

**SOBRE A ESTIMAÇÃO DOGMÁTICA
DE FUNÇÕES DE PRODUÇÃO
UMA APLICAÇÃO À INDÚSTRIA
PORTUGUESA DE MADEIRA**

por Rui Nuno Baleiras

Luis Catela Nunes

Universidade Nova de Lisboa

Faculdade de Economia

Maio de 1991

Working Paper nº 172

Faculdade de Economia
Universidade Nova de Lisboa
Travessa Estêvão Pinto
Campolide
1000 Lisboa

Maio de 1991

SOBRE A
ESTIMAÇÃO DOGMÁTICA
DE
FUNÇÕES DE PRODUÇÃO

Uma Aplicação à Indústria Portuguesa de Madeira

Maio de 1991

RUI NUNO BALEIRAS

Universidade Nova de Lisboa
Faculdade de Economia

LUÍS CATELA NUNES

University of Illinois at
Urbana-Champaign
Department of Economics

SOBRE A ESTIMAÇÃO DOGMÁTICA DE FUNÇÕES DE PRODUÇÃO

Uma Aplicação à Indústria Portuguesa de Madeira

Rui Nuno Baleiras*

Luís Catela Nunes**

* Universidade Nova de Lisboa - Faculdade de Economia.

** University of Illinois at Urbana-Champaign - Dep. of Economics.

Este trabalho representa o desenvolvimento de uma versão anterior elaborada para a disciplina de Econometria II do programa de Mestrado em Economia da Faculdade de Economia da Universidade Nova de Lisboa. Tal versão beneficiou de valiosos comentários do Prof. José Manuel Vilares, que penhoradamente se agradecem, tendo os mesmos contribuído para melhorar a revisão ora proposta. Como é natural, quaisquer insuficiências eventualmente sobreviventes devem ser atribuídas aos autores.

ABSTRACT

A pooled data method is suggested to test, in an integrated fashion, the statistical legitimacy of three hypothesis usually incorporated in empirical studies of production functions on a dogmatic basis: intra-industry technologic homogeneity, existence of real value added function and free instantaneous adjustment of input demands. Although applied to the Portuguese timber industry, the approach herein proposed seems general enough to be easily adapted to any other productive universe.

SUMÁRIO

O presente trabalho sugere uma metodologia, baseada em dados individuais temporais, adequada para testar, de forma integrada, a legitimidade estatística de três hipóteses habitualmente incorporadas acriticamente em estudos empíricos sobre funções de produção: homogeneidade tecnológica intra-industrial, existência de função valor acrescentado real e ajustamento instantâneo e gratuito das quantidades procuradas de factores. Embora aplicada à indústria portuguesa de madeira, a abordagem proposta é suficientemente geral para poder ser implementada em qualquer outro universo produtivo.

PALAVRAS-CHAVE: homogeneidade tecnológica, função valor acrescentado real, ajustamento instantâneo e gratuito das procuras de factores, dados individuais temporais ("pooled data") e ensaio estatístico de hipóteses.

CLASSIFICAÇÕES JEL*: 211, 212 e 630.

*JEL - Journal of Economic Literature.

ÍNDICE

Tema	Página
Abstract/Sumário	3
Índice	4
1. Introdução	6
2. O modelo	9
2.1. Homogeneidade tecnológica intra-industrial	9
2.2. A forma funcional utilizada	10
2.3. Sistema de quotas dos factores	12
2.4. Existência de função valor acrescentado real	14
2.5. Elasticidades de substituição e procura-preço	17
2.6. Simplificação imposta pela contestabilidade do mercado	18
2.7. Ajustamento instantâneo e gratuito das procuras de factores	20
3. Representação matricial e especificação estocástica	25
4. Método de estimação	29
4.1. Modelo SURE	29
4.2. Irrelevância da escolha da equação a omitir	29
4.3. Método de Zellner iterativo	30
5. Ensaio de hipóteses	32
5.1. Hipóteses a testar	32
5.1.1. Homogeneidade tecnológica intra-industrial	32

5.1.2.	Existência de função valor acrescentado real	34
5.1.3.	Ajustamento instantâneo e gratuito das procuras de factores	35
5.2.	Testes estatísticos	36
6.	Aplicação à indústria da madeira	38
6.1.	Dados	38
6.2.	Resultados	40
6.2.1.	Modelo sem restrições	41
6.2.2.	Testes sobre os coeficientes de ajustamento	41
6.2.3.	Modelo com simetria nos coeficientes de ajustamento dos ramos 1 e 2	42
6.2.4.	Testes de homogeneidade tecnológica intra-industrial e de separabilidade	42
6.2.5.	Modelo com separabilidade fraca aproximada no ramo 3	43
6.2.6.	Teste de simetria nos coeficientes de ajustamento dos ramos 1 e 2 com separabilidade fraca aproximada no ramo 3	43
6.2.7.	Modelo com simetria nos coeficientes de ajustamento dos ramos 1 e 2 e separabilidade fraca aproximada no ramo 3	43
6.2.8.	Elasticidades de substituição de Allen e elasticidades procura-preço próprias	44
7.	Conclusão	45
	Apêndice - Translog como aproximação da verdadeira tecnologia e hipóteses sobre os parâmetros	48
	Anexo estatístico	53
	Referências	64

1. INTRODUÇÃO

É habitual em estudos empíricos sobre funções de produção numa determinada indústria admitir dogmaticamente três hipóteses: homogeneidade tecnológica intra-industrial, existência de função valor acrescentado real e ajustamento instantâneo e gratuito das quantidades procuradas de factores.

A homogeneidade tecnológica é implicitamente imposta pelo investigador ao supôr que existe uma função de produção agregada para o universo examinado. Tal suposição leva-o, para todos os ramos da indústria em análise, a ajustar a mesma forma funcional, a utilizar os mesmos regressores e a postular a igualdade de parâmetros homólogos. Bastas vezes, a caracterização empírica da tecnologia de uma indústria limita-se à estimação da função valor acrescentado real, o que corresponde a impôr a existência desta função. Com frequência, o modelo proposto passa pela estimação de funções procura de factores produtivos e é comum, nestes casos, admitir (se bem que, uma vez mais, de forma implícita) que as quantidades observadas são sempre óptimas (ajustamento instantâneo) e que qualquer eventual alteração nos volumes de emprego é possível sem quaisquer encargos extra remuneratórios para a empresa (ajustamento gratuito).

Julgamos que estes três procedimentos não devem ser adoptados de ânimo leve, tanto mais que podem ser objecto de ensaio estatístico. Efectivamente, o presente trabalho pretende sugerir uma metodologia para a validação empírica das hipóteses acima referidas. Não encontrámos na literatura nenhuma abordagem integrada destes três problemas mas o ensaio da existência de valor acrescentado já tem sido efectuado, devendo salientar-se, a este propósito, as contribuições de Denny e May (1977) para a indústria transformadora canadiana e Vilarés (1987) para a economia portuguesa.

Utilizando dados individuais temporais ("pooled data") da indústria portuguesa de madeira como exemplo, tentamos caracterizar a respectiva tecnologia através da estimação de uma função de produção, indagando a legitimidade daqueles procedimentos relativamente usuais na literatura.

Em princípio, a metodologia que aqui se propõe é aplicável a qualquer indústria cuja ventilação empregue nos dados seja exaustiva e relativamente fina: exaustiva, por forma a alicerçar conclusões representativas do universo estudado; relativamente fina, para que faça sentido esperar encontrar alguma homogeneidade tecnológica inter-ramos nessa

indústria (caso contrário, a rejeição da hipótese de homogeneidade é um acontecimento à Mr. de la Palisse). A escolha da indústria a usar como exemplo neste trabalho ficou a dever-se, por um lado, ao facto de a madeira ser a única indústria portuguesa para a qual existe uma ventilação exaustiva de cinco dígitos na classificação CAE (versão de 1973) com disponibilidade de dados sobre todas as variáveis. Cinco dígitos é a desagregação máxima que as Estatísticas Industriais nacionais permitem. A ventilação empregue, composta por três ramos (serração da madeira, fabricação de folheados e contraplacados e fabricação de aglomerados de partículas de madeira), é exaustiva no sentido de os ramos considerados representarem 100% do índice anual de produção da indústria da madeira. Por outro, o nosso desconhecimento relativamente a qualquer estudo econométrico desta indústria aguçou-nos a curiosidade, contribuindo também para a escolha realizada.

As conclusões que o estudo que se segue permitir extraír são específicas da indústria portuguesa de madeira, não sendo, obviamente, extrapoláveis para outros universos. Contudo, pensamos que a metodologia sugerida pode revelar interesse para ser aplicada a diferentes casos.

A próxima secção é a mais longa de todas e apresenta, passo a passo, o modelo que nos propomos trabalhar. Começando por levantar a hipótese de homogeneidade tecnológica, discutimos depois a forma funcional utilizada e a abordagem seguida para estimar os seus parâmetros. A secção 2 mostra ainda como podem ser ensaiadas estatisticamente a existência de função valor acrescentado e a validade de um método correntemente empregue para apurar séries daquela variável. Elasticidades de substituição e procura-preço são facilmente computáveis no contexto da análise empreendida, razão porque serão apresentadas como subproduto deste trabalho. Em seguida, recorreremos à moderna teoria dos mercados contestáveis para simplificar o modelo, finalizando a respectiva apresentação com a eliminação das hipóteses de instantaneidade e gratuidade no ajustamento das procuras de factores.

Na secção 3, representamos matricialmente o modelo e acrescentamos-lhe a respectiva especificação estocástica, tentando justificar cada uma das hipóteses que iremos estabelecer sobre os resíduos e a relação destes com as variáveis explicativas. A escolha do método de estimação é o objecto da secção 4, que o apresenta após discutir as implicações mais relevantes que a forma econométrica do modelo e as características económicas que lhe são inerentes nos parecem ter para aquela selecção. A secção 5 ocupa-se da inferência estatística, apresentando as hipóteses a ensaiar e o teste estatístico utilizado.

A aplicação empírica surge na secção 6, que discute os resultados alcançados após introduzir a amostra da indústria de madeira. Finalmente, na última secção, destacam-se os principais resultados e algumas ilacções deles decorrentes, terminando-se com a sugestão de eventuais desenvolvimentos futuros.

2. O MODELO

A presente secção cuida da dimensão determinística da nossa análise, apresentando o modelo que se nos afigura apropriado para cumprir os objectivos enunciados na introdução. A dimensão estocástica será acrescentada na próxima secção.

2.1. Homogeneidade Tecnológica Intra-Industrial

Como afirmámos na introdução, a metodologia é aplicada a três ramos ($i=1,2,3$) da indústria de madeira. No caso mais geral de heterogeneidade tecnológica intra-industrial, as combinações de factores susceptíveis de produzirem o "output" dos ramos i com eficiência tecnológica são descritas pelo sistema de funções de produção

$$y_i = F_i(X_i ; B_i) \quad i = 1,2,3 \quad ,$$

onde y é o produto, X designa o vector de factores produtivos, B representa um vector de parâmetros e F referencia a forma funcional. Por limitações de espaço, o caso de heterogeneidade que nos propomos analisar é uma particularização do acima, limitando-a ao vector de parâmetros. Supomos, deste modo, que a forma funcional e os factores são comuns aos três ramos, pelo que

$$y_i = F(X ; B_i) \quad i = 1,2,3 \quad ^1 .$$

Embora este seja um caso particular da heterogeneidade, julgamos que é, talvez, o mais relevante para os nossos propósitos, uma vez que iremos utilizar uma forma funcional bastante flexível (ponto 2.2.) e os factores produtivos mais adequados ao exame da possibilidade de existência da função valor acrescentado (ponto 2.4.).

¹ Como é óbvio, as observações relativas ao vector de "inputs" diferem de ramo para ramo mas, para já, não nos estamos a preocupar com a dimensão temporal da amostra.

2.2. A Forma Funcional Utilizada

A estimação de qualquer modelo econométrico envolve sempre a escolha de uma forma funcional para as relações propostas pela teoria económica. Existem inúmeras especificações utilizadas pelos econométristas aplicados, das quais se evidencia, pela sua popularidade, a forma transcendental logarítmica (abreviadamente, translogarítmica ou apenas translog) podendo a sua importância ser atestada, por exemplo, pelo facto de, ainda recentemente, ter sido objecto de comparação qualitativa com especificações mais modernas². De entre os méritos da translog, podemos destacar:

- é uma forma funcional mais geral do que as conhecidas Cobb-Douglas e CES, sendo possível apresentar estas como casos particulares da especificação translog [ver, por exemplo, Mayes (1981, p. 106)];

- é, de facto, tão geral que pode ser interpretada como aproximação local de segunda ordem a qualquer função de produção duplamente contínua e diferenciável (esta interpretação é precisada em apêndice);

- permite testar com relativa facilidade as hipóteses de homogeneidade tecnológica, existência de função valor acrescentado e instantaneidade e gratuidade dos ajustamentos nas quantidades procuradas de factores, afinal as preocupações fundamentais deste trabalho;

- fornece expressões simples para as funções procura (logarítmicas) de factores e elasticidades de substituição de Allen, como é salientado por Vilares (1987, p.8);

² Barnett et al. (1985) compara a forma funcional translog com outras duas em termos de dimensão das respectivas regiões de regularidade no contexto da utilidade indirecta. Rossi (1985) recorre a uma abordagem bayesiana, com dados da indústria transformadora norte-americana, para comparar as formas translog e Fourier na via dual da produção (sistema de quotas dos factores).

- não força as elasticidades de substituição a serem constantes, permitindo até, como sublinha Denny e May (1977, p. 61), que variem de período para período e de um par de factores para outro.

Pretendendo indagar a existência de valor acrescentado real, é conveniente trabalhar com, pelo menos, três factores produtivos: dois primários (trabalho e capital) e um intermédio (consumo de produtos intermédios). A expressão da função de produção de cada ramo, com forma funcional translogarítmica, é dada, no caso de três factores, por

$$(1) \quad \ln y = b_0 + \sum_j b_j \ln x_j + \frac{1}{2} \sum_j \sum_h b_{jh} \ln x_j \ln x_h, \quad j, h = L, C, K,$$

onde y designa o volume de produção e x_L , x_C e x_K representam as quantidades de trabalho, capital e consumo de produtos intermédios, respectivamente. É óbvio que existe uma relação (1) para cada ramo e para cada período mas, para não sobrecarregar a notação, omitimos em toda a secção 2 os índices referentes às dimensões individual e temporal do modelo.

Sintetizando a função custo toda a informação economicamente relevante acerca da tecnologia ³, existem duas vias alternativas de estimação dos parâmetros da especificação translogarítmica (b_0 , b_j e b_{jh}): via primal e via dual. Existem já aplicações portuguesas destas duas abordagens, embora a universos diferentes. Beleza (1980) ajusta directamente a relação (1) à indústria transformadora (após impôr algumas restrições aos parâmetros), enquanto que Vilares (1987) estima os mesmos coeficientes (ou melhor, a transformação dual desses coeficientes) através das funções procura condicionais subjacentes à função custo unitário da economia portuguesa como um todo; uma estimação dual análoga mas referente à indústria transformadora é efectuada por Borges e Pereira (1985), cujo modelo de funções custo unitário encadeadas fornece ainda estimativas relativas ao sector da energia.

