DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

RAQUEL SANTOS FERNANDES

Licenciada em Matemática

RELATÓRIO DE ESTÁGIO

CONTRIBUIÇÃO DO JOGO EM MATEMÁTICA NO DOMÍNIO DA TRIGONOMETRIA

MESTRADO EM ENSINO DE MATEMÁTICA NO 3.º CICLO DO ENSINO BÁSICO E NO SECUNDÁRIO

Universidade NOVA de Lisboa

Setembro, 2024

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

RELATÓRIO DE ESTÁGIO

CONTRIBUIÇÃO DO JOGO EM MATEMÁTICA NO DOMÍNIO DA TRIGONOMETRIA

RAQUEL SANTOS FERNANDES

Licenciada em Matemática

Orientador: Prof. António Domingos,

Coorientadora: Prof.ª Alexandra Rodrigues

Júri:

Presidente: Prof.ª D.ª Helena Cristina Oitavem Fonseca da Rocha,
Professora Auxiliar da NOVA FCT

Arguente: Prof.ª D.ª Corália Maria Santos Pimenta,
Professora Convidada no Instituto Superior de Engenharia do Instituto Politécnico de Coimbra

Coorientadora: Prof.ª D.ª Alexandra Sofia Cunha Rodrigues,
Professora Auxiliar Convidada da NOVA FCT

Vogal: Prof.ª Licenciada Cristina Luísa dos Santos Rodrigues Pina,
Professora da Escola Secundária João de Barros

MESTRADO EM ENSINO DE MATEMÁTICA NO 3.º CICLO DO ENSINO BÁSICO E NO SECUNDÁRIO

Universidade NOVA de Lisboa

Setembro, 2024

Relatório de Estágio: Contribuição do jogo em Matemática no Domínio da Trigonometria

AGRADECIMENTOS

Aos professores e cooperantes, estou grata pela oportunidade de aprender convosco, pelo constante feedback, pelo apoio que me deram, pela aprendizagem e pela orientação proporcionada durante o estágio. A experiência, o conhecimento que obtive e o compromisso foram cruciais para o meu crescimento pessoal e para o meu desenvolvimento profissional.

À minha professora coorientadora, que foi incansável, sempre tentou ajudar a planear atividades de recolha de informação ou noutros parâmetros pertinentes à minha investigação, pelos conselhos experientes, pelo compromisso com a minha formação profissional e por toda a orientação ao longo deste percurso.

Um agradecimento especial ao meu professor orientador, pelo seu apoio contínuo, orientação experiente e valiosas contribuições ao longo deste percurso.

Aos alunos das turmas em que estagiei, estou grata pela oportunidade desta experiência enriquecedora e inspiradora de trabalhar com cada um de vocês, pelo vosso interesse em aprender e participar na disciplina de Matemática, pela vossa paciência para com os desafios propostos por cada uma das interações e momentos compartilhados que contribuíram para o meu crescimento como professora.

Aos alunos que participaram na minha investigação, um agradecimento especial por terem disponibilizado do vosso tempo, pela vossa colaboração e envolvimento na investigação, pelo vosso entusiasmo e dedicação em compartilhar as vossas opiniões e experiências que foram essenciais para a recolha de dados e para a compreensão profunda acerca do tema. Foram a chave para o sucesso do projeto.

Aos professores da universidade que me proporcionaram uma formação sólida e abrangente, as vossas aulas, a experiência enquanto aluna e o conhecimento que obtive incentivaram-me a explorar novos horizontes e foram fundamentais para o meu desenvolvimento académico e profissional.

Aos meus colegas de trabalho que foram flexíveis em relação aos meus horários, ajudaram a equilibrar o meu volume de trabalho, me apoiaram neste desafio e contribuíram para o meu desenvolvimento profissional.

Agradeço também à minha família, que me ajudou e apoiou durante todo este processo, contribuindo com ideias e críticas construtivas para o desenvolvimento deste trabalho.

Ao meu namorado, agradeço o apoio, a compreensão e, sobretudo, a ajuda específica nos trabalhos manuais relacionados com a parte prática da investigação. Sem essa ajuda, seria bem mais difícil.

Por fim, gostaria de agradecer a todos aqueles que, de uma forma ou de outra, contribuíram para o meu crescimento como professora e para o sucesso deste estágio. Fico grata por todas as experiências e aprendizagens adquiridas ao longo deste percurso, pois reconheço que serão inestimáveis para a minha carreira futura.

Resumo

O presente relatório está dividido em duas partes. A primeira parte descreve a experiência de estágio pedagógico, detalhando a participação da estagiária na escola e refletindo sobre a prática pedagógica adotada durante as aulas lecionadas.

A segunda parte apresenta uma investigação realizada no âmbito da Educação Matemática, focando no papel do jogo como estímulo para o interesse e consolidação dos conteúdos de Trigonometria na disciplina de matemática do 11.º ano.

O objetivo dessa investigação é trazer maior clareza às seguintes questões de investigação:

1. O uso de jogos pode promover a aprendizagem dos alunos no domínio da Trigonometria?
2. Quais os benefícios para os alunos durante a aplicação do jogo?
3. A utilização do jogo aumenta a motivação no estudo da disciplina de Matemática?

As conclusões da investigação indicam que o jogo permite aos alunos recordar conteúdos e que a utilização do jogo favorece a consolidação desses conteúdos. Além disso, constatou-se que o jogo promove momentos de partilha e entreajuda entre os alunos, sendo esses momentos os principais responsáveis pela construção da aprendizagem. Observou-se também que os alunos com menos pré-requisitos ou aprendizagens menos consolidadas demonstraram mais dificuldades ou erraram mais vezes, sendo também esses alunos que apresentaram uma evolução mais significativa.

Palavas chave: Jogo, Aprendizagem da Matemática, Ensino Secundário, Trigonometria.

ABSTRACT

This report is divided into two parts. The first part describes the pedagogical internship experience, detailing the intern's participation in the school and reflecting on the pedagogical practices adopted during the taught classes.

The second part presents an investigation conducted in the field of Mathematics Education, focusing on the role of games as a stimulus for interest and consolidation of trigonometry content in the 11th grade mathematics curriculum.

The objective of this investigation is to bring greater clarity to the following research questions:

1. Can the use of games promote student learning in the domain of trigonometry?
2. What are the students' benefits during the implementation of the game?
3. Does the use of games increase motivation in the study of mathematics?

The research findings indicate that games allow students to recall content and that the use of games favors the consolidation of these contents. Additionally, it was found that games promote moments of sharing and mutual help among students, with these moments being the main drivers of learning construction. It was also observed that students with fewer pre-requisites or less consolidated learning demonstrated more difficulties or made more errors, but these students also showed more significant improvement.

Keywords: Game, Mathematics Learning, Secondary Education, Trigonometry.

ÍNDICE

Índice de Figuras

ÍNDICE DE TABELAS

PARTE 1 - RELATÓRIO DE ESTÁGIO

1

Estágio com supervisão: Aprender ensinando

Neste capítulo, apresenta-se a descrição do estágio de ensino supervisionado realizado durante o ano letivo 2022/23. Foram acompanhadas duas turmas na disciplina de Matemática, uma turma do 9.º e outra do 11.º ano.

Das aulas lecionadas, a participação da estagiária foi em pouco mais de metade das aulas da turma do 9.º ano e em todas as aulas da turma principal de 11.º ano.

Foi na turma de 11.º ano que se acompanhou o trabalho de direção de turma e se desenvolveu a maior parte do trabalho de estágio. O núcleo de estágio foi constituído por duas professoras cooperantes e duas estagiárias. Para fins deste relatório, serão utilizados os termos mencionados na tabela abaixo para referir as pessoas envolvidas.

Tabela 1.1.1: Núcleo de Estágio - Constituição e denominação.

Referente a:	Denominação atribuída
Professora cooperante titular da turma de 9.º e 10.º ano	B
Professora cooperante titular da turma de 11.º ano	A
Estagiária com turma principal no 10.º ano	C
Estagiária com turma principal no 11.º ano	Professora estagiária

Para se apresentar uma visão abrangente da experiência de estágio, este capítulo foi subdividido em duas secções distintas.

A primeira secção abrange as aulas lecionadas até o final do 2.º semestre, supervisionadas pelas professoras cooperantes, e inclui uma reflexão sobre as práticas pedagógicas adotadas durante essas aulas.

A segunda secção aborda o trabalho realizado em atividades não letivas, relacionadas com as aulas, como o envolvimento na direção de turma e as responsabilidades correspondentes, mas excluindo-se as aulas lecionadas anteriormente abordadas. Nesta secção, aborda-se também o trabalho desenvolvido pelo núcleo de estágio com destaque para as atividades preparadas e aplicadas pelas professoras estagiárias.

1.1 Aulas observadas e reflexão sobre as mesmas

Antes de se abordar cada uma das turmas com as quais se trabalhou é de mencionar que alguma documentação apresentada nos anexos, foi alterada a fim de manter o anonimato de alguns participantes, escola e/ou professores.

É de referir também, que os critérios de avaliação das aulas consistiam nos registos da assiduidade e pontualidade, apresentação do material necessário, respeito pelos colegas e professor, acompanhamento do trabalho em aula, apresentação voluntária das opiniões e empenho revelado.

Na planificação das aulas, houve a preocupação de considerar elementos como a turma, a duração, o tema a lecionar, os objetivos a atingir, a metodologia, os materiais e a monitorização ou avaliação das competências a adquirir. Considerou-se, no núcleo de estágio, que as metodologias de ensino são técnicas pedagógicas que influem na motivação dos alunos para a aprendizagem, pelo que foi dado relevo a esse elemento no processo de ensino e aprendizagem. Uma das metodologias mais visadas foi o ensino direto, que segundo Sprinthall et al. (1998), consiste na apresentação de informações feita pelo docente, de uma forma precisa e direta, apresentando instruções sobre como certas tarefas deverão ser realizadas. Esta abordagem propõe que seja apresentado primeiramente o conteúdo seguindo-se de uma prática guiada, cuidadosamente monitorizada e dando um feedback imediato aos alunos. De acordo com Stein et al. (2006), o principal objetivo deste método é a melhoria quer ao nível da qualidade, quer ao nível da eficiência na aquisição de aprendizagens.

Stein et al. (2006) mencionam a existência de três itens essenciais para o sucesso no ensino de competências matemáticas: 1) a preparação das aulas; 2) a sua prática letiva; 3) a gestão e organização da sala de aula. Ora, um bom professor com uma boa planificação não irá ter grande sucesso caso a gestão e organização da sala de aula não seja realizada de uma forma adequada. No entanto, da mesma forma se concluí que um professor que não realize um bom planeamento, ou que não seja capacitado para auxiliar os alunos, ou se os materiais utilizados para a execução da mesma, não forem cuidadosamente criados, limitará a qualidade e a eficiência na aquisição das aprendizagens.

Para Stein et al. (2006), a preparação das aulas deve ter em conta as necessidades e caraterísticas dos alunos, definição clara dos objetivos com base no currículo nacional, seleção adequada da metodologia, apresentação de exemplos significativos, prática e avaliação ou monitorização da aquisição, ou não, das competências propostas. Para além disso, referem também que um ensino claro e sem ambiguidade aumenta o desempenho do aluno na disciplina de Matemática. De forma semelhante, Ponte (2014) argumenta que a qualidade do ensino está diretamente ligada à clareza das instruções e à capacidade de adaptação do professor face às diferentes necessidades dos alunos. Desta forma, há necessidade de que este ensino seja moldável a diferentes tipos de situações, sendo da responsabilidade do docente ensinar estratégias adequadas de modo a que o aluno adquira as ferramentas necessárias para que seja capaz de formular e relacionar os conceitos aprendidos.

No entanto, deve também equacionar-se quais os pré-requisitos necessários para que os alunos aprendam essas novas estratégias, assegurando que os alunos dominem esses pré-requisitos antes que seja apresentada uma nova estratégia de ensino. Para além disso, é necessário procurar ou criar tarefas que sejam adequadas quer no momento da introdução dos temas pelo professor, quer ao nível da execução ou prática proposta aos alunos.

Segundo Stein et al. (2006), há necessidade de monitorizar o progresso de modo a determinar se os alunos dominam o novo conteúdo lecionado. Isto poderá ser feito através de tarefas semelhantes às já apresentadas pelo professor de modo a entender se os alunos estão a evoluir de acordo com o pretendido, ou se existem dificuldades no seu progresso que necessitem de uma maior atenção. Esta monitorização formativa, idealmente deverá ser realizada de uma forma a obter respostas individuais, mas quando tal não é possível, dever-se-á alterar a estratégia de modo a obter respostas em pequenos grupos ou em uníssono. Embora esta estratégia não forneça uma informação clara como a resposta individual de um aluno, é uma forma eficiente de ter uma ideia generalizada do desempenho da turma acerca do domínio do conteúdo ou da tarefa.

As metodologias ativas, ao promoverem uma abordagem dinâmica e participativa, estão cada vez mais presentes no processo de ensino e de aprendizagem, pois todo o processo se centra no aluno, nas suas características, capacidades, necessidades e interesses. Em contraposição ao modelo tradicional, no qual o professor desempenha um papel central e os alunos assumem uma postura passiva, as metodologias ativas incentivam à participação ativa, à autonomia e ao envolvimento direto dos estudantes na construção do conhecimento.

De entre essas abordagens, destacam-se as propostas pelo movimento STEM (Ciência, Tecnologia, Engenharia e Matemática) e pelo conceito STEAM (que acrescenta a Arte ao STEM), que procuram integrar diferentes áreas do conhecimento e promover uma aprendizagem interdisciplinar. Essas metodologias valorizam a resolução de problemas reais, ou seja, do dia a dia, o trabalho colaborativo, a experimentação e a criatividade como formas de estimular a aprendizagem significativa.

A aprendizagem baseada em projetos é um exemplo dessas metodologias ativas, onde os alunos são desafiados a investigar, explorar e criar soluções para questões do mundo real. Durante esse processo, desenvolvem capacidades como o pensamento crítico, a comunicação, a colaboração e a resolução de problemas complexos.

Ao implementar metodologias ativas, os educadores assumem o compromisso de criar ambientes de aprendizagem estimulantes e dinâmicos, onde os alunos são incentivados a assumir um papel ativo em seu próprio desenvolvimento educacional. Estas abordagens visam preparar os estudantes não apenas para obter conhecimento, mas também para aplicá-lo de forma prática e significativa nas suas vidas pessoais e profissionais.

Nesse sentido, o jogo, alvo de estudo neste trabalho, pode considerar-se uma metodologia ativa, pois segundo Alves e Bianchin (2010), quando utilizada esta metodologia com objetivos definidos, constitui um importante instrumento pedagógico que tem o poder de melhorar a autoestima e aumentar os conhecimentos da criança.

Durante as aulas observadas, apliquei uma abordagem de ensino direto em várias ocasiões, especialmente em momentos introdutórios de novos conteúdos matemáticos, como na explicação de conceitos fundamentais de sucessões. Essa metodologia foi implementada para garantir que os alunos recebessem uma apresentação clara e estruturada dos tópicos, seguidos de exercícios práticos cuidadosamente monitorizados. Por exemplo, ao introduzir os conceitos relacionados com indeterminações de sucessões, iniciei com uma explicação no quadro, utilizando exemplos guiados, e, posteriormente, propus atividades práticas para reforçar os conceitos. Essa abordagem mostrou-se eficaz para alunos que enfrentavam dificuldades em compreender o conteúdo, fornecendo-lhes a base necessária para acompanhar a matéria lecionada.

Para além do ensino direto, procurei adotar abordagens centradas no aluno, como sugerido pela medida STEM, durante atividades mais interativas. Um exemplo foi a aplicação do jogo Trignodama, desenvolvido como parte da investigação. Nesta dinâmica, os alunos eram desafiados a explorar os conceitos de Trigonometria de uma forma lúdica, colaborativa e prática, permitindo que aplicassem o conhecimento previamente adquirido. Essa metodologia incentivou a autonomia dos alunos, promoveu a resolução de problemas e fortaleceu as suas capacidades como o trabalho em equipa e na consolidação dos conceitos, elementos cruciais no contexto STEM.

O ensino direto e o ensino centrado no aluno apresentam diferenças fundamentais, cada um oferecendo vantagens específicas que podem ser complementares. O ensino direto é particularmente eficaz na introdução de novos conteúdos, pois permite ao professor controlar o ritmo e a estrutura da aprendizagem, assegurando que todos os alunos tenham uma base sólida antes de avançar para um novo conteúdo. Por outro lado, as metodologias centradas no aluno, como as aplicadas no contexto STEM, incentivam a participação ativa, a criatividade e a autonomia, permitindo que os alunos se tornem protagonistas no processo de aprendizagem. A combinação dessas abordagens proporciona um equilíbrio entre a transmissão estruturada do conhecimento e o desenvolvimento de competências como analisar, avaliar e interpretar informações de uma forma reflexiva e criteriosa, essenciais para a formação integral dos alunos.

1.1.1 Turma do 9.º ano

Durante o período de prática pedagógica supervisionada, houve a oportunidade de lecionar um conjunto de aulas para uma turma do 9.º ano.

Esta turma é constituída por 30 alunos, sendo 16 do sexo masculino e 14 do sexo feminino, com idades entre os 14 e 15 anos.

Antes de as lecionar, fez-se um plano de aula detalhado em colaboração com a professora cooperante titular da turma. Após a lecionação das aulas, houve lugar a momentos de reflexão crítica da prática pedagógica com o respetivo registo e aos quais era dado feedback por parte da professora cooperante titular da turma.

Essa reflexão permitiu uma avaliação crítica das estratégias utilizadas, promovendo a aprendizagem e o aprimoramento contínuo da prática pedagógica.

A planificação da aula, (definição de objetivos, metodologia, preparação de todo o material necessário para a execução do plano de aula, monitorização, ...), era da responsabilidade das professoras estagiárias, ainda que as aulas por estas lecionadas fossem propostas pela professora titular da turma, lecionadas em momentos diferentes e sobre o mesmo tema. A data, duração tema e supervisão apresentam-se numa tabela (Tabela 1.1.1). Os exercícios realizados, foram apresentados em fichas e outros retirados do manual adotado: "Matematicamente falando 9.º ano" (Conceição & Almeida, 2021).

Uma das planificações das aulas executadas, bem como as fichas de trabalho que foram apresentadas nessas aulas, encontram-se em anexo (Anexo A).

Tabela 1.1.1: Aulas por nós lecionadas referentes à turma do 9.º ano.

<table>
<tr><th>Data</th><th>Duração</th><th>Tema</th><th>Tópico</th></tr>
<tr><td>24 de janeiro</td><td>100 minutos
(2 aulas)</td><td rowspan="2">Geometria</td><td>Construções e lugares geométricos</td></tr>
<tr><td>4 de abril</td><td>100 minutos
(2 aulas)</td><td>Ângulo inscrito numa circunferência</td></tr>
</table>

1.1.1.1 Aulas observadas - 24 de janeiro de 2023

As aulas lecionadas pela professora estagiária a 24 de janeiro de 2023 (Anexo A) tiveram início às 8h e duração de dois blocos de 50 minutos.

As aulas tiveram início com a verificação das presenças dos alunos e com a escrita do sumário no quadro pela professora estagiária. Os conteúdos dessa aula pertenciam ao domínio da Geometria e subdomínio de construções e lugares geométricos.

As aulas planeadas previam a utilização de meios tecnológicos, mas tendo havido alguns problemas não foi possível utilizar o GeoGebra. Houve incompatibilidade entre o portátil da professora estagiária e os cabos para realizar a ligação ao projetor, o que impossibilitou a projeção do conteúdo planeado forçando a adaptação do plano de aula. Este problema afetou a dinâmica da aula, pois os alunos não puderam visualizar as explicações de forma interativa e visual, como inicialmente previsto.

Assim, foi entregue aos alunos uma ficha guia para efetuarem o desenho geométrico de um circuncentro e incentro de um triângulo (Anexo B). Primeiramente, foi explicado com recurso ao quadro, passo por passo, como fazer o desenho geométrico.

Os alunos apresentaram algumas dificuldades no uso do compasso, outros não tinham material e além disso alguns não compreendem a necessidade da precisão na marcação dos pontos e retas, para a representação geométrica.

Ao longo da aula, a professora estagiária esclareceu dúvidas sobre os conteúdos e auxiliou os que apresentavam mais dificuldades criando um ambiente dinâmico.

O livro adotado não tem muitos exercícios sobre o tema e houve algumas dificuldades em consolidar a diferença entre os dois conceitos, pelo que foi apresentado um exercício para esse fim e entregue uma ficha de trabalho de casa para executarem a construção no GeoGebra (Anexo C), com um guia passo a passo e visando uma melhor compreensão da matéria.

No final, foi feita uma autoavaliação sobre a sua prática e concluiu-se que houve algumas dificuldades em trabalhar com alguns alunos. Foi possível verificar que é aconselhável levar algum material extra, uma vez que os meios tecnológicos nem sempre funcionam e os alunos nem sempre levam o material necessário, previamente recomendado, para a realização das tarefas propostas.

1.1.1.2 Aulas observadas - 4 de abril de 2023

As aulas lecionadas a 4 de abril de 2023 pelas 8h com a duração de dois blocos de 50 minutos, foram as últimas lições anteriores à pausa das férias da Páscoa.

Alguns alunos chegaram atrasados, aproximadamente 20 minutos.

As dificuldades técnicas surgiram de novo, mas recordando a experiência anterior, a professora estagiária já precavida para tal situação, levou uma ficha com os conteúdos teóricos e práticos.

O assunto destas aulas continuou no domínio da geometria, mas focou-se no subdomínio do ângulo ao centro e ângulo inscrito numa circunferência.

Inicialmente explicou-se o conteúdo teórico, as propriedades e deram-se exemplos. Os exercícios práticos só alguns os executaram, pois havia alunos que não tinham material. A matéria referente ao ângulo ao centro tinha sido lecionada nas aulas anterior pela professora titular, no entanto, os alunos ainda não tinham esse conhecimento interiorizado.

No final da aula foram entregues os testes de avaliação.

Na análise desta aula verificou-se a falta de cooperação por parte dos alunos e o baixo interesse dificultando a exploração das relações entre ângulos, arcos e cordas e a implementação de problemas que levasse ao raciocínio matemático.

1.1.2 Turma do 11.º ano

Durante a prática pedagógica supervisionada, foram lecionadas 12 aulas na turma do 11.º ano, sendo esta a turma principal. Os planos de aula foram elaborados e discutidos previamente com a professora cooperante A e após as aulas fez-se uma reflexão crítica acerca da prática adotada. Os conteúdos a lecionar eram da responsabilidade das professoras estagiárias, bem como a metodologia aplicada e materiais utilizados, porém, as datas para a lecionação foram propostas pela professora cooperante A, titular desta turma. Algumas aulas foram sequenciais, mas na maioria eram espaçadas temporalmente entre si. Os exercícios resolvidos foram retirados do manual adotado: "Novo Espaço - Matemática A - 11.º Ano" (Costa & Rodrigues, 2022). As datas, duração, temas e supervisão apresentam-se na tabela (Tabela 1.1.2) infra.

Tabela 1.1.2: Aulas lecionadas referentes à turma do 11.º ano.

Data	Duração	Tema	Tópico
22 de novembro	100 minutos (2 aulas)	Geometria	Geometria analítica no plano e no espaço
23 de janeiro	100 minutos (2 aulas)	Funções	Sucessões
24 de janeiro	100 minutos (2 aulas)	Funções	Sucessões
10 de fevereiro	100 minutos (2 aulas)	Funções	Sucessões
6 de março	100 minutos (2 aulas)	Funções	Sucessões
26 de maio	100 minutos (2 aulas)	Funções	Limites e derivadas de funções polinomiais e racionais

Os conteúdos a lecionar foram discutidos previamente com a professora cooperante A.

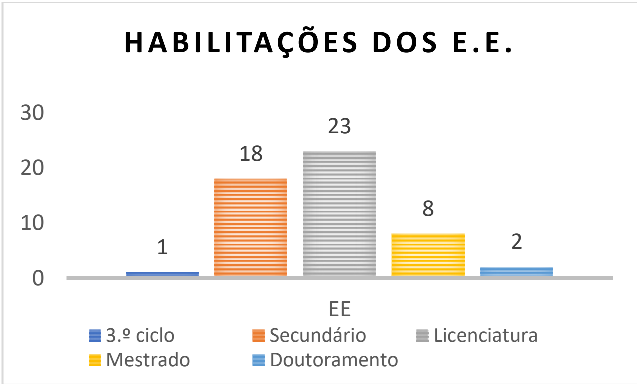
Na aula de 26 de maio, foi planeado que os primeiros 50 minutos seriam utilizados para recolha de dados relativamente ao domínio da Trigonometria, uma vez que esse domínio era pertinente para a investigação realizada.

O processo de ensino e de aprendizagem deve ter em consideração as caraterísticas e necessidades dos alunos, pelo que se apresentam alguns dados referentes à caraterização da turma. Associada a esta razão, justifica-se também esta caraterização pelo dos estudos de caso terem sido escolhidos entre os alunos desta turma.

Assim, apresenta-se um gráfico com as classificações dos alunos obtidas no ano anterior, bem como sobre os modelos das calculadoras utilizadas em sala de aula.

A turma é constituída por 26 alunos, 14 do sexo feminino e 12 do sexo masculino, cujos encarregados de educação, na maioria, apresentam as habilitações do ensino secundário ou licenciatura conforme apresentado no gráfico abaixo (Gráfico 1.1.1).

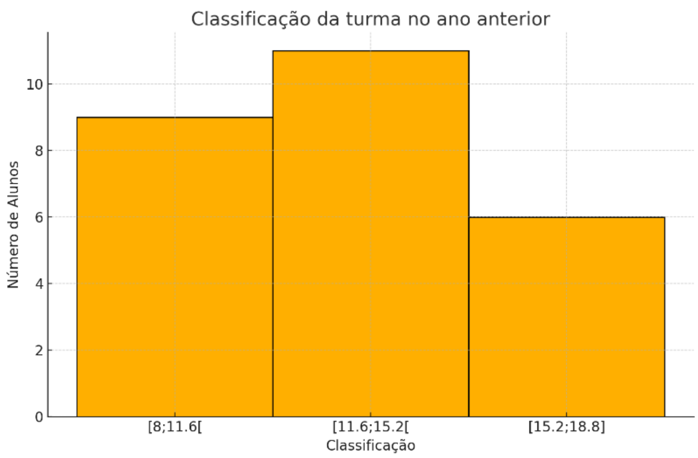
Gráfico 1.1.1: Habilitações dos Encarregados de educação dos alunos da turma do 11.º ano.



Fonte: Própria.

Apresenta-se também um gráfico com as classificações obtidas no 11.º ano por estes alunos (Gráfico 1.1.2). O gráfico mostra que, de um modo geral, os alunos apresentam classificações positivas, sendo que existem 3 negativas e, a média das notas da turma, obtidas no 11.º ano, é de 13,2 valores.

Gráfico 1.1.2: Classificações da turma do 11.º ano, obtidas no ano anterior.



Fonte: Própria.

Em relação às calculadoras gráficas utilizadas pelos alunos, todos eles tinham calculadora, na sua maioria possuindo o modelo Casio FX-CG50, conforme se pode verificar na tabela abaixo (Tabela 1.1.3).

Tabela 1.1.3: Listagem dos modelos de calculadora utilizadas pelos alunos do 11.º ano.

	Quantidade
FX-9860GIII	2
FX-CG50	22
TI-84 plus	2
Total Geral	**26**

Fonte: Própria.

De um modo geral, a turma tem uma boa postura, é trabalhadora, responsável e respeita a autoridade. Há um pequeno grupo de alunos com resultados mais fracos que levaram à adoção de algumas estratégias na sala de aula, tendo como objetivo ajudá-los. Estas estratégias centraram-se na junção dos alunos na sala de aula, alunos estes com dificuldades idênticas para que fosse mais fácil de intervir no esclarecimento de dúvidas e ter uma melhor perceção do trabalho realizado pelos alunos em sala de aula.

1.1.2.1 Aulas observadas - 22 de novembro de 2022

As aulas tiveram lugar a 22 de novembro de 2022 pelas 11h45, com uma duração de dois blocos de 50 minutos.

Iniciou-se a primeira aula escrevendo o sumário e fazendo a verificação de presenças. A professora estagiária apresentou o conteúdo no domínio da Geometria analítica no plano e no espaço, onde se relacionava a inclinação de uma reta o declive da reta tangente e o produto escalar entre dois vetores.

Planeou-se o uso de tecnologia com slides e GeoGebra para que os alunos visualizassem e compreendessem os conceitos, mas acabou por tal não ser totalmente feito, pois o projetor foi libertado apenas no início da segunda aula.

A professora estagiária fez revisões sobre conteúdos passados de forma construtiva em que os alunos foram bastante participativos, expondo dúvidas e voluntariando-se para resolver alguns exercícios no quadro.

Foram colocadas questões permitindo a interatividade aluno-professora, onde a professora desempenhou um papel mais de orientador. Portanto, a professora estagiária inquiria sobre o que os alunos se lembravam acerca de funções afim e alguns souberam dizer que as funções afim eram do tipo $y = ax + b$, o que significava o coeficiente a e o termo independente b e, à medida que se obtinham respostas, a professora escrevia no quadro tanto as expressões como as denominações de cada um destes elementos. Para além disso, fez-se a representação de um gráfico cartesiano deste tipo de função depois da definição de função afim.

Fez-se um exercício como exemplo, passo a passo, com a colaboração dos alunos.

A professora fez a representação de duas retas, uma com declive positivo e outra com declive negativo, alguns alunos conseguiram relacionar e identificar a relação com a inclinação e os graus. Este momento que permitiu o desenvolvimento do raciocínio matemático e dedutivo. Foram feitos outros exemplos em que os alunos foram guiados pela professora estagiária de modo a chegarem à conclusão da relação entre inclinação de uma reta e o declive com o uso de Trigonometria.

As aulas terminaram sem ser possível lecionar todos os conteúdos planeados.

Refletindo sobre estas aulas, elas foram bastante positivas pela interação com os alunos e também pelo auxílio do projetor que surgiu na segunda aula e permitiu esclarecer, relacionar e dinamizar. Para otimizar poderia ter sido feita uma melhor gestão de tempo ou de ter uma planificação menos ambiciosa, ou ainda, uma melhor atenção para com os alunos que executavam o exercício no quadro, reduzindo o acompanhamento mais individual aos que apresentavam dúvidas.

1.1.2.1 Aulas observadas - 23 de janeiro de 2023

As aulas tiveram lugar a 23 de janeiro de 2023 pelas 11h45, com uma duração de dois blocos de 50 minutos.

O conteúdo a abordar era sobre o domínio das sucessões tendo como subdomínio as sucessões numéricas e sucessões monótonas.

Nesta aula, optou-se por não se utilizar o projetor, tendo em mente a otimização de tempo e as dificuldades de acesso a este tipo de equipamento na Escola.

A definição de sucessão monótona crescente em sentido lato ou em sentido estrito levantou algumas dúvidas, evidenciando dificuldades na compreensão da definição.

A professora apresentou exemplos para explicar os conceitos, levando a um pequeno debate sobre a diferença entre os dois termos consecutivos. Explicou pela definição, apresentou um exemplo envolvendo uma sucessão constante e enquadrou uma sucessão numa tentativa de mostrar que o comportamento das sucessões não era necessariamente linear.

Alguns dos exercícios propostos pela professora estagiária foram selecionados como trabalho para casa.

Após a aula, a professora titular fez algumas sugestões, dando alguns exemplos que se poderiam ter utilizado e aconselhou que enquanto se escreve no quadro deve-se manter a comunicação com os alunos.

1.1.2.2 Aulas observadas - 24 de janeiro de 2023

As aulas do dia 24 de janeiro de 2023 foram uma continuação da aula anterior com a mesma duração. Nestas aulas foram lecionados conteúdos sobre sucessões limitadas e sucessões definidas por recorrência.

No início, apresentou-se um exemplo sobre o debate realizado na aula anterior, corrigiu-se o trabalho de casa e finalizaram-se os restantes exercícios propostos na aula anterior. Para consolidar, foram feitas revisões para introduzir o conceito de sucessão limitada e realizou-se um exemplo.

Foram utilizados recursos visuais na exposição dos novos conteúdos. Utilizou-se uma apresentação em PowerPoint que continha os conceitos a serem lecionados e exemplos ilustrativos. Houve cuidado em corrigir a falta de comunicação ao expor no quadro por parte da professora estagiária, um aspeto que tinha sido apontado anteriormente como uma área a melhorar.

1.1.2.3 Aulas observadas - 10 de fevereiro de 2023

No dia 10 de fevereiro de 2023, ministraram-se duas aulas com a duração de 50 minutos cada uma, centradas no mesmo domínio do programa, mas sobre progressão geométrica. O objetivo foi introduzir os conceitos fundamentais dessa sequência numérica e garantir que os alunos compreendessem a obtenção do termo geral e a fórmula para a soma de n termos de uma progressão geométrica.

Deu-se início às aulas, após registo das presenças dos alunos, com uma revisão das sequências numéricas e suas características, especialmente da progressão aritmética. A partir disso, introduziu-se o conceito de progressão geométrica, destacando as diferenças em relação à progressão aritmética.

Foram utilizados recursos visuais como gráficos e exemplos práticos para apresentar a fórmula do termo geral de uma progressão geométrica e demonstrar passo a passo como identificar e calcular qualquer termo específico de uma progressão geométrica, enfatizando a importância da razão nesse processo.

Durante a explicação da fórmula da soma de n termos de uma progressão geométrica, promoveu-se a participação ativa dos alunos para aplicação desta em problemas.

No entanto, percebeu-se que um grupo de alunos enfrentava dificuldades em compreender a aplicação da fórmula da soma de n termos de uma progressão geométrica. Adaptando a explicação e utilizando exemplos mais simples, realizaram-se exercícios adicionais em conjunto para garantir que todos compreendessem o conceito.

No geral, as aulas foram planeadas de forma a permitir que os alunos compreendessem os objetivos propostos. A interação constante, o uso de exemplos práticos, a consolidação do tema por meio de uma coletânea de exercícios e, a adaptação da metodologia às necessidades específicas dos alunos, foram cruciais para consolidar o entendimento dos conceitos de progressão geométrica.

1.1.2.4 Aulas observadas - 6 de março de 2023

Nas penúltimas aulas observadas, lecionadas pela professora estagiária, a 6 de março de 2023, os conteúdos desta aula incluíram o subdomínio limite de sucessões, pertencente ao domínio das sucessões. A utilização do projetor tornou possível estruturar uma apresentação mais dinâmica, pois antes de referir algumas propriedades e o conceito das indeterminações em limites de sucessões, foram apresentados exemplos que ajudam o aluno a entender melhor a origem das mesmas.

As aulas decorreram melhor que as anteriores, em termos de organização e ritmo de trabalho, uma vez que se conseguiu cumprir com o planeado, e, para os alunos mais rápidos, foi possível realizar mais exercícios.

No entanto, havia exercícios onde se deveria ter aproveitado para se fazer referência a outros tópicos como: o melhor entendimento sobre o que é um infinitésimo positivo e um infinitésimo negativo.

A professora estagiária percebeu que, após algumas explicações e exercícios realizados, caso se colocasse um exercício com apresentação diferente, por exemplo, numa representação gráfica, e fosse pedido ao aluno que identificasse o limite da sucessão, sendo esta um infinitésimo, apresentaria dificuldades. Evidenciando que há dificuldade no desenvolvimento do pensamento perante novas situações, ou seja, sobre o mesmo tema, mas mudando a sua estrutura, representação ou a forma como é perguntado.

O desenvolvimento das aulas correu bastante bem apesar de os alunos que foram fazer registos no quadro tivessem feito algumas incorreções de escrita e pelo facto de apoiar os alunos com maior dificuldade, a professora estagiária não detetou as mesmas durante a aula.

