



NOVA
NOVA SCHOOL OF
SCIENCE & TECHNOLOGY

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA
MECÂNICA E INDUSTRIAL

TIAGO DANIEL GINGEIRA JOÃO ANDRADE
Licenciado em Ciências de Engenharia Mecânica

ANÁLISE DE
MINIMUM CONSTRAINT DESIGN E DE
REDUNDANT CONSTRAINT DESIGN

MESTRADO EM ENGENHARIA MECÂNICA

Universidade NOVA de Lisboa

Novembro, 2021



ANÁLISE DE *MINIMUM CONSTRAINT DESIGN* E DE *REDUNDANT CONSTRAINT DESIGN*

TIAGO DANIEL GINGEIRA JOÃO ANDRADE

Licenciado em Ciências de Engenharia Mecânica

Orientador: Doutor António Gabriel Marques Duarte dos Santos
Professor Auxiliar, Universidade NOVA de Lisboa

Júri:

Presidente: Doutor António José Freire Mourão,
Professor Associado, Universidade NOVA de Lisboa

Arguente: Doutor José Manuel Vicente Fradinho
Professor Auxiliar, Universidade NOVA de Lisboa

Orientador: Doutor António Gabriel Marques Duarte dos Santos
Professor Auxiliar, Universidade NOVA de Lisboa

Análise de *Minimum Constraint Design* e de *Redundant Constraint Design*

Copyright © Tiago Daniel Gingeira João Andrade, Faculdade de Ciências e Tecnologia,

Universidade NOVA de Lisboa.

A Faculdade de Ciências e Tecnologia e a Universidade NOVA de Lisboa têm o direito, perpétuo e sem limites geográficos, de arquivar e publicar esta dissertação através de exemplares impressos reproduzidos em papel ou de forma digital, ou por qualquer outro meio conhecido ou que venha a ser inventado, e de a divulgar através de repositórios científicos e de admitir a sua cópia e distribuição com objetivos educacionais ou de investigação, não comerciais, desde que seja dado crédito ao autor e editor.

À minha mãe.

AGRADECIMENTOS

Começo por agradecer ao meu orientador, o Professor Doutor António Gabriel Marques Duarte dos Santos. Agradeço pela sua preciosa ajuda, disponibilidade e conhecimento mas também pelo seu valor como ser humano. Agradeço também de forma geral a todos os professores com quem me cruzei e com quem tanto aprendi e deixo também um obrigado à FCT-UNL como instituição, por toda a experiência académica que me proporcionou ao longo deste curso.

Agradeço à minha família, especialmente aos meus pais, pelo seu esforço incansável ao longo de todos estes anos e pela sua preocupação constante comigo. As minhas conquistas serão sempre as suas conquistas também.

Agradeço aos meus colegas de curso pelo seu companheirismo, espírito de ajuda e amizade. Sem eles tudo teria sido mais difícil.

Por último, deixo também um especial obrigado à minha namorada, Catarina Romão, por todo o seu apoio, amor e carinho. Foi sempre o meu maior apoio nos momentos mais difíceis.

RESUMO

O objetivo do trabalho realizado no decorrer da presente dissertação de mestrado consistiu em recolher, organizar e resumir informação relevante sobre duas metodologias de projeto: o *Minimum Constraint Design* e o *Redundant Constraint Design*. Estas metodologias incidem na forma de como se deve constranger os componentes de um sistema mecânico, de estruturas e corpos físicos em geral. O intuito principal deste trabalho foi a elaboração de um documento redigido em língua portuguesa que possa contribuir para a obtenção de melhores projetos em engenharia mecânica e que possa também servir como primeira introdução ao tema a alunos de engenharia e até mesmo a projetistas pouco familiarizados com a definição e explicitação destas metodologias e dos seus princípios fundamentais. Adicionalmente, também se procurou estipular algumas diretrizes e orientações para a escolha entre uma ou outra na prática de engenharia, dando exemplos de aplicação. Por fim, pretendeu-se fazer um enquadramento de ambas as metodologias na Teoria Axiomática de Projeto.

Para fazer este enquadramento na Teoria Axiomática, partiu-se do estudo de um artigo já publicado que relaciona a Teoria Axiomática com o *Minimum Constraint Design* e que enuncia que esta metodologia de projeto é um caso particular do Primeiro Axioma. Em continuação a este trabalho, analisaram-se outros casos de aplicação do *Minimum Constraint Design* e de *Redundant Constraint Design* à luz da Teoria Axiomática.

Concluiu-se que a aplicação do *Minimum Constraint Design* é uma condição necessária para se obter projetos desacoplados, quando se trata de analisar os apoios e ligações de um corpo, mas que esta classificação pode ser dependente da forma de como se define e explicita os constrangimentos desejados. Também se concluiu que, apesar de a Teoria Axiomática ser muito útil para proceder a uma exposição analítica de situações de constrangimento de um corpo e de servir para, até certo grau, comparar soluções diferentes, a mesma não serve necessariamente para categorizar projetos como sendo aceitáveis ou não aceitáveis no que respeita à forma de como os apoios e constrangimentos de um dado corpo devem ser aplicados.

Palavas chave: *Minimum Constraint Design*, *Exact Constraint Design*, *Redundant Constraint Design*, Teoria Axiomática de Projeto, Metodologias de Projeto, Engenharia Mecânica.

ABSTRACT

The objective of the work carried out during this master's dissertation was to collect, organize and summarize relevant information about two project methodologies: Minimum Constraint Design and Redundant Constraint Design. These methodologies focus on how to constrain the components of a mechanical system, structures and physical bodies in general. The main purpose of this work was the elaboration of a document written in Portuguese that can be helpful for obtaining better projects in mechanical engineering and that can serve as a first introduction to the subject for engineering students and even for designers who are unfamiliar with the precise definition and explanation of these methodologies and their fundamental principles. Additionally, an attempt was also made to stipulate some guidelines for choosing between one or the other, giving examples of application. Finally, it was also intended to analyze both methodologies under the light of the Axiomatic Design Theory.

To do so, the first step was to study an article already published that establishes a relationship between the Axiomatic Theory and the Minimum Constraint Design, stating that this design methodology is a particular case of the application of the First Axiom. In continuation of this work, other cases of application of Minimum Constraint Design and Redundant Constraint Design were analyzed in accordance with Axiomatic Design Theory.

It was concluded that the application of the Minimum Constraint Design is a necessary condition to obtain decoupled projects, when it comes to analyzing the supports and connections of a body, but that this classification may be dependent on the way that the desired constraints are defined. It was also concluded that although the Axiomatic Theory is very useful to carry out an analytical exposition of the constraints applied to a body and serve to, to a certain degree, compare different solutions, it does not necessarily serve to categorize projects as being acceptable or not acceptable, with regard to how the supports and constraints on a given body should be applied.

Keywords: Minimum Constraint Design, Exact Constraint Design, Redundant Constraint Design, Axiomatic Design Theory, Design Methodologies, Mechanical Engineering.

ÍNDICE DE CONTEÚDOS

1	INTRODUÇÃO	1
2	<i>MINIMUM CONSTRAINT DESIGN</i>.....	3
2.1	Definição	3
2.1.1	Definição de sobreconstrangimento	4
2.1.2	Forças de assentamento	5
2.1.3	Exemplo de aplicação do <i>MinCD</i>	5
2.1.4	Teste de sobreconstrangimento	7
2.2	Vantagens do <i>MinCD</i>	8
2.3	Desvantagens do <i>MinCD</i>	8
2.4	Grau de pureza de aplicação do <i>MinCD</i>	9
2.5	<i>Semi-MinCD</i>	10
2.6	<i>Minimum Constraint Design</i> e corpos flexíveis	11
2.7	Algumas considerações sobre <i>MinCD</i> e Elasticidade	12
3	EXEMPLOS RELEVANTES DE APLICAÇÃO DO <i>MINIMUM CONSTRAINT DESIGN</i>	14
3.1	Mecanismo de movimento linear	14
3.2	Veios em cadeia.....	15
4	<i>REDUNDANT CONSTRAINT DESIGN</i>	17
4.1	Definição e Princípio da Elasticidade.....	17
4.2	Vantagens do <i>Redundant Constraint Design</i>	17
4.2.1	Deformação para montagem.....	17
4.2.2	Deformação necessária ao funcionamento	18
4.2.3	Melhor distribuição de esforços	18
4.2.4	Estabilidade	19

4.2.5	Segurança	19
4.3	Desvantagens do <i>Redundant Constraint Design</i> e causas de problemas de produção	20
4.3.1	Variabilidade entre as peças produzidas	20
4.3.2	Tensões residuais após montagem.....	20
4.3.3	Influência indesejada de deformações durante a utilização.....	20
4.4	Matched Sets	21
5	EXEMPLOS RELEVANTES DE APLICAÇÃO DO <i>REDUNDANT CONSTRAINT DESIGN</i>	23
5.1	Variação de disposição de aplicação de carga nas rodas e engrenagens de uma carruagem. 23	
5.2	Pontes estaiadas.....	25
6	INTRODUÇÃO À TEORIA AXIOMÁTICA DE PROJETO	26
6.1	Definição de Projeto.....	26
6.1.1	Domínio do Cliente	26
6.1.2	Domínio Funcional.....	26
6.1.3	Domínio Físico.....	27
6.1.4	Domínio de Processo.....	27
6.2	Processo de projetar.....	27
6.3	Primeiro Axioma: Axioma da Independência	29
6.4	Classificação de Projetos.....	30
6.4.1	Projeto Desacoplado.....	31
6.4.2	Projeto Desacoplável.....	31
6.4.3	Projeto Acoplado.....	31
6.5	Primeiros Teoremas.....	32
6.5.1	Teorema 1:.....	32
6.5.2	Teorema 2:.....	32
6.5.3	Teorema 3:.....	32
6.6	Segundo Axioma: Axioma da Informação.....	32
7	TEORIA AXIOMÁTICA E REDUNDÂNCIA	34

7.1	Aplicação da Teoria Axiomática a um caso particular de redundância.....	34
7.2	Teoremas da Teoria Axiomática relacionados com a Redundância.....	37
7.2.1	Teorema R1 e Projetos Redundantes Desacopláveis.....	37
7.2.2	Teorema R2 e Projetos Redundantes Desacoplados.....	38
7.2.3	Restantes Teoremas relacionados com a redundância.....	39
8	<i>MINIMUM CONSTRAINT DESIGN À LUZ DA TEORIA AXIOMÁTICA</i>	43
8.1	O Problema.....	43
8.2	Aplicação do <i>Minimum Constraint Design</i>	43
8.3	Conclusão do artigo e abertura a discussão.....	46
8.4	Análise axiomática de casos de <i>MinCD</i>	47
8.5	Análise axiomática de casos de <i>RedCD</i>	50
8.5.1	Banco de três pés com constrangimento linear de todos os apoios em x, y e z.....	50
8.5.2	Cadeira de quatro pernas.....	51
8.5.1	Cadeira de quatro pernas com constrangimento linear de todos os apoios em x, y e z.	53
8.6	Conclusões sobre aplicabilidade da Teoria Axiomática na análise de constrangimentos e apoios.....	54
9	ORIENTAÇÕES PARA ESCOLHA DA METODOLOGIA DE PROJETO A APLICAR	55
10	CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS	56
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	59

ÍNDICE DE FIGURAS

<i>Figura 2.1 – Exemplo de dois casos de sobreconstrangimento.....</i>	<i>4</i>
<i>Figura 2.2 - Aplicação do MinCD ao suporte de um pote de solda..</i>	<i>6</i>
<i>Figura 2.3 – Solução obtida para um banco de três pés com aplicação do MinCD com elevada pureza.....</i>	<i>10</i>
<i>Figura 2.4 – Exemplo de MinCD em corpos flexíveis, um carro de inspeção de aviões.....</i>	<i>12</i>
<i>Figura 3.1 – Mecanismo de movimento linear.....</i>	<i>14</i>
<i>Figura 3.2 – Veios em cadeia..</i>	<i>16</i>
<i>Figura 3.3 – Ligação universal.....</i>	<i>16</i>
<i>Figura 4.1 – Ligação flangeada.....</i>	<i>18</i>
<i>Figura 4.2 – Aumento da estabilidade com o aumento do número de apoios.</i>	<i>19</i>
<i>Figura 4.3 – Rolamento de esferas autocompensador.....</i>	<i>21</i>
<i>Figura 4.4 – Sistema de guiamento por caminhos de rolamento..</i>	<i>22</i>
<i>Figura 5.1 Vista lateral do mecanismo de rodas e engrenagens para locomoção de uma carruagem.</i>	<i>24</i>
<i>Figura 5.2 – Mecanismo de rodas e engrenagens para locomoção de uma carruagem.</i>	<i>24</i>
<i>Figura 5.3 - Ponte Internacional Sobre o Rio Guadiana..</i>	<i>25</i>
<i>Figura 6.1 - Processo de projetar..</i>	<i>28</i>
<i>Figura 6.2 - Processo de projetar através do desenvolvimento de informação entre domínios.</i>	<i>28</i>
<i>Figura 6.3 - Exemplo de decomposição da informação ao longo do domínio funcional.....</i>	<i>29</i>
<i>Figura 7.1 - Grua articulada com lança telescópica.....</i>	<i>35</i>
<i>Figura 8.1 - Representação de todas as reações nos apoios do parafuso quando o mesmo se encontra totalmente constrangido..</i>	<i>44</i>
<i>Figura 8.2 - Representação matricial das equações de projeto. Note-se, destacado a vermelho e a título de exemplo, a dependência do deslocamento do ponto A segundo o eixo X, δ_{AX}, de FAX, FBX, MBY e de MBZ..</i>	<i>44</i>
<i>Figura 8.3 Representação matricial das equações de projeto após a aplicação do MinCD.....</i>	<i>45</i>
<i>Figura 8.4 - Representação dos graus de liberdade e constrangimentos no parafuso após aplicação do MinCD.....</i>	<i>46</i>
<i>Figura 8.5 - Matriz de projeto simplificada para o caso dos apoios aplicados através da aplicação do MinCD... ..</i>	<i>46</i>
<i>Figura 8.6 - Representação esquemática do banco de três pés com aplicação do MinCD com elevada pureza, vista de cima.</i>	<i>47</i>
<i>Figura 8.7 - Representação esquemática do banco de três pés apoiado apenas em rodas articuladas, vista de cima.....</i>	<i>52</i>
<i>Figura 8.8 - Representação esquemática do banco de três pés com todos os apoios linearmente constrangidos, vista de cima.</i>	<i>53</i>
<i>Figura 8.9 - Representação esquemática da cadeira de quatro pernas, vista de baixo.....</i>	<i>52</i>

Figura 8.10 - Representação esquemática da cadeira de quatro pernas com todos os apoios constrangidos em x, y e z, vista de baixo. 53

LISTA DE SÍMBOLOS

b	Comprimento variável da lança telescópica da grua
C	Número de constrangimentos não redundantes aplicados a um corpo
F_{AX}	Reação no ponto A em X
F_{AY}	Reação no ponto A em Y
F_{AZ}	Reação no ponto A em Z
F_{BX}	Reação no ponto B em X
F_{BY}	Reação no ponto B em Y
F_{BZ}	Reação no ponto B em Z
F_1^x	Reação no ponto 1 em X
F_1^y	Reação no ponto 1 em Y
F_1^z	Reação no ponto 1 em Z
F_2^x	Reação no ponto 2 em X
F_2^y	Reação no ponto 2 em Y
F_2^z	Reação no ponto 2 em Z
F_3^x	Reação no ponto 3 em X
F_3^y	Reação no ponto 3 em Y
F_3^z	Reação no ponto 3 em Z
F_4^x	Reação no ponto 4 em X
F_4^y	Reação no ponto 4 em Y
F_4^z	Reação no ponto 4 em Z
M_{AX}	Reação angular no ponto A em X
M_{AY}	Reação angular no ponto A em Y
M_{AZ}	Reação angular no ponto A em Z

M_{BX}	Reação angular no ponto B em X
M_{BY}	Reação angular no ponto B em Y
M_{BZ}	Reação angular no ponto A em Z
M_2^Z	Reação angular no ponto 2 em Z
h	Comprimento variável do cabo ligado ao gancho da grua
I_i	Conteúdo de informação associado a um dado FR_i
I_{total}	Conteúdo de informação total de um projeto
l	Número de graus de liberdade pretendidos para um corpo
L	Valor fixo do comprimento da lança articulada da grua
p_i	Probabilidade de sucesso de um dado FR_i
δ_{AX}	Deslocamento linear no ponto A em X
δ_{AY}	Deslocamento linear no ponto A em Y
δ_{AZ}	Deslocamento linear no ponto A em Z
δ_{BX}	Deslocamento linear no ponto B em X
δ_{BY}	Deslocamento linear no ponto B em Y
δ_{BZ}	Deslocamento linear no ponto B em Z
θ_{AX}	Deslocamento angular no ponto A em X
θ_{AY}	Deslocamento angular no ponto A em Y
θ_{AZ}	Deslocamento angular no ponto A em Z
θ_{BX}	Deslocamento angular no ponto B em X
θ_{BY}	Deslocamento angular no ponto B em Y
θ_{BZ}	Deslocamento angular no ponto B em Z
δ_1^x	Deslocamento linear no ponto 1 em X
δ_1^y	Deslocamento linear no ponto 1 em Y
δ_1^z	Deslocamento linear no ponto 1 em Z
δ_2^y	Deslocamento linear no ponto 2 em Y

δ_2^z	Deslocamento linear no ponto 2 em Z
δ_3^z	Deslocamento linear no ponto 3 em Z
θ_1^x	Deslocamento angular no ponto 1 em X
θ_1^y	Deslocamento angular no ponto 1 em Y
θ_1^z	Deslocamento angular no ponto 1 em Z

1 INTRODUÇÃO

Durante um grande período de tempo, projetar em Engenharia Mecânica era uma atividade impelida pela experimentação empírica e muito dependente de processos coloquialmente descritos como sendo de “tentativa e erro”. Projetar era, então, um exercício que carecia de algum grau de rigor e método mas, como apontado por Nam Suh, muito condicionado por fatores como a experiência ou intuição do projetista [1]. Com o passar do tempo, não só se pôde assistir a inúmeros avanços técnicos e científicos, mas também ao desenvolvimento de teorias e metodologias de projeto cujo propósito fulcral é de auxiliar e orientar o projetista, servindo de guia para boas práticas de projeto.