³ Mesmo nos casos em que a tecnologia é não convexa ou não monótona, como é provado, por exemplo, em Varian (1984, sc. 1.18).

Em princípio, poderíamos usar qualquer via para cumprirmos os objectivos deste trabalho. Dado que, tanto quanto sabemos, a estimação de um sistema de quotas dos factores a partir da via primal ainda não foi tentada em Portugal, gostaríamos de enveredar por esta abordagem. Aliás, a inexistência de uma série sobre o custo de utilização do capital nos ramos que vamos considerar ⁴ inviabiliza o recurso à via dual.

As primeiras utilizações da forma funcional translogarítmica [Griliches e Ringstad (1971), Sargan (1971), Christensen et al. (1973)] admitiam que (1) era a representação exacta da verdadeira função de produção mas, posteriormente, apareceram interpretações de (1) como aproximação de segunda ordem da verdadeira tecnologia [Nunes (1986) adopta esta interpretação alternativa no contexto da função utilidade e a propósito da estimação da procura de energia em Portugal para fins domésticos]. Qualquer que seja a interpretação, são sempre impostas "a priori" algumas restrições sobre os parâmetros, quanto mais não seja por insuficiência de graus de liberdade. Uma hipótese é sempre introduzida e nós não seremos excepção: simetria nos parâmetros b_{jh} . Em apêndice, após apresentarmos formalmente a natureza da aproximação, comentamos as restrições habituais em ambas as interpretações, mostrando, ao contrário do que Berndt e Christensen (1973b) postulam, que a homogeneidade linear não é suficiente para estabelecer a existência de simetria.

2.3. Sistema de Quotas dos Factores

⁴ Qualquer estimação econométrica da tecnologia parte habitualmente do princípio que a empresa tem um problema de optimização estática para resolver. Porém, sendo o capital um factor duradouro, deve-se analisar a sua procura num contexto intertemporal. De acordo com o famoso modelo de investimento de Hall e Jorgenson (1971), para que o problema de optimização estática seja equivalente ao problema de optimização dinâmica, é necessário que o conceito utilizado de taxa de remuneração do capital físico seja o de custo de utilização. Como é patente na análise qualitativa de Antunes e Gaspar (1985), pp. 14 a 18), a consideração de um ajustamento gradual no "stock" de capital e de particularidades importantes da lei fiscal portuguesa torna a fórmula do custo de utilização do capital demasiado exigente em termos de dados, impossibilitando o seu apuramento em tempo útil para este estudo.

Como referimos no ponto anterior, os parâmetros da função de produção translogarítmica vão ser estimados a partir das equações das quotas dos factores que se deduzem a partir do problema primal de maximização do lucro. Estas equações relacionam a participação de cada factor na receita do ramo com as quantidades de todos os "inputs". Trata-se de um procedimento preferível à estimação directa de (1) porque facilita o teste do ajustamento instantâneo e gratuito.

Sendo a maximização do lucro o objectivo das empresas e existindo concorrência perfeita nos mercados de factores e do produto de cada ramo, então os "inputs" são remunerados de acordo com as respectivas produtividades marginais, ou seja,

$$\frac{\partial y}{\partial x_j} = \frac{w_j}{p} ,$$

onde w designa a taxa de remuneração nominal do factor j e p representa o preço do produto. Desta forma, a elasticidade produto do factor j coincide com a quota de j na receita do ramo (q_j), isto é,

$$\frac{\partial \ln y}{\partial \ln x_j} = \frac{w_j x_j}{p y} = q_j , \quad j = L, C, K .$$

No caso de a produção ser governada por (1) e $b_{jh} = b_{hj} \forall j, h$, a expressão desta elasticidade é, simplesmente,

$$\frac{\partial \ln y}{\partial \ln x_j} = b_j + \sum_h b_{jh} \ln x_h , \quad j, h = L, C, K ,$$

pelo que

$$\begin{aligned} q_L &= b_L + b_{LL} \ln x_L + b_{LC} \ln x_C + b_{LK} \ln x_K \\ (2) \quad q_C &= b_C + b_{LC} \ln x_L + b_{CC} \ln x_C + b_{CK} \ln x_K \\ q_K &= b_K + b_{LK} \ln x_L + b_{CK} \ln x_C + b_{KK} \ln x_K . \end{aligned}$$

Preocupemo-nos, em seguida, com a questão da existência de valor acrescentado.

2.4. Existência de Função Valor Acrescentado Real

Uma das vias que a Contabilidade Nacional utiliza para medir o produto de uma economia é o somatório dos valores acrescentados, em termos reais, por cada indústria. Porém, interessando-nos conhecer especificamente a formação do produto dos ramos de uma indústria em particular, temos de igualmente considerar a contribuição produtiva de factores produzidos por outras indústrias. É, no entanto, frequente caracterizar a tecnologia de um ramo exclusivamente a partir da estimação de uma função valor acrescentado real (VA)

$$VA = g(x_L, x_K) ,$$

cujá existência é dogmaticamente aceite. Sendo o produto total do ramo efectivamente gerado pela função de produção

$$y = F(x_L, x_K, x_C) ,$$

aquele procedimento habitual está implicitamente a assumir que esta função é fracamente separável em duas subfunções,

$$y = F[g(x_L, x_K), h(x_C)] .$$

É então claro que, em geral, a função valor acrescentado não existe! Sendo a (verdadeira) tecnologia $F(\cdot)$ exactamente representada pela especificação translogarítmica, é fácil propôr um teste da existência de tal função ⁵. Começemos por notar que a separabilidade fraca acima indicada existe sse

$$(3) \quad \frac{\partial}{\partial x_C} \left(\frac{F_L}{F_K} \right) = 0 ,$$

⁵ O teste aqui proposto é adaptado de Berndt e Christensen (1973b, pp. 87 e 88), para o caso de a translog ser uma representação exacta verdadeira função de produção, e de Denny e May (1977, p. 62), para o caso de aquela ser uma aproximação desta. Vilarés (1987, p. 20) apresenta um teste análogo ao de Denny e May mas adaptado à função custo unitário (teste H5.2).

com $F_j = \partial F / \partial x_j$, $j=L,K$, ou seja, se a taxa marginal de substituição técnica entre os factores primários não depender da quantidade do factor intermédio. Este facto foi demonstrado por Goldman e Uzawa (1964 - teorema 2 - pp. 390 e 391).

No caso translog em questão, com $b_{jh}=b_{hj}$, (3) corresponde a impôr

$$b_{LC} q_K - b_{CK} q_L = 0 \quad , \quad \text{com } x_L \times_C \times_K \neq 0 \quad .$$

Substituindo q_j pelas expressões (2), compreende-se, sem dificuldade, que

$$b_K b_{LC} = b_L b_{CK}$$

$$(4) \quad b_{LC} b_{LK} = b_{CK} b_{LL}$$

$$b_{LC} b_{KK} = b_{CK} b_{LK}$$

são condições necessárias e suficientes para que (3) se verifique quaisquer que sejam as quantidades dos factores, isto é, para que a função de produção (1) seja fracamente separável em todo o seu domínio. Dito de outra forma, (4) são condições necessárias e suficientes para a existência de função valor acrescentado real. Porque partimos do princípio que a tecnologia é exactamente translogarítmica, designamos (4) por condições de separabilidade fraca exacta ⁶.

Se a verdadeira tecnologia $F(\cdot)$ não for translogarítmica mas aproximável pela especificação (1) no sentido expresso em apêndice, então existirá função valor acrescentado sse

$$(5) \quad b_K b_{LC} = b_L b_{CK} \quad .$$

Trata-se de uma restrição menos exigente do que no caso de a representação translogarítmica de $F(\cdot)$ ser exacta. Denny e May (1977, p. 62) baptizou-a de condição de separabilidade fraca aproximada.

⁶ A designação deve-se a Denny e May (1977, p. 62). Estes autores, assim como Berndt e Christensen (1973b), apresentam condições de separabilidade análogas mas mais exigentes do que as nossas, pois apenas são válidas no caso de b_L , b_{LL} , b_{LC} e b_{LK} serem todos diferentes de zero.

Existindo função valor acrescentado, podemos estar interessados no seu apuramento. O método mais frequente é empregar por inúmeras entidades que se dedicam à recolha e publicação de informação estatística e consiste em definir o valor acrescentado real através da diferença entre a produção total e o consumo de produtos intermédios (ambos avaliados em volume), ou seja,

$$VA = y - x_C ,$$

razão porque é conhecido pelo nome de método da subtracção [ou método da dupla deflação quando y e x_C estão medidos em valor e carecem de deflação a fim de permitirem o cômputo do valor acrescentado real- ver Vilares (1987, nota 3, p. 3)].

Ora este procedimento corresponde a supôr que a função de produção com três factores é, não apenas fracamente separável, como aditiva e de uma forma peculiar ⁷. Sendo a tecnologia representada (exacta ou aproximadamente) pela especificação translogarítmica e havendo separabilidade fraca, temos que

$$\ln y = g(x_L, x_K) + b_C \ln x_C + b_{LC} \ln x_L \ln x_C + \frac{1}{2} b_{CC} (\ln x_C)^2 + \\ + b_{CK} \ln x_C \ln x_K .$$

Seguindo Denny e May (1977, pp. 62-63) diremos que para haver separabilidade fraca aditiva e, portanto, para que o método da subtracção seja válido, é necessário (embora não suficiente) que

$$(6) \quad b_{LC} = b_{CK} = 0 \quad ^8 .$$

⁷ A função de produção com três factores diz-se fracamente aditiva se

$$y = g(x_L, x_K) + h(x_C) ,$$

o que é um caso particular de separabilidade fraca, conforme Henderson e Quandt (1980, pp. 39-40).

Sendo $g(\cdot)$ a função valor acrescentado real, o método da subtracção exige que

$$h(x_C) = x_C ,$$

o que é, obviamente, uma forma peculiar de aditividade fraca.

⁸ Note-se que (6) implica a satisfação de todas as condições de separabilidade fraca (4) e (5), o que não espanta pois aditividade é um caso particular de separabilidade. Na verdade, (6) é uma condição suficiente (embora desnecessária) para a existência de função valor acrescentado. A forma como Berndt e Christensen (1973b) e Denny e May (1977) apresentam as suas condições de separabilidade fraca não é compatível com as restrições de aditividade (6). Relcia-se, a propósito, a nota 6.

2.5. Elasticidades de Substituição e Procura-Preço

Como subproduto da análise empreendida, podemos calcular as elasticidades de substituição parcial de Allen (ESA) [outras elasticidades de substituição podem ser encontradas em Hicks (1970)]. Como assinalámos no ponto 2.2., a forma funcional com que estamos a trabalhar não as obriga a serem constantes⁹, sendo o seu valor computável a partir de

$$\sigma_{jh} = \frac{|Q_{jh}|}{|Q|} ,$$

onde $|Q|$ é o determinante da matriz orlada

$$Q = \begin{bmatrix} 0 & q_L & q_C & q_K \\ q_L & b_{LL} + q_L^2 - q_L & b_{LC} + q_L q_C & b_{LK} + q_L q_K \\ q_C & b_{LC} + q_L q_C & b_{CC} + q_C^2 - q_C & b_{CK} + q_C q_K \\ q_K & b_{LK} + q_L q_K & b_{CK} + q_C q_K & b_{KK} + q_K^2 - q_K \end{bmatrix} ,$$

e $|Q_{jh}|$ é o cofactor de Q referente à cela (j,h) . Esta fórmula deve-se a Berndt e Christensen (1973b, p. 97), que salienta o facto de a ESA entre os factores j e h (σ_{jh}) ser independente da unidade de medida das variáveis.

Conhecendo já a ESA, é muito fácil calcular a elasticidade procura-preço condicional E_{jh} quando a oferta dos factores é perfeitamente elástica, pois, neste caso¹⁰,

⁹ A variabilidade da elasticidade de substituição não é apanágio exclusivo da especificação translogarítmica. Com efeito, existe mesmo uma classe de funções de produção cuja característica comum é precisamente aquela variabilidade. Estamos-nos a referir às funções de produção VES ("Variable Elasticity of Substitution"), de que destacamos as propostas por Sato e Hoffman (1968) e Revankar (1971). Os autores do presente trabalho estimaram algures esta última função com dados da indústria transformadora do continente português respeitantes ao período 1958-1981.

¹⁰ Conforme Berndt e Christensen (1973a, pp. 405 e 406), que se apoia em demonstração contida no trabalho original de Allen. Pode encontrar-se na secção III daquele artigo uma relação interessante entre ESA e diferentes tipos de separabilidade. Seguindo a via dual, Vilarés (1978, anexo 2) apresenta valores observados e estimativas de ESA e elasticidades procura-preço da economia portuguesa relativas ao período 1976-1984.

(continua)

$$E_{jh} = q_h \sigma_{jh} , \quad j,h = L,C,K .$$

2.6. Simplificação Imposta Pela Contestabilidade do Mercado

Estando as empresas a maximizar o lucro e não existindo barreiras à entrada nem à saída do mercado (ramo), teremos necessariamente

$$(7) \quad q_L + q_C + q_K = 1 ,$$

ou seja, a remuneração dos factores esgota a receita gerada pela venda da produção. Trata-se do resultado de longo prazo da concorrência perfeita. A equação acima costuma igualmente ser apresentada como a tese da teoria marginalista da distribuição que, todavia, assume habitualmente a hipótese de homogeneidade linear da função de produção em vez da de liberdade de entrada e saída. É também esta a posição da literatura que temos vindo a referir. Contudo, parece-nos economicamente mais razoável e menos restritivo não obrigar a função de produção a ter aquela particularidade. Portanto, (7) não é uma restrição de homogeneidade; é, no nosso modelo, interpretada como uma restrição de contestabilidade perfeita. Sugerimos esta designação porque a liberdade de entrada e saída é o elemento nuclear (juntamente com a informação relevante contida nas funções custo da empresa e procura do mercado) da emergente teoria dos mercados perfeitamente contestáveis ¹¹.

