

**CO-INTEGRAÇÃO DE SÉRIES
MACROECONÓMICAS: UMA APLICAÇÃO
A FUNÇÃO CONSUMO EM PORTUGAL**

Vitor GASPAR

Maximiano PINHEIRO

Working Paper Nº 165

UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA
Faculdade de Economia
Trav. de Estevão Pinto - Campolide
1000 LISBOA
PORTUGAL

Dezembro, 1990

CO-INTEGRAÇÃO DE SÉRIES MACROECONÓMICAS: UMA APLICAÇÃO À FUNÇÃO CONSUMO EM
PORTUGAL

Vítor GASPAR¹

Maximiano PINHEIRO²

Dezembro 1990

¹ Faculdade de Economia, Universidade Nova de Lisboa e Gabinete de Estudos Económicos, Ministério das Finanças.

² Faculdade de Economia, Universidade Nova de Lisboa e Gabinete de Estudos do Instituto Nacional de Estatística.

Durante a década de oitenta foi reconhecida a relevância do estudo das séries cronológicas como passo para uma abordagem correcta ao problema mais geral da modelização econométrica. Em particular no domínio das séries macroeconómicas os trabalhos de NELSON & PLOSSER (1982) e ENGLE & GRANGER (1987) mostram que os estudos de tais propriedades tem importantes implicações para a determinação da metodologia econométrica a aplicar.

De facto, a não estacionariedade da generalidade das séries macroeconómicas viola as hipóteses dos modelos econométricos clássicos. Por outro lado, a utilização de regressões com variáveis exclusivamente em primeiras ou segundas diferenças, se aconselhável pela necessidade de assegurar a estacionariedade das séries, conduz a resultados indesejáveis traduzidos na excessiva volatilidade e má qualidade dos resultados das regressões e correspondentes previsões. Estes problemas podem ser, no entanto, ultrapassados por utilização das relações de co-integração entre as variáveis relevantes.³

No presente trabalho mostrar-se-á ser este tipo de questão relevante para o estudo da função consumo em Portugal.

O estudo da função consumo tem, de resto, particular relevância, para Portugal, no momento presente.

De facto, Portugal apresenta um nível de poupança nacional

³ A referência fundamental é aqui ENGLE & GRANGER (1987). Para uma referência introdutória veja-se HALL & HENRY (1988).

excepcionalmente elevado (superior a 28% contra cerca de 20% para a média dos estados-membros das Comunidades Europeias) para o que contribui, de forma decisiva, o nível que atinge a poupança das famílias. Sendo assim, torna-se muito importante compreender as suas determinantes de forma a inferir sobre a sua presumível estabilidade (ou instabilidade).

O consumo é ainda a mais importante componente da procura agregada, sendo o seu comportamento decisivo para a forma de estabelecimento dos grandes equilíbrios macroeconómicos. O estudo da função consumo ganha, assim, uma clara relevância para a modelização macroeconómica.

A experiência cumulada sugere que uma das consequências do processo de desregulamentação e liberalização do sistema financeiro se encontra na área do acesso dos consumidores ao crédito. Por sua vez o acesso dos consumidores ao crédito tem efeitos potencialmente muito significativos sobre o consumo e a poupança⁴. A importância das imperfeições de mercado para a determinação do consumo e da poupança foi recentemente destacado por JAPELLI & PAGANO (1989). Dado o processo de desregulamentação, liberalização e internacionalização do sistema financeiro português, no quadro da realização do Mercado Único em 1993 este tipo de preocupação é particularmente relevante (veja-se MACEDO (1990) e BRANSON (1990)). Este ponto é particularmente importante dado que um estudo recente realizado por Luz (1990) aponta para a importância das restrições de liquidez para a determinação do consumo no caso português.

⁴Ver, por exemplo, *European Economy*, 42, Novembro, 1989.

O objectivo do presente trabalho é o da aplicação da metodologia de co-integração de séries macroeconómicas ao estudo da função consumo, em Portugal, de uma forma compatível com a construção de um modelo macroeconómico de pequena dimensão.

Na segunda secção do trabalho será apresentada uma curta justificação para a formulação adoptada. Na terceira secção será apresentado o estudo das séries cronológicas relevantes. Na quarta secção apresentar-se-ão os resultados relativos à co-integração das mesmas séries cronológicas. Na quinta secção apresentar-se-ão os resultados relativos à função consumo.

2. Função Consumo.

Esta secção constará de uma curta introdução à formulação retida para a formulação de longo prazo da função consumo neste estudo. Esta formulação é baseada na Teoria do Ciclo de Vida/Rendimento Permanente de Ando e Modigliani (1957) e Friedman (1957). A formulação retida baseia-se nas exposições mais recentes de Deaton e Muellbauer (1980), King (1985) e Hall (1989).

O problema do consumidor pode então formular-se como:

$$\max E_0 \sum_{t=1}^T (1/(1+\delta_t))^t U(c_t) \quad (2.1)$$

s.a.

$$A_{t+1} = (1+r_t)(A_t + w_t - c_t) \quad (2.2)$$

$$A_0 = \bar{A}_0 \quad (2.3)$$

em que T representa o horizonte cronológico relevante, δ representa a taxa marginal de preferência por consumo presente (face a consumo futuro), c representa o consumo, w representa os rendimentos do indivíduo, excluindo rendimentos de propriedade, A representa o valor da riqueza e r a taxa de juro.

