



André Emanuel Lourenço e Faro
Licenciado

Verificação da segurança de pilares de betão armado em estruturas pré-fabricadas

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre
em Engenharia Civil - Perfil de Estruturas

Orientador: Professora Doutora Carla Alexandra da Cruz Marchão
Professora Auxiliar, FCT/UNL

Júri:

Presidente: Doutora Maria Paulina Faria Rodrigues
Arguente: Doutor Válder José da Guia Lúcio
Vogal: Doutora Carla Alexandra da Cruz Marchão

Verificação da segurança de pilares de betão armado em estruturas pré-fabricadas

“Copyright” André Emanuel Lourenço e Faro, FCT/UNL e UNL

A Faculdade de Ciências e Tecnologia e a Universidade Nova de Lisboa tem o direito, perpétuo e sem limites geográficos, de arquivar e publicar esta dissertação através de exemplares impressos reproduzidos em papel ou de forma digital, ou por qualquer outro meio conhecido ou que venha a ser inventado, e de a divulgar através de repositórios científicos e de admitir a sua cópia e distribuição com objetivos educacionais ou de investigação, não comerciais, desde que seja dado crédito ao autor e editor.

Agradecimentos

À minha orientadora, Professora Doutora Carla Alexandra da Cruz Marchão, agradeço a paciência, a boa disposição, a disponibilidade e a partilha de conhecimento prestada ao longo deste trabalho.

Quero agradecer à empresa de pré-fabricação *Concremat* pela disponibilização do projeto que permitiu a concretização desta dissertação.

Aos amigos que estão sempre presentes quando temos um desafio pela frente, quero agradecer o apoio.

Um agradecimento especial à Sara e ao Barata pela preocupação e ânimo que me transmitiram.

À Rita quero agradecer a amizade, o apoio, a motivação e os sorrisos que tanto me ajudaram na conclusão deste trabalho.

Por último quero agradecer à família, em especial aos meus pais por transmitirem aquela força extra que é fundamental.

Resumo

Este trabalho tem como objetivo o estudo dos efeitos de segunda ordem em pilares de betão armado pré-fabricados.

Para este efeito modelou-se uma estrutura pré-fabricada existente, utilizando o programa de cálculo automático SAP2000.

Com vista à verificação da segurança dos pilares, considerando os efeitos de segunda ordem, utilizaram-se três métodos simplificados, dois dos quais preconizados no EC2 (método da curvatura nominal e método da rigidez nominal), tendo sido efetuada também uma análise física e geometricamente não linear dos pilares isolados.

Os resultados obtidos foram analisados e comparados e mostraram que o método de cálculo simplificado em análise não dá resultados suficientemente satisfatórios.

Palavras chave:

pilar
efeitos de segunda ordem
esbelteza
curvatura
estrutura pré-fabricada
análise não linear

Abstract

This work aims to study second order effects on precast reinforced concrete columns.

For this purpose, an existing precast structure was simulated using the finite element software SAP2000.

In order to verify the safety of the columns, considering second order effects, three simplified methods were used. Two of the methods are recommended by EC2 (nominal curvature and nominal stiffness methods). The general method recommended by EC2 (non-linear analysis) was also used to analyse a column considered as an isolated member.

The results were analyzed and compared, and showed that the simplified calculation method under analysis does not give satisfactory results.

Keywords:

column
second-order effects
slenderness
curvature
pre-fabricated structure
non-linear analysis

Índice de Matérias

Copyright	i
Agradecimentos	iii
Resumo	v
Abstract	vii
Índice de Figuras	xi
Índice de Tabelas	xiii
1 Introdução	1
1.1 Enquadramento	1
1.2 Objetivos e Metodologia	1
1.3 Estrutura da Dissertação	2
2 Estado da arte	3
2.1 Introdução	3
2.2 Conceitos fundamentais	4
2.2.1 Definição geral	4
2.2.2 Carga crítica de Euler	4
2.2.3 Classificação das estruturas	4
2.3 Propriedades dos materiais	5
2.3.1 Relações constitutivas do betão	5
2.3.2 Relações constitutivas do aço	7
2.4 Imperfeições geométricas	9
2.5 Critérios simplificados	11
2.5.1 Esbelteza e comprimento efetivo de elementos isolados	11
2.5.2 Critério de esbelteza para elementos isolados	15
2.5.3 Efeitos globais de segunda ordem em edifícios	15
2.6 Fluência	16
2.7 Metodologias regulamentares	17
2.7.1 Eurocódigo 2	17
2.7.2 REBAP	23
2.7.3 Método P-Delta	25

3	Modelação e análise de uma estrutura pré-fabricada	27
3.1	Introdução	27
3.2	Descrição da estrutura	27
3.2.1	Materiais	28
3.2.2	Ações	30
3.3	Modelação	32
3.3.1	Ligação Viga-Pilar	35
3.4	Combinações de ações	35
3.5	Resultados	38
4	Cálculo dos efeitos de segunda ordem	41
4.1	Introdução	41
4.2	Fluxograma do processo de cálculo das armaduras	41
4.3	Análise dos efeitos de segunda ordem	41
4.3.1	Verificação da necessidade de consideração dos efeitos de segunda ordem	42
4.3.2	Método baseado na curvatura nominal	44
4.3.3	Método baseado numa rigidez nominal	45
4.3.4	Método simplificado	47
4.3.5	Comparação dos resultados	49
4.4	Cálculo das armaduras finais	50
4.5	Análise física e geometricamente não linear	51
5	Conclusões	55
	Referências bibliográficas	57
A	Tabelas de esforços	59
A.1	Tabelas de Esforços do <i>SAP2000</i>	59
B	Resultados comparativos	73
B.1	Resultados comparativos entre os três métodos de estudo	73

Índice de Figuras

2.1	Estrutura com sistema de contraventamento	6
2.2	Relação tensão-deformação do betão	6
2.3	Relação tensão-deformação do aço	8
2.4	Relações constitutivas do aço	8
2.5	Elementos isolados sujeitos a uma força vertical excêntrica ou a uma força transversal - Elemento não contraventado à esquerda e contraventado à direita.	10
2.6	Exemplos do efeito das imperfeições geométricas em estruturas [3]	11
2.7	Relação N-M para pilares com diferentes esbeltezas	12
2.8	Comprimentos de encurvadura para elementos isolados com diferentes condições de apoio	12
2.9	Elemento vertical com diferente rigidez nos apoios	13
2.10	Influência dos vários membros de ligação num nó viga-pilar [12]	14
2.11	Método P-Delta; à esquerda encontra-se a estrutura com as ações atuantes; à direita encontra-se a deformada da estrutura. (figura adaptada de Castro)	26
3.1	Planta da estrutura com os pilares numerados	28
3.2	Secções transversais dos pilares da estrutura	28
3.3	Planta com os elementos estruturais da cobertura	29
3.4	Perfil da viga de secção variável	29
3.5	Secções dos diferentes troços das vigas de secção variável	30
3.6	Secções das vigas caleira e das vigas de travamento	30
3.7	Áreas de influência para cada elemento estrutural na cobertura	32
3.8	Áreas de influência dos pilares para a atuação do vento	33
3.9	Distribuição das pressões do vento atuante segundo a direção x	34
3.10	Distribuição das pressões do vento atuante segundo a direção y	35
3.11	Excentricidade na ligação viga-pilar	36
3.12	<i>Releases</i> nas ligações viga-pilar	36
3.13	Pilares considerados para a verificação da segurança	38
4.1	Fluxograma com a descrição do processo de verificação de segurança	42
4.2	Deformada do pilar P5 após análise no SAP2000	53

Índice de Tabelas

3.1	Caraterísticas do betão C40/50	29
3.2	Caraterísticas do aço A500NR	30
3.3	Valores de carga das ações do peso próprio e da sobrecarga	31
3.4	Valores de carga das ações calculados com base nas áreas de influência	33
3.5	Valores da pressão do vento em kN/m^2	34
3.6	Combinações das ações para a combinação fundamental	37
3.7	Valores dos esforços para a combinação quase-permanente	37
3.8	Resultados dos esforços obtidos através da análise linear	39
3.9	Resultados dos esforços obtidos através da análise não linear (comando <i>P-Delta + Large Displacements</i>)	40
4.1	Cálculo da esbelteza λ para os pilares selecionados	43
4.2	Coefficiente de fluência efetivo na direção x	43
4.3	Coefficiente de fluência efetivo na direção y	43
4.4	Determinação do valor da esbelteza limite λ_{lim} na direção x	44
4.5	Determinação do valor da esbelteza limite λ_{lim} na direção y	44
4.6	Determinação da curvatura nominal na direção x	45
4.7	Determinação da curvatura nominal na direção y	45
4.8	Determinação do momento de cálculo pelo método da curvatura nominal na direção x	45
4.9	Determinação do momento de cálculo pelo método da curvatura nominal na direção y	46
4.10	Determinação da rigidez nominal na direção x	46
4.11	Determinação da rigidez nominal na direção y	46
4.12	Determinação do momento de cálculo pelo método da rigidez nominal na direção x	47
4.13	Determinação do momento de cálculo pelo método da rigidez nominal na direção y	47
4.14	Determinação da excentricidade de fluência na direção x	48
4.15	Determinação da excentricidade de fluência na direção y	48
4.16	Determinação do momento de cálculo pelo método simplificado na direção x	49
4.17	Determinação do momento de cálculo pelo método simplificado na direção y	49
4.18	Momentos de cálculo totais para os três métodos utilizados	50

4.19	Armaduras para a verificação da segurança à flexão composta	51
4.20	Armadura final após verificação à flexão desviada	52
4.21	Valores de carga das ações para a combinação 6 do pilar P5	52
4.22	Resultados do método geral do EC2 e da análise P-Delta no SAP2000 para o pilar P5	53
4.23	Resultados obtidos pelo método P-delta do SAP2000 para o pilar P5	54
A.1	Esforços na base dos pilares para a combinação 1 obtidos através de análise numérica	60
A.2	Esforços na base dos pilares para a combinação 2 obtidos através de análise numérica	61
A.3	Esforços na base dos pilares para a combinação 3 obtidos através de análise numérica	62
A.4	Esforços na base dos pilares para a combinação 4 obtidos através de análise numérica	63
A.5	Esforços na base dos pilares para a combinação 5 obtidos através de análise numérica	64
A.6	Esforços na base dos pilares para a combinação 6 obtidos através de análise numérica	65
A.7	Esforços na base dos pilares para a combinação 1 obtidos através de análise numérica não linear	66
A.8	Esforços na base dos pilares para a combinação 2 obtidos através de análise numérica não linear	67
A.9	Esforços na base dos pilares para a combinação 3 obtidos através de análise numérica não linear	68
A.10	Esforços na base dos pilares para a combinação 4 obtidos através de análise numérica não linear	69
A.11	Esforços na base dos pilares para a combinação 5 obtidos através de análise numérica não linear	70
A.12	Esforços na base dos pilares para a combinação 6 obtidos através de análise numérica não linear	71
B.1	Momentos de cálculo dos pilares selecionados para as diferentes combinações e métodos de cálculo	74
B.2	Armaduras de verificação à flexão composta	75
B.3	Armadura final após verificação à flexão desviada	76

Capítulo 1

Introdução

1.1 Enquadramento

As estruturas pré-fabricadas disponibilizam soluções de construção fáceis e rápidas. São soluções muito utilizadas em países desenvolvidos, nomeadamente nos países nórdicos onde é utilizado betão pré-fabricado em mais de 80% das construções, sendo a restante percentagem correspondente à madeira e seus derivados. As soluções pré-fabricadas são também as mais utilizadas para a construção de naves e pavilhões industriais que se pretendem com grandes vãos.

A pré-fabricação de elementos em betão armado tem ainda a vantagem de ter uma superior qualidade de execução, melhor controlo de produção e conseqüentemente um menor erro orçamental. Contudo são soluções geralmente mais caras.

No que diz respeito aos pilares pré-fabricados, elemento de estudo desta dissertação, há que referir que são os elementos estruturais de maior importância, na medida em que são os elementos que transmitem os esforços, verticais e horizontais, às fundações. É por isto que a verificação da segurança a estes elementos é de grande importância para a estrutura. No caso de pilares com esbeltezas elevadas, a verificação da segurança torna-se mais complexa devido ao potencial desenvolvimento de efeitos de segunda ordem.

Existem vários métodos regulamentares com os quais é possível quantificar os efeitos de segunda ordem, nomeadamente os preconizados no regulamento nacional REBAP [1] e na norma europeia EC2 [3]. No entanto os métodos simplificados presentes no EC2 (mais recente que o REBAP) apresentam resultados pouco consistentes e que muitas vezes se afastam da realidade.

1.2 Objetivos e Metodologia

É principal objetivo desta dissertação aferir a validade dos resultados obtidos utilizando um método de cálculo simplificado dos efeitos de segunda ordem

(baseado numa análise geometricamente linear, com consideração adicional da excentricidade de fluência calculada de acordo com o REBAP). Para isso será analisada uma estrutura construída com elementos pré-fabricados, e a verificação de segurança para os pilares será feita com recurso a quatro métodos, três métodos simplificados (método baseado na curvatura nominal e método baseado na rigidez nominal, ambos preconizados pelo EC2, e o método simplificado baseado na análise geometricamente não linear anteriormente referido) e uma análise física e geometricamente não linear. Posteriormente serão comparados os resultados obtidos pelos diferentes métodos.

1.3 Estrutura da Dissertação

O presente documento está organizado em cinco capítulos, incluindo a presente introdução.

No segundo capítulo são apresentadas as várias metodologias de análise, utilizadas correntemente em Portugal, para os efeitos de segunda ordem, bem como outros elementos necessários à total compreensão do tema abordado.

No terceiro capítulo descreve-se o processo de modelação da estrutura no programa *SAP2000* e apresentam-se os resultados obtidos pela análise elástica efetuada.

No quarto capítulo apresentam-se e analisam-se os valores de esforços de segunda ordem obtidos pelos quatro métodos, bem como todo o seu processo de cálculo. São ainda apresentadas as armaduras finais obtidas para cada um dos métodos.

No quinto e último capítulo são retiradas conclusões sobre o trabalho efetuado e são sugeridos diferentes processos a utilizar posteriormente.

Capítulo 2

Estado da arte

2.1 Introdução

Nas últimas décadas o estudo do comportamento de elementos comprimidos esbeltos tem-se intensificado com o objetivo de desenvolver novas metodologias de análise para a verificação da segurança destes elementos. A necessidade de estudos mais aprofundados surge do facto das metodologias existentes resultarem em valores de esforços aproximados que, em alguns casos, são extremamente conservativos e portanto afastam-se do comportamento real do elemento.

Uma estrutura deve ser dimensionada e construída de forma a garantir os parâmetros de utilização e de segurança inerentes à sua construção. Assim, a quantificação dos esforços instalados e a previsão da sua evolução ao longo do tempo de vida útil da estrutura é uma análise essencial para a verificação da sua segurança. Contudo, a imposição de tais condições, de segurança e funcionalidade, implica riscos associados à incerteza do comportamento real da estrutura devido ao comportamento não linear dos materiais utilizados.

É nesta problemática que entram os efeitos de segunda ordem - fenómenos que ocorrem em estruturas ou elementos estruturais isolados e que estão ligados ao comportamento geometricamente não linear das mesmas, ou seja, à influência que as deformações têm nos esforços atuantes. No caso de estruturas de betão armado é ainda necessário considerar a influência dos comportamentos fisicamente não lineares, relacionados com as propriedades mecânicas dos materiais.

Para uma avaliação rigorosa destes efeitos é necessário o recurso a algoritmos de análise estrutural complexos. Apesar de já existirem programas de cálculo automático que aplicam estes algoritmos, a sua aplicação é lenta do ponto de vista prático de projeto e só se justifica para obras de dimensões excecionais.

Neste capítulo apresentam-se as metodologias existentes preconizadas nos regulamentos usados a nível nacional, REBAP e EC2, bem como metodologias propostas por outros autores em trabalhos de investigação. São ainda apresentados conceitos gerais necessários à perceção destas metodologias.

2.2 Conceitos fundamentais

2.2.1 Definição geral

Designam-se por efeitos de primeira ordem os efeitos resultantes das ações aplicadas na estrutura e das imperfeições geométricas da estrutura. Os efeitos de segunda ordem são efeitos adicionais que resultam das deformações da estrutura causadas pelos efeitos de primeira ordem.

2.2.2 Carga crítica de Euler

A rotura de um pilar ou de um elemento linear com comportamento elástico perfeito, carregado axialmente por uma carga N pode ocorrer por esmagamento do betão ou por instabilidade do elemento. No primeiro caso diz-se que o pilar é curto, por isso a rotura depende da resistência do material e do valor da área da secção transversal. No segundo, diz-se que o elemento é esbelto, sendo a sua rotura condicionada essencialmente pelo módulo de elasticidade, comprimento e momento de inércia na direção da encurvadura. [6]

Para determinar qual o caso de rotura a que um elemento está sujeito é necessário calcular o valor da carga crítica de Euler - definida na equação 2.1:

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{l_0^2} \quad (2.1)$$

onde:

l_0 é o comprimento de encurvadura do elemento;

E é o módulo de elasticidade;

I é o momento de inércia da secção.

A carga crítica de Euler é definida como a carga limite de uma coluna com comportamento elástico linear, a partir da qual se perde o equilíbrio estável do elemento. Para valores mais elevados de N , o elemento entrará em equilíbrio instável e a sua rotura dar-se-á por instabilidade, ou seja, por encurvadura devido aos efeitos de segunda ordem.

2.2.3 Classificação das estruturas

A classificação das estruturas baseia-se na sensibilidade das mesmas aos deslocamentos horizontais, *i.e.*, aos efeitos de segunda ordem.

O REBAP [1] e o EC2 [3] utilizam classificações diferentes para as estruturas.

No REBAP as estruturas são classificadas em estruturas de nós fixos ou estruturas de nós móveis. Caso se possam desprezar os deslocamentos horizontais nos nós devido aos valores de cálculo das ações (*i.e.* os respetivos efeitos secundários provocados) classifica-se a estrutura como de nós fixos; caso contrário a estrutura é classificada como estrutura de nós móveis. Do ponto de

vista prático pode considerar-se que as estruturas são de nós fixos se a condição apresentada na equação 2.2 for satisfeita:

$$h_{tot} \sqrt{\frac{\sum N}{\sum EI}} \leq \eta \quad (2.2)$$

onde:

$$\eta = \begin{cases} 0,2 + 0,1n & n < 4 \\ 0,6 & n \geq 4 \end{cases}, \text{ onde } n \text{ é o número de andares;}$$

h_{tot} é a altura total da estrutura acima do nível das fundações;

$\sum EI$ é o somatório dos fatores de rigidez de flexão, em fase não fendilhada, de todos os elementos verticais de contraventamento na direção considerada; caso a rigidez destes elementos não seja constante em altura, deve ser considerada uma rigidez equivalente;

$\sum N$ é o somatório dos esforços normais ao nível da fundação, não multiplicados pelos coeficientes relativos à combinação de ações considerada.

De acordo com Westerberg [12], a classificação em estruturas de nós fixos e de nós móveis pode dar origem a más interpretações, já que todas as estruturas apresentam deslocamentos laterais, e também pelo facto de uma estrutura classificada como de nós móveis poder ser tão rígida como outra classificada de nós fixos.

Tendo em conta o último parágrafo, o EC2 [3] utiliza o conceito de contraventamento para classificar as estruturas. Considera que as estruturas são contraventadas quando possuem elementos verticais de grande rigidez com capacidade para absorver a totalidade das ações horizontais e, caso contrário, considera as estruturas como não contraventadas. Nas estruturas contraventadas o sistema de contraventamento deve possuir rigidez suficiente para garantir a estabilidade dos elementos contraventados e transmitir à fundação a totalidade das solicitações horizontais.

Na Figura 2.1 apresenta-se um exemplo de uma estrutura com sistema de contraventamento.

