right), & \text{se } C_t > h \\ \mu - \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \left(k - \frac{T_t}{N_T} \right), & \text{se } T_t < -h \end{cases} \quad (2.18)$$

Onde N_C e N_T representam o número de períodos consecutivos em que o valor da estatística ultrapassa o limite de controlo na semi-carta C e T .

2.6.3.4 ARL da Carta CUSUM para Alterações da Média

À semelhança das cartas Tradicionais, a principal medida de desempenho utilizada para a performance da carta *CUSUM* é o *ARL*. A carta *CUSUM* mais eficiente na deteção de alterações no parâmetro em controlo é a que mantém ARL_0 e minimiza ARL_1 .

Conforme enunciado em 2.6.3.1, o desenho de uma carta *CUSUM* não permite a obtenção simultânea de *ARL* e h , pelo que, um tem de ser especificado para que se possa calcular o outro. São várias as técnicas de cálculo do *ARL*, apresentando-se em seguida as abordagens mais utilizadas.

Page (1954) fornece o seguinte integral para o cálculo do *ARL*:

$$L(z) = 1 + L(0)F(k - z) + \int_0^h L(x)f(x + k - z)dx \quad (2.21)$$

Onde $L(z)$ é o *ARL* da carta *CUSUM* com valor inicial z ; nas cartas com T_0 e $C_0 = 0$, $z = 0$; $z = \pm \frac{h}{2}$ é o valor inicial das cartas com dispositivo *FIR*. Este integral consiste em três partes:

- A primeira, 1, é o número mínimo de pontos, visto que, a primeira observação tem de ser sempre realizada;

- $L(0)F(k - z)$ é o número de pontos que retornam a carta a 0;
- $\int_0^h L(x)f(x + k - z)$ é o número de pontos que aumentam a carta até ao valor de h .

Habitualmente $L(0)$ é especificado e é necessário recorrer a métodos numéricos para encontrar o valor de h que retorna $L(0)$.

Outra abordagem passa por analisar a carta *CUSUM* como um processo de *Markov*.

Os processos de *Markov* são utilizados para modelar sistemas onde a probabilidade de ocorrência de um acontecimento futuro depende apenas do conhecimento do estado presente, tal não invalida a utilização de dados passados, mas antes, incorpora-os nos dados presentes; é definida ainda uma matriz de transição de estados com as respetivas probabilidades do processo passar do estado m para n . Esta é a abordagem de Brook e Evans (1972), sendo que, a probabilidade de transição é dada pela probabilidade de ocorrência de um valor que incremente ou diminua a soma acumulada da carta; assim sendo, é possível calcular a probabilidade de ocorrência de cada estado futuro (valor da carta) e, através de manipulação matemática, obter os parâmetros da distribuição RL , permitindo um melhor conhecimento da carta aplicada e da sua distribuição. Esta abordagem é célere e permite resultados que distam 5% do valor real.

Siegmund (1985) fornece uma aproximação de cálculo rápido para o ARL de uma semi-carta *CUSUM* com resultados 1-3% do valor real. A aproximação é dada por:

$$ARL = \frac{e^{-2\Delta b} + 2\Delta b - 1}{2\Delta^2} \quad (2.22)$$

$\Delta = \pm\delta - k$. Para $\Delta \neq 0$, o sinal positivo utiliza-se na semi-carta de aumentos e o sinal negativo na semi-carta de decréscimos. Para $\Delta = 0$, $ARL = b^2$.

$b = h + 1,166$. Começando por calcular ARL^+ e ARL^- . O ARL da carta *CUSUM* é obtido por (Kemp, 1961):

$$\frac{1}{ARL} = \frac{1}{ARL^+} + \frac{1}{ARL^-} \quad (2.23)$$

Onde:

ARL^+ - ARL da semi-carta para deteção de aumentos na média;

ARL^- - ARL da semi-carta para deteção de diminuições na média;

Esta solução permite um dimensionamento prático e rápido. Uma abordagem de tentativa-erro é suficiente para ajustar os parâmetros da carta aos ARL pretendidos. Montgomery (2009) recomenda os seguintes valores iniciais: $k = \frac{1}{2}$ (em vez de $\frac{\delta}{2}$) e $h = \{4, 5\}$ (valores razoáveis até $\delta \leq \pm 1\sigma$).

A última abordagem é a seguida por Gan (1991), que por sua vez se baseia na metodologia definida por Crowder (1989) para a simulação de parâmetros da carta *EWMA*. Esta consiste numa simulação utilizando métodos *Monte-Carlo*, seguidos de uma análise de sensibilidade. Aplicado à carta *CUSUM*, este método é composto por 3 fases:

1. Selecionar os pares de parâmetros (k, ARL_0) que interessam estudar;
2. Simular as cartas *CUSUM* por forma a obter todos os h que retornem ARL_0 ;
3. Realizar uma análise de sensibilidade ao ARL_1 obtido, considerando todos os esquemas em 2. Se ARL_1 obtido for demasiado elevado, aumentar a dimensão das amostras consideradas.

2.6.4 Carta CUSUM para Controlo da Dispersão

Tal como para a média, é também importante controlar a dispersão de um processo. Se esta aumentar, o processo pode perder capacidade e não conseguir satisfazer as exigências dos clientes internos e externos, tornando-se importante descobrir as causas e atuar corretivamente no processo.

São várias as cartas para o controlo da dispersão, contudo, no âmbito desta dissertação, apenas a carta *CUSUM*– $\ln(S^2)$ será analisada, isto porque a estatística da carta, assegura que os dados são Normais se a característica em controlo também o for. As restantes cartas são apresentadas em 2.6.5.

À semelhança da carta *CUSUM* para controlo da média, o desvio que se pretende detetar é expresso numa unidade absoluta. Neste caso, define-se:

- $\delta_c = \sigma_1/\sigma_0$ – para aumentos no desvio padrão;
- $\delta_D = \sigma_1/\sigma_0$ – para decréscimos no desvio padrão.

Onde σ_1 é o valor do desvio padrão que se pretende detetar e σ_0 é o valor do desvio padrão inicial do processo.

Adaptadas de Crowder e Hamilton (1992) por Chang e Gan (1995), as estatísticas que caracterizam as cartas para o controlo da dispersão são:

$$C_t = \max(0, C_{t-1} + Y_t - k_c) \quad (2.24)$$

$$D_t = \min(0, D_{t-1} + Y_t + k_D) \quad (2.25)$$

$$C_0 = u \quad (2.26)$$

$$D_0 = v \quad (2.27)$$

A carta C_t é utilizada para a deteção de aumentos e a D_t para a deteção de decréscimos, u e v representam os valores iniciais das estatísticas C e D , sendo que $0 \leq u < h_c$ e $-h_d < v \leq 0$, com h_c e h_d como os limites de controlo de C_t e D_t , respetivamente. Considera-se u e v zero.

O sistema de pontuação utilizado é a soma de $Y_t = \ln\left(\frac{S_t^2}{\sigma_0^2}\right)$, afetado ao valor de referência k . Considera-se que o valor da dispersão sofre uma alteração quando $C_t > h_c$ (aumento da variância) ou $D_t < -h_d$ (diminuição da variância).

O valor de k para esta carta é obtido utilizando os mesmos métodos matemáticos que para a carta *CUSUM* para controlo da média, aplicados à distribuição de $y = \ln(S^2)$, pois esta variável tem as mesmas propriedades que as descritas na secção 2.6.3.1. O parâmetro h representa o limite de controlo.

2.6.4.1 Dimensão da Amostra

Ao contrário da carta *CUSUM* para o controlo da média, a dimensão da amostra n tem um papel importante na performance do controlo da dispersão, pois esta não é “absorvida” pela normalização da variável. Intuitivamente, quanto maior for a amostra recolhida, menor será o tempo para a deteção de alterações do valor da dispersão, devido à melhoria do estimador da dispersão, S^2 .

2.6.4.2 Implementação da Carta *CUSUM* para Alterações na Dispersão

Segundo Pereira e Requeijo (2012), o procedimento para a construção da melhor carta de controlo *CUSUM*– $\ln(S^2)$ é:

1. Definir a dimensão da amostra n ;
2. Selecionar o valor aceitável para ARL_0 ;
3. Decidir qual o valor do desvio padrão, σ_1 , que se pretende detetar;
4. Determinar a alteração δ através de das equações de δ_c e/ou δ_d
5. Determinar os melhores valores dos parâmetros k e h , de forma a obter o menor valor de ARL_1 .

O passo 5 pode ser suprimido recorrendo às tabelas fornecidos por Chang e Gan (1995) (Anexo III.2), ou em alternativa, os presentes no Capítulo 4 - no Anexo I - e ainda no Anexo II - 4.2.1.1 , desenvolvidos por Cardoso, (2016) e pelo autor da presente dissertação.

2.6.4.3 *ARL* da Carta *CUSUM* para Alterações na Dispersão

Todas as metodologias para o cálculo de *ARL*, exceto a de Siegmund (1985), são partilhadas entre as cartas para controlo da média e para controlo da dispersão.

A equação integral é dada para a semi-carta de aumentos por Chang e Gan (1995):

$$H(u) = 1 + H(0)Pr(\log(S^2) \leq k_c - u) + \int_0^{h_c} H(x)f(x + k_c - u)dx \quad (2.30)$$

A equação é equivalente para a semi-carta de decréscimos, com as devidas alterações. Estes autores utilizam a mesma abordagem que Gan (1991) no cálculo dos parâmetros da carta *CUSUM* para controlo da dispersão.

2.6.5 Outras Cartas CUSUM

O conceito das cartas *CUSUM* pode ser aplicado a uma variedade de cenários de controlo, por exemplo, pode não ser possível a inspeção e estimação de parâmetros, devido a custos de amostragem, ou à quantidade produzida. Na Tabela 2.4 apresentam-se outras cartas de controlo e o princípio em que se baseiam.

Tabela 2.4 - Outras versões das cartas *CUSUM* para controlo da média e da dispersão

Controlo da Média				
<i>CUSUMQ</i> – aplicáveis em situações de pequenas produções				
Controlo da Dispersão				
<i>CUSUM-R</i>	<i>CUSUM-S</i>	<i>CUSUM-S²</i>	<i>CUSUM-MR</i>	<i>H81-CUSUM</i>
utiliza a	utiliza o desvio	utiliza a	utiliza as	utiliza as diferenças
amplitude da	padrão	variância da	amplitudes	entre observações
amostra	amostral	amostra	móveis	individuais e a média
enquanto	enquanto	enquanto	enquanto	enquanto medida de
medida de	medida de	medida de	medida de	dispersão
dispersão	dispersão	dispersão	dispersão	

2.6.6 Carta EWMA para Controlo da Média

Introduzida por Roberts (1959), a carta *EWMA* (*Exponentially Weighted Moving Average* – Média Móvel Exponencialmente Amortecida) tem o mesmo objetivo que a carta *CUSUM*, detetar pequenas alterações no valor dos parâmetros do processo, considerando toda a informação disponível. Esta carta utiliza toda a informação recolhida, sendo que a informação mais antiga tem uma contribuição menor quando comparada à informação mais recente, sendo uma abordagem relativamente diferente da abordagem da carta *CUSUM*, que considera igualmente (mesmo peso) todas as observações recolhidas.

Para o controlo da média do processo, é definida a estatística *E* definida no instante *t* por:

$$E_t = (1 - \lambda)E_{t-1} + \lambda Y_t \quad , \quad t = 1, 2, \dots \quad (2.31)$$

$$0 < \lambda \leq 1 \quad (2.32)$$

Onde:

λ – constante de amortecimento;

Y_t – valor da média (ou observação individual) no instante t . Assume-se que é Normalmente distribuída, com média μ_Y e variância σ_Y^2 .

Em E_{t-1} está contida a informação de todos os pontos até t , sendo que, quanto mais antigo o ponto, menor será a sua contribuição para o valor de E_t . Tal deve-se à multiplicação sucessiva de todas as observações anteriores por $(1 - \lambda)$. Quanto maior for λ , mais rapidamente a contribuição de uma observação tenderá para 0. Para $\lambda = 1$, a carta *EWMA* depende apenas da observação atual.

Os limites de controlo desta carta são expressos em função do desvio padrão da estatística E_t :

$$LSC_E = E_0 + K\sigma_E \quad (2.33)$$

$$LC_E = E_0 \quad (2.34)$$

$$LIC_E = E_0 - K\sigma_E \quad (2.35)$$

Onde:

$$\sigma_E^2 = \sigma_Y^2 \left(\frac{\lambda}{2-\lambda} \right) (1 - (1 - \lambda)^{2t}) \quad (2.36)$$

$$E_0 = \mu_0 = \mu_Y \quad (2.37)$$

À semelhança das cartas *CUSUM*, a escolha de (λ, K) determinará o *ARL* da carta.

Os limites de controlo não serão estáticos, mas antes, tendem para $E_0 \pm K\sigma_Y \sqrt{\left(\frac{\lambda}{2-\lambda}\right)}$. Montgomery (2009) recomenda que os limites de controlo utilizados sejam os das equações 2.33 e 2.35, com a variância dada pela equação 2.36, uma vez que podem permitir a deteção mais atempada de alterações. As estimativas dos parâmetros de Y são dados na Tabela 2.5.

Tabela 2.5 - Estimativas de parâmetros para a carta *EWMA* quando se utilizam amostras ou observações individuais.

	Amostras	Observações Individuais
μ_Y	$\mu_{\bar{X}} = \mu$	$\mu_X = \mu$
σ_Y^2	$\sigma_{\bar{X}}^2 = \sigma / \sqrt{n}$	σ^2

2.6.6.1 Implementação de uma Carta EWMA para Controlo da Média

Segundo Pereira e Requeijo (2012), o procedimento para a construção da melhor carta de controlo EWMA é:

1. Selecionar o valor aceitável de ARL_0 ;
2. Decidir qual o menor valor da alteração Δ da média do processo, que é importante detetar rapidamente;
3. Selecionar o valor do parâmetro λ que conduz ao menor ARL_1 para os valores de $\Delta = \delta\sigma_{\bar{x}}$ e ARL_0 selecionado;
4. Determinar o valor do parâmetro K correspondente ao valor de ARL_0 e λ ;
5. Proceder a uma análise de sensibilidade, comparando os valores de ARL_1 , para os parâmetros determinados em 3 e 4 e para outras combinações destes parâmetros;
6. Selecionar a carta EWMA que apresentar o menor ARL_1 ;

O passo 5 pode ser suprimido recorrendo aos ábacos fornecidos por Crowder (1989) (Anexo III.3), ou em alternativa, os presentes na secção 4.2.1.2 desenvolvidos por Alves, (2009).

2.6.6.2 ARL da Carta EWMA para Controlo da Média

Crowder (1987) fornece a seguinte equação integral para o cálculo de ARL :

$$L(u) = 1 + \frac{1}{\lambda} \int_{LSC}^{LSC} L(y) f[(y - (1 - \lambda)u)/\lambda] dy \quad (2.43)$$

Onde u é o valor inicial da carta. A abordagem utilizada das cadeias de Markov por Brook e Evans (1972) para a carta CUSUM é válida, tendo sido aplicada por Lucas e Saccucci (1990) para uma variedade de cartas EWMA.

2.6.7 Carta EWMA para Controlo da Dispersão

Proposta por Crowder e Hamilton (1992) e por Chang e Gan (1994), esta carta baseia-se na transformação da variável Y_t dada pela equação 2.44. Esta transformação foi proposta por Box, et al. (1978), sendo a sua utilização justificada em virtude de tornar Y numa variável aproximadamente Normal quando a característica da qualidade X for Normal.

$$Y_t = \ln \left(\frac{S_t^2}{\sigma_0^2} \right) \quad (2.44)$$

Tal como a carta CUSUM– $\ln(S^2)$, a deteção de aumentos e decréscimos é feita separadamente por duas semi-cartas, D para decréscimos e V para aumentos na dispersão:

$$D_t = \min(B, (1 - \lambda_D)D_{t-1} + \lambda_D Y_t) \quad (2.45)$$

$$V_t = \max(A, (1 - \lambda_V)V_{t-1} + \lambda_V Y_t) \quad (2.46)$$

$$V_0 = D_0 = -\frac{1}{(n-1)} - \frac{1}{3(n-1)^2} + \frac{2}{15(n-1)^4} \quad (2.47)$$

Os valores de V_0 e D_0 , dados por Crowder e Hamilton (1992), correspondem ao valor inicial das estatísticas V e D . Este valor depende apenas da dimensão da amostra usada no processo de amostragem. Estes autores demonstram que também a variância da variável Y depende apenas da dimensão da amostra considerada. Assim, os limites de controlo não serão assintóticos, como na carta da média, mas antes fixos:

$$h = K\sigma_E = K \left[\frac{\lambda}{2-\lambda} \times \left(\frac{2}{(n-1)} + \frac{2}{(n-1)^2} + \frac{4}{3(n-1)^3} - \frac{16}{15(n-1)^6} \right) \right]^{1/2} \quad (2.48)$$

Para a semi-carta de aumentos:

$$LSC = h = h_V \quad (2.49)$$

$$LC = V_0 \quad (2.50)$$

$$LIC = A \quad (2.51)$$

Para a semi-carta de decréscimos:

$$LSC = B \quad (2.52)$$

$$LC = D_0 \quad (2.53)$$

$$LIC = -h = -h_D \quad (2.54)$$

Deteta-se uma alteração de pelo menos $\delta = \sigma_1/\sigma_0$ se $D_t < -h_D$ ou $V_t > h_V$.

Embora o fator determinante na escolha adequada da carta recaia sobre λ e K , nesta dissertação os valores ótimos calculados serão os de λ e de h , sendo possível determinar K substituindo em 2.48.

Por produzirem menores ARL_1 , Chang e Gan (1994) recomendam, $A = -0,7$ e $B = 0,2$.

2.6.7.1 ARL da Carta EWMA para Controlo da Dispersão

A equação de ARL dada por Chang e Gan (1994), assemelha-se à da carta $CUSUM$ dada por Page (1954), tendo os termos da soma o mesmo significado que os enunciados na secção 2.6.3.4. A equação é equivalente entre as cartas para a deteção de aumentos e decréscimos, com as devidas alterações. Para a deteção de aumentos é dada por:

$$L(u) = 1 + L(A) \Pr \left(Y \leq \frac{A-(1-\lambda)u}{\lambda} \right) + \frac{1}{\lambda} \int_A^{h_V} L(x) f \left(\frac{x-(1-\lambda)u}{\lambda} \right) dx \quad (2.57)$$

Estes autores calculam os parâmetros λ e h utilizando aproximações por quadratura Gaussiana.

Nesta dissertação, utilizar-se-á a técnica utilizada por Nogueira (2015), recorrendo a métodos de *Monte-Carlo* para o cálculo das melhores combinações de (λ, h) .

2.6.8 Outras Variantes da Carta *EWMA*

Para além das cartas enunciadas, existem vários tipos de cartas *EWMA*. Para o controlo da média do processo, as cartas *EWMAQ*, aplicáveis em situações de pequenas produções, controlam a média do processo. A carta *EWMS* controla a dispersão para observações individuais.

Existem ainda cartas *EWMA*, para o controlo simultâneo de média e dispersão, à semelhança das cartas de Shewhart. Estas cartas utilizam estimadores para a variância do processo. Para o controlo da média utilizam-se (Ng e Case, 1989) :

- *EWMA_{SM}* – controla a média através da média das amostras;
- *EWMA_{ID}* – controla a média utilizando observações individuais.

Em conjugação com estas, controla-se a dispersão com:

- *EWMA_{SR}* – utiliza amplitudes móveis para o controlo da dispersão;
- *EWMA_{SD}* – utiliza o desvio padrão amostral para o controlo da dispersão;
- *EWMA_{MR}* – utiliza as amplitudes móveis para o controlo da dispersão.

Capítulo 3 - Algoritmo

Como referido, existem vários métodos de obtenção dos parâmetros das cartas *CUSUM* e *EWMA*. De todos estes, o método utilizado foi o descrito por Crowder (1989), adaptado por Alves (2009), Afonso (2012), Nogueira (2015) e Cardoso (2016).

Esta abordagem permite obter valores de *ARL* bastante próximos do valor real. É, no entanto, uma atividade morosa devido ao número de simulações requeridas para que a precisão seja a desejada.

A metodologia utilizada adaptada às cartas da variância é composta pelos seguintes passos:

1. Determinação dos parâmetros (k, h) ou (λ, h) que produzem os valores de ARL_{EC} desejados;
2. Determinar ARL_{FC} para os parâmetros de 1., para os desvios δ relevantes;
3. Através de uma análise de sensibilidade escolher os pares $k(\delta)$ e $\lambda(\delta)$ que minimizam ARL_{FC} .

Esta metodologia foi utilizada por Afonso (2012), Nogueira (2015) e Cardoso (2016) para as cartas consideradas nesta dissertação.

Para o efeito, o algoritmo em *Matlab* desenvolvido utiliza os princípios de simulação *Monte Carlo* e é composto por 3 fases concordantes com a metodologia referida. Os capítulos 3.1 e 3.2 detalham a lógica utilizada, assim como os valores considerados em cada uma das fases.

Seguindo a lógica de simulação *Monte Carlo*, o módulo de cálculo de *ARL* é transversal a todas as fases, a sua lógica encontra-se descrita em 3.1.1. Dependendo do output de cada fase, este módulo é executado com maior ou menor frequência. Na Fase 3, este módulo é responsável pelo cálculo dos ARL_{FC} .

3.1 Carta *CUSUM*— $\ln(S^2)$

Para completar os estudos elaborados por Afonso (2012) e Cardoso (2016) e de modo a que a gama de cenários contemplados seja idêntica, foram estudados os seguintes cenários (C – aumentos e D – decréscimos):

Dimensões da amostra: $n = \{10, 15, 20\}$;

δ para aumentos: $\delta_C = \{1,1 ; 1,2; 1,3; 1,4; 1,5; 1,6; 1,7; 1,8; 1,9; 2\}$;

δ para decréscimos: $\delta_D = \{0,1 ; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5; 0,6; 0,7; 0,8; 0,9\}$;

$$ARL_{EC} = \{100, 250, 370, 500, 1000\}.$$

Resumidamente, pode-se descrever o funcionamento do algoritmo como está representado na Figura 3.1, tanto para a semi-carta de aumentos, como de decréscimos.

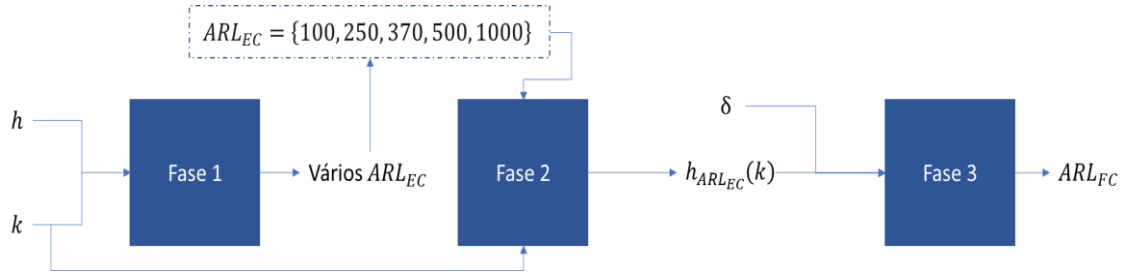


Figura 3.1 - Resumo concetual do Algoritmo utilizado.

Para um dado n , selecionam-se os parâmetros h e k sobre os quais a análise recairá. Ambos figuram como *inputs* da Fase 1. Como *output* da Fase 1, obtêm-se vários valores de ARL_{EC} , sendo que só os especificados acima serão tratados na presente dissertação. Apenas os que mais se aproximam aos valores em estudo são *inputs* da Fase 2, os valores de k especificados no início também são *input* da Fase 2. São *outputs* da Fase 2 os valores de h que produzem os ARL_{EC} desejados. Estes, em conjunto com os valores de δ considerados, são os *inputs* da Fase 3, o seu *output* é o conjunto de ARL_{FC} em função de cada δ . Posteriormente é realizada uma análise de sensibilidade para a seleção dos melhores parâmetros (k, h) para um dado δ .

O procedimento para aumentos e decréscimos é semelhante, diferindo a combinação dos parâmetros de entrada e os δ considerados, pelo que será descrito apenas o procedimento para a detecção de aumentos.

3.1.1 Fase 1

Nesta Fase, obtêm-se a partir das várias combinações dos parâmetros k e h , vários ARL_{EC} utilizados na próxima fase. Para tal, foram definidos os seguintes valores de k e h :

Aumentos:

$$k_C = \{0,001; 0,05; 0,1; 0,15; 0,2; 0,25; 0,3; 0,35; 0,4; 0,45; 0,5; 0,55; 0,6; 0,65; 0,7; 0,8; 0,9; 1\}.$$

$$h_C = \{0,1; 0,2; 0,25; 0,3; 0,35; 0,4; 0,45; 0,5; 0,6; 0,65; 0,7; 0,75; 0,8; 0,85; 0,9; 0,95; 1; 1,1; 1,2; 1,3; 1,4; 1,5; 1,6; 1,7; 1,8; 1,9; 2; 2,5; 3; 3,5; 4; 4,5; 5\}.$$

Decréscimos:

$k_D = \{0,25; 0,3; 0,35; 0,4; 0,45; 0,5; 0,55; 0,6; 0,65; 0,7; 0,75; 0,8; 0,85; 0,9; 0,95; 1; 1,05; 1,1; 1,15; 1,2; 1,25; 1,3; 1,35; 1,4; 1,45; 1,5\}$.

$h_D = \{0,1; 0,2; 0,25; 0,3; 0,35; 0,4; 0,45; 0,5; 0,6; 0,65; 0,7; 0,75; 0,8; 0,85; 0,9; 0,95; 1; 1,1; 1,2; 1,3; 1,4; 1,5; 1,6; 1,7; 1,8; 1,9; 2; 2,5; 3; 3,5; 4; 4,5; 5\}$.

Pretende-se obter ARL_{EC} , $\delta = \sigma_1/\sigma_0 = 1$.

O funcionamento do algoritmo encontra-se representado na

Figura 3.2 e na Figura 3.3. Utiliza-se C_t para generalizar a lógica de ambas as semi-cartas. Embora a sinalização ocorra quando $C_t > h_C$ e $D_t < -h_D$, optou-se por denominar $|C_t| > |h|$ como a ocasião de sinalização em ambas as semi-cartas.

Após a definição dos parâmetros de entrada, é criada uma matriz de dimensão $n \times a$ (dimensão da amostra e um número inteiro que garante que o tempo de simulação não é excessivo, respetivamente) composta por números aleatórios provenientes da distribuição Normal Reduzida, onde cada coluna representa uma amostra de dimensão n .

De seguida, é calculada a variância amostral da matriz $n \times a$, por coluna, obtendo um vetor variância $1 \times a$, onde cada coluna corresponde à variância amostral.

Após o cálculo da variância, é efetuada a transformação na variável Y_t (2.44), obtendo um vetor de dimensão $1 \times a$.

Cada elemento de Y_t , de maneira sucessiva, é avaliado na estatística $CUSUM - \ln(S^2)$, sendo que, se algum excede o limite de controlo, o momento (que é o índice da coluna do vetor de Y_t onde o valor ocorre) é registado num vetor $RL_{Simulado_{EC}}$, sendo repetido este procedimento 1×10^5 vezes. Desta maneira, é obtida uma distribuição de RL . De seguida é calculada a média do vetor $RL_{Simulado_{EC}}$, obtendo-se o $ARL_{Simulado_{EC}}$ para a combinação $(k_C, h_C)_i$.

Os valores de ARL_{EC} pertinentes para esta análise são limitados superiormente por 1000. Como tal, só é admitido a ocorrência de um valor superior ou igual a 1000, para ser utilizado na fase 2. Pode ainda dar-se o caso da dimensão de $RL_{Simulado_{EC}}$ não ser 1×10^5 , i.e., nem todas as cartas simuladas detetaram um ponto que excedesse o limite de controlo. Neste caso, incrementa-se o valor a para que em todas as cartas simuladas exista um ponto fora dos limites de controlo.

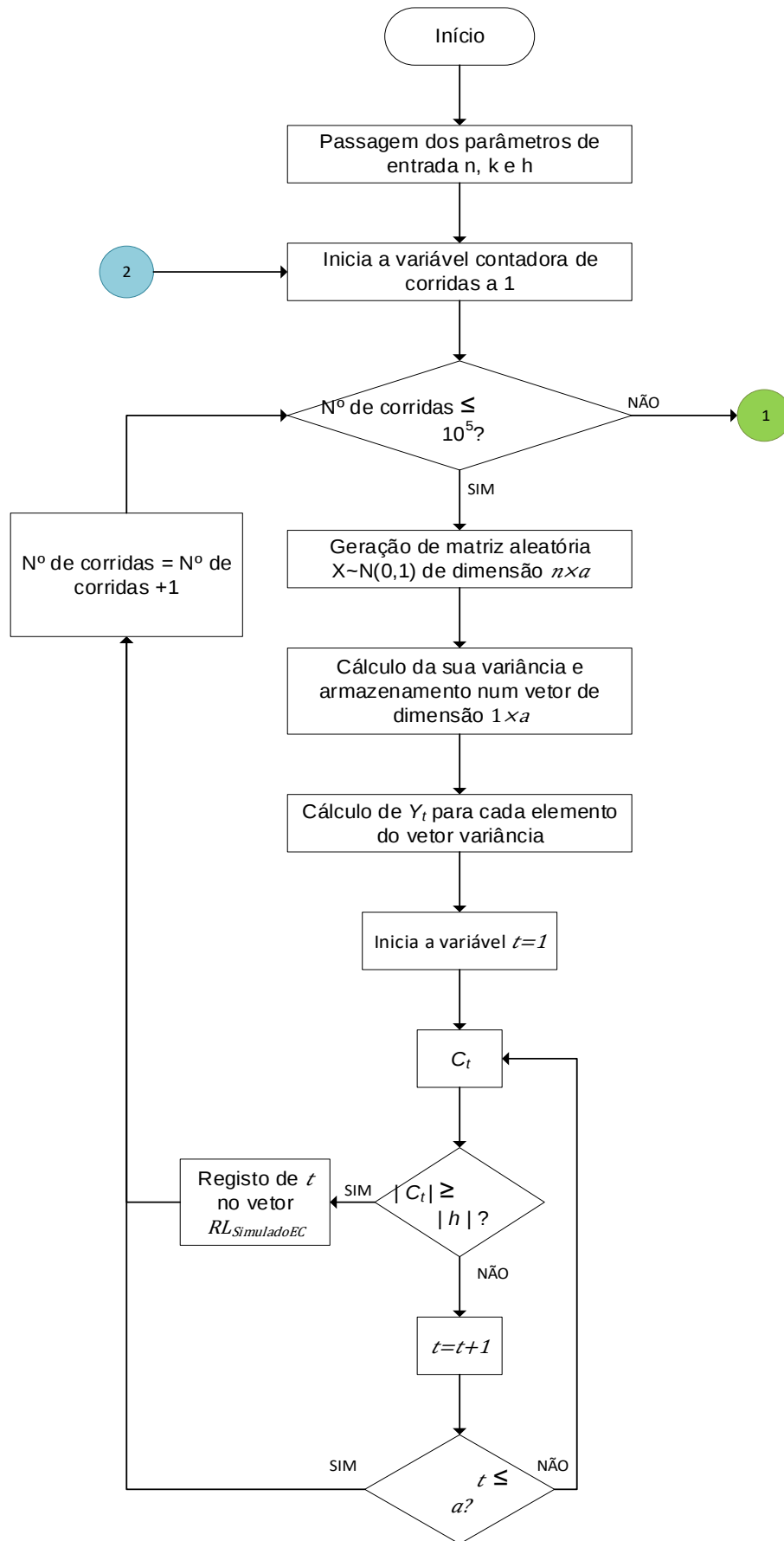


Figura 3.2 - Fluxograma da Fase 1, parte 1 de 2.

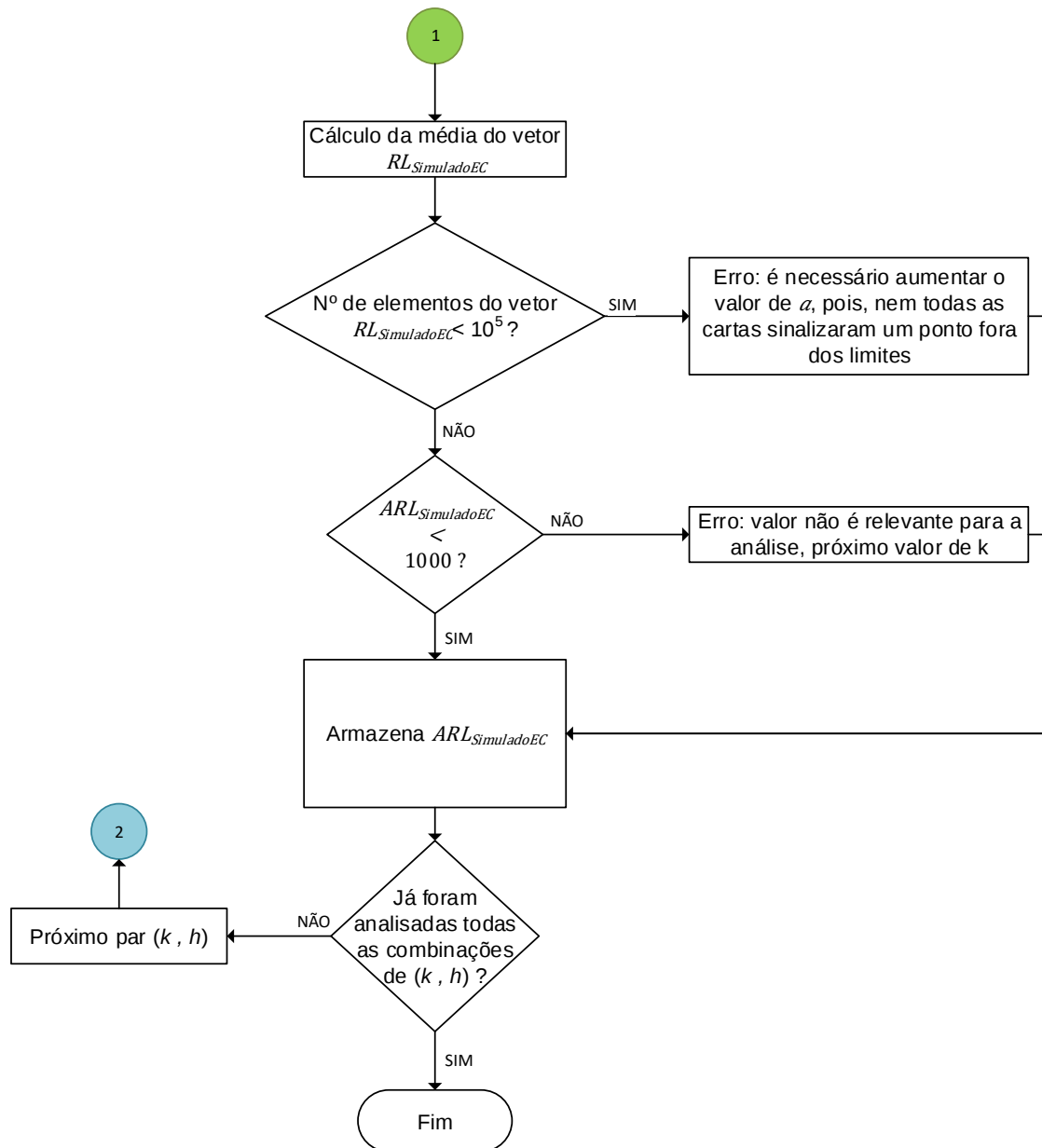


Figura 3.3 - Fluxograma da Fase 1, parte 2 de 2.

Os valores obtidos nesta fase estão agrupados numa tabela sendo as linhas os valores de k considerados e as colunas os valores de h considerados.

Finda esta fase, constata-se que os valores de $ARL_{SimuladoEC}$ aumentam com o aumento de k e h , tanto na semi-carta de aumentos como na carta de decréscimos, o que permite a obtenção de valores de $ARL_{SimuladoEC}$, perto dos valores de ARL_{EC} sobre os quais o estudo recai, que ajudem a situar h em função de k na Fase 2 (Figura 3.1).

3.1.2 Fase 2

Nesta fase pretende-se encontrar os valores de h em função de k que produzem os ARL_{EC} desejados (Figura 3.4 e Figura 3.5).

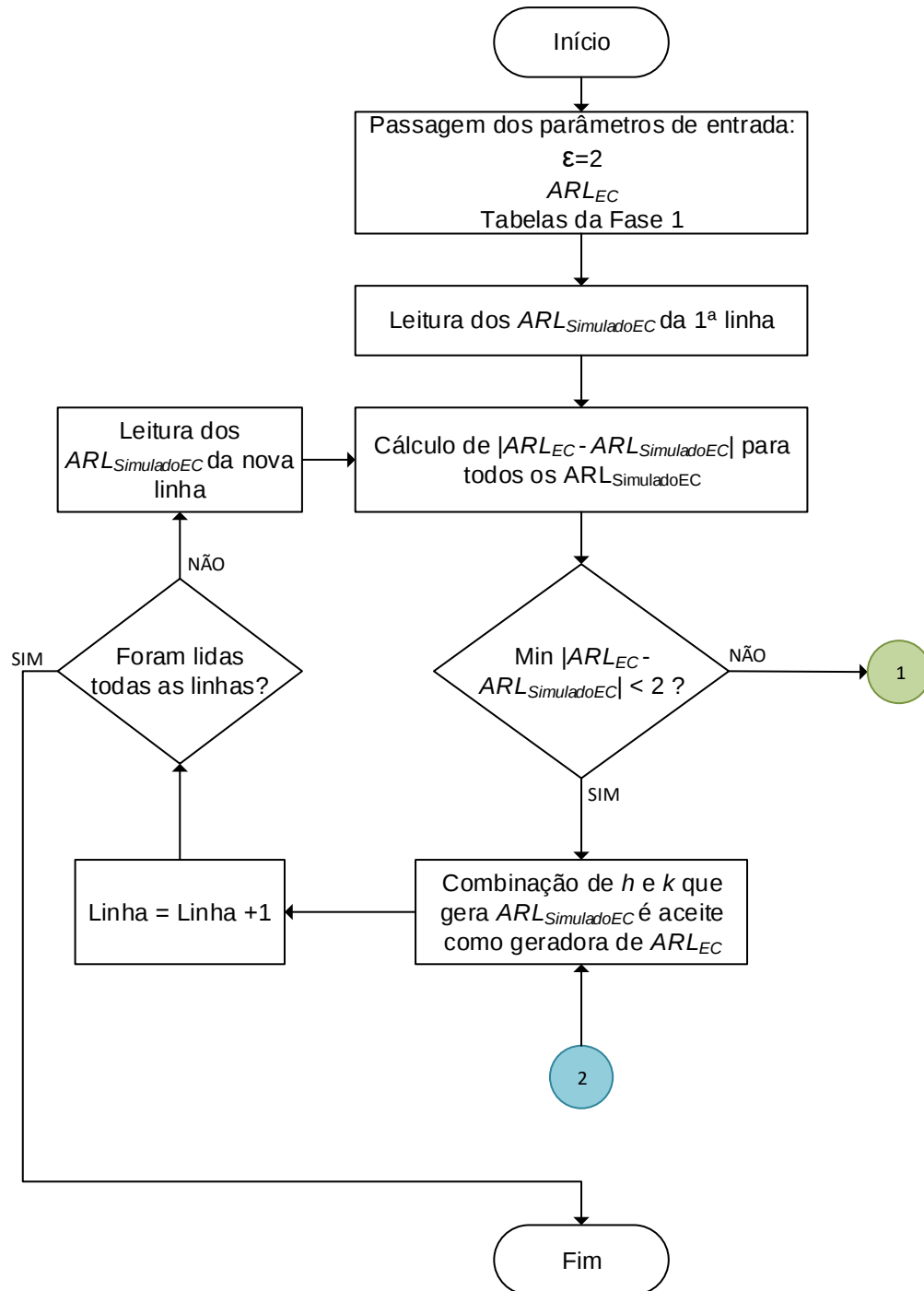


Figura 3.4 - Fluxograma da Fase 2, parte 1 de 2.

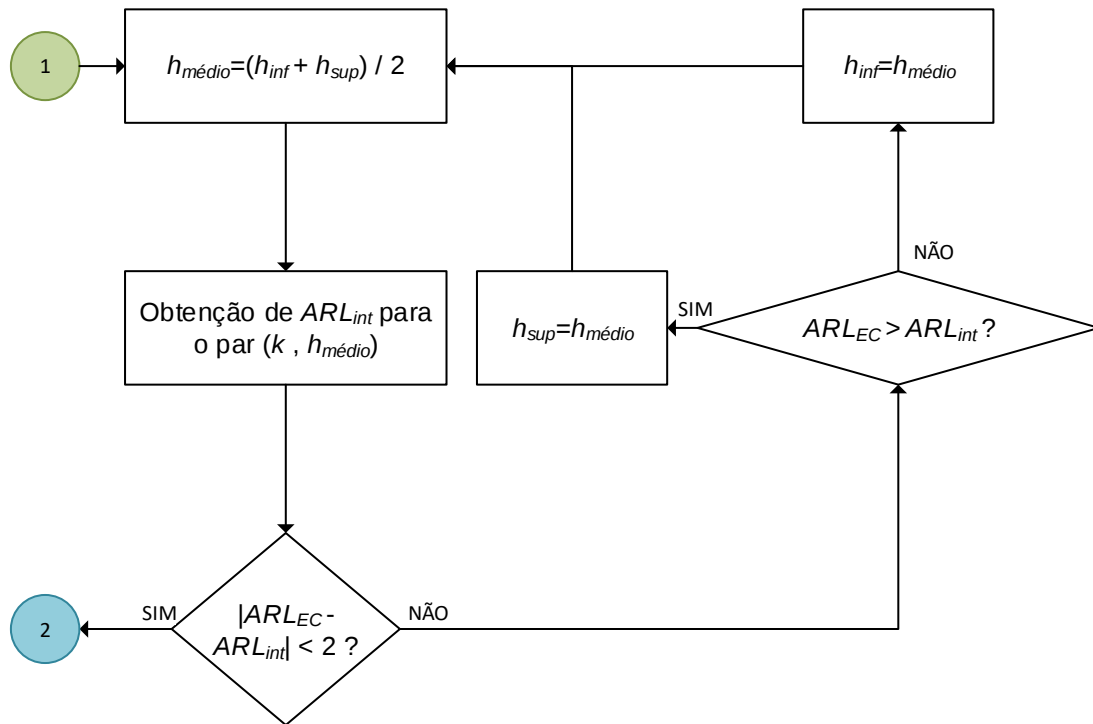


Figura 3.5 - Fluxograma da Fase 2, parte 2 de 2.

Para o efeito, é definido um erro de ± 2 unidades de $ARL_{Simulado_{EC}}$ para ARL_{EC} . Este erro permite reduzir o tempo necessário de simulação, mantendo exatidão no valor final. É de notar, no entanto, que a distribuição de RL apresenta uma variância elevada, pelo que, na obtenção de valores por simulação, o número de cartas tem de ser elevado o suficiente para atenuar o efeito da variância.

Começa-se por definir o vetor dos ARL_{EC} para os quais se quer calcular o valor aproximado de h em função de k .

De seguida, a tabela resultante da fase 1 é analisada em linha (k) para averiguar qual o h que produz ARL_{EC} desejado. Para tal, a análise recai sobre os $ARL_{Simulado_{EC}}$, obtidos na fase 1.

Para cada k_i , é efetuado o módulo da diferença entre $ARL_{Simulado_{EC}}$ e ARL_{EC} pretendido. Se for menor que 2 aceita-se que a combinação (k_i, h_j) produz ARL_{EC} e avalia-se k_{i+1} .

Se não se verificar a existência de valores que cumpram esta condição, são utilizados os valores de h_{inf} e h_{sup} , cujos $ARL_{Simulado_{EC}}$ limitam inferior e superiormente ARL_{EC} . Para o cálculo de um novo $ARL_{Simulado_{EC}}$ (ARL_{int}) tal que $|ARL_{int} - ARL_{EC}| < 2$, os $ARL_{Simulado_{EC}}$ produzidos por (k_i, h_{inf}) e (k_i, h_{sup}) serão denominados ARL_{inf} e ARL_{sup} , respetivamente.

Inicia-se então um processo iterativo Figura 3.6, onde é analisado o ARL_{int} produzido pela combinação $(k_i, h_{médio})$ onde $h_{médio} = \frac{h_{inf} + h_{sup}}{2}$. Este ARL_{int} é gerado pelo módulo de simulação, tal como o utilizado na Fase 1, com os parâmetros de entrada $(k_i, h_{médio})$ e n . Se

$|ARL_{int} - ARL_{EC}| < 2$, aceita-se que o par (k_i, h_{int}) produz ARL_{EC} . Se não cumprir a condição é realizada uma nova iteração, tal que:

$$h_{médion} = \begin{cases} \frac{h_{int_{n-1}} + h_{sup}}{2}, & \text{e } ARL_{int_{n-1}} < ARL_{EC} \\ \frac{h_{inf} + h_{int_{n-1}}}{2}, & \text{e } ARL_{int_{n-1}} > ARL_{EC} \end{cases} \quad (3.1)$$

Tal é possível devido ao comportamento estritamente crescente de ARL_{EC} com o aumento dos parâmetros k e h .

Uma vez que a condição seja cumprida, repete-se o processo para k_{i+1} .

