



**Nelson Agostinho Gonçalves Fernandes**

Licenciado em Engenharia Civil

## **Caracterização do Betão Reforçado com Fibras de Aço**

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em  
Engenharia Civil-Perfil de Estruturas

Orientador: Duarte Miguel Viúla Faria,  
Professor Auxiliar, FCT/UNL  
Co-orientador: Válter José da Guia Lúcio,  
Professor Associado, FCT/UNL

Júri:

Presidente: Prof. Doutora Zuzana Dimitrovova  
Arguente: Prof. Doutor António Manuel Pinho Ramos  
Vogais: Prof. Doutor Duarte Miguel Viúla Faria  
Prof. Doutor Válter José da Guia Lúcio



“Copyright” Nelson Agostinho Gonçalves Fernandes, FCT/UNL e UNL

A Faculdade de Ciências e Tecnologia e a Universidade Nova de Lisboa têm o direito, perpétuo e sem limites geográficos, de arquivar e publicar esta dissertação através de exemplares impressos reproduzidos em papel ou de forma digital, ou por qualquer outro meio conhecido ou que venha a ser inventado, e de a divulgar através de repositórios científicos e de admitir a sua cópia e distribuição com objetivos educacionais ou de investigação, não comerciais, desde que seja dado crédito ao autor e editor.



À Sónia  
Aos meus Pais e Irmãos



## AGRADECIMENTOS

Aos meus orientadores Prof. Duarte Faria e Prof Valter Lúcio, por toda a disponibilidade e incentivos demonstrados durante a tese, cujas colaborações foram imprescindíveis para a realização este trabalho.

Ao colega Nuno Dinarte pela sua especial colaboração no programa experimental e também aos colegas Micael Incio, Hugo Fernandes e André Oliveira, que igualmente auxiliaram nos trabalhos experimentais. Aos restantes colegas e amigos que ajudaram diretamente ou indiretamente para este trabalho.

A todos os colaboradores da Faculdade Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa, que criaram as condições necessárias para o desenvolvimento deste trabalho.

Ao pessoal técnico do Laboratório de Estruturas do Departamento de Engenharia Civil da Faculdade Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa, Sr. José Gaspar e Sr. Jorge Silvério, pela colaboração na realização dos trabalhos experimentais.

s empresas BIU representante da DRAMIX em Portugal, BEKAERT na Bélgica e  SONANGIL SA, por terem facultado os materiais para o desenvolvimento deste trabalho.

Para finalizar quero agradecer a toda a minha família pelo apoio, pelo qual foi possível finalizar esta etapa.



## SUMÁRIO

O betão reforçado com fibras de aço (BRFA) é um compósito de matriz cimentícia, à qual é adicionada na sua composição determinada quantidade de fibras de aço discretas. A capacidade de controlar a fendilhação e o conseqüente aumento da energia absorvida, são as principais propriedades beneficiadas pela introdução das fibras. No entanto, a utilização deste material na conceção de projetos estruturais, requer o conhecimento do comportamento do material à tração.

O comportamento do material à tração é descrito pela curva tensão-abertura de fenda ( $\sigma$ - $w$ ), que pode ser obtida diretamente através de ensaios à tração uniaxial, ou indiretamente através de ensaios à flexão. Os ensaios à tração uniaxial são mais difíceis de executar e dispendem mais tempo, pelo que, muitos investigadores optam por realizar ensaios à flexão para obter a lei  $\sigma$ - $w$ , através de uma análise inversa.

Este trabalho contempla um extenso programa experimental de ensaios à flexão, com BRFA para diferentes dosagens de fibras. Os ensaios à flexão foram de dois tipos: numa viga entalhada de acordo com EN14651; e num painel de acordo com NP EN14488. A fim de obter a lei  $\sigma$ - $w$ , foi realizada uma análise inversa proposta por Zhang e Stang, usando os resultados experimentais força-flecha ( $F$ - $\delta$ ) de ambos os ensaios à flexão.



# CHARACTERIZATION OF STEEL FIBER REINFORCED CONCRETE

## SUMMARY

The steel fiber reinforced concrete (SFRC) is a composite of cementations matrix whose composition is added to a percentage of discrete steel fibers, the capacity crack control and absorption capacity energy are the properties benefit by reinforcement fibers. However, the use of this material in structural projects requires knowledge of the behavior of the material traction. The uniaxial tensile stress behavior is described by curve stress-crack ( $\sigma$ - $w$ ), this law can be obtained directly through tensile testing or indirectly by bending tests. The uniaxial tensile tests are more difficult to perform and spend more time, so many researchers opt to perform bending tests for obtain the law ( $\sigma$ - $w$ ), by an inverse analysis.

This work includes an extensive experimental program bending tests, with BRFA for different fibers contents. The bending tests were of two types, a notched beam in accordance with EN 14651 and a panel according to EN 14488, so obtaining law  $\sigma$ - $w$  was performed an inverse analysis, proposed by Zhang and Stang, using experimental measurements force-displacement ( $F$ - $\delta$ ), for both testes.



## ÍNDICE DE MATÉRIAS

<b>ÍNDICE DE FIGURAS</b> .....	xvii
<b>ÍNDICE DE QUADROS</b> .....	xxv
<b>SIMBOLOGIA E NOTAÇÕES</b> .....	xxvii
<b>CAPÍTULO 1 INTRODUÇÃO</b> .....	1
<b>1.1 ASPETOS GERAIS</b> .....	1
<b>1.1. OBJETIVOS</b> .....	2
<b>1.3. ORGANIZAÇÃO DA TESE</b> .....	2
<b>CAPÍTULO 2 CONCEITOS BÁSICOS E APLICAÇÕES DO BRFA</b> .....	3
<b>2.1. INTRODUÇÃO</b> .....	3
<b>2.2. COMPÓSITO</b> .....	3
2.2.1 Cimento .....	4
2.2.2 Água .....	5
2.2.3 Agregados .....	5
2.2.4 Volume de vazios .....	6
2.2.5 Tipos de fibras.....	6
2.2.6 Fibras de aço .....	7
2.2.6.1 <i>Fibras em gancho</i> .....	8
<b>2.3 COMPORTAMENTO À TRACÇÃO DO BRFA</b> .....	10
2.3.1 Comportamento à tração por compressão diametral .....	13
2.3.2 Energia de fratura do BRFA .....	14
<b>2.4 COMPORTAMENTO À FLEXÃO DO BRFA</b> .....	14
<b>2.5 COMPORTAMENTO À COMPRESSÃO DO BRFA</b> .....	15
<b>2.6 APLICAÇÕES</b> .....	16
<b>CAPÍTULO 3 DETERMINAÇÃO DO COMPORTAMENTO À TRACÇÃO DO BRFA</b> ...	19
<b>3.1 INTRODUÇÃO</b> .....	19
3.1.1 Considerações gerais.....	19
<b>3.2 NORMALIZAÇÃO DOS ENSAIOS DE CARACTERIZAÇÃO DO BRFA</b> .....	19
3.2.1 Introdução .....	19
3.2.2 Vantagens e desvantagens das normas apresentadas .....	23
<b>3.3 INVESTIGAÇÃO REALIZADA SOBRE A CARACTERIZAÇÃO DO BRFA</b> ...	24

3.3.1	Introdução .....	24
<b>CAPÍTULO 4 TRABALHO EXPERIMENTAL .....</b>		<b>41</b>
<b>4.1</b>	<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>41</b>
<b>4.2</b>	<b>FORMULAÇÃO DO BETÃO REFORÇADO COM FIBRAS DE AÇO .....</b>	<b>42</b>
4.2.1	Características dos materiais utilizados.....	42
4.2.1.1	<i>Agregados .....</i>	<i>42</i>
4.2.1.2	<i>Cimento .....</i>	<i>42</i>
4.2.1.3	<i>Água .....</i>	<i>43</i>
4.2.1.4	<i>Fibras de aço.....</i>	<i>43</i>
4.2.2	Análise granulométrica .....	44
4.2.2.1	<i>Curvas granulométricas.....</i>	<i>44</i>
4.2.2.2	<i>Curva de referência de Faury .....</i>	<i>45</i>
4.2.2.3	<i>Método dos mínimos quadrados para curva de referência.....</i>	<i>46</i>
4.2.3	Fórmula fundamental do betão.....	47
4.2.3.1	<i>Volume de água da amassadura .....</i>	<i>48</i>
4.2.3.2	<i>Razão água/cimento .....</i>	<i>48</i>
4.2.3.3	<i>Quantidade total de agregados .....</i>	<i>48</i>
4.2.3.4	<i>Composição do betão .....</i>	<i>49</i>
<b>4.3</b>	<b>AMASSADURA E BETONAGEM .....</b>	<b>49</b>
4.3.1	Misturas utilizadas.....	49
4.3.2	Preparação dos moldes .....	51
4.3.3	Amassadura .....	51
4.3.4	Betonagem.....	53
4.3.5	Realização de um corte nas vigas.....	56
<b>4.4</b>	<b>ENSAIOS À COMPRESSÃO .....</b>	<b>56</b>
<b>4.5</b>	<b>ENSAIOS À COMPRESSÃO DIAMETRAL .....</b>	<b>58</b>
<b>4.6</b>	<b>ENSAIOS À FLEXÃO EM VIGAS ENTALHADAS .....</b>	<b>60</b>
4.6.1	Modelo de Ensaio.....	60
4.6.2	Instrumentação .....	62
4.6.3	Execução dos ensaios .....	65
4.6.3.1	<i>Ensaio em vigas de Betão simples.....</i>	<i>66</i>
4.6.3.2	<i>Ensaio em vigas de BRFA .....</i>	<i>66</i>
4.6.4	Curvas experimentais dos ensaios à flexão em vigas .....	68

---

<b>4.7</b>	<b>ENSAIOS À FLEXÃO EM PAINÉIS</b> .....	74
4.7.3	Modelo de ensaio .....	74
4.7.4	Instrumentação .....	76
4.7.5	Execução dos ensaios .....	78
4.7.5.1	<i>Padrão de fendilhação para os painéis de BS</i> .....	81
4.7.5.2	<i>Padrão de fendilhação para os painéis de BRFA</i> .....	81
4.7.5.3	<i>Curvas experimentais F-<math>\delta</math> para os painéis</i> .....	83
<b>4.8</b>	<b>ENERGIA ABSORVIDA NOS ENSAIOS DE FLEXÃO</b> .....	87
4.8.3	Energia absorvida .....	87
4.8.3.1	<i>Energia absorvida pelas vigas</i> .....	87
4.8.3.2	<i>Energia absorvida pelos Painéis</i> .....	88
<b>4.9</b>	<b>DISPERSÃO DE RESULTADOS À FLEXÃO</b> .....	89
4.9.1	Introdução .....	89
4.9.2	Coefficiente de variação nos ensaios à flexão em vigas .....	89
4.9.3	Coefficiente de variação nos ensaios à flexão em painéis .....	90
4.9.4	Coefficiente de variação para os ensaios das vigas e painéis .....	90
<b>CAPÍTULO 5 ANÁLISE INVERSA</b> .....		93
<b>5.1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b> .....	93
<b>5.2</b>	<b>ANÁLISE INVERSA PARA AS VIGAS</b> .....	94
5.2.1	Desenvolvimento da AI .....	94
5.2.2	Determinação do erro .....	99
5.2.3	Esquema de iteração da AI .....	100
5.2.4	Verificação do método .....	102
5.2.5	Resultado da AI em vigas .....	103
<b>5.3</b>	<b>ANÁLISE INVERSA PARA OS PAINÉIS</b> .....	113
5.3.1	Elaboração da AI .....	113
5.3.2	Esquema de iteração da AI .....	115
5.3.3	Resultados da AI em painéis .....	117
<b>5.4</b>	<b>COMPARAÇÃO DA AI REALIZADA</b> .....	121
<b>5.5</b>	<b>COMPARAÇÃO DA AI COM AS FORMULAÇÕES APROXIMADAS</b> .....	123
<b>5.6</b>	<b>COMPRESSÃO DIAMETRAL VERSUS ANÁLISE INVERSA</b> .....	126
<b>CAPÍTULO 6 CONCLUSÕES</b> .....		129
<b>6.1</b>	<b>CONCLUSÕES</b> .....	129

---

6.1.1	Amassadura do betão .....	129
6.1.2	Ensaio à compressão.....	129
6.1.3	Ensaio à compressão diametral.....	130
6.1.4	Ensaio à flexão nas vigas .....	130
6.1.5	Ensaio à flexão nos painéis .....	130
6.1.6	Análise inversa .....	130
6.1.7	Desenvolvimentos futuros.....	131

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1 – Distribuição de tensões no betão simples (adaptado de [57]).	3
Figura 2.2 – Pontes de tensões com fibras de aço numa fenda [57].	4
Figura 2.3 – Influência do tamanho dos agregados na distribuição das fibras [35].	5
Figura 2.4 – Compatibilidade entre os agregados e as fibras [19].	5
Figura 2.5 – Incompatibilidade entre os agregados e as fibras [19].	6
Figura 2.6 – Aumento do volume de vazios no betão devido a adição de fibras [35].	6
Figura 2.7 – Classificação das fibras segundo a norma NP EN 14889 [56].	7
Figura 2.8 – Algumas formas das fibras de aço existente no mercado, (a) fibras em gancho, (b) fibras de extremidade reduzida, (c) fibras de extremidade alargada e (d) fibras em forma de onda [56].	8
Figura 2.9 – Comportamento ao arrancamento da fibra de aço para três classes de betão, (a) curva tensão - deslocamento para uma fibra com gancho e (b) curva tensão - deslocamento para uma fibra sem gancho [56].	8
Figura 2.10 – Arrancamento de fibras de aço para três tipos de ancoragem, (a) fibra em gancho inserida num betão normal, (b) fibra em gancho inserida num betão de alta resistência e (c) fibra com sistema de ancoragem com rigidez elevada [57].	9
Figura 2.11 – Possibilidades de arrancamento das fibras em gancho, (a) duas fibras embutidas no betão e (b) rotura pelo betão para a fibra com menor embutimento e rotura por escorregamento para a fibra com maior embutimento (adaptado de [40]).	10
Figura 2.12 – Curva típica tensão-deslocamento no ensaio de arrancamento de uma fibra em gancho (adaptado de [31]).	10
Figura 2.13 – Curva típica tensão-abertura de fenda do BRFA (adaptado de [58]).	11
Figura 2.14 – Diferentes fases de fendilhação de um provete de BRFA sujeito à tração uniaxial (adaptado de [31]).	12
Figura 2.15 – Relações tensão-abertura de fenda para diferentes percentagens de fibras [35].	12
Figura 2.16 – Curva carga-abertura de fenda resultante dos ensaios à compressão diametral para BS e BRFA, adaptado de [52].	13
Figura 2.17 – Energia absorvida no ensaio de tração uniaxial com BRFA [20].	14
Figura 2.18 – Curva típica força-flecha de um elemento de BRFA sujeito à flexão (adaptado de [20]).	15
Figura 2.19 – Andamento da distribuição de tensões à medida que a fenda evolui para um elemento de BRFA sujeito à flexão [35].	15
Figura 2.20 – Curvas tensão-extensão à compressão para o BS e BRFA [35].	16
Figura 2.21 – Lançamento de BRFA na execução de um pavimento térreo [45].	17

Figura 2.22 – Revestimento em BRFA do interior de um túnel [57].	17
Figura 2.23 – Segmento de túneis em BRFA [57].	18
Figura 2.24 – Tubos em BRFA [57].	18
Figura 2.25 – Viaduto situado em Bourg-lès-Valence constituído por BRFA [54].	18
Figura 3.1 – NP EN 14488 - ensaio de flexão em painel quadrado, adaptado de [26]. (desenho sem escala e dimensões em mm)	20
Figura 3.2 – ASTM C1550 - ensaio de flexão num painel circular, adaptado de [2]. (desenho sem escala e dimensões em mm)	21
Figura 3.3 – EN 14651- ensaio à flexão na viga entalhada, adaptado de [18]. (desenho sem escala e dimensões em mm)	21
Figura 3.4 – EN 14651-método de cálculo das tensões residuais à flexão (adaptado de [18]).	22
Figura 3.5 – RILEM 162-TDF - ensaio de tração uniaxial [49]. (desenho sem escala e dimensões em mm)	23
Figura 3.6 – Lei constitutiva $\sigma$ - $w$ , (a) lei para fibras rectas e (b) lei para fibras em gancho [61].	25
Figura 3.7 – Esquema dos três tipos de ensaios realizados por Marti <i>et al.</i> [41], (a) ensaio à flexão em painel quadrado, (b) ensaio à flexão em painel circular e (c) ensaio à flexão em viga (desenho sem escala e dimensões em mm).	26
Figura 3.8 – Ensaio de tração uniaxial, (a) abertura de fenda com superfície unitária e (b) lei $\sigma$ - $w$ [41].	27
Figura 3.9 – Flexão, (a) rotação, (b) distribuição de tensões e (c) distribuição de tensões assumida [41].	28
Figura 3.10 – Curvas tensão em função da taxa de rotação ( $\theta h/l_f$ ) para a mistura 1, (a) ensaio em painel quadrado, (b) ensaio em painel redondo e (c) ensaio em viga, adaptado de [41].	31
Figura 3.11 – Abordagem para a determinação da lei constitutiva pelo autor Montaignac <i>et al.</i> [42].	31
Figura 3.12 – Resultados à flexão $F$ - $\delta$ , (a) viga segundo RILEM 162-TDF e (b) painel redondo segundo ASTM C469 [42].	32
Figura 3.13 – lei $\sigma$ - $w$ para a mistura F35-1.0, (a) $w \leq 5$ e (b) $w \leq 1$ mm [42].	33
Figura 3.14 – lei $\sigma$ - $w$ para a mistura F60-1.0, (a) $w \leq 5$ e (b) $w \leq 1$ mm [42].	33
Figura 3.15 – Modelo das leis ( $\sigma$ - $w$ ), (c) bilinear com troço final horizontal e (b) bilinear com troço final de declive positivo [53].	34
Figura 3.16 – Leis constitutivas $\sigma$ - $w$ obtidas por Sousa e Gettu [53].	35
Figura 3.17 – Ensaio à flexão em painel redondo [43]	36
Figura 3.18 – Comparação dos resultados experimentais com os teóricos [43].	36
Figura 3.19 – Médias das curvas $\sigma$ - $w$ obtidas no ensaio de tração uniaxial [43].	37
Figura 3.20 – Contribuição das fibras e da matriz para a lei $\sigma$ - $w$ [58].	38
Figura 3.21 – Curva $\sigma$ - $w$ obtida para o modelo VEM e para os resultados dos ensaios à tração uniaxial [58].	39

---

Figura 3.22 – Curva $\sigma$ -w obtida para o modelo VEM, e para os resultados dos ensaios à tração uniaxial [58].	40
Figura 4.1 – Agregados utilizados para a composição do betão, (a) areia fina, (b) areia grossa e (c) brita.	42
Figura 4.2 – Cimento Portland de Calcário CEMII/B-L 32.5N.	43
Figura 4.3 – Fibras de aço DRAMIX <sup>®</sup> RC65/35 BN utilizadas na composição do BRFA, (a) fibras unidas em pentes e (b) fibra de aço (dimensões em mm).	43
Figura 4.4 – Preparação e peneiração dos agregados, (a) secagem, (b) esqueteamento, (c) pesagem e (d) peneiração.	44
Figura 4.5 – Curvas granulométrica dos três agregados utilizados.	45
Figura 4.6 – Curvas granulométricas dos três agregados e a curva de referência.	46
Figura 4.7 – Curvas Faury e curva real para os três agregados em estudo.	47
Figura 4.8 – Moldes, (a) seis moldes para vigas, (b) seis moldes cúbicos e seis moldes cilíndricos e (c) seis moldes para painéis.	51
Figura 4.9 – Betoneira MAMMUT com capacidade de 190 litros.	52
Figura 4.10 – Amassadura do betão sem fibras, (a) introdução dos agregados na betoneira e (b) amassadura do betão simples.	53
Figura 4.11 – Amassadura do BRFA, (a) introdução de fibras na betoneira e (b) aglomeração do betão depois da introdução das fibras.	53
Figura 4.12 – Ensaio do cone de Abrams para cada tipo de mistura.	54
Figura 4.13 – Betonagem dos provetes, (a) transferência de betão da betoneira para o carro de mão e (b) enchimento dos moldes com pá.	55
Figura 4.14 – Vibração das misturas, (a) vibração do betão nas vigas e (b) vibração do betão nos painéis.	55
Figura 4.15 – Realização do corte nas vigas.	56
Figura 4.16 – Ensaio à compressão, (a) provete na prensa e (b) seis provetes ensaiados por mistura.	57
Figura 4.17 – Evolução da resistência à compressão com as percentagens de fibras.	58
Figura 4.18 – Ensaio à compressão diametral, (a) provete na prensa e (b) seis provetes ensaiados por mistura.	59
Figura 4.19 – Evolução da resistência à tração por compressão diametral com a percentagem de fibras.	59
Figura 4.20 – Esquema dos ensaios das vigas, (a) vista geral da viga e do pórtico de reação e (b) vista em planta da viga (desenho sem escala e dimensões em mm).	61
Figura 4.21 – Sistema de ensaio da viga, (a) viga pousada sobre os rolos de aço, (b) sistema de carga sobre a viga e (c) pormenor de um dos apoios.	61
Figura 4.22 – Célula de carga utilizada para registar as forças nos ensaios das vigas.	62

Figura 4.23 – Localização dos deflectómetros nas vigas, (a) vista geral, (b) vista lateral da viga e (c) vista superior da viga (desenho sem escala e dimensões em mm).....	63
Figura 4.24 – Deflectómetros para medição da flecha nas vigas, (a) vista geral dos deflectómetros na viga, (b) deflectómetro sobre o apoio e (c) dois deflectómetros sobre o sistema de carga. ....	64
Figura 4.25 – Disposição do deflectómetro no entalhe, (a) vista do deflectómetro sem a barra de equilíbrio do sistema de carga e (b) vista do deflectómetro com a barra de equilíbrio do sistema de carga. ....	64
Figura 4.26 – Disposição do deflectómetro no entalhe, (a) cantoneira e (b) deflectómetro visto por de trás da cantoneira. ....	65
Figura 4.27 – Sistema de carga, (a) macaco hidráulico Enerparc RCH 206 incorporado no sistema de reacção e (b) grupo hidráulico WALTER BAI AG tipo NSPA 700 / DIG 2000. ....	65
Figura 4.28 – Rotura de uma viga constituída pela mistura M0.....	66
Figura 4.29 – Rotura de uma viga constituída pela mistura M1-0.5.....	67
Figura 4.30 – Rotura de uma viga constituída pela mistura M2-0.75.....	67
Figura 4.31 – Rotura de uma viga constituída pela mistura M3P-0.75.....	67
Figura 4.32 – Rotura de uma viga constituída pela mistura M4P-1.....	68
Figura 4.33 – Rotura de uma viga constituída pela mistura M5P-1.25.....	68
Figura 4.34 – Relações força-flecha para o ensaio à flexão das vigas constituídas pela ..... mistura.....	69 69
Figura 4.35 – Relações força-abertura do entalhe para o ensaio à flexão das vigas constituídas pela mistura M1-0.5.....	69
Figura 4.36 – Relações força-flecha para o ensaio à flexão das vigas constituídas pela mistura M2-0.75.....	69
Figura 4.37 – Relações força-abertura do entalhe para o ensaio à flexão das vigas constituídas pela mistura M2-0.75.....	70
Figura 4.38 – Relações força-flecha para o ensaio à flexão das vigas constituídas pela ..... mistura M3P-0.75.....	70 70
Figura 4.39 – Relações força-abertura do entalhe para o ensaio à flexão das vigas constituídas pela mistura M3P-0.75.....	70
Figura 4.40 – Relações força-flecha para o ensaio à flexão das vigas constituídas pela ..... mistura M4P-1.....	71 71
Figura 4.41 – Relações força-abertura do entalhe para o ensaio à flexão das vigas constituídas pela mistura M4P-1.....	71 71
Figura 4.42 – Relações força-flecha para o ensaio à flexão das vigas constituídas pela mistura M5P-1.25.....	71
Figura 4.43 – Relações força-abertura do entalhe para o ensaio à flexão das vigas constituídas pela mistura M5P-1.25.....	72

Figura 4.44 – Relação média força-flecha para o ensaio à flexão das vigas constituídas pela mistura M0. ....	72
Figura 4.45 – Relações médias força-flecha obtidas nos ensaios das vigas por cada tipo de mistura. ....	72
Figura 4.46 – Relações médias força-abertura de fenda obtidas nos ensaios das vigas por cada tipo de mistura. ....	73
Figura 4.47 – Sistema de apoio dos painéis em perfis RHS, (a) vista em planta e (b) vista pelo corte A-A, (desenho sem escala e dimensões em mm). ....	74
Figura 4.48 – Painel apoiado no sistema de apoio, (a) vista em planta e (b) vista pelo corte A-A, (desenho sem escala e dimensões em mm). ....	75
Figura 4.49 – Esquema de ensaio, (a) sistema de suporte em perfis RHS e (b) painel sobre o sistema de suporte. ....	75
Figura 4.50 – Pormenores dos apoios, (a) distância da concordância aos orifícios dos perfis e (b) pormenor do canto do painel sobre o suporte (dimensões em mm). ....	75
Figura 4.51 – Disposição da célula de carga no centro do painel (desenhos sem escala e dimensões em mm). ....	76
Figura 4.52 – Célula de carga KC 20M da TML de capacidade 200kN. ....	76
Figura 4.53 – Localização dos deflectómetros, (a) vista em planta e (b) vista pelo corte A-A (desenho sem escala e dimensões em mm). ....	77
Figura 4.54 – Disposição dos deflectómetros nos apoios, (a) vista geral dos deflectómetros sobre os apoios e (b) pormenor do deflectómetro sobre o apoio (dimensões em mm). ....	77
Figura 4.55 – Deflectómetro que mede a flecha. ....	78
Figura 4.56 – Vista da rotura por flexão num painel constituído pela mistura M0 (a) vista geral e (b) fenda. ....	78
Figura 4.57 – Vista da rotura por flexão num painel constituído pela mistura M1-0.5, (a) vista geral e (b) fenda. ....	79
Figura 4.58 – Vista da rotura por flexão num painel constituído pela mistura M2-0.75, (a) vista geral e (b) fenda. ....	79
Figura 4.59 – Vista da rotura por flexão num painel constituído pela mistura M3P-0.75, (a) vista geral e (b) fenda. ....	79
Figura 4.60 – Vista da rotura por flexão num painel constituído pela mistura M4-1, (a) vista geral e (b) fenda. ....	80
Figura 4.61 – Vista da rotura por flexão num painel constituído pela mistura M5-1.25, (a) vista geral e (b) fenda. ....	80
Figura 4.62 – Padrão de fendilhação dos painéis, constituído pela mistura M0, (a) painel com 4 fendas e (b) pormenor da fenda. ....	81
Figura 4.63 – Padrão de fendilhação para um painel constituído pela mistura M1-0.5, (a) painel com 6 fendas e (b) superfície de fenda. ....	81
Figura 4.64 – Padrão de fendilhação para um painel constituído pela M2-0.75, (a) painel com 7 fendas e (b) superfície de fenda. ....	82

Figura 4.65 – Padrão de rotura para um painel constituído pela mistura M3P-0.75, (a) painel com 6 fendas e (b) superfície de fenda.....	82
Figura 4.66 – Padrão de rotura para um painel constituído pela mistura M4P-1, (a) painel com 5 fendas e (b) superfície de fenda.....	82
Figura 4.67 – Padrão de rotura para um painel constituído pela mistura M5-1.25, (a) painel com 6 fendas e (b) fenda. ....	83
Figura 4.68 – Curvas força-flecha para os painéis constituídos pela mistura M1-0.5. ....	84
Figura 4.69 – Curvas força-flecha para os painéis constituídos pela mistura M2-0.75. ....	84
Figura 4.70 – Curvas força-flecha para os painéis constituídos pela mistura M3P-0.75.....	84
Figura 4.71 – Curvas força-flecha para os painéis constituídos pela mistura M4P-1.....	85
Figura 4.72 – Curvas força-flecha para os painéis constituídas pela mistura M5P-1.25. ....	85
Figura 4.73 – Curva força-flecha para os painéis constituídos pela mistura M0. ....	85
Figura 4.74 – Médias das curvas forças flechas obtidas nos ensaios à flexão dos painéis. ....	86
Figura 4.75 – Energia de flexão absorvida pelas vigas até as flechas de 1, 5 e 15 mm. ....	87
Figura 4.76 – Energia de flexão absorvidas pelos painéis até as flechas de 1, 5 e 15 mm. ....	88
Figura 4.77 – Dispersão de resultados para o ensaio à flexão nas vigas.....	89
Figura 4.78 – Dispersão de resultados para o ensaio à flexão nos painéis.....	90
Figura 4.79 – Variação dos resultados nas vigas e nos painéis em relação a energia absorvida até a flecha de 2.15 mm e 5 mm respetivamente. ....	91
Figura 5.1 – Abordagem adoptada para determinar a lei $\sigma$ -w, adaptado de [42]. ....	93
Figura 5.2 – Viga simplesmente apoiada. ....	94
Figura 5.3 – Distribuição normal de tensões na secção não fendilhada.....	95
Figura 5.4 – Distribuição normal de tensões na secção fendilhada, adaptado de [61]. ....	95
Figura 5.5 – Modelo quadrilinear da lei constitutiva do BRFA utilizada. ....	97
Figura 5.6 – Diferença entre os resultados experimentais e teóricos, adaptado de [17]. ....	99
Figura 5.7 – Esquema de iteração da AI para as vigas.....	101
Figura 5.8 – Comparação da curva F- $\delta$ obtida pela AI e pelos autores Zhang e Stang [61]. ....	103
Figura 5.9 – Comparação da curva F- $\delta$ obtida pela AI e pelos autores Ribeiro <i>et al.</i> [47]. ....	103
Figura 5.10 – Lei tensão-abertura de fenda obtida pela AI a partir dos ensaios à flexão em vigas. ....	104
Figura 5.11 – Superfícies de rotura de um elemento de BRFA, (a) rotura das fibras por escorregamento e deformação do gancho e (b) rotura pelo betão. ....	105
Figura 5.12 – Simulação numérica da curva F- $\delta$ e as respetivas curvas experimentais resultantes dos ensaios à flexão em vigas constituídas pela mistura M1-0.5. ....	106
Figura 5.13 – Simulação numérica da curva F- $\delta$ e as respetivas curvas experimentais resultantes dos ensaios à flexão em vigas constituídas pela mistura M2-0.75. ....	107

---

Figura 5.14 – Simulação numérica da curva F- $\delta$ e as respetivas curvas experimentais resultantes dos ensaios à flexão em vigas constituídas pela mistura M3P-0.75.....	107
Figura 5.15 – Simulação numérica da curva F- $\delta$ e as respetivas curvas experimentais resultantes dos ensaios à flexão em vigas constituídas pela mistura M4P-1.0.....	108
Figura 5.16 – Simulação numérica da curva F- $\delta$ e as respetivas curvas experimentais resultantes dos ensaios à flexão em vigas constituídas pela mistura M5P-1.25.....	108
Figura 5.17 – Relação entre abertura de fenda e abertura da boca do entalhe. ....	109
Figura 5.18 – Simulação numérica da curva F-ABE e as respetivas curvas experimentais resultantes dos ensaios à flexão em vigas constituídas pela mistura M1-0.5. ....	110
Figura 5.19 – Simulação numérica da curva F-ABE e as respetivas curvas experimentais resultantes dos ensaios à flexão em vigas constituídas pela mistura M2-0.75. ....	110
Figura 5.20 – Simulação numérica da curva F-ABE e as respetivas curvas experimentais resultantes dos ensaios à flexão em vigas constituídas pela mistura M3P-0.75.....	111
Figura 5.21 – Simulação numérica da curva F-ABE e as respetivas curvas experimentais resultantes dos ensaios à flexão em vigas constituídas pela mistura M4P-1.....	111
Figura 5.22 – Simulação numérica da curva F-ABE e as respetivas curvas experimentais resultantes dos ensaios à flexão em vigas constituídas pela mistura M5P-1.25.....	112
Figura 5.23 – Mecanismo de rotura do painel com quatro fendas, adaptado de [41]. ....	113
Figura 5.24 – Mecanismo de rotura do painel com oito fendas, adaptado de [41]. ....	114
Figura 5.25 – Esquema de iteração da AI para os painéis.....	116
Figura 5.26 – Lei tensão-abertura de fenda obtida pela AI por meios dos ensaios à flexão em painéis. ....	118
Figura 5.27 – Simulação numérica da curva F- $\delta$ e as respetivas curvas experimentais resultantes dos ensaios à flexão em painéis constituídos pela mistura M1-0.5.....	119
Figura 5.28 – Simulação numérica da curva F- $\delta$ e as respetivas curvas experimentais resultantes dos ensaios à flexão em painéis constituídos pela mistura M2-0.75.....	119
Figura 5.29 – Simulação numérica da curva F- $\delta$ e as respetivas curvas experimentais resultantes dos ensaios à flexão em painéis constituídos pela mistura M3P-0.75.....	120
Figura 5.30 – Simulação numérica da curva F- $\delta$ e as respetivas curvas experimentais resultantes dos ensaios à flexão em painéis constituídos pela mistura M4P-1.....	120
Figura 5.31 – Simulação numérica da curva F- $\delta$ e as respetivas curvas experimentais resultantes dos ensaios à flexão em painéis constituídos pela mistura M5P-1.25.....	121
Figura 5.32 – Leis tensão-abertura de fenda obtidas na AI a partir dos ensaios à flexão. ....	122
Figura 5.33 – Direção das fibras, (a) abertura de fenda no painel e (b) abertura de fenda na viga. ....	122
Figura 5.34 – Comparação das leis obtidas na AI com aproximações teóricas para a mistura M1-0.5.....	124
Figura 5.35 – Comparação das leis obtidas na AI com aproximações teóricas para a mistura M2-0.75.....	124

Figura 5.36 – Comparação das leis obtidas na AI com aproximações teóricas para a mistura M3P-0.75.....	125
Figura 5.37 – Comparação das leis obtidas na AI com aproximações teóricas para a mistura M4P-1.0.....	125
Figura 5.38 – Comparação das leis obtidas na AI com aproximações teóricas para a mistura M5P-1.25.....	126
Figura 5.39 – Abertura de fenda de um cilindro de BRFA sujeito à compressão diametral. ....	127

## ÍNDICE DE QUADROS

Quadro 3.1 – Vantagens e desvantagens dos ensaios de caracterização apresentados (adaptado de [15]).....	23
Quadro 3.2 – Propriedades da mistura utilizada por Zhang e Stang [61]. .....	24
Principais resultados e conclusões do estudo de Zhang e Stang .....	24
Quadro 3.3 – Propriedades da mistura utilizada por Marti <i>et al.</i> [41].....	26
Quadro 3.4 – Expressões dos momentos e rotações obtidas pelo método das linhas de rotura [41]. .....	30
Quadro 3.5 – Propriedades das misturas utilizadas por Montaignac <i>et al.</i> [42].....	32
Quadro 3.6 – Propriedades da mistura utilizada por Sousa e Gettu [53]. .....	34
Quadro 3.7 – Propriedades das Misturas utilizadas por Nour <i>et al.</i> [43]. .....	36
Quadro 4.1 – Proporções de agregados obtidas pelo método dos mínimos quadrados.....	47
Quadro 4.2 – Composição do betão simples utilizado. ....	49
Quadro 4.3 – Total das misturas utilizadas neste programa experimental. ....	50
Quadro 4.4 – Programa de betonagem.....	50
Quadro 4.5 – Abaixamentos do cone de Abrams por cada mistura. ....	54
Quadro 4.6 – Valores médios dos resultados à compressão em provetes cúbicos. ....	57
Quadro 4.7 – Valores médios dos resultados à compressão diametral.....	59
Quadro 4.8 – Forças máximas registadas nos ensaios à flexão em vigas.....	73
Quadro 4.9 – Forças máximas registadas nos ensaios à flexão em painéis.....	86
Quadro 4.10 – Energia de flexão absorvida pelas vigas até as flechas de 1, 5 e 15 mm. ....	87
Quadro 4.11 – Energia de flexão absorvida pelos painéis até as flechas de 1, 5 e 15 mm. ....	88
Quadro 5.1 – Parâmetros das leis tensão-abertura de fenda obtidos pela AI por meio dos ensaios à flexão nas vigas. ....	106
Quadro 5.2 – Erros das simulações numéricas F- $\delta$ em relação aos valores médios experimentais nas vigas. ....	109
Quadro 5.3 – Erros da simulação numérica F-ABE em relação aos resultados experimentais nas vigas. ....	112
Quadro 5.4 – Números de fendas desenvolvidos pelos painéis por cada tipo de mistura. ....	115
Quadro 5.5 – Parâmetros das leis tensão-abertura de fenda obtidos pela AI por meio dos ensaios à flexão nos painéis.....	118
Quadro 5.6 – Erros da simulação numéricas F- $\delta$ em relação aos valores médios experimentais nos painéis. ....	121

Quadro 5.7 – Relações entre as tensões máximas das leis  $\sigma$ - $w$  com as tensões obtidas nos ensaios à compressão diametral. .... 126

## SIMBOLOGIA E NOTAÇÕES

### Minúsculas

$a_i$	ponto de intersecção de uma recta com o eixo das ordenadas
$a_v$	volume de água da amassadura por unidade de volume aparente de betão
$b$	largura da secção transversal de uma viga
$c$	comprimento do bordo livre para os painéis apoiados em toda a sua envolvente
$c_i$	declive de uma recta
$c_a$	fator de atenuação para o método VEM
$c_v$	volume absoluto de cimento por unidade aparente de betão
$d_f$	diâmetro de uma fibra metálica
$d_{\min}$	dimensão mínima dos grãos de cimento
$f_c$	flecha devido à fendilhação
$f_{ccm}$	valor médio da tensão de rotura do betão à compressão em cubos ( $150 \times 150 \text{ mm}^2$ )
$f_{cm}$	valor médio da tensão de rotura do betão à compressão em cilindros ( $150 \times 300 \text{ mm}^2$ )
$f_{ct,sp}$	resistência à tração do betão por compressão diametral em cilindros ( $150 \times 300 \text{ mm}^2$ )
$f_{ctm}$	valor médio da tensão de rotura à tração uniaxial
$f_{ct}$	valor da tensão de rotura à tração uniaxial
$f_{ctm,sp}$	resistência à tração média por compressão diametral
$f_e$	flecha elástica
$f_{R,j}$	tensões de tração residuais em flexão numa viga entalhada correspondentes a uma abertura de fenda $j$
$h$	altura da secção de um elemento sujeito à flexão
$h_{sp}$	distância entre a extremidade do entalhe e o topo da viga
$l$	vão de uma viga simplesmente apoiada
$l_f$	comprimento de uma fibra metálica
$m$	momento por unidade de comprimento nos painéis obtido pela teoria das linhas de rotura
$m_v$	volume absoluto dos agregados por unidade aparente de betão
$v_{pl}$	volume da pasta de cimento do betão
$v_v$	volume de vazios por unidade de volume aparente de betão
$w$	abertura de fenda
$w(x)$	abertura de fenda para uma determinada altura da boca da fenda
$w_{\max}$	abertura de fenda máxima
$w_{\max,M}$	componente da abertura de fenda na secção devido ao momento externo

$w_{máx,cl(x)}$	componente da abertura de fenda devido a tensão transmitida pelas fibras
$x$	variação da altura da fenda
$y$	ordenada da curva de Faury para uma abcissa igual a metade da dimensão máxima dos agregados
$z$	altura da zona comprimida de um elemento sujeito à flexão

### Maiúsculas

$D_{máx}$	dimensão máxima do agregado
$E$	energia de flexão para uma determinada flecha
$E_{cm}$	módulo de elasticidade secante do betão (NP EN 1992-1-1)
$F_{exp.}$	carga teórica de flexão registada nos ensaios experimentais
$F_{máx, exp.}$	carga máxima teórica de flexão obtida nos ensaios experimentais
$F_{máx, teor.}$	carga máxima teórica de flexão obtida pela análise inversa
$F_{máx.}$	carga máxima de flexão
$F_{teór.}$	carga teórica de flexão obtida pela análise inversa
$G_f$	energia de fratura
$I$	índice de vazios
$K_d$	representa a perda de eficiência de ligação da fibra com matriz no modelo VEM
$K_f$	fator global de orientação das fibras na matriz no modelo VEM
$L$	vão de um painel quadrado apoiado em toda a sua envolvente
$M$	momento fletor
$M_{cr}$	momento de fendilhação
$R$	raio médio molde
$V_1$	parâmetro para o cálculo da abertura de fenda da teoria da mecânica da fratura
$V_2$	parâmetro para o cálculo da abertura de fenda da teoria da mecânica da fratura
$V_3$	parâmetro para o cálculo da abertura de fenda da teoria da mecânica da fratura
$W$	intervalo de um troço da lei tensão-abertura de fenda

### Gregas

$\alpha$	relação entre a altura de um elemento à flexão com altura da fenda
$\alpha_f$	relação entre o comprimento e o diâmetro da fibra no método VEM
$\beta$	fator que relaciona a evolução da linha neutra de um elemento à flexão com a altura da secção
$\delta$	flecha total
$\zeta$	parâmetro que relaciona a variação da altura da zona comprimida com a altura da secção de um elemento sujeito à flexão

$\theta$	rotação do elemento à flexão
$\lambda_f$	relação entre o comprimento e o diâmetro da fibra de aço
$\xi$	parâmetro da variação da abertura de fenda de um elemento sujeito à flexão
$\rho_f$	percentagens de fibras
$\sigma$	tensão de tração após a fendilhação da matriz
$\sigma(w)$	tensão de tração em função da abertura de fenda
$\sigma_{c, \text{fibras}}$	contribuição das fibras no comportamento pós-fendilhação no método VEM
$\sigma_{c, \text{betão}}$	contribuição do betão no comportamento pós-fendilhação no método VEM
$\sigma_I$	tensão de tração na secção fendilhada
$\sigma_{II}$	tensão de tração na secção não fendilhada
$\sigma_0$	tensão de fendilhação da matriz utilizada em Marti <i>et al.</i>
$\sigma_t$	tensão resistente à tração uniaxial do betão simples
$\tau_b$	tensão resistente ao corte
$\rho$	massa volúmica dos agregados

### Abreviações

AI	análise inversa
A/C	razão água / cimento
ABE	abertura da boca do entalhe
BRFA	betão reforçado com fibras de aço
BS	betão simples
F- $\delta$	curva força-flecha
$\sigma$ -w	curva tensão-abertura de fenda
COV	coeficiente de variação
VEM	variable engagement model



# CAPÍTULO 1

## INTRODUÇÃO

### 1.1 ASPETOS GERAIS

O reforço de materiais frágeis com fibras tem sido utilizado desde a antiguidade e remonta à época dos Romanos e Egípcios. Nas últimas décadas, em associação com o desenvolvimento do betão, têm-se investigado um substituto parcial da armadura convencional utilizada no betão, nomeadamente o uso de fibras discretas para melhorar o comportamento do betão.

O betão reforçado com fibras é um composto no qual a sua matriz é o betão simples (BS) e as fibras adicionadas à matriz podem ser de natureza metálica, vítrea, sintética, ou de carbono. A adição de fibras ao BS tem como principal objetivo, minimizar o comportamento frágil do betão à tração. A presença de fibras no betão fendilhado permite a transferência de tensões através das fibras, reduzindo a concentrações de tensões no betão, o que garante naturalmente maior controlo da fendilhação.

As vantagens acrescentadas às estruturas, tem repercutido no aumento do número e tipos de aplicações com betão reforçado com fibras. Dos compostos mais utilizados nas aplicações da engenharia civil destaca-se, o uso do betão reforçado com fibras de aço (BRFA). As aplicações do BRFA mais utilizadas são na pré-fabricação, túneis, pisos, estabilização de taludes e mais recentemente no reforço estrutural. Contudo, a utilização de BRFA na conceção de projetos estruturais, requer o conhecimento do comportamento do material pós-fendilhação.

O comportamento pós-fendilhação do BRFA é caracterizado pela lei constitutiva do material à tração, nomeadamente a curva tensão-abertura de fenda ( $\sigma-w$ ). Embora a resposta pós-fendilhação possa ser medida diretamente num ensaio à tração uniaxial, a maioria das investigações realizadas no âmbito da caracterização do BRFA, envolve ensaios à flexão. Em relação aos ensaios à flexão, os ensaios à tração uniaxial são experimentalmente mais difíceis de realizar e financeiramente mais dispendiosos. No entanto, a utilização dos ensaios à flexão para caracterizar o BRFA à tração, apresenta a desvantagem da lei à tração  $\sigma-w$ , não poder ser diretamente obtida através destes ensaios. Deste modo, é necessário realizar uma análise inversa (AI), que converta a resposta força-flecha ( $F-\delta$ ) medida experimentalmente nos ensaios à flexão para a lei  $\sigma-w$ .

## **1.1. OBJETIVOS**

Este trabalho tem por objetivo, caracterizar o comportamento à tração de betões reforçado com diferentes quantidades de fibras de aço discretas. As percentagens de fibras adicionadas em volume de betão variaram entre 0.5% à 1.25%. A caracterização dos betões teve como finalidade obter as leis constitutivas dos materiais à tração ( $\sigma$ - $w$ ), que posteriormente foram usadas num trabalho desenvolvido por Gouveia [21], no âmbito do punçoamento em lajes de betão com fibras.

Para a caracterização dos betões, foi realizado um amplo programa experimental com dois tipos de ensaios à flexão: em vigas segundo EN 14651 [18]; e em painéis de acordo com NP EN 14488-5 [26]. Com base nos resultados à flexão  $F$ - $\delta$  de ambos os ensaios, foi realizado uma análise inversa com a formulação proposta por Zhang e Stang [61] obtendo-se a lei  $\sigma$ - $w$ . Os resultados obtidos na AI, são comparados com dois métodos teóricos encontrados na bibliografia.

## **1.3. ORGANIZAÇÃO DA TESE**

A tese está organizada em seis capítulos, sendo o primeiro esta parte da introdução.

No Capítulo 2 são abordados os conceitos básicos sobre BRFA e apresentam-se algumas aplicações realizadas com BRFA.

No Capítulo 3 é descrita a investigação realizada por alguns autores relativa à caracterização do BRFA. Além disso, são apresentados ensaios experimentais normalizados no âmbito da caracterização do BRFA e as respetivas vantagens e desvantagens de cada ensaio.

O Capítulo 4 contém a descrição do programa experimental que vai desde, a formulação das misturas, betonagens, execução dos ensaios e a apresentação e análise dos resultados experimentais.

No Capítulo 5 apresenta-se a formulação utilizada para elaborar a AI e os resultados obtidos. Os resultados da AI são comparados com duas formulações encontradas na bibliografia.

No Capítulo 6 apresentam-se as conclusões do trabalho desenvolvido e sugestões para novos desenvolvimentos nesta linha de investigação.

## CAPÍTULO 2

# CONCEITOS BÁSICOS E APLICAÇÕES DO BRFA

### 2.1. INTRODUÇÃO

Neste capítulo, apresenta-se de forma sucinta a constituição dos compósitos e algumas formas geométricas das fibras de aço existentes no mercado. A fim de auxiliar na interpretação dos resultados obtidos neste trabalho, são abordados os conceitos básicos relativos ao comportamento do BRFA. Por último, mostram-se algumas aplicações práticas com o BRFA.

### 2.2. COMPÓSITO

O compósito que constitui o BRFA, é um material formado por uma matriz e por fibras discretas sendo que, a matriz é o betão composto pela pasta de cimento, por agregados grossos e por agregados finos. O betão tem comportamento frágil com resistência à tração muito baixa em relação à resistência à compressão, e pequena capacidade de deformação quando comparado com o aço. No betão simples (BS), a ocorrência de uma fissura é um impedimento à propagação das tensões, este impedimento desvia as tensões para as extremidades das fissuras, provocando a concentração de tensões (ver Figura 2.1). Deste modo, quando o nível de tensões atinge a resistência à tração do betão, ocorre uma rotura frágil.

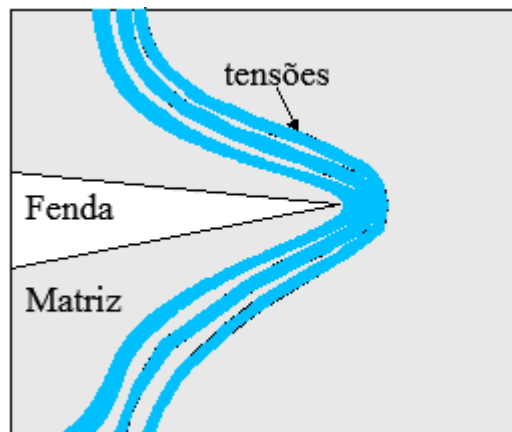


Figura 2.1 – Distribuição de tensões no betão simples (adaptado de [57]).

O principal benefício da adição de fibras ao betão, é a sua capacidade de transferir tensões após a fendilhação. Aquando da fendilhação da matriz, as fibras atuam como ponte de tensões nas fissuras, permitindo a transferência de tensões através das fibras (ver Figura 2.2). Este mecanismo promove a redistribuição das tensões pelo betão, que conseqüentemente diminui a concentração de tensões nas extremidades das fissuras.

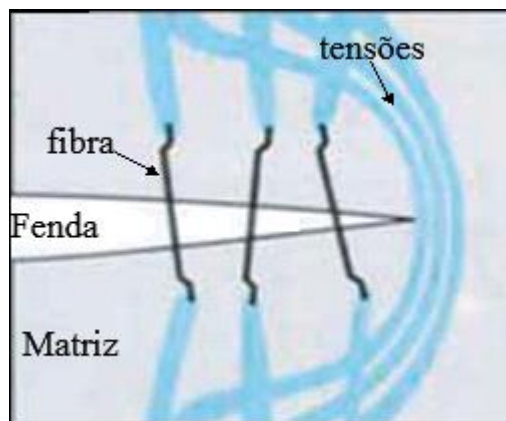


Figura 2.2 – Pontes de tensões com fibras de aço numa fenda [57].

A possibilidade de redistribuir tensões após a fendilhação da matriz, confere ao compósito a capacidade de absorver tensões para abertura de fendas relativamente elevadas. A eficácia do compósito no comportamento à tração depende dos seguintes fatores:

- Cimento;
- Agregados;
- Água;
- Volume de Vazios;
- Tipos de Fibras.

### 2.2.1 Cimento

O tipo de cimento usado nos compósitos de BRFA, é o mesmo utilizado no BS. A adição de fibras não influencia no tipo de cimento usado (Portland), porque as reações químicas entre a água e o cimento não são alteradas pela adição das fibras, de acordo com Kooiman [35]. O tipo de cimento a usar numa mistura de BRFA, será determinado pelos critérios de durabilidade e resistência.

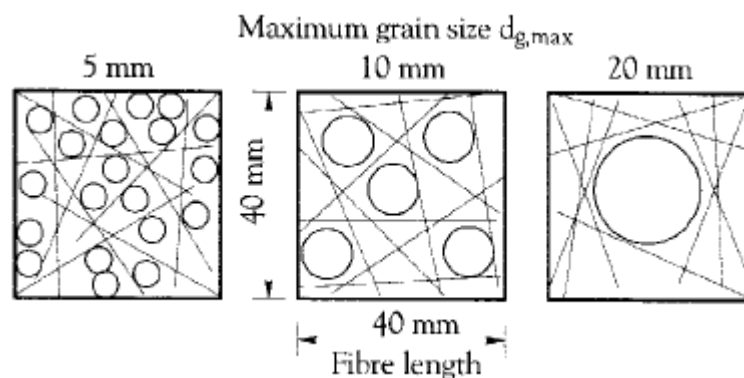
### 2.2.2 Água

A determinação da quantidade de água a adicionar numa mistura, resulta num conflito entre a trabalhabilidade e a intenção de reduzir a relação água/cimento (A/C). O critério é reduzir a relação A/C, garantido a resistência e a trabalhabilidade que se pretende. A adição de fibras ao BS retira trabalhabilidade à mistura segundo Figueiredo [19], logo é necessário encontrar um método de atribuir a consistência desejada, sem influenciar a relação A/C. Uma forma de o fazer é adicionar plastificante, que promove maior trabalhabilidade à mistura sem ser necessário alterar a razão A/C.

A perda de trabalhabilidade conferida pelas fibras ao betão é proporcional à área de superfície destas. Para fibras mais longas e com maior diâmetro, a perda de trabalhabilidade será maior, e a quantidade e tipo de plastificante a ser adicionado será definido em função dessa perda.

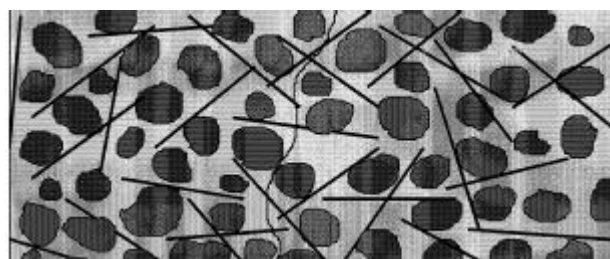
### 2.2.3 Agregados

No ponto de vista da trabalhabilidade e desempenho das fibras na transmissão de tensões, a máxima dimensão do agregado deverá ser metade do comprimento da fibra usada, segundo Figueiredo [19]. De acordo com a Figura 2.3, à medida que o tamanho do agregado cresce, a distribuição das fibras torna-se menos uniforme.



**Figura 2.3 – Influência do tamanho dos agregados na distribuição das fibras [35].**

Se a dimensão máxima dos agregados for menor, em relação à metade do comprimento da fibra usada, as fibras têm tendência a disporem-se preferencialmente, na direção das tensões principais de tração (ver Figura 2.4).



**Figura 2.4 – Compatibilidade entre os agregados e as fibras [19].**

Durante a rotura da matriz, as fissuras tendem a se propagar por entre os agregados. Se houver incompatibilidade entre os agregados e as fibras, existirá uma grande percentagem de fibras inclinadas em relação ao plano de rotura (ver Figura 2.5). Deste modo, as fibras perdem eficácia no reforço do compósito.

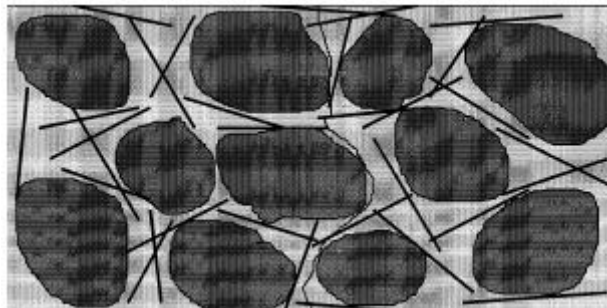


Figura 2.5 – Incompatibilidade entre os agregados e as fibras [19].

#### 2.2.4 Volume de vazios

O volume de vazios no BS situa-se entre os 1.5 a 2%. No caso do BRFA, o volume de vazios situa-se entre os 4 a 8%, mas se as misturas de BRFA forem bem ajustadas pode-se obter o volume de vazios do BS ( Kooiman [35]). A Figura 2.6 ilustra o aumento do volume de vazios do betão, devido à adição de fibras.

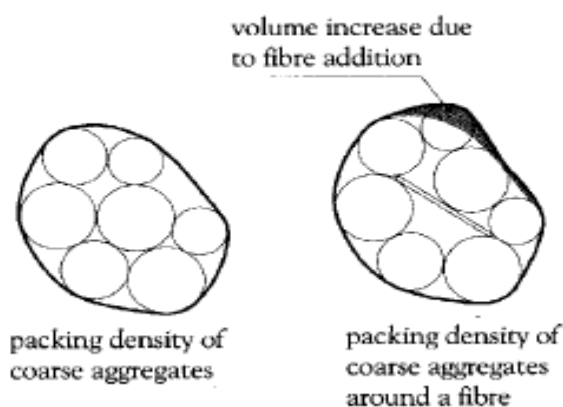
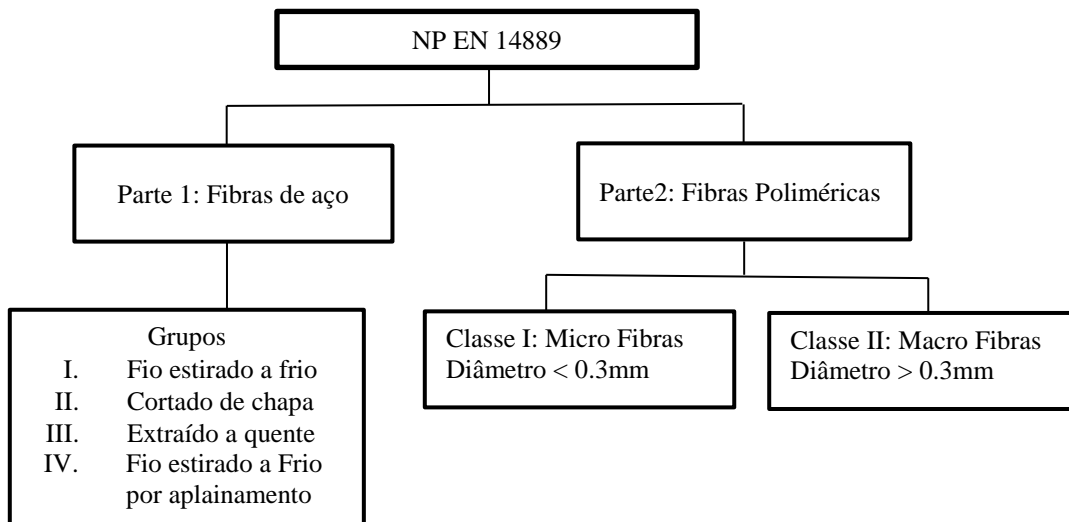


Figura 2.6 – Aumento do volume de vazios no betão devido à adição de fibras [35].

