

UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA

Faculdade de Economia

"UN RETOUR SUR LE MODELE DE PRODUCTION

CLAY-CLAY"

par

Manuel José Vilarés

Working Paper Nº 50

UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA

Faculdade de Economia

Campo Grande, 185

1700 LISBOA

Fevereiro, 1986

SOMMAIRE

0 - Introduction

1 - Le modèle théorique

1.1 - Formulation et notation adoptée

1.2 - La formulation courante

1.3 - La formulation proposée

2 - La méthode d'estimation

2.1 - Les estimations courantes

2.2 - La méthode proposée

2.3 - Analyse comparative

3 - Application au cas de l'économie française

4 - Conclusion

Annexe

Références bibliographiques

RESUMÉ

Dans VILLARES [9], nous avons proposé l'endogenisation des déclassements des équipements afin de surmonter les difficultés d'estimation du modèle de production clay-clay. Cependant une telle endogénéisation n'était pas complète car le taux de sous-utilisation des capacités productives était considéré exogène.

Le but de cet article est de combler une telle insuffisance. Nous montrons que la formulation du modèle clay-clay proposée dans le présent travail, peut être estimée sans le recours aux hypothèses restrictives qui sont d'usage dans l'estimation d'un tel modèle.

0 INTRODUCTION

L'objet de cet article est de proposer une méthode d'estimation d'un modèle déjà bien connu - la fonction de production à générations de capital (clay-clay) - sans le recours aux hypothèses restrictives qui sont d'usage dans une telle estimation.

Le point central de la démarche proposée est l'adoption d'une formulation du modèle clay-clay qui rend endogène les déclassements des équipements et le taux de sous-utilisation des capacités productives.

Le modèle théorique est présenté dans la section 1. Après déduire la formulation courante du modèle clay-clay, une autre formulation plus générale est proposée. Les méthodes d'estimation pour ces deux formulations ainsi que l'analyse comparative de telles méthodes font l'objet de la section 2. À titre de illustration notre méthode d'estimation est appliquée (dans la section 3) à l'économie française pour la période 1952-1978. Les données statistiques disponibles ne permettent pas l'application au cas de l'économie portugaise.

1. LE MODÈLE THEORIQUE

1.1 Formulation et notation adaptée (1)

Si l'activité productive peut être contrainte par un quelconque des trois goulots l'étanglement - demande, stock de capital et offre de travail - on peut écrire la production Y, par: (2)

$$(1.1) \quad Y = \min (YK, YC, YR)$$

où YK: demande

YC: capacité de production rentable (3)

YR: production de plein emploi

L'emploi nécessaire pour produire Y, N^* , est donné par:

$$(1.2) \quad N^* = F^{-1}(Y) = \min (NK, NC, NR)$$

où F est la fonction de production et:

NK: emploi nécessaire pour produire YK

NC: emploi nécessaire pour utiliser totalement YC

NR: offre de travail

L'emploi observé (effectifs) N, est déterminé selon un processus d'ajustement connu sous la désignation de cycle de productivité (4) .

$$(1.3) \quad N_t | N_{t-1} (1+n) = [N_t^* | N_{t-1} (1+n)]^{\gamma}$$

Si on spécifie F comme une fonction de production clay-clay, le calcul de l'emploi correspondant à chaque niveau de production et vice versa est beaucoup plus complexe que dans le cas des fonctions putty-putty. En raison de la non-derivabilité de F, on rappelle qu'on ne peut faire ce calcul directement.

Ainsi pour calculer NK à partir de YK il faut les deux équations:

$$(1.4) \quad YK = \alpha (1+a)^t \sum_{t-mk_t}^{t-1} (1+b)^v E(V)$$

$$(1.5) \quad NK = \frac{\alpha}{a} \left(\frac{1+a}{1+a'} \right)^t \sum_{t-mk_t}^{t-1} \left(\frac{1+b}{1+b'} \right)^v E(V)$$

où mk est l'âge du plus vieil équipement qui serait utilisé pour produire YK et les autres symboles possèdent la signification habituelle

(VILARES [9, p. 20-21])

L'équation (1.4) détermine mk qui remplacé dans (1.5), permet le calcul de NK .

D'une manière analogue on obtient YR à partir de NR :

$$(1.6) \quad NR = \frac{\alpha}{\alpha} \left(\frac{1+a}{1+a'} \right)^t \sum_{t=mr_t}^{t-1} \left(\frac{1+b}{1+b'} \right)^V E(V)$$

$$(1.7) \quad YR = \alpha (1+a)^t \sum_{t=mr_t}^{t-1} (1+b)^V E(V)$$

L'équation (1.6) détermine mr - l'âge du plus vieil équipement qui serait utilisé pour produire YR - qui remplacé dans (1.7) permet le calcul de YR .

L'âge du plus vieil équipement rentable mc_t , est défini par (voir [9, p. 22]):

$$(1.8) \quad mc_t = \frac{\ln \alpha' + t[\ln(1+b') + \ln(1+a)] - \ln L_t - \ln(1+s)}{\ln(1+b')}$$

ce qui permet d'écrire YC et NC sous la forme familière.

$$(1.9) \quad YC_t = \alpha (1+a)^t \sum_{t=mc_t}^{t-1} (1+b)^V E(V)$$

$$(1.10) \quad NC_t = \frac{\alpha}{\alpha'} \left(\frac{1+a}{1+a'} \right)^t \sum_{t=mc_t}^{t-1} \left(\frac{1+b}{1+b'} \right)^V E(V)$$

1.2 La Formulation courante

Nous sommes maintenant en mesure de présenter la formulation du modèle clay-clay celle qui est courante dans la littérature.