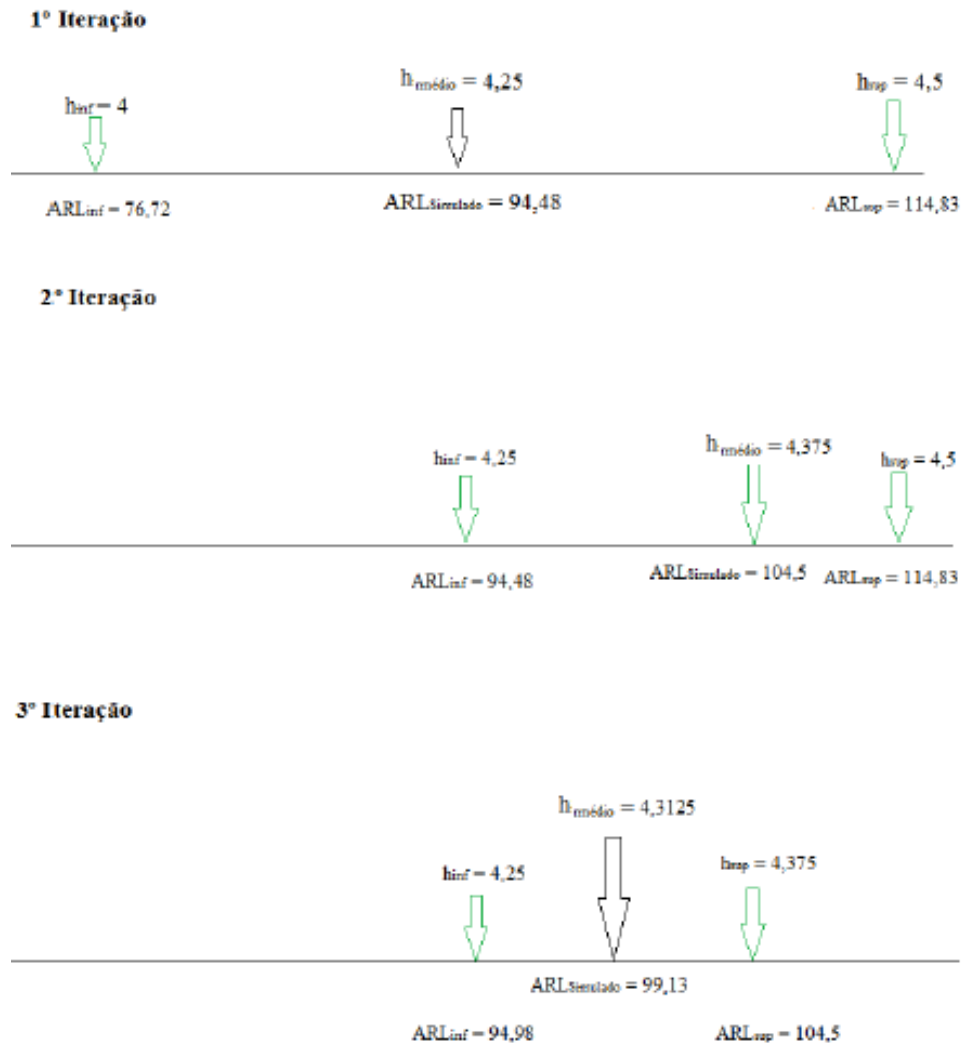


Figura 3.6 - Processo iterativo, para enquadrar h em função de k , para um dado ARL_{EC} (adaptado de Cardoso, 2016).

Os valores obtidos para todos os pares são utilizados na próxima fase, a fim de descobrir qual o ARL_{FC} produzido pelos mesmos, na detecção de δ . Ao calcular os valores de $h(k)$, é possível obter os ábacos que auxiliam a escolha de parâmetros que retornam ARL_{EC} . São efetuados ajustamentos polinomiais aos ábacos, a fim de serem integrados no programa, para aumentar o número de cenários.

3.1.3 Fase 3

Esta fase compreende dois momentos:

1. Simulação de ARL_{FC} para todos os δ considerados;
2. Análise de sensibilidade aos valores de ARL_{FC} obtidos, a fim de descobrir $k_{ótimo}(\delta)$.

Os parâmetros de entrada são: os valores de δ mencionados em 3.1 e os pares (k, h) resultantes da Fase 2.

Em termos de simulação, esta fase apresenta duas diferenças em relação à fase 1:

- Os parâmetros de entrada - já não são efetuadas todas as combinações de k e h mas sim as obtidas na fase 2;
- A multiplicação do vetor variância por δ (aumentando a dispersão do mesmo), a fim de simular um desvio no processo de dimensão δ .

A lógica utilizada encontra-se na Figura 3.7 e na Figura 3.8.

É simulado, para cada δ , o ARL_{FC} correspondente à combinação de parâmetros $(k, h)_i$ utilizando a mesma lógica de simulação que na fase 1. De notar que para esta fase os valores de a não necessitam de ser da ordem de grandeza da fase 1, isto porque a média e variância da distribuição de RL é substancialmente menor que o caso em controlo $\delta = 1$.

Após esta simulação, é realizada uma análise de sensibilidade que seleciona como $k_{ótimo}$ o par (k, h) que retornou o menor ARL_{FC} para cada δ .

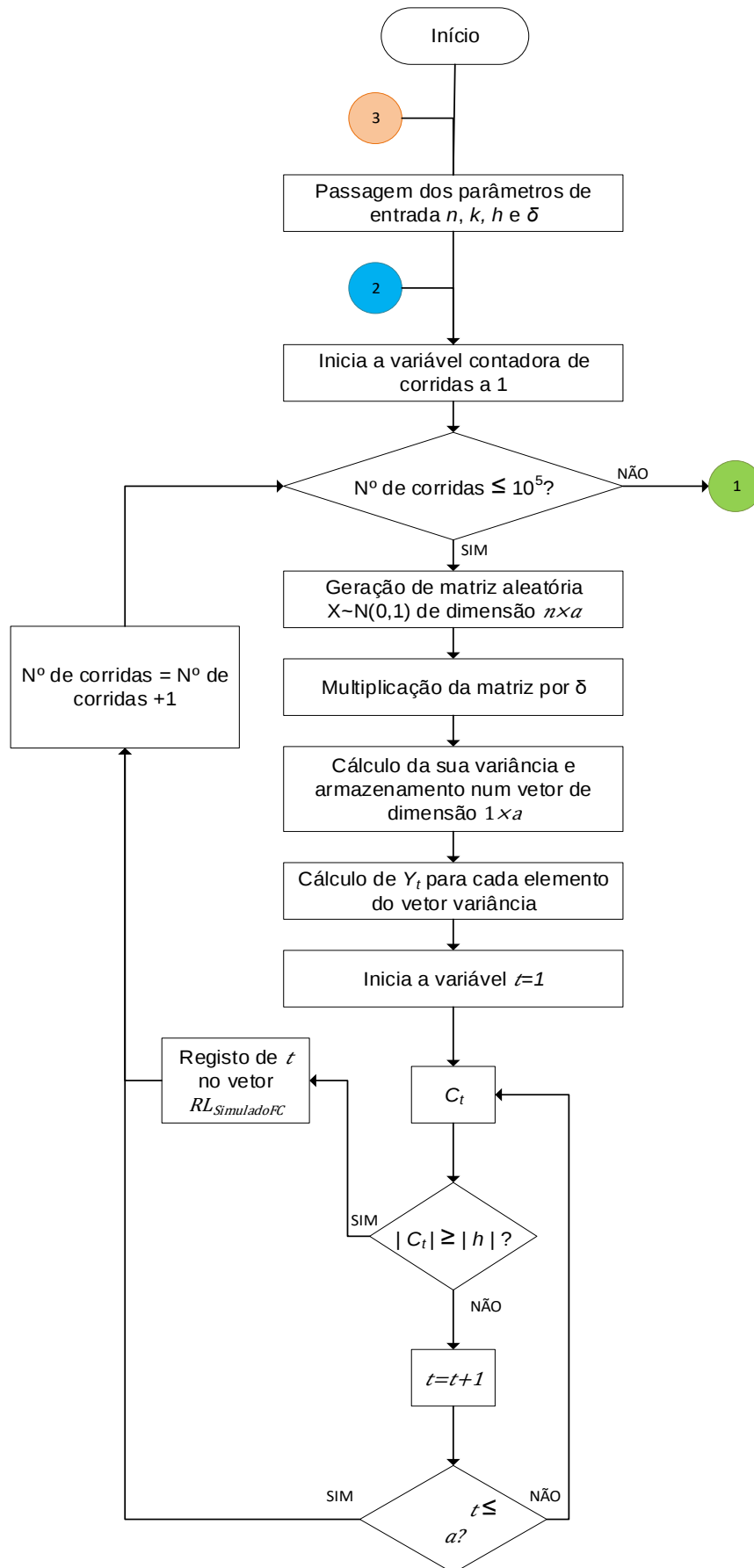


Figura 3.7 - Fluxograma da Fase 3, parte 1 de 2.

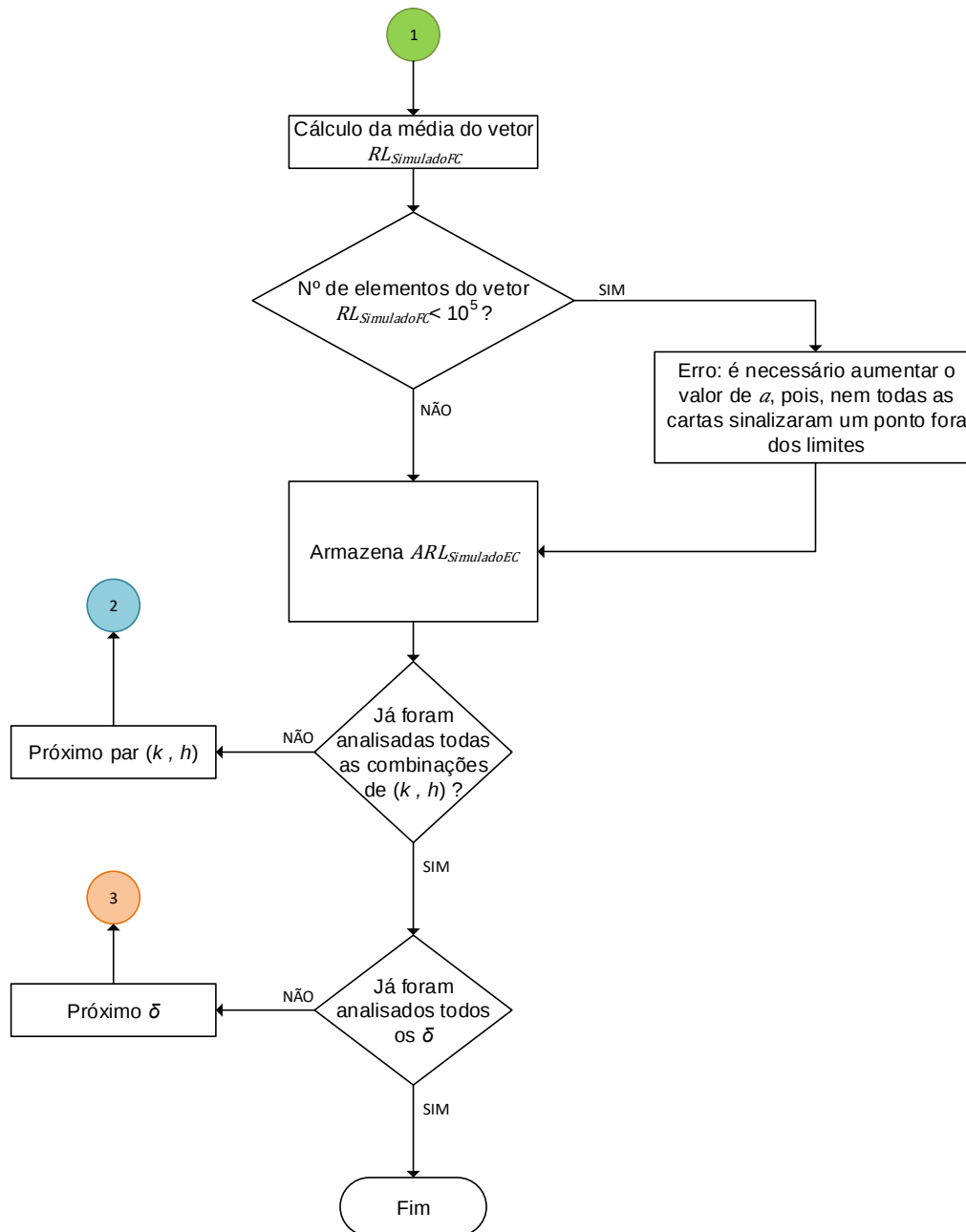


Figura 3.8 - Fluxograma da Fase 3, parte 2 de 2.

3.2 Carta $EWMA - \ln(S^2)$

Para completar o estudo efetuado por Nogueira (2015) e de modo a que a gama de cenários contemplados fosse idêntica às cartas $EWMA$ e $CUSUM$, foram estudados os seguintes cenários (C – aumentos e D – decréscimos):

Dimensões da amostra: $n = \{7, 15, 20\}$;

δ para aumentos: $\delta_C = \{1,1; 1,2; 1,3; 1,4; 1,5; 1,6; 1,7; 1,8; 1,9; 2\}$;

δ para decréscimos: $\delta_D = \{0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5; 0,6; 0,7; 0,8; 0,9\}$;

$ARL_{EC} = \{100, 250, 370, 500, 1000\}$.

Em termos da lógica utilizada nas simulações em comparação com as semi-cartas *CUSUM*, diferem apenas na estatística utilizada (Equações 2.45, 2.46, 2.47, 2.48, 2.51 e 2.52) e os valores dos parâmetros sobre o qual o estudo recai. De resto, a metodologia é a mesma que a descrita em 3.1. Como tal, de seguida enunciam-se apenas os parâmetros de entrada e comentam-se os *outputs* obtidos.

3.2.1 Fase 1

Para que se obtivessem curvas representativas de $h(\lambda)$ e tendo em conta o tempo de simulação, considerou-se $\lambda = \{0,05; 0,1; 0,15; 0,2; 0,25; 0,3; 0,35; 0,4; 0,45; 0,5; 0,55; 0,6; 0,65; 0,7; 0,75; 0,8; 0,85; 0,9; 0,95; 0,99\}$ tanto para aumentos como decréscimos da dispersão.

Quanto ao limite de controlo:

$h_C = \{0,01; 0,05; 0,1; 0,15; 0,2; 0,25; 0,3; 0,35; 0,4; 0,45; 0,5; 0,55; 0,6; 0,65; 0,7; 0,75; 0,8; 0,85; 0,9; 0,95; 1; 1,05; 1,1; 1,15; 1,2; 1,25; 1,3; 1,35; 1,4\}$;

$h_D = \{0,2; 0,25; 0,3; 0,35; 0,4; 0,45; 0,5; 0,55; 0,6; 0,65; 0,7; 0,75; 0,8; 0,85; 0,9; 0,95; 1; 1,05; 1,1; 1,15; 1,2; 1,25; 1,3; 1,35; 1,4; 1,45; 1,5; 1,55; 1,6; 1,65; 1,7; 1,75; 1,8; 1,85; 1,9; 1,95; 2; 2,05; 2,1; 2,15; 2,2; 2,25; 2,3; 2,35; 2,4; 2,45; 2,5; 2,55; 2,6; 2,65; 2,7; 2,75\}$;

Para $n = 7$, a variação de ARL_{EC} com h é menor, sendo que todos os valores de h_C e h_D foram utilizados. Para $n = \{15, 20\}$ a variação é maior sendo que não se consideraram tantos valores de h_C e h_D . Para h_C , a partir de 0,95 e 0,85 os ARL_{EC} produzidos são superiores a 1000, assim como para h_D onde a análise termina em 1,45 e 1,25, respetivamente para $n = 15$ e $n = 20$.

No fim desta fase constatou-se que para o mesmo valor de h , ARL_{EC} diminui com o aumento de λ , tanto para a semi-carta de aumentos como decréscimos. No entanto, à semelhança das cartas *CUSUM*, para o mesmo λ , ARL_{EC} aumenta com o aumento de h .

3.2.2 Fase 2

Para a fase 2, o procedimento é o mesmo que para as semi-cartas *CUSUM* e resulta na obtenção dos ábacos e respetivos valores. Ao contrário das semi-cartas *CUSUM*, a evolução de $h(\lambda)$ é crescente.

3.2.3 Fase 3

A fase 3 consiste na simulação de ARL_{FC} para todos os δ considerados, seguido de uma análise de sensibilidade aos valores de ARL_{FC} obtidos, a fim de descobrir $\lambda_{ótimo}(\delta)$.

Capítulo 4 - Resultados

Como referido anteriormente, o objetivo da presente dissertação é completar as tabelas das cartas *CUSUM* e *EWMA* para controlo da média e da dispersão, integrando os resultados num *software* desenvolvido com o intuito de facilitar a escolha de parâmetros em meios académicos e profissionais.

Assim sendo, para além dos resultados para as dimensões da amostra consideradas nesta dissertação, foram ainda considerados os valores provenientes de dissertações anteriores desenvolvidas na FCT/UNL, realizando-se ajustamentos a todas as tabelas e ábacos relevantes, para que o *software* possa abranger o maior número de cenários possível.

4.1 Resultados das Simulações

Apresentam-se de seguida os ábacos e tabelas obtidos para a escolha de parâmetros das cartas *CUSUM*– $\ln(pS^2)$ e *EWMA*– $\ln(S^2)$ para $n = 15$ para aumentos e decréscimos da dispersão. Os restantes resultados das simulações encontram-se disponíveis no Anexo I.

4.1.1 *CUSUM*– $\ln(S^2)$, $n = 15$

4.1.1.1 Aumentos

Na Figura 4.1 apresenta-se o ábaco de $h_c(k_c)$. Os pontos representam os valores obtidos na simulação da Fase 2 e a linha pontuada que os liga, a regressão efetuada a esses valores, para obter uma expressão que relacione as variáveis e permita a integração no *software*. É de referir que a regressão aplicada (polinomial de 5º grau) é correta no intervalo de k considerado:

- 0,001 – 0,9 para $ARL_0 = 1000$;
- 0,001 – 0,7 para $ARL_0 = 100$;
- 0,001 – 0,8 para os restantes ARL_0 .

As equações das regressões efetuadas encontram-se ordenadas como as curvas de ARL_0 , ou seja, $ARL_0 = 1000$ será a regressão mais acima na figura, sendo que as subseqüentes correspondem aos restantes ARL_0 , a última regressão corresponde a $ARL_0 = 100$. Por baixo da equação da regressão encontra-se o coeficiente de determinação R^2 , onde se verifica que as regressões efetuadas conseguem relacionar a variação entre ambas as variáveis de maneira bastante significativa.

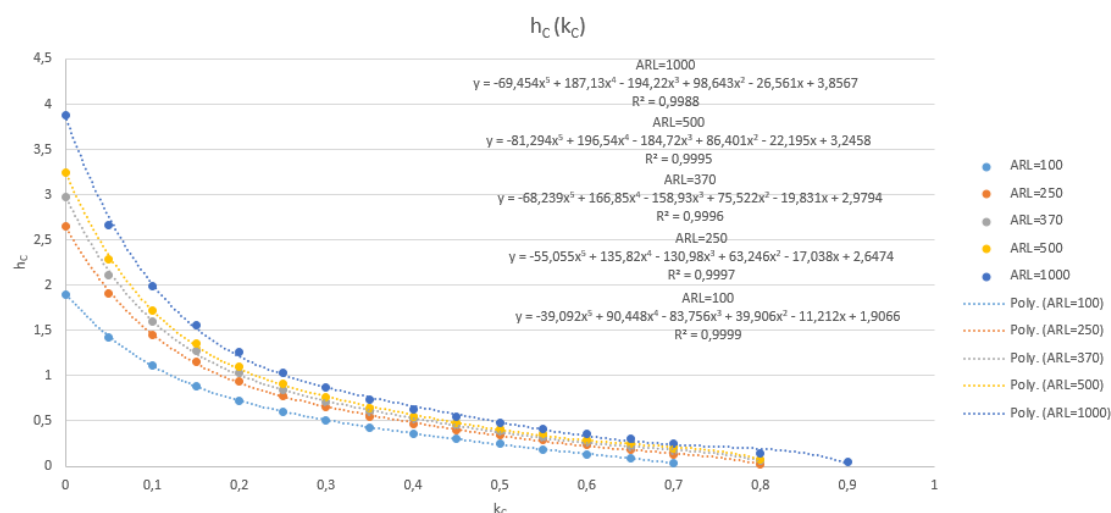


Figura 4.1 - Ábaco de $h_c(k_c)$ para ARL_{EC} e deteção de aumentos na dispersão, com $n=15$.

Na Figura 4.2 encontra-se o ábaco para a seleção de $k_{ótimo}(\delta)$. Para a realização dos mesmos assume-se que as curvas representadas são descritas por um polinómio de grau 2. Este pressuposto reduz o coeficiente de R^2 , no entanto, este mantém-se elevado. Na Figura 4.2 o intervalo de valores de δ_c é maior que os enunciados na secção 3.1.3. Uma vez que estas regressões são efetuadas em *Matlab*, são gerados pontos intermédios entre os valores calculados e só depois são passados para o *Excel* a fim de determinar a sua equação. Estes valores podem ainda ser consultados nas tabelas da secção 4.3.

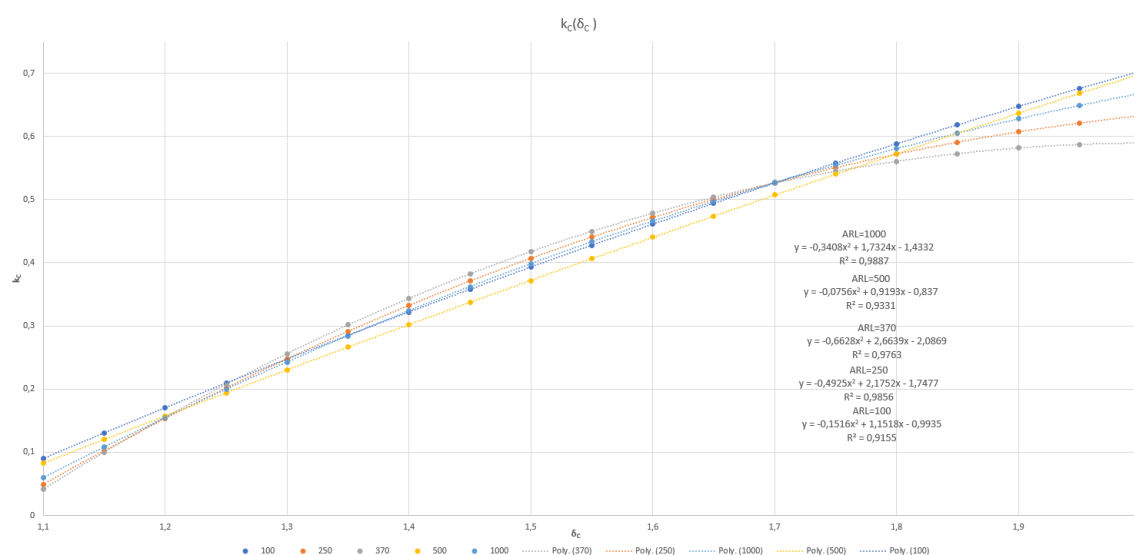


Figura 4.2 - Ábaco de $k_c(\delta_c)$ para ARL_{EC} e deteção de aumentos na dispersão, com $n=15$.

4.1.1.2 Decréscimos

De forma equivalente aos aumentos, também para os decréscimos foram efetuadas regressões polinomiais a fim de determinar a equação de $h_D(k_D)$ (Figura 4.3). Mais uma vez, os valores de R^2 são bastante elevados, sendo que, para $ARL_0 = 100$ o coeficiente é de 1. Tal acontece devido

ao número de algoritmos que o *Excel* considera para efetuar este cálculo. À semelhança dos aumentos, estas equações são válidas para o intervalo considerado de k_D .

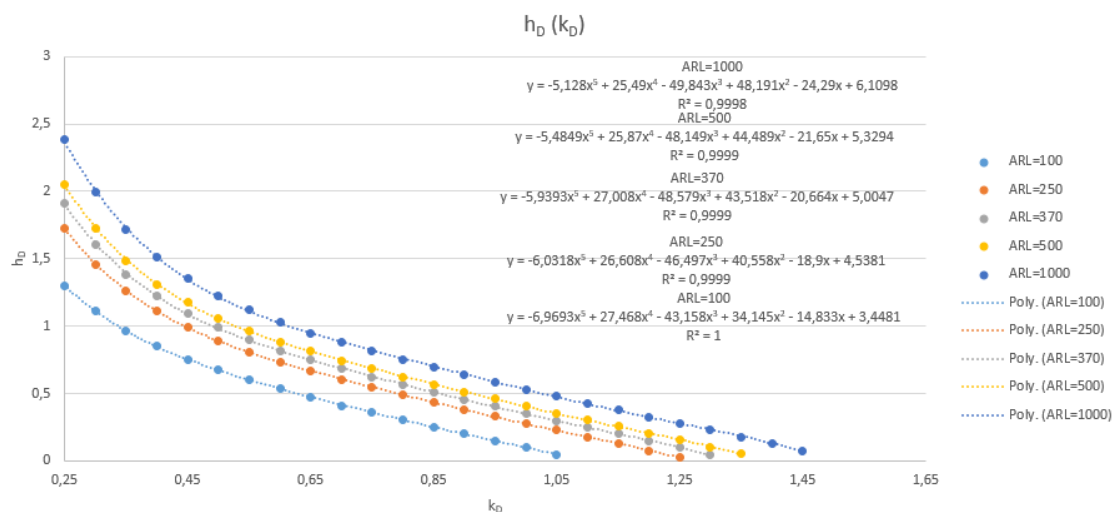


Figura 4.3 - Ábaco de $h_D(k_D)$ para ARL_{EC} e deteção de decréscimos na dispersão, com $n=15$.

À semelhança da semi-carta de aumentos, também para os decréscimos efetuaram-se ábacos para $k_D(\delta_D)$ (Figura 4.4). O ajustamento realizado é válido apenas para as curvas, assumindo-se um “patamar” em cada curva deste ábaco, a partir do qual, o valor de k_D não se altera. Tal acontece porque os valores simulados de $ARL(\delta_D, k_D)$ (Figura 4.5) tendem muito rapidamente para 1.

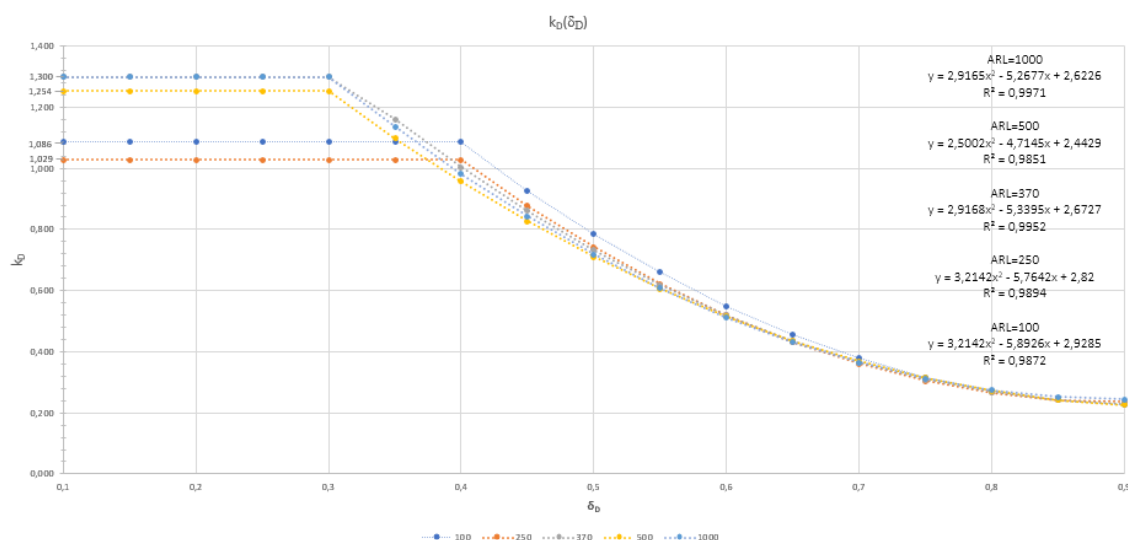


Figura 4.4 - Ábaco de $k_D(\delta_D)$ para ARL_{EC} e deteção de decréscimos na dispersão, com $n=15$.

Conforme observado na Figura 4.6, a partir de $\delta_D = 0,5$, $ARL_{1_{ótimo}}$ já será inferior a 2. Este comportamento deve-se à magnitude de um desvio de $\delta_D \leq 0,5$ produzir rapidamente amostras (e consequentemente variâncias amostrais) cujo valor estará nitidamente fora de controlo aquando da aplicação da semi-carta.

Esta diminuição rápida de ARL_{FC} causava dificuldades ao algoritmo na análise de sensibilidade, devido ao número de casas decimais consideradas pelo *Matlab*.

Assim sendo, optou-se por definir um “patamar” para $\delta_D \leq 0,3$, tal como Chang e Gan (1995). Este pressuposto é corroborado pela Figura 4.6, onde se pode observar que os ARL_{FC} já serão inferiores a 1,1 a partir de $\delta_D \leq 0,3$.

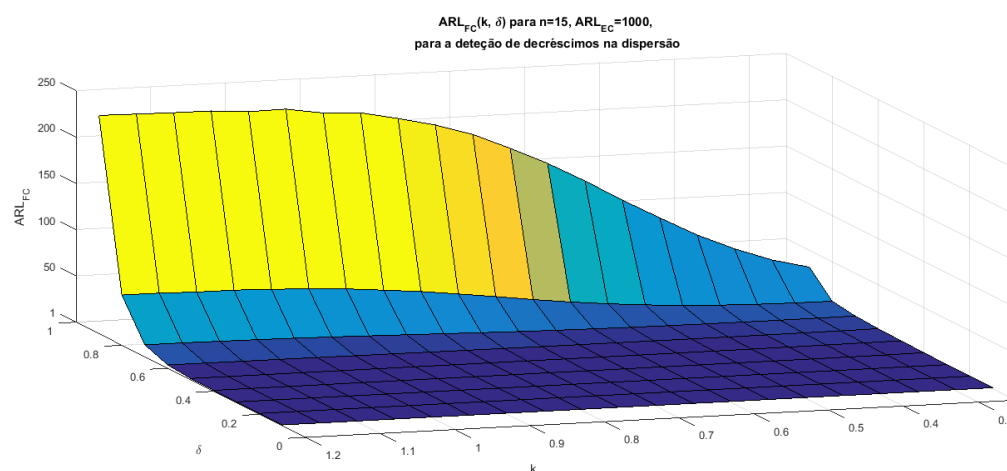


Figura 4.5 - Valores de ARL_{FC} provenientes da Fase 3, para $ARL_{EC}=1000$ e $n=15$, em função de k_D e δ_D .

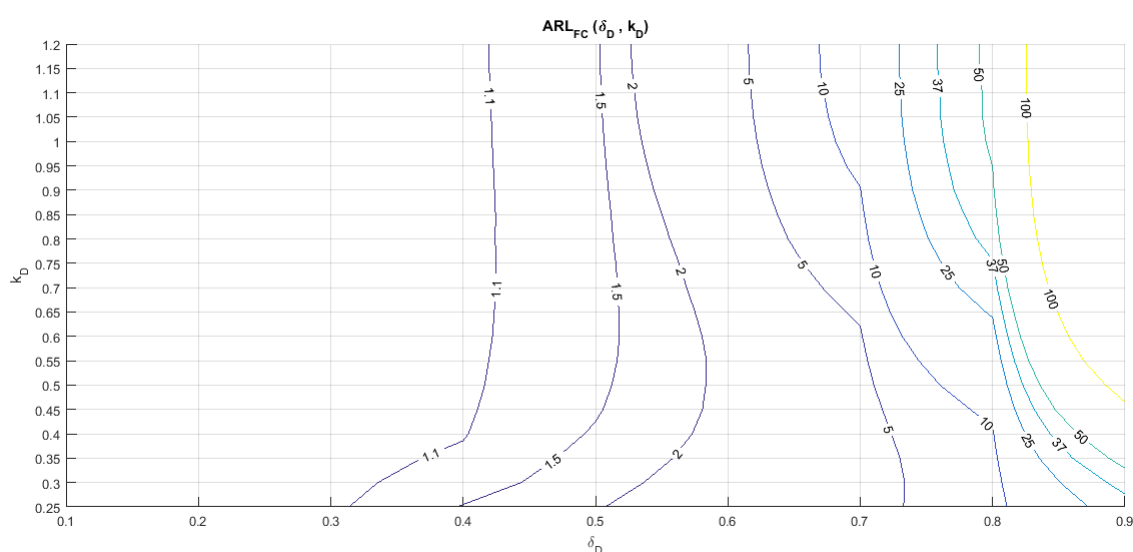


Figura 4.6-Contornos de ARL_{FC} provenientes da Fase 3, para $ARL_{EC}=1000$ e $n=15$, em função de k_D e δ_D .

A informação relativa às restantes dimensões da amostra para ambos aumentos e decréscimos, pode ser consultada no Anexo I, ou nas tabelas resumo da secção 4.3.1 .

4.1.2 EWMA– $\ln(S^2)$, $n = 15$

À semelhança das cartas *CUSUM* também se realizaram ábacos para a determinação de parâmetros, presentes nas Figura 4.7, Figura 4.8, Figura 4.9 e Figura 4.10 assim como nas tabelas resumo da secção 4.3.2 **Error! Reference source not found.** Os restantes ábacos, podem ser consultados no Anexo I.

É de notar que, as regressões dos ábacos $h(\lambda)$ do autor são polinomiais de 5º grau, enquanto que as regressões efetuadas aos ábacos de Nogueira (2015), são de 3º grau (secção 4.2.2.2 e Anexos II.5 a II.8).

Tal deve-se à gama de valores de λ considerados pelo autor que, para os valores extremos considerados $\lambda = 0,05$ e $\lambda = 0,99$, não apresentavam um bom ajustamento entre estes valores e os precedentes e antecedentes, respetivamente.

4.1.2.1 Aumentos

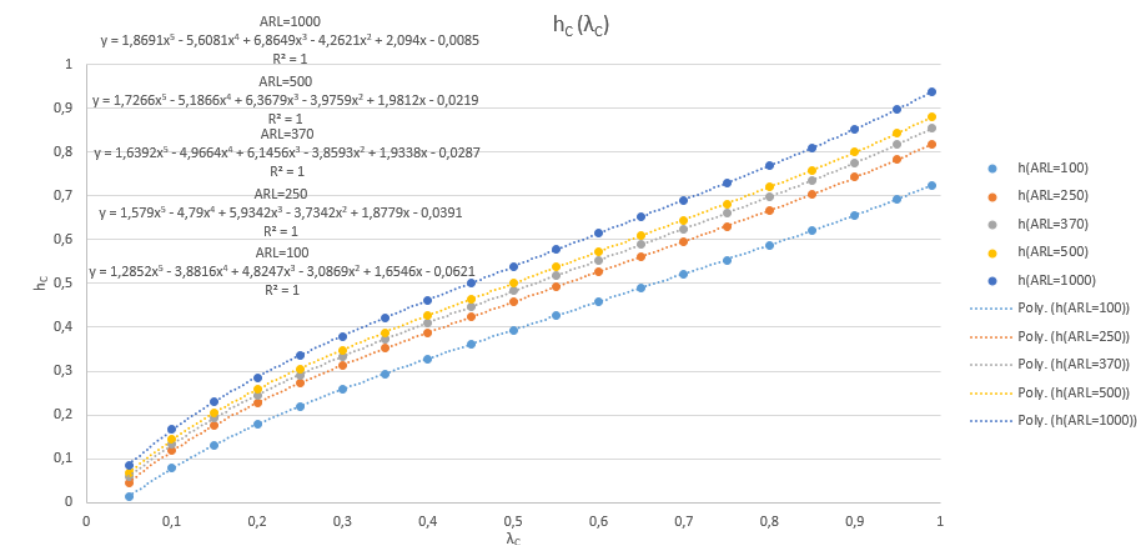


Figura 4.7 - Ábaco de $h_c(\lambda_c)$ para ARL_{EC} e deteção de aumentos na dispersão, com $n=15$.

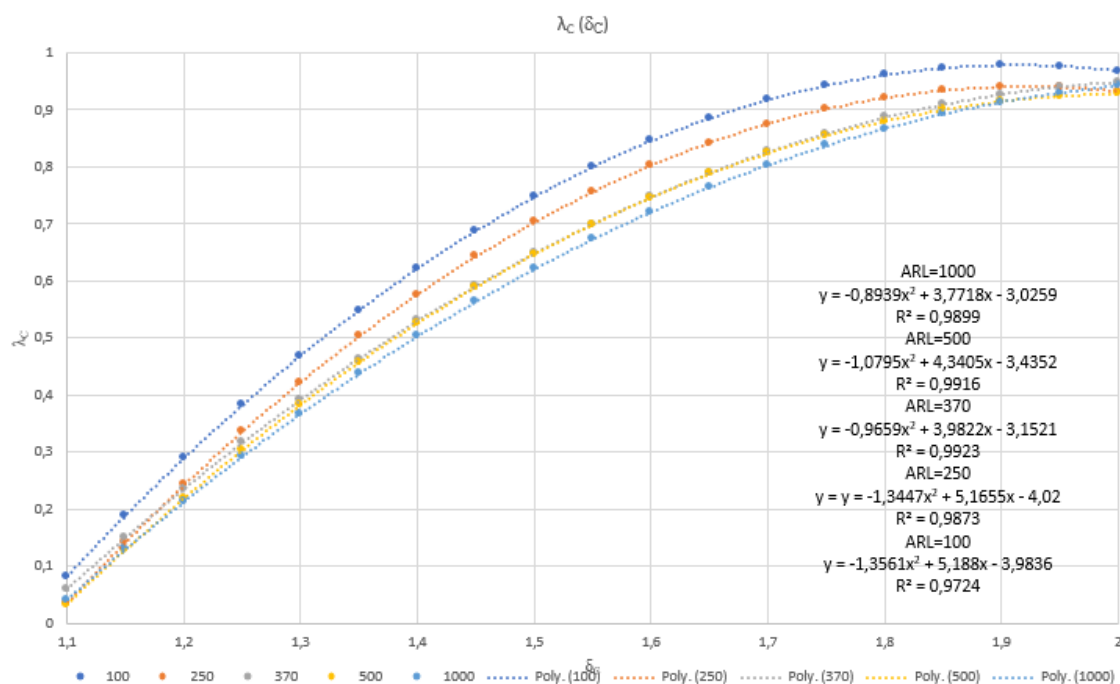


Figura 4.8 - Ábaco de $\lambda_C (\delta_C)$ para ARL_{EC} e deteção de aumentos na dispersão, com $n=15$.

4.1.2.2 Decréscimos

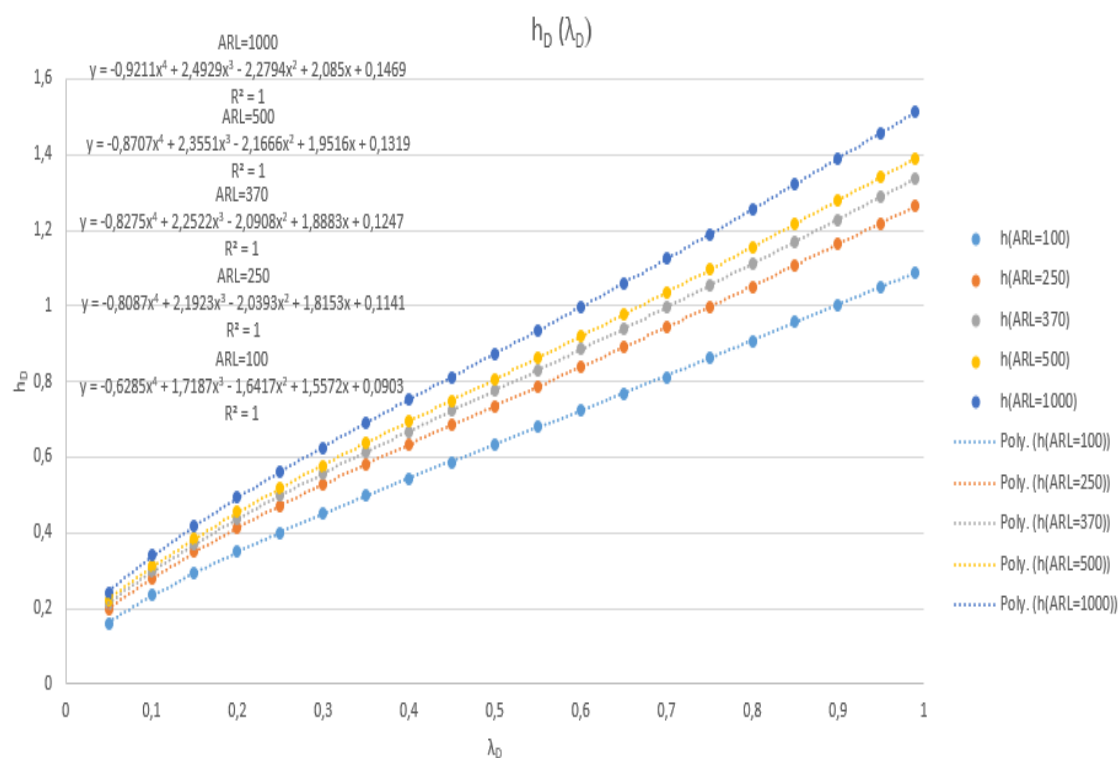


Figura 4.9 - Ábaco de $h_D(\lambda_D)$ para ARL_{EC} e deteção de decréscimos na dispersão, com $n=15$.

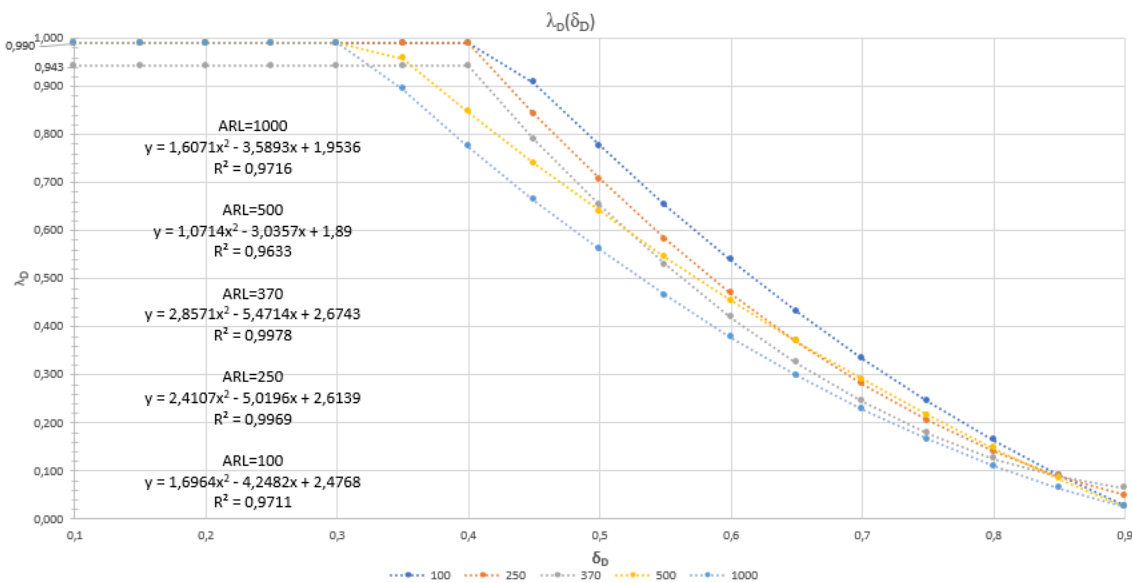


Figura 4.10 - Ábaco de $\lambda_D(\delta_D)$ para ARL_{EC} e detecção de decréscimos na dispersão, com $n=15$

4.2 Aproximações aos Resultados Obtidos em Dissertações Anteriores

4.2.1 Cartas para o Controlo da Média

Os ábacos e tabelas utilizados nesta secção foram extraídos de Alves (2009) para as cartas *EWMA* e de Cardoso (2016) para as cartas *CUSUM*.

4.2.1.1 Carta *CUSUM*

Nas cartas *CUSUM* para o controlo da média é necessário apenas um ábaco, visto que, o valor de referência da carta é tido como metade do desvio que se pretende detetar (Equação 2.15). Assim sendo, a única relação que interessa apresentar é a da escolha do limite de controlo, ou intervalo de decisão h em função do valor de referência k .

Devido à abundância de valores, as aproximações obtidas apresentam um valor de R^2 muito elevado. As equações de aproximação utilizadas são polinomiais alertando-se, mais uma vez, que a validade da mesma. A Figura 4.11 apresenta a aproximação às curvas de ARL_0 .

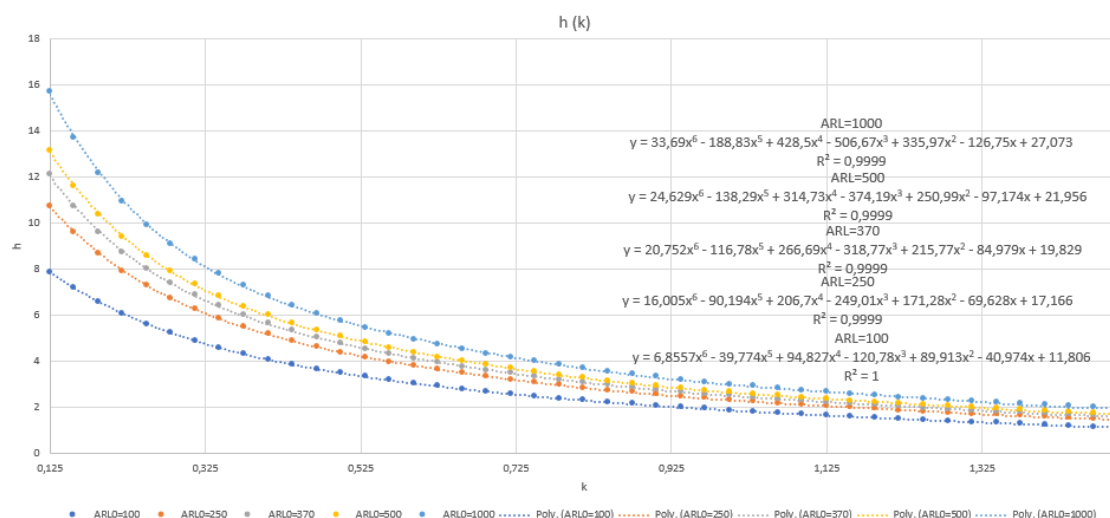
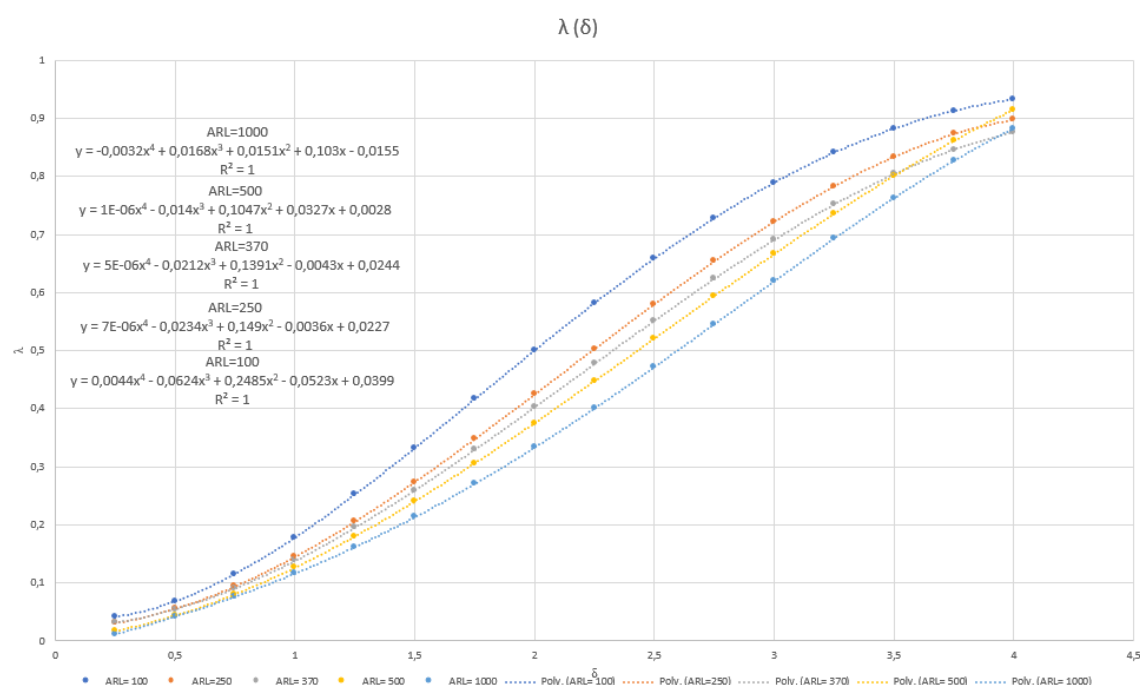


Figura 4.11 - Regressão realizada à carta CUSUM.