#### 2.2.5 Tipos de fibras

A utilização de fibras no betão é considerada como estrutural quando a adição destas ao betão contribui para a capacidade de suporte, Ulrix e Ferreira [56]. Neste sentido, surgiu uma norma nacional com enquadramento europeu NP EN 14889, em vigor desde 2008. Esta define os tipos de fibras destinados a serem aplicados em todos os géneros de betão, sendo classificadas em grupos (Figura 2.7).



**Figura 2.7 – Classificação das fibras segundo a norma NP EN 14889 [56].**

### 2.2.6 Fibras de aço

As fibras de aço são elementos descontínuos fabricados com variadas geometrias e tipo de aço, e preparadas para ser adicionadas de modo aleatório ao betão fresco, Figueiredo [19].

Os variados tipos de fibras existentes no mercado procuram melhorar a ductilidade do compósito. Nas investigações realizadas, está subjacente o aumento da área de contacto da fibra com a matriz, que aumenta o atrito em fase de arrancamento. O aumento da área de contacto pode ser realizado através de vários processos, Ulrix e Ferreira [56]:

- Deformar a fibra para obter amarração mecânica nas extremidades (ancoragens);
- Aumento da rugosidade da fibra;
- Torcer a fibra ao longo do seu comprimento;
- Deformar ao longo do seu comprimento;
- Tratar micromecanicamente a superfície.

Deste modo, no mercado existem diversos formatos de fibras. Como as fibras não são todas iguais, não faz sentido a sua diferenciação apenas pelo seu comprimento e diâmetro. (ver Figura 2.8).

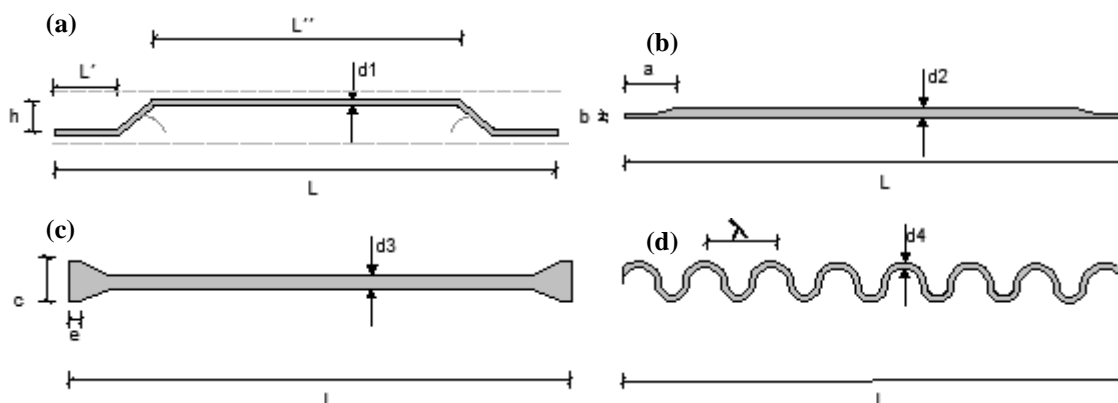


Figura 2.8 – Algumas formas das fibras de aço existente no mercado, (a) fibras em gancho, (b) fibras de extremidade reduzida, (c) fibras de extremidade alargada e (d) fibras em forma de onda [56].

### 2.2.6.1 Fibras em gancho

Neste trabalho foram caracterizados à tração betões reforçados com fibras em gancho. Neste sentido, apresenta-se o comportamento mecânico destas fibras quando sujeitas ao arrancamento.

O comportamento pós-fendilhação do BRFA é governado pelo arrancamento das fibras da matriz. Os gráficos da Figura 2.11 mostram, a resposta ao arrancamento de uma fibra de aço com gancho na extremidade (ver Figura 2.9 (a)) e de uma segunda sem gancho (ver Figura 2.9 (b)), em que ambas têm iguais comprimentos. Nestas condições de ensaio, a amarração mecânica proporcionada pelo gancho foi responsável por mais de 90% da resistência ao arrancamento, Ulrix e Ferreira [56].

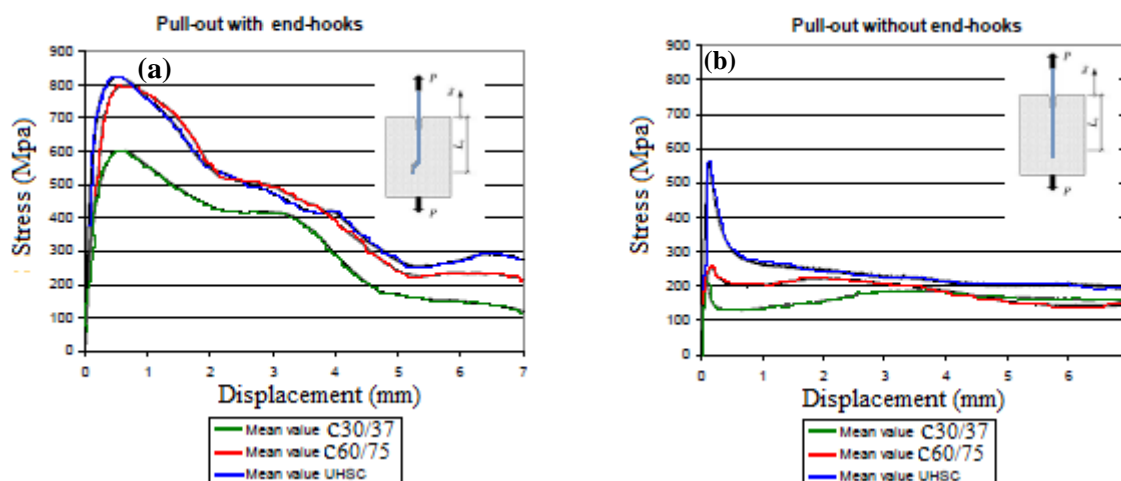
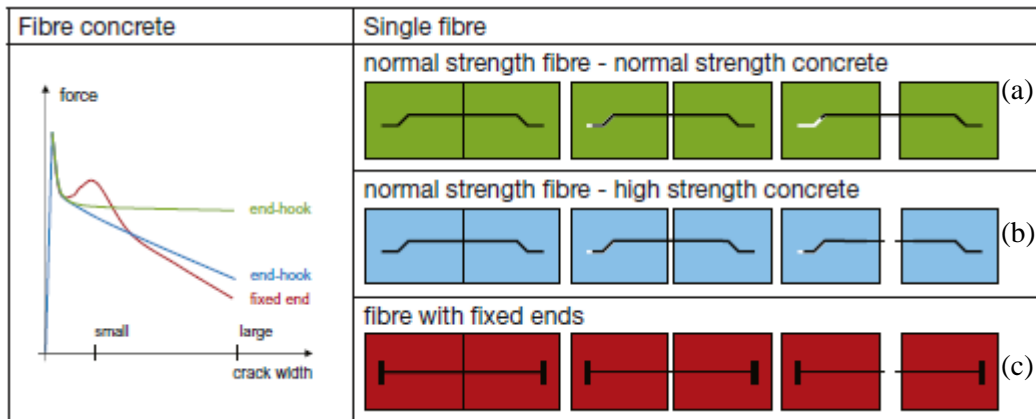


Figura 2.9 – Comportamento ao arrancamento da fibra de aço para três classes de betão, (a) curva tensão - deslocamento para uma fibra com gancho e (b) curva tensão - deslocamento para uma fibra sem gancho [56].

Pelo gráfico da Figura 2.9 é possível constatar que a resistência da ligação entre a fibra e a matriz, não depende unicamente das propriedades das fibras mas também da resistência da matriz sendo que, para maior resistência desta maior é a máxima tensão de arrancamento. No entanto, se a resistência da matriz for muito grande, ou o tipo de ancoragem for muito rígido, a rotura pode não se dar por arrancamento mas sim pela rotura da fibra (ver Figura 2.10).



**Figura 2.10 – Arrancamento de fibras de aço para três tipos de ancoragem, (a) fibra em gancho inserida num betão normal, (b) fibra em gancho inserida num betão de alta resistência e (c) fibra com sistema de ancoragem com rigidez elevada [57].**

De acordo com a Figura 2.10 (a), o arrancamento de fibras em gancho inseridas num betão normal (de resistência até 60 MPa), desenvolve grande força de arrancamento à medida que os deslocamentos aumentam. O mecanismo de arrancamento indicado será aquele no qual, a fibra será arrancada por escorregamento e deformação do gancho, proporcionando um arrancamento mais dúctil.

Contudo, o arrancamento de uma fibra em gancho embutida num betão normal (de resistência até 60 MPa) pode ocorrer de dois modos, uma por escorregamento e outra pela rotura do betão (ver Figura 2.11). Segundo Markovic [40], as possíveis razões pela rotura do betão são: comprimento de fibra embutida na matriz; direção da fibra em relação à força de arrancamento; resistência da matriz.

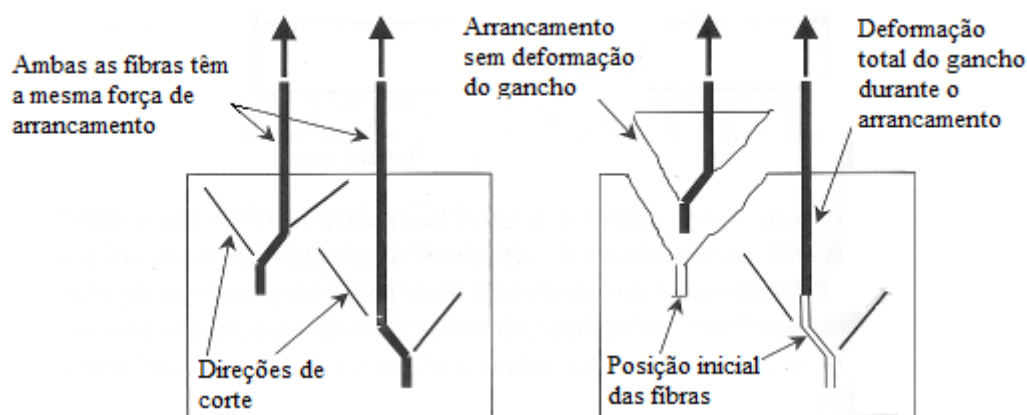


Figura 2.11 – Possibilidades de arrancamento das fibras em gancho, (a) duas fibras embutidas no betão e (b) rotura pelo betão para a fibra com menor embutimento e rotura por escorregamento para a fibra com maior embutimento (adaptado de [40]).

Apresenta-se na Figura 2.12 um modelo da curva tensão-deslocamento para o arrancamento por escorregamento de uma fibra em gancho.

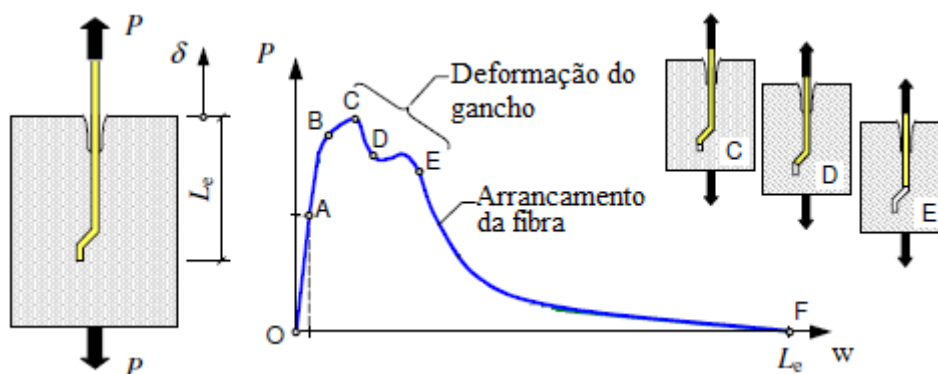


Figura 2.12 – Curva típica tensão-deslocamento no ensaio de arrancamento de uma fibra em gancho (adaptado de [31]).

Pela Figura 2.12, o arrancamento de uma fibra por escorregamento e deformação do gancho é dividido em três fases: (C) escorregamento inicial da fibra com deformação inicial do gancho; (D) escorregamento da fibra com maior deformação do gancho; (E) arrancamento da fibra já com deformação total do gancho.

### 2.3 COMPORTAMENTO À TRAÇÃO DO BRFA

O maior benefício da adição de fibras ao betão é a capacidade de transmitir tensões de tração após a fendilhação da matriz. Para caracterizar o compósito à tração é necessário conhecer a lei tensão-abertura de fenda ( $\sigma-w$ ). A Figura 2.13 ilustra uma curva típica  $\sigma-w$  dividida em quatro fases: fase elástica linear; fase de fendilhação da matriz; fase de microfendas e mobilização das fibras; fase de macrofendas e arrancamento das fibras.

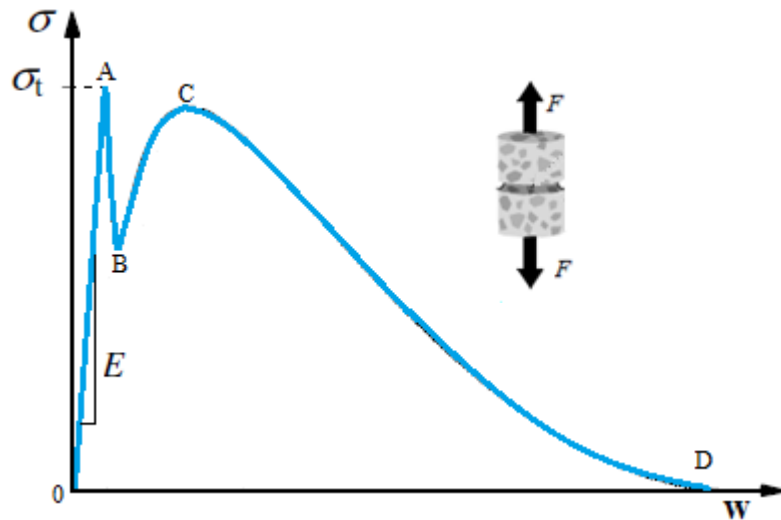


Figura 2.13 – Curva típica tensão-abertura de fenda do BRFA (adaptado de [58]).

Cada trecho da lei  $\sigma$ - $w$  apresentada na Figura 2.13 tem as seguintes descrições:

- **O-A Fase elástica**

A adição de fibras não tem influência na fase elástica linear, esta é influenciada pelo módulo de Young da matriz. Nesta fase, a matriz ainda não fendilhou;

- **A-B Fendilhação da matriz**

Quando as tensões no provete excedem as tensões resistentes de tração da matriz ( $\sigma_t$ ), dá-se a fendilhação da matriz acompanhada com a imediata queda de tensões;

- **B-C Fase microfendas**

Após a fase da fendilhação da matriz e a queda de tensões, as fibras são mobilizadas num processo de endurecimento, até que as tensões transmitidas por meio das fibras atinjam a resistência da ligação da fibra com a matriz;

- **C-D Fase de microfendas**

Esta fase inicia-se quando as tensões mobilizadas pelas fibras, atingem a resistência das suas ligações com a matriz. A partir daí, as fibras são progressivamente arrancadas provocando um aumento da abertura de fenda e a diminuição das tensões transmitidas pelas fibras.

A Figura 2.14 esquematiza a evolução da fendilhação de um provete de BRFA sujeito a tensões de tração. Cada fase de fendilhação da Figura 2.14 faz analogia a lei  $\sigma$ - $w$  da Figura 2.13.

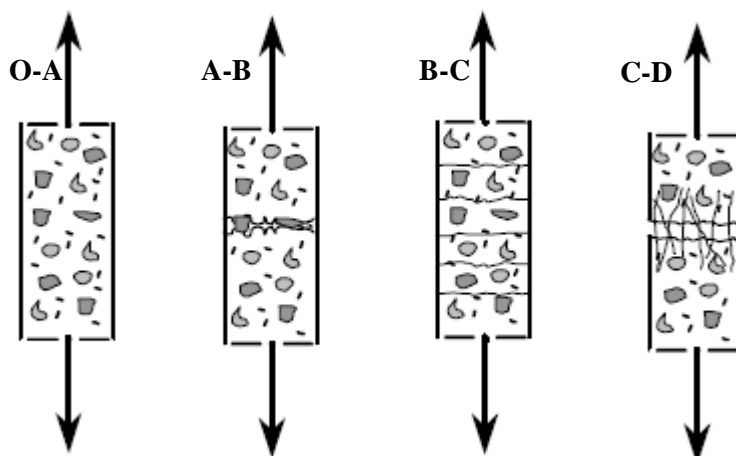


Figura 2.14 – Diferentes fases de fendilhação de um provete de BRFA sujeito à tração uniaxial (adaptado de [31]).

O efeito da quantidade de fibras adicionadas ao betão, tem influência no desempenho do compósito à tração. A Figura 2.15 ilustra curvas  $\sigma$ - $w$  obtidas diretamente num ensaio de tração uniaxial, de betões com diferentes percentagens de fibras.

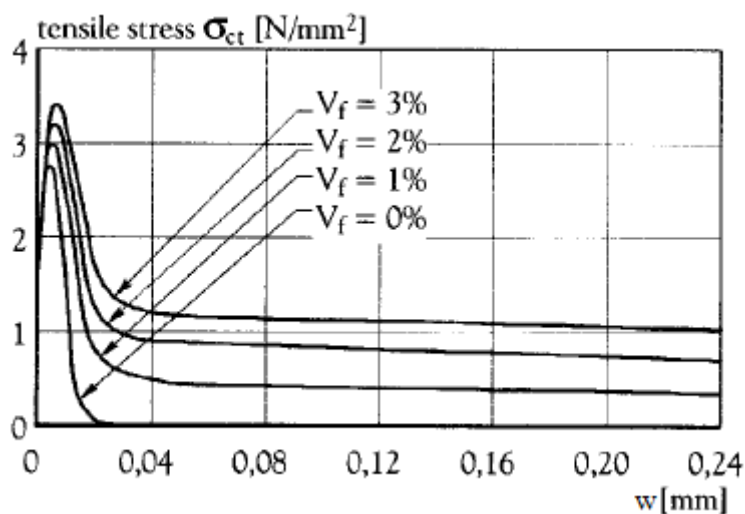


Figura 2.15 – Relações tensão-abertura de fenda para diferentes percentagens de fibras [35].

A diferença de comportamento entre o BRFA e o BS (ver Figura 2.15,  $V_f=0\%$ ) é evidente. As tensões máximas de pico e o comportamento pós-pico, são diretamente proporcionais com as percentagens de fibras adicionadas. Observa-se também, que a fendilhação da matriz dá-se aproximadamente para a mesma tensão independentemente da percentagem de fibras, isto porque a resistência à tração do betão não é alterada pela adição de fibras.

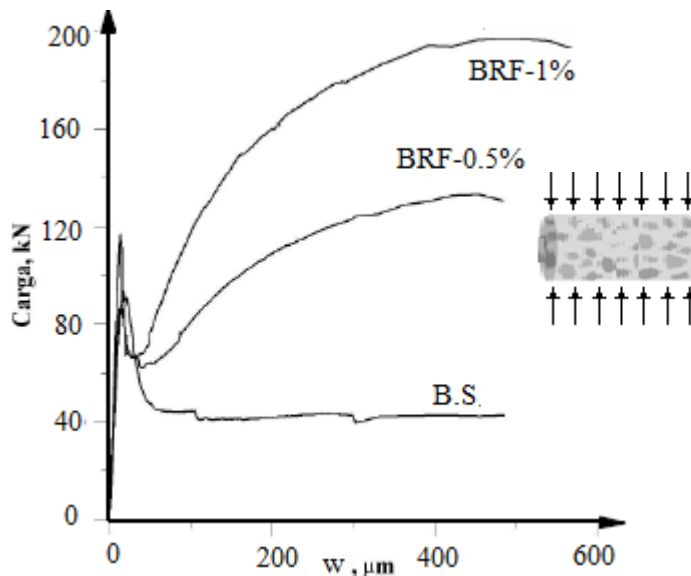
Resumidamente o comportamento pós-fendilhação dos BRFA depende dos seguintes fatores, Ulrix e Ferreira [56]:

- Classe de resistência da fibra;
- Tipo de ancoragem da fibra;
- Esbelteza da fibra;
- Quantidade de fibras;
- Orientação das fibras;
- Classe de resistência do betão.

### 2.3.1 Comportamento à tração por compressão diametral

O ensaio de compressão diametral também conhecido como o ensaio brasileiro, permite de um modo fácil determinar indiretamente a resistência à tração do BS. Este ensaio adaptado ao BRFA, permite obter uma estimativa da resistência à tração do material. Este ensaio sobrestima as tensões de tração do BRFA uma vez que, as fibras se dispõem preferencialmente na direção das tensões de tração.

Na Figura 2.16 encontra-se o resultado dos ensaios à compressão diametral, com provetes cilíndricos constituídos por betões reforçados com diferentes percentagens de fibras.



**Figura 2.16 – Curva carga-abertura de fenda resultante dos ensaios à compressão diametral para BS e BRFA, adaptado de [52].**

Pelo gráfico da Figura 2.16, pode-se observar a existência de uma zona elástica e uma carga de fendilhação comum para todos os materiais, ou seja, independentemente da percentagem de fibras adicionada, a carga para à qual a matriz fendilha é a mesma. Após a fendilhação segue-se o decréscimo da carga, seguindo-se a mobilização das fibras na fase de endurecimento, que aumenta a carga aplicada em função da percentagem de fibras adicionada.

### 2.3.2 Energia de fratura do BRFA

A capacidade de absorção de energia do BRFA é um dos principais benefícios pelo reforço das fibras. A energia de fratura no BRFA é a energia absorvida pelo compósito quando sujeito à tração. Esta energia é determinada como a área sob o diagrama  $\sigma$ - $w$  (ver Figura 2.17).

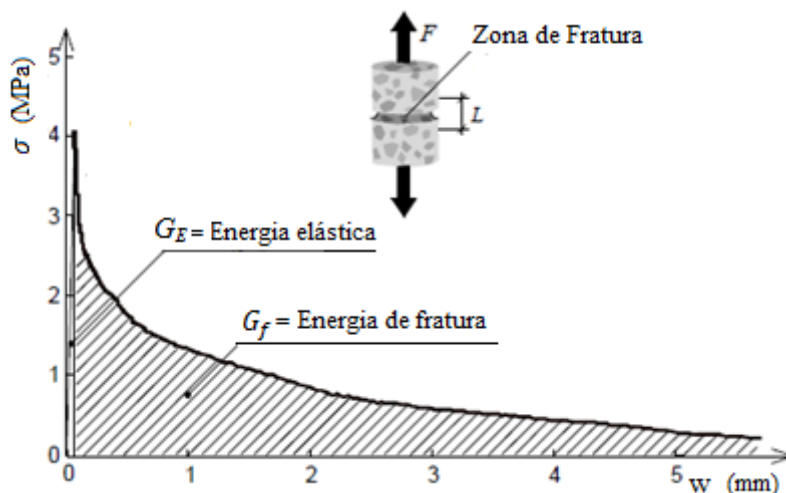


Figura 2.17 – Energia absorvida no ensaio de tração uniaxial com BRFA [20].

A energia absorvida à tração é dividida em duas partes, uma correspondente a fase elástica  $G_E$ , e uma outra correspondente à fase de fratura  $G_F$ . Geralmente, a energia elástica é pequena em relação à de fratura pelo que, a energia total pode ser calculada pela Exp. (2.1).

$$G_f = \int_{w=0}^{w=w_{lim}} \sigma dw \quad (2.1)$$

## 2.4 COMPORTAMENTO À FLEXÃO DO BRFA

A Figura 2.18 apresenta uma curva típica de flexão com BRFA. À semelhança da curva  $\sigma$ - $w$ , a curva  $F$ - $\delta$  é composta por quatro fases: (O-A) fase elástica; (A-B) fase de fendilhação da matriz; (B-C) fase de mobilização das fibras; (C-D) fase de arrancamento das fibras.

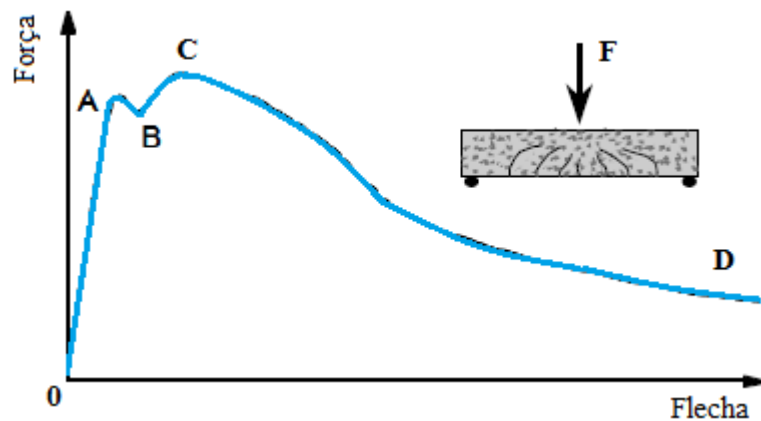


Figura 2.18 – Curva típica força-flecha de um elemento de BRFA sujeito à flexão (adaptado de [20]).

A presença de fibras no betão, permite a redistribuição de tensões de flexão após a fendilhação da matriz. À medida que a fenda de flexão evolui, as tensões de tração vão subindo para a zona de compressão. As tensões de tração são nulas, quando as fibras são arrancadas do betão. (ver Figura 2.19).

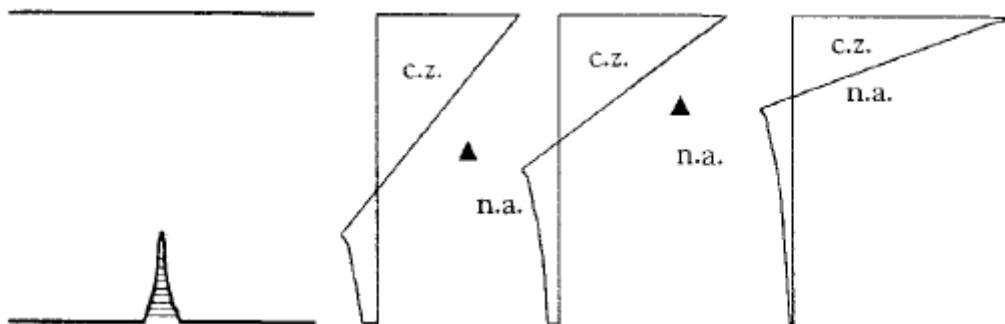


Figura 2.19 – Andamento da distribuição de tensões à medida que a fenda evolui para um elemento de BRFA sujeito à flexão [35].

## 2.5 COMPORTAMENTO À COMPRESSÃO DO BRFA

A adição de BRFA não afeta geralmente a resistência à compressão. Pelo gráfico da Figura 2.20, verifica-se que a resistência à compressão do BS é semelhante à resistência do BRFA. Segundo Kooiman [35], a resistência à compressão do betão não varia muito com a adição de fibras.

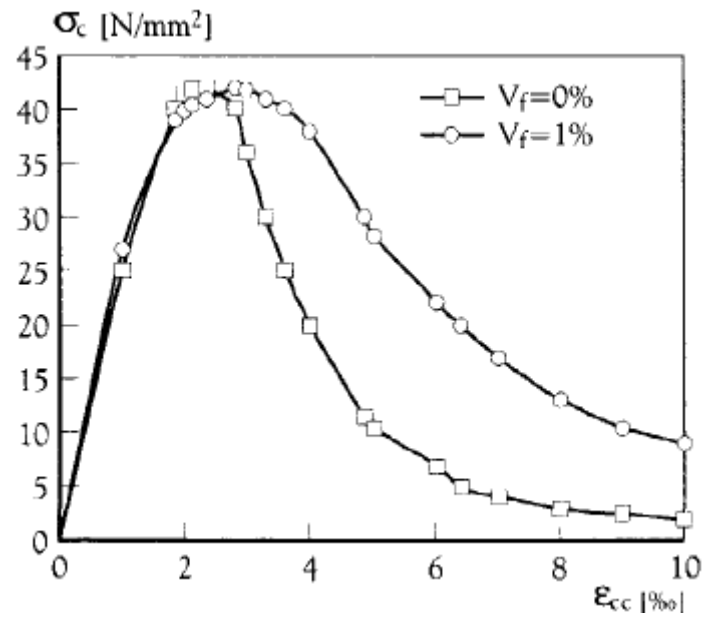


Figura 2.20 – Curvas tensão-extensão à compressão para o BS e BRFA [35].

## 2.6 APLICAÇÕES

O uso do BRFA na construção tem crescido nas últimas décadas, devido as vantagens económicas no custo da mão-de-obra e do material. Atualmente os principais campos de aplicação com BRFA são os seguintes, Vitt [57]:

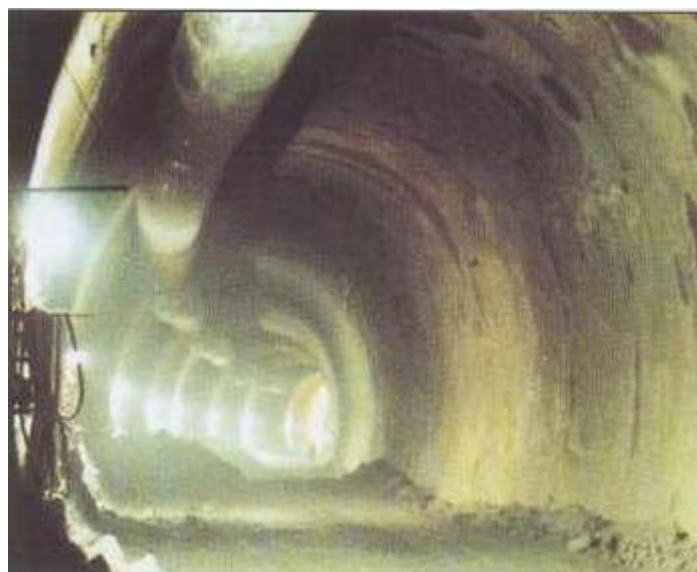
- Pavimentos;
- Betão projetado;
- Prefabricação;
- Reforço estrutural.

Segue-se a exibição de algumas aplicações com BRFA. Na Figura 2.21, apresenta-se um exemplo de aplicação do BRFA num pavimento térreo. A adição de fibras de aço ao betão simples, permitiu dispensar a armadura convencional e reduzir o tempo de execução e de mão-de-obra.



**Figura 2.21 – Lançamento de BRFA na execução de um pavimento térreo [45].**

Na Figura 2.22 apresenta-se um túnel revestido com BRFA. A aplicação de BRFA projetado para o revestimento de túneis, agiliza o processo construtivo e proporciona maior segurança à obra.



**Figura 2.22 – Revestimento em BRFA do interior de um túnel [57].**

Na Figura 2.23 apresentam-se segmentos de túneis com BRFA. O reforço das fibras permitiu reduzir a armadura convencional e fazer aduelas de secções mais reduzidas. A distribuição tridimensional das fibras, permite melhorar a eficácia dos segmentos nomeadamente na resistência à flexão e ao corte.



**Figura 2.23 – Segmento de túneis em BRFA [57].**

Na Figura 2.24 apresenta-se a aplicação de BRFA na fabricação de tubos. A aplicação de BRFA em tubos permite um aumento da produtividade, a redução de mão-de-obra e produção de elementos com secções mais reduzidas.



**Figura 2.24 – Tubos em BRFA [57].**

Na Figura 2.25 apresenta-se um viaduto construído com utilização de BRFA. A utilização das fibras permitiu reduzir a armadura convencional e obter uma secção do tabuleiro com espessura de 0.25 m, em vez dos 0.75 m sem utilização de fibras.



**Figura 2.25 – Viaduto situado em Bourg-lès-Valence constituído por BRFA [54].**

## **CAPÍTULO 3**

# **DETERMINAÇÃO DO COMPORTAMENTO À TRAÇÃO DO BRFA**

### **3.1 INTRODUÇÃO**

Este capítulo apresenta de uma forma resumida os métodos experimentais e analíticos, que estão na base da caracterização do comportamento à tração do BRFA. Este capítulo é constituído por duas partes: uma em que se apresentam alguns dos ensaios normalizados para a sua caracterização; e uma outra parte que contém as diferentes abordagens adoptadas por alguns autores, para determinar a lei tensão-abertura de fenda ( $\sigma$ -w) do BRFA.

#### **3.1.1 Considerações gerais**

A introdução de fibras metálicas ao betão tem como objetivo melhorar o comportamento pós-fendilhação do betão. As fibras possibilitam a transferência de tensões através das fendas, permitindo a mobilização de tensões após a fendilhação do betão. A fim de tirar partido da adição de fibras no betão, é necessário determinar a lei constitutiva do material nomeadamente a lei  $\sigma$ -w.

### **3.2 NORMALIZAÇÃO DOS ENSAIOS DE CARACTERIZAÇÃO DO BRFA**

#### **3.2.1 Introdução**

Ao longo dos anos foram surgindo normas que regularizam os ensaios experimentais que servem de base, para caracterizar o comportamento à tração do BRFA. Nesta secção apresenta-se, um resumo de quatro ensaios normalizados para a caracterização do betão reforçado com fibras. Dos quatro ensaios apresentados têm-se, três ensaios de flexão e um ensaio de tração uniaxial.

(1) NP EN 14488-5 -Ensaio de Flexão em Painéis Quadrados

A norma NP EN 14488-5 [26], estabelece todo o processo de ensaio à flexão de um painel quadrado em BRFA. Este ensaio intitula-se como um ensaio da determinação da capacidade de absorção de energia, mas também serve para determinar indiretamente a lei constitutiva do material com base na resposta força-flecha ( $F-\delta$ ).

Esta norma propõe um ensaio à flexão de um painel de dimensões  $600 \times 600 \times 100 \text{ mm}^3$ , apoiado em toda a envolvente com um vão de 500 mm (ver Figura 3.1). No centro do painel aplica-se uma carga pontual ( $F$ ) vertical por meio de uma placa de aço, com dimensão  $100 \times 100 \times 20 \text{ mm}^3$ . O registo da flecha é realizado por meio de um transdutor de deslocamento LVDT no centro do painel. A taxa de aplicação da força é de 1.5 mm/min. A Figura 3.1 ilustra o esquema de ensaio.

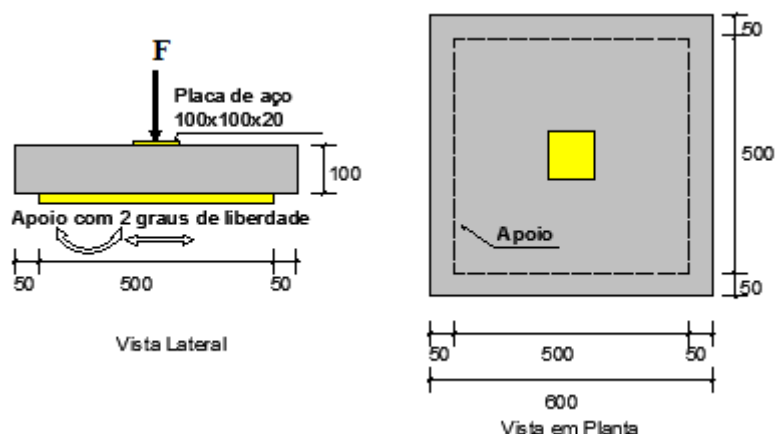


Figura 3.1 – NP EN 14488 - ensaio de flexão em painel quadrado, adaptado de [26]. (desenho sem escala e dimensões em mm)

(2) ASTM C 1550-Ensaio de Flexão em Painéis Redondos

Para a determinação da capacidade de absorção de energia do BRFA, a norma americana ASTM C1550 [2] propõe o ensaio à flexão num painel circular apoiado em três pontos simetricamente dispostos, com uma força pontual aplicada verticalmente no centro do painel.

O painel tem diâmetro de 800 mm e uma espessura de 80 mm (ver Figura 3.2). A aplicação da carga é feita a uma velocidade de 0.4 mm/min. Os resultados a extrair são as relações entre a força e a flecha.

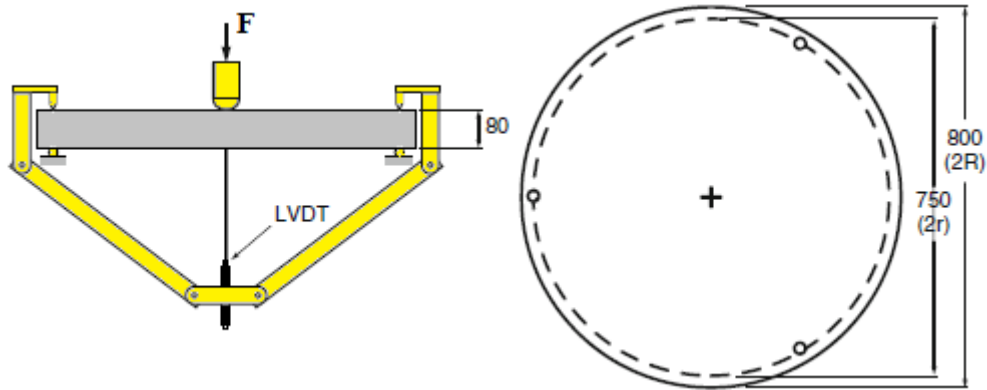


Figura 3.2 – ASTM C1550 - ensaio de flexão num painel circular, adaptado de [2]. (desenho sem escala e dimensões em mm)

(3) EN 14651:2005-Ensaio de Flexão numa Viga Entalhada

A norma EN 14651:2005 [18] propõe um ensaio à flexão numa viga. Esta norma centra-se na determinação das tensões residuais em flexão.

As dimensões da viga são de  $600 \times 150 \times 150 \text{ mm}^3$ , e é apoiada em dois rolos metálicos de 30 mm de diâmetro afastados 500 mm entre si. Com o objetivo de localizar a fenda a meio vão, realiza-se três dias antes do ensaio um corte com uma profundidade de 25 mm. No centro, aplica-se uma carga vertical pontual por meio de um cilindro com 30 mm de diâmetro, a uma taxa de 0.05 mm/min. A Figura 3.3 ilustra o esquema de ensaio.

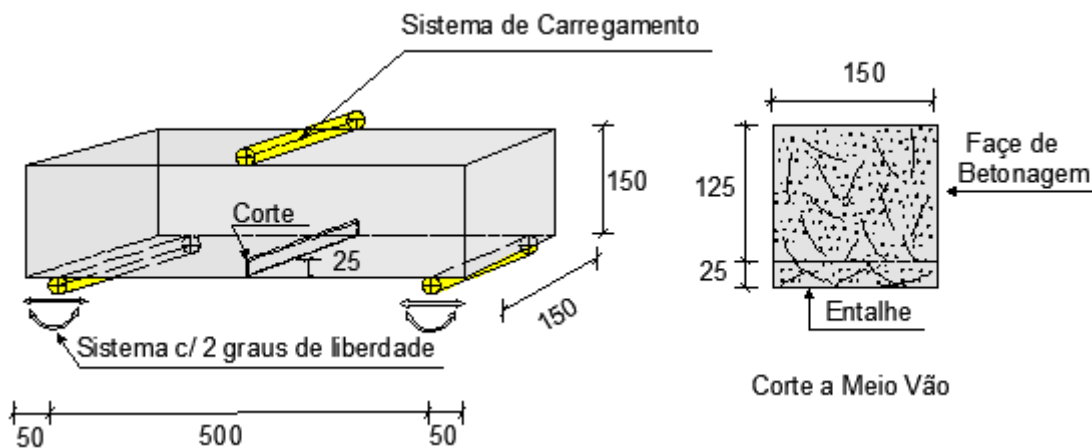


Figura 3.3 – EN 14651- ensaio à flexão na viga entalhada, adaptado de [18]. (desenho sem escala e dimensões em mm)

O resultado dos ensaios a extrair são as curvas força-flecha ( $F-\delta$ ), e em opção poderá ser medido a abertura de fenda na boca do entalhe (ABE) e com isto traçar a curva força abertura de fenda ( $F-ABE$ ). Esta norma estabelece o cálculo das tensões residuais em flexão pela Exp. (3.1).

$$f_{R,j} = \frac{3}{2} \cdot \frac{F_j \cdot l}{b \cdot h_{sp}^2} \quad (3.1)$$

em que:

- $f_{R,j}$  é as tensões de tração residuais em flexão correspondente a  $ABE = ABE_j$  para  $j=1,2,3,4$ , em MPa (ver Figura3.4);
- $F_j$  é a força correspondente a  $ABE = ABE_j$  para  $j=1,2,3,4$ , em Newtons (ver Figura3.4);
- $l$  é ao vão da viga, em milímetros;
- $b$  é a largura da secção da viga, em milímetros;
- $h_{sp}$  é a distância entre a ponta do entalhe e o topo da viga, em milímetros,

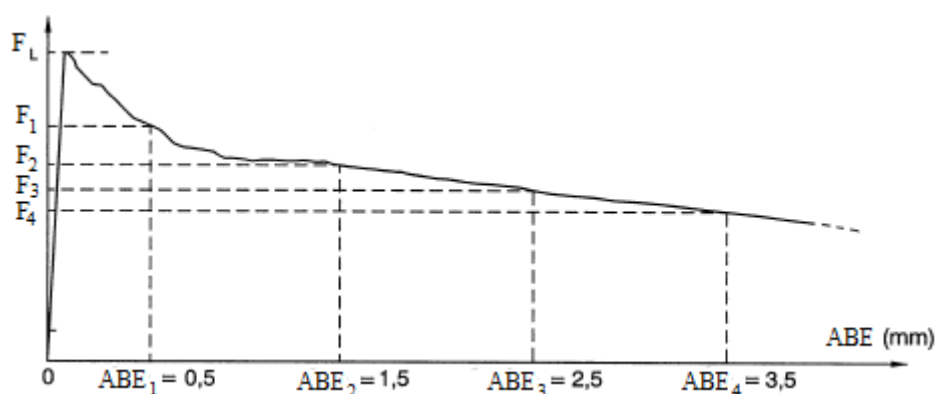


Figura 3.4 – EN 14651-método de cálculo das tensões residuais à flexão (adaptado de [18]).

Do gráfico da Figura 3.4  $F_L$  é a força correspondente ao limite de proporcionalidade, segundo a norma EN 14651 [18] esta força corresponde a  $ABE = 0.05$  mm.

#### (4) RILEM 162-TDF-Tração Uniaxial em Cilindros

O ensaio à tração uniaxial que RILEM 162-TDF propôs, consiste num provete cilíndrico de BRFA sujeito à tração uniaxial (ver Figura 3.5). O provete tem comprimento entre 100 a 120 mm e um diâmetro de 85 mm. Para localizar a fenda no meio do provete, efectua-se um corte em toda a sua envolvente com 3 mm de largura e 8.5 mm de profundidade. A força de tração uniaxial é aplicada a uma velocidade de 0.005 mm/min.

Este ensaio permite obter diretamente a lei constitutiva do material, uma vez que o resultado experimental obtido é a lei  $\sigma$ -w.

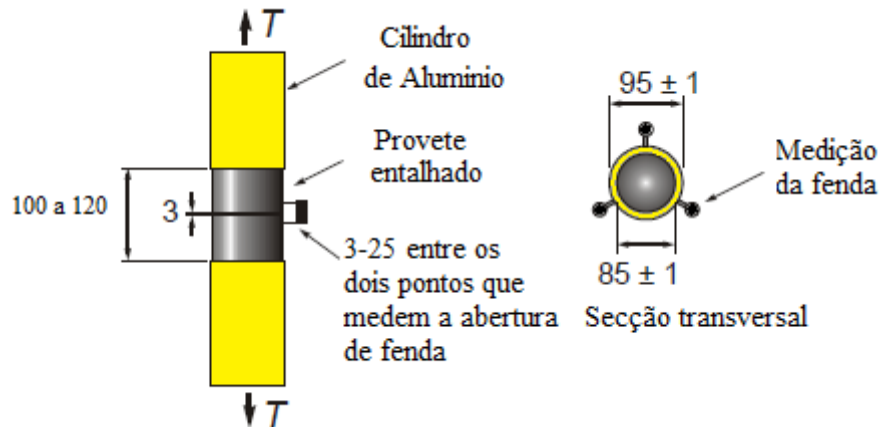


Figura 3.5 – RILEM 162-TDF - ensaio de tração uniaxial [49]. (desenho sem escala e dimensões em mm)

### 3.2.2 Vantagens e desvantagens das normas apresentadas

A qualidade de um teste de caracterização é definido por critérios que incluem, a variabilidade dos resultados e a sua representatividade para o fim a que se destina. O Quadro 3.1 apresenta as vantagens e desvantagens dos ensaios de caracterização que foram anteriormente apresentados.

Quadro 3.1 – Vantagens e desvantagens dos ensaios de caracterização apresentados (adaptado de [15]).

Ensaio de Caracterização do BRFA	Vantagens +	Desvantagens -
<b>NP EN 14488-Painel quadrado</b>	Grande volume de betão testado e menor variação dos resultados em relação as vigas entalhadas	Necessidade de aplicar AI para obter a lei $\sigma$ -w
<b>ASTM C 1550-Painel redondo</b>	Grande volume de betão testado e menor variação de resultados em relação aos painéis quadrados	Necessidade de aplicar AI para obter a lei $\sigma$ -w
<b>EN 14651-Viga entalhada</b>	Facilidade de realizar o ensaio	Necessidade de aplicar AI para obter a lei $\sigma$ -w, quantidade relativamente pequena de betão testado e maior variação nos resultados em relação aos painéis
<b>RILEM 162-TDF-Ensaio à tração uniaxial</b>	Determinação direta da lei $\sigma$ -w	Quantidade relativamente pequena de betão testado e exige muita rigidez do sistema de ensaio

### 3.3 INVESTIGAÇÃO REALIZADA SOBRE A CARACTERIZAÇÃO DO BRFA

#### 3.3.1 Introdução

As investigações realizadas nos últimos anos indicam que o principal benefício da adição de fibras ao betão é o aumento das tensões residuais após a fendilhação. Neste sentido, têm-se desenvolvido trabalhos no âmbito da caracterização do BRFA tendo por base ensaios de flexão.

De seguida, descrevem-se os trabalhos científicos mais importantes, publicados na área da caracterização do comportamento à tração do BRFA.

#### (1) Zhang e Stang

Os autores Zhang e Stang [61] desenvolveram um método analítico, que prevê o comportamento do BRFA à tração através dos ensaios à flexão, baseado na mecânica da fratura. O modelo baseia-se na determinação da lei  $\sigma$ - $w$  através de um processo iterativo, até que a curva  $F$ - $\delta$  numérica seja igual à experimental. O método proposto pelo autor é abordado no Capítulo 5.

Os autores realizaram ensaios à flexão com vigas de dimensões  $420 \times 100 \times 100$  mm<sup>3</sup>, simplesmente apoiadas com um vão de 400 mm. Foram usados dois tipos de mistura (ver Quadro 3.2) que diferem no tipo de fibra utilizada. Uma das misturas tinha fibras rectas de diâmetro 0.4 mm e comprimento de 25 mm, e outra mistura tinha fibras em gancho com 0.5 mm de diâmetro e 30 mm de comprimento.

**Quadro 3.2 – Propriedades da mistura utilizada por Zhang e Stang [61].**

Constituintes	Quantidades
Cimento	500 Kg/m <sup>3</sup>
Areia	810 Kg/m <sup>3</sup>
Brita	810 Kg/m <sup>3</sup>
Superplastificante	3.25 Kg/m <sup>3</sup>
Água	237.5 Kg/m <sup>3</sup>
Fibras rectas e Fibras em gancho	78.4 Kg/m <sup>3</sup>

#### *Principais resultados e conclusões do estudo de Zhang e Stang*

Os resultados da análise inversa (AI), foram comparados com os resultados dos ensaios experimentais à tração uniaxial. Os gráficos da Figura 3.6 exibem as leis constitutivas ( $\sigma$ - $w$ ) para as duas misturas.

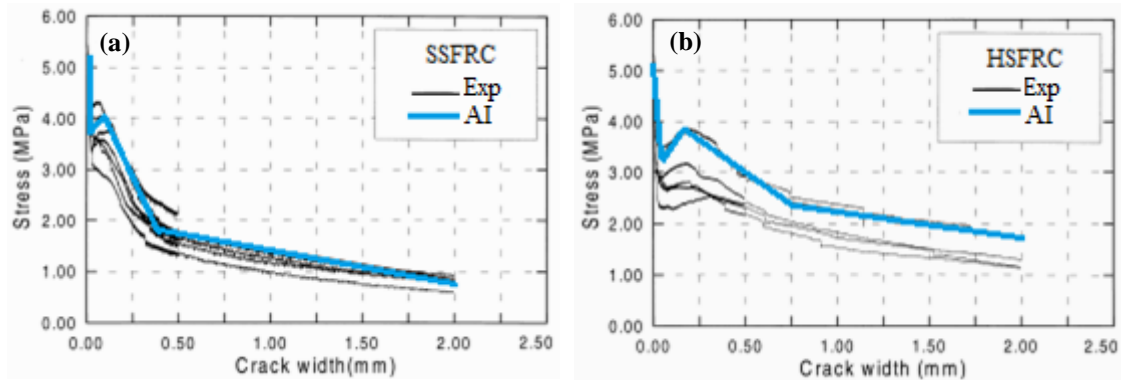


Figura 3.6 – Lei constitutiva  $\sigma$ - $w$ , (a) lei para fibras rectas e (b) lei para fibras em gancho [61].

Na Figura 3.6 as curvas AI e Exp, correspondem aos resultados da análise inversa e dos resultados à tração uniaxial respetivamente. Como se pode constatar, os valores obtidos da AI são menores que nos resultados experimentais, porque as fibras tendem a ter uma distribuição nas vigas preferencialmente na direção longitudinal, favorecendo a mobilização de tensões nas direções principais. A utilização de fibras com gancho proporciona um melhor comportamento pós-fendilhação (ver Figura 3.6 (b)) devido, ao mecanismo de ancoragem proporcionado pelo gancho.

## (2) Marti et al.

No estudo de Marti *et al.* [41] foram realizados três tipos de ensaios à flexão para caracterizar o BRFA. Foram ensaiados à flexão vigas, painéis quadrados e painéis redondos, para diferentes misturas de BRFA. O objetivo foi determinar a lei constitutiva do material a partir dos ensaios à flexão realizados.

A lei constitutiva do material é calculada com base em duas abordagens. A primeira abordagem é determinar a lei  $\sigma$ - $w$  por meio de uma expressão teórica. A segunda abordagem é calibrar a mesma expressão teórica com os resultados experimentais à flexão. Apresentam-se na Figura 3.7 os três tipos de ensaios à flexão realizados pelo autor.

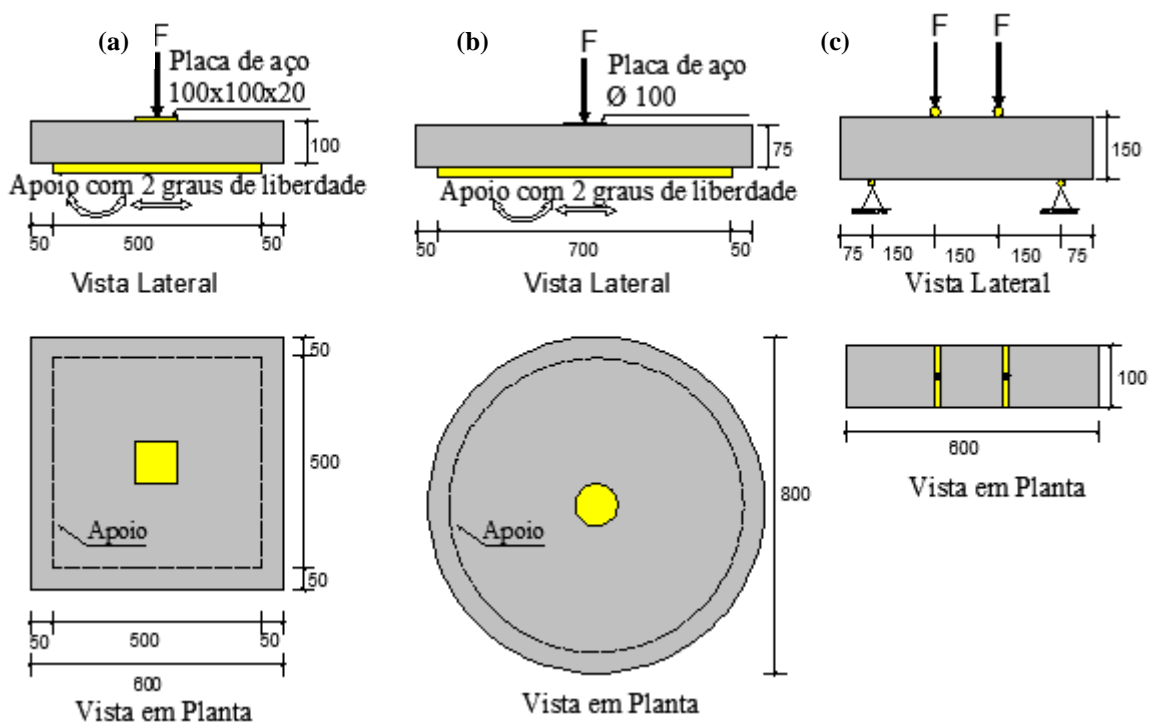


Figura 3.7 – Esquema dos três tipos de ensaios realizados por Marti *et al.* [41], (a) ensaio à flexão em painel quadrado, (b) ensaio à flexão em painel circular e (c) ensaio à flexão em viga (desenho sem escala e dimensões em mm).

Nos ensaios à flexão foram usados diferentes misturas de BRFA com um único tipo de fibra em gancho, com um comprimento de 30 mm e 0.5 mm de diâmetro. Por cada mistura do Quadro 3.3, foram realizados cinco ensaios à flexão em vigas e cinco ensaios à flexão em painéis redondos. Para a primeira mistura do Quadro 3.3, foram realizados doze ensaios à flexão em painéis quadrados.

Quadro 3.3 – Propriedades da mistura utilizada por Marti *et al.* [41].

Mistura	1	2	3	4	Unidades
Agregado	Natural e Britado			Britado	
Dimensão máxima do Agregado	16			8	mm
Tipo de Cimento	Preso Normal			Preso Rápida	
Quantidade de Cimento	420			425	Kg/m <sup>3</sup>
Resistência à compressão em cilindros	35			45	MPa
Fibra Dramix®	RC 60/30 (30 × 0.5 mm)				
Quantidade de fibra	40	90	40	50	Kg/m <sup>3</sup>

Segue-se a apresentação da abordagem usada por Marti *et al.* [41] para a determinação da lei constitutiva do BRFA.

### 1º Análise geral

No caso de um provete sujeito à tração uniaxial com secção unitária, à tensão inicial ( $\sigma_0$ ) imediatamente antes da fendilhação é dada pela Exp. (3.2).

$$\sigma_0 = \frac{\rho_f \cdot l_f \cdot \tau_b}{2 \cdot d_f} \quad (3.2)$$

em que:

- $\rho_f$  é a percentagem de fibras;
- $l_f$  é o comprimento da fibra;
- $d_f$  é o diâmetro da fibra;
- $\tau_b$  é tensão resistente ao corte do betão dada pela Exp. (3.3).

$$\tau_b = 2 \cdot f_{ctm} = 0.6 \cdot (f_{cm})^{2/3} \quad (3.3)$$

em que:

- $f_{ctm}$  é a resistência média à tração uniaxial do betão simples;
- $f_{cm}$  é a resistência média à compressão em provetes cilíndricos do betão simples.

Num elemento de BRFA com uma superfície de fenda unitária e abertura de fenda inicial nula ( $w=0$ ), a tensão nas fibras é dada por  $\sigma_0$ . À medida que a fenda abre ( $w > 0$ ), as tensões transmitidas através das fibras tendem para zero. Quando abertura da fenda for igual a metade do comprimento da fibra utilizada ( $w = l_f/2$ ), a tensão transmitida pelas fibras é nula (ver Figura 3.8).