A restrição orçamental (2.2) pode ser usada para, de uma forma mais explícita, obter a restrição orçamental intertemporal:

$$\sum_{t=1}^T \left(\frac{1}{(1+r)^t} \right) (c_t - w_t) = A_0 \quad (2.4)$$

Considerando, neste problema, uma relação estável entre os rendimentos da riqueza humana e da riqueza não humana obtém-se uma relação (sobre a trajectória de equilíbrio estacionário):

$$c - y = \alpha_0 + \alpha_1 r \quad (2.5)$$

mostrando que, para r constante, a propensão média a consumir virá, igualmente, constante.

A taxa de juro indicada nas equações (2.1) a (2.5) é uma taxa de juro real.

No entanto nos ajustamentos econométricos foi utilizada também uma medida da taxa de variação dos preços.

A utilização da inflação pode justificar-se heurísticamente pelos dois argumentos seguintes: (i) pelo efeito contabilístico do crescimento dos preços no rendimento disponível como medido pela Contabilidade Nacional; (ii) pelo aumento da relevância de eventuais restrições de liquidez em contexto de inflação relativamente elevada.

3. Análise das séries cronológicas

Os métodos econométricos tradicionais assentam na hipótese de os processos aleatórios de geração das variáveis serem estacionários e ergódicos. Todavia, a evidência empírica apresentada por vários autores (o caso mais notável será NELSON & PLOSSER (1982)) indica que as séries macroeconómicas agregadas só serão estacionárias após aplicação de primeiras ou segundas diferenças. Por outras palavras, estas séries agregadas são, muito provavelmente, aquilo que se costuma designar por séries integradas de primeira ou segunda ordem, abreviadamente $I(1)$ ou $I(2)$ ⁵. Ora, as propriedades dos estimadores convencionais não se aplicam, em geral, a regressões envolvendo séries integradas.

PHILLIPS & DURLAUF (1987) mostraram que, embora se garanta sob certas condições a consistência dos estimadores, as expressões habituais para as respectivas distribuições deixam de ser aplicáveis no caso de a regressão incluir séries integradas. Outro perigo, associado à utilização dos métodos habituais a séries não-estacionárias com amostras reduzidas, são as chamadas "regressões espúrias". Razoáveis correlações empíricas entre variáveis integradas podem ser, sobretudo, a consequência da não-estacionaridade, não veiculando verdadeira associação. GRANGER & NEWBOLD (1974) notam que estas

⁵O exemplo mais simples de processo integrado de ordem 1 é o passeio aleatório: $x_t = x_{t-1} + \varepsilon_t$ com ε_t um ruído branco. Em geral, diz-se que o processo $\{x_t\}_1^\infty$ é integrado de ordem k , e representar-se-á por $x_t \sim I(k)$, se $\Delta^k x_t$ (diferença de ordem k de x_t) for estacionária nos momentos de primeira e segunda ordens ($\Delta^k x_t \sim I(0)$).

regressões espúrias são normalmente caracterizadas por valores da estatística d de Durbin-Watson próximos de zero, que resultam da não estacionaridade dos resíduos, induzida pela não estacionaridade das séries⁶.

Uma forma possível de tornear os problemas levantados pela utilização de séries integradas em regressão consistirá em estabelecer equações envolvendo, não as variáveis propriamente ditas, mas as respectivas diferenças da ordem necessária para garantir a estacionaridade. Esta será, contudo, uma solução drástica cujo custo é elevado, pois a diferenciação das séries fará excluir da análise eventuais relações dinâmicas de longo prazo, e terá como consequência prática uma excessiva volatilidade e menor aderência dos resultados (assim como pior capacidade previsional do modelo).

Em alternativa, preferível a estas regressões exclusivamente com variáveis em diferenças, poder-se-á tentar explorar eventuais relações de co-integração entre as séries, bem como a respectiva representação com termo corrector do erro. A referência fundamental para esta abordagem é o artigo de ENGLE & GRANGER (1987), embora o conceito de séries co-integradas seja anterior. Na próxima secção desenvolver-se-á o problema de estimação da função consumo agregado para Portugal na linha da formulação proposta mais acima e explorando explicitamente a relação de co-integração que parece existir entre as variáveis consideradas. Na presente secção far-se-á a

⁶Por exemplo, se $\{y_t\}$ e $\{x_t\}$ são $I(1)$, em geral o resíduo $\{\varepsilon_t\}$ da regressão $y_t = x_t\beta + \varepsilon_t$ será também $I(1)$, dado que é uma combinação linear de processos $I(1)$ ($\varepsilon_t = y_t - \beta x_t$). Granger e Newbold sugeriram a regra ad-hoc R^2_d para discriminar contra regressões espúrias.

análise prévia do tipo de comportamento específico de cada série. Nomeadamente, testar-se-á a existência de raízes unitárias para os processos que geram os valores observados. Concluir-se-á que não há evidência empírica que permita rejeitar a hipótese das seguintes séries anuais possuírem uma raiz unitária, isto é, serem $I(1)$ ⁷:

LCPRIVR: Logaritmo do Consumo Privado a preços de 1977;

LRDFR = $\ln(RDF/PCPRIV)$ com RDF o Rendimento Disponível dos Particulares (preços correntes) e PCPRIV o deflator do Consumo Privado (base 1977 = 1.00);

DLPCPRIV: primeira diferença do logaritmo do Deflator do Consumo Privado (base 1977=1.00);

LTXJDPLR = $\ln [1 + TXJDP \cdot (1 - TXIKDP)] - DLPCPRIV$, onde TXJDP é a taxa de remuneração dos depósitos a prazo a 6 meses e TXIKDP é a taxa de tributação dos rendimentos desses depósitos.