4.2.1.2 Carta EWMA

O procedimento para aproximação de parâmetros foi semelhante ao das cartas *CUSUM*. No entanto, nas cartas *EWMA* a constante de alisamento exponencial λ tem de ser estimada em função de δ e só depois se pode estimar o valor de h .

Na Figura 4.12 encontra-se a aproximação efetuada para λ em função de δ . À semelhança das cartas *CUSUM*, estas aproximações são efetuadas através do ajustamento polinomial.

Figura 4.12 - Regressão realizada a $\lambda(\delta)$, para a carta EWMA.

Na Figura 4.13 encontra-se o ajustamento de K em função de λ . De notar que para $\lambda = 1$, os valores da constante K são iguais aos múltiplos utilizados na carta de *Shewhart* para controlo da média, isto porque para $\lambda = 1$, apenas um ponto é considerado na estatística da carta *EWMA*, transformando-se numa carta de *Shewhart*.

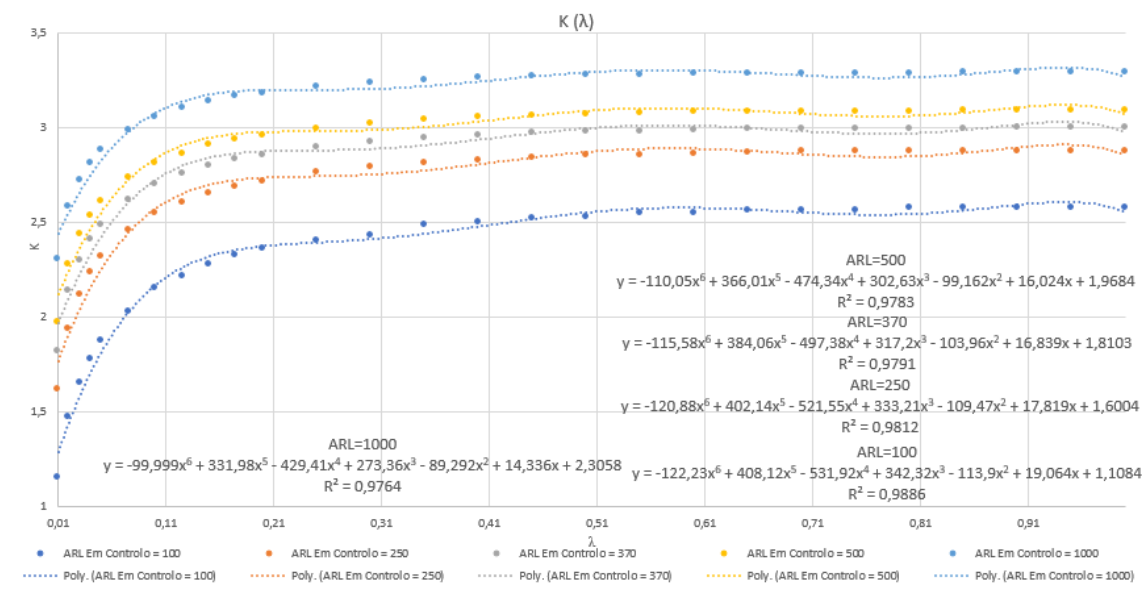


Figura 4.13 - Regressão efetuada ao ábaco de $K(\lambda)$, para a carta *EWMA*.

4.2.2 Cartas para o Controlo da Dispersão

A gama de valores obtidos para a deteção de decréscimos na carta $CUSUM - \ln(S^2)$ realizado por Cardoso (2016) e Afonso (2012) ($\delta = \{0,9; 0,8; 0,7; 0,6; 0,5\}$), embora realista (pois um $\delta < 0,5$ é bastante improvável de ocorrer na prática), não era suficiente para que pudesse ser ajustada uma curva que descrevesse o comportamento destas variáveis. Assim sendo, para que pudessem ser estimados os valores para δ intermédios, foi repetido o procedimento enunciado na secção 3.1.3, para $\delta = \{0,1; 0,2; 0,3; 0,4\}$.

Os ábacos e tabelas utilizados nesta secção foram extraídos de Cardoso (2016) e Afonso (2012) para a carta $CUSUM - \ln(S^2)$ e de Nogueira (2015) para a carta $EWMA - \ln(S^2)$.

Após a simulação de parâmetros, foram efetuadas regressões ao conjunto dos pontos simulados pelo autor e os já existentes, para que se pudesse descrever a curva.

4.2.2.1 $CUSUM - \ln(S^2)$, $n = 8$

Para aumentos na dispersão, foram realizadas apenas regressões, visto que, os resultados estavam completos (Figura 4.14 e Figura 4.15).

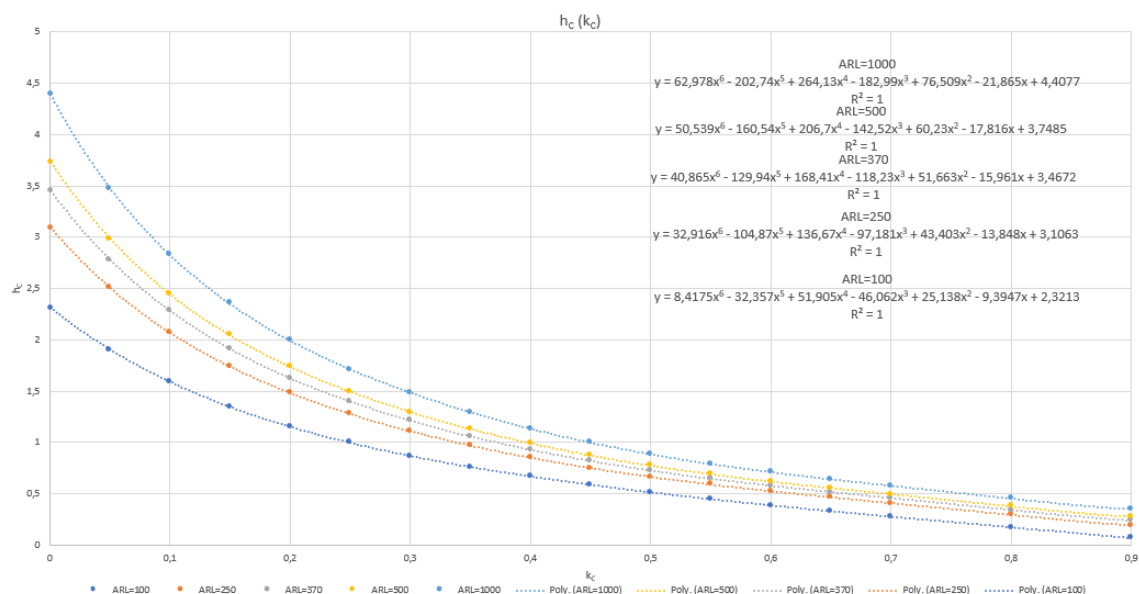


Figura 4.14 - Ábaco de $h_c(k_c)$ para ARL_{EC} e detecção de aumentos na dispersão, com $n=8$.

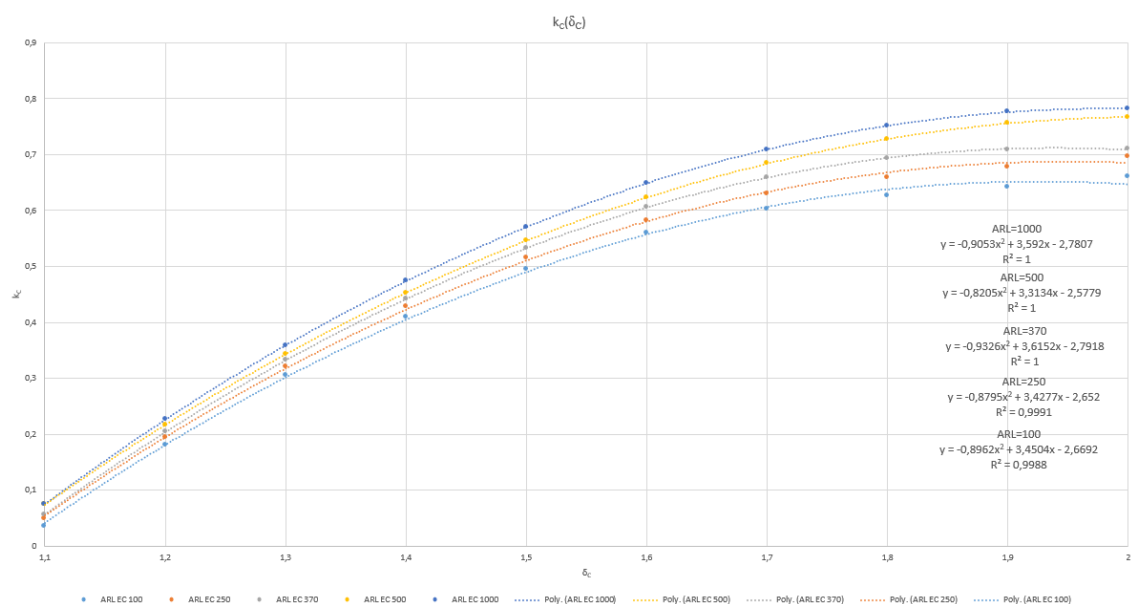


Figura 4.15 - Ábaco de $k_c(\delta_c)$ para ARL_{EC} e detecção de aumentos na dispersão, com $n=8$.

Para os decréscimos, foram simulados valores de δ menores que 0,5, sendo que, também para estes, foi realizado um “patamar” (Figura 4.17) a partir de $\delta = 0,2$.

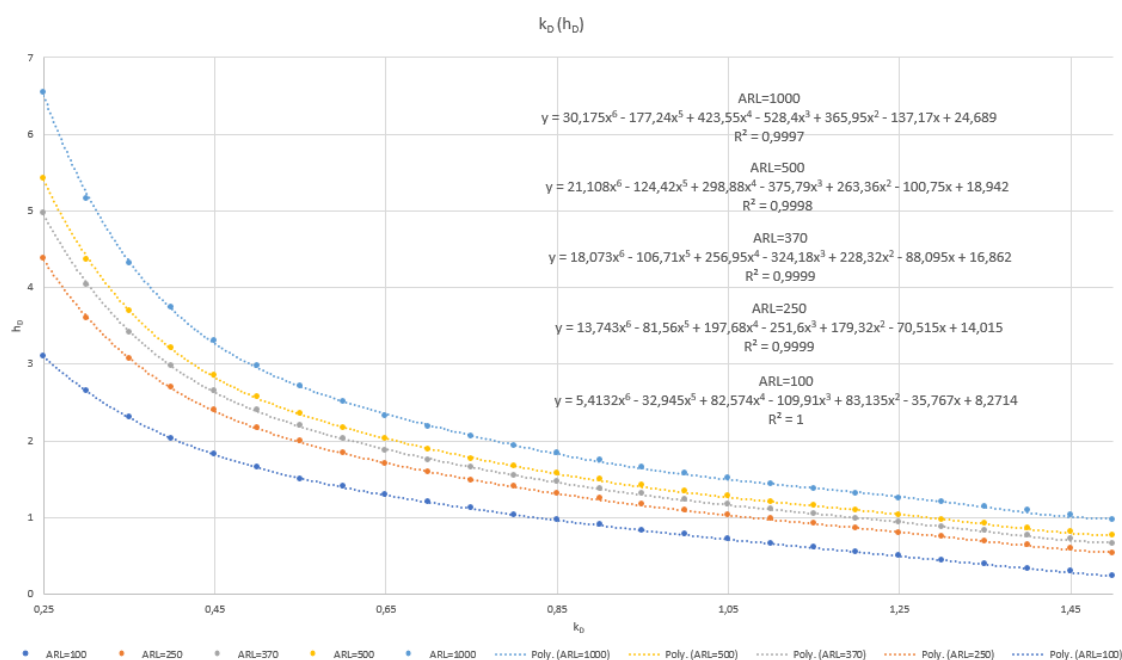


Figura 4.16 - Ábaco de $h_D(k_D)$ para ARL_{EC} e detecção de decréscimos na dispersão, com $n=8$.

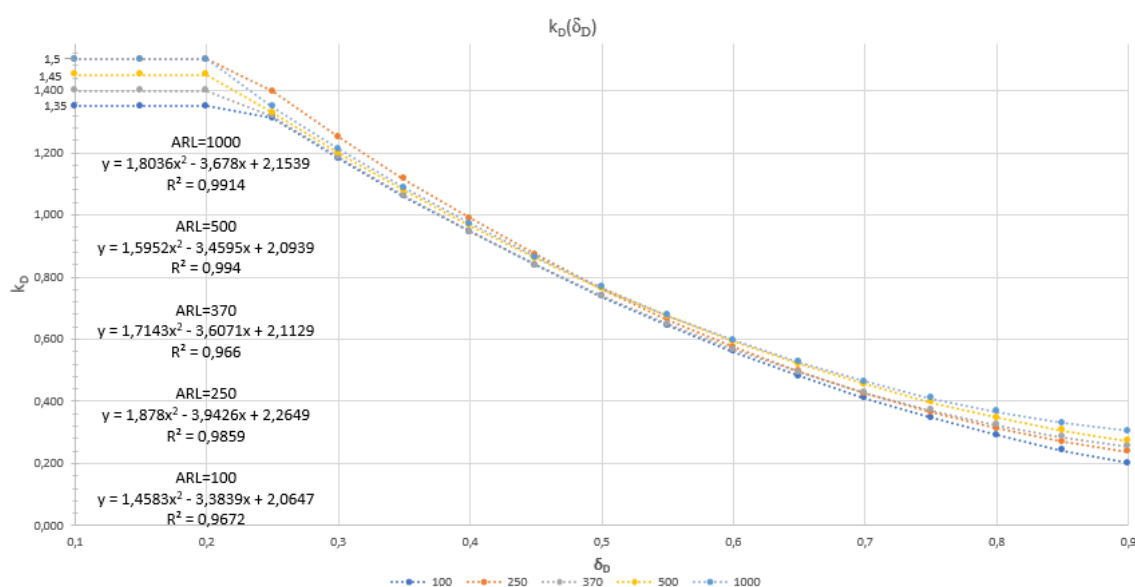


Figura 4.17 - Ábaco de $k_D(\delta_D)$ para ARL_{EC} e detecção de decréscimos na dispersão, com $n=8$.

4.2.2.2 EWMA- $\ln(S^2)$, $n = 8$

As regressões efetuadas aos ábacos de Nogueira (2015) para $h(\lambda)$ não apresentam tantos pontos correspondentes a valores simulados, como para os outros autores. Tal acontece devido à inexistência de tabelas com valores intermédios. Para contornar este problema, selecionou-se os pontos simulados onde os ábacos apresentados pela autora sofrem uma mudança na taxa de crescimento, utilizando-os para realizar as regressões.

Nota-se ainda que as regressões efetuadas a $h(\lambda)$ utilizam polinómios de 3º grau, ao invés das do autor, que utilizam polinómios de 5º grau.

Esta diferença reside na gama de valores considerados pelo autor da presente dissertação.

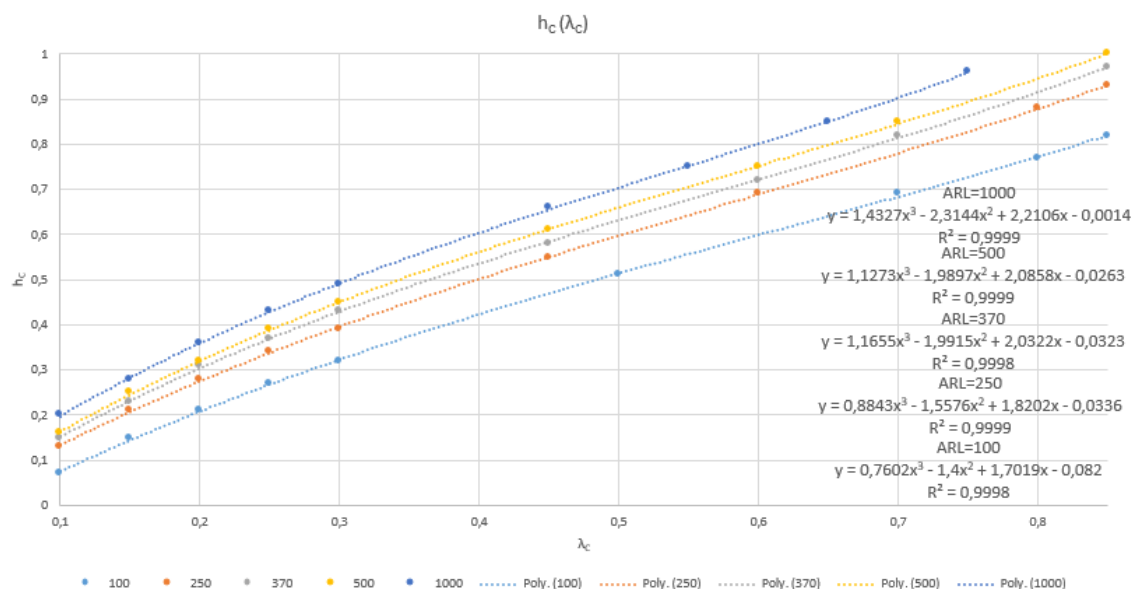


Figura 4.18 - Ábaco de $h_c(\lambda_c)$ para ARL_{EC} e deteção de aumentos na dispersão, com $n=8$.

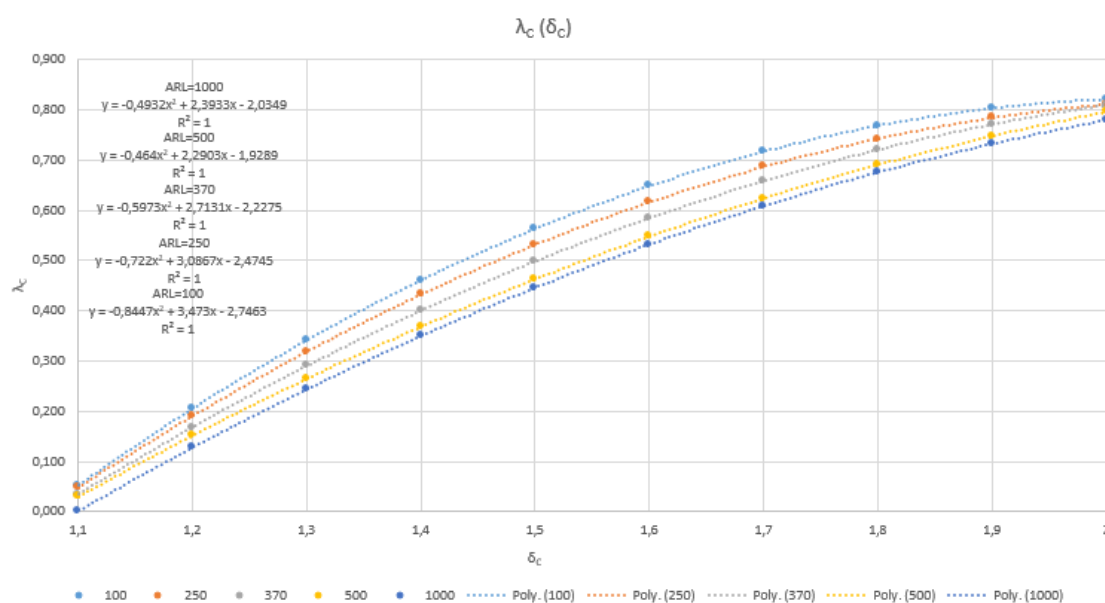


Figura 4.19 - Ábaco de $\lambda_c(\delta_c)$ para ARL_{EC} e deteção de aumentos na dispersão, com $n=8$.

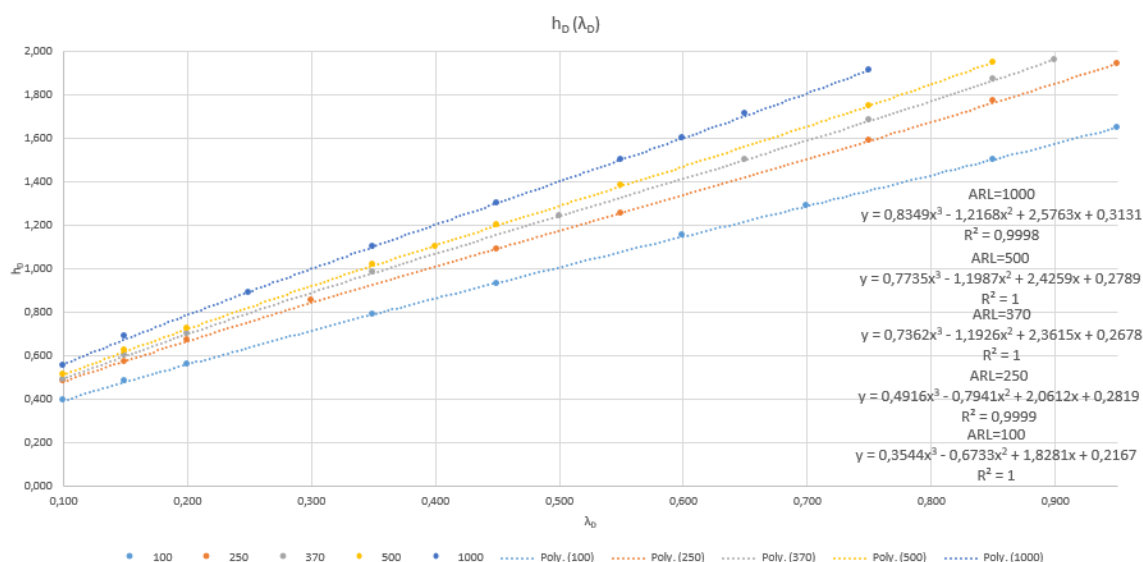


Figura 4.20 - Ábaco de $h_D(\lambda_D)$ para ARL_{EC} e detecção de decréscimos na dispersão, com $n=8$.

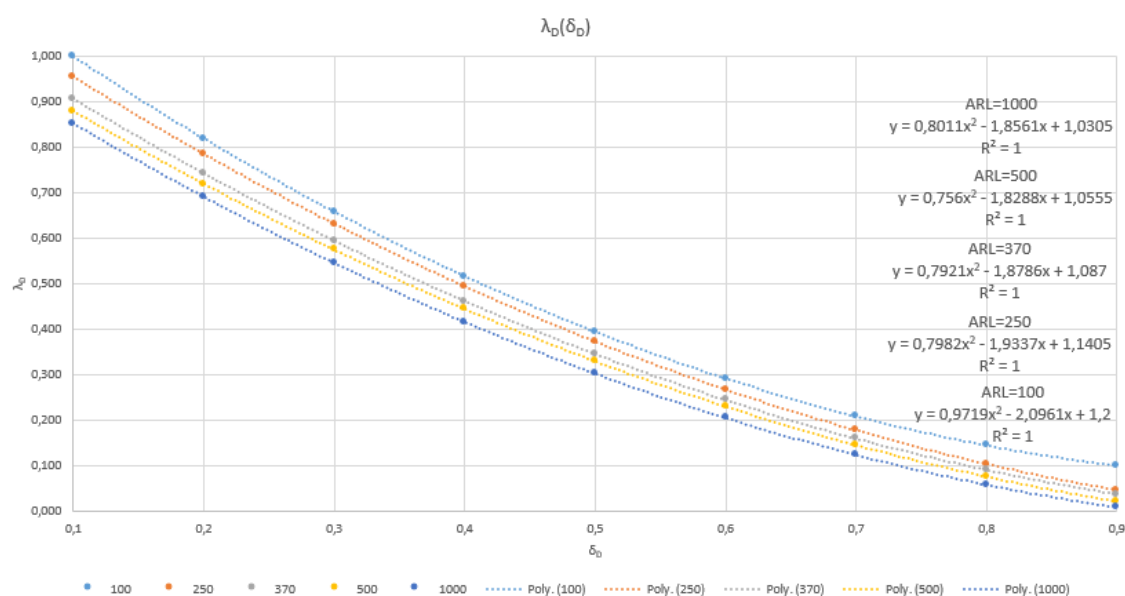


Figura 4.21 - Ábaco de $\lambda_D(\delta_D)$ para ARL_{EC} e detecção de decréscimos na dispersão, com $n=8$.

4.3 Tabelas Resumo

Apresenta-se de seguida a compilação de todas as dimensões da amostra, para as cartas $CUSUM-\ln(S^2)$ e $EWMA-\ln(S^2)$, estas tabelas são partes integrantes do *software* desenvolvido e concatenam a informação de dissertações anteriores e da presente dissertação.

4.3.1 Carta CUSUM- $\ln(S^2)$

4.3.1.1 Aumentos

Tabela 4.1 - Tabela resumo de aumentos para n=4.

			δ_c									
			1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2,0
n=4	100	k _C	0,036	0,181	0,306	0,410	0,495	0,559	0,603	0,627	0,642	0,660
		h _C	2,438	2,188	1,188	1,188	0,988	0,900	0,900	0,750	0,900	0,825
		ARL _{FC}	32,4	16,2	10,0	6,8	5,1	4,1	3,4	2,9	2,5	2,3
	250	k _C	0,049	0,195	0,321	0,428	0,515	0,582	0,630	0,659	0,677	0,697
		h _C	3,594	2,531	2,828	1,144	1,050	1,144	0,963	0,963	0,884	0,884
		ARL _{FC}	58,0	24,5	14,0	9,3	6,7	5,1	4,1	3,5	3,0	2,7
	370	k _C	0,056	0,204	0,332	0,442	0,533	0,606	0,659	0,693	0,709	0,710
		h _C	3,969	3,969	2,777	2,240	1,372	1,372	1,144	1,050	0,966	0,966
		ARL _{FC}	71,7	28,7	16,2	10,4	7,4	5,7	4,5	3,8	3,2	2,8
	500	k _C	0,074	0,217	0,343	0,453	0,546	0,623	0,684	0,728	0,756	0,767
		h _C	4,260	4,260	3,328	2,158	1,950	1,334	1,219	1,028	1,028	0,872
		ARL _{FC}	85,0	32,2	17,6	11,3	8,0	6,0	4,8	4,0	3,4	3,0
	1000	k _C	0,075	0,226	0,359	0,474	0,570	0,649	0,709	0,752	0,776	0,782
		h _C	4,930	4,930	4,340	3,051	2,471	1,395	1,171	1,276	1,171	0,994
		ARL _{FC}	124,9	40,7	21,5	13,7	9,5	7,1	5,6	4,5	3,8	3,3

Tabela 4.2 - Tabela resumo de aumentos para n=5 parte 1 de 2.

			δ_c							
			1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,75	2,0	
n=5	100	k _C	0,001	0,107	0,203	0,289	0,367	0,520	0,614	
		h _C	2,594	1,750	1,375	1,100	0,900	0,738	0,663	
		ARL _{FC}	28,2	13,5	8,1	5,5	4,2	2,6	1,9	
	250	k _C	0,002	0,112	0,213	0,305	0,387	0,551	0,656	
		h _C	3,438	2,578	2,000	1,413	1,031	0,850	0,700	
		ARL _{FC}	47,4	19,6	11,2	7,4	5,3	3,1	2,2	
	370	k _C	0,007	0,121	0,225	0,320	0,406	0,579	0,693	
		h _C	3,813	3,813	2,484	1,549	1,127	0,928	0,700	
		ARL _{FC}	58,1	22,7	12,6	8,2	5,9	3,3	2,3	
	500	k _C	0,013	0,131	0,239	0,337	0,424	0,598	0,708	
		h _C	4,094	4,094	2,660	1,852	1,198	0,987	0,822	
		ARL _{FC}	67,1	24,9	13,7	8,8	6,3	3,5	2,4	

Tabela 4.3- Tabela resumo de aumentos para n=5 parte 2 de 2.

			δC						
			1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,75	2,0
n=5	1000	k _C	0,016	0,137	0,249	0,351	0,443	0,631	0,757
		h _C	4,761	4,761	3,060	2,115	1,523	1,025	0,857
		ARL _{FC}	93,4	30,5	16,4	10,4	7,3	3,9	2,6

Tabela 4.4 - Tabela resumo de aumentos para n=6 e n=7.

			δC									
			1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2,0
n=6	100	k _C	0,001	0,120	0,220	0,324	0,398	0,470	0,515	0,551	0,585	0,605
		h _C	2,500	1,388	1,075	0,856	0,763	0,613	0,544	0,613	0,544	0,485
		ARL _{FC}	25,3	11,7	7,0	4,8	3,6	2,9	2,4	2,1	1,8	1,7
	250	k _C	0,002	0,135	0,240	0,346	0,420	0,490	0,540	0,574	0,610	0,632
		h _C	3,300	2,378	1,794	1,225	0,975	0,875	0,788	0,639	0,574	0,574
		ARL _{FC}	39,9	16,6	9,3	6,2	4,5	3,4	2,8	2,4	2,1	1,9
	370	k _C	0,005	0,147	0,270	0,370	0,450	0,510	0,560	0,600	0,625	0,655
		h _C	3,663	2,619	1,963	1,191	1,066	1,066	0,955	0,777	0,634	0,703
		ARL _{FC}	48,7	18,9	10,4	6,7	4,9	3,7	3,0	2,5	2,2	2,0
	500	k _C	0,010	0,155	0,290	0,390	0,470	0,530	0,580	0,620	0,650	0,680
		h _C	3,944	3,313	2,097	1,272	1,431	0,827	0,750	0,827	0,750	0,679
		ARL _{FC}	55,2	20,7	11,3	7,2	5,2	4,0	3,2	2,7	2,3	2,0
	1000	k _C	0,012	0,160	0,310	0,410	0,490	0,550	0,610	0,650	0,680	0,700
		h _C	4,621	4,621	2,780	1,852	1,457	1,045	0,944	0,856	0,944	0,778
		ARL _{FC}	74,0	24,9	13,4	8,5	6,0	4,4	3,6	3,0	2,5	2,2
n=7	100	k _C	0,001	0,110	0,220	0,330	0,400	0,470	0,530	0,570	0,590	0,600
		h _C	2,375	1,703	1,094	0,750	0,663	0,588	0,519	0,456	0,519	0,344
		ARL _{FC}	22,8	10,4	6,1	4,2	3,1	2,5	2,1	1,9	1,7	1,5
	250	k _C	0,003	0,125	0,235	0,350	0,425	0,500	0,550	0,590	0,615	0,625
		h _C	3,195	2,219	1,625	1,078	0,850	0,758	0,758	0,678	0,606	0,480
		ARL _{FC}	35,3	14,4	8,1	5,3	3,8	3,0	2,5	2,1	1,9	1,7
	370	k _C	0,006	0,137	0,250	0,370	0,450	0,520	0,570	0,610	0,630	0,650
		h _C	3,551	2,438	1,543	1,182	0,828	0,741	0,741	0,741	0,667	0,419
		ARL _{FC}	42,2	16,3	9,0	5,8	4,2	3,2	2,6	2,2	2,0	1,8
	500	k _C	0,010	0,150	0,265	0,385	0,470	0,540	0,590	0,630	0,650	0,670
		h _C	3,828	2,617	2,215	1,262	0,882	0,988	0,791	0,711	0,639	0,456
		ARL _{FC}	47,4	17,5	9,6	6,2	4,5	3,4	2,8	2,3	2,0	1,8
	1000	k _C	0,011	0,160	0,280	0,400	0,490	0,560	0,610	0,650	0,670	0,690
		h _C	4,500	3,648	2,549	1,647	1,131	0,902	0,813	0,902	0,733	0,663
		ARL _{FC}	61,2	21,3	11,3	7,2	5,0	3,9	3,1	2,6	2,2	1,9

Tabela 4.5 - Tabela resumo de aumentos para n=8 e n=10.

			δ_c									
			1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2,0
n=8	100	k _C	0,001	0,100	0,200	0,280	0,350	0,420	0,475	0,510	0,535	0,550
		h _C	1,906	1,344	0,863	0,863	0,516	0,516	0,588	0,516	0,388	0,450
		ARL _{FC}	21,1	9,4	5,5	3,8	2,9	2,3	1,9	1,7	1,5	1,4
	250	k _C	0,002	0,120	0,220	0,320	0,400	0,450	0,510	0,550	0,580	0,600
		h _C	3,094	1,742	1,281	0,969	0,752	0,666	0,594	0,525	0,525	0,525
		ARL _{FC}	32,1	12,9	7,2	4,7	3,4	2,7	2,2	1,9	1,7	1,5
	370	k _C	0,005	0,130	0,235	0,345	0,425	0,470	0,530	0,570	0,600	0,620
		h _C	3,453	2,285	1,400	0,929	0,820	0,730	0,650	0,650	0,516	0,516
		ARL _{FC}	37,4	14,3	7,9	5,2	3,7	2,9	2,4	2,0	1,8	1,6
	500	k _C	0,008	0,140	0,250	0,350	0,440	0,500	0,555	0,600	0,625	0,650
		h _C	3,734	2,047	1,494	1,129	0,778	0,778	0,694	0,620	0,554	0,492
		ARL _{FC}	42,2	15,7	8,5	5,5	4,0	3,0	2,5	2,1	1,8	1,6
	1000	k _C	0,010	0,150	0,270	0,380	0,470	0,540	0,600	0,645	0,675	0,700
		h _C	4,389	2,828	1,995	1,482	1,000	0,888	0,711	0,639	0,711	0,711
		ARL _{FC}	52,6	18,5	9,8	6,3	4,4	3,4	2,7	2,3	2,0	1,8
n=10	100	k _C	0,050	0,155	0,250	0,334	0,409	0,473	0,527	0,571	0,604	0,628
		h _C	1,734	1,152	0,844	0,655	0,528	0,438	0,372	0,322	0,285	0,259
		ARL _{FC}	18,2	7,9	4,6	3,2	2,4	1,9	1,7	1,5	1,3	1,3
	250	k _C	0,016	0,139	0,247	0,341	0,420	0,485	0,536	0,572	0,594	0,602
		h _C	2,709	1,577	1,089	0,824	0,659	0,553	0,483	0,439	0,414	0,405
		ARL _{FC}	26,9	10,6	5,9	3,9	2,9	2,3	1,9	1,6	1,5	1,3
	370	k _C	0,014	0,140	0,250	0,344	0,422	0,485	0,531	0,562	0,577	0,576
		h _C	3,051	1,722	1,179	0,895	0,720	0,607	0,536	0,495	0,476	0,478
		ARL _{FC}	31,2	11,7	6,5	4,2	3,1	2,4	2,0	1,7	1,5	1,4
	500	k _C	0,030	0,138	0,235	0,324	0,403	0,473	0,533	0,584	0,625	0,657
		h _C	3,039	1,860	1,317	1,012	0,811	0,670	0,572	0,504	0,456	0,423
		ARL _{FC}	34,5	12,7	6,9	4,5	3,2	2,5	2,1	1,8	1,6	1,4
	1000	k _C	0,001	0,125	0,238	0,337	0,423	0,496	0,554	0,600	0,631	0,649
		h _C	4,199	2,261	1,499	1,116	0,876	0,720	0,620	0,558	0,521	0,502
		ARL _{FC}	42,6	15,0	7,9	5,1	3,6	2,8	2,3	1,9	1,7	1,5

Tabela 4.6 - Tabela resumo de aumentos para n=15 e n=20.

			δ_c									
			1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2,0
n=15	100	k _C	0,090	0,170	0,248	0,322	0,393	0,461	0,526	0,589	0,648	0,700
		h _C	1,165	0,811	0,609	0,475	0,371	0,284	0,210	0,148	0,090	0,033
		ARL _{FC}	14,0	5,9	3,4	2,3	1,8	1,5	1,3	1,2	1,1	1,1
	250	k _C	0,049	0,153	0,248	0,332	0,407	0,472	0,527	0,572	0,607	0,633
		h _C	1,949	1,120	0,777	0,596	0,471	0,374	0,302	0,250	0,216	0,194
		ARL _{FC}	20,0	7,6	4,2	2,8	2,1	1,7	1,4	1,3	1,2	1,1
	370	k _C	0,041	0,155	0,256	0,343	0,418	0,479	0,526	0,561	0,582	0,590
		h _C	2,277	1,217	0,827	0,634	0,502	0,405	0,339	0,297	0,275	0,267
		ARL _{FC}	22,7	8,4	4,6	3,0	2,2	1,8	1,5	1,3	1,2	1,1
	500	k _C	0,083	0,157	0,230	0,302	0,372	0,440	0,507	0,573	0,637	0,699
		h _C	1,906	1,286	0,961	0,766	0,622	0,497	0,391	0,310	0,255	0,214
		ARL _{FC}	24,8	8,9	4,8	3,1	2,3	1,8	1,5	1,4	1,2	1,2
	1000	k _C	0,060	0,155	0,243	0,324	0,399	0,466	0,527	0,581	0,628	0,668
		h _C	2,579	1,490	1,034	0,814	0,667	0,544	0,439	0,357	0,298	0,261
		ARL _{FC}	29,7	10,3	5,5	3,5	2,5	2,0	1,6	1,4	1,3	1,2
n=20	100	k _C	0,094	0,192	0,279	0,353	0,416	0,468	0,507	0,535	0,551	0,555
		h _C	0,953	0,599	0,421	0,311	0,237	0,182	0,139	0,109	0,091	0,087
		ARL _{FC}	11,6	4,7	2,7	1,9	1,5	1,3	1,2	1,1	1,0	1,0
	250	k _C	0,076	0,169	0,253	0,329	0,396	0,454	0,503	0,544	0,576	0,600
		h _C	1,394	0,851	0,605	0,451	0,349	0,281	0,232	0,192	0,157	0,130
		ARL _{FC}	16,2	6,0	3,3	2,2	1,7	1,4	1,2	1,1	1,1	1,0
	370	k _C	0,066	0,169	0,261	0,342	0,412	0,472	0,522	0,561	0,589	0,606
		h _C	1,647	0,932	0,643	0,470	0,363	0,296	0,249	0,209	0,177	0,155
		ARL _{FC}	18,3	6,6	3,6	2,4	1,8	1,5	1,3	1,2	1,1	1,1
	500	k _C	0,065	0,166	0,256	0,336	0,406	0,466	0,515	0,555	0,584	0,602
		h _C	1,786	1,010	0,700	0,513	0,396	0,327	0,280	0,240	0,206	0,182
		ARL _{FC}	19,7	7,0	3,8	2,5	1,9	1,5	1,3	1,2	1,1	1,1
	1000	k _C	0,063	0,166	0,257	0,338	0,407	0,464	0,511	0,545	0,569	0,581
		h _C	2,129	1,146	0,803	0,595	0,456	0,375	0,330	0,303	0,285	0,275
		ARL _{FC}	23,4	8,0	4,3	2,8	2,0	1,6	1,4	1,2	1,1	1,1

4.3.1.2 Decréscimos

Tabela 4.7 - Tabela resumo de decréscimos para $n=4$ e $n=5$.

			δ_D								
			0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
n=4	100	k_D	1,250	1,250	1,103	0,952	0,780	0,700	0,615	0,530	0,445
		h_D	2,350	2,350	2,751	3,085	3,750	3,750	4,750	5,750	6,500
		ARL_{FC}	1,0	1,6	2,2	3,2	4,6	6,8	10,7	18,0	36,3
	250	k_D	1,250	1,250	1,120	0,970	0,800	0,715	0,630	0,545	0,455
		h_D	3,150	3,150	3,392	3,897	4,469	5,094	6,531	8,313	9,750
		ARL_{FC}	1,3	1,9	2,7	4,0	5,8	8,9	14,4	26,1	59,7
	370	k_D	1,250	1,250	1,134	0,993	0,825	0,735	0,650	0,560	0,470
		h_D	3,488	3,488	3,880	4,340	4,969	5,656	6,656	8,281	11,438
		ARL_{FC}	1,5	2,1	3,0	4,3	6,4	9,8	16,1	29,8	72,0
	500	k_D	1,250	1,250	1,123	0,990	0,840	0,750	0,665	0,575	0,480
		h_D	3,758	3,758	5,355	5,419	5,352	6,109	8,000	9,063	12,688
		ARL_{FC}	1,6	2,2	3,1	4,6	6,8	10,5	17,3	33,0	82,0
	1000	k_D	1,250	1,250	1,140	1,008	0,860	0,770	0,680	0,590	0,500
		h_D	4,375	4,375	6,425	6,582	5,883	7,156	8,547	10,906	16,000
		ARL_{FC}	1,8	2,5	3,6	5,2	7,8	12,2	20,4	40,0	107,0
n=5	100	k_D	1,250	1,250	1,093	0,915	0,756	0,615	0,492	0,388	0,302
		h_D	1,475	1,475	1,708	2,022	2,423	2,968	3,662	4,669	6,213
		ARL_{FC}	1,0	1,2	1,7	2,4	3,5	5,3	8,4	14,5	31,0
	250	k_D	1,250	1,250	1,118	0,939	0,781	0,643	0,525	0,427	0,350
		h_D	2,025	2,025	2,158	2,583	3,046	3,794	4,648	5,801	7,687
		ARL_{FC}	1,0	1,4	2,1	3,0	4,4	6,7	11,0	20,6	49,2
	370	k_D	1,250	1,250	1,105	0,936	0,785	0,651	0,536	0,438	0,358
		h_D	2,259	2,259	2,457	2,886	3,337	4,209	5,133	6,296	8,524
		ARL_{FC}	1,0	1,6	2,2	3,2	4,8	7,4	12,2	23,1	58,0
	500	k_D	1,250	1,250	1,101	0,938	0,790	0,658	0,541	0,440	0,354
		h_D	2,445	2,445	2,945	3,261	3,610	4,573	5,566	6,768	9,626
		ARL_{FC}	1,0	1,7	2,4	3,4	5,1	7,9	13,1	25,0	65,5
	1000	k_D	1,250	1,250	1,093	0,939	0,798	0,668	0,550	0,444	0,350
		h_D	2,866	2,866	4,620	4,480	4,343	5,621	6,826	7,750	12,202
		ARL_{FC}	1,2	1,9	2,6	3,9	5,7	9,0	15,2	30,1	83,9

Tabela 4.8 - Tabela resumo de decréscimos para n=6 e n=7.

			δ_D								
			0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
n=6	100	k_D	1,400	1,400	1,208	0,963	0,650	0,550	0,450	0,350	0,250
		h_D	0,825	0,825	1,059	1,375	1,775	2,200	2,875	3,688	4,250
		ARL_{FC}	1,0	1,0	1,3	2,0	2,9	4,3	6,9	12,4	27,1
	250	k_D	1,500	1,500	1,229	0,961	0,670	0,570	0,467	0,365	0,265
		h_D	1,125	1,125	1,506	1,852	2,356	2,688	3,475	4,391	6,188
		ARL_{FC}	1,0	1,1	1,7	2,4	3,5	5,5	9,0	17,0	42,2
	370	k_D	1,450	1,450	1,186	0,946	0,700	0,590	0,490	0,390	0,290
		h_D	1,356	1,356	1,708	2,057	2,606	3,500	3,856	4,922	7,094
		ARL_{FC}	1,0	1,2	1,8	2,6	3,8	5,9	9,9	19,2	48,9
	500	k_D	1,500	1,500	1,170	0,931	0,720	0,615	0,515	0,415	0,315
		h_D	1,434	1,434	1,835	2,220	2,800	3,194	4,148	5,336	7,828
		ARL_{FC}	1,0	1,2	1,9	2,8	4,1	6,3	0,6	0,7	55,3
	1000	k_D	1,500	1,500	1,175	0,943	0,750	0,640	0,535	0,435	0,335
		h_D	1,739	1,739	2,277	2,556	3,240	4,004	4,852	6,311	9,625
		ARL_{FC}	1,0	1,4	2,1	3,1	4,6	7,2	12,3	24,4	69,8
n=7	100	k_D	1,450	1,450	1,256	1,000	0,680	0,550	0,425	0,310	0,200
		h_D	0,488	0,488	0,696	0,995	1,375	2,025	2,225	3,250	3,875
		ARL_{FC}	1,0	1,0	1,1	1,7	2,4	3,7	5,9	10,8	24,3
	250	k_D	1,450	1,450	1,245	0,986	0,705	0,575	0,450	0,330	0,225
		h_D	0,831	0,831	1,086	1,392	1,953	2,444	2,963	3,828	5,625
		ARL_{FC}	1,0	1,0	1,4	2,0	3,0	4,6	7,7	14,6	36,9
	370	k_D	1,500	1,500	1,225	0,973	0,730	0,600	0,470	0,355	0,250
		h_D	0,925	0,925	1,254	1,564	2,156	2,700	3,288	4,281	6,469
		ARL_{FC}	1,0	1,0	1,5	2,2	3,2	5,0	8,4	16,1	43,2
	500	k_D	1,500	1,500	1,218	0,970	0,745	0,620	0,490	0,370	0,260
		h_D	1,034	1,034	1,390	1,700	2,175	2,900	3,539	4,648	7,156
		ARL_{FC}	1,0	1,1	1,6	2,3	3,4	5,3	8,9	17,6	48,0
	1000	k_D	1,500	1,500	1,217	0,982	0,765	0,640	0,515	0,395	0,280
		h_D	1,288	1,288	1,669	1,956	2,678	3,363	4,121	5,482	8,816
		ARL_{FC}	1,0	1,2	1,8	2,6	3,8	6,0	10,3	20,6	60,1

Tabela 4.9 - Tabela resumo de decréscimos para $n=8$ e $n=10$.

