



FACULDADE DE  
CIÊNCIAS E TECNOLOGIA  
UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA

Departamento de Engenharia Mecânica e Industrial

**DISSERTAÇÃO DE Mestrado em Engenharia e Gestão Industrial**

**DETERMINAÇÃO DE PARÂMETROS DA CARTA DE CONTROLO  
*CUSUM-In(S<sup>2</sup>)* ATRAVÉS DE FERRAMENTA COMPUTACIONAL  
DE SUPORTE AO CONTROLO ESTATÍSTICO**

**Por:**

Ricardo Filipe da Costa Afonso

Dissertação apresentada na Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa para a obtenção de grau de Mestre em Engenharia e Gestão Industrial

**Orientador:** Professor Doutor José Fernando Gomes Requeijo

Lisboa

2012



## **Dedicatória**

*À minha família*



## Agradecimentos

*Para que esta dissertação de mestrado chegasse a bom porto foi fundamental o apoio e disponibilidade de diversas pessoas. Nesse sentido gostaria de expressar os mais sinceros agradecimentos a todos aqueles que de forma directa e indirecta contribuíram decisivamente para que este desfecho fosse possível.*

*O meu agradecimento sincero e sentido ao Professor Doutor José Fernando Gomes Requeijo, meu orientador, pela disponibilidade total, pelo entusiasmo, pelo incentivo, pelo espírito positivo e pelos ensinamentos transmitidos ao longo deste trajecto universitário e que não se esgotam naturalmente apenas nesta dissertação de mestrado.*

*Agradecimento igualmente sentido ao Eng.º José Borrego, que foi indispensável em todo este processo e que contribuiu de forma decisiva para que esta dissertação fosse possível. A sua disponibilidade, ensinamentos e apoio foram fundamentais para a concretização deste objectivo, pelo que lhe estarei eternamente grato.*

*Por fim, um agradecimento muito especial a todos aqueles que me são mais próximos, aos meus pais, tios, primos e afilhados, que sempre me ajudaram e me apoiaram em todos os momentos da minha vida. Aos meus pais em particular por tudo o que foi dito anteriormente e por me terem proporcionado o ambiente ideal à concretização deste trabalho.*

*Aos meus amigos pelo apoio e positivismo.*

*Aos meus falecidos avós, que hoje estariam seguramente orgulhosos pelo culminar positivo desta fase da minha vida.*

*Ricardo Filipe da Costa Afonso*



## Resumo

No contexto actual da indústria, as cartas de controlo são ferramentas extremamente úteis e relevantes no suporte ao Controlo Estatístico de determinado processo produtivo, disponibilizando uma conjunto de informação fiável para a análise fundamentada do mesmo.

Através da escolha criteriosa de diversos parâmetros inerentes às cartas de controlo disponibilizados numericamente através de tabelas e respectiva monitorização, é possível detectar, com elevados níveis de fiabilidade, eventuais alterações nos parâmetros do processo que se encontram sob estudo.

Considerando processos nos quais se pretende aferir da variabilidade da dispersão, e tendo por base a carta de controlo  $CUSUM-\ln(S^2)$ , existem tabelas de resultados disponíveis para consulta de parâmetros relevantes no âmbito da mesma.

No entanto estas tabelas normalmente contêm apenas um conjunto limitado de dados relativos a situações mais comuns de ocorrer em contexto de produção. Deste modo sempre que é necessário abranger outros casos menos comuns, mas igualmente importantes, estas ferramentas de análise tornam-se omissas, pois não contemplam uma elevada gama de casos.

É igualmente importante referir que não são disponibilizados os ábacos referentes às tabelas numéricas. Para além disso não existe, tanto quanto se sabe, uma ferramenta que permita a geração de resultados para a carta de controlo  $CUSUM-\ln(S^2)$  em forma de tabela e ábacos para diferentes casos.

Nesse sentido, este trabalho visa dar resposta a estas lacunas, propondo uma abordagem de simulação alternativa sob a forma de uma Ferramenta Computacional de Suporte ao Controlo Estatístico (FCSCCE), desenvolvida em ambiente Matlab e de acordo com um procedimento sequencial, para a obtenção dos diversos parâmetros relativos à carta de controlo  $CUSUM-\ln(S^2)$  considerando diversos cenários possíveis de serem estudados.

Espera-se que esta ferramenta computacional represente um contributo relevante para todos aqueles que utilizam frequentemente técnicas de controlo estatístico de processos.

**Palavras-chave:** Controlo Estatístico de Processos, carta  $CUSUM-\ln(S^2)$ , ábacos, tabelas de resultados, Ferramenta Computacional de Suporte ao Controlo Estatístico (FCSCCE), Matlab.



## Abstract

In the current industrial scene, control charts are valuable tools in Statistical Process Control (*SPC*), providing a set of reliable information that can be used on the analysis of specific production processes. Therefore control charts are very useful tools to support *SPC*.

A careful choice of various parameters inherent to a specific control chart and monitoring – available numerically in the form of tables – allows the detection, with high levels of reliability, any changes in process parameters.

To monitor the variance of certain process, and based on the control chart *CUSUM-In(S<sup>2</sup>)*, there are a set of tables available with the results of the relevant parameters for this chart.

However these tables typically contain only a limited set of data for the most common situations that use to occur in a production environment. Therefore whenever it is necessary to cover other cases less common, but also important, these analysis tools are not suitable, because they do not provide data to the other cases.

It is also important to note, that are not available the abacuses. In addition, it does not exist, as far as we know, a tool that allows the generation of results in the form of tables and abacuses for different cases.

Therefore, this work aims to address these gaps by proposing an alternative simulation approach in the form of a computational tool to support *SPC* (FCSCE), developed in Matlab using a logical sequential procedure, that will yield the various parameters of the control chart *CUSUM-In(S<sup>2</sup>)*.

It is hoped that this computational tool could represent a significant contribution to everyone who frequently use techniques of statistical process control.

**Key Words:** Statistical Process Control, control chart *CUSUM-In(S<sup>2</sup>)*, abacuses, tables of results, Computacional Tool to Support *SPC*, Matlab.



## Simbologia e Notações

$AQL$	“Acceptable Quality Level” – Nível de Qualidade Aceitável
$ARL$	“Average Run Length” – número médio ao fim do qual se detecta uma situação fora de controlo
$ARL_0$	$ARL$ para situação na qual a alteração seja nula
$ARL_{EC}$	$ARL$ quando o processo se encontra sob controlo estatístico. $ARL_{Em\ Controlo}$
$ARL_{FC}$	$ARL$ quando o processo não se encontra sob controlo estatístico. $ARL_{Fora\ de\ Controlo}$
$ARL(\delta)$	$ARL$ para a alteração $\delta$
Carta $c$	Carta de controlo de atributos para o número de defeitos
Carta $MR$	Carta de controlo variável para amplitudes móveis e observações individuais
Carta $np$	Carta de controlo de atributos para o número de unidades não conformes
Carta $p$	Carta de controlo de atributos para proporção de unidades não conformes
Carta $u$	Carta de controlo de atributos para o número de defeitos por unidade
$CUSUM$	“Cumulative Sum” – Soma acumulada. Carta de controlo destinada ao controlo da média do processo
$CUSUM-\ln(S^2)$	Carta de somas acumuladas destinada ao controlo da dispersão
$CUSUM-R$	Carta de controlo de somas acumuladas para o controlo da dispersão, através da estatística $R$ .
$CUSUM-S$	Carta de controlo de somas acumuladas para o controlo da dispersão, através da estatística $S$ .
$CUSUM-S^2$	Carta de controlo de somas acumuladas para o controlo da dispersão, através da estatística $S^2$ .
$C_p$	Índice de capacidade potencial do processo
$C_{pk}$	Índice de capacidade do processo
$(C_{pk})I, (C_{pk})S$	Índice $C_{pk}$ inferior e superior

$C_t$	Variável de controlo (soma acumulada) no instante $t$ com vista a detectar um aumento na variância (ou média – carta <i>CUSUM</i> ) do processo
$C_0$	Variável de controlo (soma acumulada) com vista a detectar um aumento na variância do processo (valor inicial)
$D_t$	Variável de controlo (soma acumulada) no instante $t$ com vista a detectar um decréscimo na variância do processo
$D_0$	Variável de controlo (soma acumulada) com vista a detectar um decréscimo na variância do processo (valor inicial)
<i>EWMA</i>	Carta de controlo da média móvel exponencialmente amortecida destinada ao controlo da média do processo
<i>EWMA-<math>\ln(S^2)</math></i>	Carta de controlo da média móvel exponencialmente amortecida destinada ao controlo da dispersão do processo
FCSCCE	Ferramenta Computacional de Suporte ao Controlo Estatístico
<i>FIR</i>	“Fast Initial Response”. Resposta Inicial Rápida
$h$	Parâmetro da carta <i>CUSUM-<math>\ln(S^2)</math></i>
$h_c$	Parâmetro da carta <i>CUSUM-<math>\ln(S^2)</math></i> . Corresponde ao Limite Superior de Controlo desta carta e é referente ao estudo de um aumento na variância do processo
$h_D$	Parâmetro da carta <i>CUSUM-<math>\ln(S^2)</math></i> . $-h_D$ corresponde ao Limite Inferior de controlo desta carta e é referente ao estudo de um decréscimo na variância do processo
$h_W^+$	Parâmetro da carta <i>WACUSUM</i> . Corresponde ao Limite superior de controlo e é referente ao estudo de um aumento na variância do processo
$h_W^-$	Parâmetro da carta <i>WACUSUM</i> . Corresponde ao Limite superior de controlo e é referente ao estudo de um decréscimo na variância do processo
$k$	Valor de referência e parâmetro da carta <i>CUSUM-<math>\ln(S^2)</math></i>
$k_C$	Parâmetro da carta <i>CUSUM-<math>\ln(S^2)</math></i> , referente ao estudo de um aumento na variância do processo
$k_D$	Parâmetro da carta <i>CUSUM-<math>\ln(S^2)</math></i> , referente ao estudo de um decréscimo na variância do processo

$k_t^+$	Parâmetro da carta <i>WACUSUM</i> referente ao estudo de aumentos na variância do processo
$k_t^-$	Parâmetro da carta <i>WACUSUM</i> referente ao estudo de decréscimos na variância do processo
<i>LC</i>	Linha Central
<i>LIC</i>	Limite Inferior de Controlo
<i>LSC</i>	Limite Superior de Controlo
<i>LIE</i>	Limite Inferior de Especificação
<i>LSE</i>	Limite Superior de Especificação
$\ln(S^2)$	Logaritmo natural da variância da amostra $t(S_t^2)$
<i>m</i>	Número de Amostras
<i>n</i>	Dimensão da Amostra
$N \sim (0,1)$	Distribuição normal com média zero e desvio padrão unitário
$N \sim (\mu, \sigma^2)$	Distribuição normal normalizada com média $\mu$ e variância $\sigma^2$
$N_1, N_2, \dots, N_q$	Variáveis não controláveis do processo
<i>RL</i>	“ <i>Run Length</i> ” – número de pontos representados numa carta de controlo antes da detecção de um ponto fora dos limites de controlo
<i>SPC</i>	“ <i>Statistical Process Control</i> ”. Controlo Estatístico do Processo
<i>s</i>	Desvio padrão amostral
$S_i$	Soma acumulada relativa à observação <i>i</i>
$S_t$	Desvio padrão da amostra <i>t</i>
<i>TQM</i>	“ <i>Total Quality Management</i> ”. Gestão pela Qualidade Total
$T_t$	Soma acumulada, no instante <i>t</i> , para detectar um decréscimo do parâmetro em estudo
$T_0$	Variável de controlo (soma acumulada) com vista a detectar um decréscimo na variância do processo (valor inicial)

$W_t^+$	Variável de controlo no instante $t$ para detectar aumentos na variância do processo (carta <i>WACUSUM</i> )
$W_t^-$	Variável de controlo no instante $t$ para detectar decréscimos na variância do processo (carta <i>WACUSUM</i> )
<i>V-Mask</i>	Dispositivo especial para a interpretação das cartas <i>CUSUM</i> tradicionais
$X$	Característica da qualidade
$X_t$	Valor da característica da qualidade $X$ no instante $t$
$\bar{X}$	Média amostral
$\bar{X}_t$	Média da amostra $t$
$Y_t$	Parâmetro de estudo da carta <i>CUSUM</i> - $\ln(S^2)$ no instante $t$
$Y_1, Y_2, \dots, Y_p$	Variáveis controláveis do processo
$Z_t$	Valor padronizado de $X_t$ no instante $t$ (carta <i>CUSUM</i> ) ou parâmetro de estudo da carta <i>WACUSUM</i>
$\alpha$	Nível de significância. Risco do produtor
$\beta$	Risco do consumidor
$\delta$	Alteração na variância do processo (ou média – carta <i>CUSUM</i> )
$\delta_C$	Alteração na variância do processo para detectar aumentos da mesma (carta <i>CUSUM</i> - $\ln(S^2)$ )
$\delta_D$	Alteração na variância do processo para detectar decréscimos da mesma (carta <i>CUSUM</i> - $\ln(S^2)$ )
$\delta_t^+$	Alteração na variância do processo para detectar aumentos da mesma (carta <i>WACUSUM</i> )
$\delta_t^-$	Alteração na variância do processo para detectar decréscimos da mesma (carta <i>WACUSUM</i> )
$\mu$	Média do processo
$\sigma$	Desvio padrão do processo
$\sigma_0$	Desvio padrão do processo no instante inicial

$\sigma_1$	Desvio padrão do processo após ocorrer uma alteração
$\sigma_\omega$	Desvio padrão do processo relativo à carta de Shewhart (estatística $\omega$ )
$\sigma_{\bar{x}}$	Desvio padrão da distribuição de médias de amostras
$\Delta$	Alteração da média do processo



# Índice

<b>Capítulo I.....</b>	<b>1</b>
<b>1. Introdução .....</b>	<b>2</b>
1.1. Enquadramento.....	2
1.2. Relevância do Tema e Caracterização do Problema Inerente .....	3
1.3. Objectivos.....	4
1.4. Metodologia .....	5
1.5. Estrutura da Dissertação .....	5
<b>Capítulo II.....</b>	<b>7</b>
<b>2. Controlo Estatístico do Processo .....</b>	<b>8</b>
2.1. Aspectos Introdutórios.....	8
2.2. Processo Produtivo.....	13
2.2.1. Conceito “Processo” .....	13
2.2.2. Variação do Processo .....	15
2.3. Desfasamento entre a teoria e a prática no <i>SPC</i> .....	20
2.4. Cartas de Controlo .....	22
2.4.1. O porquê da utilização das Cartas de Controlo.....	22
2.4.2. Vantagens das cartas de controlo .....	22
2.4.3. Princípios das Carta de Controlo .....	24
2.4.4. Indicador de desempenho das cartas de controlo.....	29
2.4.5. Tipos de Cartas de Controlo .....	31
2.4.6. Cuidados a ter na sua implementação.....	33
2.4.7. Interpretação das cartas de controlo.....	34
2.4.8. Capacidade de um Processo.....	37
2.4.9. Melhoria contínua do processo .....	41

<b>Capítulo III.....</b>	<b>45</b>
<b>3. Cartas de Controlo Especiais .....</b>	<b>46</b>
3.1. Aspectos Introdutórios.....	46
3.2. Cartas de Controlo de Somas Acumuladas .....	49
3.2.1. Aspectos introdutórios.....	49
3.2.2. Cartas de controlo de somas acumuladas para o controlo da média do processo - <i>CUSUM</i> .....	49
3.2.3. Cartas de controlo de somas acumuladas para o controlo de variância do processo- <i>CUSUM-In(S<sup>2</sup>)</i> .....	58
3.2.3.1. Aspectos Introdutórios.....	58
3.2.3.2. Fundamentos da carta de controlo <i>CUSUM-In(S<sup>2</sup>)</i> .....	61
3.2.3.3. Construção de uma carta <i>CUSUM-In(S<sup>2</sup>)</i> .....	64
3.2.3.4. Dimensão e frequência das amostras .....	65
3.2.3.5. <i>ARL</i> das cartas de controlo <i>CUSUM-In(S<sup>2</sup>)</i> .....	66
<b>Capítulo IV .....</b>	<b>69</b>
<b>4. Desenvolvimento da FCSCE para a carta <i>CUSUM-In(S<sup>2</sup>)</i> .....</b>	<b>70</b>
4.1. Engenharia de <i>Software</i> .....	70
4.1.1. Condições de desenvolvimento de aplicações de software .....	72
4.1.2. Prototipagem .....	73
4.1.3. Aplicações de <i>Software</i> .....	75
4.1.4. Resumo sumário.....	76
4.2. Desenvolvimento da FCSCE.....	78
4.2.1. MATLAB.....	79
4.2.2. Metodologia .....	80
4.2.2.1. Procedimento genérico por fases .....	81

4.2.3.	Desenvolvimento da FCSCE - Fase I.....	84
4.2.3.1.	Definição das variáveis de entrada .....	85
4.2.3.2.	Algoritmo Desenvolvido .....	87
4.2.3.3.	Resultados Finais .....	99
4.2.3.4.	Considerações Finais .....	107
4.2.4.	Desenvolvimento da FCSCE - Fase II.....	108
4.2.4.1.	Considerações adicionais .....	109
4.2.4.2.	Resultados Finais .....	111
4.2.5.	Desenvolvimento da FCSCE - Fase III.....	116
4.2.5.1.	Definição das variáveis de entrada .....	117
4.2.5.2.	Algoritmo desenvolvido .....	118
4.2.5.3.	Resultados Finais .....	131
4.2.5.3.1.	Tabelas de Resultados.....	132
4.2.5.4.2.	Ábacos para determinação de parâmetros específicos .....	133
4.2.6.	Desenvolvimento da FCSCE - Fase IV .....	135
4.2.6.1.	Definição das variáveis de entrada .....	135
4.2.6.2.	Algoritmo desenvolvido .....	136
4.2.6.3.	Tabelas de resultados.....	142
4.2.6.4.	Determinação dos parâmetros $\delta$ e $k$ da carta de controlo.....	152
4.2.6.4.1.	Tabela de $k$ em função de $\delta$ e $ARL_{EC}$ por simulação .....	152
4.2.6.4.2.	Tabela de $k$ em função de $\delta$ e $ARL_{EC}$ por interpolação polinomial .....	153
4.2.6.4.3.	Ábacos e tabelas de resultados para determinação de parâmetros específicos .....	155

4.2.7.	Resultados Finais .....	159
4.2.7.1.	Ábacos e tabelas de resultados para consulta e determinação de parâmetros específicos .....	160
<b>Capítulo V .....</b>		<b>167</b>
<b>5.</b>	<b>Conclusões e Sugestões para Trabalhos Futuros .....</b>	<b>168</b>
5.1.	Conclusões.....	168
5.2.	Considerações adicionais .....	171
5.3.	Sugestões para Trabalhos Futuros .....	172
<b>Referências Bibliográficas .....</b>		<b>173</b>
<b>Anexos .....</b>		<b>179</b>
<b>Anexo I – Ábacos da Carta <i>CUSUM</i> e <i>CUSUM-FIR</i> (Gan, 1991).....</b>		<b>180</b>
I.1	Ábacos para determinação dos parâmetros $k$ e $h$ da carta <i>CUSUM</i> .....	180
I.2	Ábacos para determinação dos parâmetros $k$ e $h$ da carta <i>CUSUM-FIR</i> .....	184
<b>Anexo II – Tabelas para as Carta <i>CUSUM-In(S<sup>2</sup>)</i> e <i>FIRCUSUM-In(S<sup>2</sup>)</i> (Chang e Gan, 1995).....</b>		<b>188</b>
II.1	Tabelas para a carta <i>CUSUM-In(S<sup>2</sup>)</i> .....	188
II.2	Tabelas para a carta <i>FIRCUSUM-In(S<sup>2</sup>)</i> .....	190

# Índice de Figuras

Figura 2.1 – Passos inerentes à implementação de um qualquer <i>SPC</i> (adaptado de Souza, 1996) .....	12
Figura 2.2 – Processo (Montgomery, 2011).....	13
Figura 2.3 – Causas assinaláveis e causas especiais, variabilidade e previsibilidade (adaptado de Oakland, 2003).....	18
Figura 2.4 – Processo fora de controlo estatístico em relação à variância, mas sob controlo em relação à média do processo (Wise e Fair, 1998) .....	19
Figura 2.5 – Processo sob controlo em relação à variância, mas fora de controlo estatístico em relação à média do processo (Wise e Fair, 1998) .....	19
Figura 2.6 – Exemplo de uma carta de Controlo.....	24
Figura 2.7 - Fluxograma referente à Fase 1 do <i>SPC</i> através das cartas de controlo .....	27
Figura 2.8 - Fluxograma referente à Fase 2 do <i>SPC</i> através das cartas de controlo .....	28
Figura 2.9 – Zonas relativas à aplicação das regras de detecção de causas assinaláveis (Requeijo, 2003).....	35
Figura 2.10 – Capacidade do Processo (adaptado de Oakland, 2003).....	41
Figura 2.11 - Fluxograma para uma estratégia de melhoria contínua do processo produtivo (adaptado de Oakland, 2003).....	43
Figura 3.1 – Exemplo de carta <i>CUSUM</i> .....	55
Figura 4.1 – Ciclo de vida da Engenharia de <i>Software</i> (adaptado de Pressman,2002).....	73
Figura 4.2 – Logótipo do programa Matlab .....	79
Figura 4.3 - Fluxograma referente às fases de desenvolvimento da FCSCE.....	83
Figura 4.4 - Diagrama referente às diversas fases de desenvolvimento da FCSCE.....	83

Figura 4.5 - Representação sistémica sob a forma de diagrama de blocos dos algoritmos a desenvolver na Fase I .....	84
Figura 4.6 - Fluxograma global do algoritmo desenvolvido para a construção de uma tabela de $ARL$ em função de $k$ e $\delta$ , para cada um dos $h$ pretendidos – Fase I .....	87
Figura 4.7 - Fluxograma do algoritmo utilizado na determinação do $ARL$ por simulação com base nos parâmetros $h$ , $k$ e $\delta$ para a detecção de aumentos na variância do processo – Fase I (Parte 1 de 3).....	91
Figura 4.8 - Fluxograma do algoritmo utilizado na determinação do $ARL$ por simulação com base nos parâmetros $h$ , $k$ e $\delta$ para a detecção de aumentos na variância do processo – Fase I (Parte 2 de 3).....	92
Figura 4.9 - Fluxograma do algoritmo utilizado na determinação do $ARL$ por simulação com base nos parâmetros $h$ , $k$ e $\delta$ para a detecção de aumentos na variância do processo – Fase I (Parte 3 de 3).....	93
Figura 4.10 - Fluxograma do algoritmo utilizado na determinação do $ARL$ por simulação com base nos parâmetros $h$ , $k$ e $\delta$ para a detecção de decréscimos na variância do processo – Fase I (Parte 1 de 3).....	94
Figura 4.11 - Fluxograma do algoritmo utilizado na determinação do $ARL$ por simulação com base nos parâmetros $h$ , $k$ e $\delta$ para a detecção de decréscimos na variância do processo – Fase I (Parte 2 de 3).....	95
Figura 4.12 - Fluxograma do algoritmo utilizado na determinação do $ARL$ por simulação com base nos parâmetros $h$ , $k$ e $\delta$ para a detecção de decréscimos na variância do processo – Fase I (Parte 3 de 3).....	96
Figura 4.13 - Legenda referente às tabelas auxiliar intermédias construídas na Fase II .....	116
Figura 4.14 - Representação sistémica sob a forma de diagrama de blocos dos algoritmos a desenvolver na Fase III .....	117
Figura 4.15 - Fluxograma do algoritmo desenvolvido para a determinação de $h_C$ , dado $k_C$ e $ARL_{EC}$ , através do método de aproximações sucessivas de Newton-Raphson – Fase III (Parte 1 de 3) .....	120

Figura 4.16 - Fluxograma do algoritmo desenvolvido para a determinação de $h_C$ , dado $k_C$ e $ARL_{EC}$ , através do método de aproximações sucessivas de Newton-Raphson – Fase III (Parte 2 de 3) .....	121
Figura 4.17 - Fluxograma do algoritmo desenvolvido para a determinação de $h_C$ , dado $k_C$ e $ARL_{EC}$ , através do método de aproximações sucessivas de Newton-Raphson – Fase III (Parte 3 de 3) .....	122
Figura 4.18 - Fluxograma do algoritmo desenvolvido para a determinação de $h_D$ , dado $k_D$ e $ARL_{EC}$ , através do método de aproximações sucessivas de Newton-Raphson – Fase III (Parte 1 de 3) .....	123
Figura 4.19 - Fluxograma do algoritmo desenvolvido para a determinação de $h_D$ , dado $k_D$ e $ARL_{EC}$ , através do método de aproximações sucessivas de Newton-Raphson – Fase III (Parte 2 de 3) .....	124
Figura 4.20 - Fluxograma do algoritmo desenvolvido para a determinação de $h_D$ , dado $k_D$ e $ARL_{EC}$ , através do método de aproximações sucessivas de Newton-Raphson – Fase III (Parte 3 de 3) .....	125
Figura 4.21 - Resumo ilustrativo das diversas iterações necessárias.....	130
Figura 4.22 - Valores de $k_C$ e $h_C$ referentes à carta $CUSUM-\ln(S^2)$ , em função de diferentes $ARL_{EC}$ .....	133
Figura 4.23 - Valores de $k_D$ e $h_D$ referentes à carta $CUSUM-\ln(S^2)$ , em função de diferentes $ARL_{EC}$ .....	134
Figura 4.24 – Fluxograma do algoritmo desenvolvido para a determinação de $ARL_{FC}$ dada uma gama de valores de $\delta_C$ e todas as combinações $k_C, h_C$ , que garantem um dado $ARL_{EC}$ e análise de sensibilidade (Parte 1 de 2).....	137
Figura 4.25 - Fluxograma do algoritmo desenvolvido para a determinação de $ARL_{FC}$ dada uma gama de valores de $\delta_C$ e todas as combinações $k_C, h_C$ , que garantem um dado $ARL_{EC}$ e análise de sensibilidade (Parte 2 de 2).....	138
Figura 4.26 - Fluxograma do algoritmo desenvolvido para a determinação de $ARL_{FC}$ dada uma gama de valores de $\delta_D$ e todas as combinações $k_D, h_D$ , que garantem um dado $ARL_{EC}$ e análise de sensibilidade (Parte 1 de 2).....	139

Figura 4.27 - Fluxograma do algoritmo desenvolvido para a determinação de $ARL_{FC}$ dada uma gama de valores de $\delta_D$ e todas as combinações $k_D, h_D$ , que garantem um dado $ARL_{EC}$ e análise de sensibilidade (Parte 2 de 2).....	140
Figura 4.28 – Valor de $k_C$ em função de $\delta_C$ , da carta $CUSUM-\ln(S^2)$ , para vários valores de $ARL_{EC}$ pretendidos .....	155
Figura 4.29 - Valor de $k_D$ em função de $\delta_D$ , da carta $CUSUM-\ln(S^2)$ , para vários valores de $ARL_{EC}$ pretendidos .....	156
Figura 4.30 - Valor de $k_C$ em função de $\delta_C$ , da carta $CUSUM-\ln(S^2)$ , para vários valores de $ARL_{EC}$ pretendidos .....	160
Figura 4.31 - Valores de $k_C$ e $h_C$ referentes à carta $CUSUM-\ln(S^2)$ , em função de diferentes $ARL_{EC}$ .....	161
Figura 4.32 - Valor de $k_D$ em função de $\delta_D$ , da carta $CUSUM-\ln(S^2)$ , para vários valores de $ARL_{EC}$ pretendidos .....	163
Figura 4.33 - Valores de $k_D$ e $h_D$ referentes à carta $CUSUM-\ln(S^2)$ , em função de diferentes $ARL_{EC}$ .....	164

## Índice de Quadros

Quadro 3.1 - Tabela resumo da carta <i>CUSUM</i> .....	53
Quadro 3.2 - Tabela resumo da carta <i>CUSUM-In(S<sup>2</sup>)</i> .....	63
Quadro 4.1 - Número de vezes que o algoritmo é invocado para cada um dos valores de <i>h</i> para aumentos e decréscimos na variância do processo.....	89
Quadro 4.2 - Tabela de <i>ARL</i> em função de <i>k<sub>C</sub></i> e <i>δ<sub>C</sub></i> para <i>h<sub>C</sub></i> =0,7 .....	100
Quadro 4.3 - Tabela de <i>ARL</i> em função de <i>k<sub>C</sub></i> e <i>δ<sub>C</sub></i> para <i>h<sub>C</sub></i> =1,0 .....	100
Quadro 4.4 - Tabela de <i>ARL</i> em função de <i>k<sub>C</sub></i> e <i>δ<sub>C</sub></i> para <i>h<sub>C</sub></i> =1,5 .....	101
Quadro 4.5 - Tabela de <i>ARL</i> em função de <i>k<sub>C</sub></i> e <i>δ<sub>C</sub></i> para <i>h<sub>C</sub></i> =2,0 .....	101
Quadro 4.6 - Tabela de <i>ARL</i> em função de <i>k<sub>C</sub></i> e <i>δ<sub>C</sub></i> para <i>h<sub>C</sub></i> =2,5 .....	101
Quadro 4.7 - Tabela de <i>ARL</i> em função de <i>k<sub>C</sub></i> e <i>δ<sub>C</sub></i> para <i>h<sub>C</sub></i> =3,0 .....	102
Quadro 4.8 - Tabela de <i>ARL</i> em função de <i>k<sub>C</sub></i> e <i>δ<sub>C</sub></i> para <i>h<sub>C</sub></i> =3,5 .....	102
Quadro 4.9 - Tabela de <i>ARL</i> em função de <i>k<sub>C</sub></i> e <i>δ<sub>C</sub></i> para <i>h<sub>C</sub></i> =4,0 .....	102
Quadro 4.10 - Tabela de <i>ARL</i> em função de <i>k<sub>D</sub></i> e <i>δ<sub>D</sub></i> para <i>h<sub>D</sub></i> =2,0 .....	103
Quadro 4.11 - Tabela de <i>ARL</i> em função de <i>k<sub>D</sub></i> e <i>δ<sub>D</sub></i> para <i>h<sub>D</sub></i> =2,5 .....	103
Quadro 4.12 - Tabela de <i>ARL</i> em função de <i>k<sub>D</sub></i> e <i>δ<sub>D</sub></i> para <i>h<sub>D</sub></i> =3,0 .....	103
Quadro 4.13 - Tabela de <i>ARL</i> em função de <i>k<sub>D</sub></i> e <i>δ<sub>D</sub></i> para <i>h<sub>D</sub></i> =3,5 .....	104
Quadro 4.14 - Tabela de <i>ARL</i> em função de <i>k<sub>D</sub></i> e <i>δ<sub>D</sub></i> para <i>h<sub>D</sub></i> =4,0 .....	104
Quadro 4.15 - Tabela de <i>ARL</i> em função de <i>k<sub>D</sub></i> e <i>δ<sub>D</sub></i> para <i>h<sub>D</sub></i> =4,5 .....	104
Quadro 4.16 - Tabela de <i>ARL</i> em função de <i>k<sub>D</sub></i> e <i>δ<sub>D</sub></i> para <i>h<sub>D</sub></i> =5,0 .....	105
Quadro 4.17 - Tabela de <i>ARL</i> em função de <i>k<sub>D</sub></i> e <i>δ<sub>D</sub></i> para <i>h<sub>D</sub></i> =5,5 .....	105

Quadro 4.18 - Tabela de $ARL$ em função de $k_D$ e $\delta_D$ para $h_D=6,0$ .....	105
Quadro 4.19 - Tabela de $ARL$ em função de $k_D$ e $\delta_D$ para $h_D=6,5$ .....	106
Quadro 4.20 - Tabela de $ARL$ em função de $k_D$ e $\delta_D$ para $h_D=7,0$ .....	106
Quadro 4.21 - Tabela de $ARL$ em função de $k_D$ e $\delta_D$ para $h_D=7,5$ .....	106
Quadro 4.22 - Tabela auxiliar intermédia de $ARL_{EC}$ em função dos parâmetros $h_C$ e $k_C$ para $\delta=1$ (Parte 1 de 2).....	111
Quadro 4.23 - Tabela auxiliar intermédia de $ARL_{EC}$ em função dos parâmetros $h_C$ e $k_C$ para $\delta=1$ (Parte 2 de 2).....	112
Quadro 4.24 - Tabela auxiliar intermédia de $ARL_{EC}$ em função dos parâmetros $h_D$ e $k_C$ para $\delta=1$ (Parte 1 de 3).....	113
Quadro 4.25 - Tabela auxiliar intermédia de $ARL_{EC}$ em função dos parâmetros $h_D$ e $k_D$ para $\delta=1$ (Parte 2 de 3).....	114
Quadro 4.26 - Tabela auxiliar intermédia de $ARL_{EC}$ em função dos parâmetros $h_D$ e $k_D$ para $\delta=1$ (Parte 3 de 3).....	115
Quadro 4.27 - Número de vezes que os algoritmos são invocados para concluir com sucesso a Fase III do procedimento.....	119
Quadro 4.28 - Tabela resumo das várias operações de cálculo subjacentes ao algoritmo desenvolvido na Fase III para um $k_C=0,45$ .....	127
Quadro 4.29 - Tabela resumo das várias operações de cálculo subjacentes ao algoritmo desenvolvido na Fase III para um $k_C=0,001$ .....	128
Quadro 4.30 – Resumo do número de iterações realizadas pelo método das aproximações sucessivas para $k_C=0,001$ e $ARL_{EC} \text{ pretendido} = 100$ .....	129
Quadro 4.31 – Tabela de $h_C$ em função de $k_C$ e $ARL_{EC}$ .....	132
Quadro 4.32 - Tabela de $h_D$ em função de $k_D$ e $ARL_{EC}$ .....	132
Quadro 4.33 – Tabela obtida para $ARL_{EC}=100$ .....	142
Quadro 4.34 – Tabela Resumo referente à tabela obtida para $ARL_{EC}=100$ .....	142

Quadro 4.35 - Tabela obtida para $ARL_{EC}=250$ .....	143
Quadro 4.36 - Tabela Resumo referente à tabela obtida para $ARL_{EC}=250$ .....	143
Quadro 4.37 - Tabela obtida para $ARL_{EC}=370$ .....	144
Quadro 4.38 - Tabela Resumo referente à tabela obtida para $ARL_{EC}=370$ .....	144
Quadro 4.39 - Tabela obtida para $ARL_{EC}=500$ .....	145
Quadro 4.40 - Tabela Resumo referente à tabela obtida para $ARL_{EC}=500$ .....	145
Quadro 4.41 - Tabela obtida para $ARL_{EC}=1000$ .....	146
Quadro 4.42 - Tabela Resumo referente à tabela obtida para $ARL_{EC}=1000$ .....	146
Quadro 4.43 - Tabela Resumo referente à tabela obtida para $ARL_{EC}=100$ .....	147
Quadro 4.44 - Tabela obtida para $ARL_{EC}=100$ .....	147
Quadro 4.45 - Tabela obtida para $ARL_{EC}=250$ .....	148
Quadro 4.46 - Tabela Resumo referente à tabela obtida para $ARL_{EC}=250$ .....	148
Quadro 4.47 - Tabela obtida para $ARL_{EC}=370$ .....	149
Quadro 4.48 - Tabela Resumo referente à tabela obtida para $ARL_{EC}=370$ .....	149
Quadro 4.49 - Tabela obtida para $ARL_{EC}=500$ .....	150
Quadro 4.50 - Tabela Resumo referente à tabela obtida para $ARL_{EC}=500$ .....	150
Quadro 4.51 - Tabela Resumo referente à tabela obtida para $ARL_{EC}=1000$ .....	151
Quadro 4.52 - Tabela obtida para $ARL_{EC}=1000$ .....	151
Quadro 4.53 – Tabela de $k_C$ em função de $\delta_C$ e $ARL_{EC}$ .....	152
Quadro 4.54 - Tabela de $k_D$ em função de $\delta_D$ e $ARL_{EC}$ .....	152
Quadro 4.55 - Tabela de $k_C$ em função de $\delta_C$ e $ARL_{EC}$ por interpolação polinomial.....	154
Quadro 4.56 - Tabela de $k_D$ em função de $\delta_D$ e $ARL_{EC}$ por interpolação polinomial .....	154

Quadro 4.57 - Tabela de resultados final referente ao estudo de detecção de aumentos na dispersão do processo.....	157
Quadro 4.58 - Tabela de resultados final referente ao estudo de detecção de decréscimos na dispersão do processo.....	158
Quadro 4.59 - Tabela de resultados final referente ao estudo de detecção de aumentos na dispersão do processo.....	162
Quadro 4.60 - Tabela de resultados final referente ao estudo de detecção de decréscimos na dispersão do processo.....	165

---

## CAPÍTULO I

---

### INTRODUÇÃO

## 1. INTRODUÇÃO

### 1.1. Enquadramento

Mais do que um objectivo, actualmente atingir níveis de competitividade consideráveis é, acima de tudo, uma necessidade para vencer num mercado cada vez mais complexo e concorrencial. De modo a elevar os níveis de competitividade as organizações industriais actuais têm que ter em consideração vários factores inerentes ao desempenho global do seu modelo de negócio. Os factores que determinam a competitividade de uma dada organização podem-se agrupar em 3 grandes grupos:

- Factores Sistémicos;
- Factores Estruturais;
- Factores Internos.

Os factores Sistémicos estão relacionados com o ambiente macroeconómico, político, infra-estrutural, social e legal, sob os quais as organizações podem simplesmente exercer influência por forma a modelarem estes factores em seu benefício.

Os factores Estruturais prendem-se com questões de mercado, dizendo respeito à estruturação da oferta em relação a constantes mudanças da procura por razões várias. São igualmente factores externos às empresas, sendo apenas referentes ao mercado em que se insere determinada organização.

Por fim, os factores Internos são aqueles que fazem parte da área de acção da própria organização, definindo o potencial da mesma para se manter no mercado de forma competitiva. Estes factores internos estão sob o controlo da empresa, pelo que é preponderante uma gestão e controlo adequados de todas as variáveis englobadas neste grupo de factores.

É precisamente nestes factores internos que se insere a acção das empresas. A crescente exigência dos mercados é um facto consolidado na realidade dos nossos dias, pelo que obriga as empresas a constante inovação e melhoria contínua de todos os aspectos relativos à sua área de negócio.

É na sequência destas exigências que o controlo de qualidade tem vindo a ganhar espaço de relevo na gestão de uma qualquer organização industrial.

Assim sendo, considerando o contexto industrial actual e a crescente exigência dos mercados é fundamental que as empresas industriais dos nossos dias sejam capazes de otimizar os seus processos produtivos de modo a impossibilitar a ocorrência de custos acrescidos, sem que esses mesmos custos representem a criação de valor acrescentado. Nesse sentido é de extrema importância a redução de custos relativos a defeitos de fabrico e excessos de produção não programados nem estimados por forma a assegurar níveis de competitividade capazes de assegurar o sucesso.

Deste modo as técnicas de Controlo Estatístico têm vindo a ganhar espaço de relevo na gestão das organizações industriais, com particular destaque para a utilização de cartas de controlo.

De referir no entanto que o conceito Qualidade não se esgota no controlo estatístico de determinados processos produtivos, sendo esse um dos pontos mais importantes, mas não o único.

Qualidade é sinónimo da procura contínua de melhoria em todas as vertentes, desde a política e estratégia da organização até aos indicadores financeiros mais relevantes, passando pelos resultados obtidos a nível da satisfação dos colaboradores, dos clientes, dos accionistas e da sociedade em geral (Pereira e Requeijo, 2012).

## **1.2. Relevância do Tema e Caracterização do Problema Inerente**

As cartas de controlo  $CUSUM-In(S^2)$  são instrumentos extremamente fiáveis na detecção de pequenas ou moderadas alterações na dispersão de um dado processo produtivo, fornecendo um conjunto de informações que através de análise permite uma tomada de decisão mais eficiente e segura, sendo por isso justificada a sua utilização em contexto real de produção.

No entanto, existem limitações associadas a estas cartas. Essas limitações não se prendem com a fiabilidade do estudo que realiza, mas sim com o facto de estas fazerem uso de vários parâmetros que normalmente são disponibilizados através de tabelas, sendo estas válidas geralmente para os casos mais comuns e portanto não abrangendo um vasto grupo de casos.

Deste modo sempre que é necessário considerar outras situações, estas tabelas tornam-se omissas.

Por outro lado não existe, tanto quanto se sabe, nenhuma ferramenta, referente a esta carta de controlo, capaz de gerar resultados sob a forma de tabelas e ábacos para uma gama de situações mais abrangente ou simplesmente para casos específicos.

Nesse sentido, este trabalho pretende dar resposta a estas lacunas, propondo uma abordagem de simulação alternativa sob a forma de uma Ferramenta Computacional de Suporte ao Controlo Estatístico (FCSCCE), desenvolvida em ambiente Matlab, para a obtenção dos diversos parâmetros relativos à carta de controlo  $CUSUM-\ln(S^2)$ .

### 1.3. Objectivos

A presente dissertação incide o seu foco no desenvolvimento de uma “Ferramenta Computacional de Suporte ao Controlo Estatístico” (FCSCCE) e que possibilite:

- ❖ Análise dos parâmetros da carta de controlo  $CUSUM-\ln(S^2)$ .
- ❖ Construção de tabelas e ábacos com os parâmetros da melhor carta  $CUSUM-\ln(S^2)$  para diversos cenários, através do desenvolvimento de algoritmos concebidos por simulação.
- ❖ Definição de metodologia adequada para implementação do *SPC* para diferentes situações referentes a alterações da dispersão do processo.
- ❖ Contribuir para agilizar a implementação da carta  $CUSUM-\ln(S^2)$  em contexto industrial.

Recorreu-se a técnicas de simulação, sob a forma de algoritmos, em virtude da complexidade matemática inerente à obtenção dos parâmetros da carta de controlo em questão.

Assim desenvolveu-se os diversos algoritmos necessários em ambiente Matlab.

## 1.4. Metodologia

Por forma a atingir os objectivos inerentes ao presente trabalho de dissertação definiu-se previamente uma metodologia de funcionamento, que se apresenta de seguida:

1. Procura e estudo de casos práticos nos quais se tenha igualmente desenvolvido ferramentas computacionais de suporte ao controlo estatístico;
2. Pesquisa bibliográfica relacionada com a temática referente à carta de controlo  $CUSUM-In(S^2)$ , assim como ao Controlo Estatístico do Processo em geral e aplicação das cartas de controlo como ferramenta de um *SPC*;
3. Estudo prévio da linguagem M-código (linguagem de programação existente no programa de *software* Matlab) para familiarização com o programa e as suas potencialidades;
4. Definição do método e procedimento utilizado para o desenvolvimento da “Ferramenta Computacional de Suporte ao Controlo Estatístico” (FCSCE);
5. Desenvolvimento de técnicas de simulação sob a forma de algoritmos em ambiente Matlab e análise dos resultados obtidos.

## 1.5. Estrutura da Dissertação

A dissertação que agora se apresenta está organizada e estruturada em 5 capítulos, que visa dar um seguimento sequencial lógico para todo o processo de construção deste trabalho.

No Capítulo I, que tem o seu término neste ponto, e que se designa por *Introdução*, é feito o enquadramento da temática abordada, sendo igualmente evidenciada a relevância do tema e caracterizadas as várias problemáticas a abordar ao longo do trabalho. Por fim estabelecem-se os objectivos e conclui-se com a estrutura da dissertação.

De seguida, no Capítulo II, apresenta-se a fundamentação teórica de base relativa ao *Controlo Estatístico do Processo*, com especial foco na utilização de cartas de controlo, a sua importância, os vários tipos de cartas de controlo e as situações nas quais se deve aplicar alguma em particular em detrimento de outras, cuidados a ter na sua implementação entre outros pontos importantes desta temática.

De seguida no Capítulo III apresenta-se um aprofundamento em concreto das cartas de controlo especiais, com particular destaque para as cartas de somas acumuladas e mais em concreto para o estudo da carta de controlo  $CUSUM-\ln(S^2)$ , as situações nas quais devem ser utilizadas, a sua relevância no contexto real de produção entre outros aspectos relevantes. Evidencia-se igualmente os conceitos estatísticos directamente relacionados com os algoritmos a gerar. Este capítulo é designado de *Cartas de Controlo Especiais*.

No Capítulo IV, designado de *Desenvolvimento da FCSCCE*, expõe-se todas as fases do procedimento utilizado para o desenvolvimento, em Matlab, dos vários algoritmos referentes a esta ferramenta computacional. Este capítulo inicia-se com uma breve introdução à engenharia de *software* e Matlab, sendo de seguida apresentadas de forma sequencial as várias fases do procedimento, que visam demonstrar a forma como foram desenvolvidos os algoritmos que constituem a Ferramenta Computacional de Suporte ao Controlo Estatístico (FCSCCE). Esta ferramenta computacional permite obter um conjunto de tabelas e ábacos, que representam os resultados finais desta dissertação, estando a estes expostos no final deste mesmo capítulo para melhor compreensão de todo o processo de desenvolvimento da ferramenta.

Por fim, no Capítulo V, designado de *Conclusões e Sugestões para Trabalhos Futuros*, apresentam-se as conclusões finais acerca da temática sobre a qual incide esta dissertação, apresentando-se igualmente algumas sugestões para trabalhos futuros neste mesmo domínio de investigação e cuidados a ter.

---

## **CAPÍTULO II**

---

# **CONTROLO ESTATÍSTICO DO PROCESSO**

## 2. CONTROLO ESTATÍSTICO DO PROCESSO

### 2.1. Aspectos Introdutórios

Existem diversos métodos utilizados na avaliação de processos de fabrico em contexto industrial, sendo que de entre estes se destaca como a mais relevante e eficaz, a análise estatística. Esta baseia-se grandemente no chamado Controlo Estatístico do Processo (SPC), sendo esta uma aplicação directamente envolvida na Gestão da Qualidade, pelo que é relevante fazer referência ao conceito de qualidade.

Existem diversas posições no que concerne à definição do conceito de qualidade. Diversos estudiosos e investigadores na área de Qualidade defendem a sua própria interpretação do conceito em causa.

Para Shewhart (1931) o conceito “qualidade” possui uma dupla dimensão. Por um lado, uma dimensão quantitativa, mensurável e que se relaciona com a característica física, e por outro, uma dimensão mais subjectiva, relacionada com aspectos sensoriais.

Crosby (1979) define “qualidade” como significando conformidade com a especificação técnica do produto.

Garvin (1987) define “qualidade” como um resultado de 8 dimensões da qualidade: *“desempenho, fiabilidade, durabilidade, manutabilidade, design, características da qualidade, qualidade evidenciada e conformidade.”*

Juran e Gryna (1988) definem “qualidade” *“como aptidão para o uso”*.

A definição estipulada pela Norma NP EN ISO 9000:2005 é considerada como sendo precisa e completa, definindo “qualidade” como *“grau de satisfação de requisitos dado por um conjunto de características intrínsecas”*.

Neste contexto o Controlo Estatístico do Processo, que é uma aplicação que se baseia num conjunto diverso de ferramentas e métodos de controlo estatístico, adquire especial importância no controlo de processos produtivos (através do controlo de uma característica da qualidade considerada relevante) e, conseqüentemente, na Gestão de Qualidade.

Por outro lado importa definir o conceito controlo. Acerca do conceito de controlo, em Cabral (2001) pode ler-se:

“Controlar significa assim intervir no sistema por forma a que ele se comporte da forma pretendida e frequentemente, na medida em que se efectuam correcções, significa também melhorar. O conceito de controlo ultrapassa largamente o simples acto de inspecção ou de acompanhamento.”

O conceito controlo pode ser portanto definido como um conjunto sequencial de actividades que proporcionam valor acrescentado no processo produtivo em geral e em concreto aos *inputs* através da transformação destes em *outputs* considerados valiosos em termos de qualidade.

Deste modo as ferramentas de controlo estatístico relativas ao *SPC* tornam-se altamente relevantes no controlo de um qualquer processo produtivo no qual se suspeita que não esteja a funcionar de acordo com o expectável e/ou exigido. Estas ferramentas estatísticas têm como objectivo detectar problemas de variabilidade que afectam decisivamente a capacidade dos processos produtivos contribuindo decisivamente para custos acrescidos para as empresas e consequente perda de competitividade das mesmas.

A qualidade é inversamente proporcional à variabilidade. Assim sendo, se a variabilidade nas características relevantes de um produto decresce, então a qualidade do produto naturalmente aumenta (Montgomery, 2011).

Com o decréscimo da variabilidade, a produtividade irá naturalmente aumentar e consequentemente a competitividade da organização industrial.

Deste modo, as diversas ferramentas de controlo estatístico englobadas no *SPC*, fornecem um conjunto de informações detalhadas referentes aos processos produtivos, possibilitando aos gestores uma tomada de decisão mais precisa e segura no que concerne aos problemas que afectam o processo produtivo considerado para controlo e análise.

Assim tem-se o monitoramento e a redução de variabilidade como os principais objectivos inerentes às ferramentas e métodos de controlo estatístico englobados no *SPC*, permitindo determinar se o processo é capaz de produzir de acordo com as especificações previamente estabelecidas.

De entre as ferramentas de *SPC* mais utilizadas, destacam-se as seguintes (Montgomery, 2011):

- ❖ Histograma;
- ❖ Folha de cálculo;
- ❖ Diagrama de Pareto;
- ❖ Diagrama de causa e efeito;
- ❖ Diagrama de concentração de defeitos;
- ❖ Diagrama de Dispersão (Scatter Diagram);
- ❖ Cartas de Controlo.

De todas as ferramentas anteriormente apresentadas, as cartas de controlo são sem dúvida alguma, a ferramenta mais rigorosa e aquela que permite uma precisão mais apurada no que diz respeito à estimação dos parâmetros de um determinado processo e consequentemente a que permite saber com maior rigor se o processo é capaz ou não.

Os fundamentos básicos relativos ao *SPC*, em particular no que concerne às cartas de controlo foram propostos por Walter Shewhart, entre os anos de 1920 e 1930. No entanto apenas nos anos de 1980 surgiu um real interesse ao nível das técnicas estatísticas englobadas no *SPC* (Woodall e Montgomery, 1999).

O *SPC*, através das cartas de controlo e restantes ferramentas referidas acima, é portanto uma aplicação de elevado potencial controlador e consequentemente, quando devidamente implementado, uma forma extremamente eficaz de controlar processos produtivos contribuindo para um aumento da produção, qualidade dos produtos e competitividade das organizações industriais.

Para Leonard A. Doty (1996), o Controlo Estatístico do Processo (*SPC*) deve ser considerado como uma aplicação de um sistema de qualidade mais complexo, a que designa de Sistema de Qualidade *SPC/TQM*. Este sistema engloba portanto uma aplicação técnica para uma melhoria contínua da qualidade, *SPC*, e ao mesmo tempo tem em consideração um conjunto de conceitos fora do âmbito matemático que poderão ter aplicação prática no dia a dia de uma qualquer organização industrial verdadeiramente focada na melhoria contínua dos serviços e produtos que disponibiliza assim como os processos inerentes ao funcionamento de ambos. Deste modo representa um objectivo verdadeiramente prioritário e que pode ser resumido na sigla *TQM* (*Total Quality Management*), ou seja Gestão pela Qualidade Total.

Este pensamento vai de encontro ao de um conjunto de outros especialistas e estudiosos na área da Gestão de Qualidade, que consideram que esta não se pode resumir a uma aplicação técnica de controlo estatístico.

Nesse sentido pode-se afirmar, que embora o *SPC* tenha por base um conjunto de ferramentas e métodos estatísticos capazes de detectar problemas de variabilidade, o sucesso de implementação e utilização de um qualquer *SPC* assim como de todo o plano de Gestão de Qualidade, vai muito além do saber usar essas ferramentas em termos técnicos.

Com efeito, para Montgomery (2011), os componentes vitais de uma implementação e utilização do *SPC* com sucesso, são o envolvimento da gestão de topo e o compromisso no sentido da melhoria contínua da qualidade dos processos produtivos.

Elementos de um *SPC* de sucesso (Montgomery, 2011):

1. Liderança na Gestão;
2. Abordagem de equipa;
3. Educação dos colaboradores a todos os níveis;
4. Ênfase na redução de variabilidade;
5. Medição do sucesso em termos económicos quantitativos;
6. Mecanismo eficiente para comunicar os resultados por toda a organização.

Relativamente à implementação do Controlo Estatístico do Processo (*SPC*) existem obviamente uma série de fases inerentes à mesma, com vista a realizar de forma adequada e eficaz uma avaliação contínua do desempenho do processo e aferir deste modo da sua capacidade. A figura abaixo exposta (fig. 2.1) exemplifica essas fases sob a forma de um fluxograma, sendo objectivo deste demonstrar a sequência lógica de processos a ter em consideração na implementação de um *SPC*.

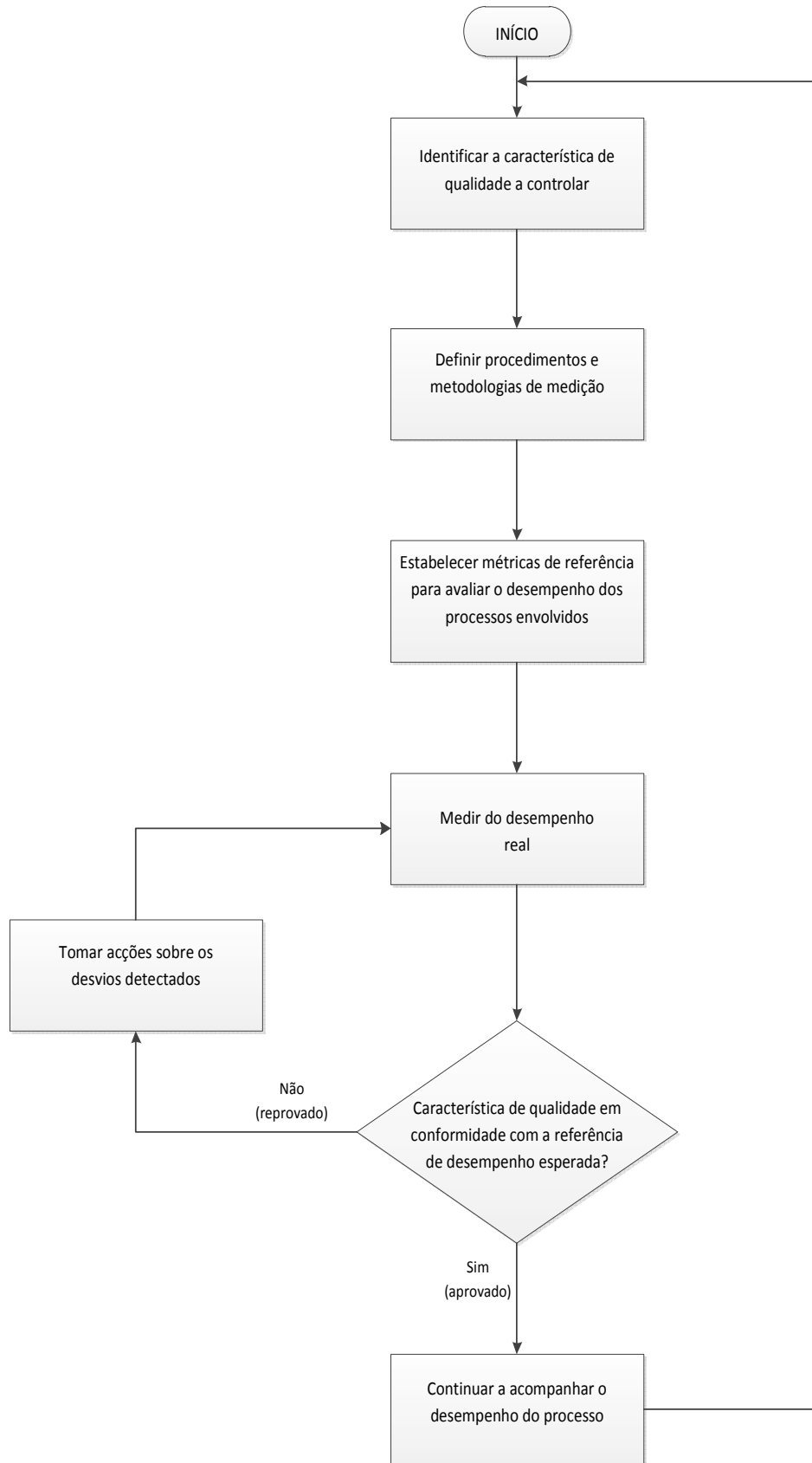


Figura 2.1 – Passos inerentes à implementação de um qualquer SPC (adaptado de Souza, 1996)

## 2.2. Processo Produtivo

### 2.2.1. Conceito “Processo”

Qualquer processo produtivo pressupõe um conjunto de acções sequenciais com vista a originar determinado *output* com as características previamente estabelecidas pelo cliente e/ou empresa.

Segundo a Norma NP EN ISO 9000:2005, processo é descrito como “um conjunto de actividades interrelacionadas e interactuantes, que transformam entradas em saídas”. Entende-se por saída ou *output* o produto final ou um subproduto no caso de ser referente a uma determinada fase do processo.

Em seguida apresenta-se uma representação sistémica genérica de um processo produtivo.

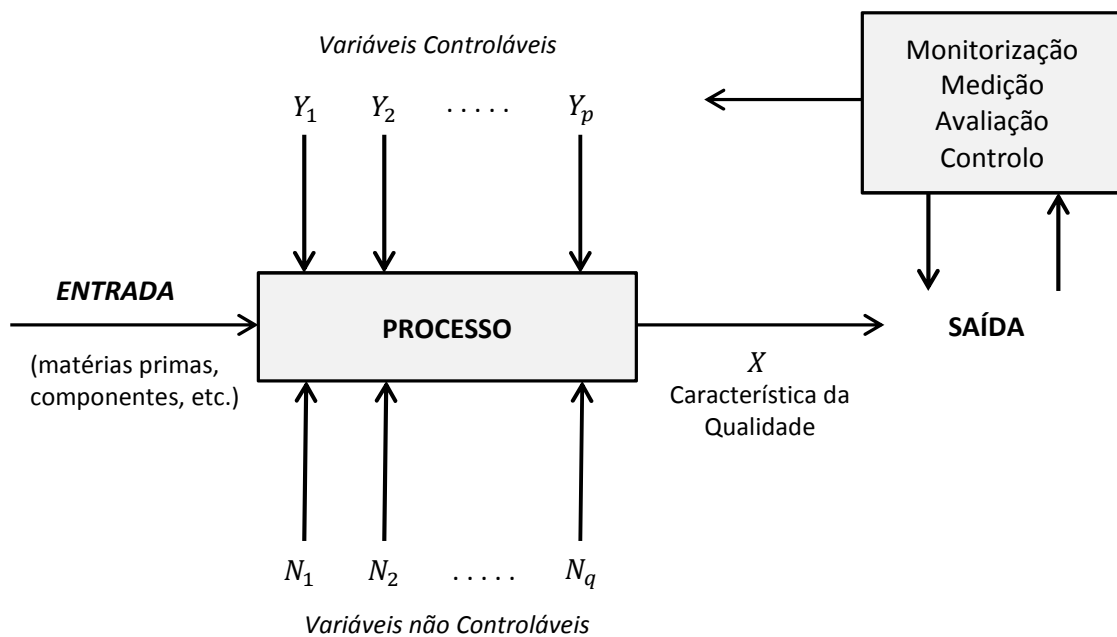


Figura 2.2 – Processo (Montgomery, 2011)

Analisando a figura 2.2, é possível distinguir 3 grupos de intervenientes directos num qualquer processo produtivo:

- I. *Entrada* (matérias primas, materiais, componentes, subconjuntos), *Saída* (resultado final do processo) e *Característica da Qualidade*;
- II. *Variáveis Controláveis* e *Variáveis não Controláveis*;
- III. Acções desenvolvidas (*Monitorização, Medição, Avaliação, Controlo*).

As *Variáveis Controláveis* referem-se a factores do processo, nos quais existe a possibilidade de alteração considerando os resultados obtidos no *output* (Saída). A optimização destes factores deve ser um objectivo contínuo de toda a organização e não somente da gestão de topo. Nesse sentido as entradas  $Y_1, Y_2, \dots, Y_p$  são factores controláveis como limpeza de componentes de máquinas entre outros.

Por outro lado as *Variáveis não Controláveis* são referentes a factores que não se conseguem controlar, ou que em contexto de produção são extremamente complicados de controlar, tais como factores ambientais, temperatura e humidade por exemplo.

