João Duarte França Santos Júnior

Licenciado em Engenharia e Gestão Industrial

Aplicação de Métodos Estatísticos para o Controlo e Melhoria do Processo: Produção de Rolhas Técnicas de Cortiça

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em Engenharia e Gestão Industrial

Orientador: Doutor José Fernando Gomes Requeijo,
Professor Auxiliar da Faculdade de Ciências e Tecnologias da Universidade Nova de Lisboa

Júri:

Presidente: Prof. Doutora Virgínia Helena Arimateia Campos Machado
Arguente: Prof. Doutora Helena Maria Pereira Pinto Dourado Alvelos
Vogal: Prof. Doutor José Fernando Gomes Requeijo

FACULDADE DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA

Setembro 2014

Aplicação de Métodos Estatísticos para o Controlo e Melhoria do Processo: Produção de Rolhas Técnicas de Cortiça

À memória da minha mãe e dos meus avós...

Agradecimentos

Esta dissertação resultou do empenhou e dedicação de várias pessoas, às quais passo a agradecer.

Em primeiro lugar, ao Professor Doutor José Gomes Requeijo, pela orientação e apoio sem os quais não seria possível ter realizado esta dissertação.

À Engenheira Maria Cortez e ao Doutor Rui Dias, aos quais fico extremamente grato pelo apoio e interesse que sempre revelaram ter pelo meu estudo e pela minha primeira experiência profissional.

Ao responsável da produção Nélio Pedro, pela disponibilidade e apoio, essenciais para a realização das experiências.

A toda a equipa do Rosa, em especial ao Mário Ferreira e António Pestana, pela disponibilidade e empenho.

A toda a equipa da trituração, pelo apoio que me deram para seleccionar o granulado das experiências.

A toda a equipa do laboratório, pelo acolhimento, boa disposição e apoio.

A todos os restantes engenheiros da UI Equipar que também revelaram interesse pelo meu trabalho.

A todos os restantes colaboradores e estagiários da UI Equipar e ao Grupo Amorim e Irmãos.

Resumo

A aposta na Qualidade e no Controlo de Processos, constitui actualmente, um requisito fundamental para as empresas se manterem competitivas. A Amorim e Irmãos, empresa onde o presente estudo é realizado, é líder de mercado no sector da cortiça, e aposta na melhoria contínua dos seus processos e produtos.

Em linha com essa estratégia, a presente dissertação tem como objectivo melhorar o processo de produção de um dos produtos da Amorim e Irmãos, as rolhas de cortiça Twin-Top produzidas na unidade industrial Equipar, em Coruche.
O processo em estudo, denominado de Rosa, é caracterizado por ter uma elevada variabilidade pois é muito sensível às condições da temperatura ambiente e à heterogeneidade da matéria prima. Os objectivos do processo passam precisamente por reduzir a heterogeneidade presente nas características da cortiça, ao definir valores alvo para a humidade, Massa volúmica corrigida a 8% de humidade e quantidade de um composto presente na cortiça, o TCA. Este composto afecta negativamente as características da rolha, portanto um dos objectivos deste trabalho é diminuir a quantidade de TCA presente no granulado.
Por forma a solucionar o problema, de reduzir a variabilidade do Rosa aproximando-o dos valores alvo para as características a controlar aplicaram-se métodos estatísticos como o Desenho de Experiências e as Cartas de Controlo.

O Rosa caracteriza-se por ter várias etapas, percorridas pelo granulado de forma sequencial. Tendo em conta que apenas na primeira etapa é que ocorrem alterações na quantidade de TCA presente no granulado decidiu-se que seria adequado realizar dois Desenhos de Experiências. O primeiro a ser aplicado na fase inicial do processo para maximizar a extracção de TCA e o segundo a ser aplicado nas restantes fases para controlar as outras características em cima referidas. Por fim realizou-se um estudo para aplicação de Cartas de Controlo no processo.

Por via do primeiro DOE foram implementadas alterações no processo (aumento da pressão de vapor para 2,3 bar e da velocidade dos sem-fins para 10 Hz, na máquina RH), que permitiram reduzir com sucesso a quantidade média de TCA (2,4,6 tricloroanisol) presente no granulado. Este feito teve bastante relevância para a empresa, uma vez que a extracção deste composto constitui um dos seus objectivos estratégicos e é também uma das metas mais importantes a nível da qualidade do produto.

O segundo DOE permitiu aumentar o nível de conhecimento do processo e definir as condições de operação ideais para a época de verão.

- Velocidade do Secador (HZ): 30
- Estabilização 1,2,3 (horas): 8
- Velocidade Micro-Ondas (m/min): 8
- Estabilização 4,5,6 (horas): 8

Para além disto, verificou-se que a humidade é a característica mais influenciada pelos factores controláveis do Rosa, e que portanto, necessita de maior controlo. As alterações sugeridas não foram implementas na altura do estudo, mas espera-se que a empresa venha aplicá-las no futuro assim que tiver oportunidade.

O estudo das Cartas de Controlo permitiu analisar: o comportamento da série de dados a modelar, a relação entre as especificações e capacidade do processo e por fim o melhor tipo de cartas a implementar. Concluiu-se que a abordagem multivariada para o controlo deste processo é a mais adequada e que a variabilidade existente não permite definir intervalos de especificação reduzidos. No sentido de os reduzir sugere-se a implementação das condições definidas pelo segundo DOE.

A utilização de ferramentas estatísticas para efectuar o controlo e melhoria do processo revelaram ter grande utilidade para a empresa. Que por via deste estudo, melhorou o seu processo produtivo e ficou com sugestões de melhoria para o futuro.

Palavras chave: Variabilidade**,** Controlo**,** Melhoria, Desenho de Experiências, Cartas de Controlo

Abstract

The bet on quality and process control is nowadays a fundamental requisite for companies to remain competitive. Amorim & Irmãos, where the present study was undertaken, is a market leader in the cork sector and bets on the continuous improvement of its processes and products.

In line with that strategy the present dissertation aims at improving the production process of a Amorim & Irmãos product, the Twin Top cock stoppers from the Equipar Industrial Unit in Coruche.

The process in case, named Rosa, is characterized by a high variability given it being highly sensitive to room temperature conditions and commodity heterogeneity. The process aims a reduction of the existing heterogeneity in cock properties, setting targets for humidity, corrected density at 8% humidity and TCA, a compound present in cork granules that affects them negatively.

In order to deliver reduced variability in Rosa, getting it closer to target values for controlled properties, statistical methods were applied, such as Design of Experiments and Control Charts.

Rosa submits the granule through several steps, which take place in a sequential manner. Given that only in the first step TCA quantity changes in granule are registered, it was decided that two Experiments Designs would take place. The first to be applied is to maximize TCA extraction, in the beginning of the process and the second to be applied in the above mentioned process steps that follow. Finally, a study was put in place to apply Control Charts in the process.

Following the first Experiments Design, changes in the process were introduced – steam pressure increase to 2,3 bar and RH machine endless bands to 10 Hz – which allowed for successful average TCA quantity reduction in granule. This achievement was to the company´s benefit because TCA extraction is a strategic goal and product quality wise another paramount target to be met.

The second Experiments Design allowed for improving knowledge of the process as well as setting ideal Summer time operational conditions.

- Dryer speed (HZ): 30

- Stabilization 1,2,3 (horas): 8
- Microwave speed (m/min): 8
- Stabilization 4,5,6 (horas): 8

Aside from that, it was understood humidity is the property most influenced by factors set in Rosa, and as such, it requires greater control. The changes put forward here were not implemented at the time of this study, but they are expected to be applied at the plant´s earliest convenience.

The Control Charts study enabled the following analysis: the behavior of data series to be modeled, the relationship between the specifications and capacity of the process and lastly the preferred kind of control charts to be implemented. It was concluded that the multivariate variables for controlling this process are the most adequate and that the existing variability does not allow setting slim specification intervals. In an attempt to narrow them the use of conditions set in the second Experiments Design is advised.

The use of statistical tools for process control and improvement proved themselves in the cork plant´s best interest. The present study improved its process and provided improvement suggestions for the future.

Key words: variability, control, improvement, Experiments Design, Control Charts

Abreviaturas e Símbolos

AR(p)	Modelo auto-regressivo de ordem p
ARMA(p,q)	Modelo misto, auto-regressivo e de médias móveis
ARIMA(p,d,q)	Modelo autoregressivo, integrativo e de médias móveis
ARL	"Average Run Length"
ARL_{EC}	ARL quando o processo está sob controlo estatístico
ARL_{FC}	ARL quando o processo não está sob controlo estatístico
B	Operador de desfasamentos
BB	Big Bags
C_p	Índice de Capacidade Potencial do Processo
C_{pk}	Índice de Capacidade do Processo
$(C_{Pk})_I$, $(C_{pk})_S$	Índice de Capacidade Inferior ou Superior
C_{pM}	Índice de Capacidade Multivariado
d	Estatística de teste Kolmogorov-Smirnov
d_i	Estatística para determinar qual a variável i responsável pela situação fora de controlo da carta T^2
$D_{crítico}$	Valor crítico para o teste Kolmogorov-Smirnov
DOE	Desenho de Experiências
e_t	Resíduo no instante t; Erro de previsão no instante t
Est. 1,2,3	Estabilização nos silos 1,2 ou 3
$F\alpha; p; (m-p-1)$	Percentil à direita da distribuição de Fischer para uma probabilidade α com parâmetros p e m-p-1
Fo	Valor crítico para o teste de Fischer (análise de variância)
g.l.	Graus de liberdade
FAC,FACP	Função autocorrelação, Função autocorrelação parcial

ISO	"International Organization for Standardization"
LC	Limite Central
LI	Índice de capacidade multivariado, analisa a localização das regiões referentes à especificação e ao processo
LIC, LSC	Limite Inferior de Controlo, Limite Superior de Controlo
LIP, LSP	Limite Inferior de Especificação, Limite Superior de Especificação
MA(q)	Médias Móveis ordem q
MR	Amplitude móvel
MR_i	Amplitude móvel amostra i
$\overline{MR}$	Média das amplitudes móveis
m	Número de amostras
MS	"Mean Square"
N	Número de dados
$N(\mu,\sigma^2)$	Distribuição Normal com média μ e variância σ^2
n	Dimensão da amostra; número de réplicas DOE
n_i	Dimensão da amostra i
PV	Índice de capacidade multivariado, compara a localização do vector μ com a localização do vector T
p	Nº de características da qualidade em estudo no controlo multivariado do processo
r_k	Valor estimado de ρ_k
S^{-1}	Matriz inversa das covariâncias amostrais
S^2	Variância Amostral
S_{jh}	Covariância amostral entre as características j e h
SPC	Controlo Estatístico do Processo
SS	"Sum of Squares"
T^2	Estatística de Hotteling
T_i^2	Valor estatística Hotteling determinada com base em todas as p variáveis à excepção da variável i

TCA	2,4,6 Tricloroanisol
X	Característica da qualidade
$\bar{X}$	Média amostral
$\bar{X}_j$	Médias das m observações para a característica j
X_k	Vector média para as p médias de amostras em cada instante
α	Nível de significância; Risco tipo I (Risco Produtor)
β	Risco tipo II (Risco Consumidor)
$B_{\alpha;p/2,(m-p-1)/2}$	Percentil à direita da distribuiçãoo Beta, para uma probabilidade α e parâmetros p/2 e (m-p-1)/2
χ^2	Estatística Qui-Quadrado
$\chi^2_{\alpha;p}$	Percentil à direita da distribuição Qui-Quadrado, para uma probabilidade α e parâmetro p
$\Phi_p(B)$	Polinómio auto-regressivo ordem p
ϕ_{kk}	Coeficiente de autocorrelação parcial
μ	Média Processo
μ_i	Média do Processo referente à característica da qualidade i
θ_j	Parâmetros ordem j no modelo MA ou ARMA
$\theta_q(B)$	Polinómio médias móveis de ordem q
Σ	Matriz das covariâncias para as p características
ρ_k	Coeficiente autocorrelação de desfasamento k
σ	Desvio padrão amostral
σ^2	Variância do processo
$\hat{\sigma}$	Desvio padrão estimado
ξ	Parâmetro para determinação média do processo de um modelo AR(p)
∇	Operador de diferenças

Índice de Conteúdos

Índice de Figuras

Índice de Tabelas

1. Introdução

Os avanços tecnológicos registados ao longo do século XX, a par do aumento da competitividade e globalização, levaram ao aumento dos volumes de produção e à criação de produtos inovadores e diferenciados. Como consequência deste facto, os processos produtivos tornaram-se mais complexos, contemplando a integração de vários recursos: materiais, humanos, tecnológicos e financeiros. A melhoria contínua destes recursos é uma necessidade actual das empresas, por forma a reduzir custos operacionais e desperdícios. Outro factor importante, prende-se com as exigências dos clientes que são também cada vez mais rigorosas, obrigando a um maior controle da cadeia de produção e por conseguinte dos produtos finais.

Perante esta realidade, as ferramentas da Qualidade são cada vez mais aplicadas, nomeadamente as que oferecem um apoio e análise estatística aos processos.

1.1. Enquadramento/Motivação

O uso da cortiça remonta à Antiguidade, sendo na altura usada como um artefacto vedante e flutuante. Actualmente, possui um campo de aplicações diversas que vão desde a vedação de vinhos até à aeronáutica. (APCOR).

O produto derivado de cortiça mais comercializado é a rolha, constituindo 68% do total de exportações de cortiça (APCOR). A rolha pode ter como origem a prancha de cortiça (rolhas naturais) ou granulado resultante de sobras e aparas (rolhas técnicas). A produção destes artefactos congrega um conjunto de operações que influenciam as propriedades físicas e químicas do mesmo (as quais, são essenciais para a conformidade do produto final). Perante isto, é necessário estabelecer um controlo rigoroso do produto ao longo de toda a cadeia de produção, de forma a reduzir ao máximo a variabiliade dos processos produtivos.
Neste contexto surge esta dissertação com a colaboração da Amorim e Irmãos, para aplicação de ferramentas estatísticas no controlo e melhoria do processos de produção de rolhas técnicas. O processo em questão faz parte da fabricação de rolhas que têm origem em granulado de cortiça, e exige o controlo permanente de um conjunto de características distintas: quantidade de TCA (composto da cortiça), Massa volúmica e Humidade.

1.2. Objectivos

Este estudo tem como objectivo melhorar o desempenho global de um processo da produção de rolhas técnicas de cortiça (processo ROSA) através da aplicação de ferramentas estatísticas da qualidade. Entenda-se como melhoria do desempenho global a redução da variabilidade das características de controlo aproximando o processo dos valores alvo, os quais são:

- Valores inferiores a 0,5 ppt para que o TCA seja 100% não detectável no cromatógrafo
- 9,5% para a humidade e de 72,5 kg/m^3 para a MV corrigida a 8% de humidade à entrada da extrusão

O processo ROSA é caracterizado pela sua varibilidade e pelo efeito que os factores de ruído como a temperatura ambiente têm no mesmo. Para fazer face a esta realidade, aplica-se a ferramenta estatística do Desenho de Experiências. Por esta via é possível, aumentar o nível de conhecimento do processo definindo níveis de operação para os factores controláveis do mesmo de forma a que os valores das características de controlo se aproximem dos valores pretendidos pela empresa.

O granulado de cortiça passa pelas diferentes etapas do processo de forma sequencial, sendo que a primeira etapa tem como função extrair uma molécula da cortiça (TCA) por acção de pressão de Vapor. A quantidade desta molécula presente no granulado constitui a variável de resposta a medir. Nas restantes etapas as variáveis a medir são a Humidade e a Massa volúmica corrigida (MV corrigida a 8% de humidade). Atendendo a isto, decidiu-se dividir o processo em dois Desenhos de Experiências. O primeiro para a primeira etapa do processo na qual se pretende extrair o TCA, e o segundo para as restantes etapas.
De forma a reduzir ainda mais a variabilidade e a promover um melhor controlo do processo, realizou-se um estudo para implementar Cartas de Controlo no Rosa.

1.3. Estrutura da Dissertação

O primeiro capítulo tem como objectivo introduzir o problema em estudo, o enquadramento do tema e os objectivos que se pretendem atingir com esta dissertação. No segundo capítulo são referidos todos os conceitos teóricos, matemáticos e estatísticos necessários à realização desta tese. Este capítulo divide-se em dois grandes grupos: Desenho de Experiências e Controlo Estatístico de Processos. Pretende-se assim descrever estas ferramentas da qualidade, os seus pressupostos de aplicação e a sua base científica. O terceiro capítulo introduz a empresa na qual se realizou este estudo e descreve ao pormenor o processo produtivo abordado na dissertação. Isto é muito importante, uma vez que permite compreender as metodologias adoptadas e os constrangimentos práticos do processo. No

quarto capítulo são descritos os procedimentos e apresentados os resultados para as diferentes etapas deste estudo de acordo com a base científica apresentada no capítulo 2.

No quinto capítulo são apresentadas as conclusões retiradas a partir dos resultados do capítulo 4. São também sugeridas propostas para trabalhos futuros e recomendações que podem ser aplicadas no processo.

2. Fundamentos Teóricos

2.1. Introdução

O presente capítulo pretende introduzir conceitos teóricos e matemáticos essenciais para a realização desta dissertação e divide-se em cinco subcapítulos.

2.2. Qualidade

O conceito de qualidade é demasiado abrangente e complexo para ser definido apenas de uma forma. E apesar do seu carácter subjectivo, autores como Pires (2007) apontam para a necessidade de mensurar a qualidade por forma a garantir o seu controlo e gestão. Existem assim diversas formas de definir a qualidade, dependendo do âmbito de aplicação da mesma.
Pires (2007) considera que a qualidade se compreende ou define através de um conjunto de caractrísticas que se dividem em:

- Características funcionais
- Características técnicas

As características funcionais permitem que o produto corresponda às necessidades dos utilizadores enquanto, que as características técnicas representam a solução de concepção adoptada para o produto (peso, material..)

Juran & Godfrey (1998) associam o conceito de qualidade ao conceito de gestão e atribui duas definições para a mesma. Qualidade definida através do nível de satisfação dos consumidores (produtos de acordo com as especificações, ou qualidade como a ausência de defeitos (menos defeitos = menos custos).

Deming citado por Pires (2007), propõe uma abordagem orientada para a satisfação dos consumidores. E que este deve constituir o ponto de partida para um organização que pretende uma melhoria contínua da qualidade. Deming refere 14 pontos fundamentais para a obtenção de qualidade, dos quais se destacam:

- Estabelecer objectivos estáveis, com vista à melhoria dos produtos e serviços
- Melhorar constantemente qualquer processo de planeamento, produção e fornecimento de serviços
- Eliminar barreiras funcionais entre áreas
- Envolver toda a gente no trabalho de alcançar os objectivos de mudança

Pires (2007) cita Crosby, o qual alerta para o *problema de lidar com pessoas*. A sua definição está assente em três aspectos fundamentais:

- Necessidade de melhorias contínuas
- Qualidade começa num conjunto de atitudes pelas quais a gestão tem a responsabilidade máxima
- Mudança de atitudes numa organização leva tempo e deve ser gerida a longo prazo

2.3. Gestão da Qualidade

Segundo Juran & Godfrey (1998), para obter qualidade é necessário estabelecer uma "visão" assente em políticas e objectivos, os quais são atingidos por força de processos de gestão. Uma Gestão que tenha a qualidade como um fim deve assentar em 3 pilares fundamentais, conhecidos como a "Trilogia de Juran":

- Planeamento da Qualidade
- Controlo da Qualidade
- Melhoria da Qualidade

O mesmo autor relaciona estes 3 processos no diagrama abaixo apresentado.

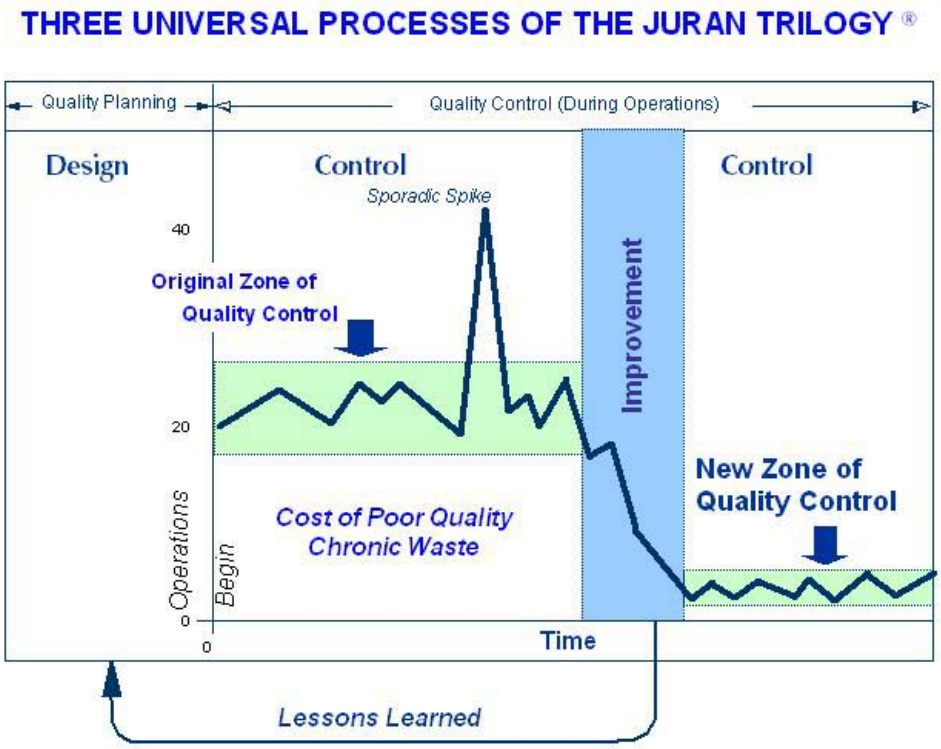

Figura 2. 1. Trilogia de Juran. Fonte: www.mi6.com

Como é possível observar, os 3 processos estão relacionados segundo os referenciais do tempo e perda de qualidade. O planeamento da qualidade, constitui a primeira a etapa deste

processo e consiste em identificar potenciais clientes e as suas necessidades de forma a conceber um produto que consiga corresponder às mesmas. Após esta fase, as forças operacionais começam a produção de acordo com as especificações designadas pelos responsáveis do planeamento. À medida que este processo ocorre, verifica-se que o mesmo não é capaz de produzir sem defeitos sendo necessário aplicar o controlo de qualidade para evitar que o número de defeitos aumente. Por fim, os desperdícios sistemáticos do processo são identificados e vistos como uma oportunidade de melhoria. A melhoria contínua da qualidade pretende actuar sobre estes desperdícios de forma a transferir a zona de controlo para uma zona com menores perdas de qualidade. Pereira e Requeijo (2012), identificam dois tipos de metodologias e técnicas, desenvolvidas ao longo do século XX, que devem ser utilizadas numa procura contínua da qualidade: as técnicas de gestão e as técnicas estatísticas. Na primeira categoria, inserem-se os princípios da Gestão pela Qualidade Total e todas as outras técnicas focalizadas na satisfação dos clientes. A estatística desempenha um papel importante na melhoria contínua da qualidade, permitindo entre outros aspectos avaliar as características de um determinado produto e melhorar o seu respectivo processo produtivo. Por meio da inferência estatística é possível deduzir, a partir da análise de uma ou mais amostras, o que acontece no universo do qual os dados constituintes das amostras são recolhidos. (Pereira e Requeijo, 2012). Este aspecto tem uma dimensão muito importante neste estudo, uma vez que seria impossível analisar todo o granulado de cortiça que passa pelo processo.

2.4. Desenho de Experiências

Box (2005) aponta a obtenção de conhecimento como um factor preponderante para a criação de ideias, melhoria de processos e criação de produtos mais robustos. No contexto industrial a maior parte da investigação é empírica e faz uso intensivo da experimentação (Montgomery, 2000). Entenda-se como experiência, um teste ou uma série de testes nos quais são introduzidas alterações no processo, de forma a poder observar e identificar as variações no output do mesmo. A realização de experiências pode ser muito onerosa para a empresa tanto em termos de custos (resultado de produtos não conforme) como em termos de tempo, de modo que ao longo do século XX foram desenvolvidos métodos estatísticos para aumentar consideravelmente a eficiência das experiências, obtendo conclusões mais consistentes.

O Desenho de Experiências constitui um método estatístico que permite determinar quais os factores controláveis que afectam determinadas características da qualidade, e quais os melhores níveis desses factores que aumentam a resistência ao ruído (Pereira e Requeijo,

2012). Promove a redução da variabilidade dos processos produtivos, satisfazendo assim as diversas partes interessadas no desempenho de uma organização.

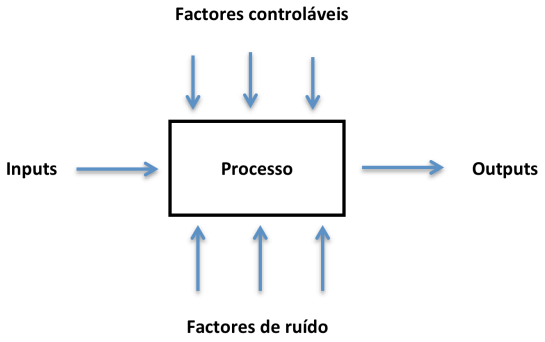

Figura 2. 2. Representação de um Processo

De forma a melhor compreender o Desenho de Experiências serão agora introduzidos alguns conceitos subjacentes ao mesmo.

- Factor controlável: Constitui um parâmetro do processo que é possível de ser alterado de forma a verificar os efeito do mesmo na ou nas características da qualidade a controlar.
- Factor ruído: Consiste num factor que não é controlável, como: temperatura ambiente, humidade.. Minimizar os seus efeitos é um dos princípios fundamentais do DOE.
- Nível de um factor: Valor que o factor assume que tanto pode ter carácter qualitativo (ex: ter ou não ter catalisador) ou quantitativo (valor mensurável em kg, Kw, Hz..)
- Efeito de um factor: é a alteração média observada na resposta quando o factor muda de nível.
- Resposta: Característica da qualidade que os investigadores estão interessados em melhorar.

Segundo Montgomery (2005) o DOE tanto pode ser utilizado para a melhoria do processo como para a concepção de um novo processo. A aplicação do DOE no início do desenvolvimento de um processo traduz-se nos seguintes aspectos:

- Melhoria dos processos
- Redução da variabilidade e aproximação ao valor alvo do processo
- Redução do tempo de desenvolvimento
- Redução global de custos

Do ponto de vista das actividades de engenharia, a aplicação do DOE inclui:

- A avaliação e comparação de configurações

- Avaliação de materiais alternativos
- Selecção dos parâmetros do desenho
- Determinação dos parâmetros que influenciam a performance do produto

Os três principais princípios do Desenho de Experiências são: a replicação, aleatoriedade e a utilização de blocos.

A replicação consiste na repetição de uma experiência. Ao replicar-se a experiência obtêm-se duas vantagens para a análise do processo: Em primeiro lugar é possível estimar o erro experimental, o qual permite verificar quais são as variáveis cujos efeitos são significativos. Em segundo lugar e caso a média experimental seja utilizada para determinar o efeito de um factor, obtém-se uma estimativa mais precisa com um maior número de replicações. De realçar que repetição da medição ou repetição da experiência (replicação) têm um carácter totalmente diferente. A variabilidade registada quando se repetem medições para a mesma experiência, não traduz a variabilidade do processo, mas sim a variabilidade do processo de medição. Caso se pretenda reduzir a variabilidade do processo de medição, devem-se repetir as medições e utilizar o valor médio das mesmas como o valor da réplica.

A aleatoriedade é um requisito comum ao DOE e ao SPC e é obtida realizando as experiências sem seguir uma ordem definida, como a ordem padrão. Sem esta se verificar os resultados perdem validade e tornam-se inconclusivos uma vez que as observações e/ou erros devem ser variáveis aleatoriamente distribuídas. A utilização de blocos no DOE é uma técnica que permite aumentar a precisão quando se pretendem comparar os diferentes factores do processo.

A aplicação de métodos estatísticos na experimentação pressupõe um conhecimento prévio do processo a estudar por parte de todos os envolvidos na experiência de forma a identificar o que deve ser estudado e de que forma os dados deverão ser recolhidos e analisados. Segundo Montgomery (2005), é necessário seguir um conjunto de procedimentos para aplicar o DOE de forma adequada:

1. Reconhecimento e definição do problema: Apesar de ser um ponto óbvio nem sempre é fácil definir o objectivo das experiências. Recomenda-se que seja constituída uma equipa de investigação ligada ao processo, cujos elementos pertençam às várias áreas do mesmo como: qualidade, produção, marketing, entre outras. De seguida, a equipa deve caracterizar o problema e definir objectivos claros e tangíveis.
2. Selecção dos factores a experimentar e dos seus níveis: Ao avaliar os factores associados ao processo, o investigador vai reconhecer factores potencialmente

interessantes para a experimentação e factores de ruído. Os factores a usar na experimentação devem produzir uma alteração considerável na resposta e devem ser possíveis de controlar. Por outro lado, existem também factores que produzem alterações na resposta mas que não têm interesse para a experiência. Ou seja, no âmbito da experimentação pode não ser possível variar o factor, deste modo considera-se um situação fixa/ideal para o mesmo. Existem ainda um conjunto de factores de perturbação que se dividem em três categorias: controláveis, não controláveis e ruído. O primeiro permite que o investigador defina os seus níveis de operação no entanto não têm interesse para a experiência pois existe variabilidade associada para os mesmos níveis de operação. Os factores não controláveis são passíveis de ser medidos e portanto a influência que têm no processo pode ser quantificada. Por exemplo, a temperatura ambiente pode influenciar a performance de um processo podendo ser medida pelo investigador. Para compensar os efeitos da mesma na resposta é utilizada muitas vezes uma análise de co variância. Os factores de ruído estão associados a uma elevada variabilidade que não pode ser mensurável e que afecta a resposta.

3. Selecção da variável de resposta: A variável de resposta deve dar informação útil sobre o processo em estudo. Sendo também muito importante definir o método de medição para a mesma. Em certos casos utiliza-se a média de várias medições para atribuir o valor à experiência como neste trabalho.
4. Escolha de o Desenho de Experiências: É necessário definir o número de replicações, ordem de experimentação e se a utilização de blocos é conveniente. É também importante ter em conta os objectivos das experiências quando se seleciona o tipo de Desenho.
5. Execução das Experiências: É muito importante controlar os parâmetros envolvidos na experiência de maneira a que estes estejam de acordo com o planeamento. Caso não estejam, as experiências não terão validade e produzirão resultados inválidos. É também recomendado fazer alguma experimentação prévia, de forma a verificar a consistência dos métodos planeados para a experimentação.
6. Análise estatística dos dados: Devem-se aplicar métodos estatísticos para analisar os dados de forma a que conclusões sejam objectivas.
7. Conclusões e Recomendações: Depois da análise dos dados é importante que o investigador apresente as conclusões de forma clara e com o apoio de gráficos. Para aumentar a consistência das conclusões devem-se realizar experiências de confirmação.

2.4.1. Desenho com um factor a vários níveis

O teste de hipóteses é utilizado para verificar se duas médias são estatisticamente diferentes. No âmbito industrial é por vezes útil, realizar o mesmo teste mas para um número maior de populações. Para o fazer é necessário aplicar outro conceito estatístico o da Análise de Variância. Esta possibilita a repartição da variabilidade total dos dados experimentais pelas diversas componentes causadoras da variabilidade, sendo assim possível determinar que componentes são estatisticamente significativas (Pereira e Requeijo, 2012).

Supondo que se pretendem comparar a níveis ou tratamentos de um factor, segundo os efeitos que os mesmo têm numa determinada característica da qualidade Y. Para o fazer, é necessário replicar as experiências n vezes de forma aleatória. Na tabela 2.1. está representado este tipo de planeamento, baseada no modelo de efeitos fixos (níveis escolhidos pelos investigadores, não sendo resultado de uma amostra aleatória).

Tabela 2. 1 Modelo de efeitos fixos

Tratamento (nível)	Observações				Totais	Médias
1	y_{11}	y_{12}	. . .	y_{1n}	Y_1	$\overline{Y_1}$
2	y_{21}	y_{22}	. . .	y_{2n}	Y_2	$\overline{Y_2}$
.	.	.	. . .	.	.	.
.	.	.	. . .	.	.	.
.	.	.	. . .	.	.	.
a	y_{a1}	y_{a2}	. . .	y_{an}	Ya	$\overline{Ya}$
					Y..	$\overline{Y..}$

Y_i representa o número total de observações para o nível i e é dada por:

$$Y_i = \sum_{j=1}^{n} Y_{ij} \tag{2.1}$$

Sendo que a média das observações é obtida pela divisão de Yi pelo número total de réplicas:

$$\bar{Y}_i = \frac{Y_i}{n} \qquad i=1, 2..., a \tag{2.2}$$

A soma total de todas as observações (N= n x a) e a correspondente média, são obtidas a partir de:

$$Y.. = \sum_{i=1}^{a} \sum_{j=1}^{n} Y_{ij} \tag{2.3}$$

$$\bar{Y}_{..}=\frac{Y_{..}}{a \times n} \quad (2.4)$$

O objectivo deste tipo de desenho é estimar os valores esperados correspondentes aos diversos níveis e proceder à sua comparação, de forma, a averiguar os efeitos τ_i são significativamente diferentes de zero.(Pereira e Requeijo, 2012)

Ho: $\tau_1=\tau_2=..\tau_a=0$ (2.5)

H_1: $\tau_i \neq 0$ (pelo menos para um nível i) (2.6)

Este teste de hipóteses é equivalente aos das equações 2.7 e 2.8, uma vez que se os efeitos forem 0 as médias dos diferentes níveis serão iguais.

Ho=$\mu_1=\mu_2=..\mu_a$ (2.7)

$H_1=\mu_i \neq \mu_j$ (pelo menos para um par (i,j) (2.8)

Como já foi referido anteriormente, a análise de variância pretende decompor a variabilidade total por todas as componentes que interferem no processo. A Variação Total do processo é dada por:

$$SS_T=\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{n}\left(Y_{ij}-..\right)^2 \quad (2.9)$$

Esta variação pode ser decomposta na variação entre níveis, SS_b (Between Sum of Squares):

$$SS_B=n\sum_{i=1}^{a}(Y_i-\bar{Y}..) \quad (2.10)$$

E em variação dentro dos níveis ou variação residual (Within Sum of Squares) dos níveis:

$$SS_W=\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{n}\left(Y_{ij}-\bar{Y}_i\right)^2 \quad (2.11)$$

A equação 2.11 representa a variabilidade do processo imputada ao erro. Ou seja, resultante das diferenças dos valores observados entre réplicas.

Resumidamente obtém-se:

$$SS_T=SS_{níveis}+SS_{erro} \quad (2.12)$$

Representado a equação 2.12 mas em relação aos graus de liberdade:

$$N-1=(a-1)+(N-a) \quad (2.13)$$

Através do quociente das respectivas soma dos quadrados pelos seus graus de liberdade obtêm-se as estimativas da variância para os níveis MS_b e para o erro MS_w

$$MS_B = \frac{SS_B}{a-1} = \sigma^2 + \left(\frac{n\sum_{i=1}^{a}\tau_i^2)}{a-1}\right) \tag{2.14}$$

$$MS_W = \frac{SS_W}{N-a} = \sigma^2 \tag{2.15}$$

A estatística para testar a hipótese nula é dada pelo quociente entre os desvios quadráticos médios MS_B/MS_W, os quais seguem uma distribuição de Fischer com (a-1) e (N-1) graus de liberdade. Caso o valor de Fischer calculado seja superior ao do valor crítico $F_{\alpha;(a-1);(N-a)}$ a hipótese nula é rejeitada, concluindo-se que existem diferenças significativas entre os diversos níveis. A tabela ANOVA para um modelo de efeitos fixos está representada na tabela 2.2.

Tabela 2. 2 Tabela ANOVA

Fonte de Variação	SS	g.l.	MS	Fo
Factor Erro	SS_B SS_W	a-1 N-a	$SS_B/(a-1)$ $SS_W/(N-a)$	MS_B/MS_W
Total	SS_T	N-1		

2.4.2. Verificação dos Pressupostos da Análise de Variância

Para o modelo ser estatisticamente válido é necessário que o mesmo cumpra com um conjunto de requisitos inerentes à análise de variância, os quais são:

- O modelo deve ser descrito por: $Y_{ij}=\mu+T_{ij}+e_{ij}$
- Os erros devem ser independentes e estar distribuídos segundo uma distribuição normal com média 0 e variância σ^2

O método mais utilizado para verificar estes pressupostos é a análise de resíduos. Entenda-se como resíduo a diferença entre o valor observado e o valor esperado (média das observações do nível).

$$e_{ij}=Y_{ij}-\hat{Y}_{ij} \tag{2.16}$$

A construção de um histograma de resíduos para verificar se a distribuição é normal $(0,\sigma^2)$ é um método por si só insuficiente quando não complementado por um teste como o qui-quadrado ou o Kolmogorov-Smirnov. Para além disto, também é preciso ter em conta que com amostras de pequena dimensão o histograma pode não apresentar uma distribuição normal, devido às maiores flutuações nas observações no entanto o pressuposto da

normalidade pode não estar a ser violado. Um procedimento extremamente útil consiste em construir um gráfico com as probabilidades da distribuição normal para os resíduos. Pereira e Requeijo (2012) apresentam os passos que devem ser seguidos para a construção destes gráficos:

- Ordenar os passos por ordem crescente de grandeza
- Atribui o número de ordem que indica a posição ou o nível de cada observação
- Calcular os valores das frequências acumuladas observadas, em percentagem segundo:
    - $Pi = \frac{i-0,5}{n \times 100(\%)}$ (2.17)

Posto isto, representam-se os valores da variável e das percentagens num gráfico. Caso os resíduos tenham uma distribuição normal $(0,\sigma^2)$, os mesmos se despõem segundo uma linha recta no gráfico.