			δ_D								
			0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
n=8	100	k_D	1,350	1,350	1,181	0,945	0,650	0,540	0,420	0,310	0,200
		h_D	0,381	0,381	0,573	0,839	1,288	1,500	2,025	2,650	3,100
		ARL_{FC}	1,0	1,0	1,1	1,4	2,1	3,2	5,3	9,6	22,5
	250	k_D	1,500	1,500	1,251	0,988	0,675	0,570	0,450	0,340	0,220
		h_D	0,534	0,534	0,792	1,098	1,481	1,831	2,400	3,063	4,375
		ARL_{FC}	1,0	1,0	1,2	1,8	2,6	4,0	6,7	12,8	33,6
	370	k_D	1,400	1,400	1,185	0,944	0,680	0,580	0,460	0,350	0,230
		h_D	0,763	0,763	1,011	1,298	1,750	2,191	2,650	3,413	4,969
		ARL_{FC}	1,0	1,0	1,3	1,9	2,8	4,3	7,3	14,2	38,5
	500	k_D	1,450	1,450	1,200	0,965	0,710	0,600	0,480	0,370	0,250
		h_D	0,809	0,809	1,105	1,378	2,016	2,350	2,850	4,357	5,422
		ARL_{FC}	1,0	1,0	1,3	2,0	3,0	4,6	7,8	15,4	42,8
	1000	k_D	1,500	1,500	1,213	0,971	0,740	0,620	0,500	0,390	0,270
		h_D	0,972	0,972	1,309	1,597	2,327	2,716	3,306	4,311	6,547
		ARL_{FC}	1,0	1,0	1,5	2,2	3,3	5,2	8,9	17,8	53,1
n=10	100	k_D	1,192	1,192	1,192	0,936	0,718	0,538	0,396	0,293	0,227
		h_D	0,264	0,264	0,264	0,538	0,812	1,112	1,477	1,950	2,433
		ARL_{FC}	1,0	1,0	1,0	1,2	1,7	2,6	4,3	8,0	20,2
	250	k_D	1,263	1,263	1,263	0,964	0,718	0,524	0,382	0,293	0,256
		h_D	0,463	0,463	0,463	0,771	1,109	1,493	2,010	2,610	2,964
		ARL_{FC}	1,0	1,0	1,0	1,4	2,1	3,2	5,3	10,4	29,1
	370	k_D	1,298	1,298	1,298	0,971	0,707	0,505	0,364	0,286	0,269
		h_D	0,533	0,533	0,533	0,872	1,250	1,701	2,333	2,979	3,160
		ARL_{FC}	1,0	1,0	1,1	1,5	2,2	3,4	5,8	11,5	33,5
	500	k_D	1,313	1,313	1,313	0,982	0,714	0,510	0,368	0,289	0,274
		h_D	0,577	0,577	0,577	0,934	1,333	1,807	2,478	3,176	3,358
		ARL_{FC}	1,0	1,0	1,1	1,6	2,4	3,6	6,2	12,3	37,1
	1000	k_D	1,318	1,318	1,318	0,975	0,700	0,493	0,354	0,282	0,279
		h_D	0,733	0,733	0,733	1,121	1,577	2,149	3,001	3,822	3,873
		ARL_{FC}	1,0	1,0	1,2	1,8	2,6	4,1	7,0	14,3	45,3

Tabela 4.10 - Tabela resumo de decréscimos para $n=15$ e $n=20$.

			δ_D								
			0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
n=15	100	k_D	1,086	1,086	1,086	1,086	0,786	0,550	0,379	0,271	0,229
		h_D	0,012	0,012	0,012	0,012	0,320	0,601	0,895	1,213	1,397
		ARL_{FC}	1,0	1,0	1,0	1,0	1,2	1,8	3,0	5,6	16,2
	250	k_D	1,029	1,029	1,029	1,029	0,741	0,519	0,360	0,266	0,236
		h_D	0,247	0,247	0,247	0,247	0,559	0,858	1,231	1,632	1,805
		ARL_{FC}	1,0	1,0	1,0	1,0	1,4	2,2	3,7	7,2	23,7
	370	k_D	1,300	1,300	1,300	1,004	0,732	0,519	0,364	0,268	0,230
		h_D	0,048	0,048	0,048	0,345	0,649	0,947	1,341	1,789	2,036
		ARL_{FC}	1,0	1,0	1,0	1,1	1,5	2,4	4,0	7,9	27,0
	500	k_D	1,254	1,254	1,254	0,957	0,711	0,514	0,368	0,271	0,225
		h_D	0,157	0,157	0,157	0,451	0,735	1,025	1,425	1,900	2,225
		ARL_{FC}	1,0	1,0	1,0	1,1	1,6	2,5	4,2	8,4	29,7
	1000	k_D	1,300	1,300	1,300	0,982	0,718	0,512	0,364	0,275	0,244
		h_D	0,233	0,233	0,233	0,550	0,860	1,188	1,663	2,176	2,414
		ARL_{FC}	1,0	1,0	1,0	1,2	1,8	2,8	4,7	9,7	36,4
n=20	100	k_D	0,791	0,791	0,791	0,791	0,630	0,493	0,379	0,288	0,220
		h_D	0,122	0,122	0,122	0,122	0,290	0,450	0,615	0,811	1,037
		ARL_{FC}	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,4	2,3	4,5	14,1
	250	k_D	0,905	0,905	0,905	0,905	0,693	0,519	0,381	0,282	0,220
		h_D	0,152	0,152	0,152	0,152	0,370	0,579	0,805	1,078	1,342
		ARL_{FC}	1,0	1,0	1,0	1,0	1,1	1,7	2,8	5,6	20,2
	370	k_D	0,914	0,914	0,914	0,914	0,679	0,493	0,357	0,271	0,236
		h_D	0,199	0,199	0,199	0,199	0,449	0,681	0,946	1,229	1,391
		ARL_{FC}	1,0	1,0	1,0	1,0	1,2	1,8	3,0	6,1	23,5
	500	k_D	1,013	1,013	1,013	1,013	0,739	0,524	0,369	0,272	0,234
		h_D	0,147	0,147	0,147	0,147	0,428	0,686	0,981	1,314	1,500
		ARL_{FC}	1,0	1,0	1,0	1,0	1,2	1,9	3,2	6,5	25,5
	1000	k_D	0,889	0,889	0,889	0,889	0,678	0,506	0,373	0,279	0,225
		h_D	0,368	0,368	0,368	0,368	0,602	0,829	1,119	1,479	1,788
		ARL_{FC}	1,0	1,0	1,0	1,0	1,3	2,1	3,6	7,4	31,7

4.3.2 Carta EWMA- $\ln(S^2)$

4.3.2.1 Aumentos

Tabela 4.11 - Tabela resumo de aumentos para $n=4$ e $n=5$.

			δ_c									
			1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2,0
n=4	100	λ_c	0,058	0,185	0,298	0,399	0,486	0,560	0,621	0,668	0,702	0,723
		h_c	0,000	0,120	0,400	0,470	0,615	0,870	0,805	0,930	0,930	0,930
		ARL_{FC}	30,4	15,8	10,4	7,6	6,0	4,9	4,3	3,9	3,5	3,3
	250	λ_c	0,041	0,159	0,266	0,359	0,441	0,509	0,566	0,610	0,641	0,660
		h_c	0,087	0,087	0,420	0,586	0,661	0,866	0,930	0,994	0,994	0,994
		ARL_{FC}	51,9	23,2	14,4	10,1	7,7	6,2	5,1	4,5	4,0	3,7
	370	λ_c	0,026	0,129	0,223	0,309	0,386	0,454	0,513	0,564	0,606	0,640
		h_c	0,120	0,120	0,251	0,458	0,704	0,845	0,913	0,978	0,978	0,978
		ARL_{FC}	66,2	27,1	16,1	11,1	8,2	6,7	5,6	4,8	4,3	3,9
	500	λ_c	0,005	0,117	0,216	0,303	0,378	0,441	0,492	0,531	0,558	0,572
		h_c	0,142	0,142	0,389	0,734	0,576	0,878	0,947	0,947	0,947	0,947
		ARL_{FC}	76,9	30,4	17,8	12,1	8,9	7,1	5,8	5,1	4,5	4,1
	1000	λ_c	0,003	0,090	0,170	0,243	0,308	0,366	0,416	0,459	0,495	0,524
		h_c	0,189	0,189	0,329	0,445	0,637	0,721	0,949	0,949	0,949	0,949
		ARL_{FC}	113,7	38,1	21,4	14,3	10,4	8,1	6,7	5,7	5,0	4,5
n=5	100	λ_c	0,092	0,214	0,325	0,425	0,516	0,596	0,666	0,726	0,776	0,815
		h_c	0,135	0,135	0,374	0,559	0,618	0,670	0,893	0,893	0,893	0,950
		ARL_{FC}	25,6	13,0	8,6	6,3	5,0	4,2	3,7	3,3	3,1	2,9
	250	λ_c	0,042	0,156	0,260	0,354	0,436	0,509	0,570	0,621	0,661	0,691
		h_c	0,110	0,110	0,311	0,604	0,664	0,725	0,787	0,901	0,958	0,958
		ARL_{FC}	42,5	18,8	11,2	8,1	6,2	5,0	4,3	3,8	3,5	3,2
	370	λ_c	0,031	0,137	0,233	0,321	0,400	0,470	0,532	0,585	0,629	0,664
		h_c	0,138	0,138	0,345	0,428	0,640	0,768	0,830	0,946	0,946	0,946
		ARL_{FC}	51,8	21,4	12,8	8,9	6,7	5,4	4,6	4,0	3,6	3,3
	500	λ_c	0,021	0,122	0,215	0,300	0,377	0,446	0,508	0,561	0,606	0,643
		h_c	0,158	0,158	0,370	0,453	0,735	0,800	0,858	0,978	0,978	0,978
		ARL_{FC}	61,1	23,6	13,9	9,5	7,2	5,8	4,8	4,2	3,8	3,5
	1000	λ_c	0,030	0,097	0,185	0,267	0,343	0,412	0,476	0,533	0,584	0,629
		h_c	0,199	0,199	0,319	0,507	0,662	0,730	0,861	0,923	0,985	0,985
		ARL_{FC}	86,3	29,4	16,2	10,9	8,2	6,5	5,4	4,6	4,1	3,7

Tabela 4.12 - Tabela resumo de aumentos para $n=6$ e $n=7$.

			δ_c									
			1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2,0
n=6	100	λ_c	0,069	0,203	0,323	0,429	0,521	0,598	0,662	0,712	0,747	0,768
		h_c	0,054	0,144	0,410	0,571	0,675	0,720	0,720	0,777	0,720	0,875
		ARL_{FC}	22,8	11,4	7,5	5,5	4,4	3,8	3,3	3,0	2,8	2,6
	250	λ_c	0,057	0,189	0,307	0,412	0,502	0,578	0,640	0,687	0,721	0,741
		h_c	0,120	0,218	0,373	0,504	0,673	0,725	0,886	0,886	0,886	0,993
		ARL_{FC}	37,1	15,8	9,8	6,9	5,4	4,4	3,8	3,3	3,1	2,9
	370	λ_c	0,037	0,173	0,294	0,401	0,492	0,568	0,629	0,675	0,706	0,722
		h_c	0,146	0,146	0,330	0,537	0,710	0,766	0,820	0,929	0,929	0,929
		ARL_{FC}	45,2	17,8	10,8	7,6	5,8	4,7	4,0	3,6	3,2	3,0
	500	λ_c	0,022	0,151	0,266	0,367	0,455	0,529	0,590	0,636	0,669	0,689
		h_c	0,165	0,265	0,351	0,560	0,738	0,849	0,959	0,959	0,959	0,959
		ARL_{FC}	52,5	19,9	11,6	8,0	6,1	5,0	4,2	3,7	3,3	3,1
	1000	λ_c	0,015	0,135	0,243	0,340	0,425	0,498	0,559	0,608	0,646	0,672
		h_c	0,200	0,200	0,396	0,475	0,677	0,911	0,911	0,967	0,967	0,967
		ARL_{FC}	71,6	23,9	13,6	9,1	6,9	5,6	4,6	4,0	3,6	3,3
n=7	100	λ_c	0,050	0,243	0,393	0,522	0,630	0,717	0,783	0,829	0,854	0,858
		h_c	0,063	0,270	0,437	0,561	0,659	0,740	0,803	0,848	0,873	0,877
		ARL_{FC}	19,8	9,6	5,9	4,2	3,2	2,5	2,1	1,9	1,7	1,5
	250	λ_c	0,050	0,176	0,326	0,457	0,569	0,662	0,737	0,792	0,829	0,846
		h_c	0,125	0,254	0,448	0,587	0,700	0,792	0,866	0,922	0,960	0,978
		ARL_{FC}	30,7	13,4	7,9	5,4	4,0	3,1	2,5	2,2	1,9	1,7
	370	λ_c	0,050	0,151	0,274	0,387	0,492	0,588	0,675	0,754	0,824	0,885
		h_c	0,148	0,240	0,417	0,547	0,657	0,755	0,843	0,924	0,997	1,065
		ARL_{FC}	36,7	15,3	8,7	5,9	4,3	3,4	2,7	2,3	2,0	1,8
	500	λ_c	0,050	0,130	0,249	0,361	0,465	0,562	0,653	0,735	0,811	0,880
		h_c	0,165	0,220	0,406	0,541	0,654	0,756	0,849	0,934	1,014	1,090
		ARL_{FC}	41,3	16,7	9,4	6,3	4,6	3,6	2,9	2,4	2,1	1,9
	1000	λ_c	0,050	0,123	0,230	0,332	0,428	0,518	0,603	0,681	0,755	0,822
		h_c	0,198	0,242	0,423	0,555	0,666	0,764	0,855	0,940	1,019	1,094
		ARL_{FC}	54,3	20,0	11,1	7,2	5,2	4,1	3,2	2,7	2,3	2,0

Tabela 4.13 - Tabela resumo de aumentos para $n=8$ e $n=10$.

			δ_c									
			1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2,0
n=8	100	λ_c	0,052	0,205	0,341	0,460	0,563	0,648	0,717	0,768	0,803	0,821
		h_c	0,070	0,070	0,370	0,510	0,640	0,640	0,640	0,685	0,818	0,818
		ARL_{FC}	19,0	9,4	6,1	4,6	3,7	3,2	2,9	2,7	2,5	2,4
	250	λ_c	0,047	0,190	0,318	0,432	0,531	0,616	0,686	0,742	0,784	0,811
		h_c	0,126	0,209	0,340	0,503	0,736	0,689	0,782	0,782	0,877	0,877
		ARL_{FC}	29,3	12,7	7,7	5,6	4,4	3,7	3,2	2,9	2,7	2,5
	370	λ_c	0,034	0,168	0,290	0,400	0,498	0,584	0,658	0,721	0,771	0,809
		h_c	0,149	0,233	0,367	0,533	0,772	0,725	0,772	0,819	0,916	0,916
		ARL_{FC}	35,3	14,1	8,5	6,0	4,7	3,9	3,4	3,0	2,8	2,6
	500	λ_c	0,029	0,151	0,264	0,368	0,463	0,548	0,623	0,690	0,747	0,796
		h_c	0,163	0,249	0,386	0,501	0,605	0,750	0,750	0,847	0,894	0,946
		ARL_{FC}	40,1	15,4	9,1	6,3	4,9	4,1	3,5	3,1	2,8	2,6
	1000	λ_c	0,001	0,127	0,243	0,349	0,445	0,532	0,609	0,675	0,732	0,779
		h_c	0,195	0,195	0,360	0,546	0,654	0,755	0,805	0,906	0,956	0,956
		ARL_{FC}	53,2	18,6	10,4	7,1	5,4	4,4	3,8	3,3	3,0	2,8
n=10	100	λ_c	0,099	0,262	0,405	0,528	0,632	0,716	0,780	0,825	0,849	0,855
		h_c	0,143	0,143	0,428	0,505	0,581	0,620	0,661	0,743	0,743	0,743
		ARL_{FC}	16,769	8,110	5,330	4,033	3,322	2,895	2,631	2,439	2,329	2,238
	250	λ_c	0,083	0,243	0,384	0,506	0,610	0,695	0,761	0,809	0,838	0,848
		h_c	0,126	0,260	0,366	0,502	0,628	0,709	0,709	0,753	0,753	0,796
		ARL_{FC}	24,8	10,6	6,6	4,8	3,8	3,2	2,9	2,6	2,5	2,3
	370	λ_c	0,040	0,207	0,354	0,482	0,590	0,678	0,746	0,795	0,824	0,834
		h_c	0,146	0,220	0,391	0,574	0,658	0,744	0,787	0,878	0,878	0,878
		ARL_{FC}	29,4	12,0	7,2	5,2	4,0	3,4	3,0	2,7	2,5	2,4
	500	λ_c	0,030	0,184	0,322	0,442	0,546	0,633	0,702	0,755	0,791	0,809
		h_c	0,159	0,234	0,410	0,639	0,639	0,726	0,859	0,859	0,859	0,906
		ARL_{FC}	33,0	12,9	7,6	5,4	4,2	3,5	3,1	2,8	2,6	2,4
	1000	λ_c	0,006	0,157	0,292	0,411	0,513	0,598	0,667	0,719	0,755	0,774
		h_c	0,187	0,266	0,393	0,596	0,596	0,777	0,777	0,868	0,868	0,916
		ARL_{FC}	43,6	15,1	8,9	6,1	4,7	3,8	3,3	2,9	2,7	2,5

Tabela 4.14 - Tabela resumo de aumentos para $n=15$ e $n=20$.

			δ_C									
			1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2,0
n=15	100	λ_C	0,082	0,289	0,469	0,622	0,747	0,846	0,917	0,961	0,978	0,968
		h_C	0,056	0,250	0,374	0,472	0,553	0,618	0,668	0,702	0,716	0,708
		ARL_{FC}	11,9	5,5	3,3	2,3	1,8	1,5	1,3	1,2	1,1	1,1
	250	λ_C	0,050	0,242	0,423	0,576	0,703	0,802	0,875	0,921	0,940	0,932
		h_C	0,045	0,266	0,404	0,511	0,598	0,669	0,723	0,759	0,775	0,768
		ARL_{FC}	17,9	7,3	4,2	2,8	2,1	1,7	1,4	1,3	1,2	1,1
	370	λ_C	0,060	0,236	0,392	0,530	0,648	0,747	0,826	0,886	0,927	0,949
		h_C	0,074	0,279	0,405	0,504	0,588	0,659	0,717	0,764	0,798	0,816
		ARL_{FC}	20,6	8,0	4,6	3,1	2,3	1,8	1,5	1,3	1,2	1,1
	500	λ_C	0,050	0,218	0,394	0,543	0,666	0,763	0,834	0,879	0,897	0,890
		h_C	0,067	0,276	0,422	0,532	0,621	0,692	0,746	0,782	0,797	0,791
		ARL_{FC}	22,8	8,6	4,8	3,2	2,4	1,9	1,6	1,4	1,2	1,2
	1000	λ_C	0,050	0,213	0,367	0,503	0,621	0,721	0,803	0,867	0,914	0,942
		h_C	0,085	0,300	0,436	0,541	0,630	0,707	0,771	0,824	0,865	0,891
		ARL_{FC}	27,8	10,0	5,5	3,6	2,7	2,1	1,7	1,5	1,3	1,2
n=20	100	λ_C	0,114	0,351	0,551	0,715	0,841	0,931	0,984	0,990	0,990	0,990
		h_C	0,089	0,263	0,378	0,469	0,542	0,597	0,633	0,638	0,638	0,638
		ARL_{FC}	10,1	4,5	2,7	1,9	1,5	1,3	1,2	1,1	1,0	1,0
	250	λ_C	0,070	0,304	0,503	0,668	0,799	0,895	0,956	0,990	0,990	0,990
		h_C	0,075	0,281	0,407	0,507	0,587	0,650	0,694	0,721	0,721	0,721
		ARL_{FC}	14,6	5,8	3,3	2,3	1,7	1,4	1,2	1,1	1,1	1,0
	370	λ_C	0,083	0,279	0,451	0,598	0,720	0,817	0,889	0,937	0,960	0,958
		h_C	0,102	0,282	0,396	0,487	0,563	0,626	0,675	0,710	0,728	0,726
		ARL_{FC}	16,5	6,4	3,6	2,4	1,8	1,5	1,3	1,2	1,1	1,1
	500	λ_C	0,059	0,271	0,455	0,611	0,740	0,841	0,914	0,959	0,976	0,966
		h_C	0,079	0,288	0,413	0,513	0,596	0,663	0,715	0,750	0,764	0,756
		ARL_{FC}	18,3	6,8	3,8	2,6	1,9	1,5	1,3	1,2	1,1	1,1
	1000	λ_C	0,050	0,229	0,407	0,559	0,684	0,781	0,851	0,895	0,911	0,900
		h_C	0,081	0,281	0,414	0,515	0,599	0,665	0,715	0,748	0,761	0,752
		ARL_{FC}	22,4	7,9	4,4	2,9	2,1	1,6	1,4	1,2	1,1	1,1

4.3.2.2 Decréscimos

Tabela 4.15 - Tabela resumo de decréscimos para $n=4$ e $n=5$.

			δ_D								
			0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
n=4	100	λ_D	0,811	0,598	0,424	0,290	0,195	0,140	0,124	0,148	0,212
		h_D	2,706	2,450	1,500	1,085	0,770	0,770	0,770	0,770	0,770
		ARL_{FC}	2,0	2,6	3,3	4,1	5,3	7,0	10,1	17,0	35,2
	250	λ_D	0,667	0,475	0,321	0,205	0,126	0,084	0,080	0,114	0,185
		h_D	2,900	2,075	1,605	1,275	0,905	0,905	0,905	0,905	0,905
		ARL_{FC}	2,2	3,0	3,8	5,0	6,7	9,4	14,3	27,0	69,3
	370	λ_D	0,603	0,434	0,297	0,191	0,117	0,074	0,063	0,084	0,136
		h_D	2,902	2,041	1,526	1,348	0,955	0,955	0,955	0,955	0,955
		ARL_{FC}	2,3	3,1	4,1	5,4	7,3	10,3	16,4	32,7	89,9
	500	λ_D	0,567	0,409	0,280	0,181	0,110	0,069	0,056	0,073	0,119
		h_D	2,850	1,950	1,771	1,399	1,204	0,993	0,993	0,993	0,993
		ARL_{FC}	2,4	3,3	4,3	5,6	7,7	11,2	18,3	38,2	113,0
	1000	λ_D	0,502	0,369	0,259	0,171	0,106	0,063	0,043	0,045	0,069
		h_D	2,938	2,132	1,519	1,300	1,071	1,071	1,071	1,071	1,071
		ARL_{FC}	2,7	3,6	4,7	6,3	8,8	13,2	22,7	52,9	186,7
n=5	100	λ_D	0,797	0,616	0,462	0,336	0,237	0,166	0,123	0,107	0,118
		h_D	1,520	2,250	1,730	1,193	0,858	0,603	0,603	0,603	0,603
		ARL_{FC}	2,0	2,1	2,7	3,4	4,4	5,8	8,3	13,5	29,3
	250	λ_D	0,770	0,594	0,443	0,320	0,224	0,154	0,111	0,095	0,105
		h_D	2,278	2,278	1,165	1,270	1,008	0,866	0,710	0,710	0,710
		ARL_{FC}	2,0	2,4	3,2	4,1	5,4	7,4	11,2	20,4	53,9
	370	λ_D	0,707	0,546	0,409	0,297	0,208	0,144	0,104	0,087	0,095
		h_D	2,285	2,285	1,618	1,207	1,065	0,753	0,753	0,753	0,753
		ARL_{FC}	2,0	2,6	3,4	4,3	5,8	8,2	12,6	24,1	70,1
	500	λ_D	0,646	0,501	0,377	0,275	0,194	0,136	0,099	0,084	0,090
		h_D	2,270	2,270	1,546	1,259	0,948	0,948	0,778	0,778	0,778
		ARL_{FC}	2,0	2,7	3,5	4,5	6,1	8,6	13,5	26,9	81,8
	1000	λ_D	0,560	0,429	0,319	0,229	0,159	0,109	0,080	0,071	0,081
		h_D	2,311	1,985	1,522	1,366	1,031	0,844	0,844	0,844	0,844
		ARL_{FC}	2,2	2,9	3,8	5,0	6,9	9,9	16,2	35,8	136,9

Tabela 4.16 - Tabela resumo de decréscimos para $n=6$ e $n=7$.

			δ_D								
			0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
n=6	100	λ_D	0,967	0,793	0,638	0,504	0,389	0,294	0,219	0,164	0,129
		h_D	0,720	1,915	1,820	1,365	0,915	0,720	0,615	0,505	0,505
		ARL_{FC}	2,0	2,0	2,4	3,0	3,9	5,0	7,2	11,7	26,3
	250	λ_D	0,934	0,738	0,568	0,425	0,309	0,219	0,156	0,120	0,110
		h_D	1,600	2,138	1,600	1,180	0,961	0,726	0,593	0,593	0,593
		ARL_{FC}	2,0	2,1	2,8	3,5	4,6	6,3	9,4	16,5	44,8
	370	λ_D	0,885	0,694	0,528	0,389	0,275	0,187	0,125	0,089	0,079
		h_D	1,813	2,274	1,701	1,360	1,015	0,768	0,629	0,629	0,629
		ARL_{FC}	2,0	2,2	2,9	3,7	4,9	6,8	10,3	19,1	57,1
	500	λ_D	0,824	0,638	0,478	0,343	0,234	0,151	0,094	0,062	0,055
		h_D	2,133	2,250	1,655	1,181	0,933	0,800	0,654	0,654	0,654
		ARL_{FC}	2,0	2,3	3,0	3,9	5,2	7,3	11,2	21,4	68,8
	1000	λ_D	0,709	0,552	0,416	0,302	0,208	0,136	0,085	0,055	0,046
		h_D	2,199	2,199	1,540	1,281	1,010	0,707	0,707	0,707	0,707
		ARL_{FC}	2,0	2,5	3,3	4,2	5,7	8,2	13,1	26,8	103,8
n=7	100	λ_D	0,990	0,990	0,778	0,551	0,365	0,219	0,113	0,047	0,022
		h_D	1,913	1,913	1,562	1,202	0,912	0,665	0,460	0,314	0,253
		ARL_{FC}	1,0	1,0	1,2	1,7	2,4	3,4	5,2	8,5	19,1
	250	λ_D	0,990	0,990	0,719	0,492	0,311	0,177	0,091	0,050	0,057
		h_D	2,246	2,246	1,715	1,294	0,961	0,690	0,487	0,383	0,401
		ARL_{FC}	1,0	1,0	1,4	2,1	3,0	4,4	7,0	12,6	31,5
	370	λ_D	0,970	0,970	0,689	0,459	0,279	0,151	0,074	0,047	0,072
		h_D	2,341	2,341	1,757	1,305	0,952	0,668	0,471	0,397	0,466
		ARL_{FC}	1,0	1,0	1,5	2,2	3,2	4,9	7,8	14,4	38,4
	500	λ_D	0,923	0,923	0,660	0,444	0,275	0,153	0,078	0,050	0,069
		h_D	2,342	2,342	1,771	1,329	0,979	0,698	0,501	0,421	0,476
		ARL_{FC}	1,0	1,1	1,6	2,4	3,4	5,2	8,4	15,8	43,6
	1000	λ_D	0,825	0,825	0,576	0,375	0,221	0,116	0,057	0,046	0,083
		h_D	2,329	2,329	1,743	1,293	0,933	0,654	0,480	0,447	0,560
		ARL_{FC}	1,0	1,2	1,9	2,7	3,9	5,9	9,9	19,1	59,5

Tabela 4.17 - Tabela resumo de decréscimos para $n=8$ e $n=10$.

			δ_D								
			0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
n=8	100	λ_D	1,000	0,820	0,659	0,517	0,395	0,292	0,209	0,145	0,101
		h_D	0,385	1,500	1,578	1,285	0,933	0,563	0,478	0,385	0,385
		ARL_{FC}	2,0	2,0	2,1	2,5	3,2	4,2	5,8	9,3	20,7
	250	λ_D	0,955	0,786	0,632	0,495	0,373	0,268	0,178	0,104	0,047
		h_D	0,564	1,848	1,848	1,335	0,840	0,660	0,564	0,458	0,458
		ARL_{FC}	2,0	2,0	2,2	2,9	3,7	5,0	7,4	12,7	33,5
	370	λ_D	0,907	0,743	0,595	0,462	0,346	0,245	0,160	0,091	0,038
		h_D	0,700	1,772	1,865	1,237	0,885	0,700	0,486	0,486	0,486
		ARL_{FC}	2,0	2,0	2,3	3,0	3,9	5,4	8,1	14,3	41,3
	500	λ_D	0,880	0,720	0,575	0,445	0,330	0,230	0,146	0,076	0,022
		h_D	0,825	1,950	1,754	1,199	0,923	0,728	0,622	0,506	0,506
		ARL_{FC}	2,0	2,0	2,4	3,1	4,1	5,7	8,6	15,6	48,9
	1000	λ_D	0,853	0,691	0,546	0,416	0,303	0,205	0,124	0,058	0,009
		h_D	1,105	1,915	1,811	1,204	0,897	0,674	0,549	0,549	0,549
		ARL_{FC}	2,0	2,1	2,6	3,4	4,5	6,3	9,8	18,9	69,8
n=10	100	λ_D	0,990	0,895	0,785	0,672	0,556	0,437	0,314	0,187	0,058
		h_D	0,320	0,540	1,330	1,330	1,020	0,665	0,470	0,320	0,320
		ARL_{FC}	2,0	2,0	2,0	2,2	2,7	3,6	5,0	8,0	17,6
	250	λ_D	0,982	0,865	0,747	0,630	0,513	0,396	0,279	0,163	0,047
		h_D	0,381	0,913	1,630	1,410	0,913	0,703	0,472	0,381	0,381
		ARL_{FC}	2,0	2,0	2,0	2,4	3,2	4,2	6,2	10,5	27,7
	370	λ_D	0,953	0,822	0,695	0,573	0,456	0,343	0,235	0,131	0,032
		h_D	0,405	1,485	1,640	1,260	0,893	0,666	0,499	0,405	0,405
		ARL_{FC}	2,0	2,0	2,1	2,6	3,3	4,5	6,7	11,9	33,1
	500	λ_D	0,741	0,640	0,542	0,447	0,355	0,265	0,178	0,095	0,014
		h_D	0,520	1,550	1,720	1,313	1,004	0,693	0,520	0,422	0,422
		ARL_{FC}	2,0	2,0	2,1	2,7	3,5	4,8	7,1	12,7	38,0
	1000	λ_D	0,594	0,501	0,414	0,333	0,257	0,186	0,121	0,062	0,008
		h_D	0,565	1,781	1,873	1,344	1,007	0,750	0,565	0,458	0,458
		ARL_{FC}	2,0	2,0	2,2	2,9	3,8	5,2	8,1	14,9	51,9

Tabela 4.18 - Tabela resumo de decréscimos para $n=15$ e $n=20$.

			δ_D								
			0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
n=15	100	λ_D	0,990	0,990	0,990	0,990	0,777	0,539	0,334	0,164	0,028
		h_D	1,087	1,087	1,087	1,087	0,886	0,668	0,484	0,309	0,132
		ARL_{FC}	1,0	1,0	1,0	1,0	1,2	1,8	2,9	5,0	11,4
	250	λ_D	0,990	0,990	0,990	0,990	0,707	0,470	0,281	0,141	0,049
		h_D	1,264	1,264	1,264	1,264	0,951	0,705	0,507	0,335	0,198
		ARL_{FC}	1,0	1,0	1,0	1,0	1,4	2,2	3,6	6,7	17,2
	370	λ_D	0,943	0,943	0,943	0,943	0,653	0,420	0,244	0,126	0,064
		h_D	1,280	1,280	1,280	1,280	0,943	0,690	0,491	0,333	0,238
		ARL_{FC}	1,0	1,0	1,0	1,1	1,5	2,4	3,9	7,5	19,9
	500	λ_D	0,990	0,990	0,990	0,847	0,640	0,454	0,290	0,147	0,026
		h_D	1,389	1,389	1,389	1,214	0,965	0,755	0,567	0,379	0,181
		ARL_{FC}	1,0	1,0	1,0	1,1	1,6	2,5	4,2	8,0	22,1
	1000	λ_D	0,990	0,990	0,990	0,775	0,561	0,379	0,229	0,111	0,025
		h_D	1,511	1,511	1,511	1,222	0,948	0,726	0,532	0,353	0,198
		ARL_{FC}	1,0	1,0	1,0	1,2	1,9	2,8	4,7	9,4	27,4
n=20	100	λ_D	0,990	0,990	0,990	0,990	0,990	0,706	0,438	0,210	0,022
		h_D	0,900	0,900	0,900	0,900	0,900	0,679	0,479	0,296	0,096
		ARL_{FC}	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,4	2,3	4,2	9,5
	250	λ_D	0,990	0,990	0,990	0,990	0,816	0,614	0,414	0,216	0,020
		h_D	1,043	1,043	1,043	1,043	0,884	0,704	0,535	0,355	0,118
		ARL_{FC}	1,0	1,0	1,0	1,0	1,1	1,7	2,8	5,3	14,1
	370	λ_D	0,990	0,990	0,990	0,990	0,801	0,601	0,406	0,214	0,025
		h_D	1,102	1,102	1,102	1,102	0,917	0,730	0,557	0,373	0,137
		ARL_{FC}	1,0	1,0	1,0	1,0	1,2	1,9	3,1	5,9	16,2
	500	λ_D	0,990	0,990	0,990	0,990	0,777	0,553	0,356	0,185	0,042
		h_D	1,146	1,146	1,146	1,146	0,929	0,713	0,531	0,357	0,170
		ARL_{FC}	1,0	1,0	1,0	1,0	1,2	2,0	3,2	6,3	17,8
	1000	λ_D	0,990	0,990	0,990	0,990	0,731	0,500	0,309	0,156	0,044
		h_D	1,244	1,244	1,244	1,244	0,957	0,720	0,526	0,351	0,190
		ARL_{FC}	1,0	1,0	1,0	1,0	1,4	2,2	3,7	7,2	21,5

Capítulo 5 - **Software de Apoio à Implementação de Cartas de Controlo**

Como previamente enunciado, para além da determinação dos parâmetros das cartas de controlo $CUSUM-\ln(S^2)$ e $EWMA-\ln(S^2)$, a presente dissertação tem como objetivo a elaboração de um programa que sirva de repositório dos parâmetros calculados por Alves (2009), Afonso (2012), Nogueira (2015) e Cardoso (2016), assim como os determinados nesta dissertação (Capítulo 4, Anexo I e Anexo II).

A necessidade deste *software* provém de eventuais erros na interpolação dos ábacos desenvolvidos por Chang e Gan (1994, 1995), Crowder (1989) e Gan (1991). Nestes, a gama de valores considerados é elevada, no entanto, é desafiante aproximar o resultado, sem que se cometam erros. Além deste facto, a existência deste *software* permite agilizar a obtenção rápida e precisa dos parâmetros das cartas $CUSUM$ e $EWMA$ para o controlo da média e dispersão, considerando diversos cenários de ARL_{EC} e da alteração a detetar.

Por fim e como referido anteriormente, o *público-alvo* deste programa são os alunos do Mestrado Integrado em Engenharia e Gestão Industrial (MIEGI) da FCT/UNL, assim como profissionais da área da Qualidade que reconheçam valor com a implementação destas técnicas.

5.1 Funcionalidades

Inicialmente, o âmbito do *software* era o de conter apenas os valores obtidos pela investigação já realizada no âmbito de dissertações de mestrado realizadas na FCT/UNL, no entanto, revelou-se possível expandir tanto a gama de valores considerados das cartas, por meio de regressões polinomiais, assim como, os módulos considerados, dos dois originais, para quatro, são eles:

- Estatística $K-S$ – permite obter o valor crítico da estatística de *Kolmogorov-Smirnov*, em função da dimensão da amostra, para parâmetros conhecidos Miller (1956) e estimados Lilliefors (1967) (Anexo V);
- Cartas de controlo tradicionais – permite obter os coeficientes das cartas de controlo tradicionais de variáveis em função da dimensão da amostra para a Fase 1 e Fase 2 do SPC (Anexo IV);
- Cartas para controlo da média – permite obter, em função dos parâmetros do processo e da dimensão da amostra considerada, os valores de ARL_1 , k e h e λ e L para as cartas $CUSUM$ e $EWMA$, respetivamente, que são ótimos a detetar a mudança especificada (secção 4.2.1);
- Cartas para controlo da dispersão – permite obter, em função dos parâmetros do processo e da dimensão da amostra considerada, os valores de ARL_1 , k e h e λ e L para as cartas $CUSUM-\ln(S^2)$ e $EWMA-\ln(S^2)$, respetivamente, que são ótimos a detetar a alteração especificada (secção 4.1, Anexo I e Anexo II).

5.2 Estrutura do Software

Tendo em conta o grau de complexidade do *software* (médio-baixo), existem várias opções para a realização deste tipo de projeto. Foi selecionada a linguagem *Java*, devido à pouca complexidade (para a execução deste tipo de ferramentas) que apresenta e às inúmeras ferramentas gráficas para elaboração da interface com o utilizador.

5.2.1 Model View Controller (MVC)

MVC é uma metodologia de desenvolvimento e estruturação de *software*, que, para simplicidade de manipulação e interpretação de código, divide o funcionamento de um programa em três níveis *Model*, *View* e *Controller*:

- *Model* é o núcleo do programa; neste, os *inputs* são processados utilizando lógica interna e transformados em *outputs*;
- *View* é a representação da informação pedida ao programa e é percecionada pelo utilizador;
- *Controller* serve de intermediário entre o utilizador e o *Model*, fornecendo os *inputs* do primeiro ao segundo, de maneira perceptível para o segundo.

Esta metodologia foi implementada em todos os módulos do programa.

5.2.2 Java

Desenvolvido pela *Sun Microsystems* em 1992 e atualmente sob licença da *Oracle*, *Java* é uma linguagem de programação orientada por objetos. É uma das linguagens mais utilizadas no mundo, encontrada em todo o tipo de equipamentos que requeiram algum tipo de lógica interna. Como tal, possui vários tipos de *libraries* (ou pacotes) orientados para funções específicas. Uma delas é o *JavaFX*, que permite a elaboração de uma *GUI* (*Graphical User Interface* ou interface gráfica), facilitando o desenvolvimento de *Views* e a sua integração com *Controllers*.

Para um desenvolvimento ainda mais expedito utilizou-se o *Scene Builder*, que possibilita a criação de todo o código necessário para o funcionamento de uma *View*, simplesmente arrastando e largando os componentes necessários para a introdução e representação da informação.

5.2.3 Programação Orientada por Objetos (POO) e Estrutura do Software

POO é uma lógica de programação onde o conceito central são Objetos, com os mesmos Atributos, agrupados em Classes, a sua manipulação e interação. A mudança de valor dos Atributos é realizada através de Métodos.

É através destes conceitos que são realizadas as operações necessárias ao funcionamento deste software.

A estrutura é semelhante nos três níveis utilizados no *software* definidos, independentemente dos módulos. Apresenta-se de seguida a lógica utilizada (com recurso a BPMN 2.0 - *Object Management Group (OMG) (2011)*) para o módulo K-S (Figura 5.1).

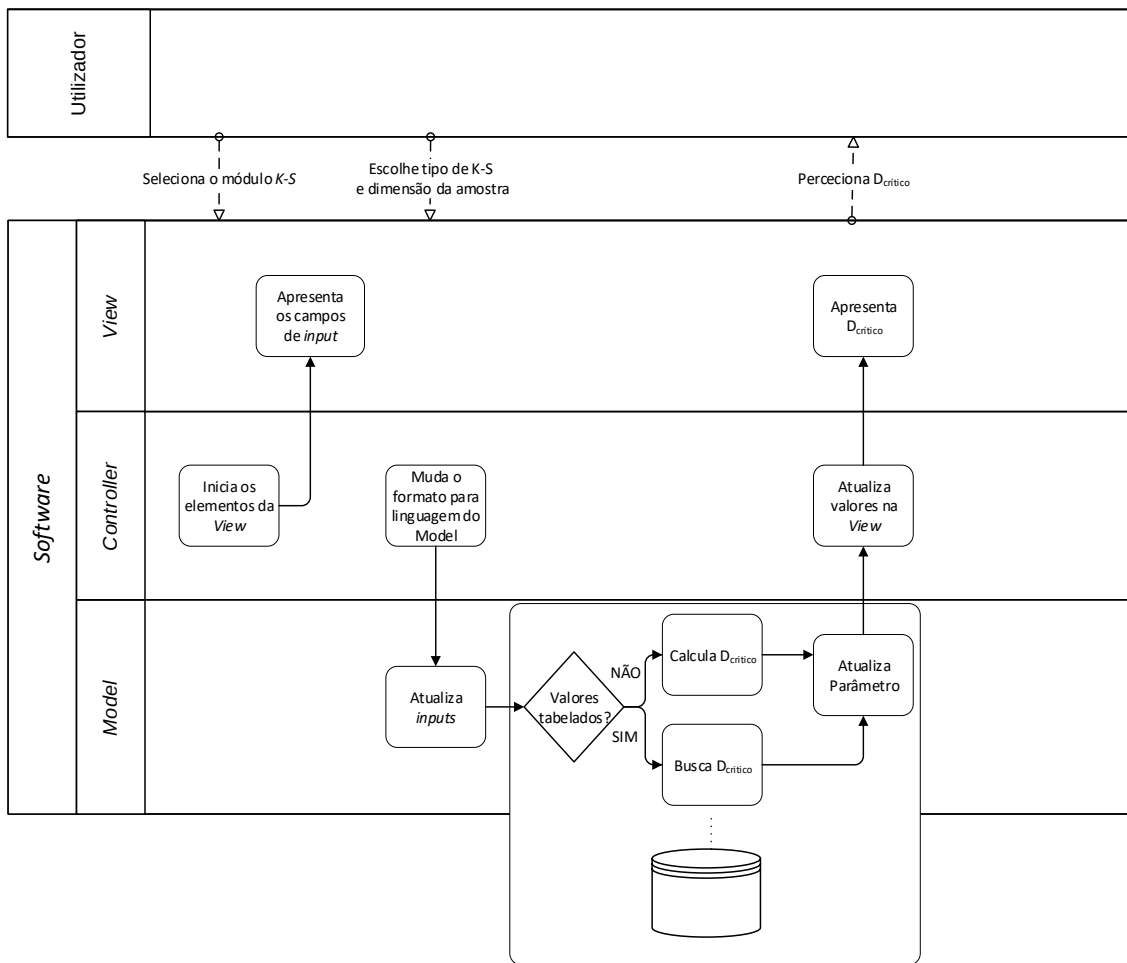


Figura 5.1 - Representação concetual do módulo K-S.

5.2.3.1 View

Esta é a *interface* gráfica, responsável pela representação da informação (Figura 5.2). Aqui, o utilizador fornece ao programa os *inputs* e aguarda pela resposta. Aplicados a este módulo, apresenta os seguintes campos de *input*: tipo de parâmetros (conhecidos ou estimados); a dimensão da amostra e o nível de significância.

Visto que as tabelas desenvolvidas para a obtenção do valor crítico não são totalmente concordantes nos níveis de α considerados, apresentam-se duas listas diferentes de escolha neste campo.

Este nível contém ainda dois campos de *output*, atualizados sempre que ocorre um novo pedido por parte do utilizador, são: D, valor crítico da estatística e "Erro", que aparece se houver um erro na introdução da dimensão da amostra.

Figura 5.2 - Representação da informação por meio de uma janela.

É de notar que os elementos gráficos aqui representados, por si só, servem apenas de representação, sendo que é o código do *Controller* que lhes atribui funcionalidade.

5.2.3.2 Controller

A função deste nível é recolher os *inputs* do utilizador e “passá-los” ao *Model*. Para que esta comunicação ocorra e para que o *output* pretendido chegue ao utilizador, são necessárias três funções:

- Atribuir funcionalidade aos elementos da *View*;
- Recolher o valor dos Atributos;
- Garantir a validade do valor dos Atributos e formatar o valor em linguagem que o *Model* possa interpretar.

Neste âmbito, a primeira função é conseguida através da identificação dos elementos gráficos presentes. Por outras palavras, define-se que a Classe *Controller* possui Atributos, cujos valores são alterados sempre que o utilizador interage com a *View*.

A segunda função é garantida por três Métodos. Dois atualizam os valores da lista de α em função do tipo de parâmetros selecionados e ao mesmo tempo registam o valor do Atributo que representa o tipo de parâmetro selecionado. O terceiro Método inicia quando o botão “Calcular” é pressionado e regista o valor dos Atributos dimensão da amostra e α .

A última função é executada pelo mesmo Método que inicia quando se pressiona o botão “Calcular”. Visto que o único Atributo passível de erros de introdução é a dimensão da amostra,

logo é o único cujo valor é analisado. Se for decimal e/ou negativo, o *output* “Erro” aparece e o programa fica suspenso à espera de um novo *input* válido.

Se a dimensão da amostra introduzida apresentar um formato válido, todos os valores dos Atributos pertinentes são formatados para o tipo de *input* que o *Model* recebe, onde é criado um (único) Objeto KS. Este nível fica então à espera que o *Model* retorne o valor de D, sendo atualizado o valor de “D=” representado na *View*.

5.2.3.3 Model

Visto que este nível serve apenas para retornar dados, foi definido apenas um Objeto. Como apenas interessa saber o valor de D, este é o único Atributo desta classe, que é atualizado sempre que o utilizador fornece um novo *input*. Esta abordagem simplifica consideravelmente o programa e permite uma execução mais rápida do mesmo. Após receber os parâmetros do *Controller*, este nível analisa qual o tipo de parâmetros e o valor da dimensão da amostra. Se a dimensão da amostra não se encontrar tabelada para o tipo de parâmetros selecionado, é efetuado o cálculo de D, utilizando as fórmulas dadas por cada autor, atualizando o valor do Atributo D. Se por outro lado, estiverem tabuladas, o seu valor é devolvido atualizando o valor do Atributo D.

5.2.4 Armazenamento e Recolha de Dados

Para que a sua consulta seja rápida e não ocorram alterações, é necessário armazenar os dados num local que não seja perturbável pelo funcionamento normal do *software*, definindo meios previsíveis e que não contaminem a informação, para lhes aceder.

Quanto à estrutura, foram utilizados dois tipos de dados:

- Dados em memória – provenientes das tabelas resumo da secção 4.3;
- Dados gerados – provenientes das aproximações dadas no Capítulo 4, nos Anexos I e II, para os parâmetros das cartas de controlo da média, dispersão e tradicionais, assim como para o valor crítico de *K-S*.

O primeiro tipo de dados encontra-se guardado em ficheiros *.txt*, lidos pelo programa linha a linha e de seguida separado por colunas, para que os valores copiados sejam devolvidos ao respetivo parâmetro. O módulo que copia os parâmetros dos respetivos ficheiros apenas lê a informação, sendo impossível a alteração de valores.