Concluir-se-á também que tal hipótese será rejeitada se forem consideradas as primeiras diferenças destas variáveis.

Para cada uma das séries referidas, assim como para as respectivas primeiras diferenças, foi aplicado o teste Φ_3 proposto por DICKEY & FULLER

⁷Todos os logaritmos considerados são de base natural. Períodos de observação das diferentes variáveis: (i) LCPRIVR e LRDFR, 1958-1988; (ii) DLPCPRIV 1959-1988; (iii) LTXJDPLR 1965-1988. Fontes: Séries Longas das Contas Nacionais do Banco de Portugal para o período 1958-1988; séries de trabalho do Banco de Portugal para as taxas de juro.

(1981). É um teste baseado no princípio da razão das verossimilhanças. Para uma série genérica y_t , o teste Φ_3 permite testar a hipótese do processo gerador da série possuir uma raiz unitária⁸:

$$H_0: y_t = \mu + y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (t = 1, \dots, T) \quad (3.1)$$

contra a hipótese "sustentada".

$$H_1: y_t = \mu + \beta t + \rho y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (t = 1, \dots, T) \quad (3.2)$$

com $(\beta, \rho) \neq (0, 1)$. A inclusão da tendência t na alternativa tem como vantagem tornar a distribuição limite da estatística independente do "drift" μ , o que não aconteceria se a hipótese sustentada excluísse o termo βt . A estatística Φ_3 é a usual estatística F da regressão (3.2) pelo método dos mínimos quadrados ordinários (M.Q.O.) para o teste de $(\beta, \rho) = (0, 1)$. De forma equivalente e mais conveniente, a estatística Φ_3 é a estatística F convencional para o teste de $(\beta, \rho - 1) = (0, 0)$ na regressão:

$$\Delta y_t = \mu + \beta t + (\rho - 1)y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (3.3)$$

com $\Delta y_t = y_t - y_{t-1}$. DICKEY & FULLER (1981) fornecem, não só valores

⁸Na sua versão mais simples, um teste de raiz unitária é o teste da hipótese $\rho = 1$ na regressão $y_t = \rho y_{t-1} + \varepsilon_t$, com ε_t ruído branco. Se $|\rho| < 1$, o estimador $\hat{\rho}$ pelo método dos mínimos quadrados ordinários tem variância $T^{-1}(1-\rho^2)$. É óbvio que com $\rho = 1$ a variância não será degenerada. Neste caso não se aplicarão os resultados convencionais. Veja-se FULLER (1976, sec.8.5)

críticos utilizando a distribuição limite que obtiveram, mas também os valores críticos das distribuições empíricas geradas por simulação para amostras de 25, 50, 100, 250 e 500 observações. Para as dimensões do teste de 10%, 5%, 2.5% e 1%, Dickey-Fuller obtiveram os valores críticos, respectivamente, 5.34, 6.25, 7.16 e 8.17 utilizando a distribuição limite e 5.91, 7.24, 8.65 e 10.61 utilizando a distribuição empírica para 25 observações⁹. DICKEY & FULLER (1981, sec.5) mostraram também que a distribuição limite não se altera quando y_t é gerado por um processo autoregressivo de ordem superior a 1 e se testa a hipótese de uma das raízes ser unitária. Na prática, se o processo for de ordem p , a estatística Φ_3 será nesse caso a estatística F para o teste de $(\beta, \theta_0) = (0,0)$ na regressão:

$$\Delta y_t = \mu + \beta_t + \theta_0 y_{t-1} + \sum_{i=1}^p \theta_i \Delta y_{t-i} + \varepsilon_t \quad (3.4)$$

O quadro I inclui os valores obtidos para a estatística Φ_3 para as quatro séries consideradas e respectivas primeiras diferenças¹⁰.

⁹É curioso notar que estes valores críticos são sensivelmente o dobro dos correspondentes valores críticos dados pela distribuição de Fisher-Snedcor.

¹⁰Para cada série, começou por se estimar pelo método dos M.Q.O. a regressão mais simples $\Delta y_t = \mu + \beta t + (\rho - 1)y_{t-1} + \varepsilon_t$. Seguidamente ensaiou-se sucessivamente a introdução adicional de diferenças desfazadas Δy_{t-i} ($i=1,2,\dots$), parando quando o t-rácio respectivo era em valor absoluto inferior a 1.4-1.5. Sublinhe-se que, sob H_0 , a distribuição destes t-rácios não é a convencional e a regra utilizada é meramente um expediente ad-hoc de selecção de regressores.