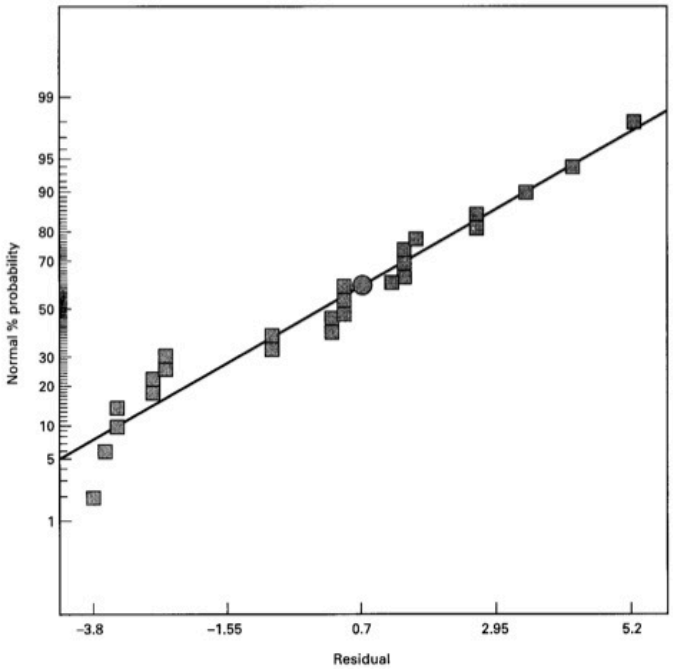

Figura 2. 3 Normalidade vs Resíduos. Fonte: Montgomery, 2000

Por vezes é possível detectar neste tipo de gráficos um resíduo muito superior aos outros, nestes casos é útil averiguar se este resíduo é um outlier. Montgomery (2000) aponta um método para o verificar que consiste na standarização dos resíduos segundo:

$$D_{ij} = \frac{e_{ij}}{\sqrt{MS_e}} \quad (2.18)$$

Caso os resíduos standarizados apresentem uma distribuição normal $(0,\sigma^2)$ na qual 97,3% dos mesmos estão contidos no intervalo ± 3 significa que não existem outliers. Se existir um valor fora do intervalo referido, deve-se investigar as causas do seu aparecimento, que tanto podem ser resultado de uma falha no input dos dados ou até de condições estranhas relacionadas com a experiência.

O teste Kolmogorov-Smirnov consiste no método mais preciso para averiguar a normalidade de uma população. No entanto só pode ser aplicado caso existam pelo menos x observações. Neste método comparara-se a distribuição amostral F(x) com a distribuição normal Fo(x). Sendo que a estatística de teste é definida por D=*supremo* |F(x)-Fo(x)|.

O Dcrítico é determinado segundo a tabela da figura I.7.2 do anexo. Se D<Dcrítico significa que a distribuição não é normal.

Para a verificação da independência dos resíduos, utiliza-se um método simples com a construção de um gráfico resíduos vs ordem de experiências. O que se pretende observar, é uma nuvem de pontos sem uma tendência definida. Existem métodos mais precisos para verificar a independência de um conjunto de dados como a função de autocorrelação e a função de autocorrelação parcial que serão explicadas mais a frente, no entanto estes métodos só podem ser aplicados para um número mínimo de 50 observações.

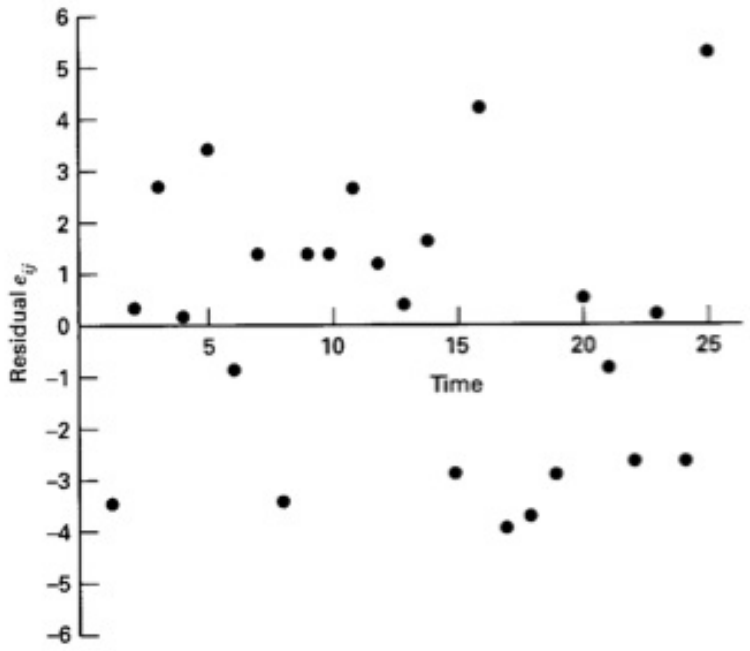

Figura 2. 4 Ordem de experiências vs Resíduos. Fonte: Montgomery, 2000

A homogeneidade da variância é verificada através da construção de um gráfico de resíduos vs valores previstos. Pretende-se verificar no gráfico se as amostras são semelhantes. O que acontece quando não existe uma estrutura em funil para a dispersão de pontos no gráfico.

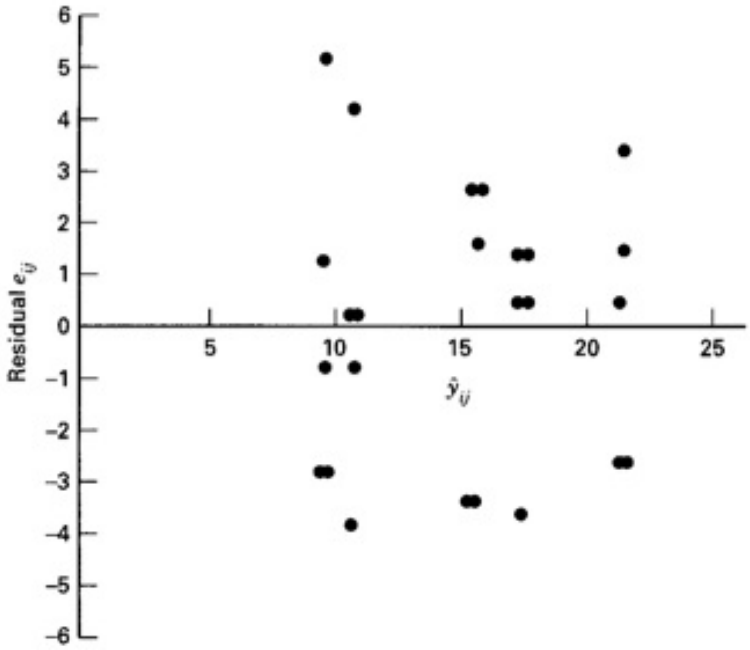

Figura 2. 5 Homogeneidade da Variância. Fonte: Montgomery, 2000

2.4.3. Desenho Factorial 2^k

Muitas experiências compreendem o estudo dos efeitos (alteração média na resposta quando o factor muda de nível) de dois ou mais factores. Nestes casos os Desenhos Factoriais assumem-se como os mais adequados. (Montgomery, 2000). Em cada replicação do planeamento factorial são investigados todas as combinações possíveis de factores e dos seus níveis. O factorial mais simples é aquele em que cada factor é estudado só a dois níveis. (Pereira e Requeijo, 2012). Estes Desenhos representam-se genericamente como $2^{k,}$ onde o dois representa o número de níveis e o k o número de factores. O número de experiências a realizar num factorial completo deste género é calculado por 2^k.

Os níveis de um factor podem ser quantitativos ou qualitativos. Um factor quantitativo pode ser a temperatura de setpoint de uma máquina, como por exemplo (20ºC e 40ºC) os quais representam quantidades objectivas de uma unidade/variável. Níveis qualitativos de um factor não estão relacionados com valores quantitativos de uma unidade. Estão relacionados com dois tipos diferentes de uma entidade ou então com a presença ou ausência da mesma. (Hunter e Box, 2005)

Nos métodos clássicos do DOE, os dois niveis dos factores são designados por baixo e alto e representados de forma codificada por -1 e +1 ou simplesmente por – e +. (Pereira e Requeijo, 2012). Cabe ao investigador atribuir os níveis aos factores, sendo que não é obrigatório definir níveis baixos para quantidades menores nem vice versa.

De forma a planear devidamente as experiências para um factorial $2^{k,}$ utiliza-se um algoritmo que considera uma ordem padrão segundo a qual as diversas combinações de níveis vão sendo introduzidas. A combinação correspondente a uma determinada experiência é representada por letras minúsculas que designam os factores que estão nessa experiência no nível alto, omitindo-se portanto os que estão no nível baixo. A primeira combinação considera que todos os factores estão no nível baixo e é representada por (1) (Pereira e Requeijo). Depois são introduzidos os dois factores com letras minúsculas e por fim a combinação dos dois. Obtendo-se assim uma matriz de planeamento ortogonal.

Hunter e Box (2005) consideram que este tipo de planeamentos é de especial importância, uma vez que:

1. Necessitam de menos replicações por factor estudado
2. A interpretação das observações da experiência pode ser feita com recurso a aritmétrica simples, gráficos de computador e senso comum.
3. A utilização de dois níveis para factores quantitativos não permite explorar uma vasta região do espaço experimental, mas indica muitas vezes a direcção a tomar caso seja necessária mais experimentação.
4. Os desenhos podem ser aumentados quando é necessária uma maior investigação do problema
5. Constituem a base para a aplicação de factoriais fraccionados (como será mais à frente explicado)
6. Este tipo de desenhos seguem numa estratégia sequencial, uma característica especial do método científico.

Utilizando a definição de DOE clássico , o efeito de um factor é a alteração observada na resposta quando esse factor passa do nível alto para o nível baixo. (Pereira e Requeijo, 2012) De forma genérica, o efeito e a variação de um qualquer factor X a dois níveis são dados por:

$$\text{Efeito factor X} = \frac{(\sum Y)_{X+} - (\sum Y)_{X-}}{2^{k-1}n} \tag{2.19}$$

$$SS_x = \frac{\left[(\sum Y)_{X+} - (\sum Y)_{X-}\right]^2}{2^k n} \tag{2.20}$$

$(\sum Y)_{X+}$ e $(\sum Y)_{X-}$ representam os valores de resposta Y para os níveis + e – do factor X. Para calcular as variações das interacções utiliza-se a equação x na mesma, mas com a soma dos valores de resposta correspondentes aos níveis + e – das interacções. As variações totais e do erro são calculadas segundo:

$$SS_T = \sum(de\ cada\ observação)^2 - \frac{\sum(de\ cada\ observação)^2}{2^k n} \quad (2.21)$$

$$SS_{erro} = SS_T - \sum(SS_{factores}) \quad (2.22)$$

2.4.4. O Factorial completo 2^2

O Factorial 2^2 caracteriza-se por ter dois factores A e B, cada um com dois níveis. A tabela 2.3. representa a a matriz de planeamento para este tipo de factorial. Na qual, estão representados a ordem padrão das experiências e os seus respectivos níveis de operação para cada factor. Na primeira experiência (1) ambos os factores estão no nível – enquanto que na segunda a combinação a significa que este factor está no nível + e assim sucessivamente.

Tabela 2. 3 Matriz planeamento 2^2

Combinação (ordem padrão)	A	B	AB	Resposta
-1	-	-	+	Y1
a	+	-	-	Y2
b	-	+	-	Y3
ab	+	+	+	Y4

A matriz de planeamento é ortogonal uma vez que:

- Em cada coluna o número de sinais + é igual ao número de sinais –
- Soma dos produtos dos coeficientes de quaisquer duas colunas é sempre igual a 0
- Produto de duas colunas resulta sempre noutra coluna da matriz.

Efeito de A = [(1/2n)[(ab-b)+(a-1)]= Soma das respostas com A no nível (+) – Soma respostas com A no nível (-)]/2n= $\frac{((\sum Y)_{A+} - (\sum Y)_{A-}}{2n}$ (2.23)

O efeito dos outros factores são calculados de forma análoga ao efeito de A mas com as somas correspondentes. As Variações dos factores para um DOE factorial 2^2 são calculadas da seguinte forma:

$$SS_A=[ab+a-b-(1)]2/4n=\frac{((\sum Y)_{A+}-(\sum Y)_{A-})^2}{4n} \quad (2.24)$$

$$SS_B=\frac{((\sum Y)_{B+}-(\sum Y)_{B-})^2}{4n} \quad (2.25)$$

$$SS_{AB}=\frac{((\sum Y)_{AB+}-(\sum Y)_{AB-})^2}{4n} \quad (2.26)$$

$$SS_T=\sum_1^2\sum_1^2\sum_1^n Y_{ijk}^2-(\sum_1^2\sum_1^2\sum_1^n Y_{ijk}^2/4n) \quad (2.27)$$

$$SS_{erro}=SS_T-SS_A-SS_B-SS_{AB} \quad (2.28)$$

A análise de variância é calculada, como usualmente, através do cálculo dos desvios quadráticos médios e da comparação de duas variâncias.

2.4.5. Factorial Fraccionado 2^{k-p}

À medida que o número de factores aumenta, maior será o número de experiências necessário para executar um factorial completo. (Montgomery, 2000). De modo a poder estudar processos mais complexos mas com um número de experiências mais reduzido desenvolveu-se uma técnica de fraccionamento do factorial, na qual se considera que as interações de ordem superior são negligenciáveis.

Este tipo de desenhos implica a escolha de p geradores independentes, definidos a partir das interacções dos factores não gerados. Cada efeito está confundido com outros (2^{p-1}) efeitos. A estrutura de efeitos confundidos obtém-se através da multiplicação da relação de definição pelos vários efeitos. A relação de Definição é obtida através da nomenclatura dos geradores, na secção 2.4.6 encontra-se um exemplo apresentado por Pereira e Requeijo (2012).

Montgomery (2000) aponta para a necessidade de escolher desenhos com aberração mínima, isto é, que tenham o menor número de efeitos confundidos possíveis. Assim, será mais fácil proceder a análise do DOE.

O mesmo autor considera que um DOE fraccionado é bem aplicado se tiver em conta 3 factores chave:

1. Quando existem muitas variáveis o sistema tende a ser influenciado pelos efeitos principais e pelas interações de ordem inferior.
2. Os desenhos factoriais podem ser aproveitados para desenhos mais extensos por via dos seus factores significativos.
3. Experimentação sequencial: É possível combinar dois desenhos factorias, formando um desenho maior que tem como objectivo estimar os efeitos dos factores e as interacções de interesse.

2.4.6. Fracção ½ do DOE 2^k

Para factoriais fraccionados do tipo 2^{k-1}, considera-se que se está perante a fracção ½ do factorial 2^k. Estes casos caracterizam-se por ter apenas um factor gerado e por necessitarem de realizar metade das experiências de um factorial 2^k. Tomando como exemplo um factorial do tipo 2^{4-1}, cujo factor gerado é dado por D=ABC. A Relação de Definição é dada por I=ABCD. Sendo que a respectiva estrutura dos efeitos confundidos é dada por:

A=BCD

B=ACD

C=ABD

D=ABC

AB=CD

AC=BD

BC=AD

2.4.7. Resolução do factorial fraccionado

A resolução do factorial fraccionado depende da estrutura de efeitos confundidos, e pode ser de três tipo:

- Resolução III: Efeitos principais não estão confundidos com outros efeitos principais, mas estão confundidos com interacções de dois factores, que por sua vez também estão confundidas umas com as outras.
- Resolução IV: Efeitos principais não estão confundidos entre si nem com interacções de dois factores, mas estas estão confundidas umas com as outras.
- Resolução V: Nem os efeitos principais, nem as interacções de dois factores estão confundidos entre si, mas as interacções de três factores estão confundidas com as de dois factores.

Para fazer o cálculo dos efeitos dos factores e das respectivas variações utiliza-se um método análogo ao dos factoriais completos, mas com a nomenclatura dos fraccionados:

$$\text{Efeito do factor A} = \frac{(\sum Y)_{A+} - (\sum Y)_{A-}}{2^{k-p-1} n} \tag{2.29}$$

$$SS_A=\frac{((\sum Y)_{A+}-(\sum Y)_{A-})^2}{2^{k-p}n} \quad (2.30)$$

2.4.8. DOE replicado vs Não Replicado

Quando há replicação (n≥2) é possível obter-se uma estimativa do erro: $SS_{erro}=SS_T-\sum SS\ factores$ e interacções (Pereira e Requeijo, 2012). Mas nem sempre é possível replicar as experiências. Nestes casos é necessário estimar o erro através de uma forma alternativa, uma vez que não existe a componente $\sum SSfactores\ e\ interacções$.

Pereira e Requeijo (2012) referem alguns dos métodos mais utilizados para estimar o erro em DOE não replicados. Um dos métodos clássicos baseia-se na hierarquia dos efeitos, na qual os efeitos principais tendem a ser maiores que os efeitos das interações de 2 factores e os efeitos destas tendem a ser superiores aos efeitos das interacções de três factores e assim sucessivamente.

Outra abordagem defendida por alguns autores, consiste em juntar as variações de pequeno valor até se obter um erro com metade do número total dos graus de liberdade do planeamento.

O método de Cubbert Daniel, Gráfico Meio-Normal dos efeitos, utiliza uma escala meio-normal para dar maior visibilidade aos efeitos dos diferentes factores. A probabilidade associada a cada um dos 2^{k-1} factores a dois níveis é dada por:

$$P'= 100 \times \frac{(i-\frac{1}{2})}{2^{k-1}} \qquad i=1,2...(2^k-1) \quad (2.31)$$

Os valores dos efeitos são representados no eixo das abcissas e as respectivas probabilidades P' no eixo das ordenadas, segundo uma escala dada por P'=2P-100. Se os efeitos em valor absoluto seguirem uma linha recta junto ao canto inferior esquerdo do gráfico, conclui-se que os mesmos não são combinados para formar uma estimativa da Variação Residual.

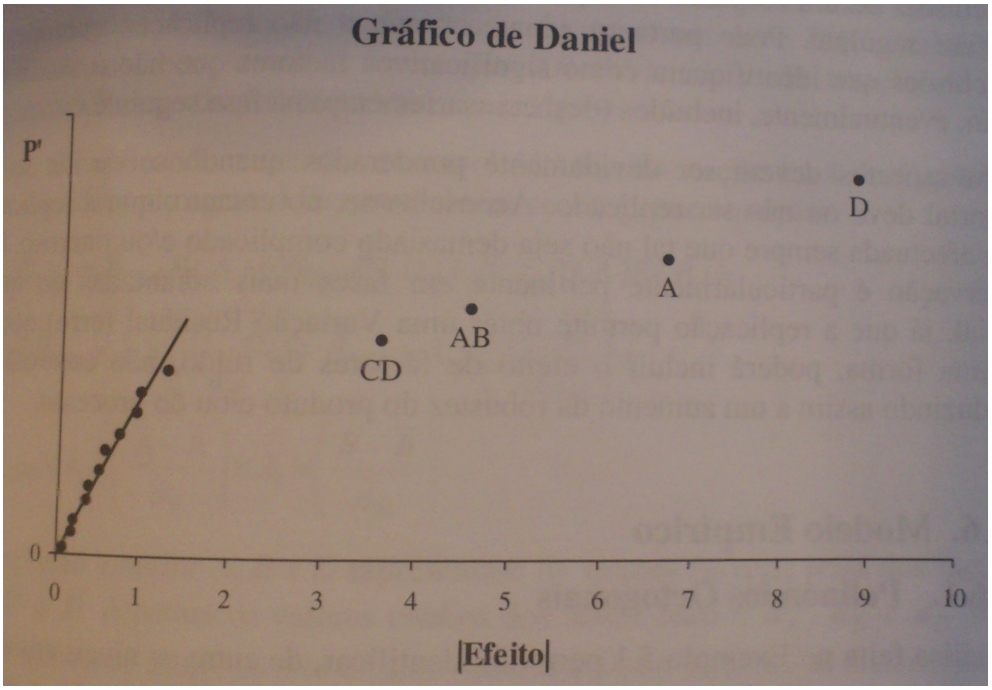

Figura 2. 6 Gráfico Daniel. Fonte: Pereira e Requeijo, 2012

2.4.9. Métodos e abordagens para a optimização do processo

Após a execução do DOE, obtêm-se os factores e interacções significativas para o processo em estudo. Este processo tanto pode ter como objectivo a minimização ou maximização da variável de resposta ou ainda aproxima-la de um valor alvo (Target). Para definir o melhor níveis para os factores, considera-se a experiência que mais se aproximou do objectivo para a resposta. Posto isto, definem-se os níveis de operação para os factores significativos de acordo com aqueles que se verificaram na experiência. Os factores que não sejam significativos ou não façam parte de uma interação significativa devem operar segundo o nível mais económico.

O método da resposta em superfície (RS), consiste num conjunto de técnicas estatísticas e matemáticas que são úteis para a modelação e análise de problemas cuja resposta é influenciada por várias variáveis. O objectivo da RS é optimizar a resposta do processo. (Montgomery, 2000). Este método permite representar no mesmo gráfico os efeitos dos diferentes factores na variável de resposta. Para além disto, a RS tem utilidade para quando se pretende identificar quais as interacções confundidas que são significativas. Para o fazer, é necessário verificar se as linhas da superfície de resposta são paralelas, caso o sejam então a interacção será significativa.

2.4.10. Transformação BOX-COX

É necessário que todos os pressupostos da análise de variância se verifiquem, para poder aplicar o DOE a um conjunto de dados. Um dos métodos mais utilizados para transformar os dados quando os pressupostos da normalidade ou da homogeneidade da variância não se verificam é o método de transformação Box Cox.

Em 1964, Box e Cox desenvolveram um método muito preciso para determinar o parâmetro de transformação λ mais adequado. Os dados são transformados segundo:

$$Yt = \dot{Y} \ln Y, \text{ para } \lambda=0 \tag{2.32}$$

$$Yt = \frac{Y^{\lambda-1}}{\lambda \dot{Y}^{(\lambda-1)}}, \text{ para } \lambda \neq 0 \tag{2.33}$$

$$Y = \exp\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{N} lnY_i\right) \tag{2.34}$$

$\dot{Y}$- Média geométrica dos valores da resposta

Após a transformação dos dados para vários valores de λ, escolhe-se aquele que resultar numa variação residual inferior. Para determinar este valor mínimo recorre-se muitas vezes ao gráfico da Variação Residual em função do parâmetro de transformação.

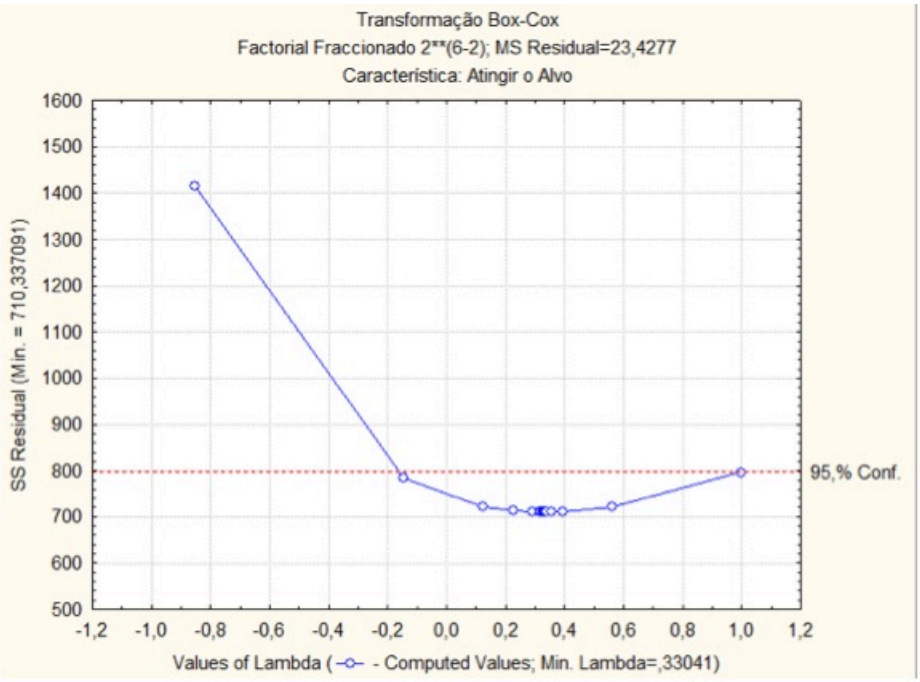

Figura 2. 7 Gráfico Box Cox

2.5. Cartas de Controlo

2.5.1. Princípios das Cartas de Controlo

Uma carta de controlo consiste numa representação gráfica de uma característica da qualidade que é lida/amostrada ao longo de certos intervalos de tempo.

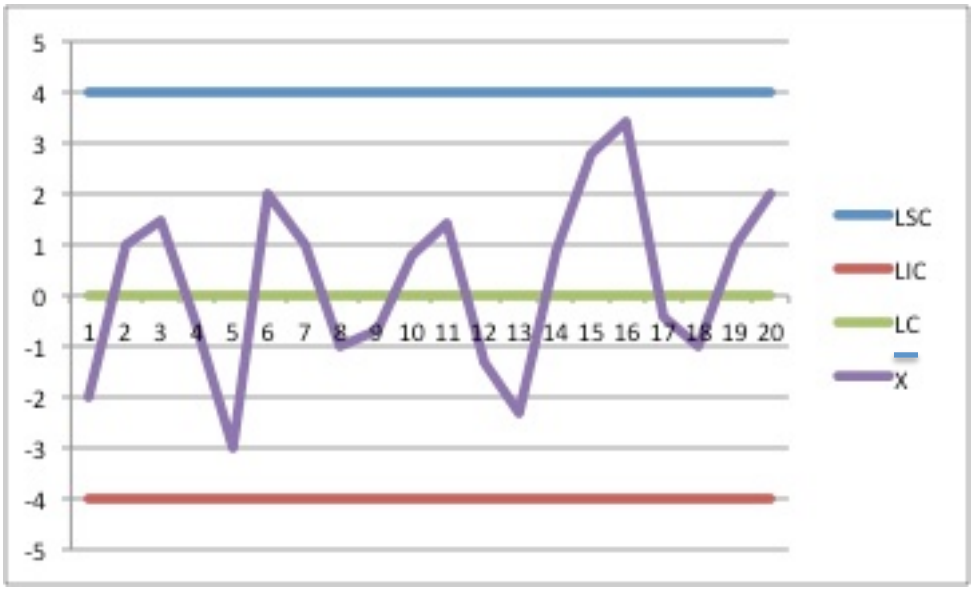

Figura 2. 8 Exemplo Carta de Controlo X-R

O gráfico da figura 2.8 contém uma linha central que representa o valor médio da característica da qualidade quando esta se encontra sob controlo estatístico. (Montgomery, 2010). Para além desta linha estão também representados os limites de controlo (inferior e superior) que delimitam a zona para o qual o processo não tem causas especiais de variação. Montgomery (2010) aponta para o facto existir uma semelhança entre as Cartas de Controlo e o teste de hipóteses. Isto explica-se pelo facto das CC pretenderem demonstrar graficamente que os valores observados não têm diferenças significativas relativamente à média do processo.

Ou seja, o seu intuito é semelhante ao teste de hipóteses definido por:

Ho: $\mu_1=\mu_0$

H1: $\mu_1 \neq \mu_0$

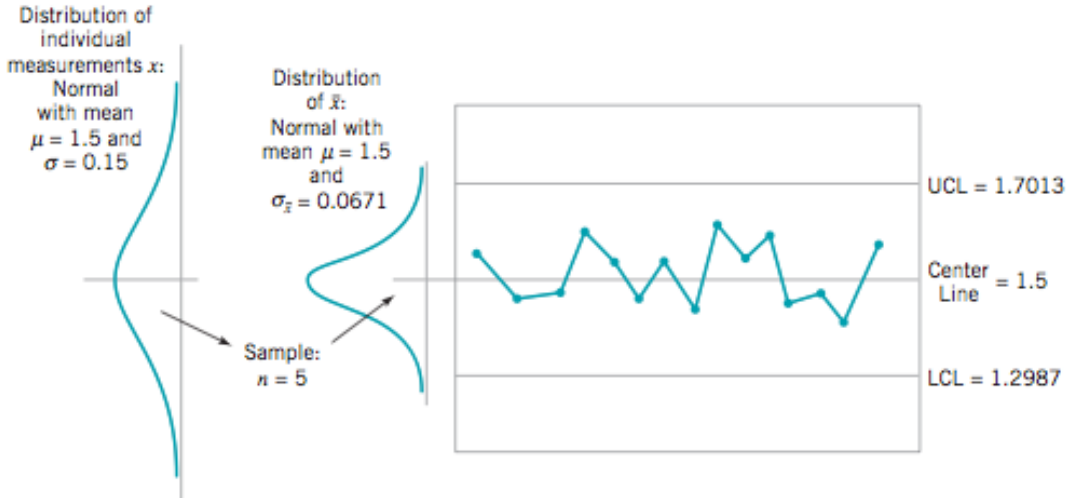

Figura 2. 9 Amostras vs obs individuais . Fonte: Montgomery, 2010

2.5.2. Medidas de Desempenho das Cartas de Controlo

Antes de aplicar as Cartas de Controlo é necessário definir a dimensão das amostras e a frequência de amostragem para a característica que se pretende controlar. Ambos estes parâmetros influenciam o desempenho das Cartas na medida em que afectam a probabilidade de detectar causas especiais de variação. Relativamente à dimensão de amostragem, esta deve ser pequena caso as variações sejam relativamente grandes. Para variações pequenas, convém adoptar amostras de maior dimensão. Quanto maior for a frequência de amostragem, maior serão o número de dados obtidos do processo e por conseguinte maior precisão terá a carta de controlo.

Muitas vezes, os processos que se pretendem estudar apresentam restrições que não permitem a obtenção de amostras de grande dimensão e/ou frequência. Face a isto, há outra medida de desempenho que é amplamente utilizada o ARL (Average Run length). Esta define-se como o número médio de pontos representados numa Carta de Controlo antes de um ponto indicar uma situação fora de controlo, ou seja, do ponto não pertencer ao intervalo definido pelos Limites de Controlo. O desejável, é que o ARL seja o maior possível quando o processo se encontra sob Controlo Estatístico. (Pereira e Requeijo, 2012)

$$ARL=\frac{1}{p} \tag{2.35}$$

Em que p é a probabilidade de um ponto exceder os limites de controlo. Ao aplicar-se as cartas de Shewart para um processo com dados independentes o ARL em controlo é dado por:

$$ARL_{EC}=\frac{1}{\alpha}=\frac{1}{0{,}0027}=370 \tag{2.36}$$

A situação fora de controlo é dada por:

$$ARL_{FC} = \frac{1}{1-\beta} \tag{2.37}$$

β representa a probabilidade do processo estar sob controlo estatístico quando na realidade não está.

2.5.3. Tipos de cartas de controlo

Existem dois tipos de Cartas de Controlo integrantes do Controlo Estatístico do Processo (ou SPC).

- Atributos: características não mensuráveis por via de uma escala numérica. Representam assim valores discretos que traduzem contagem de situações não conformes, tanto a nível da produção como do produto final.
- Variáveis: características que podem ser expressas numa escala numérica, como por exemplo (milímetros, quilos..)

Tabela 2. 4 Tipos de cartas de controlo

Variáveis	Atributos
Média e amplitude Carta $\overline{X}$ e Carta R	Proporção de unidades não conformes Carta p
Média e Desvio Padrão Carta $\overline{X}$ e Carta S	Número de unidades n\ao conformes Carta np
Mediana e Amplitude Carta $\tilde{X}$ e Carta R	Número de defeitos Carta C
Observações individuais e Amplitudes Móveis Carta X e Carta MR	Número de defeitos por unidade Carta u

As cartas de variáveis apresentam enumeras vantagens, quando comparadas com as cartas de atributos. A utilidade destas cartas é referida nos seguintes pontos (Pereira e Requeijo, 2012):

- Maioria de processos apresentam características mensuráveis.
- Medição contém muito mais informação do que qualquer escala do tipo sim-não
- Ao fornecer mais informação, o tempo para a resolução de problemas é menor.
- Fornece informações sobre o comportamento global do processo incluindo a sua dispersão.

É muito importante controlar a média e a dispersão por via destas cartas (Montgomery, 2010). Ao fazê-lo obtém-se muito mais informação sobre o processo sendo detectadas alterações na média e desvio padrão.

Portanto, quando se pretende fazer o controlo de variáveis, o objectivo não passa por atingir sempre os mesmos valores para o output do processo, mas sim reduzir-lhe a variabilidade em torno de um valor alvo. Isto significa, que em primeiro lugar é necessário estabelecer se o mesmo se encontra sob controlo estatístico, para depois comparar a sua média e dispersão com a tolerância da especificação. (Oakland, 2007)

2.5.4. Cartas X-MR para observações individuais

Na presente dissertação utilizaram-se as cartas X-MR de modo que convém assim apresentar os conceitos inerentes às mesmas. Este tipo de cartas aplicam-se para amostras que contêm apenas observações individuais. A Carta X contém as observações registadas ao longo do tempo, enquanto que a Carta MR contém as amplitudes móveis.

$$MR=|X_i-X_{i-1}| \tag{2.38}$$

Os limites de controlo são calculados segundo as equações apresentadas em baixo:

$$LSC_X=\overline{X}+\frac{3\overline{MR}}{d2} \tag{2.39}$$

$$LC_X=\overline{X}=\frac{\sum_{i=1}^{m} Xi}{m} \tag{2.40}$$

$$LIC_X=\overline{X}-\frac{3\overline{MR}}{d2} \tag{2.41}$$

$$LSC_{MR}=D_4\overline{MR} \tag{2.42}$$

$$LC_{MR}=\overline{MR}=\frac{\sum_{i=2}^{m-1} MR_i}{m-1} \tag{2.43}$$

$$LIC_{MR}=D_3\overline{MR} \tag{2.44}$$

Os valores de d_2, D_3 e D_4 encontram-se no anexo I e dependem do número de observações utilizadas para calcular as amplitudes móveis.

2.5.5. Capacidade de Processos

Existe uma relação entre a tolerância de especificação e a variabilidade do processo. Para que o mesmo produza de forma conforme com as especificações, estas têm de ser mais amplas

que as observações individuais. A relação entre (LSE-LIE) e 6σ resulta em três níveis de precisão para o processo (Oakland, 2007)

- Precisão relativa alta (LSE-LIE >> 6σ)
- Precisão relativa média (LSE-LIE> 6σ)
- Precisão relativa baixa (LSE-LIE< 6σ)

De modo a averiguar se o processo consegue produzir de acordo com as especificações são calculados índices de capacidade. Para dados normalmente distribuídos, podem-se considerar três índices de capacidade: Cp; CpKi e CpkS

O primeiro a ser gerado é o índice Cp, designado habitualmente como o índice de capacidade potencial (para especificações bilaterais).

$$C_p = \frac{(LSE - LIE)}{6\sigma} \tag{2.45}$$

Em casos práticos, o desvio padrão do processo é muitas vezes desconhecido, de modo que deve ser substituído por uma estimativa de σ. Para o fazer utiliza-se o desvio padrão das amostras, ou para os casos das cartas de controlo de variáveis a relação $\bar{R}/d_2$.

$$C_p = \frac{\mathrm{LSE} - \mathrm{LIE}}{6\hat{\sigma}} \tag{2.46}$$

Considera-se que em geral, C_p=1,33 é um valor aceitável para processos ou máquinas existentes quando a especificação é bilateral. No entanto o bom desempenho do processo implica que a variabilidade seja bastante reduzida, ou seja que a capacidade do processo seja a mais alta possível (Pereira e Requeijo, 2012).

O processo pode ser capaz segundo C_p, e não estar centrado no seu valor nominal. Isto pode resultar em produção de unidades não conformes. Para complementar o índice C_p utilizam-se os seguintes indicadores:

$$(C_{pk})_I = \frac{\mu - \mathrm{LIE}}{3\sigma} \tag{2.47}$$

$$(C_{pk})_S = \frac{\mathrm{LSE} - \mu}{3\sigma} \tag{2.48}$$

$$C_{pk} = \min((C_{pk})_I, (C_{pk})_S) \tag{2.49}$$

O processo será capaz se $C_{Pk} \geq 1{,}33$ e estará centrado no seu valor nominal se $(C_{pk})_I = (C_{Pk})_S$ para especificações bilaterais (Pereira e Requeijo, 2012). A relação entre C_p e CPk está explicada na figura 2.10.