Metodologias e teorias de projeto servem, assim, para estabelecer uma base de conhecimento que possa ser transmitida e ensinada, que possa ser usada para obter soluções mais eficazes e eficientes e que, idealmente, possa também servir para avaliar os resultados e as soluções obtidas. Quando um produto ou sistema é bem projetado, isso pode traduzir-se em maior satisfação do consumidor, redução dos custos e tempos de produção, redução dos tempos e custos de projeto e redução de custos acrescidos de manutenção, entre outros. Sabendo que no tempo presente a qualidade dos produtos já é uma exigência do consumidor, o grande desafio das empresas de produção consiste na redução dos custos. Posto isto, é lógico concluir que estudos e desenvolvimentos de métodos e teorias que possam potencializar a concretização deste objetivo são de grande pertinência.

O presente documento consiste numa análise e estudo de comparação entre duas destas metodologias de projeto que, apesar de antagônicas, têm uma relação de complementaridade no que concerne ao espectro de aplicações indicado para cada uma delas: o *Minimum Constraint Design (MinCD)* e o *Redundant Constraint Design (RedCD)*.

Os objetivos fundamentais desta dissertação consistiram na recolha de informação sobre estas metodologias, sobre as suas vantagens e desvantagens e na compilação de algumas recomendações de aplicação e de escolha entre uma e outra. Adicionalmente, pretendeu-se também dar algum enquadramento a ambas na Teoria Axiomática de Projeto

2 *MINIMUM CONSTRAINT DESIGN*

O *Minimum Constraint Design (MinCD)* é uma metodologia de Projeto em engenharia mecânica que assenta no princípio de que, ao projetar, é ideal que se reduza ao máximo os constrangimentos em todos os componentes de um sistema ou montagem final.

É apresentado pela primeira vez em 1890 por Gauss como “Princípio do Constrangimento Mínimo” num artigo chamado “*Über ein neues Grundgesetz der Mechanik*” [2], e são várias as nomenclaturas empregues por diferentes autores para se referirem a esta metodologia. Michael French designa-a por “*Kinematic Design*” em “*Invention and Evolution: Design in Nature and Engineering*” e enuncia-a da seguinte forma: “Ao guiar-se um corpo relativamente a outro, deve-se fazê-lo usando o número mínimo de constrangimentos necessários” [3]. Há também quem se refira a esta metodologia pela designação “*Exact Constraint Design*”, sendo o caso de autores como e Jonh McLeod e Douglass Blanding [4]. Neste documento, usar-se-á a nomenclatura “*Minimum Constraint Design*”, abreviada para *MinCD*, como usada por Lawrence Kamm em “*Designing Cost-Efficient Mechanisms*” [5].

Esta metodologia tem sido aplicada principalmente na área de projeto e de produção de instrumentos de medida e de máquinas de grande precisão, por permitir precisão extrema, maior previsibilidade na performance e deformações/distorções infinitesimais dos componentes. Contudo, pode ser também tremendamente útil no projeto de um grande número de mecanismos e estruturas. Aos mais interessados pelas raízes e desenvolvimento desta metodologia recomenda-se a leitura da obra “*Precision Engineering: An Evolutionary View*” de Chris Evans [6].

2.1 Definição

Quando enunciado na sua forma mais pura, segundo Lawrence Kamm, o *MinCD* estipula que apoios e ligações entre dois corpos devem ser feitos apenas em pontos e com o menor número de pontos necessários para que se atinja o desempenho desejado. Ou seja, aplica-se o número mínimo de constrangimentos necessários, permitindo-se apenas os graus de liberdade desejado e não mais que esses.

Em “*General Considerations Concerning Scientific Apparatus*”, James Maxwell define que o número de constrangimentos mecânicos aplicados a um componente crítico de um instrumento científico deve ser de número igual a seis menos o número de graus de liberdade que esse componente precisa de ter [4].

Ou seja:

$$C = 6 - l \tag{2.1}$$

onde “C” é igual ao número de constrangimentos não redundantes e “l” é igual ao número de graus de liberdade pretendidos.

Um exemplo de aplicação empregue com muita frequência para uma introdução ao tema é o de um banco com três pés. Neste caso particular, o banco suporta o seu peso e a carga nele aplicada com o número mínimo de apoios que assegura estabilidade. Isto permite que, contrariamente ao caso de uma cadeira de quatro pernas, o banco não baloíce, independentemente de variações no comprimento dos seus pés ou da irregularidade do solo. No caso da cadeira, é desejável que o comprimento dos seus pés seja o mais semelhante possível e é ainda necessária alguma deformação elástica durante a utilização para que todos os apoios entrem em contacto com o solo. Este exemplo da cadeira de quatro pernas é um caso de *Redundant Constraint Design*, que será abordado mais à frente.

2.1.1 Definição de sobreconstrangimento

De forma simplificada, pode dizer-se que se verifica sobreconstrangimento sempre que dois constrangimentos aplicados num corpo atuam numa mesma linha de aplicação, como se apresenta na Figura 2.1. Isto pode provocar problemas na montagem sempre que haja pequenas variações nas dimensões das peças produzidas. Mesmo que se tenha isto em conta e se empreguem métodos de montagem como perfuração e fixação no momento da montagem e/ou se aplique às peças em causa o toleranciamento necessário, é possível que mesmo assim surjam problemas. Problemas estes que são devidos à acumulação e transmissão de tensões residuais e que podem agravar com o acréscimo de fatores como variações de temperatura e consequente expansão e contração dos materiais [4].

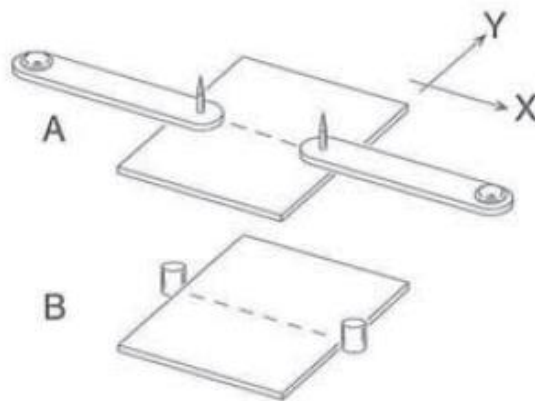


Figura 2.1 – Exemplo de dois casos de sobreconstrangimento.
Retirado de [4].

2.1.2 Forças de assentamento

Em certas situações, é necessária a aplicação de uma força exterior para que um corpo fique devidamente constrangido. Esta força deve ser de uma magnitude tal que permita que o contacto seja assegurado independentemente de deslocamentos segundo os graus de liberdade permitidos ao sistema e independentemente de qualquer carga a que o sistema possa ser sujeito [4]. Autores como Douglass Blanding designam estas forças por “*Nesting forces*” e autores como Lawrence Kamm designam-nas por “*Seating forces*”. Neste documento, dando-se preferência a uma designação em Português, a designação preferida é “Forças de Assentamento”.

As Forças de Assentamento podem ser do tipo gravítico, centrífugo, magnético, ou aplicadas por pressão hidráulica ou pneumática, molas lineares ou de torsão, ou até mesmo por ligações aparafusadas ou rebitadas. É preciso referir que no caso de aplicação de uma força de assentamento através de ligações aparafusadas, há também a introdução de torques de fricção devido ao processo de aperto. Para uma aplicação rigorosa do *MinCD* é necessário que nestas ligações se incluam também molas. Estas molas, apertadas entre as cabeças de parafuso/porcas e a superfície do componente são responsáveis pela transmissão da força de assentamento.

2.1.3 Exemplo de aplicação do *MinCD*

Para ilustrar um caso de aplicação do *MinCD*, apresenta-se de seguida um exemplo apresentado por Lawrence Kamm [5]. Trata-se de uma solução obtida para o encaixe de um pote de solda num local de difícil acesso e que está representada na Figura 2.2. Esta peça teria que ser montada manualmente, num procedimento realizado de forma frequente por um trabalhador semiquilificado e num lugar de difícil acesso. Todas as tolerâncias são grosseiras.

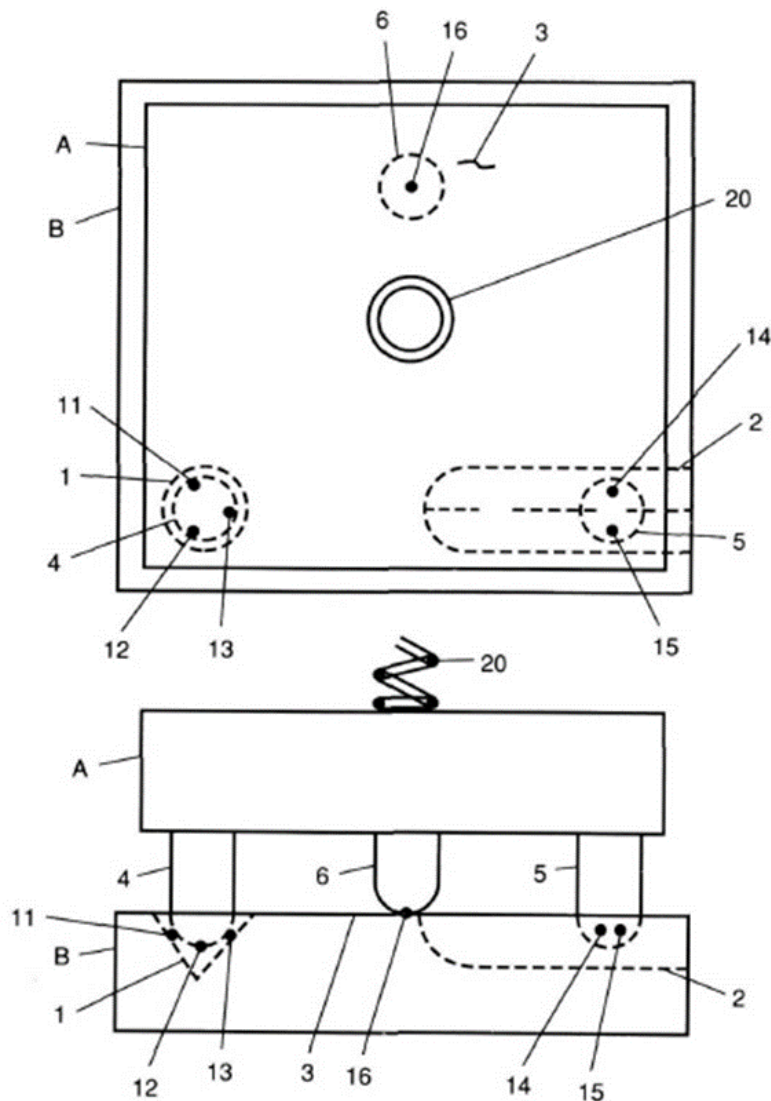


Figura 2.2 - Aplicação do *MinCD* ao suporte de um pote de solda. Retirado de [5].

A forma como todos os graus de liberdade ficam restringidos explica-se facilmente da seguinte forma:

- O bloco A apoia-se no bloco B.
- O bloco B possui um furo cónico, designado por 1, um entalhe de secção em forma de V, designado por 2, e uma área plana, designada por 3.
- O bloco A possui três apoios, 4, 5 e 6, todos eles com uma extremidade semiesférica.
- O apoio 4 contacta com o bloco B no furo cónico. Uma vez que nem o apoio nem o furo são formas matematicamente perfeitas, o contacto é feito em três pontos, 11, 12 e 13. Note-se que estes três não são definidos pelo projetista, dependem meramente do acabamento superficial de ambos sem que isso condicione o correto posicionamento.

- O apoio 4 contacta com o bloco B no furo cónico. Uma vez que nem o apoio nem o furo são formas matematicamente perfeitas, o contacto é feito em três pontos, 11, 12 e 13. Note-se que estes três não são definidos pelo projetista, dependem meramente do acabamento superficial de ambos sem que isso condicione o correto posicionamento.
- Com o apoio nestes três pontos, já se assegura três constrangimentos, todos eles de movimento linear. O bloco A fica impedido de se movimentar em X, Y e Z.
- O apoio 5 contacta o entalhe 2 em dois pontos, 14 e 15. Tem-se agora mais dois constrangimentos, ambos de rotação, um que impede rotação em torno de Y e outro que impede rotação em torno de Z.
- O apoio 6 contacta o bloco B na área de superfície plana 3, no ponto 16. Acrescentando este último apoio, o bloco A passa a ficar impedido de rodar em torno de X ficando totalmente constrangido em todos os seus graus de liberdade.

De notar que numa abordagem ainda mais pura do *MinCD*, ou seja, tentando garantir ao máximo que os contactos se dão em pontos, o furo 1 teria que ter uma forma de pirâmide de três lados perfeitamente planos. Nesse caso, o apoio 4 apoiar-se-ia invariavelmente em três pontos, cada um deles numa das faces do furo. Como na realidade este purismo na aplicação da metodologia não traz vantagens e um furo piramidal é mais difícil de obter, preferiu-se o furo de forma cónica.

É de realçar também que o correto constrangimento do pote de solda é dependente de uma força de assentamento, força esta que neste caso é exercida pela gravidade e/ou por uma mola, designada na figura por 20.

2.1.4 Teste de sobreconstrangimento

Kamm apresenta também um teste que consiste num pequeno exercício mental que facilmente ajuda a discernir se um corpo tem mais constrangimentos do que os estritamente necessários. Este teste pode ser aplicado ao caso apresentado no exemplo anterior e é um exercício relevante para o desenvolvimento de uma maior sensibilidade e capacidade de identificação de casos em que se verifica sobreconstrangimento. O exercício consiste em imaginar que o corpo em causa se desconecta de um dos seus apoios, um a um, contrariando a força de assentamento. Se ao fazer-se isto, o corpo recupera os graus de liberdade constrangidos pelo apoio desconectado então considera-se que não há sobreconstrangimento.

2.2 Vantagens do *MinCD*

Quando aplicado corretamente, o *MinCD* permite obter sistemas cujo bom funcionamento e desempenho não depende da produção de peças com tolerâncias apertadas nem de fatores como as variações de temperatura ou pequenos erros de produção. Isto vem facilitar todo o processo de produção, montagem e desmontagem e de permitir que grande parte dos processos de produção possam ser desempenhados por mão de obra semiqualficada. Também se suprime a necessidade de processos de maqui-nação de grande precisão.

O resultado final são sistemas mecânicos de fácil montagem, nos quais não se verificam esforços residuais nem distorções, e sem quaisquer folgas indesejadas ou prisões ao longo dos percursos percorridos pelas suas peças móveis. Além disto, como o número de constrangimentos é mínimo, obtém-se estruturas estaticamente determinadas nas quais é possível calcular os esforços pelas equações de equilíbrio.

Posto isto, é fácil concluir que o *MinCD* permite a obtenção de sistemas mais fáceis de produzir, mais fiáveis, com menores necessidades de manutenção e menos dependentes de fatores que provocam incertezas geométricas nas peças produzidas. Tudo isto se traduz numa significativa redução dos custos associados à produção e manutenção do produto final.

2.3 Desvantagens do *MinCD*

Apesar de todos os potenciais benefícios que o emprego desta metodologia de projeto pode trazer, não são todos os casos em que a sua utilização é preferível, pelo menos na sua forma mais pura. Uma vez que os apoios e ligações são feitos apenas em pontos, cuja área teoricamente é nula, geram-se tensões muito elevadas em torno dos mesmos, especialmente quando se lida com cargas de valor elevado. Na realidade, quando isto acontece, os materiais acabam por se deformar até que as tensões atinjam valores mais reduzidos e se atinja um equilíbrio, passando as cargas a ser transmitidas através de áreas de superfície finitas. Pode afirmar-se que este fenómeno se observa sempre, variando apenas a escala a que ocorre, o que está correto. Contudo, para aplicações em que se justifique utilizar o *MinCD* na sua forma pura, este é um fenómeno que pode ser desprezado.

Outra limitação à aplicação do *MinCD* é o facto de que, na realidade, os materiais são elásticos e as suas deformações têm que ser especialmente tidas em conta quando se trata de casos com componentes de dimensões consideráveis e com cargas distribuídas. Nestes casos, usar apenas os apoios estritamente necessários segundo o *MinCD* pode não ser a melhor opção.

É preciso afirmar também que também em muitos outros casos o *MinCD* não é necessariamente a melhor opção. Voltando ao exemplo que compara o banco de três pés à cadeira de quatro pernas,

verifica-se que apesar de o banco não oscilar nem depender da precisão do comprimento dos seus pés e/ou da irregularidade do solo, a cadeira (se bem projetada) oferece uma maior estabilidade. As cadeiras utilizadas em escritórios possuem cinco pés, ou mais, precisamente para potenciar o fator estabilidade. Numa comparação análoga, pode dizer-se também que um veículo de quatro rodas possui mais estabilidade que um veículo de três rodas, como é o caso de um triciclo motorizado.

Outro exemplo simples e pertinente de um caso em que o *MinCD* não é ideal é o caso de rolamentos de esferas. Aplicando-se o *MinCD*, o resultado final seria um rolamento com apenas três esferas e esta solução implicaria maiores dimensões do rolamento e maior desgaste das esferas, entre outros inconvenientes.

2.4 Grau de pureza de aplicação do *MinCD*

Ao aplicar-se o *MinCD* a um caso particular, é importante verificar se se justifica fazê-lo de forma pura ou se é conveniente fazer algumas cedências no seu “grau de pureza”. Estas cedências são normalmente feitas em prol de uma redução dos custos, redução de tensões de funcionamento (e consequente aumento da fiabilidade) ou de outras considerações. Cabe ao projetista decidir até que ponto se justifica manter um certo grau de pureza e o quão disposto está o mesmo para aumentar os custos para o conseguir.

Caso se faça uma análise mais cuidada ao caso do banco de três pés, o que se verifica é que na realidade cada um dos três apoios acrescenta também (até certo ponto) duas forças de atrito, em x e y . Na verdade, o banco está de certa forma sobreconstrangido com a presença destas seis forças de atrito mas na prática estas forças não são relevantes porque os pés deslizam ligeiramente até chegarem a uma posição em que estas forças de sobreconstrangimento tomam valores muito reduzidos.

Se se pretendesse aplicar o *MinCD* de forma pura, o resultado final seria um banco com um pé de apoio num ponto, um pé de apoio numa roda com movimento de rotação em torno de um eixo perpendicular a uma linha que passe por estes dois apoios e, por fim, um outro pé apoiado numa roda articulada, como representado na Figura 2.3. Este é um caso particular em que se pode verificar aplicação do *MinCD* com um elevado grau de pureza sem que o trabalho e os custos acrescidos se justifiquem para a grande maioria das aplicações.