Deste modo quando se idealiza um determinado modelo de processo produtivo deve ter-se em conta a existência destes factores não controláveis, pelo que a sua influência sobre o *output* não pode acrescentar uma variabilidade adicional e conseqüentemente um nível de qualidade menor.

A *Característica da Qualidade X* pode ser uma medida da qualidade geral do processo.

No entanto isso não significa que a *Monitorização, Medição, Avaliação* e *Controlo* sejam acções exclusivas da *Característica da Qualidade X*. Em certas situações pode-se substituir essas acções por variáveis controláveis e relevantes do processo (Requeijo, 2003).

### 2.2.2. Variação do Processo

Como se referiu acima, processo é descrito, segundo a Norma NP EN ISO 9000:2005, como *“um conjunto de actividades interrelacionadas e interactuantes, que transformam entradas em saídas.”*

Estas actividades estão sujeitas à presença de determinadas fontes de variação, afectando deste modo todo o processo produtivo e conseqüentemente podendo afectar de forma relevante o resultado esperado, estimado e previamente definido do produto final (*output*).

As fontes de variação existem sempre, mesmo que o processo produtivo tenha sido estruturado, concebido e implementado com elevados níveis de fiabilidade, o que resulta inevitavelmente num *output* sempre distinto dos anteriores e dos que se seguirão.

Segundo Pereira e Requeijo (2012) os factores que influenciam um sistema produtivo e que podem, portanto, constituir fontes de variação, que afectam a característica da qualidade, são habitualmente agrupados em 6 categorias:

#### Equipamento

- ❖ Esta fonte de variação inclui desgaste de ferramentas, vibrações das máquinas, ajustamentos nos equipamentos, flutuações nos caudais hidráulicos e pneumáticos, flutuações na tensão eléctrica da rede, etc.

#### Matéria-prima

- ❖ As características da qualidade apresentam por vezes variações causadas pela matéria-prima utilizada. O controlo da matéria-prima é fundamental na prevenção da ocorrência de produto não conforme

#### Mão-de-obra

- ❖ O estado físico e emocional das pessoas pode contribuir, positiva ou negativamente, para a variação dos produtos e processos. Outro aspecto importante a salientar é o nível dos conhecimentos necessários para o desempenho de determinada actividade. A formação tem aqui um papel relevante. Muitas vezes as expectativas de melhorias,

aquando da introdução de novos métodos de trabalho e/ou de novas técnicas e tecnologias, não se verificam devido à falta de formação adequada do pessoal.

#### Meio Ambiente

- ❖ A temperatura, humidade, luminosidade, radiação, quantidade de poeira, entre outros, são factores que podem influenciar de forma significativa a variação.

#### Métodos

- ❖ Alguns erros habitualmente cometidos nesta área são a deficiente definição de cada operação, operações não mencionadas e métodos desajustados às necessidades.

#### Metrologia

- ❖ Neste domínio, os problemas podem ser causados por erros de medição da característica, uso incorrecto do equipamento de medição, não utilização do equipamento de medição mais adequado, deficiente formação do operador.

Como se verificou imediatamente acima, associadas a cada uma destas categorias existe um número relevante de causas de variação de processos, sendo que todas elas influenciam directamente o produto final, através da afectação da característica da qualidade que se pretende controlar. No entanto o peso que têm no resultado final do *output* não é obviamente igual. Importa portanto aferir quais as causas de variação que causam alterações relevantes no processo e conseqüentemente no *output*.

Segundo *Shewhart* (1931) as variações que ocorrem em determinado processo produtivo são originadas por 2 tipos de causas:

- ❖ Causas Comuns

Estas causas de variação são fontes de variação que afectam um processo, que se encontre sob controlo estatístico. Caracterizam-se por ocorrerem de forma aleatória e sistemática, apresentando um comportamento estável e que se pode considerar previsível. Os valores individuais de determinada característica da qualidade são diferentes, mas o seu conjunto evolui de acordo com um certo padrão, que pode ser descrito por uma distribuição de

probabilidade com determinada forma e caracterizada por parâmetros de localização e de dispersão.

Considera-se que um dado processo se encontra sob controlo estatístico quando este está apenas sujeito a causas comuns de variação, igualmente conhecidas como variabilidade do processo, uma vez que qualquer processo produtivo está sujeito à sua existência no mesmo.

A redução das causas comuns de variação geralmente pressupõem o envolvimento da gestão de topo, particularmente no que toca a alterações nos métodos de trabalho, alteração dos fornecedores e/ou equipamentos. Algumas destas alterações podem ser significativas no processo e podem igualmente ter um impacto relevante a nível financeiro, pelo que se deve previamente realizar uma avaliação de modo a se aferir da viabilidade económica das mesmas.

Exemplos de causas comuns de variação podem ser a manutenção deficiente ou inadequada, defeitos no equipamento ou seus componentes, formação deficiente dos colaboradores, entre outros.

#### ❖ Causas Assinaláveis

As causas assinaláveis, igualmente designadas por causas especiais, são causas esporádicas, não ocorrendo de forma repetitiva. Estas quando ocorrem não se inserem na distribuição seguida por uma dada característica e se não forem identificadas e devidamente eliminadas podem contribuir decisivamente para uma alteração relevante do nível de qualidade pretendido para o *output*, através de uma alteração na média ou dispersão do processo, tornando-o conseqüentemente instável e imprevisível.

Quando o processo se encontra sujeito a causas assinaláveis considera-se que este não se encontra sob controlo estatístico, estando subjacentes alterações na média ou na variância do processo.

A detecção e remoção das causas assinaláveis são geralmente realizadas por operacionais directamente envolvidos no processo produtivo. De acordo com Pereira e Requeijo (2012), a aplicação das cartas de controlo tradicionais, conhecidas como cartas de Shewhart, permite determinar a existência de causas especiais de variação, sempre que o valor da estatística das amostras se encontre fora dos limites de controlo.

Exemplos de causas assinaláveis podem ser oscilações casuais da energia, máquinas desajustadas, etc.

Neste sentido é fundamental proceder à identificação, localização e eliminação das causas especiais de variação. No entanto importa realizar uma contínua análise ao processo produtivo de modo a impedir ou diminuir o número de futuras reincidências deste tipo de causas.

A figura 2.3 apresentada em seguida exemplifica a diferença entre um processo estável e sob controlo e um processo instável e fora de controlo estatístico, assim como o grau de previsibilidade inerente a cada uma destas duas situações.

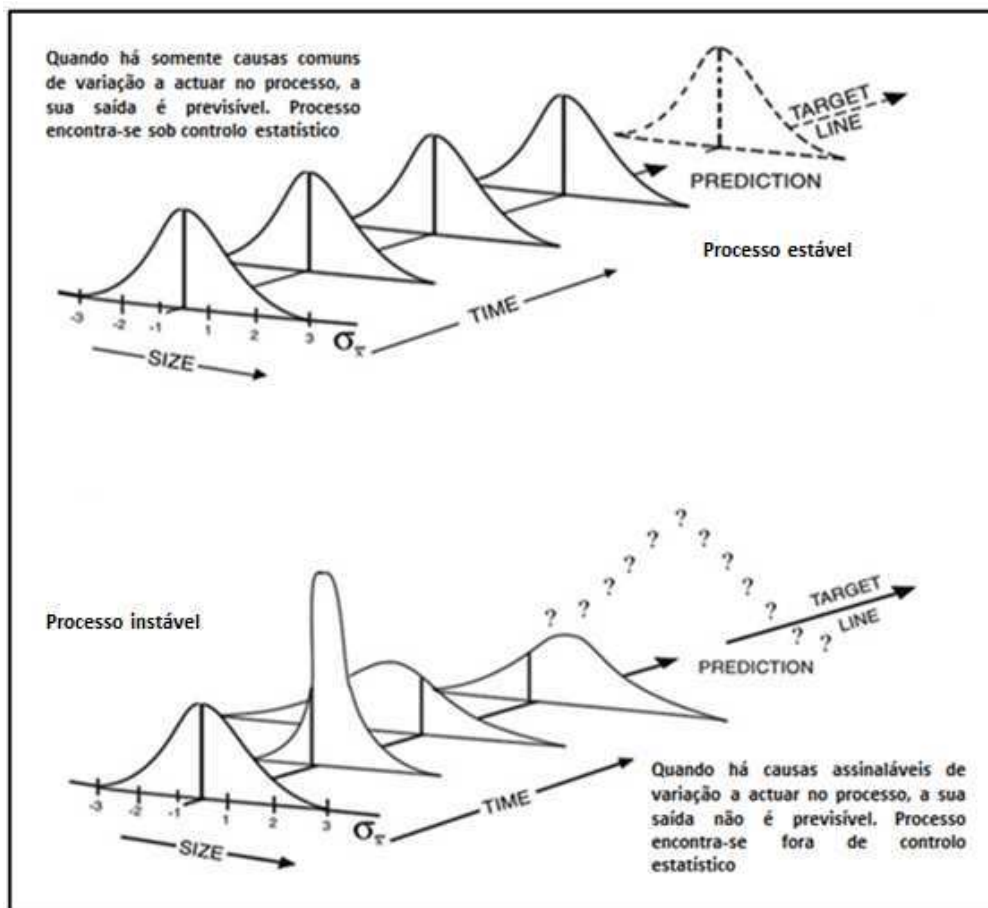


Figura 2.3 – Causas assinaláveis e causas especiais, variabilidade e previsibilidade (adaptado de Oakland, 2003)

É no entanto de referir que um dado processo produtivo pode estar sob controlo em relação a determinado parâmetro, não sendo o mesmo caso para o outro parâmetro do processo. Com

efeito é possível um dado processo estar sob controlo em relação ao desvio padrão e fora de controlo em relação à média (fig. 2.5) assim como a situação inversa (fig. 2.4). Claro está que importa à administração e/ou responsáveis pelo processo produtivo definir qual ou quais os parâmetros que devem ser controlados aquando da implementação de uma determinada carta de controlo em contexto real de produção.

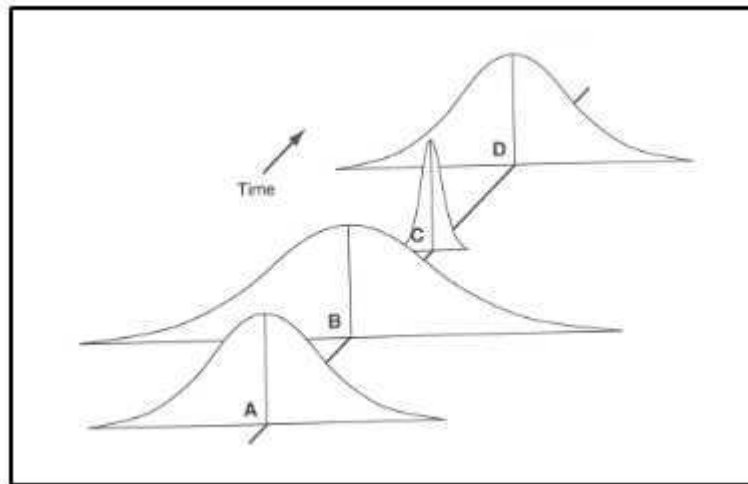


Figura 2.4 – Processo fora de controlo estatístico em relação à variância, mas sob controlo em relação à média do processo (Wise e Fair, 1998)

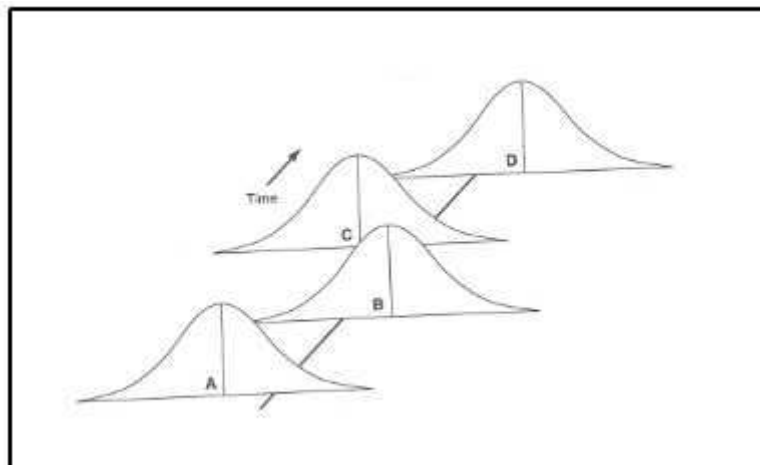


Figura 2.5 – Processo sob controlo em relação à variância, mas fora de controlo estatístico em relação à média do processo (Wise e Fair, 1998)

### 2.3. Desfasamento entre a teoria e a prática no *SPC*

Embora com inúmeros avanços no que concerne ao Controlo Estatístico do Processo (*SPC*) nas últimas décadas, continua-se a verificar um grande desfasamento entre os métodos desenvolvidos e a sua aplicação prática. Este aspecto é facilmente traduzido por divergências e controvérsias no âmbito da aplicação de um modelo estratégico de *SPC*, assim como pela diversidade de investigadores que trabalham no ramo da qualidade.

No entanto outras razões contribuem para este desfasamento. Em grande medida o desfasamento entre a teoria e a prática no *SPC* deve-se a uma deficiente formação técnica dos utilizadores das ferramentas estatísticas geralmente utilizadas, existindo naturalmente uma grande resistência no momento de implementação do *SPC* por parte de uma grande maioria dos operacionais das empresas.

Uma outra razão é a defendida por Woodall e Montgomery. Com efeito para Woodall e Montgomery (1999), vários investigadores davam como concluído os seus trabalhos no exacto momento após a publicação dos seus resultados. Deste modo eram poucos os que após a publicação dos resultados se interessavam em analisar e estudar o modo como eram implementados esses estudos num contexto real de trabalho. Igualmente não houve o cuidado ou a intenção de descrever os estudos realizados numa linguagem que fosse acessível a um maior número de pessoas e que poderia servir como incentivo a uma maior participação das empresas e seus colaboradores na temática em causa, sendo este um outro facto do desfasamento verificado entre a teoria e a prática no *SPC*.

Muitas investigações realizadas sobre a temática do *SPC* e sua implementação não são aplicáveis aos contextos reais de trabalho na maioria das indústrias, sendo que por vezes vários destes estudos são desenvolvidos com o objectivo simplista de serem publicados em jornais ou revistas conceituadas, até porque continua a ser evidente em muitos casos que o número de publicações está directamente relacionado com questões de financiamento e consequentemente, progressão ou não na carreira.

Crowder (1997) apoia esta ideia ressaltando que existem algumas áreas de aplicação estatística em que é notória a diferença de potencialidade entre as metodologias

desenvolvidas em contexto laboratorial e a sua aplicação prática num contexto de *SPC* estrategicamente concebido.

Por outro lado, segundo Woodall (2000) existem problemas de comunicação evidentes entre vários investigadores na área do controlo estatístico, o que proporciona a ocorrência de divergências em aspectos aparentemente de fácil resolução e impede a implementação de uma linguagem comum.

Torna-se portanto evidente a necessidade de mudar de abordagem na investigação desta temática por forma a incrementar os níveis de eficiência real aquando do momento em que os estudos passam a uma aplicação prática.

Woodall e Montgomey (1999) têm insistido nessa mudança de abordagem, defendendo que é necessário que os investigadores na área do *SPC* tenham a capacidade de redireccionar os seus estudos e investigações no sentido de tornarem possível uma implementação adequada em contexto real de produção. É portanto necessário que os investigadores ao mesmo tempo que procuram novas e melhores formas de implementar um *SPC* adequado, estejam cientes que grande parte do eventual sucesso deste passa por uma adaptação constante às mudanças verificadas em ambiente real de trabalho, industrial em concreto.

É necessário que haja uma transição mais rápida entre os métodos clássicos de controlo estatístico através das cartas de controlo para novas abordagens das mesmas, aproveitando algumas ainda eficazes ideias subjacentes aos métodos mais clássicos e integrando-os nas novas abordagens aproveitando as potencialidades das mesmas (Woodall, 2000)

É igualmente importante o desenvolvimento de aplicações informáticas capazes de tratar em tempo real os dados e conseqüentemente proceder a uma formação eficiente dos operacionais industriais, sendo esta opinião defendida por vários investigadores tais como Woodall e Montgomery (1999), Woodall (2000) ou Palm (2000).

É neste sentido que a presente dissertação incide o seu foco no desenvolvimento de uma ferramenta computacional capaz de servir de suporte ao controlo estatístico pela obtenção de um conjunto de resultados para posterior consulta e análise, sendo estes obtidos segundo uma sequência lógica de algoritmos concebidos em linguagem M-código.

## **2.4. Cartas de Controlo**

### **2.4.1. O porquê da utilização das Cartas de Controlo**

A necessidade de se ter processos produtivos eficientes incrementando os níveis de produtividade das empresas e minimizando os custos associados à concepção de determinado *output*, é a grande razão para a utilização das cartas de controlo, que por serem uma ferramenta eficaz no controlo estatístico de processos possibilita perceber quais as razões que levam a que determinado processo não esteja a ser eficiente.

Tal como dito anteriormente, os fundamentos básicos relativos às cartas de controlo foram propostos por Walter Shewhart entre os anos 1920 e 1930.

Estas, tal como outras ferramentas estatísticas inerentes ao *SPC*, têm como principal objectivo detectar problemas de variabilidade que afectam decisivamente a capacidade dos processos produtivos, contribuindo para problemas de produtividade, que em alguns casos se podem tornar quase crónicos se não houver qualquer controlo estatístico.

### **2.4.2. Vantagens das cartas de controlo**

Para Montgomery (2011) as cartas de controlo adquirem especial relevância pelo facto de serem técnicas muito viáveis em quantificar a variabilidade de um processo ao longo do tempo. Algumas das razões que contribuem para a utilização generalizada das cartas de controlo são:

- ❖ As cartas de controlo são uma ferramenta comprovada de melhoria da produtividade.
- ❖ Fornecem informações fiáveis e importantes para a realização de um diagnóstico sobre o desempenho e capacidade de determinado processo.
- ❖ Possuem elevados níveis de eficácia na prevenção de defeitos.
- ❖ Evitam ajustes desnecessários nos processos produtivos.

Nesse sentido, existem inúmeras vantagens relativas à utilização das cartas de controlo no âmbito do controlo estatístico de processos produtivos.

Segundo Pereira e Requeijo (2012) várias são as vantagens decorrentes da implementação adequada de cartas de controlo, sendo de destacar:

- ❖ A prevenção de ocorrência de produto não conforme – ao serem implementadas ao longo do processo produtivo, as cartas ajudam a prevenir o aparecimento de produto não conforme, o que está de acordo com a filosofia de fazer bem logo à primeira.
- ❖ A distinção entre causas de variação comuns e especiais – as cartas de controlo, ao permitirem distinguir entre causas comuns e especiais, indicam se a resolução dos problemas deve ser efectuada a nível da produção ou a nível da gestão de topo, o que evita confusões e custos excessivos resultantes de esforços mal dirigidos.
- ❖ A facilidade de utilização das cartas de controlo pelo operador no seu posto de trabalho – as cartas de controlo dão às pessoas que lidam directamente com o processo informação fiável sobre quando há necessidade de implementar acções correctivas e quando não há, tal evita ajustamentos desnecessários, os quais, muitas vezes, prejudicam o desempenho do processo.
- ❖ A consistência e previsão da qualidade e custos – quando o processo está sob controlo, é possível estimar os parâmetros do processo e determinar a sua capacidade de produzir de acordo com as especificações; o comportamento do processo é portanto previsível e tanto o produtor como o cliente podem confiar em níveis de qualidade e custos associados estáveis.
- ❖ O menor custo por unidade produzida – a melhoria contínua do processo permite aumentar a proporção de produto dentro dos requisitos especificados, diminuindo portanto a quantidade de produto não conforme; como consequência, o custo por unidade de produto bom diminui e a produtividade aumenta.
- ❖ A utilização de uma linguagem comum – as cartas de controlo fornecem informação sobre o processo que pode ser entendida por todas as partes interessadas no seu desempenho como, por exemplo, operadores de turnos diferentes, fornecedor e cliente, pessoal da produção e os outros departamentos da empresa.

Por outro lado as cartas de controlo possibilitam que após o processo estar sob controlo, o seu desempenho possa ainda ser continuamente melhorado, de modo a incrementar os níveis de fiabilidade subjacentes ao processo produtivo considerado.

### 2.4.3. Princípios das Carta de Controlo

As cartas de controlo são definidas por um gráfico que mostra a evolução ao longo do tempo de uma estatística, calculada para uma dada característica da qualidade. São igualmente representados o limite superior e inferior de controlo (*LSC* e *LIC* respectivamente) assim como o linha central (*LC*).

Num processo sob controlo estatístico o padrão deve ser perfeitamente aleatório no intervalo compreendido entre os limites de controlo (Pereira e Requeijo, 2012).

Abaixo apresenta-se um exemplo de uma carta de controlo onde são visíveis e facilmente identificáveis os elementos básicos relativos à sua construção (fig.2.6).

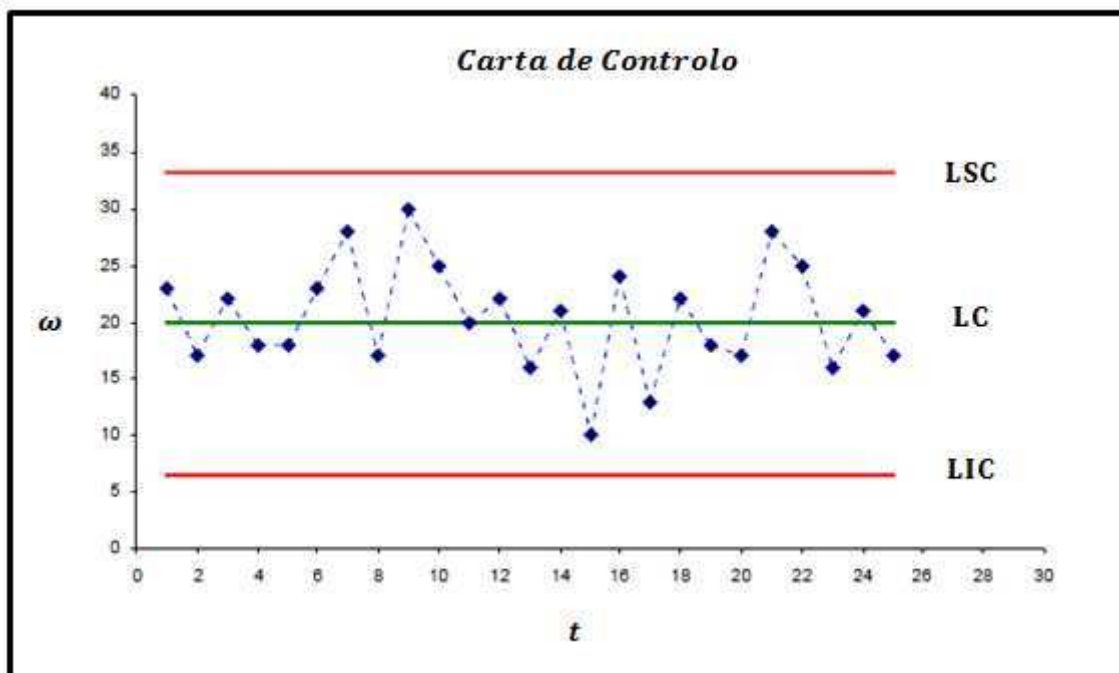


Figura 2.6 – Exemplo de uma carta de Controlo

O elemento base de análise a uma carta de controlo passa por analisar se existe um ou mais do que um ponto fora dos limites de controlo [*LIC, LSC*]. Se assim for pode-se afirmar que o processo está fora de controlo estatístico.

No entanto existem situações em que embora todos os pontos estejam dentro dos limites de controlo, estes seguem uma determinada tendência e não um comportamento aleatório, pelo que pode ser um indicador de que existe uma causa assinável ou especial de variação. Nestas situações deve aferir-se de quais as razões para que ocorram e de seguida estabelecer acções correctivas.

A aplicação de um dado *SPC* com base na utilização de cartas de controlo é efectuada seguindo usualmente um conjunto de fases relativas ao procedimento de construção de uma carta de controlo.

Assim, para Palm (2000) o *SPC* divide-se em três estados:

❖ Estado A (Fase inicial)

Este estado é referente à recolha de dados, o cálculo e determinação da estatística e dos limites de controlo e verificação se o processo se encontra sob controlo estatístico. Para Palm deve ser utilizado um conjunto reduzido de dados, menos de 100.

❖ Estado B (Melhoria e reajustamento do Processo)

Neste estado é realizada a representação gráfica, isto é, representam-se na carta de controlo, os pontos correspondentes à estatística e verifica-se a estabilidade do processo. Quando se tiver pelo menos 100 valores individuais deve recalcularem-se os limites de controlo e verificar-se se o processo está sob controlo estatístico.

Palm defende este método uma vez que permite segundo o que defende, proceder a reajustamentos no processo em causa.

Se por fim se verificar que apenas existem causas comuns de variação, então os limites de controlo são validados, sendo em seguida estimados os parâmetros do processo e procedendo-se ao primeiro estudo de capacidade do processo.

❖ Estado C (Fase de monitorização)

Tendo por base os limites calculados no estado anterior, determina-se a estatística de determinada amostra e representa-se no gráfico. Em seguida verifica-se se o valor em causa corresponde a uma causa especial de variação e se assim for faz-se uma análise de modo a se aferir da origem e posteriormente implementam-se acções correctivas.

No entanto esta posição defendida por Palm não é a mais aceite entre a generalidade dos investigadores no âmbito do *SPC* e em particular das cartas de controlo.

Com efeito para Woodall (2000) assim como para outros investigadores nesta área, o procedimento de construção de uma carta de controlo é um processo iterativo no qual se distinguem duas fases:

- ❖ **Fase 1** em que se recolhe informação e se pretende estimar os parâmetros do processo.
- ❖ **Fase 2** em que os parâmetros do processo já foram determinados anteriormente e se procede a uma monitorização.

Na fase 1 controla-se o processo numa perspectiva retrospectiva, tendo esta como principal objectivo verificar a estabilidade do processo e a estimação dos parâmetros, média e variância do processo, enquanto, que na Fase 2 o processo é controlado instante a instante, sendo esta a fase referente à monitorização.

De referir igualmente que as cartas tradicionais de Shewhart são extremamente fiáveis no cumprimento dos objectivos subjacentes à Fase 1, sendo que na Fase 2, estas cartas raramente constituem a melhor opção. Dependendo das circunstâncias, a escolha recai geralmente por outro tipo de cartas de controlo com outras potencialidades.

De modo a possibilitar uma melhor interpretação da sequência de etapas inerentes a cada uma das fases relativas ao procedimento de construção de uma carta de controlo e consequentemente de implementação de um *SPC* através desta opção, apresentam-se em seguida dois fluxogramas relativos respectivamente à **Fase 1** e à **Fase 2** do Controlo Estatístico.

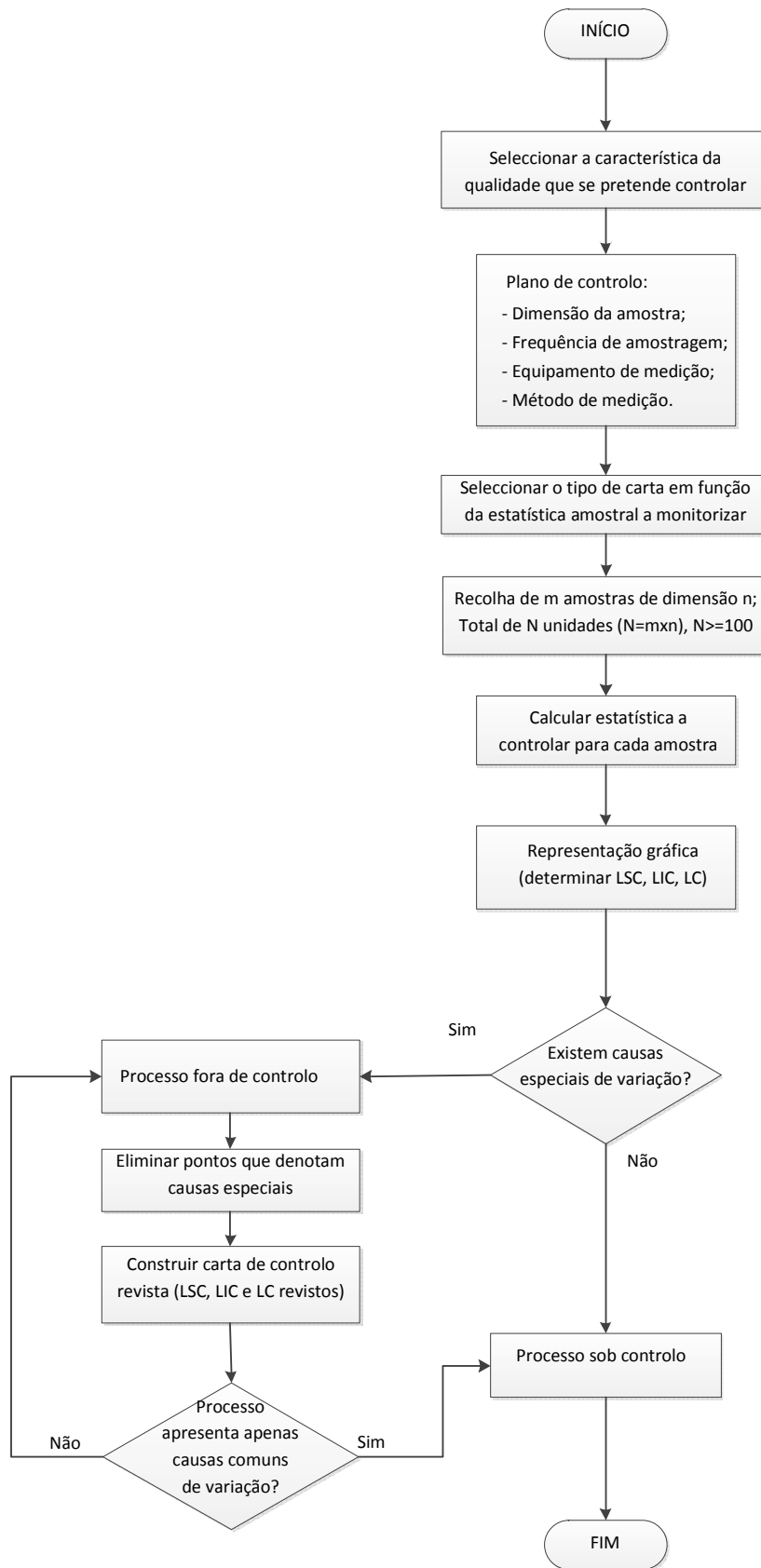


Figura 2.7 - Fluxograma referente à Fase 1 do SPC através das cartas de controlo

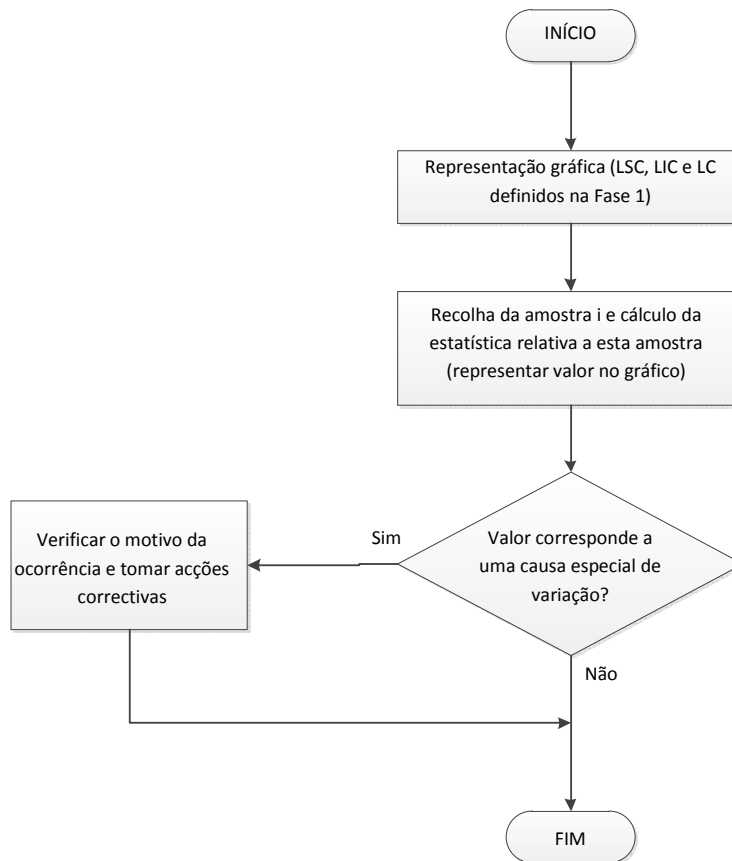


Figura 2.8 - Fluxograma referente à Fase 2 do SPC através das cartas de controlo

É portanto de especial relevância a estimação dos parâmetros do processo na fase 1, para que a implementação da carta de controlo seja efectuada com sucesso e para que na fase 2 se cheguem a resultados que possibilitem tomar um conjunto de acções correctivas para a melhoria do processo produtivo e para que este se mantenha sob controlo estatístico.

Nem sempre é fácil estimar os parâmetros do processo em contexto real de produção, particularmente no que concerne ao valor de  $\sigma$ . Schoonhoven, Riaz e Does (2011) compararam vários métodos diferentes de estimar o valor de  $\sigma$ , focando-se na performance das cartas de controlo com cada um destes estimadores na Fase 2 do SPC. Concluíram que efectivamente em contexto real de produção existem diferenças de fiabilidade nas cartas de controlo consoante o tipo de estimadores utilizados e sua fiabilidade.

---

**Nota:** O procedimento referente ao fluxograma da Fig. 2.8 repete-se para as restantes amostras, ou seja, depois da amostra  $i$ , passa-se para a amostra  $i+1$ ,  $i+2$  e assim sucessivamente.

#### 2.4.4. Indicador de desempenho das cartas de controlo

A aplicação das cartas de controlo implica naturalmente a existência de indicadores que avaliem o desempenho da mesma.

O desempenho de uma qualquer carta de controlo pode ser avaliado pela sensibilidade das mesmas em detectar alterações na estatística que se encontra a controlar. Assim sendo esta medida pode ser realizada com base no número de amostras recolhidas, sendo que a cada amostra, corresponde um ponto a ser marcado aquando da representação gráfica da carta de controlo.

O número de amostras, desde o início do processo até ao instante em que é emitido um sinal de alarme de fora de controlo (excepção para a amostra que emite o sinal) designa-se por *Run Length*, sendo a média desse número de amostras designado por *ARL*.

Por outro lado é importante referir que o sinal de detecção de uma situação fora de controlo pode ser efectivamente um sinal real desse facto, ou por outro lado pode ser um falso alarme. Quando um processo está sob controlo estatístico um sinal de alarme pode ser gerado, em média, de  $X$  amostras em  $X$  amostras, sendo este valor de amostras calculado a partir do “*Average Run Length*”. Por outro lado quando o processo está fora de controlo e é gerado um alarme, esse alarme é efectivamente sinal real de “perigo”.

O *ARL* é a medida mais comum para avaliar o desempenho de uma carta de controlo e não é mais do que o número médio de amostras ao fim do qual se detecta uma situação fora de controlo.

Nesse sentido é desejável que o seu valor seja o maior possível quando o processo se encontra sob controlo estatístico, o que significa uma minimização do número de falsos alarmes. Por outro lado quando se está numa situação em que o processo está fora do controlo estatístico deseja-se que o seu valor seja o mais baixo possível, de modo a detectar com a maior rapidez possível uma alteração do parâmetro do processo em estudo.

O parâmetro *ARL* pode ser calculado da seguinte forma:

$$ARL = \frac{1}{\alpha} \quad (2.1)$$

Em que:

$\alpha$ : Probabilidade de um qualquer ponto cair fora dos limites de controlo quando o processo está sob controlo estatístico.

$\alpha$  representa o risco do produtor, que se refere ao risco de se rejeitar uma amostra conforme.

Sendo a equação 2.1 válida para o cálculo do  $ARL_{Em\ Controlo}$ , ou seja válido para o cálculo de  $ARL$  quando o processo se encontra sob controlo estatístico. No entanto quando o processo se encontra fora de controlo estatístico, ou seja, existem causas assinaláveis no processo, o valor de  $ARL$  pode ser definido por:

$$ARL_{Fora\ de\ Controlo} = \frac{1}{(1 - \beta)} \quad (2.2)$$

Sendo  $(1-\beta)$  o equivalente à probabilidade de se detectar uma causa especial de variação quando o processo se encontra fora de controlo estatístico.  $\beta$  refere-se ao risco de aceitar uma amostra não conforme, sendo designado de forma generalizada como risco do consumidor.

Considerando as cartas de controlo de Shewhart, este definiu que a probabilidade de um qualquer ponto cair fora dos limites de controlo é de 0.27%, assumindo que  $\mu$  e  $\sigma$  são estimados sem erro.

Assim sendo, as cartas de controlo de Shewhart apresentam em média um falso alarme de 370 em 370 amostras.

$$ARL = \frac{1}{\alpha} \Rightarrow ARL = \frac{1}{0.0027} = 370 \quad (2.3)$$

$$ARL_{EC} = 370 \text{ amostras}$$

---

**Nota:** Por razões de simplificação de nomenclatura, daqui para a frente  $ARL_{Em\ Controlo}$  e  $ARL_{Fora\ de\ Controlo}$  serão denominados, respectivamente, de  $ARL_{EC}$  e  $ARL_{FC}$ .

### 2.4.5. Tipos de Cartas de Controlo

As cartas de controlo podem ser classificadas consoante vários aspectos:

- ❖ Classificação segundo o número de características a controlar.
- ❖ Classificação segundo o tipo de memória.
- ❖ Classificação segundo o tipo de característica a controlar (variáveis ou atributos).

De acordo com o número de características a controlar, as cartas de controlo podem dividir-se em 2 grupos distintos: **univariadas** e **multivariadas**. As cartas **univariadas** controlam apenas uma característica da qualidade, ao passo que as cartas **multivariadas** têm a capacidade para controlar em simultâneo mais do que uma característica do processo, permitindo estabelecer relações de interdependência entre as variáveis estudadas.

De referir no entanto que nem todos os investigadores defendem uma simples aplicação de uma dada carta de controlo univariada quando se pretende apenas controlar uma característica da qualidade. Existem algumas novas abordagens ao controlo de processos univariáveis e muitos deles não seguem a lógica mais comum de simples aplicação de uma dada carta de controlo. Por exemplo Nezhad e Niaki (2010) defendem uma proposta menos tradicional que passa por uma abordagem iterativa, definindo-se inicialmente alguns pressupostos ("*beliefs*") que se pensa estarem relacionados com o processo em causa e em seguida sendo actualizado o estado do processo através de uma recolha de novas observações da característica da qualidade que se pretende controlar. Em seguida por meio de um método de aplicação por cartas de controlo verifica-se o estado do processo.

No entanto por vezes em contexto real de produção pretende-se controlar mais do que uma variável, estando estas interrelacionadas, pelo que um *SPC* implementado sob a forma de uma carta de controlo univariada não representa qualquer vantagem nestas situações. Por exemplo para Snoussi (2010) em ambiente real de produção de *short-run* e quando os *outputs* do processo se encontram correlacionados, a normalização de resíduos de vários *outputs* referentes a processos de múltiplas variáveis é uma técnica de aplicação de *SPC* muito viável, sendo estas aplicáveis através de adaptações e extensões em algumas cartas de controlo multivariáveis já conhecidas.

No que concerne ao tipo de memória, existem dois tipos cartas: as **cartas de controlo sem memória**, que consideram apenas a informação disponibilizada no momento (cartas de Shewhart por exemplo) e as **cartas de controlo com memória**, que levam em conta todo o historial de informação do processo, sendo as mais conhecidas as cartas de somas acumuladas (*CUSUM*) e cartas da média móvel exponencialmente amortecida (*EWMA*).

Por fim e de acordo com Montgomery (2011) as cartas de controlo podem ser classificadas em dois tipos: **cartas de controlo de variáveis** e **cartas de controlo de atributos**.

As **cartas de controlo variáveis** utilizam-se sempre que se pretende controlar características susceptíveis de serem expressas numa escala contínua como dimensões ou peso (Pereira e Requeijo, 2012).

Estas cartas descrevem o desempenho de uma característica da qualidade que pode ser medida numa escala numérica contínua,

Entre as cartas de controlo de variáveis destacam-se as cartas da média e amplitude, as cartas da média e desvio padrão, as cartas da média e variância, as cartas da mediana e amplitude, as cartas de observações individuais e amplitudes móveis, entre outras.

De acordo com Pereira e Requeijo (2012), as cartas de controlo de variáveis devem ser usadas sempre que seja economicamente viável o controlo de características medidas numa escala contínua.

Por outro lado, as **cartas de controlo de atributos** são usadas quando a característica da qualidade é avaliada numa escala qualitativa

Estas referem-se a cartas cuja necessidade passa por controlar a proporção e número de unidades não conformes ou número de defeitos e número de defeitos por unidade. De realçar que para o uso destas cartas, assume-se que se está perante um caso no qual os valores da característica a controlar variam de forma estável ou previsível em redor de um valor médio de referência. É igualmente importante referir que as cartas de atributos apenas se referem a situações nas quais as observações são totalmente independentes.

Exemplos de cartas de controlo de atributos são as cartas  $p$ , as cartas  $np$ , as cartas  $c$  e as cartas  $u$ . As cartas  $p$  são referentes à proporção de unidades não conformes, as cartas  $np$  são relativas ao número de unidades não conformes, as cartas  $c$  são referentes ao número de defeitos e por fim, as cartas  $u$  são relativas ao número de defeitos por unidade.

### 2.4.6. Cuidados a ter na sua implementação

De modo a que a implementação das cartas de controlo seja realizada com sucesso é necessário que previamente sejam considerados determinados aspectos.

De acordo com Pereira e Requeijo (2012) para que a implementação das cartas de controlo seja realizada com êxito, é necessário haver uma fase preparatória que contemple genericamente os seguintes aspectos:

- ❖ Formação adequada dos intervenientes no processo, que devem perceber as vantagens da implementação das cartas e aprender a utilizá-las e interpretá-las correctamente.
- ❖ Definição do processo, das suas fronteiras e das interacções com outros processos e conhecimento dos factores que o podem afectar (pessoas, equipamentos, materiais, métodos, ambiente, sistema de medições).
- ❖ Determinação das características a controlar, já que não é economicamente viável proceder-se ao controlo de todas as variáveis; os esforços devem concentrar-se prioritariamente nas características críticas que mais contribuem para a melhoria da qualidade; há certos aspectos que devem ser ponderados, como os requisitos exigidos pelo cliente/utilizador, as áreas em que se verificam grandes quantidades de produto não conforme e/ou onde o rendimento é baixo e a possível correlação entre características.
- ❖ Definição da informação a ser recolhida e do sistema de medição, o que significa que é necessário especificar o tipo de informação a ser recolhida, aonde, como e sob que condições, bem como o equipamento e os métodos de medição a utilizar.
- ❖ Minimização da variação excessiva no período inicial de implementação de um programa de *SPC*, durante o qual devem ser reduzidas todas as possíveis causas de variação desnecessárias (por exemplo, evitar misturas de lotes de matérias-primas, não efectuar ajustamentos excessivos e eventualmente desnecessários do equipamento).

### 2.4.7. Interpretação das cartas de controlo

Em contexto real de produção existem um conjunto de restrições e variáveis em jogo que impedem que a totalidade da produção cumpra a 100% com as especificações previamente definidas para um dado *output*. É aliás impossível que assim aconteça, quer por razões técnicas inerentes ao processo produtivo em concreto, quer por limitações de cariz económico subjacentes à gestão de muitas empresas industriais.

É no entanto possível minimizar a variabilidade sendo por isso deveras importante aferir com o máximo de exactidão do estado de um determinado processo produtivo. Através das cartas de controlo, como já foi referido anteriormente, é possível realizar uma análise fiável ao estado real do processo, dando indicações relevantes sobre em que aspectos o processo produtivo não está a conseguir atingir os níveis desejados para produzir dentro das conformidades e especificações definidas para dado *output*.

O principal objectivo das cartas de controlo de Shewhart passa portanto pela melhoria contínua dos processos produtivos através da eliminação da variabilidade baseada em causas especiais de variação.

Deste modo, se pela análise da representação gráfica de uma determinada carta de controlo todos os valores (pontos relativos a cada uma das amostras) estiverem dentro dos limites de controlo e se estes não seguirem uma tendência específica que indique a possível existência de uma causa assinalável então pode-se afirmar que o processo se encontra sob controlo estatístico.

Considerando que não somente pontos fora dos limites de controlo podem significar que o processo produtivo esteja fora de controlo, é importante a existência de um conjunto de regras que possibilitem a identificação de tendências que possam permitir identificar esse tipo de situações.

Nesse sentido, ao longo dos anos têm sido publicadas regras que permitem reconhecer padrões sistemáticos e que se baseiam na probabilidade (mínima) de ocorrência de cada um dos padrões (Pereira e Requeijo, 2012).

Para Pereira e Requeijo (2012) considera-se que as regras definidas pela Western Electric Handbook (1956) as mais aceites na detecção de padrões não aleatórios, que através de tendências específicas podem constituir a presença de uma causa assinalável.

Para a aplicação destas regras considera-se que o intervalo compreendido entre os limites de controlo  $LC \pm 3\sigma_\omega$  está dividido em seis zonas iguais, cada uma com uma largura equivalente a  $1\sigma_\omega$ , e designadas por A, B, C, C, B, A.

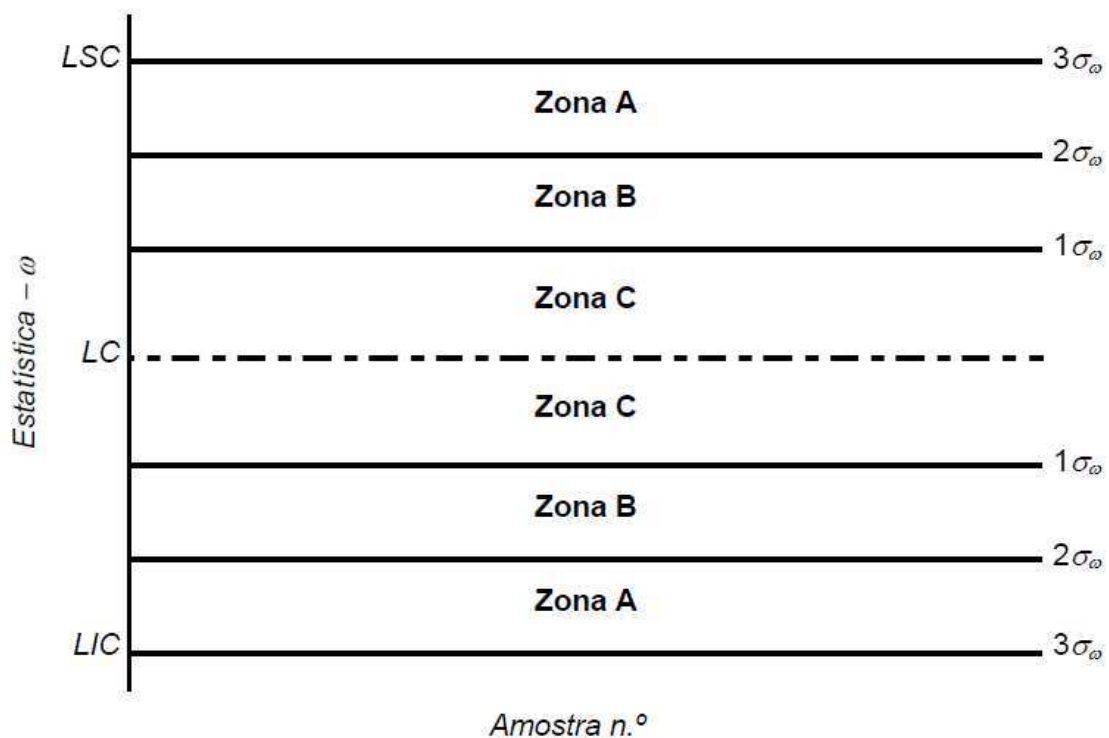


Figura 2.9 – Zonas relativas à aplicação das regras de detecção de causas assinaláveis (Requeijo, 2003)

Do *Western Electric Handbook* constam as oito regras mais aceites para a detecção de causas especiais de variação:

**Regra 1:** Um qualquer ponto fora dos limites de controlo (limites  $\pm 3\sigma_\omega$ ).

**Regra 2:** Nove pontos consecutivos na zona C ou para além da zona C do mesmo lado da linha central.

**Regra 3:** Seis pontos consecutivos no sentido ascendente e descendente alternadamente.

**Regra 4:** Catorze pontos consecutivos crescendo e decrescendo alternadamente.

**Regra 5:** Dois de três pontos consecutivos na zona A, do mesmo lado da linha central.

**Regra 6:** Quatro de cinco pontos consecutivos na zona B ou A, do mesmo lado da linha central.

**Regra 7:** Quinze pontos consecutivos na zona C acima e abaixo da linha central.

**Regra 8:** Oito pontos consecutivos de ambos os lados da linha central, sem nenhum na zona C.

No entanto através da análise da representação gráfica de uma carta de controlo é por vezes possível cometer-se dois tipos de erros no que toca à tomada de decisão.

Com efeito, existe a possibilidade de se uma carta de controlo emitir um sinal, face a uma eventual alteração no processo, esse sinal corresponder a um falso alarme. Corre-se portanto o risco de se rejeitar uma amostra conforme, ou seja com níveis de qualidade dentro das especificações, devido a esse falso alarme. Este tipo de risco denomina-se de risco Tipo I ou risco do produtor tal como já referido anteriormente, sendo a probabilidade de este ocorrer representada por  $\alpha$ .

Por outro lado, pode ocorrer um Erro Tipo II, referente a uma situação em que o processo é considerado em controlo estatístico, mas no qual ocorre o aparecimento de um ponto (amostra) dentro dos limites de controlo, sendo que a essa amostra corresponde a uma situação na qual o processo está efectivamente fora de controlo estatístico. Existe portanto o risco de aceitar uma amostra não conforme. A probabilidade deste tipo de erro ser cometido representa-se por  $\beta$ .

Em suma:

- ❖ Erro do Tipo I: Risco associado a se rejeitar uma amostra ou lote conforme, ou seja detectar uma alteração quando de facto não ocorre.
- ❖ Erro do Tipo II: Risco associado a se aceitar uma amostra ou lote não conforme, ou seja não detectar uma alteração efectiva.

Como resultado disto, surge na área de Qualidade o chamado *AQL – Acceptable Quality Level*, que na prática é o índice de qualidade acordado entre o cliente e o produtor/fornecedor.

Na perspectiva do produtor este índice é o número máximo de defeitos por cada 100 unidades que se considera satisfatório como média do processo. Por outro lado, para o consumidor é o

pior índice de qualidade do processo, que este considera satisfatório. Este índice está normalmente associado ao erro Tipo I.

#### **2.4.8. Capacidade de um Processo**

A capacidade dos processos prende-se com a aptidão que determinado processo em controlo estatístico tem para produzir *outputs* de acordo com as especificações técnicas definidas anteriormente a se dar início ao processo produtivo em concreto.

Segundo Kotz e Johnson (2002) apenas quando o processo se encontra sob controlo estatístico, ou seja, não apresenta quaisquer causas especiais de variação e a distribuição dos dados é normal, é que faz sentido e é possível aferir da capacidade do processo e de este assumir um estado de produção contínua concebendo *outputs* de acordo com as especificações técnicas definidas. Esta posição é generalizadamente defendida por uma larguíssima maioria dos investigadores nesta área.

Os estudos de capacidade estabelecem a comparação entre a especificação técnica, definida na fase de concepção e desenvolvimento do produto/processo, e o processo produtivo conseguido com os recursos disponíveis (Requeijo, 2003).

Os estudos de capacidade do processo têm vindo a ganhar cada vez maior atenção, sendo de realçar que, a aferição de capacidade de um determinado processo tem sido alvo de preocupação constante por parte dos investigadores na área de qualidade, desde que esta se tornou definitivamente como uma área relevante e indispensável na realidade de produção industrial.

Segundo Requeijo (2003), inicialmente o estudo de capacidade dos processos era realizado com base na proporção de unidades não conforme geradas em determinado processo produtivo. No entanto, vários desenvolvimentos foram realizados deste então, tendo grande parte dos estudos evoluído no sentido de fazer a avaliação de capacidade através de índices facilmente comparáveis com as especificações técnicas definidas.

### 2.4.8.1. Índices de capacidade do processo

Estando o processo produtivo sob controlo estatístico é possível determinar os índices de capacidades relativos a este por forma a aferir do seu grau de capacidade para produzir de acordo com as especificações.

Consideram-se os mais importantes, os seguintes índices de capacidade associados a dados normalizados:

❖ Índice de capacidade  $C_p$

Atribui-se a Juran (1974) a introdução deste índice de capacidade do processo (Requeijo, 2003). Este índice tem a aptidão de comparar o intervalo definido pelos limites de especificação com o intervalo correspondente à tolerância natural do processo, constituindo um bom indicador da capacidade potencial do processo e sendo por essa razão designado por alguns investigadores na área de qualidade por índice de capacidade potencial.

$$C_p = \frac{LSE - LIE}{6\sigma} \quad (2.4)$$

*LSE*: Limite Superior de Especificação

*LIC*: Limite Inferior de Especificação

$\sigma$ : Desvio padrão do processo

Considera-se fiável que este índice possua um valor de 1,33.

Este índice tem como principal desvantagem o facto de não dar qualquer indicação sobre a localização do processo, não sendo por isso totalmente fiável que este índice possa dar a indicação de que determinado processo seja efectivamente capaz.

De qualquer das maneiras quanto maior for o valor deste índice maiores as probabilidades de o processo ser capaz.

❖ Índice de capacidade  $C_{pk}$

Este índice foi introduzido por Kane (1986) e considera a dispersão assim como a localização da média. Deste modo este índice surge como forma de resolução à desvantagem inerente ao índice  $C_p$  e portanto o índice  $C_{pk}$  é o verdadeiro indicador de capacidade do processo.

$$C_{pk} = \min \left( (C_{pk})_I, (C_{pk})_S \right) \quad (2.5)$$

$$(C_{pk})_I = \frac{\mu - LIE}{3\sigma} \quad (2.6)$$

$$(C_{pk})_S = \frac{LSE - \mu}{3\sigma} \quad (2.7)$$

O processo será capaz se  $C_{pk} \geq 1.33$  e estará centrado no valor nominal quando  $(C_{pk})_I = (C_{pk})_S$ . Se a especificação for unilateral, o índice da capacidade do processo  $C_{pk}$  é definido pela equação 2.6 quando a característica é do tipo quanto-maior-melhor tem obrigatoriamente de se encontrar acima de um limite inferior de especificação  $LIE$  ou pela equação 2.7 quando se está perante uma característica do tipo quanto-menor-melhor, que tem de estar abaixo de um limite superior de especificação  $LSE$ . Para uma especificação técnica unilateral, considera-se habitualmente que o processo é capaz quando  $C_{pk} \geq 1.25$ . No

entanto, como já se referiu, o valor de  $C_{pk}$  deve ser o mais elevado possível (Pereira e Requeijo, 2012).

Segundo Pyzdek (2003) o índice  $C_{pk}$  deverá ser maior ou igual a 1.33, mas é referido que em contexto de aplicação de uma filosofia *Six Sigma* este valor é considerado por vezes insuficiente, sendo que algumas organizações estipulam valores mais elevados para considerarem o processo capaz.

❖ Índice de capacidade  $C_{pm}$

Segundo Requeijo (2003) o índice  $C_{pm}$  é atribuído independentemente a Hsiang e Taguchi (1985) e a Chan, Cheng e Spiring (1988). Este baseia-se no mesmo conceito do índice  $C_p$ , com a diferença de se considerar no intervalo da tolerância natural do processo o desvio da média relativamente ao valor nominal,  $(6\tau = 6\sqrt{\sigma^2 + (\mu - T)^2})$  em que  $T$  é o valor nominal da característica da qualidade). Este índice é dado por:

$$C_{pm} = \frac{LSE - LIE}{6\sqrt{\sigma^2 + (\mu - T)^2}} \quad (2.8)$$

❖ Índice de capacidade  $C_{pmk}$

O índice  $C_{pmk}$  é atribuído a Pearn, Kotz e Johnson (1992). Este índice baseia-se no mesmo conceito do índice  $C_{pk}$ , com a diferença de se considerar no intervalo da tolerância natural do processo o desvio da média relativamente ao valor nominal (Requeijo, 2003).

$$C_{pmk} = \frac{\min(LSE - \mu, \mu - LIE)}{3\sqrt{\sigma^2 + (\mu - T)^2}} \quad (2.9)$$

Em suma, os índices de capacidade foram desenvolvidos com o intuito de proporcionar aos responsáveis dos processos produtivos a possibilidade de obter uma resposta válida à questão se dado processo é ou não capaz de cumprir com as especificações técnicas. A figura 2.10, exposta em seguida pretende demonstrar duas situações distintas em relação à capacidade dos processos, demonstrando que um processo pode eventualmente estar sob controlo, mas ainda assim não ser capaz de cumprir com as especificações técnicas.

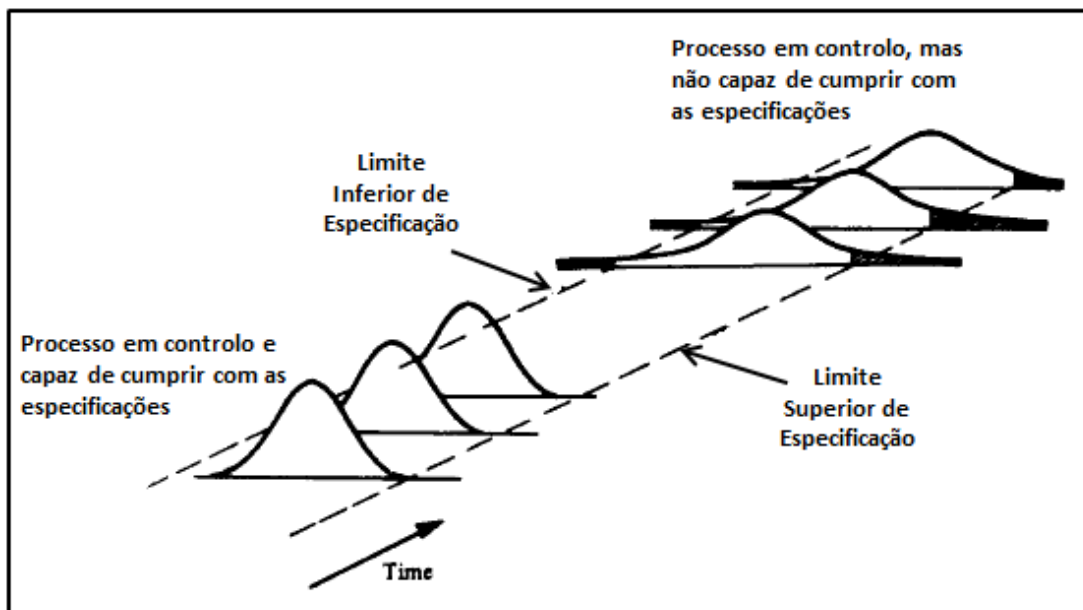


Figura 2.10 – Capacidade do Processo (adaptado de Oakland, 2003)

#### 2.4.9. Melhoria contínua do processo

Em contexto industrial, geralmente distinguem-se três etapas na aplicação de técnicas de controlo estatístico no âmbito de um *SPC*:

- ❖ **1ª Etapa:** Detecção de causas especiais de variação e posterior eliminação através de acções correctivas.

- ❖ **2ª Etapa:** Manutenção do processo produtivo sob controlo estatístico, com resultados práticos nos níveis de produtividade e custos associados à produção.
  
- ❖ **3ª Etapa:** Melhoria contínua do processo, através de acções de melhoria que diminuam o efeito das causas comuns de variação.

A aplicação de um *SPC* pressupõe portanto que, após a aplicação com sucesso de determinada ferramenta estatística, quase sempre cartas de controlo, seja efectuada uma análise contínua ao processo produtivo de modo a controlar este no sentido de minimizar a ocorrência de quaisquer problemas com potencial para tornar o processo novamente fora de controlo estatístico.

É igualmente importante, que mesmo após a aplicação com sucesso de um *SPC* se analise o processo com vista a torná-lo cada vez mais fiável e menos susceptível a falhas. Deste modo os operacionais directamente envolvidos no controlo estatístico de determinado processo devem ter uma filosofia de melhoria contínua do processo, mesmo que este já esteja sob controlo estatístico.