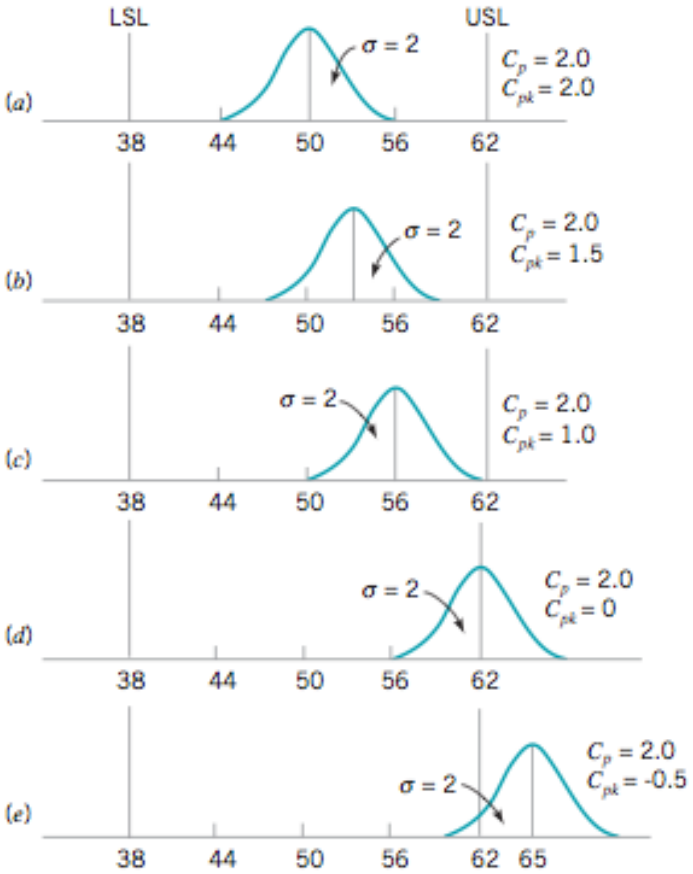

Figura 2. 10 Efeitos da especificação. Fonte: Montgomery, 2010

2.5.6. Fase I e Fase II do SPC

A aplicação de cartas de controlo tradicionais envolvem duas fases I e II, as quais têm objectivos distintos.

A fase I tem como objectivo o cálculo dos limites de controlo e a estimação dos parâmetros do processo. Para tal são recolhidos dados do processo (pelo menos 100 observações individuais) e são construídas as cartas de controlo. Enquanto existirem pontos fora dos limites de controlo, os mesmos devem ser investigados e excluídos para depois se construírem novas cartas com novos limites. Quando a estabilidade do processo for atingida (processo sob controlo estatístico) utilizam.se os limites de controlo e os parâmetros do processo para o cálculo dos índices de capacidade e para a fase II das Cartas de Controlo.

As cartas de Shewhart são na sua generalidade eficazes na fase I, uma vez que são fáceis de construir e interpretar ao mesmo tempo que detectam: alterações nos parâmetros do processo, outliers, erros de medição e erros na recolha de dados.

Na fase II assume-se que o processo está estável e dá-se início à sua monitorização. Para tal, recolhem-se novos dados do processo e utilizam-se os parâmetros estimados na fase I para a definição dos limites de controlo. As cartas de Shewhart têm menos eficácia na fase II pois não são muito sensíveis a alterações pequenas/moderadas no processo (Montgomery, 2010).

2.5.7. Regras para detecção de causas especiais de variação

Para além de identificar uma causa especial de variação quando um ponto sai fora dos limites de controlo, é necessário também identificar padrões nas cartas de controlo.
A habilidade para identificar e interpretar um padrão particular das cartas de controlo, em termos de causas assinaláveis de variação requer experiência e conhecimento do processo. Não é apenas necessário conhecer os princípios das cartas de controlo (Montgomery, 2010). Para identificar padrões nas cartas utilizam-se as regras da ISO 7870-2:2013.

1. Um qualquer ponto fora dos limites de acção ± 3σ
2. Nove pontos consecutivos na zona C ou para além da zona C do mesmo lado da linha central
3. Seis pontos consecutivos no sentido ascendente e descendente
4. Catorze pontos consecutivos crescendo e decrescendo alternadamente
5. Dois de três pontos consecutivos na zona A, ou além desta zona, do mesmo lado da linha central
6. Quatro de cinco pontos consecutivos na zona B ou A, ou além destas zonas, do mesmo lado da linha central
7. Quinze pontos consecutivos na zona C acima e abaixo da linha central
8. Oito pontos consecutivos de ambos os lados da linha central, sem nenhum na zona C

Estas regras aplicam-se para um dos lados da linha central de cada vez, sendo que são utilizadas para aumentar a sensibilidade das cartas

2.5.8. Condições para a aplicabilidade do SPC

A aplicação de Cartas de Controlo pressupõe que os dados relativos às características da qualidade X sejam independentes e identicamente distribuídos segundo uma distribuição Normal. Tal como no Desenho de Experiências, também é necessário verificar os pressupostos:

- Aleatoriedade dos dados
- Normalidade dos dados
- Independência dos dados

2.5.9. Estudo multivariado do processo

Existem vários processos que precisam de controlar em simultâneo mais do que uma característica da qualidade. Nestes casos, as empresas tendem a ter cartas de controlo para cada uma das características. Este facto, pode induzir em erro o controlador do processo uma vez que a correlação das variáveis não é tida em conta. Um exemplo desta realidade dá-se quando ambas as características estão sob controlo estatístico mas evidenciam comportamentos muito distintos nas respectivas Cartas de Controlo. Outro aspecto importante, prende-se com a probabilidade das características saírem fora dos limites quando se encontram sob controlo estatístico. Para o caso do estudo univariado a probabilidade de isto acontecer é 0,0027 enquanto que no estudo multivariado é dado por 0,0027x0,0027=0,00000729 (caso se esteja a controlar 2 variáveis). A probabilidade de ocorrer pelo menos um falso alarme é dada então pela equação 2.50.

$$\alpha=1-\prod_{i=1}^{p}(1-\alpha_i) \tag{2.50}$$

Se o número de variáveis aumentar, a diferença entre o controlo estatístico univariado e multivariado também aumenta. A probabilidade de não ocorrer falso alarme em nenhuma carta é dada pela equação 2.51.

$$P=\prod_{i=1}^{p}(1-\alpha_i) \tag{2.51}$$

Tal como no estudo univariado do processo a implementação das Cartas de Controlo Multivariadas Tradicionais compreendem 2 fases, I e II. Na fase I faz-se o estudo retroespectivo do processo, enquanto que na fase II procede-se à monitorização do mesmo. A metodologia é idêntica à do estudo univariado, no sentido em que na fase I recolhem-se amostras do processo, pelo menos 100 (Pereira e Requeijo, 2012) e através das mesmas definem-se os limites de controlo a utilizar na fase II e estimam-se os parâmetros do processo. O primeiro trabalho acerca do controlo estatístico multivariado foi apresentado por Hotteling em 1947, sendo hoje em dia objecto de estudo por parte de vários investigadores. Devido à sua grande abrangência e divulgação posterior, o artigo de Alt de1985 é considerado por muitos como uma das maiores contribuições para o desenvolvimento desta temática. (Pereira e Requeijo, 2012). Montgomery (2010) atribui também importância aos trabalhos de Lowry, Crosier e Hawkins.

Na presente dissertação foram aplicadas as cartas T^2 de Hotteling para observações individuais assumindo os pressupostos de que as características seguem uma distribuição normal multivariada Np (μ,Σ) com vector média μ_t=(μ_1, μ_2,…, μ_p) e matriz de covariâncias Σ.

2.5.10. Cartas Multivariadas para observações individuais

Considerem-se m observações individuais de cada característica da qualidade p, assumindo-se que X_1,X_2,...,X_p são independentes e identicamente distribuídas segundo Np (μ,Σ). Com as m observações individuais de cada característica define-se, para cada característica j, a média $\bar{X}j$ e a variância S^2_j e para as características j e h a covariância S_{jh}.

$$\bar{X}j = \frac{\sum_{K=1}^{m} \mathrm{Xj}}{m} \tag{2.52}$$

$$S_{jj}=S^2_j= \frac{1}{m-1} \sum_{k=1}^{m}(\mathrm{Xjk} - \bar{X}\mathrm{j})^{\,2} \tag{2.53}$$

$$S_{jh}=\frac{1}{m-1}\sum_{k=1}^{m}(\mathrm{Xjk} - \bar{X}\mathrm{j})(\mathrm{Xhk} - \bar{X}\mathrm{h}) \tag{2.54}$$

As médias $\bar{X}j$ (j=1,2,...p) são os elementos do vector média $\bar{X}$ e as variâncias S^2_j e as covariâncias S_{jh} são os elementos da matriz das covariâncias **S.**

$$\bar{X}=(\bar{X}_1, \bar{X}_2,. \bar{X}_p) \tag{2.55}$$

$$\mathbf{S}= \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & \dots & S_{1p} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & \dots & S_{2p} \\ . & . & . & \dots & \\ . & . & . & \dots & \\ . & . & . & \dots & \\ S_{p1} & S_{p2} & S_{p3} & \dots & S_{pp} \end{bmatrix} \tag{2.56}$$

$$X_k=(X_{1k}, X_{2k},...,X_{pk})' \tag{2.57}$$

$$(T^2)_k=(X_k-\bar{X})'S^{-1}(X_k-\bar{X}) \tag{2.58}$$

A equação (2.57) representa o vector X_k constituído pelas observações das p características no instante k. A equação 2.54 define a variável T^2 de Hotteling a partir das equações (2.52) e (2.57).

Ao representar-se a variável T^2 em função de k (1,2,…m) obtém-se a carta T^2.
Os limites de controlo da carta de Hotteling são dados por:

$$LSC_T^2=\frac{(m-1)^2}{m}\beta_{\alpha;p/2;(m-p-1)/2} \quad (2.59)$$

$$LIC_T^2= 0 \quad (2.60)$$

$\beta_{\alpha;p/2;(m-p-1)/2}$, representa o percentil à direita, para uma probabilidade alfa, da distribuição Beta com parâmetros p/2 e (m-p-1)/2. Caso não seja possível determinar o valor de $\beta_{\alpha;p/2;(m-p-1)/2}$, recorre-se à distribuição de Fischer para o fazer:

$$\beta_{\alpha;p/2;(m-p-1)/2}=\frac{\frac{p}{m-p-1}F\alpha;p;(m-p-1)}{1+\frac{p}{m-p-1}F\alpha;p;(m-p-1)} \quad (2.61)$$

As causas especiais de variação são detectadas quando $T^2>LSC_T^2$. As observações que verifiquem esta condição devem ser retiradas e deve-se reiniciar o procedimento da fase I desde da equação 2.52.

Após verificar que o processo se encontra sob controlo estatístico, devem-se recolher novos dados do processo e proceder à monitorização do mesmo em tempo real. Os limites de controlo da fase II são calculados com base nas m observações da fase I, através das expressões:

$$LSC_T^2=\frac{p(m+1)(m-1)}{m(m-p)}F_{\alpha;p;m-p} \quad (2.62)$$

$$LIC_T^2= 0 \quad (2.63)$$

Tal como na fase I detecta-se uma causa especial de variação quando $T^2>LSC_T^2$. A variável identificada pela situação fora de controlo deve ser identificada e devem-se proceder às acções corretivas necessárias. A causa especial também pode ocorrer devido à alteração da correlação das características da qualidade.

Depois do processo se encontrar sob controlo estatístico após um longo período de tempo, deve-se implementar a Carta χ^2, cuja estatística é definida por:

$$(X^2)_k=(X_k-\mu)'\Sigma^{-1}(X_k-\mu) \quad (2.64)$$

Os limites de controlo são dados por:

$$LSC_{\chi}^{2}=\chi^{2}_{\alpha;p} \quad (2.65)$$

$$LIC\chi^{2}=0 \quad (2.66)$$

Ao representar-se a estatística χ^2 em função de K, obtém-se a carta de controlo χ^2 . Uma causa especial de variação ocorre caso $\chi^2>LSC_X^2$.

À semelhança das cartas T^2 devem-se identificar as características responsáveis pela situação fora de controlo, procedendo-se a acções corretivas no processo.

2.5.11. Interpretação das Cartas T^2

Uma situação fora de controlo é detectada quando um ponto sai fora dos limites de controlo, como referido no ponto anterior. A causa de variação indicada pelo ponto pode dever-se a uma ou mais variáveis ou à alteração da correlação das mesmas. Esta interpretação nem sempre é fácil de fazer, como refere Montgomery (2010). Pereira e Requeijo (2012) fazem referência a vários métodos para a identificar a característica (ou características) responsáveis pela situação fora de controlo que também servem para verificar se houve uma alteração na correlação das características da qualidade:

- Cartas multivariadas das p variáveis com limites baseados nas desigualdades de Bonferroni
- Decomposição de T^2 ou χ^2 em componentes principais
- Método do Ponto Critico Cr, α
- Decomposição de T^2 ou χ^2 em componentes ortogonais
- Estatística d
- Cartas univariadas com limites de diagnóstico

Na presente dissertação utilizou-se o método da estatística de, o qual é definido por Montgomery (2010) como sendo muito útil.

2.5.12. Método da estatística d

Este método é utilizado para determinar a variável (ou as variáveis) responsáveis pela situação fora de controlo. A estatística d definida para cada variável j é dada por:

$$d_{(j)}=T^2-T^2_{(j)}, \quad j=1,2,.., p \quad (2.67)$$

T^2- valor da estatística de Hotteling calculada com base nas p variáveis

$T^2_{(j)}$ - valor da estatística de Hotteling com base nas p variáveis exceptuando a variável j

Se a condição imposta pela equação 2.62 se verifica. Significa que a variável é responsável pela situação fora de controlo:

$$d_j > \chi^2_{\alpha;1} \tag{2.68}$$

Caso não sejam identificadas características como sendo responsáveis pela situação fora de controlo, assume-se que a causa de variação deve-se à alteração da correlação entre as variáveis.

2.5.13. Capacidade de Processos Multivariados

A análise da capacidade multivariada do processo é mais complexa do que a análise da capacidade univariada, pois ao contrário desta que só compara a amplitude do intervalo da especificação com a amplitude do intervalo do processo, compara duas regiões referentes à especificação e ao processo (área ou volume, de acordo com o número de características). No caso de se pretender analisar a capacidade para duas características da qualidade, compara-se a região de especificação definida por um rectângulo com a elipse que caracteriza o processo.

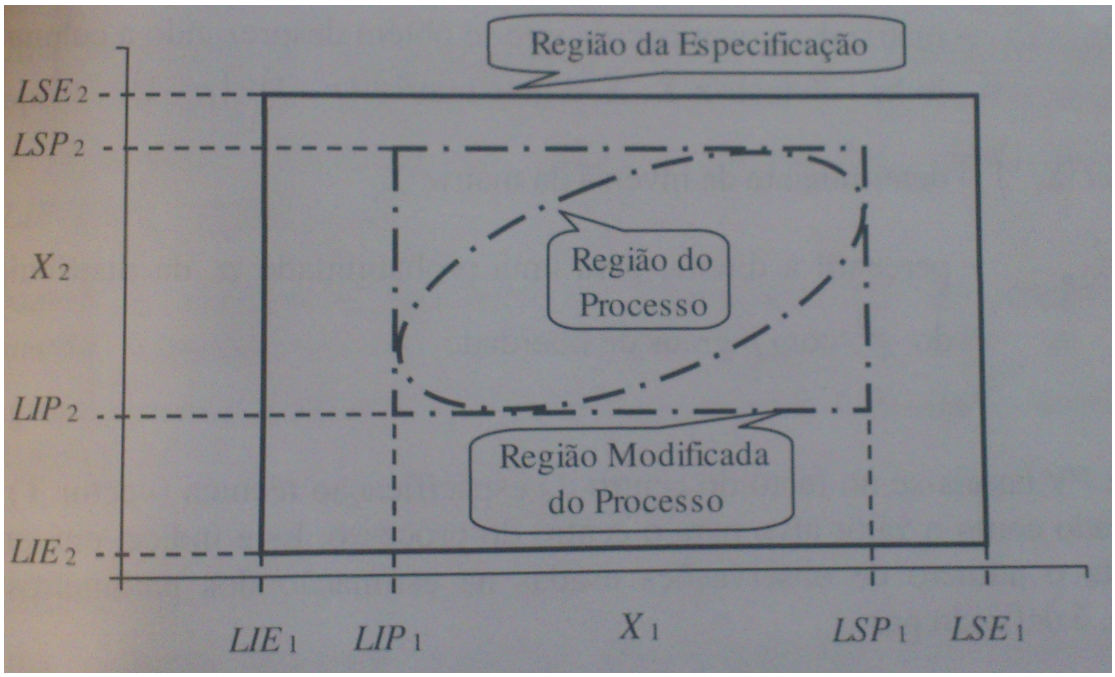

Figura 2. 11 Regiões de Processo e Especificação. Fonte: Pereira e Requeijo, 2012

Vários estudos têm sido desenvolvidos ao longo dos anos para desenvolver índices que permitam analisar a capacidade multivariada do processo. Os três índices desenvolvidos por Shahriari, Hubele, Lawrence em 1995 (Cp, PV e LI) são recomendados por Pereira e Requeijo (2012) e serão utilizados no presente estudo.

2.5.14. Índices de Capacidade

Os índices de Capacidade a considerar nesta dissertação são os índices Cp_M, PV e LI. O primeiro compara a região de especificação com a região do processo. A especificação é dada por um volume no caso do número de características p>2 ou no caso de p=2 por uma área. Enquanto que a região do processo é dada por uma elipsoide no caso de p>2 ou no caso de p=2 por uma elipse como é possível ver na 2.11. O denominador do índice Cpm é dado pela região modificada do processo, a qual é resultado da transformação do p-elipsóide no menor p-rectângulo que contém esse elipsoide. Para efectuar essa transformação são calculados os índices das equações 2.70 e 2.71. O índice Cpm é calculado através da equação 2.69:

$$Cpm=\left(\frac{\prod_{i=1}^{p}(LSE_i-LIE_i)}{\prod_{i=1}^{p}(LSP_i-LIP_i)}\right)^{\frac{1}{p}} \tag{2.69}$$

Em que LSP_i e LIP_i são calculados por:

$$LSP_i=\mu_i+\sqrt{\frac{\chi^2_{\alpha;p}\det(\Sigma_i^{-1})}{\det(\Sigma^{-1})}} \tag{2.70}$$

$$LIP_i=\mu_i-\sqrt{\frac{\chi^2_{\alpha;p}\det(\Sigma_i^{-1})}{\det(\Sigma^{-1})}} \tag{2.71}$$

O índice PV pretende verificar se o processo está centrado, identificando o vector T como o alvo para o centro do processo. O índice é calculado segundo:

$$PV=(T^2>\frac{p(N-1)}{N-p}F_{p;N-p}) \tag{2.72}$$

O índice LI compara a região modificada do processo com a região de especificação. Caso a região do processo esteja contida no interior da região de especificação então LI adopta o valor 1 caso contrário adopta o valor 2.

Para o processo ser capaz, têm de se verificar em simultâneo as condições necessárias para os três índices apresentados. Cpm tem de ser igual ou superior a 1,33, PV tem de se aproximar

significativamente de 1 (geralmente considera-se um nível de significância de 0,05) e o índice LI tem de ser igual a 1.

2.5.15. Análise de Séries Temporais

Uma série temporal define-se como uma sequência de dados recolhidos de forma sequencial (Box, 1994). Os dados são relativos a uma variável discreta, sendo usualmente recolhidos em intervalos de tempo idênticos.

Um factor intrínseco das séries temporais, é que observações adjacentes são dependentes. Esta dependência entre as observações tem muito interesse prático e requer o desenvolvimento de modelos estocásticos e dinâmicos para a série de dados. A análise de séries temporais congrega um conjunto de técnicas para a analisar esta dependência e tem como objectivo descrever o processo ou fenómeno que gera a sequência de dados. A importância do desenvolvimento de modelos matemáticos para a descrição de uma série de dados permite:

- Previsão de valores futuros de uma série temporal a partir dos valores presentes e passados
- Determinação de um modelo dinâmico que defina o output do sistema para qualquer série de inputs
- Utilização de variáveis de input que permitam realçar os efeitos de intervenções anormais no processo
- Ajuste do sistema a possíveis desvios de o valor alvo

Uma importante classe de modelos estocásticos utilizados para descrever séries temporais, são os modelos estacionários, nos quais se assume que o processo permanece em equilíbrio em torno de uma média constante. No entanto, a previsão aplicada a séries temporais tem tido importância para a indústria, economia e comércio nos quais os dados apresentam características não estacionárias. Para contornar este facto foram desenvolvidos modelos matemáticos, de entre os quais se destaca os modelos ARIMA o qual será desenvolvido mais à frente.

2.5.16. Independência dos Dados

A independência dos dados é uma característica fundamental para a aplicação de ferramentas estatísticas como as cartas de controlo. Ao lidar com séries temporais é necessário verificar se a variável tempo, influencia a variável que se pretende estudar. Neste sentido considera-se que os dados são independentes caso não exista autocorrelação significativa entre esses

dados, i.e. o valor que a variável X toma no instante t não depende do seu valor no instante (t-1) nem em qualquer instante desfasado de k instantes (t-k). (Pereira e Requeijo, 2012)

2.5.17. Função Autocorrelação

Chama-se autocorrelação de desfasamento k à correlação entre quaisquer duas observações desfasadas de k instantes. O coeficiente de autocorrelação para um dado valor de desfasamento k é dado por:

$$\rho_k = \frac{COV(X_t, X_{t-k})}{VAR(X)} \tag{2.73}$$

Quando a função de autocorrelação não é conhecida, esta deve ser estimada segundo:

$$r_k = \frac{\sum_{t=1}^{N-k}(X_t - \bar{X})(X_{t+k} - \bar{X})}{\sum_{t=1}^{N}(X_t - \bar{X})} \tag{2.74}$$

Ao conjunto de valores do coeficiente de autocorrelação R_k com desfasamento 0,1,2.. designa-se Função de Autocorrelação. Para verificar que os dados referentes à variável X são autocorrelacionados, deve-se construir o gráfico da FAC (figura 2.12). O critério de decisão consiste em verificar que todos os valores de Rk pertencem a um determinado intervalo de confiança. Esta situação corresponde à ausência previsível de autocorrelação dos dados.

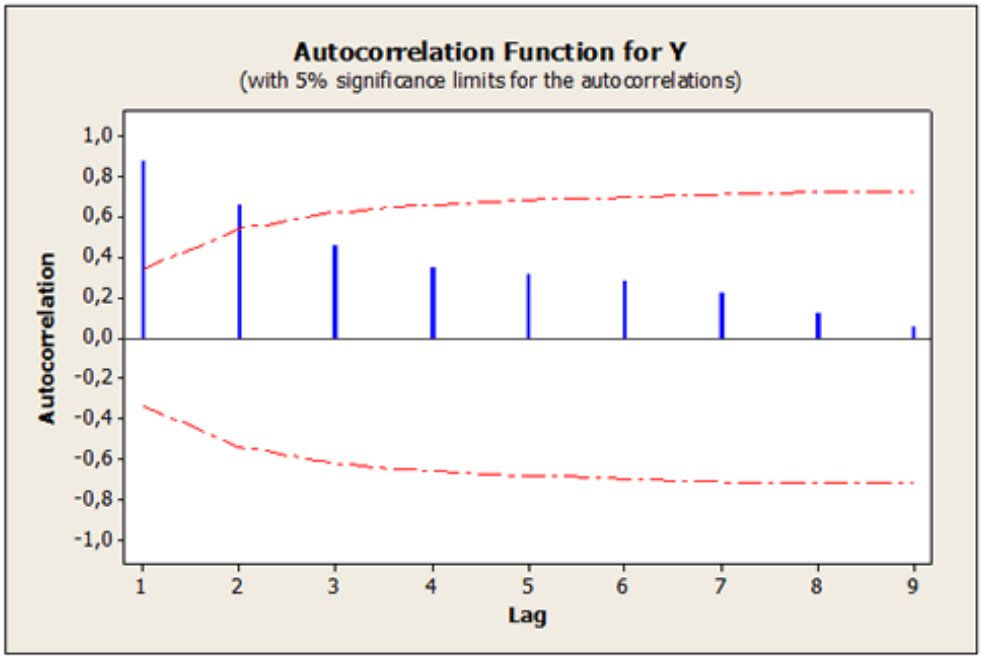

Figura 2. 12 Exemplo de FAC

A definição do intervalo de confiança não é consensual entre os autores desta temática. Pereira e Requeijo (2012), baseiam-se na ideia apresentada por Box(1994) e defendem que o intervalo de confiança esperado depende da variância de r_k e no tamanho da amostra.

$$-Z_{\alpha/2}\sqrt{\hat{v}} \leq r_k \leq Z_{\alpha/2}\sqrt{\hat{v}} \quad (2.75)$$

Um bom estimador de VAR(r_k) é dado por:

$$\hat{v} \approx \frac{1}{N}\left(1 + 2\sum_{v=1}^{k-1} r_v^2\right) \quad (2.76)$$

A autocorrelação parcial de desfasamento k é definida como a correlação entre X_t e X_{t+k} com os efeitos das observações (X_{t+1},X_{t+2},..X_{t+k-1}) removidos (Pereira e Requeijo, 2012). O coeficiente de autocorrelação parcial é dado pelo conjunto de valores de Φ_{kk}. Para calcular este coeficiente utilizam-se as equações de Yule-Waler que na forma matricial são dadas por:

$$\phi_{kk}=P^{-1}\rho_k \quad (2.77)$$

Box et. al (1994) referem que o comportamento não estacionário das séries é caracterizado por ter uma certa homogeneidade. Neste sentido, é possível retirar à série temporal a sua característica não estacionária por via de um operador diferencial. Estes modelos são designados por ARIMA(auto regressive moving average). Os modelos ARIMA caracterizam-se por ter três componentes: autoregressiva (AR), média móvel (MA) e de integração (I). A identificação do modelo ARIMA dá-se através dos parâmetros p,d,q, de modo que este tipo de modelos são referidos na forma ARIMA(p,d,q)

p- ordem da autoregressão

d- ordem do diferencial

q- componente moving average

Num modelo autorregressivo AR(p) os valores das observações Xt são obtidos a partir de:

$$X_t=\xi +\Phi X_{t-1}+\Phi_2 X_{t-2}..+\Phi_p X_{t-p}+e_t \quad (2.78)$$

Φ_p- p ésimo coeficente da regressão

X_t- Valor variável X no instante t

e_t- erro de regressão ou resíduo

A componente MA tem em conta os valores dos erros (resíduos) dos valores passados e é dado por:

$$Yt=\mu +e_t-\theta_1 e_{t-1}-\theta_2 e_{t-2}-...-\theta_q e_{t-q} \quad (2.79)$$

θ_q- q esimo coeficiente do modelo MA(q)

e_t- erro da regressão

Os modelos que são caracterizados por ambos estes componentes designam-se por ARMA(p,q). Cuja expressão é dada por:

$$X_t= \xi +\Phi X_{t-1}+\Phi_2 X_{t-2}..+\Phi_p X_{t-p} +e_t- \theta_1 e_{t-1}-\theta_2 e_{t-2}-...-\theta_q e_{t-q} \quad (2.80)$$

Como foi referido anteriormente é necessário introduzir uma nova componente ao modelo que permita analisar séries não estacionárias. Neste sentido surge a componente de integração I, a qual é introduzida no modelo por via de um operador diferencial $\overline{\nabla}$.

O modelo ARIMA define-se genericamente segundo:

$$\Phi_p(B)=\Phi(B)\overline{\nabla}^d X_t=\theta(B)e_t \quad (2.81)$$

Em que:

$$B=\frac{X_{t-1}}{X_t} \quad (2.82)$$

$$\Phi (B)=1-\Phi_1 B-\Phi_2 B^2-\ldots-\Phi_p B^p \quad (2.83)$$

$$\theta(B)=1-\theta_1 B-\theta_2 B^2-\ldots-\theta_q B^q \quad (2.84)$$

$$\overline{\nabla}=\frac{X_t-X_{t-1}}{X_t}= 1- B \quad (2.85)$$

B – operador de desfasamentos

$\overline{\nabla}$- operador de diferenças

D- ordem de diferenciação

X_t- observação no instante t

e_t – ruído branco no instante t

$\Phi_p(B)$- polinómio auto-regressivo de ordem p

$\theta_q(B)$- polinómio de nédias móveis de ordem q

O modelo ARIMA define-se segundo os seus parâmetros p,d,q. Caso não exista a componente I (d=0) a série é estacionária do tipo ARIMA(p,0,q). A mesma lógica aplica-se para os outros componentes.

2.5.18. Definição do Modelo Arima

Para definir um modelo ARIMA é necessário efectuar um procedimento iterativo composto por 3 fases (Montgomery et. al, 1990)

- Identificação
- Estimação
- Diagnóstico

A primeira fase consiste na análise histórica dos dados os quais devem ser compostos por pelo menos 50 observações (Montgomery et. al, 1990). Box et. al (1994) separam esta fase de identificação do modelo em 2 fases distintas:

1- Diferenciar o modelo tantas vezes quanto necessárias até que o mesmo fique estacionário

2- Identificação dos parâmetros do modelo ARMA(p,q)

A identificação dos parâmetros p,q do modelo ARMA é feita através do comportamento das funções de autocorrelação e autocorrelação parcial.

Tabela 2. 5 Critério def. modelo Arima. Adaptado de: Box et. al, 1994

	FAC	FACP
AR(p)	Decresce exponencialmente ou sinusoidalmente, de forma amortecida, a tender para 0;	Cai abaixo dos limites após a lag p;
MA(q)	Cai abaixo dos limites após a lag q;	Decresce exponencialmente ou sinusoidalmente, de forma amortecida, a tender para 0;
ARMA(p;q)	Decresce exponencialmente ou sinusoidalmente, de forma amortecida a partir da lag(q-p) a tender para 0;	Decresce exponencialmente ou sinusoidalmente, de forma amortecida a partir da lag(q-p) a tender para 0;

Depois da identificação do modelo adequado, é necessário estimar os valores da série modelada. A fase de de validação do modelo compreende a verificação das seguintes condições:

1. Os resíduos do modelo estimado aproxima-se de um ruído branco (e~(0,desvpadest)
2. O modelo estacionário é invertível
3. Os coeficientes estimados são estatisticamente significativos e estão pouco correlacionados entre si
4. Os coeficientes do modelo são suficientes para representar a série

5. O grau de ajustamento é elevado quando comparado com os de outros modelos alternativos

Existem alguns métodos para verificar os pressupostos acima referidos dos quais se destacam (Pereira e Requeijo, 2012)

- Análise de Resíduos
- Verificação da estacionariedade através das componentes MA e AR
- Análise dos coeficientes estimados

A análise de resíduos compreende a verificação da normalidade através dos métodos referidos no ponto 2.4.2, enquanto que a verificação da independência é feita com recurso às funções de autocorrelação FAC e FACP para os resíduos.

A estacionariedade e invertibilidade do modelo são verificadas através das componentes AR e MA. Se as raízes do modelo polinomial da equação 2.83 se situarem fora da região definida pelo círculo unidade, o processo é estacionário.

$$\Phi_q(B)=(1-\Phi_1 B-\Phi_2 B^2-\ldots-\Phi_p B^p)=0 \qquad (2.86)$$

Se as raízes da equação polinomial 2.84 se situarem fora da região definida pelo circulo unidade, o processo é considerado invertível.

A análise dos coeficientes estimado, utiliza um teste de hipóteses para a estatística t-student para verificar se o parâmetro é estatisticamente significativo.

H_o: $E(w)=0$

H_1: $E(w)\neq 0$

$$T_o=\frac{\hat{\sigma}_w - E(w)}{\hat{\sigma}_w} \qquad (2.87)$$

Se $|t_o|>t_{\alpha/2;T-1}$ em que T é o número de resíduos verifica-se que o coeficiente estimado é estatisticamente significativo.

3. Caracterização da Empresa

3.1. A empresa

O Grupo Amorim S.G.P.S. é uma das maiores multinacionais de origem portuguesa e líder mundial no sector da cortiça. Apresenta um volume de vendas anual na ordem dos 530 M de euros, que para os quais em muito contribuem os cerca de quatro biliões de rolhas vendidas.

Tem como missão valorizar a cortiça enquanto matéria-prima apostando na verticalização do negócio e na sua internacionalização. As empresas que integram o Grupo encontram-se estruturadas em 5 áreas de negócio, as quais são: Matérias-Primas, Rolhas, Revestimentos, Aglomerados Compósitos e Isolamentos. Assumindo um modelo de gestão assente num conceito de *Holding* Estratégico-Operacional, as UN são coordenadas pela Comissão Executiva da Corticeira Amorim. A estrutura de gestão de negócio encontra-se representada em baixo.

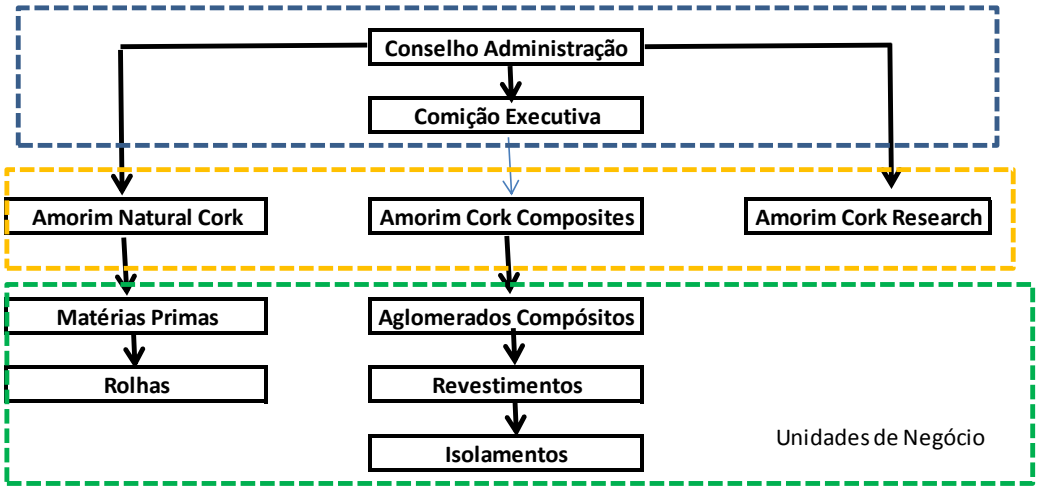

Figura 3. 1 Estrutura Amorim e Irmãos

Este estudo foi realizado numa empresa do Grupo, a Equipar – Indústria de Cortiça, S.A. , localizada na Zona Industrial do Monte da Barca, em Coruche. A Equipar tem como principais actividades: a trituração de granulado, a produção e acabamento de rolhas técnicas. Conta com 170 colaboradores e tem um volume de negócios anual na ordem de 50M de euros. Nesta unidade industrial são produzidas, a partir dos granulados de cortiça, rolhas TT (com discos de cortiça natural) e Aglomeradas. As rolhas Twin-Top apresentam uma elevada resistência mecânica e são aplicadas em vinhos espumosos. As rolhas aglomeradas são constituídas unicamente por granulado de cortiça, representando uma solução económica para vinhos de alta rotação. Na figura 3.2 é apresentado um fluxograma com a descrição dos processos produtivos da Unidade Industrial.