Ceci revient à considérer les deux hypothèses suivantes:

$$H 1 \quad YK_t < YC_t \quad \text{et} \quad YK_t < YR_t, \quad t \text{ (quelque soit } t)$$

Les facteurs de production - travail et capital - ne constituent jamais un goulot d'étranglement de l'activité productive. Il en résulte, par définition que:

$$NK_t < NC_t \quad \text{et} \quad NK_t < NR_t$$

H 2: YK et NK (et par conséquence NK et YR) sont exogènes. Ces variables ne figurent même pas dans le modèle à estimer.

Dans ces conditions la production (Y) et l'emploi (K) sont facilement déterminés.

La production est égale à YK (voir (1.1)), qui est exogène

$$Y_t = YK_t$$

et l'emploi est donné par (1.3) avec $N_t^* = NK_t$. D'autre part ce dernier est calculé par les équations (1.4) et (1.5) dans lesquelles mk_t est remplacé par m_t (l'âge de l'équipement le plus âgé effectivement utilisé).

Si on ajoute les équations qui permettent déterminer YC ((1.8) et (1.9)), et la spécification stochastique, il en résulte la formulation courante du modèle clay-clay que nous récrivons sous la forme logarithmique:

$$(1.11) \quad mc_t = \frac{\ln \alpha + t [\ln(1+a) + \ln(1+b')] - \ln(1+s) - \ln(L_t)}{\ln(1+b')}$$

$$(1.12) \quad \ln YC_t = \ln \alpha + \ln(1+a)t + \ln \sum_{t=mc_t}^{t-1} E(V) + \epsilon_{1t}$$

$$(1.13) \quad \ln Y_t = \ln \alpha + \ln(1+a)t + \ln \sum_{t=m_t}^{t-1} E(V) + \epsilon_{2t}$$

$$(1.14) \quad \ln K_t^* = \ln \frac{\alpha}{\alpha'} + \ln \left(\frac{1+a}{1+a'} \right) t + \ln \sum_{t=L_t}^{t-1} \frac{E(V)}{(1+b')} + \epsilon_{3t}$$

$$(1.15) \quad \ln (K_t^* | K_{t-1}^*) = \gamma \ln (K_t^* | K_{t-1}^*) + \gamma_1 + \epsilon_{4t} \quad \gamma = (1-\gamma) \ln(1+n)$$

Dans cette formulation, appelée désormais modèle C -, le paramètre b a été supprimé car sa valeur est supposée nulle dans les méthodes d'estimation du modèle que nous présenterons ici (6)

1.3 La Formulation proposée:

Le relâchement des hypothèses H1 et H2 conduit le modèle C à la formulation que nous proposons.

Si on relâche H1, la production, Y , devient en logarithmes donnée par:

$$(1.16) \quad \ln Y_t = \min (\ln YK_t, \ln YR_t, \ln YC_t)$$

Si on relâche H2, il faut spécifier YK et NR . Nous adoptons ci-dessous les spécifications présentées dans VILARES [11] mais on peut, bien évidemment, faire un autre choix.

En ce qui concerne YK , la spécification adoptée est (en logarithmes):

$$(1.17) \quad \ln YK_t = \ln Y_{t-1} + DA_t + C_1 DDW_t + C_2 CEX_t - d_1 CCD_t - d_2 EEXO_t - d_3 CEM_t$$

où

$$DA_t = \Delta EXO_t | Y_{t-1} + (CD_{t-1} | Y_{t-1}) \Delta \ln CD_t$$

$$DDW_t = (X_{t-1} | Y_{t-1}) \Delta \ln DW_t$$

$$CEX_t = (X_{t-1} | Y_{t-1}) \Delta \ln (PEX_t | PET_t)$$

$$CCD_t = (M_{t-1} | Y_{t-1}) \Delta \ln CD_t$$

$$EEXO_t = (M_{t-1} | Y_{t-1}) \Delta \ln EXO_t$$

$$CEM_t = (M_{t-1} | Y_{t-1}) \Delta \ln (PIM_t | PY_t)$$

et:

X : exportations; M : importations, CD : consommations des ménages,
 EXO : composante résiduelle ($EXO = Y + M - X - CD$), DW : indicateur de la
demande mondiale, PEX : prix étrangers, PIM : prix des importations
 PY : prix nationaux

Pour évaluer NR on utilise deux equations:

$$(1.18) \ln NR_t = e_1 + e_2 \ln POP_t + e_3 \ln RW_t$$

$$(1.19) \ln NRE_t = \ln NR_t + e_4 \ln \left(\frac{NRE}{N} \right)_{t-1} + e'_{1t}$$

où NRE est l'offre statistique de travail (NRE= emploi+chômage);

POP représente la population en âge de travailler et RW le salaire réel

La formulation proposée, désormais appelée modèle P, peut donc s'obtenir à partir du modèle C, en remplaçant (1.13) par (1.16) et en ajoutant les equations permettant endogeneiser YK (1.17), mk, (1.4), NR, (1.18) et (1.19), mr, (1.6) et YR, (1.7).