2.3 Propriedades dos materiais

2.3.1 Relações constitutivas do betão

As leis constitutivas dos materiais que compõem o betão armado, em particular as leis constitutivas do betão, caracterizam-se por assumirem configurações não lineares, ou seja, têm uma relação tensão-extensão que não segue a Lei de Hooke, apresentada na equação 2.3, principalmente para tensões mais elevadas. O comportamento não linear do betão depende de um elevado número de fatores

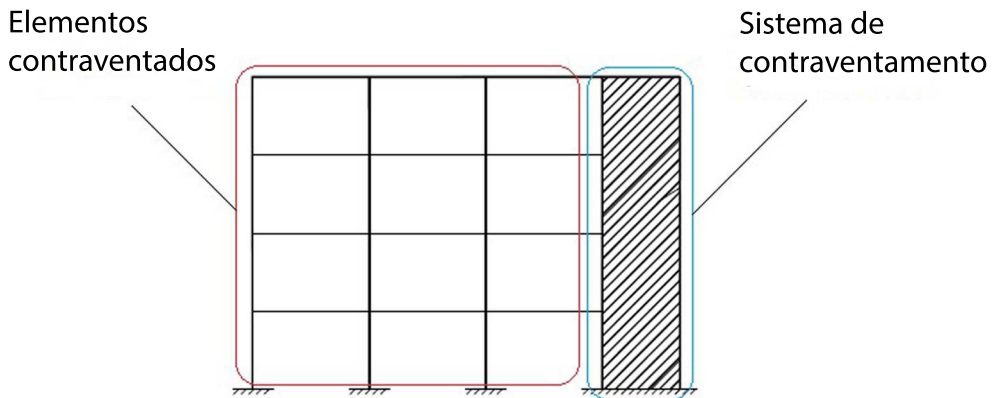


Figura 2.1: Estrutura com sistema de contraventamento

como por exemplo a fluência, a idade do betão, os teores de humidade, a fendilhação, a história de carregamento, etc.

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \quad (2.3)$$

De acordo com o EC2 [3], para a análise não linear de estruturas pode admitir-se um comportamento elástico para o betão, considerando-se o módulo de elasticidade secante do betão aos 28 dias de idade (E_{cm}) obtido para uma tensão de $0.4f_{cm}$, onde f_{cm} representa a resistência à compressão do betão. Refira-se ainda que este tipo de hipótese é adotada com muita frequência na prática da engenharia, considerando-se, posteriormente, formas mais ou menos diretas de aferir efetivamente o comportamento não linear do betão armado.

Na Figura 2.2 apresenta-se o diagrama tensão-extensão do betão, referente a cargas de curta duração. Esta diagrama caracteriza-se pelo módulo de elasticidade E_{cm} , pela resistência à compressão do betão f_{cm} e pela extensão ε_1 correspondente à tensão máxima.

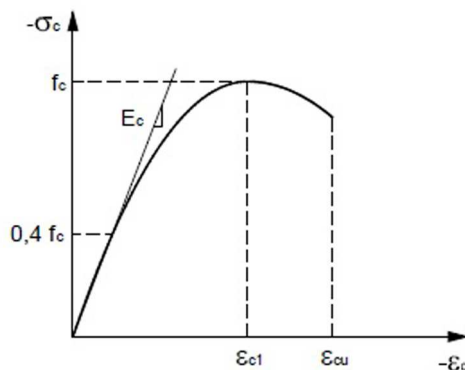


Figura 2.2: Relação tensão-deformação do betão

A relação entre tensão-deformação para o ensaio de compressão uniaxial, representado na Figura 2.2, é obtida pela equação 2.4:

$$\frac{\sigma_c}{f_{cm}} = \frac{k\eta - \eta^2}{1 + (k - 2)\eta} \quad (2.4)$$

onde:

$$\eta = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}};$$

$$k = 1.05E_{cm} \times \frac{|\varepsilon_{c1}|}{f_{cm}}.$$

O EC2 [3] refere que poderão ser aplicadas outras idealizações para a relação tensão-extensão, na condição de representarem adequadamente o comportamento do betão. Contudo, para o cálculo dos efeitos de segunda ordem, as relações constitutivas devem-se manter o mais próximo possível da realidade de modo a se obter uma melhor quantificação do comportamento não linear.

A partir dos valores característicos das tensões de rotura definem-se os valores de cálculo de dimensionamento, dados pela equação 2.5:

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad (2.5)$$

onde:

γ_c é o coeficiente parcial de segurança relativo ao betão, com um valor de 1,5.

2.3.2 Relações constitutivas do aço

É possível afirmar, com base em vários ensaios realizados por outros autores, que a lei de comportamento do aço assume uma configuração do tipo da apresentada na Figura 2.3. Esta configuração caracteriza-se por apresentar um comportamento linear até à tensão de cedência e posteriormente um comportamento não linear até à rotura.

Para a verificação da segurança aos estados limites últimos pode ser considerada uma das duas relações constitutivas indicadas pelo EC2 [3] e presentes na Figura 2.4, ou seja, considerando ou não algum incremento de resistência a partir da cedência, quantificado pelo coeficiente k .

Podem ser considerados um dos dois diagramas:

1. - Diagrama elástico com endurecimento na fase plástica, limitado a uma extensão limite $\varepsilon_{ud} = 0.9\varepsilon_{uk}$;
2. - Diagrama elasto-plástico sem limitação da extensão.

Para análises não lineares onde se pretenda calcular os esforços e as deformações em estruturas deve considerar-se o primeiro diagrama. Este

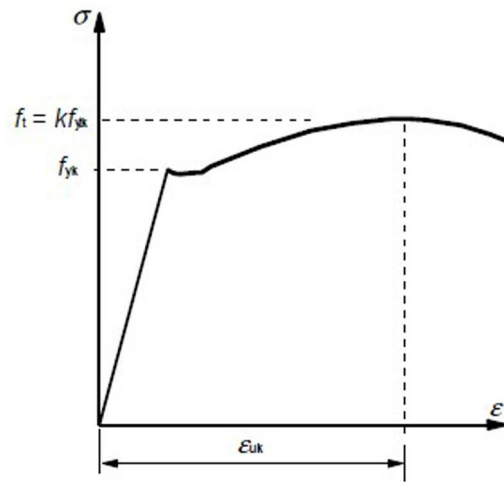


Figura 2.3: Relação tensão-deformação do aço

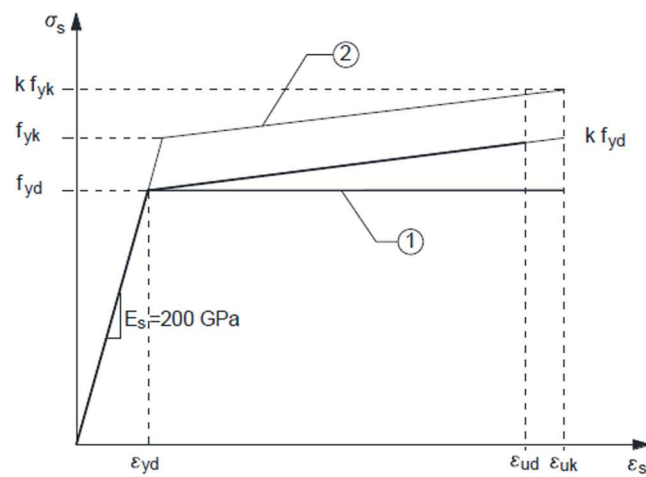


Figura 2.4: Relações constitutivas do aço

considera o endurecimento das armaduras, o que traduz um comportamento mais real do aço.

2.4 Imperfeições geométricas

Na análise de uma estrutura é necessário ter em consideração eventuais defeitos de construção, tais como a não verticalidade de pilares e desvios na posição das cargas relativamente ao eixo do pilar. Estes efeitos desfavoráveis devem ser contabilizados na análise dos elementos e da estrutura.

Segundo o EC2 [3] as imperfeições geométricas das secções transversais são normalmente tidas em conta nos coeficientes de segurança dos materiais. As restantes imperfeições só têm de ser contabilizadas para os estados limites últimos, e são consideradas um efeito de primeira ordem.

Para elementos em compressão axial e estruturas submetidas a cargas verticais, principalmente os edifícios, as imperfeições podem ser contabilizadas a partir de uma inclinação, θ_i , dada pela equação 2.6:

$$\theta_i = \theta_0 \cdot \alpha_h \cdot \alpha_m \quad (2.6)$$

em que:

θ_0 valor de referência;

α_h coeficiente de redução relativo ao comprimento ou à altura do elemento:

$$\alpha_h = \frac{2}{\sqrt{l}}; 2/3 \leq \alpha_h \leq 1;$$

l comprimento ou altura do elemento, em m ;

α_m coeficiente de redução relativo ao número de elementos verticais:

$$\alpha_m = \sqrt{0.5(1 + 1/m)};$$

m número de elementos verticais que contribuem para o efeito total.

Para elementos isolados, o efeito das imperfeições pode ser considerado como uma excentricidade, e_i , obtida através da equação 2.7:

$$e_i = \theta_i l_0 / 2 \quad (2.7)$$

em que l_0 é o comprimento efetivo de encurvadura.

Alternativamente pode ser considerada uma força transversal, H_i , na posição que produz o momento máximo. Esta força transversal pode ser calculada utilizando as equações 2.8 e 2.9 para elementos não contraventados e contraventados, respetivamente:

$$H_i = \theta_i N \quad (2.8)$$

$$H_i = 2\theta_i N \quad (2.9)$$

em que N é o esforço normal.

O EC2 [3] indica a utilização da excentricidade para elementos isostáticos, ao passo que a carga transversal pode ser utilizada quer para elementos isostáticos quer para os hiperestáticos.

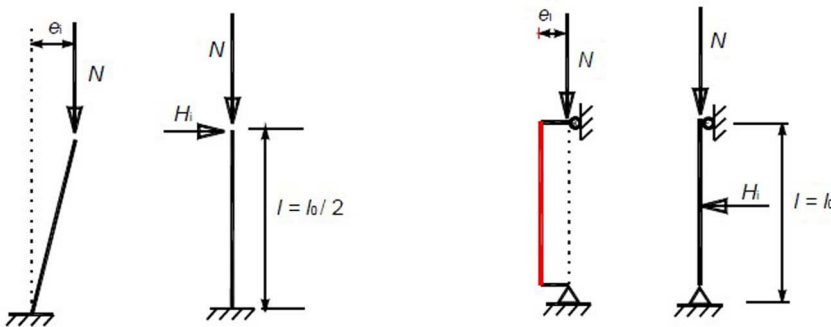


Figura 2.5: Elementos isolados sujeitos a uma força vertical excêntrica ou a uma força transversal - Elemento não contraventado à esquerda e contraventado à direita.

Para estruturas, o efeito da inclinação θ_i poderá ser representado por forças transversais a incluir na análise juntamente com outras ações conforme ilustrado na Figura 2.6. Para o caso particular da consideração dos efeitos das imperfeições no sistema de contraventamento, no pavimento de contraventamento e no diafragma de cobertura podem ser utilizadas as equações 2.10, 2.11 e 2.12, respetivamente.

$$H_i = \theta_i(N_b - N_a) \quad (2.10)$$

$$H_i = \theta_i(N_b + N_a)/2 \quad (2.11)$$

$$H_i = \theta_i N_a \quad (2.12)$$

em que N_a e N_b são forças longitudinais que contribuem para H_i .

Como alternativa simplificada para paredes e pilares isolados em sistemas contraventados, poderá utilizar-se uma excentricidade $e_i = l_0/400$ para atender às imperfeições relacionadas com as tolerâncias normais de execução.

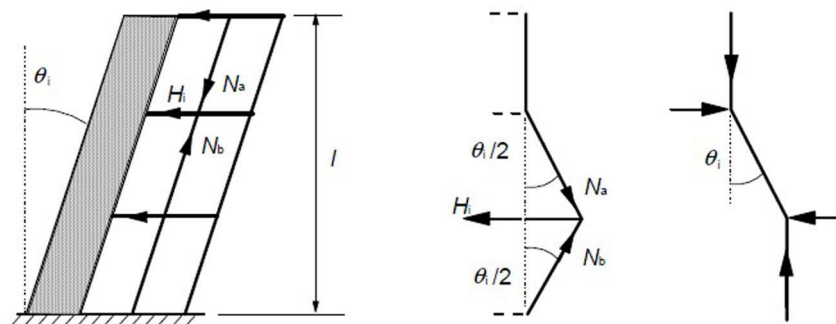


Figura 2.6: Exemplos do efeito das imperfeições geométricas em estruturas [3]

2.5 Critérios simplificados para a avaliação dos efeitos de segunda ordem

2.5.1 Esbelteza e comprimento efetivo de elementos isolados

A esbelteza λ é uma característica geométrica de elementos lineares que permite caracterizar a sensibilidade à encurvadura, mais precisamente, aos efeitos de segunda ordem.

O coeficiente de esbelteza para um pilar é definido através da equação 2.13:

$$\lambda = l_0/i \quad (2.13)$$

em que:

l_0 comprimento efetivo;

i é o raio de giração da secção de betão não fendilhada (de notar que o momento de inércia da secção a considerar é o referente ao eixo perpendicular ao plano de encurvadura).

Normalmente a rotura de um pilar acontece quando se esgota a sua capacidade resistente, com influência, ou não, dos efeitos de segunda ordem. No entanto para o caso de pilares com elevados valores de esbelteza, a rotura dá-se por instabilidade elasto-plástica, antes do esgotamento da capacidade resistente.

Na Figura 2.7 é possível observar o comportamento de pilares com diferentes esbeltezas quando sujeitos a um aumento do esforço axial até à rotura. No primeiro caso o pilar é pouco esbelto e a rotura acontece quando se esgota a capacidade resistente da secção e sem influência dos efeitos de segunda ordem. No segundo caso o pilar apresenta uma esbelteza moderada, e é possível observar o desenvolvimento de efeitos de segunda ordem à medida que o esforço axial aumenta. Estes efeitos desequilibram a distribuição de tensões nas secções e conduzem a uma menor resistência do pilar. No entanto a rutura ainda acontece devido ao esgotamento da capacidade resistente. Por último, no terceiro caso, o pilar apresenta uma esbelteza elevada o que origina grandes efeitos de segunda

ordem e conduz a uma rotura por instabilidade elasto-plástica antes de se esgotar a capacidade resistente da secção.

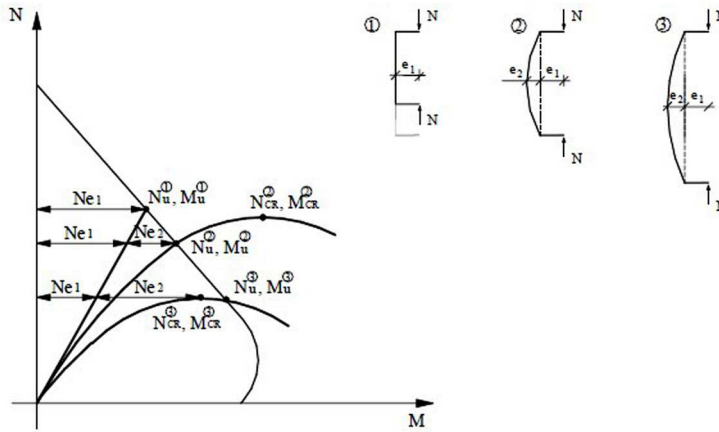


Figura 2.7: Relação N-M para pilares com diferentes esbeltezas

O comprimento efetivo de encurvadura define-se pela distância entre pontos de inflexão da deformada. Na Figura 2.8 ilustram-se vários exemplos para elementos isolados de secção transversal constante.

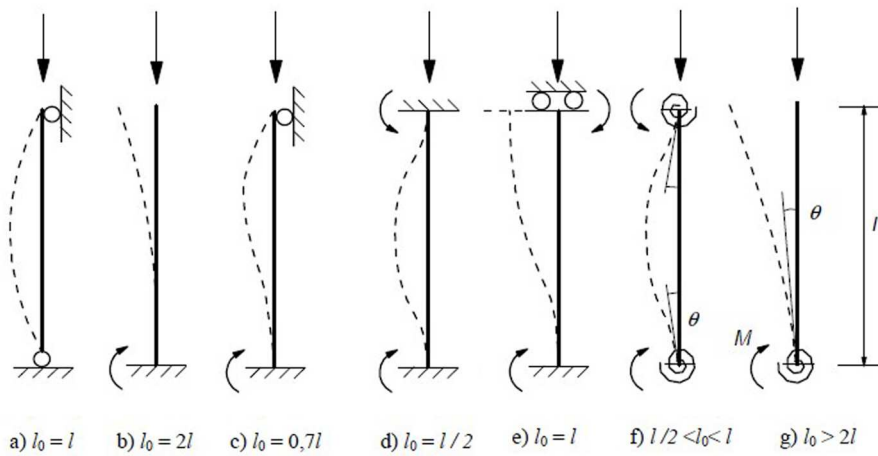


Figura 2.8: Comprimentos de encurvadura para elementos isolados com diferentes condições de apoio

Para elementos comprimidos inseridos em pórticos regulares, o critério de esbelteza deverá ser verificado utilizando um comprimento efetivo l_0 determinado utilizando as equações 2.14 e 2.15 consoante se tratem de elementos contraventados ou não, respetivamente:

$$l_0 = 0.5l \cdot \sqrt{\left(1 + \frac{k_1}{0.45 + k_1}\right) \cdot \left(1 + \frac{k_2}{0.45 + k_2}\right)} \quad (2.14)$$

$$l_0 = l \cdot \max\left\{\sqrt{1 + 10 \cdot \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}}; \left(1 + \frac{k_1}{1 + k_1}\right) \cdot \left(1 + \frac{k_2}{1 + k_2}\right)\right\} \quad (2.15)$$

em que:

k_1, k_2 flexibilidades relativas das extremidades 1 e 2, respetivamente:

$$k = (\theta/M) \cdot (EI/l);$$

θ rotação dos elementos que se opõem à rotação para o momento fletor M ;

EI rigidez de flexão do elemento comprimido;

l altura livre do elemento comprimido entre ligações de extremidade.

O EC2 [3] refere ainda que devem ser considerados os seguintes valores de k :

$k = 0$ corresponde ao limite teórico para um encastramento perfeito;

$k = \infty$ corresponde ao limite teórico para a ausência de restrição.

No entanto, uma vez que a rigidez de rotação total é inexistente na prática, é recomendado o valor mínimo de 0,1 para k_1 e k_2 .

Na Figura 2.9 pretende-se ilustrar a flexibilidade relativa das restrições nos apoios.

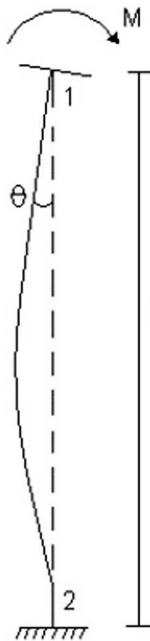


Figura 2.9: Elemento vertical com diferente rigidez nos apoios

Neste caso as flexibilidades relativas dos encastramentos parciais das extremidades são as seguintes:

$$k_2 = 0$$

e

$$k_1 = \frac{\theta EI}{Ml}$$

Se um elemento comprimido adjacente (pilar), num nó, é suscetível de contribuir para a rotação na encurvadura, deverá substituir-se (EI/l) na definição de k por $[(EI/l)_a + (EI/l)_b]$, sendo a e b o elemento comprimido (pilar) situado, respetivamente, acima e abaixo do nó.

Consoante o valor do esforço normal, a coluna adjacente pode contribuir para aumentar a rigidez de rotação do nó, ou pode utilizar a rigidez existente devido aos restantes elementos enfraquecendo a capacidade de restrição do nó.

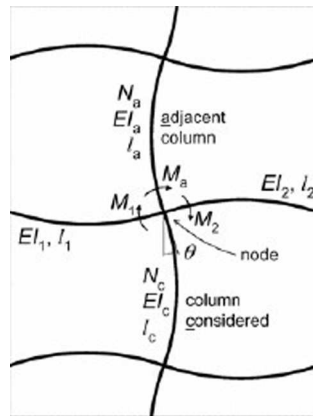


Figura 2.10: Influência dos vários membros de ligação num nó viga-pilar [12]

É ainda de notar que o efeito da fendilhação na rigidez dos elementos de fixação deverá ser considerado, a não ser que se demonstre que estes se encontram não fendilhados no estado limite último.

Para outros casos com elementos com esforço normal e/ou secção transversal variável, o critério de esbelteza deverá ser verificado com um comprimento efetivo definido com base na carga de encurvadura:

$$l_0 = \pi \sqrt{EI/N_B} \quad (2.16)$$

em que:

EI valor representativo da rigidez de flexão;

N_B carga de encurvadura expressa em termos deste EI .

Na expressão da esbelteza o valor de i também deve corresponder a este EI .