Pode definir-se como uma estratégia *standard* de melhoria contínua do processo, os métodos de trabalho e sequência lógica destes presentes no fluxograma abaixo exposto (figura 2.11). É de referir no entanto que podem e devem ser adoptadas abordagens distintas, consoante a realidade do processo produtivo a controlar.

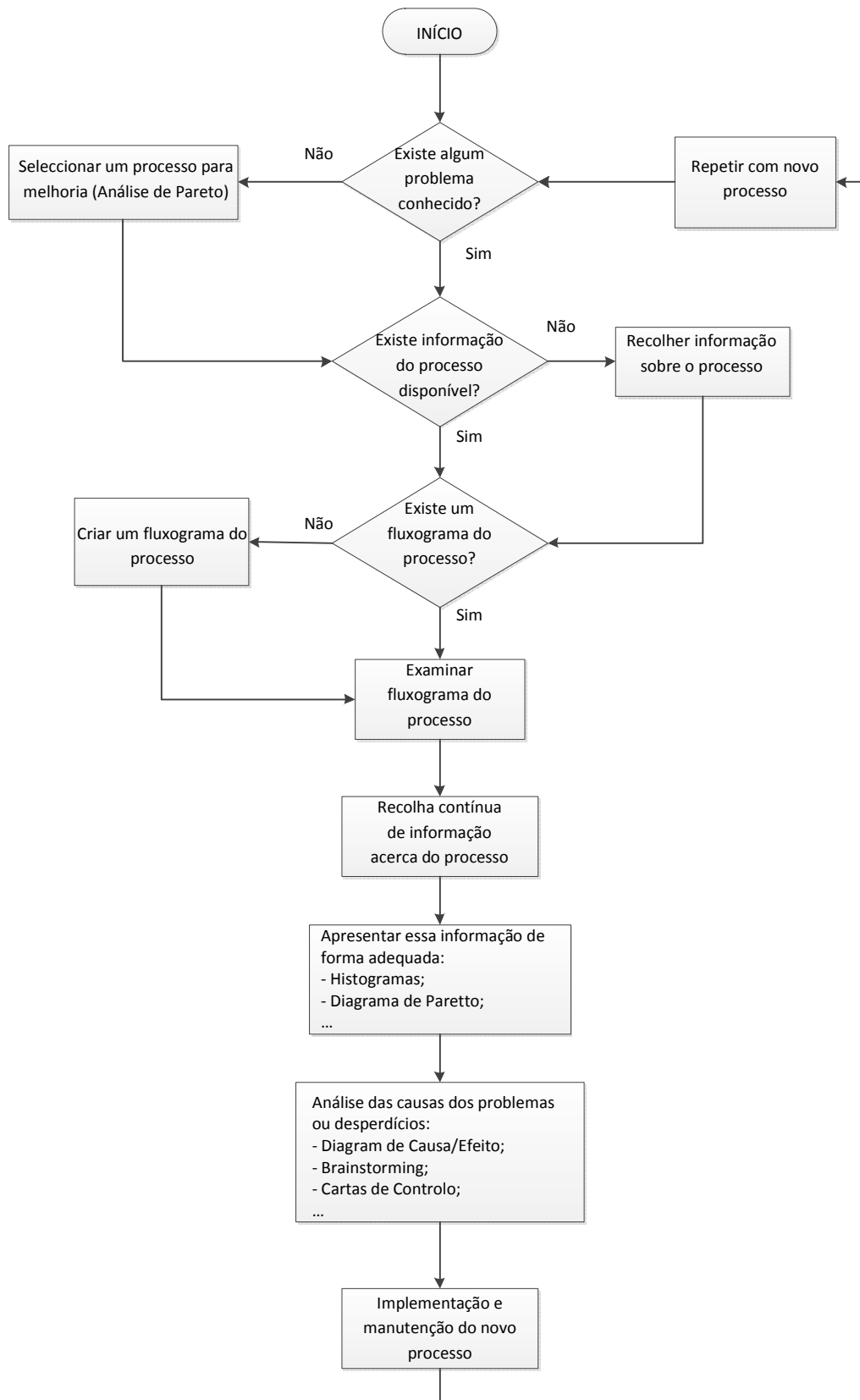


Figura 2.11 - Fluxograma para uma estratégia de melhoria contínua do processo produtivo (adaptado de Oakland, 2003)



---

## **CAPÍTULO III**

---

# **CARTAS DE CONTROLO ESPECIAIS**

### 3. CARTAS DE CONTROLO ESPECIAIS

#### 3.1. Aspectos Introdutórios

Na segunda metade do século XX as organizações industriais mudaram consideravelmente e com isso os processos produtivos relativos às mesmas. Estas mudanças evidentes que se deram nas diversas áreas subjacentes a uma qualquer empresa industrial na segunda metade do século passado tiveram continuidade até aos dias de hoje, sendo facilmente perceptível a necessidade de uma constante adaptação às exigências de mercados cada vez mais concorrenciais, e que com isso obrigam a uma igual e constante inovação na gestão comercial, logística, nas relações laborais e nomeadamente nos processos de fabrico, por forma a retirar vantagens competitivas sobre os rivais.

No que concerne à área da Qualidade, tal como já foi dito anteriormente, esta tem vindo a ganhar um espaço de relevo no que toca à gestão dos processos de fabricos. Esta baseia-se em grande parte na implementação de medidas de controlo estatístico, em particular através das cartas de controlo e o desenho de experiências.

A crescente mudança nos contextos industriais tem vindo a obrigar os investigadores na área da Qualidade a desenvolver novas ferramentas estatísticas mais adequadas às novas exigências.

Consideremos as cartas de controlo, que são uma das ferramentas mais válidas para controlo estatístico. Neste domínio foram realizados vários avanços, no sentido de criar um conjunto vasto de cartas de controlo que possam em contextos específicos contribuir para uma optimização dos processos produtivos através da diminuição de variabilidade, podendo igualmente algumas delas suprir as falhas de outras.

As cartas tradicionais de Shewhart, como já foi explicitado anteriormente, apresentam grande fiabilidade na Fase 1 de um *SPC*, contribuindo para a estimação dos parâmetros, que nessa fase são desconhecidos. Estas apresentam no entanto desvantagens que se revelam de especial relevância no que toca à Fase 2. As cartas tradicionais de Shewhart consideram

apenas a informação actual que é disponibilizada no momento. Este aspecto constitui um défice considerável no momento de avançar para a Fase 2 do *SPC*, onde é importante ter em conta o historial de informação relativa ao processo.

Este aspecto torna as cartas de controlo de Shewhart muito pouco sensíveis a pequenas alterações no processo, na ordem de  $1.5\sigma$  ou menos (Montgomery 2011).

Também as cartas de controlo associadas ao controlo estatístico de pequenas produções, como as cartas *Z/W*, cartas *D* ou cartas *Q* ignoram em certa medida a sequência de informação, não tendo por isso a sensibilidade para detectar pequenas variações no processo.

É portanto com o intuito de aumentar a sensibilidade das cartas de controlo, em particular as de Shewhart, que surgem as denominadas cartas de controlo especiais:

- ❖ **Cartas de Controlo de Somas Acumuladas (*CUSUM*) – “*Cumulative Sum Control Charts*”.**
- ❖ **Cartas de Controlo da Média Móvel Exponencialmente Amortecidas (*EWMA*) – “*Exponentially Weighted Moving Average*”.**

As cartas de somas acumuladas (*CUSUM*) assim como as cartas da média móvel exponencialmente amortecida (*EWMA*) revelam-se bastante eficazes na detecção rápida de pequenas e moderadas alterações dos parâmetros do processo.

A implementação de cartas especiais, como a *Carta de Somas Acumuladas (CUSUM)* ou a *Carta da Média Móvel Exponencialmente Amortecida (EWMA)*, permite aumentar a sensibilidade em detectar causas especiais, sem aumentar os custos (Requeijo, 2003).

As cartas de controlo especiais (*CUSUM* e *EWMA*) podem dividir-se em dois tipos principais e distintos:

- ❖ Cartas especiais destinadas ao **controlo da média** do processo.
- ❖ Cartas especiais destinadas ao **controlo da variância** do processo.

De referir que as cartas de controlo especiais podem tornar-se ainda mais eficientes através da realização de adaptações nas mesmas, considerando que essas adaptações devem ser incluídas tendo em conta as especificidades do processo que se pretende controlar. Esta ideia é defendida pela generalidade dos investigadores.

A presente dissertação incide o seu foco na concepção de uma ferramenta computacional de suporte ao controlo estatístico, tendo como objectivo a determinação dos parâmetros de uma carta de controlo em particular através de amostras -  $CUSUM-In(S^2)$ .

Assim neste capítulo será abordada a temática relativa às cartas de controlo especiais de somas acumuladas, com particular e natural destaque para a carta  $CUSUM-In(S^2)$ .

A carta de controlo  $EWMA$  e variantes da mesma, que têm os mesmos objectivos e que igualmente apresentam vantagens muito semelhantes às cartas  $CUSUM$  e suas variantes não serão descritas nem aprofundadas neste capítulo, visto que estas não se inserem no âmbito da presente dissertação.

De qualquer das maneiras, é importante referir que estas cartas assim como outras poderiam perfeitamente ser alvo de um estudo semelhante ao realizado neste projecto, tendo igualmente os mesmos objectivos, mas sendo necessário naturalmente um desenvolvimento de engenharia de *software* específico para essa carta de controlo.

## 3.2. Cartas de Controlo de Somas Acumuladas

### 3.2.1. Aspectos introdutórios

Tal como já foi referido anteriormente as cartas de controlo de Shewhart têm como principal desvantagem o facto de apenas considerarem as últimas informações acerca do processo, sendo por isso incluídas no grupo das cartas de controlo sem memória.

No entanto a sua eficiência na Fase 1 de um *SPC* deve ser tida em consideração, pelo que a utilização das cartas de controlo especiais de somas acumuladas devem ser consideradas como complemento às cartas tradicionais de Shewhart.

Segundo Montgomery (2011) as cartas de controlo de somas acumuladas foram propostas por Page (1954) e têm vindo a ser alvo de estudo por parte de inúmeros investigadores na área de Qualidade, tais como Ewan (1963), Page (1961), Johnson (1961), Johnson and Leone (1962a, 1962b, 1962c) e Lucas (1976).

Ambas as cartas de controlo de somas acumuladas consideradas anteriormente, são ferramentas estatísticas que acumulam as informações das amostras, tendo todas as amostras o mesmo peso e considerando o histórico de informação associado ao processo.

### 3.2.2. Cartas de controlo de somas acumuladas para o controlo da média do processo - *CUSUM*

Vários estudos desenvolvidos nas últimas décadas por parte de vários investigadores na área da Qualidade têm vindo a propor dois tipos de cartas *CUSUM* para o controlo da média do processo.

Alguns desenvolvimentos propõem uma carta *CUSUM*, que se designará por carta *CUSUM* tradicional. Estudos mais recentes propõem a construção de duas semi-cartas, designadas simplesmente por carta *CUSUM* (Pereira e Requeijo, 2012).

A chamada carta *CUSUM* tradicional, também designada por vários investigadores de carta de controlo *CUSUM V-Mask*, tem vindo a perder alguma relevância no contexto actual devido à

necessidade nem sempre fácil de manipulação manual e dificuldade em aplicação informática, sendo no entanto de referir que a sua aplicabilidade e eficiência apresenta níveis relevantes de sucesso.

As vantagens da utilização da carta *CUSUM* em relação à “Máscara V” consistem no facto de não ser necessária a implementação gráfica e na possibilidade de conduzir testes unilaterais (só a subidas ou só a descidas dos valores do parâmetro a controlar), ou ainda testes com especificações diferentes para as subidas e para as descidas do parâmetro. Note-se que também é possível representar graficamente os valores da carta e os dos limites o intervalo de decisão, sendo que esse gráfico apresenta uma forma semelhante à das cartas de controlo de Shewhart (Alvelos, 2002).

Por outro lado a carta *CUSUM* desenvolvida com base em duas semi-cartas, geralmente designada por vários investigadores por carta de controlo *CUSUM* Tabular, tem vindo a ganhar espaço de relevo no controlo estatístico do processo pela sua facilidade de aplicação em contexto computacional/informático. Igualmente o facto de se basear na construção de duas semi-cartas, uma para detectar aumentos e uma outra para detectar decréscimos na média do processo, representa uma vantagem.

Esta versão tabular da carta *CUSUM* tem semelhanças de natureza lógica com a carta de controlo *CUSUM-In(S<sup>2</sup>)* referente ao controlo da variância do processo e que é a carta de controlo alvo do projecto de concepção relativo à presente dissertação.

Deste modo apenas será aprofundada em seguida, a carta de controlo *CUSUM* Tabular pelas razões acima referidas.

### **3.2.2.1. Fundamentos da carta de controlo *CUSUM* Tabular**

Esta carta baseia-se na construção de duas semi-cartas, cada uma com um objectivo distinto. Uma das semi-cartas destina-se à detecção de um aumento na média do processo, sendo que a outra semi-carta é responsável pela detecção de decréscimos da mesma.

É importante destacar os desenvolvimentos de alguns investigadores, sendo de realçar Woodall (1986) e Gan (1991) no que concerne às cartas de controlo *CUSUM* Tabular.

Segundo Pereira e Requeijo (2012), as variáveis que dão suporte a estas cartas são determinadas a partir dos dados recolhidos do processo e dos parâmetros da carta ( $k$  e  $h$ ) e de  $ARL$ .

Esta versão da carta  $CUSUM$  envolve a selecção dos parâmetros  $k$  e  $h$ , de forma a que a curva do  $ARL$  contemple dois pontos  $(0, L(0))$  e  $(\delta, L(\delta))$ , onde  $L(0)$  é o  $ARL$  desejado quando o processo está sob controlo estatístico ( $ARL_{Em\ Controlo}$ ) e  $L(\delta)$  é o  $ARL$  após se ter dado uma alteração  $\Delta = \delta\sigma_{\bar{x}}$  da média do processo ( $ARL_{Fora\ de\ Controlo}$ ). A alteração  $\Delta$  da média do processo é geralmente pequena, pretendendo-se a sua rápida detecção (Requeijo, 2003).

Após definição do valor  $\Delta = \delta\sigma_{\bar{x}}$ , projecta-se a melhor carta de controlo  $CUSUM$  escolhendo convenientemente  $L(0)$  e  $L(\delta)$ , os quais dependem dos parâmetros  $k$  e  $h$ . As variáveis  $T$  e  $C$ , que servirão para construir as duas semi-cartas, são dadas, no instante  $t$ , por:

$$T_t = \min(0, T_{t-1} + (Z_t + k)) \quad (3.1)$$

$$C_t = \max(0, C_{t-1} + (Z_t - k)) \quad (3.2)$$

onde,

$$T_0 = 0 \quad (3.3)$$

$$C_0 = 0 \quad (3.4)$$

$$Z_t = \frac{\bar{X}_t - \mu}{\sigma_{\bar{x}}} = \frac{\bar{X}_t - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \quad (3.5)$$

$$\Delta = \delta\sigma_{\bar{x}} \quad (3.6)$$

$$\delta = \frac{\Delta}{\sigma_{\bar{x}}} = \frac{\Delta\sqrt{n}}{\sigma} \quad (3.7)$$

$$k = \frac{\delta}{2} \quad (3.8)$$

**Simbologia:** $\bar{X}_t$  – média da amostra  $t$  $\mu$  - valor inicial da média do processo $\sigma$  – desvio padrão do processo $n$  – dimensão da amostra $Z_t$  – variável normal reduzida referente a  $\bar{X}_t$  $k$  – valor de referência

A semi-carta  $T$  é responsável pela detecção de um decréscimo na média do processo, ao passo que a semi-carta  $C$  destina-se à detecção de aumentos da média do processo.

O processo é considerado fora de controlo estatístico, quando se verificar uma das condições:

$$T_t < -h \quad (3.9)$$

$$C_t > h \quad (3.10)$$

onde,

$h$  - Limite de controlo da carta *CUSUM*

Após se detectar uma qualquer alteração na média do processo importa determinar um novo valor da média do processo, de modo a que se possam desencadear acções correctivas em conformidade com a situação em causa.

Assim sendo é possível determinar o valor da nova média através de:

$$\mu_{novo} = \begin{cases} \mu + \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \left( k + \frac{C_t}{N_C} \right), & \text{se } C_t > h \\ \mu - \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \left( k - \frac{T_t}{N_T} \right), & \text{se } T_t < h \end{cases} \quad (3.11)$$

onde,

$N_T$  – Números de períodos consecutivos em que  $T$  é diferente de zero.

$N_C$  – Números de períodos consecutivos em que  $C$  é diferente de zero.

No quadro 3.1 apresenta-se um resumo das estatísticas e variáveis a considerar para a construção de uma carta *CUSUM*.

Quadro 3.1 - Tabela resumo da carta *CUSUM*

Carta	Estatística	Soma Acumulada	Valores Iniciais	Regras para detectar alteração
<i>CUSUM</i>	$Z_t = \frac{\bar{X}_t - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}$	$T_t = \min(0, T_{t-1} + (Z_t + k))$	$T_0 = 0$	$T_t < -h$
		$C_t = \max(0, C_{t-1} + (Z_t - k))$	$C_0 = 0$	$C_t > h$

### 3.2.2.2. Construção de uma carta *CUSUM* Tabular

Uma carta *CUSUM* Tabular deve ser concebida com base na escolha criteriosa de valores razoáveis de  $h$  e  $k$ . Alguns estudos recomendam que a escolha destes dois parâmetros seja realizada com vista à obtenção de um bom *ARL*, sendo este, como já referido anteriormente, o indicador de desempenho mais utilizado em contexto de aplicação de cartas de controlo estatístico.

Segundo Pereira e Requeijo (2012), para se construir uma carta *CUSUM* devem ser seguidos os seguintes passos:

1. Seleccionar o valor aceitável de  $ARL_{EC}$ .
2. Decidir qual o menor valor de alteração  $\Delta$  da média do processo, que é importante detectar rapidamente.

3. Seleccionar o valor do parâmetro  $k$  que conduz ao menor  $ARL_{FC}$  para o valor de  $\Delta = \delta\sigma_{\bar{x}}$  seleccionado (em geral, o melhor valor de  $k$  é  $\delta/2$ ).
4. Determinar o valor do parâmetro  $h$  correspondente ao valor de  $ARL_{EC}$  definido em 1.
5. Proceder a uma análise de sensibilidade, comparando os valores de  $ARL_{Fora\ de\ Controlo}$ , quer para os parâmetros ( $h$  e  $k$ ) determinados em 3 e 4, quer para outras combinações destes parâmetros.
6. Seleccionar a carta *CUSUM* que apresentar o menor  $ARL_{FC}$ ; se o  $ARL_{FC}$ , para o valor definido para  $\delta$ , não for suficientemente pequeno, deve encarar-se a possibilidade de aumentar a dimensão de amostras.

Relativamente ao parâmetro  $h$ , que é função de  $k$  e de  $ARL_{EC}$ , sugere-se a utilização dos ábacos desenvolvidos por Gan (1991). Estes ábacos encontram-se no Anexo I.1 (figuras I.1 a I.4).

Existe uma variante *FIR* – “*Fast Initial Response*” referente a esta carta que, é particularmente interessante quando se suspeita de pequenas e moderadas alterações na média do processo, tendo uma maior sensibilidade para detectar estas alterações logo no início do processo.

A construção das cartas *CUSUM-FIR* é idêntica à carta *CUSUM*, assim como o critério de decisão, considerando apenas diferenças no que toca às variáveis iniciais:

$$T_0 = -\frac{h}{2} \quad (3.12)$$

$$C_0 = \frac{h}{2} \quad (3.13)$$

A determinação do parâmetro  $h$  para esta variante requer a utilização dos ábacos de Gan (1991) presentes no Anexo I (figuras I.5 a I.8).

Tal como foi referido anteriormente o *ARL* é a medida de desempenho mais comum para avaliar o real desempenho de uma qualquer carta de controlo. O *Average Run Length (ARL)*

representa o número médio de amostras necessário para que seja detectada uma alteração nos parâmetros do processo.

Também no que diz respeito a estas cartas de controlo, pretende-se naturalmente que o valor de  $ARL$  seja o maior possível quando o processo se encontra sob controlo estatístico ( $ARL_{EC}$ ) e o menor possível quando este se encontra fora de controlo estatístico ( $ARL_{FC}$ ). O parâmetro  $ARL$  depende da dimensão da amostra  $n$ , do limite de decisão  $h$  e da dimensão de alteração da média que se pretende detectar.

Abaixo apresenta-se um exemplo de uma carta *CUSUM*, na qual é possível concluir que na amostra 10 existe uma evidência de alteração na média do processo, neste caso, um decréscimo da média do processo (fig. 3.1).

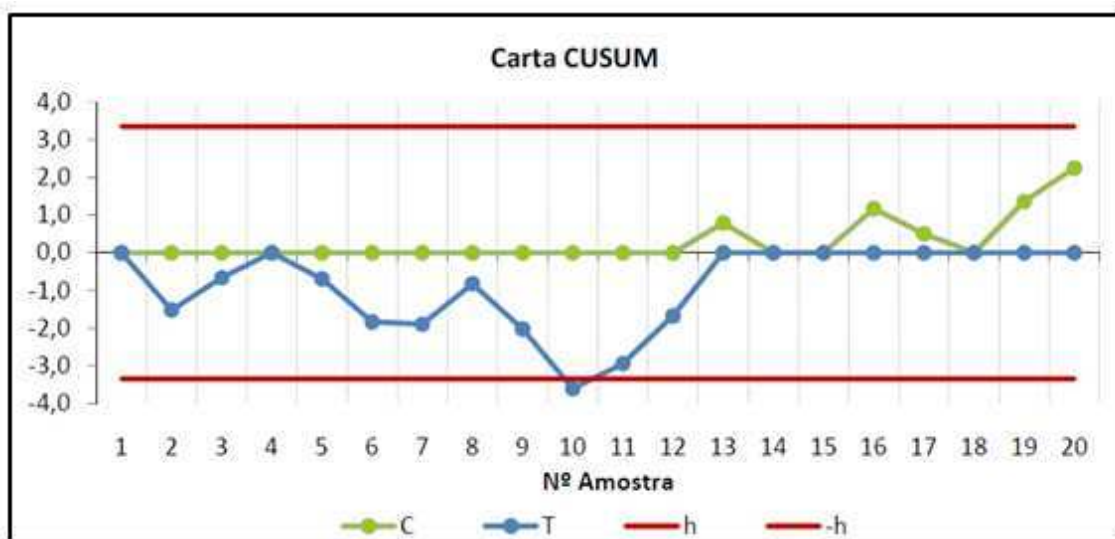


Figura 3.1 – Exemplo de carta *CUSUM*

### 3.2.2.3. Dificuldades de implementação em contexto real de produção

É no entanto de referir que por vezes podem existir algumas dificuldades na implementação das cartas *CUSUM*, sendo muito relevante realçar que alguns destes problemas são transversais a uma grande maioria das cartas de somas acumuladas, independentemente de serem relativas ao controlo da média ou da variância do processo.

Uma das dificuldades mais comuns prende-se com o facto de em contexto real de produção raramente se saber o valor referente à alteração dos parâmetros do processo.

Com efeito, quando a alteração na média  $\delta$  é conhecida e quando  $Z_t, Z_{t+1}, \dots$ , são independentes e identicamente distribuídos e a variância do processo é igual a 1, sabe-se que a carta *CUSUM* pode ser construída com base em  $k = \frac{\delta}{2}$  tal como foi exposto acima. Esta ideia é defendida por Gan (1991) entre outros investigadores.

No entanto na prática o valor da alteração na média  $\delta$  raramente é conhecido. Quando o valor real de  $\delta$  se afasta do valor assumido, então a carta *CUSUM* com  $k = \frac{\delta}{2}$  pode resultar numa performance bastante aquém do espectável e desejado (Ryu e Wan, 2010).

Várias técnicas têm sido desenvolvidas para lidar com o problema inerente à detecção de um valor desconhecido de  $\delta$ . Uma técnica popular de responder a este problema passa por combinar várias cartas de controlo complementares à carta *CUSUM*, de modo a aumentar o poder de detecção desta carta. Neste sentido a utilização das cartas de controlo de Shewhart podem em alguns casos ser implementadas conjuntamente com a carta *CUSUM* para o controlo da média (Lucas 1982).

Para Ryu e Wan (2010) deve-se nestas situações optar-se por atribuir uma distribuição ao valor de  $\delta$ , sendo certo mesmo assim que em contexto real raramente se sabe a distribuição exacta que segue este parâmetro, sendo aconselhável recorrer a históricos para se atribuir uma adequada distribuição. Consideram igualmente um indicador de desempenho geral a que chamam de *EWRL* e que os investigadores consideram mais capaz no caso de não se conhecer o valor, devendo ser este utilizado em detrimento do *ARL*, que é efectivamente bastante eficaz quando se conhece o parâmetro referente à alteração.

Ryu e Wan (2010) referem igualmente que os resultados numéricos sugerem que várias cartas *CUSUM* podem ser melhoradas com esta optimização.

Outra possibilidade, defendida por Sparks (2000) passa por uma abordagem multi-*CUSUM*, na qual se corre várias cartas *CUSUM* em simultâneo com o objectivo de aumentar a gama de detecção de  $\delta$ .

Esta abordagem é igualmente defendida para a detecção de alterações, em detrimento da carta *CUSUM* tradicional e *CUSUM* tabular, por Dong, Tsung e Xijian (2008), tendo estes

investigadores comparado a eficiência de uma aplicação multi-*CUSUM* em relação às suas constituintes e sendo os resultados favoráveis à primeira.

Han, Tsung, Hu e Wang (2007) defendem igualmente uma aplicação multi-*EWMA* embora as suas investigações tenham confirmado que as cartas *CUSUM* em geral apresentam maior sensibilidade em relação às *EWMA*, assim como a multi-*CUSUM* em relação à multi-*EWMA*.

Uma outra abordagem é a de Zhao, Tsung e Wang (2005) que, defendem uma aplicação a que chamam de dual *CUSUM*, e que resumidamente é a combinação de duas cartas *CUSUM* implementadas de forma independente e com diferentes valores de  $k$ , mas a operar em simultâneo, sendo que o limite de controlo é determinado de forma criteriosa para dar um valor de *ARL* desejado. É dado um sinal de alarme quando pelo menos uma dessas cartas atingir um determinado limite de controlo.

No entanto é importante referir que quando se pretende implementar mais do que uma carta *CUSUM*, seja numa perspectiva de multi-*CUSUM* ou numa abordagem dual *CUSUM* existem dois cuidados a ter.

Um desses cuidados prende-se o facto de embora cada carta *CUSUM* tenha uma regra diferente para disparar um alarme, todas as cartas quando executadas em simultâneo devem satisfazer um dado  $ARL_{EC}$ . Por outro lado cada carta *CUSUM* deve apresentar uma vantagem no que concerne à gama de  $\delta$  quando em comparação com as restantes cartas (Ryu e Wan, 2010).

Por outro lado, associado às cartas de somas acumuladas, particularmente à carta *CUSUM* tabular, existe um outro factor problemático a ter em consideração e que se refere a um erro de medição associado. Quando é referido a existência de um erro de medição do processo, na prática isso significa que o objectivo da carta passa por monitorizar determinada característica de Qualidade  $X$ , mas não é possível observar os seus reais valores, sendo possível medir uma outra variável relacionada com  $X$  designada de forma generalizada por  $Y$ .

Com efeito para Maravelakis (2012) a existência do erro de medição nestas cartas afecta a capacidade destas em detectar de forma rápida se o processo está fora de controlo estatístico, sendo que o investigador em questão não coloca no entanto em causa a utilidade deste tipo de cartas de controlo. Maravelakis (2012) defende o recurso a várias medições por forma a reduzir o efeito do erro de medição do processo associado a esta carta de controlo.

### **3.2.3. Cartas de controlo de somas acumuladas para o controlo de variância do processo- *CUSUM-In(S<sup>2</sup>)***

#### **3.2.3.1. Aspectos Introdutórios**

Grande parte dos estudos e investigações realizados no âmbito das cartas de controlo especiais recaem sob a temática relativa ao controlo da média do processo. Deste modo tem havido um menor interesse para com a necessidade de os processos de fabrico deverem igualmente ser analisados sob o ponto de vista do controlo de variância do processo, que é igualmente uma variável relevante.

No entanto desde a segunda metade da década de 1980, tem-se assistido a uma crescente preocupação com o controlo da dispersão de um dado processo produtivo. A crescente exigência dos mercados e conseqüentemente a necessidade das empresas apresentarem produtos de elevada consistência técnica, cumprindo em grande medida com as especificações através da diminuição de variabilidade, tem vindo a ser um motor para o aumento dos estudos e investigações nesta área.

Infelizmente embora o interesse para com o controlo da dispersão do processo tenha aumentado a partir da década de 1980, a grande maioria das investigações nesta área cingiram-se em grande medida até finais dos anos de 1990 início dos 2000, sendo que a partir daí têm sido desenvolvidos poucos estudos dignos de grande registo e realce e que representem uma mudança de filosofia no que concerne ao tipo de cartas de controlo ou modo de implementação das já existentes. A grande maioria dos artigos científicos mais recentes referentes a esta área são resumos e opiniões acerca dos estudos de Chang e Gan (1995) ou mesmo de outros estudos consideravelmente mais antigos realizados por alguns outros investigadores.

Anteriormente foi aprofundada a temática relacionada com as cartas de controlo de somas acumuladas para a detecção de pequenas e moderadas alterações na média do processo. No entanto da mesma maneira que existem cartas de controlo de somas acumuladas destinadas ao controlo da média do processo, existem igualmente algumas cartas deste tipo

desenvolvidas para a detecção de pequenas e moderadas alterações na dispersão do processo. O aumento da variância de um processo é sempre indesejável, por outro lado, o seu decréscimo é algo naturalmente vantajoso.

As cartas de controlo especiais para o controlo da dispersão são de particular importância, visto darem uma resposta bem mais capaz no que toca à detecção de alterações na variância do processo, quando em comparação com as cartas de Shewhart existentes para o controlo da dispersão, em particular a carta *MR* por observações individuais.

Aliás estas cartas de Shewhart para o controlo da dispersão são particularmente ineficazes pela falta de sensibilidade quando inclusive ocorre um decréscimo da variância, o que é naturalmente uma desvantagem relevante associada.

As cartas especiais de controlo de dispersão, em particular de somas acumuladas, adquirem portanto uma importância vital na detecção de acréscimos e decréscimos da variância do processo, até porque não implicam custos adicionais aquando da sua aplicação.

Existem cartas de controlo de dispersão relativas a observações individuais assim como referentes a amostras.

Geralmente a utilização de amostras é mais comum e vantajosa, sendo que estas devem obedecer a uma lógica de recolha que permita maximizar a probabilidade de se detectarem causas especiais de variação. Deste modo, as cartas de controlo da dispersão do processo por dados organizados em amostras, adquirem uma maior relevância quando em comparação com as cartas de controlo de dispersão por observações individuais (*H81-CUSUM*, *CUSUM-MR*) que geralmente apenas são utilizadas quando não existe possibilidade de se recorrer a amostras.

Assim sendo, os exemplos mais comuns de cartas de controlo de somas acumuladas, com o recurso a amostras, são:

- ❖ *CUSUM-R*
- ❖ *CUSUM-S*
- ❖ *CUSUM-S<sup>2</sup>*
- ❖ *CUSUM-ln(S<sup>2</sup>)*

Destas quatro as que são utilizadas de forma mais generalizada são as cartas *CUSUM-ln(S<sup>2</sup>)* e as cartas *CUSUM-S<sup>2</sup>*. Chang e Gan (1995) demonstraram nos seus estudos que esta segunda

apresentava uma ligeira vantagem no que concerne à performance do *Run Length (RL)* para a detecção de aumentos na variância do processo.

No entanto pelo facto de a distribuição de valores  $\ln(S^2)$  ser aproximadamente Normal quando a característica da qualidade  $X$  é Normalmente distribuída ao contrário das distribuições  $R$ ,  $S$  e  $S^2$ , a carta *CUSUM- $\ln(S^2)$*  é igualmente muito utilizada no controlo da dispersão.

Não se pense no entanto que apenas estas cartas de somas acumuladas são utilizadas para o controlo da variância do processo. Alguns investigadores têm centrado as suas atenções na adaptação de cartas *CUSUM* tradicionais para o controlo da dispersão.

A título de exemplo, Shu, Jiang e Fai (2010) defendem uma abordagem adaptativa de detecção de alterações na variância do processo. Esta toma como ponto de partida a carta *CUSUM- $S^2$* , sendo a partir daí realizadas um conjunto de adaptações nas estatísticas inerentes à carta em causa, de modo a se chegar a uma carta de controlo que os autores denominam de *WACUSUM*, *weighted adaptive CUSUM*. Esta nova carta adaptada não precisa de ter indicação de qual é o valor real da alteração.

A ideia base é reconstruir o gráfico da carta *CUSUM- $S^2$*  de modo a ser óptima para a detecção de uma alteração correspondente à estimativa actual do processo ou a um mínimo desejável (Shu, Jiang e Fai, 2010).

Como resultado das duas fases de adaptação, obtém-se, para a detecção de aumentos e decréscimos na variância do processo, respectivamente:

$$W_t^+ = \max \left\{ 0, W_{t-1}^+ + \left( 1 - \frac{1}{\delta_t^+} \right) (Z_t - k_t^+) \right\} \quad (3.14)$$

$$W_t^- = \max \left\{ 0, W_{t-1}^- + \left( 1 - \frac{1}{\delta_t^-} \right) (Z_t - k_t^-) \right\} \quad (3.15)$$

A carta dá o alarme de detecção de aumento ou decréscimo na variância do processo quando  $W_t^+ > h_W^+$  ou  $W_t^- > h_W^-$ .

Em que:

$W_t^+$  - Variável de controlo no instante  $t$  para detectar aumentos na variância do processo (carta *WACUSUM*)

$W_t^-$  - Variável de controlo no instante  $t$  para detectar decréscimos na variância do processo (carta *WACUSUM*)

$k_t^+$  - Parâmetro da carta *WACUSUM* referente ao estudo de aumentos na variância do processo

$k_t^-$  - Parâmetro da carta *WACUSUM* referente ao estudo de decréscimos na variância do processo

$\delta_t^+$  - Alteração na variância do processo para detectar aumentos da mesma (carta *WACUSUM*)

$\delta_t^-$  - Alteração na variância do processo para detectar decréscimos da mesma (carta *WACUSUM*)

$Z_t$  - Valor padronizado de  $X_t$  no instante  $t$  (carta *CUSUM*) ou parâmetro de estudo da carta *WACUSUM*

$h_W^+$  - Parâmetro da carta *WACUSUM*. Corresponde ao Limite superior de controlo e é referente ao estudo de um aumento na variância do processo

$h_W^-$  - Parâmetro da carta *WACUSUM*. Corresponde ao Limite superior de controlo e é referente ao estudo de um decréscimo na variância do processo

A presente dissertação tem como carta de controlo alvo para o desenvolvimento da Ferramenta Computacional de Suporte ao Controlo Estatístico (FCSCCE) a carta *CUSUM-In(S<sup>2</sup>)*, sendo em seguida aprofundados os fundamentos subjacentes à mesma.

De notar, que se parte do pressuposto de que os valores da característica da qualidade  $X$  são independentes e identicamente distribuídos, segundo uma distribuição normal com média  $\mu$  e variância  $\sigma^2$ .

### 3.2.3.2. Fundamentos da carta de controlo *CUSUM-In(S<sup>2</sup>)*

Tal como verificado nas cartas *CUSUM* Tabular, também as cartas *CUSUM-In(S<sup>2</sup>)* se baseiam na construção de duas semi-rectas com funções de detecção de aumentos e decréscimos no

parâmetro do processo em estudo. Para a construção desta carta definem-se duas variáveis,  $C$  e  $D$ , sendo estas duas variáveis determinadas em função dos valores da estatística  $\ln(S^2)$ .

É através da representação gráfica dos pares ordenados  $(t, C_t)$  e  $(t, D_t)$  que se constitui as duas semi-rectas essenciais para o controlo da dispersão do processo.

A semi-recta  $C$  destina-se a detectar pequenas e moderadas alterações referentes a aumentos na variância do processo, ao passo que a semi-recta  $D$  é responsável por detectar decréscimos da variância do processo.

As variáveis  $C$  e  $D$  são definidas, no instante  $t$ , por:

$$C_t = \max(0, C_{t-1} + Y_t - k_C) \quad (3.16)$$

$$D_t = \min(0, D_{t-1} + Y_t + k_D) \quad (3.17)$$

$$C_0 = u \quad (3.18)$$

$$D_0 = v \quad (3.19)$$

em que  $0 \leq u < h_C$  e  $-h_D < v \leq 0$ , sendo os valores de  $h_C$  e  $h_D$  os limites de controlo para as variáveis  $C$  e  $D$ , respectivamente. Consideram-se para esta carta  $u$  e  $v$  iguais a zero.

A variável  $Y$  é dada, no instante  $t$ , por:

$$Y_t = \ln\left(\frac{S_t^2}{\sigma_0^2}\right) \quad (3.20)$$

onde  $\ln(S^2)$  é o logaritmo natural da variância da amostra  $t(S_t^2)$ .

Detecta-se um aumento ou um decréscimo da variância do processo quando se verificar uma das duas condições:

$$C_t > \text{Limite de Controlo (C)} = h_C \quad (3.21)$$

$$D_t < \text{Limite de Controlo (D)} = -h_D \quad (3.22)$$

No quadro 3.2 apresenta-se um resumo das estatísticas e variáveis a considerar para a construção de uma carta  $CUSUM-\ln(S^2)$ .

Quadro 3.2 - Tabela resumo da carta  $CUSUM-\ln(S^2)$

Carta	Estatística	Soma Acumulada	Valores Iniciais	Regras para detectar alteração
$CUSUM-\ln(S^2)$	$Y_t = \ln\left(\frac{S_t^2}{\sigma_0^2}\right)$	$C_t = \max(0, C_{t-1} + Y_t - k_C)$	$C_0 = 0$	$C_t > h_C$
		$D_t = \min(0, D_{t-1} + Y_t + k_D)$	$D_0 = 0$	$D_t < -h_D$

Nas equações anteriores considera-se:

$s_t$  – desvio padrão da amostra  $t$

$s_t^2$  – variância da amostra  $t$

$\sigma_0$  – valor inicial do desvio padrão do processo

$k_C$  – valor de referência para detectar um aumento  $\delta_C$  do desvio padrão

$k_D$  – valor de referência para detectar um decréscimo  $\delta_D$  do desvio padrão

$h_C$  – limite de controlo para detectar um aumento  $\delta_C$  do desvio padrão

$h_D$  – limite de controlo para detectar um decréscimo  $\delta_D$  do desvio padrão

A concepção de uma carta de controlo  $CUSUM-\ln(S^2)$  e respectiva representação gráfica pressupõe a determinação do valor do parâmetro  $k$ , que é óptimo para a detecção de um aumento ou decréscimo no desvio padrão do processo. O intervalo de decisão  $h$  é depois determinado de modo a que a carta de controlo tenha um determinado  $ARL_{EC}$  (Chang e Gan, 1995).

As cartas de controlo  $CUSUM-\ln(S^2)$  baseiam-se como já foi dito em duas semi-cartas. É de referir que estas duas semi-cartas podem e devem ser implementadas e corridas em simultâneo, sendo esta uma potencialidade inerente à carta em questão, que permite deste modo aferir da ocorrência de aumentos e decréscimos de variância ao mesmo tempo.

### 3.2.3.3. Construção de uma carta $CUSUM-\ln(S^2)$

O processo de construção de uma carta  $CUSUM-\ln(S^2)$  pressupõe uma sequência lógica de etapas. Com efeito, segundo Requeijo (2003) o procedimento que deve ser seguido para a construção da melhor carta CUSUM para o controlo de variância, quando os dados estão organizados em amostras é o seguinte:

1. Escolher a dimensão  $n$  da amostra.
2. Seleccionar o menor valor aceitável para  $ARL_{EC}$ .
3. Escolher o valor da alteração do desvio padrão  $\sigma_1$ , o qual pode ser distinto para o decréscimo e o aumento a detectar.
4. Determinar a alteração  $\delta = \sigma_1/\sigma_0$ .
5. Determinar os melhores valores dos parâmetros  $k$  e  $h$ , conhecidos os valores de  $\delta$ ,  $n$  e  $ARL_{FC}$ .

Para a carta  $CUSUM-\ln(S^2)$  e por forma a determinar os valores dos parâmetros  $k_C$ ,  $k_D$ ,  $h_C$  e  $h_D$ , Chang e Gan (1995) sugerem a utilização das tabelas que se encontram expostas no Anexo II (quadros II.1 e II.2)

Em caso de suspeita de que, no início do estudo, possa haver uma situação fora de controlo por alteração da variância, deve recorrer-se ao procedimento *FIR*, que tal como explicitado anteriormente é uma variante possível das cartas de controlo especiais.

As chamadas cartas especiais de controlo possuem a variante *FIR* (*Fast Initial Response*), que tem como principal objectivo aumentar ainda mais a sensibilidade deste tipo de cartas no início da análise do processo, para potenciar a capacidade de detecção de alterações no início do processo, quando existem suspeitas de ocorrência das mesmas nesses instantes iniciais. Esta variante também existe para a carta de controlo  $CUSUM-\ln(S^2)$ , designando-se de *FIRCUSUM*- $\ln(S^2)$ .

Esta é constituída pelas mesmas variáveis correspondentes às duas semi-cartas (*C* e *D*), tendo a particularidade de apresentar valores iniciais das variáveis *C* e *D* diferentes de zero:

$$C_0 = \frac{h_C}{2} \quad (3.23)$$

$$D_0 = -\frac{h_D}{2} \quad (3.24)$$

As regras de decisão para esta variante são idênticas às da carta  $CUSUM-\ln(S^2)$ . A determinação dos valores dos parâmetros  $k_C$ ,  $k_D$ ,  $h_C$  e  $h_D$  é feita a partir das tabelas de Chang e Gan (1995) apresentadas no Anexo II (quadros II.3 e II.4).

Tradicionalmente, as cartas de controlo  $CUSUM$  para monitorizar a variância do processo são desenvolvidas segundo a assunção de que os valores da característica da qualidade  $X$  são independentes e identicamente e normalmente distribuídos. No entanto na prática, isto é, em contexto real de produção, estes pressupostos são várias vezes violados colocando em causa a eficiência aquando da sua implementação (Chang e Gan, 1995).

No entanto as cartas de controlo  $CUSUM-\ln(S^2)$  continuam a ser, conjuntamente com a sua homóloga  $EWMA-\ln(S^2)$ , consideradas as cartas de controlo mais adequadas quando existe a necessidade e a intenção de se detectar pequenas e moderadas alterações na dispersão do processo.

Para Chang e Gan (1995), as cartas de controlo  $CUSUM$  são um pouco mais sensíveis no controlo da dispersão que as cartas  $EWMA$  destinadas para o mesmo efeito, apresentando valores mais elevados de  $ARL_{EC}$ .

#### 3.2.3.4. Dimensão e frequência das amostras

As cartas  $CUSUM-\ln(S^2)$  são, tal como se referiu anteriormente, utilizadas em contexto no qual os dados são organizados em forma de amostras. A definição do número de amostras, frequência e dimensão das mesmas para esta carta apresenta as mesmas dificuldades que para as cartas  $CUSUM$  para o controlo da média do processo.

Não existem regras específicas para a frequência de recolha de amostras e sua dimensão, sendo esta gestão realizada normalmente através da experiência e conhecimentos relativos ao processo produtivo e bom senso na hora de decisão.

Em vários ambientes produtivos o que acontece é que a frequência de recolha de amostras é realizada em diferentes fases do processo, quando é expectável que os resultados dessas mesmas amostras sigam um determinado padrão, sendo exemplos disso mesmo várias empresas da indústria química (Oakland, 2003).

Por outro lado é importante ter em consideração a dimensão de amostras que se considera neste tipo de cartas. Segundo Chang e Gan (1995), uma carta de controlo  $CUSUM-\ln(S^2)$  baseada numa maior dimensão das amostras será mais sensível à detecção de alterações na variância do processo, que uma carta que tenha por base uma dimensão das mesmas mais pequena. Esta é aliás uma ideia partilhada por grande parte dos estudiosos nesta área.

Segundo Montgomery (2011) no caso das cartas de controlo por variáveis é usual utilizar-se uma dimensão da amostra constante para o controlo estatístico amostral de uma característica. É igualmente necessário recolher pelo menos 25 amostras de 4 ou 5 itens cada, para se obterem estimativas fiáveis dos parâmetros do processo e se determinarem os limites de controlo.

É recomendável que se proceda a uma recolha frequente de amostras numa fase inicial do estudo de um processo, com o objectivo de verificar a estabilidade do mesmo. Quando existe confirmação de que o processo se encontra sob controlo estatístico e conseqüentemente estável, então a frequência de recolha de amostras pode ser reduzida.

Muitas vezes em ambiente real de produção determinar a escolha de qual a dimensão da amostra envolve uma análise de custo/benefício entre a sensibilidade que se pretende que a carta possua e os custos associados à monitorização do processo através dessa mesma carta com determinada dimensão de amostra.

#### **3.2.3.5. $ARL$ das cartas de controlo $CUSUM-\ln(S^2)$**

Tal como na maioria das cartas de controlo, também nas cartas  $CUSUM$  de controlo da média e dispersão, o  $ARL$  é utilizado como o principal indicador de desempenho da carta, sendo mais vez vantajoso que o  $ARL_{EC}$  seja tanto maior quanto possível.

Ao longo do anos têm surgido vários estudos referentes ao cálculo do *ARL* para as cartas *CUSUM*, quer para o controlo da média, quer para o controlo da dispersão, sendo que a maioria deles recorre a métodos de aproximações. Woodall e Adams (1993) por exemplo recomendam a aproximação de Siegmund (1985). Brook e Evans (1972) utilizam um método matemático designado de Cadeias de Markov, sendo este igualmente um método defendido por Poetrodjojo, Abdollahian e Debnath (2002).

Para Chang e Gan (1992), em ambiente real de produção nem sempre os valores da característica da qualidade são independentes, e identicamente e normalmente distribuídos, o que afecta os resultados referentes ao *ARL*. As simulações realizadas por estes dois investigadores demonstram que existe uma diferença relevante no resultado de *ARL* quando se está perante valores da característica da qualidade independentes e identicamente e normalmente distribuídos e quando se está perante um situação na qual estes pressupostos não se verificam.



---

## CAPÍTULO IV

---

DESENVOLVIMENTO DA FCSCE PARA A  
CARTA *CUSUM*- $\ln(S^2)$

## 4. DESENVOLVIMENTO da FCSCE para a carta $CUSUM-LN(S^2)$

### 4.1. Engenharia de *Software*

Ao longo das últimas duas décadas a engenharia de *software* evoluiu em grande escala, sendo cada vez maior a sua aceitação como forma de complemento a outras ferramentas no contexto real de produção. As potencialidades inerentes a ferramentas de *software* têm tornado a engenharia de software num tema alvo de maior atenção administrativa, uma vez que são notórias as vantagens quando devidamente concebidas e implementadas nas várias áreas subjacentes a uma qualquer empresa, seja em áreas de gestão de recursos humanos e materiais, seja mesmo no que concerne aos processos produtivos propriamente ditos.

Segundo Pressman (2002), inicialmente esse interesse e atenção raramente se centravam no *software*, sendo que o *hardware* adquiria grande parte da atenção por parte dos gestores de projecto, pois este tinha um particular impacto financeiro aquando da tentativa de concepção de sistemas de apoio à produção.

O *software* é um elemento de um sistema lógico e não de um sistema físico, sendo que a este está directamente ligado aquilo a que generalizadamente se chama de programação. O *hardware* refere-se em grande medida à concepção de componentes físicos, tais como chips, placas de circuito, entre outros, sendo de referir que também existem sistemas lógicos de hardware. Por outro lado a engenharia de *software* prende-se com a concepção de programas capazes de transformar informação.

Só anos mais tarde, fruto em grande medida da implementação generalizada dos computadores pessoais, o desenvolvimento de *software* se tornou uma prioridade como forma de suporte a estes sistemas.

Este fenómeno alterou de forma marcante os rumos das ciências da engenharia, permitindo precisão e velocidade de processamento da informação. Nesta perspectiva, o domínio das principais ferramentas computacionais passou a ser um requisito básico para o engenheiro moderno (Morais e Vieira, 2006)

Uma primeira definição de engenharia de *software* foi proposta por Fritz Bauer na primeira grande conferência [NAU69] dedicada ao assunto, como:

“O estabelecimento e uso de sólidos princípios de engenharia para que se possa obter economicamente um *software* que seja confiável e que funcione eficientemente em máquinas reais”.

À engenharia de *software* está directamente relacionada a transformação de determinada informação inicial difícil de utilizar para a tomada de decisões estratégicas em informação que possa ser facilmente analisável por forma a constituir uma ferramenta de apoio a acções estratégicas.

Com efeito, para Pressman (2002) a informação tornou-se, assim, a força motora da tomada de decisão nos negócios e serve de base à moderna investigação científica e às soluções de problemas de engenharia, sendo um factor chave de diferenciação de produtos e serviços.

Hoje em dia o *software* assume um duplo papel, destacando-se a sua propriedade para se constituir como produto e, ao mesmo tempo, como o veículo para entrega do produto. Enquanto produto disponibiliza o potencial de programação presente no computador ou, mais amplamente, numa rede de computadores acessível pelo *hardware* local. Neste sentido o *software* transforma a informação - produzindo, gerando, adquirindo, modificando, exibindo ou transmitindo essa mesma informação. Como veículo é usado para a entrega do produto o *software* age como uma base de controlo do computador (sistemas operacionais), para a comunicação de informação (redes) e para a criação e controlo de outros programas (ferramentas e ambientes de *software*). O *software* entrega então o mais importante produto da nossa época - a informação (Pressman, 2002).

As aplicações de *software* podem ser efectuadas em quaisquer situações nas quais sejam definidas previamente os passos inerentes a determinado procedimento, sendo este procedimento muitas vezes representado através de um algoritmo.

Os componentes de *software* são construídos usando uma linguagem de programação que tem um vocabulário limitado, uma gramática explicitamente definida e regras de sintaxe e semântica bem formadas (Pressman, 2002).

#### 4.1.1. Condições de desenvolvimento de aplicações de software

Existem diferentes aplicações de *software* consoante as necessidades que se pretende que os algoritmos desenvolvidos por programação tenham em consideração. Estas necessidades pressupõem que antes de se proceder à concepção de um determinado algoritmo por programação seja efectuada um planeamento prévio.

Assim segundo Pressman (2002) a **engenharia de *software*** reúne então a análise, o projecto, a construção, a verificação e a gestão de elementos técnicos (ou sociais) em resposta às seguintes questões:

- ❖ Qual o problema a ser resolvido?
- ❖ Que características são usadas para resolver o problema?
- ❖ Como será concebida a aplicação?
- ❖ Que abordagem será usada para descobrir erros que foram cometidos no projecto e na concepção da aplicação?
- ❖ Como será mantida e melhorada a aplicação a longo prazo, quando correcções, adaptações e aperfeiçoamentos forem solicitados pelos utilizadores?

Deste modo a concepção de uma ferramenta computacional é representada por uma fase inicial de definição de problema, que funções se pretendem e que desempenhos são desejados. De seguida por uma fase de desenvolvimento em concreto, como fazer, na qual se definem exactamente como deve ser estruturada a informação, foco na concepção de técnicas específicas de programação e que tipo de linguagem utilizar e como realizar os testes.

Segundo Pressman (2002) normalmente nesta fase estão inerentes três etapas fundamentais: projecto de *software*, concepção do código e teste de *software*. Por fim, a fase de manutenção, na qual se fazem acertos, se fazem pequenas modificações para correcção de erros e se procede a adaptações se necessário. É igualmente importante realizar constantes testes de *software*.

A aplicação de um dado programa de *software* em contexto real de trabalho exige uma constante apreciação dos níveis de fiabilidade do programa desenvolvido, assim como uma

formação adequada de operadores de modo a que estes estejam habilitados não só ao manuseamento do mesmo, mas igualmente capazes para detectar a necessidade de eventuais adaptações ao sistema.

O ciclo de vida clássico da engenharia de *software* é ilustrado em seguida na figura 4.1, sendo também designado por alguns autores como modelo cascata, uma vez que o paradigma da engenharia de *software* requer uma abordagem sistemática sequencial ao desenvolvimento do programa de *software* propriamente dito.

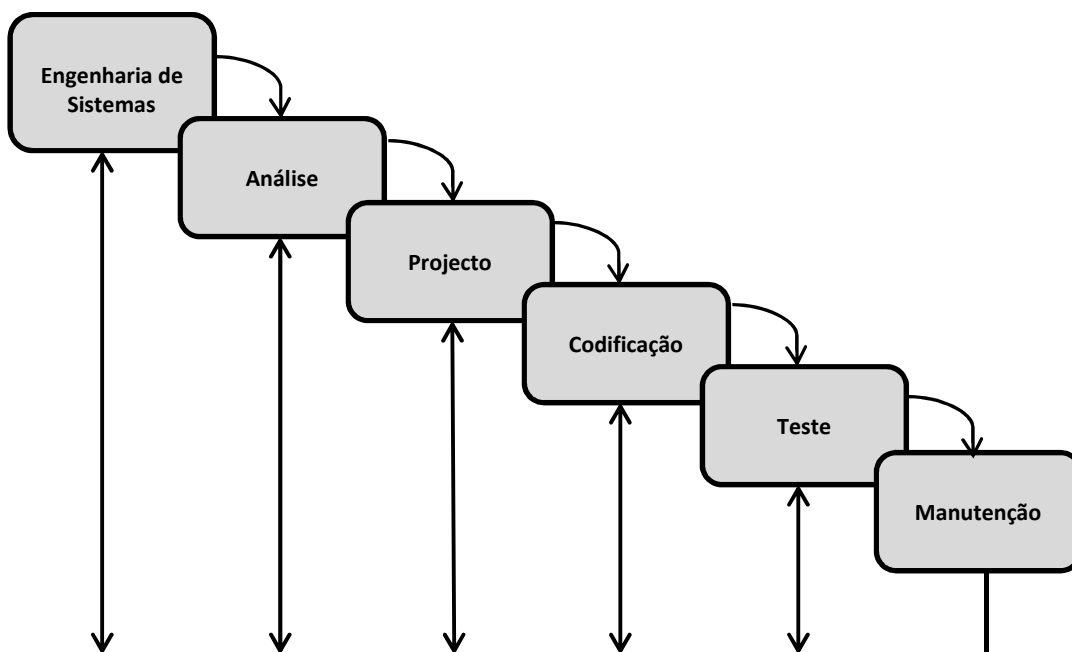


Figura 4.1 – Ciclo de vida da Engenharia de *Software* (adaptado de Pressman,2002)

#### 4.1.2. Prototipagem

Quando se pretende desenvolver uma aplicação de *software* ou uma ferramenta específica que responda em concreto às necessidades de determinado cliente, quase sempre uma empresa, recorre-se usualmente a um modelo de prototipagem.

O paradigma da prototipagem é normalmente usado preferencialmente quando, um dado cliente pretende resolver um conjunto de problemas num determinado processo que pretende melhorar, definindo para isso um conjunto de objectivos gerais, mas não identificando os requisitos da aplicação, ou então quando se está a desenvolver um produto inovador e por isso o programador não tem a experiência devida nessa tecnologia.

Este protótipo é desenvolvido e após a avaliação do cliente servirá de base para o aperfeiçoamento da aplicação de *software* que será desenvolvida, podendo ser executadas adaptações e ajustamentos de modo a uma melhor resposta possível aos problemas que o cliente pretende ver resolvidos.

Com efeito, algumas empresas tendo identificado determinados problemas na gestão das suas áreas de trabalho recorrem por vezes a parcerias com universidades, que através de estudos e investigações de professores e alunos visam a concepção de um protótipo que permita servir de base à resolução dos problemas identificados pelo cliente e posteriormente explicitados aos elementos da equipa de projecto destas universidades.

De referir que após o desenvolvimento do protótipo e aquando da avaliação deste por parte do cliente convém, que o cliente seja igualmente o utilizador. Na maioria dos casos não é isso que ocorre, pelo que quando o protótipo dá origem à aplicação de *software* final podem existir problemas relacionados com a utilização dos recursos destas aplicações. Assim sendo, o cliente, geralmente uma empresa industrial, deve posteriormente colocar à disposição dos seus colaboradores cursos de formação de modo a que estes fiquem habilitados a uma devida utilização da aplicação de *software* ou ferramenta desenvolvida, potenciando deste modo ao máximo as capacidades inerentes a esta.

Segundo Pressman (2002) o modelo de prototipagem é o mais apreciado tanto por analistas de sistemas como por clientes, pois estes têm o “sabor” do sistema real e os analistas de sistemas de construir algo no imediato.

### 4.1.3. Aplicações de *Software*

Existe uma vasta amplitude de aplicações inerentes às aplicações de *software* destacando-se os três seguintes como os mais utilizados em ambiente laboral:

- ❖ **Software básico:** Normalmente são concebidos para servir de complemento a outros programas mais complexos. Exemplos deste tipo de *software* são os editores e utilitários de gestão de arquivos, processadores de telecomunicações. São caracterizados por uma forte interacção com o *hardware* de computador, sendo normalmente utilizados por um amplo número de operadores e exigindo um escalonamento.
  
- ❖ **Software de tempo real:** Referem-se a programas destinados ao controlo em tempo real de determinadas variáveis. Exemplos deste tipo de *software* são as aplicações de recolha e medição em tempo real de lotes de produção ou de matérias-primas fornecidas por uma entidade exterior. Exigem normalmente um componente de controlo de saída.
  
- ❖ **Softwares comerciais:** São programas extremamente comuns em ambiente de trabalho, sendo exemplo destes, folhas de pagamentos, gestão de stocks, podendo ou não dar acesso a um ou mais bancos de dados contendo informações comerciais, como quantidades ou preços (ex: SAP).

Associado a estas aplicações de *software* existem naturalmente linguagens de programação várias, sendo uma realidade a constante criação de novas linguagens de programação, com vista ao desenvolvimento de aplicações informáticas específicas para casos igualmente específicos.

Fazendo uma generalização, embora existam várias dezenas senão mesmo centenas de linguagens de programação nos dias que correm, segundo Pressman (2002) pouco mais do que 10 linguagens de programação são amplamente usadas na indústria.

Linguagens de programação modernas (linguagens que apoiam directamente práticas de projecto modernas para projecto sob procedimento e de dados), tais como Pascal, C e Ada, estão sendo amplamente utilizadas. Linguagens orientadas a objectos, tais como C++, Object Pascal, Eiffel e outras estão conquistando entusiásticos seguidores (Pressman, 2002).

#### 4.1.4. Resumo sumário

Em suma, a engenharia de *software* tem vindo a ganhar um espaço de relevo cada vez maior nas empresas indústrias dos nossos dias, fruto de um grande potencial de resolução de problemas e controlo de inúmeras variáveis relevantes para o sucesso do *core-business* de muitas empresas.

Neste sentido, a maioria das empresas actuais, utiliza várias aplicações de *software* na sua gestão diária.

No entanto é de referir que existem alguns problemas e desvantagens inerentes às aplicações de *software*. Estes problemas prendem-se em grande medida com os custos associados ao desenvolvimento de novos programas, cada vez mais complexos por resultado de clientes com pedidos cada vez mais específicos e exigentes. Também os custos de manutenção dos mesmos e aperfeiçoamento são por vezes excessivos, existindo igualmente dificuldades de implementação em alguns casos, devido à falta de formação dos operadores para o manuseamento destas algumas aplicações informáticas.

De qualquer das maneiras o impacto ao nível da gestão de empresas e de processos produtivos, aquando de uma implementação de ferramentas computacionais adequada, é francamente positivo, pois em muitos casos, embora implique um acréscimo de custos associado no imediato, possibilita a curto-médio prazo um decréscimo substancial de custos inerentes à gestão de determinadas áreas assim como nos processos produtivos.

É como consequência destas vantagens, que a engenharia de *software*, tem vindo a tornar-se alvo de uma grande atenção por parte da administração de topo de várias empresas, que já percebeu que existem vantagens inerentes a um investimento inicial relativamente grande,

devido à redução de custos e optimização de processos, que uma posterior e adequada implementação destas aplicações pode ter nos resultados de produtivos e financeiros destas mesmas empresas.