1.1.2.5 Aulas observadas - 26 de maio de 2023

Nas últimas aulas foram lecionadas pela professora estagiária, a 26 de maio de 2023.

Durante os primeiros 50 minutos de aula foi distribuída uma ficha formativa (Anexo H) sobre o domínio de Trigonometria. Antes de esta ser realizada, foi apresentado aos alunos o trabalho de investigação, explicitando o propósito desta ficha como elemento de medição em relação ao domínio do aluno na área de Trigonometria e, que após a realização da mesma se pretendia saber quais os potenciais interessados na participação do jogo.

Após a realização da ficha, alguns alunos mostraram-se interessados não só para a participação do projeto, bem como nas questões presentes na ficha formativa, nomeadamente, na questão que envolvia peças de dominó.

O restante tempo de aula foi utilizado para a introdução de noção de função derivada e algumas propriedades.

A aula correu bem, em relação às anteriores em que não só os alunos se encontravam recetivos e aprenderam o conceito de função derivada, mas também conseguiram realizar alguns exercícios de consolidação.

1.2 Componente não letiva

A professora estagiária elaborou e preparou algumas atividades não letivas que permitiram a participação de várias turmas, desenvolvendo o seu desempenho matemático, o empenho, o interesse pela disciplina e a promoção da interdisciplinaridade.

1.2.1 Uno Matemático

Este foi um jogo criado para ser aplicado às turmas do 9.º ano e 11.º ano antes da pausa natalícia. A sua criação teve em consideração os conteúdos lecionados no 9.º ano, no domínio de números e operações com números reais (Anexo F) e no 11.º ano no domínio da Trigonometria (Anexo G) até à data, de modo que servissem de ferramenta de consolidação para os respetivos anos. As cartas desenvolvidas foram inteiramente desenvolvidas pela autora.

Figura 1.2.1: Carta pertencente ao Uno Matemático do 9.º ano.

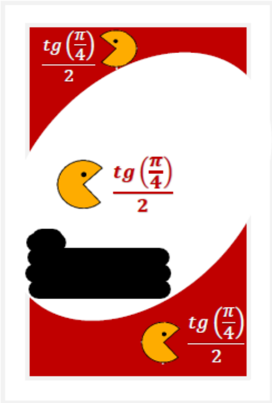
Fonte: Própria.

A Figura 1.2.1 apresenta uma das cartas do Uno Matemático desenvolvido para alunos do 9.º ano. A carta aborda operações com números reais, como potências e raízes, visando consolidar esses conceitos por meio de uma abordagem lúdica e interativa.

As cartas referentes aos conteúdos do 9.º ano (Figura 1.2.1) baseavam-se nas operações de números incluindo as raízes quadradas e cúbicas e as operações de potências, mantendo toda a estrutura e jogabilidade do jogo original.

No caso do 11.º ano (Figura 1.2.2) o conteúdo era baseado no domínio da Trigonometria com grande foco nos ângulos tabelados e operações simples com os mesmos.

Figura 1.2.2: Carta pertencente ao Uno Matemático do 11.º ano.



Fonte: Própria.

A Figura 1.2.2 ilustra uma das cartas do Uno Matemático para o 11.º ano. Esta carta é focada em ângulos tabelados e operações trigonométricas básicas, auxiliando na fixação dos conceitos ensinados em sala de aula.

Infelizmente, a tarefa preparada para a aplicação do jogo não pôde ser executada pelas professoras estagiárias na data prevista. Uma das estagiárias esteve doente no dia da aplicação, e a outra não pôde comparecer devido a condições climatéricas adversas. Esta situação impediu a realização da atividade conforme planeado, apesar dos esforços e preparação prévia para garantir o sucesso da implementação do jogo.

1.2.2 Exposição de São Valentim

A exposição para o São Valentim, foi exposta no dia 13 de fevereiro de 2023, tomou várias formas envolvendo alunos de diferentes níveis de escolaridade e faixa etária.

Figura 1.2.3: Exposição de vários trabalhos em forma de árvore.

Fonte: Própria.

A Figura 1.2.3 mostra a exposição organizada para o Dia de São Valentim, onde alunos de diferentes níveis de escolaridade criaram trabalhos em forma de corações e outros em folhas A4 coloridas, com conteúdos matemáticos. Essa atividade promoveu a interdisciplinaridade e a criatividade.

Este projeto foi muito dinâmico pelo facto de existir uma cooperação entre alunos e professores, pois alguns alunos faziam as dobragens em papel colorido (origami), outros procuravam na calculadora ou na internet, gráficos e expressões matemáticas, ou ainda, criavam ou procuravam frases ou letras de música. Tendo participado uma grande percentagem de elementos da escola, foi um projeto enriquecedor, permitindo análise de várias valências.

Este trabalho foi exposto na escola como podemos observar nas figuras Figura 1.2.3 e Figura 1.2.4.

Figura 1.2.4: Exposição do origami pendurado no corredor principal da escola.

Fonte: Própria.

A Figura 1.2.4 retrata a exposição de origamis feitos pelos alunos para o Dia de São Valentim, destacando a interdisciplinaridade ao criar poesia com alguns conceitos matemáticos, além de estimular o trabalho colaborativo.

A exposição foi realizada pela autora, no entanto os origamis criados e outros trabalhos expostos, foram feitos com a colaboração de outros professores de matemática e, fundamentalmente, com a colaboração dos alunos.

1.2.3 Exposição do Dia Internacional da Matemática (dia do π)

O dia de São Valentim serviu de ponto de partida para a nova exposição, onde se incluíam diversos trabalhos dos alunos sobre o número π, sendo utilizado para este fim as dobragens do dia de são Valentim.

Foram expostos nas paredes do corredor principal: relógios de sol, relógios matemáticos, bem como fractais (Figura 1.2.5).

Figura 1.2.5: Exposição das fractais e alguns relógios matemáticos.

Fonte: Própria.

A Figura 1.2.5 apresenta trabalhos dos alunos, incluindo fractais e relógios matemáticos, expostos no corredor principal da escola para o Dia Internacional da Matemática. A atividade incentivou os alunos a explorar conceitos matemáticos de forma prática e visual.

Adicionalmente, foram expostos também outros trabalhos criados através de materiais recicláveis como tampas de garrafas, que não só tinham o mesmo objetivo de motivar os alunos para a disciplina, mas também como incentivo para que estes se preocuparem com o meio ambiente. A autora colaborou na exposição realizada com outros professores, tendo sido crucial a participação dos alunos na criação dos diversos trabalhos expostos.

1.2.4 Palestra História dos números

A professora estagiária organizou uma palestra sobre números, sendo oradora a Professora Doutora Isabel Oitavem da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa e para a qual foram convidadas a assistir, várias turmas.

A professora doutora falou sobre a representação numérica de vários povos ao longo da história, o que foi muito enriquecedor.

A palestra teve uma grande plateia (Figura 1.2.6), falou-se sobre a história dos números e houve uma grande interação e envolvência com o público.

Figura 1.2.6: Fotografia tirada na palestra sobre a história dos números.

Fonte: Própria.

1.2.5 Reuniões assistidas

O grupo disciplinar de Matemática ou o Departamento de Matemática e Ciências Experimentais reuniram-se algumas vezes durante o ano. A professora estagiária esteve presente em duas destas reuniões (uma com o grupo disciplinar de Matemática e outra com o Departamento de Matemática e Ciências Experimentais), tendo sido discutidos vários temas como os critérios de avaliação para determinados níveis escolares bem como, esclarecimento de alguns assuntos como o preenchimento correto de determinados documentos.

Outras reuniões onde a estagiária esteve presente foi o conselho de turma de final de ano do 9.º ano e todos os conselhos de turma referentes ao 11.º ano, turma principal, de modo a adquirir experiência e conhecimento sobre o desempenho das funções como docente.

1.2.6 Direção de turma

Ao longo do ano, a professora estagiária reunia-se com a professora titular do 11.º ano às terças-feiras, na preparação e realização de todas as tarefas inerentes à docência.

A professora cooperante, titular do 11.º ano era diretora de turma, onde acumula diversas funções burocráticas e orienta a estagiária para que esta tenha contacto com essas funções de diretor de turma, informando-a de todos os processos envolventes tais como a organização do dossier de turma, a criação de um plano de turma, a autoavaliação e organização dos planos individuais do aluno o registo de faltas sejam elas de presença, de material ou atraso, os documentos referentes ao atendimento dos encarregados de educação, o processo do lançamento das notas, entre outros.

1.2.7 Contribuições e aprendizagens durante o Estágio

O estágio orientado para o ensino de matemática é uma componente essencial para a formação de futuros professores. As experiências vividas durante o estágio foram importantes de modo a proporcionar uma articulação rica entre teoria e prática e preparando a professora estagiária para a docência.

O estágio possibilitou o desenvolvimento de competências pedagógicas essenciais tais como a preparação de planos de aula, considerando objetivos, metodologias e recursos necessários, bem como a organização do espaço físico, a criação de um ambiente propício à aprendizagem e a capacidade de estabelecer um diálogo eficaz com os alunos, tendo o cuidado de saber ouvir, considerar perspetivas diferentes, saber formular perguntas e, ao mesmo tempo, criar um ambiente de aprendizagem inclusivo, para apoiar o desenvolvimento dos alunos.

Adicionalmente, a experiência proporcionou uma reflexão contínua sobre a prática docente através da observação e orientação recebida, permitindo a estagiária de avaliar criticamente as suas estratégias de ensino, identificando áreas de melhoria e implementar mudanças necessárias, sendo esta reflexão essencial para a melhoria da prática pedagógica.

Em suma, o estágio proporcionou uma experiência rica, permitindo que a professora estagiária vivenciasse a realidade da educação aplicando os conhecimentos teórico-práticos adquiridos durante o curso de formação. Estas experiências prepararam a estagiária para enfrentar os desafios da prática educativa de forma confiante e competente.

PARTE 2- TRABALHO DE INVESTIGAÇÃO

2 INTRODUÇÃO

Esta investigação concretizou-se no âmbito da prática pedagógica supervisionada numa escola da região da Grande Lisboa, margem sul, na disciplina de Matemática A, numa turma do 11.º ano.

2.1 Motivações para o estudo

A Matemática encontra-se ao nosso redor, (Ramos, 2017) podemos encontrar nos jornais, revistas, publicidades, entre outros. A sua importância deve ser demonstrada por um professor que utilize materiais, ferramentas e ou informações que insiram e destaquem a matemática de modo a promover a sua interdisciplinaridade e permitir aos alunos reconhecer de que modo a matemática é necessária e está presente. Por outro lado, é necessária a interação entre professor e aluno para que este tenha um bom desenvolvimento educacional e, seja capacitado com competências que o tornem capaz de entender e distinguir novas situações. Estas práticas devem evoluir e serem adaptadas de modo que o aluno seja recetivo, reflexivo e interativo nesta área de ensino, bem como mobilizar valores e competências que lhes permitam tornarem-se indivíduos ativos, cívicos, conscientes e responsáveis que contribuam para a sociedades e, participem na tomada de decisões em relação a questões naturais, sociais e éticas conforme indicado no Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória (Martins et al., 2017).

Um ensino de matemática eficaz deve recorrer a diferentes recursos e metodologias (Hartono et al., 2016), de modo que seja implementado pelo professor com o propósito de auxiliar os alunos na sua aprendizagem. Para além disso, o professor deve também diversificar as práticas para promover a integração dos alunos nas atividades de desenvolvidas, bem como o seu interesse na disciplina e no processo de aprendizagem.

De acordo com Deterding et al. (2011), a gamificação é a aplicação de elementos de design de jogos em contextos não relacionados a jogos. Esses elementos incluem mecânicas de jogos, princípios, métodos e padrões de design. No contexto educacional, a gamificação é empregue para melhorar o envolvimento e a motivação dos alunos.

Conforme Mattos (2009), no ensino de matemática, os jogos têm sido cada vez mais utilizados devido à sua importância metodológica. Eles ajudam a aproximar os conceitos matemáticos do contexto social dos alunos e contribuem para o desenvolvimento das capacidades essenciais para sua formação.

Segundo Salen e Zimmerman (2004) e Farber (2017), os alunos aprendem enquanto jogam e podem melhorar o conhecimento e comportamento de estudo resultando num momento de aprendizagem lúdica. Os jogos são uma boa solução para incentivar os alunos a gostar e, ou, a motivá-los a ultrapassar as suas dificuldades nesta disciplina.

Segundo Mumcu (2018), a utilização de jogos como ferramenta de aprendizagem tem como objetivo ensinar os alunos a valorizar a disciplina de Matemática, ajudá-los a desenvolver o pensamento matemático, e utilizar a matemática como ferramenta de comunicação e ajudar na aquisição de competências em resolver problemas. A valorização da matemática tem um papel na compreensão da disciplina e na utilização eficiente da mesma no dia a dia, pois alunos que não são capazes de criar estas relações entre o mundo real e a matemática não irão sentir necessidade de a estudar e aprender, resultando num mau desempenho académico. Por outro lado, se os alunos não desenvolverem o pensamento matemático, terão dificuldade no entendimento de conceitos, métodos e técnicas utilizadas na resolução de problemas e, este entendimento, é crucial para que os mesmos sejam capazes de consciente ou inconscientemente, resolver problemas ligados à vida real (Mumcu, 2018). O entendimento da linguagem matemática promove a interdisciplinaridade desenvolvendo a capacidade dos alunos em reconhecer de que modo a realidade está a ser afetada pela matemática. O desenvolvimento de capacidades de utilizar a matemática como ferramenta de resolução de problemas faz com que os alunos sejam capazes de lidar com tais problemas (Mumcu, 2018).

De acordo com Fengfeng (2006), investigadores na área da educação propõem o jogo como uma ferramenta poderosa de aprendizagem de matemática, uma vez que este serve de veículo para colocar a criança a brincar e a imitar. Estas duas funções, segundo Piaget (1926), são cruciais para o desenvolvimento intelectual da criança.

No entanto, também há referência de investigadores que duvidam da eficiência de um jogo na aprendizagem de matemática. Por exemplo, Randel et al. (1992), num estudo com 68 casos, identificaram evidências contraditórias sobre a eficácia da utilização do jogo na aprendizagem dos alunos, pois mais de metade dos participantes não notou diferença na sua aprendizagem. O estudo levanta questões como, o que poderá ter provocado essa indiferença? Será que o jogo pode ser uma ferramenta que motive o aluno a consolidar e, ou, aprender? Será que o jogo pode fazer diferença na perspetiva que o aluno tem da matemática, em que o faça encarar a disciplina com uma postura diferente? Ou seja, será que o aluno sentirá que as suas dificuldades podem ser ultrapassadas de uma forma divertida? Será que a implementação do jogo não poderá promover a participação do aluno? Será que a competição numa atividade didática com recurso ao jogo poderá promover a vontade do aluno em tentar fazer o seu melhor?

A ideia de investigar qual o papel do jogo na aprendizagem dos alunos, advém da experiência que a estagiária tem em lidar com alunos quer na função de explicadora, quer através das experiências vivenciadas ao longo do estágio. A visão como explicadora e como professora é de que existem alunos com atitudes bastante diferentes perante a disciplina. Por exemplo, alguns gostariam de ver alterada a forma como a matemática é lecionada, enquanto outros sentem-se derrotados e acham que devem desistir da disciplina.

Ao longo do estágio na escola, com uma turma do 9.º ano, verificou-se que alguns alunos desistem com facilidade e demonstram resistência na aprendizagem da disciplina. No entanto, quando a professora cooperante A, aplicou uma atividade lúdica em aula, todos os alunos, incluindo aqueles que se mostravam quase apáticos durante as aulas, quiseram participar, o que acabou por servir de inspiração para esta investigação.

2.2 Objetivos e questões de investigação

Considerando que se deve questionar o papel do jogo na aprendizagem e no ensino de matemática, esta investigação visa analisar e compreender o modo como a aplicação de um jogo poderá influenciar a aprendizagem dos alunos do 11.º ano de escolaridade na disciplina de Matemática, no domínio da Trigonometria conforme os tópicos definidos nas Aprendizagens Essenciais de Matemática A do 11º ano de agosto de 2018 (DGE, 2018).

Portanto, neste contexto, visa-se responder às seguintes questões de investigação:

1. O uso de jogos pode promover a aprendizagem dos alunos no domínio da Trigonometria?
2. Quais os benefícios para os alunos durante a aplicação do jogo?
3. A utilização do jogo aumenta a motivação no estudo da disciplina de Matemática?

3 Revisão de Literatura

Nesta revisão de literatura irá ser feita referência à utilização de jogos no ensino da Matemática, destacando sua importância não só na aprendizagem, mas também, para aumentar a motivação e interação dos alunos. Os jogos educativos são apresentados como ferramentas eficazes para tornar a aprendizagem mais interativa e dinâmica, facilitando a compreensão dos conceitos matemáticos e desenvolvendo habilidades críticas como a resolução de problemas e o pensamento crítico. A literatura sugere que a implementação de metodologias lúdicas no currículo de Matemática contribui para uma aprendizagem mais significativa e prepara os alunos para aplicar o conhecimento matemático em situações reais.

De acordo com as Aprendizagens Essenciais de Matemática A do 11.º ano, atualmente em vigor: "Deve ter-se em atenção que não é indiferente o modo como se ensina matemática. Os estudantes devem ter oportunidades de descobrir, raciocinar, provar e comunicar matemática. Para isso é fundamental que os estudantes se envolvam em discussões e atividades estimulantes e que não se sobrevalorizem as competências procedimentais sem a compreensão dos princípios matemáticos subjacentes." (DGE, 2018).

Nesse sentido, é importante que o docente promova o desenvolvimento das aprendizagens e capacidades dos alunos conforme o Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória (PASEO) (Martins et al., 2017), que reforce as suas atitudes tanto ao nível da sua autonomia, como ao nível da responsabilidade, respeito para com os outros, experimentação, avaliação, entre outros.

De acordo com Ponte (2014), o ensino da matemática baseado na instrução tradicional do professor, costuma negligenciar a importância da noção de tarefa. Por outro lado, o ensino que enfatiza o envolvimento ativo do aluno na aprendizagem, depende fundamentalmente dessa noção, uma vez que as tarefas são o elemento central na organização da atividade de aprendizagem, na medida em que as tarefas podem desempenhar uma ampla variedade de funções. Algumas têm como objetivo principal auxiliar no processo de aprendizagem, outras são utilizadas para avaliar o que o aluno aprendeu, e ainda existem aquelas que visam compreender de maneira mais aprofundada as competências, os processos de pensamento e as dificuldades dos alunos, servindo como tarefas de investigação. Ou seja, as tarefas desempenham um papel crucial como ferramentas mediadoras no ensino e na aprendizagem da Matemática (Ponte, 2014). Cada tarefa pode apresentar diferentes potencialidades em relação aos conceitos e processos matemáticos que pode ajudar a desenvolver. Além disso, uma tarefa pode levar a uma variedade de atividades, dependendo da forma como é proposta, da organização do trabalho dos alunos, do ambiente de aprendizagem e das capacidades e experiências anteriores dos alunos.

Assim, a planificação, metodologia, execução e avaliação da tarefa é de extrema importância no processo de ensino e aprendizagem e especificamente no da Matemática.

De entre uma grande diversidade de atividades possíveis, as lúdicas como o jogo podem fazer parte dessas tarefas, pois segundo alguns autores, tais como, Alves e Bianchin (2010), elas contribuem para o desenvolvimento cognitivo e emocional da criança, incentivam a sua imaginação e melhoram as suas habilidades sociais.

3.1 Jogo como método de ensino

A globalização tem colocado novos e constantes desafios à sociedade e esta vai solicitando à Escola que prepare adequadamente os seus membros para essas exigências, pelo que existe uma permanente necessidade de atualização ao nível da educação e formação para fazer face a tais mudanças.

Segundo a OCDE (2017), a inovação tornou-se um novo imperativo nas políticas educacionais. Ela é reconhecida como impulsionadora do crescimento económico e do bem-estar social. Além disso, na área da educação, a inovação é considerada fundamental para promover mudanças qualitativas, acompanhando a expansão dos sistemas educativos e tem o potencial de aumentar a eficiência e melhorar a qualidade e a equidade das oportunidades de aprendizagem. Para aproveitar os benefícios da inovação, as políticas de educação e formação devem capacitar os indivíduos a inovar e adaptar-se às inovações.

Nesse sentido, os países da OCDE compartilham conhecimentos e experiências sobre o desenvolvimento e implementação de políticas efetivas, baseadas em evidências, que incentivem, facilitem e mensurem a inovação na educação. Tais conhecimentos e experiências sugerem que devem ser propostas tarefas interessantes e motivadoras que levem o aluno a olhar de modo diferente para a aprendizagem da matemática contribuindo, desse modo, para a melhoria e desenvolvimento de competências facilitadoras da sua vida em sociedade.

Alguns autores, como Boaler (2015) e Devlin (2011), defendem que a utilização de atividades lúdicas, como a prática de jogos educativos poderá contribuir para tornar a matemática mais interessante para o aluno, contribuindo para a sua motivação, fazendo com que este seja desafiado para ultrapassar as suas dificuldades ou consolidar os seus conhecimentos.

Borin (1996) refere que a utilização do jogo como atividade didática: "(...) é a possibilidade de diminuir os bloqueios apresentados por muitos de nossos alunos que temem a Matemática e sentem-se incapacitados para aprendê-la. Dentro da situação de jogo, onde é impossível uma atitude passiva e a motivação é grande, notamos que, ao mesmo tempo em que estes alunos falam matemática, apresentam também um melhor desempenho e atitudes mais positivas frente a seus processos de aprendizagem." (Borin, 1996, p.9).

Zeferino (2015) desenvolveu o jogo "Pife-Trigonométrico" para facilitar a aprendizagem da Trigonometria no ensino secundário. Este jogo adapta o tradicional jogo de cartas "Pife" para o ensino de Trigonometria. Nesse jogo, as cartas apresentam conceitos e problemas matemáticos, como cálculo de seno, cosseno e tangente de ângulos tabelados, além de identidades trigonométricas básicas. Os jogadores devem resolver os desafios matemáticos nas cartas para formar combinações corretas, seguindo as regras do jogo original. Nas observações realizadas, o autor notou que os alunos, ao envolverem-se em atividades lúdicas, demonstraram maior interesse e compreensão dos conceitos trigonométricos, evidenciando a importância de métodos inovadores para o ensino de matemática.

Segundo Vankúš (2007), há estudos que analisam a eficácia do ensino e que destacam a necessidade de desenvolver atividades ligadas à matemática que desenvolvam diversas competências e capacidades nos alunos. Estas tarefas deveriam ser utilizadas para promover e a atenção dos alunos, bem como para os influenciar positivamente, contribuindo para que os alunos tenham uma atitude, perceção e emoção positiva para com a disciplina de Matemática.

O jogo é uma atividade que pode ser implementada em aula para ensinar matemática e desenvolver o pensamento computacional, com a criação de tarefas didáticas em que os alunos podem criar, desenhar e jogar os jogos (Smith, 2020). A mesma autora refere que existe uma quantidade substancial de investigações que relatam que o jogo é uma ferramenta educacional poderosa no desenvolvimento académico dos alunos. Considera que jogos bem-criados dão aos alunos a oportunidade de aprofundar o seu conhecimento, explorar ideias, entender em vez de memorizar, promover o trabalho colaborativo com os pares para desenvolver e testar teorias.

Smith (2020) considera ainda que os jogos são atividades que designam o ambiente ideal de aprendizagem e que podem ser benéficas para os estudantes, e embora seja menos frequente a sua aplicação pode servir como uma ferramenta eficiente e alternativa no processo de aprendizagem.

De acordo com Festus e Adeyeye (2012), o papel dos jogos no ensino da matemática promove o enriquecimento de vocabulário matemático, diminui o tédio e torna a aula mais dinâmica e divertida, introduz novas ideias e conceitos, permite aos alunos uma melhor aceitação de diferentes modos de pensar, possibilita rever e reforçar os conteúdos matemáticos já aprendidos, aumenta o interesse e motivação para com a disciplina, melhora os hábitos de estudo e contribui para desenvolver a criatividade no uso da matemática. O jogo promove o envolvimento dos alunos na tarefa, o trabalho colaborativo e o espírito de entreajuda e, simultaneamente, desenvolve o sentido de competição entre jogadores, trabalhando assim de um modo geral, diversas capacidades matemáticas e sociais.

Embora a literatura enfatize os benefícios dos jogos educativos na aprendizagem e existam exemplos de professores que já os utilizam de forma criativa e eficaz, essa prática ainda não é amplamente disseminada nas salas de aula. Muitas vezes, o principal desafio está em questões como o tempo necessário para planear e adaptar atividades ao contexto curricular ou na perceção de que essas metodologias podem demandar maior esforço em comparação aos métodos tradicionais. Portanto, é essencial promover iniciativas que incentivem o uso de jogos como ferramenta pedagógica, destacando sua viabilidade e impacto positivo na motivação e compreensão dos alunos.

3.2 Breve contextualização histórica sobre Jogos educativos

O uso de jogos como ferramentas educacionais tem uma longa história, evoluindo significativamente ao longo do tempo. Desde a antiguidade, diversas culturas utilizavam jogos para ensinar capacidades essenciais, como estratégia e aritmética. No entanto, a formalização do uso de jogos na educação começou a ganhar interesse no século XX, com a crescente compreensão da psicologia educacional e das teorias de aprendizagem.

No contexto contemporâneo, a utilização de jogos educativos ganhou destaque com o avanço das teorias pedagógicas e da psicologia da educação. De acordo com Borin (1996), a introdução de jogos nas salas de aula surgiu como uma resposta à necessidade de tornar a aprendizagem mais atraente e menos intimidadora para os alunos, especialmente em disciplinas como a matemática, frequentemente considerada como difícil e abstrata.

3.3 Conceito de Jogo

De acordo com a Infopédia (2022), um jogo é uma "atividade lúdica executada por prazer ou recreio, divertimento, distração" ou uma "atividade lúdica ou competitiva em que há regras estabelecidas e em que os praticantes se opõem, pretendendo cada um ganhar ou conseguir melhor resultado que o outro".

Segundo Fouze e Amit (2018), para utilizar jogos no ensino de matemática é necessário o professor saber distinguir entre atividade e jogo. Gough (1999), refere que um jogo necessita de dois ou mais jogadores, que competem com o objetivo de obter uma vitória, sendo cada jogador capaz de tomar decisões e exercer essa decisão na forma como joga durante o jogo.

Assim, jogos como a "escada" em que o jogador simplesmente lança o dado, não exercendo qualquer opção nem toma decisões ou interaja com outros jogadores, não devem ser considerados como jogos.

Vankúš (2013), defende que o termo "jogo" tem inúmeras definições e é utilizado para descrever uma atividade divertida e de entretenimento, mas também como uma atividade humana onde não é necessário trabalho árduo e se obtém felicidade e satisfação, ou seja, uma forma de atividade diferente de trabalho ou estudo. Por sua vez, para Festus e Adeyeye (2012), um jogo não é um questionário, este deve ser realizado com informação que seja adequada, com estratégia, de modo que se torne uma atividade prazerosa e não algo que seja frustrante para os jogadores envolvidos.

As definições apresentadas têm em comum o facto de considerarem o jogo como uma atividade lúdica sujeita a regras, mas é necessário distinguir o ato de brincar e jogar.

Segundo Costa (2011), os jogos não são só uma forma de divertimento, mas também uma ferramenta que serve para contribuir e enriquecer o desenvolvimento intelectual. Para Lee (1996), os jogos que contêm conteúdo matemático podem não ser considerados jogos matemáticos. Tomemos como exemplo o "Scrabble", que se trata de um jogo que tem como objetivo ganhar o máximo de pontos possível ao criar palavras com as peças em mão; embora possa envolver alguma estratégia na maximização dos pontos, acaba por não ter como essência a matemática em aplicação. É desejável que um jogo matemático tenha as seguintes características (Lee, 1996):

1. Se assuma como um desafio contra um ou outros jogadores;
2. Tenha um objetivo e os jogadores tenham um limite de jogadas, jogadas resultantes de uma tomada de decisão, para atingir esse objetivo;
3. A existência de um conjunto de regras baseadas em ideias matemáticas e que regem o tipo de decisões que os jogadores podem realizar;
4. O jogo termina assim que o objetivo é atingido.

Caillois e Fortuna (2017) referem que todo o jogo é um conjunto de regras que determinam o que é e o que não é permitido no jogo, ou seja, o que é aceitável e o que é proibido.

3.4 Classificação dos Jogos Educativos

A classificação do jogo pode ser feita tendo em consideração diferentes aspetos, o tipo de material a ser utilizado na sua prática (físicos como de tabuleiro e cartas, digitais como na calculadora gráfica e computador), a fonte criativa (já pré-fabricados ou fabricados pelo professor ou alunos), a duração do jogo, entre outros.

Reconhecer esta diversidade de classificações é pertinente uma vez que permite uma consciencialização do tipo de jogo a ser implementando, onde, como e quando.

Esta classificação é fundamental para a escolha adequada do jogo a ser utilizado em contexto educacional. Jogos de tabuleiro e cartas, por exemplo, são ideais para atividades que envolvem interação social e estratégias colaborativas. Jogos digitais, por outro lado, podem oferecer simulações interativas e feedback imediato, tornando-os úteis para conceitos abstratos e experimentação virtual.

3.5 Teorias e modelos de aprendizagem baseada em jogos

As teorias de aprendizagem fornecem a base para o uso eficaz de jogos na educação. Entre as principais teorias que fundamentam a aprendizagem baseada em jogos estão as teorias construtivistas e socio-interacionistas.

Jean Piaget é um dos principais teóricos do construtivismo em que argumenta que a aprendizagem é um processo ativo onde os alunos constroem conhecimento a partir das suas experiências. A teoria de Piaget enfatiza a importância do jogo como um meio pelo qual as crianças podem explorar, experimentar e construir conhecimento sobre o que as rodeiam (Piaget, 1962).

Lev Vygotsky destacou a importância das interações sociais no desenvolvimento cognitivo. Segundo Vygotsky, a aprendizagem ocorre através do acompanhamento, como de professores e colegas, dentro do que ele chamou de Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP) (Vygotsky, 1978).

A teoria da atividade, desenvolvida por Aleksei Leontiev, é baseada na ideia de que a atividade humana é guiada por ferramentas e é direcionada por motivos. A aprendizagem é vista como uma atividade social e culturalmente orientada, onde as ferramentas (incluindo os jogos) desempenham um papel crucial (Leontiev, 1978).

3.6 Desenvolvimento de um jogo

Para Borin (1996), é importante que os jogos propostos não tenham um grau de dificuldade exagerada, que o objetivo deverá ser manter os alunos num processo de construção e mobilização do seu conhecimento através de um raciocínio matemático lógico e não no processo de aprenderem as regras do jogo.

Assim, o professor tem de ter em atenção qual o objetivo que pretende atingir ao selecionar o tipo de jogo que vai aplicar em aula, ou seja, é preciso ter em consideração se o jogo a ser aplicado está de acordo com as necessidades da turma em questão e com os objetivos matemáticos a desenvolver (Festus & Adeyeye, 2012). Tem ainda que se ter em consideração o momento em que se aplica o jogo, pois este deve ser aplicado após os conceitos matemáticos terem sido ensinados e após o desenvolvimento, por parte dos alunos, das capacidades necessárias.

Segundo Hartono et al. (2016), existem 4 passos para o desenvolvimento de um jogo:

- Pré-desenvolvimento dos dados

Analisar os dados recolhidos e a pesquisa desenvolvida para idealizar o conceito principal do jogo. Estes dados devem incluir o desenho, materiais e as suas regras básicas.

- Dados adicionais

Desenvolver uma ideia base do funcionamento do jogo, os materiais necessários e qual o seu objetivo. Construção de um protótipo, que será testado tendo em vista elementos que deverão ser adicionados e, ou melhorados.

- Testagem do Jogo

Testar o protótipo deverá ser testado por jogadores, que deverão fornecer feedback acerca de toda a sua experiência no jogo. Estes feedbacks deverão ser analisados e ser utilizados para uma melhoria do jogo.

- Refinamento dos dados após desenvolvimento do mesmo

Proceder à construção da versão final do jogo após uma última inspeção e teste, por forma a garantir a qualidade desejada.

Os passos referidos são a base da construção de jogos eletrónicos, mas para que tais passos possam ser melhor validados na construção de um jogo de matemática com fins educativos, será pertinente considerar um conjunto de professores ou alunos para a testagem, antes da implementação do mesmo.

Um exemplo prático de implementação é detalhado por Silva e Salvi (2011), descrevendo a criação e implementação de um jogo chamado "Mandala Trigonométrica" para ensinar

Trigonometria. Este jogo foi desenvolvido para tornar a aprendizagem de conceitos trigonométricos mais interativa e menos intimidante para os alunos. Para a sua implementação, os autores descrevem o processo desde o desenvolvimento do jogo para um tabuleiro, o desenvolvimento de regras de jogo, a testagem e feedback que era recolhido durante o jogo ajustando as regras para garantir a compreensão dos conceitos, até ao refinamento do jogo em que se realizaram ajustes finais.

3.7 Natureza do jogo e número de jogadores

Na sua natureza, de acordo com o objetivo, os jogos podem ser de cooperação, individuais ou competitivos (Fengfeng, 2006).

Um jogo cooperativo é caraterizado por uma estrutura em que os alunos trabalham em conjunto para ganhar uma recompensa, podendo ser uma simples vitória. Por sua vez, o estilo competitivo, como o nome o indica, é caraterizado por os alunos entenderem que serão comparados com outros alunos e que os melhores ganharão uma recompensa. Também, de acordo com Bettega et al. (2020), competir consiste no desafio, dedicação e busca de objetivos, ocorrendo num contexto de tensão e incerteza, influenciado por fatores que podem tanto motivar quanto desmotivar os participantes, sendo que não se baseia no ganhar ou perder, mas na possibilidade de fazer mostrar a sua evolução e participação na modalidade desportiva, na medida em que aprende a resolver problemas aprendendo com os erros realizados.

Por fim, o estilo individual entende-se como o jogo em que os alunos trabalham individualmente para ganharem uma recompensa.

De acordo com Lara (2004), durante um jogo competitivo, se o aluno não souber lidar com a situação de uma forma positiva, poderá trazer efeitos negativos na aprendizagem. Para evitar tal situação deverá o professor definir que o objetivo do jogo é promover o interesse pelo exposto e aprender. Por outro lado, alguns autores, e.g., Grando (2004), defendem que uma competição com jogos promove o interesse, a motivação e o envolvimento do aluno contribuindo para o desenvolvimento intelectual, afetivo e social em que conhecem os seus limites e como poderão superar os mesmos para ganhar o jogo. Para Fú (2022), o jogo competitivo, promove a transmissão de processos sociais e valores humanos. No entanto, o autor realça que o objetivo do jogo não é a competição em si, mas sim a utilização do elemento lúdico em prole da capacidade de dar prazer e divertimento ao participante.

O jogo coletivo é praticado por vários jogadores em simultâneo e a competição serve como um estímulo (Castro, 2008). Edo e Deulofeu (2006) referem que pelo facto de o jogo ser jogado por várias pessoas faz com que os jogadores se tentem corrigir uns aos outros, o que torna o papel do professor mais fácil e motiva os alunos.

No contexto educativo, a dimensão dos grupos deve ser pequena, tendo, no máximo, quatro ou cinco alunos (Abrantes, 1994). Esta dimensão facilita a consecução dos objetivos pretendidos uma vez que habitualmente os alunos estão distribuídos pela sala aos pares ou em mesas individuais. Para além disso, considera-se que em discussões, se o número for ímpar, existe um risco elevado de o terceiro aluno ser excluídos das discussões.

Borin (1996) considera que o jogo deve ser para dois ou mais jogadores. Sugere a organização de grupos de quatro alunos definindo duas equipas, pois esta formação facilitará a troca de informação e condicionará de uma forma positiva o desenvolvimento de conclusões, deduções e estratégias entre participantes bem como facilitará o trabalho do professor em observar, intervir e avaliar todo este processo.