Para que (7) seja respeitada quaisquer que sejam as quantidades de factores, é necessário e suficiente que os parâmetros do sistema (2) satisfaçam as seguintes condições de contestabilidade perfeita:

$$b_L + b_C + b_K = 1$$

(continuação)

¹¹ Trata-se de um desenvolvimento relativamente recente em Economia Industrial. Baumol et al. (1986) oferece uma visão sinóptica da teoria dos mercados perfeitamente contestáveis, apresentando-a como um arquétipo de referência para o estudo da estrutura industrial. Podem encontrar-se aprofundamentos e extensões deste corpo teórico em Baumol et al. (1982), cujo capítulo 2 é particularmente relevante para o ponto que estamos a abordar.

$$\begin{aligned}
 & b_{LL} + b_{LC} + b_{LK} = 0 \\
 (8) \quad & b_{LC} + b_{CC} + b_{CK} = 0 \\
 & b_{LK} + b_{CK} + b_{KK} = 0 .
 \end{aligned}$$

Estas condições permitem simplificar o modelo a estimar pois, através delas, os parâmetros de uma qualquer equação do sistema (2) podem ser obtidos a partir dos coeficientes das outras duas. Deste modo, é possível obter estimativas para três equações estimando directamente apenas duas. A eliminação de uma equação em cada ramo reduz de nove para seis o número de equações a ajustar, atenuando o peso computacional do modelo. Como iremos utilizar um método de estimação (secção 4) que torna irrelevante a escolha da equação a omitir, podemos eliminar arbitrariamente uma equação em cada ramo; seja ela a da quota do capital. As estimativas dos seus parâmetros serão obtidas indirectamente [através de (8)] a partir das estimativas dos coeficientes das quotas do trabalho e do consumo de produtos intermédios.

Eliminando então a quota do capital e substituindo b_{LK} e b_{CK} pelas segunda e terceira equações de (8), transformamos o sistema de equações de quotas dos factores em

$$\begin{aligned}
 q_L &= b_L + b_{LL} \ln \frac{x_L}{x_K} + b_{LC} \ln \frac{x_C}{x_K} \\
 (9) \quad q_C &= b_C + b_{LC} \ln \frac{x_L}{x_K} + b_{CC} \ln \frac{x_C}{x_K} .
 \end{aligned}$$

Como se mostra no apêndice, contestabilidade perfeita conjugada com simetria nos parâmetros b_{jh} é equivalente a homogeneidade linear na função de produção. Porém, esta equivalência é imposta pela especificidade da forma funcional com que estamos a trabalhar, sendo falsa no caso geral de qualquer função de produção.

2.7. Ajustamento Instantâneo e Gratuito das Procuras de Factores ¹²

Temos admitido até agora que qualquer perturbação na decisão das empresas é instantaneamente corrigida, pelo que as quantidades procuradas de factores são, em cada momento, as que resultam da maximização do lucro (mais concretamente, das condições de primeira ordem para um máximo interior), dando origem a funções quota que, no caso translogarítmico, têm a configuração (9). Designando com um asterisco estas funções quota que resultam da maximização do lucro, q_j^* , diremos que o ajustamento é instantâneo se $q_{jt} = q_{jt}^*$, em que t representa o período e q_j é a quota observada do factor j .

Temos ainda admitido que qualquer variação numa quota ($q_{jt} - q_{jt-1}$) é possível, sendo gratuito este ajustamento (isto é, os preços p do produto e w_j do factor são constantes e o único encargo imposto por este ajustamento é a alteração na remuneração $w_j x_j$ e/ou na receita py). Excluimos, assim, situações quiçá mais realistas caracterizadas por determinado tipo de imperfeição.

Havendo alguma rigidez ou inércia, nos processos de contratação dos factores, é provável que uma quota observada em determinado momento, q_{jt} , possa divergir da quota que maximiza o lucro, q_{jt}^* ; se isto suceder, a empresa encontra-se, obviamente, numa situação subótima, sendo

$$\sum_j \sum_h a_{jh} (q_{jt} - q_{jt}^*) (q_{ht} - q_{ht}^*) \quad j, h = L, C, K$$

uma aproximação (de segunda ordem) à perda de lucro resultante de não estar no ponto máximo ¹³. Se o ajustamento realizado na quota de um qualquer factor j entre dois

¹² Num estudo sobre a indústria transformadora portuguesa, Balciaras (1986) estimou uma função de produção encadeada, tendo analisado as possibilidades de substituição entre dois tipos de factor trabalho. Aí admitiu, de forma menos elaborada, a eventualidade de o ajustamento nas procuras de factores não ser instantâneo nem gratuito.

¹³ Veja-se em Deleau et al. (1986, p. 1.12) a demonstração deste argumento no caso de um único factor. A extensão a n factores é imediata.

períodos consecutivos acarretar um encargo extraremuneratório para a empresa e esse encargo for proporcional ao montante do ajustamento efectuado, então a empresa enfrenta um custo de ajustamento dado por

$$\sum_j \sum_h c_{jh} (q_{jt} - q_{jt-1}) (q_{ht} - q_{ht-1}) \quad j, h = L, C, K$$

Deste modo, qualquer perturbação que coloque uma quota fora da trajectória óptima $q_{jt} = q_{jt}^*$ origina um duplo custo para a empresa (custo de suboptimalidade e custo de ajustamento), que se pode representar matricialmente através de

$$(10) \quad D(q_t) = [q_t - q_t^*]' A [q_t - q_t^*] + [q_t - q_{t-1}]' C [q_t - q_{t-1}] ,$$

onde q_t é o vector coluna das três quotas de factores e A e C são matrizes simétricas de constantes (a_{jh} e c_{jh} , respectivamente). O símbolo “'” designa a operação transposição matricial. Doravante, omitiremos o índice inferior t para não sobrecarregar a notação.

A empresa tem, assim, um problema de optimização a resolver em duas fases. Numa primeira, calcula as quotas q_j^* que maximizam o lucro na ausência de quaisquer custos de suboptimalidade ou ajustamento (conceito restrito de lucro económico). Numa segunda etapa, calcula as quotas que minimizam estes custos, considerando as quotas determinadas na primeira fase. Algebricamente, o problema que a empresa tem a resolver na segunda fase é

$$\begin{array}{l} \text{Min} \\ (q_L, q_C, q_K) \\ \text{s. a} \end{array} D(.)$$

$$(11) \quad \sum_j q_j = 1$$

$$(12) \quad q_j^* = \arg \max_{\{x_j\}} \{p_y - \sum_j w_j x_j\} , \quad j = L, C, K$$

A função objectivo da segunda fase, $D(.)$, é dada por (10). As restrições (12) são a solução óptima da primeira fase, onde a função objectivo é o conceito restrito de lucro económico e o mercado tem estrutura perfeitamente contestável. Em consequência, $\sum_j q_j^* = 1$. No caso translog, (12) é dado pelo sistema de equações (9). A restrição (11) é um requisito de racionalidade económica imbuído na estrutura de mercado que estamos a considerar, pois resulta da generalização das hipóteses de maximização do lucro e contestabilidade perfeita

ao conceito mais lato de lucro económico, que engloba os custos de suboptimalidade e ajustamento.

Da contestabilidade perfeita do mercado, decorrem as condições

$$q_K = 1 - q_L - q_C$$

$$q_K (-1) = 1 - q_L (-1) - q_C (-1)$$

$$q_K^* = 1 - q_L^* - q_C^*$$

que, uma vez introduzidas na função objectivo do problema da segunda fase, transformam este num problema de optimização livre que pode ser apresentado do seguinte modo matricial:

$$\min_{\{q_L, q_C\}} D = [q - q^*]' \tilde{A} [q - q^*] + [q - q(-1)]' \tilde{C} [q - q(-1)]$$

Agora, $q' = [q_L \ q_C]$ somente. As matrizes $\tilde{A}$ e $\tilde{C}$ são transformações simétricas de A e C , respectivamente, com

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} a_{11} - 2a_{13} + a_{33} & 2(a_{12} - a_{13} - a_{23} + a_{33}) \\ & a_{22} - 2a_{23} + a_{33} \end{bmatrix}$$

$$\tilde{C} = \begin{bmatrix} c_{11} - 2c_{13} + c_{33} & 2(c_{12} - c_{13} - c_{23} + c_{33}) \\ & c_{22} - 2c_{23} + c_{33} \end{bmatrix}$$

Se houver solução óptima interior para este problema, ela é necessariamente caracterizada por

$$\tilde{A} [q - q^*] + \tilde{C} [q - q(-1)] = 0$$

que é equivalente a

$$(13) \quad q = \Lambda q(-1) + (I - \Lambda) q^*$$

em que

$$\Lambda = (\tilde{A} + \tilde{C})^{-1} \tilde{C}$$

com elemento genérico λ_{jh} , e I é a matriz identidade 2×2 . Apesar de $\tilde{A}$ e $\tilde{C}$ serem simétricas, nada força Λ a também o ser.

Aplicando a condição de primeira ordem (13) ao caso translog [onde q^* é dado por (9)] e rearranjando, deduzimos, finalmente, a forma estimável do nosso modelo:

$$\begin{aligned} q_L = & [(1-\lambda_{LL}) b_L - \lambda_{LC} b_C] + [(1-\lambda_{LL}) b_{LL} - \lambda_{LC} b_{LC}] \ln \frac{x_L}{x_K} + \\ & + [(1-\lambda_{LL}) b_{LC} - \lambda_{LC} b_{CC}] \ln \frac{x_C}{x_K} + \\ & + \lambda_{LL} q_L (-1) + \lambda_{LC} q_C (-1) \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} q_C = & [(1-\lambda_{CC}) b_C - \lambda_{CL} b_L] + [(1-\lambda_{CC}) b_{LC} - \lambda_{CL} b_{LL}] \ln \frac{x_L}{x_K} + \\ & + [(1-\lambda_{CC}) b_{CC} - \lambda_{CL} b_{LC}] \ln \frac{x_C}{x_K} + \\ & + \lambda_{CL} q_L (-1) + \lambda_{CC} q_C (-1) \end{aligned}$$

Os quatro parâmetros estruturais λ_{jh} são imediatamente estimados, e de forma única, pois coincidem com os coeficientes reduzidos associados às variáveis endógenas desfasadas. Com estas estimativas e as das duas ordenadas na origem, obtêm-se, igualmente de forma única, as estimativas de b_L e b_C . Dadas as estimativas dos quatro λ_{jh} e as dos coeficientes reduzidos associados aos regressores exógenos, construímos quatro equações não redundantes com três incógnitas, b_{LL} , b_{LC} e b_{CC} . Esta sobre-identificação de parâmetros estruturais não constitui, porém, qualquer problema porque em modelos não-lineares nos coeficientes (como é o caso vertente) só encontraremos uma estimativa para cada parâmetro (desde que todos sejam identificados, obviamente).

As estimativas dos parâmetros omitidos do sistema (14) são facilmente calculadas a partir dos nele incluídos pois, recorrendo às condições de simetria e de contestabilidade perfeita (8), podemos escrever

$$b_K = 1 - b_L - b_C$$

$$b_{LK} = -(b_{LL} + b_{LC})$$

$$b_{CL} = b_{LC}$$

$$(15) \quad b_{CK} = -(b_{LC} + b_{CC})$$

$$b_{KL} = -(b_{LL} + b_{LC})$$

$$b_{KC} = -(b_{LC} + b_{CC})$$

$$b_{KK} = b_{LL} + 2b_{LC} + b_{CC}$$

Está, assim, concluída a apresentação da componente determinística do modelo. Na próxima secção, iremo-nos preocupar com a dimensão estocástica do mesmo.

3. REPRESENTAÇÃO MATRICIAL E ESPECIFICAÇÃO ESTOCÁSTICA

As equações (14) que nos propomos estimar representam o comportamento otimizador das empresas e, como tal, não são compatíveis com a ocorrência de erros sistemáticos. Contudo, o postulado de racionalidade económica não é suficiente para excluir a possibilidade de erros não sistemáticos se manifestarem durante o processo de optimização. Assim, para tomarmos em consideração estes eventuais erros, acrescentamos, de forma aditiva, um resíduo aleatório a ambas as equações do sistema (14), que passam a escrever-se como

$$q_{iL,t} = \beta_{iL0} + \beta_{iL1} \ln \frac{x_{iL,t}}{x_{iK,t}} + \beta_{iL2} \ln \frac{x_{iC,t}}{x_{iK,t}} + \beta_{iL3} q_{iL,t-1} + \beta_{iL4} q_{iC,t-1} + \varepsilon_{iL,t} \quad (14')$$

$$q_{iC,t} = \beta_{iC0} + \beta_{iC1} \ln \frac{x_{iL,t}}{x_{iK,t}} + \beta_{iC2} \ln \frac{x_{iC,t}}{x_{iK,t}} + \beta_{iC3} q_{iL,t-1} + \beta_{iC4} q_{iC,t-1} + \varepsilon_{iC,t}$$

$$i = 1, 2, 3 \text{ e } t = 2, \dots, T$$

A amostra que iremos utilizar cruza informação dos ramos da indústria de madeira ("cross section") com informação cronológica de cada ramo ("time series"), sendo um exemplo de dados individuais temporais ("pooled data"). É para salientar esta característica que agora explicitámos os índices i (de indivíduo estatístico - ramo) e t (de tempo). Como foi dito na introdução, há três ramos na amostra e T designa o último período considerado. Por comodidade de notação, substituímos as expressões em b 's e λ 's constantes de (14) por novos símbolos, β 's; a relação entre uns e outros é, contudo, óbvia [por exemplo, $\beta_{iL0} = (1 - \lambda_{iLL}) b_{iL} - \lambda_{iLC} b_{iC}$]. Os erros aleatórios são, como é claro, os ε 's.

A representação matricial do modelo pode ser feita através de

$$(16) \quad Q = ZB + \varepsilon,$$

em que:

- Q é o vector $6(T-1) \times 1$ de observações das variáveis dependentes, cujo elemento genérico q_{ij} é, por sua vez, um vector $(T-1) \times 1$ ($i=1, 2, 3$ e $j=L, C$);

- Z é a matriz $6(T-1) \times 30$ contendo as observações das cinco variáveis pré-determinadas e tendo a configuração

$$Z = \begin{bmatrix} Z_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Z_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Z_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Z_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Z_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Z_3 \end{bmatrix},$$

onde Z_i ($i = 1, 2, 3$) é a matriz $(T-1) \times 5$

$$Z_i = \begin{bmatrix} 1 & \ln \frac{x_{iL2}}{x_{iK2}} & \ln \frac{x_{iC2}}{x_{iK2}} & q_{iL1} & q_{iC1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & \ln \frac{x_{iLT}}{x_{iKT}} & \ln \frac{x_{iCT}}{x_{iKT}} & q_{iLT-1} & q_{iCT-1} \end{bmatrix};$$

- B é o vector 30×1 de parâmetros de regressão, cujo elemento genérico é o vector 5×1 β_{ij} definido por

$$\beta_{ij} = [\beta_{ij0} \dots \beta_{ij4}]';$$

- ε é o vector $6(T-1) \times 1$ de resíduos aleatórios, cujo elemento genérico, ε_{ij} , é um vector $(T-1) \times 1$.

A especificação estocástica do modelo envolve a caracterização dos resíduos através de algumas hipóteses relativas a eles e à sua relação com as variáveis explicativas.