Par simple transformation logarithmique, on peut écrire le modèle P sous la forme (et l'ordre) utilisée dans l'estimation. Il en resultera un modèle composé par les equations (1.18) et (1.19) et par les suivantes: (7)

$$(1.20) \ln NR_t = \ln \frac{\alpha}{\alpha'} + \ln \left(\frac{1+a}{1+a'} \right) t + \ln \sum_{t-mr_t}^{t-1} \frac{E(V)}{(1+b')^V}$$

$$(1.21) \ln YR_t = \ln \alpha + \ln (1+a)t + \ln \sum_{t-mr_t}^{t-1} E(V) + e'_{2t}$$

$$(1.22) \ln YK_t = \ln Y_{t-1} + DA_t + c_1 DDW_t + c_2 CCX_t - d_1 CCD_t - d_2 EEXO_t - d_3 CEM_t + e_{3t}$$

$$(1.23) mc_t = \frac{\ln \alpha' + t[\ln (1+a') + \ln (1+b')] - \ln L_t - \ln (1+s)}{\ln (1+b')}$$

$$(1.24) \ln YC_t = \ln \alpha + \ln (1+a)t + \ln \sum_{t-mc_t}^{t-1} E(V) + e'_{4t}$$

$$(1.25) \ln Y_t = \min(E(\ln YK_t), E(\ln YR_t), E(\ln YC_t)) + e'_{5t}$$

$$(1.26) \ln YK_t = \ln \alpha + \ln (1+a)t + \ln \sum_{t-mK_t}^{t-1} E(V) + e_{6t}$$

$$(1.27) \ln N_t^* = \ln \frac{\alpha}{\alpha'} + \ln \left(\frac{1+a}{1+a'} \right) t + \ln \sum_{t-m_t}^{t-1} \frac{E(V)}{(1+b')^V}$$

$$(1.28) \ln N_t | N_{t-1} = \gamma \ln (N_t^* | N_{t-1}) + \gamma_1 + e'_{7t}$$

2. LA MÉTHODE D'ESTIMATION

Nous allons montrer que l'estimation du modèle P (equations (1.18) - (1.28)) peut se faire sans le recours aux hypothèses restrictives qui sont d'usage dans l'estimation du modèle C (equations (1.11) - (1.15))

2.1 Les Estimations courantes

La non linéarité des equations et le fait que YC_t , mc_t , m_t , et N_t^* ne soient pas observées ne permettent pas l'utilisation directe des méthodes d'estimation classiques en économétrie.

Pour résoudre ces difficultés, il existe essentiellement deux approches (nommées A et B). La principale différence entre elles tient au traitement donné aux grandeurs non observées.

Dans le cas de l'approche A, les grandeurs non observées sont considérées comme exogènes ou comme des paramètres à estimer. Plus spécifiquement;

- Les déclassements des équipements sont considérés comme exogènes ce qui revient à considérer comme exogène mc_t et YC_t
- L'emploi efficace (N_t^*) - donné par (1.14) - est remplacé dans (1.15) ce qui donne une equation appelée ici (1.15)'⁽⁸⁾

Dans ce cas le modèle estimé ne possède que les deux equations: (1.13) et (1.15)' qui sont strictement nécessaires pour déterminer la valeur de N_t correspondante à chaque niveau de Y_t . Dans ces deux equations seules les valeurs de m_t ne sont pas observées. Elles sont considérées comme étant T paramètres (m_t , $t=1, T$, T étant le nombre d'observations) qu'il faut estimer au même titre que les autres paramètres (α , α' , a , ...). Étant donné que si on adopte les méthodes classiques en économétrie ces T paramètres ne sont pas identifiés, ils sont estimés par balayage.

Une illustration de cette approche est donnée dans BENASSY et al[2] - désormais appelée méthode I -⁽⁹⁾ Le critère d'optimisation est le minimum de la somme des carrés des écarts des deux equations estimées et la procédure adoptée consiste à partir de chaque valeur initial pour les T+1 paramètres de balayage (m_t , $t = 1, T$, b') à estimer les m_t et donc les autres paramètres par itérations successives de telle sorte que $\lambda \varepsilon_{1t} + (1-\lambda) \varepsilon_{2t}' = 0$ ($\lambda = 1/2$)⁽¹⁰⁾

Dans le cas de l'approche B, les grandeurs non observées sont considérées comme étant des variables endogènes. Ceci revient à dire que tout le modèle C

est considéré comme étant le modèle à estimer.

Pour rendre endogène les m_t , les auteurs qui adoptent cette approche font l'hypothèse simplificatrice selon laquelle l'indicateur statistique APAE (Augmentation de la Production Avec Embauche) fourni à partir des enquêtes de conjuncture auprès des entreprises est une mesure exacte du degré d'utilisation des capacités productives GC, $GC = (YC - Y) / Y$.

Cette hypothèse leur permet d'inclure dans le modèle à estimer la relation de définition.