QUADRO I

		Φ_3
	Variável	1 ^{as} diferenças
LCPRIVR	2.02	5.65
LRDFR	4.01	8.22
DLPCPRIV	1.42	19.61
LTXJDPLR	2.62	13.36

Começando por analisar a primeira coluna, constata-se que não se rejeita, para nenhuma das variáveis, a hipótese de existência de uma raiz unitária no respectivo processo estocástico de geração. O valor mais elevado, 4.01 para o logaritmo do Rendimento Disponível real, é ainda significativamente inferior aos valores críticos para uma probabilidade de erro de primeira espécie de 10%.

Relativamente à segunda coluna do quadro, verifica-se a rejeição nítida de uma raiz unitária para a primeira diferença da taxa de inflação e para a primeira diferença da taxa de juro real líquida de imposto. A rejeição da existência de uma raiz unitária é ainda patente no caso da taxa de variação do rendimento disponível real. O caso menos bem definido é o da taxa de variação do consumo privado, para a qual só se rejeita a hipótese nula com 10% de probabilidade de erro de primeira espécie e se fôr usada a distribuição limite. De qualquer forma, não havendo evidência estatística no sentido da aceitação da raiz unitária para a taxa de variação do consumo privado real, poder-se-á encarar o resultado obtido como a consequência directa da pequena dimensão da amostra disponível e das perturbações

ocorridas na década de 70, admitindo a rejeição da hipótese nula¹¹.

Em suma, não existe evidência empírica que contrarie a hipótese de as séries consideradas serem integradas de ordem 1. Com efeito, dever-se-á encarar a rejeição da hipótese nula para as primeiras diferenças como uma não rejeição da respectiva estacionaridade. Embora a hipótese sustentada inclua o termo βt , que permitiria traduzir uma eventual tendência linear determinística nas taxas de variação, esta está excluída à partida numa base puramente lógica¹².

¹¹Refira-se que se fôr efectuado o teste $\hat{\tau}_{\mu}$ (veja-se FULLER (1976, sec.8.5)) se obtem o valor -3.07, que permite rejeitar a 5% a hipótese de $\Delta LCPRIVR$ seguir um passeio aleatório sem "drift", contra a hipótese sustentada de seguir um processo autoregressivo sem raízes unitárias, com termo constante e sem tendência linear. Para a série genérica y_t , a estatística $\hat{\tau}_{\mu}$ é o t-rácio de $(\rho-1)$ (utilizando as expressões convencionais dos estimadores dos M.Q.O.) na regressão $\Delta y_t = \mu + (\rho-1)y_{t-1} + \varepsilon_t$.

¹²Em termos lógicos, seria impossível sustentar uma tendência linear determinística (positiva ou negativa) no longo prazo para taxas de variação.

4. Estimação da regressão co-integrante / Teste de co-integração

Tendo concluído que as séries são integradas de primeira ordem, o passo seguinte foi o teste da existência de uma eventual relação de co-integração entre elas. Um vector x_t ($K \times 1$) de variáveis $I(1)$ será co-integrado se existir um vector de constantes não-nulo α tal que $\alpha'x_t = z_t$, com z_t estacionário ($I(0)$). Sem perda de generalidade, após normalização relativamente à primeira componente x_{1t} do vector co-integrado e fazendo $z_t = \mu + \varepsilon_t$ com $E(\varepsilon_t) = 0$, obtém-se a chamada "regressão co-integrante" (normalizada em x_1):

$$x_{1t} = \beta_1 + \beta_2 x_{2t} + \dots + \beta_k x_{kt} + \varepsilon_t \quad (4.1)$$

onde $\beta_1 = \mu/\alpha_1$ e $\beta_j = -\alpha_j/\alpha_1$ ($j=2, \dots, k$)¹³. Do ponto de vista estatístico, a normalização será arbitrária, mas o facto de se estar a considerar a função de consumo, fornece a normalização natural nesta variável. Foram consideradas as duas seguintes formulações:

$$LCPRIVR_t = \beta_0 + \beta_1 LRDFR_t + \beta_2 LTXJDPLR_t + \beta_3 DLPCPRIV_t + \varepsilon_t \quad (4.2)$$

e

¹³Quando $\varepsilon_t = E(\varepsilon_t) = 0$, estar-se-á numa situação de equilíbrio dinâmico de longo prazo, com o termo "equilíbrio" significando apenas que se verifica uma relação que pode perdurar no tempo (sem qualquer implicação de equilíbrio de mercados).

$$(LCPRIVR_t - LRDFR_t) = \beta_0 + \beta_1 LTXJDPLR_t + \beta_2 DLPCPRIV_t + \epsilon_t \quad (4.3)$$

Nesta última especificação impõe-se $\beta_1 = 1$, isto é, elasticidade rendimento do consumo unitária no longo prazo.

STOCK (1987) mostrou que a aplicação do método dos M.Q.O. à equação co-integrante resulta em estimadores "super-consistentes", isto é, tais que:

$$\hat{\beta}_{OLS} - \beta = O_p(T^{-1})^{14}$$

É importante notar que, contrariamente ao caso de estacionaridade das variáveis explicativas, quando as séries são integradas não se colocam problemas de enviezamento de simultaneidade provocadas por correlação contemporânea entre resíduos e regressores. Todavia, a não-estacionaridade das séries invalida as expressões convencionais para as distribuições dos estimadores.

