



PEDRO MARTINS PAULA DE CARVALHO

Licenciado em Ciências de Engenharia Mecânica

CONTRIBUTO PARA A CRIAÇÃO DE MODELOS SIMPLIFICADOS A USAR NO PROJETO DE MÁQUINAS

MESTRADO EM ENGENHARIA MECÂNICA

Universidade NOVA de Lisboa
Setembro, 2024



CONTRIBUTO PARA A CRIAÇÃO DE MODELOS SIMPLIFICADOS A USAR NO PROJETO DE MÁQUINAS

PEDRO MARTINS PAULA DE CARVALHO

Licenciado em Ciências de Engenharia Mecânica

(pt)**Orientador:** Professor Doutor António Gabriel Marques Duarte dos Santos
Professor auxiliar, Universidade NOVA de Lisboa

Júri

Presidente: Professor Doutor João Manuel Vicente Fradinho
Professor Auxiliar, Universidade NOVA de Lisboa

Arguente: Professor Doutor António José Freire Mourão
Professor Associado, Universidade NOVA de Lisboa

Orientador: Professor Doutor António Gabriel Marques Duarte dos Santos
Professor auxiliar, Universidade NOVA de Lisboa

Contributo para a criação de modelos simplificados a usar no projeto de máquinas

Copyright © Pedro Martins Paula de Carvalho, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade NOVA de Lisboa.

A Faculdade de Ciências e Tecnologia e a Universidade NOVA de Lisboa têm o direito, perpétuo e sem limites geográficos, de arquivar e publicar esta dissertação através de exemplares impressos reproduzidos em papel ou de forma digital, ou por qualquer outro meio conhecido ou que venha a ser inventado, e de a divulgar através de repositórios científicos e de admitir a sua cópia e distribuição com objetivos educacionais ou de investigação, não comerciais, desde que seja dado crédito ao autor e editor.

Para a minha família.

AGRADECIMENTOS

Gostaria de começar por agradecer ao meu orientador desta dissertação, o Professor António Gabriel Santos, que desde a primeira reunião até à conclusão deste documento esteve sempre presente e disponível para ajudar em qualquer questão que eu tivesse.

Quero agradecer também à faculdade, em especial aos docentes da área de Engenharia Mecânica que me acompanharam nesta longa e difícil jornada de 5 anos que me mudou tanto ao nível do conhecimento teórico como a nível pessoal. Também agradecer aos meus colegas e amigos que sempre estiveram presentes e me acompanharam nesta longa jornada.

Aos meus familiares, um grande obrigado por todo o apoio dado durante a realização deste curso, por aturarem os meus problemas e “stresses” com todos os testes e trabalhos que tive que realizar, por vezes diminuindo a minha disponibilidade. Queria agradecer também à minha namorada por estar sempre ao meu lado em todos os momentos da minha vida e por ter feito de mim uma pessoa melhor.

Para concluir, idem a todos os que de uma forma ou de outra estiveram presentes e fazem parte das minhas boas recordações destes últimos 5 anos.

”

*«The roots of education are bitter, but the fruit is
sweet.»*

— **Aristotle**, ancient Greek philosopher and scientist

RESUMO

O projeto e dimensionamento de componentes ou sistemas é uma tarefa complexa dado que é necessário modelar exaustivamente o seu todo de forma a assegurar tanto a função e desempenho do projeto, assim como a segurança e fiabilidade do mesmo. Para tal, são utilizados modelos de cálculo já existentes que frequentemente são utilizados sem se considerar os seus pressupostos, dado que geralmente assumem condições ideais que, normalmente, não são as existentes ou não são possíveis de garantir. Assim, para fazer face a estas simplificações recorre-se à aplicação de fatores de segurança de folgas e a alguns modelos estatísticos para se conseguir realizar os projetos.

Numa primeira fase são abordadas algumas simplificações inerentes à tarefa de projeto, avaliando o seu impacto e as suas consequências, ou seja, se as mesmas podem ser realizadas sem ser necessário recorrer a métodos corretivos de modo a assegurar a segurança e fiabilidade do projeto ou se as mesmas colocam o projeto do lado oposto da segurança, isto é, o projeto apresenta uma solução menos crítica do que a situação real, sendo necessário utilizar métodos corretivos, como por exemplo o uso de fatores de segurança.

Desta forma, este trabalho tem como objetivo realizar um contributo não exaustivo na área das simplificações de projeto e suas implicações, referindo alguns casos de simplificações presentes no estudo de carregamentos de tração e compressão, encurvatura, flexão, entre outros, alertando para os seus eventuais impactos, avaliando assim se estas simplificações colocam o projeto do lado da segurança ou do seu lado oposto. Neste último caso, torna-se necessário recorrer a mecanismos corretivos como a utilização de fatores de segurança.

Palavras-chave: Simplificações para projeto, Modelos de cálculo, Modelação da natureza, Dimensionamento de projetos, Fatores de segurança.

ABSTRACT

The design and sizing of components or systems is a complex task, as it is necessary to thoroughly model the whole system to ensure both the function and performance of the project, as well as its safety and reliability. To this end, existing calculation models are used, which are often applied without considering their assumptions, as they generally assume ideal conditions that are usually not present or cannot be guaranteed. Thus, to address these simplifications, safety factors, clearances, and some statistical models are applied to successfully carry out the projects.

In an initial phase, some simplifications inherent to the design task are addressed, assessing their impact and consequences, that is, whether they can be carried out without the need for corrective methods to ensure the safety and reliability of the project, or whether they place the project on the opposite side of safety. In this case, the project presents a less critical solution than the actual situation, requiring the use of corrective methods, such as safety factors.

Therefore, this work aims to make a non-exhaustive contribution in the field of design simplifications and their implications, mentioning some cases of simplifications present in the study of tensile and compressive loads, buckling, bending, among others, warning of their potential impacts, and thus assessing whether these simplifications place the project on the side of safety or on its opposite side. In the latter case, it becomes necessary to resort to corrective mechanisms, such as the use of safety factors.

Keywords: Design simplifications, Calculation models, Nature modeling, Project sizing, Safety factors.

ÍNDICE

Índice de Figuras	xv
Índice de Tabelas	xvii
Siglas	xix
Símbolos	xxi
1 Introdução	1
1.1 O tema	1
1.2 Motivação	1
1.3 Objetivos	2
1.4 Contexto	4
2 Síntese de simplificações	7
2.1 Simplificações nos modelos de cálculo	7
2.1.1 Diagramas de corpo livre	8
2.1.2 Apoios	10
2.1.3 Carregamentos distribuídos e concentrados	13
2.1.4 Tração e compressão	16
2.1.5 Encurvatura	18
2.1.6 Flexão	22
2.1.7 Torção	26
2.1.8 Variações térmicas	28
2.1.9 Vibrações mecânicas	30
2.2 Fatores desprezáveis no cálculo de esforços	38
2.2.1 Efeito da impulsão do ar	41
2.2.2 Efeito da força gravitacional da Lua	42
2.2.3 Variações de altitude e o seu impacto na aceleração gravítica	44
2.2.4 Variações dimensionais no fabrico	45

2.2.5	Variações de temperatura imprevisíveis	46
2.3	Simplificações e segurança	48
2.3.1	Simplificações que contribuem para a segurança de um sistema	48
2.3.2	Simplificações que contribuem para a diminuição da segurança de um sistema	50
2.4	Pontos a considerar na criação de um guia auxiliar de projeto	52
3	Ilustração do efeito das simplificações no projeto	59
3.1	Estudo do tabuleiro sujeito a amplitudes térmicas	62
3.2	Estudo do tabuleiro sujeito a forças	63
3.2.1	Análise estrutural do tabuleiro sujeito ao peso da travessa, impulsão do ar e efeito gravitacional da Lua	64
3.2.2	Análise estrutural do tabuleiro sujeito somente ao peso da travessa e posterior comparação	67
4	Conclusão	71
5	Trabalhos futuros	73
	Bibliografia	75

ÍNDICE DE FIGURAS

1.1	Sistema de ignição do caso da GM [3].	5
2.1	Exemplo de uma mesa.	11
2.2	Força aplicada na lateral da mesa.	12
2.3	Os diferentes tipos de apoio existentes: a) Deslizante, b) Encastrada e c) Articulado . Adaptado de <i>Shigley's mechanical engineering design</i> [5].	13
2.4	Exemplo de uma carga distribuída numa viga.	14
2.5	Exemplo de uma carga concentrada numa viga.	14
2.6	Plataforma encastrada sujeita a uma força na extremidade.	14
2.7	Situação real da plataforma encastrada sujeita ao peso de uma pessoa.	15
2.8	Comparação entre o critério de Tresca e o critério de Von Mises	18
2.9	Exemplo de colunas sujeitas a encurvatura: a) Com articulação nas duas extremidades,b) Encastramento em ambas extremidades, c) Uma extremidade livre e a outra encastrada e d) Uma extremidade com articulação e a outra encastrada. [5]	20
2.10	Diagrama simplificado de eixo sujeito a momento torsor.	26
2.11	Folga existente entre secções de carris numa linha de comboios.	28
2.12	Queda da Ponte de Tacoma devido ao efeito do vento que não foi considerado durante a fase de projeto [11].	31
2.13	Diagrama do sistema de amortecimento de um automóvel considerando 3 GDL.	32
2.14	Diagrama do sistema de amortecimento de um automóvel somente considerando 1GDL.	32
2.15	Sistema equivalente de uma situação real com 2 GDL.	34
2.16	Sistema equivalente de uma situação real aproximada a 1 GDL.	36
2.17	Modelo simplificado do livro que provoca carregamento na mesa.	42
3.1	Exemplo de bandeja para forno utilizada para realizar o caso de estudo.	59
3.2	Modelo representativo do caso de estudo.	60

3.3	Diagrama de corpo livre do caso de estudo com a aplicação dos carregamentos aplicados.	61
3.4	Diagrama representativo do tabuleiro de forno encaixado com dilatação térmica e folga extra.	64
3.5	Distribuição de tensões ao longo do tabuleiro quando aplicadas as três forças.	66
3.6	Distribuição de deformações ao longo do tabuleiro quando aplicadas as três forças.	67
3.7	Distribuição de tensões ao longo do tabuleiro quando aplicado somente o peso da travessa.	68
3.8	Distribuição de deformações ao longo do tabuleiro quando aplicado somente o peso da travessa.	68

ÍNDICE DE TABELAS

2.1	Valores teóricos, conservativos e recomendados para constante C presente na Equação 2.5 [5].	21
2.2	Valores obtidos para as frequências naturais ω_1 e ω_2 com a variação do rácio entre a rigidez da mola 1 e da mola 2.	37

SIGLAS

DCL Diagrama de Corpo Livre

FCT-NOVA Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa

GM General Motors

SÍMBOLOS

g	Aceleração gravítica
α	Coefficiente de dilatação térmica linear
ρ	Densidade
M	Momento fletor
σ_{adm}	Tensão admissível
τ_{max}	Tensão de corte máxima

INTRODUÇÃO

1.1 O tema

O que é a prática da engenharia? Citando o dicionário de língua portuguesa, o conceito de “Engenharia” significa: “Conjunto de técnicas e métodos para aplicar o conhecimento técnico e científico na planificação, criação e manutenção de estruturas, máquinas e sistemas para benefício do ser humano” [2]. Com a definição anterior podemos verificar que uma das tarefas inerentes ao trabalho em engenharia consiste na conceção de soluções para problemas, algo que por vezes pode trazer dificuldades devido a todas as situações a solucionar serem de carácter real, da “natureza”. Desta forma surge uma questão: “Como se pode passar de fatores reais que interferem com o funcionamento de um determinado sistema para modelos matemáticos que permitam o projeto mantendo sempre a segurança do mesmo?”. Esta dissertação tem como finalidade ajudar a responder a esta questão, realizando um contributo na área das simplificações inerentes ao projeto, alertando para a sua existência e as suas consequências, contribuindo assim de forma não exaustiva através da deteção de casos-tipo de simplificações comuns e o seu respetivo impacto, isto é, se as simplificações realizadas colocam o projeto do lado da segurança ou do seu lado oposto.

Este estudo poderá servir como base para a criação de um guião auxiliar de projeto em trabalhos posteriores, que poderá ser importante e útil para jovens engenheiros no início do seu percurso profissional.

1.2 Motivação

A presente dissertação de mestrado resulta da realização de 5 anos do curso de Engenharia Mecânica na FCT-NOVA. Antes do ingresso no curso, pouco sabia sobre o seu conteúdo, no entanto, com o decorrer da sua realização foi possível assimilar o conhecimento transmitido e perceber a sua importância no nosso dia a dia. No curso de Mestrado Integrado em Engenharia Mecânica, as diversas unidades curriculares enquadram-se em 4 áreas distintas: Projeto, Estruturas, Tecnologias e área de energia e climatização (Fluidos). Das áreas de estudo referidas anteriormente, pessoalmente, a que se destacou mais pela

positiva tanto pelo conteúdo como pelos docentes foi a área de projeto, onde cadeiras como Desenho de Construção Mecânica, Órgãos de Máquinas 1 e 2, Teoria e Metodologias de Projeto e Projeto de Máquinas, apesar de trabalhosas, foram unidades curriculares que me fizeram optar pela área de Projeto no 5º ano e, por consequência, um tema de dissertação relacionado com a área.

O interesse por esta área de Engenharia Mecânica motiva-me assim para a realização deste último projeto que irá determinar o fim de uma grande fase da minha vida e possibilitar a passagem para o mercado de trabalho, em Portugal ou no estrangeiro, numa área do meu interesse.

1.3 Objetivos

Com a realização deste trabalho pretende-se fazer uma chamada de atenção para todas as simplificações de projeto existentes que, comumente, são realizadas sem o projetista ter consciência das suas implicações, criando incerteza e risco no projeto uma vez que muitas variáveis estão a ser inseridas no projeto sem o seu controlo prévio.

Na fase do projeto existem dois caminhos a seguir: o primeiro diz respeito a garantir o rigor de todas as considerações e cálculos, o que permite ser menos conservativo e diminuir o uso de fatores de segurança ou alargar mais as tolerâncias pois, tendo mais informação podemos projetar com maior precisão, ou o segundo caminho que diz respeito a diminuir o rigor, ignorando algumas variáveis sensivelmente irrelevantes, mas diminuindo ligeiramente as tolerâncias ou aumentando os fatores de segurança aplicados.

Assim, pretende-se, com um estudo não exaustivo, rotular algumas simplificações comuns na realização de projetos (por exemplo, na utilização de modelos de cálculo, simplificação de modelos e diagramas, etc) como simplificações que nos colocam do lado da segurança ou do seu lado oposto, facilitando assim o trabalho aos engenheiros responsáveis pelo projeto, apontando situações onde devem recorrer a ferramentas corretivas (por exemplo, utilização de fatores de segurança) ou se as simplificações são aceitáveis. Com esta dissertação foram então abordados os seguintes casos, classificando os mesmos nos seguintes grupos:

Situações onde surgem simplificações	Exemplos de simplificações
<p>Diagramas de corpo livre - Ver secção 2.1.1</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Simetrias; - Assumir caso de ponto material; - Assumir um problema plano; - Assumir um problema tridimensional, recorrendo a simplificações geométricas aproximando o modelo real a geometrias mais regulares; - Assumir geometrias perfeitas;

Situações onde surgem simplificações	Exemplos de simplificações
Apoios - Ver secção 2.1.2	- Assumir encastramento;
Carregamentos distribuídos e concentrados - Ver secção 2.1.3	- Assumir um carregamento concentrado apresenta-nos uma solução mais crítica do que a situação real;
Tração e compressão - Ver secção 2.1.4	<ul style="list-style-type: none"> - Utilização do critério de Tresca; - Admitir material homogêneo e isotrópico; - Estamos presentes um material dúctil; - Temperatura constante; - Estamos presentes um carregamento estático; - Assumir que a linha de ação das forças se encontra alinhada com o eixo que une todos os centroides das áreas de secção;
Encurvatura - Ver secção 2.1.5	<ul style="list-style-type: none"> - Assumir que se trata de uma coluna esbelta; - Assumir que o eixo da coluna é reto e com capacidade de deformação elástica; - O material segue a lei de Hooke; - As cargas aplicadas devem ser centradas axialmente e serem de natureza estática; - A linha que une os centroides de todas as secções transversais é uma linha reta;
Flexão - Ver secção 2.1.6	<ul style="list-style-type: none"> - O material da viga é homogêneo e isotrópico; - O material da viga segue a Lei de Hooke; - As deformações da viga são de pequenas dimensões; - A secção transversal é constante; - O eixo da viga é retilíneo; - O carregamento ocorre no plano de simetria; - A viga encontra-se no estado de flexão pura; - A curvatura da viga localiza-se no plano de simetria;
Torção - Ver secção 2.1.7	<ul style="list-style-type: none"> - Assumir encastramento permite obter o caso mais crítico, ou seja, o desejável do ponto de vista de análise; - Assumir que se trata de um material homogêneo e isotrópico; - Material segue a Lei de Hooke; - Assume-se que a geometria é tubular; - Campo das pequenas deformações; - Não existe variação de binário ao longo do componente;

Situações onde surgem simplificações	Exemplos de simplificações
Variações de temperatura - Ver secção 2.1.8	- Materiais com coeficientes de dilatação baixos; - Temperatura uniformemente distribuída ao longo do componente; - Coeficiente de dilatação constante; - Material homogêneo e isotrópico; - Permanência no campo das pequenas deformações;
Vibrações mecânicas - Ver secção 2.1.9	- Quando uma rigidez for de uma ordem de grandeza muito superior a outras, este grau de liberdade pode ser suprimido; - Assumir sistema massa-mola ideal; - Assumir massa pontual; - Campo dos pequenos deslocamentos; - Grau de discretização do problema;
Carregamentos desprezados - Ver secção 2.2	- Efeito da impulsão do ar; - Aceleração gravitacional da Lua no caso mais crítico; - Variações de altitude;

Desta forma, pretende-se assim que o presente trabalho auxilie um engenheiro durante a realização de um projeto, alertando para as consequências de eventuais simplificações que possam ser realizadas, podendo estas colocar o nosso projeto do lado da segurança ou do seu lado oposto, sendo neste último caso necessário tomar medidas retificativas de modo a assegurar que a segurança não é colocada em risco.

1.4 Contexto

O projeto consiste, em parte, na realização de considerações de forma a conseguir resolver um determinado problema através dos modelos matemáticos já existentes, no entanto, por vezes existem dúvidas relativamente às considerações tidas em conta.

Uma situação demonstrativa sobre as consequências de falhas no projeto de um equipamento devido a considerações incorretas foi o caso do escândalo que abalou a grande produtora de automóveis americana, a General Motors (GM). Em 2014 surgiu uma polémica sobre a existência de sistemas de ignição defeituosos, como o ilustrado na Figura 1.1, que poderiam desligar o motor, o sistema de direção assistida e os airbags com o carro em movimento, algo que levou à morte de pelo menos 97 pessoas. Como consequência do sucedido, a GM procedeu à recolha de cerca de 2.8 milhões de automóveis para substituir o sistema de ignição.

Estudos apontam como motivo da falha no sistema de ignição tanto um dimensionamento estrutural deficiente tal como um incorreto dimensionamento funcional e geométrico que, devido à aplicação de fatores de segurança insuficientes tendo em conta as simplificações realizadas, levaram à falha do componente [3].

Casos como o referido anteriormente demonstram bem a importância do projeto e as consequências que podem surgir caso este não seja feito com o rigor necessário, podendo-se perder vidas e levar ao aumento dos custos para se corrigir algo que, à partida, deveria funcionar de forma adequada.

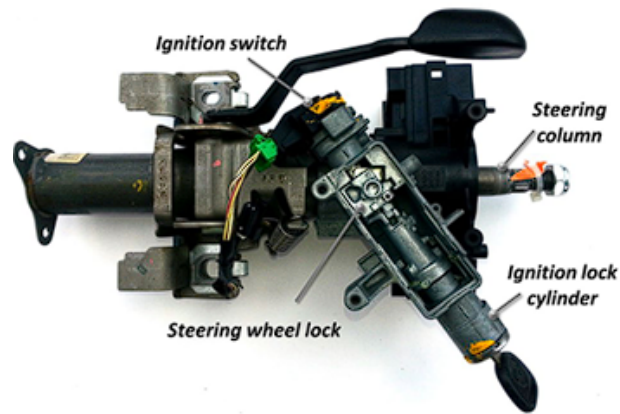


Figura 1.1: Sistema de ignição do caso da GM [3].

SINTESE DE SIMPLIFICAÇÕES

Como já foi referido anteriormente, por vezes, aquando a realização de um projeto por parte de um engenheiro, por vezes este recorre, inconscientemente, a simplificações para poder prosseguir com o mesmo, sem existir uma consciencialização sobre os eventuais riscos a que pode estar sujeito. Deste modo, neste capítulo e como enunciado previamente, serão abordadas com mais ênfase e detalhe algumas simplificações inerentes a modelos de cálculo, passagem do modelo real para um modelo simplificado equivalente a estudar e situações desprezáveis devido ao reduzido impacto e vasta variabilidade de fatores.

2.1 Simplificações nos modelos de cálculo

O presente capítulo tem como missão abordar o projeto de modo a assegurar o seu funcionamento, considerando todo o tipo de fatores que interfiram com o mesmo. Numa fase inicial serão enumerados diferentes fatores que podem interferir num sistema e quais as suas consequências e de seguida irão ser propostas alternativas menos trabalhosas de considerar estes mesmos fatores, garantindo sempre a segurança.