$APAE_t = (YC_t - Y_t) / Y_t$ qui, sous l'hypothèse que $\varepsilon_{1t} = \varepsilon_{2t}$, devient:

$$(2.1) \text{ APAE}_t = \frac{\sum_{t-m_t}^{t-m_t} E(V)}{t-m_t} \bigg| \frac{\sum_{t-1}^{t-1} E(V)}{t-m_t}$$

Donc, si on adopte cette approche, le modèle à estimer est formé par les équations (1.11), (1.12), (1.13), (1.14), (1.15) et (2.1). Mais la relation exacte entre Y_t et YC_t , définie par (2.1) permet de supprimer une des équations (1.12) ou (1.13) ce qui revient en définitive à n'estimer que cinq équations. Celles qui sont effectivement estimées dépendent de la méthode d'estimation adoptée.

Ainsi VILARES [9] - méthode II - estime un modèle composé de cinq équations. [(1.11), (1.13), ⁽¹¹⁾ (1.14), (1.15) et (2.1)] où (1.13) et (1.15) sont de comportement, les autres étant équations de définition. La procédure d'estimation consiste à partir d'une valeur initial pour les 4 paramètres de balayage (s, α', b', a') à calculer une série de mc_t - par le biais de (1.11) - et autre des m_t - par le biais de (2.1) - ce qui lui permet d'obtenir une première estimation pour α, a, γ et γ_1 . Cette procédure est répétée pour une nouvelle valeur des paramètres de balayage et elle s'arrête lorsque la somme des carrés des écarts des deux équations de comportement est minimale (le critère d'optimisation est le même que dans la méthode I)

2.2 La méthode proposée

Nous commençons par remarquer que toutes les variables statistiquement non observées qui figuraient dans le modèle C (YC_t, mc_t, m_t , et N_t^*) sont endogènes dans le modèle P. La principale difficulté dans l'estimation de ce dernier modèle tient à la présence de l'opérateur min dans l'équation (1.25) qui génère un modèle non différentiable. Cette difficulté a été résolue d'après la méthodologie présentée en annexe.

La procédure d'estimation est constituée par les phases suivantes.

(i) On commence par estimer l'offre de travail, en remplaçant $\ln NR_t$, donné par (1.18), dans (1.19). On obtient $\hat{NR}_t$ qui remplace $\ln NR_t$ dans (1.20)

(ii) Après avoir remplacé $E(\ln YR_t)$, $E(\ln YK_t)$ et $E(\ln YC_t)$ dans l'équation (1.25), cette dernière est estimée par la procédure décrite en annexe. On obtient ainsi les estimations pour les paramètres c_1 , c_2 , d_1 , d_2 , d_3 , $\ln(1+a)$, $\ln \alpha$,

$\ln(1+a')$, $\ln \alpha'$, ce qui donne une estimation simultanée pour les équations (1.20) - (1.27).

(iii) Finalement, après avoir remplacé N_t^* par son estimation (12), l'équation (1.28) est estimée, ce qui permet d'achever la première itération.

Le paramètre b' est estimé d'après une méthode de balayage: on répète la procédure antérieure (à partir de ii) pour différentes valeurs b' choisies à l'avance. Parmi ces valeurs l'estimation retenue pour b' est celle qui fournit le minimum de la somme des carrés des écarts des équations (1.25) et (1.28) (13)

Les raisons de cette méthode d'estimation de b' se trouvent dans SMALLWOOD [7,8] cet auteur montre que pour des petites valeurs de b' il y a une indétermination des paramètres du modèle de production clay-clay (en particulier de $\ln \alpha$ et $\ln(1+a)$. Donc pour éviter que le paramètre b' ne prenne ces valeurs au cours de l'estimation, il faudrait imposer des contraintes dans la fonction à optimiser (voir annexe) ce qui augmenterait considérablement la complexité d'une telle optimization.

2.3 Analyse comparative

Un tableau I compare la méthode qui vient d'être proposée (méthode III) avec les méthodes I et II de la section 21.

VILARES [9] montre que la méthode II présente des avantages à deux niveaux par rapport à la méthode I (au niveau économétrique et au niveau de la capacité d'explication du modèle).

Toutefois la méthode II présente deux types de limitations :

1. Le nombre de paramètres de balayage, bien qu'il soit inférieur à celui du méthode I est encore trop élevé (au minimum 3, voir tableau I). Or, en raison de l'ampleur des calculs exigés les méthodes de balayage ne sont pas à notre avis à conseiller dès qu'il y a plus qu'un paramètre de balayage. (14)

2. L'endogénéisation des m_t est faite sous une forme très mécanique ce qui présuppose des hypothèses difficilement vérifiables. En effet, le système (2.1) qui permet de calculer les m_t à partir des mc_t présuppose que GC_t

H.a.: est systématiquement positif ($GC_t > 0$, vt)

H.b.: exactement égale à APAE

Rien n'autorise ces deux hypothèses et en particulier Hb (cf [5, p202-207], [11])

La méthode III résout ces deux problèmes. En effet:

- a) Le tableau I montre que le nombre de paramètres de balayage est réduit de deux. De plus, et cet aspect est important, cette méthode permet de réduire à zéro le nombre de paramètres de balayage dans l'estimation du modèle clay-clay. On rappelle que c'est pour simplifier les calculs et non parce que cela est nécessaire que le paramètre b' est estimé par balayage:
- b) L'endogénéisation des m_t est faite sans le recours aux deux hypothèses Ha et Hb précitées.

La raison de ces deux performances de la méthode III tient à la particularité fondamentale de cette méthode: elle endogénéise le taux de sousutilisation des capacités productives, alors que ce taux était exogène dans la méthode II (et, bien entendu, dans la méthode I).