Assim, de acordo com os dois autores referidos, os grupos de trabalho devem ser pequenos e em número par, pelo que a escolha de dois jogadores nesta investigação vai nesse sentido.

3.8 Benefícios e Desafios do Uso de Jogos na Educação Matemática

Os jogos educativos apresentam uma série de benefícios significativos no contexto da educação matemática, ao mesmo tempo em que trazem desafios que precisam ser abordados para uma implementação eficaz.

Um dos principais benefícios dos jogos educativos é o aumento da motivação e interação entre os alunos. Segundo Borin (1996), os jogos ajudam a transformar a sala de aula num ambiente mais interativo e dinâmico, permitindo a compreensão de conceitos matemáticos complexos através da prática lúdica. Borin argumenta que os jogos não só tornam a aprendizagem mais agradável, mas também promovem o desenvolvimento de capacidades essenciais na resolução de problemas, no pensamento lógico e na capacidade de trabalhar em equipa.

Tomaz et al. (2015) conduziram uma análise crítica de vários jogos educacionais aplicados ao ensino de Trigonometria. Eles constataram que jogos bem planeados e contextualizados podem efetivamente auxiliar no desenvolvimento das capacidades matemáticas dos alunos. Por exemplo, o "Bingo Trigonométrico" demonstrou ser eficaz na melhoria da compreensão dos conceitos do círculo trigonométrico e das funções seno, cosseno e tangente.

De acordo com Barros e Teixeira (2015), a aplicação de jogos na sala de aula sobre o domínio da Trigonometria desperta a atenção dos alunos, estimulando uma maior aprendizagem e fixação do conteúdo. Segundo a investigação realizada pelos autores referidos, a utilização de jogos possibilitou aos alunos aprimorar o cálculo mental, memorizar valores usuais de funções trigonométricas, e ampliar os conhecimentos referentes a números e operações. Barros e Teixeira (2015) destacam que os jogos tornam a matemática e as suas funções mais acessíveis e aplicáveis ao quotidiano dos alunos.

Silva e Salvi (2011) após terem realizado a implementação do seu jogo "Mandala Trigonométrica", defenderam que os alunos mostraram uma melhor compreensão dos conceitos trigonométricos, o jogo originou uma maior motivação e interação entre os alunos, bem como a colaboração e trabalho em equipa desenvolvendo as capacidades sociais dos alunos, obtendo um feedback dos alunos que acharam que o jogo tornou a matemática mais interessante.

No entanto, é necessário enfrentar desafios como a preparação, a resistência a métodos inovadores e a adaptação às necessidades individuais para garantir a eficácia dessa abordagem pedagógica.

Grando (2004) destaca que os jogos de matemática incentivam os alunos a aplicar conceitos teóricos em situações práticas, melhorando sua capacidade de pensar de forma lógica e estratégica. Ao resolver desafios propostos nos jogos, os alunos são estimulados a explorar diferentes abordagens e estratégias, o que contribui para o desenvolvimento de uma compreensão mais profunda dos conceitos matemáticos.

No entanto, a implementação de jogos educativos na sala de aula não está isenta de desafios. Um dos principais desafios é o tempo necessário para planear e preparar as atividades lúdicas. Grando (2004) aponta que o desenvolvimento de jogos educativos eficazes requer um investimento significativo de tempo e esforço por parte dos professores, que precisam adaptar os jogos aos objetivos pedagógicos e ao perfil dos alunos à saída da escolaridade obrigatória.

Alves e Biachin (2010), referem que os jogos são ótimos instrumentos para definir limites, promover a liberdade, ensinar a respeitar regras e contribuir para a formação de cidadãos.

3.9 Papel do professor durante o jogo

O papel do professor, é contribuir para a formação do aluno de modo que este adquira as competências necessárias para desempenhar adequadamente as suas funções em sociedade, pelo que o docente poderá ser considerado responsável pela formação dos cidadãos que a constituem (Ens & Donato, 2011).

Marcelo (2009) define a atividade de um professor como uma profissão determinada pelo conhecimento inerente ao local onde o professor trabalha, que determina parcialmente a sua competência profissional, que deve acompanhar o desenvolvimento da sociedade, bem como compromisso para com a aprendizagem dos alunos.

No contexto de implementação do jogo como estratégia didática, Buchheister et al. (2017) consideram que os professores deverão implementar atividades que desenvolvam o pensamento e discernimento matemático dos alunos. O papel do professor será ajudar os alunos a melhorar a sua capacidade de resolver problemas para que estes sejam capazes de desenvolver estratégias de uma forma autónoma, pesquisando e questionando ao longo do processo (Moursund, 2016).

Ao aplicar jogos em sala de aula, o professor deverá ter consciência dos alunos que têm dificuldades em dar seguimento ao que o professor está a propor, tendo este o papel de monitorizar, auxiliar e dar as instruções necessárias de modo a proporcionar ao aluno uma experiência de aprendizagem positiva.

Adicionalmente, é importante destacar que o docente desempenha um papel fundamental na promoção da participação ativa dos alunos, incentivando a colaboração e o trabalho em equipa. Durante o jogo, o professor também deve adaptar as instruções e estratégias de ensino de acordo com as necessidades individuais dos alunos, garantindo que todos tenham a oportunidade de contribuir e aprender (Buchheister et al., 2017).

O jogo na prática letiva é uma oportunidade de realizar uma avaliação contínua e formativa da aprendizagem, identificando áreas de dificuldade e fornecendo feedback construtivo para promover o desenvolvimento dos alunos ao longo do processo de aprendizagem (Buchheister et al., 2017).

Estas práticas ajudam a criar um ambiente de aprendizagem positivo e estimulante, no qual os alunos podem desenvolver capacidades de resolução de problemas e pensamento crítico de forma autónoma e colaborativa.

4 METODOLOGIA

4.1 Tipo de Pesquisa

Nesta secção, indicam-se os métodos, técnicas e instrumentos a utilizar na recolha de dados e de que forma estes estão relacionados com os objetivos desta investigação, apresentando também, diversos procedimentos de recolha e tratamento de dados onde serão referidas as técnicas e instrumentos a utilizar. Este estudo adota uma abordagem mista, combinando métodos qualitativos e quantitativos para proporcionar uma visão abrangente e profunda sobre a utilização de jogos educativos no ensino da Trigonometria. A escolha desta metodologia permite explorar as perceções dos participantes, bem como permite medir o impacto objetivo dos jogos na aprendizagem dos alunos.

De acordo com Neves (1996), a pesquisa quantitativa utiliza métodos de recolha de dados estruturados, uma análise estatística para quantificar relações entre variáveis e procura generalizações, enquanto a pesquisa qualitativa aplica métodos mais flexíveis e abertos, como entrevistas e observação participante, com o intuito de compreender a complexidade dos fenómenos em seus contextos naturais, valorizando a interpretação e descrição dos dados em vez da quantificação e generalização.

Segundo Bogdan e Biklen (1994) uma investigação qualitativa agrega diferentes estratégias de investigação que têm algumas caraterísticas em comum. Neste tipo de investigação, as questões são pré-formuladas na perspetiva de ponderar acerca dos fenómenos em contexto natural.

A pesquisa qualitativa oferece uma abordagem flexível e aprofundada para a exploração de fenómenos complexos nos seus contextos naturais, proporcionando uma compreensão mais rica e holística dos temas em estudo. Além disso, destaca-se a valorização da perceção dos participantes, procurando compreender os significados que atribuem às suas experiências (Creswell & Creswell, Research Design: Qualitative, Quantitative, and Mixed Methods Approaches, 2009).

Os métodos de recolha de dados na pesquisa qualitativa são diversos e poderão incluir entrevistas, observação participante, análise de documentos, entre outros, o que possibilita uma análise mais abrangente e contextualizada dos fenómenos investigados. Adicionalmente, na pesquisa qualitativa, a análise dos dados é frequentemente interpretativa, envolvendo a identificação de padrões, temas e significados emergentes, o que requer competências de reflexão e interpretação por parte do investigador. Essas características realçam a importância e a relevância da investigação qualitativa como uma ferramenta essencial para a compreensão aprofundada e significativa de fenómenos sociais e humanos.

A combinação de métodos qualitativos e quantitativos nesta investigação visa complementar a informação obtida, permitindo uma análise mais abrangente e contextualizada dos fenómenos investigados. De seguida, detalham-se os participantes, instrumentos de recolha de dados, procedimentos de recolha e análise de dados, bem como as considerações éticas envolvidas no estudo.

De acordo com Creswell e Creswell (2009), todos os métodos de recolha possuem algumas limitações e a mistura entre abordagens qualitativas e abordagens quantitativas advém da triangulação de dados, pretendendo diminuir essas limitações e, para além disso, a aplicação de uma diversidade de métodos leva a complementar a informação obtida e permite que o investigador trabalhe questões mais complexas.

No caso desta investigação, foram efetuados vários métodos de recolha de dados de caráter quantitativo como: questionário de resposta fechada e realização de testes de desempenho, bem como, foram realizadas técnicas de recolha de dados de caráter qualitativo como: diário de bordo, entrevista aberta e a observação.

Falar-se-á, de seguida, acerca da escolha dos participantes, estudo de caso, as técnicas e instrumentos de recolha de dados e os procedimentos para a sua recolha e análise.

4.2 Escolha dos participantes

Os participantes neste estudo foram escolhidos entre os alunos de uma turma do 11.º ano, composta por 26 estudantes. A escolha dos participantes visou garantir um número par de alunos disponíveis para cada situação de jogo, uma vez que cada partida requer a participação de dois alunos.

A escolha dos participantes foi baseada em critérios que vão além da mera disponibilidade de tempo. Procurou-se ter em consideração o interesse e o consentimento dos alunos para a sua participação neste projeto, uma vez que esses elementos são essenciais para assegurar que os participantes se envolvam de forma ativa e significativa no jogo, contribuindo assim para os objetivos da investigação.

No processo, para além desses fatores, foi tida em conta a diversidade no nível de conhecimento e proficiência dos alunos sobre o tema da Trigonometria. Procurou-se incluir estudantes com diferentes níveis de familiaridade com o conteúdo, desde aqueles que podem necessitar de mais apoio até àqueles que têm um domínio mais sólido da matéria. Esta abordagem visa enriquecer a experiência de jogo, promovendo a colaboração entre os participantes e proporcionando uma oportunidade para a troca de conhecimentos e aprendizagem entre pares.

Assim, a seleção cuidadosa dos participantes não garante apenas a representatividade da amostra, mas também contribui para a qualidade e relevância dos resultados obtidos no contexto deste estudo.

Portanto, para formar os grupos, a investigadora seguiu a literatura existente, assegurando que cada grupo fosse heterogéneo em termos de desempenho na disciplina de Matemática. Cada grupo foi composto por dois alunos, totalizando três grupos com um total de 6 alunos analisados. Este número de alunos por grupo foi escolhido para atender às exigências logísticas do estudo. A composição dos grupos permaneceu constante ao longo das duas sessões de jogo.

Não será especificado o nome dos alunos ou indicada qualquer especificidade que os identifique, tendo em consideração a Lei n.º 58/2019, de 8 de agosto, lei de proteção de dados.

4.3 Estudos de caso

Bogdan e Biklen (1994) referem que o método mais frequente na investigação qualitativa é o estudo de caso. Segundo Gerring (2007), o estudo de caso é uma estratégia de pesquisa que se caracteriza pela sua abordagem detalhada e inclusiva de um caso específico dentro do seu contexto real. Nessa metodologia, o investigador dedica-se a compreender profundamente o caso em questão, explorando as suas múltiplas facetas e nuances. Para alcançar essa compreensão, são utilizadas diversas fontes de dados e uma variedade de métodos de recolha e análise de informações. Essa abordagem permite capturar a complexidade do fenómeno estudado, fornecendo uma compreensão significativa e detalhada sobre o caso em análise.

Esta investigação recorre a estudos de caso, uma metodologia que, conforme Yin (2014) envolve uma investigação empírica e aprofundada de um fenómeno contemporâneo dentro de seu contexto da vida real, especialmente quando os limites entre o fenómeno e o contexto não estão claramente definidos. Esta abordagem procura compreender os detalhes complexos de um caso específico e pode ser particularmente útil para responder a questões do tipo "como" e "porquê". O estudo de caso geralmente envolve a recolha de múltiplos tipos de evidências e a análise cuidadosa desses dados para fornecer uma compreensão holística e aprofundada do fenómeno em estudo.

Note-se que num estudo de caso, durante a recolha de dados, o investigador pode assumir as funções de observador participante ou não participante.

Na presente investigação, foi adotado o método de estudo de caso para analisar a implementação de jogos educativos na consolidação do conteúdo no domínio da Trigonometria do 11.º ano segundo o currículo de Matemática A, de agosto de 2018. Esta escolha metodológica permite uma exploração detalhada das práticas pedagógicas, das experiências dos alunos e dos impactos educacionais resultantes da utilização dos jogos, uma vez que, a utilização de jogos educativos na aprendizagem e consolidação da Trigonometria é um fenómeno complexo que envolve múltiplas interações entre alunos, professores e o conteúdo educacional, desta forma, o estudo de caso permite capturar esta complexidade de maneira abrangente.

Adicionalmente, este método permite uma análise detalhada das práticas e experiências dentro deste contexto particular e a integração de diversas fontes de dados, incluindo entrevistas, observações, questionários e recolha documental. Esta abordagem de triangulação aumenta a validade dos resultados.

Para a implementação de estudo de caso nesta investigação, foi feita a escolha da turma do 11.º ano de Matemática A, numa escola secundária em Portugal, onde foi aplicada a atividade de investigação. De seguida foi realizada a recolha de dados através de diversos instrumentos e técnicas de recolha que serão apresentados posteriormente. Estes dados proporcionaram uma compreensão rica e detalhada da experiência e perceções dos alunos. Por fim, foi realizada uma análise de dados, através de diversas técnicas de análise com o objetivo de detetar padrões e temas emergentes, permitindo uma compreensão profunda das práticas pedagógicas e dos impactos dos jogos educativos na aprendizagem dos alunos.

4.4 Técnicas e instrumentos de recolha de dados

As técnicas e instrumentos de recolha de dados assumem um papel relevante para o estudo desta investigação. As técnicas e os instrumentos utilizados foram: entrevista semiestruturada, questionários, observação não participante, recolha documental, diário de bordo e realização de testes, onde a estagiária era a moderadora.

4.4.1 Questionário

Vaus (2001) considera um questionário como sendo uma ferramenta para recolha de dados por meio de perguntas estruturadas com o propósito de obter informações relativamente a um determinado tópico ou assunto de uma amostra. O autor considera também que existem diferentes tipos de questionários. Questionários estruturados, ou seja, com perguntas com formatos e ordens definidos, apresentando opções de resposta pré-determinadas. Por outro lado, há também questionários não estruturados ou abertos que permitem aos participantes que se expressem livremente, sem estarem restritos a opções de resposta. Para além destes, há questionários mistos, que combinam elementos de ambos os tipos referidos e, por fim, os questionários adaptados ou personalizados que se ajustam com base nas respostas dos participantes (Vaus, 2001).

Neste trabalho de investigação opta-se por um questionário estruturado com uma escala de classificação e resposta fechada.

Neste estudo, e em contexto pedagógico, foi proposto aos participantes que expressassem o seu grau de concordância ou discordância em relação a afirmações relacionadas com o jogo aplicado e questões de investigação. Cada item corresponde a uma afirmação específica sobre a relação entre o jogo e a aprendizagem da Matemática A, no domínio da Trigonometria, do currículo do 11.º ano de agosto de 2018, em que os participantes teriam de selecionar o valor que melhor representasse a sua opinião em relação a cada afirmação, variando de "Discordo totalmente (DT)" a "Concordo totalmente (CT)".

Imediatamente após a realização dos jogos, foi aplicado o questionário, cujas respostas são de resposta fechada, composto por 8 afirmações (Anexo L) com o objetivo de obter dados relativamente às opiniões e experiências dos alunos participantes, respondendo a algumas questões fundamentais para a presente investigação.

Assim, colocaram-se as seguintes a afirmações:

- "Gosto de matemática por ser útil e desafiante."
- "O jogo Trignodama ajudou-me a compreender melhor os conceitos básicos de Trigonometria (como seno, cosseno e tangente)."
- "Jogando Trignodama, aprendi novas formas de aplicar a Trigonometria em problemas práticos."
- "Costumo jogar jogos não digitais (tabuleiro, cartas, dominó, etc.) com a família e/ou amigos para nos divertirmos."
- " O jogo Trignodama tornou o estudo da Trigonometria mais divertido e motivador, ao aplicar conceitos que aprendi em sala de aula."
- " Após jogar Trignodama, sinto-me mais confiante em resolver problemas de Trigonometria."
- "As discussões e reflexões feitas, durante o jogo Trignodama, foram úteis para a minha aprendizagem ao nível da matemática."
- " Recomendo o uso do jogo Trignodama como uma ferramenta de aprendizagem para outros alunos que estão a estudar Trigonometria pois facilita a compreensão de conceitos complexos."

Com este conjunto de questões pretende-se que seja possível analisar o grupo de alunos escolhidos para este estudo, a fim de saber o grau de interesse na matemática, se existem algumas dificuldades na disciplina, em particular, nos conteúdos de Trigonometria na disciplina de matemática do 11.º ano, se é costume jogarem jogos físicos, se acham que a discussão, reflexão através de um jogo baseado nos conteúdos estudados de Trigonometria são bons instrumentos para melhorar as capacidades matemáticas e se promovem o interesse e empenho na disciplina.

Desta forma, obtém-se informações específicas sobre diferentes aspetos da experiência dos alunos no projeto, bem como o seu interesse pela disciplina, experiência em jogos não digitais e perceção sobre a utilidade de jogos na consolidação de conteúdos matemáticos. Esta abordagem diversificada de recolha de dados permitiu uma análise abrangente das experiências dos alunos neste estudo.

4.4.2 Observação participante e não participante

Segundo Bernard (2011), uma observação participante é uma técnica de investigação em que o investigador se envolve diretamente na situação que está a ser estudada, participando nas atividades e interagindo com os participantes de forma ativa. Nesta situação, o autor entende que o investigador obtém uma compreensão mais profunda das experiências e perspetivas dos participantes. No caso de uma observação não participante, Bernard (2011) define-a como uma pesquisa mais distanciada em que o investigador não se envolve diretamente nas atividades, nem interage ativamente com os participantes por forma a recolher informações objetivas sobre a dinâmica e comportamento do grupo estudado.

Na presente investigação, a observação participante foi implementada durante as sessões do jogo Trignodama. A investigadora esteve presente nas atividades, atuando como moderadora, esclarecendo dúvidas sobre as regras do jogo e incentivando os alunos a refletirem sobre os conceitos de trigonometria aplicados. Além disso, o investigadora observou as dinâmicas colaborativas entre os alunos, tomando notas detalhadas sobre os desafios enfrentados e as estratégias utilizadas para resolvê-los. Essa abordagem permitiu captar nuances importantes das interações e oferecer suporte quando necessário, sem comprometer a autonomia dos participantes.

4.4.3 Entrevista

As entrevistas são um instrumento valioso na recolha de dados qualitativos, permitindo aos investigadores explorar em profundidade as perceções, opiniões e experiências dos participantes. De acordo com Creswell e Creswell (2009), as entrevistas qualitativas são utilizadas para obter dados ricos e detalhados sobre os fenómenos em estudo, facilitando uma compreensão mais profunda e abrangente dos temas investigados. As entrevistas semiestruturadas, em particular, combinam perguntas preparadas com a flexibilidade de explorar tópicos emergentes durante a conversa, proporcionando um equilíbrio entre estrutura e profundidade.

Na presente investigação, foram realizadas entrevistas semiestruturadas com os alunos participantes. Esta escolha foi feita devido à necessidade de capturar as perceções e experiências individuais dos alunos sobre o uso de jogos educativos na aprendizagem da Trigonometria. As entrevistas semiestruturadas permitem que os alunos expressem livremente as suas opiniões e sentimentos, ao mesmo tempo em que garantem que todos os tópicos relevantes sejam abordados de forma consistente.

As entrevistas foram orientadas de modo a incluir perguntas abertas sobre a experiência dos alunos com os jogos educativos, as suas perceções sobre a eficácia dos jogos na aprendizagem de Trigonometria e sugestões para melhorias futuras. As perguntas foram realizadas durante e após a implementação das sessões de jogo, desenhadas para estimular respostas detalhadas e reflexivas, permitindo ao investigador captar a complexidade das experiências dos alunos. Os registos foram realizados em papel pelo investigador, acompanhados de um registo no diário de bordo do investigador.

Entre as questões colocadas aos alunos, destacam-se:

- O que achou do jogo?
- Quais as dificuldades que teve durante o jogo?
- Considera que o jogo o ajudou a relembrar e consolidar a Trigonometria?

4.4.4 Diário de bordo

Para a recolha de dados foram utilizados diversos instrumentos, incluindo o diário de bordo. O diário de bordo é uma ferramenta essencial na pesquisa qualitativa, permitindo ao investigador registar observações, reflexões e experiências durante o processo de investigação.

Segundo Creswell (2007), o diário de bordo permite capturar detalhes contextuais e reflexões pessoais que enriquecem a compreensão do fenómeno estudado. Esta técnica é particularmente útil para documentar as perceções e interações do investigador no campo, fornecendo uma fonte valiosa de dados qualitativos.

Patton (2002) destaca a importância de manter um diário de bordo para recolher dados ricos e contextuais. O autor enfatiza como os diários de bordo ajudam os investigadores a refletir sobre suas próprias experiências e interpretações, contribuindo para uma análise mais profunda e autêntica.

Yin (2014) discute a utilização de diários de bordo no contexto de estudos de caso, sublinhando a necessidade de manter registos detalhados e sistemáticos para garantir a rigorosidade da investigação. O autor refere que os diários de bordo podem fornecer uma narrativa contínua das atividades e reflexões do investigador, complementando outras formas de recolha de dados.

Para esta investigação, foi mantido um diário de bordo ao longo de todo o processo de recolha de dados. Este diário incluiu anotações diárias sobre as observações em sala de aula durante a lecionação do tema Trigonometria, bem como durante as aulas utilizadas para aplicação do jogo Trignodama, para o teste e questionário, registando interações com os alunos e reflexões sobre o tema da Trigonometria lecionado, bem como a implementação do jogo educativo, neste caso o Trignodama. As anotações foram revistas e analisadas para identificar padrões e temas emergentes que contribuíram para a compreensão do impacto dos jogos na aprendizagem da Trigonometria.

4.4.5 Recolha documental

A recolha documental envolve a recolha e revisão de documentos relevantes para o contexto da investigação, tais como relatórios educativos, planos de aula, e outros materiais escritos.

Segundo Bowen (2009), a recolha documental é uma técnica de investigação qualitativa que pode fornecer uma compreensão rica e detalhada do fenómeno estudado. Esta técnica permite a triangulação dos dados recolhidos por outros métodos, como entrevistas e observações, aumentando a validade e a profundidade da análise.

Creswell e Creswell (2009) sugere que os documentos podem ser utilizados para complementar os dados obtidos por meio de entrevistas e observações, fornecendo informações contextuais adicionais e permitindo uma análise mais completa dos temas investigados. Além disso, Patton (2002) destaca a importância de recolher documentos para que seja possível a análise a fim de entender as práticas e os contextos institucionais que influenciam o fenómeno em estudo.

Para esta investigação, a recolha documental incluiu a revisão de planos de aula, relatórios de desempenho dos alunos, e materiais didáticos utilizados na aplicação do jogo de Trigonometria (folha de registos). Estes documentos foram analisados para auxiliar na compreensão em como os jogos educativos foram integrados no currículo e como eles influenciaram a aprendizagem dos alunos.

Durante o jogo, os alunos registaram as suas jogadas numa folha de registos para facilitar a análise dos dados relacionados com o desempenho e os momentos de aprendizagem. Esta folha denominada de folha de respostas (Anexo K) é composta por diversos campos, incluindo o nome do jogador e o nome do seu parceiro de jogo. A folha também possui uma tabela dividida em três colunas: "Cartão n.º" (para registar o número do cartão para o qual teve de responder a uma questão, se aplicável), "Cor" (para indicar a cor do desafio: rosa, azul, verde ou amarelo) e "Resposta" (para a resposta dada pelo jogador).

Figura 4.4.1: Folha de respostas para cada aluno.

Folha de respostas

Joguei com: ________________ **Nome do jogador: ________________**

Cartão n.º	Cor	Resposta

Fonte: Própria.

A maioria dos alunos participantes utilizou o verso da folha para fazer anotações adicionais que os ajudassem a resolver os desafios propostos.

As jogadas foram também registadas em fotografia e áudio, diversificando e enriquecendo, assim, a recolha de dados e proporcionando uma compreensão mais abrangente das interações dos participantes e do ambiente de aprendizagem.

4.4.6 Testes

Os testes são ferramentas essenciais na recolha de dados para pesquisas académicas, podendo assumir tanto uma abordagem qualitativa quanto quantitativa, dependendo do contexto e dos objetivos do estudo.

Creswell e Creswell (2009) consideram que os testes aplicados no âmbito qualitativo, são utilizados para estudar minuciosamente as perceções, opiniões e experiências dos participantes. Por meio de perguntas abertas e respostas descritivas, os pesquisadores procuram dados ricos e detalhados sobre o fenómeno em estudo permitindo uma compreensão mais profunda dos temas investigados.

Segundo Cohen et al., (2007), os testes num contexto quantitativo, são utilizados para medir variáveis de forma objetiva e sistemática, utilizando escalas de pontuação ou respostas fechadas para quantificar características, comportamentos ou opiniões dos participantes. Esses testes são úteis para recolher dados numéricos que podem ser analisados estatisticamente para uma abordagem mais objetiva e mensurável.

Ambos os tipos de testes têm suas aplicações específicas e podem fornecer perceções valiosas para a pesquisa. Enquanto os testes qualitativos exploram a complexidade e profundidade dos fenómenos estudados, os testes quantitativos permitem uma análise mais objetiva e uma comparação sistemática entre diferentes grupos ou condições.

Nesta investigação foram utilizados os testes no sentido qualitativo, podendo assim obter uma melhor perceção da interpretação e compreensão dos alunos. Como este teste não foi aplicado como meio de avaliação e apenas para efeitos desta investigação como meio de diagnóstico, foi denominado de ficha formativa.

Como tal, antes de aplicar as sessões de jogo, foi realizado uma ficha formativa na aula do dia 26 de maio de 2023, aplicado a todos os alunos da turma principal do 11.º ano.

Esta ficha formativa (Anexo H) é constituída por 4 perguntas, 3 delas de escolha múltipla e uma na ótica de jogo, sendo que o aluno deveria apresentar uma justificação pela aceitação ou rejeição nas escolhas feitas. Este instrumento tinha como objetivo medir as competências dos vários elementos da turma, no domínio da Trigonometria.

A primeira questão era direta, consistia em identificar o sinal de algumas operações entre duas funções trigonométricas, quando a amplitude se encontra num determinado quadrante.

A segunda pergunta era orientada para os jogos e exigia não só conhecimento dos sinais das funções trigonométricas em todos os quadrantes, mas também na compreensão da importância desse conhecimento para ter sucesso no jogo proposto.

Na terceira questão, um pouco mais indireta, era necessário que o aluno entendesse quando a função atinge determinados valores e a sua monotonia.

Por fim, era colocada uma situação expressa em diversos gráficos onde o aluno tinha de identificar qual o gráfico que se ajustava à situação descrita e para tal o aluno deveria saber o conceito de período de uma função, ter um pensamento crítico em relação aos gráficos apresentados e como o período e extremos de uma função podem ser vistos nos gráficos representados num referencial cartesiano.

Relativamente à primeira questão, o principal objetivo era analisar se os alunos conseguiam localizar as respetivas funções trigonométricas no intervalo indicado. No caso da segunda, pretendia-se que o aluno identificasse as funções que tinham o mesmo sinal para todo o valor de x. Adicionalmente, na terceira, solicitava-se que identificassem a afirmação verdadeira em que relacionavam as operações entre funções trigonométricas inseridas num dado intervalo. Por fim, na última questão, apresentava-se uma situação real que se relacionava com este tema e que identificassem qual a representação gráfica correta associada ao problema indicado. Todas estas questões necessitavam de justificação para avaliar também o pensamento crítico e capacidade de análise do aluno.

4.5 Jogo aplicado

Para atender aos objetivos desta investigação, a criação e construção dos jogos aplicados seguiram os critérios estabelecidos por Hartono (2016). Esses jogos foram desenvolvidos pela própria investigadora, assegurando que os princípios metodológicos fossem rigorosamente aplicados conforme o referencial teórico utilizado.

Inicialmente, desenvolveu-se um esboço das regras e ideias do jogo, delineando os principais objetivos e mecânicas que se pretendiam alcançar. Esse esboço serviu como ponto de partida para a criação do protótipo inicial do jogo.

Com o protótipo em mãos, conforme Salen e Zimmerman (2004) referem, é necessário testar o jogo para ter uma noção prática do protótipo e entender se algo tem de ser alterado de modo a aproximar-se cada vez mais do plano final, não deve ser apenas pensado de forma abstrata, mas também experimentado.

Figura 4.5.1: Mesa de jogo para triagem na sua fase final.

Fonte: Própria.

A Figura 4.5.1 apresenta a mesa de jogo utilizada durante a aplicação do Trignodama, mostrando sua configuração na fase final de desenvolvimento. Esta configuração foi projetada para facilitar a interação entre os alunos e garantir a aplicação prática dos conceitos trigonométricos ensinados.

Assim, realizaram-se vários testes práticos para avaliar a sua jogabilidade e identificar possíveis falhas ou áreas a melhorar. Estes foram realizados ao longo de vários fins de semana, nos meses de janeiro a março, os jogadores selecionados para o teste eram alunos do 11.º ano, com resultados medianos à disciplina de Matemática A, que frequentavam um centro de estudos e que se voluntariaram para esse efeito. Durante esses testes, foi observado atentamente o desempenho dos jogadores e recolhidos *feedbacks* sobre suas experiências.

Com base nos resultados desses testes e no *feedback* recebido, foram realizados ajustes e correções no jogo, refinando as regras, mecânicas e componentes conforme necessário. Esse processo de teste e correção foi repetido várias vezes até que o jogo estivesse jogável (Figura 4.5.1) e atendesse aos objetivos pretendidos.

Ao longo desse processo, foi essencial manter uma abordagem flexível e adaptável, permitindo ajustar e modificar o jogo conforme necessário para garantir uma experiência de jogo satisfatória para os jogadores.

Ao final do processo de construção, o jogo ficou pronto para ser implementado e utilizado como instrumento de investigação em sala de aula.

Este método de construção do jogo baseado em testes práticos e interações frequentes permitiu criar um jogo alinhado com os objetivos educacionais definidos.

4.5.1 Divisão dos Grupos

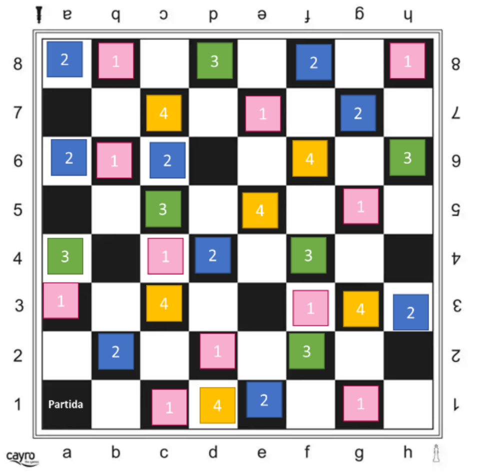
Os diversos pares foram formados para incluir diferentes níveis de competência no domínio da Trigonometria do 11.º ano segundo o currículo de Matemática A, de agosto de 2018, selecionando-se combinações onde alguns alunos mostraram ter o mesmo nível de conhecimento segundo o teste realizado antes da aplicação do jogo. Não foi necessária intervenção para que esta situação estivesse em vigor, uma vez que os alunos, por iniciativa própria, formaram grupos constituídos da seguinte forma: o grupo 1 composto pelos alunos A e J, o grupo 2 composto pelos alunos B e C, e o grupo 3 composto pelos alunos D e E. Cada grupo é constituído por dois elementos que jogarão entre si. As letras utilizadas para designar os alunos não têm qualquer ligação com seus nomes ou género.

Observou-se que a evolução dos alunos variou entre os grupos, com mudanças mais significativas em alguns casos do que em outros. Com base no nível de dificuldades, tipo de perguntas colocadas à professora investigadora e as estratégias utilizadas pelos vários grupos, optou-se por estudar os três casos seguintes: o grupo 1, o grupo 2 e o grupo 3, conforme a constituição indicada acima. Esta escolha visa obter resultados mais abrangentes e analisar a aplicação do jogo como ferramenta de consolidação de conhecimentos.

4.5.2 Regras do jogo - Trignodama

O tabuleiro de jogo apresentado na subsecção anterior e, cujo esboço podemos visualizar na Figura 4.5.2, resulta de uma adaptação feita do tabuleiro de xadrez, composto por 64 quadriculas iguais, 8 por 8, em que metade são brancas e as restantes são pretas. A casa da partida é definida pela casa A1 do tabuleiro.

Figura 4.5.2 Esboço do jogo a ser utilizado nesta investigação.



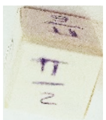
Fonte: Própria.

A Figura 4.5.2 apresenta o esboço inicial do tabuleiro de jogo Trignodama, desenvolvido para facilitar o ensino de Trigonometria. O jogo foi estruturado com base em princípios de aprendizagem lúdica para motivar os alunos e consolidar os conceitos de seno, cosseno e tangente.

O jogo tem os seguintes componentes para além do tabuleiro acima mencionado:

- 3 dados cúbicos: A, B e C:
    - A com as faces $\left\{\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}, 0, \frac{\pi}{4}\right\}$,

Figura 4.5.3: Dado A.



Fonte: Própria.

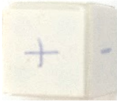
-
    - B com as faces $\left\{0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3}{2}\pi, 2\pi, \pi\right\}$,

Figura 4.5.4: Dado B.

Fonte: Própria.

-
    - C com as faces {+, -, +, -, +, -},

Figura 4.5.5: Dado C.



Fonte: Própria.

As Figuras 4.5.3, 4.5.4 e 4.5.5 representam os dados A, B e C utilizados no Trignodama. Cada face dos dados contém valores ou símbolos relacionados às funções trigonométricas, que os alunos precisavam interpretar para determinar os movimentos no tabuleiro.

- 2 discos de jogo identificados com "P1" e "P2", cada disco tem duas faces, uma das faces está identificada de "cos" e a outra de "sen",
- 11 cartões quadrados de cor rosa com o número 1,
- 9 cartões quadrados de cor azul com o número 2,
- 6 cartões quadrados de cor verde com o número 3,
- 6 cartões quadrados de cor amarela com o número 4,
- 1 baralho constituído por 40 cartas numeradas de 1 a 40.

Figura 4.5.6: Discos de jogo e cartões numerados.

Fonte: Própria.

A Figura 4.5.6 mostra os discos de jogo e cartões numerados utilizados no jogo Trignodama. Esses materiais foram implementados para a movimentação no tabuleiro, conectando conceitos matemáticos com ações práticas no jogo.

Em primeiro lugar, os jogadores devem baralhar as 40 cartas e colocá-las viradas para baixo ao lado do tabuleiro. Em seguida, todos os cartões quadrados devem ser virados para baixo e baralhados sobre o tabuleiro, garantindo que sejam colocados aleatoriamente e que não haja mais de um cartão por casa. É importante também não colocar nenhum cartão sobre a casa de partida. Por fim, cada cartão deve ser virado para cima, de modo que a face colorida de cada cartão seja visível em suas respetivas casas no tabuleiro.