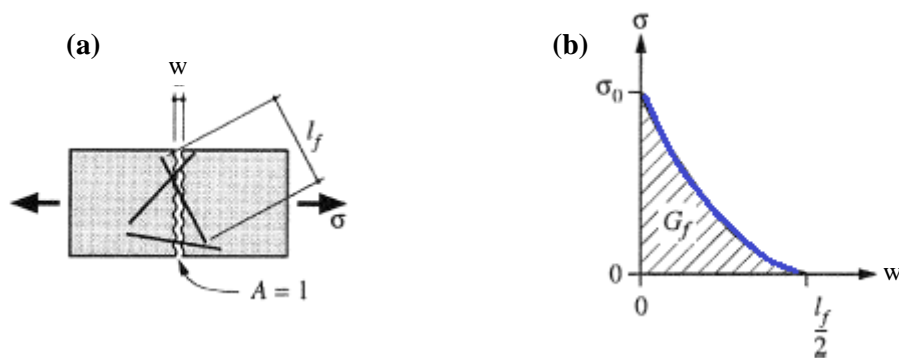


Figura 3.8 – Ensaio de tração uniaxial, (a) abertura de fenda com superfície unitária e (b) lei  $\sigma$ - $w$  [41].

A lei que define a variação das tensões de tração no compósito em função da abertura de fenda, é dada pela Exp. (3.4).

$$\sigma(w) = \sigma_0 \cdot \left(1 - 2 \cdot \frac{w}{l_f}\right)^2 \quad (3.4)$$

Esta primeira aproximação consiste em determinar a lei  $\sigma$ - $w$  pela expressão 3.7, atribuindo valores de  $w$  entre 0 e  $l_f/2$ .

### 2º Análise aproximada.

Agora considerando à flexão um elemento com altura  $h$  e com uma tensão de compressão de  $0.85f_{cm}$  a 80% da altura de compressão, e assumindo que abertura de fenda máxima é metade do comprimento da fibra ( $l_f/2$ ), a rotação do elemento é dada pela Exp. (3.5) (ver Figura 3.9).

$$\theta(h-z) = \frac{\xi \cdot l_f}{2} \quad (3.5)$$

em que:

- $l_f$  é o comprimento da fibra;
- $\xi$  é o parâmetro que faz variar a abertura de fenda

Nota: Para  $\xi=1$  implica que todas as fibras tenham sido arrancadas

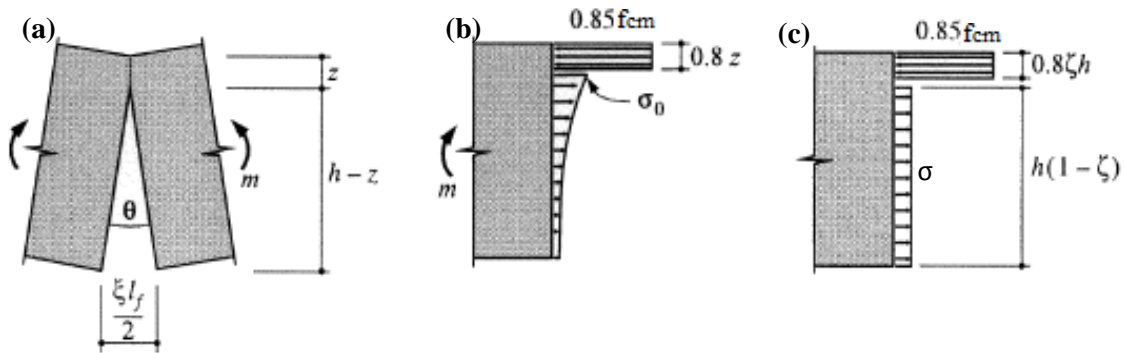


Figura 3.9 – Flexão, (a) rotação, (b) distribuição de tensões e (c) distribuição de tensões assumida [41].

Para  $0 \leq \xi \leq 1$ , a altura da zona comprimida ( $z$ ) é representada pela Exp. (3.6).

$$z = \frac{h}{1 + \frac{2.04 \cdot f_{cm}}{\sigma_0 \cdot (3 - 3 \cdot \xi + \xi^2)}} \quad (3.6)$$

O momento associado por unidade de largura é dado pela Exp. (3.7)

$$m = 0.68 \cdot f_{cm} \cdot z \cdot \left[ 0.6 \cdot z + (h-z) \frac{6 - 8 \cdot \xi + 3 \cdot \xi^2}{12 - 12 \cdot \xi + 4 \cdot \xi^2} \right] \quad (3.7)$$

Para  $\xi > 1$ , a altura da zona comprimida e o momento por unidade de largura, são dados através da Exp. (3.8) e Exp. (3.9) respetivamente.

$$z = \frac{h}{1 + \frac{2.04 \cdot f_{cm} \cdot \xi}{\sigma_0}} \quad (3.8)$$

$$m = 0.68 \cdot f_{cm} \cdot z \cdot \left[ 0.6 \cdot z + \frac{(h - z)}{4 \cdot \xi} \right] \quad (3.9)$$

Assumindo a distribuição de tensões da Figura 3.9 (c) e fazendo o equilíbrio de forças na secção, a tensão de tração após a fendilhação da matriz é dada pela Exp. (3.10).

$$\sigma = f_{cm} \cdot \frac{0.68 \cdot \zeta}{1 - \zeta} \quad (3.10)$$

Com  $\zeta$  dado pela Exp. (3.11).

$$\zeta = \sqrt{6.25 + \frac{m}{0.068 \cdot h^2 \cdot f_{cm}}} - 2.5 \quad (3.11)$$

Com base nos resultados experimentais aplica-se o método das linhas de rotura e determina-se a rotação  $\theta$  e o respetivo momento  $m$ , para as vigas e painéis.

Para oito linhas de rotura no painel quadrado, a rotação do painel é dada pela Exp. (3.12).

$$\theta = \frac{2 \cdot \delta \sqrt{2 - \sqrt{2}}}{L} \quad (3.12)$$

em que:

- $\delta$  - flecha;
- $L$  - vão do painel.

E o momento por unidade de comprimento associado a rotação da Exp. (3.12), é dado pela Exp. (3.13).

$$m = \frac{F \cdot L}{16 \cdot (\sqrt{2} - 1) \cdot (L + 2 \cdot c)} \quad (3.13)$$

Em que  $c$  é o comprimento do bordo livre do painel. Para o caso do painel apresentar 4 linhas de rotura, a rotação é dada através da Exp. (3.14).

$$\theta = \frac{2 \cdot \delta \cdot \sqrt{2}}{L} \quad (3.14)$$

E o momento por unidade de comprimento associado a rotação da Exp. (3.14), é dado pela Exp. (3.15).

$$m = \frac{F \cdot L}{8 \cdot (L + 2 \cdot c)} \quad (3.15)$$

Se o número de fendas se situar entre quatro a oito, faz-se uma interpolação para a determinação das rotações e momentos.

Consoante o número de linhas de roturas obtidas experimentalmente no painel sujeito à flexão, determina-se as rotações e os momentos para obter o parâmetro  $\zeta$  pela Exp. (3.11). Com o parâmetro  $\zeta$  calculado, determina-se a tensão à tração  $\sigma$  pela Exp. (3.10). Por meio das rotações calculadas, obtêm-se a abertura de fenda  $w$  pela Exp. (3.16). Com os valores de  $\sigma$  e  $w$  calculados obtêm-se a curva  $\sigma$ - $w$ .

$$w = \theta \cdot h \quad (3.16)$$

É apresentado um resumo no Quadro 3.4 das rotações e momentos calculados por meio das linhas de roturas, para todos os ensaios realizados por Marti *et al.* [41].

**Quadro 3.4 – Expressões dos momentos e rotações obtidas pelo método das linhas de rotura [41].**

Espécimes	m [kN.m/m]	$\theta$ [rad]
Painéis quadrados com 4 fendas	$\frac{F \cdot L}{8 \cdot (L + 2 \cdot c)}$	$\frac{2 \cdot \delta \cdot \sqrt{2}}{L}$
Painéis quadrados com 8 fendas	$\frac{F \cdot L}{16 \cdot (\sqrt{2} - 1) \cdot (L + 2 \cdot c)}$	$\frac{2 \cdot \delta \cdot \sqrt{2 - \sqrt{2}}}{L}$
Painéis Redondos Com n fendas	$\frac{F \cdot (L \cdot \cos(\frac{\pi}{n}))}{2 \cdot n \cdot (L + 2 \cdot c) \cdot \sin(\frac{\pi}{n})}$	$\frac{4 \cdot \sin(\frac{\pi}{n})}{L \cdot \cos(\frac{\pi}{n})}$
Vigas	$\frac{F \cdot l}{6 \cdot b}$	$\frac{6 \cdot \delta}{l}$

*Principais resultados e conclusões do estudo de Marti et al.*

Os gráficos da Figura 3.10 apresentam as curvas tensão em função da taxa de rotação, para a primeira mistura de BRFA do Quadro 3.3.

Como se pode observar, a primeira análise conduz a resultados mais conservativos em relação à segunda análise. O ensaio que teve maior dispersão de resultados foi nas vigas, por outro lado, os ensaios em painéis redondos foi dos que apresentaram menor dispersão de resultados.

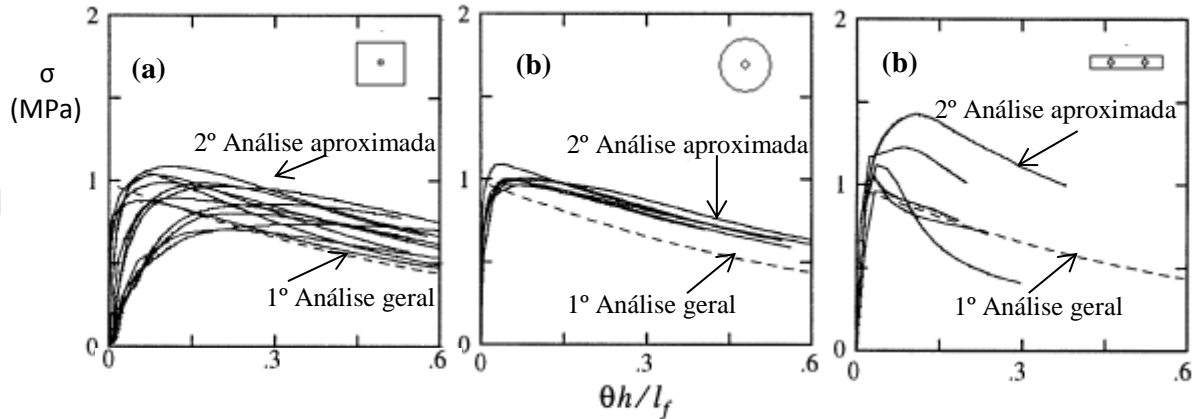


Figura 3.10 – Curvas tensão em função da taxa de rotação ( $\theta h/l_f$ ) para a mistura 1, (a) ensaio em painel quadrado, (b) ensaio em painel redondo e (c) ensaio em viga, adaptado de [41].

(3) Montaignac et al.

Os autores Montaignac *et al.* [42] realizaram um trabalho que se baseou na caracterização experimental do BRFA, através de três tipos de ensaios distintos: ensaio à flexão em vigas entalhadas (notched beam, NB) segundo EN 14651 [18]; ensaio à flexão em painéis circulares (round panel, RP) segundo ASTM C 1550 [2]; e ensaio à tração uniaxial (uniaxial test, UT) segundo a norma RILEM 162-TDF [49]. Com base nos resultados à flexão  $F-\delta$ , elaboraram uma AI baseada na teoria de Zhang e Stang [61] para obter a lei constitutiva ( $\sigma-w$ ). A lei obtida pela AI, foi comparada com a lei obtida diretamente no ensaio à tração uniaxial. A Figura 3.11 ilustra a abordagem do autor para a determinação da lei constitutiva do BRFA.

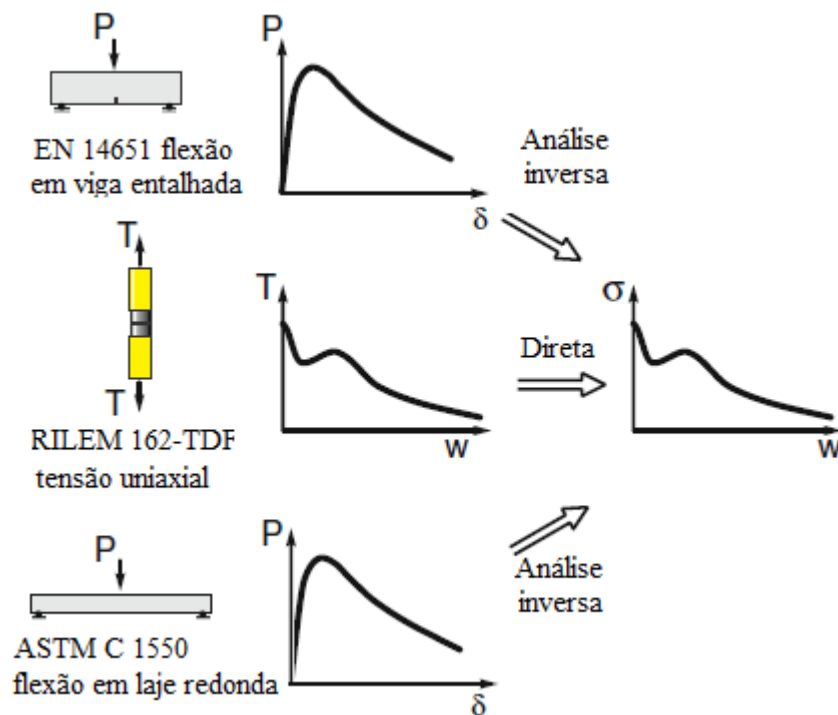


Figura 3.11 – Abordagem para a determinação da lei constitutiva pelo autor Montaignac *et al.* [42].

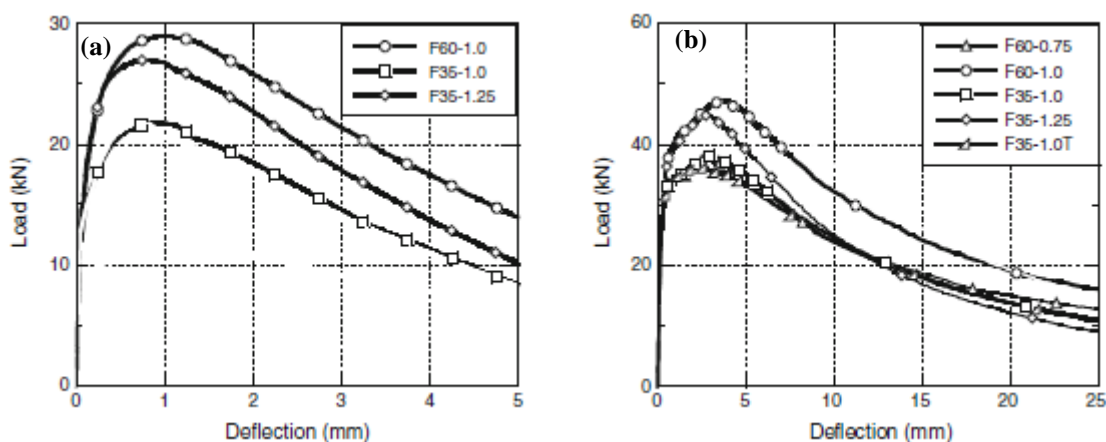
Foram utilizadas cinco tipos de misturas com dois tipos de fibras da marca comercial DRAMIX, RC80/60 BN e RC65/35 BN. O Quadro 3.5 apresenta as misturas utilizadas nos ensaios. As vigas não foram ensaiadas para as misturas F60-0.75 e F35-1.0T.

**Quadro 3.5 – Propriedades das misturas utilizadas por Montaignac *et al.* [42].**

Mistura	F60-0.75	F60-1.0	F35-1.0	F35-1.0T	F35-1.25
Cimento (kg/m <sup>3</sup> )	400	450	400	500	400
Água (kg/m <sup>3</sup> )	176	198	176	208	176
Areia (kg/m <sup>3</sup> )	920	854	913	867	907
Agregado 1 (kg/m <sup>3</sup> )	832	788	830	-	826
Agregado 2 (kg/m <sup>3</sup> )	-	-	-	676	-
Plastificante (kg/m <sup>3</sup> )	7.3	8.5	8.0	10.9	8.0
Fibra Dramix®	RC80/60	RC80/60	RC65/35	RC65/35	RC65/35
Percentagem (%)	0.75	1.0	1.0	1.0	1.25
Água/cimento	0.44	0.44	0.44	0.42	0.44
Fcm (MPa)	58.2	63.2	46.9	46.9	56.1
E (Gpa)	32.9	34.0	33.5	27.4	33.4
$\nu$	0.22	0.25	0.23	0.24	0.24

*Principais resultados e conclusões do estudo de Montaignac et al.*

A Figura 3.12 apresenta os resultados experimentais F- $\delta$ . Para percentagens semelhantes de fibras, observa-se que para fibras de 60 mm de comprimento (F60), a resposta pós-fendilhação é maior quando comparada com as fibras de 35 mm de comprimento (F35). As fibras de 35 mm conferem menos ancoragem logo, as forças de flexão que conseguem mobilizar após a fendilhação da matriz são menores.



**Figura 3.12 – Resultados à flexão F- $\delta$ , (a) viga segundo RILEM 162-TDF e (b) painel redondo segundo ASTM C469 [42].**

As Figuras 3.13 e 3.14 apresentam a lei constitutiva do material ( $\sigma$ - $w$ ) obtida pela análise inversa, através dos ensaios à flexão nas vigas (notched beam NB) e painéis redondos (round panel RP), e a lei obtida diretamente pelo ensaio à tração uniaxial (uniaxial test UT).

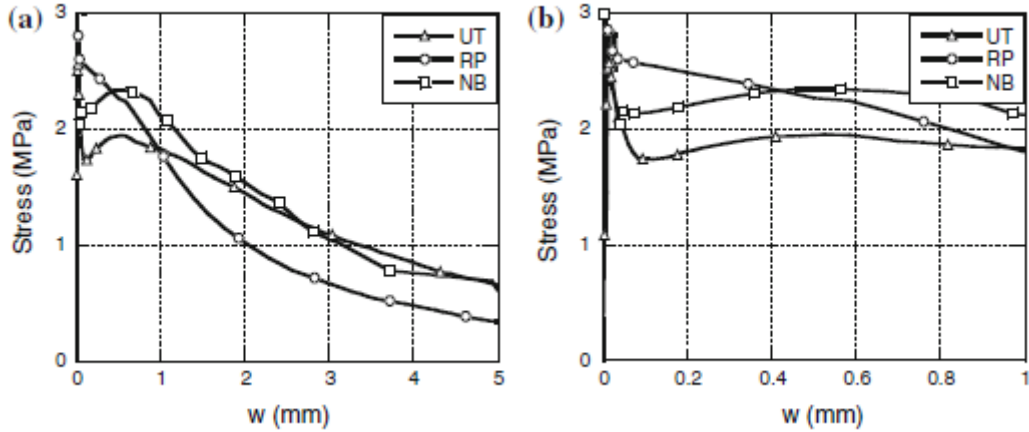


Figura 3.13 – lei  $\sigma$ - $w$  para a mistura F35-1.0, (a)  $w \leq 5$  e (b)  $w \leq 1$  mm [42].

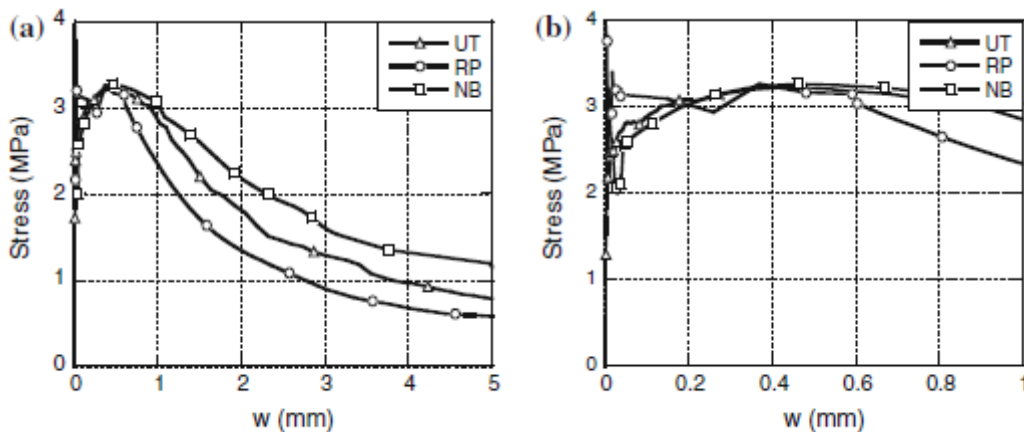


Figura 3.14 – lei  $\sigma$ - $w$  para a mistura F60-1.0, (a)  $w \leq 5$  e (b)  $w \leq 1$  mm [42].

Pelos gráficos das Figuras 3.13 e 3.14 verifica-se o seguinte: a lei  $\sigma$ - $w$  obtida a partir do painel redondo (RP) tende a sobrestimar a resistência até aberturas de 0.2 mm, mas de um modo geral subestima as tensões residuais à medida que a fenda evolui;

Por outro lado, o ensaio em vigas entalhadas (NB) sobrestima as tensões residuais, porque a orientação das fibras tende a estar na direção das tensões principais.

#### (4) Sousa e Gettu

Os autores Sousa e Gettu [53] determinaram a lei constitutiva do BRFA por meio de uma análise inversa, utilizando ensaios à flexão em vigas entalhadas de acordo com a norma

RILEM 162 TDF [49]. Os resultados obtidos na AI foram comparados com as leis  $\sigma$ - $w$  obtidas diretamente através de ensaios à tração uniaxial.

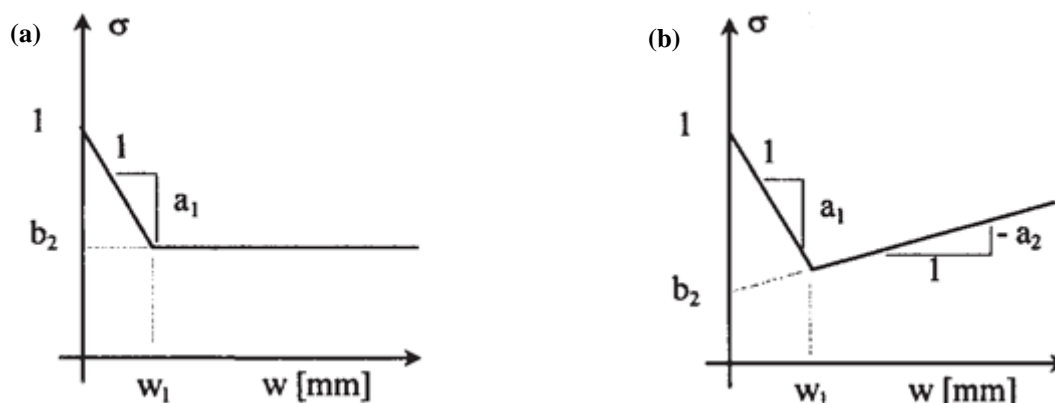


Figura 3.15 – Modelo das leis ( $\sigma$ - $w$ ), (c) bilinear com troço final horizontal e (b) bilinear com troço final de declive positivo [53].

Para realizar a AI é necessário entrar (input) com uma estimativa da lei  $\sigma$ - $w$  em que, os parâmetros desta lei são iterativamente alterados. A Figura 3.15 apresenta as duas leis de entrada ( $\sigma$ - $w$ ) utilizadas pelos autores, uma primeira lei bilinear com o último troço horizontal e uma outra com o último troço de declive positivo.

Os parâmetros das leis ( $a$ ,  $b$ ,  $w$ ) foram iterativamente ajustados, até que a curva força-abertura de fenda (F-ABE) medida experimentalmente se ajustasse à teórica. Este processo faz parte da AI e será abordado no Capítulo 5 do presente trabalho. Estes autores ajustaram os parâmetros da lei ( $\sigma$ - $w$ ) com a curva experimental (F-ABE), mas no entanto poderia ser com a curva experimental (F- $\delta$ ) mas segundo os autores, esta ultima curva não foi bem medida experimentalmente. O Quadro 3.6, apresenta as propriedades da mistura utilizada pelos autores.

Quadro 3.6 – Propriedades da mistura utilizada por Sousa e Gettu [53].

Mistura	Quantidade
Cimento 42.5 R	385 kg/m <sup>3</sup>
Agregado 1	183 kg/m <sup>3</sup>
Agregado 2	773 kg/m <sup>3</sup>
Areia	851 kg/m <sup>3</sup>
Água	168 kg/m <sup>3</sup>
Plastificante	4.6 l/m
Areia	4.6 l
Fibra (Dramix RC 65/60 )	40 kg/m <sup>3</sup>

## Principais resultados e conclusões do estudo de Sousa e Gettu

O gráfico da Figura 3.16 mostra o resultado da análise inversa obtida para os dois modelos das leis  $\sigma$ - $w$  da Figura 3.15. A lei experimental (Uniaxial Tension Tests) presente no gráfico da Figura 3.16, é um resultado obtido directamente nos ensaios à tração uniaxial de acordo com RILEM 162 TDF [49].

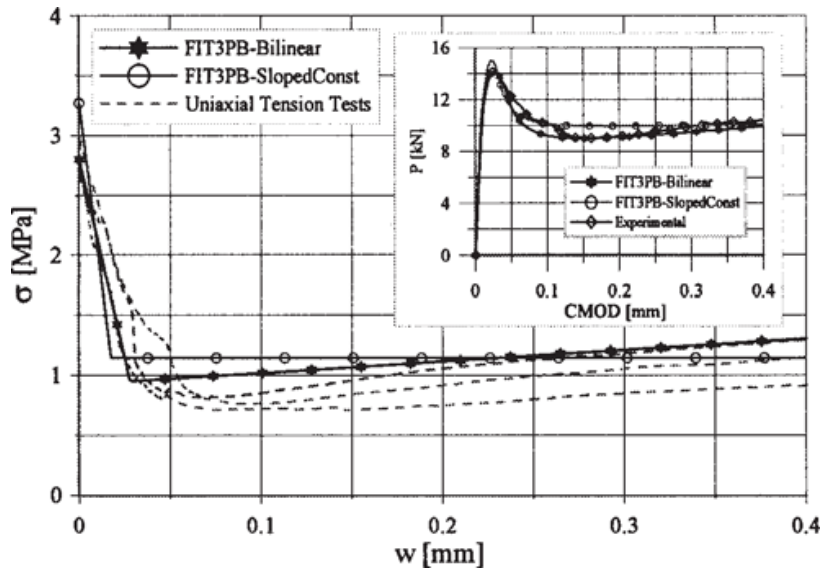


Figura 3.16 – Leis constitutivas  $\sigma$ - $w$  obtidas por Sousa e Gettu [53].

A curva bilinear com troço final inclinado (FIT3B-Bilinear) melhor se ajusta à experimental (Uniaxial Tension Tests) pelo facto, desta lei conter o segundo troço com declive positivo, que representa o endurecimento de tensões devido a mobilização das fibras após a fendilhação da matriz.

(5) Nour et al.

O estudo de Nour *et al.* [43] teve como objetivo, caracterizar à tração o comportamento pós-fendilhação do BRFA por meios dos ensaios à flexão. Foram realizados ensaios à flexão em dezasseis painéis circulares de acordo com a norma ASTM C 1550 [2] (ver Figura 3.17), constituídos pelas misturas do Quadro 3.7. Foi aplicada a AI proposta por Zhang e Stang [61], aos resultados dos ensaios à flexão nos painéis. O resultado da AI foi comparado com a lei ( $\sigma$ - $w$ ), obtida directamente nos ensaios à tração uniaxial, segundo RILEM 162-TDF [49].



Figura 3.17 – Ensaio à flexão em painel redondo [43]

Quadro 3.7 – Propriedades das Misturas utilizadas por Nour *et al.* [43].

Mistura	FRC35T	FRC60
Cimento	500	450
Razão água/cimento	0.42	0.44
Areia	867	854
Brita	676	788
Superplastificante	10.9	8.5
Volume de fibras	80	80
Comprimento da fibra	35	60
Dosagem de fibra	1	1
Razão comprimento/diâmetro	65	80

*Principais resultados e conclusões do estudo de Nour et al.*

Na Figura 3.18 encontram-se traçadas duas curvas  $F-\delta$ , uma teórica (Mean model) e outra experimental (Mean test).

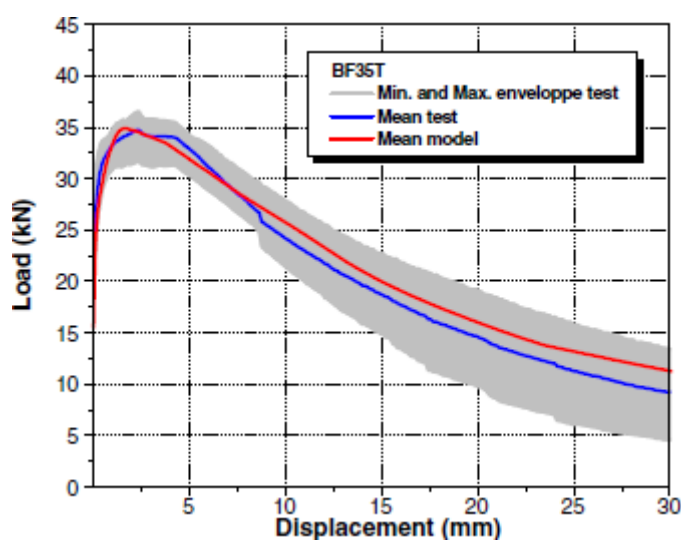


Figura 3.18 – Comparação dos resultados experimentais com os teóricos [43].

A curva teórica foi obtida por meio da AI e a experimental foi medida directamente nos ensaios à tração uniaxial. Pelo gráfico da Figura 3.18, observa-se que a formulação da análise inversa proposta por Stang e Zhang [61] conduz a bons resultados uma vez que, as curvas ( $F-\delta$ ) teóricas e experimentais são semelhantes.

O gráfico da Figura 3.19 mostra a média dos resultados experimentais à tração uniaxial.

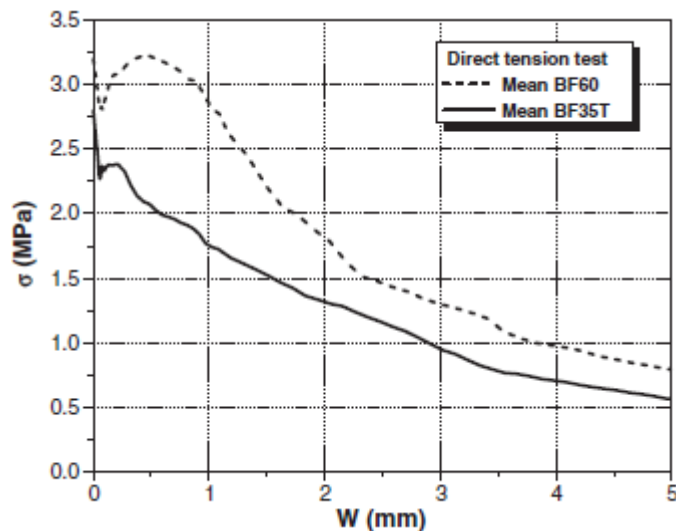


Figura 3.19 – Médias das curvas  $\sigma$ - $w$  obtidas no ensaio de tração uniaxial [43].

As curvas  $\sigma$ - $w$  da Figura 3.19 têm as seguintes características: inicialmente dá-se um decréscimo abrupto das tensões devido a fendilhação da matriz; segue-se uma zona de endurecimento de tensões devido a mobilização das fibras; depois as fibras são progressivamente arrancadas, originando a diminuição das tensões e aumento da abertura de fenda.

Quando são comparadas as curvas BF60 com as BF35T conclui-se, que o comportamento pós-fendilhação melhora para fibras mais compridas.

## (6) Voo e Foster

No trabalho realizado pelos autores Voo e Foster [58], foi desenvolvido um modelo chamado Variable Engagement Model (VEM) que descreve o comportamento pós-fendilhação ( $\sigma$ - $w$ ) do BRFA, tendo por base uma distribuição espacial de qualquer tipo de fibra discreta em qualquer tipo de matriz. Este método tem a vantagem de se adaptar a qualquer mistura de BRFA, com base apenas nos ensaios à compressão e nas características e quantidades das fibras usadas.

O modelo desenvolvido pelos autores para descrever lei  $\sigma$ - $w$  de um compósito tem como base, a soma da contribuição das fibras com a contribuição do betão, para o comportamento global do compósito à tração (ver Figura 3.20).

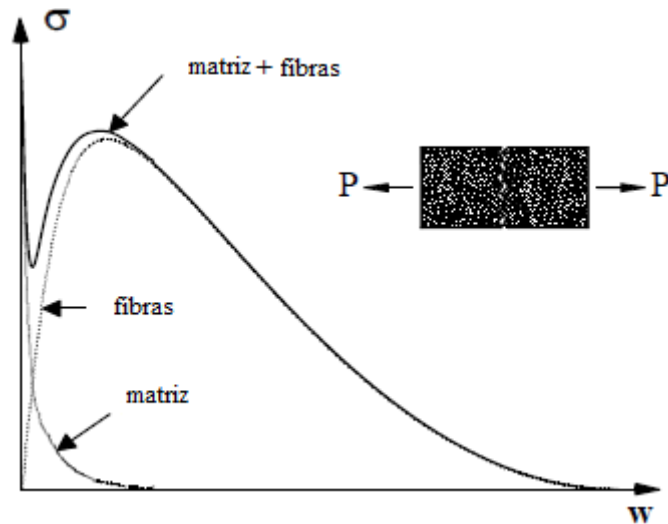


Figura 3.20 – Contribuição das fibras e da matriz para a lei  $\sigma$ - $w$  [58].

A soma das contribuições do betão e das fibras é dada através da Exp. (3.17)

$$\sigma(w) = \sigma_{c,\text{betão}}(w) + \sigma_{c,\text{fibras}}(w) \quad (3.17)$$

### Contribuição do betão

A contribuição do betão é obtida através da Exp. (3.18)

$$\sigma_{c,\text{betão}}(w) = f_{ct} \cdot e^{-c_a \cdot w} \quad (3.18)$$

Em que:  $w$  é abertura de fenda;  $c_a$  é um fator que toma valor 15, se a matriz for constituída por betão;  $f_{ct}$  é a resistência à tração da matriz estimada pela Exp. (3.19).

$$f_{ct} = 0.33 \cdot \sqrt{f_{cm}} \quad (3.19)$$

em que:

- $f_{cm}$  é a resistência à compressão média do betão em provetes cilíndricos.

### Contribuição das fibras

Contribuição das fibras é dada pela Exp. (3.20).

$$\sigma_{c,\text{fibras}}(w) = K_f \cdot K_d \cdot \lambda_f \cdot \rho_f \cdot \tau_b \quad (3.20)$$

em que:

- $k_f$  é o fator global de orientação das fibras na matriz dado pela Exp. (3.21)

$$k_f = \frac{\tan^{-1}\left(\frac{w}{\alpha_f}\right)}{\pi} \cdot \left(1 - 2 \cdot \frac{w}{l_f}\right)^2 \quad (3.21)$$

com  $\alpha_f$  dado por  $d_f/3.5$ ;

- $k_d$  representa a perda de eficiência de ligação da fibra quando as fibras envolvidas são arrancadas, este toma valor unitário para percentagens convencionais de fibras;
- $\lambda_f$  é a razão entre o comprimento da fibra e o diâmetro  $l_f/d_f$ ;
- $\tau_b$  é a resistência ao corte do betão, dado pela Exp. (3.22) no caso de fibras em gancho;
- $\rho_f$  representa a percentagem de fibras em volume.

$$\tau_b = 2.5 \cdot f_{ct} \quad (3.22)$$

#### Principais resultados e conclusões do modelo VEM

A fim de verificar se o modelo VEM conduz a boas aproximações, os autores compararam os resultados obtidos por este modelo com os resultados obtidos nos ensaios à tração uniaxial.

Na Figura 3.21 apresentam-se os resultados obtidos pelo modelo VEM e pelo ensaio à tração uniaxial, para um dado compósito. O compósito em análise contém, 1.5 % de fibras em gancho com 30 mm de comprimento e 0.5 mm diâmetro, e a resistência do BS (Matriz) é de 30MPa.

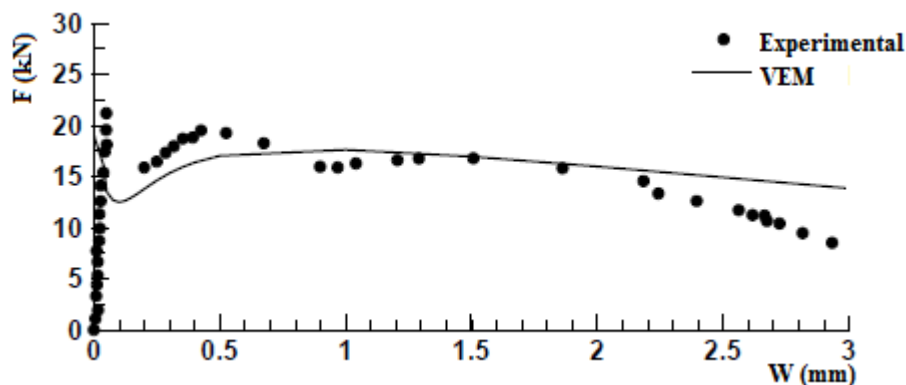


Figura 3.21 – Curva  $\sigma$ - $w$  obtida para o modelo VEM e para os resultados dos ensaios à tração uniaxial [58].

Apresenta-se na Figura 3.22 a comparação do modelo VEM, com os resultados dos ensaios à tração uniaxial para um compósito com 0.45% de fibras em gancho, com 60 mm de comprimento e 0.75 mm de diâmetro. A resistência à compressão do BS (Matriz) é de 41 MPa.

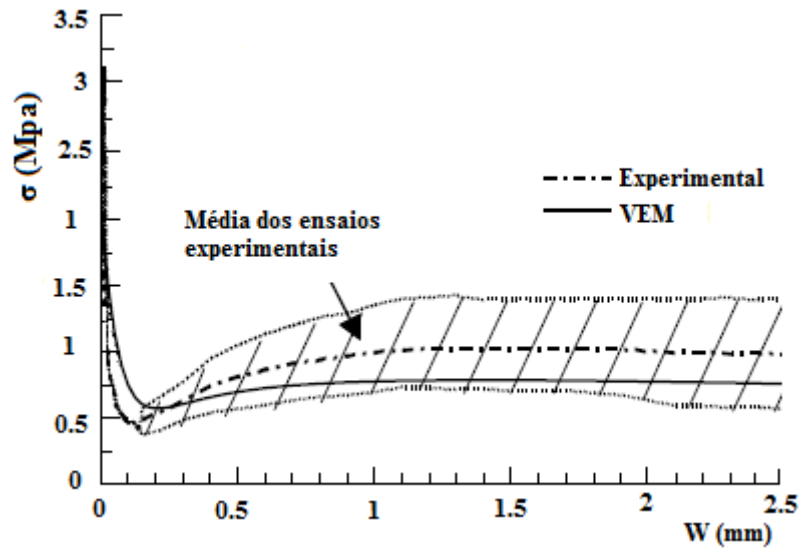


Figura 3.22 – Curva  $\sigma$ -w obtida para o modelo VEM, e para os resultados dos ensaios à tração uniaxial [58].

Pelos gráficos das Figuras 3.21 e 3.22 constata-se que o modelo VEM ajusta-se de um modo geral aos resultados experimentais sendo que, a tendência deste modelo é subestimar ligeiramente as tensões de tração pós-fendilhação. É um método simples de aplicar uma vez que, só é necessário ter em conta a resistência à compressão do betão e as características e percentagem de fibras adicionada.

## CAPÍTULO 4

### TRABALHO EXPERIMENTAL

#### 4.1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo apresenta-se toda a envolvente dos ensaios realizados para a caracterização do betão reforçado com fibras de aço (BRFA) desde a formulação do betão, às especificações dos esquemas dos ensaios realizados e a apresentação de resultados. O programa experimental é constituído por: ensaios à compressão em provetes cúbicos; ensaios de tração por compressão diametral; ensaios à flexão em painéis quadrados e em vigas entalhadas. Todos os ensaios realizaram-se no Laboratório de Estruturas do Departamento de Engenharia Civil da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa.

O trabalho de laboratório é composto por um amplo programa experimental, que se centra principalmente nos ensaios à flexão. O objetivo destes ensaios é obter a resposta  $F-\delta$  e com base nesses resultados efectuar-se uma análise inversa (AI), para obter a lei constitutiva do material, tensão-abertura de fenda ( $\sigma-w$ ). Os quatro tipos de ensaios experimentais foram realizados segundo as normas abaixo indicadas:

- EN 14651-Ensaio à flexão em vigas entalhadas [18];
- NP EN 14488-Ensaio à flexão em painéis quadrados [26];
- NP EN 12390-3-Ensaio à compressão em provetes cúbicos [24];
- NP EN 12390-6-Ensaio à compressão diametral [25].

Devido ao cuidado que a amassadura do BRFA impõe, todos os modelos foram produzidos no laboratório da Universidade, desde a construção dos moldes à amassadura e betonagem. Neste sentido, foi realizado um estudo da composição de um betão com os agregados e cimentos disponíveis. A formulação da composição realizada teve por base, a obtenção de um betão de resistência à compressão média de 35 MPa e consistência mole (S4). A escolha da resistência à compressão teve em conta o estudo de um betão correntemente usado nas estruturas, e a escolha da trabalhabilidade foi estudada por forma a minimizar a perda de trabalhabilidade conferida pela introdução das fibras.

Ao betão simples foram adicionadas diferentes percentagens de fibras discretas, cujas percentagens em relação ao volume de betão variaram entre 0.5% à 1.25%.

## 4.2 FORMULAÇÃO DO BETÃO REFORÇADO COM FIBRAS DE AÇO

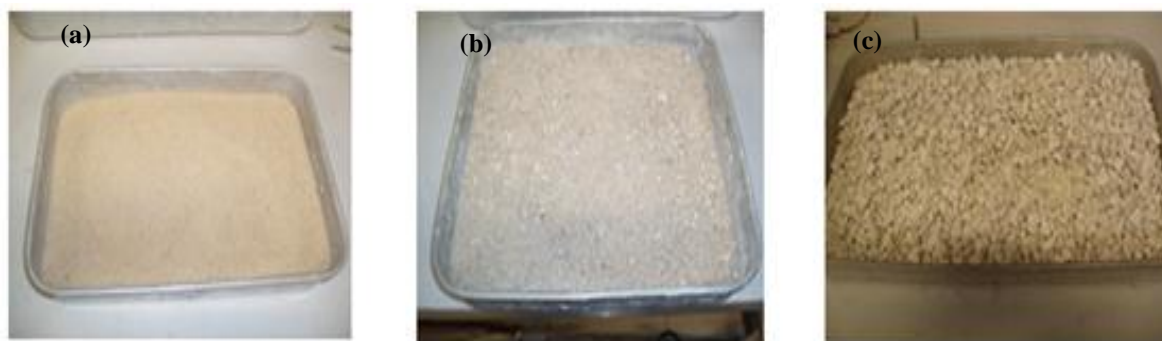
### 4.2.1 Características dos materiais utilizados

#### 4.2.1.1 Agregados

No estudo da composição de BRFA foram utilizados três tipos de agregados (ver Figura 4.1) de natureza calcária, brita, areia grossa e areia fina, com dimensões máximas de 11.0, 5.0 e 2.5 mm respetivamente. Os agregados têm origem na região centro de Portugal e foram cedidos pela empresa Sonangil.

A escolha de três agregados foi feita de forma, a promover uma distribuição uniforme dos agregados segundo as suas dimensões, conferindo uma maior compacidade ao betão. Com o apoio do Lourenço *et al.* [39], foram determinadas em laboratório as seguintes massas volúmicas:

- Massa volúmica das areias finas,  $\rho=2607\text{Kg/m}^3$ ;
- Massa volúmica das areias grossas,  $\rho=2623\text{Kg/m}^3$ ;
- Massa volúmica das britas,  $\rho=2631\text{Kg/m}^3$ .



**Figura 4.1 – Agregados utilizados para a composição do betão, (a) areia fina, (b) areia grossa e (c) brita.**

#### 4.2.1.2 Cimento

O cimento utilizado tem a designação comercial Portland de Calcário CEMII/B-L Classe 32.5N, e foi fornecido pela empresa Secil (ver Figura 4.2). É um cimento de presa normal e usado para betões de resistência média. Este cimento desenvolve baixo calor de hidratação e boa trabalhabilidade. A massa volúmica do cimento é de aproximadamente  $3100\text{ Kg/m}^3$ .



Figura 4.2 – Cimento Portland de Calcário CEMII/B-L 32.5N.

#### 4.2.1.3 Água

Foi utilizada a água disponível no laboratório, que por sua vez faz parte da rede pública da zona do Monte da Caparica, tendo sido considerada uma massa volúmica de  $1000 \text{ kg/m}^3$ .

#### 4.2.1.4 Fibras de aço

Neste estudo foram utilizadas fibras metálicas de designação comercial DRAMIX<sup>®</sup> RC65/35BN (ver Figura 4.3). As fibras têm um diâmetro  $d_f = 0.55 \text{ mm}$  e um comprimento  $l_f = 35 \text{ mm}$ . Estas apresentam uma tensão de cedência de 1150 MPa. As fibras estão unidas em “pentes” por uma cola que perde resistência em contacto com água, contribuindo para que estas não se entrelacem dentro da embalagem e durante a amassadura.

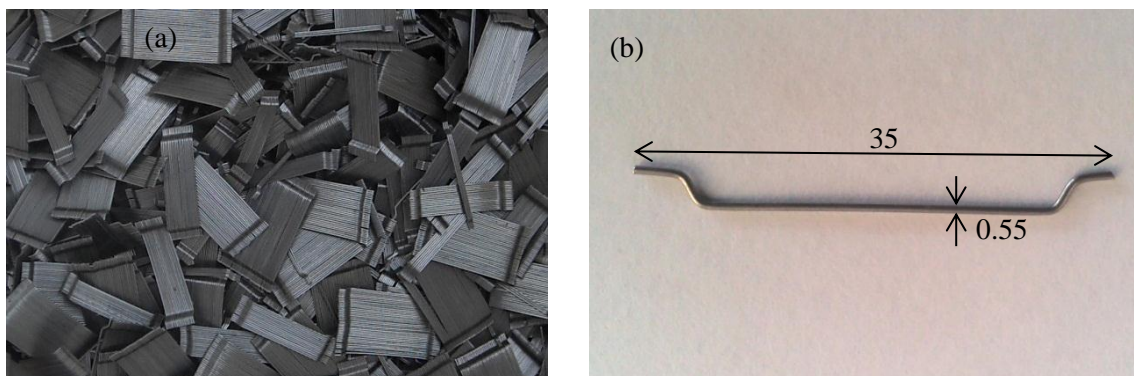


Figura 4.3 – Fibras de aço DRAMIX<sup>®</sup> RC65/35 BN utilizadas na composição do BRFA, (a) fibras unidas em pentes e (b) fibra de aço (dimensões em mm).

## 4.2.2 Análise granulométrica

### 4.2.2.1 Curvas granulométricas

Neste trabalho a análise granulométrica incide sobre os três agregados (ver Figura 4.1). O objetivo da análise é determinar a proporção de cada um dos três agregados, de cuja combinação resulte uma granulometria contínua, ou seja, partículas uniformemente distribuídas por todas as dimensões.

A análise granulométrica realizada a cada um dos três agregados seguiu a norma NP EN 933 [28]. Para obter as três amostras representativas de cada agregado começa-se pela secagem em estufa, até que a variação de peso seja menor que 1%. Depois de seca, a amostra é separada pelo processo de esquarteramento, a fim de ter uma melhor representatividade do material. Após o esquarteramento, as amostras foram pesadas de acordo com os valores do Quadro 1 da norma NP EN 933-1 [28]. A Figura 4.4 ilustra o processo desde a secagem à peneiração.



**Figura 4.4 – Preparação e peneiração dos agregados, (a) secagem, (b) esquarteramento, (c) pesagem e (d) peneiração.**

Depois de preparadas as amostras procedeu-se a peneiração mecânica de cada agregado, através da serie de peneiros ASTM. Após os registos da percentagem de acumulados em cada peneiro, foram traçadas as curvas granulométricas dos três agregados como ilustra a Figura 4.5.



A escolha dos parâmetros de Faury (A e B), teve em conta o objetivo de conseguir um betão simples com uma classe de consistência S4, definida na norma NP 206-1 [27]. Na Figura 4.6 estão traçadas as curvas granulométricas dos agregados, juntamente com a curva de referência de Faury.

A curva de Faury foi determinada com base em três pontos:  $\{d_{\min}, 0\}$ ;  $\{y, D_{\max}/2\}$ ;  $\{D_{\max}, 100\}$ . Em que:  $d_{\min}$  corresponde a dimensão mínima dos grãos de cimento;  $y$  é a ordenada determinada pela Exp. (4.1);  $D_{\max}$  é a dimensão máxima dos agregados.

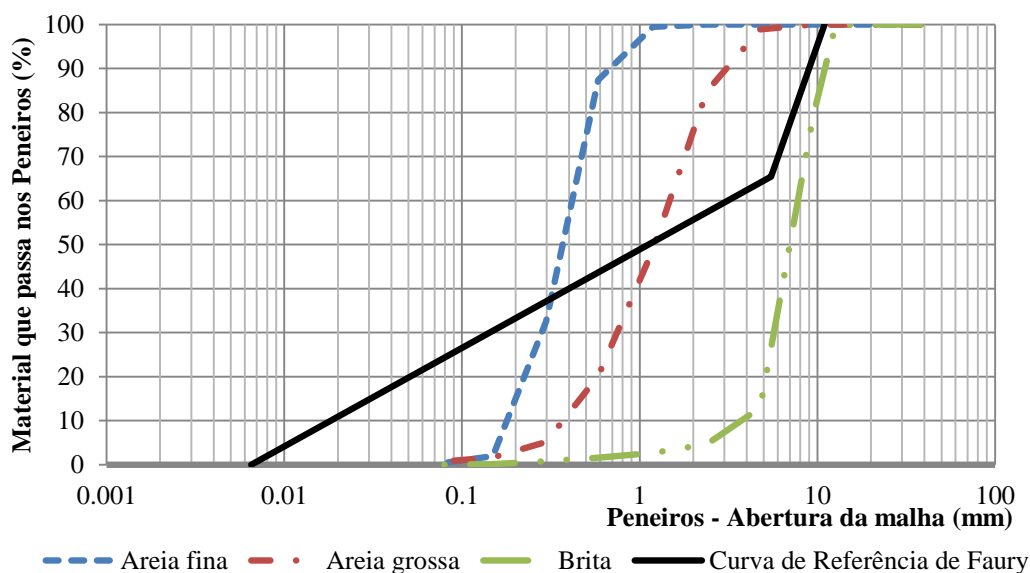


Figura 4.6 – Curvas granulométricas dos três agregados e a curva de referência.

#### 4.2.2.3 Método dos mínimos quadrados para curva de referência

Após a determinação da curva de Faury, foi necessário aplicar um método sobre esta curva que determina-se a quantidade de cada um dos três agregados, cuja combinação resultasse uma curva granulométrica próxima da curva de referência. De entre os métodos existentes, foi utilizado o método dos mínimos quadrados, com base na formulação proposta em Lourenço *et al.* [39]. Este método exige conhecimento dos seguintes parâmetros:

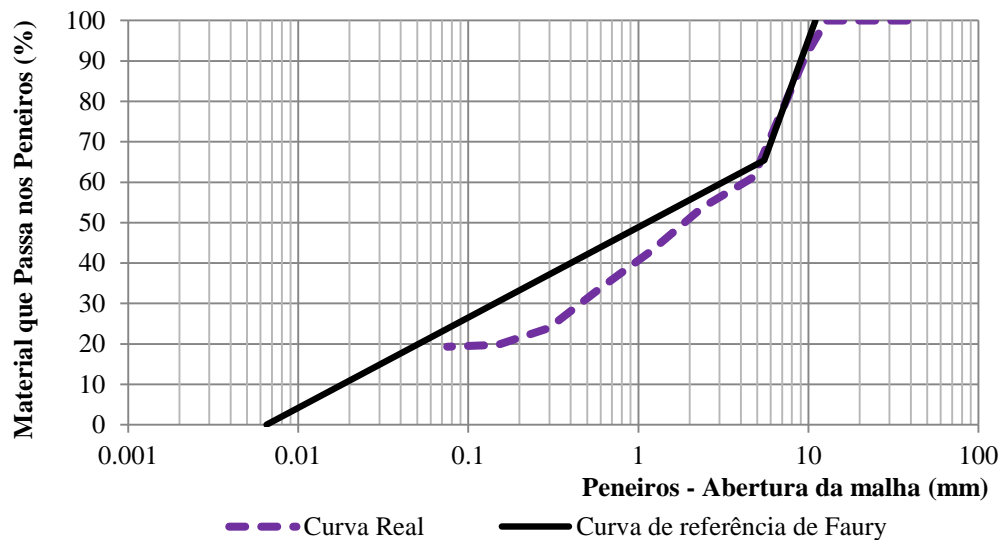
- Consistência e trabalhabilidade desejada para o betão, S4 segundo a NP 206-1 [27];
- Classe de exposição, XC3 segundo a NP 206-1 [27];
- Características dos agregados, massa volúmica e dimensão máxima.

Foi concebida uma folha de cálculo automática no programa Excel com a formulação do método dos mínimos quadrados, presente na referência bibliográfica Lourenço *et al.* [39]. No Quadro 4.1 apresentam-se as proporções de agregados obtidas pelo método.

**Quadro 4.1 – Proporções de agregados obtidas pelo método dos mínimos quadrados.**

Areia fina	Areia Grossa	Brita
0,115 %	0,359 %	0,546 %

Através do ajustamento dos mínimos quadrados, obteve-se uma aproximação da curva de referência designada curva real e as correspondentes proporções de cada um dos três agregados. Como a curva real obtida corresponde ao melhor ajustamento conclui-se que, foram encontradas as proporções ótimas de cada tipo de agregado.

**Figura 4.7 – Curvas Faury e curva real para os três agregados em estudo.**

#### 4.2.3 Fórmula fundamental do betão

Visto que são já conhecidas as proporções de cada agregado que satisfazem uma granulometria contínua, falta determinar as quantidades absolutas de agregados, cimento e de água, para obter a composição do betão. A Exp. (4.2) representa a equação fundamental da composição do betão. Uma vez determinada cada parcela desta equação, obtêm-se a composição do betão.

$$1 = m_v + c_v + a_v + v_v \quad (4.2)$$

em que:

- $m_v$  - volume absoluto dos agregados;
- $c_v$  - volume absoluto de cimento;
- $a_v$  - volume de água de amassadura;
- $v_v$  - volume de vazios.

#### 4.2.3.1 Volume de água da amassadura

A determinação do volume de água da amassadura, começa pelo cálculo do índice de vazios através Exp. (4.3) presente em Lourenço *et al.* [39].

$$I = \frac{K}{\sqrt[5]{D_{\text{máx}}}} + \frac{K'}{\frac{R}{D_{\text{máx}}} - 0.75} \quad (4.3)$$

em que:

- $D_{\text{máx}}$  - corresponde a máxima dimensão do agregado ( $D_{\text{máx}}=11\text{ mm}$ );
- $K$  - corresponde ao coeficiente que depende da consistência do betão,  $K=0.400$ ;
- $K'$  - corresponde ao coeficiente que depende da potência da vibração,  $K'=0,003$  (vibração corrente);
- $R$  - raio médio molde,  $R=11.0$ .

Substituindo os parâmetros anteriores na Exp. (4.3), obtêm-se  $I = 0.241 \text{ m}^3/\text{m}^3$ . O volume de água por unidade de volume de betão é quantificado pela Exp. (4.4).

$$a_v = I - v_v \quad (4.4)$$

Em que:  $v_v = 0.025 \text{ m}^3/\text{m}^3$ , que corresponde ao volume de vazios do betão simples, estimado através de Lourenço *et al.* [39]. Deste modo, a quantidade de água por unidade volume de betão é a seguinte:

$$a_v = 0.241 - 0.025 = 0.216 \text{ m}^3/\text{m}^3$$

#### 4.2.3.2 Razão água/cimento

A partir de Barros [5] estimou-se o valor da quantidade de cimento ( $450 \text{ kg}/\text{m}^3$ ). Desta forma, a razão água/cimento ( $A/C$ ) é a seguinte:

$$\frac{A}{C} = \frac{216}{450} = 0.48 \quad (4.5)$$

#### 4.2.3.3 Quantidade total de agregados

A quantidade ( $m_v$ ) total de agregados a adicionar pode ser obtido através da Exp. (4.6).

$$m_v = 1 - v_{pl} \quad (4.6)$$

Em que  $v_{pl}$  é o volume da pasta de ligante que se obtém pela Exp. (4.7).

$$v_{pl} = a_v + c_v + v_v \quad (4.7)$$

em que:

- $a_v$  é o volume de água;
- $c_v$  é o volume de cimento;
- $v_v$  é o volume de vazios.