Qualquer sistema, mecanismo ou objeto está sujeito a efeitos externos e internos que, por mais residuais e desprezáveis que sejam, interferem sempre com o mesmo, nem que seja de uma forma ínfima. Assim, cabe-nos a nós, engenheiros, assegurar a integridade e segurança de um sistema independentemente de termos em nossa posse conhecimento sobre todas as variáveis existentes dado que por vezes somos confrontados com situações de incerteza, por exemplo, relativamente aos carregamentos aplicados, às suas intensidades e respetivos impactos.

Para resolver esta questão, por vezes é necessário recorrer a majorantes sobre o somatório de todos os carregamentos existentes, de forma a dar um intervalo que permita oferecer uma maior margem de manobra para assegurar situações imprevisíveis.

Assim, enumerando, temos como fatores importantes no projeto:

- Criação dos diagramas de corpo livre (DCL);
- Definição dos apoios;
- Carregamentos distribuídos ou concentrados;
- Carregamentos aplicados considerados;
- Variações térmicas;
- Vibrações mecânicas;
- Pressão;
- Corrosão.

De seguida irão ser abordados detalhadamente os diferentes fatores referidos anteriormente, mencionando os diversos efeitos e impactos que estes podem ter num sistema.

2.1.1 Diagramas de corpo livre

Os **Diagramas de Corpo Livre** (DCL) desempenham um papel fundamental no início de qualquer projeto de engenharia uma vez que representam o ponto de partida para a análise estrutural do problema. A criação destes diagramas de corpo livre é um dos primeiros passos para se realizar a concepção de um sistema, permitindo uma visualização clara de todas as forças e momentos que atuam sobre os componentes do projeto, sendo assim essencial para identificar e entender como as cargas se distribuem ao longo do sistema e a forma como o sistema responde às mesmas [4].

É recorrendo aos diagramas de corpo livre que é possível determinar, por exemplo, as reações nos apoios, calcular as esforços internos e verificar o equilíbrio das forças, que acabam por ser as bases para todo o estudo e desenvolvimento do projeto. Sem esta etapa inicial, a análise estrutural e a escolha dos materiais adequados ficariam obrigatoriamente comprometidas, aumentando o risco de falhas no sistema.

Mas o que são os diagramas de corpo livre? Os DCL são representações gráficas amplamente utilizadas em física e engenharia para descrever as forças e momentos atuando sobre um corpo ou sistema isolado. Estes diagramas são representações gráficas muito simplificadas, sendo assim aproximações da situação real que se pretende estudar. Estes incorporam simplificações ao nível da geometria do corpo, ao nível dos carregamentos, ao nível das ligações ao exterior do corpo, etc, e são cruciais tanto para a análise de sistemas estáticos quanto para a análise de sistemas dinâmicos, permitindo a aplicação das leis de Newton e das equações de equilíbrio para calcular forças resultantes e reações nos apoios, por exemplo. A precisão e a utilidade dos DCL na solução de problemas de engenharia e física torna-os uma ferramenta indispensável no processo de projeto e análise estrutural. Algumas valências do uso de DCL no decorrer de um projeto são:

- **Análise de forças e equilíbrio:** No desenvolvimento de estruturas e sistemas mecânicos, os DCLs permitem uma análise detalhada das forças que atuam em cada componente. Isso é vital para garantir que o sistema projetado possa suportar as cargas previstas de maneira segura e eficiente. Os DCLs permitem também a aplicação das equações de equilíbrio, assegurando que as somas vetoriais das forças e momentos em cada direção sejam nulas, condição esta necessária para o equilíbrio estático.
- **Determinação de reações de apoio:** No contexto de estruturas como vigas e outros elementos estruturais, os DCLs facilitam o cálculo das reações nos apoios. Estas reações são fundamentais para a seleção de materiais e para o dimensionamento dos componentes, garantindo que as estruturas possam resistir às cargas sem sofrer deformações excessivas ou falhas estruturais.
- **Simplificação da análise:** Ao isolar um corpo ou componente específico e representar apenas as forças e momentos que atuam diretamente sobre ele, os DCLs simplificam a análise do sistema. Esta simplificação permite a aplicação direta das leis de Newton ou das equações de equilíbrio, mesmo em sistemas complexos, onde múltiplos corpos e forças interagem. Esta capacidade torna os DCLs ferramentas poderosas para decompor problemas complexos em partes mais simples.

Apesar da sua importância e utilidade, os DCLs frequentemente envolvem simplificações e aproximações que visam facilitar a análise sem comprometer significativamente a precisão dos resultados. Algumas das simplificações comuns incluem:

- **Ponto Material:** Em muitos problemas, especialmente aqueles relacionados à dinâmica, um corpo extenso pode ser modelado como um ponto material. Isso corresponde a considerar que toda a massa do corpo é concentrada num único ponto, simplificando a análise ao eliminar a necessidade de considerar a distribuição de massa e as dimensões do corpo. Essa abordagem é válida quando os carregamentos são apenas forças concentradas e todas aplicadas no mesmo ponto (ou muito próximo).
- **Problema Plano:** Em diversas situações, um problema tridimensional pode ser reduzido a um problema bidimensional ou plano. Isso ocorre quando todas as forças e movimentos estão contidos em um único plano, permitindo a simplificação do DCL ao ignorar a terceira dimensão. Essa abordagem é comum em análises estruturais, como no caso de vigas ou placas submetidas a cargas no plano.
- **Problema Tridimensional:** Quando necessário, um problema deve ser tratado em seu contexto tridimensional completo. No entanto, mesmo nesse caso, simplificações geométricas podem ser aplicadas, como assumir que corpos complexos podem ser representados por formas geométricas simples, como esferas, cilindros ou cubos, facilitando o cálculo das forças e momentos.

- **Geometrias Perfeitas:** Para simplificar a modelação, corpos reais são frequentemente idealizados com geometrias perfeitas, como superfícies planas ou curvas regulares. Imperfeições reais, como rugosidades ou desvios geométricos, são ignoradas, o que simplifica os cálculos de interação entre superfícies, distribuição de forças e análise estrutural.
- **Simetrias:** Quando um corpo ou sistema possui simetria geométrica, essa propriedade pode ser utilizada para simplificar o DCL. As simetrias permitem que a análise seja realizada apenas em uma parte do sistema, com as conclusões sendo extrapoladas para o todo. Isso reduz significativamente a complexidade do problema, especialmente em sistemas que envolvem múltiplas forças simétricas.

Na prática, a eficácia dos diagramas de corpo livre depende de como as simplificações e aproximações são escolhidas e aplicadas em relação à realidade do sistema em análise. Projetistas e engenheiros experientes devem equilibrar a necessidade de simplicidade na análise com a precisão necessária para que os resultados obtidos sejam úteis e confiáveis. Isso pode envolver o uso de fatores de segurança adequados, testes experimentais para validar as suposições feitas, e ajustes iterativos no modelo conforme o projeto avança [4].

Resumindo, os diagramas de corpo livre são uma ferramenta essencial no projeto em engenharia dado que estes fornecem uma visualização clara das forças aplicadas e permitem a utilização eficaz dos modelos de cálculo existentes para resolver problemas complexos. No entanto, é fundamental que as simplificações utilizadas sejam bem fundamentadas e ajustadas à realidade para garantir que os resultados obtidos sejam representativos do projeto real.

2.1.2 Apoios

Aquando a realização de um projeto, é necessário ter em consideração diversas questões para se poder realizar o estudo do mesmo de forma correta e, por isso, não é descabido dizer que a base de todo e qualquer projeto, independentemente da sua natureza, reside na definição dos apoios. E porque é que esta afirmação é válida? Em termos práticos, é a definição dos apoios que define o projeto na totalidade. Imaginemos o seguinte: O projetista tem a seu cargo a realização de um projeto de uma mesa simples como a ilustrada na Figura 2.1 cujas pernas serão apoiadas no chão devido a uma necessidade do cliente. Para o projetista, estudar a estrutura admitindo um encastramento das pernas da mesa ou estudar a estrutura assumindo possibilidade de deslizamento entre as mesmas e o chão são duas situações completamente distintas.



Figura 2.1: Exemplo de uma mesa.

Uma situação que pode ser relevante estudar será a existência de uma força lateral aplicada na mesa induzida por um eventual encosto de alguém, ilustrado na Figura 2.2. Caso os apoios da mesa não estivessem fixos ao chão e assumindo que não existe atrito entre as pernas e o chão (para assumirmos um fácil deslizamento, sem resistência), não iriam existir praticamente esforços sobre as pernas, uma vez que a força aplicada iria manifestar-se através do deslizamento e deslocação da mesa. No entanto, como é necessário assegurar que a mesa fique fixa ao chão, o estudo dessa situação torna-se importante porque, efetivamente, a força aplicada irá levar a esforços de flexão nas pernas da mesa que, em casos extremos, pode levar à problemas de integridade estrutural. Com este exemplo é possível assim perceber que, para a mesma força e para a mesma estrutura, alterando a nossa abordagem e o tipo de apoios, obtém-se resultados diferentes.

Nota: De salientar que, dependendo da situação que esteja a ser estudada, para se definir o coeficiente de atrito do lado da segurança, devemos:

- Escolher um valor maior do que o normal, caso queiramos ter um corpo em movimento e temos de vencer a força de atrito,
- Escolher um valor menor do que o normal, caso queiramos manter um corpo em repouso e evitar que haja escorregamento.

Assim, tal como no caso abordado anteriormente, a definição dos apoios é importante para:

1. **Definir os graus de liberdade:** Um apoio consiste numa ligação do corpo ao exterior que o rodeia e restringe algum (ou alguns) grau de liberdade (por exemplo: impedir deslocamentos lineares (translações rectilíneas) numa determinada direcção ou sentido; ou impedir deslocamentos angulares (rotações) numa determinada direcção (ou plano) assim como se o impedimento é em ambos os sentidos de rotação ou se é apenas num dos sentidos).

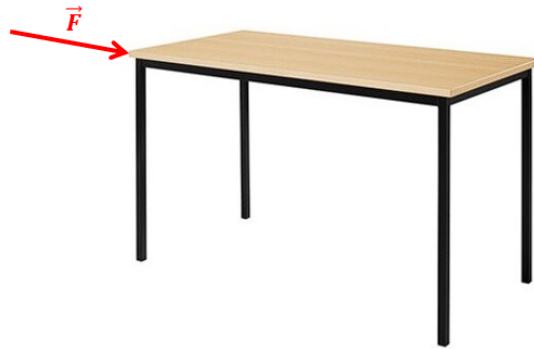


Figura 2.2: Força aplicada na lateral da mesa.

2. **Comportamento Estrutural:** Definir a forma como a estrutura interage com o ambiente ao seu redor (por exemplo com o solo), uma vez que influenciam diretamente as reações nos apoios em resposta às cargas aplicadas.
3. **Distribuição de Forças Internas:** Os apoios determinam as condições de fronteira para o problema estrutural, algo que afeta a forma como os esforços internos são distribuídos ao longo da estrutura.
4. **Segurança e Estabilidade:** A definição adequada dos apoios é crucial para assegurar que a estrutura esteja segura e estável sob as condições de funcionamento normais.
5. **Análise Estrutural:** A definição dos apoios é importante para a utilização dos modelos matemáticos existentes, garantindo assim que se consegue aplicá-los uma vez que estes têm como pressupostos algumas condições de apoios e condições de fronteira.
6. **Projeto e Otimização:** A escolha adequada dos apoios pode influenciar significativamente o projeto do ponto de vista estrutural, permitindo assim a otimização da estrutura de forma a certificar o bom desempenho e durabilidade.

Em engenharia existem 3 tipos de apoios distintos:

- Encastramento;
- Articulação;
- Deslizante.

Que podem surgir e ser representados em diagramas de forma idêntica à ilustrada na Figura 2.3

Apesar de existirem estes diferentes apoios possíveis em termos teóricos, na prática, é impossível garantir, no caso do encastramento, a restrição de todos os graus de liberdade do componente, isto é, não é possível assegurar que não existem deslocamentos nas

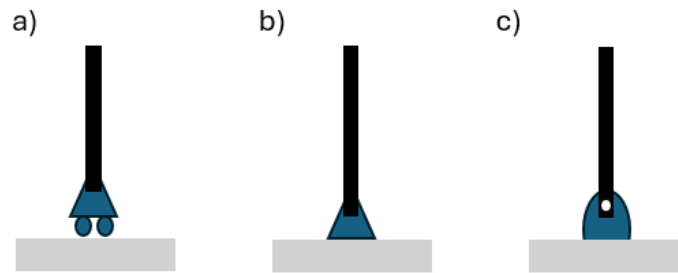


Figura 2.3: Os diferentes tipos de apoio existentes: a) Deslizante, b) Encastrada e c) Articulado . Adaptado de *Shigley's mechanical engineering design*[5].

três direções do espaço de forma genérica nem a inexistência de rotações em qualquer dessas direções, mesmo que o componente seja aparafusado ou soldado. No entanto, muitos modelos matemáticos assumem a situação de encastramento. Então, como é que se procede?

Como as análises, estudos e cálculos têm que ser estudados para se poder projetar qualquer que seja o sistema, componente ou mecanismo, o que se propõe é a utilização da simplificação de que o encastramento é perfeito e, posteriormente e dependendo de que estudo se está a realizar, atribuir um fator de segurança de forma a, apesar do modelo de cálculo ter como pressuposto o encastramento, se poder realizar o cálculo de igual forma, mas não esquecendo que a situação real é mais imperfeita do que a situação teórica do modelo, colmatando assim essa falta de precisão e perfeição com o fator de segurança. Isto é válido tanto para o caso de encastramento como para o caso de se tratar de um apoio articulado, sem deslocamento segundo as direções x , y e z (o que na realidade é impossível garantir) e com existência de rotação.

É assim possível ver que muito do que é o projeto consiste em simplificações que nos permitem aplicar modelos matemáticos para estudar e resolver problemas, começando pela atribuição e definição dos apoios do mecanismo/componente, compensando depois através de fatores de segurança (e até mesmo, em alguns casos, com o alargamento de tolerâncias).

2.1.3 Carregamentos distribuídos e concentrados

Na grande maioria das vezes, com a realização de um projeto deparamo-nos com a necessidade de estudar o sistema sujeito a carregamentos. No entanto, para obter conclusões sobre qual o seu impacto no sistema, é necessário definir o tipo de carregamento a que o nosso projeto está a ser sujeito. Deste modo, podemos dividir os tipos de carregamento em 2 tipos: os carregamentos concentrados e os carregamentos distribuídos.

Tal como é possível observar na Figura 2.4, quando nos deparamos com uma carga distribuída sobre uma superfície esta não é mais do que uma força aplicada ao longo de uma extensão que pode ser em função do comprimento ou da área de superfície de

contacto. Por outro lado, quando se trata de uma força concentrada, tal como se apresenta na Figura 2.5, esta é aplicada somente num ponto.

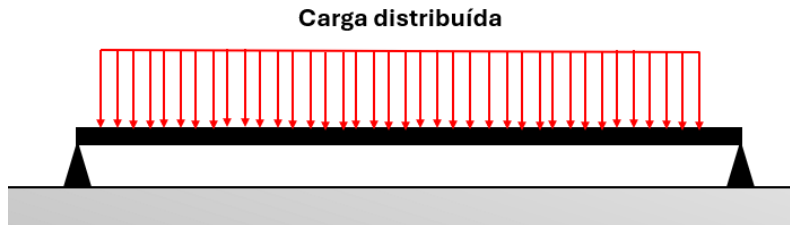


Figura 2.4: Exemplo de uma carga distribuída numa viga.

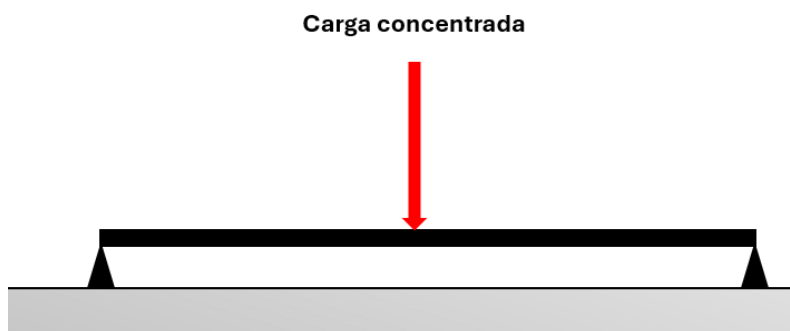


Figura 2.5: Exemplo de uma carga concentrada numa viga.

Em termos práticos, se formos rigorosos e pensarmos numa escala infinitesimal, um carregamento concentrado acaba por ser, na realidade, um carregamento distribuído sobre uma área ínfima sendo assim uma aproximação para simplificar o seu estudo uma vez que se assume que o carregamento (por exemplo sob via de uma força) está aplicado num ponto infinitesimal. Imaginemos por exemplo um caso de um componente fixo por encastramento numa das extremidades que está sujeito a uma força vertical com sentido de cima para baixo como ilustrado na Figura 2.6. Podemos assumir que se trata de uma plataforma de salto para uma piscina onde a força aplicada corresponde ao peso da pessoa na sua extremidade.

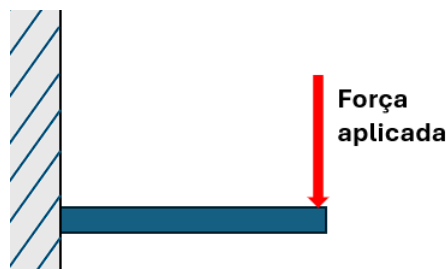


Figura 2.6: Plataforma encastada sujeita a uma força na extremidade.

No entanto, na realidade, o caso real que está a ser aproximado a um modelo simplificado é o apresentado na Figura 2.7, dado que o peso de uma pessoa na sua extremidade reflete-se num carregamento distribuído pela área de contacto entre a pessoa e a estrutura.

Do ponto de vista da análise e dos resultados a obter para o estudo do caso, dependendo do tipo de carregamento considerado, podem ser obtidos dois resultados distintos, sendo que, assumindo um carregamento concentrado apresenta-nos um resultado que, apesar de menos próximo à realidade, oferece uma visão mais crítica e gravosa do que o caso real, conferindo à análise uma maior segurança.

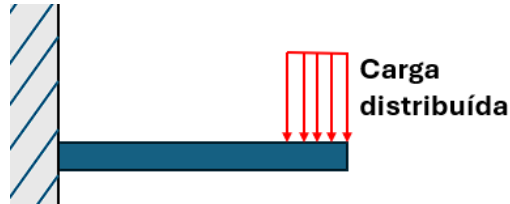


Figura 2.7: Situação real da plataforma encastrada sujeita ao peso de uma pessoa.

Assim, e de um modo genérico, os modelos de cálculo a adoptar devem ser aproximações da situação real, devem ser suficientemente simples para que sejam fáceis de calcular e os resultados que apresentem devem ser sempre "piores" do que a situação será na realidade.

2.1.4 Tração e compressão

Os fenómenos de tração e compressão ocorrem frequentemente em componentes que compõem um sistema, sendo assim necessário estudar esses casos de forma a garantir que os limites estruturais não são ultrapassados.

No projeto, para avaliar este tipo de situações, é comum assumir a distribuição uniforme do carregamento aplicado pela área de secção onde o mesmo está aplicado. Em termos práticos, o que esta simplificação defende é que, se retirarmos uma parte infinitesimal afastada dos pontos de aplicação dos carregamentos, podemos substituir o seu efeito pela aplicação de uma força uniformemente distribuída de magnitude σ_A [5]. Assim, obtemos:

$$\sigma = \frac{F}{A} \quad (2.1)$$

Para se realizar esta simplificação é necessário [5]:

- Simplificar e admitir que o componente é constituído por um material homogéneo;
- Assumir que a linha de ação das forças se encontra alinhada com o eixo do componente que une todos os centroides das áreas de secção (para garantir que não ocorre outro efeito).

Para estudar situações onde existem componentes sujeitos a esforços de tração, existem duas metodologias de princípios de falha aplicáveis onde, para a sua utilização, é igualmente necessário realizar simplificações e assumir condições diferentes da realidade. Estas duas metodologias são: o **critério de Tresca** e o **critério de Von Mises**.