O segundo tipo de dados é gerado pelas aproximações obtidas, no mesmo módulo que recolhe os dados do primeiro tipo, devolvendo dados que não estão tabelados.

5.3 Manual do Utilizador

A utilização do *software* é simples e intuitiva, servindo esta secção para demonstrar o funcionamento dos módulos, assim como as gamas de valores considerados.

Ao iniciar o *software*, é apresentada a janela de introdução da senha, que será disponibilizada. A senha é um valor numérico, atualizado todos os meses. Para submeter a senha, introduz-se o valor correspondente e pressiona-se o botão “Autenticar”. A introdução incorreta da mesma apresenta a mensagem de erro: “Senha Inválida”.

Se a senha for válida, o programa apresenta o Menu (Figura 5.3). Este contém todos os módulos disponíveis. Como referido anteriormente, o programa contém quatro módulos. O módulo para obtenção de parâmetros das cartas *CUSUM* e *EWMA* para a média denomina-se “Média”, para a obtenção de parâmetros para das cartas *CUSUM* e *EWMA* para a dispersão o módulo intitula-se “Dispersão”, “Cartas Shewhart” para a obtenção dos coeficientes das cartas de Shewhart e finalmente, para a obtenção do valor crítico da estatística de Kolmogorov-Smirnov o módulo intitula-se “K-S”.

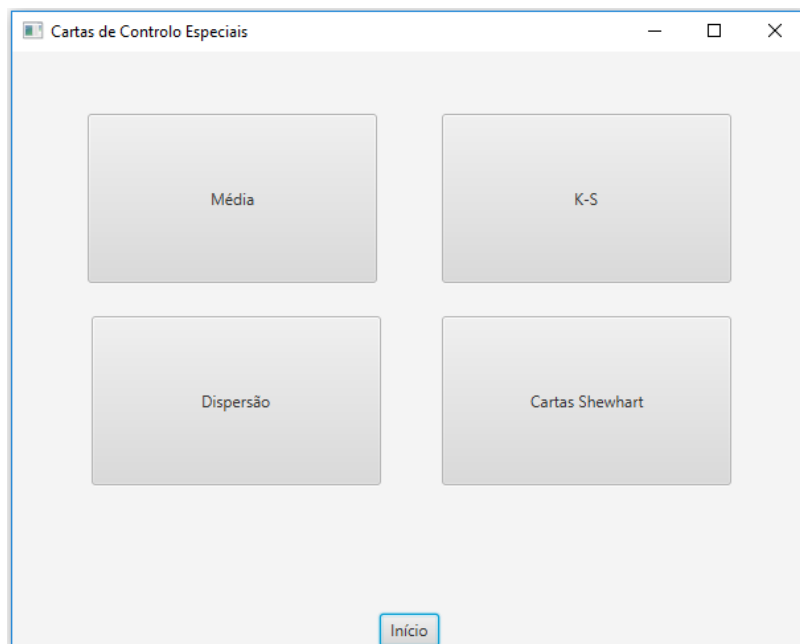


Figura 5.3 - Menu.

Presente em todos os módulos encontra-se o botão “Início”, no fim da janela, que retorna o Menu ao utilizador.

5.3.1 Controlo da Média

No módulo “Média” (Figura 5.4 e Figura 5.5), são apresentados 4 campos onde a inserção de valores é livre, à exceção do campo “n=”, todos os valores podem ser introduzidos com um

número livre de casas decimais (a dimensão da amostra é número inteiro), separadas por pontos ou vírgulas. A introdução de valores impossíveis ($\sigma_0 \leq 0$, $n \leq 0$), produz uma mensagem de erro. Após a introdução de valores, seleciona-se ARL_0 carregando no botão à frente deste campo, mostrando a gama de valores para os quais existem dados (100, 250, 370, 500 e 1000). Para obter os parâmetros correspondentes ao cenário introduzido, pressiona-se calcular. Se os *inputs* forem válidos, são apresentados os valores correspondentes a cada carta, por baixo das mesmas, assim como o ARL_1 (se disponível) para a combinação apresentada. Dentro da caixa branca, são apresentados Δ - alteração para a média do processo e δ - alteração normalizada da média do processo (em número de desvios padrão da estatística em controlo). O primeiro é apresentado com o número de casas decimais introduzidos nos parâmetros das médias e o segundo é arredondado às centésimas, sendo este o número de algarismos significativos considerado para o cálculo dos parâmetros das cartas.

Figura 5.4 - Módulo "Média".

Se o valor de ARL_1 apresentado for "N/A", significa que os parâmetros de ambas as cartas são provenientes das aproximações realizadas, não tendo sido estudado o ARL_1 da combinação. Embora não seja exatamente o mesmo, o utilizador pode ter uma noção do valor real de ARL_1 , obtendo os parâmetros correspondentes a um δ superior e a um δ inferior para os quais ARL_1 tenham sido calculados, obtendo, para todos os efeitos, um intervalo de ARL .

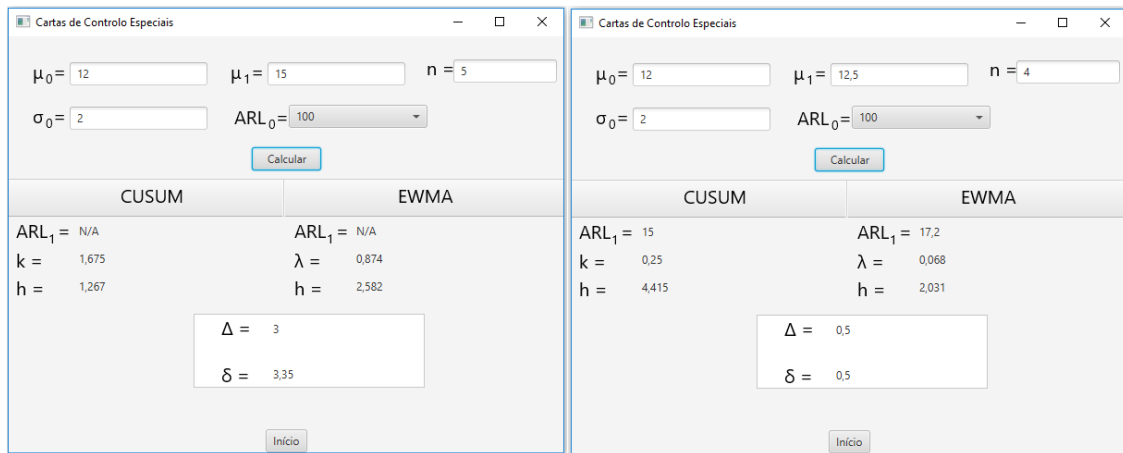


Figura 5.5 - Outputs do módulo "Média".

Embora, para $\delta < 0,2$ o valor de k seja ligeiramente superior a $\delta/2$ (Gan (1991)), no *software* é utilizado $\delta/2$ para todos os δ , não se incorrendo num erro significativo.

5.3.1.1 Valores admissíveis de δ

Devido ao intervalo para os quais δ foi simulado, $[0,25; 3]$ para a carta *CUSUM* e $[0,25; 4]$ para a carta *EWMA*, escolheu-se manter o limite superior de δ , recorrendo-se a aproximações para todos os valores entre $\delta = [0,25; 3]$ para a carta *CUSUM* e $\delta = [0,25; 4]$ para a carta *EWMA*. Fora deste intervalo, os parâmetros disponibilizados são os de 0,25 ou 4, consoante sejam menores que 0,25 ou maiores que 4, sendo o utilizador alertado para tal, através de uma mensagem na interface.

5.3.2 Controlo da Dispersão

No módulo "Dispersão" (Figura 5.6 - Outputs do módulo "Dispersão"), são apresentados dois campos de inserção livre e duas caixas de escolha. Os campos de inserção livre correspondem ao valor do desvio padrão quando o processo está em controlo e ao valor do desvio padrão fora de controlo. As duas caixas de escolha correspondem aos valores da dimensão da amostra n e de ARL_0 , para os quais estão disponíveis parâmetros. A introdução de valores impossíveis para o desvio padrão despoleta mensagens de erro.

Após a introdução de valores e da seleção de n e ARL_0 (pressionando nos botões em frente de cada um e selecionando os desejados com um clique), pressiona-se o botão calcular. Se os *inputs* forem válidos, são apresentados os valores correspondentes a cada carta, por baixo das mesmas, assim como o ARL_1 (se disponível) para a combinação apresentada. Na metade superior do ecrã, é mostrado ao utilizador o valor de δ correspondente aos valores do desvio padrão inseridos.

Uma vez mais, se o valor de ARL_1 apresentado for “N/A”, significa que os parâmetros de ambas as cartas são provenientes das aproximações realizadas, não tendo sido estudado o ARL_1 da combinação. Embora não seja exatamente o mesmo, o utilizador pode ter uma noção da dimensão de ARL_1 , obtendo os parâmetros correspondentes a um δ superior e a um δ inferior para os quais ARL_1 tenham sido calculados, obtendo, para todos os efeitos, um intervalo de ARL .

Cartas de Controlo Especiais	
$\sigma_0 =$ 12	$\sigma_1 =$ 14.4
$n =$ 4	$ARL_0 =$ 100
$\delta =$ 1,2	
Calcular	
CUSUM - $\ln(s^2)$	EWMA - $\ln(s^2)$
$ARL_1 =$ 16,183	$ARL_1 =$ 15,764
$k =$ 0,181	$\lambda =$ 0,185
$h =$ 2,188	$h =$ 0,12
Início	

Figura 5.6 - Outputs do módulo "Dispersão".

5.3.2.1 Valores admissíveis de δ

Devido ao intervalo para os quais δ foi simulado, $[0,1; 0,9]$, para decréscimos e $[1,1; 2]$ para aumentos, limitou-se o *software* a estes intervalos. Embora o número de casas decimais admitidas na inserção dos desvios padrão, o programa trabalha apenas com duas casas decimais para os cálculos de $\lambda(\delta)$ e $k(\delta)$, arredondando o valor de δ à segunda casa decimal.

5.3.3 Cartas de Shewhart

No módulo “Cartas Shewhart” (Figura 5.7), são apresentados três botões: “ $\bar{X}/R$ ”, “ $\bar{X}/S$ ”, “ X/MR ”. É apresentada uma caixa de texto, para a introdução da dimensão da amostra.

Para retornar os parâmetros, deve-se clicar no tipo de carta pretendido e introduzir a dimensão da amostra, pressionando o botão calcular. A introdução de valores impossíveis para a dimensão da amostra despoleta uma mensagem de erro.

São apresentados os coeficientes em função da dimensão da amostra, retirados de Pereira e Requeijo (2012), para a construção da carta selecionada para a Fase 1 e 2. Os coeficientes encontram-se organizados alfabeticamente.

Os valores admissíveis de n situam-se entre 2 e 25 para as cartas $\bar{X}/R$ e X/MR , isto porque, estas cartas necessitam de n pelo menos 2 e para n elevados, estas estatísticas não são ótimas, pois baseiam-se em estimações da dispersão menos ótimas que a de S (desvio padrão amostral). A carta $\bar{X}/S$ encontra-se limitada inferiormente por $n = 2$ e não tem limite superior, sendo que, para valores superiores a $n = 25$ o valor dos parâmetros é estimado.

Cartas de Controlo Especiais

☐ $\bar{X}/R$
☒ $\bar{X}/S$
☐ X/MR

$n =$

A= 0,671
A3= 0,680
c4= 0,9869
B3= 0,510

B4= 1,490
B5= 0,504
B6= 1,470

Figura 5.7 - Módulo "Cartas de Shewhart"

5.3.4 Teste K-S

No módulo "K-S" são apresentados dois botões: "Parâmetros Conhecidos" e "Parâmetros Estimados". Uma caixa de texto correspondente à dimensão da amostra pretendida e uma caixa de escolha para o valor do nível de significância do teste (Figura 5.8).

The figure shows two side-by-side windows of the 'Cartas de Controle Especiais' software. Both windows have a title bar with the text 'Cartas de Controle Especiais' and standard window controls. The left window has the 'Parâmetros conhecidos' radio button selected. It contains input fields for 'n' (labeled 'Dimensão da amostra') and 'α', a 'Calcular' button, and a display area for 'D='. The right window has the 'Parâmetros estimados' radio button selected. It shows 'n' as 25 and 'α' as 0,05. The 'Calcular' button is highlighted in blue, and the display area shows 'D=0,264'. Both windows include a small text block at the bottom with references to Miller (1956) and Lilliefors (1967), and a 'Início' button at the very bottom.

Figura 5.8 - Módulo "K-S".

Para retornar o valor da estatística, deve ser selecionado primeiro o tipo de parâmetros, visto que a lista de valores de α só é disponibilizada quando o tipo de parâmetros é selecionado. De seguida, pode-se selecionar o valor de α desejado. A dimensão da amostra pode ser introduzida em qualquer altura. Ao pressionar o botão “Calcular” é apresentado o valor crítico da estatística de Kolmogorov-Smirnov, para os parâmetros desejados.

A introdução de uma dimensão da amostra inválida despoleta uma mensagem de erro.

Para parâmetros conhecidos, a dimensão da amostra é limitada inferiormente por 1 e apresenta $\alpha = \{0,2; 0,1; 0,05; 0,02; 0,01\}$. Para dimensões da amostra superiores a 40, o valor da estatística é dado pelas aproximações disponibilizadas pelo autor.

Para parâmetros estimados, a dimensão da amostra é limitada inferiormente por 4 e apresenta $\alpha = \{0,2; 0,15; 0,1; 0,05; 0,01\}$. Para dimensões da amostra superiores a 30, o valor da estatística é dado pelas aproximações disponibilizadas pelo autor.

Os valores da estatística e respetivas aproximações são retirados de Miller (1956) e Lilliefors (1967) para parâmetros conhecidos e parâmetros estimados, respetivamente.

Capítulo 6 - Conclusões

Esta dissertação teve como objetivos a determinação de parâmetros das cartas $CUSUM-\ln(S^2)$ e $EWMA-\ln(S^2)$, aumentando os cenários de controlo disponíveis obtidos pelos trabalhos de Alves (2009), Afonso (2012), Nogueira (2015) e Cardoso (2016). Além da determinação dos parâmetros das cartas não contemplados pelas investigações anteriores, foi realizado o desenvolvimento de um *software*, com o intuito de agilizar a aplicação das cartas de controlo tanto tradicionais como especiais ($CUSUM$ e $EWMA$).

Comparando os resultados obtidos com os dos autores de referência, Anexo III.2 e III.4, constata-se a semelhança nos resultados obtidos:

- Carta $CUSUM-\ln(S^2)$: os resultados bastante próximos dos resultados obtidos pelos autores no Anexo III.2, as combinações (k, h) e ARL_1 que produzem, assim como a presença de “patamares”, a partir dos quais os valores ótimos da carta se mantêm constantes;
- Carta $EWMA-\ln(S^2)$: embora os autores de referência tenham estudado apenas o caso para $n = 5$, o comportamento das curvas obtidas é semelhante aos de dissertações anteriores, assim como ao dos autores de referência.

Conclui-se assim que o presente projeto de dissertação respondeu com sucesso aos objetivos delineados, constituindo-se a ferramenta computacional de suporte ao controlo estatístico como uma ferramenta eficiente na obtenção dos parâmetros da carta de controlo considerada para estudo, sendo esta capaz de gerar resultados válidos para um vasto conjunto de cenários.

Recomenda-se, para trabalhos futuros, a expansão do programa desenvolvido, através da incorporação de novas cartas e conceitos no mesmo, com o intuito de especializar o *software* no controlo estatístico da Fase 2. Ainda relativamente às cartas de controlo consideradas nesta dissertação, sugere-se o estudo de outros valores de $ARL(EC)$ e outras dimensões de amostra que não foram estudados.

Para tal, recomenda-se o desenvolvimento e a incorporação de estudos acerca da distribuição de RL , especialmente das cartas tratadas pelo conjunto de autores (pois são mais utilizadas em contexto industrial), tendo em vista o desenvolvimento de métricas que atenuem o efeito da variância elevada destas distribuições, permitindo que o utilizador do programa possa tomar a decisão de que esquema escolher mais conscientemente. Tal procedimento permitiria alinhar os trabalhos desenvolvidos com os que são realizados atualmente na área teórica da Qualidade.

Para o desenvolvimento de simulações futuras, recomenda-se a reestruturação do algoritmo utilizado no que concerne ao intervalo de parâmetros considerados. Para tal, recomenda-se a incorporação de uma Fase 4, de conceito semelhante ao da Fase 2 e que utilizaria as aproximações realizadas aos ábacos resultantes da Fase 2 para a geração dos gráficos dos parâmetros em função de δ . Tal procedimento, requer um tempo ligeiramente mais elevado de simulação, no entanto, permitiria valores de R^2 superiores aos obtidos e uma compreensão mais ampla do comportamento das curvas.

Referências Bibliográficas

- Afonso, R. F. da C. (2012). *Determinação de parâmetros da carta de controlo CUSUM-In(S2) através de ferramenta computacional de suporte ao controlo estatístico*. Faculdade de Ciências e Tecnologias da Universidade Nova de Lisboa.
- Alves, Y. M. C. (2009). *Determinação de Parâmetros de Cartas de Controlo Estatístico Usando Ferramentas Computacionais Específicas*. Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa.
- Aroian, L. A., & Levene, H. (1950). The Effectiveness of Quality Control Charts. *Journal of the American Statistical Association*, 45(252), 520–529.
<https://doi.org/10.1080/01621459.1950.10501143>
- Barnard, G. A. (1959). Control Charts and Stochastic Processes. *Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological)*, 21(2), 239–271.
- Box, G E P; Hunter, J S; Hunter, W. G. (2005). Statistics for Experimenters: design, innovation, and discovery. *John Wiley & Sons, Inc.* <https://doi.org/10.1017/CBO9781107415324.004>
- Brook, D., & Evans, D. A. (1972). An Approach to the Probability Distribution of Cusum Run Length, 59(3), 539–549.
- Cardoso, R. B. (2016). *Determinação de parâmetros das cartas de controlo CUSUM e CUSUM-In(S2) com recurso a ferramentas computacionais*.
- Chang, T. C., & Gan, F. F. (1994). Optimal designs of one-sided EWMA charts for monitoring a process variance. *Journal of Statistical Computation and Simulation*, 49(1–2), 33–48.
<https://doi.org/10.1080/00949659408811559>
- Chang, T. C., & Gan, F. F. (1995). A Cumulative Sum Control Chart for Monitoring Process Variance. *Journal of Quality Technology*, 27(2), 109–119.
- Crathorne, A. R., & Shewhart, W. A. (1931). *Economic Control of Quality of Manufactured Product*. D. Van Nostrand Company, Inc. <https://doi.org/10.2307/2301530>
- Crosby, P. (1979). Quality is Free. *ISA Transactions*.
<https://doi.org/10.1108/09544789210034356>
- Crowder, S. V. (1987). A simple method for studying run – length distributions of exponentially weighted moving average charts. *Technometrics*.
<https://doi.org/10.1080/00401706.1987.10488267>
- Crowder, S. V. (1989). Design of Exponentially Weighted Moving Average Schemes. *Journal of Quality Technology*.
- Crowder, S. V., & Hamilton, M. (1992). An EWMA for Monitoring a Process Standard Deviation. *Journal of Quality Technology*, 24, 12–21.

- Deming, E. (1986). *Out of the Crisis*. The MIT Press, Cambridge, Massachusetts.
- Gan, F. F. (1991). An Optimal Design of CUSUM Quality Control Charts. *Journal of Quality Technology*, 23(4), 279–286.
- Hawkins, D. M., & Olwell, D. H. (1998). *Cumulative Sum Charts and Charting for Quality Improvement*. <https://doi.org/10.1007/978-1-4612-1686-5>
- Jones-Farmer, L. A., Woodall, W. H., Steiner, S. H., & Champ, C. W. (2014). An Overview of Phase I Analysis for Process Improvement and Monitoring. *Journal of Quality Technology*, 46(3). <https://doi.org/10.1080/00224065.2014.11917969>
- Juran, J. M., & Godfrey, A. B. (1998). *Juran's Quality Handbook*. McGrawHill. <https://doi.org/10.1108/09684879310045286>
- Kemp, K. . W. . (1961). The Average Run Length of the Cumulative Sum Chart when a V-Mask is used. *Journal of the Royal Statistical Society . Series B (Methodological)*, 23(1), 149–153.
- Lilliefors, H. (1967). On the Kolmogorov-Smirnov test for normality with mean and variance unknown. *Journal of the American Statistical Association*.
- Lucas, J. M. . (1976). The Design and Use of V-Mask Control Schemes. *Journal of Quality Technology*, (8), 1–12.
- Lucas, J. M., & Saccucci, M. S. (1990). Exponentially weighted moving average control schemes: Properties and enhancements. *Technometrics*, 32(1), 1–12. <https://doi.org/10.1080/00401706.1990.10484583>
- Miller, L. H. (1956). Table of Percentage Points of Kolmogorov Statistics. *Journal of the American Statistical Association*. <https://doi.org/10.1080/01621459.1956.10501314>
- Montgomery, D. (2009). *Introduction to statistical quality control*. John Wiley & Sons Inc. [https://doi.org/10.1002/1521-3773\(20010316\)40:6<9823::AID-ANIE9823>3.3.CO;2-C](https://doi.org/10.1002/1521-3773(20010316)40:6<9823::AID-ANIE9823>3.3.CO;2-C)
- Ng, C. H., & Case, K. E. (1989). Development and Evaluation of Control Charts Using Exponentially Weughted Moving Averages. *Journal of Quality Technology*, 21, 242–250.
- Nogueira, M. L. M. P. (2015). *Determinação dos Parâmetros da Carta de Controlo EWMA-In (S 2) com Recurso a Ferramenta Computacional*. Faculdade de Ciências e Tecnologia – UNL.
- Oakland, J. (2008). *Statistical Process Control* (6ª). Butterworth-Heinemann.
- Object Management Group (OMG). (2011). Business Process Model and Notation (BPMN) Version 2.0. *Business*, 50(January), 170. <https://doi.org/10.1007/s11576-008-0096-z>
- Page, E. S. (1954). Continuous Inspection Schemes. *Oxford University Press*, 41(1), 100–115.
- Pereira, Z. L., & Requeijo, J. G. (2012). *Qualidade: Planeamento e Controlo Estatístico de Processos*. FFCT.

- Roberts, S. W. (1959). Control Chart Tests Based on Geometric Moving Averages.
Technometrics 1, 1(3), 239–250. <https://doi.org/10.1080/00401706.1959.10489860>
- Siegmund, D. (1985). *Sequential Analysis: Tests and Confidence Intervals*. Springer-Verlag.
<https://doi.org/10.1007/978-1-4757-1862-1>
- Wadsworth, H. M., Stephens, K. S., Godfrey, A. B. (1986). *Modern Methods for Quality Control and Improvement*. Wiley.

Anexo I - Resultados das Simulações

I.1 CUSUM- $\ln(S^2)$, $n = 10$

I.1.1 Aumentos

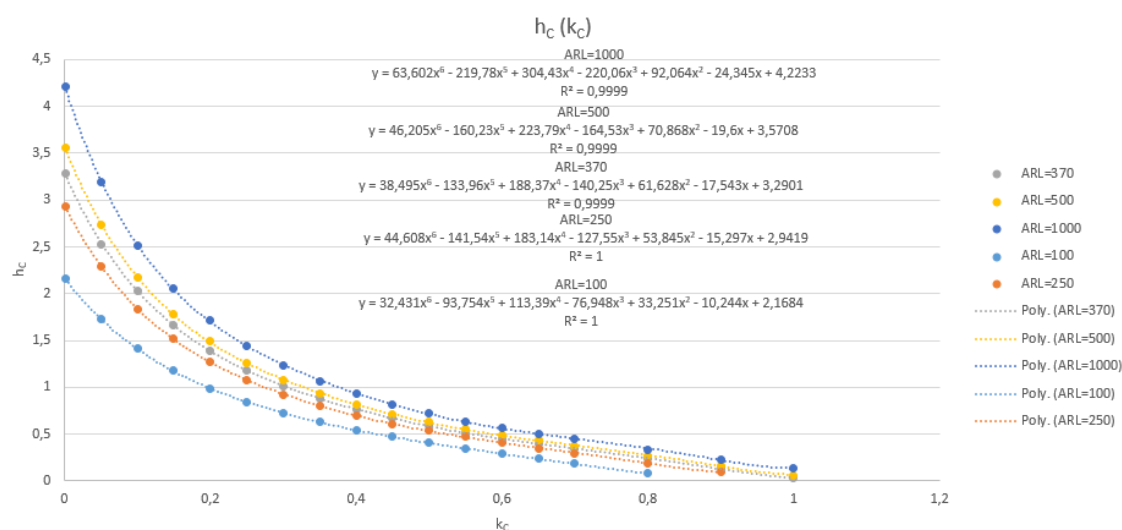


Figura I.1 – Ábaco de $h_c(k_c)$ para ARL_{EC} e detecção de aumentos na dispersão, com $n=10$.

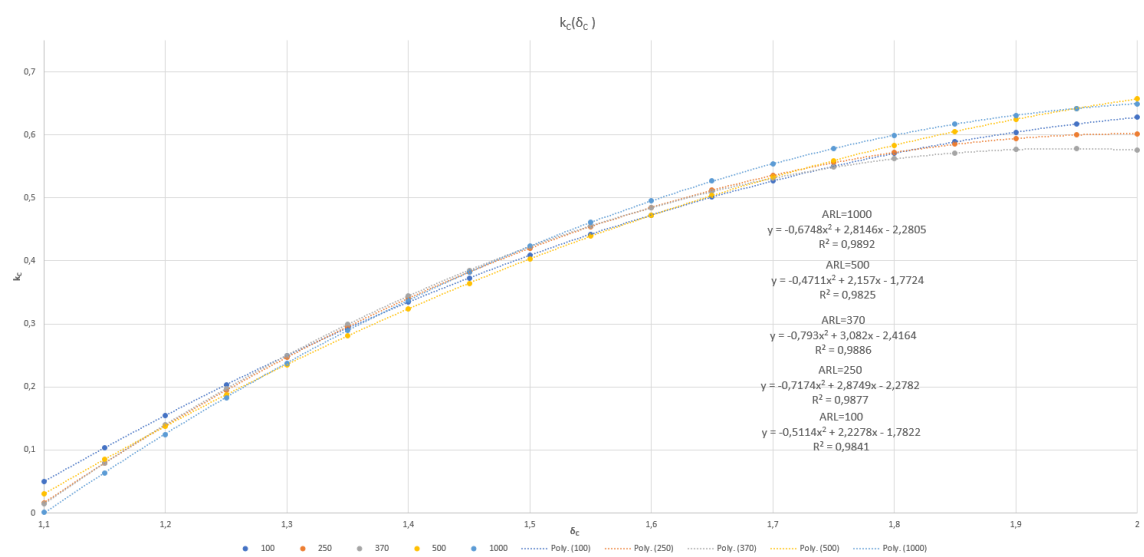


Figura I.2 – Ábaco de $k_c(\delta_c)$ para ARL_{EC} e detecção de aumentos na dispersão, com $n=10$.

I.1.2 Decréscimos

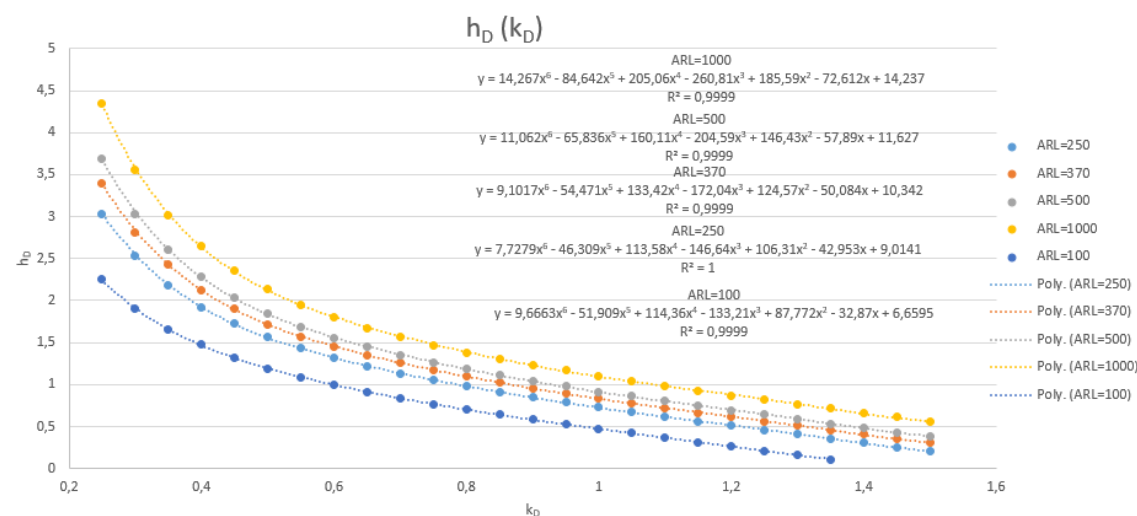


Figura I.3 - Ábaco de $h_D(k_D)$ para ARL_{EC} e deteção de decréscimos na dispersão, com $n=10$.

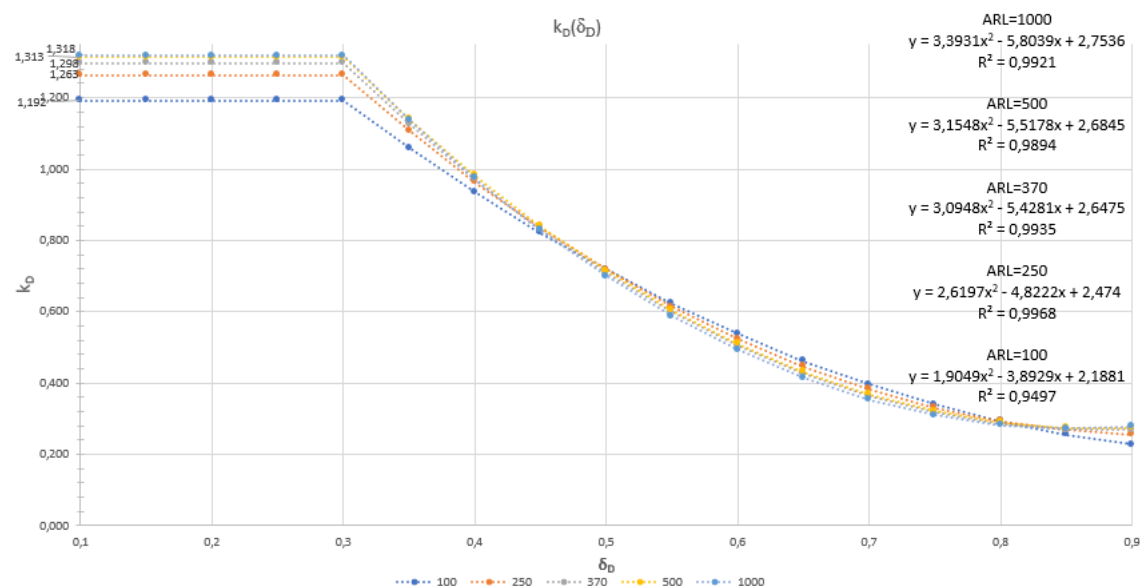


Figura I.4 - Ábaco de $k_D(\delta_D)$ para ARL_{EC} e deteção de decréscimos na dispersão, com $n=10$.

I.2CUSUM- $\ln(S^2)$, $n = 20$

I.2.1 Aumentos

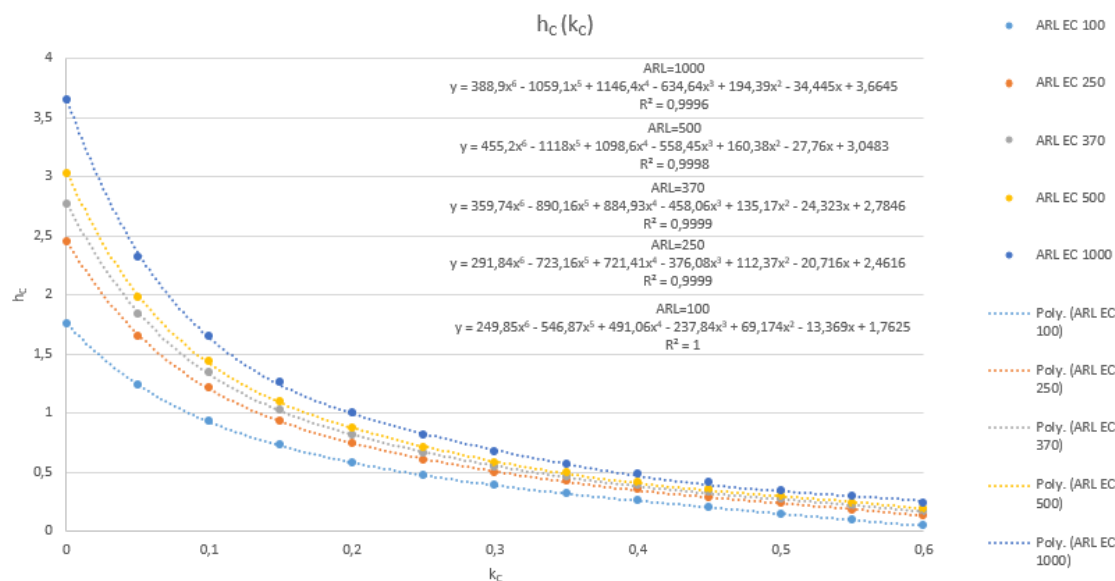


Figura I.5 - Ábaco de $h_c(k_c)$ para ARL_{EC} e detecção de aumentos na dispersão, com $n=20$.

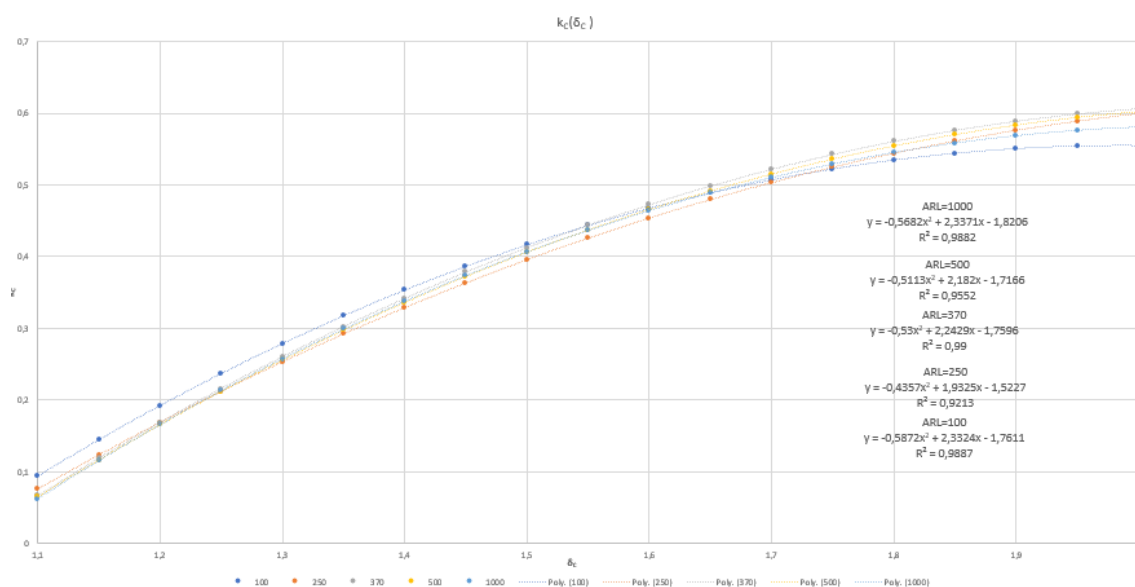


Figura I.6 - Ábaco de $k_c(\delta_c)$ para ARL_{EC} e detecção de aumentos na dispersão, com $n=20$.

I.2.2 Decréscimos

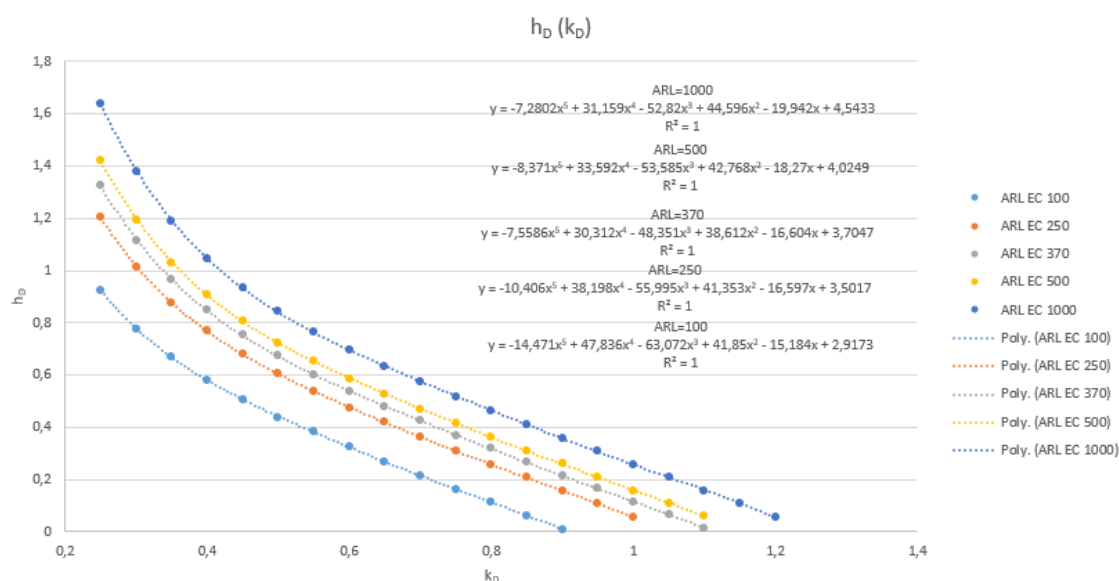


Figura I.7 - Ábaco de $h_D(k_D)$ para ARL_{EC} e detecção de decréscimos na dispersão, com $n=20$.

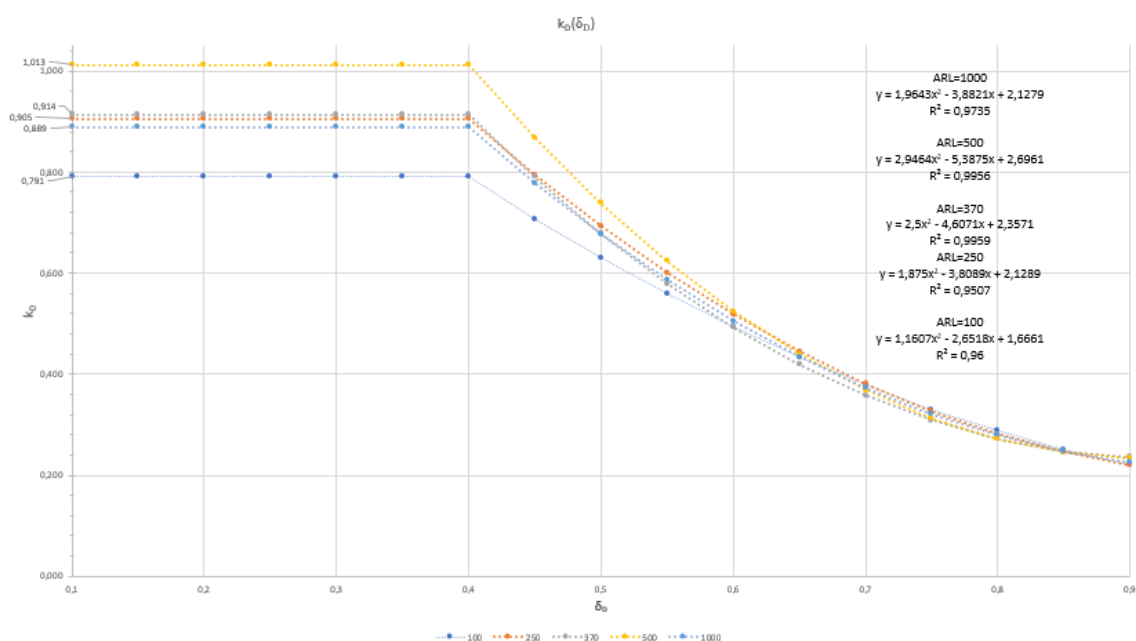
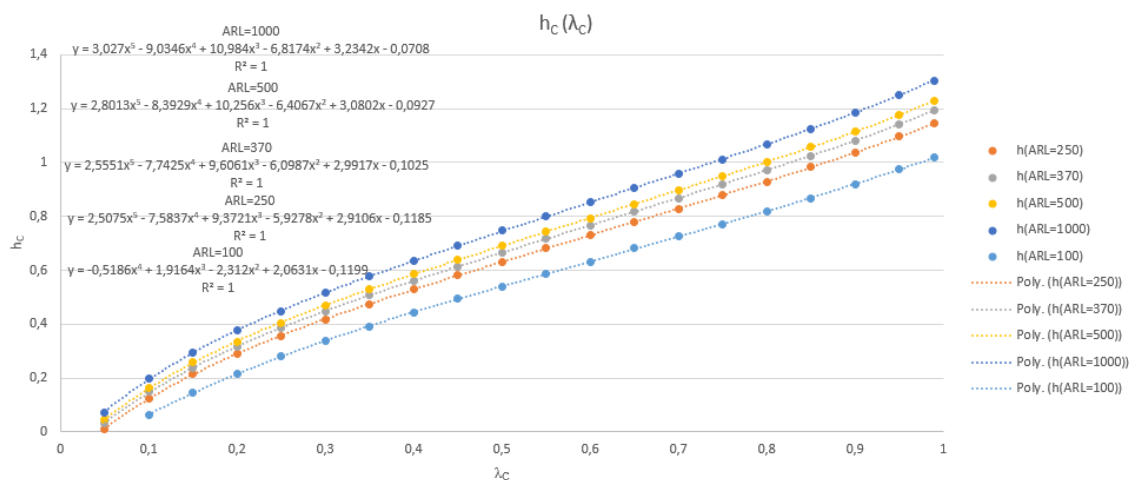
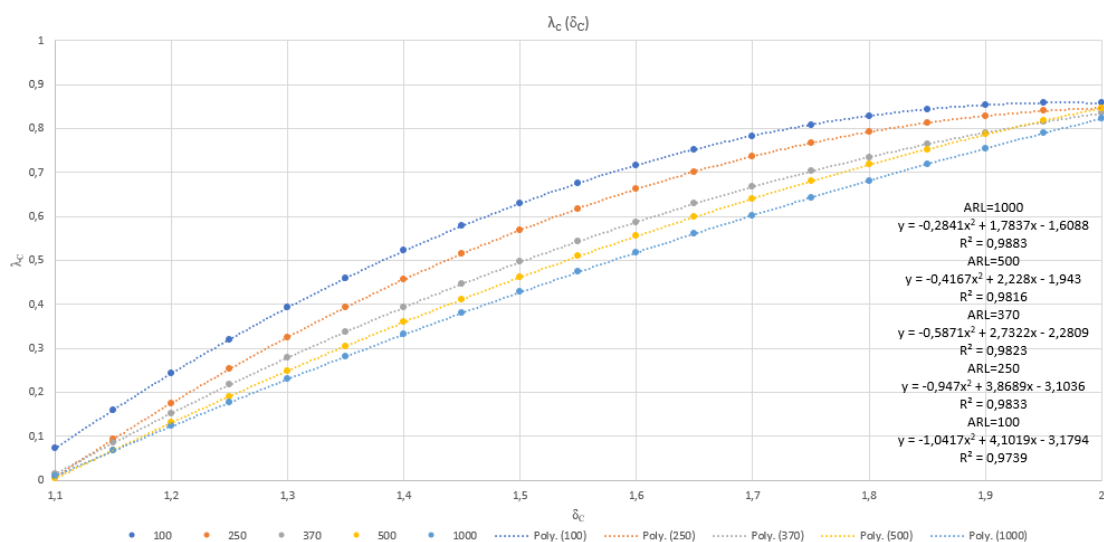


Figura I.8 - Ábaco de $k_D(\delta_D)$ para ARL_{EC} e detecção de decréscimos na dispersão, com $n=20$.

I.3EWMA- $\ln(S^2)$, $n = 7$

I.3.1 Aumentos

Figura I.9 - Ábaco de $h_C(\lambda_C)$ para ARL_{EC} e deteção de aumentos na dispersão, com $n=7$.Figura I.10 - Ábaco de $\lambda_C(\delta_C)$ para ARL_{EC} e deteção de aumentos na dispersão, com $n=7$.

I.3.2 Decréscimos

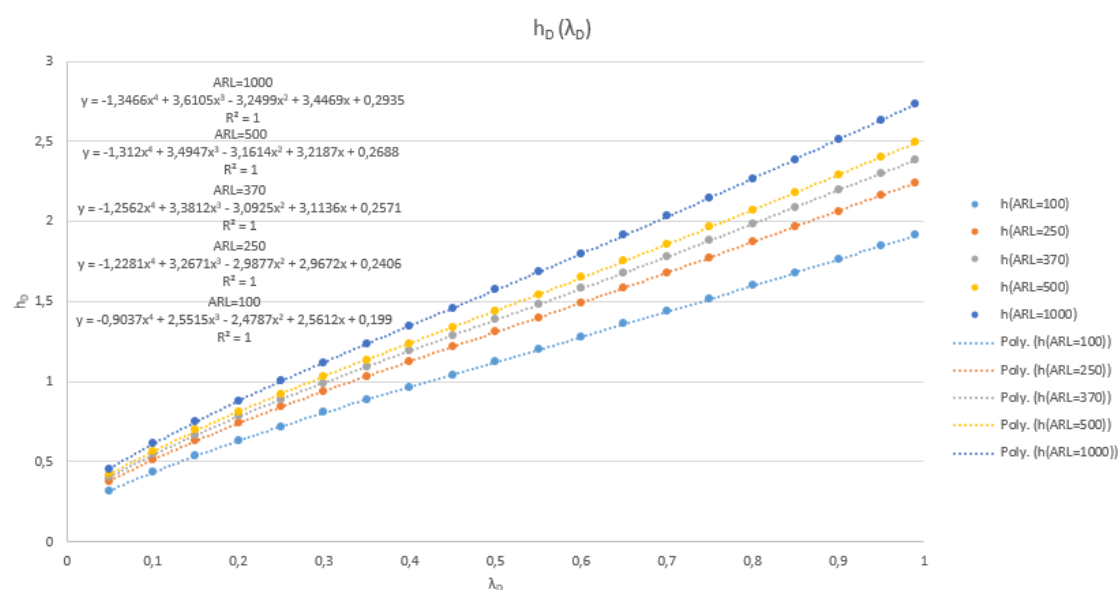


Figura I.11 - Ábaco de $h_D(\lambda_D)$ para ARL_{EC} e deteção de decréscimos na dispersão, com $n=7$.