2.5.2 Critério de esbelteza para elementos isolados

O EC2 [3] define o critério da esbelteza limite. Esta permite uma aplicação direta dos valores de esforços de primeira ordem para a verificação da necessidade do cálculo dos efeitos de segunda ordem. Caso seja cumprida a condição apresentada na equação 4.1 os efeitos de segunda ordem podem ser desprezados.

$$\lambda < \lambda_{lim} = \frac{20 \cdot A \cdot B \cdot C}{\sqrt{n}} \quad (2.17)$$

em que:

$A = 1/(1 + 0,2\varphi_{ef})$ (se φ_{ef} não for conhecido, pode utilizar-se $A = 0,7$);

$B = \sqrt{1 + 2\omega}$ (se ω não for conhecido, poderá utilizar-se $B = 1,1$);

$C = 1,7 - r_m$ (se r_m não for conhecido, poderá utilizar-se $C = 0,7$);

φ_{ef} é o coeficiente de fluência efetivo;

$\omega = A_s f_{yd}/(A_c f_{cd})$ taxa mecânica de armadura;

A_s área total da secção de armadura;

$n = N_{Ed}/(A_c f_{cd})$ esforço normal reduzido;

$r_m = M_{01}/M_{02}$ quociente entre os momentos de 1ª ordem nas extremidades do elemento;

M_{01}, M_{02} momentos de primeira ordem nas extremidades; $|M_{02}| \geq |M_{01}|$.

No caso de os momentos nas extremidades, M_{01} e M_{02} , produzirem tração no mesmo lado, r_m deverá ser considerado positivo (ou seja, $C \leq 1,7$); caso contrário deverá ser considerado negativo (ou seja, $C > 1,7$).

O fator r_m deverá ser considerado igual a 1,0 (ou seja, $C = 0,7$) no caso de elementos contraventados nos quais os momentos de primeira ordem resultam apenas ou predominantemente de imperfeições ou de ações transversais ou para elementos não contraventados em geral.

Nos casos de flexão desviada, o critério de esbelteza poderá ser verificado separadamente para cada direção. Em função do resultado desta verificação, os efeitos de segunda ordem poderão ser ignorados em ambas as direções, considerados apenas numa direção ou deverão ser considerados em ambas as direções.

2.5.3 Efeitos globais de segunda ordem em edifícios

De acordo com o EC2 [6] os efeitos de segunda ordem em edifícios podem ser ignorados se a equação (2.18) for satisfeita:

$$F_{V,Ed} \leq k_1 \frac{n_s}{n_s + 1.6} \frac{\sum E_{cd} I_c}{L^2} \quad (2.18)$$

em que:

$F_{V,Ed}$ carga vertical total (nos elementos contraventados e nos de contraventamento);

n_s número de pisos;

L altura total do edifício a partir do nível de encastramento;

E_{cd} valor de cálculo do módulo de elasticidade do betão;

I_c momento de inércia da secção de betão não fendilhada do(s) elemento(s) de contraventamento;

k_1 o valor recomendado é 0,31.

De notar que o uso desta equação só é válido caso sejam satisfeitas as seguintes condições:

1. a instabilidade à torção não é condicionante, ou seja, a estrutura é razoavelmente simétrica;
2. as deformações globais por corte são desprezáveis (como num sistema de contraventamento constituído principalmente por paredes de travamento sem grandes aberturas);
3. os elementos de contraventamento estão fixos rigidamente à base, ou seja, as rotações são desprezáveis;
4. a rigidez dos elementos de contraventamento é razoavelmente constante ao longo da altura;
5. a carga vertical total aumenta aproximadamente a mesma quantidade por piso.

2.6 Fluência

O efeito da fluência deve ser tido em conta na análise de segunda ordem, considerando-se, devidamente, tanto as condições gerais relativas à fluência como a duração da aplicação das diferentes ações na combinação de ações considerada.

A duração do carregamento poderá ser considerada de uma forma simplificada através de um coeficiente de fluência efetivo, φ_{ef} , que, utilizado em conjunto com a ação de cálculo, produz uma deformação por fluência (curvatura) correspondente à ação quase-permanente:

$$\varphi_{ef} = \varphi_{(\infty, t_0)} \cdot M_{0Eqp} / M_{0Ed} \quad (2.19)$$

em que:

$\varphi_{(\infty,t_0)}$ valor final do coeficiente de fluência;

M_{0Eqp} momento fletor de primeira ordem para a combinação de ações quase-permanente;

M_{0Ed} momento fletor de primeira ordem para a combinação de ações de cálculo.

É possível definir φ_{ef} a partir dos momentos fletores totais mas tal requer uma iteração e uma verificação da estabilidade sob a combinação de ações quase-permanente com $\varphi_{ef} = \varphi_{(\infty,t_0)}$, portanto, para evitar estes cálculos poderão utilizar-se simplificadaamente os momentos fletores de primeira ordem. Se M_{0Eqp}/M_{0Ed} variar num elemento ou numa estrutura, poderá calcular-se aquela relação para a secção de momento máximo ou utilizar-se um valor médio representativo.

O efeito da fluência pode ainda ser ignorado, ou seja, poderá admitir-se que $\varphi_{ef} = 0$, se forem satisfeitas as seguintes condições:

$$\begin{aligned}\varphi_{(\infty,t_0)} &\leq 2; \\ \lambda &\leq 75; \\ M_{0Ed}/N_{Ed} &\geq h;\end{aligned}$$

onde M_{0Ed} é o momento de primeira ordem e h é a altura da secção transversal na direção correspondente.

2.7 Metodologias regulamentares

2.7.1 Eurocódigo 2

Método geral

O método geral baseia-se numa análise não linear que engloba a não linearidade geométrica e a não linearidade física, ou seja, os efeitos de segunda ordem, através da utilização das relações constitutivas não lineares dos materiais.

Este método é o mais rigoroso dos apresentados no EC2 e a sua utilização não está restringida por nenhuma condição particular, podendo ser utilizado para qualquer tipo de elemento ou estrutura, e solicitação.

O EC2 refere que na ausência de modelos mais pormenorizados, a fluência poderá ser considerada multiplicando todos os valores da extensão do diagrama tensões-extensões do betão por um coeficiente $(1 + \varphi_{ef})$. É ainda referido que o efeito favorável da contribuição do betão tracionado poderá ser considerado.

Segundo esta metodologia, da análise resulta diretamente o valor de cálculo da carga de rotura. O EC2 não fornece pormenores em relação à metodologia de análise não linear que recorre, geralmente, a um processo iterativo de cálculo.

Bases de cálculo para os métodos simplificados

Antes de introduzir os métodos simplificados preconizados no EC2 apresentam-se as bases de cálculo comuns aos dois métodos.

O momento total incluindo o momento de segunda ordem para um elemento isolado é dado por:

$$M = M_0 + M_2 = M_0 + N \cdot y = M_0 + N \cdot \frac{1}{r} \frac{l^2}{c} \quad (2.20)$$

onde:

M representa o momento total;

M_0 representa o momento de primeira ordem;

M_2 representa o momento de segunda ordem;

N representa o esforço axial;

y representa o deslocamento na direção perpendicular ao eixo da coluna;

$\frac{1}{r}$ representa a curvatura da configuração deformada;

c é um fator que depende da distribuição da curvatura.

A diferença entre os dois métodos reside no cálculo da curvatura $1/r$. No método baseado na rigidez nominal, a curvatura é obtida através da rigidez de flexão nominal EI :

$$\frac{1}{r} = \frac{M}{EI} \quad (2.21)$$

A rigidez de flexão deve ser definida de forma a que o dimensionamento da secção transversal para um determinado momento total M forneça resultados aceitáveis em comparação com os fornecidos pelo método geral, pelo que será necessário considerar os efeitos da fendilhação, fluência e com a não linearidade material, (Westerberg [11]).

No método da curvatura nominal, a curvatura é estimada como valor fixo (independente do momento), assumindo que tanto as armaduras tracionadas como as comprimidas estão em tensão de cedência:

$$\frac{1}{r} = \frac{2\varepsilon_{yd}}{0.9d} \quad (2.22)$$

Este método sobrestima a curvatura sempre que as armaduras não atingem a cedência, como por exemplo em elementos com coeficientes de esbelteza elevados em que a carga última é condicionada pela instabilidade do elemento antes de ser atingida a resistência das secções transversais, ou nos casos em que a carga axial é elevada e, por isso, a rotura da secção transversal não é condicionada pelas armaduras e estas não atingem a extensão de cedência. Como o efeito da fluência não é considerado, em alguns casos, a curvatura pode ser subestimada.

Método baseado na rigidez nominal

Numa análise de segunda ordem baseada na rigidez deverão utilizar-se valores nominais da rigidez de flexão, tendo em conta, no comportamento global, os efeitos da fendilhação, da não linearidade dos materiais e da fluência. Para determinar a rigidez nominal de elementos comprimidos esbeltos de secção transversal qualquer, poderá ser utilizado o seguinte modelo:

$$EI = K_c E_{cd} I_c + K_s E_s I_s \quad (2.23)$$

em que:

E_{cd} valor de cálculo do módulo de elasticidade do betão;

I_c momento de inércia da secção transversal de betão;

E_s valor de cálculo do módulo de elasticidade do aço das armaduras;

I_s momento de inércia das armaduras, em relação ao centro de gravidade da área de betão;

K_c coeficiente que tem em conta os efeitos da fendilhação e da fluência;

K_s coeficiente que tem em conta contribuição das armaduras.

Para $\rho \geq 0,002$, $K_s = 1$ e K_c pode ser calculado utilizando a equação 2.24:

$$K_c = \frac{k_1 k_2}{(1 + \varphi_{ef})} \quad (2.24)$$

em que:

$\rho = A_s/A_c$ percentagem geométrica de armadura;

A_s área total de armaduras;

A_c área da secção transversal de betão;

φ_{ef} coeficiente de fluência efetivo;

k_1 coeficiente que depende da classe de resistência do betão e pode ser calculado pela equação 2.25;

k_2 coeficiente que depende do esforço normal e da esbelteza, e pode ser calculado pela equação 2.26.

$$k_1 = \sqrt{f_{ck}/20} \text{ (MPa)} \quad (2.25)$$

$$k_2 = n \cdot \frac{\lambda}{170} \leq 0,20 \quad (2.26)$$

em que:

$n = N_{Ed}/(A_c f_{cd})$ esforço normal reduzido;

λ coeficiente de esbelteza;

Se o coeficiente de esbelteza λ não estiver definido, k_2 poderá ser calculado utilizando a equação 2.27:

$$k_2 = n \cdot 0,30 \leq 0,20 \quad (2.27)$$

Como alternativa simplificada e desde que $\rho \geq 0,01$, poderá considerar-se $K_s = 0$ e o coeficiente K_c pode ser obtido utilizando a equação 2.28:

$$K_c = \frac{0,3}{(1 + 0,5\varphi_{ef})} \quad (2.28)$$

Para estruturas hiperstáticas, deverão considerar-se os efeitos desfavoráveis da fendilhação dos elementos adjacentes ao elemento considerado. A fendilhação parcial e a contribuição do betão tracionado poderão ser consideradas. No entanto, como simplificação, poderá admitir-se que as secções estão totalmente fendilhadas. A rigidez deverá basear-se num módulo de elasticidade efetivo do betão dado pela equação 2.29:

$$E_{cd,eff} = \frac{E_{cd}}{(1 + \varphi_{ef})} \quad (2.29)$$

em que:

E_{cd} valor de cálculo do módulo de elasticidade do betão;

φ_{ef} coeficiente de fluência efetivo.

Coeficiente de majoração de momentos

O momento de cálculo total, incluindo o momento de segunda ordem, poderá ser expresso como uma majoração do valor do momento fletor resultante de uma análise de primeira ordem, utilizando a equação (2.30):

$$M_{Ed} = M_{0Ed} \left[1 + \frac{\beta}{(N_B/N_{Ed}) - 1} \right] \quad (2.30)$$

em que:

M_{0Ed} momento de primeira ordem;

β coeficiente que depende da distribuição dos momentos de primeira e de segunda ordem;

N_{Ed} valor de cálculo do esforço normal;

N_B carga de encurvadura baseada na rigidez nominal.

Para elementos isolados de secção transversal constante e solicitados por um esforço normal constante, poderá geralmente admitir-se que o momento de

segunda ordem tem uma distribuição sinusoidal. Nesse caso o coeficiente β torna à forma dada pela equação 2.31:

$$\beta = \pi^2/c_0 \quad (2.31)$$

em que:

c_0 coeficiente que depende da distribuição do momento de primeira ordem (por exemplo, $c_0 = 8$ para um momento de primeira ordem constante, $c_0 = 9,6$ para uma distribuição parabólica e $c_0 = 12$ para uma distribuição triangular simétrica).

Para elementos não sujeitos a uma ação transversal, os momentos de primeira ordem diferentes nas extremidades, M_{01} e M_{02} , poderão ser substituídos por um momento de primeira ordem equivalente constante, M_{0e} .

Quando não se aplicam as condições anteriores, $\beta = 1$ constitui normalmente uma simplificação razoável. A equação 2.32 reduz-se então a:

$$M_{Ed} = \frac{M_{0Ed}}{1 - (N_{Ed}/N_B)} \quad (2.32)$$

Método baseado numa curvatura nominal

Este método é principalmente adequado para elementos isolados sujeitos a uma força normal constante e com um comprimento efetivo definido l_0 . O método fornece um momento nominal de segunda ordem baseado num deslocamento, o qual, por sua vez, se baseia no comprimento efetivo e numa curvatura estimada na secção mais esforçada do elemento.

O momento de cálculo pode ser obtido através da equação (2.33):

$$M_{Ed} = M_{0Ed} + M_2 \quad (2.33)$$

em que:

M_{0Ed} momento de primeira ordem incluindo o efeito das imperfeições geométricas;

M_2 momento nominal de segunda ordem.

O valor máximo de M_{Ed} é obtido pelas distribuições de M_{0Ed} e M_2 ; a distribuição de M_2 poderá ser considerada parabólica ou sinusoidal ao longo do comprimento efetivo.

O EC2 refere ainda que para elementos hiperestáticos, M_{0Ed} é determinado para as condições de fronteira reais, dependendo M_2 das condições de fronteira através do comprimento efetivo.

Para elementos sem cargas aplicadas entre as suas extremidades, os momentos de primeira ordem, M_{01} e M_{02} , poderão ser substituídos por um momento de extremidade de primeira ordem equivalente M_{0e} ; calculado utilizando a equação 2.34:

$$M_{0e} = 0,6M_{02} + 0,4M_{01} \geq 0,4M_{02} \quad (2.34)$$

M_{01} e M_{02} deverão ter o mesmo sinal se produzirem tração na mesma face e, em caso contrário, deverão ter sinais opostos. Além disso, $|M_{02}| \geq |M_{01}|$.

O momento nominal de segunda ordem M_2 obtém-se pela equação 2.35:

$$M_2 = N_{Ed}e_2 \quad (2.35)$$

em que:

N_{Ed} valor de cálculo do esforço normal;

$e_2 = \frac{1}{r} \frac{l_0^2}{c}$ excentricidade de segunda ordem;

$1/r$ curvatura;

l_0 comprimento efetivo;

c coeficiente que depende da distribuição da curvatura.

No caso de uma secção transversal constante, utiliza-se normalmente $c = 10 (\approx \pi^2)$. O valor de π^2 corresponde a uma distribuição sinusoidal das curvaturas. No caso de uma curvatura constante, o valor correspondente é 8.

Note-se que c depende da distribuição da curvatura total, enquanto que c_0 , em β , depende da curvatura correspondente unicamente ao momento de primeira ordem.

Curvatura

No caso de elementos de secção transversal constante e simétrica (incluindo as armaduras), a curvatura pode ser calculada pela equação (2.36):

$$1/r = K_r \cdot K_\varphi \cdot 1/r_0 \quad (2.36)$$

em que:

K_r fator de correção dependente do esforço normal;

K_φ coeficiente que tem em conta a fluência;

$1/r_0 = \varepsilon_{yd}/(0,45d)$ curvatura base;

$\varepsilon_{yd} = f_{yd}/E_s$ valor de cálculo da extensão de cedência das armaduras;

d altura útil.

Se toda a armadura não estiver concentrada nas faces opostas, mas parte dela estiver distribuída paralelamente ao plano de flexão, d é definido por:

$$d = (h/2) + i_s \quad (2.37)$$

onde i_s é raio de giração da secção total de armaduras.

Para o cálculo de K_r deve ser considerada a equação 2.38:

$$K_r = (n_u - n)/(n_u - n_{bal}) \leq 1 \quad (2.38)$$

em que:

$n = N_{Ed}/(A_c f_{cd})$ esforço normal reduzido;

N_{Ed} valor de cálculo do esforço normal;

$n_u = 1 + \omega$;

n_{bal} valor de n correspondente ao momento resistente máximo; poderá utilizar-se o valor de 0,4;

$\omega = A_s f_{yd}/(A_c f_{cd})$ percentagem mecânica de armadura;

A_s área total da secção das armaduras;

A_c área da secção transversal de betão.

O efeito da fluência deverá ser considerado através do coeficiente K_φ dado pela equação 2.39:

$$K_\varphi = 1 + \beta \varphi_{ef} \geq 1 \quad (2.39)$$

em que:

φ_{ef} coeficiente de fluência efetivo;

$\beta = 0,35 + f_{ck}/200 - \lambda/150$ (com f_{ck} em MPa);

λ coeficiente de esbelteza.

2.7.2 REBAP

O método simplificado preconizado no REBAP para o cálculo dos efeitos de segunda ordem é usualmente designado por método da excentricidade adicional. A verificação da segurança é normalmente efetuada para cada elemento vertical da estrutura considerando as duas direções principais de inércia. Considera-se o valor de cálculo do momento fletor atuante, M_{0Sd} , na secção crítica, acrescido do momento de segunda ordem para a direção considerada. Este último resulta do produto do esforço axial N_{Sd} por uma excentricidade adicional e :

$$M_{Sd} = M_{0Sd} + N_{Sd} \cdot e \quad (2.40)$$

em que:

M_{0Sd} representa o momento fletor de primeira ordem;

Por sua vez, a excentricidade adicional e resulta do somatório de três excentricidades distintas: a excentricidade acidental, e_a , a excentricidade de segunda ordem, e_2 , e a excentricidade de fluência e_c , de acordo com a equação 2.41:

$$e = e_a + e_2 + e_c \quad (2.41)$$

De acordo com o REBAP a excentricidade acidental, e_a , destina-se a ter em conta os efeitos das imperfeições geométricas da execução dos pilares ou do deficiente posicionamento da resultante das forças neles atuantes. Nos casos correntes, e_a pode tomar um valor de $l_0/300$, considerando um valor limite mínimo de 2cm .

A excentricidade de segunda ordem, e_2 , corresponde à flecha do pilar na secção crítica devido aos esforços de primeira ordem e pode ser calculada pela equação 2.42:

$$e_2 = \frac{1}{r} \cdot \frac{l_0^2}{10} \quad (2.42)$$

onde:

l_0 é o comprimento efetivo do pilar;

$1/r$ é a curvatura do pilar na secção crítica, que pode ser calculada simplificadamente utilizando a equação 2.43:

$$\frac{1}{r} = \frac{5}{h} \times 10^{-3} \cdot \eta \quad (2.43)$$

onde:

h representa a altura da secção no plano de encurvadura considerado;

$$\eta = \frac{0,4f_{cd}A_c}{N_{Sg}}$$

A excentricidade de fluência, e_c , destina-se a ter em conta o acréscimo de deformação do pilar devido aos efeitos da fluência e pode considerar-se para os casos correntes a equação 2.44:

$$e_c = \left(\frac{M_{Sg}}{N_{Sg}} + e_a \right) \left[e^{\left(\frac{\varphi_c(t_\infty, t_0) N_{Sg}}{N_E - N_{Sg}} \right)} - 1 \right] \quad (2.44)$$

em que:

M_{Sg}, N_{Sg} representam esforços devido às ações de carácter permanente (que provocam fluência), não afetadas dos coeficientes de segurança;

$\varphi_c(t_\infty, t_0)$ representa o coeficiente de fluência;

N_E representa a carga crítica de Euler.

2.7.3 Método P-Delta

No cálculo elástico de estruturas é frequente as equações de equilíbrio serem formuladas para a geometria inicial da estrutura, ou seja, para a sua forma não deformada. No entanto, as estruturas vão sofrendo deformações à medida que vão sendo aplicadas cargas, e também devido a fatores como a fluência. Em consequência desta deformação a posição das forças aplicadas vai sendo alterada e gera esforços adicionais ditos de segunda ordem.

O efeito P-Delta corresponde a um acréscimo de momentos que resulta da deformação da estrutura, mais especificamente um deslocamento horizontal, o qual é consequência da alteração do ponto de aplicação das cargas verticais, não estando mais colineares com os pilares. Este efeito pode ser separado em dois: o efeito $P - \delta$ é associado a uma deformação local que resulta do aparecimento de momentos secundários devidos à encurvadura do elemento, e o efeito $P - \Delta$ que corresponde a um acréscimo de momentos devido à mudança do ponto de aplicação das cargas que resulta da deformação da estrutura.

Este método utiliza uma análise de primeira ordem ligada a um processo iterativo para corrigir o efeito das ações verticais devido à deformação da estrutura com recurso a forças horizontais adicionais.