Satisfazendo os parâmetros da Exp 4.7, obtêm-se o volume da pasta de ligante:

$$v_{pl} = 0.216 + \frac{450}{3100} + 0.025 = 0.386 \text{ m}^3/\text{m}^3$$

Substituindo o valor de  $v_{pl}$  na Exp. (4.6), o volume total de agregados vem:

$$m_v = 1 - 0.386 = 0.614 \text{ m}^3/\text{m}^3$$

#### 4.2.3.4 Composição do betão

O volume de cada agregado no volume absoluto de betão é determinado, multiplicando a porção de cada agregado do Quadro 4.1, pela massa volúmica dos agregados e pelo volume absoluto de agregados obtido pela Exp. (4.6). O Quadro 4.2 apresenta a composição do betão simples por unidade de volume.

**Quadro 4.2 – Composição do betão simples utilizado.**

Materiais	Cimento	Areia fina	Areia grossa	Brita	Água
Quantidades em ( $\text{kg}/\text{m}^3$ )	450.0	184.8	545.0	881.7	216.1

### 4.3 AMASSADURA E BETONAGEM

#### 4.3.1 Misturas utilizadas

A partir da composição obtida anteriormente para o betão simples (ver Quadro 4.2), adicionam-se as diferentes percentagens de fibras e obteve-se as misturas de BRFA para fabricar os modelos a ensaiar. (ver Quadro 4.3). No total existem seis misturas que foram usadas para fabricar os provetes, cinco das quais são de BRFA e uma de BS. A mistura de BS presente no Quadro 4.3, serve de referência para as misturas de BRFA.

As dosagens de fibras foram escolhidas de modo a ser perceptível a evolução do comportamento pós-fendilhação, com a variação das percentagens de fibras. A percentagem mínima de fibras em volume de betão é de 0.5%, seguindo-se percentagens de 0.75%, 1% e 1.25%.

A adição de fibras altera as condições de consistência do betão e consequentemente a sua trabalhabilidade. Assim, para quantidades de fibras onde a perda de trabalhabilidade foi grande adicionou-se plastificante às misturas, sem alterar a razão água/cimento.

**Quadro 4.3 – Total das misturas utilizadas neste programa experimental.**

Misturas	M0	M1-0.5	M2-0.75	M3P-0.75	M4P-1.0	M5P-1.25
Cimento (kg/m <sup>3</sup> )	450.0	450.0	450.0	450.0	450.0	450.0
Areia fina (kg/m <sup>3</sup> )	184.8	184.8	184.8	184.8	184.8	184.8
Areia grossa (kg/m <sup>3</sup> )	545.	545.	545.	545.	545.	545.
Brita (kg/m <sup>3</sup> )	881.7	881.7	881.7	881.7	881.7	881.7
Água (kg/m <sup>3</sup> )	216.1	216.1	216.1	216.1	216.1	216.1
Razão água/cimento	0.48	0.48	0.48	0.48	0.48	0.48
Tipo de Fibra DRAMIX®	–	RC65/35	RC65/35	RC65/35	RC65/35	RC65/35
Fibras (%)	0	0.5	0.75	0.75	1.0	1.25
Plastificante (kg/m <sup>3</sup> ) POZZOLITH 540	0	0	0	3.0	3.0	3.0

Para misturas com dosagens de fibras superiores ou iguais a 0.75%, houve dificuldade durante a amassadura em misturar os seus constituintes. Deste modo, para estas misturas foi adicionado plastificante para promover melhor trabalhabilidade, mas respeitando as quantidades máximas recomendadas pela marca do plastificante, a fim de não causar segregação dos elementos.

Por cada mistura foram fabricados seis provetes para cada tipo de ensaio. No Quadro 4.4 é apresentado o resumo do programa de betonagem.

**Quadro 4.4 – Programa de betonagem.**

	Dimensões (mm)	Modelos betonados por cada mistura
EN 14651_Vigas	600×150×150	6
NP EN 14488-Painéis	600×600×100	6
NP EN 12390-Cubos	150×150	6
NP EN 12390-Cilindros	Ø150×300	6

### 4.3.2 Preparação dos moldes

Antes da amassadura é necessário preparar previamente os moldes, onde as misturas irão ser compactadas e darem forma aos modelos. Por cada betonagem é necessário preparar seis moldes de cada tipo de ensaio, com as dimensões interiores que se pretende. Os moldes são antecipadamente nivelados, limpos e pincelados com óleo descofrante. A Figura 4.8 ilustra os moldes preparados para a betonagem.



**Figura 4.8 – Moldes, (a) seis moldes para vigas, (b) seis moldes cúbicos e seis moldes cilíndricos e (c) seis moldes para painéis.**

### 4.3.3 Amassadura

As misturas foram amassadas no laboratório, numa betoneira de eixo vertical com capacidade para 190 litros. Para preencher todos os moldes por cada tipo de mistura, foram realizadas três amassaduras de 120 litros.



**Figura 4.9 – Betoneira MAMMUT com capacidade de 190 litros.**

O procedimento das amassaduras foi adaptado de Amorim *et al.* [3]. As misturas que inspiraram maiores exigências foram aquelas que necessitaram da adição de plastificante. A ordem e o processo dessas amassaduras foi o seguinte:

- 1) Determinação do teor de água dos agregados;
- 2) Pesagem dos agregados, cimento, fibra e água;
- 3) Introdução dos três agregados na betoneira;
- 4) Misturar durante 2 minutos;
- 5) Introdução do cimento;
- 6) Introdução de 2/3 da água;
- 7) Misturar durante 2 minutos;
- 8) Introdução do plastificante;
- 9) Introdução de 1/3 da água;
- 10) Misturar durante 2 minutos;
- 11) Introduzir as fibras;
- 12) Misturar durante 6 minutos.

Para as misturas M1-0.5 e M2-0.75 (ver Quadro 4.3), o procedimento é semelhante ao anterior mas sem adição faseada da água e sem adição de plastificante. Por sua vez, a amassadura do betão simples segue o mesmo procedimento explicado anteriormente, porém sem adição faseada de água, e sem introdução de fibras e plastificante. A Figura 4.10 ilustra amassadura do betão simples.



**Figura 4.10 – Amassadura do betão sem fibras, (a) introdução dos agregados na betoneira e (b) amassadura do betão simples.**

A introdução das fibras na betoneira foi o último constituinte da mistura adicionado, esse processo foi faseado como mostra na Figura 4.11. Deste modo, promove-se uma distribuição mais uniforme das fibras pela mistura, evitando possíveis aglomerações de fibras.



**Figura 4.11 – Amassadura do BRFA, (a) introdução de fibras na betoneira e (b) aglomeração do betão depois da introdução das fibras.**

A Figura 4.11 mostra que momentos depois da introdução das fibras na betoneira, a mistura foi progressivamente juntando-se, dificultando desse modo o processo de amassadura. Esta dificuldade foi mais presente, para as misturas com percentagens de fibras superiores ou iguais a 0.75%, daí a justificação da introdução de plastificante nessas misturas para atenuar este efeito.

#### 4.3.4 Betonagem

A fim de avaliar a classe de consistência de cada amassadura, foram realizados ensaios do cone de Abrams de acordo com a norma NP EN 12350-2 [23]. O ensaio do cone Abrams só deve ser utilizado para misturas de BRFA, que registem um abaixamento superior a 50 mm (Barros [9]). Os

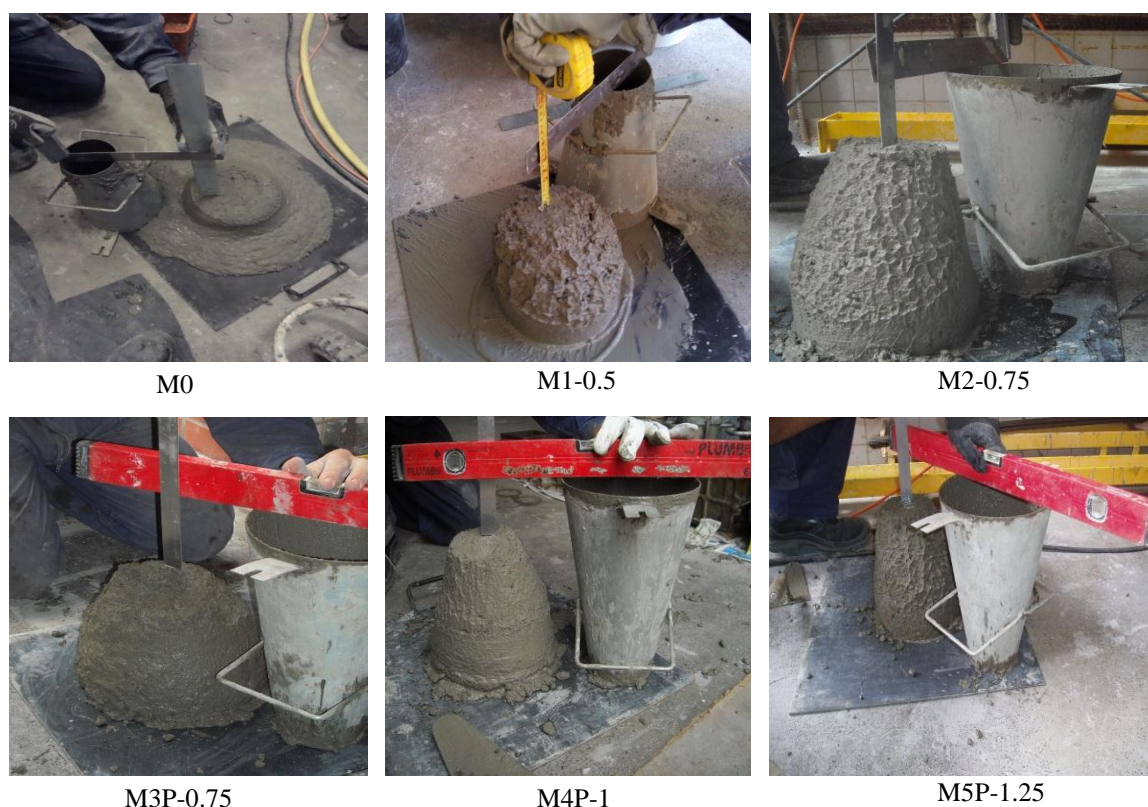
abaixamentos das misturas foram superiores a 50 mm, logo não houve necessidade de realizar outro tipo de ensaio para avaliar a consistência do BRFA. O Quadro 4.5 mostra a média dos abaixamentos por cada mistura.

**Quadro 4.5 – Abaixamentos do cone de Abrams por cada mistura.**

Misturas	M0	M1-0.5	M2-0.75	M3P-0.75	M4P-1.0	M5P-1.25
Abaixamentos (mm)	170	98.0	83.0	105.0	95.0	80.0
Classes	S4	S2	S2	S2	S2	S2

Como é de esperar, a mistura M0 que não tem adição de fibras apresentou um abaixamento maior que as restantes misturas. A adição de plastificante nas misturas promoveu uma maior trabalhabilidade. A influência do plastificante é visível, quando é comparado os abaixamentos entre as misturas M2-0.75 e M3P-0.75, em que ambas têm igual percentagem de fibras. A mistura M3P-0.75 que contém plastificante apresentou um maior abaixamento (ver Quadro 4.5).

A Figura 4.12 apresenta a realização do ensaio do cone de Abrams por cada mistura.



**Figura 4.12 – Ensaio do cone de Abrams para cada tipo de mistura.**

Após os ensaios de abaixamentos, os moldes foram progressivamente preenchidos (ver Figura 4.13). O betão foi transportado da betoneira até aos moldes e com recurso a pá foi introduzido nos moldes, seguindo-se depois a compactação do betão (ver Figura 4.14).

A técnica utilizada de compactação foi com recurso a um vibrador de agulha com potência média, inibindo a aglomeração de fibras na mistura. O processo de vibração foi mais difícil para as dosagens de fibras superiores a 0.75% uma vez que, as fibras tendem a criar vazios na mistura dificultando a saída de ar e consequentemente a sua compactação. Para finalizar a betonagem, procede-se ao nivelamento das superfícies dos moldes.



**Figura 4.13 – Betonagem dos provetes, (a) transferência de betão da betoneira para o carro de mão e (b) enchimento dos moldes com pá.**



**Figura 4.14 – Vibração das misturas, (a) vibração do betão nas vigas e (b) vibração do betão nos painéis.**

Após as betonagens, os elementos foram regados e cobertos com uma manta de plástico para minimizar a perda de água.

A desmoldagem dos provetes realizou-se entre 24 a 48 horas após a betonagem, tendo sido novamente cobertos pela manta de plástico e mantidos nessas condições durante vinte e um dias, após os quais procederam-se aos seus ensaios.

#### 4.3.5 Realização de um corte nas vigas

Três dias antes dos ensaios foi realizado um entalhe no meio das vigas, de acordo com a EN 14651 [18]. O objetivo do entalhe é localizar a fenda a meio vão, quando as vigas forem sujeitas à flexão. O corte pode ser realizado em qualquer face adjacente à de betonagem. O entalhe tem uma profundidade de 25 mm e 4 mm de largura, com direção perpendicular às faces laterais.

O corte foi realizado com uma rebarbadora Bosch que possui um regulador de profundidade. A Figura 4.15 ilustra a realização do corte nas vigas.



Figura 4.15 – Realização do corte nas vigas.

#### 4.4 ENSAIOS À COMPRESSÃO

Para avaliar a resistência à compressão média ( $f_{ccm}$ ), foram ensaiados aos 21 dias de cura 6 cubos com as dimensões  $150 \times 150 \times 150 \text{ mm}^3$ , de acordo com o procedimento da norma NP EN 12390-3 [24] (ver Figura 4.16). Os ensaios foram realizados numa prensa FORM-TEST do tipo BETA2-3000E, com uma capacidade máxima de 3000 kN. A resistência à compressão em provetes cilíndricos, foi aproximada com base na norma NP EN 206 [27] pela Exp. (4.8). Com base nos resultados à compressão média, prevê-se o módulo de elasticidade ( $E_{cm}$ ) de acordo com NP EN 1992-1-1 [29], pela Exp. (4.9).

No Quadro 4.6 apresentam-se os resultados dos ensaios à compressão acompanhados com o módulo de elasticidade e coeficiente de variação (COV).

$$f_{cm} = 0.8 \cdot f_{ccm} \quad (4.8)$$

Em que  $f_{ccm}$  é o valor médio da tensão de rotura do betão à compressão em provetes cúbicos.

$$E_{cm} = 19.8 \cdot \left(\frac{f_{cm}}{10}\right)^{0.3} \quad (4.9)$$

Em que  $f_{cm}$  é o valor médio da tensão de rotura do betão à compressão em provetes cilíndricos, dado pela Exp. (4.8).

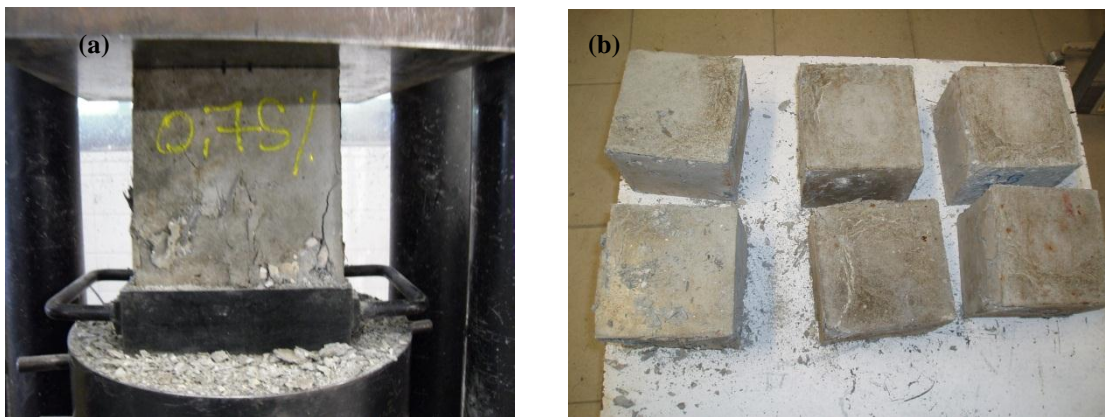


Figura 4.16 – Ensaio à compressão, (a) provete na prensa e (b) seis provetes ensaiados por mistura.

Quadro 4.6 – Valores médios dos resultados à compressão em provetes cúbicos.

Misturas	M0	M1-0.5	M2-0.75	M3P-0.75	M4P-1	M5P-1.25
$f_{ccm}$ (MPa)	44.8	42.2	39.8	57.7	57.2	55.6
$f_{cm}$ (MPa)	35.9	33.8	31.8	46.2	45.8	44.5
$E_m$ (Gpa)	29.1	28.5	28.0	31.3	31.2	31.0
COV (%)	18.5	2.0	3.6	1.3	6.3	2.3

A resistência à compressão não apresentou uma relação direta com a percentagem de fibras (ver Figura 4.17). A investigação feita nesta área mostra, que muitos autores divergem quanto a influência das fibras na resistência à compressão. Segundo Kooiman [35], a carga para a qual o BRFA entra em rotura por compressão, não é muito influenciada pela percentagem de fibras.

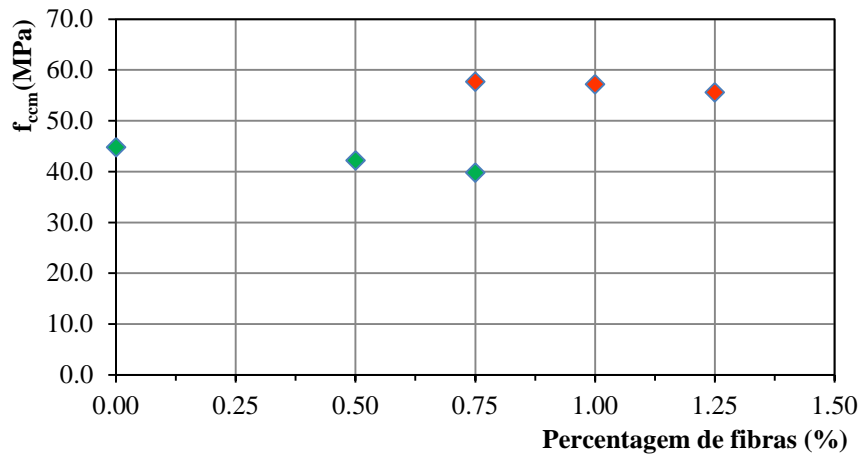


Figura 4.17 – Evolução da resistência à compressão com as percentagens de fibras.

De acordo com o gráfico da Figura 4.17 observa-se que, a percentagem de fibras não teve grande influência na resistência à compressão uma vez que, para as percentagens de 0%, 0.5% e 0.75% (sem plastificante), a resistência à compressão não variou muito. No entanto, houve uma ligeira diminuição na resistência à compressão com o aumento da percentagem de fibras, pelo facto destas contribuírem para o aumento do volume de vazios no betão (ver Capítulo 2), que conduz naturalmente à diminuição da resistência à compressão.

Para as misturas que contêm plastificante houve um aumento significativo da resistência à compressão e esse aumento foi aproximadamente semelhante entre essas misturas. O plastificante promoveu melhor hidratação das partículas, melhor trabalhabilidade e conseqüentemente menor volume de vazios, contribuindo deste modo para o aumento da resistência à compressão.

#### 4.5 ENSAIOS À COMPRESSÃO DIAMETRAL

Foi realizado ensaios à compressão diametral em provetes  $\text{Ø}150 \times 300 \text{mm}^2$ , de acordo com a norma NP EN 12390-6 [25] (ver Figura 4.18). O cilindro é solicitado diametralmente por uma carga concentrada de compressão  $F$ , ao longo do seu comprimento  $L$ , que gera tensões de tração por compressão diametral dadas pela Exp. (4.10).

$$f_{ct,sp} = \frac{2 \cdot F}{\pi \cdot L \cdot d} \quad (4.10)$$

em que:

- $F$  é a carga de compressão aplicada diametralmente ao provete, Newton;
- $L$  é o comprimento do provete, (300 mm);
- $d$  é a dimensão da secção transversal do provete, (150 mm).

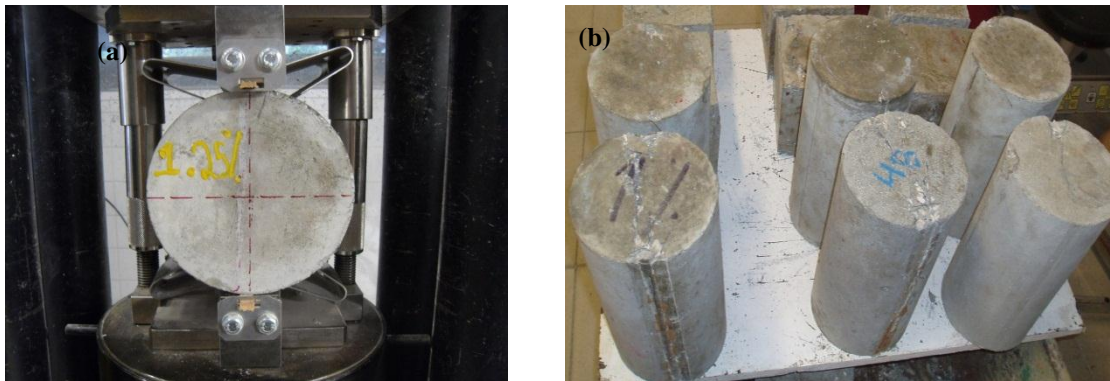


Figura 4.18 – Ensaio à compressão diametral, (a) provete na prensa e (b) seis provetes ensaiados por mistura.

Por cada mistura, foram ensaiados seis provetes cilíndricos. Às forças ( $F$ ) registadas nos ensaios, foi aplicada a Exp. (4.11) e obtiveram-se as tensões de tração por compressão diametral. O Quadro 4.7 apresenta as médias das tensões de tração por cada tipo de mistura, juntamente com o coeficiente COV.

Quadro 4.7 – Valores médios dos resultados à compressão diametral.

Mistura	M0	M1-0.5	M2-0.75	M3P-0.75	M4P-1	M5P-1.25
$f_{ct,sp}$ (MPa)	3.4	3.4	3.5	4.2	5.1	5.4
COV (%)	14.0	11.7	6.2	9.0	6.9	6.7

O ensaio à tração por compressão diametral dá o majorante da carga aplicada. No caso dos provetes reforçados com fibras, este ensaio registou a carga máxima após a fendilhação da matriz e da fase de endurecimento. A Figura 4.19 apresenta a evolução das tensões de tração em função da percentagem de fibras.

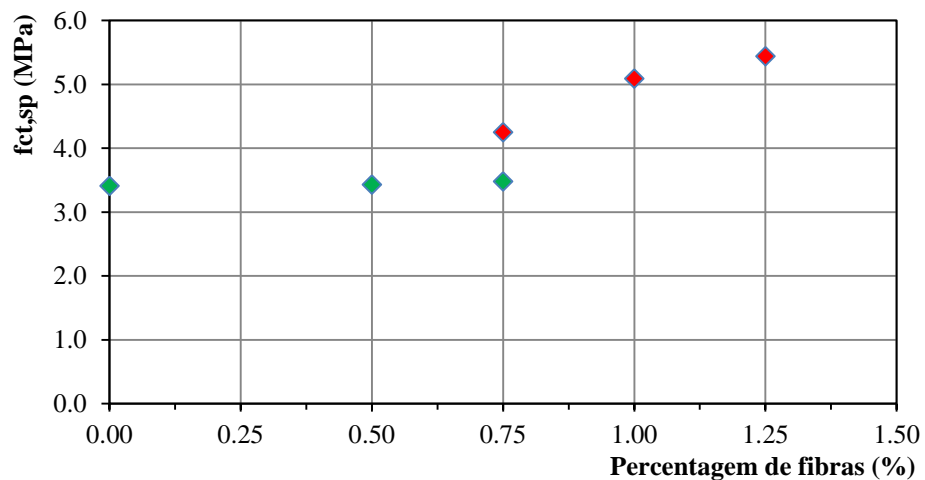


Figura 4.19 – Evolução da resistência à tração por compressão diametral com a percentagem de fibras.

Pelo gráfico da Figura 4.19 constata-se que, a resistência à tração aumenta de um modo geral com a percentagem de fibras sendo que, este aumento foi mais perceptível para as misturas onde se adicionaram plastificante. Os resultados destes ensaios estão dentro do esperado, porque como mencionado no Capítulo 2, o aumento da percentagem de fibras conduz ao acréscimo das tensões mobilizadas após a fendilhação da matriz.

## **4.6 ENSAIOS À FLEXÃO EM VIGAS ENTALHADAS**

### **4.6.1 Modelo de Ensaio**

As vigas têm dimensões  $150 \times 150 \times 600 \text{ mm}^3$ , com um entalhe de 25 mm de profundidade a meio vão. Por cada tipo de mistura foram ensaiadas à flexão seis vigas.

O sistema de ensaio envolveu um conjunto de passos: o primeiro foi de dispor dois rolos metálicos afastados 500 mm entre si, sobre uma base de betão; em seguida é pousada cuidadosamente a viga sobre os apoios com o entalhe virado para baixo em que, a viga fica disposta de modo a ter 50 mm livres em cada extremidade, ficando com um vão de 500 mm; depois de pousada a viga, é colocado a meio vão o sistema de carga composto por um rolo metálico com 30 mm de diâmetro. Todo o esquema de ensaio teve com base as especificações da norma EN 14651 [18].

Todos os modelos foram ensaiados até a rotura, através da aplicação de uma carga vertical no centro da viga, usando um macaco hidráulico. O sistema de reação consiste num pórtico metálico ligado à laje de reação do laboratório. O esquema de ensaio está apresentado na Figura 4.20 e 4.21.

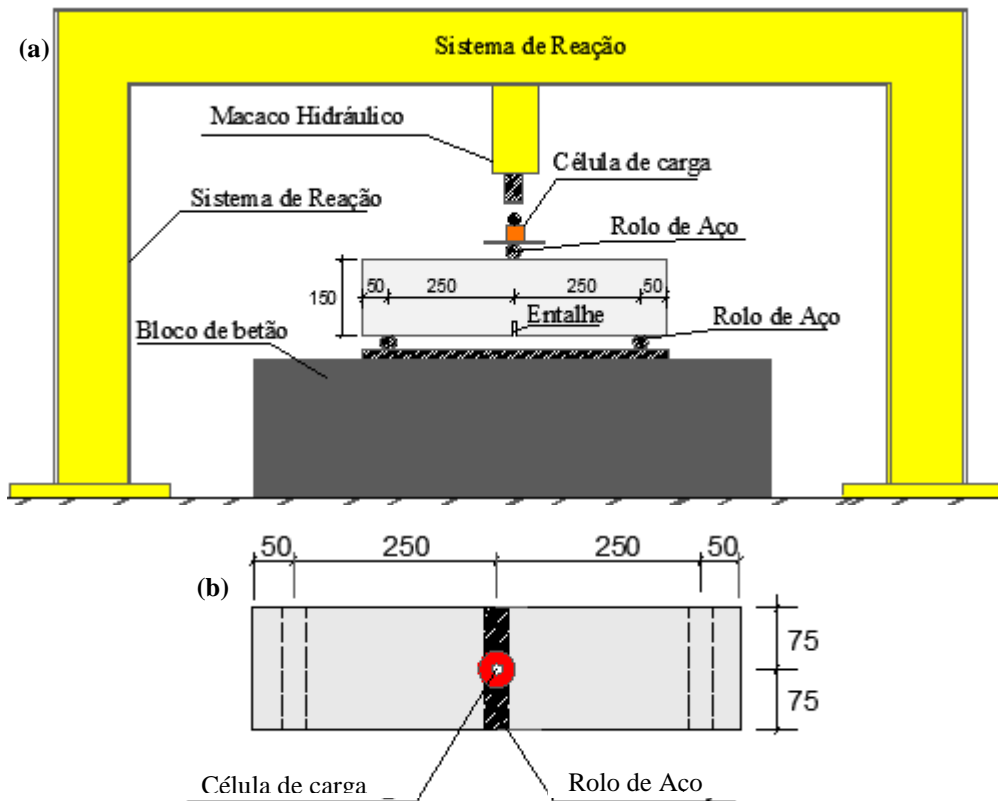


Figura 4.20 – Esquema dos ensaios das vigas, (a) vista geral da viga e do pórtico de reação e (b) vista em planta da viga (desenho sem escala e dimensões em mm).

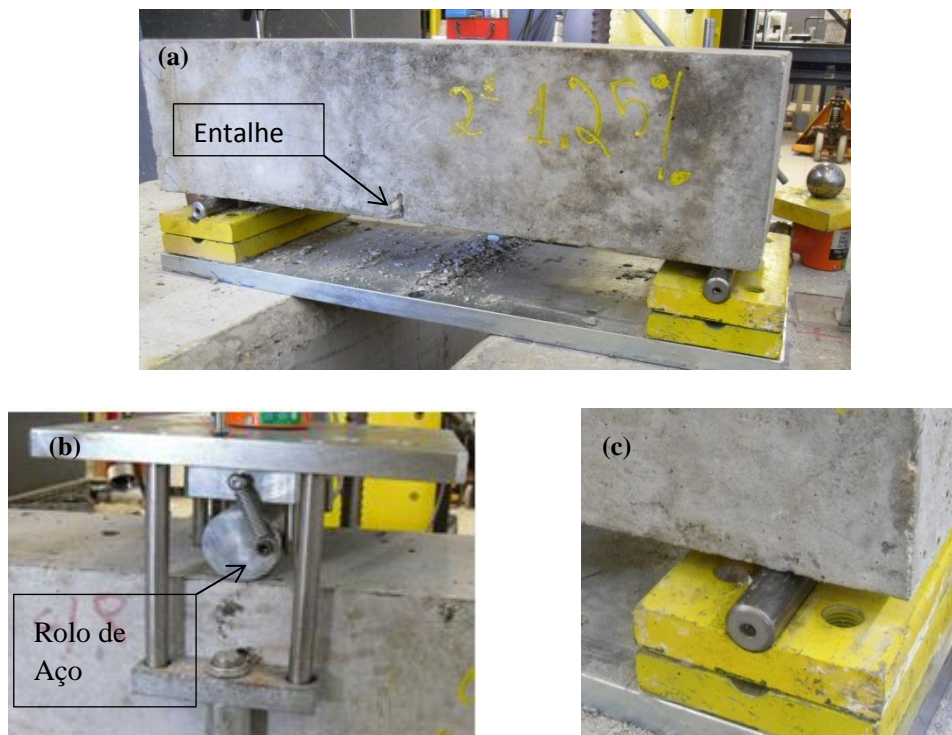


Figura 4.21 – Sistema de ensaio da viga, (a) viga pousada sobre os rolos de aço, (b) sistema de carga sobre a viga e (c) pormenor de um dos apoios.

#### 4.6.2 Instrumentação

Para monitorizar a carga aplicada, foi colocado sobre o sistema de carga uma célula de carga do tipo KC-20M da TML de 50 kN de capacidade máxima. (ver Figura 4.21 e 4.22).



**Figura 4.22 – Célula de carga utilizada para registar as forças nos ensaios das vigas.**

Para a instrumentação das flechas e abertura de fenda no entalhe, foram usados um total de seis deflectómetros eléctricos. A fim de registar as flechas, foi instalado sobre o sistema de carga dois deflectómetros do tipo CDP-50 da TML e um deflectómetro sobre cada apoio para medir os deslocamentos relativos. Os deflectómetros que medem as flechas e os deslocamentos relativos, foram apoiados num bloco de betão por intermédio de bases magnéticas.

A abertura da boca do entalhe (ABE) é um registo opcional, mas uma vez que traz um acréscimo de informação para o trabalho, foi colocado em cada face na boca do entalhe um deflectómetro do tipo CDP-50 da TML.

No total usaram-se 6 deflectómetros cuja disposição encontra-se na Figura 4.23.

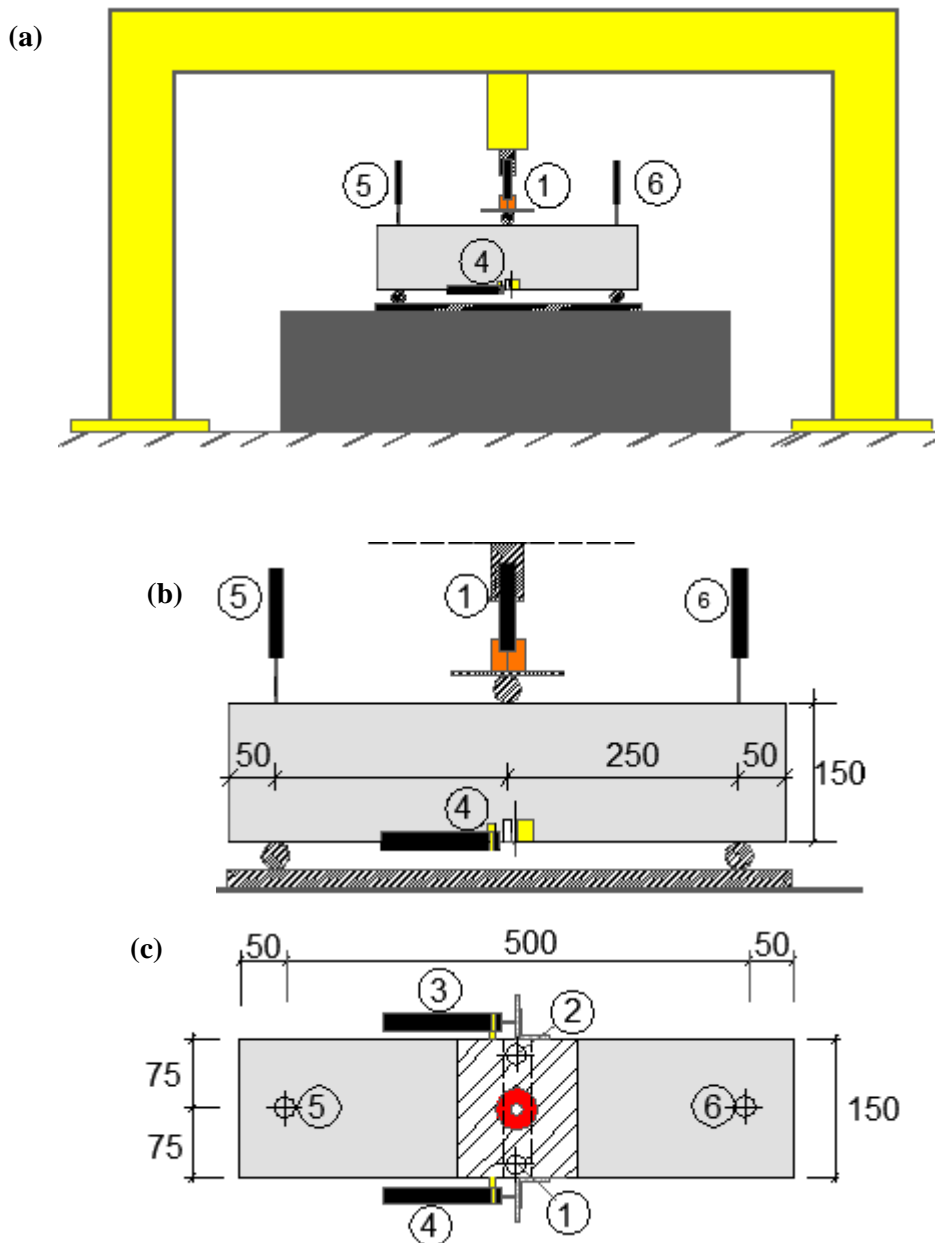


Figura 4.23 – Localização dos deflectómetros nas vigas, (a) vista geral, (b) vista lateral da viga e (c) vista superior da viga (desenho sem escala e dimensões em mm).

Os deflectómetros que medem a flecha são o 1 e o 2, ficando dispostos sobre o sistema da aplicação da carga. A flecha total será a média da leitura dos deflectómetros 1 e 2, a subtrair com a média dos deslocamentos relativos, medidos com os deflectómetros 5 e 6. A Figura 4.24 apresenta fotos da instrumentação.

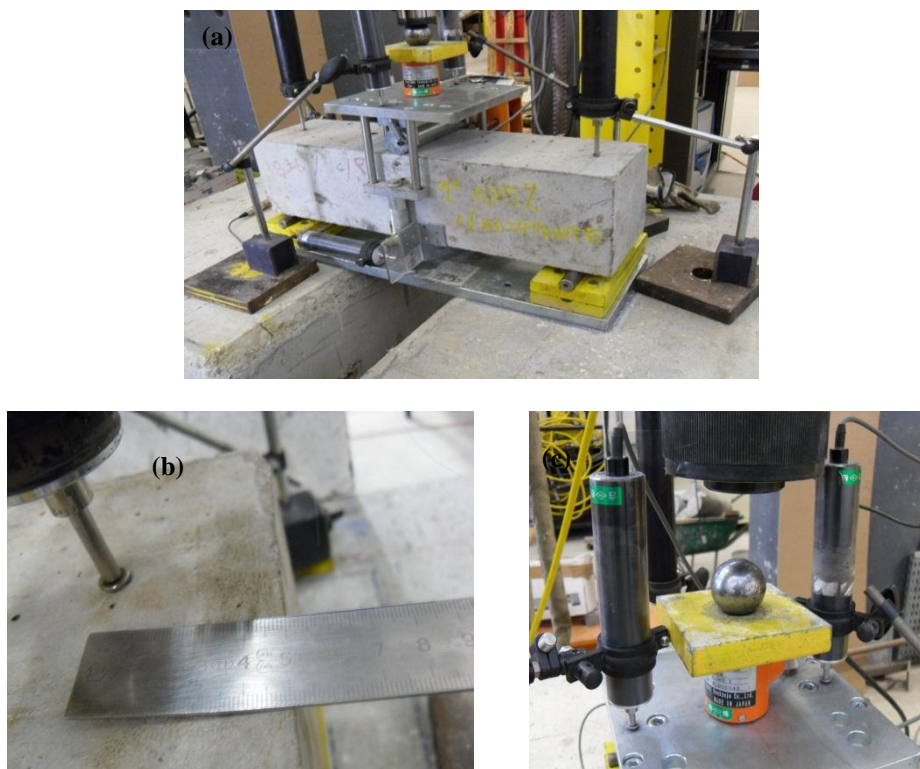


Figura 4.24 – Deflectómetros para medição da flecha nas vigas, (a) vista geral dos deflectómetros na viga, (b) deflectómetro sobre o apoio e (c) dois deflectómetros sobre o sistema de carga.

A colocação dos deflectómetros na boca do entalhe tem um procedimento diferente em relação aos restantes. Os deflectómetros são fixos na viga na direção longitudinal, por intermédio de cola quente e o êmbolo do deflectómetro faz reação com uma cantoneira, fixada igualmente com cola quente nas faces laterais. O êmbolo do deflectómetro fica à altura da face inferior da viga, de modo a registar as aberturas de fendas na boca do entalhe. Este sistema de medição é realizado em ambas as faces da viga.

No decorrer do ensaio a cantoneira faz reação com o êmbolo e quando a fenda abre, o êmbolo descomprime. Na Figura 4.25 e Figura 4.26 encontram-se os pormenores da instrumentação no entalhe.

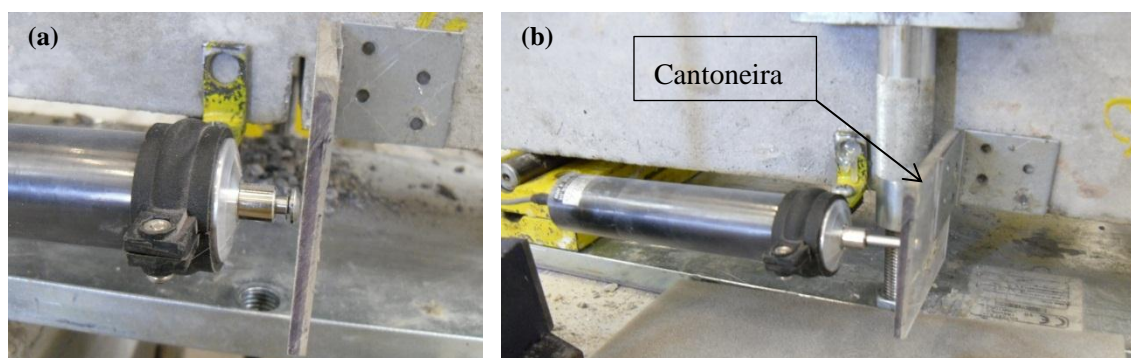
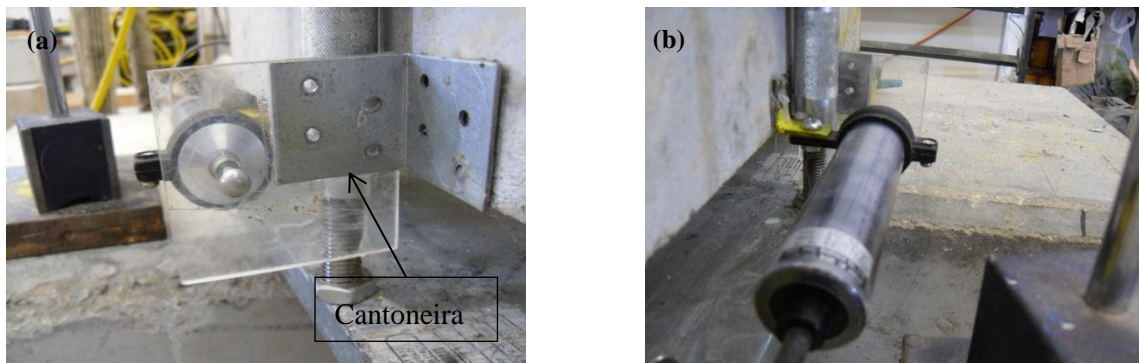


Figura 4.25 – Disposição do deflectómetro no entalhe, (a) vista do deflectómetro sem a barra de equilíbrio do sistema de carga e (b) vista do deflectómetro com a barra de equilíbrio do sistema de carga.



**Figura 4.26 – Disposição do deflectómetro no entalhe, (a) cantoneira e (b) deflectómetro visto por de trás da cantoneira.**

Depois de terem sido dispostos os deflectómetros e a célula de carga na viga, estes são ligados a um computador por meio de um spider Hottinger HBM Baldwin Messtechnik 4.8 kHz, que converte os sinais emitidos pelos transdutores e que são lidos no programa CATMAN ®. No sistema de reação está incorporado um macaco hidráulico, que por sua vez é ligado ao grupo hidráulico (ver Figura 4.27).



**Figura 4.27 – Sistema de carga, (a) macaco hidráulico Enerparc RCH 206 incorporado no sistema de reação e (b) grupo hidráulico WALTER BAI AG tipo NSPA 700 / DIG 2000.**

#### 4.6.3 Execução dos ensaios

Após a montagem do sistema de ensaio, inicia-se o teste à flexão com introdução de uma carga através do macaco hidráulico. A pressão é fornecida pelo grupo hidráulico WALTER+BAI AG tipo NSPA 700/DIG 2000 (ver Figura 4.27). O sistema fornece uma carga pontual no centro da viga. O computador faz o registo de deslocamentos e forças em intervalos de 0.2 segundos. Com este sistema de ensaio, foram realizados seis ensaios à flexão em vigas, por cada mistura.

#### 4.6.3.1 Ensaio em vigas de Betão simples

O ensaio à flexão das vigas constituídas por BS apresenta uma rotura frágil, uma vez atingida a fendilhação do betão dá-se a rotura imediata da viga. Surge uma única macro fenda localizada acima do entalhe (ver Figura 4.28).



**Figura 4.28 – Rotura de uma viga constituída pela mistura M0.**

#### 4.6.3.2 Ensaio em vigas de BRFA

A rotura das vigas de BRFA é mais dúctil em relação às de BS. A rotura dá-se por uma fenda, que evolui desde o entalhe até à zona de aplicação de carga, acompanhada exteriormente por fissuração ramificada. Este fenómeno é mais patente à medida que a percentagem de fibras aumenta.

Quando o betão fendilha a viga não colapsa uma vez que, as tensões são transferidas por meio das fibras e com o evoluir das tensões as fibras são progressivamente arrancadas ao longo da superfície de fratura, começando da zona inferior da viga até a zona superior. Após a rotura das vigas de BRFA, constatou-se que as fibras têm uma propensão de arranjo segundo a direção longitudinal. Este facto fica a dever-se à geometria do provete, nomeadamente ao efeito de parede, este consiste no alinhamento das fibras junto ao fundo e às laterais da viga, tornando a orientação das fibras comprometida. Da Figura 4.29 à 4.33 apresentam-se as fotos das vigas de BRFA depois de ensaiadas.



Figura 4.29 – Rotura de uma viga constituída pela mistura M1-0.5.



Figura 4.30 – Rotura de uma viga constituída pela mistura M2-0.75.



Figura 4.31 – Rotura de uma viga constituída pela mistura M3P-0.75.



Figura 4.32 – Rotura de uma viga constituída pela mistura M4P-1.



Figura 4.33 – Rotura de uma viga constituída pela mistura M5P-1.25.

#### 4.6.4 Curvas experimentais dos ensaios à flexão em vigas

No decorrer dos ensaios à flexão, o sistema de instrumentação foi registando a variação da força com os respetivos deslocamentos. Depois do registo de dados, eles foram tratados de modo a eliminar os deslocamentos relativos e produziram-se assim os gráficos  $F-\delta$  e  $F-ABE$ . Nos gráficos da Figura 4.34 à 4.46, apresentam-se os resultados individuais de cada provete e o resultado médio.

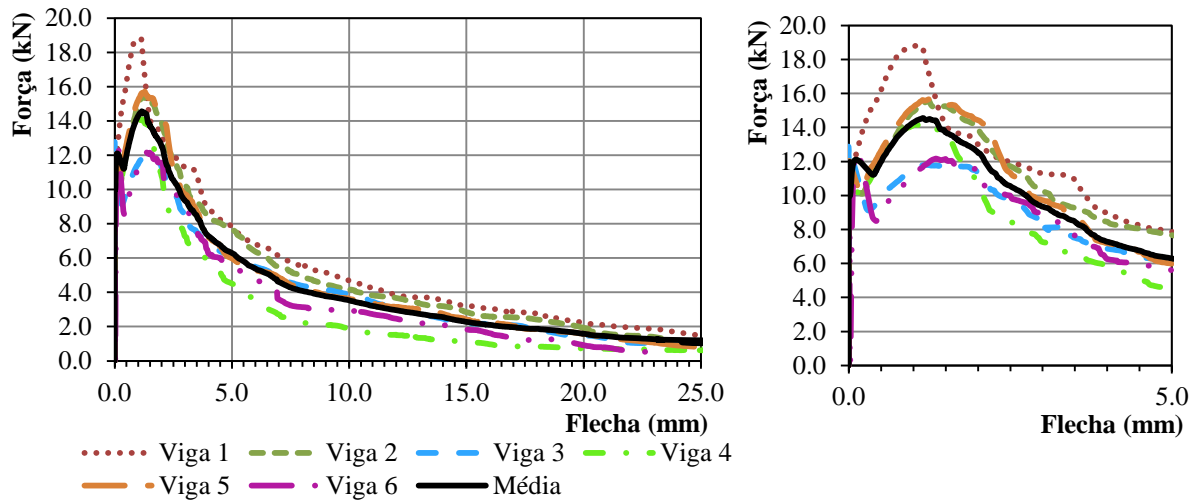


Figura 4.34 – Relações força-flecha para o ensaio à flexão das vigas constituídas pela mistura M1-0.5.

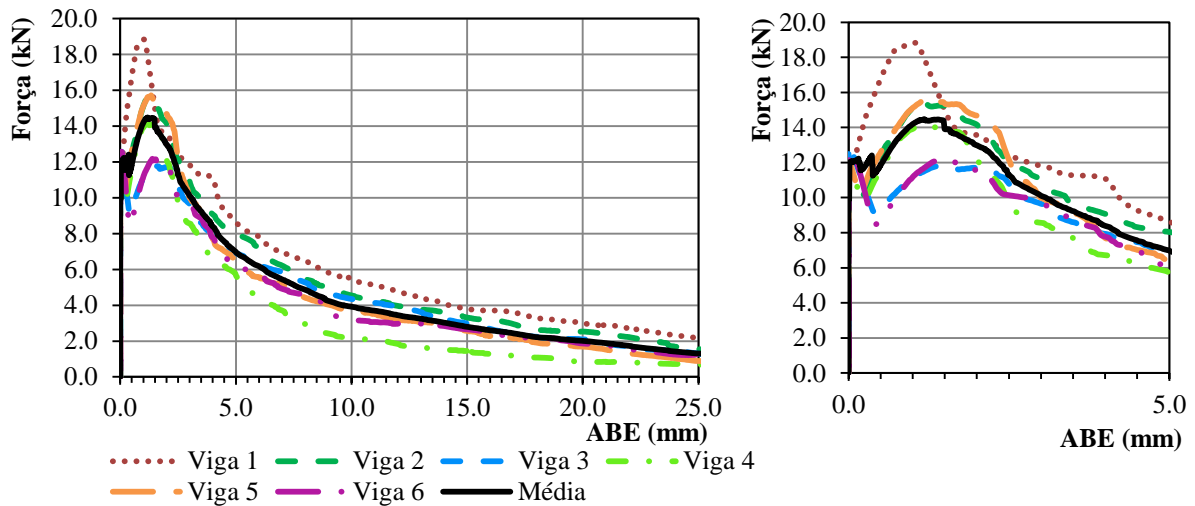


Figura 4.35 – Relações força-abertura do entalhe para o ensaio à flexão das vigas constituídas pela mistura M1-0.5.

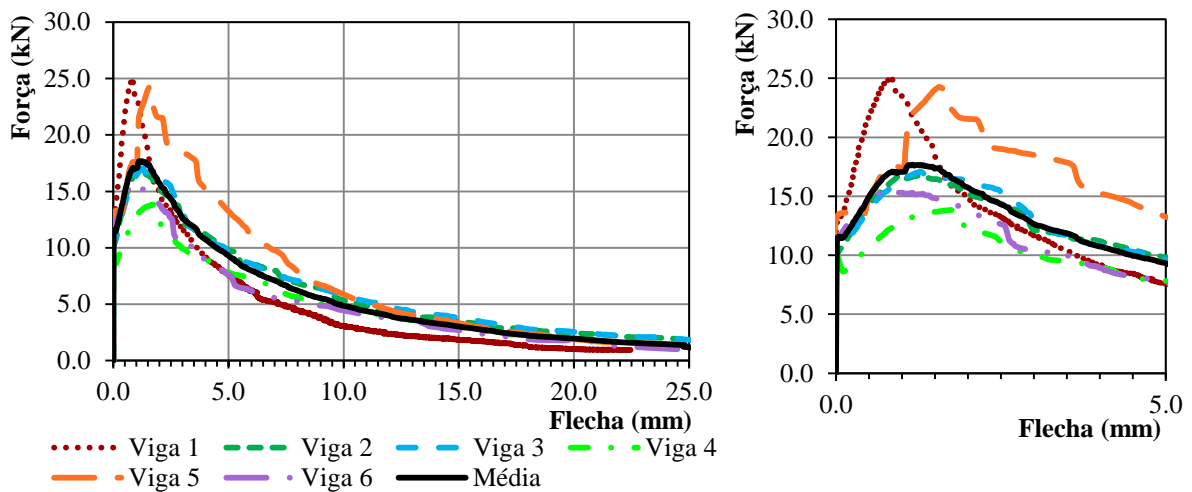


Figura 4.36 – Relações força-flecha para o ensaio à flexão das vigas constituídas pela mistura M2-0.75.

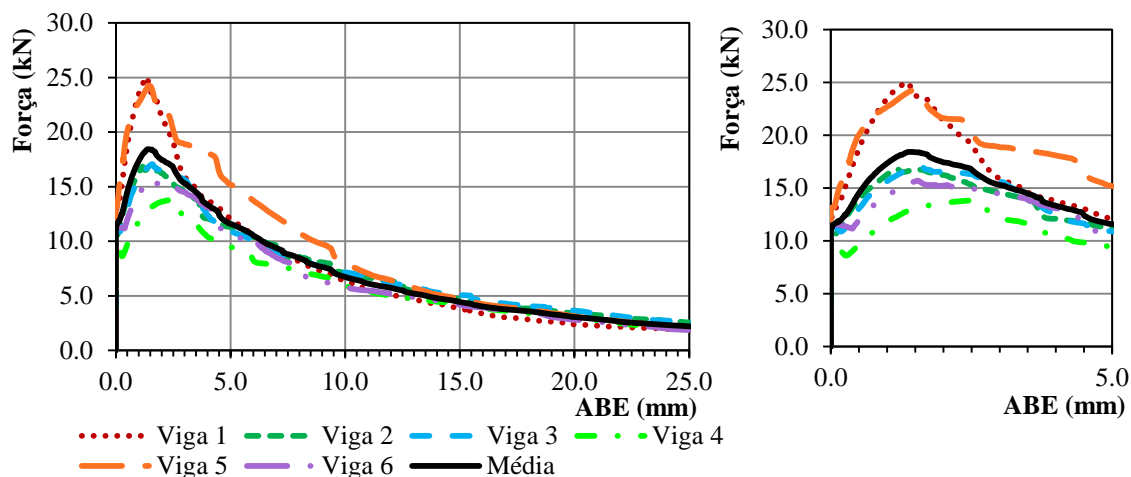


Figura 4.37 – Relações força-abertura do entalhe para o ensaio à flexão das vigas constituídas pela mistura M2-0.75.

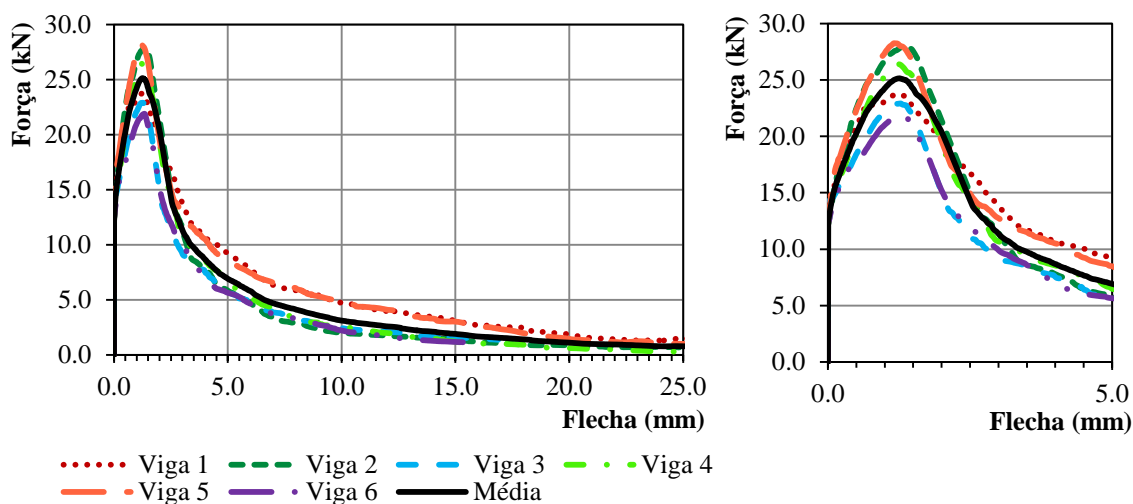


Figura 4.38 – Relações força-flecha para o ensaio à flexão das vigas constituídas pela mistura M3P-0.75.

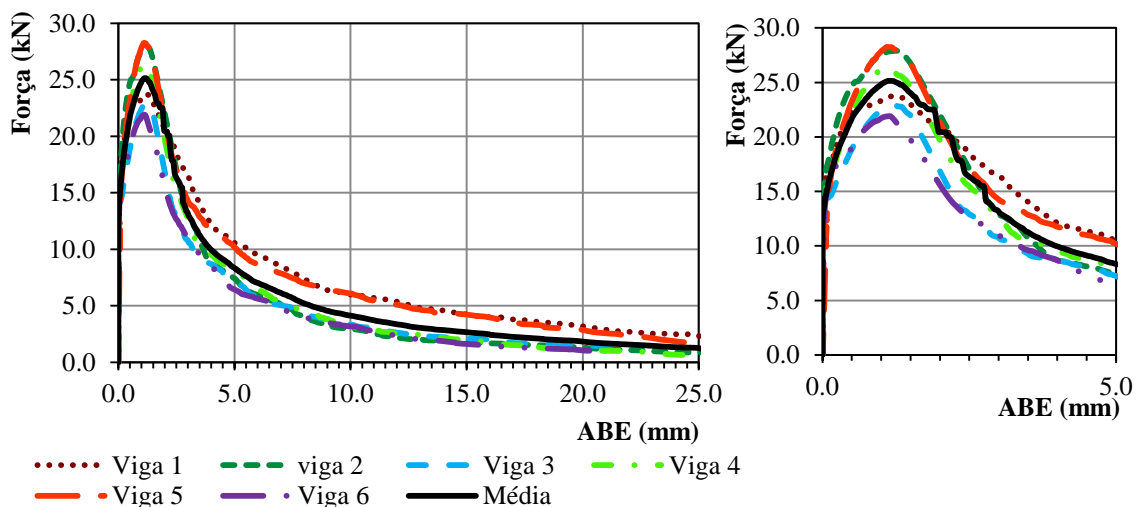


Figura 4.39 – Relações força-abertura do entalhe para o ensaio à flexão das vigas constituídas pela mistura M3P-0.75.