O **critério de Tresca** é uma metodologia utilizada na engenharia que tem o objetivo de permitir prever as condições em que ocorre a falha de um material sujeito a esforços multiaxiais. Para tal, existe a passagem de todos os esforços aplicados sob o componente para as suas tensões principais: σ_1 , σ_2 e σ_3 , respetivamente da tensão de maior valor até à tensão de menor valor. A equação 2.2 proposta no critério de Tresca parte do pressuposto que a falha ocorre quando o valor da tensão de corte atinge o seu valor máximo (τ_{\max}).

$$\frac{\sigma_{\text{adm}}}{2} \geq \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \quad (2.2)$$

Para se poder aplicar o Critério de Tresca, é necessário assumir que:

- Se trata de um material dúctil, como a maioria dos metais (ex.: aço, alumínio, cobre).
- As tensões principais (σ_1 , σ_2 , σ_3) são determinadas de forma correta a partir do estado de tensão triaxial.
- O critério baseia-se na tensão de corte máxima, calculada como:

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$$

- O critério assume condições de carregamento estático ou quase estático, ou seja, sem variações dos valores das tensões.
- O valor máximo de tensão de cedência do material (σ_{ced}) deve ser conhecido e a condição de falha segundo o critério de Tresca é dada por:

$$\sigma_1 - \sigma_3 \geq \sigma_{adm}$$

ou, de forma equivalente relativamente à tensão de corte máxima:

$$\tau_{max} \geq \frac{\sigma_{adm}}{2}$$

Outra abordagem possível para se avaliar o comportamento do material do componente é utilizando o **critério de Von Mises**. Este princípio defende que ocorre cedência plástica quando a energia de distorção por unidade de volume atinge o valor da energia de distorção por unidade de volume necessária para causar cedência do provete no ensaio de tracção. Ou seja:

$$\frac{1}{\sqrt{2}} [(\sigma_I - \sigma_{II})^2 + (\sigma_{II} - \sigma_{III})^2 + (\sigma_{III} - \sigma_I)^2]^{\frac{1}{2}} \leq \sigma_{adm} \quad (2.3)$$

No caso de se utilizar o critério de Von Mises para proceder à análise desejada, é necessário salientar as seguintes condições que tornam este critério válido quando cumpridas:

- **Material Dúctil:** O critério de von Mises é aplicável a materiais dúcteis como, por exemplo, aços e alumínio, que têm uma boa capacidade de deformação plástica antes da fratura [5];
- **Estado de Tensão Triaxial:** O critério é válido para estados de tensão triaxiais, ou seja, onde as tensões atuam em três direções ortogonais ($(\sigma_I, \sigma_{II}, \sigma_{III})$);
- **Temperatura Constante:** É necessário assumir que não ocorrem variações de temperatura que, por isso, não afetem as propriedades normais do material;
- O critério assume (à semelhança do Critério de Tresca) condições de **carregamento estático** ou quase estático, ou seja, sem variações dos valores das tensões;
- **Homogeneidade e Isotropia:** O critério assume também que o material em estudo é homogêneo (possui as mesmas propriedades em todos os pontos) e isotrópico (possui as mesmas propriedades em todas as direções).

Como foi descrito anteriormente, existem duas formas de estudar e averiguar se os esforços aplicados num componente levam à sua falha. Mas então qual é que se deve utilizar? Para responder a esta pergunta, pode ser pertinente mostrar a comparação entre os gráficos produzidos através de cada uma das metodologias, como se mostra na Figura 2.8.

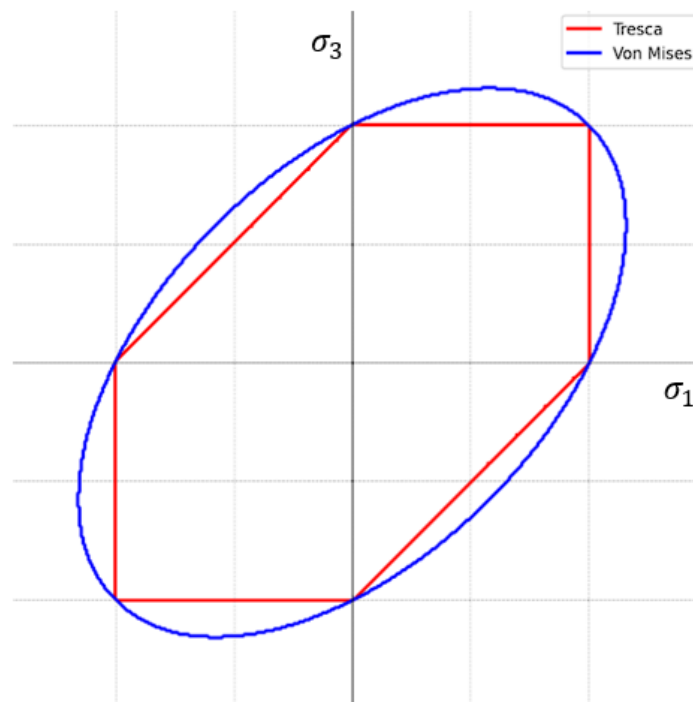


Figura 2.8: Comparação entre o critério de Tresca e o critério de Von Mises

Como é possível perceber pela Figura 2.8, comparando ambas as metodologias podemos aferir que o critério de Tresca é mais conservador do que o critério de Von Mises uma vez que a área gerada pelas situações limite de tensão segundo Tresca (delimitado pelas linhas vermelhas) está contida na gerada pelo critério de Von Mises (delimitado a azul), mostrando assim que de acordo com esta última, pode-se ir um pouco além do imposto pelo Critério de Tresca. Deste modo, apesar dos resultados obtidos pelo critério de Von Mises se aproximarem mais do que acontece na realidade, devido à maior facilidade de utilização e de forma a garantir que ficamos do lado da segurança apesar de todas as simplificações a que se teve que recorrer para poder utilizar os modelos em causa, sugere-se a utilização do critério de Tresca para a resolução de problemas e verificação da integridade de estruturas.

2.1.5 Encurvatura

Quando nos deparamos com um componente sujeito a esforços de compressão, um efeito indesejável pode surgir quando o componente possui uma natureza esbelta, podendo ocorrer a falha, não devido à compressão em si, mas sim derivado da instabilidade e encurvatura do mesmo. É necessário assim recorrer a métodos de cálculo relativos à teoria de estabilidade de colunas.

Para o projeto de colunas, é necessário garantir que:

- A tensão admissível não é ultrapassada ($\sigma = \frac{P}{A}$, com P correspondente ao carregamento aplicado);

- A deformação de encurvatura encontra-se dentro dos valores permitidos, como pode ser verificado pela equação 2.4.

$$\delta = \frac{PL}{AE} \leq \delta_{esp} \quad (2.4)$$

A intensidade da menor força que provoca instabilidade e pode ocorrer encurvadura, depende de vários factores, entre eles o modo como o corpo se encontra suportado. Na Figura 2.9 é possível ver 4 configurações diferentes que podem provocar o efeito de encurvatura onde, para se resolver e estudar este problema, recorre-se à equação de Euler ilustrada pela Equação 2.5 [5].

$$P_{cr} = \frac{C\pi^2EI}{(L)^2} \quad (2.5)$$

De onde temos que:

- E corresponde ao módulo de elasticidade do material (Módulo de Young),
- I corresponde ao momento de inércia da secção transversal da coluna em estudo,
- C corresponde a uma constante específica da configuração dos apoios,
- L é o comprimento da coluna.

É importante salientar que, para se utilizar a equação de Euler 2.5 recorrem-se a algumas simplificações uma vez que esta é somente **válida se e só se**:

- O eixo da coluna ser reto e com capacidade de deformação elástica,
- O material da coluna deve obedecer à lei de Hooke,
- As cargas aplicadas devem ser centradas axialmente e serem de natureza estática,
- A coluna deve ter geometria prismática, ou seja: as secções transversais são constantes ao longo do seu comprimento,
- As dimensões das secções transversais são muito menores que o comprimento da coluna, ou seja, deve-se tratar de uma coluna esbelta,
- A linha que une os centroides de todas as secções transversais é uma linha recta.

Relativamente aos exemplos ilustrados na Figura 2.9, temos como valor de C para cada uma das configurações:

- Para a) temos $C=1$, ou

$$P_{cr} = \frac{\pi^2EI}{(L)^2}$$

- Para b) temos $C=4$, ou

$$P_{cr} = \frac{4\pi^2 EI}{(L)^2}$$

- Para c) temos $C=0,25$, ou

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{4(L)^2}$$

- Para d) temos $C=2$, ou

$$P_{cr} = \frac{2\pi^2 EI}{(L)^2}$$

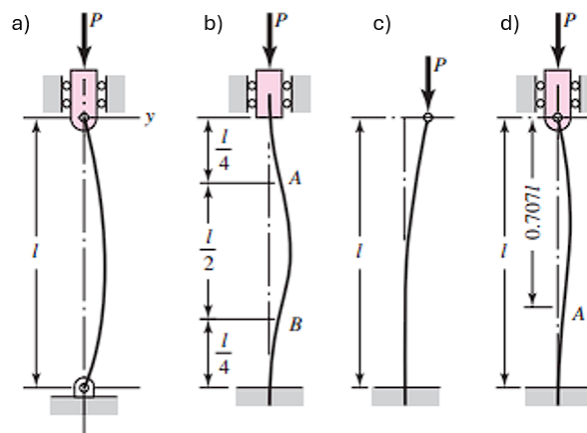


Figura 2.9: Exemplo de colunas sujeitas a encurvatura: a) Com articulação nas duas extremidades, b) Encastramento em ambas extremidades, c) Uma extremidade livre e a outra encastada e d) Uma extremidade com articulação e a outra encastada. [5]

No entanto, estes valores de C correspondem a valores teóricos. Segundo o livro *Mechanical Engineering Design* [5], os valores apresentados na Tabela 2.1 devem ser considerados uma vez que, em termos teóricos, algumas das simplificações que são realizadas colocamos no lado contrário da segurança. As situações reais podem conduzir a resultados piores que os resultados obtidos pelos modelos teóricos. Em termos práticos é impossível fixar as extremidades de uma coluna de forma a utilizar um fator C de 2 ou 4. Mesmo que estas sejam soldadas, irá sempre ocorrer algum desvio, levando a que geralmente não se utilize um valor de C superior a 1. Porém, se utilizarmos fatores de segurança e se conhecermos bem qual a carga aplicada sobre a coluna, podemos atribuir um valor de $c=1.2$.

Uma questão importante de estudar e perceber quando se trata de um caso de estudo de uma coluna esbelta sujeita a esforços de compressão que podem levar ao surgimento e ocorrência do fenómeno de encurvatura é também a direção onde ocorre a falha. Enquanto que se estivermos a estudar uma coluna com uma área de secção de natureza retangular, é expectável que a falha ocorra segundo a direção do menor momento de inércia mas se se tratar de uma secção de área circular (devido a se tratar de uma coluna cilíndrica), a primeira "zona" a ceder será a que tem alguma falha ou eventualmente alguma

2.1. SIMPLIFICAÇÕES NOS MODELOS DE CÁLCULO

Tabela 2.1: Valores teóricos, conservativos e recomendados para constante C presente na Equação 2.5 [5].

Condições de extremidade da coluna	Valor teórico	Valor conservativo	Valor recomendado
Encastrada-livre	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$
Articulada-Articulada	1	1	1
Encastrada-Articulada	2	1	1.2
Encastrada-Encastrada	4	1	1.2

descontinuidade no material, situações estas que não estão previstas aquando a realização dos cálculos com a Equação 2.5, reforçando também a importância de se utilizar fatores de segurança de forma a garantir que simplificações realizadas para se poder aplicar a equação em causa, uma vez que é impossível garantir a homogeneidade de um material, a existência de impurezas e porosidades, de falhas, entre outras e tendo em consideração também que esta equação foi desenvolvida partindo da premissa de que se trata de um material, de certa forma, ideal.

2.1.6 Flexão

Além dos fenómenos descritos anteriormente, outra situação importante de estudar durante a realização de um projeto são os esforços de flexão a que os componentes do mesmo podem estar sujeitos.

Por vezes e como já foi referido anteriormente, existem diferenças entre as condições reais e os modelos de cálculo existentes, sendo importante além de abordar os modelos de cálculo utilizados, neste caso, para estudar a flexão de componentes, abordar também quais as simplificações necessárias para o realizar. Assim sendo, pode ser pertinente relembrar diferença entre cargas concentradas e cargas distribuídas e a respetiva comparação entre ambas, algo que foi realizado no início da secção 2.1 através das Figuras 2.4 e 2.5.

Além destas simplificações, nas metodologias de cálculo aplicáveis aquando o estudo de um problema de flexão existem também considerações e simplificações inerentes às mesmas. Assim, têm-se como metodologias aplicáveis as duas abordagens seguintes: **a Teoria de Euler-Bernoulli** e **a Teoria de Timoshenko**, que, apesar de ambas servirem para resolver problemas de flexão, são realizadas simplificações que, ao nos permitir passar do caso real para o modelo, afasta-nos da realidade. De salientar que, apesar de mais complexa, a Teoria de Timoshenko apresenta resultados mais precisos do que a de Euler-Bernoulli [6].

Pressupostos para a utilização da Teoria de Euler-Bernoulli

A Teoria de Euler-Bernoulli está assente nos seguintes pressupostos [7]:

- O material da viga é homogéneo e é isotrópico;
- O material da viga segue a Lei de Hooke;
- As deformações da viga são de pequena dimensão (regime de pequenos deslocamentos), permitindo assim o uso de relações lineares de tensão-deformação;
- As vigas são corpos prismáticos (gerados pelo deslocamento de uma área ao longo de uma linha recta) caracterizados por terem uma dimensão maior que as outras duas;
- A secção transversal é constante;
- O eixo da viga é rectilíneo;
- A viga é contínua;
- As secções transversais são simétricas e têm eixo de simetria no plano de curvatura;
- O carregamento ocorre no plano de simetria – passa pelo centróide das áreas das secções transversais;

- A viga encontra-se no estado de Flexão Pura – Apenas momento fletor – não há esforço transversal;
- As secções planas permanecem planas – Despreza-se o efeito do esforço transversal e das tensões de corte;
- A curvatura da viga localiza-se no plano de simetria.

Teoria de Euler-Bernoulli

Como é possível observar pela Equação 2.6, a expressão que permite calcular o valor da tensão normal resultante do carregamento aplicado é relativamente simples, sendo que esta depende somente do valor do momento fletor (M), da distância da linha neutra (y) e do momento de segunda ordem da área da secção transversal da viga, relativamente a um eixo perpendicular ao plano de curvatura e que passa pelo centroíde da área da secção transversal do componente em estudo (I).

$$\sigma_x = \frac{My}{I} \quad (2.6)$$

De acordo com a Equação 2.6, quando nos confrontamos com um componente sujeito a flexão simples, sabendo os valores do momento fletor, momento de inércia do componente e a tensão de cedência (ou tensão máxima admissível caso exista algum fator de segurança associado) conseguimos verificar se, para o valor máximo que y pode tomar, que corresponde ao ponto onde ocorre o maior valor das tensões normais, se nos encontramos dentro da segurança.

Aplicações da Teoria de Euler-Bernoulli

No mundo da engenharia, a teoria de Euler-Bernoulli é amplamente utilizada em situações onde não se consideram tensões de corte, como por exemplo [6]:

- Estudo de pontes;
- Análise de vigas presentes em edifícios de grande escala;
- Componentes de máquinas, como por exemplo eixos ou outros componentes onde os efeitos das tensões de corte são desprezáveis;
- Componentes sujeitos a situações dinâmicas de baixa frequência.

Teoria de Timoshenko

Em alternativa à Teoria de Vigas de Euler-bernoulli existe e é também amplamente utilizada no mundo da engenharia a Teoria de Vigas de Timoshenko, sendo esta última

mais complexa e precisa uma vez que, ao contrário da Teoria de Euler-Bernoulli, não despreza o efeito das tensões de corte internas. Assim, as duas maiores considerações realizadas e que sustentam em parte a Teoria de Timoshenko são [6]:

- Quando ocorre o fenómeno de Flexão pura ocorre, também, o surgimento de deformações devido a tensões de corte no componente;
- Surge também o efeito da inércia de rotação, uma vez que as secções transversais podem não permanecer perpendiculares ao eixo neutro.

Assim e contrastando com a equação de Euler-Bernoulli, temos como equação de Timoshenko a seguinte [8]:

$$EI \frac{d^2\phi}{dx^2} + K_s GA \left(\frac{dw_T(x)}{dx} - \phi(x) \right) = 0 \quad (2.7)$$

De onde temos que:

- E : Corresponde ao Módulo de elasticidade (Módulo de Young) do material;
- I : Corresponde ao Momento de segunda ordem da área da secção transversal da viga;
- $\phi(x)$: Rotação da secção transversal da viga, relativamente a um eixo perpendicular ao plano de curvatura e que passa pelo centroíde da área da secção transversal, em função da posição x ;
- K_s : Fator de forma (ou coeficiente de corte) que depende da geometria da secção transversal da viga;
- G : Módulo de corte do material;
- A : Área da secção transversal da viga;
- $w_T(x)$: Deslocamento transversal da viga em função da posição x .

Aplicações da Teoria de Timoshenko

De forma contrária às aplicações da Teoria de Euler-Bernoulli na engenharia, a Teoria de Timoshenko é geralmente utilizada em situações onde as deformações derivadas de tensões de corte não podem ser desprezáveis, tendo assim um impacto significativo, como por exemplo [6]:

- Componentes mecânicos de menor dimensão e robustos;
- Componentes sujeitos a situações dinâmicas de frequências superiores a 500 Hz.

Comparação entre as duas Teorias

Com a abordagem e descrição de duas das teorias existentes na área do estudo de componentes sujeitos a flexão, uma observação que surge facilmente é o grande contraste entre a Equação 2.7 de Timoshenko e a solução (mais simplificada) proposta por Euler-Bernoulli na Equação 2.6. Mas então, em que situações se deve optar pela solução proposta por Timoshenko ou por Euler-Bernoulli? Existem 2 fatores importantes para se decidir melhor sobre qual das duas se deve utilizar, sendo estes:

- **Simplicidade vs. Aderência à Realidade:** A teoria de Euler-Bernoulli é mais simples sendo assim ideal para análises rápidas de vigas longas e esbeltas enquanto que, por outro lado, a teoria de Timoshenko oferece um estudo e análise mais aproximada da realidade relativamente ao comportamento estrutural em situações onde os efeitos das tensões de corte são significativos. Há casos em que a diferença entre os resultados obtidos pela utilização do método mais aproximado e pela utilização do método menos aproximado não é significativa, podendo utilizar-se o método mais simples e menos trabalhoso.
- **Aplicabilidade:** A escolha depende também da aplicação em si. Por exemplo, para estruturas onde o efeito do corte é relevante, como por exemplo componentes de menor dimensão e maior largura, a teoria de Timoshenko é preferível para calcular com precisão o comportamento estrutural.
- **Aplicação de fatores de segurança:** Como a teoria de Euler-Bernoulli é mais apelativa do ponto de vista da simplificação dos cálculos, pode-se optar por a utilizar, mesmo em situações onde as tensões de corte têm alguma relevância, aplicando também um fator de segurança que garanta que as simplificações realizadas e todos os fatores desprezados estejam contidos e assegurados pelo mesmo.

2.1.7 Torção

Esta secção está destinada ao estudo e abordagem sobre todas as simplificações inerentes ao estudo do efeito de torção em componentes estruturais, abordando os modelos de cálculo utilizados, simplificações e condições de aplicação. Na indústria diversos componentes são projetados considerando estes esforços como por exemplo o dimensionamento de eixos de transmissão para automóveis.

O estudo de componentes reais sujeitos a torsão pode ser realizada com recurso a diagramas simplificados onde uma das extremidades se encontra fixa (encastrada) e um binário é aplicado, como ilustrado na Figura 2.10. Esta simplificação é válida uma vez que nos apresenta o caso mais crítico para o componente, caso este que pode ou não ser a realidade, mas não o sendo, coloca o projeto do lado da segurança, o que é desejável.

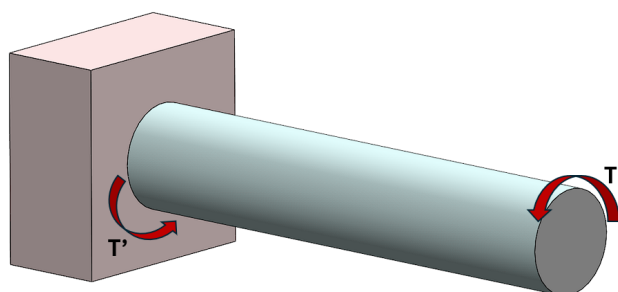


Figura 2.10: Diagrama simplificado de eixo sujeito a momento torsor.

Na análise de componentes sujeitos a torção, o objetivo dessa análise consiste em avaliar se o componente suporta esses esforços sem ocorrer deformação plástica e, para tal, estuda-se igualmente a distorção provocada. No entanto, para realizar essa análise, é necessário assumir situações opostas à realidade, como a isotropia e homogeneidade do material dado que as deformações no material só são proporcionais e, conseqüentemente, o modelo de cálculo só é válido se estas condições forem asseguradas. Dado que é impossível, simplifica-se e considera-se essas condições como verdadeiras, afastando-nos da segurança, sendo necessário recorrer a fatores de segurança, por exemplo.

Simplificações realizadas para deduzir as expressões de cálculo para a torção

Assim e como já foi referido anteriormente, para a utilização dos modelos de cálculo aplicáveis ao estudo da torção é necessário realizar algumas simplificações/considerações, tais como:

- É necessário assumir que o material é homogêneo e isotrópico uma vez que para deduzir as expressões matemáticas foi necessário admitir que o mesmo possui a mesma composição e propriedades em toda a parte do componente.
- As equações assumem o estudo de componentes com secções transversais circulares, podendo estes ser maciços ou tubulares.

- Os modelos de cálculo assumem a permanência no campo das pequenas deformações, onde ocorre uma relação linear entre tensões e deformações.
- Assume que o binário aplicado está distribuído uniformemente ao longo da secção transversal.