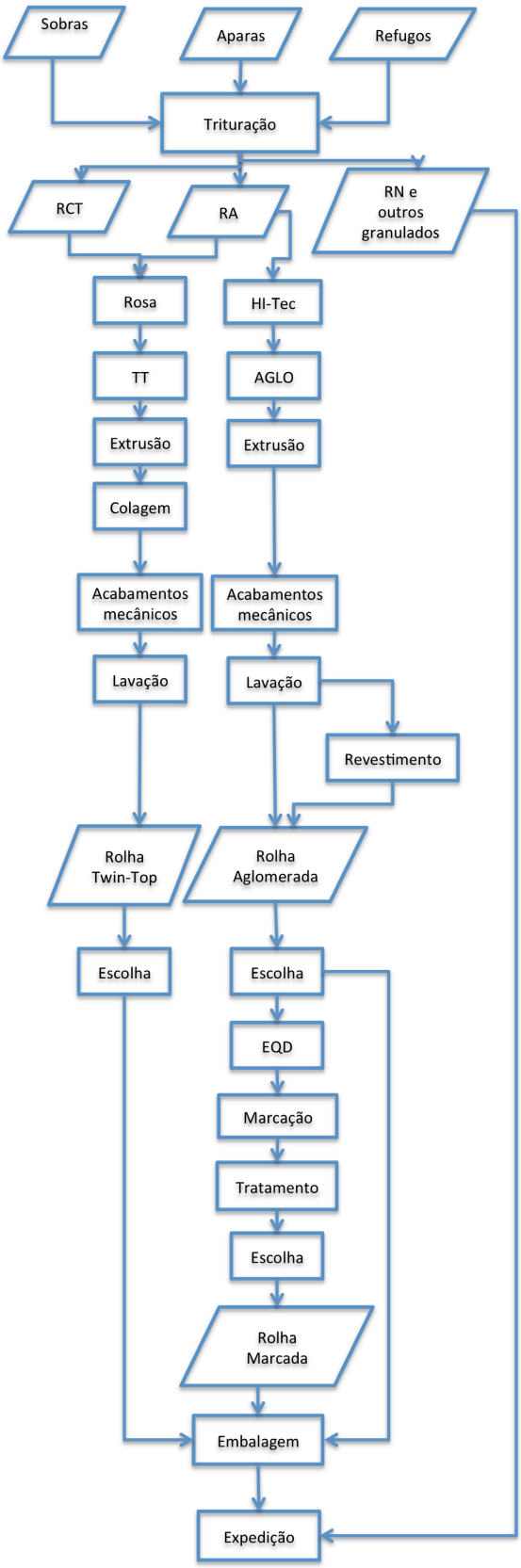

Figura 3. 2 Fluxograma processo produtivo

Como se pode observar no esquema acima representado, do processo da trituração resultam 3 tipos de granulado os quais se repartem por 3 grandes sectores da fábrica. De seguida, serão descritas as etapas mais importantes dos processos produtivos da fábrica EQUIPAR.
A trituração tem como objectivo produzir os vários tipos de granulado (RCT (3-7mm), RA(2-3 mm) e RN (1-2 mm) a partir de aparas, sobras e refugos, dentro das especificações estabelecidas para a Massa Volúmica e Humidade. Os granulados podem ser armazenados em silos ou em Big Bags o que acontece sempre que são expedidos para outras unidades industriais.

O processo ROSA (Rate Optimal Steam Aplication), é uma etapa do processo produtivo que tem como objectivo extrair o TCA presente nos granulados de cortiça. Trabalha com os granulados RCT e RA e é uma etapa transversal à produção dos dois tipos de rolhas da fábrica.

No sector TT são produzidas rolhas a partir do granulado do tipo RCT. Estas rolhas (Twin-Top) caracterizam-se por ter um ou dois discos de cortiça natural no/s topo/s da rolha. Depois do processo ROSA, o granulado é compactado em bastões e cortado na extrusão. Os discos são colados com uma cola própria no corpo das rolhas. Posto isto, as rolhas são sujeitas a uma rectificação das suas dimensões nos Acabamentos Mecânicos e por fim são lavadas e escolhidas.

No sector Aglomerada, são produzidas as rolhas com o mesmo nome. As etapas de produção são semelhantes às da TT com a diferença de não existir colagem de discos na rolha e de esta levar um tratamento específico de revestimento.
A Equipar Distribuição é um sector da fábrica que se dedica à marcação de rolhas e a toda a logística que envolve o embalamento e expedição das mesmas.
O granulado do tipo RCT que passa pelo processo ROSA seguindo mais tarde para a extrusão da rolha TT será o alvo desta dissertação, cujo estudo incide sobre este processo produtivo e pretende através da aplicação de métodos estatísticos como a Análise de Variância, Desenho de Experiências e Cartas de Controlo, reduzir a sua variabilidade.

3.2. Descrição do processo alvo do estudo (ROSA-RCT)

O processo ROSA representa uma etapa muito importante do processo produtivo da empresa. Em primeiro lugar é responsável pela extração de uma molécula do granulado de cortiça o 2,4,6 tricloroanisol (TCA). Este composto da cortiça é apontado como a principal causa de contaminação do vinho (80 a 85%), sendo portanto fundamental para a empresa garantir a

menor presença possível do mesmo nas suas rolhas. Entenda-se como contaminação, a depreciação da qualidade do vinho, uma vez que o TCA não apresenta perigos para a saúde humana. Esta perda de qualidade resulta da alteração das características do vinho, nomeadamente do seu odor e do seu gosto. Para evitar que isto se suceda, a indústria rolheira tem aplicado métodos de extracção de TCA da cortiça, como o ROSA (Rate of Optimal Steam Aplication). De realçar também o facto do grupo Amorim fazer uma grande aposta na investigação e controlo deste composto químico, como forma de assegurar os seus padrões de qualidade.

Outro aspecto importante desta etapa prende-se com o controlo da massa volúmica e da humidade do granulado antes de este entrar no processo da extrusão. Estas variáveis influenciam a mistura a conformidade estrutural do bastão de cortiça e o seu custo. Caso estes valores não se encontrem dentro dos intervalos aceitáveis, todas as etapas que se seguem ao o ROSA ficam comprometidas, assim como a conformidade do produto final. Uma variável que não é lida directamente pelos instrumentos de medição mas que tem muita importância para este estudo e para o controlo de processos, é a Massa Volúmica corrigida a 8% de humidade ($MV\ corrigida_i = MV_i*(100-H_i)/92$). Por via desta, é possível comparar os volumes das diferentes amostras, uma vez que se tem em conta a quantidade de cortiça existente num dm^3, para o mesmo valor de humidade de 8%. Ao comparar-se a MV de duas amostras, por si só, não se consegue ter a mesma sensibilidade relativamente à matéria-prima (% de cortiça/volume ocupado). Outro aspecto importante prende-se com a rentabilidade do produto final, porque desta forma é possível saber a quantidade cortiça utilizada.

Como é possível ver no fluxograma da figura 3.3, o ROSA-RCT caracteriza-se por ser um processo sequencial, no qual o granulado vai sofrendo transformações químicas e físicas antes de sair para a Extrusão. Esta morfologia do processo, tem muita importância para a sua compreensão e para o planeamento do estudo efectuado. De seguida serão descritas as suas diferentes etapas.

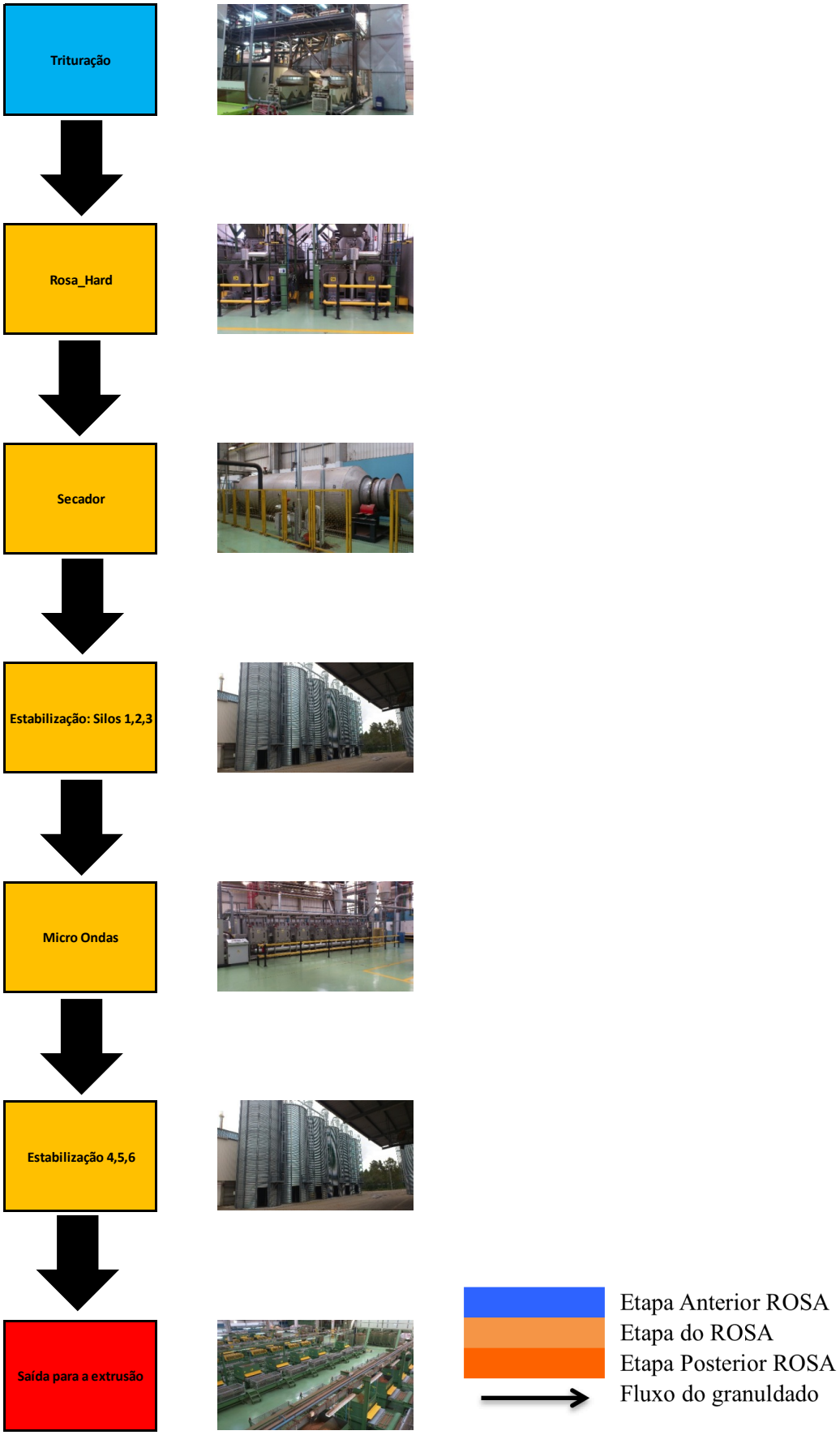

Figura 3. 3 Fluxo produtivo ROSA

1) RH

A máquina RH é constituída por 5 grupos cada um com 2 tubos que por sua vez têm 16 torneiras de vapor cada um. 4 destes grupos trabalham com o granulado do tipo RCT (grupos 1,2,3 e 5), e um com RA (grupo 4). As torneiras encontram-se debaixo dos tubos e injectam o vapor, cujo caudal depende da pressão a que estas estão sujeitas. Ao passar pelo granulado o vapor remove a molécula de TCA e sobe para o topo dos tubos, sendo depois condensado num canal de extracção. Na figura apresentada em baixo é possível ver as torneiras debaixo de um dos tubos.

Figura 3. 4 Tubo Rosa e torneiras

Cada tubo tem um sem fim (cuja velocidade é controlável) que faz o granulado avançar dentro do mesmo, até uma moega que mistura o granulado à saída de todos os tubos. As condições de pressão (factor controlável) e o tempo de permanência dentro dos tubos têm efeitos sobre a extracção de TCA, aumento da massa volúmica e humidade. O esquema em baixo representa o fluxo de granulado pela máquina e pelos grupos do RH.

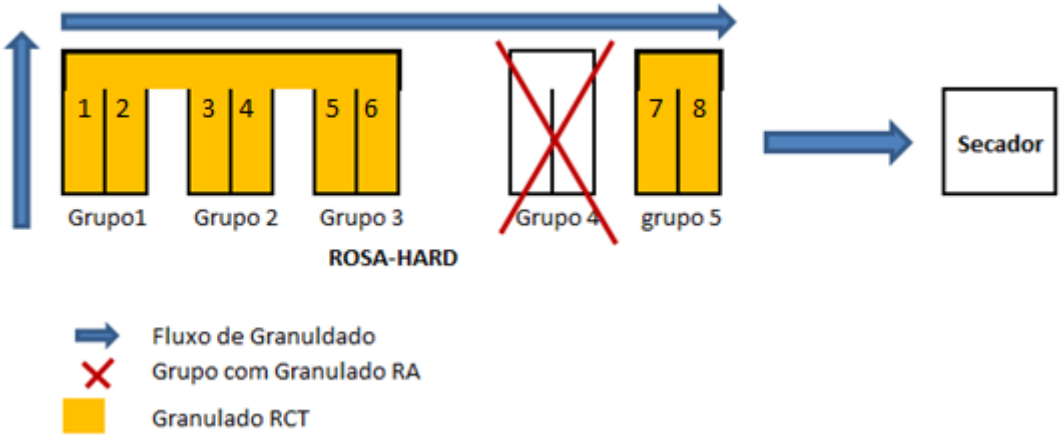

Figura 3. 5 Esquema máquina RH

A alimentação do processo pode ser feito através dos silos da trituração (existem dois para o granulado do tipo RCT) ou através da ultilização de Big Bags (sacos com capacidade para 200 Kg de granulado). Cada grupo tem um silo com capacidade para cerca de 200 Kg de granulado, o qual alimenta os dois tubos do grupo. A alimentação dos silos de cada grupo é

feita sequencialmente e deve ser feita de forma contínua de modo a não deixar nenhum dos grupos ir abaixo, pois, caso isso aconteça vai haver menos granulado no interior dos tubos desse grupo e por conseguinte o granulado vai estar sujeito a condições mais severas de pressão de vapor. Apesar de à saída o granulado se misturar na moega esta ocorrência contribui para o aumento da variabilidade do processo.

Outro factor importante neste processo prende-se com a pressão das torneiras de vapor. Caso existam quebras na alimentação da rede, devido a paragens ou à falta de alimentação da caldeira, o RH não consegue funcionar de acordo com a pressão desejada influenciando negativamente a extracção do TCA.

Existe também alguma variabilidade entre os tubos do RH, como é descrito mais à frente nesta dissertação. Esta variabilidade é resultado de condições de operação diferentes entre os tubos cujos bicos das torneiras e canais de extracção podem não funcionar da mesma forma, devido a sujidade e entupimentos. Para efeito das experiências foi necessário verificar se estas diferenças eram significativas.

2) Secador

Após sair do RH o granulado segue para o secador. O secador é constituído por um cilindro e um permutador à entrada que faz com que o ar quente seque o granulado. O caudal de ar quente não é regulável, a temperatura no interior do cilindro e a velocidade de rotação do mesmo é que constituem os factores controláveis. O controlo da temperatura do secador envolve uma grande sensibilidade e atenção por partes dos operadores, uma vez que esta varia muito em relação ao set point dependo do caudal de vapor utilizado.

3) Estabilização nos silos 1,2,3

Existem três silos dedicados à estabilização do granulado após a passagem pelo secador. O tempo de estabilização do granulado no interior dos silos representa o único factor controlável para esta etapa. A estabilização tem efeitos sobre as propriedades do granulado, sendo que na altura do ano em que foi realizado o estudo (Verão) o granulado tende a secar (cerca 1,5%) e expande no interior do silo (MV aumenta). Enquanto que no outro período do ano não tende a secar de forma tão pronunciada.

4) Micro Ondas

Existem dois Micro Ondas no processo, ambos com a função de secar granulado, as suas características é que diferem ligeiramente. Podem trabalhar ao mesmo tempo ou apenas um de cada vez. O granulado é transportado por via de um tapete que por sua vez passa pelo

interior de vários fornos de forma sequencial. No interior destes o granualdo seca por via de radiação incidente. Ao todo existem 54 Magnetrons no MO1 e 20 no MO2, sendo que no primeiro estes se dispõe de forma equitatitva por 7 fornos, sendo que a potência de cada Magnetron tem o valor fixo de 1,6 Kw. No MO2 a potência por Magnetron é regulável até um valor máximo de 3 Kw, e tal como o MO1 eapresenta 7 fornos. Durante o estudo, foram feitos alguns cálculos que permitissem calcular a potência incidente por Kg de granulado, e assim definir níveis de operação semelhantes para os dois MO.

5) Estabilização nos silos: 4,5,6

Após a passagem pelo micro ondas, existem 3 silos destinados à estabilização do granulado antes da saída para a extrusão.Tal como, nos silos 1,2,3 o tempo de estabilização representa o factor controlável desta etapa, que tem como função fazer expandir o granulado (MV diminui) e reduzir a percentagem de humidade presente no mesmo (para as condições meteorológicas de Verão).

De referir também que o processo, tem vários pontos de controlo e de recolha de amostras, as amostras de TCA ficam a cargo do laboratório enquanto que as amostras de MV e humidade são lidas no momento, no posto de controlo do processo. Apesar de as amostras de TCA serem retiradas em pontos diferentes, a partir do momento em que o granulado passa pelo RH, não há variações significativas da quantidade de TCA presente no granulado. Relativamente, as outras variáveis de controlo verifica-se que estas varião em todas as etapas do processo.

3.3. Métodos de medição e controlo das variáveis

Para garantir a conformidade do produto final, existem vários instrumentos de medição espalhados pelos processos produtivos. No que toca ao processo Rosa RCT, existem 2 instrumentos para a leitura da humidade e uma balança que serve para pesar um m^3 de granulado. Os instrumentos de medição encontram-se enumerados em baixo:

- Balança de prato e dm^3:
- Aqua-Boy: este instrumento de medição é utilizado para medir a humidade relativa do granulado. Por força de compressão dos grãos, a humidade presente nos mesmos é libertada para um sensor, que em contacto com o eléctrodo do instrumento detecta a % de humidade presente no granulado. Este instrumento não é tão preciso como a balança de IV, uma vez que a humidade presente no interior do grão pode não sair para fora do mesmo por força da compressão exercida.

- Balança de Infravermelhos: Permite obter uma leitura absoluta da humidade e portanto representa o meio mais preciso para obter uma leitura da mesma.

Para analisar a quantidade de TCA presente nos granulados foi necessário fazer a preparação das amostras em laboratório. A preparação das amostras de granulado compreendem 3 fases:

1. Colocar o granulado numa solução composta por água e álcool com o mesmo teor alcoólico do vinho.
2. Colocar as soluções no forno de forma a realizar o método expedito e assim acelerar a migração de TCA do granulado de cortiça para a solução.
3. Juntar um líquido padrão à solução para possibilitar a detecção de TCA através de cromatografia gasosa.

4. Parte Experimental

Neste capítulo são descritas as diferentes fases deste estudo e os resultados que as mesmas produziram.

Em primeiro lugar, foi necessário entender o processo produtivo: o seu objectivo, as suas características, problemas e modos de funcionamento. Após esta fase, na qual os Engenheiros da empresa tiveram um papel determinante, foi identificado o problema/oportunidade de melhoria do Rosa (redução da variabilidade e identificação de factores significativos do processo).

Como é possível ver na figura 3.3 do capítulo 3, o granulado atravessa as diferentes etapas do Rosa de forma sequencial. Para além disso é necessário ter em conta que todas as etapas têm efeitos nas características de humidade e MV do granulado, mas apenas a primeira RH é que tem influência sobre a quantidade de TCA.

Identificadas as diferentes etapas do processo e as suas características, foram definidos os objectivos para este estudo:

- Maximizar a redução de TCA no granulado RCT com o objectivo de atingir valores inferiores a 0,5 ppt para que o TCA não seja detectado no cromatógrafo
- 72,5 Kg/m^3 de Massa Volúmica corrigida a 8 % de humidade à entrada da extrusão
- 9,5 % de humidade à entrada da extrusão
- Redução da variabilidade do processo

Com vista a alcançar estes objectivos decidiu-se utilizar a temática do Desenho de Experiências numa fase inicial e depois a aplicação do Controlo Estatístico do Processo. A definição do método de aplicação foi também muito importante, pois uma má aplicação dos conceitos anteriormente referidos podia ter levado à obtenção de resultados menos conclusivos.

Decidiu-se então definir 4 fases para este estudo.

1. Anova a 1 factor para a verificar a diferença à saída dos tubos do RH
2. Desenho de Experiências 1(DOE_1) para maximizar a extracção de TCA do granulado
3. Desenho de Experiências 2 (DOE_2) para melhorar a resposta da MV corrigida e Humidade
4. A Controlo Estatístico do Processo para monitorizar os valores da MV corrigida e Humidade

Apesar do granulado se misturar à saída do RH, decidiu-se fazer um estudo prévio para averiguar se existiam diferenças significativas entre os tubos. Caso existissem, poderia ser uma forma de identificar o problema e de melhorar o processo reduzindo-lhe a variabilidade logo desde o seu início. Após esta fase, efectuaram-se dois DOE, o primeiro concentrou-se apenas na máquina RH e tinha como resposta a quantidade de TCA no granulado enquanto que o segundo se concentrou nas etapas seguintes as quais não tinham efeitos sobre o TCA, mas sim sobre a MV e a humidade. Desta forma, foi possível estudar as diferentes variáveis de resposta com apenas dois DOE, o que facilitou a execução das experiências e a obtenção de conclusões. É evidente que se poderia efectuar um apenas um DOE para as 3 respostas, mas isto obrigaria a um número elevado de experiências e a acrescidas dificuldades operacionais. Por fim realizou-se um estudo para aplicação do Controlo Estatístico do Processo.

4.1. Diferenças nos tubos RH

4.1.1. Planeamento das Experiências

Como é possível ver no esquema apresentado no capítulo 3 da máquina RH, existem 4 grupos e 8 tubos na máquina RH. Procurou-se garantir durante as experiências a alimentação de todos os silos dos 4 grupos de forma a que a quantidade de granulado fosse sempre constante em todos os tubos. Admite-se também que não há diferenças à entrada dos mesmos uma vez que o granulado provém todo do mesmo silo da trituração.

Para realizar este estudo foram efectuadas duas análises de variância, para um único factor: tubo. Sendo que foram realizadas 10 réplicas (cada uma representa uma medição) por cada tubo de forma aleatória a fim de cumprir com o pressuposto da aleatoriedade. A medição dos valores de resposta (MV e Humidade) foi feita no posto de controlo do processo Rosa, utilizando os instrumentos de controlo introduzidos no capítulo 3.

4.1.2. Tratamento dos Dados

Antes de iniciar a análise dos dados foi necessário calcular a MV corrigida a 8% de humidade. Esta variável é obtida através da MV e humidade registada em cada observação, tal como explicado no capítulo 3.

Tabela 4. 1 Resultados MV corrigida-dif . tubos

Tubo	Média	Desv. Pad.
1a	86,10	4,99
1b	89,58	5,40
2a	83,83	6,00
2b	85,25	4,84
3a	85,66	4,14
3b	83,74	4,83
5a	83,33	7,82
5b	81,73	5,54

Tabela 4. 2 Resultados Humidade-dif.tubos

Tubo	Média	Desv.Pad
1a	22,53	4,05
1b	19,82	4,07
2a	20,48	4,91
2b	21,43	4,35
3a	20,66	4,89
3b	22,28	6,02
5a	18,92	4,26
5b	18,91	3,71

Como é possível observar nas tabelas 4.1 e 4.2, este processo caracteriza-se por ter uma variabilidade considerável uma vez que os desvios padrão são elevados tanto para a humidade como para a MV corrigida. Recorrendo ao software Statistica procedeu-se à análise de variância dos dados.

Tabela 4. 3 ANOVA MV corrigida

ANOVA MV8					
	SS	**g.l.**	**MS**	**F**	p
Tubo	390,8	7	55,8	1,82	0,097044
Erro	2212,3	72	30,7		

Tabela 4. 4 ANOVA Humidade

ANOVA Humidade					
	SS	**gl**	**MS**	**F**	**p**
Tubo	135,18	7	19,31	0,919	0,496882
Erro	1512,58	72	21,01		

O Fcrítico toma o valor de 2,1397 para um nível de significância de 5% , com 7 graus de liberdade para o numerador (nº tubos-1) e 72 (número de obs- número de tubos) para o denominador. Como o Fcrítico é superior aos valores de Fischer das tabelas ANOVA 4.3. e

4.4., verifica-se que não existem diferenças significativas para a humidade e para a MV corrigida.

4.1.3. Verificação dos Pressupostos

Para validar os resultados obtidos, é necessário confirmar que os pressupostos da Análise de Variância foram cumpridos. Para tal, recorreu-se ao software Statistica para construir os gráficos dos resíduos de cada uma das variáveis. De seguida serão verificados os pressupostos relativos à MV corrigida.

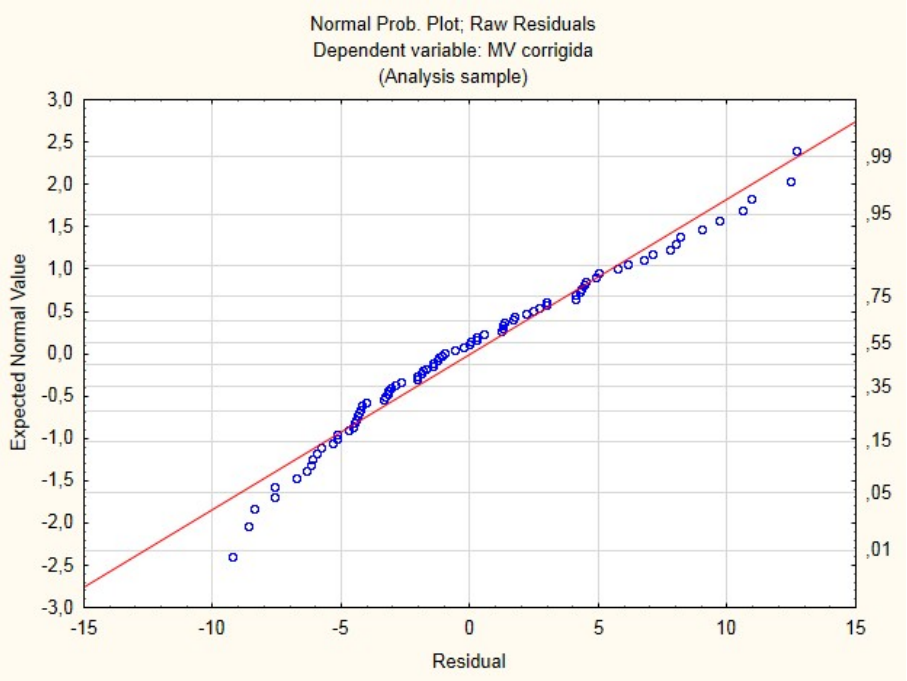

Figura 4. 1 Verificação Normalidade MV corrigida

Pela análise do gráfico da figura 4.1, verifica-se que os resíduos se distribuem ao longo da recta, logo o pressuposto da normalidade não é violado.

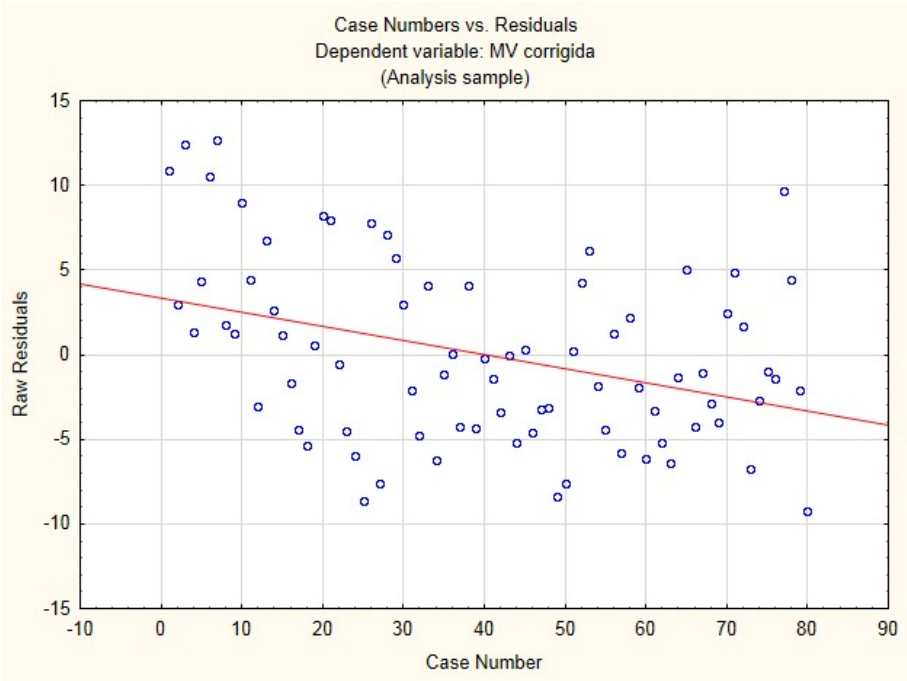

Figura 4. 2 Ordem de Experiências vs Res. MV corrigida

Como é possível constatar no gráfico da figura 4.2 os pontos encontram-se dispersos ao longo do tempo, sem evidenciar um tendência significativa, logo o pressuposto da aleatoriedade não é violado.

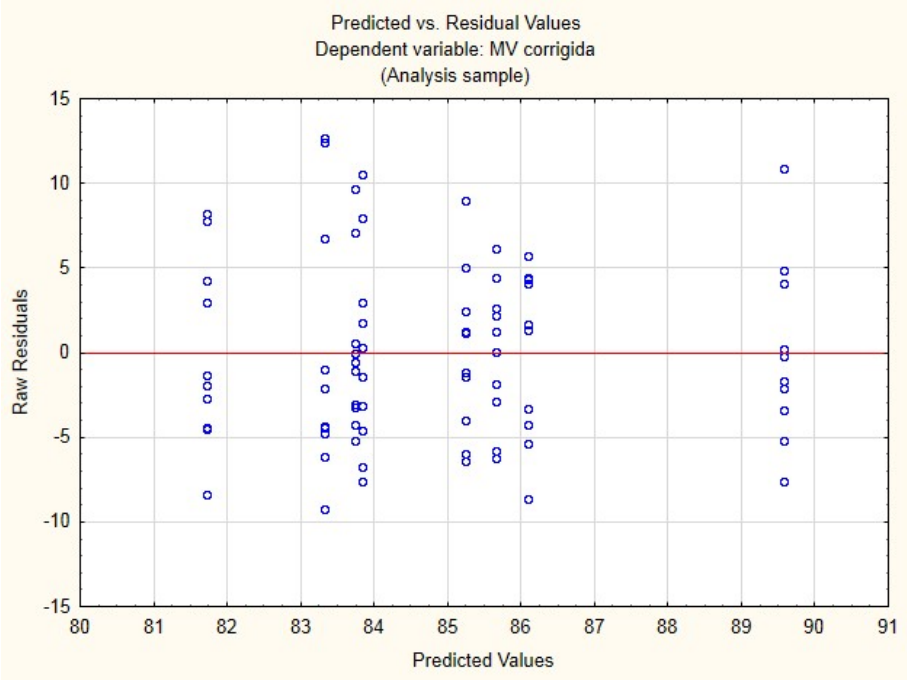

Figura 4. 3 Homogeneidade da variância MV corrigida

A homogeneidade da variância também é cumprida uma vez que no gráfico da figura 4.3 os resíduos apresentam variações semelhantes para todas as populações, não evidenciando uma estrutura em funil dos pontos. Analisando agora os pressupostos relativos à humidade.

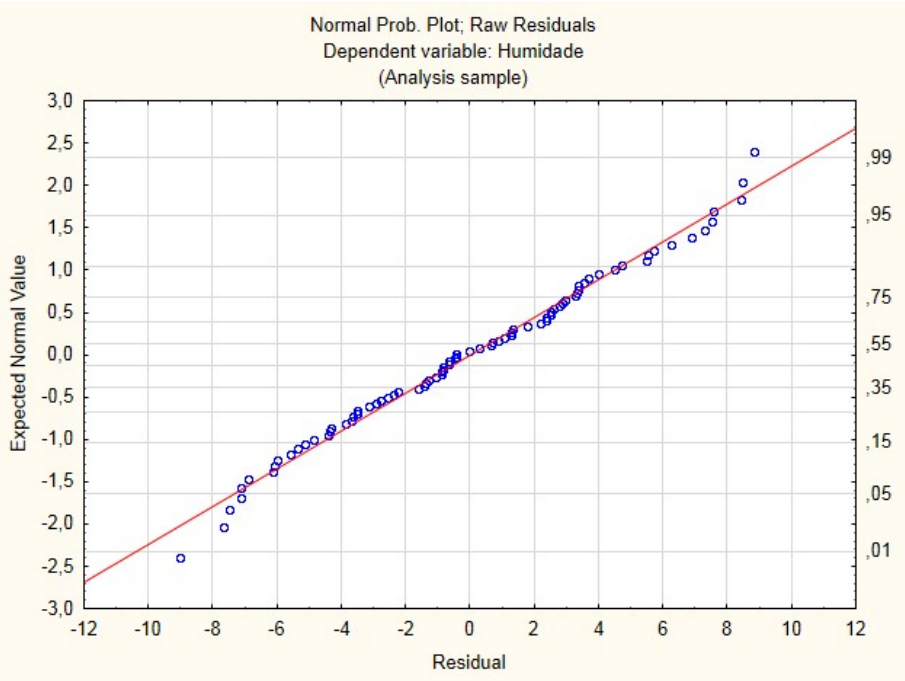

Figura 4. 4 Verificação da normalidade para a Humidade

Pela análise do gráfico da figura 4.4 , constata-se que os resíduos seguem uma distribuição normal uma vez que os pontos se dispõem sobre a recta.

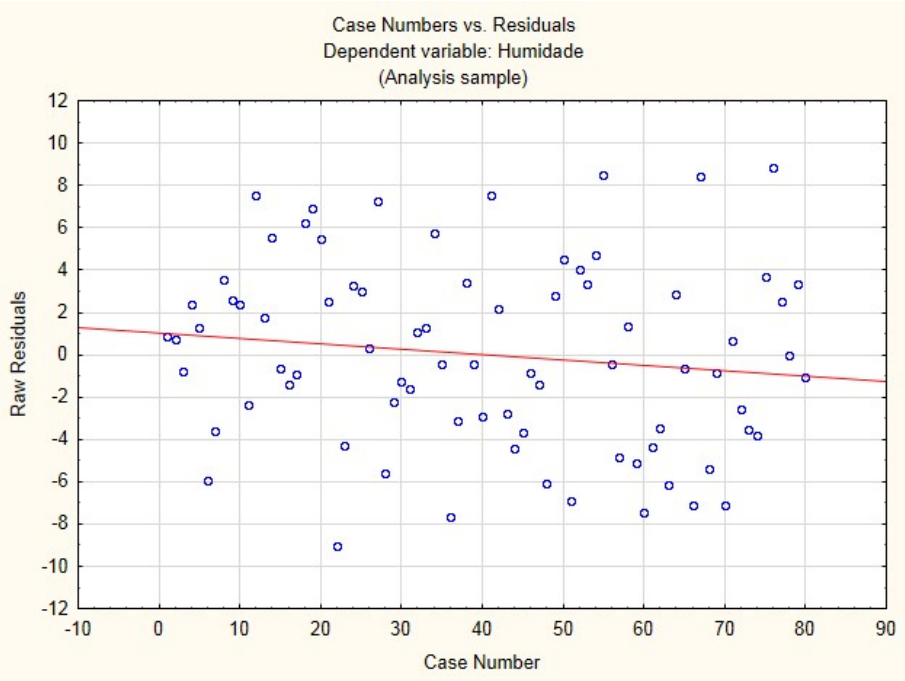

Figura 4. 5 Ordem de experiências vs resíduos para a Humidade

A ordem de experiências também não teve influência nos resíduos, os quais não têm nenhuma tendência definida na figura 4.5.

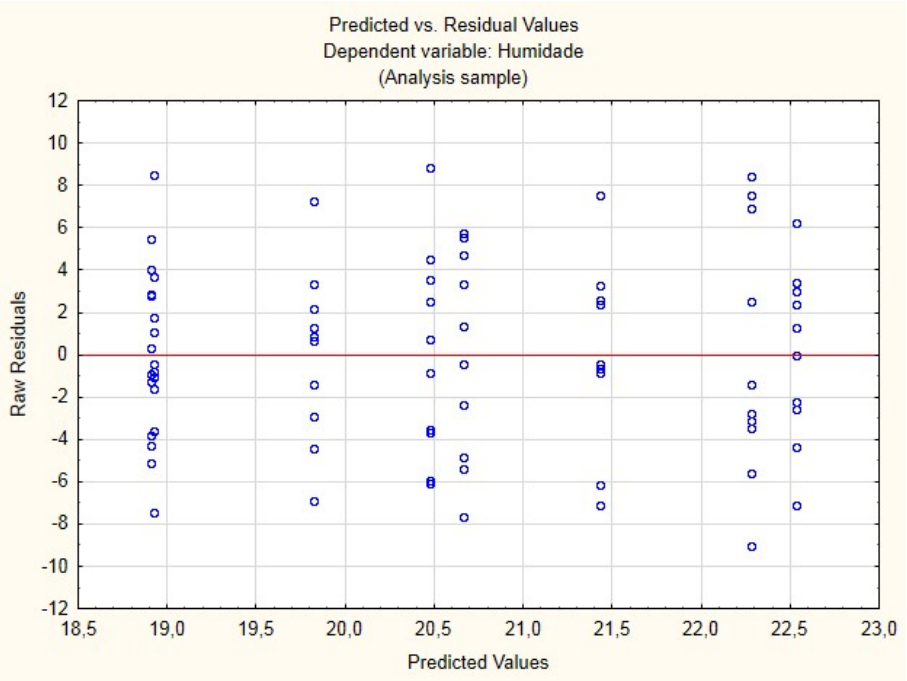

Figura 4. 6 Verificação da homogeneidade da variância para a Humidade

As variâncias das diferentes populações são semelhantes como é possível verificar no gráfico da figura 4.6, logo a homogeneidade da variância verifica-se.