No contexto do presente projecto de dissertação a engenharia de *software* poderá ter aplicação na possibilidade de se desenvolver uma aplicação específica com base na ferramenta computacional desenvolvida no âmbito deste projecto, podendo esta ser considerada como um protótipo para uma possível concepção futura de um programa de *software* complexo.

## 4.2. Desenvolvimento da FCSCCE

O âmbito da presente dissertação refere-se ao desenvolvimento de uma Ferramenta Computacional de Suporte ao Controlo Estatístico – FCSCCE, precisamente numa lógica de crescente importância da engenharia de *software* nos ambientes industriais e académicos.

As cartas de controlo *CUSUM* que são utilizadas usualmente para os fins descritos anteriormente baseiam-se num conjunto de parâmetros que são tradicionalmente fornecidos por tabelas de resultados, gráficos e ábacos, sendo que estas ferramentas de consulta apenas são representativas dos casos mais comuns. No entanto por vezes na prática existem realidades que fogem a esses casos mais comuns, sendo para estes casos mais específicos necessário obter-se igualmente resultados referentes aos parâmetros necessários.

Assim sendo, o desejo de desenvolvimento desta ferramenta não surge a pedido de um cliente específico, mas visa isso sim, constituir um contributo relevante para comunidade científica na área de Qualidade, visando contornar as limitações referidas acima, através da concepção de uma ferramenta, a que se deu o nome de Ferramenta Computacional de Suporte ao Controlo Estatístico (FCSCCE), que possibilita a criação de um conjunto de tabelas de resultados e ábacos referentes à carta *CUSUM-In(S<sup>2</sup>)*, seguindo um procedimento sequencial, para diferentes situações.

A presente dissertação tem por base, um dos procedimentos desenvolvidos na dissertação de Alves (2009) referente a uma outra carta de controlo. Este trabalho tem como principal objectivo o desenvolvimento de uma ferramenta capaz de obter resultados sob a forma de ábacos e tabelas para os parâmetros da carta de controlo *CUSUM-In(S<sup>2</sup>)*, que tal como já se viu anteriormente refere-se ao controlo da dispersão do processo, constituindo-se com uma forma de agilizar e flexibilizar trabalho dos operacionais, engenheiros e/ou técnicos, que se dedicam ao Controlo Estatístico do Processo.

É de realçar que a ferramenta em causa está naturalmente associada uma lógica de concepção semelhante à apresentada na dissertação de Alves (2009) que se referia no entanto a uma carta de controlo distinta, no caso a carta *EWMA* para o controlo da média do processo.

Sendo a presente dissertação relativa à carta  $CUSUM-\ln(S^2)$ , os algoritmos desenvolvidos no âmbito da presente dissertação apresentam especificidades e restrições próprias que tornam esta ferramenta computacional única e distinta de qualquer outra.

Esta ferramenta (FCSCCE) foi desenvolvida através de algoritmos construídos sob a forma de uma linguagem de programação específica e conseqüentemente com o uso de um programa específico.

#### 4.2.1. MATLAB

Tendo em consideração os objectivos traçados para esta dissertação era de especial importância definir qual o tipo de linguagem de programação a utilizar e conseqüentemente o programa a manusear.

Considerou-se a linguagem M-código como a mais indicada para o desenvolvimento dos algoritmos inerentes à ferramenta (FCSCCE) que se pretendia desenvolver, tendo-se escolhido o programa de *software Matlab*, versão R2010a, para esse efeito

O Matlab é uma ferramenta informática, interactiva e de alta performance, orientada à execução de tarefas que envolvam cálculos numéricos. Este *software*, para além de disponibilizar uma linguagem de programação própria (M-código), fornece um ambiente de computação com excelentes capacidades gráficas e com um vasto conjunto de funções, organizadas segundo diversas áreas científicas (Morais e Vieira, 2006).

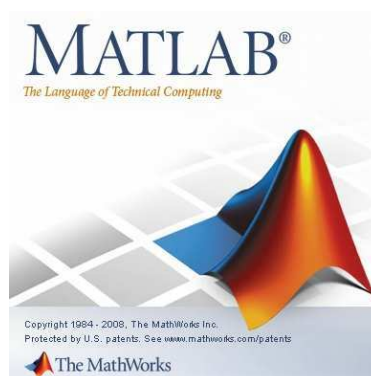


Figura 4.2 – Logótipo do programa Matlab

Este programa de foi desenvolvido no início da década de 1970, com o intuito inicial de resolução de problemas matemáticos referentes essencialmente a cálculos de matrizes, de álgebra e de análise numérica. Com os anos foram sendo aperfeiçoadas as suas potencialidades e hoje em dia possui uma vasta gama capacidades de manipulação em base matemática.

Saliente-se o facto de o Matlab, para além de incorporar ferramentas de visualização, modelização e computação numérica, permitir também o desenvolvimento de interfaces gráficas (Morais e Vieira, 2006).

O Matlab constitui-se com uma das mais eficazes ferramentas de computação numérica, tendo a particularidade de resolver problemas mais rapidamente que programas que usem outras linguagens de programação, como sejam a linguagem C, C++ e Fortran.

#### **4.2.2. Metodologia**

Tal como evidenciado anteriormente, pretende-se através de desenvolvimento de um conjunto de algoritmos obter os ábacos e respectivas tabelas de resultados referentes à carta  $CUSUM-\ln(S^2)$ .

Estas tabelas e ábacos são ferramentas de análise bastante válidas, possibilitando a análise e visualização de um conjunto vasto de resultados para diferentes dimensões de amostras,  $ARL_{FC}$  e alterações na variância do processo.

Assim sendo e por forma a se atingir os objectivos propostos recorreu-se à simulação computacional, através de programação em Matlab, nas várias fases de cálculo existentes ao longo do procedimento.

De modo a se perceber a lógica de sequência necessária a nível de simulação computacional para dar resposta às exigências inerentes à concretização dos objectivos, decidiu-se dividir o procedimento base em fases distintas. Estas diferentes fases relativas ao procedimento encontram-se em seguida genericamente explicitadas.

#### 4.2.2.1. Procedimento genérico por fases

Antes de mais importa referir que o procedimento que se explicita abaixo é executado para os dois estudos relativos à carta  $CUSUM-\ln(S^2)$ . Deste modo, as várias fases do procedimento são realizadas para a detecção de aumentos na variância do processo  $(h_C, k_C, \delta_C)$ , assim como para a detecção de decréscimos da mesma  $(h_D, k_D, \delta_D)$ . O procedimento é efectuado separadamente para os dois estudos, embora o raciocínio lógico seja igual, existindo naturalmente especificidades em cada um deles.

O procedimento inerente ao desenvolvimento da ferramenta computacional de suporte ao controlo estatístico (FCSC) foi dividido nas seguintes fases, para ambos os estudos (detecção de aumentos e decréscimos na variância do processo):

- ❖ **FASE I:** Inicialmente começa-se pela obtenção de várias tabelas de resultados referentes a valores de  $ARL$  para diferentes valores de  $h$  em função de  $k$  e  $\delta$ .
- ❖ **FASE II:** Através dos resultados obtidos nas tabelas anteriores, procede-se à criação de uma tabela de auxiliar intermédia de  $ARL_{EC}$ , em função de  $h$  e  $k$ , resumindo os valores obtidos anteriormente, mas agora para  $\delta=1$ , que representa uma alteração nula, visto que  $\sigma_0=\sigma_1$ .
- ❖ **FASE III:** Após a construção desta tabela auxiliar e baseando-se nos resultados desta, constrói-se por simulação computacional e pelo método numérico de aproximações sucessivas, uma tabela de  $h$  em função de  $k$  e  $ARL_{EC}$ . A simulação computacional e a utilização do método numérico de aproximações sucessivas associada a esta fase, permite obter o primeiro conjunto de ábacos da carta  $CUSUM-\ln(S^2)$ .
- ❖ **FASE IV:** Posteriormente procede-se a uma análise de sensibilidade com vista a encontrar os valores os valores de  $k$  e  $h$  óptimos que minimizam o valor de  $ARL_{FC}$  para um determinado valor de  $\delta$ . Esta análise de sensibilidade é realizada ao parâmetro  $\delta$  e a todas as combinações de  $(k, h)$  obtidas na fase imediatamente

anterior. Deste modo obtém-se por fim o segundo conjunto de ábacos e as tabelas de resultados finais.

De modo se perceber de forma geral como estas quatro fases se ligam entre si e o que está subjacente a cada uma delas, apresenta-se abaixo um diagrama genérico referente às diversas fases de desenvolvimento da FCSCE acima descritas.

Analisando o fluxograma da figura 4.3 percebe-se que o desenvolvimento da FCSCE assenta no desenvolvimento por fases, sendo estas sequenciais e directamente interligadas. A cada uma destas fases está associado o desenvolvimento de algo em concreto, com vista ao desenvolvimento com sucesso da ferramenta FCSCE.

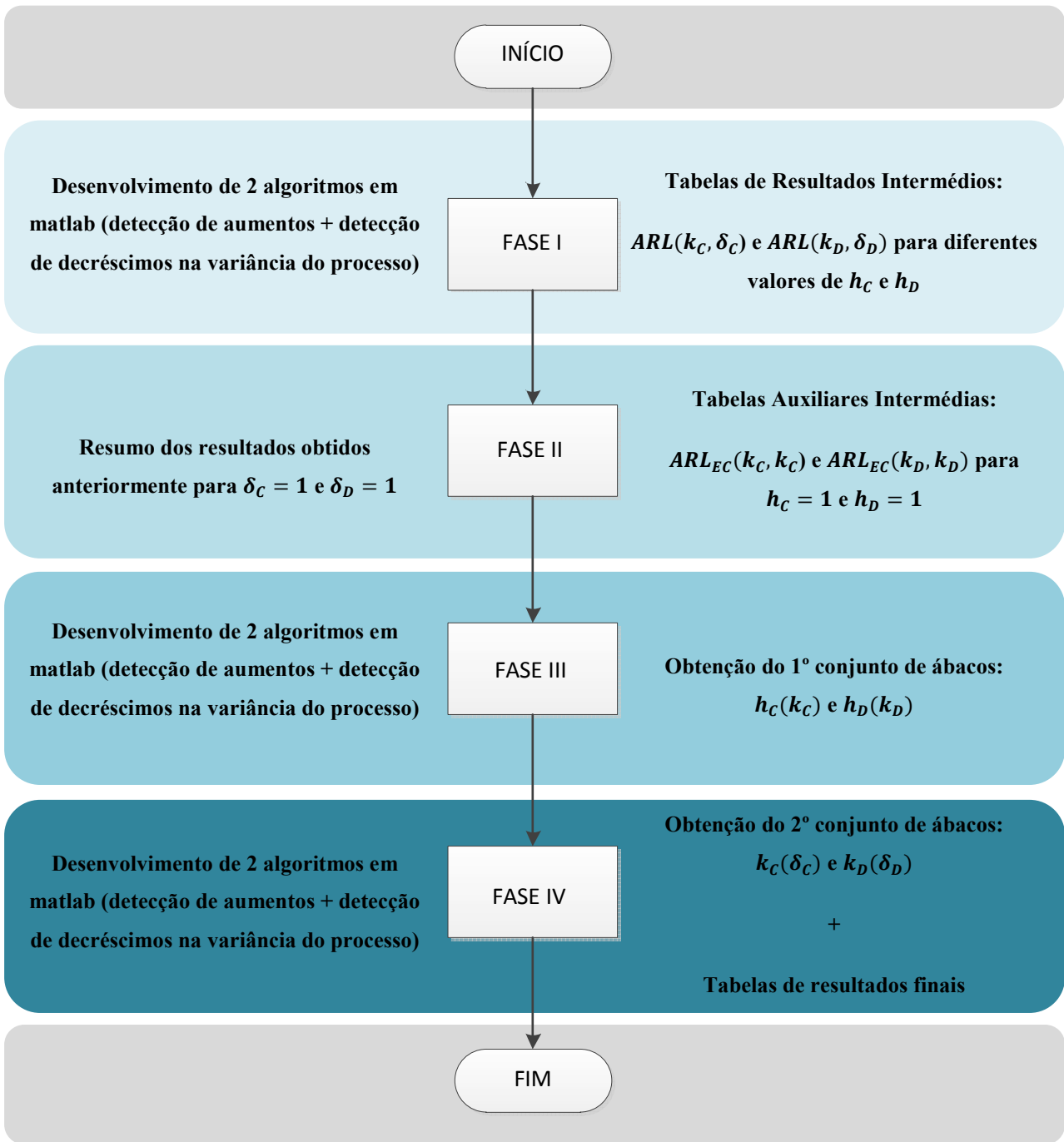


Figura 4.3 - Fluxograma referente às fases de desenvolvimento da FCSCE

Em seguida apresentam-se descritas de forma mais aprofundada, as várias fases do procedimento base exposto acima.

#### 4.2.3. Desenvolvimento da FCSCE - Fase I

O trabalho de programação inerente a esta fase de procedimento para a carta  $CUSUM-In(S^2)$  tem como objectivo final a criação de um conjunto alargado de tabelas com resultados de  $ARL$  em função de  $k$  e  $\delta$  para diferentes valores de  $h$ .

Deste modo, considera-se que as diversas tabelas de resultados têm como entradas:  $h$ ,  $k$ ,  $\delta$  e  $n$ . Para cada conjunto de entradas são calculados por simulação computacional em Matlab, os respectivos  $ARL$ .

De forma se perceber mais facilmente quais as variáveis em jogo nesta fase do procedimento e conseqüente o tipo de algoritmo a desenvolver, encontra-se exposto abaixo um diagrama de blocos que identifica através de representação sistémica o programa desenvolvido nesta fase.

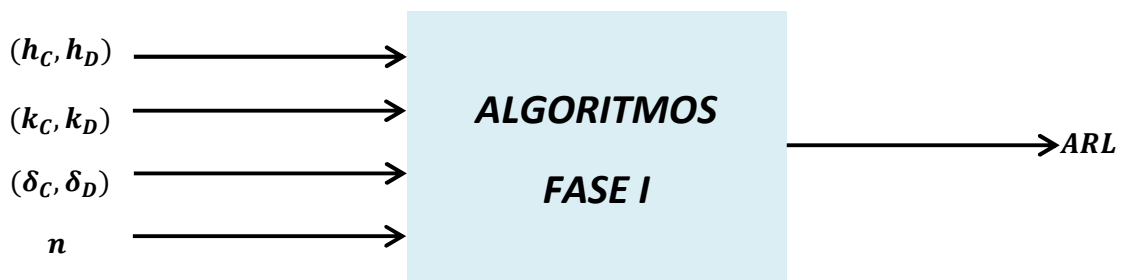


Figura 4.5 - Representação sistémica sob a forma de diagrama de blocos dos algoritmos a desenvolver na Fase I

Tal como referido anteriormente a concepção da ferramenta computacional em questão é executada através do estudo em separado de duas situações distintas inerentes às próprias características das cartas  $CUSUM-In(S^2)$ , ou seja, a detecção de aumentos na variância do processo e a detecção de decréscimos da variância do mesmo.

É portanto indispensável definir o conjunto de valores de entrada a ser considerados para que o algoritmo a ser desenvolvido nesta Fase I possa apresentar resultados fiáveis, de modo a se avançar para as fases seguintes.

Considerando que se tem que desenvolver um algoritmo para a detecção de aumentos na variância do processo, assim como para a detecção de decréscimos na mesma, tem-se então um total de sete variáveis de entrada no sistema. Três delas são referentes ao aumento, sendo as restantes relativas ao decréscimo, com excepção para  $n$  que representa a dimensão da amostra.

#### 4.2.3.1. Definição das variáveis de entrada

##### Detecção de aumentos na variância do processo

- ❖  $h_C = [0,7; 1,0; 1,5; 2,0; 2,5; 3,0; 3,5; 4,0] \rightarrow$  **Total=8 valores**
- ❖  $k_C = [0,001; 0,050; 0,100; 0,150; 0,200; 0,250; 0,300; 0,350; 0,400; 0,450; 0,500; 0,550; 0,600; 0,650; 0,700] \rightarrow$  **Total=15 valores**
- ❖  $\delta_C = [1,10; 1,20; 1,30; 1,40; 1,50; 1,75; 2,00] \rightarrow$  **Total=7 valores**

##### Detecção de decréscimos na variância do processo

- ❖  $h_D = [2,0; 2,5; 3,0; 3,5; 4,0; 4,5; 5,0; 5,5; 6,0; 6,5; 7,0; 7,5] \rightarrow$  **Total=12 valores**
- ❖  $k_D = [0,25; 0,30; 0,35; 0,40; 0,45; 0,50; 0,55; 0,60; 0,65; 0,70; 0,75; 0,80; 0,85; 0,90; 0,95; 1,00] \rightarrow$  **Total=16 valores**
- ❖  $\delta_D = [0,9; 0,8; 0,7; 0,6; 0,5] \rightarrow$  **Total=5 valores**

##### Dimensão de amostra

- ❖  $n = 5$

A definição dos valores referentes às variáveis de entrada seguiu naturalmente um critério de escolha lógico.

Em relação aos valores de alteração na variância do processo ( $\delta_C$  e  $\delta_D$ ), estes foram assumidos com base naquelas que são consideradas as alterações mais prováveis de ocorrer num caso em que se pretenda implementar um controlo estatístico de determinado processo com base na carta *CUSUM-In*( $S^2$ ). Assim a gama de valores assumidos representa as alterações na variância mais prováveis de ocorrer.

No que toca aos valores de  $h$  e  $k$ , quer para detectar aumentos, quer para detectar decréscimos de variância, estes foram assumidos através da análise lógica dos valores de  $h$  e  $k$  das tabelas de resultados de Chang e Gan (1995), que podem ser consultadas no Anexo II (figura II.1 e II.2). O objectivo era ter uma gama de valores que pudessem ser representativos do estudo que se pretende realizar.

Tendo em conta os dois estudos existentes nesta carta de controlo, assim como a necessidade de se realizar o procedimento desta e das restantes fases do procedimento também para diferentes dimensões de amostras, importa igualmente definir qual ou quais as amostras a considerar.

Por restrições de tempo associadas à geração de resultados por parte dos algoritmos concebidos em ambiente Matlab, entendeu-se ser viável apenas a escolha de uma dimensão de amostra. Deste modo e representando o valor de dimensão de amostra 5 uma situação relativamente comum aquando da implementação destas cartas de controlo em ambiente real de produção, definiu-se este valor como a dimensão de amostra a considerar para o desenvolvimento da ferramenta FCSC. Este valor será portanto transversal a todas as fases do procedimento de desenvolvimento da FCSC.

Como já foi referido anteriormente o objectivo desta fase passa por gerar tabelas de *ARL* em função de  $k$  e  $\delta$ . Como temos dois estudos de detecção de alterações na variância a realizar, então o procedimento de desenvolvimento do algoritmo inerente a esta fase será dividido em duas partes distintas. Uma relativa à detecção de aumentos na variância do processo e uma outra ligeiramente distinta referente à detecção de decréscimos na variância do processo. A cada um destes casos estará associado um algoritmo desenvolvido em linguagem M-código, que é a linguagem utilizada pelo programa Matlab.

#### 4.2.3.2. Algoritmo Desenvolvido

Em seguida apresenta-se o fluxograma relativo ao algoritmo global desenvolvido nesta primeira fase do procedimento, reflectindo apenas o algoritmo no geral, sendo posteriormente aprofundado mais à frente.

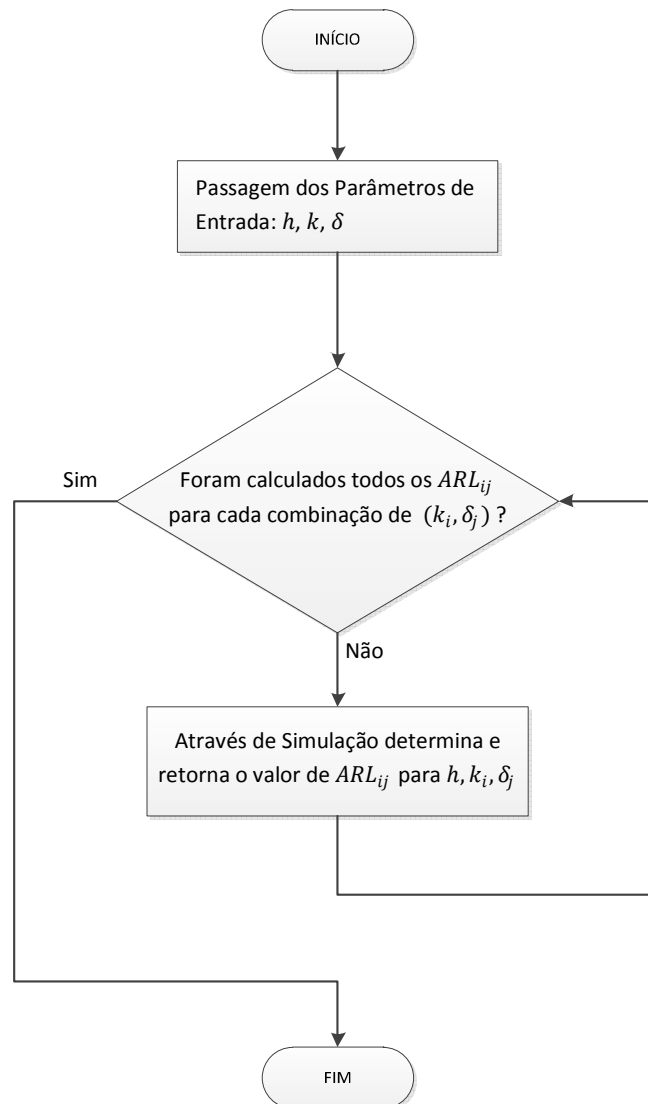


Figura 4.6 - Fluxograma global do algoritmo desenvolvido para a construção de uma tabela de  $ARL$  em função de  $k$  e  $\delta$ , para cada um dos  $h$  pretendidos – Fase I

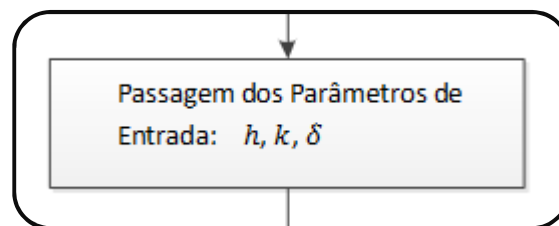
**Nota:** Este fluxograma (figura 4.6) é apenas uma representação geral do algoritmo desenvolvido para a Fase I, exemplificando a forma como foi desenvolvido quer para o estudo de detecção de aumentos, quer para o estudo de detecção de decréscimos na variância do processo.

É importante referir que este fluxograma corresponde apenas à criação de uma única tabela, pelo que é válido apenas para um dado  $h_C$  ou  $h_D$ . Portanto é necessário repetir este procedimento global evidenciado neste fluxograma, tantas vezes quantos  $h_C$  e  $h_D$  se tem. Assim tem-se no caso do estudo de detecção de aumentos na variância do processo a necessidade de o repetir por 8 vezes, ao passo que no caso de estudo de detecção de decréscimo na variância do processo se tem que o repetir por 12 vezes.

Como é possível verificar através da análise do fluxograma anterior (figura 4.5), existem dois processos principais a ter em consideração.

Explicam-se agora esses dois processos considerados mais relevantes para o desenvolvimento do algoritmo em causa nesta Fase I.

❖ Entrada dos Parâmetros



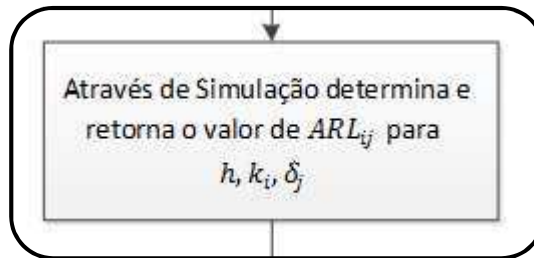
Este processo é referente à definição dos vários parâmetros de entrada e à inicialização destes no contexto do algoritmo desenvolvido. Em cada uma das tabelas geradas é fixado o valor de  $h$  ( $h_C$  ou  $h_D$  consoante o estudo em causa) e faz-se variar  $\delta$  ( $\delta_C$  ou  $\delta_D$ ) e  $k$  ( $k_C$  ou  $k_D$ ) dentro de uma gama de valores definida previamente.  $(h, k_i, \delta_j)$  são os parâmetros de entrada, sendo que  $i$  e  $j$  percorrem o intervalo de valores de  $k$  e  $\delta$  assumidos previamente.

Deste modo e como se tem que ter em conta detecção de aumentos e decréscimos na variância do processo, então tem-se:

- $(h_C, k_{Ci}, \delta_{Cj})$  com  $i$ =índices de  $k_C$  e  $j$ =índices de  $\delta_C$  para a detecção de aumentos na variância do processo.

- $(h_D, k_{Di}, \delta_{Dj})$  com  $i$ =índices de  $k_D$  e  $j$ =índices de  $\delta_D$  para a detecção de decréscimos na variância do processo.

❖ Cálculo e retorno de ARL por simulação



O procedimento de cálculo do  $ARL_{ij}$  é invocado para cada uma das combinações de  $(k_i, \delta_j)$ . Como tal, é invocado  $i \times j$  vezes quer para a detecção de aumentos na variância do processo, quer para a detecção de decréscimos na mesma. Em seguida apresenta-se um quadro onde é possível visualizar o número de vezes que os algoritmos, sob a forma de códigos, são invocados.

**Quadro 4.1 - Número de vezes que o algoritmo é invocado para cada um dos valores de  $h$  para aumentos e decréscimos na variância do processo**

Nº de Invocações ( $i \times j$ )	
Aumentos	Decréscimos
105	80

Em cada uma das invocações do procedimento são passados os seguintes parâmetros de entrada:  $h, k_i$  e  $\delta_j$ . Cada um destes parâmetros é neste caso escalar, pelo que o  $ARL_{ij}$  corresponde a uma única posição na tabela referente ao valor de cada  $h$ .

Este processo é bem mais complexo que o anterior, pelo que pode ser descrito através de um outro fluxograma bem mais pormenorizado.

Como estamos perante os dois estudos, apresentam-se em seguida dois fluxogramas distintos relativos ao cálculo e retorno de *ARL* por simulação. Um fluxograma é válido para a detectar um aumento na variância do processo e um outro para detectar um decréscimo na variância do processo (figuras 4.7 até 4.12).

**Detecção de aumentos na variância do processo**

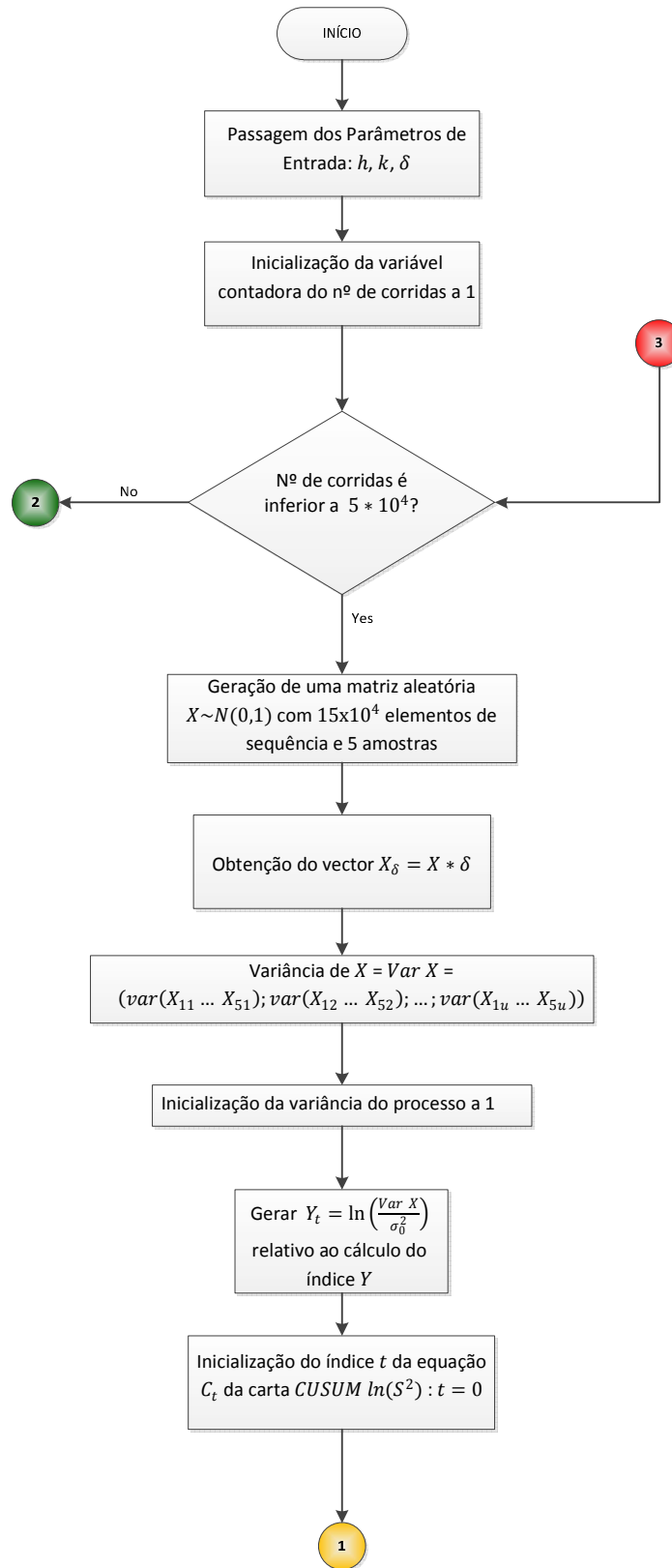


Figura 4.7 - Fluxograma do algoritmo utilizado na determinação do ARL por simulação com base nos parâmetros  $h$ ,  $k$  e  $\delta$  para a detecção de aumentos na variância do processo – Fase I (Parte 1 de 3)

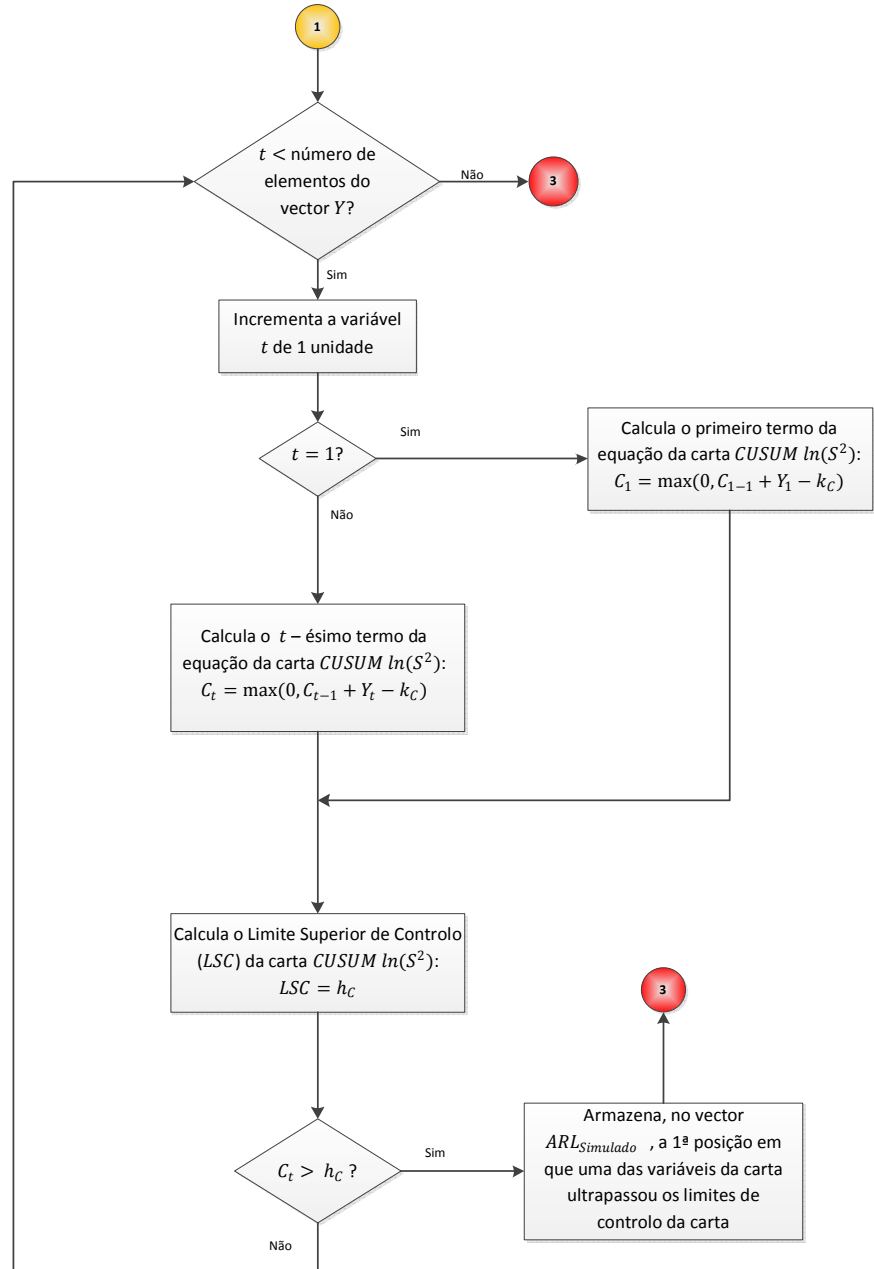


Figura 4.8 - Fluxograma do algoritmo utilizado na determinação do *ARL* por simulação com base nos parâmetros *h*, *k* e  $\delta$  para a detecção de aumentos na variância do processo – Fase I (Parte 2 de 3)

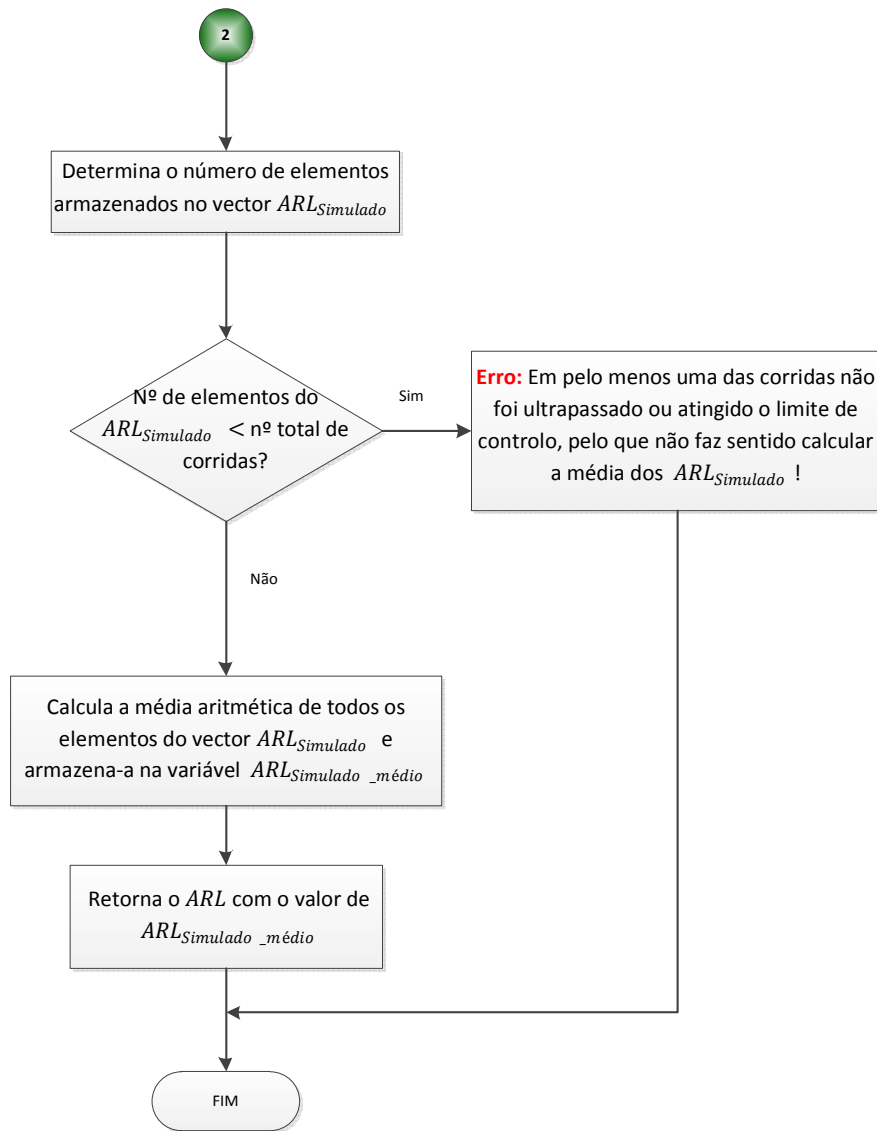


Figura 4.9 - Fluxograma do algoritmo utilizado na determinação do *ARL* por simulação com base nos parâmetros *h*, *k* e  $\delta$  para a detecção de aumentos na variância do processo – Fase I (Parte 3 de 3)

**Detecção de decréscimos na variância do processo**

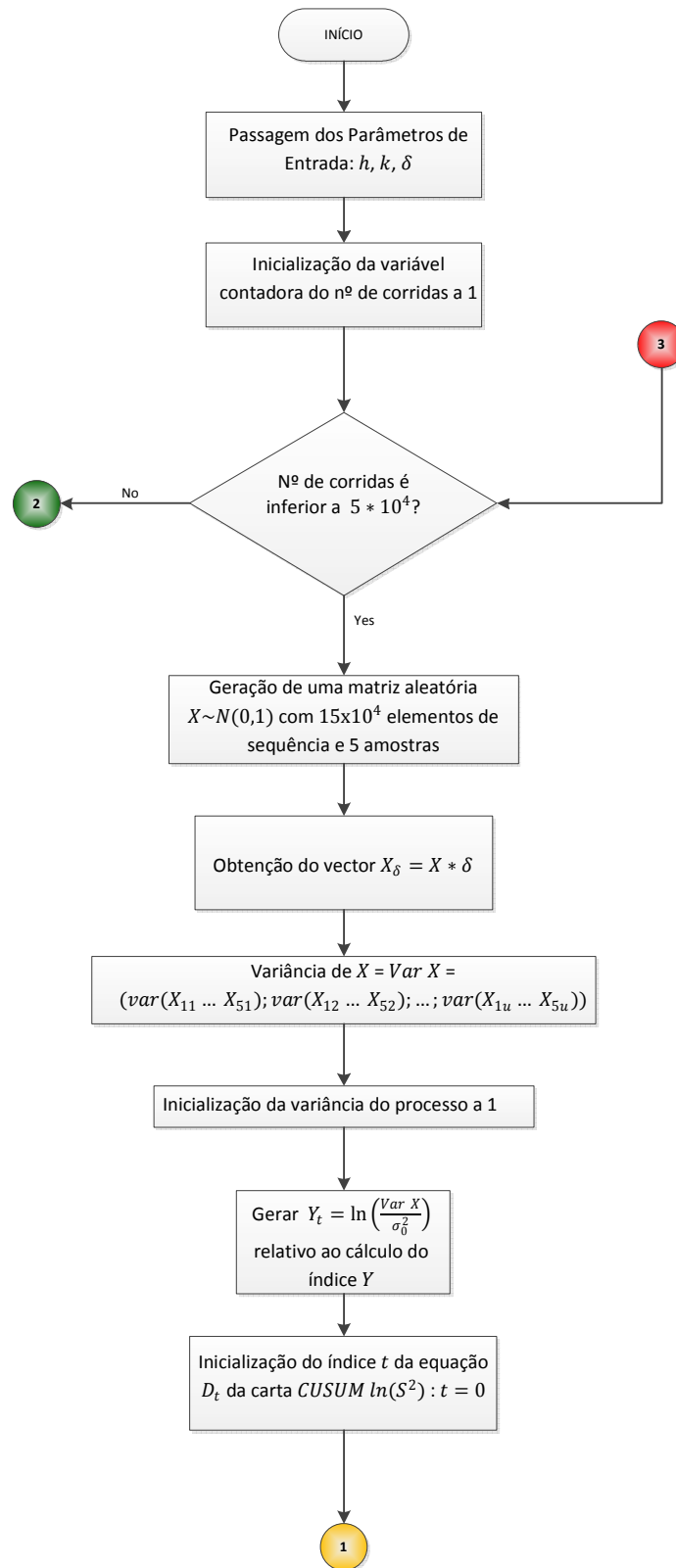


Figura 4.10 - Fluxograma do algoritmo utilizado na determinação do ARL por simulação com base nos parâmetros  $h$ ,  $k$  e  $\delta$  para a detecção de decréscimos na variância do processo – Fase I (Parte 1 de 3)

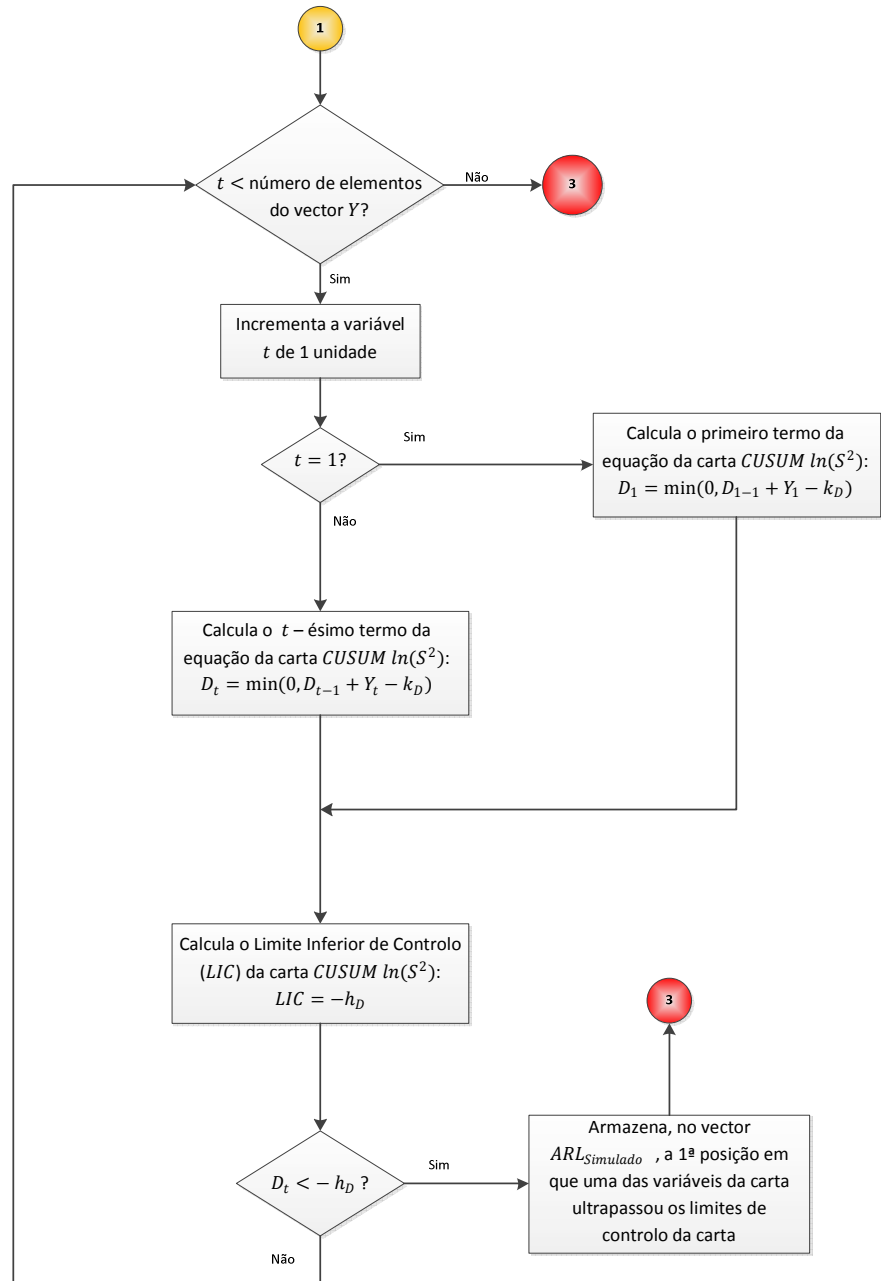
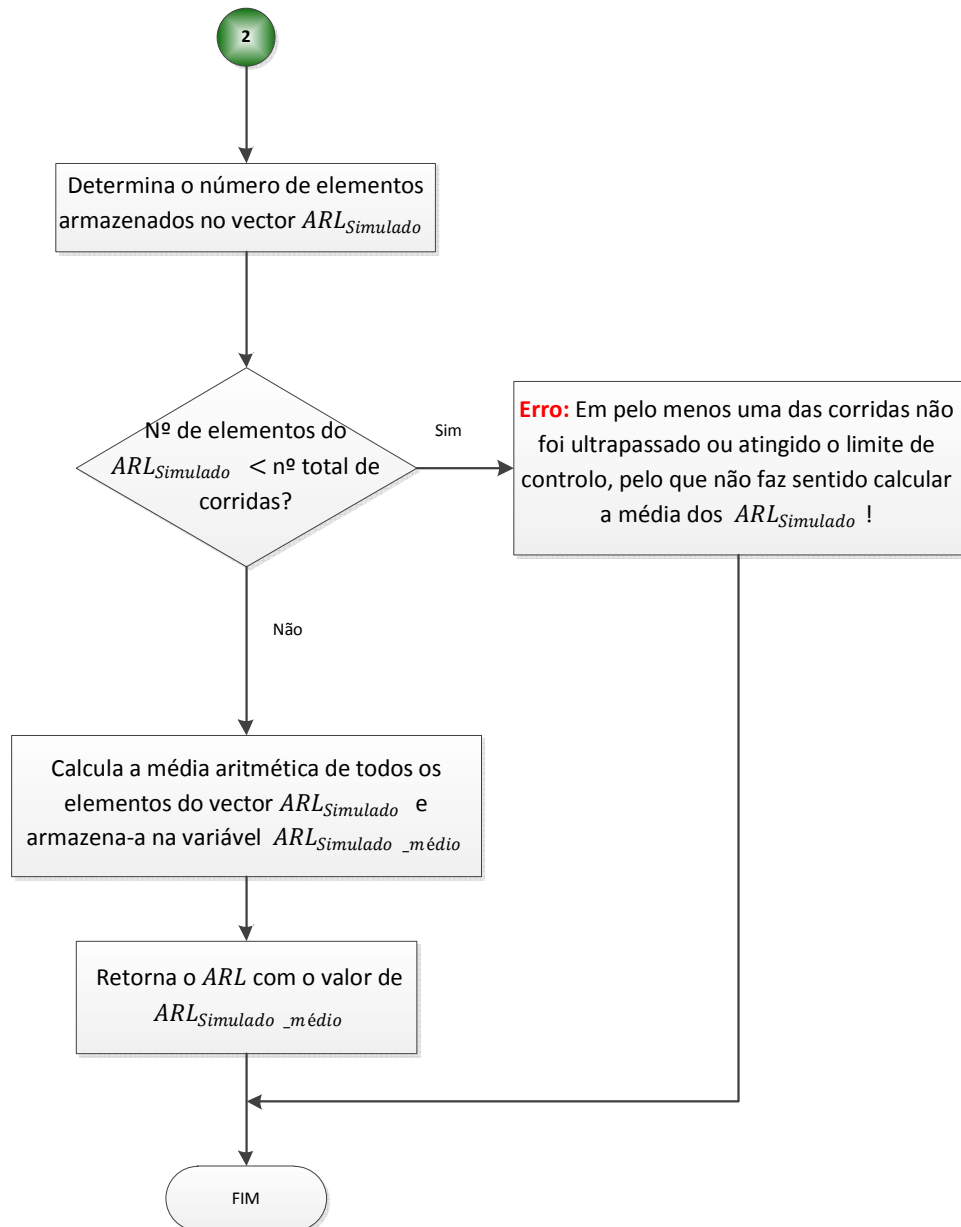


Figura 4.11 - Fluxograma do algoritmo utilizado na determinação do *ARL* por simulação com base nos parâmetros *h*, *k* e  $\delta$  para a detecção de decréscimos na variância do processo – Fase I (Parte 2 de 3)



**Figura 4.12 - Fluxograma do algoritmo utilizado na determinação do *ARL* por simulação com base nos parâmetros *h*, *k* e  $\delta$  para a detecção de decréscimos na variância do processo – Fase I (Parte 3 de 3)**

Como é possível verificar através da análise dos vários fluxogramas relativos a ambos os estudos nesta Fase I do desenvolvimento da FCSCE, existem vários pontos comuns no procedimento dos algoritmos inerentes a ambos os estudos.

Com efeito, define-se para ambos os estudos um número máximo de corridas igual a  $5 \times 10^4$  e inicializa-se a variável contadora deste mesmo número de corridas a 1. Enquanto o número máximo de corridas não é atingido, é gerada uma matriz  $X \sim N(0,1)$  aleatória com  $15 \times 10^3$  elementos de sequência, estruturada em 5 amostras, sendo de referir que o valor da

sequência é meramente ilustrativo, uma vez que consoante o valor de  $ARL$  a calcular este valor poderá ter que ser aumentado, de modo a que não surjam alarmes pelo facto das estatísticas da  $CUSUM-\ln(S^2)$  para detectar aumentos e decréscimos na variância do processo não terem ainda ultrapassado, pelo menos um dos limites de controlo.

É de realçar que ao longo deste processo, teve que se aumentar por inúmeras vezes o número de elementos da matriz  $X$  aleatória, sendo de referir que cada aumento pressupõe naturalmente um maior tempo de geração de resultados de  $ARL$  pelo facto do cálculo computacional se tornar mais exigente, tendo sido este um dos factores mais limitativos nesta Fase do procedimento.

De seguida obtém-se, partir do vector  $X$ , um novo vector  $X_\delta = X * \delta$  que, é correspondente a uma alteração na variância do processo, sendo o valor de  $\delta$  referente a aumentos,  $\delta_C$ , e a decréscimos,  $\delta_D$ .

Inicializa-se a variância do processo igual a 1 e procede-se à determinação da variável  $Y_t$ . Após esta fase começam as especificidades de cada um dos estudos.

Assim, para o caso da detecção de aumentos na variância do processo, dá-se a inicialização do índice  $t$  da variável referente a este estudo, ou seja,  $C_t$ .

Por outro lado, no caso da detecção de decréscimo na variância do processo, dá-se a inicialização do índice  $t$  da variável referente a este estudo, ou seja,  $D_t$ .

Estas variáveis, tal como explicitado em grande parte do capítulo III e resumidamente no quadro 3.2 apresentam, naturalmente devido a funções distintas, algumas diferenças.

A partir deste momento são incrementados os índices de  $t$  de 1 valor, calculando-se as variáveis  $C$  e  $D$  para cada instante  $t$ .

Posteriormente, o limite de controlo superior no caso do estudo de detecção de aumentos na variância do processo é determinado, sendo realizada a comparação deste valor com o da variável  $C$  para o índice  $t$  considerado, de modo a se aferir de algum aumento detectado.

Procedimento análogo é realizado o estudo de detecção de decréscimos na variância, calculando-se para este caso o limite inferior de controlo e sendo esta alvo de comparação com a variável  $D$  para o índice  $t$  considerado, de modo se aferir existe efectivamente um decréscimo na variância do processo.

Se realmente se verificar uma alteração na variância do processo, então armazena-se no vector  $ARL_{Simulado}$  o  $ARL$  do índice correspondente a essa alteração, dando-se início a uma nova corrida.

Se não ocorrer nenhuma alteração, então incrementa-se mais uma vez de 1 o valor do índice  $t$ , procedendo-se ao mesmo raciocínio anteriormente descrito. A este novo índice  $t$  está naturalmente associado um novo cálculo das variáveis referentes a ambos os estudos e portanto a uma probabilidade de ocorrência de uma alteração na variância do processo diferente.

Assim caso o limite de controlo não tenha sido ultrapassado ou atingido ( $LSC$  no caso do estudo de aumentos de variância e  $LIC$  no caso de estudo de decréscimos de variância do processo), vai-se para a iteração seguinte referente a um novo índice  $t$ , calculando-se as estatísticas inerentes a cada uma das semi-cartas, até que seja atingida uma das seguintes condições de paragem da corrida:

- I. Um dos limites de controlo foi atingido antes de se ter chegado à última iteração da corrida ( $t <$  número de elementos da sequência aleatória  $X_\delta$ );
- II. Nenhum dos limites foi atingido, mas esgotaram-se todas as iterações ( $t =$  número de elementos da sequência aleatória  $X_\delta$ ).

Se em todas as corridas os limites de controlo forem ultrapassados ou atingidos, então tem que se ter um vector  $ARL_{Simulado}$  com o mesmo número de elementos que o número máximo de corridas, ou seja um valor de  $ARL$  por cada corrida.

Por fim, e mais uma vez para cada um dos estudos, calcula-se a média de todos os elementos do vector  $ARL_{Simulado}$ , sendo este o valor final de  $ARL$ .

Caso o número de elementos de  $ARL_{Simulado}$  seja menor que o número de corridas, então isso significa que em pelo menos uma das corridas o  $LSC$  no caso do estudo de detecção de aumentos, ou o  $LIC$  no caso do estudo de detecção de decréscimos, não foram atingidos, pelo que o programa dá alarme de aviso de que não faz sentido calcular a média do  $ARL_{Simulado}$  já que esse valor não seria de modo algum fiável. É aliás devido a situações como esta, que existe a necessidade de se aumentar a dimensão da sequência aleatória, sendo que em alguns casos não é o suficiente para determinar um valor fiável para o  $ARL$  final.

Uma última referência ao facto de por vantagem a nível de tempo se ter corrido os dois algoritmos referentes a esta fase de modo a obter os resultados de *ARL* para uma alteração na variância do processo nula, uma vez que na Fase II do procedimento de desenvolvimento da ferramenta FCSCE é necessário a construção de uma tabela auxiliar relativa a resultados de *ARL* para  $\delta_C$  e  $\delta_D$  iguais a 1.0. Deste modo foi possível determinar os valores que necessitávamos para a Fase II ainda nesta parte do procedimento.

#### **4.2.3.3. Resultados Finais**

Como consequência dos dois algoritmos desenvolvidos para esta Fase I de desenvolvimento da FCSCE, obtém-se então as tabelas de resultados de *ARL* em função de  $k$  e  $h$  para cada um dos estudos de detecção de alterações na variância do processo, tal como era o objectivo desta primeira fase do procedimento.

De referir que este processo de geração de resultados foi extremamente moroso devido à complexidade dos algoritmos desenvolvidos, sendo igualmente importante realçar que nem sempre foi possível calcular todos os valores de *ARL* para cada  $k$  e  $\delta$ , uma vez que por mais que se aumentasse a dimensão da sequência continuava a ocorrer pelo menos uma corrida na qual não era detectada nenhuma alteração na variância do processo. De referir igualmente que a partir de determinada altura, mesmo que fosse possível o cálculo desses valores de *ARL* não faria no entanto sentido proceder a essa determinação, uma vez que este projecto apenas pretendia obter resultados para um *ARL* máximo de 1000, sendo que os resultados para estas situações já indicavam ser substancialmente mais elevados, não sendo por isso considerados como representativos dos objectivos delineados. Deste modo o símbolo (!) indica as posições relativas a  $k$  e  $\delta$ , nas quais não foi possível determinar o valor de *ARL*.

Em seguida apresentam-se as várias tabelas de resultados inerentes a esta Fase I para cada um dos estudos.