Estas simplificações referidas anteriormente são extremamente importantes à semelhança das realizadas para os casos de tração, compressão, encurvatura e flexão uma vez que são as mesmas que permitem a aplicação de modelos de cálculo já existentes. Uma vez que para a criação destes modelos de cálculo, estes assumem condições ideais (como por exemplo, alegar que um componente, qualquer que ele seja, é constituído por um material homogéneo e isotrópico), estamos a induz erros e incertezas no nosso projeto dado que é impossível assegurar essas condições. Para garantir a homogeneidade e isotropia de um componente seria necessário avaliar o mesmo ponto a ponto, o que não é exequível. Outra situação importante de salientar consiste no facto de para o mesmo projeto de um componente, com as mesmas dimensões e fabricados na mesma fábrica, de 100 componentes produzidos, não existirá nenhum exatamente igual a outro. As incertezas derivadas das oscilações e variações existentes dos processos de fabrico são impossíveis de calcular caso a caso, sendo nesse caso necessário, com recurso a toleranciamentos, simplificar e salvaguardar estas incertezas.

2.1.8 Variações térmicas

Quando se realiza um projeto, além dos problemas estruturais que podem surgir no seu funcionamento normal tal como os esforços referidos anteriormente, é importante também avaliar eventuais variações ou impactos que as temperaturas de funcionamento têm no componente/componentes. Assim, as variações de temperatura podem ter um impacto significativo em sistemas mecânicos, influenciando seu desempenho, durabilidade e segurança.

As variações de temperatura e a sua análise nos diversos sistemas projetados, devido ao seu impacto, não devem ser desprezadas dado que colocam o nosso projeto do lado oposto à segurança. Por exemplo, se pensarmos nos carris de uma linha de comboios, existe um espaçamento entre os diversos troços como é possível observar pela Figura 2.11. Este espaçamento existe por diversos motivos e fatores mas, se pensarmos no impacto que um aumento súbito de temperatura ia provocar, dilatando o troço, seria possível verificar que o contacto entre troços adjacentes iria provocar esforços de compressão, podendo danificar a estrutura.



Figura 2.11: Folga existente entre secções de carris numa linha de comboios.

Assim, temos algumas situações adversas que podem surgir caso se simplifique e despreze o efeito das variações térmicas:

- **Dilatação Térmica:** Quando a temperatura aumenta, os materiais tendem-se a expandir. Este fenómeno é conhecido como dilatação térmica. Assim, componentes mecânicos sujeitos ao aumento de temperatura podem-se tornar mais compridos, mais largos ou mais volumosos, o que pode levar ao aparecimento de tensões internas, falhas em junções e parafusos e interferência entre dois componentes em zonas onde não era suposto devido a tolerâncias e folgas insuficientes.
- **Contração Térmica:** Quando a temperatura diminui, ocorre a contração térmica, onde os materiais encolhem. Esta situação pode ser crítica uma vez que pode causar desajustes, fissuras e a fragilização de componentes.
- **Resistência:** A resistência dos materiais (e consequentemente do componente) pode diminuir com o aumento da temperatura, tornando-os mais suscetíveis a deformações e desgastes. Também, em baixas temperaturas, alguns materiais podem-se tornar excessivamente frágeis, o que é algo indesejável.

- **Elasticidade:** As variações térmicas podem afetar a elasticidade dos materiais, alterando a maneira como eles respondem a cargas e tensões.
- **Desgaste:** Variações extremas de temperatura podem aumentar o desgaste entre superfícies de contato uma vez que, caso ocorra dilatação térmica, componentes que não deviam contactar entre si, por exemplo, devido à existência de uma folga entre ambos, podem-se tocar caso a folga seja insuficiente, desgastando assim os mesmos e colocando assim em risco o bom desempenho e integridade do mesmo.

Por exemplo, num estudo de 2016 [9] avaliou-se o impacto da temperatura de funcionamento de uma pá de turbina a gás, comparando-se o modelo desprezando o efeito da temperatura com o modelo de estudo onde se considera a mesma. Deste estudo foi possível verificar o impacto que a temperatura de funcionamento tem na geometria em estudo e a possibilidade de interferência com componentes adjacentes, promovendo assim o seu desgaste.

Além de não considerar os efeitos térmicos sobre os componentes implicar uma simplificação que nos coloca do lado oposto à segurança, a sua consideração também pressupõe simplificações que induzem incerteza e erro no projeto, estando estas relacionadas com os modelos de cálculo aplicáveis.

Simplificações

Algumas simplificações a ter em consideração aquando do estudo do impacto das variações de temperatura num determinado sistema são:

- **Temperatura uniforme:** Presume-se que a variação de temperatura (ΔT) é uniforme ao longo de todo o comprimento do material.
- **Coefficiente de dilatação constante:** Assume-se que o coeficiente de dilatação térmica linear (α) do material é constante, embora possa variar com a temperatura.
- **Material homogêneo e isotrópico:** A fórmula supõe que o material é homogêneo (possui as mesmas propriedades em toda sua extensão) e isotrópico (propriedades iguais em todas as direções).
- **Variações de comprimento pequenas:** A fórmula é derivada sob a suposição de pequenas variações de comprimento em relação ao comprimento original (L_0).
- **Desconsideração de restrições e tensões:** Não leva em conta as restrições físicas que podem impedir a livre expansão ou contração do material.

Abordagens possíveis

Assim, para se poder recorrer aos modelos de cálculo existentes, realizando as respetivas simplificações, ou até mesmo desprezar o efeito da temperatura, pode-se:

- Projeto e dimensionamento de componentes com alargamento de folgas (quando possível) de forma a acomodar a dilatação térmica ou com variações do ponto de vista da sua geometria. Por exemplo, os pistões dos motores a combustão são ligeiramente cónicos, de forma a permitir controlar melhor as deformações e alongamentos [10].
- O uso de materiais com coeficientes de dilatação térmica mais baixos permitem controlar a expansão.
- Utilização e criação de sistemas de arrefecimento para manter as temperaturas dos componentes dentro de limites seguros. Uma vez que, se o arrefecimento for adequado, é possível evitar dilatações térmicas excessivas.
- O uso de lubrificantes permite reduzir o atrito entre superfícies, diminuindo assim o aumento súbito da temperatura.

2.1.9 Vibrações mecânicas

Nos projetos realizados em engenharia mecânica (e não só), é essencial considerar diversos efeitos que têm impacto nos componentes e sistemas. Além dos efeitos estáticos, como carregamentos, deformações e deslocamentos, e dos efeitos térmicos, também é crucial estudar e avaliar as consequências e as implicações que as vibrações mecânicas podem ter no mesmo. Os carregamentos estáticos incluem forças que atuam continuamente sobre os componentes, como peso próprio, pressão de fluidos e forças aplicadas, resultando em tensões e deformações previsíveis ao longo do tempo. Já os efeitos térmicos podem provocar expansões ou contrações nos materiais, influenciando a integridade estrutural e o desempenho dos sistemas.

Contudo, as vibrações mecânicas representam um desafio adicional e complexo. Estas são oscilações que ocorrem em componentes e sistemas devido a diversas fontes, como operações de máquinas rotativas, movimento de fluidos, forças dinâmicas de impacto ou até mesmo instabilidades aerodinâmicas. As vibrações podem ter consequências severas se não forem adequadamente controladas e consideradas. Entre os problemas potenciais estão as falhas por fadiga, ruído excessivo, desgaste prematuro dos componentes e desconforto ou riscos para a segurança de operadores e utilizadores.

A análise de vibrações mecânicas envolve a identificação das frequências naturais dos componentes e sistemas, bem como a determinação das respostas às forças excitadoras. Ferramentas como a análise modal e a análise de resposta em frequência são essenciais para prever como um sistema responderá a diferentes tipos de excitação. Além disso, o uso de amortecedores e isoladores permitem mitigar o efeito das mesmas, diminuindo assim o seu impacto negativo sobre o sistema e os diversos componentes.

Considerar e avaliar as vibrações mecânicas nos projetos de engenharia mecânica é crucial para garantir a durabilidade, eficiência, e segurança dos sistemas e componentes. Esta análise deve ser assim considerada na fase de projeto, assegurando à priori que todas

as possíveis fontes de vibração são identificadas e consideradas, resultando num melhor desempenho e uma maior segurança.

Na Figura 2.12 é possível ver quais as consequências que podem surgir da aplicação de vibrações mecânicas em projetos que não estavam preparados para as suportar, como foi o caso da queda da Ponte de Tacoma em 1940, que cedeu devido a vibrações induzidas por ventos, levando a mesma a vibrar segundo a sua frequência natural até à falha.



Figura 2.12: Queda da Ponte de Tacoma devido ao efeito do vento que não foi considerado durante a fase de projeto [11].

No caso do estudo das vibrações mecânicas, as simplificações começam logo na definição e discretização do problema, onde na passagem do modelo real para o modelo simplificado, definir no modelo simplificado exatamente o mesmo número de graus de liberdade existentes é uma tarefa complexa. Por exemplo, se pensarmos no estudo da resposta vibratória de um automóvel em movimento, como é que se podia discretizar o problema? Todos sabemos que um automóvel possui um sistema de amortecimento localizado na zona de ligação entre as rodas e o chassis, o nos levaria a afirmar que somente existiria 1 GDL, no entanto, a interface de contacto entre o condutor e o automóvel, por via do assento, apresenta-se por si só como mais um grau de liberdade dado que não conseguimos garantir exatamente a mesma posição do condutor ao longo do deslocamento do veículo devido ao amortecimento do banco. De igual maneira, os pneus do automóvel possuem elasticidade, uma vez que não são corpos completamente rígidos.

Na Figura 2.13 está ilustrado o grau de complexidade do problema (complexidade esta que pode aumentar caso sejam consideradas mais situações).

No entanto, contrariamente à discretização representada na Figura 2.13, pode-se optar por uma abordagem mais simplificada para se conseguir resolver o mesmo problema, definindo somente 1 GDL como ilustrado na Figura 2.14. É perceptível que a discretização de um determinado sistema é por si só uma simplificação que nos permite aproximar a situação real de modelos de cálculo já existentes, sendo que esta incerteza terá sempre que ser considerada para evitar eventuais falhas.

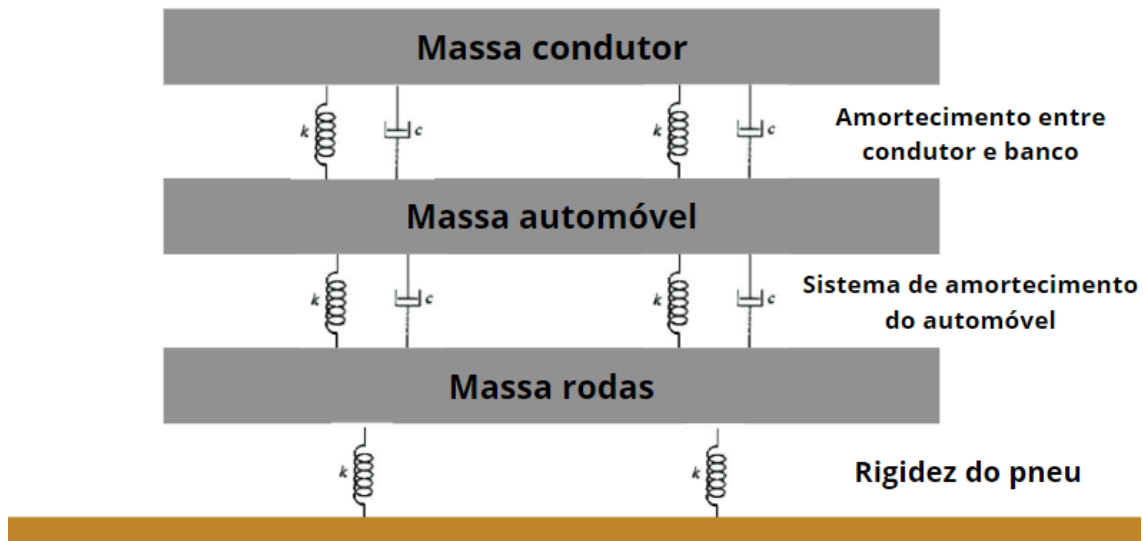


Figura 2.13: Diagrama do sistema de amortecimento de um automóvel considerando 3 GDL.

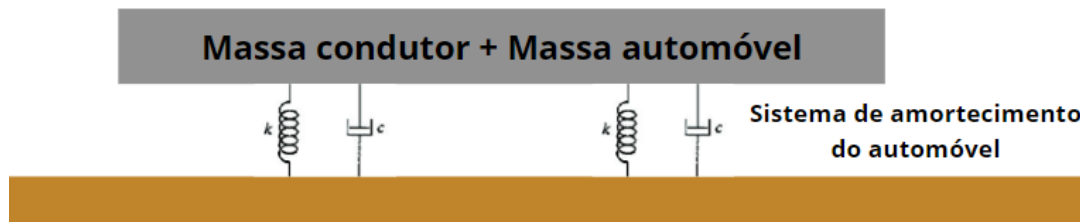


Figura 2.14: Diagrama do sistema de amortecimento de um automóvel somente considerando 1GDL.

Podemos assim verificar que, para a mesma situação real, dependendo do grau de discretização escolhido ou considerado, iremos obter soluções diferentes para exatamente o mesmo problema.

Princípio de D'Alembert

Na área das vibrações mecânicas é utilizado o Princípio de D'Alembert. Este princípio considera que a força de inércia pertence ao equilíbrio estático, sendo uma força que se opõe ao movimento. A Equação 2.8 mostra assim o modelo proposto por D'Alembert.

$$\sum_{i=1}^n F_i - m\ddot{x} = 0 \quad (2.8)$$

Simplificações

Para ser possível utilizar o modelo de cálculo apresentado anteriormente, uma vez que este assume condições ideais que são impossíveis de assegurar, são realizadas as seguintes simplificações/considerações:

1. **Sistema de massa-mola ideal:** A mola obedece à lei de Hooke perfeitamente ($F = -kx$).
2. **Massa pontual:** A massa é considerada como estando concentrada num ponto sem dimensões.
3. **Deslocamentos pequenos:** Assume-se que os deslocamentos são pequenos, de modo que as equações lineares são válidas.
4. **Sistema isolado:** Não há forças externas atuando no sistema, exceto aquelas descritas pela mola e, se aplicável, o amortecedor.

Sistemas com 2 GDL

Quando avaliamos casos reais em concreto, muitas vezes deparamo-nos com situações cuja discretização mais adequada à realidade corresponde a um sistema massa-mola com 2 GDL. O modelo de cálculo para sistemas com 2 GDL advêm da utilização da Segunda Lei de Newton onde, colocando as mesmas em formato matricial e assumindo oscilações harmónicas das duas massas do sistema, são calculados os valores próprios que representam os valores das frequências naturais do sistema [11].

Temos assim na Equação 2.9 a representação da equação de equilíbrio de forças no formato matricial para 2 GDL, de onde M representa as massas do sistema em função da coordenada e K representa a matriz de rigidez:

$$M\ddot{x} + Kx = 0 \quad (2.9)$$

Posteriormente, desenvolvendo a Equação 2.9 consegue-se assim retirar os valores das duas frequências naturais do sistema de 2 GDL e os respetivos modos de vibração.

No caso do modelo de cálculo apresentado anteriormente, algumas simplificações têm que ser realizadas para este ser válido. Tal como em todos os modelos de cálculo descritos ao longo desta dissertação, estas simplificações somente podem ser realizadas através da posterior utilização de fatores de segurança que assegurem todas as situações desprezadas. Alguns exemplos de pressupostos do modelo de cálculo são:

1. As forças elásticas são proporcionais aos deslocamentos, garantindo um comportamento linear que segue a lei de Hooke.
2. Considera-se inicialmente que o sistema não possui amortecimento, simplificando a análise para focar nas frequências naturais e modos de vibração. No entanto, a aplicação de amortecimento no sistema em nada muda o cálculo das frequências naturais uma vez que esta somente depende da rigidez e das massas.
3. Estamos no campo dos pequenos deslocamentos, o que permite a aproximação das oscilações a funções harmónicas simples.

4. Cada grau de liberdade é tratado de forma independente, mas as equações de movimento são acopladas.

Exemplo de sistema com 2 GDL

Vamos assumir agora que somos confrontados com um sistema real e pretendemos discretizá-lo segundo um diagrama simplificado equivalente com 2 GDL como ilustrado na Figura 2.15. De forma a estudar a situação seguinte e o impacto das simplificações na fase de projeto e, mais precisamente, na fase de discretização do problema, vamos supor os seguintes valores:

- O valor da massa 1 é de 10 kg;
- O valor da massa 2 é de 5 kg;
- O valor da rigidez da mola 1 (k_1) é de 100 kN/m;
- O valor da rigidez da mola 2 (k_2) é de 1 kN/m.

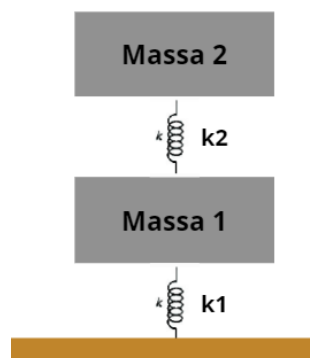


Figura 2.15: Sistema equivalente de uma situação real com 2 GDL.

Para o caso ilustrado na Figura 2.15, através da análise de cada uma das massas individualmente e a realização do equilíbrio de forças, ficamos com as seguintes equações do movimento para a massa 1 e 2, respetivamente:

$$m_1 \ddot{x}_1 = -k_1 x_1 + k_2 (x_2 - x_1) \quad (2.10)$$

$$m_2 \ddot{x}_2 = -k_2 (x_2 - x_1) \quad (2.11)$$

Sabendo já as duas equações do movimento, é possível colocar ambas no formato matricial, erguendo uma matriz massa e uma matriz rigidez:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}\mathbf{x} = 0 \quad (2.12)$$

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix} \text{ kg}$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 101000 & -1000 \\ -1000 & 1000 \end{bmatrix} \text{ N/m}$$

Colocando ambas as matrizes no formato da equação geral do movimento, como descrito anteriormente, é necessário calcular os valores próprios que irão corresponder às frequências naturais do sistema:

$$\det(\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M}) = 0 \quad (2.13)$$

Substituindo as matrizes na Equação 2.13 ficamos com:

$$\det \left(\begin{bmatrix} 101000 & -1000 \\ -1000 & 1000 \end{bmatrix} - \omega^2 \begin{bmatrix} 10 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix} \right) = 0 \quad (2.14)$$

Procedendo por fim ao cálculo do determinante obtemos:

$$\det \left(\begin{bmatrix} 101000 - 10\omega^2 & -1000 \\ -1000 & 1000 - 5\omega^2 \end{bmatrix} \right) = 0$$

Desenvolvendo ficamos com a seguinte equação de quarto grau:

$$(101000 - 10\omega^2)(1000 - 5\omega^2) - (-1000)(-1000) = 0$$

$$101000000 - 505000\omega^2 - 10000\omega^2 + 50\omega^4 - 1000000 = 0$$

$$50\omega^4 - 515000\omega^2 + 100000000 = 0$$

Aplicando a fórmula resolvente para ω^2 ficamos com:

$$\omega_2 \approx 14.07 \text{ rad/s}, \quad \omega_1 \approx 100.51 \text{ rad/s}$$

Estudo do sistema anterior assumindo 1 GDL

Com a resolução anterior ficamos então a saber que para o caso da discretização do sistema para 2 GDL obtemos valores de frequências naturais de $\omega_2 \approx 14.07$ e $\omega_1 \approx 100.51$. No entanto, se analisarmos bem os valores de rigidez das duas molas, é possível ver que a mola 1 possui uma rigidez consideravelmente superior à mola 2. Qual seria o resultado obtido caso fossem realizadas simplificações que permitam o estudo do sistema como se este somente tivesse 1 GDL? Para tal, vamos considerar agora que a mola 1 é infinitamente rígida como ilustrado na Figura 2.16.

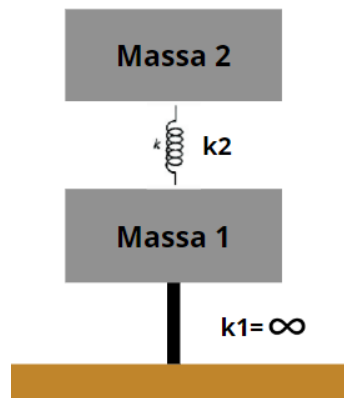


Figura 2.16: Sistema equivalente de uma situação real aproximada a 1 GDL.

Neste caso em concreto, quando se aproxima a rigidez da mola 1 a um valor infinito o que se está a fazer é fixar a massa 1, existindo somente oscilação no conjunto massa 2 e mola 2, algo que irá alterar as equações do movimento. Como somente existe um corpo a oscilar, a massa 2, também irá existir somente uma equação do movimento, sendo esta:

$$m_2 \ddot{x}_2 + k_2 x_2 = 0 \quad (2.15)$$

$$5 \ddot{x}_2 + 1000 x_2 = 0$$

Uma vez que sabemos que a frequência natural ω pode ser calculada com a Equação 2.16 e substituindo os valores:

$$\omega = \sqrt{\frac{k_2}{m_2}} \quad (2.16)$$

$$\omega = \sqrt{\frac{1000}{5}} \approx 14.14 \text{ rad/s}$$

Comparação de resultados

Com o resultado obtido acima é possível observar que o valor de frequência natural caso se considere somente 1 GDL se assemelha ao valor ω_2 calculado para o caso do sistema com 2 GDL uma vez que ambas correspondem ao modo de vibração da massa 2. No entanto, uma vez que no sistema real existem 2 GDL, é contraproducente ignorar o efeito da vibração da massa 1 uma vez que ao fazê-lo, podemos correr o risco de estar a aceitar o funcionamento do sistema a valores de ω_f superiores a ω , o que segundo o sistema de 1 GDL permite a segurança enquanto que na realidade, com o sistema de 2 GDL sabemos que existe também uma segunda frequência natural, ω_1 (associada à massa 1) com um valor de $\omega_1 = 100.51 \text{ rad/s}$ que pode assim entrar em conflito com a frequência de funcionamento ω_f .