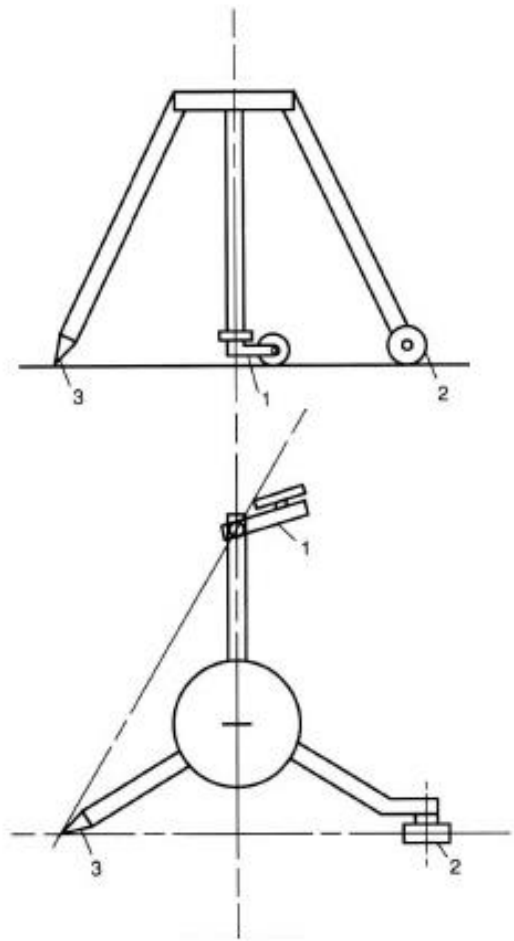


Figura 2.3 – Solução obtida para um banco de três pés com aplicação do *MinCD* com elevada pureza.

Adaptado de [5].

2.5 *Semi-MinCD*

Como se pôde perceber com o exemplo anterior, ao aplicar-se o *MinCD* a um caso particular, é importante verificar se se justifica fazê-lo de forma pura ou se é conveniente fazer algumas cedências no seu “grau de pureza”. Se ao invés de se utilizar pontos de contacto se usar áreas de contacto finitas, diz-se que se emprega *Semi-MinCD*. Estas cedências são normalmente feitas em prol de uma redução dos custos, redução de tensões de funcionamento (e conseqüente aumento da fiabilidade) ou de outras considerações. Cabe ao projetista decidir até que ponto se justifica manter um certo grau de pureza e o quão disposto está o mesmo para aumentar os custos para o conseguir.

Uma forma muito comum de aplicação do *Semi-MinCD* são situações em que se utiliza *Matched Sets* num projeto. Como se explicará melhor mais à frente, *Matched Sets* são pares ou conjuntos de

componentes que conseguem ser facilmente produzidos com elevada precisão, como é o caso de veios e rolamentos de esferas.

2.6 *Minimum Constraint Design* e corpos flexíveis

Todos os corpos físicos possuem um certo grau de elasticidade. Contudo, para certas aplicações, pode-se considerar que as deformações elásticas em causa são de uma dimensão tal que se torna aceitável classificá-las como irrelevantes e desprezáveis. Normalmente, as aplicações mais comuns do *MinCD* são situações deste tipo. Porém, há outras situações em que a flexibilidade dos materiais é bastante relevante para a abordagem ao problema. É o caso de corpos de grandes dimensões ou com formas finas e/ou alongadas. Estes corpos são caracterizados como “corpos flexíveis”. Quando tal se verifica, a metodologia de projeto mais empregue é o *Redundant Constraint Design*. Contudo, em certas circunstâncias é possível manter uma abordagem segundo o *Minimum Constraint design*.

Para a aplicação do *MinCD* em corpos flexíveis, Kamm estipula que se considera que um corpo flexível está constringido de forma mínima se, além dos constringimentos mínimos necessários para assegurar o seu correto posicionamento, o corpo está também sujeito a outros constringimentos que não imponham quaisquer forças que não aquelas que permitam impedir ou corrigir deformações elásticas do mesmo, independentemente do seu número. O nome que Kamm dá a este tipo de constringimentos é “*forming constraints*”, que em Português se podem chamar “constringimentos de forma”. Ou seja, aplica-se o número mínimo de constringimentos que asseguram o correto posicionamento do corpo e/ou o bloqueio dos graus de liberdade não desejados e acrescenta-se outros tantos que garantam que o corpo não se deforma elasticamente e altera a sua forma, os constringimentos de forma.

É o caso de mesas de maquinação de maiores dimensões, cuja deformação aceitável deve ser de apenas centésimas de milímetro quando sujeitas simultaneamente ao seu peso e a cargas de elevado valor. Além do seu correto posicionamento, é necessário colocar vários apoios extensíveis, calços e cunhas ao longo do seu comprimento para melhor suportar todas estas cargas sem que deformações elásticas inaceitáveis ocorram.

De notar que isto não se trata de *RedCD* porque cada um dos constringimentos de forma aplica uma força e cumpre a sua função sem interferir com os outros, permitindo também uma melhor distribuição dos esforços, como se pode observar com o exemplo prático que será dado pelo exemplo seguinte.

Um exemplo bastante pertinente para ajudar a compreender como o *MinCD* se aplica a corpos flexíveis é o que será agora apresentado na Figura 2.4. Trata-se um carro com um dispositivo de fixação para inspeção de um avião. Se a peça estrutural com que o carro é feito fosse grossa o suficiente para

que a sua rigidez necessária fosse atingida e o mesmo não deformasse, o carro não caberia no espaço disponível.

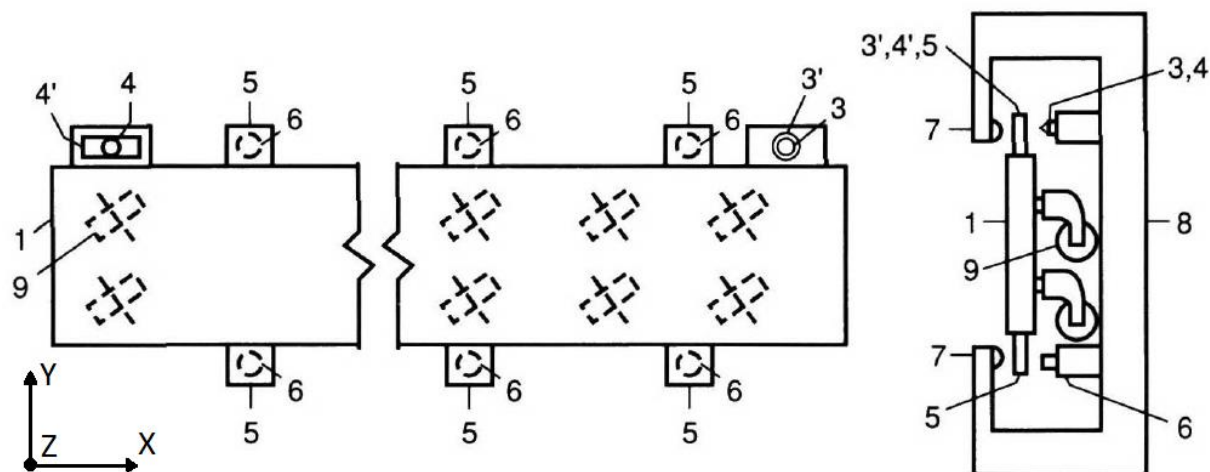


Figura 2.4 – Exemplo de *MinCD* em corpos flexíveis, um carro de inspeção de aviões. Adaptado de [5].

Para solucionar o problema, permitiu-se que a estrutura se mantivesse flexível e apoiou-se a mesma num número redundante de rodas articuladas. Quando o carro chega aproximadamente à posição desejada na máquina de inspeção, representada pelo número 8, cilindros pneumáticos estendem dois pinos cónicos, 3 e 4. O pino 3 estende-se através de um furo, 3', de diâmetro igual ao próprio pino. O pino 4 estende-se através de um entalhe de largura igual ao seu diâmetro, 4'. Com isto, o carro fica impossibilitado de se mover horizontalmente, tendo os graus de liberdade de movimento linear segundo x e y e de rotação segundo z restringidos. De seguida, vários cilindros pneumáticos, 6, elevam as extremidades 5, até um conjunto de batentes 7, situados na máquina de inspeção. Desta forma, o carro é elevado até ao plano estabelecido pelos batentes, ficando devidamente posicionado e constringido sem que se verifique deformação indesejada ao longo do seu comprimento. Neste caso, os contactos entre o carro e os batentes, forçados pelos cilindros pneumáticos, constituem os constringimentos de forma.

De notar que neste caso particular, como em outros deste tipo, a ordem com que os constringimentos são aplicados é de grande importância para que o posicionamento e devido constringimento seja assegurado.

2.7 Algumas considerações sobre *MinCD* e Elasticidade

Como se pode concluir após esta introdução à forma de como o *MinCD* se aplica a corpos considerados flexíveis, a verdadeira essência e o objetivo fundamental do *MinCD* não é necessariamente reduzir o número de apoios e constringimentos físicos mas sim evitar casos de sobreconstringimento.

Pode surgir alguma confusão ao comparar-se este último exemplo com outro caso em que se verifique aplicação do *RedCD*, uma vez que em ambas as situações existe um número redundante de apoios. Contudo, é importante salientar que quando se aplica o *MinCD* a corpos flexíveis o objetivo é reduzir ou impedir deformações elásticas, sempre com cuidado para que os constrangimentos de forma aplicados não interfiram uns com os outros nem com os constrangimentos de posicionamento e de bloqueio de graus de liberdade. Já no caso do *RedCD*, é necessário que ocorra deformação elástica para que todos os constrangimentos possam atuar em simultâneo. Voltando novamente ao caso de *RedCD* da cadeira de quatro pernas, pode-se verificar que é necessária uma ligeira deformação elástica para que todos os apoios contactem o solo. Ou seja, pode dizer-se que com o *MinCD* em corpos flexíveis a redundância evita deformação elástica e com o *RedCD* há dependência dela.

3 EXEMPLOS RELEVANTES DE APLICAÇÃO DO *MINIMUM CONSTRAINT DESIGN*

Neste capítulo são apresentados dois casos práticos que exemplificam de uma forma simples como o *MinCD* pode ser aplicado na indústria para se obter soluções económicas e com ótima performance.

3.1 Mecanismo de movimento linear

O primeiro exemplo de aplicação é apresentado pela Figura 3.1 e consiste num mecanismo de movimento linear concebido por Kamm [5]. Este mecanismo é muito útil pela aplicabilidade que tem em módulos de robôs ou em sistemas nos quais seja necessário implementar movimento linear com elevada repetibilidade.

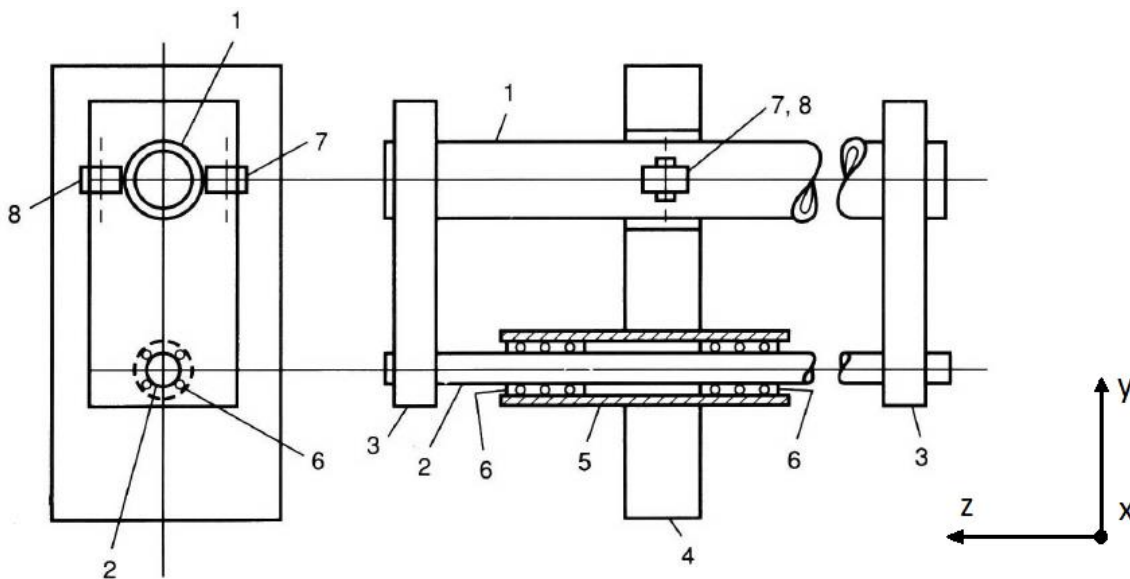


Figura 3.1 – Mecanismo de movimento linear. Adaptado de [5].

Este mecanismo é constituído por uma parte que é estacionária e outra que executa o movimento pretendido. Esta estrutura estacionária é apoiada e serve para guiar o movimento, sendo constituída por um tubo em aço, 1, por um veio de precisão em aço duro, 2, e dois elementos de ligação, 3, todos eles rigidamente ligados. O tubo e o veio devem ter os seus eixos alinhados de forma a que se encontrem paralelos um ao outro, sem que seja necessário muito cuidado no seu alinhamento para que se atinja elevada precisão geométrica. A parte móvel é constituída por uma estrutura em forma de caixa, 4, à qual é soldado um tubo em aço, 5. Este tubo é soldado de forma a trespassar a caixa e, estando rigidamente ligado ao ela, guia-a durante todo o movimento, deslizando ele próprio ao longo do veio em aço duro, 2. A correta ligação entre este tubo 5 e o veio 2, de forma a que um deslize sobre o outro de forma

desejada, é assegurada através de dois rolamentos de esferas autocompensadores, 6. Adicionalmente, a caixa 4 é também guiada pelo tubo 1 através de dois rolamentos. O rolamento 7 é fixo à caixa e desliza ao longo de um dos lados do tubo 1. O rolamento 8 é montado à caixa através de uma mola e desliza ao longo do outro lado do veio 1. Esta mola, e a força de assentamento por ela provocada, permite compensar pequenas variações na superfície do tubo 1 e no seu diâmetro.

Os rolamentos 6 e o veio 2 constroem o movimento linear em X e Y e de rotação em torno de X e Y. Os rolamentos 7 e 8, em contacto com o tubo de aço 1, constroem o movimento de rotação em torno de Z. O único grau de liberdade que se mantém é o grau de liberdade do movimento linear ao longo do eixo Z. Este grau de liberdade é o que permite o movimento linear pretendido e o único constrangimento que pode ter é o do motor ou cilindro pneumático responsável pelo movimento.

Com este mecanismo, mesmo que o tubo de aço 1 e o veio de precisão 2 se encontrem ligeiramente desalinhados e os seus eixos não sejam perfeitamente paralelos, o máximo que pode acontecer é que na realidade o movimento linear será um movimento com uma ligeira hélice. Para a aplicação em causa, isto é algo que até dado ponto não se considera grave uma vez que para a maior parte das aplicações, nos percursos feitos por robôs o fator mais importante é a repetibilidade.

A solução final obtida é económica, simples, de fácil produção e permite um movimento sem qualquer folga indesejada ou prisão. É de salientar que o veio 2 e os rolamentos de esferas autocompensadores 6 constituem um *matched set*, havendo por isso alguma cedência no grau de pureza de aplicação do *MinCD*. Neste caso, compensa fazer esta cedência porque a mesma não incorre em reduções dos níveis de performance desejáveis. Como se trata de um *matched set* comercial, é possível comprar estas componentes já produzidas e devidamente projetadas para o nível de precisão necessário.

3.2 Veios em cadeia

O caso apresentado de seguida consiste numa solução obtida para situações em que é necessário um veio rotativo com grande comprimento. Um dos problemas que se podem verificar nestas circunstâncias é, que devido ao seu comprimento, o veio precisa de ser apoiado em vários rolamentos para impedir problemas resultantes da sua deformação sob o seu próprio peso, ou fenómenos de varejamento e deflexão durante a sua rotação. Ao apoiar-se um veio em mais que dois rolamentos tem-se uma situação de *RedCD*, ou seja, é necessário prestar-se muita atenção a fatores como o alinhamento preciso do veio com todos os rolamentos e a rigidez de toda a estrutura de suporte.

Na figura 3.2 apresenta-se uma solução obtida por aplicação do *MinCD* e que consiste em dividir o veio em várias secções. Cada uma destas secções é ligada à seguinte através de uma ligação universal

(ou ligação-U), 2, e apoiada num rolamento, 1. A última destas secções é a única que se apoia em dois rolamentos. Apresenta-se também uma imagem de uma ligação universal na Figura 3.3.

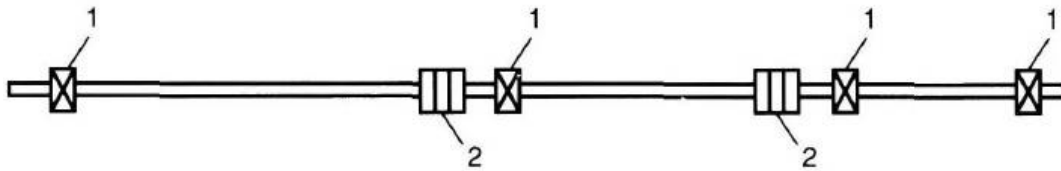


Figura 3.2 – Veios em cadeia. Retirado de [5].



Figura 3.3 – Ligação universal. Retirado de [8].

Ligando as várias secções em que o veio original foi dividido com ligações universais garante-se que a transmissão de movimento de rotação é assegurada sem que seja necessário o alinhamento total dos eixos dos veios ligados. Assim, pequenas deflexões dos veios não acarretam problemas no funcionamento do sistema. Além disso, poupa-se tempo e reduzem-se os custos ao evitar-se que seja necessária grande precisão no alinhamento dos veios e rolamentos.

4 *REDUNDANT CONSTRAINT DESIGN*

4.1 Definição e Princípio da Elasticidade

Como o próprio nome indica, ao projetar-se com a metodologia de *Redundant Constraint Design*, lida-se com apoios e constrangimentos redundantes. É o caso da cadeira de quatro pernas enunciado anteriormente por oposição ao banco de três pés. Por outras palavras, pode dizer-se que se projeta com *RedCD* quando não se projeta com uma abordagem de *MinCD*, pelo que o cuidado com fatores como a variabilidade/incerteza geométrica, o toleranciamento e a elasticidade dos materiais é muito importante. O *MinCD* e o *RedCD* possuem uma relação de complementaridade de aplicações, pelo que surgem muitas vezes comparados um ao outro.