Apresentam-se de seguida os resultados da aplicação do método dos M.Q.O. às formulações (4.2) e (4.3) utilizando os dados anuais disponíveis para o conjunto das variáveis (1965-1988)¹⁵:

¹⁴De forma equivalente, $\text{plim } T^{1-\delta}(\hat{\beta}_{OLS} - \beta) = 0$ para qualquer $\delta > 0$. Refira-se que em ambiente estacionário se tem apenas $\hat{\beta}_{OLS} - \beta = O_p(T^{-1/2})$ (quando não existem problemas de correlação contemporânea entre resíduos e regressores).

¹⁵As estimações reportadas neste artigo foram efectuadas utilizando a versão 4.1C do TSP. SE é o desvio-padrão na amostra (corrigido por T-K) do resíduo

$$(i) \quad LCPRIVR_t = 1.1827 + 0.89364 LRDFR_t - 0.59234 LTXJDPIR_t + \\ - 0.44642 DLPCPRIV_t \quad (4.4)$$

$$SE = 0.02965 \quad R^2 = 0.987 \quad CRDW = 0.897 \quad ADF = -3.47$$

$$(ii) \quad (LCPRIVR_t - LRDFR_t) = -0.16947 - 0.88015 LTXJDPLR_t + \\ - 0.83452 DLPCPRIV_t \quad (4.5)$$

$$SE = 0.03385 \quad R^2 = 0.773 \quad CRDW = 0.890 \quad ADF = -4.15$$

As estatísticas CRDW e ADF são, respectivamente, a estatística do "Co-integrating Regression Durbin-Watson Test" e a estatística do teste "Augmented Dickey-Fuller". Ambas permitem testar a estacionaridade do resíduo da regressão co-integrante e, em consequência, testar a hipótese de se verificar uma relação de co-integração entre as variáveis nela envolvidas. Por outras palavras, aceitar-se-á a existência de uma relação de co-integração entre variáveis integradas de ordem 1, se se rejeitar a hipótese do resíduo da regressão co-integrante possuir raízes unitárias. A complicação adicional relativamente aos testes de raízes unitárias resulta do facto de os resíduos não serem directamente observáveis.

Baseado numa proposta de SARGAN & BHARGAVA (1983), o teste CRDW tem uma intuição clara: se o resíduo da regressão co-integrante for $I(1)$, a estatística de Durbin-Watson virá próxima de zero. O inconveniente deste teste é a distribuição de CRDW ser bastante sensível aos parâmetros da própria regressão co-integrante. Para níveis de erro de primeira espécie de 1% e 5%, os valores críticos gerados por simulação rondam, respectivamente,

estimado da regressão.

0.5 e 0.4 ¹⁶, significativamente inferiores aos valores encontrados para as duas regressões estimadas (4.4) e (4.5).

A estatística ADF é a estatística do teste $\hat{\tau}$ proposto por Dickey e Fuller para séries observáveis¹⁷, mas aplicada aos resíduos estimados da regressão co-integrante. Mais especificamente, a estatística ADF é o t-rácio do coeficiente de $\hat{\varepsilon}_{t-1}$ na regressão (utilizando o método dos M.Q.O.):

$$\Delta \hat{\varepsilon}_t = (\rho - 1) \hat{\varepsilon}_{t-1} + \alpha \Delta \hat{\varepsilon}_{t-1} + \eta_t$$

Sendo as variáveis da anterior regressão resíduos estimados de outra regressão, constata-se que os valores críticos de Dickey-Fuller levam a uma sobre-rejeição da hipótese de existência de raiz unitária. ENGLE & GRANGER (1987) apresentam valores corrigidos para o caso de uma regressão co-integrante envolvendo duas variáveis. HALL & HENRY (1988, cap.2) reportam valores críticos para o caso de três variáveis, que são -2.83, -3.13 e -3.89, respectivamente para 10%, 5% e 1%. O teste ADF tem a vantagem dos seus valores críticos serem pouco sensíveis ao número de variáveis envolvidas na regressão co-integrante e, sobretudo, ao verdadeiro vector co-integrante.

Analisando os valores obtidos para a estatística ADF nas regressões

¹⁶ Repare-se que o teste CRDW fornece numa certa sustentação teórica à regra prática $R^2 > d$ sugerida por GRANGER & NEWBOLD (1974) para discriminar contra regressões espúrias.

¹⁷ Veja-se FULLER (1976, sec.8.5)

(4.4) e (4.5), conclui-se que se rejeita a 5% a hipótese de raiz unitária para o resíduo da regressão não-restrita (4.4), rejeitando-se a mesma hipótese a 1% para o resíduo da regressão restrita (4.5).

Com base exclusivamente no teste de uma relação de co-integração, a formulação com imposição de elasticidade unitária de longo prazo revela-se preferível à formulação (4.4). Repare-se, a propósito, que não faz sentido neste caso comparar os valores de R^2 das duas regressões, pois referem-se a variáveis explicadas diferentes. Um possível indicador da qualidade relativa dos dois ajustamentos será o rácio $SE/0.24135$, onde o valor do denominador é o desvio-padrão empírico (corrigido por $T-1$) do logaritmo do consumo privado real (LCPRIVR). Para este rácio obtêm-se valores não muito diferentes: 0.123 e 0.140, respectivamente para a formulação livre (4.4) e para a formulação restrita (4.5). De qualquer forma, mais relevante do que uma aparente qualidade do ajustamento da regressão co-integrante, será a garantia de estacionaridade do seu resíduo e, sobretudo, a boa aderência da equação de curto prazo dela resultante.