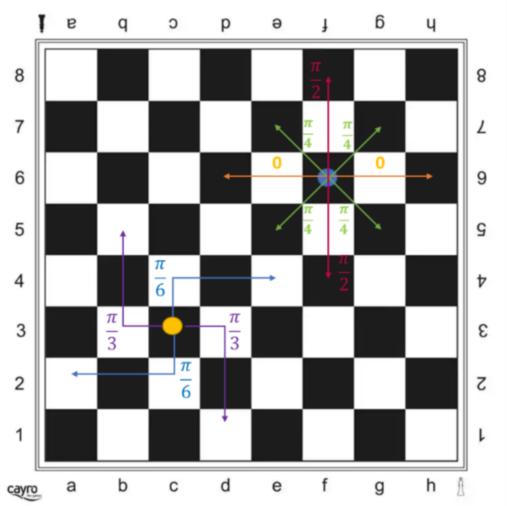
O jogador a iniciar pode ser decidido entre jogadores, o mais novo ou através do número de um dos dados.

O jogador inicia o seu turno lançando o dado A. Mediante o resultado, pode optar por virar o seu disco com a face "sen" virada para cima, ou "cos", consoante o que lhe for mais conveniente, uma vez que essa decisão pode influenciar o movimento da sua peça.

Movimento do Disco:

- O movimento do disco é determinado pela função trigonométrica virada para cima e pelo resultado do dado A.
- Os movimentos são diferenciados para as funções seno e cosseno:
    - Cosseno:
        - 0: move 2 casas na horizontal (esquerda/direita),
        - $\frac{\pi}{4}$: move 1 casa na diagonal,
        - $\frac{\pi}{3}$: move 1 casa na horizontal + 2 na vertical,
        - $\frac{\pi}{6}$: move 2 casas na horizontal + 1 na vertical,
        - $\frac{\pi}{2}$: move 2 casas na vertical.
    - Seno:
        - Movimentos similares, mas em direções contrárias para $\frac{\pi}{6}$ e $\frac{\pi}{3}$.

Figura 4.5.7: Esboço do deslocamento da dama, segundo a face "cos".



Fonte: Própria.

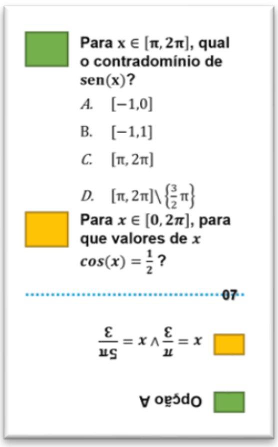
A Figura 4.5.7 mostra o deslocamento de uma peça no jogo Trignodama, conforme a face 'cos'. Este movimento está diretamente relacionado ao cálculo de valores de cosseno para ângulos tabelados, permitindo que os alunos visualizem e reforcem os conceitos trigonométricos de maneira prática.

O jogador realiza uma ação se, na casa para a qual deslocou o seu disco, houver um cartão colorido numerado. Caso contrário, passará a vez ao jogador seguinte.

Ações com Peças Coloridas:

- Peça Rosa (1 ponto): O jogador escreve a função trigonométrica e o ângulo obtido pelo dado A. Se acertar, recolhe a peça.
- Peça Azul (2 pontos): O jogador lança os restantes dados e escreve a operação e o resultado trigonométrico (dado A + dado C + dado B). Se acertar, recolhe a peça.
- Peça Verde (3 pontos): O jogador oponente retira uma carta do baralho e lê uma questão de resposta fechada ao jogador, que deve responder corretamente para recolher a peça.
- Peça Amarela (4 pontos): Semelhante à peça verde, mas com questões abertas.

Figura 4.5.8: Carta de jogo.



Fonte: Própria.

A Figura 4.5.8 apresenta uma carta utilizada no jogo Trignodama, que contém desafios relacionados a ângulos tabelados e relações trigonométricas. Esta carta foi projetada para promover o raciocínio lógico e a aplicação direta dos conceitos aprendidos em sala de aula.

O jogo termina quando um dos jogadores atinge 30 pontos com a acumulação de cartões numerados recolhidos, sendo declarado o vencedor.

É essencial dispor de um local com espaço adequado para a realização do jogo. Além disso, é conveniente que cada grupo tenha uma calculadora para verificar as suas respostas em relação às operações e cálculos exigidos pelos cartões numerados 1 e 2. No início de cada sessão de jogo, foi distribuída uma folha de resposta a cada aluno. Esta folha serviu como controlo das jogadas realizadas, bem como rascunho para os cálculos e apoio ao raciocínio dos alunos.

Por fim, será fundamental a disponibilização de instruções sobre as regras do jogo e os procedimentos a serem seguidos pelos participantes. Essas instruções devem ser elaboradas de forma clara e concisa, garantindo que os jogadores compreendam completamente as diretrizes do jogo e possam participar adequadamente no jogo e no estudo.

4.5.3 Aplicação do jogo - Trignodama

Este jogo tem como tema a Trigonometria do 11.º ano, mais especificamente a redução ao primeiro quadrante, as relações trigonométricas, o domínio, o contradomínio, a paridade de funções trigonométricas, as derivações da fórmula fundamental da Trigonometria e as equações trigonométricas, de acordo com os conteúdos expostos no currículo de Matemática A do 11.º ano, de agosto de 2018.

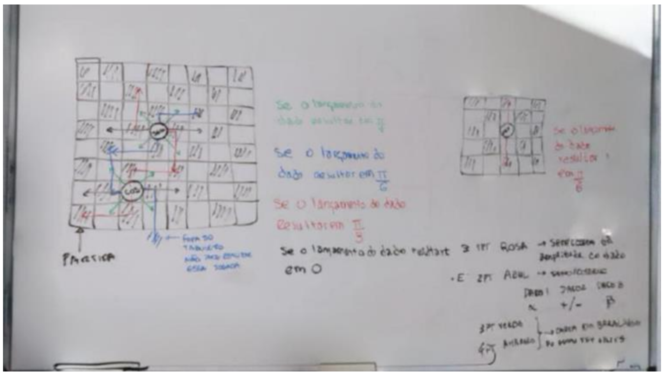
Os alunos participantes no jogo combinaram com a investigadora a realização da atividade numa data posterior à da realização da ficha formativa, que não fazia parte do horário normal de aulas. A atividade foi realizada numa sala da escola, garantindo um ambiente adequado e sem interrupções para a condução do jogo.

Como tal, no dia 13 de junho de 2023, aplicou-se o jogo pela primeira vez.

Primeiramente, antes da sua aplicação, foi apresentada uma revisão sobre o domínio da Trigonometria, respondendo-se a questões colocadas pelos alunos sobre dúvidas relacionadas com o tema. Estas dúvidas teriam também em consideração algumas das questões que os alunos não souberam responder, justificar corretamente, não entenderam, ou estavam completamente esquecidos. Para além disso, serviu também como registo no diário de bordo, para a investigadora.

Embora as regras de jogo (Anexo I e Anexo J) façam parte do material entregue a cada um dos alunos junto ao restante material de jogo, foi feita uma exposição no quadro (Figura 4.5.9), para tornar mais claro os objetivos, regras e procedimentos do jogo, cuja necessidade foi destacada por Salen e Zimmerman (2004).

Figura 4.5.9: Fotografia do quadro com a explicação dos movimentos do jogo.



Fonte: Própria.

A Figura 4.5.9 apresenta o quadro utilizado para demonstrar aos alunos os movimentos possíveis no jogo Trignodama, relacionando cada um deles aos conceitos de seno, cosseno e tangente. Essa visualização inicial foi essencial para garantir a compreensão das regras e da conexão com os conceitos matemáticos.

Salen e Zimmerman (2004) argumentam também que é crucial que os alunos tenham uma compreensão clara das regras do jogo, pois regras bem definidas tornam o jogo acessível a uma ampla diversidade de jogadores e promovem a igualdade entre os participantes. Isso permite um fluxo de jogo mais suave e facilita o uso do jogo como uma prática mais eficaz no processo de aprendizagem do aluno.

Assim, é essencial que a estrutura e as regras do jogo sejam bem compreendidas para que os alunos possam desfrutar de uma experiência educativa mais rica e satisfatória.

Após a primeira sessão, foi ainda jogada uma outra, repetindo todo o processo de jogo, proporcionando aos alunos uma nova oportunidade de jogar, podendo melhorar e consolidar a compreensão das regras e procedimentos referentes ao jogo e simultaneamente verificar-se se a sua reação e desempenho são idênticos ou diferentes relativamente à primeira sessão.

5 APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DE DADOS

A análise dos dados requer uma abordagem cuidadosa e sistemática, a fim de identificar padrões e entender os significados implícitos. Esta análise crítica e reflexiva dos dados é essencial para alcançar conclusões sólidas e elaborar interpretações precisas dos resultados da investigação.

Segundo Bogdan e Biklen (1994), a participação dos investigadores pode variar em termos de envolvimento, não sendo necessária a participação direta dos participantes. Esta pode ser desempenhada pelo investigador com diferentes graus de implicação, variando de acordo com as necessidades da situação em questão. Em certos momentos, essa participação pode ser menor, enquanto noutros momentos pode ser mais intensa.

Na investigação realizada foram utilizadas várias técnicas de recolha de dados, combinando elementos qualitativos e quantitativos a fim de proporcionar uma compreensão abrangente das experiências dos alunos no contexto do jogo de consolidação de conteúdos sobre Trigonometria de 11.º ano, segundo o currículo de Matemática A, de agosto de 2018.

Neste capítulo, procede-se à análise dos estudos de caso. Nas transcrições apresentadas, cada aluno participante é identificado por uma letra e a investigadora pela letra I.

5.1 Grupo 1

Neste grupo, dois alunos foram caracterizados em termos de desempenho académico: o aluno A e o aluno J. O aluno A é considerado um aluno mediano, tendo terminado o 10.º ano com uma avaliação de desempenho de 12 valores. Por outro lado, o aluno J, com resultados um pouco superiores, apresentou uma avaliação de 15 valores no mesmo ano letivo. Esta diferença nas avaliações sugere que, durante as atividades do jogo educativo Trignodama, a dinâmica entre os dois alunos poderá ser complementar, com o aluno J possivelmente auxiliando o aluno A, promovendo um ambiente de aprendizagem colaborativo e eficaz.

5.1.1 Análise da ficha formativa

Em relação à ficha formativa aplicada anteriormente ao jogo, denotou-se algumas áreas em que os alunos poderiam melhorar no domínio da Trigonometria. Relembrando que esta ficha formativa é constituída por 4 questões de resposta aberta.

Figura 5.1.1: Primeira questão da ficha formativa realizada.

1. Seja $x \epsilon \left]\pi, \frac{3\pi}{2}\right[$, qual das seguintes expressões designa um número real positivo?

(I) $\operatorname{sen} x + \cos x$ **(III)** $\frac{\cos x}{\operatorname{tg} x}$

(II) $\operatorname{tg} x - \operatorname{sen} x$ **(IV)** $\operatorname{sen} x \times \operatorname{tg} x$

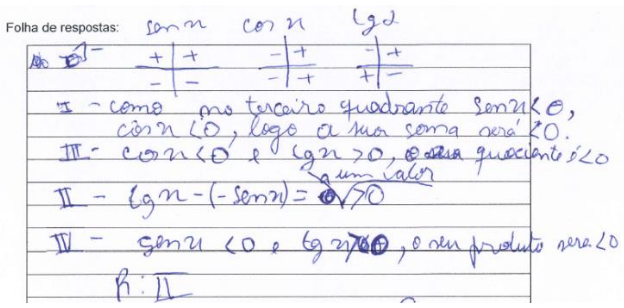
Elabore uma composição na qual:

- Identifique a afirmação correta;
- Explique o raciocínio que conduz à afirmação correta;
- Refira as razões pelas quais rejeita cada uma das restantes afirmações.

Fonte: Própria.

O aluno A responde (Figura 5.1.2) a esta questão (Figura 5.1.1) demonstrando um conhecimento do sinal de cada função trigonométrica em cada quadrante, selecionando a opção correta e demonstrando de uma forma sucinta, a razão pela qual não escolheu as outras opções.

Figura 5.1.2: Resposta dada pelo aluno A à primeira questão da ficha formativa realizada.



Folha de respostas: sen x cos x tg x

I - como no terceiro quadrante sen x < 0, cos x < 0, logo a sua soma será < 0.

III - cos x < 0 e tg x > 0, o seu quociente é < 0

II - tg x - (- sen x) = um valor > 0

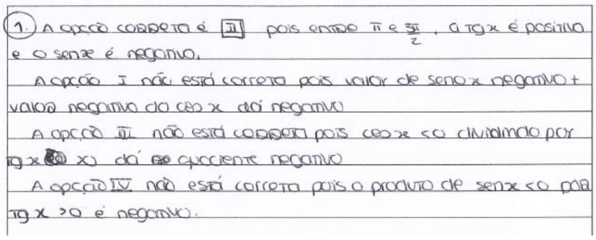
IV - sen x < 0 e tg x > 0, o seu produto será < 0

R: II

Fonte: Própria.

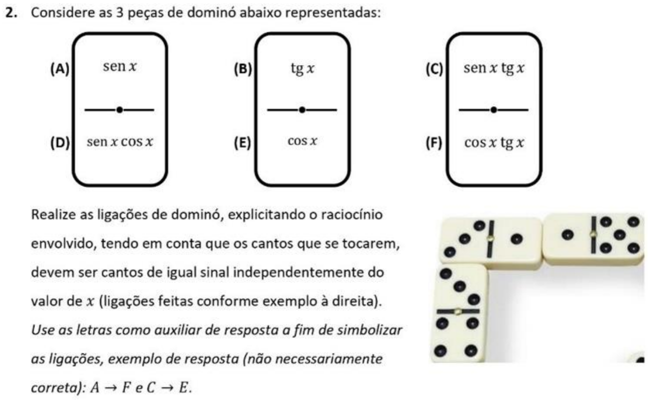
Enquanto o aluno J, de uma forma mais organizada também justifica a sua escolha, bem como explica a razão pela qual não optou por nenhuma das outras opções.

Figura 5.1.3: Resposta dada pelo aluno J à primeira questão da ficha formativa realizada.



Fonte: Própria.

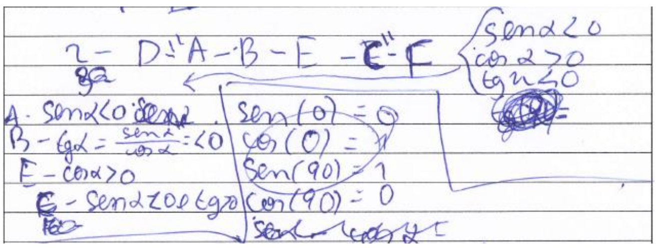
Figura 5.1.4: Questão 2 da ficha formativa realizada.



Fonte: Própria.

Em relação à segunda questão (Figura 5.1.4), o aluno A, embora tenha demonstrado na questão anterior, um entendimento em relação ao círculo trigonométrico, demonstra (Figura 5.1.5) ter dificuldade em associar o sinal de operações entre funções trigonométricas em todos os quadrantes. No entanto, a resposta final que apresentou estava quase correta.

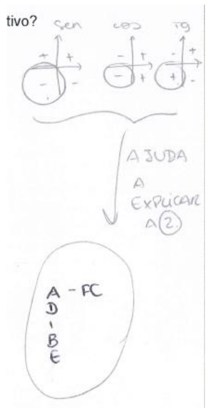
Figura 5.1.5: Resposta do aluno A à pergunta 2 da ficha formativa realizada.



Fonte: Própria.

Comparativamente, o aluno J apresentou um esquema de sinais (Figura 5.1.6) em relação a cada uma das funções trigonométricas, para auxiliar na sequência das peças a escolher, chegando a uma sequência correta.

Figura 5.1.6: Resposta do aluno J à pergunta 2 da ficha formativa realizada.



Fonte: Própria.

Para avaliar a compreensão dos alunos sobre os conceitos trigonométricos, foi também apresentada a seguinte questão:

Figura 5.1.7: Questão 3 da ficha formativa realizada.

3. Considere um ângulo de amplitude $\alpha \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[$ tal que $\operatorname{sen}\alpha - \cos\alpha > 0$.

Relativamente a $\operatorname{tg}\alpha$, qual das afirmações seguintes é necessariamente verdadeira?

(I) $\operatorname{tg}\alpha > 1$ **(II)** $\operatorname{tg}\alpha > \sqrt{3}$

(III) $\operatorname{tg}\alpha < \sqrt{3}$ **(IV)** $\operatorname{tg}\alpha < 1$

Elabore uma composição na qual:

- Identifique a afirmação correta;
- Explique o raciocínio que conduz à afirmação correta;
- Refira as razões pelas quais rejeita cada uma das restantes afirmações.

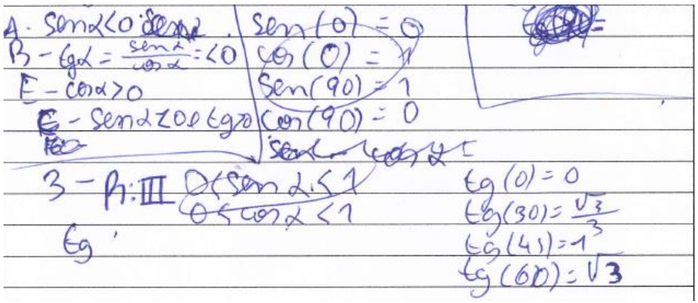
Fonte: Própria.

A resposta correta que deveria ser dada por um aluno para essa questão, deverá ser algo equivalente a:

A afirmação correta é (I) $\tan\alpha > 1$. Dado que α está no intervalo $]0, \frac{\pi}{2}[$, tanto $\sin\alpha$ quanto $\cos\alpha$ são positivos, e a condição $\sin\alpha - \cos\alpha > 0$ implica que $\sin\alpha > \cos\alpha$. Sabendo que $\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$ e que $\sin\alpha > \cos\alpha$, concluímos que $\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} > 1$. As restantes afirmações podem ser rejeitadas por diversas razões: (II) $\tan\alpha > \sqrt{3}$ é mais restritiva do que $\tan\alpha > 1$ e não é necessariamente válida para todos os valores de α dentro do intervalo dado. (III) $\tan\alpha < \sqrt{3}$ não é suficiente por si só, pois precisamos provar $\tan\alpha > 1$. Por fim, (IV) $\tan\alpha < 1$ é contraditória à condição $\sin\alpha > \cos\alpha$, que implica $\tan\alpha > 1$, portanto é falsa.

Na terceira questão (Figura 5.1.7), o aluno A teve dificuldade em apresentar razões para rejeitar as restantes afirmações (Figura 5.1.8). Inicialmente, tentou relacionar a operação com as duas funções trigonométricas envolvidas e, através de tentativas, obteve os valores para a tangente. Infelizmente, concluiu incorretamente que a terceira opção era a correta, quando na verdade estava errada.

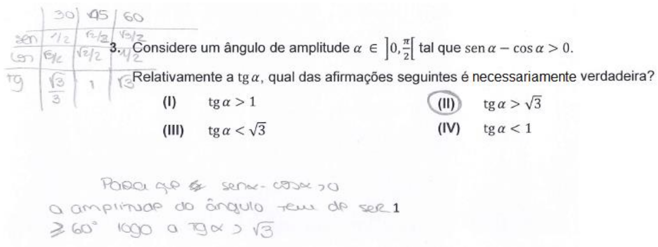
Figura 5.1.8: Resposta do aluno A à pergunta 3 da ficha formativa realizada.



Fonte: Própria.

No caso do aluno J, ele concluiu que a amplitude do ângulo para que a condição fosse satisfeita deveria ser de 60º. No entanto, a igualdade entre o seno e o cosseno no primeiro quadrante ocorre exatamente aos 45º. Pelo que a opção escolhida não era necessariamente verdadeira.

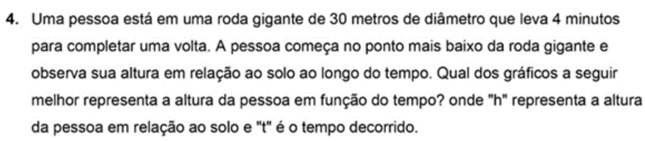
Figura 5.1.9: Resposta do aluno J à pergunta 3 da ficha formativa realizada.



Fonte: Própria.

Nem o aluno A, nem o aluno J conseguiram atingir o objetivo esperado.

Figura 5.1.10: Inicio do enunciado da questão 4 da ficha formativa realizada.



4. Uma pessoa está em uma roda gigante de 30 metros de diâmetro que leva 4 minutos para completar uma volta. A pessoa começa no ponto mais baixo da roda gigante e observa sua altura em relação ao solo ao longo do tempo. Qual dos gráficos a seguir melhor representa a altura da pessoa em função do tempo? onde "h" representa a altura da pessoa em relação ao solo e "t" é o tempo decorrido.

Fonte: Própria.

A questão 4 está dividida em duas partes sendo que os gráficos não estão a ser aqui apresentados, no entanto podem ser consultados no Anexo H.

Figura 5.1.11: Fim da questão 4 da ficha formativa realizada.

Elabore uma composição na qual:

- Explique o raciocínio que conduz à afirmação correta;
- Refira as razões pelas quais rejeita cada uma das restantes afirmações.

Fonte: Própria.

O aluno A, embora apresente uma resposta um pouco confusa, mostra que sabe identificar o período de uma função trigonométrica, bem como relacionar um problema baseado numa situação real, escolhendo a opção correta.

Figura 5.1.12: Resposta do aluno A à pergunta 4 da ficha formativa realizada.

4 -
I - é a certa pois atende a todos requisitos, que são os seguintes: completar uma volta aos 4 min, e subir até aos 30 de altura
II - é rejeitado pois a roda começa do ponto mais baixo, ou seja, ao longo do tempo aumenta de altura. ~~Não~~
podendo ser esta pois esta a diminuir. III e a IV ~~[illegible]~~ são rejeitadas pois o tempo de cada volta (período) é diferente de 4 min.

Fonte: Própria.

No caso do aluno J (Figura 5.1.13), ele, de uma forma organizada, explica a razão pela qual rejeita as opções (II), (III) e (IV), escolhendo a correta. Ele demonstra entender o conceito de período de uma função trigonométrica e consegue relacionar um problema baseado numa situação real com os gráficos apresentados.

Figura 5.1.13: Resposta do aluno J à pergunta 4 da ficha formativa realizada.

(I) - respeita o sentido do movimento da roda e cumpre o tempo de 4 minutos por volta

(II) se começa a volta no ponto mais baixo não é possível que ele desça

(III) - não está de acordo com o tempo que dá volta

(IV) pois no enunciado diz que demora 4 minutos a completar 1 volta e não 2 minutos como está representado no gráfico

Fonte: Própria.

A análise feita, indica que o aluno A precisa de um reforço nos conceitos básicos e na aplicação dos sinais e operações entre funções trigonométricas. Por outro lado, o aluno J, embora mais organizado e detalhado, também necessita de um reforço para evitar erros conceituais básicos.

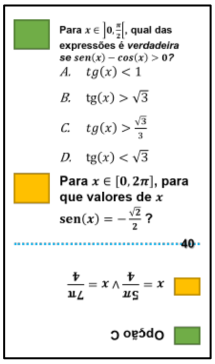
5.1.2 Durante o jogo

Em relação à aplicação do jogo, os alunos sentiram uma dificuldade inicial no entendimento dos movimentos dos discos de jogador, no entanto, foram entendendo o seu funcionamento após as primeiras jogadas realizadas durante a primeira sessão.

De notar, que ambas as sessões foram assinaladas no diário de bordo da investigadora, a fim de ser possível registar algumas das transcrições que são apresentadas de seguida.

Durante a primeira sessão de jogo entre os dois alunos: A e J. Surgiu uma questão (Figura 5.1.14) idêntica à da ficha formativa executada anteriormente, como se denota na transcrição seguinte.

Figura 5.1.14: Carta n.º 40 do jogo Trignodama



Fonte: Própria.

A Figura 5.1.14 exibe a carta n.º 40 do jogo Trignodama, utilizada para explorar cálculos trigonométricos e reforçar o entendimento das relações trigonométricas entre ângulos.

> Aluno A: Tenho quase a certeza de que, se a função tangente é maior que 1 que é quando $\mathrm{sen}(x) = \cos(x)$ então no intervalo de $\left]0, \frac{\pi}{2}\right[$, ela deve ser maior que $\sqrt{3}$, são números maiores que 1!
>
> Aluno J: Não! Tipo, tens que ver como a função tangente se porta nesse intervalo. Não é como estás a dizer, tens de ver tudo o que é dito, a afirmação tem de ser verdadeira para todo o x nesse intervalo.

O aluno A demonstra uma compreensão inicial da relação entre seno e cosseno, mas comete um erro ao concluir que a tangente é sempre maior que $\sqrt{3}$ no intervalo dado.

Por outro lado, o aluno J, corrige o colega, enfatizando a necessidade de considerar o comportamento da função tangente em todo o intervalo, não apenas em um ponto específico.

> Aluno A: Mas, então e não é? $tan\left(\frac{\pi}{3}\right)$ é logo maior que a $tan\left(\frac{\pi}{4}\right)$ que é igual a $\sqrt{3}$.
>
> Aluno J: Então e não há números mais pequenos em que isso acontece?
>
> Aluno A: Isto está, mas é uma confusão. Eu acho que estou certo, mas a carta diz que estou errado e não estou a perceber.

O aluno A tenta justificar a sua resposta usando valores específicos com a função tangente, mas falha em considerar o intervalo completo. No entanto, o aluno J continua a questionar, incentivando o aluno A a considerar outros valores no intervalo, mas o aluno A expressa confusão, reconhecendo que a sua resposta não está correta, mas continuando sem perceber o porquê. Como tal o aluno A acaba por pedir auxílio à professora.

> Aluno A: Professora, aqui diz que a opção é a C e eu não concordo, acho que devia ser a B. Ela acha que estou mal, mas eu não percebo porquê.
>
> I: Vou desenhar o círculo.
>
> [A professora desenha o círculo trigonométrico no verso de uma folha]
>
> I: Agora diga, com o que leu na carta o que concluiu?
>
> Aluno A: Então, eu li a carta e conclui que $sen(x) > cos\ (x)$. Que se está no primeiro quadrante e que $sen(x) = cos(x)$ se $x = \frac{\pi}{4}$. Eu depois pensei que se é maior que 1 e $\frac{\sqrt{3}}{3}$ é mais pequeno que 1 logo só podia ser a opção B.
>
> [A professora traça a parte da bissetriz dos quadrantes ímpares no primeiro quadrante do círculo trigonométrico e sublinha a parte superior entre a interseção desse segmento com o círculo trigonométrico e o eixo das ordenadas]
>
> I: Pois, mas olhe aqui, como disse há que ser o x que nesse intervalo seja superior a $\frac{\pi}{4}$, então é todo o x que formam estas amplitudes, no entanto se pensar em $\frac{\pi}{3}$ que é quando $tan(x) = \sqrt{3}$, está a ignorar todos os outros ângulos formados entre $\frac{\pi}{4}$ e esta amplitude. Tem de escolher a opção que inclui todas as soluções.
>
> Aluno A: Ah, pois. Mas então a A e a D sei que não podem ser, essas foram óbvias, mas porque é que é a opção C? Essa não vai incluir valores fora dessas soluções?

I: Não, esta opção apenas diz que todas as amplitudes obtidas vão resultar num valor para a função tangente superior a $\frac{\sqrt{3}}{3}$. E, não é verdade?

Aluno A: Ah, é.

Após o aluno A explicar o seu raciocínio, a professora esclarece o erro do aluno A através de algumas representações numa folha e expressando que ele deverá considerar todos os valores no intervalo e não apenas pontos específicos.

Esta troca de opiniões traduz um momento e exemplo importante de aprendizagem, onde o aluno A inicialmente expressa uma interpretação errada do problema, baseada na compreensão superficial dos conceitos envolvidos e mostra uma tendência em confiar em intuições simplificadas e não considerar todas as nuances do problema.

Por outro lado, o aluno J demonstra uma abordagem mais analítica e cautelosa, questionando as suposições do aluno A e sugere uma análise mais detalhada do problema, realçando a importância de considerar todas as informações fornecidas e entender como os conceitos se aplicam em diferentes contextos.

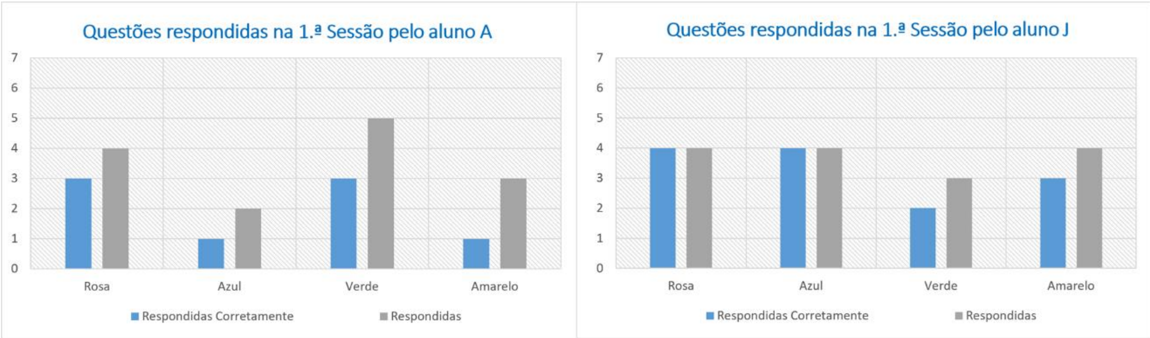
A intervenção da professora é crucial para orientar os alunos na direção certa, fornecendo uma explicação clara e apresentando notações para que o aluno possa visualizar os conceitos no contexto do círculo trigonométrico. Ela ajuda o aluno A, a entender onde ele cometeu um erro na interpretação da questão e orienta-o na escolha da resposta correta.

No final, o aluno A reconhece o seu equívoco e compreende a importância de escolher a opção que inclui todas as soluções possíveis, levando em consideração o intervalo fornecido e as condições estabelecidas pelo problema. Esta troca de opiniões destaca a importância da investigação cuidadosa, análise crítica e orientação do professor no processo de ensino e de aprendizagem, ilustrando como os alunos podem superar suas dificuldades e desenvolver uma compreensão mais profunda dos conceitos abordados através do jogo Trignodama.

No momento em que o aluno A respondeu à ficha formativa, especificamente à questão 3, idêntica a esta carta, verificou-se que a dúvida se manteve enquanto no jogo esta foi esclarecida, uma vez que o aluno procurou esse esclarecimento.

Tendo sido recolhida o registo das respostas realizadas pelos alunos, foi possível criar gráficos de frequência absoluta para analisar as questões que os alunos responderam corretamente, incorretamente e as cores escolhidas.

Gráfico 5.1.1: Gráficos com as respostas do aluno A e do aluno J na primeira sessão do jogo.



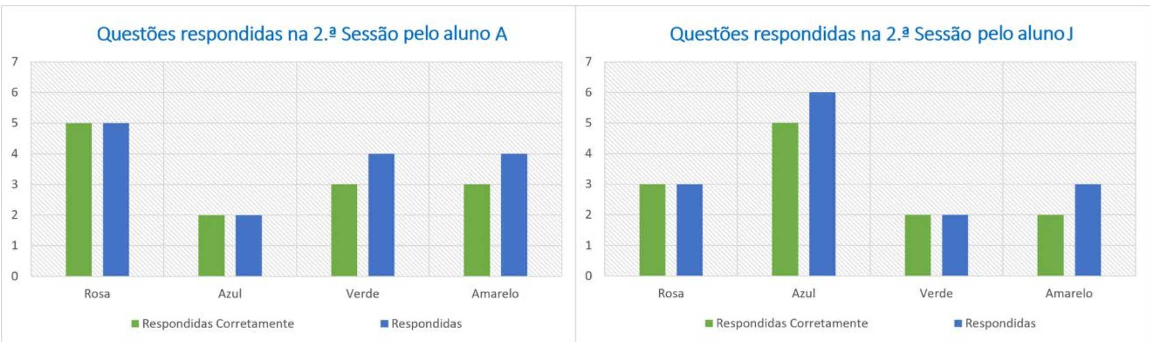
Fonte: Própria.

Nos gráficos de barras acima (Gráfico 5.1.1), estão representadas as frequências com que os alunos A e J responderam a questões correspondentes à ficha de cor Rosa, Azul, Verde ou Amarela do jogo Trignodama. As cores das fichas estão representadas no eixo horizontal, as barras a azul correspondem ao número de questões respondidas corretamente e as barras a cinzento correspondem ao número de questões que foram respondidas.

Analisando os gráficos, observa-se que o aluno A tende a escolher questões das cores rosa e verde, embora ele erre na mesma proporção que se tivesse escolhido as cores azul e amarelo. As questões selecionadas por ele em maior proporção são de resposta direta ou de escolha múltipla.

Por outro lado, o aluno J escolhe as questões de forma mais equilibrada entre as diferentes cores, acertando na maioria delas e se destacando como a vencedora desta sessão.

Gráfico 5.1.2: Gráfico com as respostas do aluno A e aluno J na segunda sessão do jogo.



Fonte: Própria.

O gráfico acima (Gráfico 5.1.2) segue a mesma estrutura que o anterior apenas tendo a diferença nas cores: as barras de cor verde representam o número de respostas respondidas corretamente e, as barras de cor azul correspondem ao número de respostas respondidas.

Na segunda sessão de jogo, tanto o aluno A quanto o aluno J evoluíram positivamente em relação à sessão anterior. O aluno A falhou em um menor número de questões e melhorou significativamente a sua taxa de sucesso nas cores rosa e verde. O aluno J também mostrou uma evolução positiva, melhorando significativamente a sua taxa de sucesso, especialmente nas cores azul e verde, onde obteve a maior pontuação.

Figura 5.1.15: Fotografia da mesa de jogo referente ao grupo 1, após o aluno J ter conquistado várias fichas de cor rosa.

Fonte: Própria.

A Figura 5.1.15 exibe a mesa de jogo durante a participação do grupo 1. Esta imagem captura o momento em que os alunos aplicaram estratégias baseadas em cálculos trigonométricos para conquistar as fichas, promovendo colaboração e competição saudável.

Ao longo do jogo foram realizadas algumas questões a fim de obter um feedback por parte dos alunos.

O aluno A afirmou que o jogo era giro, seria ainda mais giro se adicionasse alguns movimentos para além dos já existentes no jogo.

Uma das frases que o aluno disse que mais se destacou foi: "Professora, os movimentos que estamos aqui a fazer são para ajudar a memorizar o círculo trigonométrico, não são?"

Esta afirmação indica uma certa perspicácia por parte do aluno, em como as suas capacidades no domínio da Trigonometria poderiam estar a ser trabalhadas ao longo do jogo.

Como indicação sobre as dificuldades sentidas, o aluno indicou que havia muitos conceitos que já não se recordava neste domínio.

No caso do aluno J, este não foi tão explicito nas suas opiniões, dando respostas mais curtas, indicando que gostou do jogo, que era uma modalidade diferente da dinâmica habitual das aulas e que era uma boa alternativa. Ao nível das suas dificuldades, este aluno disse que não tinha tido muitas dificuldades, apenas no entendimento das regras que foi percebendo ao longo do jogo.

Em suma, os resultados destes gráficos revelam diferentes estratégias e desempenhos dos alunos A e J durante a primeira sessão do jogo de Trigonometria. Enquanto o aluno A demonstrou uma abordagem diferente, respondendo a um maior número de perguntas, o aluno J apresentou uma taxa de sucesso mais consistente e uma abordagem mais seletiva.

Comparando a segunda sessão com a primeira, podemos observar que ambos os alunos mantiveram ou melhoraram os seus desempenhos em relação ao número total de perguntas respondidas e à quantidade de perguntas respondidas corretamente, o que poderá sugerir uma progressão no entendimento dos conceitos e uma maior familiaridade com o formato do jogo.