Começemos pelas hipóteses respeitantes exclusivamente aos resíduos. Representando erros assistemáticos de optimização e sendo as empresas racionais, é crível que o valor esperado dos mesmos seja nulo. A contestabilidade perfeita leva a que

$$(17) \quad \sum_j \varepsilon_{ijt} = 0, \quad j=L,C,K, \quad \forall i,t,$$

pelo que não é de esperar a existência simultânea nos erros de independência intertemporal e independência contemporânea intra e interramos. Este mesmo ponto foi reconhecido por Jorgenson (1986, pp. 1861 e 1862) no contexto dual da produção. Se bem que, tal como Vilarés (1987, p. 20) reconhece, não se justifique a consideração de um processo autoregressivo numa aplicação empírica como a nossa, pensamos existirem razões bastantes para admitir a possibilidade de correlação contemporânea entre resíduos de um mesmo ramo e entre resíduos de ramos diferentes. De facto, como os ramos parecem tecnologicamente próximos, eventualmente concorrendo em mercados de produto e de factores relativamente contíguos, faz sentido esperar que a correlação contemporânea dos erros assistemáticos de optimização intra e interramos não seja necessariamente nula. Do exposto, decorrem então as seguintes hipóteses sobre os resíduos ε_{ijt} [$E(\cdot)$ representa o operador valor esperado]:

$$E(\varepsilon_{ijt}) = 0 \quad \forall i,j,t;$$

$$E(\varepsilon_{ijt} \cdot \varepsilon_{i'j't'}) = \begin{cases} \sigma_{ijij} & \text{se } i=i', j=j', t=t' \\ \sigma_{ijij'} & \text{se } i=i', j=j', t \neq t' \\ \sigma_{ijij'} & \text{se } i=i', j \neq j', t=t' \\ \sigma_{ijij'} & \text{se } i \neq i', j \neq j', t=t' \\ 0 & \text{se } i=i', j=j', t \neq t' \\ 0 & \text{se } i \neq i', j=j', t \neq t' \\ 0 & \text{se } i=i', j \neq j', t \neq t' \\ 0 & \text{se } i \neq i', j \neq j', t \neq t' \end{cases}$$

Deste modo, a matriz de variâncias - covariâncias dos resíduos do modelo (16)

é

$$E(\varepsilon\varepsilon') \equiv \Omega_\varepsilon = \Omega \otimes I_{T-1},$$

onde

$$\Omega = \begin{bmatrix} \sigma_{1L1L} & \sigma_{1L1C} & \sigma_{1L2L} & \sigma_{1L2C} & \sigma_{1L3L} & \sigma_{1L3C} \\ & \sigma_{1C1C} & \sigma_{1C2L} & \sigma_{1C2C} & \sigma_{1C3L} & \sigma_{1C3C} \\ & & \sigma_{2L2L} & \sigma_{2L2C} & \sigma_{2L3L} & \sigma_{2L3C} \\ & & & \sigma_{2C2C} & \sigma_{2C3L} & \sigma_{2C3C} \\ & & & & \sigma_{3L3L} & \sigma_{3L3C} \\ & & & & & \sigma_{3C3C} \end{bmatrix}$$

Com dimensão 6×6 , Ω é a matriz de variâncias - covariâncias contemporâneas dos erros. Trata-se, como é óbvio, de uma matriz simétrica e definida positiva ¹⁴. Admitem-se, assim, e para cada período, heterocedasticidade e covariâncias não necessariamente nulas intra e interramos. Mais, não há autocorrelação, ou seja, os resíduos não estão temporalmente correlacionados.

Finalmente, debruçemo-nos sobre a relação entre as variáveis explicativas que entram na matriz Z e os resíduos aleatórios. Como estes não estão autocorrelacionados, ε_{ijt} é independente de $q_{i'j't-1}$ ($i, i' = 1, 2, 3$ e $j, j' = L, C$). As quantidades de factor x_{ijt} são variáveis endógenas porque são os instrumentos de decisão das empresas; por resultarem de uma escolha óptima, aquelas quantidades são estatisticamente independentes dos erros, já que estes são assistemáticos e, portanto, ignorados no processo de decisão. Por estas razões, parece-nos justificado admitir que

$$E(q_{i'j't-1} \cdot \varepsilon_{ijt}) = E\left(\ln \frac{x_{i'j't}}{x_{i'j'Kt}} \cdot \varepsilon_{ijt}\right) = 0 \quad \forall t,$$

para $i, i' = 1, 2, 3$ e $j, j' = L, C$.

¹⁴ Note-se que, pelo facto de termos eliminado uma equação em cada ramo, a condição (17) não impõe dependência linear entre os resíduos contemporâneos do modelo (16), caso em que Ω seria semidefinida positiva. Sendo ε_{ij} ($i=1,2,3$ e $j=L,C$) vectores aleatórios $(T-1) \times 1$ linearmente independentes, a matriz Ω é definida positiva [ver teorema II contido na página 212 de Balestra (1972)].

4. MÉTODO DE ESTIMAÇÃO

A escolha de um método de estimação apropriado depende crucialmente da forma econométrica do modelo em questão e de características económicas que lhe estejam subjacentes. Discutamos, pois, as implicações destes dois aspectos que nos parecem mais relevantes para a escolha do método de estimação, antes de propriamente o apresentarmos.

4.1. Modelo Sure

Embora aparentemente não relacionadas, as seis equações do modelo (16) encontram-se ligadas pelas covariâncias contemporâneas da matriz Ω . Este facto está na origem da designação que este tipo de modelos recebe na literatura econométrica: "seemingly unrelated regression equation (SURE)".

O seu método de estimação habitual é conhecido pelas iniciais SURE ou pelo nome do seu criador, Zellner¹⁵. Não será este, contudo, o método que utilizaremos.

4.2 Irrelevância da Escolha da Equação a Omitir

A existência de contestabilidade perfeita nos três mercados do produto que estamos a considerar determinou no ponto 2.6. a exclusão de uma equação em cada ramo, uma vez que ela se havia tornado redundante. Como a escolha da equação eliminada (quota

¹⁵ Este método foi introduzido por Zellner (1962) e é discutido, por exemplo, em Judge et al. (1985, cap. 6 e sc. 8.5.).

do capital) foi arbitrária, gostaríamos de utilizar um método de estimação com o qual essa escolha fosse irrelevante.

Felizmente, existe um método com esta propriedade: método da máxima verosimilhança ¹⁶. Mais, foi já demonstrado que iterando o método de Zellner se obtêm estimadores dos parâmetros que convergem assintoticamente para os de máxima verosimilhança (caso o procedimento iterativo convirga efectivamente) ¹⁷. Além disto, e sob a hipótese de normalidade dos resíduos, a versão iterativa do método de Zellner fornece estimadores que até são computacionalmente equivalentes aos de máxima verosimilhança, como já foi provado por Vilares (1987, pp. 35 a 38) e Ruble ¹⁸.

4.3. Método de Zellner Iterativo

Do exposto no ponto anterior, decorre que a versão iterativa do método de Zellner e o método de máxima verosimilhança são equivalentes se acrescentarmos a hipótese de normalidade dos resíduos e se os estimadores de B e Ω convergirem. Assim sendo, os estimadores do método de Zellner iterativo são insensíveis à escolha da equação a omitir. Será este o método utilizado para estimar o modelo (16).

A expressão dos estimadores de Zellner dos parâmetros na iteração r é

$$(18) \quad \hat{B}_{(r)} = (Z' \Omega_{(r)}^{-1} \otimes I_{T-1} Z)^{-1} Z' \Omega_{(r)}^{-1} \otimes I_{T-1} Q$$

e a da sua matriz de variâncias-covariâncias é

$$(19) \quad \hat{\Omega}_{\hat{B}_{(r)}} = (Z' \Omega_{(r)}^{-1} \otimes I_{T-1} Z)^{-1}$$

¹⁶ Berndt e Christensen (1973b, p. 89) cita um trabalho de A. P. Barten onde se prova que as estimativas dos estimadores de máxima verosimilhança são independentes da equação omitida.

¹⁷ A demonstração foi feita por J. Kmenta e R. F. Gilbert em 1968, segundo Berndt e Christensen (1973b, p. 89).

¹⁸ A demonstração de W. Ruble, publicada em 1969, é referida por Berndt e Christensen (1973b, p. 89).

Como a matriz Ω é desconhecida, ela deve ser estimada previamente, introduzindo-se depois a sua estimativa em (18) e (19). O algoritmo empregue pelo TSP ("Time Series Processor", programa informático por nós utilizado) para calcular estes estimadores é:

- 1) Calcula o estimador de máxima verosimilhança da matriz $\Omega, \hat{\Omega}^{MV}$;
- 2) Calcula $\hat{B}_{(1)}$ e $\hat{\Omega}_{\hat{B}_{(1)}}$, substituindo $\hat{\Omega}^{MV}$ em (18) e (19), respectivamente;
- 3) Utiliza $\hat{B}_{(1)}$ e $\hat{\Omega}_{\hat{B}_{(1)}}$ para computar nova estimativa de $\hat{\Omega}, \hat{\Omega}_{(2)}$;
- 4) Calcula $\hat{B}_{(2)}$ e $\hat{\Omega}_{\hat{B}_{(2)}}$, substituindo $\hat{\Omega}_{(2)}$ em (18) e (19), respectivamente ;
- 5) Repete sucessivamente os passos 3) e 4) até ser respeitado o critério de paragem

$$\left| \frac{\hat{\alpha}_{(r)} - \hat{\alpha}_{(r-1)}}{\hat{\alpha}_{(r)}} \right| < 0.01$$

em que $\hat{\alpha}_{(r)}$ é a r-ésima estimativa de qualquer parâmetro. No nosso modelo, $\hat{\alpha}_{(r)}$ pode ser $\hat{\beta}_{ijs(r)}$ ou $\hat{\sigma}_{\beta_{ijs(r)}}$ $\forall i, j, s$.

Dado que (16) não é linear nos parâmetros [recorde-se que (16) mais não é do que a representação matricial de (14)], o TSP recorre, em cada iteração sobre (18) e (19), a uma versão do método numérico de Gauss-Newton Generalizado para calcular as estimativas de $\hat{B}$ e $\hat{\Omega}_{\hat{B}}$ correspondentes a essa iteração. A fim de garantir a convergência do algoritmo acima, inicializámos o método numérico com as estimativas 3SLS (Mínimos Quadrados Tri-etápicas) dos parâmetros.

5. ENSAIOS DE HIPÓTESES

5.1. Hipóteses a Testar

Nesta secção do trabalho são apresentadas as várias hipóteses a testar com vista à escolha da forma final do modelo que incorporará as hipóteses ensaiadas e não rejeitadas.

5.1.1. Homogeneidade Tecnológica Intra-Industrial

Um dos objectivos deste trabalho é, como já foi dito, o teste da existência de homogeneidade tecnológica intra-industrial. Deste modo, vai-se definir o que se entende por duas estruturas produtivas serem homogêneas ou semelhantes. Sejam duas funções de produção $Q_1=f_1(Z)$ e $Q_2=f_2(Z)$ onde Z é o vector de factores de produção. Estas duas estruturas são semelhantes se os parâmetros de segunda ordem de uma expansão quadrática

$$\hat{Q}_k(Z) = f_k(Z^*) + \sum_{j=1}^N \left. \frac{\partial f_k}{\partial Z_j} \right|_{Z^*} \cdot [Z_j - Z_j^*] + \\ + \frac{1}{2} \sum_j \sum_h \left. \frac{\partial^2 f_k}{\partial Z_j \partial Z_h} \right|_{Z^*} \cdot [Z_j - Z_j^*] [Z_h - Z_h^*], \quad k = 1, 2,$$

em torno de um ponto comum Z^* , forem iguais.

Uma vez que a função translog com simetria imposta é uma aproximação quadrática [em torno do ponto de expansão $X^* = (1, 1, \dots, 1)$] a uma função de produção arbitrária da forma $y = f(\ln X_1, \dots, \ln X_n)$ com $Z_j = \ln X_j$, vem que as condições de semelhança tecnológica são dadas por

$$b_{jh}^1 = b_{jh}^2, \quad \forall j, h = 1, \dots, N,$$

em que b_{jh}^k representa os coeficientes de segunda ordem da aproximação translog à função de produção $f_k(Z)$, $k = 1, 2$.

Estas condições são uma forma menos exigente de uma definição de igualdade tecnológica a menos de uma aproximação de segunda ordem apresentada em Denny e Fuss (1977, pág. 406-407).

A definição de semelhança pode também ser vista como uma hipótese de que as equações das produtividades marginais logarítmicas sejam iguais a menos de uma constante de escala. De notar que na função translog embora os parâmetros b_j dependam das unidades de medida das variáveis, os b_{jh} não dependem.

Este teste corresponde também a testar uma especificação estocástica particular. Supondo que o erro estocástico ε_{ijt} , $i = 1, 2, 3$, $j = L, C, K$, $t = 2, \dots, T$ pode ser escrito como:

$$\varepsilon_{ijt} = \theta_{ij} + \mu_{ijt}$$

em que θ_{ij} é constante no tempo, e μ_{ijt} tem valor esperado zero e

$$E(\mu_{ijt} \cdot \mu_{ij't'}) = \sigma_{ij} \delta_{tt'},$$

então as relações de produtividade marginal logarítmica (14') podem ser escritas (a menos dos coeficientes de suboptimalidade e ajustamento λ_{ijh}) como

$$q_{ijt} = (\beta_{jo} + \theta_{ij}) + \beta_{j1} \ln \frac{x_{iL,t}}{x_{iK,t}} + \beta_{j2} \ln \frac{x_{iC,t}}{x_{iK,t}} +$$

$$+ \beta_{j3} q_{iL, t-1} + \beta_{j4} q_{iC, t-1} + \mu_{ijt},$$

$$\text{com } i = 1, 2, 3, j = L, C \text{ e } t = 2, \dots, T.$$

Isto corresponde a dizer que as constantes variam entre ramos diferentes embora as inclinações sejam iguais para todos os ramos. Um modelo deste tipo é especificado em Fuss (1977) mas com uma especificação estocástica menos geral dada por:

$$E(\mu_{ijt} \cdot \mu_{ij't'}) = \sigma_{jj'} \delta_{tt'}.$$

5.1.2. Existência de Função Valor Acrescentado Real

No nosso modelo com dois factores primários, K e L, e consumos intermédios, C, pretende-se testar a existência de uma função de valor acrescentado real. Como vimos no ponto 2.4., este teste é equivalente a ensaiar a separabilidade fraca da função de produção. Se a função translog é encarada como a representação exacta da verdadeira função de produção então tem-se o teste de separabilidade fraca exacta (4), aqui repetido por conveniência:

$$b_K b_{LC} = b_L b_{CK}$$

$$b_{LC} b_{LK} = b_{CK} b_{LL}$$

$$b_{LC} b_{KK} = b_{CK} b_{LK}$$

Dadas as condições de contestabilidade perfeita (8) introduzidas no ponto 2.6., apercebemo-nos de que uma das restrições acima é redundante. Fazendo então uso de (8), podemos apresentar a hipótese nula apenas em termos dos parâmetros a estimar directamente:

$$b_L b_{CC} = (b_C - 1) b_{LC}$$

$$b_{LL} b_{CC} = (b_{LC})^2$$

Se a função translog for encarada como uma aproximação local à verdadeira função de produção então, como afirmámos em 2.4., o teste apropriado é o de separabilidade fraca aproximada (5):

$$(5) \quad b_K b_{LC} = b_L b_{CK}$$

Havendo contestabilidade perfeita, esta hipótese nula é

$$b_L b_{CC} = (b_C - 1) b_{LC}$$

O teste de separabilidade fraca aditiva corresponde a testar as restrições

$$(6) \quad b_{LC} = 0$$

$$b_{CK} = 0 \quad ,$$

que se podem apresentar alternativamente (uma vez mais, sob hipótese de contestabilidade perfeita) como

$$b_{LC} = b_{CC} = 0 \quad .$$

5.1.3. Ajustamento Instantâneo e Gratuito das Procuras de Factores.

Como discutimos no ponto 2.7., o nosso modelo mais geral inclui nas equações (14) a estimar parâmetros de ajustamento λ_{jh} , $j,h=L,C$, para cada ramo. Podem ser feitos diversos testes sobre esta modelização:

(a) SIMETRIA NOS LAMBDAS

A hipótese de simetria nos lambdas corresponde a testar a hipótese: $\lambda_{LC} = \lambda_{CL}$

(b) LAMBDAS CRUZADOS NULOS

Neste caso testa-se a possibilidade da matriz Λ dos parâmetros de ajustamento λ_{jh} ser diagonal. Neste caso têm-se as seguintes restrições:

$$\lambda_{LC} = 0$$

$$\lambda_{CL} = 0 \quad .$$

(c) INSTANTANEIDADE E GRATUITIDADE NO AJUSTAMENTO DAS PROCURAS DE FACTORES

Este teste corresponde a testar as seguintes restrições:

$$\lambda_{LL} = 0$$

$$\lambda_{LC} = 0$$

$$\lambda_{CL} = 0$$

$$\lambda_{CC}=0.$$

Com esta hipótese nula, vem, da condição de primeira ordem (13), $q_{jt} = q_{jt}^*$ $V_{j,t}$ ou seja, a segunda fase do problema de optimização da empresa é totalmente irrelevante. Este facto tem um duplo significado: por um lado, tudo se passa como se não houvesse custos de suboptimalidade nem de ajustamento e, por outro, a especificação estática do problema da empresa deixa de ser rejeitável à partida.

5.2. Testes Estatísticos

Para testar as hipóteses referidas no ponto anterior vai-se utilizar o teste de Wald. Este teste consiste no seguinte. Se a restrição a testar é:

$$H_0 : h(b) = 0$$

em que $h(b)$ representa o teste de p hipóteses $h_i(b) = 0$, $i=1,2,\dots,p$, conjuntas sobre os parâmetros, b , do modelo a ser estimado, a fórmula do teste de Wald é dada por:

$$W = h(b)' \left[\left(\frac{\partial h}{\partial b} \right)' V(b) \left(\frac{\partial h}{\partial b} \right) \right]^{-1} h(b) \Big|_{\hat{b}}$$

onde $V(b)$ é a matriz de variâncias-covariâncias dos parâmetros estimados. A função W é calculada no ponto $\hat{b}$, estimativa de b através do modelo sem restrições. Este teste estatístico segue uma distribuição assintótica qui-quadrado com p graus de liberdade quando a hipótese nula é verdadeira.

Na tabela seguinte apresenta-se o valor crítico do teste de Wald para um nível de significância de 1% e para diferentes graus de liberdade ¹⁹:

¹⁹ Uma apresentação aprofundada do teste de Wald pode ser encontrada em Engle (1984), a par de dois outros procedimentos para ensaio de hipóteses igualmente populares em Econometria.

NÍVEL DE SIGNIFICÂNCIA = 1%	
GRAUS DE LIBERDADE	VALOR CRÍTICO
1	6.635
2	9.210
3	11.345
4	13.277
6	16.812
12	26.217

Os diversos testes podem ser feitos sobre apenas um dos ramos, sobre dois ramos, ou sobre os três ramos.

6. APLICAÇÃO À INDÚSTRIA DA MADEIRA

6.1. Dados

Os motivos que levaram à escolha da amostra utilizada foram já expostos na introdução a este trabalho. Basicamente, tiveram a ver com a nossa curiosidade em relação à indústria de madeira e com a disponibilidade de informação. A propósito do papel marcante que os dados assumem em qualquer estudo econométrico, vem a talho de foice recordar um excerto de Griliches (1986, p. 1466):

"Os econométristas exibem uma atitude ambivalente relativamente aos dados económicos. Por um lado, os dados são o mundo que queremos explicar, os factos básicos que os economistas se propõem elucidar. Por outro, eles são a fonte de todas as nossas dificuldades. A sua imperfeição torna a nossa tarefa árdua e, com frequência, impossível. Muitas vezes, uma questão permanece sem solução devido à existência de multicolinearidade ou outros pecados dos dados."

Como justificámos já na introdução, as disponibilidades do sistema estatístico nacional permitiram a consideração de três ramos na indústria de madeira, a saber ²⁰:

RAMO	CLASSIFICAÇÃO CAE (VERSÃO DE 1973)	DESIGNAÇÃO
1	3311.1.0	SERRAÇÃO DE MADEIRA
2	3311.3.0	FABRICAÇÃO DE FOLHEADOS E CONTRAPLACADOS
3	3311.4.0	FABRICAÇÃO DE AGLOMERADOS DE PARTÍCULAS DE MADEIRA

²⁰ De acordo com a ventilação oferecida pela Classificação das Actividades Económicas (CAE), a indústria de madeira é composta por mais um ramo, carpintaria (CAE=3311.2.0). Porém, este ramo não entra na composição do Índice Anual de Produção Industrial e nem sequer está disponível nas séries do "stock" de capital, razões porque o ignorámos.

Os dados utilizados dizem respeito a observações anuais para Portugal (Continente e Regiões Autónomas) para o período 1972-84 das seguintes variáveis para os três ramos considerados:

.V1. Stock de capital líquido total a preços constantes de 1973

- UNIDADE : CONTOS

- FONTE : 1

.V2. Valor Bruto da Produção a preços correntes

- UNIDADE : CONTOS

- FONTE : 2

.V3. Índice de Produção Industrial (quantidade)

- UNIDADE : ÍNDICE DE BASE 100 EM 1970

- FONTE : 2

.V4. Remunerações pagas durante o ano (total)

- UNIDADE : CONTOS

- FONTE : 2

.V5. Remunerações pagas durante o ano ao pessoal operário

- UNIDADE : CONTOS

- FONTE : 2

.V6. Horas de Trabalho efectuadas pelos operários

- UNIDADE : Milhares

- FONTE : 2

.V7. Consumos Intermédios (valor)

- UNIDADE : CONTOS

- FONTE : 2

em que as fontes utilizadas foram:

1. "Indústria Transformadora - Estimativas do Stock de Capital", G.E.P. do Ministério da Indústria e Comércio, Julho de 1986.
2. Estatísticas Industriais - Volume II, 1972 a 1984, Instituto Nacional de Estatística.

Todas estas séries são apresentadas no quadro 10.

Seja $R = V_2 - (V_4 - V_5)$ o valor bruto da produção subtraído das remunerações não-operárias. As variáveis utilizadas na estimação das equações econométricas foram obtidas da seguinte forma:

$$q_L = \frac{V_5}{R} ,$$

$$q_C = \frac{V_7}{R} ,$$

$$\left(\frac{x_L}{x_K} \right) = \frac{V_6 / V_6(1978)}{V_1 / V_1(1978)} ,$$

$$\left(\frac{x_C}{x_K} \right) = \left[\frac{V_7 / (R/V_3)}{V_7(1978) / (R(1978)/V_3(1978))} \right] / [V_1 / V_1(1978)]$$

Esta última fórmula mostra que x_C foi obtido a partir das despesas em consumos intermédios deflacionadas por índice de preços construído a partir das variáveis R (Valor) e V_3 (quantidade). Este processo teve que ser seguido pois não existia nenhum índice de preços dos consumos intermédios. Todas as variáveis de quantidades de factores, x_j , foram expressas em índices de base 1978=1, o ponto central da amostra, de modo a que a função translog seja uma boa aproximação local à verdadeira função de produção (conforme apêndice).

6.2. Resultados

Para qualquer investigador, a observação dos resultados estatísticos dos modelos por si elaborados é um momento ansiosamente aguardado, como explica Griliches (1986, p. 1468):

"Os encontros entre econométristas e os dados revelam-se frustrantes e insatisfatórios com bastante frequência, não só porque os econométristas exigem demasiado dos dados e, portanto, tendem a ficar decepcionados pelas respostas empíricas obtidas, como também porque os dados são incompletos e imperfeitos. Em parte, a culpa é nossa porque o apetite cresce à medida que comemos. Ao aumentarmos as amostras, alargamos o número de variáveis e expandimos os nossos modelos até que, na margem, regressamos aos mesmos níveis de insignificância."

Os resultados a que chegámos estão reunidos no Anexo Estatístico. Resultam do ajustamento econométrico do modelo (16) que apresentámos na secção 3., que consiste na estimação conjunta para os três ramos das equações de quotas para os factores trabalho, q_L , e consumos intermédios, q_C , para os anos de 1972 a 1984 pelo método de Zellner iterativo, que é equivalente ao de máxima verosimilhança. A forma das equações a estimar foi descrita na secção 3., e o método de estimação na secção 4. .

6.2.1. Modelo sem Restrições

No quadro 1 apresentam-se os resultados referentes à estimação do modelo sem quaisquer restrições. Do quadro constam os parâmetros estimados e respectivas estatísticas-t, e os R^2 de cada uma das seis equações.

6.2.2. Testes sobre os Coeficientes de Ajustamento

Para se fazer os ensaios de hipóteses escolheu-se um nível de significância de 1%. Os valores do teste de Wald que adiante se apresentam (nos quadros do Anexo Estatístico) devem ser comparados com a tabela de valores críticos exibida no ponto 5.2. .

Começou-se pelos testes sobre os coeficientes de ajustamento λ_{jh} . No quadro 2 constam os testes estatísticos efectuados. A hipótese nula de não existência de custos de ajustamento foi rejeitada em todos os ramos. Também a hipótese de os coeficientes de ajustamento cruzados em cada ramo serem nulos foi rejeitada em todos eles. Por fim, a hipótese de simetria nos lambdas não foi recusada nos ramos 1 e 2.

Deste sequência de testes pode-se pois concluir que a evidência empírica não rejeita a existência de simetria nos lambdas dos ramos 1 e 2.

6.2.3. Modelo com Simetria nos Coeficientes de Ajustamento dos Ramos 1 e 2

No quadro 3 apresentam-se os resultados da estimação do modelo com as restrições de simetria nos coeficientes de ajustamento dos ramos 1 e 2.

6.2.4. Testes de Homogeneidade Tecnológica Intra-Industrial e de Separabilidade

Uma vez que havíamos já aceite a hipótese de simetria dos lambdas dos ramos 1 e 2, os testes de homogeneidade tecnológica e de separabilidade poderiam ser feitos incorporando ou não essa hipótese. Deste modo optou-se por fazer os testes a partir dos dois modelos possíveis. No quadro 4 apresentam-se os testes para o modelo sem restrições, e no quadro 5 para o modelo com as restrições de simetria impostas. A conclusão a que se chega em ambos os casos é que não há evidência empírica que rejeite a

existência de separabilidade fraca aproximada no ramo 3. No entanto a evidência empírica aponta para a rejeição de homogeneidade tecnológica intra-industrial nos três ramos considerados.

6.2.5. Modelo com Separabilidade Fraca Aproximada no Ramo 3

No quadro 6 apresentam-se os resultados da estimação para o modelo com a restrição de separabilidade fraca aproximada no ramo 3 imposta.

6.2.6. Teste de Simetria nos Coeficientes de Ajustamento dos Ramos 1 e 2 com Separabilidade Fraca Aproximada no Ramo 3

Uma vez que estas hipóteses não foram rejeitadas quando testadas separadamente, fez-se o teste conjunto de todas estas hipóteses sobre o modelo sem quaisquer restrições. A conclusão a que se chega é que não se rejeita esta hipótese conjunta como se pode ver no quadro 7.

6.2.7. Modelo com Simetria nos Coeficientes de Ajustamento dos Ramos 1 e 2 e Separabilidade Fraca Aproximada no Ramo 3

Este modelo incorpora todas as hipóteses que não foram rejeitadas pelos testes estatísticos efectuados, pelo que poderá ser considerado o modelo final. Os resultados constam do quadro 8.

6.2.8. Elasticidades de Substituição de Allen e Elasticidades Procura-Preço Próprias

Para completar a análise dos resultados obtidos calcularam-se as elasticidades de substituição de Allen assim como as elasticidades procura-preço condicionais próprias para o modelo final do parágrafo 6.2.7. . Uma vez que estas elasticidades não são constantes, como afirmámos no ponto 2.5., optou-se por apresentá-las para todos os anos que constituem a amostra estudada. Os resultados são apresentados no quadro 9 e no cômputo destes indicadores utilizaram-se as estimativas das quotas (bem como dos coeficientes de regressão, obviamente).

As elasticidades preço-próprias para o ramo 2 e para os últimos anos da amostra do ramo 3 são positivas. A explicação disto pode ser encontrada no facto de a fórmula de cálculo desta elasticidade assentar numa hipótese de perfeita elasticidade da oferta dos factores que possivelmente não se verifica neste caso.

As elasticidades de substituição de Allen σ_{jj} , $j = L, C, K$ são completamente diferentes de ramo para ramo. Este facto vem reforçar a rejeição da hipótese de homogeneidade tecnológica intra-industrial que já havíamos encontrado.

Em relação às elasticidades de substituição de Allen cruzadas no ramo 1, verifica-se substituíbilidade entre todos os factores no ramo 1 (pois $\sigma_{jh} > 0$). Já no ramo 2 se verifica complementaridade entre os consumos intermédios e os outros factores, e substituíbilidade entre o capital e o trabalho. No ramo 3 verifica-se exactamente a mesma situação para os primeiros anos da amostra, e a situação oposta nos últimos anos da amostra.

7. CONCLUSÃO

Foi intenção deste trabalho propôr uma metodologia capaz de avaliar estatisticamente a legitimidade de um procedimento habitual em estudos econométricos sobre função de produção que consiste em impôr “a priori” três restrições: homogeneidade tecnológica intra-industrial, existência de função valor acrescentado real e ajustamento instantâneo e gratuito das quantidades procuradas de factores produtivos. Os próximos parágrafos pretendem sintetizar os principais resultados e suas implicações, bem como enunciar algumas autocríticas e apontar extensões possíveis.