5. Estimação da dinâmica de curto prazo

Uma das vertentes do Teorema de Representação de Engle e Granger garante que existe uma relação dinâmica entre as primeiras diferenças estacionárias de um conjunto de variáveis co-integradas e o resíduo da regressão co-integrante desfazado um período (também estacionário)¹⁸. Este resíduo pode ser interpretado como um termo "corrector do erro", permitindo uma ligação interessante da análise da co-integração aos princípios de controlo óptimo de sistemas dinâmicos, onde assenta a literatura sobre as formulações com mecanismos correctores do erro. Mas, sobretudo, esta representação com termo corrector do erro, envolvendo apenas variáveis estacionárias, sugere um procedimento de estimação em duas etapas, como proposto originalmente por ENGLE & GRANGER (1987).

Numa primeira etapa, estima-se a regressão co-integrante, tal como foi

¹⁸ENGLE & GRANGER (1987). Entre outros resultados importantes, este teorema de representação estabelece que será possível escrever (com $\Delta x_{jt} = (1-L)x_{jt}$ e após normalização na primeira componente do vector co-integrado x_t ($K \times 1$)):

$$\Delta x_{1t} = b_1(L) \Delta x_{1,t-1} + \sum_{j=2}^K b_j(L) \Delta x_{jt} - b_0 \varepsilon_{t-1} + u_t$$

onde $b_j(L)$ ($j=1, \dots, K$) são polinómios de grau finito no operador de desfazamento L , u_t é um resíduo estacionário, b_0 é um escalar constante positivo e ε_{t-1} é o resíduo desfazado da regressão co-integrante. No referido artigo de 1987, Engle e Granger impõem $b_j(0) = 0$ para $j=2, \dots, K$. A extensão para o caso $b_j(0) \neq 0$ é, contudo, imediata e utilizada na literatura.

fêito na secção anterior. Aceite a existência de uma relação co-integrante, a segunda etapa do método consiste na estimação da tal especificação envolvendo as primeiras diferenças das variáveis co-integradas, para além do resíduo estimado da regressão co-integrante desfazado um período. Para situações em que todas as variáveis explicativas desta "equação da dinâmica de curto prazo" são pré-determinadas, ENGLE & GRANGER mostraram, não só a consistência do método dos M.Q.O., mas também a equivalência assintótica (em distribuição) destes estimadores relativamente ao caso de utilização do verdadeiro resíduo da regressão co-integrante. Uma ligeira modificação do argumento para o caso de simultaneidade garante a consistência dos estimadores das variáveis instrumentais e a validade das expressões convencionais para a distribuição limite destes estimadores. É por isso legítimo utilizar na equação de curto prazo todo o aparato estatístico tradicional¹⁹.

O Quadro II apresenta os resultados da estimação da dinâmica de curto prazo para o consumo privado. O método de estimação utilizado foi o método

¹⁹Esta é precisamente uma das duas vantagens importantes do procedimento de estimação em duas etapas. A outra vantagem será a separação em duas fases distintas do teste de co-integração e da modelação da dinâmica de curto prazo.

QUADRO II

DINÂMICA DE CURTO PRAZO

$$\Delta \text{LCPRIVR} = \gamma_0 \Delta \text{LCPRIVR}_{-1} + \gamma_1 \Delta \text{LRDFR} + \gamma_2 \Delta \text{LTXJDPLR} + \gamma_3 \Delta \text{DLPCPRIV} + \gamma_4 \text{ERROR}_{-1}$$

ERROR : Resíduo estimado da regressão co-integrante (Eq.(5.1); res. est. da regressão (4.4); Eq.(5.2) e (5.3); res. est. da reg. (4.5))

PERÍODO DE ESTIMAÇÃO: 1967-1988

MÉTODO DE ESTIMAÇÃO: Var. Instrumentais; INSTRUMENTOS UTILIZADOS:

$\Delta \text{LCPRIVR}_{-1}$, ΔLRDFR_{-1} , ΔLRDFR_{-2} , $\Delta \text{LTXJDPLR}_{-1}$, $\Delta \text{DLPCPRIV}_{-1}$, $\Delta \text{DLPCPRIV}_{-2}$, ERROR_{-1} , ΔLCPUBR ($\text{LCPUBR} = \log$ do consumo público a preços de 1977), constante

T-RÁCIOS ENTRE PARENTESIS; SE = desvio-padrão do resíduo est. (corrigido);

Π^2 = estatística de GODFREY (1976) para testar autocorrelação 1ª ordem dos resíduos, CHOW(-3) = Teste de Chow para as 3 últimas obs.