Além disso, é interessante notar que os alunos continuaram a mostrar as suas capacidades individuais, pois o aluno A foi demonstrando uma abordagem mais assertiva e o aluno J foi-se destacando pela sua consistência e análise cuidadosa das perguntas, uma vez que as perguntas escolhidas pelo aluno J foram maioritariamente de cor azul e rosa, questões mais diretas que envolvem o conceito de valores trigonométricos exatos e redução ao primeiro quadrante, enquanto o aluno A tentou responder mais vezes a questões de cor verde ou amarela que não só têm uma maior pontuação, mas também são tipos de questões obtidas através de cartas que envolvem um pensamento mais elaborado.

No geral, os resultados da segunda sessão refletem o compromisso e o desenvolvimento contínuo dos alunos no jogo de Trigonometria, evidenciando o seu progresso na compreensão dos conceitos e na aplicação das estratégias aprendidas.

Por fim, ao longo do jogo, foram realizadas algumas questões para obter feedback dos alunos. O aluno A afirmou que o jogo era interessante e sugeriu adicionar mais movimentos para além dos já existentes, este destaca que os movimentos ajudavam a memorizar o círculo trigonométrico, demonstrando uma perspicácia em como suas capacidades em Trigonometria estavam a ser melhoradas. Ele também mencionou, que enfrentou dificuldades em relembrar alguns conceitos devido ao tempo que passou sem os rever.

Por outro lado, o aluno J foi mais sucinto nas suas respostas, mencionando que gostou do jogo e apreciou a modalidade diferente da dinâmica habitual das aulas, este considerou o jogo como uma boa alternativa para a aprendizagem. Quanto às dificuldades, ele mencionou que não enfrentou muitas, exceto no entendimento inicial das regras, que foi compreendendo melhor ao longo do jogo.

5.1.3 Resposta ao questionário

O questionário visa avaliar a perceção dos alunos sobre o uso de jogos na aprendizagem da matemática, em particular, no domínio da Trigonometria do 11º ano segundo o currículo de agosto de 2018. Recordemos que no questionário (DT) significa "Discordo totalmente", (DP) "Discordo parcialmente", (CP) "Concordo parcialmente" e (CT) "Concordo totalmente".

O aluno A demonstrou uma atitude positiva em relação à matemática, considerando-a útil e desafiante (CT). No entanto, o aluno indicou que o jogo Trignodama não o ajudou significativamente a compreender melhor os conceitos básicos de Trigonometria, como seno, cosseno e tangente (DP). Apesar disso, ele afirmou que, o jogo Trignodama facilitou a memorização das relações trigonométricas (CT).

O aluno A revelou que costuma jogar jogos não digitais com a família e amigos para se divertir (CT). Além disso, ele reconheceu que o jogo Trignodama tornou o estudo da Trigonometria mais divertido e motivador, ao aplicar conceitos aprendidos em sala de aula (CT).

Após jogar Trignodama, o aluno sentiu-se mais confiante em resolver problemas de Trigonometria (CT). Ele valorizou as discussões e reflexões durante o jogo como úteis para as suas aprendizagens ao nível da matemática (CT) e recomendou o uso do jogo Trignodama como uma ferramenta de aprendizagem para outros alunos que estão a estudar Trigonometria, pois facilita a compreensão de conceitos complexos (CT).

Figura 5.1.16: Resposta ao questionário de resposta fechada pelo aluno A.

Jogo aplicado num contexto pedagógico					
Coloque um "X" no valor que melhor traduz a sua opinião. 1 - Discordo totalmente (DT); 2 – Discordo parcialmente (DP); 3 - concordo parcialmente (CP) e 4 - concordo totalmente (CT)		Discordo totalmente			Concordo totalmente
Itens		DT	DP	CP	CT
		1	2	3	4
1	Gosto de matemática por ser útil e desafiante.				X
2	O jogo Trignodama ajudou-me a compreender melhor os conceitos básicos de trigonometria (como seno, cosseno e tangente).		X		
3	O jogo Trignodama facilitou a memorização das relações trigonométricas.				X
4	Costumo jogar jogos não digitais (tabuleiro, cartas, dominó, etc.) com a família e/ou amigos para nos divertirmos.				X
5	O jogo Trignodama tornou o estudo da trigonometria mais divertido e motivador, ao aplicar conceitos que aprendi em sala de aula.				X
6	Após jogar Trignodama, sinto-me mais confiante em resolver problemas de trigonometria.				X
7	As discussões e reflexões feitas, durante o jogo Trignodama, foram úteis para as minhas aprendizagens ao nível da matemática.				X
8	Recomendo o uso do jogo Trignodama como uma ferramenta de aprendizagem para outros alunos que estão a estudar trigonometria pois facilita a compreensão de conceitos complexos.				X

Fonte: Própria.

No caso do aluno J, este demonstrou uma atitude positiva em relação à matemática, considerando-a útil e desafiante (CT). No entanto, o aluno indicou que o jogo Trignodama não o ajudou significativamente a compreender melhor os conceitos básicos de Trigonometria, como seno, cosseno e tangente (DP). Apesar disso, ele reconheceu que o jogo Trignodama facilitou a memorização das relações trigonométricas, embora de forma parcial (CP).

O aluno J afirmou que costuma jogar jogos não digitais com a família e amigos para se divertir, mas também de forma parcial (CP). Ele considerou que o jogo Trignodama tornou o estudo da Trigonometria mais divertido e motivador, aplicando os conceitos aprendidos em sala de aula (CT).

Após jogar Trignodama, o aluno J sentiu-se moderadamente mais confiante em resolver problemas de Trigonometria (CP). Ele valorizou as discussões e reflexões durante o jogo como úteis para as suas aprendizagens ao nível da matemática (CT). Finalmente, o aluno recomendou de forma parcial o uso do jogo Trignodama como uma ferramenta de aprendizagem para outros alunos que estão a estudar Trigonometria, pois acredita que facilita a compreensão de conceitos complexos (CP).

Figura 5.1.17: Resposta ao questionário de resposta fechada pelo aluno J.

Jogo aplicado num contexto pedagógico					
Coloque um "X" no valor que melhor traduz a sua opinião. 1 - Discordo totalmente (DT); 2 – Discordo parcialmente (DP); 3 - concordo parcialmente (CP) e 4 - concordo totalmente (CT)		Discordo totalmente			Concordo totalmente
Itens		DT 1	DP 2	CP 3	CT 4
1	Gosto de matemática por ser útil e desafiante.				X
2	O jogo Trignodama ajudou-me a compreender melhor os conceitos básicos de trigonometria (como seno, cosseno e tangente).		X		
3	O jogo Trignodama facilitou a memorização das relações trigonométricas.			X	
4	Costumo jogar jogos não digitais (tabuleiro, cartas, dominó, etc.) com a família e/ou amigos para nos divertirmos.			X	
5	O jogo Trignodama tornou o estudo da trigonometria mais divertido e motivador, ao aplicar conceitos que aprendi em sala de aula.				X
6	Após jogar Trignodama, sinto-me mais confiante em resolver problemas de trigonometria.			X	
7	As discussões e reflexões feitas, durante o jogo Trignodama, foram úteis para as minhas aprendizagens ao nível da matemática.				X
8	Recomendo o uso do jogo Trignodama como uma ferramenta de aprendizagem para outros alunos que estão a estudar trigonometria pois facilita a compreensão de conceitos complexos.			X	

Fonte: Própria.

A análise dos questionários dos alunos A e J revela perceções distintas quanto à eficácia do jogo Trignodama na aprendizagem da Trigonometria. Enquanto o aluno A demonstrou uma atitude amplamente positiva, considerando o jogo útil tanto para reforçar a compreensão dos conceitos básicos quanto para facilitar a memorização das relações trigonométricas, o aluno J mostrou uma visão mais moderada, reconhecendo alguns benefícios, mas com menor impacto na memorização desses conceitos. Ambos os alunos concordaram que o jogo aumentou a motivação e tornou o estudo da Trigonometria mais interessante, mas o nível de confiança em resolver problemas variou, sendo esse nível maior no aluno A do que no aluno J. Em síntese, o jogo Trignodama parece ter sido mais eficaz para o aluno A, especialmente em termos de memorização e motivação, enquanto o aluno J sugere ter usufruído de forma mais limitada, sugerindo a necessidade de considerar abordagens complementares para maximizar os benefícios para todos os alunos.

5.1.4 Considerações finais

A análise dos dados recolhidos ao longo desta investigação revela que tanto o aluno A quanto o aluno J mostraram uma atitude positiva em relação ao uso de jogos educativos para a aprendizagem da matemática, especificamente no domínio da Trigonometria. Os questionários aplicados indicam que ambos os alunos concordaram que o jogo ajudou a compreender melhor os conceitos básicos, como seno, cosseno e tangente, e facilitou a memorização das relações trigonométricas. O aluno A destacou a utilidade do jogo em reforçar conteúdos previamente estudados, enquanto o aluno J valorizou as discussões durante o jogo como fundamentais para a sua aprendizagem. As respostas sugerem que o jogo foi eficaz em aumentar a motivação e o envolvimento dos alunos, promovendo uma aprendizagem mais ativa e colaborativa.

A aplicação do jogo Trignodama demonstrou ser uma estratégia eficaz para aumentar a motivação e o envolvimento dos alunos. Observou-se que, através da prática lúdica, os alunos foram capazes de desenvolver capacidades críticas como a resolução de problemas e o pensamento lógico. O aluno A, inicialmente apresentando dificuldades, beneficiou significativamente da interação com a professora e da utilização do círculo trigonométrico como ferramenta visual, o que contribuiu para a correção de suas interpretações erradas.

Através da entrevista, o aluno mencionou que o jogo era interessante e sugeriu adicionar mais movimentos, destacando que os movimentos o ajudavam a memorizar o círculo trigonométrico. Também refere, que as suas dificuldades foram principalmente relacionadas com conceitos que já não tinha revisto há algum tempo.

O aluno J, por sua vez, demonstrou uma abordagem mais analítica e equilibrada, o que lhe permitiu responder corretamente à maioria das perguntas e se destacar como vencedor na sessão de jogo.

Durante a entrevista, o aluno J menciona em como apreciou a modalidade diferente do jogo em relação às aulas tradicionais e em como, considerou o jogo como uma boa alternativa para a aprendizagem, mencionando que não teve muitas dificuldades para além da compreensão inicial das regras.

Esses resultados corroboram a importância de metodologias inovadoras no ensino da matemática, destacando como os jogos educativos podem ser integrados de maneira eficaz no currículo para promover uma aprendizagem mais significativa e envolvente. A implementação de atividades lúdicas como o jogo Trignodama não só facilita a compreensão dos conceitos matemáticos, mas também incentiva a colaboração, o pensamento crítico e a superação de dificuldades, proporcionando uma experiência educacional mais rica e dinâmica.

Em suma, a investigação aponta para a necessidade de os educadores considerarem o uso de jogos educativos como uma ferramenta poderosa para o ensino da matemática, contribuindo para o desenvolvimento integral dos alunos e preparando-os melhor para enfrentar os desafios acadêmicos e do mundo real.

5.2 Grupo 2

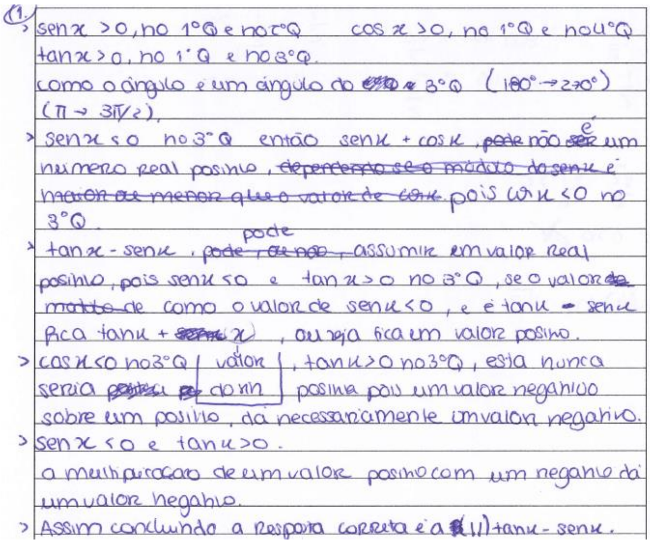
O Grupo 2 é constituído por dois alunos: aluno B e aluno C. Ambos os alunos têm um desempenho académico sólido na disciplina de Matemática A, conforme evidenciado pelas suas notas do ano anterior. No final do 10.º ano, o aluno C terminou com uma nota de 15 valores, enquanto o aluno B obteve 18 valores. Esta composição do grupo reflete uma combinação de alunos com níveis elevados de competência na matemática, proporcionando um ambiente colaborativo e desafiador para a resolução de problemas e a aplicação dos conceitos aprendidos através do jogo educativo Trignodama. A heterogeneidade das notas, apesar de serem altas, pode incentivar discussões produtivas e a troca de estratégias entre os alunos, enriquecendo ainda mais o processo de aprendizagem.

5.2.1 Análise da ficha formativa

Analisemos as respostas realizadas na ficha formativa realizada pelos alunos B e C.

O aluno C (Figura 5.2.1) seleciona a resposta correta, no entanto a sua justificação é um pouco confusa. Não obstante, o aluno C demonstra entender o sinal entre as diversas funções trigonométricas no quadrante mencionado.

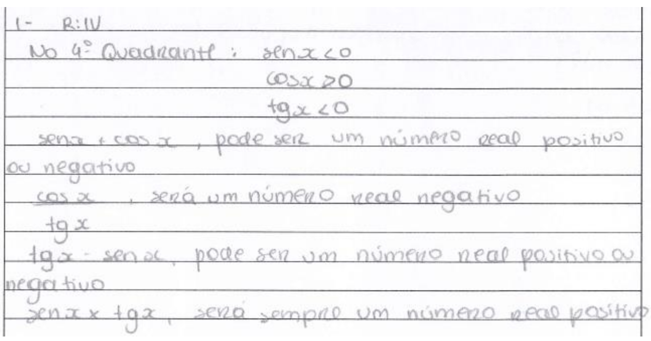
Figura 5.2.1: Resposta à primeira questão da ficha formativa realizada pelo aluno C.



Fonte: Própria.

No caso do aluno B (Figura 5.2.2), embora ele tenha selecionado a opção correta, as justificações apresentadas não foram adequadas. Primeiro, o aluno identificou incorretamente o quadrante mencionado na questão. Além disso, mesmo considerando o quadrante que ele escolheu, não reconheceu a incoerência entre a questão, que pedia expressões resultando em um número real positivo, e as suas justificações, nas quais afirmou que diversas expressões poderiam ser tanto positivas quanto negativas. O aluno ainda mencionou $\sin x + \tan x$ como sendo a única expressão que resultava em um valor positivo em todo o quadrante, apesar dessa opção nem sequer estar no enunciado.

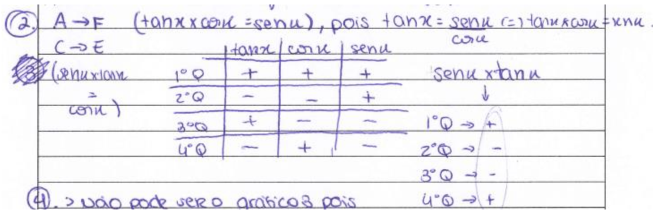
Figura 5.2.2: Resposta à primeira questão da ficha formativa realizada pelo aluno B.



Fonte: Própria.

Na segunda questão, o aluno C (Figura 5.2.3) apresentou um esquema detalhado dos sinais para cada função trigonométrica em todos os quadrantes. Além disso, ele simplificou algumas das expressões que constituem as extremidades das peças de dominó para auxiliá-lo na escolha da sequência correta, o que fez com sucesso.

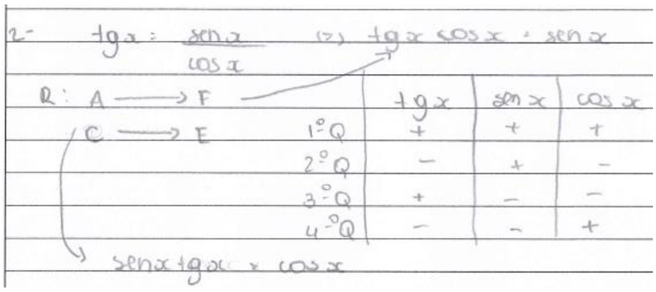
Figura 5.2.3: Resposta à segunda questão da ficha formativa realizada pelo aluno C.



Fonte: Própria.

De forma semelhante, o aluno B (Figura 5.2.4) apresentou um quadro de sinais e simplificou as expressões nas extremidades das peças de dominó. Com essa abordagem, ele identificou a mesma sequência correta que o aluno C.

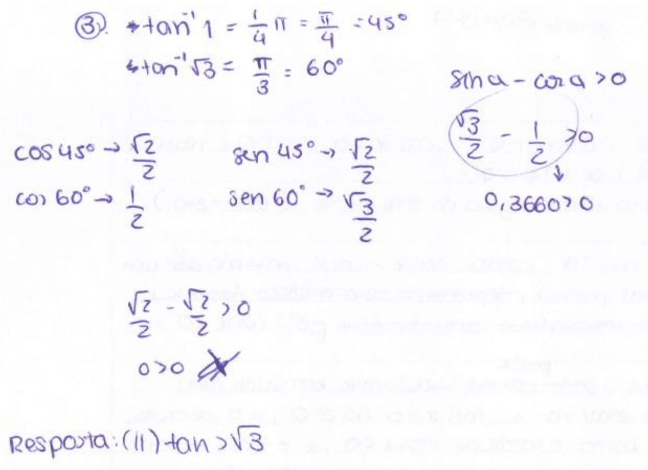
Figura 5.2.4: Resposta à segunda questão da ficha formativa realizada pelo aluno B.



Fonte: Própria.

Na questão seguinte, o aluno C (Figura 5.2.5) identificou a segunda opção como correta após verificar a condição. No entanto, ele utilizou um processo de substituição que nem sempre foi aplicado corretamente, pois recorreu a casos particulares em vez de fazer uma análise global. Como resultado, escolheu uma opção que não inclui todos os valores.

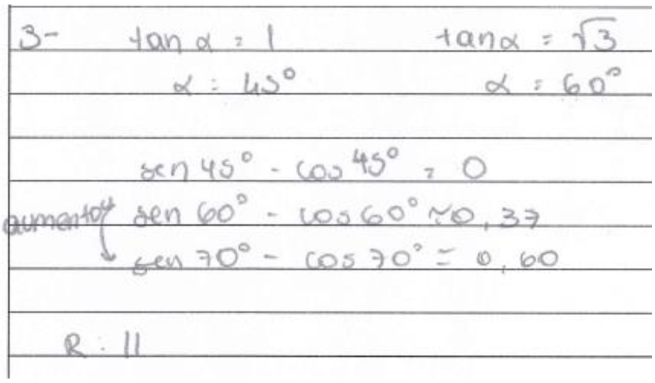
Figura 5.2.5: Resposta à terceira questão da ficha formativa realizada pelo aluno C.



Fonte: Própria.

O aluno B (Figura 5.2.6), embora tenha utilizado o mesmo método e realizado a mesma escolha que o aluno C, realizou aproximações de valores para analisar o comportamento conforme a amplitude aumentava. Contudo, essa análise de monotonia não era o que a questão pedia.

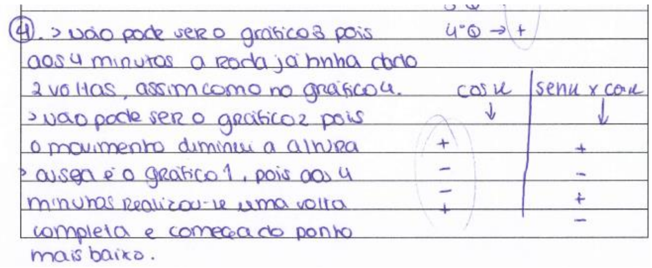
Figura 5.2.6: Resposta à terceira questão da ficha formativa realizada pelo aluno B.



Fonte: Própria.

Na última questão, o aluno C (Figura 5.2.7) identificou a opção correta, mas a sua justificação revelou dificuldades com o uso do vocabulário adequado para a análise dos gráficos. Ele afirmou que a função "começa do ponto mais baixo", o que poderia ser interpretado como valores negativos, uma interpretação inadequada para a situação descrita na questão.

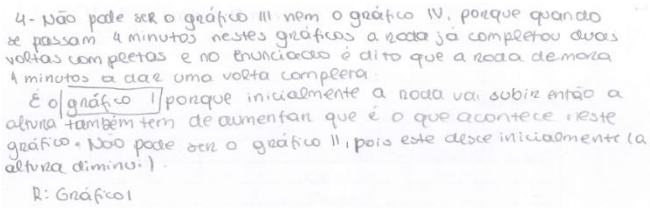
Figura 5.2.7: Resposta à quarta questão da ficha formativa realizada pelo aluno C.


4. > não pode ser o gráfico 3 pois aos 4 minutos a roda já tinha dado 2 voltas, assim como no gráfico 4.
> não pode ser o gráfico 2 pois o movimento diminui a altura
> a segunda é o gráfico 1, pois aos 4 minutos realizou-se uma volta completa e começa do ponto mais baixo.

Fonte: Própria.

Em contraste, o aluno B (Figura 5.2.8) forneceu uma explicação mais clara para a escolha da resposta, demonstrando um bom domínio na identificação dos períodos de uma função trigonométrica através de representações gráficas.

Figura 5.2.8: Resposta à quarta questão da ficha formativa realizada pelo aluno B.


4- Não pode ser o gráfico III nem o gráfico IV, porque quando se passam 4 minutos nestes gráficos a roda já completou duas voltas completas e no enunciado é dito que a roda demora 4 minutos a dar uma volta completa.
É o gráfico I porque inicialmente a roda vai subir então a altura também tem de aumentar que é o que acontece neste gráfico. Não pode ser o gráfico II, pois este desce inicialmente (a altura diminui).
R: Gráfico I

Fonte: Própria.

A análise das respostas dos alunos B e C revela diferentes abordagens e níveis de compreensão dos conceitos trigonométricos. O aluno C, apesar de selecionar algumas respostas corretas, mostrou dificuldades na aplicação consistente dos conceitos e na utilização do vocabulário adequado para justificar suas respostas. Em várias questões, ele recorreu a casos particulares em vez de realizar uma análise global, o que resultou em escolhas incompletas ou imprecisas.

Por outro lado, o aluno B demonstrou uma maior clareza na apresentação das suas respostas e uma compreensão mais sólida dos conceitos. A sua capacidade de explicar a escolha das respostas identificando corretamente os períodos das funções trigonométricas através de representações gráficas, destacou um maior domínio do conteúdo. No entanto, ele também cometeu erros, como realizar análises de monotonia que não eram exigidas pelas questões.

Em resumo, o aluno B apresentou um desempenho ligeiramente superior, com explicações mais claras e uma melhor aplicação dos conceitos trigonométricos. No entanto, ambos os alunos mostraram áreas que necessitam de reforço, especialmente no que diz respeito à análise global dos problemas e à utilização precisa do vocabulário matemático. Essas observações são fundamentais para ajustar futuras intervenções pedagógicas e reforçar a compreensão dos alunos sobre a Trigonometria.

5.2.2 Durante o jogo

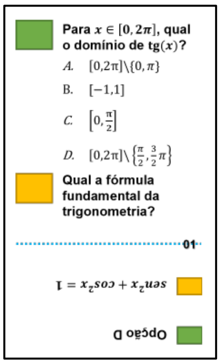
Durante a aplicação do jogo, os alunos não mostraram grandes dificuldades em entender as regras. Em caso de dúvida, o aluno B prontamente auxiliava o colega. Ao longo do jogo, observou-se que os alunos utilizavam estratégias distintas. O aluno C verbalizou que as suas escolhas eram baseadas no seu nível de conforto em relação a perguntas mais difíceis. Assim, enquanto o aluno B não evitava desafios de nível amarelo e verde, que exigem maior elaboração como a determinação de domínios, demonstrações, entre outros, enquanto o aluno C preferia questões de nível azul ou rosa, que envolvem a determinação de razões trigonométricas de ângulos notáveis e a redução ao primeiro quadrante.

Ao longo do jogo, a maior parte das fichas de cor rosa já tinham sido ganhas, pelo que o aluno C teve necessidade de escolher uma ficha de outra cor, pois não havia alternativa.

Como tal, procedeu-se à tentativa de conquistar uma ficha de cor verde e de acordo com as regras do jogo, o aluno B lê a pergunta e o aluno C tenta responder.

> Aluno B: Ok, aqui vai: Qual é o domínio da função tangente no intervalo de $[0, 2\pi]$? (A)...
>
> [O aluno B lê as opções de acordo com a carta na Figura 5.2.9 e o aluno C toma nota das opções dadas]

Figura 5.2.9: Carta n.º1 do jogo Trignodama.



Fonte: Própria.

A Figura 5.2.9 mostra a carta n.º 1 do Trignodama, que apresenta problemas iniciais relacionados a ângulos tabelados. Essa carta foi usada como introdução para familiarizar os alunos com a dinâmica do jogo e os conceitos matemáticos a serem aplicados.

Aluno C: Ah, fácil! O domínio da função tangente é $[-1{,}1]$, B!

Aluno B: Não, espera, estás a confundir! Primeiro o x tem que ser ângulos e depois tens também que o domínio da função tangente não é em todo o sítio. Pensa melhor.

Aluno C: Assim não sei!

Aluno B: Então olha, aprendemos que as funções seno e cosseno têm domínio IR, e a função tangente é seno sobre cosseno.

Aluno C: Hmm... bem, numa divisão não posso ter o de baixo igual a zero.

Aluno B: Pois! E quando o cosseno é igual a zero?

Aluno C: Ah, no de cima! Em $\frac{\pi}{2}$! Então é a C ou a D!

Aluno B: Sim, mas não te esqueças que em $\frac{3\pi}{2}$, o de baixo, também não pode ser porque é na volta toda!

I: Mais uma coisa, a C também não podia ser porque você está apenas a retirar do domínio as situações em que a função não está definida, ou seja, todos os restantes valores do intervalo teriam que pertencer ao domínio e, como (aluno B) referiu, não se pode considerar nem $\frac{\pi}{2}$, nem $\frac{3}{2}\pi$.

Nesta breve interação, os alunos se entreajudam para conseguirem jogar e responder às perguntas. Pode também se observar a importância existente na compreensão dos conceitos fundamentais da Trigonometria e da interpretação correta a ser feita nas definições e aplicação desses conceitos. O diálogo entre os alunos evidência, não apenas a identificação de erros conceituais, mas também a correção e a consolidação do conhecimento por meio de discussões interativas, ou seja, discussões, como exemplo o descrito acima, em que trocam ideias e informações, reagindo de uma maneira ativa e dinâmica num diálogo continuo contribuindo com as suas opiniões num determinado tópico, questionando e dando feedback a fim de construírem conhecimento e chegarem a uma solução. Desta forma, pode-se verificar que o jogo proporciona um ambiente de aprendizagem dinâmico e envolvente, no qual os alunos são incentivados a pensar criticamente e a aplicar os conceitos aprendidos de forma prática. Essa abordagem facilita o processo de aprendizagem, permitindo aos alunos interiorizar e aplicar os conceitos de Trigonometria de maneira significativa.

A transcrição do diálogo entre os alunos B e C, juntamente com a intervenção da investigadora, revela uma dinâmica de esclarecimento e correção de erros que também se reflete nos desempenhos dos alunos durante a ficha formativa realizada. Na ficha formativa, o aluno B demonstrou confusão ao justificar suas respostas, como na questão em que ele identificou incorretamente o quadrante e apresentou justificativas incoerentes. No diálogo acima, é evidente que o aluno B possui conhecimento, mas às vezes se perde na aplicação prática, como ao tentar explicar o domínio da função tangente ao aluno C. No entanto, ele mostra uma compreensão mais clara quando orientado corretamente, especialmente quando a investigadora intervém para esclarecer a exclusão de valores do domínio da função tangente.

Durante a ficha formativa, o aluno C também teve dificuldades semelhantes. Ele demonstrou confusão conceitual, como ao identificar a amplitude dos ângulos e aplicar substituições incorretas em vez de realizar uma análise global. No diálogo, o aluno C inicialmente confunde o domínio da função tangente com o intervalo de [-1,1], mas com a ajuda do aluno B e da investigadora, ele começa a entender a importância de considerar quando o cosseno é zero, demonstrando uma falta inicial de compreensão completa que é corrigida através da interação.

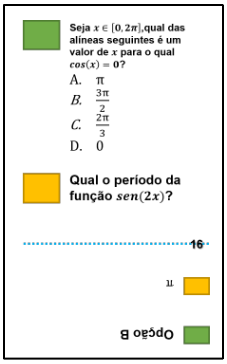
A transcrição exemplifica como as dúvidas dos alunos B e C são abordadas durante o jogo, similarmente aos erros cometidos na ficha formativa. Esta interação dinâmica ajuda a reforçar a aprendizagem e a corrigir erros, mostrando a importância da orientação e da colaboração na aprendizagem dos conceitos de Trigonometria.

Assim, este estudo de caso destaca o potencial dos jogos educacionais como ferramentas eficazes para promover o desenvolvimento e a consolidação das aprendizagens dos alunos em matérias complexas como a Trigonometria, uma vez que criou situações de aprendizagem ativa, em que os alunos comunicam e colaboram entre si.

No entanto, na possibilidade de ainda existir alguma dificuldade no raciocínio de alguns alunos, embora tenham chegado à resposta correta, deve-se corrigir para que se consolide melhor o conceito.

O aluno B revelou alguma dificuldade em questões acerca do período de uma função trigonométrica, pelo que pediu à investigadora esclarecimento sobre a questão acerca do período surgida com a carta a baixo (Figura 5.2.10).

Figura 5.2.10: Carta n.º 16 do jogo Trignodama.



Fonte: Própria.

Aluno B: Professora, nem eu nem ela entendemos porque a resposta é π para esta questão, então o período da função seno não é sempre 2π? Não devia ser então 4π?

I: Não, nesta situação a amplitude é multiplicada por um número na função seno, isso afeta o período de maneira diferente do que está a pensar. Então, como disse o período da função seno é 2π certo?

Aluno B: Sim.

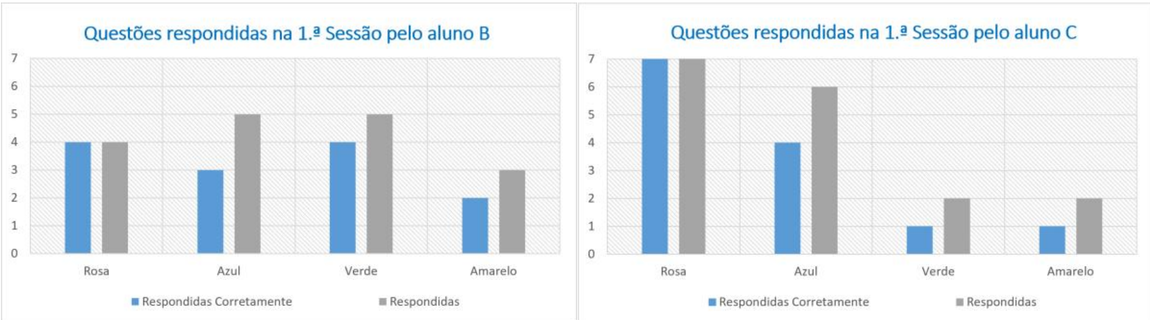
I: Quando multiplicas a amplitude por 2, vai funcionar ao contrário, pois vai atingir a volta completa em metade do espaço, então o que deve fazer é dividir pelo número que está a multiplicar com amplitude.

Aluno B:Ah, então se fosse $\mathrm{sen}(3x)$ o período seria $\frac{2}{3}\pi$, certo?

I:Sim!

Através do diálogo entre o aluno B e a investigadora, observa-se como as dúvidas são abordadas e resolvidas de forma eficaz. A intervenção é crucial para corrigir conceitos mal consolidados e fornecer explicações claras sobre o período das funções trigonométricas. Compreender que a multiplicação de um número pela amplitude afeta o período de maneira inversa é um conceito fundamental para os alunos, pois sem esse conhecimento, eles não entenderão verdadeiramente o que é um período de função. Além disso, o exemplo prático de calcular o período da função seno de $3x$ demonstra a aplicação direta desse conceito, evidenciando a compreensão do aluno em relação ao período.

Gráfico 5.2.1: Gráfico com respostas dos alunos B e C na primeira sessão.



Fonte: Própria.

Nos gráficos de barras acima (Gráfico 5.2.1), estão representadas as frequências com que os alunos B e C responderam a questões correspondentes à ficha de cor Rosa, Azul, Verde ou Amarela do jogo Trignodama. As cores das fichas estão representadas no eixo horizontal, as barras a azul correspondem ao número de questões respondidas corretamente e as barras a cinzento correspondem ao número de questões que foram respondidas.

De acordo com o Gráfico 5.2.1, o aluno B tentou responder com maior frequência a perguntas de cor azul e cor verde, enquanto o aluno C respondeu com maior frequência a questões de cor rosa e azul. As perguntas de cor rosa são bastante diretas, questionando apenas qual o cosseno e seno de uma determinada amplitude, enquanto as questões de cor azul implicam a noção de redução ao primeiro quadrante.

O aluno C apresentava dificuldades significativas em diferentes tópicos da Trigonometria, ainda que demonstrasse conhecimento de alguns pormenores, sobre o tema, abordado aquando da revisão teórica no domínio da Trigonometria. Esse conhecimento facilitou-lhe a resolução de questões de cor rosa e a capacidade de movimentar o seu disco com alguma facilidade.

Note que o gráfico abaixo (Gráfico 5.2.2) segue a mesma estrutura que o anterior apenas tendo a diferença nas cores: as barras de cor verde representam o número de respostas respondidas corretamente e, as barras de cor azul correspondem ao número de respostas respondidas.

Numa segunda sessão, verifica-se que o aluno C ao sentir-se mais familiarizado com os conceitos, já tentou mais vezes responder a questões de outros níveis, tal se pode observar através do Gráfico 5.2.2.

Adicionalmente, pode também observar-se um maior equilibro nas questões respondidas em que o aluno B responde corretamente a uma maior percentagem de perguntas.

Apesar do aluno C não ter aumentado percentualmente o número de respostas corretas em relação à sessão anterior, pode observar-se que melhorou significativamente no número de questões respondidas com um nível de dificuldade superior e no seu grau de sucesso nas respostas a este tipo de questões.

Gráfico 5.2.2: Gráficos com respostas dos alunos B e C na segunda sessão do jogo.

Fonte: Própria.

Durante a aplicação do jogo Trignodama, observou-se que o aluno C frequentemente pedia para verificar suas respostas e tinha dificuldade em se lembrar das razões trigonométricas, destacou que o jogo ajudava a memorizar esses conceitos de forma prática. Em contraste, o aluno B guiava muitas vezes o colega, orientando-o para chegar à resposta correta, demonstrando um bom domínio dos conceitos abordados no jogo.

Ao longo do jogo, as questões realizadas revelaram que os alunos B e C forneceram feedback positivo, demonstrando que a dinâmica lúdica e interativa proposta pelo jogo foi bem recebida. Ambos os alunos destacaram a eficácia do jogo em facilitar a compreensão dos conceitos de Trigonometria e em tornar o estudo mais envolvente e motivador.

5.2.3 Resposta ao questionário

Os questionários aplicados aos alunos revelaram perceções individuais sobre o jogo. Recordemos que no questionário (DT) significa "Discordo Totalmente", (DP) "Discordo Parcialmente", (CP) "Concordo Parcialmente" e (CT) "Concordo Totalmente".