Sequência de cálculo do método (Castro [4]):

Calcula-se o deslocamento horizontal elástico a_i em cada piso devido às ações horizontais H_{Sdi} e verticais V_{Sdi} ;

Determina-se o deslocamento relativo de cada piso:

$$\Delta a_i = a_{i-1} - a_i \quad (2.45)$$

Determinam-se as forças horizontais adicionais a introduzir em cada piso i devido à deformação da estrutura:

$$\Delta H_{Sdi} = \sum_{j=i}^n V_{Sdj} \times \frac{\Delta a_i}{l_i} \quad (2.46)$$

Em que l representa a altura do piso em análise e n o número total de pisos;

Calcular novamente o deslocamento horizontal elástico para as ações do ponto 1 adicionando ΔH_{Sdi} .

O processo iterativo termina quando as forças horizontais não diferem significativamente em relação à iteração anterior.

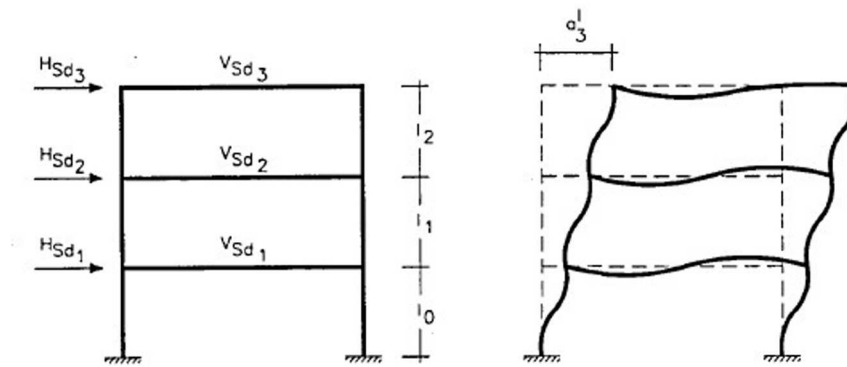


Figura 2.11: Método P-Delta; à esquerda encontra-se a estrutura com as ações atuantes; à direita encontra-se a deformada da estrutura. (figura adaptada de Castro)

Capítulo 3

Modelação e análise de uma estrutura pré-fabricada

3.1 Introdução

Este capítulo descreve a estrutura utilizada na análise e os detalhes da sua modelação no programa SAP2000 (versão v.18). São apresentados todos os dados relativos à geometria da estrutura e às ações a que esta está sujeita. No final são apresentados e analisados os valores de esforços obtidos.

3.2 Descrição da estrutura

A estrutura considerada para a análise representa uma parcela de um armazém¹ com estrutura pré-fabricada. Esta é formada por vigas, pilares e painéis pré-fabricados, em betão armado e betão armado pré-esforçado. As dimensões da estrutura em planta são as indicadas na Figura 3.1, assim como a distribuição dos pilares. A altura considerada para os pilares foi de 18m.

Todos os pilares da estrutura apresentam uma secção transversal com as mesmas dimensões mas a sua orientação é variável. Os pilares entre o P28 e P35 inclusive, apresentam a secção A, conforme representado na Figura 3.2, com o maior dimensão segundo o eixo x, enquanto que os restantes pilares partilham a secção B com o maior comprimento segundo a direção y.

A cobertura é composta por painéis pré-fabricados em betão armado, suportados por uma estrutura em vigas e madres. Todas as vigas da estrutura assentam sobre cachorros ou sobre a cabeça dos pilares e encontram-se ligados a estes elementos através de varões de aço A500 ou através de varões roscados de classe 8.8 que emergem do interior dos pilares. Na Figura 3.3 ilustra-se a distribuição das vigas em planta. Foram utilizadas vigas de diferentes secções, nomeadamente, vigas de secção variável (V.S.V.), vigas caleira (V.C.) e vigas de

¹As peças desenhadas e a memória descritiva relativas ao projeto do armazém foram disponibilizadas pela empresa de pré-fabricação *Concremat*

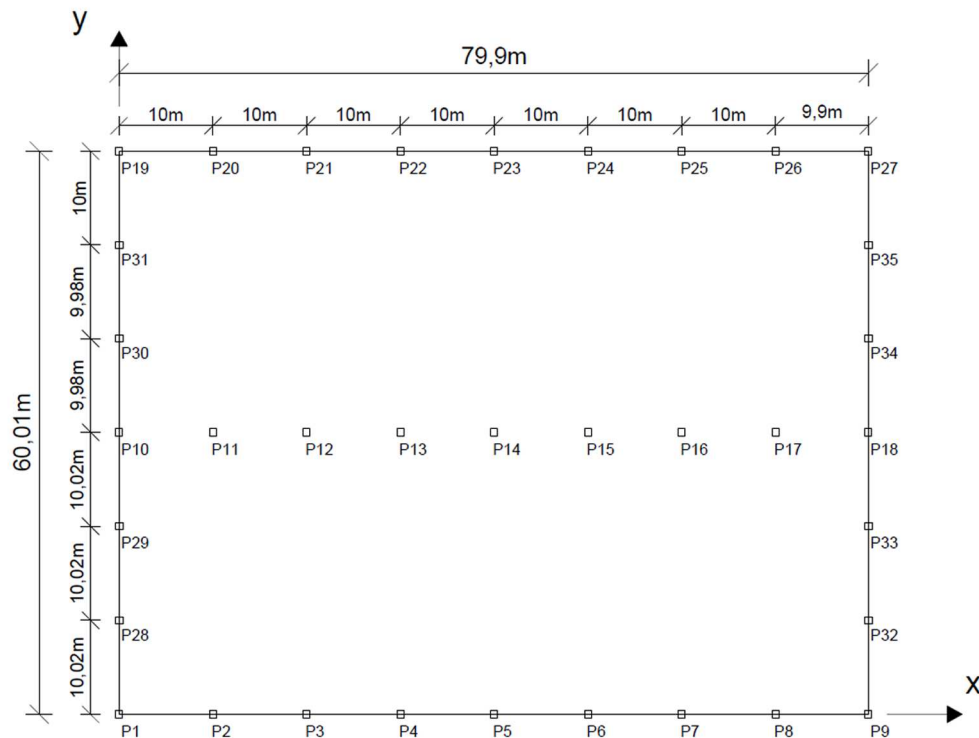


Figura 3.1: Planta da estrutura com os pilares numerados

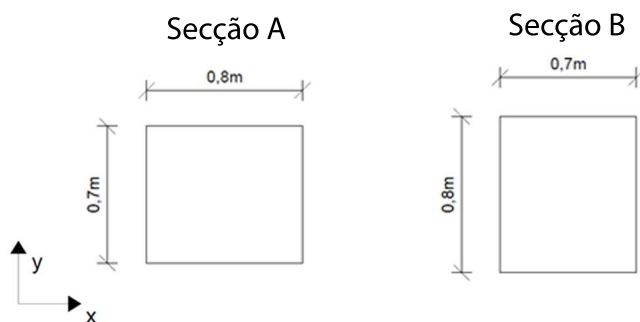


Figura 3.2: Seções transversais dos pilares da estrutura

travamento (V.T.), as quais se encontram representadas nas Figuras 3.4, 3.5 e 3.6.

3.2.1 Materiais

Os materiais adotados para os elementos estruturais foram o betão C40/50 e o aço A500NR, cujas propriedades mecânicas se apresentam nas Tabelas 3.1 e 3.2, respetivamente. Nas tabelas referidas, também são apresentados os valores de cálculo das tensões e do módulo de elasticidade, obtidos a partir dos valores

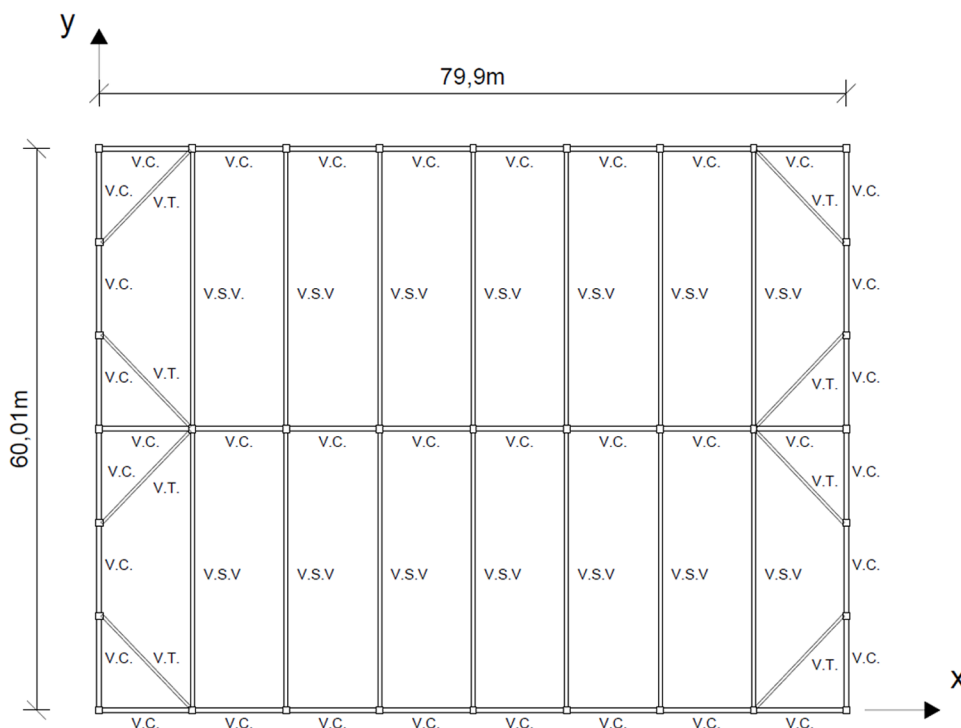


Figura 3.3: Planta com os elementos estruturais da cobertura

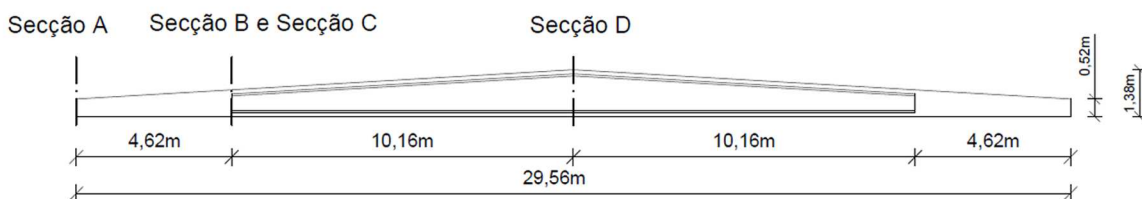


Figura 3.4: Perfil da viga de secção variável

caraterísticos minorados pelo respetivo coeficiente parcial de segurança [3]. A escolha dos materiais foi feita de acordo com a memória descritiva do projeto disponibilizado pela *Concremat*.

Tabela 3.1: Caraterísticas do betão C40/50

f_{ck} (MPa)	f_{cd} (MPa)	E_{cm} (GPa)	E_{cd} (GPa)	ϵ_{c1} ‰	ϵ_{cu} ‰
40	26,7	35	29,2	-2,3	-3,5

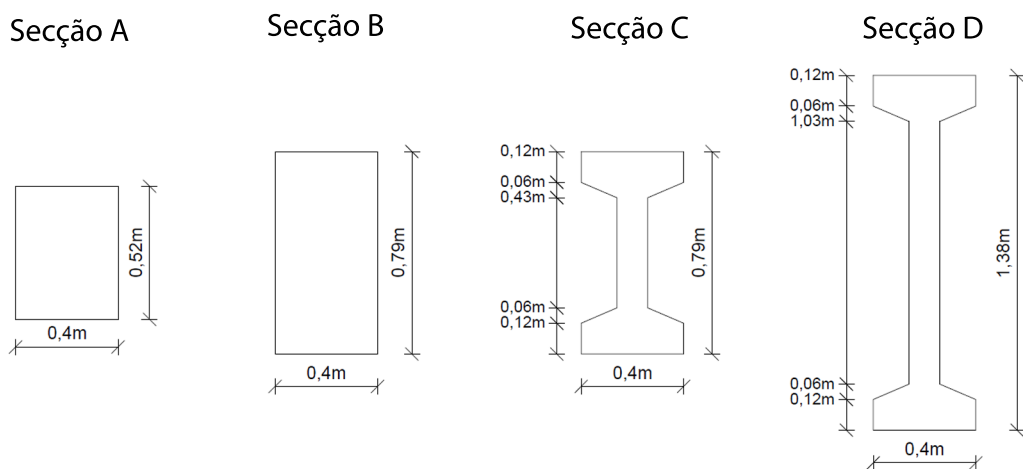


Figura 3.5: Secções dos diferentes troços das vigas de secção variável

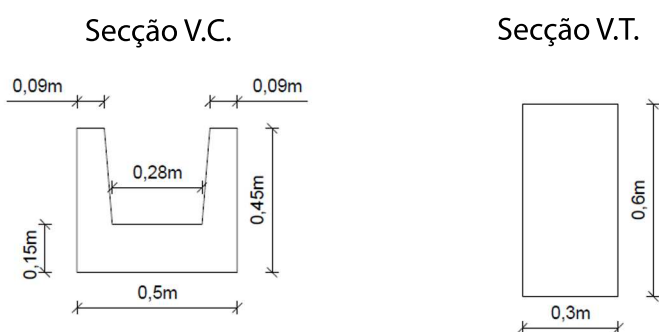


Figura 3.6: Secções das vigas caleira e das vigas de travamento

Tabela 3.2: Características do aço A500NR

f_{yk} (MPa)	f_{yd} (MPa)	E_s (GPa)	ε_{yd} ‰	ε_{ud} ‰
500	435	200	2,18	45,0

3.2.2 Ações

Para a verificação da segurança dos pilares consideraram-se as ações do peso próprio da cobertura e dos elementos estruturais, a sobrecarga de utilização para uma cobertura não acessível e a ação do vento. Consideraram-se também as ações devidas às variações de temperatura, ao pré-esforço nas vigas de secção variável e à retração dos elementos de betão.

Na Tabela 3.3 são apresentados os valores das ações do peso próprio e sobrecarga da cobertura. Quanto ao peso próprio dos elementos estruturais, este

é aplicado automaticamente na modelação da estrutura no SAP2000.

Tabela 3.3: Valores de carga das ações do peso próprio e da sobrecarga

Ação	Carga kN/m^2
Peso próprio da cobertura	0,35
Sobrecarga	0,4

Nota: Para os elementos estruturais em betão armado considerou-se um peso específico de $\gamma = 25kN/m^3$.

Vento

A ação do vento foi quantificada de acordo com o Regulamento de Segurança e Ações, para um edifício localizado na zona A do território nacional, numa zona com rugosidade do tipo II. O valor característico da pressão dinâmica do vento (w) considerado foi de $1,12kN/m^2$ até $20m$ de altura.

Considerou-se a ação do vento a atuar segundo as duas direções principais da estrutura. As pressões originadas por estas ações foram calculadas seguindo as indicações presentes no Anexo I do R.S.A. a partir da equação 3.1:

$$p = \delta_p w \quad (3.1)$$

onde,

δ_p coeficiente de pressão;

w valor característico da pressão dinâmica do vento.

Temperatura

A quantificação da ação da temperatura foi feita de acordo com o R.S.A. Considerou-se a estrutura em betão armado protegida, para a qual se obtém um valor característico da variação uniforme de temperatura de $\pm 10^\circ C$.

Retração do betão

Para a quantificação dos efeitos da retração do betão foi considerado um abaixamento lento e uniforme da temperatura de $15^\circ C$ (tratado como uma ação permanente). O valor considerado foi retirado diretamente da memória descritiva do projeto da *Concremat*.

Pré-esforço

Para a quantificação da ação do pré-esforço atuante nas V.S.V., este foi também convertido a um abaixamento da temperatura equivalente a $20^{\circ}C$ de modo a facilitar a sua aplicação no modelo de cálculo. O valor considerado foi retirado diretamente da memória descritiva do projeto da *Concremat*.

3.3 Modelação

Na modelação da estrutura no as ações foram aplicadas diretamente às vigas (ações verticais) e aos pilares (ações laterais). Para isso foi necessário converter os valores de carga das ações para unidade de comprimento. Esta conversão foi feita utilizando áreas de influência para cada elemento estrutural. A Figura 3.7 mostra, em planta, a distribuição das áreas de influência para cada viga.

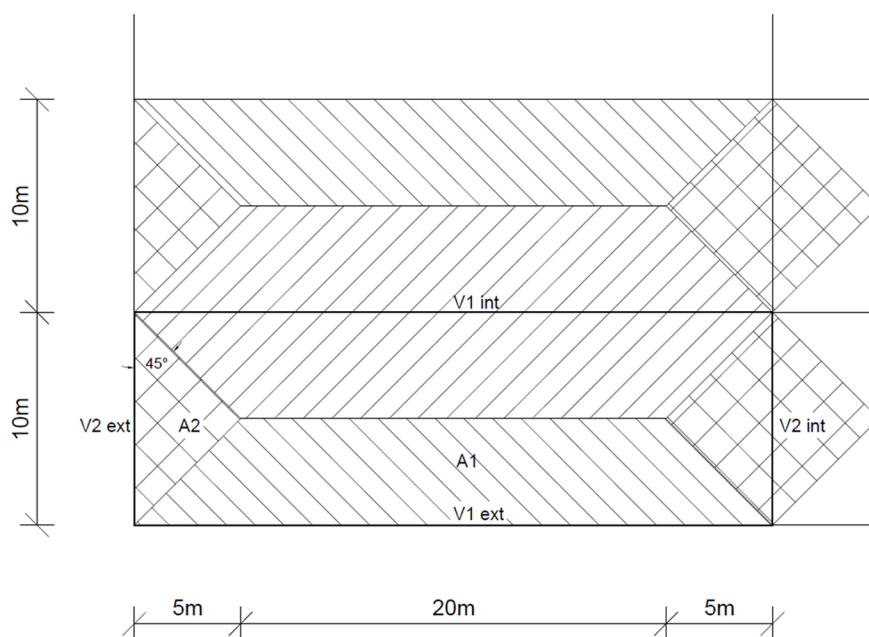


Figura 3.7: Áreas de influência para cada elemento estrutural na cobertura

A título de exemplo mostra-se de seguida o cálculo da carga para a viga horizontal interior, *V1 int*.

$$A1 = 20 \times 5 + 5 \times 5 = 125m^2$$

$$P_{V1_{int}} = \frac{p \times 2 \cdot 125}{30} = 8.333p[kN/m]$$

onde:

p é o valor de carga da ação, em kN/m^2 ;
30 é o comprimento da viga, em m .

A Tabela 3.4 apresenta os valores de carga das ações do peso próprio da cobertura e da sobrecarga da cobertura, em kN/m , para as vigas com as diferentes áreas de influência.

Tabela 3.4: Valores de carga das ações calculados com base nas áreas de influência

Ações	$P_{V1_{int}}$	$P_{V1_{ext}}$	$P_{V2_{int}}$	$P_{V2_{ext}}$
Cobertura	2.9	1.5	1.8	0.9
Sobrecarga	3.3	1.7	2.000	1.000

É de referir que as ações derivadas das variações de temperatura são automaticamente contabilizadas no modelo de cálculo após serem introduzidas as referidas temperaturas. O peso próprio da estrutura também é automaticamente contabilizado.

A ação do vento também foi distribuída pelos elementos estruturais a partir de áreas de influência. A Figura 3.8 apresenta as áreas de influência consideradas para os pilares. Como os pilares distam sempre $10m$ entre si independentemente da face da estrutura considerada, o modelo da Figura 3.8 serve para todos os pilares periféricos.

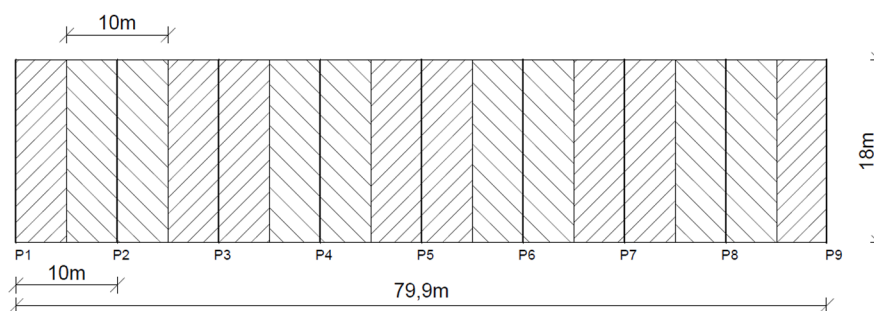


Figura 3.8: Áreas de influência dos pilares para a atuação do vento

Na Tabela 3.5 apresentam-se os valores de pressão finais do vento (com este a atuar segundo as direções principais) calculados a partir do Anexo I do R.S.A.