4.2. 1º Desenho de experiências

Este DOE caracteriza-se por ter apenas dois factores controláveis: Velocidade dos Sem fim no interior dos tubos e pressão de Vapor. A variável de resposta é a quantidade de TCA presente no granulado. Trata-se portanto de um factorial completo 2^2. Este DOE teve como objectivo definir os níveis de operação para a máquina RH que minimizam os valores de TCA do granulado.

Os níveis de operação para cada factor foram definidos de forma a produzir diferenças significativas na variável de resposta, mas de forma a não comprometer a produção da fábrica. Após a consulta dos dados históricos do processo e com o aval dos engenheiros da empresa foram então definidos os níveis de operação para as experiências.

Tabela 4. 5 Níveis DOE_1

Factores Controláveis	Nível -	Nível +
Pressão de Vapor	1,8	2,3
Velocidade	8	10

4.2.1. Planeamento das Experiências

Uma vez que o factorial 2^2 não compreende um elevado número de experiências decidiu-se efectuar 3 réplicas contabilizando um total de 12 experiências. A ordem de experiências foi atribuída pelo software Statistica, de forma a cumprir com o pressuposto da aleatoriedade.

Antes de realizar as experiências foi necessário ter em conta os seguintes aspectos do processo:

- A resposta que se pretende atingir depende também daquilo que entra no RH.
- Se o granulado entrar na máquina RH com valores muito baixos de TCA, não haverá praticamente extracção do mesmo e portanto os resultados das experiências não seriam válidos.
- Considera-se que valores de TCA altos, por muita diferença que apresentem à entrada não têm efeitos sobre a resposta final dependendo apenas das condições de operação da máquina RH.
- O TCA é uma molécula cuja detecção é efectuada em laboratório através de cromatografia gasosa, logo os resultados não são instantâneos podendo demorar até 3 dias a serem obtidos consoante a disponibilidade dos cromatógrafos.
- A cromatografia gasosa não é um método de análise 100% preciso, tendo um erro de medição associado. Para a empresa, o objectivo passa por ter granulado abaixo dos 0,5 ppt porque desta forma considera-se que o mesmo não é detectável.

Para controlar aquilo que entra na máquina RH, foi necessário recorrer à utilização de Big Bags, como forma de alimentação do processo. A alimentação através dos silos da trituração não permitiria obter os resultados de TCA em tempo útil uma vez que estes são obtidos através de análise laboratorial. De referir também que não foi possível fazer as experiências todas seguidas uma vez que também foi necessário ir gastando o granulado RCT dos silos da trituração.

Em consonância com os engenheiros da empresa foram definidos os critérios para a utilização dos Big Bags para as experiências:

- 3 amostras por Big Bag à priori para definir a quantidade de TCA do mesmo

- Se a média das 3 amostras for inferior a 3 ppt, o Big Bag é automaticamente rejeitado para experiências
- Esnte 2,5 e 3 ppt os BB poderiam ser utilizadas na fase de arranque do RH (1ª hora de operação)

Atendendo às condições de operação do processo RH, descritas no capítulo 3, estimou-se que seriam necessárias cerca de 3 horas para cada experiência (caso se façam de seguida condições diferentes). O que resultou numa quantidade média de 15 BB por experiência, e num total de 180 BB necessários à partida. Por motivos de capacidade de produção, espaço e tempo não seria exequível separar todo o granulado necessário à priori de modo, que este processo de separação e análise dos BB foi lento e teve de ser feito à medida que as experiências iam sendo realizadas. A metodologia adoptada está descrita no fluxograma da 4.7.

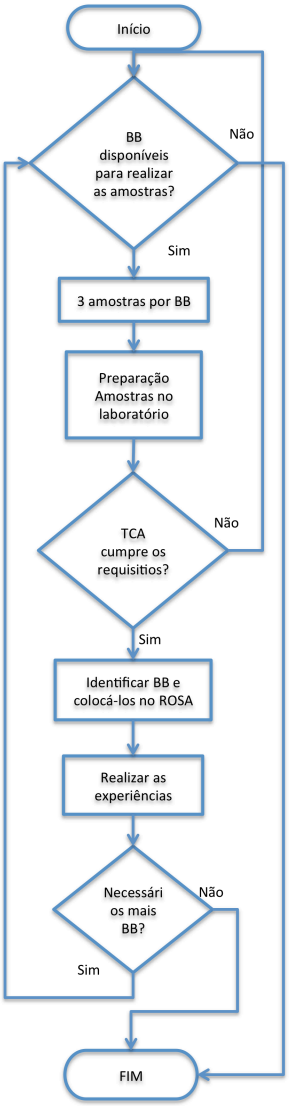

Figura 4. 7 Fluxograma DOE_1

4.2.2. Recolha de amostras

Durante a execução das experiências, foram retiradas amostras durante a hora de arrranque e a hora de estabilização. Para além das amostras de TCA, separadas para ser analisadas no laboratório, foram também recolhidas amostras no local da MV e humidade. Este foi o meio encontrado para garantir a estabilização do processo. Em média foram recolhidas 5 amostras por hora e decidiu-se utilizar os últimos 4 valores da hora de estabilização para a análise dos dados. Ao utilizar mais do que uma amostra, garante-se uma maior fiabilidade para a medição e portanto para o resultado da réplica que resultará da média das 4 medições. Apesar de não se terem verificado diferenças significativas entre os tubos, decidiu-se recolher granulado à saída de todos os tubos, em cada amostra. Deste modo, garante-se que os resultados traduzem ainda melhor o processo, e não apenas um dos tubos.

4.2.3. Resultados das Amostras e Verificação dos Pressupostos

Os resultados obtidos para as duas experiências encontram-se na tabela em baixo, apresentados segundo a ordem padrão do factorial 2^2.

Tabela 4. 6 Resultados DOE_1

	Factor		Resposta TCA		
Ordem Padrão	Velocidade	Pressão	Y_1	Y_2	Y_3
(1)	-	-	0,57	1,03	0,62
a	+	-	1,38	1,65	0,49
b	-	+	0,53	0,44	0,56
ab	+	+	0,44	0,44	0,44

De modo a poder avançar com a análise de variância para este DOE foi necessário verificar se os pressupostos da mesma se verificavam, para não inviabilizar as conclusões. De referir também que existem apenas 12 experiências e por conseguinte, testes como o K-S ou o teste de Bartlett não teriam validade.

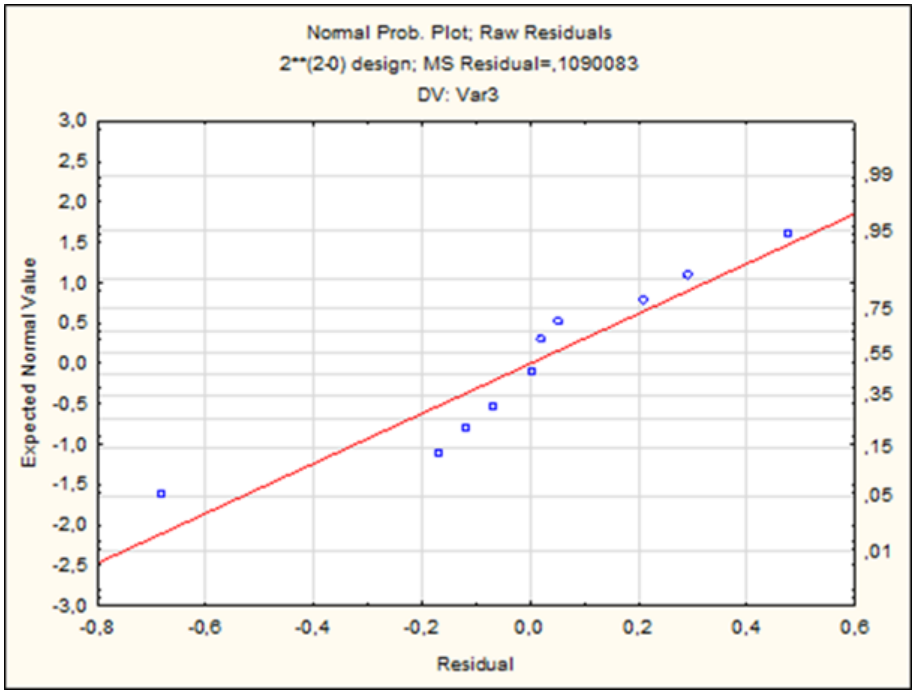

Figura 4. 8 Verificação Normalidade res.

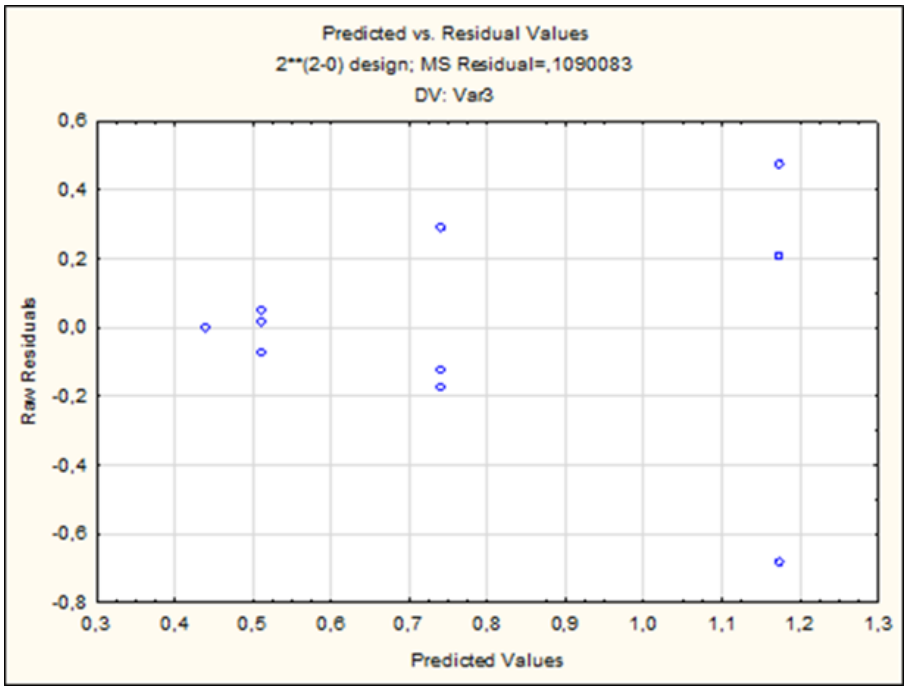

Figura 4. 9 Ver. Homogeneidade res.

Analisando o gráficos das figuras 4.8 e 4.9, verifica-se que o pressuposto que é mais fortemente violado é o da homogeneidade da variância. Uma vez que existe uma estrutura em cone bastante pronunciada no gráfico da figura 4.9.

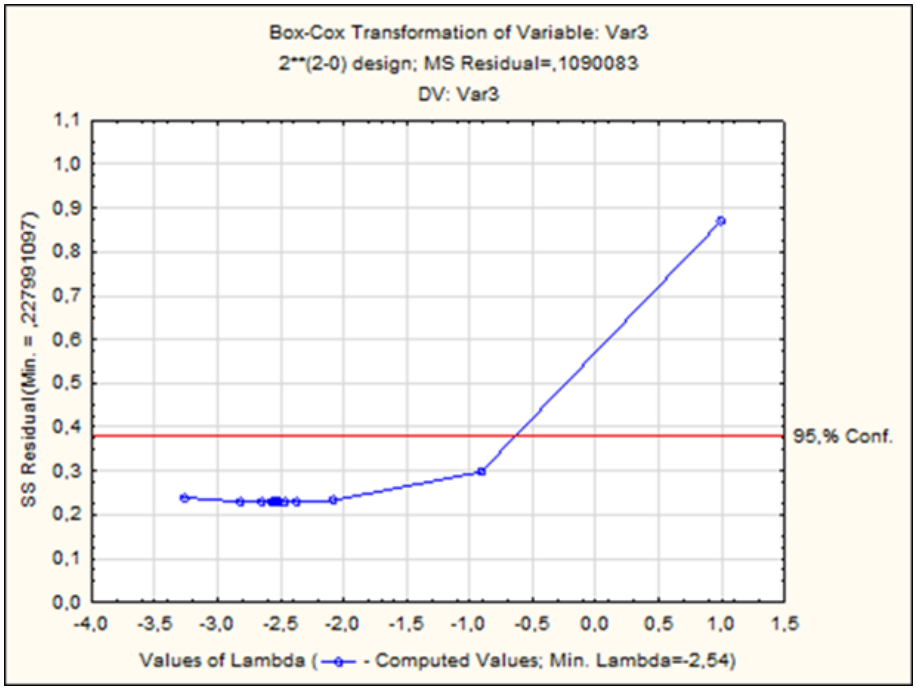

Figura 4. 10 Gráfico Box-Cox

Foi então necessário proceder à transformação dos dados de forma continuar com o estudo, como se pode constatar no gráfico da figura 4.10, no qual o valor de λ=1, não está contido no intervalo de confiança. O método de transformação utilizado foi o Box-Cox, cujos resultados foram obtidos a partir do software Statistica.

Tabela 4. 7 Parâmetros Box-Cox

λ	SSE(l)	$\chi^2(1)$	p
-2,53968	0,227991	16,09871	0,000060

Tabela 4. 8 Transformada Box-Cox

Observed	Resids	Trnsfrmd l=-2,54	Resids l=-2,54
0,530000	0,020000	-0,321478	0,063409
0,440000	0,000000	-0,564105	0,000000
0,440000	0,000000	-0,564105	0,000000
1,380000	0,206667	0,044736	0,147293
1,650000	0,476667	0,057627	0,160185
0,570000	-0,170000	-0,253729	-0,107902
0,440000	-0,070000	-0,564105	-0,179219
1,030000	0,290000	0,005791	0,151618
0,560000	0,050000	-0,269076	0,115810
0,620000	-0,120000	-0,189544	-0,043717
0,490000	-0,683333	-0,410036	-0,307478
0,440000	0,000000	-0,564105	0,000000

Após a obtenção da variável transformada, procedeu-se novamente à verificação dos pressupostos da análise de variância.

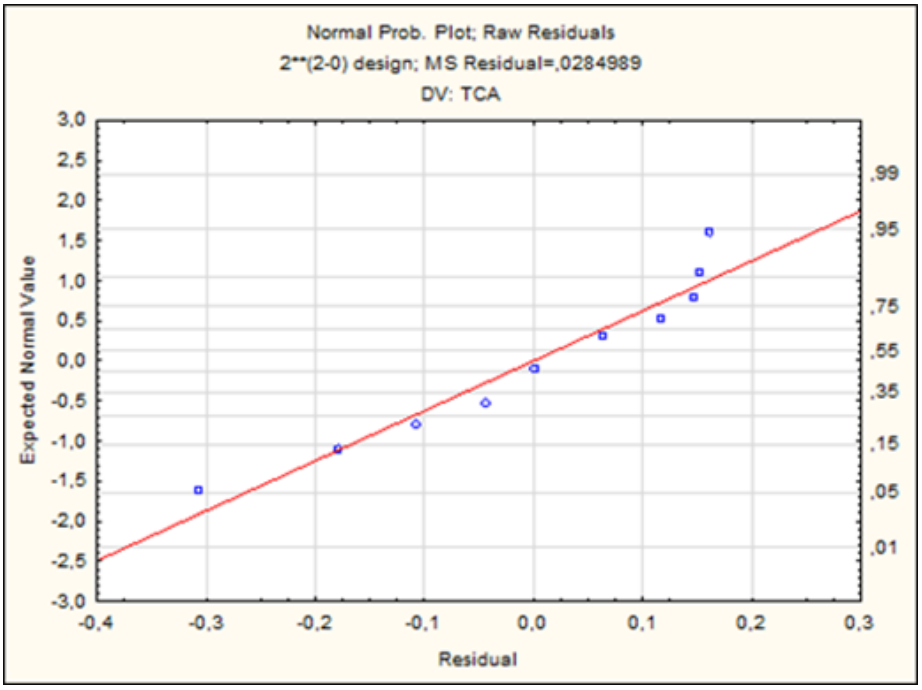

Figura 4. 11 Normalidade pós Box-Cox

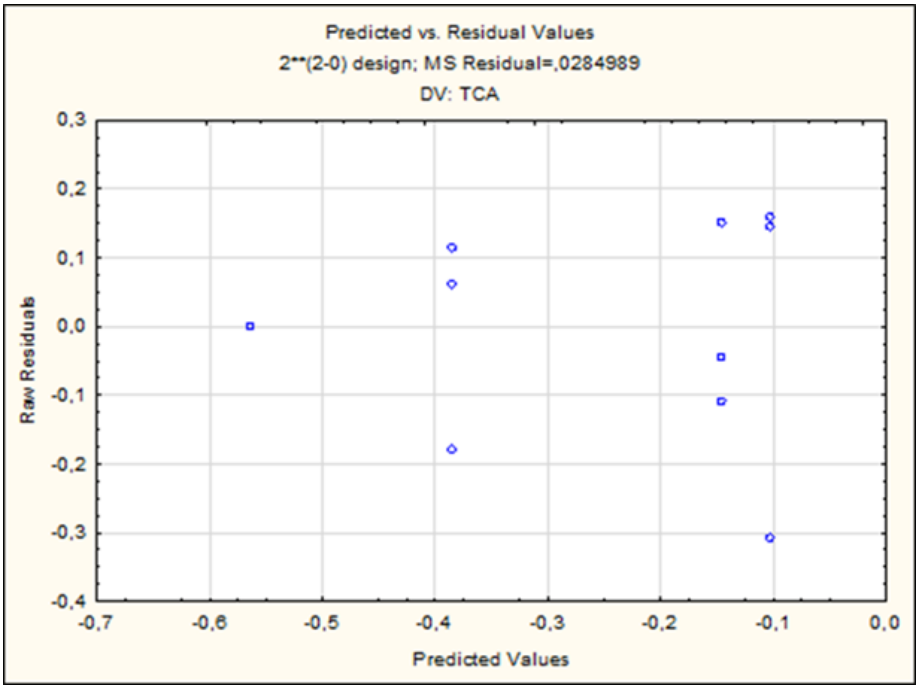

Figura 4. 12 Homogeneidade pós Box-Cox

Como se pode observar no gráfico da figura 4.12, os intervalos da variância para as diferentes populações (experiências) tornaram-se mais homogéneos, exceptuando a condição de experiência da ordem padrão ab, uma vez que a variabilidade entre réplicas foi 0. Considera-se assim não haver violação dos pressupostos nem para a homogeneidade nem para a variância.

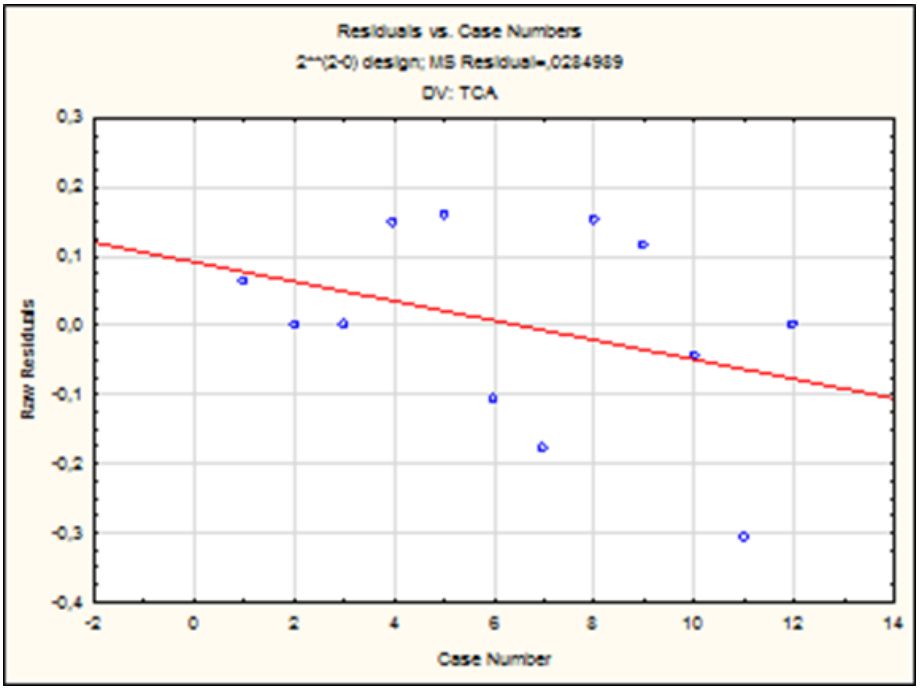

Figura 4. 13 Ordem de exp. pós Box -Cox

A ordem de experiências não teve uma influência significativa no processo, mas é possível verificar que existe uma tendência ligeira relativamente aos resultados da mesma. Isto, explica-se pela limpeza dos bicos efectuada após a 5ª experiência o que fez reduzir ligeiramente a média de todas as experiências seguintes. Este facto, não inviabiliza qualquer resultado mas serve apenas para demonstrar o impacto que teve nos mesmos.

A partir dos dados transformados procedeu-se então à análise de variância para este DOE factorial. Os resultados encontram-se na tabela 4.9.

Tabela 4. 9 ANOVA DOE_1

	SS	df	MS	F	p
Velocidade	0,013862	1	0,013862	0,48639	0,505302
Pressão	0,368137	1	0,368137	12,91758	0,007042
Vel/Pressão	0,037126	1	0,037126	1,30271	0,286730
Erro	0,227991	8	0,028499		
SS total	0,647115	11			

O Fcrítico para este caso toma o valor de 5,317655, tendo em conta um nível de significância igual a 5%, 1 grau de liberdade por factor e 8 para o erro. Comparando o Fcrítico com os valores de Fischer dos factores, verifica-se que a apenas a pressão constitui um factor significativo.

4.2.4. Melhor combinação de factores e níveis

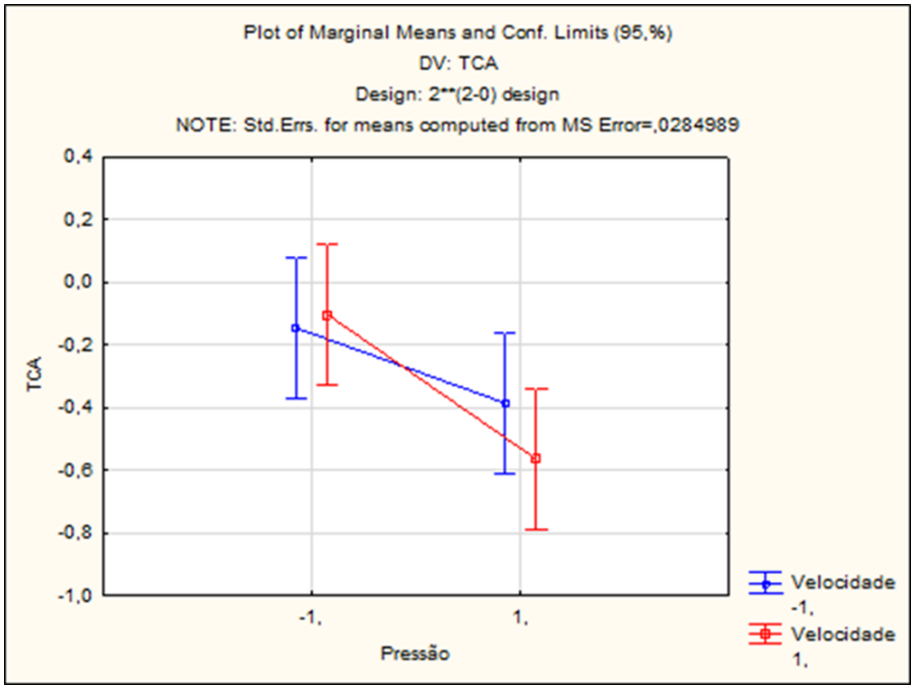

Figura 4. 14 Combinação factores DOE_1

No gráfico da figura 4.14 é possível verificar os efeitos que os inputs de pressão e velocidade têm nos valores de TCA, ou seja à medida que os níveis de operação aumentam, diminui-se a quantidade de TCA do granulado. E portanto, apesar da velocidade não constituir um factor significativo, esta tem algum efeito sobre o valor da resposta, de modo que os Engenheiros da empresa decidiram adoptar a combinação de níveis da experiência que apresentou os valores mais reduzidos de TCA à saída dos tubos:

Tabela 4. 10 Melhores Níveis DOE_1

Velocidade (Hz)	Pressão (bar)
10	2,3

4.3. Desenho de Experiências 2

O DOE_2 aborda todas as restantes etapas do processo que procedem a máquina RH, e que têm efeito sobre a MV, MV corrigida e Humidade. Os factores controláveis para destas etapas são os seguintes:

- Velocidade Secador
- Temperatura Secador
- Tempo estabilização nos silos: 1,2,3
- Velocidade MO_1 e MO_2
- Nº de Magnetrons ON
- Potência MO_2
- Tempo estabilização: 4,5,6

Apesar de existirem vários factores controláveis no processo estes não foram todos incluídos no DOE_2 por duas razões fundamentais:

- Na altura do ano em que este estudo foi realizado (Verão) não seria exequível incluir a temperatura do secador como factor, uma vez que não seria possível definir níveis de operação que produzissem diferenças significativas na resposta. (Secador não consegue trabalhar com níveis de temperatura inferiores aos da temperatura ambiente).
- Elevado número de factores obrigaria a um planeamento ainda mais cuidado e a um número superior de experiências que tendo em conta o tempo disponível para a realização do estudo, não seria exequível.
- Nos MO foi necessário fixar o nº de Magnetrons e por conseguinte a potência incidente no granulado, para produzir resultados mais conclusivos. Fixar a velocidade poderia ser a alternativa, mas por iniciativa dos Engenheiros da empresa pôs-se esta hipótese de parte.

Após fixadas as condições de operação para a máquina RH, deu-se início ao segundo DOE. Este DE caracteriza-se por ser um factorial fraccionado do tipo 2^{4-1} e pretende-se com o mesmo planeamento, efectuar o estudo para a resposta em termos de humidade e de MV

corrigida. Os níveis de operação definidos para cada factor encontram-se descritos na tabela 4.11.

Tabela 4. 11 Níveis DOE_2

Factores controláveis	Nível -	Nível +
Velocidade Secador (Hz)	30	50
Estabilização 1,2,3 (horas)	0	8
Velocidade MO (m/min)	8	11
Estabilização 4,5,6 (horas)	0	8

Um aspecto muito importante deste DOE prende-se com as características do processo, no qual existem dois MO com a mesma função mas com características diferentes e que funcionam em paralelo como se pode constatar na figura 4.17.

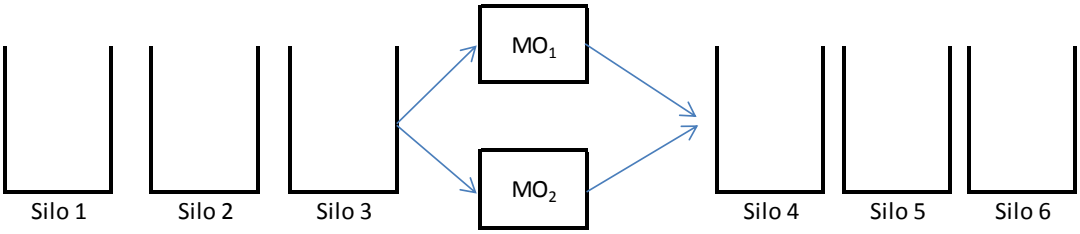

Figura 4. 15 Esquema MO

Devido ao curto tempo dedicado para este DOE foi necessário atribuir um modo de funcionamento dos dois MO para que caso ambos tivessem de estar ligados (devido a ordens de produção), os resultados não fossem adulterados. Então foi calculada a potência equivalente por Kg de granulado para os dois MO tendo em conta o output de potência e a velocidade dos tapetes. Os cálculos efectuados tiveram em conta os seguintes aspectos:

- Geometria dos fornos e tapetes dos MO
- Volume dentro dos fornos é constante
- Potência/magnetron
- Nºmagnetrons

Definiu-se assim, que o número de magnetrons On para o MO_1 seriam de 48 enquanto que para o MO_2 seriam 20 à potência de 2.9 kw/magnetron.

Pretende-se que à entrada da extrusão se atinjam os valores de:

- 72,5 Kg/m^3 de MV corrigida
- 9,5 % humidade

4.3.1. Planeamento de experiências

O factorial fraccionado 2^{4-1} obriga a realização de 8 experiências por réplica isto significa e inicialmente previu-se a realização de 16 experiências para poder replicar as experiências. No entanto, e devido a condicionalismos do processo, as experiências foram mais demoradas do que deviam de modo que só foi possível realizar uma réplica.

Este DOE à semelhança do primeiro teve de se ir fazendo consoante as possibilidades operacionais sendo que neste caso, o maior condicionalismo à realização das experiências foi a disponibilidade dos silos. Por sugestão do responsável da produção, as experiências não foram realizadas com os silos totalmente cheios, senão seria ainda mais difícil garantir as estabilizações no tempo devido. Outro aspecto a referir prende-se com a duração das experiências, que devido às estabilizações e ao enchimento dos silos poderia demorar até cerca de 48 horas. Portanto, as experiências atravessaram os três turnos do processo ROSA e foi necessária organização e acompanhamento do processo para garantir que as condições de operação eram executadas. Os níveis de operação para cada factor estão representados em baixo na tabela.

4.3.2. Recolha de Amostras e Resultados

Ao contrário do DOE_1, o processo de recolha de amostras foi bastante mais fácil, uma vez que estas foram recolhidas pelo operador no posto de controlo do processo. O registo dos dados foi feito nas folhas da empresa dedicadas para o efeito, mas com a identificação dos lotes como sendo para experiências. Este facto, permitiu obter os dados e realizar as experiências a qualquer hora do dia e confirmar também que os set ups estabelecidos pelos operadores coincidiam com os indicados para as experiências.

Os resultados são apresentados segundo a ordem padrão na tabela 4.12.

Tabela 4. 12 Resultados DOE_2

	Factor				Resposta	
Ordem Padrão	A V_Secador	B Est. 1,2,3	C V_MO	DΞABC Est. 4,5,6	MV_8%	Humidade
(1)	-	-	-	-	73,97	8,25
a	+	-	-	+	75,59	7,69
b	-	+	-	+	71,64	9,15
ab	+	+	-	-	75,2	7,14
d	-	-	+	+	74,03	11,52
ad	+	-	+	-	68,02	9,72
bd	-	+	+	-	73,8	10,48
abd	+	+	+	+	75,13	10,59

4.3.3. Análise de Variância

Para efectuar a análise deste DOE foi necessário definir um critério para estimar o erro uma vez que não há replicação. Decidiu-se assim, incorporar no erro as variações de valor mais reduzido até obter um erro com metade dos graus de liberdade do planeamento. As tabelas 4.13 e 4.14 representam as ANOVA obtidas inicialmente para um SS_{erro}=0.

Tabela 4. 13 ANOVA inicial MV corrigida

MV8%	SS	df	MS
(1)V_Secador	0,03210	1	0,03210
(2)Est. 1,2,3	2,16317	1	2,16317
(3)V_MO	3,66593	1	3,66593
(4)Est. 4,5,6	3,63213	1	3,63213
1 by 2	10,78068	1	10,78068
1 by 3	12,14466	1	12,14466
1 by 4	11,49942	1	11,49942
Error	0,00000	0	
Total SS	43,91807	7	

Tabela 4. 14 ANOVA inicial Humidade

Humidade	SS	df	MS
(1)V_Secador	2,27699	1	2,27699
(2)Est. 1,2,3	0,00380	1	0,00380
(3)V_MO	12,69448	1	12,69448
(4)Est. 4,5,6	1,41519	1	1,41519
1 by 2	0,02809	1	0,02809
1 by 3	0,09920	1	0,09920
1 by 4	0,03464	1	0,03464
Error	0,00000	0	
Total SS	16,55239	7	

Após a incorporação das variações de menor valor no erro, obtiveram-se as seguintes tabelas ANOVA.

Tabela 4. 15 ANOVA MV corrigida

MV8%	SS	df	MS	F	p
(4)Est.4,5,6	3,63213	1	3,63213	1,859073	0,266034
1 by 2	10,78068	1	10,78068	5,517993	0,100393
1 by 3	12,14466	1	12,14466	6,216135	0,088233
1 by 4	11,49942	1	11,49942	5,885873	0,093658
Error	5,86119	3	1,95373		
Total SS	43,91807	7			

Tabela 4. 16 ANOVA Humidade

Humidade	SS	df	MS
(1)V_Secador	2,27699	1	2,27699
(3)V_MO	12,69448	1	12,69448
(4)Est. 4,5,6	1,41519	1	1,41519
1 by 3	0,0992	1	0,0992
Error	0,06653	0	
Total SS	16,55239	7	

O Fcrítico é igual para ambas as ANOVA e toma o valor de 10,127964, para um nível de significância de 5% com 1 grau de liberdade no numerador e 3 para o denominador. Comparando este valor com os resultados das tabelas, atingem-se conclusões interessantes.

Relativamente à humidade, o único factor controlável que revelou não ser significativo foi a estabilização nos silos 4,5,6, uma vez que o seu Fo<Fcrítico, tendo sido inclusivamente incorporado no erro. A ordem de importância dos factores significativos para o processo é a seguinte:

1. Velocidade MO
2. Velocidade Secador
3. Estabilização 4,5,6

A Massa Volúmica corrigida é uma variável que está relacionada com o valor da MV e da humidade. A MV e a humidade são variáveis correlacionadas uma vez que um aumento de humidade corresponde geralmente a um aumento de MV. No caso da MV corrigida, a dependência desta variável perante a humidade é ainda maior. Este facto pode constituir a explicação para o facto da MV corrigida não ter qualquer factor significativo no Rosa.

O melhor resultado das experiências foi atingido na terceira experiência da ordem padrão. Quer para o valor da humidade quer para o valor da MV corrigida. Na figura 4.15 estão representadas as interações dos níveis dos factores significativos a nível da humidade.

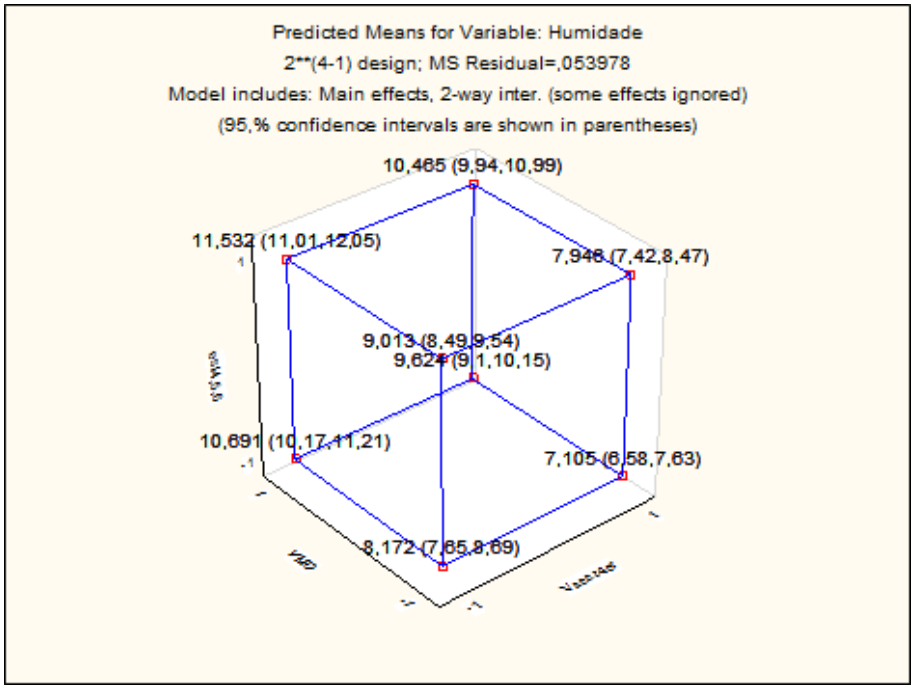

Figura 4.15. Combinação factores e níveis para a Humidade

Tabela 4. 17 Melhor combinação DOE_2

V_Secador	Est. 1,2,3	V_MO	Est.4,5,6
30	8	8	8

4.4. Controlo Estatístico do processo ROSA_MO.out

As cartas de controlo são uma ferramenta do SPC que permitem controlar o processo em tempo real, identificando possíveis causas especiais de variação no mesmo. Deste modo, permite proceder a acções corretivas e a ajustar o processo sempre que necessário.

O granulado que sai para a extrusão provém sempre de um silo de cada vez de modo que não se consegue actuar sobre o mesmo no sentido de alterar as propriedades do granulado em tempo útil. Só é possível alterá-las antes da última estabilização. Deste modo, decidiu-se fazer o estudo para as cartas de controlo, não no final do processo (entrada da Extrusão), mas sim à saída do Micro-Ondas.