4.2.3.3.1. Tabelas Obtidas

❖ Detecção de aumentos na variância do processo

Quadro 4.2 - Tabela de *ARL* em função de  $k_c$  e  $\delta_c$  para  $h_c=0,7$

		$h_c = 0,7$														
		$k_c$														
		0,001	0,050	0,100	0,150	0,200	0,250	0,300	0,350	0,400	0,450	0,500	0,550	0,600	0,650	0,700
$\delta_c$	1,00	7,58	8,74	10,19	12,23	14,65	18,13	22,51	28,19	36,36	47,60	64,03	86,06	120,71	171,58	248,42
	1,10	4,68	5,24	5,90	6,71	7,73	9,03	10,54	12,64	15,37	18,70	23,50	29,37	38,34	50,03	67,13
	1,20	3,38	3,67	4,03	4,45	4,95	5,56	6,33	7,26	8,37	9,74	11,52	13,99	17,00	20,97	26,44
	1,30	2,65	2,85	3,05	3,32	3,61	3,97	4,36	4,85	5,44	6,17	7,00	8,05	9,49	11,15	13,50
	1,40	2,22	2,35	2,49	2,66	2,85	3,06	3,32	3,64	3,97	4,40	4,89	5,48	6,20	7,07	8,09
	1,50	1,94	2,03	2,13	2,24	2,39	2,53	2,72	2,90	3,13	3,40	3,72	4,06	4,52	5,02	5,63
	1,75	1,53	1,58	1,63	1,70	1,76	1,83	1,92	2,01	2,12	2,22	2,34	2,52	2,68	2,87	3,09
	2,00	1,33	1,36	1,40	1,43	1,47	1,52	1,56	1,61	1,68	1,74	1,81	1,89	1,97	2,08	2,19

Quadro 4.3 - Tabela de *ARL* em função de  $k_c$  e  $\delta_c$  para  $h_c=1,0$

		$h_c = 1,0$														
		$k_c$														
		0,001	0,050	0,100	0,150	0,200	0,250	0,300	0,350	0,400	0,450	0,500	0,550	0,600	0,650	0,700
$\delta_c$	1,00	12.47	15.06	18.41	23.14	29.93	39.12	52.33	71.95	101.28	148.34	220.34	336.54	534.04	869.42	1462.37
	1,10	6.88	7.89	9.14	10.80	12.92	15.58	19.43	24.24	31.48	41.01	55.55	76.80	108.79	157.16	236.08
	1,20	4.61	5.12	5.75	6.51	7.37	8.48	10.00	11.85	14.25	17.39	21.83	27.80	36.27	47.87	65.45
	1,30	3.48	3.76	4.13	4.50	4.99	5.55	6.31	7.20	8.26	9.67	11.51	13.68	16.71	20.80	26.29
	1,40	2.82	3.01	3.21	3.48	3.80	4.15	4.53	5.02	5.62	6.35	7.21	8.35	9.75	11.50	13.77
	1,50	2.38	2.53	2.68	2.85	3.05	3.29	3.54	3.84	4.21	4.66	5.18	5.77	6.53	7.43	8.65
	1,75	1.81	1.88	1.96	2.04	2.14	2.24	2.38	2.49	2.65	2.82	3.02	3.25	3.49	3.81	4.16
	2,00	1.51	1.56	1.61	1.66	1.72	1.78	1.84	1.93	2.00	2.11	2.22	2.32	2.46	2.60	2.77

**Quadro 4.4 - Tabela de ARL em função de  $k_C$  e  $\delta_C$  para  $h_C=1,5$**

		$h_C = 1,5$														
		$k_C$														
		0,001	0,050	0,100	0,150	0,200	0,250	0,300	0,350	0,400	0,450	0,500	0,550	0,600	0,650	0,700
$\delta_C$	1,00	26,16	33,55	45,21	62,40	90,12	131,79	201,73	323,55	530,86	914,39	1641,71	3051,17	5937,01	12214,67	25974,10
	1,10	11,77	14,11	17,14	21,40	27,24	35,82	47,65	66,53	95,35	142,60	220,32	353,72	588,13	1016,24	1830,06
	1,20	7,16	8,06	9,31	10,86	12,81	15,61	19,20	24,17	31,42	41,60	57,15	81,20	117,16	177,85	280,82
	1,30	5,11	5,60	6,22	6,96	7,88	9,08	10,54	12,41	15,00	18,40	23,05	29,40	39,08	52,82	74,74
	1,40	3,98	4,29	4,65	5,08	5,61	6,23	7,02	7,95	9,07	10,60	12,46	15,02	18,41	23,35	30,08
	1,50	3,29	3,50	3,75	4,06	4,40	4,74	5,22	5,75	6,44	7,18	8,18	9,41	10,99	13,09	15,77
	1,75	2,39	2,50	2,61	2,76	2,92	3,08	3,26	3,46	3,71	3,99	4,31	4,66	5,13	5,65	6,28
	2,00	1,94	2,01	2,08	2,17	2,27	2,36	2,48	2,58	2,70	2,86	3,02	3,19	3,41	3,63	3,90

**Quadro 4.5 - Tabela de ARL em função de  $k_C$  e  $\delta_C$  para  $h_C=2,0$**

		$h_C = 2,0$														
		$k_C$														
		0,001	0,050	0,100	0,150	0,200	0,250	0,300	0,350	0,400	0,450	0,500	0,550	0,600	0,650	0,700
$\delta_C$	1,00	49,42	69,29	101,84	155,92	248,89	419,84	740,90	1370,80	2680,15	5546,18	11866,24	27305,08	!	!	!
	1,10	18,17	22,63	28,94	38,44	52,44	73,88	108,89	168,54	276,36	467,27	830,12	1557,26	3035,37	6300,55	13886,67
	1,20	10,00	11,62	13,60	16,48	20,19	25,70	33,43	44,77	62,18	90,61	137,26	216,86	359,35	628,04	1145,89
	1,30	6,80	7,54	8,42	9,69	11,20	13,21	15,77	19,39	24,41	31,51	42,40	58,14	83,47	125,55	197,15
	1,40	5,15	5,57	6,11	6,82	7,54	8,52	9,77	11,29	13,21	15,91	19,54	24,86	31,97	42,32	59,22
	1,50	4,23	4,52	4,85	5,27	5,72	6,30	6,96	7,73	8,73	10,04	11,72	13,88	16,64	20,57	26,07
	1,75	3,02	3,16	3,32	3,48	3,69	3,90	4,16	4,44	4,81	5,17	5,67	6,20	6,82	7,61	8,60
	2,00	2,44	2,52	2,62	2,72	2,85	2,97	3,10	3,27	3,44	3,63	3,83	4,08	4,34	4,66	5,07

**Quadro 4.6 - Tabela de ARL em função de  $k_C$  e  $\delta_C$  para  $h_C=2,5$**

		$h_C = 2,5$														
		$k_C$														
		0,001	0,050	0,100	0,150	0,200	0,250	0,300	0,350	0,400	0,450	0,500	0,550	0,600	0,650	0,700
$\delta_C$	1,00	89,12	136,75	219,37	376,25	681,71	1317,05	2722,03	5820,21	13473,96	!	!	!	!	!	!
	1,10	26,32	34,12	46,47	64,76	95,69	147,85	244,07	420,22	775,65	1516,78	3104,37	6762,73	15957,09	!	!
	1,20	13,10	15,49	18,76	23,45	30,09	39,83	54,83	78,79	119,85	190,39	321,14	575,58	1084,64	2178,15	4623,35
	1,30	8,51	9,56	11,00	12,68	14,91	18,04	22,50	28,47	37,50	50,76	72,25	109,55	172,34	287,13	504,07
	1,40	6,34	6,95	7,66	8,49	9,62	10,96	12,84	15,07	18,11	22,56	28,91	37,51	51,62	74,40	112,28
	1,50	5,13	5,49	5,97	6,45	7,12	7,85	8,75	9,96	11,33	13,31	15,72	19,16	23,72	30,57	40,45
	1,75	3,59	3,77	3,96	4,20	4,44	4,73	5,05	5,42	5,88	6,39	6,99	7,71	8,66	9,68	11,11
	2,00	2,89	3,01	3,11	3,24	3,37	3,53	3,73	3,91	4,11	4,34	4,62	4,95	5,31	5,73	6,17

**Quadro 4.7 - Tabela de ARL em função de  $k_c$  e  $\delta_c$  para  $h_c=3,0$**

		$h_c = 3,0$														
		$k_c$														
		0,001	0,050	0,100	0,150	0,200	0,250	0,300	0,350	0,400	0,450	0,500	0,550	0,600	0,650	0,700
$\delta_c$	1,00	156,36	261,81	467,66	906,20	1862,32	4124,90	9813,14	24892,82	!	!	!	!	!	!	!
	1,10	36,49	49,67	70,26	106,12	170,39	287,92	526,67	1023,31	2155,49	4836,62	11573,95	29765,52	!	!	!
	1,20	16,59	19,99	24,65	32,06	42,78	59,03	87,71	134,65	220,55	390,15	738,89	1504,31	3251,31	7475,89	18633,74
	1,30	10,33	11,74	13,54	16,01	19,19	23,74	30,13	39,59	55,40	80,01	122,44	198,69	345,20	648,71	1289,58
	1,40	7,56	8,28	9,23	10,35	11,77	13,61	16,04	19,17	23,87	30,38	40,11	55,94	80,81	124,98	203,95
	1,50	6,05	6,52	7,04	7,74	8,53	9,47	10,72	12,16	14,14	16,72	20,26	25,05	32,53	43,20	60,50
	1,75	4,17	4,40	4,62	4,90	5,20	5,55	5,95	6,46	6,96	7,60	8,36	9,32	10,49	11,92	13,80
	2,00	3,32	3,45	3,60	3,75	3,92	4,10	4,32	4,55	4,80	5,10	5,43	5,79	6,25	6,78	7,36

**Quadro 4.8 - Tabela de ARL em função de  $k_c$  e  $\delta_c$  para  $h_c=3,5$**

		$h_c = 3,5$														
		$k_c$														
		0,001	0,050	0,100	0,150	0,200	0,250	0,300	0,350	0,400	0,450	0,500	0,550	0,600	0,650	0,700
$\delta_c$	1,00	269,74	489,65	985,21	2145,97	4996,16	12773,60	!	!	!	!	!	!	!	!	!
	1,10	49,15	69,24	104,82	171,05	295,10	554,87	1126,36	2495,17	5977,56	15438,50	!	!	!	!	!
	1,20	20,30	25,09	31,46	41,88	57,87	84,93	134,31	225,26	407,11	798,98	1686,89	3879,80	9711,37	26280,34	!
	1,30	12,24	14,00	16,32	19,45	23,75	30,15	39,51	54,37	78,04	122,35	200,61	359,59	691,38	1441,23	3247,21
	1,40	8,78	9,70	10,82	12,17	14,01	16,32	19,66	24,06	30,32	39,99	54,76	79,61	124,52	205,10	364,96
	1,50	6,99	7,52	8,22	9,00	9,99	11,17	12,59	14,53	17,12	20,50	25,35	32,37	42,69	59,48	88,27
	1,75	4,76	5,03	5,29	5,62	5,97	6,38	6,88	7,42	8,05	8,88	9,80	10,96	12,32	14,20	16,57
	2,00	3,76	3,91	4,10	4,26	4,46	4,68	4,93	5,20	5,50	5,85	6,28	6,69	7,23	7,83	8,55

**Quadro 4.9 - Tabela de ARL em função de  $k_c$  e  $\delta_c$  para  $h_c=4,0$**

		$h_c = 4,0$														
		$k_c$														
		0,001	0,050	0,100	0,150	0,200	0,250	0,300	0,350	0,400	0,450	0,500	0,550	0,600	0,650	0,700
$\delta_c$	1,00	456,67	919,86	2068,76	5080,85	13573,33	39992,92	!	!	!	!	!	!	!	!	!
	1,10	64,42	94,97	151,96	265,89	506,94	1060,61	2442,26	6080,91	16531,87	49658,71	!	!	!	!	!
	1,20	24,25	30,21	39,09	53,74	78,04	120,70	203,54	370,14	732,99	1607,61	3880,02	10100,02	28865,15	!	!
	1,30	14,18	16,29	19,06	23,13	28,78	37,22	50,02	72,09	110,03	181,87	324,93	637,85	1363,47	3202,24	8253,34
	1,40	10,04	11,14	12,39	14,19	16,36	19,15	23,25	28,88	37,36	50,87	72,83	111,22	183,63	334,16	657,33
	1,50	7,91	8,54	9,31	10,26	11,42	12,82	14,59	17,00	20,10	24,48	30,83	40,14	55,35	80,64	124,77
	1,75	5,37	5,64	5,96	6,36	6,75	7,24	7,77	8,43	9,18	10,11	11,18	12,58	14,33	16,48	19,57
	2,00	4,23	4,38	4,58	4,79	5,02	5,28	5,54	5,85	6,21	6,62	7,06	7,58	8,18	8,93	9,75

❖ Detecção de decréscimos na variância

Quadro 4.10 - Tabela de *ARL* em função de  $k_D$  e  $\delta_D$  para  $h_D=2,0$

		$h_D = 2,0$															
		$k_D$															
		0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75	0,80	0,85	0,90	0,95	1,00
$\delta_D$	1,0	13,28	15,32	17,42	20,28	23,54	27,37	31,61	36,92	43,08	50,21	58,63	68,70	79,12	91,32	106,04	122,16
	0,9	7,98	8,96	10,11	11,42	12,92	14,86	17,08	19,65	22,71	26,25	30,75	35,50	41,73	48,92	56,85	65,82
	0,8	5,18	5,66	6,13	6,75	7,44	8,25	9,26	10,39	11,79	13,41	15,27	17,75	20,33	23,71	27,54	31,81
	0,7	3,60	3,84	4,06	4,35	4,67	5,02	5,50	5,94	6,52	7,18	7,96	8,92	9,97	11,40	12,87	14,65
	0,6	2,69	2,79	2,91	3,08	3,22	3,38	3,59	3,78	4,05	4,30	4,62	4,97	5,40	5,85	6,41	7,04
	0,5	2,08	2,15	2,21	2,29	2,37	2,45	2,55	2,65	2,76	2,89	3,02	3,17	3,33	3,52	3,74	3,96

Quadro 4.11 - Tabela de *ARL* em função de  $k_D$  e  $\delta_D$  para  $h_D=2,5$

		$h_D = 2,5$															
		$k_D$															
		0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75	0,80	0,85	0,90	0,95	1,00
$\delta_D$	1,0	17,83	21,07	24,70	29,31	35,25	42,11	50,79	60,48	72,63	88,47	105,67	126,09	152,91	179,91	213,64	251,37
	0,9	9,99	11,35	12,88	14,88	17,16	20,29	23,95	28,43	33,76	40,80	48,71	58,52	70,52	84,95	101,33	121,99
	0,8	6,25	6,84	7,44	8,28	9,22	10,39	11,72	13,42	15,63	17,98	21,15	25,01	30,07	35,69	42,77	51,28
	0,7	4,30	4,56	4,85	5,22	5,65	6,08	6,61	7,24	7,99	8,90	9,87	11,22	12,81	14,82	17,04	20,19
	0,6	3,15	3,29	3,45	3,61	3,81	4,03	4,28	4,51	4,83	5,16	5,53	6,01	6,51	7,12	7,87	8,71
	0,5	2,44	2,51	2,60	2,68	2,78	2,89	3,00	3,11	3,26	3,41	3,57	3,76	3,95	4,17	4,44	4,72

Quadro 4.12 - Tabela de *ARL* em função de  $k_D$  e  $\delta_D$  para  $h_D=3,0$

		$h_D = 3,0$															
		$k_D$															
		0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75	0,80	0,85	0,90	0,95	1,00
$\delta_D$	1,0	23,03	27,58	33,54	40,95	50,97	63,62	78,93	97,45	121,63	152,35	189,94	234,05	286,14	350,25	430,01	517,62
	0,9	12,01	13,78	15,93	18,70	22,30	26,61	32,29	39,48	48,46	60,05	75,20	93,42	116,25	144,40	180,09	223,53
	0,8	7,32	8,00	8,89	9,84	11,06	12,52	14,41	16,79	19,76	23,35	28,18	34,28	42,06	52,16	64,16	79,97
	0,7	4,98	5,29	5,65	6,05	6,56	7,10	7,73	8,56	9,48	10,54	12,06	13,76	15,80	18,65	21,89	26,37
	0,6	3,64	3,81	3,98	4,18	4,39	4,66	4,92	5,23	5,58	5,98	6,45	6,95	7,63	8,41	9,31	10,42
	0,5	2,80	2,89	2,98	3,08	3,20	3,31	3,45	3,60	3,77	3,93	4,12	4,35	4,57	4,84	5,15	5,47

Quadro 4.13 - Tabela de *ARL* em função de  $k_D$  e  $\delta_D$  para  $h_D=3,5$

		$h_D = 3,5$															
		$k_D$															
		0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75	0,80	0,85	0,90	0,95	1,00
$\delta_D$	1,0	28,95	35,32	44,34	55,77	71,72	92,98	118,45	154,20	202,27	260,15	333,81	424,07	538,70	678,05	860,65	1061,88
	0,9	14,17	16,48	19,12	22,79	27,60	34,14	42,41	53,80	67,93	87,60	112,84	147,35	190,48	244,49	316,30	405,89
	0,8	8,37	9,20	10,24	11,42	12,87	14,77	17,08	20,25	24,00	29,25	35,92	45,20	57,69	73,08	93,65	121,54
	0,7	5,67	6,05	6,47	6,92	7,50	8,13	8,91	9,84	10,96	12,41	14,05	16,15	19,08	22,65	27,43	33,75
	0,6	4,13	4,32	4,51	4,76	4,99	5,27	5,60	5,97	6,39	6,84	7,39	8,02	8,76	9,67	10,79	12,06
	0,5	3,15	3,25	3,36	3,48	3,60	3,75	3,90	4,07	4,25	4,46	4,68	4,92	5,18	5,50	5,84	6,25

Quadro 4.14 - Tabela de *ARL* em função de  $k_D$  e  $\delta_D$  para  $h_D=4,0$

		$h_D = 4,0$															
		$k_D$															
		0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75	0,80	0,85	0,90	0,95	1,00
$\delta_D$	1,0	35,13	44,64	56,93	75,11	98,71	133,60	178,83	240,39	327,68	440,38	583,88	776,48	1012,47	1317,99	1719,28	2185,45
	0,9	16,29	18,90	22,36	27,30	33,68	42,33	54,61	70,47	93,57	124,63	168,17	228,32	304,95	409,66	546,10	724,28
	0,8	9,48	10,41	11,48	13,03	14,74	17,05	19,97	23,80	28,78	35,74	45,30	58,54	76,33	102,00	135,47	183,20
	0,7	6,34	6,77	7,23	7,80	8,42	9,18	10,07	11,14	12,47	14,02	16,16	18,78	22,28	27,05	33,23	42,00
	0,6	4,59	4,81	5,06	5,32	5,59	5,92	6,27	6,68	7,17	7,69	8,30	9,05	9,92	10,95	12,15	13,81
	0,5	3,50	3,62	3,74	3,88	4,03	4,19	4,35	4,56	4,75	4,98	5,23	5,50	5,81	6,15	6,57	7,02

Quadro 4.15 - Tabela de *ARL* em função de  $k_D$  e  $\delta_D$  para  $h_D=4,5$

		$h_D = 4,5$															
		$k_D$															
		0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75	0,80	0,85	0,90	0,95	1,00
$\delta_D$	1,0	42,05	54,78	72,80	98,79	136,02	189,85	266,58	373,40	522,34	731,29	1012,01	1388,16	1894,83	2535,30	3381,29	4458,35
	0,9	18,44	21,69	25,91	32,03	39,87	51,69	68,14	92,37	126,24	176,66	247,46	349,57	488,65	680,90	942,00	1302,05
	0,8	10,51	11,63	12,97	14,56	16,59	19,27	22,70	27,49	33,99	43,22	55,67	74,36	101,12	139,50	192,49	272,06
	0,7	7,02	7,49	8,03	8,64	9,40	10,24	11,25	12,51	13,93	15,83	18,33	21,39	25,71	31,59	39,68	51,30
	0,6	5,07	5,32	5,56	5,86	6,18	6,54	6,94	7,38	7,95	8,52	9,24	10,05	11,04	12,17	13,61	15,43
	0,5	3,85	3,98	4,13	4,27	4,44	4,62	4,82	5,01	5,25	5,49	5,77	6,08	6,44	6,84	7,28	7,76

Quadro 4.16 - Tabela de *ARL* em função de  $k_D$  e  $\delta_D$  para  $h_D=5,0$

		$h_D = 5,0$															
		$k_D$															
		0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75	0,80	0,85	0,90	0,95	1,00
$\delta_D$	1,0	49,21	65,95	91,18	127,24	182,64	267,86	391,00	578,34	838,49	1216,92	1752,16	2514,62	3496,97	4975,47	6733,96	9042,34
	0,9	20,56	24,29	29,61	36,43	46,98	62,04	85,07	119,39	169,82	246,56	360,74	528,98	775,25	1127,91	1635,44	2352,47
	0,8	11,60	12,74	14,34	16,14	18,52	21,61	25,71	31,19	39,12	50,61	67,62	92,28	131,62	187,36	273,07	400,27
	0,7	7,71	8,22	8,84	9,48	10,30	11,26	12,38	13,74	15,45	17,61	20,44	24,10	29,01	36,26	46,20	61,19
	0,6	5,55	5,82	6,11	6,43	6,79	7,18	7,63	8,13	8,72	9,38	10,17	11,08	12,16	13,51	15,13	17,16
	0,5	4,22	4,36	4,51	4,68	4,85	5,05	5,26	5,50	5,73	6,02	6,31	6,65	7,04	7,48	7,97	8,54

Quadro 4.17 - Tabela de *ARL* em função de  $k_D$  e  $\delta_D$  para  $h_D=5,5$

		$h_D = 5,5$															
		$k_D$															
		0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75	0,80	0,85	0,90	0,95	1,00
$\delta_D$	1,0	57,73	78,89	111,96	163,49	245,26	371,61	567,70	873,97	1343,51	2021,77	3008,89	4532,89	6576,81	9390,60	13364,73	18576,04
	0,9	22,67	26,83	33,16	41,68	54,37	73,71	103,62	150,94	222,50	341,91	524,50	806,74	1226,58	1856,57	2810,29	4169,14
	0,8	12,69	14,04	15,63	17,71	20,44	23,82	28,57	35,11	44,79	58,92	80,56	114,67	166,75	252,37	386,34	588,89
	0,7	8,39	8,94	9,61	10,33	11,26	12,28	13,51	15,01	17,00	19,34	22,58	26,80	32,55	40,96	53,63	72,68
	0,6	6,04	6,33	6,63	6,96	7,38	7,81	8,27	8,85	9,46	10,25	11,08	12,09	13,27	14,75	16,59	18,92
	0,5	4,57	4,72	4,90	5,07	5,27	5,48	5,72	5,96	6,24	6,53	6,90	7,24	7,69	8,11	8,69	9,29

Quadro 4.18 - Tabela de *ARL* em função de  $k_D$  e  $\delta_D$  para  $h_D=6,0$

		$h_D = 6,0$															
		$k_D$															
		0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75	0,80	0,85	0,90	0,95	1,00
$\delta_D$	1,0	66,21	92,70	136,25	207,90	324,30	518,71	831,66	1346,59	2136,37	3402,63	5266,76	8064,04	12306,03	18152,59	!	!
	0,9	24,76	29,81	36,67	46,57	61,75	85,95	124,66	189,28	292,39	463,22	757,32	1204,78	1927,71	3071,92	4793,63	7398,79
	0,8	13,73	15,16	16,98	19,26	22,13	26,16	31,46	39,19	50,66	67,80	95,37	140,42	215,94	337,08	533,70	855,03
	0,7	9,07	9,71	10,38	11,20	12,17	13,27	14,66	16,39	18,48	21,14	24,70	29,37	36,14	46,14	60,77	85,05
	0,6	6,53	6,83	7,19	7,55	7,96	8,45	8,95	9,58	10,24	11,08	12,03	13,07	14,48	16,00	18,01	20,71
	0,5	4,92	5,10	5,26	5,47	5,68	5,93	6,15	6,44	6,72	7,07	7,44	7,84	8,30	8,80	9,39	10,07

Quadro 4.19 - Tabela de *ARL* em função de  $k_D$  e  $\delta_D$  para  $h_D=6,5$

		$h_D = 6,5$															
		$k_D$															
		0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75	0,80	0,85	0,90	0,95	1,00
$\delta_D$	1,0	75,66	108,07	165,01	260,86	425,17	708,14	1199,17	2023,17	3402,59	5627,04	9092,03	14488,35	22933,65	!	!	!
	0,9	26,89	32,51	40,35	51,71	69,76	99,58	149,49	235,55	380,24	635,27	1080,74	1811,09	3036,56	5045,56	8277,09	13270,55
	0,8	14,81	16,36	18,33	20,83	24,00	28,48	34,38	43,22	56,56	77,32	111,83	170,16	270,79	442,97	740,15	1243,16
	0,7	9,75	10,44	11,17	12,06	13,12	14,29	15,81	17,69	19,97	22,89	26,80	32,12	39,72	51,41	68,79	98,66
	0,6	7,01	7,34	7,72	8,11	8,55	9,08	9,63	10,31	11,02	11,91	12,94	14,09	15,59	17,28	19,47	22,42
	0,5	5,27	5,46	5,64	5,87	6,09	6,36	6,60	6,91	7,22	7,59	7,99	8,43	8,92	9,46	10,10	10,82

Quadro 4.20 - Tabela de *ARL* em função de  $k_D$  e  $\delta_D$  para  $h_D=7,0$

		$h_D = 7,0$															
		$k_D$															
		0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75	0,80	0,85	0,90	0,95	1,00
$\delta_D$	1,0	84,86	125,54	197,27	324,95	559,14	978,70	1743,06	3116,19	5383,77	9413,94	16000,84	26386,46	!	!	!	!
	0,9	29,17	35,12	43,85	57,20	79,25	115,52	178,08	291,58	494,70	866,20	1534,72	2704,78	4790,39	8337,80	14147,68	23644,00
	0,8	15,90	17,61	19,71	22,48	26,00	30,68	37,36	47,05	62,51	86,74	128,99	202,75	340,06	581,72	1022,21	1821,90
	0,7	10,40	11,13	11,96	12,89	14,07	15,36	16,99	18,95	21,38	24,57	29,07	34,95	43,29	56,40	77,62	112,42
	0,6	7,49	7,83	8,22	8,68	9,16	9,70	10,32	10,98	11,86	12,74	13,83	15,12	16,70	18,60	21,07	24,07
	0,5	5,64	5,83	6,04	6,28	6,51	6,78	7,06	7,39	7,74	8,12	8,55	8,98	9,52	10,16	10,82	11,60

Quadro 4.21 - Tabela de *ARL* em função de  $k_D$  e  $\delta_D$  para  $h_D=7,5$

		$h_D = 7,5$															
		$k_D$															
		0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75	0,80	0,85	0,90	0,95	1,00
$\delta_D$	1,0	94,80	144,16	233,29	406,46	730,97	1342,06	2503,16	4679,01	8602,68	15507,09	27433,82	!	!	!	!	!
	0,9	31,28	37,79	47,50	62,77	87,68	131,18	209,44	357,50	646,83	1188,88	2191,45	4085,97	7612,11	13679,87	24267,02	!
	0,8	16,93	18,84	21,14	24,09	27,75	33,06	40,47	51,44	68,80	97,62	149,20	243,12	425,26	764,64	1408,79	2631,81
	0,7	11,13	11,90	12,79	13,76	14,98	16,43	18,16	20,28	22,93	26,37	31,09	37,43	46,94	61,75	86,21	129,04
	0,6	7,96	8,34	8,74	9,23	9,75	10,30	10,97	11,73	12,60	13,60	14,72	16,19	17,82	19,87	22,49	25,71
	0,5	6,00	6,19	6,43	6,66	6,92	7,22	7,53	7,85	8,23	8,62	9,11	9,57	10,15	10,79	11,54	12,35

#### 4.2.3.4. Considerações Finais

Os valores de *ARL* constantes nas tabelas anteriormente expostas sob a forma de quadros, serão considerados relevantes para as próximas fases de desenvolvimento da FCSCE, sendo esta Fase I um passo relevante para se atingir com sucesso os objectivos subjacentes à presente dissertação.

A Fase II do procedimento de desenvolvimento da FCSCE terá por base os algoritmos desenvolvidos na fase que agora se dá por terminada, sendo certo que os resultados representados nas tabelas acima expostas serão de grande utilidade no desenvolvimento da Fase III.

Uma última referência ao facto de os algoritmos desenvolvidos com o recurso ao programa Matlab para esta Fase I do desenvolvimento da FCSCE possuem um nível de complexidade relevante, sendo apresentados na presente dissertação em formato digital, uma vez que a sua representação em papel não seria a mais adequada de modo a se perceber as especificidades inerentes à sua concepção (ver *CD* anexado a esta dissertação).

---

**Nota:** A obtenção de resultados de *ARL* para esta Fase I do desenvolvimento da FCSCE, quer para a detecção de aumentos na variância do processo, quer para a detecção de decréscimos na mesma, implicou o uso de consideráveis recursos computacionais, estando subjacente a estes um elevado tempo de geração de resultados, fruto da complexidade dos algoritmos e resultantes do peso do sistema

#### 4.2.4. Desenvolvimento da FCSCE - Fase II

Na Fase III do procedimento de desenvolvimento da FCSCE o objectivo passa por encontrar um valor de  $h_C$  e  $h_D$  para um determinado e pretendido  $ARL_{EC}$ , considerando naturalmente o estudo de aumentos na variância do processo, assim como o estudo de decréscimos na variância do mesmo.

Os resultados obtidos nas tabelas expostas anteriormente, referentes à Fase I do procedimento, apresentam no entanto valores de  $ARL_{EC}$  distintos dos que são pretendidos. Surge então a necessidade de se enquadrar o  $ARL_{EC}$  desejado entre dois  $ARL_{EC}$  extraídos das tabelas da Fase I ( $ARL_{inf}$  e  $ARL_{sup}$ ), sendo estes correspondentes a determinados valores de  $h_C$  ( $h_{Cinf}$  e  $h_{Csup}$ ) para o aumento e de  $h_D$  ( $h_{Dinf}$  e  $h_{Dsup}$ ) para decréscimos na variância do processo.

A Fase III consiste na determinação, por aproximações sucessivas, dos valores de  $h_C$  e  $h_D$  adequados, de modo a que estes garantam o  $ARL_{EC}$  desejado.

Assim nesta Fase II o objectivo é a criação de uma tabela auxiliar intermédia que reúna os majorantes e minorantes dos  $ARL_{EC}$  para uma alteração na variância nula ( $\delta=1$ ). Deste modo é possível através da visualização desta distinguir os vários  $h_{Cinf}$  e  $h_{Csup}$  para o estudo de detecção de aumentos e  $h_{Dinf}$  e  $h_{Dsup}$  para o estudo de detecção de decréscimos na variância do processo, sendo estes valores apresentados em função de  $k(k_C$  e  $k_D)$ .

Na Fase I por razões que proporcionam vantagens a nível de tempo, foram igualmente corridos os dois algoritmos para  $\delta_C=1$  e  $\delta_D=1$ , que não representam qualquer alteração na variância do processo uma vez que  $\sigma_0=\sigma_1$ . Deste modo nesta Fase II a criação desta tabela auxiliar intermédia consiste em grande medida numa reorganização adequada de alguns valores obtidos na Fase I para  $\delta_C=1$  e  $\delta_D=1$ .

De referir que, mais uma vez, os processos inerentes a cada uma das Fases do procedimento de desenvolvimento da FCSCE são considerados em duplicado, isto é, realiza-se cada uma das Fases do procedimento para o estudo de detecção de aumentos na variância do processo, assim como para o estudo de detecção de decréscimos na variância do mesmo.

É importante referir que as tabelas auxiliares intermédias apresentadas em seguida foram alvo de algumas actualizações para garantir que na Fase III não surjam problemas de resolução nas curvas referentes aos ábacos que se pretendem gerar.

Estas actualizações foram realizadas correndo os algoritmos referentes à Fase I mas para uma gama de valores maior, de modo a que nas tabelas auxiliares intermédias figurem um conjunto de valores mais vasto e que desse modo impeça problemas de resolução nas curvas aquando da obtenção dos ábacos para a carta  $CUSUM-\ln(S^2)$ .

Assim inicialmente e numa primeira abordagem a esta fase, as tabelas auxiliares intermédias eram apenas constituídas pelos valores calculados na Fase I. No entanto e como já referido anteriormente, na Fase III surgiram alguns problemas relacionados com a falta de resolução das curvas para a construção dos ábacos pelo que procedeu-se ao cálculo de valores adicionais de  $ARL$  para uma gama mais vasta de  $k$  e  $h$  para esta Fase II de modo a complementar os valores já conhecidos.

Deste modo, na prática, para além de uma reorganização dos valores determinados na Fase I procedeu-se ao cálculo de valores adicionais. Assim as tabelas auxiliares referentes a esta Fase II apresentam uma vasta gama de valores considerando os já calculados na Fase I e igualmente valores adicionais determinados pelas razões acima referidas.

#### **4.2.4.1. Considerações adicionais**

Após a construção das tabelas auxiliares intermédias para ambos os estudos realizou-se uma análise dos valores destas de modo a fazer uma selecção de quais os valores necessários para as fases subsequentes.

Como se irá ver mais à frente, na Fase III, definiram-se alguns valores de  $ARL_{EC}$  para dar continuidade a este projecto. Foi através dessa definição de valores que se procedeu à análise dos valores das tabelas auxiliares intermédias, uma vez que apenas estes valores de  $ARL$  serão necessários de ser enquadrados uma vez que somente estes serão objecto de estudo.

Assim alguns dos valores referentes às tabelas auxiliares intermédias desta Fase II foram ignorados pois ou eram muito baixos em relação ao  $ARL_{EC}$  mais pequeno ou por outro lado

eram bastante superiores ao  $ARL_{EC}$  maior definido na Fase III não se constituindo deste modo como valores necessários para o enquadramento dos vários  $ARL_{EC}$ .

Por forma a facilitar a percepção de quais os valores ignorados e de quais os valores considerados como válidos para as Fases seguintes, procedeu-se a um esquema de cores em cada célula das tabelas. Cada cor pressupõe determinada consideração relativamente ao valor existente na célula em questão (ver legenda das tabelas, Figura IV.1).

Em seguida apresentam-se as tabelas auxiliares intermédias relativa à Fase II do desenvolvimento da FCSCE para cada um dos estudos considerados (Quadro 4.22 até Quadro 4.26).

4.2.4.2. Resultados Finais

❖ *Deteção de aumentos na variância do processo*

Quadro 4.22 - Tabela auxiliar intermédia de  $ARL_{EC}$  em função dos parâmetros  $h_c$  e  $k_c$  para  $\delta=1$  (Parte 1 de 2)

		$h_c$																							
		0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75	0,80	0,85	0,90	0,95	1,00	1,05	1,10	1,15	1,20	1,25	1,30	1,40		
$k_c$	0,001									7,58						12,47									
	0,050									8,74						15,06									
	0,100									10,19						18,41									
	0,150									12,23						23,14									
	0,200									14,65						29,93									
	0,250									18,13						39,12						64,45		82,45	104,01
	0,300									22,51						52,33		69,33			90,97	103,88	119,98	155,40	
	0,350									28,19						71,95		98,47	114,55		133,01	154,10	180,45	240,07	
	0,400									36,36		51,09		71,91	86,42	101,28	120,64	142,57	167,84	200,09	237,34	278,69	386,52		
	0,450									47,60		68,99	83,08	100,58	122,32	148,34	177,17	213,36	258,19	310,48	376,21	448,30	637,50		
	0,500									64,03		95,61	118,22	144,87	178,01	220,34	271,48	331,76	406,87	502,09	614,02	743,91	1103,91		
	0,550									86,06	108,05	134,91	170,12	213,74	270,47	336,54	423,79	531,04	661,19	815,43	1034,45	1291,08	1987,33		
	0,600				32,22	48,42		75,10	95,07	120,71	152,93	196,79	249,85	322,77	412,49	534,04	680,42	877,26	1117,93	1431,33		2301,04	3706,01		
	0,650				40,69	64,32	80,23	103,17	132,52	171,58	222,29	290,94	380,87	504,85	660,83	869,42	1139,06	1504,58		2547,93		4332,89	7227,48		
	0,700				52,64	84,72	110,56	143,08	187,07	248,42	331,42	443,37	593,08	802,61	1091,73	1462,37									
	0,750				68,98	116,39	153,36	202,36	272,69	369,31	502,09	687,39	953,83	1316,99											
	0,800				92,13	161,16	215,56	294,96	401,64	558,52	784,57	1107,17		2234,46											
	0,850	28,53	44,66	72,39	124,8	226,91	312,35	432,58	612,03	872,35	1251,24	1822,92		3919,64											
	0,900	35,61	56,79	96,51	173,14	324,49	460,64	650,53	949,35	1387,03		3090,51		7053,99											
	0,950	44,75	74,37	129,72	241,12	480,87	688,70	1011,65		2269,59		5390,96		13195,39											
1,000	57,94	98,53	179,4	347,05	720,71	1049,43	1589,76		3776,52																

Quadro 4.23 - Tabela auxiliar intermédia de  $ARL_{EC}$  em função dos parâmetros  $h_c$  e  $k_c$  para  $\delta=1$  (Parte 2 de 2)

		$h_c$																					
		1,500	1,625	1,750	2,000	2,250	2,500	2,750	3,000	3,250	3,500	3,750	4,000	4,100	4,200	4,300	4,400	4,500	4,600	4,700	4,800	4,900	5,000
$k_c$	0,0010	26,16			49,42		89,12	118,26	156,36	204,01	269,74	348,59	456,67	506,14	559,20	621,84	686,28	771,53	849,80	942,87	1035,35	1158,74	1289,40
	0,0500	33,55			69,29	97,43	136,75	190,5	261,81	360,09	489,65	671,80	919,86	1046,27	1176,23	1330,80	1515,46						
	0,1000	45,21		68,76	101,84	149,85	219,37	323,67	467,66	681,41	985,21	1417,80	2068,76										
	0,1500	62,40	79,23	99,22	155,92	244,65	376,25	586,44	906,20	1381,37	2145,97		5080,85										
	0,2000	90,12	115,37	147,70	248,89	416,74	681,71	1135,02	1862,32		4996,16		12573,33										
	0,2500	131,79	176,2	236,08	419,84	743,88	1317,05	2340,18	4124,90		12773,60		39992,92										
	0,3000	201,73	280,97	384,72	740,90	1411,20	2722,03	5137,74	9813,14		!		!										
	0,3500	323,55	458,42	657,09	1370,8	2834,63	5820,21		24892,82		!		!										
	0,4000	530,86	794,02	1201,66	2680,15	5970,75	13473,96		!		!		!										
	0,4500	914,39	1435,92	2239,52	5546,18	13431,78	!		!		!		!										
	0,5000	1641,71			11866,24	!	!		!		!		!										
	0,5500	3051,17			27305,08	!	!		!		!		!										
	0,6000	5937,01			!	!	!		!		!		!										
	0,6500	12214,67			!	!	!		!		!		!										
	0,7000	25974,10			!	!	!		!		!		!										
	0,7500																						
	0,8000																						
	0,8500																						
	0,9000																						
	0,9500																						
1,0000																							

❖ Detecção de decréscimos na variância do processo

Quadro 4.24 - Tabela auxiliar intermédia de  $ARI_{EC}$  em função dos parâmetros  $h_D$  e  $k_D$  para  $\delta=1$  (Parte 1 de 3)

		$h_D$																					
		1,40	1,50	1,60	1,70	1,80	1,90	2,00	2,10	2,20	2,30	2,40	2,50	2,60	2,70	2,80	2,90	3,00	3,10	3,20	3,30	3,40	3,50
$k_D$	0,25							13,28					17,83					23,03					28,95
	0,30							15,32					21,07					27,58					35,32
	0,35							17,42					24,70					33,54					44,34
	0,40							20,28					29,31					40,95					55,77
	0,45							23,54					35,25					50,97					71,72
	0,50							27,37					42,11					63,62					92,98
	0,55							31,61					50,79					78,93	85,66	93,84	101,30	109,44	118,45
	0,60							36,92					60,48					97,45	107,67	117,77	128,99	141,02	154,20
	0,65							43,08					72,63	81,32	90,38	100,42	110,03	121,63	133,67	149,46	164,59	181,86	202,27
	0,70							50,21					88,47	99,08	110,09	122,73	136,24	152,35	169,00	188,36	209,92	232,75	260,15
	0,75							58,63	66,06	74,58	83,29	94,71	105,67	118,79	133,80	149,47	166,58	189,94	210,72	235,22	263,50	297,69	333,81
	0,80							68,70	77,35	86,83	99,75	113,37	126,09	142,77	160,09	183,12	205,53	234,05	262,70	295,31	334,18	377,22	424,07
	0,85							79,12	89,45	102,68	117,13	132,70	152,91	170,76	195,92	221,66	251,55	286,14	323,98	371,19	421,76	474,81	538,70
	0,90							91,32	104,85	119,86	136,74	157,37	179,91	205,90	235,95	267,44	306,47	350,25	401,89	460,35	524,34	594,04	678,05
	0,95				68,46	79,07	92,16	106,04	121,25	141,10	161,35	185,39	213,64	246,89	281,91	325,84	370,89	430,01	491,41	565,25	651,01	751,30	860,65
	1,00		57,95	67,89	78,72	90,56	105,59	122,16	141,4	162,60	187,74	219,80	251,37	292,11	337,35	388,86	450,59	517,62	600,10	692,19	803,14	925,14	1061,88
	1,05	56,47	66,12	76,71	89,01	103,54	120,54	140,98	162,65	188,35	220,72	255,97	298,74	345,48	399,32	466,94	537,51	624,62	723,38	840,44	971,98	1129,05	1310,78
	1,10	63,18	73,81	86,28	101,22	118,01	138,78	161,64	187,59	218,99	256,36	299,79	348,04	406,71	476,66	552,19	624,15	749,95	871,39	1020,94	1184,56	1398,83	1603,97
	1,15	71,45	82,80	98,76	113,76	134,28	157,27	183,91	215,11	252,85	295,55	348,28	409,41	477,35	557,98	652,99	758,67	893,48	1044,59	1221,36	1426,71	1672,77	1958,58
	1,20	79,37	92,95	110,15	129,16	151,92	179,27	211,12	247,77	289,60	341,18	402,19	470,39	560,20	655,10	762,83	899,15	1052,07					
1,25	89,47	105,04	124,45	145,68	172,05	202,36	240,48	282,07	330,30	395,17	464,96	543,56	642,03	764,08	893,80	1058,11	1249,14						
1,30	99,43	117,60	139,71	164,44	194,49	231,94	271,81					632,45					1468,19						
1,35	111,94	131,54	157,02	186,01	220,10	263,19	310,11					727,23					1706,22						
1,40	123,94	147,80	175,57	208,93	247,71	296,05	351,74					834,78					1983,58						
1,45	139,23	166,34	196,89	232,79	280,34	333,83	393,59					955,05					2278,35						
1,50	154,46	185,28	220,09	263,86	312,14	377,02	448,83					1093,10					2640,39						

Quadro 4.25 - Tabela auxiliar intermédia de  $ARI_{EC}$  em função dos parâmetros  $h_D$  e  $k_D$  para  $\delta=1$  (Parte 2 de 3)

		$h_D$																					
		4,00	4,50	5,00	5,50	6,00	6,50	7,00	7,50	7,75	8,00	8,25	8,50	8,75	9,00	9,25	9,50	10,00	10,25	10,50	10,75	11,00	11,50
$k_D$	0,25	35,13	42,05	49,21	57,73	66,21	75,66	84,86	94,80	100,02	104,95	110,94	116,90	122,78	128,14	132,88	139,94	151,94	158,14	164,75	171,89	177,80	191,28
	0,30	44,64	54,78	65,95	78,89	92,70	108,07	125,54	144,16	154,88	164,41	175,50	185,05	198,54	209,29	222,60	236,14	262,43	276,89	294,00	309,83	325,66	358,40
	0,35	56,93	72,80	91,18	111,96	136,25	165,01	197,27	233,29	255,85	278,28	301,08	324,26	354,16	381,29	411,75	443,25	520,53	558,81	600,72	646,50	691,27	799,46
	0,40	75,11	98,79	127,24	163,49	207,90	260,86	324,95	406,46	447,88	502,49	551,52	611,85	683,61	757,27	832,82	918,70	1123,69					
	0,45	98,71	136,02	182,64	245,26	324,30	425,17	559,14	730,97	830,85	946,90	1076,92											
	0,50	133,6	189,85	267,86	371,61	518,71	708,14	978,70	1342,06														
	0,55	178,83	266,58	391,00	567,7	831,66	1199,17	1743,06	2503,16														
	0,60	240,39	373,40	578,34	873,97	1346,59	2023,17	3116,19	4679,01														
	0,65	327,68	522,34	838,49	1343,51	2136,37	3402,59	5383,77	8602,68														
	0,70	440,38	731,29	1216,92	2021,77	3402,63	5627,04	9413,94	15507,09														
	0,75	583,88	1012,01	1752,16	3008,89	5266,76	9092,03	16000,84	27433,82														
	0,80	776,48	1388,16	2514,62	4532,89	8064,04	14488,35	26386,46	!														
	0,85	1012,47	1894,83	3496,97	6576,81	12306,03	22933,65	!	!														
	0,90	1317,99	2535,30	4975,47	9390,60	18152,59	!	!	!														
	0,95	1719,28	3381,29	6733,96	13364,73	!	!	!	!														
	1,00	2185,45	4458,35	9042,34	18576,04	!	!	!	!														
	1,05																						
1,10																							
1,15																							
1,20																							
1,25																							
1,30																							
1,35																							
1,40																							
1,45																							
1,50																							

Quadro 4.26 - Tabela auxiliar intermédia de  $ARL_{EC}$  em função dos parâmetros  $h_D$  e  $k_D$  para  $\delta=1$  (Parte 3 de 3)

		$h_D$																								
		12	12,5	13	13,5	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34
$k_D$	0,25	204,2	218,27	234,2	249	263,95	292,37	324,27	358,1	392,9	426,93	462,48	499,16	536,27	575,37	612,3	654,16	686,28	735,31	776,9	815,15	858,66	899,08	941,18	984,64	1030,69
	0,3	395,6	433,33	476,13	518,86	568,49	667,69	782,11	913,82	1057,06	1213,25															
	0,35	920,21	1047,3	1196,93	1378,92	1559,74																				
	0,4																									
	0,45																									
	0,5																									
	0,55																									
	0,6																									
	0,65																									
	0,7																									
	0,75																									
	0,8																									
	0,85																									
	0,9																									
	0,95																									
	1																									
	1,05																									
	1,1																									
	1,15																									
	1,2																									
1,25																										
1,3																										
1,35																										
1,4																										
1,45																										
1,5																										









Legenda:	
	: Células referentes a valores adicionais
	: Células referentes a valores calculados na Fase I e utilizados nas Fases seguintes
	: Células referentes a valores cujo o cálculo não foi necessário
	: Células referentes a valores que não se conseguiu calcular na Fase I e por isso ignorados nas Fases seguintes
	: Células referentes a valores calculados na Fase I, mas ignorados para as Fases seguintes
	: Células referentes a valores adicionais calculados, mas que serão ignorados nas Fases seguintes
 + 	: Células cujos os valores são considerados para as Fases seguintes

Figura 4.13 - Legenda referente às tabelas auxiliar intermédias construídas na Fase II

#### 4.2.5. Desenvolvimento da FCSCE - Fase III

Nesta fase de procedimento pretende-se determinar  $h_C$  e  $h_D$  para um dado  $ARL_{EC}$  e para  $k_C$  e  $k_D$ , considerando mais uma vez os dois estudos de detecção inerentes ao procedimento de concepção da ferramenta computacional em questão.

Mais uma vez existe a necessidade de concepção de um algoritmo em ambiente matlab capaz de gerar os valores pretendidos.

Tal como referido anteriormente, esta Fase III consiste na determinação, por um método de aproximações sucessivas, dos valores de  $h_C$  e  $h_D$  adequados, de modo a que estes garantam o  $ARL_{EC}$  desejado.

A lógica de desenvolvimento do algoritmo baseia-se num método numérico de aproximações sucessivas conhecido de forma generalizada como método de Newton-Raphson.

Este método tem como objectivo determinar um ou mais valores numéricos, que são soluções de um dado problema, conduzindo a soluções aproximadas.

Este método é considerado por muitos estudiosos como o método mais adequado a encontrar sucessivas aproximações de raízes ou zeros de uma determinada função real, havendo naturalmente um erro associado pelo facto de não resultarem valores exactos, mas sim aproximados.

Seguindo a mesma lógica apresentada na Fase I e de modo a se perceber mais facilmente quais as variáveis em jogo nesta fase do procedimento e conseqüente o tipo de algoritmo a desenvolver, encontra-se exposto abaixo um diagrama de blocos que identifica através de representação sistémica o programa desenvolvido nesta fase.

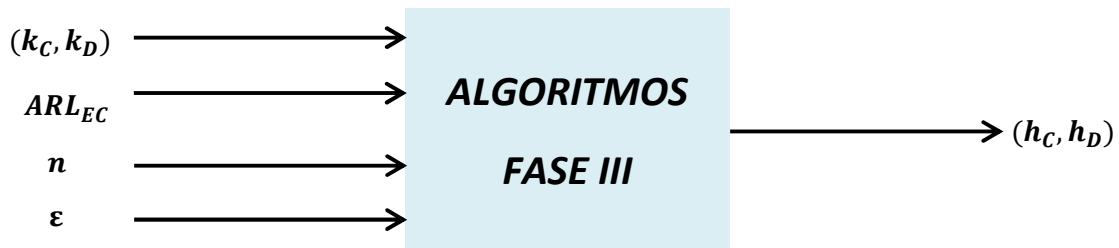


Figura 4.14 - Representação sistémica sob a forma de diagrama de blocos dos algoritmos a desenvolver na Fase III

#### 4.2.5.1. Definição das variáveis de entrada

##### Detecção de aumentos na variância do processo

- ❖  $k_C = [0,001; 0,050; 0,100; 0,150; 0,200; 0,250; 0,300; 0,350; 0,400; 0,450; 0,500; 0,550; 0,600; 0,650; 0,700; 0,750; 0,800; 0,850; 0,900; 0,950; 1,000] \rightarrow \text{Total}=21 \text{ valores}$
- ❖  $ARL_{EC} = [100; 250; 370; 500; 1000] \rightarrow \text{Total}=5 \text{ valores}$

##### Detecção de decréscimos na variância do processo

- ❖  $k_D = [0,25; 0,30; 0,35; 0,40; 0,45; 0,50; 0,55; 0,60; 0,65; 0,70; 0,75; 0,80; 0,85; 0,90; 0,95; 1,00; 1,05; 1,10; 1,15; 1,20; 1,25] \rightarrow \text{Total}=21 \text{ valores}$
- ❖  $ARL_{EC} = [100; 250; 370; 500; 1000] \rightarrow \text{Total}=5 \text{ valores}$

##### Dimensão de amostra

- ❖  $n = 5$

### Erro

$$\diamond \varepsilon = 2$$

Tal como na Fase I a definição dos valores referentes às variáveis de entrada para esta fase do procedimento, seguiu naturalmente um critério de escolha lógico.

Relativamente aos valores de  $k_C$  e  $k_D$  estes foram definidos considerando os valores obtidos e compilados nas tabelas auxiliares intermédias da Fase II. Verificou-se quais os valores considerados válidos para as fases seguintes do procedimento e retirou-se dessas tabelas a gama de valores de  $k_C$  e  $k_D$  que originavam esses mesmos valores (consultar Figura 4.12).

Em relação aos valores de  $ARL_{EC}$  o objectivo passava por definir um conjunto alargado de valores. No entanto e por questões de tempo associadas à geração de resultados por parte dos algoritmos decidiu definir-se uma gama de valores não muito vasta, mas adequada à implementação de um *SPC*, resultando desta decisão os valores acima exposto para o estudo de aumentos e de decréscimos na variância do processo.

No que concerne à dimensão de amostra definiu-se mais uma vez o valor de dimensão de amostra 5 como adequado, sendo esta dimensão de amostra transversal a todo o procedimento de desenvolvimento da FCSCE. Definiu-se igualmente um valor de dispersão do processo igual a 1, tal como é objectivo nesta fase do procedimento.

Por fim definiu-se um valor para o erro entre  $ARL_{EC}$  que se pretende e o  $ARL$  simulado ( $ARL_{simul}$ ) de modo a se ter uma forma de aceitar um determinado  $ARL$  simulado se este estiver próximo o suficiente do  $ARL_{EC}$  pretendido. O valor de 2 para o erro foi escolhido como sendo um valor que assegura um bom compromisso entre o tempo de simulação e grau de fidelidade satisfatório para o  $ARL$ .

#### 4.2.5.2. Algoritmo desenvolvido

Como se consideram dois estudos de detecção de alterações na variância a realizar, então o procedimento de desenvolvimento do algoritmo inerente a esta Fase III será, novamente, dividido em duas partes distintas. Mais uma vez, a cada um destes casos estará associado um algoritmo desenvolvido em linguagem M-código.

Em seguida apresentam-se os fluxogramas relativos aos algoritmos desenvolvidos para esta fase do procedimento.

Cada um dos fluxogramas expostos em seguida exemplifica o cálculo de  $h_C$  e  $h_D$  em função dos pares  $(ARL_{EC}, k_C)$  e  $(ARL_{EC}, k_D)$  respectivamente.

Deste modo e considerando os dois estudos de detecção tem-se:

- $(h_C, k_{Ci}, ARL_{EC} j)$  com  $i$ =índices de  $k_C$  e  $j$ =índices de  $ARL_{EC}$  para a detecção de aumentos na variância do processo.
- $(h_D, k_{Di}, ARL_{EC} j)$  com  $i$ =índices de  $k_D$  e  $j$ =índices de  $ARL_{EC}$  para a detecção de decréscimos na variância do processo.

O procedimento de cálculo  $h_C$  e de  $h_D$  é invocado para cada uma das combinações de  $(k_i, ARL_{EC} j)$ . Como tal, é invocado  $i \times j$  vezes quer para a detecção de aumentos na variância do processo, quer para a detecção de decréscimos na mesma

**Quadro 4.27 - Número de vezes que os algoritmos são invocados para concluir com sucesso a Fase III do procedimento**

Nº de Invocações ( $i \times j$ )	
Aumentos	Decréscimos
105	105

**Detecção de aumentos na variância do processo**

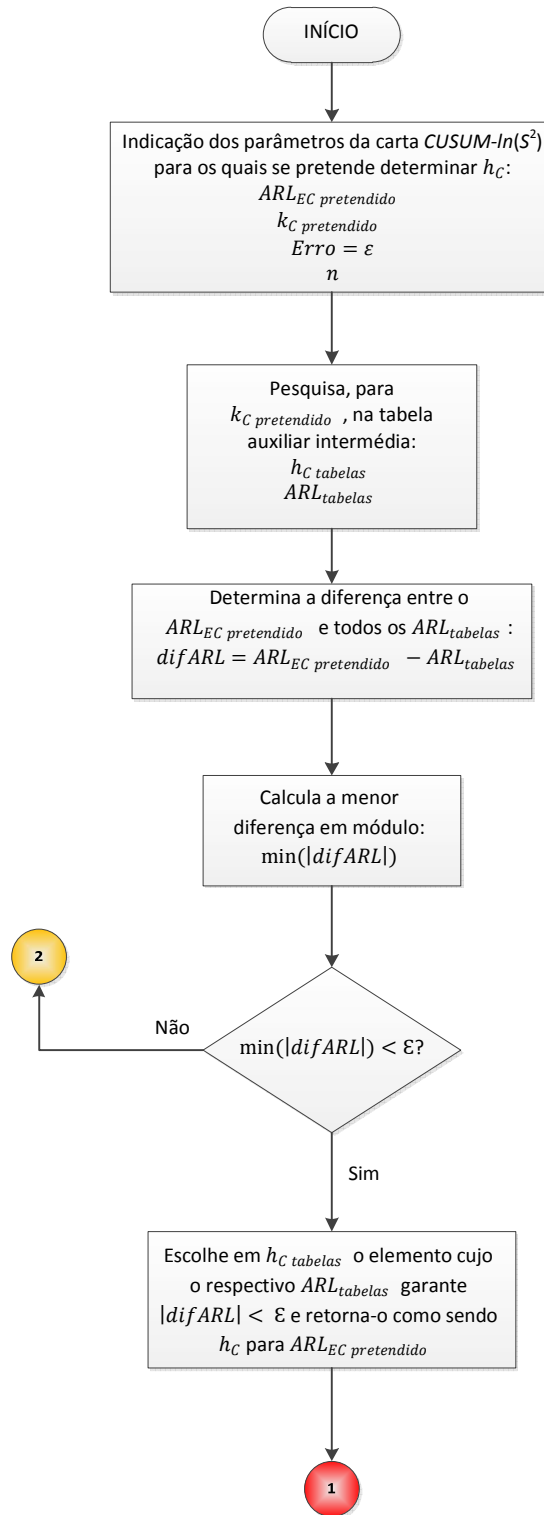


Figura 4.15 - Fluxograma do algoritmo desenvolvido para a determinação de  $h_C$ , dado  $k_C$  e  $ARL_{EC}$ , através do método de aproximações sucessivas de Newton-Raphson – Fase III (Parte 1 de 3)

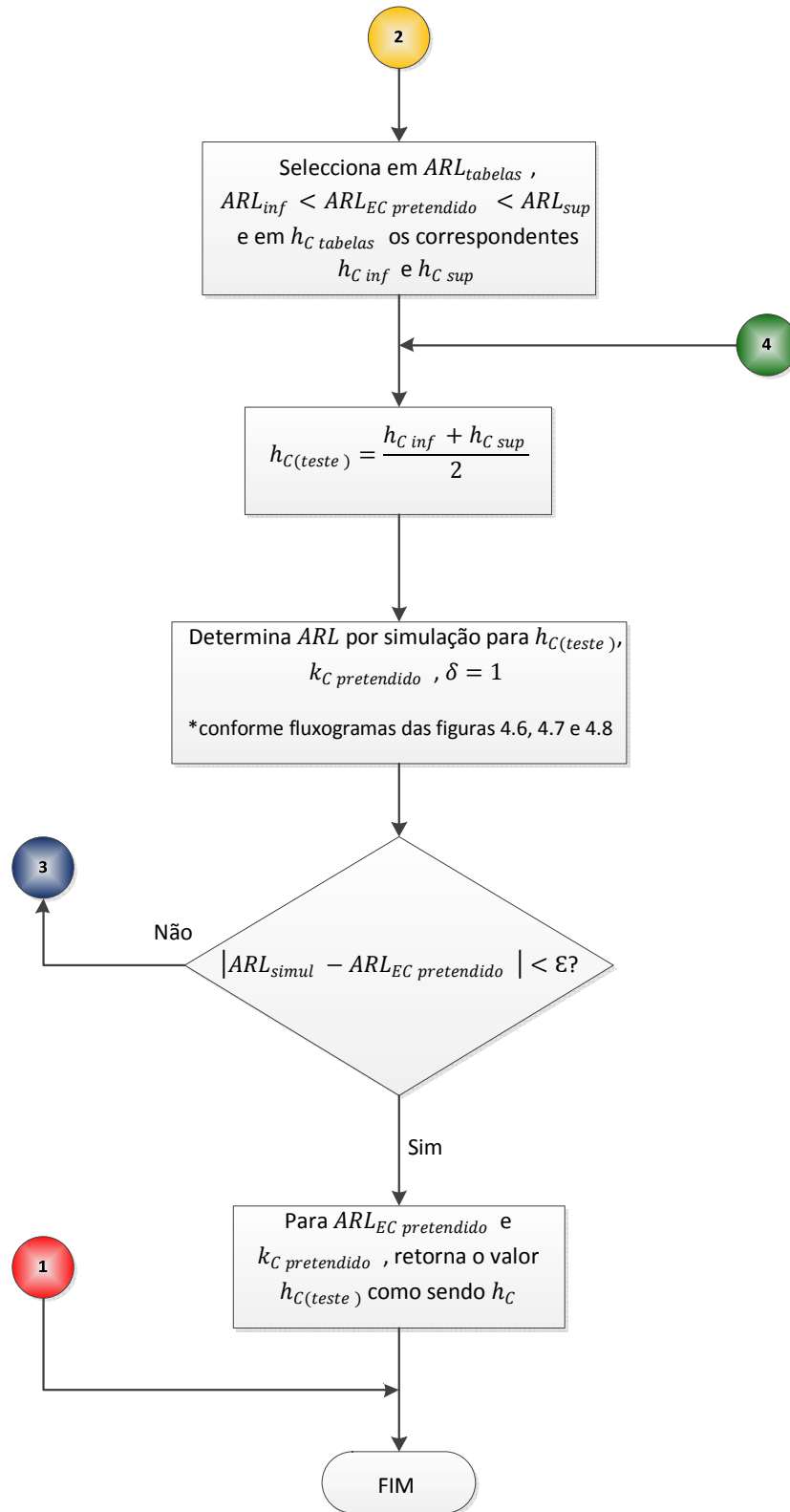


Figura 4.16 - Fluxograma do algoritmo desenvolvido para a determinação de  $h_C$ , dado  $k_C$  e  $ARL_{EC}$ , através do método de aproximações sucessivas de Newton-Raphson – Fase III (Parte 2 de 3)

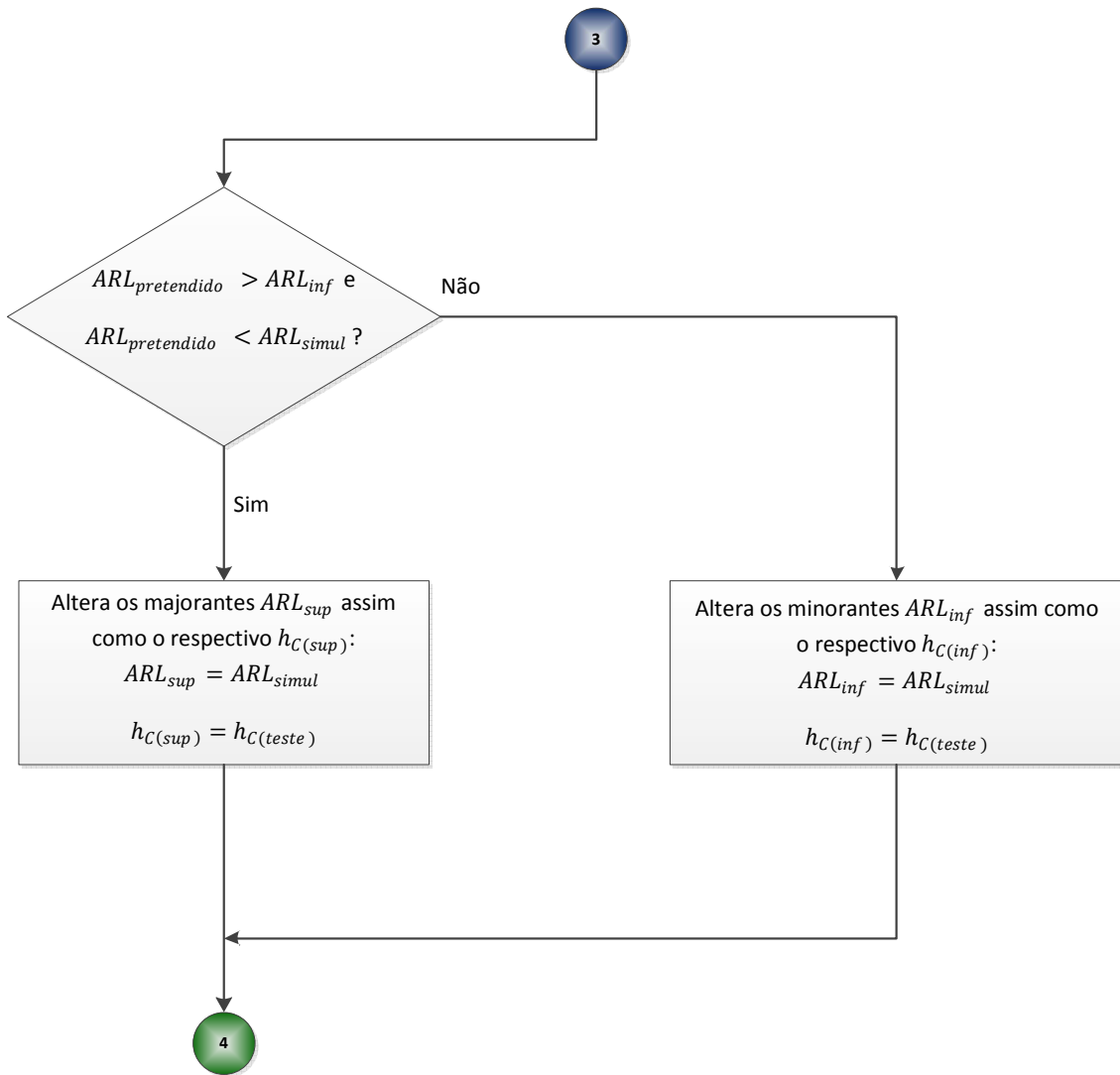


Figura 4.17 - Fluxograma do algoritmo desenvolvido para a determinação de  $h_C$ , dado  $k_C$  e  $ARL_{EC}$ , através do método de aproximações sucessivas de Newton-Raphson – Fase III (Parte 3 de 3)