Tabela 3.5: Valores da pressão do vento em kN/m^2

		Vento atuante na direção x		Vento atuante na direção y		
Paredes	Ações Globais	P_A	-0,224	P_A	1,12	
		P_B	-0,224	P_B	0,112	
		P_C	1,12	P_C	-0,224	
		P_D	0,112	P_D	-0,224	
		Ações Locais	P_A	-0,56	P_C	-0,56
			P_B	-0,56	P_D	-0,56
Cobertura	Ações Globais	P_{a1}	-0,56	P_c	-0,896	
		P_{a2}	-0,336	P_d	-0,336	
		P_{a3}	0,112	P_e	-0,112	
				P_f	0	
	Ações Locais			P_{ext}	-1,904	
				P_{int}	-1,334	

Nas Figuras 3.3 e 3.3 apresenta-se a distribuição das pressões do vento efetuadas na modelação, com o vento a atuar segundo a direção x e segundo a direção y , respetivamente.

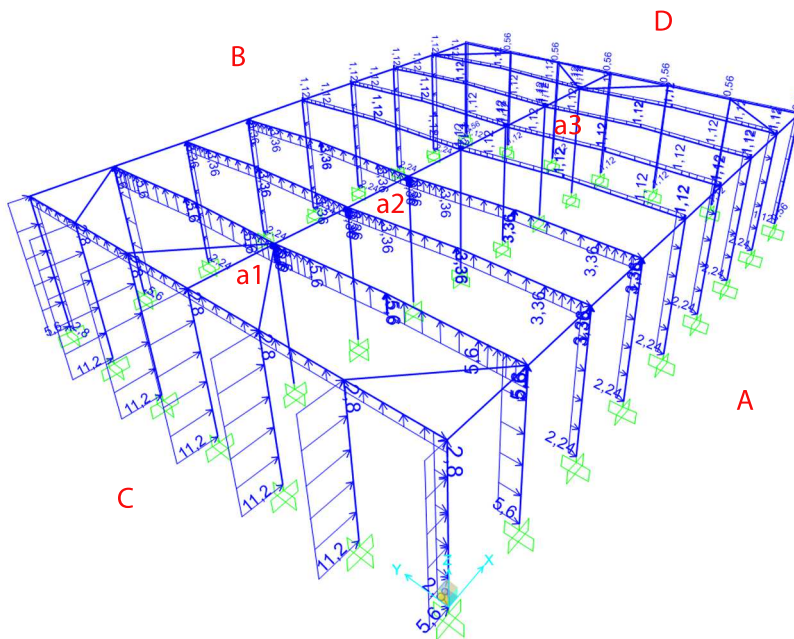


Figura 3.9: Distribuição das pressões do vento atuante segundo a direção x

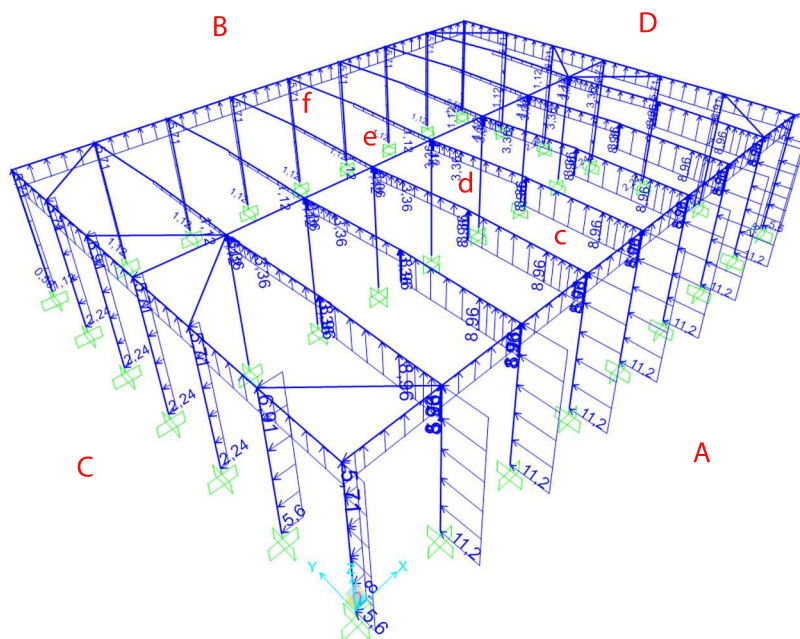


Figura 3.10: Distribuição das pressões do vento atuante segundo a direção y

3.3.1 Ligação Viga-Pilar

A ligação viga-pilar nesta estrutura é uma ligação excêntrica, ou seja, o ponto de aplicação das cargas provenientes da viga não é coincidente com o eixo do pilar. Na modelação da estrutura, esta excentricidade foi considerada recorrendo à propriedade *end offset*, que cria um espaçamento entre o ponto de aplicação da carga da viga no pilar e o eixo do pilar. A Figura 3.11 ilustra as excentricidades presentes nos pilares interiores e exteriores.

De referir ainda que as ligações viga-pilar foram consideradas como rotuladas, conforme se apresenta na Figura 3.12.

3.4 Combinações de ações

Relativamente à combinação de ações, foi utilizada a combinação fundamental, apresentada na equação 3.2:

$$Ed = E\left\{\sum \gamma_{G,j} G_{k,j} + \gamma_{Q,1} Q_{k,1} + \sum \gamma_{Q,i} \Psi_{0,i} Q_{k,i}\right\} \quad (3.2)$$

onde,

$G_{k,j}$ é o valor característico das ações permanentes;

$Q_{k,1}$ é o valor característico da ação variável base;

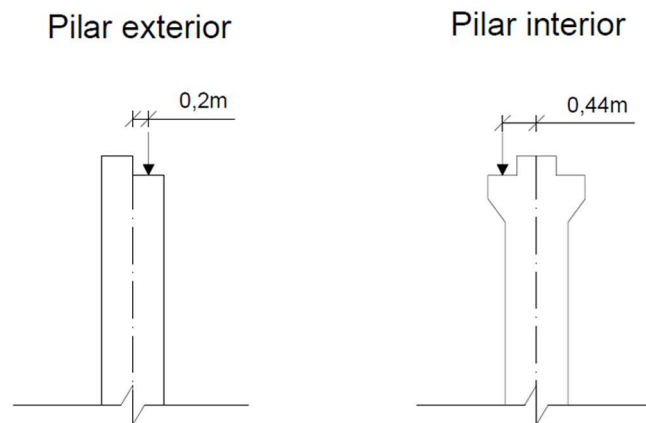


Figura 3.11: Excentricidade na ligação viga-pilar

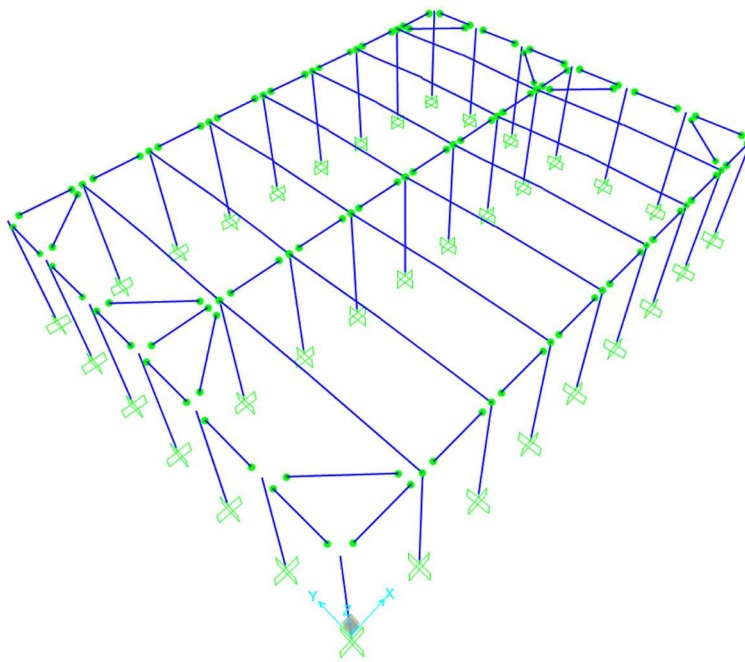


Figura 3.12: Releases nas ligações viga-pilar

$Q_{k,i}$ é o valor característico das ações variáveis acompanhantes;

$\gamma_{G,j}$ é o coeficiente de segurança para as ações permanentes;

$\gamma_{Q,i}$ é o coeficiente de segurança para as ações variáveis;

$\Psi_{0,i}$ é o coeficiente de combinação da ação, $\Psi_0(\text{vento}) = 0.6$,
 $\Psi_0(\text{SCcoberturas}) = 0$ e $\Psi_0(\text{temperatura}) = 0.6$.

As combinações de ações utilizadas para a equação 3.2 são as apresentadas na Tabela 3.6, onde "Wx" representa o vento a atuar segundo a direção x , "Wy" representa o vento a atuar segundo a direção y e "SC cobertura" representa a sobrecarga da cobertura. Em relação à variação da temperatura, é considerada só a variação negativa dado ser esta a mais desfavorável.

As ações permanentes consideradas foram o peso próprio da cobertura e dos elementos estruturais e as ações devidas à retração do betão e ao pré-esforço.

Tabela 3.6: Combinações das ações para a combinação fundamental

Combinação	Ação variável base	Outras ações variáveis
1	SC cobertura	$Wx + \Delta T = -10^{\circ}C$
2	SC cobertura	$Wy + \Delta T = -10^{\circ}C$
3	$\Delta T = -10^{\circ}C$	SC cobertura + Wx
4	$\Delta T = -10^{\circ}C$	SC cobertura + Wy
5	Wx	SC cobertura + $\Delta T = -10^{\circ}C$
6	Wy	SC cobertura + $\Delta T = -10^{\circ}C$

Ainda para as combinações apresentadas na Tabela 3.6 estas foram sujeitas a uma análise elástica linear e a uma análise geometricamente não linear recorrendo ao comando *P-Delta + Large Displacements*.

Foi também programada a combinação quase-permanente, apresentada na equação 3.3, cujos valores serão necessários para a consideração dos efeitos da fluência.

$$Ed_{qp} = \sum G_{k,j} + \sum \Psi_2 \times Q_{k,j} \quad (3.3)$$

onde,

Ψ_2 é o coeficiente de combinação da ação, $\Psi_2(\text{vento}) = 0$, $\Psi_2(\text{SCcoberturas}) = 0$ e $\Psi_2(\text{temperatura}) = 0$

Tabela 3.7: Valores dos esforços para a combinação quase-permanente

Combinação	Pilar	N_{qp} (kN)	$M_{0qp, x}$ (kNm)	$M_{0qp, y}$ (kNm)
Quase-permanente	P1	-297,0	41,6	44,1
	P5	-422,8	43,2	0,04
	P17	-627,2	-0,2	-32,8
	P29	-331,8	9,9	55,2

3.5 Resultados

Após a obtenção dos resultados a partir das análises efetuadas no program de cálculo automático, selecionaram-se 4 pilares como elementos de análise do comportamento da estrutura às ações já descritas, os quais podem ser observados na Figura 3.5. Na escolha dos pilares, para além da observação dos resultados presentes no Anexo A, foram tidos em conta vários fatores, dos quais se destacam a posição geométrica na estrutura e a área de influência relativa à carga que cada pilar suporta, por forma a ter diferentes valores de esforço axial associado. Com esta seleção conseguem-se obter os valores mais condicionantes nas faces, canto e interior da estrutura.

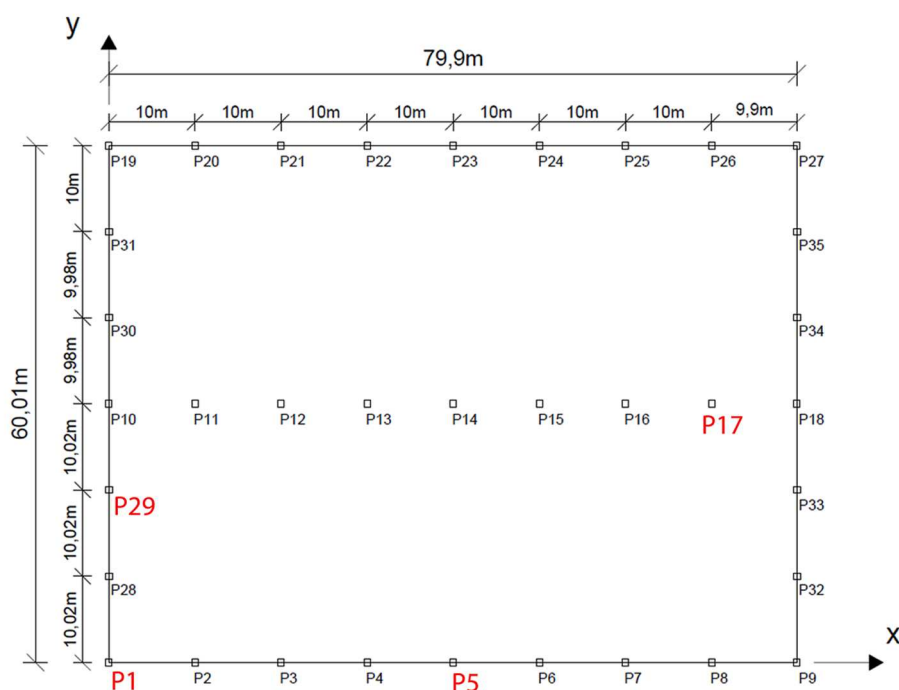


Figura 3.13: Pilares considerados para a verificação da segurança

Nas Tabelas 3.8 e 3.9 são apresentados os resultados de esforços para as diferentes combinações obtidos pela análise da estrutura no programa *SAP2000*. Os esforços apresentados na Tabela 3.9 foram obtidos, como referido anteriormente, através de uma análise não linear com recurso ao comando *P-Delta + Large Displacements*. Este comando efetua uma análise não linear estática, considerando apenas a não linearidade geométrica e segue o processo iterativo apresentado em 2.7.3. do presente documento.

Analisando os valores presentes nas tabelas é possível concluir que as combinações que produzem os valores mais condicionantes são as 5 e 6. Nestas combinações o vento atua como ação variável base e a sobrecarga de cobertura tem um coeficiente para edifícios nulo. Estes dois fatores resultam em maiores momentos e menores esforços axiais. As restantes combinações têm valores de

Tabela 3.8: Resultados dos esforços obtidos através da análise linear

Combinação	Pilar	N_{Ed} (kN)	$M_{0Ed, x}$ (kNm)	$M_{0Ed, y}$ (kNm)
1	P1	-408,4	438,8	-19,8
	P5	-675,1	144,8	-38,5
	P17	-1058,3	162,4	-0,2
	P29	-447,8	826,9	20,8
2	P1	-369,6	-17,8	422,5
	P5	-470,9	-0,1	882,2
	P17	-847,7	-61,6	264,0
	P29	-416,1	163,8	122,0
3	P1	-388,3	456,5	-1,5
	P5	-585,7	144,8	12,6
	P17	-877,3	149,3	-0,2
	P29	-422,7	851,0	25,9
4	P1	-349,5	-0,01	440,7
	P5	-381,6	-0,1	933,3
	P17	-666,7	-74,7	263,9
	P29	-391,0	187,8	127,1
5	P1	-379,9	674,4	-86,1
	P5	-595,7	241,4	-64,1
	P17	-897,6	313,3	-0,2
	P29	-405,9	1307,7	22,5
6	P1	-315,2	-86,5	650,9
	P5	-255,5	-0,1	1470,4
	P17	-546,7	-60,0	440,1
	P29	-353,1	202,4	191,2

esforços inferiores e portanto não são tão condicionantes. A analogia para os resultados da análise não linear pode ser a mesma, uma vez que as combinações são iguais. Deste modo as combinações escolhidas para as análises seguintes são também a 5 e 6.

Tabela 3.9: Resultados dos esforços obtidos através da análise não linear (comando *P-Delta + Large Displacements*)

Combinação	Pilar	N_{Ed} (kN)	$M_{0Ed, x}$ (kNm)	$M_{0Ed, y}$ (kNm)
1	P1	-408,3	447,6	-19,9
	P5	-675,1	151,5	-19,9
	P17	-1058,2	177,9	-0,6
	P29	-447,5	852,2	20,7
2	P1	-369,5	-17,6	430,0
	P5	-470,5	-0,1	906,0
	P17	-847,7	-60,8	273,9
	P29	-416,2	170,1	126,8
3	P1	-388,2	463,6	-1,5
	P5	-585,7	150,4	21,9
	P17	-877,2	161,2	-0,5
	P29	-422,3	870,0	25,9
4	P1	-349,4	0,2	447,1
	P5	-381,0	-0,1	947,9
	P17	-666,7	-74,2	271,1
	P29	-391,0	191,8	131,0
5	P1	-379,7	686,0	-85,9
	P5	-595,7	250,4	-53,8
	P17	-897,6	331,1	-0,4
	P29	-405,0	1338,5	22,5
6	P1	-315,0	-86,0	660,4
	P5	-254,4	-0,2	1487,4
	P17	-546,7	-59,9	446,5
	P29	-353,2	204,9	196,4

Capítulo 4

Análise de resultados e cálculo dos efeitos de segunda ordem

4.1 Introdução

Neste capítulo apresenta-se o cálculo dos esforços de segunda ordem para a estrutura apresentada no capítulo 3. São utilizados três métodos para o cálculo destes esforços. O método baseado na curvatura nominal, o método baseado na rigidez nominal e um método simplificado em que se consideram os efeitos geometricamente não lineares através da análise P-Delta do SAP2000 à qual se acresce a excentricidade de fluência calculada de acordo com o REBAP [1]. São ainda apresentados os resultados para uma análise física e geometricamente não linear dos pilares isolados.

O objetivo neste capítulo é calcular a armadura necessária para verificar a segurança dos pilares da estrutura, recorrendo aos valores de esforços obtidos pelos três métodos.

No final são apresentadas conclusões com base na comparação entre os resultados obtidos pelas três metodologias.

4.2 Fluxograma do processo de cálculo das armaduras

O fluxograma presente na Figura 4.1 ilustra a metodologia seguida para verificação da segurança dos pilares, desde a obtenção de esforços, consideração dos efeitos de segunda ordem (se necessário) até o cálculo da armadura final.

4.3 Análise dos efeitos de segunda ordem

Conforme concluído no capítulo 3, as combinações mais condicionantes são a 5 e 6. São apresentados de seguida os dados e processos utilizados para o cálculo dos esforços de segunda ordem e da armadura final pelos métodos já referidos. Serão utilizados os valores de esforços das combinações 5 e 6 obtidos pela análise linear para os métodos da curvatura nominal e da rigidez nominal, e os valores de

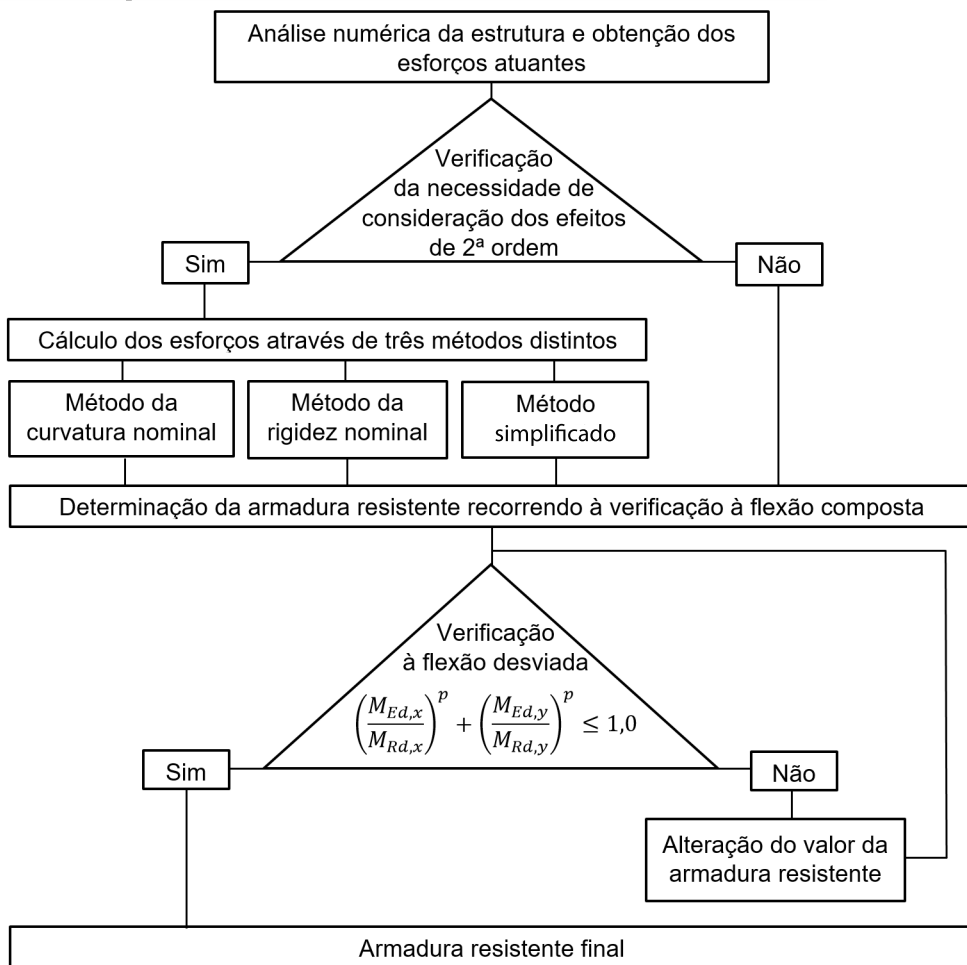


Figura 4.1: Fluxograma com a descrição do processo de verificação de segurança

esforços obtidos pela análise não linear para as mesmas combinações para o método simplificado baseado na análise P-Delta.