Idealmente, as cartas de controlo devem ser aplicadas após o estudo do Desenho de Experiências, ou seja numa fase em que a variabilidade do processo já é mais reduzida e que as condições de operação estão fixas. Devido ao tempo limitado, para a realização desta dissertação/estágio não foi possível fazer o estudo para a implementação do SPC com os dados pós DOE_2. Utilizaram-se assim, os dados do processo referentes ao mês de Junho. A média do processo registada neste mês é semelhante à média verificada na execução das experiências, sendo que a maior diferença reside na variabilidade do processo sem as condições de operação fixadas.

A implementação das cartas de controlo compreendeu as seguintes etapas:

1. Verificar a independência dos dados via FAC e FACP
2. Estudo Univariado
    a. Fase 1:
        - Construção das cartas X-MR, para as características da MV corrigida e humidade, com base nos resíduos para dados autocorrelacionados
        - Assegurar que o processo se encontra sob controlo estatístico
        - Garantir pressupostos para aplicação do SPC
        - Estimar parâmetros do processo
        - Analisar a capacidade do processo
    b. Fase 2:
        - Construcção das cartas baseada nos erros de previsão para dados autocorrelacionados
3. Estudo Multivariado
    a. Fase 1:

- Elaboração da carta T^2 para os resíduos das características com dados autocorrelacionados
- Assegurar que o processo se encontra sob controlo estatístico
- Estimar os Parâmetros do processo
- Analisar a capacidade do processo

b. Fase 2:

- Construcção da carta T^2 para os erros de previsão

Foram utilizados os mesmos dados para o estudo univariado e multivariado: 209 na fase I e 80 na fase II para cada uma das características.

4.4.1. Verificação da Independência

Recorreu-se ao software Statistica para verificar a independência dos dados, através da construção dos respectivos correlogramas, figuras 4.16, 4.17 e 4.18.

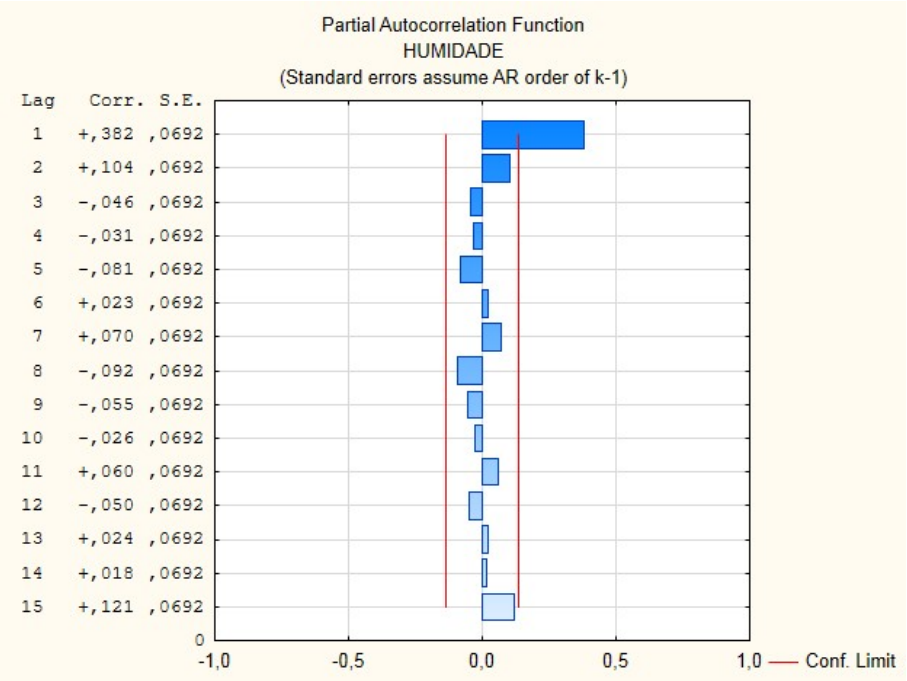

Figura 4. 16 FACP Humidade

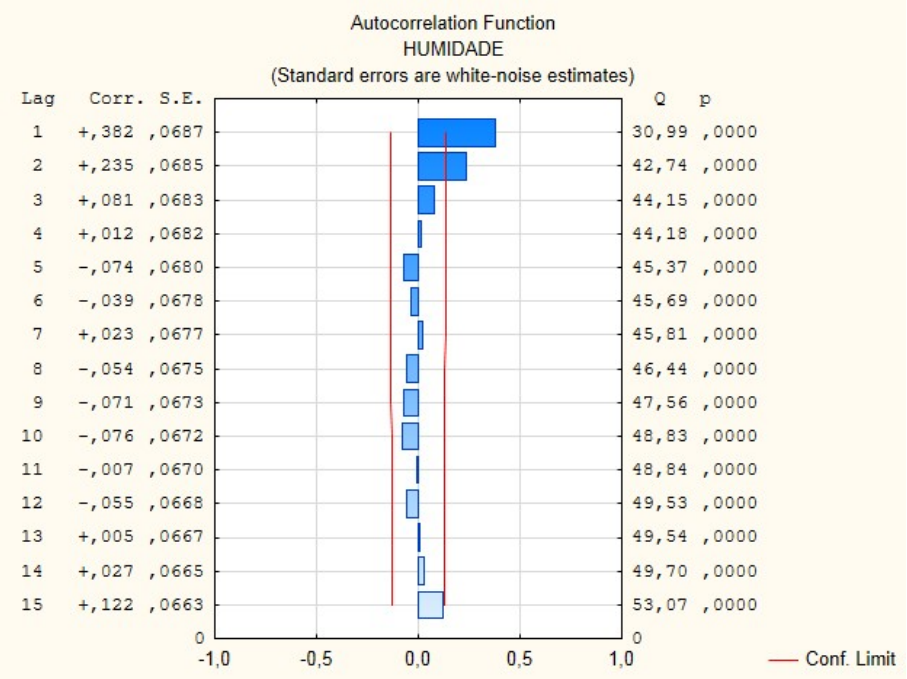

Figura 4. 17 FAC Humidade

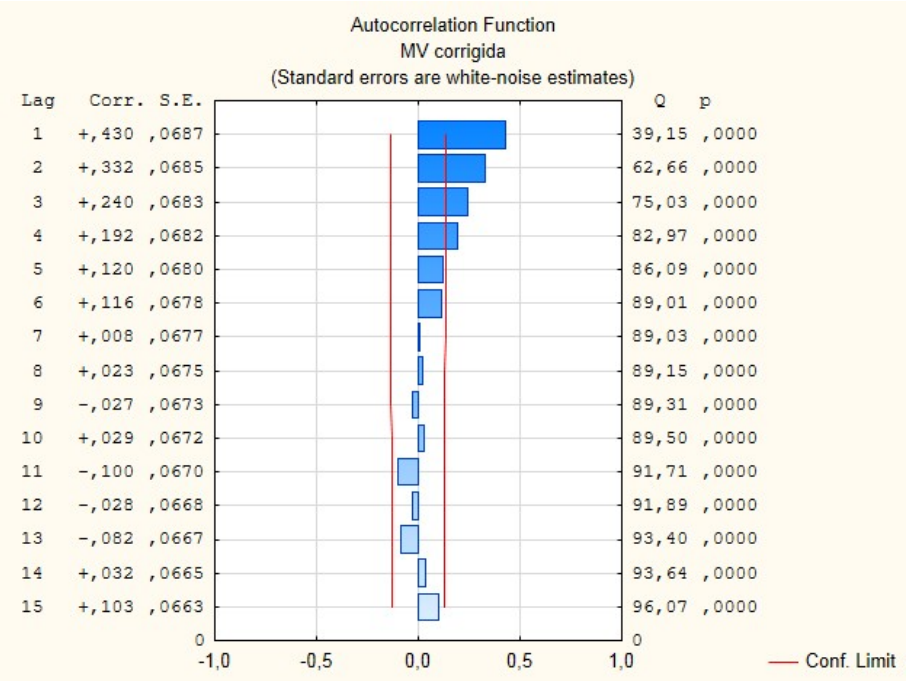

Figura 4. 18 FAC MV corrigida

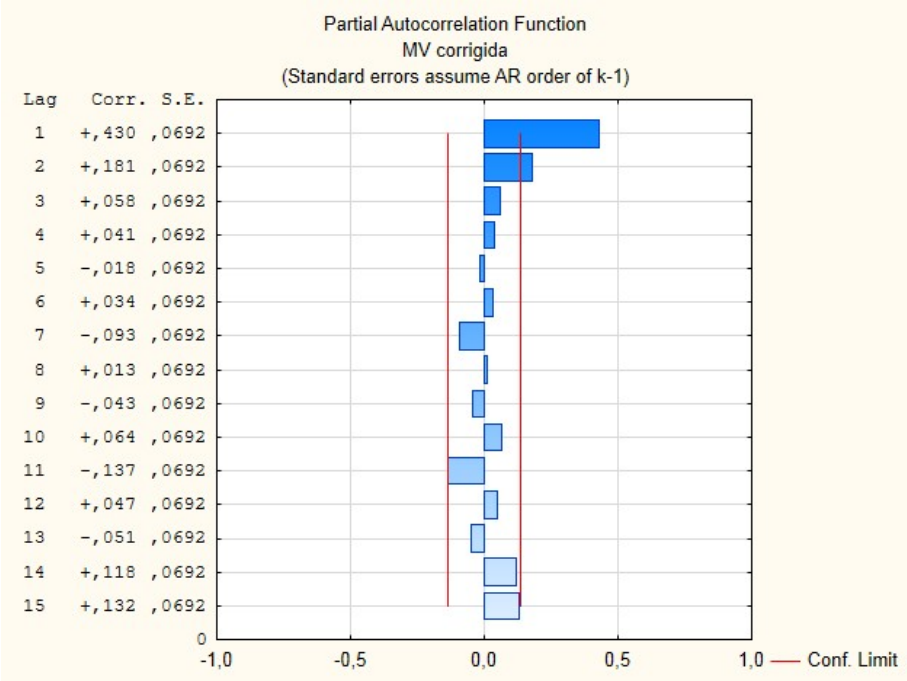

Figura 4. 19 FACP MV corrigida

Pela análise dos correlogramas, verifica-se que ambas as características apresentam dados autocorrelacionados, uma vez que as suas funções não estão contidas nos intervalos de confiança. Para dar continuidade ao estudo foi necessário transformar os dados segundo a modelação ARIMA mais conveniente. Para definir a modelação a adoptar para as características em estudo aplicou-se o método proposto por (Box et. al, 1994) apresentado na tabela 2.5 do capítulo 2. Ficaram assim definidos os modelos para as duas característica, os quais são ambos auto-regressivos mas com ordens diferentes:

- MV corrigida: (2,0,0)
- Humidade: (1,0,0)

Em baixo são apresentadas as tabelas com os respectivos parâmetros da modelação ARIMA. Os correlogramas dos resíduos são apresentados mais à frente para verificar os pressupostos de aplicação do SPC.

Tabela 4. 18 Parâmetros Humidade

ξ	Φ_1	ρ_1
5,16	0,46	0,46

Tabela 4. 19 Parâmetros MV corrigida

ξ	Φ_1	Φ_2	ρ_1	ρ_2
27,33	0,45	0,16	0,50	0,38

4.4.2. Estudo Univariado

Após a modelação dos dados, deu-se início à fase I do estudo univariado com a construcção das cartas de controlo e-MR aplicadas aos resíduos da MV corrigida e humidade. O objectivo desta fase é estimar os parâmetros do processo, o que só pode ser feito depois de garantir que os dados se encontram sob controlo estatístico. A metodologia adoptada para o tratamento dos dados está representada na figura 4.20.

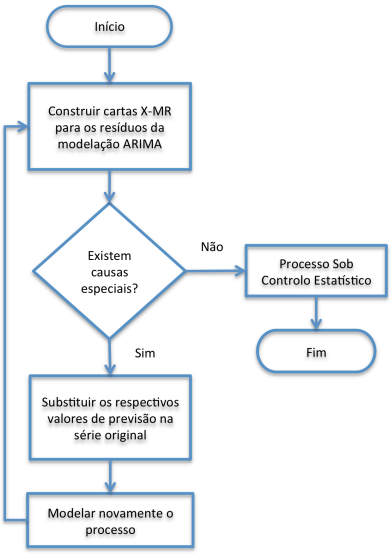

Figura 4. 20 Construcção das Cartas

Os cálculos intermédios e os seus resultados encontram-se no anexo II. Os gráficos finais obtidos para as característica da MV corrigida e da humidade encontram-se em baixo:

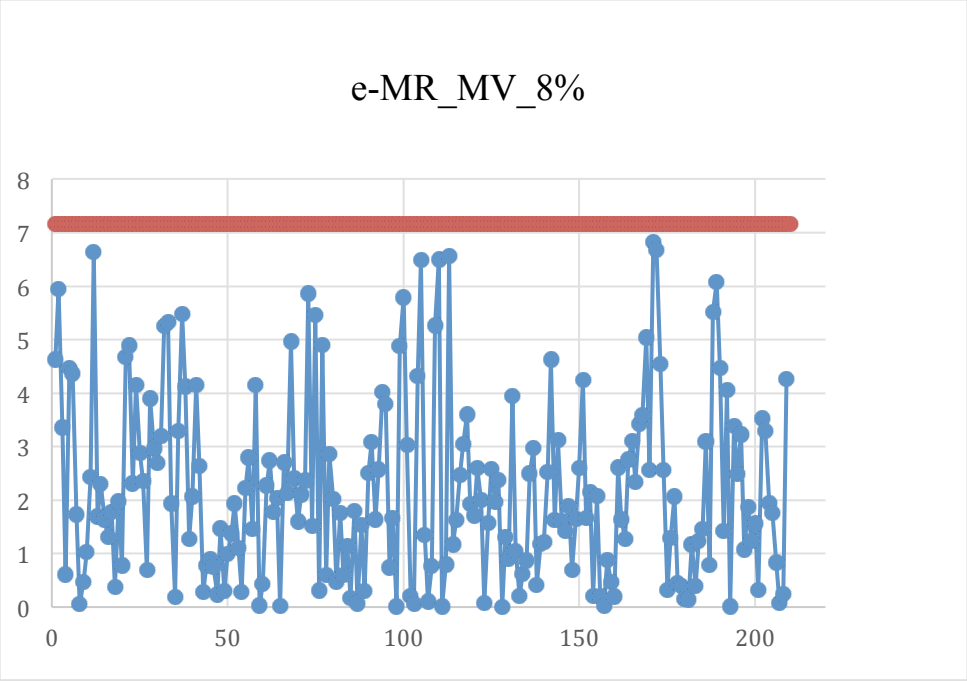

Figura 4. 21 Carta e-MR para MV corrigida

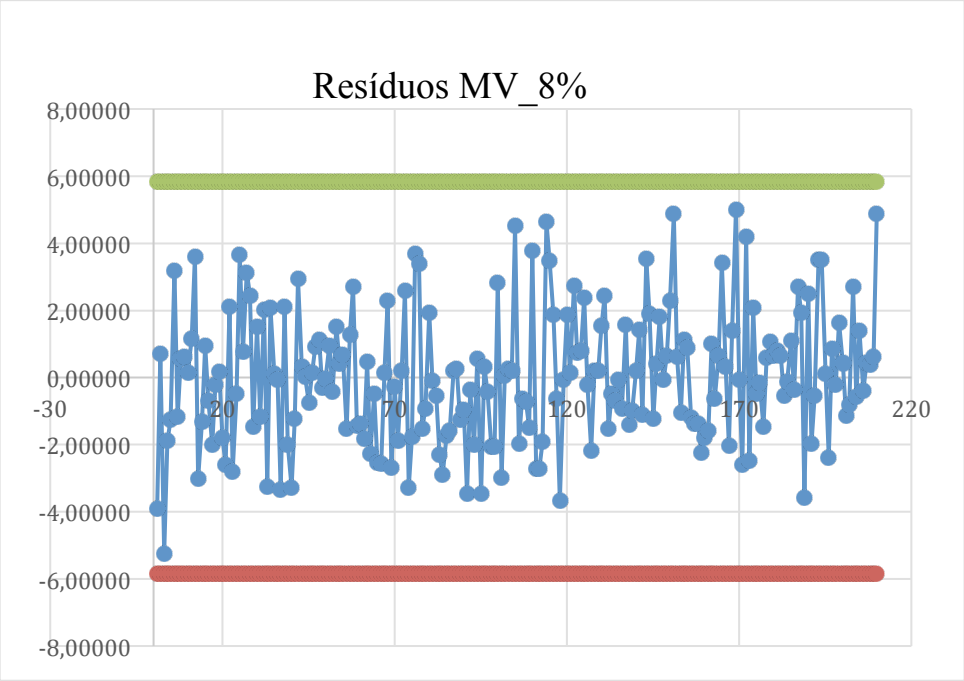

Figura 4. 22 Carta resíduos MV corrigida

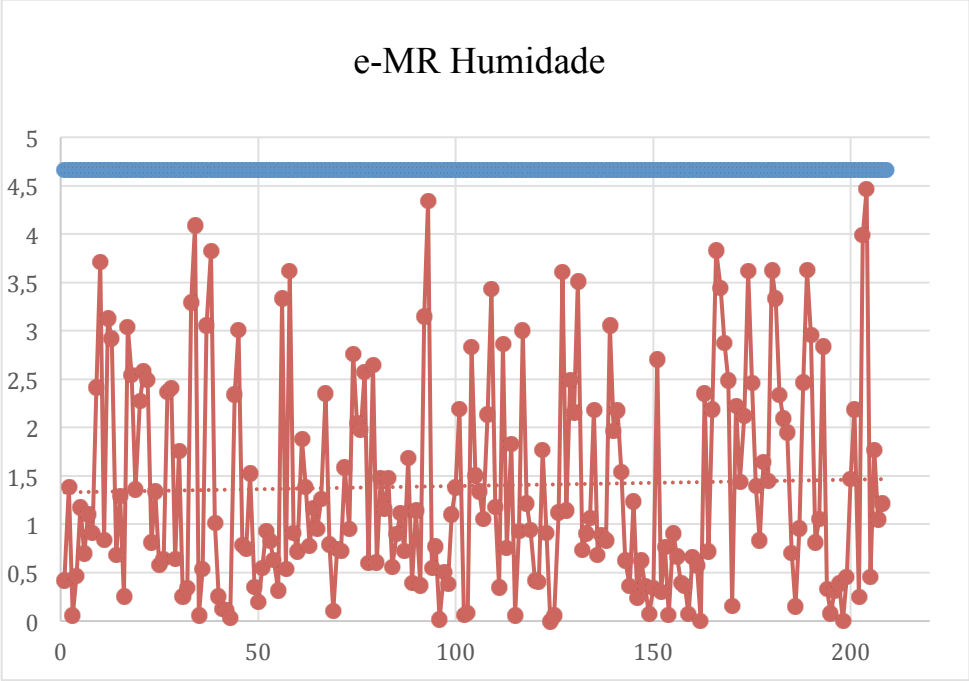

Figura 4. 23 Carta e-MR para a Humidade

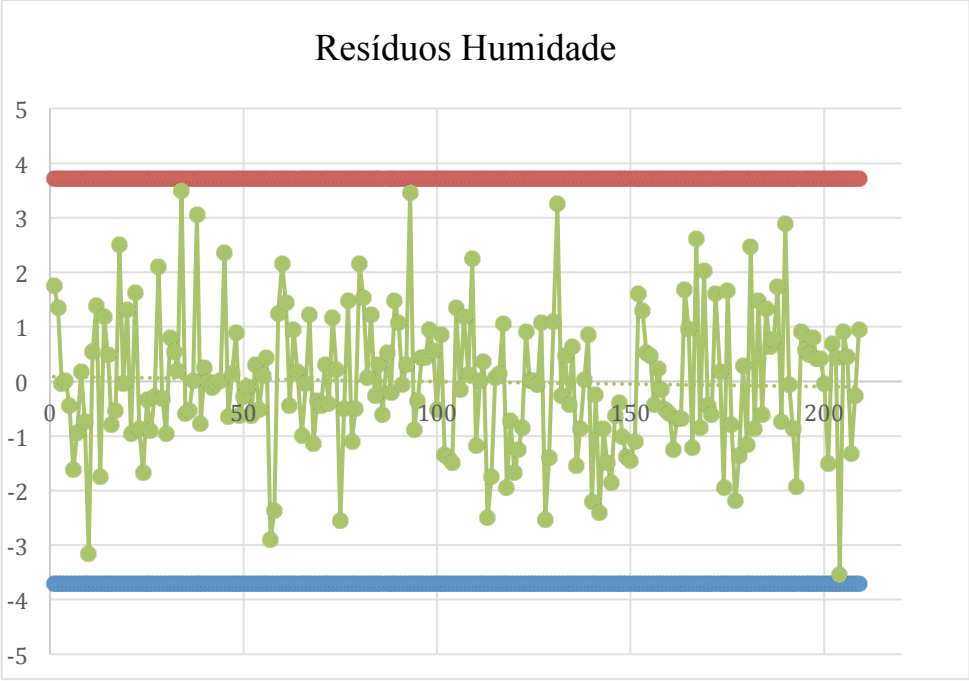

Figura 4. 24 Carta Resíduos Humidade

Como é possível verificar todos os pontos encontram-se dentro dos limites de controlo, e portanto o processo encontra-se sob controlo estatístico.

4.4.2.1. Verificação dos pressupostos SPC

Após a análise das cartas de controlo é necessário verificar a normalidade e a independência dos dados modelados. Para verificar se os dados são normalmente distribuídos utiliza-se o teste K-S, recorrendo ao software Statistica.

Como os parâmetros ainda não conhecidos nesta fase, considera-se que o Dcrítico é calculado segundo a formula apresentada no I.7.1. O Dcrítico para ambas as características, foi calculado a partir de 209 observações tendo como valor: 0,061286. Comprando os valores de d presentes nos gráficos do anexo III.7.1. e III.7.2. com o valor de Dcrítico conclui-se:

- Humidade: d=0.04329 logo d<Dcrítico
- MV corrigida: d=0.05120 logo d< Dcrítico

Ambas as variáveis apresentam uma distribuição normal para os seus resíduos. Para verificar a independência dos dados após a modelação construíram-se novos correlogramas para os resíduos, os quais são em baixo apresentados.

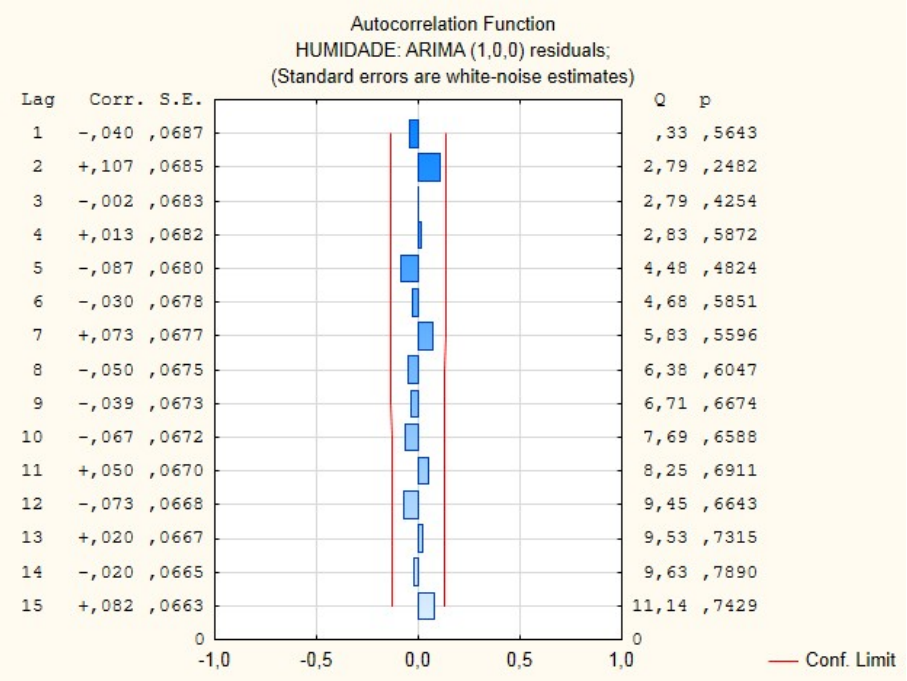

Figura 4. 25 FAC resíduos Humidade

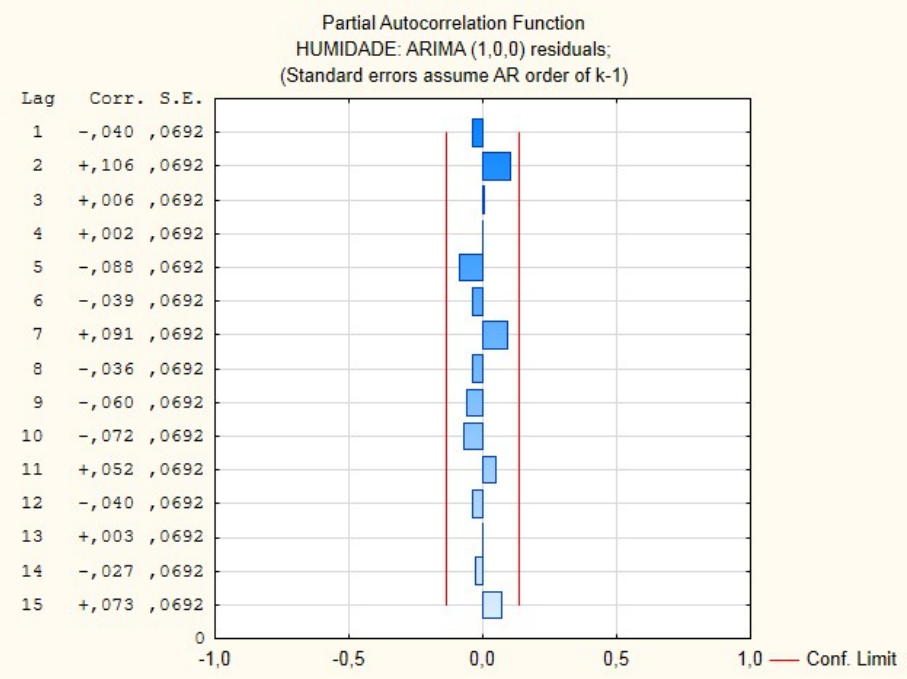

Figura 4. 26 FACP resíduos Humidade

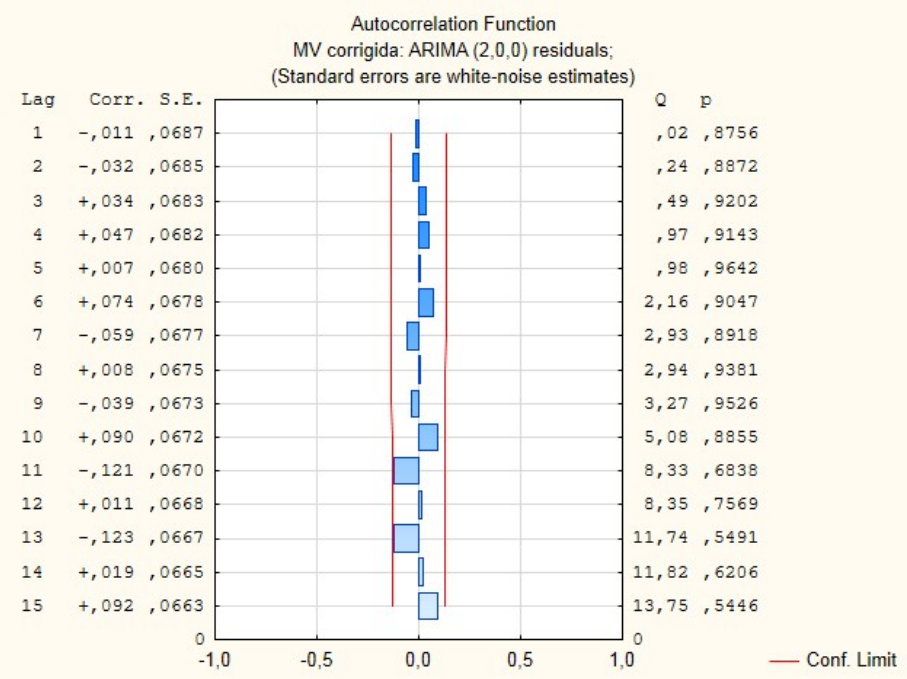

Figura 4. 27 FAC resíduos MV corrigida

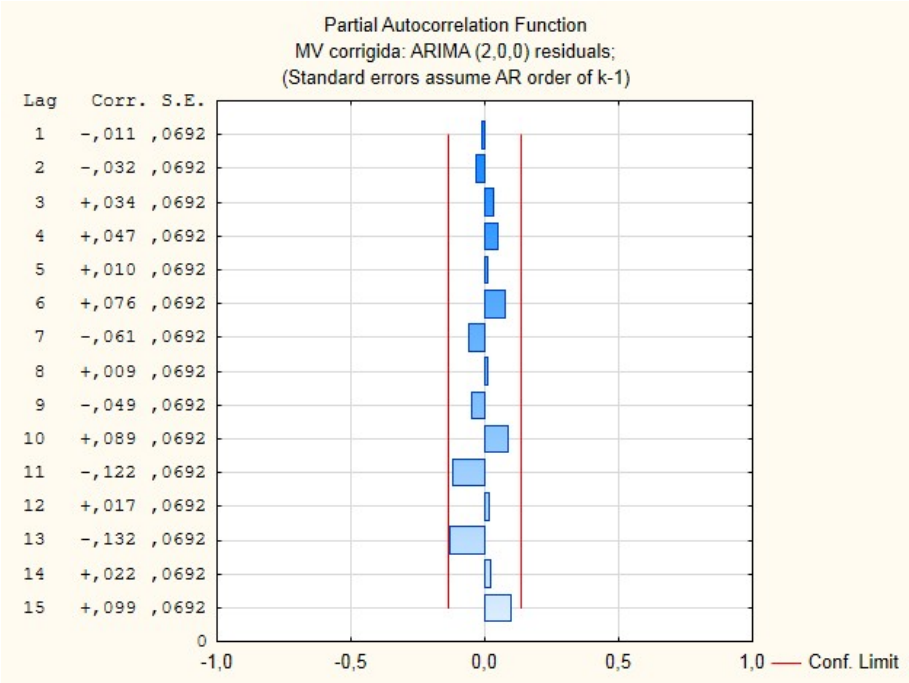

Figura 4. 28 FACP resíduos MV corrigida

4.4.2.2. Estimação dos parâmetros e Capacidade

Apesar dos dois modelos serem autoregressivos, o modelo da MV corrigida é de ordem superior (ordem 2), a estimação dos parâmetros de ambos os modelos deu-se segundo a equação 2.78.

Tabela 4. 20 Parâmetros Estimados para MV corrigida

Média	Var	Desv. Padrão
70,04	5,30	2,30

Tabela 4. 21 Parâmetros Estimados para a Humidade

Média	Var	Desv. Padrão
9,64	1,96	1,40

Depois de estimados os parâmetros é possível calcular a capacidade do processo. Como os dados das características apresentam distribuição normal utilizaram-se as equações 2.46, 2.47, 2.48 e 2.49 para o cálculo dos índices de capacidade. O intervalo de especificação para observações individuais tem de ter uma amplitude maior do que um intervalo para o controlo de médias, mas isto não significa que as cartas percam valor ou utilidade para este processo.

Considerando as especificações utilizadas do processo:

- 68≤ MV corrigida≤ 72
- 8≤ Humidade≤ 11

Verificou-se que o processo não era capaz, no entanto os produtos não estavam a sair com defeitos. Tendo isto em conta, alargou-se a especificação de forma a traduzir melhor o processo e poder assim avançar para a fase 2. Os resultados obtidos foram os seguintes:

Tabela 4. 22 Especificação e Capacidade MV corrigida

LIE	LSE
60	80

C_p	1,45
C_{pkS}	1,44
C_{pkI}	1,45
C_{pk}	1,44

Tabela 4. 23 Especificação e Capacidade Humidade

LIE	LSE
4	15,5

C_p	1,37
C_{pkS}	1,40
C_{pkI}	1,34
C_{pk}	1,34

4.4.2.3. Fase II

Uma vez que o processo tem capacidade para produzir de acordo com as especificações, dá-se início à monitorização do processo. Nesta fase, recolhem-se novos dados e constroem-se as cartas para o controlo dos erros de previsão. Estes são calculados a partir da modelação ARIMA definida na fase I. As cartas resultantes para a MV corrigida e para a humidade encontram-se nas figuras 4.29 e 4.30.

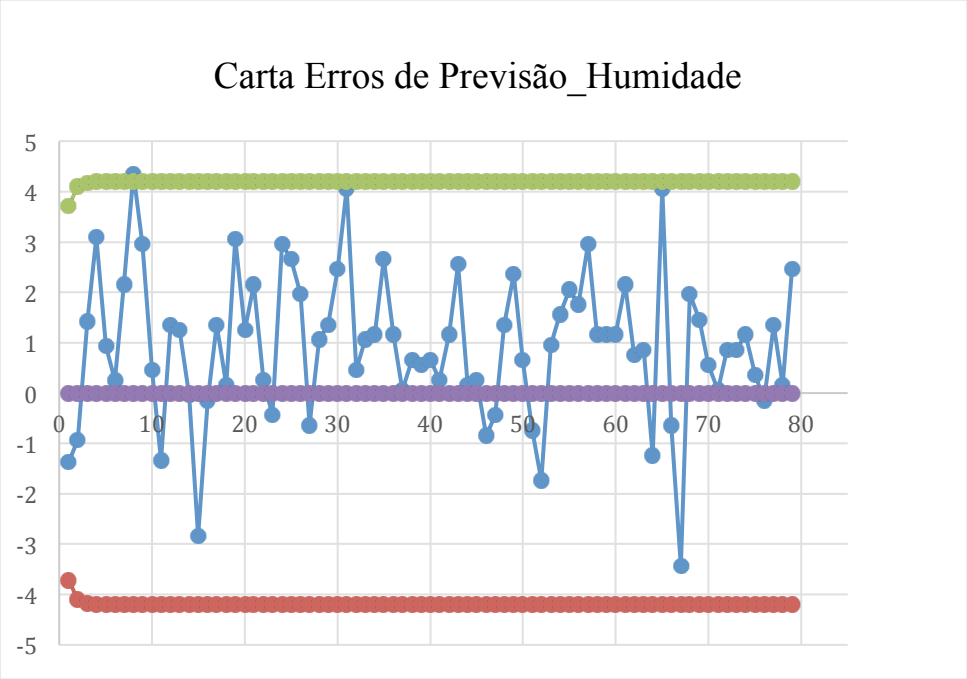

Figura 4. 29 Res. Humidade Fase 2

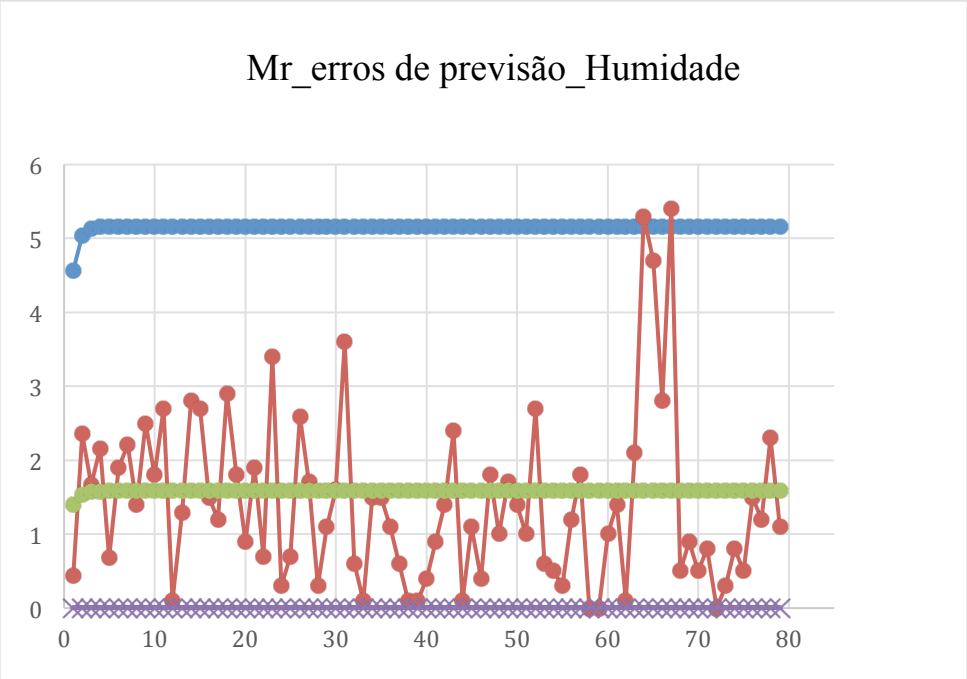

Figura 4. 30 MR Humidade Fase 2

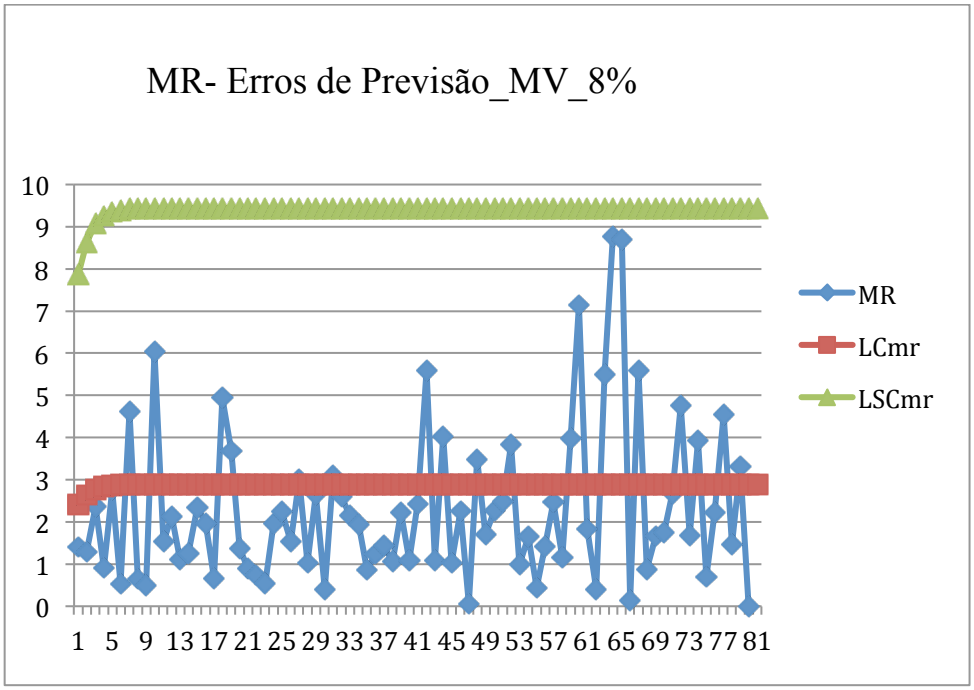

Figura 4. 31 MR MV corrigida fase 2

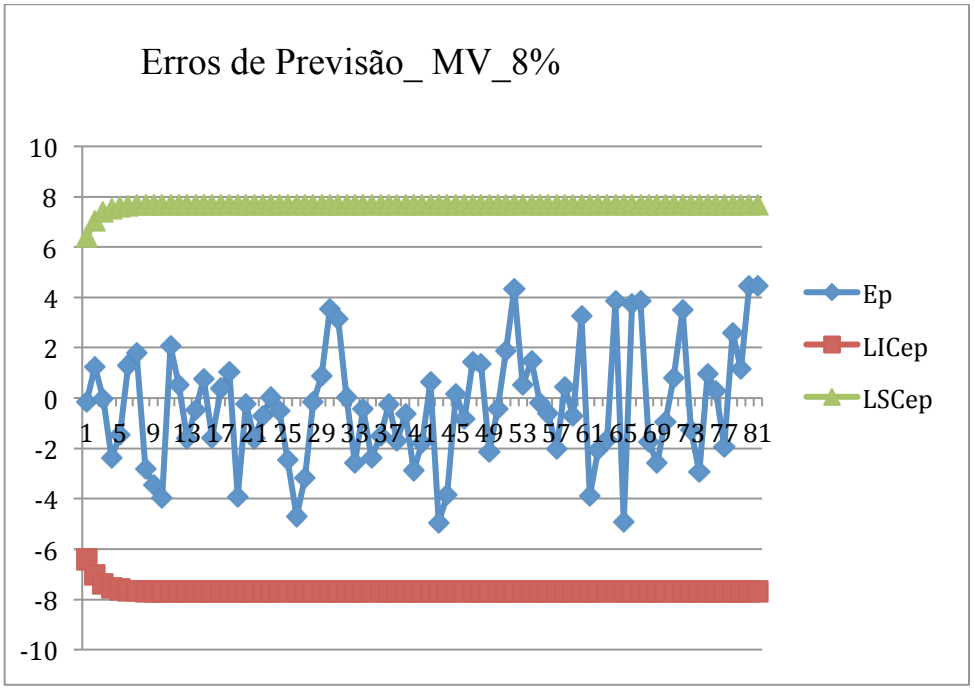

Figura 4. 32 Res. MV corrigida Fase 2

Como é possível verificar nos gráficos das figuras 4.31 e 4.32 não ocorreram quaisquer causas especiais de variação para a MV corrigida. Relativamente à variável da humidade foram registados pontos fora dos limites de controlo (Figuras 4.23 e 4.24.) nomeadamente os pontos: 8, 64 e 67.