O aluno C (Figura 5.2.11), apresentou respostas que indicam uma perceção mista quanto à eficácia do jogo Trignodama na aprendizagem da Trigonometria. Embora o aluno não considere a matemática particularmente desafiadora ou útil (DP), ele reconheceu que o jogo Trignodama facilitou significativamente a compreensão dos conceitos básicos e a memorização das relações trigonométricas (CT). O aluno também demonstrou um hábito positivo de jogar jogos não digitais com a família e amigos (CT), o que pode ter contribuído para a sua aceitação do jogo como uma ferramenta educacional eficaz. No entanto, ele não se sentiu mais confiante em resolver problemas de Trigonometria após o jogo (DT), o que sugere que, apesar dos benefícios observados em outras áreas, o impacto na sua autoconfiança foi limitado. As discussões e reflexões durante o jogo foram consideradas úteis (CP), e ele recomenda o uso do jogo para outros alunos, pois acredita que facilita a compreensão de conceitos complexos (CP). Em resumo, enquanto o jogo Trignodama foi eficaz em certos aspetos da aprendizagem para o aluno C, houve limitações em termos de aumento da confiança na resolução de problemas.

Figura 5.2.11: Resposta ao questionário de resposta fechada pelo aluno C.

Jogo aplicado num contexto pedagógico					
Coloque um "X" no valor que melhor traduz a sua opinião. 1 - Discordo totalmente (DT); 2 – Discordo parcialmente (DP); 3 - concordo parcialmente (CP) e 4 - concordo totalmente (CT)		Discordo totalmente			Concordo totalmente
Itens		DT	DP	CP	CT
		1	2	3	4
1	Gosto de matemática por ser útil e desafiante.		X		
2	O jogo Trignodama ajudou-me a compreender melhor os conceitos básicos de trigonometria (como seno, cosseno e tangente).				X
3	O jogo Trignodama facilitou a memorização das relações trigonométricas.				X
4	Costumo jogar jogos não digitais (tabuleiro, cartas, dominó, etc.) com a família e/ou amigos para nos divertirmos.				X
5	O jogo Trignodama tornou o estudo da trigonometria mais divertido e motivador, ao aplicar conceitos que aprendi em sala de aula.			X	
6	Após jogar Trignodama, sinto-me mais confiante em resolver problemas de trigonometria.	X			
7	As discussões e reflexões feitas, durante o jogo Trignodama, foram úteis para as minhas aprendizagens ao nível da matemática.			X	
8	Recomendo o uso do jogo Trignodama como uma ferramenta de aprendizagem para outros alunos que estão a estudar trigonometria pois facilita a compreensão de conceitos complexos.			X	

Fonte: Própria.

Por outro lado, o aluno B (Figura 5.2.12), apresentou uma visão amplamente positiva em relação ao jogo Trignodama e à sua experiência com a matemática. Ele considera a matemática útil e desafiante (CT) e reconheceu que o jogo Trignodama o ajudou a compreender melhor os conceitos básicos de Trigonometria (CP) e a memorizar as relações trigonométricas (CT). O aluno também afirmou que costuma jogar jogos não digitais com familiares e amigos (CT), o que pode ter contribuído para a sua aceitação do jogo como uma ferramenta educativa eficaz. Além disso, ele considerou que o jogo tornou o estudo da Trigonometria mais divertido e motivador (CT) e se sentiu mais confiante em resolver problemas de Trigonometria após jogar (CT). Embora tenha visto as discussões e reflexões durante o jogo como moderadamente úteis (CP), ele recomendou fortemente o uso do jogo Trignodama para outros alunos, pois acredita que facilita a compreensão de conceitos complexos (CT). Em síntese, o aluno B demonstrou uma aceitação quase total dos benefícios do jogo, com exceção de uma leve reserva quanto à utilidade das discussões durante o jogo.

Figura 5.2.12: Resposta ao questionário de resposta fechada pelo aluno B.

Jogo aplicado num contexto pedagógico					
Coloque um "X" no valor que melhor traduz a sua opinião. 1 - Discordo totalmente (DT); 2 – Discordo parcialmente (DP); 3 - concordo parcialmente (CP) e 4 - concordo totalmente (CT)		Discordo totalmente			Concordo totalmente
Itens		DT	DP	CP	CT
		1	2	3	4
1	Gosto de matemática por ser útil e desafiante.				X
2	O jogo Trignodama ajudou-me a compreender melhor os conceitos básicos de trigonometria (como seno, cosseno e tangente).			X	
3	.O jogo Trignodama facilitou a memorização das relações trigonométricas.				X
4	Costumo jogar jogos não digitais (tabuleiro, cartas, dominó, etc.) com a família e/ou amigos para nos divertirmos.				X
5	O jogo Trignodama tornou o estudo da trigonometria mais divertido e motivador, ao aplicar conceitos que aprendi em sala de aula.				X
6	Após jogar Trignodama, sinto-me mais confiante em resolver problemas de trigonometria.				X
7	As discussões e reflexões feitas, durante o jogo Trignodama, foram úteis para as minhas aprendizagens ao nível da matemática.			X	
8	Recomendo o uso do jogo Trignodama como uma ferramenta de aprendizagem para outros alunos que estão a estudar trigonometria pois facilita a compreensão de conceitos complexos.				X

Fonte: Própria.

Ambos os alunos revelam perceções geralmente positivas sobre o uso do jogo Trignodama na aprendizagem da Trigonometria, consideraram que o jogo facilitou a compreensão dos conceitos básicos e a memorização das relações trigonométricas, e reconheceram que o jogo tornou o estudo da Trigonometria mais divertido e motivador. No entanto, enquanto o aluno B sentiu um aumento significativo na confiança para resolver problemas de Trigonometria, o aluno C não teve a mesma experiência. Além disso, o aluno B valorizou mais consistentemente as discussões e reflexões durante o jogo, em comparação com o aluno C, que as considerou apenas parcialmente úteis. Em geral, os resultados sugerem que o jogo Trignodama é uma ferramenta eficaz para a maioria dos alunos, embora o impacto na confiança e na perceção da utilidade das discussões possa variar entre indivíduos.

5.2.4 Considerações finais

A análise dos dados recolhidos ao longo desta investigação para os alunos B e C, revela perceções geralmente positivas sobre o uso do jogo Trignodama como uma ferramenta educativa na aprendizagem da Trigonometria. Os dados indicam que ambos os alunos encontraram valor na dinâmica interativa do jogo, com destaque para a simplificação da compreensão dos conceitos e a motivação proporcionada pelo ambiente lúdico.

No que diz respeito aos questionários, o aluno B apresentou uma atitude predominantemente positiva, reconhecendo a eficácia do jogo em todas as áreas abordadas, incluindo a compreensão dos conceitos básicos, a memorização das relações trigonométricas, e o aumento da motivação. Por outro lado, o aluno C, embora também tenha valorizado a memorização e a aplicação prática dos conceitos, mostrou-se mais reservado em relação à confiança na resolução de problemas e ao impacto geral do jogo na sua aprendizagem.

A aplicação do jogo Trignodama foi bem recebida por ambos os alunos, mas com nuances diferentes. O aluno B considerou o jogo altamente eficaz em todos os aspetos, enquanto o aluno C reconheceu benefícios, mas com algumas reservas, especialmente em termos de confiança na aplicação dos conceitos. De modo geral, o jogo foi considerado uma ferramenta útil, mas a variação nas respostas sugere que sua eficácia pode depender das características individuais dos alunos.

Nas entrevistas, os alunos B e C expressaram grande satisfação com a modalidade diferenciada do jogo, considerando-a uma alternativa válida e eficaz às aulas tradicionais.

Durante a aplicação do jogo Trignodama, observou-se que o aluno C apresentava dificuldades e o aluno B acabava por o orientar de modo a chegar às respostas corretas, notando-se entreajuda para chegar a soluções, focando em saber responder aos desafios que o jogo colocava, em vez de se focarem nos pontos que iriam obter, após cada questão respondida corretamente.

Os resultados obtidos sugerem que, embora o jogo Trignodama seja uma ferramenta eficaz para a maioria dos alunos, a sua eficácia pode variar dependendo das preferências de aprendizagem e do nível de confiança individual. O feedback dos alunos B e C foi positivo e considerando o jogo como uma ferramenta a utilizar de modo a facilitar a aprendizagem e a consolidar conceitos.

Em suma, a investigação realizada com o Grupo 2 confirma o potencial do jogo Trignodama como uma ferramenta educativa eficaz na aprendizagem da Trigonometria, mas destaca também a importância de ajustes pedagógicos para atender às diversas necessidades dos alunos, garantindo que todos possam tirar o máximo proveito dessa abordagem lúdica.

5.3 Grupo 3

O Grupo 3, composto pelos alunos D e E, concluíram o 10.º ano com notas de 15 e 14 valores.

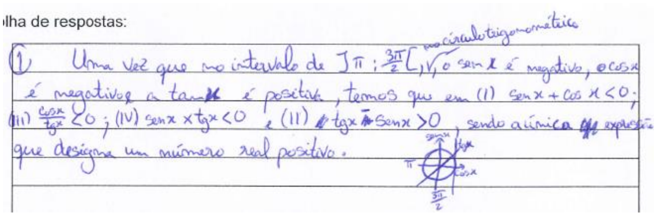
Durante o jogo, os alunos D e E enfrentaram desafios em questões que exigiam uma compreensão mais profunda dos conceitos trigonométricos. Nas suas respostas, revelaram algumas dificuldades na aplicação dos princípios básicos da Trigonometria, indicando uma necessidade de revisão e reforço desses conceitos.

Os alunos mostraram-se pouco preparados para lidar com as complexidades das questões de Trigonometria durante o jogo, estando algumas dessas dificuldades relacionadas quer com a aplicação correta desses conceitos, quer com noções básicas do 9.º ano.

5.3.1 Análise da ficha formativa

O aluno D na primeira questão (Gráfico 5.3.1), da ficha formativa realizada numa aula anterior à aplicação do jogo, começa por analisar o sinal das diversas funções trigonométricas no quadrante em questão, procedendo a uma análise de sinal de cada uma das opções, identificando corretamente qual a opção certa.

Gráfico 5.3.1: Resposta à primeira questão da ficha formativa realizada pelo aluno D.

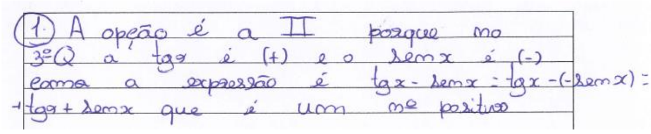

lha de respostas:

① Uma vez que no intervalo de $]\pi ; \frac{3\pi}{2}[$, no círculo trigonométrico, o sen x é negativo, o cos x é negativo e a tan x é positiva, temos que em (I) $\operatorname{sen} x + \cos x < 0$; (III) $\frac{\cos x}{\operatorname{tg} x} < 0$; (IV) $\operatorname{sen} x \times \operatorname{tg} x < 0$ e (II) $\operatorname{tg} x - \operatorname{sen} x > 0$, sendo a única expressão que designa um número real positivo.

Fonte: Própria.

No caso do aluno E (Gráfico 5.3.2), o aluno apenas justifica a razão pela qual a segunda opção é correta não explicando porque razão teria de rejeitar qualquer uma das outras opções. Para além disso, é de sublinhar que a forma como escreve a sua justificação não é correta por sugerir uma igualdade de expressões, que não o são.

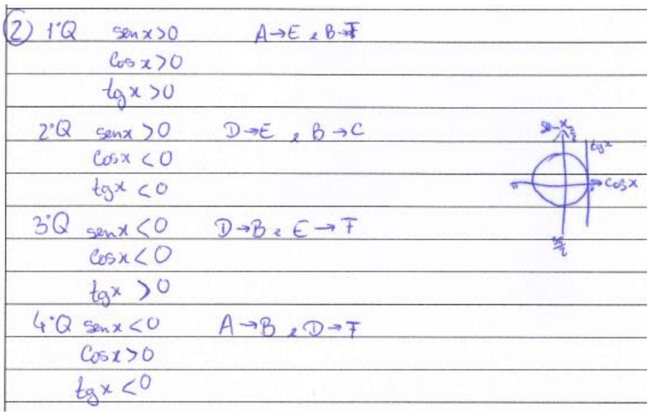
Gráfico 5.3.2: Resposta à primeira questão da ficha formativa realizada pelo aluno E.


(1) A opção é a II porque no 3ºQ a tgx é (+) e o senx é (-) como a expressão é tgx - senx = tgx -(-senx) = tgx + senx que é um nº positivo

Fonte: Própria.

Em relação à segunda questão (Gráfico 5.3.3), o aluno D apresenta, de uma forma organizada, o sinal das diversas funções trigonométricas nos diversos quadrantes e um desenho do círculo trigonométrico, apresentando várias sequências de resposta. No entanto, este aluno foi capaz de identificar ligações que apenas são válidas em cada quadrante, não apresentando uma sequência que considerasse válida em todos os quadrantes.

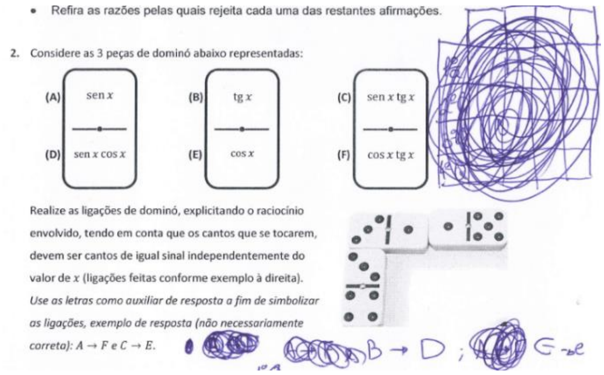
Gráfico 5.3.3: Resposta à segunda questão da ficha formativa realizada pelo aluno D.


(2) 1ºQ sen x > 0 A→E e B→F
cos x > 0
tg x > 0
2ºQ sen x > 0 D→E e B→C
cos x < 0
tg x < 0
3ºQ sen x < 0 D→B e E→F
cos x < 0
tg x > 0
4ºQ sen x < 0 A→B e D→F
cos x > 0
tg x < 0

Fonte: Própria.

No caso do aluno E, este teve dificuldade em apresentar uma tabela de sinais (Gráfico 5.3.4) e em identificar qual a sequência que deveria apresentar como resposta final.

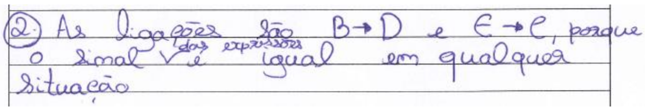
Gráfico 5.3.4: Notações realizadas pelo aluno E no enunciado da segunda questão.



Fonte: Própria.

No entanto, ao contrário do aluno D, o aluno E apresenta uma sequência correta (Gráfico 5.3.5) como resposta final.

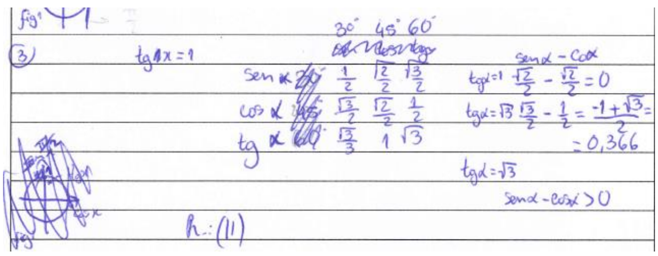
Gráfico 5.3.5: Resposta à segunda questão da ficha formativa realizada pelo aluno E.



Fonte: Própria.

Na terceira questão da ficha formativa (Gráfico 5.3.6), o aluno D utiliza uma notação incorreta em que está a realizar substituições no ângulo α analisando casos particulares.

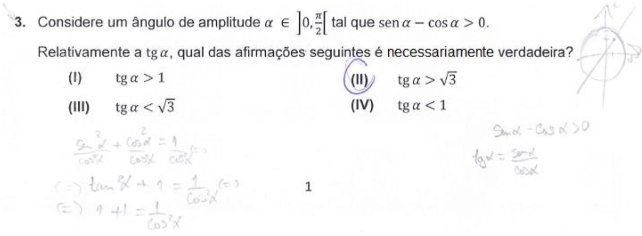
Gráfico 5.3.6: Resposta à terceira questão da ficha formativa realizada pelo aluno D.



Fonte: Própria.

Para além disso, no processo, o aluno apresenta também notações (Gráfico 5.3.7) de algumas relações trigonométricas em que procede à substituição de $\tan^2 \alpha$ por 1. O aluno optou pela opção que apesar de ser verdadeira, não contem todas as soluções da inequação apresentada.

Gráfico 5.3.7: Notações realizadas pelo aluno D em relação à terceira questão do enunciado.


3. Considere um ângulo de amplitude $\alpha \in \left]0,\frac{\pi}{2}\right[$ tal que $\operatorname{sen}\alpha - \cos\alpha > 0$.

Relativamente a $\operatorname{tg}\alpha$, qual das afirmações seguintes é necessariamente verdadeira?

(I) $\operatorname{tg}\alpha > 1$ (II) $\operatorname{tg}\alpha > \sqrt{3}$

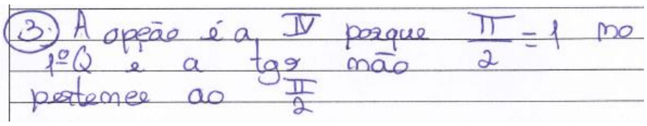
(III) $\operatorname{tg}\alpha < \sqrt{3}$ (IV) $\operatorname{tg}\alpha < 1$

1

Fonte: Própria.

No caso do aluno E, este escolhe a quarta opção (Gráfico 5.3.8) que está relacionada com o valor de $\tan\frac{\pi}{4} = 1$, no entanto não entende que nesta desigualdade, os valores terão de ser superiores a 1 uma vez que $\sin\alpha > \cos\alpha$ e se trata de um valor α pertencente ao primeiro quadrante.

Gráfico 5.3.8: Resposta à terceira questão da ficha formativa realizada pelo aluno E.

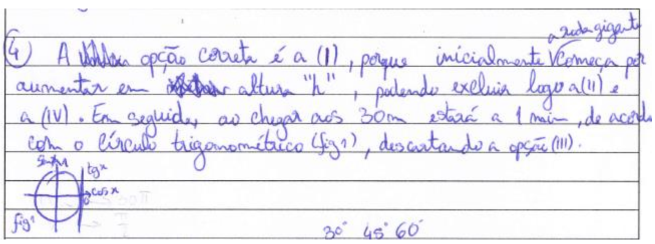


Fonte: Própria.

Adicionalmente, o aluno também escreve incorretamente uma igualdade, bem como, refere-se a $\frac{\pi}{2}$ como se fosse um intervalo.

Na última questão, o aluno D identifica corretamente qual o gráfico correto (Gráfico 5.3.9), bem como explica a razão pela qual rejeita as restantes opções utilizando o círculo trigonométrico como auxiliar no estudo da monotonia da função apresentada.

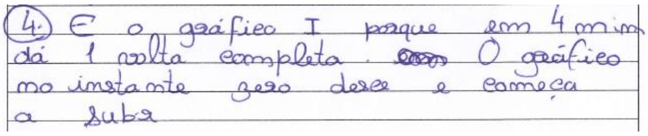
Gráfico 5.3.9: Resposta à quarta questão da ficha formativa realizada pelo aluno D.



Fonte: Própria.

O aluno E escolhe a opção correta para esta questão (Gráfico 5.3.10), no entanto, na sua explicação refere algo que não está de acordo com o gráfico escolhido nem explica a razão pela qual rejeita as restantes opções.

Gráfico 5.3.10: Resposta à quarta questão da ficha formativa realizada pelo aluno E.


4. É o gráfico I porque em 4 min dá 1 volta completa. O gráfico no instante zero desce e começa a subir

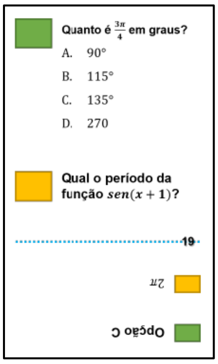
Fonte: Própria.

Desta forma, pode-se concluir que ambos os alunos demonstram ter necessidade de reforçar alguns conceitos do domínio da Trigonometria.

5.3.2 Durante o jogo

No decurso do jogo, notou-se que o aluno E tem dificuldades em certos conceitos básicos, que podem observar-se, por exemplo, na resposta a uma questão de nível verde colocada ao aluno E (Figura 5.3.1), onde lhe é lida a pergunta e apresentadas as opções de resposta.

Figura 5.3.1: Carta n.º19 do jogo Trignodama.



Fonte: Própria.

Aluno E: Na carta está a perguntar qual é a amplitude de $\frac{3\pi}{4}$ em graus. Acho que é o mesmo, mas também não é opção, então talvez seja preciso repetir a mesma amplitude. Opá, não sei escolho a B.

Aluno D: Não, estás mal. Se é em graus e o que dão está em radianos, então temos que converter isso para graus, não é?

Aluno E: Então e não dão os graus? Não é a mesma coisa?

Aluno D: Não, graus e radianos são unidades diferentes. Pensa num círculo. O círculo tem 360 graus, né?

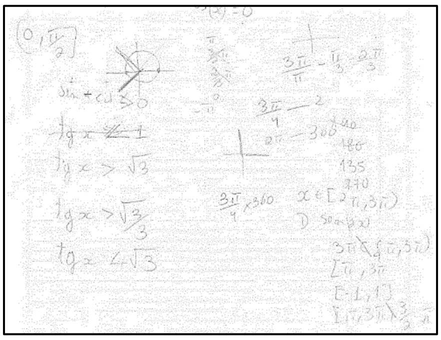
Aluno E: Ah, isso. Então, como é que converto?

Aluno D: Bem, acho que podes usar a regra de três simples. Se um círculo tem 2π radianos e 360 graus, então $\frac{3\pi}{4}$ radianos equivalem a quantos graus?

Aluno E: Assim? 135 graus?

[O aluno E realiza algumas contas e anotações conforme a Figura 5.3.2]

Figura 5.3.2: Verso da folha de resposta do aluno E.



Fonte: Própria.

I: Muito bem! Faça assim para fazer conversão de radianos para graus ou de graus para radianos.

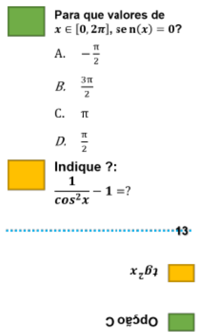
Neste estudo de caso, podemos observar uma situação em que o aluno E enfrenta dificuldades para entender a diferença entre graus e radianos, bem como para converter entre essas duas unidades de medida. O aluno E inicialmente confunde as unidades e acredita que graus e radianos são a mesma coisa, enquanto o aluno D tenta corrigir esse pensamento.

A intervenção do aluno D, ao explicar a diferença entre graus e radianos e sugerir o uso da regra de três simples para fazer a conversão, demonstra um nível mais elevado de compreensão do conceito, propondo uma abordagem mais analítica e proativa na resolução do problema, evidenciando desse modo um maior domínio do assunto.

No final, o aluno consegue chegar à resposta correta usando a regra de três simples, o que demonstra a sua capacidade de aprender e aplicar novos conceitos. Essa experiência destaca a importância de uma abordagem educacional que incentive a investigação e o pensamento crítico, capacitando os alunos a superar desafios e desenvolver uma compreensão mais profunda dos conceitos matemáticos.

Outra situação que ocorreu na segunda sessão de jogo, o aluno E tentou responder a uma questão de cor amarela, que exigia não só o conhecimento de fórmulas trigonométricas, mas também em saber fazer pequenas demonstrações. Este exemplo rege-se pela questão presente na carta n.º13 (Figura 5.3.3).

Figura 5.3.3: Carta n.º13 do jogo Trignodama.



Fonte: Própria.

A Figura 5.3.3 exibe a carta n.º 13 do Trignodama, que exigia dos alunos a aplicação de identidades trigonométricas para resolver o problema proposto. Esta etapa do jogo ajudou a consolidar o entendimento das relações entre diferentes funções trigonométricas.

Aluno E: Épa, a cena é que isso pode ser bué coisas.

Aluno D: Pois eu também não sei.

Aluno E: Então ...

Aluno D: A resposta é fácil é uma das fórmulas.

Aluno E: Ok, então...

Aluno D: É uma das fórmulas que tem o cosseno, é só usares uma das fórmulas.

[o aluno E começa por aplicar a fórmula fundamental da Trigonometria]

Aluno D: Não, isso é muita complicação.

Aluno E: Ai é ?

Aluno D: Podes fazer isso, mas é muita complicação.

Aluno E: Então pera... pela fórmula da Trigonometria... Pera, eu não me lembro desta, era assim né?

[escreveu $1 + \tan x = \frac{1}{\cos x}$]

Aluno E: mas era tudo ao quadrado né?

Aluno D: Era tudo ao quadrado ya!

Aluno E: Ya pois é!

Aluno E: Então ah ok... ah OK! Uau, tangente ao quadrado?

Aluno D: Sim!

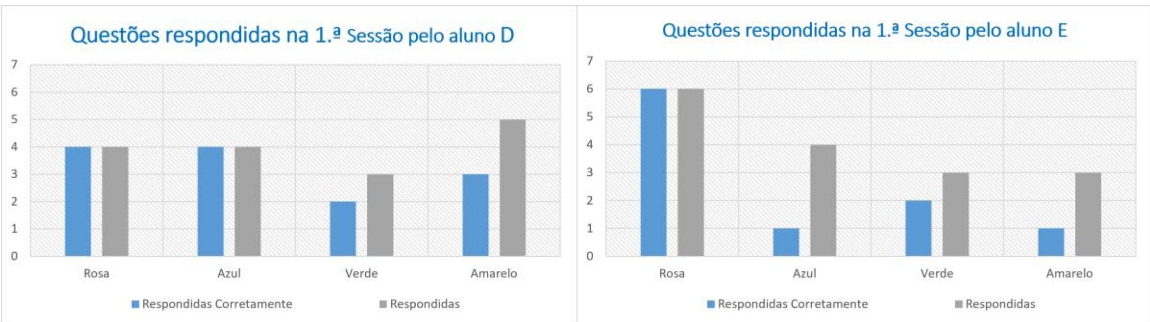
Aluno E: Uau! Obrigada!

Estas dificuldades sentidas estão relacionadas com algumas das questões que os alunos tiveram de responder na ficha formativa. Ora, o aluno D, na segunda questão da ficha formativa, utilizou notações incorretas e substituições inadequadas, optando por uma solução verdadeira, mas incompleta. Esta abordagem inadequada se reflete na sua capacidade de orientar, onde ele sabe a fórmula correta, mas pode não aplicar perfeitamente todos os passos, o facto de ter conseguido identificar instantaneamente o caminho que o aluno E deveria percorrer para chegar à resposta demonstra alguma melhoria no seu raciocínio. Nessa mesma questão da ficha formativa, o aluno E, escolheu uma opção baseada em premissas erradas e cometeu erros na notação, refletindo a sua confusão e necessidade de orientação clara, como visto na sessão do jogo.

O aluno E, apesar de demonstrar dificuldades iniciais significativas e uma necessidade clara de orientação, mostra também que consegue alcançar respostas corretas com ajuda.

Na primeira sessão de jogo, os alunos D e E demonstraram diferentes padrões de desempenho nas diferentes categorias de perguntas, como se pode observar no Gráfico 5.3.11.

Gráfico 5.3.11: Gráficos com as repostas dos alunos D e E na primeira sessão de jogo.



Fonte: Própria.

Nos gráficos de barras acima (Gráfico 5.3.11), estão representadas as frequências com que os alunos D e E responderam a questões correspondentes à ficha de cor Rosa, Azul, Verde ou Amarela do jogo Trignodama. As cores das fichas estão representadas no eixo horizontal, as barras a azul correspondem ao número de questões respondidas corretamente e as barras a cinzento correspondem ao número de questões que foram respondidas.

No que se refere ao aluno D, observamos que respondeu corretamente a uma quantidade razoável de perguntas em todas as categorias, com exceção da cor verde, onde teve um desempenho abaixo da média.

No entanto, é importante notar que respondeu a um número considerável de perguntas em todas as categorias, o que sugere uma participação ativa no jogo.

Já o aluno E teve um desempenho mais variável, pois obteve uma pontuação alta na categoria rosa, respondendo corretamente a todas as perguntas, mas o seu desempenho foi menos consistente nas outras categorias, com apenas uma resposta correta na categoria azul e duas na categoria verde. Estes dados podem indicar que o aluno E apresenta dificuldades específicas em certos aspetos da Trigonometria e necessitar de um apoio mais individualizado ou atenção adicional, ou seja, o aluno respondeu corretamente a questões diretas como o cálculo de valores exatos trigonométricos (cor rosa), no caso de questões mais desenvolvidas (cores verde e amarelo), por exemplo: a conversão de graus para radianos e soluções de equações trigonométricas, onde já demonstrou maior dificuldade.

Em termos de participação global, ambas responderam a um número significativo de perguntas, o que mostra um nível de envolvimento no jogo. No entanto, o aluno E respondeu a um número ligeiramente mais elevado de perguntas do que o aluno D.

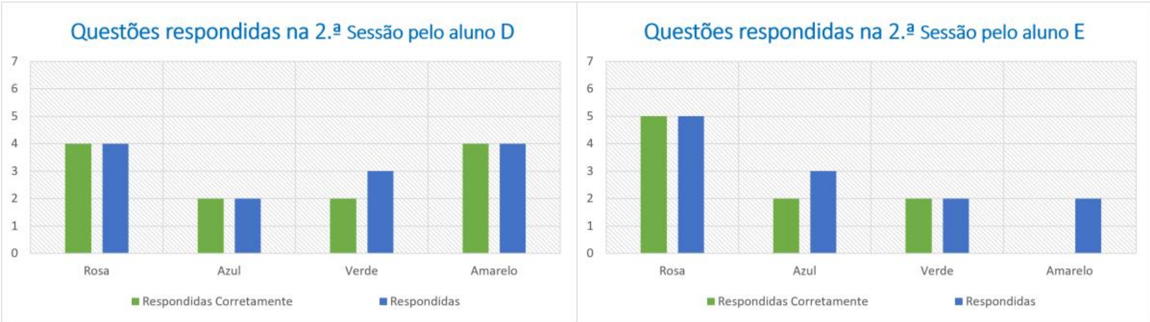
No geral, a análise do Gráfico 5.3.11, sugere que ambas os participantes têm pontos fortes e áreas a melhorar em relação ao seu desempenho no jogo de Trigonometria.

O gráfico Gráfico 5.3.12 segue a mesma estrutura que o anterior apenas tendo a diferença nas cores: as barras de cor verde representam o número de respostas respondidas corretamente e, as barras de cor azul correspondem ao número de respostas respondidas.

Na segunda sessão de jogo, segundo o

Gráfico 5.3.12, os alunos D e E apresentaram um desempenho variável em relação às diferentes categorias de perguntas.

Gráfico 5.3.12: Gráficos sobre as respostas dos alunos D e E na segunda sessão de jogo.



Fonte: Própria.

Comparando a segunda sessão com a primeira, pode-se observar que o desempenho do aluno E baixou ligeiramente em algumas categorias, o que pode indicar dificuldades ou menor autoconfiança nas questões apresentadas.

Globalmente, a análise do Gráfico 5.3.12, sugere que ambos os alunos continuaram a demonstrar um bom nível de participação no jogo, mas também se destacaram áreas onde cada um pode necessitar de mais apoio ou prática para melhorar o seu desempenho.

Adicionalmente, os dois alunos deram feedback em relação à prática do jogo como método de consolidação do domínio da Trigonometria. O aluno D, indica que gostou muito do jogo, uma vez que tornou a aprendizagem da Trigonometria mais divertida e interativa, sendo uma maneira diferente e interessante de estudar, saindo um pouco da rotina das aulas habituais, referiu também que teve dificuldades com questões mais complexas que exigiam uma compreensão mais profunda dos conceitos e que, por vezes, demorava um pouco a relembrar todas as fórmulas e como aplicar corretamente, no entanto havia sempre a possibilidade de discutir com a sua colega e tentar chegar à solução em conjunto.

No caso do aluno E, este embora tenha achado que era uma forma diferente de aprender, não o achou divertido, porém, era melhor do que a consolidação realizada nas aulas habituais e que ajudou a relembrar alguns conceitos, mas, como a disciplina de Matemática é tão difícil para o aluno, este continua a sentir muitas dificuldades no domínio da Trigonometria.

5.3.3 Resposta ao questionário

Recordemos que no questionário (DT) significa "Discordo Totalmente", (DP) "Discordo Parcialmente", (CP) "Concordo Parcialmente" e (CT) "Concordo Totalmente".

As respostas do aluno D (Figura 5.3.4) ao questionário proposto, apresentam uma visão predominantemente positiva em relação ao jogo Trignodama e à sua eficácia na aprendizagem da Trigonometria. Ele considera a matemática útil e desafiante (CT), reconheceu que o jogo Trignodama ajudou a compreender melhor os conceitos básicos de Trigonometria (CP) e facilitou a memorização das relações trigonométricas (CT). O aluno D também afirmou que tem o hábito de jogar jogos não digitais com familiares e amigos (CT), o que possivelmente contribuiu para a sua aceitação do jogo como uma ferramenta educativa eficaz. Ele sentiu que o jogo tornou o estudo da Trigonometria mais divertido e motivador (CP) e que contribui para um aumento significativo na sua confiança para resolver problemas de Trigonometria após jogar (CT). O aluno também valorizou as discussões e reflexões durante o jogo como úteis para a sua aprendizagem matemática (CT) e recomendou fortemente o uso do jogo para outros alunos (CT). Em síntese, o aluno D demonstra uma aceitação quase total dos benefícios do jogo, com apenas uma leve reserva em relação à compreensão dos conceitos básicos, indicando que o jogo Trignodama foi uma ferramenta educativa muito eficaz para ele.

Figura 5.3.4: Resposta ao questionário de resposta fechada pelo aluno D.

Jogo aplicado num contexto pedagógico					
Coloque um "X" no valor que melhor traduz a sua opinião. 1 - Discordo totalmente (DT); 2 – Discordo parcialmente (DP); 3 - concordo parcialmente (CP) e 4 - concordo totalmente (CT)		Discordo totalmente			Concordo totalmente
Itens		DT 1	DP 2	CP 3	CT 4
1	Gosto de matemática por ser útil e desafiante.				X
2	O jogo Trignodama ajudou-me a compreender melhor os conceitos básicos de trigonometria (como seno, cosseno e tangente).			X	
3	O jogo Trignodama facilitou a memorização das relações trigonométricas.				X
4	Costumo jogar jogos não digitais (tabuleiro, cartas, dominó, etc.) com a família e/ou amigos para nos divertirmos.				X
5	O jogo Trignodama tornou o estudo da trigonometria mais divertido e motivador, ao aplicar conceitos que aprendi em sala de aula.			X	
6	Após jogar Trignodama, sinto-me mais confiante em resolver problemas de trigonometria.				X
7	As discussões e reflexões feitas, durante o jogo Trignodama, foram úteis para as minhas aprendizagens ao nível da matemática.				X
8	Recomendo o uso do jogo Trignodama como uma ferramenta de aprendizagem para outros alunos que estão a estudar trigonometria pois facilita a compreensão de conceitos complexos.				X

Fonte: Própria.

As respostas do aluno E ao questionário de resposta fechada (Figura 5.3.5), apresentam perceções mistas em relação ao jogo Trignodama e à sua experiência com a matemática. Ele discordou que a matemática é útil e desafiante (DT) e não sentiu que o jogo Trignodama o ajudou a compreender melhor os conceitos básicos de Trigonometria (DT), ou a facilitar a memorização das relações trigonométricas (DT). No entanto, o aluno demonstrou algum interesse em jogar jogos não digitais com a família e amigos (CP) e considerou que o jogo Trignodama tornou o estudo da Trigonometria um pouco mais divertido e motivador (CP). Apesar disso, ele não se sentiu mais confiante em resolver problemas de Trigonometria após jogar (DT). Em contrapartida, o aluno valorizou as discussões e reflexões durante o jogo como úteis para a sua aprendizagem matemática (CT), mas não recomendou fortemente o uso do jogo para outros alunos, indicando apenas uma concordância parcial (DP). Em síntese, as respostas do aluno E sugerem que o jogo Trignodama teve um impacto limitado na sua compreensão e confiança em Trigonometria, embora ele tenha reconhecido algum valor nas discussões promovidas durante o jogo.