**Detecção de decréscimos na variância do processo**

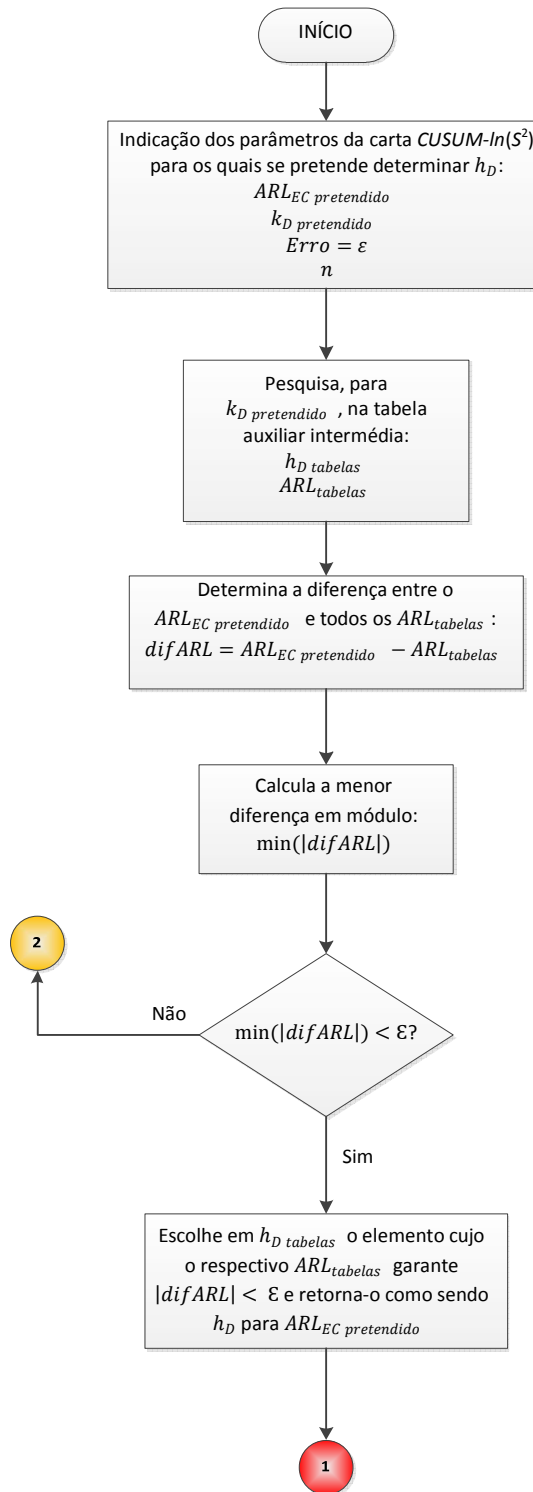


Figura 4.18 - Fluxograma do algoritmo desenvolvido para a determinação de  $h_D$ , dado  $k_D$  e  $ARL_{EC}$ , através do método de aproximações sucessivas de Newton-Raphson – Fase III (Parte 1 de 3)

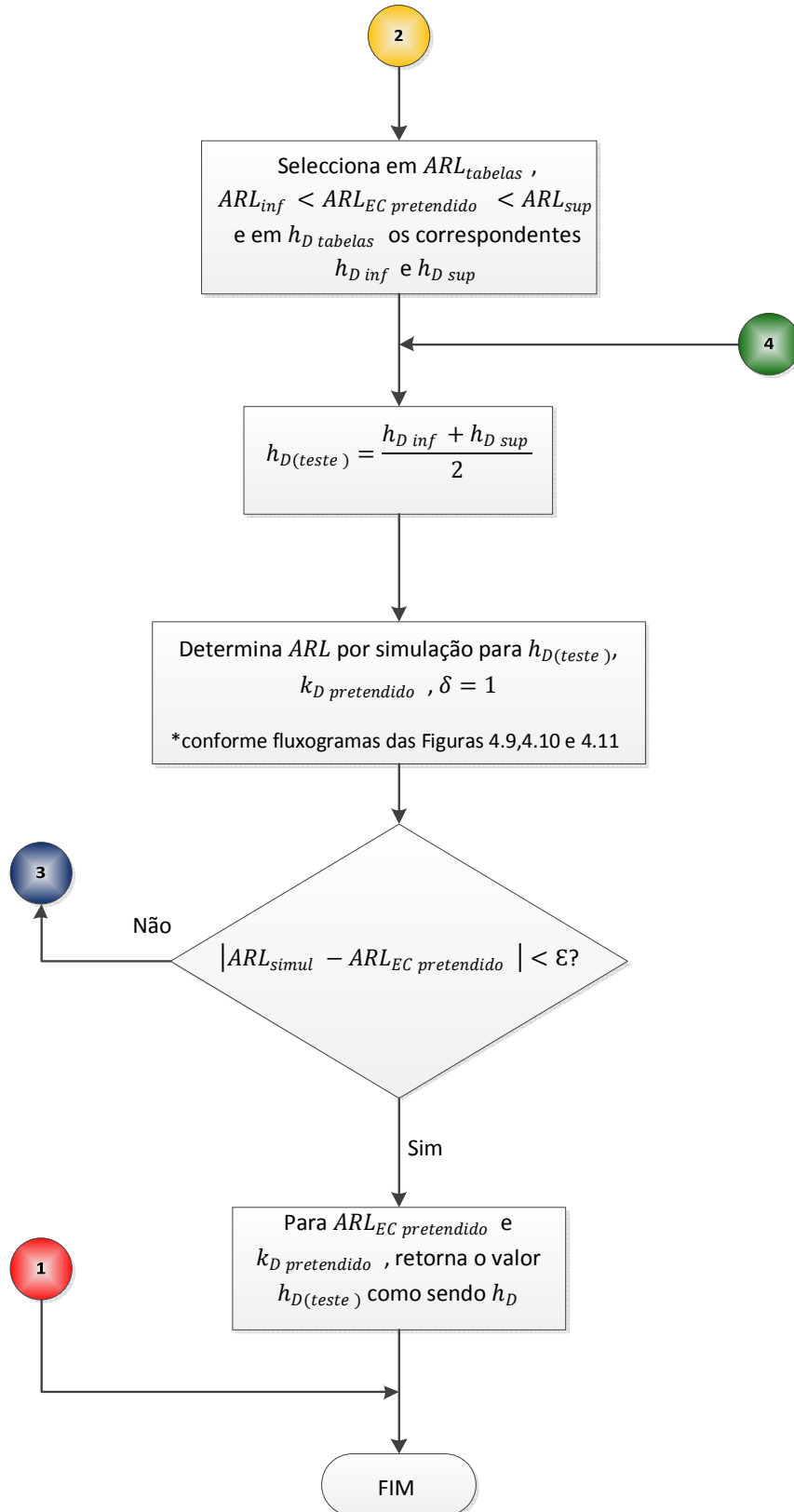


Figura 4.19 - Fluxograma do algoritmo desenvolvido para a determinação de  $h_D$ , dado  $k_D$  e  $ARL_{EC}$ , através do método de aproximações sucessivas de Newton-Raphson – Fase III (Parte 2 de 3)

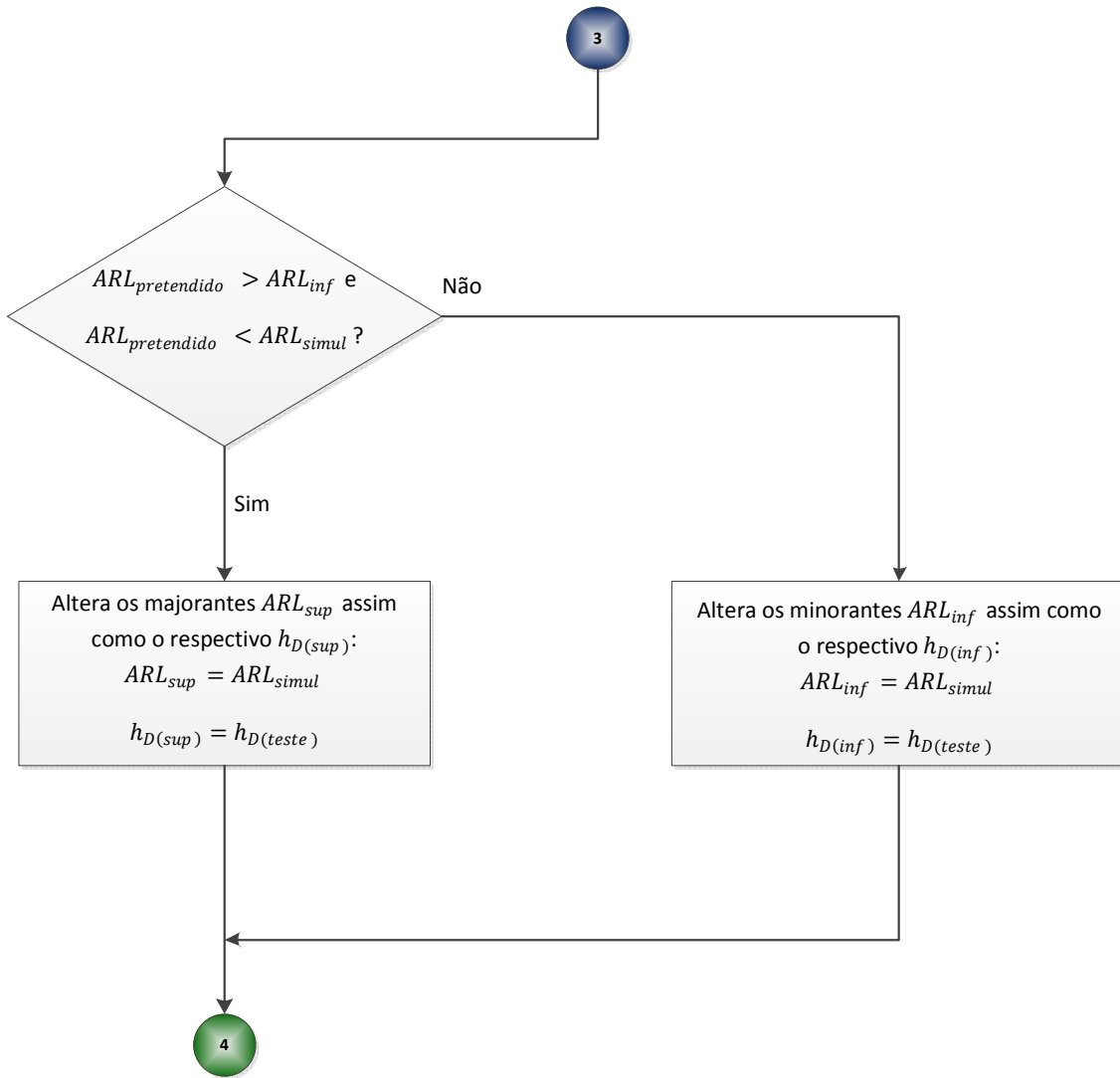


Figura 4.20 - Fluxograma do algoritmo desenvolvido para a determinação de  $h_D$ , dado  $k_D$  e  $ARL_{EC}$ , através do método de aproximações sucessivas de Newton-Raphson – Fase III (Parte 3 de 3)

Dada a complexidade dos algoritmos desenvolvidos nesta Fase III explica-se em seguida o funcionamento destes através de dois exemplos que reflectem toda a lógica de funcionamento subjacente aos mesmos.

De referir que embora os dois exemplos que se apresentam em seguida se referirem ao estudo de detecção de aumentos na variância do processo o raciocínio subjacente a estes é idêntico para o estudo de detecção de decréscimos na variância do processo, sendo os exemplos em causa concretos, mas exemplificativos da lógica de funcionamento dos algoritmos para ambos os estudos.

**Exemplo I**

**Objectivo:** Determinação do valor de  $h_C$  correspondente às entradas  $(ARL_{EC}; k_C) = (100; 0,45)$

Seguindo o fluxograma e considerando os parâmetros da carta  $CUSUM-\ln(S^2)$  pretendidos neste exemplo, tem-se:

$$ARL_{EC \text{ pretendido}} = 100$$

$$k_C \text{ pretendido} = 0.45$$

Sendo igualmente definidos a dimensão de amostra, assim como um erro associado ao  $ARL$  que se pretende e o  $ARL$  simulado. Existe a necessidade de se definir um valor para o erro existente entre o  $ARL_{EC \text{ pretendido}}$  e o  $ARL$  simulado ( $ARL_{simul}$ ), sendo esta uma condição de paragem na iteração de aproximações sucessivas sempre que se chegue a um resultado suficientemente próximo do pretendido.

$$n = 5$$

$$\text{Erro} = \varepsilon = 2$$

Na tabela auxiliar intermédia relativa à detecção de aumentos na variância do processo, o programa pesquisa, para  $k_C \text{ pretendido}$ , os valores relativos a  $h_C \text{ tabelas}$  e  $ARL_{tabelas}$ .

Em seguida o programa calcula a diferença entre cada um dos elementos de  $ARL_{tabelas}$  e o  $ARL_{EC \text{ pretendido}}$  ( $difARL$ ). De seguida, o algoritmo procede ao cálculo do módulo de todas estas diferenças ( $|difARL|$ ).

Tal como referido anteriormente a definição de um valor para o erro existente entre o  $ARL_{EC \text{ pretendido}}$  e o  $ARL$  simulado ( $ARL_{simul}$ ), representa uma condição de paragem na iteração de aproximações sucessivas sempre que se chegue a um resultado suficientemente próximo do pretendido.

O quadro 4.28 resume as operações acima descritas. Constata-se através da análise do mesmo, que para  $h_C=0,900$  e  $ARL_{tabelas}=100,580$  difere menos que 2 do  $ARL_{EC \text{ pretendido}}$  de 100. Ou seja, para  $h_C=0,900$  e  $ARL_{tabelas}=100,580$  o valor referente a  $|difARL|$  é menor que  $\varepsilon$ .

Deste modo o programa retorna, para um  $ARL_{EC}$  pretendido de 100 e para um  $k_C$  pretendido de 0,45, um valor de  $h_C=0,900$ , não havendo lugar a qualquer iteração pelo método numérico de aproximações sucessivas de Newton-Raphson.

**Quadro 4.28 - Tabela resumo das várias operações de cálculo subjacentes ao algoritmo desenvolvido na Fase III para um  $k_C=0,45$**

	$h_C$												
	0,850	0,900	0,950	1,000	1,050	1,100	1,150	1,200	1,250	1,300	1,400	1,500	1,625
$ARL_{tabelas}(k_C = 0,45)$	83,080	100,580	122,320	148,340	177,170	213,360	258,190	310,480	376,210	448,300	637,500	914,390	1435,920
$ARL_{EC}$ pretendido	100,000	100,000	100,000	100,000	100,000	100,000	100,000	100,000	100,000	100,000	100,000	100,000	100,000
$difARL$	16,920	-0,580	-22,320	-48,340	-77,170	-113,360	-158,190	-210,480	-276,210	-348,300	-537,500	-814,390	-1335,920
$ difARL $	16,920	0,580	22,320	48,340	77,170	113,360	158,190	210,480	276,210	348,300	537,500	814,390	1335,920

### Exemplo II

**Objectivo:** Determinação do valor de  $h_C$  correspondente às entradas  $(ARL_{EC}; k_C) = (100; 0,001)$ .

Seguindo o fluxograma e considerando os parâmetros da carta  $CUSUM-In(S^2)$  pretendidos neste exemplo, tem-se:

$$ARL_{EC} \text{ pretendido} = 100$$

$$k_C \text{ pretendido} = 0.001$$

Seguindo um raciocínio análogo ao anteriormente apresentado no exemplo I pode-se resumir as diversas operações realizadas através do quadro 4.29.

Analisando o quadro em causa constata-se que nenhuma das diferenças em módulo ( $|difARL|$ ) é inferior a  $\varepsilon = 2$ . Deste modo o programa vai encaminhar estes dados para o método de aproximações sucessivas começando-se por seleccionar o valor que apresente menor ( $|difARL|$ ) que neste caso é 10,880.

**Quadro 4.29 - Tabela resumo das várias operações de cálculo subjacentes ao algoritmo desenvolvido na Fase III para um  $k_c=0,001$**

	$h_c$														
	2,500	2,750	3,000	3,250	3,500	3,750	4,000	4,100	4,200	4,300	4,400	4,500	4,600	4,700	4,800
$ARL_{tabelas}(k_c = 0,001)$	89,120	118,260	156,360	204,010	269,740	348,590	456,670	506,140	559,200	621,840	686,280	771,530	849,800	942,870	1035,350
$ARL_{EC\ pretendido}$	100,000	100,000	100,000	100,000	100,000	100,000	100,000	100,000	100,000	100,000	100,000	100,000	100,000	100,000	100,000
$difARL$	10,880	-18,260	-56,360	-104,010	-169,740	-248,590	-356,670	-406,140	-459,200	-521,840	-586,280	-671,530	-749,800	-842,870	-935,350
$ difARL $	10,880	18,260	56,360	104,010	169,740	248,590	356,670	406,140	459,200	521,840	586,280	671,530	749,800	842,870	935,350

O  $ARL$  mais próximo do que se pretende é portanto correspondente à posição de  $|difARL|$  igual a 10,880. Assim o programa vai enquadrar o  $ARL_{EC\ pretendido}$  de tal forma que:

$$ARL_{inf} < ARL_{EC\ pretendido} < ARL_{sup}$$

$$89,120 < 100 < 118,260$$

A que corresponde,

$$h_{C\ inf} < h_{C(teste)} < h_{C\ sup}$$

$$2,500 < h_{C(teste)} < 2,750$$

Dá-se início ao método de aproximações sucessivas, procedendo-se ao cálculo de  $h_{C(teste)}$ :

$$h_{C(teste)} = \frac{h_{C\ inf} + h_{C\ sup}}{2} = \frac{2,500 + 2,750}{2} = 2,625$$

De seguida e considerando  $h_{C(teste)}=2,625$ ,  $k_{C\ pretendido} = 0,001$  e  $\delta_C=1$  determina-se, por simulação e através do algoritmo desenvolvido na Fase I, o  $ARL$  ( $ARL_{simul}$ ) sendo retornado pelo código um determinado valor de  $ARL_{simul}$ .

Compara-se o valor retornado com o  $ARL_{EC\ pretendido}$  e se em módulo diferirem menos que  $\varepsilon$  (neste caso 2), então considera-se o  $ARL_{simul}$  suficientemente próximo de  $ARL_{EC\ pretendido}$  e portanto  $h_{C(teste)}=h_C$ .

Se por outro lado  $|ARL_{simul} - ARL_{EC\ pretendido}| > \varepsilon$  então o programa procede ao ajustamento dos minorantes ou majorantes.

Neste caso em concreto foi retornado um valor de  $ARL_{simul} = 102,9404$ . Constata-se que este valor quando em comparação com  $ARL_{EC\ pretendido}$  difere em módulo mais que o referência de erro.

Deste modo o programa procede a uma nova iteração através da determinação de um novo  $h_{C(teste)}$  relativo ao ajustamento dos majorantes de  $ARL_{EC\ pretendido}$  e de  $h_{C(teste)}$ , sendo retornado em seguida por simulação de um novo  $ARL$  com o valor de 96,3268.

Este novo  $ARL_{simul}$  ainda não cumpre com a especificação  $|ARL_{simul} - ARL_{EC\ pretendido}| < \varepsilon$  e portanto não será considerado suficientemente próximo de  $ARL_{EC\ pretendido}$  e portanto  $h_{C(teste)}$  é diferente de  $h_C$ .

De referir que o programa repete este procedimento quantas iterações forem necessárias para assegurar que o  $ARL_{simul}$  é suficientemente próximo de  $ARL_{EC\ pretendido}$ . Quando a especificação  $|ARL_{simul} - ARL_{EC\ pretendido}| < \varepsilon$  é cumprida para-se as iterações e o  $h_{C(teste)}$  referente a essa iteração é considerado válido e portanto igual a  $h_C$ .

O quadro 4.30 e a figura 4.20, que se apresentam em seguida, resumem as várias iterações necessárias para se atingir um resultado de  $h_C$  válido para um  $ARL_{EC\ pretendido}$  de 100 e um  $k_C\ pretendido$  de 0,001.

**Quadro 4.30 – Resumo do número de iterações realizadas pelo método das aproximações sucessivas para  $k_C=0,001$  e  $ARL_{EC\ pretendido} = 100$**

	Enquadrar $ARL_{EC\ pretendido}$	Enquadrar $h_C\ pretendido$	Teste	Simulação	Condição de paragem
	$ARL_{inf} < ARL_{EC\ pretendido} < ARL_{sup}$	$h_{C\ inf} < h_{C\ pretendido} < h_{C\ sup}$	$h_{C(teste)}$	$ARL_{simul}$	$ ARL_{simul} - ARL_{EC\ pretendido}  < \varepsilon ?$
1ª iteração	$89,120 < ARL_{EC\ pretendido} < 118,260$	$2,500 < h_{C\ pretendido} < 2,750$	2,6250	102,9404	Não (Ajustar Majorantes)
2ª iteração	$89,1200 < ARL_{EC\ pretendido} < 102,9404$	$2,5000 < h_{C\ pretendido} < 2,6250$	2,5625	96,3268	Não (Ajustar Minorantes)
3ª iteração	$96,3268 < ARL_{EC\ pretendido} < 102,9404$	$2,5625 < h_{C\ pretendido} < 2,6250$	2,5938	99,8854	Sim (STOP)



#### 4.2.5.3. Resultados Finais

Aplicando o algoritmo descrito nos fluxogramas anteriormente apresentados (figuras 4.14 até 4.19) e considerando as variáveis de entrada definidas previamente, obtêm-se os resultados finais referentes à carta  $CUSUM-\ln(S^2)$  sob duas formas distintas para os dois estudos de detecção inerentes a este projecto de dissertação.

A saber:

- ❖ Tabelas de resultados de  $h_C, h_D$  em função de  $ARL_{EC}$  pretendido e de  $k_C, k_D$  respectivamente.
- ❖ Ábacos para a determinação dos parâmetros de  $(k_C, h_C)$  e  $(k_D, h_D)$ .

De referir que os ábacos são o resultado directo das tabelas de resultados de  $h_C, h_D$  em função de  $ARL_{EC}$  pretendido e de  $k_C, k_D$ .

Assim sendo, em seguida apresentam-se os resultados referentes a esta Fase III sob as duas formas distintas evidenciadas acima.

4.2.5.3.1. Tabelas de Resultados

❖ *Detecção de aumentos na variância do processo*

Quadro 4.31 – Tabela de  $h_C$  em função de  $k_C$  e  $ARL_{EC}$

		$k_C$																				
		0,001	0,050	0,100	0,150	0,200	0,250	0,300	0,350	0,400	0,450	0,500	0,550	0,600	0,650	0,700	0,750	0,800	0,850	0,900	0,950	1,000
$ARL_{EC}$	100	2,5938	2,2656	2,0000	1,7500	1,5625	1,3750	1,2375	1,1000	1,0000	0,9000	0,8125	0,7375	0,6625	0,5938	0,5313	0,4750	0,4156	0,3625	0,3063	0,2562	0,2000
	250	3,4375	2,9688	2,5781	2,2656	2,0000	1,7734	1,5820	1,4125	1,2687	1,1406	1,0313	0,9344	0,8500	0,7719	0,7000	0,6359	0,5750	0,5156	0,4594	0,4047	0,3531
	370	3,8125	3,2734	2,8438	2,4844	2,1963	1,9453	1,7344	1,5488	1,3859	1,2484	1,1266	1,0219	0,9281	0,8437	0,7703	0,7000	0,6375	0,5766	0,5184	0,4625	0,4094
	500	4,0938	3,5156	3,0391	2,6602	2,3438	2,0742	1,8516	1,6523	1,4797	1,3328	1,1984	1,0867	0,9867	0,8992	0,8219	0,7484	0,6828	0,6219	0,5625	0,5062	0,4516
	1000	4,7609	4,0661	3,5098	3,0598	2,6875	2,3789	2,1152	1,8906	1,6952	1,5234	1,3750	1,2414	1,1265	1,0250	0,9375	0,8573	0,7844	0,7196	0,6577	0,5994	0,5426

❖ *Detecção de decréscimos na variância do processo*

Quadro 4.32 - Tabela de  $h_D$  em função de  $k_D$  e  $ARL_{EC}$

		$k_D$																				
		0,250	0,300	0,350	0,400	0,450	0,500	0,550	0,600	0,650	0,700	0,750	0,800	0,850	0,900	0,950	1,000	1,050	1,100	1,150	1,200	1,250
$ARL_{EC}$	100	7,7500	6,2500	5,2500	4,5000	4,0000	3,6250	3,3000	3,0250	2,8000	2,6000	2,4500	2,3000	2,1750	2,0500	1,9500	1,8625	1,7750	1,7000	1,6000	1,5375	1,4750
	250	13,5000	9,7500	7,6875	6,4063	5,5469	4,9063	4,4219	4,0313	3,7188	3,4625	3,2375	3,0625	2,9000	2,7375	2,6125	2,5000	2,3875	2,2875	2,1938	2,1125	2,0250
	370	17,3750	11,6875	8,8750	7,2969	6,2500	5,5000	4,9297	4,4844	4,1406	3,8359	3,5898	3,3844	3,2000	3,0375	2,9000	2,7687	2,6500	2,5406	2,4438	2,3500	2,2592
	500	21,0000	13,2813	9,8750	7,9922	6,7813	5,9489	5,3203	4,8398	4,4531	4,1250	3,8593	3,6328	3,4375	3,2687	3,1125	2,9750	2,8484	2,7375	2,6313	2,5313	2,4453
	1000	33,2500	17,5938	12,3125	9,6914	8,1094	7,0313	6,2500	5,6558	5,1836	4,8017	4,4844	4,2168	3,9902	3,7852	3,6167	3,4582	3,3125	3,1871	3,0715	2,9688	2,8656

4.2.5.4.2. Ábacos para determinação de parâmetros específicos

❖ *Detecção de aumentos na variância do processo*

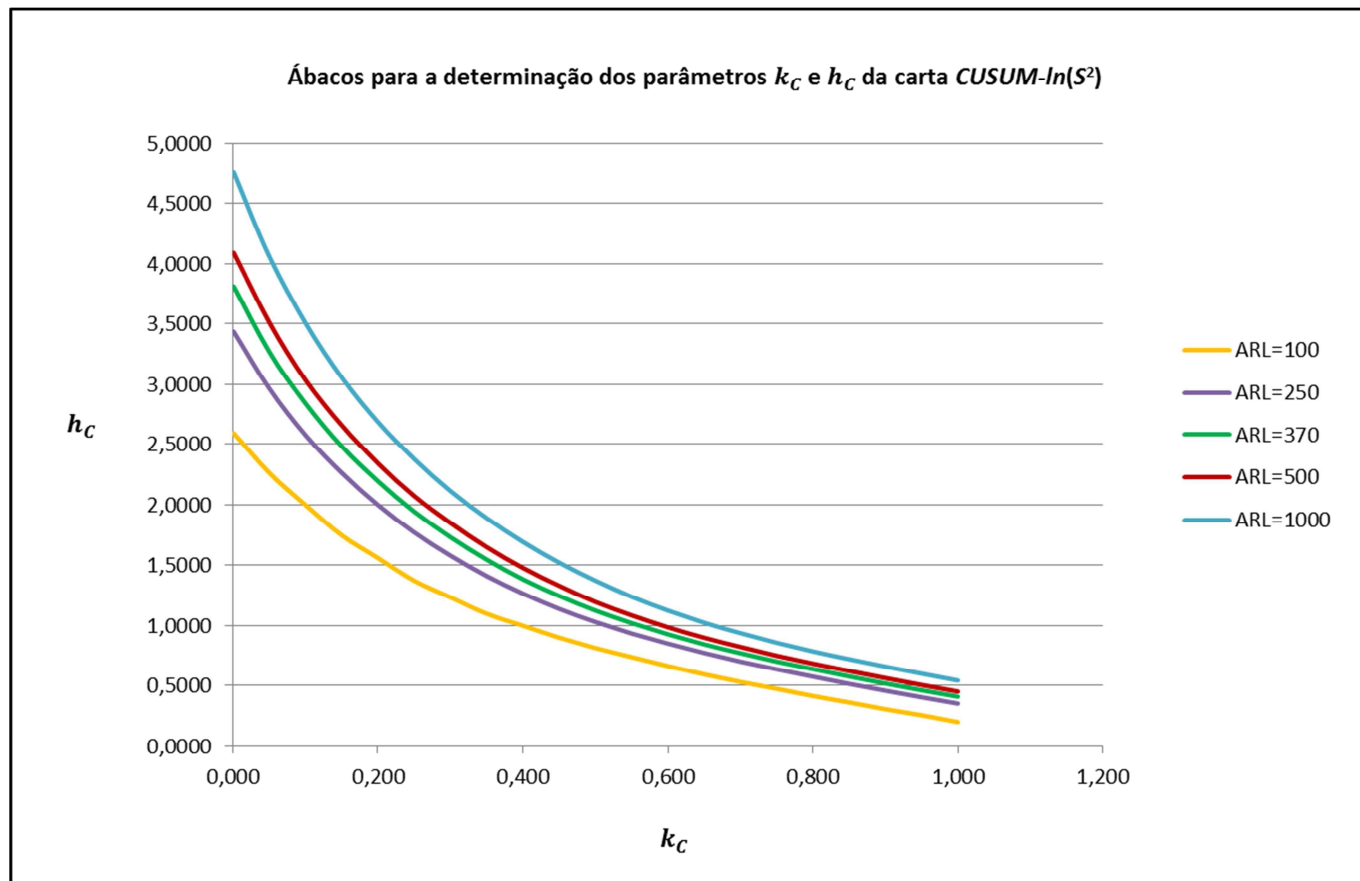


Figura 4.22 - Valores de  $k_C$  e  $h_C$  referentes à carta  $CUSUM-\ln(S^2)$ , em função de diferentes  $ARL_{EC}$

❖ *Detecção de decréscimos na variância do processo*

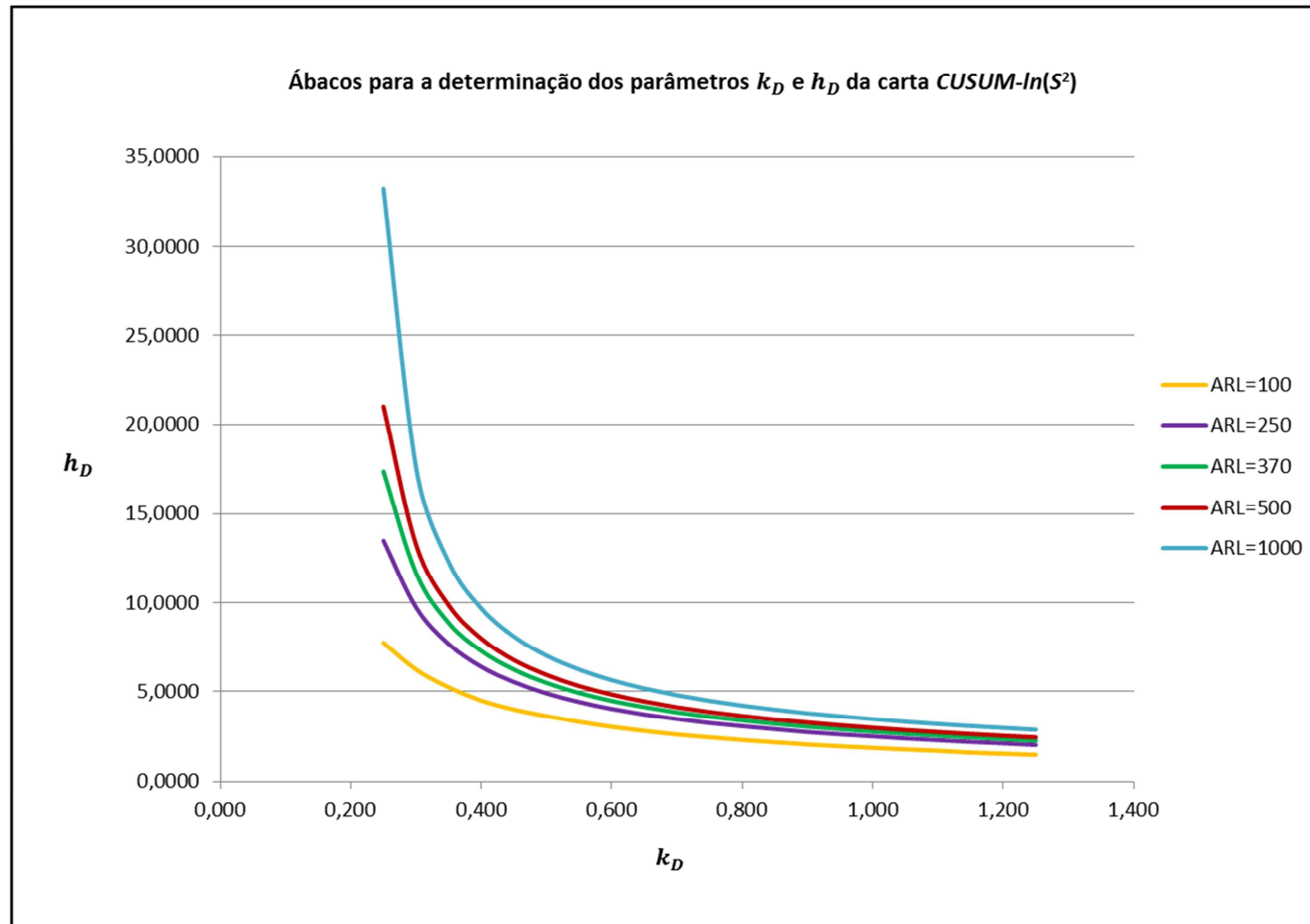


Figura 4.23 - Valores de  $k_D$  e  $h_D$  referentes à carta  $CUSUM-\ln(S^2)$ , em função de diferentes  $ARL_{EC}$

#### 4.2.6. Desenvolvimento da FCSCE - Fase IV

Esta fase IV do procedimento pressupõe uma análise de sensibilidade na qual se obtém as tabelas de resultados finais de  $ARL_{FC}$  a partir de  $h$  e  $k$  fazendo variar  $\delta$ , assim como os ábacos complementares a estas tabelas, através da concepção de um algoritmo específico para cada um dos estudos de detecção considerados na presente dissertação.

Esta análise de sensibilidade consiste em considerar os pares ordenados  $(k_C, h_C)$  para o estudo de detecção de aumentos na variância do processo e  $(k_D, h_D)$  para o estudo de detecção de decréscimos na variância do processo que produzem determinado  $ARL_{EC}$ , e que se encontram presentes nos quadros 4.31 e 4.32 respectivamente, simulando novamente para cada um desses pares um novo valor de  $ARL$  para uma determinada gama de valores de  $\delta_C$  e  $\delta_D$  que se encontra apresentada em seguida. Em seguida e após análise dos valores gerados na tabela avança-se para a análise de sensibilidade propriamente dita, escolhendo para cada um dos  $\delta \neq 1$ , o  $ARL_{FC}$  mínimo simulado, para o qual os respectivos  $k_C, h_C$  ou  $k_D, h_D$  são óptimos.

##### 4.2.6.1. Definição das variáveis de entrada

###### Detecção de aumentos na variância do processo

- ❖  $k_C$  e  $h_C$ : O algoritmo concebido em ambiente matlab carrega as tabelas referentes ao quadro 4.31;
- ❖  $ARL_{EC} = [100; 250; 370; 500; 1000]$
- ❖  $\delta_C = [1,00; 1,10; 1,20; 1,30; 1,40; 1,50; 1,75; 2,00]$

###### Detecção de decréscimos na variância do processo

- ❖  $k_D$  e  $h_D$ : O algoritmo concebido em ambiente matlab carrega as tabelas referentes ao quadro 4.32;
- ❖  $ARL_{EC} = [100; 250; 370; 500; 1000]$

$$\diamond \delta_D = [1,00; 0,90; 0,80; 0,70; 0,60; 0,50]$$

#### Dimensão de amostra

$$\diamond n = 5$$

#### **4.2.6.2. Algoritmo desenvolvido**

Mais uma vez consideram-se os dois estudos de detecção de pequenas e moderadas alterações na dispersão do processo, pelo que também nesta fase, o procedimento de concepção dos algoritmos, será dividido em duas partes distintas.

Em seguida apresentam-se os fluxogramas relativos aos algoritmos desenvolvidos para esta fase do procedimento.

Cada um dos fluxogramas expostos em seguida exemplifica a construção de tabelas de *ARL* a partir de *h* e *k* fazendo variar  $\delta$

Deste modo e considerando os dois estudos de detecção tem-se:

- $[(k_C, h_C)_i, \delta_j]$  com *i*=índices de combinação ( $k_D, h_D$ ) e *j*=índices de  $\delta$  para a detecção de aumentos na variância do processo.
- $[(k_D, h_D)_i, \delta_j]$  com *i*=índices de combinação ( $k_D, h_D$ ) e *j*=índices de  $\delta$  para a detecção de decréscimos na variância do processo.

O procedimento é invocado para cada uma das combinações em questão. Como tal, é invocado *i* x *j* vezes quer para a detecção de aumentos na variância do processo, quer para a detecção de decréscimos na mesma, para cada valor de *ARL*.

**Deteccão de aumentos na variância do processo**

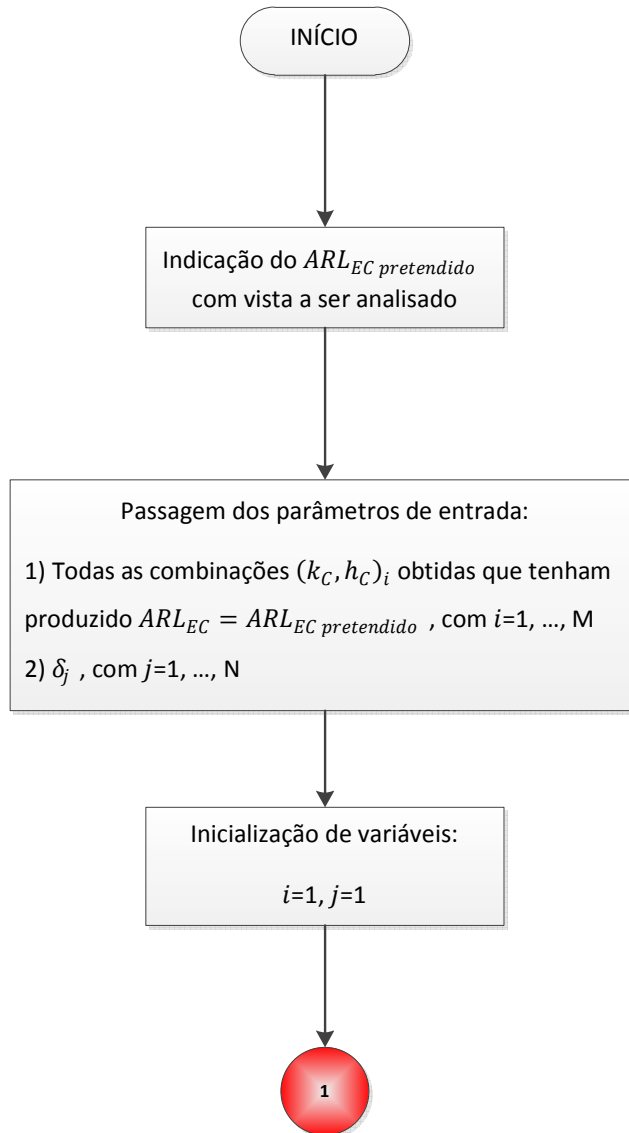


Figura 4.24 – Fluxograma do algoritmo desenvolvido para a determinação de  $ARL_{FC}$  dada uma gama de valores de  $\delta_C$  e todas as combinações  $(k_C, h_C)$ , que garantem um dado  $ARL_{EC}$  e análise de sensibilidade (Parte 1 de 2)

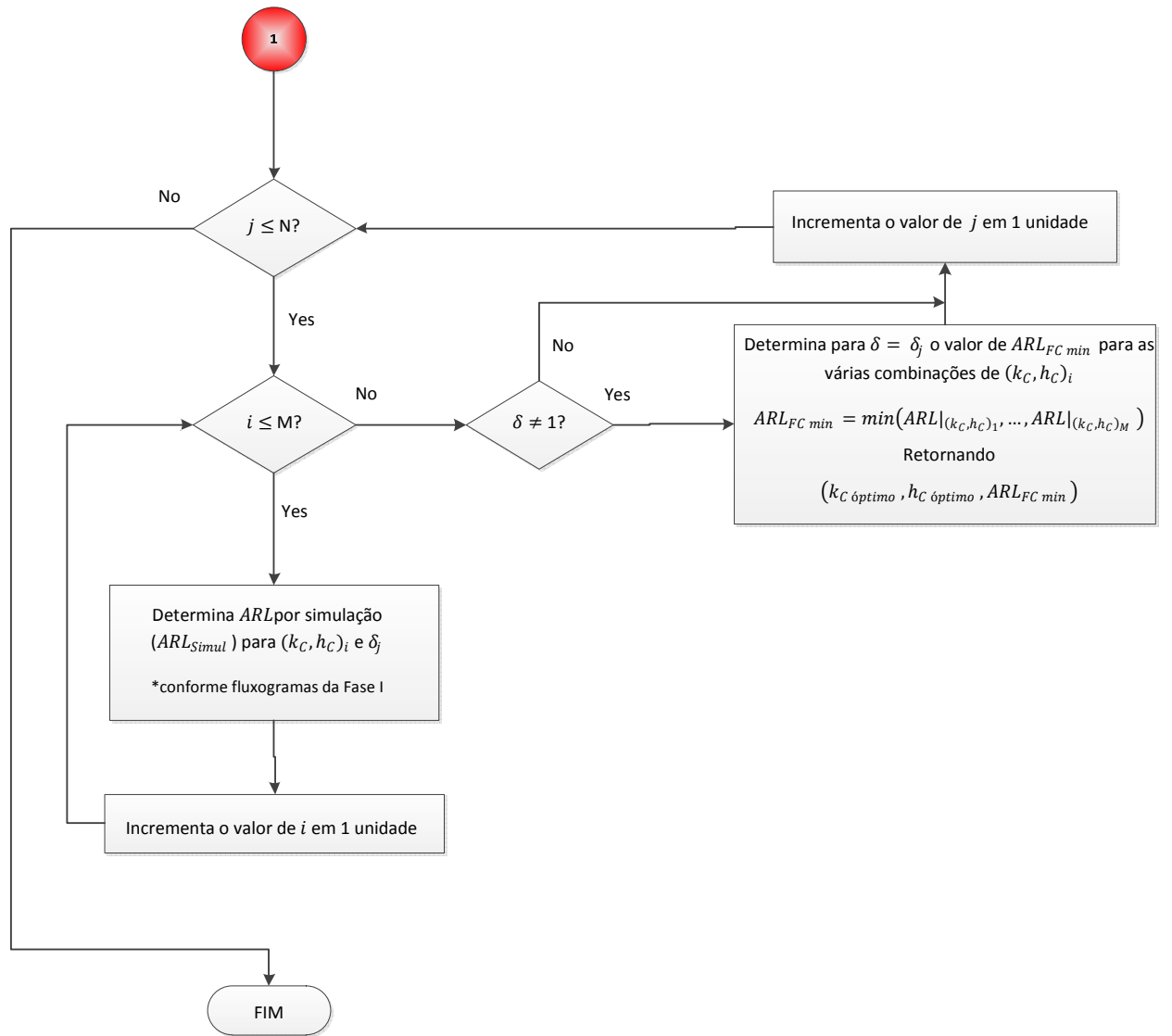


Figura 4.25 - Fluxograma do algoritmo desenvolvido para a determinação de  $ARL_{FC}$  dada uma gama de valores de  $\delta_C$  e todas as combinações  $(k_C, h_C)$ , que garantem um dado  $ARL_{EC}$  e análise de sensibilidade (Parte 2 de 2)

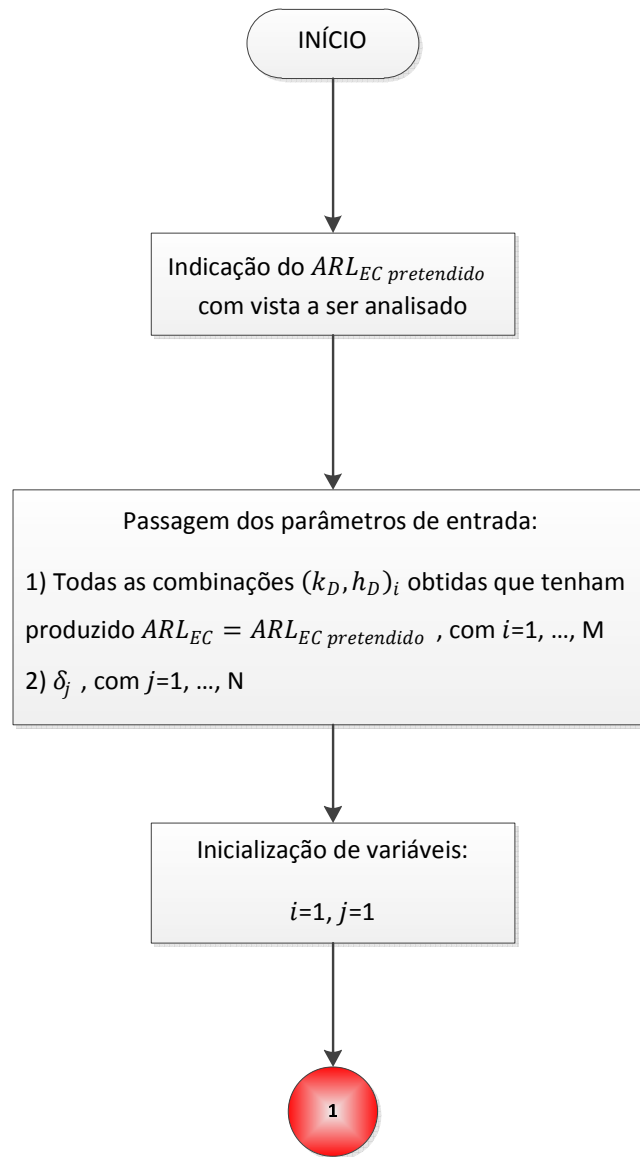
**Deteccção de decréscimos na variância do processo**

Figura 4.26 - Fluxograma do algoritmo desenvolvido para a determinação de  $ARL_{FC}$  dada uma gama de valores de  $\delta_D$  e todas as combinações  $(k_D, h_D)$ , que garantem um dado  $ARL_{EC}$  e análise de sensibilidade (Parte 1 de 2)

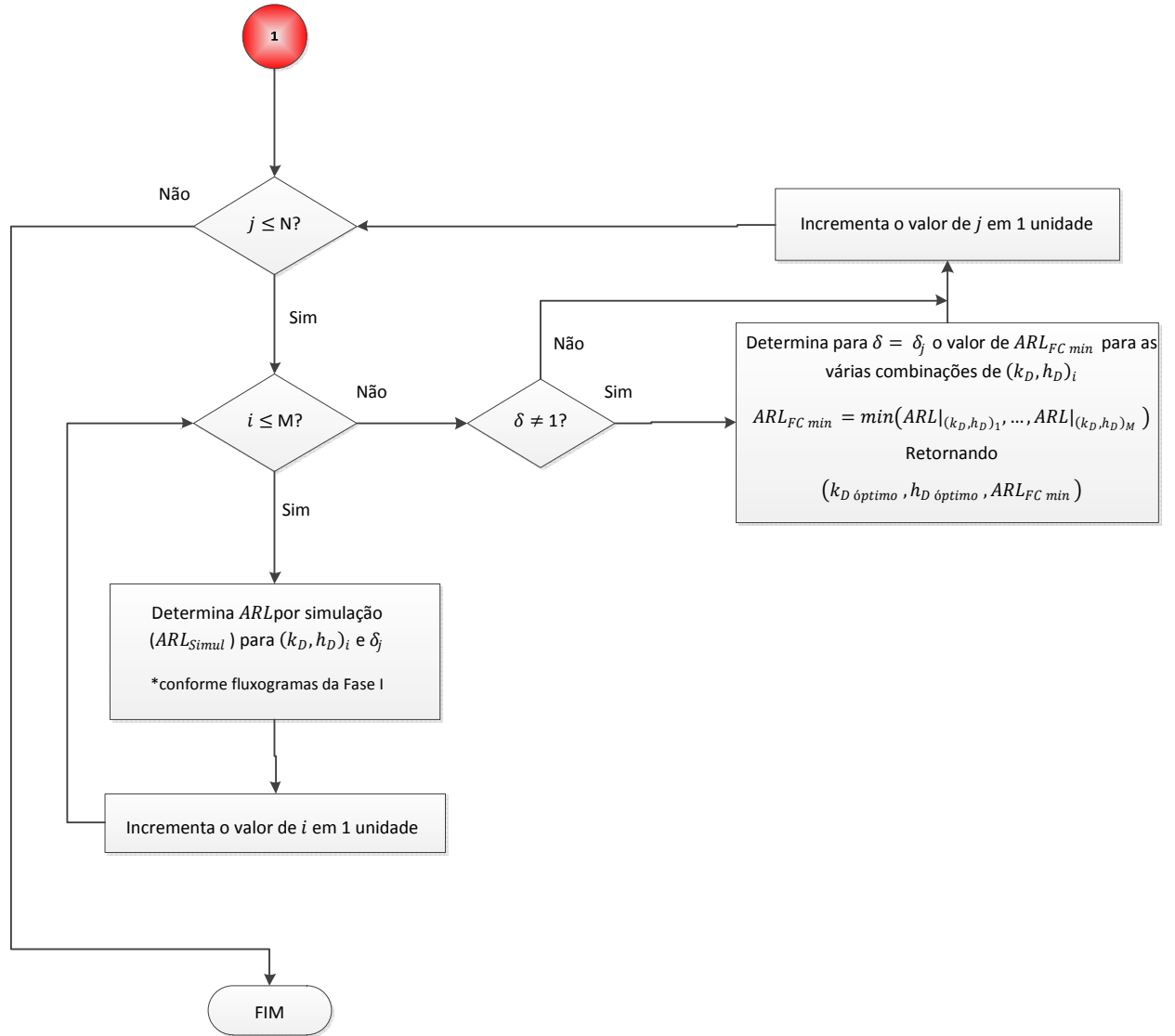


Figura 4.27 - Fluxograma do algoritmo desenvolvido para a determinação de  $ARL_{FC}$  dada uma gama de valores de  $\delta_D$  e todas as combinações  $(k_D, h_D)$ , que garantem um dado  $ARL_{EC}$  e análise de sensibilidade (Parte 2 de 2)

Por forma a se perceber melhor a lógica de funcionamento do algoritmo concebido nesta fase do procedimento apresenta-se em seguida um exemplo prático para um cenário específico.

Considere-se o  $ARL_{EC} = 100$  que é o  $ARL_{EC}$  pretendido para o estudo de detecção de aumentos na variância do processo.

Como parâmetros de entrada tem-se todas as combinações de  $(k_C, h_C)$  presentes no quadro 4.31. Com base nessa informação, que é carregada automaticamente pelo algoritmo através da leitura de uma tabela txt com todos os valores referentes ao quadro referido acima, o programa inicia a determinação dos vários  $ARL_{FC}$  para cada  $\delta_C$ , sendo que o  $\delta_C=1$  serve apenas para confirmar que cada par gera efectivamente o  $ARL_{EC}$  pretendido a menos de um determinado nível de erro.

Para cada um dos  $\delta_C$  seguintes e após análise dos respectivos  $ARL_{FC}$  gerados, pesquisa-se para cada linha, o valor de  $ARL_{FC}$  mínimo assim como os valores de  $k_C$  e  $h_C$  respectivos e que se consideram óptimos. Em seguida esta informação é resumidamente um quadro mais pequeno no qual é mais facilmente perceptível os resultados relevantes referentes a esta fase do procedimento. Esta análise está expressa nas tabelas em seguida expostas (quadro 4.33 e 4.34 para um  $ARL_{EC} = 100$ ).

Em seguida apresentam-se as diversas tabelas de resultados referentes aos algoritmos desenvolvidos nesta fase para toda a gama de valores de  $ARL_{EC}$  considerados para estudo.