4.4.3. Estudo multivariado

Tal como no estudo univariado do processo, o estudo multivariado também se divide em duas fases: I estimação dos parâmetros e II monitorização do processo. O estudo multivariado permite o controlo simultâneo de duas ou mais variáveis, neste caso a Massa Volúmica Corrigida e a Humidade. Apresenta benefícios relativamente ao estudo univariado ao considerar também a correlação das variáveis que se pretendem controlar. A metodologia adoptada para o desenvolvimento do estudo multivariado encontra-se descrita no fluxograma da figura 4.33.

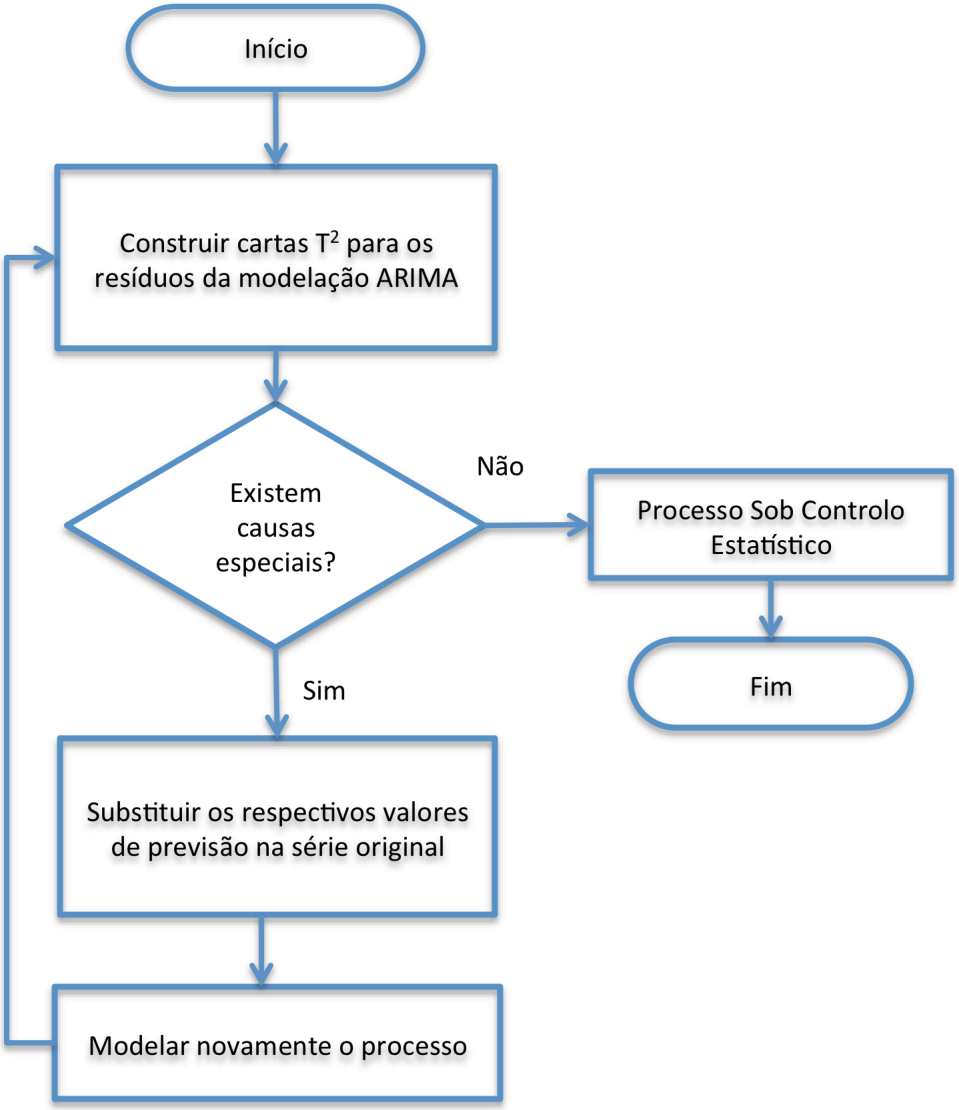

Figura 4. 33 Cartas T^2

Como se verificaram pontos fora dos limites de controlo foi necessário proceder a sucessivas modelações do processo até o mesmo se encontrar sob Controlo Estatístico. Os cálculos intermédios encontram-se no anexo III. A carta de controlo final para a fase I encontra-se em baixo:

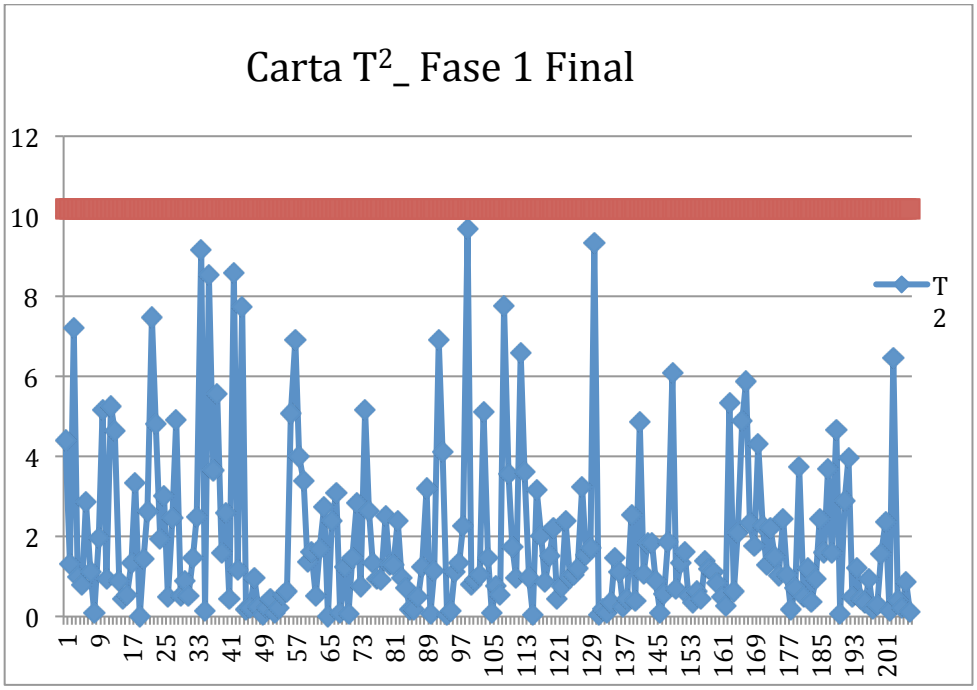

Figura 4. 34 Carta T^2 Fase 1

4.4.3.1. Verificação dos Pressupostos do SPC

Tal como no estudo univariado é necessário verificar se as condições de aplicabilidade do SPC se verificam nomeadamente a normalidade e a independência dos dados. Para verificar a primeira condição recorreu-se ao teste K-S, cujos histogramas estão presentes no anexo III. O Dcrítico calculado teve em conta as tabelas do anexo I.7.2. e toma o valor de 0,061286. Comparando este valor com o valor de d obtido para cada característica obtém-se:

- Humidade: d=0,05435<Dcrítico
- MV corrigida: d=0,05533<Dcrítico

A independência foi verificada após a modelação dos dados (figuras 4.25 a 4.28).

4.4.3.2. Estimação dos parâmetros do processo

Como visto anteriormente (estudo univariado) esta série de dados caracteriza-se por um modelo autorregressivo de ordem 2 para a MV corrigida e autorregressivo de ordem 1 para a

humidade. Todavia, os parâmetros estimados através do estudo multivariado apresentam diferenças:

Tabela 4. 24 Parâmetros Humidade_Est Multivariado

ξ	Φ_1	ρ_1
5,29	0,45	0,45

Tabela 4. 25 Parâmetros MV corrigida_Est Multivariado

ξ	Φ_1	Φ_2	ρ_1	ρ_2
30,03	0,44	0,13	0,50	0,35

4.4.3.3. Capacidade do Processo

Após estimados os parâmetros do processo procedeu-se ao cálculo da capacidade do mesmo. Para tal, foi necessário calcular os índices: CpM, PV e LI referidos no capítulo 2.

Tabela 4. 26 Índices de Capacidade Multivariado

Cp_M	PV	LI
1,38	0,98	1,00

Tal como no estudo univariado foram definidos os limites de especificação que. Os quais estão representados em baixo:

Tabela 4. 27 Especificações Estudo Multivariado

Unidade	LIE	LSE
MV corrigida	60,00	80,00
Humidade	8	12

A especificação que permite ao processo ser capaz para o mesmo conjunto de dados é portanto inferior caso se considere o estudo multivariado do processo.

4.4.3.4. Fase II- Estudo Multivariado

Após verificada a capacidade do processo, procede-se à monitorização do mesmo. Para tal, recolheram-se novos dados do processo e construíram-se as cartas T^2 para o controlo dos erros de previsão.

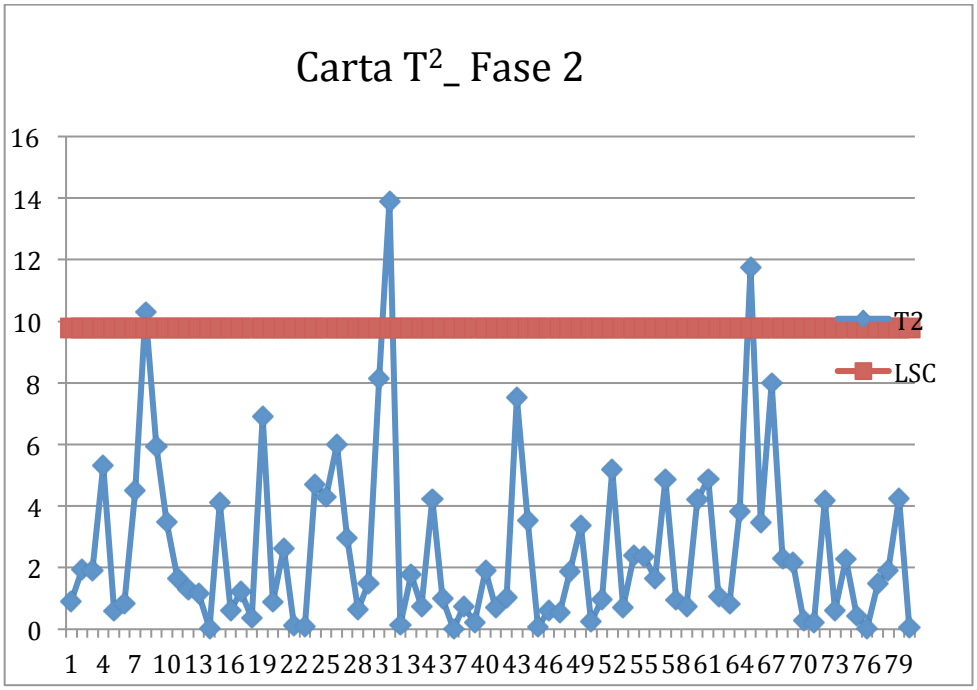

Figura 4. 35 Carta T^2 fase 2

Como é possível verificar no gráfico da figura 4.35 existem 3 pontos fora dos limites de controlo: 8,31 e 65. Para determinar quais as características responsáveis pelas respectivas causas de variação utiliza-se o modelo de interpretação referido no ponto 2.5.12. Os valores das estatísticas d encontram-se na tabela 4.28.

Tabela 4. 28 Estatística d_ fase 2

Pontos	d_1	d_2
8	0,45	8,74
31	5,37	11,44
65	3,10	6,14

Quando comparados estes valores com o dcrítico de 7,74, resultante da distribuição qui-quadrado com (0,54%,1) verifica-se que para os pontos 8 e 31 a humidade foi a característica que saiu fora de controlo. Relativamente ao ponto 65 não se evidencia que a causa de variação seja devido a uma característica em particular de modo que, se deveu provavelmente a uma alteração na correlação das variáveis.

5. Conclusões e Recomendações

5.1. Conclusões

A produção de rolhas a partir de granulado de cortiça contempla um conjunto de processos produtivos complexos cujo controlo é fundamental para garantir a conformidade e a qualidade do produto final. Consciente desta necessidade a Amorim e Irmãos promoveu o desenvolvimento deste estudo na unidade industrial de Coruche, o qual se focou no Rosa, uma etapa do processo de produção de rolhas Twin-Top.

O Rosa caracteriza-se por ter várias etapas, percorridas pelo granulado de forma sequencial, tal como explicado no capítulo 2. Identificadas as características a controlar e o modo de funcionamento do processo estabeleceram-se os seguintes objectivos:

1. Maximizar a redução de TCA no granulado RCT com o objectivo de atingir valores inferiores a 0,5 ppt para que o TCA seja 100% não detectável no cromatógrafo
2. Garantir à entrada da Extrusão (processo produtivo seguinte) os valores de 9,5% para a humidade e de 72,5 kg/m^3 para a MV corrigida a 8% de humidade
3. Redução da variabilidade do processo

Perante isto, estabeleceu-se que as ferramentas científicas adequadas para a realização deste estudo seriam o Desenho de Experiências e as Cartas de Controlo. Estas ferramentas têm sido alvo de diversos estudos teóricos e práticos e conjugam um suporte científico consistente com resultados práticos positivos.

Em primeiro lugar, realizou-se um DOE na máquina RH de forma a cumprir com o primeiro objectivo definido. Como as restantes etapas do Rosa têm como propósito, o controlo da humidade e MV corrigida do granulado. Realizou-se um segundo DOE(2^{4-1}) para atingir os valores alvo definido para as características. Por fim, foi feito um estudo para implementar Cartas de Controlo no Rosa que a par do DE contribuem para reduzir a variabilidade do processo.

A produção de rolhas técnicas isentas de TCA é um dos objectivos estratégicos da Amorim e Irmãos, por ser uma das especificações valorizada e, cada vez mais exigida pelos clientes. Logo a extracção de TCA do granulado de cortiça é uma das metas mais importantes ao nível da qualidade do produto. Sendo o Rosa responsável por essa extracção através da sua máquina RH, definiram-se os níveis óptimos de operação para a mesma por via de um DOE. Conseguiu-se assim implementar uma melhoria no processo e por conseguinte no produto

final, aumentando os níveis de operação da pressão de vapor para 2,3 bar e a velocidade dos sem-fins para 10Hz. Também foi possível comprovar através das experiências que a máquina RH, tem menos granulado no interior dos seus tubos quando a velocidade dos sem-fins dos mesmos é maior. Mais um facto que corrobora os resultados do DOE_1 uma vez que para uma velocidade superior há mais caudal de vapor por Kg de granulado no interior dos tubos.

Para definir os níveis de operação das restantes máquinas responsáveis pelas variações da MV corrigida e da humidade utilizou-se um segundo DOE, o qual não pôde ser replicado. Perante isto foi definido um critério para estimar o erro experimental, a incorporação das variações de menor valor. Este critério é defendido por alguns autores e conduz a resultados bastantes satisfatórios quando aplicado com bom senso (Pereira e Requeijo, 2012) de modo que se considera o estudo válido tanto a nível de suporte científico como a nível prático. As conclusões atingidas revelaram ter muito interesse a nível de conhecimento do processo.

1. Determinou-se uma relação entre velocidade e potência para o output dos dois Micro-Ondas.
2. Comprovou-se que o tempo de estabilização mínimo no interior dos silos tem muita influência sobre as características do granulado.
3. Determinou-se o efeito dos diferentes factores no processo e verificou-se que os níveis adoptados para as experiências produziram diferenças significativas
4. Verificou-se também que a característica mais influenciada pelos factores controláveis do Rosa é a humidade.
5. Definiram-se os níveis de operação adequados para as condições de verão. (velocidade Secador=30 Hz; Tempo mínimo de estabilização nos silos 1, 2, 3=8 horas; Velocidade do Micro-Ondas=8m/min; Tempo mínimo de estabilização nos silos 4, 5, 6=8 horas).

Após o DOE_2 a empresa fica com a sugestão de um set up para implementar com as condições de verão no processo (tabela 4.17 do capítulo 4). Fica com informação sobre os efeitos dos diferentes factores, o que será muito útil para efectuar o controlo do processo quando as condições atmosféricas se alterarem. E fica ainda com duas sugestões de melhoria:

- Implementação de um mecanismo que permita fixar a temperatura do secador de uma forma precisa do que o ajuste através da abertura/fecho das válvulas.
- Implementação de um mecanismo que permita efectuar o controlo da humidade no interior dos silos.

A segunda sugestão tem em conta o facto da humidade ser a característica mais influenciada pelos factores controláveis do Rosa. Qualquer intervenção no processo que torne o controlo desta característica mais fácil e eficaz constituirá uma melhoria relevante do mesmo.

O estudo para as Cartas de Controlo foi feito à saída dos Micro-Ondas por forma a poder actuar sobre o processo, antes do granulado ir para a Extrusão. Importa também referir que as condições do processo relativas ao DOE_2 não foram fixadas na altura da realização deste estudo. Neste sentido propõe-se à empresa a fixação destas condições de forma a reduzir a variabilidade. Ao analisar-se os dados do processo verificou-se a existência de autocorrelação para as variáveis a controlar de modo que os dados tiveram de ser modelados e tiveram de ser construídas as cartas para os erros da modelação na fase I e para os erros de previsão na fase II. Foi feito um estudo univariado e multivariado para o mesmo conjunto de dados do processo. Existem dois aspectos a ressalvar no final deste estudo das Cartas de Controlo, o primeiro prende-se com as especificações do processo e o outro prende-se com o tipo de cartas a implementar. Verificou-se os intervalos de especificação deviam ser alargados tanto para o estudo univariado como para o multivariado, uma vez que não traduziam a realidade do processo ao serem demasiado curtos. Isto é, os valores obtidos para o processo fora da especificação não correspondiam muitas vezes, a produto não conforme. Estabelecidas as novas especificações, e verificada a capacidade do processo avançou-se para a monitorização do mesmo. Nesta fase verificou-se que o estudo multivariado permitiu identificar causas de variação que o estudo univariado não identificou, revelando-se assim mais preciso para quando se pretende analisar duas variáveis em conjunto. De forma, que se propõe à empresa a implementação do controlo estatístico multivariado neste processo. Recomenda-se também que o software seja adaptado de forma ao utilizador poder fazer a leitura dos resultados de forma simples e intuitiva.

5.2. Sugestões para trabalhos futuros

Após finalizado este trabalho, sugere-se a realização de outros estudos que possam dar continuidade ao trabalho realizado.

Recomenda-se a repetição do DOE_2 com as condições de Verão, mas com a replicação das experiências para validar os resultados obtidos neste estudo.

Tendo em conta que a MV corrigida do granulado é amplificada 4vezes na rolha. Sugere-se a repetição do DOE_2 mas com a medição das respostas no output da extrusão. Desta forma,

comprovar-se-ia se a variação dos factores controláveis do Rosa tem influência significativa na MV da rolha.

Por fim, importa referir que as condições atmosféricas exercem no processo uma grande influência e que no contexto meteorológico de Inverno os níveis de operação deveriam ser novamente estudados com a realização de novo Desenho de Experiências.

6. Bibliografia

Amorim.(2012). Relatório de Contas

AMORIM. Corticeira Amorim. Acedido em 15/jun/2014, de http://www.amorim.com/corticeira_amorim/grupo_amorim/apresentação

AMORIM. Unidades de Negócio. Acedido em 16/jun/2013, de http://www.amorim.com/unidades-de-negócio/introdução

APCOR. (2013[a]). 2013, from http://www.apcor.pt/artigo/montado.htm

APCOR.(2013b). Cortiça|Cork *Anuário*

Box, G. E. P., & Cox, D.R. (1964). An Analysis of Transformations, *Journal of the Royal Statistical Society. Series B*, 26(2), 211-252

Box, G.E.P., Hunter, J.S. & Hunter, W.G. (2005). Statistics for Experimenters (2nd Edition), Wiley

Box, G., Jenkins, G. & Reinsel. (1994). Time Series Analysis: *Forecasting and Control* (3rd Edition), Prentice-Hall

Domingues, R., Oliveira, F.A.C. & Esperto, *L. Desenho de Experiências- Estratégias*. Acedido em Junho 6 em http://repositorio.ineg.pt/bitstream/10400.9/482/1/ DESENHO EXPIRDOMINGUES(2).pdf

Gil, L. M.C.C. (2012). Cortiça. In Ciências e Engenharia de Materiais de Construcção, 664-775, Lisboa: IST Press

Gil, L. A cortiça como material de construção- *Manual Técnico*. Acedido em 5 Julho, 2014 em www.apcor.pt/userfiles/File/Caderno Tecnico F PT.pdf.

Ipek, H., Ankara, H. & Ozdag, H. (1999). Technical note the application of Statistical Process Control, *Minerals Engineering*, 12(7), 827-835

Juran, J. & Godfrey, B. (1998) Juran's Quality Handbook (5th Ed), Mc-Graw Hill

Mohamadi, M., Foumani, M. & Abbasi, B. (2001). Process Capability Analysis in the Presence of Autocorrelation. Journal of Optimization in Industrial Engineering, 9, 15-20. Acedido em 15 Julho, 2014 em http://www.researchgate.net/publication/225274743_Process Capability_Analysis in_presence_of_Autocorrelation

Montgomery, D.C. (2000). Design and Analysis of Experiments (5th Ed), Wiley

Montgomery, D. C.(2010), Introduction to Statistical Quality Control (6th Ed), Wiley

Montgomery, D.C., Johnson, L.A. (1990). Forecasting and Time Series Analysis (2nd Ed), McGraw-Hill

Oakland, J.S.(2007). Statistical Process Control (6th Ed), Butterworth-Heinemann

Pereira, C.S., Darah, P., Marques, J.J. & Romão, M. V. (1999) O Gosto a Rolha em Vinhos-Estado Actual dos Conhecimentos, Ciências Téc. Vitiv., 4(2), 79-99

Pereira, Z. L. & Requeijo, J.G.(2012). Qualidade: *Planeamento e Controlo Estatístico de Processos* (2ª Ed). Fundação da Faculdade de Ciências e Tecnologias da Universidade Nova de Lisboa

Pires, A.R. (2007). Qualidade: *Sistemas de Gestão da Qualidade* (3ª Edição), Edições Sílabo

Singh, R. & Gilbreath, G. (2002). A real-time information system for multivariate statistical process control, *J. Production Economics*, 75, 161-172

Taguchi, G., Chowdhury, S. & Wu, Y. (2004) Taguchi's Quality Engineering Handbook, Wiley

Tsao, J.H.S., Patel, M.H. (2013). An intuitive design pattern for sequentially estimating parameters of a 2^k factorial experimente with active confounding avoidance and least tratment combinations. *Compute & Industrial Engineering* 66, 601-613

7. Anexos

Anexos I- Tabelas Estatísticas

Factores para construção das cartas de controlo de variáveis

Dimensão Amostra	Carta da Média					Carta do Desvios Padrão				Carta da Amplitude				
	Factores Limites Controlo			Factores Linha Central		Factores para Limites de Controlo				Factores para Limites de Controlo				
n	A	A_2	A_3	d_2	c_4	B_3	B_4	B_5	B_6	d_3	D_1	D_2	D_3	D_4
2	2,121	1,881	2,659	1,128	0,7979	0	3,267	0	2,606	0,853	0	3,686	0	3,267
3	1,732	1,023	1,954	1,693	0,8862	0	2,568	0	2,276	0,888	0	4,358	0	2,574
4	1,500	0,729	1,628	2,059	0,9213	0	2,266	0	2,088	0,880	0	4,698	0	2,282
5	1,342	0,577	1,427	2,326	0,9400	0	2,089	0	1,964	0,864	0	4,918	0	2,114
6	1,225	0,483	1,287	2,534	0,9515	0,030	1,970	0,029	1,874	0,848	0	5,078	0	2,004
7	1,134	0,419	1,182	2,704	0,9594	0,118	1,882	0,113	1,806	0,833	0,204	5,204	0,076	1,924
8	1,061	0,373	1,099	2,847	0,9650	0,185	1,815	0,179	1,751	0,820	0,388	5,306	0,136	1,864
9	1,000	0,337	1,032	2,970	0,9693	0,239	1,761	0,232	1,707	0,808	0,547	5,393	0,184	1,816
10	0,949	0,308	0,975	3,078	0,9727	0,284	1,716	0,276	1,669	0,797	0,687	5,469	0,223	1,777
11	0,905	0,285	0,927	3,173	0,9754	0,321	1,679	0,313	1,637	0,787	0,811	5,535	0,256	1,744
12	0,866	0,266	0,886	3,258	0,9776	0,354	1,646	0,346	1,610	0,778	0,922	5,594	0,283	1,717
13	0,832	0,249	0,850	3,336	0,9794	0,382	1,618	0,374	1,585	0,770	1,025	5,647	0,307	1,693
14	0,802	0,235	0,817	3,407	0,9810	0,406	1,594	0,399	1,563	0,763	1,118	5,696	0,328	1,672
15	0,775	0,223	0,789	3,472	0,9823	0,428	1,572	0,421	1,544	0,756	1,203	5,741	0,347	1,653
16	0,750	0,212	0,763	3,532	0,9835	0,448	1,552	0,440	1,526	0,750	1,282	5,782	0,363	1,637
17	0,728	0,203	0,739	3,588	0,9845	0,466	1,534	0,458	1,511	0,744	1,356	5,820	0,378	1,622
18	0,707	0,194	0,718	3,640	0,9854	0,482	1,518	0,475	1,496	0,739	1,424	5,856	0,391	1,608
19	0,688	0,187	0,698	3,689	0,9862	0,497	1,503	0,490	1,483	0,734	1,487	5,891	0,403	1,597
20	0,671	0,180	0,680	3,735	0,9869	0,510	1,490	0,504	1,470	0,729	1,549	5,921	0,415	1,585
21	0,655	0,173	0,663	3,778	0,9876	0,523	1,477	0,516	1,459	0,724	1,605	5,951	0,425	1,575
22	0,640	0,167	0,647	3,819	0,9882	0,534	1,466	0,528	1,448	0,720	1,659	5,979	0,434	1,566
23	0,626	0,162	0,633	3,858	0,9887	0,545	1,455	0,539	1,438	0,716	1,710	6,006	0,443	1,557
24	0,612	0,157	0,619	3,895	0,9892	0,555	1,445	0,549	1,429	0,712	1,759	6,031	0,451	1,548
25	0,600	0,153	0,606	3,931	0,9896	0,565	1,435	0,559	1,420	0,708	1,806	6,056	0,459	1,541

Para $n > 25$ $\quad A = \frac{3}{\sqrt{n}} \quad A_3 = \frac{3}{c_4\sqrt{n}} \quad c_4 \approx \frac{4(n-1)}{4n-3} \quad B_3 = 1 - \frac{3\sqrt{1-c_4^2}}{c_4} \quad B_4 = 1 + \frac{3\sqrt{1-c_4^2}}{c_4} \quad B_5 = c_4 - 3\sqrt{1-c_4^2} \quad B_6 = c_4 + 3\sqrt{1-c_4^2}$

Figura I.7 1 Factores para Construção das cartas de Controlo. Fonte: Periera e Requeijo,2012

Valores Críticos da Distribuição da Estatística D_n (Kolmogorov-Smirnov)

Os valores tabelados correspondem aos pontos $D_{n,\alpha}$ tais que: $P(D_n \geq D_{n,\alpha}) = \alpha$.