Figura 5.3.5: Resposta ao questionário de resposta fechada pelo aluno E.

Jogo aplicado num contexto pedagógico					
Coloque um "X" no valor que melhor traduz a sua opinião. 1 - Discordo totalmente (DT); 2 – Discordo parcialmente (DP); 3 - concordo parcialmente (CP) e 4 - concordo totalmente (CT)		Discordo totalmente			Concordo totalmente
Itens		DT 1	DP 2	CP 3	CT 4
1	Gosto de matemática por ser útil e desafiante.	X			
2	O jogo Trignodama ajudou-me a compreender melhor os conceitos básicos de trigonometria (como seno, cosseno e tangente).				X
3	O jogo Trignodama facilitou a memorização das relações trigonométricas.	X			
4	Costumo jogar jogos não digitais (tabuleiro, cartas, dominó, etc.) com a família e/ou amigos para nos divertirmos.			X	
5	O jogo Trignodama tornou o estudo da trigonometria mais divertido e motivador, ao aplicar conceitos que aprendi em sala de aula.			X	
6	Após jogar Trignodama, sinto-me mais confiante em resolver problemas de trigonometria.	X			
7	As discussões e reflexões feitas, durante o jogo Trignodama, foram úteis para as minhas aprendizagens ao nível da matemática.				X
8	Recomendo o uso do jogo Trignodama como uma ferramenta de aprendizagem para outros alunos que estão a estudar trigonometria pois facilita a compreensão de conceitos complexos.		X		

Fonte: Própria.

A análise dos questionários dos alunos D e E revela perceções contrastantes sobre o jogo Trignodama na aprendizagem da Trigonometria. Enquanto o aluno D apresentou uma visão amplamente positiva, destacando a utilidade do jogo para a compreensão dos conceitos básicos, a memorização das relações trigonométricas, e o aumento da confiança na resolução de problemas, o aluno E mostrou-se mais crítico. O aluno E não considerou a matemática útil ou desafiante e sentiu que o jogo teve um impacto limitado na sua compreensão e memorização dos conceitos trigonométricos. No entanto, ambos os alunos reconheceram a utilidade das discussões durante o jogo para a aprendizagem, com o aluno D recomendando fortemente o uso do jogo, enquanto o aluno E teve uma opinião mais reservada. Em suma, o jogo Trignodama foi altamente eficaz para o aluno D, mas teve um impacto significativamente menor para o aluno E, refletindo a necessidade de abordagens diferenciadas para atender às diversas perceções e necessidades dos alunos.

5.3.4 Considerações finais

A análise das participações dos alunos E e D no jogo Trignodama, juntamente com as suas respostas aos questionários e entrevistas, permite concluir que os jogos educativos podem desempenhar um papel importante na aprendizagem da matemática, particularmente no domínio da Trigonometria, conforme o currículo do 11.º ano de Matemática A. Os dados recolhidos ao longo da investigação indicam que, embora ambos os alunos tenham abordado o jogo de maneiras distintas, cada um encontrou valor na experiência, reforçando a utilidade dos jogos como ferramentas pedagógicas.

No que diz respeito aos questionários realizados, o aluno E demonstrou uma perceção mista, com dificuldades em reconhecer a utilidade dos jogos educativos para a sua aprendizagem, e uma tendência a sentir-se inseguro quanto à aplicação dos conceitos de Trigonometria. Em contraste, o aluno D apresentou respostas mais positivas, valorizando a matemática pelo seu desafio e reconhecendo o valor dos jogos na facilitação da compreensão e na memorização dos conceitos.

A aplicação do jogo Trignodama revelou que o aluno D, com uma postura mais confiante, utilizou o jogo como uma oportunidade para reforçar os seus conhecimentos e auxiliar o colega. O aluno E, embora tenha mostrado menos confiança, beneficiou do suporte contínuo e da repetição proporcionada pelo jogo, o que lhe permitiu memorizar conceitos importantes de Trigonometria. Globalmente, o jogo Trignodama serviu como uma plataforma eficaz para ambos os alunos, apesar das suas diferentes abordagens e níveis de competência.

Durante as entrevistas, o aluno D destacou a utilidade do jogo como uma alternativa válida às aulas tradicionais, enfatizando a sua eficácia na consolidação dos conceitos aprendidos. Já o aluno E, embora tenha apreciado o formato do jogo, expressou uma necessidade de maior apoio, mencionando as dificuldades iniciais na compreensão das regras e a importância da orientação recebida durante o jogo.

As abordagens de jogo adotadas pelos alunos refletiram as suas diferentes perceções e níveis de segurança. O aluno D, com uma abordagem mais proativa e colaborativa, utilizou o jogo para liderar e apoiar o colega, enquanto o aluno E adotou uma postura mais cautelosa, focando-se em garantir que compreendia as tarefas antes de avançar. Estas abordagens diferentes evidenciam a flexibilidade dos jogos educativos em atender a diversas necessidades de aprendizagem.

Os resultados traduzem a eficácia dos jogos educativos, como o Trignodama, em proporcionar um ambiente de aprendizagem que pode ser adaptado para diferentes perfis de alunos. Eles também destacam a importância de metodologias que permitam a personalização da aprendizagem, onde alunos com diferentes competências e níveis de confiança possam beneficiar igualmente.

Em suma, a investigação sugere que o uso de jogos educativos na sala de aula pode promover uma aprendizagem mais significativa e motivadora, especialmente quando integrado com estratégias de apoio que considerem as necessidades individuais dos alunos. O jogo Trignodama, em particular, mostrou-se uma ferramenta valiosa para o ensino da Trigonometria, demonstrando potencial para melhorar a compreensão, a memorização e a aplicação dos conceitos matemáticos de forma dinâmica e envolvente.

CONCLUSÃO

A presente investigação foi implementada com o objetivo de explorar a eficácia do uso de jogos educativos, em particular o jogo Trignodama, na motivação para a aprendizagem da Trigonometria, consolidação deste tema e as vantagens da sua aplicação entre alunos do 11.º ano na disciplina de matemática. Desde a introdução desta tese ressaltou-se a importância de metodologias inovadoras no ensino da matemática, especialmente em áreas onde os conceitos são frequentemente percebidos como abstratos e desafiadores. A revisão da literatura indicou que os jogos educativos podem desempenhar um papel crucial na simplificação da aprendizagem, na motivação dos alunos e na aplicação prática dos conceitos matemáticos.

Os resultados obtidos através dos questionários, observações e entrevistas realizados indicam que o jogo Trignodama teve um impacto positivo na aprendizagem dos alunos. A maioria dos alunos relatou que o jogo facilitou a compreensão de conceitos fundamentais como seno, cosseno e tangente, além de ter contribuído significativamente para a memorização das relações trigonométricas. Esta descoberta alinha-se com os estudos de Grando (2004) e Silva e Salvi (2011), que investigaram a utilização de jogos educativos no ensino de matemática e observaram melhorias na compreensão e aplicação prática dos conceitos quando estes foram abordados de forma lúdica e interativa. Grando (2004), por exemplo, explorou o impacto de jogos educativos na aprendizagem e concluiu que estes podem proporcionar um ambiente de aprendizagem ativo e colaborativo, o que também foi observado no presente estudo, onde os alunos participaram de forma mais interativa e colaborativa durante a aplicação do jogo.

Os resultados desta investigação reforçam as teorias discutidas na revisão de literatura, especialmente no que se refere ao impacto positivo do uso de jogos na aprendizagem matemática. Conforme apontado por Alves e Bianchin (2010), a utilização de jogos como metodologia ativa contribui para o aumento da motivação e da autoestima dos alunos, criando um ambiente de aprendizagem mais interativo. Esse benefício foi evidenciado durante a aplicação do jogo Trignodama, no qual os alunos demonstraram maior envolvimento e interesse pelos conteúdos de Trigonometria, superando as barreiras frequentemente associadas ao ensino tradicional.

Além disso, conforme discutido por Festus e Adeyeye (2012), os jogos promovem a colaboração e o trabalho em equipa, características observadas nos momentos de partilha e entreajuda entre os alunos durante o jogo. Essa interação não apenas consolidou conceitos matemáticos, mas também desenvolveu competências sociais importantes, alinhando-se às metas interdisciplinares defendidas pela abordagem STEM.

Por outro lado, a revisão de literatura apontou desafios, como a possível ineficácia de jogos quando mal planeados ou sem objetivos claros (Randel et al., 1992). Embora a maioria dos alunos tenha respondido positivamente à atividade, houve dificuldades entre aqueles com menos pré-requisitos consolidados, indicando a necessidade de adaptar os jogos para melhor atender às diversas necessidades da turma.

Esses resultados complementam as teorias discutidas ao destacar que os jogos não apenas promovem uma aprendizagem mais significativa, mas também criam um ambiente favorável para o desenvolvimento de competências críticas, como pensamento lógico e resolução de problemas, elementos cruciais para uma formação integral. Assim, esta investigação reforça a importância de integrar metodologias lúdicas no ensino, evidenciando que a aprendizagem pode ser tanto desafiadora quanto divertida.

Em termos de motivação, os dados sugerem que o Trignodama aumentou significativamente o interesse dos alunos pela matemática, tornando o estudo da Trigonometria mais acessível e menos intimidante. Assim, os resultados confirmam que a questão de investigação foi respondida de maneira afirmativa: a utilização do jogo Trignodama contribuiu significativamente para aumentar a motivação dos alunos no estudo da Matemática. Isso foi evidenciado tanto pelos relatos positivos recolhidos nos questionários e entrevistas, bem como pela maior participação e envolvimento observados durante as sessões de jogo. A metodologia lúdica demonstrou ser eficaz em criar um ambiente mais acolhedor e motivador, especialmente para alunos que normalmente sentem dificuldades ou desinteresse em relação à disciplina. Este aumento na motivação é semelhante aos resultados encontrados por Borin (1996), que destacou que a utilização de jogos pode tornar a aprendizagem matemática mais envolvente, especialmente para alunos que, de outra forma, poderiam sentir-se desmotivados ou ansiosos em relação à disciplina. Contudo, assim como os estudos anteriores indicaram, o impacto do jogo foi mais pronunciado entre alunos que já tinham uma predisposição positiva para a matemática, enquanto aqueles que começaram o jogo com inseguranças ou dificuldades requereram maior apoio e orientação para tirar inteiro proveito da experiência.

Comparando com os estudos de Boaler (2015) e Devlin (2011), que destacam a eficácia dos jogos no estímulo de uma aprendizagem mais significativa, os resultados desta investigação corroboram a ideia de que os jogos educativos, como o Trignodama, são valiosos para reforçar a compreensão e motivar os alunos no estudo da matemática. No entanto, também ficou claro que a eficácia do jogo pode ser maximizada quando acompanhado de estratégias pedagógicas adicionais, especialmente para alunos que necessitam de mais suporte.

Com base nas conclusões desta investigação, recomenda-se a integração de jogos educativos como o Trignodama no currículo de Matemática, inicialmente no ensino da Trigonometria, mas com a possibilidade de extensão a outros temas da Matemática. No entanto, é fundamental que esta integração seja acompanhada por estratégias pedagógicas complementares, para garantir que todos os alunos, independentemente do seu nível inicial de competência, possam beneficiar totalmente desta abordagem. Futuras investigações poderiam explorar a eficácia de diferentes tipos de jogos educativos e comparar os seus impactos em várias disciplinas, contribuindo para um entendimento mais amplo de como essas ferramentas podem ser otimizadas para promover a aprendizagem.

Em suma, a presente investigação confirmou que o uso de jogos educativos, como o Trignodama, pode ser uma adição valiosa ao repertório pedagógico, promovendo uma aprendizagem mais significativa e motivadora na Trigonometria, tendo o Trignodama mostrado como uma ferramenta pedagógica eficiente na interação entre os alunos e em promover o interesse pela Matemática, especialmente na Trigonometria. Este resultado reforça que a motivação pode ser um fator determinante para melhorar a aprendizagem e deve ser considerada como um elemento central ao integrar metodologias inovadoras no ensino. Os resultados obtidos sugerem também, que, para maximizar o impacto destes jogos, é necessário que sejam integrados de forma cuidadosa e acompanhados de suporte pedagógico adequado, especialmente para alunos com dificuldades iniciais. Assim, esta tese contribui para o campo da educação matemática ao reforçar a importância de metodologias inovadoras que possam melhorar a aprendizagem e consolidação dos conteúdos matemáticos de todos os alunos, e encoraja futuras investigações a explorar e desenvolver estas metodologias em contextos variados, ampliando o seu impacto e alcance.

Ao refletir sobre estas conclusões, é importante considerar que a educação é um campo dinâmico que requer constante adaptação e inovação. A incorporação de jogos educativos, como evidenciado por esta investigação, oferece uma oportunidade para enriquecer a experiência de aprendizagem dos alunos e para enfrentar os desafios da educação matemática com criatividade e eficácia. Esta investigação contribui para o campo da educação matemática, sublinhando a necessidade de continuar a explorar e a desenvolver metodologias que possam tornar a aprendizagem mais acessível, inclusivo e motivador para todos os alunos.

Referências

Abrantes, P. (1994). *Matemática e Realidade: Reflexões em torno do ensino e da aprendizagem da matemática.* Ministério da Educação.

Aires, L. (2011). *Paradigma qualitativo e práticas de investigação educacional.* Universidade Aberta.

Alves, L., & Bianchin, M. A. (2010). O jogo como recurso de aprendizagem. *Revista Psicopedagogia, 27*(83), pp. 282-287. Obtido de http://pepsic.bvsalud.org/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0103-84862010000200013&lng=pt&tlng=pt

Bardin, L. (1977). *Análise de Conteúdo.* Edições 70.

Barros, E. M., & Teixeira, H. R. (2017). O Uso De Jogos Para O Ensino Da Trigonometria Nos 2° Anos Do Ensino Médio. (U. d. Amazonas, Ed.) pp. 1-12. Obtido de http://repositorioinstitucional.uea.edu.br/bitstream/riuea/406/1/O%20USO%20DE%20JOGOS%20PARA%20O%20ENSINO%20DA%20TRIGONOMETRIA.pdf

Bernard, H. R. (2011). *Research Methods in Anthropology: Qualitative and Quantitative Approaches.* AltaMira Press.

Bettega, O. B., J., S. A., Pasquarelli, B. N., Prestes, M. F., Kssesinski, F. C., & Galatti, L. R. (2020). A competição na iniciação ao futebol: considerações sobre a organização do jogo e a participação no ambiente competitivo. *Motrivivência, 32*(62), 1-17. Obtido de https://doi.org/10.5007/2175-8042.2020e66716

Boaler, J. (2015). *Mathematical Mindsets: Unleashing Students' Potential through Creative Math, Inspiring Messages and Innovative Teaching.* Jossey-Bass.

Bogdan, R., & Biklen, S. (1994). *Investigação qualitativa em educação – uma introdução à teoria e aos métodos.* Porto Editora.

Borin, J. (1996). *Jogos e Resolução de Problemas: Uma estratégia para as aulas de matemática* (Vol. 6). CAEM.

Bowen, G. A. (2009). Document Analysis as a Qualitative Research Method. *Qualitative Research, 9*(2), 27-40. Obtido de http://dx.doi.org/10.3316/QRJ0902027

Buchheister, K. E., Jackson, C., & Taylor, C. E. (2017). *Maths Games: A Universal Design approach to mathematical reasoning.* APMC.

Buchheister, K. J. (2017). Defining Effective Learning Tasks for All. Em C. Martin, & D. Polly, *Handbook of Research on Teacher Education and Professional Development.* IGI Global. doi:https://doi.org/10.4018/978-1-5225-1067-3

Caillois, R., Ferreira, M., & Fortuna, T. R. (2017). *Os jogos e os homens: A máscara e a vertigem.* Vozes. Obtido em dezembro de 2022, de https://books.google.pt/books?id=dCZFDwAAQBAJ&printsec=frontcover#v=onepage&q&f=false

Castro, S. (2008). Juegos, simulaciones y simulación-juego y los entornos multimediales en educación:¿ mito o potencialidad? *Revista de investigación*(65), 223-245. Obtido de https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=376140380009

Cohen, L., Manion, L., & Morrison, K. (2007). *Research Methods in Education.* Routledge.

Conceição, A., & Almeida, M. (2021). *Matematicamente falando 9.º ano.* Areal Editores.

Conteúdo, T. d. (s.d.). *SESI SENAI.* Obtido em 23 de janeiro de 2023, de https://blog.sesisenai.org.br/metodologias-ativas/

Costa, B., & Rodrigues, E. (2022). *Novo Espaço - Matemática A - 11.º Ano.* Porto Editora.

Costa, O. V. (2011). *O jogo didático como estratégio de aprendizagem.* Faculdade de Ciências Sociais e Humanas, Universidade Nova de Lisboa.

Creswell, J. W. (2007). *Qualitative Inquiry and Research Design.* Sage Publications.

Creswell, J. W., & Creswell, J. D. (2009). *Research Design: Qualitative, Quantitative, and Mixed Methods Approaches.* Sage.

Deterding, S., Dixon, D., Khaled, R., & Nacke, L. (2011). From game design elements to gamefulness: defining 'gamification'. *CHI '11 Proceedings of the SIGCHI Conference on Human Factors in Computing Systems*(11), 9-15. Obtido de https://dl.acm.org/doi/10.1145/2181037.2181040

Devlin, K. (2011). *Mathematics Education for a New Era: Video Games as a Medium for Learning.* A K Peters/CRC Press.

DGE. (Agosto de 2018). Aprendizagens essenciais, Ensino Secundário, Matemática A, 11.º ano.

Edo, M., & Deulofeu, J. (2006). *Investigación sobre juegos, interacción y construcción de conocimientos matemáticos.* Enseñanza de las Ciencias.

Ens, R. T., & Donato, S. P. (2011). *Ser professor e formar professores: tensões e incertezas contemporâneas.* Champagnat.

Farber, M. (2017). *Gamify Your Classroom: A Field Guide to Game-Based Learning.* Peter Lang Publishing.

Faz Educação & Tecnologia. (s.d.). *fazaeducacao*. Obtido em fevereiro de 2024, de https://fazeducacao.com.br/metodologia-steam/

Fengfeng, K. (2006). Classroom Goal Structures for Educational Math Game Application. *International Society of the Learning Sciences* (pp. 314-320). Indiana University. Obtido de https://dl.acm.org/doi/abs/10.5555/1150034.1150080

Festus, A. B., & Adeyeye, A. C. (2012). *The Development and Use of Mathematical Games in Schools* (Vol. 2). National Mathematical Centre.

Fouze, A. Q., & Amit, M. (2018). Development of Mathematical Thinking through Integration of Ethnomathematic Folklore Game in Math Instruction. *EURASIA Journal of Mathematics, 14*(2), 617-630. Obtido de https://doi.org/10.12973/ejmste/80626

Fú, H. S. (2022). *O Ensino dos Jogos Chineses nas Aulas de Educação Física.* Appris.

Gerring, J. (2007). *Case study research: Principles and practices.* Cambridge University Press.

Gough, J. (1999). Playing mathematical games: When is a game not a game? *Australian Primary Mathematics Classroom, 4*(2), pp. 12-17. Obtido de https://www.academia.edu/18830438/Playing_Mathematics_Games_When_is_a_Game_not_a_Game

Grando, R. C. (2004). *O jogo e a matemática no contexto da sala de aula.* Coleção pedagogia e educação.

Hartono, M., Candramata, M. A., Adhyatmoko, K. N., & Yulianto, B. (2016). Math Education Game for Primary School. *International Conference on Information Management and Technology (ICIMTech)* (pp. 93-96). Bina Nusantara University. Obtido de https://www.researchgate.net/publication/317070822_Math_Education_Game_for_primary_school

Infopédia. (s.d.). Obtido em 1 de outubro de 2022, de Infopédia: https://www.infopedia.pt/dicionarios/lingua-portuguesa/jogo

Lara, I. C. (2004). Jogando com a Matemática de 5ª a 8ª série. (pp. 1-10). UNESP. Obtido de https://www.sbembrasil.org.br/files/viii/pdf/02/MC63912198004.pdf

Lee, K. P. (1996). *The Use Of Mathematial Games In Teaching Primary Mathematics* (2 ed., Vol. 1). The Mathematics Educator.

Leontiev, A. N. (1978). *Activity, Consciousness, and Personality.* Prentice-Hall.

Marcelo, C. (2009). Desenvolvimento profissional docente: passado e futuro. *Revista de ciências da educação*(8), 7-22. Obtido de http://sisifo.ie.ulisboa.pt/index.php/sisifo/article/view/130/217

Martins, G. O., Gomes, C. A., Brocardo, J. M., Pedroso, J. V., Carrillo, J. L., Silva, L. M., . . . Rodrigues, S. M. (26 de Julho de 2017). Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória. *Despacho n.º 6478/2017*.

Mattos, R. A. (2009). Jogo e Matemática: Uma Relação Possível. Universidade Federal da Bahia.

Moursund, D. (2016). *Learning Problem-Solving Strategies by Using Games.* Information Age Education: Eugene.

Mumcu, H. Y. (2018). Examining Mathematics Department Students' Views on the use of Mathematics in Daily Life. *International Online Journal of Education and Teaching, 5*(1), 61-80. Obtido de http://iojet.org/index.php/IOJET/article/view/221/220

Neves, J. L. (1996). Pesquisa qualitativa: características, usos e possibilidades. *Caderno de Pesquisas em Administração, 1*(3). Obtido de http://www.ead.fea.usp.br/cad-pesq/arquivos/C03-art06.pdf

OECD. (2017). *Education at a Glance 2017: OECD Indicators.* OECD Publishing.

Patton, M. Q. (2002). *Qualitative Research & Evaluation Methods.* Sage Publications.

Piaget, J. (1926). *A Psicologia da Criança.* Presses Universitaires de France.

Piaget, J. (1951). *Play, Dreams And Imitation In Childhood.* Routledge.

Ponte, J. P. (2014). Práticas Profissionais dos Professores de Matemática. Instituto de Educação da Universidade de Lisboa.

Ramos, T. C. (2017). A importância da Matemática na Vida Cotidiana dos Alunos do Ensino Fundamental II. *Cairu em Revista, 6*(9), 201-218. Obtido de https://www.cairu.br/revista/arquivos/artigos/20171/11_IMPORTANCIA_MATEMATICA.pdf

Randel, J., Morris, B., Wetzel, C. D., & Whitehall, B. (1992). The effectiveness of games for educational purposes: Simulation & Gaming. *23*(3), 261-276.

Salen, K., & Zimmerman, E. (2004). *Rules of Play: Game Design Fundamentals.* The MIT Press.

Silva, A. G., & Salvi, R. (2011). Trigonometria sem traumas: Uma experiência com jogos. *Revista de Educação Matemática, 13*(15), pp. 27-36. Obtido de https://funes.uniandes.edu.co/funes-documentos/Trigonometria-sem-traumas-uma-experiencia-com-jogos/

Smith, H. (2020). *Learning Through Games: How Math Games Can Enhance Education.* Worcester Polytechnic Institute.

Snyder, S. (s.d.). *Centre for Educational Research and Innovation - CERI.* Obtido em 7 de dezembro de 2017, de OECD: https://www.oecd.org/education/ceri/IS_Project_Brochure.pdf

Sprinthall, R. C., Sprinthall, N. A., & Oja, S. (1998). *Educational Psychology: A Developmental Approach.* McGraw-Hill.

Stein, M., Kinder, D., Silbert, J., & Carnine, D. (2006). *Designing Effective Mathematics Instruction: A Direct Instruction Approach.* Pearson.

Tomaz, B. C., Pontes, M. A., & Moreno, A. L. (2015). Análise crítica de jogos educacionais sobre Trigonometria e a importância dos jogos no ensino. *Proceeding Series of the Brazilian Society of Applied and Computational Mathematics, 3*(1). Obtido de https://doi.org/10.5540/03.2015.003.01.0508

Vankúš, P. (2007). Influence Of Didactical Games On Pupils' Attitudes Towards Mathematics And Process Of Its Teaching. *WG2*, pp. 369-378. Comenius University. Obtido de http://dx.doi.org/10.13140/2.1.2631.0087

Vankúš, P. (2013). *Didactic Games In Mathematics.* Comenius University.

Vaus, D. (2001). *Survey in Social Research.* Routledge.

Vygotsky, L. (1978). *Mind in Society: The Development of Higher Psychological Processes.* Harvard University Press.

Yin, R. K. (2014). *Case study research: Design and methods.* Sage publications.

Zeferino, L. (2015). *Jogos Matemáticos nas Aulas do Ensino Médio: Pife-Trigonométrico.* IFSP.

Anexos

Anexo A Planificação - 9.º ano: 24 de janeiro de 2023

[redacted]

Plano da Aula Observada n.º 1

Matemática - 9º Ano

Docente: Raquel Fernandes

Corroios, 24 janeiro 2023

2022/2023

Escola [redacted]

Plano de Aula

Ano:	9º	Turma:	CJ	Disciplina:	Matemática	Tópico(subdominio):	Construções e lugares geométricos
Sala:	M 59	Data:	24 JANEIRO DE 2023	Hora:	8:00	Duração da aula:	100 minutos

Lições n.º:		Sumário:	Circuncentro e Incentro. Resolução de problemas.

Pré-Requisitos:	Conceitos de: • Altura e base de um triângulo, • Segmento de reta, • Ponto médio de um segmento de reta, • Bissetriz de um ângulo, • Mediatriz de um segmento de reta.	Conteúdos de Aprendizagem:	• Entender o conceito de circuncentro de um triângulo e suas caraterísticas. • Reconhecer que o circuncentro é o centro da única circunferência circunscrita ao triângulo. • Entender o conceito de Incentro de um triângulo e suas caraterísticas. • Saber como desenhar o circuncentro e uma circunferência circunscrita ao triângulo. • Saber desenhar o Incentro.

Objetivos essenciais de aprendizagem, conhecimentos, capacidades e atitudes transversais

Objetivos Gerais:	• Consolidar o conceito de Incentro, bem como a sua construção. • Entender como construir e propriedades de circuncentro e incentro de um triângulo.	Descritores	Conceito de Circuncentro de um triângulo. Conceito de Incentro de um triângulo.

Materiais e Recursos:	Computador equipado de Geogebra, sala com projetor ou projetor portátil, caderno, material de escrita, compasso e régua.

Desenvolvimento da aula:

- Verificar a entrada dos alunos na sala de aula e escrever o sumário no quadro pedindo que estes o passem.
- Pedir a um aluno que ligue o projetor afim de realizar uma apresentação dos conceitos a abordar, incluindo uma breve revisão.
- Entregar aos alunos uma ficha guia para o desenho de um circuncentro e incentro de um triângulo.
- Apresentar a definição de circuncentro e pedir que a definição seja passada para o caderno.
- Pedir aos alunos que desenham no caderno à medida que é feita uma explicação dos passos a serem feitos com o auxílio do Geogebra.
- Após a finalização do desenho do circuncentro de um triângulo que cada um desenhou, continuar com a apresentação, onde é apresentada uma propriedade do circuncentro e se introduz o conceito de incentro que é pedido aos alunos que passem para o caderno.
- Pedir aos alunos que desenham no caderno à medida que é feita uma explicação dos passos a serem feitos com o auxílio do Geogebra.
- Finalizar a apresentação, apresentando as propriedades do baricentro de um triângulo que deverão ser escritas no caderno.
- Entregar uma ficha de trabalho aos alunos para que estes desenhem o circuncentro e incentro de um triângulo no Geogebra.
- Explicar que os slides referentes à aula estarão disponíveis na plataforma classroom.
- Pedir aos alunos que resolvam os exercícios 4 da página 96 e o exercício da ficha que foi entregue no início da aula.
- Selecionar aleatoriamente, através de um applet, o aluno que irá submeter o seu trabalho realizado através da aplicação geogebra.
- Caso reste tempo para o fim da aula, apresentar a ferramenta Geogebra com mais detalhe para auxiliar a resolução da atividade proposta.
- Verificar a saída dos alunos.

Estratégias:

Apresentação dos conteúdos com exemplificação através do software Geogebra, para efeitos de uma melhor consolidação de conteúdos e aprenderem a utilizar uma ferramenta tecnológica para esse efeito.
A ficha guia para construção tem como objetivo auxiliar o aluno a realizar os desenhos que sejam necessários fazer

Observações:

- A turma é constituída por 30 alunos, 16 do sexo masculino e 14 do sexo feminino, com idades compreendidas entre os 14 e os 15 anos.
- A tarefa proposta deverá ser desenvolvida pelos alunos em casa, em que demonstraram o entendimento em termos de construção de alguns lugares geométricos, bem como permitirá uma melhor consolidação do conceito e de um processo de aprendizagem na utilização da aplicação Geogebra.
- Poderá haver necessidade, no decorrer da aula, de fazer reajustes à sequência descrita anteriormente.

Avaliação:

Avaliar a intervenção dos alunos ao longo da aula através dos seguintes registos:

- Assiduidade e pontualidade;
- Apresentação do material necessário;
- Respeito pelos colegas e pelo professor;
- Acompanhamento das atividades da aula;
- Apresentação voluntária das opiniões;
- Colaboração no trabalho realizado em sala de aula;
- Empenho revelado.

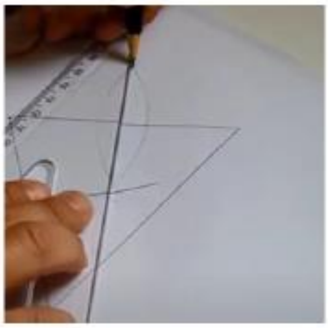
Anexo B Ficha - Circuncentro e Incentro

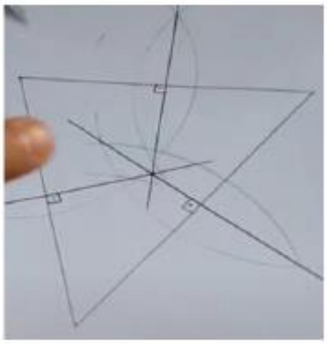
REPÚBLICA PORTUGUESA EDUCAÇÃO	[redacted] ESCOLA [redacted] Ficha – Circuncentro e Incentro	Ano letivo 2022/2023 9.ºAno
Nome do Aluno: ____________________ Nº____ Turma: ____ Data:__/__/____		

Construção do Circuncentro

1. No teu caderno desenha um triângulo qualquer.
   Atribuí uma letra a cada vértice do triângulo de modo a ter um triângulo [ABC].

2. <u>Desenhar a mediatriz de cada lado do triângulo</u> ([AB], [BC] , [CD]):



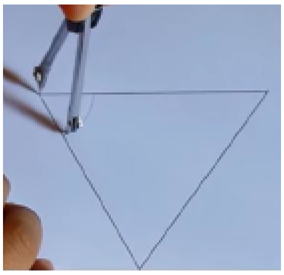


Para cada um dos lados dos triângulos, desenhar a mediatriz.	O ponto de interceção entre as três mediatrizes é denominado de circuncentro.	Para desenhar a circunferência circunscrita ao triângulo, fixar o compasso no circuncentro e utilizando a distância deste a um dos vértices e desenhar uma circunferência (imagens abaixo).

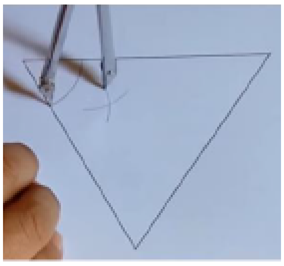
Construção do Incentro

1. No teu caderno desenha um triângulo qualquer.
   Atribuí uma letra a cada vértice do triângulo de modo a ter um triângulo [ABC].

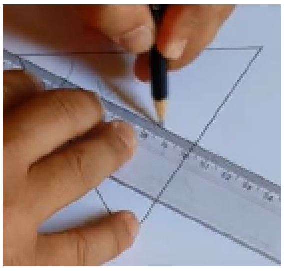
2. <u>**Desenhar a bissetriz de cada um dos ângulos dos triângulos (de vértices A, B e C):**</u>

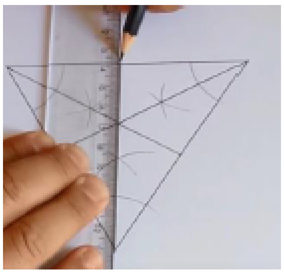


Em relação a cada vértice do triângulo, desenhar a bissetriz do ângulo (conforme imagens ao lado).



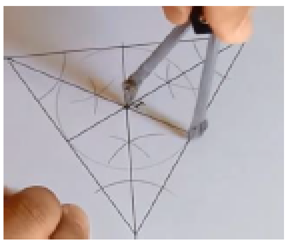
O ponto de interceção entre as bissetrizes desenhadas é denominado de Incentro (I).





É possível agora desenhar um círculo inscrito no triângulo de centro I.

O raio dessa circunferência é a distância do centro I a cada um dos lados do triângulo.

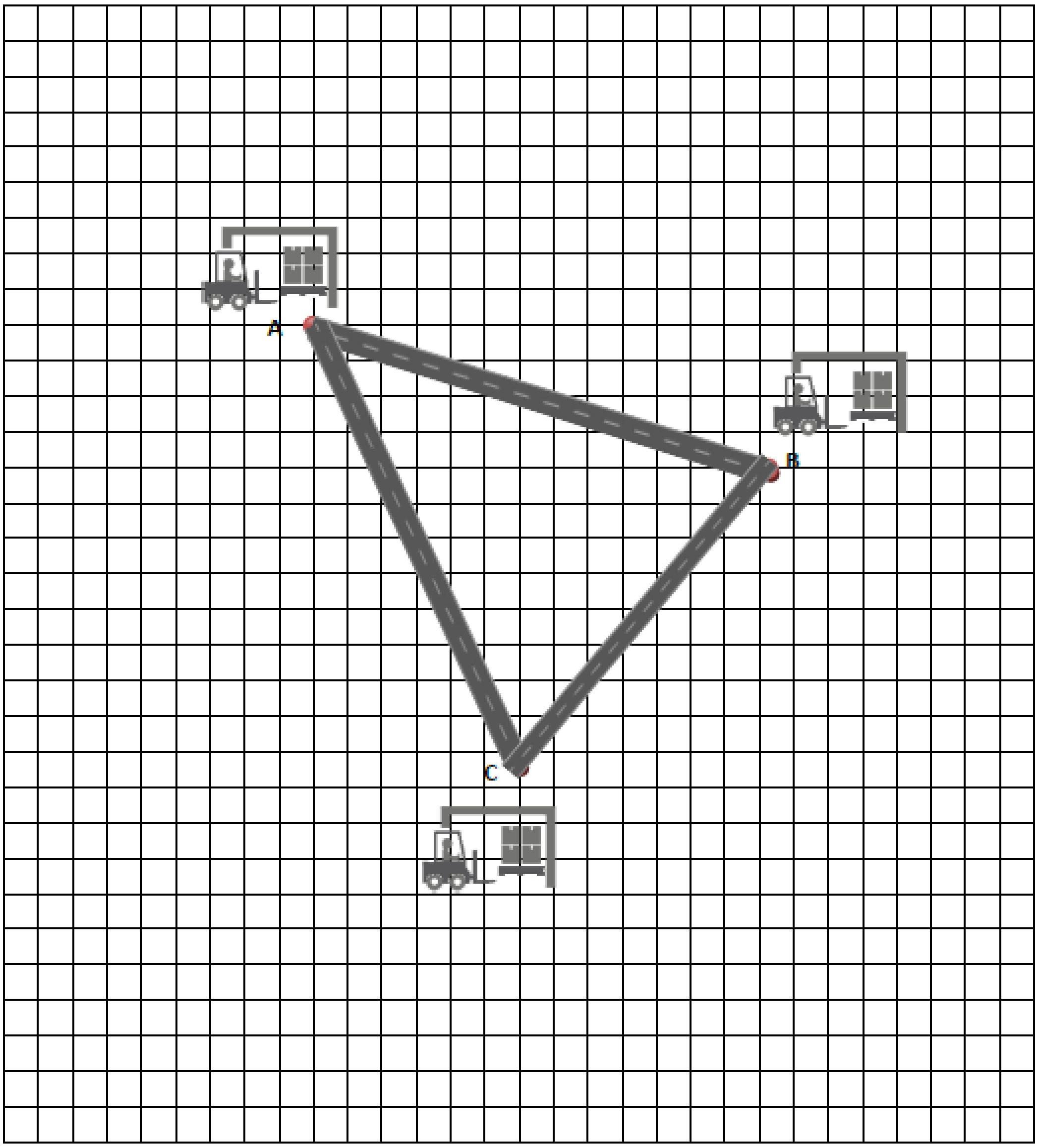


Exercício:

Considere 3 armazéns A, B e C conforme imagem abaixo.

a. Um posto de emergência (E) foi colocado de modo a estar a igual distância a cada uma das estradas que ligam os armazéns A, B e C. Localiza E.

b. Um posto vigia (V) foi colocado de modo a que esteja à mesma distância de cada um dos armazéns. Localiza V.