2.1. SIMPLIFICAÇÕES NOS MODELOS DE CÁLCULO

Na tabela seguinte é possível observar a evolução das frequências naturais ω_1 e ω_2 em função da proporção entre as rigidezes da mola 1 e da mola 2. Com a Tabela 2.2 é possível verificar que existe uma evolução da frequência ω_1 associada à massa 1 crescente mas, por outro lado, com o aumento gradual da rigidez da mola 1, o que se sucede é uma relativa estagnação da frequência ω_2 , tendendo para o valor de $\omega_2 = 14.14rad/s$ quando o valor da rigidez da mola 1 tende para o infinito (ou seja, a simplificação do sistema para 1 GDL).

Tabela 2.2: Valores obtidos para as frequências naturais ω_1 e ω_2 com a variação do rácio entre a rigidez da mola 1 e da mola 2.

Rácio: $\frac{k_1}{k_2}$	Frequência natural ω_1	Frequência natural ω_2
10	33,49	13,35
100	100,51	14,07
1000	316,39	14,14
∞	—	14,14

É assim aceitável admitir que em casos onde o valor de uma rigidez seja muito superior à rigidez de outra mola é possível simplificar o nosso esquema e assumir um sistema com 1 GDL visto que o valor da frequência natural associada à massa mais "movível" se aproxima do valor real. De salientar também que se a frequência de funcionamento do sistema for também esta muito superior à frequência calculada para 1 GDL podemos, eventualmente, correr o risco desta frequência forçada coincidir com a segunda frequência natural, propondo-se assim que pode ser útil manter a frequência de funcionamento do sistema com valores acima da frequência natural 1 mas não muito acima dado que acarreta riscos para o mesmo.

2.2 Fatores desprezáveis no cálculo de esforços

Na realização do projeto de sistemas, componentes ou mecanismos em engenharia mecânica, é fundamental considerar tanto as situações previsíveis quanto as imprevisíveis e também situações inquantificáveis para garantir a segurança e a eficiência do funcionamento.

As **situações previsíveis** referem-se às condições normais de funcionamento do sistema, sendo estas facilmente percebidas pelo projetista uma vez que estão diretamente relacionadas com o desempenho normal e esperado do mesmo, sendo assim os cenários para os quais o sistema foi projetado para funcionar de maneira eficiente e segura. Geralmente, estas consistem em cargas operacionais, temperaturas esperadas derivadas do funcionamento, desgaste natural dos materiais (por exemplo, o efeito da corrosão ou fadiga).

Nestes casos os engenheiros simplificam a passagem do sistema real para o sistema a utilizar para os modelos de cálculo para cumprir os pressupostos dos mesmos, após a realização dos cálculos, aplicam normalmente algum fator de segurança para compensar então as simplificações iniciais realizadas. Outras abordagens consistem na utilização de dados históricos, simulações e testes para prever essas situações e assim projetar componentes de acordo com as exigências a que o sistema está sujeito.

Por outro lado, existem também situações que são **imprevisíveis ou espontâneas**. Neste lote de situações podem estar incluídos eventos raros, condições extremas ou falhas imprevistas, como por exemplo:

- **Sobrecargas inesperadas:** Forças maiores que as previstas inicialmente.
- **Variações de temperatura extremas:** Que podem ocorrer devido a falhas em sistemas de controlo ou ambientes operacionais inesperados.
- **Impactos ou colisões acidentais:** Que podem acontecer durante a operação ou manuseio do sistema.
- **Fadiga prematura dos materiais:** Devido a defeitos não detectados inicialmente no componente.

Estas situações são de extrema importância uma vez que, se o projeto for somente realizado considerando as situações e circunstâncias normais de funcionamento e sem a utilização de fatores de segurança que nos forneçam alguma margem de segurança, à mínima variação dos padrões normais, à menor variação do funcionamento do sistema ou de fatores externos, irá ocorrer a falha do mecanismo/componente. É importante assim pensar além das situações estipuladas e tentar salvaguardar a integridade do sistema contra situações extremas, realizando cálculos e simulações extra para situações hipotéticas. Como alternativa a esses cálculos e simulações surge, mais uma vez, a possibilidade

de utilizar fatores de segurança maiores de forma a, reduzindo o trabalho, rigor e exigência dos cálculos, garantir que o projeto mantém a segurança e o seu funcionamento independentemente da natureza das situações imprevisíveis que podem ocorrer. Estes fatores de segurança são determinados com base em diversas considerações como por exemplo a incerteza nas condições operacionais ou a importância da segurança do projeto. Quando se trata de componentes onde a sua falha pode levar a consequências catastróficas (como na indústria aeroespacial no projeto de aviões comerciais, por exemplo), os fatores de segurança são geralmente mais elevados do que se estivermos a tratar do projeto de componentes ou objetos onde a sua falha não tem consequências danosas a terceiros.

Apesar de, geralmente, se ter em consideração as situações expectáveis ou previsíveis e as situações espontâneas na realização de um projeto, muitas vezes são esquecidas algumas situações a que o projeto pode estar sujeito no domínio da realidade por terem um impacto muito reduzido comparativamente com o trabalho necessário para o poder considerar ou até mesmo situações que acabam por ser inquantificáveis.

Imaginemos uma estrutura que tem como objetivo o suporte e sustentação de algum tipo de objetos, como por exemplo uma mesa escolar. Nesta situação, como já foi referido anteriormente na Secção 2.1.2, é necessário inicialmente definir os apoios, uma vez que toda a análise de integridade estrutural depende diretamente dos mesmos. Mas após a definição dos apoios, é importante tentar entender quais são os carregamentos a que o sistema estará sujeito, neste caso, a mesa escolar.

Tem-se como algo trivial que, para se obter um estudo válido e do lado da segurança, é necessário avaliar a estrutura aos carregamentos operacionais, ou seja, situações "normais" onde qualquer falha da estrutura quando sujeita à sua função reflete-se em algo gravíssimo do ponto de vista da qualidade do projeto. Assim, é importante neste caso estudar a estrutura quando sujeita a cargas que representem livros, cadernos e eventualmente um computador, onde pode-se estudar o pior cenário possível, que corresponde à existência destes objetos em cima da mesa em simultâneo. De seguida, é necessário abordar situações espontâneas ou imprevisíveis, como por exemplo um encosto lateral de alguém sobre a mesa ou até mesmo o caso de alguém sentar-se em cima da mesa. Assim, situações como as descritas anteriormente são importantes de ser consideradas uma vez que, caso ocorra a falha devido ao acontecimento de uma destas situações, esta pode levar à ocorrência de danos físicos para os utilizadores, sendo algo a evitar. No entanto, em termos práticos, o estudo destas situações previsíveis e situações espontâneas não abrangem todo o tipo de efeitos existentes. Por exemplo, ao assumirmos que estão sobre a mesa cadernos, livros entre outros, estamos a considerar o efeito da gravidade da terra sobre os mesmos mas estamos a ignorar, por exemplo, o efeito do campo gravítico que a Lua exerce nestes mesmos objetos. Estamos de igual forma a ignorar o efeito da impulsão que é exercida pelo ar sobre os mesmos.

Da mesma forma que existem estas duas situações, muito mais devem surgir durante a realização de um projeto onde muitas vezes não são equacionadas devido à sua insignificância relativa, uma vez que a sua influência nos resultados é de uma dimensão muito

inferior aos restantes carregamentos. Contudo, estas situações existem e afetam todos os mecanismos e objetos projetados sendo assim considerados não através de cálculos (dado que requerem cálculos exaustivos desnecessários ou até mesmo são impossíveis de quantificar) acabando por, de forma muito simples e prática, estar assegurados pelos fatores de segurança aplicados nos modelos de cálculo.

Alguns exemplos de outros fatores e situações inquantificáveis (ou até mesmo relativamente insignificantes do ponto de vista da ponderação impacto/tempo de análise) de diversas naturezas possíveis que podem surgir aquando a prática de um projeto são:

- Efeito do campo gravítico da Lua sobre objetos que apliquem carregamentos em estruturas.
- Variações da aceleração gravítica em função da altitude.
- Força de impulsão por parte do ar sobre componentes.
- Ausência de homogeneidade de um material de um determinado componente em estudo.
- Atmosfera de características corrosivas, o que pode promover o rápido desgaste dos componentes.
- Variações de temperatura induzidas por alguma situação alheia ao bom e suposto funcionamento do projeto.
- Existência de impurezas indetetáveis no material.
- Variações no campo magnético do planeta.
- Variações de humidade no ambiente de funcionamento.
- Desgaste natural dos materiais.
- Mudanças de pressão atmosférica.
- No caso de projetos no meio marítimo, o efeito das marés pode levar ao maior desgaste devido à ocorrência de erosão provocada pelos sedimentos.
- Erosão provocada pelo vento.
- Variações no fabrico.

As situações enumeradas acima ajudam a perceber que muitas das vezes, quando se realiza um projeto, não se equacionam certos fatores que, apesar de não apresentarem um risco acrescentado ao projeto devido ao seu baixo impacto, no médio/longo prazo podem surtir efeito, quer seja por acelerar o desgaste dos componentes e conseqüentemente a sua falha, quer seja pela diminuição do seu desempenho. Sai assim reforçada a ideia

de que a aplicação de fatores de segurança ao longo do projeto permite assegurar não só as situações previsíveis tal como as situações imprevisíveis, inquantificáveis e as de baixo impacto, assegurando assim a boa integridade estrutural, desempenho e segurança, aliando assim boas práticas de engenharia com a gestão de tempo (e o facto de se permitir a realização de cálculo através de modelos de cálculo já existentes dado que estes partem de pressupostos que, para serem garantidos e assim se passíveis de serem utilizados, é necessário recorrer a simplificações que nos afastam ligeiramente da segurança, sendo esta de novo alcançada com recurso a fatores de segurança ou até mesmo alargamento de folgas).

2.2.1 Efeito da impulsão do ar

Se pensarmos no efeito de impulsão do ar nas cargas que estão aplicadas sobre a mesa, qual será o seu impacto nos resultados dos cálculos que efectuarmos? Vamos assumir as seguintes condições:

- A carga aplicada corresponde ao peso de um livro com 200 folhas A4 com dimensões 210x297mm.
- A densidade do papel, ρ_{papel} , é de 1200 kg/m³.
- Para facilitar os cálculos, vamos assumir que a densidade da capa do livro é igual à do papel, tendo também as mesmas dimensões excepto a espessura, que podemos admitir como 5 mm em cada lado.

Com as condições definidas podemos, com recurso a cálculos ou até mesmo com recurso a softwares de modelação 3D como por exemplo o *Solidworks* conhecer qual é o volume e massa do objeto. Na Figura 2.17 está ilustrado um paralelepípedo com as dimensões exteriores do que será o livro em análise. Daqui, retirou-se um volume de $3,1185 \times 10^{-3}$ metros cúbicos e, sabendo que a densidade do papel é de 1200 kg/m³, obtemos:

$$m = \rho \times V = 1200 \text{ kg/m}^3 \times 0,0031185 \text{ m}^3 = 3,7422 \text{ kg} \quad (2.17)$$

Com o valor obtido na Equação 2.17 e multiplicando-o pelo valor da aceleração gravítica ($g = 9,81 \text{ m/s}^2$) temos um valor de força aplicado de 36,71 N.

Sabendo o valor da força de funcionamento aplicada resta-nos então, para comparar o impacto, avaliar e estudar o efeito da impulsão do ar sobre o livro. Sabemos que a equação da impulsão é a seguinte:

$$I = \rho_{\text{fluido}} \times V_{\text{fluido deslocado}} \times g \quad (2.18)$$

De onde sabemos que:

- $\rho_{Ar} = 1,225 \text{ kg/m}^3$.

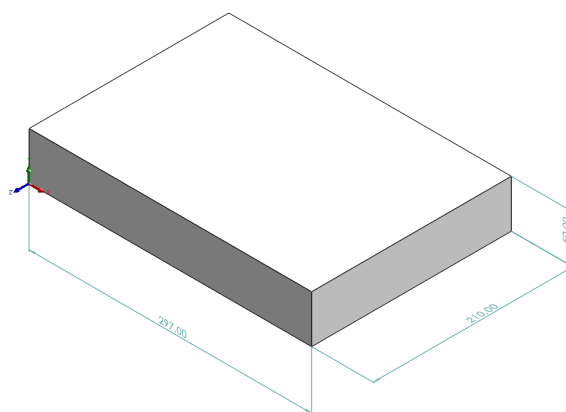


Figura 2.17: Modelo simplificado do livro que provoca carregamento na mesa.

- O volume de fluido deslocado é o volume total uma vez que se encontra totalmente submerso, sendo $3,1185 \times 10^{-3}$ metros cúbicos.
- O valor da aceleração gravítica é $g = 9,81$.

Substituindo na Equação 2.18 os valores anteriores, obtemos:

$$I = 1,225 \text{ kg/m}^3 \times 3,1185 \times 10^{-3} \times 9,81 = 0,0374 \text{ N} \quad (2.19)$$

Comparando assim os valores obtidos nas Equações 2.17 e 2.19, podemos concluir que o impacto que a impulsão do ar sobre o objeto em causa é de uma ordem de grandeza muito inferior ao seu peso, encorajando assim o projetista a não considerar esse efeito uma vez que é um estudo consumidor de tempo, uma vez que pouco afeta o sistema. Na Equação 2.20 mostra-se o rácio entre o valor do peso do objeto e a força de impulsão do ar sobre o mesmo, chegando-se à conclusão que o primeiro é cerca de 981 vezes superior, reforçando assim a ideia de que o fator da impulsão do ar pode ser facilmente desprezado, sendo garantido sempre com os fatores de segurança aplicados.

$$\text{Rácio} = \frac{36,71}{0,0374} \approx 981 \quad (2.20)$$

Para melhorar a perceção sobre a diferença entre ambas as forças em questão e realizando a transposição para algo mais palpável, real e visual, esta proporção equivale, na prática, a comparar a altura da Serra da Arrábida (com cerca de 501 m de altura) com... a dimensão de **uma régua de 50 cm!** Assim, esta comparação reflete bem o quão residual é o seu impacto e como o seu cálculo revela-se principalmente como consumidor de tempo.

2.2.2 Efeito da força gravitacional da Lua

Outra situação passível de ser estudada e que muitas vezes é desprezada no decorrer de um projeto é o efeito da ação gravítica da lua, o que nos leva ao porquê de se desprezar esse efeito uma vez que este efeito tem um impacto enorme, movimentando cerca de

um milhão de trilhões de toneladas de água com o efeito das marés diariamente, ou seja, aproximadamente 1 000 000 000 000 000 000 000 000 kgf de água. Utilizando o caso do livro utilizado anteriormente e ilustrado na Figura 2.17, com uma massa de 3,74 kg, podemos avaliar a intensidade da força que a lua exerce sobre o mesmo, recorrendo à Lei da Gravitação Universal de Newton escrita pela Equação 2.21.

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \quad (2.21)$$

De onde sabemos que:

- F corresponde à força gravitacional entre os dois objetos;
- G é a constante gravitacional (o valor aceite atualmente é de $6,67430 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$);
- m_1 corresponde à massa do primeiro corpo, neste caso, a Lua (o valor aproximado é de $7,35 \times 10^{22} \text{ kg}$);
- m_2 corresponde à massa do segundo corpo em estudo, neste caso, o livro (os 3,74kg);
- r simboliza a distância entre os centros do corpo 1 e o corpo 2.

Dado que o valor de r corresponde à distância entre os 2 corpos, sabemos que no corpo 1 temos como ponto de referência o centro da lua enquanto que no corpo 2, como o livro se encontra na superfície da terra e esta é irregular (dependendo da zona do planeta a distância irá ter variações), para simplificar e poder utilizar a Equação 2.21, assume-se como valor de r o resultante da subtração da distância média entre o centro da terra e o centro da lua (384 400 km) com o raio médio da Terra (6 371 km), tendo r de 378029 km. Também, dependendo da posição da Lua em relação à Terra, pode-se suceder que a distância entre ambas não seja a subtração do raio médio da Terra ao valor da distância média entre o centro da Lua e da Terra, mas sim a sua soma, resultando num valor de r de 391131 km.

Para o caso onde a distância é de 378029 km e substituindo os valores conhecidos na Equação 2.21, temos:

$$F = 6,67430 \times 10^{-11} \times \frac{7,35 \times 10^{22} \times 3,74}{378029 \times 10^3} \quad (2.22)$$

$$F = 1,284 \times 10^{-4} \text{ N} \quad (2.23)$$

Para o caso da distância ser de 391131 km temos:

$$F = 6,67430 \times 10^{-11} \times \frac{7,35 \times 10^{22} \times 3,74}{391131 \times 10^3} \quad (2.24)$$

$$F = 4,69075 \times 10^{-5} \text{ N} \quad (2.25)$$

Com os resultados obtidos pela Equações 2.22, 2.23, 2.24 e 2.28 podemos concluir que, de forma semelhante ao estudo do efeito da impulsão do ar, a intensidade da força que a lua exerce no livro é de uma ordem de grandeza muito inferior à força que a terra exerce no mesmo obtendo-se, respetivamente, os valores de $1,284 \times 10^{-4}$ N e $4,69075 \times 10^{-5}$ N para as forças exercidas pela Lua (dependendo da sua posição relativamente à Terra) e 36,71 N para a força exercida pela Terra.

Nas Equações 2.29 e 2.30 são mostrados os rácios entre as intensidades de ambas as forças para cada situação, concluindo-se que o peso do livro é cerca de 285903 ou 782604 (dependendo da posição da Lua) vezes superior à força aplicada pela ação gravítica da lua.

$$\text{Rácio} = \frac{36,71}{1,284 \times 10^{-4}} = \frac{3,74}{0,0001284} \approx 285903 \quad (2.26)$$

$$\text{Rácio} = \frac{36,71}{4,69075 \times 10^{-5}} = \frac{3,74}{0,000469075} \approx 782604 \quad (2.27)$$

É possível assim verificar que esta situação tem menos impacto do que o efeito da impulsão do ar (mais de 291 vezes inferior), o que leva a que seja desprezada na maioria das vezes, dado que as variações dos esforços induzidos na estrutura são residuais, sendo facilmente assimilados nos fatores de segurança aplicados ao longo do dimensionamento estrutural.

2.2.3 Variações de altitude e o seu impacto na aceleração gravítica

Quando se realiza um projeto de uma estrutura ou mecanismo que tenha que suportar esforços derivados de carregamentos aplicados sobre si devido ao peso de objetos que, no seu normal funcionamento, tem de suportar, utiliza-se sempre um valor médio de aceleração gravítica, o valor de $g = 9,81$. Mas será que a aceleração gravítica na terra é constante independentemente do local onde estamos? Sabemos da Lei da Gravitação Universal de Newton, presente na Equação 2.21 mostrada acima, que a força de atração F depende da constante gravitacional, das massas dos dois corpos e da distância entre os mesmos. Sabemos também que, de acordo com a Segunda Lei de Newton, a força resultante aplicada a um corpo depende da sua massa e do valor de aceleração aplicado. Para o caso específico de um corpo sujeito somente à aceleração gravítica, temos a seguinte Equação 2.28.

$$F = m \times g \quad (2.28)$$

Igualando as Equações 2.21 e 2.28 ficamos com:

$$m \times g = G \frac{Mm}{r^2} \quad (2.29)$$

Simplificando a Equação 2.29 dividindo os dois lados por m , ficamos com a igualdade presente na Equação 2.30:

$$g = G \frac{M}{r^2} \quad (2.30)$$

Assim, se quisermos projetar algo que irá estar em funcionamento no topo do Monte Everest (sendo este apenas um cenário teórico), utilizar o valor médio de $g = 9,81$ não é inteiramente correto. Sabendo que:

- O raio médio da Terra é cerca de $6,371 \times 10^6$ m.
- O topo do Monte Everest encontra-se a cerca de 8848 m.

Podemos assim calcular o valor da aceleração gravítica, onde, substituindo na Equação 2.30 pelos valores correspondentes, temos:

$$g_{\text{Evereste}} = \frac{6,674 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2} \times 5,972 \times 10^{24} \text{ kg}}{(6,371 \times 10^6 \text{ m} + 8,848 \times 10^3 \text{ m})^2} \approx 9,792 \text{ m/s}^2 \quad (2.31)$$

Assim, comparando com o valor de aceleração gravítica padrão, obtemos o seguinte desvio:

$$\left(1 - \frac{g_{\text{Evereste}}}{g_{\text{padrão}}}\right) \times 100\% = (1 - 0,9982) \times 100\% \approx 0,18\% \quad (2.32)$$

Com o desvio calculado na Equação 2.32 podemos concluir que, apesar do desvio facilmente desprezável, este existe e tem um impacto nos cálculos da integridade estrutural, mesmo que imperceptível. No entanto, será que se justifica, sempre que se pretende realizar um projeto, calcular qual é o valor da aceleração gravítica no exato local onde se vai instalar e utilizar o projeto? E caso seja um projeto produzido "em série"? A cada encomenda é necessário saber o local onde vai estar instalado o sistema? Obviamente que não. Mais uma vez, quando se realiza um projeto e se aplica em diferentes zonas, componentes e situações algum fator de segurança, este serve sempre para assegurar todo este tipo de casos que se pensarmos bem, não-de ser infinitos. Todos os factores da natureza, reais, são inconstantes e extremamente complexos, pelo que são muito difíceis de calcular com total exatidão, podendo somente realizar aproximações do lado da segurança.