	Eq. (5.1)	Eq. (5.2)	Eq. (5.3)
γ_0	0.57315 (5.1614)	0.49081 (4.0303)	0.54482 (5.3268)
γ_1	0.38357 (3.9654)	0.44847 (4.3030)	0.45518 (4.4501)
γ_2	-0.64844 (-3.3669)	-0.60689 (-3.1228)	-0.63734 (-3.3899)
γ_3	-0.62262 (-3.4411)	-0.58233 (-3.1816)	-0.62163 (-3.5661)
γ_4	-0.30730 (-2.5450)	-0.29178 (-2.6342)	-0.27188 (-2.5514)
SE	0.01376	0.01384	0.01362
Π^2	1.77	0.84	2.06
CHOW(-3)	1.98	1.09	0.81

das variáveis instrumentais e a especificação retida foi a que melhor aderência mostrou entre várias ensaiadas²⁰. A estatística SE continua a ser o desvio-padrão (corrigido) do resíduo estimado da regressão. A estatística Π^2 é a estatística do teste de autocorrelação de primeira ordem dos resíduos proposto por GODFREY (1976). Este teste foi desenvolvido para quando a equação é estimada pelo método das variáveis instrumentais, como é o caso²¹. Sob a hipótese nula de ausência de autocorrelação, a estatística Π^2 tem distribuição limite do χ^2_1 . Finalmente, a estatística CHOW(-3) é a estatística do teste de Chow para os três últimos anos do período amostral. Sob a hipótese de ausência de quebra estrutural, CHOW(-3) tem distribuição

²⁰O conjunto dos instrumentos utilizados é apresentado no Quadro II. Excluindo Δ LCPUBR, as conclusões das secções 3 e 4 indicam que os restantes instrumentos são estacionários. Quanto a Δ LCPUBR (primeira diferença do logaritmo do Consumo Público a preços de 1977), obteve-se $\phi_3 = 14.62$, o que permite também rejeitar a existência de uma raiz unitária no processo de geração desta série (observações disponíveis: 1959-1988).

²¹Seja a regressão $y_t = x_t' \beta + u_t$ e sejam T o número de observações e $\hat{u}_t$ o resíduo estimado da regressão pelo método das variáveis instrumentais (V.I.). Tem-se $\Pi^2 = T (\sum_t \hat{\varepsilon}_t^2) / (\sum_t \hat{\varepsilon}_t^2)$, onde $\hat{\varepsilon}_t$ são os valores estimados de ε_t pela regressão:

$$\hat{\varepsilon}_t = \alpha_0 \hat{\varepsilon}_{t-1} + \alpha' x_t + \xi_t$$

aplicando também o método das V.I. com os mesmos instrumentos da regressão inicial. Como facilmente se percebe, este teste é aplicável apenas quando o número de instrumentos é estritamente superior ao número de regressores.

limite χ^2_3 . O teste consiste em introduzir, no conjunto das variáveis explicativas e dos instrumentos, as "dummies" D1986, D1987 e D1988 (assumindo 1 no ano correspondente e 0 nos outros anos) e testar simultaneamente a significância destas variáveis.

As equações (5.1) e (5.2) utilizam, respectivamente, os resíduos estimados das regressões co-integrantes (4.4) e (4.5). Recorde-se que, contrariamente a esta última, a regressão (4.4) não impõe elasticidade rendimento do consumo unitária no longo prazo. As qualidades dos ajustamentos parecem ser perfeitamente similares, o que poderá confirmar que a imposição da restrição é perfeitamente aceitável pelos dados disponíveis. Notem-se, a propósito, os baixos valores das estatísticas π^2 e CHOW(-3) apresentados pela equação (5.2).

Quando utilizado o procedimento de estimação em duas etapas, constata-se que a equação dinâmica global, obtida por junção da equação co-integrante e da equação de curto prazo, não permite em geral produzir uma equação de longo prazo idêntica à equação co-integrante estimada na primeira etapa (e interpretada mais atrás como traduzindo a tal relação de equilíbrio de longo prazo). A explicação das condições para que aconteça a "homogeneidade dinâmica" (como é usualmente designada) é normalmente complexa e poderá implicar restrições não-lineares sobre os parâmetros da equação de curto prazo²². Todavia, no caso da equação (5.2), a questão vem bastante simplificada pela restrição de elasticidade unitária imposta ao nível da regressão co-integrante. É coerente neste caso admitir que são

²²Veja-se, por exemplo, HALL & HENRY (1988)

iguais as médias das primeiras diferenças dos logaritmos do consumo e do rendimento disponível, e que são nulas as médias de Δ DLPCPRIV e Δ LTXJDPLR. Sob estas hipóteses, a equação global

$$\begin{aligned} \Delta \text{LCPRIVR}_t = & \gamma_0 \Delta \text{LCPRIVR}_{t-1} + \gamma_1 \Delta \text{LRDFR}_t + \gamma_2 \Delta \text{LTXJDPLR}_t + \\ & + \gamma_3 \Delta \text{DLPCPRIV}_t + \gamma_4 \left[\text{LCPRIVR}_{t-1} - \text{LRDFR}_{t-1} - \alpha_0 - \alpha_2 \text{LTXJDPLR}_{t-1} + \right. \\ & \left. - \alpha_3 \text{DLPCPRIV}_{t-1} \right] \end{aligned}$$

virá, para efeitos da determinação da equação de longo prazo associada (designando por μ a média comum de Δ LCPRIVR e Δ LRDFR):

$$\begin{aligned} \mu = & \gamma_0 \mu + \gamma_1 \mu + \gamma_2 \cdot 0 + \gamma_3 \cdot 0 + \gamma_4 (\text{LCPRIVR} - \text{LRDFR} - \alpha_0 + \\ & - \alpha_2 \text{LTXJDPLR} - \alpha_3 \text{DLPCPRIV}) \end{aligned}$$