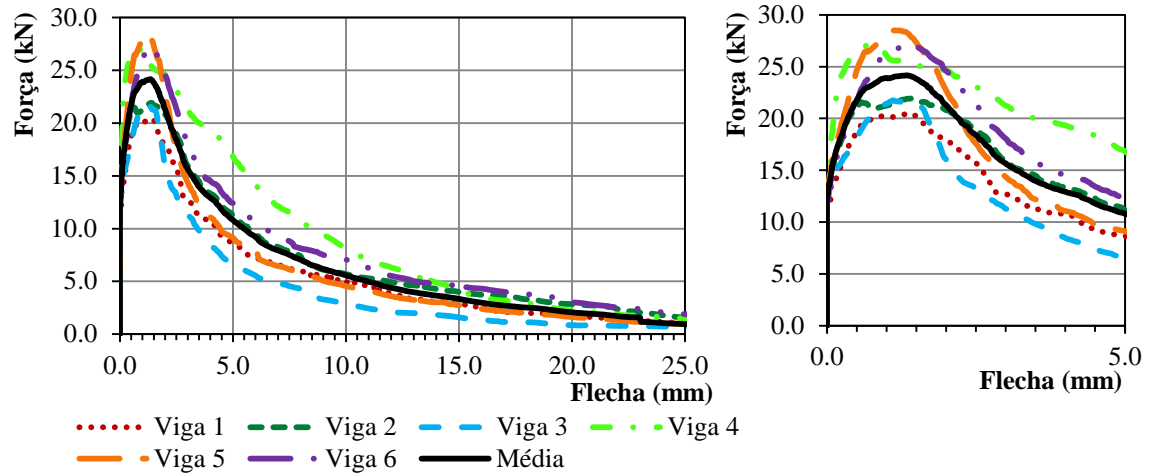


Figura 4.40 – Relações força-flecha para o ensaio à flexão das vigas constituídas pela mistura M4P-1.

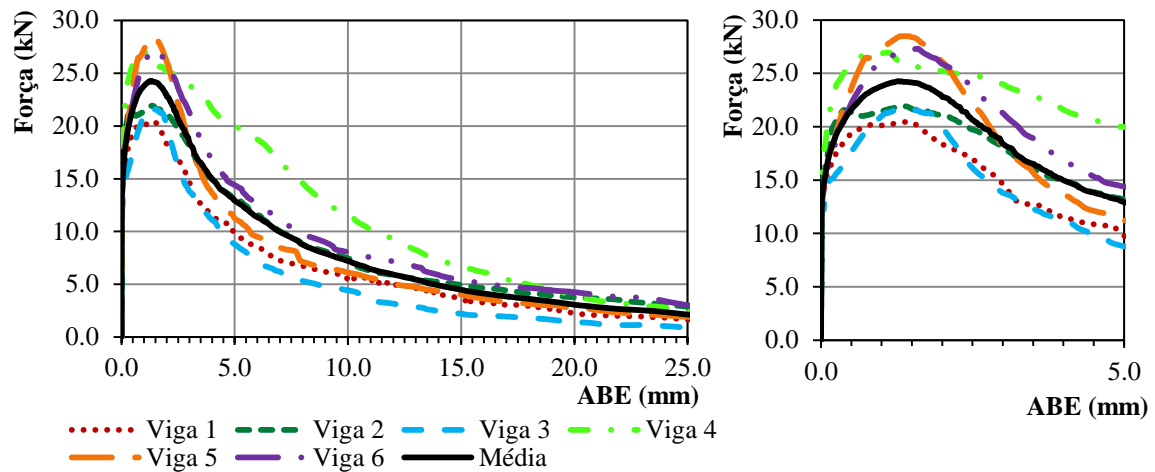


Figura 4.41 – Relações força-abertura do entalhe para o ensaio à flexão das vigas constituídas pela mistura M4P-1.

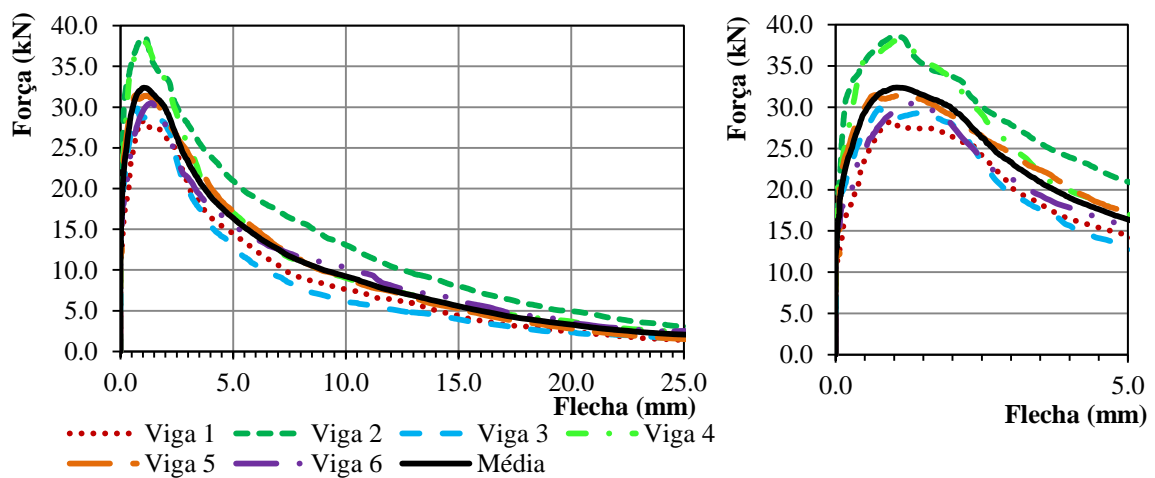


Figura 4.42 – Relações força-flecha para o ensaio à flexão das vigas constituídas pela mistura M5P-1.25

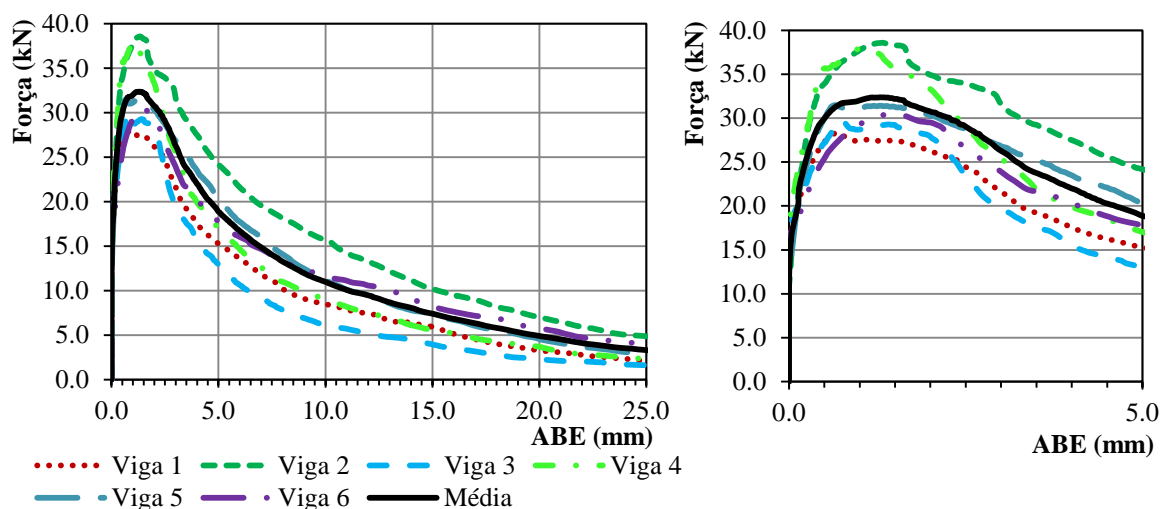


Figura 4.43 – Relações força-abertura do entalhe para o ensaio à flexão das vigas constituídas pela mistura M5P-1.25.

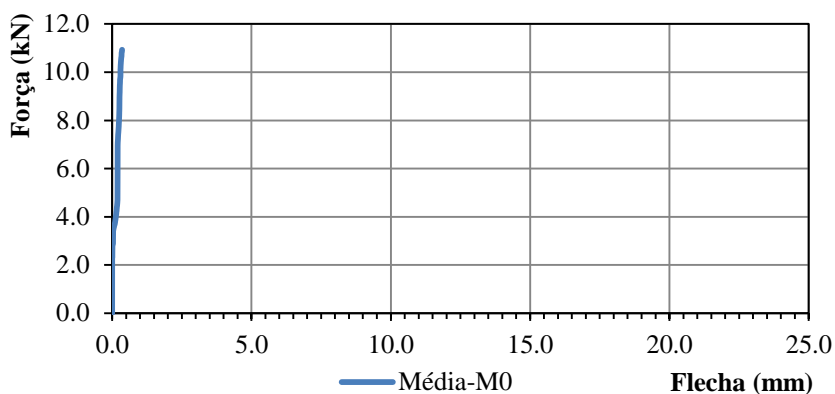


Figura 4.44 – Relação média força-flecha para o ensaio à flexão das vigas constituídas pela mistura M0.

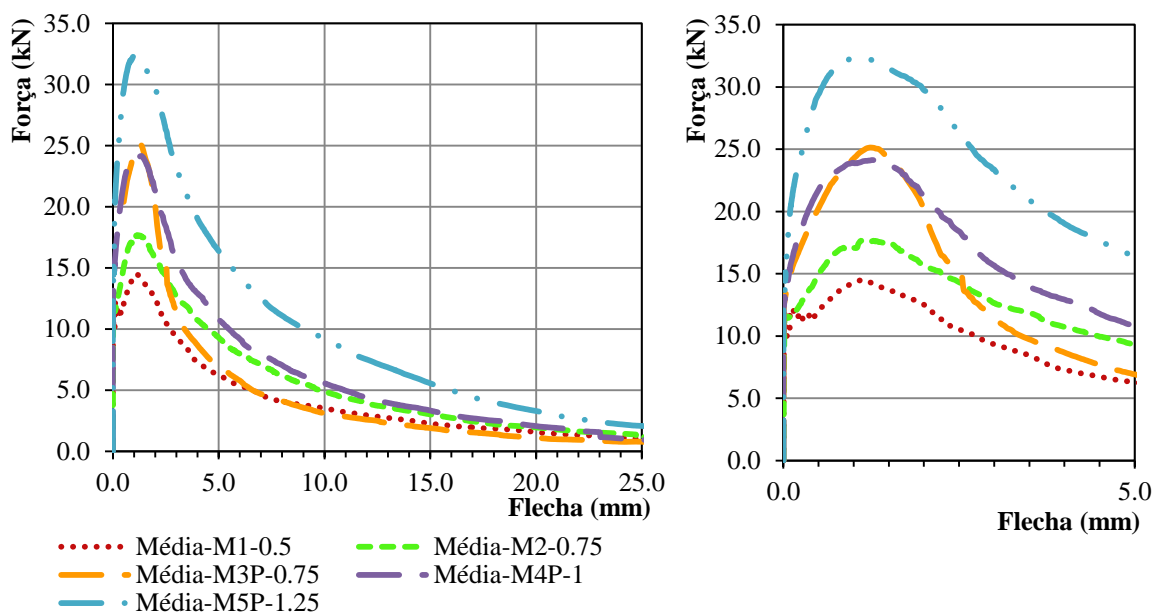
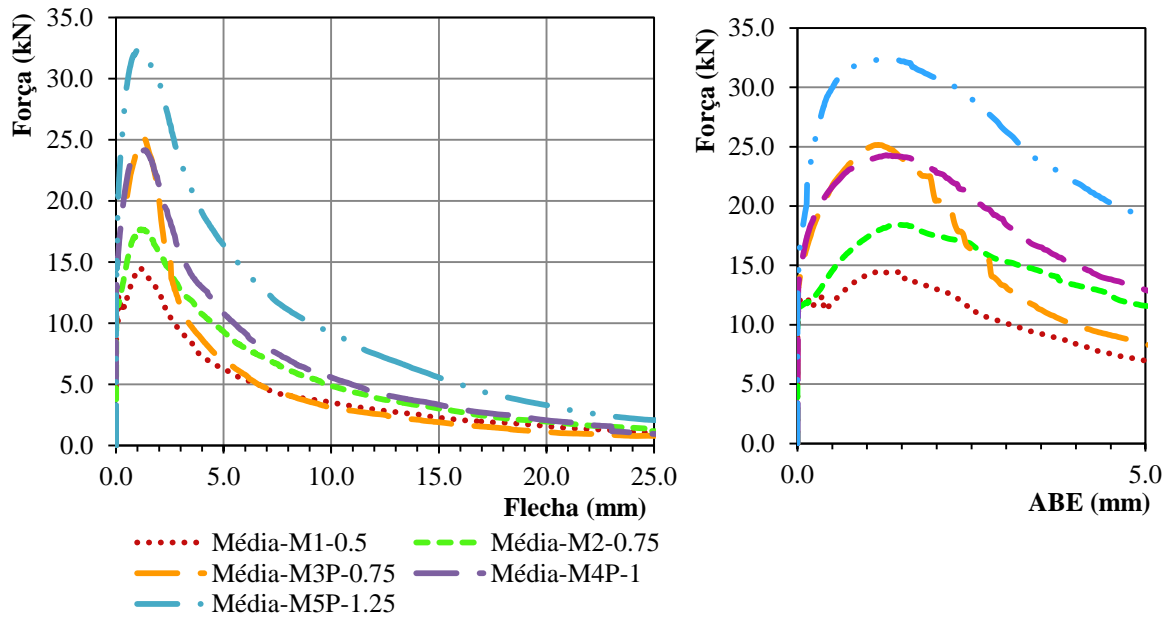


Figura 4.45 – Relações médias força-flecha obtidas nos ensaios das vigas por cada tipo de mistura.



**Figura 4.46 – Relações médias força-abertura de fenda obtidas nos ensaios das vigas por cada tipo de mistura.**

Pelos gráficos apresentados observa-se, que as curvas  $F-\delta$  e  $F-ABE$  tem uma evolução semelhante. De um modo geral a carga de pico e o comportamento pós-pico, é diretamente proporcional com as percentagens de fibras adicionadas (ver Figura 4.45 e 4.46), com exceção das vigas constituídas pela mistura M3P-0.75.

Para todas as vigas ensaiadas, a rotura da matriz dá-se para uma carga de aproximadamente 11kN (ver Figura 4.45, 4,45 e 4.46). Independentemente da percentagem de fibras a força de fendilhação foi semelhante, porque as fibras são mobilizadas após a fendilhação do betão. No Quadro 4.8 encontra-se a média das forças máximas mobilizadas, nos ensaios à flexão em vigas

**Quadro 4.8 – Forças máximas registadas nos ensaios à flexão em vigas.**

Misturas	M0	M1-0.5	M2-0.75	M3P-0.75	M4P-1	M5P-1.25
Ensaio nas vigas $F_{m\acute{a}x.}$ (kN)	10.9	14.5	17.7	25.1	24.2	32.4

As vigas constituídas pela mistura M3P-0.75 apresentam uma carga máxima mais elevada, em relação as vigas constituídas pela mistura M4P-1, em que estas têm maior percentagem de fibras. O comportamento das vigas constituídas pela mistura M3P-075 pode-se dever a vários fatores tais como: poderá ter havido maior aderência da fibra à matriz para as misturas M3P-0.75, pelo facto de estas terem apresentado maior trabalhabilidade e compactação, em relação as restantes misturas de BRFA; para estas vigas poderá ter havido um maior número de fibras na face inferior (zona das tensões de tração), ocorrendo deste modo um aumento induzido no desempenho à flexão.

## 4.7 ENSAIOS À FLEXÃO EM PAINÉIS

### 4.7.3 Modelo de ensaio

Por cada tipo de mistura foram ensaiados seis painéis segundo NP EN 14488 [26], ficando com um total de trinta e seis painéis ensaiados à flexão neste programa experimental.

Os modelos foram ensaiados à flexão até rotura, pela aplicação de cargas verticais no centro dos painéis, por meio de um macaco hidráulico.

Os modelos de ensaios consistem em painéis quadrados, com dimensões em planta de  $600 \times 600 \text{ mm}^2$  e com uma espessura de 100 mm. O sistema de apoio utilizado encontra-se esquematizado na Figura 4.47, este é composto por quatro perfis RHS sobre dois blocos de betão. Os perfis são dispostos de modo a que, a distância entre as concordâncias dos perfis sejam 500 mm.

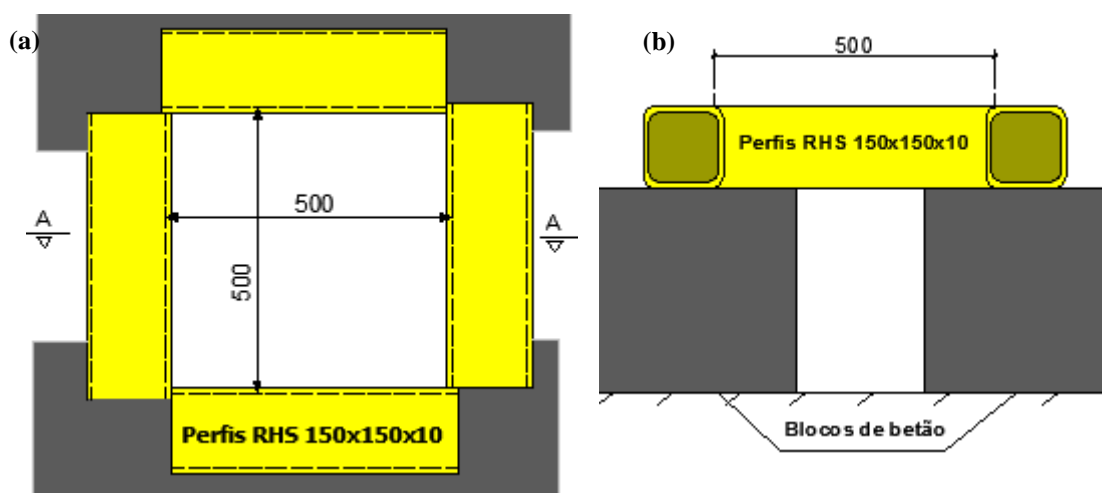


Figura 4.47 – Sistema de apoio dos painéis em perfis RHS, (a) vista em planta e (b) vista pelo corte A-A, (desenho sem escala e dimensões em mm).

O painel fica centrado no sistema de apoio com um vão de 500 mm em todo o seu redor (ver Figura 4.48) e com a superfície de betonagem virada para cima. No centro do painel é colocada uma placa de aço  $100 \times 100 \times 20 \text{ mm}^3$ , por onde será aplicado o carregamento, (ver Figura 4.48).

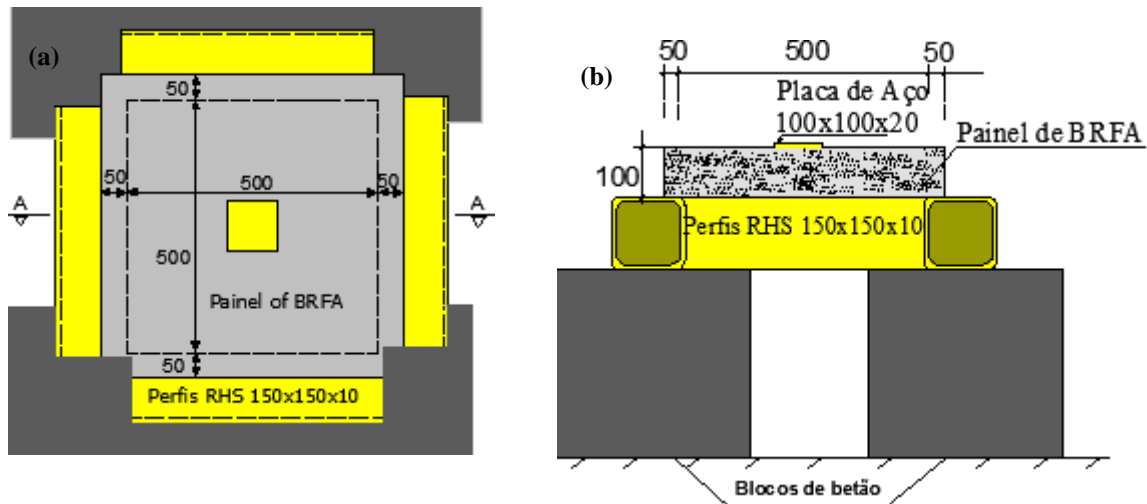


Figura 4.48 – Painel apoiado no sistema de apoio, (a) vista em planta e (b) vista pelo corte A-A, (desenho sem escala e dimensões em mm).

A carga é aplicada verticalmente no centro do painel, por meio do sistema de carga da Figura 4.27. Nas Figuras 4.49 e 4.50 apresentam-se fotos dos esquemas de ensaios.

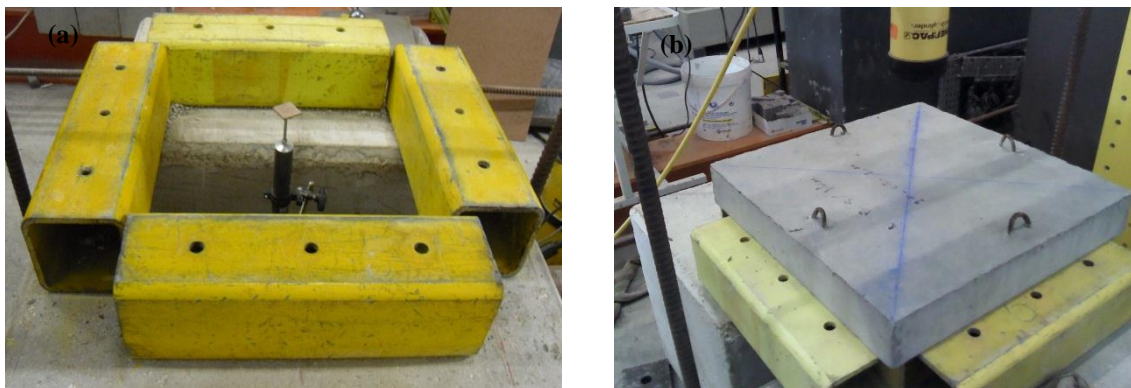


Figura 4.49 – Esquema de ensaio, (a) sistema de suporte em perfis RHS e (b) painel sobre o sistema de suporte.

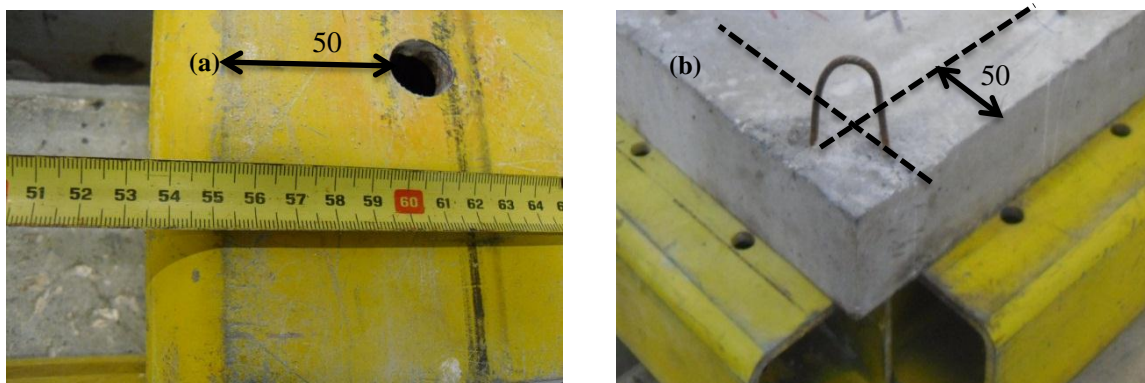


Figura 4.50 – Pormenores dos apoios, (a) distância da concordância aos orifícios dos perfis e (b) pormenor do canto do painel sobre o suporte (dimensões em mm).

#### 4.7.4 Instrumentação

Para registar a força aplicada pelo grupo hidráulico, foi instalado sobre a placa metálica  $100 \times 100 \times 20 \text{ mm}^3$ , uma célula de carga de modelo KC 20M da TML, com capacidade máxima de 200 kN. Nas Figuras 4.51 e 4.52 encontra-se a célula de carga disposta sobre o painel.

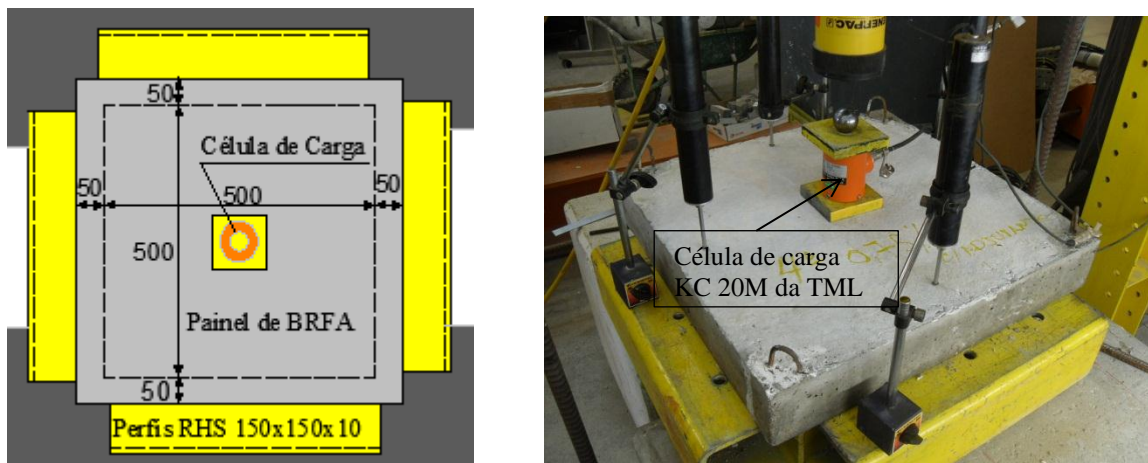


Figura 4.51 – Disposição da célula de carga no centro do painel (desenhos sem escala e dimensões em mm).

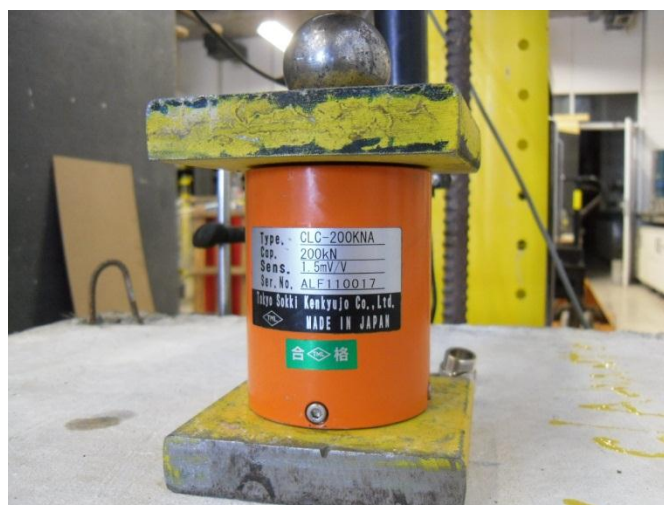


Figura 4.52 – Célula de carga KC 20M da TML de capacidade 200kN.

A instrumentação dos deslocamentos nos painéis, envolveu cinco deflectómetros eléctricos. Um deflectómetro do tipo CDP-50 da TML foi instalado na direcção vertical, por baixo do painel e no centro deste, este deflectómetro tem a função de medir a flecha do painel. Os restantes quatro deflectómetros são do tipo CDP-100 da TML e foram dispostos sobre os apoios, afastados 50 mm dos bordos e com direcção vertical, estes têm a função de medir os deslocamentos relativos.

Todos os deflectómetros são apoiados por intermédio de bases magnéticas. Da Figura 4.53 à 4.54 encontra-se a disposição dos deflectómetros.

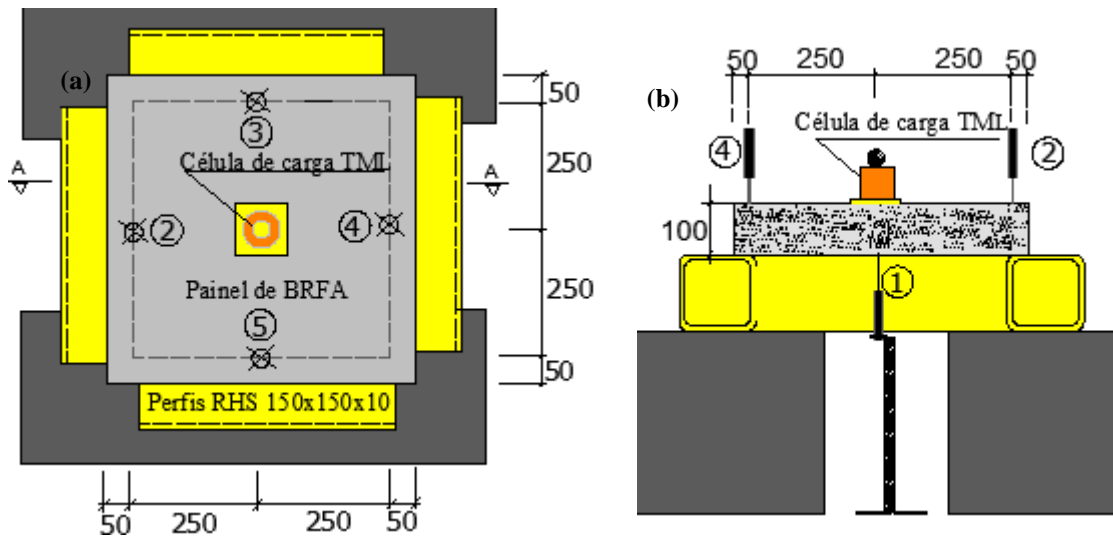


Figura 4.53 – Localização dos deflectómetros, (a) vista em planta e (b) vista pelo corte A-A (desenho sem escala e dimensões em mm).

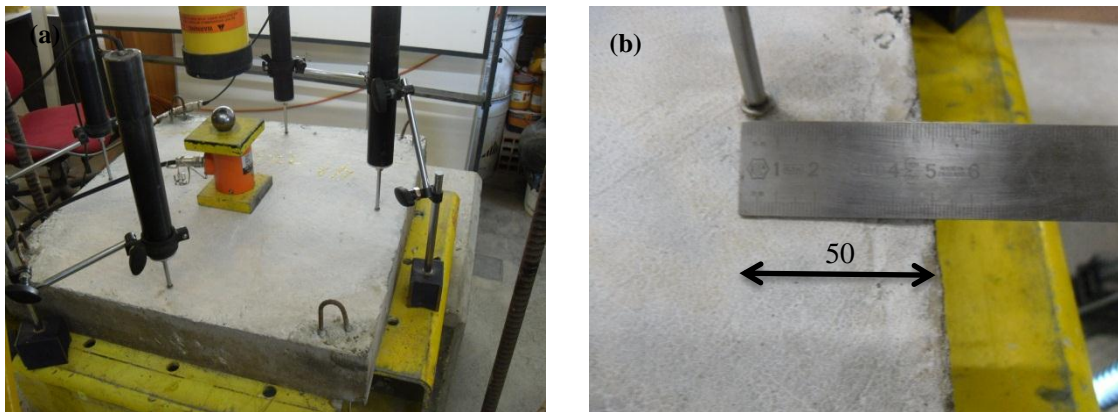


Figura 4.54 – Disposição dos deflectómetros nos apoios, (a) vista geral dos deflectómetros sobre os apoios e (b) pormenor do deflectómetro sobre o apoio (dimensões em mm).

Na Figura 4.55 apresenta-se o deflectómetro 1 disposto por baixo do painel, que tem a função de medir a flecha. Na extremidade do deflectómetro foi colocado uma placa de madeira, para que o êmbolo não ultrapasse a superfície do painel quando se abrem as fendas.

A flecha total será o deslocamento registado pelo deflectómetro 1, subtraindo pela média dos deslocamentos medidos nos deflectómetros 2, 3, 4 e 5.



**Figura 4.55 – Deflectómetro que mede a flecha.**

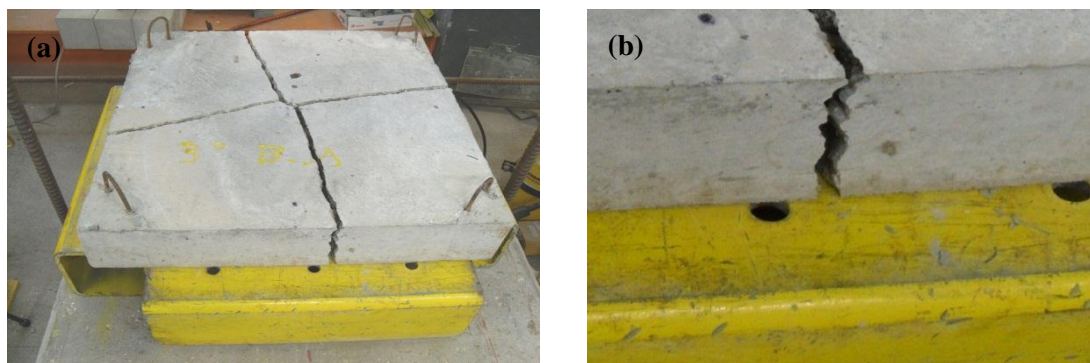
#### 4.7.5 Execução dos ensaios

O procedimento de ensaio obedece à norma NP EN 14488 [26]. No centro do painel é aplicada uma carga vertical fornecida pelo grupo hidráulico. Os aparelhos de instrumentação efectuam o registo de deslocamentos e forças a cada 0.2 segundos, até se atingir uma flecha de 25 mm, esta flecha só foi atingida para os painéis de BRFA.

Os ensaios à flexão com painéis de BS tiveram uma curta duração porque estes nunca atingiram flechas de 25 mm, estes painéis têm roturas frágeis. Uma vez atingida a tensão resistente de tração do betão, ocorre a rotura imediata do painel.

Os painéis de BRFA tiveram uma rotura mais dúctil. Após a fendilhação do betão continua a haver evolução das cargas aplicadas, devido à presença das fibras. Os painéis de BRFA conseguiram atingir flechas de 25 mm, pelo que estes ensaios despenderam mais tempo.

Das Figuras 4.56 à 4.61 é apresentado um exemplo de um painel por cada mistura, após a finalização dos ensaios.



**Figura 4.56 – Vista da rotura por flexão num painel constituído pela mistura M0 (a) vista geral e (b) fenda.**

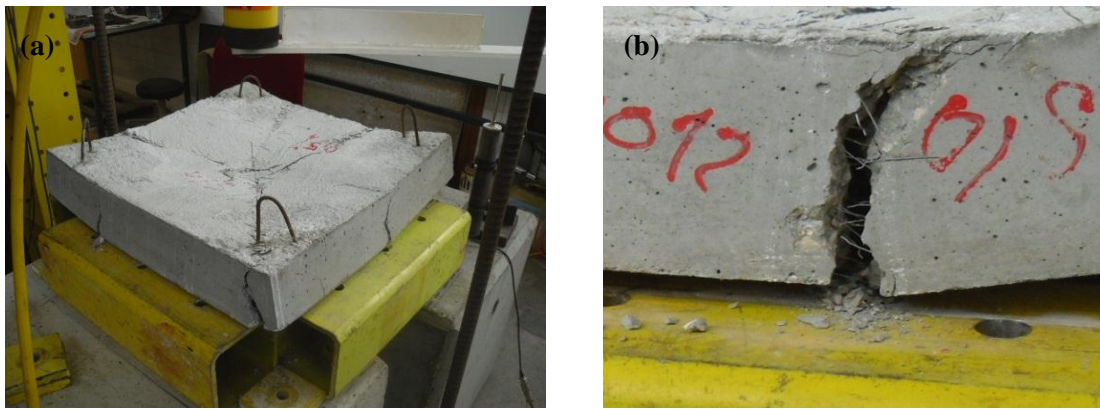


Figura 4.57 – Vista da rotura por flexão num painel constituído pela mistura M1-0.5, (a) vista geral e (b) fenda.

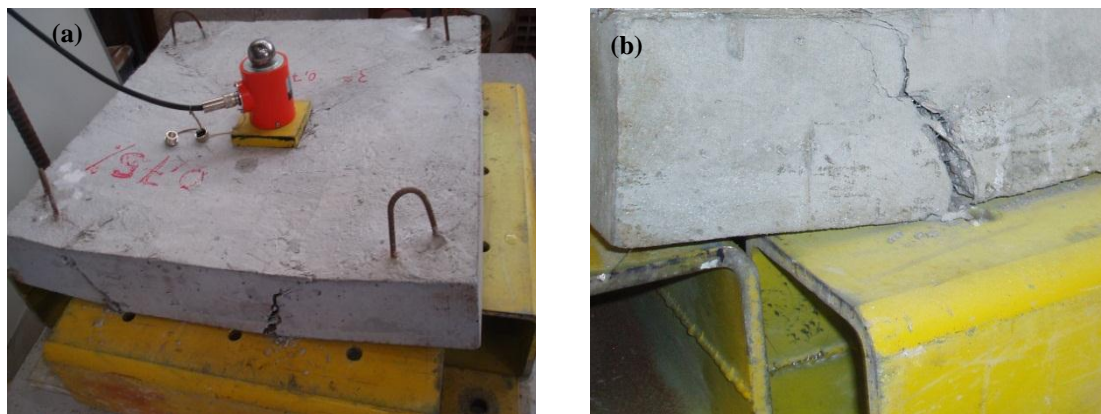


Figura 4.58 – Vista da rotura por flexão num painel constituído pela mistura M2-0.75, (a) vista geral e (b) fenda.

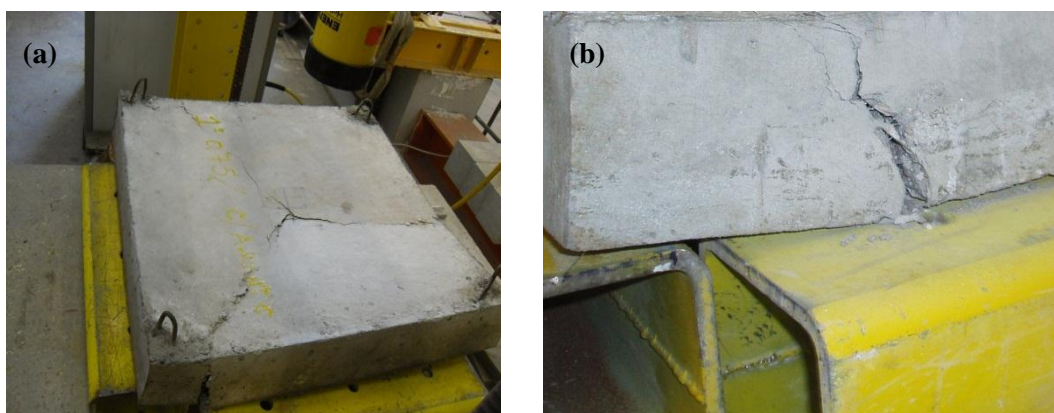


Figura 4.59 – Vista da rotura por flexão num painel constituído pela mistura M3P-0.75, (a) vista geral e (b) fenda.

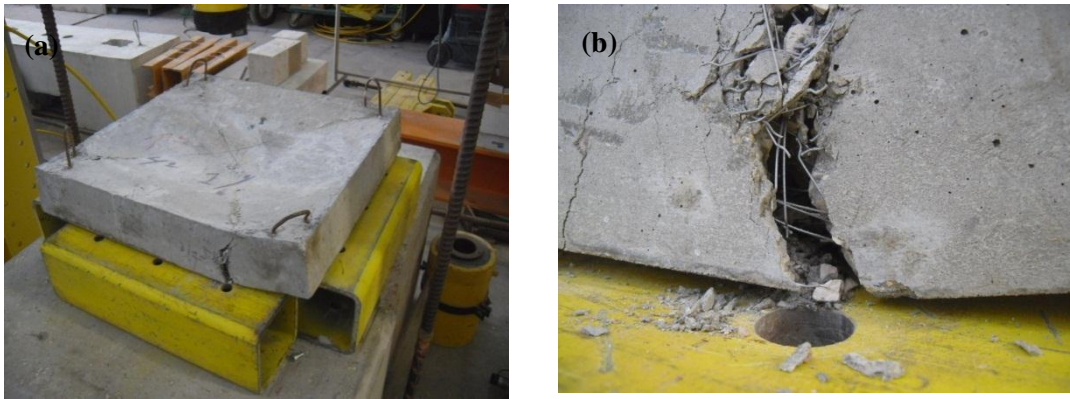


Figura 4.60 – Vista da rotura por flexão num painel constituído pela mistura M4-1, (a) vista geral e (b) fenda.

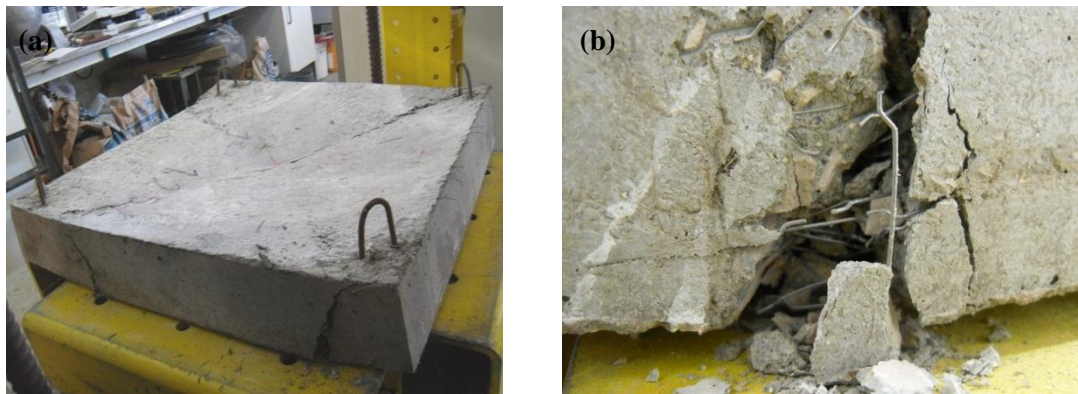


Figura 4.61 – Vista da rotura por flexão num painel constituído pela mistura M5-1.25, (a) vista geral e (b) fenda.

A contabilização do número de fendas que têm origem no centro do painel e que propagam-se até as extremidades é necessária para elaborar a AI. Através do número de fendas registadas, será aplicada a teoria das linhas de rotura (Capítulo 5) segundo os autores Marti *et al.* [41]. Para contabilizar o número de fendas é necessário expor o lado por onde se desenvolveu as tensões de tração. Foram registadas as macrofendas que têm origem no centro do painel e que propagam-se até aos bordos. Algumas fendas contabilizadas são relativamente pequenas mas também contribuíram para a dissipação de energia.

#### 4.7.5.1 Padrão de fendilhação para os painéis de BS

Os painéis de BS ensaiados à flexão apresentam na sua maioria quatro fendas, observando a superfície das fendas constata-se, que a rotura deu-se na sua maioria pela pasta de cimento (ver Figura 4.62).

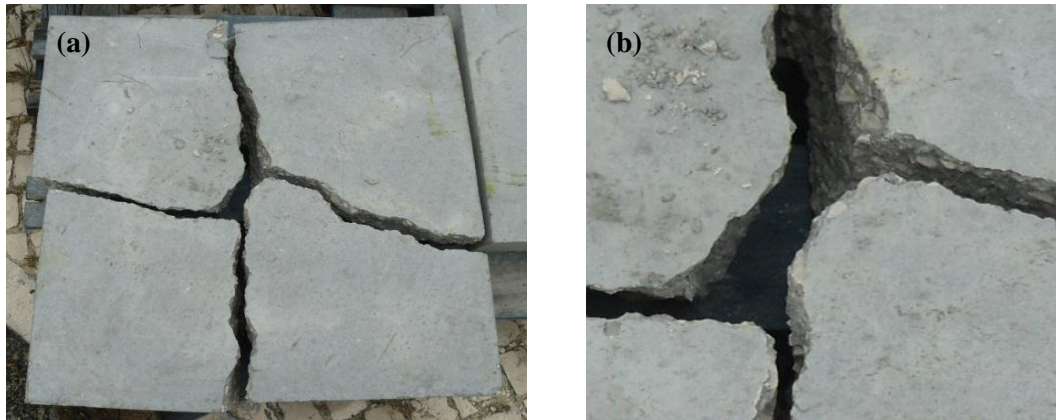


Figura 4.62 – Padrão de fendilhação dos painéis, constituído pela mistura M0, (a) painel com 4 fendas e (b) pormenor da fenda.

#### 4.7.5.2 Padrão de fendilhação para os painéis de BRFA

Apresentam-se desde Figura 4.63 à 4.67, um exemplo do padrão de fendilhação dos painéis por cada mistura de BRFA. Para os painéis constituídos pela mistura de BRFA, notou-se maior distribuição de fissuras resultante da distribuição de tensões proporcionada pelas fibras.

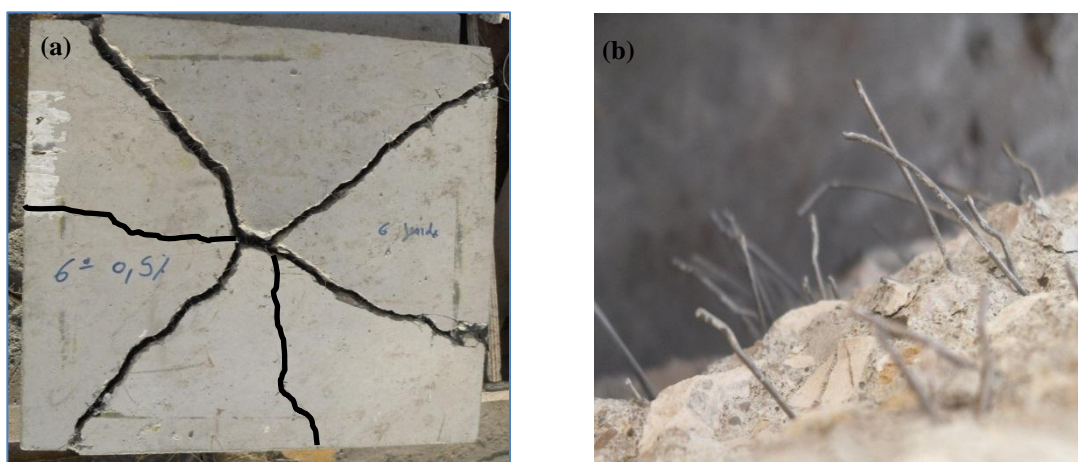


Figura 4.63 – Padrão de fendilhação para um painel constituído pela mistura M1-0.5, (a) painel com 6 fendas e (b) superfície de fenda.

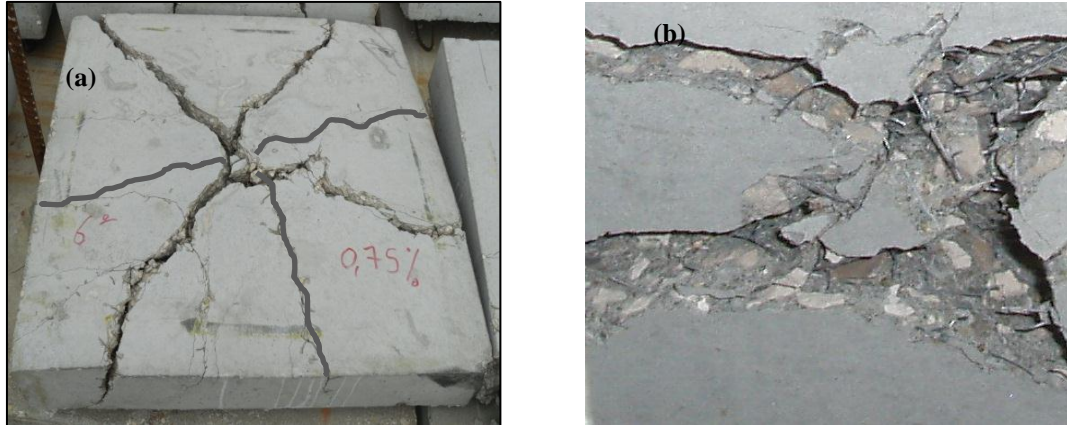


Figura 4.64 – Padrão de fendilhação para um painel constituído pela M2-0.75, (a) painel com 7 fendas e (b) superfície de fenda.

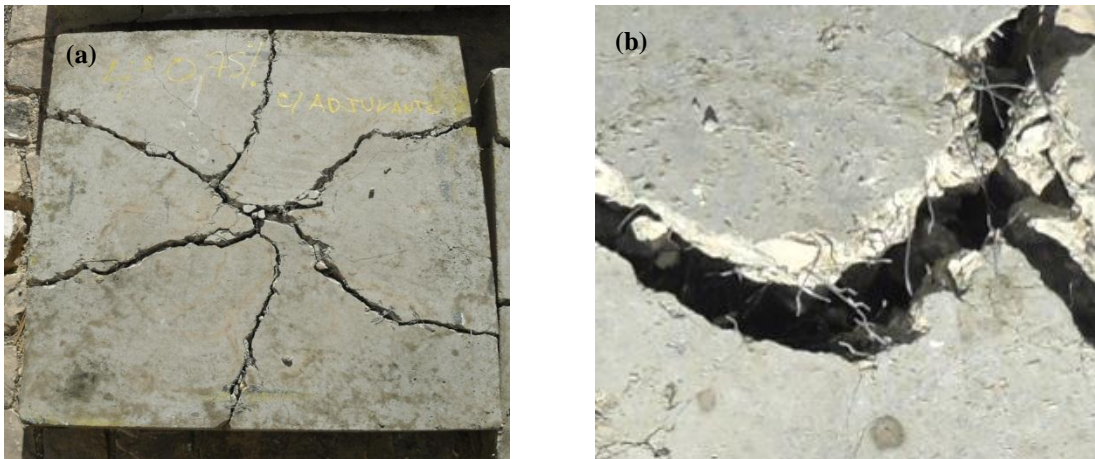


Figura 4.65 – Padrão de rotura para um painel constituído pela mistura M3P-0.75, (a) painel com 6 fendas e (b) superfície de fenda.

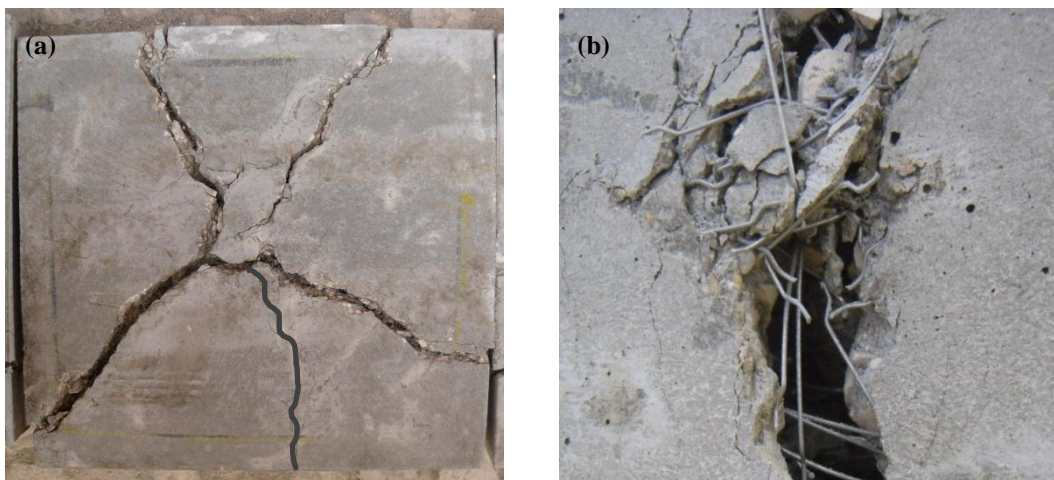


Figura 4.66 – Padrão de rotura para um painel constituído pela mistura M4P-1, (a) painel com 5 fendas e (b) superfície de fenda.

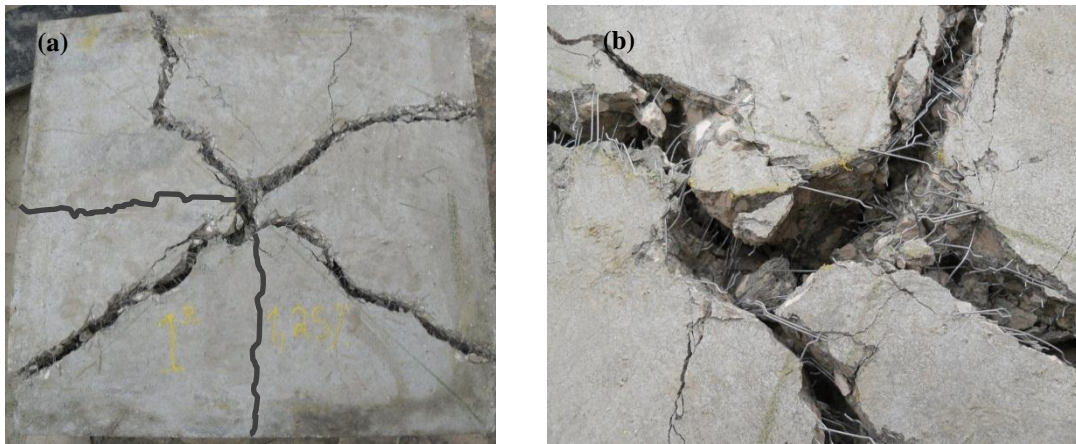


Figura 4.67 – Padrão de rotura para um painel constituído pela mistura M5-1.25, (a) painel com 6 fendas e (b) fenda.

Pela Figura 4.63 (b), verifica-se a ocorrência de dois tipos de rotura entre a ligação da fibra com o betão, uma rotura por escorregamento da fibra e outra pela rotura do betão. As fibras com maior amarração têm o gancho alongado porque a rotura deu-se por escorregamento, enquanto aquelas com menor amarração têm o gancho intacto porque a rotura deu-se pelo betão que envolve a fibra.

Pela abertura das fendas observa-se, que a orientação das fibras em relação às superfícies de fendas dos painéis, tomam variadas direções. Ao contrário das vigas, a geometria dos painéis não induz à orientação das fibras na direção longitudinal.

Pelas Figuras 4.63 à 4.67 observa-se que, os painéis apresentaram uma grande superfície de rotura por flexão, com um padrão de fendilhação distinto para cada tipo de mistura. O padrão de fendilhação variou por cada painel ensaiado devido essencialmente, às percentagens de fibras e a disposição destas pelo painel. Estes fatores influenciaram no modo como se distribuíram as tensões pelo painel, refletindo-se naturalmente no padrão de fendilhação desenvolvido.

#### 4.7.5.3 Curvas experimentais $F-\delta$ para os painéis

Durante os ensaios foram registados os descolamentos verticais, nos apoios e no centro do painel em função da carga aplicada. À flecha registada é subtraída os deslocamentos relativos e elaborados gráficos  $F-\delta$  para todos os painéis ensaiados.

As recomendações da norma NP EN 14488 [26] diz que a flecha deve ser registada até aos 25 mm no entanto, os dois primeiros painéis ensaiados com 0.5% de fibra não atingiu essa flecha por falta de experiência neste ensaio, pois não tinha sido inicialmente colocado uma placa na ponta do deflectómetro 1 e quando a fenda abriu o êmbolo atravessou a fenda.

Da Figura 4.68 à 4.74 apresentam-se os gráficos  $F-\delta$  dos painéis. Por cada mistura existem seis curvas  $F-\delta$  com as respetivas médias.

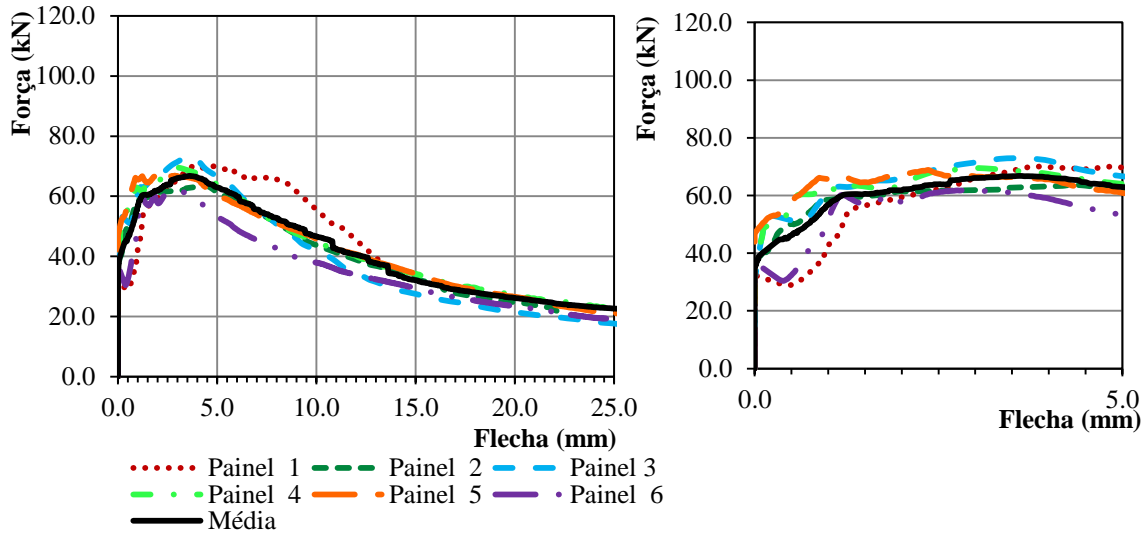


Figura 4.68 – Curvas força-flecha para os painéis constituídos pela mistura M1-0.5.