Michael French refere-se a esta metodologia pelo nome “*Elastic Design*” e define, para casos com redundância de constrangimentos, o princípio da elasticidade: “Em caso de disputa, que seja uma disputa desigual na qual o perdedor não saia lesado” [4]. Michael French acompanha este princípio com um exemplo simples que o ilustra de forma clara. Imagine-se um homem que, para segurar as suas calças, usa simultaneamente cinto e suspensórios de couro. Ao debruçar-se para a frente, e assumindo que existe atrito entre os suspensórios e os seus ombros, verifica-se um aumento de tensão na secção dos suspensórios em contacto com as costas. Este aumento de tensão é transmitido ao cinto. Nesta situação, há a possibilidade de falha pois tanto o cinto pode alargar e reduzir o seu aperto como os suspensórios se podem libertar do cinto. Caso ambas as situações ocorram, ao voltar a endireitar-se já nada suportará as calças do indivíduo.

A solução apresentada por Michael French para este exemplo é simplesmente conferir elasticidade suficiente aos suspensórios, substituindo o seu material, para que os mesmos possam deformar quando sujeitos a este aumento de tensão sem que ocorra falha.

4.2 Vantagens do *Redundant Constraint Design*

4.2.1 Deformação para montagem

Esta é uma metodologia muito útil, particularmente para casos particulares em que a deformação dos materiais é útil para um melhor desempenho. Um bom exemplo são as ligações flangeadas entre dois tubos, as quais são montadas com um número redundante de parafusos, como se apresenta na Figura 4.1, cujo aperto contribui para uma ligeira deformação das flanges, deformação esta que contribui para uma ligação mais estanque. Outro exemplo é a ligação de cabeças de motor, ou cabeças de cilindro, ao bloco do motor. É uma ligação feita com um número redundante de elementos de ligação pela mesma

razão que no caso das ligações flangeadas entre tubos, ou seja, garantir melhor contacto entre as superfícies ligadas [3].



Figura 4.1 – Ligação flangeada. Retirado de [9].

4.2.2 Deformação necessária ao funcionamento

Muitos produtos e sistemas dependem particularmente da elasticidade dos materiais na sua operação. É o caso de diafragmas de instrumentos de medição, discos de ruptura, de instrumentos acionados por molas, instrumentos musicais, etc. Na grande maioria destes casos são necessárias ligações redundantes.

4.2.3 Melhor distribuição de esforços

O *RedCD* pode ser muito útil para casos em que é necessária uma melhor distribuição de cargas. Numa solução em que se empregue o número mínimo de apoios necessário, as cargas aplicadas nestes pontos serão mais elevadas do que num caso em que haja um número de apoios redundante. Para muitas aplicações, pode ser mais indicado optar pela segunda opção.

4.2.4 Estabilidade

Como já foi dito, no caso de comparação entre o banco de três pés e a cadeira de quatro pernas, um maior número de apoios confere maior estabilidade (caso se possa garantir o contacto em todos os apoios). É devido a este fator que cadeiras de escritório possuem cinco ou mais apoios. Para aplicações em que se pretenda potenciar a estabilidade de uma estrutura ou sistema pode ser preferível empregar um número redundante de apoios. Um outro exemplo que se pode dar é a comparação entre um veículo de quatro rodas e um triciclo motorizado, o veículo de quatro rodas terá sempre uma maior estabilidade.

A estabilidade de um corpo apoiado em vários pés pode ser medida pela distância mínima que o vetor da força de assentamento se pode deslocar sem cruzar uma linha imaginária que une dois apoios consecutivos, como se apresenta na Figura 4.2.

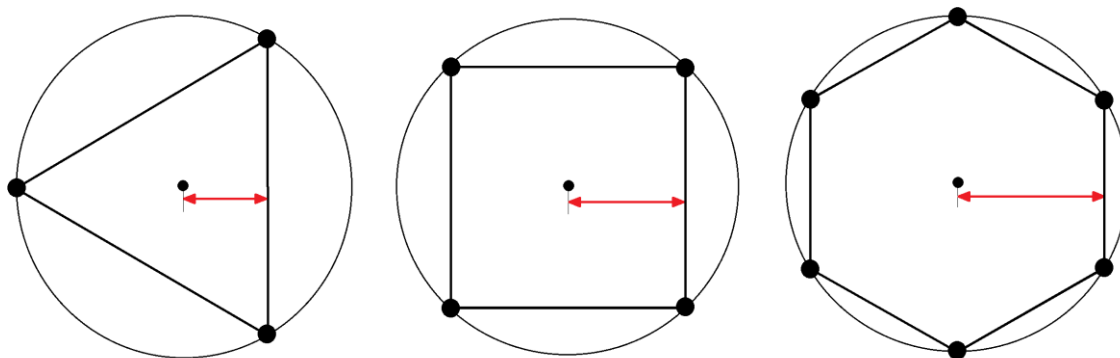


Figura 4.2 – Aumento da estabilidade com o aumento do número de apoios.

4.2.5 Segurança

Para algumas aplicações, é desejável que haja redundância em componentes ou subsistemas considerados críticos. Isto garante que o sistema pode continuar a desempenhar a sua função mesmo em situações de falha, o que é especialmente importante para sistemas em que a segurança seja uma prioridade. Em casos específicos em que a redundância seja desejável nos constrangimentos de um componente devido ao fator segurança, deve ser aplicada a metodologia de *RedCD*.

4.3 Desvantagens do *Redundant Constraint Design* e causas de problemas de produção

Estruturas e sistemas projetados por *RedCD* têm logo à partida a desvantagem de serem estatisticamente indeterminados, ou seja, os esforços e tensões nos seus componentes não podem ser calculados apenas pelas equações de equilíbrio da estática. É necessário considerar também equações que tenham em consideração as deformações e a compatibilidade geométrica dos corpos.. Além disto, durante a fase de produção é expectável que algumas das peças e componentes não se liguem sem que alguma dificuldade seja encontrada. Verifica-se também que, por vezes, componentes móveis oscilam demasiado ao longo do seu percurso por percorrerem regiões demasiado folgadas ou demasiado apertadas. Ainda outro problema que se pode verificar é a perda de aperto nas ligações após um ciclo de desmontagem e remontagem.

Em antecipação a estes problemas são necessários estudos de dimensão, toleranciamentos e ajustes de folga e aperto para que o sistema final se possa montar corretamente e funcionar devidamente. Para certos casos também se justifica a aplicação de métodos de produção como *Selective Assembly* e *Matched Manufacturing*.

São várias as causas de problemas de produção e apresenta-se de seguida algumas das mais relevantes.

4.3.1 Variabilidade entre as peças produzidas

É incomportável aplicar toleranciamentos finos a todos os componentes que possam ter influência no desempenho final de um dado sistema, visto que tal acarretaria custos muito elevados. É, portanto, necessário fazer uma gestão cuidada no sentido de aplicar estas tolerâncias mais apertadas apenas aos componentes mais críticos, correndo-se algum “risco” na produção da maior parte das peças produzidas. Isto leva a que haja sempre um grau de variabilidade apreciável nas medidas e geometria da grande maioria das peças produzidas.

4.3.2 Tensões residuais após montagem

Devido à variabilidade entre as peças produzidas, por vezes é necessário forçar a montagem entre dois ou mais componentes para que estes se alinhem devidamente nas áreas de contacto. Isto acaba por ter como consequência uma acumulação de tensões residuais após a montagem, o que pode ser causa de falha prematura causada por elevadas pressões de contacto ou, em casos em que haja movimento, por fadiga dos materiais.

4.3.3 Influência indesejada de deformações durante a utilização

Durante a sua utilização, os componentes de um sistema podem deformar-se de forma tal que a sua deformação chegue a influenciar o seu desempenho. Durante o período de vida útil do sistema,

deformações elásticas e inelásticas podem ser causadas por picos de carga ou sobrecargas e as próprias peças podem variar ligeiramente a sua posição devido às folgas nas suas ligações. Variações de temperatura causam contração e expansão dos materiais, algo que pode ter ainda maior influência quando a temperatura varia de forma não uniforme ao longo de peças diferentes de um dado mecanismo. Isto é especialmente crítico quando se trata de máquinas e instrumentos de precisão. Produzir sistemas que não dependam destes fatores e possam sobreviver a certo tipo de danos acidentais provocados por impacto ou sobrecarga é uma das vantagens do *MinCD* [5].

Durante o seu período de vida útil, um sistema também sofrerá desgaste nas suas ligações. Este desgaste pode provocar alargamentos de folgas e ligeiros deslocamentos e desvios das posições corretas para o normal funcionamento dos componentes.

Contudo, há situações em que o desgaste pode ser benéfico. É o caso de rolamentos, uma vez que o desgaste acaba por se dar no sentido de, até certo ponto, tornar as áreas de contacto mais regulares e, assim, melhorar o desempenho.

4.4 Matched Sets

Como visto anteriormente, a utilização de *Matched Sets* é uma das formas mais comuns de *Semi-MinCD* e consiste na utilização de componentes cujas redundâncias nos constrangimentos das suas peças constituintes podem ser ignorados graças a uma combinação de grande precisão de fabrico, deformações elásticas ou inelásticas, desgaste benéfico e utilização de lubrificação, entre outros efeitos.

Um *Matched Set* é um componente produzido por *RedCD* que pode ser utilizado num sistema cuja metodologia de projeto a uma escala superior é o *MinCD*. Um bom exemplo é a utilização de rolamentos autocompensadores de esferas, como o que se apresenta na Figura 4.3. Estes rolamentos, apesar de possuírem mais esferas, e por isso, mais apoios do que o valor mínimo sugerido pelo *MinCD*, permitem que o veio neles montado possa manter, até certo ponto, todos os seus graus de liberdade de rotação.



Figura 4.3 – Rolamento de esferas autocompensador. Retirado de [10].

Existem muitos outros exemplos de *Matched Sets* sendo alguns deles:

- Um veio ligado a dois rolamentos lineares devidamente orientados.
- Uma esfera e o seu apoio esférico precisamente ajustado.
- Um par de superfícies planas que se alinham uma com a outra.
- Um rolamento de esferas linear e o seu veio.
- Sistema de guiamento por caminhos de rolamento, representado pela figura 4.4.



Figura 4.4 – Sistema de guiamento por caminhos de rolamento. Retirado de [11].

Empregando estes ou outros exemplos de *Matched Sets* num projeto cuja abordagem a um nível superior é de *MinCD*, incorre-se em cedências no grau de pureza de aplicação desta metodologia. Apesar disso, tem-se a vantagem de se evitar projetar e produzir um número acrescido de peças e componentes que permitam desempenhar a função desempenhada pelo *Matched Set*. Os *Matched Sets* são produzidos com elevada precisão e estão disponíveis para compra no mercado o que faz com que, dependendo dos casos, se possa obter de uma solução mais económica e menos complexa com a sua utilização.

5 EXEMPLOS RELEVANTES DE APLICAÇÃO DO *REDUNDANT CONSTRAINT DESIGN*

Projetos em que se verifica *RedCD* são muito comuns. Como já foi referido, o seu sucesso depende bastante do correto toleranciamento das peças e componentes e de métodos de produção com precisão e em muitos casos poderiam ser melhorados aplicando a metodologia de *MinCD*. Contudo, apresentam-se de seguida dois casos práticos em que a aplicação do *RedCD* é desejável e recomendada. Apesar de esta metodologia ser amplamente empregue, há situações em que existe de facto uma motivação acrescida para o fazer.

5.1 Variação de disposição de aplicação de carga nas rodas e engrenagens de uma carruagem

O primeiro exemplo, apresentado nas figuras 5.1 e 5.2, consiste num mecanismo de ligação e locomoção de uma pequena carruagem, 11. A pista sobre a qual esta carruagem se move, 1, é constituída por uma sequência de cremalheiras alinhadas com um ligeiro espaçamento entre cada uma, 14, de forma a que a distribuição dos dentes seja uniforme em todo o seu comprimento. Isto acontece porque a pista tem que ter um comprimento considerável e as cremalheiras são normalmente produzidas em comprimentos relativamente curtos. Esta pista encontra-se ligada a uma estrutura de suporte fixa, 8, através de ligações aparafusadas com parafusos, 9, e espaçadores, 10. A carruagem liga-se a esta pista apoiando-se em duas rodas, 12, que contactam a parte lisa da pista (superior), e por duas engrenagens, 2 e 3, que se ligam a duas rodas dentadas, 4 e 5, que por sua vez se ligam à parte dentada (inferior) das cremalheiras que constituem a pista. Todo o sistema de engrenagens é protegido de poeiras com as proteções 6 e 7 e pela estrutura de cobertura, 13. O que se pretende conseguir com esta solução é evitar que haja separação física entre a pista e as cremalheiras, uma vez que ao haver uma pista à parte das cremalheiras qualquer variação de paralelismo entre as duas resultaria em problemas provocados pela variação no entrosamento das rodas dentadas com as cremalheiras. Além disso, mesmo que haja pequenas variações na linearidade da pista o entrosamento entre os dentes das cremalheiras e das rodas dentadas mantém-se uniforme, sendo esta configuração das rodas e das engrenagens um caso de *MinCD*.

Contudo, à parte da configuração das rodas e engrenagens, também se tomou a decisão de que ambas se dispusessem em número redundante em cada secção apoiada da carruagem. Esta decisão já implica *RedCD* e é tomada devido ao facto de haver variações na forma de como as cargas aplicadas nas rodas e engrenagens são distribuídas sempre que cada roda e roda dentada passa pelo espaçamento entre as cremalheiras. Colocando-se um número redundante de rodas, o peso da carruagem que se distribuiria por duas rodas passa a ser suportado por um delas enquanto a outra deixa de contactar a pista. Isto ameniza ou evita o choque sentido quanto as rodas passam de uma cremalheira para outra [5].

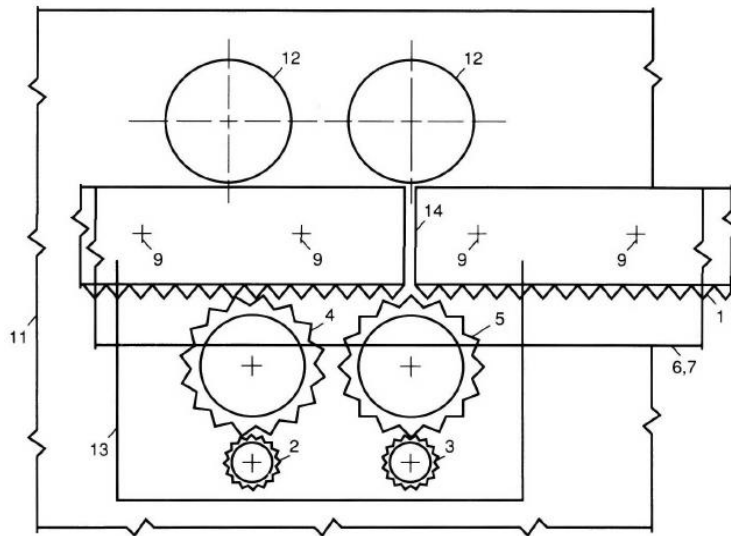


Figura 5.2 – Mecanismo de rodas e engrenagens para locomoção de uma carruagem. Retirado de [5].

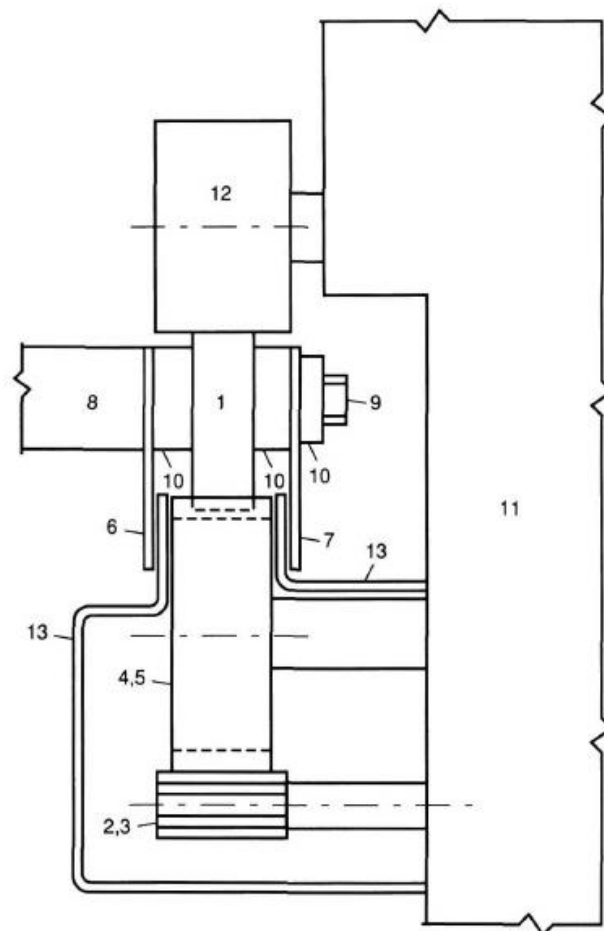


Figura 5.1 Vista lateral do mecanismo de rodas e engrenagens para locomoção de uma carruagem. Retirado de [5]

5.2 Pontes estaiadas

Pontes estaiadas são um caso em que a metodologia de projeto aplicada é o *RedCD*, uma vez que o tabuleiro da ponte é suportado através de uma multiplicidade de ligações à torre de suporte por meio de cabos ou estais. Este tipo de pontes é muito comum, sendo um bom exemplar a Ponte Internacional Sobre o Rio Guadiana, representada na Figura 5.3.

Um maior número de suportes implica uma menor necessidade de uma construção muito rígida do tabuleiro da ponte. As primeiras pontes estaiadas modernas possuem menos estais porque a sua função era de apenas auxiliar a conferir alguma rigidez a toda a estrutura, ou seja, a maior parte da carga continuava a ser suportada pelo resto da estrutura. Mais tarde, com o avanço nos métodos de construção, as pontes estaiadas passaram a possuir um maior número de estais com menor espaçamento entre si. Esta mudança implica que os estais e a(s) torre(s) passam a ter um maior contributo para a rigidez global da estrutura, permitindo que os tabuleiros possam tomar formas mais esbeltas com secções menos robustas e, por isso, mais leves [12].



Figura 5.3 - Ponte Internacional Sobre o Rio Guadiana. Retirado de [13].

Como é o caso de todas as construções deste tipo, para esta solução são necessários estudos numéricos para uma correta análise às tensões e deformações que se venham a manifestar. É necessário que se tenha em conta o Princípio de Elasticidade, ou seja, que se confira elasticidade suficiente a pelo menos um dos componentes do sistema para que em caso de disputa, não ocorra falha. Neste caso específico, a estrutura da torre e/ou tabuleiro deve ter elasticidade suficiente para se deformarem de forma a comportar variações nas tensões dos estais de um lado e de outro da torre de suporte ou até mesmo entre estais do mesmo lado do tabuleiro. Este é um exemplo típico da situação em que, tratando-se de um projeto de grandes dimensões e havendo necessidade de suportar cargas distribuídas, o *RedCD* é claramente a opção a escolher.