	α				
n	**0.20**	**0.10**	**0.05**	**0.02**	**0.01**
1	0.900	0.95	0.975	0.990	0.995
2	0.684	0.776	0.842	0.900	0.929
3	0.565	0.636	0.708	0.785	0.829
4	0.493	0.565	0.624	0.689	0.734
5	0.447	0.509	0.563	0.627	0.669
6	0.410	0.468	0.519	0.577	0.617
7	0.381	0.436	0.483	0.538	0.576
8	0.358	0.410	0.454	0.407	0.542
9	0.339	0.387	0.430	0.480	0.513
10	0.323	0.369	0.409	0.457	0.489
11	0.308	0.352	0.391	0.437	0.468
12	0.296	0.338	0.375	0.419	0.449
13	0.285	0.325	0.361	0.404	0.432
14	0.275	0.314	0.349	0.390	0.418
15	0.266	0.304	0.338	0.377	0.404
16	0.258	0.295	0.327	0.366	0.392
17	0.250	0.286	0.318	0.355	0.381
18	0.244	0.279	0.309	0.346	0.371
19	0.237	0.271	0.301	0.337	0.361
20	0.232	0.265	0.294	0.329	0.352

	α				
n	**0.20**	**0.10**	**0.05**	**0.02**	**0.01**
21	0.226	0.259	0.287	0.321	0.344
22	0.221	0.253	0.281	0.314	0.337
23	0.216	0.247	0.275	0.307	0.330
24	0.212	0.242	0.269	0.301	0.323
25	0.208	0.238	0.264	0.295	0.317
26	0.204	0.233	0.259	0.290	0.311
27	0.200	0.229	0.254	0.284	0.305
28	0.197	0.225	0.250	0.279	0.300
29	0.193	0.221	0.246	0.275	0.295
30	0.190	0.218	0.242	0.270	0.290
31	0.187	0.214	0.238	0.266	0.285
32	0.184	0.211	0.234	0.262	0.181
33	0.182	0.208	0.231	0.258	0.277
34	0.179	0.205	0.227	0.254	0.273
35	0.177	0.202	0.224	0.251	0.269
36	0.174	0.199	0.221	0.247	0.265
37	0.172	0.196	0.218	0.244	0.262
38	0.170	0.194	0.215	0.241	0.258
39	0.168	0.191	0.213	0.238	0.255
40	0.165	0.189	0.210	0.235	0.252

Para n>40 os valores críticos de D_n podem ser aproximados pelas seguintes expressões:

α				
0.20	**0.10**	**0.05**	**0.02**	**0.01**
$\frac{1.07}{\sqrt{n}}$	$\frac{1.22}{\sqrt{n}}$	$\frac{1.36}{\sqrt{n}}$	$\frac{1.52}{\sqrt{n}}$	$\frac{1.63}{\sqrt{n}}$

Figura I.7 2 Estatística K-S

p =	*0.80*	*0.85*	*0.90*	*0.95*	*0.99*
***n*=4**	.300	.319	.352	.381	.417
5	.285	.299	.315	.337	.405
6	.265	.277	.294	.319	.364
7	.247	.258	.276	.300	.348
8	.233	.244	.261	.285	.331
9	.223	.233	.249	.271	.311
10	.215	.224	.239	.258	.294
11	.206	.217	.230	.249	.284
12	.199	.212	.223	.242	.275
13	.190	.202	.214	.234	.268
14	.183	.194	.207	.227	.261
15	.177	.187	.201	.220	.257
16	.173	.182	.195	.213	.250
17	.169	.177	.189	.206	.245
18	.166	.173	.184	.200	.239
19	.163	.169	.179	.195	.235
20	.160	.166	.174	.190	.231
25	.142	.147	.158	.173	.200
30	.131	.136	.144	.161	.187
> 30	$\frac{.736}{\sqrt{n}}$	$\frac{.768}{\sqrt{n}}$	$\frac{.805}{\sqrt{n}}$	$\frac{.886}{\sqrt{n}}$	$\frac{1.031}{\sqrt{n}}$

Figura I.7 3 Tabela Lilliefors

Anexo II – Tratamento dos Dados Cartas de Controlo

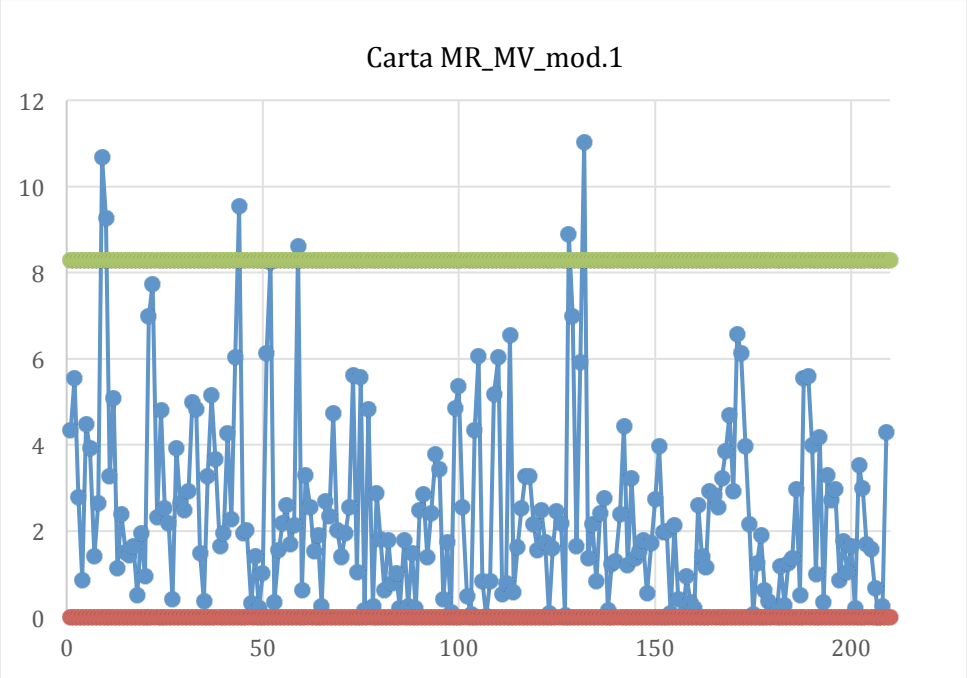

Figura II.7. 1 MR MV corrigida mod1

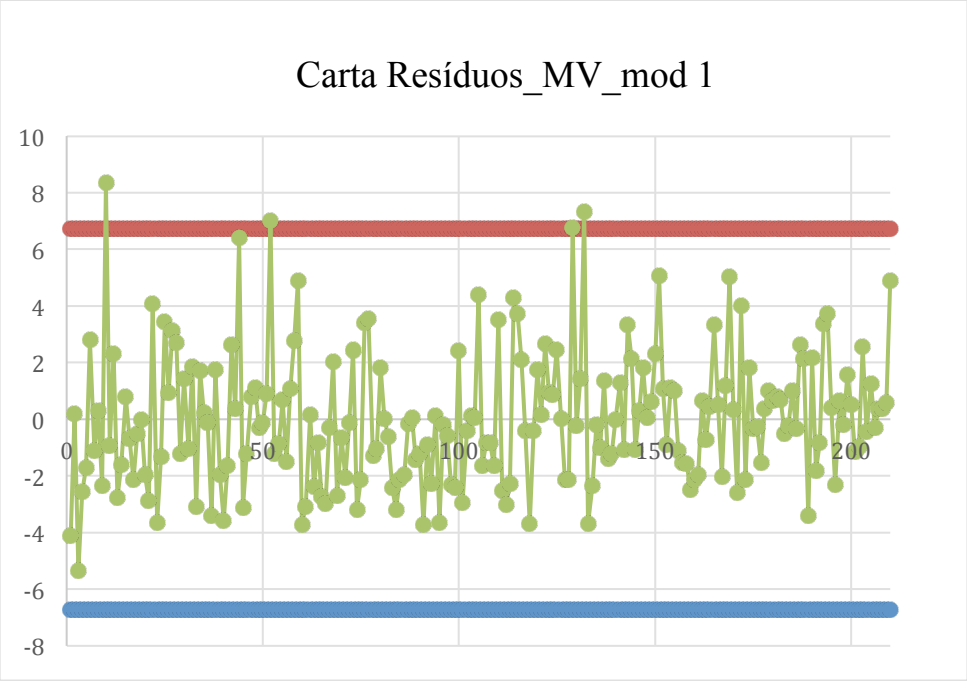

Figura II.7. 2 Resíduos MV corrigida mod 1

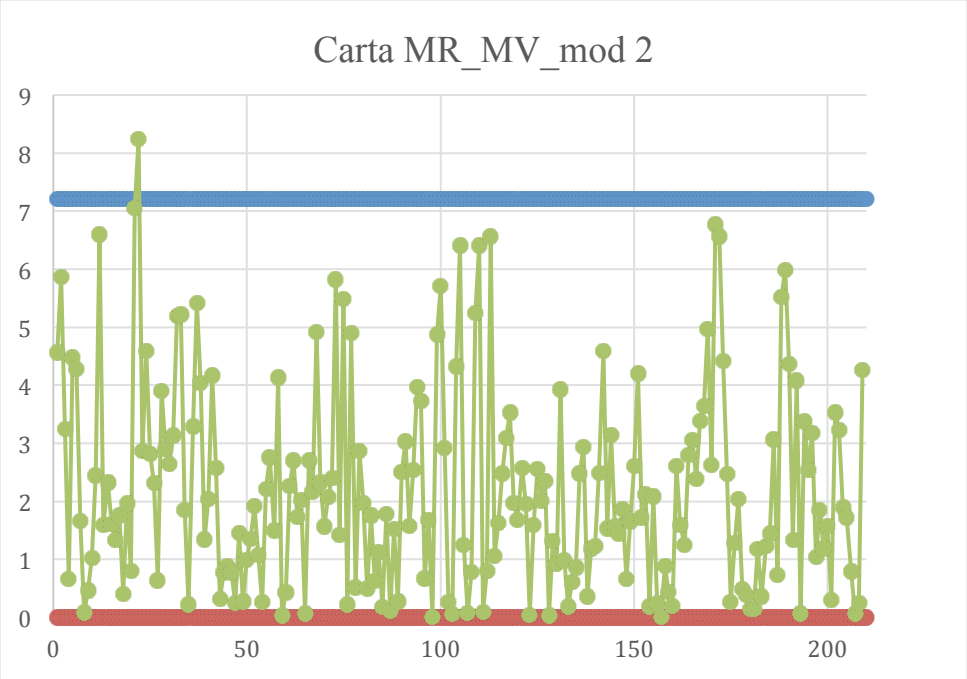

Figura II.7. 3 MR MV mod 2

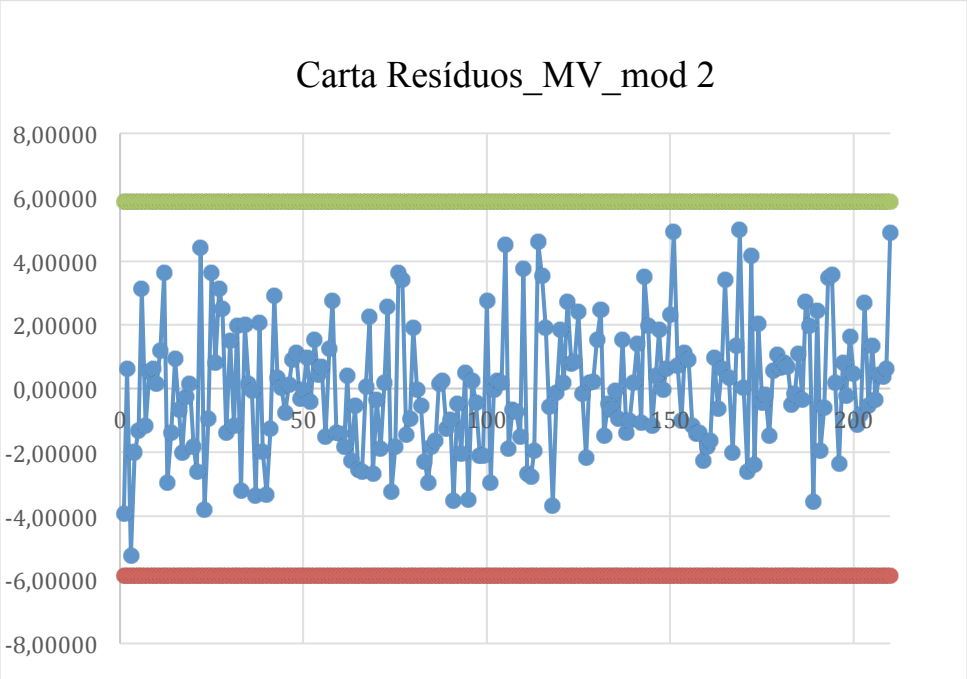

Figura II.7. 4 MV corrigida mod 2

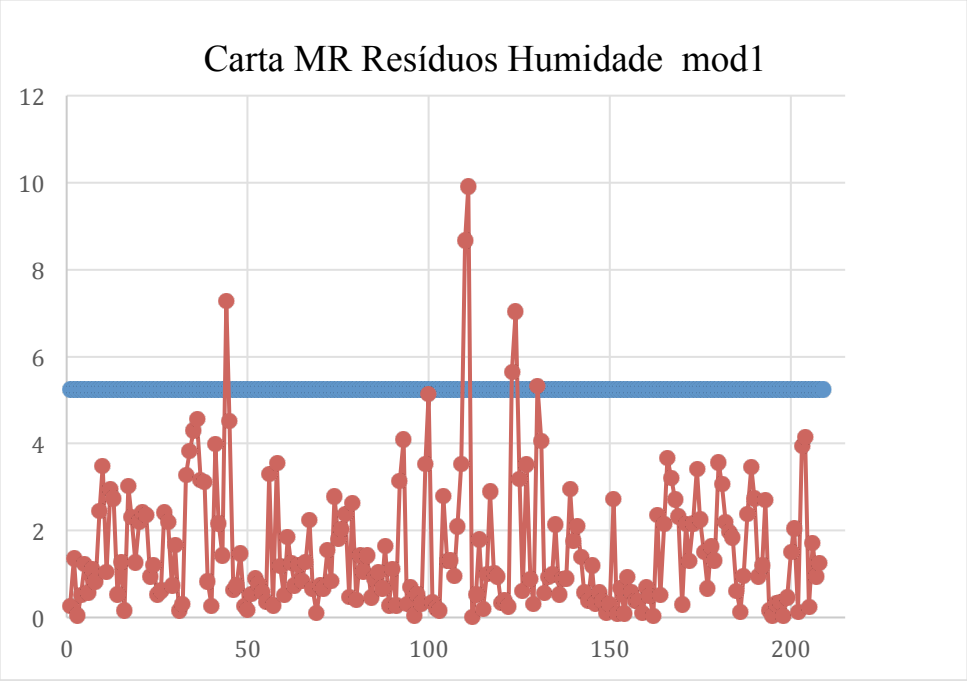

Figura II.7. 5 MR Humidade mod1

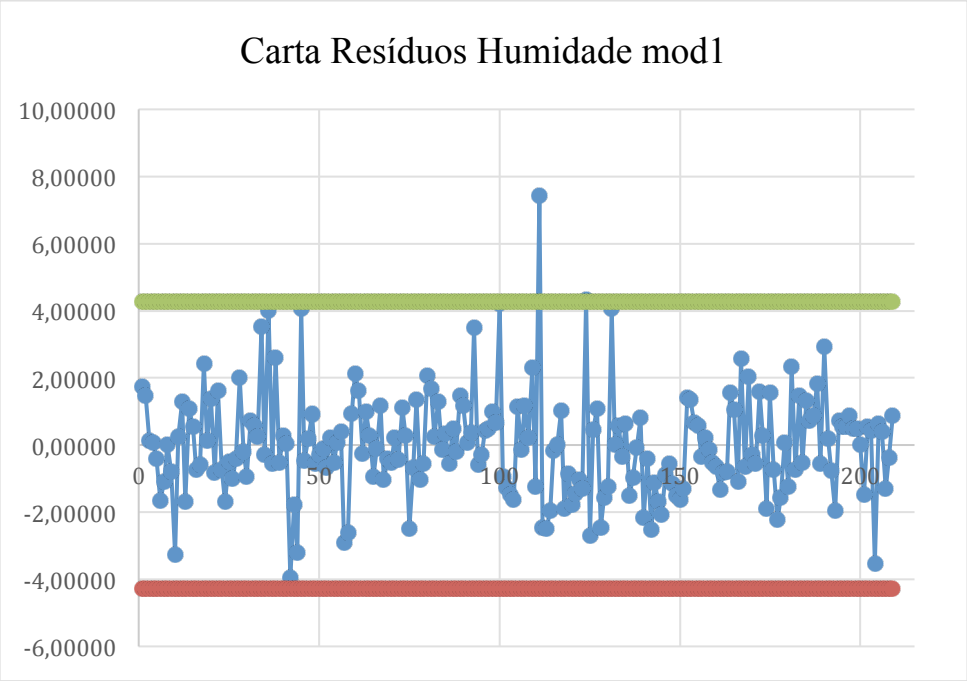

Figura II.7. 6 Res. Humidade mod 1

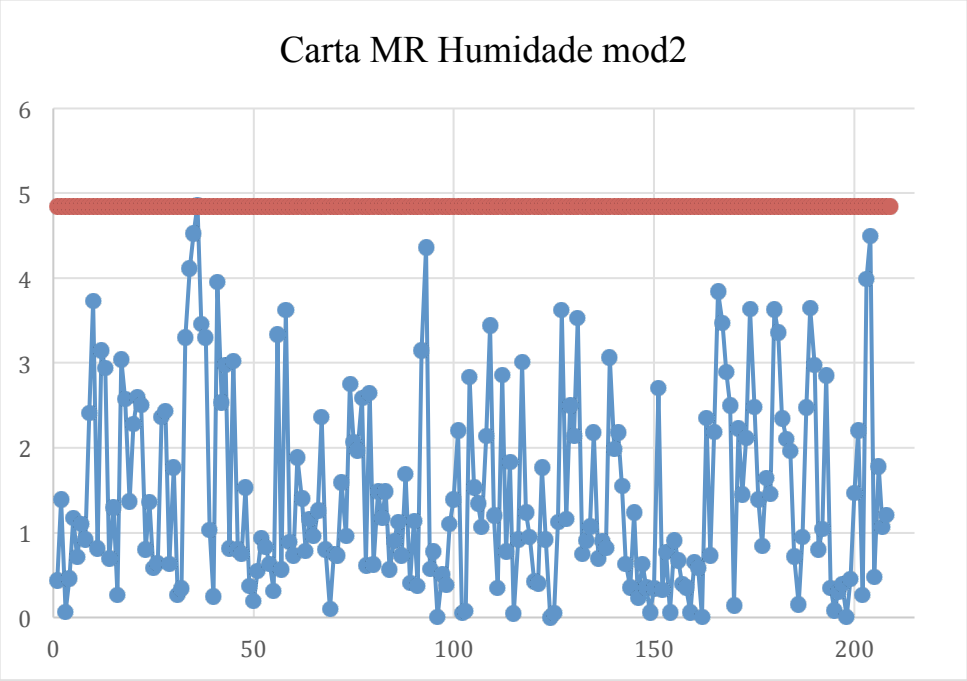

Figura II.7. 7 Res. Humidade mod 2

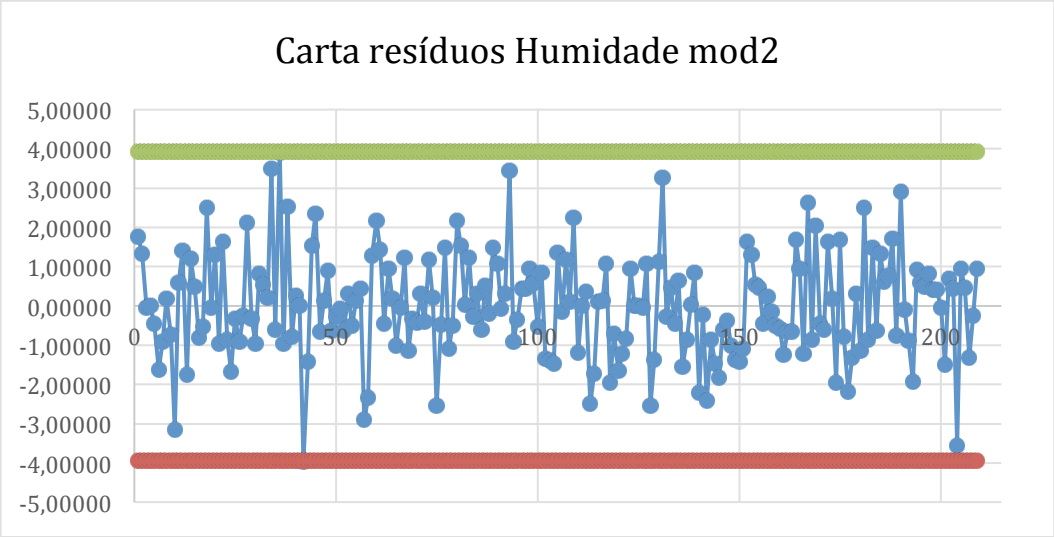

Figura II.7. 8 MR humidade mod 2

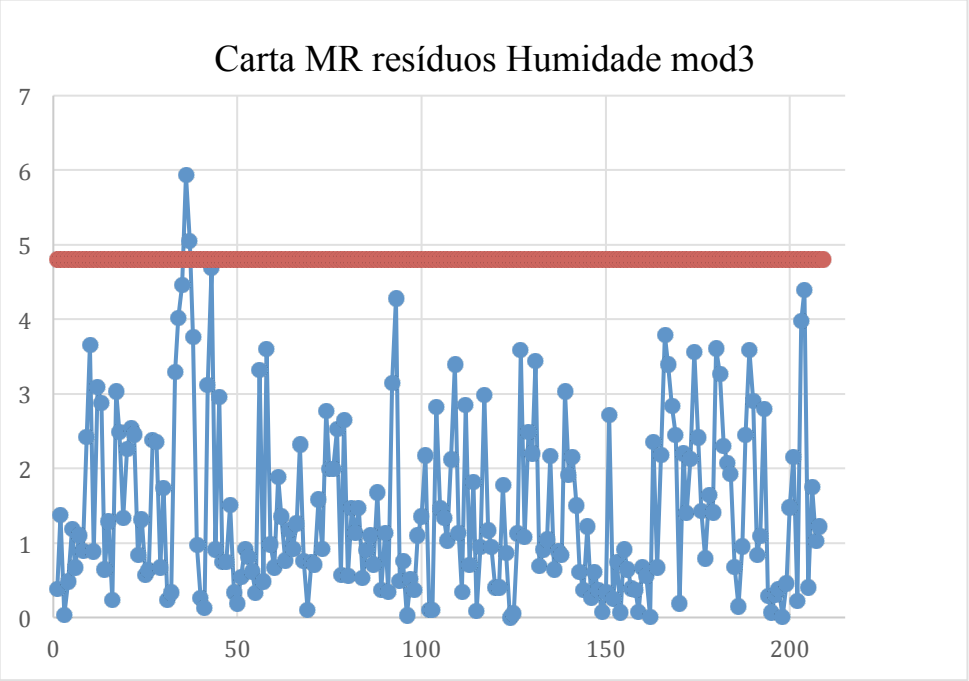

Figura II.7. 9 Carta MR resíduos Humidade mod3

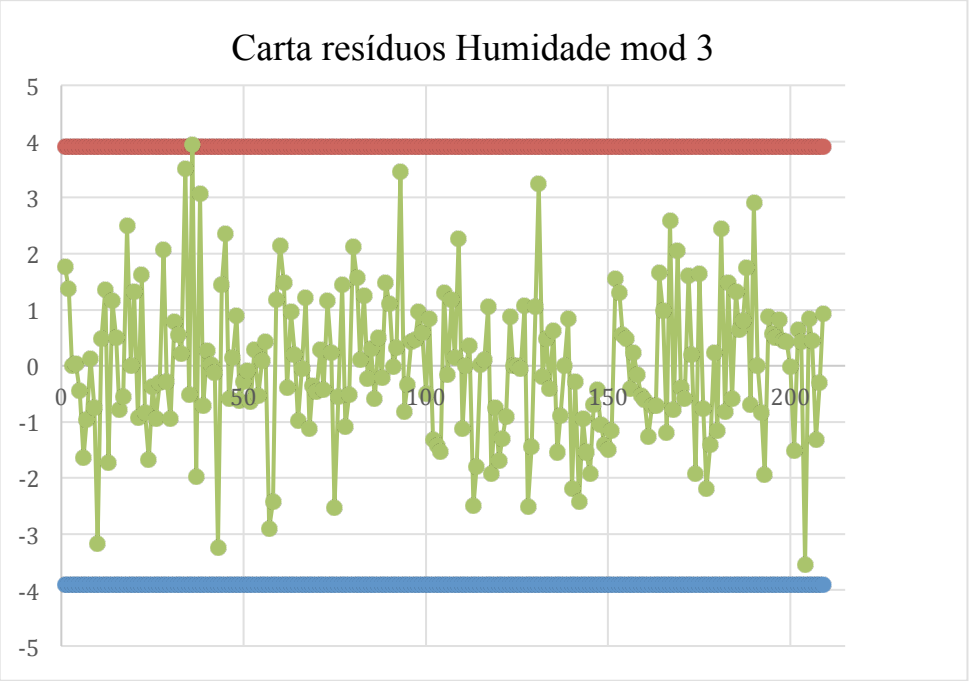

Figura II.7. 10 Carta resíduos Humidade mod3

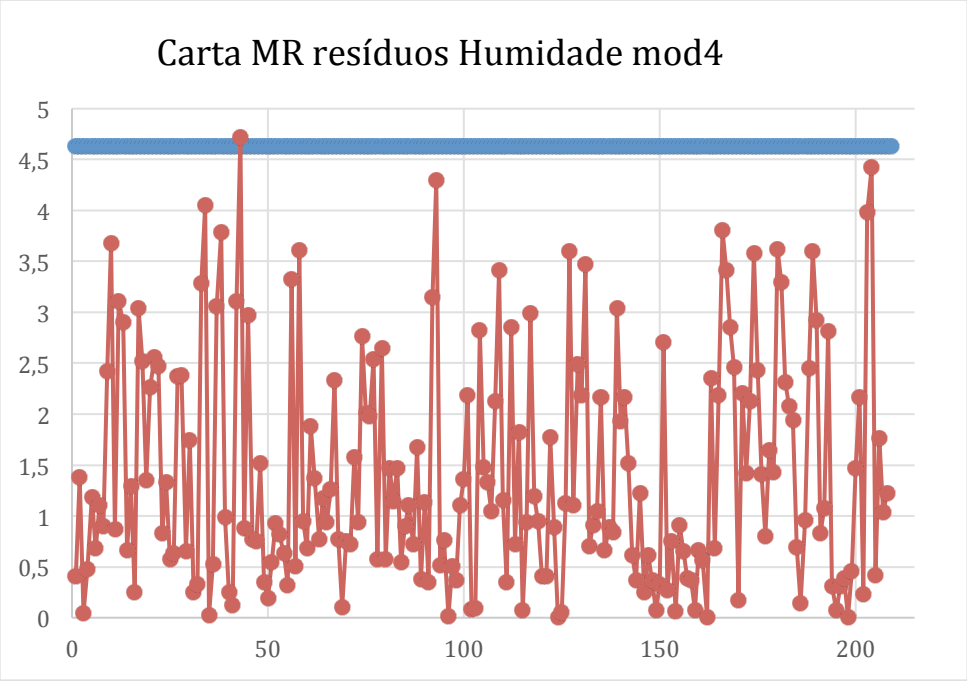

Figura II.7. 11 Carta MR resíduos Humidade mod4

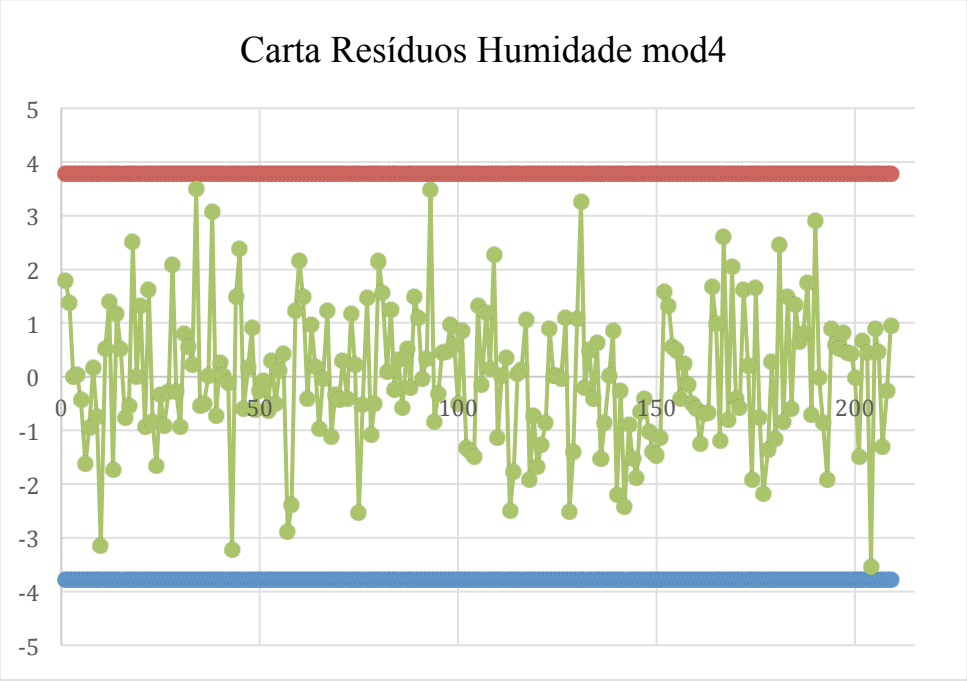

Figura II.7. 12 Carta resíduos Humidade mod4

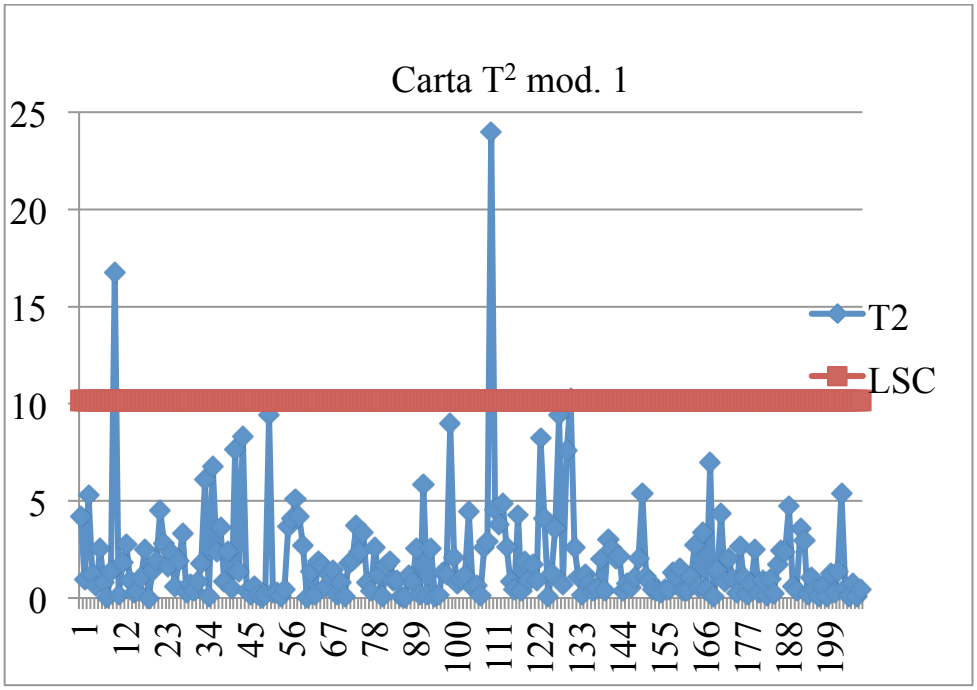

Figura II.7. 13 Carta T^2 mod 1

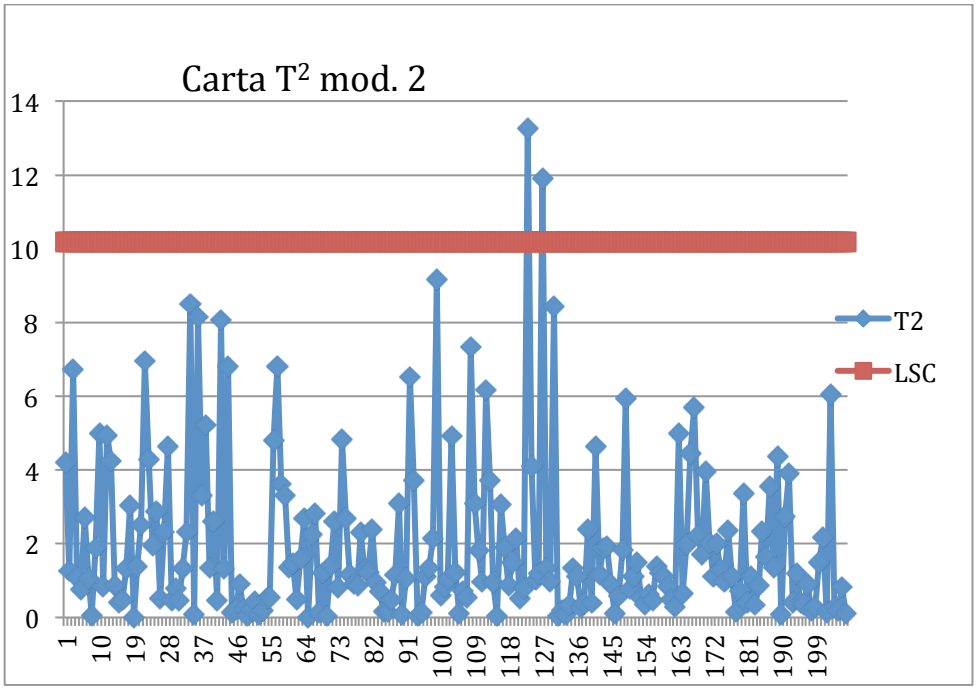

Figura II.7. 14 Carta T^2 mod 2

Anexos III- Verificação pressupostos SPC

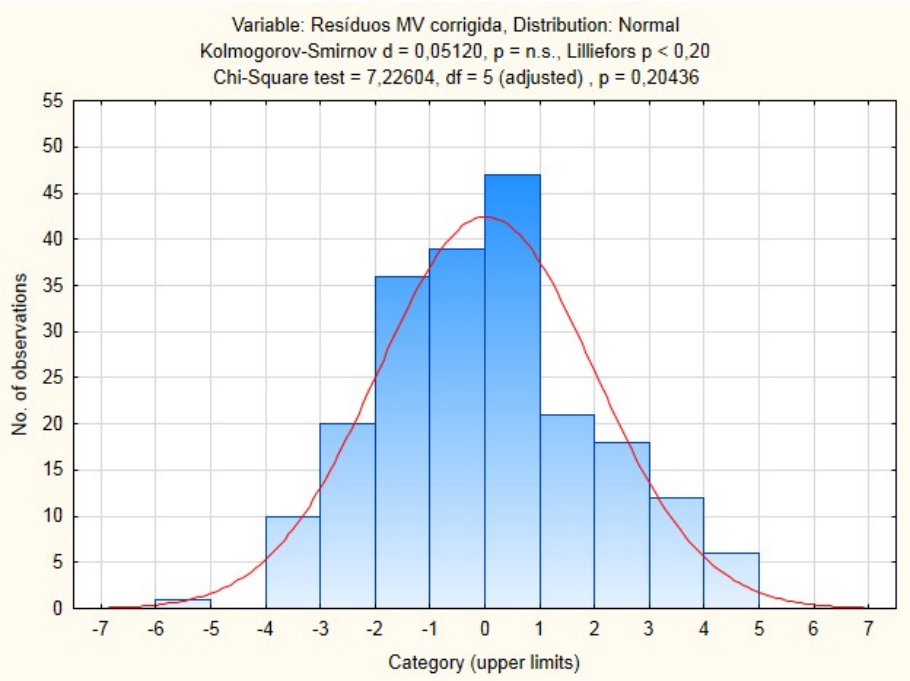

Figura III.7. 1 Norm. MV corrigida mod Univariada

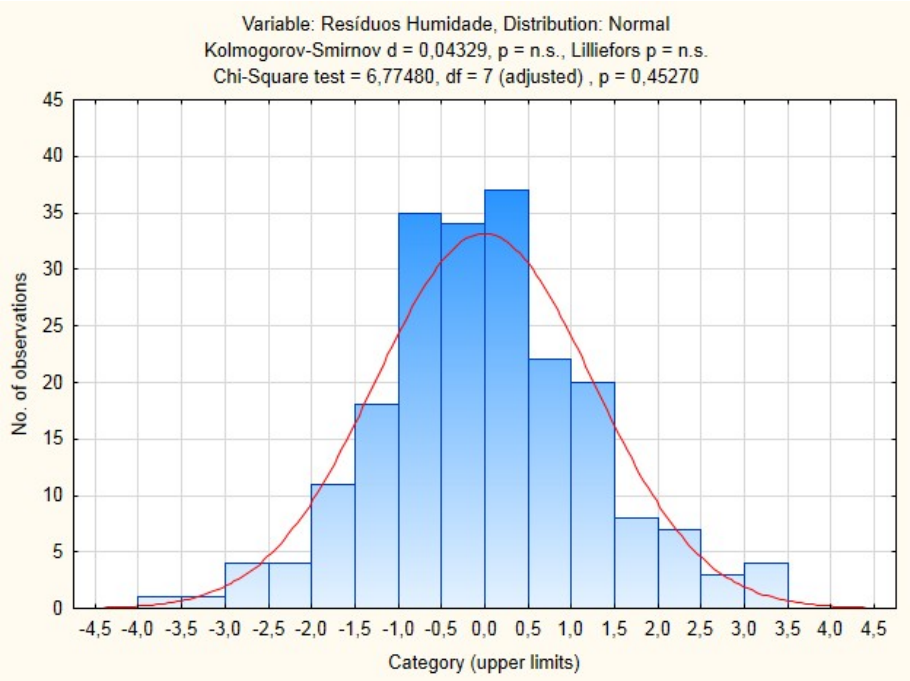

Figura III.7. 2. Norm. Humidade mod. Univariada

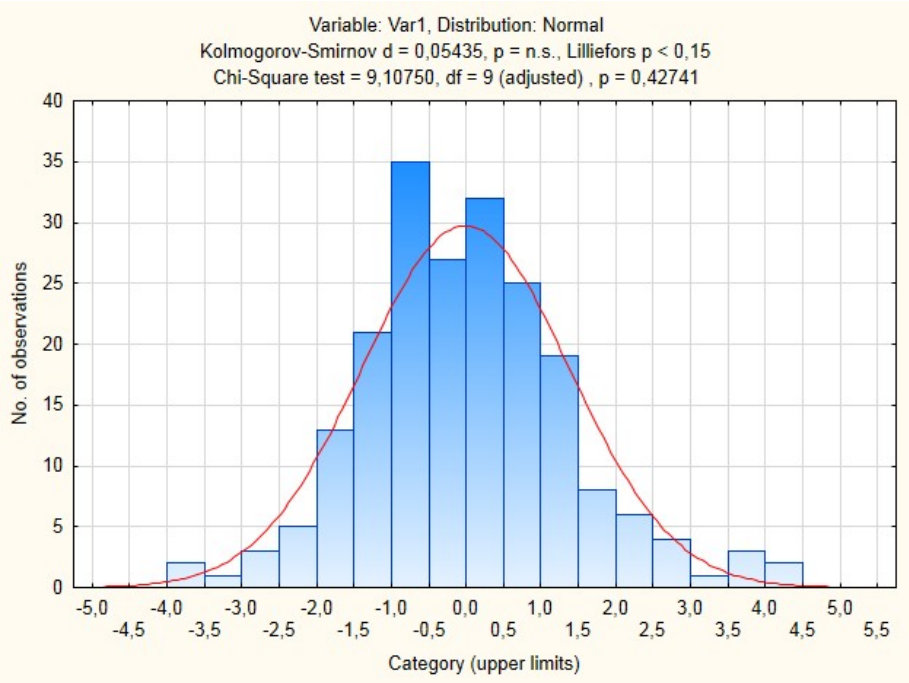

Figura III.7. 3 Norm. MV corrigida Est. Multivariado

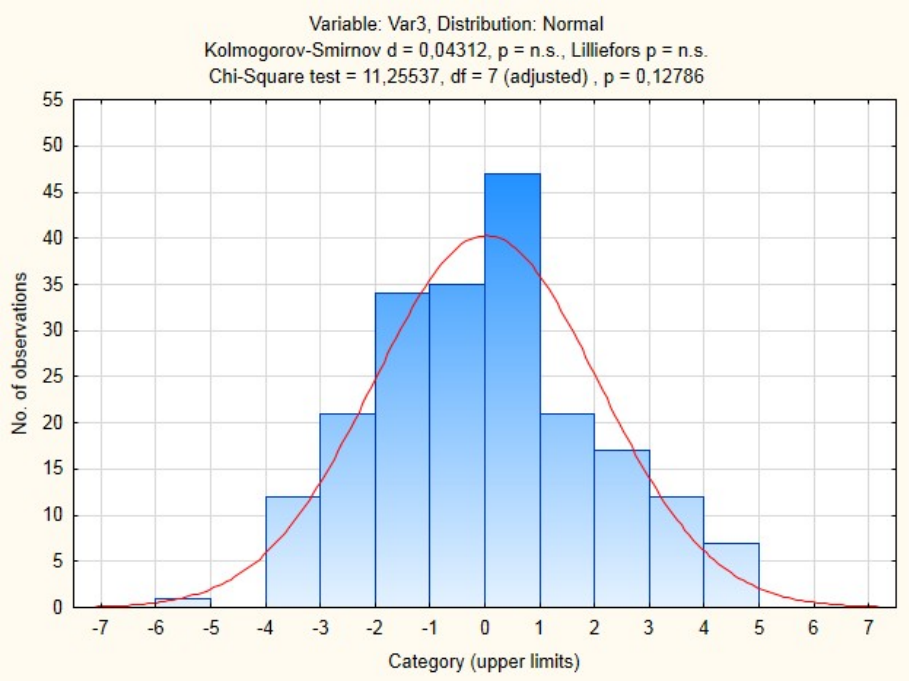

Figura III.7. 4 Normalidade Humidade Est. Multivariado