Nous ne nions pas l'intérêt de disposer d'un indicateur de sousutilisation des capacités productives comme l'est l'indicateur APAE. Mais étant donné la nature de cet indicateur, il nous semble dangereux de baser sur lui la fiabilité des estimations. Pour autant il s'avère à notre avis, utile dans le contrôle de la qualité des estimations (cf. ci-dessous).

En somme, les avantages de la méthode II par rapport à la méthode I découlent de l'endogénéisation des déclassements. Toutefois, cette endogénéisation n'est pas complète car GC est supposé exogène dans cette méthode. C'est de l'endogénéisation de GC que découlent les avantages de la méthode III par rapport à la méthode II.

TABLEAU 1: COMPARAISON DES METHODES D'ESTIMATION (1)

méthode nombre	I	II	III
Grandeurs non observés + paramètres à estimer	T+6: m_t (T=1,T) a, a', b', α , α' , γ	T+6: m_t (t=1,T) a, a', b', α , α' , γ	T+6: m_t (t=1,T) a, a', b', α , α' , γ
Equations de définition	—	T	T
Paramètres estimés par les moindres carrés	5: α , α' , a, a', γ	3: α , a, γ	5: α , α' , a, a', γ
Paramètres estimés par balayage	T+1: m_t (t=1,T) b'	3: α' , a', b'	1: b'

- (1) Pour bien remarquer les différences entre les trois méthodes d'estimation, seuls figurent dans ce tableau les grandeurs non observées et les paramètres qui sont estimés dans les trois cas. Ils appartiennent aux trois modèles : [(1.13) et (1.15)] estimé par la méthode I; [(1.11), (1.13), (1.14), (1.15) et (2.1)] estimé par le modèle II et [(1.18) - (1.28)] estimé par le méthode III

3. APPLICATION AU CAS DE L'ECONOMIE FRANÇAISE

Le tableau 2 et les figures 1 et 2 illustrent les résultats obtenus dans les estimations. Pour tous les autres résultats ainsi que pour les séries statistiques utilisés voir [10] (15) Nous ne ferons que trois remarques aux résultats.

1. Le tableau 2 montre que presque tous les paramètres sont significatifs (à un seuil de 5%).
2. La figure 1 représente les résidus relatifs concernant la production et l'emploi. On doit remarquer leur faiblesse puisqu'ils sont presque systématiquement inférieurs à 1% (16)
3. La figure 2 compare l'évolution de deux indicateurs de sousutilisation des capacités productives calculés différemment. Le premier, GC est estimé par le modèle $GC = (YC - YE) / 0.01YE$, YE étant la valeur estimée de Y; L'autre APAE, est fourni à partir des enquêtes de L'INSEE auprès des entreprises. Comme APAE n'a pas été utilisé dans les estimations on peut contrôler la cohérence du modèle par le biais de la comparaison de ces deux indicateurs.

La figure 2 montre que les variations relatives de GC et APAE (sans doute les plus importantes) sont pratiquement les mêmes sauf pour les deux dernières années.

TABLEAU 1: LES PARAMÈTRES *

e_1	-5.49	(1.66)	d_1	0.35	(0.1)	$\ln(1+a)$	-0.012	(0.005)
e_2	1.43	(0.16)	d_2	0.54	(0.12)	$\ln(1+a)$	0.005	(0.002)
e_3	0.099	(0.03)	d_3	-0.0027	(0.01)	γ	0.114	(0.034)
e_4	-0.33	(0.14)	$\ln \alpha$	-3.12	(0.9)	γ_1	0.0238	(0.006)
c_1	1.78	0.62	$\ln \alpha'$	-3.18	(0.99)	b	0.045	**
c_2	-0.24	0.11						