6 INTRODUÇÃO À TEORIA AXIOMÁTICA DE PROJETO

A Teoria Axiomática de Projeto é uma teoria que surge na segunda metade do séc. XX, desenvolvida inicialmente por Nam Pyo Suh. O seu objetivo fulcral é conferir uma base metodológica à atividade de projetar em engenharia, base esta que possa ser ensinada e transmitida. Com a utilização da Teoria Axiomática, a atividade de projetar deixa de estar tão condicionada por fatores como a intuição e a experiência do projetista.

Esta teoria não oferece apenas diretrizes metodológicas ou aconselhamento de boas práticas. É considerada holística no sentido em que a sua abordagem ao tema é completa, pode aplicar-se a qualquer caso e dá também uma definição do que é Projeto, apresentando um modelo matemático do processo de projetar e oferece ainda critérios objetivos para avaliação e comparação de projetos diferentes.

6.1 Definição de Projeto

Segundo Suh, Projeto é definido como a interação entre o objetivo a atingir e a forma de como o projetista o pretende fazer. Simplificando, a atividade de projetar assenta na interação constante entre as questões “O quê?” e “Como?” e esta interação dá-se entre dois domínios contíguos de entre os seguintes quatro: Domínio do Consumidor, Domínio Funcional, Domínio Físico e Domínio de Processo.

6.1.1 Domínio do Cliente

O domínio do cliente diz respeito às necessidades do cliente (em inglês, *Customer Needs*, abreviado para CNs). Estas são as necessidades que o cliente deseja ver satisfeitas e os atributos que considera serem necessários ao produto final. O projetista deve ter em conta que nem sempre o cliente tem uma visão completa das suas reais necessidades e que as apresenta sem utilizar necessariamente uma linguagem técnica, objetiva e quantitativa.

6.1.2 Domínio Funcional

Neste domínio, as necessidades apresentadas pelo cliente são especificadas em termos de Requisitos Funcionais (em inglês, *Functional Requirements*, abreviado para FRs) e Constrangimentos (em inglês, *Constraints*, abreviado para Cs). O objetivo é alcançar uma especificação com o menor número de Requisitos Funcionais e de forma independente. Ou seja, idealmente, cada requisito funcional deve

ser independente de todos os outros. Isto é de uma importância fulcral para a Teoria Axiomática e é neste ponto que assenta o seu primeiro axioma, que será apresentado mais à frente.

Estes Requisitos Funcionais devem ser expressos tendo em conta os seguintes cuidados:

- Utilização de uma linguagem neutra, isto é, deve-se fazer apenas uma descrição das funções a serem desempenhadas.
- Esta descrição deve ser feita sob a forma de ações e de forma positiva.
- Quantificar expressamente, de forma mesurável ou na forma de um intervalo de valores, quando tal seja relevante e possível. Idealmente, deve-se procurar definir um valor alvo e uma gama de valores aceitáveis (tolerâncias) para cada FR.

Os Constrangimentos podem ser de uma natureza económica, social, ambiental, política ou técnica. Definem limites na procura de soluções possíveis e podem não ser independentes, ao contrário dos requisitos funcionais.

6.1.3 Domínio Físico

O Domínio Físico consiste na concepção e definição de Parâmetros de Projeto (em inglês, *Design Parameters*, abreviado para DPs). Estes são as especificações das características físicas da solução, podendo ser de forma, dimensão, material, etc.

6.1.4 Domínio de Processo

Este domínio engloba as Variáveis de Processo (em inglês, *Process Variables*, abreviado para PVs). Estas variáveis são os valores que descrevem os processos de realização do produto final, podendo ser de produção ou de implementação.

6.2 Processo de projetar

Ao projetar, o projetista tem a tarefa de fazer um desenvolvimento de informação de um domínio para o seguinte. Em inglês, esta tarefa tem o nome de *mapping*. A ideia subjacente é manter sempre a interação entre “O quê?” no domínio à esquerda e o “Como?” no domínio à direita, tal como se representa na Figura 6.1.

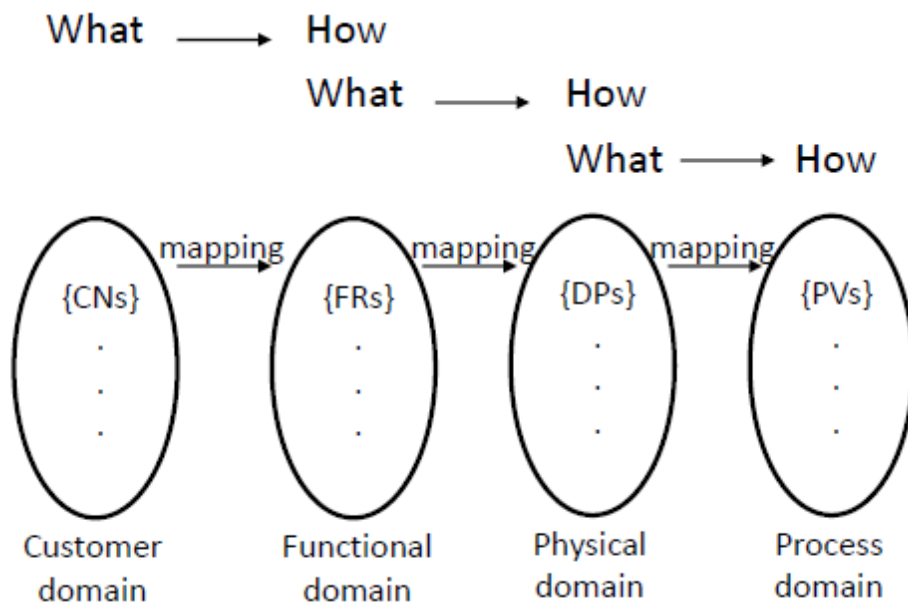


Figura 6.1 - Processo de projetar. Retirado de [1].

No nível seguinte, os “Como?”s são decompostos. Estes representam os “porquê?”s dos “O quê?”s e têm como nova solução outros “Como?”s. Esta decomposição, feita em forma de zigzag, e representada na Figura 6.2, vai continuando até se obter o nível de detalhe necessário e decisões tomadas em níveis superiores acarretam consequências para os níveis inferiores [1].

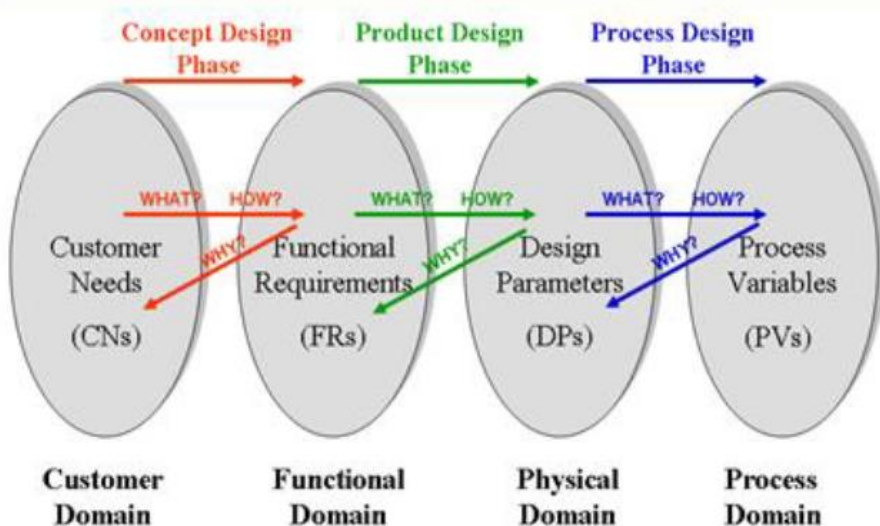


Figura 6.2 - Processo de projetar através do desenvolvimento de informação entre domínios. Retirado de [1].

Este processo pode ser representado pela equação:

$$\{FR\} = \{A\}\{DP\} \quad (6.1)$$

Nesta equação, $\{FR\}$ e $\{DP\}$ representam os vetores de FRs e DPs respectivamente e $[A]$ representa a matriz de projeto.

Se um dado DP_j afeta um determinado FR_i então $[A_{ij}]$ tem um valor não nulo. Caso contrário, o seu valor é zero. Ou seja:

$$A_{ij} = \frac{\partial FR_i}{\partial DP_j} \quad (6.2)$$

A informação em cada domínio deve ser decomposta e organizada segundo uma hierarquia que representa a arquitetura do projeto em cada domínio. No caso do domínio funcional, FRs de níveis superiores correspondem a tarefas a serem executadas, FRs de níveis intermédios correspondem a estratégias de projeto e FRs de níveis inferiores correspondem a requisitos de projeto e a sua decomposição faz-se como apresentado no exemplo da Figura 6.3.

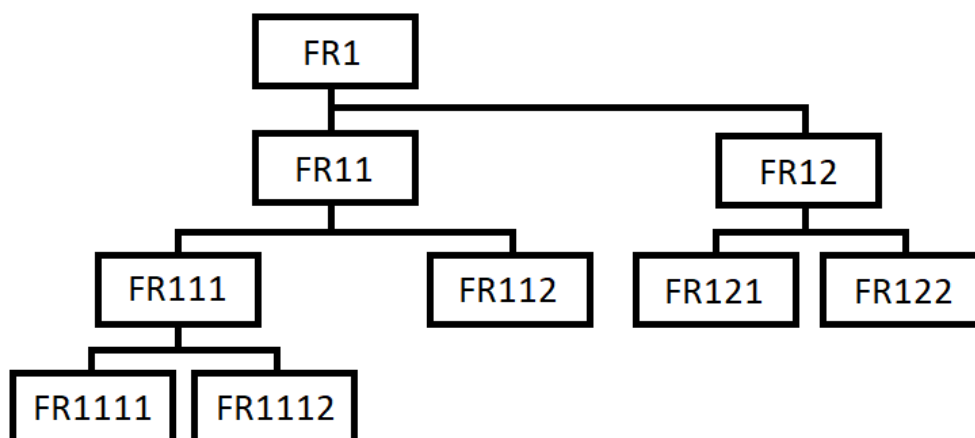


Figura 6.3 - Exemplo de decomposição da informação ao longo do domínio funcional.

6.3 Primeiro Axioma: Axioma da Independência

De acordo com o Axioma da Independência, todos os FRs devem ser definidos de forma independente e devem manter a sua independência ao definir-se os seus DPs. Desta forma é possível fazer alterações a um FR ou ajustes num DP a ele relacionado sem que isso afete também outros FRs. Ou seja, num caso ideal, um FR está relacionado apenas com um DP e esse DP não está relacionado a mais nenhum FR. Expresso de forma diferente, o Primeiro Axioma estipula que, idealmente, o número de FRs deve ser igual ao número de DP's e que cada DP se deve relacionar com um FR, uma vez que só se atinge independência de requisitos funcionais quando cada FR é ajustado por um único DP.

O objetivo é reduzir a complexidade do projeto, isto porque num projeto com interdependência de FRs qualquer tarefa de otimização dos mesmos e dos seus DPs pode revelar-se uma tarefa difícil ou mesmo impossível. Pior ainda, podem encontrar-se casos de conflito e contradições nos quais atingir os FRs não é de todo possível.

No exemplo seguinte, apresenta-se um caso no qual um DP está relacionado a um e apenas um FR. O que se verifica é que o FR_1 , sendo dependente de DP_1 , não depende de nenhum outro FR, uma vez que nenhum outro FR está relacionado com o DP_1 .

$$\left\{ \begin{array}{l} FR_1 \\ FR_2 \\ FR_3 \\ FR_4 \end{array} \right\} = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \left\{ \begin{array}{l} DP_1 \end{array} \right\} \quad \begin{array}{l} FR_1 = 2 * DP_1 \\ FR_2 = 0 * DP_1 \\ FR_3 = 0 * DP_1 \\ FR_4 = 0 * DP_1 \end{array} \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{l} FR_1 \neq f(FR_2) \\ FR_1 \neq f(FR_3) \\ FR_1 \neq f(FR_4) \end{array} \quad (6.3)$$

No próximo exemplo, verifica-se que tanto FR_1 como FR_2 dependem do DP_1 e a consequência disto é haver interdependência entre ambos.

$$\left\{ \begin{array}{l} FR_1 \\ FR_2 \\ FR_3 \\ FR_4 \end{array} \right\} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \left\{ \begin{array}{l} DP_1 \end{array} \right\} \quad \begin{array}{l} FR_1 = 2 * DP_1 \\ FR_2 = 1 * DP_1 \\ FR_3 = 0 * DP_1 \\ FR_4 = 0 * DP_1 \end{array} \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{l} FR_1 = f(FR_2) \\ FR_1 \neq f(FR_3) \\ FR_1 \neq f(FR_4) \end{array} \quad (6.4)$$

6.4 Classificação de Projetos

A Teoria Axiomática classifica projetos segundo as situações de independência ou interdependência que se verificam nos mesmos. Como dito anteriormente, num caso ideal, cada FR relaciona-se com um e apenas um DP, que por sua vez não se relaciona com mais nenhum FR. Nestes casos, o projeto designa-se por projeto desacoplado. Quando tal não se verifica, está-se perante o caso de um projeto redundante ou de um projeto acoplado.

Num projeto redundante, a cada FR corresponde mais que um DP.

$$\left\{ \begin{array}{l} FR_1 \\ \end{array} \right\} = \begin{bmatrix} \times \\ \times \end{bmatrix} \left\{ \begin{array}{l} DP_1 \\ DP_2 \end{array} \right\} \quad (6.5)$$

Num projeto acoplado, há DPs que se relacionam com mais que um FR.

$$\begin{Bmatrix} FR_1 \\ FR_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \times \\ \times \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} DP_1 \end{Bmatrix} \quad (6.6)$$

6.4.1 Projeto Desacoplado

Projetos desacoplados possuem matrizes de projeto diagonais e são projetos nos quais a alteração de um DP afeta apenas um único FR. Estes projetos são ideais e desejáveis.

$$\begin{Bmatrix} FR_1 \\ FR_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \times & 0 \\ 0 & \times \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} DP_1 \\ DP_2 \end{Bmatrix} \quad (6.7)$$

6.4.2 Projeto Desacoplável

Projetos desacopláveis possuem matrizes de projeto triangulares, superiores ou inferiores, e alterações num DP afetam o FR correspondente e todos os outros acima (no caso de se ter uma matriz de projeto triangular superior). Estes projetos são considerados aceitáveis e satisfatórios.

$$\begin{Bmatrix} FR_1 \\ FR_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \times & 0 \\ \times & \times \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} DP_1 \\ DP_2 \end{Bmatrix} \quad (6.8)$$

6.4.3 Projeto Acoplado

Projetos nos quais há dependência tanto acima como abaixo da diagonal da matriz de projeto são projetos acoplados. Alterações num DP podem afetar FRs em todo o sistema. Estes projetos não são considerados aceitáveis e devem ser evitados.

$$\begin{Bmatrix} FR_1 \\ FR_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \times & \times \\ \times & \times \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} DP_1 \\ DP_2 \end{Bmatrix} \quad (6.9)$$

Caso seja necessário lidar com projetos acoplados deve-se tentar otimizar o projeto. Tal pode ser conseguido aumentando os intervalos de valores aceitáveis nas tolerâncias, selecionando outro tipo de DPs, tentando redefinir as necessidades do consumidor e/ou constrangimentos e adicionando outros DPs de forma a alcançar independência de alguns [1].

6.5 Primeiros Teoremas

A Teoria Axiomática apresenta um vasto número de teoremas e corolários, apresentam-se em seguida os três primeiros teoremas.

6.5.1 Teorema 1:

Quando o número de DP's é inferior ao número de FR's, o projeto é acoplado ou então alguns FR's não podem ser satisfeitos [14].

6.5.2 Teorema 2:

Quando um projeto é acoplado devido a um número de DPs inferior ao número de FRs, é possível torná-lo desacoplável acrescentando novos DPs, igualando assim os seus números, se um subquadrante da matriz de projeto constitua uma matriz triangular [14].

6.5.3 Teorema 3:

Quando o número de DPs é superior ao número de FRs, o projeto é redundante redundante, o qual pode ser reduzido a um projeto desacoplado, a um projeto desacoplável ou a um projeto acoplado.

6.6 Segundo Axioma: Axioma da Informação

O Axioma da Informação enuncia que se deve minimizar o conteúdo de informação de um projeto. Entre dois projetos que satisfaçam os requisitos funcionais e se conformem ao Axioma da Independência, o melhor é aquele que tem menor conteúdo de informação. Quanto menor for o conteúdo de informação de um projeto, maior é a probabilidade de sucesso. Para projetos desacopláveis, o valor do conteúdo de informação é difícil de calcular e para projetos acoplados é impossível.

Para um dado FR tem-se o conteúdo de informação:

$$I_i = -\log_2(p_i) = \log_2\left(\frac{1}{p_i}\right) \quad (6.10)$$

onde p_i é a probabilidade de sucesso.

O conteúdo de informação total de um projeto desacoplado é dado por:

$$I_{total} = -\sum_{i=1}^n \log_2 p_i = -\log_2 \prod_{i=1}^n p_i = \sum_{i=1}^n I_i \quad (6.11)$$

Para se reduzir o conteúdo de informação, o projetista pode aumentar o intervalo das tolerâncias de projeto e tentar reduzir a sua complexidade e acoplamentos.

Este axioma é de especial relevância por tornar possível uma comparação e avaliação quantitativa de vários projetos. A sua abordagem é estatística e relevante para outras metodologias com *Robust Design*, *Quality function deployment* e Seis Sigma

7 TEORIA AXIOMÁTICA E REDUNDÂNCIA

Analisando projetos redundantes à luz da Teoria Axiomática, pode concluir-se que os mesmos são um caso especial no qual se verifica que o número de DP's é superior ao número de FR's. A redundância, contudo, é algo que se pode aplicar a várias vertentes de um projeto. Pode tratar-se de um projeto com sistemas redundantes que permitam executar a mesma tarefa de forma diferente, pode ser uma solução em que a redundância é implementada por razões de segurança para o caso de algum componente ou sistema falhar ou pode até trata-se apenas de um projeto no qual há redundância indesejada na forma de como as peças e componentes do sistema estão apoiadas/constrangidas. Independentemente do caso, é útil ter a capacidade de se analisar a situação de forma metódica, nem que seja só para a poder apresentar e analisar de forma mais clara e definida.