4.2.6.3. Tabelas de resultados

❖ *Detecção de aumentos na variância do processo*

Quadro 4.33 – Tabela obtida para  $ARL_{EC}=100$

		ARL = 100																							
		$k_C$	0,001	0,050	0,100	0,150	0,200	0,250	0,300	0,350	0,400	0,450	0,500	0,550	0,600	0,650	0,700	0,750	0,800	0,850	0,900	0,950	1,000		
		$h_C$	2,5938	2,2656	2,0000	1,7500	1,5625	1,3750	1,2375	1,1000	1,0000	0,9000	0,8125	0,7375	0,6625	0,5938	0,5313	0,475	0,4156	0,3625	0,3063	0,2562	0,2000		
$\delta_C$	1,00	99,422	99,675	101,496	99,392	101,312	98,494	101,095	98,306	101,791	101,000	100,283	102,142	100,554	99,662	99,968	101,566	100,407	101,736	100,083	101,483	98,567			
	1,10	28,152	28,374	28,888	28,951	29,671	29,389	30,255	30,243	31,296	31,773	32,269	33,348	33,820	34,097	34,523	35,653	35,792	36,509	36,348	37,022	36,663			
	1,20	13,758	13,646	13,672	13,456	13,722	13,565	13,842	13,810	14,258	14,344	14,688	15,103	15,437	15,706	16,084	16,620	16,808	17,275	17,240	17,711	17,519			
	1,30	8,869	8,614	8,502	8,243	8,250	8,092	8,152	8,122	8,286	8,347	8,469	8,694	8,818	8,979	9,141	9,390	9,593	9,805	9,874	10,064	10,082			
	1,40	6,574	6,286	6,134	5,934	5,850	5,688	5,669	5,544	5,604	5,592	5,640	5,753	5,807	5,919	6,035	6,218	6,283	6,396	6,483	6,538	6,616			
	1,50	5,284	5,026	4,854	4,634	4,538	4,371	4,324	4,224	4,222	4,197	4,205	4,250	4,289	4,340	4,386	4,487	4,525	4,613	4,666	4,736	4,734			
	1,75	3,706	3,475	3,304	3,130	3,008	2,864	2,779	2,692	2,652	2,613	2,598	2,577	2,585	2,591	2,602	2,635	2,646	2,666	2,688	2,708	2,710			
	2,00	2,966	2,783	2,624	2,457	2,326	2,201	2,132	2,048	2,014	1,978	1,947	1,939	1,919	1,920	1,923	1,927	1,928	1,944	1,955	1,948	1,959			

Quadro 4.34 – Tabela Resumo referente à tabela obtida para  $ARL_{EC}=100$

Tabela Resumo - $ARL_{EC} = 100$							
$\delta_C$	1,10	1,20	1,30	1,40	1,50	1,75	2,00
$k_C$ óptimo	0,001	0,150	0,250	0,350	0,450	0,550	0,600
$h_C$ óptimo	2,5938	1,7500	1,3750	1,1000	0,9000	0,7375	0,6625
$ARL_{FC}$ min.	28,152	13,456	8,092	5,544	4,197	2,577	1,919

Quadro 4.35 - Tabela obtida para  $ARL_{EC}=250$

ARL = 250																						
$k_C$	0,001	0,050	0,100	0,150	0,200	0,250	0,300	0,350	0,400	0,450	0,500	0,550	0,600	0,650	0,700	0,750	0,800	0,850	0,900	0,950	1,000	
$h_C$	3,4375	2,9688	2,5781	2,2656	2,0000	1,7734	1,5820	1,4125	1,2687	1,1406	1,0313	0,9344	0,8500	0,7719	0,7000	0,6359	0,5750	0,5156	0,4594	0,4047	0,3531	
$\delta_C$	1,00	251,413	250,148	247,106	250,951	249,975	249,021	250,451	249,464	249,899	249,334	250,539	249,612	251,374	251,503	247,861	250,238	250,484	249,156	250,812	249,404	252,643
	1,10	47,357	48,250	49,330	50,607	52,194	53,665	55,267	56,658	57,820	59,020	60,495	62,235	64,638	66,104	67,366	69,364	70,940	72,292	73,668	74,770	76,198
	1,20	19,805	19,700	19,647	19,910	20,161	20,574	21,129	21,478	22,104	22,485	23,093	23,860	24,691	25,598	26,377	27,478	28,265	28,975	29,897	30,435	31,359
	1,30	11,999	11,614	11,356	11,254	11,201	11,227	11,315	11,476	11,580	11,697	11,959	12,286	12,603	13,029	13,364	13,869	14,357	14,819	15,249	15,695	16,074
	1,40	8,641	8,205	7,879	7,723	7,578	7,442	7,406	7,388	7,400	7,429	7,532	7,592	7,754	7,979	8,171	8,431	8,679	8,865	9,095	9,346	9,640
	1,50	6,855	6,440	6,103	5,892	5,732	5,574	5,488	5,398	5,350	5,333	5,324	5,357	5,437	5,524	5,593	5,737	5,870	6,049	6,193	6,318	6,467
	1,75	4,691	4,343	4,076	3,866	3,675	3,538	3,425	3,303	3,219	3,147	3,098	3,070	3,069	3,076	3,089	3,111	3,154	3,200	3,252	3,296	3,331
	2,00	3,724	3,420	3,186	3,007	2,851	2,697	2,569	2,454	2,376	2,308	2,264	2,218	2,199	2,188	2,185	2,189	2,205	2,212	2,232	2,243	2,263

Quadro 4.36 - Tabela Resumo referente à tabela obtida para  $ARL_{EC}=250$

Tabela Resumo - $ARL_{EC} = 250$							
$\delta_C$	1,10	1,20	1,30	1,40	1,50	1,75	2,00
$k_{C\text{ óptimo}}$	0,001	0,100	0,200	0,350	0,500	0,600	0,700
$h_{C\text{ óptimo}}$	3,4375	2,5781	2,0000	1,4125	1,0313	0,8500	0,7000
$ARL_{FC\text{ min.}}$	47,357	19,647	11,201	7,388	5,324	3,069	2,185

Quadro 4.37 - Tabela obtida para  $ARL_{EC}=370$

ARL = 370																					
$k_C$	0,001	0,050	0,100	0,150	0,200	0,250	0,300	0,350	0,400	0,450	0,500	0,550	0,600	0,650	0,700	0,750	0,800	0,850	0,900	0,950	1,000
$h_C$	3,8125	3,2734	2,8438	2,4844	2,1963	1,9453	1,7344	1,5488	1,3859	1,2484	1,1266	1,0219	0,9281	0,8437	0,7703	0,7	0,6375	0,5766	0,5184	0,4625	0,4094
1,00	374,858	368,055	370,560	368,224	373,838	369,010	371,446	369,984	368,650	370,987	369,180	372,128	371,202	367,328	371,802	365,987	371,573	370,557	370,306	368,352	370,280
1,10	58,120	59,968	62,008	63,416	66,466	68,525	71,169	72,998	75,417	77,652	80,284	82,155	84,999	86,558	89,742	91,906	95,509	97,226	99,078	100,893	102,595
1,20	22,682	22,691	22,847	23,134	23,730	24,398	25,006	25,801	26,438	27,224	28,139	29,187	30,113	31,160	32,857	33,846	35,264	36,284	37,332	38,491	39,601
1,30	13,379	12,933	12,719	12,582	12,676	12,658	12,821	12,985	13,263	13,559	13,794	14,139	14,566	15,145	15,671	16,265	16,938	17,564	18,154	18,681	19,299
1,40	9,547	9,070	8,732	8,463	8,332	8,234	8,256	8,211	8,235	8,300	8,427	8,607	8,785	8,965	9,209	9,526	9,877	10,203	10,515	10,778	11,090
1,50	7,519	7,050	6,714	6,438	6,256	6,109	6,024	5,939	5,892	5,869	5,862	5,922	5,992	6,071	6,226	6,360	6,566	6,726	6,950	7,134	7,319
1,75	5,146	4,733	4,416	4,163	3,983	3,827	3,703	3,573	3,484	3,384	3,346	3,296	3,290	3,291	3,334	3,330	3,402	3,434	3,485	3,550	3,628
2,00	4,056	3,711	3,440	3,222	3,053	2,906	2,765	2,647	2,550	2,463	2,399	2,356	2,325	2,316	2,313	2,311	2,324	2,335	2,362	2,374	2,401

Quadro 4.38 - Tabela Resumo referente à tabela obtida para  $ARL_{EC}=370$

Tabela Resumo - $ARL_{EC} = 370$							
$\delta_C$	1,10	1,20	1,30	1,40	1,50	1,75	2,00
$k_C$ ótimo	0,001	0,001	0,150	0,350	0,500	0,600	0,750
$h_C$ ótimo	3,8125	3,8125	2,4844	1,5488	1,1266	0,9281	0,7000
$ARL_{FC}$ min.	58,120	22,682	12,582	8,211	5,862	3,290	2,311

Quadro 4.39 - Tabela obtida para  $ARL_{EC}=500$

ARL = 500																						
$k_C$	0,001	0,050	0,100	0,150	0,200	0,250	0,300	0,350	0,400	0,450	0,500	0,550	0,600	0,650	0,700	0,750	0,800	0,850	0,900	0,950	1,000	
$h_C$	4,0938	3,5156	3,0391	2,6602	2,3438	2,0742	1,8516	1,6523	1,4797	1,3328	1,1984	1,0867	0,9867	0,8992	0,8219	0,7484	0,6828	0,6219	0,5625	0,5062	0,4516	
$\delta_C$	1,00	501,201	500,412	496,372	500,215	502,121	497,363	504,416	497,498	498,159	502,159	497,411	496,162	498,663	498,257	502,630	497,458	497,840	503,208	498,929	499,626	500,566
	1,10	67,121	69,952	72,822	76,321	79,698	82,694	86,071	88,632	91,682	95,333	97,377	101,202	103,974	107,017	111,505	113,518	117,644	122,018	124,797	127,841	130,019
	1,20	24,933	25,019	25,326	25,734	26,666	27,405	28,543	29,280	30,223	31,586	32,242	33,732	34,859	36,439	38,105	39,370	41,226	43,078	44,372	46,037	47,188
	1,30	14,482	14,029	13,787	13,675	13,777	13,786	14,133	14,337	14,608	15,053	15,336	15,815	16,347	16,869	17,646	18,279	19,149	20,034	20,734	21,540	22,257
	1,40	10,264	9,721	9,348	9,107	8,949	8,868	8,831	8,906	8,943	9,051	9,149	9,302	9,491	9,782	10,116	10,489	10,787	11,257	11,688	11,998	12,416
	1,50	8,074	7,525	7,171	6,872	6,675	6,509	6,404	6,344	6,309	6,318	6,265	6,330	6,397	6,496	6,721	6,844	7,110	7,350	7,559	7,793	8,011
	1,75	5,473	5,032	4,689	4,414	4,200	4,041	3,892	3,784	3,681	3,587	3,533	3,485	3,455	3,461	3,499	3,526	3,573	3,647	3,684	3,768	3,844
	2,00	4,312	3,933	3,628	3,395	3,216	3,052	2,910	2,796	2,682	2,593	2,518	2,456	2,428	2,411	2,406	2,415	2,413	2,437	2,465	2,475	2,501

Quadro 4.40 - Tabela Resumo referente à tabela obtida para  $ARL_{EC}=500$

Tabela Resumo - $ARL_{EC} = 500$							
$\delta_C$	1,10	1,20	1,30	1,40	1,50	1,75	2,00
$k_C$ ótimo	0,001	0,001	0,150	0,300	0,500	0,600	0,700
$h_C$ ótimo	4,0938	4,0938	2,6602	1,8516	1,1984	0,9867	0,8219
$ARL_{FC}$ min.	67,121	24,933	13,675	8,831	6,265	3,455	2,406

Quadro 4.41 - Tabela obtida para  $ARL_{EC}=1000$

		$ARL = 1000$																					
		$k_C$	0,001	0,050	0,100	0,150	0,200	0,250	0,300	0,350	0,400	0,450	0,500	0,550	0,600	0,650	0,700	0,750	0,800	0,850	0,900	0,950	1,000
$h_C$		4,7609	4,0661	3,5098	3,0598	2,6875	2,3789	2,1152	1,8906	1,6952	1,5234	1,3750	1,2414	1,1265	1,0250	0,9375	0,8573	0,7844	0,7196	0,6577	0,5994	0,5426	
$\delta_C$	1,00	999,018	1.005,137	1.005,847	1.003,681	996,066	1.000,755	996,074	994,586	999,438	990,075	1.004,011	999,476	997,940	1.000,505	1.000,156	1.003,704	989,857	998,505	1.000,713	1.009,345	997,505	
	1,10	93,390	99,066	105,859	112,317	119,139	126,397	132,261	139,007	144,236	150,859	156,702	161,501	167,980	174,050	181,460	188,254	195,298	203,140	209,545	215,021	220,048	
	1,20	30,462	30,711	31,915	32,784	34,244	35,863	37,499	39,339	41,295	43,046	45,303	47,227	49,151	51,511	54,097	56,774	59,897	63,208	65,901	68,779	71,765	
	1,30	17,047	16,541	16,418	16,353	16,480	16,826	17,161	17,739	18,228	18,825	19,578	20,155	20,896	21,845	23,023	24,062	25,250	26,576	27,954	29,321	30,618	
	1,40	11,931	11,272	10,877	10,573	10,416	10,385	10,352	10,473	10,591	10,829	11,022	11,274	11,592	11,899	12,341	12,890	13,470	14,131	14,742	15,380	16,023	
	1,50	9,298	8,683	8,195	7,868	7,623	7,443	7,364	7,321	7,319	7,303	7,371	7,458	7,529	7,700	7,937	8,128	8,428	8,815	9,084	9,433	9,803	
	1,75	6,257	5,739	5,302	4,978	4,722	4,539	4,358	4,254	4,142	4,057	3,994	3,931	3,902	3,888	3,916	3,948	4,017	4,102	4,188	4,263	4,359	
	2,00	4,905	4,452	4,093	3,805	3,580	3,392	3,240	3,121	2,987	2,901	2,805	2,734	2,675	2,661	2,634	2,632	2,646	2,653	2,683	2,721	2,756	

Quadro 4.42 - Tabela Resumo referente à tabela obtida para  $ARL_{EC}=1000$

Tabela Resumo - $ARL_{EC} = 1000$							
$\delta_C$	1,10	1,20	1,30	1,40	1,50	1,75	2,00
$k_C$ óptimo	0,001	0,001	0,150	0,300	0,450	0,650	0,750
$h_C$ óptimo	4,7609	4,7609	3,0598	2,1152	1,5234	1,0250	0,8573
$ARL_{FC}$ min.	93,390	30,462	16,353	10,352	7,303	3,888	2,632

❖ *Detecção de decréscimos na variância do processo*

**Quadro 4.44 - Tabela obtida para  $ARL_{EC}=100$**

		$ARL = 100$																					
		$k_c$	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75	0,80	0,85	0,90	0,95	1,00	1,05	1,10	1,15	1,20	1,25
		$h_c$	7,750	6,250	5,250	4,500	4,000	3,625	3,300	3,025	2,800	2,600	2,450	2,300	2,175	2,050	1,950	1,863	1,775	1,700	1,600	1,538	1,475
$\delta_D$	1,0	100,006	100,308	100,717	98,453	99,891	101,214	101,259	100,521	100,002	98,498	99,768	99,111	99,510	97,546	98,778	99,585	99,721	101,090	98,511	99,328	100,840	
	0,9	32,464	31,044	31,194	31,901	33,661	36,137	38,055	40,201	42,150	43,948	46,822	48,325	50,308	51,467	53,562	55,480	56,789	58,728	58,084	60,185	61,785	
	0,8	17,521	15,816	14,975	14,484	14,712	15,269	16,026	16,849	17,917	19,064	20,521	21,914	23,434	24,728	26,365	28,015	29,556	31,118	31,776	33,285	35,041	
	0,7	11,444	10,045	9,214	8,633	8,432	8,410	8,450	8,593	8,883	9,226	9,766	10,286	10,948	11,612	12,430	13,353	14,200	15,348	15,860	17,066	18,004	
	0,6	8,202	7,072	6,374	5,859	5,591	5,451	5,336	5,280	5,292	5,322	5,443	5,604	5,791	5,991	6,285	6,628	6,972	7,426	7,720	8,232	8,795	
	0,5	6,177	5,277	4,691	4,276	4,019	3,863	3,721	3,623	3,553	3,509	3,515	3,515	3,552	3,580	3,649	3,750	3,856	3,980	4,081	4,261	4,449	

**Quadro 4.43 - Tabela Resumo referente à tabela obtida para  $ARL_{EC}=100$**

Tabela Resumo - $ARL_{EC} = 100$					
$\delta_D$	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5
$k_{D\acute{o}ptimo}$	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70
$h_{D\acute{o}ptimo}$	6,2500	4,5000	3,6250	3,0250	2,6000
$ARL_{FC} \text{ min.}$	31,044	14,484	8,410	5,280	3,509

Quadro 4.45 - Tabela obtida para  $ARL_{EC}=250$

		$ARL = 250$																					
		$k_C$	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75	0,80	0,85	0,90	0,95	1,00	1,05	1,10	1,15	1,20	1,25
		$h_C$	13,5000	9,7500	7,6875	6,4063	5,5469	4,9063	4,4219	4,0313	3,7188	3,4625	3,2375	3,0625	2,9000	2,7375	2,6125	2,5000	2,3875	2,2875	2,1938	2,1125	2,0250
$\delta_D$	1,0	247,287	248,310	250,817	249,801	251,905	249,852	248,923	247,071	248,597	248,881	246,836	252,395	252,188	248,952	249,965	251,503	249,902	251,366	248,585	252,657	249,639	
	0,9	57,223	50,310	49,160	50,797	54,864	60,104	65,717	71,901	78,285	85,174	91,212	99,077	105,525	109,863	115,693	122,062	125,904	130,492	134,997	139,645	141,388	
	0,8	29,769	24,172	21,574	20,583	20,578	21,061	22,350	23,886	26,034	28,843	31,748	35,559	39,292	42,843	46,971	51,175	55,205	59,581	63,405	67,780	71,166	
	0,7	19,288	15,172	13,049	11,901	11,320	11,033	11,057	11,223	11,644	12,195	12,999	13,957	15,210	16,518	18,101	20,011	22,030	24,106	26,434	28,860	31,126	
	0,6	13,708	10,618	8,952	7,993	7,432	7,051	6,848	6,749	6,706	6,778	6,894	7,142	7,404	7,715	8,199	8,689	9,305	10,073	10,847	11,781	12,686	
	0,5	10,259	7,859	6,569	5,801	5,309	4,960	4,735	4,563	4,471	4,408	4,383	4,412	4,463	4,491	4,584	4,725	4,866	5,049	5,259	5,510	5,787	

Quadro 4.46 - Tabela Resumo referente à tabela obtida para  $ARL_{EC}=250$

Tabela Resumo - $ARL_{EC} = 250$					
$\delta_D$	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5
$k_{D\text{ótimo}}$	0,35	0,45	0,50	0,65	0,75
$h_{D\text{ótimo}}$	7,688	5,547	4,906	3,719	3,238
$ARL_{EC} \text{ min.}$	49,160	20,578	11,033	6,706	4,383

**Quadro 4.47 - Tabela obtida para  $ARL_{EC}=370$**

		$ARL = 370$																				
$k_C$		0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75	0,80	0,85	0,90	0,95	1,00	1,05	1,10	1,15	1,20	1,25
$h_C$		17,3750	11,6875	8,8750	7,2969	6,2500	5,5000	4,9297	4,4844	4,1406	3,8359	3,5898	3,3844	3,2000	3,0375	2,9000	2,7687	2,6500	2,5406	2,4438	2,3500	2,2592
$\delta_D$	1,0	372,657	372,729	366,830	372,839	370,395	374,430	368,761	367,545	372,102	369,825	368,288	373,070	370,493	371,731	372,276	371,032	372,980	368,474	372,164	371,060	366,775
	0,9	73,957	60,967	57,962	60,603	66,343	73,567	82,118	91,316	101,975	111,678	121,487	132,396	141,914	150,771	161,528	169,088	176,791	184,178	188,948	196,341	200,147
	0,8	38,112	28,863	24,867	23,385	23,119	23,777	25,276	27,397	30,218	33,474	37,805	42,456	47,907	53,071	59,383	65,351	71,419	77,225	84,045	89,944	95,497
	0,7	24,565	18,008	14,931	13,451	12,623	12,260	12,229	12,391	12,852	13,515	14,479	15,610	17,130	18,813	21,001	23,288	26,058	28,802	32,298	35,405	39,003
	0,6	17,418	12,550	10,230	8,990	8,261	7,802	7,525	7,393	7,379	7,428	7,548	7,773	8,104	8,496	8,996	9,631	10,387	11,211	12,263	13,342	14,672
	0,5	13,002	9,287	7,473	6,505	5,882	5,473	5,194	4,995	4,887	4,805	4,774	4,795	4,821	4,894	5,007	5,131	5,299	5,503	5,744	6,030	6,353

**Quadro 4.48 - Tabela Resumo referente à tabela obtida para  $ARL_{EC}=370$**

Tabela Resumo - $ARL_{EC} = 370$					
$\delta_D$	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5
$k_D$ ótimo	0,35	0,45	0,55	0,65	0,75
$h_D$ ótimo	8,8750	6,2500	4,9297	4,1406	3,5898
$ARL_{FC}$ min.	57,962	23,119	12,229	7,379	4,774

Quadro 4.49 - Tabela obtida para  $ARL_{EC}=500$

ARL = 500																						
$k_C$	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75	0,80	0,85	0,90	0,95	1,00	1,05	1,10	1,15	1,20	1,25	
$h_C$	21,0000	13,2813	9,8750	7,9922	6,7813	5,9489	5,3203	4,8398	4,4531	4,1250	3,8593	3,6328	3,4375	3,2687	3,1125	2,9750	2,8484	2,7375	2,6313	2,5130	2,4453	
$\delta_D$	1,0	499,608	498,595	498,420	498,357	495,353	502,156	500,366	499,464	501,634	497,017	495,684	497,827	498,835	503,800	500,137	500,850	502,019	500,159	495,857	495,511	498,837
	0,9	89,655	69,873	65,451	68,354	74,902	85,022	96,202	110,076	123,349	136,132	150,383	164,368	178,757	192,718	205,105	216,752	227,070	239,230	247,406	254,427	263,922
	0,8	45,894	32,750	27,563	25,525	25,029	26,028	27,451	30,206	33,407	37,544	42,733	48,493	55,104	62,511	70,155	78,387	86,406	94,817	103,326	110,692	119,941
	0,7	29,493	20,327	16,500	14,637	13,632	13,199	13,095	13,323	13,843	14,550	15,576	16,938	18,546	20,758	23,143	25,998	29,246	32,968	36,822	41,322	45,835
	0,6	20,919	14,158	11,275	9,782	8,897	8,369	8,065	7,899	7,859	7,903	8,053	8,264	8,619	9,086	9,627	10,347	11,134	12,162	13,333	14,762	16,312
	0,5	15,574	10,463	8,243	7,059	6,330	5,869	5,546	5,338	5,201	5,107	5,069	5,072	5,118	5,210	5,299	5,439	5,625	5,861	6,112	6,410	6,798

Quadro 4.50 - Tabela Resumo referente à tabela obtida para  $ARL_{EC}=500$

Tabela Resumo - $ARL_{EC} = 500$					
$\delta_D$	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5
$k_{D\text{ótimo}}$	0,35	0,45	0,55	0,65	0,75
$h_{D\text{ótimo}}$	9,8750	6,7813	5,3203	4,4531	3,8593
$ARL_{FC} \text{ min.}$	65,451	25,029	13,095	7,859	5,069

Quadro 4.52 - Tabela obtida para  $ARL_{EC}=1000$

$ARL = 1000$																						
$k_C$	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75	0,80	0,85	0,90	0,95	1,00	1,05	1,10	1,15	1,20	1,25	
$h_C$	33,2500	17,5938	12,3125	9,6914	8,1094	7,0313	6,2500	5,6558	5,1836	4,8017	4,4844	4,2168	3,9902	3,7852	3,6167	3,4582	3,3125	3,1871	3,0715	2,9688	2,8656	
$\delta_D$	1,0	997,802	997,287	1.001,867	1.000,816	1.003,015	1.000,958	1.001,154	998,881	994,724	998,283	999,411	998,564	1.007,008	991,623	1.004,427	1.006,977	991,274	996,659	998,397	1.005,076	1.001,332
	0,9	142,829	93,659	83,903	87,239	98,953	115,857	136,893	161,244	187,678	216,535	244,110	273,274	302,586	329,332	358,675	382,823	405,886	431,696	452,958	476,100	491,813
	0,8	72,172	43,093	34,198	30,956	30,085	30,912	32,982	36,481	41,134	47,811	55,605	65,007	76,410	88,740	103,166	117,034	133,449	150,451	167,399	185,373	201,981
	0,7	46,172	26,628	20,345	17,552	16,156	15,439	15,220	15,490	16,017	16,953	18,244	19,874	22,309	25,067	28,808	32,831	37,810	43,917	50,380	58,439	66,059
	0,6	32,682	18,501	13,863	11,697	10,456	9,742	9,314	9,081	8,989	9,037	9,213	9,464	9,866	10,423	11,082	11,953	13,001	14,337	15,905	17,863	20,003
	0,5	24,293	13,642	10,102	8,405	7,430	6,800	6,392	6,106	5,927	5,809	5,761	5,742	5,809	5,873	6,022	6,174	6,388	6,662	6,979	7,365	7,841

Quadro 4.51 - Tabela Resumo referente à tabela obtida para  $ARL_{EC}=1000$

Tabela Resumo - $ARL_{EC} = 1000$					
$\delta_D$	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5
$k_{D\text{ótimo}}$	0,35	0,45	0,55	0,65	0,80
$h_{D\text{ótimo}}$	12,3125	8,1094	6,2500	5,1836	4,2168
$ARL_{FC} \text{ min.}$	83,903	30,085	15,220	8,989	5,742

#### 4.2.6.4. Determinação dos parâmetros $\delta$ e $k$ da carta de controlo

Nesta secção referente à fase IV do procedimento de desenvolvimento da FCSCE compilam-se os  $k_C$  óptimo e  $k_D$  óptimo relativos a cada um dos estudos de detecção de alterações na dispersão do processo.

##### 4.2.6.4.1. Tabela de $k$ em função de $\delta$ e $ARL_{EC}$ por simulação

❖ *Detecção de aumentos na variância do processo*

Quadro 4.53 – Tabela de  $k_C$  em função de  $\delta_C$  e  $ARL_{EC}$

		$\delta_C$						
		1,10	1,20	1,30	1,40	1,50	1,75	2,00
$ARL$	100	0,001	0,150	0,250	0,350	0,450	0,550	0,600
	250	0,001	0,100	0,200	0,350	0,500	0,600	0,700
	370	0,001	0,001	0,150	0,350	0,500	0,600	0,750
	500	0,001	0,001	0,150	0,300	0,500	0,600	0,700
	1000	0,001	0,001	0,150	0,300	0,450	0,650	0,750

❖ *Detecção de decréscimos na variância do processo*

Quadro 4.54 - Tabela de  $k_D$  em função de  $\delta_D$  e  $ARL_{EC}$

		$\delta_D$				
		0,9	0,8	0,7	0,6	0,5
$ARL$	100	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70
	250	0,35	0,45	0,50	0,65	0,75
	370	0,35	0,45	0,55	0,65	0,75
	500	0,35	0,45	0,55	0,65	0,75
	1000	0,35	0,45	0,55	0,65	0,80

Considerando os resultados apresentados nos quadros imediatamente acima expostos (Quadro 4.53 e Quadro 4.54) chegar-se-iam a ábacos com problemas de resolução nas curvas uma vez que obter-se-iam pontos discretos, sendo que existe igualmente um número limitado de valores referentes a  $\delta_C$  e  $\delta_D$  e conseqüentemente um número igualmente limitado de  $k_C$  e  $k_D$ .

Por forma a ultrapassar este problema na resolução das curvas referentes aos ábacos relativos a esta fase IV, poder-se-ia considerar uma maior gama de valores de  $\delta_C$  e  $\delta_D$ . No entanto esta possibilidade implicaria um maior peso computacional e como tal um maior tempo na geração de resultados.

Deste modo, decidiu-se que através interpolação polinomial, implementada igualmente em Matlab, seria possível incrementar os níveis de resolução das curvas referentes aos ábacos poupando deste modo recursos computacionais e tempo. Através da interpolação polinomial é possível suavizar as curvas referentes aos ábacos, sendo que a qualidade das mesmas é inferior quando em comparação com a hipótese de aumentar a gama de valores de  $\delta_C$  e  $\delta_D$ , uma vez que por interpolação está naturalmente associado um erro. Ainda assim é uma opção válida, tendo em conta as restrições de tempo e peso computacional associadas à outra hipótese indicada anteriormente.

#### **4.2.6.4.2. Tabela de $k$ em função de $\delta$ e $ARL_{EC}$ por interpolação polinomial**

Aplicando regressões polinomiais obtiveram-se ábacos com um nível de resolução consentâneo com o nível de qualidade pretendido e considerado válido.

Em seguida apresentam-se as tabelas com os resultados referentes a estas interpolações para ambos os estudos considerados na presente dissertação.

❖ *Detecção de aumentos na variância do processo*

**Quadro 4.55 - Tabela de  $k_C$  em função de  $\delta_C$  e  $ARL_{EC}$  por interpolação polinomial**

		$\delta_C$						
		1,10	1,20	1,30	1,40	1,50	1,75	2,00
$ARL$	100	0,0011	0,1065	0,2026	0,2893	0,3668	0,5197	0,6144
	250	0,0023	0,1124	0,2132	0,3045	0,3865	0,5505	0,6559
	370	0,0066	0,1207	0,2252	0,3203	0,4060	0,5788	0,6925
	500	0,0129	0,1310	0,2390	0,3367	0,4242	0,5982	0,7083
	1000	0,0158	0,1373	0,2490	0,3509	0,4431	0,6307	0,7572

❖ *Detecção de decréscimos na variância do processo*

**Quadro 4.56 - Tabela de  $k_D$  em função de  $\delta_D$  e  $ARL_{EC}$  por interpolação polinomial**

		$\delta_D$				
		0,9	0,8	0,7	0,6	0,5
$ARL$	100	0,300	0,400	0,500	0,600	0,700
	250	0,340	0,440	0,540	0,640	0,740
	370	0,345	0,445	0,545	0,645	0,745
	500	0,350	0,450	0,550	0,650	0,750
	1000	0,373	0,473	0,573	0,673	0,773

#### 4.2.6.4.3. Ábacos e tabelas de resultados para determinação de parâmetros específicos

Com o recurso às tabelas anteriormente expostas e considerando já os resultados após a aplicação de regressões polinomiais construíram-se os ábacos para determinação de parâmetros específicos que se apresentam de seguida.

##### ❖ *Deteção de aumentos na variância do processo*

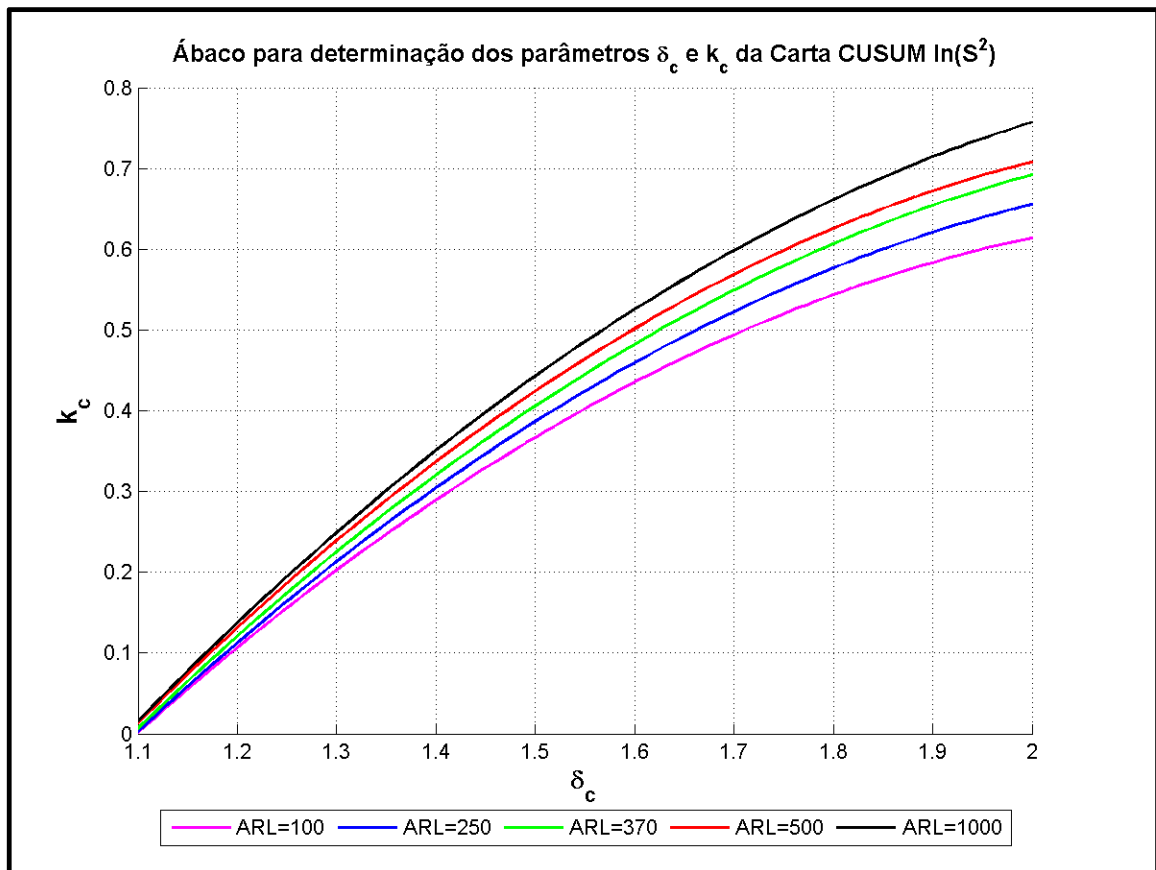


Figura 4.28 – Valor de  $k_c$  em função de  $\delta_c$ , da carta CUSUM- $\ln(S^2)$ , para vários valores de  $ARL_{EC}$  pretendidos

❖ *Deteção de decréscimos na variância do processo*

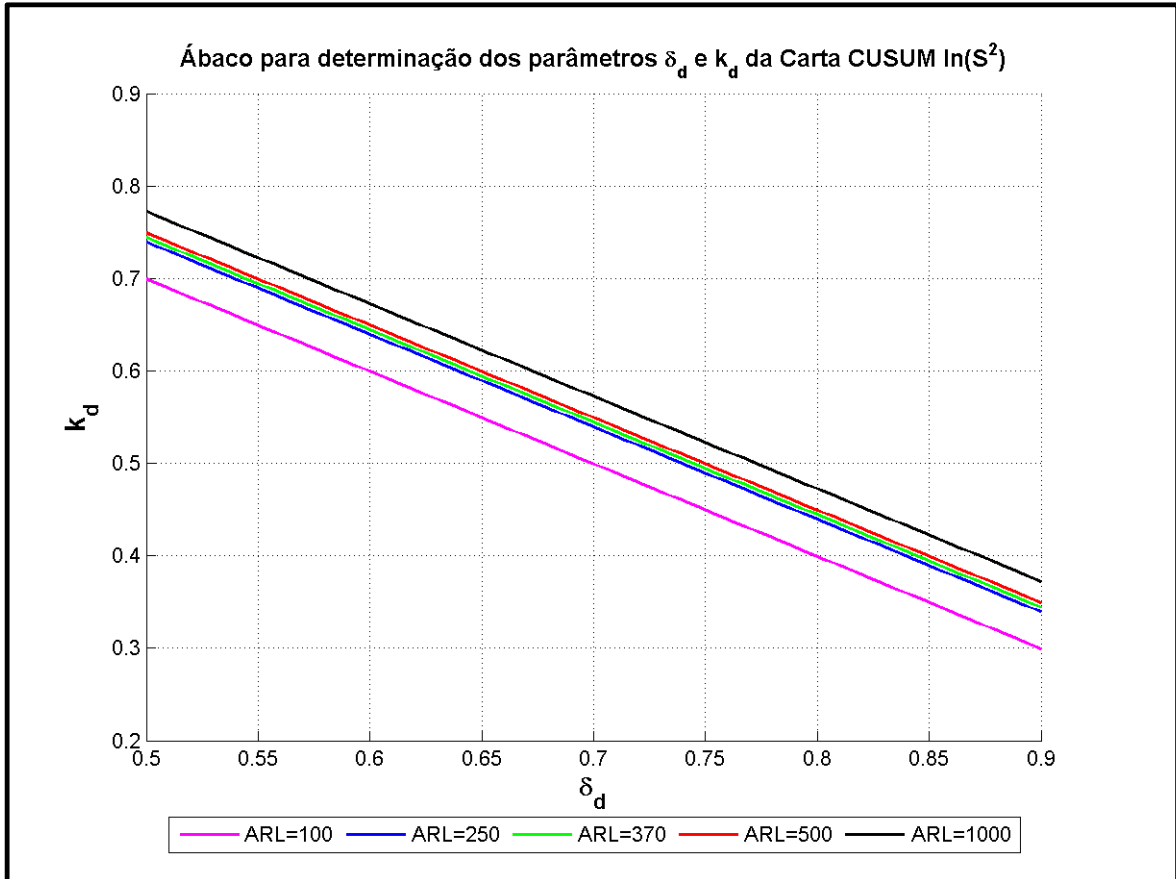


Figura 4.29 - Valor de  $k_d$  em função de  $\delta_d$ , da carta  $CUSUM-\ln(S^2)$ , para vários valores de  $ARL_{EC}$  pretendidos

Como resumo dos resultados essenciais obtidos na fase IV do procedimento apresentam-se em seguida os quadros de resultados finais referente a esta fase, que coincidem com as tabelas de resultados finais da presente dissertação.

De referir que se apresentam dois valores referentes a  $k_C$  óptimo, um deles referente à inexistência de interpolação polinomial e uma segunda já com resultados inerentes à aplicação de regressões polinomiais. Importa referir que se considera  $k_C$  óptimo(int.) como referência, uma vez que foi através de interpolação polinomial que se construiu os ábacos relativos a esta fase final do procedimento.

❖ *Detecção de aumentos na variância do processo*

Quadro 4.57 - Tabela de resultados final referente ao estudo de detecção de aumentos na dispersão do processo

		$\delta_C$							
		1,10	1,20	1,30	1,40	1,50	1,75	2,00	
<b>ARL</b>	100	$k_C$ óptimo	0,001	0,150	0,250	0,350	0,450	0,550	0,600
		$k_C$ óptimo(int.)	0,0011	0,1065	0,2026	0,2893	0,3668	0,5197	0,6144
		$h_C$ óptimo	2,5938	1,7500	1,3750	1,1000	0,9000	0,7375	0,6625
		$ARL_{FC}$ min.	28,152	13,456	8,093	5,544	4,197	2,577	1,919
	250	$k_C$ óptimo	0,001	0,100	0,200	0,350	0,500	0,600	0,700
		$k_C$ óptimo(int.)	0,0023	0,1124	0,2132	0,3045	0,3865	0,5505	0,6559
		$h_C$ óptimo	3,4375	2,5781	2,0000	1,4125	1,0313	0,8500	0,7000
		$ARL_{FC}$ min.	47,357	19,647	11,201	7,388	5,324	3,069	2,185
	370	$k_C$ óptimo	0,001	0,001	0,150	0,350	0,500	0,600	0,750
		$k_C$ óptimo(int.)	0,0066	0,1207	0,2252	0,3203	0,406	0,5788	0,6925
		$h_C$ óptimo	3,8125	3,8125	2,4844	1,5488	1,1266	0,9281	0,7000
		$ARL_{FC}$ min.	58,120	22,682	12,582	8,211	5,862	3,290	2,311
	500	$k_C$ óptimo	0,001	0,001	0,150	0,300	0,500	0,600	0,700
		$k_C$ óptimo(int.)	0,0129	0,131	0,239	0,3367	0,4242	0,5982	0,7083
		$h_C$ óptimo	4,0938	4,0938	2,6602	1,8516	1,1984	0,9867	0,8219
		$ARL_{FC}$ min.	67,121	24,933	13,675	8,831	6,265	3,455	2,406
	1000	$k_C$ óptimo	0,001	0,001	0,150	0,300	0,450	0,650	0,750
		$k_C$ óptimo(int.)	0,0158	0,1373	0,249	0,3509	0,4431	0,6307	0,7572
		$h_C$ óptimo	4,7609	4,7609	3,0598	2,1152	1,5234	1,0250	0,8573
		$ARL_{FC}$ min.	93,390	30,462	16,353	10,352	7,303	3,888	2,632

❖ *Deteção de decréscimos na variância do processo*

**Quadro 4.58 - Tabela de resultados final referente ao estudo de detecção de decréscimos na dispersão do processo**

		$\delta_D$					
		0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	
<b>ARL</b>	100	$k_D$ óptimo	0,3000	0,4000	0,5000	0,6000	0,7000
		$k_D$ óptimo(int.)	0,3000	0,4000	0,5000	0,6000	0,7000
		$h_D$ óptimo	6,2500	4,5000	3,6250	3,0250	2,6000
		$ARL_{FC}$ min.	31,0440	14,4836	8,4102	5,2798	3,5093
	250	$k_D$ óptimo	0,3500	0,4500	0,5000	0,6500	0,7500
		$k_D$ óptimo(int.)	0,3400	0,4400	0,5400	0,6400	0,7400
		$h_D$ óptimo	7,6875	5,5469	4,9063	3,7188	3,2375
		$ARL_{FC}$ min.	49,1603	20,5780	11,0330	6,7059	4,3827
	370	$k_D$ óptimo	0,3500	0,4500	0,5500	0,6500	0,7500
		$k_D$ óptimo(int.)	0,3450	0,4450	0,5450	0,6450	0,7450
		$h_D$ óptimo	8,8750	6,2500	4,9297	4,1406	3,5898
		$ARL_{FC}$ min.	57,9621	23,1185	12,2293	7,3787	4,7742
	500	$k_D$ óptimo	0,3500	0,4500	0,5500	0,6500	0,7500
		$k_D$ óptimo(int.)	0,3500	0,4500	0,5500	0,6500	0,7500
		$h_D$ óptimo	9,8750	6,7813	5,3203	4,4531	3,8593
		$ARL_{FC}$ min.	65,4505	25,0294	13,0950	7,8588	5,0694
	1000	$k_D$ óptimo	0,3500	0,4500	0,5500	0,6500	0,8000
		$k_D$ óptimo(int.)	0,3730	0,4730	0,5730	0,6730	0,7730
		$h_D$ óptimo	12,3125	8,1094	6,2500	5,1836	4,2168
		$ARL_{FC}$ min.	83,9032	30,0851	15,2196	8,9888	5,7424

#### **4.2.7. Resultados Finais**

Ao longo da presente dissertação foram apresentados os resultados das diversas fases de modo a complementar o procedimento de concepção da FCSCE, sendo estes apresentados separadamente e no final de cada fase do procedimento.

Considerando o desenvolvimento das diversas fases do procedimento inerentes à concepção da FCSCE e de modo a resumir os resultados finais da presente dissertação apresentam-se em seguida os ábacos e as tabelas de resultados resultantes da mesma. Estes resultados encontram-se igualmente em anexo.

Por último importa referir mais uma vez que estes resultados são referentes a um estudo de detecção de pequenas e moderadas alterações na dispersão do processo, sejam elas aumentos ou decréscimos na variância do processo, tendo-se por base uma dimensão de amostra igual a 5.

4.2.7.1. Ábacos e tabelas de resultados para consulta e determinação de parâmetros específicos

❖ *Detecção de aumentos na variância do processo*

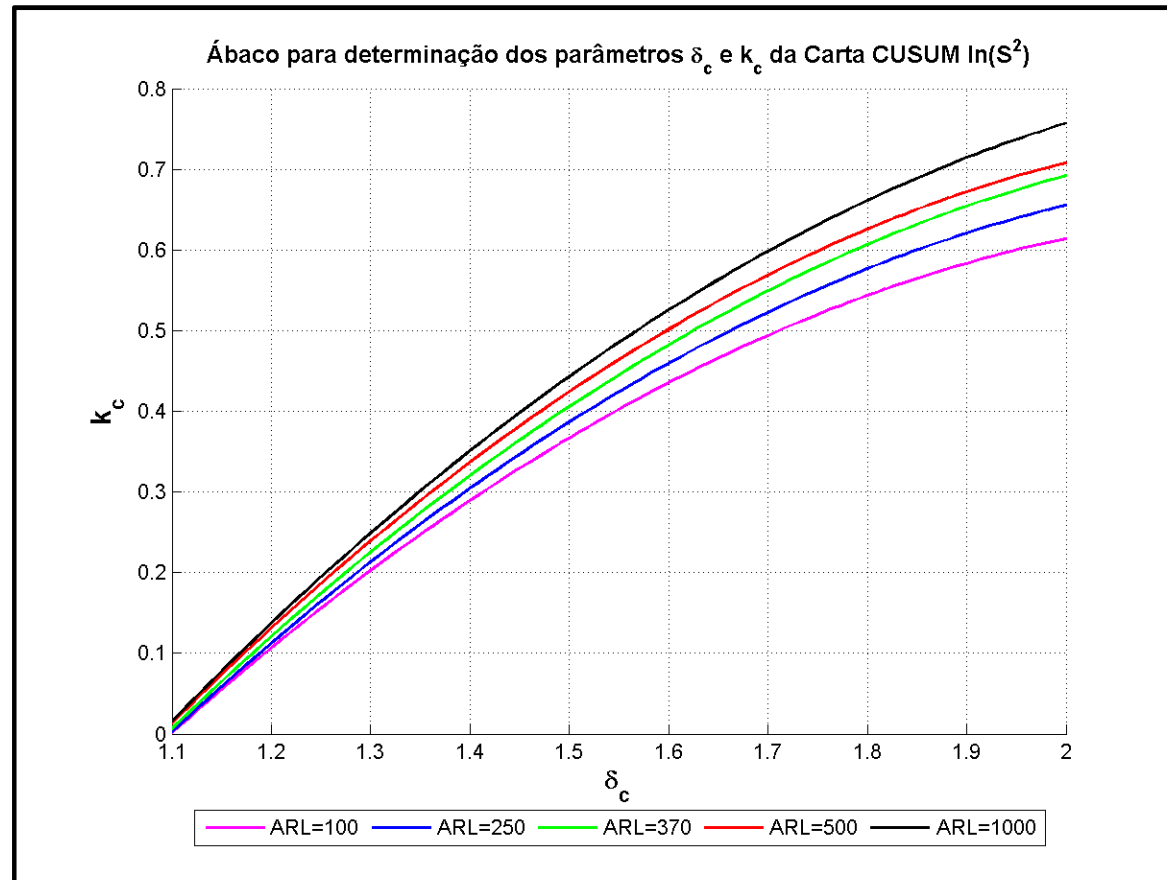


Figura 4.30 - Valor de  $k_c$  em função de  $\delta_c$ , da carta  $CUSUM-\ln(S^2)$ , para vários valores de  $ARL_{EC}$  pretendidos

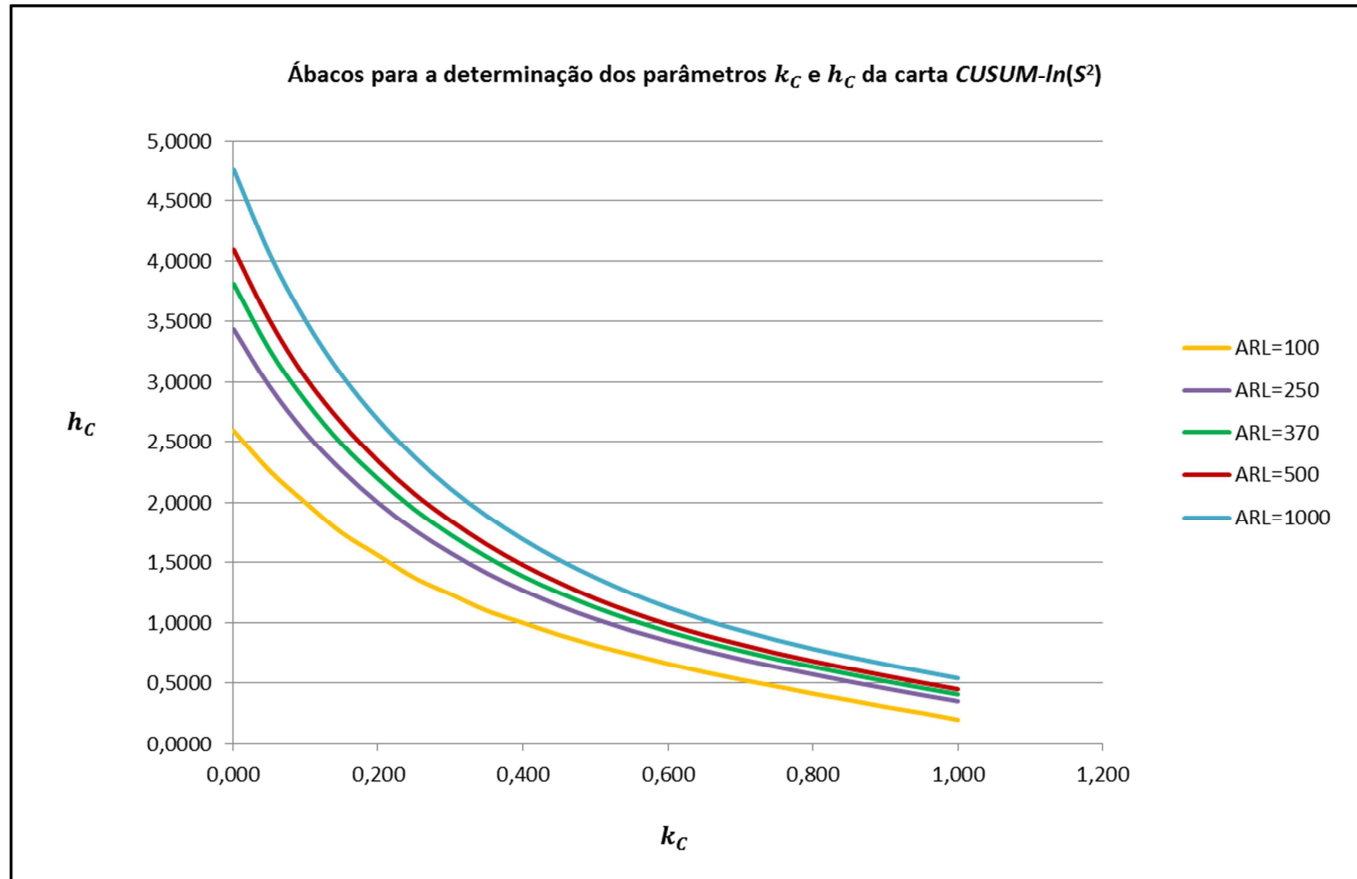


Figura 4.31 - Valores de  $k_C$  e  $h_C$  referentes à carta  $CUSUM-\ln(S^2)$ , em função de diferentes  $ARL_{EC}$

Quadro 4.59 - Tabela de resultados final referente ao estudo de detecção de aumentos na dispersão do processo

		$\delta_C$							
		1,10	1,20	1,30	1,40	1,50	1,75	2,00	
<b>ARL</b>	100	$k_C$ óptimo(int.)	0,0011	0,1065	0,2026	0,2893	0,3668	0,5197	0,6144
		$h_C$ óptimo	2,5938	1,7500	1,3750	1,1000	0,9000	0,7375	0,6625
		$ARL_{FC}$ min.	28,152	13,456	8,093	5,544	4,197	2,577	1,919
	250	$k_C$ óptimo(int.)	0,0023	0,1124	0,2132	0,3045	0,3865	0,5505	0,6559
		$h_C$ óptimo	3,4375	2,5781	2,0000	1,4125	1,0313	0,8500	0,7000
		$ARL_{FC}$ min.	47,357	19,647	11,201	7,388	5,324	3,069	2,185
	370	$k_C$ óptimo(int.)	0,0066	0,1207	0,2252	0,3203	0,406	0,5788	0,6925
		$h_C$ óptimo	3,8125	3,8125	2,4844	1,5488	1,1266	0,9281	0,7000
		$ARL_{FC}$ min.	58,120	22,682	12,582	8,211	5,862	3,290	2,311
	500	$k_C$ óptimo(int.)	0,0129	0,131	0,239	0,3367	0,4242	0,5982	0,7083
		$h_C$ óptimo	4,0938	4,0938	2,6602	1,8516	1,1984	0,9867	0,8219
		$ARL_{FC}$ min.	67,121	24,933	13,675	8,831	6,265	3,455	2,406
	1000	$k_C$ óptimo(int.)	0,0158	0,1373	0,249	0,3509	0,4431	0,6307	0,7572
		$h_C$ óptimo	4,7609	4,7609	3,0598	2,1152	1,5234	1,0250	0,8573
		$ARL_{FC}$ min.	93,390	30,462	16,353	10,352	7,303	3,888	2,632

❖ *Detecção de decréscimo na variância do processo*

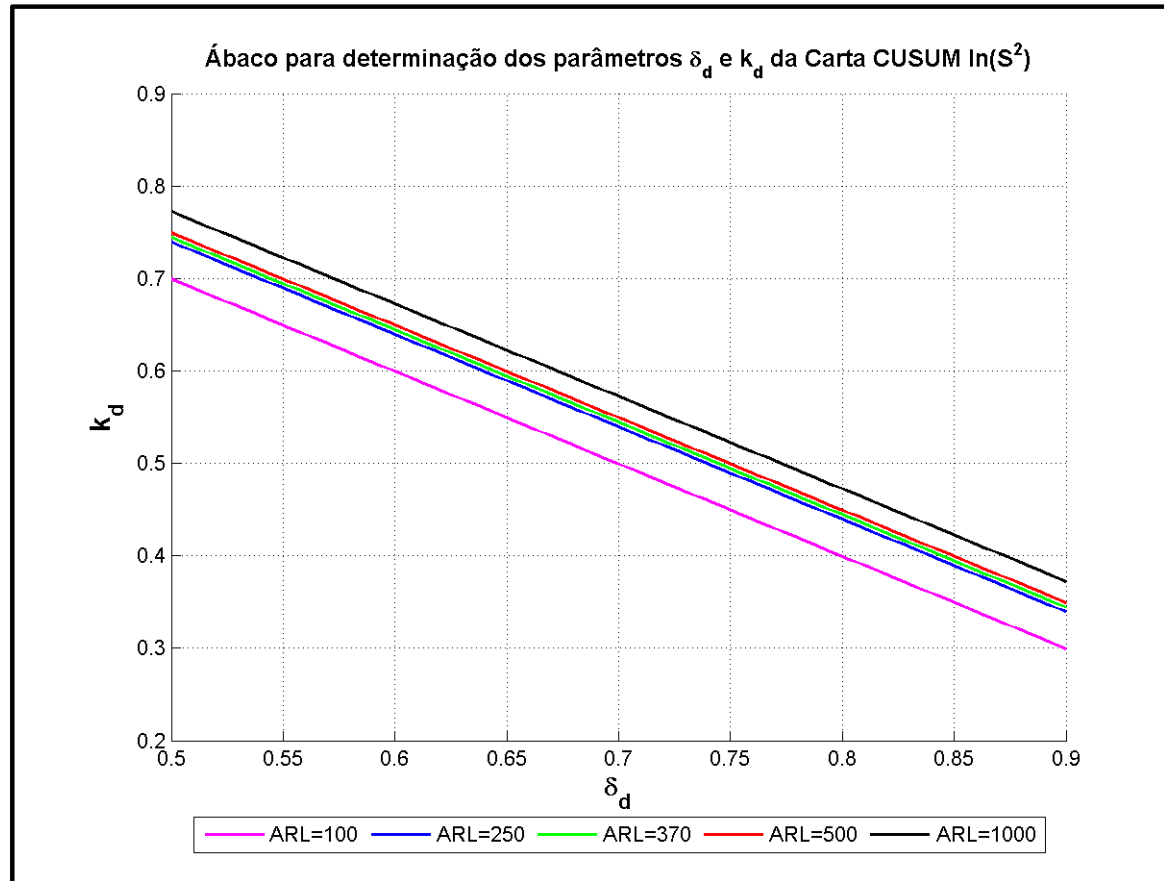


Figura 4.32 - Valor de  $k_d$  em função de  $\delta_d$ , da carta *CUSUM- $\ln(S^2)$* , para vários valores de  $ARL_{EC}$  pretendidos

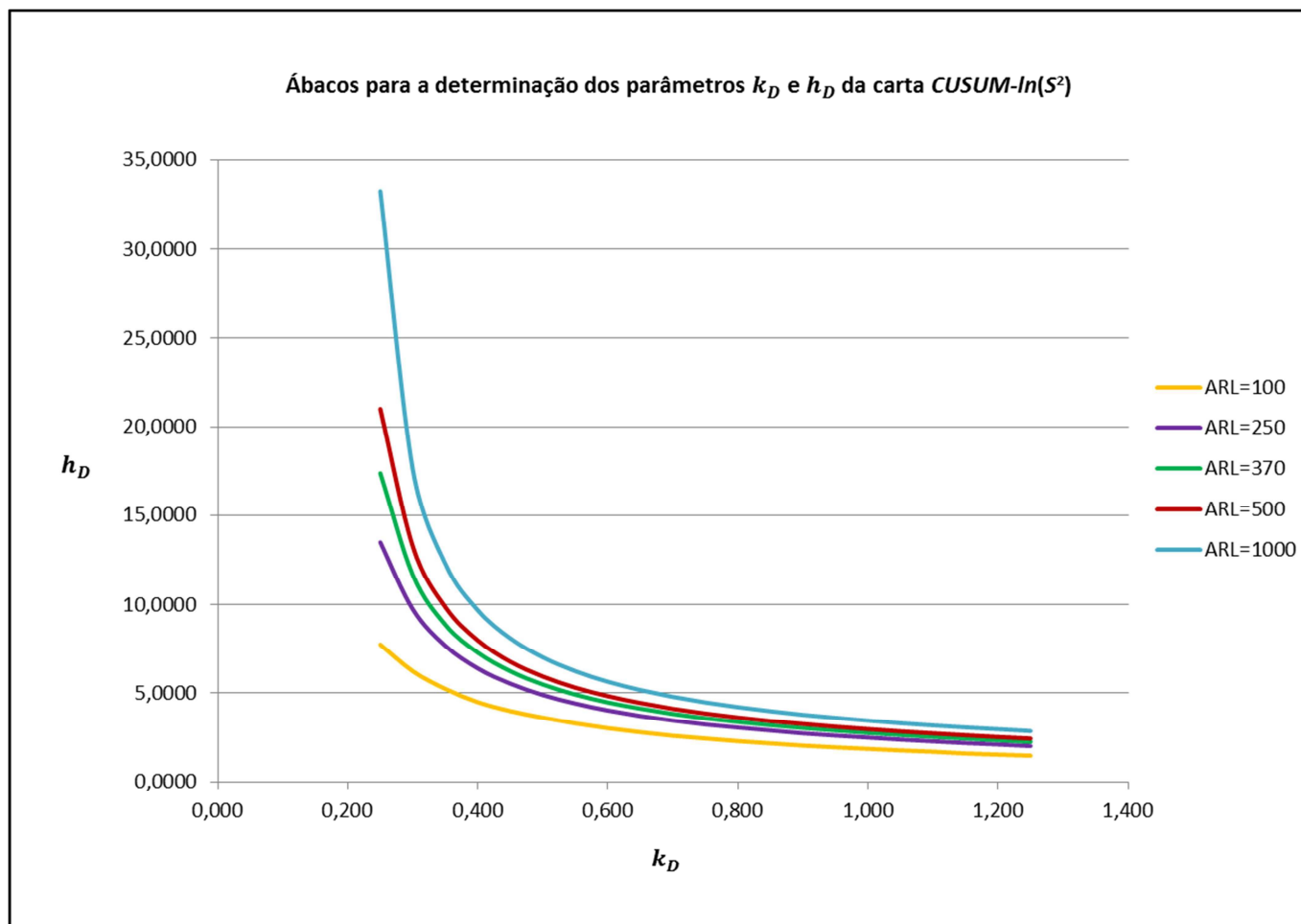


Figura 4.33 - Valores de  $k_D$  e  $h_D$  referentes à carta  $CUSUM-\ln(S^2)$ , em função de diferentes  $ARL_{EC}$

**Quadro 4.60 - Tabela de resultados final referente ao estudo de detecção de decréscimos na dispersão do processo**

		$\delta_D$					
		0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	
<b>ARL</b>	100	$k_D$ óptimo(int.)	0,3000	0,4000	0,5000	0,6000	0,7000
		$h_D$ óptimo	6,2500	4,5000	3,6250	3,0250	2,6000
		$ARL_{FC}$ min.	31,0440	14,4836	8,4102	5,2798	3,5093
	250	$k_D$ óptimo(int.)	0,3400	0,4400	0,5400	0,6400	0,7400
		$h_D$ óptimo	7,6875	5,5469	4,9063	3,7188	3,2375
		$ARL_{FC}$ min.	49,1603	20,5780	11,0330	6,7059	4,3827
	370	$k_D$ óptimo(int.)	0,3450	0,4450	0,5450	0,6450	0,7450
		$h_D$ óptimo	8,8750	6,2500	4,9297	4,1406	3,5898
		$ARL_{FC}$ min.	57,9621	23,1185	12,2293	7,3787	4,7742
	500	$k_D$ óptimo(int.)	0,3500	0,4500	0,5500	0,6500	0,7500
		$h_D$ óptimo	9,8750	6,7813	5,3203	4,4531	3,8593
		$ARL_{FC}$ min.	65,4505	25,0294	13,0950	7,8588	5,0694
1000	$k_D$ óptimo(int.)	0,3730	0,4730	0,5730	0,6730	0,7730	
	$h_D$ óptimo	12,3125	8,1094	6,2500	5,1836	4,2168	
	$ARL_{FC}$ min.	83,9032	30,0851	15,2196	8,9888	5,7424	



---

## **CAPÍTULO V**

---

# **CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS**

## 5. CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

### 5.1. Conclusões

A presente dissertação foi desenvolvida por forma a dar uma resposta alternativa à problemática inerente ao cálculo dos parâmetros da carta de carta de controlo  $CUSUM-In(S^2)$ .

A resposta alternativa em questão consiste numa ferramenta a que se deu o nome de Ferramenta Computacional de Suporte ao Controlo Estatístico (FCSCE) sendo esta capaz de obter, por um conjunto de fases sequenciais, resultados sob a forma de ábacos e tabelas para os vários parâmetros considerados na carta de controlo em causa. Deste modo, um dado utilizador habilitado poderia através da concepção e manipulação de algoritmos desenvolvidos segundo a metodologia inerente a esta dissertação chegar a um conjunto de resultados para diferentes situações.

Através de pequenas alterações nos valores de entrada dos algoritmos considerados na concepção desta ferramenta, é possível obter um conjunto de resultados referentes à carta de controlo  $CUSUM-In(S^2)$  permitindo à comunidade científica em geral e aos operacionais de controlo estatístico de processos em particular, usufruir de uma ferramenta com potencial relevante na área de qualidade.

A abordagem implementada neste trabalho baseou-se como já foi dito anteriormente em técnicas de simulação computacionais desenvolvidas com o recurso a computadores pessoais, tendo-se tido por base a abordagem utilizada em Alves (2009).

Por via da simulação computacional inerentes a este trabalho de dissertação foram gerados um conjunto de ábacos e de tabelas de resultados referentes à carta de controlo considerada para uma dimensão de amostra igual a 5, tendo-se chegado a um conjunto de resultados que se considera válido.

Foram gerados no final da fase III do procedimento os primeiros ábacos para consulta, sendo estes referentes à determinação dos parâmetros  $k$  e  $h$  da carta de controlo  $CUSUM-In(S^2)$  para diferentes valores de  $ARL$  e para os dois estudos de detecção relativos à carta em causa. O esforço computacional inerente à criação destes primeiros ábacos traduziu-se num período de

tempo aproximado de 2 meses e meio a 3 meses de trabalho de processamento contínuo, com recurso a dois computadores pessoais, uma vez que pressupôs naturalmente o desenvolvimento das fases anteriores, I e II.

O segundo conjunto de ábacos é gerado, igualmente por via de simulação computacional, após a conclusão da fase IV, que coincide com a conclusão do procedimento relativo ao desenvolvimento da FCSC. De referir que se recorreu à interpolação polinomial neste caso concreto. Este conjunto de ábacos refere-se à determinação de  $\delta$  e  $k$  para diferentes valores de  $ARL$  sendo estes também relativos aos dois estudos de detecção associados à carta de controlo  $CUSUM-\ln(S^2)$ . O tempo de processamento inerente ao esforço computacional relativo à criação deste tipo de ábaco cifrou-se aproximadamente nos 3 meses e meio de processamento contínuo.

Também no final desta fase IV e de modo a complementar a informação obtida sob a forma de ábacos decidiu-se construir uma tabela de resultados final que sintetizasse a informação considerada relevante. Assim estas tabelas, referentes aos dois estudos de detecção, possuem informação relativa a  $k_{\text{optimo}}$ ,  $k_{\text{optimo int.}}$  (relativa à interpolação polinomial),  $h_{\text{optimo}}$  e  $ARL_{FC}$  mínimo em função de  $\delta$  para diferentes valores de  $ARL_{EC}$  pretendidos.

De referir que os resultados obtidos neste segundo conjunto de ábacos poderiam ter sido melhores se em vez de se recorrer a interpolações polinomiais, o qual pressupõe naturalmente um erro associado, se tivesse aumentado consideravelmente a gama de valores referente a  $\delta_C$  e  $\delta_D$ . No entanto isso iria obrigar a um esforço computacional substancialmente superior ao evidenciado neste trabalho o que seria naturalmente um entrave à conclusão com sucesso da presente dissertação.

O presente projecto de dissertação respondeu com sucesso aos objectivos delineados, constituindo-se a ferramenta computacional de suporte ao controlo estatístico (FCSC) como uma ferramenta eficiente na obtenção dos parâmetros da carta de controlo considerada para estudo, sendo esta capaz de gerar resultados válidos para um vasto conjunto de cenários.

A obtenção das tabelas de resultados relativas às diversas fases do procedimento resultou na utilização intensiva de dois computadores pessoais de uso comum durante um período de tempo relevante, tendo-se em algumas fases, como já foi dito anteriormente, tido a necessidade de se realizar acertos na dimensão da sequência, que resultaram no aumento do número de elementos deste por forma a chegar a resultados válidos e conseqüentemente isso

tornou os algoritmos particularmente pesados e o tempo de geração de resultados associado naturalmente maior.

É igualmente de referir que, antes de se inicializar a geração de resultados referente a todas as fases inerentes à presente dissertação, teve naturalmente que se desenvolver os vários algoritmos necessários para o efeito, o que pressupôs um estudo durante um tempo relevante do programa Matlab e linguagem de programação inerente a este. Realizou-se ainda uma revisão bibliográfica que complementasse a temática e o âmbito da presente dissertação.

## 5.2. Considerações adicionais

Tendo em conta as considerações tecidas anteriormente relativas ao esforço computacional inerente a este projecto, conclui-se que as capacidades existentes na maioria dos computadores pessoais de uso comum são ainda insuficientes para que todo o procedimento referente à concepção da Ferramenta Computacional de Suporte ao Controlo Estatístico seja realizado de forma mais célere, esperando-se naturalmente que as constantes evoluções que ocorrem na indústria informática resultem em breve, no desenvolvimento de computadores pessoais com uma maior e mais eficaz capacidade processamento. Foram utilizados para este projecto dois computadores pessoais com processador Intel(R) Core™ i5 CPU 2.27 GHz.

De realçar que a dado momento de realização da dissertação em causa, um dos computadores pessoais utilizados acabou por avariar devido a problemas de sobreaquecimento fruto da sua utilização intensiva 24 horas por dia, o que resultou durante algum tempo, na obtenção de resultados apenas com o recurso a um computador.

### 5.3. Sugestões para Trabalhos Futuros

A presente dissertação foi concluída com sucesso sendo o objectivo desta, tal como referido anteriormente, a criação de uma ferramenta para a obtenção de tabelas de resultados e ábacos referentes aos parâmetros da carta  $CUSUM-\ln(S^2)$ , considerando que os dados são independentes e normalmente distribuídos.

No que concerne a trabalhos futuros realizados no âmbito da temática evidenciada na presente dissertação, considera-se relevante estudar a possibilidade de desenvolvimento de uma abordagem semelhante a esta, mas para a carta de controlo  $EWMA-\ln(S^2)$ , também ela destinada ao controlo da dispersão do processo, por forma até a comparar os resultados obtidos nas duas cartas especiais de controlo da dispersão.