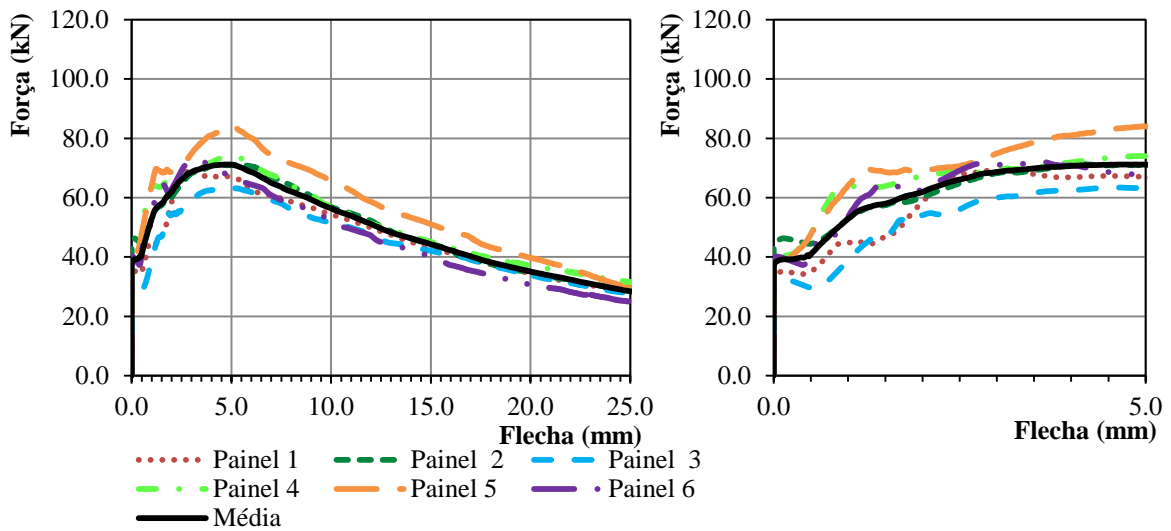


Figura 4.69 – Curvas força-flecha para os painéis constituídos pela mistura M2-0.75.

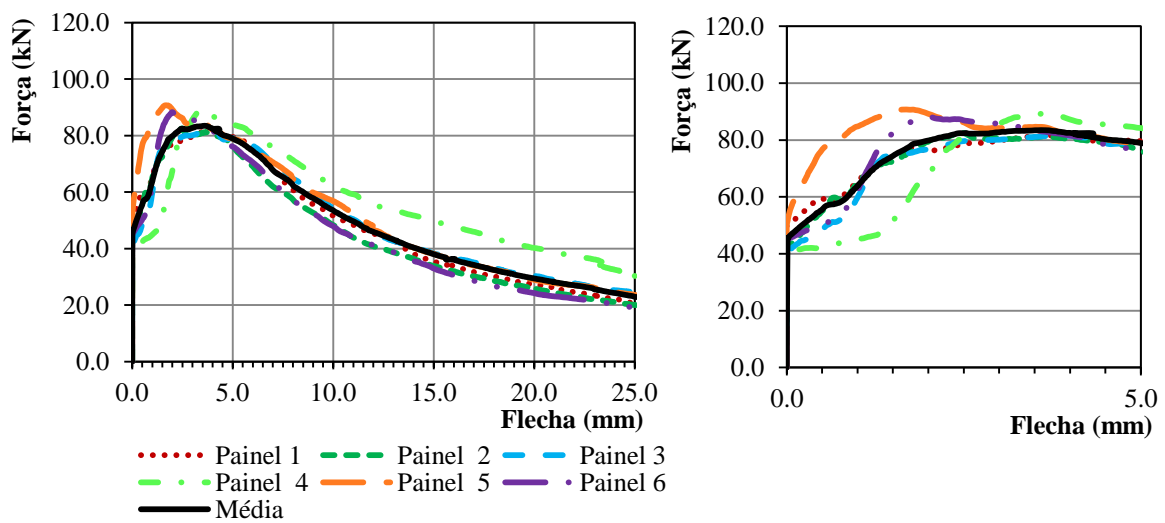


Figura 4.70 – Curvas força-flecha para os painéis constituídos pela mistura M3P-0.75.

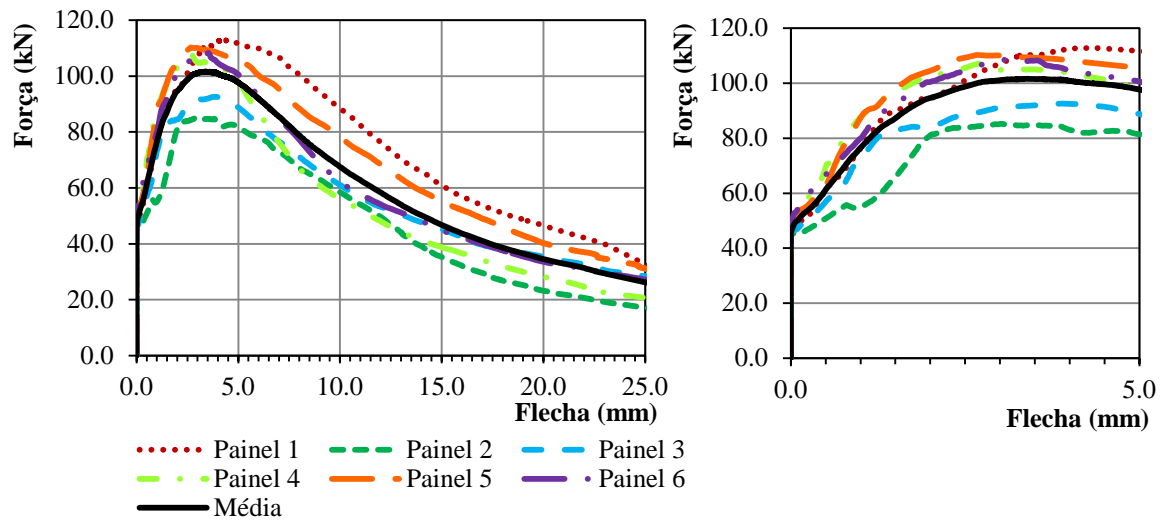


Figura 4.71 – Curvas força-flecha para os painéis constituídos pela mistura M4P-1.

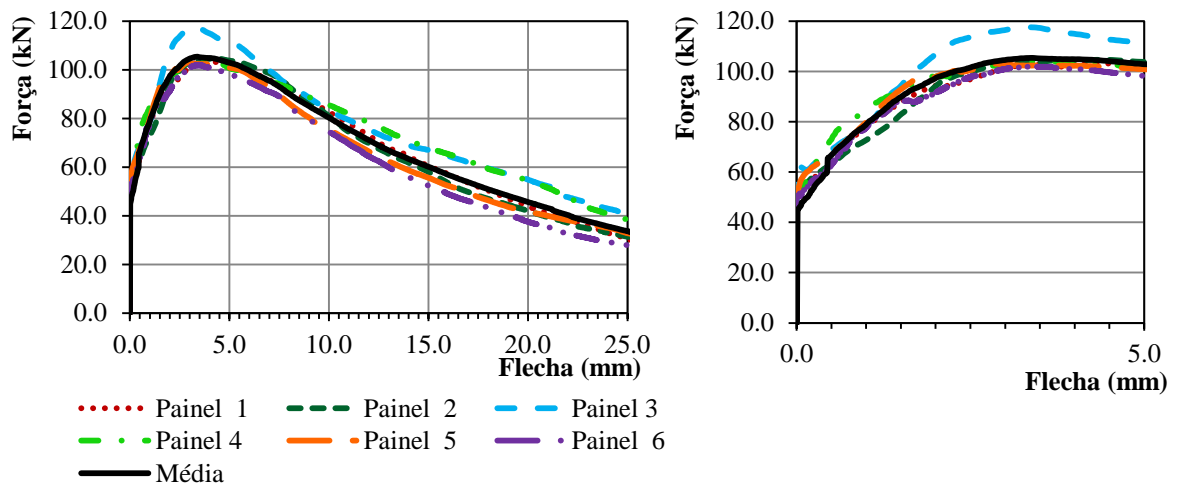


Figura 4.72 – Curvas força-flecha para os painéis constituídas pela mistura M5P-1.25.

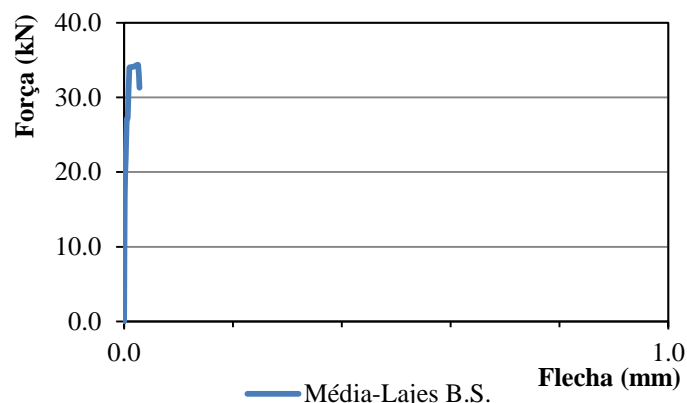


Figura 4.73 – Curva força-flecha para os painéis constituídos pela mistura M0.

Na Figura 4.73 apresenta-se a média das curvas  $F-\delta$  para os painéis sem reforço de fibras. Estes painéis apresentam uma flecha na ordem dos 0.03 mm, à partir deste deslocamento os painéis entram em rotura.

Para melhor percepção da influência das fibras no desempenho à flexão dos painéis, é reunido num único gráfico na Figura 4.74, as médias das curvas F- $\delta$  para os painéis de BRFA.

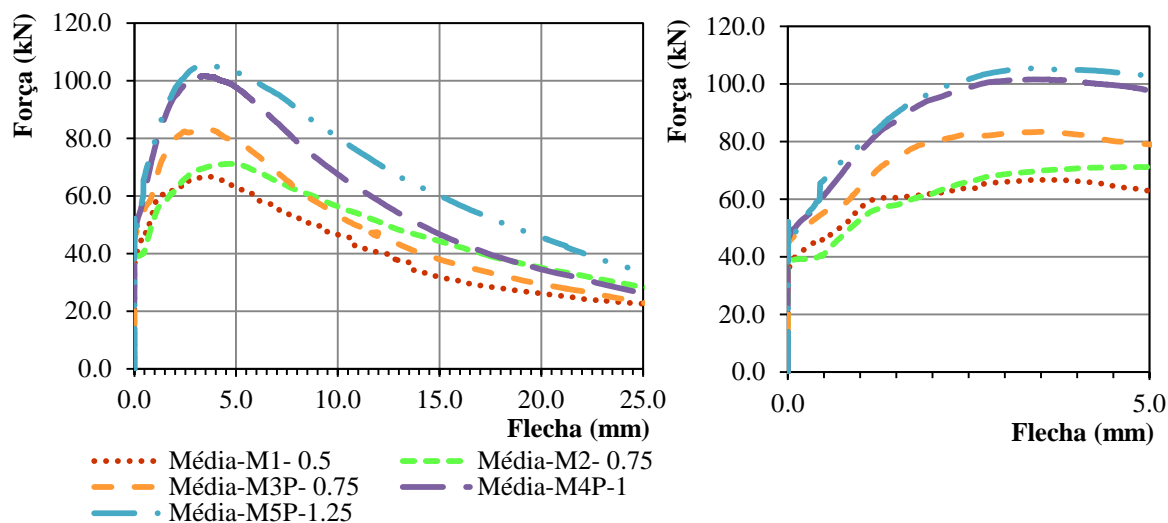


Figura 4.74 – Médias das curvas forças flechas obtidas nos ensaios à flexão dos painéis.

Na Figura 4.74 apresentam-se as médias das curvas F- $\delta$  para os painéis reforçados com fibras. Estas curvas têm inicialmente uma zona elástica até uma força aproximada de 40 kN, que corresponde à carga de fendilhação. A partir da fendilhação do betão, as fibras são mobilizadas e a percentagem de fibras e a sua ligação com a matriz ditam esta fase de endurecimento. Nesta fase, a carga de pico aumentou em função da percentagem de fibras. Depois da carga de pico, dá-se um decréscimo de carga devido ao arrancamento das fibras.

Para os painéis constituídos pelas misturas M2-0.75 e M3P-0.75 observa-se, que apesar de terem em comum igual percentagem de fibras, os painéis desenvolveram comportamento à flexão diferente (ver Figura 4.74). Os painéis M3P-0.75 mobilizaram maiores cargas de flexão após a fendilhação da matriz. Isto pode dever-se ao facto, da adição de plastificante na mistura M3P-0.75 ter promovido melhor trabalhabilidade melhorando a ligação das fibras com a matriz uma vez que, estas misturas ficaram melhor compactadas. No Quadro 4.9 apresentam-se as médias das forças máximas registadas nos ensaios à flexão em painéis.

Quadro 4.9 – Forças máximas registadas nos ensaios à flexão em painéis.

Misturas	M0	M1-0.5	M2-0.75	M3P-0.75	M4P-1	M5P-1.25
Ensaio nos painéis $F_{máx.}$ (kN)	35.0	66.8	71.2	83.5	101.6	105.4

Pelo Quadro 4.9 torna-se evidente a influência das fibras. O aumento da percentagem de fibras conduziu ao aumento das cargas máximas registadas após a fendilhação do betão.

## 4.8 ENERGIA ABSORVIDA NOS ENSAIOS DE FLEXÃO

### 4.8.3 Energia absorvida

A fim de avaliar a influência das quantidades de fibras na capacidade de absorção de energia, é determinado um valor médio da energia de flexão absorvida para cada tipo de mistura. A energia de flexão é calculada como a área sob a curva F- $\delta$  obtida nos ensaios de flexão, nas vigas e painéis.

A energia absorvida foi calculada pela Exp. (4.10) até as flechas de 1, 5 e 15 mm para as curvas médias F- $\delta$  obtidas nos ensaios de flexão. As flechas escolhidas (1, 5 e 15 mm), foi para ser precipitável a evolução da energia desde os pequenos a grandes deslocamentos.

$$E = \int_{\delta=0}^{\delta=\delta_{\text{limite}}} Fd\delta \quad (4.10)$$

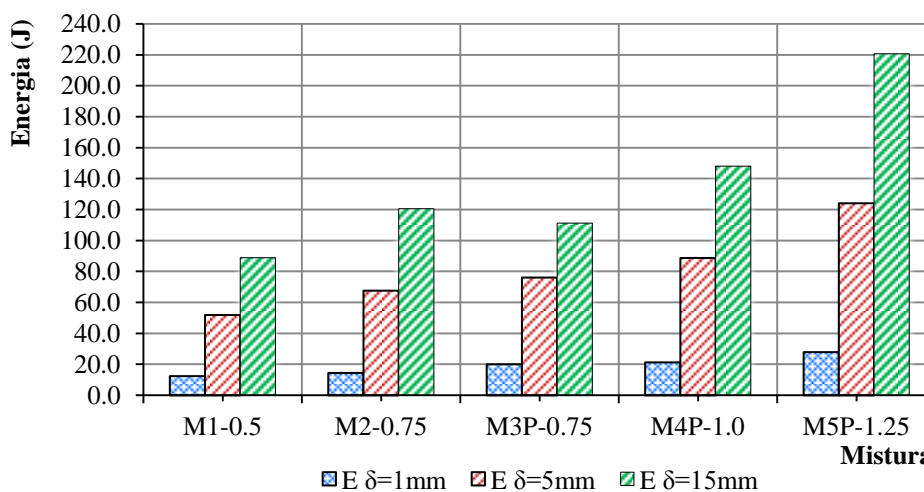
#### 4.8.3.1 Energia absorvida pelas vigas

O Quadro 4.10 apresenta as energias de flexão calculadas através da Exp. (4.10), utilizando a regra dos trapézios. Com as energias calculadas foi elaborado o gráfico da Figura 4.75.

**Quadro 4.10 – Energia de flexão absorvida pelas vigas até as flechas de 1, 5 e 15 mm.**

Mistura	M1-0.5	M2-0.75	M3P-0.75	M4P-1.0	M5P-1.25
$E_{\delta=1\text{mm}}$ (J)	12.4	14.6	20.1	21.3	28.0
$E_{\delta=5\text{mm}}$ (J)	51.9	67.7	76.1	88.7	124.2
$E_{\delta=15\text{mm}}$ (J)	89.0	120.6	111.3	148.2	220.9

Nota:  $E_{\delta=1\text{mm}}$  é a energia até a flecha de 1mm;  $E_{\delta=5\text{mm}}$ , é energia até a flecha de 5mm;  $E_{\delta=15\text{mm}}$  é energia até a flecha de 15mm.



**Figura 4.75 – Energia de flexão absorvida pelas vigas até as flechas de 1, 5 e 15 mm.**

De um modo geral, a energia absorvida aumenta em função da percentagem de fibras adicionada (ver Figura 4.75). A energia total até a flecha de 15 mm é proporcional à percentagem de fibras, com exceção das vigas com a mistura M3P-0.75. Apesar destas vigas atingirem maiores cargas máximas de flexão (ver Quadro 4.8), têm um decréscimo de carga mais acentuado em relação as restantes (ver Figura 4.46), diminuindo deste modo a energia absorvida.

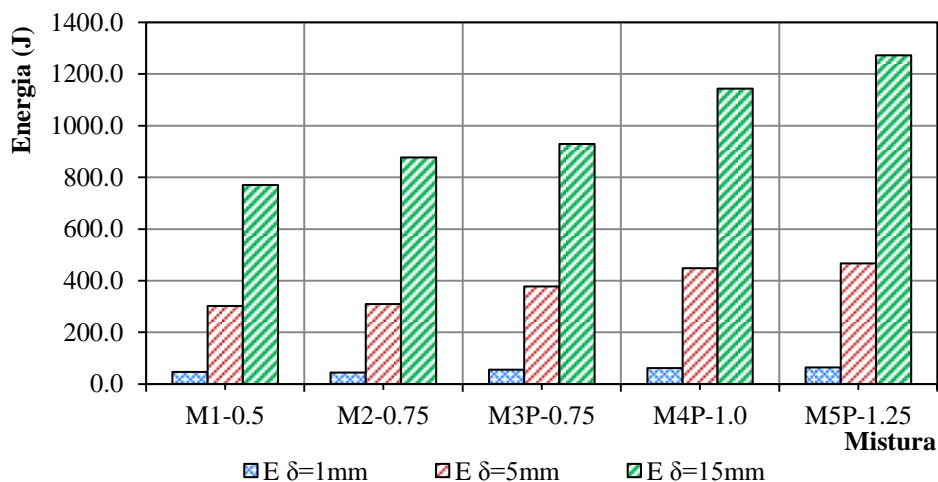
#### 4.8.3.2 Energia absorvida pelos Painéis

Do mesmo modo foram calculadas as energias de flexão para os painéis até as flechas de 1, 5 e 15 mm utilizando a regra dos trapézios, sob as curvas médias  $F-\delta$ . Apresentam-se as energias calculadas no Quadro 4.11 e no gráfico da Figura 4.76.

**Quadro 4.11 – Energia de flexão absorvida pelos painéis até as flechas de 1, 5 e 15 mm.**

Mistura	M1-0.5	M2-0.75	M3P-0.75	M4P-1.0	M5P-1.25
$E_{\delta=1\text{mm}}$ (J)	46.7	44.5	55.6	61.6	64.0
$E_{\delta=5\text{mm}}$ (J)	302.4	309.4	377.6	448.5	466.3
$E_{\delta=15\text{mm}}$ (J)	770.2	877.3	929.5	1143.3	1272.7

Nota:  $E_{\delta=1\text{mm}}$  é a energia até a flecha de 1 mm;  $E_{\delta=5\text{mm}}$ , é energia até a flecha de 5mm;  $E_{\delta=15\text{mm}}$  é energia até a flecha de 15 mm.



**Figura 4.76 – Energia de flexão absorvidas pelos painéis até as flechas de 1, 5 e 15 mm.**

Pelo gráfico da Figura 4.76 constata-se, que a energia absorvida é diretamente proporcional com a percentagem de fibras. Em relação as energias absorvidas pelos painéis constituídos pelas misturas M2-0.75 e M3P-0.75, verifica-se que o plastificante também contribuiu para um aumento da energia absorvida uma vez que, os painéis constituídos pela mistura M3P-0.75 absorvem mais energia.

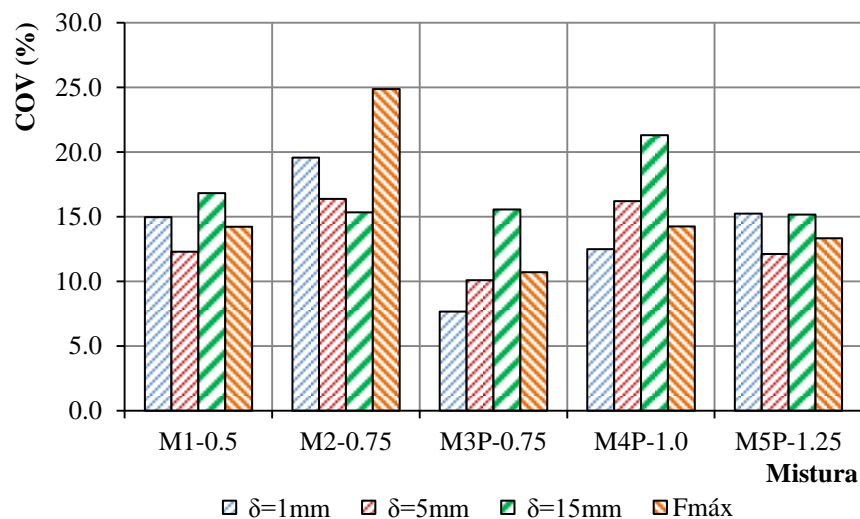
## 4.9 DISPERSÃO DE RESULTADOS À FLEXÃO

### 4.9.1 Introdução

Nesta secção apresenta-se a dispersão de resultados para os dois tipos de ensaios à flexão uma vez que, a dispersão indica um potencial discernimento do método. A variação de resultados é analisada com o indicador coeficiente de variação (COV), para as energias absorvidas.

### 4.9.2 Coeficiente de variação nos ensaios à flexão em vigas

Para cada viga ensaiada foi calculada a energia de flexão para as flechas de 1, 5 e 15 mm e também a força máxima. Com isto, foi calculado o COV para cada tipo de mistura (ver Figura 4.77).



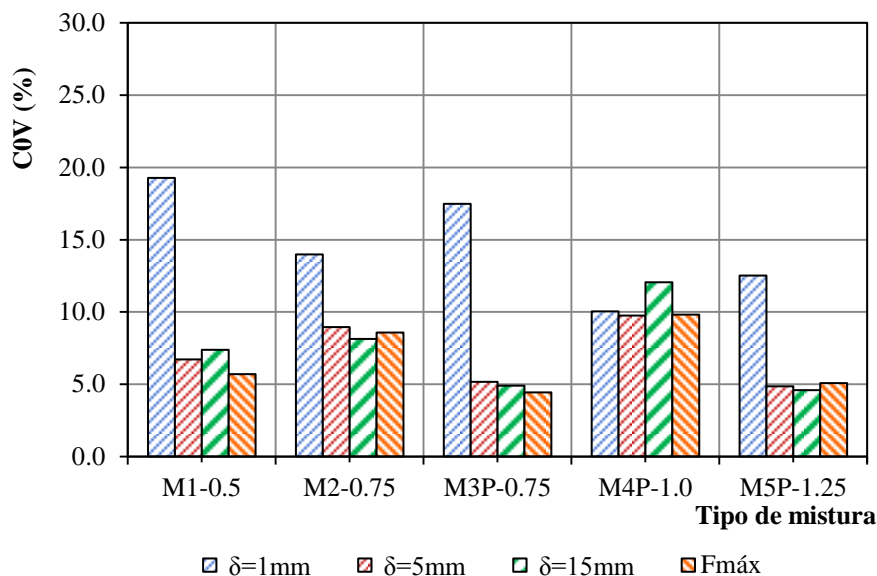
**Figura 4.77 – Dispersão de resultados para o ensaio à flexão nas vigas**

Pelo gráfico da Figura 4.77 constata-se, que não há uma relação entre a dispersão de resultados e as quantidades de fibras. Os ensaios à flexão com vigas compostas pela mistura M3P-0.75, apresentam menor dispersão, talvez pelo facto de adicionar-se plastificante para um teor de fibra relativamente baixo, que contribuiu para melhor compactação da mistura e uma distribuição de fibras mais similar entre vigas.

As vigas ensaiadas com a mistura M2-0.75 são das que apresentam maior dispersão de resultados, possivelmente porque essas misturas não ficaram muito trabalháveis devido a ausência de plastificante, então a compactação e a distribuição das fibras foi mais distinta entre vigas.

#### 4.9.3 Coeficiente de variação nos ensaios à flexão em painéis

Para os painéis o COV incidiu sobre as energias absorvidas por cada painel até as flechas de 1, 5, e 15 mm, e também para força máxima  $F_{\text{máx}}$ , (ver Figura 4.78).



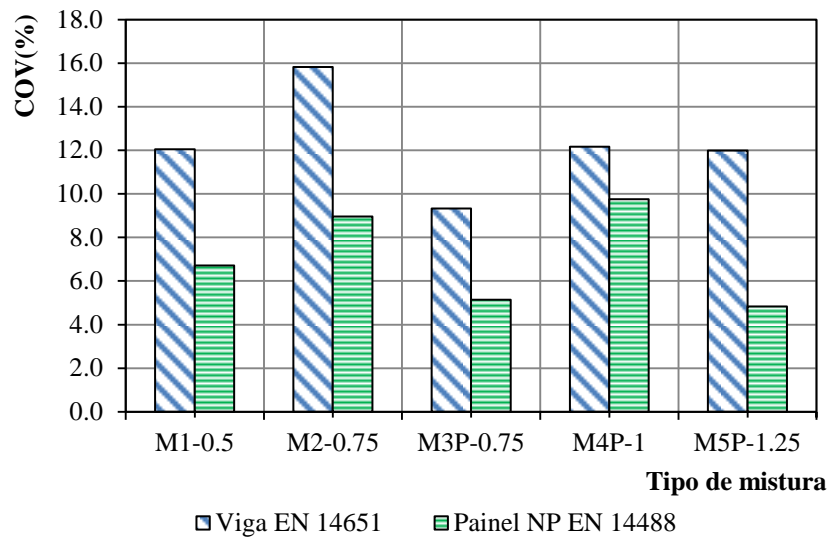
**Figura 4.78 – Dispersão de resultados para o ensaio à flexão nos painéis**

De um modo geral, a dispersão de resultados é maior para flechas de 1mm. Os painéis constituídos pelas misturas M3P-0.75 e M5P-1.25 detêm a menor dispersão dos resultados. Tal como nas vigas, não existe uma relação direta entre a percentagem de fibras e a variação dos resultados.

#### 4.9.4 Coeficiente de variação para os ensaios das vigas e painéis

A fim de verificar qual dos ensaios à flexão tem maior dispersão nos resultados experimentais, é aplicado a abordagem de Parmentier *et al.* [44], para comparar a dispersão de resultados entre os ensaios das vigas e painéis. Para os dois ensaios é avaliado a dispersão de resultados em termos de energia absorvida até flecha de 2.15 mm para vigas e de 5 mm para os painéis, segundo Parmentier *et al.* [44] estas flechas refletem aproximadamente a mesma abertura de fenda de 2.5 mm em ambos os ensaios.

Através das curvas experimentais  $F-\delta$  foram calculadas as energias de flexão absorvidas por cada viga e painel, até as flechas de 2.15 e 5 mm respetivamente e com essas energias foi calculado o COV. Na Figura 7.79 apresentam-se os resultados obtidos.



**Figura 4.79 – Variação dos resultados nas vigas e nos painéis em relação a energia absorvida até a flecha de 2.15 mm e 5 mm respetivamente.**

A Figura 4.79 mostra que a variação dos resultados nos ensaios em painéis permanecem abaixo dos 10%, enquanto a dispersão máxima encontrada para as vigas é 15.8%. Os resultados do COV de ambos os ensaios confirmam o que é referido na literatura: que a dispersão de resultados para os ensaios à flexão em vigas, é mais elevada que a dispersão de resultados para ensaios à flexão em painéis. Pelos resultados do COV comprova-se, que a variação de resultados nos ensaios à flexão não é causada apenas pela heterogeneidade do material, mas também pelo método de ensaio.



## CAPÍTULO 5

### ANÁLISE INVERSA

#### 5.1 INTRODUÇÃO

O comportamento em tração pós-fendilhação do BRFA pode ser definido pela lei tensão-abertura de fenda ( $\sigma$ - $w$ ), medido diretamente num ensaio à tração uniaxial. Devido a dificuldade em executar este ensaio, a maioria dos trabalhos desenvolvidos no âmbito da caracterização do BRFA envolve ensaios à flexão. Deste modo, a partir das curvas força-flecha ( $F$ - $\delta$ ), desenvolveram-se métodos para converter as respostas à flexão  $F$ - $\delta$  em curvas  $\sigma$ - $w$ . Este processo é conhecido como análise inversa (AI). Neste trabalho, a partir dos resultados dos ensaios à flexão, tanto em vigas como em painéis, foram determinadas as leis  $\sigma$ - $w$  por intermédio da AI. Esta abordagem encontra-se esquematizada na Figura 5.1.

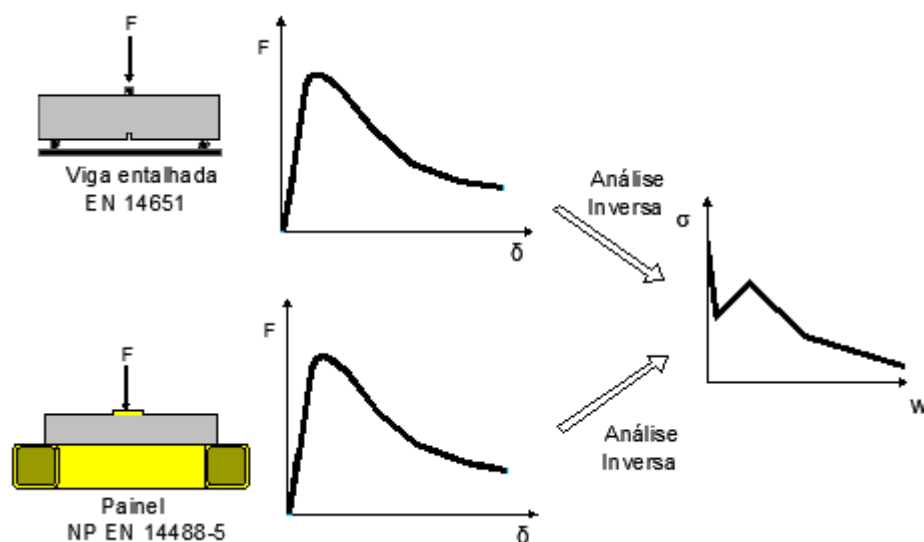


Figura 5.1 – Abordagem adoptada para determinar a lei  $\sigma$ - $w$ , adaptado de [42].

Para o caso de vigas entalhadas de BRFA, foi utilizada a formulação de Zhang e Stang [61]. Estes autores propuseram uma formulação que satisfaz uma boa aproximação da lei  $\sigma$ - $w$ , a partir da resposta da viga à flexão.

A contribuição na literatura para caracterizar o BRFA a partir dos ensaios à flexão em painéis é limitada. Devido à falta de desenvolvimento de uma AI para os painéis, a AI proposta por Zhang e Stang [61] foi adaptada aos painéis.

## 5.2 ANÁLISE INVERSA PARA AS VIGAS

### 5.2.1 Desenvolvimento da AI

O modelo analítico que será apresentado é baseado no trabalho desenvolvido por Zhang e Stang [61]. O modelo tem por objetivo descrever o comportamento do BRFA à tração uniaxial, a partir de resultados de ensaios à flexão em vigas. O modelo baseia-se no equilíbrio de forças na secção fendilhada da viga.

Os parâmetros relevantes para descrever a lei constitutiva do material são:

- Módulo de Young,  $E_c$ ;
- Resistência à tração da matriz,  $\sigma_t$ ;
- Estimativa da lei  $\sigma$ - $w$ .

Será apresentada toda a formulação que envolve a AI e posteriormente apresenta-se o esquema de iteração para melhor compreensão do processo.

Na Figura 5.2 está representada uma viga simplesmente apoiada, com um vão  $L$ , e secção de altura  $h$  e largura  $b$ .

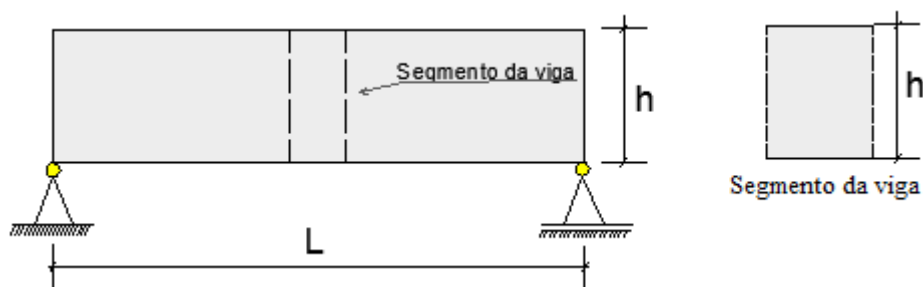


Figura 5.2 – Viga simplesmente apoiada.

Da viga da Figura 5.2, considera-se um segmento com secção  $h \times b$  sujeito a um momento  $M$ . O comportamento é considerado elástico, até as tensões máximas na secção do segmento atingirem a tensão resistente da matriz (ver Figura 5.3). O momento correspondente ao início da fendilhação é designado de momento de fendilhação ( $M_{cr}$ ). Deste modo, o processo é dividido em duas fases:

1º fase linear ; 2º fase não linear.

## 1º Fase

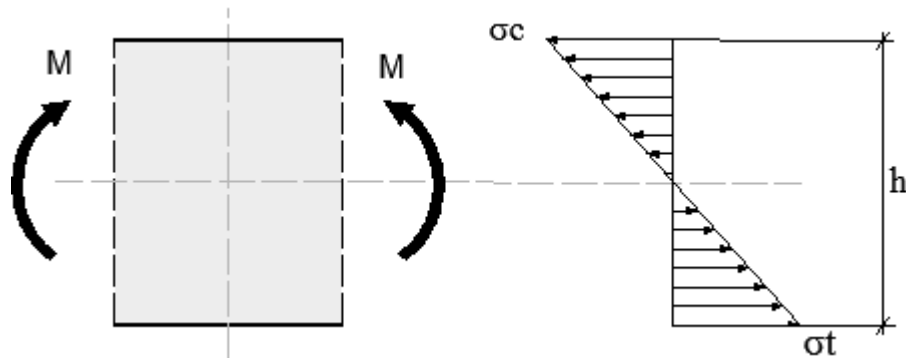


Figura 5.3 – Distribuição normal de tensões na seção não fendilhada.

É assumido que o material tem um comportamento elástico-linear à tração e à compressão e que o módulo de Young à tração é igual ao da compressão. Na fase elástica, as tensões tem uma distribuição linear como ilustra a Figura 5.3. De acordo com a teoria clássica da elasticidade, o momento de fendilhação para uma seção retangular é dado pela Exp. (5.1).

$$M_{cr} = \frac{2 \cdot I}{h} \cdot \sigma_t = \frac{b \cdot h^2}{6} \cdot \sigma_t \quad (5.1)$$

Onde  $I$  é o momento de inercia da seção, e  $\sigma_t$  é a tensão resistente de tração uniaxial da matriz.

## 2º Fase

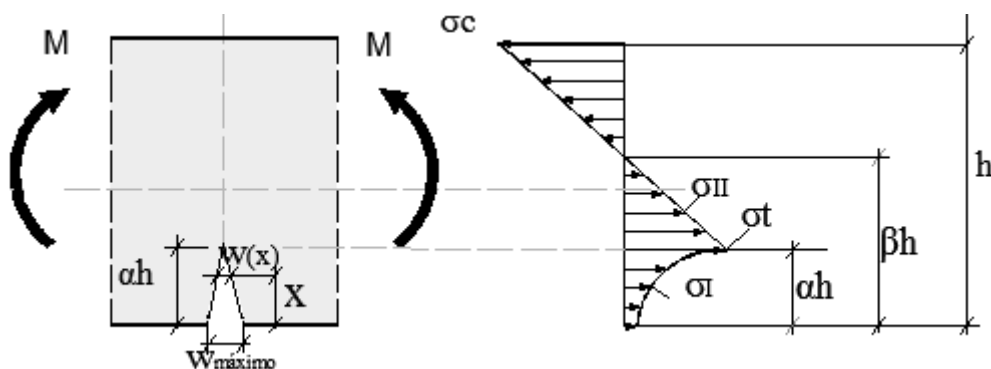


Figura 5.4 – Distribuição normal de tensões na seção fendilhada, adaptado de [61].

A teoria da mecânica da fratura que os autores Zhang e Stang [61] desenvolveram, é baseada na fase de fendilhação. Nesta fase, existe um segmento de viga fendilhada, com uma fenda que evolui em função das tensões de tração na seção. A altura da fenda é dada por  $\alpha h$ , com  $\alpha \in [0,1]$  e abertura de fenda designada por  $w(x)$ . Após a abertura da fenda  $w(x)$ , existe transferência de tensões devido à presença de fibras. À medida que as fibras são arrancadas, essas tensões tendem para valor nulo.

É assumido que a fenda tem um perfil linear e que as secções mantêm-se planas após a deformação. A abertura de fenda  $w(x)$  em função da altura  $x$  (ver Figura 5.4), é obtida por semelhança de triângulos pela Exp. (5.2).

$$w(x) = w_{\text{máx}} \cdot \left(1 - \frac{x}{\alpha \cdot h}\right) \quad (5.2)$$

Onde  $w_{\text{máx}}$  é abertura de fenda máxima e  $\alpha h$  é altura total da fenda com  $\alpha \in [0,1]$ . Fazendo o equilíbrio de forças na secção fendilhada da Figura 5.4, fica-se com a equação de equilíbrio dada pela Exp. (5.3).

$$\int_0^{\alpha \cdot h} \sigma_I(x) \cdot b dx + \int_{\alpha \cdot h}^h \sigma_{II}(x) \cdot b dx = 0 \quad (5.3)$$

Em que  $b$  é a largura da secção,  $\sigma_I$  e  $\sigma_{II}$  são as tensões da zona fendilhada e da zona não fendilhada respetivamente. Fazendo agora o equilíbrio de momentos na secção da Figura 5.4, fica-se com equação dada pela Exp. (5.4).

$$\int_0^{\alpha \cdot h} \sigma_I(x) \cdot (h - x) \cdot b dx + \int_{\alpha \cdot h}^h \sigma_{II}(x) \cdot (h - x) \cdot b dx = M \quad (5.4)$$

A tensão da parte fendilha  $\sigma_I(x)$  em função da abertura de fenda  $w$ , é a designada lei constitutiva do material que se quer determinar. A fim de satisfazer as equações 5.3 e 5.4 é necessário estimar numa primeira fase a lei constitutiva, ou seja, atribuir uma função inicial para a curva  $(\sigma-w)$ , que depois será interactivamente alterada. A função  $(\sigma-w)$  pode tomar varias formas geométricas. Neste trabalho é utilizada uma lei quadrilinear dada pela Exp. (5.5).

$$\frac{\sigma_I(x)}{\sigma_t} = \frac{\sigma(w)}{\sigma_t} = \begin{cases} a_1 + c_1 \cdot w & \text{se } w < w_1 \\ a_2 + c_2 \cdot w & \text{se } w_1 < w < w_2 \\ a_3 + c_3 \cdot w & \text{se } w_2 < w < w_3 \\ a_4 + c_4 \cdot w & \text{se } w_3 < w < w_4 \end{cases} \quad (5.5)$$

Em que  $\sigma_t$  é a tensão resistente de tração uniaxial da matriz. A tensão  $\sigma_I(x)$  na parte fendilhada é dada por uma lei quadrilinear composta por quatro rectas, com declive  $c_i$  e que intersecta o eixo das ordenadas em  $a_i$ , para uma dada variável  $w$  dada na Exp. (5.2). A geometria da lei  $(\sigma-w)$  usada para este trabalho é apresentada na Figura 5.5.

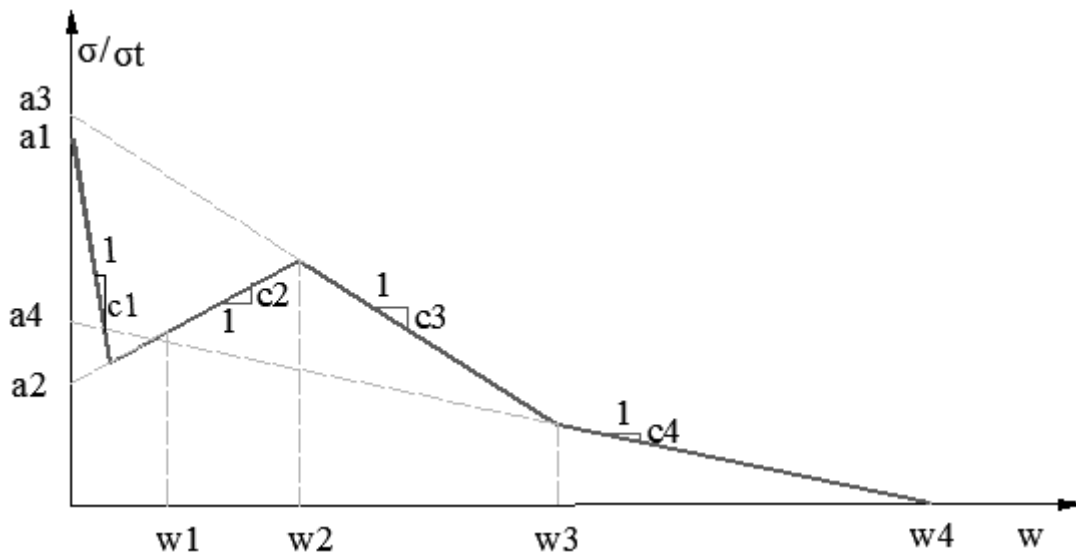


Figura 5.5 – Modelo quadrilinear da lei constitutiva do BRFA utilizada.

A Figura 5.5 apresenta uma lei com quatro troços, o primeiro representa o decréscimo de tensão devido à fendilhação da matriz, o segundo troço com declive positivo representa um endurecimento devido a mobilização das fibras. Quando as tensões transmitidas pelas fibras superam a resistência da ligação entre fibra e o betão, as fibras são arrancadas e segue-se então declives negativos na lei, que representa o arrancamento progressivo das fibras e a consequente diminuição de tensões para uma abertura de fenda crescente.

A tensão da parte não fendilhada  $\sigma_{II}(x)$  (ver Figura 5.4), pode ser relacionada em função de  $\beta h$ ,  $\alpha h$ , e  $\sigma_t$  pela Exp. (5.6).

$$\sigma_{II}(x) = \sigma_t \cdot \left( 1 - \frac{x - \alpha \cdot h}{\beta \cdot h - \alpha \cdot h} \right) \quad (5.6)$$

Onde  $\beta h$  é altura da secção até onde existem tensões de tração (ver Figura 5.4) com  $\beta \in [0,1]$ . A fim de obter uma relação entre a força externa e a abertura de fenda, para um dado comprimento de fenda, é necessário uma relação entre abertura de fenda e o momento (ver Exp. (5.7)).

$$w_{\text{máx}} = w_{\text{máx},M} + w_{\text{máx},\sigma I(x)} \quad (5.7)$$

Onde  $w_{\text{máx},M}$  e  $w_{\text{máx},\sigma I(x)}$  são as componentes da abertura de fenda, causadas pelo momento externo  $M$  e pela tensão  $\sigma_I(x)$  respetivamente. A componente  $w_{M,\sigma I(x)}$  pode ser obtida através da simplificação de  $\sigma_I(x)$ , como uma tensão numa viga fendilhada de altura  $\alpha h$ , sujeita a um momento  $M'$  e tensão  $\sigma'$  (ver Exp. (5.8)).

$$w_{\text{máx},\sigma I(x)} = w_{\text{máx},M'} + w_{\text{máx},\sigma'} \quad (5.8)$$

Em que  $w_{\text{máx},M'}$  e  $w_{\text{máx},\sigma'}$  são as componentes da abertura de fenda causada pelo momento externo  $M'$  e pela tensão  $\sigma'$  respetivamente. Onde  $M'$  e  $\sigma'$  são dados pela Exp (5.9) e Exp (5.10) respetivamente.

$$M' = \int_0^{\alpha \cdot h} b \cdot \sigma_I(x) \cdot \left(\frac{h}{2} - x\right) dx \quad (5.9)$$

$$\sigma' = \frac{1}{h} \int_0^{\alpha \cdot h} \sigma_I(x) dx \quad (5.10)$$

De acordo com Zhang e Stang [61], a abertura de fenda máxima ( $w_{\text{máx}}$ ) é expressa pela Exp. (5.11).

$$w_{\text{máx}} = \frac{24 \cdot \alpha}{b \cdot h \cdot E} [M' \cdot V_1(\alpha) - M' \cdot V_2(\alpha)] - \frac{4 \cdot \sigma' \cdot \alpha \cdot h}{E} \cdot V_3(\alpha) \quad (5.11)$$

Os parâmetros  $V_1$ ,  $V_2$  e  $V_3$  são definidos em ordem, pelas expressões Exp. (5.12), Exp. (5.13) e Exp. (5.14) respetivamente.

$$V_1(\alpha) = 0.33 - 1.42 \cdot \alpha + 3.87 \cdot \alpha^2 - 2.04 \cdot \alpha^3 + \frac{0.66}{(1 - \alpha)^2} \quad (5.12)$$

$$V_2(\alpha) = 0.8 - 1.7 \cdot \alpha + 2.4 \cdot \alpha^2 + \frac{0.66}{(1 - \alpha)^2} \quad (5.13)$$

$$V_3(\alpha) = \frac{1.46 + 3.42(1 - \cos \frac{\pi \cdot \alpha}{2})}{\left(\cos \frac{\pi \cdot \alpha}{2}\right)^2} \quad (5.14)$$

Para uma viga simplesmente apoiada sujeita a uma carga centrada a meio vão, antes da fendilhação de acordo com a teoria clássica, a flecha elástica é determinada pela Exp. (5.15).

$$f_e = \frac{1}{48} \frac{F \cdot L^3}{E \cdot I} \left[ 1 + 2.85 \cdot \left(\frac{h}{L}\right)^2 - 0.84 \cdot \left(\frac{h}{L}\right)^3 \right] \quad (5.15)$$

Após a fendilhação, a flecha total é decomposta em dois termos, flecha elástica e flecha devido à fendilhação, dada pela Exp. (5.16).

$$f_t = \delta = f_e + f_c \quad (5.16)$$

Onde  $f_c$  é adicional flecha devido à fendilhação, calculada através da teoria das rótulas plásticas. As duas partes da viga são consideradas rígidas com uma rotação dada pela Exp. (5.17).

$$\theta = \frac{w_{\text{máx}}}{2 \cdot \alpha \cdot h} \quad (5.17)$$

Então a flecha devido à fendilhação  $f_c$  pode ser estimada pela Exp. (5.18).

$$f_c = \frac{L \cdot \theta}{2} \cdot k = \frac{w_{\text{máx}} \cdot L}{4 \cdot \alpha \cdot h} \cdot k \quad (5.18)$$

Onde  $k$  é um fator da parte não fendilhada, estimada pela Exp. (5.19).

$$k = \frac{\alpha}{0.9} \quad 0 \leq k \leq 0.9 \quad (5.19)$$

Em que  $\alpha$  é a relação entre a altura da fenda com a altura da secção.

### 5.2.2 Determinação do erro

A otimização da curva ( $\sigma$ - $w$ ), é realizada através do ajuste da curva  $F$ - $\delta$  teórica com a experimental. Este ajuste é efetuado com base em duas verificações de erro: erro em relação às áreas sob as curvas  $F$ - $\delta$  teóricas e experimentais; e o erro em relação às forças máximas teóricas e experimentais (ver Figura 5.6).

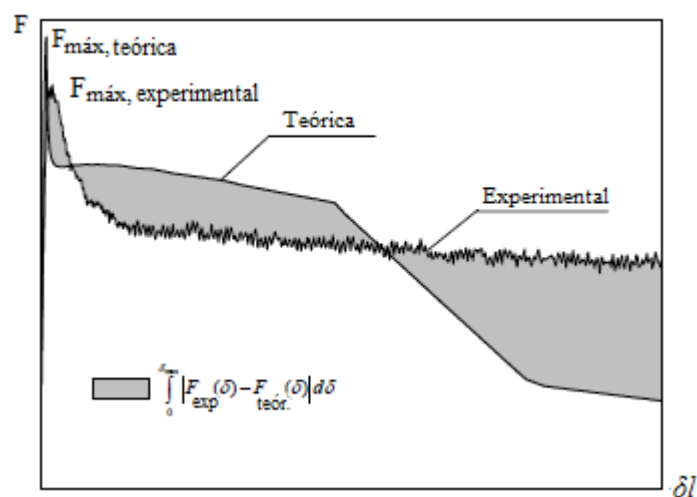


Figura 5.6 – Diferença entre os resultados experimentais e teóricos, adaptado de [17].

A determinação do erro em relação às áreas sob o diagrama F- $\delta$ , é dado pela Exp. (5.20) presente em Sousa e Gettu [53].

$$\xi_{\text{área}} = \frac{\left(\int_0^{\delta l} F_{\text{exp.}} d\delta\right) - \left(\int_0^{\delta l} F_{\text{teór.}} d\delta\right)}{\left(\int_0^{\delta l} F_{\text{exp.}} d\delta\right)} \cdot 100\% \quad (5.20)$$

Onde  $\delta l$ , são as flechas para às quais são calculadas as áreas sob as curvas teóricas e experimentais (F- $\delta$ ).

Consoante o tipo de mistura em análise, atinge-se diferentes flechas teóricas máximas. Os erros em termos de áreas, foram calculados para as flechas máximas teóricas atingidas e para a flecha de 1mm. A escolha do erro em relação a flecha de 1mm, é para ajustar a curva para pequenos deslocamentos.

A outra verificação de erro foi realizada em termos de forças máximas. O erro entre as forças máximas teóricas e experimentais, é dado pela Exp. (5.21).

$$\xi_{\text{pmáx}} = \frac{F_{\text{máx,teór.}} - F_{\text{máx,exp.}}}{F_{\text{máx,exp.}}} \cdot 100\% \quad (5.21)$$

O objetivo é conseguir o melhor ajuste das curvas com os menores erros possíveis. Segundo Kooiman *et al.* [36], recomendam-se erros abaixo de 10%.

### 5.2.3 Esquema de iteração da AI

Segue-se a apresentação do esquema de iteração implementado no programa Excel. Todas as expressões apresentadas anteriormente iteram através de um processo iterativo, até serem ajustados os parâmetros ( $a_i$ ,  $c_i$ , e intervalos  $w$ ) da curva  $\sigma$ - $w$  estimada inicialmente. Este processo é descrito em sete etapas no esquema da Figura 5.7.

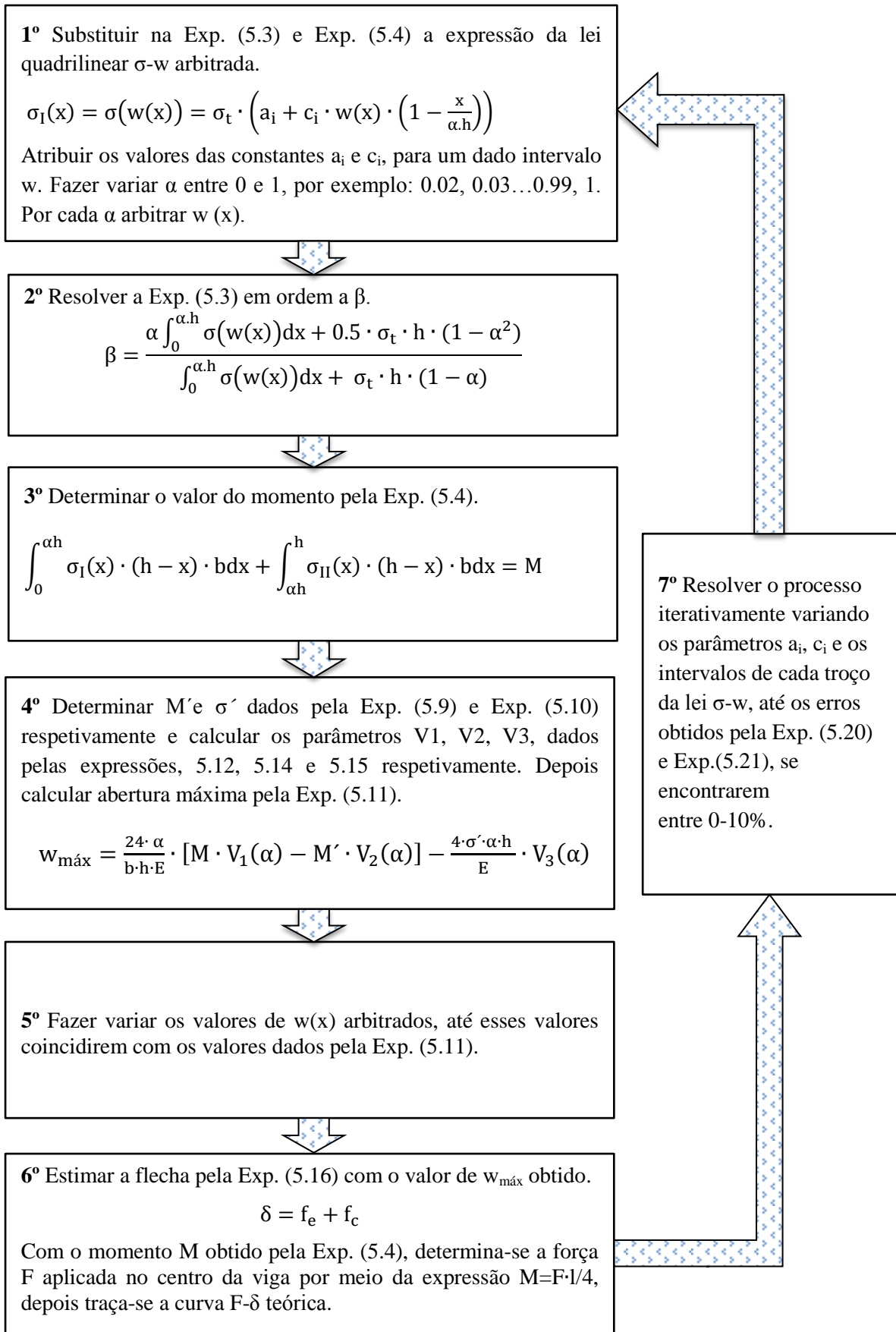


Figura 5.7 – Esquema de iteração da AI para as vigas.

#### 5.2.4 Verificação do método

No programa Excel foi implementado o esquema de iteração da Figura 5.7, com um conjunto de dados de entrada e de saída.

##### **Dados de entrada:**

- $h$  - altura da viga;
- $b$  - largura da viga;
- $l$  - vão da viga;
- $f_{cm}$  - valor médio da tensão de rotura do betão à compressão em cilindros;
- $f_{ctm}$  - valor médio da tensão de rotura à tração uniaxial do BS;
- $E$  - módulo de elasticidade;
- $\epsilon$  - extensão limite à compressão (0.0035);
- estimativa da lei ( $\sigma$ - $w$ ) pela Exp. (5.5);
- valores de  $\alpha$  entre zero e um;
- valores arbitrários de  $w(x)$  por cada  $\alpha$ ;
- curvas experimentais ( $F$ - $\delta$ ).

##### **Dados de Saída:**

- ( $F$ - $\delta$ ) - curva teórica força-flecha;
- ( $F$ -ABE) - curva teórica força-abertura da boca do entalhe;
- ( $\sigma$ - $w$ ) - lei constitutiva do material tensão- abertura de fenda.