Para isso, a Teoria Axiomática de Projeto pode ser muito útil e é precisamente por isso que se apresenta agora uma explicação de como a mesma se aplica a casos de projetos com redundância. De notar que as conclusões e teoremas resultantes desta análise da redundância à luz da Teoria Axiomática têm também utilidade de aplicação para projetos com redundância de apoios, como é o caso de projetos com aplicação do *RedCD*, e é por isso mesmo que se apresentam também neste documento.

7.1 Aplicação da Teoria Axiomática a um caso particular de redundância

O caso particular que se apresenta, bem como a sua explicação, são retirados do artigo "*Tackling with Redundant Design Solutions Through Axiomatic Design*" [7]. Trata-se de uma grua articulada e com uma lança telescópica, como apresentado na figura 7.1. Note-se que a redundância que se verifica neste exemplo é do tipo funcional e não ao nível dos constrangimentos mas, como dito anteriormente, servirá para a exposição de algumas particularidades de projetos com redundância.

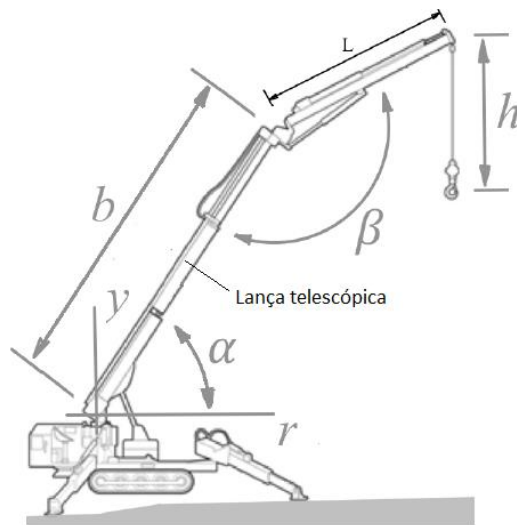


Figura 7.1 - Grua articulada com lança telescópica.
Adaptado de [6].

As coordenadas de posição (r,y) do gancho da grua podem ser calculadas pelas equações:

$$\begin{cases} r = b \cos \alpha - L \cos(\alpha + \beta) \\ y = b \sin \alpha - L \sin(\alpha + \beta) - h \end{cases} \quad (7.1)$$

em que b corresponde ao comprimento variável da lança telescópica, L é o valor fixo do comprimento da lança articulada, h corresponde ao comprimento variável do cabo ligado ao gancho, α é o ângulo formado entre a lança telescópica e o eixo r , e β é o ângulo formado entre a lança telescópica e a lança articulada.

Um dado par de coordenadas de posição (r,y) pode ser atingido manipulando os valores de b , h , α e β . Acontece que cada par de coordenadas de posição pode ser obtido com várias configurações diferentes destes parâmetros de disposição da grua. Devido a isto, diz-se que a grua pode ser classificada como cinematicamente redundante [7].

Segundo a Teoria Axiomática, a redundância pode ser definida como a capacidade de uma solução de projeto satisfazer os seus requisitos funcionais (FRs) através de um número de parâmetros de projeto (DPs) maior que o estritamente necessário. No caso desta grua, considera-se que os FRs são r e y e que os DPs são b , h , α e β . Ou seja, o projeto é de facto redundante uma vez que o número de DPs é superior ao número de FRs.

Contudo, o Teorema 3 da Teoria Axiomática indica que quando o número de DPs é superior ao número de FRs o projeto é redundante e, por isso mesmo, é importante saber como distinguir projetos redundantes desacoplados de projetos redundantes desacopláveis.

Para o caso desta grua, a equação de projeto é:

$$\begin{Bmatrix} r \\ y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} & 0 \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} & A_{24} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha \\ \beta \\ b \\ h \end{Bmatrix} \quad (7.2)$$

Onde:

$$\begin{aligned} A_{11} &= \frac{\partial r}{\partial \alpha} = -b \sin \alpha + L \sin(\alpha + \beta) & A_{21} &= \frac{\partial y}{\partial \alpha} = b \cos \alpha - L \cos(\alpha + \beta) \\ A_{12} &= \frac{\partial r}{\partial \beta} = L \sin(\alpha + \beta) & A_{22} &= \frac{\partial y}{\partial \beta} = -L \cos(\alpha + \beta) \\ A_{13} &= \frac{\partial r}{\partial b} = \cos \alpha & A_{23} &= \frac{\partial y}{\partial b} = \sin \alpha \\ A_{14} &= \frac{\partial r}{\partial h} = 0 & A_{24} &= \frac{\partial y}{\partial h} = -1, \end{aligned} \quad (7.3)$$

Ou seja, r e y são dados por:

$$\begin{cases} r = [-b \sin \alpha + L \sin(\alpha + \beta)]\alpha + [L \sin(\alpha + \beta)]\beta + b \cos \alpha \\ y = [b \cos \alpha - L \cos(\alpha + \beta)]\alpha - [L \cos(\alpha + \beta)]\beta + b \sin \alpha - h \end{cases} \quad (7.4)$$

Reduzindo, obtém-se:

$$\begin{cases} r = r(\alpha, \beta, b) \\ y = y(\alpha, \beta, b, h) \end{cases} \quad (7.5)$$

Este é um projeto desacoplável, como se podia concluir observando apenas a forma e disposição da matriz de projeto e notando que a mesma tem uma forma trapezoidal correspondente à forma de um trapézio rectângulo, como indica o Teorema R1 apresentado de seguida.

7.2 Teoremas da Teoria Axiomática relacionados com a Redundância

7.2.1 Teorema R1 e Projetos Redundantes Desacopláveis

O primeiro teorema da Teoria Axiomática que visa integrar o fator redundância ao corpo de conhecimento sistemático da mesma é o Teorema R1.

Teorema R1:

“Todos os projetos redundantes com matrizes de projeto com forma de trapézios retângulos correspondem a projetos desacopláveis.” [7].

Este teorema dá também origem a um corolário que é obtido analisando a matriz de projeto de forma romboide da equação (7.6). Sabendo que matrizes com formas romboides ou de rombo (losango) podem ser vistas como casos particulares de matrizes com forma de trapézio rectângulo, surge deste primeiro teorema o seu corolário.

$$\begin{Bmatrix} FR_1 \\ FR_2 \\ FR_3 \\ FR_4 \\ FR_5 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} & A_{14} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A_{22} & A_{23} & A_{24} & A_{25} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A_{33} & A_{34} & A_{35} & A_{36} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & A_{44} & A_{45} & A_{46} & A_{47} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & A_{55} & A_{56} & A_{57} & A_{58} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} DP_1 \\ DP_2 \\ DP_3 \\ DP_4 \\ DP_5 \\ DP_6 \\ DP_7 \\ DP_8 \end{Bmatrix} \quad (7.6)$$

Corolário:

“Todos os projetos cuja matriz de projeto tenha forma romboide ou de losango são projetos desacopláveis.”

Particularizando-se ainda mais, no caso de o projeto ter apenas dois FRs, há ainda a hipótese de que o mesmo se possa considerar “pseudo-desacoplado”. Isto porque, como apresentado de seguida, é possível bloquear os valores de todos os DPs que contribuam para mais que um FR e lidar depois com os DPs que sobram (cada um deles relacionado com apenas um FR).

Ou seja, a matriz de projeto da equação:

$$\begin{Bmatrix} FR_1 \\ FR_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} & A_{14} & 0 \\ 0 & A_{22} & A_{23} & A_{24} & A_{25} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} DP_1 \\ DP_2 \\ DP_3 \\ DP_4 \\ DP_5 \end{Bmatrix} \quad (7.7)$$

passa a ser simplificada para a matriz seguinte bloqueando-se DP_2 , DP_3 e DP_4 :

$$\begin{Bmatrix} FR_1 \\ FR_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & 0 \\ 0 & A_{25} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} DP_1 \\ DP_5 \end{Bmatrix} \quad (7.8)$$

Para se obter mais facilmente soluções para projetos desacopláveis como os apresentados anteriormente, é necessário seguir-se esta abordagem de bloquear DPs comuns a mais que um FR e ajustar os DPs relacionados a um único FR. Desta forma, o avanço da definição dos vários DPs vai-se fazendo segundo a lógica de ir considerando cada duas linhas da matriz de projeto como uma pequena matriz de um projeto “pseudo-desacoplado”, à semelhança do que se fez no caso das equações (7.7) e (7.8).

Pegando novamente no exemplo anterior do caso de uma matriz de projeto romboide da equação (7.6), a forma de solucionar o problema é sequencial e na seguinte ordem:

- Bloquear o DP_2 , o DP_3 e o DP_4 e ajustar o DP_1 e o DP_5 de forma a satisfazer FR_1 e FR_2 .
- Bloquear todos os DPs até ao DP_5 e ajustar o DP_6 de forma a satisfazer FR_3 .
- Bloquear todos os DPs até ao DP_6 e ajustar o DP_7 de forma a satisfazer FR_4 .
- Bloquear todos os DPs até ao DP_7 e ajustar o DP_8 de forma a satisfazer FR_5 .

7.2.2 Teorema R2 e Projetos Redundantes Desacoplados

Projetos redundantes desacoplados são facilmente identificáveis analisando as suas matrizes de projeto. Para tal, basta observar que os FRs dependem de um ou mais DPs mas cada DP está relacionado com apenas um único FR. Um exemplo desta situação é dado pela equação (7.9) e é deste caso que surge o segundo teorema da Teoria Axiomática aplicado à redundância.

$$\left\{ \begin{matrix} FR_1 \\ FR_2 \\ FR_3 \end{matrix} \right\} = \left[\begin{matrix} A_{11} & 0 & 0 & A_{14} & 0 & 0 & A_{17} & 0 \\ 0 & A_{22} & 0 & 0 & A_{25} & 0 & 0 & A_{28} \\ 0 & 0 & A_{33} & 0 & 0 & A_{36} & 0 & 0 \end{matrix} \right] \left\{ \begin{matrix} DP_1 \\ DP_2 \\ DP_3 \\ DP_4 \\ DP_5 \\ DP_6 \\ DP_7 \\ DP_8 \end{matrix} \right\} \quad (7.9)$$

Teorema R2:

“Projetos redundantes com matrizes constituídas por blocos diagonais contínuos são projetos desacoplados” [7].

Ainda analisando a matriz de projeto da equação (7.9) mas de outra perspectiva, obtém-se o corolário do Teorema R2, cuja aplicação em matrizes quadradas seria trivial (projetos desacoplados).

Corolário:

“Matrizes de projeto com apenas um elemento não nulo por coluna correspondem a projetos desacoplados” [7].

7.2.3 Restantes Teoremas relacionados com a redundância

Observe-se agora a matriz de projeto da equação seguinte:

$$\left\{ \begin{matrix} FR_1 \\ FR_2 \\ FR_3 \end{matrix} \right\} = \left[\begin{matrix} A_{11} & 0 & 0 & A_{14} & 0 & 0 & A_{17} & 0 \\ A_{21} & A_{22} & 0 & A_{24} & A_{25} & 0 & A_{27} & A_{28} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} & A_{34} & A_{35} & A_{36} & 0 & 0 \end{matrix} \right] \left\{ \begin{matrix} DP_1 \\ DP_2 \\ DP_3 \\ DP_4 \\ DP_5 \\ DP_6 \\ DP_7 \\ DP_8 \end{matrix} \right\} \quad (7.10)$$

Sabendo que esta matriz de projeto pode ser reduzida a uma matriz de projeto com forma de trapézio rectângulo, ao aplicar-se o Teorema R1 obtém-se o próximo teorema.

Teorema R3:

“Projetos redundantes com matrizes de projeto compostas por blocos triangulares contínuos são projetos desacopláveis.”

Sabendo que a conjugação de projetos desacoplados com projetos desacopláveis resulta na obtenção de projetos desacopláveis então, juntando o Teorema R2 ao Teorema R3, obtém-se o teorema seguinte.

Teorema R4:

“Projetos redundantes com matrizes de projetos constituídas por blocos diagonais e triangulares contínuos são projetos desacopláveis” [7].

Estes quatro primeiros teoremas são pertinentes por auxiliarem na identificação do tipo de projetos redundantes. Contudo, são também estes teoremas que permitem a obtenção de outros teoremas que facilitam a criação de projetos modulares, ou seja, projetos constituídos por vários subsistemas e com especial cuidado na conceção das interfaces entre os mesmos. O resultado final são sistemas maiores e com mais funcionalidade [7].

Considere-se agora as seguintes matrizes de projeto:

$$\begin{Bmatrix} FR_1 \\ FR_2 \\ FR_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & 0 & 0 \\ A_{21} & A_{22} & 0 \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} DP_1 \\ DP_2 \\ DP_3 \end{Bmatrix} \quad (7.11)$$

$$\begin{Bmatrix} FR_1 \\ FR_2 \\ FR_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{14} & 0 & 0 \\ A_{24} & A_{25} & 0 \\ A_{34} & A_{35} & A_{36} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} DP_4 \\ DP_5 \\ DP_6 \end{Bmatrix} \quad (7.12)$$

$$\begin{Bmatrix} FR_1 \\ FR_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{17} & 0 \\ A_{27} & A_{28} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} DP_7 \\ DP_8 \end{Bmatrix} \quad (7.13)$$

Estas matrizes, retiradas da equação (7.10) e observadas agora individualmente, correspondem todas a projetos desacopláveis. Sabendo que é a junção destas três matrizes de projeto que resulta na matriz de projeto da equação (7.10) e que há partilha dos mesmos FRs sem que haja partilha de DPs nas equações de projeto de cada uma, retira-se daqui o próximo teorema.

Teorema R5:

“A combinação de um número arbitrário de projetos desacopláveis com FRs comuns e DPs não partilhados entre si resulta também num projeto desacoplável.” [7]

De forma análoga, o mesmo se aplica para projetos desacoplados, caso explicitado pelo teorema seguinte.

Teorema R6:

“A combinação de um número arbitrário de projetos desacoplados com FRs comuns e DPs não partilhados entre si resulta também num projeto desacoplável.” [7]

Com o mesmo tipo de lógica aplicada na conjugação de matrizes de projetos desacopláveis (triangulares) com matrizes de projetos desacoplados (diagonais) para obtenção do teorema R4, obtém-se por fim o último teorema apresentado.

Teorema R7:

“A combinação de um número arbitrário de projetos desacoplados e desacopláveis com FRs comuns e DPs não partilhados entre si resulta num projeto desacoplável.” [7]

8 *MINIMUM CONSTRAINT DESIGN* À LUZ DA TEORIA AXIOMÁTICA

Pretendendo-se fazer uma análise do *MinCD* à luz da Teoria Axiomática, uma boa abordagem inicial é partir de um caso particular que não seja demasiadamente complexo, proceder-se à obtenção da sua matriz de projeto e fazer a sua análise. É isto que se faz no artigo “*The Minimum Constraint Design And The First Axiom*” [2].

Um dos casos particulares utilizados neste artigo é a aplicação de suportes a um transportador de parafuso sem-fim. Este transportador tem que ser apoiado nas suas extremidades de forma a garantir o seu correto posicionamento e rotação em torno do seu eixo. À primeira vista, o que parece ser necessário é restringir cinco dos seus graus de liberdade, deixando apenas livre o grau de liberdade de rotação axial. O parafuso sem fim em causa apresenta-se na Figura 8.1.

8.1 O Problema

Tratando-se de uma solução empregue num caso real, já é um dado adquirido que o projetista terá que contornar problemas associados a incertezas geométricas, pequenos defeitos de fabrico e elasticidade dos materiais. Por exemplo, não é possível garantir que o parafuso seja perfeitamente rectilíneo ou que os planos nos quais os seus apoios se encontram sejam perfeitamente coplanares. Para casos em que haja deflexão do parafuso e/ou desalinhamento entre os apoios, a montagem terá que ser forçada, o que implicará deformação dos materiais e presença de tensões residuais após a montagem.

8.2 Aplicação do *Minimum Constraint Design*

.Considerou-se que os FRs são as posições dos apoios A e B e que os DPs são os apoios nos mesmos. Restringindo-se todos os graus de liberdade, obtém-se a seguinte equação:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Posição de A} \\ \text{Posição de B} \end{array} \right\} = \begin{bmatrix} x & x \\ x & x \end{bmatrix} \left\{ \begin{array}{l} \text{Apoio em A} \\ \text{Apoio em B} \end{array} \right\} \quad (8.1)$$

Como se pode verificar, existe interdependência dos FRs e isto deve-se ao facto de a posição do ponto B depender da posição do ponto A (e vice-versa), uma vez que ambos são dependentes das reações nos apoios em A e B. Para explicitar esta situação de forma mais concreta, definem-se as posições em A e B através dos seus deslocamentos lineares e angulares, como representado na Figura 8.2.

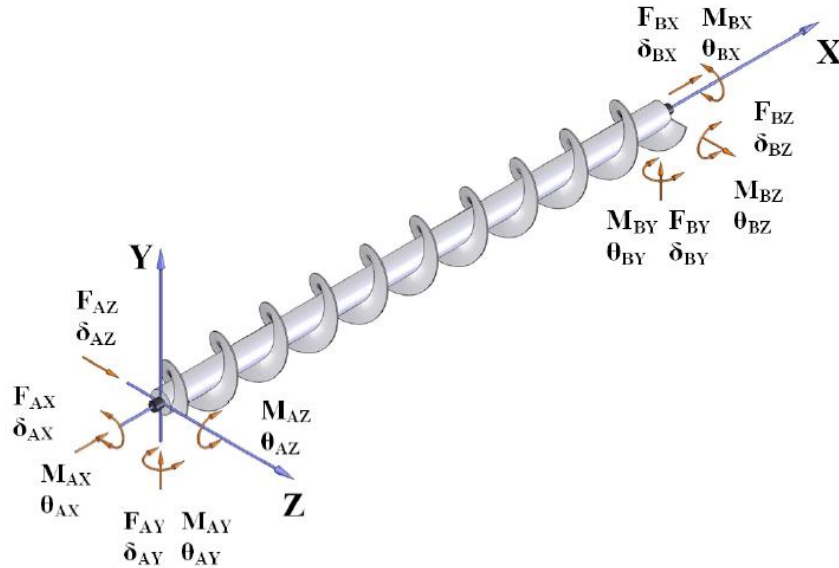


Figura 8.1 - Representação de todas as reações nos apoios do parafuso quando o mesmo se encontra totalmente constrangido. Retirado de [2].

$$\begin{Bmatrix} \delta_{AX} \\ \delta_{AY} \\ \delta_{AZ} \\ \theta_{AX} \\ \theta_{AY} \\ \theta_{AZ} \\ \delta_{BX} \\ \delta_{BY} \\ \delta_{BZ} \\ \theta_{BX} \\ \theta_{BY} \\ \theta_{BZ} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} X & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & X & 0 & 0 & 0 & X & X \\ 0 & X & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & X & 0 & 0 & 0 & X \\ 0 & 0 & X & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & X & 0 & X & 0 \\ 0 & 0 & 0 & X & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & X & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & X & 0 & 0 & 0 & X & 0 & X & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & X & 0 & X & 0 & 0 & 0 & X \\ X & 0 & 0 & 0 & X & X & X & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & X & 0 & 0 & 0 & X & 0 & X & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & X & 0 & X & 0 & 0 & 0 & X & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & X & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & X & 0 & 0 \\ 0 & 0 & X & 0 & X & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & X & 0 \\ 0 & X & 0 & 0 & 0 & X & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & X \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} F_{AX} \\ F_{AY} \\ F_{AZ} \\ M_{AX} \\ M_{AY} \\ M_{AZ} \\ F_{BX} \\ F_{BY} \\ F_{BZ} \\ M_{BX} \\ M_{BY} \\ M_{BZ} \end{Bmatrix}$$

Figura 8.2 - Representação matricial das equações de projeto. Note-se, destacado a vermelho e a título de exemplo, a dependência do deslocamento do ponto A segundo o eixo X, δ_{AX} , de F_{AX} , F_{BX} , M_{BY} e de M_{BZ} . Adaptado de [2].