Começamos pelos resultados. Tendo utilizado a indústria portuguesa de madeira e o período 1972 a 1984 como campo de estudo, fomos forçados a rejeitar a hipótese de homogeneidade tecnológica intra-industrial em todas as combinações possíveis dos três ramos considerados. Significa este facto que os três ramos madeireiros não são suficientemente próximos sob o ponto de vista tecnológico para fundamentarem a estimação de uma função de produção comum. Qualquer tentativa de ajustamento de tal função para a indústria de madeira como um todo terá de ser interpretada à luz deste resultado.

A existência de função valor acrescentado real não encontrou qualquer justificação empírica na indústria, em geral, nem nos ramos 1 (serração de madeira) e 2 (fabricação de folheados e contraplacados), em particular; com efeito, foram rejeitadas as condições necessárias e suficientes para aquela existência tanto no caso em que a forma funcional translog representa exactamente a verdadeira tecnologia, como no caso em que a representa apenas de modo aproximado. Porém, quando esta aproximação se justifica no ramo 3 (fabricação de aglomerados de partículas de madeira), faz sentido estimar a função valor acrescentado real nesse (e apenas nesse) ramo pois, nessas circunstâncias, não encontramos evidência empírica que contrariasse a existência de tal função. Concluímos também não ser correcto em qualquer ramo o cômputo de séries estatísticas do valor acrescentado real através do conhecido método da subtracção, uma vez que a condição necessária para a sua legitimação não passou a prova dos dados.

As hipóteses de instantaneidade e gratuitidade no ajustamento das quantidades procuradas de factores produtivos parecem-nos igualmente insustentáveis. Deste modo, a modelização estática das quotas de “inputs” afigura-se-nos irrelevante.

A natureza quantitativa e, quiçá, qualitativa dos resultados que acabámos de sumariar pode ser condicional nalgumas simplificações e/ou insuficiências da análise empreendida. Para além de eventuais deficiências nos dados (mormente nos referentes ao “stock” de capital e ao preço dos consumos intermédios), cuja qualidade nos transcende, gostaríamos de salientar as seguintes limitações e esboçar possibilidades de as contornar em desenvolvimento futuros:

- exogenidade dos preços. Embora aparentemente ausentes, os preços dos factores e do próprio produto estiveram indirectamente presentes neste estudo, ao construirmos índices de quantidade a partir de índices de valor. Admitimos, de forma implícita, a ausência de qualquer repercussão das variáveis do nosso modelo sobre aqueles preços, uma hipótese que, naturalmente, não foi testada. Uma extensão possível do trabalho que integrasse a indústria da madeira num modelo microeconómico de equilíbrio geral poderia indagar a validade empírica deste procedimento e, ao mesmo tempo, fornecer interessante informação interindustrial. Acessoriamente, esta extensão poderia contribuir, através da estimação de elasticidades de substituição, para resolver uma das principais dificuldades com que actualmente se debatem os exercícios de simulação que utilizam modelos computacionais de equilíbrio geral ²¹: arbitrariedade e subjectividade na parametrização da simulação;

- heterogeneidade tecnológica. Como referimos no ponto 2.1., limitámos a eventual existência de heterogeneidade tecnológica à diversidade inter-ramos nos parâmetros da função de produção. Embora os resultados pareçam sustentar este tipo de heterogeneidade, devemos salientar que ele não é necessariamente o único. Um desenvolvimento futuro deste trabalho poderia tentar examinar a existência de heterogeneidade a nível dos regressores e da forma funcional. Porém, basta encontrar evidência empírica sobre um tipo de diversidade inter-ramos (foi o que fizemos) para imediatamente rejeitar a hipótese de homogeneidade;

- forma funcional. Sem dúvida que as ilacções acima extraídas sobre a indústria de madeira são fortemente condicionais na forma funcional utilizada, na medida em que tais ilacções se fundamentam em ensaios estatísticos baseados em características específicas da forma translogarítmica. Apesar de constituir uma especificação bastante rica do ponto de

²¹ Leia-se, a propósito, o artigo de revisão da literatura Shoven e Whalley (1984).

vista teórico, existem outras formas funcionais ainda mais flexíveis mas, por enquanto, pouco divulgadas em termos de aplicação: referimo-nos às especificações Minflex-Laurent e Fourier ²². Quando houver disponibilidade de mais informação, talvez seja possível adaptar a análise aqui sugerida àquelas formas funcionais, permitindo, assim, obter conclusões teoricamente ainda mais robustas.

É evidente que os resultados encontrados na secção 6 e há pouco sumariados são apenas válidos para a indústria portuguesa de madeira no período compreendido entre 1972 e 1984. Todavia, a metodologia aqui desenvolvida, bem como as extensões sugeridas, parecem-nos suficientemente gerais para permitir a sua aplicação a qualquer outro universo.

²² Ver Barnett et al. (1985) e Rossi (1985), respectivamente.

APÊNDICE

TRANSLOG COMO APROXIMAÇÃO DA VERDADEIRA TECNOLOGIA E HIPÓTESES SOBRE OS PARÂMETROS

Como referimos no ponto 2.2., a função de produção translogarítmica pode ser encarada como representação exacta ou como aproximação local de segunda ordem da verdadeira tecnologia. Em qualquer caso, são sempre impostas determinadas limitações sobre os valores que os parâmetros daquela forma funcional podem assumir. Por comodidade, repetimos aqui a expressão da mesma:

$$(1) \quad \ln y = b_0 + \sum_j b_j \ln x_j + \frac{1}{2} \sum_j \sum_h b_{jh} \ln x_j \ln x_h, \quad j, h = L, C, K.$$

Pretendemos com este apêndice esclarecer o sentido da aproximação referida²³, bem como contribuir para desfazer alguns equívocos a propósito daquelas limitações.

Seja $F(\ln x_L, \ln x_C, \ln x_K)$ a verdadeira função de produção (os símbolos mantêm neste apêndice o significado que tinham no texto principal). Se ela for pelo menos duplamente diferenciável, então o seu desenvolvimento em série de Maclaurin até aos termos de segunda ordem constitui uma aproximação tão boa quanto menor for o resto de ordem dois (este resto será nulo no caso de F ser linear ou quadrática nas variáveis). Esta aproximação é

$$F \equiv F(0) + \sum_j F_j(0) \ln x_j + \sum_j \sum_h F_{jh}(0) \ln x_j \ln x_h, \quad j, h = L, C, K,$$

em que

$$F_j = \frac{\partial F}{\partial \ln x_j}$$

²³ Satisfaremos este propósito com pequeno desenvolvimento de um argumento sugerido por Denny e May (1977, pp. 58 e 59).

$$F_{jh} = \frac{\partial^2 F}{\partial \ln x_j \partial \ln x_h}$$

e estas derivadas estão todas avaliadas na origem (para isso, $x_j = x_h = 1$). Se as derivadas parciais cruzadas forem contínuas, então $F(\cdot)$ verifica o teorema de Young [ver, por exemplo, Chiang (1974, p. 324)], pelo que $F_{jh} = F_{hj}$.

Como as derivadas acima estão avaliadas num ponto específico, são constantes. Deste modo, se interpretarmos os coeficientes de (1) como sendo aquelas derivadas, podemos concluir que a forma funcional translogarítmica constitui uma aproximação de segunda ordem a qualquer função de produção duplamente contínua e diferenciável, sendo a aproximação válida apenas no ponto $x_j = 1 \forall j$. É por esta razão que as séries da nossa amostra foram transformadas de forma a possuírem uma observação unitária. Note-se que, devido à continuidade de F_{jh} , a aproximação exige simetria nos coeficientes translogarítmicos ($b_{jh} = b_{hj}$).

Voltemo-nos agora para as hipóteses que os estudos empíricos costumam estabelecer sobre os parâmetros de (1).

Quando (1) é interpretada como aproximação à verdadeira função de produção, a simetria nos coeficientes b_{jh} é sempre imposta pelas razões que acabámos de ver. Mas, normalmente, é incorporada "a priori" uma outra limitação, soma unitária das quotas dos factores, por forma a reduzir o número de parâmetros a estimar. Como afirmámos no ponto 2.6., esta limitação é teoricamente muito razoável qualquer que seja a forma funcional da função de produção. Porém, no caso translog com simetria, tal corresponde a impôr a restrição adicional de rendimentos constantes à escala (CRS). Chegou o momento de formalmente estabelecer este resultado.

PROPOSIÇÃO 1: i) sendo a verdadeira função de produção aproximada por (1) e ii) possuindo segundas derivadas cruzadas contínuas, iii) sendo a maximização do lucro o objectivo das empresas e sendo a estrutura do mercado relevante iv) perfeitamente concorrencial no curto prazo e v) perfeitamente contestável no longo prazo, então a aproximação tem CRS.

DEMONSTRAÇÃO: Diz-se que existe CRS quando a função de produção verifica a propriedade

$$(A1) \quad F(t x_L, t x_C, t x_K) = t F(x_L, x_C, x_K) \quad \forall t > 0^{24}$$

Sendo $F(\cdot)$ aproximada por (1), teremos (A1) em qualquer ponto do domínio quando

$$(A2) \quad \sum_j b_j = 1$$

$$(A3) \quad \sum_j b_{jh} = 0 \quad \forall h$$

$$(A4) \quad \sum_h b_{jh} = 0 \quad \forall j$$

Sendo F_{jh} contínuas, temos $F_{jh} = F_{hj}$ pelo teorema de Young, o que impõe condições de simetria à aproximação (1):

$$b_{LC} = b_{CL}$$

$$(A5) \quad b_{LK} = b_{KL}$$

$$b_{CK} = b_{KC}$$

Com (A5), maximização do lucro e concorrência perfeita no curto prazo, conseguimos deduzir um sistema de quotas dos factores [(2) do ponto 2.3.]. No longo prazo, o mercado é perfeitamente contestável, pelo que [conforme ponto 2.6., sistema (8)]

$$(A6) \quad b_L + b_C + b_K = 1$$

$$(A7) \quad b_{LL} + b_{LC} + b_{LK} = 0$$

$$(A8) \quad b_{LC} + b_{CC} + b_{CK} = 0$$

$$(A9) \quad b_{LK} + b_{CK} + b_{KK} = 0$$

ou seja, usando (A5) para substituir b_{LC} e b_{LK} em (A7) e b_{CK} em (A8), obtemos

$$(A2) \quad \sum_j b_j = 1$$

$$(A3) \quad \sum_j b_{jh} = 0 \quad \forall h$$

²⁴ Note-se que a existência de CRS implica homogeneidade linear mas o recíproco não é verdadeiro.

Usando novamente (A5), agora para substituir b_{LC} em (A8) e b_{LK} e b_{CK} em (A9), deduzimos

$$(A4) \quad \sum_h b_{jh} = 0 \quad \forall j, \quad \text{C.Q.D.}$$

COROLÁRIO: sendo a verdadeira função de produção exactamente representada por (1), havendo simetria nos parâmetros b_{jh} e verificando-se ainda as hipóteses iii) a v) da proposição 1, então a verdadeira função de produção tem CRS.

A demonstração deste corolário é imediata a partir da da proposição 1, pelo que nos abstermos de a produzir.

Quando a expressão (1) é interpretada como sendo a representação exacta da verdadeira função de produção, encontramos incorporadas, “ab initio” e quase sempre associadas, as hipóteses de homogeneidade linear ²⁵ e simetria nos parâmetros. Berndt e Christensen afirmam que a primeira hipótese é suficiente para impôr a segunda, ou seja, que o recíproco do corolário acima é verdadeiro. Tal afirmação, todavia, é falsa.

PROPOSIÇÃO 2 [Berndt e Christensen (1973b, p.88)]: “zero row and column sums (isto é, $\sum_h b_{jh} = 0 \quad \forall j$ e $\sum_j b_{jh} = 0 \quad \forall h$ no contexto da nossa notação) imply symmetry”.

DEMONSTRAÇÃO - É claro que as condições de simetria (A5) são uma solução possível do sistema (A3) - (A4), o que significa que a simetria é compatível com homogeneidade linear. Contudo, basta um simples contra-exemplo para provar que a proposição é falsa. Seja então o seguinte conjunto de valores para os parâmetros b_{jh} :

$$\begin{array}{ccc} 0.1 & 0.4 & -0.5 \\ -0.4 & 0.2 & 0.2 \\ 0.3 & -0.6 & 0.3 \end{array}$$

²⁵ Um grau de homogeneidade constante mas diferente de um é uma condição suficiente (embora não necessária) para que a função de produção tenha rendimento crescentes ou decrescentes à escala. Soskice (1968) apresenta uma reformulação da forma funcional CES (que é um caso particular da translog) que permite um grau de homogeneidade variável ao longo do domínio da função.

As somas em linha e em coluna são ambas nulas; porém, não há simetria, C.Q.D. .

Com a mesma facilidade, poderíamos mostrar, através de um exemplo, que é possível ter simetria sem haver homogeneidade linear. Deste modo, rendimentos constantes à escala não são condição necessária nem suficiente para a existência de simetria na especificação translogarítmica.