* Les chiffres entre parenthèses représentent les t de Student

** Le paramètre b' est estimé par balayage (cf. section 2.2)

Figure 1 : Les résidus relatifs obtenus dans l'estimation par Y et N_t ⁽¹⁾

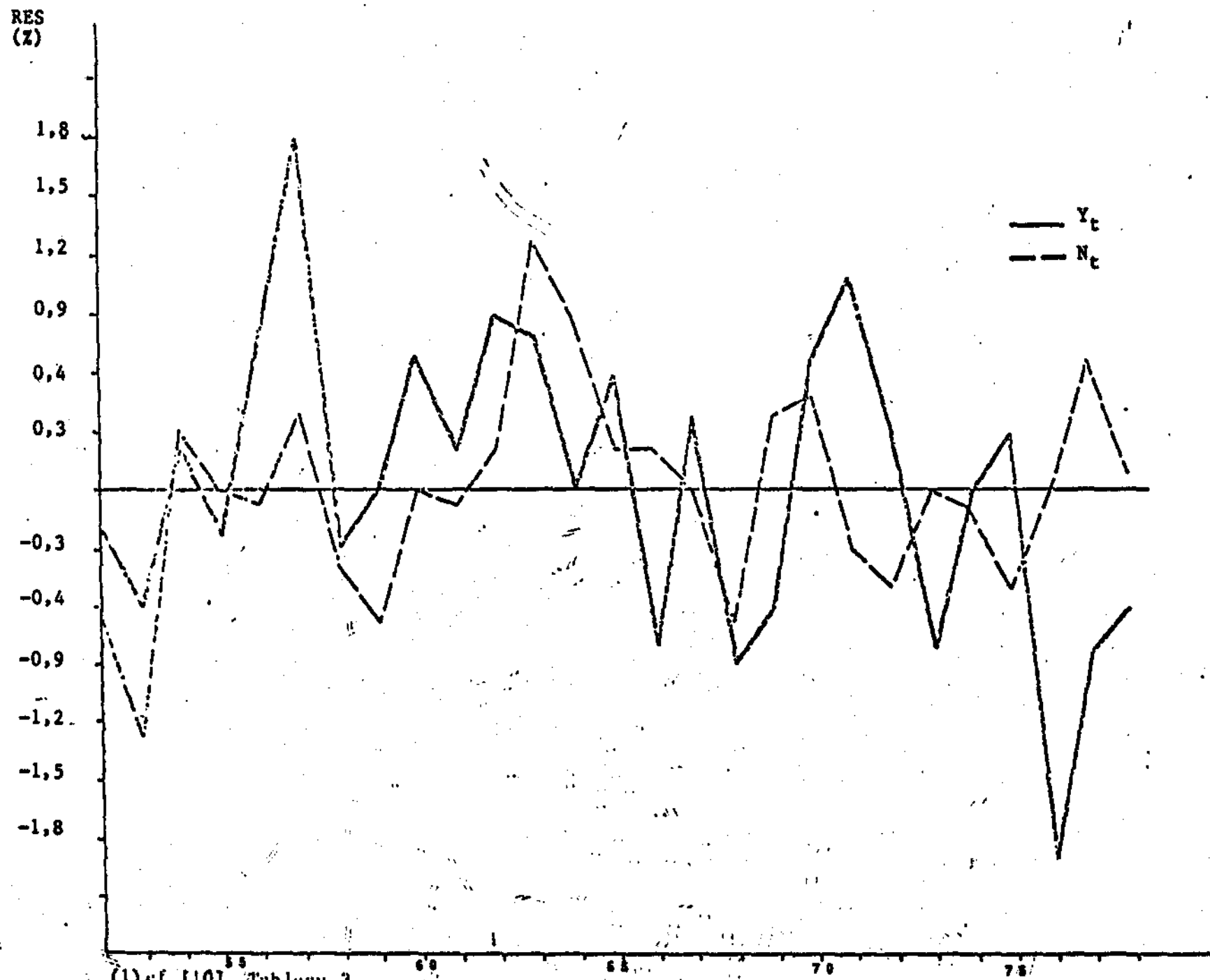
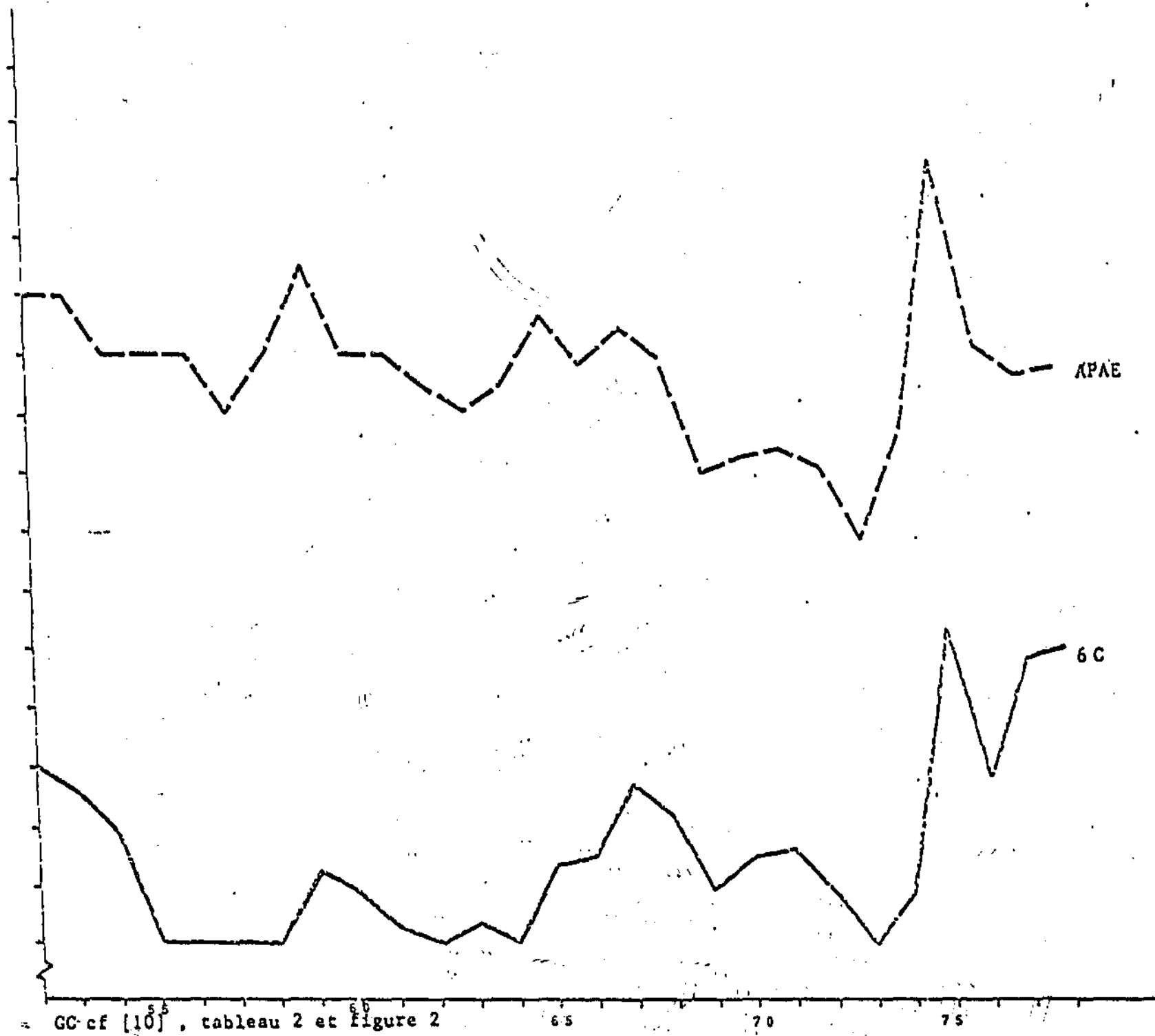