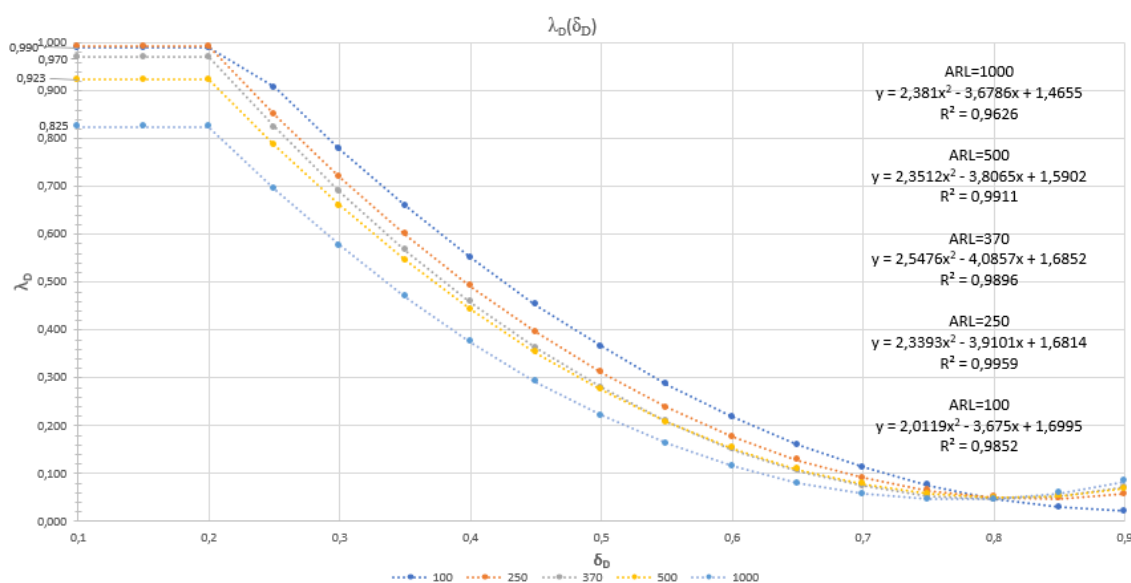


Figura I.12 - Ábaco de $\lambda_D(\delta_D)$ para ARL_{EC} e deteção de decréscimos na dispersão, com $n=7$.

I.4EWMA- $\ln(S^2)$, $n = 20$

I.4.1 Aumentos

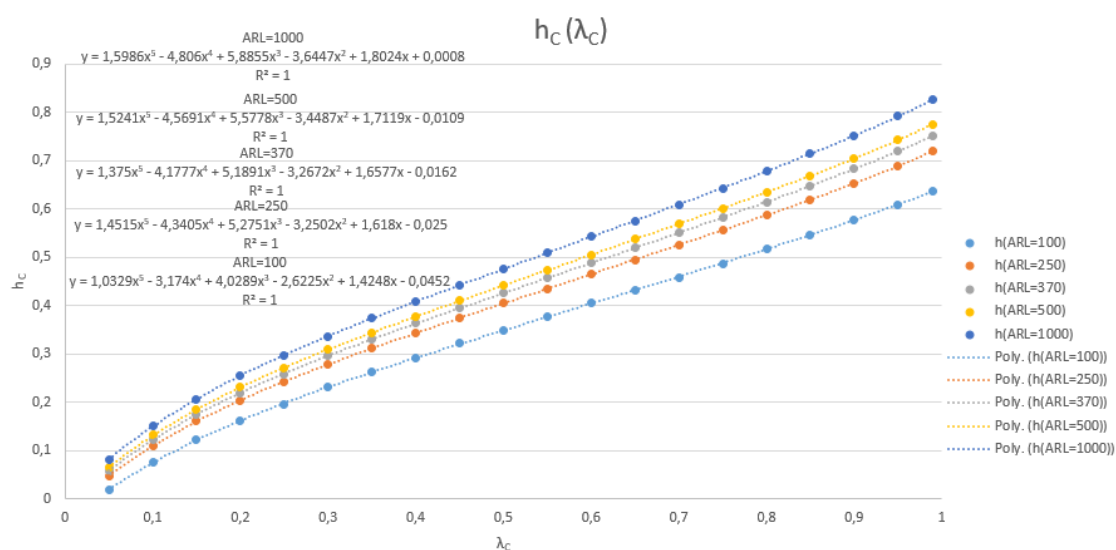


Figura I.13 - Ábaco de $h_c(\lambda_c)$ para ARL_{EC} e deteção de aumentos na dispersão, com $n=20$.

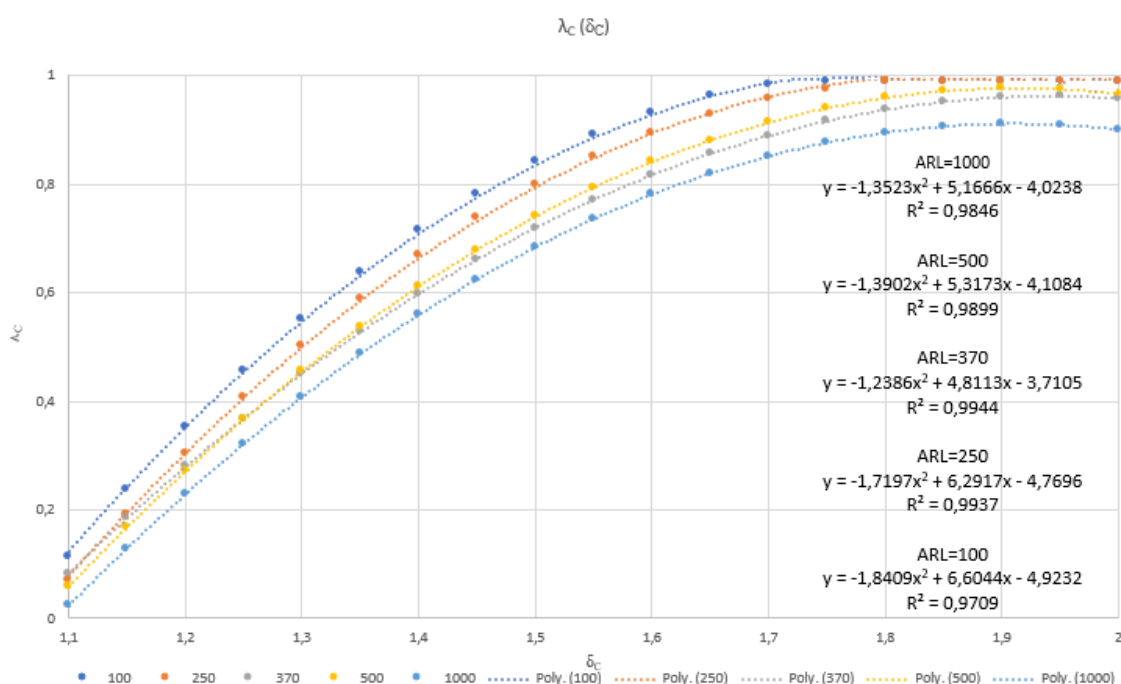
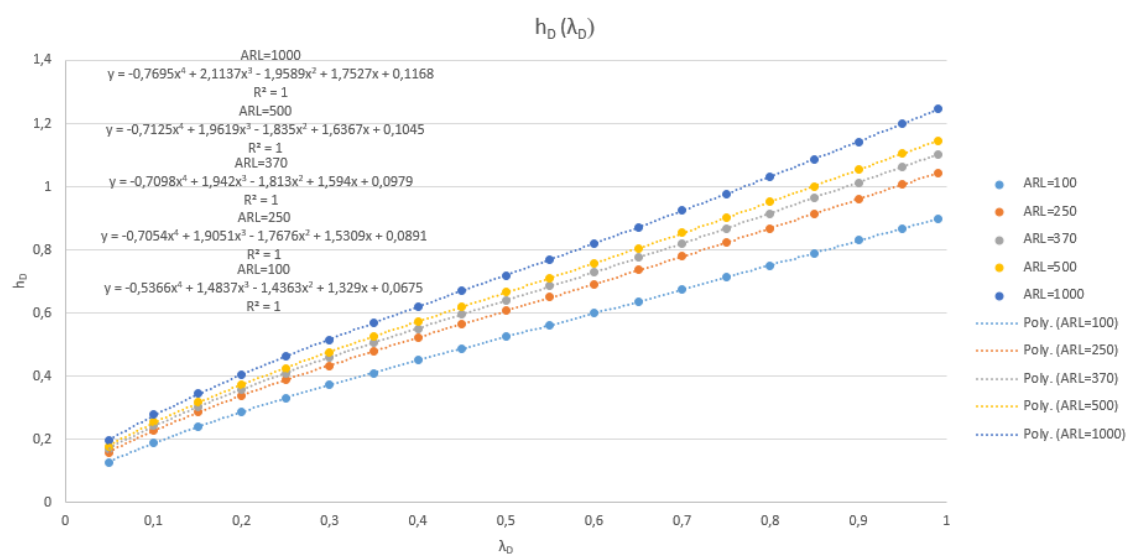
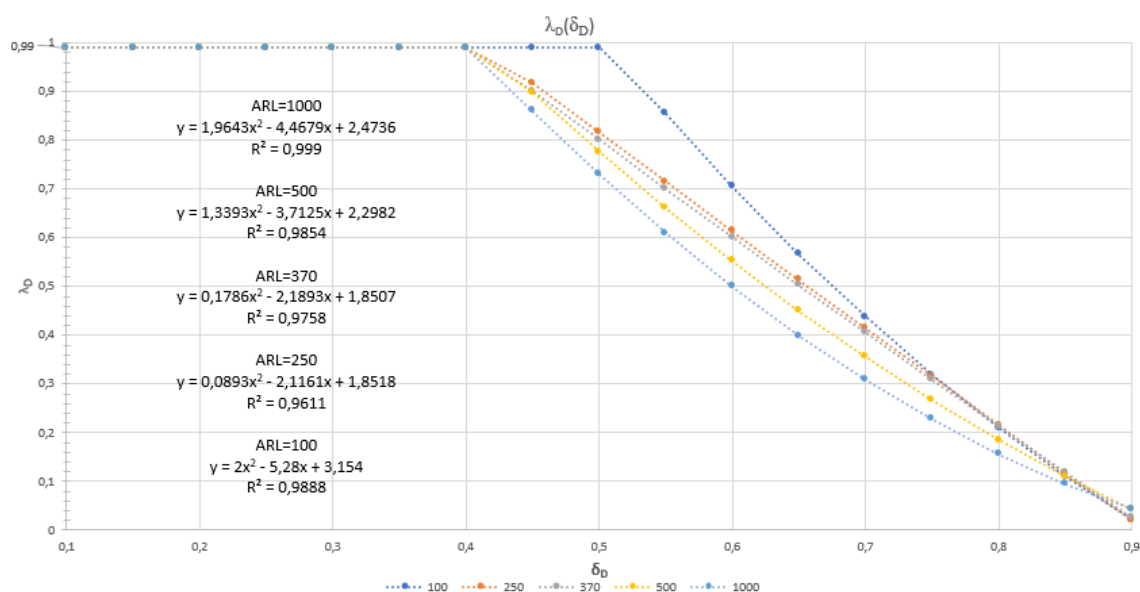


Figura I.14 - Ábaco de $\lambda_c(\delta_c)$ para ARL_{EC} e deteção de aumentos na dispersão, com $n=20$.

I.4.2 Decréscimos

Figura I.15 - Ábaco de $h_D(\lambda_D)$ para ARL_{EC} e deteção de decréscimos na dispersão, com $n=20$.Figura I.16 - Ábaco de $\lambda_D(\delta_D)$ para ARL_{EC} e deteção de decréscimos na dispersão, com $n=20$.

Anexo II - Aproximações aos Resultados Obtidos em Dissertações Anteriores

II.1 $CUSUM-\ln(S^2)$, $n = 4$

II.1.1 Aumentos

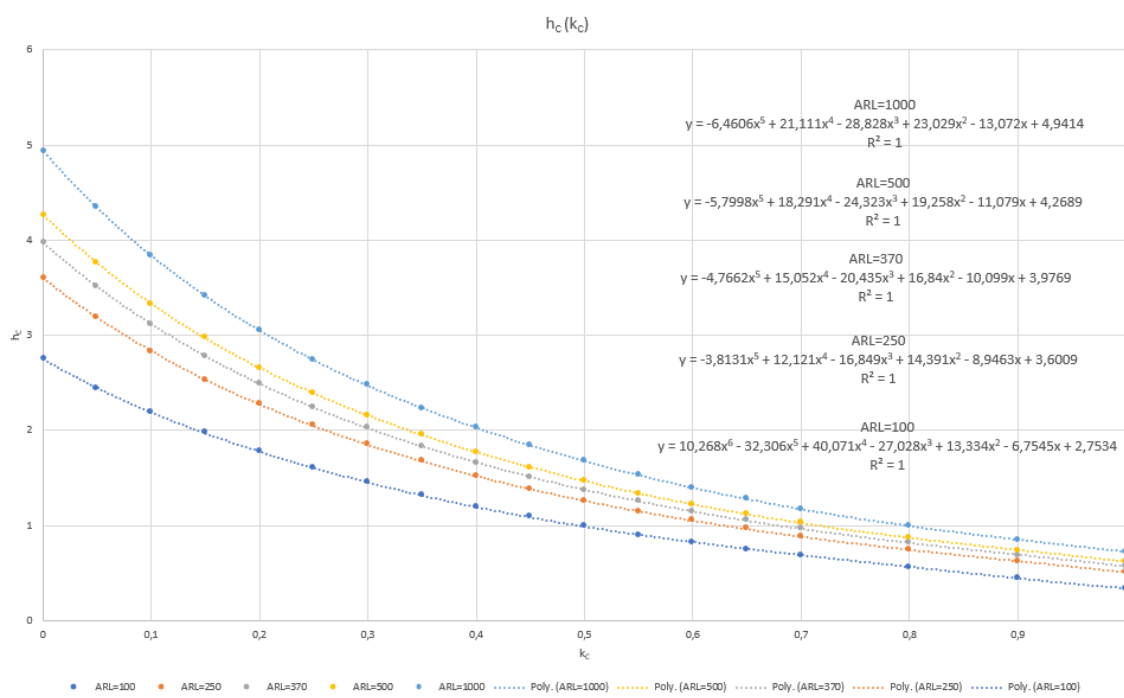


Figura II.1 - Ábaco de $h_c(k_c)$ para ARL_{EC} e detecção de aumentos na dispersão, com $n=4$.

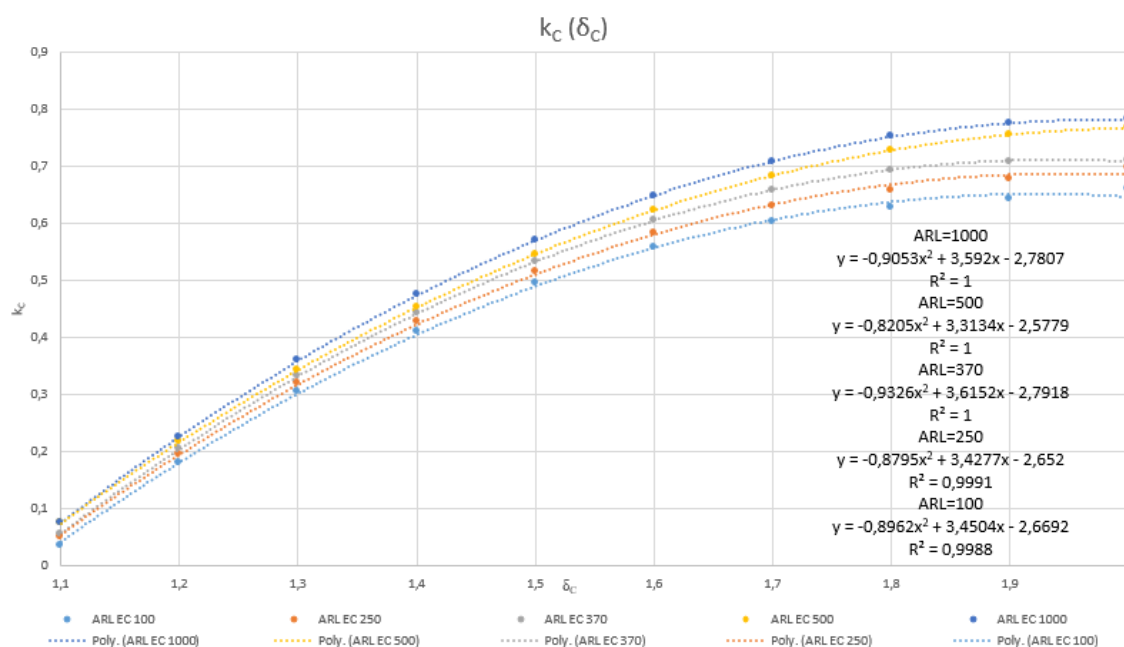


Figura II.2 - Ábaco de $k_c(\delta_c)$ para ARL_{EC} e detecção de aumentos na dispersão, com $n=4$.

II.1.2 Decréscimos

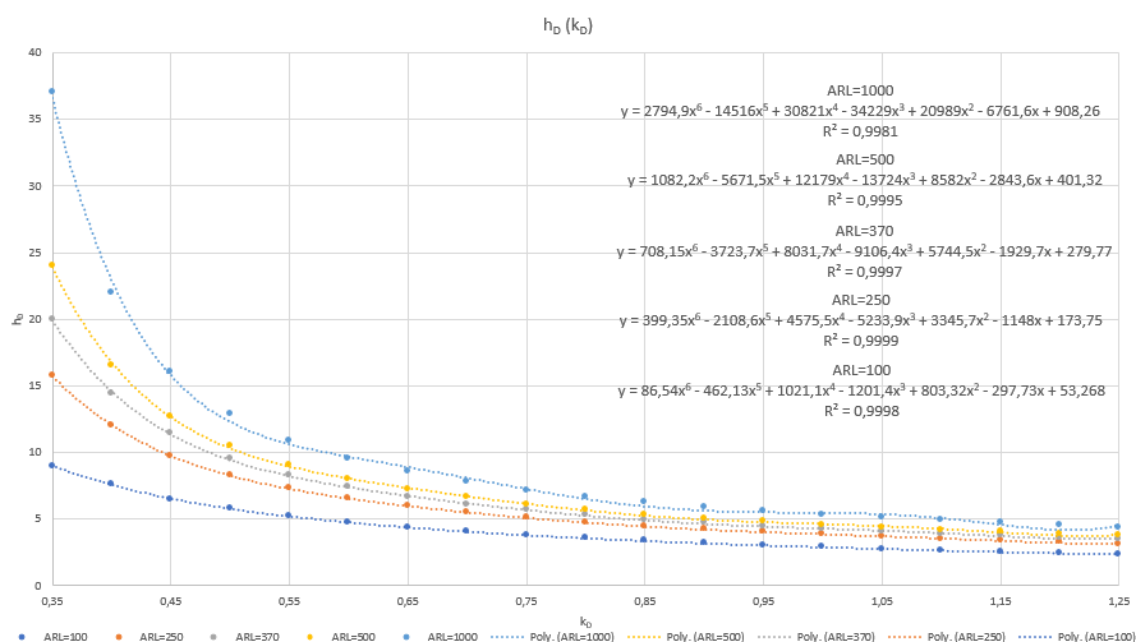


Figura II.3 - Ábaco de $h_D(k_D)$ para ARL_{EC} e detecção de decréscimos na dispersão, com $n=4$.

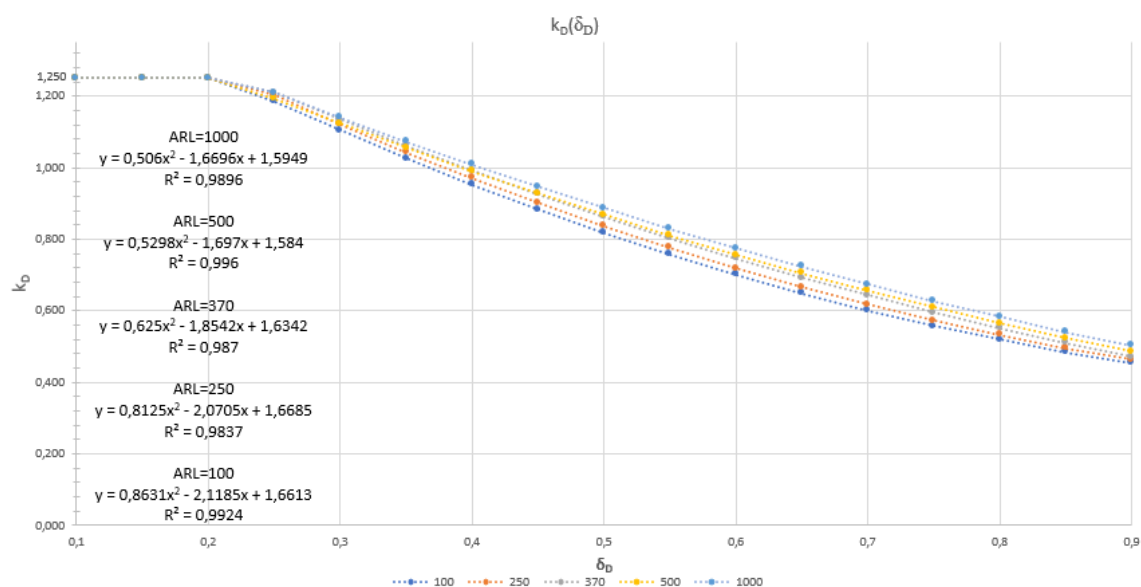


Figura II.4 - Ábaco de $k_D(\delta_D)$ para ARL_{EC} e detecção de decréscimos na dispersão, com $n=4$.

II.2CUSUM- $\ln(S^2)$, $n = 5$

II.2.1 Aumentos

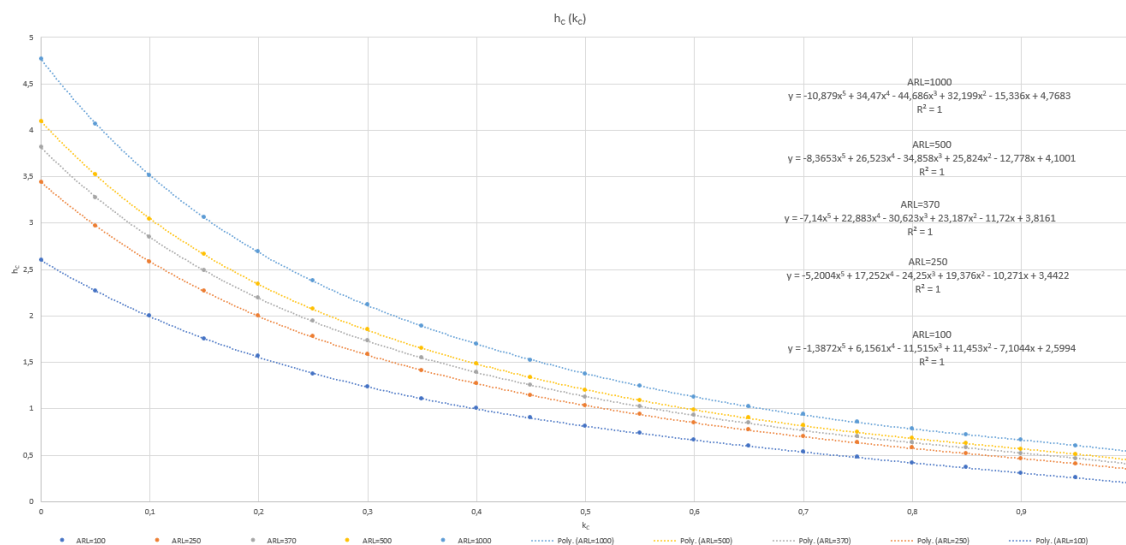


Figura II.5 - Ábaco de $h_C(k_C)$ para ARL_{EC} e detecção de aumentos na dispersão, com $n=5$.

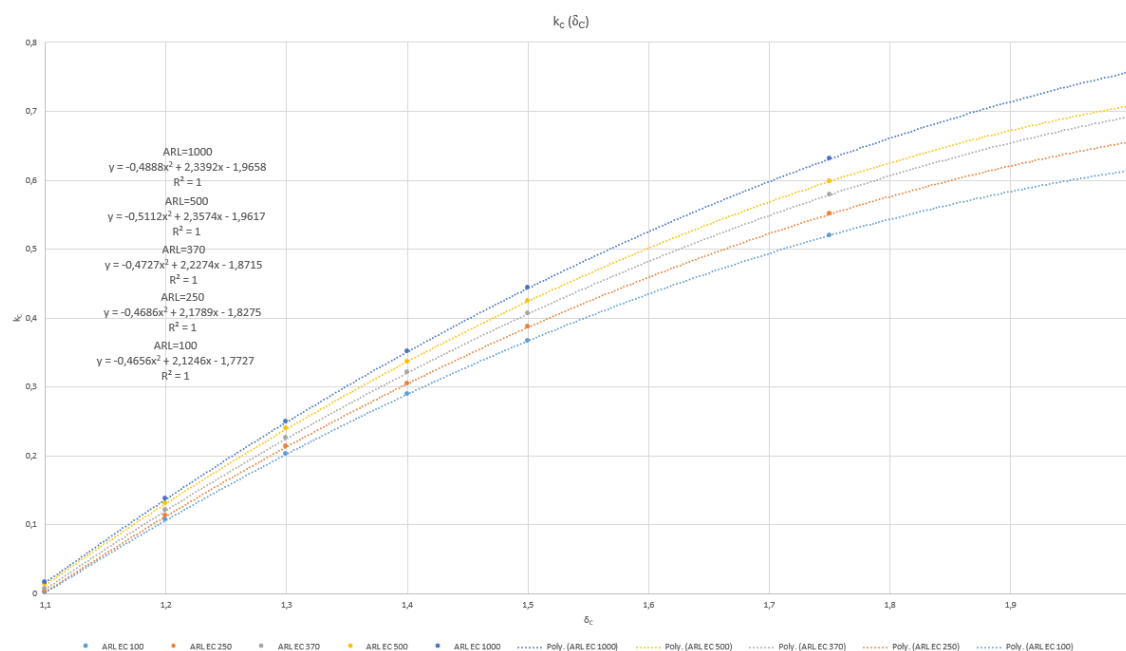


Figura II.6 - Ábaco de $k_C(\delta_C)$ para ARL_{EC} e detecção de aumentos na dispersão, com $n=5$.

II.2.2 Decréscimos

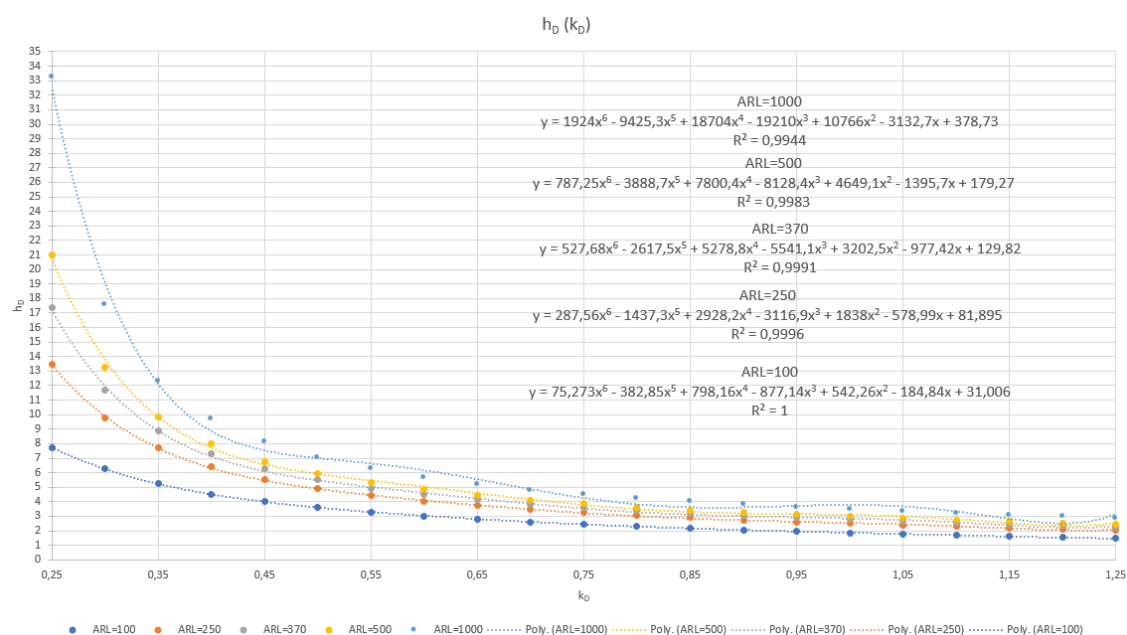


Figura II.7 - Ábaco de $h_D(k_D)$ para ARL_{EC} e deteção de decréscimos na dispersão, com $n=5$.

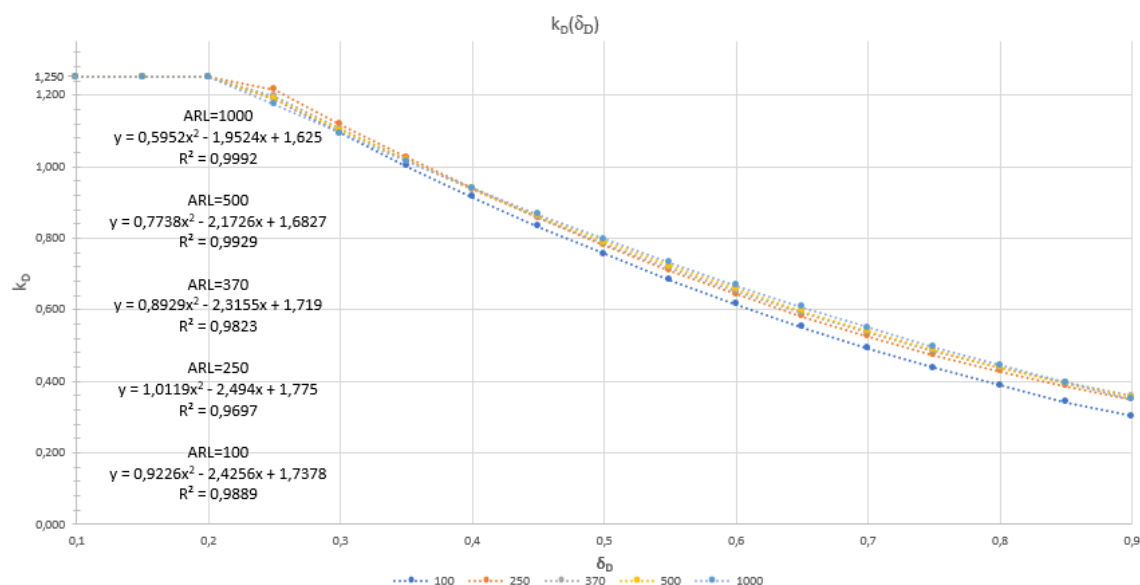


Figura II.8 - Ábaco de $k_D(\delta_D)$ para ARL_{EC} e deteção de decréscimos na dispersão, com $n=5$.

II.3CUSUM- $\ln(S^2)$, $n = 6$

II.3.1 Aumentos

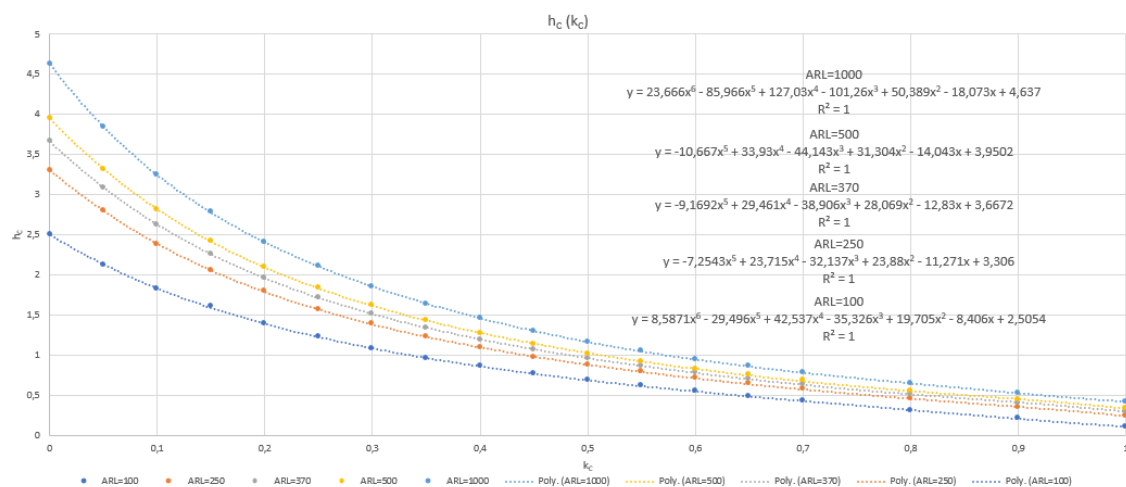


Figura II.9 - Ábaco de $h_c(k_c)$ para ARL_{EC} e detecção de aumentos na dispersão, com $n=6$.

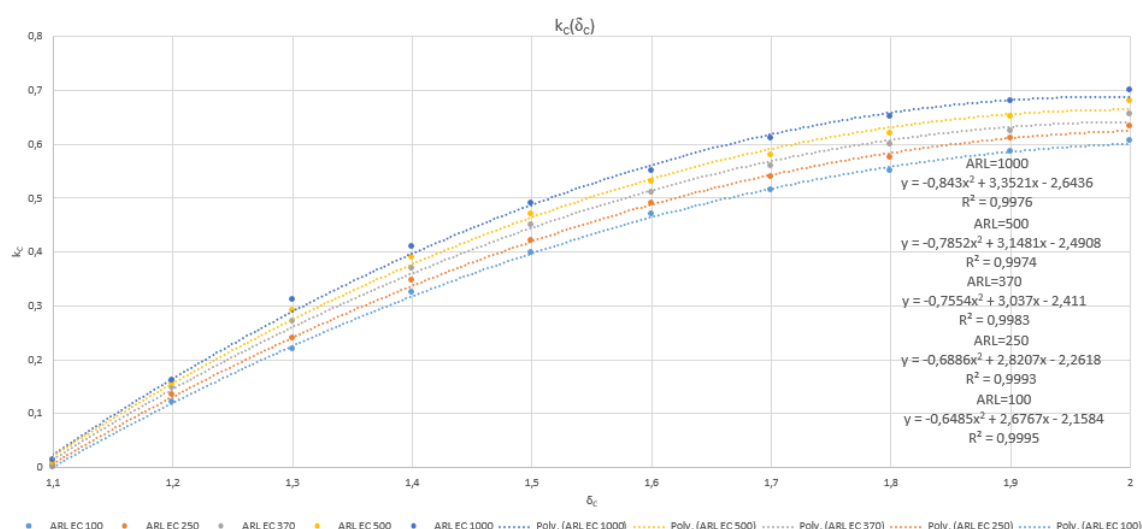
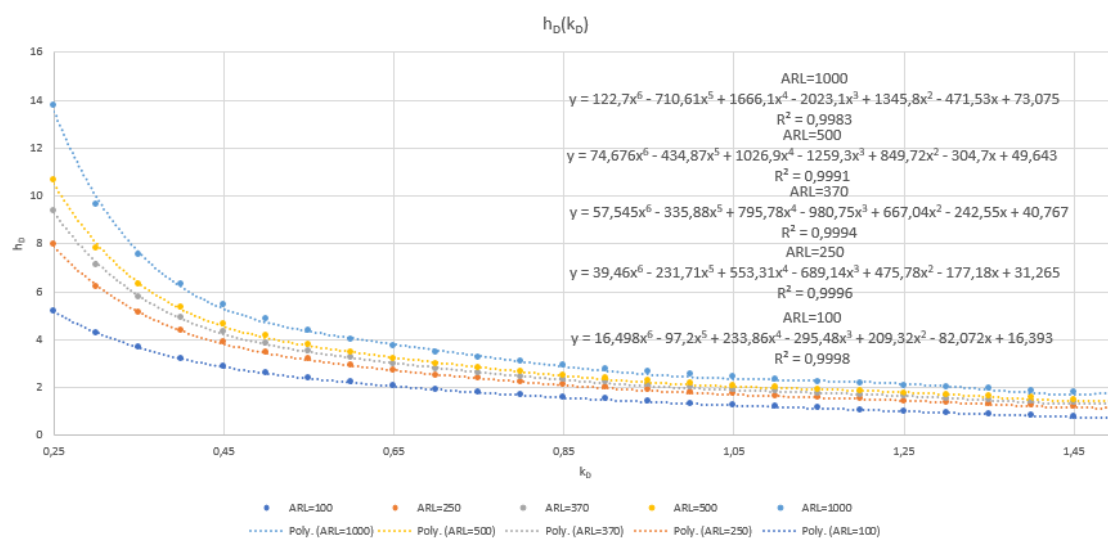
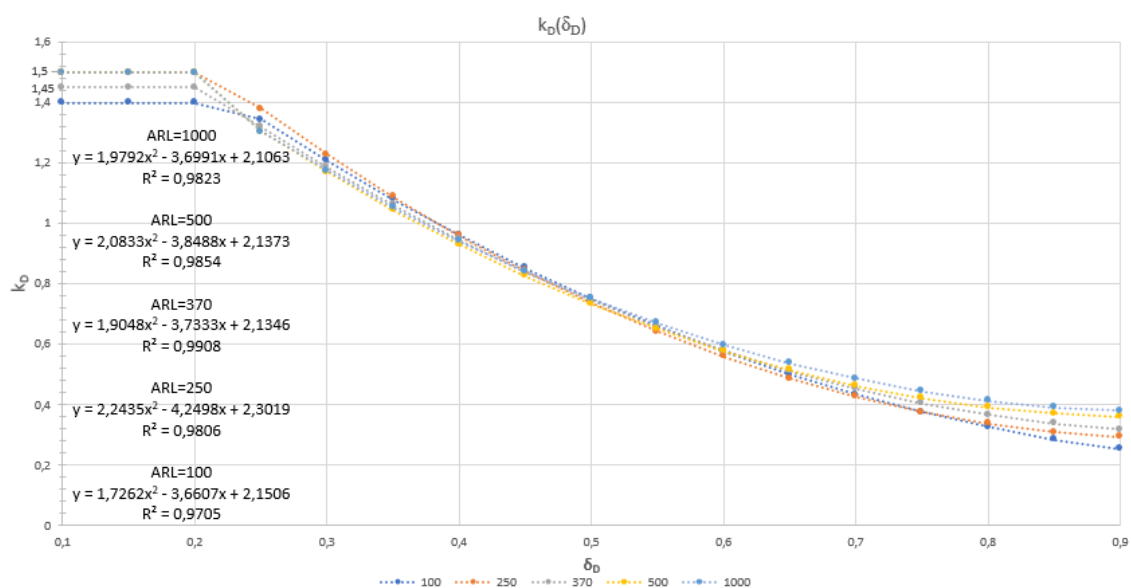


Figura II.10 - Ábaco de $k_c(\delta_c)$ para ARL_{EC} e detecção de aumentos na dispersão, com $n=6$.

II.3.2 Decréscimos

Figura II.11 - Ábaco de $h_D(k_D)$ para ARL_{EC} e detecção de decréscimos na dispersão, com $n=6$.Figura II.12 - Ábaco de $k_D(\delta_D)$ para ARL_{EC} e detecção de decréscimos na dispersão, com $n=6$.

II.4CUSUM- $\ln(S^2)$, $n = 7$

II.4.1 Aumentos

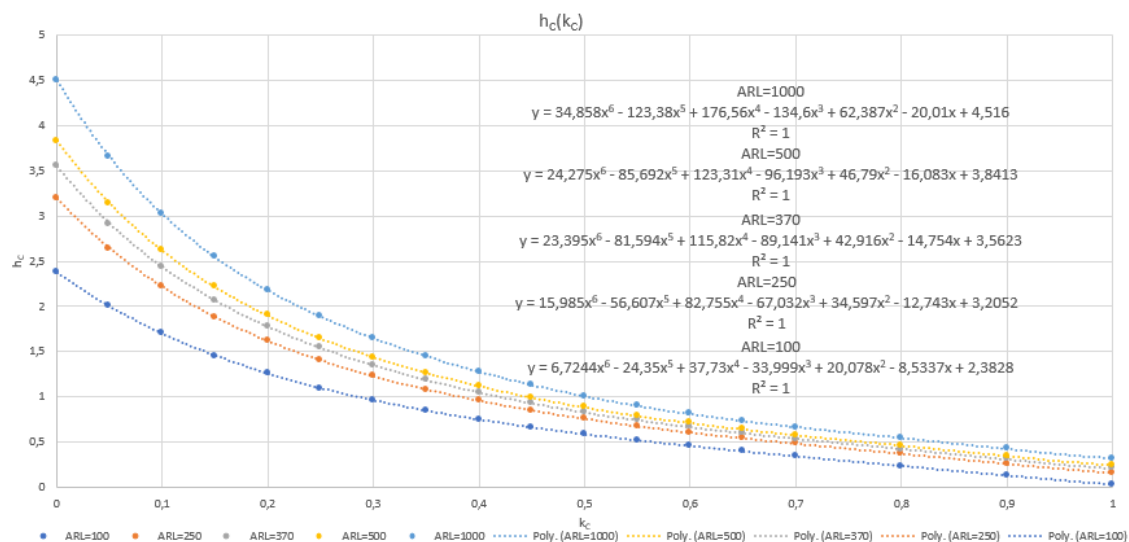


Figura II.13 - Ábaco de $h_c(k_c)$ para ARL_{EC} e detecção de aumentos na dispersão, com $n=7$.

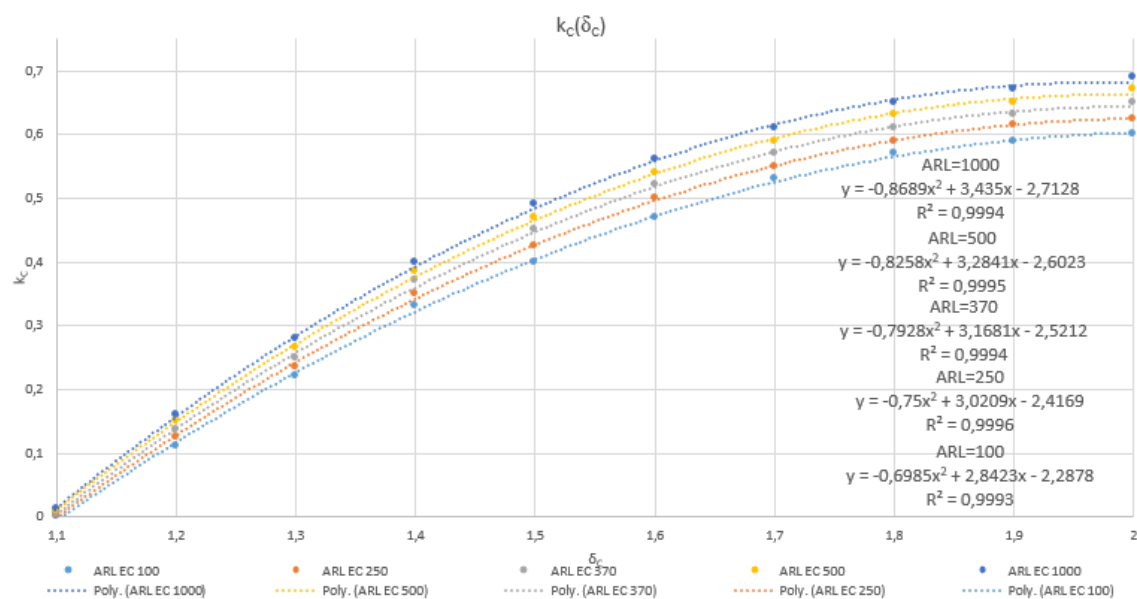
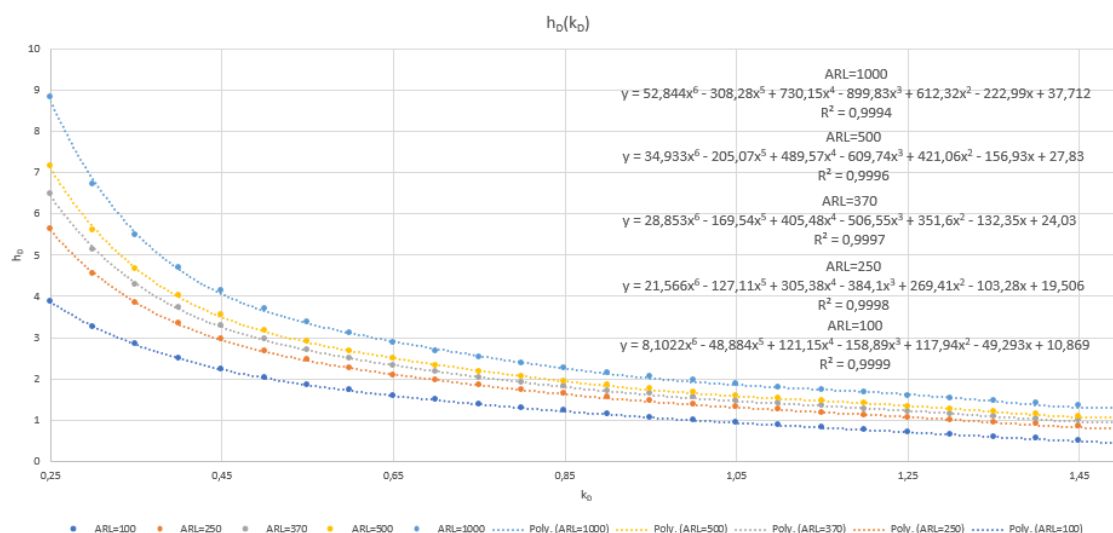
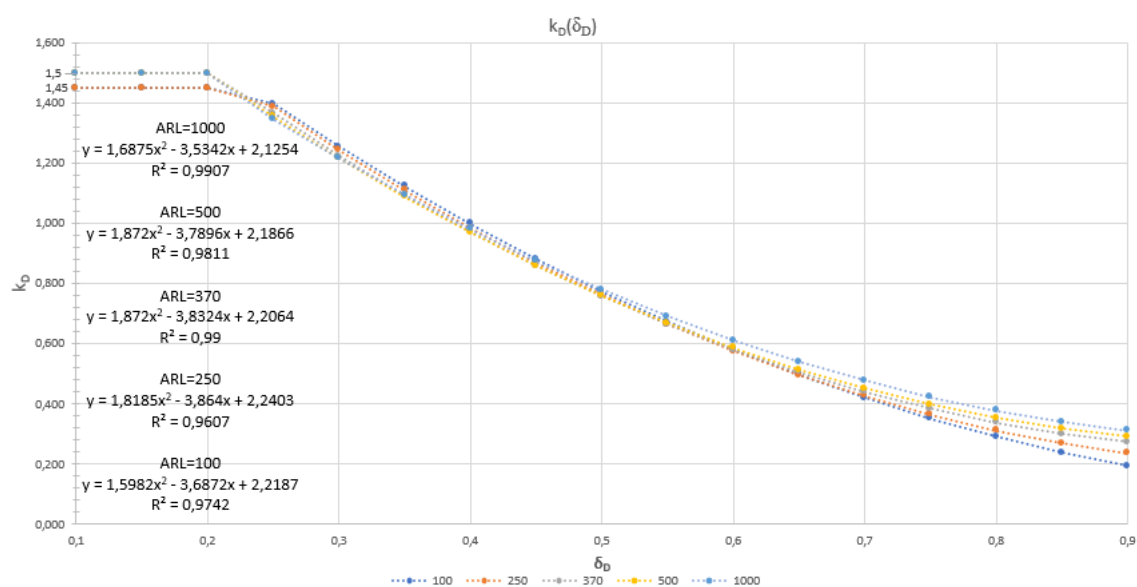


Figura II.14 - Ábaco de $k_c(\delta_c)$ para ARL_{EC} e detecção de aumentos na dispersão, com $n=7$.