Uma outra possibilidade passa por aplicar uma metodologia semelhante alargando a gama de valores referentes à dimensão de amostra, assim como a gama de valores de  $ARL_{EC}$ .

Por outro lado, existe a possibilidade mais complexa de aplicar uma abordagem semelhante à presente dissertação, num projecto que incida o seu foco em processo de auto-correlação.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

---

- Alvelos, H.M.P.P.D. (2002); “Análise, Desenvolvimento e Teste de Métodos e Técnicas para Controlo Estatístico em Análise Sensorial”, Tese de Doutoramento, Faculdade de Engenharia, Universidade do Porto, Porto.
- Alves, C. C. (2003); “Gráficos de Controle CUSUM: Um Enfoque Dinâmico para a Análise Estatística de Processos”, Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis.
- Alves, Y. M. C. (2009); “Determinação de Parâmetros de Cartas de Controlo Estatístico Usando Ferramentas Computacionais Específicas”, Dissertação de Mestrado, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Nova de Lisboa.
- Cabral, J. A. (2001). *Notas de Apoio à Disciplina de Gestão de Qualidade*. Não publicadas. Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto
- Crowder, S. V., Hawkins, D. M., Reynolds, M. R. JR. e Yashchin, E (1997); “Process Control and Statistical Inference”, *Journal of Quality Technology*, Vol.29.
- Dong, H., Tsung, F. e Xijian, H (2008); “A multi-chart approach for mean shift detection”, *Chinese Journal of Applied Probability and Statistics*.
- Doty, L. A. (1996); *Statistical Process Control*; Industrial Press, Inc., New York, 2ª Edição.
- Bauer, F. – Software Engineering Congress[NAU69] .
- Gan, F. F. (1991); "An Optimal Design of CUSUM Quality Control Charts", *Journal of Quality Technology*, Vol.23, Nº4.
- Gan, F. F. e Chang, T. C. (1995); “A Cumulative Sum Control Chart for Monitoring Process Variance”; *Journal of Quality Technology*, Vol.27, Nº2.
- Han, D., Tsung, F., Hu, X. e Wang, K. (2007); “CUSUM and EWMA multi-charts for detecting a range of mean shifts”, *Chinese Journal of Applied Probability and Statistics*.
- Hawkins, D. M. (1981); "A CUSUM for a Scale Parameter", *Journal of Quality Technology*, Vol. 13.
- Hawkins, D.M. e Olwell D.H. (1998); *Cumulative Sum Charts and Charting for Quality Improvement*, Springer-Verlag, New York, 1ª Edição.
- Kotz, S. e Johnson, N. L. (2002); “Process Capability Indices-A Review, 1992-2000”, *Journal of Quality Technology*, Vol. 34, Nº1.
- Lucas, J. M. (1982); “Combined Shewhart-CUSUM Quality Control Schemes”. *Journal of Quality Technology*, Vol. 14.

- Maravelakis, P.E. (2012); "Measurement error effect on the CUSUM control chart". *Journal of Applied Statistics*, Vol. 39, Nº2.
- Montgomery, D.C. (2012); *Introduction to Statistical Quality Control*; John Wiley & Sons, Inc., New York, 7ª Edição.
- Montgomery, D.C. & Keats, J. B. (1996); *Statistical Applications in Process Control*; Marcel Dekker, Inc., New York.
- Morais, V. e Vieira, C. (2006); *Matlab 7&6 – Curso Completo*; FCA – Editora de Informática, Lisboa, 3ª Edição.
- Mottonen, M., Belt, P., Harkonen, J., Haapasalo, H. e Kess, P. (2008); "Manufacturing Process Capability and Specification Limits", *The Open Industrial and Manufacturing Engineering Journal*.
- Nezhad, M.S.F. e Niaki, S.T.A. (2010); "A new monitoring design for uni-variate statistical quality control charts", *Information Sciences, Elsevier Inc.*.
- Norma Portuguesa NP ISO 9000:2005 – Sistemas de gestão da Qualidade, Fundamentos e Vocabulário.
- Oakland, J. (2003); *Statistical Process Control*, Butterworth-Heinemann, London, 5ª Edição.
- Park, S. H. e Vining, G. G. (2000); *Statistical Process Monitoring and Optimization*; Marcel Dekker, Inc., New York.
- Page, E.S. (1963); "Controlling the Standard Deviation by CUSUMs and Warning Lines", *Technometrics*, Vol.5.
- Page, E.S. (1961); "Cumulative Sum Charts"; *Technometrics*, Vol. 3, Nº1.
- Palm, A. C. (2000); "Discussion: Controversies and Contradictions in Statistical Process Control", *Journal of Quality Technology*, Vol.32.
- Pereira, Z. L. e Requeijo, J. G. (2012); *Qualidade: Planeamento e Controlo Estatístico de Processos*, Fundação FCT da UNL, Lisboa.
- Pitt, H. (1994); *SPC for the rest of us: A Personal Path to Statistical Process Control*; Addison-Wesley Publishing Company, Inc., Massachusetts.
- Pressman, R. S. (2003); *Engenharia de Software*, McGraw-Hill, 5ª Edição, Rio de Janeiro.
- Poetrodjojo, S., Abdollahian, M. A. e Debnath, N.C. (2002); "Optimal Cusum Schemes For Monitoring Variability", *Hindawi Publishing Corp.*.
- Pyzdek, T. (2003); *The Six Sigma Handbook*, McGraw Hill, 3ª Edição, New York.

- Quesenberry, C. P. (1997); *SPC Methods for Quality Improvement*; John Wiley & Sons, Inc., New York.
- Requeijo, J. F. G. (2003); “Técnicas Avançadas do Controlo Estatístico do Processo”, Tese de Doutoramento, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Nova de Lisboa, Lisboa.
- Ryu, J. H. e Wan, H. (2010); “Optimal Design of a CUSUM Chart for a Mean Shift of Unknown Size”, *Journal of Quality Technology*, Vol.42, Nº3.
- Schoonhoven, M., Riaz, M. e Does, R. J. M. M (2011); “Design and analysis of control charts for standard deviation with estimated parameters”, *Journal of Quality Technology*, Vol.43, Nº4.
- Shewhart, W.A. (1931); *Economic Control of Quality of Manufactured Product*. D. Van Nostrand, New York.
- Shu, L., Jiang, W. e Fai, H. (2010); “An Adaptive Cusum Procedure for Signaling Process Variance Changes of Unknown Sizes”, *Journal of Quality Technology*, Vol. 42, Nº1.
- Snoussi, A. (2010); “SPC for short-run multivariate autocorrelated processes”, *Journal of Applied Statistics*, Vol.38, Nº10.
- Souza, M. N. (1996); “Metodologia de Aplicação do Controlo Estatístico da Qualidade para a Melhoria de Processos”, Dissertação de Mestrado em Sistemas e Computação, IME, Rio de Janeiro.
- Sparks, R.S. (2000); “CUSUM charts for signaling varying location shifts”, *Journal of Quality Technology*, Vol.32, Nº2.
- Toledo, J. C. (2012); “Introdução ao CEP – Controle Estatístico de Processo”, sítio na web: <http://www.gepeq.dep.ufscar.br/arquivos/CEP-ApostilaIntroducaoCEP2006.pdf>, download e consulta em Janeiro.
- Vieira, J.C. (2001); *Controlo Estatístico do Processo* – Instituto Português da Qualidade, Ministério da Economia, 1ª Edição.
- Wise, S. A. e Fair, D. C. (1998); *Practical SPC Solutions for Today's Manufacturing Environment*; ASQ Quality Press Books, 3ª Edição, Milwaukee, Wisconsin.
- Woodall, W. H. (2000); “Controversies and Contradictions in Statistical Process Control”, *Journal of Quality Technology*, Vol. 32, Nº4.
- Woodall, W. H. (1986); “The Design of CUSUM Quality Control Charts”, *Journal of Quality Technology*, Vol.18.
- Woodall, W. H. e Montgomery, D. C. (1999); “Research Issues and Ideas in Statistical Process Control”; *Journal of Quality Technology*, Vol.31.

- Zhao, Y., Tsung, F., e Wang, Z. (2005); “Dual CUSUM Control Schemes for Detecting a Range of Mean Shifts”, *IIE Transactions*.



## ANEXOS

---

## ANEXO I – ÁBACOS DA CARTA *CUSUM* E *CUSUM-FIR* (GAN, 1991)

### I.1 Ábacos para determinação dos parâmetros $k$ e $h$ da carta *CUSUM*

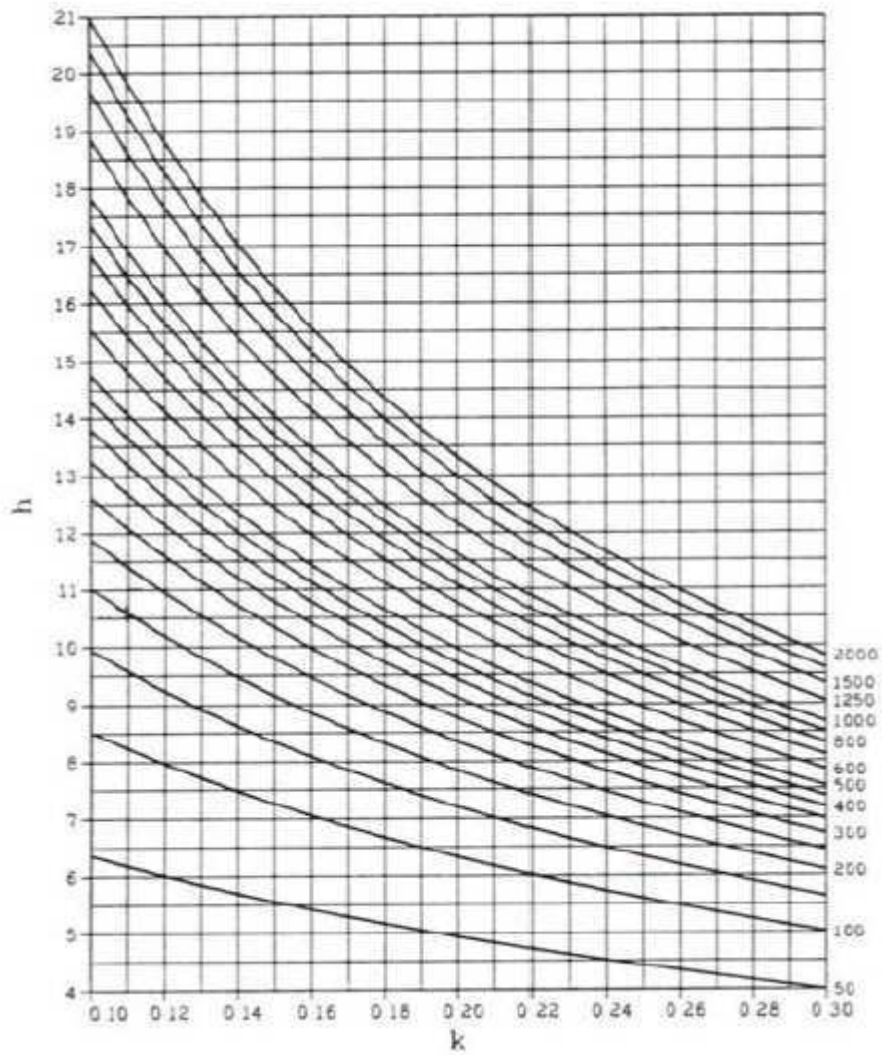


Figura I.1 - Combinação de  $k$  e  $h$  da Carta *CUSUM*, com  $C_0=0$  e  $T_0=0$ , para vários valores de  $ARL_{Em\ Controle}$

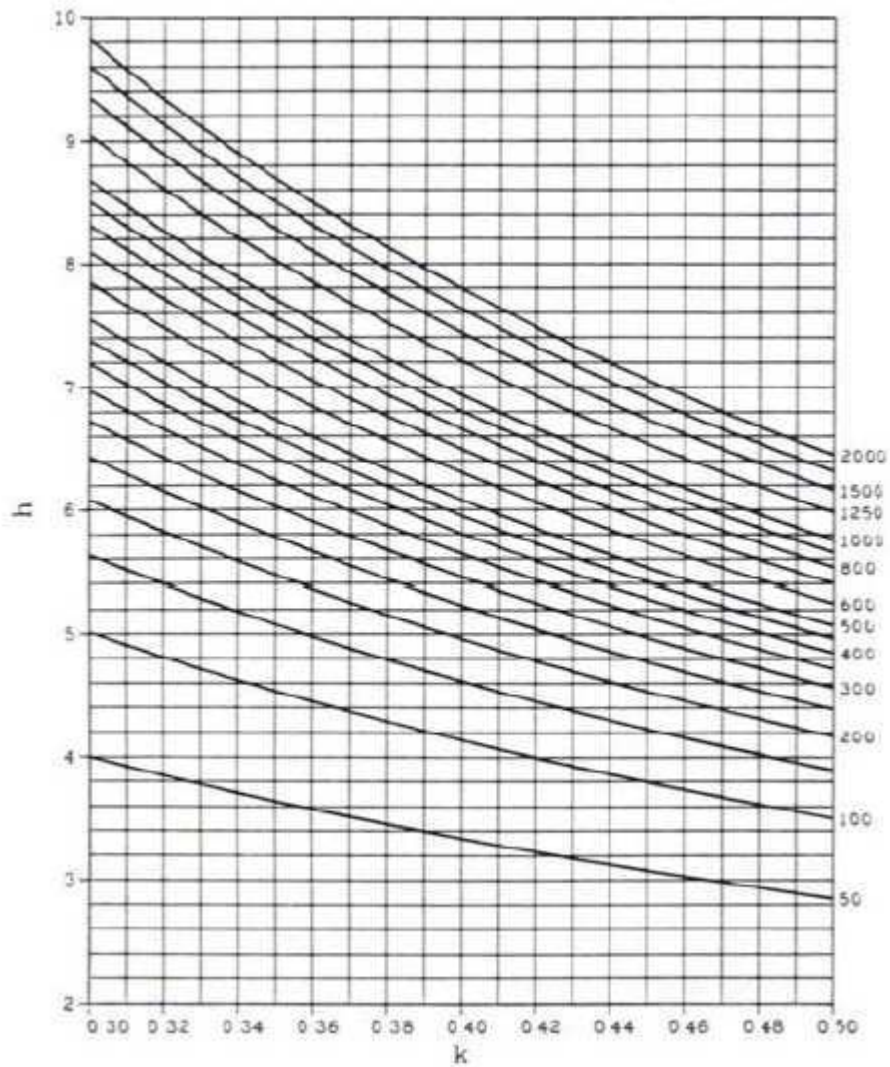


Figura 1.2 - Combinação de  $k$  e  $h$  da Carta *CUSUM*, com  $C_0=0$  e  $T_0=0$ , para vários valores de  $ARL_{Em\ Controlo}$

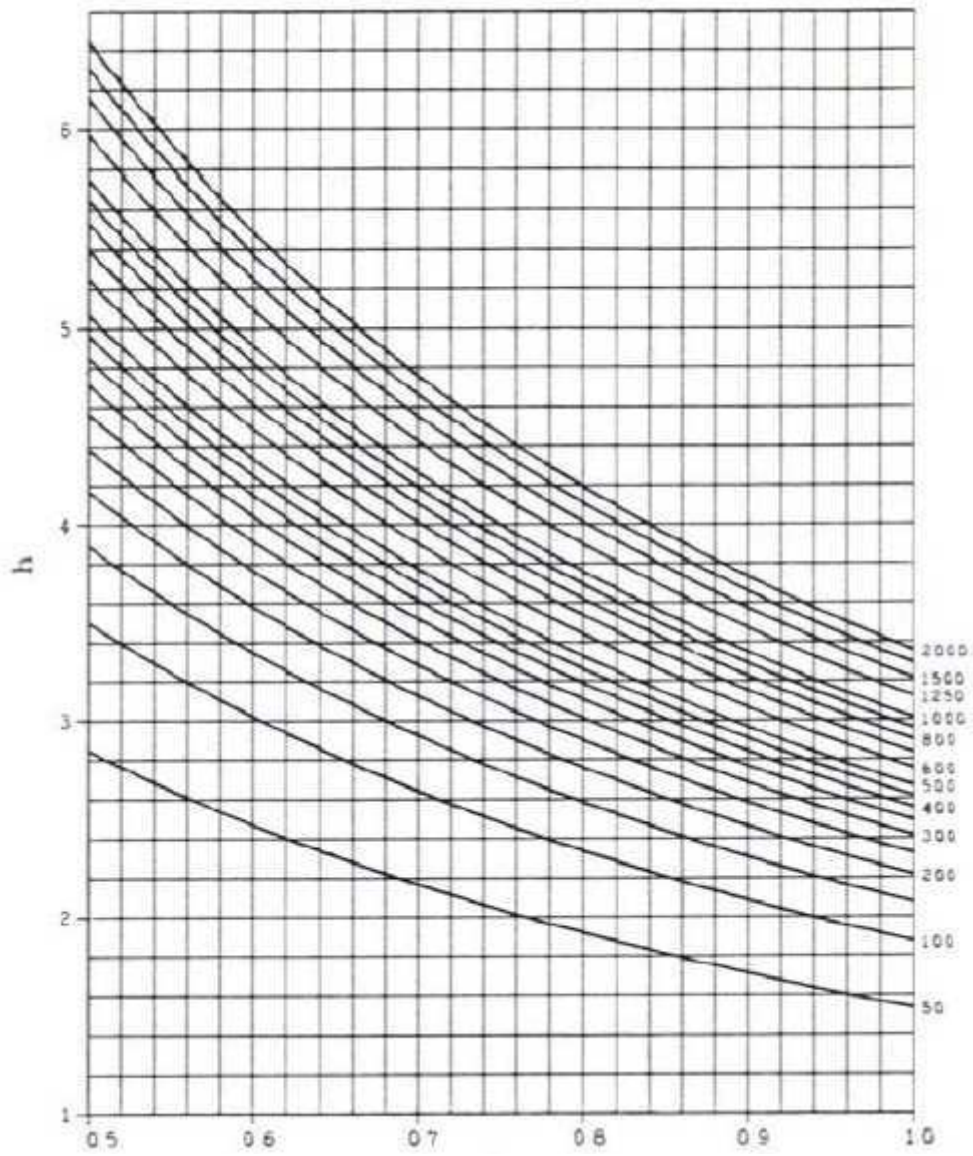


Figura 1.3 - Combinação de  $k$  e  $h$  da Carta *CUSUM*, com  $C_0=0$  e  $T_0=0$ , para vários valores de  $ARL_{Em\ Control}$

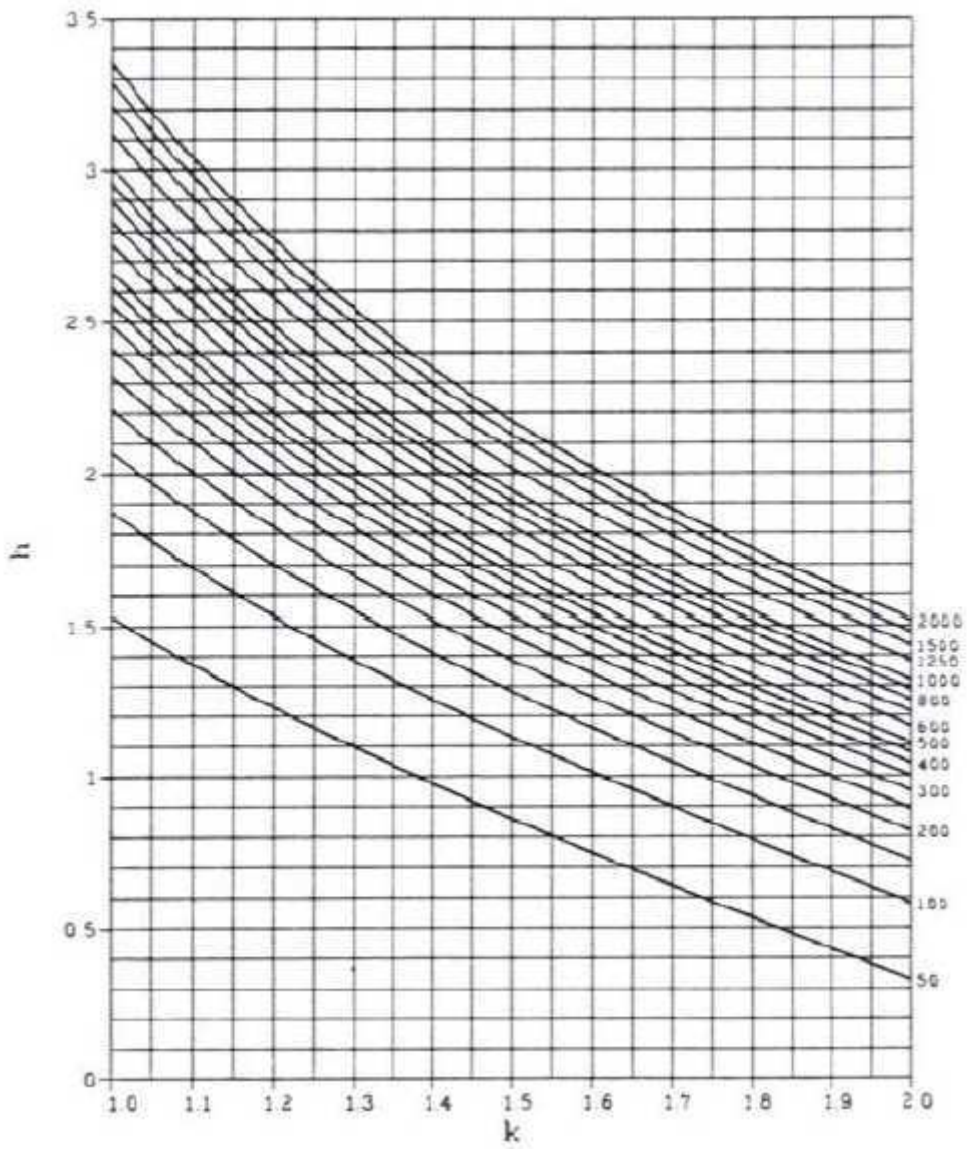


Figura 1.4 - Combinação de  $k$  e  $h$  da Carta *CUSUM*, com  $C_0=0$  e  $T_0=0$ , para vários valores de  $ARL_{Em\ Controla}$

## I.2 Ábacos para determinação dos parâmetros $k$ e $h$ da carta *CUSUM-FIR*

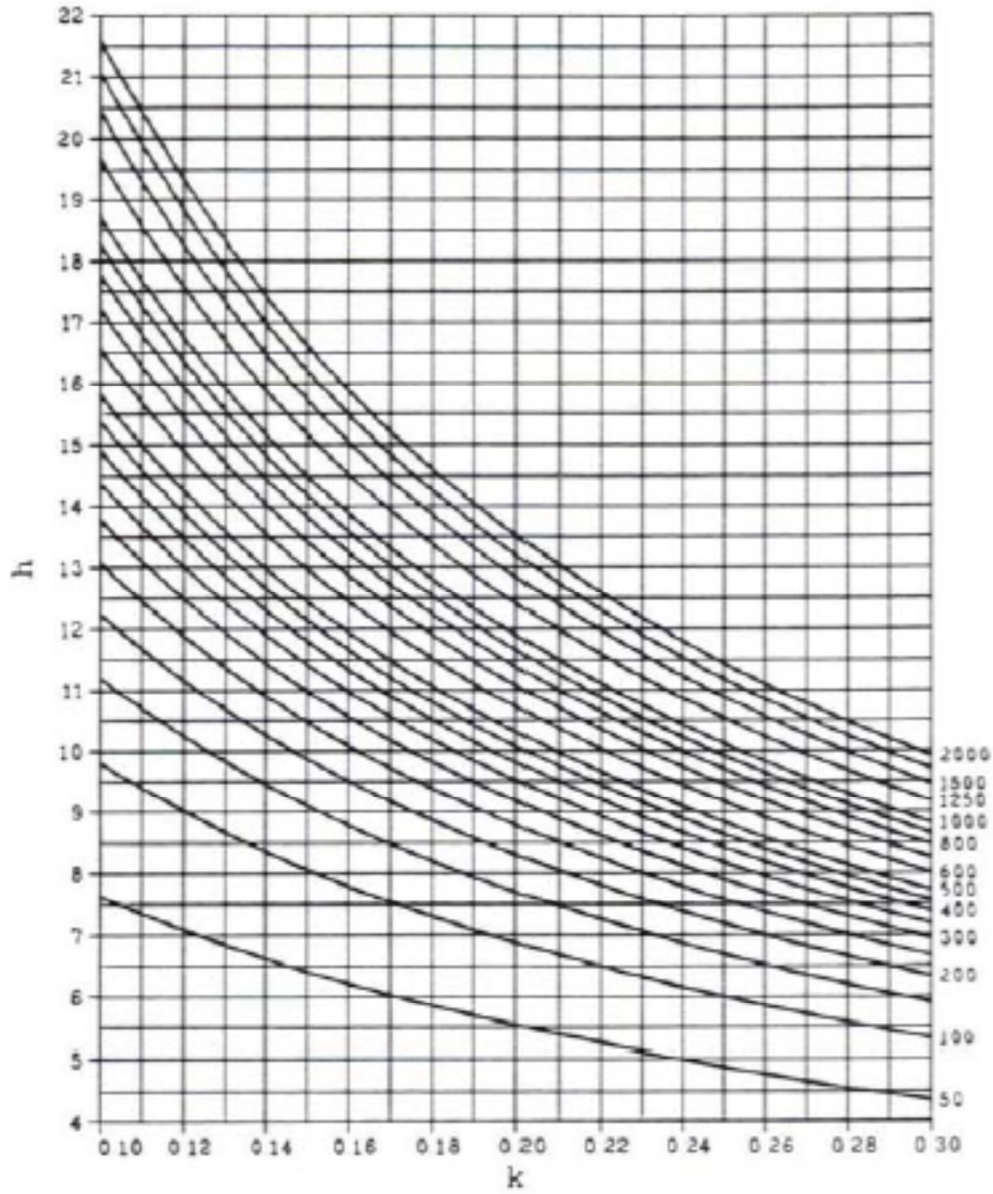


Figura I.5 - Combinação de  $k$  e  $h$  da Carta *CUSUM-FIR*, com  $C_0 \neq 0$  e  $T_0 \neq 0$ , para vários valores de  $ARL_{Em\ Controle}$

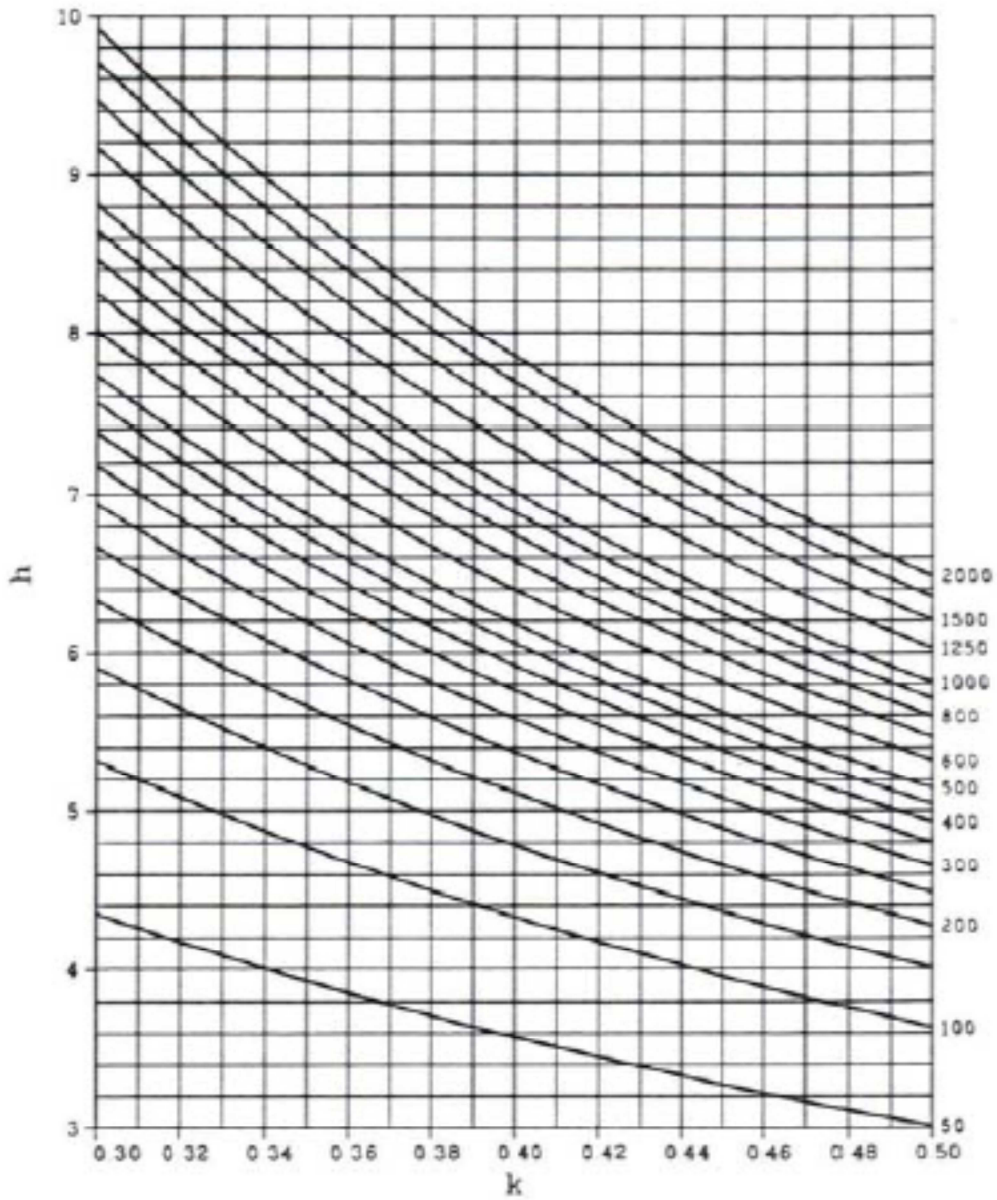


Figura 1.6 - Combinação de  $k$  e  $h$  da Carta *CUSUM-FIR*, com  $C_0 \neq 0$  e  $T_0 \neq 0$ , para vários valores de  $ARL_{Em\ Controlo}$

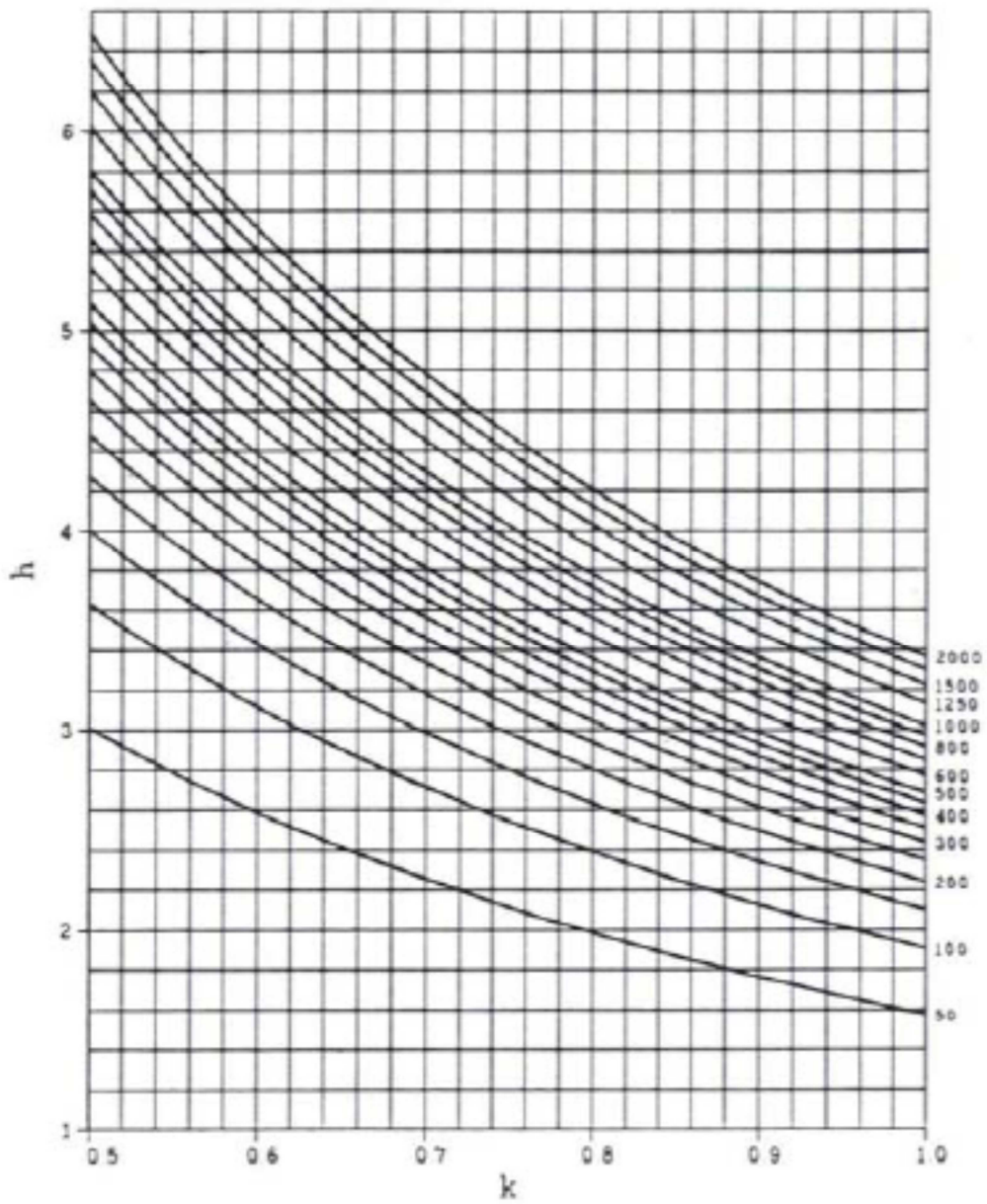


Figura 1.7 - Combinação de  $k$  e  $h$  da Carta *CUSUM-FIR*, com  $C_0 \neq 0$  e  $T_0 \neq 0$ , para vários valores de  $ARL_{Em\ Control}$

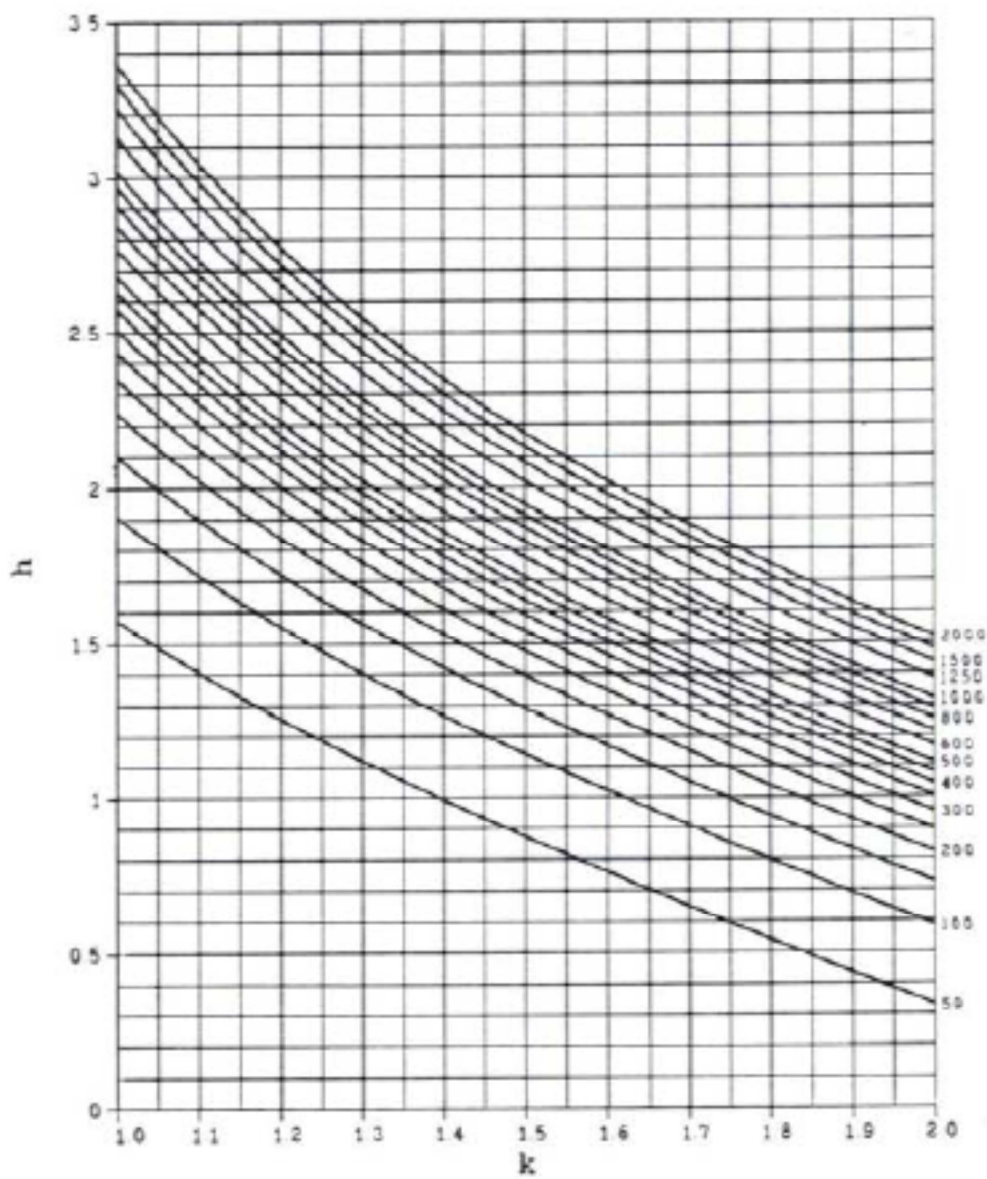


Figura 1.8 - Combinação de  $k$  e  $h$  da Carta *CUSUM-FIR*, com  $C_0 \neq 0$  e  $T_0 \neq 0$ , para vários valores de  $ARL_{Em\ Controlo}$

## ANEXO II – TABELAS PARA AS CARTA $CUSUM-LN(S^2)$ E $FIRCUSUM-LN(S^2)$ (CHANG E GAN, 1995)

### II.1 Tabelas para a carta $CUSUM-LN(S^2)$

Quadro II.1 - Parâmetros ( $k_c, h_c$ ),  $ARL_1$  e  $ARL_2$  da carta  $CUSUM-LN(S^2)$ , para detectar um aumento da variância do processo

$n$	$\sigma_1/\sigma_0$	$ARL_0$			
		100	200	500	1000
2	1,20	(0,648 ; 1,466) 28,8 ; 3,5	(0,761 ; 1,538) 46,1 ; 4,0	(0,900 ; 1,597) 85,6 ; 4,7	(-0,900 ; 21,33) 120,6 ; 15,7
	1,60	(0,763 ; 1,283) 8,6 ; 2,4	(0,855 ; 1,381) 11,1 ; 2,6	(0,972 ; 1,471) 15,7 ; 2,9	(1,057 ; 1,517) 20,2 ; 3,2
	2,20	(0,912 ; 1,073) 4,0 ; 1,8	(0,987 ; 1,185) 4,6 ; 1,9	(1,085 ; 1,294) 5,6 ; 2,1	(1,158 ; 1,354) 6,5 ; 2,2
	3,00	(1,059 ; 0,887) 2,5 ; 1,5	(1,121 ; 1,009) 2,8 ; 1,6	(1,204 ; 1,130) 3,1 ; 1,6	(1,268 ; 1,197) 3,4 ; 1,7
3	1,20	(0,350 ; 1,601) 20,7 ; 2,4	(-0,026 ; 3,771) 30,1 ; 3,7	(-0,213 ; 7,103) 45,5 ; 7,4	(-0,277 ; 9,860) 58,8 ; 7,4
	1,60	(0,589 ; 1,099) 5,4 ; 1,6	(0,632 ; 1,236) 6,6 ; 1,7	(0,679 ; 1,409) 8,7 ; 1,9	(0,676 ; 1,620) 10,6 ; 2,1
	2,20	(0,788 ; 0,805) 2,5 ; 1,3	(0,826 ; 0,925) 2,8 ; 1,3	(0,879 ; 1,052) 3,2 ; 1,4	(0,919 ; 1,131) 3,6 ; 1,4
	3,00	(0,964 ; 0,590) 1,7 ; 1,1	(0,995 ; 0,708) 1,8 ; 1,2	(1,039 ; 0,834) 1,9 ; 1,2	(1,074 ; 0,911) 2,1 ; 1,2
5	1,20	(0,126 ; 1,863) 13,5 ; 2,0	(0,068 ; 2,657) 18,1 ; 2,5	(0,011 ; 3,961) 24,9 ; 3,3	(-0,014 ; 5,013) 30,4 ; 4,0
	1,60	(0,502 ; 0,808) 3,3 ; 1,2	(0,521 ; 0,938) 3,9 ; 1,2	(0,541 ; 1,106) 4,8 ; 1,3	(0,539 ; 1,270) 5,5 ; 1,4
	2,20	(0,725 ; 0,502) 1,6 ; 1,1	(0,744 ; 0,605) 1,8 ; 1,1	(0,770 ; 0,722) 2,0 ; 1,1	(0,792 ; 0,797) 2,1 ; 1,1
	3,00	(0,919 ; 0,286) 1,2 ; 1,0	(0,932 ; 0,389) 1,2 ; 1,0	(0,952 ; 0,504) 1,3 ; 1,0	(0,969 ; 0,577) 1,4 ; 1,0
10	1,20	(0,170 ; 1,093) 7,9 ; 1,2	(0,144 ; 1,464) 9,9 ; 1,5	(0,126 ; 1,957) 12,7 ; 1,9	(0,114 ; 2,371) 15,0 ; 2,1
	1,60	(0,458 ; 0,460) 1,9 ; 1,0	(0,468 ; 0,549) 2,2 ; 1,0	(0,482 ; 0,656) 2,5 ; 1,0	(0,492 ; 0,731) 2,8 ; 1,0
	2,20	(0,692 ; 0,189) 1,1 ; 1,0	(0,700 ; 0,269) 1,2 ; 1,0	(0,710 ; 0,362) 1,2 ; 1,0	(0,718 ; 0,424) 1,3 ; 1,0
	3,00	(0,800 ; 0,079) 1,0 ; 1,0	(0,800 ; 0,165) 1,0 ; 1,0	(0,800 ; 0,266) 1,0 ; 1,0	(0,800 ; 0,335) 1,0 ; 1,0
20	1,20	(0,186 ; 0,615) 4,7 ; 1,0	(0,178 ; 0,774) 5,7 ; 1,0	(0,166 ; 1,015) 7,0 ; 1,1	(0,162 ; 1,187) 8,0 ; 1,1
	1,60	(0,440 ; 0,211) 1,3 ; 1,0	(0,444 ; 0,275) 1,4 ; 1,0	(0,452 ; 0,348) 1,5 ; 1,0	(0,458 ; 0,398) 1,6 ; 1,0
	2,20	(0,640 ; 0,004) 1,0 ; 1,0	(0,640 ; 0,069) 1,0 ; 1,0	(0,640 ; 0,145) 1,0 ; 1,0	(0,640 ; 0,197) 1,0 ; 1,0
	3,00	(0,640 ; 0,004) 1,0 ; 1,0	(0,640 ; 0,069) 1,0 ; 1,0	(0,640 ; 0,145) 1,0 ; 1,0	(0,640 ; 0,197) 1,0 ; 1,0

Nota: A leitura do quadro é feita da forma seguinte, tendo por base os primeiros valores no canto superior esquerdo, que correspondem a  $ARL_0 = 100$  ( $ARL_{Em\ Controla} = 100$ ):

(0,648 ; 1,466)

28,8 ; 3,5

- $k_A = 0,648$
- $h_A = 1,466$
- 28,8 é o  $ARL_{Fora\ de\ Controla}$  para um aumento do desvio padrão de  $\sigma_1/\sigma_0$
- 3,5 é o  $ARL_{Fora\ de\ Controla}$  para um aumento do desvio padrão de  $2\sigma_1/\sigma_0$

Quadro II.2 - Parâmetros ( $k_D, h_D$ ),  $ARL_1$  e  $ARL_2$  da carta  $CUSUM-\ln(S^2)$ , para detectar um decréscimo da variância do processo

		$ARL_0$			
$n$	$\sigma_1/\sigma_0$	100	200	500	1000
2	0,80	( 1,400 ; 16,167 ) 40,0 ; 10,6	( 1,400 ; 22,531 ) 59,3 ; 14,3	( 1,400 ; 33,131 ) 92,4 ; 20,6	( 1,426 ; 40,163 ) 122,4 ; 25,1
	0,60	( 1,470 ; 14,958 ) 19,0 ; 7,7	( 1,540 ; 18,704 ) 25,4 ; 9,7	( 1,600 ; 23,986 ) 34,9 ; 12,5	( 1,628 ; 28,212 ) 42,5 ; 14,8
	0,40	( 1,714 ; 12,059 ) 9,9 ; 5,2	( 1,786 ; 14,855 ) 12,5 ; 6,3	( 1,850 ; 18,697 ) 16,1 ; 7,9	( 1,882 ; 21,693 ) 19,0 ; 9,2
	0,20	( 2,122 ; 9,451 ) 4,9 ; 3,2	( 2,186 ; 11,645 ) 6,0 ; 3,8	( 2,246 ; 14,618 ) 7,5 ; 4,7	( 2,278 ; 16,904 ) 8,6 ; 5,4
3	0,80	( 0,672 ; 8,951 ) 24,5 ; 5,9	( 0,704 ; 11,361 ) 33,7 ; 7,4	( 0,732 ; 14,797 ) 47,9 ; 9,6	( 0,746 ; 17,525 ) 59,7 ; 11,3
	0,60	( 0,862 ; 6,564 ) 9,9 ; 3,8	( 0,898 ; 8,060 ) 12,5 ; 4,5	( 0,930 ; 10,114 ) 16,1 ; 5,6	( 0,946 ; 11,712 ) 18,9 ; 6,4
	0,40	( 1,122 ; 4,980 ) 4,8 ; 2,5	( 1,154 ; 6,103 ) 5,8 ; 2,9	( 1,184 ; 7,623 ) 7,1 ; 3,5	( 1,200 ; 8,791 ) 8,2 ; 4,0
	0,20	( 1,662 ; 3,444 ) 2,3 ; 1,5	( 1,634 ; 4,421 ) 2,7 ; 1,8	( 1,626 ; 5,684 ) 3,3 ; 2,2	( 1,624 ; 6,641 ) 3,7 ; 2,4
5	0,80	( 0,406 ; 4,457 ) 14,6 ; 3,2	( 0,426 ; 5,492 ) 19,0 ; 3,9	( 0,442 ; 6,957 ) 25,2 ; 4,8	( 0,450 ; 8,103 ) 30,1 ; 5,5
	0,60	( 0,612 ; 2,965 ) 5,3 ; 2,0	( 0,630 ; 3,607 ) 5,3 ; 2,0	( 0,646 ; 4,478 ) 7,9 ; 2,8	( 0,654 ; 5,151 ) 9,0 ; 3,1
	0,40	( 0,936 ; 1,989 ) 2,4 ; 1,3	( 0,926 ; 2,511 ) 2,9 ; 1,5	( 0,926 ; 3,182 ) 3,4 ; 1,8	( 0,928 ; 3,688 ) 3,9 ; 2,0
	0,20	( 1,958 ; 0,651 ) 1,1 ; 1,0	( 1,884 ; 1,102 ) 1,3 ; 1,0	( 1,738 ; 1,761 ) 1,6 ; 1,0	( 1,604 ; 2,308 ) 1,8 ; 1,1
10	0,80	( 0,280 ; 2,022 ) 7,9 ; 1,8	( 0,290 ; 2,457 ) 9,8 ; 2,0	( 0,298 ; 3,058 ) 12,3 ; 2,4	( 0,302 ; 3,524 ) 14,3 ; 2,7
	0,60	( 0,518 ; 1,152 ) 2,6 ; 1,0	( 0,516 ; 1,429 ) 3,1 ; 1,1	( 0,520 ; 1,781 ) 3,6 ; 1,3	( 0,522 ; 2,050 ) 4,1 ; 1,6
	0,40	( 1,028 ; 0,443 ) 1,2 ; 1,0	( 1,004 ; 0,663 ) 1,3 ; 1,0	( 0,962 ; 0,964 ) 1,6 ; 1,0	( 0,924 ; 1,201 ) 1,8 ; 1,0
	0,20	( 1,450 ; 0,011 ) 1,0 ; 1,0	( 1,450 ; 0,197 ) 1,0 ; 1,0	( 1,450 ; 0,435 ) 1,0 ; 1,0	( 1,450 ; 0,610 ) 1,0 ; 1,0
20	0,80	( 0,236 ; 0,969 ) 4,5 ; 1,0	( 0,240 ; 1,175 ) 5,3 ; 1,1	( 0,245 ; 1,447 ) 6,5 ; 1,3	( 0,248 ; 1,652 ) 7,4 ; 1,5
	0,60	( 0,538 ; 0,394 ) 1,4 ; 1,0	( 0,528 ; 0,527 ) 1,6 ; 1,0	( 0,513 ; 0,704 ) 1,9 ; 1,0	( 0,502 ; 0,839 ) 2,1 ; 1,0
	0,40	( 0,900 ; 0,012 ) 1,0 ; 1,0	( 0,900 ; 0,121 ) 1,0 ; 1,0	( 0,900 ; 0,259 ) 1,0 ; 1,0	( 0,900 ; 0,359 ) 1,0 ; 1,0
	0,20	( 0,900 ; 0,012 ) 1,0 ; 1,0	( 0,900 ; 0,121 ) 1,0 ; 1,0	( 0,900 ; 0,259 ) 1,0 ; 1,0	( 0,900 ; 0,359 ) 1,0 ; 1,0

## II.2 Tabelas para a carta *FIRCUSUM-In(S<sup>2</sup>)*

Quadro II.3 - Parâmetros ( $k_C, h_C$ ),  $ARL_1$  e  $ARL_2$  da carta *FIRCUSUM-In(S<sup>2</sup>)*, para detectar um aumento da variância do processo

		$ARL_0$			
$n$	$\sigma_1/\sigma_0$	100	200	500	1000
2	1,20	(0,648 ; 1,488)	(0,761 ; 1,552)	(0,900 ; 1,605)	(-0,900 ; 21,81)
		27,1 ; 2,9	43,5 ; 3,3	81,7 ; 3,9	92,1 ; 8,9
	1,60	(0,763 ; 1,300)	(0,855 ; 1,392)	(0,972 ; 1,477)	(1,057 ; 1,521)
		7,6 ; 2,1	9,8 ; 2,2	13,9 ; 2,4	18,0 ; 2,6
	2,20	(0,912 ; 1,085)	(0,987 ; 1,194)	(1,085 ; 1,299)	(1,158 ; 1,357)
		3,5 ; 1,6	4,0 ; 1,7	4,8 ; 1,8	5,5 ; 1,9
	3,00	(1,059 ; 0,896)	(1,121 ; 1,015)	(1,204 ; 1,133)	(1,268 ; 1,199)
		2,3 ; 1,4	2,5 ; 1,4	2,7 ; 1,5	2,9 ; 1,5
3	1,20	(0,350 ; 1,635)	(-0,026 ; 3,854)	(-0,213 ; 7,240)	(-0,277 ; 10,01)
		18,4 ; 1,8	24,7 ; 2,3	34,4 ; 3,4	42,1 ; 4,2
	1,60	(0,589 ; 1,115)	(0,632 ; 1,248)	(0,679 ; 1,417)	(0,676 ; 1,625)
		4,5 ; 1,4	5,4 ; 1,4	7,0 ; 1,5	8,5 ; 1,6
	2,20	(0,788 ; 0,814)	(0,826 ; 0,931)	(0,879 ; 1,056)	(0,919 ; 1,134)
		2,2 ; 1,2	2,4 ; 1,2	2,7 ; 1,2	2,9 ; 1,3
	3,00	(0,964 ; 0,595)	(0,995 ; 0,712)	(1,039 ; 0,836)	(1,074 ; 0,913)
		1,5 ; 1,1	1,6 ; 1,1	1,7 ; 1,1	1,8 ; 1,1
5	1,20	(0,126 ; 1,918)	(0,068 ; 2,716)	(0,011 ; 4,023)	(-0,014 ; 5,070)
		10,6 ; 1,3	13,6 ; 1,5	17,6 ; 2,0	42,1 ; 4,2
	1,60	(0,502 ; 0,819)	(0,521 ; 0,946)	(0,541 ; 1,112)	(0,539 ; 1,275)
		2,7 ; 1,1	3,0 ; 1,1	3,6 ; 1,1	4,0 ; 1,2
	2,20	(0,725 ; 0,506)	(0,744 ; 0,609)	(0,770 ; 0,725)	(0,792 ; 0,798)
		1,5 ; 1,0	1,5 ; 1,0	1,6 ; 1,0	1,7 ; 1,0
	3,00	(0,919 ; 0,288)	(0,932 ; 0,391)	(0,952 ; 0,505)	(0,969 ; 0,578)
		1,2 ; 1,0	1,2 ; 1,0	1,2 ; 1,0	1,2 ; 1,0
10	1,20	(0,170 ; 1,121)	(0,144 ; 1,491)	(0,126 ; 1,979)	(0,114 ; 2,389)
		5,8 ; 1,0	7,0 ; 1,1	8,6 ; 1,2	9,8 ; 1,2
	1,60	(0,458 ; 0,465)	(0,468 ; 0,553)	(0,482 ; 0,658)	(0,492 ; 0,733)
		1,6 ; 1,0	1,7 ; 1,0	1,9 ; 1,0	2,0 ; 1,0
	2,20	(0,692 ; 0,191)	(0,700 ; 0,270)	(0,710 ; 0,362)	(0,718 ; 0,424)
		1,1 ; 1,0	1,1 ; 1,0	1,1 ; 1,0	1,2 ; 1,0
	3,00	(0,800 ; 0,079)	(0,800 ; 0,165)	(0,800 ; 0,266)	(0,800 ; 0,335)
		1,0 ; 1,0	1,0 ; 1,0	1,0 ; 1,0	1,0 ; 1,0
20	1,20	(0,186 ; 0,628)	(0,178 ; 0,785)	(0,166 ; 1,023)	(0,162 ; 1,194)
		3,4 ; 1,0	3,9 ; 1,0	4,6 ; 1,0	5,2 ; 1,0
	1,60	(0,440 ; 0,213)	(0,444 ; 0,277)	(0,452 ; 0,349)	(0,458 ; 0,399)
		1,2 ; 1,0	1,2 ; 1,0	1,3 ; 1,0	1,3 ; 1,0
	2,20	(0,640 ; 0,004)	(0,640 ; 0,069)	(0,640 ; 0,145)	(0,640 ; 0,197)
		1,0 ; 1,0	1,0 ; 1,0	1,0 ; 1,0	1,0 ; 1,0
	3,00	(0,640 ; 0,004)	(0,640 ; 0,069)	(0,640 ; 0,145)	(0,640 ; 0,197)
		1,0 ; 1,0	1,0 ; 1,0	1,0 ; 1,0	1,0 ; 1,0

Quadro II. 4 - Parâmetros ( $k_D, h_D$ ),  $ARL_1$  e  $ARL_2$  da carta  $FIRCUSUM-In(S^2)$ , para detectar um decréscimo da variância do processo

		$ARL_0$			
$n$	$\sigma_1/\sigma_0$	100	200	500	1000
2	0,80	(1,400 ; 17,839) 30,6 ; 6,5	(1,400 ; 24,498) 42,4,6 ; 8,4	(1,400 ; 35,369) 61,0 ; 11,6	(1,426 ; 41,996) 77,9 ; 13,8
	0,60	(1,470 ; 16,233) 12,3 ; 4,7	(1,540 ; 19,772) 15,8 ; 5,6	(1,600 ; 24,777) 20,8 ; 7,0	(1,628 ; 28,825) 24,7 ; 8,1
	0,40	(1,714 ; 12,692) 6,1 ; 3,1	(1,786 ; 15,366) 7,4 ; 3,7	(1,850 ; 19,063) 9,3 ; 4,5	(1,882 ; 21,968) 10,7 ; 5,1
	0,20	(2,122 ; 9,748) 3,0 ; 2,0	(2,186 ; 11,886) 3,5 ; 2,3	(2,246 ; 14,790) 4,3 ; 2,7	(2,278 ; 17,033) 4,8 ; 3,1
3	0,80	(0,672 ; 9,810) 16,7 ; 3,6	(0,704 ; 12,120) 22,0 ; 4,3	(0,732 ; 15,387) 29,8 ; 5,4	(0,746 ; 17,991) 36,1 ; 6,2
	0,60	(0,862 ; 6,892) 6,2 ; 2,3	(0,898 ; 8,326) 7,5 ; 2,7	(0,930 ; 10,304) 9,4 ; 3,2	(0,946 ; 11,856) 10,8 ; 3,6
	0,40	(1,122 ; 5,127) 2,9 ; 1,6	(1,154 ; 6,222) 3,4 ; 1,8	(1,184 ; 7,707) 4,1 ; 2,1	(1,200 ; 8,854) 4,7 ; 2,3
	0,20	(1,662 ; 3,499) 1,5 ; 1,0	(1,634 ; 4,469) 1,7 ; 1,1	(1,626 ; 5,720) 2,0 ; 1,3	(1,624 ; 6,669) 2,2 ; 1,5
5	0,80	(0,406 ; 4,734) 9,6 ; 2,0	(0,426 ; 5,720) 11,9 ; 2,3	(0,422 ; 7,125) 15,2 ; 2,8	(0,450 ; 8,232) 17,8 ; 3,1
	0,60	(0,612 ; 3,005) 3,3 ; 1,3	(0,630 ; 3,678) 3,9 ; 1,4	(0,646 ; 4,529) 4,6 ; 1,7	(0,654 ; 5,189) 5,2 ; 1,9
	0,40	(0,936 ; 2,023) 1,6 ; 1,0	(0,926 ; 2,539) 1,8 ; 1,0	(0,926 ; 3,203) 2,1 ; 1,1	(0,928 ; 3,703) 2,3 ; 1,2
	0,20	(1,958 ; 0,656) 1,0 ; 1,0	(1,884 ; 1,107) 1,1 ; 1,0	(1,738 ; 1,766) 1,1 ; 1,0	(1,604 ; 2,312) 1,2 ; 1,0
10	0,80	(0,280 ; 2,100) 5,1 ; 1,1	(0,290 ; 2,519) 6,1 ; 1,2	(0,298 ; 3,103) 7,4 ; 1,5	(0,302 ; 3,557) 8,4 ; 1,6
	0,60	(0,518 ; 1,172) 1,7 ; 1,0	(0,516 ; 1,446) 2,0 ; 1,0	(0,520 ; 1,793) 2,2 ; 1,0	(0,522 ; 2,059) 2,5 ; 1,0
	0,40	(1,028 ; 0,446) 1,1 ; 1,0	(1,004 ; 0,667) 1,1 ; 1,0	(0,962 ; 0,967) 1,2 ; 1,0	(0,924 ; 1,704) 1,2 ; 1,1
	0,20	(1,450 ; 0,011) 1,0 ; 1,0	(1,450 ; 0,197) 1,0 ; 1,0	(1,450 ; 0,435) 1,0 ; 1,0	(1,450 ; 0,610) 1,0 ; 1,0
20	0,80	(0,236 ; 0,993) 2,9 ; 1,0	(0,240 ; 1,195) 3,4 ; 1,0	(0,245 ; 1,460) 3,9 ; 1,0	(0,248 ; 1,662) 4,4 ; 1,0
	0,60	(0,538 ; 0,398) 1,2 ; 1,0	(0,528 ; 0,530) 1,2 ; 1,0	(0,513 ; 0,707) 1,3 ; 1,0	(0,502 ; 0,841) 1,4 ; 1,0
	0,40	(0,900 ; 0,012) 1,0 ; 1,0	(0,900 ; 0,122) 1,0 ; 1,0	(0,900 ; 0,260) 1,0 ; 1,0	(0,900 ; 0,360) 1,0 ; 1,0
	0,20	(0,900 ; 0,012) 1,0 ; 1,0	(0,900 ; 0,122) 1,0 ; 1,0	(0,900 ; 0,260) 1,0 ; 1,0	(0,900 ; 0,360) 1,0 ; 1,0