Figure 2: Le comportement de APAE et de GC



CONCLUSION

Dans cette article nous avons proposé une formulation du modèle clay-clay qui peut être estimé sans le recours aux hypothèses restrictives qui sont d'usage dans l'estimation d'un tel modèle.

Les raisons de cette performance tiennent essentiellement au fait suivant. Dans la formulation courante du modèle clay-clay les déclassements des équipements et (ou) le taux de sous-utilisation des capacités productives sont exogènes. Or la première grandeur n'est pas observée et pour la seconde l'information statistique n'est pas suffisamment fiable. Dans ces conditions, l'estimation d'une telle formulation ne peut en pratique se faire sans le recours à des hypothèses restrictives sur la valeur des marges extensives (de capacité et/ou effectives) liées à ces grandeurs. En revanche dans la formulation proposée les deux grandeurs précitées (les déclassements et le taux de sous-utilisation des capacités productives) sont endogènes. En conséquence, le recours à telles hypothèses n'est plus nécessaire.

Les résultats obtenus dans les estimations encouragent à continuer cette recherche dans le but d'améliorer la formulation choisie pour de telles endogénéisations.

NOTES

- (1) La notation adoptée est autant que possible celle de BENASSY et al [2] et VILARES [9]. On pourra consulter ces travaux (en particulier le premier) pour un exposé détaillé du modèle clay-clay.
- (2) Afin de ne pas compliquer l'exposé, on ne considère pas ici la spécification stochastique. Elle sera ajoutée aux formulations qui ont fait l'objet d'une estimation. (cf. sections 12 et 13).
- (3) Nous ferons l'hypothèse habituelle: en raison de l'existence de coûts d'entretien et de conservation des équipements, la capacité de production rentable est en général égale à la capacité de production physique.
- (4) L'équation (1.3) considère que la vitesse des ajustements entre N_t et N_t^* est constante. Cette hypothèse soulève certaines questions (VILARES[11]).
- (5) On remarque que m_t - appelée souvent, marge extensive effective - est par définition égale au minimum entre mk_t , mc_t et mr_t .
- (6) Pour des raisons d'ordre statistique (BENASSY et al [2]) cette hypothèse est faite systématiquement.
- (7) On remarque que la spécification stochastique choisie pour modèle P et, en particulier pour son équation (1.25), est cohérente avec celle adoptée dans le modèle C. Pour une justification d'une telle spécification voir [11]
- (8) Le paramètre n n'est pas identifié dans l'équation (1.15) et les auteurs qui adoptent cette approche supposent sa valeur nulle.
- (9) Autres exemples: ATTIYEH (1967), RAOUL et ROUCHET (1980)
- (10) D'autres auteurs choisissent d'autres valeurs pour λ (voir à ce sujet RAOUL et ROUCHET (1980))
- (11) Par contre, HARTOG et TJAN [3] estiment l'équation (1.12) mais pas l'équation (1.13). Ce choix soulève certaines questions (cf. [4])

- (12) On rappelle que les m_t (de (1.27)), sont égales au minimum entre les mc_t (estimés dans (1.23)), les mr_t (dans (1.20)), et les mk_t (dans (1.26)).
- (13) Pour faciliter la comparaison avec les méthodes de la section 21, nous avons choisi le même critère d'optimisation. Cependant, il faut remarquer, que ce critère suppose des hypothèses assez restrictives sur la variance des résidus (VILARES [11]).
- (14) On remarque que si on adopte une méthode de balayage pour estimer m paramètres le nombre d'iterations auquel il faut procéder (Iter) est donné par $Iter = m^k$, k étant le nombre de valeurs essayées pour chacun des paramètres. Ainsi à titre d'exemple si $m=3$ et $k=15$, il faut estimer 14.348,907 fois tout le modèle!
- (15) Le modèle estimé n'a pas été exactement celui présenté dans la section 13. Cependant la nature des résultats présentés ci-dessous n'est pas affectée. En effet la seule différence entre le modèle estimé et celui de la section 13, tient au fait que dans le premier, la consommation CD, les exportations X et les importations M étaient endogènes. Pour plus de détails voir [10]. On rappelle que le seul but de cette application est l'illustration de la méthode d'estimation proposée.
- (16) Nous ne présentons pas les coefficients de détermination (R^2) pour la raison suivante: comme le paramètre b' est estimé selon une procédure de balayage (cf. section 2.2), les formules normales de calcul de R^2 ne sont pas applicables. Pour en connaître les raisons voir [9, annexe]

ANNEXEL'EXISTENCE DE L'OPERATION MIN.