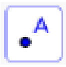


Anexo C Ficha - Circuncentro e Incentro (Geogebra)

REPÚBLICA PORTUGUESA EDUCAÇÃO	[redacted] ESCOLA [redacted] Ficha – Circuncentro e Incentro (Geogebra)	Ano letivo 2022/2023 9.ºAno
Nome do Aluno: ________________________________ Nº_____Turma: _____Data:___/___/____		

Para cada uma das construções, utiliza o software geogebra através da ligação: *https://www.geogebra.org/classic#geometry*

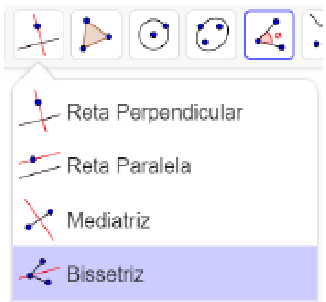
Construção do Incentro

1. Marca 3 pontos (A, B e C): 

2. Marca os segmentos de reta [AB], [BC] e [CA]:

Para tal, para marcar o segmento [AB] deve-se selecionar segmento e os vértices A e B.

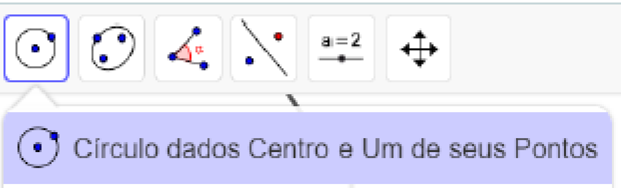
3. Marca a bissetriz do ângulo em relação a cada vértice do triângulo:



Para tal, por exemplo, para marcar a bissetriz em relação ao ângulo formado em B, dever-se-á selecionar a sequência de pontos ABC.

4. Marcar o ponto de interseção entre as três bissetrizes. Clicar com o botão direito e selecionar renomear de modo a dar o nome de "Incentro".

5. Selecionando o Incentro e o lado do triângulo, formando um circulo inscrito no triângulo.



6. Exporta imagem:

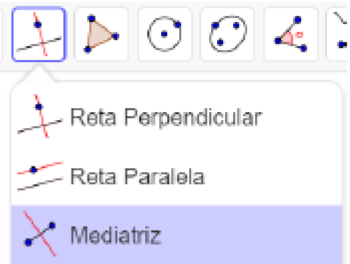
Construção do Circuncentro

1. Marca 3 pontos (A, B e C): 

2. Marca os segmentos de reta [AB], [BC] e [CA]:

Para tal, para marcar o segmento [AB] deve-se selecionar segmento e os vértices A e B.

3. Realiza a mediatriz em relação a cada um dos lados do triângulo:



Para tal, selecionar os dois vértices referentes ao segmento de reta.

4. Marcar o ponto de interseção entre as três mediatrizes.

5. Clicar com o botão direito no ponto de interseção e dar o nome de “Circuncentro”.

6. Marcar a circunferência circunscrita ao triângulo, selecionando o centro (Circuncentro) e um dos vértices do triângulo.

7. Exportar figura.

Página 3 de 3

Anexo D Planificação - 11.º ano: 8 de novembro de 2022

[redacted]

Plano da Aula Observada n.º 1

Matemática - 11º Ano

Docente: Raquel Fernandes

Corroios, 8 de Novembro de 2022

2022/2023

Escola [redacted]

Plano de Aula

Ano:	11º	Turma:	B	Disciplina:	MATEMÁTICA	Tópico(subdomínio):	GEOMETRIA ANALÍTICA NO PLANO E NO ESPAÇO
Sala:	C 107	Data:	8 DE NOVEMBRO DE 2022	Hora:	11H 45 M	Duração da aula:	100 MINUTOS
Lições n.º:	/	Sumário:	Declive e inclinação de uma reta do plano. Produto escalar de dois vetores. Resolução de exercícios.				

Pré-Requisitos:	• Noção de trigonometria. • Noção de função afim. • Relação entre retas paralelas e o seu declive. • Saber identificar coordenadas no espaço. • Reconhecer propriedades de vetores e da sua soma. • Representar vetores num referencial ortonormado Oxy.	Conteúdos de Aprendizagem:	• Declive de uma reta do plano. • Declive de uma reta do plano através da tangente da sua inclinação. • Determinar ângulos entre dois vetores. • Produto escalar de dois vetores.

Objetivos essenciais de aprendizagem, conhecimentos, capacidades e atitudes transversais			
Objetivos Gerais:	• Reconhecer e aplicar na resolução de problemas a relação entre a inclinação e o declive de uma reta no plano. • Reconhecer, analisar e aplicar na resolução de problemas a noção de produto escalar no cálculo de ângulos entre dois vetores e na definição de lugares geométricos.	Descritores	• Reconhecer declive de retas do plano. • Determinar retas do plano. • Determinar o produto escalar entre dois vetores.
Materiais e Recursos:	Projetor; notebook com o Geogebra instalado, Calculadora científica; Manual "Novo Espaço 11.º ano parte 1", Caderno Diário e material de escrita.		

Desenvolvimento da aula:

- Verificar a entrada dos alunos na sala de aula e ditar o número das lições e o respetivo sumário.
- Efetuar em conjunto com a turma um resumo dos conceitos estudados anteriormente: Funções afim e como relacionar o seu declive com inclinação da reta.
- Apresentar as tarefas que serão realizadas ao longo da aula: Iniciando com o conteúdo teórico, seguindo de resolução de exercícios.
- Expor o conteúdo teórico através de um powerpoint cujas definições serão devidamente explicadas e pedidas para que os alunos transcrevam para o seu caderno diário.
- Mostrar à turma como o declive da reta e a tangente da sua inclinação estão relacionadas.
- Resolução de exercícios do manual, com a intervenção dos alunos: página 119 ex. 1, páginas 120-126 exercícios 3, tarefa 1, 7, 8,10,14,15, página 142 proposta 2, 5, 6
- Verificar a saída dos alunos.

Estratégias:

Esta apresentação através do Geogebra constitui uma oportunidade para os alunos:

- Reconhecerem o comportamento de retas mediante a sua inclinação
- Relacionar a tangente da inclinação da reta e o seu declive.

Em particular, permite aos alunos o desenvolvimento da capacidade de fazer representações gráficas, bem como favorece o pensamento abstrato.
Por outro lado, motivar os alunos para a colaboração em aula e consequentemente para a aprendizagem, promovendo a integração de todos os alunos na dinâmica da aula e o aumento da sua autoestima.

Observações:

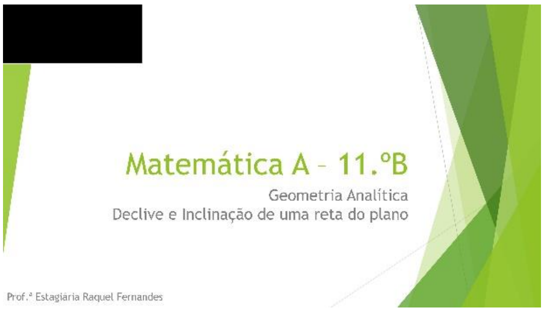
- A turma é constituída por 25 alunos, 11 do sexo masculino e 14 do sexo feminino, com idades compreendidas entre os 15 e os 16 anos. A nível de percurso escolar, a turma não tem alunos com Plano Individual.
- Este tipo de apresentação pressupõe um processo de ensino-aprendizagem centrado nos alunos.
- Poderá haver necessidade, no decorrer da aula, de fazer reajustes à sequência descrita anteriormente.

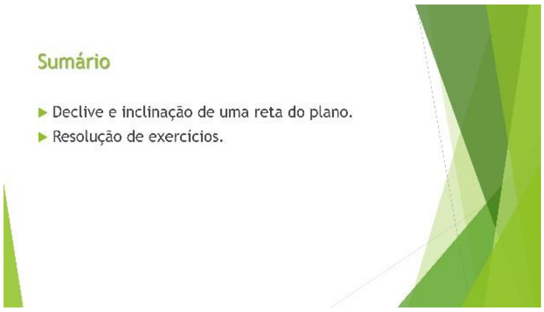
Avaliação:

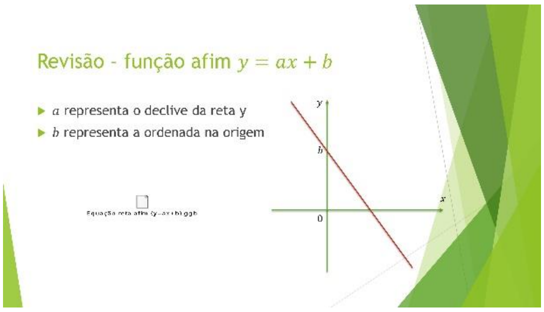
Avaliar a intervenção dos alunos ao longo da aula através dos seguintes registos:

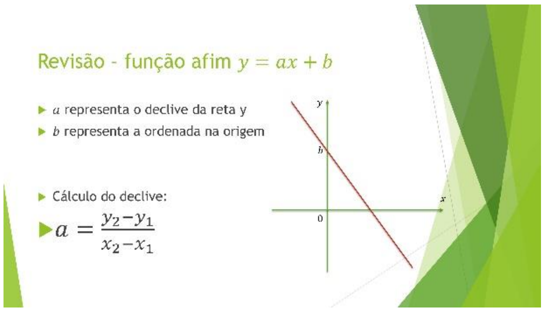
- Assiduidade e pontualidade;
- Apresentação do material necessário;
- Respeito pelos colegas e pelo professor;
- Acompanhamento das atividades da aula;
- Apresentação voluntária das opiniões;
- Empenho revelado.

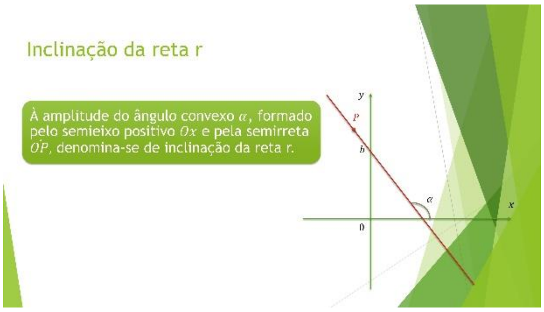
Anexo E Apresentação - 11.º ano: 8 de novembro de 2022

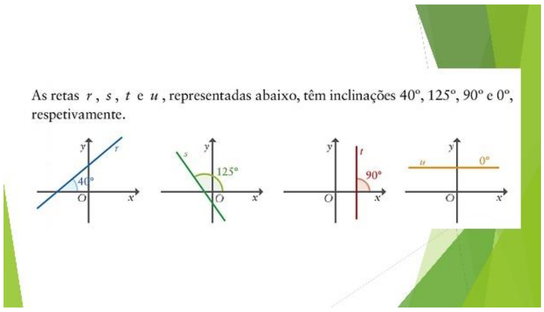


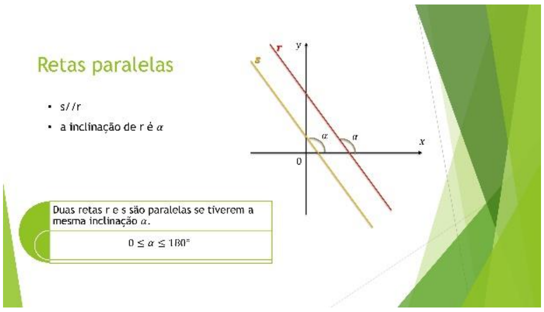




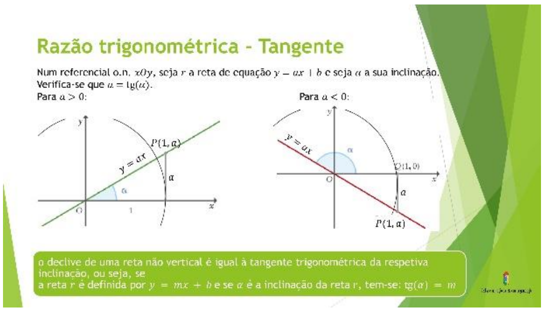




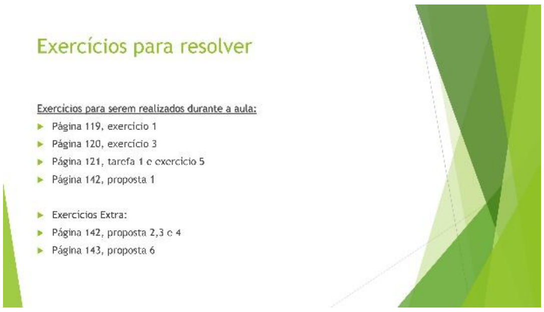




Retas paralelas
s//r
a inclinação de r é α
r
s
y
x
0
α
α
Duas retas r e s são paralelas se tiverem a mesma inclinação α.
$0 \leq \alpha \leq 180°$



Razão trigonométrica - Tangente
Num referencial o.n. xOy, seja r a reta de equação $y = ax + b$ e seja α a sua inclinação.
Verifica-se que $a = \mathrm{tg}(\alpha)$.
Para $a > 0$:
Para $a < 0$:
$y = ax$
$P(1, a)$
$Q(1, 0)$
o declive de uma reta não vertical é igual à tangente trigonométrica da respetiva inclinação, ou seja, se
a reta r é definida por $y = mx + b$ e se α é a inclinação da reta r, tem-se: $\mathrm{tg}(\alpha) = m$



Exercícios para resolver
Exercícios para serem realizados durante a aula:
Página 119, exercício 1
Página 120, exercício 3
Página 121, tarefa 1 e exercício 5
Página 142, proposta 1
Exercícios Extra:
Página 142, proposta 2,3 e 4
Página 143, proposta 6

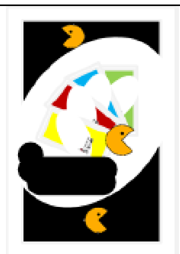
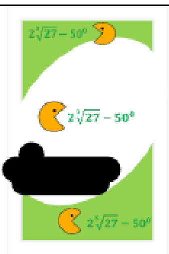
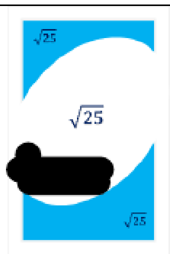
Anexo F Uno Matemático - 9.º ano (Regras)

COMO JOGAR O UNO MATEMÁTICO?

As regras podem ser adaptadas pelo professor ou até construídas em comum acordo com os alunos.
Cada jogador inicia com 7 cartas, ganha quem acabar com as cartas primeiro. Só podem ser descartas cartas de mesma cor, mesmo número ou curinga. Para saber qual carta numérica o jogador pode jogar ele precisa resolver a expressão matemática mentalmente, assim que ele jogar a carta todos os jogadores podem confirmar se aquela carta está correta para aquela situação, caso o jogador jogue uma carta que não é permitida ele deve pegar a carta que jogou e mais uma do monte de cartas.

Jogadores: De 3 a 5

SIGNIFICADO DAS CARTAS

				
Trocar: Pode ser usada desde que a carta jogada anterior seja igual ou da mesma cor. Troca a ordem de jogador.	**+4:** Quando for usada esta Carta, o jogador escolhe a cor a ser jogada e o próximo jogador deve tirar quatro cartas do monte.	**X:** Pode ser jogada se a carta anterior for da mesma cor ou tiver o mesmo símbolo. Salta a vez do próximo jogador.	**+2:** Pode ser jogada se a carta anterior for da mesma cor. Quando esta carta for usada, o próximo jogador deve tirar duas cartas do monte.	**Padrão**: Pode ser jogada se a carta anterior for da mesma cor ou tiver o mesmo número.

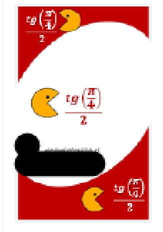
Anexo G Uno Matemático - 11.º ano (Regras)

COMO JOGAR O UNO MATEMÁTICO?

As regras podem ser adaptadas pelo professor ou até construídas em comum acordo com os alunos.
Cada jogador inicia com 7 cartas, ganha quem acabar com as cartas primeiro. Só podem ser descartas cartas de mesma cor, mesmo número ou curinga. Para saber qual carta numérica o jogador pode jogar ele precisa resolver a expressão matemática mentalmente, assim que ele jogar a carta todos os jogadores podem confirmar se aquela carta está correta para aquela situação, caso o jogador jogue uma carta que não é permitida ele deve pegar a carta que jogou e mais uma do monte de cartas.

Jogadores: De 3 a 5

SIGNIFICADO DAS CARTAS

				
Trocar: Pode ser usada desde que a carta jogada anterior seja igual ou da mesma cor. Troca a ordem de jogador.	**+4:** Quando for usada esta Carta, o jogador escolhe a cor a ser jogada e o próximo jogador deve tirar quatro cartas do monte.	**X:** Pode ser jogada se a carta anterior for da mesma cor ou tiver o mesmo símbolo. Salta a vez do próximo jogador.	**+2:** Pode ser jogada se a carta anterior for da mesma cor. Quando esta carta for usada, o próximo jogador deve tirar duas cartas do monte.	**Padrão:** Pode ser jogada se a carta anterior for da mesma cor ou tiver o mesmo número.

Anexo H Ficha formativa - 11.º ano

REPÚBLICA PORTUGUESA EDUCAÇÃO	[redacted] ESCOLA [redacted] Ficha formativa – Duração 50 min	Ano letivo 2022/2023 11.ºAno
Nome do Aluno: ______________________________Nº_____Turma: ____Data:___/___/2023		

1. Seja $x \epsilon \left]\pi, \frac{3\pi}{2}\right[$, qual das seguintes expressões designa um número real positivo?

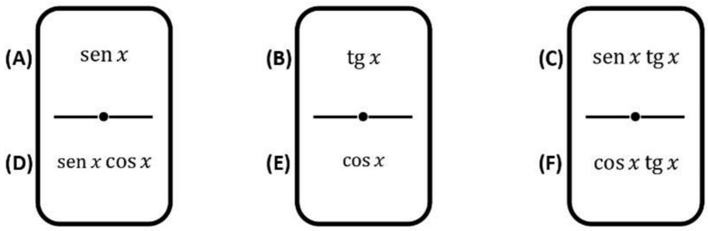
(I) $\operatorname{sen} x + \cos x$ **(III)** $\frac{\cos x}{\operatorname{tg} x}$

(II) $\operatorname{tg} x - \operatorname{sen} x$ **(IV)** $\operatorname{sen} x \times \operatorname{tg} x$

Elabore uma composição na qual:

- Identifique a afirmação correta;
- Explique o raciocínio que conduz à afirmação correta;
- Refira as razões pelas quais rejeita cada uma das restantes afirmações.

2. Considere as 3 peças de dominó abaixo representadas:



Realize as ligações de dominó, explicitando o raciocínio envolvido, tendo em conta que os cantos que se tocarem, devem ser cantos de igual sinal independentemente do valor de x (ligações feitas conforme exemplo à direita). *Use as letras como auxiliar de resposta a fim de simbolizar as ligações, exemplo de resposta (não necessariamente correta):* $A \rightarrow F$ *e* $C \rightarrow E$.

3. Considere um ângulo de amplitude $\alpha \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[$ tal que $\operatorname{sen}\alpha - \cos\alpha > 0$.

Relativamente a $\operatorname{tg}\alpha$, qual das afirmações seguintes é necessariamente verdadeira?

(I) $\operatorname{tg}\alpha > 1$

(II) $\operatorname{tg}\alpha > \sqrt{3}$

(III) $\operatorname{tg}\alpha < \sqrt{3}$

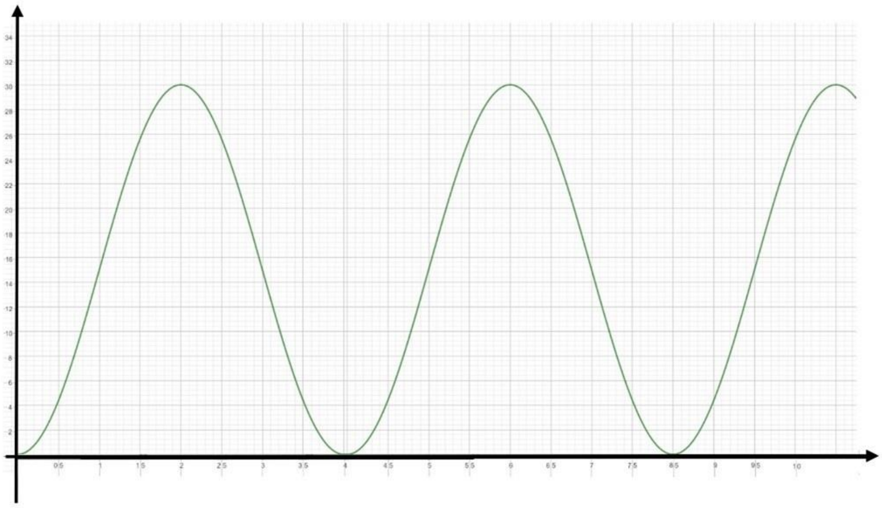
(IV) $\operatorname{tg}\alpha < 1$

Elabore uma composição na qual:

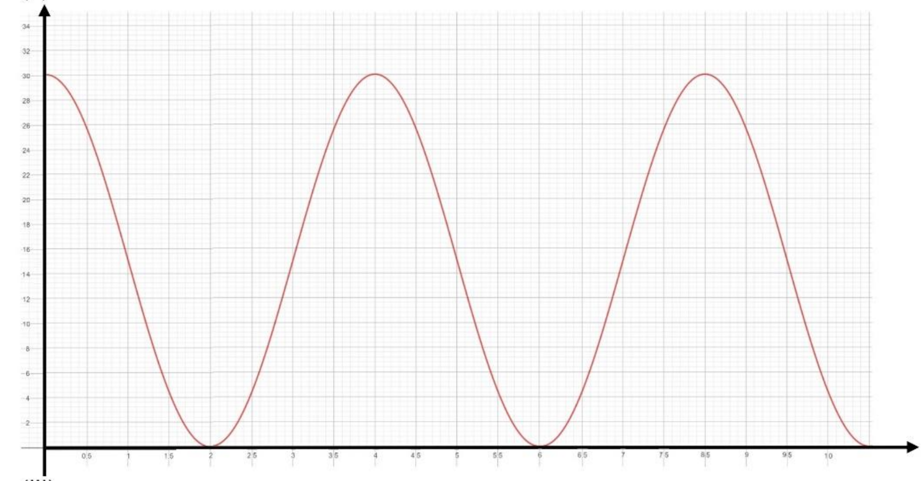
- Identifique a afirmação correta;
- Explique o raciocínio que conduz à afirmação correta;
- Refira as razões pelas quais rejeita cada uma das restantes afirmações.

4. Uma pessoa está em uma roda gigante de 30 metros de diâmetro que leva 4 minutos para completar uma volta. A pessoa começa no ponto mais baixo da roda gigante e observa sua altura em relação ao solo ao longo do tempo. Qual dos gráficos a seguir melhor representa a altura da pessoa em função do tempo? onde "h" representa a altura da pessoa em relação ao solo e "t" é o tempo decorrido.

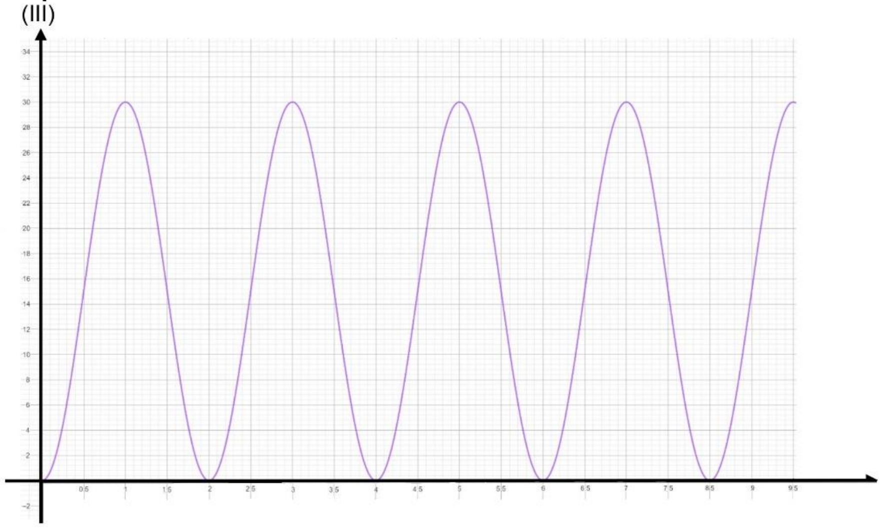
(I)



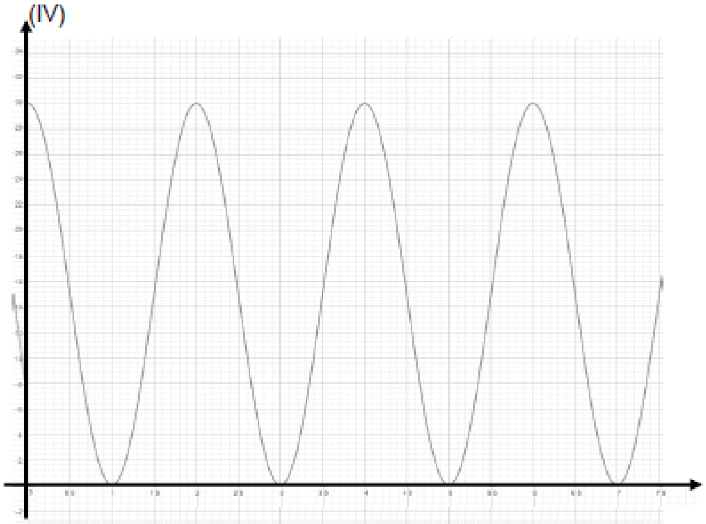
(II)


34
32
30
28
26
24
22
20
18
16
14
12
10
8
6
4
2
0.5
1
1.5
2
2.5
3
3.5
4
4.5
5
5.5
6
6.5
7
7.5
8.5
9
9.5
10

(III)


34
32
30
28
26
24
22
20
18
16
14
12
10
8
6
4
2
-2
0.5
1
1.5
2
2.5
3
3.5
4
4.5
5
5.5
6
6.5
7
7.5
8.5
9
9.5

(IV)



Elabore uma composição na qual:

- Explique o raciocínio que conduz à afirmação correta;
- Refira as razões pelas quais rejeita cada uma das restantes afirmações.

Anexo I Folha de instruções parte 1 - Jogo Trignodama

Regras - Trignodama

Material:

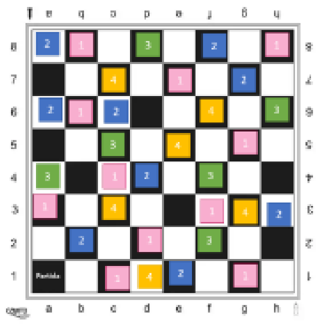
- 2 discos de jogo (P1 e P2)
- 3 dados:
  - 1 dado A com as faces $\left\{\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}, 0, \frac{\pi}{4}\right\}$
  - 1 dado B com as faces $\left\{0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3}{2}\pi, 2\pi, \pi\right\}$
  - 1 dado C com as faces {+,-, +,-, +,-}
- Tabuleiro de xadrez
- 11 peças rosa de 1 ponto
- 9 peças azuis de 2 pontos
- 6 peças verdes de 3 pontos
- 6 peças amarelas de 4 pontos

Objetivo:

Ser o primeiro a coletar 30 pontos.

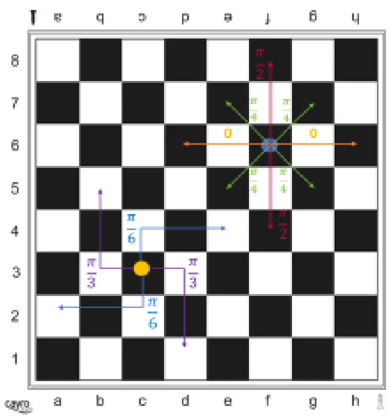
Jogar:

Os jogadores começam por baralhar as peças coloridas, para tal, deve-se virar ao contrário baralhar e espalhar no tabuleiro de xadrez, sem colocar sobre a casa da partida. Assim que estas peças estejam espalhadas no tabuleiro, deve-se virar de modo que a face colorida fique virada para cima (conforme tabuleiro representado na imagem ao lado). De seguida, os jogadores devem colocar o seu disco de jogador sobre a casa da partida, sendo o P1 o primeiro jogador e P2 o segundo jogador. Por fim, deve-se baralhar o conjunto de cartas que devem ficar com a face que diz Trignodama voltada para cima, junto do tabuleiro.



O jogador a iniciar pode ser decidido entre jogadores, o mais novo ou através do número de um dos dados.

O movimento do disco deve ser realizado de acordo com a função trigonométrica que esteja virada para cima e o dado A cujas faces são $\left\{\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}, 0, \frac{\pi}{4}\right\}$, sendo que o movimento que o peão realiza quando sai $\frac{\pi}{6}$ e $\frac{\pi}{3}$ para uma função seno é contrário ao movimento realizado pela função cosseno, o disco pode ser virado em qualquer momento do jogo. Os movimentos que o disco realiza quando a face virada para cima é a função cosseno são:



- Caso calhe 0, move 2 casas na horizontal (esquerda/direita);
- Caso calhe $\frac{\pi}{4}$, move 1 casa na diagonal;
- Caso calhe $\frac{\pi}{3}$, move-se 1 casa na horizontal + 2 casas na vertical;
- Caso calhe $\frac{\pi}{6}$, move-se 2 casas na horizontal + 1 na vertical;
- Caso calhe $\frac{\pi}{2}$, move-se 2 casas na vertical.

Os movimentos acima estão sublinhados com uma cor que faz correspondência ao movimento descrito na figura ao lado.

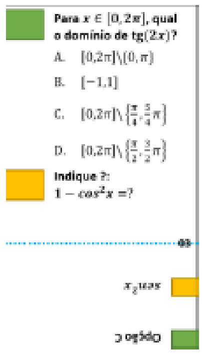
Anexo J Folha de instruções parte 2 - Jogo Trignodama

Quando o jogador calha numa quadricula com uma ficha de cor, o jogador deve realizar as seguintes ações:

- **Ficha Rosa (1 ponto):** O jogador deve escrever na folha de respostas, no campo "Cartão n.º" coloca-se um traço, no campo "cor" coloca-se R e no campo "Resposta" a função trigonométrica que se encontra virada para cima e a amplitude lançada pelo dado A=$\left\{\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}, 0, \frac{\pi}{4}\right\}$. Se o jogador acertar, este deve recolher a ficha para a sua posse, sendo que este ponto agora lhe pertence. Caso contrário, o jogador deve passar a jogada ao jogador seguinte.
  <u>Exemplo:</u> o jogador lançou o dado e o dado tem a face 0 virada para cima e o seu disco tem virado para cima a função seno, então o jogador deve responder corretamente qual o valor de $sen(0)$, escrevendo no campo de resposta: $sen(0) = 0$.

- **Ficha Azul (2 pontos):** Para esta cor, o jogador deve lançar os restantes dados. O jogador deve escrever na folha de respostas, no campo "Cartão n.º" coloca-se um traço, no campo "cor" coloca-se A e no campo "Resposta" a operação representada e aplicar aos ângulos obtidos para de seguida calcular a função trigonométrica desse ângulo. Se o jogador acertar, este deve recolher a ficha para a sua posse, sendo que este ponto agora lhe pertence. Caso contrário, o jogador deve passar a jogada ao jogador seguinte.
  <u>Exemplo:</u> o jogador lançou os três dados, os dados têm as faces 0, + e 2π virada para cima e, o seu disco, tem virado para cima a função seno, então o jogador deve responder corretamente qual o valor de $sen(0 + 2\pi)$, escrevendo no campo de resposta: $sen(0 + 2\pi) = 0$.

- **Ficha Verde (3 pontos):** Para esta cor, o jogador oponente deve retirar uma carta do baralho e ler a questão junto ao quadrado verde ao seu adversário. O jogador deve escrever na folha de respostas, no campo "Cartão n.º" deve colocar o número escrito no cartão, no campo "cor" coloca-se V e no campo "Resposta" a opção que o jogador escolheu. Se o jogador acertar, este deve recolher a ficha para a sua posse, sendo que este ponto agora lhe pertence. Caso contrário, o jogador deve passar a jogada ao jogador seguinte.



- **Ficha Amarela (4 pontos):** Para esta cor, o jogador oponente deve retirar uma carta do baralho e ler a questão junto ao quadrado amarelo ao seu adversário. O jogador deve escrever na folha de respostas, no campo "Cartão n.º" deve colocar o número escrito no cartão, no campo "cor" coloca-se Am e no campo "Resposta" a resposta que o jogador realizar. Se o jogador acertar, este deve recolher a ficha para a sua posse, sendo que este ponto agora lhe pertence. Caso contrário, o jogador deve passar a jogada ao jogador seguinte.

O jogador oponente pode confirmar se o jogador adversário respondeu corretamente às questões através da parte inferior desses cartões.

Assim que um dos jogadores atingir 30 pontos, o jogo termina sendo esse o jogador vencedor.

Anexo K Folha de Resposta para cada jogador - jogo Tri-gnodama

Folha de respostas

Joguei com: ________________ **Nome do jogador:** ________________

Cartão n.º	Cor	Resposta

Anexo L Questionário

Jogo aplicado num contexto pedagógico					
Coloque um "X" no valor que melhor traduz a sua opinião. 1 - Discordo totalmente (DT); 2 – Discordo parcialmente (DP); 3 - concordo parcialmente (CP) e 4 - concordo totalmente (CT)		Discordo totalmente			Concordo totalmente
Itens		DT	DP	CP	CT
		1	2	3	4
1	Gosto de matemática por ser útil e desafiante.				
2	O jogo Trignodama ajudou-me a compreender melhor os conceitos básicos de trigonometria (como seno, cosseno e tangente).				
3	.O jogo Trignodama facilitou a memorização das relações trigonométricas.				
4	Costumo jogar jogos não digitais (tabuleiro, cartas, dominó, etc.) com a família e/ou amigos para nos divertirmos.				
5	O jogo Trignodama tornou o estudo da trigonometria mais divertido e motivador, ao aplicar conceitos que aprendi em sala de aula.				
6	Após jogar Trignodama, sinto-me mais confiante em resolver problemas de trigonometria.				
7	As discussões e reflexões feitas, durante o jogo Trignodama, foram úteis para as minhas aprendizagens ao nível da matemática.				
8	Recomendo o uso do jogo Trignodama como uma ferramenta de aprendizagem para outros alunos que estão a estudar trigonometria pois facilita a compreensão de conceitos complexos.				

2024

Raquel Fernandes

CONTRIBUIÇÃO DO JOGO EM MATEMÁTICA NO DOMÍNIO DA TRIGONOMETRIA

NOVA SCHOOL OF SCIENCE & TECHNOLOGY