Quadro 1. Modelo sem restrições

Parâmetro	Estimativa	Desvio-padrão	Estatística-t
Ramo 1:			
λ_{11}	-0.49778	0.14117	-3.5260
b_1	0.18069	0.31542E-02	57.286
λ_{1c}	0.18818	0.96161E-01	1.9569
b_c	0.69632	0.76567E-02	90.943
b_{11}	0.80911E-01	0.77526E-02	10.437
b_{1c}	-0.67967E-01	0.76946E-02	-8.8330
b_{cc}	-0.33687E-01	0.19278E-01	-1.7474
λ_{cc}	0.81993E-01	0.18001	0.45549
λ_{c1}	0.70759	0.24770	2.8567
Ramo 2:			
λ_{11}	0.43734	0.67210E-01	6.5071
b_1	0.58776E-01	0.91764E-02	6.4051
λ_{1c}	-0.24526	0.27322E-01	-8.9764
b_c	0.70388	0.13092E-01	53.766
b_{11}	0.69243	0.12031	5.7552
b_{1c}	-0.27414	0.41502E-01	-6.6055
b_{cc}	0.37005	0.38462E-01	9.6211
λ_{cc}	-0.71373E-01	0.12552	-0.56863
λ_{c1}	0.16082	0.23114	0.69578
Ramo 3:			
λ_{11}	1.0113	0.13478	7.5031
b_1	0.11532	0.11368E-01	10.145
λ_{1c}	-0.17855	0.21103E-01	-8.4610
b_c	0.66011	0.18760E-01	35.187
b_{11}	-0.75443E-01	0.32841E-01	-2.2973
b_{1c}	-0.61352E-01	0.41623E-01	-1.4740
b_{cc}	0.21029	0.74994E-01	2.8041
λ_{cc}	-0.43039	0.94489E-01	-4.5549
λ_{c1}	1.9325	0.65335	2.9578
Parâmetros estimados indirectamente:			
Ramo 1:			
b_k	0.12299	0.10424E-01	11.798
b_{1k}	-0.12944E-01	0.94619E-02	-1.3680
b_{1c}	-0.67967E-01	0.76946E-02	-8.8330
b_{ck}	0.10165	0.23930E-01	4.2480
b_{k1}	-0.12944E-01	0.94619E-02	-1.3680
b_{kc}	0.10165	0.23930E-01	4.2480
b_{kk}	-0.88710E-01	0.31994E-01	-2.7727
Ramo 2:			
b_k	0.23735	0.12866E-01	18.447
b_{1k}	-0.41829	0.81015E-01	-5.1632
b_{c1}	-0.27414	0.41502E-01	-6.6055
b_{ck}	-0.95911E-01	0.41264E-01	-2.3243
b_{k1}	-0.41829	0.81015E-01	-5.1632
b_{kc}	-0.95911E-01	0.41264E-01	-2.3243
b_{kk}	0.51421	0.61915E-01	8.3050
Ramo 3:			
b_k	0.23735	0.12866E-01	18.447
b_{1k}	-0.41829	0.81015E-01	-5.1632
b_{c1}	-0.27414	0.41502E-01	-6.6055
b_{ck}	-0.95911E-01	0.41264E-01	-2.3243
b_{k1}	-0.41829	0.81015E-01	-5.1632
b_{kc}	-0.95911E-01	0.41264E-01	-2.3243
b_{kk}	0.51421	0.61915E-01	8.3050

Variável dependente: q_{11}	R-quadrado =	0.701436
Variável dependente: q_{c1}	R-quadrado =	0.733141
Variável dependente: q_{12}	R-quadrado =	0.741835
Variável dependente: q_{c2}	R-quadrado =	0.845061
Variável dependente: q_{13}	R-quadrado =	0.831226
Variável dependente: q_{c3}	R-quadrado =	0.886814

Quadro 2. Testes sobre os coeficientes de ajustamento

Graus de liberdade		Teste
Inexistência de custos de ajustamento:		
Ramo 1, 2 e 3:	12	307.45
Ramo 1:	4	41.45
Ramo 2:	4	188.05
Ramo 3:	4	94.58
Lambdas cruzados nulos:		
Ramo 1, 2 e 3:	6	199.59
Ramo 1:	2	14.14
Ramo 2:	2	103.73
Ramo 3:	2	71.66
Lambdas cruzados simétricos:		
Ramo 1, 2 e 3:	3	13.27
Ramo 1:	1	3.45
Ramo 2:	1	3.37
Ramo 3:	1	10.18
Ramo 1 e 2:	2	7.88

Quadro 3. Modelo com simetria nos coeficientes de ajustamento dos ramos 1 e 2

Parâmetro	Estimativa	Desvio-padrão	Estatística-t
Ramo 1:			
λ_{11}	-0.53094	0.13529	-3.9244
b_1	0.18268	0.40415E-02	45.200
λ_{1c}	0.33885	0.99261E-01	3.4137
b_c	0.70207	0.90364E-02	77.693
b_{11}	0.83021E-01	0.88144E-02	9.4188
b_{1c}	-0.63637E-01	0.97545E-02	-6.5238
b_{cc}	-0.10886E-01	0.20479E-01	-0.53157
λ_{cc}	0.19467	0.17810	1.0931
Ramo 2:			
λ_{11}	0.36453	0.63754E-01	5.7177
b_1	0.61574E-01	0.90492E-02	6.8043
λ_{1c}	-0.26204	0.27153E-01	-9.6504
b_c	0.70544	0.12490E-01	56.480
b_{11}	0.63281	0.11611	5.4499
b_{1c}	-0.26337	0.41879E-01	-6.2888
b_{cc}	0.38335	0.35624E-01	10.761
λ_{cc}	-0.21400	0.10222	-2.0935
Ramo 3:			
λ_{11}	0.88622	0.12920	6.8595
b_1	0.11332	0.99371E-02	11.404
λ_{1c}	-0.16082	0.21034E-01	-7.6459
b_c	0.65747	0.15108E-01	43.517
b_{11}	-0.51477E-01	0.32473E-01	-1.5852
b_{1c}	-0.56120E-01	0.33920E-01	-1.6545
b_{cc}	0.26783	0.57647E-01	4.6460
λ_{cc}	-0.34169	0.98413E-01	-3.4720
λ_{c1}	1.1518	0.64163	1.7952
Parâmetros estimados indirectamente:			
Ramo 1:			
b_k	0.11525	0.12684E-01	9.0868
b_{1k}	-0.19384E-01	0.12477E-01	-1.5536
b_{c1}	-0.63637E-01	0.97545E-02	-6.5238
b_{ck}	0.74523E-01	0.27316E-01	2.7281
b_{k1}	-0.19384E-01	0.12477E-01	-1.5536
b_{kc}	0.74523E-01	0.27316E-01	2.7281
b_{kk}	-0.55138E-01	0.38491E-01	-1.4325
λ_{c1}	0.33885	0.99261E-01	3.4137
Ramo 2:			
b_k	0.23299	0.11699E-01	19.916
b_{1k}	-0.36944	0.76659E-01	-4.8193
b_{c1}	-0.26337	0.41879E-01	-6.2888
b_{ck}	-0.11999	0.38299E-01	-3.1329
b_{k1}	-0.36944	0.76659E-01	-4.8193
b_{kc}	-0.11999	0.38299E-01	-3.1329
b_{kk}	0.48943	0.56657E-01	8.6384
λ_{c1}	-0.26204	0.27153E-01	-9.6504
Ramo 3:			
b_k	0.23299	0.11699E-01	19.916
b_{1k}	-0.36944	0.76659E-01	-4.8193
b_{c1}	-0.26337	0.41879E-01	-6.2888
b_{ck}	-0.11999	0.38299E-01	-3.1329
b_{k1}	-0.36944	0.76659E-01	-4.8193
b_{kc}	-0.11999	0.38299E-01	-3.1329
b_{kk}	0.48943	0.56657E-01	8.6384

Variável dependente: q_{11}	R-quadrado =	0.709241
Variável dependente: q_{c1}	R-quadrado =	0.675130
Variável dependente: q_{12}	R-quadrado =	0.771055
Variável dependente: q_{c2}	R-quadrado =	0.846436
Variável dependente: q_{13}	R-quadrado =	0.814747
Variável dependente: q_{c3}	R-quadrado =	0.800800

Quadro 4. Testes de homogeneidade tecnológica intra-industrial e de separabilidade para o modelo sem restrições

Graus de liberdade		Teste
Homogeneidade tecnológica:		
Ramo 1=2=3:	12	307.45
Ramo 1=2:	4	41.45
Ramo 2=3:	4	128.05
Ramo 1=3:	4	94.58
Separabilidade fraca exacta:		
Ramo 1, 2 e 3:	6	379.38
Ramo 1:	2	189.44
Ramo 2:	2	209.76
Ramo 3:	2	56.37
Separabilidade fraca aproximada:		
Ramo 1, 2 e 3:	6	66.12
Ramo 1:	2	54.24
Ramo 2:	2	17.98
Ramo 3:	2	0.02
Separabilidade fraca aditiva :		
Ramo 1, 2 e 3:	6	195.66
Ramo 1:	2	85.96
Ramo 2:	2	98.16
Ramo 3:	2	43.07

Quadro 5. Testes de homogeneidade tecnológica intra-industrial e de separabilidade para o modelo com restrições de simetria nos lambdas cruzados dos ramos 1 e 2

Graus de liberdade		Teste
Homogeneidade tecnológica:		
Ramo 1=2=3:	12	128.02
Ramo 1=2:	4	99.79
Ramo 2=3:	4	28.00
Ramo 1=3:	4	55.62
Separabilidade fraca exacta:		
Ramo 1, 2 e 3:	6	430.76
Ramo 1:	2	136.92
Ramo 2:	2	280.89
Ramo 3:	2	29.09
Separabilidade fraca aproximada:		
Ramo 1, 2 e 3:	6	44.43
Ramo 1:	2	26.09
Ramo 2:	2	17.51
Ramo 3:	2	0.26
Separabilidade fraca aditiva :		
Ramo 1, 2 e 3:	6	207.30
Ramo 1:	2	58.43
Ramo 2:	2	116.40
Ramo 3:	2	49.73

Quadro 6. Modelo com separabilidade fraca aproximada no ramo 3

Parâmetro	Estimativa	Desvio-padrão	Estatística-t
Ramo 1:			
All	-0.51682	0.13602	-3.7890
bl	0.18077	0.31347E-02	57.668
Alc	0.19416	0.93977E-01	2.0660
bc	0.69660	0.76214E-02	91.401
bl1	0.80930E-01	0.76616E-02	10.569
blc	-0.67736E-01	0.75414E-02	-8.9819
bcc	-0.32454E-01	0.18930E-01	-1.7144
Acc	0.86579E-01	0.17799	0.48642
Ac1	0.68520	0.24524	2.7940
Ramo 2:			
All	0.43763	0.67938E-01	6.4417
bl	0.58528E-01	0.92271E-02	6.3430
Alc	-0.24882	0.26820E-01	-9.2772
bc	0.70396	0.13012E-01	54.102
bl1	0.69696	0.12003	5.8066
blc	-0.27603	0.41774E-01	-6.6078
bcc	0.37005	0.36123E-01	10.244
Acc	-0.64976E-01	0.12327	-0.52709
Ac1	0.17350	0.22977	0.75508
Ramo 3:			
All	1.0326	0.68888E-01	14.989
bl	0.11692	0.12468E-01	9.3778
Alc	-0.18099	0.19383E-01	-9.3373
blc	-0.68834E-01	0.13365E-01	-5.1504
bcc	0.19933	0.33050E-01	6.0312
bl1	-0.88169E-01	0.30784E-01	-2.8641
Acc	-0.43351	0.92949E-01	-4.6640
Ac1	1.9399	0.61530	3.1527
Parâmetros estimados indirectamente:			
Ramo 1:			
bk	0.12263	0.10368E-01	11.827
blk	-0.13244E-01	0.92334E-02	-1.4343
blc	-0.67736E-01	0.75414E-02	-8.9819
bck	0.10019	0.23436E-01	4.2751
bkl	-0.13244E-01	0.92334E-02	-1.4343
bkc	0.10019	0.23436E-01	4.2751
bkk	-0.86946E-01	0.31252E-01	-2.7821
Ramo 2:			
bk	0.23751	0.12851E-01	18.481
blk	-0.42093	0.80467E-01	-5.2311
bck	-0.27603	0.41774E-01	-6.6078
bkl	-0.94014E-01	0.40588E-01	-2.3163
bkc	-0.42093	0.80467E-01	-5.2311
bkk	-0.94014E-01	0.40588E-01	-2.3163
Ramo 3:			
bc	0.51494	0.57595E-01	8.9407
bk	0.66141	0.19388E-01	34.114
blk	0.22167	0.30230E-01	7.3326
bol	0.15700	0.38362E-01	4.0927
bcl	-0.68834E-01	0.13365E-01	-5.1504
bck	-0.13050	0.26647E-01	-4.8973
bkl	0.15700	0.38362E-01	4.0927
bkc	-0.13050	0.26647E-01	-4.8973
bkk	-0.26507E-01	0.42748E-01	-0.62008

Variável dependente: ql1	R-quadrado =	0.699295
Variável dependente: qc1	R-quadrado =	0.731621
Variável dependente: ql2	R-quadrado =	0.743024
Variável dependente: qc2	R-quadrado =	0.844325
Variável dependente: ql3	R-quadrado =	0.832297
Variável dependente: qc3	R-quadrado =	0.888011

Quadro 7. Teste de simetria nos lambdas dos ramos 1 e 2 e de separabilidade fraça aproximada no ramo 3 para o modelo sem restrições

Graus de liberdade	Teste
3	7.99

Parametro	Estimativa	Desvio-padrão	Estatística-t
Ramo 1:			
all	-0.55131	0.13213	-4.1403
bl	0.18235	0.32734E-02	47.093
alc	0.33572	0.32722E-01	3.4716
bc	0.70193	0.80241E-02	81.091
bll	0.82917E-01	0.86337E-02	9.6039
bic	-0.63710E-01	0.90945E-02	-7.0053
bcc	-0.11351E-01	0.18260E-01	-0.60183
acc	0.17050	0.17336	0.98351
Ramo 2:			
all	0.36533	0.65875E-01	5.5465
bl	0.60658E-01	0.93740E-02	6.4709
alc	-0.27198	0.26666E-01	-10.200
bc	0.70527	0.12280E-01	57.432
bll	0.64549	0.11963	5.3957
bic	-0.26878	0.43659E-01	-6.1564
bcc	0.38109	0.34373E-01	11.087
acc	-0.23304	0.95891E-01	-2.4302
Ramo 3:			
all	0.96256	0.62689E-01	15.355
bl	0.11639	0.13054E-01	8.9155
alc	-0.16708	0.20100E-01	-8.3125
bic	-0.79577E-01	0.15780E-01	-5.0429
bcc	0.23192	0.38497E-01	6.0242
bll	-0.78148E-01	0.37175E-01	-2.1022
acc	-0.35396	0.97645E-01	-3.6249
acl	1.3340	0.56437	2.3637
Parâmetros estimados indirectamente:			
Ramo 1:			
bk	0.11543	0.12102E-01	9.5380
blk	-0.19207E-01	0.11602E-01	-1.6555
bcl	-0.63710E-01	0.90945E-02	-7.0053
bck	0.75061E-01	0.24896E-01	3.0150
bkl	-0.19207E-01	0.11602E-01	-1.6555
bkc	0.75061E-01	0.24896E-01	3.0150
bkk	-0.55855E-01	0.35132E-01	-1.5899
acl	0.33578	0.96722E-01	3.4716
Ramo 2:			
bk	0.23407	0.11560E-01	20.247
blk	-0.37670	0.72367E-01	-4.8069
bcl	-0.26878	0.43659E-01	-6.1564
bck	-0.11231	0.38113E-01	-2.9467
bkl	-0.37670	0.72367E-01	-4.8069
bkc	-0.11231	0.38113E-01	-2.9467
bkk	0.48901	0.55092E-01	8.8763
acl	-0.27198	0.26666E-01	-10.200
Ramo 3:			
bc	0.66081	0.17328E-01	38.136
bk	0.22291	0.28045E-01	7.9446
bik	0.15772	0.45577E-01	3.4606
bcl	-0.79577E-01	0.15780E-01	-5.0429
bck	-0.15234	0.30411E-01	-5.0093
bkl	0.15772	0.45577E-01	3.4606
bkc	-0.15234	0.30411E-01	-5.0093
bkk	-0.53865E-02	0.51207E-01	-0.10519

Variável dependente: ql1	R-quadrado =	0.706628
Variável dependente: qc1	R-quadrado =	0.675690
Variável dependente: ql2	R-quadrado =	0.776149
Variável dependente: qc2	R-quadrado =	0.846844
Variável dependente: ql3	R-quadrado =	0.810395
Variável dependente: qc3	R-quadrado =	0.891091

Quadro 9. Elasticidades de substituição de Allen e elasticidades procura-preço próprias para o modelo final (usando estimativas dos parâmetros e das quotas)