É patente que a equação co-integrante será reproduzida se $\gamma_0 + \gamma_1 = 1$. Se impusermos esta restrição linear à equação (5.2), obtemos a equação (5.3). Uma primeira inspecção visual aos resultados parece indicar que a qualidade do ajustamento não se deteriora significativamente pela imposição da restrição. O teste formal da restrição pode ser feito utilizando a estatística

$$F = \frac{SS_{(5.3)} - SS_{(5.2)}}{SE^2_{(5.2)}} \xrightarrow{d} \chi^2_1$$

onde $SS = \hat{u}' P_W \hat{u}$, sendo $\hat{u}$ o vector dos resíduos estimados (na segunda etapa), $P_W = W(W'W)^{-1}W'$ e W' a matriz das variáveis instrumentais. Obtem-se o valor 0.72, pelo que não se deve rejeitar a homogeneidade dinâmica.

5. Conclusão.

Neste trabalho foi possível argumentar que a exploração da co-integração das séries cronológicas, como identificadas na secção 2, encontra justificação na aplicação empírica desenvolvida no resto do trabalho. De facto, não só a estimação da forma não restrita conduz a resultados estatísticos satisfatórios, como a restrição sugerida pela forma funcional retida (elasticidade consumo-rendimento unitária no longo prazo) não é rejeitada pelos dados. Para além disto, a incorporação das implicações desta restrição sobre a equação dinâmica de curto prazo são igualmente consistentes com a evidência disponível.

Todos os parâmetros obtidos têm os valores com o sinal sugerido pela Teoria Económica para as respectivas variáveis. Devem destacar-se os efeitos negativos e significativos quer da taxa de juro real, quer da taxa de variação do índice de preços no consumidor.

Os resultados devem, no entanto, ser interpretados com cautela, dada a escassa dimensão da amostra considerada (vinte e quatro observações disponíveis).

Referências

- BRANSON, W., (1990), "Financial Market Integration, Macroeconomic Policy and the EMS", em C.BLISS & J.MACEDO (eds.) *Unity with Diversity in the European Economy*, Cambridge University Press
- DEATON, A. & J. MUELLBAUER, (1980), *Economics and Consumer Behavior*, Cambridge University Press
- DICKEY, D. A. & W. A. FULLER (1981) "Likelihood Ratio Statistics for Autoregressive Time Series With a Unit Root", *Econometrica*, 49, p.1075-1072
- ENGLE, R.F. & C.W.J. GRANGER (1987) "Co-integration and Error Correction: Representation, Estimation, and Testing", *Econometrica*, 55, p.251-276
- FRIEDMAN, M., (1957), *A Theory of the Consumption Function*, Princeton University Press.
- FULLER, W.A.(1976) *Introduction to Statistical Time Series*, New York: John Wiley & Sons.
- GODFREY, L. (1976) "Testing for Serial Correlation in Dynamic Simultaneous' Equations Models", *Econometrica*, 44, p.1077-1084.
- GRANGER, C.W.J. & P. NEWBOLD (1974) "Spurious Regressions in Econometrics", *J. Econometrics*, 2, p.111-120
- HALL, R., (1989), "Consumption", in R.BARRO (ed.), *Modern Business Cycle Theory*, Harvard
- HALL, S.G. & S.G.B. HENRY (1988) *Macroeconomic Modelling*, cap.2, Amsterdam: North-Holland
- JAPELLI, T. & M.PAGANO, (1989), "Consumption and Capital Market Im[er]fections: an International Comparison", *American Economic Review*,

vol. 79, number 5, p.1088-1105.

- KING, M., (1985), "The Economics of Savings: a Survey of Recent Contributions" in Kenneth Arrow & Seppo Honkapohja (eds.) *"Frontiers of Economics"*, Blackwell, 1985.
- LUZ, S., (1990), "Consumo e Restrições de Liquidez: uma Aplicação a Portugal", manuscrito
- MACEDO, J., "External Liberalization with Ambiguous Public Response: the Experience of Portugal", em C.BLISS & J.MACEDO (eds.) *Unity with Diversity in the European Economy*, Cambridge University Press
- MODIGLIANI, F. & A. ANDO (1957), "Tests of the Life-Cycle Hypothesis of Savings", *Bulletin of the Oxford University Institute of Economics and Statistics*, 19, p.99-124.
- NELSON, C.R. & C.I. PLOSSER (1982) "Trends and Random Walks in Macroeconomic Time Series - Some Evidence and Implications", *J. Monetary Economics*, 10, p.139-162.
- PHILLIPS, P.C.B. & S.N. DURLAUF (1986) "Multiple Time Series Regression with Integrated Processes", *Review of Economic Studies*, 53, p.473-495.
- SARGAN, J.D. & BHARGAVA (1983) "Testing Residuals From Least Squares Regression for Being Generated by the Gaussian Random Walk", *Econometrica*, 51, p.153-74.
- STOCK, J.H. (1987) "Asymptotic Properties of Least Squares Estimators of Co-integrating Vectors", *Econometrica*, 55, p.1035-1056.