Antes de aplicar o método no presente trabalho, foi verificado se a implementação da AI estava capaz de produzir bons resultados. Para comprovar o método, foi inserido dados no programa de dois modelos de ensaio à flexão, dos autores Zhang e Stang [61] e Ribeiro *et al.* [47]. Deste modo, foi conferido se as curvas  $F$ - $\delta$  obtidas no programa coincidiam com as obtidas pelos autores. Os dois modelos inseridos têm as seguintes características:

- Modelo SSFRC: betão  $f_{cm} = 55.2$  MPa; fibra Dramix RC 65/60; 1% de fibra; ensaio à flexão numa viga entalhada  $150 \times 150 \times 550$  mm<sup>3</sup>, com vão de 500 mm e uma carga pontual aplicada no centro.
- Modelo Qf 15: betão  $f_{cm} = 33.3$  MPa; fibra reta  $l_f = 25$  mm com  $d_f = 0.4$  mm; 0.19% de fibra; ensaio à flexão numa viga  $100 \times 100 \times 420$  mm<sup>3</sup>, com um vão de 400mm e uma carga pontual aplicada no centro.

Após a introdução dos modelos da bibliografia (modelo SSFRC e Modelo Qf15), o programa devolveu resultados iguais aos obtidos pelos autores, logo o programa ficou apto a ser aplicado neste trabalho (ver Figura 5.8 e 5.9).

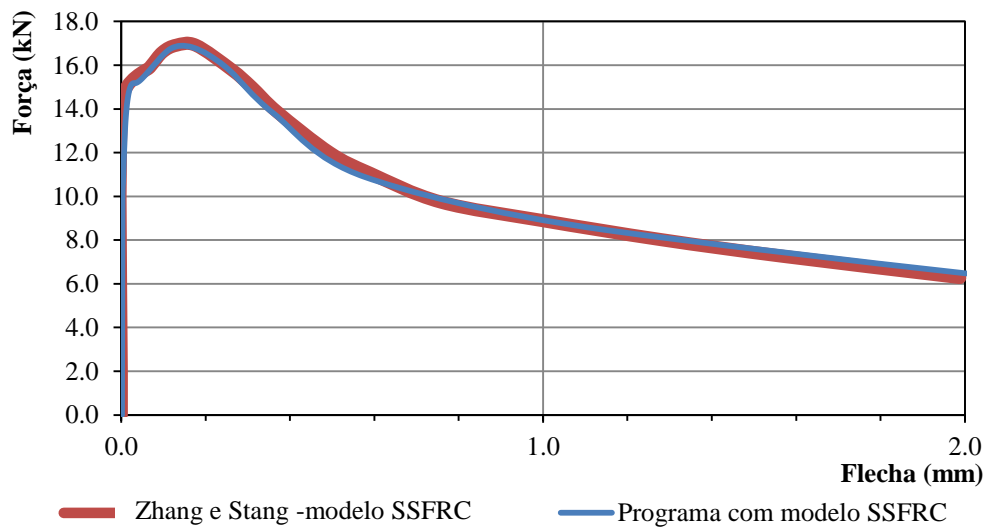


Figura 5.8 – Comparação da curva F- $\delta$  obtida pela AI e pelos autores Zhang e Stang [61].

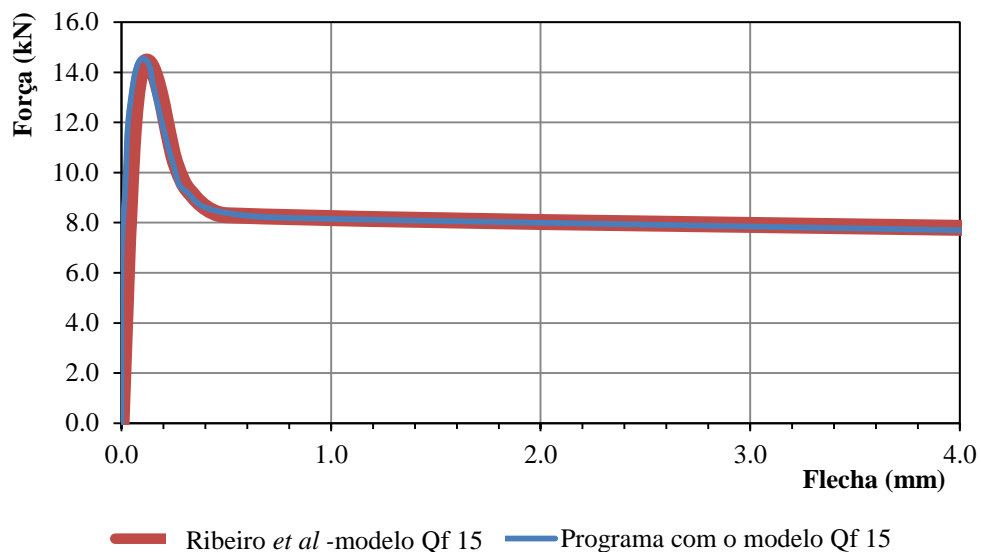


Figura 5.9 – Comparação da curva F- $\delta$  obtida pela AI e pelos autores Ribeiro *et al.* [47].

### 5.2.5 Resultado da AI em vigas

Após ter-se comprovado que a iteração estava bem implementada, foram inseridos os dados de entrada referente às características geométricas da viga e às características mecânicas das misturas.

### Características da viga:

- Altura da viga a meio vão, subtraindo o comprimento do entalhe (125 mm);
- Largura da viga (150 mm);
- Vão (500 mm).

### Características mecânicas:

- E - módulo de elasticidade, Quadro 4.6;
- $f_{cm}$  - valor médio da tensão de rotura do betão à compressão em cilindro, Quadro 4.6;
- $f_{ctm}$  - valor médio da tensão de rotura à tração uniaxial do BS ( $0.6f_{spt}$  a  $0.8f_{spt}$ ), Quadro 4.7.

### Curvas introduzidas:

- Curva média força-flecha (F- $\delta$ ) por cada tipo de mistura;
- Lei quadrilinear (ver Figura 5.5), cujos os parâmetros são alvo de sucessivas iterações até a lei (F- $\delta$ ) teórica ser ajustada à experimental.

Depois de introduzido os dados na folha de Excel, procedeu-se a iteração esquematizada na Figura 5.7. Após ter sido alcançada a convergência com os menores erros possíveis (Exp. (5.20) e Exp. (5.21)), obteve-se as leis constitutivas  $\sigma$ -w. A Figura 5.10 apresenta as cinco curvas  $\sigma$ -w, obtidas por cada tipo de mistura de BRFA.

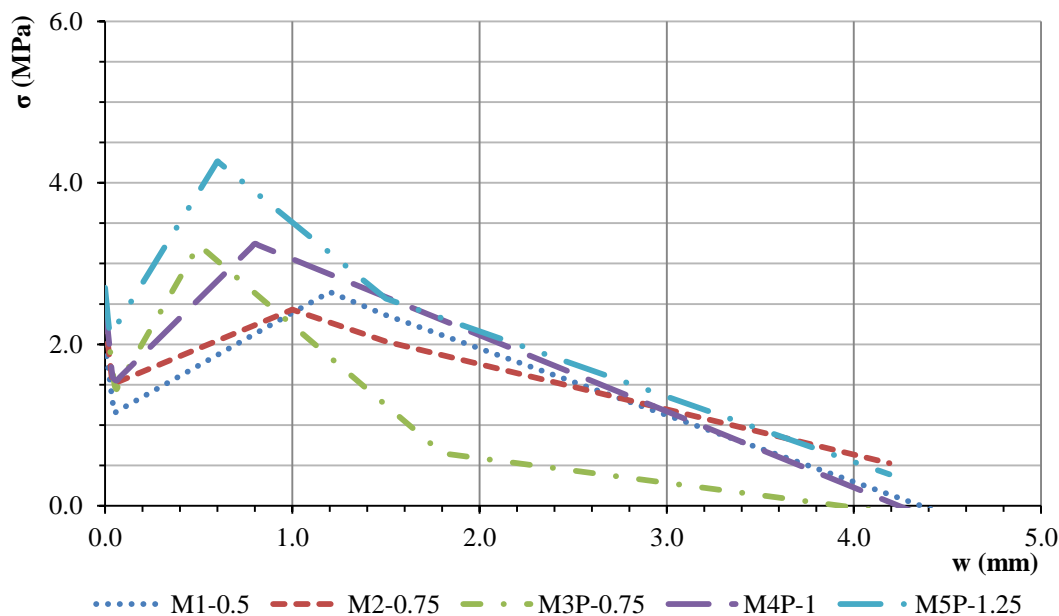
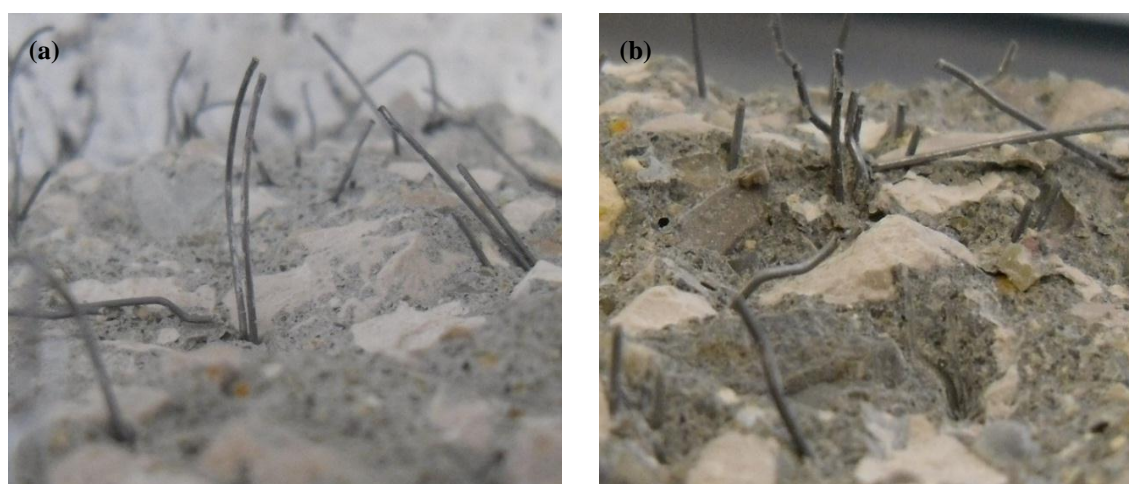


Figura 5.10 – Lei tensão-abertura de fenda obtida pela AI a partir dos ensaios à flexão em vigas.

Pelas leis da Figura 5.10 observa-se, que para abertura de fenda nula ( $w=0$ ), a tensão de fendilhação da matriz é aproximadamente comum a todas as misturas. Como já foi visto anteriormente, a tensão de rotura à tração da matriz não é muito influenciada pelas fibras

adicionadas. Imediatamente depois do início da fendilhação dá-se um decréscimo de tensão, representado por troços com declives negativos. Segue-se depois a mobilização das fibras representada por troços com declives positivos. Quando as tensões transmitidas pelas fibras excedem a resistência da ancoragem, dá-se o arrancamento progressivo das fibras, que começa da zona inferior da viga em direção a zona superior. Este arrancamento das fibras é representado na lei com troços de declives negativos, após as tensões de pico. Como referido Capítulo 4, se as fibras tiveram comprimento de amarração suficiente na fenda, o arrancamento dá-se pela deformação do gancho seguido de escorregamento, caso contrário, a rotura da ligação não se dá por escorregamento da fibra mas pela rotura do betão, ficando o gancho da fibra intacto (ver Figura 5.12).



**Figura 5.11 – Superfícies de rotura de um elemento de BRFA, (a) rotura das fibras por escorregamento e deformação do gancho e (b) rotura pelo betão.**

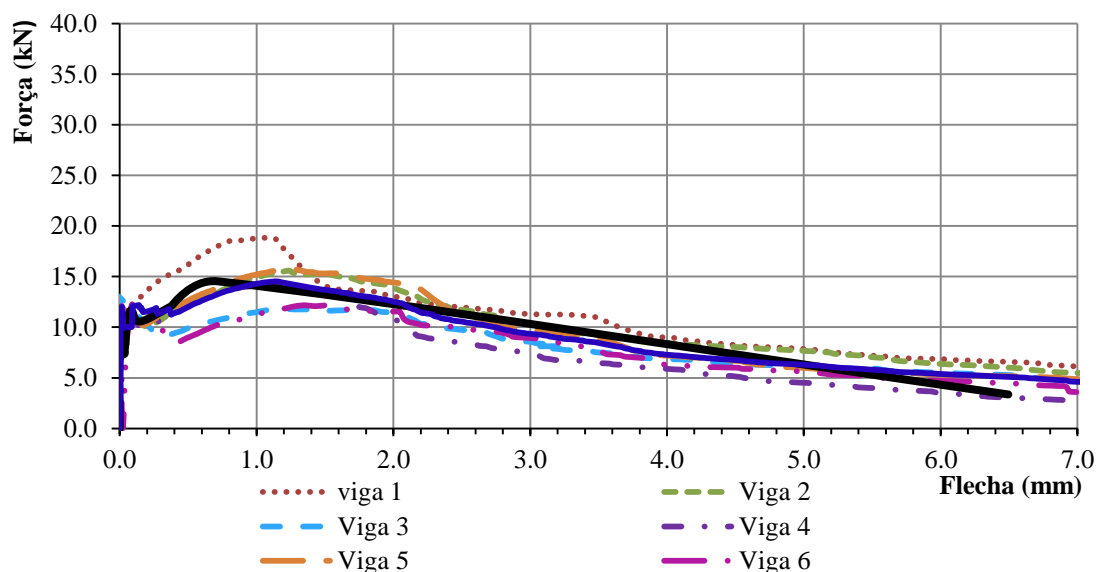
De um modo geral, as tensões mobilizadas após a fendilhação da matriz aumentam em função da percentagem de fibras. A lei  $\sigma$ - $w$  obtida por meio dos ensaios à flexão em vigas constituídas pela mistura M3P-0.75, tem uma fase de endurecimento relativamente superior às outras, seguindo-se uma queda de tensões abrupta que não se enquadra com as restantes leis. Este comportamento é o reflexo das leis  $F$ - $\delta$ , que como foi referido no Capítulo 4, os resultados não foram coerentes com os restantes. No Quadro 5.1 apresentam-se as características de todas as leis  $\sigma$ - $w$  obtidas na AI, por meio dos ensaios à flexão das vigas.

**Quadro 5.1 – Parâmetros das leis tensão-abertura de fenda obtidos pela AI por meio dos ensaios à flexão nas vigas.**

Modelos	M1-0.5	M2-0.75	M3P-0.75	M4P-1	M5P-1.25
$\sigma_t$ (MPa)	2.0	2.3	2.4	2.5	2.7
$\sigma_c$ (MPa)	33.8	31.8	46.2	45.8	44.4
$a_1, c_1$ (1/mm); W	1.0,-8.85; [0;0.048]	1.0,-8.61; [0;0.040]	1.0,-7.50; [0;0.054]	1.0, -8.97; [0;0.044]	1.0,-8.90; [0;0.025]
$a_2, c_2$ (1/mm); W	0.54,0.65; [0.048;1.2]	0.64,0.42; [0.040;1.0]	0.50,-1.69; [0.054;0.5]	0.56, 0.92; [0.044;0.8]	0.75,1.39; [0.025;0.6]
$a_3, c_3$ (1/mm); W	1.90,-0.48; [1.2;1.5]	1.40,-0.34; [1.0;1.5]	1.76,-0.83; [0.5;1.8]	1.60- 0.38; [0.8;1.4]	2.0,-0.69; [0.6;1.5]
$a_4, c_4$ (1/mm); W	1.80,-0.41; [1.5; 2.0]	1.25-0.24; [1.5; 2.0]	0.50,-0.13; [1.8; 2.0]	1.60-0.38; [1.4; 2.0]	1.40,-0.29; [1.5; 2.0]

Nota:  $\sigma_c$  é a resistência à compressão do compósito;  $\sigma_t$  é a resistência à tração uniaxial do betão simples, que variou entre 60% a 80% da tensão de tração obtida pelo ensaio de splitting;  $a_1, a_2, a_3$  e  $a_4$  são as intersecções de cada troço da lei  $\sigma$ -w com os eixos das abcissas;  $c_1, c_2, c_3$  e  $c_4$  são as respectivas inclinações de cada troço da lei  $\sigma$ -w; W é o intervalo de cada troço da lei  $\sigma$ -w.

Pelo Quadro 5.1 observa-se que a resistência à tração da matriz varia entre 2 e 2.7 MPa. Estes valores foram ajustados para coeficientes entre 0.6 e 0.8 das tensões de tração obtidas, pelos ensaios à compressão diametral com o BS. A escolha da resistência à tração da matriz teve por base, proporcionar o melhor ajuste das curvas teóricas  $F$ - $\delta$  às experimentais. As curvas  $\sigma$ -w só foram determinadas, quando as curvas teóricas  $F$ - $\delta$  se ajustaram o melhor possível às experimentais. Da Figura 5.12 à 5.16 apresentam-se, as curvas experimentais  $F$ - $\delta$  e a respetivas simulações numéricas.



**Figura 5.12 – Simulação numérica da curva  $F$ - $\delta$  e as respetivas curvas experimentais resultantes dos ensaios à flexão em vigas constituídas pela mistura M1-0.5.**

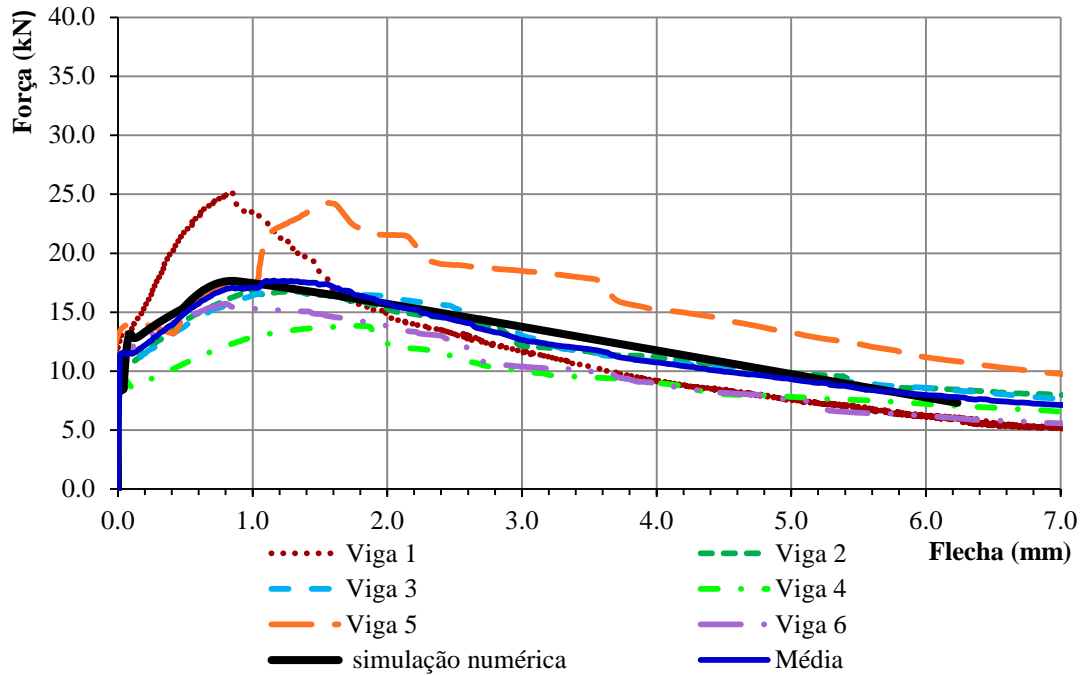


Figura 5.13 – Simulação numérica da curva F- $\delta$  e as respectivas curvas experimentais resultantes dos ensaios à flexão em vigas constituídas pela mistura M2-0.75.

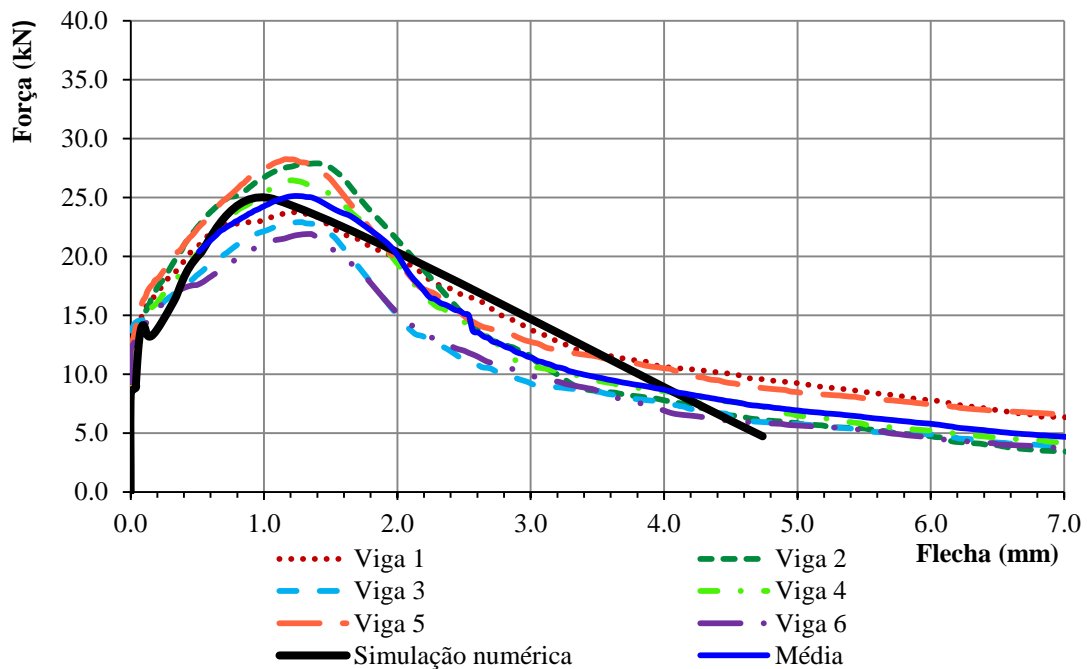


Figura 5.14 – Simulação numérica da curva F- $\delta$  e as respectivas curvas experimentais resultantes dos ensaios à flexão em vigas constituídas pela mistura M3P-0.75.

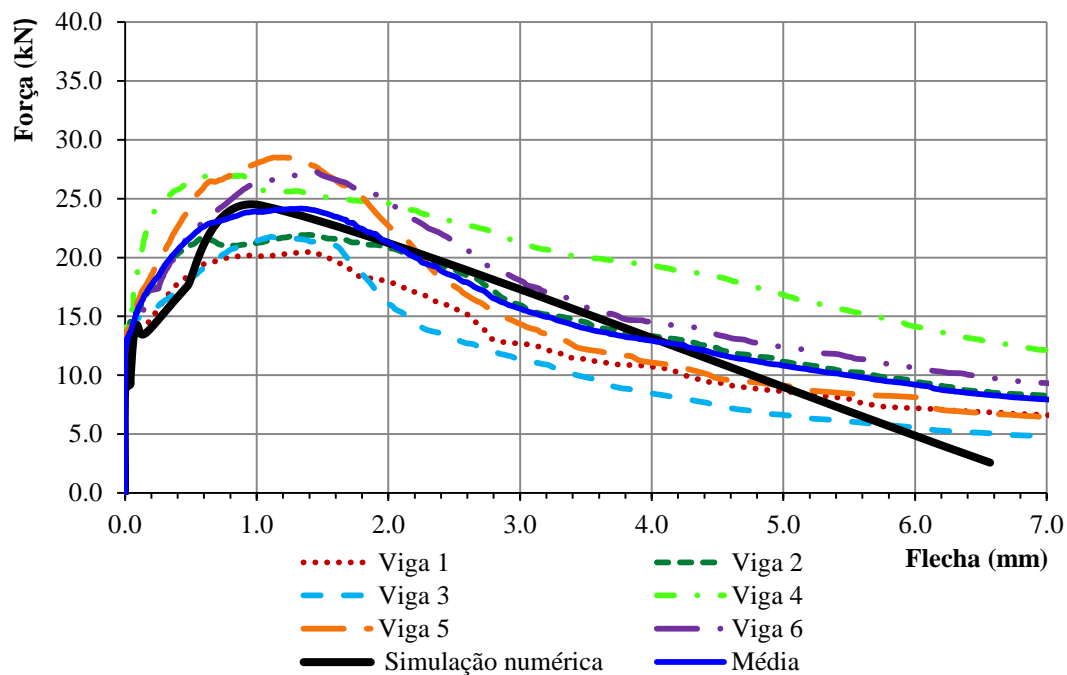


Figura 5.15 – Simulação numérica da curva F- $\delta$  e as respetivas curvas experimentais resultantes dos ensaios à flexão em vigas constituídas pela mistura M4P-1.0.

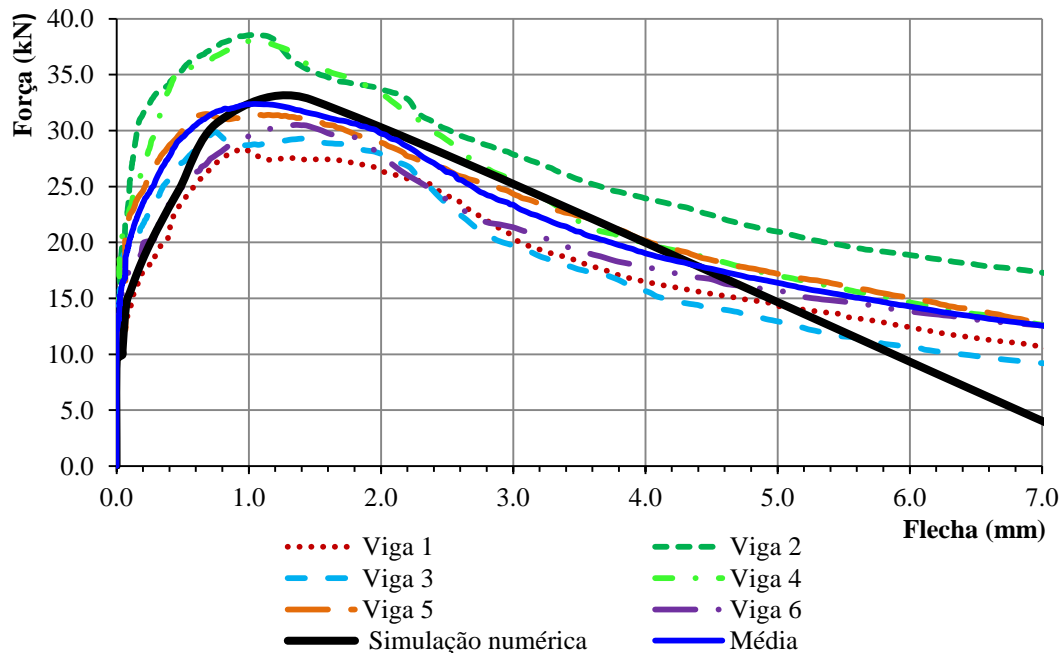


Figura 5.16 – Simulação numérica da curva F- $\delta$  e as respetivas curvas experimentais resultantes dos ensaios à flexão em vigas constituídas pela mistura M5P-1.25.

As curvas simuladas foram aproximadas com base nos valores médios experimentais. Pelas curvas apresentadas desde Figura 5.11 à 5.16 observa-se, que as flechas obtidas na AI são menores em relação às experimentais, pelo facto de ter-se imposto a condição da extensão máxima de compressão (0.0035). Experimentalmente foram obtidas flechas relativamente elevadas, mas o betão já apresentava grandes deformações por compressão.

A solução só convergiu quando os erros atingiram os menores valores possíveis. Foram calculados dois tipos de erro, o primeiro com base na Exp. (5.20) para as flechas máximas teóricas, e para a flecha de 1mm, e um outro erro calculado em relação às forças máximas teóricas e experimentais pela Exp. (5.21). No Quadro 5.2 apresentam-se os erros obtidos.

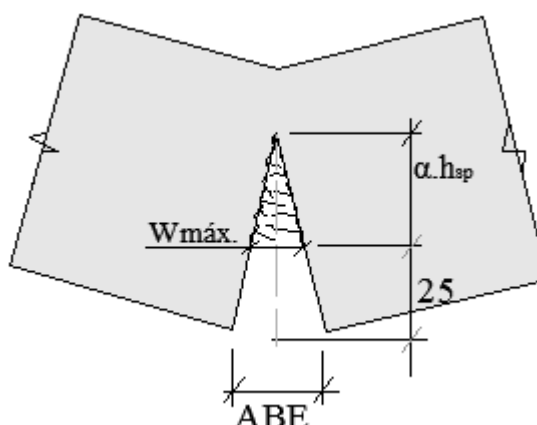
**Quadro 5.2 – Erros das simulações numéricas F- $\delta$  em relação aos valores médios experimentais nas vigas.**

Erros	M1-0.5	M2-0.75	M3P-0.75	M4P-1	M5P-1.25
$\xi_{\delta_{\text{máx}}} (\%)$	0.38	2.43	0.63	9.10	9.01
$\xi_{\delta=1\text{mm}} (\%)$	9.39	4.44	5.15	3.45	8.89
$\xi_{F_{\text{máx}}} (\%)$	0.66	0.50	1.211	1.23	1.20

Nota:  $\xi_{\delta_{\text{máx}}}$  e  $\xi_{\delta=1\text{mm}}$  representam os erros em relação a energia de flexão até a flecha máxima alcançada pela simulação numérica e até a flecha de 1mm respectivamente;  $\xi_{F_{\text{máx}}}$  representa os erros entre a força máxima obtida na simulação e a força máxima experimental.

Os erros apresentados no Quadro 5.2, correspondem ao melhor ajustamento possível das curvas F- $\delta$  teóricas às experimentais.

Embora o ajustamento não tenha sido realizado com base nas curvas teóricas F-ABE, é possível obter estas curvas que relacionam a abertura de fenda máxima  $w_{\text{máx}}$  com abertura na boca do entalhe (ABE) medida experimentalmente, através da semelhança de triângulos (ver Exp. (5.22)). Da Figura 5.18 à 5.22, apresentam-se as curvas F-ABE teóricas e experimentais.



**Figura 5.17 – Relação entre abertura de fenda e abertura da boca do entalhe.**

$$ABE = \frac{w_{\text{máx}} \cdot (\alpha h_{sp} + 25)}{\alpha h_{sp}} \quad (5.22)$$

Em que:  $h_{sp}$  é a distância entre a extremidade do entalhe e o topo da viga;  $w_{máx}$  é a abertura de fenda obtida pela Exp. (5.11);  $\alpha$  é a relação entre a altura da secção ( $h_{sp}$ ) e altura da fenda.

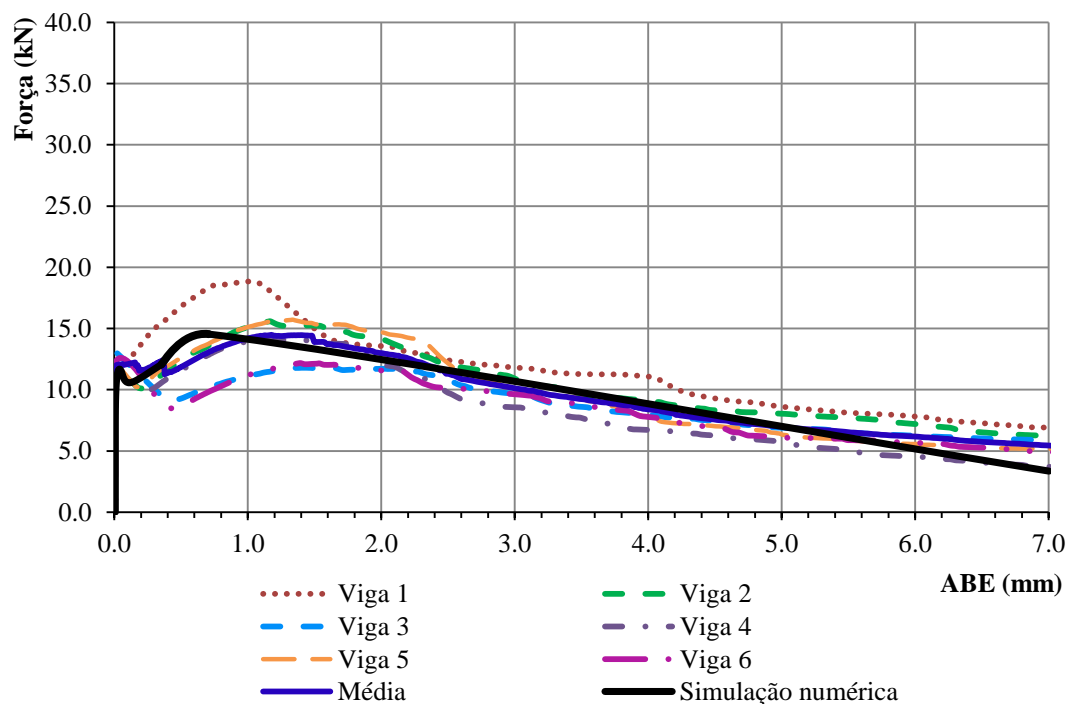


Figura 5.18 – Simulação numérica da curva F-ABE e as respetivas curvas experimentais resultantes dos ensaios à flexão em vigas constituídas pela mistura M1-0.5.

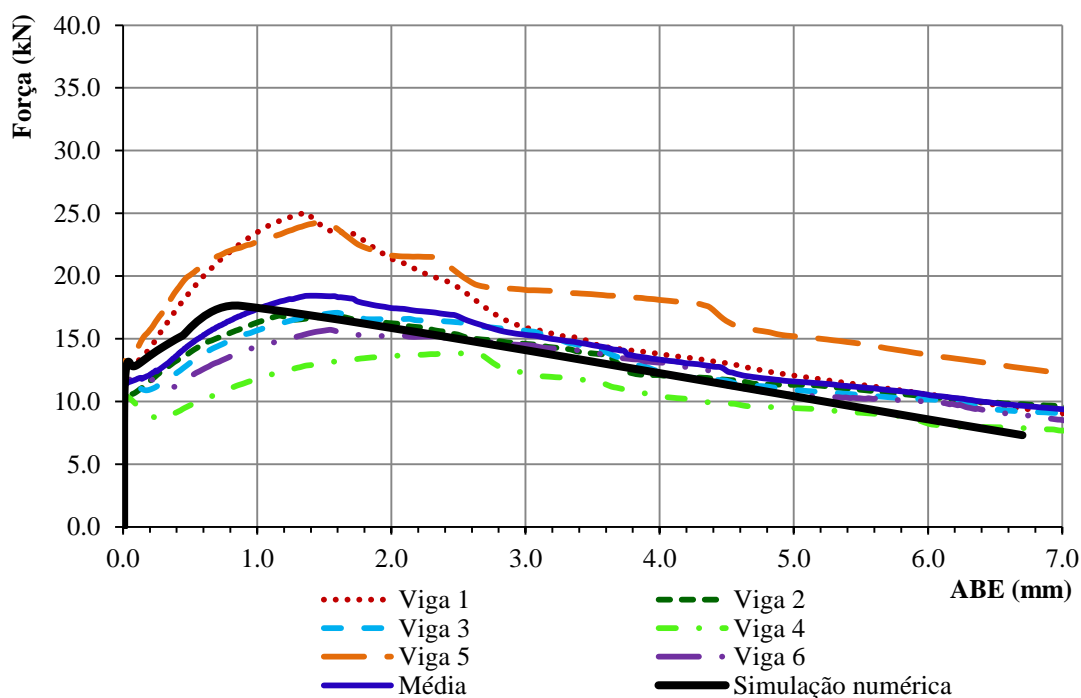


Figura 5.19 – Simulação numérica da curva F-ABE e as respetivas curvas experimentais resultantes dos ensaios à flexão em vigas constituídas pela mistura M2-0.75.

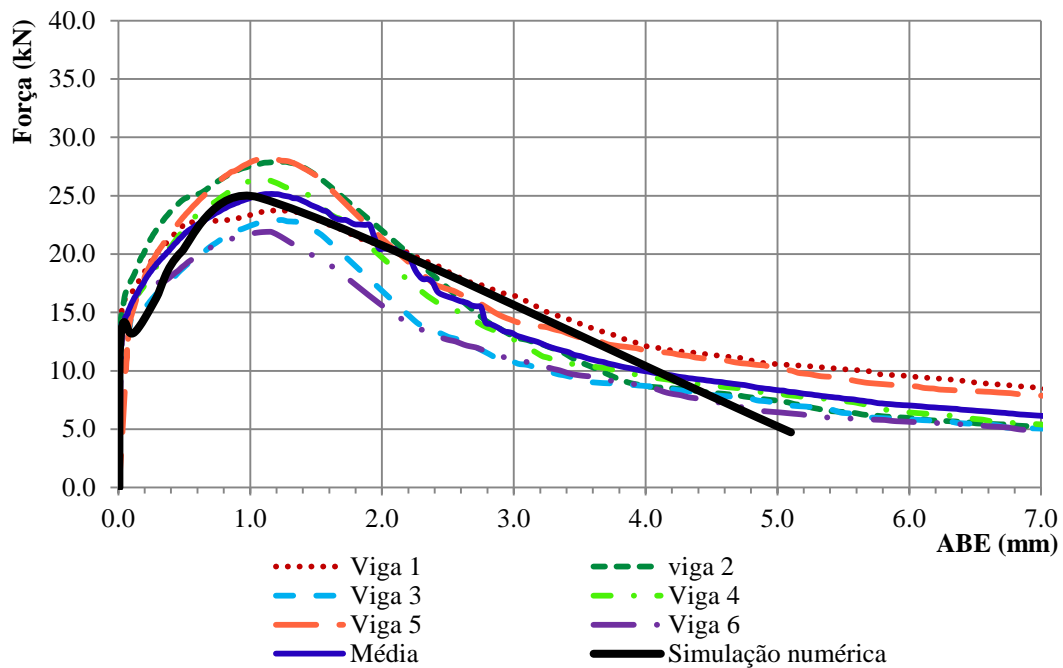


Figura 5.20 – Simulação numérica da curva F-ABE e as respectivas curvas experimentais resultantes dos ensaios à flexão em vigas constituídas pela mistura M3P-0.75.

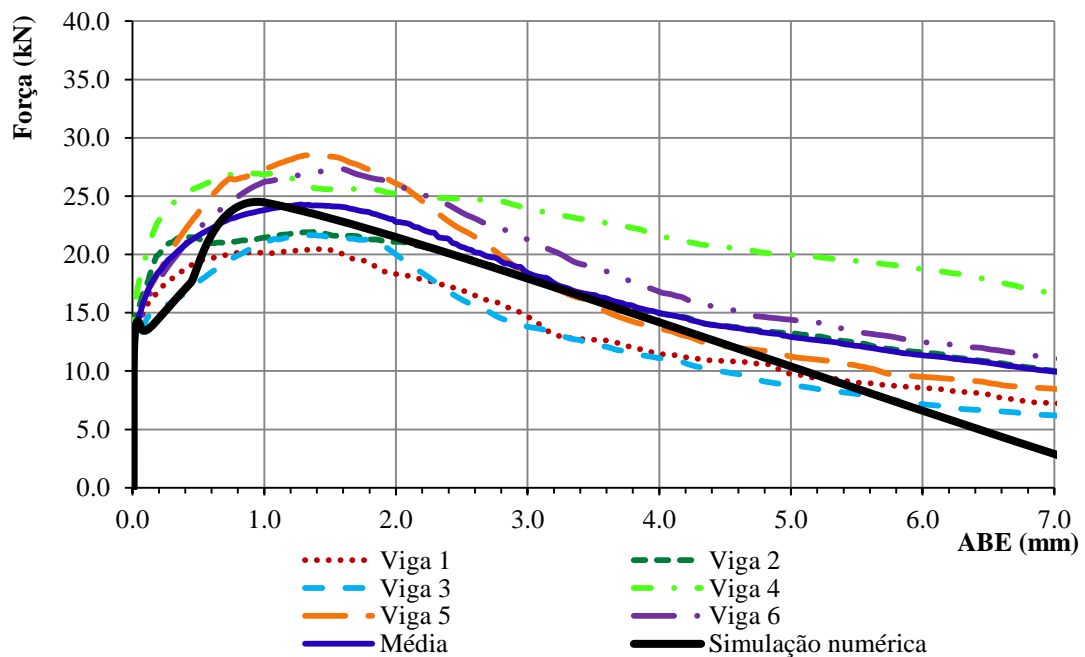


Figura 5.21 – Simulação numérica da curva F-ABE e as respectivas curvas experimentais resultantes dos ensaios à flexão em vigas constituídas pela mistura M4P-1.

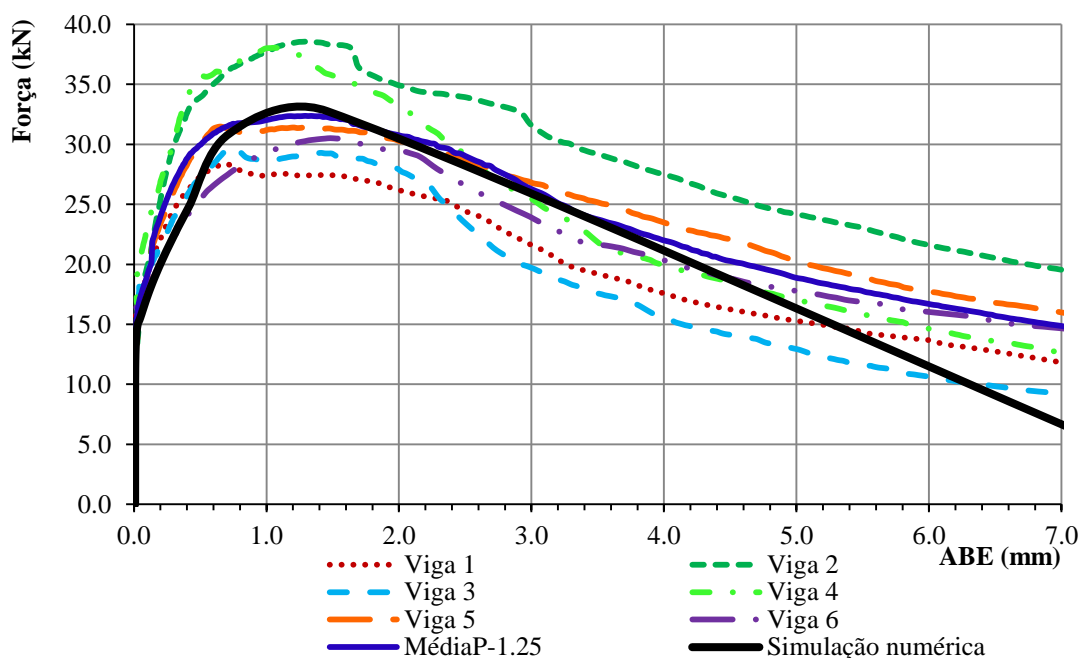


Figura 5.22 – Simulação numérica da curva F-ABE e as respetivas curvas experimentais resultantes dos ensaios à flexão em vigas constituídas pela mistura MSP-1.25.

No Quadro 5.3 apresentam-se os erros obtidos pelo ajustamento das curvas F-ABE teóricas às experimentais. Foram igualmente calculados dois tipos de erros, um em relação às áreas sob o diagrama F-ABE usando a expressão Exp. (5.20) e um outro em relação às forças máximas pela Exp. (5.21). Os erros em relação às forças máximas mantêm-se iguais aos apresentados anteriormente no Quadro 5.2, porque as forças máximas teóricas são as mesmas.

Quadro 5.3 – Erros da simulação numérica F-ABE em relação aos resultados experimentais nas vigas.

Erros	M1-0.5	M2-0.75	M3P-0.75	M4P-1	M5P-1.25
$\xi_{ABEmáx}$ (%)	3.39	8.68	2.78	14.76	9.39
$\xi_{ABE=1mm}$ (%)	5.95	8.09	6.81	11.07	11.67
$\xi_{Fmáx}$ (%)	0.66	0.50	1.21	1.23	1.20

Nota:  $\xi_{ABEmáx}$  e  $\xi_{ABE=1mm}$  representam os erros em relação a energia de flexão até a máxima abertura do entalhe alcançada pela simulação numérica e até abertura do entalhe de 1mm respetivamente;  $\xi_{Fmáx}$  representa os erros entre a força máxima obtida na simulação e a força máxima teórica.

Como se pode observar pelo Quadro 5.3, os erros são relativamente maiores em relação aos anteriores (ver Quadro 5.2) pelo facto do ajustamento das leis  $\sigma-w$  ter sido realizado com as leis F- $\delta$ . No entanto, a maior parte dos erros mantêm-se abaixo dos 10%.

### 5.3 ANÁLISE INVERSA PARA OS PAINÉIS

#### 5.3.1 Elaboração da AI

A elaboração da análise inversa por intermédio dos resultados à flexão dos painéis, foi realizada através da adaptação do AI das vigas proposta por Zhang e Stang [61], aos painéis.

As alterações a efectuarem na formulação da AI apresentada anteriormente, dizem respeito ao cálculo da flecha e do momento. O cálculo da flecha devido à fendilhação e do momento num painel apoiado em todos os bordos sujeito a uma carga pontual centrada, é estimado por meio da teoria das linhas de rotura discutida em Marti *et al.* [36].

Consoante o número de linhas de rotura desenvolvidas nos ensaios à flexão em painéis, determina-se a expressão da flecha em função da rotação do painel e do momento em função da força aplicada. São contabilizadas as linhas de rotura que têm origem no centro do painel e que propagam-se até aos bordos. Segue-se o cálculo dos momentos e rotações segundo Marti *et al.* [41].

Para o caso do painel desenvolver quatro ou oito linhas de rotura, segue-se respetivamente:

#### Quatro linhas de rotura

No caso de o painel desenvolver quatro fendas (ver Figura 5.23), a rotação do painel em função da flecha é dada pela Exp. (5.23).

$$\theta = \frac{2 \cdot \delta \cdot \sqrt{2}}{b} \quad (5.23)$$

Os parâmetros  $\delta$  e  $b$  são a flecha e o vão respetivamente. O momento em função da força aplicada  $F$ , por unidade de comprimento é dado pela Exp. (5.24).

$$m = \frac{F \cdot b}{8 \cdot (b + 2 \cdot c)} \quad (5.24)$$

em que:  $c$  é o comprimento do bordo livre.

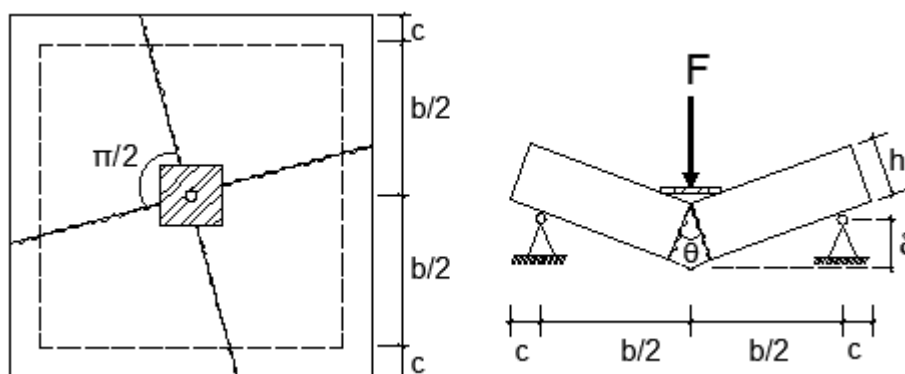


Figura 5.23 – Mecanismo de rotura do painel com quatro fendas, adaptado de [41].

### Oito linhas de rotura

Para o caso de o painel desenvolver oito linhas de rotura, a rotação é dada pela Exp. (5.25).

$$\theta = \frac{2 \cdot \delta \cdot \sqrt{2 - \sqrt{2}}}{b} \quad (5.25)$$

Onde  $\delta$  e  $b$ , são igualmente a flecha e o vão do painel respetivamente (ver Figura 5.24). O momento em função da força aplicada  $F$ , por unidade de comprimento é obtido através da Exp. (5.26).

$$m = \frac{F \cdot (b - \sqrt{2})}{16 \cdot (\sqrt{2} - 1) \cdot (b + 2 \cdot c)} \quad (5.26)$$

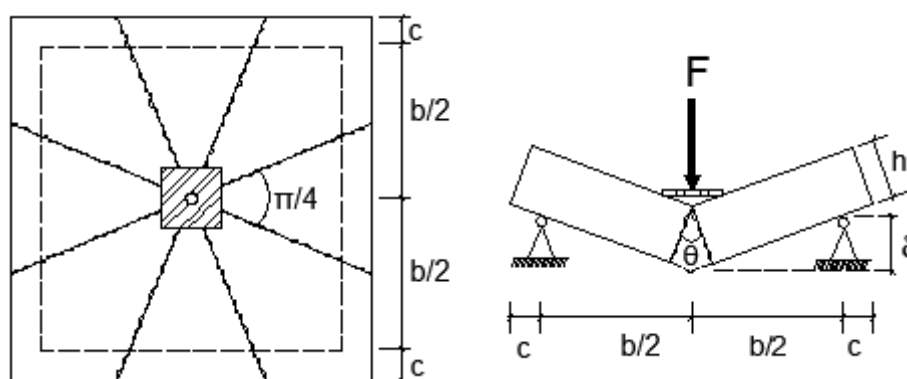


Figura 5.24 – Mecanismo de rotura do painel com oito fendas, adaptado de [41].

Para o caso de um número de linhas de roturas entre quatro e oito, é efectuado uma interpolação para determinar os momentos e rotações.

As rotações calculadas pelo método das linhas de rotura permitem calcular a flecha devido à fendilhação. Na análise inversa calcula-se abertura de fenda  $w_{\text{máx}}$  pela Exp. (5.11), que posteriormente relaciona-se com a rotação em função da altura da fenda, pela Exp. (5.27). Por sua vez, esta rotação é igualada à rotação obtida pelo método das linhas de rotura e resolvendo à igualdade, obtém-se a flecha devido à fendilhação.

$$\theta = \frac{w_{\text{máx}}}{\alpha \cdot h} \quad (5.27)$$

A flecha total é a soma da flecha devido à fendilhação com a flecha elástica, esta última é obtida através da modelação em elementos finitos dos ensaios em painéis, no programa SAP2000. A flecha elástica obtida é dada na Exp. (5.28).

$$f_e = 45.51 \cdot \frac{F}{E} \quad (5.28)$$

Em que, a força  $F$  (N) e o módulo de elasticidade  $E$  (GPa) tomaram valores unitários na modelação.

### 5.3.2 Esquema de iteração da AI

O esquema de iteração que se apresenta na Figura 5.25 é semelhante ao apresentado pelas vigas, com algumas as alterações no cálculo da flecha e do momento. Para determinar os momentos e rotações por cada tipo de mistura, é necessário saber o número de linhas de rotura que cada painel desenvolveu (ver Quadro 5.4).

**Quadro 5.4 – Números de fendas desenvolvidos pelos painéis por cada tipo de mistura.**

Erros	M1-0.5	M2-0.75	M3P-0.75	M4P-1	M5P-1.25
Nº de painéis com 5 fendas	0	0	3	6	0
Nº de painéis com 6 fendas	3	0	3	0	6
Nº de painéis com 7 fendas	3	6	0	0	0

Para as misturas M1-0.5 e M3P-0.75 foi necessário isolar as médias dos ensaios à flexão  $F-\delta$ , por cada grupo de painéis com igual número de fendas e com base nesses resultados elaborar a análise inversa.

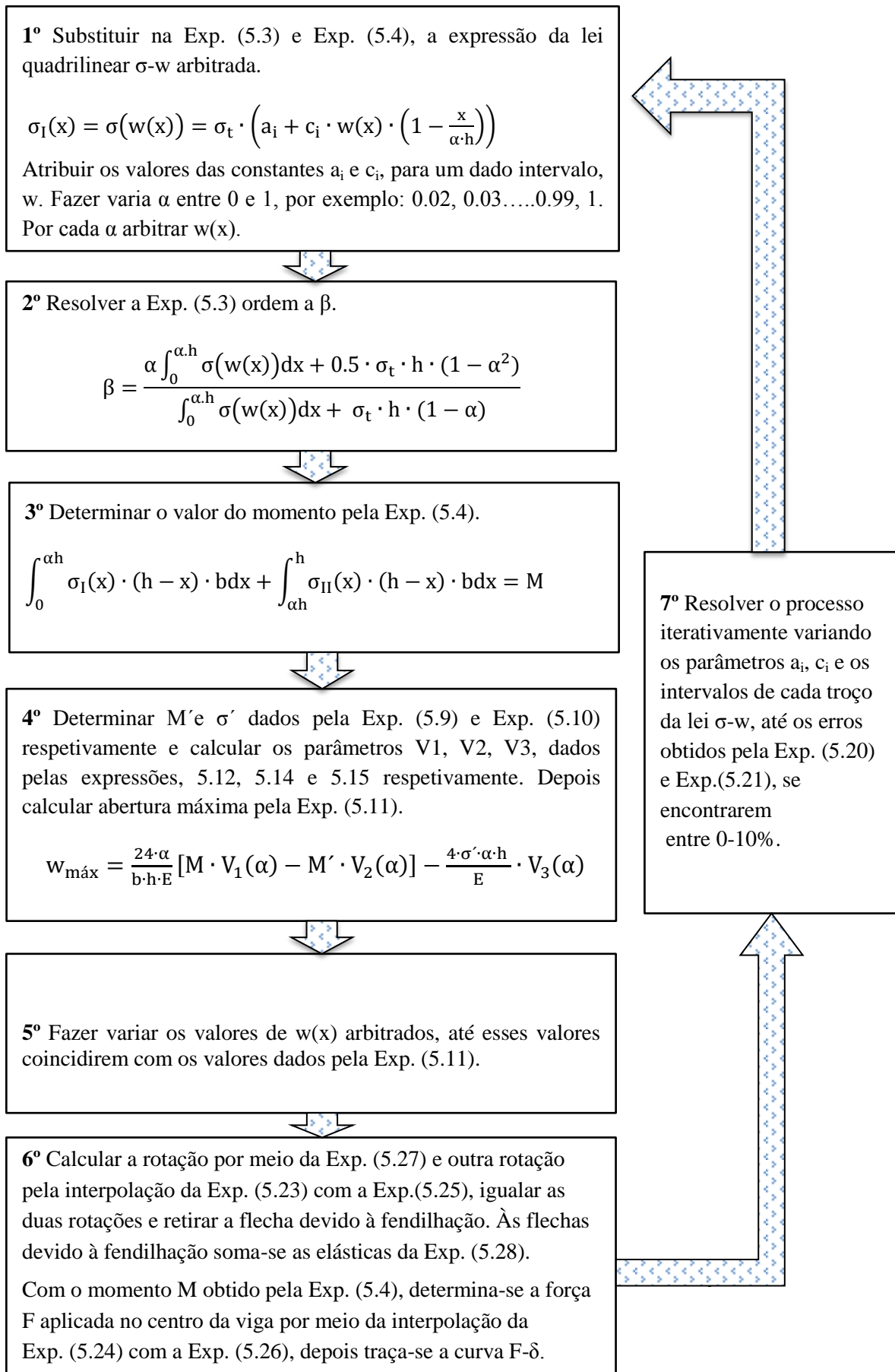


Figura 5.25 – Esquema de iteração da AI para os painéis.

### 5.3.3 Resultados da AI em painéis

Após a implementação do esquema de iteração da Figura 5.25 no programa Excel, é introduzido as características geométricas dos painéis, as características mecânicas obtidas nos ensaios de compressão e as curvas  $F-\delta$  obtidas nos ensaios à flexão.

#### Características do painel:

- $h$  - espessura (100mm);
- $l$  - largura (600mm);
- $b$  - vão (500mm);
- $c$  - bordo livre (50mm).

#### Características mecânicas:

- $E$  - módulo de elasticidade, Quadro 4.6;
- $f_{cm}$  - valor médio da tensão de rotura do betão à compressão em cilindro, Quadro 4.6;
- $f_{ctm}$  - valor médio da tensão de rotura à tração uniaxial do BS ( $0.6f_{spt}$  a  $0.8f_{spt}$ ), Quadro 4.7.

#### Curvas introduzidas:

- Curva média força-flecha ( $F-\delta$ ), por cada tipo de mistura;
- Lei quadrilinear (Figura 5.5), cujos parâmetros são alvo de sucessivas iterações até a lei  $F-\delta$  teórica ser ajustada à experimental.

Após a introdução dos dados na folha de cálculo automática, foi processado o esquema de iteração da Figura 5.25, até os erros obtidos pelas Exp (5.11) e Exp. (5.12) terem atingido os menores valores possíveis. Concluída a iteração, obtêm-se as leis constitutivas por cada tipo de mistura. Na Figura 5.26 apresentam-se as cinco leis  $\sigma-w$  obtidas.