2.2.4 Variações dimensionais no fabrico

Uma situação impossível de se ter em consideração quando se realizam cálculos estruturais está relacionado com os componentes fabricados e os respetivos modelos. Se tivermos um veio sujeito a esforços de torção, como referido na Secção 2.1.7, os modelos de cálculo existentes assumem que o momento de torção (ou binário) aplicado no componente está aplicado sobre o seu eixo. Mas como é que conseguimos garantir que tal acontece se, durante o fabrico, ocorrem sempre desvios entre o projeto e a realidade? A resposta a esta questão é simples: não conseguimos. Da mesma forma que, se formos rigorosos, não

conseguimos também garantir que 2, 3, 4, 10 (e adiante) veios, sujeitos ao mesmo binário, sofrem os mesmos esforços de torção uma vez que, para o mesmo projeto e processos de fabrico, não conseguimos fabricar 2 componentes iguais, uma vez que todos estes irão diferir em alguma zona, por mais pequeno que seja o desvio. Nestas situações tanto os fatores de segurança têm um enorme impacto na garantia de segurança, desempenho e integridade estrutural tal como o aumento de folgas, permitindo que as variações geométricas do componente estejam contidas em intervalos de segurança onde, dentro desse desvio aceitável, qualquer variação no componente real perde o seu impacto negativo.

Estas variações induzidas durante a fase de produção e fabrico podem igualmente surgir em situações onde imperfeições dimensionais de um componente, quando sujeito a variações de temperatura, levem ao contacto de superfícies em zonas onde este não devia ocorrer. Isto porque, se o projeto não considerar estes pequenos desvios através de toleranciamentos mais adequados ou com alargamento de folgas, o projetista assumiu a situação ideal (ou, por outras palavras, situação limite) onde qualquer variação ao esperado terá implicações ao nível do desempenho e integridade.

Nesta área existem algumas propostas de abordagem tal como foi referido no capítulo anterior, onde modelos estatísticos permitem "prever" a distribuição das dimensões de uma amostra de componentes, permitindo assim perceber qual o valor de folga mais adequado de acordo com a probabilidade e o grau de desvio que pode surgir. No entanto, como não é possível ao projetista saber nem garantir durante o projeto as dimensões exatas de um determinado componente, mesmo recorrendo a modelos estatísticos, o que está a acontecer não é mais do que simplificar e assumir uma dimensão média onde posteriormente se pode aplicar alguma folga extra para evitar interferências entre componentes.

2.2.5 Variações de temperatura imprevisíveis

Como referido ao longo desta dissertação, por vezes os pressupostos tomados não correspondem à situação real com que nos confrontamos, algo que na grande maioria das vezes não é sequer possível saber. Uma destas situações diz respeito, por exemplo, às incertezas induzidas no fabrico de componentes do ponto de vista dimensional e geométrico que podem posteriormente durante o funcionamento provocar aumento de temperatura imprevisíveis que podem perturbar o bom desempenho do sistema.

Quando se realiza um projeto, idealmente é suposto considerar estes desvios com o alargamento de tolerâncias nos sistemas. No entanto, a maioria dos casos de projeto representam situações com níveis de complexidade relativamente elevados, o que dificulta a tarefa de toleranciamento funcional devido às inúmeras cadeias de cotas existentes. Para colmatar o efeito deste problema existem algumas metodologias já abordadas anteriormente.

No caso dos modelos probabilísticos existentes, estes aproximam valores de desvio que podem surgir para se conseguir, de forma mais palpável e fundamentada toleranciar e atribuir folgas. Mas dado que se trata de uma aproximação, esta traz incertezas e aumenta

também a probabilidade de surgir alguma interferência entre componentes que não estava prevista anteriormente que irá levar ao aumento da temperatura devido ao atrito entre superfícies de contacto.

Este aumento de temperatura irá ainda acentuar os problemas derivados dos desvios geométricos referidos no subcapítulo 2.2.4 através da dilatação térmica dos componentes, diminuindo ainda mais as folgas entre componentes e promovendo um desgaste mais rápido do sistema. Alguns exemplos de consequências são:

- **Deformações térmicas:** O aumento imprevisível de temperatura pode causar expansões ou contrações inesperadas nos materiais, levando a deformações que podem comprometer a precisão e a funcionalidade dos componentes.
- **Falhas de material:** Temperaturas elevadas podem exceder os limites de resistência dos materiais, resultando em fraturas, fissuras ou fusões, especialmente em materiais que não foram projetados para suportar tais condições.
- **Danos nos sistemas eletrônicos internos:** Componentes eletrônicos são particularmente sensíveis ao calor. Um aumento inesperado de temperatura pode danificar circuitos, resultar em falhas nos sistemas de controlo ou até mesmo causar curtos-circuitos.
- **Oxidação e corrosão acelerada:** Altas temperaturas podem acelerar processos de oxidação e corrosão, especialmente em materiais metálicos, o que pode reduzir drasticamente a vida útil dos componentes.
- **Falha em sistemas de isolamento:** Materiais de isolamento podem falhar devido ao aumento de temperatura resultando na dilatação dos mesmos, provocando fugas de fluidos, gases ou até mesmo permitindo a entrada de agentes contaminantes no sistema.

2.3 Simplificações e segurança

Com o conteúdo apresentado nos diversos capítulos anteriores, é possível constatar que em todos os modelos de cálculo existentes utilizados na tarefa de projetar um determinado componente/sistema existem simplificações a ser feitas por parte do projetista. Tal sucede-se uma vez que as condições para as quais os modelos de cálculo são válidos são, geralmente, impossíveis de determinar com exatidão, levando-nos a utilizar os mesmos sem a garantia de que os pressupostos considerados pelos modelos correspondem à realidade. Assim, neste capítulo vão ser abordadas de forma sucinta e clara as simplificações realizadas e se estas nos colocam, ou não, do lado da segurança. Esta análise é fundamental dado que, por vezes, os modelos de cálculo foram erguidos para calcular o pior cenário, onde qualquer simplificação realizada apresenta resultados ou conclusões mais graves do que as que temos na realidade, não sendo nesta situação necessário aplicar fatores de segurança. Por outro lado, casos onde as simplificações nos insiram problemas e situações que têm um impacto negativo na resposta do nosso projeto requerem o uso de fatores de segurança de forma a inserir o nosso projeto do lado da segurança.

2.3.1 Simplificações que contribuem para a segurança de um sistema

Assim, abaixo vão ser listadas algumas situações e simplificações que quando realizadas colocam o sistema do lado da segurança, isto é, os resultados obtidos pelos modelos de cálculo, assumindo as seguintes considerações, refletem uma situação e condições mais severas do que a situação que temos na realidade e, por isso, não é necessário aplicar fatores de segurança:

- **Crítérios de Tresca e Von Mises**
 - Os critérios de falha de Tresca e Von Mises são amplamente utilizados na Engenharia Mecânica na área da previsão da falha de materiais dúcteis sob diferentes estados de tensão.
 - O critério de Tresca, baseado na tensão de corte máxima, é mais conservador do que o Critério de Von Mises que se baseia na energia de distorção. Este último apresenta, assim, resultados mais fieis à realidade ao contrário do Critério de Tresca que nos proporciona uma maior segurança e fiabilidade.
 - Concluindo, em projetos onde a segurança do projeto é prioritária, a escolha do critério de Tresca pode ser justificada uma vez que é mais fácil de utilizar, minimiza o risco de falha e coloca o projeto do lado da segurança.

- **Teoria de vigas de Euler-Bernoulli**
 - A teoria de Euler-Bernoulli desconsidera os efeitos de corte e é amplamente aplicada em vigas esbeltas submetidas a pequenas deflexões. Esta simplificação

é válida quando a razão entre comprimento e altura da viga é suficientemente grande.

- Ao ignorar os efeitos de corte, a teoria permite uma análise mais simples e rápida, sem comprometer a segurança em aplicações adequadas.
- Desde que a aplicação respeite as premissas da teoria, os resultados são confiáveis e seguros. Caso contrário é necessário ou utilizar a Teoria de Timoshenko ou proceder-se à aplicação de fatores de segurança ao projeto.

- **Efeito da impulsão do ar sobre componentes**

- Como abordado anteriormente, o efeito da impulsão do ar é geralmente ignorado devido ao reduzido impacto que tem nos resultados obtidos.
- Uma vez que este fenómeno tem interesse do ponto de vista das cargas a que um determinado componente está sujeito, esta coloca o nosso projeto do lado da segurança uma vez que reflete-se em carregamentos com sentido oposto ao peso, o que diminui os esforços a que está sujeito.

- **Efeito da força gravitacional da Lua sobre os componentes**

- Tal como foi abordado anteriormente e à semelhança da situação descrita no tópico anterior, o efeito da força gravitacional da Lua é de uma ordem de grandeza muito inferior aos demais esforços a que os sistemas e componentes estão sujeitos
- Dependendo da posição da Lua, se esta força tiver sentido contrário à força gravitacional da terra, esta coloca-nos do lado da segurança não sendo necessário aplicar nenhum fator de segurança na mesma do ponto de vista estrutural.

- **Variações de altitude**

- Variações de altitude também possuem impacto no estudo e análise de projetos onde, devido ao seu pequeno impacto, é geralmente desprezada.
- Esta situação é facilmente desprezada e não requer o uso de fatores de segurança uma vez que, quando a altitude real é superior à utilizada nos modelos de cálculo, o valor da aceleração gravítica da Terra diminui, o que consequentemente irá diminuir o peso dos componentes. Quando a altitude real é inferior à utilizada nos modelos de cálculo, as variações de aceleração gravítica e consequentemente de peso são de uma ordem de grandeza muito baixa, sendo facilmente salvaguardados pelos fatores de segurança já utilizados.

2.3.2 Simplificações que contribuem para a diminuição da segurança de um sistema

- **Desconsideração dos efeitos de corte: Teoria de Timoshenko**
 - A teoria de vigas de Timoshenko considera os efeitos de corte, sendo mais utilizada para o estudo e análise de vigas de menor comprimento onde estes efeitos não podem ser negligenciados.
 - Usar a teoria de Euler-Bernoulli nestas situações pode subestimar deflexões e tensões, comprometendo a sua segurança estrutural, sendo assim necessário aplicar fatores de segurança para retomar o estado de segurança.
- **Desprezar variações de temperatura**
 - Em ambientes industriais e estruturas expostas a variações térmicas significativas, desconsiderar os efeitos térmicos pode ser arriscado uma vez que as variações de temperatura podem induzir tensões térmicas, dilatações e contrações que afetam diretamente a integridade estrutural.
 - Assim, em alguns casos pode ser importante reforçar o aumento de folgas aquando a realização do dimensionamento dos componentes e sistemas de forma a evitar contacto entre superfícies que pode levar a um maior desgaste.
- **Suposição de condições ideais dos materiais**
 - Assumir que os materiais estão livres de defeitos, como fissuras, inclusões ou porosidades, pode ser uma simplificação perigosa dado que a presença de defeitos pode reduzir significativamente a resistência e a tenacidade do material, levando a falhas prematuras.
 - Deste modo é importante aplicar fatores de segurança para fazer face à possibilidade de existirem estes defeitos.
- **Hipóteses de homogeneidade e isotropia dos materiais**
 - A suposição de que os materiais são homogêneos e isotrópicos é uma simplificação frequentemente adotada em engenharia mecânica, onde para facilitar e permitir a utilização de diversos modelos de cálculo se assume que as propriedades materiais são constantes em todo o volume e que essas propriedades são iguais em todas as direções.
 - Ao adotar essas simplificações, é possível aplicar métodos analíticos e numéricos bem estabelecidos para prever o comportamento estrutural, sendo necessário aplicar fatores de segurança para fazer face aos problemas que podem surgir derivados de descontinuidades e imperfeições do material que não foram considerados.

- **Efeito da força gravitacional da Lua sobre os componentes**
 - Quando a Lua se encontra do lado oposto do projeto, ou seja, quando a distância entre o corpo e o centro da Lua corresponde à soma da distância entre o centro da Terra e o centro da Lua **mais** a distância correspondente ao raio médio da Terra, esta força adquire o mesmo sentido e direção da força gravítica da Terra, aumentando assim a força resultante aplicada sobre o projeto, colocando o mesmo do lado oposto à segurança, sendo necessário utilizar fatores de segurança.

2.4 Pontos a considerar na criação de um guia auxiliar de projeto

O presente capítulo tem a finalidade de proporcionar uma estrutura a seguir em eventuais trabalhos e contributos futuros de forma a dar seguimento ao trabalho realizado, de maneira a permitir a engenheiros jovens, com reduzida experiência na área de projeto, a sua consulta de forma a guiar o mesmo para a sua resolução, tendo por base as simplificações descritas anteriormente, propondo formas de simplificar as situações reais de modo a ser possível aplicar modelos de cálculo existentes, garantindo que este fica do lado da segurança (os resultados obtidos são mais graves do que a realidade). Assim, propõe-se os seguintes tópicos a considerar:

1. Inicialmente, quando um engenheiro se confronta com um projeto, o primeiro passo a seguir consiste na simplificação e definição de todas as situações que o mesmo pretende considerar de forma a permitir o estudo em causa, isto é, por exemplo, definir quais são os efeitos que podem afetar o normal desempenho do projeto. Para tal, inicia-se uma recolha cuidada e rigorosa de todos os dados e uma elaboração rigorosa do enunciado do problema em questão;
2. Com o passo anterior completado passa-se para o Dimensionamento Estrutural, onde é necessário realizar uma primeira simplificação do nosso sistema através da criação dos Diagramas de Corpo Livre (DCL), onde são definidas simplificações ao nível da geometria do corpo, das dimensões envolventes, dos carregamentos que actuam no corpo e dos modos de apoio que mantêm o seu equilíbrio (estático e dinâmico). O diagrama de corpo livre é, assim, o primeiro modelo que se constrói, e constitui uma simplificação do problema a estudar. Quanto à geometria do corpo a estudar deve ser simplificada ao máximo possível e se aproximada por (nesta sequência de prioridade):
 - a) Um ponto (Ponto Material), geralmente utilizada quando os carregamentos se encontram aplicados num só ponto (ou muito próximo), eliminando assim a necessidade de considerar uma carga distribuída, simplificando o problema;
 - b) Ou uma linha, podendo ser utilizado caso todos os carregamentos estejam aplicados sobre a mesma direção;
 - c) Ou um plano (Problema Plano). Tal pode ser utilizado caso todas as forças se apresentem aplicadas sobre o mesmo plano, sendo possível desprezar a terceira dimensão;
 - d) Ou um Problema Tridimensional. Em casos onde não é possível descartar nenhuma das três dimensões, podem ser realizadas algumas simplificações como a aproximação do objeto em estudo, com geometrias complexas e irregulares, a formas geométricas mais simples como paralelepípedos, esferas, cilindros, etc;

2.4. PONTOS A CONSIDERAR NA CRIAÇÃO DE UM GUIA AUXILIAR DE PROJETO

- e) Ou a Geometrias Perfeitas. Esta simplificação permite ignorar eventuais desvios e irregularidades nas superfícies dos componentes, simplificando os cálculos e a análise estrutural;
 - f) Ou um corpo com o maior número de simetrias, (Simetrias). Esta simplificação nos Diagramas de Corpo Livre permitem que o estudo do corpo possa ser realizado somente para uma parte sendo as conclusões extrapoladas para o todo, reduzindo consideravelmente a complexidade do problema.
3. Nos Diagramas de Corpo Livre é igualmente necessário realizar uma definição aproximada e realista dos apoios do sistema. Esta tarefa é de extrema importância e necessita de ser realizada numa fase inicial do projeto dado que toda a análise estrutural de esforços e o comportamento do projeto está diretamente dependente dos apoios definidos. Por exemplo, considerar que uma determinada estrutura se encontra encastrada para a realização de cálculos de análise estrutural enquanto que, na realidade, esta pode sofrer pequenos deslocamentos ou rotações, do ponto de vista estrutural estamos inseridos do lado da segurança uma vez que o encastramento fornece-nos a situação mais crítica (se assumindo encastramento não cede, na realidade não irá ceder), do ponto de vista do funcionamento pode trazer problemas (desvios e contactos indesejados com componentes adjacentes, por exemplo). Deste modo, no que diz respeito aos apoios, além de ser importante definir-los de forma o mais aproximado possível da realidade, é necessário também avaliar possíveis contactos externos.

No que diz respeito às ligações ao exterior, estas devem ter o mínimo de restrições possível, evitar situações hiperestáticas e seguir, por exemplo, metodologias de projeto como a metodologia CLIC e o Minimum Constraint Design [12];

4. No que diz respeito aos carregamentos a que o projeto irá estar sujeito deve-se simplificar e optar por utilizar carregamentos concentrados, em vez de carregamento distribuídos devido à maior simplicidade de estudo e ao facto de estes carregamentos concentrados apresentarem resultados mais extremos e críticos do que a situação real, o que permite a realização de uma simplificação útil não colocando em causa a segurança do projeto. Nesta fase é também relevante definir quais são os fatores, carregamentos e situações a que o projeto está sujeito, sendo alguns:

- Peso de componentes;
- Forças de impacto;
- Encostos laterais;
- Vibrações;
- Corrosão;
- Pressão;

- Variações térmicas;
- Efeito da impulsão do ar;
- Força gravitacional da Lua;
- Variações de altitude;
- Efeito da erosão do vento;
- Desgaste por atrito.

Estas situações listadas acima têm que ser consideradas para:

- Em alguns casos serem consideradas na realização do cálculo das forças aplicadas sobre o projeto, ou seja, da força resultante;
- Quando aplicável, é necessário verificar a existência de normas e códigos (Eurocódigos, NP, ISO, ASME, etc.) que existam para o tratamento de situações semelhantes às do projeto a realizar;

Neste passo é importante também analisar e avaliar qual o impacto de cada uma das situações e fatores que estão a atuar sobre o projeto, se nos colocam do lado da segurança ou fora do mesmo e se o seu impacto é merecedor do tempo dispendido para a sua análise total. Assim, deve-se atuar da seguinte forma:

- Situações como não considerar o efeito da impulsão do ar, não considerar o efeito da força gravitacional da Lua **quando o componente projetado se encontra na direção da Lua** (menor distância possível entre os dois corpos) e não considerar variações de altitude, podem ser desprezadas uma vez que a sua consideração coloca-nos numa situação menos segura uma vez que a situação mais crítica surge para o caso simplificado;
- Situações como não considerar o efeito da força gravitacional da Lua **quando o componente projetado se encontra na direção oposta à Lua** (maior distância possível entre os dois corpos), desprezar variações de temperatura, desprezar vibrações mecânicas, o peso de componentes e encostos laterais, por exemplo, são situações que, caso não sejam consideradas, é necessário utilizar fatores de segurança de modo a assegurar a integridade do projeto;
- Casos como o desprezo das variações de temperatura, algo que essencialmente irá levar a variações dimensionais, pode-se atribuir um alargamento de tolerâncias de forma a salvaguardar esse efeito. Sabendo que:

$$\Delta L = L_0 \cdot \alpha \cdot \Delta T \quad (2.33)$$

E resolvendo em função da dimensão final pós-dilatação, ficamos com:

$$L = L_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta T) \quad (2.34)$$

Assim verificamos que o valor de $\alpha \cdot \Delta T$ proporciona-nos um valor multiplicativo para a dilatação (ou contração) térmica. Deste modo, sabendo os valores de dilatação térmica linear e as variações de temperatura a que um componente pode estar sujeito, podemos tirar conclusões aproximadas sobre qual a folga que pode ser atribuída, pelo menos no que diz respeito à sua ordem de grandeza. No entanto, uma vez que a ordem de grandeza pode oferecer uma simplificação fora da segurança, pode-se atribuir um valor corretivo, como por exemplo a criação de um Fator Aproximado de Dilatação (FAD) que corresponde a $FAD = (\alpha \cdot \Delta T) \cdot 10$, de forma a garantir a segurança.