Para o funcionamento pretendido, é necessário remover as reações nos apoios que restrinjam o movimento de rotação em torno do eixo X. Contudo, seguindo a metodologia de *MinCD*, o ideal é remover todas as restrições a movimentos de rotação nos apoios para que assim se possa colmatar os problemas de montagem provocados pelos desvios de alinhamento no parafuso e entre os próprios apoios. Tal pode ser conseguido apoiando-se o parafuso em rolamentos de esferas autocompensadores. Esta é uma solução que emprega *Matched Sets* (os rolamentos de esferas) sendo por isso um caso de *Semi-MinCD*. Para que também se possa compensar variações no comprimento do parafuso, provocadas por defeitos de fabrico ou alterações de temperatura, o apoio B deve possuir uma folga que permita deslocamento axial no ponto B. Desta forma, removendo-se as reações $M_{AX}, M_{AY}, M_{AZ}, F_{BX}, M_{BX}, M_{BY}$ e M_{BZ} , fica-se com linhas e colunas de valores nulos na matriz de projeto, como se apresenta na Figura 8.3. O resultado final é a eliminação da interdependência dos FRs. Removendo-se estas linhas e colunas obtém a equação matricial representada na Figura 8.5.

Na Figura 8.4 apresenta-se o parafuso, os seus constrangimentos, representados a vermelho, e os seus graus de liberdade, representados a verde.

$$\begin{Bmatrix} \delta_{AX} \\ \delta_{AY} \\ \delta_{AZ} \\ \theta_{AX} \\ \theta_{AY} \\ \theta_{AZ} \\ \delta_{BX} \\ \delta_{BY} \\ \delta_{BZ} \\ \theta_{BX} \\ \theta_{BY} \\ \theta_{BZ} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} X & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & X & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & X & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & X & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & X & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} F_{AX} \\ F_{AY} \\ F_{AZ} \\ M_{AX} \\ M_{AY} \\ M_{AZ} \\ F_{BX} \\ F_{BY} \\ F_{BZ} \\ M_{BX} \\ M_{BY} \\ M_{BZ} \end{Bmatrix}$$

Figura 8.3 Representação matricial das equações de projeto após a aplicação do MinCD. Retirado de [2].

Ou seja, a posição/deslocamento do ponto A passa a depender apenas do apoio em A e a posição do ponto B passa a depender apenas do apoio em B:

$$\begin{Bmatrix} \text{Posição de A} \\ \text{Posição de B} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} x & 0 \\ 0 & x \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \text{Apoio em A} \\ \text{Apoio em B} \end{Bmatrix} \quad (8.2)$$

Como se pode observar, a matriz de projeto é uma matriz diagonal e por isso conclui-se que a solução obtida por aplicação do *MinCD* constitui um projeto desacoplado na qual os esforços aplicados num dos apoios não têm influência no outro apoio. O parafuso fica apoiado de forma tal que as forças externas nele aplicadas podem ser calculadas pelas equações de equilíbrio.

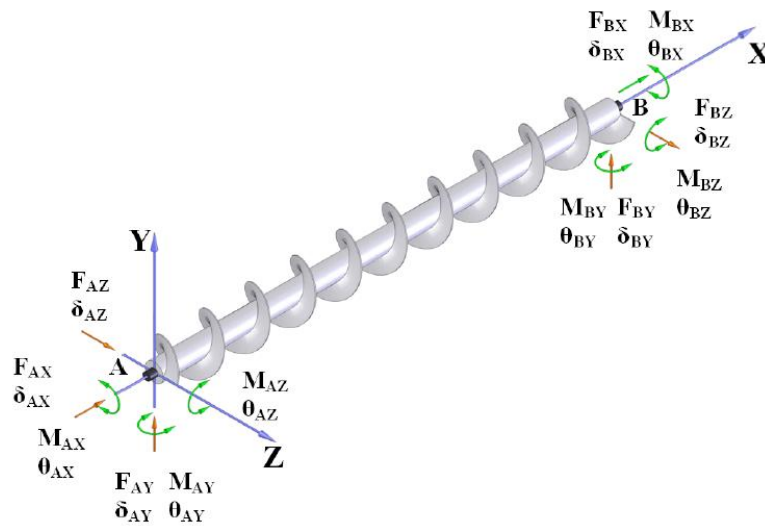


Figura 8.4 - Representação dos graus de liberdade e constrangimentos no parafuso após aplicação do MinCD. Retirado de [2].

$$\begin{Bmatrix} \delta_{AX} \\ \delta_{AY} \\ \delta_{AZ} \\ \delta_{BX} \\ \delta_{BY} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} X & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & X & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & X & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & X & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & X \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} F_{AX} \\ F_{AY} \\ F_{AZ} \\ F_{BX} \\ F_{BY} \end{Bmatrix}$$

Figura 8.5 - Matriz de projeto simplificada para o caso dos apoios aplicados através da aplicação do MinCD. Retirado de [2].

8.3 Conclusão do artigo

A conclusão final neste artigo é a de que o *MinCD* é uma metodologia muito relevante quando o objetivo é obter projetos desacoplados ou até mesmo converter projetos acoplados e desacopláveis em projetos desacoplados. O artigo também enuncia que o *Minimum Constraint Design* é um caso particular do Primeiro Axioma da Teoria Axiomática, neste caso relacionado com a forma de como um corpo deve ser constrangido e apoiado.

Como visto anteriormente, o Axioma da Independência defende que projetos ideais possuem FRs em número igual aos seus DPs e que se deve manter independência dos FRs, garantindo que cada DP se relaciona com apenas um FR, obtendo-se um projeto desacoplado. Contudo, mesmo quando se aplica *Minimum Constraint Design*, a classificação de um projeto como sendo desacoplado pode ser dependente da forma de como se explicita e define os constrangimentos desejados para um corpo, como se pode observar no exemplo seguinte.

8.4 Análise axiomática de casos de *MinCD*

Para continuar a analisar o *MinCD* à luz da Teoria Axiomática, procedeu-se à análise da matriz de projeto de mais um caso de aplicação da metodologia. Escolheu-se o caso do banco de três pés com aplicação de elevada pureza do *MinCD* devido à sua simplicidade, apresentado a Figura 8.6.. Relembrando, o apoio no ponto 1 é feito num ponto constrangido em x, y e z e o apoio no ponto 2 é feito sobre uma roda alinhada de forma a deslocar-se na direção de uma linha que liga o ponto 1 ao ponto 2. O apoio no ponto 3 é feito sobre uma roda articulada.

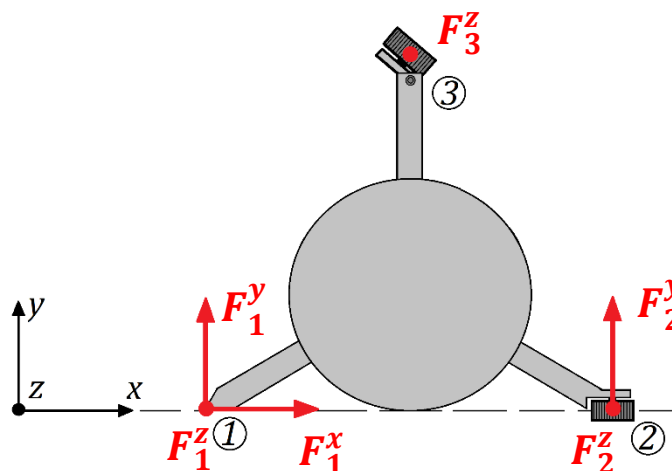


Figura 8.4 - Representação esquemática do banco de três pés com aplicação do *MinCD* com elevada pureza, vista de cima.

Para obter a equação de projeto que explicita o constrangimento do banco, definiram-se os requisitos funcionais como sendo os deslocamentos lineares e angulares no ponto 1. Ou seja, neste projeto pretende-se constranger totalmente o banco e, simultaneamente, a posição do ponto 1 deve ser assegurada com precisão. O resultado obtido apresenta-se na equação (8.3).

$$\begin{Bmatrix} \delta_1^x \\ \delta_1^y \\ \delta_1^z \\ \theta_1^x \\ \theta_1^y \\ \theta_1^z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} X & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & X & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & X & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & X \\ 0 & 0 & 0 & 0 & X & X \\ 0 & 0 & 0 & X & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} F_1^x \\ F_1^y \\ F_1^z \\ F_2^y \\ F_2^z \\ F_3^z \end{Bmatrix} \quad (8.3)$$

Alterando a ordem de θ_1^x com θ_1^z no vetor de FRs, o resultado fica:

$$\begin{Bmatrix} \delta_1^x \\ \delta_1^y \\ \delta_1^z \\ \theta_1^z \\ \theta_1^y \\ \theta_1^x \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} X & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & X & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & X & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & X & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & X & X \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & X \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} F_1^x \\ F_1^y \\ F_1^z \\ F_2^y \\ F_2^z \\ F_3^z \end{Bmatrix} \quad (8.4)$$

Como se pode observar na equação (8.4), a matriz de projeto é triangular, o que implica que este caso particular de aplicação do *Minimum Constraint Design* constitui um projeto desacoplável.

A conclusão que se retira é que nem sempre o *MinCD* conduz à obtenção de projetos desacoplados. Neste caso concreto, é a necessidade de garantir estabilidade do banco que impõe uma relação de interdependência dos três apoios. Esta interdependência leva a que na matriz de projeto obtida o deslocamento angular do ponto 1 em torno de y, θ_1^y , seja dependente de F_2^z e de F_3^z , o que torna o projeto desacoplável.

De notar que neste exemplo se desprezou a resistência à rotação em torno do eixo z oferecida pela roda do apoio 2, M_2^z . Isto fez-se para simplificação da análise. Caso de tivesse esta reação em conta, o projeto considerar-se-ia redundante mas continuaria a ser desacoplável e a sua matriz de projeto seria como se apresenta na equação (8.5).

$$\begin{Bmatrix} \delta_1^x \\ \delta_1^y \\ \delta_1^z \\ \theta_1^z \\ \theta_1^y \\ \theta_1^x \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} X & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & X \\ 0 & X & 0 & 0 & 0 & 0 & X \\ 0 & 0 & X & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & X & 0 & 0 & X \\ 0 & 0 & 0 & 0 & X & X & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & X & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} F_1^x \\ F_1^y \\ F_1^z \\ F_2^y \\ F_2^z \\ F_3^z \\ M_2^z \end{Bmatrix} \quad (8.5)$$

Isolando o fator “necessidade de estabilidade” e definindo os requisitos funcionais como sendo apenas o bloqueio dos graus de liberdade de deslocamento linear na direção do eixo z e de rotação em torno de x e y, o resultado é o mesmo, o resultado obtido é um banco apoiado apenas em rodas articuladas, como se representa na Figura 8.7. A equação de projeto obtida apresenta-se na equação (8.6).

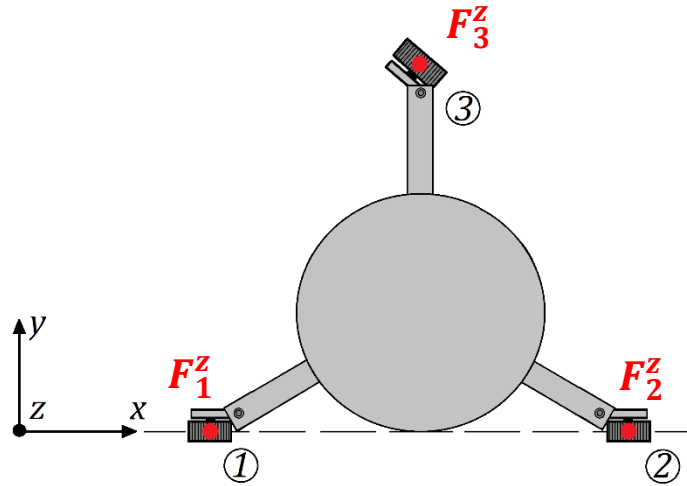


Figura 8.5 - Representação esquemática do banco de três pés apoiado apenas em rodas articuladas, vista de cima.

$$\begin{Bmatrix} \delta_1^z \\ \theta_1^x \\ \theta_1^y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} X & 0 & 0 \\ 0 & X & 0 \\ 0 & X & X \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} F_1^z \\ F_2^z \\ F_3^z \end{Bmatrix} \quad (8.6)$$

Mais uma vez, o que se obtém é uma matriz de projeto triangular e um projeto desacoplável.

Contudo, caso os deslocamentos angulares no ponto 1 não sejam requisitos funcionais, é possível enveredar por outra forma de olhar o problema. No caso seguinte, definiram-se os requisitos funcionais como sendo os deslocamentos lineares no ponto 1 em x, y e z, os deslocamentos lineares no ponto 2 em y e z e o deslocamento linear em z no ponto 3.

$$\begin{Bmatrix} \delta_1^x \\ \delta_1^y \\ \delta_1^z \\ \delta_2^y \\ \delta_2^z \\ \delta_3^z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} X & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & X & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & X & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & X & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & X & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & X \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} F_1^x \\ F_1^y \\ F_1^z \\ F_2^y \\ F_2^z \\ F_3^z \end{Bmatrix} \quad (8.7)$$

Como se pode observar na equação (8.7), apesar de os constrangimentos aos graus de liberdade do banco serem os mesmos, a forma de como estes são explicitados e definidos permite obter um projeto classificado como desacoplável, uma vez que a matriz de projeto obtida passa a ser triangular.

8.5 Análise axiomática de casos de *RedCD*

Para analisar casos de *RedCD* à luz da Teoria Axiomática, a decisão que se tomou passou também por escolher casos particulares com elevado grau de simplicidade. Para tal, pegou-se no exemplo do banco de três pés com aplicação pura do *MinCD* e introduziu-se redundância de duas formas diferentes, aumentando-se ainda mais o grau de redundância no terceiro caso.

8.5.1 Banco de três pés com constrangimento linear de todos os apoios em x, y e z

O primeiro caso de redundância consiste no constrangimento linear de todos os apoios em x, y e z. Esta situação encontra-se representada na Figura 8.8 e a respetiva equação de projeto apresenta-se na equação (8.8).

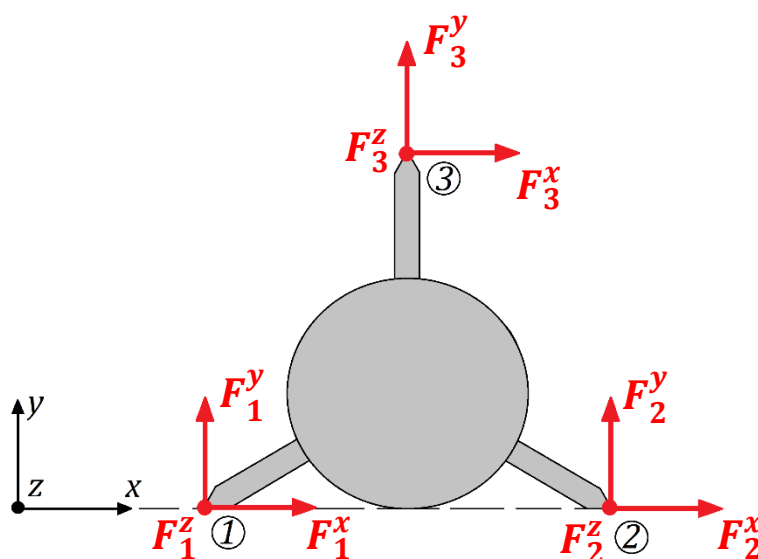


Figura 8.6 - Representação esquemática do banco de três pés com todos os apoios linearmente constrangidos, vista de cima.

$$\begin{Bmatrix} \delta_1^x \\ \delta_1^y \\ \delta_1^z \\ \theta_1^x \\ \theta_1^y \\ \theta_1^z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} X & 0 & 0 & X & 0 & 0 & X & 0 & 0 \\ 0 & X & 0 & 0 & X & 0 & 0 & X & 0 \\ 0 & 0 & X & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & X \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & X & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & X & 0 & X & X & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} F_1^x \\ F_1^y \\ F_1^z \\ F_2^x \\ F_2^y \\ F_2^z \\ F_3^x \\ F_3^y \\ F_3^z \end{Bmatrix} \quad (8.8)$$

Trocando a ordem de alguns FRs obtém-se:

$$\begin{Bmatrix} \delta_1^x \\ \delta_1^y \\ \delta_1^z \\ \theta_1^x \\ \theta_1^y \\ \theta_1^z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} X & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & X & 0 & X \\ 0 & X & 0 & 0 & 0 & X & 0 & X & 0 \\ 0 & 0 & X & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & X & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & X & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & X & X & X & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} F_1^x \\ F_1^y \\ F_1^z \\ F_3^z \\ F_2^z \\ F_2^y \\ F_3^x \\ F_3^y \\ F_2^x \end{Bmatrix} \quad (8.9)$$

Como se pode verificar na equação (8.9), a matriz de projeto tem forma de trapézio retângulo e por isso, segundo o Teorema R1 da Teoria Axiomática, o projeto é desacoplável.

8.5.2 Cadeira de quatro pernas

O segundo caso de redundância ao nível dos constrangimentos que foi analisado é o caso da cadeira de quatro rodas. O que se pretendeu fazer foi acrescentar redundância de forma gradual, pelo que se pegou na situação do banco de três pés com aplicação pura do *MinCD* e se acrescentou um novo apoio no ponto 4. Este apoio assenta também sobre uma roda articulada, como apresentado na Figura 8.9. A equação de projeto é dada pela equação (8.10).