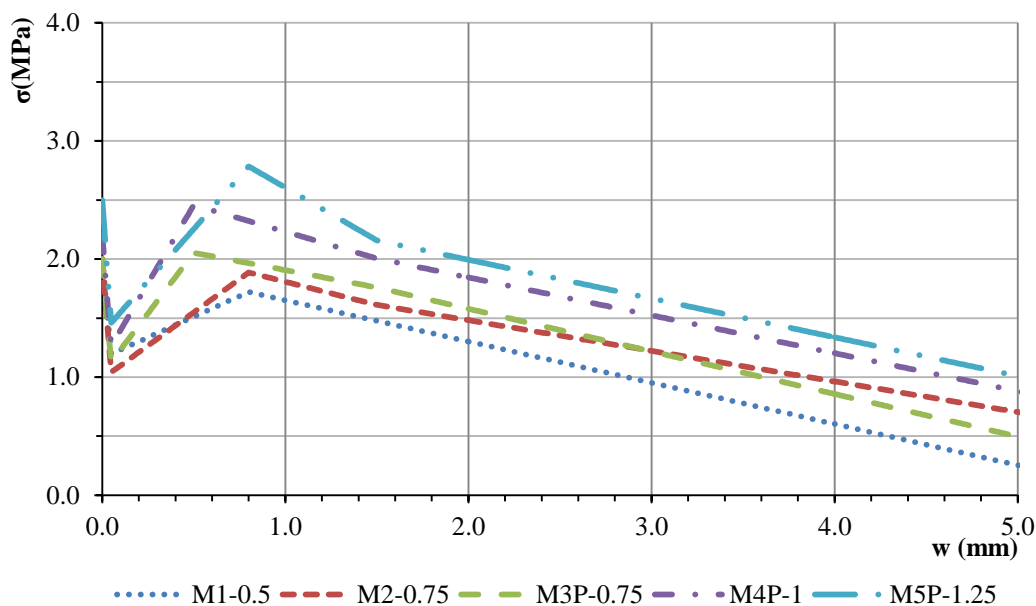


Figura 5.26 – Lei tensão-abertura de fenda obtida pela AI por meios dos ensaios à flexão em painéis.

As leis obtidas por meio dos ensaios à flexão nos painéis (ver Figura 5.26), têm um desenvolvimento semelhante às obtidas com as vigas. Dá-se inicialmente a fendilhação da matriz, acompanhada com a imediata quebra de tensões, esse decréscimo foi inversamente proporcional às percentagens de fibras adicionadas. Segue-se um endurecimento devido à mobilização das fibras, em que, quanto maior for a percentagem de fibras maiores são as tensões atingidas nesta fase. Quando as tensões transferidas por meio das fibras ultrapassam a resistência de ligação, dá-se o arrancamento progressivo das fibras. No Quadro 5.5 apresentam-se os parâmetros das leis  $\sigma$ - $w$  obtidas para cada mistura.

Quadro 5.5 – Parâmetros das leis tensão-abertura de fenda obtidos pela AI por meio dos ensaios à flexão nos painéis.

	M1-0.5	M2-0.75	M3P-0.75	M4P-1	M5P-1.25
$\sigma_t$ (MPa)	2.0	2.0	2.0	2.2	2.5
$\sigma_c$ (MPa)	33.8	31.8	46.2	45.8	44.4
$a_1, c_1$ (1/mm); W	1.0,-8.38; [0;0.048]	1.0,-10; [0;0.048]	1.0,-9.1; [0;0.048]	1.0,-8.9; [0;0.048]	1.0,-8.69; [0;0.048]
$a_2, c_2$ (1/mm); W	0.58,0.35; [0.048;0.8]	0.49,0.56; [0.048;0.8]	0.51,1.02; [0.048;0.5]	0.52,1.2; [0.048;0.5]	0.549,0.70; [0.048;0.8]
$a_3, c_3$ (1/mm); W	1.0,-0.17; [0.8;1.5]	1.1,-0.20; [0.8;1.5]	1.1,-0.14; [0.5;1.5]	1.22,-0.20; [0.5;1.5]	1.4,-0.36; [0.8;1.5]
$a_4, c_4$ (1/mm); W	1.0,-0.17; [1.5; 2.0]	1.0,-0.13; [1.5; 2.0]	1.15,-0.18; [1.5; 2.0]	1.13,-0.14; [1.5; 2.0]	1.06,-0.13; [1.5; 2.0]

Nota:  $\sigma_c$  é a resistência à compressão do compósito;  $\sigma_t$  é a resistência à tração uniaxial do betão simples, que variou entre 60% a 80% da tensão de tração obtida pelo ensaio de splitting;  $a_1, a_2, a_3$  e  $a_4$  são as intersecções de cada troço da lei  $\sigma$ - $w$  com os eixos das abcissas;  $c_1, c_2, c_3$  e  $c_4$ , são as respetivas inclinações de cada troço da lei  $\sigma$ - $w$ ; W é o intervalo de cada troço da lei  $\sigma$ - $w$ .

As leis  $\sigma$ - $w$  foram obtidas, com o melhor ajuste das curvas  $F$ - $\delta$  teóricas às experimentais. Da Figura 5.27 à 5.31, apresentam-se as simulações numéricas juntamente com os resultados experimentais.

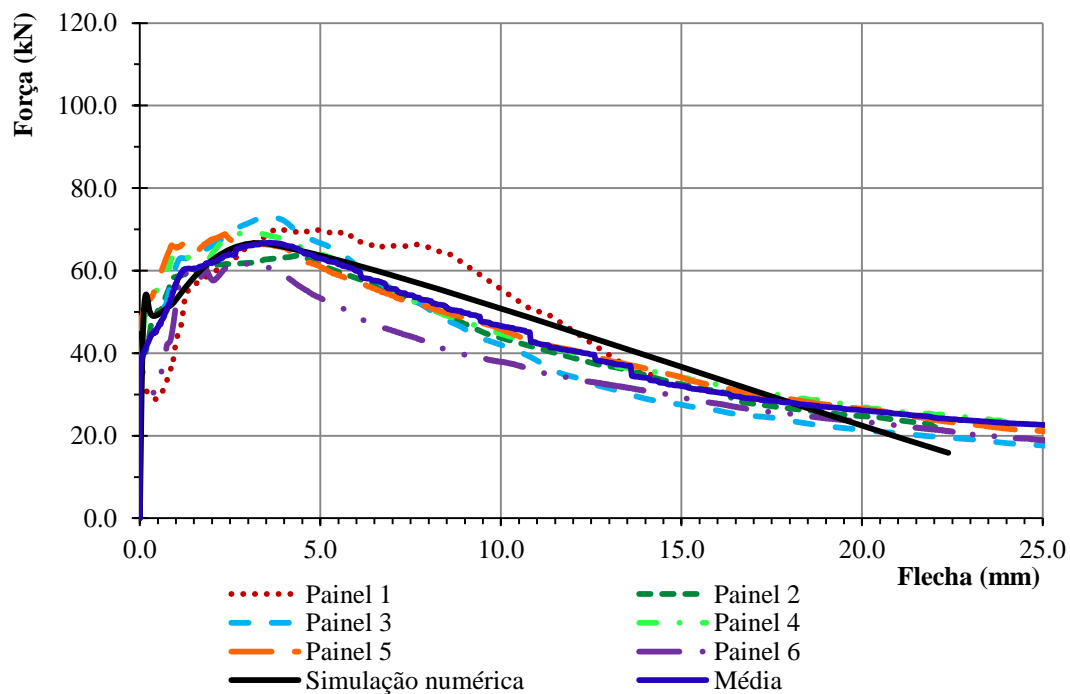


Figura 5.27 – Simulação numérica da curva  $F$ - $\delta$  e as respectivas curvas experimentais resultantes dos ensaios à flexão em painéis constituídos pela mistura M1-0.5.

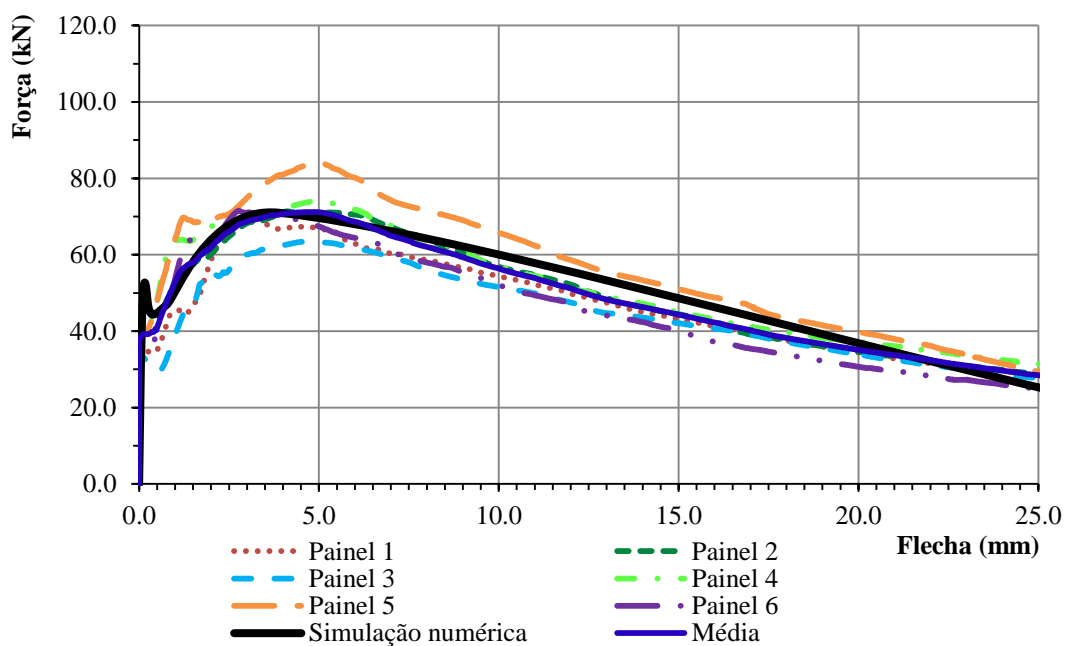


Figura 5.28 – Simulação numérica da curva  $F$ - $\delta$  e as respectivas curvas experimentais resultantes dos ensaios à flexão em painéis constituídos pela mistura M2-0.75.

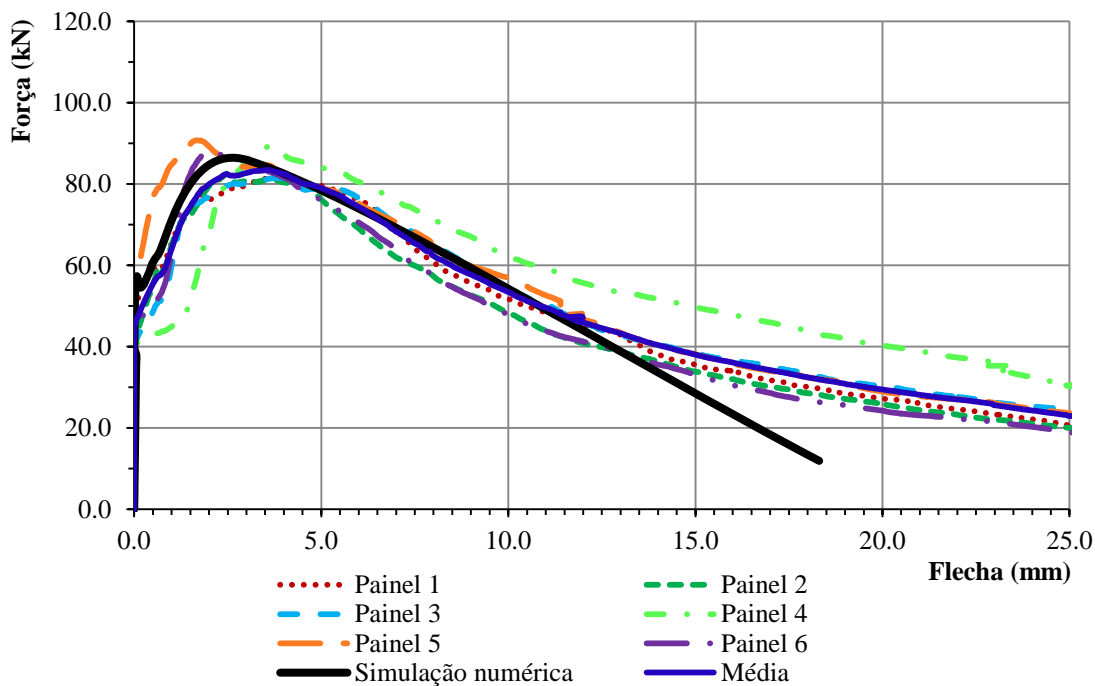


Figura 5.29 – Simulação numérica da curva F- $\delta$  e as respectivas curvas experimentais resultantes dos ensaios à flexão em painéis constituídos pela mistura M3P-0.75.

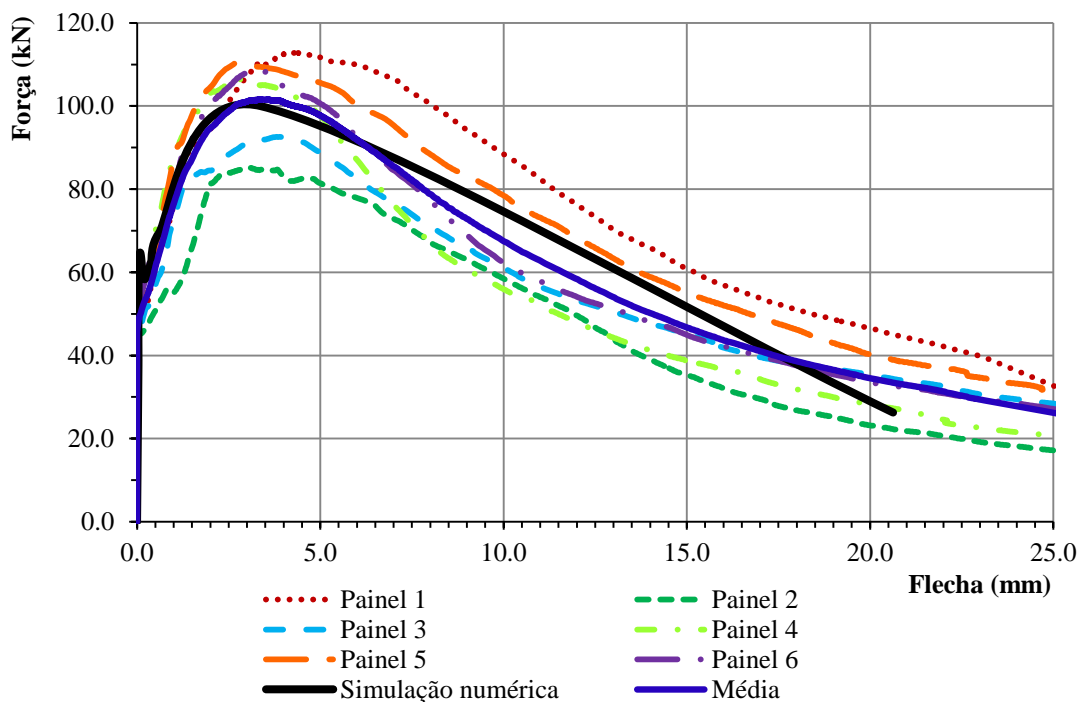
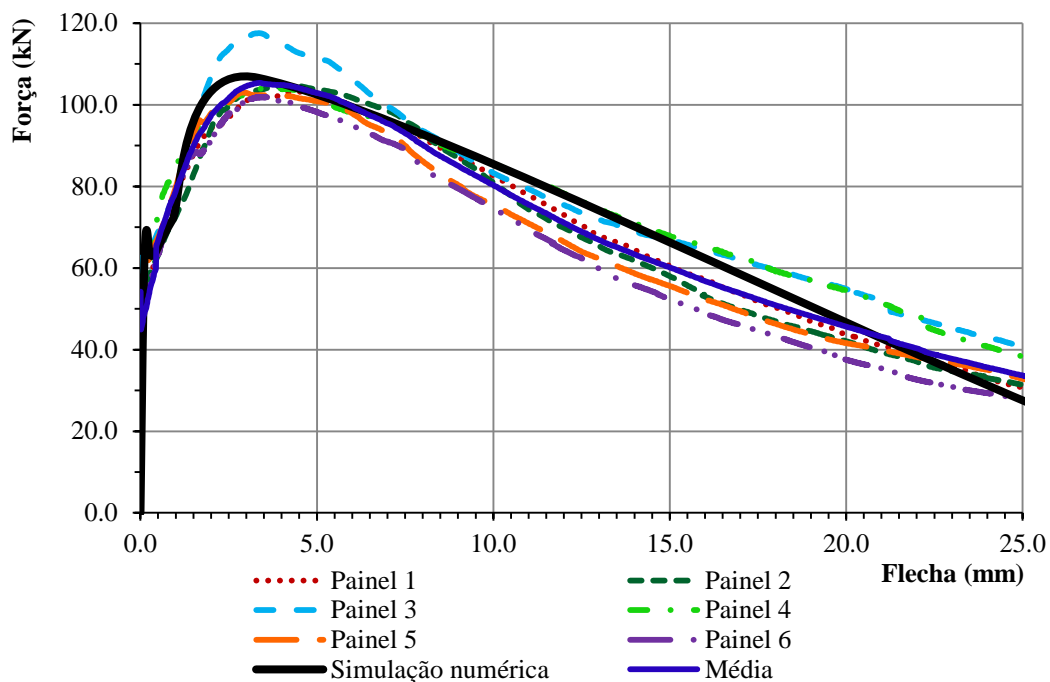


Figura 5.30 – Simulação numérica da curva F- $\delta$  e as respectivas curvas experimentais resultantes dos ensaios à flexão em painéis constituídos pela mistura M4P-1.



**Figura 5.31 – Simulação numérica da curva F- $\delta$  e as respetivas curvas experimentais resultantes dos ensaios à flexão em painéis constituídos pela mistura M5P-1.25.**

De um modo geral, as curvas numéricas aproximam-se das curvas experimentais médias, os erros associados a estas aproximações encontram-se no Quadro 5.6. Estes erros correspondem aos valores mínimos que foram possíveis obter e que conduziram a determinação das leis  $\sigma$ -w.

**Quadro 5.6 – Erros da simulação numéricas F- $\delta$  em relação aos valores médios experimentais nos painéis.**

Erros	M1-0.5	M2-0.75	M3P-0.75	M4P-1	M5P-1.25
$\xi_{\delta_{\text{máx}}} (\%)$	4.30	0.16	6.45	0.35	4.44
$\xi_{\delta=1\text{mm}} (\%)$	7.08	7.96	9.30	9.38	1.23
$\xi_{F_{\text{máx}}} (\%)$	0.19	0.29	1.68	1.64	6.47

Nota:  $\xi_{\delta_{\text{máx}}}$  e  $\xi_{\delta=1\text{mm}}$  representam os erros em relação a energia de flexão até a flecha máxima alcançadas pela simulação numérica e a flecha de 1mm respectivamente;  $\xi_{F_{\text{máx}}}$  representa os erros entre a força máxima obtida na simulação e a força média máxima experimental.

#### 5.4 COMPARAÇÃO DA AI REALIZADA

Visto que se trata das mesmas misturas, a AI realizada por ambos os ensaios de flexão deveria conduzir a leis  $\sigma$ -w semelhantes. A Figura 5.32 apresenta as leis  $\sigma$ -w obtidas pela AI, por meio dos ensaios à flexão nas vigas e nos painéis.

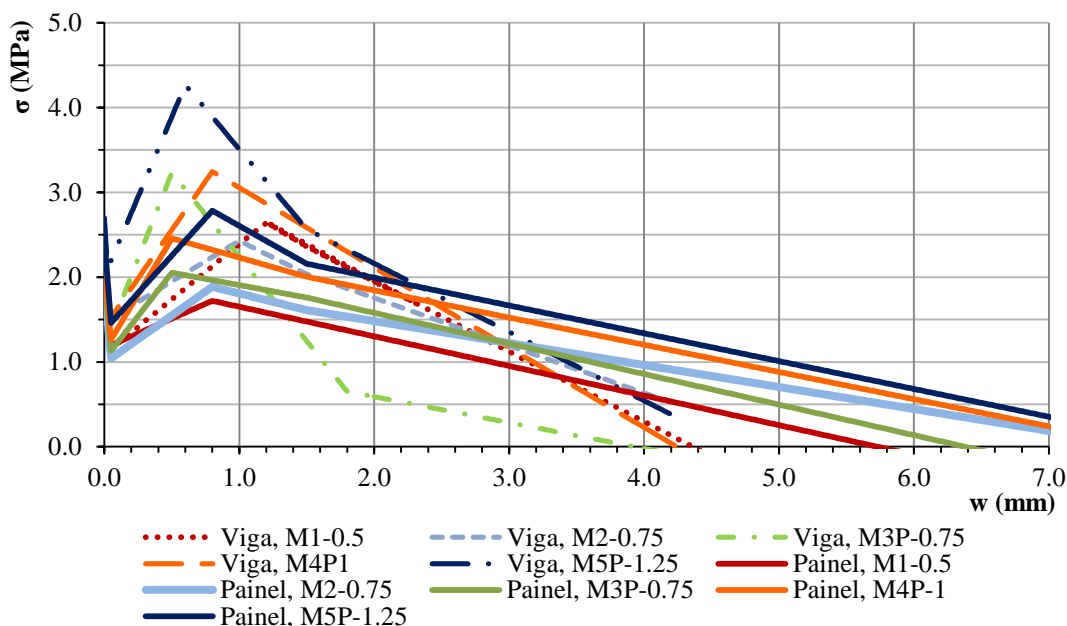


Figura 5.32 – Leis tensão-abertura de fenda obtidas na AI a partir dos ensaios à flexão.

Pela observação do gráfico da Figura 5.32 constata-se que, os resultados obtidos através das vigas tendem a ter um pico de tensões maior em relação aos obtidos por meio dos painéis. Isto deve-se, a tendência das vigas em dispor as suas fibras na direção longitudinal, por onde se desenvolvem as tensões principais (ver Figura 5.33).

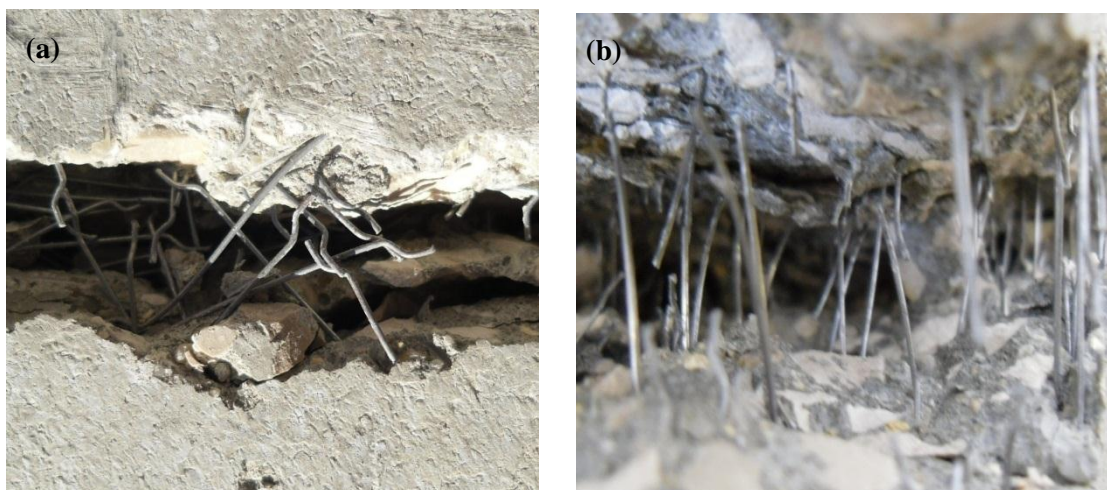


Figura 5.33 – Direção das fibras, (a) abertura de fenda no painel e (b) abertura de fenda na viga.

Em relação AI realizada para mistura M3P-0.75 por meio dos ensaios à flexão em vigas, existe após a fase endurecimento da lei  $\sigma$ -w uma queda de tensão claramente mais abrupta, quando comparada com a lei obtida para mesma mistura, por meios dos ensaios à flexão em painéis. Não foi encontrada uma justificação consistente que esclareça o que ocorreu com os ensaios à flexão em vigas, constituídas pela mistura M3P-0.75.

## 5.5 COMPARAÇÃO DA AI COM AS FORMULAÇÕES APROXIMADAS

### Método proposto por Marti *et al.*

No Capítulo 3 foi apresentado um método teórico estudado pelos autores Marti *et al.* [41]. O método descreve o comportamento pós-fendilhação do BRFA, através de uma lei parabólica dada pela Exp. (3.4).

$$\sigma = \sigma_o \cdot \left(1 - 2 \cdot \frac{w}{l_f}\right)^2 \quad (3.4)$$

Em que os termos estão apresentados no Capítulo 3

É um método aproximado, contudo, permite dar uma ideia do comportamento pós-fendilhação do BRFA, com base na resistência à tração da matriz e das características e percentagem de fibras.

### Modelo VEM

No Capítulo 3 foi apresentado um modelo designado VEM desenvolvido pelos autores Voo e Foster [58], que descreve a lei  $\sigma$ - $w$  do BRFA com base na resistência à tração da matriz e das características e percentagem de fibras. A ideia principal do método, é somar as contribuições do betão e das fibras pela Exp. (3.17).

$$\sigma(w) = \sigma_{c.bet\tilde{a}o}(w) + \sigma_{c.fibras}(w) = f_{ct} \cdot e^{-c \cdot w} + K_f \cdot K_d \cdot \lambda_f \cdot \rho_f \cdot \tau_b \quad (3.17)$$

Em que os termos estão apresentados no Capítulo 3.

### Comparação

A tensão de rotura da matriz à tração uniaxial ( $f_{ct}$ ) utilizada nos métodos teóricos, foi determinada através da média entre, as tensões de fendilhação da matriz ( $\sigma_t$ ) obtida pela AI aplicada às vigas (ver Quadro 5.1) e às obtidas pela AI aplicada aos painéis (ver Quadro 5.5) conforme o caso. Com base nas tensões médias, das percentagens e características das fibras, foram determinados os termos das duas aproximações. Juntamente com os métodos aproximados são apresentados os resultados da AI, da Figura 5.34 à 5.38.

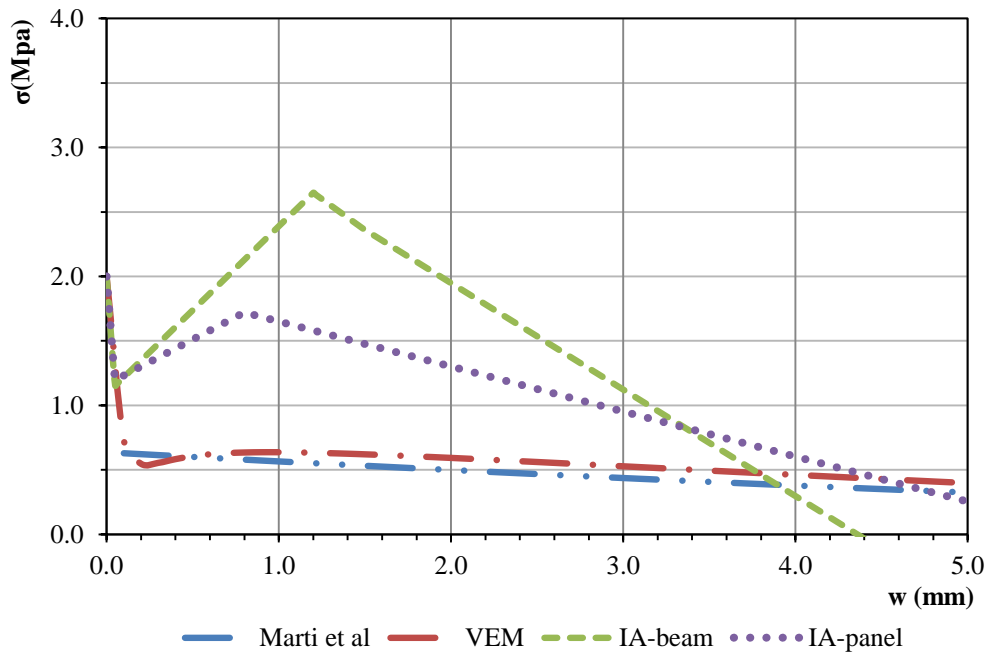


Figura 5.34 – Comparação das leis obtidas na AI com aproximações teóricas para a mistura M1-0.5.

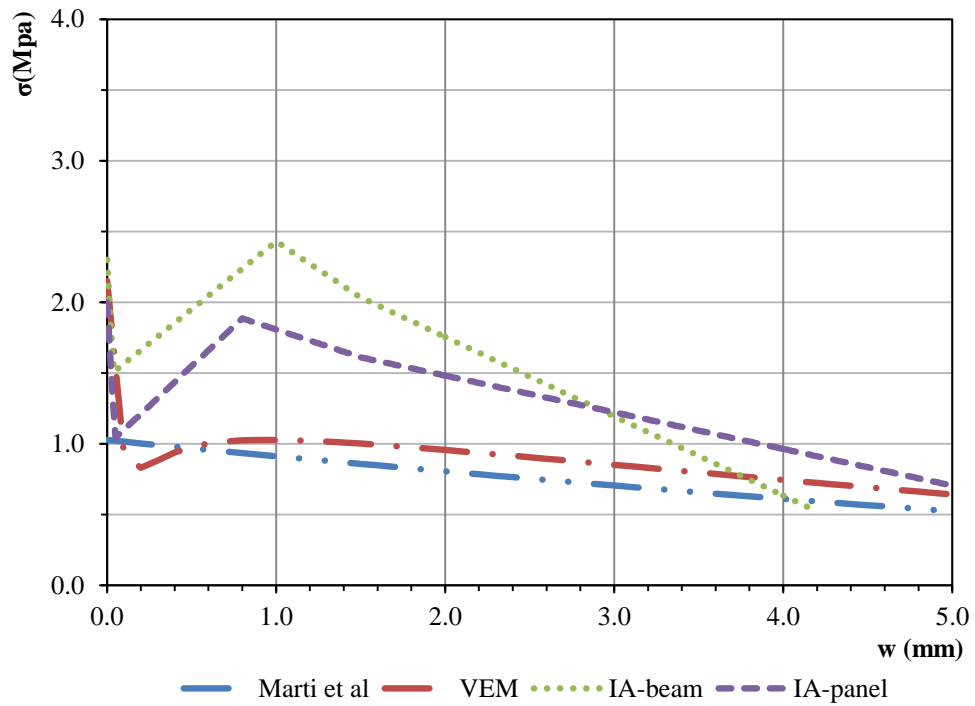


Figura 5.35 – Comparação das leis obtidas na AI com aproximações teóricas para a mistura M2-0.75.

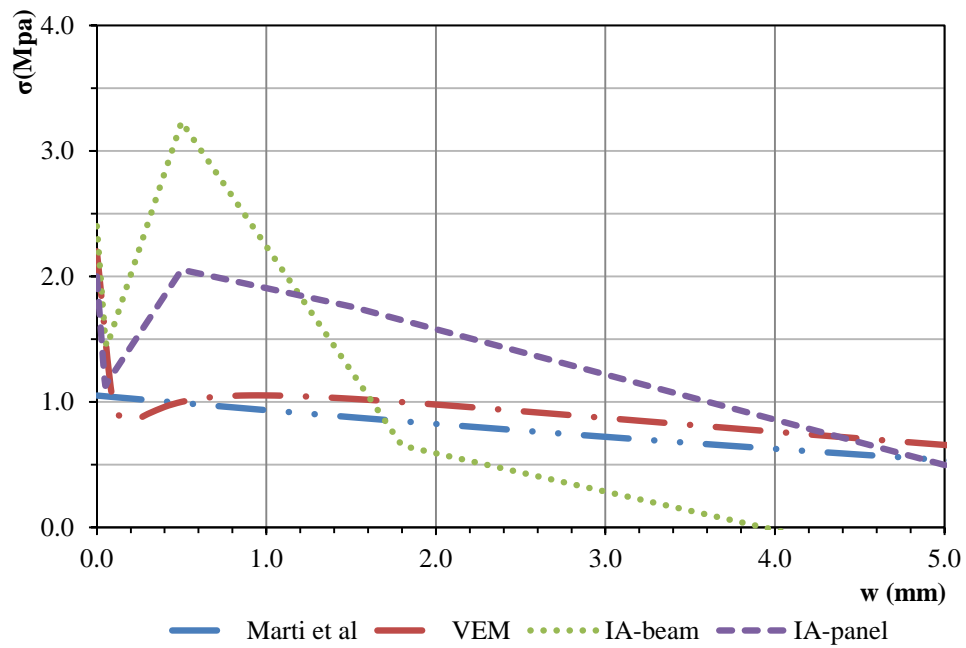


Figura 5.36 – Comparação das leis obtidas na AI com aproximações teóricas para a mistura M3P-0.75.

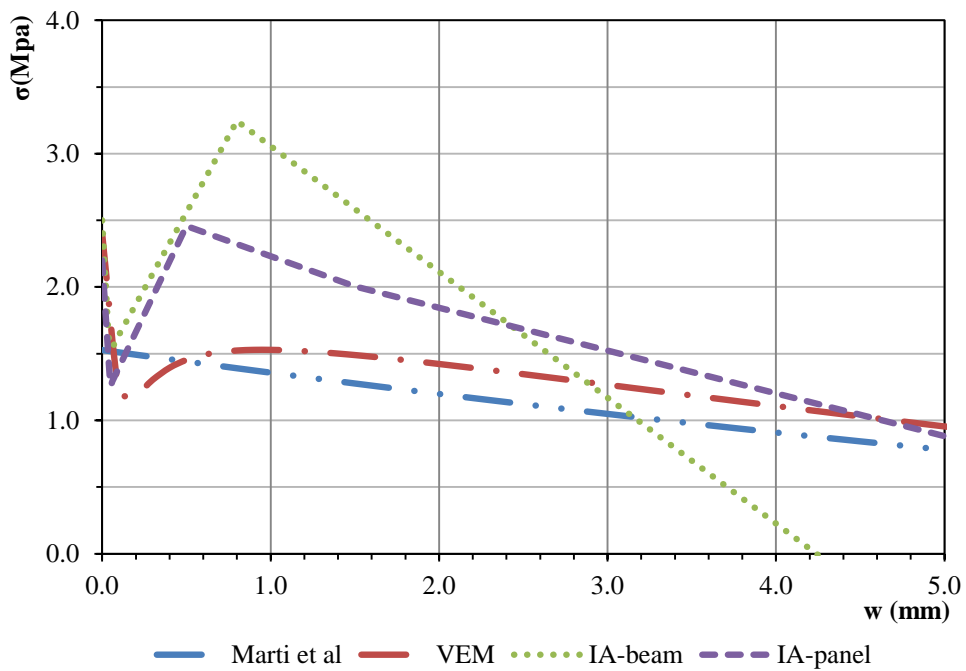


Figura 5.37 – Comparação das leis obtidas na AI com aproximações teóricas para a mistura M4P-1.0.

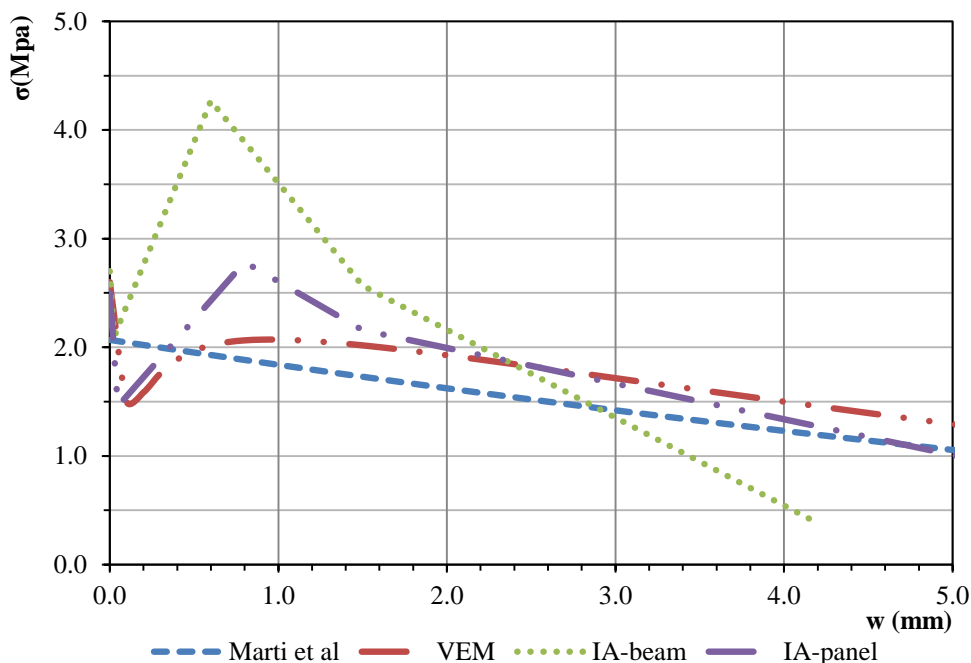


Figura 5.38 – Comparação das leis obtidas na AI com aproximações teóricas para a mistura M5P-1.25.

Pelos gráficos apresentados desde a Figura 5.34 à 5.38 observa-se, que os resultados das duas aproximações conduzem a valores de tensões menores em relação aos obtidos por meio da AI. O modelo de Marti *et al.* [41] é ligeiramente mais conservativo em relação ao modelo VEM. No entanto, apesar da lei de Marti *et al.* [41] não representar a fase de endurecimento, esta aproxima-se da lei obtida pelo modelo VEM. Isto deve-se ao facto, de os autores Voo e Foster [58] que desenvolveram o modelo VEM, terem utilizado a lei de Marti *et al.* [41] para calibrar a lei  $\sigma$ - $w$  nomeadamente, o factor global da orientação das fibras ( $k_f$ ) utilizado no modelo VEM.

## 5.6 COMPRESSÃO DIAMETRAL VERSUS ANÁLISE INVERSA

Foram calculadas as relações entre as tensões máximas registadas nas leis  $\sigma$ - $w$  obtidas pela AI, com as tensões máximas obtidas nos ensaios à compressão diametral (ver Quadro 5.7).

Quadro 5.7 – Relações entre as tensões máximas das leis  $\sigma$ - $w$  com as tensões obtidas nos ensaios à compressão diametral.

Misturas	M1-0.5	M2-0.75	M3P-0.75	M4P-1	M4P-1.25
$f_{ct,sp}$	3.41;	3.48	4.25	5.09	5.44
AI, viga; $\sigma_{m\acute{a}x}/f_{ct,sp}$	2.65;0.78	2.43;0.70	3.23;0.76	3.24;0.64	4.26;0.78
AI, painel; $\sigma_{m\acute{a}x}/f_{ct,sp}$	1.72;0.50	1.88;0.54	2.05;0.48	2.46;0.48	2.78;0.51

Nota:  $f_{ct,sp}$  é a tensão de tração obtida no ensaio à compressão diametral;  $\sigma_{m\acute{a}x}/f_{ct,sp}$  é a relação entre a tensão máxima obtida nas leis  $\sigma$ - $w$  com a tensão obtida no ensaio à compressão diametral.

As tensões de tração obtidas por meio dos ensaios à compressão diametral são relativamente superiores às obtidas pela AI. Este facto deve-se a orientação das fibras no provete cilíndrico, em que estas dispõem-se preferencialmente na direção das tensões de tração (ver Figura 5.39).

Para as vigas as relações  $\sigma_{\text{máx}}/f_{\text{ct,sp}}$  situam-se entre 0.64 e 0.78 e para os painéis essas relações estão entre 0.48 e 0.54 (ver Quadro 5.7). As relações obtidas para as vigas são maiores em relação aos painéis pelo facto, das orientações das fibras nas vigas favorecem maior mobilização de tensões em relação aos painéis.

As relações obtidas são válidas para um betão de resistência à compressão,  $f_{\text{cm}}=35$  MPa e para adição de fibras DRAMIX<sup>®</sup> RC65/35 BN. A determinação destas relações permite obter uma estimativa das tensões máximas mobilizadas após a fendilhação da matriz, com base nos ensaios à compressão diametral.



**Figura 5.39 – Abertura de fenda de um cilindro de BRFA sujeito à compressão diametral.**



## **CAPÍTULO 6**

### **CONCLUSÕES**

#### **6.1 CONCLUSÕES**

Neste trabalho foi caracterizado o comportamento à tração, de um betão reforçado com diferentes quantidades de fibras de aço. A caracterização teve por base um amplo programa experimental, que envolveu ensaios à flexão e ensaios à compressão. Através dos resultados obtidos nestes ensaios, foi possível elaborar uma análise inversa com a formulação proposta por Zhang e Stang [61].

De seguida, descrevem-se as conclusões relativas a amassadura do betão, aos ensaios realizados e sobre a análise inversa concretizada. No final são feitas recomendações para trabalhos futuros.

##### **6.1.1 Amassadura do betão**

No que diz respeito as amassaduras, à medida que as percentagens de fibras aumentaram as misturas perderam trabalhabilidade, por esta razão foi adicionado plastificante a partir de 0.75% de fibras. Se houver intenção de adicionar percentagens de fibras acima de 1.25% utilizando os mesmos agregados, terá que ser feito um novo estudo da composição do betão, a fim de garantir a trabalhabilidade necessária.

##### **6.1.2 Ensaio à compressão**

Relativamente aos ensaios à compressão em provetes cúbicos, a resistência à compressão não variou muito com as percentagens de fibras adicionadas. No entanto, verificou-se uma ligeira diminuição da resistência à compressão com o aumento da percentagem de fibras.

Houve um aumento da resistência à compressão para as misturas que continham plastificante, pelo facto destas misturas terem apresentado maior trabalhabilidade e por este ter promovido melhor hidratação das partículas de cimento.

### 6.1.3 Ensaio à compressão diametral

As tensões de tração obtidas pelos ensaios à compressão diametral aumentaram em função da percentagem de fibras. Com estas tensões, estabeleceram-se relações com as tensões de pico das leis  $\sigma$ - $w$  obtidas pela AI. Estas relações poderão servir para obter uma estimativa das tensões máximas de tração pós-fendilhação, por meio dos ensaios à compressão diametral. As relações determinadas são válidas, para compósitos com as mesmas características às estudadas neste trabalho.

### 6.1.4 Ensaio à flexão nas vigas

Em relação aos ensaios de flexão nas vigas, as cargas de flexão aumentaram com o aumento da percentagem de fibras. Para as vigas de betão simples ensaiadas à flexão, não foi possível registar o comportamento pós-fendilhação. O reforço do betão pela introdução de fibras é evidente, quando se compara o comportamento das vigas BS com as de BRFA.

### 6.1.5 Ensaio à flexão nos painéis

Relativamente aos ensaios à flexão em painéis, as cargas de flexão aumentaram com o aumento da percentagem de fibras. Tal como nas vigas, não foi possível registar o comportamento pós-fendilhação dos painéis de BS. Em relação à dispersão dos resultados, os ensaios à flexão em painéis apresentaram menor dispersão em relação às vigas, devido essencialmente ao grande volume de betão ensaiado e a maior superfície de fratura dos painéis.

### 6.1.6 Análise inversa

Foi possível elaborar a análise inversa por meio dos ensaios à flexão nas vigas e painéis, baseada na teoria de Zhang e Stang [61]. A aplicação da análise inversa por meio dos ensaios à flexão em vigas, conduz a leis  $\sigma$ - $w$  com tensões de tração relativamente mais elevadas, em relação às obtidas pela aplicação da AI por intermédio dos ensaios à flexão em painéis. Isto deve-se ao facto, da geometria da viga induzir a distribuição das fibras na direcção longitudinal, por onde desenvolvem-se as tensões principais. Deste modo, os ensaios à flexão sobre os quais aplica-se a AI, devem ser escolhidos de forma a representar a distribuição das fibras do elemento estrutural a que se destina a lei  $\sigma$ - $w$ .

Os resultados obtidos pela AI não coincidem com as aproximações teóricas propostas pelos autores Marti *et al.* [41] e Voo e Foster [58]. As leis obtidas por meio da AI, apresentam resultados relativamente superiores em relação aos dois métodos aproximados, pelo que, para uma melhor aproximação da lei  $\sigma$ - $w$  recomenda-se a realização de uma AI.

#### 6.1.7 Desenvolvimentos futuros

Nesta secção apresenta-se as possíveis linhas de investigação no âmbito da caracterização do BRFA à tração.

1. Estudar compósitos com maiores percentagens de fibras de aço e para outros tipos de fibras.
2. Realizar ensaios à flexão em painéis redondos e quadrados. Com estes ensaios verificar a dispersão de resultados e elaborar uma análise inversa.
3. Realizar ensaios de tração uniaxial comparando-os com os resultados obtidos pela AI de Zhang e Stang [61] adaptada aos painéis quadrados, a fim de verificar os erros.



## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] ACI., “ State of the Arte Report on Reinforce Concrete “, Reported by ACI Committee 544, 1R-82, 1986.
- [2] American Society for testing and martials “ASTM C1550-Standard test method for flexural toughness of fiber-reinforced concrete”, West Conshohocken, 2008.
- [3] Amorim, J.; Barros, J.A.O.; Antunes, J.,”Influência da Quantidade de Fibras e de Cinzas Volantes, para Diferentes Idades, no Comportamento em Flexão do Betão Reforçado com Fibras De Aço”, Universidade do Minho.
- [4] Balaguru, P.N.; Shah, S.P., ”Fiber Reinforced Cements composites” McGraw – Hill International Editions, Civil Engineering Series, 1992, pp 7.
- [5] Barros. J., “ Estado da arte dos betões reforçados com fibras “, Universidade do Minho.
- [6] Barros, J., “Experimental Behavior of Mesh Reinforced Shotcrete and Steel Fiber Reinforced Shotcrete Painels”, Universidade do Minho.
- [7] Barros, J.; e Antunes, J., “Experimental Characterization of Theflexural Behaviour of Steel Fibre Reinforced Concrete According To Rilem Tc 162-Tdf Recommendations”, Workshop, Universidade do Minho.
- [8] Barros, J.; e Figueiras, J.,” Flexural Behavior of Steel Fiber Reinforced Concrete”, Universidade do Minho, 1999.
- [9] Barros, J.A.O., “Comportamento de Betão Reforçado com Fibras”, Tese de Doutoramento, Faculdade de Engenharia do Porto, 1995.
- [10] Barros, J.A.O.; Cunha, V.M.C.F.; Ribeiro, A.F.; e Antunes, J.A.B., “Post-cracking behaviour of steel fibre reinforced concrete”, Materials and Structures, Vol. 38, Nº , Janeiro-Fevereiro 2005, pp. 47-56.
- [11] Barros, J.A.O.; e Cruz, J.S., ” Fracture Energy Of Steel Fibre Reinforced Concrete”, Universidade do Minho.
- [12] BEKAERT, ”fibras de aço trefilado para o reforço de betão”, Dramix®.
- [13] Bencardino, F.; Rizzuti, L.; Spadea, G.; e Swamy, R.N., “Experimental evaluation of fiber reinforced concrete fracture properties”, Composites: Part B, Vol. 41, Nº 1, 2010, pp. 17–24.
- [14] Chanh, N. V., ”Steel Fiber Reinforced Concrete”, Faculty of Civil Engineering, Ho Chi Minh City University of Technology, Vietnam.

- [15] Chauvance, R.M., "Analyse du Comportement D'éléments Fléchis En Béton Renforcé de Fibras Métalliques: du Matériau à la Structure ", Tese de Doutoramento, Université de Montréal, Montréal, Canadá, Abril 2011.
- [16] Coutinho, S., "Fabrico e propriedade do betão volume II ", LNEC, Lisboa, 1988.
- [17] Cunha, V.M.C.F., "Investigação Experimental e Numérica do Comportamento à Tração de Betão Reforçado com Fibras de Aço" Dissertação de Mestrado, Universidade do Minho, 2004.
- [18] European Committee for Standardization, "EN 14651-Test method for metallic fibered concrete—measuring the flexural tensile strength (limit of proportionality (LOP), residual)", Bruxelas, 2005.
- [19] Figueiredo, A. D., "Concreto com Fibras de Aço", Boletim Técnico da Escola Politécnica da USP, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, Brasil, 2000.
- [20] Gustafsson, J., "Steel Fibers as Shear Reinforcement in High Strength Concrete Beams", Luleå Univ of Tech Div of Struct, Estocolmo, Suécia.
- [21] Gouveia, N.D., "Punçoamento em Lajes de Betão com Fibras". Dissertação de Mestrado, Faculdade de ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa, Monte da Caparica, 2012.
- [22] Harrouche, P.; e Rossi, P., "Mix design and mechanical behaviour of some steel-fibre-reinforced concretes used in rein", Materials and Structures/Matériaux et Constructions, Vol. 23, 1990, pp. 256-266.
- [23] Instituto Português da Qualidade, "NP EN 12350-2 – Ensaio de Betão fresco Parte 2: ensaio de Abaixamento ", Caparica, 2002.
- [24] Instituto Português da Qualidade, "NP EN 12390-3 – Ensaio de Betão Endurecido Parte 3: Resistência à Compressão de Provete de Ensaio ", Caparica, 2003.
- [25] Instituto Português da Qualidade, "NP EN 12390-6 - Ensaio de Betão Endurecido Parte 6: Resistência à tração por compressão de provetes ", Caparica, 2003.
- [26] Instituto Português da Qualidade, "NP EN 14488-5 - Ensaio do betão projectado Parte 5: Determinação da capacidade de absorção de energia de provetes de lajes reforçadas com fibras", Caparica, 2008.
- [27] Instituto Português da Qualidade, "NP EN 206-1 - Betão Parte 1: Especificação desempenho produção e conformidade ", Caparica, 2007.
- [28] Instituto Português da Qualidade, "NP EN 933-1 - Ensaio das Propriedades Geométricas dos Agregados Parte 1: Análise granulométrica, Método da Peneiração", Caparica, 1997.
- [29] Instituto Português da Qualidade, "NP EN 1992-1-1 Eurocódigo 2: Projecto de Estruturas de Betão – Parte 1-1: Regras gerais e regras para edifícios", 2010.
- [30] J.A.O. Barros, J.A.B. Antunes, V.M.C.F. Cunham, A.F. Ribeiro, "Post-Cracking Behaviour of Steel Fibre Reinforced Concrete (RILEM Recommendations)", Dep. of

- Civil Eng., School of Eng., Univ. of Minho, Campus de Azurém, 4810 058 Guimarães, Portugal.
- [31] Jansson, A., "Fibres in reinforced concrete structures- analysis, experiments and design", Tese de Licenciatura, Chalmers University of Technology, Gotemburgo, Suécia, 2008.
- [32] Joaquim A. O. Barros, "Estado-da-arte de betões reforçados com fibras", Departamento de Engenharia Civil Universidade do Minho, Guimarães, Portugal.
- [33] Joaquim Barros, Pierre Rossi, Bruno Massicotte, "Flexural Behavior of Steel Fiber Reinforced Concrete Experimental Characterization and Concepts for the Design USE", Escola de Eng<sup>a</sup> da Universidade do Minho, DEC-UM, Portugal 28/11/2003.
- [34] Kang, H. S.; Ahn, T.; e Kim, D.J., "Effect of grain size on the mechanical properties and crack formation of HPFRCC containing deformed steel fibers", *Cement and Concrete Research*, Vol. 42, Nº 2, 2012, pp.710–720.
- [35] Kooiman, A. G., "Modelling Steel Fiber Reinforced Concrete for Structural Design", Tese de doutoramento, Technische Universiteit Delft, Roterdão, Holanda, 2000.
- [36] Kooiman, A.G.; Veen, C.; e Walraven, J.C., "Modelling the post-cracking behavior of steel fibre reinforced concrete for tructural design purposes", *Heron*, Vol. 45, Nº 4, 2000, pp. 275-307.
- [37] Kurihara, N.; Kunieda, M.; Kamada, T.; Uchida, Y.; e Rokugo, K., "Tension softening diagrams and evaluation of properties of steel fiber reinforced concrete", *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 65, Nº2, 2000, pp. 235-245.
- [38] Li, V.C.; Stang, H.; e Krenchel, H., "Micromechanics of crack bridging in fibre-reinforced concrete", *Materials and Structures*, Vol. 26, 1993, 486-494.
- [39] Lourenço, J.; Júlio.; e Maranhã, P., "Betões de Agregados Leves de Argila Expandida", Associação portuguesa das empresas de betão pronto, Lisboa, 2004.
- [40] Markovic, I., "High-performance hybrid-fibre concrete: development and utilisation", Tese de Doutoramento, Delft University of Technology, Holanda, 2006, 211 pp.
- [41] Marti, P.; Pfyl, T.; Sigrist, V.; e Ulaga, T., "Harmonized Test Procedures for Steel Fiber-Reinforced Concrete", *ACI Materials Journal*, Vol. 96, Nº 6, November-December 1999, pp. 676-686.
- [42] Montaignac, R.; Massicotte, B.; Charron, J.P.; e Nour, A., "Design of SFRC structural elements: post-cracking tensile strength measurement", *Materials and Structures*, Vol. 45, 2012, pp.609–622.
- [43] Nour, A; Massicotte, B.; Montaignac, R.; e Charron, J.P., "Derivation of a crack opening deflection relationship for fibre reinforced concrete painels using a stochastic model: Application for predicting the flexural behaviour of round painels using stress crack opening diagrams", *Cement and Concrete Research*, Vol. 41, 2011, pp. 964–974.
- [44] Parmentier, B.; Grove, E.; Vandewalle, L.; e Rickstal, F.V., "Dispersion of the mechanical properties of FRC investigated by different bending tests", *Tailor Made Concrete Structures – Walraven & Stoelhorst (eds)*, 2008, pp. 507-512.

- [45] Passos M. T., “Pavimentos Têrreos Industriais em Betão Reforçado com Fibras de Aço”, Dissertação de Mestrado, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 2011.
- [46] Planas, J.; Guinea, G.V.; e Elices, M., ”Size effect and inverse analysis in concrete fracture Size effect and inverse analysis in concrete fracture”, *International Journal of Fracture*, Vol. 95, 1999, pp. 367-378.
- [47] Ribeiro, A.; Cunha, V.; Barros, J.; e Antunes, A.,” Avaliação Da Adequabilidade Das Leis Propostas pela RILEM para Caracterizar o Comportamento Fendilhado do Betão Reforçado com Fibras de Aço “,Universidade do Minho, Portugal.
- [48] Ribeiro, A.F., ”Modelos de fenda discreta na simulação do comportamento em flexão de betão reforçado com fibras de aço”, Dissertação de Mestrado, Universidade do Minho, 2004.
- [49] RILEM “RILEM TC 162-TDF: test and design methods for steel fiber reinforced concrete: uni-axial tension test for steel fiber reinforced concrete”, 2001.
- [50] Rossi, P., “ Steel Fiber Reinforced Concretes (SFRC): An Example of French Research”, *ACI Materials Journal*, Vol. 91, Nº 3, Maio-Junho, 1994, pp. 273-279.
- [51] Sahin, Y.; e Koksall, F.,” The influences of matrix and steel fibre tensile strengths on the fracture energy of high-strength concrete”, *Construction and Building Materials*, Vol. 25, Nº 4, 2011, pp. 1801–1806.
- [52] Salazar, P.C.M., ”Hormigones con Fibras de Acero características Mecánicas”, Tese de Mestrado, Universidad Politécnica de Madrid, Madrid, 2010.
- [53] Sousa, J. L. A. O; e Gettu R.,” Determining the Tensile Stress-Crack Opening Curve of Concrete by Inverse Analysis”, *Journal of Engineering Mechanics*,Vol. 132, Nº 2, February 2006, pp.141-148.
- [54] Spasojević, A., “Structural Implications of Ultra-High Performance Fibre-Reinforced Concrete in Bridge Design”, Tese de Doutoramento, Ecole Polytechnique Fédéral de Lausanne, Suíça, 2008.
- [55] Swamy, R.N.,” New Reinforced Concrete”, *Concrete Technology and Designee Volume II*, 1984 pp.
- [56] Ulrix, E.; e Ferreira, N.,”State of The Arte-Betões com Fibras em Aplicações Subterrâneas”, 1<sup>as</sup> jornadas de materiais da construção, 2011, pp. 15-43.
- [57] Vitt, G.” Understanding Steel Fibre Reinforced Concrete”, *Dramix®*.
- [58] Voo, J. Y. L.; e Foster, S.J., ”Variable Engagement Model for the Design of Fibre Reinforced Concrete Structures”, University of New South Wales, Sydney, Austrália, 2003.
- [59] Wittmann, F.H.; Rokugo, K.; Brühwiler, E.; Mihashi, H.; e Simonin, P., ”Fracture energy and strain softening of concrete as determined by means of coMPact tension specimens”, *Materials and Structures/Matériaux et Constructions*,Vol. 21, Nº 121,1988, pp. 21-32.

- [60] Xu, B.W.; e Shi, H.S., "Correlations among mechanical properties of steel fiber reinforced concrete", *Construction and Building Materials*, Vol.23, N° 12, 2009, pp. 3468–3474.
- [61] Zhang, J.; e Stang, H., "Applications of Stress Crack width Relationship in Predicting the Flexural Behavior of Fibre-Reinforced Concrete", *Cement & Concrete Research*, Vol. 28, No. 3, pp. 439-452, 1998.