- Casos como o efeito da corrosão e pressões internas podem ser analisados com recurso a normas e códigos.
5. Relacionado com o ponto anterior, deve-se optar por recorrer a métodos de cálculo mais fáceis de utilizar uma vez que, tendo já realizado simplificações aceitáveis do ponto de vista dos Diagramas de Corpo Livre e dos carregamentos aplicados, é possível optar por modelos de uso mais simples. Alguns exemplos são:
- Optar pela utilização do **Critério de Tresca** em vez do **Critério de Von Mises**. Esta escolha é importante e extremamente vantajosa para o projetista uma vez que o Critério de Tresca permite obter resultados mais conservadores do que o Critério de Von Mises, como mostrado anteriormente, assegurando assim que o projeto fica do lado da segurança ao mesmo tempo que é um modelo de cálculo mais simples e rápido de utilizar. Para a utilização deste critério pode-se utilizar fatores de segurança, ficando ao critério do projetista o seu valor;
 - A utilização da Teoria de Euler-Bernoulli ao invés da utilização da Teoria de Timoshenko para o estudo de componentes sujeitos a flexão. Optar pela Teoria de Euler-bernoulli, tal como referido anteriormente, tem vantagens no que diz respeito à simplicidade uma vez que muitas das vezes não existem diferenças significativas nos resultados obtidos pelos dois modelos de cálculo, o que nos permite optar pelo modelo menos trabalhoso. Em casos onde a Teoria de Timoshenko é mais aproximada à realidade do que a Teoria de Euler-Bernoulli, pode-se recorrer a esta última teoria, mais simples, sendo que o projetista pode sempre recorrer à aplicação de fatores de segurança;
 - Relativamente ao estudo do impacto das vibrações mecânicas, tentar reduzir o número de Graus de Liberdade considerados na discretização é uma simplificação útil dado que diminui consideravelmente a complexidade dos cálculos. No entanto, somente se deve realizar estas simplificações em casos onde é aceitável

assumir uma ligação rígida (por exemplo, casos onde existe molas com uma rigidez K muito superior às demais presentes no sistema);

Ao longo deste documento foram abordados inúmeros modelos de cálculo que podem e devem ser utilizados durante as tarefas de projeto, no entanto, foi também salientado que para se poder utilizar estes modelos, é necessário recorrer a inúmeras simplificações uma vez que estes assumem condições ou impossíveis de conhecer ou ideais, algo que não se encontra na situação real. Assim seguem-se alguns exemplos de simplificações existentes nos diversos modelos de cálculo abordados:

- Tração e compressão:
 - Material Homogéneo;
 - Material Isotrópico;
 - Material segue a Lei de Hooke;
 - Temperatura Constante;
 - Estado de Tensão Triaxial;
- Encurvatura:
 - Material Homogéneo;
 - Material Isotrópico;
 - Material segue a Lei de Hooke;
 - Temperatura Constante;
 - A linha que une os centroides de todas as secções transversais é uma linha reta;
 - A coluna deve possuir uma geometria prismática;
 - O componente deve-se tratar de uma coluna esbelta;
- Flexão:
 - Material Homogéneo;
 - Material Isotrópico;
 - Material segue a Lei de Hooke;
 - Temperatura Constante;
 - A secção transversal é constante;
 - O eixo da viga é rectilíneo;
 - O carregamento ocorre no plano de simetria;
 - A viga encontra-se sobre o estado de flexão pura;
- Torção:
 - Material Homogéneo;
 - Material Isotrópico;

2.4. PONTOS A CONSIDERAR NA CRIAÇÃO DE UM GUIA AUXILIAR DE PROJETO

- Material segue a Lei de Hooke;
- Temperatura Constante;
- As equações assumem componentes com secções transversais tubulares;
- Presença no campo das pequenas deformações;
- O binário aplicado está distribuído uniformemente ao longo da secção transversal;
- Variações Térmicas:
 - Temperatura Uniforme;
 - O coeficiente de dilatação térmica é constante;
 - Material Homogéneo;
 - Material Isotrópico;
 - Inexistência de restrições que impeçam a normal dilatação e/ou contração do material;
- Vibrações Mecânicas:
 - A mola obedece à Lei de Hooke;
 - Massa pontual;
 - Pequenos deslocamentos.

Todas estas simplificações referidas anteriormente revelam que, para se proceder à utilização dos modelos de cálculo existentes, é necessário assumir algumas situações que podem não corresponder à realidade, podendo-se estar a inserir no projeto incertezas e eventualmente situações de risco e de perda de segurança. De salientar também que uma vez que na maioria dos casos inúmeros modelos de cálculo têm que ser considerados, quanto mais modelos e situações tivermos de calcular, mais incertezas inserimos no projeto que têm que ser compensadas pela aplicação de fatores de segurança de modo a reduzir o seu impacto.

6. Com a obtenção das soluções e análise do projeto, se os valores obtidos são muito próximos dos valores limite, de forma a considerar as incertezas derivadas das simplificações dos modelos de cálculo é importante atribuir valores para fatores de segurança e, se necessário, alterar o projeto de forma a aumentar a margem de segurança. Caso contrário, se a análise revelar que da situação real até à situação limite existir uma grande diferença, não é necessário aplicar fatores de segurança dado que as variações induzidas pelas simplificações nunca irão ter um impacto suficientemente elevado.

Os fatores de segurança serão, caso a caso, definidos pelo projetista.

ILUSTRAÇÃO DO EFEITO DAS SIMPLIFICAÇÕES NO PROJETO

O presente capítulo tem como intuito reforçar a metodologia proposta anteriormente para o projeto de componentes com recurso a fatores de segurança e alargamento de folgas para fazer face a todas as simplificações que nos colocam do lado oposto à segurança que têm de ser realizadas para se conseguir utilizar os modelos de cálculo já estabelecidos nas diferentes áreas da engenharia. Para tal, no presente estudo escolheu-se como objeto de análise um tabuleiro de forno, componente este que se encontra presente em todas as cozinhas e que está, durante o funcionamento normal do forno, constantemente exposto a uma variedade de situações adversas. Este tabuleiro, durante a sua utilização, enfrenta condições extremas desde a flexão causada pelo peso dos alimentos e travessas até intensas variações de temperatura, resultantes dos processos de aquecimento e arrefecimento a que é submetido.

Neste contexto, o estudo em questão tem como objetivo analisar os fatores que influenciam o funcionamento do tabuleiro de forno, considerando as forças envolvidas e os efeitos das variações térmicas. Será realizada uma comparação entre o estudo considerando somente forças normalmente consideradas e o caso de se considerar fatores muitas vezes desprezados de forma a avaliar o seu impacto.



Figura 3.1: Exemplo de bandeja para forno utilizada para realizar o caso de estudo.

Seguindo o procedimento definido no subcapítulo 2.4 e começando pelo 3º Passo dado que a solução já foi encontrada, somente restando o dimensionamento estrutural da mesma, é necessário simplificar o sistema com recurso à realização do respetivo Diagrama

de Corpo Livre (DCL) de modo a permitir, posteriormente, o uso de modelos de cálculo aplicáveis. Assim, na Figura 3.2 está ilustrado o modelo simplificado que melhor define a geometria do corpo do ponto de vista da análise estrutural, optando-se pelo modelo que apresenta uma estrutura apoiada nas duas extremidades. Esta aproximação é válida uma vez que representa o caso mais crítico para a integridade estrutural do componente, onde existe restrição em todas as direções de onde serão aplicados os carregamentos.

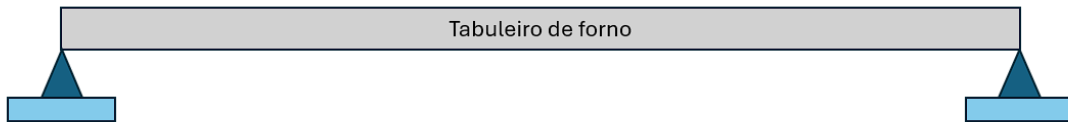


Figura 3.2: Modelo representativo do caso de estudo.

Concluindo a passagem da geometria real em estudo para um modelo correspondente e válido, segue-se a definição de todos os carregamentos e fatores que podem influenciar a estrutura em estudo, sendo estes:

- Peso de uma travessa sob o mesmo.
- Efeito da temperatura nas dimensões e conseqüentemente no encaixe.
- Efeito gravitacional da Lua sobre a travessa
- Efeito da impulsão do ar sobre a travessa.

Definindo quais as situações reais que atuam sobre o projeto, de acordo como o proposto no 5º Passo do subcapítulo 2.4, é necessário definir quais as forças e/ou carregamentos que resultam das situações que afetam o projeto no decorrer do seu funcionamento. Assim, de forma a garantir a segurança estudando o componente para o seu caso mais crítico e simultaneamente simplificando o problema, podemos realizar a concentração dos carregamentos que surgem das situações definidas anteriormente na zona mais adversa, ou seja, a zona intermédia entre a aplicação dos dois apoios onde a deformação será mais expressiva.

Nesta fase e seguindo o procedimento proposto, é necessário inserir no modelo criado as direções e sentidos das forças de forma a facilitar a compreensão e resolução do problema. Das situações referidas acima, podemos separar as mesmos em 2 grupos distintos:

1. Carregamentos que promovem diretamente a deformação do tabuleiro:
 - Peso de uma travessa sob o mesmo.
 - Efeito da impulsão do ar sobre a travessa.
 - Efeito gravitacional da Lua sobre a travessa.

2. Situação que deve ser considerada, principalmente, para fins de garantia de encaixe e de inexistência de tensões relativas à restrição das dilatações térmicas

- Efeito da temperatura nas dimensões e conseqüentemente no encaixe.

No caso do primeiro grupo de fatores, sabemos que o peso da travessa possui um sentido de cima para baixo enquanto que o efeito da impulsão do ar possui um sentido oposto. Relativamente ao efeito gravitacional da Lua sobre a estrutura, dado que esta pode variar dependendo da posição relativa da Lua, seguindo o proposto deve-se optar pela situação mais crítica, sendo esta quando o componente em estudo se encontra na direção oposta à Lua. Posteriormente, no estudo, irá ser realizado o mesmo estudo considerando somente o peso da travessa, aplicando-se um fator de segurança de modo a verificar que se garante igualmente a segurança. Na Figura 3.3 é possível ver a representação das forças F_1 (correspondentes às forças exercidas pelo peso da travessa e pelo efeito da aceleração gravítica da Lua), F_2 correspondente à força de impulsão do ar e as forças aplicadas nos apoios, $F_{apoio 1}$ e $F_{apoio 2}$.

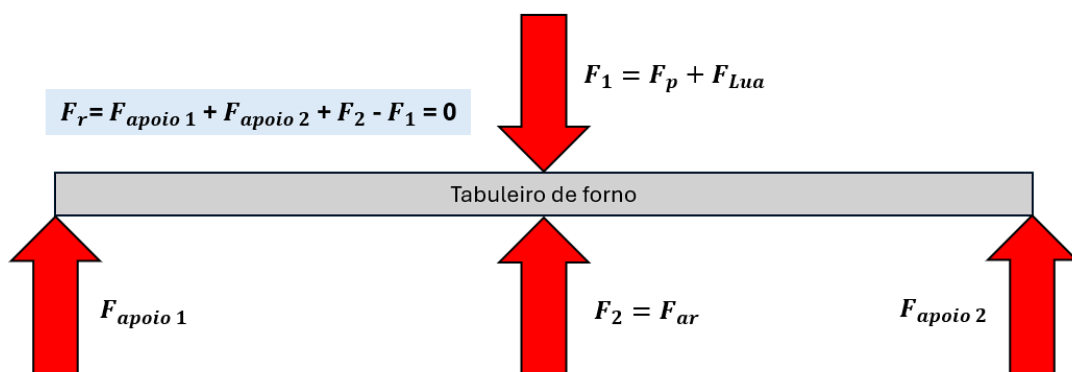


Figura 3.3: Diagrama de corpo livre do caso de estudo com a aplicação dos carregamentos aplicados.

No caso do segundo grupo, o que diz respeito às variações de temperatura a que o componente está sujeito, irão ser estudadas as dilatações térmicas correspondentes e avaliar o seu impacto. Posteriormente será abordado um alargamento de tolerâncias preventivo e verificar que o mesmo garante as livres dilatações do componente.

Assim, procede-se agora à definição das características do tabuleiro a estudar e à definição das situações a que está sujeito:

- A dimensão do interior do forno onde o tabuleiro irá encaixar é 450 mm.
- O tabuleiro possui 320 mm de profundidade e 2 mm de espessura.
- O tabuleiro é de aço e possui uma tensão de cedência (σ_c) de aproximadamente 227 MPa.

- Possui um coeficiente de dilatação térmica α de $12 \times 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$.
- Está sujeito a temperaturas entre 20-300 ° C.
- Está sujeito, como referido anteriormente, ao peso de uma travessa.
- A travessa que este tabuleiro terá que sustentar está sujeita à impulsão do ar e à força gravitacional da Lua.

A aproximação da chapa de tabuleiro de forno é uma simplificação útil e necessária, no entanto induz incertezas que devem ser contrariadas através do uso de fatores de segurança. Assim, estipula-se que, para esta simplificação, se deve utilizar um fator de segurança de 1,1, sendo o valor de σ_{adm} de 207 MPa.

3.1 Estudo do tabuleiro sujeito a amplitudes térmicas

Iniciando assim a análise ao caso de estudo em causa, uma situação de extrema importância aquando a realização de um projeto de um componente que funciona sobre condições de temperatura elevadas e que para o seu normal funcionamento necessita de se proceder ao seu encaixe noutro componente é o seu dimensionamento rigoroso de forma a permitir que as oscilações dimensionais derivadas dos aumentos de temperatura não são superiores à dimensão atribuída ao componente de encaixe.

Deste modo, utilizando a Equação 3.1 e substituindo com os valores do problema em estudo ficamos, para a maior dimensão (450 mm) com:

$$\Delta L = \alpha \cdot L_0 \cdot \Delta T \quad (3.1)$$

$$\Delta L_{450} = 450 \text{ mm} \times 12 \times 10^{-6} \times 280 = 1,512 \text{ mm} \quad (3.2)$$

O efeito do aumento da temperatura no componente é também visível nas duas direções de menor dimensão, no entanto, dado que do ponto de vista do projeto tem pouca relevância devido a, no caso da dimensão de 2 mm não haver restrição nessa direção do ponto de vista do encaixe do tabuleiro no forno e no caso da dimensão da profundidade de 320 mm ser somente necessário assegurar o não contacto entre o tabuleiro e o fundo do forno, o que pode ser realizado de forma mais fácil e barata através da colocação de uma folga considerável entre esses componentes, não é necessário realizar esse estudo para essas duas dimensões.

Com o resultado obtido na Equação 3.2 podemos verificar que existe uma dilatação de 1,512 mm, o que se quisermos avaliar a dilatação térmica para cada um dos lados significa assim um aumento de 0,756 mm para cada. Uma vez que não é possível alterar a dimensão interna do forno em função do tabuleiro uma vez que é muito mais simples dimensionar o tabuleiro em função da dimensão do forno, a solução passa por diminuir a dimensão de projeto do componente de forma a que o mesmo a temperaturas de funcionamento

não ultrapasse o valor máximo possível. Assim, dado que a dilatação térmica foi cerca de 1,512 mm para a dimensão de 450 mm à temperatura ambiente e esta dilatação será menor caso se diminua a dimensão base, podemos assumir assim uma dimensão inicial de projeto de 445 mm. Realizando o mesmo cálculo obtemos:

$$\Delta L_{445} = 445 \text{ mm} \times 12 \times 10^{-6} \times 280 = 1,4952 \text{ mm} \quad (3.3)$$

Da Equação 3.3 retiramos que durante o seu normal funcionamento a maior dimensão oscila entre os 445 e os 446,5 mm (aproximadamente e ignorando os desvios de fabrico e irregularidades).

Neste caso, podia-se também atribuir um valor de tolerância de acordo com o proposto no subcapítulo 2.4. Sabendo que o valor de dilatação térmica rondava era na ordem de grandeza de 10^{-5} e a variação de temperatura é na ordem de grandeza de 10^2 , substituindo no Fator Aproximado de Dilatação $FAD = \alpha \cdot \Delta T \cdot 10$ as ordens de grandeza obtemos um $FAD = 10^{-2}$, o que nos indica que, aproximadamente, bastaria um alagamento de tolerâncias de:

$$\Delta L = L_0 \cdot FAD = 445 \cdot 10^{-2} = 4,45 \text{ mm} \quad (3.4)$$

Comparando os valores obtidos pela Equação 3.3 e 3.4, podemos concluir que os valores obtidos pela simplificação através do método FAD apresenta uma solução igualmente viável, permitindo ainda a existência de uma margem de segurança extra no dimensionamento do componente.

Na Figura 3.4 é possível ver um esquema simplificado ilustrativo da montagem do tabuleiro nos suportes interiores do forno, com a atribuição da folga calculada na Equação 3.4. Esta folga extra permite garantir o normal funcionamento do tabuleiro mesmo no caso em que surjam outras situações anormais, como por exemplo desvios originados durante o fabrico do componente, entre outros, evitando assim contactos indesejados. É somente necessário avaliar se, num caso real, a dimensão dos suportes do forno garante que esta folga extra não seja de maior dimensão que os suportes, o que faria com que, numa situação extrema de encaixe do tabuleiro com uma das suas laterais encostada à parede do forno fizesse com que o tabuleiro perdesse o apoio oposto.

3.2 Estudo do tabuleiro sujeito a forças

Além das dilatações térmicas a que o tabuleiro de forno está sujeito, outras situações afetam o funcionamento do mesmo tal como o peso de travessas, a impulsão do ar e o efeito da gravidade da Lua. Geralmente, durante o dimensionamento e projeto de um tabuleiro de forno e muitos outros componentes/mecanismos, estes dois últimos efeitos são desprezados, somente utilizando o valor do peso da travessa como motivo e objeto de análise. Neste subcapítulo serão apresentados os resultados para a deflexão máxima do

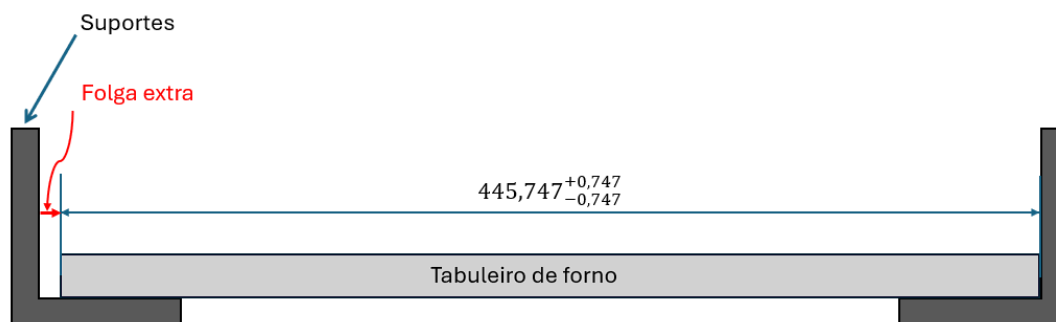


Figura 3.4: Diagrama representativo do tabuleiro de forno encaixado com dilatação térmica e folga extra.

tabuleiro considerando as 3 forças anteriores e comparar com os resultados obtidos da análise do componente somente sujeito à força derivada do peso da travessa.

Assim, para o estudo em questão vai se utilizar o software de modelação e simulação *Solidworks* para obter a distribuição de tensões e deformações ao longo do tabuleiro. Para os resultados a obter serem válidos, é necessário assumir seguintes condições [13]:

- A placa é plana, de espessura uniforme e feita de material homogêneo e isotrópico.
- A espessura da placa não é maior do que aproximadamente um quarto da menor dimensão transversal.
- A placa não é submetida a tensões além do limite elástico em nenhum ponto.

3.2.1 Análise estrutural do tabuleiro sujeito ao peso da travessa, impulsão do ar e efeito gravitacional da Lua

Neste subcapítulo será realizada uma análise detalhada das diferentes forças que atuam sobre o tabuleiro do forno, com particular ênfase em três componentes principais: o peso da travessa sobre o tabuleiro, a impulsão do ar e o efeito da gravidade da Lua. O estudo inicia-se com a avaliação do peso da travessa, uma força constante e previsível, cuja compreensão é essencial para avaliar a resposta estrutural do tabuleiro sob carga. De seguida, será calculado o valor da força provocada pela impulsão do ar e posteriormente a força provocada pelo efeito da aceleração gravítica da Lua sobre a travessa.

Para se proceder ao cálculo do peso de uma travessa sobre o tabuleiro do forno e de modo a garantirmos a segurança aplicando um caso mais extremo do que a aplicação real, podemos assumir que esta pode ser aproximada a um bloco de dimensões 300 x 200 x 100 mm constituído por um material cerâmico com um valor de densidade de $\rho = 2500 \text{ kg/m}^3$.

Assim, para calcular o peso exercido pela travessa sobre o tabuleiro temos:

$$V = \text{comprimento} \times \text{largura} \times \text{altura} = 0,3 \text{ m} \times 0,2 \text{ m} \times 0,1 \text{ m} = 0,006 \text{ m}^3 \quad (3.5)$$

$$m = V \times \rho = 0,006 \text{ m}^3 \times 2500 \text{ kg/m}^3 = 15 \text{ kg}$$

$$P = m \times 9,81 = 147,15 \text{ N}$$

Sabendo o valor do peso da travessa sobre o tabuleiro, de cerca de 147,15 N, é necessário agora avaliar as duas outras forças. Para o estudo da impulsão do ar e utilizando as fórmulas presentes no subcapítulo 2.2.1 temos:

$$F = \rho_{\text{ar}} \times V_{\text{travessa}} \times g \quad (3.6)$$

De onde sabemos que:

- $\rho_{\text{ar}} = 1,225 \text{ kg/m}^3$ (densidade do ar).
- O volume da travessa é $V_{\text{bloco}} = 0,006 \text{ m}^3$.
- O valor da aceleração gravitacional é $g = 9,81 \text{ m/s}^2$.

Substituindo na Equação 3.6 os valores anteriores, obtemos:

$$F = 1,225 \text{ kg/m}^3 \times 0,006 \text{ m}^3 \times 9,81 \text{ m/s}^2 = 0,0721 \text{ N} \quad (3.7)$$

Conclui-se assim que a força de impulsão do ar sobre o bloco é de aproximadamente 0,0721 N. Realizando uma breve análise ao resultado obtido, é possível constatar que o valor da força da impulsão do ar comparativamente ao valor do peso da travessa é consideravelmente inferior, o que à partida terá como resultado um reduzido impacto na deformação máxima.