4.3.1 Verificação da necessidade de consideração dos efeitos de segunda ordem

Segundo o critério da esbelteza limite apresentado em 2.5.2. (Capítulo 2), os efeitos de segunda ordem podem ser desprezados caso se verifique a seguinte condição:

$$\lambda < \lambda_{lim} = \frac{20 \cdot A \cdot B \cdot C}{\sqrt{n}} \quad (4.1)$$

Na Tabela 4.1 são apresentados os valores da esbelteza para os pilares selecionados e para as duas direções principais.

Nas Tabelas 4.2 e 4.4, e 4.3 e 4.5 são apresentados os dados necessários para o cálculo do valor da esbelteza limite nas direções x e y , respetivamente. O valor

Tabela 4.1: Cálculo da esbelteza λ para os pilares selecionados

Pilar	Direção x				Direção y			
	I_c (m^4)	i_s	L_0 (m)	λ	I_c (m^4)	i_s	L_0 (m)	λ
P1, P5 e P17	0,02987	0,231	36	155,89	0,02287	0,202	36	178,15
P29	0,02287	0,202	36	178,15	0,02987	0,231	36	155,89

do coeficiente de fluência utilizado vem de acordo com a informação presente na memória descritiva do projeto. Em relação ao valor de ω utilizado, este foi calculado com base numa armadura inicial $A_s = 98cm^2$, obtida considerando os resultados da análise elástica para os maiores esforços obtidos. Os restantes coeficientes foram adotados de acordo com o apresentado em 2.5.2.

Tabela 4.2: Coeficiente de fluência efetivo na direção x

Comb.	Pilar	$\varphi(t, \infty)$	M_{0qp} (kNm)	M_{0Ed} (kNm)	φ_{ef}
5	P1	2,5	44,0	674,4	0,16
	P5	2,5	-0,04	241,4	0
	P17	2,5	-32,8	313,3	0,26
	P29	2,5	55,2	1307,7	0,11
6	P1	2,5	44,0	-86,5	1,27
	P5	2,5	-0,04	-0,1	0,62
	P17	2,5	-32,8	-60,0	1,37
	P29	2,5	55,2	202,4	0,68

Tabela 4.3: Coeficiente de fluência efetivo na direção y

Comb.	Pilar	$\varphi(t, \infty)$	M_{0qp} (kNm)	M_{0Ed} (kNm)	φ_{ef}
5	P1	2,5	41,6	-86,1	1,21
	P5	2,5	43,2	-64,1	1,69
	P17	2,5	-0,2	-0,2	2,29
	P29	2,5	9,866	22,487	1,0993
6	P1	2,5	41,6	650,9	0,16
	P5	2,5	43,2	1470,4	0,07
	P17	2,5	-0,2	440,1	0
	P29	2,5	9,9	191,2	0,13

É possível concluir que os valores de esbelteza calculados para os pilares estão acima dos valores limite independentemente da combinação ou direção e portanto a expressão 4.1 não é verificada obrigando à consideração dos efeitos de segunda ordem.

Tabela 4.4: Determinação do valor da esbelteza limite λ_{lim} na direção x

Comb.	Pilar	φ_{efx}	ω	A	B	C	n	λ_{lim}
5	P1	0,16	0,29	0,97	1,25	0,7	0,03	106,63
	P5	0	0,29	0,99	1,25	0,7	0,04	87,93
	P17	0,26	0,29	0,95	1,25	0,7	0,06	68,07
	P29	0,11	0,29	0,98	1,25	0,7	0,03	104,33
6	P1	1,27	0,29	0,80	1,25	0,7	0,02	96,33
	P5	0,62	0,29	0,89	1,25	0,7	0,02	119,40
	P17	1,37	0,29	0,79	1,25	0,7	0,04	72,07
	P29	0,68	0,29	0,88	1,25	0,7	0,02	100,50

Tabela 4.5: Determinação do valor da esbelteza limite λ_{lim} na direção y

Comb.	Pilar	φ_{efy}	ω	A	B	C	n	λ_{lim}
5	P1	1,21	0,29	0,81	1,25	0,7	0,03	88,66
	P5	1,69	0,29	0,75	1,25	0,7	0,04	65,74
	P17	2,29	0,29	0,69	1,25	0,7	0,06	49,17
	P29	1,10	0,29	0,82	1,25	0,7	0,03	87,34
6	P1	0,16	0,29	0,97	1,25	0,7	0,02	117,14
	P5	0,74	0,29	0,99	1,25	0,7	0,02	132,34
	P17	0	0,29	0,99	1,25	0,7	0,04	91,78
	P29	0,13	0,29	0,97	1,25	0,7	0,02	111,35

4.3.2 Método baseado na curvatura nominal

A curvatura considerada para a determinação da excentricidade de segunda ordem foi calculada de acordo com a expressão 2.36 (Capítulo 2). As Tabelas 4.6 e 4.7 apresentam os valores dos coeficientes utilizados no cálculo da curvatura segundo as direções x e y , respetivamente. Pode observar-se que os coeficientes K_r e K_φ têm um valor unitário que não varia de pilar para pilar. Isto acontece devido ao facto da carga axial associada ser pequena e devido à elevada esbelteza dos pilares. Estes fatores conduzem a que o valor da curvatura dependa só da curvatura base e por isso existem valores de curvatura tão idênticos.

Nas Tabelas 4.8 e 4.9 são apresentados os momentos de cálculo totais, incluindo os efeitos de segunda ordem, para as direções x e y , respetivamente.

É possível observar que o pilar P17 é o que sofre os maiores momentos de segunda ordem. Isto deve-se ao seu esforço axial ser o mais elevado e às excentricidades calculadas serem idênticas. No entanto, os pilares que apresentam os maiores esforços totais são o P5 e o P29 para a combinação 6 na direção y e para combinação 5 na direção x , respetivamente. São estes os pilares que sofrem diretamente a ação do vento e portanto os mais suscetíveis a grandes momentos.

Tabela 4.6: Determinação da curvatura nominal na direção x

Comb.	Pilar	n_u	K_r	β	K_φ	d	$1/r_0$	$1/r$
5	P1	1,29	1	-0,64	1	0,64	0,008	0,008
	P5	1,29	1	-0,64	1	0,64	0,008	0,008
	P17	1,29	1	-0,64	1	0,64	0,008	0,008
	P29	1,29	1	-0,64	1	0,74	0,007	0,007
6	P1	1,29	1	-0,64	1	0,64	0,008	0,008
	P5	1,29	1	-0,64	1	0,64	0,008	0,008
	P17	1,29	1	-0,64	1	0,64	0,008	0,008
	P29	1,29	1	-0,64	1	0,74	0,007	0,007

Tabela 4.7: Determinação da curvatura nominal na direção y

Comb.	Pilar	n_u	K_r	β	K_φ	d	$1/r_0$	$1/r$
5	P1	1,29	1	-0,49	1	0,74	0,007	0,007
	P5	1,29	1	-0,49	1	0,74	0,007	0,007
	P17	1,29	1	-0,49	1	0,74	0,007	0,007
	P29	1,29	1	-0,49	1	0,64	0,008	0,008
6	P1	1,29	1	-0,49	1	0,74	0,007	0,007
	P5	1,29	1	-0,49	1	0,74	0,007	0,007
	P17	1,29	1	-0,49	1	0,74	0,007	0,007
	P29	1,29	1	-0,49	1	0,64	0,008	0,008

Tabela 4.8: Determinação do momento de cálculo pelo método da curvatura nominal na direção x

Comb.	Pilar	N_{Ed} (kN)	M_{0Ed} (kNm)	e_2 (m)	M_2 (kNm)	M_{Ed} (kNm)
5	P1	-379,9	674,4	0,992	376,8	1059,1
	P5	-595,7	241,4	0,992	590,8	843,6
	P17	-897,6	313,3	0,992	890,1	1218,6
	P29	-405,9	1307,7	0,858	348,1	1664,7
6	P1	-315,2	-86,5	0,992	312,6	407,1
	P5	-255,5	-0,1	0,992	253,3	264,9
	P17	-546,7	-60,0	0,992	542,2	617,4
	P29	-353,1	202,4	0,858	302,8	514,2

4.3.3 Método baseado numa rigidez nominal

A execução deste método foi feita de acordo com o apresentado em 2.7.1 do Capítulo 2. Nas Tabelas 4.10 e 4.11 é apresentado o cálculo da estimativa da rigidez nominal para as direções x e y , respetivamente. É de referir que o cálculo da inércia da armadura teve como base a distribuição de uma armadura de

Tabela 4.9: Determinação do momento de cálculo pelo método da curvatura nominal na direção y

Comb.	Pilar	N_{Ed} (kN)	M_{0Ed} (kNm)	e_2 (m)	M_2 (kNm)	M_{Ed} (kNm)
5	P1	-379,9	-86,1	0,858	325,9	420,0
	P5	-595,7	-64,1	0,858	511,0	586,5
	P17	-897,6	-0,2	0,858	769,8	785,2
	P29	-405,9	22,5	0,992	402,5	434,0
6	P1	-315,2	650,9	0,858	270,3	929,2
	P5	-255,5	1470,4	0,858	219,1	1700,9
	P17	-546,7	440,1	0,858	468,9	924,2
	P29	-353,1	191,2	0,992	350,2	550,4

98, 18cm^2 pelas mesmas razões explicadas anteriormente.

Tabela 4.10: Determinação da rigidez nominal na direção x

Comb.	Pilar	K_c	$E_{cd_{eff}}$ (GPa)	I_c (m^4)	K_s	E_s (GPa)	I_s (m^4)	EI (kNm^2)
5	P1	0,0324	25,066	0,02287	1	200	0,00062	142473,8
	P5	0,0590	29,155	0,02287	1	200	0,00062	163277,2
	P17	0,0705	23,107	0,02287	1	200	0,00062	161166,5
	P29	0,0318	26,379	0,02987	1	200	0,00069	163055,7
6	P1	0,0137	12,821	0,02287	1	200	0,00062	127950,4
	P5	0,0156	17,962	0,02287	1	200	0,00062	130328,4
	P17	0,0229	12,315	0,02287	1	200	0,00062	130367,6
	P29	0,0182	17,334	0,02987	1	200	0,00069	147394,9

Tabela 4.11: Determinação da rigidez nominal na direção y

Comb.	Pilar	K_c	$E_{cd_{eff}}$ (GPa)	I_c (m^4)	K_s	E_s (GPa)	I_s (m^4)	EI (kNm^2)
5	P1	0,0149	13,199	0,02987	1	200	0,00069	143850,4
	P5	0,0192	10,848	0,02987	1	200	0,00069	144198,4
	P17	0,0237	8,879	0,02987	1	200	0,00069	144256,4
	P29	0,0192	13,894	0,02287	1	200	0,00062	130012,7
6	P1	0,0236	25,142	0,02987	1	200	0,00069	155667,3
	P5	0,0206	27,166	0,02987	1	200	0,00069	154714,2
	P17	0,0474	29,141	0,02987	1	200	0,00069	179205,6
	P29	0,0310	25,828	0,02287	1	200	0,00062	142228,8

A determinação dos momentos de cálculo totais, incluindo os efeitos de segunda ordem, foi realizada de acordo com a expressão (2.30) (Capítulo 2) e os resultados

apresentam-se nas Tabelas 4.12 e 4.13 para as direções x e y , respetivamente.

Tabela 4.12: Determinação do momento de cálculo pelo método da rigidez nominal na direção x

Comb.	Pilar	β	N_B (kN)	N_{Ed} (kN)	M_{0Ed} (kNm)	M_{Ed} (kNm)
5	P1	1	1085,0	-379,9	674,4	1049,4
	P5	1	1243,4	-595,7	241,4	486,3
	P17	1	1227,4	-897,6	313,3	1232,7
	P29	1	1241,7	-405,9	1307,7	1954,7
6	P1	1	974,4	-315,2	-86,5	137,2
	P5	1	992,5	-255,5	-0,1	7,1
	P17	1	992,8	-546,7	-60,0	158,0
	P29	1	1122,5	-353,1	202,4	305,7

Tabela 4.13: Determinação do momento de cálculo pelo método da rigidez nominal na direção y

Comb.	Pilar	β	N_B (kN)	N_{Ed} (kN)	M_{0Ed} (kNm)	M_{Ed} (kNm)
5	P1	1	1095,5	-379,9	-86,1	143,5
	P5	1	1098,1	-595,7	-64,1	166,2
	P17	1	1098,6	-897,6	-0,2	99,0
	P29	1	990,1	-405,9	22,5	51,9
6	P1	1	1185,5	-315,2	650,9	895,2
	P5	1	1178,2	-255,5	1470,4	1883,9
	P17	1	1364,7	-546,7	440,1	752,4
	P29	1	1083,1	-353,1	191,2	294,2

4.3.4 Método simplificado

Este método baseia-se no método do REBAP [1] para o cálculo dos esforços de segunda ordem e no método P-Delta. Na equação 4.2 apresentam-se os esforços e coeficientes a utilizar para este método.

$$M_{Ed} = M_{Ed(SAP)} + N_{Ed} \times (e_a + e_c) \quad (4.2)$$

onde,

$M_{Ed(SAP)}$ calculado através de uma análise não linear pelo comando *P-Delta + Large Displacements* considerado no programa *SAP2000*;

e_a excentricidade accidental, tem em conta as imperfeições geométricas da estrutura. Considera-se $0,02m$;

e_c excentricidade de fluência, apresentada na expressão 2.44 (Capítulo 2).

Ao contrário dos métodos anteriores, este utiliza esforços obtidos a partir de uma análise não linear. Utilizando este processo a partir do método P-Delta obtêm-se esforços geometricamente não lineares mais realistas do que as estimativas de curvatura obtidas através dos métodos do EC2 [3]. Em relação à consideração dos efeitos fisicamente não lineares, este método utiliza um processo idêntico aos anteriores.

Nas Tabelas 4.14 e 4.15 apresentam-se os valores das excentricidades acidental e de fluência, para as direções x e y , respetivamente.

Tabela 4.14: Determinação da excentricidade de fluência na direção x

Comb.	Pilar	N_{Eqp} (kN)	M_{0Eqp} (kNm)	$\varphi(t, \infty)$	N_B (kN)	e_a (m)	e_c (m)
5 (Análise não linear)	P1	-297,0	44,0	2,5	5006,6	0,02	0,029
	P5	-422,8	0	2,5	5006,6	0,02	0,005
	P17	-627,2	-32,8	2,5	5006,6	0,02	0,031
	P29	-331,8	55,2	2,5	6536,0	0,02	0,027
6 (Análise não linear)	P1	-297,0	44,0	2,5	5006,6	0,02	0,029
	P5	-422,8	0	2,5	5006,6	0,02	0,005
	P17	-627,2	-32,8	2,5	5006,6	0,02	0,031
	P29	-331,8	55,2	2,5	6536,0	0,02	0,027

Tabela 4.15: Determinação da excentricidade de fluência na direção y

Comb.	Pilar	N_{Eqp} (kN)	M_{0Eqp} (kNm)	$\varphi(t, \infty)$	N_B (kN)	e_a (m)	e_c (m)
5 (Análise não linear)	P1	-297,0	41,6	2,5	6536,0	0,02	0,020
	P5	-422,8	43,2	2,5	6536,0	0,02	0,023
	P17	-627,2	-0,2	2,5	6536,0	0,02	0,006
	P29	-331,8	9,9	2,5	5006,6	0,02	0,010
6 (Análise não linear)	P1	-297,0	41,6	2,5	6536,0	0,02	0,020
	P5	-422,8	43,2	2,5	6536,0	0,02	0,023
	P17	-627,2	-0,2	2,5	6536,0	0,02	0,006
	P29	-331,8	9,9	2,5	5006,6	0,02	0,010

Utilizando a expressão 4.2 foram calculados os momentos de dimensionamento totais pelo método simplificado anteriormente descrito, os quais se apresentam nas Tabelas 4.16 e 4.17 para as direções x e y , respetivamente.

Observando os resultados é possível concluir que estes são inferiores aos momentos obtidos pelos métodos do EC2 [3].

Tabela 4.16: Determinação do momento de cálculo pelo método simplificado na direção x

Comb.	Pilar	N_{Ed} (kN)	M_{0Ed} (kNm)	e_a (m)	e_c (m)	M_{Ed} (kNm)
5 (Análise não linear)	P1	-379,7	686,0	0,02	0,029	704,5
	P5	-595,7	250,4	0,02	0,005	265,4
	P17	-897,6	331,1	0,02	0,031	377,1
	P29	-405,0	1338,5	0,02	0,027	1357,4
6 (Análise não linear)	P1	-315,0	-86,0	0,02	0,029	101,3
	P5	-254,4	-0,2	0,02	0,005	6,6
	P17	-546,7	-59,9	0,02	0,031	87,9
	P29	-353,2	204,9	0,02	0,027	221,4

Tabela 4.17: Determinação do momento de cálculo pelo método simplificado na direção y

Comb.	Pilar	N_{Ed} (kN)	M_{0Ed} (kNm)	e_a (m)	e_c (m)	M_{Ed} (kNm)
5 (Análise não linear)	P1	-379,7	-85,9	0,02	0,020	101,2
	P5	-595,7	-53,8	0,02	0,023	79,5
	P17	-897,6	-0,4	0,02	0,006	23,9
	P29	-405,0	22,5	0,02	0,010	34,5
6 (Análise não linear)	P1	-315,0	660,4	0,02	0,020	673,1
	P5	-254,4	1487,4	0,02	0,023	1498,4
	P17	-546,7	446,5	0,02	0,006	460,8
	P29	-353,2	196,4	0,02	0,010	206,8

4.3.5 Comparação dos resultados

Na Tabela 4.18 apresenta-se um resumo comparativo entre os momentos de cálculo totais, incluindo os esforços de segunda ordem, para os métodos utilizados nas análises (Método da curvatura nominal - MCN, Método da rigidez nominal - MRN e Método simplificado baseado na análise P-delta - MSPd).

Analisando os valores da Tabela 4.18 é possível verificar que o método da curvatura nominal apresenta os resultados mais conservativos para a generalidade dos pilares, ou seja, todos os pilares são bastante afetados pelos efeitos de segunda ordem. No entanto para os resultados obtidos pelo método da rigidez nominal verifica-se que estes são bastante conservativos para os pilares sujeitos a maiores esforços mas para os pilares sujeitos a esforços pequenos os efeitos de segunda ordem não são tão condicionantes. Em relação ao método simplificado, os resultados assemelham-se ao padrão dos resultados do método da rigidez nominal, mas são de valor bastante inferior.