Nous allons commencer par formaliser le problème, puis nous présenterons la solution adoptée.

Designons par les symboles Y_{Lt} , Y_{1t} , Y_{2t} , et Y_{et} les variables $\ln Y$, $E(\ln YR_t)$, $E(\ln YK_t)$ et $E(\ln YC_t)$. Le problème est alors d'estimer.

$$(A.1) \quad Y_{Lt} = \min (Y_{1t}, Y_{2t}, Y_{3t}) + \epsilon_t$$

où Y_{1t} est donné par (1.20) et (1.21), Y_{2t} par (1.22) et Y_{3t} par (1.23) et (1.24). Supposons pour les propos actuels que le modèle ne possède que ces six equations: (1.20), (1.21), (1.22), (1.23), (1.24), (A.1) et que les ϵ_t sont NID $(0,0^2)$ (1). Alors l'estimation du maximum de vraisemblance du modèle peut être obtenu, comme étant la solution du problème.

$$(2.7) \quad \min \Psi = \sum_{t=1}^T \sum_{t=1}^T$$

$$\text{avec } \epsilon_t = Y_{Lt} - \min (Y_{1t}, Y_{2t}, Y_{3t})$$

Cette minimisation est faite par rapport aux paramètres de Y_{1t} , Y_{2t} , Y_{3t} : c_1 , c_2 ,

$$-d_1, -d_2, -d_3, \ln(1+a), \ln \alpha, \ln(1+a') \text{ et } \ln \alpha'$$

La minimisation de Ψ pose des problèmes déjà connus. Etant donné que les dérivées de Ψ ne sont pas continues, il n'est pas possible de minimiser cette fonction par le biais des méthodes classiques d'optimisation efficaces (type Gradient ou Newton-Raphson). En outre l'utilisation de méthodes combinatoires est impraticable en raison de l'ampleur des calculs que l'utilisation de telles méthodes impliquerait.

(1) NID $(0,0^2)$: variables aléatoires indépendentes et normalement distribuées de moyenne zero et variance 0^2 .

L'approche généralement utilisée pour résoudre ces problèmes est, rappelons-le, de remplacer dans Ψ l'opérateur min par une approximation, rendant cette fonction et ces dérivées (au moins les premières) continues. C'est cette approche que nous adoptons.

Plus exactement, nous adoptons l'approximative suivante:

$$(A.2) \quad Y_{L_t} = [(Y_{1t})^P + (Y_{2t})^P + (Y_{3t})^P]^{1/P} \epsilon_t$$

P étant en nombre entier négatif ($P < 0$) dont la valeur en module doit être choisie suffisamment grande pour que l'approximation soit bonne (voir dans [11], les problèmes posés par le choix de la valeur de P et les raisons de l'approximation (A.2)).

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] ATTIYEH R. - "Estimation of a Fixed Coefficient Vintage Model of Production", Yale Economic Essays, 7 (1), 1967, P.1-40.
- [2] BENASSY J.P., FOUQUET D., MALGRANGE P. - "Estimation d'une fonction de production à générations de capital", Annales de L'INSEE, n° 19, mai-août 1975, P.3-55.
- [3] HARTOG H. DEN, TJAN H. - "Investments, Wages, Prices and Demand for Labour. A Clay-Clay Vintage Model for the Netherlands", The Economist, 124, 1976, P.32-55
- [4] KULPERS S.K., BOSCH H.E. - "An Alternative Estimation Procedure of a Clay-Clay Type of Vintage Model: The Case of the Netherlands, 1959-1973" The Economist, 124, 1976, P.56-82.
- [5] METRIC - "Une Modelisation de L'Economie Française", INSEE, 1981
- [6] RAOUL E., ROUCHET J. - "Utilisation des Equipements et Flechissement de la Productivité depuis 1974". Economie et Statistique, 127, 1980, P. 39-53
- [7] SMALLWOOD D. - Problems of Indeterminacy with the Fixed Coefficient Vintage" Yale Economic Essays, 10, 1970, P.45-76.
- [8] SMALLWOOD D. - Estimator Behaviour of a Nonlinear Model of Production" in GOLDFELD S.M., QUANDT R.E. - "Nonlinear Methods in Econometrics", North Holland, Amsterdam, 1972, P.147-177.
- [9] VILARES M.J. - "Fonctions de Production à Generations de Capital: Theorie et Estimation" Annales de L'INSEE, n° 38-39, 1980, P.18-40.
- [10] VILARES M.J. - " Un Modèle Macroeconometrique pour l'Etude des Changements Structurels. Theorie et Application à l'Economie Française;" Communication au colloque de l'observatoire Français des conjonctures economiques, OFCE, 19-20 Sept., 1983
- [11] VILARES M.J. - " Structural Change in Macroeconomie Models. Theory and Estimation" Martinus Nijhoff Publishers, Dondrecht/Boston/Lancaster, 1986 (appearing).