Avançando com o estudo, segue-se agora o cálculo da atração gravitacional da Lua a que a travessa está sujeita. Neste caso e recordando os modelos existentes e abordados no subcapítulo 2.2.2 temos:

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \quad (3.8)$$

- F corresponde à força gravitacional entre os dois objetos;
- G é a constante gravitacional (o valor aceite atualmente é de $6,67430 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$);
- m_1 corresponde à massa do primeiro corpo, neste caso, a Lua ($7,35 \times 10^{22} \text{ kg}$);
- m_2 corresponde à massa do segundo corpo em estudo, neste caso, o bloco (15 kg);

- r simboliza a distância entre os centros do corpo 1 e do corpo 2, sendo este a soma do raio da Terra com a distância entre os centros da Terra e da Lua, obtendo-se um valor de distância de $6371 \text{ km} + 384400 \text{ km} = 390771 \text{ km}$.

Substituindo na Equação 3.8 os valores, temos:

$$F = 6,67430 \times 10^{-11} \times \frac{7,35 \times 10^{22} \times 15}{(390771 \times 10^3)^2} \quad (3.9)$$

$$F \approx 0,00048\text{N} \quad (3.10)$$

Concluimos assim que, à semelhança do efeito da impulsão do ar, o efeito da gravitação da Lua sobre a travessa também é de uma ordem de grandeza inferior, sendo de $0,00048 \text{ N}$.

Recordando a Figura 3.3, sabemos que o somatório de forças externas aplicadas F_{apl} será equivalente à soma das forças F_1 e F_2 . Assim temos:

$$F_{\text{apl}} = F_1 - F_2 = (147,15 + 0,00048) - 0,0721 = 147,078 \text{ N} \quad (3.11)$$

Concluído o cálculo das forças atuantes no tabuleiro e recorrendo ao software *Solidworks* como método de análise do componente, fixando-se as arestas de apoio do tabuleiro no interior do forno e aplicando uma força vertical de valor $147,078 \text{ N}$ na face superior do componente, obtemos os resultados presentes nas Figuras 3.5 e 3.6.

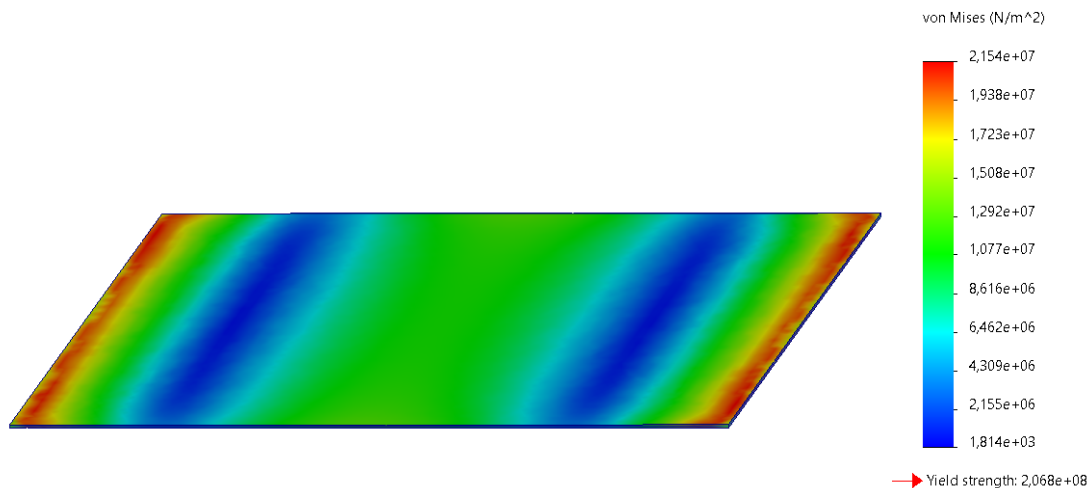


Figura 3.5: Distribuição de tensões ao longo do tabuleiro quando aplicadas as três forças.

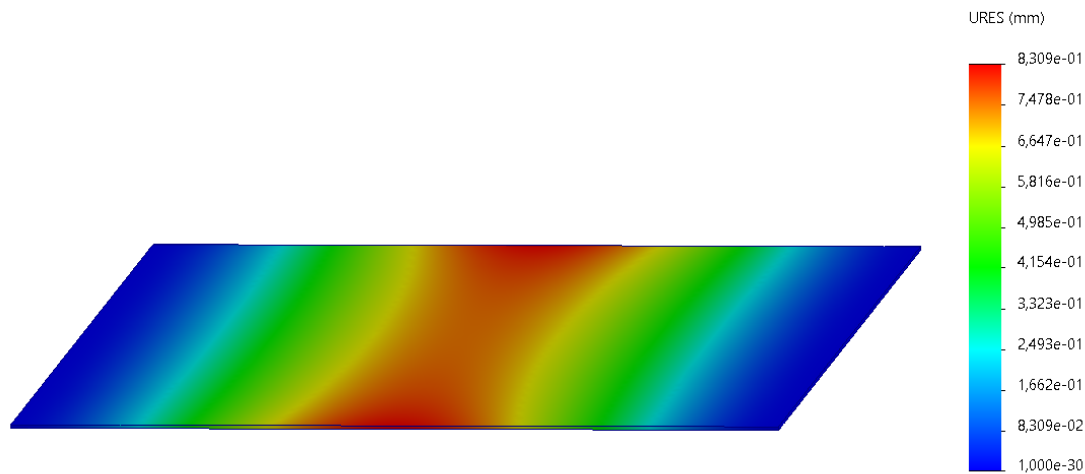


Figura 3.6: Distribuição de deformações ao longo do tabuleiro quando aplicadas as três forças.

Como é perceptível pela Figura 3.5, a zona mais crítica no tabuleiro do ponto de vista das tensões internas situa-se nas laterais apoiadas do mesmo, atingindo estas um valor máximo de 21,54 MPa, valor aproximadamente 10 vezes inferior à tensão admitida (imposta devido à passagem da geometria do tabuleiro para a geometria simplificada) de $\sigma_{adm} = 207$ MPa. Relativamente aos resultados obtidos relativamente às deformações no tabuleiro presentes na Figura 3.6, pode-se constatar que a zona mais crítica situa-se na zona central do tabuleiro, correspondendo a uma deformação máxima de aproximadamente 0,831 mm, podendo-se considerar a mesma não problemática para o seu funcionamento normal.

No próximo subcapítulo vai ser realizada a mesma análise utilizando como força aplicada somente a força provocada pelo peso da travessa.

3.2.2 Análise estrutural do tabuleiro sujeito somente ao peso da travessa e posterior comparação

No subcapítulo anterior foram calculados os valores das três forças aplicadas no tabuleiro em estudo: o peso da travessa de alimentos, a força de impulsão do ar sobre a travessa e a força gravitacional da Lua sobre a travessa. O presente subcapítulo terá assim como objetivo final a realização da mesma análise considerando somente o peso da travessa, sendo posteriormente realizada uma comparação dos resultados obtidos de forma a avaliar o impacto e a dimensão das consequências de se desprezar as pequenas contribuições aquando a realização de um projeto sendo, neste caso, a impulsão do ar e a força gravitacional da Lua.

Utilizando o valor já calculado no subcapítulo 3.2.1 na Equação 3.5, os 147,15 N do peso da travessa sobre o tabuleiro, obtemos os resultados presentes nas Figuras 3.7 e 3.8.

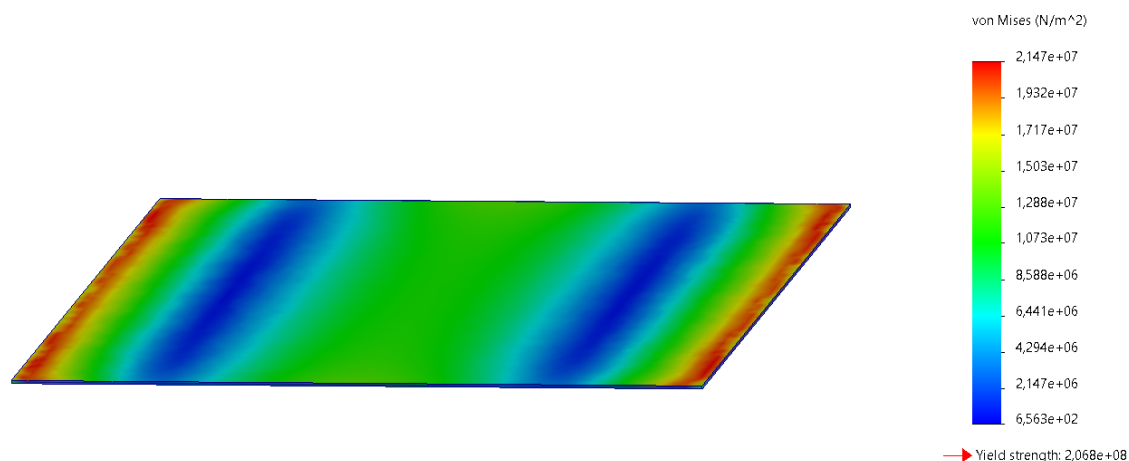


Figura 3.7: Distribuição de tensões ao longo do tabuleiro quando aplicado somente o peso da travessa.

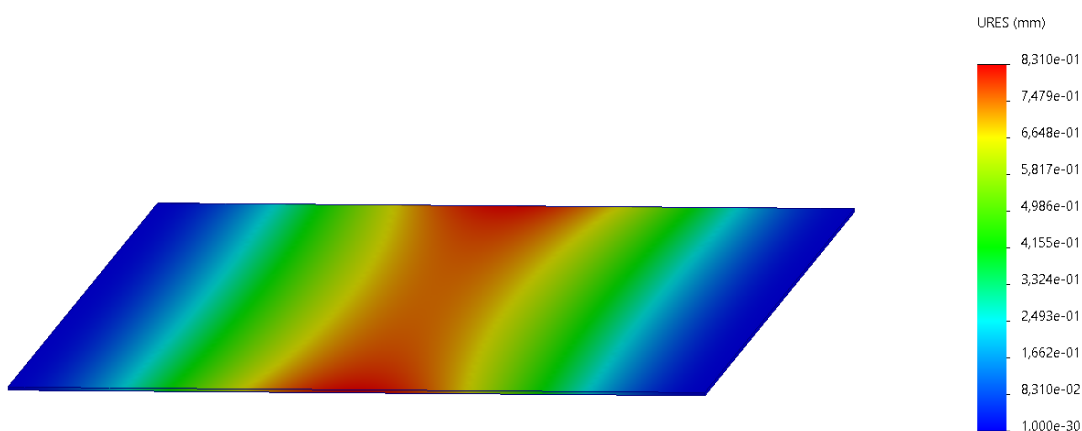


Figura 3.8: Distribuição de deformações ao longo do tabuleiro quando aplicado somente o peso da travessa.

Como mostrado na Figura 3.7, a zona mais crítica no tabuleiro no que diz respeito às tensões internas apresenta um valor máximo de 21,47 MPa, valor muito semelhante ao apresentado na Figura 3.5. Relativamente às deformações no tabuleiro presentes na Figura 3.8, obteve-se uma deformação máxima de 0,831 mm, valor este igual ao apresentado na Figura 3.6. Esta comparação pode ser realizada com recurso ao cálculo do erro relativo recorrendo à Expressão 3.12 onde, dado que na realidade o componente está sujeito às três forças (pelo menos), este corresponde ao valor exato e o valor aproximado será o valor obtido quando considerada somente a força do peso da travessa.

$$\text{Erro relativo} = \frac{|\text{Valor aproximado} - \text{Valor exato}|}{|\text{Valor exato}|} \quad (3.12)$$

Assim, substituindo pelos valores obtidos para as tensões e para as deformações, respetivamente, obtém-se:

$$\text{Erro relativo} = \frac{|21,54 \text{ MPa} - 21,47 \text{ MPa}|}{|21,54 \text{ MPa}|} \approx 0,33\% \quad (3.13)$$

$$\text{Erro relativo} = \frac{|0,831 \text{ mm} - 0,8309 \text{ mm}|}{|0,8309 \text{ mm}|} \approx 0,012\% \quad (3.14)$$

Com os resultados obtidos pelas Equações 3.13 e 3.14 é possível concluir que a simplificação é aceitável dado que:

- Os valores de desvio obtidos são consideravelmente pequenos sendo de aproximadamente 0,33% e de 0,012% para as tensões e as deformações, respetivamente.
- Neste caso, apesar de a não consideração da impulsão do ar, tal como definido no procedimento, não representar um risco para o sistema por ser uma simplificação que coloca o projeto do lado da segurança, tal não se sucede com o desprezo do efeito da ação gravítica da Lua, tal como definido no procedimento proposto, onde se alerta para o facto desta simplificação afastar o sistema da segurança. Assim o procedimento implicaria a atribuição de um fator de segurança para o caso do efeito da ação gravítica da Lua, algo comprovado pelos resultados obtidos onde os resultados mais críticos correspondem ao caso onde são consideradas todas as situações reais.
- Qualquer aplicação de fator de segurança para garantir as condições de utilização dos modelos de cálculo existentes (por exemplo: homogeneidade do material, isotropia do material, este seguir a Lei de Hooke, etc.) irá, independentemente do sentido das forças de menor dimensão, preservar a integridade do componente.
- Comprova-se assim que, se o projetista quiser desprezar o efeito da aceleração gravítica da Lua, necessita de aplicar algum fator de segurança para poder realizar essa simplificação.

CONCLUSÃO

A realização desta dissertação de Mestrado Integrado em Engenharia Mecânica tinha como objetivo principal alertar para as simplificações realizadas no decorrer de um projeto e as suas respectivas consequências, abrindo caminho para a possibilidade de, no futuro, ser proposto um guião auxiliar de projeto que auxiliá-se jovens engenheiros no exercer da sua profissão.

Esta análise é importante uma vez que, como mostrado no decorrer do trabalho, muitas simplificações são realizadas e tidas como "certas" e "triviais" sem que a pessoa que está a aplicar um determinado modelo de cálculo ou conceito entenda as suas implicações. Esta inconsciência na altura de aplicação de modelos ou conceitos no decorrer de um projeto torna-se num risco uma vez que inserir desconhecimento num projeto aumenta a probabilidade de falha, surgindo assim este trabalho como forma de alerta para várias situações e casos de risco presentes durante a realização de um projeto, avaliando se estas simplificações colocam-no do lado da segurança ou do seu lado oposto.

Assim, no capítulo 2 foi abordado, com um maior detalhe, diversas simplificações, aplicações e consequências, passando pelos modelos de cálculo relacionados com os esforços de tração, compressão, torção, vibrações mecânicas e variações de temperatura, etc, e todas as simplificações inerentes aos mesmos. Esta abordagem é de extrema importância uma vez que todos os modelos de cálculo existes para se avaliar a situação a que o nosso componente/sistema está sujeito assumem condições "ideais", muito simplificadas da realidade.

Neste capítulo foram também abordadas outras situações que afetam os projetos, como a variação de altitudes, impulsão do ar, efeito da gravidade da Lua, entre outros, que, na grande maioria das vezes, aquando a realização de um projeto são desprezados devido ao seu reduzido impacto comparativamente a outras situações de um grau de grandeza muito superior. No caso destas situações foi realizada uma análise ao seu impacto e se o seu desprezo coloca o projeto do lado da segurança ou não.

Chegou-se à conclusão que, em alguns casos, os resultados obtidos teoricamente são mais críticos para a estrutura do que o que acontece na realidade, algo que coloca o projeto do lado da segurança. Em outros casos ocorre o oposto, obtendo-se resultados

teóricos menos críticos do que a realidade, algo que nos coloca no campo da incerteza e insegurança, tornando-se necessário aplicar fatores de segurança.

Por fim, no capítulo 3 foi ilustrado um tabuleiro de forno de forma a avaliar os efeitos a que este está sujeito durante o seu normal funcionamento, considerando-se as variações de temperatura a que este está sujeito e a necessidade de se considerar as mesmas de forma a assegurar que este não dilata em demasia ao ponto de levar à interferência entre o tabuleiro e as paredes do forno onde este vai encaixar. Do ponto de vista da integridade do mesmo realizou-se assim o estudo da aplicação de carregamentos correspondentes ao peso de uma travessa alimentar e de dois fatores geralmente desprezáveis como o efeito da impulsão do ar e a aceleração gravítica da Lua sobre a mesma travessa, comparando as duas situações:

1. Tabuleiro de forno sujeito aos três carregamentos: Peso da travessa, efeito da impulsão do ar e a força de atração gravítica da Lua;
2. Tabuleiro de forno sujeito somente ao peso da travessa alimentar.

Assim, concluiu-se que, apesar do impacto da impulsão do ar sobre o projeto não criar a necessidade de se proceder à aplicação de um fator de segurança, a aceleração da gravidade da Lua, apesar do seu reduzido impacto, coloca o projeto do lado oposto à segurança, sendo necessário a aplicação de fatores de segurança de modo a garantir a sua integridade.

TRABALHOS FUTUROS

Com a dissertação realizada foi possível abordar e alertar para os diversos temas e situações que muitas vezes desprezadas no decorrer de um projeto, sendo estas aceitáveis devido à sua consideração apresentar uma solução menos grave do que a situação real ou estas simplificações serem críticas ao ponto de colocar o nosso projeto do lado oposto da segurança, sendo neste último caso necessário recorrer a mecanismos como a aplicação de fatores de segurança.

No entanto, de forma a complementar este documento e uma vez que este tema é de uma natureza muito vasta e complexa, muitos outros estudos e contributos podem ser realizados de forma a completar o documento apresentado anteriormente, passando pelo estudo das diversas normas existentes, modelos de cálculo e códigos que permitem simplificar o projeto e também à aplicação destas mesmas simplificações a casos reais, através da criação de um guião que faça a transição entre os casos reais e as simplificações referidas ao longo do documento.

Assim, propõe-se também que, no futuro, sejam realizados trabalhos tendo por base os contributos e a síntese de simplificações apresentados no desenrolar deste documento, como por exemplo a criação de um guião auxiliar de projeto (com o devido e respetivo procedimento) que, utilizando como base todas as simplificações mostradas e seguindo a estrutura apresentada no capítulo 2.4, permita auxiliar jovens engenheiros com pouca experiência na área a criar projetos de forma mais correta.

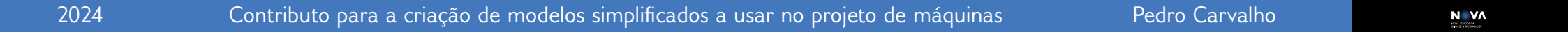
BIBLIOGRAFIA

- [1] J. M. Lourenço. *The NOVAtesis L^AT_EX Template User's Manual*. NOVA University Lisbon. 2021. URL: <https://github.com/joaomlourenco/novathesis/raw/main/template.pdf> (ver p. i).
- [2] "Engenharia" *Dicionário Priberam da Língua Portuguesa*. Acedido a: 10 de janeiro de 2024. URL: <https://dicionario.priberam.org/engenharia> (ver p. 1).
- [3] T. Eifler e T. J. Howard. «The importance of robust design methodology: case study of the infamous GM ignition switch recall». Em: *Research in Engineering Design* 29 (1 2018-01), pp. 39–53. ISSN: 14356066. DOI: 10.1007/s00163-017-0251-x (ver pp. 4, 5).
- [4] R. C. Hibbeler. *Engineering Mechanics - Statics*. 12th Edition. Pearson (ver pp. 8, 10).
- [5] R. G. Budynas, J. K. Nisbett e J. E. Shigley. *Shigley's mechanical engineering design*. McGraw-Hill, 2011, p. 1082. ISBN: 0073529281 (ver pp. 13, 16, 17, 19–21).
- [6] X. Zhang, D. Thompson e X. Sheng. «Differences between Euler-Bernoulli and Timoshenko beam formulations for calculating the effects of moving loads on a periodically supported beam». Em: *Journal of Sound and Vibration* 481 (2020-09). ISSN: 10958568. DOI: 10.1016/j.jsv.2020.115432 (ver pp. 22–24).
- [7] F. P. Beer et al. *Mechanics of materials*. McGraw-Hill Education, 2015. ISBN: 9780073398235 (ver p. 22).
- [8] A. M. Ahmed e A. M. Rifai. «Euler-Bernoulli and Timoshenko Beam Theories Analytical and Numerical Comprehensive Revision». Em: () (ver p. 24).
- [9] O. R. Garaizar et al. «Integration of Thermal Effects into Tolerancing Using Skin Model Shapes». Em: vol. 43. Elsevier B.V., 2016, pp. 196–201. DOI: 10.1016/j.procir.2016.02.079 (ver p. 29).
- [10] A. Álvaro et al. *Projeto do pistão de um motor de combustão interna para um veículo de elevada eficiência energética. Dissertação apresentada para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Automóvel* (ver p. 30).

BIBLIOGRAFIA

- [11] S. S. Rao. *Mechanical vibrations*. Prentice Hall, 2011, p. 1084. ISBN: 9780132128193 (ver pp. 31, 33).
- [12] G. Santos, A. Silva e A. Gonçalves-Coelho. «The Minimum Constraint Design and the first axiom». Em: *The Fifth International Conference on Axiomatic Design*. ICAD2009, 2009 (ver p. 53).
- [13] W. C. Young, R. G. Budynas e R. J. Roark. *Roark's formulas for stress and strain Warren C. Young, Richard G. Budynas*. McGraw-Hill, 2002. ISBN: 007072542X (ver p. 64).





2024 Contributo para a criação de modelos simplificados a usar no projeto de máquinas Pedro Carvalho