Tabela 4.18: Momentos de cálculo totais para os três métodos utilizados

Comb.	Pilar	MCN		MRN		MSPd	
		$M_{Ed, x}$ (kNm)	$M_{Ed, y}$ (kNm)	$M_{Ed, x}$ (kNm)	$M_{Ed, y}$ (kNm)	$M_{Ed, x}$ (kNm)	$M_{Ed, y}$ (kNm)
5	P1	1059,1	420,0	1049,4	143,5	704,5	101,2
	P5	843,6	586,5	486,3	166,2	265,4	79,5
	P17	1218,6	785,2	1232,7	99,0	377,1	23,9
	P29	1664,7	434,0	1954,7	51,9	1357,4	34,5
6	P1	407,1	929,2	137,2	895,2	101,3	673,1
	P5	264,9	1700,9	7,1	1883,9	6,6	1498,4
	P17	617,4	924,2	158,0	752,4	87,9	460,8
	P29	514,2	550,4	305,7	294,2	221,4	206,8

4.4 Cálculo das armaduras finais

A determinação das armaduras finais seguiu o algoritmo apresentado na Figura 4.1, tendo sido realizadas as verificações à flexão composta e à flexão desviada de modo a obter um valor final para a armadura resistente para os três métodos. Para a verificação da segurança à flexão composta foi utilizada a formulação existente em *Estruturas de Betão Armado I* [9], para o método aproximado em compressão moderada (todos os pilares se encontram em compressão moderada). As equações 4.3 e 4.4 são utilizadas para calcular uma armadura que verifique a flexão composta.

$$\omega_{total} = (\mu + 0,5\nu(1 + \nu))/\lambda \quad (4.3)$$

onde,

$$\mu = M_{Ed}/bh^2f_{cd}, \text{ é o momento fletor reduzido;}$$

$$\nu = N_{Ed}/bhf_{cd}, \text{ é o esforço axial reduzido;}$$

$$\lambda = 0,5 - a/h, \text{ onde } a \text{ é igual ao valor do recobrimento mais o diâmetro da cinta mais metade do diâmetro dos varões.}$$

$$A_{stotal} = \frac{\omega bh f_{cd}}{f_{yd}} \quad (4.4)$$

Na Tabela 4.19 encontram-se os resultados obtidos para a armadura de verificação à flexão composta, para os três métodos e para as direções x e y .

Para a verificação à flexão desviada foi utilizada a formulação existente no [3], também para o método aproximado. É apresentada na equação 4.5 a verificação necessária para garantir a segurança dos pilares à flexão desviada.

Tabela 4.19: Armaduras para a verificação da segurança à flexão composta

Comb.	Pilar	MCN		MRN		MSPd	
		A_{s_x} (cm ²)	A_{s_y} (cm ²)	A_{s_x} (cm ²)	A_{s_y} (cm ²)	A_{s_x} (cm ²)	A_{s_y} (cm ²)
5	P1	73,13	28,00	72,36	28,00	45,58	28,00
	P5	51,64	28,00	28,00	28,00	28,00	28,00
	P17	76,55	33,55	77,67	28,00	28,00	28,00
	P29	100,81	28,00	120,41	28,00	81,12	28,00
6	P1	28,00	52,28	28,00	49,97	28,00	37,17
	P5	28,00	100,15	28,00	112,53	28,00	94,55
	P17	28,89	42,94	28,00	31,33	28,00	28,00
	P29	28,00	31,57	28,00	28,00	28,00	28,00

$$\left(\frac{M_{Ed,x}}{M_{Rd,x}}\right)^p + \left(\frac{M_{Ed,y}}{M_{Rd,y}}\right)^p \leq 1.0 \quad (4.5)$$

onde,

$M_{Ed,x}$, $M_{Ed,y}$ são os valores de cálculo dos momentos atuantes em relação aos eixos x e y , respetivamente;

$M_{Rd,x}$, $M_{Rd,y}$ são os valores de cálculo dos momentos resistentes em flexão composta com compressão, em relação aos eixos x e y , respetivamente;

$$p = 1 + (N_{Ed}/N_{Rd})^2, \text{ com } N_{Rd} = A_c f_{cd} + A_s f_{yd}.$$

Na Tabela 4.20 apresentam-se as armaduras finais que verificam a segurança à flexão desviada. São apresentados os resultados para os três métodos analisados e para as duas direções, x e y . É ainda de referir que os resultados das armaduras finais foram obtidos após a segunda iteração dos valores de armadura inicialmente obtidos na verificação à flexão composta.

4.5 Análise física e geometricamente não linear

Para concluir a cerca da segurança dos resultados obtidos pelo método simplificado com análise P-Delta foi feita uma análise física e geometricamente não linear. Com esta análise conseguimos obter os valores de esforços reais a que os pilares estão sujeitos e com isso perceber se o método simplificado referido é contra ou a favor da segurança.

O programa utilizado para correr a análise física e geometricamente não linear foi desenvolvido no âmbito de [10], e segue o método geral proposto no EC2 [3], e apresentado no Capítulo 2 do presente documento. É de referir que o programa faz análises bidimensionais e portanto serão considerados os pilares como elementos isolados.

Tabela 4.20: Armadura final após verificação à flexão desviada

Comb.	Pilar	MCN		MRN		MSPd	
		A_{s_x} (cm ²)	A_{s_y} (cm ²)	A_{s_x} (cm ²)	A_{s_y} (cm ²)	A_{s_x} (cm ²)	A_{s_y} (cm ²)
5	P1	136,38	80,00	121,02	40,00	91,09	28,00
	P5	120,00	143,74	80,00	48,62	52,41	28,00
	P17	205,44	120,00	125,70	60,00	117,11	28,00
	P29	171,53	120,00	162,33	50,00	121,71	28,00
6	P1	80,00	146,70	52,32	90,00	28,00	98,51
	P5	100,00	191,45	26,38	150,00	28,00	125,75
	P17	139,3	120,00	64,89	90,00	28,00	97,52
	P29	80,00	120,49	60,00	59,16	86,15	28,00

Para esta análise foi escolhido o pilar P5 para a combinação 6, ao qual estão associados os esforços mais elevados. O pilar foi modelado como encastrado na base e livre no topo, e as ações consideradas são apresentadas na Tabela 4.21, e afetadas dos coeficientes parciais de segurança γ_G e γ_Q .

Tabela 4.21: Valores de carga das ações para a combinação 6 do pilar P5

Ação	Carga
Peso próprio do pilar	252 kN
Peso próprio das vigas	153,75 kN
Peso próprio da cobertura	43,8 kN
Ação vertical do vento	-134 kN
Ação horizontal do vento	11,2 kN/m

Relativamente à armadura considerada, foi escolhida a armadura final obtida para o pilar P5 pelo método simplificado. Foi utilizado um $A_{s_{total}} = 169,95\text{cm}^2$.

Também foi feita a modelação do pilar P5, como elemento isolado, no programa SAP2000, por forma a fazer uma comparação justa dos esforços e deslocamentos. As ações aplicadas foram iguais às aplicadas no programa de análise física e geometricamente não linear e a análise utilizou o comando *P-Delta + Large Displacements*. Na Figura 4.5 apresenta-se a posição deformada do pilar P5 após a análise.

Na Tabela 4.22 apresentam-se os resultados de esforços e deslocamentos obtidos para as duas análises referidas anteriormente. No entanto, é de referir, que na análise feita pelo programa de análise física e geometricamente não linear a armadura considerada inicialmente não foi suficiente e teve de ser aumentada para garantir a estabilidade do pilar. O A_s final considerado na análise foi de $200,08\text{cm}^2$. Para se poder comparar os resultados da análise física e geometricamente não linear com os do SAP2000 é necessário adicionar os efeitos fisicamente não lineares à última. Observando a Tabela 4.17 sabe-se que a excentricidade de

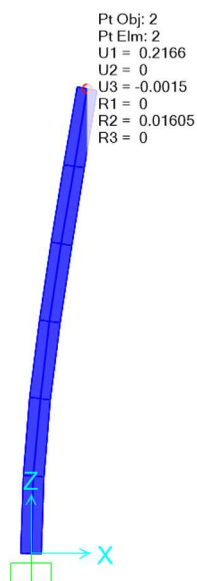


Figura 4.2: Deformada do pilar P5 após análise no SAP2000

Tabela 4.22: Resultados do método geral do EC2 e da análise P-Delta no SAP2000 para o pilar P5

Análise	N_{Ed} (kN)	M_{Ed} (kNm)	δ_{topo} (m)
Física e geometricamente não linear	-65,3	2806,4	0,423
SAP2000 P-Delta + Large Displacements	-65,3	2772,4	0,217

fluência para o pilar P5 é $0,023m$ e que a excentricidade acidental é $0,02m$. Adicionando estas excentricidades ao deslocamento obtido pela análise P-Delta no SAP2000 obtém-se um deslocamento total de $0,26m$, ainda longe do deslocamento obtido na análise física e geometricamente não linear. Em relação ao momento, este tem um aumento quase negligenciável devido ao baixo esforço axial. No entanto, os momentos têm valores bastante próximos e a diferença de deslocamentos pode ser justificada pela importância dos efeitos fisicamente não lineares.

O valor do momento fletor na base do pilar obtido pelo método geral é bastante superior aos que resultam dos métodos simplificados. Isto deve-se aos valores de esforços iniciais, retirados a partir da análise global de estrutura, que foram utilizados para os métodos simplificados do EC2. Caso os esforços utilizados fossem retirados de uma análise aos elementos isolados, os valores seriam semelhantes, ou até maiores do que os do método geral.

Por último apresenta-se na Tabela 4.23 os valores de esforços e deslocamentos obtidos para o pilar P5, considerando a análise P-delta do SAP2000 para a globalidade da estrutura e para o pilar como elemento isolado.

Tabela 4.23: Resultados obtidos pelo método P-delta do SAP2000 para o pilar P5

Análise	M_{Ed} (kNm)	δ_{topo} (m)
P-Delta SAP2000 (estrutura global)	1487,4	0,083
P-Delta SAP2000 (elementos isolados)	2772,4	0,217

Aqui pode concluir-se que a grande diferença de resultados resulta da influência da estrutura no pilar. Enquanto o pilar isolado se move no topo sem restrições, caso se considere a globalidade da estrutura, as vigas vão distribuir os esforços pelos vários elementos verticais atenuando os deslocamentos sofridos e conseqüentemente os efeitos de segunda ordem.

Capítulo 5

Conclusões

Neste capítulo apresenta-se um resumo dos assuntos abordados ao longo deste trabalho, bem como as conclusões retiradas.

No Capítulo 2 fez-se um enquadramento geral sobre os efeitos de segunda ordem e apresentaram-se os métodos existentes nos regulamentos nacionais para o cálculo destes efeitos.

No Capítulo 3 foi apresentada uma estrutura industrial pré-fabricada, a qual foi modelada no programa de análise estrutural SAP2000. Foram consideradas várias combinações nas análises feitas, onde o vento foi a ação mais desfavorável. Consideraram-se duas análises, uma linear e outra geometricamente não linear que utiliza o método P-Delta. Os resultados das análises concluíram que as combinações mais desfavoráveis foram as duas onde o vento é considerado como ação variável base. Por último foram selecionados os quatro pilares mais desfavoráveis para o cálculo dos efeitos de segunda ordem.

No Capítulo 4 foi verificado que os pilares tinham esbeltezas muito elevadas, como esperado, e foram calculados os efeitos de segunda ordem pelos três métodos de EC2 [3] e por um método simplificado baseado numa análise P-delta. Os resultados obtidos a partir dos dois métodos simplificados do EC2 e do método simplificado baseado na análise P-Delta tiveram como valores iniciais os esforços da análise da estrutura pelo SAP2000. O método geral, de análise física e geometricamente não linear, foi utilizado para analisar um pilar como elemento isolado.

Considerando a globalidade da estrutura o método simplificado conduziu a excentricidades de segunda ordem consideravelmente inferiores em comparação com os métodos simplificados do EC2.

Para averiguar a qualidade dos resultados do método simplificado procedeu-se à análise de um pilar isolado utilizando este método e o método geral. Da análise física e geometricamente não linear verificou-se ser necessário aumentar a armadura longitudinal em cerca de 18% para garantir a estabilidade do pilar. Da comparação dos resultados concluiu-se que com o método simplificado se obtiveram momentos fletores na base do pilar e deslocamentos no topo inferiores.

Face aos resultados obtidos é possível afirmar que o método simplificado pode conduzir a resultados contra a segurança.

Como análise futura, recomenda-se a análise de um pórtico da estrutura no programa de análise física e geometricamente não linear com o objetivo de perceber melhor o comportamento da globalidade da estrutura e quais as diferenças para os elementos isolados.

Referências bibliográficas

- [1] *Regulamento de estruturas de betão armado e pré-esforçado*, Lisboa, Julho 1983. Diário da República.
- [2] *Regulamento de Segurança e Ações para estruturas de edifícios e pontes*, Lisboa, Maio 1983. Porto Editora.
- [3] *Eurocódigo 2 - Projeto de estruturas de betão*, número 1-1 em *Regras gerais e regras para edifícios - NP-EN 1992-1-1*, Março 2010.
- [4] Almeida, Manuel: *Análise física e geometricamente não linear em pilares de pontes*. Tese de Mestrado, Instituto Superior Técnico, Lisboa, Portugal, Julho 2004.
- [5] Appleton, Júlio: *Estruturas de betão*, volume 1. Edições Orion, Amadora, Portugal, 1ª edição, 2013.
- [6] Castro, Paula: *Modelos para a análise da encurvadura em pórticos de betão armado*. Tese de Doutoramento, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Outubro 1998.
- [7] Delgado, José: *Avaliação de segurança de estruturas reticuladas com comportamento não linear material e geométrico*. Tese de Doutoramento, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Julho 2002.
- [8] Águas, Carlos: *Aplicabilidade dos métodos do Eurocódigo 2 na verificação da segurança de pilares em betão armado de pontes*. Tese de Mestrado, Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa, Lisboa, Portugal, Fevereiro 2009.
- [9] Lúcio, Válter e António Pinho Ramos: *Estruturas de betão armado I*. Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa, Lisboa, 2013.
- [10] Marchão, Carla: *Verificação da segurança de pilares de betão armado em pontes*. Tese de Mestrado, Instituto Superior Técnico, Lisboa, Portugal, Julho 2006.
- [11] Teixeira, Ana: *Análise dos efeitos de segunda ordem de estruturas de edifícios de betão armado - avaliação da aplicação em projeto das metodologias preconizadas no EC2*. Tese de Mestrado, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto, Portugal, Julho 2008.

- [12] Westerberg, Bo: *Second order effects in slender concrete structures - Background to the rules in the EC2*. KTH, Stockholm, 2004.

Apêndice A

Tabelas de esforços

A.1 Tabelas de Esforços do *SAP2000*

A partir da modelação numérica realizada com recurso ao programa *SAP2000* foram obtidos os esforços atuantes na base dos pilares, que se apresentam de seguida, para as combinações de ações descritas no capítulo 3. As tabelas A.1 a A.6 apresentam os resultados obtidos a partir da análise numérica linear da estrutura e os resultados apresentados nas tabelas A.7 a A.12 a partir da análise numérica não linear.

Tabela A.1: Esforços na base dos pilares para a combinação 1 obtidos através de análise numérica

Combinação	Pilar	N (kN)	M_x (kNm)	M_y (kNm)
1	P1	-408,393	438,783	-19,753
	P2	-628,035	214,112	-117,051
	P3	-615,083	189,567	-11,335
	P4	-615,083	167,118	-11,184
	P5	-675,112	144,814	-38,465
	P6	-675,112	122,637	-38,439
	P7	-675,112	100,567	-38,377
	P8	-717,523	78,307	-31,953
	P9	-423,184	37,130	39,934
	P10	-454,036	729,834	-2,313
	P11	-876,189	303,008	-0,168
	P12	-851,272	277,300	-5,096
	P13	-851,272	253,946	-5,183
	P14	-973,285	230,817	-6,572
	P15	-973,285	207,894	-6,604
	P16	-973,285	185,156	-6,548
	P17	-1058,256	162,379	-0,190
	P18	-483,783	99,304	-3,393
	P19	-408,296	438,563	15,423
	P20	-627,913	213,985	111,516
	P21	-615,013	189,315	-5,205
	P22	-615,013	166,860	-5,542
	P23	-675,033	144,550	16,917
	P24	-675,033	122,367	16,819
	P25	-675,033	100,290	16,872
	P26	-717,380	77,836	23,466
	P27	-423,042	36,814	-46,437
	P28	-447,819	698,670	39,850
	P29	-447,819	826,910	20,755
	P30	-447,474	832,275	-24,106
	P31	-447,528	692,719	-43,140
	P32	-477,905	21,101	40,086
	P33	-477,905	145,846	18,934
	P34	-477,440	137,699	-23,886
	P35	-477,509	29,513	-45,002

Tabela A.2: Esforços na base dos pilares para a combinação 2 obtidos através de análise numérica

Combinação	Pilar	N (kN)	M_x (kNm)	M_y (kNm)
	P1	-369,559	-17,751	422,452
	P2	-498,962	63,567	808,681
	P3	-470,934	41,393	881,446
	P4	-470,934	20,640	882,223
	P5	-470,934	-0,094	882,235
	P6	-470,934	-20,829	882,223
	P7	-470,934	-41,582	881,439
	P8	-498,646	-63,767	807,814
	P9	-369,457	17,773	422,883
	P10	-427,828	1,796	133,317
	P11	-848,652	61,490	264,856
	P12	-793,267	41,222	345,598
	P13	-793,267	20,575	346,328
	P14	-793,267	-0,055	346,341
	P15	-793,267	-20,684	346,328
	P16	-793,267	-41,331	345,590
	P17	-847,730	-61,593	263,955
2	P18	-427,335	-1,693	133,755
	P19	-369,502	43,070	28,705
	P20	-596,828	61,065	134,715
	P21	-568,923	41,859	227,777
	P22	-568,923	20,887	228,487
	P23	-568,923	-0,068	228,500
	P24	-568,923	-21,022	228,487
	P25	-568,923	-41,995	227,769
	P26	-596,511	-61,194	133,811
	P27	-369,399	-42,992	29,151
	P28	-416,147	-286,880	144,420
	P29	-416,147	163,781	122,007
	P30	-415,930	-109,396	79,032
	P31	-415,970	136,012	57,816
	P32	-415,934	287,527	144,754
	P33	-415,934	-163,669	122,352
	P34	-415,715	109,560	79,380
	P35	-415,756	-135,624	58,169

Tabela A.3: Esforços na base dos pilares para a combinação 3 obtidos através de análise numérica

Combinação	Pilar	N (kN)	M_x (kNm)	M_y (kNm)
	P1	-388,343	456,519	-1,537
	P2	-538,668	227,669	-67,418
	P3	-525,717	198,353	39,737
	P4	-525,717	171,494	39,903
	P5	-585,746	144,785	12,622
	P6	-585,746	118,202	12,648
	P7	-585,746	91,723	12,695
	P8	-628,231	64,686	17,671
	P9	-403,209	19,378	58,155
	P10	-413,986	747,352	-1,407
	P11	-695,036	316,104	-0,188
	P12	-670,119	286,017	-3,331
	P13	-670,119	258,296	-3,402
	P14	-792,131	230,806	-4,791
	P15	-792,131	203,521	-4,823
	P16	-792,131	176,417	-4,783
	P17	-877,253	149,261	-0,222
3	P18	-443,883	81,808	-2,482
	P19	-388,284	456,282	-0,910
	P20	-538,558	227,481	64,369
	P21	-525,659	198,095	-50,132
	P22	-525,659	171,233	-50,451
	P23	-585,678	144,520	-27,993
	P24	-585,678	117,933	-28,091
	P25	-585,678	91,449	-28,056
	P26	-628,100	64,274	-23,694
	P27	-403,105	19,077	-62,766
	P28	-422,719	695,669	49,077
	P29	-422,719	850,968	25,875
	P30	-422,475	854,105	-27,866
	P31	-422,516	692,267	-50,975
	P32	-452,805	24,329	49,316
	P33	-452,805	121,822	24,059
	P34	-452,440	115,892	-27,641
	P35	-452,496	30,198	-52,831

Tabela A.4: Esforços na base dos pilares para a combinação 4 obtidos através de análise numérica

Combinação	Pilar	N (kN)	M_x (kNm)	M_y (kNm)
	P1	-349,509	-0,014	440,668
	P2	-409,596	77,124	858,314
	P3	-381,567	50,178	932,518
	P4	-381,567	25,016	933,309
	P5	-381,567	-0,124	933,322
	P6	-381,567	-25,264	933,309
	P7	-381,567	-50,426	932,510
	P8	-409,355	-77,388	857,438
	P9	-349,482	0,020	441,105
	P10	-387,778	19,314	134,223
	P11	-667,498	74,585	264,836
	P12	-612,114	49,939	347,362
	P13	-612,114	24,926	348,109
	P14	-612,114	-0,066	348,121
	P15	-612,114	-25,057	348,109
	P16	-612,114	-50,070	347,354
	P17	-666,727	-74,711	263,924
4	P18	-387,435	-19,189	134,667
	P19	-349,489	60,789	12,372
	P20	-507,473	74,561	87,569
	P21	-479,568	50,640	182,849
	P22	-479,568	25,260	183,578
	P23	-479,568	-0,098	183,590
	P24	-479,568	-25,455	183,577
	P25	-479,568	-50,835	182,841
	P26	-507,231	-74,756	86,652
	P27	-349,462	-60,728	12,823
	P28	-391,047	-289,881	153,647
	P29	-391,047	187,839	127,126
	P30	-390,930	-87,566	75,272
	P31	-390,958	135,560	49,981
	P32	-390,833	290,755	153,984
	P33	-390,833	-187,693	127,477
	P34	-390,715	87,753	75,625
	P35	-390,744	-134,939	50,339