II.4.2 Decréscimos

Figura II.15 - Ábaco de $h_D(k_D)$ para ARL_{EC} e deteção de decréscimos na dispersão, com $n=7$.Figura II.16 - Ábaco de $k_D(\delta_D)$ para ARL_{EC} e deteção de decréscimos na dispersão, com $n=7$.

II.5 EWMA- $\ln(S^2)$, $n = 4$

II.5.1 Aumentos

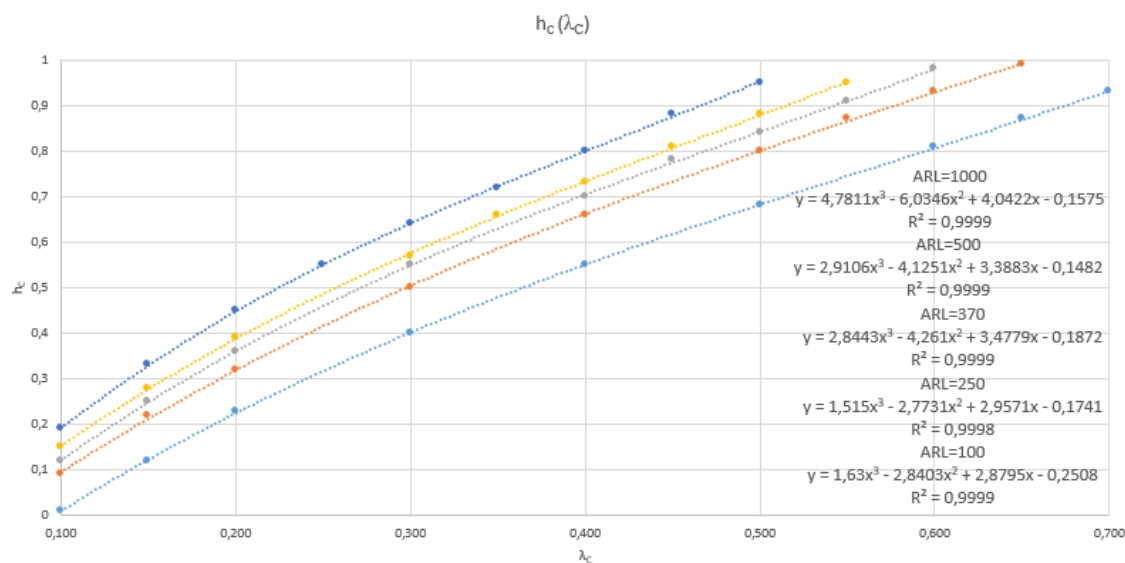


Figura II.17 - Ábaco de $h_c(\lambda_c)$ para ARL_{EC} e detecção de aumentos na dispersão, com $n=4$.

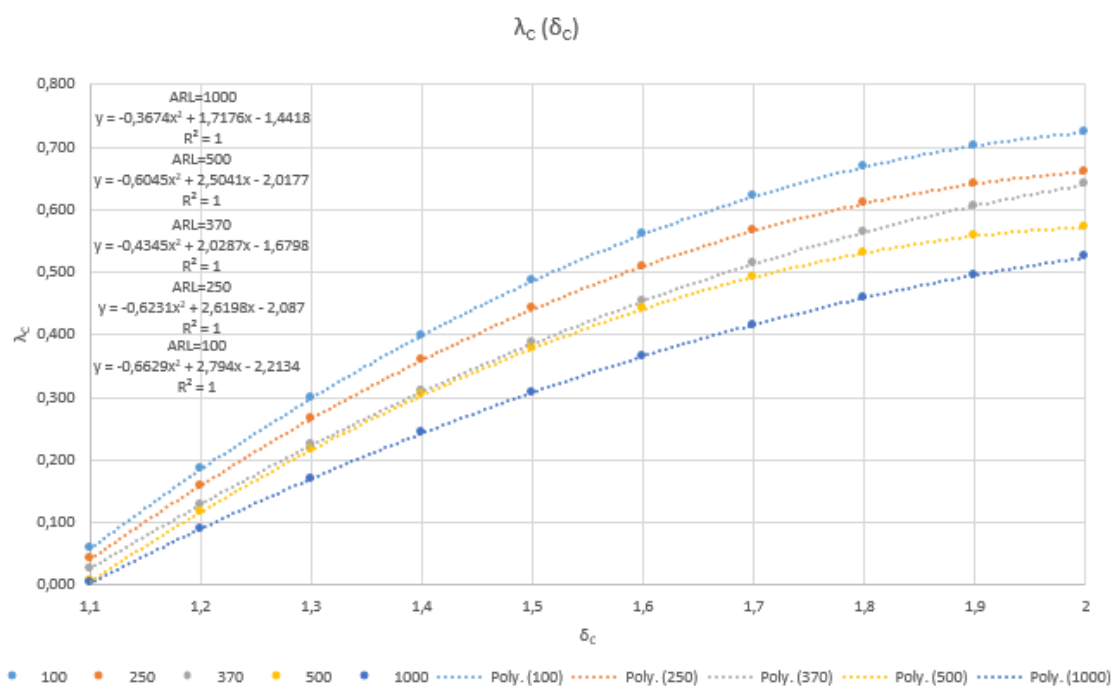
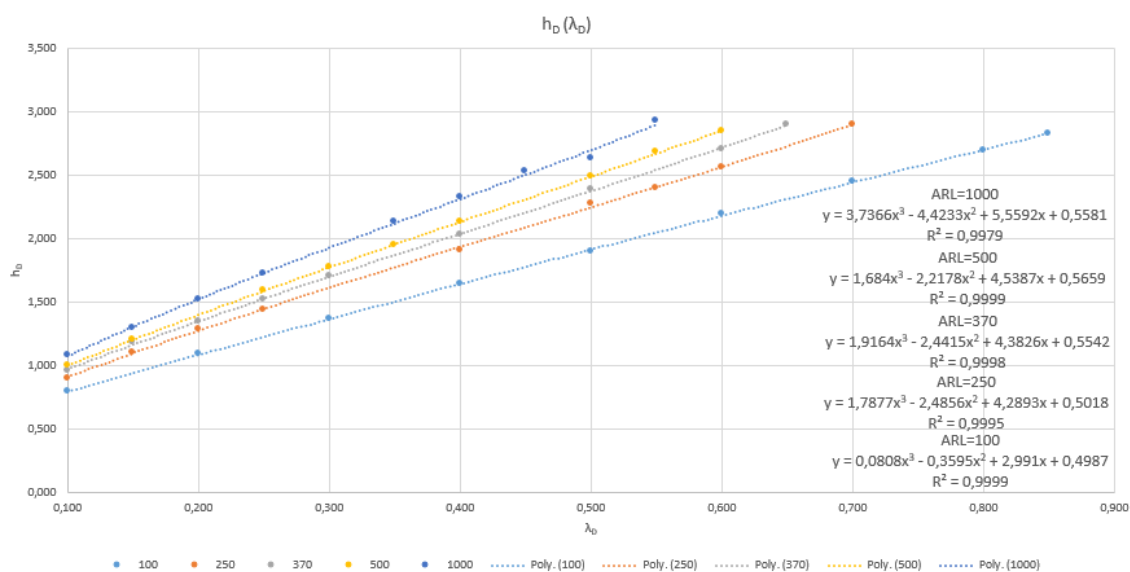
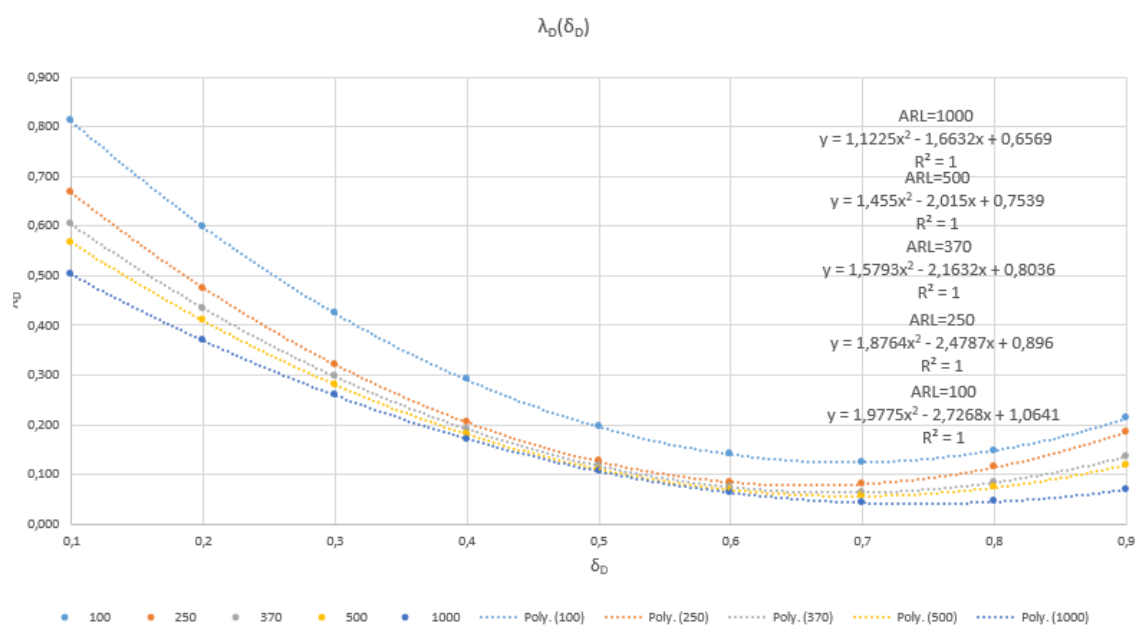


Figura II.18 - Ábaco de $\lambda_c(\delta_c)$ para ARL_{EC} e detecção de aumentos na dispersão, com $n=4$.

II.5.2 Decréscimos

Figura II.19 - Ábaco de $h_D(\lambda_D)$ para ARL_{EC} e detecção de decréscimos na dispersão, com $n=4$.Figura II.20 - Ábaco de $\lambda_D(\delta_D)$ para ARL_{EC} e detecção de decréscimos na dispersão, com $n=4$ II.6 EWMA- $\ln(S^2)$, $n = 5$

II.6.1 Aumentos

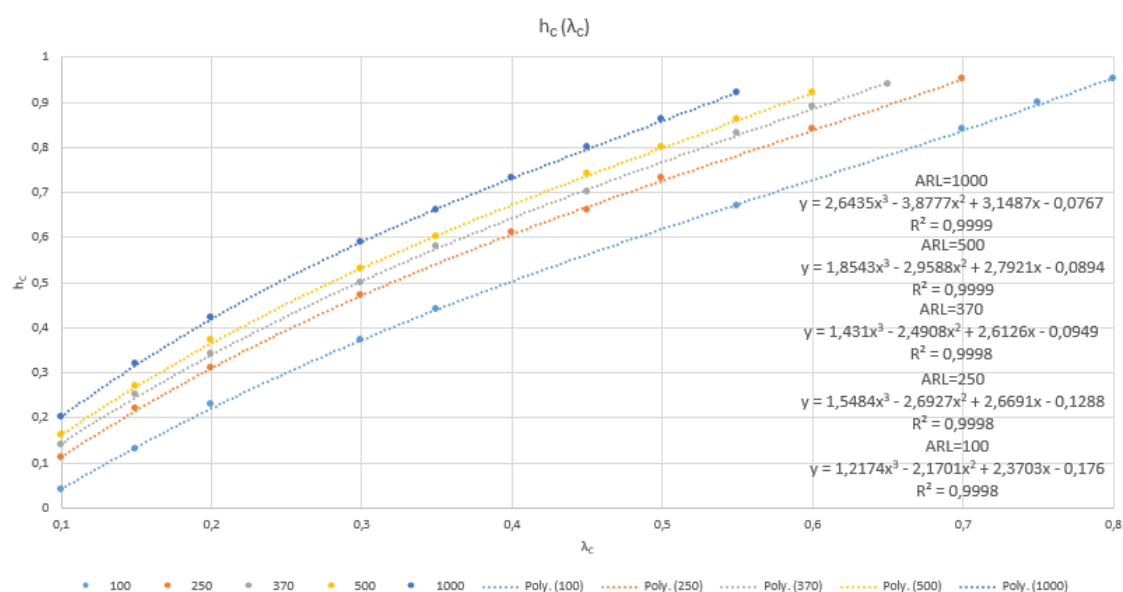


Figura II.21 - Ábaco de $h_c(\lambda_c)$ para ARL_{EC} e detecção de aumentos na dispersão, com $n=5$.

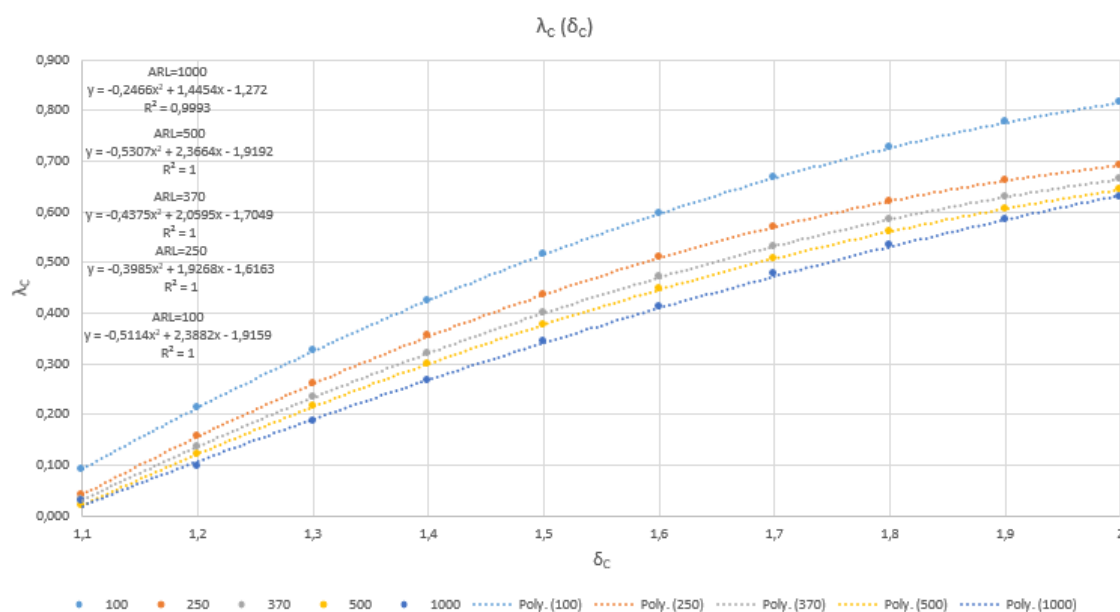


Figura II.22 - Ábaco de $\lambda_c(\delta_c)$ para ARL_{EC} e detecção de aumentos na dispersão, com $n=5$.

II.6.2 Decréscimos

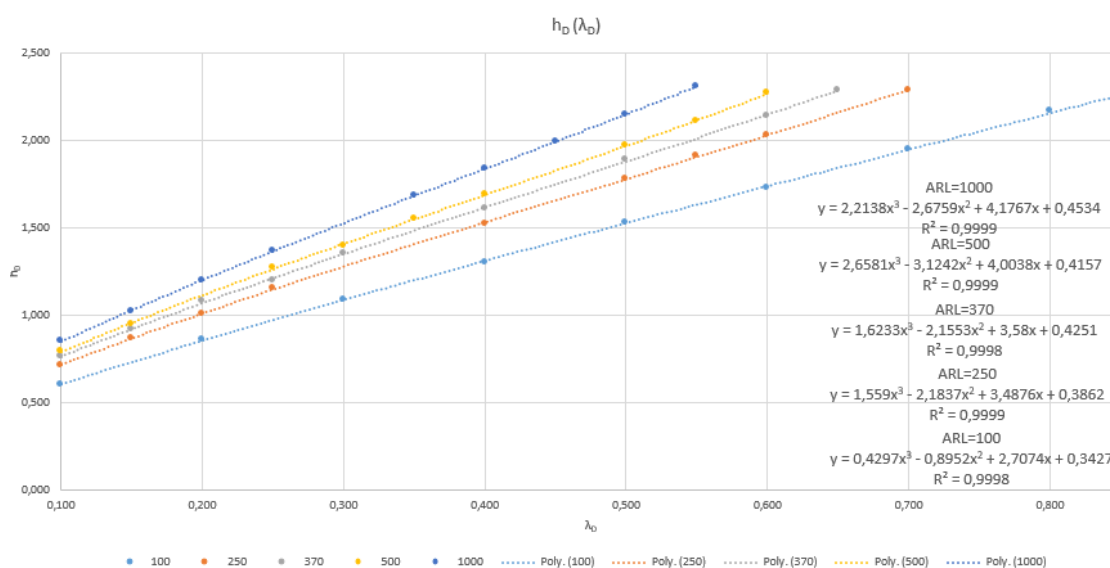


Figura II.23 - Ábaco de $h_D(\lambda_D)$ para ARL_{EC} e detecção de decréscimos na dispersão, com $n=5$.

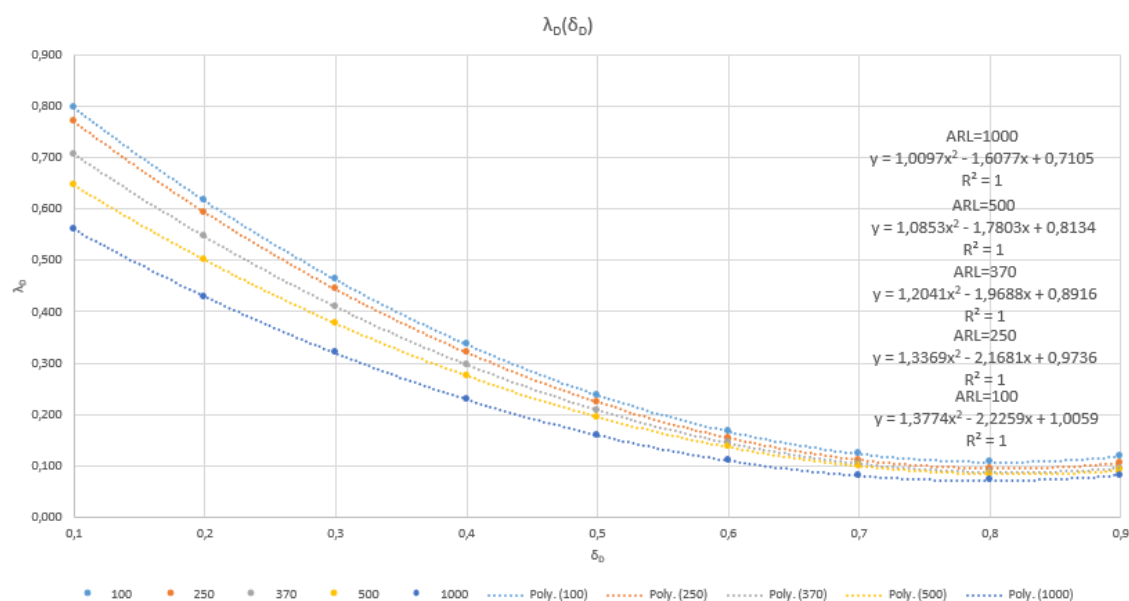
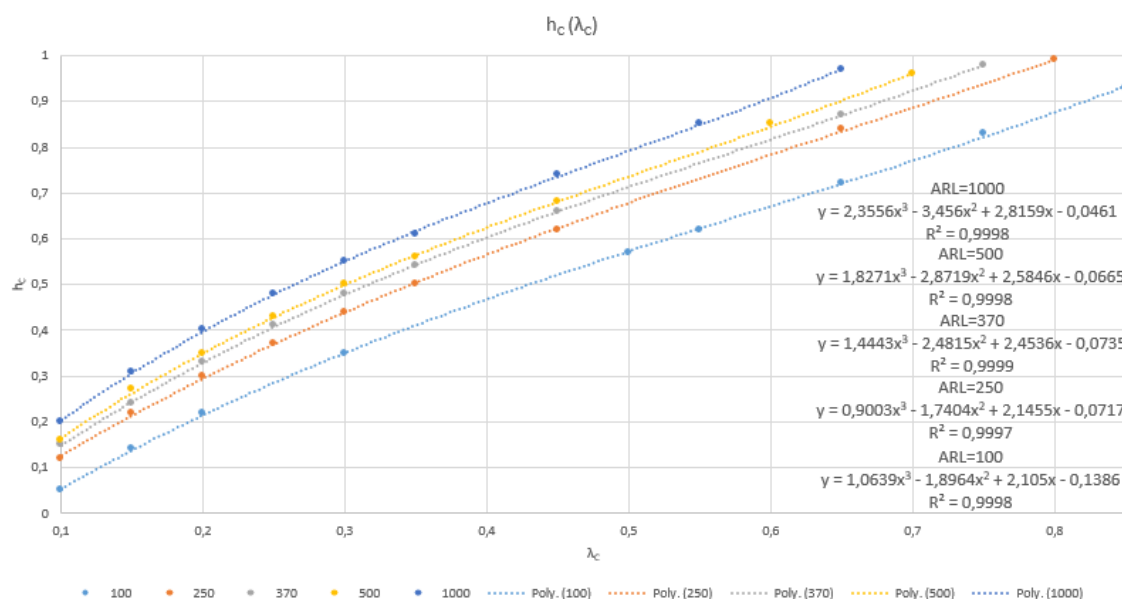
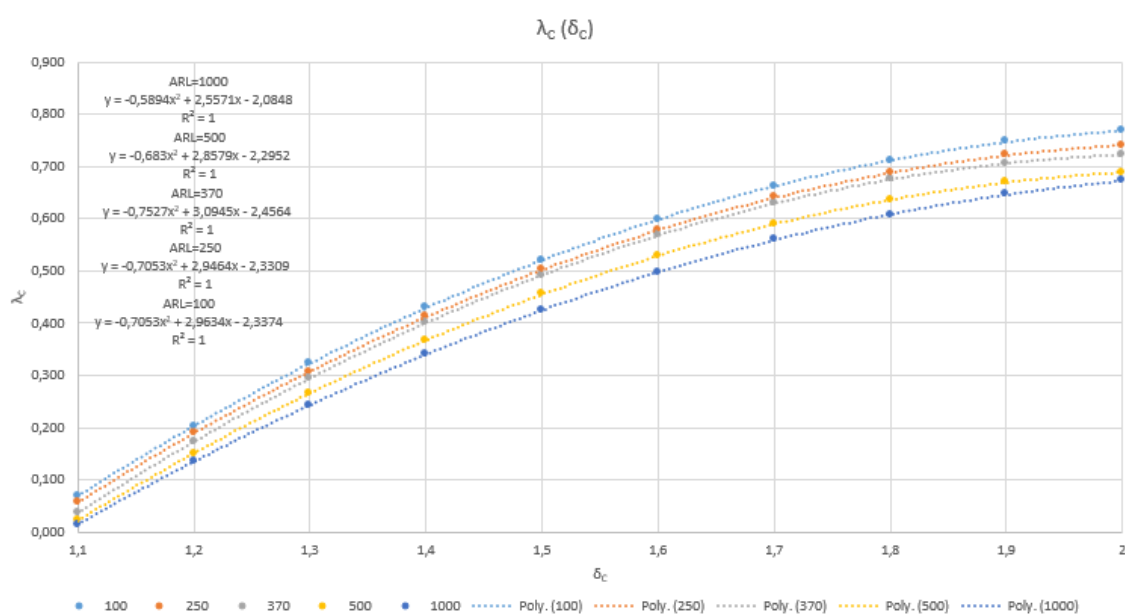


Figura II.24 - Ábaco de $\lambda_D(\delta_D)$ para ARL_{EC} e detecção de decréscimos na dispersão, com $n=5$.

II.7 EWMA- $\ln(S^2)$, $n = 6$

II.7.1 Aumentos

Figura II.25 - Ábaco de $h_c(\lambda_c)$ para ARL_{EC} e detecção de aumentos na dispersão, com $n=6$.Figura II.26 - Ábaco de $\lambda_c(\delta_c)$ para ARL_{EC} e detecção de aumentos na dispersão, com $n=6$.

II.7.2 Decréscimos

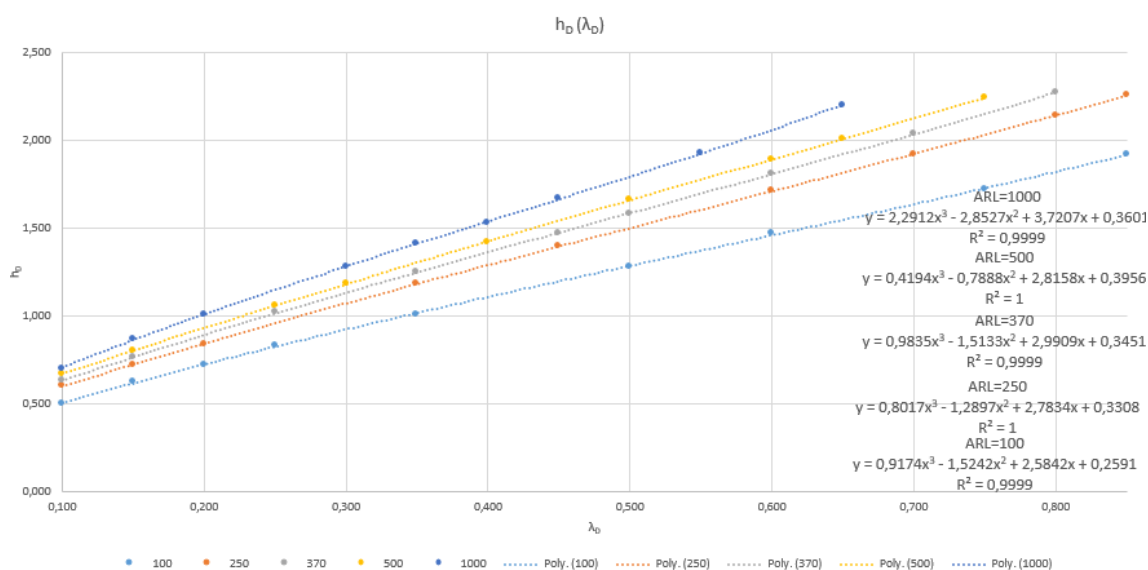


Figura II.27 - Ábaco de $h_D(\lambda_D)$ para ARL_{EC} e detecção de decréscimos na dispersão, com $n=6$.

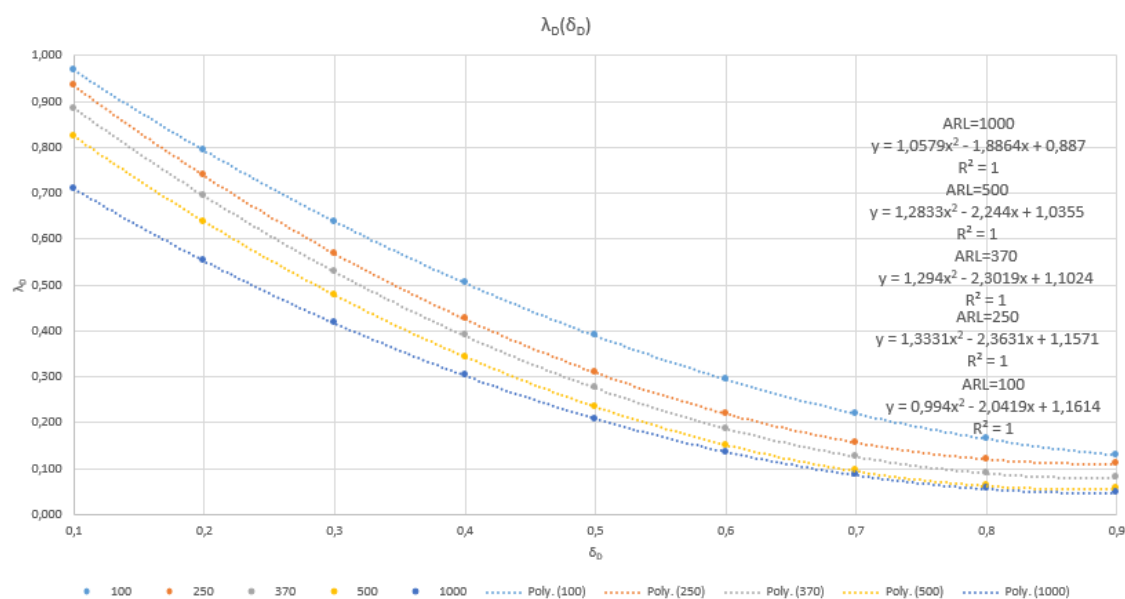


Figura II.28 - Ábaco de $\lambda_D(\delta_D)$ para ARL_{EC} e detecção de decréscimos na dispersão, com $n=6$

II.8 EWMA- $\ln(S^2)$, $n = 10$

II.8.1 Aumentos

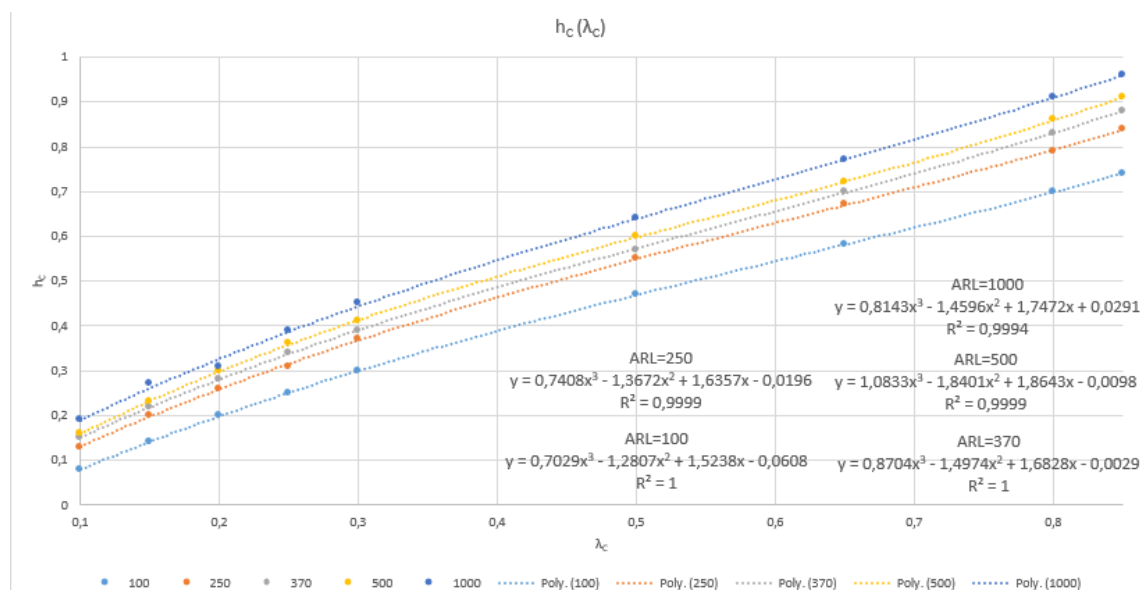


Figura II.29 - Ábaco de $h_C(\lambda_C)$ para ARL_{EC} e detecção de aumentos na dispersão, com $n=10$.

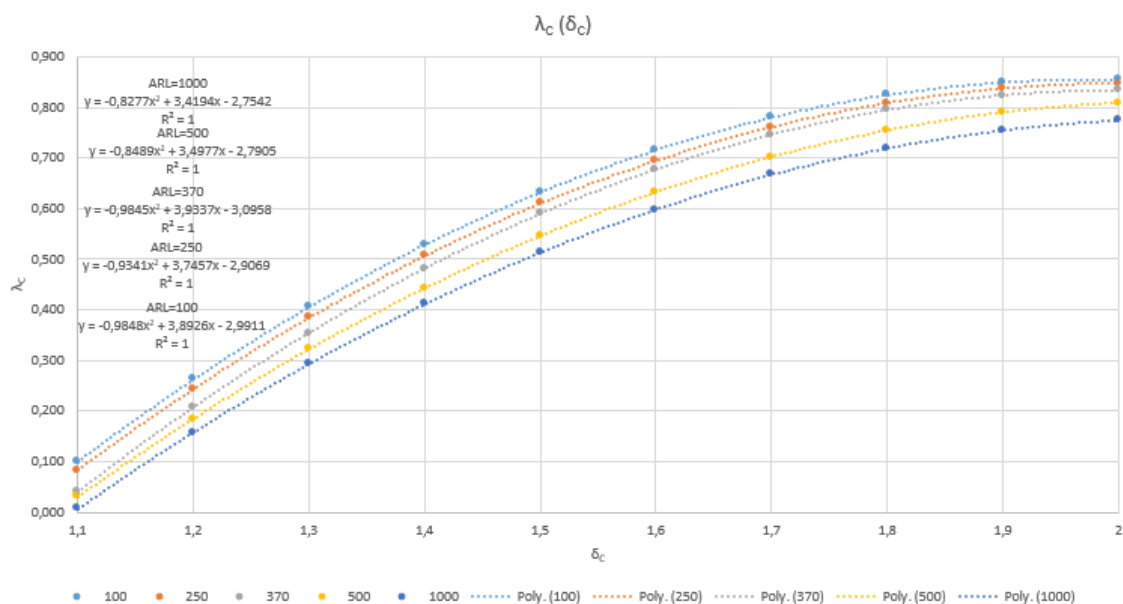


Figura II.30 - Ábaco de $\lambda_C(\delta_C)$ para ARL_{EC} e detecção de aumentos na dispersão, com $n=10$.

II.8.2 Decréscimos

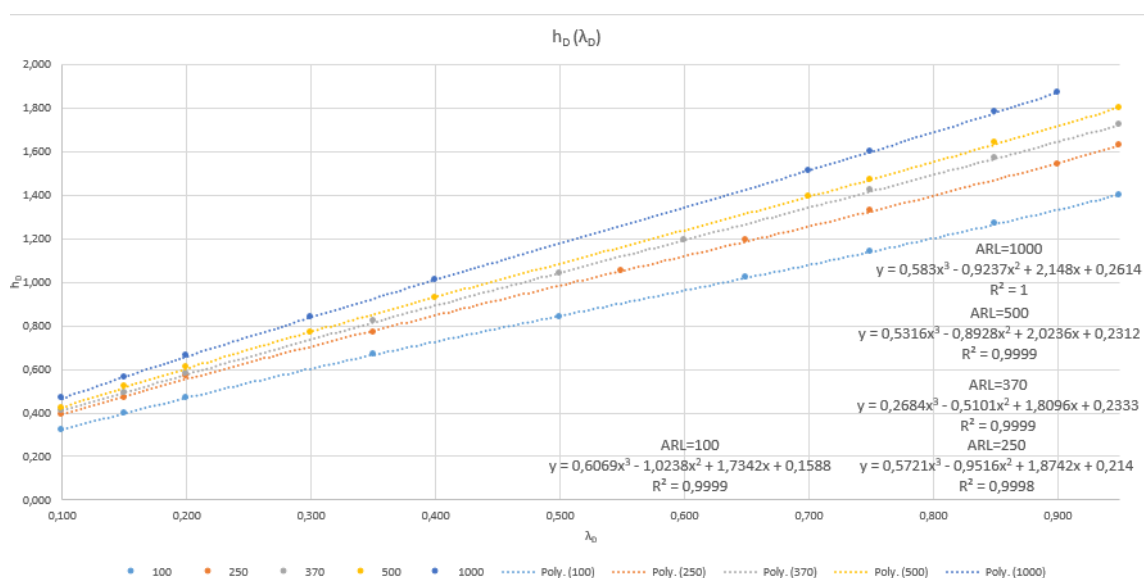


Figura II.31 - Ábaco de $h_D(\lambda_D)$ para ARL_{EC} e deteção de decréscimos na dispersão, com $n=10$.

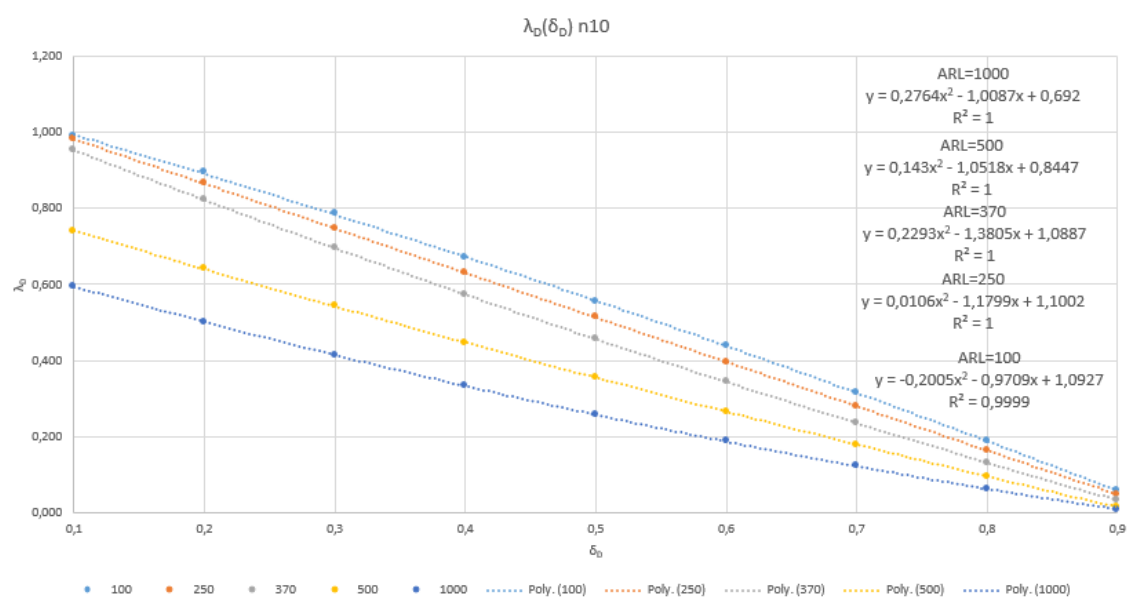


Figura II.32 - Ábaco de $\lambda_D(\delta_D)$ para ARL_{EC} e deteção de decréscimos na dispersão, com $n=10$

Anexo III - Ábacos de Referência**III.1 Carta CUSUM**

Todos os ábacos apresentados neste subcapítulo foram retirados de Gan (1991).

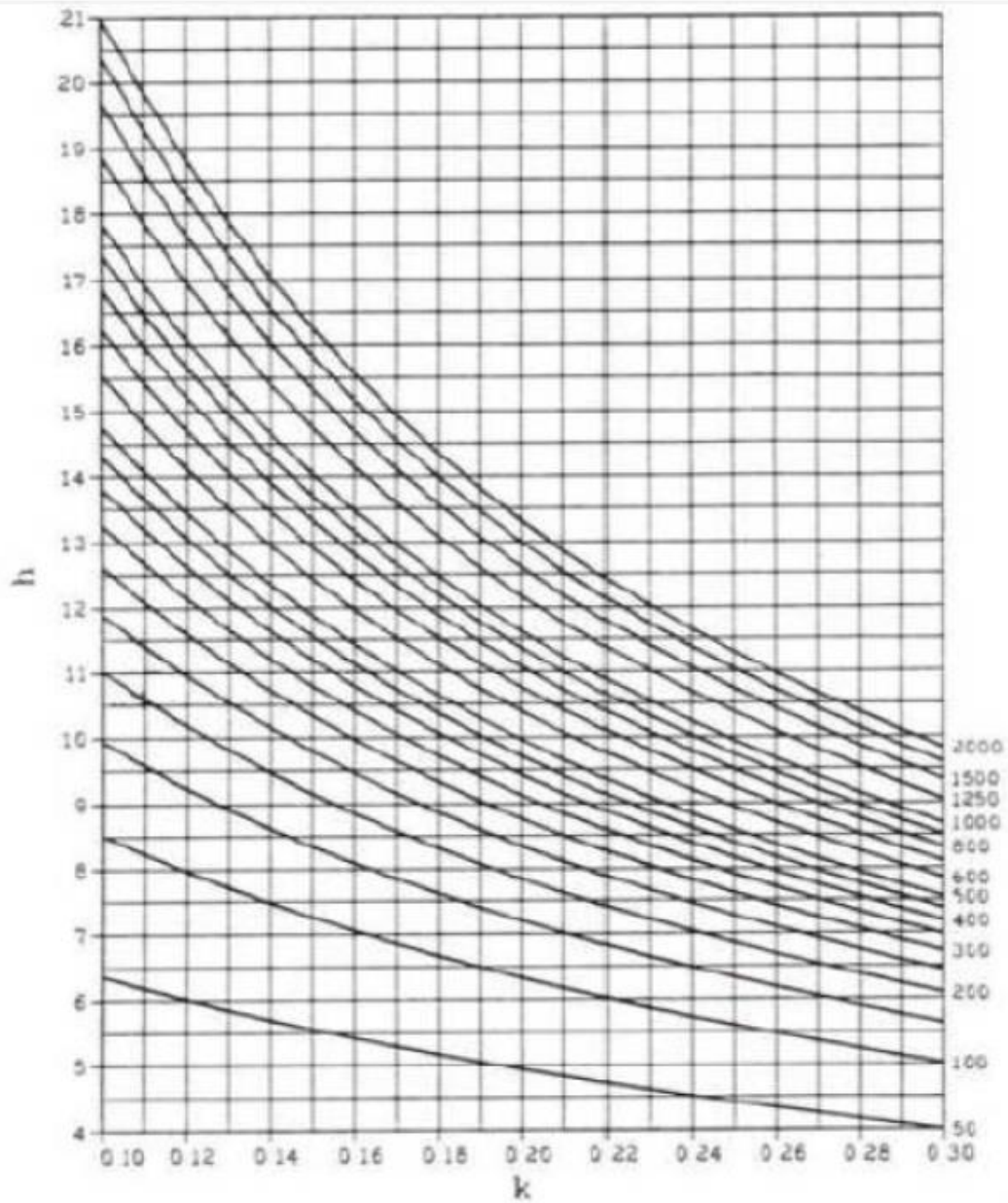


Figura III.1 - Combinação de k e h da carta CUSUM, com $C_0=0$ e $T_0=0$, para vários valores de ARL_{EC} .

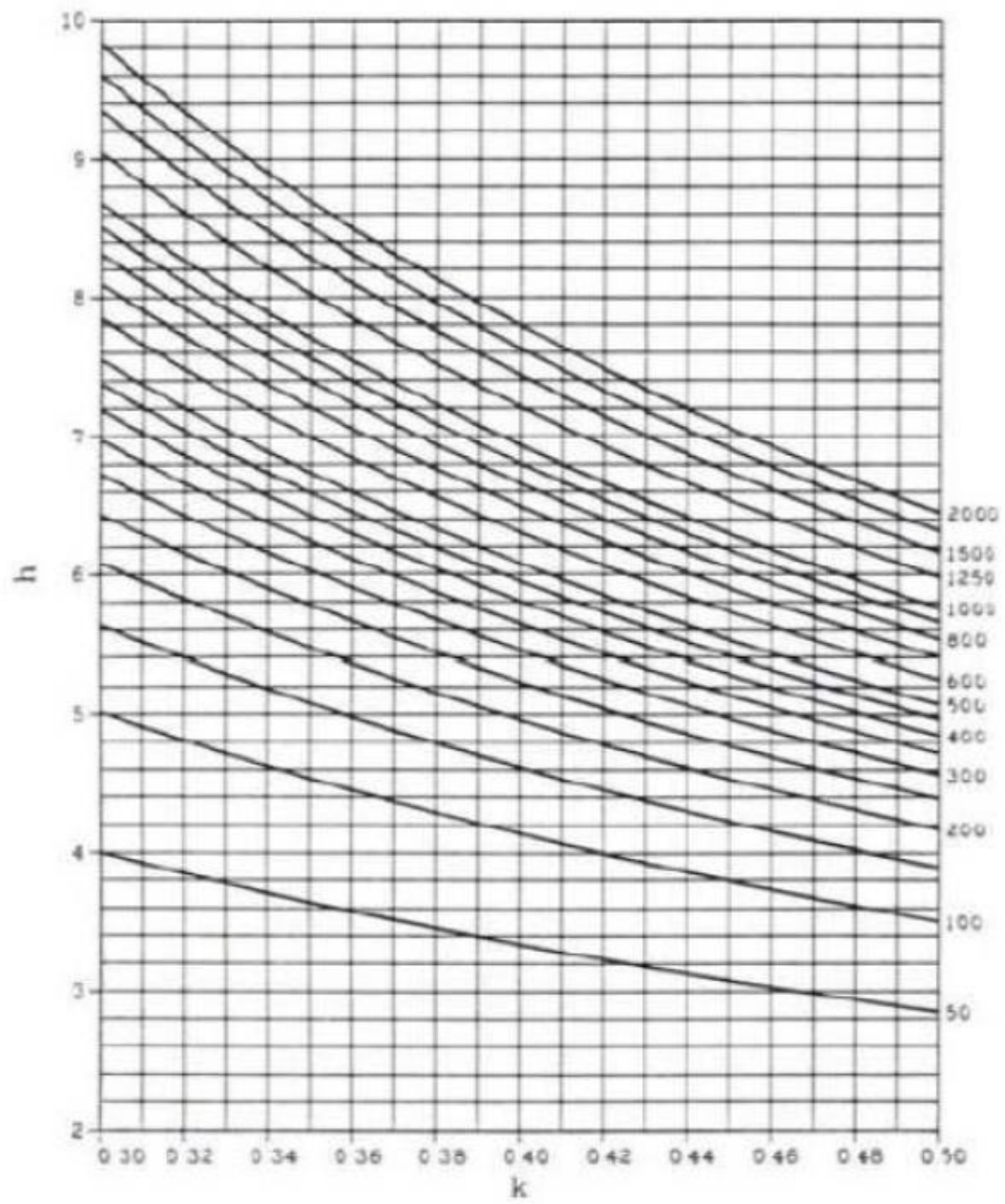


Figura III.2 - Combinação de k e h da carta CUSUM, com $C_0=0$ e $T_0=0$, para vários valores de ARL_{EC} .