Ano	ϵ_{ll}	ϵ_{lc}	ϵ_{lk}	ϵ_{cc}	ϵ_{ck}	ϵ_{kk}	ϵ_l	ϵ_c	ϵ_k
Ramo 1:									
1973	-9.17	2.10	2.49	-0.64	0.23	-4.83	-1.75	-0.43	-0.67
1974	-15.00	2.58	3.00	-0.67	0.27	-4.04	-2.32	-0.46	-0.65
1975	-6.97	1.88	2.46	-0.61	0.08	-6.31	-1.53	-0.42	-0.59
1976	-10.88	2.25	2.93	-0.58	0.15	-5.60	-1.92	-0.41	-0.62
1977	-7.95	1.97	2.78	-0.57	0.01	-7.06	-1.63	-0.41	-0.58
1978	-10.12	2.18	2.83	-0.58	0.14	-5.65	-1.85	-0.41	-0.62
1979	-14.62	2.61	3.19	-0.62	0.21	-4.72	-2.28	-0.44	-0.65
1980	-12.41	2.40	3.04	-0.59	0.18	-5.18	-2.07	-0.42	-0.63
1981	-12.98	2.44	3.25	-0.57	0.13	-5.62	-2.13	-0.41	-0.63
1982	-11.61	2.31	3.30	-0.55	0.05	-6.52	-2.00	-0.40	-0.60
1983	-10.59	2.21	3.37	-0.53	-0.04	-7.48	-1.90	-0.39	-0.57
1984	-13.44	2.48	3.48	-0.55	0.07	-6.14	-2.18	-0.41	-0.62
Ramo 2:									
1973	2.84	-1.26	2.72	0.95	-2.35	5.96	0.23	0.65	1.38
1974	1.49	-0.27	-0.01	7.73	-5.72	4.27	0.11	3.06	2.26
1975	2.19	-1.70	1.82	2.67	-3.71	5.44	0.33	1.42	1.70
1976	2.07	-1.69	1.72	3.31	-4.29	5.74	0.28	1.71	1.99
1977	2.89	-1.19	2.55	0.70	-1.84	5.19	0.35	0.49	0.97
1978	2.91	-1.11	2.60	0.63	-1.77	5.28	0.30	0.45	0.99
1979	2.27	-1.80	2.18	3.31	-4.69	6.77	0.23	1.82	2.37
1980	3.00	-0.61	2.46	0.16	-0.80	4.45	0.26	0.13	0.44
1981	2.98	-0.61	2.49	0.17	-0.85	4.58	0.22	0.14	0.51
1982	2.95	-0.87	2.59	0.38	-1.35	5.06	0.25	0.29	0.81
1983	3.02	-0.75	2.47	0.23	-0.95	4.49	0.33	0.18	0.47
1984	2.84	-1.30	2.50	0.87	-2.05	5.23	0.37	0.58	1.04
Ramo 3:									
1973	-408.47	286.24	-230.50	-203.01	164.00	-132.59	-28.14	-95.37	-61.16
1974	-60.27	37.48	-37.78	-24.95	25.74	-26.73	-5.15	-13.16	-10.35
1975	-69.24	60.80	-41.91	-56.43	39.64	-28.02	-8.94	-24.53	-13.05
1976	-26.52	18.76	-18.45	-14.88	15.41	-16.29	-3.21	-7.77	-5.81
1977	-326.33	186.59	-312.11	-107.49	180.47	-303.59	-39.45	-67.64	-75.84
1978	12.12	-6.62	18.75	3.19	-8.35	20.65	1.68	2.24	3.28
1979	-1.74	0.87	3.12	-0.09	0.25	3.84	-0.28	-0.09	-0.77
1980	1.33	-0.54	6.97	0.14	-1.33	7.18	0.15	0.12	0.31
1981	5.16	-2.17	10.36	0.66	-2.69	9.54	0.50	0.52	1.11
1982	2.09	-0.82	7.65	0.21	-1.45	7.29	0.21	0.17	0.45
1983	7.04	-3.02	11.97	0.99	-3.43	10.84	0.67	0.76	1.49
1984	5.61	-2.29	10.58	0.67	-2.66	9.33	0.50	0.53	1.15

Cuadro 10. Series estadísticas utilizadas

Año	V1	V2	V3	V4	V5	V6	V7
Ramo 1:							
1972	1136780	1546304	139.44000	442720	201067	30852	1119367
1973	1298807	2411808	24.38099	309520	400991	34343	1476597
1974	1353626	3399482	110.5899	731773	484573	33093	2088305
1975	1385719	3067880	82.31999	935990	626073	30841	1887348
1976	1350466	3884407	56.31000	1076628	659133	29426	2600065
1977	1346627	5073934	70.86000	1335298	888604	29870	3320597
1978	1324147	5871781	80.82999	1566936	1057872	29573	3730064
1979	1365809	8514963	99.12999	1918633	1285845	30891	5567945
1980	1608275	10865654	95.69000	2479010	1666901	30003	7222891
1981	1801244	12331135	86.18000	2817513	1859951	28683	8386637
1982	1883947	11758786	71.52999	3047338	1969933	26056	7895915
1983	1927833	14040885	56.54000	3305553	2137073	25329	9358438
1984	1928974	18326576	73.52999	3904437	2496321	25722	12457509
Ramo 2:							
1972	329995	258860	158.0800	49921	30248	2429	167467
1973	318973	382867	171.8800	55948	31574	2121	281743
1974	349552	647722	170.0599	82015	50548	2194	258462
1975	322379	460867	122.9300	105789	67472	1960	254196
1976	298484	644429	151.2400	125028	76214	1883	308922
1977	283536	880393	175.7700	155360	95280	1812	510925
1978	270807	1014536	175.7700	170879	105834	1827	627884
1979	273013	1100686	132.9199	196541	112692	1745	599597
1980	265870	2032936	181.1100	251807	147930	1749	1535518
1981	253248	2461689	198.7700	326955	199779	2043	1922212
1982	247028	2669504	187.8099	426558	241030	2025	1879369
1983	235781	3364986	189.1999	509327	283337	1966	2361178
1984	230636	3832921	171.7700	603632	391367	1948	2181258
Ramo 3:							
1972	421905	333096	163.9499	40259	24260	2139	188241
1973	539198	486253	177.0500	60583	37162	2841	247484
1974	715096	824977	234.8899	117556	81822	3690	454933
1975	737603	722699	205.0800	124191	75167	2228	352179
1976	714564	873103	232.8699	123355	84089	2258	426909
1977	684129	930223	267.3999	157742	107939	2382	497776
1978	658620	1114397	295.5199	190625	130880	2299	625314
1979	663858	1100686	362.5299	252131	170282	2903	1089075
1980	736741	2032936	404.6099	330927	222705	3072	1663794
1981	730243	3057847	408.2300	411859	273879	2809	2156801
1982	721336	3609739	415.7999	521898	346142	2750	2679147
1983	503551	4894774	406.1700	641575	410377	2868	3548993
1984	957105	6980927	477.0100	910485	581599	3329	5526603

REFERÊNCIAS

- ANTUNES,** António P. e **GASPAR,** Vítor (1986), *Tributação, Incentivos e Investimento: Análise Qualitativa*, *Faculdade de Economia da Universidade Nova de Lisboa, Working Paper* n.º 73, Novembro.
- BALEIRAS,** Rui N. (1986), *Funções de Produção Encadeadas para a Indústria Transformadora Portuguesa*, *Faculdade de Economia da Universidade Nova de Lisboa, Working Paper* n.º. 63, Fevereiro.
- BALESTRA,** Pietro (1972), *Calcul Matriciel pour Economistes*, Albeuve (Suíça): Editions Castella.
- BARNETT,** William A., **LEE,** Yul W. e **WOLFE,** Michael D. (1985), "The Three-Dimensional Global Properties of the Minflex Laurent, Generalized Leontief and Translog Flexible Functional Forms", *Journal of Econometrics*, vol. 30, Outubro/Novembro, pp. 3 a 31.
- BAUMOL,** William J., **PANZAR,** John C. e **WILLIG,** Robert D. (1982), *Contestable Markets and the Theory of Industry Structure*, Nova Iorque: Harcourt Brace Jovanovich.
- (1986), "On the Theory of Perfectly-Contestable Markets", in Joseph E. Stiglitz e G. Frank Mathewson (eds.), *New Developments in the Analysis of Market Structure*, publicado para International Economic Association, Basingstoke (Hampshire, R. U.): The Macmillan Press, pp. 339 a 365.
- BELEZA,** Luís M. (1980), "Wages and Marginal Productivity in Portuguese Manufacturing", *Economia*, vol. IV, Maio, pp. 271 a 297.
- BERNDT,** Ernst R. e **CHRISTENSEN,** Laurits R. (1973a), "The Internal Structure of Functional Relationships: Separability, Substitution and Aggregation", *The Review of Economic Studies*, vol. XL (3), Julho, pp. 403 a 410.

- _____. (1973b), "The Translog Function and the Substitution of Equipment, Structures and Labor in U.S. manufacturing 1929-68", *Journal of Econometrics*, vol. 1, pp. 81-114.
- BORGES,** António M. e **PEREIRA,** Alfredo M. (1985), Energy Demand in Portuguese Manufacturing: a Two-Stage Model, *Faculdade de Economia da Universidade Nova de Lisboa, Working Paper* n.º 33, Maio.
- CHIANG,** Alpha C. (1974), *Fundamental Methods of Mathematical Economics*, segunda edição, Tóquio: McGraw-Hill.
- CHRISTENSEN,** Laurits R., **JORGENSEN,** Dale W. e **LAU,** Lawrence J. (1973), "Transcendental Logarithmic Production Frontiers", *Review of Economics and Statistics*, vol. 55, Fevereiro, pp. 28 a 45.
- DELEAU,** Michel, **LAFFARGUE,** Jean-Pierre, **MALGRANGE,** Pierre, **MENIL,** Georges de e **MUET,** Pierre-Alain (1986), Recherches sur les Fondements de la Modélisation Macroéconomique Quantitative, *Faculdade de Economia da Universidade Nova de Lisboa, Texto de Apoio da disciplina de Econometria Aplicada do curso de licenciatura em Economia*, ano lectivo de 1985/6, segundo semestre.
- DENNY,** Michael e **FUSS,** M. (1977), "The Use of Approximation Analysis to Test for Separability and the Existence of Consistent Aggregates", *American Economic Review*, vol. 67, Junho, pp. 404 a 418.
- DENNY,** Michael e **MAY,** Doug (1977), "The Existence of a Real Value-Added Function in the Canadian manufacturing Sector", *Journal of Econometrics*, vol. 5, Janeiro, pp. 55 a 69.
- ENGLE,** Robert F. (1984), "Wald, Likelihood Ratio and Lagrange Multiplier Tests in Econometrics", cap. 13 de Zvi Griliches e Michael D. Intriligator (eds.), *Handbook of Econometrics*, vol. II, Amesterdão: Elsevier Science Publishers, pp. 775 a 826.
- FUSS,** M. (1977), "The Demand for Energy in Canadian Manufacturing", *Journal of Econometrics*, vol. 5, Janeiro, pp. 89 a 116.

- GOLDMAN, S.M. e UZAWA, H. (1964)**, "A Note on Separability in Demand Analysis", *Econometrica*, vol. 32, Julho, pp. 387 a 398.
- GRILICHES, Zvi (1986)**, "Economic Data Issues", cap. 25 de Zvi Griliches e Michael D. Intriligator (eds.), *ob. cit.*, pp. 1465 a 1514.
- GRILICHES, Zvi e RINGSTAD, V. (1971)**, *Economies of Scale and the Form of the Production Function*, Amesterdão; North-Holland Publishing Company.
- HALL, Robert E. e JORGENSON, Dale W. (1971)**, "Application of the Theory of Optimum Capital Accumulation", cap. II de Gary Fromm (ed.), *Tax Incentives and Capital Spending*, Studies of Government Finance Series, Washington: The Brookings Institution, pp. 9 a 60.
- HENDERSON, James M. e QUANDT, Richard E. (1980)**, *Microeconomic Theory: a Mathematical Approach*, terceira edição, Tóquio: McGraw-Hill.
- HICKS, (1970)**, John, "Elasticity of Substitution Again: Substitutes and Complements", *Oxford Economic Papers* (New Series), vol. 22, Novembro, pp. 289 a 296.
- JORGENSON, Dale W. (1986)**, "Econometric Methods for Modelling Producer Behavior", cap. 31 de Zvi Griliches e Michael D. Intriligator (eds.), *op. cit.*, vol. III, pp. 1841 a 1915.
- JUDGE, George G., GRIFFITHS, William E., HILL, R. Carter e LEE, Tsoung-Chao (1985)**, *The Theory and Practice of Econometrics*, segunda edição, Nova Iorque: John Wiley & Sons.
- MAYES, David G. (1981)**, *Applications of Econometrics*, Londres: Prentice-Hall International.
- NUNES, Luís C. (1986)**, O Consumo de Energia para Usos Domésticos em Portugal: uma Aplicação da Função Translog, *Faculdade de Economia da Universidade Nova de Lisboa*, Working Paper n.º 64, Outubro.
- REVANKAR, Nagesh S. (1971)**, "A Class of Variable Elasticity of Substitution Production Functions", *Econometrica*, vol. 39, Janeiro, pp. 61 a 71.

- ROSSI,** Peter E. (1985), "Comparison of Alternative Functional Forms in Production", *Journal of Econometrics*, vol. 30, Outubro/Novembro, pp. 345 a 361.
- SARGAN,** J.D. (1971), "Production Functions", parte V de P.R.G. Layard, J.D. Sargan, M.E. Ager e D. J. Jones (eds.), *Qualified Manpower and Economic Performance*, Londres: The Penguin Press, pp. 145 a 204.
- SATO,** Ryuzo e **HOFFMAN,** Ronald F. (1986), "Production Functions with Variable Elasticity of Factor Substitution: some Analysis and Testing", *The Review of Economics and Statistics*, vol. L, Novembro, pp. 453 a 460.
- SHOVEN,** John B. e **WHALLEY,** John (1984), "Applied General-Equilibrium Models of Taxation and International Trade: an Introduction and Survey", *Journal of Economic Literature*, vol. XXII, Setembro, pp. 1007 a 1051.
- SOSKICE,** David (1968), "A Modification of the CES Production Function to Allow for Changing Returns to Scale over the Function", *The Review of Economics and Statistics*, vol. L, Novembro, pp. 446 a 448.
- VARIAN,** Hal R. (1984), *Microeconomic Analysis*, segunda edição, Nova Iorque: Norton.
- VILARES,** Manuel J. (1987), Os Bens Intermédios Importados como Factor de Produção, *Faculdade de Economia da Universidade Nova de Lisboa, Working Paper* n.º 78, Julho.
- ZELLNER,** Arnold (1962), "An Efficient Method of Estimating Seemingly Unrelated Regressions and Tests for Aggregation Bias", *Journal of the American Statistical Association*, vol. 57, Junho, pp. 348 a 368.