Tabela A.5: Esforços na base dos pilares para a combinação 5 obtidos através de análise numérica

Combinação	Pilar	N (kN)	M_x (kNm)	M_y (kNm)
5	P1	-379,926	674,350	-86,128
	P2	-488,626	314,474	-201,097
	P3	-495,700	287,505	-18,977
	P4	-495,700	264,320	-18,675
	P5	-595,748	241,366	-64,143
	P6	-595,748	218,622	-64,100
	P7	-595,748	196,068	-64,047
	P8	-638,230	172,902	-59,304
	P9	-404,893	118,710	13,368
	P10	-397,186	1159,454	-0,826
	P11	-593,388	462,468	-0,095
	P12	-609,116	433,833	-2,588
	P13	-609,117	409,100	-2,681
	P14	-812,470	384,731	-4,996
	P15	-812,470	360,705	-5,050
	P16	-812,470	337,000	-5,008
	P17	-897,598	313,250	-0,168
	P18	-447,243	222,371	-2,609
	P19	-379,892	673,927	84,788
	P20	-488,530	314,068	199,751
	P21	-495,647	287,068	11,029
	P22	-495,647	263,880	10,521
	P23	-595,680	240,923	47,953
	P24	-595,680	218,175	47,789
	P25	-595,680	195,618	47,822
	P26	-638,100	172,308	52,966
	P27	-404,783	118,234	-18,297
	P28	-405,885	1060,218	39,802
	P29	-405,885	1307,658	22,487
	P30	-405,708	1309,133	-23,639
	P31	-405,741	1058,419	-40,862
	P32	-456,172	139,476	40,210
	P33	-456,172	313,527	19,467
	P34	-455,793	307,381	-23,258
	P35	-455,851	145,398	-43,950

Tabela A.6: Esforços na base dos pilares para a combinação 6 obtidos através de análise numérica

Combinação	Pilar	N (kN)	M_x (kNm)	M_y (kNm)
	P1	-315,203	-86,539	650,879
	P2	-273,506	63,566	1341,789
	P3	-255,451	40,548	1468,991
	P4	-255,451	20,191	1470,336
	P5	-255,451	-0,149	1470,357
	P6	-255,451	-20,488	1470,335
	P7	-255,451	-40,846	1468,979
	P8	-273,436	-63,888	1340,308
	P9	-315,347	86,447	651,617
	P10	-353,506	-53,942	225,223
	P11	-547,493	59,938	441,612
	P12	-512,442	40,370	581,901
	P13	-512,442	20,149	583,170
	P14	-512,442	-0,054	583,192
	P15	-512,442	-20,258	583,170
	P16	-512,442	-40,478	581,888
	P17	-546,721	-60,037	440,074
6	P18	-353,163	54,043	225,972
	P19	-315,234	14,772	106,925
	P20	-436,721	59,201	238,417
	P21	-418,829	41,309	399,330
	P22	-418,829	20,592	400,569
	P23	-418,829	-0,107	400,591
	P24	-418,829	-20,806	400,569
	P25	-418,829	-41,523	399,318
	P26	-436,651	-59,409	236,875
	P27	-315,378	-14,775	107,683
	P28	-353,100	-582,365	214,086
	P29	-353,100	202,442	191,239
	P30	-353,133	-260,319	148,257
	P31	-353,144	130,574	127,398
	P32	-352,886	583,520	214,656
	P33	-352,886	-202,332	191,829
	P34	-352,919	260,482	148,852
	P35	-352,930	-129,830	128,000

Tabela A.7: Esforços na base dos pilares para a combinação 1 obtidos através de análise numérica não linear

Combinação	Pilar	N (kN)	M_x (kNm)	M_y (kNm)
	P1	-408,276	447,555	-19,862
	P2	-628,048	221,023	-108,684
	P3	-615,078	196,397	-0,608
	P4	-615,082	174,103	-0,384
	P5	-675,113	151,491	-19,891
	P6	-675,115	129,518	-19,877
	P7	-675,117	107,648	-19,857
	P8	-717,530	85,165	-12,429
	P9	-423,188	45,308	39,660
	P10	-453,695	749,475	-2,389
	P11	-876,153	317,872	-0,387
	P12	-851,237	292,395	-5,855
	P13	-851,241	269,406	-5,817
	P14	-973,261	245,381	-7,626
	P15	-973,264	222,918	-7,625
	P16	-973,268	200,626	-7,606
	P17	-1058,247	177,900	-0,620
1	P18	-483,785	118,158	-3,607
(Análise	P19	-408,180	447,310	15,354
não linear)	P20	-627,929	220,879	102,834
	P21	-615,011	196,125	-17,337
	P22	-615,014	173,824	-17,498
	P23	-675,037	151,211	-3,559
	P24	-675,040	129,231	-3,581
	P25	-675,042	107,353	-3,560
	P26	-717,390	84,669	3,380
	P27	-423,046	44,963	-46,586
	P28	-447,597	700,572	39,677
	P29	-447,464	852,178	20,714
	P30	-447,115	858,021	-24,174
	P31	-447,312	694,403	-43,095
	P32	-477,908	52,587	39,607
	P33	-477,903	171,037	18,731
	P34	-477,438	162,072	-23,997
	P35	-477,511	61,197	-44,830

Tabela A.8: Esforços na base dos pilares para a combinação 2 obtidos através de análise numérica não linear

Combinação	Pilar	N (kN)	M_x (kNm)	M_y (kNm)
	P1	-369,484	-17,586	430,039
	P2	-498,634	63,550	823,168
	P3	-470,526	41,308	904,216
	P4	-470,525	20,598	905,952
	P5	-470,525	-0,095	905,994
	P6	-470,525	-20,789	905,951
	P7	-470,526	-41,499	904,199
	P8	-498,319	-63,753	822,230
	P9	-369,382	17,605	430,487
	P10	-427,834	1,740	139,585
	P11	-848,622	60,715	274,906
	P12	-793,222	40,732	361,908
	P13	-793,222	20,332	363,586
	P14	-793,222	-0,053	363,628
	P15	-793,222	-20,438	363,585
	P16	-793,222	-40,839	361,891
	P17	-847,701	-60,819	273,945
2	P18	-427,341	-1,637	140,038
(Análise	P19	-369,507	43,184	34,616
não linear)	P20	-596,823	60,714	139,077
	P21	-568,915	41,621	236,396
	P22	-568,916	20,764	238,077
	P23	-568,916	-0,075	238,119
	P24	-568,916	-20,915	238,077
	P25	-568,915	-41,771	236,379
	P26	-596,506	-60,861	138,106
	P27	-369,405	-43,123	35,076
	P28	-416,108	-294,361	149,633
	P29	-416,153	170,142	126,793
	P30	-415,923	-115,577	83,674
	P31	-415,983	135,114	62,347
	P32	-415,893	294,988	149,980
	P33	-415,939	-170,006	127,149
	P34	-415,708	115,719	84,034
	P35	-415,769	-134,652	62,711

Tabela A.9: Esforços na base dos pilares para a combinação 3 obtidos através de análise numérica não linear

Combinação	Pilar	N (kN)	M_x (kNm)	M_y (kNm)
3 (Análise não linear)	P1	-388,216	463,635	-1,501
	P2	-538,686	233,424	-64,959
	P3	-525,711	204,135	43,765
	P4	-525,715	177,378	43,988
	P5	-585,745	150,365	21,897
	P6	-585,748	123,942	21,924
	P7	-585,750	97,619	21,944
	P8	-628,238	70,484	27,412
	P9	-403,213	25,927	58,013
	P10	-413,633	762,204	-1,435
	P11	-694,997	327,729	-0,274
	P12	-670,083	297,889	-3,708
	P13	-670,088	270,409	-3,688
	P14	-792,108	242,034	-5,396
	P15	-792,112	215,103	-5,398
	P16	-792,116	188,346	-5,382
	P17	-877,245	161,170	-0,470
	P18	-443,887	95,822	-2,610
	P19	-388,157	463,380	-1,018
	P20	-538,577	233,222	61,769
	P21	-525,654	203,862	-54,871
	P22	-525,658	177,101	-55,068
	P23	-585,679	150,088	-38,371
	P24	-585,682	123,660	-38,410
	P25	-585,684	97,332	-38,396
	P26	-628,108	70,054	-33,785
	P27	-403,109	25,605	-62,875
	P28	-422,495	701,659	49,071
	P29	-422,349	869,952	25,862
	P30	-422,102	873,282	-27,893
	P31	-422,295	698,147	-51,020
	P32	-452,804	43,583	49,037
	P33	-452,806	140,407	23,928
	P34	-452,441	134,024	-27,697
	P35	-452,495	49,579	-52,734

Tabela A.10: Esforços na base dos pilares para a combinação 4 obtidos através de análise numérica não linear

Combinação	Pilar	N (kN)	M_x (kNm)	M_y (kNm)
	P1	-349,418	0,239	447,070
	P2	-409,201	77,189	867,512
	P3	-381,039	50,212	946,078
	P4	-381,031	25,034	947,807
	P5	-381,031	-0,123	947,850
	P6	-381,031	-25,280	947,807
	P7	-381,039	-50,458	946,061
	P8	-408,961	-77,452	866,587
	P9	-349,391	-0,231	447,521
	P10	-387,782	19,374	139,214
	P11	-667,452	74,086	272,033
	P12	-612,013	49,657	358,202
	P13	-612,008	24,787	359,875
	P14	-612,008	-0,064	359,917
	P15	-612,008	-24,914	359,874
	P16	-612,013	-49,785	358,185
	P17	-666,680	-74,211	271,080
4	P18	-387,438	-19,247	139,668
(Análise	P19	-349,493	60,949	16,951
não linear)	P20	-507,468	74,327	93,815
	P21	-479,556	50,516	191,422
	P22	-479,553	25,197	193,090
	P23	-479,554	-0,101	193,132
	P24	-479,553	-25,399	193,090
	P25	-479,556	-50,719	191,405
	P26	-507,227	-74,531	92,852
	P27	-349,466	-60,895	17,414
	P28	-390,998	-292,697	158,006
	P29	-391,037	191,843	130,960
	P30	-390,924	-91,278	78,941
	P31	-390,968	137,624	53,481
	P32	-390,783	293,537	158,354
	P33	-390,823	-191,673	131,319
	P34	-390,709	91,447	79,302
	P35	-390,754	-136,972	53,848

Tabela A.11: Esforços na base dos pilares para a combinação 5 obtidos através de análise numérica não linear

Combinação	Pilar	N (kN)	M_x (kNm)	M_y (kNm)
	P1	-379,656	686,000	-85,914
	P2	-488,656	324,594	-200,675
	P3	-495,691	297,468	-16,797
	P4	-495,695	274,356	-16,311
	P5	-595,748	250,390	-53,809
	P6	-595,751	227,799	-53,697
	P7	-595,755	205,392	-53,716
	P8	-638,242	181,976	-48,269
	P9	-404,902	129,519	13,293
	P10	-396,361	1183,511	-0,814
	P11	-593,293	483,060	-0,084
	P12	-609,027	454,101	-2,916
	P13	-609,033	429,552	-2,779
	P14	-812,405	402,334	-5,735
	P15	-812,409	378,655	-5,674
	P16	-812,415	355,278	-5,696
	P17	-897,556	331,125	-0,430
5	P18	-447,243	244,874	-2,734
(Análise	P19	-379,622	685,544	84,587
não linear)	P20	-488,560	324,157	199,349
	P21	-495,639	297,001	8,213
	P22	-495,644	273,886	7,980
	P23	-595,684	249,928	36,261
	P24	-595,687	227,332	36,257
	P25	-595,691	204,921	36,232
	P26	-638,114	181,356	41,574
	P27	-404,792	129,011	-18,459
	P28	-405,404	1074,426	40,025
	P29	-405,026	1338,503	22,512
	P30	-404,846	1340,014	-23,644
	P31	-405,262	1072,589	-41,074
	P32	-456,186	165,386	40,010
	P33	-456,159	343,303	19,329
	P34	-455,780	336,656	-23,302
	P35	-455,865	171,446	-43,920

Tabela A.12: Esforços na base dos pilares para a combinação 6 obtidos através de análise numérica não linear

Combinação	Pilar	N (kN)	M_x (kNm)	M_y (kNm)
	P1	-314,952	-85,968	660,438
	P2	-272,730	63,842	1355,072
	P3	-254,435	40,701	1483,963
	P4	-254,368	20,267	1487,338
	P5	-254,367	-0,150	1487,428
	P6	-254,368	-20,567	1487,338
	P7	-254,436	-41,001	1483,929
	P8	-272,664	-64,166	1353,537
	P9	-315,095	85,877	661,201
	P10	-353,480	-53,695	231,608
	P11	-547,513	59,776	448,036
	P12	-512,377	40,274	591,425
	P13	-512,330	20,104	594,690
	P14	-512,329	-0,051	594,779
	P15	-512,330	-20,205	594,689
	P16	-512,378	-40,375	591,391
	P17	-546,742	-59,871	446,457
6	P18	-353,136	53,802	232,373
(Análise	P19	-315,233	15,084	112,153
não linear)	P20	-436,770	59,181	245,851
	P21	-418,845	41,282	408,791
	P22	-418,809	20,578	412,038
	P23	-418,809	-0,109	412,127
	P24	-418,809	-20,797	412,038
	P25	-418,846	-41,501	408,758
	P26	-436,700	-59,397	244,260
	P27	-315,377	-15,092	112,930
	P28	-352,963	-584,681	220,532
	P29	-353,182	204,938	196,356
	P30	-353,108	-262,004	152,912
	P31	-353,222	133,735	131,435
	P32	-352,750	585,787	221,120
	P33	-352,970	-204,770	196,959
	P34	-352,894	262,129	153,520
	P35	-353,008	-132,956	132,052

Apêndice B

Resultados comparativos

B.1 Resultados comparativos entre os três métodos de estudo

No presente anexo apresentam-se sob a forma de tabelas de resumo os resultados obtidos para os pilares selecionados a partir do método da curvatura nominal, do método da rigidez nominal e do método simplificado.

Na tabela B.1 é possível observar os momentos de cálculo obtidos para os 3 métodos referidos.

Nas tabelas B.2 e B.3 apresentam-se as armaduras dos pilares que verificam a flexão composta e a flexão desviada, respetivamente.

Tabela B.1: Momentos de cálculo dos pilares selecionados para as diferentes combinações e métodos de cálculo

Comb.	Pilar	MCN		MRN		MSPd	
		M_x (kNm)	M_y (kNm)	M_x (kNm)	M_y (kNm)	M_x (kNm)	M_y (kNm)
1	P1	852,198	378,439	720,765	45,509	467,480	36,303
	P5	827,512	630,690	334,090	139,178	168,519	49,008
	P17	1230,684	926,678	1796,732	403,461	232,080	28,312
	P29	1220,452	474,309	1336,478	53,588	873,075	33,995
2	P1	392,655	747,831	41,224	624,045	35,618	444,918
	P5	480,313	1299,343	17,918	1420,028	11,963	926,287
	P17	921,123	1009,880	460,434	626,375	104,220	296,127
	P29	530,159	544,153	276,128	205,995	189,577	139,144
3	P1	850,725	343,700	728,581	14,758	482,581	17,135
	P5	741,865	531,205	296,989	54,755	165,139	47,160
	P17	1044,159	777,558	751,623	82,456	206,084	23,425
	P29	1223,825	455,380	1333,811	58,771	889,677	38,397
4	P1	354,362	748,178	11,124	635,543	17,292	461,141
	P5	388,713	1270,778	12,490	1365,646	9,733	964,283
	P17	748,655	848,518	254,270	518,432	108,344	288,525
	P29	531,847	523,539	302,393	206,948	210,105	142,566
5	P1	1059,134	419,998	1049,413	143,491	704,528	101,203
	P5	843,572	586,512	486,253	166,249	265,416	79,503
	P17	1218,610	785,241	1232,736	99,048	377,079	23,917
	P29	1664,732	433,954	1954,706	51,867	1357,419	34,533
6	P1	407,139	929,238	137,237	895,208	101,339	673,121
	P5	264,889	1700,865	7,080	1883,923	6,565	1498,399
	P17	617,439	924,209	157,954	752,443	87,863	460,764
	P29	514,244	550,361	305,654	294,215	221,432	206,838

B.1. RESULTADOS COMPARATIVOS ENTRE OS TRÊS MÉTODOS DE ESTUDO75

Tabela B.2: Armaduras de verificação à flexão composta

Comb.	Pilar	MCN		MRN		MSPd	
		A_{s_x} (cm ²)	A_{s_y} (cm ²)	A_{s_x} (cm ²)	A_{s_y} (cm ²)	A_{s_x} (cm ²)	A_{s_y} (cm ²)
1	P1	56,20	28,00	45,78	28,00	28,00	28,00
	P5	48,09	28,00	28,00	28,00	28,00	28,00
	P17	73,05	38,77	117,92	28,00	28,00	28,00
	P29	70,13	28,00	77,97	28,00	47,29	28,00
2	P1	28,00	39,50	28,00	31,13	28,00	28,00
	P5	28,00	70,79	28,00	78,95	28,00	50,30
	P17	48,51	44,40	28,00	28,00	28,00	28,00
	P29	28,00	30,43	28,00	28,00	28,00	28,00
3	P1	55,21	28,00	45,52	28,00	28,00	28,00
	P5	37,54	28,00	28,00	28,00	28,00	28,00
	P17	51,06	28,00	28,00	28,00	28,00	28,00
	P29	69,29	28,00	76,73	28,00	49,05	28,00
4	P1	28,00	40,38	28,00	32,77	28,00	28,00
	P5	28,00	72,60	28,00	79,02	28,00	55,16
	P17	42,40	40,85	28,00	28,00	28,00	28,00
	P29	28,00	29,89	28,00	28,00	28,00	28,00
5	P1	73,13	28,00	72,36	28,00	45,58	28,00
	P5	51,64	28,00	28,00	28,00	28,00	28,00
	P17	76,55	33,55	77,67	28,00	28,00	28,00
	P29	100,81	28,00	120,41	28,00	81,12	28,00
6	P1	28,00	52,28	28,00	49,97	28,00	37,17
	P5	28,00	100,15	28,00	112,53	28,00	94,55
	P17	28,89	42,94	28,00	31,33	28,00	28,00
	P29	28,00	31,57	28,00	28,00	28,00	28,00

Tabela B.3: Armadura final após verificação à flexão desviada

Comb.	Pilar	MCN		MRN		MSPd	
		A_{s_x} (cm ²)	A_{s_y} (cm ²)	A_{s_x} (cm ²)	A_{s_y} (cm ²)	A_{s_x} (cm ²)	A_{s_y} (cm ²)
1	P1	100,00	137,48	73,63	28,00	49,66	28,00
	P5	140,00	125,02	60,00	49,11	38,15	28,00
	P17	160,00	298,94	187,72	150,00	51,64	40,00
	P29	140,00	168,96	136,23	28,00	84,43	28,00
2	P1	88,84	90,00	28,00	72,30	28,00	51,22
	P5	139,49	140,00	28,00	149,19	28,00	89,69
	P17	158,76	160,00	146,12	85,00	57,10	50,00
	P29	90,00	106,48	75,00	37,91	44,57	28,00
3	P1	128,84	60,00	67,04	28,00	46,93	28,00
	P5	120,00	128,22	107,81	28,00	32,71	28,00
	P17	163,00	160,00	105,67	60,00	57,39	28,00
	P29	147,27	100,00	145,46	28,00	86,11	28,00
4	P1	60,00	146,24	28,00	62,54	28,00	48,22
	P5	80,00	199,84	28,00	128,20	28,00	88,58
	P17	136,93	120,00	64,17	75,00	39,37	50,00
	P29	80,00	119,13	54,18	40,00	46,33	28,00
5	P1	136,38	80,00	121,02	40,00	91,09	28,00
	P5	120,00	143,74	80,00	48,62	52,41	28,00
	P17	205,44	120,00	125,70	60,00	117,11	28,00
	P29	171,53	120,00	162,33	50,00	121,71	28,00
6	P1	80,00	146,70	52,32	90,00	28,00	98,51
	P5	100,00	191,45	26,38	150,00	28,00	125,75
	P17	139,3	120,00	64,89	90,00	28,00	97,52
	P29	80,00	120,49	60,00	59,16	86,15	28,00