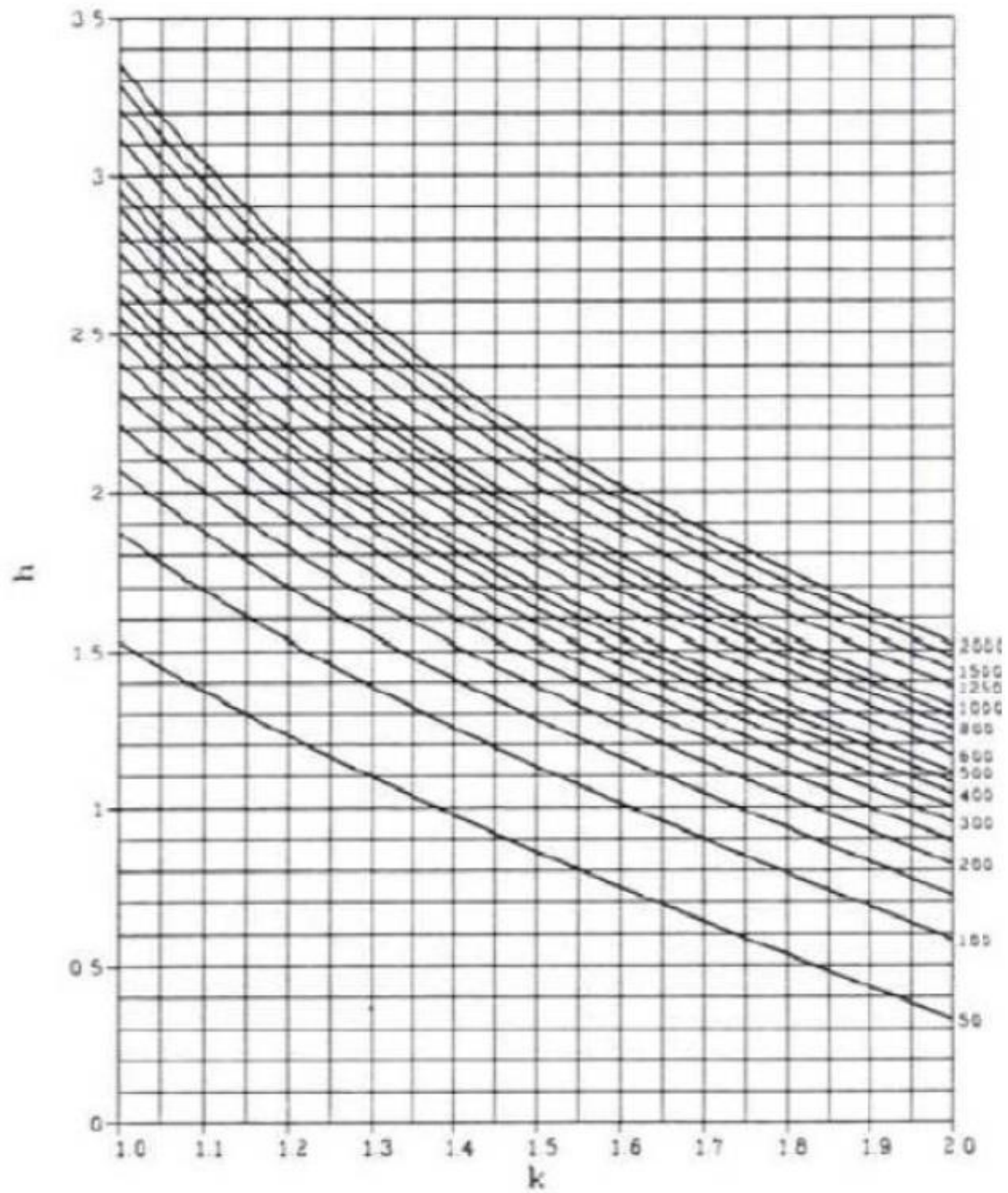


Figura III.4 - Combinação de k e h da carta CUSUM, com $C_0=0$ e $T_0=0$, para vários valores de ARL_{EC} .

III.2 Carta *CUSUM*– $\ln(S^2)$

Todos as tabelas apresentadas neste subcapítulo foram retiradas de Chang e Gan (1995).

Tabela III.1 - Parâmetros (k_C , h_C), ARL_1 e ARL_2 da carta CUSUM-In(S^2), para detetar um aumento da variância do processo.

n	σ_1/σ_0	ARL_0			
		100	200	500	1000
2	1,20	(0,648 ; 1,466)	(0,761 ; 1,538)	(0,900 ; 1,597)	(-0,900 ; 21,33)
		28,8 ; 3,5	46,1 ; 4,0	85,6 ; 4,7	120,6 ; 15,7
	1,60	(0,763 ; 1,283)	(0,855 ; 1,381)	(0,972 ; 1,471)	(1,057 ; 1,517)
		8,6 ; 2,4	11,1 ; 2,6	15,7 ; 2,9	20,2 ; 3,2
	2,20	(0,912 ; 1,073)	(0,987 ; 1,185)	(1,085 ; 1,294)	(1,158 ; 1,354)
		4,0 ; 1,8	4,6 ; 1,9	5,6 ; 2,1	6,5 ; 2,2
	3,00	(1,059 ; 0,887)	(1,121 ; 1,009)	(1,204 ; 1,130)	(1,268 ; 1,197)
		2,5 ; 1,5	2,8 ; 1,6	3,1 ; 1,6	3,4 ; 1,7
3	1,20	(0,350 ; 1,601)	(-0,026 ; 3,771)	(-0,213 ; 7,103)	(-0,277 ; 9,860)
		20,7 ; 2,4	30,1 ; 3,7	45,5 ; 7,4	58,8 ; 7,4
	1,60	(0,589 ; 1,099)	(0,632 ; 1,236)	(0,679 ; 1,409)	(0,676 ; 1,620)
		5,4 ; 1,6	6,6 ; 1,7	8,7 ; 1,9	10,6 ; 2,1
	2,20	(0,788 ; 0,805)	(0,826 ; 0,925)	(0,879 ; 1,052)	(0,919 ; 1,131)
		2,5 ; 1,3	2,8 ; 1,3	3,2 ; 1,4	3,6 ; 1,4
	3,00	(0,964 ; 0,590)	(0,995 ; 0,708)	(1,039 ; 0,834)	(1,074 ; 0,911)
		1,7 ; 1,1	1,8 ; 1,2	1,9 ; 1,2	2,1 ; 1,2
5	1,20	(0,126 ; 1,863)	(0,068 ; 2,657)	(0,011 ; 3,961)	(-0,014 ; 5,013)
		13,5 ; 2,0	18,1 ; 2,5	24,9 ; 3,3	30,4 ; 4,0
	1,60	(0,502 ; 0,808)	(0,521 ; 0,938)	(0,541 ; 1,106)	(0,539 ; 1,270)
		3,3 ; 1,2	3,9 ; 1,2	4,8 ; 1,3	5,5 ; 1,4
	2,20	(0,725 ; 0,502)	(0,744 ; 0,605)	(0,770 ; 0,722)	(0,792 ; 0,797)
		1,6 ; 1,1	1,8 ; 1,1	2,0 ; 1,1	2,1 ; 1,1
	3,00	(0,919 ; 0,286)	(0,932 ; 0,389)	(0,952 ; 0,504)	(0,969 ; 0,577)
		1,2 ; 1,0	1,2 ; 1,0	1,3 ; 1,0	1,4 ; 1,0
10	1,20	(0,170 ; 1,093)	(0,144 ; 1,464)	(0,126 ; 1,957)	(0,114 ; 2,371)
		7,9 ; 1,2	9,9 ; 1,5	12,7 ; 1,9	15,0 ; 2,1
	1,60	(0,458 ; 0,480)	(0,468 ; 0,549)	(0,482 ; 0,656)	(0,492 ; 0,731)
		1,9 ; 1,0	2,2 ; 1,0	2,5 ; 1,0	2,8 ; 1,0
	2,20	(0,692 ; 0,189)	(0,700 ; 0,269)	(0,710 ; 0,362)	(0,718 ; 0,424)
		1,1 ; 1,0	1,2 ; 1,0	1,2 ; 1,0	1,3 ; 1,0
	3,00	(0,800 ; 0,079)	(0,800 ; 0,165)	(0,800 ; 0,266)	(0,800 ; 0,335)
		1,0 ; 1,0	1,0 ; 1,0	1,0 ; 1,0	1,0 ; 1,0
20	1,20	(0,186 ; 0,615)	(0,178 ; 0,774)	(0,166 ; 1,015)	(0,162 ; 1,187)
		4,7 ; 1,0	5,7 ; 1,0	7,0 ; 1,1	8,0 ; 1,1
	1,60	(0,440 ; 0,211)	(0,444 ; 0,275)	(0,452 ; 0,348)	(0,458 ; 0,398)
		1,3 ; 1,0	1,4 ; 1,0	1,5 ; 1,0	1,6 ; 1,0
	2,20	(0,640 ; 0,004)	(0,640 ; 0,069)	(0,640 ; 0,145)	(0,640 ; 0,197)
		1,0 ; 1,0	1,0 ; 1,0	1,0 ; 1,0	1,0 ; 1,0
	3,00	(0,640 ; 0,004)	(0,640 ; 0,069)	(0,640 ; 0,145)	(0,640 ; 0,197)
		1,0 ; 1,0	1,0 ; 1,0	1,0 ; 1,0	1,0 ; 1,0

Nota: A leitura do Tabela é feita da forma seguinte, tendo por base os primeiros valores no canto superior esquerdo, que correspondem a $ARL_0 = 100$ ($ARL_{Em\ Controla} = 100$):

(0,648 ; 1,466)

28,8 ; 3,5

- $k_A = 0,648$
- $h_A = 1,466$
- 28,8 é o $ARL_{Fora\ de\ Controla}$ para um aumento do desvio padrão de σ_1/σ_0
- 3,5 é o $ARL_{Fora\ de\ Controla}$ para um aumento do desvio padrão de $2\sigma_1/\sigma_0$

Tabela III.2 - Parâmetros (k_D , h_D), ARL_1 e ARL_2 da carta CUSUM- $\ln(S^2)$, para detetar um decréscimo da variância do processo.

n	σ_1/σ_0	ARL_0			
		100	200	500	1000
2	0,80	(1,400 ; 16,167)	(1,400 ; 22,531)	(1,400 ; 33,131)	(1,426 ; 40,163)
		40,0 ; 10,6	59,3 ; 14,3	92,4 ; 20,6	122,4 ; 25,1
	0,60	(1,470 ; 14,958)	(1,540 ; 18,704)	(1,600 ; 23,986)	(1,628 ; 28,212)
		19,0 ; 7,7	25,4 ; 9,7	34,9 ; 12,5	42,5 ; 14,8
	0,40	(1,714 ; 12,059)	(1,786 ; 14,855)	(1,850 ; 18,697)	(1,882 ; 21,693)
		9,9 ; 5,2	12,5 ; 6,3	16,1 ; 7,9	19,0 ; 9,2
	0,20	(2,122 ; 9,451)	(2,186 ; 11,645)	(2,246 ; 14,618)	(2,278 ; 16,904)
		4,9 ; 3,2	6,0 ; 3,8	7,5 ; 4,7	8,6 ; 5,4
3	0,80	(0,672 ; 8,951)	(0,704 ; 11,361)	(0,732 ; 14,797)	(0,746 ; 17,525)
		24,5 ; 5,9	33,7 ; 7,4	47,9 ; 9,6	59,7 ; 11,3
	0,60	(0,862 ; 6,564)	(0,898 ; 8,060)	(0,930 ; 10,114)	(0,946 ; 11,712)
		9,9 ; 3,8	12,5 ; 4,5	16,1 ; 5,6	18,9 ; 6,4
	0,40	(1,122 ; 4,980)	(1,154 ; 6,103)	(1,184 ; 7,623)	(1,200 ; 8,791)
		4,8 ; 2,5	5,8 ; 2,9	7,1 ; 3,5	8,2 ; 4,0
	0,20	(1,662 ; 3,444)	(1,634 ; 4,421)	(1,626 ; 5,684)	(1,624 ; 6,641)
		2,3 ; 1,5	2,7 ; 1,8	3,3 ; 2,2	3,7 ; 2,4
5	0,80	(0,406 ; 4,457)	(0,426 ; 5,492)	(0,442 ; 6,957)	(0,450 ; 8,103)
		14,6 ; 3,2	19,0 ; 3,9	25,2 ; 4,8	30,1 ; 5,5
	0,60	(0,612 ; 2,965)	(0,630 ; 3,607)	(0,646 ; 4,478)	(0,654 ; 5,151)
		5,3 ; 2,0	5,3 ; 2,0	7,9 ; 2,8	9,0 ; 3,1
	0,40	(0,936 ; 1,989)	(0,926 ; 2,511)	(0,926 ; 3,182)	(0,928 ; 3,688)
		2,4 ; 1,3	2,9 ; 1,5	3,4 ; 1,8	3,9 ; 2,0
	0,20	(1,958 ; 0,651)	(1,884 ; 1,102)	(1,738 ; 1,761)	(1,604 ; 2,308)
		1,1 ; 1,0	1,3 ; 1,0	1,6 ; 1,0	1,8 ; 1,1
10	0,80	(0,280 ; 2,022)	(0,290 ; 2,457)	(0,298 ; 3,058)	(0,302 ; 3,524)
		7,9 ; 1,8	9,8 ; 2,0	12,3 ; 2,4	14,3 ; 2,7
	0,60	(0,518 ; 1,152)	(0,516 ; 1,429)	(0,520 ; 1,781)	(0,522 ; 2,050)
		2,6 ; 1,0	3,1 ; 1,1	3,6 ; 1,3	4,1 ; 1,6
	0,40	(1,028 ; 0,443)	(1,004 ; 0,663)	(0,962 ; 0,964)	(0,924 ; 1,201)
		1,2 ; 1,0	1,3 ; 1,0	1,6 ; 1,0	1,8 ; 1,0
	0,20	(1,450 ; 0,011)	(1,450 ; 0,197)	(1,450 ; 0,435)	(1,450 ; 0,610)
		1,0 ; 1,0	1,0 ; 1,0	1,0 ; 1,0	1,0 ; 1,0
20	0,80	(0,236 ; 0,969)	(0,240 ; 1,175)	(0,245 ; 1,447)	(0,248 ; 1,652)
		4,5 ; 1,0	5,3 ; 1,1	6,5 ; 1,3	7,4 ; 1,5
	0,60	(0,538 ; 0,394)	(0,528 ; 0,527)	(0,513 ; 0,704)	(0,502 ; 0,839)
		1,4 ; 1,0	1,6 ; 1,0	1,9 ; 1,0	2,1 ; 1,0
	0,40	(0,900 ; 0,012)	(0,900 ; 0,121)	(0,900 ; 0,259)	(0,900 ; 0,359)
		1,0 ; 1,0	1,0 ; 1,0	1,0 ; 1,0	1,0 ; 1,0
	0,20	(0,900 ; 0,012)	(0,900 ; 0,121)	(0,900 ; 0,259)	(0,900 ; 0,359)
		1,0 ; 1,0	1,0 ; 1,0	1,0 ; 1,0	1,0 ; 1,0

III.3 Carta *EWMA*

Todas as tabelas apresentadas neste subcapítulo foram retiradas de Crowder (1989).

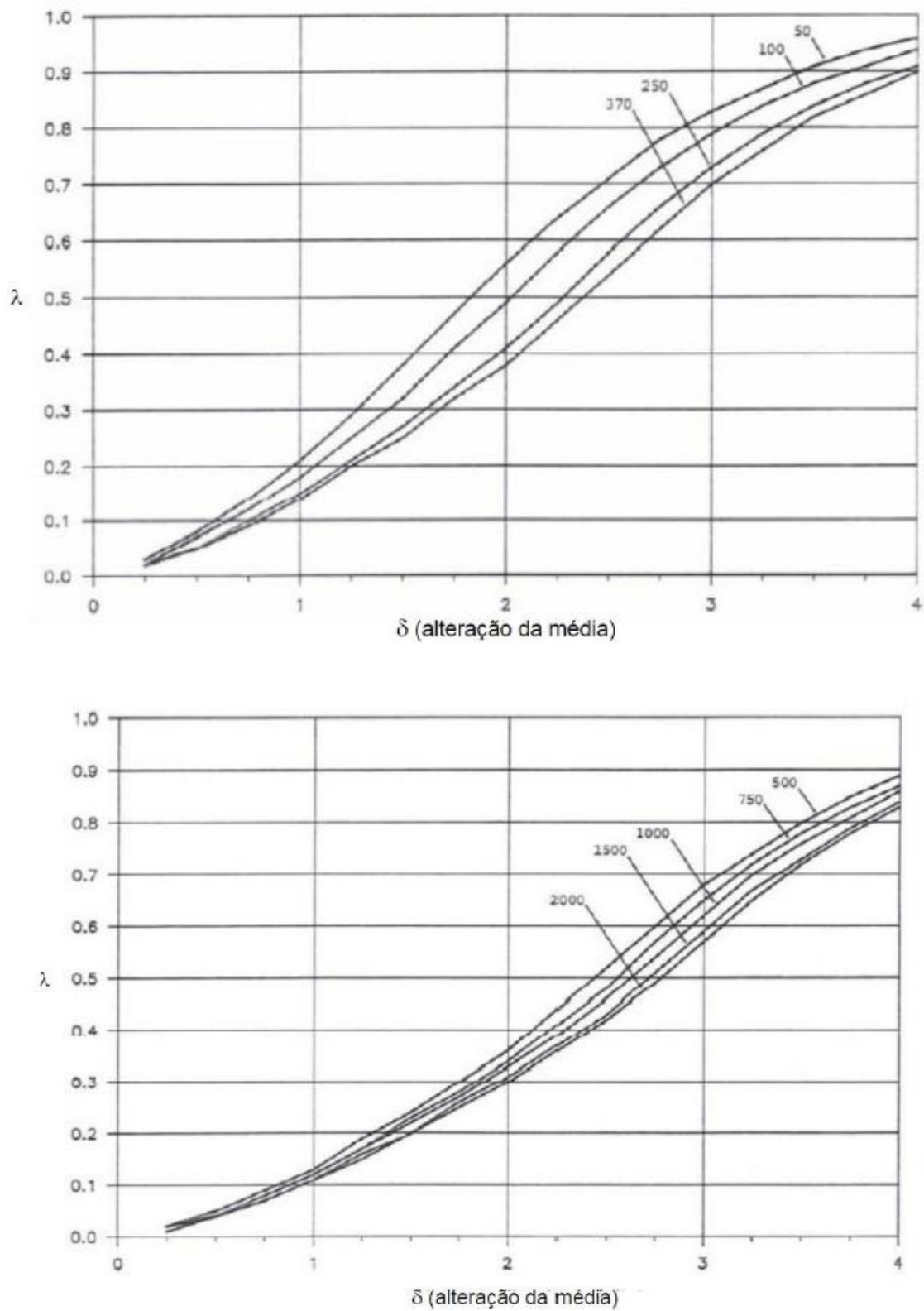


Figura III.5 - Combinação de λ e δ , para vários valores de ARL_{EC} .

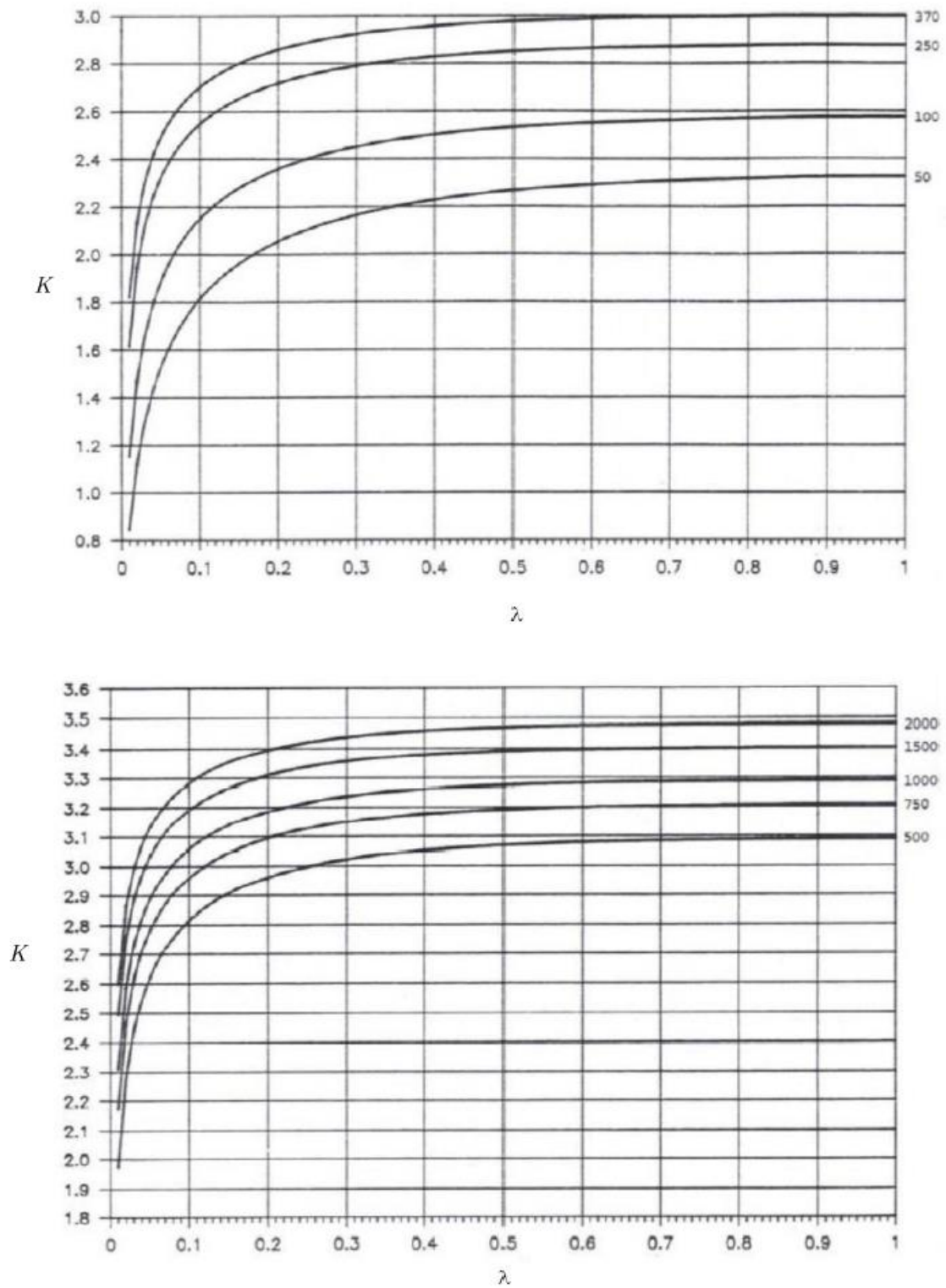


Figura III.6 - Combinações de λ e K para vários ARL_{EC} .

III.4 Carta EWMA– $\ln(S^2)$

Todas as tabelas apresentadas neste subcapítulo foram retiradas de Chang e Gan (1994).

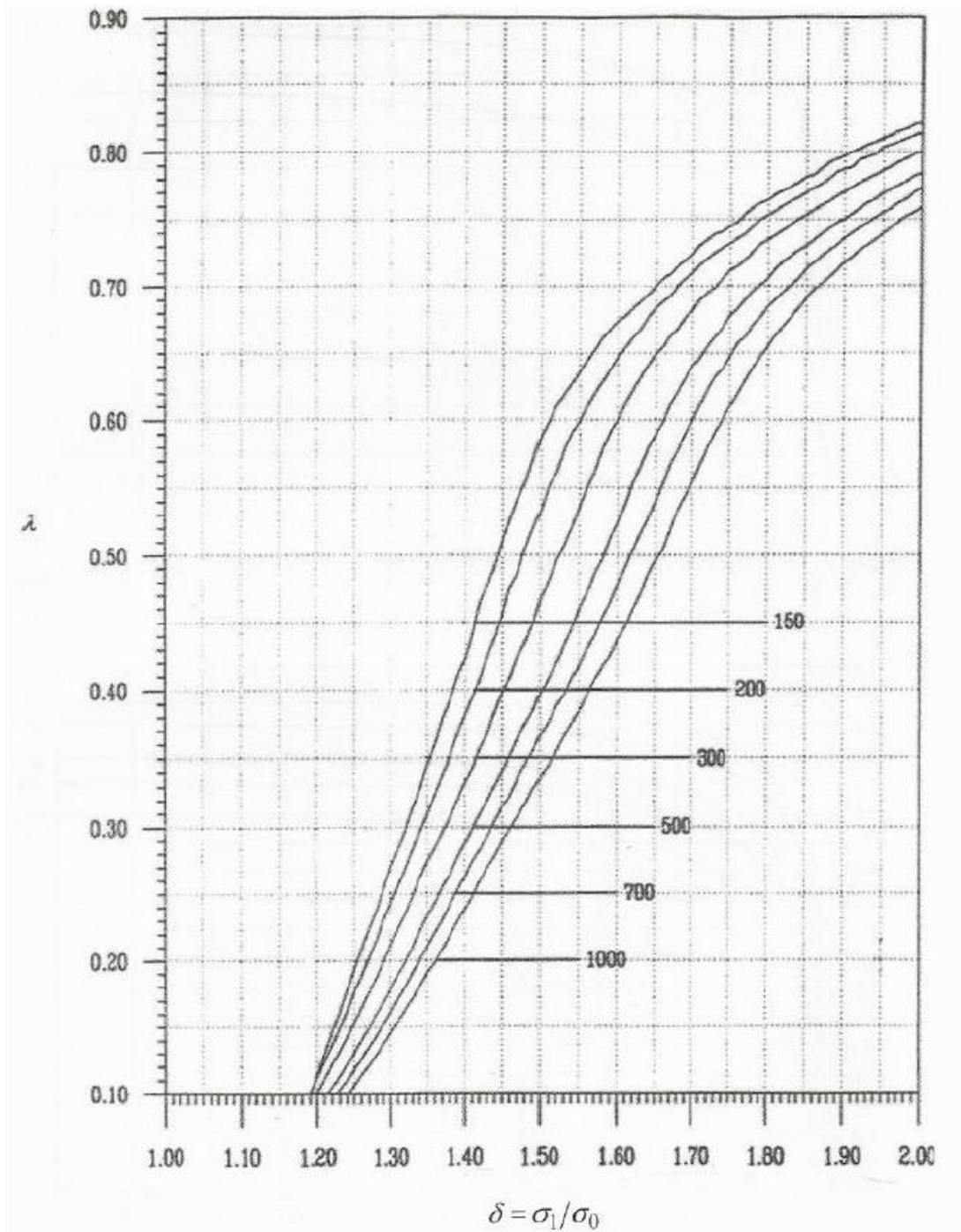


Figura III.7 - $\lambda(\delta)$ para aumentos na dispersão, com $n=5$.

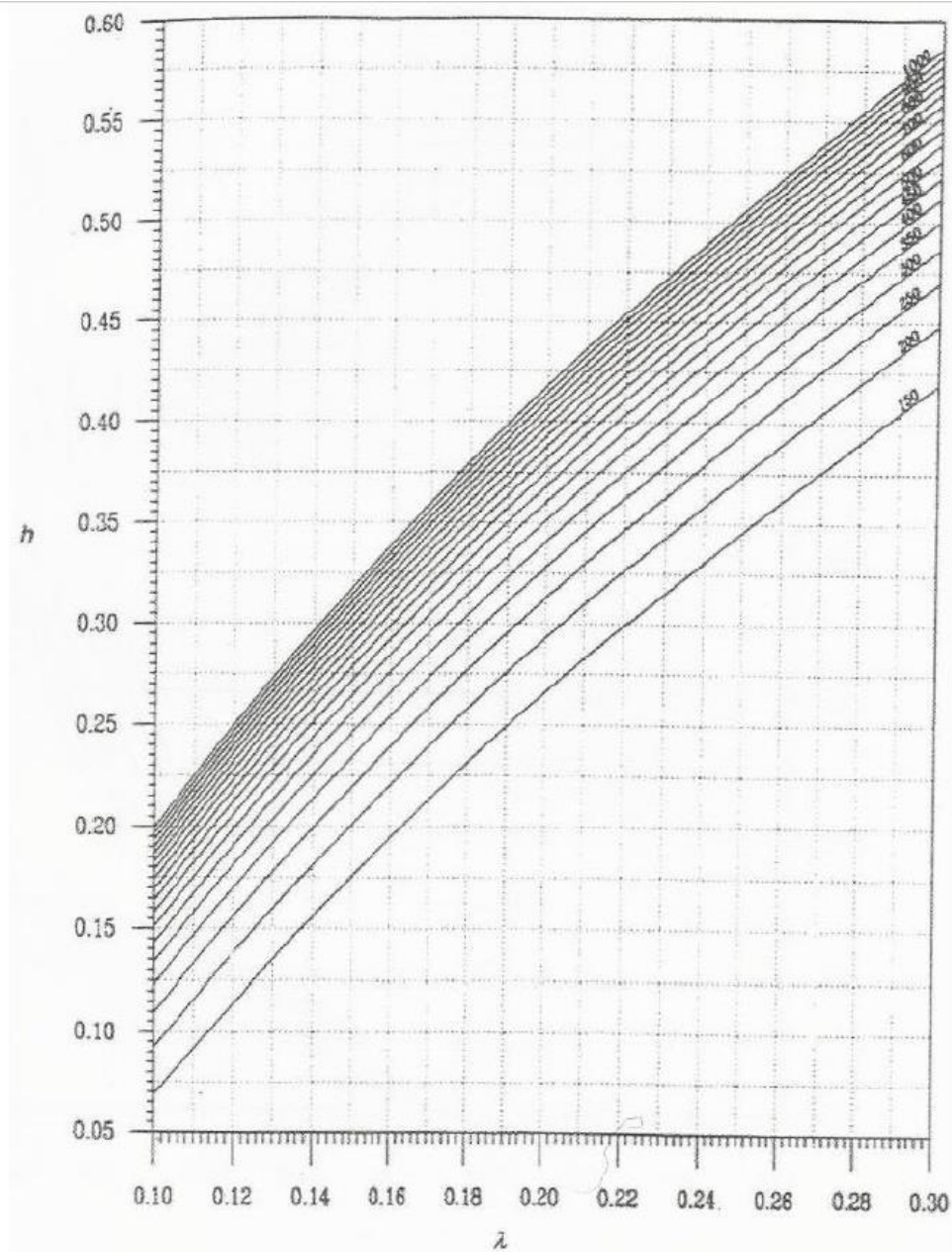


Figura III.8 - $h(\lambda)$ para aumentos na dispersão, com $n=5$.

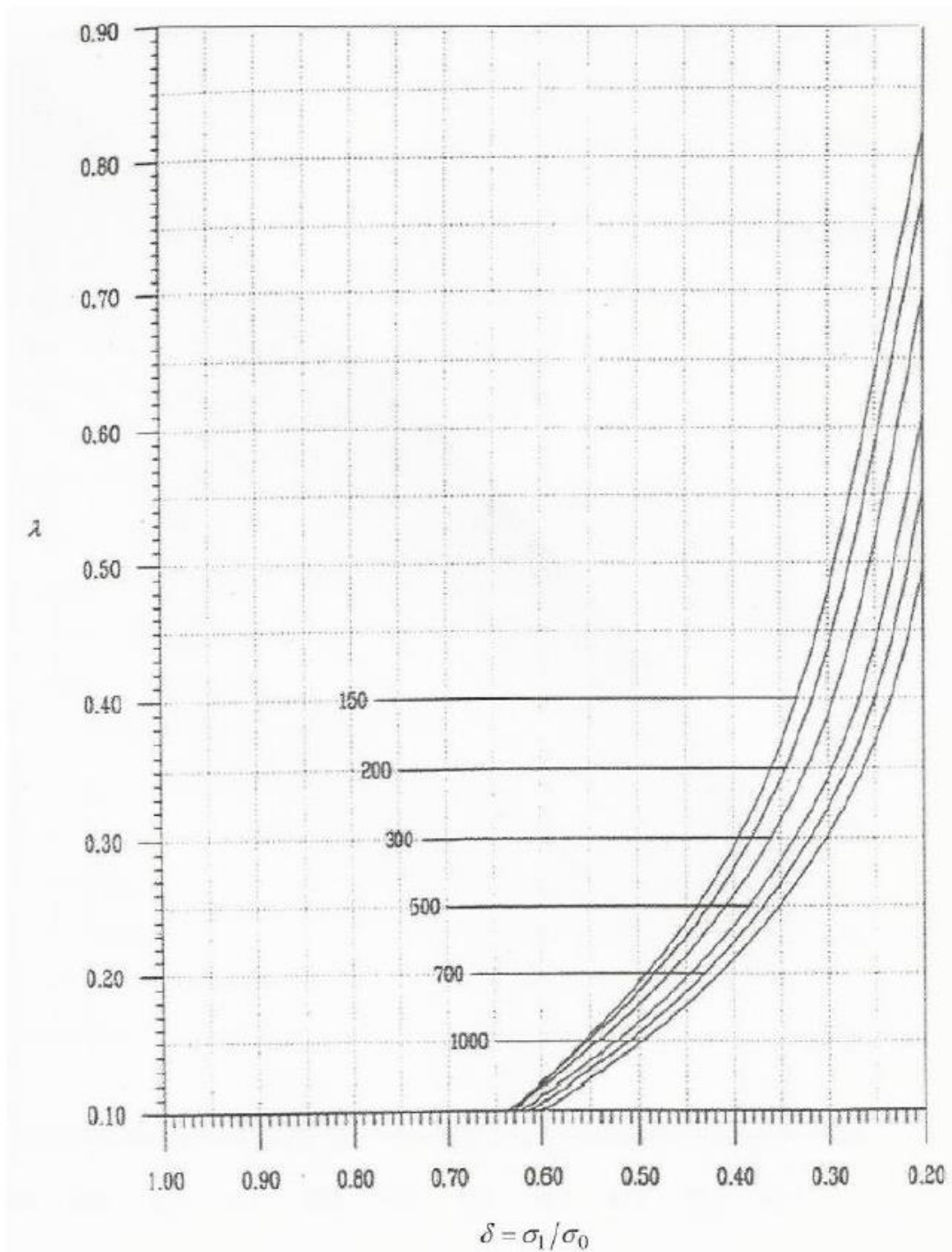


Figura III.9 - $\lambda(\delta)$ para decréscimos na dispersão, com $n=5$.

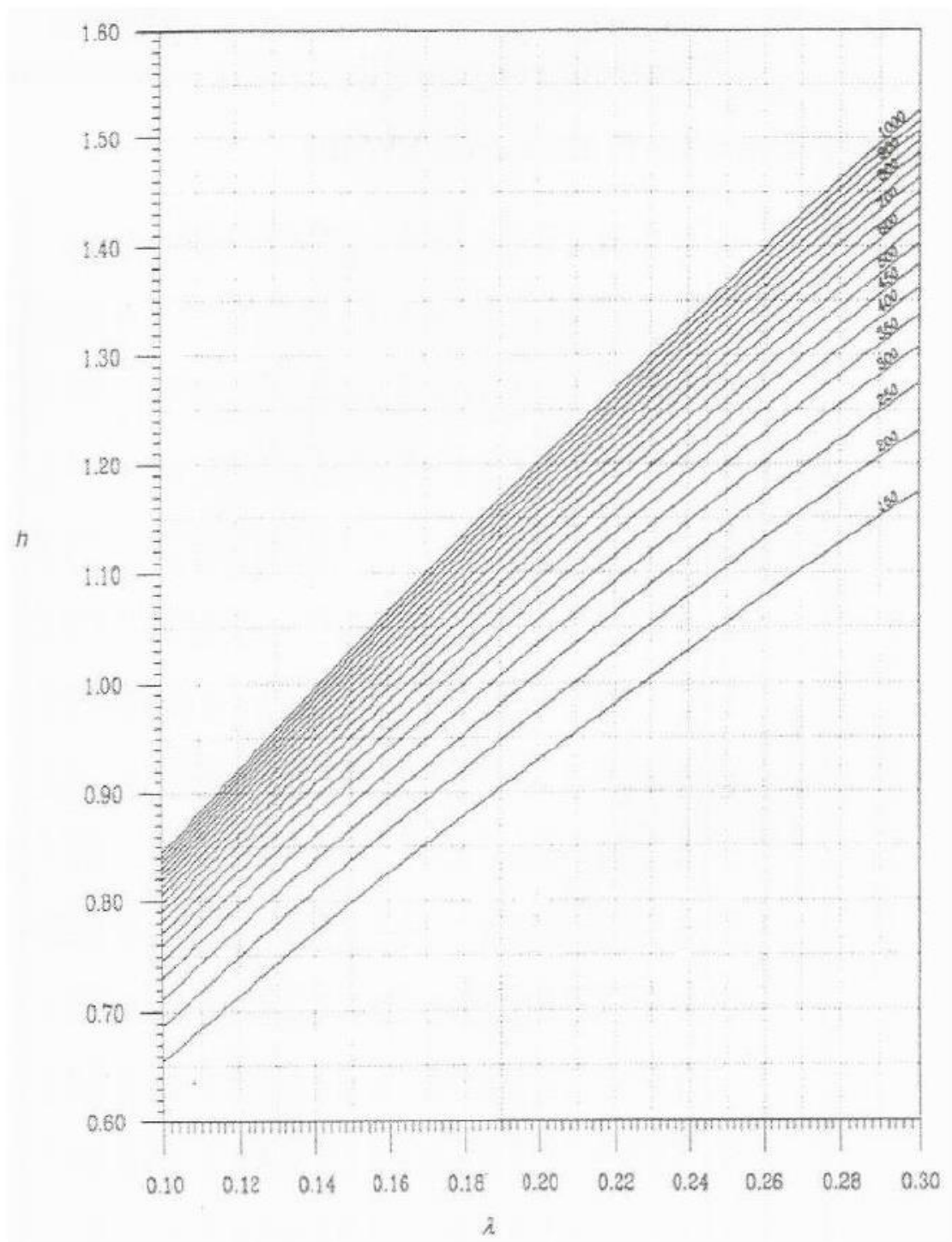


Figura III.10 - $h(\lambda)$ para decréscimos na dispersão, com $n=5$.

Anexo IV - Coeficientes das Cartas Tradicionais de Variáveis

Tabela IV.1 - Fatores das cartas de controle de variáveis.

Fatores para construção das cartas de controle de variáveis

Dimensão Amostral n	Carta da Média				Carta do Desvio Padrão				Carta da Amplitude						
	Fatores Limites de Controle				Fatores para Limites de Controle				Fatores para Limites de Controle						
	A	A ₂	A ₃	u ₀	B ₁	B ₂	B ₃	B ₄	B ₅	B ₆	d ₁	D ₁	D ₂	D ₃	D ₄
2	2,121	1,881	2,659	1,128	0,7979	0	3,267	0	2,606	0,853	0	3,686	0	3,267	0
3	1,732	1,023	1,954	1,693	0,8862	0	2,568	0	2,276	0,888	0	4,358	0	2,574	0
4	1,500	0,729	1,628	2,039	0,9213	0	2,266	0	2,008	0,880	0	4,698	0	2,282	0
5	1,342	0,577	1,427	2,326	0,9400	0	2,089	0	1,964	0,864	0	4,918	0	2,114	0
6	1,225	0,483	1,287	2,534	0,9515	0,030	1,970	0,029	1,874	0,848	0	5,078	0	2,004	0
7	1,134	0,419	1,182	2,704	0,9594	0,118	1,882	0,113	1,806	0,833	0,204	5,204	0,076	1,924	0
8	1,061	0,373	1,099	2,847	0,9650	0,185	1,815	0,179	1,751	0,820	0,388	5,306	0,136	1,864	0
9	1,000	0,337	1,032	2,970	0,9693	0,239	1,761	0,232	1,707	0,808	0,547	5,393	0,184	1,816	0
10	0,949	0,308	0,975	3,078	0,9727	0,284	1,716	0,276	1,669	0,797	0,687	5,469	0,223	1,777	0
11	0,905	0,285	0,927	3,173	0,9754	0,321	1,679	0,313	1,637	0,787	0,811	5,535	0,256	1,744	0
12	0,866	0,266	0,886	3,258	0,9776	0,354	1,646	0,346	1,610	0,778	0,922	5,594	0,283	1,717	0
13	0,832	0,249	0,850	3,336	0,9794	0,382	1,618	0,374	1,585	0,770	1,025	5,647	0,307	1,693	0
14	0,802	0,235	0,817	3,407	0,9810	0,406	1,594	0,399	1,563	0,763	1,118	5,696	0,328	1,672	0
15	0,775	0,223	0,789	3,472	0,9823	0,428	1,572	0,421	1,544	0,756	1,203	5,741	0,347	1,653	0
16	0,750	0,212	0,763	3,532	0,9835	0,448	1,552	0,440	1,526	0,750	1,282	5,782	0,363	1,637	0
17	0,728	0,203	0,739	3,588	0,9845	0,466	1,534	0,458	1,511	0,744	1,356	5,820	0,378	1,622	0
18	0,707	0,194	0,718	3,640	0,9854	0,482	1,518	0,475	1,496	0,739	1,424	5,856	0,391	1,608	0
19	0,688	0,187	0,698	3,689	0,9862	0,497	1,503	0,490	1,483	0,734	1,487	5,891	0,403	1,597	0
20	0,671	0,180	0,680	3,735	0,9869	0,510	1,490	0,504	1,470	0,729	1,549	5,921	0,415	1,585	0
21	0,655	0,173	0,663	3,778	0,9876	0,523	1,477	0,516	1,459	0,724	1,605	5,951	0,425	1,575	0
22	0,640	0,167	0,647	3,819	0,9882	0,534	1,466	0,528	1,448	0,720	1,659	5,979	0,434	1,566	0
23	0,626	0,162	0,633	3,858	0,9887	0,545	1,455	0,539	1,438	0,716	1,710	6,006	0,443		

Para $n > 25$

$$A = \frac{3}{\sqrt{n}} \quad A_2 = \frac{3}{c_4 \sqrt{n}} \quad c_4 = \frac{d(n-1)}{4(n-3)} \quad B_3 = 1 - \frac{3\sqrt{1-c_4^2}}{c_4} \quad B_4 = 1 + \frac{3\sqrt{1-c_4^2}}{c_4}$$

$$B_5 = c_4 - 3\sqrt{1-c_4^2} \quad B_6 = c_4 + 3\sqrt{1-c_4^2}$$

Anexo V - Tabelas para a Realização do Teste de *Kolmogorov-Smirnov*

V.1 Parâmetros Conhecidos

Tabela V.1 - Tabela de valores críticos em função da dimensão da amostra e nível de significância, para parâmetros conhecidos (retirado de Miller, 1956).

n	$\alpha = .20$	$\alpha = .10$ ($P = .90$)	$\alpha = .05$ ($P = .95$)	$\alpha = .02$ ($P = .98$)	$\alpha = .01$ ($P = .99$)
1	.90000	.95000	.97500	.99000	.99500
2	.68377	.77639	.84189	.90000	.92929
3	.56481	.63604	.70760	.78456	.82900
4	.49265	.56522	.62394	.68887	.73424
5	.44698	.50945	.56328	.62718	.66853
6	.41037	.46799	.51926	.57741	.61661
7	.38148	.43607	.48342	.53844	.57581
8	.35831	.40962	.45427	.50654	.54179
9	.33910	.38746	.43001	.47960	.51332
10	.32260	.36866	.40925	.45662	.48893
11	.30829	.35242	.39122	.43670	.46770
12	.29577	.33815	.37543	.41918	.44905
13	.28470	.32549	.36143	.40362	.43247
14	.27481	.31417	.34890	.38970	.41762
15	.26588	.30397	.33760	.37713	.40420
16	.25778	.29472	.32733	.36571	.39201
17	.25039	.28627	.31796	.35528	.38086
18	.24360	.27851	.30936	.34569	.37062
19	.23735	.27136	.30143	.33685	.36117
20	.23156	.26473	.29408	.32866	.35241
21	.22617	.25858	.28724	.32104	.34427
22	.22115	.25283	.28087	.31394	.33666
23	.21645	.24746	.27490	.30728	.32954
24	.21205	.24242	.26931	.30104	.32286
25	.20790	.23768	.26404	.29516	.31657
26	.20399	.23320	.25907	.28962	.31064
27	.20030	.22898	.25438	.28438	.30502
28	.19680	.22497	.24993	.27942	.29971
29	.19348	.22117	.24571	.27471	.29466
30	.19032	.21756	.24170	.27023	.28987
31	.18732	.21412	.23788	.26596	.28530
32	.18445	.21085	.23424	.26189	.28094
33	.18171	.20771	.23076	.25801	.27677
34	.17909	.20472	.22743	.25429	.27279
35	.17659	.20185	.22425	.25073	.26897
36	.17418	.19910	.22119	.24732	.26532
37	.17188	.19646	.21826	.24404	.26180
38	.16966	.19392	.21544	.24089	.25843
39	.16753	.19148	.21273	.23786	.25518
40	.16547	.18913	.21012	.23494	.25205

V.2 Parâmetros Estimados

Tabela V.2 - Tabela de valores críticos em função da dimensão da amostra e nível de significância, para parâmetros conhecidos (retirado de Lilliefors, 1967).

Sample Size N	Level of Significance for $D = \text{Max } F^*(X) - S_N(X) $				
	.20	.15	.10	.05	.01
4	.300	.319	.352	.381	.417
5	.285	.299	.315	.337	.405
6	.265	.277	.294	.319	.364
7	.247	.258	.276	.300	.348
8	.233	.244	.261	.285	.331
9	.223	.233	.249	.271	.311
10	.215	.224	.239	.258	.294
11	.206	.217	.230	.249	.284
12	.199	.212	.223	.242	.275
13	.190	.202	.214	.234	.268
14	.183	.194	.207	.227	.261
15	.177	.187	.201	.220	.257
16	.173	.182	.195	.213	.250
17	.169	.177	.189	.206	.245
18	.166	.173	.184	.200	.239
19	.163	.169	.179	.195	.235
20	.160	.166	.174	.190	.231
25	.149	.153	.165	.180	.203
30	.131	.136	.144	.161	.187
Over 30	.736 $\sqrt{N}$	.768 $\sqrt{N}$	.805 $\sqrt{N}$	.886 $\sqrt{N}$	1.031 $\sqrt{N}$