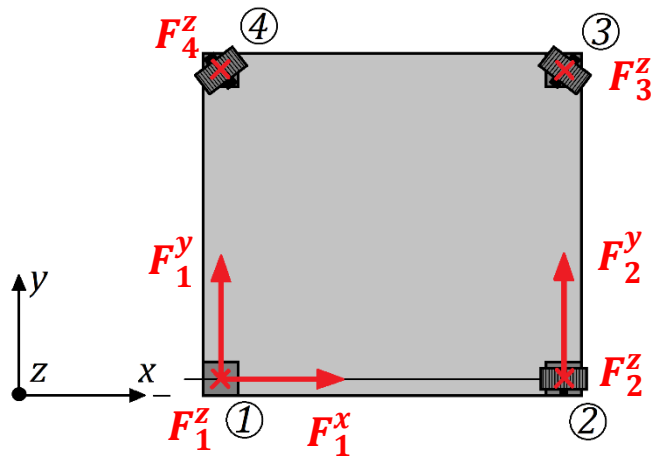


Figura 8.7 - Representação esquemática da cadeira de quatro pernas, vista de baixo.

Na equação (8.10) encontra-se representada a vermelho a relação entre o deslocamento linear segundo z do ponto 1, δ_1^z , e a força de contacto com o solo no ponto 3, F_3^z . Esta relação passa a existir com adição do novo apoio, passando a haver a possibilidade de a cadeira abanar, variando a forma como contacta o solo. Ou seja, pode dar-se o caso de a cadeira (manter contacto com o solo no ponto 2 e no ponto 4) oscilar entre o ponto 1 e o ponto 3, contactando o solo ora com um ora com outro.

$$\begin{Bmatrix} \delta_1^x \\ \delta_1^y \\ \delta_1^z \\ \theta_1^x \\ \theta_1^y \\ \theta_1^z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} X & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & X & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & X & 0 & 0 & X & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & X & X \\ 0 & 0 & 0 & 0 & X & X & 0 \\ 0 & 0 & 0 & X & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} F_1^x \\ F_1^y \\ F_1^z \\ F_2^y \\ F_2^z \\ F_3^z \\ F_4^z \end{Bmatrix} \quad (8.10)$$

Trocando a ordem de θ_1^x com θ_1^z no vetor de FRs obtém-se:

$$\begin{Bmatrix} \delta_1^x \\ \delta_1^y \\ \delta_1^z \\ \theta_1^z \\ \theta_1^y \\ \theta_1^x \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} X & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & X & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & X & 0 & 0 & X & 0 \\ 0 & 0 & 0 & X & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & X & X & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & X & X \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} F_1^x \\ F_1^y \\ F_1^z \\ F_2^y \\ F_2^z \\ F_3^z \\ F_4^z \end{Bmatrix} \quad (8.11)$$

Mais uma vez, obtém-se uma matriz de projeto com forma de trapézio retângulo e conclui-se que se trata de um projeto desacoplável.

8.5.1 Cadeira de quatro pernas com constrangimento linear de todos os apoios em x, y e z

Para aumentar o grau de redundância do caso da cadeira de quatro pernas anterior, analisou-se também o caso de uma cadeira de quatro pernas cujos apoios de encontram todos constrangidos em x, y e z, como apresentado na Figura 8.10. A equação de projeta é dada pela equação (8.12).

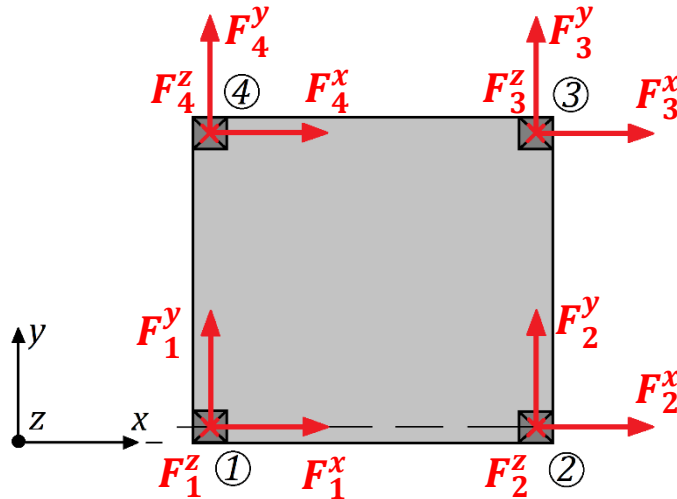


Figura 8.8 - Representação esquemática da cadeira de quatro pernas com todos os apoios constrangidos em x, y e z, vista de baixo.

$$\begin{Bmatrix} \delta_1^x \\ \delta_1^y \\ \delta_1^z \\ \theta_1^x \\ \theta_1^y \\ \theta_1^z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} X & 0 & 0 & X & 0 & 0 & X & 0 & 0 & X & 0 & 0 \\ 0 & X & 0 & 0 & X & 0 & 0 & X & 0 & 0 & X & 0 \\ 0 & 0 & X & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & X & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & X & 0 & 0 & X \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & X & 0 & 0 & X & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & X & 0 & X & X & 0 & X & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} F_1^x \\ F_1^y \\ F_1^z \\ F_2^x \\ F_2^y \\ F_2^z \\ F_3^x \\ F_3^y \\ F_3^z \\ F_4^x \\ F_4^y \\ F_4^z \end{Bmatrix} \quad (8.12)$$

Trocando a ordem de alguns FRs e DPs nos seus respectivos vetores obtém-se:

$$\begin{pmatrix} \delta_1^x \\ \delta_1^y \\ \delta_1^z \\ \theta_1^x \\ \theta_1^y \\ \theta_1^z \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} X & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & X & 0 & 0 & X & 0 & X \\ 0 & X & 0 & 0 & 0 & X & 0 & X & 0 & 0 & X & 0 \\ 0 & 0 & X & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & X & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & X & 0 & 0 & 0 & 0 & X & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & X & 0 & 0 & 0 & X & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & X & X & X & 0 & X & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} F_1^x \\ F_1^y \\ F_1^z \\ F_4^z \\ F_2^z \\ F_2^y \\ F_3^x \\ F_3^y \\ F_3^z \\ F_4^x \\ F_4^y \\ F_2^x \end{pmatrix} \quad (8.13)$$

Como a matriz de projeto da equação (8.13) tem forma de trapézio retângulo, segundo o Teorema R1, trata-se de um projeto desacoplável.

8.6 Conclusões sobre aplicabilidade da Teoria Axiomática na análise de constrangimentos e apoios

O que se conclui com esta análise é que, ao aplicar-se o *Minimum Constraint Design*, é possível obter projetos desacoplados. Contudo, a forma de como se define e explicita os constrangimentos aos graus de liberdade do corpo, ou seja, a forma de como se define que pontos de apoio se pretendem manter numa posição precisamente definida, pode ter influência na classificação do projeto como desacoplado ou desacoplável.

Também é importante referir que, na grande maioria dos casos analisados anteriormente, os requisitos funcionais foram definidos como sendo os constrangimentos da posição do ponto 1. Assumiu-se que apesar de os outros apoios possuírem forças de constrangimento a atuar neles, a sua posição precisa pode variar ligeiramente do que o que seria a sua posição nominal. Caso se pretendesse definir precisamente a posição de todos os apoios, em qualquer um dos casos analisados obter-se-ia projetos acoplados.

9 ORIENTAÇÕES PARA ESCOLHA DA METODOLOGIA DE PROJETO A APLICAR

A escolha da metodologia a projetar carece sempre de uma análise crítica ao caso prático que o projetista tem em mãos. É necessário ponderar esta escolha tendo em conta as necessidades que se pretende satisfazer e em que custos o projetista pode ou não incorrer para os satisfazer. Idealmente, é ainda necessário ir mais além e avaliar as várias soluções possíveis em relação a fatores como a sua executabilidade prática, antevendo que considerações menos óbvias são importantes a ter em conta.

Contudo, é possível explicitar alguns critérios que podem ser relevantes na escolha entre uma abordagem de *MinCD* e *RedCD*.

Situações em que normalmente se recomenda aplicação do *MinCD*:

- Quando é necessário grande precisão no posicionamento dos componentes do sistema.
- Quando se pretende evitar, se possível, toleranciamentos apertados.
- Quando a elasticidade dos materiais é desprezável.
- Quando é muito importante evitar/reduzir tensões residuais após a montagem.
- Quando se pretende evitar, se possível, processos de maquinaria de precisão.
- Quando o sistema tem que estar sujeito a oscilações de temperatura consideráveis, a ponto de a expansão e contração dos materiais poder constituir um problema funcional.
- Quando se pretende conseguir uma montagem rápida e fácil.
- Quando se pretende evitar que erros de produção como pequenas variações geométricas não sejam muito problemáticos.

Basicamente, a metodologia à qual se deve dar prioridade de implementação é quase sempre o *MinCD*. Contudo, a elasticidade dos materiais é o fator que logo à partida pode desencorajar uma abordagem segundo esta metodologia. Sempre que se a elasticidade dos materiais não possa ser desprezada, haja aplicação de cargas distribuídas em componentes de dimensão apreciável ou quando a deformação dos materiais dos componentes seja desejável para uma melhor montagem, nesses casos deve-se seguir o *RedCD*. Há também muitos outros casos nos quais o *RedCD* pode ser preferível, como quando se pretende suportar e apoiar uma estrutura com um número redundante de apoios para aumentar a sua estabilidade, ou até mesmo quando uma solução obtida por *MinCD* não acrescente valor e benefícios suficientes, a curto e a longo prazo, quando comparada a uma solução obtida por *RedCD*. Isto pode ser ainda mais decisivo caso a solução segundo o *MinCD* traga, na realidade, uma maior complexidade e/ou custo. Como dito anteriormente, o correto julgamento do projetista é também preponderante para uma boa escolha entre as duas metodologias.

10 CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

A partir do trabalho de pesquisa desenvolvido, é possível concluir que, no que concerne à forma como os componentes de um dado sistema se ligam e apoiam, há duas metodologias que se podem aplicar, o *Minimum Constraint Design* e o *Redundant Constraint Design*. De forma resumida, a aplicação da primeira passa por constranger/apoiar um corpo num número mínimo e suficiente de pontos enquanto que a aplicação da segunda consiste em constranger/apoiar um corpo num número redundante de apoios, o que implica sobreconstrangimento.

Estas duas metodologias são muitas vezes aplicadas de forma intuitiva, sem que o projetista as tenha presentes e claramente definidas nas suas cadeias de raciocínio. Outras vezes, já por influência da experiência prática, o projetista aplica-as, ainda que sem articular de forma objetiva e claramente definida estas metodologias. Ainda assim, considera-se muito importante que quem exerça a atividade de projetar esteja bem familiarizado com este tema e que na sua prática profissional saiba pensar objetivamente na possibilidade de aplicação de uma ou de outra, estando bem ciente da sua relação de complementaridade.

Considera-se perentório que a aplicação do *MinCD* oferece claras vantagens quando é aplicado num projeto e que é importante que se incuta no projetista o espírito crítico e a sensibilidade intuitiva de o tentar aplicar sempre que tal seja possível e justificado. Muitos projetos podem ser melhorados quando se procura, de forma criativa e ponderada, obter novas soluções segundo o *MinCD*. Como apresentado no capítulo 2 deste documento, são vários os benefícios da implementação desta metodologia. Reduz-se ou suprime-se a necessidade de toleranciamentos finos, de processos de produção como a de maquinação de precisão, obtém-se sistemas de fácil montagem e sem esforços residuais após a ligação dos vários componentes. Ao mesmo tempo, as soluções obtidas estão menos sujeitas a fatores que possam afetar o seu desempenho, como é o caso de pequenos erros de produção ou mesmo deformações provocadas por oscilações de temperatura ou por incidentes durante o período de vida útil do equipamento. Simultaneamente torna-se possível obter soluções com grande precisão de posicionamento e, em casos ideais, estruturas estaticamente determinadas.

Todavia, um fator especialmente importante na limitação da aplicabilidade do *MinCD* é a elasticidade dos materiais. Sempre que a elasticidade dos componentes de um sistema tome maior relevância, é aconselhado partir do pressuposto de que deve ser necessário algum grau de redundância nos seus apoios e ligações. Nesta condição, uma abordagem ao problema segundo o *RedCD* é especialmente recomendada.

O *RedCD* é, entre as duas, a metodologia mais empregue. Isto deve-se ao facto de nem sempre se ter o cuidado de projetar sistemas com um número mínimo de constrangimentos mas também por oferecer algumas vantagens e em muitos casos ser mesmo a metodologia necessária, como se apresentou no capítulo 4.

Apesar da importância e utilidade do conhecimento destas metodologias de projeto, é necessário ter em conta que são apenas mais uma ferramenta conceptual e teórica ao dispor do projetista. Na realidade, nem sempre se pode dar resposta aos casos práticos e aos problemas encontrados com aplicação de apenas uma destas metodologias e, em certos casos, as soluções obtidas não se confinam a uma ou outra. Isto é, para certas situações práticas, as melhores soluções podem encontrar-se numa área cinzenta na qual se interseam as duas metodologias, aplicando-se uma ou outra em áreas diferentes do mesmo projeto. O espírito crítico e o julgamento analítico do projetista, aliado à sua capacidade de procurar criativamente novas soluções que sejam sempre melhores, são de grande importância.

Outra conclusão que se pode retirar é que nem sempre a aplicação do *MinCD* resulta em projetos desacoplados. Este tipo de projetos são definidos pela Teoria Axiomática de Projeto como sendo projetos nos quais há total independência dos seus requisitos funcionais. Ainda que muitas vezes se verifique esta relação de causalidade, como exposto no artigo “*The Minimum Constraint Design And The First Axiom*” [2], verificou-se que há pelo menos uma exceção e que um mesmo projeto se pode considerar desacoplado ou desacoplável dependendo da forma como se explicitam os seus constrangimentos (como apresentado no subcapítulo 8.4). Também se concluiu que projetos redundantes quanto à aplicação de apoios podem ser desacopláveis ou acoplados, dependendo da forma como se pretende constranger a posição de mais que um dos seus apoios. Ou seja, tanto o *MinCD* como o *RedCD* permitem obter projetos que a Teoria Axiomática classifica como aceitáveis. Contudo, há projetos que mesmo sendo considerados acoplados quando se analisam os constrangimentos nos seus pontos de apoio, podem ser preferíveis sob certas circunstâncias. Por exemplo, uma viga duplamente encastrada sujeita à aplicação de cargas distribuídas constitui um exemplo de um projeto acoplado do ponto de vista da forma de como os seus apoios se fazem mas mesmo assim, pode ser a melhor solução a aplicar tendo em conta variados fatores, sejam eles económicos, de facilidade de implementação ou outros. Tendo isto em conta, a Teoria Axiomática pode ser útil como ferramenta analítica para ajudar a comparar soluções diferentes para constrangimento dos graus de liberdade de um sistema ou dos seus componentes e para expor casos de redundância mas, apesar disso, não permite responder de forma plena e conclusiva se um projeto é ou não aconselhável quanto à forma de como se limitam os seus graus de liberdade.

Pode ser muito relevante continuar a examinar casos práticos de aplicação de *MinCD* e *RedCD* da através da Teoria Axiomática de Projeto para, possivelmente, se poder definir critérios que permitam obter as melhores soluções para se apoiar e ligar corpos físicos (de forma a limitar os graus de liberdade pretendidos).

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Fradinho, J. (2018). *Axiomatic Design Lecture Notes*. FCT-UNL, Monte de Caparica, Setúbal, Portugal.
- [2] Santos, A. G., Gonçalves-Coelho, A., & Silva, A. (25-27 de Março de 2009). The minimum constraint design and the first axiom. *Proceedings of the fifth international conference on Axiomatic Design (ICAD 2009)*, pp. 107-114.
- [3] French, M. (1994). *Invention and evolution: design in nature and engineering* (2 ed.). New York: Cambridge University Press.
- [4] Blanding, D. (1999). *Exact constraint: machine design using kinematic principles*. New York: American Society of Mechanical Engineers.
- [5] Kamm, L. J. (1993). *Designing cost-efficient mechanisms: minimum constraint design, designing with commercial components, and topics in design engineering*. Warrendale: Society of Automotive Engineers.
- [6] Evans, C. (1989). *Precision Engineering: An Evolutionary View*. Bedford: UK: Cranfield Press.
- [7] Gonçalves-Coelho, A., Neştian, G., Cavique, M., & Mourão, A. (Outubro de 2012). Tackling with redundant design solutions through axiomatic design. *International journal of precision engineering and manufacturing*, pp. 1837-1843.
- [8] Weasler. (2021). *6 Series Universal Joint*. Obtido de Weasler: <https://www.weasler.com/product/6-series-universal-joint-3/> (Setembro 2021)
- [9] Vorobyova, N. (Outubro de 2021). *O que são conexões flangeadas? Tipos de flanges. Ligações flangeadas na indústria*. Obtido de Nextews: <http://pt.nextews.com/126c2352/>
- [10] Roligue Rolamentos. (Outubro de 2021). *2301 – RLG – ROLAMENTO AUTOCOMPENSADOR DE ESFERAS 12X37X17*. Obtido de Roligue Rolamentos: <https://loja.roliguerolamentos.com.br/produto/2301-rlg-rolamento-autocompensador-de-esferas-12x37x17/> (Setembro 2021)
- [11] Dr. Tretter Maschinenelemente. (Outubro de 2021). *TRACK ROLLER GUIDE - CARRIAGE - OPEN - OW25E010*. Obtido de Dr. Tretter Maschinenelemente: <https://www.tretter.de/en/track-roller-guide-carriage-open-ow25e010/> (Setembro 2021)
- [12] Andrade, M. W. (2017). *Modelagem de uma passarela estaiada*. Universidade Federal de Santa Catarina, Brasil.

[13] Infraestruturas de Portugal. (14 de Outubro de 2021). *Ponte Internacional Sobre o Rio Guadiana*. Obtido de Infraestruturas de Portugal: <https://www.infraestruturasdeportugal.pt/principais-investimentos/ponte-internacional-sobre-o-rio-guadiana> (Setembro 2021)

[14] Veronica, B. F., & Draghici, G. (Novembro de 2003). AXIOMATIC DESIGN METHOD-COROLLARIES AND THEOREMS. *Proceedings of the International Conference on Manufacturing Science and Education-Challenges of the European Integration*.



2021

TIAGO ANDRADE

ANÁLISE DE MINIMUM CONSTRAINT DESIGN E DE REDUNDANT CONSTRAINT DESIGN